পাঞ্জেরী

internet-linked

মাধ্যমিক উচ্চতর গণিত সৃজনশীল

ব্যবহারিকসহ
শ্রেণির কাজের ওপর
সৃজনশীল প্রশ্ন ও উত্তর

নতুন সংস্করণ ২০১৪

Tutor

২০১৪ সংস্করণে নতুন...

PRS

সকল ধরনের পিডিএফ
পেতে ভিজিট করুন
বিডিনিয়োগ.কম
www.bdniyog.com

জাতীয় শিক্ষাক্রম ও পাঠ্যপুস্তক বোর্ড কর্তৃক প্রণীত ২০১৪ সালের
পাঠ্যপুস্তক অনুযায়ী রচিত একটি শ্রেষ্ঠ অনুশীলনমূলক বই

পাঞ্জেরী

internet-linked

মাধ্যমিক উচ্চতর গণিত

সৃজনশীল

নতুন

রচনা ও সম্পাদনা

কমলেশ চন্দ্র সাহা
সহকারী অধ্যাপক ও বিভাগীয় প্রধান, গণিত বিভাগ
ইস্পাহানী বিশ্ববিদ্যালয় কলেজ, কেরানীগঞ্জ, ঢাকা

মধু কুমার সাহা
প্রভাষক, গণিত বিভাগ
শহীদ রমিজ উদ্দিন ক্যান্টনমেন্ট কলেজ, ঢাকা ক্যান্টনমেন্ট, ঢাকা

মোঃ ওমর ফারুক হাওলাদার
বিএসসি (অনার্স)
এমএসসি (গণিত), বিএড
সহকারী শিক্ষক (গণিত)
ধানমন্ডি গভ. বয়েজ হাইস্কুল, ঢাকা

মোঃ নাছির উদ্দিন
বিএসসি, বিএড (প্রথম শ্রেণি), এমএড
সফল শিক্ষক হিসেবে স্বর্ণপদক প্রাপ্ত
মাস্টার ট্রেইনার (টিকিউআই)
প্রধান শিক্ষক
হাজী আব্দুল কাদের প্রধান উচ্চ বিদ্যালয়, শ্রীপুর, গাজীপুর

সুকুমার রায়
বিএসসি (অনার্স), এমএসসি (গণিত) প্রথম শ্রেণি
বিএড (প্রথম শ্রেণি), এমএড (প্রথম শ্রেণি)
সহকারী প্রধান শিক্ষক
তাঁতবাড়ী ইসলামিয়া উচ্চ বিদ্যালয়, মাদারীপুর
মাস্টার ট্রেইনার, পেইস্ প্রোগ্রাম, ব্র্যাক

সুজিত চন্দ্র সরকার
বিএসসি (অনার্স), এমএসসি (গণিত) প্রথম শ্রেণি
বিএড (প্রথম শ্রেণি)
সহকারী শিক্ষক (গণিত)
সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, লালমনিরহাট

পাঞ্জেরী পাবলিকেশন্স লি.

www.bdniyog.com

www.panjeree.com

যেকোনো পরামর্শ ও তথ্যের জন্যে
01970011206
help@panjeree.com

প্রকাশক
পাঞ্জেরী পাবলিকেশন্স লি.
৪৩ শিল্পাচার্য জয়নুল আবেদিন সড়ক
(পুরাতন ১৬ শান্তিনগর), ঢাকা ১২১৭
ফোন: ৯৩৩৫৮২৬, ৯৩৬০০৯৪
ফ্যাক্স: ৮৩১৮৫২৬
ই-মেইল: info@panjeree.com

প্রকাশক কর্তৃক সর্বস্বত্ব সংরক্ষিত

পরিবেশক
পাঞ্জেরী পাবলিকেশন্স লি.
৩৮/৮ বাংলাবাজার, ঢাকা ১১০০
ফোন: ৭১১৭৬৬৮

সমন্বয়
মোঃ আবুল কালাম আজাদ
মোহাম্মদ মাছুম
কে. এম. সাইয়েদুল ইসলাম
মোঃ রাজীব হোসেন বেপারী
গণিত বিভাগ
গবেষণা ও উন্নয়ন বিভাগ

প্রচ্ছদ
রাজীব রায়

গ্রাফিক্স
মুহাম্মদ সাইফুল ইসলাম

গ্রাফিক্স সহযোগী
সিফাত উদ্দিন
কেশব কুমার অমল

অঙ্কন
গৌতম ঘোষ
রাজীব রায়

অঙ্গসজ্জা
মোঃ আলাউদ্দিন
মোঃ ওমর ফারুক

বর্ণবিন্যাস
পাঞ্জেরী কম্পিউটার সিস্টেমস

মুদ্রণ ও বাঁধাই
লেটার এন কালার লি.

সৃজনশীল ধারায় নতুন পাঠ্যক্রমের আলোকে
প্রথম প্রকাশ: ফেব্রুয়ারি ২০১৩
প্রথম সংস্করণ: জানুয়ারি ২০১৪

বাংলাদেশ পুস্তক প্রকাশক ও বিক্রেতা সমিতি কর্তৃক গৃহীত
সর্বোচ্চ খুচরা বিক্রয়মূল্য (MRP):
৩৭৯.০০ (তিন শ উনআশি টাকা)

বইয়ের গুণগত মান ও শতভাগ সফলতার চাবিকাঠি

পাঞ্জেরী পাবলিকেশন্স লি. 'কোয়ালিটি ফার্স্ট'– এই কথাটি দৃঢ়ভাবে বিশ্বাস করে। দক্ষ রাইটার প্যানেল থেকে প্রাপ্ত ম্যানুস্ক্রিপ্ট– যা আমাদের গবেষণা ও উন্নয়ন বিভাগ ৬টি সমন্বিত নীতি অনুসরণে এডিটিং করে থাকে–

Clear: বইটির লক্ষ্য ও উদ্দেশ্য ম্যানুস্ক্রিপ্টটিতে সুষ্ঠুভাবে ফুটে উঠেছে কি না তা যাচাই করা।

Correct: তত্ত্বগত, তথ্যগত, বানানগত কোনো ত্রুটি থাকলে তা সংশোধন করা।

Current: কারেন্ট কারিকুলাম, সিলেবাস এবং কারেন্ট মানবণ্টন ও তথ্য-উপাত্ত নিশ্চিত করা।

Concise: শিক্ষার্থী যাতে পরীক্ষায় উত্তর নির্ধারিত সময়ের মধ্যে লিখতে পারে সেজন্যে প্রশ্নোত্তর সংক্ষিপ্ত ও তথ্যসমৃদ্ধ করে উপস্থাপন করা।

Complete: তথ্যগত স্বয়ংসম্পূর্ণতার জন্যে দেশি-বিদেশি লেখকের বই, ইন্টারনেট ও অভিজ্ঞ শিক্ষকদের সহায়তা নেওয়া।

Consistent: টাইপসেটিং, সিলেবাসের ক্রম এবং পরীক্ষার প্রশ্নের ধারাবাহিকতা নিশ্চিত কবা।

এ নীতির মাধ্যমে প্রস্তুতকৃত সহায়ক বইসমূহ থেকে তুমি যা লাভ করবে–

Carry out: প্রশ্নোত্তরগুলো প্র্যাকটিসের মাধ্যমে পরীক্ষার পূর্ণাঙ্গ প্রস্তুতি সম্পন্ন করতে পারবে।

Call back: প্রশ্নোত্তরকে পরীক্ষায় মনে করিয়ে দেওয়ার ক্ষেত্রে রিভিশন অংশের চর্চা কলব্যাকের মতো হেল্প করবে।

Common: পরীক্ষায় শতভাগ প্রশ্ন কমন পেতে সাজেশন অংশ তোমাকে সহায়তা করবে।

আমাদের এ প্রচেষ্টা এবং তোমার মেধা ও শ্রমের সমন্বয়ে সবশেষে সকলের কাছ থেকে তুমি লাভ করবে

Congratulations!!!

www.bdniyog.com

বইটির বৈশিষ্ট্য

প্রতি অধ্যায়ে আছে প্র্যাকটিস অংশ

অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

পাঠ্য বইয়ের অনুশীলনীর সবগুলো অঙ্কের সমাধান দেওয়া হয়েছে এ অংশে। আরও রয়েছে–

অনুশীলনীর বহুনির্বাচনি প্রশ্নসহ পরীক্ষায় কমন উপযোগী আরও বহুনির্বাচনি প্রশ্ন এবং প্রযোজ্য ক্ষেত্রে বহুনির্বাচনি প্রশ্নের প্রয়োজনীয় ব্যাখ্যা দেওয়া হয়েছে। এর মাধ্যমে তুমি বহুনির্বাচনি প্রশ্নের উত্তরগুলো সহজেই আয়ত্ত করতে পারবে।

শ্রেণির কাজের ওপর সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান

পাঠ্য বইয়ে দেওয়া সকল অধ্যায়ের শ্রেণির কাজের ওপর সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান রয়েছে প্রতিটি অধ্যায়েই।

পরীক্ষায় কমন পেতে আরও প্রশ্ন ও সমাধান

অধ্যায়ের শিখনফলের আলোকে এবং বিষয়বস্তু অনুসারে বহুনির্বাচনি এবং সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান সংযোজিত হয়েছে এ অংশে। এগুলো তোমাকে প্রতিটি অধ্যায়ের সব বিষয়বস্তুর ওপর যেকোনো প্রশ্নের সমাধান করতে সহায়তা করবে।

প্রশ্নব্যাংক: নিজের প্রস্তুতি যাচাই করার জন্য

নিজের প্রস্তুতি যাচাইয়ের জন্য মাস্টার ট্রেইনার কর্তৃক প্রণীত ও সম্পাদিত প্রশ্নের সমন্বয়ে এটি একটি অনুশীলনমূলক অংশ। শিখনফল এবং বিষয়বস্তুর আলোকে যত রকমভাবে সৃজনশীল প্রশ্ন হতে পারে তার সবই এখানে দেওয়া হয়েছে। প্রতিটি প্রশ্নের উত্তরও এখানে দেওয়া হয়েছে। এগুলো নিজে নিজে অনুশীলন করে যাচাই করতে পারবে অধ্যায়টি এবং পরীক্ষার জন্য তুমি কতটুকু প্রস্তুত।

প্রতি অধ্যায়ে আছে রিভিশন অংশ

অঙ্কের সমাধান করার ক্ষেত্রে গুরুত্বপূর্ণ তথ্য ও সূত্রাবলি পরীক্ষার আগে যার ওপর চোখ বুলিয়ে নিতে হবে বা পরীক্ষার সময় অবশ্যই মনে রাখতে হবে এমন বিষয়সমূহ এ অংশে একনজরে উল্লেখ করা হয়েছে। এ অংশের চর্চা পরীক্ষার হলে অঙ্কের সমাধানের ক্ষেত্রে তোমাকে আত্মবিশ্বাসী করে তুলবে।

প্রতি অধ্যায়ে আছে সাজেশন অংশ

অধ্যায়ের অনুশীলনী, বহুনির্বাচনি ও সৃজনশীল প্রশ্নগুলো বিশ্লেষণ করে গুরুত্বপূর্ণ প্রশ্নগুলো স্টার মার্ক করে সাজেশন দেওয়া হয়েছে। এগুলো তোমরা ভালোভাবে আয়ত্ত করবে। তাহলে পরীক্ষায় যেভাবেই প্রশ্ন আসুক না কেন, তোমরা উদ্দীপক সংশ্লিষ্ট যেকোনো প্রশ্নের উত্তর লিখতে পারবে।

Tutor ✓ বহুনির্বাচনি প্রশ্নে ১০০% উত্তরের নিশ্চয়তা পেতে টপিকভিত্তিক Tutor হিসেবে রয়েছে 'তথ্যকণিকা'।

NCTB প্রণীত মানবণ্টনের আলোকে ১৯টি মডেল টেস্ট

সমস্ত প্রস্তুতি শেষে নিজে নিজে পরীক্ষা দেওয়ার জন্যে শীর্ষস্থানীয় স্কুলের সেরা প্রশ্নপত্রসহ সর্বমোট ১৯টি মডেল টেস্ট ও তার উত্তর সংযোজিত হয়েছে বইটিতে।

শ্রেণির কাজ

এই বইটিতে আলাদা একটি অংশে পাঠ্য বইয়ে দেওয়া সবগুলো শ্রেণির কাজের সমাধান সঠিক নিয়মে উপস্থাপন করা হয়েছে।

সমন্বিত অধ্যায়ের প্রশ্ন

একাধিক অধ্যায়ের সমন্বয়ে সৃজনশীল প্রশ্ন অনুশীলনের জন্য বইটিতে রয়েছে সমন্বিত অধ্যায়ের প্রশ্নোত্তর।

ব্যবহারিক অংশ

ব্যবহারিক ক্লাসের প্রস্তুতি থেকে শুরু করে প্রতিটি ধাপে করণীয় কাজের সঠিক দিকনির্দেশনা এ অংশে দেওয়া হয়েছে।

www.bdniyog.com

অনলাইন এগজামের জন্যে লগ-ইন করো
panjeree.com

সৃজনশীল পদ্ধতিতে অনুশীলনের কোনো বিকল্প নেই। তাই তোমাদের জন্যে রাখা হয়েছে Online Exam এর ব্যবস্থা। এখান থেকে প্রতিটি বিষয় নির্বাচন করে পরীক্ষা দিতে পারবে। আর নিজেদের পরীক্ষা প্রস্তুতি যাচাই করতে পারবে। ধারণা পাবে প্রতিটি বিষয় সম্পর্কে তোমার প্রস্তুতি কতটুকু। Online Exam-এ প্রবেশ করার জন্যে তোমাকে panjeree.com এই ওয়েব অ্যাড্রেস টাইপ করতে হবে। মজার বিষয় হচ্ছে Exam দেওয়ার পাশাপাশি সহজেই জানা যাবে প্রাপ্ত নম্বর, সঠিক উত্তর ও ভুল উত্তরের যাবতীয় তথ্য।

ভিডিও লেসন

DVD : যেকোন ডিভিডি প্লেয়ারের সাহায্য নাও

ইউ টিউবে পেতে

তোমাদের পরীক্ষা প্রস্তুতিকে আরও সহজ করতে এ বইটির সাথে রয়েছে ডিজিটাল শিক্ষাগুরু। এখানে তোমরা পাবে বিষয়-সংশ্লিষ্ট গুরুত্বপূর্ণ ভিডিও লেসন যা বিশেষজ্ঞ শিক্ষকদের দ্বারা উপস্থাপিত হয়েছে।

লেসনটি তোমরা ভিডিও প্লেয়ার বা কম্পিউটারের সাহায্যে ব্যবহার করতে পারবে। অথবা 'ইউ টিউবে' খুঁজে পেতে ক্লিক করো– youtube.com/ShikkhaGuru

অনলাইন আপডেট ও কুইজ প্রতিযোগিতা

পরীক্ষা সংক্রান্ত যাবতীয় তথ্য ও টিপস্ এর জন্য রয়েছে অনলাইন আপডেট। panjeree.com ওয়েব সাইটে ক্লিক করে জেনে নাও সর্বশেষ তথ্য। ফেসবুক ফ্যানপেজ-এর কুইজে অংশগ্রহণ করতে লগ-ইন করো facebook.com/mcqTEST। কুইজে অংশগ্রহণ করে প্রতি সপ্তাহে জিতে নাও আকর্ষণীয় পুরস্কার।

ইন্টারনেট লিংক-এ যা যা পাবে

শিক্ষার্থী বন্ধুরা, পাঞ্জেরী মাধ্যমিক সৃজনশীল 'উচ্চতর গণিত' বইটির পাশাপাশি তোমাদের জন্যে রয়েছে ইন্টারনেট লিংক। এখানে থাকছে প্রশ্নব্যাংক ও মডেল টেস্ট-এর প্রশ্নোত্তর। এগুলোর অনুশীলন তোমাকে পরীক্ষার পূর্ণাঙ্গ প্রস্তুতিতে আত্মবিশ্বাসী করে তুলবে।

যেভাবে ইন্টারনেট লিংক ব্যবহার করে ফাইল ডাউনলোড করবে

Step-1: প্রথমে তুমি Internet Explorer-এর অ্যাড্রেস বারে ক্লিক করো।

Step-2: প্রতিটি আইটেমের শেষে উল্লিখিত লিংকটি টাইপ করো ও Enter চাপো।

ssc.panjeree.com/hmt/hmtmtq.pdf

অ্যাড্রেস বারে লিংকটি টাইপ করতে হবে

Step-3: এবার তোমার কাঙ্ক্ষিত ফাইলটি Open করে অনুশীলন করো।

এভাবে তোমার কাঙ্ক্ষিত লিংকটি টাইপ করে প্রয়োজনীয় ফাইলগুলো দেখতে পারবে এবং চাইলে Print Option-এ গিয়ে Printও নিতে পারবে। তুমি সরাসরি ssc.panjeree.com ওয়েব লিংকটি টাইপ করেও কাঙ্ক্ষিত ফাইলটি Open করতে পারবে।

বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর অনুশীলনের অভিনব পদ্ধতি

অনুশীলনের সুবিধার্থে প্রতিটি বহুনির্বাচনি প্রশ্নের উত্তর প্রশ্নগুলোর ডানদিকে এমনভাবে নির্দেশ করা হয়েছে যাতে তোমরা সরাসরি এটি দেখে প্রস্তুতি নিতে পারো, আবার চাইলে আঙুল বা স্কেল দিয়ে উত্তরটি আড়াল করে নিজের প্রস্তুতি যাচাই করতে পারো।

www.bdniyog.com

সূচিপত্র
উচ্চতর গণিত

অধ্যায়	বিষয়বস্তু	অনুশীলনী	পৃষ্ঠা নং
প্রথম	সেট ও ফাংশন	১.১	১
		১.২	২৩
দ্বিতীয়	বীজগাণিতিক রাশি	২	৪৬
তৃতীয়	জ্যামিতি	৩.১	৭২
		৩.২	৮৭
চতুর্থ	জ্যামিতিক অঙ্কন	৪	১০৬
পঞ্চম	সমীকরণ	৫.১	১২০
		৫.২	১৩০
		৫.৩	১৪২
		৫.৪	১৫০
		৫.৫	১৫৯
		৫.৬	১৭০
		৫.৭	১৭৮
ষষ্ঠ	অসমতা	৬.১	১৯২
		৬.২	১৯৮
		৬.৩	২০৫
সপ্তম	অসীম ধারা	৭	২২৩
অষ্টম	ত্রিকোণমিতি	৮.১	২৪৬
		৮.২	২৬২
		৮.৩	২৮৬
নবম	সূচকীয় ও লগারিদমীয় ফাংশন	৯.১	৩১২
		৯.২	৩৩০
দশম	দ্বিপদী বিস্তৃতি	১০.১	৩৬২
		১০.২	৩৭৪
একাদশ	স্থানাঙ্ক জ্যামিতি	১১.১	৩৮৬
		১১.২	৩৯৯
		১১.৩	৪১২
		১১.৪	৪২২
দ্বাদশ	সমতলীয় ভেক্টর	১২	৪৪৩
ত্রয়োদশ	ঘন জ্যামিতি	১৩	৪৬৬
চতুর্দশ	সম্ভাবনা	১৪	৪৯৪
	সমন্বিত অধ্যায়ের সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান		৫১২
	শ্রেণির কাজ		৫২৫
	মডেল টেস্ট ও উত্তর		৫৬১
	মডেল টেস্ট	ssc.panjeree.com/hmt/hmtmtq.pdf	
	ব্যবহারিক		৫৮৮
	মৌখিক		৬১৮

মানবণ্টন

পূর্ণমান–১০০

সৃজনশীল প্রশ্ন: ৪০ নম্বর

‘ক’ বিভাগ (বীজগণিত) থেকে ২টি, ‘খ’ বিভাগ (জ্যামিতি, স্থানাঙ্ক জ্যামিতি, ঘন জ্যামিতি ও ভেক্টর) থেকে ২টি, ‘গ’ বিভাগ (ত্রিকোণমিতি ও সম্ভাবনা) থেকে ২টি করে মোট ৬টি প্রশ্ন থাকবে। প্রত্যেক বিভাগ থেকে ন্যূনতম ১টি করে মোট ৪টি প্রশ্নের উত্তর দিতে হবে। প্রত্যেকটি প্রশ্নের মান ১০ — ১০ × ৪ = ৪০

বহুনির্বাচনি প্রশ্ন: ৩৫ নম্বর

মোট ৩৫টি প্রশ্ন থাকবে। সবকয়টি প্রশ্নের উত্তর দিতে হবে। প্রত্যেকটি প্রশ্নের মান ১ — ১ × ৩৫ = ৩৫

ব্যবহারিক: ২৫ নম্বর (পরীক্ষণ: ১৫ নম্বর, ব্যাখ্যাসহ ফলাফল উপস্থাপন: ৫ নম্বর, মৌখিক অভীক্ষা: ৫ নম্বর)

www.bdniyog.com

জেনে নাও সৃজনশীল প্রশ্ন কীভাবে তৈরি হয়

সৃজনশীল প্রশ্ন পদ্ধতির উদ্দেশ্য হলো শিক্ষার্থীর চিন্তন দক্ষতার চারটি স্তর মূল্যায়ন করা। চারটি স্তর হলো– জ্ঞান, অনুধাবন, প্রয়োগ ও উচ্চতর দক্ষতা। শিক্ষার্থীর এ চারটি স্তরকে মূল্যায়নের জন্য দুই ধরনের প্রশ্ন হয়ে থাকে– সৃজনশীল (রচনামূলক) প্রশ্ন ও বহুনির্বাচনি প্রশ্ন। উচ্চতর গণিতের ক্ষেত্রে চারটি স্তরের স্থলে প্রয়োগ দক্ষতার তিনটি কাঠিন্য স্তর, যথা– সহজ, মধ্যম ও কঠিন এর মাধ্যমে মূল্যায়ন করা হয়। এখন আমরা সৃজনশীল (রচনামূলক) ও বহুনির্বাচনি প্রশ্ন বিষয়ে কিছু তথ্য জেনে নেব।

সৃজনশীল প্রশ্ন

সৃজনশীল (রচনামূলক) প্রশ্ন কাঠামোতে প্রথমে একটি উদ্দীপক/দৃশ্যকল্প থাকে। উচ্চতর গণিতের ক্ষেত্রে উদ্দীপকের ওপর ভিত্তি করে প্রয়োগ দক্ষতার তিনটি স্তরের প্রশ্ন করা হয়। আমরা পর্যায়ক্রমে প্রশ্ন কাঠামো ও কাঠিন্যের স্তরগুলো সম্পর্কে জানব–

উদ্দীপক/দৃশ্যকল্প হচ্ছে পাঠ্য বিষয়ের আলোকে তৈরি একটি অনুচ্ছেদ, সূত্র, সমীকরণ, সারণি, ডায়াগ্রাম, চিত্র ইত্যাদি। সাধারণত উদ্দীপকটি হয় মৌলিক, সম্পূর্ণ নতুন এবং বাস্তব জীবনের সঙ্গে সম্পর্কিত। সৃজনশীল প্রশ্নটি কতটুকু মানসম্পন্ন হলো তা মূলত উদ্দীপকের মানের উপরই নির্ভর করে। উদ্দীপকে বর্ণিত বিষয়বস্তুর আলোকেই তিনটি প্রশ্ন (ক, খ ও গ অংশ) তৈরি করা হয়ে থাকে। উদ্দীপক বিবেচনায় না রেখে 'ক' অংশের উত্তর দেওয়া সম্ভব হতে পারে কিন্তু 'খ' ও 'গ' অংশের উত্তর দেওয়া সম্ভব হবে না। সহজভাবে বলা যায়, প্রশ্নগুলো উদ্দীপকের বিষয়বস্তুর আলোকে না হয়ে থাকলে বা উদ্দীপকটি ঢেকে রেখে যদি 'খ' ও 'গ' অংশের উত্তর করা যায় তবে বুঝতে হবে উদ্দীপকটি সঠিকভাবে প্রণীত হয় নি।

'ক' নম্বর প্রশ্নে সাধারণ প্রয়োগ দক্ষতা যাচাই করা হয়। প্রশ্নটি সহজ হয়। দৃশ্যকল্পে প্রাপ্ত তথ্য থেকে এ প্রশ্নের উত্তর করতে হয়। উত্তরের মান ২।

'খ' নম্বর প্রশ্নে প্রয়োগ দক্ষতা যাচাই করা হয়। এটি মোটামুটি কঠিন প্রশ্ন। দৃশ্যকল্প অথবা দৃশ্যকল্পসহ 'ক' নম্বর প্রশ্ন থেকে প্রাপ্ত তথ্য অনুসারে সূত্র প্রয়োগে ব্যাখ্যা-বিশ্লেষণের মাধ্যমে এটির উত্তর করতে হয়। উত্তরের মান ৪।

'গ' নম্বর প্রশ্নেও প্রয়োগ দক্ষতা যাচাই করা হয়। এটি প্রশ্নের সবচেয়ে কঠিন অংশ। এ স্তরে প্রদত্ত তথ্যের আলোকে নতুন পরিস্থিতিতে সূত্র প্রয়োগ এবং তার ব্যাখ্যা-বিশ্লেষণের মাধ্যমে উত্তর করতে হয়। উত্তরের মান ৪।

বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

কাঠামোগত দিক থেকে বহুনির্বাচনি প্রশ্ন ৩ ধরনের হয়ে থাকে। এগুলো হলো– ১. সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্ন (Simple Multiple Choice Question); ২. বহুপদী সমাপ্তিসূচক প্রশ্ন (Multiple Completion Question) এবং ৩. অভিন্ন তথ্যভিত্তিক প্রশ্ন (Situation Set)।

প্রতিটি বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তরের মান ১।

উচ্চতর গণিতে সৃজনশীল প্রশ্নের মতো বহুনির্বাচনি প্রশ্নও হবে প্রয়োগ দক্ষতা যাচাই উপযোগী। প্রশ্নসমূহের মাধ্যমে প্রয়োগ দক্ষতার কাঠিন্য স্তর (সহজ, মধ্যম ও কঠিন) যাচাই করা হবে। প্রশ্নসমূহের মধ্যে সহজ স্তরের ৩০%; মধ্যম স্তরের ৫০% এবং কঠিন স্তরের ২০% প্রশ্ন হবে।

সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নগুলো সাধারণত প্রশ্নবোধক বাক্যের আকারে হয়ে থাকে। প্রতিটি প্রশ্নের চারটি বিকল্প উত্তর থাকে, যার মধ্যে একটিই সঠিক উত্তর থাকে।

বহুপদী সমাপ্তিসূচক প্রশ্নগুলো সবসময় অসম্পূর্ণ বাক্যের আকারে থাকে, অর্থাৎ এ প্রশ্নের শেষে কখনও প্রশ্নবোধক চিহ্ন হয় না। বিকল্প উত্তরগুলোর মধ্যে এক বা একাধিক সঠিক উত্তর থাকে।

অভিন্ন তথ্যভিত্তিক প্রশ্নের ক্ষেত্রে একটি উদ্দীপকের ওপর ভিত্তি করে একাধিক প্রশ্ন থাকে। এ জাতীয় প্রশ্নে সাধারণ বহুনির্বাচনি বা বহুপদী সমাপ্তিসূচক যেকোনো রকমের প্রশ্নই হতে পারে। অভিন্ন তথ্যভিত্তিক প্রশ্নে উদ্দীপকের সাহায্য ছাড়া প্রশ্নগুলোর উত্তর করা যায় না।

www.bdniyog.com

প্রয়োজনীয় সূত্রাবলি

■ সেট সম্পর্কিত সূত্রাবলি

1. $A \cup B = B \cup A$
2. $A \cap B = B \cap A$
3. $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup (A \cup C)$
4. $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap (A \cap C)$
5. $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C = A \cup B \cup C$
6. $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C = A \cap B \cap C$
7. $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$
8. $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$
9. $(A \cup B)' = A' \cap B'$
10. $(A \cap B)' = A' \cup B'$
11. $A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$
12. $A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$
13. $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$
14. $n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(C \cap A) + n(A \cap B \cap C)$

■ চক্র ক্রমিক বহুপদীর উৎপাদকে বিশ্লেষণ সূত্রাবলি

1. $bc(b - c) + ca(c - a) + ab(a - b) = -(a - b)(b - c)(c - a)$
2. $a^2(b - c) + b^2(c - a) + c^2(a - b) = -(a - b)(b - c)(c - a)$
3. $a(b^2 - c^2) + b(c^2 - a^2) + c(a^2 - b^2) = (a - b)(b - c)(c - a)$
4. $a^3(b-c) + b^3(c-a) + c^3(a-b) = -(a-b)(b-c)(c-a)(a+b+c)$
5. $(a + b + c)(ab + bc + ca) - abc = (a + b)(b + c)(c + a)$
6. $(b + c)(c + a)(a + b) + abc = (a + b + c)(ab + bc + ca)$
7. $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = (a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca)$
$= \frac{1}{2}(a+b+c)\{(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2\}$

■ জ্যামিতি

কোনো ত্রিভুজের বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে a, b, c এবং মধ্যমাত্রয় এর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে d, e ও f হলে $3(a^2 + b^2 + c^2) = 4(d^2 + e^2 + f^2)$

■ সমীকরণ

1. (i) দ্বিঘাত সমীকরণ, $ax^2 + bx + c = 0$ (যেখানে $a \neq 0$) এর মূলদ্বয় α, β হলে, $\alpha + \beta = -\frac{b}{a}$ এবং $\alpha\beta = \frac{c}{a}$
   (ii) উপরিউক্ত সমীকরণের সমাধান, $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$
2. $ax^2 + bx + c = 0$ দ্বিঘাত সমীকরণের মূলের প্রকৃতি:
   দ্বিঘাত সমীকরণটির নিশ্চায়ক $= b^2 - 4ac$
   (i) $b^2 - 4ac = 0$ হলে, মূলদ্বয় বাস্তব ও সমান।
   (ii) $b^2 - 4ac > 0$ হলে, মূলদ্বয় বাস্তব ও অসমান।
   (iii) $b^2 - 4ac < 0$ হলে, মূলদ্বয় জটিল ও অসমান।
   (iv) $b^2 - 4ac > 0$ এবং পূর্ণবর্গ সংখ্যা হলে, মূলদ্বয় মূলদ ও অসমান।
   (v) $b^2 - 4ac > 0$ এবং পূর্ণবর্গ সংখ্যা না হয়, তবে মূলদ্বয় অমূলদ ও অসমান।

■ অসমতা

1. $a < b$ এবং $c > 0$ হলে–
   i. $ac < bc$ ii. $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$
2. $a < b$ এবং $c < 0$ হলে–
   i. $ac > bc$ ii. $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$

■ অসীম ধারা সম্পর্কিত সূত্রাবলি

1. অসীম ধারার nতম আংশিক সমষ্টি $S_n = u_1 + u_2 + u_3 + ... u_n; n \in \mathbb{N}$
2. কোনো গুণোত্তর ধারার প্রথম পদ a, সাধারণ অনুপাত r হয়, তবে n তম পদ $= ar^{n-1}$
3. গুণোত্তর ধারার প্রথম n পদের সমষ্টি,
$$S_n = \begin{cases} \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}; \text{ যখন } r > 1 \\ \frac{a(1 - r^n)}{1 - r}; \text{ যখন } r < 1 \end{cases}$$
4. অসীম গুণোত্তর ধারার সমষ্টি,
$$S_\infty = \frac{a}{1 - r}; \text{ যখন } r < 1$$

■ ত্রিকোণমিতি

1. একটি কোণের ষাটমূলক পরিমাপ এবং বৃত্তীয় পরিমাপ যথাক্রমে D° এবং R^c হলে, $\frac{D}{180} = \frac{R}{\pi}$
2. r ব্যাসার্ধবিশিষ্ট বৃত্তে θ কোণে খণ্ডিত বৃত্ত চাপের দৈর্ঘ্য, $s = r\theta$
3. সূক্ষ্মকোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাতগুলোর মধ্যে সম্পর্ক:
   (i) $\sin\theta = \frac{1}{\text{cosec}\theta}$ (ii) $\text{cosec}\theta = \frac{1}{\sin\theta}$
   (iii) $\cos\theta = \frac{1}{\sec\theta}$ (iv) $\sec\theta = \frac{1}{\cos\theta}$
   (v) $\tan\theta = \frac{1}{\cot\theta}$ (vi) $\cot\theta = \frac{1}{\tan\theta}$
   (vii) $\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$ (viii) $\cot\theta = \frac{\cos\theta}{\sin\theta}$
   (ix) $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$ (x) $\sec^2\theta = 1 + \tan^2\theta$
   (xi) $\text{cosec}^2\theta = 1 + \cot^2\theta$

■ সূচক সম্পর্কিত সূত্রাবলি

m, n যেকোনো পূর্ণসংখ্যা এবং $a \neq 0, b \neq 0$ হলে,

1. $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$
2. $a^m \div a^n = a^{m-n}$ বা $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$
3. $(ab)^m = a^m \cdot b^m$
4. $\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$
5. $a^0 = 1;\ a^{-1} = \frac{1}{a}$
6. $(a^m)^n = (a^n)^m = a^{mn}$
7. $\sqrt[m]{a} = a^{\frac{1}{m}}$
8. $\sqrt[m]{a^n} = a^{\frac{n}{m}}$
9. যদি $x \neq 0, a > 0, b > 0$ এবং $a^x = b^x$ হয়, তবে $a = b$
10. যদি $a > 0, a \neq 1$ এবং $a^x = a^y$ হয়, তবে $x = y$

■ লগ সম্পর্কিত সূত্রাবলি

M, N ধনাত্মক বাস্তব সংখ্যা এবং $a > 0, a \neq 1$ হলে,

1. যদি $a^x = N$ হয়, তবে $x = \log_a N$
2. $\log_a a = 1; \log_a 1 = 0$
3. $\log_a a^M = M$
4. $\log_a(M \times N) = \log_a M + \log_a N$
5. $\log_a\left(\frac{M}{N}\right) = \log_a M - \log_a N$
6. $\log_a M^N = N \log_a M$
7. $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}; \log_a M = \frac{\log_b M}{\log_b a}$

দ্বিপদী বিস্তৃতি

1. i. প্যাসকেলের ত্রিভুজ থেকে পাই,

$(1 + y)^n$ এর বিস্তৃতির $(r + 1)$ তম পদের সহগ $T_{r+1} = \binom{n}{r}$

ii. $\binom{n}{0} = 1$, iii. $\binom{n}{n} = 1 = {}^nC_n$

iii. $\binom{n}{r} = \frac{n(n-1)(n-2) \ldots (n-r+1)}{1 \times 2 \times 3 \times 4 \times \ldots \times r}$

2. $(1 + y)^n = 1 + ny + \frac{n(n-1)}{1.2}y^2 + \frac{n(n-1)(n-2)}{1.2.3}y^3 + \ldots + y^n$

3. $n! = n(n-1)!$
$= n(n-1)(n-2)!$
$= n(n-1)(n-2) \ldots \ldots 3.2.1$
${}^nP_n = n!$

4. i. $\binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!} = {}^nC_r$

ii. ${}^nC_n = 1$

iii. $0! = 1$

5. i. $(1 + y)^n$ এর বিস্তৃতিতে $(r + 1)$ তম পদ

$T_{r+1} = \binom{n}{r} y^r$ বা ${}^nC_r\, y^r$

ii. $(x + y)^n$ এর বিস্তৃতিতে

$(r + 1)$ তম পদ $T_{r+1} = \binom{n}{r} x^{n-r}.y^r$ বা ${}^nC_r\, x^{n-r}.y^r$

স্থানাঙ্ক জ্যামিতি

1. $P(x_1, y_1)$ এবং $Q(x_2, y_2)$ বিন্দুর দূরত্ব
$PQ = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
2. মূলবিন্দু P হতে যে কোনো বিন্দু Q(x, y) এর দূরত্ব
$PQ = \sqrt{x^2 + y^2}$
3. ΔABC এর AB বাহুর দৈর্ঘ্য 'c', BC বাহুর দৈর্ঘ্য 'a' এবং CA বাহুর দৈর্ঘ্য 'b' এবং পরিসীমা '2s' হলে ΔABC এর ক্ষেত্রফল $= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ বর্গ একক।
4. $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ এবং $C(x_3, y_3)$ ত্রিভুজ ABC এর তিনটি শীর্ষবিন্দু হলে, ΔABC এর
ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_1 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_1 \end{vmatrix}$
5. $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ এবং $C(x_3, y_3)$ এবং $D(x_4, y_4)$ চতুর্ভুজ ABCD এর চারটি শীর্ষবিন্দু হলে, চতুর্ভুজ ABCD এর
ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_1 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_4 & y_1 \end{vmatrix}$
6. একটি সরলরেখা AB যখন $A(x_1, y_1)$ ও $B(x_2, y_2)$ বিন্দু দিয়ে অতিক্রম করে তখন এর ঢাল $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$
7. কোনো সরলরেখা (x_1, y_1) বিন্দুগামী হলে তার সমীকরণ,
$y - y_1 = m(x - x_1)$; এখানে m = ঢাল
8. (x_1, y_1) ও (x_2, y_2) বিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ
$\frac{y - y_2}{x - x_2} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$
9. উলম্বিক নয় এমন সরলরেখার সাধারণ সমীকরণ $y = mx + c$, যেখানে m রেখাটির ঢাল এবং c, y-অক্ষের ছেদকাংশ।

সমতলীয় ভেক্টর

1. ভেক্টর যোগের ত্রিভুজ বিধি: ABC ত্রিভুজের AB ও BC বাহুদ্বয় দ্বারা যদি $\underline{u}$ ও $\underline{v}$ ভেক্টরদ্বয়কে মানে ও দিকে সূচিত করা হয় তাহলে ঐ ত্রিভুজের CA বাহু দ্বারা বিপরীতক্রমে $\underline{u} + \underline{v}$ ভেক্টরের মান ও দিক সূচিত হবে।
2. ভেক্টর যোগের সামান্তরিক বিধি: কোনো সামান্তরিকের দুইটি সন্নিহিত বাহু দ্বারা দুইটি ভেক্টর $\underline{u}$ ও $\underline{v}$ এর মান ও দিক সূচিত হলে, ঐ সামান্তরিকের কর্ণ $\underline{u} + \underline{v}$ ভেক্টর দ্বারা মানে ও দিকে সূচিত হয়।

ঘন জ্যামিতি

1. আয়তাকার ঘনবস্তুর দৈর্ঘ্য a, প্রস্থ b, উচ্চতা c হলে,
(i) সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল $= 2(ab + bc + ca)$ বর্গ একক
(ii) আয়তন $= abc$ ঘন একক
(iii) কর্ণ $= \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$ একক
2. ঘনকের দৈর্ঘ্য = প্রস্থ = উচ্চতা = a একক হলে,
(i) সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল $= 6a^2$ বর্গ একক
(ii) আয়তন $= a^3$ ঘন একক
(iii) কর্ণ $= a\sqrt{3}$ একক
3. (ক) প্রিজমের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল = 2(ভূমির ক্ষেত্রফল) + ভূমির পরিসীমা × উচ্চতা
(খ) আয়তন = ভূমির ক্ষেত্রফল × উচ্চতা
4. (ক) পিরামিডের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল = ভূমির ক্ষেত্রফল + পার্শ্ব তলগুলোর ক্ষেত্রফল
কিন্তু পার্শ্বতলগুলো সর্বসম ত্রিভুজ হলে, পিরামিডের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল = ভূমির ক্ষেত্রফল + $\frac{1}{2}$ (ভূমির পরিধি × হেলানো উচ্চতা)
পিরামিডের উচ্চতা h; ভূমিক্ষেত্রের অন্তর্বৃত্তের ব্যাসার্ধ r এবং হেলানো উচ্চতা ℓ হলে, $\ell = \sqrt{h^2 + r^2}$
(খ) আয়তন $= \frac{1}{3}$ (ভূমির ক্ষেত্রফল × উচ্চতা)
5. সমবৃত্তভূমিক সিলিন্ডারের বা বেলনের ভূমির ব্যাসার্ধ r এবং উচ্চতা h হলে,
(i) বক্রতলের ক্ষেত্রফল $= 2\pi rh$ বর্গ একক
(ii) সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল $= 2\pi r(r + h)$ বর্গ একক
(iii) আয়তন $= \pi r^2 h$ ঘন একক
6. সমবৃত্তভূমিক কোণকের উচ্চতা h, ভূমির ব্যাসার্ধ r এবং হেলানো উচ্চতা l হলে,
(i) বক্রতলের ক্ষেত্রফল $= \pi rl$ বর্গ একক
(ii) সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল $= \pi r(r + l)$ বর্গ একক
(iii) আয়তন $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$ ঘন একক
7. গোলকের ব্যাসার্ধ r হলে,
(i) গোলকের তলের ক্ষেত্রফল $= 4\pi r^2$ বর্গ একক
(ii) আয়তন $= \frac{4}{3}\pi r^3$ ঘন একক
(iii) h উচ্চতায় তলচ্ছেদে উৎপন্ন বৃত্তের ব্যাসার্ধ $= \sqrt{r^2 - h^2}$ একক

সম্ভাবনা

কোনো ঘটনার সম্ভাবনা $= \frac{\text{উক্ত ঘটনার অনুকূল ফলাফল}}{\text{সমগ্র সম্ভাব্য ফলাফল}}$

সেট ও ফাংশন

অনুশীলনী-১.১

জার্মান গণিতবিদ জর্জ ক্যান্টর *(Georg Cantor, 1845–1918)* আধুনিক সেট তত্ত্বের জনক। অসীম সেটের বিভিন্ন আকার থাকতে পারে তা তিনি স্বীকৃতি দেন। সকল বাস্তব সংখ্যাকে প্রকাশ করার বর্তমানে ব্যবহৃত প্রতীক তিনিই আবিষ্কার করেন।

অনুশীলনীটি পড়ে যা জানতে পারবে—

১. সার্বিক সেট, উপসেট, পূরক সেট ও শক্তি সেট গঠন
২. বিভিন্ন সেটের সংযোগ, ছেদ ও অন্তর নির্ণয়
৩. সেট প্রক্রিয়ার ধর্মাবলির যৌক্তিক প্রমাণ
৪. সমতুল সেট ও এর মাধ্যমে অসীম সেটের ধারণার ব্যাখ্যা
৫. শক্তি সেট নির্ণয় ও ভেনচিত্রের উদাহরণের ব্যাখ্যা
৬. সেট প্রক্রিয়া প্রয়োগ করে জীবনভিত্তিক সমস্যার সমাধান

২৮টি অনুশীলনীর প্রশ্ন।
১৪১টি বহুনির্বাচনি প্রশ্ন ■ ৪৭টি সাধারণ বহুনির্বাচনি ■ ৩৫টি বহুপদী সমাপ্তিসূচক ■ ৫৯টি অভিন্ন তথ্যভিত্তিক
২৮টি সৃজনশীল প্রশ্ন ■ ২টি অনুশীলনী ■ ১৩টি শ্রেণির কাজ ■ ৫টি মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত ■ ৮টি প্রশ্নব্যাংক

অনুশীলনীর সৃজনশীল বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

১. i. কোনো সেটের সদস্য সংখ্যা 2n হলে, এর উপসেটের সংখ্যা হবে 4^n

ii. সকল মূলদ সংখ্যার সেট $Q = \left\{\frac{p}{q} : p, q \in \mathbb{Z}, q \neq 0\right\}$

iii. $a, b \in \mathbb{R}$; $]a, b[= \{x : x \in \mathbb{R}$ এবং $a < x < b\}$

উপরের তথ্যের আলোকে নিচের কোনটি সঠিক ?

ক. i ও ii খ. ii ও iii
গ. i ও iii ঘ. i, ii ও iii **(ঘ)**

ব্যাখ্যা: (i)সঠিক। কারণ উপসেটের সংখ্যা হবে $2^{2n} = (2^2)^n = 4^n$.

নিচের তথ্যের আলোকে (২-৪) নং প্রশ্নের উত্তর দাও :
প্রত্যেক $n \in \mathbb{N}$ এর জন্য $A_n = \{n, 2n, 3n, ... \}$

২. **$A_1 \cap A_2$ এর মান নিচের কোনটি ?**

ক. A_1 খ. A_2
গ. A_3 ঘ. A_4 **(খ)**

ব্যাখ্যা: $A_1 = \{1, 2, 3, 4....\}$, $A_2 = \{2, 4, 6,.......\}$
$\therefore A_1 \cap A_2 = \{2, 4, 6,.....\} = A_2$

৩. **নিচের কোনটি $A_3 \cap A_6$ এর মান নির্দেশ করে ?**

ক. A_2 খ. A_3
গ. A_4 ঘ. A_6 **(ঘ)**

ব্যাখ্যা: $A_3 = \{3, 6, 9, 12,.......\}$
$A_6 = \{6, 12, 18,......\}$
$\therefore A_3 \cap A_6 = \{6, 12,.......\} = A_6$

৪. **$A_2 \cap A_3$ এর পরিবর্তে নিচের কোনটি লেখা যায় ?**

ক. A_3 খ. A_4
গ. A_2 ঘ. A_6 **(ঘ)**

ব্যাখ্যা: কারণ $A_2 = \{2, 4, 6, 8, 10, 12,...\}$
$A_3 = \{3, 6, 9, 12,......\}$
$\therefore A_2 \cap A_3 = \{6, 12, ...\} = A_6$

অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

৫. **দেওয়া আছে $U = \{x : 3 \leq x \leq 20, x \in \mathbb{Z}\}$,**
$A = \{x : x$ বিজোড় সংখ্যা$\}$ এবং $B = \{x : x$ মৌলিক সংখ্যা$\}$
নিম্নের সেটের উপাদানগুলোর তালিকা লিপিবদ্ধ কর :
(a) A এবং B (b) $C = \{x : x \in A$ এবং $x \in B\}$ এবং
$D = \{x : x \in A$ অথবা $x \in B\}$
সেট C এবং D এর বর্ণনা দাও।

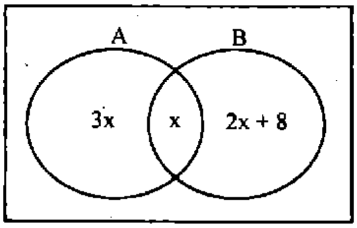
সমাধান : দেওয়া আছে,
$U = \{x : 3 \leq x \leq 20, n \in \mathbb{Z}\}$
$= \{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20\}$

(a) $A = \{x : x$ বিজোড় সংখ্যা$\}$
$\therefore A = \{3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19\}$
$B = \{x : x$ মৌলিক সংখ্যা$\}$
$= \{3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$

(b) $C = \{x : x \in A$ এবং $x \in B\}$
$= \{x : x \in A \cap B\}$
এখন, $A \cap B = \{3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19\} \cap \{3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$
$= \{3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$
$= \{x : x$ মৌলিক সংখ্যা এবং $x \leq 20\}$
$\therefore C = \{3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$
C এর বর্ণনা : 20 পর্যন্ত বিজোড় মৌলিক সংখ্যার সেট
$D = \{x : x \in A$ অথবা $x \in B\} = \{x : x \in A \cup B\}$
এখন, $A \cup B = \{3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19\} \cup \{3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$
$= \{3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19\}$
$\therefore D = \{3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19\}$
$= \{x : x$ বিজোড় সংখ্যা এবং $3 \leq x \leq 20\}$
D এর বর্ণনা : 3 হতে 20 পর্যন্ত বিজোড় সংখ্যার সেট।

www.bdniyog.com

৬. ভেনচিত্রে A এবং B সেটের উপাদানগুলো দেখানো হয়েছে। যদি $n(A) = n(B)$ হয়, তবে নির্ণয় কর (a) x এর মান (b) $n(A \cup B)$ এবং $n(A \cap B')$.



সমাধান:

(a) ভেনচিত্র থেকে পাই, $n(A) = 3x + x$
$n(B) = x + 2x + 8$

প্রশ্নানুসারে, $n(A) = n(B)$

$\Rightarrow 3x + x = x + 2x + 8$

$\Rightarrow 4x - 3x = 8$

$\therefore x = 8$ **(Ans.)**

(b) ভেনচিত্র থেকে পাই,

$n(A \cup B) = 3x + x + 2x + 8$
$= 6x + 8$
$= 6 \times 8 + 8 \quad [\because x = 8]$
$= 48 + 8$
$= 56$

$n(A \cup B) = 56$ **(Ans.)**

এবং $n(A \cap B') = 3x$
$= 3 \times 8 \quad [\because x = 8]$
$= 24$ **(Ans.)**

৭. ভেনচিত্রে A এবং B সেটদ্বয়ের প্রত্যেকের উপাদানগুলো দেখানো হয়েছে। $n(A' \cap B')$ নির্ণয় কর।
(a) x এর মান (b) $n(A)$ এবং $n(B)$

সমাধান :

(a) ভেনচিত্র থেকে পাই,

$\therefore A' \cap B' = \phi$

$\therefore n(A' \cap B') = 0$

৬নং প্রশ্নের ভেনচিত্র থেকে পাই, $n(A) = 3x + x$
$n(B) = x + 2x + 8$

$\because n(A) = n(B)$ [৬নং প্রশ্নের শর্ত থেকে]

$\Rightarrow 3x + x = x + 2x + 8$

$\Rightarrow 4x - 3x = 8$

$\therefore x = 8$ **(Ans)**

[বি.দ্র. ৬ নং প্রশ্নের ভেনচিত্র ব্যবহার করা হয়েছে এবং পাঠ্যবইয়ে উত্তর ভুল আছে।]

(b) ভেনচিত্র থেকে পাই, $n(A) = 3x + x$
$= 4x$

এবং $n(B) = x + 2x + 8$
$= 3x + 8$

(a) হতে পাই, $x = 8$

$\therefore n(A) = 4.8 = 32$
$n(B) = 3.8 + 8$
$= 24 + 8$
$= 32$

Ans. 32, 32

[বি. দ্র. ৬ নং প্রশ্নের ভেনচিত্র ব্যবহার করা হয়েছে এবং পাঠ্যবইয়ে উত্তর ভুল আছে।]

৮. $U = \{x : x$ **ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা**$\}$, $A = \{x : x \geq 5\}$ **এবং** $B = \{x : x < 12\}$ **তবে** $n(A \cap B)$ **এবং** $n(A')$ **এর মান নির্ণয় কর।**

সমাধান: দেওয়া আছে,

$U = \{x : x$ ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা$\}$
$= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, ...\}$

$A = \{x : x \geq 5\} = \{5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, ...\}$

$B = \{x : x < 12\} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11\}$

$\therefore A \cap B = \{5, 6, 7, 8, 9, 10, 11......\} \cap \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11\}$
$= \{5, 6, 7, 8, 9, 10, 11\}$

এবং $A' = U - A$
$= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, ...\} - \{5, 6, 7, 8, 9,.......\}$
$= \{1, 2, 3, 4\}$

$\therefore n(A \cap B) = 7$ এবং $n(A') = 4$

Ans. 7, 4

৯. যদি $U = \{x : x$ **জোড় পূর্ণসংখ্যা**$\}$, $A = \{x : 3x \geq 25\}$ **এবং** $B = \{x : 5x < 12\}$ **হয়, তাহলে** $n(A \cap B)$ **এবং** $n(A' \cap B')$ **এর মান নির্ণয় কর।**

সমাধান : $U = \{x : x$ জোড় পূর্ণসংখ্যা$\}$
$= \{... -4, -2, 0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, ...\}$

$A = \{x : 3x \geq 25\} = \{10, 12, 14, ...\}$

$B = \{x : 5x < 12\} = \{..., -4, -2, 0, 2\}$

এখানে, $A \cap B = \{10, 12, ...\} \cap \{..., -4, -2, 0, 2\}$
$= \phi$

$\therefore n(A \cap B) = 0$

আবার, $A' = U - A$
$= \{..., -4 -2, 0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, ...\} - \{10, 12, 14, ...\}$
$= \{..., -4, -2, 0, 2, 4, 6, 8\}$

$B' = U - B$
$= \{..., -4, -2, 0, 2, 4, 6, 8, ...\} - \{..., -4, -2, 0, 2\}$
$= \{4, 6, 8, 10, ...\}$

$\therefore A' \cap B' = \{..., -4, -2, 0, 2, 4, 6, 8\} \cap \{4, 6, 8, 10, ...\}$
$= \{4, 6, 8\}$

$\therefore n(A' \cap B') = 3$

Ans. $n(A \cap B) = 0$ এবং $n(A' \cap B') = 3$

১০. দেখাও যে, (ক) $A \setminus A = \phi$; (খ) $A \setminus (A \setminus A) = A$

সমাধান: (ক) ধরি, $x \in A \setminus A$

তাহলে, $x \in A$ এবং $x \notin A$

$\Rightarrow x \in (A \cap A')$

$\Rightarrow x \in \phi$

$\therefore A \setminus A \subset \phi$

আবার, $\phi \subset A \setminus A$

সুতরাং $A \setminus A = \phi$ **(দেখানো হলো)**

(খ) ধরি, $x \in A \setminus (A \setminus A)$

তাহলে, $x \in A$ এবং $x \notin A \setminus A$

$\Rightarrow x \in A$ এবং $x \notin \phi$ $[\because A \setminus A = \phi]$

$\Rightarrow x \in A$

$\therefore A \setminus (A \setminus A) \subset A$

আবার ধরি, $x \in A$

তাহলে, $x \in A$ এবং $x \notin \phi$

$\Rightarrow x \in A$ এবং $x \notin (A \setminus A)$

$\Rightarrow x \in A \setminus (A \setminus A)$

$\therefore A \subset A \setminus (A \setminus A)$

সুতরাং, $A \setminus (A \setminus A) = A$ **(দেখানো হলো)**

www.bdniyog.com

১১. দেখাও যে, $A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$

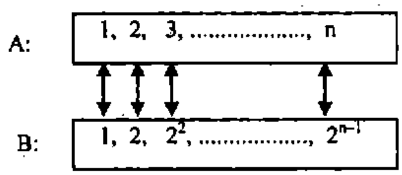
সমাধান: সংজ্ঞানুসারে, $A \times (B \cup C)$
$= \{(x, y) : x \in A, y \in (B \cup C)\}$
$= \{(x, y) : x \in A, (y \in B$ অথবা $y \in C)\}$
$= \{(x, y) : (x \in A, y \in B)$ অথবা $(x \in A, y \in C)\}$
$= \{(x, y) : (x, y) \in (A \times B)$ অথবা $(x, y) \in (A \times C)\}$
$= \{(x, y) : (x, y) \in (A \times B) \cup (A \times C)\}$
$= (A \times B) \cup (A \times C)$
$\therefore A \times (B \cup C) \subset (A \times B) \cup (A \times C)$
আবার, $(A \times B) \cup (A \times C)$
$= \{(x, y) : (x, y) \in A \times B$ অথবা $(x, y) \in A \times C\}$
$= \{(x, y) : x \in A, y \in B$ অথবা $x \in A, y \in C\}$
$= \{x, y) : x \in A, y \in B$ অথবা $y \in C\}$
$= \{(x, y) : x \in A, y \in (B \cup C)\}$
$= \{(x, y) : (x, y) \in A \times (B \cup C)\}$
$\therefore (A \times B) \cup (A \times C) \subset A \times (B \cup C)$
সুতরাং $A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$ **(দেখানো হলো)**

১২. যদি $A \subset B$ এবং $C \subset D$ হয়, তবে দেখাও যে, $(A \times C) \subset (B \times D)$

সমাধান: ধরি, $(x, y) \in (A \times C)$
তাহলে, $x \in A, y \in C$
$\Rightarrow x \in B, y \in D$ [$\because A \subset B$ এবং $C \subset D$]
$\Rightarrow (x, y) \in (B \times D)$
$\therefore (A \times C) \subset (B \times D)$ **(দেখানো হলো)**

১৩. দেখাও যে, $A = \{1, 2, 3, ..., n\}$ এবং $B = \{1, 2, 2^2, ..., 2^{n-1}\}$ সেট দুইটি সমতুল।

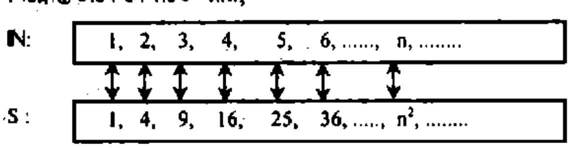
সমাধান: দেওয়া আছে, $A = \{1, 2, 3, ..., n\}$
এবং $B = \{1, 2, 2^2, ..., 2^{n-1}\}$
A ও B সেটদ্বয়ের মধ্যে একটি এক-এক মিল নিম্নে দেখানো হলো:



সুতরাং সেটদ্বয় সমতুল। **(দেখানো হলো)**
[বি.দ্র. সেটদ্বয়ের এই মিলনকে $A \leftrightarrow B: k \leftrightarrow 2^{k-1}, k \in A$ দ্বারা বর্ণনা করা যায়]।

১৪. দেখাও যে, স্বাভাবিক সংখ্যাসমূহের বর্গের সেট $S = \{1, 4, 9, 16, 25, 36, ...\}$ একটি অনন্ত সেট।

সমাধান: দেওয়া আছে, $S = \{1, 4, 9, 16, 25, 36, ...\}$
$= \{1^2, 2^2, 3^2, 4^2, 5^2, 6^2 ...... n^2 ......\}$
স্বাভাবিক সংখ্যার সেট $\mathbb{N} = \{1, 2, 3 ...... n ......\}$
এখন আমরা $\mathbb{N}$ ও S এর মধ্যে একটি এক-এক মিল নিম্নোক্তভাবে দেখাতে পারি,



সুতরাং $\mathbb{N}$ ও S সমতুল। যেহেতু স্বাভাবিক সংখ্যার সেট, $\mathbb{N}$ একটি অনন্ত সেট।
সুতরাং আমরা বলতে পারি, S সেটটি একটি অনন্ত সেট।
(দেখানো হলো)

১৫. প্রমাণ কর যে, $n(A) = p$, $n(B) = q$ এবং $A \cap B = \phi$ হলে, $n(A \cup B) = p + q$.

সমাধান: আমরা জানি, যে কোনো সান্ত সেট A ও B এর জন্য
$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$
এখানে, $n(A) = p, n(B) = q$ এবং $A \cap B = \varnothing$
$\therefore n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$
$= p + q - n(\varnothing)$ [$\because A \cap B = \varnothing$]
$= p + q$ [$\because n(\varnothing) = 0$]
$\therefore n(A \cup B) = p + q$ **(প্রমাণিত)**

১৬. প্রমাণ কর যে, A, B, C সান্ত সেট হলে, $n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(C \cap A) + n(A \cap B \cap C)$.

সমাধান: আমরা জানি, যে কোনো সান্ত সেট A ও B এর জন্য
$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$
এখন, $n(A \cup B \cup C) = n[A \cup (B \cup C)]$
[$\because A \cup B \cup C = A \cup (B \cup C)$, সহযোজন নিয়ম]
$= n(A) + n(B \cup C) - n[A \cap (B \cup C)]$
$= n(A) + n(B) + n(C) - n(B \cap C) - n[(A \cap B) \cup (A \cap C)]$
[$\because A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$]
$= n(A) + n(B) + n(C) - n(B \cap C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) + n[(A \cap B) \cap (A \cap C)]$
$= n(A) + n(B) + n(C) - n(B \cap C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) + n(A \cap B \cap C)$
[$\because (A \cap B) \cap (A \cap C) = A \cap B \cap C$]
$= n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(C \cap A) + n(A \cap B \cap C)$
[$\because A \cap C = C \cap A$]
$\therefore n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(C \cap A) + n(A \cap B \cap C)$ **(প্রমাণিত)**

১৭. যদি $A = \{a, b, x\}$ এবং $B = \{c, y\}$ সার্বিক সেট $U = \{a, b, c, x, y, z\}$, এর উপসেট হলে, যাচাই কর যে,
(a) (i) $A \subset B'$, (ii) $A \cup B' = B'$, (iii) $A' \cap B = B$
(b) নির্ণয় কর: $(A \cap B) \cup (A \cap B')$

সমাধান: দেওয়া আছে, $U = \{a, b, c, x, y, z\}$,
$A = \{a, b, x\}$ এবং $B = \{c, y\}$

(a) (i) $B' = U - B$
$= \{a, b, c, x, y, z\} - \{c, y\}$
$= \{a, b, x, z\}$
$\therefore A \subset B'$ **(যাচাই করা হলো)**

(ii)
$B' = U - B = \{a, b, c, x, y, z\} - \{c, y\} = \{a, b, x, z\}$
এবং $A \cup B' = \{a, b, x\} \cup \{a, b, x, z\}$
$= \{a, b, x, z\}$
$= B'$
$\therefore A \cup B' = B'$ **(যাচাই করা হলো)**

(iii)
$A' = U - A = \{a, b, c, x, y, z\} - \{a, b, x\}$
$= \{c, y, z\}$
অতএব, $A' \cap B = \{c, y, z\} \cap \{c, y\}$
$= \{c, y\}$
$= B$
$A' \cap B = B$ **(যাচাই করা হলো)**

(b) $A \cap B = \{a, b, x\} \cap \{c, y\}$
$= \varnothing$
এবং $B' = U - B$
$= \{a, b, c, x, y, z\} - \{c, y\}$
$= \{a, b, x, z\}$
$A \cap B' = \{a, b, x\} \cap \{a, b, x, z\}$
$= \{a, b, x\}$
সুতরাং $(A \cap B) \cup (A \cap B') = \varnothing \cup \{a, b, x\} = \{a, b, x\}$
Ans. $\{a, b, x\}$

www.bdniyog.com

১৮. কোনো শ্রেণির 30 জন শিক্ষার্থীর মধ্যে 19 জন অর্থনীতি, 17 জন ভূগোল, 11 জন পৌরনীতি, 12 জন অর্থনীতি ও ভূগোল, 4 জন পৌরনীতি ও ভূগোল, 7 জন অর্থনীতি ও পৌরনীতি এবং 5 জন তিনটি বিষয়ই নিয়েছে। কতজন শিক্ষার্থী তিনটি বিষয়ের কোনটিই নেয়নি?

সমাধান: ধরি, মোট শিক্ষার্থীর সেট S, অর্থনীতি নেওয়া শিক্ষার্থীর সেট E, ভূগোল নেওয়া শিক্ষার্থীর সেট G এবং পৌরনীতি নেওয়া শিক্ষার্থীর সেট C. তিনটির অন্তত যে কোনো একটি নিয়েছে এমন শিক্ষার্থীর সেট $(E \cup G \cup C)$ সুতরাং তিনটির কোনটিই নেয়নি এমন শিক্ষার্থীর সংখ্যা $= n(S) - n(E \cup G \cup C)$.

এখানে, $n(E) = 19, n(G) = 17, n(C) = 11, n(E \cap G) = 12,$
$n(C \cap G) = 4, n(E \cap C) = 7, n(E \cap G \cap C) = 5$

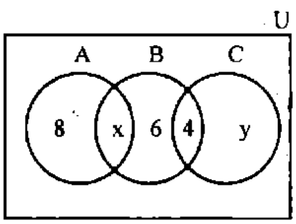
এখন, $n(E \cup G \cup C) = n(E) + n(G) + n(C) - n(G \cap C) - n(E \cap G) - n(E \cap C) + n(E \cap G \cap C)$
$= 19 + 17 + 11 - 4 - 12 - 7 + 5$
$= 52 - 23 = 29$

$\therefore$ কোনো বিষয় নেয়নি এমন শিক্ষার্থীর
সংখ্যা $= n(S) - n(E \cup G \cup C)$
$= 30 - 29 = 1$

Ans. 1 জন।

[বি: দ্র: পাঠ্যবইয়ে উত্তর ভুল আছে।]

১৯. ভেনচিত্রে সার্বিক সেট U এবং উপসেট A, B, C এর সদস্য সংখ্যা উপস্থাপন করা হয়েছে।



(a) যদি $n(A \cap B) = n(B \cap C)$ হয়, তবে x এর মান নির্ণয় কর।

(b) যদি $n(B \cap C') = n(A' \cap C)$ হয়, তবে y এর মান নির্ণয় কর।

(c) n(U) এর মান নির্ণয় কর।

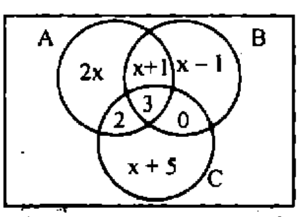
সমাধান:

(a) দেওয়া আছে, $n(A \cap B) = n(B \cap C)$
বা, $x = 4$ [ভেনচিত্র হতে]
$\therefore x = 4.$

(b) দেওয়া আছে, $n(B \cap C') = n(A' \cap C)$
বা, $x + 6 = 4 + y$ [ভেনচিত্র হতে]
বা, $4 + 6 = 4 + y$ [$\because x = 4$]
বা, $6 = y$
$\therefore y = 6.$

(c) $n(U) = 8 + x + 6 + 4 + y$ [ভেনচিত্র হতে]
$= 8 + 4 + 6 + 4 + 6$ [$\because x = 4, y = 6$]
$= 28$
$\therefore n(U) = 28$ **(Ans.)**

২০. ভেনচিত্রে A, B, C সেটের উপাদানগুলো এমনভাবে দেওয়া আছে যেন, $U = A \cup B \cup C$



(a) যদি n(U) = 50 হয়, তবে x এর মান নির্ণয় কর।

(b) $n(B \cap C')$ এবং $n(A' \cap B)$ এর মান নির্ণয় কর।

(c) $n(A \cap B \cap C')$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান:

(a) এখানে,
$n(U) = 2x + x + 1 + x - 1 + 2 + 3 + 0 + x + 5$ [ভেনচিত্র হতে]
$\therefore n(U) = 5x + 10$
দেওয়া আছে, $n(U) = 50$
বা, $5x + 10 = 50$
বা, $5x = 40$
$\therefore x = 8$ **(Ans.)**

[বি: দ্র: পাঠ্যবইয়ে উত্তর ভুল আছে।]

(b) ভেনচিত্র থেকে,
$\therefore n(B \cap C') = x + 1 + x - 1$
$= 2x$
$= 2.8$ [$\because x = 8$]
$= 16$
$\therefore n(A' \cap B) = x - 1 + 0$
$= 8 - 1$
$= 7$ **(Ans.)**

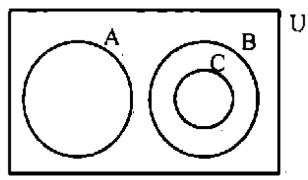
[বি: দ্র: পাঠ্যবইয়ে উত্তর ভুল আছে।]

(c) ভেনচিত্র থেকে
$\therefore n(A \cap B \cap C') = x + 1$
$= 8 + 1$
$= 9$
$\therefore n(A \cap B \cap C') = 9$ **(Ans.)**

[বি: দ্র: পাঠ্যবইয়ে উত্তর ভুল আছে।]

২১. তিনটি সেট A, B এবং C এমনভাবে দেওয়া আছে যেন, $A \cap B = \phi$, $A \cap C = \phi$ এবং $C \subset B$; ভেনচিত্র অংকন করে সেটগুলোর ব্যাখ্যা দাও।

সমাধান: প্রদত্ত তথ্য মতে, সেটগুলোকে ভেনচিত্রে দেখানো হলো:



$A \cap B = \phi$
ব্যাখ্যা: সেট A এবং সেট B এর মধ্যে কোনো সাধারণ উপাদান নাই। অর্থাৎ A ও B নিশ্চেদ সেট।

$A \cap C = \phi$
ব্যাখ্যা: সেট A এবং সেট C এর মধ্যে কোনো সাধারণ উপাদান নাই। অর্থাৎ A ও C নিশ্চেদ সেট।

$C \subset B$
ব্যাখ্যা: সেট C এবং সেট B এর মধ্যে সাধারণ উপাদান আছে। C সেটের সব উপাদান B সেটে আছে।

২২. দেওয়া আছে, $A = \{x : 2 < x \le 5, x \in \mathbb{R}\}$ এবং $B = \{x : 1 \le x < 3, x \in \mathbb{R}\}$ এবং $C = \{2, 4, 5\}$ নিম্নের সেটগুলো অনুরূপ set notation এ প্রকাশ কর:

(a) $A \cap B$ (b) $A' \cap B'$ এবং (c) $A' \cup B$

সমাধান: দেওয়া আছে, $A = \{x : 2 < x \le 5, x \in \mathbb{R}\}$,
$B = \{x : 1 \le x < 3, x \in \mathbb{R}\}$ এবং $C = \{2, 4, 5\}$

(a) $A \cap B = \{x : 2 < x \le 5, x \in \mathbb{R}\} \cap \{x : 1 \le x < 3, x \in \mathbb{R}\}$
$= \{x : 2 < x < 3, x \in \mathbb{R}\}$

(b) এখানে, $U = \mathbb{R}$
$\therefore A \cup B = \{x : 2 < x \le 5, x \in \mathbb{R}\} \cup \{x : 1 \le x < 3, x \in \mathbb{R}\}$
$= \{x : 1 \le x \le 5, x \in \mathbb{R}\}$

www.bdniyog.com

ডি. মরগানের সূত্রানুসারে,

$A' \cap B' = (A \cup B)'$
$= U - (A \cup B)$
$= \mathbb{R} - \{x : 1 \leq x \leq 5, x \in \mathbb{R}\}$
$= \{x : x < 1$ অথবা $x > 5, x \in \mathbb{R}\}$

(c) এখানে, $U = \mathbb{R}$
$A' = U - A$
$A' = \mathbb{R} - \{x : 2 < x \leq 5, x \in \mathbb{R}\}$
$= \{x : x \leq 2$ অথবা $x > 5, x \in \mathbb{R}\}$
$B = \{x : 1 \leq x < 3, x \in \mathbb{R}\}$
$A' \cup B = \{x : x \leq 2$ অথবা $x > 5, x \in \mathbb{R}\} \cup \{x : 1 \leq x < 3, x \in \mathbb{R}\}$
$= \{x : x < 3$ অথবা $x > 5, x \in \mathbb{R}\}$

২৩. দেওয়া আছে, $U = \{x : x < 10, x \in \mathbb{R}\}$, $A = \{x : 1 < x \leq 4\}$ এবং $B = \{x : 3 \leq x < 6\}$. নিচের সেটগুলো অনুরূপ চিহ্নের মাধ্যমে প্রকাশ কর :

(a) $A \cap B$ (b) $A' \cap B$ (c) $A \cap B'$ এবং (d) $A' \cap B'$

সমাধান:

দেওয়া আছে, $U = \{x : x < 10, x \in \mathbb{R}\}$
$A = \{x : 1 < x \leq 4\}$
এবং $B = \{x : 3 \leq x < 6\}$

(a) $A \cap B = \{x : 1 < x \leq 4\} \cap \{x : 3 \leq x < 6\}$
$= \{x : 3 \leq x \leq 4\}$
[বি: দ্র: পাঠ্যবইয়ে উত্তর ভুল আছে।]

(b) $A' = U - A$
$= \{x : x < 10, x \in \mathbb{R}\} - \{x : 1 < x \leq 4\}$
$= \{x : x \leq 1$ অথবা $4 < x < 10\}$
$A' \cap B = \{x : x \leq 1$ অথবা $4 < x < 10\} \cap \{x : 3 \leq x < 6\}$
$= \{x : 4 < x < 6\}$

(c) $B' = U - B$
$= \{x : x < 10, x \in \mathbb{R}\} - \{x : 3 \leq x < 6\}$
$= \{x : x \leq 3$ অথবা $6 \leq x < 10\}$
$A \cap B' = \{x : 1 < x \leq 4\} \cap \{x : x < 3$ অথবা $6 \leq x < 10\}$
$= \{x : 1 < x < 3\}$

(d) $A \cup B = \{x : 1 < x \leq 4\} \cup \{x : 3 \leq x < 6\}$
$= \{x : 1 < x < 6\}$
ডি. মরগানের সূত্রানুসারে,
$A' \cap B' = (A \cup B)'$
$= U - (A \cup B)$
$= \{x : x < 10, x \in \mathbb{R}\} - \{x : 1 < x < 6\}$
$= \{x : x \leq 1$ অথবা $6 \leq x < 10\}$
[বি: দ্র: পাঠ্যবইয়ে উত্তর ভুল আছে।]

২৪. নিম্নে A ও B সেট দেওয়া আছে। প্রতিক্ষেত্রে $A \cup B$ নির্ণয় কর এবং যাচাই কর যে $A \subset (A \cup B)$ এবং $B \subset (A \cup B)$

i. $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ এবং $B = \{-3, 0, 3\}$
ii. $A = \{x : x \in \mathbb{N}, x < 10$ এবং x, 2 এর গুণিতক$\}$
এবং $B = \{x : x \in \mathbb{N}, x < 10$ এবং x, 3 এর গুণিতক$\}$

সমাধান:

(i) দেওয়া আছে, $A = \{-2, -1, 0\ 1, 2\}$
এবং $B = \{-3, 0, 3\}$
$\therefore A \cup B = \{-2, -1, 0, 1, 2\} \cup \{-3, 0, 3\}$
$= \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$ **(Ans.)**
$\therefore A \subset (A \cup B)$ এবং $B \subset (A \cup B)$ **(যাচাই করা হলো)**

(ii) $A = \{x : x \in \mathbb{N}, x < 10$ এবং x, 2 এর গুণিতক$\}$
$B = \{x : x \in \mathbb{N}, x < 10$ এবং x, 3 এর গুণিতক$\}$
$\therefore A = \{2, 4, 6\ 8\}$
এবং $B = \{3, 6, 9\}$
$\therefore A \cup B = \{2, 4, 6, 8\} \cup \{3, 6, 9\}$
$= \{2, 3, 4, 6, 8, 9\}$ **(Ans.)**
$\therefore A \subset (A \cup B)$ এবং $B \subset (A \cup B)$ **(যাচাই করা হলো)**

২৫. নিম্নের সেটগুলো ব্যবহার করে $A \cap B$ নির্ণয় কর এবং যাচাই কর যে, $(A \cap B) \subset A$ এবং $(A \cap B) \subset B$

(i) $A = \{0, 1, 2, 3, 5\}$; $B = \{-1, 0, 2\}$
(ii) $A = \{a, b, c, d\}$, $B = \{b, x, c, y\}$

সমাধান:

(i) দেওয়া আছে, $A = \{0, 1, 2, 3, 5\}$
$B = \{-1, 0, 2\}$
$\therefore A \cap B = \{0, 1, 2, 3, 5\} \cap \{-1, 0, 2\}$
$\therefore A \cap B = \{0, 2\}$ **(Ans.)**
$\therefore (A \cap B) \subset A$ এবং $(A \cap B) \subset B$ **(যাচাই করা হলো)**

(ii) দেওয়া আছে, $A = \{a, b, c, d\}$
$B = \{b, x, c, y\}$
$\therefore A \cap B = \{a, b, c, d\} \cap \{b, x, c, y\}$
$= \{b, c\}$ **(Ans.)**
$\therefore (A \cap B) \subset A$ এবং $(A \cap B) \subset B$ **(যাচাই করা হলো)**

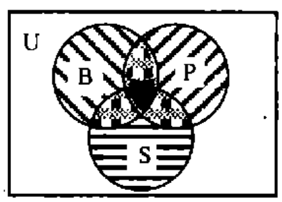
২৬. আনোয়ারা মহাবিদ্যালয়ের ছাত্রীদের মধ্যে বিচিত্রা, সন্ধানী ও পূর্বাণী পত্রিকায় পাঠ্যাভ্যাস সম্পর্কে পরিচালিত এক সমীক্ষায় দেখা গেল 60% ছাত্রী বিচিত্রা, 50% ছাত্রী সন্ধানী, 50% ছাত্রী পূর্বাণী, 30% ছাত্রী বিচিত্রা ও সন্ধানী, 30% ছাত্রী বিচিত্রা ও পূর্বাণী, 20% ছাত্রী সন্ধানী ও পূর্বাণী এবং 10% ছাত্রী তিনটি পত্রিকাই পড়ে।

(i) শতকরা কত জন ছাত্রী উক্ত পত্রিকা তিনটির কোনটিই পড়ে না ?
(ii) শতকরা কত জন ছাত্রী উক্ত পত্রিকাগুলোর মধ্যে কেবল দুইটি পড়ে?

সমাধান: ধরি, সকল ছাত্রীর সেট U, বিচিত্রা পড়া ছাত্রীর সেট B, সন্ধানী পড়া ছাত্রীর সেট S, পূর্বাণী পড়া ছাত্রীর সেট P.

$\therefore$ শতকরা $n(U) = 100\%$, $n(B) = 60\%$, $n(S) = 50\%$, $n(P) = 50\%$, $n(B \cap S) = 30\%$, $n(B \cap P) = 30\%$, $n(P \cap S) = 20\%$, $n(P \cap B \cap S) = 10\%$

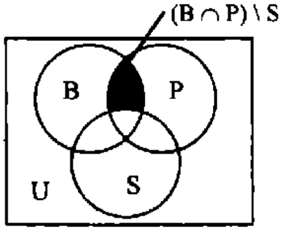
(i) তিনটি পত্রিকার অন্তত একটি পড়ে এমন শিক্ষার্থীর সেট $(B \cup P \cup S)$ [ভেনচিত্র দ্রষ্টব্য]



$\therefore$ তিনটির কোনটিই পড়ে না এমন ছাত্রী সংখ্যা
$n(U) - n(B \cup P \cup S)$ [ভেনচিত্রের সাদা অংশ]
এখন, $n(B \cup P \cup S) = n(B) + n(P) + n(S) - n(B \cap P) - n(B \cap S) - n(P \cap S) + n(B \cap P \cap S)$
$= 60\% + 50\% + 50\% - 30\% - 30\% - 20\% + 10\%$
$= 90\%$
$\therefore$ কোনো পত্রিকাই পড়ে না এমন ছাত্রীর সংখ্যা
$n(U) - n(B \cup P \cup S)$
$= 100\% - 90\%$
$= 10\%$
Ans. 10%

(ii) শুধু বিচিত্রা ও পূর্বাণী পড়ে এমন ছাত্রীর সংখ্যা
$= n[(B \cap P) \setminus S]$
$= n(B \cap P) - n(B \cap P \cap S)$ [ভেনচিত্র দ্রষ্টব্য]
$= 30\% - 10\%$
$= 20\%$

www.bdniyog.com



বিচিত্রা ও পূর্বাণী পড়া ছাত্রীদের সেট

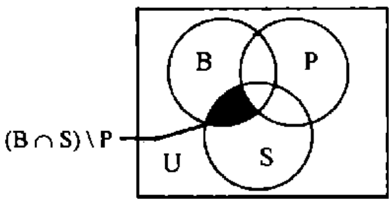
শুধু বিচিত্রা ও সন্ধানী পড়ে এমন ছাত্রীর সংখ্যা

$= n\,[(B \cap S) \backslash P]$

$= n\,(B \cap S) - n\,(B \cap P \cap S)$ [ভেনচিত্র দ্রষ্টব্য]

$= 30\% - 10\%$

$= 20\%$



বিচিত্রা ও সন্ধানী পড়া ছাত্রীদের সেট

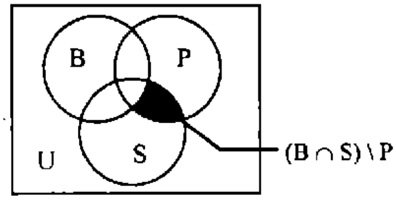
শুধু পূর্বাণী ও সন্ধানী পড়ে এমন ছাত্রীর সংখ্যা

$= n\,\{(P \cap S) \backslash B)\}$

$= n\,(P \cap S) - n\,(P \cap B \cap S)$ [ভেনচিত্র দ্রষ্টব্য]

$= 20\% - 10\%$

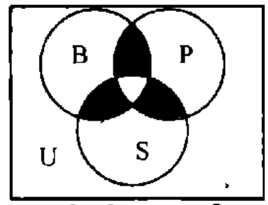
$= 10\%$



পূর্বাণী ও সন্ধানী পড়া ছাত্রীদের সেট

∴ কেবল দুইটি পত্রিকা পড়ে এমন ছাত্রীর সংখ্যা

$20\% + 20\% + 10\% = 50\%$ [ভেনচিত্র দ্রষ্টব্য]



কেবল দুইটি পত্রিকা পড়া ছাত্রীর সেট

Ans. 50%

অনুশীলনীর সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

২৭. $A = \{x : x \in \mathbb{R}$ এবং $x^2 - (a+b)x + ab = 0\}$

$B = \{1, 2\}$ এবং $C = \{2, 4, 5\}$

ক. A সেটের উপাদানসমূহ নির্ণয় কর।

খ. দেখাও যে, $P(B \cap C) = P(B) \cap P(C)$

গ. প্রমাণ কর যে, $A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$

২৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক $A = \{x : x \in \mathbb{R}$ এবং $x^2 - (a+b)x + ab = 0\}$

$= \{x : x \in \mathbb{R}$ এবং $x^2 - ax - bx + ab = 0\}$

$= \{x : x \in \mathbb{R}$ এবং $x(x-a) - b(x-a) = 0\}$

$= \{x : x \in \mathbb{R}$ এবং $(x-a)(x-b) = 0\}$

$= \{x : x \in \mathbb{R}$ এবং $x = a, b\}$

∴ A সেটের উপাদানসমূহ a ও b।

খ দেওয়া আছে, $B = \{1, 2\}$, $C = \{2, 4, 5\}$

$P(B) = \{\{1\}, \{2\}, \{1, 2\}, \varnothing\}$

$P(C) = \{\{2,\}, \{4\}, \{5\}, \{2, 4\}, \{2, 5\}, \{4, 5\}, \{2, 4, 5\}, \varnothing\}$

$\therefore P(B) \cap P(C) = \{\{1\}, \{2\}, \{1, 2\}, \varnothing\} \cap \{\{2,\}, \{4\}, \{5\}, \{2, 4\}, \{2, 5\}, \{4, 5\}, \{2, 4, 5\}, \varnothing\} = \{\{2\}, \varnothing\}$

আবার, $B \cap C = \{1, 2\} \cap \{2, 4, 5\}$

$= \{2\}$

$\therefore P(B \cap C) = \{\{2\}, \varnothing\}$

$\therefore P(B \cap C) = P(B) \cap P(C)$. **(দেখানো হলো)**

গ দেওয়া আছে, $B = \{1, 2\}$, $C = \{2, 4, 5\}$

এবং $A = \{a, b\}$ ['ক' হতে]

$B \cup C = \{1, 2\} \cup \{2, 4, 5\}$

$= \{1, 2, 4, 5\}$

বামপক্ষ $= A \times (B \cup C) = \{a, b\} \times \{1, 2, 4, 5\}$

$= \{(a, 1), (a, 2), (a, 4), (a, 5), (b, 1), (b, 2), (b, 4), (b, 5)\}$

আবার, $A \times B = \{a, b\} \times \{1, 2\}$

$= \{(a, 1), (a, 2), (b, 1), (b, 2)\}$

এবং $A \times C = \{a, b\} \times \{2, 4, 5\}$

$= \{(a, 2), (a, 4), (a, 5), (b, 2), (b, 4), (b, 5)\}$

ডানপক্ষ $= (A \times B) \cup (A \times C)$

$= \{(a, 1), (a, 2), (b, 1), (b, 2)\} \cup \{(a, 2), (a, 4), (a, 5), (b, 2), (b, 4), (b, 5)\}$

$= \{(a, 1), (a, 2), (a, 4), (a, 5), (b, 1), (b, 2), (b, 4), (b, 5)\}$

$\therefore A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$ **(প্রমাণিত)**

২৮. একটি শ্রেণির 100 জন ছাত্রের মধ্যে 42 জন ফুটবল, 46 জন ক্রিকেট এবং 39 জন হকি খেলে। এদের মধ্যে 13 জন ফুটবল ও ক্রিকেট, 14 জন ক্রিকেট ও হকি এবং 12 জন ফুটবল ও হকি খেলতে পারে। এছাড়া 7 জন কোনো খেলায় পারদর্শী নয়–

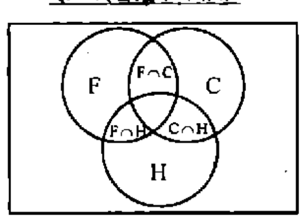
ক. উল্লেখিত তিনটি খেলায় পারদর্শী এমন ছাত্রদের সেট এবং কোনো খেলায় পারদর্শী নয় এমন ছাত্রদের সেট ভেনচিত্রে দেখাও।

খ. কতজন ছাত্র উল্লেখিত তিনটি খেলায় পারদর্শী তা নির্ণয় কর।

গ. কতজন ছাত্র কেবলমাত্র একটি খেলায় পারদর্শী এবং কতজন অন্তত দুইটি খেলায় পারদর্শী?

২৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক



ধরি, সকল ছাত্রের সেট U, ফুটবল খেলায় পারদর্শী ছাত্রদের সেট F, ক্রিকেট খেলায় পারদর্শী ছাত্রদের সেট C, হকি খেলায় পারদর্শী ছাত্রদের সেট H.

$n(U) = 100$

$n(F) = 42$, $n(C) = 46$, $n(H) = 39$

$n(F \cap C) = 13$, $n(C \cap H) = 14$, $n(F \cap H) = 12$

$n(F \cup C \cup H)' = 7$

www.bdniyog.com

খ আমরা জানি,

$n(F \cup C \cup H)' = n(U) - n(F \cup C \cup H)$

বা, $7 = 100 - n(F \cup C \cup H)$

$\therefore n(F \cup C \cup H) = 93$

এখন, $n(F \cup C \cup H) = n(F) + n(C) + n(H) - n(F \cap C)$
$- n(F \cap H) - n(C \cap H) + n(F \cap C \cap H)$

বা, $93 = 42 + 46 + 39 - 13 - 12 - 14 + n(F \cap C \cap H)$

বা, $n(F \cap C \cap H) + 88 = 93$

$\therefore n(F \cap C \cap H) = 5$

$\therefore$ তিনটি খেলায় পারদর্শী শিক্ষার্থীর সংখ্যা 5 জন।

Ans. 5 জন।

গ কেবল ফুটবল খেলে $= n(F) - n(F \cap C) - n(F \cap H) + n(F \cap C \cap H)$
$= 42 - 13 - 12 + 5$
$= 22$

কেবল ক্রিকেট খেলে $= n(C) - n(F \cap C) - n(C \cap H) + n(F \cap C \cap H)$
$= 46 - 13 - 14 + 5$
$= 24$

কেবল হকি খেলে $= n(H) - n(H \cap C) - n(H \cap F) + n(F \cap C \cap H)$
$= 39 - 14 - 12 + 5$
$= 18$

$\therefore$ কেবল একটি খেলায় পারদর্শী $= 22 + 24 + 18$
$= 64$ জন।

কেবল ফুটবল ও ক্রিকেট খেলে $= n(F \cap C) - n(F \cap C \cap H)$
$= 13 - 5$
$= 8$

কেবল ক্রিকেট ও হকি খেলে $= n(C \cap H) - n(F \cap C \cap H)$
$= 14 - 5$
$= 9$

কেবল ফুটবল ও হকি খেলে $= n(F \cap H) - n(F \cap C \cap H)$
$= 12 - 5$
$= 7$

$\therefore$ অন্তত দুটি খেলায় পারদর্শী শিক্ষার্থী সংখ্যা
$= (8 + 9 + 7 + 5)$ জন $= 29$ জন

Ans. 64 জন এবং 29 জন.

মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত সৃজনশীল বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

★★★ সেট | Text পৃষ্ঠা-১

- বিভিন্ন বস্তুর সুনির্ধারিত সংগ্রহ হলো সেট। সংগ্রহের অন্তর্ভুক্ত প্রতিটি বস্তুই সেটের উপাদান।
- সেটকে ইংরেজী বড় হাতের অক্ষর দ্বারা প্রকাশ করা হয়। দুই পদ্ধতিতে সেটকে প্রকাশ করা যায়- তালিকা পদ্ধতি, সেট গঠন পদ্ধতি।

১. নিচের কোনটি বস্তুর সুনির্ধারিত সংগ্রহ? (সহজ)
ক ফাংশন খ সেট গ অভেদ ঘ অন্বয় **খ**

২. school শব্দটি দ্বারা গঠিত সেট কোনটি? (সহজ)
ক {s, c, h, o, l} খ {s, h, o, l}
গ {h, c, s, o} ঘ {s, l, o, c} **ক**

৩. committee শব্দটি দ্বারা গঠিত সেট কোনটি? (সহজ)
ক {c, o, m, i, t, e, e} খ {c o m i t e}
গ (c, o, m, i, t, e) ঘ {c, o, m, i, t, e} **ঘ**

৪. mathematics শব্দের অক্ষর সমূহের সেট নিচের কোনটি? (সহজ)
ক {m, a, t, h, e, m, a, t, i, c, s} খ {m, a, t, h, e, i, c, s}
গ {mathematics} ঘ {m a t h e i c s} **খ**

৫. U = {1, 2, 3} হলে A = {x : x + 5 < 8} সেটটিকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ করলে নিচের কোনটি পাওয়া যাবে? (কঠিন)
ক {1, 2} খ {1, 2, 3} গ {3} ঘ {2, 3} **ক**

৬. স্বাভাবিক সংখ্যার সেটকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ করলে নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)
ক ℕ খ {1, 2, 3 ......}
গ {0, 1, 2, 3, ...} ঘ $\{x \in \mathbb{N} : x > 0\}$ **খ**

৭. সুনির্ধারিত সংগ্রহের উদাহরণ হচ্ছে —
i. সপ্তাহের দিনগুলির সেট।
ii. বাংলাদেশের সরকারি পার্কগুলির সেট।
iii. সকল বর্ণমালার সেট।
নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)
ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **ক**

৮. সেট প্রকাশের ক্ষেত্রে —
i. ইংরেজি ছোট হাতের অক্ষর ব্যবহৃত হয়।
ii. ইংরেজি বড় হাতের অক্ষর ব্যবহৃত হয়।
iii. উপাদানগুলিকে { } দ্বারা আবদ্ধ করা হয়।
নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)
ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **ক**

৯. প্রথম নয়টি অঋণাত্মক পূর্ণসংখ্যার সেট F হলে—
i. F = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8}
ii. F = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}
iii. $F = \{x \in \mathbb{R} : 0 \le x < 9\}$
নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)
ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **খ**

নিচের তথ্যের আলোকে (১০-১১) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:
প্রথম 7 টি স্বাভাবিক সংখ্যার সেট P

১০. সেট গঠন পদ্ধতিতে নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)
ক $P = \{x \in \mathbb{R} : x < 8\}$ খ $P = \{x \in \mathbb{N} : x < 7\}$
গ $P = \{x \in \mathbb{R} : x < 7\}$ ঘ $P = \{x \in \mathbb{N} : x < 8\}$ **ঘ**

১১. তালিকা পদ্ধতিতে নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)
ক P = (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6) খ P = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7}
গ P = (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7) ঘ P = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6} **খ**

★★★ সার্বিক সেট, উপসেট, পূরক সেট | Text পৃষ্ঠা-২

- নির্দিষ্ট সেটকে আলোচনাধীন সকল সেটের সার্বিক সেট বলা হয়। একে U দ্বারা প্রকাশ করা হয়।
- কোনো সেট এর উপাদান থেকে যতগুলো সেট গঠন করা যায়, এদের প্রত্যেকটি সেটকে ঐ সেটের উপসেট বলা হয়। গঠিত উপসেটের মধ্যে উপসেটগুলোর উপাদান সংখ্যা প্রদত্ত সেটের উপাদান সংখ্যা অপেক্ষা কম হলে এদেরকে প্রকৃত উপসেট বলে।
- যদি U সার্বিক সেট হয়, তবে P সেটের পূরক সেট: $P' = \{x : x \notin P, x \in U\}$ বা, U\P.

১২. {1, 2, 3, 5}, {2, 4, 6} ও {1, 2, 4, 5, 6} সেট তিনটির সার্বিক সেট নিচের কোনটি? (মধ্যম) [শেরপুর সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, শেরপুর]
ক {1, 2, 3, 5} খ {2, 4, 6}
গ {1, 2, 3, 4, 5, 6} ঘ {1, 2, 4, 5, 6} **গ**

১৩. pen ও pencil শব্দ দুইটি দ্বারা গঠিত সেটের সার্বিক সেট কোনটি? (মধ্যম)
ক {p, e, n, c, i, l} খ {p, p, e, n, c}
গ {p, e, l, c, n} ঘ {p, n, c, l, i} **ক**

১৪. $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$ হলে, সার্বিক সেট কোনটি? (কঠিন)
ক ℕ খ ℝ গ Q ঘ Z **খ**

১৫. P ও Q সেটদ্বয় ℝ সেটের উপসেট হলে, সার্বিক সেট কোনটি? (মধ্যম)
ক ℝ খ P গ Q ঘ $P \cap Q$ **ক**

www.bdniyog.com

১৬. $P = \{x : x$ ধনাত্মক পূর্ণ সংখ্যা এবং $5x \le 16\}$ হলে, P এর মান কোনটি? (সহজ) [রাজশাহী কলেজিয়েট স্কুল, রাজশাহী]

ক $\{0, 1, 2, 3\}$ খ $\{1, 2, 3\}$ গ $\{0, 2, 3\}$ ঘ $\{0, 1, 2\}$ — খ

১৭. স্বাভাবিক সংখ্যা, পূর্ণসংখ্যা, বাস্তব সংখ্যা ও মূলদ সংখ্যার সেট যথাক্রমে $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{R}$ ও $\mathbb{Q}$ হলে নিচের কোনটি সার্বিক সেট? (সহজ) [কুমিল্লা জিল্লা স্কুল, কুমিল্লা]; [মাতৃপীঠ সরকারী বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, চাঁদপুর]; [রাজশাহী গভঃ ল্যাবরেটরী হাই স্কুল, রাজশাহী]; [নবাবগঞ্জ সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, চাপাইনবাবগঞ্জ]

ক $\mathbb{Q}$ খ $\mathbb{N}$ গ $\mathbb{Z}$ ঘ $\mathbb{R}$ — গ

১৮. Q^c সকল অমূলদ সংখ্যার সেট হলে, নিচের কোনটি সত্য? (মধ্যম)

ক $Q^c \subset \mathbb{R}$ খ $Q^c \subset \mathbb{N}$ গ $Q^c \subset \mathbb{Z}$ ঘ $Q^c \subset Q$ — ক

১৯. $P = \{1, 2, 3\}$, $R = \{1, 2, 3, 4\}$ হলে, কোনটি অধিক যুক্তিযুক্ত? (কঠিন) [মোহাম্মদপুর প্রিপারেটরী উচ্চ মাধ্যমিক (বালিকা) বিদ্যালয়, ঢাকা]

ক $R \subset P$ খ $R \subseteq P$ গ $P \subset R$ ঘ $P \subseteq R$ — গ

২০. R এর প্রকৃত উপসেট P হলে নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম) [ভি. জে সরকারি মাধ্যমিক বিদ্যালয়, চুয়াডাঙ্গা; আল-আমিন একাডেমী (স্কুল এন্ড কলেজ) চাঁদপুর; রাজশাহী গভঃ ল্যাবরেটরী হাই স্কুল, রাজশাহী]

ক $P \subset R$ খ $R \subset P$ গ $P \subseteq R$ ঘ $R \subseteq P$ — ক

২১. নিচের কোন সেটটির একটি মাত্র উপসেট রয়েছে? (সহজ)

ক $\{0\}$ খ $\{1\}$ গ $\{\ \}$ ঘ $\{1, 2\}$ — গ

২২. A সেট, সসীম সেট B এর উপসেট হলে, নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ক $n(B) \le n(A)$ খ $n(A) \ge n(B)$
গ $n(A) \le n(B)$ ঘ $n(A) = n(B)$ — গ

২৩. $A = \{x \in \mathbb{N} : 0 < x \le 10\}$ এবং $B = \{x \in \mathbb{N} : x$ জোড় সংখ্যা এবং $x \le 10\}$ দুটি সেট হলে নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)

ক $A \subseteq B$ খ A এর প্রকৃত উপসেট B
গ B এর উপসেট A ঘ B একটি অসীম সেট — খ

২৪. $A = \{3, 6, 9, 12\}$ হলে n (A) সমান কত? (সহজ)

ক 3 খ 4 গ 12 ঘ 16 — খ

২৫. P সেটের পূরক সেট P′ হলে নিচের কোনটি সঠিক যখন U সার্বিক সেট? (সহজ)

ক $P' = \{x : x \in P, x \in U\}$ খ $P' = \{x : x \notin P, x \notin U\}$
গ $P' = \{x : x \notin P, x \in U\}$ ঘ $P' = \{x : x \in P, x \notin U\}$ — গ

২৬. $A = \{\ \}$ ও $B = \{1\}$ হলে $A \backslash B = ?$ (সহজ)

ক A খ B গ $\{1\}$ ঘ $A \cup B$ — ক

২৭. $A = \{a, d\}$ হলে P(A) এর উপাদানে A সেটের প্রকৃত উপসেট কয়টি? (মধ্যম)

ক 1 খ 2 গ 3 ঘ 4 — খ

২৮. $A = \{1, 2, 3\}$ হলে, P(A)-তে A সেটের উপসেট কয়টি? (মধ্যম) [জামালপুর জিলা স্কুল, জামালপুর]; [নওগাঁ সরকারি উচ্চ বালিকা বিদ্যালয়, নওগাঁ]

ক 4 খ 6 গ 8 ঘ 12 — গ

২৯. P অঋণাত্মক পূর্ণ সংখ্যার সেট এবং Q ঋণাত্মক পূর্ণসংখ্যার সেট এবং $U = P \cup Q$

i. P ও Q সার্বিক সেট U এর উপসেট হবে
ii. সার্বিক সেট U পূর্ণ সংখ্যার সেট হবে।
iii. সার্বিক সেট U স্বাভাবিক সংখ্যার সেট হবে

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii — ক

৩০. U ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যার সেট হলে— [রাজশাহী গভঃ ল্যাবরেটরী হাই স্কুল, রাজশাহী]

i. U এর সার্বিক সেট $\mathbb{R}$
ii. U এর সার্বিক সেট $\mathbb{Z}$
iii. $\mathbb{R}$ হলো U ও $\mathbb{Z}$ উভয় সেটের সার্বিক সেট।

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii — ঘ

৩১. $A = \{1, 3, 5, 7, 9, ..., 100\}$ ও $B = \mathbb{N}$ দুটি সেট হলে—

i. $\phi \subseteq A$
ii. $A \subseteq A$
iii. $n(A) < n(B)$

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii — ঘ

৩২. P সেট, সসীম সেট Q এর উপসেট হলে —

i. $P \subseteq Q$.
ii. $Q \subseteq P$.
iii. $n(P) \le n(Q)$.

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii — খ

৩৩. M সেট, সসীম সেট N এর প্রকৃত উপসেট হলে —

i. $M \subset N$.
ii. $n(M) < n(N)$.
iii. $n(M) = n(N)$.

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii — ক

৩৪. A সেট এর ক্ষেত্রে —

i. $A' = A$.
ii. $A \backslash A = \phi$.
iii. $A \backslash (A \backslash A) = A$.

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii — গ

নিচের তথ্যের আলোকে (৩৫-৩৭) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

$U = \{x : 1 \le x \le 10, x \in \mathbb{Z}^+\}$ একটি সার্বিক সেট।

৩৫. $A = \{x : x$ মৌলিক সংখ্যা$\}$ হলে, A এর মান কোনটি? (সহজ)

ক $\{1, 3, 5, 7\}$ খ $\{1, 2, 3, 5, 7\}$
গ $\{2, 3, 5, 7\}$ ঘ $\{1, 2, 3, 9\}$ — গ

৩৬. $C = \{x : x, 10$ এর গুণিতক$\}$ হলে, $P(C) = ?$ (মধ্যম)

ক $\{\{10\}, \phi\}$ খ $\{10\}$
গ $\{\phi\}$ ঘ $\{\{1\}, \{10\}, \phi\}$ — ক

৩৭. $B = \{x : x, 5$ এর গুণিতক$\}$ হলে, P(B) এর উপাদান সংখ্যা কয়টি? (মধ্যম)

ক 2 খ 4 গ 8 ঘ 12 — খ

নিচের তথ্যের আলোকে (৩৮-৪১) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

$U = \{x : x$ পূর্ণসংখ্যা, $0 < x \le 10\}$, $A = \{x : 2x < 7\}$ ও $B = \{x : 3x < 20\}$ তিনটি সেট।

৩৮. A সেটটিকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ করলে নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম) [ময়মনসিংহ জিলা স্কুল, ময়মনসিংহ]

ক $\{0, 1, 2, 3\}$ খ $\{1, 2, 3, 4\}$
গ $\{1, 2, 3\}$ ঘ $\{0, 1, 2, 3, 4\}$ — গ

৩৯. A′ সেটের উপাদানগুলো তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ করলে নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন) [ময়মনসিংহ জিলা স্কুল, ময়মনসিংহ]

ক $\{4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$
খ $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$
গ $\{0, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$
ঘ $\{1, 2, 3\}$ — ক

ব্যাখ্যা: $A = \{1, 2, 3\}$
$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$
$\therefore A' = U - A = \{4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$

৪০. $B' = ?$ (মধ্যম) [ময়মনসিংহ জিলা স্কুল, ময়মনসিংহ]

ক $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ খ $\{7, 8, 9, 10\}$
গ $\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ ঘ $\{6, 7, 8, 9, 10\}$ — খ

ব্যাখ্যা: $B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$
$\therefore B' = U - B = \{7, 8, 9, 10\}$

৪১. B′ এর সাথে A এর সম্পর্ক কোনটি? (কঠিন) [ময়মনসিংহ জিলা স্কুল, ময়মনসিংহ]

ক $B' \subset A$ খ $B' \subseteq A$ গ $A \subset B'$ ঘ $B' \ne A$ — ঘ

www.bdniyog.com

নিচের তথ্যের আলোকে (৪২-৪৫) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

$A = \{x : x, 2$ এর গুণিতক $, 2 \le x \le 4\}$, $B = \{x : x, 5$ এর গুণিতক $, 5 \le x \le 15\}$ এবং $C = \{x : x, 10$ এর গুণিতক $, 10 \le x \le 20\}$

৪২. A, B ও C এর সার্বিক সেট কোনটি? (সহজ)
ক $U = \{x : 1 \le x \le 20, x \in \mathbb{Z}^+\}$
খ $U = \{x : 1 < x < 5\}$
গ $U = \{x : 1 < x < 10\}$
ঘ $U = \{x : x < 0\}$ — ক

৪৩. C সেটের উপাদান সংখ্যা কয়টি? (সহজ)
ক 1 খ 2 গ 3 ঘ 4 — খ

৪৪. P(B) সেটের উপাদান সংখ্যা কয়টি? (মধ্যম)
ক 1 খ 2 গ 3 ঘ 8 — ঘ

৪৫. B\C এর মান কত? (মধ্যম)
ক {5, 15} খ {10, 20} গ {5, 10} ঘ {5, 20} — ক

নিচের তথ্যের আলোকে (৪৬-৪৮) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

$U = \{x : 2 \le x \le 10, x \in \mathbb{Z}^+\}$ এবং $P = \{x : x$ হলো 4 এর গুণিতক $4 \le x < 12\}$

৪৬. P সেটের তালিকা পদ্ধতি কোনটি? (সহজ)
ক 4, 8 খ {4, 8} গ (4, 8) ঘ (4, 8) — খ

৪৭. P′ সেটের উপাদান কোনটি? (মধ্যম)
ক 4 খ 6 গ 7 ঘ 8 — গ

ব্যাখ্যা: 2, 3, 5, 6, 7, 9 ও 10 এই 7টি P′ এর উপাদান।

৪৮. n(P) + n(P′) = ? (কঠিন)
ক 9 খ 5 গ 4 ঘ 3 — ক

নিচের তথ্যের আলোকে (৪৯-৫০) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

A = {1, 2} একটি সেট, যার শক্তি সেট P (A)

৪৯. P(A) সেটের উপাদান সংখ্যা কত? (কঠিন)
ক 2^3 খ $2^2 + 1$ গ 2^2 ঘ $2^2 - 1$ — গ

৫০. B ∈ P(A) হলে নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)
ক $B \subseteq A$ খ $B \not\subset A$ গ $B \subset A$ ঘ B = (1, 2) — ক

★★★ শক্তিসেট | Text পৃষ্ঠা-৩

- কোনো সেটের সকল উপসেটের সেটকে শক্তি সেট বলে।
- কোনো সেটের উপাদান সংখ্যা n হলে শক্তি বা power সেটে উপাদান সংখ্যা 2^n.

৫১. A = {a}, B = {b} হলে, P(A) ∩ P(B) = কত? (সহজ)
ক {{a}, {b}} খ ϕ গ {a} ঘ {b} — খ

৫২. A = {1, 2}, B = {2, 3} হলে P(A) ∪ P(B) এর উপাদান সংখ্যা কত? (মধ্যম)
[রাঙামাটি সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, রাঙামাটি]
ক 8 খ 7 গ 6 ঘ 5 — গ

৫৩. B = {1, 2, 3} ও C = {2, 4, 5} হলে P(B ∩ C) নিচের কোনটির সমান? (মধ্যম)
ক P(B) ∪ p(C) খ P(B) ∩ P(C)
গ P(B ∪ C) ঘ P(B \ C) — খ

৫৪. A = {a, b} এবং B = {b, c} হলে —
i. P(A) ⊂ P(A ∪ B).
ii. P(B) ⊂ P(A ∪ B).
iii. P(A) ∪ P(B) ⊂ P(A ∩ B).
নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)
ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii — ক

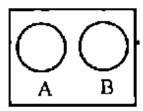
৫৫. A = {1, 2}, B = {1} ও C = {2} হলে —
i. P(A) = {A, B, C, ∅}
ii. P(A) = P(B ∪ C)
iii. P(B) ∪ P(C) = P(A).
নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)
ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii — ঘ

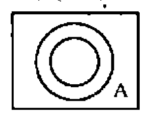
৫৬. $A = \{x : x \in \mathbb{R}$ এবং $x^2 - (a + b)x + ab = 0\}$ হলে—
i. A = {a, b}
ii. n(A) = 2.
iii. P(A) = {a, b, ∅}.
নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)
ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii — ক

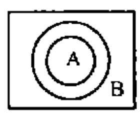
★★★ ভেনচিত্র | Text পৃষ্ঠা-৪

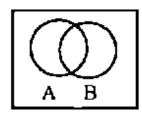
- কোনো সেটের একাধিক উপসেটের মধ্যে সম্পর্ক নির্দেশকারী জ্যামিতিক চিত্রই ভেনচিত্র।
- আয়তক্ষেত্র দ্বারা সার্বিকসেট এবং বৃত্তাকার বা ত্রিভুজাকার ক্ষেত্র দ্বারা উপসেট বোঝানো হয়। যদি U সার্বিক সেট এবং A যেকোনো সেট হয় তবে n(A) + n(A′) = n(U).

৫৭. নিচের কোন ভেনচিত্রে A ⊂ B দেখানো হয়েছে? (সহজ)

ক 

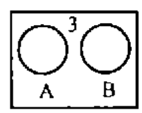
খ 

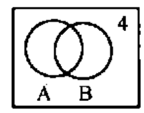
গ 

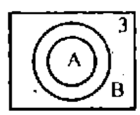
ঘ 

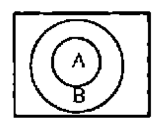
— গ

৫৮. কোন ভেনচিত্রে শুধু A ও B সেট দ্বারা সার্বিক সেট গঠিত হয়েছে? (মধ্যম)

ক 

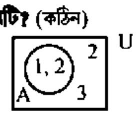
খ 

গ 

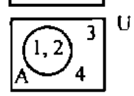
ঘ 

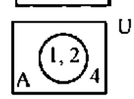
— ঘ

৫৯. U = {x : 0 < x < 4, x ∈ ℕ}, A = {1, 2} হলে এর সঠিক ভেনচিত্র কোনটি? (কঠিন)

ক 

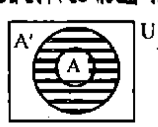
খ

গ 

ঘ 

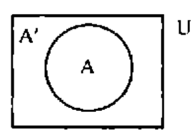
— খ

৬০. নিচের কোন ভেনচিত্রে গাঢ় করে, A′ দেখানো হয়েছে? (কঠিন)

ক 

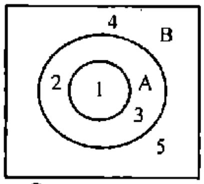
খ

গ

ঘ 

— খ

৬১. ভেনচিত্রে সেট প্রকাশের ক্ষেত্রে —
i. আয়তক্ষেত্র দ্বারা সার্বিক সেট।
ii. বৃত্তাকার ক্ষেত্র দ্বারা উপসেট।
iii. ত্রিভুজাকার ক্ষেত্র দ্বারা উপসেট।
নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)
ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii — গ

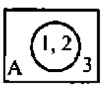
৬২. 

ভেনচিত্রে — [সিলেট সরকারী পাইলট উচ্চ বিদ্যালয়, সিলেট]

i. $A \subset B$
ii. $B \subseteq U$
iii. $B = \{1, 2, 3\}$

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ক i ও ii   খ i ও iii   গ ii ও iii   ঘ i, ii ও iii   **ঘ**

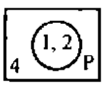
৬৩. 

ভেনচিত্রে —

i. $U = \{1, 2, 3\}$.
ii. $A' = \{3\}$.
iii. $U/A = \{1, 2\}$.

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ক i ও ii   খ i ও iii   গ ii ও iii   ঘ i, ii ও iii   **ক**

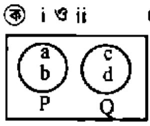
৬৪. 

ভেনচিত্রে —

i. $P \subset U$.
ii. $n(P') = 1$.
iii. $P' = \{4\}$.

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ক i ও ii   খ i ও iii   গ ii ও iii   ঘ i, ii ও iii   **ঘ**

৬৫. 

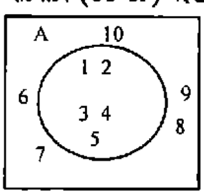
ভেনচিত্রে —

i. $P \not\subset Q$.
ii. $n(P) + n(Q) = n(U)$.
iii. $P \subset Q$.

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ক i ও ii   খ i ও iii   গ ii ও iii   ঘ i, ii ও iii   **ক**

নিচের ভেনচিত্রের আলোকে (৬৬-৬৮) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:



৬৬. তালিকা পদ্ধতিতে A সেটের উপাদানগুলো নিচের কোনটি? (সহজ)

ক $\{1, 2, 3\}$ খ $\{1, 2, 3, 10\}$
গ $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ ঘ $\{1, 2, 3, 4, 5, 10\}$ **গ**

৬৭. A সেটের পূরক সেট, $A' = ?$ (মধ্যম) [সরকারি করোনেশন মাধ্যমিক বালিকা বিদ্যালয়, খুলনা]

ক $\{6, 7, 8, 9, 10\}$ খ $\{4, 5\}$
গ $\{6, 7, 8\}$ ঘ $\{4, 5, 6, 7, 8\}$ **ক**

৬৮. সার্বিক সেট, U কে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ করলে নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম) [সরকারি করোনেশন মাধ্যমিক বালিকা বিদ্যালয়, খুলনা]

ক $\{6, 7, 8, 9, 10\}$ খ $\{4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$
গ $\{1, 2, 3, 6, 7, 8, 9, 10\}$ ঘ $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ **ঘ**

★★★ সেটের সংযোগ | Text পৃষ্ঠা-৪

- দুই বা ততোধিক সেটের সকল সদস্য নিয়ে সংযোগ সেট গঠিত হয়। A ও B এর সংযোগ সেট: $A \cup B = \{x : x \in A$ অথবা $x \in B\}$

৬৯. Male ও Female শব্দ দুইটি দ্বারা গঠিত সেটদ্বয়ের সার্বিক সেট কোনটি? (সহজ)

ক {f e m a l}   খ {f, e, m, a, l}
গ {f, e, m, a, l, e}   ঘ f, e, m, a, l   **খ**

৭০. $U = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, A মৌলিক সংখ্যার সেট এবং B বিজোড় সংখ্যার সেট হলে, $A \cup B =$ কত? (কঠিন)

ক $\{2, 3, 5, 7, 9\}$ খ $\{2, 3, 5, 7\}$
গ $\{2, 3, 4, 7\}$ ঘ $\{2, 3, 7, 9\}$ **ক**

৭১. $U = A \cup B$ হলে —

i. $A \cup B \neq B \cup A$.
ii. $A' \subseteq U$.
iii. $B' \subseteq U$.

নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)

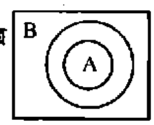
ক i ও ii   খ i ও iii   গ ii ও iii   ঘ i, ii ও iii   **গ**

৭২. সার্বিক সেট U এর যে কোন উপসেট A এবং $B = \phi$ এর জন্য — [রাজশাহী কলেজিয়েট স্কুল, রাজশাহী]

i. $A \cup A' = U$
ii. $A \cup B = A$
iii. $A \cup B = B$

নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)

ক i ও ii   খ i ও iii   গ ii ও iii   ঘ i, ii ও iii   **ক**

৭৩. A∪B এর ভেনচিত্র 

হলে —

i. $A \cup B \subseteq A$
ii. $A \cup B \subseteq B$
iii. $A \cup B \subset U$

নিচের কোনটি সঠিক? *(মধ্যম)*

ক i ও ii   খ i ও iii   গ ii ও iii   ঘ i, ii ও iii   **গ**

নিচের তথ্যের আলোকে (৭৪-৭৭) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

সার্বিক সেট, $U = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ এবং $A = \{x : x$ মৌলিক সংখ্যা$\}$ ও $B = \{x : x$ বিজোড় সংখ্যা$\}$ দুইটি সেট।

৭৪. A সেটটিকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ করলে নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ক $\{2, 3, 5, 7\}$ খ $\{2, 3, 5\}$
গ $\{2, 3, 4, 5, 7\}$ ঘ $\{3, 5, 7\}$ **ক**

৭৫. $A \cup B$ এর মান কত? (মধ্যম)

ক $\{4, 6, 8\}$ খ $\{2, 3, 5, 7, 9\}$
গ $\{3, 5, 7\}$ ঘ $\{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ **খ**

ব্যাখ্যা: $A = \{2, 3, 5, 7\}$, $B = \{3, 5, 7, 9\}$
$A \cup B = \{2, 3, 5, 7, 9\}$

৭৬. $A \cup B'$ এর মান নিচের কোনটি? (কঠিন) [ভি. জে সরকারি মাধ্যমিক বিদ্যালয়, চুয়াডাঙ্গা]

ক $\{2\}$ খ $\{2, 3, 5, 7\}$
গ $\{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ ঘ $\{2, 4, 6, 8\}$ **গ**

ব্যাখ্যা: $A = \{2, 3, 5, 7\}$
$B' = U - B = \{2, 4, 6, 8\}$
$A \cup B' = \{2, 3, 5, 7\} \cup \{2, 4, 6, 8\}$
$= \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$

৭৭. $(A \cup B)'$ এর মান নিচের কোনটি? (কঠিন) [ভি. জে সরকারি মাধ্যমিক বিদ্যালয়, চুয়াডাঙ্গা]

ক $\{4, 6, 8\}$ খ $\{2, 4, 6, 8\}$
গ $\{3, 5, 7\}$ ঘ $\{2, 4, 6, 8, 9\}$ **ক**

ব্যাখ্যা: $(A \cup B) = \{2, 3, 5, 7, 9\}$
$\therefore (A \cup B)' = U - (A \cup B) = \{4, 6, 8\}$

নিচের তথ্যের আলোকে (৭৮-৮০) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

$U = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, A মৌলিক সংখ্যা এবং B বিজোড় সংখ্যার সেট।

৭৮. B' এর মান তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ করলে কোনটি পাওয়া যাবে? (সহজ)

ক $\{2, 4, 6, 8\}$ খ $\{2, 5, 6, 8\}$
গ $\{2, 3, 5, 9\}$ ঘ $\{3, 5, 7, 9\}$ **ক**

www.bdniyog.com

৭৯. $A \cap B'$ = কত? (মধ্যম)
(ক) {2, 3} (খ) {7, 9} (গ) {2} (ঘ) {9} — (গ)

৮০. $(A \cup B)'$ = কত? (মধ্যম) [নাটোর সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, নাটোর]
(ক) {2, 3, 7} (খ) {4, 6, 8}
(গ) {1, 5, 9} (ঘ) {5, 7, 9} — (খ)

নিচের তথ্যের আলোকে (৮১-৮৩) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:
U = {x : 1 < x < 10}, A = {x : x মৌলিক সংখ্যা} এবং B = {x : x পূর্ণবর্গ সংখ্যা}

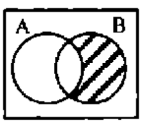
৮১. B এর মান তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ করলে কোনটি পাওয়া যায়? (মধ্যম)
(ক) {2, 4, 9} (খ) {1, 4, 9} (গ) {4, 9} (ঘ) {2, 4, 9} — (গ)

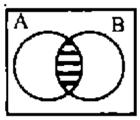
৮২. $A \cup B$ এর মান নিচের কোনটি? (মধ্যম)
(ক) {2, 3, 4, 5, 7, 9} (খ) {2, 3, 7, 9}
(গ) {2, 3, 4, 7, 9} (ঘ) {2, 3, 5, 7, 9} — (ক)

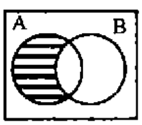
৮৩. A' এর মান কত? (সহজ)
(ক) {4, 6, 8, 9} (খ) {1, 2, 7}
(গ) {2, 3, 5, 7} (ঘ) {1, 4, 9} — (ক)

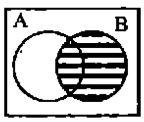
★★★ সেটের ছেদ | Text পৃষ্ঠা-৫

- দুই বা ততোধিক সেটের সাধারণ উপাদান দ্বারা ছেদ সেট গঠিত হয়। A ও B এর ছেদ সেট $A \cap B = \{x : x \in A$ এবং $x \in B\}$

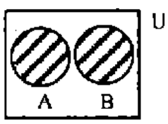
৮৪. নিচের কোন গাঢ় অংশ $A' \cap B$ এর মান প্রকাশ করে? (সহজ)
(ক) 

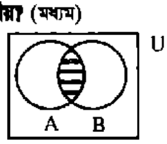
(খ) 

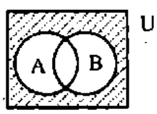
(গ) 

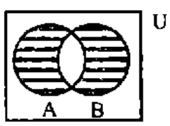
(ঘ) 

— (ক)

৮৫. $A' \cap B'$ নিচের কোন চিত্র দ্বারা প্রকাশ পায়? (মধ্যম)
(ক) 

(খ) 

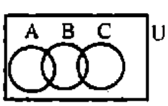
(গ) 

(ঘ) 

— (গ)

৮৬. $x \in A \cap B$ হলে —
i. $x \in A$.
ii. $x \in B$.
iii. $x \in A$ এবং $x \in B$.
নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)
(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii — (ঘ)

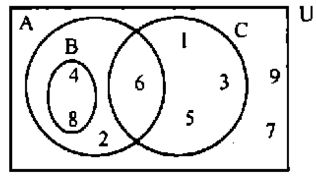
৮৭. A ও B সেটদ্বয় নিশ্ছেদ হবে যদি —
i. $A \cap B = \phi$ হয়।
ii. $B \cap A = \phi$ হয়।
iii. $A = \phi$ এবং $B = \phi$ হয়।
নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)
(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii — (খ)

৮৮. 

ভেনচিত্রে—
i. $A \cup B \cup C \subseteq U$
ii. $A \cap B \cap C = \{\ \}$
iii. $A \cup (B \cap C) = \{\ \}$
নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)
(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii — (ক)

৮৯. যেকোনো সেট A এর ক্ষেত্রে —
i. $A \cup A' = U$.
ii. $A \cap A' = \phi$.
iii. $A \subset A'$.
নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)
(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii — (ক)

নিচের ভেনচিত্রের আলোকে (৯০-৯৩) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:



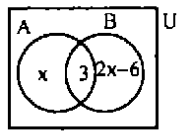
৯০. $A \cap B$ এর মান নিচের কোনটি? (সহজ)
(ক) {2, 4, 8} (খ) {4, 8} (গ) {2} (ঘ) {6} — (খ)

৯১. $A \cap B'$ এর মান কোনটির সমান? (মধ্যম)
(ক) A (খ) $A \cap B$ (গ) B (ঘ) $A \cup B$ — (ক)

৯২. B ও C পরস্পর কোন ধরনের সেট? (মধ্যম)
(ক) সেট (খ) সংযোগ (গ) নিশ্ছেদ (ঘ) সার্বিক — (গ)

৯৩. $(B \cap C)'$ এর মান কোনটির সমান? (কঠিন)
(ক) U (খ) $B \cup C$ (গ) $B \setminus C$ (ঘ) $B \cup A \cup C$ — (ক)

নিচের তথ্যের আলোকে (৯৪-৯৬) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:



এবং $n(A) = n(A' \cap B)$

৯৪. x এর মান কত? (কঠিন)
(ক) 12 (খ) 9 (গ) 6 (ঘ) 3 — (খ)

ব্যাখ্যা : দেওয়া আছে, $n(A) = n(A' \cap B)$
বা, $x + 3 = 2x - 6$
বা, $2x - x = 6 + 3$.
$\therefore x = 9$.

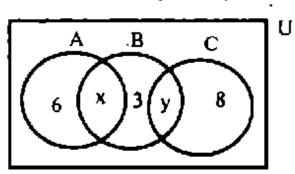
৯৫. n (A) এর মান কত? (কঠিন)
(ক) 15 (খ) 12 (গ) 9 (ঘ) 6 — (খ)

ব্যাখ্যা : $n(A) = x + 3 = 9 + 3 = 12$

৯৬. $n(A' \cap B)$ এর মান কত? (কঠিন)
(ক) 9 (খ) 12 (গ) 15 (ঘ) 18 — (খ)

ব্যাখ্যা : $n(A' \cap B) = 2x - 6 = 2 \times 9 - 6 = 12$

নিচের ভেনচিত্রের আলোকে (৯৭-৯৯) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:



৯৭. $n(B) = n(C)$ হলে x এর মান কত? (সহজ)
(ক) 5 (খ) 4 (গ) 3 (ঘ) 2 — (ক)

৯৮. $n(B \cap C) = n(A \cup B')$ হলে y এর মান কোনটি? (মধ্যম)
(ক) 4 (খ) 5 (গ) 6 (ঘ) 7 — (গ)

৯৯. n(U) এর মান কোনটি? (কঠিন)
(ক) 24 (খ) 28 (গ) 42 (ঘ) 82 — (খ)

ব্যাখ্যা: $n(U) = 6 + x + 3 + y + 8 = 6 + 5 + 3 + 6 + 8 = 28$

★★★ সেট প্রক্রিয়ার ধর্মাবলি | Text পৃষ্ঠা-৯

- সংযোগ সেটের বিনিময় বিধি $A \cup B = B \cup A$ ছেদ সেটের বিনিময় বিধি $A \cap B = B \cap A$.
- সংযোগ সেটের সহযোজন নিয়ম $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$। ছেদ সেটের $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$.
- $A \cup A = A, A \cup U = U, A \cup \phi = A$
- $A \subset B$ হলে $A \cup B = B$ এবং $B \subset A$ হলে $A \cup B = A$.
- সংযোগ সেটের বন্টন নিয়ম $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$। ছেদ সেটের $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$.
- সার্বিক সেট U এর যেকোন উপসেট A ও B এর জন্য দ্যা মরগ্যানের সূত্র $(A \cup B)' = A' \cap B'$, $(A \cap B)' = A' \cup B'$
- $A \backslash B = A \cap B'$

১০০. ছেদ প্রক্রিয়ার বিনিময় বিধি নিচের কোনটি? (মধ্যম)

ক $A \cap B = B \cap A$ খ $B \cup A = A \cup B$
গ $A' \cap B'$ ঘ $A \cap B = A \cap B'$ **ক**

১০১. A, B যে কোন দুইটি সেটের জন্য নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম) [রাজশাহী কলেজিয়েট স্কুল, রাজশাহী]; [নবাবগঞ্জ সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, চাপাইনবাবগঞ্জ]

ক $(A \cup B)' = A' \cap B'$ খ $(A \cup B)' = A \cup B$
গ $(A \cup B)' = B' \cup A'$ ঘ $A' \cap B = A \cap B'$ **ক**

১০২. $A \cup (B \cap C) = ?$ (মধ্যম)

ক $(B \cap B) \cap C$ খ $(A \cap B) \cup (A \cap C)$
গ $A \cup B \cap C$ ঘ $(A \cup B) \cap (A \cup C)$ **ঘ**

১০৩. $A \cap (B \cup C)$ সমান কোনটি? (মধ্যম) [ভি. জে সরকারি মাধ্যমিক বিদ্যালয়, চুয়াডাঙ্গা]

ক $(A \cap B) \cup C$ খ $(A \cup B) \cap (A \cup C)$
গ $(A \cap B) \cup (A \cap C)$ ঘ $A \cup (B \cap C)$ **গ**

১০৪. $(A \cap B)' = ?$ (মধ্যম)

ক $A' \cup B'$ খ ϕ গ $A' \cap B'$ ঘ U **ক**

১০৫. $A \times (B \cap C) = ?$ (মধ্যম)

ক $(A \times B) \cap C$ খ $(A \times B) \cap (A \times C)$
গ $(A \times B) \cup C$ ঘ $(A \times B) \cup (A \times C)$ **খ**

১০৬. সার্বিক সেট U এর যেকোনো উপসেট A ও B এর জন্য — [নওগাঁ সরকারি উচ্চ বালিকা বিদ্যালয়, নওগাঁ]

i. $(A \cup B)' = A' \cap B'$.
ii. $(A \cap B)' = A' \cup B'$.
iii. $(A \cup B)' \subset A' \cap B'$.

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **ঘ**

১০৭. U এর যেকোনো উপসেট A ও B এর জন্য —

i. $A \backslash B \subset A \cap B'$
ii. $A \cap B' = A \backslash B$
iii. $A \backslash B \neq A \cap B'$

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **ক**

১০৮. A ও B যেকোনো দুটি সেট হলে— [ভি. জে সরকারি মাধ্যমিক বিদ্যালয়, চুয়াডাঙ্গা]

i. $A \cup B = B \cup A$
ii. $A \cup B = B \cap A$
iii. এরা সেটের সংযোগ ও সেটের বিনিময় বিধি মেনে চলবে।

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **খ**

ব্যাখ্যা : $A \cup B = B \cup A$ হল সংযোগ সেটের বিনিময় বিধি। যা যে কোন সেটদ্বয়ের জন্য সত্য।

১০৯. A = B হবে যদি এবং কেবল যদি —

i. $A \subset B$ হয়।
ii. $B = A$ হয়।
iii. $A \subset B$ এবং $B \subset A$ হয়।

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **গ**

১১০. A = {a, b}, B = {c, d}, U এর উপসেট হলে —

i. $A' = B$.
ii. $B' = A$.
iii. $A \cup B = U$.

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **ঘ**

১১১. A ও B দুটি সেট হলে— [রাজশাহী কলেজিয়েট স্কুল, রাজশাহী]

i. $A \times B \neq B \times A$
ii. $A \times B = \{(x, y) : x \in A, y \in B\}$
iii. $A \times A = A$

নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **ক**

নিচের তথ্যের আলোকে (১১২-১১৪) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

সার্বিক সেট, U = {1, 2, 3, 4, 5, 6} এবং A = {x : x, 3 এর গুণিতক}, B = {2, 5} যেকোনো দুটি সেট।

১১২. নিচের কোনটি A সেট? (মধ্যম)

ক {1, 3, 6} খ {1, 2}
গ {3, 6} ঘ {1, 2, 4, 5} **গ**

ব্যাখ্যা : সার্বিক সেট U এর অন্তর্গত 3 এর গুণিতক 3 ও 6
$\therefore A = \{3, 6\}$

১১৩. $A \backslash B$ সমান নিচের কোনটি? (মধ্যম)

ক {3, 6} খ {1, 4} গ {2, 5} ঘ { } **ক**

ব্যাখ্যা : $A \backslash B = \{3, 6\} - \{2, 5\} = \{3, 6\}$

১১৪. $A \times B = ?$ (মধ্যম)

ক {(3, 6), (2, 5)} খ {(2, 5), (3, 6)}
গ {(2, 3), (2, 6), (5, 3), (5, 6)} ঘ {(3, 2), (3, 5), (6, 2), (6, 5)} **ঘ**

★★★ সমতুল ও অসীম সেট | Text পৃষ্ঠা-১৫

- একটি সেটের প্রতিটি উপাদানের সাথে অপর সেটের একটি ও কেবল একটি উপাদানের মিল স্থাপন করা গেলে সেটদ্বয় এক-এক মিল সম্পন্ন।
- দুইটি সেটের এক-এক মিল থাকলে সেট দুইটি সমতুল সেট। A ও B দুইটি সেট সমতুল হলে $A \sim B$ দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

১১৫. নিচের কোনটি সমতুল সেটের উদাহরণ? (কঠিন)

ক জোড় সংখ্যা ও বিজোড় সংখ্যা
খ বাস্তব সংখ্যা ও ধনাত্মক সংখ্যা
গ মৌলিক সংখ্যা ও বাস্তব সংখ্যা
ঘ ধনাত্মক সংখ্যা ও মূলদ সংখ্যা **ক**

১১৬. নিচের কোন সেটটিতে এক-এক মিল বিদ্যমান? (কঠিন)

ক স্বাভাবিক সংখ্যা ও জোড় সংখ্যা
খ মূলদ সংখ্যা ও অমূলদ সংখ্যা
গ বাস্তব সংখ্যা ও স্বাভাবিক সংখ্যা
ঘ মৌলিক সংখ্যা ও জোড় সংখ্যা **ক**

১১৭. A = {1, 2, 3}, B = {a, b, c} হলে নিচের কোনটি সত্য? (মধ্যম)

ক $A \sim \varnothing$ খ $A \sim B$ গ $A = B$ ঘ $B = A$ **খ**

১১৮. $S = \{3^n : n = 0$ অথবা $n \in \mathbb{N}\}$ সেটটি নিচের কোনটির সমতুল? (মধ্যম)

ক $\mathbb{N}$ খ $\mathbb{R}$ গ $\mathbb{Z}$ ঘ $\mathbb{Q}$ **ক**

১১৯. স্বাভাবিক সংখ্যার সেট $\mathbb{N}$ এবং জোড় সংখ্যার সেট A এবং $\mathbb{N}$ ও A সমতুল সেট হলে—

i. $\mathbb{N}$ ও A সেটদ্বয়ের মধ্যে এক-এক মিল রয়েছে
ii. $\mathbb{N} \sim A$
iii. $n \in \mathbb{N}$ হলে $n \leftrightarrow 2n$

নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **ঘ**

www.bdniyog.com

নিচের তথ্যের আলোকে (১২০-১২২) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:
{A = স্বাভাবিক সংখ্যার সেট}, B = {বিজোড় সংখ্যার সেট}

১২০. নিচের কোনটি সত্য? (সহজ)
ক A = B খ B = A গ A ↔ B ঘ A ∪ B = ϕ গ

১২১. A ও B এর ক্ষেত্রে কোন সম্পর্কটি সত্য? (মধ্যম)
ক A ~ B খ A ∪ A = B
গ A ∪ B = B ঘ A ⊂ B ক

১২২. নিচের কোন সম্পর্কটি সত্য? (কঠিন)
ক A ∪ B = B খ A ∩ B = A
গ A ∪ B = A ঘ A = B গ

★★ সান্ত ও অনন্ত সেট | Text পৃষ্ঠা-১৭

- সান্ত সেটের সদস্য সংখ্যা নির্দিষ্ট কিন্তু অনন্ত সেটের সদস্য সংখ্যা অসীম। ফাঁকা সেট সান্ত সেট।
- A অনন্ত সেট হবে যদি ও কেবল যদি A এবং A এর একটি প্রকৃত উপসেট সমতুল হয়।
- A ও B সান্তসেটদ্বয়ের ক্ষেত্রে n(A ∪ B) = n(A) + n(B) − n(A ∩ B)
- যদি A ও B পরস্পর নিশ্ছেদ সেট হয়, তবে n(A ∪ B) = n(A) + n(B).

১২৩. নিচের কোনটি সান্ত সেট? (সহজ)
ক মৌলিক সংখ্যার সেট খ { }
গ ℕ ঘ {2, 3, ..., n, ...} খ

ব্যাখ্যা : ফাঁকা সেট সান্ত সেট, যার সদস্য সংখ্যা 0.

১২৪. A = {a, b, c}, B = {b, c, d} হলে n(A ∪ B) এর মান কোনটি? (সহজ)
ক 5 খ 4 গ 3 ঘ 2 খ

১২৫. A = {1, 2}, B = {3, 4} এবং C = {5, 6} হলে n(A ∪ B ∪ C) কত? (মধ্যম)
ক 6 খ 7 গ 8 ঘ 9 ক

১২৬. A একটি সান্ত সেট এবং A ও B সমতুল সেট হলে—
i. B সেট একটি সান্ত সেট হবে
ii. B সেটের সদস্য সংখ্যা n(B)
iii. n (A) = n(B)
নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)
ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii ঘ

১২৭. A একটি অনন্ত সেট হলে—
i. A এবং A এর একটি প্রকৃত উপসেট সমতুল হবে
ii. A এর অসীম সংখ্যক সদস্য রয়েছে
iii. A এর সদস্য সংখ্যা n (A)
নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)
ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii ক

১২৮. A = {p}, B = {q} হলে —
i. n(A) > 0.
ii. n(B) > 0.
iii. n(A ∪ B) = n(A) + n(B)
নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)
ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii ঘ

নিচের তথ্যের আলোকে (১২৯-১৩১) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:
A = {a, b}, B = {1, 2} এবং C = {p, q} তিনটি সেট।

১২৯. A ও B সেটের জন্য কোনটি সত্য? (সহজ)
ক n(A ∪ B) = n(A) + n(B) খ n(A ∪ B) = n(A ∩ B)
গ n(A ∪ B) = n(A) + n(B′) ঘ n(A) − n(B) = n(A∪B) ক

১৩০. B ও C এর জন্য কোন সম্পর্কটি সত্য? (মধ্যম)
ক n(B) + n(C) = n(B ∩ C) খ n(B) < 0
গ n(B) = n(C) ঘ n(B ∩ C) < 0) গ

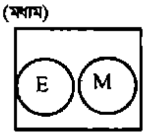
১৩১. n(A ∪ B ∪ C) এর মান কোনটির সমান? (মধ্যম)
ক n(A) + n(C) খ n(A ∪ B) + (C)
গ n(A ∪ B) + n(A ∪ C) ঘ n(A ∪ B ∩ C) খ

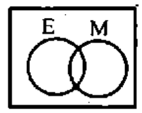
★★★ বাস্তব সমস্যা সমাধানে সেট | Text পৃষ্ঠা-২০

- সেটের বিভিন্ন প্রক্রিয়া এবং ভেনচিত্রের মাধ্যমে বাস্তব সংখ্যার সমাধান করা যায়।

নিচের তথ্যের আলোকে (১৩২-১৩৫) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:
50 জন ছাত্রের মধ্যে 35 জন ইংরেজি এবং 25 জন গণিতে পাশ করেছে। দুইটি বিষয়ের অন্তত একটি বিষয়ে পাশ করেছে 45 জন।

১৩২. তথ্যের আলোকে ভেনচিত্র নিচের কোনটি? (মধ্যম)
ক

খ 

গ 

ঘ

গ

১৩৩. উভয় বিষয়ে ফেল করেছে কতজন?(কঠিন)
ক 5 খ 15 গ 20 ঘ 25 ক

ব্যাখ্যা : দুইটি বিষয়ের অন্তত একটি বিষয়ে পাশ করেছে,
n (E ∪ M) = 45 এবং ছাত্র সংখ্যা, U = 50 জন
∴ উভয় বিষয়ে ফেল করেছে = U − n (E ∪ M)
= 50 − 45 = 5 জন.

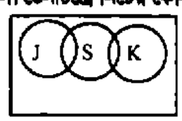
১৩৪. উভয় বিষয়ে পাশ করেছে কত জন? (কঠিন)
ক 5 খ 10 গ 15 ঘ 20 গ

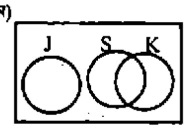
ব্যাখ্যা : n(E ∪ M) = n (E) + n (M) − n(E ∩ M).
বা, n (E ∩ M) = n (E) + n (M) − n (E ∪ M).
= 35 + 25 − 45 = 15

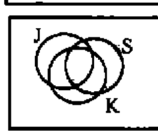
১৩৫. শুধু গণিতে পাশ করেছে কত জন? (কঠিন)
ক 5 খ 10 গ 15 ঘ 20. খ

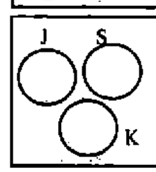
ব্যাখ্যা: শুধু গণিতে পাশ করেছে, n(M/E) = n(M) − n(E ∩ M)
= 25 − 15 = 10

নিচের তথ্যের আলোকে (১৩৬-১৩৭) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:
একটি প্রতিযোগীতায় 35 জন প্রতিযোগীর প্রত্যেকে দৌড় (J), সাঁতার (S) ও কাবাডির (K) যে কোন একটিতে অংশগ্রহণ করে। তাদের 15 জন দৌড়, 4 জন সাঁতার ও কাবাডি, 2 জন শুধু দৌড়, 7 জন সাঁতারে ও দৌড়ে অংশগ্রহণ করে।

১৩৬. তথ্যগুলো ভেনচিত্রে নিচের কোনটি? (কঠিন)
ক 

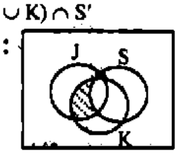
খ 

গ 

ঘ 

গ

১৩৭. দৌড় ও কাবাডিতে অংশগ্রহণ করে কিন্তু সাঁতারে নয়। সেটের মাধ্যমে প্রকাশ করলে নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)
ক (J ∩ K) ∪ S′ খ (J ∪ K) ∩ S
গ (J ∪ K) ∩ S′ ঘ (J ∩ K) ∩ S′ গ

ব্যাখ্যা : 

শ্রেণির কাজের ওপর সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

প্রশ্ন ▶ ১ $U = \{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, $A = \{x : x$ মৌলিক সংখ্যা $\}$ এবং $B = \{x : x$ জোড় সংখ্যা$\}$ *◀ কাজ; পৃষ্ঠা-৯*

ক. ভেনচিত্রের সাহায্যে সেট A এবং $A \cap B$ এর উপাদানগুলোর তালিকা তৈরি কর। ২

খ. দেখাও যে, $A' \cap B' = \{9\}$ ৪

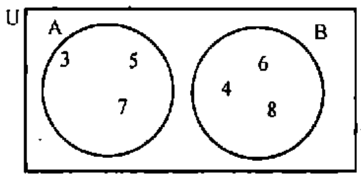
গ. $n(A' \cup B') = n(A') + n(B') - n(A' \cap B')$ এর সত্যতা যাচাই কর। ৪

১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $U = \{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

$A = \{x : x$ মৌলিক সংখ্যা$\} = \{3, 5, 7\}$

$B = \{x : x$ জোড় সংখ্যা$\} = \{4, 6, 8\}$



ভেনচিত্র থেকে $A = \{3, 5, 7\}$ এবং $A \cap B = \phi$

খ দেওয়া আছে, $U = \{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

$A = \{x : x$ মৌলিক সংখ্যা$\} = \{3, 5, 7\}$

$B = \{x : x$ জোড় সংখ্যা$\} = \{4, 6, 8\}$

$A' = U - A = \{4, 6, 8, 9\}$

এবং $B' = U - B = \{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\} - \{4, 6, 8\}$

$= \{3, 5, 7, 9\}$

$A' \cap B' = \{4, 6, 8, 9\} \cap \{3, 5, 7, 9\} = \{9\}$ **(দেখানো হলো)**

গ 'খ' হতে, $A' = \{4, 6, 8, 9\}$ ও $B' = \{3, 5, 7, 9\}$

সুতরাং $A' \cup B' = \{4, 6, 8, 9\} \cup \{3, 5, 7, 9\}$

$= \{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

$\therefore n(A' \cup B') = 7$

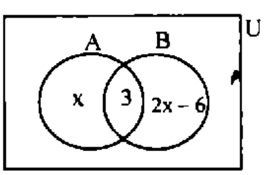
এখন, $n(A') = 4$ এবং $n(B') = 4$

'খ' হতে $n(A' \cap B') = 1$

সুতরাং $n(A') + n(B') - n(A' \cap B') = 4 + 4 - 1 = 7$

$\therefore$ $n(A' \cup B') = n(A') + n(B') - n(A' \cap B')$ এর সত্যতা যাচাই হলো।

প্রশ্ন ▶ ২ ভেনচিত্রে A ও B সেটের উপাদানগুলো দেখানো হলো। দেওয়া আছে, $n(A) = n(A' \cap B)$ *◀ কাজ; পৃষ্ঠা-৯*



ক. $n(A' \cap B)$ এর মান x মাধ্যমে নির্ণয় কর। ২

খ. x, n(A) ও n(B) এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$। ৪

২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক চিত্র হতে, $n(U) = x + 3 + 2x - 6 = 3x - 3$

$n(A) = x + 3$

$n(A' \cap B) = 2x - 6$

খ প্রশ্নমতে, $n(A) = n(A' \cap B)$

বা, $x + 3 = 2x - 6$

বা, $2x - x = 3 + 6$

$\therefore$ $x = 9$ **(Ans.)**

$n(A) = x + 3 = 9 + 3$

$= 12$ (Ans.)

এবং $n(B) = 3 + 2x - 6$

$= 3 + 2.9 - 6$

$= 3 + 18 - 6$

$= 15$ **(Ans.)**

গ বামপক্ষ $= n(A \cup B) = x + 3 + 2x - 6$

$= 3x - 3$

$= 3 \times 9 - 3$

$= 27 - 3$

$= 24$

এবং $n(A \cap B) = 3$

$\therefore$ ডানপক্ষ $= n(A) + n(B) - n(A \cap B)$

$= 12 + 15 - 3 = 24$ ['খ' হতে]

$\therefore$ $m(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$ **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▶ ৩ $U = \{p, q, r, s, t, u, v, w\}$, $A = \{p, q, r, s\}$, $B = \{r, s, t\}$ এবং $C = \{s, t, u, v, w\}$ *◀ কাজ; পৃষ্ঠা-৯*

ক. B' ও $A \cup B$ এর উপাদানগুলোর তালিকা তৈরি কর। ২

খ. দেখাও যে, $(A \cup B)' = (C - B) - C'$ ৪

গ. $(A \cap B') \cup C$ কে ভেনচিত্রে গাঢ় করে দেখাও। ৪

৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক $B' = U - B$

$= \{p, q, r, s, t, u, v, w\} - \{r, s, t\}$

$= \{p, q, u, v, w\}$ **(Ans.)**

$A \cup B = \{p, q, r, s\} \cup \{r, s, t\}$

$= \{p, q, r, s, t\}$ **(Ans.)**

খ বামপক্ষ $= (A \cup B)' = U - (A \cup B)$

$= \{p, q, r, s, t, u, v, w\} - \{p, q, r, s, t\}$

$= \{u, v, w\}$

আবার, $(C - B)$

$= \{s, t, u, v, w\} - \{r, s, t\})$

$= \{u, v, w\}$

এবং $C' = U - C$

$= \{p, q, r, s, t, u, v, w\} - \{s, t, u, v, w\}$

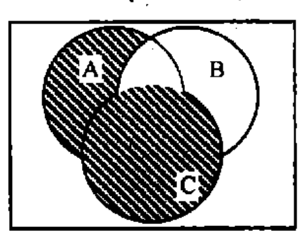
$= \{p, q, r\}$

$\therefore$ ডানপক্ষ $= (C - B) - C' = \{u, v, w\} - \{p, q, r\}$

$= \{u, v, w\}$

$\therefore$ $(A \cup B)' = (C - B) - C'$. **(দেখানো হলো)**

গ



ভেনচিত্রে গাঢ় চিহ্নিত অংশ দ্বারা $(A \cap B') \cup C$ বোঝানো হয়েছে।

www.bdniyog.com

প্রশ্ন ▶ ৪ $A = \{x : x$ **পূর্ণসংখ্যা,** $-2 \le x < 1\}$
এবং $B = \{x : x$ **মৌলিক সংখ্যা,** $24 \le x \le 28\}$ *◀ কাজ; পৃষ্ঠা-১১*

ক. A ও B সেটকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ কর। ২
খ. দেখাও যে, $A \subseteq (A \cup B)$ এবং $B \subseteq (A \cup B)$। ৪
গ. A ও B দ্বারা গঠিত সার্বিক সেটের ক্ষেত্রে দেখাও যে, $A \subseteq B'$ ৪

৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক এখানে, $A = \{-2, -1, 0\}$ এবং $B = \{\ \}$

খ এখন, $A \cup B = \{-2, -1, 0\} \cup \{\ \}$ ['ক' হতে]
$= \{-2, -1, 0\}$
উপসেটের সংজ্ঞানুসারে, $\{-2, -1, 0\} \subset \{-2, -1, 0\}$
$\therefore A \subseteq (A \cup B)$ **(দেখানো হলো)**
আবার, $\{\ \} \subset \{-2, -1, 0\}$
$\therefore B \subseteq (A \cup B)$ **(দেখানো হলো)**

গ $A = \{-2, -1, 0\}$
$B = \{\ \}$ ['ক' হতে]
এবং $U = A \cup B = \{-2, -1, 0\}$ ['খ' হতে]
আবার, $B' = U - B$
$= \{-2, -1, 0\} - \{\ \}$
$= \{-2, -1, 0\}$
উপসেটের সংজ্ঞানুসারে, $\{-2, -1, 0\} \subseteq \{-2, -1, 0\}$
$\therefore A \subseteq B'$ **(দেখানো হলো)**

প্রশ্ন ▶ ৫ $A = \{2, 3, 5\}, B = \{a, b, c\}, C = \{2, 3, 5, 7\}$ **এবং** $D = \{a, b, c, d\}$ **চারটি সেট।** [মাতৃপীঠ সরকারী বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, চাঁদপুর] *◀ কাজ; পৃষ্ঠা-১২*

ক. $B \cup D$ নির্ণয় কর। ২
খ. প্রমাণ কর: $(A \cup B) \subset (C \cup D)$ ৪
গ. প্রমাণ কর : $A \cap (B \cup D) = (A \cap B) \cup (A \cap D)$ ৪

৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $B = \{a, b, c\}$
এবং $D = \{a, b, c, d\}$
$\therefore B \cup D = \{a, b, c\} \cup \{a, b, c, d\}$
$= \{a, b, c, d\}$

খ দেওয়া আছে, $A = \{2, 3, 5\}, B = \{a, b, c\}$,
$C = \{2, 3, 5, 7\}$ এবং $D = \{a, b, c, d\}$
$A \cup B = \{2, 3, 5\} \cup \{a, b, c\}$
$= \{2, 3, 5, a, b, c\}$
$C \cup D = \{2, 3, 5, 7\} \cup \{a, b, c, d\}$
$= \{2, 3, 5, 7, a, b, c, d\}$
$\therefore (A \cup B) \subset (C \cup D)$ **(প্রমাণিত)**

গ দেওয়া আছে, $A = \{2, 3, 5\}$
$B = \{a, b, c\}$
$D = \{a, b, c, d\}$
$\therefore A \cap B = \{2, 3, 5\} \cap \{a, b, c\}$
$= \phi$
এবং $A \cap D = \{2, 3, 5\} \cap \{a, b, c, d\}$
$= \phi$
$\therefore$ বামপক্ষ $= A \cap (B \cup D)$
$= \{2, 3, 5\} \cap \{a, b, c, d\}$ [মান বসিয়ে]
$= \phi$
ডানপক্ষ $= (A \cap B) \cup (A \cap D)$
$= \phi \cup \phi$
$= \phi$
$\therefore A \cap (B \cup D) = (A \cap B) \cup (A \cap D)$ **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▶ ৬ $A = \{1, 2, 3, 6\}, B = \{2, 3, 4, 5\}$ **এবং** $C = \{3, 5, 6, 7\}$ **।** *◀ কাজ; পৃষ্ঠা-১২*

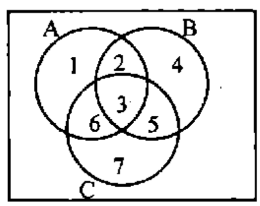
ক. $A \cup B$ এবং $A \cup C$ নির্ণয় কর। ২
খ. $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$ প্রমাণ কর। ৪
গ. প্রমাণটি ভেনচিত্রের মাধ্যমে দেখাও। ৪

৬ নং প্রশ্নের সমাধান

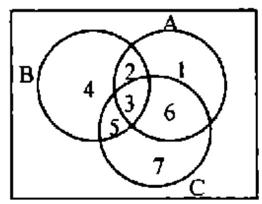
ক দেওয়া আছে, $A = \{1, 2, 3, 6\}$
$B = \{2, 3, 4, 5\}$
এবং $C = \{3, 5, 6, 7\}$
$\therefore A \cup B = \{1, 2, 3, 6\} \cup \{2, 3, 4, 5\}$
$= \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
এবং $A \cup C = \{1, 2, 3, 6\} \cup \{3, 5, 6, 7\}$
$= \{1, 2, 3, 5, 6, 7\}$

খ দেওয়া আছে, $A = \{1, 2, 3, 6\}$
$B = \{2, 3, 4, 5\}$
$C = \{3, 5, 6, 7\}$
$\therefore A \cup B = \{1, 2, 3, 6\} \cup \{2, 3, 4, 5\}$
$= \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
$A \cup C = \{1, 2, 3, 6\} \cup \{3, 5, 6, 7\}$
$= \{1, 2, 3, 5, 6, 7\}$
$B \cap C = \{2, 3, 4, 5\} \cap \{3, 5, 6, 7\}$
$= \{3, 5\}$
এখন, $A \cup (B \cap C) = \{1, 2, 3, 6\} \cup \{3, 5\}$
$= \{1, 2, 3, 5, 6\}$
এবং $(A \cup B) \cap (A \cup C) = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \cap \{1, 2, 3, 5, 6, 7\}$
$= \{1, 2, 3, 5, 6\}$
$\therefore A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$ **(প্রমাণিত)**

গ প্রমাণটি ভেনচিত্রের মাধ্যমে দেখানো হলো-



$A \cup (B \cap C)$



$(A \cup B) \cap (A \cup C)$

প্রশ্ন ▶ ৭ **A ও B সেটের সার্বিক সেট U।** *◀ কাজ; পৃষ্ঠা-১৪ ও ১৫*

ক. $A \subset B$ হলে দেখাও যে, $A \cup B = B$ ২
খ. দেখাও যে, $A' \backslash B' = B \backslash A$ ৪
গ. দেখাও যে, $(A \cap B)' = A' \cup B'$ ৪

৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক ধরি, $x \in A \cup B$
তাহলে, $x \in A$ অথবা $x \in B$
$\because A \cup B \subset B$
আবার, ধরি, $x \in B$
তাহলে, $x \in B$ অথবা $x \in A$ [$\because A \subset B$]
$\Rightarrow x \in A \cup B$
$\because B \subset A \cup B$
$\therefore A \cup B = B$
$\therefore A \subset B$ হবে যদি এবং কেবল যদি $A \cup B = B$ **(দেখানো হলো)**

খ ধরি, $x \in A' \backslash B'$
তাহলে, $x \in A'$ এবং $x \notin B'$
$\Rightarrow x \notin A$ এবং $x \in B$
$\Rightarrow x \in B$ এবং $x \notin A$
$\Rightarrow x \in B \backslash A$
$\therefore A' \backslash B' \subset B \backslash A$

www.bdniyog.com

আবার ধরি, $x \in B \setminus A$

তাহলে, $x \in B$ এবং $x \notin A$

$\Rightarrow x \notin B'$ এবং $x \in A'$

$\Rightarrow x \in A'$ এবং $x \notin B'$

$\therefore x \in A' \setminus B'$

$\therefore B \setminus A \subset A' \setminus B'$

$\therefore A' \setminus B' = B \setminus A$ **(দেখানো হলো)**

গ ধরি, $x \in (A \cap B)'$

তাহলে, $x \notin (A \cap B)$

$\Rightarrow x \notin A$ অথবা $x \notin B$

$\Rightarrow x \in A'$ অথবা $x \in B'$

$\Rightarrow x \in A' \cup B'$

$(A \cap B)' \subset A' \cup B'$

আবার ধরি, $x \in A' \cup B'$

$\Rightarrow x \in A'$ অথবা $x \in B'$

$\Rightarrow x \notin A$ অথবা $x \notin B$

$\Rightarrow x \notin A \cap B$

$\Rightarrow x \in (A \cap B)'$

$\therefore A' \cup B' \subset (A \cap B)'$

$\therefore (A \cap B)' = A' \cup B'$ **(দেখানো হলো)**

প্রশ্ন ▶ ৮ সার্বিক সেট U এর তিনটি উপসেট A, B ও C। *◀ কাজ; পৃষ্ঠা-১৪ ও ১৫*

ক. $A \subset B$ হলে দেখাও যে, $B \cup A' = U$ ২

খ. দেখাও যে, $(A \cup B \cup C)' = A' \cap B' \cap C'$ ৪

গ. দেখাও যে, $(A \cap B \cap C)' = A' \cup B' \cup C'$ ৪

৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক ধরি, $x \in B \cup A'$

তাহলে, $x \in B$ অথবা $x \in A'$

$\Rightarrow x \in B$ অথবা $x \in B'$ $[\because B' \subset A']$

$\Rightarrow x \in B \cup B'$

$\Rightarrow x \in U$

$\therefore B \cup A' \subset U$

আবার, ধরি, $x \in U$

তাহলে, $x \in B \cup B'$

$\Rightarrow x \in B$ অথবা $x \in B'$

$\Rightarrow x \in B$ অথবা $x \in A'$ $[\because B' \subset A']$

$\Rightarrow x \in B \cup A'$

$\therefore U \subset B \cup A'$

$\therefore B \cup A' = U$

$\therefore A \subset B$ হবে যদি এবং কেবল যদি $B \cup A' = U$ হয়।

(দেখানো হলো)

খ ধরি, $x \in (A \cup B \cup C)'$

তাহলে, $x \notin (A \cup B \cup C)$

$\Rightarrow x \notin A$ এবং $x \notin B$ এবং $x \notin C$

$\Rightarrow x \in A'$ এবং $x \in B'$ এবং $x \in C'$

$\Rightarrow x \in (A' \cap B' \cap C')$

$(A \cup B \cup C)' \subset (A' \cap B' \cap C')$

আবার ধরি, $x \in A' \cap B' \cap C'$

তাহলে, $x \in A'$ এবং $x \in B'$ এবং $x \in C'$

$\Rightarrow x \notin A$ এবং $x \notin B$ এবং $x \notin C$

$\Rightarrow x \notin (A \cup B \cup C)$

$\Rightarrow x \in (A \cup B \cup C)'$

$A' \cap B' \cap C' \subset (A \cup B \cup C)'$

$(A \cup B \cup C)' = A' \cap B' \cap C'$ **(দেখানো হলো)**

গ ধরি, $x \in (A \cap B \cap C)'$

তাহলে, $x \notin (A \cap B \cap C)$

$\Rightarrow x \notin A$ অথবা $x \notin B$ অথবা $x \notin C$

$\Rightarrow x \in A'$ অথবা $x \in B'$ অথবা $x \in C'$

$\Rightarrow x \in (A' \cup B' \cup C')$

$\therefore (A \cap B \cap C)' \subset (A' \cup B' \cup C')$

আবার ধরি, $x' \in A' \cup B' \cup C'$

তাহলে, $x \in A'$ অথবা $x \in B'$ অথবা $x \in C'$

$\Rightarrow x \notin A$ অথবা $x \notin B$ অথবা $x \notin C$

$\Rightarrow x \notin (A \cap B \cap C)$

$\Rightarrow x \in (A \cap B \cap C)'$

$\therefore (A' \cup B' \cup C') \subset (A \cap B \cap C)'$

$\therefore (A \cap B \cap C)' = A' \cup B' \cup C'$ **(দেখানো হলো)**

প্রশ্ন ▶ ৯ সকল বিজোড় স্বাভাবিক সংখ্যার সেট A হলো স্বাভাবিক সংখ্যার সেট ℕ এর একটি প্রকৃত উপসেট। *◀ কাজ; পৃষ্ঠা-১ ও ১৯*

ক. তালিকা পদ্ধতিতে A ও ℕ কে প্রকাশ কর। ২

খ. দেখাও যে, $S = \{3^n : n = 0$ অথবা $n \in \mathbb{N}\}$ সেটটি ℕ এর সমতুল। ৪

গ. প্রমাণ কর যে, A একটি অনন্ত সেট। ৪

৯ নং প্রশ্নের সমাধান

ক তালিকা পদ্ধতিতে $A = \{1, 3, 5, ...\}$

তালিকা পদ্ধতিতে $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, ... \}$

খ এখানে, $S = \{3^n : n = 0$ অথবা $n \in \mathbb{N}\}$

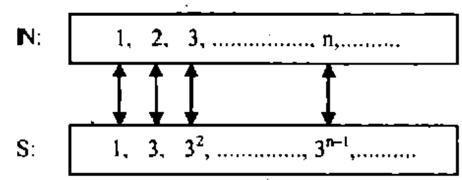
$n = 0$ হলে $3^n = 3^0 = 1$

আমরা জানি, $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, ------\}$

তাহলে, তালিকা পদ্ধতিতে S কে লেখা যায়,

$S = \{1, 3, 3^2, ..., 3^{n-1}, ...\}$

এখন S ও ℕ এর মধ্যে একটি এক-এক-মিল নিম্নে প্রদর্শিত হলো।



সুতরাং ℕ ও S সেটদ্বয় সমতুল। **(দেখানো হলো)**

গ দেওয়া আছে, $A = \{1, 3, 5, 7 ....\}$ সকল বিজোড় স্বাভাবিক সংখ্যার সেট।

দেখাতে হবে যে, A সেটটি একটি অনন্ত সেট।

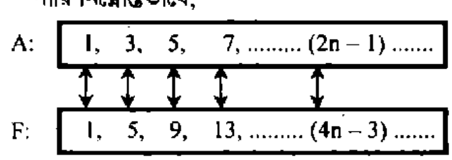
নিম্নোক্তভাবে আমরা একটি সেট F বর্ণনা করতে পারে, $F = \{2k - 1 : k \in A\}$

অর্থাৎ $F = \{1, 5, 9, 13 ......\}$

এখন F সেটের প্রতিটি সদস্যই বিজোড় তাই সেগুলো অবশ্যই A সেটে আছে। এছাড়াও A সেটে কিছু সদস্য আছে যারা F সেটে নেই। [যেমন, 3]

সুতরাং F অবশ্যই A সেটের প্রকৃত উপসেট।

এখন আমরা F এবং A এর মধ্যে একটি এক-এক মিল দেখাতে পারি নিম্নোক্তভাবে,



F, A এর প্রকৃত উপসেট এবং A ও F এর মধ্যে একটি এক-এক মিল আছে অর্থাৎ A ও F সমতুল, তাই বলা যায় A সেটটি একটি অনন্ত সেট। **(প্রমাণিত)**

www.bdniyog.com

প্রশ্ন ▶১০ **A = {a, b, c, d} এবং B = {1, 2, 3, 4} দুইটি সেট। A সেটের সাথে B সেটের এক-এক মিল আছে।** *◀ কাজ; পৃষ্ঠা-১৯*

ক. A এবং B এর মধ্যে সম্ভাব্য যে কোন চারটি এক-এক মিল বর্ণনা কর। ২

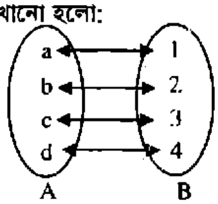
খ. 'ক' এ বর্ণিত এক-এক মিল করণের জন্য $F = \{(x, y) : x \in A, y \in B\}$ এবং $x \leftrightarrow y$ সেটটি তালিকা পদ্ধতিতে বর্ণনা কর। ৪

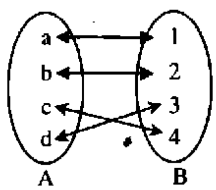
গ. $A \times B$ এর একটি উপসেট F বর্ণনা কর। যার অন্তর্ভুক্ত ক্রমজোড়গুলোর প্রথম পদের সঙ্গে দ্বিতীয় পদের মিল করা হলে, A ও B এর একটি এক-এক মিল স্থাপিত হয় যেখানে $a \leftrightarrow 3$। ৪

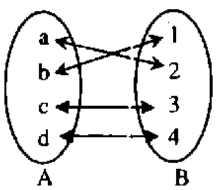
১০ নং প্রশ্নের সমাধান

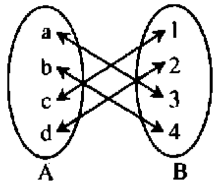
ক দেওয়া আছে, A = {a, b, c, d} এবং B = {1, 2, 3, 4}

A ও B এর মধ্যে সম্ভাব্য চারটি এক-এক মিল নিম্নের চিত্রে দেখানো হলো:









খ দেওয়া আছে, $F = \{(x, y) : x \in A, y \in B\}$ এবং $x \leftrightarrow y$

'ক' এ বর্ণিত চিত্র থেকে আমরা F সেটটিকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ করতে পারি। প্রথম এক-এক মিলের জন্য,

$F_1 = \{(a, 1), (b, 2), (c, 3), (d, 4)\}$

তদ্রুপ,

$F_2 = \{(a, 1), (b, 2), (c, 4), (d, 3)\}$

$F_3 = \{(a, 2), (b, 1), (c, 3), (d, 4)\}$

$F_4 = \{(a, 3), (b, 4), (c, 1), (d, 2)\}$

গ দেওয়া আছে, A = {a, b, c, d} এবং B = {1, 2, 3, 4}

$\therefore A \times B = \{a, b, c, d\} \times \{1, 2, 3, 4\}$

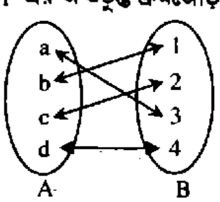
$= \{(a, 1), (a, 2) (a, 3), (a, 4), (b, 1), (b, 2), (b, 3), (b, 4), (c, 1), (c, 2), (c, 3), (c, 4), (d, 1), (d, 2), (d, 3), (d, 4)\}$

$A \times B$ এর উপসেট F অর্থাৎ $F \subset A \times B$ বলে, F = {(a, 1), (b, 2), (c, 3), (d, 4)} হওয়াই স্বাভাবিক

[∵১ম পদের সাথে ২য় পদের এক-এক মিল থাকবে।]

কিন্তু দেওয়া আছে, $a \leftrightarrow 3$

∴ এক্ষেত্রে F এর অন্তর্ভুক্ত ক্রমজোড়গুলো চিত্রে দেখানো হলো:



$\therefore F = \{(a, 3), (b, 1), (c, 2), (d, 4)\}$

প্রশ্ন ▶১১ **দেওয়া আছে, A = {1, 2} এবং B = {2, 5} দুইটি সসীম সেট।** *◀ কাজ; পৃষ্ঠা-২০*

ক. P(A) ও P(B) নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $P(A) \cap P(B) = P(A \cap B)$ ৪

গ. দেখাও যে, $P(A) \cup P(B) \neq P(A \cup B)$ ৪

১১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, A = {1, 2}

এবং B = {2, 5}

সুতরাং, $P(A) = \{\phi, \{1\}, \{2\}, \{1, 2\}\}$

এবং $P(B) = \{\phi, \{2\}, \{5\}, \{2, 5\}\}$.

খ 'ক' থেকে পাই,

$P(A) = \{\phi, \{1\}, \{2\}, \{1, 2\}\}$

এবং $P(B) = \{\phi, \{2\}, \{5\}, \{2, 5\}\}$

$\therefore P(A) \cap P(B) = \{\phi, \{1\}, \{2\}, \{1, 2\}\} \cap \{\phi, \{2\}, \{5\}, \{2, 5\}\}$
$= \{\phi, \{2\}\}$

আবার, $A \cap B = \{1, 2\} \cap \{2, 5\}$
$= \{2\}$

$\therefore P(A \cap B) = \{\phi, \{2\}\}$

সুতরাং, $P(A) \cap P(B) = P(A \cap B)$ **(প্রমাণিত)**

গ $P(A) \cup P(B) = \{\phi, \{1\}, \{2\}, \{1, 2\}\} \cup \{\phi, \{2\}, \{5\}, \{2, 5\}\}$
$= \{\phi, \{1\}, \{2\}, \{5\}, \{1, 2\}, \{2, 5\}\}$

আবার, $A \cup B = \{1, 2\} \cup \{2, 5\}$
$= \{1, 2, 5\}$

$\therefore P(A \cup B) = \{\phi, \{1\}, \{2\}, \{5\}, \{1, 2\}, \{2, 5\}, \{1, 5\}, \{1, 2, 5\}\}$

সুতরাং, $P(A) \cup P(B) \neq P(A \cup B)$ **(দেখানো হলো)**

প্রশ্ন ▶১২ **ঢাকা বিশ্ববিদ্যালয়ের আধুনিক ভাষা ইনস্টিটিউটের 100 জন শিক্ষার্থীর মধ্যে 42 জন ফ্রেঞ্চ, 30 জন জার্মান, 28 জন স্প্যানিশ নিয়েছে। 10 জন নিয়েছে ফ্রেঞ্চ ও স্প্যানিশ, 8 জন নিয়েছে জার্মান ও স্প্যানিশ, 5 জন নিয়েছে জার্মান ও ফ্রেঞ্চ, 3 জন শিক্ষার্থী তিনটি ভাষাই নিয়েছে।** *◀ কাজ; পৃষ্ঠা-২৩*

ক. সংক্ষিপ্ত বিবরণসহ তথ্যগুলো ভেনচিত্রের মাধ্যমে প্রকাশ কর।

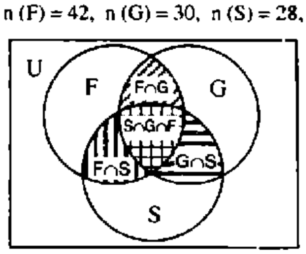
খ. কতজন শিক্ষার্থী ঐ তিনটি ভাষার একটিও নেয়নি?

গ. কত জন শিক্ষার্থী ঐ তিনটি ভাষার কেবল একটি ভাষা নিয়েছে?

১২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক ধরি, সকল শিক্ষার্থীর সেট U, ফ্রেঞ্চ নেওয়া শিক্ষার্থীর সেট F, জার্মান নেওয়া শিক্ষার্থীর সেট G, স্প্যানিশ নেওয়া শিক্ষার্থীর সেট S.

$n(U) = 100,\ n(F) = 42,\ n(G) = 30,\ n(S) = 28,$



$n(F \cap S) = 10,\ n(G \cap S) = 8,\ n(G \cap F) = 5,\ n(S \cap G \cap F) = 3$

খ অন্তত একটি ভাষা নিয়েছে এমন শিক্ষার্থীর সংখ্যা $n(F \cup S \cup G)$

∴ একটিও ভাষা নেয়নি এমন শিক্ষার্থীর সংখ্যা $n(U) - n(F \cup G \cup S)$

এখন, $n(F \cup G \cup S) = n(F) + n(G) + n(S) - n(F \cap S) - n(F \cap G) - n(G \cap S) + n(F \cap G \cap S)$
$= 42 + 30 + 28 - 10 - 5 - 8 + 3$
$= 103 - 23 = 80$

∴ একটি ভাষাও নেয়নি এমন শিক্ষার্থীর সংখ্যা

$= n(U) - n(F \cup G \cup S) = 100 - 80 = 20$

Ans. 20 জন।

গ অন্তত দুইটি ভাষা নিয়েছে এমন শিক্ষার্থীর সেট
$= (F \cap G) \cup (G \cap S) \cup (F \cap S)$ [ভেনচিত্র দ্রষ্টব্য]
অন্তত একটি ভাষা নিয়েছে এমন শিক্ষার্থীর সেট $(F \cup G \cup S)$
∴ কেবল একটি ভাষা নিয়েছে এমন শিক্ষার্থীর সংখ্যা
$n(F \cup G \cup S) - n[(F \cap G) \cup (G \cap S) \cup (F \cap S)]$
এখন, $n[(F \cap G) \cup (G \cap S) \cup (F \cap S)]$
$= n(F \cap G) + n(G \cap S) + n(F \cap S) - n[(F \cap G) \cap (G \cap S)]$
$- n[(F \cap G) \cap (F \cap S)] - n[(G \cap S) \cap (F \cap S)] + n[(F \cap G) \cap (G \cap S) \cap (F \cap S)]$
$= n(F \cap G) + n(G \cap S) + n(F \cap S) - n(F \cap G \cap S)$
$- n(F \cap G \cap S) - n(F \cap G \cap S) + n(F \cap G \cap S)$
$= 5 + 8 + 10 - 3 - 3 - 3 + 3$
$= 26 - 9 = 17$
∴ কেবল একটি ভাষা নিয়েছে
$n(F \cup G \cup S) - 17 = 80 - 17$ ['খ' থেকে $n(F \cup G \cup S) = 80$]
$= 63$
Ans. 63 জন।

প্রশ্ন ▶ ১৩ কোন্ শ্রেণির 30 জন ছাত্রের 20 জন ফুটবল এবং 15 জন ক্রিকেট খেলতে পছন্দ করে। প্রত্যেক ছাত্র দুইটি খেলার অন্তত একটি খেলা পছন্দ করে। *কাজ; পৃষ্ঠা-২৩*

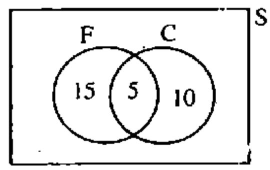
ক. উদ্দীপকের তথ্যগুলো সান্ত সেটের সংজ্ঞানুসারে বর্ণনা কর। ২
খ. কতজন ছাত্র দুইটি খেলাই পছন্দ করে? ৪
গ. কতজন ছাত্র কেবলমাত্র দুইটি খেলার একটি পছন্দ করে? ৪

১৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক ধরি, সকল ছাত্রের সেট S,
ফুটবল পছন্দ করে এমন ছাত্রের সেট F,
ক্রিকেট পছন্দ করে এমন ছাত্রের সেট C,
যেহেতু প্রত্যেক ছাত্র দুইটি খেলার অন্তত একটি খেলা পছন্দ করে।
প্রশ্নমতে, $S = F \cup C$
$n(S) = 30$
$n(F) = 20$
$n(C) = 15$

খ 'ক' হতে পাই,
$n(S) = 30$
$\therefore n(F \cup C) = 30$
তখন,
$n(F \cup C) = n(F) + n(C) - n(F \cap C)$
বা, $30 = 20 + 15 - n(F \cap C)$
বা, $30 = 35 - n(F \cap C)$
বা, $n(F \cap C) = 35 - 30$
$\therefore n(F \cap C) = 5$
অর্থাৎ, দুটি খেলাই পছন্দ করে 5 জন ছাত্র **(উত্তর)**

গ 'খ' থেকে পাই,
$n(F \cap C) = 5$



ভেনচিত্র থেকে,
কেবলমাত্র ফুটবল খেলতে পছন্দ করে,
$= n(F) - n(F \cap C)$
$= 20 - 5$
$= 15$ জন
এবং কেবলমাত্র ক্রিকেট খেলতে পছন্দ করে
$= n(C) - n(F \cap C)$
$= 15 - 5$
$= 10$ জন
∴ কেবলমাত্র একটি খেলা পছন্দ করে,
$= (15 + 10)$ জন
$= 25$ জন **(Ans.)**

মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত আরও সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

প্রশ্ন ▶ ১৪ $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$
$A = \{x : x^2 - 5x + 6 = 0\}$
$B = \{x : x^2 - 7x + 12 = 0\}$ [সরকারি মুসলিম উচ্চ বিদ্যালয়, চট্টগ্রাম]

ক. A সেটের উপাদানসমূহ নির্ণয় কর। ২
খ. $(A \cup B)'$ এর মান নির্ণয় কর। ৪
গ. $(A \cup B)' = A' \cap B'$ এবং $(A \cap B)' = A' \cup B'$ এর সত্যতা যাচাই কর। ৪

১৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,
$A = \{x : x^2 - 5x + 6 = 0\}$
এখন $x^2 - 5x + 6 = 0$
বা, $x^2 - 3x - 2x + 6 = 0$
বা, $x(x - 3) - 2(x - 3) = 0$
বা, $(x - 3)(x - 2) = 0$
$\therefore x = 2, 3$
∴ A সেটের উপাদানসমূহ 2 ও 3 **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে,
$B = \{x : x^2 - 7x + 12 = 0\}$
এখন, $x^2 - 7x + 12 = 0$
বা, $x^2 - 4x - 3x + 12 = 0$
বা, $x(x - 4) - 3(x - 4) = 0$
বা, $(x - 4)(x - 3) = 0$
$\therefore x = 3, 4$
$\therefore B = \{3, 4\}$ এবং $A = \{2, 3\}$ [ক এর সাহায্যে]
এখন, $A \cup B = \{2, 3\} \cup \{3, 4\}$
$= \{2, 3, 4\}$
$\therefore (A \cup B)' = U - (A \cup B)$
$= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\} - \{2, 3, 4\}$
$= \{1, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ **(Ans.)**

গ 'ক' থেকে পাই, $A = \{2, 3\}$
'খ' থেকে পাই, $B = \{3, 4\}$
এখন $A' = U - A$
$= \{1, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$
$B' = U - B$
$= \{1, 2, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$
$\therefore A' \cap B' = \{1, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$
আবার 'খ' থেকে পাই, $(A \cup B)' = \{1, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$
$\therefore (A \cup B)' = A' \cap B'$ **(যাচাই হলো)**
এখন, $A' \cup B' = \{1, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\} \cup \{1, 2, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$
$= \{1, 2, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$
আবার, $A \cap B = \{2, 3\} \cap \{3, 4\} = \{3\}$
$\therefore (A \cap B)' = U - (A \cap B)$
$= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\} - \{3\}$
$= \{1, 2, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$
$\therefore (A \cap B)' = A' \cup B'$ **(যাচাই হলো)**

www.bdniyog.com

প্রশ্ন ▶ ১৫ **সার্বিক সেট U এর যেকোনো তিনটি উপসেট A, B, C**

ক. দেখাও যে, $A \cap (B \cap C) \subset (A \cap B) \cap (A \cap C)$ ২

খ. দেখাও যে, $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap (A \cap C)$ এবং $(A \cup B)' \subset A' \cap B'$ ৪

গ. দেখাও যে, $(A \cup B)' = A' \cap B'$ এবং $(A \cap B)' \subset A' \cup B'$ ৪

১৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক ধরি, $x \in A \cap (B \cap C)$

তাহলে, $x \in A$ এবং $x \in (B \cap C)$

বা, $x \in A$ এবং ($x \in B$ এবং $x \in C$)

বা, ($x \in A$ এবং $x \in B$) এবং ($x \in A$ এবং $x \in C$)

বা, $x \in (A \cap B)$ এবং $x \in (A \cap C)$

বা, $x \in (A \cap B) \cap (A \cap C)$

$\therefore$ $A \cap (B \cap C) \subset (A \cap B) \cap (A \cap C)$ **(দেখানো হলো)**

খ ধরি, $x \in (A \cap B) \cap (A \cap C)$

বা, $x \in (A \cap B)$ এবং $x \in (A \cap C)$

বা, ($x \in A$ এবং $x \in B$) এবং ($x \in A$ এবং $x \in C$)

বা, $x \in A$ এবং ($x \in B$ এবং $x \in C$)

বা, $x \in A$ এবং $x \in (B \cap C)$

বা, $x \in A \cap (B \cap C)$

$(A \cap B) \cap (A \cap C) \subset A \cap (B \cap C)$

আবার 'ক' থেকে পাই, $A \cap (B \cap C) \subset (A \cap B) \cap (A \cap C)$

$A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap (A \cap C)$. **(দেখানো হলো)**

এখন $(A \cup B)' \subset A' \cap B'$ দেখাতে হলে

ধরি, $x \in (A \cup B)'$

তাহলে, $x \notin (A \cup B)$

বা, $x \notin A$ এবং $x \notin B$

বা, $x \in A'$ এবং $x \in B'$

বা, $x \in A' \cap B'$

$\therefore$ $(A \cup B)' \subset A' \cap B'$ **(দেখানো হলো)**

গ ধরি, $x \in A' \cap B'$

তাহলে, $x \in A'$ এবং $x \in B'$

বা, $x \notin A$ এবং $x \notin B$

বা, $x \notin A \cup B$

বা, $x \in (A \cup B)'$

$A' \cap B' \subset (A \cup B)'$

আবার 'খ' থেকে পাই $(A \cup B)' \subset A' \cap B'$

$(A \cup B)' = A' \cap B'$ **(দেখানো হলো)**

এখন $(A \cap B)' \subset A' \cup B'$ দেখাতে হলে

ধরি, $x \in (A \cap B)'$

তাহলে, $x \notin (A \cap B)$

বা, $x \notin A$ অথবা $x \notin B$

বা, $x \in A'$ অথবা $x \in B'$

বা, $x \in A' \cup B'$

$\therefore$ $(A \cap B)' \subset A' \cup B'$ **(দেখানো হলো)**

প্রশ্ন ▶ ১৬ **$A = \phi$, $B = \{0\}$, $C = \{0, 1, 2\}$**

[নাটোর সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, নাটোর]

ক. $A \cup B$ এবং $A \cap B$ এর মান বের কর। ২

খ. $(A \cup B) \times C$ এবং $B \cup C$ ও $B \cap C$ এর মান বের কর। ৪

গ. দেখাও যে, $P(B \cup C)$ এবং $P(B \cap C)$ সেটদ্বয় 2^n সূত্রকে সমর্থন করে, যেখানে n উপাদান সংখ্যা। ৪

১৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক $A = \phi$, $B = \{0\}$

$\therefore$ $A \cup B = \phi \cup \{0\}$
$= \{0\}$

$A \cap B = \phi \cap \{0\}$
$= \phi$ **(উত্তর)**

খ 'ক' থেকে পাই, $A \cup B = \{0\}$

$\therefore$ $(A \cup B) \times C = \{0\} \times \{0, 1, 2\}$
$= \{(0, 0), (0, 1), (0, 2)\}$

দেওয়া আছে, $B = \{0\}$, $C = \{0, 1, 2\}$

$\therefore$ $B \cup C = \{0\} \cup \{0, 1, 2\}$
$= \{0, 1, 2\}$

এবং $B \cap C = \{0\} \cap \{0, 1, 2\}$
$= \{0\}$.

গ 'খ' থেকে পাই, $B \cup C = \{0, 1, 2\}$, $B \cap C = \{0\}$

$\therefore$ $P(B \cup C) = \{\phi, \{0\}, \{1\}, \{2\}, \{0, 1\}, \{0, 2\}, \{1, 2\}, \{0, 1, 2\}\}$

এবং $P(B \cap C) = \{\phi, \{0\}\}$

দেখা যাচ্ছে যে $B \cup C$ এর উপাদান সংখ্যা 3 এবং $P(B \cup C)$ এর উপাদান সংখ্যা $8 = 2^3$

আবার, $B \cap C$ এর উপাদান সংখ্যা 1 এবং $P(B \cap C)$ এর উপাদান সংখ্যা $2 = 2^1$

অতএব, দেখা যাচ্ছে যে, $P(B \cup C)$ এবং $P(B \cap C)$ সেটদ্বয় 2^n সূত্রকে সমর্থন করে। **(দেখানো হলো)**

প্রশ্ন ▶ ১৭ **আনোয়ারা মহাবিদ্যালয়ের ছাত্রীদের মধ্যে বিচিত্রা, সন্ধানী ও পূর্বাণী পত্রিকার পাঠ্যাভ্যাস সম্পর্কে পরিচালিত এক সমীক্ষায় দেখা গেল 60% বিচিত্রা পড়ে, 50% সন্ধানী পড়ে, 50% পূর্বাণী পড়ে, 30% বিচিত্রা ও সন্ধানী পড়ে, 30% বিচিত্রা ও পূর্বাণী পড়ে, 20% সন্ধানী ও পূর্বাণী পড়ে এবং 10% ছাত্রী তিনটি পত্রিকাই পড়ে।**

[বি কে জি সি সরকারী বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, হবিগঞ্জ]

ক. ভেনচিত্রের মাধ্যমে তথ্যগুলো প্রকাশ কর। ২

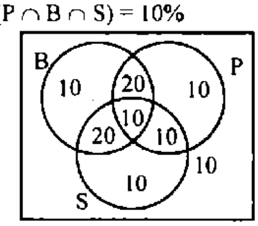
খ. শতকরা কতজন উক্ত পত্রিকা তিনটির কোনোটিই পড়ে না? ৪

গ. শতকরা কতজন উক্ত পত্রিকাগুলোর মধ্যে কেবল দুইটি পড়ে। ৪

১৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক ধরি, সকল ছাত্রীর সেট U, বিচিত্রা পড়া ছাত্রীর সেট B, সন্ধানী পড়া ছাত্রীর সেট S, পূর্বাণী পড়া ছাত্রীর সেট P.

প্রশ্নানুসারে, $n(U) = 100\%$, $n(B) = 60\%$, $n(S) = 50\%$, $n(P) = 50\%$, $n(B \cap S) = 30\%$, $n(B \cap P) = 30\%$, $n(P \cap S) = 20\%$, $n(P \cap B \cap S) = 10\%$



খ তিনটি পত্রিকার অন্তত একটি পড়ে এমন শিক্ষার্থীর সেট $(B \cup P \cup S)$

$\therefore$ তিনটির কোনটিই পড়ে না এমন ছাত্রী সংখ্যা

$n(U) - n(B \cup P \cup S)$

এখন, $n(B \cup P \cup S)$

$= n(B) + n(P) + n(S) - n(B \cap P) - n(B \cap S) - n(P \cap S) + n(B \cap P \cap S)$

$= 60\% + 50\% + 50\% - 30\% - 30\% - 20\% + 10\% = 90\%$

$\therefore$ কোন পত্রিকাই পড়ে না এমন ছাত্রীর সংখ্যা,

$n(U) - n(B \cup P \cup S)$
$= 100\% - 90\% = 10\%$

$\therefore$ শতকরা 10 জন তিনটি পত্রিকার কোনোটিই পড়ে না। **(Ans.)**

গ শুধু বিচিত্রা ও পূর্বাণী পড়ে এমন ছাত্রীর সংখ্যা

$= n [(B \cap P) \setminus (B \cap P \cap S)]$

$= n (B \cap P) - n (B \cap P \cap S)$ [ভেনচিত্র দ্রষ্টব্য]

$= 30\% - 10\%$

$= 20\%$

আবার, শুধু বিচিত্রা ও সন্ধানী পড়ে এমন ছাত্রীর সংখ্যা

$= n [(B \cap S) \setminus (B \cap P \cap S)]$

$= n(B \cap S) - n(B \cap P \cap S)$

$= 30\% - 10\%$

$= 20\%$

এবং শুধু পূর্বানী ও সন্ধানী পড়ে এমন ছাত্রীর সংখ্যা

$= n\{(P \cap S) \setminus (B \cap P \cap S)\}$

$= n(P \cap S) - n (P \cap B \cap S)$

$= 20\% - 10\%$

$= 10\%$

∴ কেবল দুইটি পত্রিকা পড়ে এমন ছাত্রীর সংখ্যা

$= 20\% + 20\% + 10\% = 50\%$

∴ শতকরা 50 জন কেবল দুইটি পত্রিকা পড়ে। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶১৮ **একটি স্কুলের নবম শ্রেণিতে 40 জন শিক্ষার্থী রয়েছে। শিক্ষার্থীদেরকে তাদের ইচ্ছা মত বিষয় বাছাই করতে দেওয়া হলে দেখা গেল, কম্পিউটার সায়েন্স এবং উচ্চতর গণিত একত্রে নিয়েছে 10 জন, কম্পিউটার সায়েন্স এবং জীববিজ্ঞান একত্রে নিয়েছে 5 জন এবং তিনটি বিষয় একত্রে নিয়েছে 3 জন। এমন কোন শিক্ষার্থী ছিল না যারা উচ্চতর গণিত ও জীববিজ্ঞান একসাথে নিয়েছে কিন্তু কম্পিউটার সায়েন্স নেয় নি। ঐ স্কুলের শিক্ষকগণ দেখলেন যে কম্পিউটার সায়েন্সে শিক্ষার্থীর সংখ্যা বিজ্ঞান বিভাগের মোট শিক্ষকের সংখ্যার দ্বিগুণ, উচ্চতর গণিতে 4 গুণ এবং জীববিজ্ঞানে উচ্চতর গণিত অপেক্ষা 5 জন বেশি।**

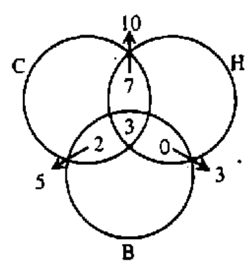
ক. সমস্যাটিকে একটি ভেনচিত্রের মাধ্যমে দেখাও। ২

খ. ঐ স্কুলে বিজ্ঞান বিভাগে মোট কতজন শিক্ষক ছিলেন? ৪

গ. কিছু শিক্ষার্থী যদি কম্পিউটার সায়েন্স না নিয়ে উচ্চতর গণিত ও জীববিজ্ঞান নেয় তবে শুধু জীববিজ্ঞান নিয়েছে এমন শিক্ষার্থীর সংখ্যা হয় ৪ জন। সে ক্ষেত্রে উদ্দীপকের সকল শর্ত ঠিক রেখে ঐ স্কুলে আরও কতজন শিক্ষককে নতুন করে নিয়োগ দিতে হবে? ৪

১৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক ভেনচিত্র নিম্নে দেখানো হলো:



খ মনে করি,

ঐ স্কুলে বিজ্ঞান বিভাগের শিক্ষকের সংখ্যা = x জন

কম্পিউটার সায়েন্সে শিক্ষার্থীর সংখ্যা, $n(C) = 2x$ জন

উচ্চতর গণিতে শিক্ষার্থীর সংখ্যা $n(H) = 4x$ জন

জীব বিজ্ঞানে শিক্ষার্থীর সংখ্যা, $n(B) = 4x + 5$ জন

কম্পিউটার সায়েন্স ও উচ্চতর গণিতে শিক্ষার্থীর সংখ্যা,

$n(C \cap H) = 10$ জন

উচ্চতর গণিত ও জীববিজ্ঞানে শিক্ষার্থীর সংখ্যা,

$n(H \cap B) = 5$ জন

জীববিজ্ঞান ও কম্পিউটার সায়েন্সে শিক্ষার্থীর সংখ্যা,

$n(B \cap C) = 3$

তিনটি বিষয়ে একত্রে শিক্ষার্থীর সংখ্যা $n(C \cap H \cap B) = 3$ জন

সুতরাং আমরা পাই,

$$n(C \cup H \cup B) = n(C) + n(H) + n(B) - n(C \cap H) - n(H \cap B) - n(B \cap C) + n(C \cap H \cap B)$$

$\therefore 40 = 2x + 4x + 4x + 5 - 10 - 5 - 3 + 3$

বা, $10x = 40 + 10 = 50$

$\therefore x = 5$

অতএব, বিজ্ঞান বিভাগে শিক্ষকের সংখ্যা 5 জন।

গ মনে করি, কম্পিউটার সায়েন্স না নিয়ে উচ্চতর গণিত ও জীববিজ্ঞান নেওয়া শিক্ষার্থীর সংখ্যা = y জন

শুধু জীববিজ্ঞানে শিক্ষার্থীর সংখ্যা = 8 জন

তাহলে, ভেনচিত্র থেকে পাই,

$y + 2 + 8 = 4x - 5$

$\therefore 4x - y = 5$ .... (i)

আবার,

$$n(C \cup H \cup B) = n(C) + n(H) + n(B) - n(C \cap H) - n(H \cap B) - n(B \cap C) + n(C \cap H \cap B)$$

$\therefore 40 = 2x + 4x + 4x + 5 - 10 - 5 - y + 3$

বা, $40 = 2x + 4x + 4x - 7 - y$

$\therefore 10x - y = 47$ .... (ii)

(i) নং সমীকরণ থেকে পাই,

$y = 4x - 5$ .... (iii)

y-এর মান (ii)-নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$10x - 4x + 5 = 47$

বা, $6x = 42$

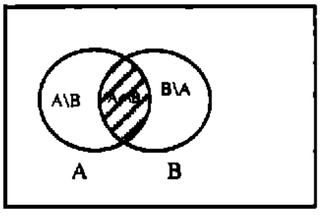
$\therefore x = 7$

সুতরাং শিক্ষকের সংখ্যা = 7 জন

∴ নতুন শিক্ষক নিয়োগ করতে হবে = (7 − 5) জন = 2 জন।

প্রশ্ন ব্যাংক উত্তরসহ সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

প্রশ্ন ▶১৯ **সান্ত সেট A ও B এর জন্য নিচের ভেনচিত্রটি লক্ষ করি**



ক. ভেনচিত্র থেকে নিচ্ছেদ সেটের মাধ্যমে A, B ও $A \cup B$ বের কর। ২

খ. দেখাও যে, $n (A \cup B) = n (A) + n (B) - n (A \cap B)$ ৪

গ. $A = \{p, q, r, s\}$ এবং $B = \{q, s, t\}$ হলে 'খ' এর সত্যতা প্রমাণ কর। ৪

উত্তর: ক. $A = (A \setminus B) \cup (A \cap B)$

$B = (B \setminus A) \cup (A \cap B)$

$A \cup B = (A \setminus B) \cup (A \cap B) \cup (B \setminus A)$

www.bdniyog.com

প্রশ্ন ▶ ২০ **দেওয়া আছে, $U = \{y \in \mathbb{Z} : 13 \le y \le 18\}$**
$S = \{14, 16, 17, 18\}$ এবং $T = \{y : y$ ধনাত্মক পূর্ণ সংখ্যা এবং 3 দ্বারা বিভাজ্য$\}$

ক. S' এবং T' নির্ণয় কর। ২
খ. $P(S \cap T')$-এর মান নির্ণয় কর। ৪
গ. $P(S \cap T') = P(S) \cap P(T')$ এর সত্যতা যাচাই কর। ৪

উত্তর: ক. $\{13, 15\}, \{13, 14, 16, 17\}$; **খ.** $\{\phi, \{14\}, \{16\}, \{17\}, \{14, 16\}, \{14, 17\}, \{16, 17\}, \{14, 16, 17\}\}$

প্রশ্ন ▶ ২১ **60 টি ভিটামিন ক্যাপসুলের মধ্যে শুধুমাত্র ভিটামিন এ আছে 12 টিতে, শুধুমাত্র ভিটামিন বি আছে 7টিতে, শুধুমাত্র ভিটামিন সি আছে 11টিতে। দুই প্রকার ভিটামিন সম্বলিত প্রতিজোড় ভিটামিন ক্যাপসুলের সংখ্যা xটি এবং তিন প্রকার ভিটামিন সম্বলিত ক্যাপসুলের সংখ্যা yটি।**

ক. ভেনচিত্রের মাধ্যমে তথ্যটি প্রকাশ কর। ২
খ. $n(A \cap B) \cup (B \cap C) \times (C \cap A)$ এর মান নির্ণয় কর। ৪
গ. ভিটামিন এ আছে এমন ক্যাপসুলের সংখ্যা 33 হলে x ও y এর মান নির্ণয় করে দেখাও যে, $n(A \cup B \cup C) = 60$ ৪

উত্তর: খ. $3x + y$; **গ.** $x = 9, y = 3$

প্রশ্ন ▶ ২২ **$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ একটি সার্বিক সেট।**
$A = \{x : 5x > 37\}$ এবং $B = \{x : x + 5 < 12\}$

ক. A এবং B সেটকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ কর। ২
খ. প্রশ্নে বর্ণিত A এবং B সেটের আলোকে দেখাও যে, $B' \ne A'$ এবং $A \subset B'$ ৪
গ. $P(A' \cap B')$ নির্ণয় কর। ৪

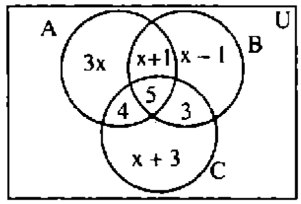
উত্তর: ক. $A = \{8, 9, 10\}$; $B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$; **গ.** $\{\phi, \{7\}\}$

প্রশ্ন ▶ ২৩ **কোনো শ্রেণির 30 জন শিক্ষার্থীর মধ্যে 19 জন নিয়েছে অর্থনীতি, 17 জন নিয়েছে ভূগোল, 11 জন নিয়েছে পৌরনীতি, 12 জন নিয়েছে অর্থনীতি ও ভূগোল, 7 জন নিয়েছে অর্থনীতি ও পৌরনীতি, 5 জন নিয়েছে ভূগোল ও পৌরনীতি এবং 2 জন নিয়েছে সবগুলো বিষয়।**
[অগ্রণি গার্লস স্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা]

ক. সান্ত সেটের সংজ্ঞানুসারে তথ্যগুলো বর্ণনা কর। ২
খ. কতজন শিক্ষার্থী ঐ তিনটি বিষয়ের কোনোটিই নেয়নি? ৪
গ. কতজন শিক্ষার্থী ঐ তিনটি বিষয়ের কেবল একটি বিষয় নিয়েছে? ৪

উত্তর: খ. 5 জন ; **গ.** 5 জন

প্রশ্ন ▶ ২৪



উপরোক্ত ভেনচিত্রে A, B, C সেটের উপাদানগুলো এমনভাবে দেওয়া আছে যেন, $U = A \cup B \cup C$. [ডা. খাস্তগীর সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, চট্টগ্রাম]

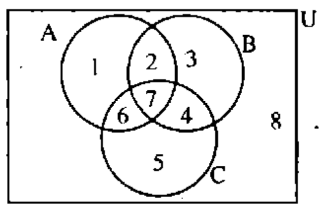
ক. যদি $n(U) = 75$ হয় তবে x এর মান নির্ণয় কর। ২
খ. $n(A' \cap B)$ এর মান নির্ণয় কর। ৪
গ. $n(A \cap B \cap C)' =$ কত? ৪

উত্তর: ক. 10; **খ.** 12; **গ.** 70

প্রশ্ন ▶ ২৫ **সার্বিক সেট U এর চারটি উপসেট A, B, C ও D।**
[সেন্ট প্লাসিডস হাই স্কুল, চট্টগ্রাম]

ক. দ্যা মরগ্যানের সূত্র লিখ। ২
খ. প্রমাণ কর যে, $A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$. ৪
গ. $A \subset B$ এবং $C \subset D$ হলে, দেখাও যে, $(A \times C) \subset (B \times D)$ ৪

প্রশ্ন ▶ ২৬ **নিচের ভেনচিত্রটি লক্ষ্য কর এবং প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও:**
[হবিগঞ্জ সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, হবিগঞ্জ]



চিত্রে সার্বিক সেট U এর তিনটি উপসেট A, B, C কে জ্যামিতিক চিত্রে দেখানো হয়েছে।

ক. দ্যা মরগ্যানের সূত্রটি লিখ। ২
খ. চিত্র থেকে প্রমাণ কর $(A \cup B \cup C)' = A' \cap B' \cap C'$ ৪
গ. সেটের সংজ্ঞার সাহায্যে দেখাও যে, $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$ ৪

REVISION

এ অংশে অধ্যায়ের গুরুত্বপূর্ণ তথ্য ও সূত্র, পরীক্ষার আগে যার উপর চোখ বুলিয়ে নেওয়া প্রয়োজন বা অবশ্যই মনে রাখতে হবে এমন বিষয়সমূহ একনজরে উল্লেখ করা হয়েছে। পরীক্ষার আগে এ বিষয়গুলো রিভিশন দিলে পরীক্ষায় নির্ভুলভাবে অঙ্ক সমাধান করতে পারবে।

- সেট হচ্ছে বিভিন্ন বস্তুর সুনির্ধারিত সংগ্রহ। সংগ্রহের অন্তর্ভুক্ত প্রতিটি বস্তুই সেটের উপাদান।
- এক নজরে এ অনুশীলনীতে ব্যবহৃত প্রতীকসমূহ :
  - $\subset$ = উপসেট (Subset); যেমন $A \subset B$ (A উপসেট B)
  - $\not\subset$ = উপসেট নয় (does not Subset); যেমন, $A \not\subset B$ (A, B এর উপসেট নয়)
  - $\in$ = ইহাতে বিদ্যমান (Belongs to); যেমন, $x \in A$ (x belongs to A)
  - $\notin$ = ইহাতে বিদ্যমান নয় (Does not belongs to); যেমন $x \notin A$ (x Does not belongs to A)
  - $\cup$ = সংযোগ (Union); যেমন, $A \cup B$ (A union B)
  - $\cap$ = ছেদ (Intersection); যেমন, $A \cap B$ (A intersection B)
  - ফাঁকা সেটকে { } বা ডেনিশ অক্ষর ϕ (ওরি) প্রতীক দ্বারা প্রকাশ করা যায়।
  - A\B কে A বাদ B পড়া হয়, ইহাকে A – B প্রতীকেও প্রকাশ করা হয়।
  - কোনো সেটে n সংখ্যক বিভিন্ন সদস্য থাকলে সেই সেটের 2^n সংখ্যক উপসেট থাকে।
- আলোচনাধীন সকল সেটের উপাদানসমূহ মিলে সার্বিক সেট গঠিত হয়। একে U দ্বারা প্রকাশ করা হয়। ভিন্ন ভিন্ন আলোচনায় সার্বিক সেট ভিন্ন।
- পূরক সেট হচ্ছে সার্বিক সেটের সাথে কোন সেটের অন্তর সেট। কোনো সেটের পূরক সেটে ঐ সেটের কোনো উপাদান থাকে না। যেমন : $A' = \{x : x \in U$ এবং $x \notin A\}$

- যদি A এর সকল সদস্য B সেটের সদস্য হয়, তবে A, B সেটের উপসেট।
- যে কোনো সেট তার নিজের উপসেট, আবার ফাঁকা (ϕ) সেট সকল সেটের উপসেট।
- কোনো সেট A এর সকল উপসেটের সেটকে A এর শক্তি সেট বা পাওয়ার সেট বলা হয় এবং একে P(A) দ্বারা প্রকাশ করা হয়।
- P(A) এর উপাদানগুলো প্রত্যেকেই A এর উপসেট।
- কোনো সেটের উপাদান সংখ্যা n হলে শক্তি বা পাওয়ার সেটে উপাদান সংখ্যা 2^n।
- সেটের কার্যবিধির জ্যামিতিক চিত্রই ভেনচিত্র।
- U সার্বিক সেট এবং A যে কোনো সেট হলে $n(A) + n(A') = n(U)$
- A ও B এর ছেদ সেট $A \cap B$ এবং $A \cap B = \{x : x \in A$ এবং $x \in B\}$
- দুই বা ততোধিক সেটের সাধারণ উপাদান দ্বারা ছেদ সেট গঠিত হয়।
- দুই বা ততোধিক সেটের সকল সদস্য নিয়ে সংযোগ সেট গঠিত হয়। A ও B এর সংযোগ সেট $A \cup B = \{x : x \in A$ অথবা $x \in B\}$
- A, B ও C যে কোনো সেট হলে
- প্রতিজ্ঞা–১ : (i) $A \cup B = B \cup A$
  (ii) $A \cap B = B \cap A$
- প্রতিজ্ঞা–২ : (i) $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$
  (ii) $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$
- প্রতিজ্ঞা–৩ : $A \cup A = A$
- প্রতিজ্ঞা–৪ : $A \subset B$ হলে $A \cup B = B$
- প্রতিজ্ঞা–৫ : (i) $A \subset A \cup B$ এবং $B \subset A \cup B$
  (ii) $(A \cap B) \subset A$ এবং $(A \cap B) \subset B$
- প্রতিজ্ঞা–৬ : $A \cup U = U$ এবং $A \cup \varnothing = A$ [U সার্বিক সেট]
- প্রতিজ্ঞা–৭:
  (ক) $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$
  (খ) $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$ [বণ্টন বিধি]
- প্রতিজ্ঞা–৮ :
  (i) $(A \cup B)' = A' \cap B'$
  (ii) $(A \cap B)' = A' \cup B'$ [দ্যা মরগানের সূত্র]
- প্রতিজ্ঞা–৯: $A \backslash B = A \cap B'$
- প্রতিজ্ঞা–১০: (ক) $A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$
  (খ) $A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$

- একটি সেটের প্রতিটি উপাদানের সাথে অপর সেটের একটি ও কেবল একটি উপাদানের মিল স্থাপন করা গেলে তবে সেটদ্বয়ের মধ্যে এক-এক মিল বিদ্যমান।
- দুইটি সেটের এক-এক মিল থাকলে সেট দুইটি সমতুল সেট।
- সান্ত সেটের সদস্য সংখ্যা নির্দিষ্ট কিন্তু অনন্ত সেটের সদস্য সংখ্যা অসীম।
- ফাঁকা সেট (ϕ) সান্ত সেট যার উপাদানসংখ্যা শূন্য (0)
- n (A) দ্বারা A এর উপাদান সংখ্যা বোঝায়।
- বাস্তব সংখ্যা সেট ($\mathbb{R}$), মূলদ সংখ্যার সেট ($\mathbb{Q}$), পূর্ণসংখ্যার সেট ($\mathbb{Z}$) ও স্বাভাবিক সংখ্যার সেট ($\mathbb{N}$) সবই অনন্ত সেট।
- প্রত্যেক সেট তার নিজের সমতুল।
- A ও B সমতুল সেট এবং এদের মধ্যে একটি সেট সান্ত হলে অপর সেটটিও সান্ত হবে এবং $n(A) = n(B)$
- A সান্ত সেট $B \subset A$ তবে $n(B) < n(A)$
- **সেটের সূত্র :**
  - A ও B সান্ত সেট হলে $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$
  - A, B ও C নিচ্ছেদ সেট হলে
    (i) $n(A \cup B) = n(A) + n(B)$ [$\because n(A \cap B) = 0$]
    (ii) $n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C)$
    , B ও C যেকোনো সেটের জন্য :
  - $n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(C \cap A) + n(A \cap B \cap C)$
  - $n(A') = n(U) - n(A)$
- সকল বাস্তব সংখ্যার সেটকে $\mathbb{R}$ দ্বারা প্রকাশ করা হয়। বাস্তব সংখ্যার মধ্যে স্বাভাবিক, পূর্ণ, মূলদ এবং অমূলদ সকল প্রকার সংখ্যাই বিদ্যমান। তাই $\mathbb{R}$ সেটের কয়েকটি উপসেট হচ্ছে–
  i. সকল স্বাভাবিক সংখ্যার সেট, $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, ...\}$
  ii. সকল পূর্ণসংখ্যার সেট, $\mathbb{Z} = \{..., -2, -1, 0, 1, 2, ...\}$
  iii. সকল মূলদ সংখ্যার সেট, $\mathbb{Q} = \left\{\frac{p}{q} : p, q \in \mathbb{Z}\text{ এবং } q \neq 0\right\}$
  iv. সকল অমূলদ সংখ্যার সেট, $\mathbb{Q}' = \mathbb{R} \backslash \mathbb{Q}$ (মূলদ সংখ্যা বাদে সকল বাস্তব সংখ্যার সেট)
  এক্ষেত্রে লক্ষণীয়, a. $\mathbb{Q} \cap \mathbb{Q}' = \varnothing$
  b. $\mathbb{Q} \cup \mathbb{Q}' = \mathbb{R}$
  v. $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$

SUGGESTION

এখানে অধ্যায়টির অনুশীলনী, বহুনির্বাচনি ও সৃজনশীল প্রশ্নগুলো বিশ্লেষণ করে স্টার মার্কসহ সাজেশন দেওয়া হয়েছে। পরীক্ষার আগে অবশ্যই এ অঙ্কগুলো সমাধান করবে। তাহলে পরীক্ষায় যেকোনো অঙ্কের সমাধান সহজেই করতে পারবে।

সাজেশন | বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

	প্রশ্ন নম্বর
★★★	২, ৫, ৯, ১২, ১৬, ১৭, ১৯, ২০, ২৮, ৩০, ৩১, ৩৪, ৩৮, ৩৯, ৪০, ৪১, ৪২, ৪৩, ৪৪, ৪৫, ৫২, ৫৬, ৫৭, ৫৯, ৬২, ৬৬, ৬৭, ৬৮, ৬৯, ৭২, ৭৪, ৭৫, ৭৬, ৭৭, ৭৮, ৭৯, ৮০, ৮৫, ৮৭, ৯০, ৯১, ৯২, ১০১, ১০৩, ১০৬, ১০৮, ১১১, ১১২, ১১৩, ১১৪, ১২৪, ১২৯, ১৩০, ১৩১, ১৩২, ১৩৩, ১৩৪, ১৩৫
★★	৩, ৬, ১০, ১১, ১৪, ২১, ২৪, ২৫, ২৭, ৩২, ৪৬, ৪৭, ৪৮, ৫৩, ৫৪, ৬৪, ৬৫, ৯৪, ৯৫, ৯৬, ১০৪, ১০৫, ১১৭, ১১৮, ১২০, ১২১, ১২২, ১২৫

সাজেশন | সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

	প্রশ্ন নম্বর
★★★	১, ৫, ৭, ১০, ১২, ১৩, ১৪, ১৫, ১৬, ১৭
★★	৩, ৬, ৮, ১১, ১৮

www.bdniyog.com

সেট ও ফাংশন

অনুশীলনী-১.২

অনুশীলনীটি পড়ে যা জানতে পারবে—

১. সেটের সাহায্যে রিলেশন ও ফাংশন এর ধারণার ব্যাখ্যা।
২. ফাংশনের ডোমেন ও রেঞ্জ নির্ণয়।
৩. এক-এক ফাংশন, সার্বিক ফাংশন ও এক এক সার্বিক ফাংশন।
৪. বিপরীত ফাংশন।

PRACTICE

১৬টি অনুশীলনীর প্রশ্ন|
১০৬টি বহুনির্বাচনি প্রশ্ন ■ ৩৫টি সাধারণ বহুনির্বাচনি ■ ২২টি বহুপদী সমাপ্তিসূচক ■ ৪৯টি অভিন্ন তথ্যভিত্তিক
৩৪টি সৃজনশীল প্রশ্ন ■ ২টি অনুশীলনী ■ ১০টি শ্রেণির কাজ ■ ১১টি মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত ■ ১১টি প্রশ্নব্যাংক

অনুশীলনীর সৃজনশীল বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

১. {(2, 2), (4, 2), (2, 10), (7, 7)} অন্বয়ের ডোমেন কোনটি?

(ক) {2, 4, 7} (খ) {2, 2, 10, 7}
(গ) {2, 2, 10, 7} (ঘ) {2, 4, 2, 5, 7} **ক**

২. $S = \{(x, y) : x \in A, y \in A$ এবং $y = x^2\}$ এবং $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ নিচের কোনটি S অন্বয়ের সদস্য?

(ক) (2, 4) (খ) (−2, 4)
(গ) (−1, 1) (ঘ) (1, −1) **গ**

ব্যাখ্যা: $y = x^2$-তে $x = -1$ বসালে $y = (-1)^2 = 1$
$\therefore (x, y) = (-1, 1) \in S$.

৩. যদি S = {(1, 4), (2, 1), (3, 0), (4, 1), (5, 4)} হয় তবে,

(i) S অন্বয়ের রেঞ্জ S = {4, 1, 0, 4}
(ii) S অন্বয়ের বিপরীত অন্বয়,
$S^{-1} = \{(4, 1), (1, 2), (0, 3), (1, 4), (4, 5)\}$
(iii) S অন্বয়টি একটি ফাংশন

উপরের তথ্যের আলোকে নিচের কোনটি সঠিক ?

(ক) i ও ii (খ) ii ও iii
(গ) i ও iii (ঘ) i, ii ও iii **খ**

ব্যাখ্যা: (i) সঠিক নয়, কারণ S অন্বয়ের রেঞ্জ {4, 1, 0}
(ii) সঠিক, কারণ $S^{-1} = \{(4, 1), (1, 2), (0, 3), (1, 4), (4, 5)\}$
(iii) সঠিক, কারণ S অন্বয়ের একই প্রথম উপাদান বিশিষ্ট একাধিক ক্রমজোড় নেই।

নিচের তথ্যের আলোকে নিচের (৪-৬) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

যদি $F(x) = \sqrt{x - 1}$ হয়, তবে—

৪. F(10) = কত?

(ক) 9 (খ) 3
(গ) −3 (ঘ) $\sqrt{10}$ **খ**

ব্যাখ্যা: $F(x) = \sqrt{x - 1} \Rightarrow F(10) = \sqrt{10 - 1} = 3$

৫. F(x) = 5 হলে, x এর মান কত?

(ক) 5 (খ) 24
(গ) 25 (ঘ) 26 **ঘ**

ব্যাখ্যা: $F(x) = \sqrt{x - 1}$
$\therefore 5 = \sqrt{x - 1}$
$\Rightarrow 25 = x - 1$
$\therefore x = 26$

৬. ফাংশনটির ডোমেন নিচের কোনটি?

(ক) ডোম $F = \{x \in \mathbb{R} : x \neq 1\}$
(খ) ডোম $F = \{x \in \mathbb{R} : x \geq 1\}$
(গ) ডোম $F = \{x \in \mathbb{R} : x \leq 1\}$
(ঘ) ডোম $F = \{x \in \mathbb{R} : x > 1\}$ **খ**

ব্যাখ্যা: $F(x) = \sqrt{x-1}$
F(x) সংজ্ঞায়িত হবে যদি এবং কেবল যদি
$x - 1 \geq 0$
$x \geq 1$
$\therefore$ ডোম $F = \{x \in \mathbb{R} : x \geq 1\}$

অনুশীলনী প্রশ্ন ও সমাধান

৭. (a) প্রদত্ত S অন্বয়ের ডোমেন, রেঞ্জ ও বিপরীত অন্বয় নির্ণয় কর।
(b) S অথবা S^{-1} ফাংশন কিনা তা নির্ধারণ কর।
(c) ফাংশনগুলো এক-এক কিনা?

(ক) S = {(1, 5), (2, 10), (3, 15), (4, 20)}
(খ) S = {(−3, 8), (−2, 3), (−1, 0), (0, −1), (1, 0), (2, 3), (3, 8)}
(গ) $S = \left\{\left(\frac{1}{2}, 0\right), (1, 1), (1, -1), \left(\frac{5}{2}, 2\right), \left(\frac{5}{2}, -2\right)\right\}$
(ঘ) S = {(−3, −3), (−1, −1), (0, 0), (1, 1), (3, 3)}
(ঙ) S = {(2, 1), (2, 2), (2, 3)}

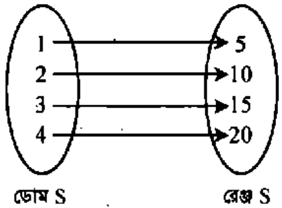
সমাধান:

(ক) (a) এখানে, S = {(1, 5), (2, 10), (3, 15), (4, 20)}
ডোম S = {1, 2, 3, 4}
রেঞ্জ S = {5, 10, 15, 20}
$S^{-1} = \{(5, 1), (10, 2), (15, 3), (20, 4)\}$

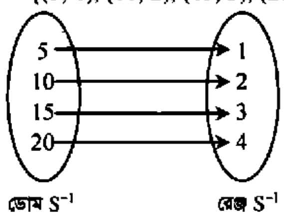
www.bdniyog.com

(b) এখন, S এর একই প্রথম উপাদান বিশিষ্ট একাধিক ক্রমজোড় নেই। সুতরাং S একটি ফাংশন।
আবার S^{-1} অন্বয়েরও একই প্রথম উপাদান বিশিষ্ট একাধিক ক্রমজোড় নেই।
$\therefore S^{-1}$ অন্বয়টিও ফাংশন।

(c) $S = \{(1, 5), (2, 10), (3, 15), (4, 20)\}$



S ফাংশনের ডোমেনের ভিন্ন ভিন্ন সদস্যের প্রতিচ্ছবি ভিন্ন ভিন্ন।
$\therefore$ S এক-এক ফাংশন।
আবার, $S^{-1} = \{(5, 1), (10, 2), (15, 3), (20, 4)\}$

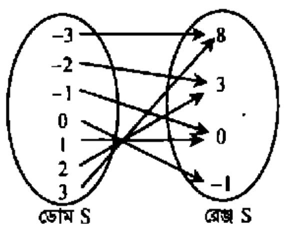


S^{-1} ফাংশনের ডোমেনের ভিন্ন ভিন্ন সদস্যের প্রতিচ্ছবি ভিন্ন ভিন্ন।
$\therefore S^{-1}$ এক-এক ফাংশন।

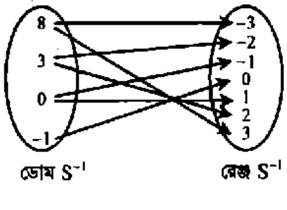
(খ) (a) এখানে,
$S = \{(-3, 8), (-2, 3), (-1, 0), (0, -1), (1, 0), (2, 3), (3, 8)\}$
ডোম $S = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$
রেঞ্জ $S = \{-1, 0, 3, 8\}$
$S^{-1} = \{(8, -3), (3, -2), (0, -1), (-1, 0), (0, 1), (3, 2), (8, 3)\}$

(b) এখন S এর একই প্রথম উপাদান বিশিষ্ট একাধিক ক্রমজোড় নেই।
$\therefore$ S একটি ফাংশন।
কিন্তু S^{-1} এর একই প্রথম উপাদান বিশিষ্ট একাধিক ক্রমজোড় আছে। যেমন: $(0, -1)$ এবং $(0, 1)$
$\therefore S^{-1}$ ফাংশন নয়।

(c) $S = \{(-3, 8), (-2, 3), (-1, 0), (0, -1), (1, 0), (2, 3), (3, 8)\}$



এই ফাংশনের একই প্রথম উপাদান বিশিষ্ট একাধিক ক্রমজোড় নেই। কিন্তু একই দ্বিতীয় উপাদান বিশিষ্ট একাধিক ক্রমজোড় আছে। যেমন: $(-3, 8)$ ও $(3, 8)$. সুতরাং এটি এক-এক ফাংশন নয়।
$\therefore$ S এক-এক ফাংশন নয়।
আবার, $S^{-1} = \{(8, -3), (3, -2), (0, -1), (-1, 0), (0, 1), (3, 2), (8, 3)\}$

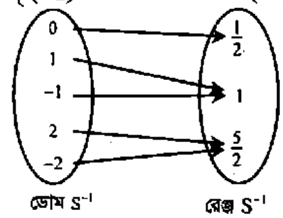


S^{-1} এ একই প্রথম উপাদান বিশিষ্ট $(0, -1)$ ও $(0, 1)$ ক্রমজোড় আছে। কাজেই এটি ফাংশন নয়। সুতরাং এটি এক-এক ফাংশন নয়।

(গ) (a) এখানে, $S = \left\{\left(\frac{1}{2}, 0\right), (1, 1), (1, -1), \left(\frac{5}{2}, 2\right), \left(\frac{5}{2}, -2\right)\right\}$
ডোম $S = \left\{\frac{1}{2}, 1, \frac{5}{2}\right\}$
রেঞ্জ $S = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$
$S^{-1} = \left\{\left(0, \frac{1}{2}\right), (1, 1), (-1, 1), \left(2, \frac{5}{2}\right), \left(-2, \frac{5}{2}\right)\right\}$

(b) S এর একই প্রথম উপাদান বিশিষ্ট একাধিক ক্রমজোড় আছে, যেমন: $(1, 1)$ এবং $(1, -1)$।
$\therefore$ S ফাংশন নয়।
S^{-1} এর একই প্রথম উপাদান বিশিষ্ট একাধিক ক্রমজোড় নেই।
সুতরাং S^{-1} ফাংশন।

(c) $S = \left\{\left(\frac{1}{2}, 0\right), (1, 1), (1, -1), \left(\frac{5}{2}, 2\right), \left(\frac{5}{2}, -2\right)\right\}$
যেহেতু S ফাংশন নয় তাই S এক-এক ফাংশন নয়।
$S^{-1} = \left\{\left(0, \frac{1}{2}\right), (1, 1), (-1, 1), \left(2, \frac{5}{2}\right), \left(-2, \frac{5}{2}\right)\right\}$

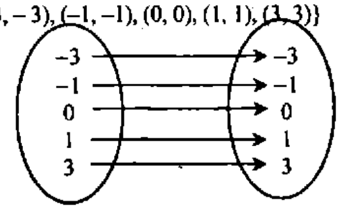


S^{-1} ফাংশনটির একই দ্বিতীয় উপাদান বিশিষ্ট একাধিক ক্রমজোড় রয়েছে, যেমন- $(1, 1)$ ও $(-1, 1)$
সুতরাং S^{-1} ফাংশনটি এক-এক নয়।
[বি:দ্র: পাঠ্যবইয়ের উত্তরে ভুল আছে।]

(ঘ) (a) এখানে, $S = \{(-3, -3), (-1, -1), (0, 0), (1, 1), (3, 3)\}$
ডোম $S = \{-3, -1, 0, 1, 3\}$
রেঞ্জ $S = \{-3, -1, 0, 1, 3\}$
$S^{-1} = \{(-3, -3), (-1, -1), (0, 0), (1, 1), (3, 3)\}$

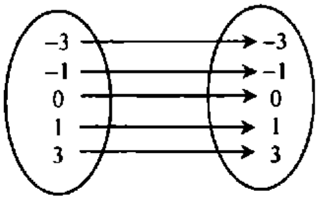
(b) S এর একই প্রথম উপাদান বিশিষ্ট একাধিক ক্রমজোড় নেই।
সুতরাং S একটি ফাংশন।
S^{-1} এরও একই প্রথম উপাদান বিশিষ্ট একাধিক ক্রমজোড় নেই।
সুতরাং S^{-1} একটি ফাংশন।

(c) $S = \{(-3, -3), (-1, -1), (0, 0), (1, 1), (3, 3)\}$



S ফাংশনের ডোমেনের ভিন্নভিন্ন সদস্যের প্রতিচ্ছবি ভিন্ন।
সুতরাং, S এক-এক ফাংশন।
$S^{-1} = \{(-3, -3), (-1, -1), (0, 0), (1, 1), (3, 3)\}$

www.bdniyog.com



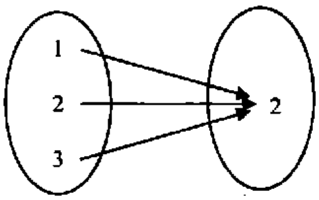
ডোম S^{-1} রেঞ্জ S^{-1}

S^{-1} ফাংশনের ডোমেনের ভিন্নভিন্ন সদস্যের প্রতিচ্ছবি ভিন্ন।
সুতরাং, S^{-1} এক-এক ফাংশন।

(ঙ) (a) এখানে, $S = \{(2, 1), (2, 2), (2, 3)\}$
ডোম $= \{2\}$
রেঞ্জ $= \{1, 2, 3\}$
$S^{-1} = \{(1, 2), (2, 2), (3, 2)\}$

(b) এখন, S এর একই প্রথম উপাদানবিশিষ্ট একাধিক ক্রমজোড় আছে। যেমন: (2, 1) এবং (2, 2)
সুতরাং S ফাংশন নয়।
S^{-1} এর একই প্রথম উপাদান বিশিষ্ট একাধিক ক্রমজোড় নেই।
সুতরাং S^{-1} ফাংশন।

(c) এখানে, S ফাংশন নয় তাই এক-এক নয়।



ডোম S^{-1} রেঞ্জ S^{-1}

S^{-1} ফাংশনটির একই দ্বিতীয় উপাদান বিশিষ্ট একাধিক ক্রমজোড় রয়েছে। যেমন- (1, 2), (2, 2) ও (3, 2)।
সুতরাং S^{-1} ফাংশনটি এক-এক নয়।

৮. $F(x) = \sqrt{x-1}$ দ্বারা বর্ণিত ফাংশনের জন্য—
(ক) F(1), F(5) এবং F(10) নির্ণয় কর।
(খ) $F(a^2+1)$ নির্ণয় কর, যেখানে $a \in \mathbb{R}$.
(গ) $F(x) = 5$ হলে, x নির্ণয় কর।
(ঘ) $F(x) = y$ হলে, x নির্ণয় কর, যেখানে $y \geq 0$.

সমাধান:

(ক) দেওয়া আছে, $F(x) = \sqrt{x-1}$
$F(1) = \sqrt{1-1} = \sqrt{0} = 0$
$F(5) = \sqrt{5-1} = \sqrt{4} = 2$
$F(10) = \sqrt{10-1} = \sqrt{9} = 3$
Ans. 0, 2, 3

(খ) দেওয়া আছে, $F(x) = \sqrt{x-1}$
$F(a^2+1) = \sqrt{a^2+1-1} = \sqrt{a^2} = |a|$
Ans. $|a|$

(গ) দেওয়া আছে, $F(x) = \sqrt{x-1}$
এবং $F(x) = 5$
$\therefore \sqrt{x-1} = 5$
বা, $x - 1 = 25$ [বর্গ করে]
$\therefore x = 25 + 1 = 26$
Ans. 26

(ঘ) দেওয়া আছে, $F(x) = \sqrt{x-1}$
এবং $F(x) = y$
$\therefore \sqrt{x-1} = y$
বা, $x - 1 = y^2$ [বর্গ করে]
$\therefore x = 1 + y^2$
Ans. $1 + y^2$

৯. $F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $F(x) = x^2$ ফাংশনের জন্য—
(ক) ডোম F এবং রেঞ্জ F নির্ণয় কর।
(খ) দেখাও যে, F এক-এক ফাংশন নয়।

সমাধান: দেওয়া আছে, $F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $F(x) = x^2$

(ক) $F(x) = x^2$
এখানে, x এর সকল মানের জন্য F(x) সংজ্ঞায়িত।
অতএব, ডোম $F = \mathbb{R}$
এখানে, x এর সকল মানের জন্য F(x) এর মান $\mathbb{R}_+$ হয়।
এবং রেঞ্জ $F = \mathbb{R}_+$
উত্তর: ডোম $F = \mathbb{R}$ এবং রেঞ্জ $F = \mathbb{R}_+$

(খ) দেওয়া আছে, $F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $F(x) = x^2$
ধরি, $x_1, x_2 \in$ ডোম F
যেখানে $x_1 \neq x_2$
এখন, $F(x_1) = F(x_2)$ এর জন্য F এক-এক ফাংশন হবে কেবল এবং কেবল যদি $x_1 = x_2$ হয়।
$\therefore F(x_1) = x_1^2$ এবং $F(x_2) = x_2^2$
$\therefore F(x_1) = F(x_2) \Rightarrow x_1^2 = x_2^2$
$\therefore x_1 = \pm x_2$
অর্থাৎ $x_1 \neq x_2$
$\therefore$ F এক-এক ফাংশন নয়।

১০. (ক) $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ একটি ফাংশন যা $f(x) = ax + b$; $a, b \in \mathbb{R}$ দ্বারা সংজ্ঞায়িত হলে দেখাও যে, f এক-এক এবং অনটু।
(খ) $f : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ ফাংশনটি $F(x) = \sqrt{1-x^2}$ দ্বারা সংজ্ঞায়িত, তবে দেখাও যে, f এক-এক এবং অনটু।

সমাধান:

(ক) দেওয়া আছে, $f(x) = ax + b$
ধরি, $x_1, x_2 \in$ ডোম f
এখন, $f(x_1) = f(x_2)$ এর জন্য f এক-এক ফাংশন হবে যদি এবং কেবল যদি $x_1 = x_2$ হয়।
এখন, $f(x_1) = ax_1 + b$ এবং $f(x_2) = ax_2 + b$
$\therefore f(x_1) = f(x_2)$
বা, $ax_1 + b = ax_2 + b$
বা, $ax_1 = ax_2$
$\therefore x_1 = x_2$
অতএব, প্রদত্ত ফাংশন এক-এক ফাংশন।
আবার, $y \in \mathbb{R}$ যেকোন প্রদত্ত সংখ্যা হলে,
ধরি, $y = ax + b = f(x)$
বা, $ax = y - b$

$$x = \frac{y-b}{a}$$

$$f\left(\frac{y-b}{a}\right) = a.\frac{y-b}{a} + b = y - b + b = y$$

$$f\left(\frac{y-b}{a}\right) = y = f(x)$$

$\therefore$ ফাংশনটি অনটু বা সার্বিক।
সুতরাং ফাংশনটি এক-এক এবং অনটু। **(দেখানো হলো)**

(খ) $F(x) = \sqrt{1 - x^2}$

এখন, $F(a) = \sqrt{1 - a^2}$ এবং $F(b) = \sqrt{1 - b^2}$

যদি $F(a) = F(b)$ হয়, তবে

$\sqrt{1 - a^2} = \sqrt{1 - b^2}$

বা, $1 - a^2 = 1 - b^2$

বা, $-a^2 = -b^2$

বা, $a^2 = b^2$

বা, $a = b$

অতএব, প্রদত্ত ফাংশন F এক-এক ফাংশন।

আবার, $y \in [0, 1]$ যেকোনো সংখ্যা হলে,

ধরি, $y = \sqrt{1 - x^2} = f(x)$

বা, $y^2 = 1 - x^2$

বা, $x^2 = 1 - y^2$

$\therefore$ $x = \sqrt{1 - y^2}$

$f(\sqrt{1-y^2}) = \sqrt{1 - (\sqrt{1-y^2})^2}$

$= \sqrt{1 - (1 - y^2)}$

$= \sqrt{1 - 1 + y^2}$

$= \sqrt{y^2}$

$= y = f(x)$

$\therefore$ ফাংশনটি অনটু

সুতরাং f এক-এক ও অনটু। **(দেখানো হলো)**

১১. যদি $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ এবং $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ফাংশনদ্বয় $f(x) = x^3 + 5$ এবং $g(x) = (x - 5)^{\frac{1}{3}}$ দ্বারা সংজ্ঞায়িত হয়, তবে দেখাও যে, $g = f^{-1}$।

সমাধান: দেওয়া আছে, $f(x) = x^3 + 5$

এবং $g(x) = (x - 5)^{\frac{1}{3}}$

ধরি, $y = f(x)$ $\therefore x = f^{-1}(y)$

$\Rightarrow y = x^3 + 5$

$\Rightarrow x^3 = y - 5$

$\Rightarrow x = (y - 5)^{\frac{1}{3}}$

$\Rightarrow f^{-1}(y) = (y - 5)^{\frac{1}{3}}$

$\Rightarrow f^{-1}(x) = (x - 5)^{\frac{1}{3}}$

$\Rightarrow f^{-1}(x) = g(x)$

$\therefore g = f^{-1}$ **(দেখানো হলো)**

১২. $\mathbb{R}$ বাস্তব সংখ্যার সেট হলে এবং $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ফাংশনটি $f(x) = x^2 - x - 2$ দ্বারা প্রদত্ত হলে $f^{-1}([-2, 0])$ এবং $f^{-1}(\{0\})$ নির্ণয় কর।

সমাধান: এখানে, $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ যেখানে $f(x) = x^2 - x - 2$

মনে করি, $f^{-1}([-2, 0]) = x$

বা, $[-2, 0] = f(x)$

বা, $x^2 - x - 2 = [-2, 0]$

এখন, $x^2 - x - 2 \geq -2$ এবং $x^2 - x - 2 \leq 0$

বা, $x^2 - x - 2 + 2 \geq 0$ বা, $x^2 - 2x + x - 2 \leq 0$

বা, $x(x - 1) \geq 0$ বা, $x(x - 2) + 1(x - 2) \leq 0$

$\therefore x(x - 1) \geq 0$ ..... (1) $\therefore (x - 2)(x + 1) \leq 0$ ...... (2)

(1) নং সত্য হবে যদি এবং কেবল যদি x ও $(x - 1)$ উভয়ই ধনাত্মক অথবা উভয়ই ঋণাত্মক হয়।

$x - 1 \geq 0$ বা, $x \geq 1$ হলে x ও $(x - 1)$ উভয়ই ধনাত্মক

$x \leq 0$ হলে x ও $(x - 1)$ উভয়ই ঋণাত্মক।

$\therefore x \geq 1$ অথবা $x \leq 0$ হলে (1) নং সত্য হবে।

আবার, (2) নং সত্য হবে যদি এবং কেবল যদি $(x - 2)$ ও $(x + 1)$ এর একটি ধনাত্মক ও একটি ঋণাত্মক হয়।

$x - 2 \geq 0$ বা, $x \geq 2$ হলে $x - 2 \geq 0$ ও $x + 1 \geq 0$

$x + 1 \leq 0$ বা, $x \leq -1$ হলে $x - 2 \leq 0$ ও $x + 1 \leq 0$

$x - 2 \leq 0$ বা, $x \leq 2$ হলে, $x - 2 \leq 0$ ও $x + 1 \geq 0$

$-1 \leq x \leq 2$ হলে $x - 2 \leq 0$ অথবা $x + 1 \geq 0$

(1) ও (2) নং উভয়ই সত্য হবে যদি এবং কেবল যদি

$-1 \leq x \leq 0$ এবং $1 \leq x \leq 2$

$\therefore f^{-1}([-2, 0]) = \{x \in \mathbb{R} : 1 \leq x \leq 2$ অথবা, $-1 \leq x \leq 0\}$

এবং মনে করি, $f^{-1}(\{0\}) = x$

বা, $f(x) = \{0\}$

বা, $x^2 - x - 2 = 0$

বা, $x^2 - 2x + x - 2 = 0$

বা, $x(x-2) + 1(x - 2) = 0$

বা, $(x - 2)(x + 1) = 0$

$\therefore x = -1, 2$

$\therefore f^{-1}(\{0\}) = \{x \in \mathbb{R} : -1 \leq x \leq 2\}$

১৩. S অন্বয়ের লেখচিত্র অঙ্কন কর এবং অন্বয়টি ফাংশন কি না তা লেখচিত্র থেকে নির্ণয় কর যেখানে:

(ক) $S = \{(x, y) : 2x - y + 5 = 0\}$

(খ) $S = \{(x, y) : x + y = 1\}$

(গ) $S = \{(x, y) : 3x + y = 4\}$

(ঘ) $S = \{(x, y) : x = -2\}$

সমাধান:

(ক) S-এর বর্ণনাকারী সমীকরণ,

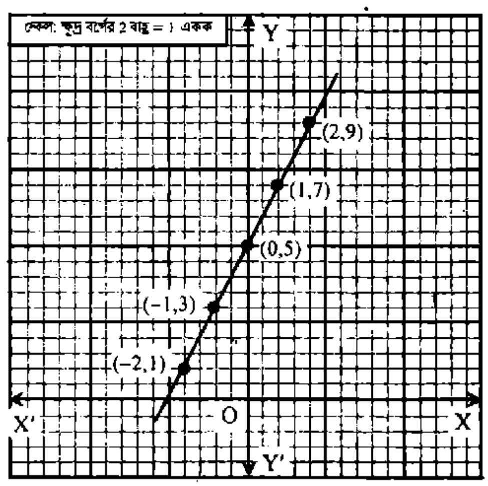
$2x - y + 5 = 0$

বা, $y = 2x + 5$ থেকে x ও y এর কয়েকটি সংশ্লিষ্ট মান নিম্নের ছকে নির্ণয় করা হলো–

x	0	1	–1	2	–2
y = 2x + 5	5	7	3	9	1

$\therefore L = \{(0, 5), (1, 7), (-1, 3), (2, 9), (-2, 1)\} \subset S$

এখন L-এর লেখ অঙ্কন করে বিন্দুগুলোকে সরলরেখা দ্বারা যুক্ত করলেই S এর লেখ পাওয়া যাবে। নিম্নে তা দেখানো হলো–



লেখ চিত্রে y-অক্ষের সমান্তরাল কোনো রেখার ওপর S এর দুইটি বিন্দু নেই। সুতরাং এটি একটি ফাংশন।

(খ) S-এর বর্ণনাকারী সমীকরণ,

$x + y = 1$

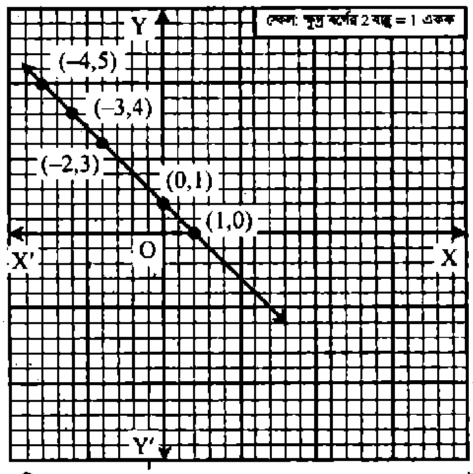
বা, $y = 1 - x$ থেকে x ও y এর কয়েকটি সংশ্লিষ্ট মান নিম্নের ছকে নির্ণয় করা হলো–

x	0	1	−2	−3	−4
$y = 1 - x$	1	0	3	4	5

$\therefore$ $L = \{(0, 1), (1, 0), (-2, 3), (-3, 4), (-4, 5)\} \subset S$

L-এর লেখ এঁকে বিন্দুগুলোকে সরলরেখা দ্বারা যুক্ত করলেই S এর লেখ পাওয়া যাবে।

নিম্নে তা দেখানো হলো–



লেখচিত্রে y-অক্ষের সমান্তরাল কোনো রেখায় S-এর দুইটি বিন্দু নেই।

সুতরাং S একটি ফাংশন।

(গ) S-এর বর্ণনাকারী সমীকরণ,

$3x + y = 4$

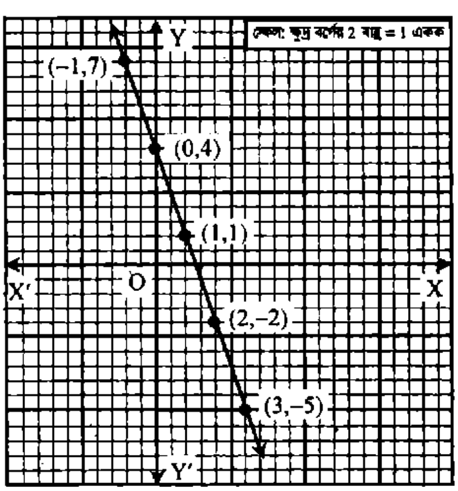
বা, $y = 4 - 3x$ থেকে x ও y এর কয়েকটি সংশ্লিষ্ট মান নিম্নের ছকে দেখানো হলো–

x	0	1	2	−1	3
$y = 4 - 3x$	4	1	−2	7	−5

$\therefore$ $L = \{(0, 4), (1, 1), (2, -2), (-1, 7), (3, -5)\} \subset S$

$\therefore$ L-এর লেখ এঁকে বিন্দুগুলোকে সরলরেখা দ্বারা যুক্ত করলেই S এর লেখ পাওয়া যাবে।

নিম্নে তা দেখানো হলো–

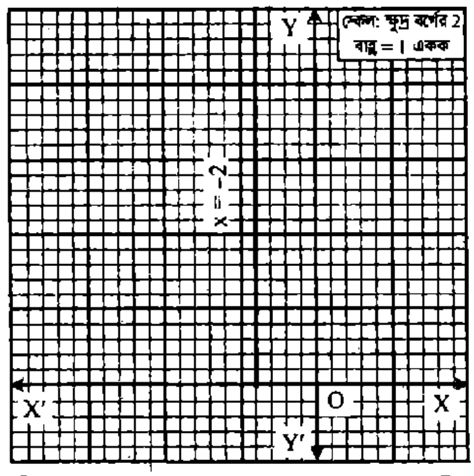


লেখচিত্রে y-অক্ষের সমান্তরাল কোনো রেখায় ওপর S এর দুইটি বিন্দু নেই। সুতরাং S একটি ফাংশন।

(ঘ) S-এর বর্ণনাকারী সমীকরণ,

$x = -2$ তে y যুক্ত কোনো পদ নেই। y এর মান যাই হোক না কেন x-এর মান সর্বদাই −2.

S অন্বয়ের লেখচিত্র হলো y-অক্ষের সমান্তরাল রেখা যা মূলবিন্দু হতে 2 একক বামে অবস্থিত।



লেখচিত্রে y-অক্ষের সমান্তরাল রেখার উপর অসংখ্য বিন্দু আছে। সুতরাং S অন্বয়টি ফাংশন নয়।

১৪. S অন্বয়ের লেখচিত্র অঙ্কন কর এবং অন্বয়টি ফাংশন কিনা তা লেখচিত্র থেকে নির্ণয় কর যেখানে:

(ক) $S = \{(x, y) : x^2 + y^2 = 25\}$

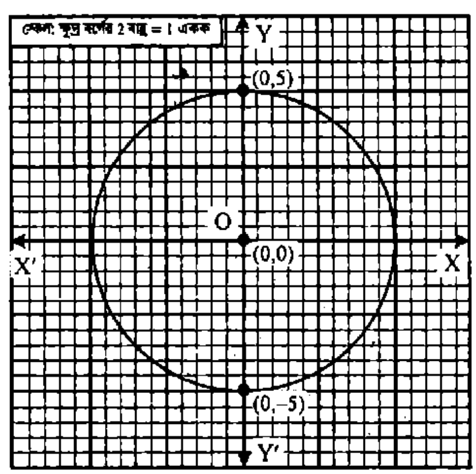
(খ) $S = \{(x, y) : x^2 + y^2 = 9\}$

সমাধান:

(ক) S-এর বর্ণনাকারী সমীকরণ, $x^2 + y^2 = 25$,

বা, $(x - 0)^2 + (y - 0)^2 = 5^2$

$\therefore$ S-এর লেখ একটি বৃত্ত যার কেন্দ্র (0, 0) এবং ব্যাসার্ধ 5. ছক কাগজে (0, 0) বিন্দু পাতন করে একে কেন্দ্র করে 5 একক ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্ত আঁকলেই S-এর লেখ পাওয়া যাবে। নিম্নে তা দেখানো হলো।



লেখচিত্রে দেখা যায় y- অক্ষের ওপর দুইটি বিন্দু (0,5) ও (0, −5) অবস্থিত। সুতরাং, S একটি ফাংশন নয়।

(খ) S-এর বর্ণনাকারী সমীকরণ,

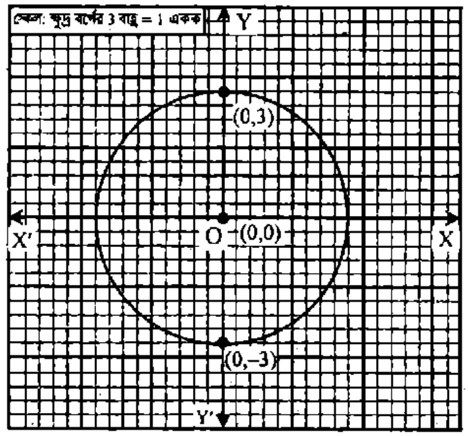
$x^2 + y^2 = 9$

বা, $(x - 0)^2 + (y - 0)^2 = 3^2$

$\therefore$ S-এর লেখ একটি বৃত্ত

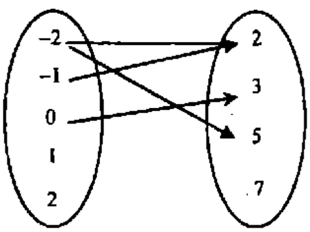
যার কেন্দ্র (0, 0) ও ব্যাসার্ধ 3. এখন (0, 0) বিন্দু পাতন করে 3 একক ব্যাসার্ধ নিয়ে বৃত্ত আঁকলেই S-এর লেখ পাওয়া যাবে। নিম্নে তা দেখানো হলো –

লেখচিত্রে, দেখা যায়, y-অক্ষের সমান্তরাল কোনো রেখার ওপর লেখের দুইটি বিন্দু যথা (0, 3), (0, – 3) অবস্থিত। সুতরাং S ফাংশন নয়।



১৫. A = {–2, –1, 0, 1, 2} এবং B = {2, 3, 5, 7}

A সেটের কয়েকটি উপাদানের সাথে B সেটের উপাদানগুলোকে অন্বিত করে নিম্নের চিত্রে দেখানো হলো :



(ক) গঠিত অন্বয়টি D হলে, D এর মান ক্রমজোড়ের মাধ্যমে প্রকাশ কর।

(খ) S = {(x, y) : x ∈ A, y ∈ A এবং $x = y^2$} অন্বয়টিকে তালিকা পদ্ধতিতে বর্ণনা করে ডোম S এবং রেঞ্জ S নির্ণয় কর।

(গ) উপরে বর্ণিত অন্বয়টির লেখচিত্র অঙ্কন কর এবং অন্বয়টি ফাংশন কিনা তা লেখচিত্র হতে নির্ণয় কর।

<u>১৫ নং প্রশ্নের সমাধান</u>

ক দেওয়া আছে, A = {–2, –1, 0, 1, 2} এবং B = {2, 3, 5, 7}

$\therefore$ D = {(–2, 2), (–2, 5), (–1, 2), (0, 3)}

খ S = {(x, y) : x ∈ A, y ∈ A এবং $x = y^2$}

= {(x, y) : x ∈ A, y ∈ A এবং $y = \pm\sqrt{x}$ }

এখন, $y = \pm\sqrt{x}$

–2 ও –1 এর জন্য y এর মান অবাস্তব

x = 0 হলে, y = 0 ∈ A $\therefore$ (0, 0) ∈ S

x = 1 হলে, y = ± 1 ∈ A $\therefore$ (1, 1), (1, – 1) ∈ S

x = 2 হলে, $y = \pm\sqrt{2} \notin A$ $\therefore$ $(2, \pm\sqrt{2}) \notin S$

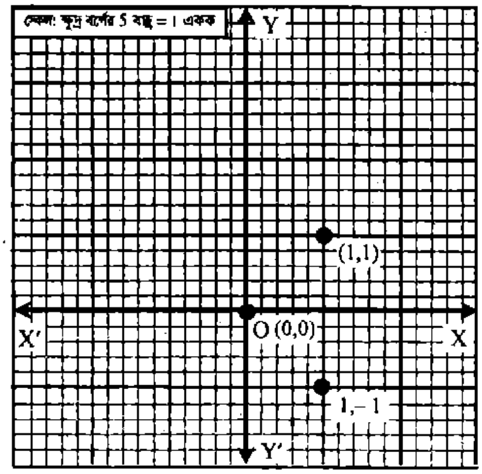
$\therefore$ S = {(0, 0), (1, 1), (1, –1)}

$\therefore$ ডোম S = {0, 1}

রেঞ্জ S = {0, 1, –1}

গ 'খ' এ প্রাপ্ত অন্বয়, S = {(0, 0), (1, 1) (1, – 1)}

X-অক্ষ বরাবর 5 ঘর = 1 একক এবং Y-অক্ষ বরাবর 5 ঘর = 1 একক ধরে প্রাপ্ত বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করে প্রদত্ত অন্বয়ের লেখচিত্র পাওয়া যায়।



যেহেতু x = 1 এর দুটি ইমেজ বা প্রতিচ্ছবি যথা 1, – 1 পাওয়া যায়। সুতরাং S অন্বয়টি ফাংশন নয়।

১৬. F(x) = 2x – 1

ক. $F(x + 1)$ এবং $F\left(\frac{1}{2}\right)$ এর মান নির্ণয় কর।

খ. F (x) ফাংশনটি এক-এক কি না তা নির্ণয় কর, যখন x, y ∈ ℕ

গ. F(x) = y হলে x এর তিনটি মান নির্ণয় কর, যখন x, y ∈ ℕ এবং y = 2x – 1 সমীকরণটির লেখচিত্র অঙ্কন কর।

<u>১৬ নং প্রশ্নের সমাধান</u>

ক দেওয়া আছে, F(x) = 2x – 1

$\therefore F(x + 1) = 2(x + 1) - 1$

$= 2x + 2 - 1$

$= 2x + 1$

এবং $F\left(\frac{1}{2}\right) = 2.\frac{1}{2} - 1 = 1 - 1 = 0$

উত্তর : 2x + 1; 0

খ দেওয়া আছে, F(x) = 2x – 1

ধরি, a, b ∈ ডোম F, যেখানে a ≠ b

এখন, F(a) = F(b) এর জন্য

যদি ও কেবল যদি a = b হয়, তবে F ফাংশনটি এক-এক হবে।

$\therefore$ F(a) = 2a – 1 এবং F(b) = 2b – 1

www.bdniyog.com

এখন, $F(a) = F(b)$

$\Rightarrow 2a - 1 = 2b - 1$

$\Rightarrow 2a = 2b$

$\therefore a = b$

সুতরাং ফাংশনটি এক-এক।

গ $F(x) = y$

বা, $F(x) = 2x - 1 = y$ [$\because y = 2x - 1$]

বা, $2x = y + 1$

$x = \frac{1}{2}(y + 1)$

এখন, $y = 1$ হলে, $x = \frac{1}{2}(1 + 1) = \frac{1}{2} \times 2 = 1$

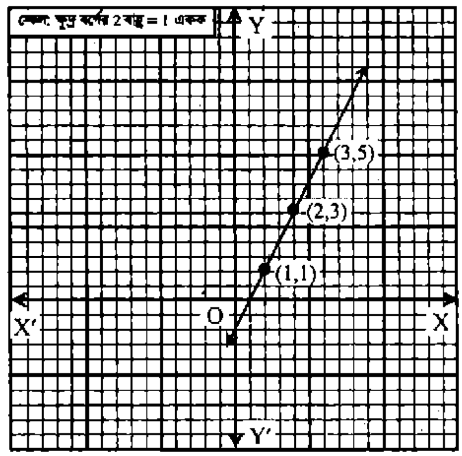
$y = 3$ হলে, $x = \frac{1}{2}(3 + 1) = \frac{1}{2} \times 4 = 2$

$y = 5$ হলে, $x = \frac{1}{2}(5 + 1) = \frac{1}{2} \times 6 = 3$

$\therefore$ x এর তিনটি মান 1, 2, 3

এখানে ক্রমজোড় তিনটি (1, 1), (2, 3), (3, 5)

এখানে, x-অক্ষ বরাবর 2 বর্গ ঘর = 1 একক এবং y-অক্ষ বরাবর 2 বর্গ ঘর = 1 একক ধরে প্রাপ্ত ক্রমজোড় বিন্দুগুলোকে ছক কাগজে স্থাপন করে সংযোগ করে $y = 2x - 1$ সমীকরণের লেখচিত্র পাওয়া যায়।



মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত সৃজনশীল বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

★★★ অন্বয় এবং ফাংশন | Text পৃষ্ঠা-২৬

- A সেট হতে B সেটের অন্বয় R দুইটি শর্ত পালন করে। R অবশ্যই A × B এর একটি উপসেট হবে। R এর ক্রমজোড়গুলোর প্রথম উপাদান A সেটের উপসেট হবে এবং দ্বিতীয় উপাদান B সেটের উপসেট হবে।
- কোন অন্বয়ে একই ১ম উপাদান বিশিষ্ট একাধিক ক্রমজোড় না থাকে তবে ঐ অন্বয়কে ফাংশন বলে।
- প্রত্যেক ফাংশন অন্বয় কিন্তু প্রত্যেক অন্বয় ফাংশন নয়।
- $y = f(x)$ ফাংশনে x এর যে সকল মানের জন্য $f(x)$ সংজ্ঞায়িত, x এর সেই মানগুলো ডোমেন এবং ডোমেন x এর জন্য $f(x)$ এর যে সকল বাস্তব মান পাওয়া যায় সেই মানগুলো রেঞ্জ।

১. **নিচের কোনটি একটি ফাংশন?** (মধ্যম)

ক $A = \{(1, 2), (1, 5), (0, 0)\}$

খ $B = \{(2, 3), (2, 5), (2, 7)\}$

গ $C = \{(0, 2), (0, 6), (2, 3)\}$

ঘ $D = \{(-2, 2), (2, 2), (1, 1), (0, 3)\}$ **ঘ**

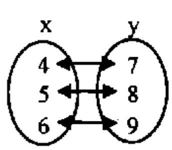
ব্যাখ্যা: ক্রমজোড়ের প্রথম উপাদানগুলো ভিন্ন ভিন্ন হলে তা একটি ফাংশন নির্দেশ করে।

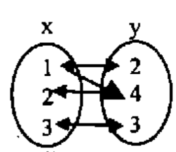
২. **যদি $T = \{(0, 0), (2, 4), (-1, 3), (3, 4)\}$ একটি ফাংশন হয়, তবে নিচের কোনটি T এর ডোমেন?** (সহজ)

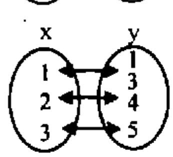
ক $\{0, -1, 4, 3\}$ খ $\{0, 2, 4, 3\}$

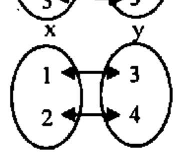
গ $\{0, 2, -1, 3\}$ ঘ $\{2, 4, -1, 3\}$ **গ**

৩. **নিচের কোন অন্বয়টি ফাংশন নয়?** (মধ্যম) [অন্নদা সরকারী উচ্চ বিদ্যালয়, ব্রাহ্মণবাড়ীয়া]

ক 

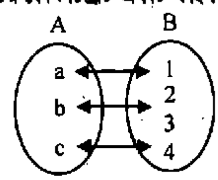
খ 

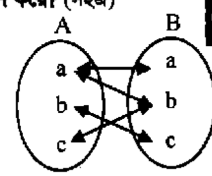
গ 

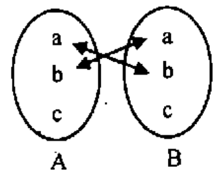
ঘ 

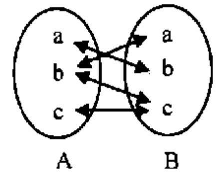
ঘ

৪. **নিচের কোন চিত্রটি একটি ফাংশন কে প্রকাশ করে?** (সহজ)

ক 

খ 

গ 

ঘ 

ক

৫. **$F(x) = \sqrt{1 - x}$; $x \in \mathbb{R}$, নিচের কোনটির জন্য F(x) অসংজ্ঞায়িত?** (মধ্যম) [অন্নদা সরকারী উচ্চ বিদ্যালয়, ব্রাহ্মণবাড়ীয়া; বর্ডার গার্ড পাবলিক স্কুল এন্ড কলেজ, সিলেট]

ক $x = 2$ খ $x \leq -1$

গ $x \leq 1$ ঘ $x = 1$ **ক**

৬. **$F(x) = \sqrt{1 - x}$; $x \in \mathbb{R}$, ফাংশনের ক্ষেত্রে x এর কোন মানটি ডোমেনের বহির্ভূত?** (মধ্যম) [ভি. জে সরকারি মাধ্যমিক বিদ্যালয়, চুয়াডাঙ্গা; কাদিরাবাদ ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল, নাটোর]

ক 2 খ 1 গ 0 ঘ −3 **ক**

৭. **$F(x) = \sqrt{x - 1}$; $x \in \mathbb{R}$ যদি ও কেবল যদি** (সহজ) [সরকারি করোনেশন মাধ্যমিক বালিকা বিদ্যালয়, খুলনা]

ক $x \leq 1$ খ $x > 1$ গ $x \geq 1$ ঘ $x < 1$ **গ**

ব্যাখ্যা : F(x) সংজ্ঞায়িত হবে যদি ও কেবল যদি $x - 1 \geq 0$ হয় অর্থাৎ $x \geq 1$

৮. **$F(x) = (x - 1)^2$ হলে, ডোম F = কত?** (সহজ)

ক ডোম $F = \{x \in \mathbb{R} : x \geq 1\}$

খ ডোম $F = \{x \in \mathbb{R} : x > 1\}$

গ ডোম $F = \mathbb{R}$

ঘ ডোম $F = \{x \in \mathbb{R} : x \neq 1\}$ **গ**

৯. $F(x) = \frac{1}{x-2}$ হলে x এর কোন শর্তে F(x) এর বাস্তব মান পাওয়া যাবে? (সহজ) [চট্টগ্রাম সিটি কর্পোরেশন আন্তঃবিদ্যালয়; মাতৃপীঠ সরকারী বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, চাঁদপুর]
ক $x > 2$ খ $x < 2$ গ $x \geq 2$ ঘ $x \neq 2$ — ঘ

১০. $F(x) = \sqrt{1-x}$; $x \in \mathbb{R}$ দ্বারা বর্ণিত ফাংশনের ক্ষেত্রে x এর কোন মানটি ডোমেনের অন্তর্ভুক্ত হতে পারে? (মধ্যম)
ক 1 খ 2 গ 3 ঘ 4 — ক

ব্যাখ্যা: $1 - x \geq 0$ মান সমূহ ডোমেনের অন্তর্ভুক্ত হবে।
অর্থাৎ $1 \geq x$ বা, $x \leq 1$

১১. $F(x) = 2x - 1$ হলে $F\left(\frac{a+1}{2}\right)$ নির্ণয় কর। (সহজ)
ক $-a$ খ 0 গ a ঘ -1 — গ

১২. নিচের কোন অন্বয়টি ফাংশন নয়। (কঠিন)
ক $S = \{(x, y) : 2x - y + 5 = 0\}$
খ $S = \{(x, y) : \frac{x}{4} + \frac{y}{3} = 1\}$
গ $S = \{(x, y) : y^2 = x\}$
ঘ $S = \{(x, y) : y = 4\}$ — গ

১৩. A সেট থেকে B সেটে S একটি অন্বয় হলে—
i. S-এ অন্তর্ভুক্ত ক্রমজোড়গুলির প্রথম উপাদান সমূহের সেটকে Range বলা হয়।
ii. S-এ অন্তর্ভুক্ত ক্রমজোড়গুলির প্রথম উপাদান সমূহের সেটকে Domain বলা হয়।
iii. S-অন্তর্ভুক্ত ক্রমজোড়গুলির দ্বিতীয় উপাদানসমূহের সেটকে Range বলা হয়।
নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)
ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii — গ

১৪. S = {(–3, 8), (–2, 3), (–1, 0) (0, –1), (1, 0), (2, 3), (3, 8)} প্রদত্ত S অন্বয়ের—
i. ডোম S = {–3, –2, –1, 0, 1, 2, 3}
ii. রেঞ্জ S = {8, 3 0, –1}
iii. S অন্বয় ফাংশন নয়।
নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)
ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii — ক

১৫. $S \subset A \times B$ হলে—
i. ডোম $S \subset A$
ii. রেঞ্জ $S \subset B$
iii. ডোম $S \subset B$ এবং রেঞ্জ $S \subset A$
নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)
ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii — ক

১৬. $F(x) = |x|$ বর্ণিত ফাংশনের জন্য — [অন্নদা সরকারী উচ্চ বিদ্যালয়, ব্রাহ্মণবাড়ীয়া; রাজশাহী সরকারী বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, হেলেনাবাদ]
i. F (x) = 4 হলে, x = ± 4
ii. F (x) = 0 হলে, x = 1
iii. F (x) = y হলে x = ± y
নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)
ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii — খ

নিচের তথ্যের আলোকে (১৭-২০) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:
S = {(1, 5), (2, 10), (3, 15), (4, 20)}

১৭. ডোম S = ? (সহজ) [সরকারি করোনেশন মাধ্যমিক বালিকা বিদ্যালয়, খুলনা]
ক {1, 2, 3, 4} খ {5, 10, 15, 20}
গ {1, 2, 3} ঘ {1, 2, 3, 4, 5} — ক

১৮. রেঞ্জ S = ? (সহজ)
ক {1, 2, 3, 4} খ {5, 10, 15, 20}
গ {1, 2, 3} ঘ {1, 2, 3, 4, 5} — খ

১৯. S^{-1} এর ডোমেন কোনটি (সহজ)
ক {1, 2, 3, 4} খ {5, 10, 15, 20}
গ {1, 2, 3} ঘ {1, 2, 3, 4, 5} — খ

ব্যাখ্যা: S^{-1} = {5, 1}, (10, 2), (15, 3), (20, 4)}

২০. S^{-1} এর রেঞ্জ কোনটি (মধ্যম)
ক {1, 2, 3, 4} খ {5, 10, 15, 20}
গ {1, 2, 3} ঘ {1, 2, 3, 4, 5} — ক

নিচের তথ্যের ভিত্তিতে (২১-২৪) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:
$S = \{(x, y) : x \in A, y \in A$ এবং $x - y = 1\}$
যেখানে, A = {–2, –1, 0, 1, 2}

২১. S অন্বয়ের বর্ণনাকারী সমীকরণকে y, x এর মাধ্যমে প্রকাশ করলে কোনটি সঠিক? (সহজ)
ক $y = x - 1$ খ $y = x + 1$
গ $y = 1 - x$ ঘ $x = y + 1$ — ক

২২. প্রত্যেক $x \in A$ এর জন্য y নির্ণয় করলে নিচের কোন ক্রম জোড়টি S এর অন্তর্ভুক্ত? (কঠিন)
ক (2, 1) খ (2, 3) গ (–2, 3) ঘ (–2, –3) — ক

২৩. S অন্বয়কে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ করলে নিচের কোনটি হবে? (কঠিন)
ক S = {(–2, –3), (–1, –2), (0, 1)}
খ S = {(–1, –2), (0, –1), (1, 0), (2, 1)}
গ S = {(–1, –2), (0, 1), (0, 1), (2, –1)}
ঘ S = {(–2, –3) (0, –1), (1, 0), (2, 1)} — খ

২৪. রেঞ্জ S = কত? (মধ্যম)
ক {–3,–2, –1, 0} খ {–2, –1, 0, 1}
গ {–2, –1, 0, 3} ঘ {–1, 0, 1, 2} — খ

নিচের তথ্যের আলোকে (২৫-২৬) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:
$F(x) = (x - 1)^2$

২৫. F(–5) = কত? (সহজ)
ক 0 খ 5 গ 16 ঘ 36 — ঘ

২৬. F(x) = 100 হলে x এর মান কত? (মধ্যম)
ক 11 খ – 9
গ 11 অথবা, –9 ঘ – 11 অথবা, 9 — গ

ব্যাখ্যা: দেওয়া আছে, F(x) = 100
বা, $(x - 1)^2 = 10$ বা, $(x - 1) = \pm 10$ বা, $x = -9$ বা, 11

নিচের তথ্যের ভিত্তিতে (২৭-২৮) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:
$\mathbb{R}$ এর $S = \{(x, y) : y = \sqrt{x}\}$ অন্বয় বর্ণিত হলো।

২৭. ডোম S = কত? (মধ্যম)
ক $\mathbb{R}$ খ $\mathbb{R}_+$ গ $\mathbb{R}_-$ ঘ Z — খ

২৮. রেঞ্জ S = কত? (মধ্যম)
ক $\mathbb{R}$ খ $\mathbb{R}_+$ গ $\mathbb{R}$ ঘ Q — খ

নিচের তথ্যের ভিত্তিতে (২৯-৩০) নং প্রশ্নের উত্তর দাও :
F(x) = 2x – 1 দ্বারা বর্ণিত ফাংশন

২৯. F(0) + F(2) = কত? (মধ্যম) [যশোর সরকারী বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, যশোর]
ক – 1 খ 0 গ 2 ঘ 3 — গ

৩০. $F\left(\frac{a+1}{2}\right)$ = কত? যেখানে, $a \in \mathbb{R}$ (মধ্যম) [যশোর সরকারী বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, যশোর]
ক a খ $\frac{1}{a}$ গ a + 2 ঘ a – 2 — ক

নিচের তথ্যের ভিত্তিতে (৩১-৩৪) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:
$F : \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}$, $F(x) = x^2$ দ্বারা বর্ণিত একটি ফাংশন

৩১. ডোম F = কত? (মধ্যম) [রাজশাহী গভঃ ল্যাবরেটরী হাই স্কুল, রাজশাহী]
ক $\mathbb{R}$ খ $\mathbb{R}_+$
গ $\{x \in \mathbb{R} : x > 1\}$ ঘ $\{x \in \mathbb{R} : x \neq 1\}$ — খ

www.bdniyog.com

৩২. রেঞ্জ F এর মান নিচের কোনটি? (কঠিন) [রাজশাহী গভঃ ল্যাবরেটরী হাই স্কুল, রাজশাহী]

ক $\mathbb{R}$ খ $\{x \in \mathbb{R} : x^2 > 1\}$
গ $\mathbb{R}_+$ ঘ $\{x \in \mathbb{R} : x^2 < 1\}$ **গ**

৩৩. F^{-1} = কত? (কঠিন) [রাজশাহী গভঃ ল্যাবরেটরী হাই স্কুল, রাজশাহী]

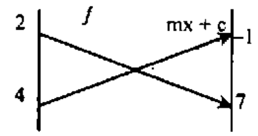
ক x^2 খ x গ $\sqrt{x}$ ঘ $\frac{1}{x}$ **গ**

৩৪. F^{-1} একটি কী? (কঠিন) [ভি. জে সরকারি মাধ্যমিক বিদ্যালয়, চুয়াডাঙ্গা; রাজশাহী গভঃ ল্যাবরেটরী হাই স্কুল, রাজশাহী]

ক অন্বয় খ সেট
গ এক-এক ফাংশন ঘ ক্রমজোড় **গ**

ব্যাখ্যা: $F(x) = x^2 \therefore F^{-1}(x) = \sqrt{x}$
$F^{-1} : \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}_+$: যা একটি এক-এক ফাংশন

নিচের তথ্যের ভিত্তিতে (৩৫-৩৮) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:



উপরের চিত্রে $f : x \to mx + c$ যেকোনো একটি ফাংশন।

৩৫. m এর মান কত? (কঠিন)

ক −15 খ −4 গ 4 ঘ 15 **খ**

ব্যাখ্যা : $f(x) = mx + c$
$\therefore f : 2 \to 7 \Rightarrow f(2) = 7 \Rightarrow 2m + c = 7$ ..... (i)
এবং $f : 4 \to -1 \Rightarrow f(4) = -1 \Rightarrow 4m + c = -1$ ....(ii)
$(i) - (ii) \Rightarrow -2m = 8 \Rightarrow m = -4$

৩৬. c এর মান কত? (কঠিন)

ক −4 খ 4 গ 15 ঘ 16 **গ**

ব্যাখ্যা: $(2 \times (i) - (ii)) \Rightarrow c = 15$

৩৭. f এর অধীনে 5 এর ইমেজ কত? (কঠিন)

ক −5 খ 5 গ 15 ঘ 16 **ক**

ব্যাখ্যা : $f(5) = 5m + c = 5 \times (-4) + 15 = -20 + 15 = -5$

৩৮. ইমেজ 3 হলে সদস্য সংখ্যা কত? (কঠিন)

ক 3 খ 4 গ 5 ঘ 6 **ক**

ব্যাখ্যা : ধরি x নির্ণয়ে সদস্য সংখ্যা যার ইমেজ 3 তখন $f(x) = 3$
$\Rightarrow -4x + 15 = 3 \Rightarrow -4x + 12 = 0 \Rightarrow x = 3.$

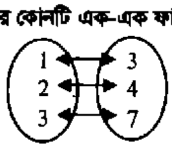
★★★ এক-এক ফাংশন | Text পৃষ্ঠা-৩১

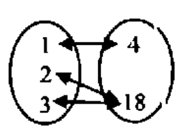
- ডোমেনের ভিন্ন ভিন্ন সদস্যের ছবি যদি সর্বদা ভিন্ন হয় তবে তাকে এক-এক ফাংশন বলে। একটি ফাংশন $f : A \to B$ এক-এক ফাংশন হবে যদি $f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow x_1 = x_2$ যেখানে $x_1, x_2 \in A$

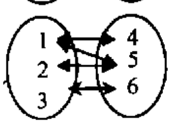
৩৯. একটি এক-এক ফাংশনের ক্ষেত্রে ফাংশনটির অধীনে এর ডোমেনের ভিন্ন ভিন্ন সদস্যের ছবি সর্বদা কীরূপ হয়? (সহজ)

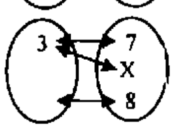
ক একই হয়। খ ভিন্ন হয়। গ অসীম হয়। ঘ ধ্রুব হয়। **খ**

৪০. নিচের কোনটি এক-এক ফাংশন? (মধ্যম)

ক 

খ 

গ 

ঘ 

ক

৪১. $f(x) = 3x + 5, x \in \mathbb{R}$ একটি এক-এক ফাংশন হলে, $f^{-1}(2)$ এর মান কত? (মধ্যম)

ক −1 খ 1 গ 3 ঘ 5 **ক**

৪২. নিচের কোনটি এক-এক ফাংশন? (মধ্যম) [ময়মনসিংহ জিলা স্কুল, ময়মনসিংহ; মতিঝিল মডেল স্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা]

ক $F(x) = |x|$ খ $F(x) = \sqrt{1 - x^2}$
গ $F(x) = e^x$ ঘ $F(x) = x^2$ **গ**

৪৩. নিচের কোন ফাংশনটি এক-এক নয়? (সহজ) [বরিশাল ক্যাডেট কলেজ, বরিশাল]

ক $F(x) = x^2$ খ $F(x) = x$
গ $F(x) = x + 1$ ঘ $F(x) = x - 1$ **ক**

৪৪. নিচের কোন ফাংশনটি এক-এক নয়? (মধ্যম) [ভি. জে সরকারি মাধ্যমিক বিদ্যালয়, চুয়াডাঙ্গা]

ক $F(x) = 2x - 1$ খ $F(x) = e^x$
গ $F(x) = \log x$ ঘ $F(x) = |x|$ **ঘ**

৪৫. একটি ফাংশন এক-এক হবে যদি —

i. f এর একটি বিপরীত ফাংশন f^{-1} বিদ্যমান থাকে।
ii. $b = f(a)$ বা, $a = f^{-1}(b)$.
iii. $b = f(a)$ বা, $a \neq f^{-1}(b)$.

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **ক**

৪৬. যদি $F : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, F(x) = x^2$ একটি ফাংশন হয়, তবে —

i. F এক-এক ফাংশন।
ii. F এক-এক ফাংশন নয়।
iii. রেঞ্জ $\mathbb{R}_+$

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **গ**

৪৭. $f(x) = x^3$ একটি ফাংশন হলে—

i. ফাংশনটি এক-এক ফাংশন
ii. ফাংশনটি সার্বিক ফাংশন
iii. ফাংশনটি এক-এক কিন্তু সার্বিক নয়

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **ক**

ব্যাখ্যা : সকল এক-এক ফাংশন সার্বিক ফাংশন কিন্তু সকল সার্বিক ফাংশন এক এক নয়।

৪৮. $f(x) = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y = \sqrt{x}\}$ হলে— [ভি. জে সরকারি মাধ্যমিক বিদ্যালয়, চুয়াডাঙ্গা]

i. F ফাংশন নয়।
ii. F এক এক ফাংশন।
iii. F সার্বিক ফাংশন

নিচের কোনটি সঠিক? *(মধ্যম)*

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **গ**

৪৯. f ফাংশনের অধীনে $f : A \to B$ কে এক-এক ফাংশন বলা হবে যদি—

i. $f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow x_1 = x_2$ হয় যেখানে $x_1, x_2 \in A$
ii. $f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow x_1 \neq x_2$ হয় যেখানে $x_1, x_2 \in A$
iii. ভিন্ন ভিন্ন সদস্যের ছবি সর্বদা ভিন্ন ভিন্ন হয়।

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **খ**

নিচের তথ্যের আলোকে (৫০-৫১) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

একটি ফাংশন $F(x) = \sqrt{1 - x^2}$

৫০. ফাংশনটির ডোমেন নিচের কোনটি? (কঠিন) [নবাবগঞ্জ সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, চাপাইনবাবগঞ্জ]

ক [0, 1] খ [−1, 1] গ (0,1) ঘ (−1, 1] **খ**

ব্যাখ্যা : $F(x) = \sqrt{1 - x^2}$ এর $1 - x^2 \geq 0$ হবে।
$\therefore 1 \geq x^2 \Rightarrow -1 \leq x \leq 1. \Rightarrow x = [-1, 1]$

www.bdniyog.com

৫১. **নিচের কোন শর্তের জন্য F ফাংশনটি এক-এক হবে?** (কঠিন) [নবাবগঞ্জ সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, চাপাইনবাবগঞ্জ]

ক $f: [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ খ $f : [0, 1) \rightarrow [0, 1)$
গ $f : (0, 1] \rightarrow (0, 1]$ ঘ $f : (0, 1) \rightarrow (0, 1)$ (ক)

নিচের তথ্যের আলোকে (৫২-৫৪) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

$f(x) = 3x + 1, 0 \leq x \leq 2$ হলে

৫২. **ফাংশনটি কোন ধরনের?** (মধ্যম)

ক এক-এক খ ধ্রুবক গ দ্বি-ঘাত ঘ ফাংশন নয় (ক)

৫৩. **f^{-1} = কত?** (মধ্যম)

ক $\frac{1}{3}(y + 1)$ খ $\frac{1}{3}(x - 1)$ গ $\frac{x + 1}{3}$ ঘ $\frac{3x + 1}{y}$ (খ)

৫৪. **f এর রেঞ্জ কত?** (কঠিন)

ক $R = \{y : 1 \geq y \leq 7\}$ খ $R = \{y : 1 \leq y \geq 7\}$
গ $R = \{y : 1 \leq y \leq 7\}$ ঘ $R = \{y : 1 \leq y = 7\}$ (গ)

★★★ সার্বিক ফাংশন বা অনটু ফাংশন | Text পৃষ্ঠা-৩১

- একটি ফাংশন $f : A \rightarrow B$ সার্বিক বা অনটু ফাংশন হবে যদি $f(A) = B$ হয়।

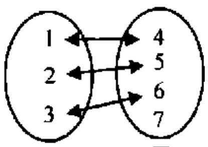
৫৫. **যদি $f : A = \{1, 2, 3\} \rightarrow B = \{5, 7, 9\}$ কে $y = 2x + 3$ দ্বারা সংজ্ঞায়িত করা যায়, তবে f কোন ধরনের ফাংশন?** (মধ্যম)

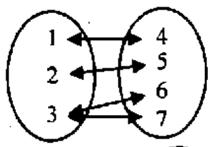
ক সার্বিক খ বিপরীত
গ ধ্রুবক ঘ ফাংশন নয় (ক)

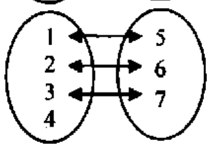
৫৬. **$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ একটি ফাংশন হলে নিচের কোন ফাংশনটি এক-এক এবং সার্বিক?** (কঠিন)

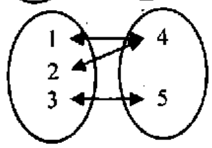
ক $f(x) = x^2$ খ $f(x) = |x|$
গ $f(x) = x^4$ ঘ $f(x) = ax + b$ (ঘ)

৫৭. **নিচের কোনটি সার্বিক ফাংশন?** (মধ্যম)

ক


খ


গ


ঘ


(ঘ)

৫৮. **$f : A \rightarrow B$ সার্বিক ফাংশন হলে—**

i. $f(A) = B$
ii. f ফাংশনটি এক-এক ফাংশন
iii. প্রত্যেক $b \in B$ এর জন্য একটি $a \in A$ পাওয়া যাবে।

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii (খ)

৫৯. **$f(x) = x^2$ ফাংশনের অধীনে $f : A \rightarrow B$ হলে—**

i. ফাংশনটি এক-এক ফাংশন
ii. ফাংশনটি সার্বিক ফাংশন
iii. ফাংশনটির রেঞ্জ $R_+ \cup \{0\}$

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii (গ)

৬০. **যদি $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ কে $f(x) = x^2 + 7$ দ্বারা সংজ্ঞায়িত করা হয়, তাহলে ফাংশন f —**

i. এক-এক।
ii. সার্বিক।
iii. f^{-1} বিদ্যমান।

নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii (ঘ)

★★★ বিপরীত ফাংশন | Text পৃষ্ঠা-৩৪

- একটি ফাংশন এক-এক ও সার্বিক হলে, ফাংশনের বিপরীত ফাংশন পাওয়া যায়।
- $f : A \rightarrow B$ একটি এক-এক ও সার্বিক ফাংশন হলে বিপরীত ফাংশন $f^{-1} : B \rightarrow A$ অর্থাৎ B সেটের প্রত্যেক উপাদানের জন্য A সেটে একটি এবং কেবলমাত্র একটি উপাদান পাওয়া যায়।

৬১. **$f(x) = \frac{x}{x-2}$, $x \neq 2$ হলে $f^{-1}(2)$ এর মান কত?** (মধ্যম) [ময়মনসিংহ জিলা স্কুল, ময়মনসিংহ; রাঙামাটি সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, রাঙামাটি; রাজশাহী গভঃ ল্যাবরেটরী হাই স্কুল, রাজশাহী]

ক 4 খ 2 গ 1 ঘ 0 (ক)

ব্যাখ্যা : বিপরীত ফাংশনের ডোমেন মূল ফাংশনের রেঞ্জ হবে

$\therefore 2 = \frac{x}{x-2} \Rightarrow 2x - 4 = x$

$\Rightarrow 2x - x = 4$

$\Rightarrow x = 4$

অর্থাৎ, $f^{-1}(2) = 4$.

৬২. **$f(x) = \frac{3}{x-1}$, $x \neq 1$ হলে, $f^{-1}(3)$ এর মান কত?** (মধ্যম)

ক 2 খ 3
গ 5 ঘ 6 (ক)

৬৩. **$f(x) = x + 5$ এবং $g(x) = x - 5$ হলে $f(g(x))$ সমান কত?** (সহজ) [ময়মনসিংহ জিলা স্কুল, ময়মনসিংহ; রাঙামাটি সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, রাঙামাটি; ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল এন্ড কলেজ, পার্বতীপুর, দিনাজপুর।]

ক 2x খ x গ 10 ঘ 0. (খ)

ব্যাখ্যা : $f(g(x)) = f(x - 5) = (x - 5) + 5 = x$.

৬৪. **$f(x) = x + 1$ হলে $f^{-1}(x) = x - 1$; এখন x এর কোন মানের জন্য $4f^{-1}(x) = f(x)$?** (মধ্যম)

ক $\frac{5}{3}$ খ $\frac{3}{4}$ গ $\frac{3}{5}$ ঘ $\frac{3}{7}$ (ক)

৬৫. **$f(x) = x + 1$ এবং $g(x) = x - 1$ হলে, $f(g(x))$ = কত?** (মধ্যম)

ক 0 খ 1 গ x ঘ x^2 (গ)

ব্যাখ্যা: $f(g(x)) = f(x - 1) = x - 1 + 1 = x$

৬৬. **$f^{-1}(y) = x$ যেকোন বিপরীত ফাংশন হলে —**

i. f ফাংশনটি এক-এক ফাংশন
ii. $b = f(a) \Leftrightarrow a = f^{-1}(a)$
iii. f ফাংশনটি সার্বিক ফাংশন।

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii (ঘ)

৬৭. **$f : \{1, 2, 3, 4\} \rightarrow \mathbb{R}$ যেখানে $f(x) = 2x + 1$, তবে ফাংশন f—**

i. এক-এক।
ii. সার্বিক নয়।
iii. ধ্রুবক।

নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii (ক)

৬৮. **যদি $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ এবং $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ফাংশনদ্বয় $f(x) = x^3 + 5$ এবং $g(x) = (x - 5)^{\frac{1}{3}}$ দ্বারা সংজ্ঞায়িত হয়, তবে ফাংশন দুইটি—**

i. এক-এক ফাংশন।
ii. সার্বিক ফাংশন।
iii. $g = f^{-1}$।

নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii (ঘ)

www.bdniyog.com

৬৯. $f : A \to B$ এবং $g : B \to A$ হলে—

i. $g = f^{-1}$
ii. $f(g(x)) = g(f(x)) = x$
iii. $f(x) \in B$ এবং $g(x) \in A$.

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii — ঘ

৭০. $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ ফাংশনটি $f(x) = x^3 - 5$ দ্বারা সংজ্ঞায়িত হলে

i. f এক-এক ফাংশন
ii. f সার্বিক ফাংশন
iii. f বিপরীত ফাংশন

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii — ঘ

নিচের তথ্যের আলোকে (৭১-৭৩) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ যেখানে $f(x) = \frac{4x - 9}{x - 2}$

৭১. $f(1)$ = কত? (সহজ)

(ক) 4 (খ) 5 (গ) 6 (ঘ) 7 — খ

৭২. $f^{-1}(1)$ = কত? (মধ্যম)

(ক) $\frac{5}{3}$ (খ) $\frac{7}{3}$ (গ) $\frac{8}{3}$ (ঘ) $\frac{10}{3}$ — খ

৭৩. $f\left(\frac{7}{3}\right) + f^{-1}(1)$ = কত? (সহজ)

(ক) $\frac{10}{3}$ (খ) $\frac{17}{3}$ (গ) $\frac{19}{3}$ (ঘ) $\frac{22}{3}$ — ক

নিচের নিচের তথ্যের আলোকে (৭৪-৭৭) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ ফাংশনটি $f(x) = x^2 - x - 2$ দ্বারা সংজ্ঞায়িত।

৭৪. $f^{-1}(x)$ এর মান কোনটি? (কঠিন)

(ক) $\sqrt{x + \frac{9}{4}} - \frac{1}{2}$ (খ) $\sqrt{x + \frac{9}{4}} + \frac{1}{2}$
(গ) $\sqrt{x - \frac{9}{4}} + \frac{1}{2}$ (ঘ) $\sqrt{x - \frac{9}{4}} - \frac{1}{2}$ — খ

ব্যাখ্যা: ধরি, $y = f(x) = x^2 - x - 2 = x^2 - 2.\frac{1}{2}x + \frac{1}{4} - \frac{1}{4} - 2$

বা, $y + \frac{9}{4} = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 \Rightarrow x = \pm\sqrt{y + \frac{9}{4}} + \frac{1}{2}$

$\therefore f^{-1}(x) = \sqrt{x + \frac{9}{4}} + \frac{1}{2}$

৭৫. $f^{-1}(\{0\})$ = ? (কঠিন)

(ক) 0 (খ) $\frac{3}{2}$ (গ) 2 (ঘ) 3 — গ

ব্যাখ্যা : $f^{-1}(\{0\}) = \sqrt{0 + \frac{9}{4}} + \frac{1}{2} = \frac{3}{2} + \frac{1}{2} = \frac{4}{2} = 2$

৭৬. $f^{-1}([-2, 0])$ = ? (কঠিন)

(ক) (1, 2) (খ) (1, 2] (গ) {1, 2} (ঘ) [1, 2] — ঘ

ব্যাখ্যা : $f^{-1}(x) = \sqrt{x + \frac{9}{4}} + \frac{1}{2}$

$\therefore f^{-1}(-2) = \sqrt{-2 + \frac{9}{4}} + \frac{1}{2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$

$f^{-1}(-1) = \sqrt{-1 + \frac{9}{4}} + \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{5}}{2} + \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{5} + 1}{2}$

$f^{-1}(0) = 2$

৭৭. x-এর কোন মানের জন্য $f^{-1}(x) = 0$ হবে? (মধ্যম)

(ক) −2 (খ) $\frac{3}{2}$ (গ) $-\frac{3}{2}$ (ঘ) $-\frac{1}{2}$ — ক

ব্যাখ্যা : $f^{-1}(x) = 0 \Rightarrow \sqrt{x + \frac{9}{4}} + \frac{1}{2} = 0$

$\Rightarrow x + \frac{9}{4} = \left(-\frac{1}{2}\right)^2 \Rightarrow x = \frac{1}{4} - \frac{9}{4} = \frac{-8}{4} = -2$

★★★ অন্বয় ও ফাংশনের লেখচিত্র | Text পৃষ্ঠা-৩৬

- সরলরৈখিক ফাংশনের সাধারণ রূপ $f(x) = mx + b$ [m হলো ঢাল, y অক্ষের ছেদক b]
- দ্বিঘাত ফাংশনের সাধারণ রূপ $y = ax^2 + bx + c$ যেখানে a, b এবং c বাস্তব সংখ্যা এবং $a \neq 0$
- বৃত্তের সমীকরণ: $(x - p)^2 + (y - q)^2 = r^2$ [কেন্দ্র (p, q) ও ব্যাসার্ধ = r] এখানে p, q, r ধ্রুবক এবং $r \neq 0$
- কেন্দ্র (0, 0) ও ব্যাসার্ধ r হলে বৃত্তের সমীকরণ : $x^2 + y^2 = r^2$
- সরলরৈখিক ফাংশনের লেখচিত্র সর্বদা সরলরেখা, দ্বিঘাত ফাংশনের লেখচিত্র বক্ররেখা ও বৃত্তের লেখচিত্র হচ্ছে বৃত্তাকার পথ।

৭৮. S = {(1, 5), (2, 10), (3, 15), (4, 20)} অন্বয়ের লেখচিত্র কীরূপ হবে? (মধ্যম)

(ক) সরল রৈখিক (খ) বক্ররেখা (গ) পরাবৃত্ত (ঘ) বৃত্ত — ক

ব্যাখ্যা : ধরি, $y = mx + c$

$\therefore 5 = m + c$ যখন $x = 1, y = 5$

$10 = 2m + c$ যখন $x = 2, y = 10$

$\therefore m = 5, 2c + 3m = 15 \Rightarrow 2c + 3 \times 5 = 15 \Rightarrow c = 0$

$\therefore y = 5x$, যা সরল রৈখিক।

৭৯. L = {(x, y) : x + y = 3} অন্বয়ের লেখচিত্রটি কী? (সহজ)

(ক) সরলরেখা (খ) বৃত্ত (গ) উপবৃত্ত (ঘ) পরাবৃত্ত — ক

৮০. y = 2x ফাংশনের লেখচিত্র কীরূপ হবে? (সহজ)

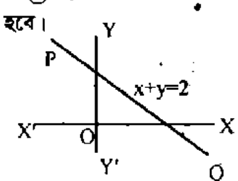
(ক) সরলরৈখিক (খ) বক্রাকার
(গ) বৃত্তাকার (ঘ) উপবৃত্তাকার — ক

৮১. $f(x) = 2x + 4$ সরলরেখার ঢাল কত? (সহজ)

(ক) −2 (খ) 0
(গ) 2 (ঘ) 4 — গ

ব্যাখ্যা: x এর সহগ 2 তাই ঢাল 2 হবে।

৮২. PQ সরলরেখাটি y-অক্ষকে কত একক ছেদ করেছে? (মধ্যম)



(ক) −2 (খ) 0 (গ) 2 (ঘ) 3 — গ

৮৩. একটি দ্বিঘাত ফাংশন $y = ax^2 + bx + c$ যেখানে $a, b, c \in \mathbb{R}$ এবং $a \neq 0$ ফাংশনটির লেখচিত্র কিরূপ? (মধ্যম)

(ক) বৃত্ত (খ) উপবৃত্ত (গ) পরাবৃত্ত (ঘ) অধিবৃত্ত — গ

৮৪. $y = x^2 + 4x + 1$ ফাংশনের লেখচিত্র কীরূপ? (মধ্যম)

(ক) সরলরেখা (খ) পরাবৃত্ত (গ) বৃত্ত (ঘ) বক্ররেখা — খ

ব্যাখ্যা: $y = x^2 + 4x + 1$ যা $y = ax^2 + bx + c$ আকারের।

৮৫. $S = \{(x, y) : (x - p)^2 + (y - q)^2 = r^2\}$ অন্বয়ের লেখচিত্র একটি বৃত্ত হলে কেন্দ্রের স্থানাঙ্ক নিচের কোনটি? (সহজ)

(ক) (p − q) (খ) (−p, − q)
(গ) (p, q) (ঘ) (−p, q) — গ

৮৬. $y = x^2 - 4x - 1$ ফাংশনের লেখচিত্র —

i. পরাবৃত্ত আকার।
ii. y অক্ষের সমান্তরাল রেখা বা y অক্ষ বরাবর প্রতিসাম্য বিন্দু পাওয়া যাবে।
iii. একটি বিন্দুতে ফাংশনটির মান ক্ষুদ্রতম বা বৃহত্তম হয়।

নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)

(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii — ঘ

৮৭. $f(x) = \frac{4}{3}x + 2$ ফাংশনের লেখচিত্রটি—

i. মূলবিন্দুগামী
ii. x ও y অক্ষদ্বয়কে ছেদ করে।
iii. সরল রৈখিক

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii — গ

www.bdniyog.com

৮৮. S = {(x, y) : x = –2} হলে— [রাজশাহী কলেজিয়েট স্কুল, রাজশাহী]

i. S অন্বয়ের লেখচিত্র সরলরৈখিক

ii. লেখচিত্রটি y অক্ষের সমান্তরাল

iii. S অন্বয়ের রেঞ্জ R

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **ঘ**

নিচের তথ্যের আলোকে (৮৯-৯১) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

$S = \{(x, y): x^2 + y^2 = 9\}$

৮৯. S অন্বয়ের লেখচিত্র কী ধরনের? (সহজ)

ক সরলরেখা খ পরাবৃত্ত

গ বৃত্ত ঘ অধিবৃত্ত **গ**

৯০. S অন্বয়ে বর্ণিত সমীকরণের কেন্দ্রের স্থানাঙ্ক কত? (সহজ) [রাজশাহী কলেজিয়েট স্কুল, রাজশাহী]

ক (0, 1) খ (0, –1) গ (1, 1) ঘ (0, 0) **ঘ**

৯১. অন্বয়টির লেখচিত্রের ব্যাসার্ধ কত? (সহজ) [রাজশাহী কলেজিয়েট স্কুল, রাজশাহী]

ক 2 খ 3 গ 4 ঘ 9 **খ**

নিচের তথ্যের আলোকে (৯২-৯৫) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

$f(x)$ একটি ফাংশন যা $y = x^2 - 4x + 6$ সমীকরণ দ্বারা বর্ণিত।

৯২. ফাংশনটির প্রকৃতি কিরূপ? (সহজ)

ক সরলরৈখিক ফাংশন খ দ্বিঘাত ফাংশন

গ বৃত্তীয় ফাংশন ঘ মূল বিন্দুগামী ফাংশন **খ**

৯৩. ফাংশনটির লেখচিত্রের আকার কিরূপ? (সহজ)

ক বৃত্ত খ পরাবৃত্ত গ উপবৃত্ত ঘ অধিবৃত্ত **খ**

ব্যাখ্যা: পরাবৃত্তের সাধারণ সমীকরণ, $y^2 = 4ax$

$\therefore y = x^2 - 4 + 4x + 6 \Rightarrow y = x^2 - 2.2x + 4 - 6 = (x-2)^2 + 2$

$\Rightarrow (x-2)^2 = 4.\ \frac{1}{4}\ (y-2)$

৯৪. ফাংশনটির প্রতিসাম্য বিন্দু কোন অক্ষ বরাবর? (সহজ)

ক ধনাত্মক x-অক্ষ খ ধনাত্মক y-অক্ষ

গ ধনাত্মক x-অক্ষ ঘ ঋণাত্মক y-অক্ষ **খ**

৯৫. ফাংশনটি y অক্ষকে ছেদ করে কোন বিন্দুতে? (সহজ)

ক (0, 6) খ (6, 0) গ (2, 2) ঘ (0, 2) **ক**

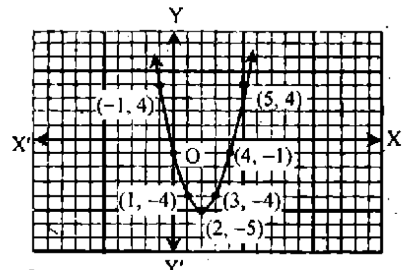
ব্যাখ্যা: y -অক্ষে x = 0.

$\therefore (0-2)^2 = y - 2$

$\Rightarrow y = 6.$

নিচের তথ্যের ভিত্তিতে (৯৬-৯৭) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

$y = ax^2 + bx + c$ এর লেখচিত্রটি লেখচিত্রে দেখানো হয়েছে।



৯৬. লেখচিত্র কী ধরনের? (সহজ)

ক সরল রেখা খ বৃত্ত গ অধিবৃত্ত ঘ পরাবৃত্ত **ঘ**

৯৭. C এর মান কত? (মধ্যম)

ক –1 খ 0 গ 1 ঘ 3 **ক**

ব্যাখ্যা: (0, –1) বিন্দুটি $y = ax^2 + bx + c$ সমীকরণে বসালে পাই,

$-1 = a(0)^2 + b.0 + c$ বা, $c = -1$

নিচের তথ্যের ভিত্তিতে (৯৮-১০০) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

$S = \{(x, y): x^2 + y^2 = 16\}$

৯৮. S অন্বয়ের লেখচিত্র কী ধরনের? (মধ্যম)

ক সরল রেখা খ বৃত্ত গ উপবৃত্ত ঘ পরাবৃত্ত **খ**

৯৯. S অন্বয়ের সকল বিন্দু কোন বিন্দু হতে সমদূরবর্তী? (মধ্যম)

ক (0, 0) খ (1, 1) গ (–1, 1) ঘ (2, 2) **ক**

১০০. S অন্বয়ের বিন্দুসমূহ একটি নির্দিষ্ট বিন্দু থেকে সমদূরবর্তী। এই দূরত্বের মান কত একক? (কঠিন)

ক 1 খ 2 গ 4 ঘ 16 **গ**

শ্রেণির কাজের ওপর সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

প্রশ্ন ▶ ১ $S = \{(x, y) : x \in A, y \in A$ **এবং** $x - y = 1\}$

যেখানে, $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ ***কাজ; পৃষ্ঠা-৩১***

ক. S অন্বয়টিকে তালিকা পদ্ধতিতে বর্ণনা কর। ২

খ. S অন্বয়ের ডোম S ও রেঞ্জ S নির্ণয় কর এবং অন্বয়টি ফাংশন কিনা তা নির্ধারণ কর ও এক-এক কিনা নির্ধারণ কর। ৪

গ. S অন্বয়ের লেখ অঙ্কন কর। ৪

১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত অন্বয়, $S = \{(x, y) : x \in A, y \in A$ এবং $x - y = 1\}$

যেখানে, $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$

এখন, $x - y = 1$

$\therefore y = x - 1$

প্রত্যেক $x \in A$ এর জন্য $y = x - 1$ এর মান নির্ণয় করি

x	–2	–1	0	1	2
y = x – 1	–3	–2	–1	0	1

কিন্তু $-3 \notin A$

$\therefore (-2, -3) \notin S$

$\therefore S = \{(x, y) : x \in A, y \in A$ এবং $x - y = 1\}$

$= \{(-1, -2), (0, -1), (1, 0), (2, 1)\}$ **(Ans.)**

খ 'ক' হতে পাই,

$S = \{(-1, -2), (0, -1)\ (1, 0), (2, 1)\}$

সুতরাং ডোম $S = \{-1, 0, 1, 2\}$ এবং

রেঞ্জ $S = \{-2, -1, 0, 1\}$

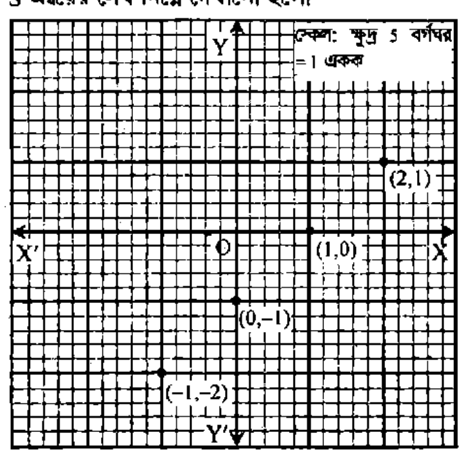
এখানে, S এর একই প্রথম উপাদানবিশিষ্ট একাধিক ক্রমজোড় নেই। সুতরাং S অন্বয়টি একটি ফাংশন।

আবার S এর একই দ্বিতীয় উপাদান বিশিষ্ট একাধিক ক্রমজোড় নেই। তাই এটি এক-এক ফাংশন। **(Ans.)**

গ 'ক' হতে পাই,

$S = \{(-1, -2), (0, -1), (1, 0), (2, 1)\}$

S অন্বয়ের লেখ নিম্নে দেখানো হলো–



www.bdniyog.com

প্রশ্ন ▶ ২ $S = \{(x, y) : x \in A, y \in A$ **এবং** $y^2 = x\}$; **যেখানে,** $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$

ক. y কে x এর মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২

খ. S অন্বয়টিকে তালিকা পদ্ধতিতে বর্ণনা কর এবং ডোম S ও রেঞ্জ S নির্ণয় কর। অত:পর S^{-1} নির্ণয় কর। ৪

গ. অন্বয়টি ফাংশন কিনা এবং এক-এক কিনা তা নির্ধারণ কর। অত:পর S অন্বয়ের লেখ অঙ্কন কর। ৪

২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত অন্বয়, $S = \{(x, y) : x \in A, y \in A$ এবং $y^2 = x\}$

এখন, $y^2 = x \therefore y = \pm\sqrt{x}$ এবং $x \neq -2, -1$ **(Ans.)**

খ সকল $x \in A$ এর জন্য $y = \pm\sqrt{x}$ এর মান নির্ণয় করি।

x	−2	−1	0	1	2
$y = \pm\sqrt{x}$	$\pm(\sqrt{-2})$ অবাস্তব	$\pm(\sqrt{-1})$ অবাস্তব	0	±1	$\pm\sqrt{2}$

কিন্তু $\pm\sqrt{-2} \notin A, \pm\sqrt{-1} \notin A$

এবং $\pm\sqrt{2} \notin A$

$\therefore (-2, \pm\sqrt{-2}) \notin S, (-1, \pm\sqrt{-1}) \notin S, (2, \pm\sqrt{2}) \notin S$

$\therefore S = \{(x, y) : x \in A, y \in A$ এবং $y^2 = x\}$

$= \{(0, 0), (1, 1), (1, -1)\}$

সুতরাং ডোম $S = \{0, 1\}$ এবং রেঞ্জ $S = \{0, 1, -1\}$

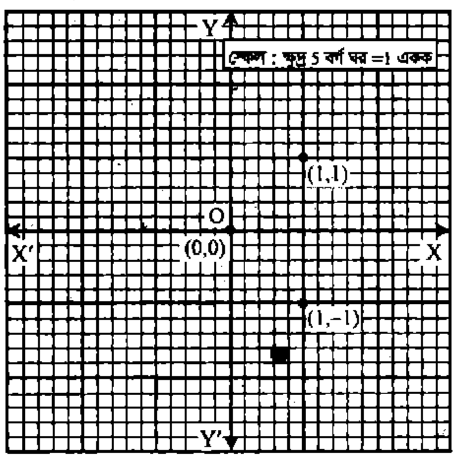
এবং $S^{-1} = \{(0, 0), (1, 1), (-1, 1)\}$

Ans. $S = \{(0, 0), (1, 1), (1, -1)\}$, ডোম $S = \{0, 1\}$, রেঞ্জ $S = \{0, 1, -1\}$ এবং $S^{-1} = \{(0, 0), (1, 1), (-1, 1)\}$

গ 'খ' হতে পাই $S = \{(1, -1), (1, 1), (0, 0)\}$ অন্বয়ে একই প্রথম উপাদানবিশিষ্ট একাধিক ভিন্ন ক্রমজোড় আছে। যথা : (1, −1) এবং (1, 1).

$\therefore$ S অন্বয় ফাংশন নয় এবং এক-এক ও নয়।

যেহেতু, $S = \{(0, 0), (1, 1), (1, -1)\}$ সুতরাং লেখচিত্রটি নিম্নে দেওয়া হলো-



প্রশ্ন ▶ ৩ $f(x) = \frac{4x-9}{x-2}$ **দ্বারা বর্ণিত ফাংশনের ক্ষেত্রে—**

ব কাজ; পৃষ্ঠা-৩৫

ক. ডোমেন নির্ণয় কর। ২

খ. $f^{-1}(-1)$ এবং $f^{-1}(1)$ নির্ণয় কর। ৪

গ. x এর মান নির্ণয় কর যেন $4f^{-1}(x) = x$ হয়। ৪

৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক $f(x) = \frac{4x-9}{x-2} \in \mathbb{R}$ হবে যদি ও কেবল যদি $x \neq 2$ হয়।

$\therefore$ ডোম $f = \mathbb{R} - \{2\}$ বা $\{x \in \mathbb{R} : x \neq 2\}$

খ ধরি, $y = f(x) = \frac{4x-9}{x-2}, x \neq 2$

বা, $y = \frac{4x-9}{x-2}$

বা, $xy - 2y = 4x - 9$

বা, $xy - 4x = 2y - 9$

বা, $x(y-4) = 2y - 9$

বা, $x = \frac{2y-9}{y-4}$

বা, $f^{-1}(y) = \frac{2y-9}{y-4}$ [যেহেতু $y = f(x) \therefore f^{-1}(y) = x$]

বা, $f^{-1}(x) = \frac{2x-9}{x-4}$ .... (i)

বা, $f^{-1}(-1) = \frac{2(-1)-9}{-1-4}$

$= \frac{-2-9}{-5} = \frac{-11}{-5} = \frac{11}{5} = 2\frac{1}{5}$ **(Ans.)**

এবং $f^{-1}(1) = \frac{2.1-9}{1-4}$

$= \frac{-7}{-3} = \frac{7}{3} = 2\frac{1}{3}$

$f^{-1}(-1) = 2\frac{1}{5}$ এবং $f^{-1}(1) = 2\frac{1}{3}$

গ দেওয়া আছে, $4f^{-1}(x) = x$

বা, $4\left(\frac{2x-9}{x-4}\right) = x$ [(i) নং দ্বারা]

বা, $8x - 36 = x^2 - 4x$

বা, $x^2 - 4x - 8x + 36 = 0$

বা, $x^2 - 12x + 36 = 0$

বা, $x^2 - 2.x.6 + (6)^2 = 0$

বা, $(x-6)^2 = 0$

$\therefore x - 6 = 0$

$\therefore x = 6$

Ans. $x = 6$

প্রশ্ন ▶ ৪ $F\ \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y = x^2\}$ **দ্বারা একটি সম্পর্ক বর্ণিত হলো।**

ব কাজ; পৃষ্ঠা-৩৫

ক. সম্পর্ক F একটি ফাংশন কি-না তা নির্ণয় কর। ২

খ. F ফাংশন হলে এর ডোমেন ও রেঞ্জ নির্ণয় কর। ফাংশনটি এক-এক কিনা তাও নির্ধারণ কর। ৪

গ. F সম্পর্কটির লেখচিত্র অঙ্কন কর এবং লেখচিত্র থেকে 'ক' নং প্রশ্নের উত্তরের সত্যতা যাচাই কর। ৪

৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক $F = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y = x^2\}$

$= \{(-2, 4), (-1, 1), (0, 0), (2, 4) \ldots, (1, 1), \ldots\}$

সম্পর্কটিতে একই প্রথম উপাদান বিশিষ্ট একাধিক ভিন্ন ক্রমজোড় নেই।

$\therefore$ F একটি ফাংশন।

খ 'ক' থেকে পাই, F একটি ফাংশন। যার প্রত্যেক $x \in \mathbb{R}$ এর জন্য $y \in [0, \infty)$

ডোম $F = \mathbb{R}$

এবং রেঞ্জ $[0, \infty)$

'ক' এ প্রাপ্ত সম্পর্কটিতে একই দ্বিতীয় উপাদান বিশিষ্ট একাধিক ক্রমজোড় আছে। যেমন: (−1, 1), (1, 1), (−2, 4), (2, 4)

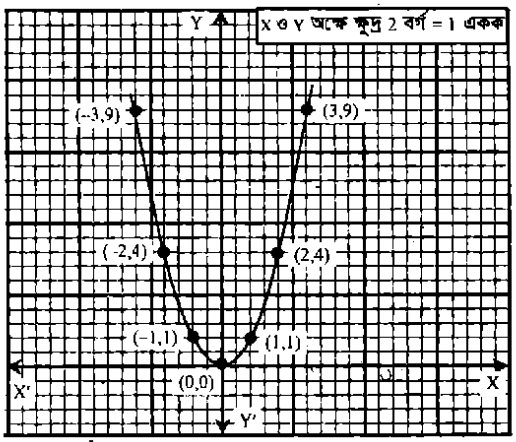
সুতরাং এটি এক-এক ফাংশন নয়।

www.bdniyog.com

গ $y = x^2$, এখন x এর কয়েকটি মান নিয়ে y এর মান নির্ণয় করি।

x	−3	−2	−1	0	1	2	3
y	9	4	1	0	1	4	9

ছক কাগজে ক্ষুদ্রতম 2 বর্গ ঘরকে একক হিসেবে বিবেচনা করে বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করে যোগ করি।



লেখচিত্র থেকে দেখা যায় যে, y অক্ষের সমান্তরাল কোনো রেখার উপর লেখের দুইটি বিন্দু নেই। সুতরাং F একটি ফাংশন। তাহলে 'ক' এর সত্যতা যাচাই হলো।

প্রশ্ন ▶ ৫ $f(x) = \frac{2x+2}{x-1}$ দ্বারা একটি ফাংশন বর্ণিত হলো। *একাদশ; পৃষ্ঠা-৩৫*

ক. ফাংশনটির রেঞ্জ নির্ণয় কর। ২

খ. $f^{-1}(3)$ নির্ণয় কর। ৪

গ. $f^{-1}(p) = kp$ হলে, p এর সাপেক্ষে k কে প্রকাশ কর। ৪

৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক মনে করি, ফাংশনটির রেঞ্জ y

$\therefore f(x) = y$

বা, $\frac{2x+2}{x-1} = y$

বা, $xy - y = 2x + 2$

বা, $xy - 2x = y + 2$

বা, $x(y-2) = y + 2$

বা, $x = \frac{y+2}{y-2}$

এখন, $x = \frac{y+2}{y-2} \in \mathbb{R}$ হবে যদি এবং কেবল যদি $y - 2 \neq 0$ হয়

অর্থাৎ, $y \neq 2$

$\therefore$ রেঞ্জ $f = \mathbb{R} - \{2\}$

খ 'ক' থেকে পাই,

$\therefore f^{-1}(y) = \frac{y+2}{y-2}$ $[\because y = f(x) \because x = f^{-1}(y)]$

$f^{-1}(x) = \frac{x+2}{x-2}; x \neq 2$

$f^{-1}(3) = \frac{3+2}{3-2}$

$= \frac{5}{1} = 5$

Ans. $f^{-1}(3) = 5$

গ দেওয়া আছে, $f(x) = \frac{2x+2}{x-1}, x \neq 1$

$f(p) = \frac{2p+2}{p-1}; p \neq 1$

আবার, $f^{-1}(p) = kp$

বা, $p = f(kp)$

বা, $p = \frac{2kp+2}{kp-1}$

বা, $2kp + 2 = kp^2 - p$

বা, $kp^2 - 2kp - p - 2 = 0$

বা, $k(p^2 - 2p) = p + 2$

$k = \frac{p+2}{p(p-2)}$

Ans. $k = \frac{p+2}{p(p-2)}$

প্রশ্ন ▶ ৬ $f(x) = (x+5)^{\frac{1}{3}}$ একটি এক-এক ফাংশন। *একাদশ; পৃষ্ঠা-৩৫*

ক. ফাংশনটির ডোমেন ও রেঞ্জ নির্ণয় কর। ২

খ. f^{-1} নির্ণয় কর। ৪

গ. বিপরীত ফাংশনের ডোমেন নির্ণয় কর এবং ইহা এক-এক কিনা যাচাই কর। ৪

৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত ফাংশনটি সকল বাস্তব সংখ্যার জন্য সংজ্ঞায়িত।

ডোম $f = \mathbb{R}$

ডোমেনের ভিন্ন ভিন্ন মানের জন্য $f(x)$ এর মান সর্বদাই ভিন্ন।

$\therefore$ রেঞ্জ $f = \mathbb{R}$

খ ধরি, $y = f(x)$

তাহলে, $y = (x+5)^{\frac{1}{3}}$

বা, $y^3 = \{(x+5)^{\frac{1}{3}}\}^3$ [ঘন করে]

বা, $y^3 = x + 5$

বা, $x + 5 = y^3$

বা, $x = y^3 - 5$

বিপরীত ফাংশন $f^{-1}: y \to x$ যেখানে, $x = y^3 - 5$

$\therefore f^{-1}(y) = y^3 - 5$

বা, $f^{-1}(y) = y^3 - 5$

গ 'খ' থেকে পাই,

$f^{-1}(x) = x^3 - 5$, যা x এর সকল বাস্তব মানের জন্য সংজ্ঞায়িত।

$\therefore$ ডোম $f^{-1} = \mathbb{R}$

$f^{-1}(x)$ এক এক হবে যদি এবং কেবল যদি $f^{-1}(x_1) = f^{-1}(x_2)$ হলে,

$x_1 = x_2$ যেখানে, $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$

এখন, $f^{-1}(x_1) = f^{-1}(x_2)$

${x_1}^3 - 5 = {x_2}^3 - 5$

বা, ${x_1}^3 = {x_2}^3$

বা, $x_1 = x_2$

$\therefore f^{-1}$ একটি এক-এক ফাংশন।

প্রশ্ন ▶ ৫ $F = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y = \sqrt{x}\}$ একটি বর্ণিত সম্পর্ক। *একাদশ; পৃষ্ঠা-৩৬*

ক. F সম্পর্কটি ফাংশন কি-না যাচাই কর। ২

খ. F ফাংশন হলে, ডোমেন ও রেঞ্জ নির্ণয় কর; এবং ফাংশনটি এক-এক কিনা নির্ধারণ কর। ৪

গ. F সম্পর্কটির লেখচিত্র অঙ্কন কর এবং লেখচিত্র থেকে 'ক' এর উত্তরের সত্যতা যাচাই কর। ৪

www.bdniyog.com

৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক $F = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y = \sqrt{x}\}$

এখন, $x = 1$ নিলে, $y = \sqrt{x}$ শর্তানুযায়ী $y = \sqrt{1} = 1$

$x = 4$ নিলে, $y = \sqrt{4} = 2$

অর্থাৎ, x এর যে কোন মানের জন্য কেবলমাত্র একটি y এর মান পাওয়া যায়।

সুতরাং F ফাংশন

খ 'ক' থেকে পাই, F একটি ফাংশন।

যার ডোম, $F = [0, \infty)$, রেঞ্জ $F = [0, \infty)$

এক-এক নির্ণয় : যেকোনো $x_1 \in$ ডোম F এবং $x_2 \in$ ডোম F এর জন্য $F(x_1) = F(x_2)$ হবে যদি ও কেবল যদি $\sqrt{x_1} = \sqrt{x_2}$

$\therefore x_1 = x_2$.

$\therefore$ F এক-এক ফাংশন।

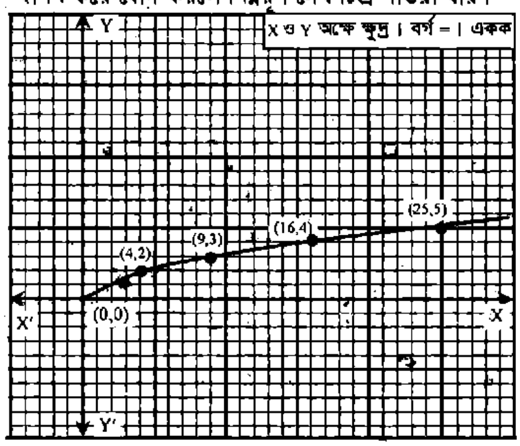
Ans. ডোম $F = [0, \infty)$, রেঞ্জ $F = [0, \infty)$; এক-এক।

গ দেওয়া আছে, $y = \sqrt{x}$

বর্ণিত অন্বয় হতে x ও y এর নিম্নরূপ সংশ্লিষ্ট মান পাওয়া যায়।

x	0	4	9	16	25
y	0	2	3	4	5

(0, 0), (4, 2), (9, 3), (16, 4), (25, 5) বিন্দু গুলো ছক কাগজে স্থাপন করে যোগ করলে নিম্নরূপ লেখ চিত্র পাওয়া যায়।



লেখচিত্র থেকে দেখা যাচ্ছে যে, y অক্ষের সমান্তরাল যেকোনো রেখায় লেখচিত্রের একাধিক কোনো বিন্দু নেই। সুতরাং F একটি ফাংশন।

$\therefore$ 'ক' এর উত্তর সঠিক **(যাচাই করা হলো।)**

প্রশ্ন ▶ ৮ **$f : \{-2, -1, 0, 1, 2\} \to \{-8, -1, 0, 1, 8\}$ ফাংশনটি $f(x) = x^3$ দ্বারা সংজ্ঞায়িত।** *◀কাজ; পৃষ্ঠা-৩৬*

ক. ডোম $f \cap$ রেঞ্জ f নির্ণয় কর। ২

খ. দেখাও যে, ফাংশনটি এক-এক এবং অনটু। ৪

গ. $f^{-1}(216)$ নির্ণয় কর। ৪

৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক ডোম $f = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$

রেঞ্জ $f = \{-8, -1, 0, 1, 8\}$

$\therefore$ ডোম $f \cap$ রেঞ্জ f

$= \{-2, -1, 0, 1, 2\} \cap \{-8, -1, 0, 1, 8\} = \{-1, 0, 1\}$

খ $f : \{-2, -1, 0, 1, 2\} \to \{-8, -1, 0, 1, 8\}$

ধরি, $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$, $B = \{-8, -1, 0, 1, 8\}$

ধরি, $y = f(x) = x^3$

$f(-2) = (-2)^3 = -8$

$f(-1) = (-1)^3 = -1$

$f(0) = (0)^3 = 0$

$f(1) = (1)^3 = 1$

$f(2) = (2)^3 = 8$

যেহেতু A সেটের উপাদানের সাথে B সেটের উপাদানের একটি এক-এক মিল রয়েছে এবং B সেটে এমন কোনো উপাদান নেই যা A সেটের সাথে সম্পর্কিত নয়।

$\therefore$ f এক-এক এবং অন-টু ফাংশন।

$\therefore$ $f = \{(-2, -8), (-1, 1), (0, 0), (1, 1), (2, 8)\}$

অন্বয়ে একই প্রথম উপাদান বিশিষ্ট একাধিক ক্রমজোড় নেই।

$\therefore$ f ফাংশন।

অতএব f এক-এক ও অন-টু ফাংশন।

গ দেওয়া আছে, $f(x) = x^3$

মনে করি, $y = f(x) = x^3$

$\therefore y = f(x)$ এবং $y = x^3$

এখন, $y = f(x)$

বা, $x = f^{-1}(y)$ ... ... (i)

এবং $y = x^3$

বা, $x = y^{\frac{1}{3}}$

$\therefore f^{-1}(y) = x$ ... ... (ii)

(i) ও (ii) হতে পাই, $f^{-1}(y) = y^{\frac{1}{3}}$

এখন, $f^{-1}(216) = 216^{\frac{1}{3}} = (6 \times 6 \times 6)^{\frac{1}{3}} = (6^3)^{\frac{1}{3}} = 6$

$\therefore f^{-1}(216) = 6$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৯ **$(3y - 6) = (x - 3)$ দ্বারা একটি ফাংশন বর্ণিত হলো।** *◀কাজ; পৃষ্ঠা-৩৮*

ক. y কে x এর ফাংশন রূপে প্রকাশ কর। ২

খ. $x = \frac{1}{3}$ তে বিপরীত ফাংশনের মান নির্ণয় কর। ৪

গ. 'ক' এ প্রাপ্ত ফাংশনটির লেখচিত্র অঙ্কন কর। ৪

৯ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $(3y - 6) = (x - 3)$

বা, $3y - 6 = x - 3$

বা, $3y = x - 3 + 6$

বা, $3y = x + 3$

বা, $y = \frac{1}{3}x + 1$

$\therefore y = f(x) = \frac{1}{3}x + 1$

খ 'ক' হতে পাই, $y = \frac{1}{3}x + 1$

মনে করি, $f(x) = y = \frac{1}{3}x + 1$

সুতরাং $f(x) = y$ বা, $x = f^{-1}(y)$ .... (1)

এবং $y = \frac{1}{3}x + 1$

বা, $3y = x + 3$

$\therefore x = 3y - 3$ .... (2)

(1) ও (2) হতে পাই, $f^{-1}(y) = 3y - 3$

বা, $f^{-1}(x) = 3x - 3$

$\therefore f^{-1}\left(\frac{1}{3}\right) = 3.\frac{1}{3} - 3 = 1 - 3 = -2$ **(Ans.)**

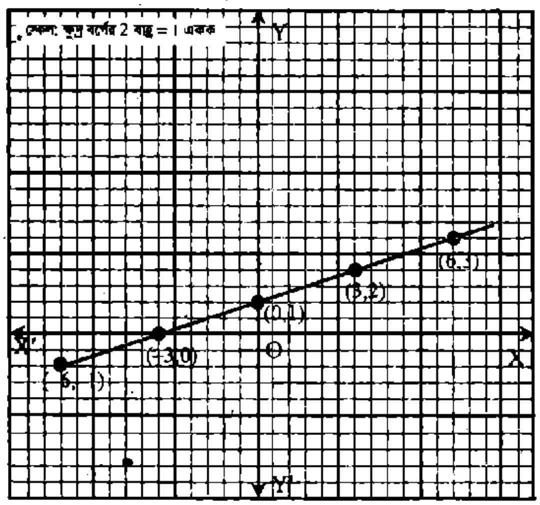
www.bdniyog.com

গ 'ক' হতে পাই, $y = \frac{1}{3}x + 1$

x এর কয়েকটি মান নিচে সংশ্লিষ্ট y-এর মান নিম্নের ছকে দেখানো হলো–

x	–6	–3	0	3	6
y	–1	0	1	2	3

এখন, ছক কাগজে সুবিধামত x-অক্ষ XOX′ এবং y-অক্ষ YOY′ আঁকি। x-অক্ষ ও y-অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম 2 বর্গঘর = 1 একক ধরে (x, y) বিন্দুগুলো পাতন করি। বিন্দুগুলোকে সহজভাবে যুক্ত করে $y = f(x)$ এর লেখ পাওয়া যায় যা নিম্নে দেখানো হলো–



প্রশ্ন ▶ ১০ $x^2 + y^2 = 9$ দ্বারা একটি অন্বয় বর্ণিত হলো। *ধকাজ; পৃষ্ঠা-৩৮*

ক. অন্বয়টিকে $y = f(x)$ আকারে প্রকাশ কর। ২

খ. $y \geq 0$ হলে অন্বয়টি ফাংশন হবে কিনা যাচাই কর। ফাংশন হলে উহার ডোমেন নির্ণয় কর। ৪

গ. প্রদত্ত অন্বয়টির লেখচিত্র অঙ্কন কর এবং জ্যামিতিক নাম কী তাও লেখ। ৪

১০ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $x^2 + y^2 = 9$

বা, $y^2 = 9 - x^2$

বা, $y = \pm\sqrt{9 - x^2}$

যা, $y = f(x)$ আকারের।

খ 'ক' হতে পাই $y = \pm\sqrt{9 - x^2}$

এখন, $y \geq 0$ হলে, $y = \sqrt{9 - x^2}$

ধরি, $y = f(x) = \sqrt{9 - x^2}$

মনে করি, $f(x_1) = f(x_2)$

$\therefore \sqrt{9 - x_1^2} = \sqrt{9 - x_2^2}$

বা, $9 - x_1^2 = 9 - x_2^2$

বা, $x_1^2 = x_2^2$

$\therefore x_1 = x_2$

সুতরাং $f(x) = y = \sqrt{9 - x^2}$ একটি ফাংশন হবে।

এখন $x \in \mathbb{R}$ এর জন্য,

$y = \sqrt{9 - x^2} \in \mathbb{R}$ হবে যদি এবং কেবল যদি

$9 - x^2 \geq 0$

বা, $-x^2 \geq -9$

বা, $x^2 \leq 9$

বা, $|x| \leq 3$ [বর্গ মূল করে]

বা, $-3 \leq x \leq 3$

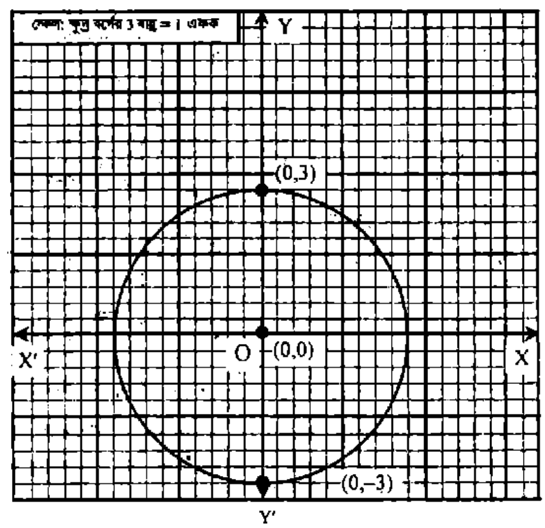
$\therefore$ ডোমেন $= \{x \in \mathbb{R} : -3 \leq x \leq 3\}$ **(Ans.)**

গ S-এর বর্ণনাকারী সমীকরণ, $x^2 + y^2 = 9$

বা, $(x - 0)^2 + (y - 0)^2 = 3^2$

$\therefore$ S-এর লেখ একটি বৃত্ত।

যার কেন্দ্র (0, 0) ও ব্যাসার্ধ 3. এখন (0, 0) বিন্দু পাতন করে 3 একক ব্যাসার্ধ নিয়ে বৃত্ত আঁকলেই S-এর লেখ পাওয়া যাবে। নিম্নে তা দেখানো হলো –



জ্যামিতিক নাম বৃত্ত।

মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত আরও সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

প্রশ্ন ▶ ১১ $S = \{(1, 2), (2, 1), (3, 0), (4, -1)\}$

ক. S অন্বয়ের ডোমেন D ও রেঞ্জ R নির্ণয় কর। ২

খ. S অন্বয়ের বিপরীত অন্বয় S^{-1} নির্ণয় কর। S^{-1} ফাংশন কিনা যুক্তির সাহায্যে দেখাও। $f(x) = 3x + 1$ হলে S^{-1} এর ডোমেন ব্যবহার করে $f(x)$ এর রেঞ্জ নির্ণয় কর। ৪

গ. $g(x) = x^2 + 1$ হলে $f(g(x))$ এবং $g(f(x))$ নির্ণয় কর।

১১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $S = \{(1, 2), (2, 1), (3, 0), (4, -1)\}$

$\therefore$ ডোম, $D = \{1, 2, 3, 4\}$

রেঞ্জ, $R = \{2, 1, 0, -1\}$

খ S অন্বয়ের বিপরীত অন্বয়,

$S^{-1} = \{(2, 1), (1, 2), (0, 3), (-1, 4)\}$

S^{-1} থেকে দেখা যায় যে, এখানে একই প্রথম উপাদানবিশিষ্ট একাধিক ক্রমজোড় বিদ্যমান নেই। সুতরাং ফাংশনের সংজ্ঞা অনুসারে S^{-1} একটি ফাংশন।

S^{-1} এর ডোমেন $= \{2, 1, 0, -1\}$

এখন $f(x) = 3x + 1$

$f(2) = 3.2 + 1 = 6 + 1 = 7$

$f(1) = 3.1 + 1 = 3 + 1 = 4$

$f(0) = 3.0 + 1 = 1$

$f(-1) = 3.(-1) + 1 = -3 + 1 = -2$

$\therefore f(x)$ এর রেঞ্জ $= \{7, 4, 1, -2\}$

www.bdniyog.com

গ দেওয়া আছে $g(x) = x^2 + 1$,

'খ' থেকে পাই $f(x) = 3x + 1$

$\therefore f(g(x)) = f(x^2+1)$
$= 3(x^2+1)+1$
$= 3x^2+3+1$
$= 3x^2+4$

আবার, $g(f(x)) = g(3x+1)$
$= (3x+1)^2+1$
$= 9x^2+6x+1+1$
$= 9x^2+6x+2$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ১২ $F(x) = (x-1)^2$

ক. বর্ণিত ফাংশনের ডোমেন ও রেঞ্জ নির্ণয় কর। ২

খ. ফাংশনটি এক-এক কিনা তা নির্ধারণ কর এবং $F(-5)$, $F(-1)$, $F(0)$ ও $F(1)$ নির্ণয় কর। ৪

গ. x নির্ণয় কর যখন (i) $F(x) = 100$ (ii) $F(x) = 0$, (iii) $F(x) = y$, যেখানে, $y > 0$ নির্ণয় কর। ৪

১২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক $F(x) = (x-1)^2 \in \mathbb{R}$ যদি ও কেবল যদি $x \in \mathbb{R}$ হয়।

$\therefore$ ডোম $F = \mathbb{R}$

x এর সকল মানের জন্য F(x) এর মান অঋণাত্মক হবে।

$\therefore$ রেঞ্জ, $F = [0, \infty)$

Ans. ডোম $F = \mathbb{R}$, রেঞ্জ $F = [0, \infty)$

খ F এক-এক ফাংশন হবে যখন $x_1, x_2 \in$ ডোম F এর জন্য $F(x_1) = F(x_2)$ হবে যদিও কেবল যদি $x_1 = x_2$ হয়।

এখন $F(x_1) = F(x_2)$

বা, $(x_1-1)^2 = (x_2-1)^2$

বা, $(x_1-1)^2 - (x_2-1)^2 = 0$

বা, $(x_1+x_2-2)(x_1-x_2) = 0$

$x_1 = 2 - x_2$ এবং $x_1 = x_2$

F এক-এক ফাংশন নয়।

আবার, $F(x) = (x-1)^2$

$F(-5) = (-5-1)^2 = 36$

$F(-1) = (-1-1)^2 = 4$

$F(0) = (0-1)^2 = 1$

$F(1) = (1-1)^2 = 0$

Ans. F এক-এক ফাংশন নয় এবং $F(-5) = 36$, $F(-1) = 4$, $F(0) = 1$, $F(1) = 0$

গ (i) দেওয়া আছে, $F(x) = (x-1)^2$

$\therefore F(x) = 100$

বা, $(x-1)^2 = 100$

বা, $x - 1 = \pm\sqrt{100}$

বা, $x - 1 = \pm 10$

হয় $x - 1 = 10$ অথবা $x - 1 = -10$

$\therefore x = 11$ অথবা $x = -9$

$\therefore x = 11$ অথবা -9 **(Ans.)**

(ii) দেওয়া আছে, $F(x) = (x-1)^2$

$\therefore F(x) = 0$

বা, $(x-1)^2 = 0$

বা, $x - 1 = 0$

$\therefore x = 1$ **(Ans.)**

(iii) দেওয়া আছে, $F(x) = (x-1)^2$

$\therefore F(x) = y$

বা, $(x-1)^2 = y$

বা, $x - 1 = \pm\sqrt{y}$

$x = 1 \pm \sqrt{y}$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ১৩ যে কোনো অন্বয়,

$S = \left\{\left(\frac{1}{2}, 0\right)(1, 1), (1, -1), \left(\frac{5}{2}, 2\right), \left(\frac{5}{2}, -2\right)\right\}$ হলে,

ক. S অন্বয়ের ডোমেন ও রেঞ্জ নির্ণয় কর। ২

খ. S অন্বয়ের বিপরীত অন্বয় নির্ণয় কর এবং S অথবা S^{-1} ফাংশন কিনা তা নির্ধারণ কর। ৪

গ. S অন্বয়টির লেখ অঙ্কন কর। ৪

১৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,

$S = \left\{\left(\frac{1}{2}, 0\right), (1,1), (1,-1), \left(\frac{5}{2}, 2\right), \left(\frac{5}{2}, -2\right)\right\}$

ডোম $S = \left\{\frac{1}{2}, 1, \frac{5}{2}\right\}$

রেঞ্জ $S = \{0, 1, -1, 2, -2\}$ **(Ans.)**

খ প্রদত্ত অন্বয়

$S = \left\{\left(\frac{1}{2}, 0\right), (1,1), (1,-1), \left(\frac{5}{2}, 2\right), \left(\frac{5}{2}, -2\right)\right\}$

সুতরাং

$S^{-1} = \left\{\left(0, \frac{1}{2}\right), (1, 1), (-1, 1), \left(2, \frac{5}{2}\right), \left(-2, \frac{5}{2}\right)\right\}$ **(Ans.)**

এখানে S এর একই প্রথম উপাদানবিশিষ্ট একাধিক ক্রমজোড় আছে, যেমন: (1, 1) এবং (1, − 1)।

$\therefore$ S ফাংশন নয়। **(Ans.)**

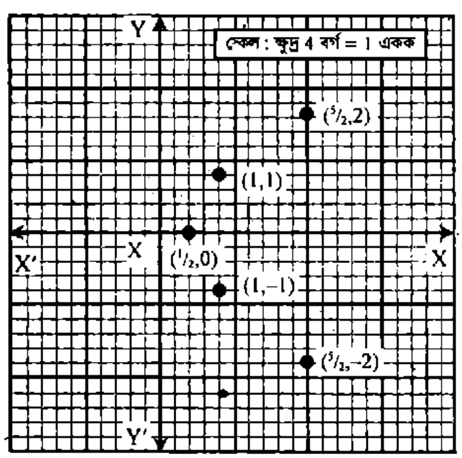
S^{-1} এর একই প্রথম উপাদান বিশিষ্ট একাধিক ক্রমজোড় নেই। সুতরাং S^{-1} ফাংশন। **(Ans.)**

গ দেওয়া আছে,

$S = \left\{\left(\frac{1}{2}, 0\right), (1,1), (1,-1), \left(\frac{5}{2}, 2\right), \left(\frac{5}{2}, -2\right)\right\}$

একটি অন্বয়। এর লেখচিত্র আঁকতে হবে।

S-এর লেখ নিম্নে দেখানো হলো–



www.bdniyog.com

প্রশ্ন ▶ ১৪ $F(x) = \dfrac{1}{x-2}$

ক. $F(-3)$ এবং $F\left(\dfrac{1}{2}\right)$ নির্ণয় কর। ২

খ. ডোম F নির্ণয় কর এবং ফাংশনটি এক-এক কিনা তা নির্ধারণ কর। ৪

গ. $F\left(\dfrac{1}{x-2}\right) = 0$ হলে x নির্ণয় কর এবং F(x) এর বিপরীত ফাংশন নির্ণয় কর। ৪

১৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $F(x) = \dfrac{1}{x-2}$

$\therefore F(-3) = \dfrac{1}{-3-2} = \dfrac{1}{-5}$ **(Ans.)**

$F\left(\dfrac{1}{2}\right) = \dfrac{1}{\frac{1}{2}-2} = \dfrac{1}{\frac{-3}{2}}$

$= -\dfrac{2}{3}$ **(Ans.)**

খ $F(x) = \dfrac{1}{x-2} \in \mathbb{R}$ হবে যদি ও কেবল যদি $x \in \mathbb{R}$ এবং $x - 2 \neq 0$ অর্থাৎ $x \neq 2$ হয়।

$\therefore$ ডোম $F = \{x \in \mathbb{R} : x \neq 2\}$ **(Ans.)**

যে কোন $x_1 \in$ ডোম F, $x_2 \in$ ডোম F এর জন্য $F(x_1) = F(x_2)$ হবে যদি ও কেবল যদি $\dfrac{1}{x_1-2} = \dfrac{1}{x_2-2}$ হয়

বা, $x_1 - 2 = x_2 - 2$ হয়

বা, $x_1 = x_2$ হয়

$\therefore$ F এক-এক ফাংশন। **(Ans.)**

গ দেওয়া আছে, $F(x) = \dfrac{1}{x-2}$

এখন, $F\left(\dfrac{1}{x-2}\right) = 0$

বা, $\dfrac{1}{\frac{1}{x-2} - 2} = 0$

বা, $\dfrac{1}{\frac{1-2x+4}{x-2}} = 0$

বা, $\dfrac{x-2}{5-2x} = 0$

বা, $x - 2 = 0$ [$\because 5 - 2x \neq 0$]

$\therefore x = 2$ **(Ans.)**

আবার, ধরি, $y = F(x) = \dfrac{1}{x-2}$

$\therefore x = F^{-1}(y)$

আবার, $y = \dfrac{1}{x-2}$

বা, $y(x-2) = 1$ বা, $yx - 2y = 1$

বা, $yx = 1 + 2y$

বা, $x = \dfrac{1+2y}{y}$

বা, $F^{-1}(y) = \dfrac{1+2y}{y}$

$\therefore F^{-1}(x) = \dfrac{1+2x}{x}$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ১৫ $S = \{(x, y): y = 3 - 4x - 2x^2\}$

ক. S অন্বয়ের সমীকরণটিকে $y = ax^2 + bx + c$ আকারে প্রকাশ করে a ও c মান নির্ণয় কর। ২

খ. S অন্বয়ের লেখ অঙ্কন কর। ৪

গ. অন্বয়টি ফাংশন কিনা, ফাংশন হলে তার বৈশিষ্ট্য লেখ। ৪

১৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,

$y = 3 - 4x - 2x^2 = -2x^2 - 4x + 3$

$= (-2)x^2 + (-4)x + 3$

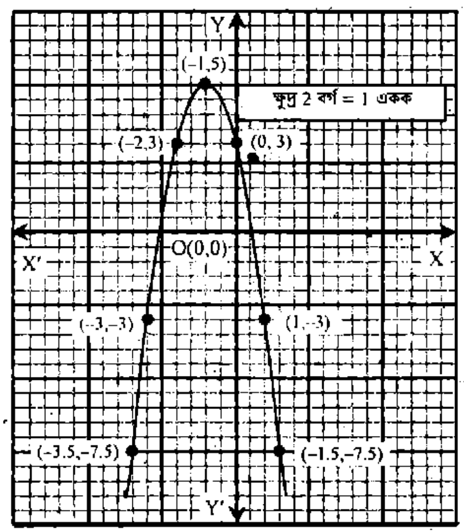
যা $y = ax^2 + bx + c$ আকারের যেখানে $a = -2$, $c = 3$।

খ x-এর মান নির্দিষ্ট করে y-এর সংশ্লিষ্ট মান নির্ণয় করা হয়েছে)

x	−1	−2	0	−3	1	−3.5	1.5	−4	2
y	5	3	3	−3	−3	−7.5	−7.5	−13	−13

$\therefore$ বিন্দুগুলোর স্থানাঙ্ক (−1, 5), (−2, 3), (0, 3), (−3, −3), (1, −3), (−3.5, −7.5), (1.5, −7.5), (−4, − 13), (2, −13) **(Ans.)**

ছক কাগজের ছোট 2 বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরে উল্লেখিত বিন্দুগুলোকে স্থাপন করে প্রতিস্থাপিত বিন্দুগুলোকে সহজভাবে যুক্ত করে নির্ণেয় লেখ অঙ্কন করি।



গ চিত্রে দেখা যায় y অক্ষের সমান্তরাল কোনো রেখার ওপর লেখের দুইটি বিন্দু নেই তাই S অন্বয়টি একটি ফাংশন।

ফাংশনের বৈশিষ্ট্য:

i. ফাংশনটির লেখচিত্র বক্ররেখা।

ii. ফাংশনটি মূল বিন্দুতে ছেদ করে না।

iii. y এর মান 5 অপেক্ষা বড় হতে পারে না।

iv. ফাংশনটি x অক্ষকে দুইবার ছেদ করে।

প্রশ্ন ▶ ১৬ $S = \{(x, y) : y = x^2 - 4x + 7\}$ **একটি অন্বয় হলে−**

ক. S- এর বর্ণনাকারী সমীকরণটির আকার এবং লেখের প্রকৃতি কি? ২

খ. S অন্বয়ের লেখ অঙ্কন কর। ৪

গ. অন্বয়টি ফাংশন কিনা তা লেখ থেকে নির্ণয় কর। ফাংশন হলে তার বৈশিষ্ট্য নির্ণয় কর। ৪

১৬ নং প্রশ্নের সমাধান

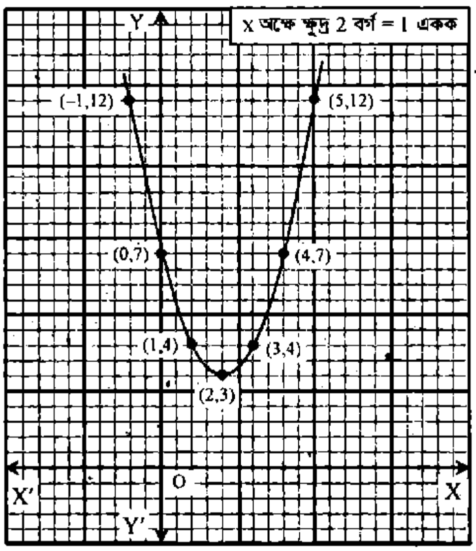
ক S-এর বর্ণনাকারী সমীকরণ $y = x^2 - 4x + 7$ যা $y = ax^2 + bx + c$ আকারের। সুতরাং S-এর লেখ একটি পরাবৃত্ত। **(Ans.)**

www.bdniyog.com

খ এখন নিম্নের ছকে x-এর কয়েকটি মানের সংশ্লিষ্ট y-এর মান দেখানো হলো –

x	2	3	1	4	0	5	– 1
y	3	4	4	7	7	12	12

এখন, ছক কাগজে x-অক্ষ XOX′ এবং y-অক্ষ YOY′ আঁকি। x ও y উভয় অক্ষে ক্ষুদ্রতম বর্গের 2 বাহুর দৈর্ঘ্যকে 1 একক ধরে 'খ' নং থেকে (x, y) বিন্দুগুলো পাতন করি। বিন্দুগুলোকে সহজভাবে বক্ররেখায় যুক্ত করে S-এর লেখ পাওয়া যায়। তা দেখানো হলো –



গ চিত্রে দেখা যায়, y-অক্ষের সমান্তরাল কোন রেখার উপর লেখের দুটি বিন্দু নাই। সুতরাং S ফাংশন। **(Ans.)**

ফাংশনটির বৈশিষ্ট্য

i. ফাংশনটি বক্ররেখা।

ii. ফাংশনটি মূলবিন্দুগামী নয়।

iii. ফাংশনে y এর মান 3 অপেক্ষা ছোট হতে পারে না।

iv. ফাংশনটি x অক্ষকে স্পর্শ করে না।

প্রশ্ন ▶১৭ মনে করি, ℝ বাস্তব সংখ্যার সেট এবং $F : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, যেখানে $F(x) = \frac{3x+1}{3x-1}$ হলে,

ক. $F(\frac{1}{6})$ নির্ণয় কর। ২

খ. F ফাংশনটির ডোমেন ও রেঞ্জ নির্ণয় কর। ৪

গ. $F^{-1}(x)$ নির্ণয় কর এবং ফাংশনটি এক-এক কিনা তা নির্ধারণ কর। আবার F(x) = 5 হলে, x নির্ণয় কর। ৪

১৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $F(x) = \frac{3x+1}{3x-1}$

$$\therefore F(\tfrac{1}{6}) = \frac{3.\frac{1}{6}+1}{3.\frac{1}{6}-1} = \frac{\frac{1}{2}+1}{\frac{1}{2}-1} = \frac{\frac{1+2}{2}}{\frac{1-2}{2}} = \frac{3}{2} \times \frac{2}{-1} = -3$$

খ প্রদত্ত ফাংশন, $F(x) = \frac{3x+1}{3x-1}$

$x = \frac{1}{3}$ বসালে প্রদত্ত ফাংশনটি অসংজ্ঞায়িত হয়।

$\therefore$ ডোম, $F = \mathbb{R} - \left\{\frac{1}{3}\right\}$

আবার, ধরি, $y = f(x)$ তাহলে $x = f^{-1}(y)$ এবং $y = \frac{3x+1}{3x-1}$

বা, $y(3x-1) = 3x + 1$

বা, $3xy - y = 3x + 1$

বা, $3xy - 3x = 1 + y$

বা, $3x(y-1) = 1 + y$

$\therefore x = \frac{1+y}{3(y-1)}$

বা, $F^{-1}(y) = \frac{1+y}{3(y-1)}$

বা, $F^{-1}(x) = \frac{1+x}{3(x-1)}$

x = 1 বসালে $F^{-1}(x)$ এর মান অসংজ্ঞায়িত হয়।

$\therefore$ রেঞ্জ, $F = \mathbb{R} - \{1\}$

$\therefore$ ডোম, $F = \mathbb{R} - \left\{\frac{1}{3}\right\}$,

রেঞ্জ, $F = \mathbb{R} - \{1\}$ **(Ans.)**

গ 'খ' থেকে পাই, $F^{-1}(x) = \frac{1+x}{3x-3}$

যেকোনো $x_1 \in$ ডোম F, $x_2 \in$ ডোম F এর জন্য $F(x_1) = F(x_2)$ হবে যদি ও কেবল যদি

$$\frac{3x_1+1}{3x_1-1} = \frac{3x_2+1}{3x_2-1}$$

বা, $(3x_1+1)(3x_2-1) = (3x_1-1)(3x_2+1)$

বা, $9x_1x_2 + 3x_2 - 3x_1 - 1 = 9x_1x_2 - 3x_2 + 3x_1 - 1$

বা, $-3x_1 - 3x_1 = -3x_2 - 3x_2$

বা, $-6x_1 = -6x_2$

বা, $x_1 = x_2$

$\therefore$ F এক-এক ফাংশন।

আবার, $F(x) = \frac{3x+1}{3x-1}$ এবং $F(x) = 5$

$\therefore \frac{3x+1}{3x-1} = 5$

বা, $15x - 5 = 3x + 1$

বা, $15x - 3x = 1 + 5$

বা, $12x = 6$

বা, $x = \frac{6}{12}$

$\therefore x = \frac{1}{2}$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶১৮ $f : x \to \mathbb{R}$ এবং $f(x) = x^2 - 3x + 2$ একটি ফাংশন।

ক. $f(-2)$ নির্ণয় কর। ২

খ. $f(x)$ এর বিপরীত ফাংশন নির্ণয় করে রেঞ্জ নির্ণয় কর। ৪

গ. দেখাও যে, $f(x)$ এক-এক ফাংশন নয়। ৪

১৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $f : x \to \mathbb{R}$; $f(x) = x^2 - 3x + 2$

$\therefore f(-2) = (-2)^2 - 3.(-2) + 2$

$= 4 + 6 + 2$

$= 12$

$\therefore$ নির্ণেয় মান 12. **(Ans.)**

www.bdniyog.com

খ মনে করি, $f(x) = y$

$\therefore\ y = x^2 - 3x + 2$

বা, $x^2 - 3x + 2 = y$

বা, $x^2 - 3x + (2 - y) = 0$

দ্বিঘাত সমীকরণের মূল নির্ণয়ের সূত্র প্রয়োগ করে,

$$x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4.1.(2-y)}}{2.1}$$

$$= \frac{3 \pm \sqrt{9 - 8 + 4y}}{2}$$

$$= \frac{3 \pm \sqrt{4y + 1}}{2}$$

$f(x)$ এর বিপরীত ফাংশন

$$f^{-1}(x) = \frac{3 \pm \sqrt{4x + 1}}{2}$$

এখানে, $f(x)$ এর রেঞ্জ হবে $f(x)$ এর বিপরীত ফাংশন $f^{-1}(x)$ এর ডোমেন।

$f^{-1}(x)$ এর বাস্তব মান পাওয়া যাবে যদি ও কেবল যদি,

$4x + 1 \geq 0$

বা, $4x \geq -1$

বা, $x \geq -\frac{1}{4}$

f(x) এর রেঞ্জ $= \left\{x : x \in \mathbb{R} \text{ এবং } x \geq -\frac{1}{4}\right\}$ **(Ans.)**

ঘ দেওয়া আছে,

$f : x \to \mathbb{R}$

$f(x) = x^2 - 3x + 2$

এখানে $f(x)$ ফাংশনটির ডোমেন $= \mathbb{R}$

ধরি, $x_1 \in$ ডোম f এবং $x_2 \in$ ডোম f যেখানে, $x_1 \neq x_2$

এবং $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$

এখন, ফাংশন f এক-এক হবে যদি $f(x_1) = f(x_2)$ হলে

যদি ও কেবল যদি $x_1 = x_2$ হয়

এখানে, $f(x_1) = x_1^2 - 3x_1 + 2$

এবং $f(x_2) = x_2^2 - 3x_2 + 2$

$\therefore\ x_1^2 - 3x_1 + 2 = x_2^2 - 3x_2 + 2$

বা, $x_1^2 - 3x_1 + 2 - x_2^2 + 3x_2 - 2 = 0$

বা, $x_1^2 - x_2^2 - 3(x_1 - x_2) = 0$

বা, $(x_1 + x_2)(x_1 - x_2) - 3(x_1 - x_2) = 0$

বা, $(x_1 - x_2)(x_1 + x_2 - 3) = 0$

হয়, $x_1 - x_2 = 0$ অথবা, $x_1 + x_2 - 3 = 0$

$\therefore\ x_1 = x_2$ $\quad \therefore\ x_1 = 3 - x_2$

সুতরাং দুটি ভিন্ন ভিন্ন বাস্তব সংখ্যার ছবি একই হয়।

$\therefore$ ফাংশনটি এক-এক নয়। **(দেখানো হলো)**

মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত আরও সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন : সব অনুশীলনীর সমন্বয়ে

প্রশ্ন ▶ ১৯ **স্বাভাবিক সংখ্যার একটি সেট, $M = \{x : x \in \mathbb{N}$ এবং $x \leq 20\}$।**

ক. $P = \{x : x \in M$ এবং x মৌলিক সংখ্যা$\}$ হলে P-কে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ কর। ২

খ. $f : M \to M$, $g : M \to M$ এবং $h : M \to M$ যথাক্রমে $f(x) = 2x$, $g(x) = 3x$ এবং $h(x) = 5x$ দ্বারা সংজ্ঞায়িত ফাংশনগুলোর রেঞ্জ যথাক্রমে R_f, R_g এবং R_h হলে $R_f \cap R_g \cap R_h$ নির্ণয় কর। ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $n(R_f \cup R_g \cup R_h) = n(R_f) + n(R_g) + n(R_h) - n(R_f \cap R_g) - n(R_g \cap R_h) - n(R_h \cap R_f) + n(R_f \cap R_g \cap R_h)$ ৪

১৯ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $M = \{x : x \in \mathbb{N}$ এবং $x \leq 20\}$

সুতরাং, M হল 1 থেকে 20 পর্যন্ত সকল পূর্ণসংখ্যার সেট।

আবার, $P = \{x : x \in M$ এবং x মৌলিক সংখ্যা$\}$

অর্থাৎ, P হল 1 থেকে 20 পর্যন্ত সকল মৌলিক সংখ্যার সেট।

$\therefore$ মৌলিক সংখ্যাগুলো হল, 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19

$\therefore\ p = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$ **(Ans.)**

খ এখানে, $M = \{x : x \in \mathbb{N}$ এবং $x \leq 20\}$

সুতরাং M হল 1 থেকে 20 পর্যন্ত সকল পূর্ণসংখ্যার সেট,

$f : M \to M$ ফাংশনের জন্য, $y = 2x$

$\therefore\ f(x) = 2x$

$\therefore$ ফাংশনটির রেঞ্জ $R_f = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20\}$

$g : M \to M$ ফাংশনের জন্য, $y = 3x$

$\therefore\ g(x) = 3x$

ফাংশনটির রেঞ্জ $R_g = \{3, 6, 9, 12, 15, 18\}$

$h : M \to M$ ফাংশনের জন্য, $y = 5x$

$h(x) = 5x$

ফাংশনটির রেঞ্জ $R_h = \{5, 10, 15, 20\}$

এখন, $R_f \cap R_g \cap R_h$

$= \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20\} \cap \{3, 6, 9, 12, 15, 18\} \cap \{5, 10, 15, 20\}$

$= \{\} = \varnothing$ **(Ans.)**

গ 'খ' থেকে পাই, $n(R_f) = 10$

$n(R_g) = 6$

$n(R_h) = 4$

$(R_f \cap R_g) = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20\} \cap \{3, 6, 9, 12, 15, 18\}$

$= \{6, 12, 18\}$

$\therefore\ n(R_f \cap R_g) = 3$

$(R_g \cap R_h) = \{3, 6, 9, 12, 15, 18\} \cap \{5, 10, 15, 20\}$

$= \{15\}$

$\therefore\ n(R_g \cap R_h) = 1$

$(R_h \cap R_f) = \{5, 10, 15, 20\} \cap \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20\}$

$= \{10, 20\}$

$\therefore\ n(R_h \cap R_f) = 2$

$n(R_f \cap R_g \cap R_h) = 0$

আবার, $R_f \cup R_g \cup R_h$

$= \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20\} \cup \{3, 6, 9, 12, 15, 18\} \cup \{5, 10, 15, 20\}$

$= \{2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15, 16, 18, 20\}$

$n(R_f \cup R_g \cup R_h) = 14$

ডানপক্ষ $= n(R_f) + n(R_g) + n(R_h) - n(R_f \cap R_g) - n(R_g \cap R_h) - n(R_h \cap R_f) + n(R_f \cap R_g \cap R_h)$

$= 10 + 6 + 4 - 3 - 1 - 2 + 0$

$= 20 - 6$

$= 14$

$\therefore\ n(R_f \cup R_g \cup R_h) = n(R_f) + n(R_g) + n(R_h) - n(R_f \cap R_g) - n(R_g \cap R_h) - n(R_h \cap R_f) + n(R_f \cap R_g \cap R_h)$ **(প্রমাণিত)**

www.bdniyog.com

প্রশ্ন ▶ ২০ $F = \{(x, y) : x \in A, y \in A$ **এবং** $y = f(x)\}$
যেখানে $A = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$

ক. $f(x) = x - 2$ হলে F কে তালিকা পদ্ধতিতে লিখ। ২

খ. ডোম F এবং রেঞ্জ F নির্ণয় কর। $g(x) = 2f(x)$ এবং $g(y) = x$ হলে, $g^{-1}(x)$ নির্ণয় কর। ৪

গ. $C = \{3, 4\}$ এবং $D = \{g^{-1}(2), g^{-1}(4), g^{-1}(6)\}$ হলে $C \times D$ এর এমন অন্বয় বের কর যেখানে $x = y$ সম্পর্ক বিবেচনায় থাকে। ৪

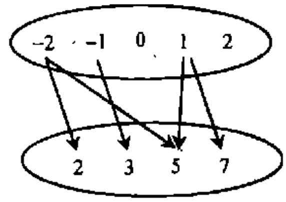
২০ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $F = \{(x, y) : x \in A, y \in A$ এবং $y = f(x)\}$
$f(x) = x - 2$, এবং $A = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$
বা, $y = x - 2$
$x = -3$ হলে, $y = -3 - 2 = -5$,
$\therefore -5 \notin A, \therefore (-3, -5) \notin F$
$x = -2$ হলে $y = -2 - 2 = -4$
$\therefore -4 \notin A; \therefore (-2, -4) \notin F$
$x = -1$ হলে, $y = -1 - 2 = -3$
$\therefore -3 \in A; \therefore (-1, -3) \in F$
$x = 0$ হলে, $y = 0 - 2 = -2, \therefore -2 \in A \therefore (0, -2) \in F$
$x = 1$ হলে, $y = 1 - 2 = -1, \therefore -1 \in A \therefore (1, -1) \in F$
$x = 2$ হলে, $y = 2 - 2 = 0, \therefore 0 \in A \therefore (2, 0) \in F$
$x = 3$ হলে, $y = 3 - 2 = 1, 1 \in A \therefore (3, 1) \in F$
$\therefore F = \{(-1, -3), (0, -2), (1, -1), (2, 0), (3, 1)\}$

খ 'ক' থেকে পাই,
$F = \{(-1, -3), (0, -2), (1, -1), (2, 0), (3, 1)\}$
$\therefore$ ডোম, $F = \{-1, 0, 1, 2, 3\}$
রেঞ্জ, $F = \{-3, -2, -1, 0, 1\}$
এখন, $g(x) = 2 f(x)$
$= 2(x - 2) = 2x - 4$
আবার, সংজ্ঞানুসারে,
$g(g^{-1}(x)) = x$
বা, $g(y) = x \quad [\therefore g^{-1}(x) = y]$
এখন, $g(x) = 2x - 4$
বা, $g(y) = 2y - 4$
বা, $x = 2y - 4$
বা, $2y = x + 4$
বা, $y = \frac{1}{2}(x + 4)$
$\therefore g^{-1}(x) = \frac{1}{2}(x + 4)$. **(Ans.)**

গ 'খ' থেকে পাই, $g^{-1}(x) = \frac{1}{2}(x + 4)$
এখন, $g^{-1}(2) = \frac{1}{2}(2 + 4) = 3$
$g^{-1}(4) = \frac{1}{2}(4 + 4) = 4$
$g^{-1}(6) = \frac{1}{2}(6 + 4) = 5$
$\therefore D = \{3, 4, 5\}$
আবার, $C = \{3, 4\}$
অতএব, $C \times D = \{3, 4\} \times \{3, 4, 5\}$
$= \{(3, 3), (3, 4), (3, 5), (4, 3), (4, 4), (4, 5)\}$
এখন $x = y$ সম্পর্ক বিবেচনায় নিয়ে, $C \times D = \{(3, 3), (4, 4)\}$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ২১ $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ **এবং** $B = \{2, 3, 5, 7\}$
A সেটের কয়েকটি উপাদানের সাথে B সেটের কয়েকটি উপাদানকে অন্বিত করে নিম্নের চিত্রে দেখানো হলো :



ক. গঠিত অন্বয়টি D হলে, D এর মান ক্রমজোড়ের মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২

খ. $S = \{(x, y) : x \in A, y \in A$ এবং $y = x^2\}$
অন্বয়টিকে তালিকা পদ্ধতিতে বর্ণনা করে ডোম S ও রেঞ্জ S নির্ণয় কর এবং D অন্বয়টি ফাংশন কিনা কারণসহ লিখ। ৪

গ. S-অন্বয়টির লেখচিত্র অঙ্কন কর এবং অন্বয়টি ফাংশন কি-না তা লেখচিত্র হতে নির্ণয় কর। ৪

২১ নং প্রশ্নের সমাধান

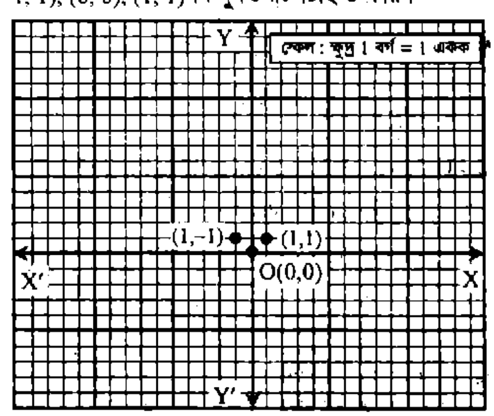
ক চিত্রানুযায়ী,
$D = \{(-2, 2), (-2, 5), (-1, 3), (1, 5), (1, 7)\}$

খ দেওয়া আছে,
$A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ এবং
$S = \{(x, y) : x \in A, y \in A$ এবং $y = x^2\}$
প্রত্যেক $x \in A$ এর জন্য $y = x^2$ এর মান নির্ণয় করি :

x	−2	−1	0	1	2
$y = x^2$	4	1	0	1	4

যেহেতু $4 \notin A$ সেহেতু $(-2, 4) \notin S, (2, 4) \notin S$
$\therefore S = \{(-1, 1), (0, 0), (1, 1)\}$
$\therefore$ ডোম $S = \{-1, 0, 1\}$ এবং রেঞ্জ $S = \{0, 1\}$
D অন্বয়টিতে একই প্রথম উপাদান বিশিষ্ট একাধিক ক্রমজোড় আছে সুতরাং D ফাংশন নয়।

গ 'খ' হতে পাই, $S = \{(-1, 1), (0, 0), (1, 1)\}$
$\therefore$ S এর লেখচিত্রে মাত্র তিনটি বিন্দু নির্দেশিত হবে ছক কাগজে X'OX কে x অক্ষ এবং YOY' কে y অক্ষ বিবেচনা করি। ক্ষুদ্রতম বর্গের ১ বাহুর দৈর্ঘ্যকে ১ একক ধরে ছক কাগজে (−1, 1), (0, 0), (1, 1) বিন্দু তিনটি চিহ্নিত করি।



তাহলে তিনটি বিন্দুই S অন্বয়ের লেখ।
লেখচিত্রে y অক্ষের সমান্তরাল কোন রেখায় লেখের একাধিক বিন্দু নেই। সুতরাং S অন্বয়টি ফাংশন।

প্রশ্ন ব্যাংক উত্তরসহ সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

প্রশ্ন ▶ ২২ $F(x) = \sqrt{x-1}$ **দ্বারা বর্ণিত ফাংশনের জন্য**

ক. F(1) এবং F(5) নির্ণয় কর। ২

খ. F(10) এবং ফাংশনের ডোমেন নির্ণয় কর ও ফাংশনটি এক-এক কিনা নির্ধারণ কর। ৪

গ. (i) $F(a^2 + 1)$ এবং $F(a^4 + 1)$ নির্ণয় কর। যেখানে, $a \in \mathbb{R}$. ৪
(ii) F(x) = 5 হলে, x নির্ণয় কর।
(iii) F(x) = y হলে, x নির্ণয় কর, যেখানে $y \geq 0$.

উত্তর: ক. 0, 2; **খ.** 3 এবং ডোম $F = \{x \in \mathbb{R} : x \geq 1\}$ ও F এক-এক ফাংশন; **গ.** (i) a এবং a^2; (ii) 26; (iii) $y^2 + 1$

প্রশ্ন ▶ ২২ $F(x) = |x|$ **দ্বারা বর্ণিত ফাংশনের জন্য**

ক. ডোম F নির্ণয় কর এবং ফাংশনটি এক-এক কিনা নির্ধারণ কর। ২

খ. F(−3), F(−1), F(0) এবং F(1) নির্ণয় কর। ৪

গ. (i) F(3) নির্ণয় কর। ৪
(ii) F(x) = 4 হলে, x নির্ণয় কর।
(iii) F(x) = 0 হলে, x নির্ণয় কর।
(iv) F(x) = y হলে, x নির্ণয় কর, যেখানে y > 0

উত্তর: ক. ডোম $F = \mathbb{R}$, F এক-এক ফাংশন নয়; **খ.** 3, 1, 0, 1; **গ.** (i) 3 (ii) ± 4 (iii) 0 (iv) ±y

প্রশ্ন ▶ ২৪ $R = \{(x, y) : x^2 + y^2 + 2x + 4y + 1 = 0\}$ **এবং** $S = \{(x, y) : x^2 + y^2 = 9$ **এবং** $x \geq 0\}$. **দুইটি অন্বয় হলে,**

ক. R- এর বর্ণনাকারী সমীকরণের প্রকৃতি বর্ণনা কর। ২

খ. R অন্বয়ের লেখ অঙ্কন কর এবং অন্বয়টি ফাংশন কিনা তা লেখ থেকে নির্ণয় কর। ৪

গ. S অন্বয়ের লেখ অঙ্কন কর এবং অন্বয়টি ফাংশন কিনা তা লেখ থেকে নির্ণয় কর। ৪

উত্তর: ক. R-এর লেখ একটি বৃত্ত যার কেন্দ্র (−1, −2) এবং ব্যাসার্ধ 2. **খ.** R-ফাংশন নয়; **গ.** S ফাংশন নয়।

প্রশ্ন ▶ ২২ যে কোনো অন্বয়,
$S = \{(-3, -3), (-1, -1), (0, 0), (1, 1) (3, 3)\}$ **হলে,**
[চট্টগ্রাম সিটি কর্পোরেশন আন্তঃবিদ্যালয়]

ক. S অন্বয়ের ডোমেন ও রেঞ্জ নির্ণয় কর। ২

খ. S অন্বয়ের বিপরীত অন্বয় নির্ণয় কর এবং S ও S^{-1} ফাংশন কিনা তা নির্ধারণ কর। ৪

গ. S অন্বয়টির লেখচিত্র অঙ্কন কর। ৪

উত্তর: ক. ডোম S = {−3, − 1, 0, 1, 3}, রেঞ্জ S = {−3, − 1, 0, 1, 3}) **খ.** S^{-1} = {(−3, − 3), (−1, −1), (0, 0), (1, 1), (3, 3)}
S ও S^{-1} উভয়েই ফাংশন।

প্রশ্ন ▶ ২৬ $F(x) = 4x - 1$ [যশোর সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়]

ক. $F(x + 1)$ এবং $F\left(\frac{1}{2}\right)$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. F(x) ফাংশনটি এক-এক কিনা তা নির্ণয় কর, যখন $x, y \in \mathbb{N}$. ৪

গ. F(x) = y হলে x এর তিনটি মান নির্ণয় কর, যখন $x, y \in \mathbb{N}$ এবং y = 4x − 1 সমীকরণটির লেখচিত্র অঙ্কন কর। ৪

উত্তর: ক. 4x + 3, 1; **খ.** এক-এক; **গ.** x = 1, 2, 3 যেহেতু $x, y \in \mathbb{N}$

প্রশ্ন ▶ ২৭ $F(x) = \frac{1}{x-4}$ [ভি. জে সরকারি মাধ্যমিক বিদ্যালয়, চুয়াডাঙ্গা]

ক. F(−4) এবং $F\left(\frac{1}{3}\right)$ নির্ণয় কর। ২

খ. ডোম F নির্ণয় কর এবং ফাংশনটি এক-এক কিনা তা নির্ধারণ কর। ৪

গ. $F\left(\frac{1}{x-4}\right) = 0$ হলে x নির্ণয় কর এবং F(x) এর বিপরীত ফাংশন নির্ণয় কর। ৪

উত্তর: ক. $-\frac{1}{8}$ এবং $-\frac{3}{11}$; **খ.** $\mathbb{R} - \{4\}$; এক-এক **গ.** 4 এবং $\frac{1}{x} + 4$

প্রশ্ন ▶ ২৮ $f(x) = \frac{2x+2}{x-1}$ দ্বারা একটি ফাংশন বর্ণিত হলো।
[মেহেরপুর সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, মেহেরপুর]

ক. ফাংশনটির রেঞ্জ নির্ণয় কর। ২

খ. $f^{-1}(3)$ নির্ণয় কর। ৪

গ. $f^{-1}(p) = Kp$, p এর সাপেক্ষে K কে প্রকাশ কর। ৪

উত্তর: ক. $\mathbb{R}$; **খ.** 5 ; **গ.** $K = \frac{p+2}{p(p-2)}$

প্রশ্ন ▶ ২৯ $F(x) = \sqrt{x-1}$ [অগ্রগামী সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, সিলেট]

ক. F(1) এবং F(10) নির্ণয় কর। ২

খ. দেখাও যে, ফাংশনটি এক-এক ফাংশন। ৪

গ. F(x) = 5 এবং F(x) = y হলে উভয়ক্ষেত্রে x এর মান নির্ণয় কর। ৪

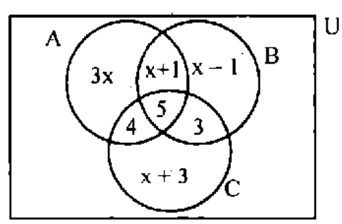
উত্তর: ক. 0, 3; **গ.** 26, $y^2 + 1$

প্রশ্ন ▶ ৩০ $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ **এবং** $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ **ফাংশনদ্বয়** $f(x) = x^3 + 5$ **এবং** $g(x) = (x - 5)^{\frac{1}{3}}$ **দ্বারা সংজ্ঞায়িত।** [অগ্রগামী সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, সিলেট]

ক. এক-এক ফাংশন এবং অন্বয় ফাংশন কাকে বলে? ২

খ. দেখাও যে, $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = (x + 1)^2$ ফাংশনটি এক-এক নয়। ৪

গ. দেখাও যে, $g = f^{-1}$. ৪



প্রশ্ন ব্যাংক উত্তরসহ সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন : সব অনুশীলনীর সমন্বয়ে

প্রশ্ন ▶ ৩১ $A = \{x : x \in \mathbb{Z}$ **এবং** $x^2 - 2x + 1 = 0\}$; $B = \{x : x \in \mathbb{N}$ **এবং** $x < 4\}$ **এবং যেকোনো অন্বয়,** $S = A \times B$ **হলে,**

ক. S অন্বয়টি এক-এক কিনা তা নির্ধারণ কর এবং বিপরীত অন্বয় নির্ণয় কর। ২

খ. S অন্বয়ের ডোমেন ও রেঞ্জ নির্ণয় কর এবং S অথবা S^{-1} ফাংশন কিনা তা নির্ধারণ কর। ৪

গ. S অন্বয়ের লেখচিত্র অঙ্কন কর। ৪

উত্তর: ক. S অন্বয়টি এক-এক নয় এবং S^{-1} = {(1, 2), (2, 2), (3, 2)} **খ.** ডোম = {2} ও রেঞ্জ = {1, 2, 3} এবং S ফাংশন নয়, S^{-1} ফাংশন।

www.bdniyog.com

প্রশ্ন ▶ ১২ $S = \{(x, y) : x \in A, y \in A$ **এবং** $y = x^2\}$ **যেখানে,** $A = \{x : x \in \mathbb{Z}$ **এবং** $x^2 \le 4\}$.

ক. S অন্বয়টিকে তালিকা পদ্ধতিতে বর্ণনা কর। ২

খ. ডোম S, রেঞ্জ S, S^{-1} নির্ণয় কর এবং S অন্বয়টি ফাংশন কিনা তা নির্ধারণ কর। ৪

গ. S অন্বয়ের লেখ অঙ্কন কর। ৪

উত্তর: ক. $S = \{(-1, 1), (0, 0), (1, 1)\}$;

খ. ডোম $S = \{-1, 0, 1\}$ এবং রেঞ্জ $S = \{1, 0\}$, $S^{-1} = \{(1, -1), (0, 0), (1, 1)\}$ এবং S অন্বয়টি ফাংশন।

internet-linked

প্রশ্ন ব্যাংকের আরও প্রশ্ন ও উত্তরের জন্যে নিচের ওয়েব অ্যাড্রেসটি টাইপ করুন

ssc.panjeree.com/hmt/hm01qbs.pd

এ অংশে অধ্যায়ের গুরুত্বপূর্ণ তথ্য ও সূত্র, পরীক্ষার আগে যার উপর চোখ বুলিয়ে নেওয়া প্রয়োজন বা অবশ্যই মনে রাখতে হবে এমন বিষয়সমূহ একনজরে উল্লেখ করা হয়েছে। পরীক্ষার আগে এ বিষয়গুলো রিভিশন দিলে পরীক্ষায় নির্ভুলভাবে অঙ্ক সমাধান করতে পারবে।

- প্রত্যেক ফাংশন একটি অন্বয় কিন্তু প্রত্যেক অন্বয় ফাংশন নয়।
- A সেটের এক বা একাধিক উপাদানের জন্য B সেটে কেবলমাত্র f এর একটি উপাদান থাকে তাহলে f কে A থেকে B সেটের অন্বয় বলা হয় এবং লেখা হয় $f : A \to B$
- কোনো অন্বয়ে একই ১ম উপাদানবিশিষ্ট একাধিক ক্রমজোড় না থাকে তবে ঐ অন্বয়কে ফাংশন বলে।
- ফাংশন হলো বিশেষ প্রকার অন্বয়। অন্বয়ের প্রথম উপাদানসমূহকে ঐ অন্বয়ের ডোমেন এবং দ্বিতীয় উপাদানসমূহকে রেঞ্জ বলা হয়।
- $y = f(x)$ ফাংশনের ডোমেন বা আধার হলো x এর সে সকল মানের সেট যার জন্য $f(x)$ এর মান নির্ণয় সম্ভব। আর ডোমেন x এর জন্য $f(x)$ এর যে সমস্ত মান পাওয়া যায়, এদের সেটকে রেঞ্জ বা বিস্তার বলে।
- ডোমেনের ভিন্ন ভিন্ন সদস্যের ছবি সর্বদা ভিন্ন হলে এক-এক ফাংশন।
- $f : A \to B$ ফাংশনে যদি B সেটের সমস্ত উপাদান যদি A সেটের কোন না কোন উপাদানের প্রতিচ্ছবি হয় অর্থাৎ $f(A) = B$ হয় তবে ফাংশনটি সার্বিক ফাংশন হবে।
- একটি ফাংশন এক-এক ও সার্বিক হলে, ফাংশনের বিপরীত ফাংশন পাওয়া যায়।
- $f : A \to B$ একটি এক-এক ও সার্বিক ফাংশন হলে বিপরীত ফাংশন $f^{-1} : B \to A$ অর্থাৎ B সেটের প্রত্যেক উপাদানের জন্য A সেটে একটি এবং কেবলমাত্র একটি উপাদান পাওয়া যায়।
- লেখচিত্র হলো ফাংশনের জ্যামিতিক উপস্থাপন।
- সরলরৈখিক ফাংশনের সাধারণ রূপ $f(x) = mx + b$
  [m হলো ঢাল, y অক্ষের ছেদক b]
- দ্বিঘাত বা পরাবৃত্তাকার ফাংশনের সাধারণ রূপ $y = ax^2 + bx + c$
  যেখানে a, b এবং c বাস্তব সংখ্যা এবং $a \neq 0$
- বৃত্তের সমীকরণ : $(x - p)^2 + (y - q)^2 = r^2$
  [কেন্দ্র (p,q) ও ব্যাসার্ধ = r] এখানে p, q, r ধ্রুবক এবং $r \neq 0$
- কেন্দ্র (0, 0) ও ব্যাসার্ধ r হলে বৃত্তের সমীকরণ : $x^2 + y^2 = r^2$
- সরলরৈখিক ফাংশনের লেখচিত্র সর্বদা সরলরেখা, দ্বিঘাত ফাংশনের লেখচিত্র সাধারণত বক্ররেখা যা পরাবৃত্তাকার ও বৃত্তের লেখচিত্র হচ্ছে বৃত্তাকার পথ।

এখানে অধ্যায়টির অনুশীলনী, বহুনির্বাচনি ও সৃজনশীল প্রশ্নগুলো বিশ্লেষণ করে স্টার মার্কসহ সাজেশন দেওয়া হয়েছে। পরীক্ষার আগে অবশ্যই এ অঙ্কগুলো সমাধান করবে। তাহলে পরীক্ষায় যেকোনো অঙ্কের সমাধান সহজেই করতে পারবে।

সাজেশন | বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

	প্রশ্ন নম্বর
★★★	১, ৩, ৫, ৬, ৭, ৯, ১৪, ১৬, ১৭, ১৮, ১৯, ২০, ২৫, ২৬, ২৯, ৩০, ৩১, ৩২, ৩৩, ৩৪, ৩৫, ৩৬, ৩৭, ৩৮, ৪০, ৪১, ৪২, ৪৩, ৪৪, ৪৮, ৫০, ৫১, ৫৬, ৫৭, ৫৯, ৬০, ৬১; ৬৩, ৬৭, ৬৮, ৭০, ৭১, ৭২, ৭৩, ৮১, ৮২, ৮৭, ৮৮, ৮৯, ৯০, ৯১, ৯৮, ৯৯, ১০০
★★	৮, ১০, ১১, ২১, ২২, ২৩, ২৪, ২৭, ২৮, ৪৫, ৫২, ৫৩, ৫৪, ৫৮, ৭৮, ৮০, ৮৪, ৮৫, ৯৬, ৯৭

সাজেশন | সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

	প্রশ্ন নম্বর
★★★	১, ৩, ৪, ৭, ৮, ১০, ১৩, ১৫, ১৭, ১৮, ২১
★★	২, ৫, ৬, ১১, ১৪, ১৬, ২০

শ্রেণির কাজ পৃষ্ঠা নং ৫৩৩

অধ্যায়-২

বীজগাণিতিক রাশি

অনুশীলনী-২

অধ্যায়টি পড়ে যা জানতে পারবে—

১. বহুপদীর ধারণা ব্যাখ্যা।
২. উদাহরণের সাহায্যে এক চলকবিশিষ্ট বহুপদী ব্যাখ্যা।
৩. বহুপদীর গুণ ও ভাগ ব্যাখ্যা।
৪. ভাগশেষ উপপাদ্য ও উৎপাদক উপপাদ্য ব্যাখ্যা এবং তা প্রয়োগ করে বহুপদীর উৎপাদক বিশ্লেষণ।

গ্রীক গণিতবিদ ডায়োফ্যান্টাস (*Diophantus*, আনুমানিক 200–284) কে অনেক সময় বীজগণিতের জনকও বলা হয়। তিনি প্রথম ভগ্নাংশ সংজ্ঞায়িত করেন এবং মূলদ সংখ্যাকে সমীকরণের সমাধান ও সহগ হিসাবে অনুমোদন করেন।

PRACTICE

১৭টি অনুশীলনীর প্রশ্ন

১১০টি বহুনির্বাচনি প্রশ্ন ■ ৬৩টি সাধারণ বহুনির্বাচনি ■ ১৭টি বহুপদী সমাপ্তিসূচক ■ ৩০টি অভিন্ন তথ্যভিত্তিক

৪২টি সৃজনশীল প্রশ্ন ■ ৪টি অনুশীলনী ■ ৮টি শ্রেণির কাজ ■ ১৬টি মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত ■ ১৪টি প্রশ্নব্যাংক

অনুশীলনীর সৃজনশীল বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

১. নিচের কোনো রাশিটি প্রতিসম?

(ক) $a^2 + b + c$ (খ) $xy + yz + zx$
(গ) $x^2 - y^2 + z^2$ (ঘ) $2a^2 - 5bc - c^2$ (খ)

ব্যাখ্যা: $xy + yz + zx$ রাশিটিতে দুইটি চলকের স্থান বিনিময় করে পূর্বের রাশি পাওয়া যায়।

২. (i) যদি $a + b + c = 0$ হয়, তবে $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$

(ii) $P(x, y, z) = \frac{x}{y} + \frac{y}{z} + \frac{z}{x}$ রাশিটি চক্রক্রমিক

(iii) $\frac{1}{1+x} + \frac{2}{1+x^2} + \frac{4}{x^4-1}$ এর সরল মান $\frac{1}{x-1}$

উপরের তথ্যের আলোকে নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii (খ) ii ও iii
(গ) i ও iii (ঘ) i, ii ও iii (ক)

ব্যাখ্যা: (i) দেওয়া আছে; $a + b + c = 0$ বা, $a + b = -c$

বামপক্ষ $= a^3 + b^3 + c^3 = (a + b)^3 - 3ab(a + b) + c^3$

$= (-c)^3 - 3ab.(-c) + c^3 = -c^3 + 3abc + c^3 = 3abc.$

(ii) $P(x, y, z) = \frac{x}{y} + \frac{y}{z} + \frac{z}{x}.$

তাহলে x এর স্থলে y, y এর স্থলে z এবং z এর স্থলে x লিখে পাই,

$P(y, z, x) = \frac{y}{z} + \frac{z}{x} + \frac{x}{y} = P(x, y, z).$

(iii) $\frac{1}{1+x} + \frac{2}{1+x^2} + \frac{4}{x^2+1}$

$= \frac{1}{1+x} + \frac{1}{1-x} + \frac{2}{1+x^2} - \frac{4}{1-x^2} + \frac{1}{1-x}$

$= \frac{2}{1-x^2} + \frac{2}{1+x^2} - \frac{4}{1-x^2} + \frac{1}{1-x}$

$= \frac{4}{1-x^4} - \frac{4}{1-x^4} + \frac{1}{1-x} = \frac{1}{1-x}$

বহুপদী $x^3 + px^2 - x - 7$ এর একটি উৎপাদক $x + 7$।

এই তথ্যের আলোকে নিচের ৩ এবং ৪ নং প্রশ্নের উত্তর দাও।

৩. p এর মান কত?

(ক) –7 (খ) 7
(গ) $\frac{54}{7}$ (ঘ) 477 (খ)

ব্যাখ্যা : মনে করি, $Q(x) = x^3 + px^2 - x - 7$

$x + 7$, $Q(x)$ এর একটি উৎপাদক হলে, $Q(-7) = 0$

বা, $(-7)^3 + p.(-7)^2 - (-7) - 7 = 0.$

বা, $-343 + 49p + 7 - 7 = 0$ বা, $49p = 343$

বা, $p = \frac{343}{49}$ $\therefore p = 7.$

৪. বহুপদীটির অপর উৎপাদকগুলোর গুণফল কত?

(ক) $(x - 1)(x - 1)$ (খ) $(x + 1)(x - 2)$
(গ) $(x - 1)(x + 3)$ (ঘ) $(x + 1)(x - 1)$ (ঘ)

ব্যাখ্যা: $Q(x) = x^3 + 7x^2 - x - 7 = x^2(x + 7) - 1(x + 7)$

$= (x + 7)(x^2 - 1) = (x + 7)(x + 1)(x - 1)$

$\therefore$ অপর উৎপাদকগুলোর গুণফল $= (x + 1)(x - 1)$

অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

৫. $x^4 - 5x^3 + 7x^2 - a$ বহুপদীর একটি উৎপাদক $x - 2$ হলে, দেখাও যে, $a = 4$

সমাধান: ধরি, $P(x) = x^4 - 5x^3 + 7x^2 - a$

$x - 2$, $P(x)$ এর একটি উৎপাদক হলে, $P(2) = 0$ হবে।

বা, $(2)^4 - 5(2)^3 + 7(2)^2 - a = 0$

বা, $16 - 40 + 28 - a = 0$

$\therefore a = 4$ **(দেখানো হলো)**

www.bdniyog.com

৬. মনে কর, $P(x) = x^n - a^n$, যেখানে n ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা এবং a একটি ধ্রুবক

(ক) দেখাও যে, $(x - a)$ বহুপদীটির একটি উৎপাদক এবং এমন $Q(x)$ নির্ণয় কর যেন $P(x) = (x - a) Q(x)$ হয়।

(খ) n জোড় সংখ্যা হলে দেখাও যে, $(x + a)$ বহুপদীটির একটি উৎপাদক এবং এমন $Q(x)$ নির্ণয় কর যেন $P(x) = (x + a) Q(x)$ হয়।

সমাধান:

(ক) দেওয়া আছে, $P(x) = x^n - a^n$

উৎপাদক উপপাদ্য অনুসারে যদি $P(a) = 0$ হয় তবে $(x - a)$ প্রদত্ত বহুপদীটির একটি উৎপাদক হবে।

$P(a) = a^n - a^n = 0$

$\therefore (x - a)$, $P(x) = x^n - a^n$ এর একটি উৎপাদক। **(দেখানো হলো)**

দেওয়া আছে, $P(x) = (x - a) Q(x)$ ... ... (i)

এখানে $P(x)$ এ x চলকের মাত্রা n

এবং $(x - a)$ এ x চলকের মাত্রা 1

$\therefore Q(x)$ এর x চলকের মাত্রা হবে $n - 1$

এখন, $P(x) = x^n - a^n$

$= (x - a)(x^{n-1} + ax^{n-2} + a^2x^{n-3} + ... + a^{n-2}x + a^{n-1})$ .... (ii)

$[\because x^n - y^n = (x - y)(x^{n-1} + x^{n-2}y + x^{n-3}y^2 + ... + xy^{n-2} + y^{n-1})]$

(i) নং ও (ii) নং সমীকৃত করে পাই,

$\therefore Q(x) = x^{n-1} + ax^{n-2} + a^2x^{n-3} + a^3x^{n-4} + ... + a^{n-1}$

Ans. $Q(x) = x^{n-1} + ax^{n-2} + a^2x^{n-3} + a^3x^{n-4} + ... + a^{n-1}$

(খ) উৎপাদক উপপাদ্য অনুসারে $(x + a)$, $P(x) = x^n - a^n$ (যেখানে n জোড় সংখ্যা)এর উৎপাদক হবে যদি $P(-a) = 0$ হয়।

এখন, $P(-a) = (-a)^n - a^n$

$= (-1)^n a^n - a^n$

$= a^n - a^n$ $[\because$ n জোড় $\therefore (-1)^n = 1]$

$= 0$

$\therefore (x + a)$, $P(x)$ এর একটি উৎপাদক। **(দেখানো হলো)**

দেওয়া আছে, $P(x) = (x + a) Q(x)$ .... (i)

এখানে, $P(x)$ এ x চলকের মাত্রা n

$(x + a)$ এ x চলকের মাত্রা 1

$\therefore Q(x)$ এর x চলকের মাত্রা হবে $n - 1$

এখন, $P(x) = x^n - a^n$

$= (x + a)[x^{n-1} - ax^{n-2} + a^2x^{n-3} - .... + (-1)^{n-2} a^{n-2}x + (-1)^{n-1}a^{n-1}]$ .... (ii)

$[\because x^n - y^n = (x + y)\{x^{n-1} - x^{n-2}y + x^{n-3}y^2 - .... + (-1)^{n-2}xy^{n-2} + (-1)^{n-1}y^{n-1}\}]$

(i) নং ও (ii) নং সমীকৃত করে পাই,

$\therefore Q(x) = x^{n-1} - ax^{n-2} + a^2x^{n-3} - a^3x^{n-4} + ... + (-1)^{n-1} a^{n-1}$

Ans. $Q(x) = x^{n-1} - ax^{n-2} + a^2x^{n-3} - a^3x^{n-4} + ... + (-1)^{n-1} a^{n-1}$

৭. মনে কর, $P(x) = x^n + a^n$, যেখানে n ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা এবং a একটি ধ্রুবক। n বিজোড় সংখ্যা হলে দেখাও যে, $(x + a)$ বহুপদীটির একটি উৎপাদক এবং এমন $Q(x)$ নির্ণয় কর যেন, $P(x) = (x + a) Q(x)$ হয়।

সমাধান: দেওয়া আছে, $P(x) = x^n + a^n$

যেখানে n ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা এবং a একটি ধ্রুবক।

এখানে, $P(-a) = (-a)^n + a^n$

$= (-1)^n a^n + a^n$

$= -a^n + a^n$ $[\because$ n বিজোড় হলে $(-1)^n = -1]$

$= 0$

$\therefore \{x - (-a)\}$

অর্থাৎ $(x + a)$, $P(x)$ এর একটি উৎপাদক। **(দেখানো হলো)**

দেওয়া আছে, $P(x) = (x + a) Q(x)$ ... ... (i)

এখানে, $P(x)$ এর x চলকের মাত্রা n

$(x + a)$ -এ x চলকের মাত্রা 1

$\therefore Q(x)$ -এ x চলকের মাত্রা হবে $n - 1$

আবার, $P(x) = x^n + a^n$

$= (x + a)[x^{n-1} - a x^{n-2} + a^2x^{n-3} - ... + (-1)^{n-2} a^{n-2} x + (-1)^{n-1} a^{n-1}]$ ....(ii)

$[\because x^n + y^n = (x + y)\{x^{n-1} - x^{n-2}y + x^{n-3}y^2 - .... + (-1)^{n-2}xy^{n-2} + (-1)^{n-1}y^{n-1}\}]$

(i) ও (ii) নং সমীকরণ সমীকৃত করে পাই,

$\therefore Q(x) = x^{n-1} - a x^{n-2} + a^2x^{n-3} - a^3x^{n-4} + ... + (-1)^{n-1} a^{n-1}$

Ans. $Q(x) = x^{n-1} - a x^{n-2} + a^2x^{n-3} - a^3x^{n-4} + ... + (-1)^{n-1} a^{n-1}$

৮. মনে কর, $P(x) = ax^5 + bx^4 + cx^3 + cx^2 + bx + a$, যেখানে a, b, c ধ্রুবক এবং $a \neq 0$, দেখাও যে, $(x - r)$ যদি $P(x)$ এর একটি উৎপাদক হয়, তবে $(rx - 1)$ ও $P(x)$ এর একটি উৎপাদক।

সমাধান: দেওয়া আছে, $P(x) = ax^5 + bx^4 + cx^3 + cx^2 + bx + a$

$(x - r)$ যদি $P(x)$ এর উৎপাদক হয় তবে, $P(r) = 0$

বা, $ar^5 + br^4 + cr^3 + cr^2 + br + a = 0$ ....(i)

আবার, $P\left(\frac{1}{r}\right) = a\left(\frac{1}{r}\right)^5 + b\left(\frac{1}{r}\right)^4 + c\left(\frac{1}{r}\right)^3 + c\left(\frac{1}{r}\right)^2 + b\left(\frac{1}{r}\right) + a$

$= \frac{a}{r^5} + \frac{b}{r^4} + \frac{c}{r^3} + \frac{c}{r^2} + \frac{b}{r} + a$

$= \frac{a + br + cr^2 + cr^3 + br^4 + ar^5}{r^5}$

$= \frac{0}{r^5}$ [(i) নং এর সাহায্যে]

$= 0$

$\therefore x - \frac{1}{r} = \frac{1}{r}(rx - 1)$

অর্থাৎ, $(rx - 1)$, $P(x)$ এর একটি উৎপাদক। **(দেখানো হলো)**

৯. উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর:

(i) $x^4 + 7x^3 + 17x^2 + 17x + 6$

সমাধান: ধরি, $f(x) = x^4 + 7x^3 + 17x^2 + 17x + 6$

$\therefore f(-1) = (-1)^4 + 7(-1)^3 + 17(-1)^2 + 17(-1) + 6$

$= 1 - 7 + 17 - 17 + 6$

$= 24 - 24 = 0$

$\therefore \{x - (-1)\}$ অর্থাৎ $(x+1)$, $f(x)$ এর একটি উৎপাদক।

এখন, $x^4 + 7x^3 + 17x^2 + 17x + 6$

$= x^4 + x^3 + 6x^3 + 6x^2 + 11x^2 + 11x + 6x + 6$

$= x^3(x + 1) + 6x^2(x + 1) + 11x(x + 1) + 6(x + 1)$

$= (x + 1)(x^3 + 6x^2 + 11x + 6)$

আবার ধরি, $g(x) = x^3 + 6x^2 + 11x + 6$

$\therefore g(-1) = (-1)^3 + 6(-1)^2 + 11(-1) + 6$

$= -1 + 6 - 11 + 6$

$= 12 - 12 = 0$

$\therefore \{x - (-1)\}$ অর্থাৎ $(x + 1)$, $g(x)$ এর একটি উৎপাদক।

www.bdniyog.com

এখন, $x^3 + 6x^2 + 11x + 6$
$= x^3 + x^2 + 5x^2 + 5x + 6x + 6$
$= x^2(x+1) + 5x(x+1) + 6(x+1)$
$= (x+1)(x^2 + 5x + 6)$
$= (x+1)(x^2 + 3x + 2x + 6)$
$= (x+1)\{x(x+3) + 2(x+3)\}$
$= (x+1)(x+2)(x+3)$
$\therefore x^4 + 7x^3 + 7x^2 + 17x + 6 = (x+1)(x^3 + 6x^2 + 11x + 6)$
$= (x+1)(x+1)(x+2)(x+3)$
$= (x+1)^2(x+2)(x+3)$
Ans. $(x+1)^2(x+2)(x+3)$

(ii) $4a^4 + 12a^3 + 7a^2 - 3a - 2$

সমাধান: ধরি, $P(a) = 4a^4 + 12a^3 + 7a^2 - 3a - 2$
$\therefore P(-1) = 4(-1)^4 + 12(-1)^3 + 7(-1)^2 - 3(-1) - 2$
$= 4 - 12 + 7 + 3 - 2$
$= 14 - 14 = 0$
$\therefore \{a - (-1)\}$ অর্থাৎ $(a+1)$, $P(a)$ এর একটি উৎপাদক।
এখন, $4a^4 + 12a^3 + 7a^2 - 3a - 2$
$= 4a^4 + 4a^3 + 8a^3 + 8a^2 - a^2 - a - 2a - 2$
$= 4a^3(a+1) + 8a^2(a+1) - a(a+1) - 2(a+1)$
$= (a+1)(4a^3 + 8a^2 - a - 2)$
ধরি, $P_1(a) = 4a^3 + 8a^2 - a - 2$
$P_1(-2) = 4(-2)^3 + 8(-2)^2 - (-2) - 2$
$= 4(-8) + 8.4 + 2 - 2$
$= -32 + 32 + 2 - 2$
$= 34 - 34 = 0$
$\therefore \{a - (-2)\}$ অর্থাৎ $(a+2)$, $P_1(a)$ এর একটি উৎপাদক।
এখন, $4a^3 + 8a^2 - a - 2 = 4a^2(a+2) - 1(a+2)$
$= (a+2)(4a^2 - 1)$
$= (a+2)\{(2a)^2 - (1)^2\}$
$= (a+2)(2a-1)(2a+1)$
$\therefore 4a^4 + 12a^3 + 7a^2 - 3a - 2$
$= (a+1)(4a^3 + 8a^2 - a - 2)$
$= (a+1)(a+2)(2a-1)(2a+1)$
Ans. $(a+1)(a+2)(2a-1)(2a+1)$

(iii) $x^3 + 2x^2 + 2x + 1$

সমাধান: ধরি, $f(x) = x^3 + 2x^2 + 2x + 1$
$\therefore f(-1) = (-1)^3 + 2(-1)^2 + 2(-1) + 1$
$= -1 + 2 - 2 + 1 = 0$
$\therefore \{x - (-1)\}$ অর্থাৎ $(x+1)$, $f(x)$ এর একটি উৎপাদক।
এখন, $x^3 + 2x^2 + 2x + 1$
$= x^3 + x^2 + x^2 + x + x + 1$
$= x^2(x+1) + x(x+1) + 1(x+1)$
$= (x+1)(x^2 + x + 1)$
Ans. $(x+1)(x^2 + x + 1)$

(iv) $x(y^2 + z^2) + y(z^2 + x^2) + z(x^2 + y^2) + 3xyz$

সমাধান: $x(y^2 + z^2) + y(z^2 + x^2) + z(x^2 + y^2) + 3xyz$
$= xy^2 + z^2x + yz^2 + x^2y + zx^2 + y^2z + 3xyz$
$= (xy^2 + x^2y + xyz) + (y^2z + yz^2 + xyz) + (zx^2 + z^2x + xyz)$
$= xy(y + x + z) + yz(y + z + x) + zx(x + z + y)$
$= (x + y + z)(xy + yz + zx)$
Ans. $(x + y + z)(xy + yz + zx)$
[বি: দ্র: পাঠ্যবইয়ের প্রশ্নে $2xyz$ এর স্থলে $3xyz$ হবে।

(v) $(x+1)^2(y-z) + (y+1)^2(z-x) + (z+1)^2(x-y)$

সমাধান: $(x+1)^2(y-z) + (y+1)^2(z-x) + (z+1)^2(x-y)$
$= (x^2 + 2x + 1)(y-z) + (y^2 + 2y + 1)(z-x) + (z^2 + 2z + 1)(x-y)$
$= x^2(y-z) + 2x(y-z) + (y-z) + y^2(z-x) + 2y(z-x) + (z-x) + z^2(x-y) + 2z(x-y) + (x-y)$
$= x^2(y-z) + y^2(z-x) + z^2(x-y) + 2xy - 2zx + 2yz - 2xy + 2zx - 2yz + y - z + z - x + x - y$
$= x^2y - zx^2 + y^2z - xy^2 + z^2(x-y)$
$= x^2y - xy^2 - zx^2 + y^2z + z^2(x-y)$
$= xy(x-y) - z(x^2 - y^2) + z^2(x-y)$
$= (x-y)\{xy - z(x+y) + z^2\}$
$= (x-y)(xy - zx - yz + z^2)$
$= (x-y)\{x(y-z) - z(y-z)\}$
$= (x-y)(y-z)(x-z)$
$= -(x-y)(y-z)(z-x)$
Ans. $-(x-y)(y-z)(z-x)$

(vi) $b^2c^2(b^2 - c^2) + c^2a^2(c^2 - a^2) + a^2b^2(a^2 - b^2)$

সমাধান: $b^2c^2(b^2 - c^2) + c^2a^2(c^2 - a^2) + a^2b^2(a^2 - b^2)$
$= b^4c^2 - b^2c^4 + c^4a^2 - c^2a^4 + a^2b^2(a^2 - b^2)$
$= c^4a^2 - b^2c^4 - c^2a^4 + b^4c^2 + a^2b^2(a^2 - b^2)$
$= c^4(a^2 - b^2) - c^2(a^4 - b^4) + a^2b^2(a^2 - b^2)$
$= (a^2 - b^2)\{c^4 - c^2(a^2 + b^2) + a^2b^2\}$
$= (a^2 - b^2)(c^4 - c^2a^2 - b^2c^2 + a^2b^2)$
$= (a^2 - b^2)\{c^2(c^2 - a^2) - b^2(c^2 - a^2)\}$
$= (a^2 - b^2)(c^2 - a^2)(c^2 - b^2)$
$= -(a^2 - b^2)(b^2 - c^2)(c^2 - a^2)$
$= -(a-b)(b-c)(c-a)(a+b)(b+c)(c+a)$
Ans. $-(a-b)(b-c)(c-a)(a+b)(b+c)(c+a)$

১০. যদি $\frac{1}{a^3} + \frac{1}{b^3} + \frac{1}{c^3} = \frac{3}{abc}$ হয়, তবে দেখাও যে, $bc + ca + ab = 0$ অথবা, $a = b = c$

সমাধান: $\frac{1}{a^3} + \frac{1}{b^3} + \frac{1}{c^3} = \frac{3}{abc}$

বা, $\left(\frac{1}{a}\right)^3 + \left(\frac{1}{b}\right)^3 + \left(\frac{1}{c}\right)^3 - 3 \cdot \frac{1}{a} \cdot \frac{1}{b} \cdot \frac{1}{c} = 0$

বা, $\frac{1}{2}\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right)\left\{\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right)^2 + \left(\frac{1}{b} - \frac{1}{c}\right)^2 + \left(\frac{1}{c} - \frac{1}{a}\right)^2\right\} = 0$

$[\because x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz = \frac{1}{2}(x + y + z)\{(x-y)^2 + (y-z)^2 + (z-x)^2\}]$

$\therefore$ হয় $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 0$

বা, $\frac{bc + ca + ab}{abc} = 0$

$\therefore bc + ca + ab = 0$

অথবা, $\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right)^2 + \left(\frac{1}{b} - \frac{1}{c}\right)^2 + \left(\frac{1}{c} - \frac{1}{a}\right)^2 = 0$

কিন্তু দুই বা ততোধিক বর্গ রাশির সমষ্টি শূন্য হলে এদের প্রত্যেকটির মান পৃথক পৃথকভাবে শূন্য হবে।

সুতরাং $\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right)^2 = 0$
বা, $\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = 0$
বা $\frac{1}{a} = \frac{1}{b}$
$\therefore a = b$

আবার, $\left(\frac{1}{b} - \frac{1}{c}\right)^2 = 0$
বা, $\frac{1}{b} - \frac{1}{c} = 0$
বা, $\frac{1}{b} = \frac{1}{c}$
$\therefore b = c$

www.bdniyog.com

$\therefore a = b = c$

সুতরাং $\frac{1}{a^3}+\frac{1}{b^3}+\frac{1}{c^3}=\frac{3}{abc}$ হলে, $bc + ca + ab = 0$ অথবা $a = b = c$

(দেখানো হলো)

১১। যদি $x = b + c - a$, $y = c + a - b$ এবং $z = a + b - c$ হয়, তবে দেখাও যে, $x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz = 4(a^3 + b^3 + c^3 - 3abc)$

সমাধান:

বামপক্ষ $= x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz$

$= \frac{1}{2}(x + y + z)\{(x - y)^2 + (y - z)^2 + (z - x)^2\}$

$= \frac{1}{2}(b + c - a + c + a - b + a + b - c)$
$\{(b + c - a - c - a + b)^2 + (c + a - b - a - b + c)^2 + (a + b - c - b - c + a)^2\}$ [x, y, z এর মান বসিয়ে]

$= \frac{1}{2}(a + b + c)\{(2b - 2a)^2 + (2c - 2b)^2 + (2a - 2c)^2\}$

$= \frac{1}{2}(a + b + c)\{4(a - b)^2 + 4(b - c)^2 + 4(c - a)^2\}$

$= 4\frac{1}{2}(a + b + c)\{(a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2\}$

$= 4(a^3 + b^3 + c^3 - 3abc)$

$[\because \frac{1}{2}(a + b + c)\{(a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2\} = a^3 + b^3 + c^3 - 3abc]$

= ডানপক্ষ

অর্থাৎ, $x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz = 4(a^3 + b^3 + c^3 - 3abc)$

(দেখানো হলো)

১২. সরল কর: (a) $\frac{a^2}{(a-b)(a-c)}+\frac{b^2}{(b-c)(b-a)}+\frac{c^2}{(c-a)(c-b)}$

সমাধান: প্রদত্ত রাশি$=\frac{a^2}{(a-b)(a-c)}+\frac{b^2}{(b-c)(b-a)}+\frac{c^2}{(c-a)(c-b)}$

$=\frac{a^2}{-(a-b)(c-a)}+\frac{b^2}{-(b-c)(a-b)}+\frac{c^2}{-(c-a)(b-c)}$

$=\frac{a^2(b-c)+b^2(c-a)+c^2(a-b)}{-(a-b)(b-c)(c-a)}$

কিন্তু $a^2(b-c)+b^2(c-a)+c^2(a-b)=-(a-b)(b-c)(c-a)$

$\therefore$ প্রদত্ত রাশি $=\frac{-(a-b)(b-c)(c-a)}{-(a-b)(b-c)(c-a)}=1$

Ans. 1

(b) $\frac{a}{(a-b)(a-c)(x-a)}+\frac{b}{(b-a)(b-c)(x-b)}+\frac{c}{(c-a)(c-b)(x-c)}$

সমাধান: প্রদত্ত রাশি $=\frac{a}{(a-b)(a-c)(x-a)}+\frac{b}{(b-a)(b-c)(x-b)}+\frac{c}{(c-a)(c-b)(x-c)}$

$=\frac{a}{-(a-b)(c-a)(x-a)}+\frac{b}{-(a-b)(b-c)(x-b)}+\frac{c}{-(c-a)(b-c)(x-c)}$

$=\frac{a(b-c)(x-b)(x-c)+b(c-a)(x-c)(x-a)+c(a-b)(x-a)(x-b)}{-(a-b)(b-c)(c-a)(x-a)(x-b)(x-c)}$

$=\frac{a(b-c)\{x^2-(b+c)x+bc\}+b(c-a)\{x^2-(c+a)x+ca\}+c(a-b)\{x^2-(a+b)x+ab\}}{-(a-b)(b-c)(c-a)(x-a)(x-b)(x-c)}$

$=\frac{x^2\{a(b-c)+b(c-a)+c(a-b)\}-x\{a(b-c)(b+c)+b(c-a)(c+a)+c(a+b)(a-b)\}+abc\{(b-c)+(c-a)+(a-b)\}}{-(a-b)(b-c)(c-a)(x-a)(x-b)(x-c)}$

কিন্তু এর লবের $a(b - c) + b(c - a) + c(a - b) = ab - ca + bc - ab + ca - bc = 0$

একইভাবে $a(b - c)(b + c) + b(c + a)(c - a) + c(a + b)(a - b)$

$= a(b^2 - c^2) + b(c^2 - a^2) + c(a^2 - b^2)$

$= -(a - b)(b - c)(c - a)$

এবং $abc\{(b - c) + (c - a) + (a - b)\} = abc \times 0 = 0$

$\therefore$ প্রদত্ত রাশি $=\frac{-x\{(a-b)(b-c)(c-a)\}}{-(a-b)(b-c)(c-a)(x-a)(x-b)(x-c)}=\frac{-x(a-b)(b-c)(c-a)}{-(a-b)(b-c)(c-a)(x-a)(x-b)(x-c)}=\frac{x}{(x-a)(x-b)(x-c)}$

Ans. $\frac{x}{(x-a)(x-b)(x-c)}$

(c) $\frac{(a+b)^2-ab}{(b-c)(a-c)}+\frac{(b+c)^2-bc}{(c-a)(b-a)}+\frac{(c+a)^2-ca}{(a-b)(c-b)}$

সমাধান: প্রদত্ত রাশি

$=\frac{(a+b)^2-ab}{(b-c)(a-c)}+\frac{(b+c)^2-bc}{(c-a)(b-a)}+\frac{(c+a)^2-ca}{(a-b)(c-b)}$

$=\frac{(a+b)^2-ab}{-(b-c)(c-a)}+\frac{(b+c)^2-bc}{-(c-a)(a-b)}+\frac{(c+a)^2-ca}{-(a-b)(b-c)}$

$=\frac{(a-b)\{(a+b)^2-ab\}+(b-c)\{(b+c)^2-bc\}+(c-a)\{(c+a)^2-ca\}}{-(a-b)(b-c)(c-a)}$

$=\frac{(a-b)(a^2+ab+b^2)+(b-c)(b^2+bc+c^2)+(c-a)(c^2+ca+a^2)}{-(a-b)(b-c)(c-a)}$

$=\frac{a^3-b^3+b^3-c^3+c^3-a^3}{-(a-b)(b-c)(c-a)}=\frac{0}{-(a-b)(b-c)(c-a)}$

$=0$

Ans. 0

(d) $\frac{1}{1+x}+\frac{2}{1+x^2}+\frac{4}{1+x^4}+\frac{8}{1+x^8}+\frac{16}{x^{16}-1}$

সমাধান:

প্রদত্ত রাশি $=\frac{1}{1+x}+\frac{2}{1+x^2}+\frac{4}{1+x^4}+\frac{8}{1+x^8}+\frac{16}{x^{16}-1}$

$$= \frac{1}{1+x}+\frac{2}{1+x^2}+\frac{4}{1+x^4}+\frac{8}{1+x^8}+\frac{16}{(x^8+1)(x^8-1)}$$

$$= \frac{1}{1+x}+\frac{2}{1+x^2}+\frac{4}{1+x^4}+\left\{\frac{8(x^8-1)+16}{(x^8+1)(x^8-1)}\right\}$$

$$= \frac{1}{1+x}+\frac{2}{1+x^2}+\frac{4}{1+x^4}+\frac{8(x^8+1)}{(x^8+1)(x^8-1)}$$

$$= \frac{1}{1+x}+\frac{2}{1+x^2}+\frac{4}{1+x^4}+\frac{8}{x^8-1}$$

$$= \frac{1}{1+x}+\frac{2}{1+x^2}+\left\{\frac{4(x^4-1)+8}{(x^4+1)(x^4-1)}\right\}$$

$$= \frac{1}{1+x}+\frac{2}{1+x^2}+\frac{4(x^4+1)}{(x^4+1)(x^4-1)}$$

$$= \frac{1}{1+x}+\frac{2}{1+x^2}+\frac{4}{x^4-1}$$

$$= \frac{1}{1+x}+\left\{\frac{2(x^2-1)+4}{(x^2+1)(x^2-1)}\right\}$$

$$= \frac{1}{1+x}+\frac{2(x^2+1)}{(x^2-1)(x^2+1)}$$

$$= \frac{1}{1+x}+\frac{2}{x^2-1} = \frac{x-1+2}{(x+1)(x-1)}$$

$$= \frac{x+1}{(x+1)(x-1)} = \frac{1}{x-1}$$

Ans. $\frac{1}{x-1}$

১৩. আংশিক ভগ্নাংশে প্রকাশ কর:

(a) $\frac{5x+4}{x(x+2)}$

সমাধান: ধরি, $\frac{5x+4}{x(x+2)} \equiv \frac{A}{x}+\frac{B}{x+2}$ ....(1)

(1) এর উভয়পক্ষকে $x(x+2)$ দ্বারা গুণ করে পাই,

$5x+4 \equiv A(x+2)+Bx$ ....(2)

যা x এর সকল মানের জন্য সত্য।

(2) এর উভয়পক্ষে $x = 0$ বসিয়ে পাই,

$0+4 = 2A+0$

$\therefore A = 2$

আবার (2) এর উভয়পক্ষে $x = -2$ বসিয়ে পাই,

$-10+4 = 0-2B$

বা, $-6 = -2B$

$\therefore B = 3$

A ও B এর মান (1) এ বসিয়ে পাই,

$\frac{5x+4}{x(x+2)} = \frac{2}{x}+\frac{3}{x+2}$

$\therefore$ প্রদত্ত ভগ্নাংশটি আংশিক ভগ্নাংশে প্রকাশ করা হলো।

Ans. $\frac{2}{x}+\frac{3}{x+2}$

(b) $\frac{x+2}{x^2-7x+12}$

সমাধান: এখানে, $x^2-7x+12 = x^2-3x-4x+12$
$= (x-3)(x-4)$

সুতরাং, $\frac{x+2}{x^2-7x+12} = \frac{x+2}{(x-3)(x-4)}$

ধরি, $\frac{x+2}{(x-3)(x-4)} \equiv \frac{A}{x-3}+\frac{B}{x-4}$ ....(1)

(1) এর উভয়পক্ষকে $(x-3)(x-4)$ দ্বারা গুণ করে পাই,

$x+2 \equiv A(x-4)+B(x-3)$........................(2)

যা x এর সকল মানের জন্য সত্য।

এখন, (2) এর উভয়পক্ষে $x = 3$ বসিয়ে পাই,

$3+2 = A(3-4)+B(3-3)$

বা, $5 = -A$

$\therefore A = -5$

আবার (2) এর উভয়পক্ষে $x = 4$ বসিয়ে পাই,

$4+2 = A(4-4)+B(4-3)$

বা, $6 = 0+B$

$\therefore B = 6$

A ও B এর মান (1) এ বসিয়ে পাই,

$\frac{x+2}{(x-3)(x-4)} = \frac{-5}{x-3}+\frac{6}{x-4} = \frac{6}{x-4}-\frac{5}{x-3}$

$\therefore$ প্রদত্ত ভগ্নাংশটি আংশিক ভগ্নাংশে প্রকাশ করা হলো।

Ans. $\frac{6}{x-4}-\frac{5}{x-3}$

(c) $\frac{x^2-9x-6}{x(x-2)(x+3)}$

সমাধান: ধরি, $\frac{x^2-9x-6}{x(x-2)(x+3)} \equiv \frac{A}{x}+\frac{B}{x-2}+\frac{C}{x+3}$ ......(1)

(1) নং এর উভয়পক্ষকে $x(x-2)(x+3)$ দ্বারা গুণ করে পাই,

$x^2-9x-6 \equiv A(x-2)(x+3)+Bx(x+3)+Cx(x-2)$.........(2)

যা x এর সকল মানের জন্য সত্য।

এখন (2) নং এর উভয়পক্ষে $x = 0$ বসিয়ে পাই,

$-6 = A(-2)(3)+0+0$

$\therefore A = 1$

আবার (2) নং এর উভয়পক্ষে $x = 2$ বসিয়ে পাই,

$4-18-6 = 0+B\cdot2(5)+0$

বা, $-20 = 10B$

$\therefore B = -2$

(2) নং এর উভয়পক্ষে $x = -3$ বসিয়ে পাই,

$9+27-6 = 0+0+C(-3)(-5)$

বা, $30 = 15C$

$\therefore C = 2$

A, B ও C এর মান (1) এ বসিয়ে পাই,

$\frac{x^2-9x-6}{x(x-2)(x+3)} = \frac{1}{x}-\frac{2}{x-2}+\frac{2}{x+3}$

$\therefore$ প্রদত্ত ভগ্নাংশটি আংশিক ভগ্নাংশে প্রকাশ করা হলো।

Ans. $\frac{1}{x}-\frac{2}{x-2}+\frac{2}{x+3}$

(d) $\frac{x^2-4x-7}{(x+1)(x^2+4)}$

সমাধান: ধরি $\frac{x^2-4x-7}{(x+1)(x^2+4)} \equiv \frac{A}{x+1}+\frac{Bx+C}{x^2+4}$ .... (1)

(1) এর উভয় পক্ষকে $(x+1)(x^2+4)$ দ্বারা গুণ করে পাই,

$x^2-4x-7 \equiv A(x^2+4)+(Bx+c)(x+1)$ .... (2)

যা x এর সকল মানের জন্য সত্য।

এখন (2) এ $x = -1$ বসিয়ে পাই,

$(-1)^2-4.(-1)-7 = A(1+4)$

বা, $1+4-7 = 5A$

বা, $5A = -2$

$\therefore A = -\frac{2}{5}$

আবার, (2) নং থেকে x^2, x এর সহগ সমীকৃত করে পাই,

$A + B = 1$

বা, $-\frac{2}{5} + B = 1$

বা, $B = 1 + \frac{2}{5}$

$B = \frac{7}{5}$

এবং $B + C = -4$

বা, $\frac{7}{5} + C = -4$

বা, $C = -4 - \frac{7}{5}$

$C = -\frac{27}{5}$

(1) নং এ A, B, C এর মান বসিয়ে পাই,

$$\frac{x^2-4x-7}{(x+1)(x^2+4)} = \frac{-\frac{2}{5}}{x+1} + \frac{\frac{7}{5}x - \frac{27}{5}}{x^2+4}$$
$$= \frac{1}{5}\left(-\frac{2}{x+1} + \frac{7x-27}{x^2+4}\right)$$

$\therefore$ প্রদত্ত ভগ্নাংশটি আংশিক ভগ্নাংশে প্রকাশ করা হলো।

Ans. $\frac{1}{5}\left(-\frac{2}{x+1} + \frac{7x-27}{x^2+4}\right)$

(e) $\frac{x^2}{(2x+1)(x+3)^2}$

সমাধান: ধরি,

$$\frac{x^2}{(2x+1)(x+3)^2} \equiv \frac{A}{2x+1} + \frac{B}{x+3} + \frac{C}{(x+3)^2} \text{ .... (1)}$$

(1) এর উভয় পক্ষকে $(2x+1)(x+3)^2$ দ্বারা গুণ করে পাই,

$x^2 \equiv A(x+3)^2 + B(2x+1)(x+3) + C(2x+1)$ ...... (2)

যা x এর সকল মানের জন্য সত্য।

এখন, (2) এ $x = -3$ বসিয়ে পাই,

$(-3)^2 = C\{2.(-3) + 1\}$

বা, $9 = C(-6+1)$

বা, $-5C = 9$

$\therefore C = -\frac{9}{5}$

আবার, (2) নং এ $x = -\frac{1}{2}$ বসিয়ে পাই,

$\left(-\frac{1}{2}\right)^2 = A\left(-\frac{1}{2}+3\right)^2$

বা, $\frac{1}{4} = A\left(\frac{-1+6}{2}\right)^2$

বা, $\frac{1}{4} = A.\left(\frac{5}{2}\right)^2$

বা, $\frac{1}{4} = A.\frac{25}{4}$

বা, $25A = 1$

$\therefore A = \frac{1}{25}$

আবার, (2) নং থেকে x^2 এর সহগ সমীকৃত করে পাই,

$A + 2B = 1$

বা, $\frac{1}{25} + 2B = 1$

বা, $2B = 1 - \frac{1}{25}$

বা, $2B = \frac{25-1}{25}$

বা, $2B = \frac{24}{25}$

বা, $B = \frac{24}{25 \times 2}$

$\therefore B = \frac{12}{25}$

A, B, C এর মান (1) নং এ বসিয়ে পাই,

$$\frac{x^2}{(2x+1)(x+3)^2} = \frac{\frac{1}{25}}{2x+1} + \frac{\frac{12}{25}}{x+3} + \frac{\frac{-9}{5}}{(x+3)^2}$$
$$= \frac{1}{25(2x+1)} + \frac{12}{25(x+3)} - \frac{9}{5(x+3)^2}$$

$\therefore$ প্রদত্ত ভগ্নাংশটি আংশিক ভগ্নাংশে প্রকাশ করা হলো।

Ans. $\frac{1}{25(2x+1)} + \frac{12}{25(x+3)} - \frac{9}{5(x+3)^2}$

অনুশীলনীর সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

১৪. চলক x এর একটি বহুপদী $P(x) = 7x^2 - 3x + 4x^4 - a + 12x^3$.

ক. বহুপদীর আদর্শরূপটি লেখ এবং একটি তৃতীয় মাত্রার উল্টা বহুপদীর উদাহরণ দাও।

খ. P (x) বহুপদীটির একটি উৎপাদক (x + 2) হলে a এর মান নির্ণয় কর।

গ. যদি $Q(x) = 6x^3 - x^2 - 5x + 2$ এর ক্ষেত্রে $Q\left(\frac{1}{2}\right) = 0$ হয়, তবে P (x) এবং Q (x) এর সাধারণ উৎপাদক দুইটি নির্ণয় কর।

১৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $P(x) = 7x^2 - 3x + 4x^4 - a + 12x^3$

বহুপদীটির আদর্শরূপ :

$P(x) = 4x^4 + 12x^3 + 7x^2 - 3x - a$

এবং তৃতীয় মাত্রার উল্টা বহুপদীর উদাহরণ: $4x - 3x^2 + 4x^3$

খ 'ক' থেকে পাই, $P(x) = 4x^4 + 12x^3 + 7x^2 - 3x - a$

x + 2, P(x) এর একটি উৎপাদক হলে, $P(-2) = 0$

বা, $4.(-2)^4 + 12.(-2)^3 + 7.(-2)^2 - 3.(-2) - a = 0$

বা, $4.16 + 12.(-8) + 7.4 + 6 - a = 0$

বা, $64 - 96 + 28 + 6 - a = 0$

বা, $2 - a = 0$

$\therefore a = 2.$

$\therefore$ নির্ণেয় মান = 2

গ a = 2, (i) নং বসিয়ে পাই,

$P(x) = 4x^4 + 12x^3 + 7x^2 - 3x - 2$

P(x) এর ধ্রুব পদ –2 এর উৎপাদকসমূহের সেট, $F_1 = \{1, -1, 2, -2\}$

P(x) এর মুখ্য সহগ 4 এর উৎপাদকসমূহের সেট,

$F_2 = \{1, -1, 2, -2, 4, -4\}$

www.bdniyog.com

এখন P(a) বিবেচনা করি, যেখানে $a=\frac{r}{S}$ এবং $r \in F_1, S \in F_2$

$a=\frac{1}{2}$ হলে, $P\left(\frac{1}{2}\right)=4.\left(\frac{1}{2}\right)^4+12.\left(\frac{1}{2}\right)^3+7.\left(\frac{1}{2}\right)^2-3.\left(\frac{1}{2}\right)-2$

$=4.\frac{1}{16}+12.\frac{1}{8}+7.\frac{1}{4}-\frac{3}{2}-2$

$=\frac{1}{4}+\frac{3}{2}+\frac{7}{4}-\frac{3}{2}-2$

$=\frac{1+7-8}{4}=\frac{8-8}{4}=0$

সুতরাং (2x – 1), P(x) এর একটি উৎপাদক।

$a=-\frac{1}{2}$ হলে, $P\left(-\frac{1}{2}\right)=4.\left(-\frac{1}{2}\right)^4+12.\left(-\frac{1}{2}\right)^3+7.\left(-\frac{1}{2}\right)^2-3.\left(-\frac{1}{2}\right)-2$

$=4.\frac{1}{16}-12.\frac{1}{8}+7.\frac{1}{4}+\frac{3}{2}-2$

$=\frac{1}{4}-\frac{3}{2}+\frac{7}{4}+\frac{3}{2}-2$

$=\frac{1+7-8}{4}=\frac{8-8}{4}=0$

অর্থাৎ (2x + 1), P(x) এর একটি উৎপাদক।

a = – 1 হলে, P(–1)

$=4(-1)^4+12.(-1)^3+7.(-1)^2-3.(-1)-2$

$=4-12+7+3-2$

$=14-14=0$

অর্থাৎ (x + 1), P(x) এর একটি উৎপাদক।

এবং দেওয়া আছে, (x + 2), P(x) এর একটি উৎপাদক। P(x) এর মাত্রা 4 এবং চারটি এক মাত্রার উৎপাদক পাওয়া গেছে। সুতরাং P(x) এর ধ্রুবক উৎপাদক K বিবেচনা করি।

∴ P(x) = K(x + 1) (2x + 1) (2x – 1) (x + 2)

উভয়পক্ষে x-এর সর্বোচ্চ ঘাতের সহগ বিবেচনা করে দেখা যায় যে, k = 1

সুতরাং, P(x) = (x + 1) (2x + 1) (2x – 1) (x + 2)

আবার, $Q(x)=6x^3-x^2+5x+2$ এর ক্ষেত্রে $Q\left(\frac{1}{2}\right)=0$

অর্থাৎ (2x – 1), Q(x) এর একটি উৎপাদক।

$Q(x)=6x^3-x^2+5x+2$

$=6x^3-3x^2+2x^2-x-4x+2$

$=3x^2(2x-1)+x(2x-1)-2(2x-1)$

$=(2x-1)(3x^2+x-2)$

$=(2x-1)(3x^2+3x-2x-2)$

$=(2x-1)(x+1)(3x-2)$

সুতরাং P(x) এবং Q(x) এর সাধারণ উৎপাদক দুইটি (2x – 1) এবং (x + 1) **(Ans.)**

১৫. x, y, z এর একটি বহুপদী হলো, $F(x, y, z)=x^3+y^3+z^3-3xyz$.

ক. দেখাও যে, F (x, y, z) হলো একটি চক্র-ক্রমিক রাশি।

খ. F (x, y, z) কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর এবং যদি F (x, y, z) = 0, x + y + z ≠ 0 হয়, তবে দেখাও যে, $(x^2+y^2+z^2)=(xy+yz+zx)$

গ. যদি x = b + c – a, y = c + a – b এবং z = a + b – c হয়, তবে দেখাও যে, F (a, b, c) : F (x, y, z) = 1 : 4

১৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $F(x, y, z)=x^3+y^3+z^3-3xyz$.

প্রদত্ত রাশিটি x, y, z চলকের বহুপদী।

x এর স্থলে y, y এর স্থলে z এবং z এর স্থলে x বসিয়ে পাই,

$F(y, z, x)=y^3+z^3+x^3-3.y.z.x$

$=x^3+y^3+z^3-3xyz$

দেখা যায় যে, চলকগুলো স্থান পরিবর্তন করলেও রাশিটি একই থাকে।

অর্থাৎ F (x, y, z) = F (y, z, x)

সুতরাং F (x, y, z) একটি চক্র-ক্রমিক রাশি। **(দেখানো হলো)**

খ দেওয়া আছে,

$F(x, y, z)=x^3+y^3+z^3-3xyz$

$=(x+y)^3-3xy(x+y)+z^3-3xyz$

$=(x+y)^3+z^3-3xy(x+y+z)$

$=(x+y+z)\{(x+y)^2-(x+y).z+z^2\}-3xy(x+y+z)$

$=(x+y+z)(x^2+2xy+y^2-zx-yz+z^2)-3xy(x+y+z)$

$=(x+y+z)(x^2+2xy+y^2-zx-yz+z^2-3xy)$

$=(x+y+z)(x^2+y^2+z^2-xy-yz-zx)$. **(Ans.)**

প্রশ্নমতে, F (x, y, z) = 0

বা, $(x+y+z)(x^2+y^2+z^2-xy-yz-zx)=0$

বা, $x^2+y^2+z^2-xy-yz-zx=0$ [∵ x + y + z ≠ 0]

∴ $x^2+y^2+z^2=xy+yz+zx$ **(দেখানো হলো)**

গ দেওয়া আছে,

x = b + c – a

y = c + a – b

এবং z = a + b – c

'খ' হতে পাই

F (x, y, z)

$=(x+y+z)(x^2+y^2+z^2-xy-yz-zx)$

$=\frac{1}{2}(x+y+z)(2x^2+2y^2+2z^2-2xy-2yz-2zx)$

$=\frac{1}{2}(x+y+z)\{(x-y)^2+(y-z)^2+(z-x)^2\}$

$=\frac{1}{2}(b+c-a+c+a-b+a+b-c)\{(b+c-a-c-a+b)^2+(c+a-b-a-b+c)^2+(a+b-c-b-c+a)^2\}$

[x, y, z এর মান বসিয়ে]

$=\frac{1}{2}(a+b+c)\{(2b-2a)^2+(2c-2b)^2+(2a-2c)^2\}$

$=\frac{1}{2}(a+b+c)\{4(a-b)^2+4(b-c)^2+4(c-a)^2\}$

$=4.\frac{1}{2}(a+b+c)\{(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2\}$

$=4(a^3+b^3+c^3-3abc)$ [∵ $\frac{1}{2}(a+b+c)\{(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2\}=a^3+b^3+c^3-3abc$]

= 4. F(a, b, c).

বা, F (x, y, z) = 4 F(a, b, c)

বা, $\frac{F(x, y, z)}{F(a, b, c)}=4$

বা, $\frac{F(a, b, c)}{F(x, y, z)}=\frac{1}{4}$ [বিপরীতকরণ করে]

∴ F (a, b, c) : F (x, y, z) = 1 : 4 **(দেখানো হলো)**

১৬. চলক x এর চারটি রাশি হলো, (x + 3), (x^2-9), (x^3+27) এবং (x^4-81)

ক. উপরিউক্ত রাশিগুলো হতে একটি প্রকৃত মূলদ ভগ্নাংশ এবং একটি অপ্রকৃত মূলদ ভগ্নাংশ তৈরি কর।

খ. $\frac{x^3+27}{x^2-9}$ কে সম্ভাব্য আংশিক ভগ্নাংশের সমষ্টিরূপে উপস্থাপন কর।

গ. উপরের প্রথম, দ্বিতীয় এবং চতুর্থ রাশিসমূহের প্রত্যেকের গুণাত্মক বিপরীত রাশির সমষ্টিকে সরলরূপে প্রকাশ কর।

www.bdniyog.com

১৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত চারটি রাশি হলো, $(x+3)$, (x^2-9), (x^3+27) এবং (x^4-81)

প্রকৃত মূলদ ভগ্নাংশ $= \frac{x+3}{x^2-9}$

এবং অপ্রকৃত মূলদ ভগ্নাংশ $= \frac{x^4-81}{x^3+27}$

খ প্রদত্ত ভগ্নাংশ $= \frac{x^3+27}{x^2-9}$

$$= \frac{x^3+3^3}{x^2-3^2}$$
$$= \frac{(x+3)(x^2-x.3+3^2)}{(x+3)(x-3)}$$
$$= \frac{x^2-3x+9}{x-3}$$
$$= \frac{x(x-3)+9}{x-3}$$
$$= x+\frac{9}{x-3}$$
$$\therefore \frac{x^3+27}{x-9} = x+\frac{9}{x-3} \text{ (Ans.)}$$

গ এখানে, প্রথম রাশি $= x+3$

দ্বিতীয় রাশি $= x^2-9$ এবং চতুর্থ রাশি $= x^4-81$

রাশিসমূহের প্রত্যেকের গুণাত্মক বিপরীত রাশি যথাক্রমে

$\frac{1}{x+3}$, $\frac{1}{x^2-9}$ এবং $\frac{1}{x^4-81}$

$\therefore$ রাশিসমূহের সমষ্টি $= \frac{1}{x+3}+\frac{1}{x^2-9}+\frac{1}{x^4-81}$

$$= \frac{1}{x+3}+\frac{1}{(x+3)(x-3)}+\frac{1}{x^4-81}$$
$$= \frac{x-3+1}{(x+3)(x-3)}+\frac{1}{(x^2)^2-9^2}$$
$$= \frac{x-2}{x^2-9}+\frac{1}{(x^2+9)(x^2-9)}$$
$$= \frac{(x-2)(x^2+9)+1}{(x^2+9)(x^2-9)}$$
$$= \frac{x^3+9x-2x^2-18+1}{x^4-81}$$
$$= \frac{x^3-2x^2+9x-17}{x^4-81}$$

Ans. $\frac{x^3-2x^2+9x-17}{x^4-81}$

১৭. $(x+1)^3y+(y+1)^2$ রাশিটিকে

ক. x চলকের বহুপদীর আদর্শ আকারে বর্ণনা কর এবং x চলকের বহুপদী রূপে তার মাত্রা, মূখ্য সহগ ও ধ্রুব পদ নির্ণয় কর।

খ. y চলকের বহুপদীর আদর্শ আকারে বর্ণনা কর এবং y চলকের বহুপদীরূপে তার মাত্রা, মূখ্য সহগ ও ধ্রুবপদ নির্ণয় কর।

গ. x ও y চলকের বহুপদীরূপে বিবেচনা করে তার মাত্রা নির্ণয় কর।

১৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত রাশি $= (x+1)^3y+(y+1)^2$

$$= (x^3+3x^2+3x+1)y+y^2+2y+1$$
$$= x^3y+3x^2y+3xy+y^2+3y+1$$

এখানে, x কে অনির্দেশক এবং y কে ধ্রুবক হিসেবে বিবেচনা x চলকের বহুপদীর আদর্শ আকার।

এখানে, x চলকের মাত্রা $= 3$

মূখ্য সহগ $= y$

এবং ধ্রুবপদ $= y^2+3y+1$

খ এক্ষেত্রে y ছাড়া অন্য সব প্রতীককে ধ্রুবক বিবেচনা করতে হবে।

প্রদত্ত রাশি $= (x+1)^3y+(y+1)^2$

$$= (x+1)^3y+y^2+2y+1$$
$$= y^2+\{2+(x+1)^3\}y+1$$
$$= y^2+(x^3+3x^2+3x+3)y+1$$

[এখানে y কে অনির্দেশক এবং x কে ধ্রুবক হিসেবে বিবেচনা করা হয়েছে।]

এটি y চলকের বহুপদীর আদর্শ আকার।

এখানে, y চলকের মাত্রা $= 2$

মূখ্য সহগ $= 1$

এবং ধ্রুবপদ $= 1$

গ প্রদত্ত রাশি $= (x+1)^3y+(y+1)^2$

$$= (x^3+3x^2+3x+1)y+y^2+2y+1$$
$$= x^3y+3x^2y+3xy+y^2+3y+1$$

এখানে x ও y এর ঘাতের যোগফলের সর্বোচ্চ মান 4 যা x^3y পদে পাওয়া যায়।

$\therefore$ রাশিটিকে x ও y চলকের বহুপদী বিবেচনা করলে বহুপদীটির মাত্রা 4.

মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত সৃজনশীল বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

★★★ বহুপদী | Text পৃষ্ঠা-৪১

- বহুপদী বিশেষ ধরনের বীজগাণিতিক রাশি। এরূপ রাশিতে এক বা একাধিক পদ থাকে।
- বহুপদী রাশির পদগুলো এক বা একাধিক চলকের শুধুমাত্র অঋণাত্মক পূর্ণসাংখ্যিক ঘাত ও ধ্রুবকের গুণফল।
- যে বহুপদী একটি চলক বিশিষ্ট, তাই এক চলকের বহুপদী।
- x একটি চলক হলে ax^n, $ax+b$, ax^2+bx+c ইত্যাদি আকারের রাশি x চলকের বহুপদী।
- x চলকের বহুপদীর পদসমূহ Cx^p আকারে হয় যেকানে C একটি x বর্জিত নির্দিষ্ট সংখ্যা এবং P একটি অঋণাত্মক পূর্ণসংখ্যা।
- Cx^p পদে C কে x^p এর সহগ এবং p কে এই পদের মাত্রা ও ঘাত বলা হয়।
- ax^3+bx^2+cx+d বহুপদীর এর মাত্রা 3, মূখ্য পদ ax^3, মূখ্য সহগ a এবং ধ্রুবপদ d.
- যে বহুপদী দুই চলক বিশিষ্ট, তাই দুই চলক বিশিষ্ট বহুপদী।
- Cx^py^q আকারের হয় যেখানে C হচ্ছে সহগ এবং $(p+q)$ হচ্ছে এই পদের মাত্রা।
- উল্লেখিত পদসমূহের গরিষ্ঠ মাত্রাই ঐ বহুপদীর মাত্রা।
- $P(x, y)$ আকারে প্রকাশ করা হয়।
- $Cx^py^qz^r$ আকারে হয়।
- পদের মাত্রা $(p+q+r)$ এবং উল্লেখিত পদসমূহের গরিষ্ঠ মাত্রাই হলো বহুপদীটির মাত্রা।

১. $2x^3+2x^2+5x-2$ রাশিতে চলক কোনটি? (সহজ)

ক x^3 খ x^2 গ x ঘ 2 — **গ**

২. $5x^2+3y^2-2b+\sqrt{2}$ রাশিটিতে কয়টি পদ বিদ্যমান? (সহজ)

ক 4 খ 5 গ 7 ঘ 10 — **ক**

৩. $5y \times 3y+2y+3x-4$ রাশিটিতে কয়টি পদ আছে? (সহজ)

www.bdniyog.com

ক) 5   খ) 4   গ) 3   ঘ) 2   **গ**

৪. $3x^5 + 2x^4 + x^3 - x^2 - x + 5$ বহুপদীটিতে ধ্রুবক কোনটি? (সহজ)

ক) 2   খ) 3   গ) 4   ঘ) 5   **ঘ**

৫. $x(x^5 - 2x + 2 + x)$ বহুপদীর ধ্রুবক কত? (সহজ)

ক) 0   খ) 2   গ) 5   ঘ) 6   **খ**

ব্যাখ্যা: $x^6 - 2x^2 + 2 \times \frac{1}{x} \times x = x^6 - 2x^2 + 2$ অর্থাৎ ধ্রুবক 2।

৬. $P(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 6$ বহুপদীর ধ্রুবপদ নিচের কোনটি? (সহজ)

ক) -6 খ) 1   গ) 6   ঘ) 11   **ক**

৭. নিচের কোনটির x চলকের ঘাত শূন্য? (সহজ) [রাজশাহী গভঃ ল্যাবরেটরী হাই স্কুল, রাজশাহী]

ক) $4x^2$ খ) $4x$ গ) $\frac{3}{x}$ ঘ) 2   **ঘ**

ব্যাখ্যা: $2 = 2 \times 1 = 2 \times x^0$

৮. $3 + x^3 \times x^4 + x^6 \times 2 + x^5 + x^2$ বহুপদীর মাত্রা কত? (মধ্যম)

ক) 2   খ) 3   গ) 4   ঘ) 6   **ক**

ব্যাখ্যা: $3 \times \frac{1}{x^3} \times x^4 + x^6 \times 2 \times \frac{1}{x^5} + x^2 = 3x + 2x + x^2$

$= x^2 + 5x$ অর্থাৎ মাত্রা 2.

৯. $x^2(3 - 2x - x^3)$ বহুপদীর মুখ্য সহগের মান কত? (সহজ) [সিলেট সরকারী পাইলট উচ্চ বিদ্যালয়, সিলেট]; [কাদিরাবাদ ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল, নাটোর]

ক) -3 খ) -1 গ) 1   ঘ) 3   **খ**

ব্যাখ্যা: $3x^2 - 2x^3 - x^5$ অর্থাৎ মুখ্য সহগের মান -1

১০. $2(1 + 2x)(1 - 2x)$ বহুপদীর চলকের মুখ্য সহগ কত? (মধ্যম) [রাজশাহী গভঃ ল্যাবরেটরী হাই স্কুল, রাজশাহী]; [রাজশাহী সরকারী বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, হেলেনাবাদ]

ক) -8 খ) 2   গ) 4   ঘ) 8   **ক**

ব্যাখ্যা: $2(1 - 4x^2) = 2 - 8x^2$ অর্থাৎ সহগ -8

১১. $x^3 - x^7 \times 2 + x^6 - 2$ বহুপদীর মুখ্যপদ কত? (সহজ)

ক) x^3 খ) $-x^7$ গ) x^6 ঘ) $-x$ **ক**

ব্যাখ্যা: $x^3 - x^7 \times 2 \times \frac{1}{x^6} - 2 = x^3 - 2x - 2$ অর্থাৎ মুখ্যপদ x^3।

১২. এক চলকের বহুপদী নিচের কোনটি? (সহজ)

ক) $ax + b$ খ) $ax + by$

গ) $ax + by + cz$ ঘ) $ax + by + cz + 5$ **ক**

১৩. $x^2 - 4xy + y^2 - 5x + 7y + 1$ বহুপদীটি কয় চলকের বহুপদী? (সহজ)

ক) 1   খ) 2   গ) 3   ঘ) 4   **খ**

১৪. $2x + 3y - 1$ বহুপদীটি কোন চলকের বহুপদী? (সহজ)

ক) x   খ) y   গ) x ও y   ঘ) z   **গ**

১৫. দুই চলকের বহুপদী নিচের কোনটি? (সহজ)

ক) $x^2 - 1$ খ) $x^2 - 2$ গ) $x + y$ ঘ) $x - 4$ **গ**

১৬. ত্রিচলক বহুপদী $8x^3 + y^3 - 2xy$ এর মাত্রা কত? (সহজ) [সিলেট সরকারী পাইলট উচ্চ বিদ্যালয়, সিলেট]

ক) 8   খ) 3   গ) 2   ঘ) -2 **খ**

১৭. দুই চলকের তিন মাত্রা বিশিষ্ট বহুপদী নিচের কোনটি? (সহজ)

ক) $x^4 + y^3 \div y$ খ) $x^3 + x - y^3 + y^2$

গ) $x^4 \div x - y^4 \div y$ ঘ) $x^6 \div x^3 - y^6 + y^2$ **গ**

ব্যাখ্যা: $x^4 \times \frac{1}{x} - y^4 \times \frac{1}{y} = x^3 - y^3$ যা দুই চলকের তিন মাত্রা বিশিষ্ট বহুপদী।

১৮. তিন চলকের বহুপদী নিচের কোনটি? (সহজ) [সরকারি করোনেশন মাধ্যমিক বালিকা বিদ্যালয়, খুলনা]

ক) $x + y + 1$ খ) $2 + y + z$

গ) $3 + x + z$ ঘ) $4x + 2y + 3z$ **ঘ**

১৯. $P(x) = 2x^2 + 7x + 5$ হলে, P(b) এর মান কত? (মধ্যম)

ক) $2b^2 + 7b + 5$ খ) $2x^2 + 7x + 5$

গ) $2x^2 + 7b$ ঘ) $2a^2 + 7b$ **ক**

২০. $P(x) = 3x^3 + 2x^2 - 7x + 8$ হলে, P(0) এর মান কত? (মধ্যম) [নাটোর সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, নাটোর]

ক) 8   খ) 3   গ) 2   ঘ) -7 **ক**

ব্যাখ্যা: $P(0) = 3(0)^3 + 2(0)^2 - 7(0) + 8 = 8$

২১. $P(x) = 3x^3 + 2x^2 - 7x + 8$ হলে $P\left(\frac{1}{2}\right)$ এর মান কত? (মধ্যম)

ক) $\frac{21}{8}$ খ) $\frac{43}{8}$ গ) $\frac{53}{8}$ ঘ) $\frac{63}{4}$ **খ**

ব্যাখ্যা: $P\left(\frac{1}{2}\right) = 3\left(\frac{1}{2}\right)^3 + 2\left(\frac{1}{2}\right)^2 - 7\left(\frac{1}{2}\right) + 8$

$= 3.\frac{1}{8} + 2.\frac{1}{4} - \frac{7}{2} + 8 = \frac{3}{8} + \frac{1}{2} - \frac{7}{2} + 8$

$= \frac{3 + 4 - 28 + 64}{8} = \frac{71 - 28}{8} = \frac{43}{8}$

২২. $P(x) = 2x^2 - 3x + 5$ হলে $P(-1)$ = কত? (মধ্যম)

ক) 5   খ) 10   গ) 15   ঘ) 25   **খ**

ব্যাখ্যা: $p(-1) = 2(-1)^2 - 3(-1) + 5$

$= 2.1 + 3 + 5 = 5 + 5 = 10$

২৩. $P(x, y) = 8x^3 + y^3 - 4x^2 + 7xy + 2y - 5$ হলে, P(1, 0) এর মান কত? (মধ্যম)

ক) -2 খ) -1 গ) 1   ঘ) 2   **খ**

ব্যাখ্যা: $P(1, 0) = 8(1)^3 + (0)^3 - 4(1)^2 + 7.1.0 + 2.0 - 5$

$= 8.1 + 0 - 4.1 + 0 + 0 - 5 = 8 - 4 - 5 = 8 - 9 = -1$

২৪. $P(x, y, z) = x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz$ হলে, $P(1, 1, -2)$ = কত? (মধ্যম) [রাজশাহী সরকারী বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, হেলেনাবাদ; আল-আমিন একাডেমী (স্কুল এন্ড কলেজ) চাঁদপুর]

ক) -1 খ) 0   গ) 1   ঘ) 2   **খ**

ব্যাখ্যা: $p(1, 1, -2) = (1)^3 + (1)^3 + (-2)^3 - 3.1.1(-2)$

$= 1 + 1 - 8 + 6 = 8 - 8 = 0$

২৫. $P(x) = 2x^2 - 7x + 5$ হলে P(2) = কত? (সহজ)

ক) -2 খ) -1 গ) 1   ঘ) 4   **খ**

২৬. x, y, a, b, p প্রত্যেকে চলক হলে তিনমাত্রার বহুপদী নিচের কোনটি? (মধ্যম)

ক) $ax^2 + 2pxy + by^2$ খ) $(ax + by)^2$

গ) $p(ax + b^2y)$ ঘ) $x(ap + byp)$ **ক**

২৭. $18x^3 + 15x^2 - x - 2$ বহুপদীর মুখ্য সহগ নিচের কোনটি? (সহজ)

ক) -2 খ) -1 গ) 15   ঘ) 18   **ঘ**

২৮. $(m^3 - m) + (m^2 + m)$ বহুপদীর সমান মান নিচের কোনটি? (সহজ) [রাজশাহী সরকারী বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, হেলেনাবাদ]

ক) $m + 1$ খ) $m - 1$ গ) $\frac{1}{m+1}$ ঘ) $\frac{1}{m-1}$ **খ**

২৯. $y \times y + 2y \times 2 - 5 + 5$ রাশিটিতে—

i. পদ সংখ্যা 3

ii. ধ্রুবকের মান -1

iii. y এর সহগ 4

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ) [হবিগঞ্জ সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, হবিগঞ্জ]

ক) i ও ii   খ) i ও iii   গ) ii ও iii   ঘ) i, ii ও iii   **ঘ**

৩০. $x^5 \times x^2 + x^5 \div x^2$ বহুপদীর—

i. মাত্রা 5

ii. x^3 এর সহগ 1

iii. ধ্রুবপদ নেই

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম) [হবিগঞ্জ সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, হবিগঞ্জ]

ক) i ও ii   খ) i ও iii   গ) ii ও iii   ঘ) i, ii ও iii   **গ**

ব্যাখ্যা: $x^7 + x^5 \times \frac{1}{x^2} = x^7 + x^3$

৩১. $2 \times x^5 + x^2 - 3x^2 + x^3 \times 2 \times x$ বহুপদীর—

www.bdniyog.com

i. মুখ্যপদের সহগ 2
ii. মুখ্য পদ $2x^4$
iii. মাত্রা 3
নিচের কোনটি সঠিক ?(মধ্যম)
ⓚ i ও ii ⓚh i ও iii ⓖ ii ও iii ⓖh i, ii ও iii ক

ব্যাখ্যা: $2 \times x^5 \times \frac{1}{x^2} - 3x^2 + 2x^4 = 2x^4 + 2x^3 - 3x^2$

৩২. $x^3 - 4x^2 + 4x - 3$ রাশিটি x চলকের একটি বহুপদী হলে—
i. $(x - 3)$ রাশিটির একটি উৎপাদক।
ii. ধ্রুবপদ 3.
iii. মূখ্যপদ x^3.
নিচের কোনটি সঠিক ? (মধ্যম)
ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii খ

নিচের তথ্যের আলোকে (৩৩-৩৬) নং প্রশ্নের উত্তর দাও :
$2x - 5 - x^3 - 3x^5 - x^6$ একটি বহুপদী রাশি।

৩৩. বহুপদীর মূখ্য পদে সহগ কত? (সহজ)
ক -3 খ -1 গ 1 ঘ 3 খ

৩৪. বহুপদীর ধ্রুবপদ কত? (সহজ)
ক 5 খ 3 গ 2 ঘ -5 ঘ

৩৫. বহুপদী রাশির মূখ্যপদ নিচের কোনটি? (সহজ)
ক $-x^6$ খ x^6 গ $3x^5$ ঘ $5x^3$ ক

৩৬. বহুপদী রাশিটিতে কয়টি পদ আছে? (সহজ)
ক -6 খ 4 গ 5 ঘ 6 গ

নিচের তথ্যের আলোকে (৩৭-৪০) নং প্রশ্নের উত্তর দাও।
$P(x) = 3x^3 + 2x^2 - 7x + 8.$

৩৭. প্রদত্ত বহুপদীর ধ্রুবপদ কত? (সহজ)
ক 2 খ 3 গ 7 ঘ 8 ঘ

৩৮. $x = 0$ হলে $P(x) =$ কত? (সহজ)
ক 8 খ 6 গ -6 ঘ -8 ক

৩৯. x-এর কোন দুইটি মানের জন্য P(x) এর মান শূন্য? (সহজ)
ক 0 ও 1 খ 1 ও 2 গ 1 ও -2 ঘ -1 ও 2 গ

৪০. যদি $p(x) = 3x^3 - 4x^2 + 4x - 3$ হয়, তবে p(x) কে $(x - 2)$ দ্বারা ভাগ করলে ভাগশেষ নিচের কোনটি? (সহজ)
ক p(1) খ p(2) গ p(3) ঘ p(4) খ

★★ ভাগ সূত্র ও সমতা সূত্র | Text পৃষ্ঠা-৪৪

- যদি D(x) ও N(x) উভয়ই x চলকের বহুপদী হয় এবং D(x) এর মাত্রা ≤ (N(x) এর মাত্রা) হয়, তবে সাধারণ নিয়মে D(x) কে ভাগ করে ভাগফল Q(x) ভাগশেষ R(x) পাওয়া যায়। যেখানে,
  (১) Q(x) ও R(x) উভয়ই x চলকের বহুপদী
  (২) Q(x) এর মাত্রা = N(x) এর মাত্রা −D(x) এর মাত্রা
  (৩) R(x) = 0 অথবা R(x) এর মাত্রা < (D(x) এর মাত্রা
  (৪) সকল x এর জন্য N(x) = D(x) Q(x) + R(x)
- যদি সকল x এর জন্য $a_0x^n + a_1x^{n-1} + a_2x^{n-2} + ... a_{n-1}x + a_n = P_0x^n + P_1x^{n-1} + ... + P_{n-1}x + P_n$ হয়, তবে $a_0 = P_0, a_1 = P_1$, ..., $a_{n-1} = P^{n-1}$ $a_n = P_n$ অর্থাৎ, সমতা চিহ্নের উভয় পক্ষে x এর একই ঘাতযুক্ত সহগদ্বয় পরস্পর সমান।

৪১. $9x - 2 = bx + a$ তুলনা করলে b এর মান কত? (সহজ)
ক -9 খ -2 গ 2 ঘ 9 ঘ

৪২. $a_0x^n + a_1x^{n-1} + a_2x^{n-2} + ... + a_{n-1}x + a_n$ $= P_0x^n + P_1x^{n-1} + ... + P_{n-1}x + P_n$ হলে, P_n এর মান কত? (সহজ)
ক a_0 খ a_1 গ a_2 ঘ a_n ঘ

৪৩. এক চলকের বহুপদী $5x^2 - 3x - 2 = px^2 + qx + r$ এ সহগগুলোর তুলনা করলে r এর মান কত? (সহজ) [রাজশাহী গভঃ ল্যাবরেটরী হাই স্কুল, রাজশাহী]
ক -2 খ -1 গ 2 ঘ 5 ক

৪৪. ভাগের নিয়মে $(x^2 - 2)(x^2 + 2) + 4$ বহুপদীর ভাগশেষ শূন্য হলে ভাজ্য কত? (মধ্যম)
ক $x^4 - 4$ খ x^4 গ $x^4 + 4$ ঘ $x^4 + 8$ খ

ব্যাখ্যা: $(x^2)^2 - (2)^2 + 4 = x^4 - 4 + 4 = x^4$

৪৫. $x^2 - 1 = (x + 1)(x - 1) - 1$ হলে (– 1) কে কী বলে? (সহজ)
ক ভাজক খ ভাগফল গ ভাগশেষ ঘ ভাজ্য গ

৪৬. $7x^2 - 5x + 6 = ax^2 + cx + b$ এ সহগগুলো সমীকৃত করলে—
i. $b = 6$
ii. $c = -5$
iii. $a = 7$
নিচের কোনটি সঠিক ?(মধ্যম)
ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii ঘ

৪৭. $ax^2 + bx + c = x^2 + 2x + 1$ হলে—
i. $a = 1$
ii. $b = 2$
iii. $a + b + c = 4$
নিচের কোনটি সঠিক ?(সহজ)
ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii ঘ

★★★ ভাগশেষ ও উৎপাদক উপপাদ্য | Text পৃষ্ঠা-৪৪

- P(x) বহুপদীকে x – a দ্বারা ভাগ করলে ভাগশেষ P(a) হবে।
- P(x) বহুপদীকে ax + b দ্বারা ভাগ করলে ভাগশেষ হবে $P\left(-\frac{b}{a}\right)$
- P(a) = 0 হলে (x – a) হচ্ছে P(x) এর একটি উৎপাদক।
- P(x) বহুপদীর x – a একটি উৎপাদক হলে P(a) = 0।

৪৮. $P(x) = 4x^4 - 12x^3 + 7x^2 + 3x - 2$ এর একটি উৎপাদক $(2x + 1)$ হলে $P\left(-\frac{1}{2}\right) =$ কত? (সহজ) [সরকারি মুসলিম উচ্চ বিদ্যালয়, চট্টগ্রাম]
ক 0 খ $\frac{1}{2}$ গ 4 ঘ 12 ক

৪৯. $18x^3 + 15x^2 - x - 2$ বহুপদীর ধ্রুবপদের গুণনীয়কের সেট নিচের কোনটি? (মধ্যম) [বিদ্যাময়ী গভঃ গার্লস হাই স্কুল, ময়মনসিংহ]; [রাজশাহী গভঃ ল্যাবরেটরী হাই স্কুল, রাজশাহী]
ক {– 2, 2} খ {– 2}
গ {1, – 1, 2, – 2} ঘ {1, – 1} গ

৫০. যদি $p(x) = 3x^3 - 4x^2 + 4x - 3$ হয়, তবে p(x) কে $(x - 2)$ দ্বারা ভাগ করলে ভাগশেষ নিচের কোনটি? (সহজ)
ক p(1) খ p(2) গ p(3) ঘ p(4) খ

৫১. $P(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ বহুপদীর একটি উৎপাদক $(x - 1)$ হলে, নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম) [ঝিনাইদা সরকারী বালক উচ্চ বিদ্যালয়]
ক $a + b - c - d = 0$ খ $a + b + c - d = 0$
গ $a + b + c + d = 0$ ঘ $a - b + c - d = 0$ গ

৫২. বহুপদীর একটি উৎপাদক $(x - 1)$ হবে যদি ও কেবল যদি বহুপদীর সহগসমূহের সমষ্টি নিচের কোনটি? (সহজ)
ক -1 খ 0 গ 1 ঘ 2 খ

৫৩. $Q(x) = ax^2 + 2bx + c$ বহুপদীর একটি উৎপাদক $(x - 1)$ হলে নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)
ক $a^2 + 2b + c = 0$ খ $a + b + c = 0$
গ $2a + b + c = 0$ ঘ $a + 2b + c = 0$ ঘ

৫৪. $x^4 - 5x^3 + 7x^2 - a$ বহুপদীর একটি উৎপাদক $(x - 2)$ হলে a = কত? (মধ্যম) [সরকারি করোনেশন মাধ্যমিক বালিকা বিদ্যালয়, খুলনা]; [রাজশাহী গভঃ ল্যাবরেটরী হাই স্কুল, রাজশাহী]

www.bdniyog.com

ক 6 খ 4 গ 3 ঘ −4 **খ**

ব্যাখ্যা: $2^4 - 5.2^3 + 7.2^2 - a = 44 - 40 - a$
$= 4 - a$
অর্থাৎ, $4 - a = 0 \therefore a = 4$

৫৫. $Q(y) = y^2 - 5y + 6$ বহুপদীর y এর কোন মানের জন্য $Q(y) = 2$ হবে? (মধ্যম)

ক 2 খ 4 গ 5 ঘ 6 **খ**

ব্যাখ্যা: $Q(4) = 4^2 - 5.4 + 6 = 2$ অর্থাৎ $y = 4$

৫৬. যদি $A(x) = x^3 - 4x^2 + 4x - 4$ হয় তবে $(x - 3)$ দ্বারা $A(x)$ কে ভাগ করলে ভাগশেষ কত হবে? (সহজ)

ক 2 খ 1 গ 0 ঘ −1 **ঘ**

ব্যাখ্যা: $(3)^3 - 4.(3)^2 + 4.3 - 4 = 27 - 36 + 12 - 4$
$= 39 - 40 = -1$ অর্থাৎ -1.

৫৭. $Q(x) = 5x^3 + 6x^2 - ax + 6$ কে $(x - 2)$ দ্বারা ভাগ করলে ভাগশেষ 6 হলে a এর মান কত? (কঠিন) [বিদ্যাময়ী গভঃ গার্লস হাই স্কুল, ময়মনসিংহ]; [ময়মনসিংহ জিলা স্কুল, ময়মনসিংহ]; [রাজশাহী গভঃ ল্যাবরেটরী হাই স্কুল, রাজশাহী]

ক 30 খ 32 গ 34 ঘ 36 **খ**

ব্যাখ্যা: $5(2)^3 + 6(2)^2 - 2a + 6 = 70 - 2a$ অর্থাৎ $70 - 2a = 6$
সুতরাং $a = 32$

৫৮. $P(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 6$ হলে $P(x)$ এর একটি উৎপাদক নিচের কোনটি? (সহজ) [রাজশাহী গভঃ ল্যাবরেটরী হাই স্কুল, রাজশাহী]

ক $(x + 3)$ খ $(x + 2)$ গ $(x + 1)$ ঘ $(x - 1)$ **ঘ**

ব্যাখ্যা: $(1)^3 - 6.(1)^2 + 11.1 - 6 = 12 - 12 = 0$ অর্থাৎ
$(x - 1)$ এর একটি উৎপাদক।

৫৯. $P(x) = x^2 - x - 2$ হলে—
i. $(x + 1)$ রাশিটির একটি উৎপাদক।
ii. $x = 2$ এর জন্যে রাশিটির মান শূন্য।
iii. একে $(x - 4)$ দ্বারা ভাগ করলে ভাগশেষ 10 হয়।
নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **ঘ**

৬০. $P(x) = x^2 - 5x + 4$ হলে—
i. $p(4) = 0$
ii. $(x - 4)$, $P(x)$ এর একটি উৎপাদক
iii. $(x - 4)$ দ্বারা ভাগ করলে ভাগশেষ 2
নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **ক**

ব্যাখ্যা: (iii) সঠিক নয়, কারণ; $P(4) = (4)^2 - 5.4 + 4$
$= 16 - 20 + 4 = 0$ তাই ভাগশেষ শূন্য।

৬১. $p(x) = x^2 - a^2$ এবং $P(a) = 0$ হলে—
i. $(x - a)$, $P(x)$ এর একটি উৎপাদক।
ii. $(x + a)$, $P(x)$ এর একটি উৎপাদক।
iii. $x^2 - a^2$ দ্বারা $P(x)$ কে ভাগ করলে ভাগফল শূন্য।
নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **ক**

নিচের তথ্যের আলোকে (৬২-৬৩) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:
$5x^3 + 6x^2 - ax + 6$ একটি বহুপদী।

৬২. প্রদত্ত বহুপদীকে $(x - 2)$ দ্বারা ভাগ করলে ভাগশেষ কত হয়? (মধ্যম)

ক $70 - 2a$ খ $70 + 2a$ গ $80 - a$ ঘ $80 + a$ **ক**

৬৩. বহুপদীটির ভাগশেষের মান 6 হলে, a = কত? (সহজ)

ক 30 খ 31 গ 32 ঘ 33 **গ**

নিচের তথ্যের আলোকে (৬৪-৬৫) নং প্রশ্নের উত্তর দাও।
$P(x) = 32x^4 - 16x^2 + 8x + 7$ একটি বীজগাণিতিক রাশি।

৬৪. P(1) এর মান কত? (সহজ)

ক 63 খ 47 গ 31 ঘ 1 **গ**

৬৫. P(x) কে 2x−1 দ্বারা ভাগ করলে ভাগশেষ কত হবে? (মধ্যম) [হবিগঞ্জ সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, হবিগঞ্জ]

ক 9 খ 11 গ 13 ঘ 19 **ক**

ব্যাখ্যা: $32 \times \frac{1}{2^4} - 16.\frac{1}{2^2} + 8.\frac{1}{2} + 7 = \frac{32}{16} - \frac{16}{4} + 4 + 7 = 9$

নিম্নের তথ্যের আলোকে (৬৬-৬৭) নং প্রশ্নের উত্তর দাও :
$(x + 3)$ ও $(x - 3)$ দুইটি রাশি।

৬৬. একটি ভাজক ও অপরটি ভাগফল হলে ভাজ্য কত? (সহজ)

ক $x^2 - 3$ খ $x^2 - 9$ গ $x - 9$ ঘ $x^2 + 9$ **খ**

৬৭. ১ম রাশি ভাজক, ২য় রাশি ভাগফল এবং ভাজ্য $x^2 - 11$ হলে ভাগশেষ কত? (মধ্যম)

ক −2 খ 2 গ 9 ঘ 11 **ক**

ব্যাখ্যা: $x^2 - 11 = (x + 3)(x - 3) + R$; $x^2 - 11 = x^2 - 9 + R$
$\therefore R = -2$

★★★ সমমাত্রিক, প্রতিসম ও চক্রক্রমিক রাশি Text পৃষ্ঠা-৫০

- বহুপদীর প্রত্যেক পদের মাত্রা একই হলে তাকে সমমাত্রিক বহুপদী বলে।
- একাধিক চলক বিশিষ্ট রাশির যে কোনো দুইটি চলকের স্থান বিনিময়ে রাশিটি অপরিবর্তিত থাকলে প্রতিসম রাশি হয়।
- $ab + bc + ca$ রাশিটি a, b, c চলকের এবং $x^2 + y^2 + z^2 + xy + yz + zx$ রাশিটি x, y, z চলকের প্রতিসম রাশি।
- চক্রক্রমিক রাশিতে চলকগুলোর স্থান চক্রকারে পরিবর্তন হলেও রাশির মান অপরিবর্তিত থাকে।
- তিন চলকের প্রত্যেক প্রতিসম রাশি চক্র-ক্রমিক। কিন্তু প্রত্যেক চক্র ক্রমিক রাশি প্রতিসম নয়।

৬৮. নিচের কোনটি সমমাত্রিক বহুপদী? (সহজ) [হবিগঞ্জ সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, হবিগঞ্জ]; [রাজশাহী কলেজিয়েট স্কুল, রাজশাহী]

ক $2x + xy + y^2$ খ $x^2 + x + y^2$
গ $x^2 + y^2 + y$ ঘ $x^2 + xy + y^2$ **ঘ**

৬৯. $2x^2y + y^2z + 9z^2x - 5xyz$ রাশিটি সমমাত্রিক বহুপদী হলে প্রত্যেক পদের মাত্রা কত? (মধ্যম)

ক 2 খ 3 গ 9 ঘ 10 **খ**

৭০. নিচের কোনটি প্রতিসম রাশির নিয়ম বহির্ভূত? (সহজ)

ক $(x + y)^2$ খ $(x - y)^2$ গ $(x + y)^3$ ঘ $(x - y)^3$ **ঘ**

৭১. প্রতিসম রাশি নিচের কোনটি? (সহজ) [বিদ্যাময়ী গভঃ গার্লস হাই স্কুল, ময়মনসিংহ; ময়মনসিংহ জিলা স্কুল, ময়মনসিংহ; রাজশাহী গভঃ ল্যাবরেটরী হাই স্কুল, রাজশাহী]

ক $2x^2 + 3xy + y^2$ খ $2x^2 + 2xy + 2y^2$
গ $x^2 + 3xy + 2y^2$ ঘ $4x^2 + xy + 3y^2$ **খ**

৭২. যেকোনো বীজগাণিতিক রাশির প্রতিসম রাশি পাওয়ার ক্ষেত্রে ন্যূনতম কয়টি চলকের স্থান বিনিময়ের প্রয়োজন হয়? (মধ্যম)

ক 1 খ 2 গ 3 ঘ 4 **খ**

৭৩. $x^2y + y^2z + z^2x$ বহুপদীর চক্র-ক্রমিক রাশি নিচের কোনটি? (সহজ) [ঝালকাঠি সরকারি হরচন্দ্র বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, ঝালকাঠি]

ক $y^2z - z^2x + x^2y$ খ $y^2z + z^2x - x^2y$
গ $-y^2x + z^2x + x^2y$ ঘ $y^2z + z^2x + x^2y$ **ঘ**

৭৪. $x^2(y - z) + y^2(z - x) + z^2(x - y)$ রাশিটির চক্র ক্রমিক রাশি নিচের কোনটি? (মধ্যম)

ক $x^2(y - z) + z^2(z - x) + y^2(y - z)$
খ $y^2(x - z) + x^2(z - y) + z^2(y - x)$
গ $z^2(x - y) + y^2(z - x) + x^2(y - z)$
ঘ $x^2(y + z) + y^2(z + x) + z^2(x + y)$ **গ**

৭৫. $x^2(y - z) + y^2(z - x) + z^2(x - y)$ রাশিটি —
i. বীজগাণিতিক।

www.bdniyog.com

ii. চক্র-ক্রমিক।
iii. প্রতিসম।
নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)
ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **ক**

৭৬. $a = 2, b = 3$ ও $c = 2$ হলে—
i. $ax^2 + bx + c$ একটি বীজগাণিতিক রাশি।
ii. $ax^2 + bcxy + cy^2$ প্রতিসম রাশি।
iii. $ax^2 + by^2 + cz^2$ চক্র-ক্রমিক রাশি।
নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন) [বিদ্যাময়ী গভঃ গার্লস হাই স্কুল, ময়মনসিংহ]
ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **ক**

ব্যাখ্যা: iii সঠিক নয়; $2x^2 + 3y^2 + 2z^2$ রাশিটি চক্র-ক্রমিক নয়।

৭৭. $x^2 + y^2 + z^2$ একটি— [রাজশাহী গভঃ ল্যাবরেটরী হাই স্কুল, রাজশাহী]
i. প্রতিসম রাশি।
ii. সমমাত্রিক বহুপদী।
iii. চক্র-ক্রমিক রাশি।
নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)
ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **গ**

নিচের তথ্যের আলোকে (৭৮-৭৯) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:
$P(a) = (b + c)(c + a)(a + b) + abc$ একটি তিন মাত্রার সমমাত্রিক চক্র-ক্রমিক বহুপদী।

৭৮. $P\{-(b + c)\}$ = কত? (মধ্যম)
ক $-a$ খ 0 গ a ঘ $b + c$ **খ**

ব্যাখ্যা: $P\{-(b + c)\} = (b + c)(c - b + c)(-b - c + b) - bc(b + c) = bc(b + c) - bc(b + c) = 0$

৭৯. প্রদত্ত বহুপদীর একটি উৎপাদক নিচের কোনটি? (সহজ)
ক $a - b$ খ $b - c$ গ $c - a$ ঘ $a + b + c$ **ঘ**

নিচের তথ্যের আলোকে (৮০-৮২) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:
$P(a) = a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = (a + b + c)\{k(a^2 + b^2 + c^2) + m(ab + bc + ca)\}$ একটি তিন মাত্রার সমমাত্রিক চক্র-ক্রমিক বহুপদী।

৮০. $P\{-(b + c)\}$ = কত? (সহজ)
ক 0 খ 1 গ $b + c$ ঘ $a + b + c$ **ক**

ব্যাখ্যা: যেহেতু $(a + b + c)$, $P(a)$ এর একটি উৎপাদক তাই $p\{-(b + c)\}$ এর মান শূন্য হবে।

৮১. $a = 1, b = 0, c = 0$ হলে, k এর মান কত? (মধ্যম)
ক -1 খ 0 গ 1 ঘ 2 **গ**

ব্যাখ্যা: $1^3 + 0^3 + 0^3 - 0 = (1 + 0 + 0)\{k(1^2 + 0 + 0)\} + m(1.0 + 0.0 + 0.1)\}$
বা, $1 = 1.k + 0 \therefore k = 1$

৮২. $a = 1, b = 1, c = 1$ হলে, m এর মান কত? (মধ্যম)
ক -1 খ 0 গ 1 ঘ $b + c$ **ক**

★★ চক্রক্রমিক বহুপদীর উৎপাদকে বিশ্লেষণ [Text পৃষ্ঠা-৫১]

- কোনো চক্রক্রমিক বহুপদীর $(a - b)$ একটি উৎপাদক হলে, $(b - c)$ এবং $(c - a)$ রাশিটির উৎপাদক হবে।
- একমাত্রার ও দুই মাত্রার সমমাত্রিক চক্রক্রমিক বহুপদী যথাক্রমে $k(a + b + c)$ ও $k(a^2 + b^2 + c^2) + m(ab + bc + ca)$ যেখানে k ও m ধ্রুবক। দুইটি বহুপদী যদি এমন হয় যে, চলমগুলোর সকল মানের জন্য এদের মান সমান হয়, তবে বহুপদী দুইটির অনুরূপ পদ দুইটির সহগ পরস্পর সমান হবে।

৮৩. $bc(b - c) + ca(c - a) + ab(a - b)$ কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ করলে নিচের কোনটি পাওয়া যাবে? (মধ্যম)
ক $(a - b)(b - c)(c - a)$ খ $(a + b)(b + c)(c + a)$
গ $-(a - b)(b - c)(c - a)$ ঘ $-(a + b)(b + c)(c + a)$ **গ**

৮৪. $(a - b)^3 + (b - c)^3 + (c - a)^3$ কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ করলে নিচের কোনটি পাওয়া যাবে? (মধ্যম)
ক $(a - b)(b - c)(c - a)$ খ $2(a - b)(b - c)(c - a)$
গ $3(a - b)(b - c)(c - a)$ ঘ $-3(a - b)(b - c)(c - a)$ **গ**

৮৫. a, b, c চলকের কোনো চক্র ক্রমিক বহুপদীর একটি উৎপাদক $(a - b)$ হলে অপর উৎপাদকগুলো কী কী? (সহজ)
ক $(a + b)$ ও $(b - c)$ খ $(b - c)$ ও $(c - a)$
গ $(c - a)$ ও $(b + c)$ ঘ $(b + c)$ ও $(c + a)$ **খ**

★★★ মূলদ ভগ্নাংশ [Text পৃষ্ঠা-৫৫]

- একটি বহুপদীকে লব এবং একটি বহুপদীকে হর ধরে গঠিত ভগ্নাংশকে মূলদীয় ভগ্নাংশ বলে। যেমন,
$\frac{x}{(x - 1)(x - 5)}$ এবং $\frac{x^2 + 1}{(x + 8)(x^2 + 5x + 7)}$ মূলদীয় ভগ্নাংশ।

৮৬. $\frac{a^2 + a + 1}{(a - b)(a - c)}$ ভগ্নাংশটি কী ধরনের ভগ্নাংশ? (মধ্যম)
ক প্রকৃত খ অপ্রকৃত গ মূলদ ঘ অমূলদ **গ**

৮৭. নিচের কোনটি অপ্রকৃত ভগ্নাংশ? (মধ্যম)
ক $\frac{x^3 + 2x^2 + 1}{x^2 + 2x - 3}$ খ $\frac{5x + 2}{x(x + 1)}$
গ $\frac{x^2 + 1}{(x + 1)(x + 2)(x + 3)}$ ঘ $\frac{x}{x^2 + 1}$ **ক**

৮৮. $\frac{x^3}{x^2 - 9}$ ভগ্নাংশটির সমান নিচের কোনটি? (মধ্যম) [সরকারি করোনেশন মাধ্যমিক বালিকা বিদ্যালয়, খুলনা; চট্টগ্রাম সিটি কর্পোরেশন আন্তঃবিদ্যালয়]
ক $x + \frac{9}{x^2 - 9}$ খ $x + \frac{x}{x^2 - 9}$
গ $x + \frac{9x}{x^2 - 9}$ ঘ $x + \frac{1}{x^2 - 9}$ **গ**

৮৯. $\frac{9x}{(x + 3)(x - 3)}$ ভগ্নাংশটি কী ধরনের ভগ্নাংশ? (সহজ)
ক প্রকৃত খ অপ্রকৃত গ মিশ্র ঘ আংশিক **ক**

৯০. $x^2 - 1 = (x + 1)(x - 1) - 1$ হলে (-1) কে কী বলে? (সহজ)
ক ভাজক খ ভাগফল গ ভাগশেষ ঘ ভাজ্য **গ**

৯১. $\frac{1}{(a - b)(a - c)} + \frac{a^2 + a + 1}{(a - b)(a - c)}$ হলে—
i. প্রথম ভগ্নাংশটি মূলদ ভগ্নাংশ।
ii. দ্বিতীয় ভগ্নাংশটি মূলদ ভগ্নাংশ।
iii. সরলমান $\frac{2a^2 - ab + bc - ca + a + 1}{(a - b)(a - c)}$
নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)
ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **ক**

ব্যাখ্যা: $\frac{1}{(a - b)(a - c)} + \frac{a^2 + a + 1}{(a - b)(a - c)}$
$= \frac{1 + a^2 + a + 1}{(a - b)(a - c)} = \frac{a^2 + a + 2}{(a - b)(a - c)}$

নিচের তথ্যের আলোকে (৯২-৯৪) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:
$\frac{a^2 - (b - c)^2}{(a + c)^2 - b^2} + \frac{b^2 - (a - c)^2}{(a + b)^2 - c^2} + \frac{c + a - b}{a + b + c}$

৯২. প্রথম মূলদ ভগ্নাংশটির সরলমান কত? (মধ্যম)
ক $\frac{a + b - c}{a + b + c}$ খ $\frac{a + b - c}{a + b - c}$ গ $\frac{a - b + c}{a + b - c}$ ঘ $\frac{a - b + c}{a + b + c}$ **ক**

ব্যাখ্যা: $\frac{a^2 - (b - c)^2}{(a + c)^2 - b^2} = \frac{(a + b - c)(a - b + c)}{(a + c + b)(a + c - b)} = \frac{a + b - c}{a + b + c}$

৯৩. দ্বিতীয় মূলদ ভগ্নাংশটির সরলমান কত? (মধ্যম)
ক $\frac{b - a + c}{a - b - c}$ খ $\frac{b - a + c}{a + b + c}$ গ $\frac{a - b + c}{a - b - c}$ ঘ $\frac{a - b + c}{a + b - c}$ **খ**

ব্যাখ্যা: $\frac{b^2 - (a - c)^2}{(a + b)^2 - c^2} = \frac{(b + a - c)(b - a + c)}{(a + b + c)(a + b - c)} = \frac{(b - a + c)}{(a + b + c)}$

৯৪. প্রদত্ত উদ্দীপকটির সরলমান কত? (কঠিন)
ক $a + b + c$ খ $a + b - c$ গ 0 ঘ 1 **ঘ**

ব্যাখ্যা: $\frac{a+b-c}{a+b+c}+\frac{b-a+c}{a+b+c}+\frac{c+a-b}{a+b+c}$
$=\frac{a+b-c+b-a+c+c+a-b}{a+b+c}=\frac{a+b+c}{a+b+c}=1$

★★★ আংশিক ভগ্নাংশ। পাঠ্যবই পৃষ্ঠা-৫৭

● যদি কোনো ভগ্নাংশকে একাধিক ভগ্নাংশের যোগফল রূপে প্রকাশ করা যায় তবে শেষোক্ত ভগ্নাংশগুলোর প্রত্যেকটিকে প্রথমোক্ত ভগ্নাংশের আংশিক ভগ্নাংশ বলা হয়।

৯৫. **নিচের কোনটি প্রকৃত ভগ্নাংশ?** (সহজ)

ক $\frac{2}{x^2+3}$ খ $\frac{x^2+1}{x+1}$ গ $\frac{x^3}{x^2-1}$ ঘ $\frac{x^4}{x^3-1}$ — ক

৯৬. **নিচের কোনটি অপ্রকৃত ভগ্নাংশ?** (সহজ)

ক $\frac{2}{x^2+3}$ খ $\frac{1}{x-3}$ গ $\frac{x^2+3}{x+2}$ ঘ $\frac{x+2}{x^2+3}$ — গ

৯৭. $\frac{A}{x-1}+\frac{B}{x-2}=\frac{2}{x-1}+\frac{3}{x-2}$ **হলে, A এর মান কত?** (সহজ)

ক −3 খ −2 গ 2 ঘ 3 — গ

৯৮. $\frac{3x-8}{x^2-5x+8}$ **ভগ্নাংশটি—**

i. প্রকৃত।
ii. মূলদ।
iii. এর মান $\frac{2}{x-2}+\frac{1}{x-3}$

নিচের কোনটি সঠিক ? (সহজ)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii — ক

৯৯. $A=\frac{x^3+3x^2+2}{x+2}=(x^2+x-2)+\frac{6}{x+2}$ **হলে—**

i. x^2+x-2 হচ্ছে পূর্ণ অংশ।
ii. $\frac{6}{x+2}$ প্রকৃত ভগ্নাংশ।
iii. A ভগ্নাংশটি অপ্রকৃত ভগ্নাংশ।

নিচের কোনটি সঠিক ? (মধ্যম)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii — ঘ

১০০. $1+\frac{A}{x-1}+\frac{B}{x-2}+\frac{C}{x-3}=1+\frac{1}{2(x-1)}-\frac{8}{x-2}+\frac{27}{2(x-3)}$ **হলে—**

i. A = 2
ii. B = −8
iii. $C=\frac{27}{2}$

নিচের কোনটি সঠিক ? (সহজ)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii — গ

নিচের তথ্যের আলোকে (১০১-১০৩) নং প্রশ্নের উত্তর দাও।

$\frac{5x+2}{(x+2)(3x-2)}=\frac{A}{x+2}+\frac{B}{3x-2}$ যেখানে A ও B মূলদ

১০১. **A এর মান কত?** (কঠিন) [সরকারী পি. এন বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, রাজশাহী]

ক −2 খ −1 গ 1 ঘ 2 — গ

১০২. **B এর মান কত?** (কঠিন) [সরকারী পি. এন বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, রাজশাহী]

ক −3 খ −2 গ 2 ঘ 3 — গ

১০৩. **আংশিক ভগ্নাংশটি কত হবে?** (মধ্যম) [সরকারী পি. এন বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, রাজশাহী]

ক $\frac{2}{x+2}+\frac{1}{3x-2}$ খ $\frac{1}{3x-2}+\frac{3}{x+2}$
গ $\frac{1}{x+2}+\frac{2}{3x-2}$ ঘ $\frac{1}{x+2}-\frac{2}{3x-2}$ — গ

নিচের তথ্যের আলোকে (১০৪-১০৬) নং প্রশ্নের উত্তর দাও।

$\frac{5x-7}{(x-1)(x-2)}=\frac{A}{x-1}+\frac{B}{x-2}$; A ও B মূলদ।

১০৪. **A = কত?** (সহজ)

ক 1 খ 2 গ 3 ঘ 4 — খ

১০৫. **B = কত?** (মধ্যম)

ক 1 খ 2 গ 3 ঘ 4 — গ

১০৬. **আংশিক ভগ্নাংশটি কত হবে?** (সহজ) [সাবেরা সোবহান সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, ব্রাহ্মণবাড়ীয়া]; [ঝিনাইদহ সরকারী উচ্চ বিদ্যালয়]; [নরসিংদী সরকারী উচ্চ বিদ্যালয়]

ক $\frac{2}{x-1}+\frac{3}{x-2}$ খ $\frac{2}{x+1}+\frac{3}{x+2}$
গ $\frac{2}{x-1}+\frac{3}{x+2}$ ঘ $\frac{2}{x+1}+\frac{3}{x-2}$ — ক

শ্রেণির কাজের ওপর সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

প্রশ্ন-১ $f(x)=x+2x^2+3x^3+2,\ x^3+x^{-2}$
$P(x,y,z)=x^3+y^3+z^3+axyz$. (a ধ্রুবক) একাজ; পৃষ্ঠা-৪৩

ক. ওপরের কোনগুলো বহুপদী? এক চলকের ও তিনচলকের বহুপদীগুলোকে আলাদা করে লেখ। ২

খ. এক চলকের বহুপদীটি আদর্শ আকারে লিখে $f(-1)$ নির্ণয় কর এবং রাশিটিকে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর। ৪

গ. $P(1,1,-2)=0$ হলে, a এর মান কত? ৪

১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক বহুপদীগুলো হলো: $f(x)=x+2x^2+3x^3+2$,
$P(x,y,z)=x^3+y^3+z^3+axyz$
এক চলকের বহুপদী: $f(x)=x+2x^2+3x^3+2$
তিন চলকের বহুপদী: $P(x,y,z)=x^3+y^3+z^3+axyz$.

খ এক চলকের বহুপদীটির আদর্শ আকার হলো:
$f(x)=3x^3+2x^2+x+2$
$\therefore f(-1)=3(-1)^3+2(-1)^2+(-1)+2$
$=-3+2-1+2$
$=4-4=0$
$\therefore f(-1)=0$
$\therefore (x+1)$, $f(x)$-এর একটি উৎপাদক।
$3x^3+2x^2+x+2=3x^3+3x^2-x^2-x+2x+2$
$=3x^2(x+1)-x(x+1)+2(x+1)$
$=(x+1)(3x^2-x+2)$

গ $P(x,y,z)=x^3+y^3+z^3+axyz$
$\therefore P(1,1,-2)=(1)^3+(1)^3+(-2)^3+a.1.1(-2)$
$=1+1-8-2a$
$=-6-2a$
কিন্তু, $P(1,1,-2)=0$
বা, $-6-2a=0$
বা, $-2a=6$
$\therefore a=-3$
সুতরাং $P(1,1,-2)=0$ হলে $a=-3$.

প্রশ্ন-২ **$P(x)=5x-6x^3-2+2x^4$ একটি x চলকের বহুপদী।** একাজ; পৃষ্ঠা-৪৮

ক. বহুপদীটির আদর্শরূপ লিখ এবং এর মাত্রা, মুখ্য সহগ ও ধ্রুব পদ নির্ণয় কর। ২

www.bdniyog.com

খ. P(x) কে (2x + 1) বহুপদী দ্বারা ভাগ করে ভাগশেষ নির্ণয় কর এবং ভাগশেষ উপপাদ্যের সাহায্যে এর সত্যতা নিরূপণ কর। ৪

গ. যদি $Q(x) = 2x^3 + x^2 + ax - 9$, $R(x) = P(x) + k$ এবং Q(x) ও R(x) এর সাধারণ উৎপাদক (x + 3) হয় তবে a ঃ k নির্ণয় কর। ৪

২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক বহুপদীটির আদর্শ রূপ $P(x) = 2x^4 - 6x^3 + 5x - 2$ এর মাত্রা 4, মুখ্য সহগ 2 এবং ধ্রুব পদ –2.

খ $2x + 1)\ 2x^4 - 6x^3 + 5x - 2(x^3 - \frac{7}{2}x^2 + \frac{7x}{4} + \frac{13}{8}$

$2x^4 + x^3$

$- 7x^3 + 5x$

$- 7x^3 - \frac{7}{2}x^2$

$\frac{7}{2}x^2 + 5x$

$\frac{7}{2}x^2 + \frac{7}{4}x$

$\frac{13}{4}x - 2$

$\frac{13}{4}x + \frac{13}{8}$

$-\frac{29}{8}$

$\therefore$ ভাগশেষ $= -\frac{29}{8}$

আবার ভাগশেষ উপপাদ্যের সাহায্যে পাই,

ভাগশেষ, $P\left(-\frac{1}{2}\right) = 2\left(-\frac{1}{2}\right)^4 - 6\left(-\frac{1}{2}\right)^3 + 5\left(-\frac{1}{2}\right) - 2$

$= -\frac{29}{8}$

$\because$ ভাগশেষ উপপাদ্যের সাহায্যে সত্যতা প্রমাণিত হলো।

গ $Q(x) = 2x^3 + x^2 + ax - 9$

এবং $R(x) = P(x) + k = 2x^4 - 6x^3 + 5x - 2 + k$

যেহেতু Q(x) ও R(x) এর সাধারণ উৎপাদক x + 3.

$\therefore Q(-3) = 0$

বা, $2(-3)^3 + (-3)^2 + a(-3) - 9 = 0$

বা, $-54 + 9 - 3a - 9 = 0$

$\therefore a = -18$

এবং $R(-3) = 0$

বা, $2(-3)^4 - 6(-3)^3 + 5(-3) - 2 + k = 0$

বা, $162 + 162 - 15 - 2 + k = 0$

$\therefore k = -307$

$\therefore a ঃ k = -18 ঃ -307 = 18 ঃ 307$. **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৩ **$P(a) = a^3 - a^2 - 10a - 8$ একটি বহুপদী, যার ধ্রুবপদ এবং মুখ্য সহগের উৎপাদক সমূহের সেট যথাক্রমে F_1 ও F_2. যেখানে উৎপাদকসমূহ পূর্ণসংখ্যা।** [সিলেট সরকারী পাইলট উচ্চ বিদ্যালয়, সিলেট]

ধকাল; পৃষ্ঠা-৫০

ক. F_1 ও F_2 নির্ণয় কর। ২

খ. P(x) নির্ণয় কর যেখানে $x \in F_2$। P(x) এর একটি উৎপাদক নির্ণয় কর। ৪

গ. P(a) কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর এবং দেখাও যে, P(a) = 0 যেসব মান দ্বারা সিদ্ধ হয় তার সেট $F_3 \subset F_1$. ৪

৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক P(a) এর ধ্রুবপদ –8 এর উৎপাদক সমূহের সেট,

$F_1 = \{-1, 1, -2, 2, -4, 4, -8, 8\}$

P(a)-এর মুখ্য সহগ 1 এর উৎপাদক সমূহের সেট, $F_2 = \{-1, 1\}$

খ দেওয়া আছে, $P(a) = a^3 - a^2 - 10a - 8$

$\therefore P(x) = x^3 - x^2 - 10x - 8$

$x \in F_2$

x = 1 হলে, $P(1) = 1 - 1 - 10 - 8 \neq 0$

x = – 1 হলে, $P(-1) = (-1)^3 - (-1)^2 - 10(-1) - 8$

$= -1 - 1 + 10 - 8$

$= 0$

সুতরাং, (x + 1), P(x) এর একটি উৎপাদক।

গ দেওয়া আছে, $P(a) = a^3 - a^2 - 10a - 8$

$\therefore P(-1) = (-1)^3 - (-1)^2 - 10(-1) - 8$

$= -1 - 1 + 10 - 8 = 0$

$\therefore$ {(a – (–1)} অর্থাৎ (a + 1), P(a) এর একটি উৎপাদক।

এখন, $a^3 - a^2 - 10a - 8$

$= a^3 + a^2 - 2a^2 - 2a - 8a - 8$

$= a^2(a+1) - 2a(a+1) - 8(a+1)$

$= (a+1)(a^2 - 2a - 8)$

$= (a+1)(a^2 - 4a + 2a - 8)$

$= (a+1)\{a(a-4) + 2(a-4)\}$

$= (a+1)(a+2)(a-4)$

$\therefore P(a) = (a+1)(a+2)(a-4)$

$\therefore a = -1, -2, 4$ দ্বারা P(a) = 0 সিদ্ধ হবে।

$\therefore F_3 = \{-1, -2, 4\}$

উপসেটের সংজ্ঞানুসারে $F_3 \subset F_1$. **(দেখানো হলো)**

প্রশ্ন ▶ ৪ **$x^2 + x - 6$ রাশিটি $x^3 + hx^2 + kx - 6$ বহুপদীর একটি উৎপাদক।**

ধকাল; পৃষ্ঠা-৫০

ক. $x^2 + x - 6$ কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর। ২

খ. h ও k এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. বহুপদীটিকে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর। ৪

৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক $x^2 + x - 6 = x^2 + 3x - 2x - 6$

$= x(x+3) - 2(x+3)$

$= (x+3)(x-2)$

খ মনে করি, $P(x) = x^3 + hx^2 + kx - 6$

যেহেতু, $x^2 + x - 6$, P(x) এর একটি উৎপাদক।

সুতরাং, (x + 3) এবং (x – 2) উভয়ই P(x) এর উৎপাদক।

[ক হতে পাই]

$\therefore P(-3) = 0$ এবং $P(2) = 0$.

এখন, $P(-3) = (-3)^3 + h(-3)^2 + k(-3) - 6$

$= -27 + 9h - 3k - 6$

$= 9h - 3k - 33$

এবং $P(2) = (2)^3 + h(2)^2 + k.2 - 6$

$= 8 + 4h + 2k - 6$

$= 4h + 2k + 2$

সুতরাং, $9h - 3k - 33 = 0$

বা, $18h - 6k - 66 = 0$........(i)

এবং $4h + 2k + 2 = 0$

বা, $12h + 6k + 6 = 0$ .... (ii)

(i) নং ও (ii) নং সমীকরণ যোগ করে পাই,

$30h - 60 = 0$

www.bdniyog.com

বা, $30h = 60$

$\therefore h = 2$

h এর মান (ii) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$24 + 6k + 6 = 0$

বা, $30 + 6k = 0$

বা, $6k = -30$

$\therefore k = -5$

$\therefore h = 2, k = -5$ **(Ans.)**

গ বহুপদীটি $= x^3 + 2x^2 - 5x - 6$ ['খ' থেকে মান বসিয়ে]

$f(x) = x^3 + 2x^2 - 5x - 6$

$f(x)$ এর মুখ্য সহগ 1 এবং ধ্রুব পদ -6

$f(x)$ এর ধ্রুব পদ -6 এর উৎপাদক সমূহের সেট $= \{1, -1, 2, -2, 3, -3, 6, -6\}$

$\therefore f(1) = 1^3 + 2.1^2 - 5.1 - 6 = -8 \neq 0$

$\therefore f(-1) = (-1)^3 + 2(-1)^2 - 5(-1) - 6$
$= -1 + 2 + 5 - 6$
$= 0$

$\therefore \{x - (-1)\}$ অর্থাৎ $(x + 1)$, $f(x)$ এর একটি উৎপাদক।

এখন, $x^3 + 2x^2 - 5x - 6$
$= x^3 + x^2 + x^2 + x - 6x - 6$
$= x^2(x + 1) + x(x + 1) - 6(x + 1)$
$= (x + 1)(x^2 + x - 6)$
$= (x + 1)(x - 2)(x + 3)$

বহুপদীটির উৎপাদকগুলো হলো: $(x + 1), (x - 2), (x + 3)$

Ans. $(x + 1)(x - 2)(x + 3)$

প্রশ্ন ▶ ৫ $a^3(b - c) + b^3(c - a) + c^3(a - b)$ **একটি বীজগাণিতিক রাশি।**

ক. প্রদত্ত রাশিটিকে a এর বহুপদী P(a) বিবেচনা করে তাতে a এর পরিবর্তে b বসিয়ে P(b) নির্ণয় কর। ২

খ. সাধারণ পদ্ধতিতে রাশিটির উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর। ৪

গ. রাশিটির প্রকৃতি নির্ণয় কর এবং রাশিটিকে উৎপাদক উপপাদ্য অনুযায়ী উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর। ৪

◀ কাজ; পৃষ্ঠা-৫৫

৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত রাশি $= a^3(b - c) + b^3(c - a) + c^3(a - b)$

প্রশ্নমতে, $P(a) = a^3(b - c) + b^3(c - a) + c^3(a - b)$

$\therefore P(b) = b^3(b - c) + b^3(c - b) + c^3(b - b)$
$= b^3(b - c) - b^3(b - c)$
$= 0$ **(Ans.)**

খ এখানে, $a^3(b - c) + b^3(c - a) + c^3(a - b)$
$= a^3(b - c) + b^3c - ab^3 + c^3a - bc^3$
$= a^3(b - c) + b^3c - bc^3 - ab^3 + c^3a$
$= a^3(b - c) + bc(b^2 - c^2) - a(b^3 - c^3)$
$= (b - c)(a^3 + b^2c + bc^2 - ab^2 - abc - c^2a)$
$= (b - c)(b^2c - ab^2 + bc^2 - abc - c^2a + a^3)$
$= (b - c)\{b^2(c - a) + bc(c - a) - a(c^2 - a^2)\}$
$= (b - c)(c - a)(b^2 + bc - ca - a^2)$
$= (b - c)(c - a)(-a^2 + b^2 - ca + bc)$
$= (b - c)(c - a)\{-(a^2 - b^2) - c(a - b)\}$
$= (b - c)(c - a)(a - b)(-a - b - c)$
$= -(a - b)(b - c)(c - a)(a + b + c)$ **(Ans.)**

গ যেহেতু, $P(b) = 0$ [ক থেকে]

$\therefore (a - b)$ প্রদত্ত রাশির একটি উৎপাদক।

এখানে, প্রদত্ত রাশিটি চক্র-ক্রমিক রাশি তাই $(b - c)$ এবং $(c - a)$ উভয়ে প্রদত্ত রাশিটির উৎপাদক। আবার প্রদত্ত রাশিটি চার মাত্রার সমমাত্রিক রাশি এবং $(a - b)(b - c)(c - a)$ তিন মাত্রার সমমাত্রিক রাশি। সুতরাং প্রদত্ত রাশির অপর উৎপাদকটি অবশ্যই চক্র-ক্রমিক এবং এক মাত্রার সমমাত্রিক রাশি হবে।

অর্থাৎ তা $k(a + b + c)$ হবে, যেখানে k একটি ধ্রুবক।

$\therefore a^3(b - c) + b^3(c - a) + c^3(a - b)$
$= k(a - b)(b - c)(c - a)(a + b + c)$ ..... (i)

a, b, c এর সকল মানের জন্য (i) সত্য।

$\therefore$ (i) নং এ $a = 0, b = 1, c = 2$ বসিয়ে পাই, **(Ans.)**

$2 + 8(-1) = k(-1)(-1)(2)(3)$

বা, $-6 = 6k$

$\therefore k = -1$

(i) নং এ $k = -1$ বসিয়ে পাই,

$a^3(b - c) + b^3(c - a) + c^3(a - b)$
$= -(a - b)(b - c)(c - a)(a + b + c)$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৬ $a^3(b - c) + b^3(c - a) + c^3(a - b)$ **একটি বীজগাণিতিক রাশি এবং** $\frac{a^3 + a^2 + 1}{(a - b)(a - c)}, \frac{b^3 + b^2 + 1}{(b - c)(b - a)}$ **ও** $\frac{c^3 + c^2 + 1}{(c - a)(c - b)}$ **তিনটি মূলদ ভগ্নাংশ।**

◀ কাজ; পৃষ্ঠা-৫৫

ক. দেখাও যে, বীজগাণিতিক রাশিটি অপ্রতিসম। ২

খ. বীজগাণিতিক রাশিটি উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর। ৪

গ. মূলদ ভগ্নাংশগুলোর যোগফলের সরল মান কত? ৪

৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক বীজগাণিতিক রাশিটি হচ্ছে $a^3(b - c) + b^3(c - a) + c^3(a - b)$

রাশিটিতে a ও b স্থান বিনিময় করলে

$b^3(a - c) + a^3(c - b) + c^3(b - a)$ রাশি পাওয়া যায় যা পূর্বের রাশিটি থেকে ভিন্ন।

$\therefore$ রাশিটি অপ্রতিসম **(দেখানো হলো)**

খ প্রদত্ত রাশি $= a^3(b - c) + b^3(c - a) + c^3(a - b)$
$= a^3b - ca^3 + b^3c - ab^3 + c^3(a - b)$
$= a^3b - ab^3 - ca^3 + b^3c + c^3(a - b)$
$= ab(a^2 - b^2) - c(a^3 - b^3) + c^3(a - b)$
$= (a - b)\{ab(a + b) - c(a^2 + ab + b^2) + c^3\}$
$= (a - b)(a^2b + ab^2 - ca^2 - abc - b^2c + c^3)$
$= (a - b)\{a^2(b - c) + ab(b - c) - c(b^2 - c^2)\}$
$= (a - b)(b - c)(a^2 + ab - bc - c^2)$
$= (a - b)(b - c)(a^2 - c^2 + ab - bc)$
$= (a - b)(b - c)\{(a + c)(a - c) + b(a - c)\}$
$= (a - b)(b - c)(a - c)(a + c + b)$
$= -(a - b)(b - c)(c - a)(a + b + c)$

Ans. $-(a - b)(b - c)(c - a)(a + b + c)$

গ মূলদ ভগ্নাংশগুলোর যোগফল

$$= \frac{a^3 + a^2 + 1}{(a - b)(a - c)} + \frac{b^3 + b^2 + 1}{(b - c)(b - a)} + \frac{c^3 + c^2 + 1}{(c - a)(c - b)}$$

$$= \frac{a^3 + a^2 + 1}{-(a - b)(c - a)} + \frac{b^3 + b^2 + 1}{-(b - c)(a - b)} + \frac{c^3 + c^2 + 1}{-(c - a)(b - c)}$$

$$= \frac{(a^3 + a^2 + 1)(b - c) + (b^3 + b^2 + 1)(c - a) + (c^3 + c^2 + 1)(a - b)}{-(a - b)(b - c)(c - a)}$$

$$= \frac{\{a^3(b-c)+b^3(c-a)+c^3(a-b)\}+\{a^2(b-c)+b^2(c-a)+c^2(a-b)\}+\{b-c+c-a+a-b\}}{-(a-b)(b-c)(c-a)}$$

কিন্তু এর লব, $a^3(b - c) + b^3(c - a) + c^3(a - b) = -(a - b)(b - c) \times (c - a)(a + b + c)$; ['খ' থেকে পাই]

তদুপরি, $a^2(b - c) + b^2(c - a) + c^2(a - b) = -(a - b)(b - c)(c - a)$

এবং $b - c + c - a + a - b = 0$

∴ যোগফল

$$= \frac{-(a-b)(b-c)(c-a)(a+b+c)}{-(a-b)(b-c)(c-a)} + \frac{-(a-b)(b-c)(c-a)}{-(a-b)(b-c)(c-a)} + 0$$

$$= a+b+c+1$$

Ans. $a+b+c+1$

প্রশ্ন ▶ ৭ চলক x এর তিনটি রাশি

$x^3 + x^2 - 6x$, $x^2 + x - 1$ ও $x^2(x^2+1)^2$. ◀ কাজ; পৃষ্ঠা-৬১

ক. ১ম দুইটি রাশির সাহায্যে একটি প্রকৃত মূলদ ভগ্নাংশ ও শেষ দুইটি রাশির সাহায্যে একটি অপ্রকৃত মূলদ ভগ্নাংশ গঠন কর। ২

খ. 'ক' হতে প্রাপ্ত প্রকৃত মূলদ ভগ্নাংশটি আংশিক ভগ্নাংশে রূপান্তর কর। ৪

গ. তৃতীয় রাশিটির গুণাত্মক বিপরীত রাশিটিকে আংশিক ভগ্নাংশে প্রকাশ কর। ৪

৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক ১ম দুইটি রাশির সাহায্যে একটি প্রকৃত মূলদ ভগ্নাংশ হলো:

$$\frac{x^2+x-1}{x^3+x^2-6x}$$

শেষ দুইটি রাশির সাহায্যে একটি অপ্রকৃত মূলদ ভগ্নাংশ হলো:

$$\frac{x^2(x^2+1)^2}{x^2+x-1}$$

খ 'ক' হতে পাই,

$$\frac{x^2+x-1}{x^3+x^2-6x} = \frac{x^2+x-1}{x(x^2+x-6)} = \frac{x^2+x-1}{x(x^2-2x+3x-6)}$$

$$= \frac{x^2+x-1}{x(x-2)(x+3)}$$

ধরি, $\frac{x^2+x-1}{x(x-2)(x+3)} \equiv \frac{A}{x} + \frac{B}{x-2} + \frac{C}{x+3}$ ....(i)

উভয়পক্ষকে $x(x-2)(x+3)$ দ্বারা গুণ করে পাই,

$x^2+x-1 \equiv A(x-2)(x+3) + Bx(x+3) + Cx(x-2)$ .... (ii)

(ii) -এ $x = 0$ বসিয়ে পাই,

$-1 = A.(-2).3.$

বা, $-6A = -1$

$\therefore A = \frac{1}{6}$

(ii) -এ $x = 2$ বসিয়ে পাই,

$2^2 + 2 - 1 = A(2-2)(2+3) + B.2.(2+3) + C.2(2-2)$

বা, $4+2-1 = B.2.5$

বা, $10B = 5$

$\therefore B = \frac{1}{2}$

(ii) —এ $x = -3$ বসিয়ে পাই,

$(-3)^2 + (-3) - 1 = A(-3-2)(-3+3) + B.(-3)(-3+3) + C.(-3)(-3-2)$

বা, $9-3-1 = C.(-3)(-5).$

বা, $15C = 5$

$\therefore C = \frac{1}{3}$

এখন A, B ও C এর মান (i) নং এ বসিয়ে পাই,

$$\frac{x^2+x-1}{x(x-2)(x+3)} = \frac{\frac{1}{6}}{x} + \frac{\frac{1}{2}}{x-2} + \frac{\frac{1}{3}}{x+3}$$

$$= \frac{1}{6x} + \frac{1}{2(x-2)} + \frac{1}{3(x+3)}$$

∴ প্রদত্ত ভগ্নাংশটি আংশিক ভগ্নাংশে প্রকাশ করা হলো।

গ ৩য় রাশিটির গুণাত্মক বিপরীত রাশি হলো: $\frac{1}{x^2(x^2+1)^2}$

ধরি, $\frac{1}{x^2(x^2+1)^2} \equiv \frac{A}{x} + \frac{B}{x^2} + \frac{Cx+D}{x^2+1} + \frac{Ex+F}{(x^2+1)^2}$ ....(1)

এখন, উভয়পক্ষে $x^2(x^2+1)^2$ দ্বারা গুণ করে পাই,

$1 = Ax(x^2+1)^2 + B(x^2+1)^2 + (Cx+D)x^2(x^2+1) + (Ex+F)x^2$ .... (2)

(2) এর x^5, x^4, x^3, x^2, x এর সহগ এবং ধ্রুবক পদ সমীকৃত করিয়া পাই,

$A + C = 0,$

$B + D = 0$

$2A + C + E = 0$

$2B + D + F = 0$

$A = 0$

$B = 1$

$A + C = 0$ তে $A = 0$ বসিয়ে পাই, $C = 0$

$B + D = 0$ তে $B = 1$ বসিয়ে পাই, $D = -1$

$2A + C + E = 0$ তে $A = 0, C = 0$ বসিয়ে পাই, $E = 0$

আবার, $2B + D + F = 0$ তে $D = -1, B = 1$ বসিয়ে পাই,

$2 - 1 + F = 0 \Rightarrow F = -1$

$\therefore A = 0, B = 1, C = 0, D = -1, E = 0, F = -1$

(1) এ বসিয়ে পাই,

$$\frac{1}{x^2(x^2+1)^2} = \frac{1}{x^2} + \frac{0-1}{x^2+1} + \frac{0-1}{(x^2+1)^2}$$

$= \frac{1}{x^2} - \frac{1}{x^2+1} - \frac{1}{(x^2+1)^2}$ যা নির্ণেয় আংশিক ভগ্নাংশ।

প্রশ্ন ▶ ৮ x চলক বিশিষ্ট দুইটি রাশি হলো: ◀ কাজ; পৃষ্ঠা-৬১

$\{(x^3 - 3x^2 + 4x - 1)(x-2) + 2x\}$, $(x-1)^3(x-2)$

ক. ১ম রাশিটিকে লব এবং দ্বিতীয় রাশিটিকে হর ধরে একটি মূলদীয় ভগ্নাংশ গঠন কর এবং এর প্রকৃতি নির্ধারণ কর। ২

খ. 'ক' হতে প্রাপ্ত ভগ্নাংশটিকে প্রকৃত ভগ্নাংশের যোগফল রূপে প্রকাশ কর। ৪

গ. প্রাপ্ত প্রকৃত ভগ্নাংশটিকে আংশিক ভগ্নাংশে প্রকাশ কর। ৪

৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক মূলদীয় ভগ্নাংশটি হলো: $\frac{(x^3-3x^2+4x-1)(x-2)+2x}{(x-1)^3(x-2)}$

প্রাপ্ত ভগ্নাংশটি একটি অপ্রকৃত ভগ্নাংশ।

কারণ, লব ও হরে x এর সর্বোচ্চ ঘাত সমান।

খ 'ক' হতে প্রাপ্ত ভগ্নাংশটি হচ্ছে,

$$\frac{(x^3-3x^2+4x-1)(x-2)+2x}{(x-1)^3(x-2)}$$

$$= \frac{(x^3-3x^2+3x-1+x)(x-2)+2x}{(x-1)^3(x-2)}$$

$$= \frac{(x^3-3x^2+3x-1)(x-2)+x(x-2)+2x}{(x-1)^3(x-2)}$$

$$= \frac{(x-1)^3(x-2)+x^2-2x+2x}{(x-1)^3(x-2)}$$

$$= \frac{(x-1)^3(x-2)}{(x-1)^3(x-2)} + \frac{x^2}{(x-1)^3(x-2)}$$

$$= 1 + \frac{x^2}{(x-1)^3(x-2)}$$

যেখানে, $\frac{x^2}{(x-1)^3(x-2)}$ একটি প্রকৃত ভগ্নাংশ।

গ ধরি, $\frac{x^2}{(x-1)^3(x-2)} \equiv \frac{A}{x-1} + \frac{B}{(x-1)^2} + \frac{C}{(x-1)^3} + \frac{D}{x-2}$ .....(1)

(1) এর উভয় পক্ষকে $(x-1)^3(x-2)$ দ্বারা গুণ করে পাই,
$x^2 \equiv A(x-1)^2(x-2) + B(x-1)(x-2) + C(x-2) + D(x-1)^3$ .... (2)
(2) এ $x = 1$ বসিয়ে পাই,
$1 = C(1-2)$
বা, $-C = 1$
$\therefore C = -1$
(2) -এ $x = 2$ বসিয়ে পাই,
$4 = D(2-1)^3$
বা, $4 = D$
$\therefore D = 4$
x^3 ও x^2 এর সহগ সমীকৃত করে পাই,
$A + D = 0$
এবং $-4A + B - 3D = 1$
এখন, $A + D = 0$
বা, $A + 4 = 0$ [$\because D = 4$]
$\therefore A = -4$
$-4.(-4) + B - 3.4 = 1$
বা, $16 + B - 12 = 1$
বা, $4 + B = 1$
বা, $B = 1 - 4$
$\therefore B = -3$
A, B, C ও D এর মান (1) এ বসিয়ে পাই,
$$\frac{x^2}{(x-1)^3(x-2)} = \frac{-4}{x-1} + \frac{-3}{(x-1)^2} + \frac{-1}{(x-1)^3} + \frac{4}{x-2}$$
$$= -\frac{4}{x-1} - \frac{3}{(x-1)^2} - \frac{1}{(x-1)^3} + \frac{4}{x-2}$$
যা নির্ণেয় আংশিক ভগ্নাংশ।
Ans. $-\frac{4}{x-1} - \frac{3}{(x-1)^2} - \frac{1}{(x-1)^3} + \frac{4}{x-2}$.

মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত আরও সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

প্রশ্ন ▶ ৯ **x, y ও z এর একটি বহুপদী হল,**
$F(x, y, z) = x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz$.
ইস্পাহানি পাবলিক স্কুল এন্ড কলেজ, চট্টগ্রাম; বিদ্যাময়ী গভঃ গার্লস হাই স্কুল, ময়মনসিংহ; জামালপুর সরকারী বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, জামালপুর।

ক. F(a, b, c) নির্ণয় কর এবং দেখাও যে, এটি একটি চক্রক্রমিক ও প্রতিসম রাশি। ২
খ. দেখাও যে, $F(a, b, c) = \frac{1}{2}(a+b+c)\{(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2\}$ ৪
গ. যদি $a = y + z - x$, $b = z + x - y$, $c = x + y - z$ হয়, তবে দেখাও যে, $F(a, b, c) = 4F(x, y, z)$ ৪

৯ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $F(x, y, z) = x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz$
$\therefore F(a, b, c) = a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$
এখন, $F(b, c, a) = b^3 + c^3 + a^3 - 3bca = a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$
$F(b, a, c) = b^3 + a^3 + c^3 - 3bac = a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$
$\therefore F(a, b, c) = F(b, c, a) = F(b, a, c)$
অর্থাৎ, F(a, b, c) একটি চক্র-ক্রমিক ও প্রতিসম রাশি।

খ 'ক' হতে পাই, $F(a, b, c) = a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$
$= (a+b)^3 - 3ab(a+b) + c^3 - 3abc$
$= (a+b)^3 + c^3 - 3ab(a+b+c)$
$= (a+b+c)\{(a+b)^2 - (a+b)c + c^2\} - 3ab(a+b+c)$
$= (a+b+c)(a^2 + 2ab + b^2 - ac - bc + c^2) - 3ab(a+b+c)$
$= (a+b+c)(a^2 + 2ab + b^2 - ac - bc + c^2 - 3ab)$
$= (a+b+c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca)$
$= \frac{1}{2}(a+b+c)(2a^2 + 2b^2 + 2c^2 - 2ab - 2bc - 2ca)$
$= \frac{1}{2}(a+b+c)(a^2 - 2ab + b^2 + b^2 - 2bc + c^2 + c^2 - 2ca + a^2)$
$= \frac{1}{2}(a+b+c)\{(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2\}$
$\therefore F(a, b, c) = \frac{1}{2}(a+b+c)\{(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2\}$
(দেখানো হলো)

গ 'খ' হতে পাই,
$F(a, b, c) = \frac{1}{2}(a+b+c)\{(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2\}$
দেওয়া আছে, $a = y + z - x$, $b = z + x - y$, $c = x + y - z$
$\therefore a + b + c = y + z - x + z + x - y + x + y - z = x + y + z$
এখন, $(a-b)^2 = (y + z - x - z - x + y)^2$
$= (2y - 2x)^2$
$= \{-2(x-y)\}^2$
$= 4(x-y)^2$
$(b-c)^2 = (z + x - y - x - y + z)^2$
$= (2z - 2y)^2$
$= \{-2(y-z)\}^2$
$= 4(y-z)^2$
এবং $(c-a)^2 = (x + y - z - y - z + x)^2$
$= (2x - 2z)^2$
$= \{-2(z-x)\}^2$
$= 4(z-x)^2$
$\therefore F(a, b, c) = \frac{1}{2}(a+b+c)\{(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2\}$
$= \frac{1}{2}(x+y+z)\{4(x-y)^2 + 4(y-z)^2 + 4(z-x)^2\}$
$= 4 \times \frac{1}{2}(x+y+z)\{(x-y)^2 + (y-z)^2 + (z-x)^2\}$
$= 4(x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz)$
$= 4F(x, y, z)$
অর্থাৎ, $F(a, b, c) = 4F(x, y, z)$ **(দেখানো হলো)**

প্রশ্ন ▶ ১০ **$F(a, b, c) = (a+b)(b+c)(c+a)$**
এবং $(a+b+c)(ab+bc+ca) = abc$ হলে,
ক. দেখাও যে, F(a, b, c) একটি চক্রক্রমিক রাশি। ২
খ. প্রমাণ কর যে, $F(a, b, c) = 0$. ৪
গ. দেখাও যে, $(a+b+c)^5 = a^5 + b^5 + c^5$ ৪

১০ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,
$F(a, b, c) = (a+b)(b+c)(c+a)$
এখন, $F(b, c, a) = (b+c)(c+a)(a+b) = F(a, b, c)$
অর্থাৎ, F(a, b, c) একটি চক্রক্রমিক রাশি। **(দেখানো হলো)**

www.bdniyog.com

খ বামপক্ষ $= F(a, b, c)$

$= (a + b)(b + c)(c + a)$

$= (ab + ac + b^2 + bc)(c + a)$

$= abc + a^2b + ac^2 + a^2c + b^2c + b^2a + bc^2 + abc + abc - abc$

$= a^2b + abc + a^2c + ab^2 + abc + b^2c + abc + bc^2 + c^2a - abc$

$= a(ab + bc + ca) + b(ab + bc + ca) + c(ab + bc + ca) - abc$

$= (a + b + c)(ab + bc + ca) - abc$

$= abc - abc$ $[\because (a + b + c)(ab + bc + ca) = abc]$

$= 0$

= ডানপক্ষ

$\therefore F(a, b, c) = 0$ **(প্রমাণিত)**

গ 'খ' হতে পাই,

$F(a, b, c) = 0$

$\therefore (a + b)(b + c)(c + a) = 0$

$\therefore a + b = 0$ অথবা $(b + c)(c + a) = 0$

$\therefore a = -b$ অথবা $b + c = 0$ অথবা $c + a = 0$

$\therefore a = -b$ অথবা $b = -c$ অথবা $c = -a$

দেখাতে হবে যে, $(a + b + c)^5 = a^5 + b^5 + c^5$

$a = -b$ হলে,

বামপক্ষ $= (-b + b + c)^5 = c^5$

এবং ডানপক্ষ $= (-b)^5 + b^5 + c^5 = c^5$

আবার, $b = -c$ হলে,

বামপক্ষ $= (a - c + c)^5 = a^5$

এবং ডানপক্ষ $= a^5 + (-c)^5 + c^5 = a^5$

এবং $c = -a$ হলে,

বামপক্ষ $= (a + b - a)^5 = b^5$

এবং ডানপক্ষ $= a^5 + b^5 + (-a)^5 = b^5$

অর্থাৎ, $(a + b + c)^5 = a^5 + b^5 + c^5$ **(দেখানো হলো)**

প্রশ্ন ▶ ১১ $p(x) = x^3 + 5x^2 + 6x + 8$.

ক. $p(x)$-কে $(x - a)$ ও $(x - b)$ দ্বারা ভাগ করলে ভাগশেষ কত হবে? ২

খ. $p(a)$-কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর। ৪

গ. যদি $p(a) = p(b)$ হয়, তবে প্রমাণ কর যে, $a^2 + b^2 + ab + 5a + 5b + 6 = 0$, যেখানে, $a \neq b$. ৪

১১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $p(x) = x^3 + 5x^2 + 6x + 8$

$p(x)$-কে $(x - a)$ দ্বারা ভাগ করলে ভাগশেষ হবে $p(a)$

$\therefore p(a) = a^3 + 5a^2 + 6a + 8$

আবার, $p(x)$-কে $(x - b)$ দ্বারা ভাগ করলে ভাগশেষ হবে $p(b)$.

$\therefore p(b) = b^3 + 5b^2 + 6b + 8$

গ 'ক' হতে পাই,

$p(a) = a^3 + 5a^2 + 6a + 8$

$p(-4) = (-4)^3 + 5(-4)^2 + 6(-4) + 8$

$= -64 + 5(16) - 24 + 8$

$= -64 + 80 - 24 + 8$

$= 88 - 88$

$= 0$

$\therefore a - (-4) = a + 4$, $p(a)$ এর একটি উৎপাদক

এখন, $a^3 + 5a^2 + 6a + 8$

$= a^3 + 4a^2 + a^2 + 4a + 2a + 8$

$= a^2(a + 4) + a(a + 4) + 2(a + 4)$

$= (a + 4)(a^2 + a + 2)$ **(Ans.)**

গ যেহেতু $p(a) = p(b)$

বা, $a^3 + 5a^2 + 6a + 8 = b^3 + 5b^2 + 6b + 8$ ['ক' হতে]

বা, $a^3 - b^3 + 5a^2 - 5b^2 + 6a - 6b + 8 - 8 = 0$

বা, $(a - b)(a^2 + ab + b^2) + 5(a^2 - b^2) + 6(a - b) = 0$

বা, $(a - b)(a^2 + ab + b^2) + 5(a + b)(a - b) + 6(a - b) = 0$

বা, $(a - b)(a^2 + ab + b^2 + 5a + 5b + 6) = 0$

$\therefore a^2 + b^2 + ab + 5a + 5b + 6 = 0$ $[\because a \neq b]$ **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▶ ১২ চলক x-এর একটি বহুপদী $p(x) = 7x^2 - 3x + 4x^4 + 12x^3 - 2$

ক. বহুপদীর আদর্শ রূপটি লিখ এবং মুখ্য সহগ নির্ণয় কর। ২

খ. দেখাও যে, $p(-1) = 0$ এবং $(x + 1)$ দ্বারা $p(x)$ কে ভাগ করে ভাগশেষ উপপাদ্যের সত্যতা যাচাই কর। ৪

গ. $p(x)$-কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর। ৪

১২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $p(x) = 7x^2 - 3x + 4x^4 + 12x^3 - 2$

বহুপদীটির আদর্শরূপ : $p(x) = 4x^4 + 12x^3 + 7x^2 - 3x - 2$

যার মুখ্যপদ $4x^4$ এবং মুখ্যসহগ 4

খ 'ক' হতে পাই,

$p(x) = 4x^4 + 12x^3 + 7x^2 - 3x - 2$

$p(-1) = 4(-1)^4 + 12(-1)^3 + 7(-1)^2 - 3(-1) - 2$

$= 4 - 12 + 7 + 3 - 2$

$= 14 - 14$

$= 0$

$\therefore p(-1) = 0$ **(দেখানো হলো)**

এখন, ভাগশেষ উপপাদ্য অনুসারে $p(x)$ কে $x + 1$ দ্বারা ভাগ করলে ভাগশেষ হবে $p(-1)$.

আবার, $(x + 1)$ দ্বারা $p(x)$ কে ভাগ করে পাই,

$x + 1 \,)\, 4x^4 + 12x^3 + 7x^2 - 3x - 2 \,(\, 4x^3 + 8x^2 - x - 2$

$4x^4 + 4x^3$

$8x^3 + 7x^2$

$8x^3 + 8x^2$

$-x^2 - 3x$

$-x^2 - x$

$-2x - 2$

$-2x - 2$

0

যেহেতু $(x + 1)$ দ্বারা $p(x)$ কে ভাগ করলে ভাগশেষ হয় 0 এবং $p(-1) = 0$, সেহেতু ভাগশেষ উপপাদ্যের সত্যতা যাচাই হলো।

গ 'খ' হতে পাই,

$(x + 1)$ দ্বারা $p(x)$ কে ভাগ করলে ভাগশেষ হয় 0।

$\therefore (x + 1)$, $p(x)$- এর একটি সাধারণ উৎপাদক।

$4x^4 + 12x^3 + 7x^2 - 3x - 2$

$= 4x^4 + 4x^3 + 8x^3 + 8x^2 - x^2 - x - 2x - 2$

$= 4x^3(x + 1) + 8x^2(x + 1) - x(x + 1) - 2(x + 1)$

$= (x + 1)(4x^3 + 8x^2 - x - 2)$

ধরি, $Q(x) = 4x^3 + 8x^2 - x - 2$

$Q(x)$ এর ধ্রুব পদ -2 এর উৎপাদকসমূহের সেট $F_1 = \{1, -1, 2, -2\}$

$Q(x)$ এর মুখ্য পদ 4 এর উৎপাদক সমূহের সেট

$F_2 = \{1, -1, 2, -2, 4, -4\}$

$\therefore Q(1) = 4.1^3 + 8.1^2 - 1 - 2 = 9 \neq 0$

$Q(-1) = 4.(-1)^3 + 8(-1)^2 - (-1) - 2 = 3 \neq 0$

$Q(2) = 4.2^3 + 8.2^2 - 2 - 2 = 60 \neq 0$

$Q(-2) = 4.(-2)^3 + 8.(-2)^2 - (-2) - 2 = 0$

www.bdniyog.com

$\therefore$ (x + 2), Q(x) এর একটি উৎপাদক।

$\therefore (x + 1)(4x^3 + 8x^2 - x - 2)$

$= (x + 1)\{4x^2(x + 2) - 1(x + 2)\}$

$= (x + 1)(x + 2)(4x^2 - 1)$

$= (x + 1)(x + 2)\{(2x)^2 - (1)^2\}$

$= (x + 1)(x + 2)(2x + 1)(2x - 1)$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ১৩ $\frac{x^3 + 2x^2 + 1}{x^2 + 2x - 3}$ **একটি বীজগাণিতিক ভগ্নাংশ।**

[নাটোর সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, নাটোর; চট্টগ্রাম সিটি কর্পোরেশন আন্তঃবিদ্যালয়]

ক. ভগ্নাংশটির প্রকৃতি নির্ধারণ কর। ২

খ. ভগ্নাংশটির হরকে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর এবং ভগ্নাংশটি থেকে একটি প্রকৃত ভগ্নাংশ পৃথক কর। ৪

গ. ভগ্নাংশটিকে আংশিক ভগ্নাংশে প্রকাশ কর। ৪

১৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $\frac{x^3 + 2x^2 + 1}{x^2 + 2x - 3}$

প্রদত্ত ভগ্নাংশটি একটি অপ্রকৃত ভগ্নাংশ।

কারণ লবের মাত্রা 3, হরের মাত্রা 2 এর চেয়ে বড়।

খ এখানে, $x^2 + 2x - 3$

$= x^2 + 3x - x - 3$

$= x(x + 3) - 1(x + 3)$

$= (x + 3)(x - 1)$ **(Ans.)**

এখন, $\frac{x^3 + 2x^2 + 1}{x^2 + 2x - 3}$

$= \frac{x(x^2 + 2x - 3) + 3x + 1}{x^2 + 2x - 3}$

$= \frac{x(x^2 + 2x - 3)}{(x^2 + 2x - 3)} + \frac{3x + 1}{x^2 + 2x - 3}$

$= x + \frac{3x + 1}{x^2 + 2x - 3}$

$= x + \frac{3x + 1}{(x + 3)(x - 1)}$ **(Ans.)**

এখানে, $\frac{3x + 1}{(x + 3)(x + 1)}$ একটি প্রকৃত ভগ্নাংশ।

গ 'খ' হতে পাই, $\frac{x^3 + 2x^2 + 1}{x^2 + 2x - 3} = x + \frac{3x + 1}{(x + 3)(x - 1)}$

এখানে, $\frac{3x + 1}{(x + 3)(x - 1)}$ একটি প্রকৃত ভগ্নাংশ।

ধরি, $\frac{3x + 1}{(x + 3)(x - 1)} = \frac{A}{x + 3} + \frac{B}{x - 1}$ .... (1)

সমীকরণ (1) এর উভয়পক্ষকে (x + 3) (x − 1) দ্বারা গুণ করে পাই,

$3x + 1 \equiv A(x - 1) + B(x + 3)$ .... (2)

সমীকরণ (2) এর উভয়পক্ষকে x = 1 বসিয়ে পাই,

$3.1 + 1 = A(1 - 1) + B(1 + 3)$

বা, $3 + 1 = A \times 0 + B.4$

বা, $4 = 4B$

$\therefore B = 1$

আবার, সমীকরণ (2) এর উভয়পক্ষকে x = −3 বসিয়ে পাই,

$3(-3) + 1 = A(-3 - 1) + B(-3 + 3)$

বা, $-9 + 1 = A(-4) + B \times 0$

বা, $-8 = -4A$

$\therefore A = 2$

A ও B এর মান সমীকরণ (1)-এ বসিয়ে পাই,

$\frac{3x + 1}{(x + 3)(x - 1)} = \frac{2}{x + 3} + \frac{1}{x - 1}$

নির্ণেয় আংশিক ভগ্নাংশ,

$\frac{x^3 + 2x^2 + 1}{x^2 + 2x - 3} = x + \frac{1}{x - 1} + \frac{2}{x + 3}$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ১৪ **$P(x) = 2x^4 - 6x^3 + 3x - 4$ একটি x চলকের বহুপদী।**

ক. বহুপদীটিতে x এর সর্বনিম্ন ঘাত বিশিষ্ট পদ কোনটি? এবং ঐ পদে x এর ঘাত কত? ২

খ. P(x) কে 2x + 1 দ্বারা ভাগ করে ভাগফল নির্ণয় কর। ৪

গ. P(x) কে 2x + 1 দ্বারা ভাগ করে প্রাপ্ত ভাগশেষকে ভাগশেষ উপপাদ্যের সাহায্যে বের কর এবং দেখাও যে, ভাজ্য = ভাজক × ভাগফল + ভাগশেষ। ৪

১৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক বহুপদীটিতে x এর সর্বনিম্ন ঘাত বিশিষ্ট পদটি হল 4 এবং ঐ পদে x এর ঘাত হলো 0.

খ

2x + 1) $2x^4 - 6x^3 + 3x - 4$ ($x^3 - \frac{7}{2}x^2 + \frac{7}{4}x + \frac{5}{8}$

$2x^4 + x^3$

$-7x^3 + 3x$

$-7x^3 - \frac{7}{2}x^2$

$\frac{7}{2}x^2 + 3x$

$\frac{7}{2}x^2 + \frac{7}{4}x$

$\frac{5}{4}x - 4$

$\frac{5}{4}x + \frac{5}{8}$

$-\frac{37}{8}$

গ ভাগশেষ উপপাদ্য অনুসারে, P(x) কে 2x + 1 দ্বারা ভাগ করলে প্রাপ্ত ভাগশেষ হবে $P\left(-\frac{1}{2}\right)$

$\therefore P\left(-\frac{1}{2}\right) = 2\left(-\frac{1}{2}\right)^4 - 6\left(-\frac{1}{2}\right)^3 + 3\left(-\frac{1}{2}\right) - 4$

$= 2.\frac{1}{16} + 6.\frac{1}{8} - \frac{3}{2} - 4$

$= \frac{1 + 6 - 12 - 32}{8}$

$= -\frac{37}{8}$

এখানে, ভাজক = 2x + 1

ভাগফল = $x^3 - \frac{7}{2}x^2 + \frac{7}{4}x + \frac{5}{8}$

ভাজ্য = $2x^4 - 6x^3 + 3x - 4$ এবং ভাগশেষ = $-\frac{37}{8}$

এখন, ভাজক × ভাগফল + ভাগশেষ

$= (2x + 1) \times \left(x^3 - \frac{7}{2}x^2 + \frac{7}{4}x + \frac{5}{8}\right) - \frac{37}{8}$

$= 2x^4 - 7x^3 + \frac{7}{2}x^2 + \frac{5}{4}x + x^3 - \frac{7}{2}x^2 + \frac{7}{4}x + \frac{5}{8} - \frac{37}{8}$

$= 2x^4 - 6x^3 + 3x - 4$

= ভাজ্য

$\therefore$ ভাজ্য = ভাজক × ভাগফল + ভাগশেষ **(দেখানো হলো)**

প্রশ্ন ▶ ১৫ $P_1(x) = 0$, $P_2(x) = 7x^2 - 3x + 4x^4 - a + 12x^3 + 1$ **এবং** $P_3(x) = x^5 + ax^{-3}$ **(যেখানে a ধ্রুবক)**

ক. ওপরের কোনগুলো বহুপদী? সর্বোচ্চ ঘাত বিশিষ্ট বহুপদি কোনটি? ২

খ. $P_2(x)$ কে আদর্শরূপে প্রকাশ কর। $(x + 2)$ উক্ত বহুপদীটির একটি উৎপাদক হলে a এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. $(x - b)$ এবং $(x - c)$ উভয়ই $P_2(x)$ এর উৎপাদক হলে এবং $b \neq c$ হলে দেখাও যে, $4(b^3 + b^2c + bc^2 + c^3) + 12(b^2 + bc + c^2) + 7(b + c) = 3$ ৪

১৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক বহুপদীগুলো হলো:
$P_1(x) = 0$ এবং $P_2(x) = 7x^2 - 3x + 4x^4 - a + 12x^3 + 1$
সর্বোচ্চ ঘাতবিশিষ্ট বহুপদীটি হলো—
$P_2(x) = 7x^2 - 3x + 4x^4 - a + 12x^3 + 1$

খ $P_2(x)$-এর আদর্শরূপ: $4x^4 + 12x^3 + 7x^2 - 3x - a + 1$.
$\because$ $(x + 2)$, $P_2(x)$ এর একটি উৎপাদক
$\therefore$ $P_2(-2) = 0$ হবে।
বা, $P_2(-2) = 4(-2)^4 + 12(-2)^3 + 7(-2)^2 - 3(-2) - a + 1 = 3 - a$
শর্তানুসারে, $3 - a = 0$
$\therefore a = 3$

গ $\because (x - b)$, $P_2(x)$ এর একটি উৎপাদক
$\therefore$ ভাগশেষ, উপপাদ্য অনুসারে $P_2(b) = 0$
আবার, $(x - c)$, $P_2(x)$ এর একটি উৎপাদক
$P_2(c) = 0$
$P_2(b) = P_2(c)$
বা, $4b^4 + 12b^3 + 7b^2 - 3b - a + 1 = 4c^4 + 12c^3 + 7c^2 - 3c - a + 1$
বা, $4(b^4 - c^4) + 12(b^3 - c^3) + 7(b^2 - c^2) - 3(b - c) = 0$
বা, $4(b^2 + c^2)(b + c)(b - c) + 12(b - c)(b^2 + bc + c^2) + 7(b + c)(b - c) - 3(b - c) = 0$
বা, $(b - c)\{(4b + 4c)(b^2 + c^2) + 12b^2 + 12bc + 12c^2 + 7b + 7c - 3\} = 0$
বা, $(b - c)(4b^3 + 4bc^2 + 4b^2c + 4c^3 + 12b^2 + 12bc + 12c^2 + 7b + 7c - 3) = 0$
বা, $(b - c)(4b^3 + 4c^3 + 4b^2c + 4bc^2 + 12b^2 + 12bc + 12c^2 + 7b + 7c - 3) = 0$
$(b - c) \neq 0$,
কেননা যদি $b - c = 0$ হয় তবে $b = c$ হবে কিন্তু প্রশ্নমতে $b \neq c$
$4b^3 + 4c^3 + 4b^2c + 4bc^2 + 12b^2 + 12bc + 12c^2 + 7b + 7c - 3 = 0$
বা, $4(b^3 + b^2c + bc^2 + c^3) + 12(b^2 + bc + c^2) + 7(b + c) = 3$
(দেখানো হলো)

প্রশ্ন ▶ ১৬ $P(x) = x^3 + 2x^2 - 5x - 6$ **ও** $Q(x) = -6x^3 - 5x^2 + 2x + 1$ **হলো দুইটি বহুপদী যাদের চলক x.**

ক. $P\left(\frac{1}{r}\right)$ নির্ণয় কর যখন $(r \neq 0)$। ২

খ. $P(x)$ ও $Q(x)$ এর সাধারণ উৎপাদকটি নির্ণয় কর। ৪

গ. $(x - r)$, $Q(x)$ এর একটি উৎপাদক হলে দেখাও যে, $\left(x - \frac{1}{r}\right)$, $P(x)$ এর একটি উৎপাদক হবে। ৪

১৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $P(x) = x^3 + 2x^2 - 5x - 6$

$$\therefore P\left(\frac{1}{r}\right) = \left(\frac{1}{r}\right)^3 + 2\left(\frac{1}{r}\right)^2 - 5\left(\frac{1}{r}\right) - 6$$
$$= \frac{1}{r^3} + \frac{2}{r^2} - \frac{5}{r} - 6$$
$$= \frac{1 + 2r - 5r^2 - 6r^3}{r^3}$$
$$= \frac{-6r^3 - 5r^2 + 2r + 1}{r^3}$$

খ $P(2) = 2^3 + 2.2^2 - 5.2 - 6 = 0.$
$\therefore$ ভাগশেষ উপপাদ্য অনুসারে, $(x - 2)$, $P(x)$ এর একটি উৎপাদক হবে।
$\therefore x^3 + 2x^2 - 5x - 6$
$= x^3 - 2x^2 + 4x^2 - 8x + 3x - 6$
$= x^2(x - 2) + 4x(x - 2) + 3(x - 2)$
$= (x - 2)(x^2 + 4x + 3)$
$= (x - 2)(x^2 + x + 3x + 3)$
$= (x - 2)\{x(x + 1) + 3(x + 1)\}$
$= (x - 2)(x + 1)(x + 3)$
এখন $Q(-1) = -6(-1)^3 - 5(-1)^2 + 2(-1) + 1$
$= 6 - 5 - 2 + 1 = 0$
$\therefore$ $(x + 1)$, $Q(x)$ এর একটি উৎপাদক হবে।
$\therefore -6x^3 - 5x^2 + 2x + 1$
$= -6x^3 - 6x^2 + x^2 + x + x + 1$
$= -6x^2(x + 1) + x(x + 1) + 1(x + 1)$
$= (x + 1)(-6x^2 + x + 1)$
$\therefore$ $P(x)$ এর উৎপাদকে বিশ্লেষিত রূপ $(x - 2)(x + 1)(x + 3)$ এবং $Q(x)$-এর উৎপাদকে বিশ্লেষিত রূপ: $(x + 1)(-6x^2 + x + 1)$
$\therefore$ $P(x)$ ও $Q(x)$ এর সাধারণ উৎপাদকটি হলো $(x + 1)$ **(Ans.)**

গ $\because (x - r)$, $Q(x)$-এর একটি উৎপাদক
$\therefore$ ভাগশেষ উপপাদ্য অনুসারে, $Q(r) = 0$
$Q(r) = -6r^3 - 5r^2 + 2r + 1$
প্রশ্নমতে, $-6r^3 - 5r^2 + 2r + 1 = 0$ .... (i)
এখন $\left(x - \frac{1}{r}\right)$, $P(x)$ এর একটি উৎপাদক হবে যদি $P\left(\frac{1}{r}\right) = 0$ হয়।

এখন, $P\left(\frac{1}{r}\right) = \frac{1}{r^3} + 2.\frac{1}{r^2} - 5.\frac{1}{r} - 6$
$$= \frac{-6r^3 - 5r^2 + 2r + 1}{r^3}$$
$$= \frac{0}{r^3}$$ [(i) নং সমীকরণ ব্যবহার করে]
$= 0$

$\because P\left(\frac{1}{r}\right) = 0$ সুতরাং $\left(x - \frac{1}{r}\right)$; $P(x)$ এর একটি উৎপাদক হবে।
(দেখানো হলো)

প্রশ্ন ▶ ১৭ $P(x) = x^3 + h_1x^2 + k_1x - 6$ **এবং** $Q(x) = (a_2 - 2)x^3 + (h_2 + 1)x^2 + (k_2 - 1)x + c_2 + 2$ **হলো দুইটি x চলকের বহুপদী।**

ক. $P(-3)$ ও $P(2)$ নির্ণয় কর। ২

খ. $P(-3)$ ও $P(2)$ এর সাংখ্যিক মান 0 হলে h_1, k_1 এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. $P(x) = Q(x)$ হলে এবং $P(-3)$ ও $P(2)$ এর সাংখ্যিক মান 0 হলে দেখাও যে, $a_2 + h_2 - k_2 + c_2 = 0$ ৪

১৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক $P(-3) = (-3)^3 + h_1(-3)^2 + k_1(-3) - 6$
$= -33 + 9h_1 - 3k_1$
$P(2) = (2)^3 + h_1(2)^2 + k_1(2) - 6$
$= 4h_1 + 2k_1 + 2$

www.bdniyog.com

খ প্রশ্নমতে, $9h_1 - 3k_1 - 33 = 0$

বা, $9h_1 - 3k_1 = 33$ .... (1)

এবং $4h_1 + 2k_1 + 2 = 0$

বা, $4h_1 + 2k_1 = -2$ .... (2)

(1) নং 2 দ্বারা ও (2)নং কে 3 দ্বারা গুণ করে প্রাপ্ত গুণফলদ্বয় যোগ করে পাই,

$30h_1 = 60 \quad \therefore h_1 = 2$

h_1 এর মান (2) নং এ বসিয়ে পাই,

$4.2 + 2k_1 = -2$

বা, $2k_1 = -10 \quad \therefore k_1 = -5$

$\therefore h_1 = 2, k_1 = -5$ **(Ans.)**

গ $\because P(x) = Q(x)$

$\therefore x^3 + h_1x^2 + k_1x - 6 = (a_2 - 2)x^3 + (h_2 + 1)x^2 + (k_2 - 1)x + c_2 + 2$ ...... (1)

আমরা জানি,

সমান চিহ্নের উভয় পক্ষে x এর একই ঘাতযুক্ত সহগদ্বয় পরস্পর সমান।

$\therefore \quad a_2 - 2 = 1$ [(1)-নং অনুসারে x^3 এর সহগ]

বা, $a_2 = 3$

আবার সমান চিহ্নের উভয় পক্ষে x^2 এর সহগ সমান বলে,

$h_1 = h_2 + 1$

বা, $2 = h_2 + 1$ ['খ' হতে পাই, $h_1 = 2$]

$\therefore \quad h_2 = 1$

আবার সমান চিহ্নের উভয় পক্ষে x এর সহগ সমান বলে,

$k_1 = k_2 - 1$

বা, $-5 = k_2 - 1$ ['খ' হতে পাই, $k_1 = -5$]

$\therefore \quad k_2 = -4$

আবার সমান চিহ্নের উভয় পক্ষে x^0 এর সহগ সমান বলে,

$-6 = c_2 + 2$

$\therefore \quad c_2 = -8$

বামপক্ষ $= a_2 + h_2 - k_2 + c_2 = 3 + 1 - (-4) - 8$

$= 8 - 8 = 0 =$ ডানপক্ষ

$\therefore a_2 + h_2 - k_2 + c_2 = 0$ **(দেখানো হলো)**

প্রশ্ন ▶ ১৮ $P(x, y) = 8x^3 + y^3 + 7x^2y^2 - 4x^2 + 2y - 17$ **এবং** $Q(x) = x^3 + k$ **হল যথাক্রমে দুইটি বহুপদী।**

ক. দুই চলক বিশিষ্ট বহুপদীটি কি সমমাত্রিক? তোমার উত্তরের স্বপক্ষে যুক্তি দাও এবং বহুপদীটির মাত্রা নির্ণয় কর। ২

খ. $P(1, 2) = Q(3)$ হলে k এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. $P(1,2) = Q(3)$ হলে, $P(x, y)$ ও $Q(x)$ বহুপদী দুইটি ব্যবহার করে প্রমাণ কর যে, দুইটি বহুপদীর যোগফল, বিয়োগফল এবং গুণফল বহুপদী হয়। কিন্তু ভাগফল বহুপদী হতেও পারে আবার নাও হতে পারে। ৪

১৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দুই চলক বিশিষ্ট বহুপদীটির প্রত্যেক পদের মাত্রা একই নয়। যেমন– $8x^3$ পদটির মাত্রা 3

আবার $7x^2y^2$ পদটির মাত্রা 4

সুতরাং বহুপদীটি সমমাত্রিক নয়।

বহুপদীটিতে সর্বোচ্চ মাত্রাবিশিষ্ট পদ $7x^2y^2$ যার মাত্রা 4. সুতরাং বহুপদীটির মাত্রা 4.

খ প্রশ্নমতে, $P(1, 2) = Q(3)$

বা, $8(1)^3 + (2)^3 + 7(1)^2(2)^2 - 4(1)^2 + 2.2 - 17 = 3^3 + k$

বা, $16 + 28 - 4 + 4 - 17 = 3^3 + k$

বা, $27 = 3^3 + k$

$\therefore \quad k = 0$ **(Ans.)**

গ আমরা জানি, $P(1, 2) = Q(3)$ হলে $k = 0$

$\therefore \quad P(x, y) = 8x^3 + y^3 + 7x^2y^2 - 4x^2 + 2y - 17$

$Q(x) = x^3$

বহুপদী দুইটির যোগফল $= 8x^3 + y^3 + 7x^2y^2 - 4x^2 + 2y - 17 + x^3$

$= 9x^3 + y^3 + 7x^2y^2 - 4x^2 + 2y - 17$ যা একটি বহুপদী।

বহুপদী দুইটির বিয়োগফল

$= 8x^3 + y^3 + 7x^2y^2 - 4x^2 + 2y - 17 - x^3$

$= 7x^3 + y^3 + 7x^2y^2 - 4x^2 + 2y - 17$

বহুপদী দুইটির গুণফল $= (8x^3 + y^3 + 7x^2y^2 - 4x^2 + 2y - 17) x^3$

$= 8x^6 + x^3y^3 + 7x^5y^2 - 4x^5 + 2x^3y - 17x^3$, যা একটি বহুপদী

বহুপদী দুইটির ভাগফল $= (8x^3 + y^3 + 7x^2y^2 - 4x^2 + 2y - 17) \div x^3$

$= 8 + y^3x^{-3} + 7x^{-1}y^2 - 4x^{-1} + 2yx^{-3} + 7x^{-3}$

যা বহুপদী নয়। কেননা, বহুপদীতে প্রত্যেক পদে x এর ঘাত অঋণাত্মক হবে।

কিন্তু দুইটি বহুপদীর ভাগফলও বহুপদী হতে পারে যেমন $P(x,y) = 8x^3 + 7x^2y^2 - 4x^2 + 3x$ এবং $Q(x) = x$ হলে তাদের ভাগফল–

$(8x^3 + 7x^2y^2 - 4x^2 + 3x) \div x$

$= 8x^2 + 7xy^2 - 4x + 3$, যা একটি বহুপদী।

সুতরাং দুইটি বহুপদীর যোগফল, বিয়োগফল এবং গুণফল সবসময় বহুপদী হয়। কিন্তু ভাগফল বহুপদী হতেও পারে আবার নাও হতে পারে। **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▶ ১৯ $(b + c) + (c + a) (a + b) + abc$ **একটি বীজগাণিতীয় রাশি। রাশিটির উৎপাদকে বিশ্লেষিত রূপ E.**

ক. রাশিটি কি প্রতিসম? তোমার উত্তরের স্বপক্ষে যুক্তি দাও। ২

খ. E নির্ণয় কর। ৪

গ. $E = abc$ হলে দেখাও যে, $(a + b + c)^3 = a^3 + b^3 + c^3$. ৪

১৯ নং প্রশ্নের সমাধান

ক রাশিটি প্রতিসম।

কেননা রাশিটিতে যেকোন দুইটি চলক যেমন (a, b) স্থান বিনিময় করলে প্রাপ্ত রাশি

$(a + c) (c + b) (b + a) + bac$

$= (a + b) (b + c) (c + a) + abc$ হয়

অর্থাৎ রাশিটি অপরিবর্তিত থাকে। সুতরাং রাশিটি প্রতিসম।

খ রাশিটিকে a এর বহুপদী P(a) বিবেচনা করে তাতে a এর পরিবর্তে $-b-c$ বসিয়ে পাই,

$P\{-(b + c)\} = (b + c) (c - b - c) (-b - c + b) + (-b - c) bc$

$= bc (b + c) - bc (b + c) = 0$

সুতরাং উৎপাদক উপপাদ্য অনুসারে, $(a + b + c)$ প্রদত্ত রাশির একটি উৎপাদক। প্রদত্ত রাশিটি তিনমাত্রার সমমাত্রিক চক্রক্রমিক বহুপদী এবং এর এক মাত্রার একটি উৎপাদক পাওয়া গেছে। সুতরাং অপর উৎপাদক দুই মাত্রার সমমাত্রিক চক্রক্রমিক বহুপদী হবে, অর্থাৎ

$k(a^2 + b^2 + c^2) + m(bc + ca + ab)$ আকারের হবে, যেখানে k ও m ধ্রুবক।

$\therefore (b + c) (c + a) (a + b) + abc = (a + b + c) \{k(a^2 + b^2 + c^2) + m(bc + ca + ab)\}$ .... (i)

a, b, c এর সকল মানের জন্য (i) সত্য।

(i) নং এ প্রথমে $a = 0, b = 0, c = 1$ এবং পরে $a = 1, b = 1, c = 0$ বসিয়ে যথাক্রমে পাই $k = 0$ এবং $2 = 2(k \times 2 + m)$

$\therefore k = 0, m = 1$

k ও m এর মান (i) নং এ বসিয়ে পাই,

$(b + c) (c + a) (a + b) + abc = (a + b + c) (bc + ca + ab)$

$\therefore E = (a + b + c) (bc + ca + ab)$.

www.bdniyog.com

গ ∵ রাশিটির উৎপাদক বিশ্লেষিত রূপ E

∴ $(b+c)(c+a)(a+b) + abc = E$

বা, $(b+c)(c+a)(a+b) + abc = abc$ [প্রশ্নমতে $E = abc$]

বা, $(b+c)(c+a)(a+b) = 0$ .... (ii)

এখন,

বামপক্ষ $= H.S = (a+b+c)^3$

$= \{(a+b)+c\}^3$

$= (a+b)^3 + c^3 + 3(a+b)c.(a+b+c)$

$= a^3 + b^3 + 3ab(a+b) + c^3 + 3(a+b)c.(a+b+c)$

$= a^3 + b^3 + c^3 + 3(a+b)(ab+ca+bc+c^2)$

$= a^3 + b^3 + c^3 + 3(a+b)\{a(b+c)+c(b+c)\}$

$= a^3 + b^3 + c^3 + 3(a+b)(b+c)(c+a)$

$= a^3 + b^3 + c^3 + 3.0$ [(ii)-নং ব্যবহার করে]

$= a^3 + b^3 + c^3 =$ ডানপক্ষ

∴ $(a+b+c)^3 = a^3 + b^3 + c^3$ **(দেখানো হলো)**

প্রশ্ন ▶ ২০ $x + 3$ ও $x^4 - x^3 - 6x^2$ **দুইটি বীজগণিতীয় রাশি।**

ক. রাশি দুইটির সাহায্যে একটি প্রকৃত মূলদ ভগ্নাংশ এবং একটি অপ্রকৃত মূলদ ভগ্নাংশ গঠন কর। ২

খ. ২য় রাশিটিকে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর। ৪

গ. রাশি দুইটির সাহায্যে গঠিত প্রকৃত মূলদ ভগ্নাংশটিকে আংশিক ভগ্নাংশে প্রকাশ কর। ৪

২০ নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রকৃত মূলদ ভগ্নাংশ: $\frac{x+3}{x^4 - x^3 - 6x^2}$

অপ্রকৃত মূলদ ভগ্নাংশ: $\frac{x^4 - x^3 - 6x^2}{x+3}$

খ ২য় রাশিটি হলো, $x^4 - x^3 - 6x^2 = x^2(x^2 - x - 6)$

এখন, $x^2 - x - 6 = x^2 - 3x + 2x - 6$

$= x(x-3) + 2(x-3)$

$= (x-3)(x+2)$

∴ ২য় রাশিটির উৎপাদকে বিশ্লেষিত রূপ: $x^2(x-3)(x+2)$

গ গঠিত প্রকৃত মূলদ ভগ্নাংশ $= \frac{x+3}{x^4 - x^3 - 6x^2}$

$= \frac{x+3}{x^2(x-3)(x+2)}$ ['খ' হতে]

ধরি, $\frac{x+3}{x^2(x-3)(x+2)} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x^2} + \frac{C}{x-3} + \frac{D}{x+2}$

বা, $x + 3 = Ax(x-3)(x+2) + B(x-3)(x+2) + Cx^2(x+2) + Dx^2(x-3)$ .... (i)

$x = 0$ হলে (i) নং থেকে পাই, $3 = B(-3).2$ ∴ $B = -\frac{1}{2}$

$x = 3$ হলে (i) নং থেকে পাই, $6 = C.9.5 \Rightarrow C = \frac{6}{45} = \frac{2}{15}$

$x = -2$ হলে (i) নং থেকে পাই–

$1 = D.4(-5)$ ∴ $D = -\frac{1}{20}$

(i) নং সমীকরণের উভয় পাশে x^3 এর সহগ সমতা করে পাই,

$0 = A + C + D$

∴ $A = -(C + D)$

বা, $A = -C - D = \frac{1}{20} - \frac{2}{15} = \frac{3-8}{60} = -\frac{5}{60} = -\frac{1}{12}$

∴ আংশিক ভগ্নাংশে প্রকাশিত রূপ:

$-\frac{1}{12}x - \frac{1}{2x^2} - \frac{1}{20(x+2)} + \frac{2}{15(x-3)}$

[A, B, C ও D এর মান বসিয়ে]

(Ans.)

প্রশ্ন ▶ ২১ $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$ **একটি সমমাত্রিক রাশি।**

ক. সমমাত্রিক রাশিটির মাত্রা কত? রাশিটি প্রতিসম কি না যাচাই কর। ২

খ. রাশিটিকে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর। ৪

গ. যদি রাশিটির সাংখ্যিক মান 0 হয় এবং $a + b + c \neq 0$ হয় তবে দেখাও যে, $a = b = c$. ৪

২১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক সমমাত্রিক রাশিটির মাত্রা 3.

রাশিটির প্রতিসম। কেননা, রাশিটিতে যেকোনো দুইটি চলক যেমন a, b পরস্পর স্থান বিনিময় করলে প্রদত্ত রাশি

$b^3 + a^3 + c^3 - 3bac$

$= a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$ হয়।

অর্থাৎ রাশিটি অপরিবর্তিত থাকে। সুতরাং রাশিটি প্রতিসম।

খ প্রদত্ত রাশি, $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$

$= (a+b)^3 - 3ab(a+b) + c^3 - 3abc$

$= (a+b)^3 + c^3 - 3ab(a+b+c)$

$= (a+b+c)\{(a+b)^2 - (a+b)c + c^2\} - 3ab(a+b+c)$

$= (a+b+c)(a^2 + 2ab + b^2 - ac - bc + c^2) - 3ab(a+b+c)$

$= (a+b+c)(a^2 + 2ab + b^2 - ac - bc + c^2 - 3ab)$

$= (a+b+c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca)$

গ আমরা জানি,

$a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = (a+b+c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca)$

এখন, $a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca$

$= \frac{1}{2}(2a^2 + 2b^2 + 2c^2 - 2ab - 2bc - 2ca)$

$= \frac{1}{2}\{(a^2 - 2ab + b^2) + (b^2 - 2bc + c^2) + (c^2 - 2ca + a^2)\}$

$= \frac{1}{2}\{(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2\}$

∴ $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$

$= (a+b+c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca)$

$= \frac{1}{2}(a+b+c)\{(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2\}$

∵ রাশিটির সাংখ্যিক মান 0 অর্থাৎ $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = 0$

অর্থাৎ $\frac{1}{2}(a+b+c)\{(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2\} = 0$

∵ $\frac{1}{2}(a+b+c) \neq 0$ ∴ $(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2 = 0$

আমরা জানি, কতগুলো রাশির বর্গের যোগফল 0 হলে তারা পৃথক পৃথকভাবে 0 হবে

অর্থাৎ $a - b = 0$, $b - c = 0$ এবং $c - a = 0$

বা, $a = b$ বা, $b = c$ বা, $c = a$

∴ $a = b = c$ **(দেখানো হলো)**

প্রশ্ন ▶ ২২ $\frac{6a^2x^3 + a^2x^2 - a^2x}{18x^3 + 15x^2 - x - 2}$ **একটি বীজগাণিতিক ভগ্নাংশ।**

ক. $a = 2$ এবং $x = 3$ হলে ভগ্নাংশটির লবের মান নির্ণয় কর। ২

খ. ভগ্নাংশটির হরকে উৎপাদকে প্রকাশ কর। ৪

গ. ভগ্নাংশটির প্রকৃতি নির্ণয় কর। ভগ্নাংশটির সরল মান নির্ণয় কর। ৪

২২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক ভগ্নাংশের লব $= 6a^2x^3 + a^2x^2 - a^2x$

এখন $a = 2$ এবং $x = 3$ হলে,

লব $= 6(2)^2.(3)^3 + (2)^2.(3)^2 - (2)^2.3$

www.bdniyog.com

$= 24.27 + 4.9 - 4.3$
$= 672$

খ মনে করি, ভগ্নাংশটির হর $P(x) = 18x^3 + 15x^2 - x - 2$

$P\left(-\frac{1}{2}\right) = 18\left(-\frac{1}{2}\right)^3 + 15\left(-\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{2} - 2$
$= 18\left(-\frac{1}{8}\right) + 15\left(\frac{1}{4}\right) - \frac{3}{2}$
$= -\frac{9}{4} + \frac{15}{4} - \frac{3}{2} = \frac{-9 + 15 - 6}{4} = 0$

$\therefore$ $x - \left(-\frac{1}{2}\right)$ বা, $x + \frac{1}{2}$ বা, $(2x + 1)$, $P(x)$ এর একটি উৎপাদক হবে, $P(x) = 18x^3 + 15x^2 - x - 2$
$= 18x^3 + 9x^2 + 6x^2 + 3x - 4x - 2$
$= 9x^2(2x + 1) + 3x(2x + 1) - 2(2x + 1)$
$= (2x + 1)(9x^2 + 3x - 2)$
$= (2x + 1)(9x^2 - 3x + 6x - 2)$
$= (2x + 1)\{3x(3x - 1) + 2(3x - 1)\}$
$= (2x + 1)(3x - 1)(3x + 2)$

$\therefore$ হরের উৎপাদকে বিশ্লেষিত রূপ: $(2x + 1)(3x - 1)(3x + 2)$

গ ভগ্নাংশটিতে হর ও লব এর মাত্রা সমান।
সুতরাং ভগ্নাংশটি একটি অপ্রকৃত ভগ্নাংশ।
ভগ্নাংশের লব $= 6a^2x^3 + a^2x^2 - a^2x$
$= a^2x(6x^2 + x - 1)$
$= a^2x(6x^2 + 3x - 2x - 1)$
$= a^2x\{3x(2x + 1) - 1(2x + 1)\}$
$= a^2x(2x + 1)(3x - 1)$

$\therefore$ প্রদত্ত ভগ্নাংশ $\frac{6a^2x^3 + a^2x^2 - a^2x}{18x^3 + 15x^2 - x - 2} = \frac{a^2x(2x + 1)(3x - 1)}{(2x + 1)(3x - 1)(3x + 2)}$ ['খ' থেকে]
$= \frac{a^2x}{3x + 2}$

$\therefore$ ভগ্নাংশটির সরল মান $= \frac{a^2x}{3x + 2}$

প্রশ্ন ▶ ২৩ $\frac{(ax + 1)^2}{(x - y)(z - x)} + \frac{(ay + 1)^2}{(x - y)(y - z)} + \frac{(az + 1)^2}{(y - z)(z - x)}$ এবং $\frac{a^2 - (b - c)^2}{(a + c)^2 - b^2} + \frac{b^2 - (a - c)^2}{(a + b)^2 - c^2} + \frac{c^2 - (a - b)^2}{(b + c)^2 - a^2}$ দুইটি রাশি যাদেরকে যথাক্রমে P ও Q দ্বারা প্রকাশ করা যায়।

ক. যুক্তিসহ $\frac{(ax + 1)^2}{(x - y)(z - x)}$ ভগ্নাংশের প্রকৃতি নির্ণয় কর। ২
খ. P রাশিটির সরল মান নির্ণয় কর। ৪
গ. Q রাশিটির সরল মান নির্ণয় করে দেখাও যে, $P + a^2Q = 0$. ৪

২৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক $\frac{(ax + 1)^2}{(x - y)(z - x)} = \frac{a^2x^2 + 2ax + 1}{zx - x^2 - yz + xy}$
ভগ্নাংশটিতে হর ও লব এর মাত্রা সমান 2.
সুতরাং ভগ্নাংশটি একটি অপ্রকৃত ভগ্নাংশ।

খ প্রদত্ত রাশি $= \frac{(ax + 1)^2}{(x - y)(z - x)} + \frac{(ay + 1)^2}{(x - y)(y - z)} + \frac{(az + 1)^2}{(y - z)(z - x)}$
$= \frac{(ax + 1)^2(y - z) + (ay + 1)^2(z - x) + (az + 1)^2(x - y)}{(x - y)(y - z)(z - x)}$ ....(i)

(i) এর লব $= (a^2x^2 + 2ax + 1)(y - z) + (a^2y^2 + 2ay + 1)(z - x) + (a^2z^2 + 2az + 1)(x - y)$
$= a^2\{x^2(y - z) + y^2(z - x) + z^2(x - y)\}2a\{x(y - z) + y(z - x) + z(x - y)\} + \{(y - z) + (z - x) + (x - y)\}$

কিন্তু $x^2(y - z) + y^2(z - x) + z^2(x - y) = -(x - y)(y - z)(z - x)$
আবার, $x(y - z) + y(z - x) + z(x - y) = 0$ এবং $(y - z) + (z - x) + (x - y) = 0$

$\therefore$ (i) নং এর লব $= -a^2(x - y)(y - z)(z - x)$
সুতরাং প্রদত্ত রাশি $= \frac{-a^2(x - y)(y - z)(z - x)}{(x - y)(y - z)(z - x)} = -a^2$. **(Ans.)**

গ প্রদত্ত রাশি $= \frac{a^2 - (b - c)^2}{(a + c)^2 - b^2} + \frac{b^2 - (a - c)^2}{(a + b)^2 - c^2} + \frac{c^2 - (a - b)^2}{(b + c)^2 - a^2}$

প্রথম ভগ্নাংশ $= \frac{(a + b - c)(a - b + c)}{(a + b + c)(a - b + c)} = \frac{a + b - c}{a + b + c}$

দ্বিতীয় ভগ্নাংশ $= \frac{(a + b - c)(b - a + c)}{(a + b + c)(a + b - c)} = \frac{b - a + c}{a + b + c}$

তৃতীয় ভগ্নাংশ $= \frac{(c + a - b)(c - a + b)}{(b + c + a)(b + c - a)} = \frac{c + a - b}{a + b + c}$

$\therefore$ প্রদত্ত রাশি $= \frac{a + b - c}{a + b + c} + \frac{b - a + c}{a + b + c} + \frac{c + a - b}{a + b + c}$
$= \frac{a + b - c + b - a + c + c + a - b}{a + b + c}$
$= \frac{a + b + c}{a + b + c} = 1$

এখন, বামপক্ষ $= P + a^2Q = -a^2 + a^2(1)$
$= -a^2 + a^2 = 0 =$ ডানপক্ষ

প্রশ্ন ▶ ২৪ চলক x এর তিনটি রাশি $(x + 3)$, $(x^2 - 9)$, x^3.

ক. উপরিউক্ত রাশিসমূহ হতে ১ম ও ২য় রাশি দ্বারা একটি প্রকৃত এবং ২য় ও ৩য় রাশি দ্বারা একটি অপ্রকৃত ভগ্নাংশ তৈরি কর। ২
খ. অপ্রকৃত ভগ্নাংশটি থেকে একটি প্রকৃত ভগ্নাংশ পৃথক কর। ৪
গ. 'খ' হতে প্রাপ্ত প্রকৃত ভগ্নাংশটিকে আংশিক ভগ্নাংশ রূপে প্রকাশ কর। ৪

২৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক এখানে, প্রথম রাশি $= x + 3$
দ্বিতীয় রাশি $= x^2 - 9 = (x + 3)(x - 3)$
এবং তৃতীয় রাশি $= x^3$
এখন, $\frac{x + 3}{(x + 3)(x - 3)} = \frac{1}{x - 3}$, যা একটি প্রকৃত ভগ্নাংশ
এবং $\frac{x^3}{x^2 - 9}$, যা একটি অপ্রকৃত ভগ্নাংশ।

খ 'ক' হতে প্রাপ্ত অপ্রকৃত ভগ্নাংশটি হচ্ছে, $\frac{x^3}{x^2 - 9}$
এখন, $\frac{x^3}{x^2 - 9} = \frac{x^3 - 9x + 9x}{x^2 - 9} = \frac{x(x^2 - 9) + 9x}{x^2 - 9}$
$= \frac{x(x^2 - 9)}{(x^2 - 9)} + \frac{9x}{x^2 - 9} = x + \frac{9x}{x^2 - 9}$
$= x + \frac{9x}{(x + 3)(x - 3)}$
এখানে, $\frac{9x}{(x + 3)(x - 3)}$ একটি প্রকৃত ভগ্নাংশ

গ 'খ' হতে প্রাপ্ত প্রকৃত ভগ্নাংশটি হচ্ছে, $\frac{9x}{(x + 3)(x - 3)}$
মনে করি, $\frac{9x}{(x + 3)(x - 3)} \equiv \frac{A}{x + 3} + \frac{B}{x - 3}$ .... (1)
সমীকরণ (1) এর উভয়পক্ষকে $(x + 3)(x - 3)$ দ্বারা গুণ করে পাই, $9x \equiv A(x - 3) + B(x + 3)$ .... (2)
সমীকরণ (2)-এ $x = 3$ বসিয়ে পাই,
$9 \times 3 = A(3 - 3) + B(3 + 3)$
বা, $27 = A \times 0 + B \times 6$
বা, $27 = 6B$

www.bdniyog.com

বা, $B = \frac{27}{6}$

$B = \frac{9}{2}$

আবার, সমীকরণ (2)- এ $x = -3$ বসিয়ে পাই,

$9(-3) = A(-3-3) + B(-3+3)$

বা, $-27 = -6A + B \times 0$

বা, $A = \frac{27}{6}$

$A = \frac{9}{2}$

A ও B এর মান সমীকরণ (1)-এ বসিয়ে পাই,

$$\frac{9x}{(x+3)(x-3)} = \frac{\frac{9}{2}}{x+3} + \frac{\frac{9}{2}}{x-3}$$

$$\frac{9x}{(x+3)(x-3)} = \frac{9}{2(x+3)} + \frac{9}{2(x-3)} \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ব্যাংক উত্তরসহ সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

প্রশ্ন ▶ ২৫ $a^2(b-c) + b^2(c-a) + c^2(a-b)$, $\frac{a^2+bc}{(a-b)(a-c)} + \frac{b^2+ca}{(b-c)(b-a)} + \frac{c^2+ab}{(c-a)(c-b)}$ **দুইটি বীজগাণিতিক রাশি।**

ক. দেখাও যে, প্রথম বীজগাণিতিক রাশিটি চক্রক্রমিক কিন্তু প্রতিসম নয়। ২

খ. প্রথম বীজগাণিতিক রাশিটিকে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর। ৪

গ. দ্বিতীয় বীজগাণিতিক রাশিটির সরল মান কত? ৪

উত্তর: খ. $-(a-b)(b-c)(c-a)$; **গ.** 2

প্রশ্ন ▶ ২৬ $bc(a+d)$, $ca(b+d)$, $ab(c+d)$, $(a-b)(a-c)$, $(b-c)(b-a)$, $(c-a)(c-b)$, $abc(b-c) + abc(c-a) + abc(a-b)$ ও $bc + a^2 - ab - ac$ **বীজগাণিতিক রাশি।**

ক. ১ম, ২য় ও ৩য় রাশিটিকে পর্যায়ক্রমে লব এবং ৪র্থ, ৫ম ও ৬ষ্ঠ রাশিটিকে পর্যায়ক্রমে হর ধরে মূলদীয় ভগ্নাংশ গঠন করে যোগফলরূপে প্রকাশ কর। ২

খ. শেষ দুইটি বীজগাণিতিক রাশিটির যোগফল নির্ণয় করে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর। ৪

গ. প্রাপ্ত মূলদীয় ভগ্নাংশগুলোর যোগফল কত? ৪

উত্তর: ক. $\frac{bc(a+d)}{(a-b)(a-c)} + \frac{ca(b+d)}{(b-c)(b-a)} + \frac{ab(c+d)}{(c-a)(c-b)}$; **খ.** $(b-a)(c-a)$; **গ.** d

প্রশ্ন ▶ ২৭ মনে কর, $N(x) = (x-1)(x+5)$, $D(x) = (x-2)(x-4)$.

ক. $\frac{N(x)}{D(x)}$ মূলদীয় ভগ্নাংশরূপে প্রকাশ কর এবং কোন প্রকৃতির ভগ্নাংশ ব্যাখ্যা কর। ২

খ. 'ক' হতে প্রাপ্ত ভগ্নাংশটি থেকে একটি প্রকৃত ভগ্নাংশ পৃথক কর। ৪

গ. 'খ' হতে প্রাপ্ত প্রকৃত ভগ্নাংশটিকে আংশিক ভগ্নাংশে প্রকাশ করে দেখাও যে, $\frac{(x-1)(x+5)}{(x-2)(x-4)} = 1 - \frac{7}{2(x-2)} - \frac{27}{2(x-4)}$ ৪

প্রশ্ন ▶ ২৮ $N(x) = x^4 + 2x^2 - 2$, $D(x) = x^4 + x^2 - 2$.

ক. $\frac{N(x)}{D(x)}$ মূলদীয় ভগ্নাংশ রূপে প্রকাশ কর এবং কোন প্রকৃতির ভগ্নাংশ ব্যাখ্যা কর। ২

খ. 'ক' হতে প্রাপ্ত ভগ্নাংশটিকে প্রকৃত ভগ্নাংশের যোগফলরূপে প্রকাশ কর। ৪

গ. 'খ' হতে প্রাপ্ত প্রকৃত ভগ্নাংশটিকে আংশিক ভগ্নাংশে প্রকাশ কর। ৪

উত্তর: খ. $\frac{x^2}{x^4+x^2-2}$, **গ.** $-\frac{1}{6(x+1)} + \frac{1}{6(x-1)} + \frac{2}{3(x^2+2)}$

প্রশ্ন ▶ ২৯ $P(x) = 2x^4 - 5x^2 + 6x - 3$ **এবং** $Q(x) = 4x^3 - 5x^2 + 3x - 2$

ক. P(x) বহুপদীকে $x - 1$ দ্বারা ভাগ করলে ভাগশেষ কত হবে?

খ. দেখাও যে, $x - 1$ রাশিটি P(x) এবং Q(x) বহুপদীদ্বয়ের সাধারণ উৎপাদক।

গ. P(x) ও Q(x) বহুপদীদ্বয়কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর।

উত্তর: ক. 0; **গ.** $(x-1)(2x^3+2x^2-3x+3)$, $(x-1)(4x^2-x+2)$

প্রশ্ন ▶ ৩০ $P(x) = 4x^3 - 7x^2 + 5x - 2$ **এবং** $g(x) = x^3 + 4x^2 + x - 6$ **দুইটি বহুপদী।**

ক. g(1) নির্ণয় কর।

খ. g(x) এর উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর।

গ. দেখাও যে, $(x-1)$, p(x) ও g(x) বহুপদীদ্বয়ের সাধারণ উৎপাদক।

উত্তর: ক. 0; **খ.** $(x-1)(x+2)(x+3)$

প্রশ্ন ▶ ৩১ $P(x) = 2x^2 + 3$ **এবং** $g(y) = y^2 - 5y + 4$.

ক. P(5) নির্ণয় কর। ২

খ. g(y) কে $(y-4)$ দ্বারা ভাগ করলে ভাগফল P(5) এর সমান হলে y এর মান কত? ৪

গ. $\frac{P(x)}{g(x)}$ কে আংশিক ভগ্নাংশে প্রকাশ কর। ৪

উত্তর: ক. P(5) = 53.; **খ.** 54; **গ.** $2 - \frac{5}{3(x-1)} + \frac{35}{3(x-4)}$

প্রশ্ন ▶ ৩২ দুইটি বহুপদীর একটি $P(x) = x^4 - 5x^3 + 7x^2 - a$ **এবং অপরটি** $Q(x) = x^3 + 7x^2 - x - 7$

[এস ও এস হারম্যান মেইনার স্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা]

ক. P(x) ও Q(x) বহুপদীদ্বয়ের মুখ্য সহগ ও ধ্রুবপদ নির্ণয় কর। ২

খ. P(x) বহুপদীর একটি উৎপাদক $x - 2$ হলে দেখাও যে, $a = 4$ ৪

গ. দেখাও যে, $x + 1$ এবং $x - 1$ উভয়ে Q(x) বহুপদীর সাধারণ উৎপাদক। ৪

উত্তর: ক. 1, – a এবং 1, –7

প্রশ্ন ▶ ৩৩ $P(a, b, c) = a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$ **একটি বহুপদী এবং** $Q(x, y, z) = (x+y+z)(xy+yz+zx) - xyz$ **একটি বহুপদী।**

[সরকারি বালিকা বিদ্যালয়, পটুয়াখালী]

ক. P(a, b, c) কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর। ২

খ. যদি Q(x, y, z) = 0 হয়, তবে দেখাও যে, $(x+y+z)^3 = x^3 + y^3 + z^3$ ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $P(a, b, c) = \frac{1}{2}(a+b+c)\{(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2\}$ ৪

উত্তর: ক. $(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)$

www.bdniyog.com

প্রশ্ন ▶ ৩৪ **x চলকের বহুপদী, $P(x) = 8x^3 - x^2 + 4x^4 - 8x - 3$ এবং y চলকের বহুপদী, $P(y) = ay^5 + by^4 + cy^3 + cy^2 + by + a$.**

[হবিগঞ্জ সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, হবিগঞ্জ]

ক. $P(x)$ কে বহুপদীর আদর্শরূপে প্রকাশ করে এর মাত্রা ও মুখ্য সহগ নির্ণয় কর। ২

খ. $P(x)$ কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর। ৪

গ. দেখাও যে, $y - r$, $P(y)$ এর একটি উৎপাদক হলে $(ry - 1)$ ও $P(y)$ এর একটি উৎপাদক হবে। ৪

উত্তর: ক. $4x^4 + 8x^3 - x^2 - 8x - 3, 4, 4;$

খ. $(x + 1)(x - 1)(2x + 1)(2x + 3)$

প্রশ্ন ▶ ৩৫ **$P(x) = x^x - a^x$ যেখানে x ধনাত্মক পূর্ণ সংখ্যা এবং a একটি ধ্রুবক।**

[অন্নদা সরকারী উচ্চ বিদ্যালয়, ব্রাহ্মণবাড়ীয়া]

ক. দেখাও $(x - a)$ বহুপদীর একটি উৎপাদক। ২

খ. $\theta(x)$ নির্ণয় কর যেন $P(x) = (x - a)\theta(x)$ ৪

গ. x জোড় হলে $\theta(x)$ নির্ণয় কর যেন $P(x) = (x + a)\theta(x)$ ৪

উত্তর: খ. $\theta(x) = x^{x-1} + ax^{x-2} + a^2x^{x-3} + ... + a^{x-1}$

প্রশ্ন ▶ ৩৫ **$P(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ একটি বহুপদী।**

[ঝালকাঠি সরকারি হরচন্দ্র বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, ঝালকাঠি]

ক. $a = 0, b = 3, c = 5$ এবং $d = 2$ শর্তে $P(x)$ নির্ণয় করে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর। ২

খ. দেখাও যে, $P(x)$ এর একটি উৎপাদক $(x + 1)$ হবে যদি $a + c = b + d$ হয়। ৪

গ. ক নং এর শর্তাধীনে যে রাশিগুলো দ্বারা $P(x)$ কে ভাগ করলে ভাগশেষ 52 হয়, তাদের সেট নির্ণয় কর। ৪

উত্তর: ক. $(x + 1)(3x + 2)$; **গ.** $\{x + 5, 3x - 10\}$

প্রশ্ন ▶ ৩৪ **$P(x) = mx^3 + 5x^2 - nx + 60$ বহুপদীকে $x - 1$ দ্বারা ভাগ করলে ভাগশেষ 10 এবং $x - 3$ দ্বারা ভাগ করলে ভাগশেষ 84 থাকে।**

[মোহাম্মদপুর প্রিপারেটরী উচ্চ মাধ্যমিক (বালিকা) বিদ্যালয়, ঢাকা]

ক. ভাগশেষ উপপাদ্যটির বৈশিষ্ট্য লিখ। ২

খ. m এবং n এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. m এবং n এর মান দুটোর গুণনীয়ক সমূহ লিখ। m এর গুণনীয়ক সমূহকে B সেটের এবং n এর গুণনীয়ক সমূহকে C সেটের উপাদান ধরে $B \cup C$ সেটের উপাদানগুলো তালিকা পদ্ধতিতে লিপিবদ্ধ কর। অতপর ভেনচিত্রের সাহায্যে দেখাও। ৪

উত্তর: খ. $m = 6, n = 61$; **গ.** $B = \{1, 2, 3, 6, 61\}$ এবং $C = \{1, 61\}$; $B \cup C = \{1, 2, 3, 6, 61\}$

প্রশ্ন ▶ ৩৮ **$F(x) = x^{16} - 1$ এবং $G(x) = \frac{1}{1+x} + \frac{2}{1+x^2} + \frac{4}{1+x^4} + \frac{8}{1+x^8}$**

[অগ্রগামী সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, সিলেট]

ক. দেখাও যে, $(x + 1)$ ও $(x - 1)$ উভয়ই $F(x)$ এর একটি উৎপাদক। ২

খ. $F(x)$ কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর। ৪

গ. দেখাও যে, $G(x) + \frac{16}{F(x)} = \frac{1}{1 - x}$ ৪

উত্তর: খ. $(x + 1)(x - 1)(x^2 + 1)(x^2 + \sqrt{3}x + 1)(x^2 - \sqrt{3}x + 1)(x^2 + x + 1)(x^2 - x + 1)$

internet linked

প্রশ্ন ব্যাংকের আরও প্রশ্ন ও উত্তরের জন্যে নিচের ওয়েব অ্যাড্রেসটি টাইপ করুন

ssc.panjeree.com/hmt/hm02qbs.pdf

REVISION R

এ অংশে অধ্যায়ের গুরুত্বপূর্ণ তথ্য ও সূত্র, পরীক্ষার আগে যার উপর চোখ বুলিয়ে নেওয়া প্রয়োজন বা অবশ্যই মনে রাখতে হবে এমন বিষয়সমূহ একনজরে উল্লেখ করা হয়েছে। পরীক্ষার আগে এ বিষয়গুলো রিভিশন দিলে পরীক্ষায় নির্ভুলভাবে অঙ্ক সমাধান করতে পারবে।

- বহুপদী বিশেষ ধরনের বীজগাণিতিক রাশি। এরূপ রাশিতে এক বা একাধিক পদ থাকে।
- বহুপদী রাশির পদগুলো এক বা একাধিক চলকের শুধুমাত্র অঋণাত্মক পূর্ণসাংখ্যিক ঘাত ও ধ্রুবকের গুণফল।
- x একটি চলক হলে a, $ax + b$, $ax^2 + bx + c$ ইত্যাদি আকারের রাশি x চলকের বহুপদী।
- $2x + 5y + 6$, $x^2 + 6xy + y^2 - 5x + 6y + 8$ ইত্যাদি পদগুলো দুই চলকের বহুপদী। এতে x ও y দুইটি চলক আছে।
- $p(x, y, z) = x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz$ রাশিটিতে x, y ও z তিনটি চলক থাকায় এটি তিন চলকের বহুপদী।
- $2x^6 - 3x^5 - x^4 + 2x - 5$ বহুপদীর চলক x, বহুপদীর মাত্রা 6, মুখ্যপদ $2x^6$, মুখ্য সহগ 2, ধ্রুবপদ – 5.
- দুইটি বহুপদীর যোগফল, বিয়োগফল ও গুণফল সবসময় বহুপদী হয়। কিন্তু ভাগফল বহুপদী হতেও পারে অথবা নাও হতে পারে।

সমতা সূত্র :

- যদি $ax + b = px + q$ হয় তাহলে $a = p, b = q$ [উভয়পক্ষে সহগ সমীকৃত করে]
- $ax^2 + bx + c = px^2 + qx + r$ হয় তবে $a = p, b = q, c = r$ [উভয়পক্ষে সহগ সমীকৃত করে]
- সমতা চিহ্নের উভয় পক্ষে x এর একই ঘাতযুক্ত পদের সহগদ্বয় পরস্পর সমান।
- দুইটি বহুপদী $P(x)$ ও $Q(x)$ সকল x এর জন্য সমান হলে, তাদের সমতা অভেদ এবং লেখা হয় $P(x) \equiv Q(x)$

ভাগশেষ ও উৎপাদক উপপাদ্য :

- $P(x)$ বহুপদীকে $x - a$ দ্বারা ভাগ করলে ভাগশেষ $P(a)$ হবে।
- $P(x)$ বহুপদীকে $ax + b$ দ্বারা ভাগ করলে ভাগশেষ হবে $P\left(-\frac{b}{a}\right)$
- $P(a) = 0$ হলে $(x - a)$ হচ্ছে $P(x)$ এর একটি উৎপাদক।
- $P(x)$ বহুপদীর $x - a$ একটি উৎপাদক হলে $P(a) = 0$।

সমমাত্রিক, প্রতিসম ও চক্রক্রমিক রাশি

- বহুপদীর প্রত্যেক পদের মাত্রা একই হলে তাকে সমমাত্রিক বহুপদী বলে।
- একাধিক চলক বিশিষ্ট রাশির যে কোনো দুইটি চলকের স্থান বিনিময়ে রাশিটি অপরিবর্তিত থাকলে প্রতিসম রাশি হয়।
- $ab + bc + ca$ রাশিটি a, b, c চলকের এবং $x^2 + y^2 + z^2 + xy + yz + zx$ রাশিটি x, y, z চলকের প্রতিসম রাশি।

www.bdniyog.com

- চক্রক্রমিক রাশিতে চলকগুলোর স্থান চক্রাকারে পরিবর্তন হলেও রাশির মান অপরিবর্তিত থাকে।
- তিন চলকের প্রত্যেক প্রতিসম রাশি চক্র-ক্রমিক। কিন্তু প্রত্যেক চক্র-ক্রমিক রাশি প্রতিসম নয়।
- $x^2 + y^2 + z^2$ চক্র-ক্রমিক রাশি কারণ x এর স্থলে y, y এর স্থলে z এবং z এর স্থলে x বসালে রাশিটি $y^2 + z^2 + x^2$ পূর্বের রাশির সমান হয়।

চক্র-ক্রমিক বহুপদীর-উৎপাদকে বিশ্লেষণ

(ক) কোনো চক্র-ক্রমিক বহুপদীর (a − b) একটি উৎপাদক হলে (b − c) এবং (c − a) রাশিটির উৎপাদক হবে।

(খ) এক মাত্রার এবং দুই মাত্রার সমমাত্রিক চক্র-ক্রমিক বহুপদী যথাক্রমে $k(a + b + c)$ ও $k(a^2 + b^2 + c^2) + m(ab + bc + ca)$ যেখানে k ও m ধ্রুব।

(গ) দুইটি বহুপদী যদি এমন হয় যে চলকগুলোর সকল মানের জন্য তাদের মান সমান হয়, তবে বহুপদী দুইটির অনুরূপ পদগুলোর সহগ সমান হবে।

সূত্র (ক) প্রয়োগে প্রদত্ত রাশির যতগুলি একঘাত উৎপাদক পাওয়া যায় প্রদত্ত রাশির মাত্রা তা থেকে এক বেশি হলে অপর উৎপাদক $k(a + b + c)$ আকারের এবং দুই বেশি হলে $k(a^2 + b^2 + c^2) + m(ab + bc + ca)$ আকারের হবে।

■ এক নজরে এ অনুশীলনীতে ব্যবহৃত সূত্রসমূহ :

- $bc(b - c) + ca(c - a) + ab(a - b) = -(b - c)(c - a)(a - b)$
- $a^2(b - c) + b^2(c - a) + c^2(a - b) = -(b - c)(c - a)(a - b)$
- $a(b^2 - c^2) + b(c^2 - a^2) + c(a^2 - b^2) = (b - c)(c - a)(a - b)$
- $a^3(b - c) + b^3(c - a) + c^3(a - b) = -(b - c)(c - a)(a - b)(a + b + c)$
- $b^2c^2(b^2 - c^2) + c^2a^2(c^2 - a^2) + a^2b^2(a^2 - b^2) = -(b - c)(c - a)(a - b)(b + c)(c + a)(a + b)$
- $(ab + bc + ca)(a + b + c) - abc = (a + b)(b + c)(c + a)$
- $(b + c)(c + a)(a + b) + abc = (a + b + c)(ab + bc + ca)$
- $(a + b + c)^3 - a^3 - b^3 - c^3 = 3(a + b)(b + c)(c + a)$

■ মূলদ ভগ্নাংশ

একটি বহুপদীকে লব এবং একটি বহুপদীকে হর ধরে গঠিত ভগ্নাংশকে মূলদীয় ভগ্নাংশ বলে। যেমন,

$\frac{x}{(x-1)(x-5)}$ এবং $\frac{x^2+1}{(x+8)(x^2+5x+7)}$ মূলদীয় ভগ্নাংশ।

■ আংশিক ভগ্নাংশে (Partial Fraction)

যদি কোনো ভগ্নাংশকে একাধিক ভগ্নাংশের যোগফল রূপে প্রকাশ করা যায় তবে শেষোক্ত ভগ্নাংশগুলোর প্রত্যেকটিকে প্রথমোক্ত ভগ্নাংশের আংশিক ভগ্নাংশ বলা হয়।

ধরা যাক, N(x) ও D(x) উভয়ে x এর বহুপদী। তাহলে $\frac{N(x)}{D(x)}$ আকারের মূলদীয় ভগ্নাংশকে প্রকৃত ভগ্নাংশ (Proper fraction) বলা হবে যদি হর D(x) এর মাত্রা লব N(x) এর চেয়ে বড় হয়। যদি D(x) এর মাত্রা N(x) এর চেয়ে ছোট বা সমান হয় তবে সেই ভগ্নাংশকে অপ্রকৃত ভগ্নাংশ (Improper fraction) বলা হয়।

■ আংশিক ভগ্নাংশে নির্ণয় পদ্ধতি

- যদি $\frac{N(x)}{D(x)}$ প্রকৃত ভগ্নাংশ হয় এবং D(x) কে একঘাতিক ভিন্ন ভিন্ন উৎপাদকে বিশ্লেষণ করা যায়, তবে D(x) এর প্রত্যেক একঘাতিক উৎপাদক P(x) এর জন্য $\frac{A}{P(x)}$ আকারের একটি আংশিক ভগ্নাংশ ধরে লেখা যায়।

$$\frac{N(x)}{D(x)} = \frac{A}{P(x)} + \frac{B}{Q(x)} + \frac{C}{R(x)} + \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (i)$$

এখানে D(x) = P(x) Q(x) R(x) .... এবং A, B, C ধ্রুবক। এখন (i) এর উভয়পক্ষে D(x) দ্বারা গুণ করে আমরা দুইটি বহুপদীয় অভেদ পাই যা x এর সকল মানের জন্য সত্য হয়। এই অভেদে x এর সুবিধাজনক মান বসিয়ে A, B, C এর মান বের করে প্রদত্ত ভগ্নাংশটিকে আংশিক ভগ্নাংশে রূপান্তর করা যায়।

- যদি $\frac{N(x)}{D(x)}$ অপ্রকৃত ভগ্নাংশ হয় এবং D(x) কে একঘাতিক ভিন্ন ভিন্ন উৎপাদকে বিশ্লেষণ করা যায় তবে $\frac{N(x)}{D(x)}$ কে প্রথমে প্রকৃত ভগ্নাংশে রূপান্তরিত করে পূর্বে বর্ণিত উপায়ে অগ্রসর হতে হবে।

অর্থাৎ $\frac{N(x)}{D(x)}$ অপ্রকৃত হলে আমরা N(x) কে D(x) দ্বারা ভাগ করব যতক্ষণ না ভাগশেষ R(x) এর মাত্রা D(x) এর কম হয়। ভাগফল Q(x) হলে লেখা যাবে $\frac{N(x)}{D(x)} = Q(x) + \frac{R(x)}{D(x)}$, যেখানে $\left[\frac{R(x)}{D(x)}\right]$ প্রকৃত ভগ্নাংশ।

এভাবে প্রদত্ত ভগ্নাংশটি থেকে প্রকৃত ভগ্নাংশ পাওয়া যায় যা পূর্বে উল্লেখিত নিয়মে আংশিক ভগ্নাংশে পরিণত করা যায়।

SUGGESTION

এখানে অধ্যায়টির অনুশীলনী, বহুনির্বাচনি ও সৃজনশীল প্রশ্নগুলো বিশ্লেষণ করে স্টার মার্কসহ সাজেশন দেওয়া হয়েছে। পরীক্ষার আগে অবশ্যই এ অঙ্কগুলো সমাধান করবে। তাহলে পরীক্ষায় যেকোনো অঙ্কের সমাধান সহজেই করতে পারবে।

সাজেশন | বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

	প্রশ্ন নম্বর
★★★	২, ৫, ৭, ৯, ১০, ১৬, ১৮, ২০, ২১, ২৪, ২৮, ৩০, ৩৮, ৩৯, ৪০, ৪৩, ৪৮, ৪৯, ৫১, ৫৪, ৫৭, ৫৮, ৬০, ৬৪, ৬৫, ৬৮, ৭১, ৭৩, ৭৬, ৮০, ৮১, ৮২, ৮৬, ৮৭, ৮৮, ৯১, ৯৫, ৯৬, ৯৯, ১০১, ১০২, ১০৩, ১০৪, ১০৫, ১০৬
★★	৮, ১১, ১২, ১৫, ১৯, ২৩, ২৬, ২৯, ৩৩, ৩৪; ৩৫, ৩৬, ৪৭, ৫০, ৫২, ৫৬,-৬৬, ৬৭, ৭৫, ৭৮, ৭৯, ৮৪, ৮৫, ৯০, ৯২, ৯৩, ৯৪, ৯৮

সাজেশন | সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

	প্রশ্ন নম্বর
★★★	২, ৩, ৪, ৬, ৯, ১০, ১৩, ১৬, ২০, ২২
★★	৫, ৭, ১১, ১২, ১৪, ১৮, ২৩

www.bdniyog.com

অধ্যায়-৩

জ্যামিতি

অনুশীলনী-৩.১

অনুশীলনীটি পড়ে যা জানতে পারবে—

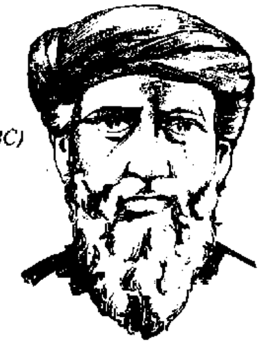
১. লম্ব অভিক্ষেপের ধারণার ব্যাখ্যা

২. পীথাগোরাসের উপপাদ্যের সম্পর্কিত সমস্যার সমাধান ও প্রয়োগ।

৩. এ্যাপোলোনিয়াসের উপপাদ্যের উপর ভিত্তি করে প্রদত্ত উপপাদ্যগুলোর প্রমাণ ও প্রয়োগ।

৪. ত্রিভুজ সম্পর্কিত উপপাদ্যগুলোর প্রমাণ ও প্রয়োগ।

গ্রীক দার্শনিক, বিজ্ঞানী ও ধর্মীয় পন্ডিত পিথাগোরাস *(Pythagoras, 569 BC–495 BC)* কে বিশুদ্ধ গণিতবিদ হিসাবে বিবেচনা করা হয়। পিথাগোরাস বিশ্বাস করতেন যে, "সকল বস্তুই সংখ্যা, গণিত হলো সবকিছুর ভিত্তি এবং জ্যামিতি গণিত চর্চার সর্বোৎকৃষ্ট পন্থা।



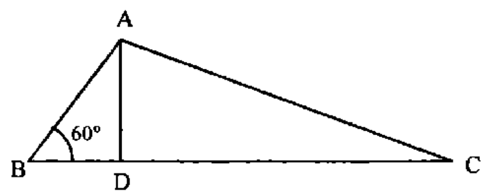
PRACTICE

৭টি অনুশীলনীর প্রশ্ন।
৭৬টি বহুনির্বাচনি প্রশ্ন ■ ৫০টি সাধারণ বহুনির্বাচনি ■ ৯টি বহুপদী সমাপ্তিসূচক ■ ১৭টি অভিন্ন তথ্যভিত্তিক
১৬টি সৃজনশীল প্রশ্ন ■ ১১টি মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত ■ ৫টি প্রশ্নব্যাংক

অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

১. ΔABC এর $\angle B = 60°$ হলে প্রমাণ কর যে, $AC^2 = AB^2 + BC^2 - AB.BC$

সমাধান:



বিশেষ নির্বচন: ΔABC এর $\angle B = 60°$ হলে, প্রমাণ করতে হবে যে, $AC^2 = AB^2 + BC^2 - AB.BC$.

অঙ্কন: $AD \perp BC$ টানি।

প্রমাণ: আমরা জানি, কোনো ত্রিভুজের সূক্ষ্মকোণের বিপরীত বাহুর ওপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্র অপর দুই বাহুর ওপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রদ্বয়ের সমষ্টি অপেক্ষা ঐ দুই বাহুর যেকোনো একটি ও তার ওপর অপরটির লম্ব অভিক্ষেপের অন্তর্গত আয়তক্ষেত্রের দ্বিগুণ পরিমাণ কম।

$\therefore$ ΔABC এর $\angle B = 60°$, অর্থাৎ সূক্ষ্মকোণ এবং তাহলে BD, BC এর ওপর AB এর লম্ব অভিক্ষেপ।

$\therefore AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2BC.BD$ .... (i)

সমকোণী ΔABD-এ লম্ব AD, ভূমি BD এবং অতিভুজ AB.

$\cos\angle ABD = \frac{BD}{AB}$ $\left[\because \cos\theta = \frac{\text{ভূমি}}{\text{অতিভুজ}}\right]$

বা, $\cos 60° = \frac{BD}{AB}$ $[\because \angle ABD = 60°]$

বা, $\frac{1}{2} = \frac{BD}{AB}$

$\therefore$ $BD = \frac{1}{2}.AB$

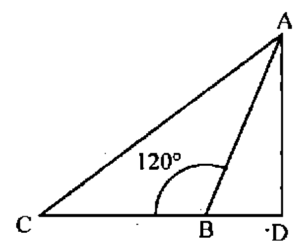
এখন, (i) নং-এ BD-এর মান বসিয়ে পাই,

$AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2BC.\frac{1}{2}AB.$

$AC^2 = AB^2 + BC^2 - AB.BC$ **(প্রমাণিত)**

২. ΔABC-এর $\angle B = 120°$ হলে প্রমাণ কর যে, $AC^2 = AB^2 + BC^2 + AB.BC$

সমাধান:



বিশেষ নির্বচন: দেওয়া আছে, ΔABC-এর $\angle B = 120°$। প্রমাণ করতে হবে যে, $AC^2 = AB^2 + BC^2 + AB.BC$.

অঙ্কন: CB এর বর্ধিতাংশের ওপর AD লম্ব টানি।

প্রমাণ: আমরা জানি, স্থূলকোণী ত্রিভুজের স্থূলকোণের বিপরীত বাহুর ওপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্র ঐ কোণের সন্নিহিত দুই বাহুর ওপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রদ্বয়ের সমষ্টি এবং ঐ দুই বাহুর যে কোনো একটি ও তার ওপর অপর বাহুর লম্ব অভিক্ষেপের অন্তর্গত আয়তক্ষেত্রের দ্বিগুণের সমষ্টির সমান।

এখন, ΔABC-এ $\angle ABC = 120°$ অর্থাৎ একটি কোণ স্থূলকোণ

$\therefore$ $AC^2 = AB^2 + BC^2 + 2BC.BD$ .... (i)

CD সরলরেখার ওপর $\angle ABC$ ও $\angle ABD$ দুইটি সন্নিহিত কোণ।

$\therefore$ $\angle ABC + \angle ABD = 180°$

বা, $120° + \angle ABD = 180°$

বা, $\angle ABD = 180° - 120°$

$\therefore$ $\angle ABD = 60°$

এখন, সমকোণী ΔABD এর ভূমি = BD এবং অতিভুজ = AB.

$\therefore$ $\cos\angle ABD = \frac{BD}{AB}$ $\left[\because \cos\theta = \frac{\text{ভূমি}}{\text{অতিভুজ}}\right]$

বা, $\cos 60° = \frac{BD}{AB}$

www.bdniyog.com

বা, $\frac{1}{2} = \frac{BD}{AB}$

$BD = \frac{1}{2} AB.$

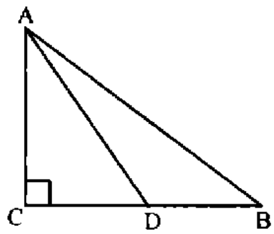
(i) নং-এ BD এর মান বসিয়ে পাই,

$AC^2 = AB^2 + BC^2 + 2BC.\frac{1}{2} AB$

$AC^2 = AB^2 + BC^2 + AB.BC$ **(প্রমাণিত)**

৩. ΔABC এর $\angle C = 90°$ এবং BC-এর মধ্যবিন্দু D হলে প্রমাণ কর যে, $AB^2 = AD^2 + 3BD^2$

সমাধান:



বিশেষ নির্বচন: দেওয়া আছে, ΔABC এর $\angle C = 90°$ এবং D, BC এর মধ্যবিন্দু।

প্রমাণ করতে হবে যে, $AB^2 = AD^2 + 3BD^2$.

প্রমাণ: ΔABC এর $\angle C = 90°$

অর্থাৎ সমকোণী ΔABC এর অতিভুজ = AB

$\therefore$ পীথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে,

$AB^2 = AC^2 + BC^2$

$= AC^2 + (BD + CD)^2$ [$\because BC = BD + CD$]

$= AC^2 + BD^2 + 2BD.CD + CD^2$

$= (AC^2 + CD^2) + BD^2 + 2BD.BD$

[$\because$ D, BC-এর মধ্যবিন্দু হওয়ায় BD = CD]

$= (AC^2 + CD^2) + BD^2 + 2BD^2$

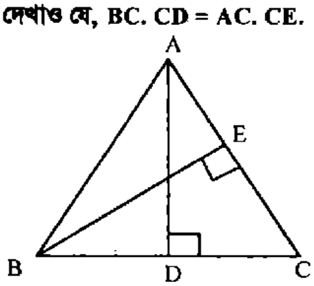
$= AD^2 + 3BD^2$ [$\because \Delta ACD$-এর $\angle C$ সমকোণ হওয়ায় পীথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে, $AC^2 + CD^2 = AD^2$]

$\therefore AB^2 = AD^2 + 3BD^2$ **(প্রমাণিত)**

[বি:দ্র: পাঠ্যবইয়ে প্রশ্নে $\angle B$ এর স্থলে $\angle C$ হবে।]

৪. ΔABC এর AD, BC এর উপর লম্ব এবং BE, AC এর উপর লম্ব হলে দেখাও যে, BC. CD = AC. CE.

সমাধান:



বিশেষ নির্বচন: দেওয়া আছে, ΔABC এর AD, BC এর ওপর এবং BE, AC-এর ওপর লম্ব।

প্রমাণ করতে হবে যে, BC. CD = AC. CE.

প্রমাণ: আমরা জানি, যে কোনো ত্রিভুজে সূক্ষ্মকোণের বিপরীত বাহুর ওপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্র অপর দুই বাহুর ওপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রদ্বয়ের সমষ্টি অপেক্ষা ঐ দুই বাহুর যে কোনো একটি ও তার ওপর অপরটির লম্ব অভিক্ষেপের অন্তর্গত আয়তক্ষেত্রের দ্বিগুণ পরিমাণ কম।

এখন, $AD \perp BC$ হওয়ায়, ΔABC- এর $\angle ACB$ সূক্ষ্মকোণ।

[$\because \angle ACB <$ সমকোণ $\angle ADC$]

এবং CD, BC বাহুতে AC বাহুর লম্ব অভিক্ষেপ বলে,

$AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2BC.CD$ ...... (i)

আবার, CE, AC বাহুতে BC বাহুর লম্ব অভিক্ষেপ।

$\therefore$ উপরিউক্ত উপপাদ্য অনুসারে,

$AB^2 = BC^2 + AC^2 - 2AC.CE$ .... (ii)

(i) নং এবং (ii) নং সমীকরণ হতে পাই,

$AC^2 + BC^2 - 2BC.CD = BC^2 + AC^2 - 2AC.CE$

বা, $-2BC.CD = -2AC.CE$

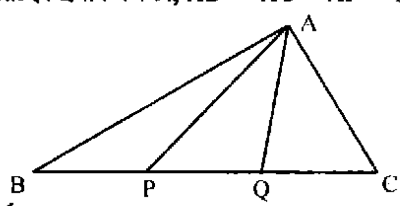
[উভয়পক্ষ হতে $AC^2 + BC^2$ বিয়োগ করে]

বা, $BC.CD = AC.CE.$ [উভয় পক্ষকে (–2) দ্বারা ভাগ করে]

$\therefore$ $BC.CD = AC.CE$ **(প্রমাণিত)**

৫. ABC ত্রিভুজের BC বাহু P ও Q বিন্দুতে তিনটি সমান অংশে বিভক্ত হয়েছে। প্রমাণ কর যে, $AB^2 + AC^2 = AP^2 + AQ^2 + 4PQ^2$

সমাধান:



বিশেষ নির্বচন: দেওয়া আছে, ΔABC-এর BC বাহু P ও Q বিন্দুতে তিনটি সমান অংশে বিভক্ত হয়েছে অর্থাৎ BP = PQ = QC। A, P এবং A, Q যোগ করি। প্রমাণ করতে হবে যে, $AB^2 + AC^2 = AP^2 + AQ^2 + 4PQ^2$.

প্রমাণ: ΔABQ-এর মধ্যমা AP [$\because$ BP = PQ]

$\therefore$ এ্যাপোলোনিয়াসের উপপাদ্য অনুসারে,

$AB^2 + AQ^2 = 2(AP^2 + PQ^2)$ .... (i)

আবার, ΔAPC এর মধ্যমা AQ [$\because$ PQ = QC]

$\therefore AP^2 + AC^2 = 2(AQ^2 + PQ^2)$ .... (ii)

এখন, (i) নং ও (ii) নং সমীকরণ যোগ করে পাই,

$AB^2 + AQ^2 + AP^2 + AC^2 = 2AP^2 + 2PQ^2 + 2AQ^2 + 2PQ^2$

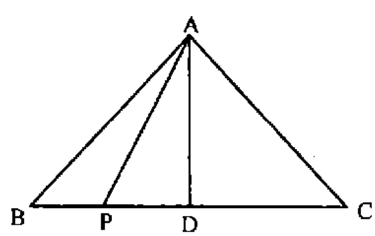
বা, $AB^2 + AC^2 = 2AP^2 + 2AQ^2 + 4PQ^2 - AP^2 - AQ^2$

বা, $AB^2 + AC^2 = AP^2 + AQ^2 + 4PQ^2$

$\therefore$ $AB^2 + AC^2 = AP^2 + AQ^2 + 4PQ^2$ **(প্রমাণিত)**

৬. ΔABC এর AB = AC। ভূমি BC এর উপর P যেকোনো বিন্দু। প্রমাণ কর যে, $AB^2 - AP^2 = BP.PC$

সমাধান:



বিশেষ নির্বচন: দেওয়া আছে, ΔABC-এ AB = AC। ভূমি BC-এর উপর P যেকোনো একটি বিন্দু।

প্রমাণ করতে হবে যে, $AB^2 - AP^2 = BP.PC$.

অঙ্কন: $AD \perp BC$ টানি।

প্রমাণ: ΔABD এর $\angle ADB$ = এক সমকোণ এবং AB অতিভুজ

[$\because AD \perp BC$]

$\therefore$ পীথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে,

$AB^2 = AD^2 + BD^2$ .... (i)

আবার, ΔAPD এর $\angle ADP$ = এক সমকোণ এবং AP অতিভুজ [$\because AD \perp BC$]

$\therefore$ পীথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে,

$AP^2 = AD^2 + PD^2$ .... (ii)

এখন, (i) নং থেকে (ii) নং সমীকরণ বিয়োগ করে পাই,

$AB^2 - AP^2 = AD^2 + BD^2 - AD^2 - PD^2$

বা, $AB^2 - AP^2 = BD^2 - PD^2$

বা, $AB^2 - AP^2 = (BD + PD)(BD - PD)$

বা, $AB^2 - AP^2 = (BD + PD).BP$

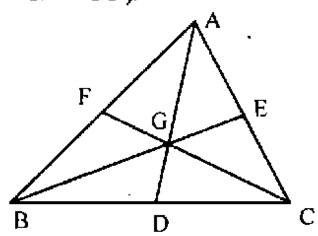
বা, $AB^2 - AP^2 = (CD + PD).BP$ [সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের শীর্ষ থেকে ভূমির ওপর লম্ব ভূমিকে সমদ্বিখণ্ডিত করে অর্থাৎ BD = CD]

বা, $AB^2 - AP^2 = PC.BP$

$AB^2 - AP^2 = BP.PC$ **(প্রমাণিত)**

৭. ΔABC এর মধ্যমাত্রয় G বিন্দুতে মিলিত হলে প্রমাণ কর যে, $AB^2 + BC^2 + CA^2 = 3(GA^2 + GB^2 + GC^2)$.

সমাধান:



বিশেষ নির্বচন: মনে করি, ΔABC এর মধ্যমাত্রয় যথাক্রমে AD, BE ও CF পরস্পর G বিন্দুতে মিলিত হয়েছে।

প্রমাণ করতে হবে যে, $AB^2 + BC^2 + CA^2 = 3(GA^2 + GB^2 + GC^2)$

প্রমাণ: ΔABC এর AD, BE ও CF তিনটি মধ্যমা।

$\therefore$ এ্যাপোলোনিয়াসের উপপাদ্য অনুসারে

$AB^2 + CA^2 = 2(AD^2 + BD^2)$ ....(i)

$AB^2 + BC^2 = 2(BE^2 + CE^2)$ ....(ii)

এবং $BC^2 + CA^2 = 2(CF^2 + BF^2)$ ....(iii)

এখন, সমীকরণ (i), (ii) ও (iii) যোগ করে পাই,

$2AB^2 + 2BC^2 + 2CA^2 = 2AD^2 + 2BD^2 + 2BE^2 + 2CE^2 + 2CF^2 + 2BF^2$

বা, $2(AB^2 + BC^2 + CA^2) = 2(AD^2 + BE^2 + CF^2) + 2(BD^2 + CE^2 + BF^2)$

বা, $4(AB^2 + BC^2 + CA^2) = 4(AD^2 + BE^2 + CF^2) + 4(BD^2 + CE^2 + BF^2)$ [উভয় পক্ষকে 2 দ্বারা গুণ করে]

বা, $4(AB^2 + BC^2 + CA^2) = 4(AD^2 + BE^2 + CF^2) + (2BD)^2 + (2CE)^2 + (2BF)^2$

বা, $4(AB^2 + BC^2 + CA^2) = 4(AD^2 + BE^2 + CF^2) + BC^2 + CA^2 + AB^2$

[D, E, F যথাক্রমে BC, CA ও AB বাহুর মধ্য বিন্দু বলে, 2BD = BC, 2CE = CA, 2BF = AB]

বা, $3(AB^2 + BC^2 + CA^2) = 4(AD^2 + BE^2 + CF^2)$ ... ... (iv)

$\therefore 3(AB^2 + BC^2 + CA^2) = 4AD^2 + 4BE^2 + 4CF$ [পক্ষান্তর করে]

আমরা জানি, ত্রিভুজের মধ্যমাগুলো সমপাত বিন্দুতে 2 : 1 অনুপাতে বিভক্ত করে।

$\frac{AG}{GD} = \frac{2}{1}$

বা, $\frac{GD}{AG} = \frac{1}{2}$

বা, $\frac{GD + AG}{AG} = \frac{1+2}{2}$ [যোজন করে]

বা, $\frac{AD}{AG} = \frac{3}{2}$

বা, $2AD = 3AG$

বা, $4AD^2 = 9AG^2$ [বর্গ করে]

অনুরূপে, $4BE^2 = 9BG^2$ এবং $4CF^2 = 9CG^2$

সুতরাং (iv) নং সমীকরণ থেকে পাই,

$3(AB^2 + BC^2 + CA^2) = 9AG^2 + 9BG^2 + 9CG^2$

বা, $3(AB^2 + BC^2 + CA^2) = 9(GA^2 + GB^2 + GC^2)$

$\therefore AB^2 + BC^2 + CA^2 = 3(GA^2 + GB^2 + GC^2)$ **(প্রমাণিত)**

মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত সৃজনশীল বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

★★★ পীথাগোরাস সম্পর্কিত আলোচনা। Text পৃষ্ঠা-৬৫

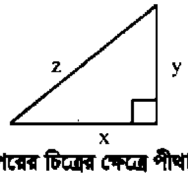
- সমকোণী ত্রিভুজের ক্ষেত্রে পীথাগোরাসের উপপাদ্য হল, $(লম্ব)^2 + (ভূমি)^2 = (অতিভুজ)^2$।
- ত্রিভুজের একটি বাহুর দৈর্ঘ্যের বর্গ অপর দুই বাহুর দৈর্ঘ্যের বর্গের সমষ্টির সমান হলে ত্রিভুজটি সমকোণী হবে।

১. **পীথাগোরাসের সূত্র কীরূপ ত্রিভুজের ক্ষেত্রে প্রযোজ্য?** (সহজ)

ⓚ সূক্ষ্মকোণী ⓚ সমকোণী
ⓖ স্থূলকোণী ⓖ সমবাহু

উত্তর: খ

২.



উপরের চিত্রের ক্ষেত্রে পীথাগোরাসের প্রয়োগ কোনটি? (সহজ)

ক $x^2 = y^2 + z^2$ খ $y^2 = x^2 + z^2$
গ $z^2 = x^2 + y^2$ ঘ $x^2 + y^2 + z^2 = 1$

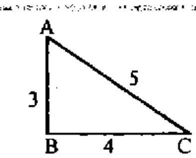
উত্তর: গ

৩. **একটি সমকোণী ত্রিভুজের সমকোণ সংলগ্ন বাহুদ্বয় যথাক্রমে ৪ একক ও 6 একক হলে, অতিভুজের দৈর্ঘ্য কত একক?** (সহজ) [শেরপুর সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, শেরপুর; মতিঝিল মডেল স্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা]

ক 10 খ 36 গ 64 ঘ 100

উত্তর: ক

৪. **পাশের চিত্রে,**

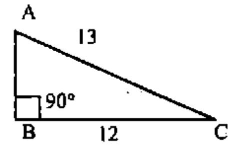


$\angle ABC$ = কত ডিগ্রি? (মধ্যম) [সিলেট সরকারী পাইলট উচ্চ বিদ্যালয়, সিলেট]

ক 45 খ 60 গ 90 ঘ 120

উত্তর: গ

৫. **পাশের চিত্রে**



AB এর দৈর্ঘ্য কত একক? (মধ্যম) [রাজউক উত্তরা মডেল কলেজ, ঢাকা; সিলেট সরকারী পাইলট উচ্চ বিদ্যালয়, সিলেট]

ক 5 খ 25 গ 64 ঘ 100

উত্তর: ক

ব্যাখ্যা : $AB^2 = 13^2 - 12^2 = 25$ $\therefore AB = 5$ একক

৬. **একটি সমকোণী ত্রিভুজের ভূমি 5 সে.মি. এবং সমকোণের বিপরীত বাহুর পরিমাপ $\sqrt{41}$ দেওয়া থাকলে, এর লম্বের পরিমাপ কত?** (মধ্যম)

ক 3 খ 4 গ 5 ঘ 6

উত্তর: খ

ব্যাখ্যা: $\sqrt{(\sqrt{41})^2 - 5^2} = \sqrt{41 - 25} = \sqrt{16} = 4$.

www.bdniyog.com

৭. **একটি ত্রিভুজের বাহুগুলোর অনুপাত 6 : 8 : 10 হলে এর বৃহত্তর কোণের পরিমাপ কত ডিগ্রি?** (মধ্যম)

ক 60 খ 90 গ 120 ঘ 180 (ঘ)

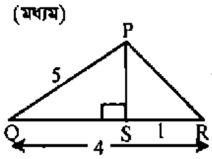
ব্যাখ্যা: যেহেতু $6^2 + 8^2 = 10^2$ তাই ত্রিভুজটি সমকোণী এবং সমকোণী ত্রিভুজের বৃহত্তর কোণের মান 90°।

৮. **একটি ত্রিভুজের দুইটি সন্নিহিত বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 10 ও 6 একক, তৃতীয় বাহুটির দৈর্ঘ্য কত একক হলে ত্রিভুজটি সমকোণী হবে?** (সহজ)

ক 4 খ 7 গ 8 ঘ 9 (গ)

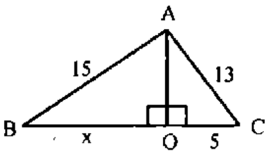
৯. **পাশের চিত্রে ΔPQR-এ PR এর মান কত?** (মধ্যম)

ক $\sqrt{17}$ খ 4
গ $\sqrt{22}$ ঘ 3 (ক)



ব্যাখ্যা: $PS = \sqrt{25-9} = 4$ [∵ QS = 3]
$\therefore PR = \sqrt{16+1} = \sqrt{17}$

১০.



উপরের চিত্রে x এর মান কত?(মধ্যম)

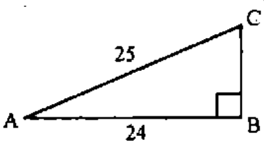
ক $\sqrt{18}$ খ $4\sqrt{2}$ গ $2\sqrt{81}$ ঘ 9 (ঘ)

ব্যাখ্যা: $AO^2 = 13^2 - 5^2 = 12^2$ ∴ AO = 12
$x^2 = 15^2 - 12^2 = 81$ ∴ x = 9

১১. **কোনো বর্গের এক বাহুর দৈর্ঘ্য 6 একক হলে, বর্গের কর্ণের দৈর্ঘ্য কত একক?** (সহজ)

ক $6\sqrt{2}$ খ $2\sqrt{6}$ গ $6\sqrt{3}$ ঘ $4\sqrt{3}$ (ক)

১২.

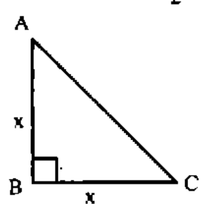


উপরের চিত্রে, ΔABC এর ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক? (মধ্যম)

ক 48 খ 84 গ 150 ঘ 300 (খ)

ব্যাখ্যা: $BC = \sqrt{25^2 - 24^2} = 7$
∴ ΔABC এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times 7 \times 24 = 84$.

১৩.



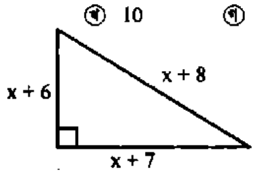
উপরের চিত্রে, AC = কত? (সহজ) [রাজশাহী গভঃ ল্যাবরেটরী হাই স্কুল, রাজশাহী]

ক 2x খ $\sqrt{2}$ x
গ $x\sqrt{3}$ ঘ $\sqrt{3}$ x (খ)

১৪. **17 মিটার লম্বা একটি মই 15 মিটার উঁচু দেওয়ালের সঙ্গে হেলানো অবস্থায় আছে। মইয়ের গোড়া থেকে দেওয়ালের দূরত্ব কত মিটার?** (মধ্যম) [সরকারী অগ্রগামী বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, সিলেট]

ক 8 খ 10 গ 18 ঘ 20 (ক)

১৫.

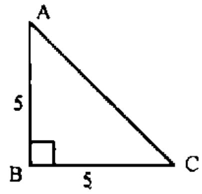


উপরের চিত্রে, x এর মান কত হতে পারে? (মধ্যম)

ক −7 খ −4 গ −3 ঘ −2 (গ)

ব্যাখ্যা: x = −7 অসম্ভব কারণ, সেক্ষেত্রে ভূমির মান শূন্য হয়ে যায়।

১৬.



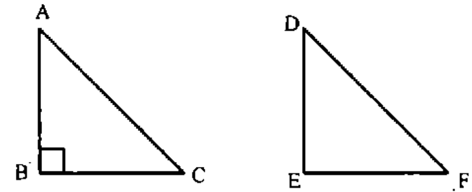
ΔABC-এর —

i. একটি কোণ সমকোণ এবং দুই বাহু সমান।
ii. অপর দুইটি কোণের প্রত্যেকটির পরিমাপ 45°।
iii. অতিভুজ এর মান $5\sqrt{2}$।

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii (ঘ)

১৭.



ΔABC ও ΔDEF-এ AB = DE, BC = EF হলে —

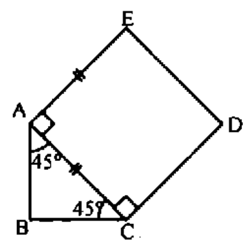
i. ΔABC-এ $AC^2 = AB^2 + BC^2$.
ii. AC = DF হবে।
iii. ∠E = এক সমকোণ হবে।

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii (ঘ)

নিচের তথ্যের আলোকে (১৮-২১) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

পাশের ΔABC-এ AB = 8 সে.মি. এবং ∠BAC = ∠ACB = 45°।



১৮. **∠ABC = কত ডিগ্রি?** (সহজ)

ক 45 খ 60 গ 90 ঘ 120 (গ)

১৯. **BC = কত সে.মি.?** (সহজ) [সরকারি করোনেশন মাধ্যমিক বালিকা বিদ্যালয়, খুলনা]

ক 4 খ 8 গ $8\sqrt{2}$ ঘ 16 (খ)

২০. **AC = কত সে.মি.?** (মধ্যম) [সরকারি করোনেশন মাধ্যমিক বালিকা বিদ্যালয়, খুলনা]

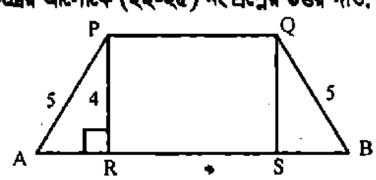
ক 8 খ $8\sqrt{2}$ গ 64 ঘ 128 (খ)

ব্যাখ্যা: $AC = \sqrt{8^2 + 8^2} = 8\sqrt{2}$

২১. **ACDE চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল কত বর্গ সে.মি.?** (সহজ)

ক 64 খ 96 গ 112 ঘ 128 (ঘ)

নিচের চিত্রের আলোকে (২২-২৫) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:



APQB একটি ট্রাপিজিয়াম যেখানে AB = 12 এবং PR ∥ QS.

২২. **∠QSB = কত ডিগ্রি?** (সহজ)

ক 45 খ 90 গ 100 ঘ 180 (খ)

www.bdniyog.com

২৩. AR = কত? (সহজ)

ক 2 খ 3 গ 4 ঘ 5 — খ

২৪. BS এর মান কত? (সহজ)

ক 2 খ 3 গ 4 ঘ 5 — খ

২৫. PQRS এর ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক? (মধ্যম)

ক 12 খ 20 গ 24 ঘ 42 — গ

ব্যাখ্যা: RS = AB − (3 + 3) = 6

∴ ক্ষেত্রফল = PR × RS = 6 × 4 = 24.

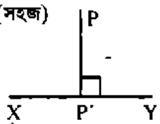
★★★ লম্ব অভিক্ষেপ | Text পৃষ্ঠা-৬৭

- কোনো রেখার উপর যেকোনো রেখাংশের লম্ব অভিক্ষেপ রেখাংশের প্রান্ত বিন্দুদ্বয় থেকে ঐ রেখার উপর অঙ্কিত লম্বদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্বের সমান।
- কোনো রেখার উপর কোন বিন্দু থেকে অঙ্কিত লম্বের পাদবিন্দুই ঐ বিন্দুর লম্ব অভিক্ষেপ।
- কোন রেখার উপর লম্ব রেখার লম্ব অভিক্ষেপ একটি বিন্দু। ফলে লম্ব রেখার লম্ব অভিক্ষেপের দৈর্ঘ্য শূন্য।
- কোন নির্দিষ্ট রেখার সমান্তরাল রেখাংশের লম্ব অভিক্ষেপ ঐ রেখাংশের সমান হবে।
- সমকোণী ত্রিভুজের ক্ষেত্রে সমকোণের সন্নিহিত বাহুদ্বয় পরস্পর লম্ব বিধায় তাদের পরস্পরের উপর লম্ব অভিক্ষেপ শূন্য।

২৬. কোনো নির্দিষ্ট রেখার উপর কোনো বিন্দু হতে অঙ্কিত লম্বের পাদবিন্দুকে ঐ বিন্দুর কী বলে? (সহজ)

ক লম্ব খ অভিক্ষেপ গ লম্ব অভিক্ষেপ ঘ মধ্যমা — গ

২৭. পাশের চিত্রে, P বিন্দুর লম্ব অভিক্ষেপ কোনটি? (সহজ)



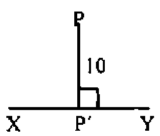
ক P' খ P

গ PP' ঘ XY — ক

২৮. লম্ব রেখার লম্ব অভিক্ষেপের দৈর্ঘ্য কীরূপ হয়? (সহজ)

ক একক খ দ্বিগুণ গ শূন্য ঘ অসীম — গ

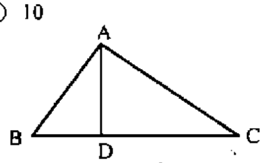
২৯. পাশের চিত্রে PP' ⊥ XY, PP' লম্বের লম্ব অভিক্ষেপের দৈর্ঘ্য কত? (সহজ)



ক −10 খ 0

গ 10 ঘ 100 — খ

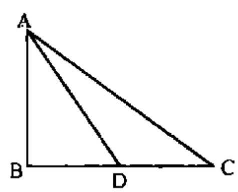
৩০.



ΔABC এর BC বাহুর উপর AC বাহুর লম্ব অভিক্ষেপ কোনটি? (সহজ)

ক BD খ AD গ CD ঘ AB — গ

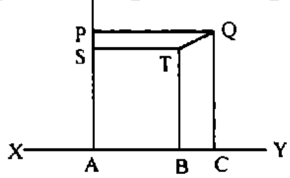
৩১.



নিচের কোনটি BC রেখার উপর AD রেখার লম্ব অভিক্ষেপ? (সহজ)

ক AB খ AC গ BD ঘ CD — গ

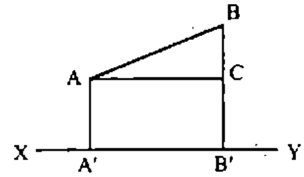
৩২.



চিত্রে XY রেখার উপর TQ রেখাংশের লম্ব অভিক্ষেপ কোনটি? (মধ্যম)

ক XY খ AB গ ST ঘ BC — ঘ

৩৩.

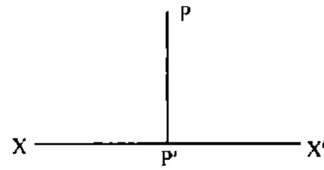


চিত্রে কী শর্তে AB = A'B' হবে? (মধ্যম)

ক AB = XY খ AB ∥ XY

গ $AB = \frac{1}{2}XY$ ঘ AB ⊥ XY — খ

৩৪.



XX' সরলরেখার উপর P যেকোনো বিন্দু হলে —

i. ঐ বিন্দু থেকে XX' রেখার উপর লম্ব PP'.

ii. লম্বের পাদবিন্দু P'.

iii. P বিন্দু থেকে XX' এর উপর লম্ব অভিক্ষেপ হবে শূন্য।

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ক i ও ii খ i ও iii

গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii — ঘ

নিচের তথ্যের আলোকে (৩৫-৩৭) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

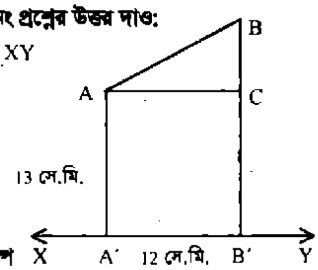
AB রেখাংশের B বিন্দু থেকে BB' ⊥ XY

এবং BB' = 18 সে.মি।

AC ∥ A'B'

A'B' = 12 সে.মি. ও

AA' = 13 সে.মি.



৩৫. AB রেখাংশের লম্ব অভিক্ষেপ কত সে.মি.? (সহজ)

ক 5 খ 12

গ 13 ঘ 18 — খ

৩৬. BC = কত সে.মি.? (সহজ)

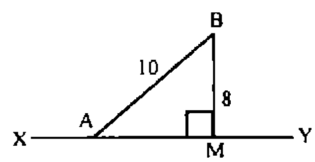
ক 5 খ 12 গ 13 ঘ 23 — ক

৩৭. AB রেখাংশের দৈর্ঘ্য কত সে.মি.? (মধ্যম)

ক 13 খ 25 গ 144 ঘ 169 — ক

ব্যাখ্যা : $AB^2 = 12^2 + 5^2 = 169$ ∴ AB = 13

নিচের চিত্রের আলোকে (৩৮-৪০) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:



৩৮. XY সরলরেখার উপর AB এর লম্ব অভিক্ষেপ কোনটি? (সহজ)

[ফেনী গার্লস ক্যাডেট কলেজ, ফেনী; কৃষি বিশ্ববিদ্যালয় উচ্চ বিদ্যালয়; সামসুল হক খান বিদ্যালয়; বি এ এফ শাহীন কলেজ, চট্টগ্রাম]

ক XY খ BM গ AM ঘ AX — গ

৩৯. AM এর দৈর্ঘ্য কত? (মধ্যম)

ক 6 খ 8 গ 10 ঘ 12 — ক

৪০. ΔABM-এর ক্ষেত্রফল কত? (মধ্যম)

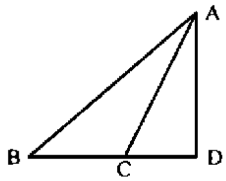
ক 12 খ 24 গ 32 ঘ 48 — খ

www.bdniyog.com

কতিপয় গুরুত্বপূর্ণ উপপাদ্য। Text পৃষ্ঠা-৬৮

- দুইটি ত্রিভুজের সর্বসমতার শর্ত:
  দুইটি অনুরূপ বাহু ও তাদের অন্তর্ভুক্ত কোণ; তিনটি অনুরূপ বাহু; দুইটি কোণ ও একটি বাহু; একটি কোণ সমকোণ, অতিভুজ এবং একটি বাহু
- দুইটি ত্রিভুজ সদৃশকোণী হলে তাদের অনুরূপ বাহুগুলো সমানুপাতিক হবে।
- ত্রিভুজের বাহুগুলো সমানুপাতিক হলে অনুরূপ বাহুর বিপরীত কোণগুলো পরস্পর সমান।
- দুইটি সদৃশ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফলদ্বয়ের অনুপাত তাদের যেকোনো দুই অনুরূপ বাহুর ওপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের অনুপাতের সমান।
- ত্রিভুজের পরিকেন্দ্র, ভরকেন্দ্র ও লম্ববিন্দু সমরেখ।
- নববিন্দু বৃত্তের ব্যাসার্ধ ত্রিভুজের পরিব্যাসার্ধের অর্ধেকের সমান।
- ত্রিভুজের মধ্যমাত্রয়ের ছেদবিন্দুকে ত্রিভুজের ভরকেন্দ্র বলা হয়। ভরকেন্দ্র প্রত্যেক মধ্যমাকে 2 : 1 অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত করে।
- ত্রিভুজের অন্তঃস্থ কোণদ্বয়ের সমদ্বিখণ্ডকত্রয়ের ছেদবিন্দুকে ত্রিভুজের অন্তঃকেন্দ্র বলা হয়। এই বিন্দু ত্রিভুজে অন্তর্লিখিত বৃত্তের কেন্দ্র।
- ত্রিভুজের বাহুত্রয়ের লম্ব সমদ্বিখণ্ডকত্রয়ের ছেদবিন্দুকে ত্রিভুজের পরিকেন্দ্র বলা হয়। এই বিন্দু ত্রিভুজে পরিলিখিত বৃত্তের কেন্দ্র।
- ত্রিভুজের শীর্ষত্রয় হতে বিপরীত বাহুর উপর লম্বত্রয়ের ছেদবিন্দুকে ত্রিভুজের লম্বকেন্দ্র বা লম্ববিন্দু বলা হয়। লম্বত্রয়ের পাদবিন্দুত্রয় সংযোজন করে উৎপন্ন ত্রিভুজকে মূলত্রিভুজের পাদত্রিভুজ (Pedal triangle) বলা হয়।

৪১.



চিত্র অনুসারে AB এর মান নিচের কোনটি? (সহজ)

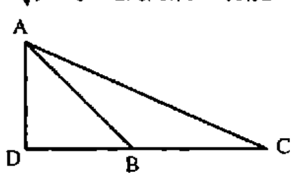
ক $AC^2 + BC^2 + 2BC.CD$ খ $AC^2 + BC^2 - 2BC.CD$
গ $\sqrt{AC^2 + BC^2 + 2BC.CD}$ ঘ $\sqrt{AC^2 + BC^2 - 2BC.CD}$ (গ)

৪২. **ΔABC এর ∠ACB = স্থূলকোণ। AC = 9 সে.মি., BC = 8 সে.মি. এবং AC বাহুর লম্ব অভিক্ষেপ 6 সে.মি. হলে, AB = কত সে.মি.?** (মধ্যম)

ক 15.52 খ 14.52 গ 16.52 ঘ 17.52 (ক)

ব্যাখ্যা: $AB^2 = AC^2 + BC^2 + 2BC.CD.$
$AB = \sqrt{9^2 + 8^2 + 2.8.6.71} = 15.52$

৪৩.



উপরের চিত্র অনুসারে কোনটি AB² এর সমান? (সহজ)

ক $AC^2 + BC^2 + 2BC.CD$ খ $AC^2 + BC^2 - 2BC.CD$
গ $\sqrt{AC^2 + BC^2 - 2BC.CD}$ ঘ $\sqrt{AC^2 + BC^2 + 2BC.CD}$ (খ)

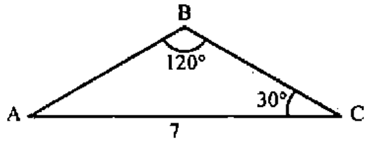
৪৪. **ΔABC-এর ∠C স্থূলকোণ হলে নিচের কোনটি সঠিক?** (সহজ) [উত্তরা হাই স্কুল, ঢাকা; ফরিদপুর জিলা স্কুল, ফরিদপুর; কৃষি বিশ্ববিদ্যালয় হাই স্কুল, ময়মনসিংহ; ঝিনাইদহ সরকারী বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, ঝিনাইদহ; লক্ষ্মীপুর সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়; রাজশাহী কলেজিয়েট স্কুল, রাজশাহী; নবাবগঞ্জ সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, চাপাইনবাবগঞ্জ; বরিশাল ক্যাডেট কলেজ, বরিশাল]

ক $AB^2 = AC^2 + BC^2$ খ $AB^2 < AC^2 + BC^2$
গ $AB^2 > AC^2 + BC^2$ ঘ $AB^2 > 2(AC^2 + BC^2)$ (গ)

৪৫. **ΔABC-এর $AC^2 = AB^2 + BC^2 + AB.BC$ হলে ∠B = কত ডিগ্রি?** (সহজ)

ক 30 খ 60 গ 90 ঘ 120 (ঘ)

৪৬.



চিত্রে AB এর মান কত? (মধ্যম)

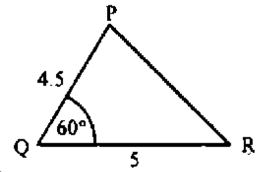
ক 3 খ $\frac{7}{\sqrt{3}}$ গ 5 ঘ $\frac{49}{3}$ (খ)

ব্যাখ্যা: ΔABC-এ AB = BC
$\therefore AC^2 = AB^2 + BC^2 + AB.BC$
বা, $AC^2 = 3AB^2$
$\therefore AB = \sqrt{\frac{AC^2}{3}}$

৪৭. **ΔABC-এ ∠C সূক্ষ্মকোণ হলে নিচের কোনটি সঠিক?** (সহজ)

ক $AB^2 = AC^2 + BC^2$ খ $AC^2 < AB^2 + BC^2$
গ $AB^2 > AC^2 + BC^2$ ঘ $AB^2 < AC^2 + BC^2$ (ঘ)

৪৮.



উক্ত ত্রিভুজের PR এর মান কত? (মধ্যম)

ক 4.50 খ 4.77 গ 4.85 ঘ 5 (খ)

ব্যাখ্যা: ∠Q = 60° তাই $PR^2 = PQ^2 + QR^2 - PQ.QR$
$= (4.5)^2 + 5^2 - 4.5 \times 5 = 20.25 + 25 - 22.5$
$= 45.25 - 22.5 = 22.75$
$\therefore PR = \sqrt{22.75} = 4.77$

৪৯. **ΔABC-এর AD মধ্যমা BC বাহুকে সমদ্বিখণ্ডিত করলে নিচের কোনটি এ্যাপোলোনিয়াসের উপপাদ্য?** (সহজ) [শহীদ বীর উত্তম লেঃ আনোয়ার গার্লস কলেজ, ঢাকা; সরকারী জুবিলী উচ্চ বিদ্যালয়, সুনামগঞ্জ; দি ফ্লাউয়ার এস কে জি এন্ড হাইস্কুল, মৌলভীবাজার; নবাবগঞ্জ সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, চাপাইনবাবগঞ্জ; মতিঝিল মডেল স্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা; বি এ এফ শাহীন কলেজ, চট্টগ্রাম]

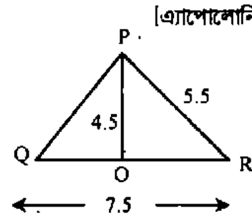
ক $AB^2 + AC^2 = 2AD^2$
খ $AB^2 + AC^2 = 2(AD^2 + BD^2)$
গ $2(AB^2 + AC^2) = AD^2 + BD^2$
ঘ $AB^2 + AC^2 = AD^2 + BD^2$ (খ)

৫০. **ABC ত্রিভুজের মধ্যমা AD = 5 সে.মি. এবং BC = 6 সে.মি. হলে, AB² + AC² কত বর্গ সে.মি.?** (মধ্যম)

ক 34 খ 68 গ 78 ঘ 122 (খ)

ব্যাখ্যা: $2\left\{5^2 + \left(\frac{6}{2}\right)^2\right\} = 2(25 + 9) = 68$
[এ্যাপোলোনিয়াসের উপপাদ্য অনুসারে]

৫১.



উপরের চিত্রে PO মধ্যমা হলে PQ এর মান কত? (মধ্যম)

ক 5.5 খ 6.0 গ 6.1 ঘ 6.2 (ঘ)

ব্যাখ্যা: QO = OR = 3.75
$\therefore PQ = \sqrt{2(4.5^2 + 3.75^2) - 5.5^2} = 6.2$

৫২. **ΔABC-এ AB = 5 সে.মি., AC = 6 সে.মি. এবং BC = 8 সে.মি. হলে, BC বাহুর মধ্যমা AD কত সে.মি.?** (মধ্যম)

ক 3.81 খ 4 গ 4.5 ঘ 25 (ক)

ব্যাখ্যা: $2\left\{AD^2 + \left(\frac{8}{2}\right)^2\right\} = 5^2 + 6^2$ বা, $AD^2 + 16 = 30.5$
$\therefore AD = 3.81$

৫৩. সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ভূমির উপর মধ্যমা 2.5 সে.মি. এবং ভূমির দৈর্ঘ্য 3 সে.মি. হলে, সমান সমান বাহুর দৈর্ঘ্য কত সে.মি.? (কঠিন)

ক 2.06 খ 2.91 গ 2.25 ঘ 3.06 **খ**

ব্যাখ্যা : $2(\text{বাহু})^2 = 2\left\{(2.5)^2 + \left(\frac{3}{2}\right)^2\right\}$

বা, $(\text{বাহু})^2 = 8.5 \therefore \text{বাহু} = 2.91$

৫৪. ΔABC এর বাহুত্রয় যথাক্রমে 3, 3.5 ও 4 সে.মি. হলে, মধ্যমাত্রয়ের বর্গের সমষ্টি কত বর্গ সে.মি.? (মধ্যম)

ক 6.98 খ 27.94 গ 83.81 ঘ 111.76 **খ**

ব্যাখ্যা : $(d^2 + e^2 + f^2) = \frac{3}{4}(3^2 + 3.5^2 + 4^2) = 27.94$

৫৫. সমকোণী ত্রিভুজের মধ্যমাত্রয় যথাক্রমে 6, 7 ও 8 একক হলে, অতিভুজের দৈর্ঘ্য কত একক? (মধ্যম) [সামসুল হক খান স্কুল এন্ড কলেজ; সরকারি মুসলিম উচ্চ বিদ্যালয়, চট্টগ্রাম; ময়মনসিংহ জিলা স্কুল]

ক 9 খ 9.97 গ 14.2 ঘ 14.95 **খ**

ব্যাখ্যা : $C^2 = \frac{2}{3}(6^2 + 7^2 + 8^2) = 99.33 \therefore C = 9.97$

৫৬. ত্রিভুজের মধ্যমাত্রয়ের বর্গের সমষ্টি 27.94 হলে, ত্রিভুজের বাহুত্রয়ের বর্গের সমষ্টি কত বর্গ সে.মি.? (সহজ)

ক 20.955 খ 27.94 গ 37.25 ঘ 780.64 **গ**

ব্যাখ্যা : $(a^2 + b^2 + c^2) = \frac{4}{3} \times 27.94$

৫৭. একটি সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ 41 একক হলে, মধ্যমাত্রয়ের বর্গের সমষ্টি কত বর্গ একক? (সহজ) [সরকারি মুসলিম উচ্চ বিদ্যালয়, চট্টগ্রাম; ময়মনসিংহ জিলা স্কুল]

ক 2521.5 খ 3362 গ 5043 ঘ 10086 **ক**

ব্যাখ্যা : $(d^2 + e^2 + f^2) = \frac{3}{2}(41)^2 = 2521.5$

৫৮. কোনো সমকোণী ত্রিভুজের মধ্যমাত্রয়ের উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের সমষ্টির দ্বিগুণ, উহার অতিভুজের উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের কতগুণের সমান? (সহজ) [ঝিনাইদহ সরকারী বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়]

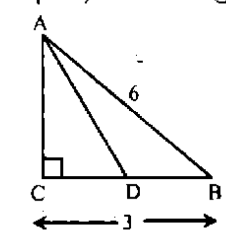
ক 2 খ 3 গ 4 ঘ $\frac{1}{2}$ **খ**

৫৯. কোনো সমকোণী ত্রিভুজের মধ্যমাত্রয় যদি p, q ও r হয় এবং অতিভুজ d হয়, তবে কোন সম্পর্কটি সঠিক? (সহজ) [মোহাম্মদপুর প্রিপারেটরী উচ্চ মাধ্যমিক (বালিকা) বিদ্যালয়, ঢাকা; বিন্দুবাসিনী সরকারী বালক উচ্চ বিদ্যালয়, টাঙ্গাইল]

ক $d^2 = p^2 + q^2 + r^2$ খ $p^2 + q^2 + r^2 = 2d^2$

গ $4(p^2 + q^2 + r^2) = 5d^2$ ঘ $2(p^2 + q^2 + r^2) = 3d^2$ **ঘ**

৬০.

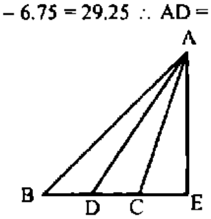


চিত্রে, ∠A এর সমদ্বিখণ্ডক AD এর দৈর্ঘ্য কত? (মধ্যম)

ক 5 খ 5.41 গ 5.50 ঘ 6.1 **খ**

ব্যাখ্যা: $AB^2 = AD^2 + 3BD^2$ বা, $AD^2 = AB^2 - 3BD^2$
$= 36 - 6.75 = 29.25 \therefore AD = 5.41$

৬১.



ΔABC-এর BC বাহুর বর্ধিতাংশের উপর AE লম্ব অঙ্কন করা হলে —

i. BE বাহুর উপর AD রেখার লম্ব অভিক্ষেপ DE

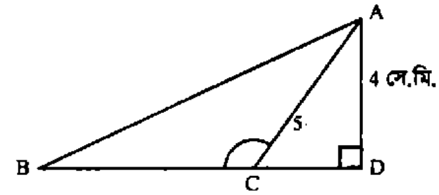
ii. সূক্ষ্মকোণের ক্ষেত্রে, $AC^2 = AD^2 + CD^2 - 2CD.DE$

iii. $AD^2 = AE^2 + DC^2$.

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **ক**

৬২.



ΔABC এর ক্ষেত্রে ∠C স্থূলকোণ এবং AC এর লম্ব অভিক্ষেপ CD হলে-

i. $AB^2 = AC^2 + BC^2 + 2BC . CD$

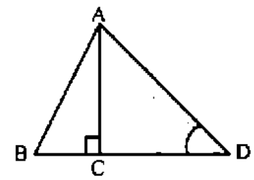
ii. $AB^2 > AC^2 + BC^2$

iii. $AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2BC. CD$

নিচের কোনটি সঠিক ? (মধ্যম)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **ক**

৬৩.



ΔABC-এ ∠ADB সূক্ষ্মকোণ হলে—

i. $BD^2 = BC^2 + CD^2 - 2BC.CD$.

ii. $AC^2 = AD^2 - CD^2$

iii. $AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2BC.CD$

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **ক**

৬৪. ΔPQR-এ—

i. ∠R স্থূলকোণ হলে, $PQ^2 > QR^2 + PR^2$.

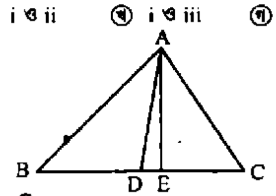
ii. ∠R সমকোণ হলে, $PQ^2 = QR^2 + PR^2$.

iii. ∠R সূক্ষ্মকোণ হলে, $PQ^2 < QR^2 + PR^2$.

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **ঘ**

৬৫.



প্রদত্ত চিত্রানুসারে —

i. $AB^2 + AC^2 = 2(BD^2 + AD^2)$.

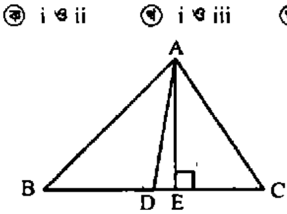
ii. $AB^2 + AC^2 = 2CD^2 + 2AD^2$.

iii. $AB^2 + AC^2 = 2AE^2 + 2DE^2$.

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **ক**

৬৬.



ΔABC-এ AD মধ্যমা হলে — [মোহাম্মদপুর প্রিপারেটরী উচ্চ মাধ্যমিক (বালিকা) বিদ্যালয়, ঢাকা; সাতক্ষীরা সরকারি মাধ্যমিক বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়; মাতৃপীঠ সরকারী বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, চাঁদপুর; পাবনা সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, পাবনা; ভি. জে সরকারি মাধ্যমিক বিদ্যালয়, চুয়াডাঙ্গা]

i. $AB^2 = AE^2 + (BD + DE)^2$.

ii. $AB^2 + AC^2 = BE^2 + CE^2$.

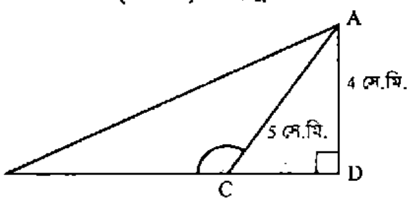
iii. $AB^2 + AC^2 = 2(AD^2 + BD^2)$.

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **খ**

www.bdniyog.com

নিচের তথ্যের আলোকে (৬৭-৬৯) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:



চিত্রে, AC = 5 সে.মি. এবং BD = 10 সে.মি.

৬৭. **AC এর লম্ব অভিক্ষেপ কোনটি?** (সহজ) [আইডিয়াল স্কুল এন্ড কলেজ, মতিঝিল, ঢাকা; অগ্রণী স্কুল, ঢাকা; মোহাম্মদপুর প্রিপারেটরী উচ্চ মাধ্যমিক (বালিকা) বিদ্যালয়, ঢাকা]

ⓚ BC ⓚ CD ⓖ AD ⓖ AB — **খ**

৬৮. **∠ACB স্থূলকোণ হলে, AB^2 = কত?** (সহজ) [ভি. জে সরকারি মাধ্যমিক বিদ্যালয়, চুয়াডাঙ্গা; অগ্রণী স্কুল, ঢাকা];

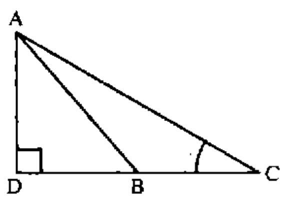
(ক) $AC^2 + BC^2 + 2BC.CD$ (খ) $AC^2 - BC^2 + 2BC.CD$
(গ) $AC^2 + BC^2 - 2BC.CD$ (ঘ) $AC^2 + BC^2 - 2(BC + CD)$ — **ক**

৬৯. **AB = কত সে.মি.?** (কঠিন)
[ভি. জে সরকারি মাধ্যমিক বিদ্যালয়, চুয়াডাঙ্গা; অগ্রণী স্কুল, ঢাকা].

(ক) $\sqrt{74}$ (খ) $\sqrt{116}$ (গ) 74 (ঘ) 110 — **খ**

ব্যাখ্যা: $AB^2 = (5)^2 + (10-3)^2 + 2.(10-3).3 = 25 + 49 + 42$
$\therefore AB = \sqrt{116}$

নিচের তথ্যের আলোকে (৭০-৭১) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:



পাশের চিত্রে B, CD এর মধ্যবিন্দু এবং AC = 6.5 সে.মি., BC = 2.5 সে.মি.।

৭০. **AC এর লম্ব অভিক্ষেপ নিচের কোনটি?** (সহজ) [বি কে জি সি সরকারী বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, হবিগঞ্জ]

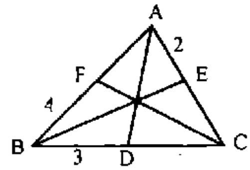
(ক) BC (খ) BD (গ) AD (ঘ) CD — **ঘ**

৭১. **$AD^2 + AC^2$ = কত বর্গ সে.মি.?** (মধ্যম) [বি কে জি সি সরকারী বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, হবিগঞ্জ]

(ক) 17.25 (খ) 42.25 (গ) 59.5 (ঘ) 84.5 — **গ**

ব্যাখ্যা : $AD^2 = (6.5)^2 - (5)^2 = 17.25$

নিচের চিত্রের আলোকে (৭২-৭৪) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:



উপরের চিত্রে △ABC-এ AD, BE ও CF মধ্যমাত্রয়।

৭২. **BC এর দৈর্ঘ্য কত?** (সহজ)

(ক) 3 (খ) 4 (গ) 6 (ঘ) 8 — **গ**

৭৩. **AD এর দৈর্ঘ্য কত?** (মধ্যম)

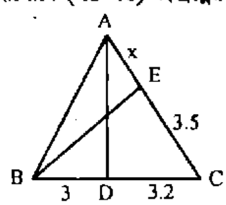
(ক) 4.2 (খ) 4.5 (গ) 5.0 (ঘ) 5.5 — **ঘ**

ব্যাখ্যা: $AB^2 + AC^2 = 2(AD^2 + BD^2)$.

৭৪. **বৃহত্তম বাহু কোনটি?** (সহজ)

(ক) AB (খ) BC (গ) AC (ঘ) AD — **ক**

নিচের চিত্রের আলোকে (৭৫-৭৬) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:



৭৫. **△ABC-এ AD ⊥ BC এবং BE ⊥ AC হলে নিচের কোনটি সঠিক?** (মধ্যম)

(ক) BC + CD = AC + CE (খ) BC − CD = AC − CE
(গ) BC.CE = AC.CD (ঘ) BC.CD = AC.CE — **ঘ**

৭৬. **x এর মান কত?** (মধ্যম)

(ক) 2 (খ) 2.17 (গ) 2.5 (ঘ) 3 — **খ**

ব্যাখ্যা: AC.CE = BC.CD বা, (3.5 + x)3.5 = 6.2 × 3.2 বা, x = 2.17

মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত আরও সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

প্রশ্ন ১ **পিথাগোরাসের উপপাদ্যের উপর ভিত্তি করে এ্যাপোলোনিয়াস একটি গুরুত্বপূর্ণ উপপাদ্য বর্ণনা করেন যা এ্যাপোলোনিয়াসের উপপাদ্য নামে পরিচিত।** [বিদ্যাময়ী গভঃ গার্লস হাই স্কুল, ময়মনসিংহ; সরকারি মুসলিম উচ্চ বিদ্যালয়, চট্টগ্রাম; চট্টগ্রাম কলেজিয়েট স্কুল ও কলেজ, চট্টগ্রাম; [সিলেট সরকারী পাইলট উচ্চ বিদ্যালয়, সিলেট]

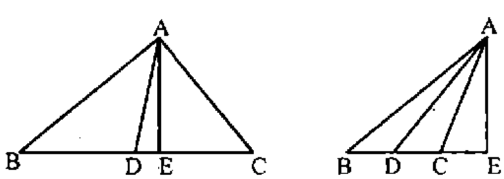
ক. চিত্রসহ এ্যাপোলোনিয়াসের উপপাদ্যের বর্ণনা দাও এবং বর্ণনাটি সমীকরণের মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২

খ. উপপাদ্যটির প্রমাণ দাও। ৪

গ. প্রমাণ কর যে, ত্রিভুজের তিন বাহুর উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রত্রয়ের সমষ্টির তিনগুণ, মধ্যমাত্রয়ের উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রত্রয়ের সমষ্টির চারগুণের সমান। ৪

১ নং প্রশ্নের সমাধান

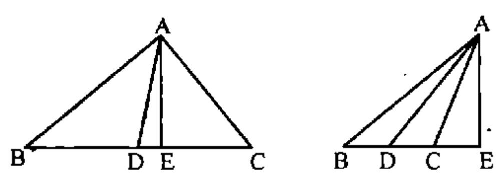
ক



বর্ণনা: ত্রিভুজের যে কোনো দুই বাহুর উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রদ্বয়ের ক্ষেত্রফলের সমষ্টি, তৃতীয় বাহুর অর্ধেকের উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল এবং ঐ বাহুর সমদ্বিখণ্ডক মধ্যমার উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের সমষ্টির দ্বিগুণ।

△ABC-এর মধ্যমা AD হলে,
$AB^2 + AC^2 = 2(BD^2 + AD^2)$.

খ



বিশেষ নির্বচন: মনে করি, △ABC-এর মধ্যমা AD.
প্রমাণ করতে হবে যে, $AB^2 + AC^2 = 2(BD^2 + AD^2)$

অঙ্কন: A থেকে BC অথবা BC-এর বর্ধিতাংশের উপর AE লম্ব আঁকি।

প্রমাণ : মনে করি, $\angle ADB$ স্থূলকোণ,

অতএব, $AB^2 = AD^2 + BD^2 + 2BD.DE$..... (১)

$\angle ADC$ সূক্ষ্মকোণ হলে,

$AC^2 = AD^2 + CD^2 - 2CD.DE$

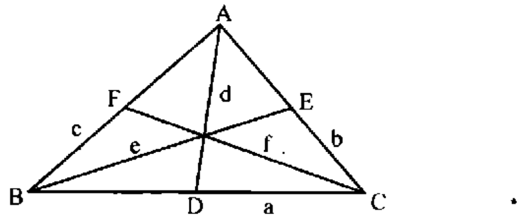
বা, $AC^2 = AD^2 + BD^2 - 2BD.DE$ [$\because BD = CD$] ..... (২)

সমীকরণ (১) ও (২) যোগ করে পাই,

$AB^2 + AC^2 = AD^2 + BD^2 + 2BD.DE + AD^2 + BD^2 - 2BD.DE$

$\therefore AB^2 + AC^2 = 2AD^2 + 2BD^2 = 2(AD^2 + BD^2)$ **(প্রমাণিত)**

গ



বিশেষ নির্বচন: মনে করি, ΔABC-এর BC, CA ও AB বাহুর দৈর্ঘ্য a, b ও c। BC, CA ও AB বাহুর উপর অঙ্কিত মধ্যমা AD, BE ও CF এর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে d, e ও f, হলে, প্রমাণ করতে হবে যে, $3(a^2 + b^2 + c^2) = 4(d^2 + e^2 + f^2)$

প্রমাণ: এ্যাপোলোনিয়াসের উপপাদ্য হতে পাই,

$AB^2 + AC^2 = 2(AD^2 + BD^2)$

বা, $c^2 + b^2 = 2\left\{d^2 + \left(\frac{1}{2}a\right)^2\right\}$ [$\because BD = \frac{1}{2}a$]

বা, $b^2 + c^2 = 2\left(d^2 + \frac{1}{4}a^2\right)$

বা, $b^2 + c^2 = 2d^2 + 2.\frac{1}{4}a^2$

বা, $b^2 + c^2 = 2d^2 + \frac{1}{2}a^2$

বা, $2d^2 = b^2 + c^2 - \frac{1}{2}a^2$

বা, $2d^2 = \frac{2(b^2 + c^2) - a^2}{2}$

বা, $\therefore d^2 = \frac{2(b^2 + c^2) - a^2}{4}$

অনুরূপভাবে পাই,

$e^2 = \frac{2(c^2 + a^2) - b^2}{4}$

এবং $f^2 = \frac{2(a^2 + b^2) - c^2}{4}$

আবার, $d^2 + e^2 + f^2 = \frac{2(b^2 + c^2) - a^2}{4} + \frac{2(c^2 + a^2) - b^2}{4}$

$+ \frac{2(a^2 + b^2) - c^2}{4}$

$= \frac{2b^2 + 2c^2 - a^2 + 2c^2 + 2a^2 - b^2 + 2a^2 + 2b^2 - c^2}{4}$

$= \frac{3}{4}(a^2 + b^2 + c^2)$

$\therefore 3(a^2 + b^2 + c^2) = 4(d^2 + e^2 + f^2)$ **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▶ ২ **পীথাগোরাস একজন গ্রীক পন্ডিত ছিলেন। তিনি ত্রিভুজ সংক্রান্ত একটি উপপাদ্য প্রতিপাদন করেন।**

[মাতৃপীঠ সরকারী বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, চাঁদপুর]

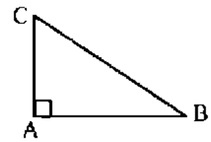
ক. উপপাদ্যটির সাধারণ নির্বচন লিখ এবং চিত্রসহ তথ্যটি সমীকরণ আকারে প্রকাশ কর। ২

খ. উপপাদ্যটি প্রমাণ কর। ৪

গ. উপপাদ্যটির বিপরীত প্রতিজ্ঞা লিখ এবং প্রমাণ কর। ৪

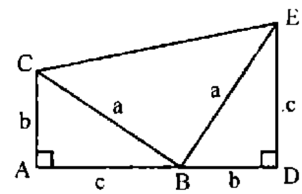
২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক **সাধারণ নির্বচন:** সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজের উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল অপর দুই বাহুর উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলদ্বয়ের সমষ্টিব সমান।



ABC সমকোণী ত্রিভুজের $\angle A$ সমকোণ। তাহলে $BC^2 = AB^2 + AC^2$.

খ



বিশেষ নির্বচন: মনে করি, ABC সমকোণী ত্রিভুজের $\angle A$ সমকোণ। $BC = a$, $AC = b$ এবং $AB = c$ হলে, প্রমাণ করতে হবে যে, $BC^2 = AC^2 + AB^2$ অর্থাৎ $a^2 = b^2 + c^2$.

অঙ্কন: AB কে D পর্যন্ত বর্ধিত করি যেন $BD = AC = b$ হয়। D বিন্দুতে AD রেখাংশের উপর DE লম্ব আঁকি যেন $DE = AB = c$ হয়। C, E এবং B, E যোগ করি।

প্রমাণ: ΔABC ও ΔDBE এ $AB = DE = c$, $AC = BD = b$ এবং অন্তর্ভুক্ত $\angle BAC$ = অন্তর্ভুক্ত $\angle BDE$ [প্রত্যেকে এক সমকোণ।]

$\therefore \Delta ABC \cong \Delta BDE$ [বাহু-কোণ-বাহু উপপাদ্য]

$\therefore BC = BE = a$ এবং $\angle BCA = \angle EBD$

যেহেতু $CA \perp AD$ এবং $ED \perp AD$ সেহেতু $CA \parallel ED$

$\therefore$ CADE একটি ট্রাপিজিয়াম।

আবার, $\angle ABC + \angle ACB$ = এক সমকোণ।

$\therefore \angle ABC + \angle EBD$ = এক সমকোণ।

কিন্তু $\angle ABC + \angle CBE + \angle EBD = 2$ সমকোণ।

$\therefore \angle CBE$ = এক সমকোণ।

এখন, CADE ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল = Δক্ষেত্র CAB এর ক্ষেত্রফল + Δ ক্ষেত্র CBE-এর ক্ষেত্রফল + Δ ক্ষেত্র EBD এর ক্ষেত্রফল।

$\therefore \frac{1}{2}AD(AC + DE) = \frac{1}{2}bc + \frac{1}{2}a^2 + \frac{1}{2}bc$

বা, $\frac{1}{2}(c + b).(b + c) = bc + \frac{1}{2}a^2$

বা, $\frac{1}{2}(b + c)^2 = bc + \frac{1}{2}a^2$

বা, $\frac{1}{2}(b^2 + 2bc + c^2) = bc + \frac{1}{2}a^2$

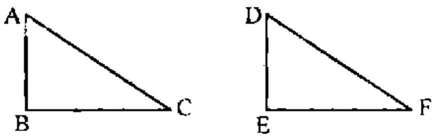
বা, $\frac{1}{2}b^2 + bc + \frac{1}{2}c^2 = bc + \frac{1}{2}a^2$

বা, $\frac{1}{2}(b^2 + c^2) = \frac{1}{2}a^2$

$\therefore b^2 + c^2 = a^2$ অর্থাৎ $AB^2 + AC^2 = BC^2$ **(প্রমাণিত)**

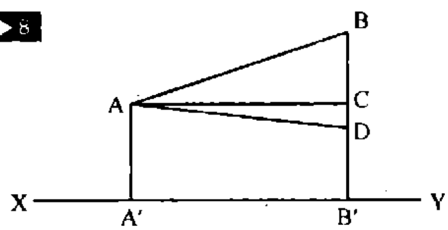
গ **পীথাগোরাসের প্রতিজ্ঞার বিপরীত প্রতিজ্ঞা:** যদি কোন ত্রিভুজের একটি বাহুর উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল অপর দুইটি বাহুর উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রদ্বয়ের ক্ষেত্রফলের সমষ্টির সমান হয় তবে শেষোক্ত বাহুদ্বয়ের অন্তর্ভুক্ত কোণটি সমকোণ হবে।

www.bdniyog.com



বিশেষ নির্বচন: মনে করি, ΔABC -এ $AC^2 = AB^2 + BC^2$.
প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle B$ = এক সমকোণ।
অঙ্কন: এমন একটি ত্রিভুজ DEF আঁকি যার $\angle E$-এক সমকোণ, $DE = AB$ এবং $EF = BC$ হয়।
প্রমাণ: ΔDEF এর $\angle E$ = এক সমকোণ।
$\therefore DF^2 = DE^2 + EF^2$
$= AB^2 + BC^2$
$= AC^2$
$\therefore DF = AC$
এখন, ΔABC ও ΔDEF এ, $AB = DE$, $BC = EF$ এবং $AC = DF$
$\therefore \Delta ABC \cong \Delta DEF$।
$\therefore \angle B = \angle E$, কিন্তু $\angle E$ = এক সমকোণ।
$\therefore \angle B$ = এক সমকোণ। **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▶ ৪



চিত্রে $\angle ABD$ সূক্ষ্মকোণ এবং $AA' \perp XY$, $BB' \perp XY$ ও $AC \parallel A'B'$. AD বাহুর উপর অঙ্কিত বর্গের ক্ষেত্রফলকে A_1 দ্বারা প্রকাশ করা হলে—

ক. XY সরলরেখার উপর A ও B বিন্দু এবং বিন্দুদ্বয়ের সংযোগকারী রেখাংশের লম্ব অভিক্ষেপ নির্দেশ কর। ২
খ. প্রমাণ কর যে, $A_1 = AB^2 + BD^2 - 2.BD.BC$ ৪
গ. A′ বিন্দুটি B′ বিন্দুতে সমাপতিত হওয়ার ফলে AB রেখাংশ XY সরলরেখার উপর লম্ব হলে প্রমাণ কর যে, $A_1 - A'B'^2 = AB^2 + BD^2$. ৪

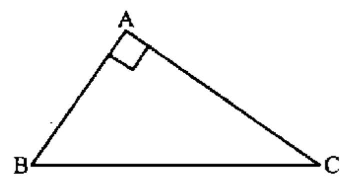
৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক XY সরলরেখার উপর A বিন্দুর লম্ব অভিক্ষেপ A′.
XY সরলরেখার উপর B বিন্দুর লম্ব অভিক্ষেপ B′.
এবং XY সরলরেখার উপর A ও B বিন্দুদ্বয়ের সংযোগকারী রেখা AB এর লম্ব অভিক্ষেপ A′B′. **(Ans.)**

খ AD বাহুর উপর অঙ্কিত বর্গের ক্ষেত্রফল হল AD^2.
$\therefore$ A_1, AD^2 কে নির্দেশ করে। প্রমাণ করতে হবে যে,
$A_1 = AD^2 = AB^2 + BD^2 - 2BD.BC$
এখন, $\therefore AA' \perp XY$, $BB' \perp XY$ এবং $AC \parallel A'B'$
$\therefore AC \perp BD$ হবে।
ΔACD-এ $AD^2 = AC^2 + CD^2$ [পীথাগোরাসের উপপাদ্য]
চিত্রানুসারে, $CD = BD - CB$ .... (i)
$\therefore CD^2 = (BD - CB)^2$
$= BD^2 + CB^2 - 2BD.CB$
এখন, CD^2 এর মান (i) নং এ বসিয়ে পাই,
$AD^2 = AC^2 + BD^2 + CB^2 - 2BD.CB$ .... (ii)
এখন ΔACB সমকোণী ত্রিভুজ $\angle C$ সমকোণ
$\therefore AB^2 = AC^2 + CB^2$ [পীথাগোরাসের উপপাদ্য]
$\therefore$ (ii) নং সমীকরণে $AC^2 + CB^2$ এর মান বসিয়ে পাই-
$AD^2 = AB^2 + BD^2 - 2BD.CB$
বা, $A_1 = AB^2 + BD^2 - 2BD.BC$ **(প্রমাণিত)**

গ AB রেখাংশ BD সরলরেখার উপর লম্ব হলে BD বরাবর AB এর লম্ব অভিক্ষেপ থাকবে না। কারণ তখন BB′ রেখাংশ BA রেখাংশদ্বয়ের সাথে মিলে যাবে।
অর্থাৎ BD বরাবর AB এর লম্ব অভিক্ষেপ $BC = 0$ হবে
সুতরাং, 'খ' থেকে আমরা পাই,
$A_1 = AB^2 + BD^2 - 2BD.BC$
$= AB^2 + BD^2 - 2BD.0$
$= AB^2 + BD^2$ .... (iii)
আবার, AB রেখাংশ XY সরলরেখার উপর লম্ব হলে, XY সরলরেখার উপর A ও B বিন্দুর লম্ব অভিক্ষেপ (যথাক্রমে A′ ও B′) একই বিন্দু হবে।
অর্থাৎ A′B′ এর মান 0 হবে।
সুতরাং (iii) নং থেকে পাই,
$A_1 = A_1 - A'B'^2 = AB^2 + BD^2$ [$\because A'B'^2 = 0$] **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▶ ৪

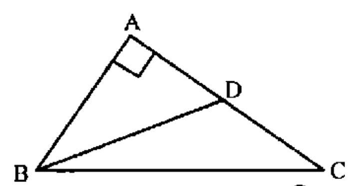


ΔABC-এ $\angle A$ = 1 সমকোণ হলে—
ক. অতিভুজটি নির্দেশ কর এবং অতিভুজ সংলগ্ন কোণদ্বয় উল্লেখ কর। ২
খ. AC এর মধ্যবিন্দু D হলে প্রমাণ কর যে, $BC^2 = BD^2 + 3AD^2$. ৪
গ. BC বাহু P ও Q বিন্দুতে তিনটি সমান অংশে বিভক্ত হলে প্রমাণ কর যে, $AB^2 + AC^2 = AP^2 + AQ^2 + 4BP^2$. ৪

৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, ΔABC-এ $\angle A$ = 1 সমকোণ।
আমরা জানি, সমকোণের বিপরীত বাহু হল অতিভুজ।
$\therefore$ BC বাহু হবে অতিভুজ **(Ans.)**
$\therefore$ BC অতিভুজ সুতরাং অতিভুজ সংলগ্ন কোণদ্বয় হবে $\angle ABC$ ও $\angle ACB$ **(Ans.)**

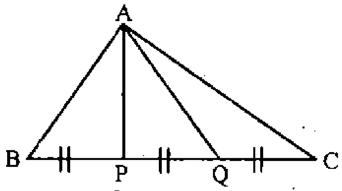
খ



ΔABC-এ $\angle A = 90°$, AC বাহুর মধ্যবিন্দু D.
B, D যোগ করি। প্রমাণ করতে হবে যে, $BC^2 = BD^2 + 3AD^2$
প্রমাণ: ΔABC-এ $\angle A = 90°$। সুতরাং ত্রিভুজটি সমকোণী।
$\therefore BC^2 = AB^2 + AC^2$ [পীথাগোরাসের উপপাদ্য]
$= AB^2 + (2AD)^2$ [$\because$ D, AC এর মধ্যবিন্দু]
$= AB^2 + 4AD^2$
$= AB^2 + AD^2 + 3AD^2$ .... (i)
এখন, ΔABD-এ $\angle A = 90°$ সুতরাং ত্রিভুজটি সমকোণী।
$\therefore BD^2 = AB^2 + AD^2$ [পীথাগোরাসের উপপাদ্য]
এখন, $AB^2 + AD^2$ এর মান (i) নং এ বসিয়ে পাই,
$BC^2 = BD^2 + 3AD^2$
$\therefore BC^2 = BD^2 + 3AD^2$ **(প্রমাণিত)**

www.bdniyog.com

গ



BC বাহু P ও Q বিন্দুতে তিনটি সমান অংশে বিভক্ত হয়েছে। অর্থাৎ BP = PQ = QC। A, P; A, Q যোগ করি। প্রমাণ করতে হবে যে, $AB^2 + AC^2 = AP^2 + AQ^2 + 4BP^2$

প্রমাণ: ΔABQ-এর P, BQ এর মধ্যবিন্দু [$\because$ BP = PQ]

$\therefore$ AP মধ্যমা।

সুতরাং $AB^2 + AQ^2 = 2(BP^2 + AP^2)$ [এ্যাপোলোনিয়াসের উপপাদ্য]

$= 2BP^2 + 2AP^2$ .... (i)

আবার, ΔAPC-এ Q, PC এর মধ্যবিন্দু [$\because$ PQ = QC]

$\therefore$ AQ মধ্যমা।

সুতরাং $AP^2 + AC^2 = 2.(PQ^2 + AQ^2)$ [এ্যাপোলোনিয়াসের উপপাদ্য]

$= 2PQ^2 + 2AQ^2$

$= 2BP^2 + 2AQ^2$ .... (ii) [$\because$ PQ = BP]

(i) ও (ii) নং সমীকরণ যোগ করে পাই,

$AB^2 + AQ^2 + AP^2 + AC^2 = 2BP^2 + 2AP^2 + 2BP^2 + 2AQ^2$

বা, $AB^2 + AQ^2 + AP^2 + AC^2 = 4BP^2 + 2AP^2 + 2AQ^2$

বা, $AB^2 + AC^2 = 4BP^2 + AP^2 + AQ^2 = AP^2 + AQ^2 + 4BP^2$

$\therefore$ $AB^2 + AC^2 = AP^2 + AQ^2 + 4BP^2$ **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▶ ৫ **ΔABC-এ $\angle B$ স্থূলকোণ ও $\angle C$ সূক্ষ্মকোণ। AD ও BE যথাক্রমে BC ও AC বাহুর উপর বা তাদের বর্ধিতাংশের উপর লম্ব হলে—**

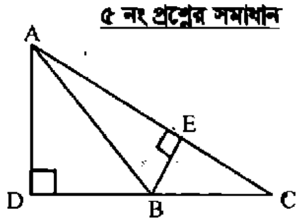
ক. AD ও BE নির্দেশ করে ত্রিভুজটি অঙ্কন কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, BC.CD = AC.CE ৪

গ. B, DC এর মধ্যবিন্দু হলে প্রমাণ কর যে, $AC^2 = AD^2 + 4AC.CE$. ৪

৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক



খ ΔABC-এ AD, BC এর উপর লম্ব এবং BE, AC-এর উপর অঙ্কিত লম্ব। প্রমাণ করতে হবে যে, BC.CD = AC.CE

প্রমাণ: ABC ত্রিভুজের $\angle C$ সূক্ষ্মকোণ

$AD \perp BC$ $\therefore$ BC বাহুর উপর AC বাহুর লম্ব অভিক্ষেপ CD.

আবার $BE \perp AC$ $\therefore$ AC বাহুর উপর BC বাহুর লম্ব অভিক্ষেপ CE.

আবার, $AB^2 = BC^2 + AC^2 - 2AC.CE$ .... (ii)

$\therefore$ $AB^2 = BC^2 + AC^2 - 2BC.CD$ .... (i)

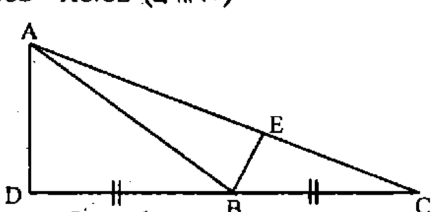
সুতরাং (i) ও (ii) নং থেকে পাই,

$BC^2 + AC^2 - 2BC.CD = BC^2 + AC^2 - 2AC.CE$

বা, $-2BC.CD = -2AC.CE$

$\therefore$ BC.CD = AC.CE **(প্রমাণিত)**

গ



B, DC-এর মধ্যবিন্দু অর্থাৎ DB = BC হলে,
প্রমাণ করতে হবে যে, $AC^2 = AD^2 + 4AC.CE$

প্রমাণ: ΔABC-এ $\angle ABC$ = স্থূলকোণ [প্রশ্নমতে]

$\therefore$ $AC^2 = AB^2 + BC^2 + 2BC.CD$

[$\because$ BC বাহুর উপর AC এর লম্ব অভিক্ষেপ CD]

বা, $AC^2 = AB^2 + BD^2 + 2BC.CD$ [$\because$ B, DC এর মধ্যবিন্দু]

বা, $2AC^2 = 2(AB^2 + BD^2) + 4BC.CD$ [2 দ্বারা গুণ করে] ....(i)

আবার, ΔADC-এ B, DC এর মধ্যবিন্দু বলে AB মধ্যমা হবে।

$\therefore$ $AD^2 + AC^2 = 2(AB^2 + BD^2)$ [এ্যাপোলোনিয়াসের উপপাদ্য]

বা, $2(AB^2 + BD^2) = AD^2 + AC^2$

$2(AB^2 + BD^2)$ এর মান (i) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই-

$2AC^2 = AD^2 + AC^2 + 4BC.CD$

বা, $AC^2 = AD^2 + 4BC.CD$

$= AD^2 + 4AC.CE$ [(খ)-এ প্রাপ্ত BC.CD = AC.CE]

$\therefore$ $AC^2 = AD^2 + 4AC.CE$ **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▶ ৬ **ABC ত্রিভুজে A, B ও C বিন্দু হতে বিপরীত বাহুর উপর অঙ্কিত মধ্যমা AD, BE ও CF এর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে d, e ও f। BC, CA ও AB বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে a, b ও c.**

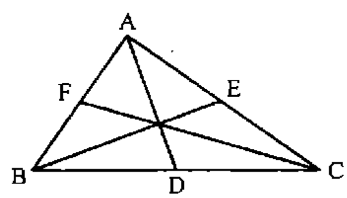
ক. মধ্যমাত্রয় সহ ত্রিভুজটি অঙ্কন কর। ২

খ. দেখাও যে, কোন ত্রিভুজের তিনটি বাহুর উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্র সমূহের ক্ষেত্রফলের সমষ্টির তিনগুণ উক্ত ত্রিভুজের মধ্যমাত্রয়ের উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রসমূহের ক্ষেত্রফলের সমষ্টির চার গুণের সমান। ৪

গ. $\angle A$ = 1 সমকোণ হলে এবং d, e ও f এর সাংখ্যিক মান যথাক্রমে 2, 2 ও 4 একক হলে BC বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৪

৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক



খ দেওয়া আছে, ΔABC-এর BC, CA ও AB বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে a, b ও c এবং BC, CA ও AB বাহুর উপর অঙ্কিত মধ্যমা AD, BE ও CF এর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে d, e ও f.

প্রমাণ করতে হবে যে, $3(a^2 + b^2 + c^2) = 4(d^2 + e^2 + f^2)$

প্রমাণ: এ্যাপোলোনিয়াসের উপপাদ্য হতে পাই,

$AB^2 + AC^2 = 2(AD^2 + BD^2)$

বা, $c^2 + b^2 = 2\left(d^2 + \left(\frac{1}{2}a\right)^2\right)$ $\left[\because BD = \frac{1}{2}a\right]$

বা, $b^2 + c^2 = 2d^2 + 2.\frac{1}{4}a^2$

বা, $b^2 + c^2 = 2d^2 + \frac{a^2}{2}$

বা, $d^2 = \frac{2(b^2 + c^2) - a^2}{4}$ .... (i)

অনুরূপভাবে পাওয়া যায়, $e^2 = \frac{2(c^2 + a^2) - b^2}{4}$ .... (ii)

এবং $f^2 = \frac{2(a^2 + b^2) - c^2}{4}$ .... (iii)

(i), (ii) ও (iii) নং সমীকরণ যোগ করে পাই,

$d^2 + e^2 + f^2 = \frac{2(b^2 + c^2) - a^2}{4} + \frac{2(c^2 + a^2) - b^2}{4} + \frac{2(a^2 + b^2) - c^2}{4}$

$= \frac{3}{4}(a^2 + b^2 + c^2)$

$\therefore$ $3(a^2 + b^2 + c^2) = 4(d^2 + e^2 + f^2)$ **(প্রমাণিত)**

www.bdniyog.com

গ এখন, $\angle A = 1$ সমকোণ হলে BC অতিভুজ হবে।

$\therefore \quad BC^2 = AB^2 + AC^2$ [পীথাগোরাসের উপপাদ্য]

বা, $a^2 = c^2 + b^2$

আমরা জানি, $3(a^2 + b^2 + c^2) = 4(d^2 + e^2 + f^2)$

বা, $3(a^2 + a^2) = 4(d^2 + e^2 + f^2)$ [$\because a^2 = c^2 + b^2$]

বা, $6a^2 = 4(d^2 + e^2 + f^2)$

$= 4(2^2 + 2^2 + 4^2)$

[$\because$ দেওয়া আছে, d = 2, e = 2 ও f = 4 একক]

$= 4 \times 24$

বা, $a^2 = \frac{4 \times 24}{6} = 16$

$\therefore \quad a = 4$ একক [ঋণাত্মক মান গ্রহণযোগ্য নয়]

প্রশ্নানুসারে, a, BC বাহুর দৈর্ঘ্য নির্দেশ করে

$\therefore$ BC বাহুর দৈর্ঘ্য 4 একক। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৭ ΔABC-এর $\angle C = 90°$ এবং BC বাহুর মধ্য বিন্দু D। A ও D যোগ করা হলো।

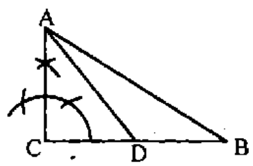
ক. BC বাহুর C বিন্দুতে 90° কোণ অঙ্কন কর এবং প্রদত্ত তথ্য অনুসারে চিত্রটি আঁক। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $AB^2 = AD^2 + 3BD^2$ ৪

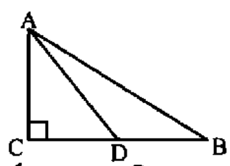
গ. $\angle C = 60°$ হলে, প্রমাণ কর যে, $AB^2 = AC^2 + BC^2 - AC.BC$. ৪

৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক



খ



বিশেষ নির্বচন: মনে করি, ΔABC-এ $\angle C = 90°$, BC বাহুর মধ্যবিন্দু D.

প্রমাণ করতে হবে যে, $AB^2 = AD^2 + 3BD^2$

প্রমাণ: ΔACD-এ $\angle C = 90°$

$\therefore AD^2 = AC^2 + CD^2$

আবার, ABC সমকোণী ত্রিভুজে $\angle C = 90°$

$\therefore AB^2 = AC^2 + BC^2$

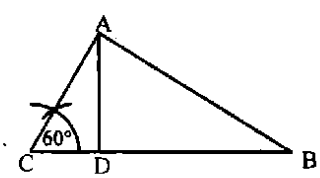
$= AC^2 + (2CD)^2$ [$\because$ D, BC-এর মধ্য বিন্দু]

বা, $AB^2 = AC^2 + CD^2 + 3CD^2$

[$\because AD^2 = AC^2 + CD^2$ এবং BD = CD]

$\therefore AB^2 = AD^2 + 3BD^2$ **(প্রমাণিত)**

গ



বিশেষ নির্বচন: মনে করি, ΔABC-এর $\angle C = 60°$।

প্রমাণ করতে হবে যে, $AB^2 = AC^2 + BC^2 - AC.BC$

অঙ্কন: A থেকে BC-এর উপর AD লম্ব আঁকি।

প্রমাণ: ΔABC-এ $\angle C = 60°$ অর্থাৎ সূক্ষ্মকোণ।

$\therefore AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2BC.CD$

বা, $AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2CD.BC$

$= AC^2 + BC^2 - AC.BC$

[$\because \frac{CD}{AC} = \cos 60°$ বা, $\frac{CD}{AC} = \frac{1}{2}$: 2CD = AC]

$\therefore AB^2 = AC^2 + BC^2 - AC.BC$ **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▶ ৮ ABC ত্রিভুজে AB = AC।

ক. ΔABC কি ধরনের ত্রিভুজ? তোমার উত্তরের স্বপক্ষে সংজ্ঞা দাও। ২

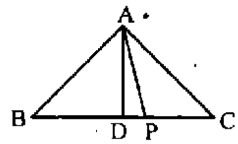
খ. ভূমি BC এর উপর যে কোন বিন্দু P নিয়ে প্রমাণ কর যে, $AB^2 - AP^2 = BP.PC$. ৪

গ. BC বাহুর উপর AD এবং AC বাহুর উপর BE লম্ব অঙ্কন করে প্রমাণ কর যে, BC.CD = AC.CE। ৪

৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক ΔABC-এ AB = AC সুতরাং ΔABC সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ। কারণ ত্রিভুজটির দুইটি বাহু সমান।

খ



মনে করি, ΔABC-এ AB = AC। BC এর উপর যেকোনো বিন্দু P নিই এবং A, P যোগ করি।

প্রমাণ করতে হবে যে, $AB^2 - AP^2 = BP.PC$

অঙ্কন: A হতে BC-এর উপর AD লম্ব আঁকি।

প্রমাণ: জানা আছে, সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের শীর্ষ হতে ভূমির উপর অঙ্কিত লম্ব ভূমিকে সমদ্বিখণ্ডিত করে।

ΔABC-এ AB = AC এবং $AD \perp BC$

$\therefore$ BD = CD.

ABD সমকোণী ত্রিভুজে,

$AB^2 = AD^2 + BD^2$

আবার, APD সমকোণী ত্রিভুজে,

$AP^2 = AD^2 + PD^2$

$\therefore AB^2 - AP^2 = AD^2 + BD^2 - AD^2 - PD^2$

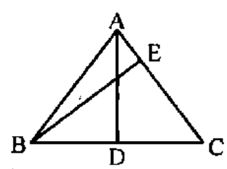
বা, $AB^2 - AP^2 = BD^2 - PD^2$

বা, $AB^2 - AP^2 = (BD + PD)(BD - PD)$

বা, $AB^2 - AP^2 = (BD + PD)(CD - PD)$

বা, $AB^2 - AP^2 = BP.PC$. **(প্রমাণিত)**

গ



বিশেষ নির্বচন: মনে করি, ΔABC-এ AD, BC-এর উপর এবং BE, AC- এর উপর অঙ্কিত লম্ব। প্রমাণ করতে হবে যে, BC. CD = AC. CE.

প্রমাণ: $AD \perp BC$ $\therefore$ BC বাহুতে AC বাহুর লম্ব অভিক্ষেপ CD.

আবার, $BE \perp AC$ $\therefore$ AC বাহুতে BC বাহুর লম্ব অভিক্ষেপ CE

মনে করি, ABC ত্রিভুজের $\angle C$ সূক্ষ্মকোণ।

$\therefore AB^2 = BC^2 + AC^2 - 2BC.CD$

[$\because$ BC বাহুতে AC বাহুর লম্ব অভিক্ষেপ CD]

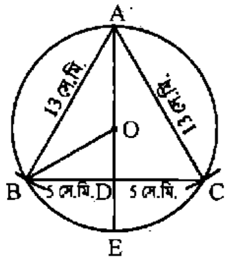
আবার, $AB^2 = BC^2 + AC^2 - 2AC.CE$

$\therefore BC^2 + AC^2 - 2BC.CD = BC^2 + AC^2 - 2AC.CE$

বা, $-2BC.CD = -2AC.CE$

$\therefore$ BC.CD = AC.CE **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▶ ৯



উপরের চিত্রে ABC ত্রিভুজের বাহুগুলোর দৈর্ঘ্য দেখানো হল।

ক. পরিবৃত্ত, পরিকেন্দ্র এবং পরিব্যাসার্ধ কাকে বলে? ২

খ. চিত্রে প্রদত্ত তথ্য থেকে বৃত্তটির ব্যাসার্ধ নির্ণয় কর। ৪

গ. কোন সমবাহু ত্রিভুজের পরিবৃত্তের ব্যাসার্ধ 3 সে.মি. হলে, ত্রিভুজটির বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৪

৯ নং প্রশ্নের সমাধান

ক যে বৃত্ত ত্রিভুজের শীর্ষ বিন্দু দিয়ে যায় তাকে ঐ ত্রিভুজের পরিবৃত্ত বলা হয়। পরিবৃত্তের কেন্দ্রকে পরিকেন্দ্র এবং ব্যাসার্ধকে পরিব্যাসার্ধ বলে।

খ দেওয়া আছে ΔABC-এর $AB = AC = 13$ সে.মি., $BD = CD = 5$ সে.মি., $BC = BD + DC = 5$ সে.মি. $+ 5$ সে.মি. $= 10$ সে.মি.

ABC পরিবৃত্তের ব্যাসার্ধ নির্ণয় করতে হবে।

AD কে বর্ধিত করি যেন বৃত্তের সাথে E বিন্দুতে মিলিত হয়।

যেহেতু O বৃত্তের পরিকেন্দ্র যা AE এর উপর অবস্থিত সেহেতু $AD \perp BC$।

$\therefore$ AE = বৃত্তের ব্যাস।

ABD সমকোণী ত্রিভুজে

$AD^2 = AB^2 - BD^2$

$= 13^2 - 5^2$

$= 169 - 25$

$= 144$

$AD = \sqrt{144} = 12$

এখন, ব্রহ্মা গুপ্তের উপপাদ্য অনুযায়ী পাই,

$AB. AC = AE. AD$

বা, $13 \times 13 = AE \times 12$

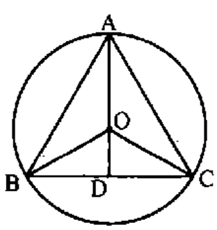
বা, $AE = \frac{13 \times 13}{12}$

$= 14.083$ (প্রায়)

এখন, ব্যাসার্ধ, $AO = \frac{AE}{2} = \frac{14.083}{2} = 7.042$ (প্রায়)

$\therefore$ ব্যাসার্ধ $= 7.042$ সে.মি. (প্রায়)

গ



ABC সমবাহু ত্রিভুজ এবং $AD \perp BC$ বিধায় AD মধ্যমা এবং O মধ্যমাত্রয়ের ছেদ বিন্দু হবে।

$\therefore AO = \frac{2}{3} AD$

বা, $2AD = 3AO$

বা, $AD = \frac{3}{2} AO$

বা, $AD = \frac{3}{2} \times 3$ [$\because AO = 3$]

$\therefore AD = \frac{9}{2}$ সে.মি.

জানা আছে, কোন ত্রিভুজের যে কোন দুই বাহুর অন্তর্গত আয়তক্ষেত্র ঐ ত্রিভুজের পরিবৃত্তের ব্যাস এবং ঐ বাহুদ্বয়ের সাধারণ বিন্দু থেকে ভুমির উপর অঙ্কিত লম্বের অন্তর্গত আয়তক্ষেত্রের সমান।

$\therefore AB. AC = 2R. AD$ [বৃত্তের ব্যাসার্ধ = R]

বা, $AB.AB = 2R . AD$ [$R = 3$, $AB = AC$]

বা, $AB^2 = 2 \times 3 \times \frac{9}{2}$

বা, $AB^2 = 27$

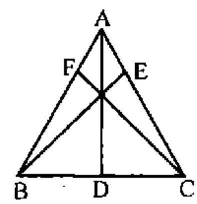
বা, $AB = \sqrt{27}$

বা, $AB = 5.196$

$\therefore AB = AC = BC = 5.196$ সে.মি.

$\therefore$ নির্ণেয় বাহুর দৈর্ঘ্য $= 5.196$ সে.মি.

প্রশ্ন ▶ ১০ নিচের চিত্রে ABC সূক্ষ্মকোণী ত্রিভুজের লম্ব বিন্দু O। DEF তার পাদ ত্রিভুজ।



ক. প্রমাণ কর যে, O বিন্দু DEF ত্রিভুজের অন্তকেন্দ্র। ২

খ. ΔDEF এর ED ও FD বাহু BC বাহুতে D বিন্দুতে মিলিত হয়ে $\angle EDC$ ও $\angle FDB$ উৎপন্ন করে।

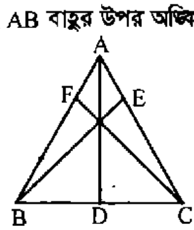
প্রমাণ কর যে, $\angle EDC = \angle FDB$.

ΔABC এর $BC = a, CA = b$ এবং $AB = c$ হলে দেখাও যে, $b . AE = c.AF$. ৪

গ. প্রমাণ কর যে, ΔAEF, ΔBDF, ΔCDE ও ΔABC পরস্পর সদৃশ। ৪

১০ নং প্রশ্নের সমাধান

ক **বিশেষ নির্বচন:** মনে করি, ΔABC-এ AD, BE ও CF যথাক্রমে BC, CA এবং AB বাহুর উপর অঙ্কিত লম্ব।



লম্বত্রয় পরস্পর O বিন্দুতে ছেদ করে। অতএব O লম্ববিন্দু। D, E; E, F এবং F, D যোগ করি ফলে EDF পাদ ত্রিভুজ উৎপন্ন হলো। প্রমাণ করতে হবে যে, O, ΔDEF এর অন্ত:কেন্দ্র।

প্রমাণ: AD, $\angle EDF$ কে, BE, $\angle DEF$ কে এবং CF, $\angle EFD$ কে সমদ্বিখণ্ডিত করে। অতএব, O, ΔDEF এর অন্তঃকেন্দ্র।

খ **বিশেষ নির্বচন:** [(ক) চিত্র অনুসারে] পাদ ত্রিভুজ DEF এর ED ও FD বাহু মূল ত্রিভুজ ABC-এর BC বাহু D বিন্দুতে মিলিত $\angle EDC$ ও $\angle FDB$ উৎপন্ন করেছে। প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle EDC = \angle FDB$

www.bdniyog.com

প্রমাণ: AD, ∠EDF এর সমদ্বিখণ্ডক

∴ ∠ADE = ∠ADF

∠ADE + ∠EDC = 90° আবার ∠ADF + ∠FDB = 90°

∴ ∠ADE + ∠EDC = ∠ADF + ∠FDB

যেহেতু ∠ADE = ∠ADF

∴ ∠EDC = ∠FDB

অনুরূপভাবে প্রমাণ করা যায় যে, ∠BFD = ∠AFE এবং ∠AEF = ∠CED.

আবার, ΔAEB ও ΔAFC,

∠AEB = ∠AFC = 90°

∠BAE = ∠CAF [সাধারণ কোণ]

∴ অবশিষ্ট ∠ABE = ∠ACF

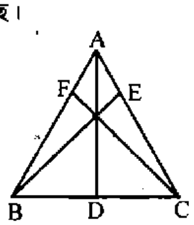
∴ ΔAEB ও ΔAFC সদৃশ।

$\therefore \frac{AB}{AC} = \frac{AE}{AF}$

বা, $\frac{c}{b} = \frac{AE}{AF}$

∴ b. AE = c. AF **(প্রমাণিত)**

গ **বিশেষ নির্বচন:** মনে করি, ABC সূক্ষ্মকোণী ত্রিভুজে AD, BE ও CF যথাক্রমে BC, CA ও AB বাহুতে অঙ্কিত লম্ব। লম্বত্রয় O বিন্দুতে ছেদ করেছে।



সুতরাং O লম্ববিন্দু DEF ত্রিভুজ ABC ত্রিভুজের পাদ ত্রিভুজ।

প্রমাণ করতে হবে যে, ΔAEF, ΔBDF, ΔCDE ও ΔABC সদৃশ।

প্রমাণ : ∠ODC + ∠OEC = 90° + 90° = 180°

∴ ODCE চতুর্ভুজটি বৃত্তস্থ।

∴ O, D, C, E সমবৃত্ত।

∴ ∠ODE = ∠OCE [একই চাপস্থিত কোণ]

∴ ∠EDC = 90° – ∠ODE

= 90° – ∠OCE

= 90° – ∠FCA

= ∠BAC [∵ ∠BAC + ∠FCA = 90°]

∴ ∠EDC = ∠BAC

অনুরূপভাবে, ∠DEC = ∠ABC

এখন ΔABC ও ΔCDE -এ

∠EDC = ∠BAC, ∠DEC = ∠ABC

∴ ΔABC ও ΔCDE সদৃশ।

অনুরূপভাবে, ΔBDF ও AEF ত্রিভুজদ্বয় ΔABC এর সদৃশ।

∴ ΔAEF, ΔBDF, ΔCDE ও ΔABC পরস্পর সদৃশ। **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▶ ১১ কোন বৃত্তের AB ও CD জ্যাদ্বয় O বিন্দুতে ছেদ করেছে।

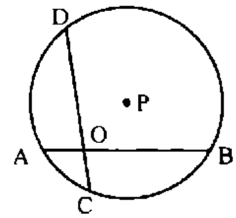
ক. প্রদত্ত তথ্য অবলম্বনে চিত্র অঙ্কন কর।

খ. দেখাও যে, ΔAOD ও ΔBOC সদৃশ।

গ. প্রমাণ কর যে, AO.OB = CO.OD.

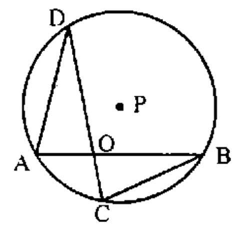
১১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক



চিত্রে P কেন্দ্র বিশিষ্ট বৃত্তে AB ও CD জ্যাদ্বয় O বিন্দুতে ছেদ করেছে।

খ



বিশেষ নির্বচন: P কেন্দ্র বিশিষ্ট ACBD বৃত্তে AB ও CD জ্যাদ্বয় O বিন্দুতে ছেদ করেছে। A, D এবং B, C যোগ করি।

প্রমাণ করতে হবে যে, ΔAOD ও ΔBOC সদৃশ।

প্রমাণ : ΔAOD ও ΔBOC-এ,

∠AOD = বিপ্রতীপ ∠BOC,

∠ADO = ∠CBO [একই চাপ AC এর উপর অবস্থিত]

∠OAD = ∠OCB [একই চাপ BD এর উপর অবস্থিত]

∴ ΔAOD ও ΔBOC সদৃশ। **(প্রমাণিত)**

গ (গ) 'খ' থেকে পাই,

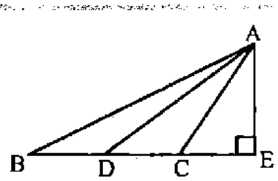
ΔAOD ও BOC সদৃশ।

$\therefore \frac{OD}{OB} = \frac{AO}{CO}$

∴ AO.OB = CO.OD **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ব্যাংক উত্তরসহ সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

প্রশ্ন ▶ ১১



ক. উপরের জ্যামিতিক চিত্রটি থেকে AD কে একটি বাহু ধরে সম্ভাব্য ত্রিভুজগুলোর নাম লিখ। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $AB = \sqrt{AC^2 + BC^2 + 2BC.CD}$ ৪

গ. BD = CD হলে, দেখাও যে, $AB^2 + AC^2 = 2(AD^2 + BD^2)$ ৪

উত্তর: খ. উপপাদ্য ৩.৩ এর অনুরূপ। **গ.** উপপাদ্য ৩.৫ এর অনুরূপ।

প্রশ্ন ▶ ১১ ΔABC এ ∠C স্থূলকোণ। AD, BC এর বর্ধিতাংশের উপর লম্ব।

ক. প্রদত্ত তথ্যের আলোকে চিত্র অঙ্কন কর। ২

খ. উপরে প্রদত্ত তথ্য অবলম্বনে, প্রমাণ কর যে,
$AB^2 = AC^2 + BC^2 + 2BC\ CD.$ ৪

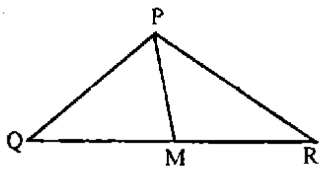
গ. ∠C সূক্ষ্মকোণ হলে দেখাও যে,
$AB^2 = AC^2 + BC^2 – 2BC.\ CD$ ৪

উত্তর:

খ. উপপাদ্য ৩.৩ এর অনুরূপ।

গ. উপপাদ্য ৩.৪ এর অনুরূপ।

প্রশ্ন ▶ ১৪



[অগ্রগামী সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, সিলেট]

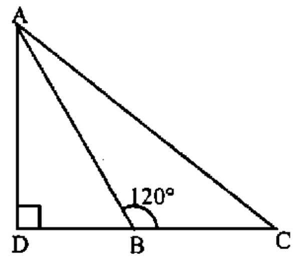
ক. $\Delta PQR : \Delta PQM$ = কত? ২

খ. ΔPQR এ PM মধ্যমা হলে প্রমাণ কর যে, $PQ^2 + PR^2 = 2(PM^2 + QM^2)$ ৪

গ. ত্রিভুজটির বাহু ও মধ্যমার মধ্যে সম্পর্ক স্থাপন কর। ৪

উত্তর: ক. 2

প্রশ্ন ▶ ১৫ **নিচের চিত্রটি লক্ষ কর এবং প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও:**



চিত্রে ABC একটি স্থূলকোণ এবং ADC একটি সমকোণ।

[বি কে জি সি সরকারী বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, হবিগঞ্জ]

ক. $\angle BAD$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. $\angle ABC$ এর $\angle B = 120°$ হলে প্রমাণ কর যে, $AC^2 = AB^2 + BC^2 + 2.AB.BC$ ৪

গ. ΔABC এর $\angle D = 90°$ এবং DC এর মধ্যবিন্দু B হলে প্রমাণ কর যে, $AC^2 = AB^2 + 3BC^2$. ৪

উত্তর: ক. 30°; **খ.** উপপাদ্য ৩.৩ এর অনুরূপ; **গ.** অনুশীলনী-৩.১ এর প্রশ্ন-৪ এর অনুরূপ।

প্রশ্ন ▶ ১৬ **ΔPRS এর PO, RS এর উপর একটি মধ্যমা এবং RO = OS.** [মোহাম্মদপুর প্রিপারেটরী উচ্চ মাধ্যমিক (বালিকা) বিদ্যালয়, ঢাকা]

ক. চিত্র অঙ্কন করে RS এবং এর বর্ধিতাংশের উপর লম্ব অঙ্কন কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $PR^2 + PS^2 = 2(PO^2 + RO^2)$ ৪

গ. ΔPRS এর বাহু তিনটির দৈর্ঘ্যকে a, b, c এবং মধ্যমাত্রয়কে যথাক্রমে d, e, f ধরে দেখাও যে, $4(d^2 + e^2 + f^2) = 3(a^2 + b^2 + c^2)$ ৪

উত্তর:

খ. উপপাদ্য ৩.৫ এর অনুরূপ।

গ. পাঠ্যবইয়ের পৃষ্ঠা-৭১ এর সিদ্ধান্ত দ্রষ্টব্য।

REVISION

এ অংশে অধ্যায়ের গুরুত্বপূর্ণ তথ্য ও সূত্র, পরীক্ষার আগে যার উপর চোখ বুলিয়ে নেওয়া প্রয়োজন বা অবশ্যই মনে রাখতে হবে এমন বিষয়সমূহ একনজরে উল্লেখ করা হয়েছে। পরীক্ষার আগে এ বিষয়গুলো রিভিশন দিলে পরীক্ষায় নির্ভুলভাবে অঙ্ক সমাধান করতে পারবে।

- $(\text{অতিভুজ})^2 = (\text{লম্ব})^2 + (\text{ভূমি})^2$; এটি পীথাগোরাসের উপপাদ্য।
- ত্রিভুজের একটি বাহুর দৈর্ঘ্যের বর্গ অপর দুই বাহুর দৈর্ঘ্যের বর্গের সমষ্টির সমান হলে শেষোক্ত বাহুদ্বয়ের অন্তর্ভুক্ত কোণ অবশ্যই সমকোণ হবে।
- কোনো রেখার উপর কোনো বিন্দু থেকে অঙ্কিত লম্বের পাদবিন্দুই ঐ বিন্দুর লম্ব অভিক্ষেপ।
- কোনো রেখার উপর লম্ব রেখার লম্ব অভিক্ষেপ একটি বিন্দু। ফলে লম্ব অভিক্ষেপের দৈর্ঘ্য শূন্য।
- একই রেখার উপর কোনো নির্দিষ্ট রেখার সমান্তরাল এবং সমান দৈর্ঘ্যের রেখাংশের লম্ব অভিক্ষেপ প্রথমোক্ত রেখাংশের লম্ব অভিক্ষেপের সমান হবে।
- সমকোণী ত্রিভুজের ক্ষেত্রে সমকোণের সন্নিহিত বাহুদ্বয় পরস্পর লম্ব বিধায় তাদের প্রত্যেকটির লম্ব অভিক্ষেপ একে অন্যের উপর শূন্য।
- সমকোণী ত্রিভুজের মধ্যমাত্রয়ের উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রসমূহের ক্ষেত্রফলের সমষ্টির দ্বিগুণ অতিভুজের উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের তিনগুণের সমান।

SUGGESTION

এখানে অধ্যায়টির অনুশীলনী, বহুনির্বাচনি ও সৃজনশীল প্রশ্নগুলো বিশ্লেষণ করে স্টার মার্কসহ সাজেশন দেওয়া হয়েছে। পরীক্ষার আগে অবশ্যই এ অঙ্কগুলো সমাধান করবে। তাহলে পরীক্ষায় যেকোনো অঙ্কের সমাধান সহজেই করতে পারবে।

সাজেশন | বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

	প্রশ্ন নম্বর
★★★	২, ৩, ৪, ৫, ৯, ১৩, ১৪, ১৮, ১৯, ২০, ২১, ৩০, ৩১, ৩৩, ৩৪, ৩৮, ৩৯, ৪০, ৪৩, ৪৪, ৪৭, ৪৯, ৫২, ৫৪, ৫৫, ৫৭, ৫৮, ৫৯, ৬২, ৬৩, ৬৬, ৬৭, ৬৮, ৬৯, ৭০, ৭১
★★	৬, ৭, ১২, ১৫, ১৭, ২৬, ২৭, ২৯, ৩৫, ৩৬, ৩৭, ৫৩, ৬০, ৬১, ৬৫, ৭২, ৭৩, ৭৪

সাজেশন | সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

	প্রশ্ন নম্বর
★★★	১, ২, ৪, ৭, ৯
★★	৩, ৬, ৮, ১০

www.bdniyog.com

অধ্যায়-৩

জ্যামিতি

অনুশীলনী-৩.২

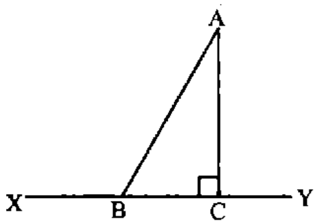
অনুশীলনীটি পড়ে যা জানতে পারবে—

১. ত্রিভুজের পরিকেন্দ্র, ভরকেন্দ্র ও লম্ববিন্দু সম্পর্কিত উপপাদ্যগুলোর প্রমাণ ও প্রয়োগ।
২. ব্রক্ষগুপ্তের উপপাদ্যের প্রমাণ ও প্রয়োগ।
৩. টলেমির উপপাদ্যের প্রমাণ ও প্রয়োগ।

১৬টি অনুশীলনীর প্রশ্ন|
৭৫টি বহুনির্বাচনি প্রশ্ন ■ ৩৫টি সাধারণ বহুনির্বাচনি ■ ১০টি বহুপদী সমাপ্তিসূচক ■ ৩০টি অভিন্ন তথ্যভিত্তিক
১৮টি সৃজনশীল প্রশ্ন ■ ২টি অনুশীলনী ■ ১০টি মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত ■ ৬টি প্রশ্নব্যাংক

অনুশীলনীর সৃজনশীল বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

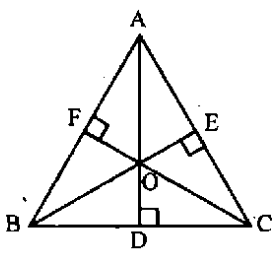
১.



XY রেখাংশে AB এর লম্ব অভিক্ষেপ নিচের কোনটি?

ক. AB খ. BC
গ. AC ঘ. XY (খ)

২.



ওপরের চিত্রে কোনটি লম্ব বিন্দু?

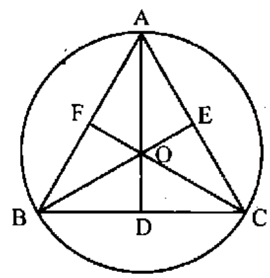
ক. D খ. E
গ. F ঘ. O (ঘ)

৩. i. ত্রিভুজের মধ্যমাত্রয়ের ছেদ বিন্দুকে ভরকেন্দ্র বলে।
ii. ভরকেন্দ্র যেকোনো মধ্যমাকে 3 : 1 অনুপাতে বিভক্ত করে।
iii. সদৃশকোণী ত্রিভুজের অনুরূপ বাহুগুলো সমানুপাতিক।

নিচের কোনটি সঠিক?

ক. i ও ii খ. ii ও iii
গ. i ও iii ঘ. i, ii ও iii (গ)

ব্যাখ্যা: (ii) সঠিক নয়, কারণ ভরকেন্দ্র যেকোনো মধ্যমাকে 2 : 1 অনুপাতে বিভক্ত করে।



D, E, F যথাক্রমে BC, AC ও AB এর মধ্যবিন্দু হলে ওপরের চিত্রের আলোকে (৪-৬) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

৪. **G বিন্দুর নাম কী?**

ক. লম্ব বিন্দু খ. অন্ত:কেন্দ্র
গ. ভরকেন্দ্র ঘ. পরিকেন্দ্র (গ)

৫. **ΔABC এর শীর্ষ বিন্দু দিয়ে অঙ্কিত বৃত্তের নাম কী?**

ক. পরিবৃত্ত খ. অন্ত:বৃত্ত
গ. বহি:বৃত্ত ঘ. নববিন্দু বৃত্ত (ক)

৬. **ΔABC এর ক্ষেত্রে নিচের কোনটি এ্যাপোলোনিয়াসের উপপাদ্যকে সমর্থন করে?**

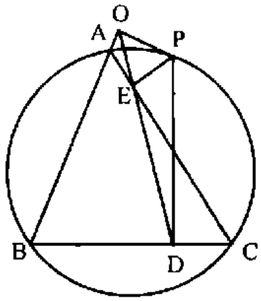
ক. $AB^2 + AC^2 = BC^2$
খ. $AB^2 + AC^2 = 2(AD^2 + BD^2)$
গ. $AB^2 + AC^2 = 2(AG^2 + GD^2)$
ঘ. $AB^2 + AC^2 = 2(BD^2 + CD^2)$ (খ)

www.bdniyog.com

অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

৭. ABC ত্রিভুজের পরিবৃত্তস্থ যেকোনো P বিন্দু থেকে BC ও CA এর উপর PD ও PE লম্ব অঙ্কন করা হয়েছে। যদি ED রেখাংশ AB কে O বিন্দুতে ছেদ করে, তবে প্রমাণ কর যে, PO রেখা AB এর উপর লম্ব। অর্থাৎ PO ⊥ AB.

সমাধান:



বিশেষ নির্বচন: দেওয়া আছে, P, ΔABC এর পরিবৃত্তস্থ যেকোনো একটি বিন্দু। PD ⊥ BC ও PE ⊥ CA। ED রেখাংশ AB এর বর্ধিতাংশকে O বিন্দুতে ছেদ করে। প্রমাণ করতে হবে যে, PO ⊥ AB।

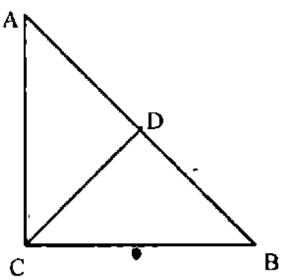
প্রমাণ: আমরা জানি, পরিবৃত্তস্থ কোনো বিন্দু হতে কোনো ত্রিভুজের বাহুত্রয়ের ওপর অঙ্কিত লম্বত্রয়ের পাদবিন্দুগুলো সমরেখ।

এখানে, PD ⊥ BC, PE ⊥ AC এবং ED রেখাংশ AB কে O বিন্দুতে ছেদ করায় D, E, O সমরেখ। সুতরাং O বিন্দু অবশ্যই P হতে AB এর ওপর লম্বের পাদবিন্দু হবে।

∴ PO ⊥ AB **(প্রমাণিত)**

৮. ΔABC এর ∠C সমকোণ। C থেকে অতিভুজের ওপর অঙ্কিত লম্ব CD হলে, প্রমাণ কর যে, CD^2 = AD. BD.

সমাধান:



বিশেষ নির্বচন: দেওয়া আছে, ΔABC-এর ∠C = 90°। CD, AB এর ওপর লম্ব। প্রমাণ করতে হবে যে, CD^2 = AD. BD

প্রমাণ: ΔABC-এ ∠C = 90°

∴∠ACD + ∠BCD = 90° .... (i)

আবার, Δ ADC-এ ∠ADC = 90° [∵ CD ⊥ AB]

∴∠CAD + ∠ACD = 90°.............. (ii)

[∵ ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি 180°]

সমীকরণ (i) ও (ii) হতে পাই,

∠ACD + ∠BCD = ∠CAD + ∠ACD

∴∠BCD = ∠CAD

এখন, ΔADC ও ΔBDC-এ

∠ADC = ∠BDC = 90°

এবং ∠CAD = ∠BCD

সুতরাং ত্রিভুজ দুইটি সদৃশকোণী। ∴ ত্রিভুজদ্বয় সদৃশ।

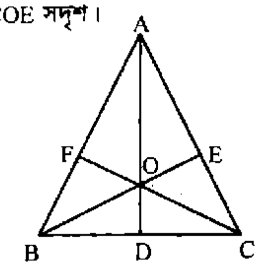
$\therefore \frac{AD}{CD} = \frac{CD}{BD}$

অর্থাৎ, CD^2 = AD.BD (প্রমাণিত)

৯. ΔABC এর শীর্ষত্রয় থেকে বিপরীত বাহুগুলোর ওপর লম্ব AD, BE ও CF রেখাত্রয় O বিন্দুতে ছেদ করে। প্রমাণ কর যে, AO. OD = BO.OE = CO. OF.

[সংকেত: ΔBOF এবং ΔCOE সদৃশ। ∴ BO : CO = OF : OE]

সমাধান: ΔCOE সদৃশ।



বিশেষ নির্বচন: দেওয়া আছে, Δ ABC-এর শীর্ষত্রয় থেকে বিপরীত বাহুত্রয়ের ওপর লম্ব AD, BE ও CF পরস্পর O বিন্দুতে ছেদ করে। প্রমাণ করতে হবে যে, AO. OD = BO.OE = CO.OF.

প্রমাণ: ΔBOF ও ΔCOE-এ

∠OFB = ∠OEC = 90° [∵ CF ⊥ AB, BE ⊥ AC]

এবং ∠BOF = ∠COE [বিপ্রতীপ কোণ বলে]

ত্রিভুজ দুইটি সদৃশকোণী। ∴ ত্রিভুজদ্বয় সদৃশ।

$\therefore \frac{BO}{CO} = \frac{OF}{OE}$

∴ BO. OE = CO. OF. .... (i)

আবার, Δ BOD ও Δ AOE-এ

∠ODB = ∠OEA = 90° [∵ AD ⊥ BC, BE ⊥ AC]

এবং ∠BOD = ∠AOE. [বিপ্রতীপ কোণ]

∴ ত্রিভুজ দুইটি সদৃশকোণী। ∴ ত্রিভুজদ্বয় সদৃশ।

$\therefore \frac{BO}{AO} = \frac{OD}{OE}$

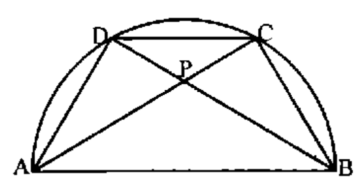
∴ AO.OD = BO. OE ... ... (ii)

এখন, সমীকরণ (i) ও (ii) হতে পাই,

∴ AO.OD = BO.OE = CO. OF **(প্রমাণিত)**

১০. AB ব্যাসের ওপর অঙ্কিত অর্ধবৃত্তের দুইটি জ্যা AC ও BD পরস্পর P বিন্দুতে ছেদ করে। প্রমাণ কর যে, AB^2 = AC. AP + BD. BP

সমাধান:



বিশেষ নির্বচন: দেওয়া আছে, AB ব্যাসের ওপর ABCD একটি অর্ধবৃত্ত। AC ও BD জ্যাদ্বয় পরস্পর P বিন্দুতে ছেদ করেছে। প্রমাণ করতে হবে যে, AB^2 = AC. AP + BD. BP।

অঙ্কন: A, D; B, C ও C, D যোগ করি।

প্রমাণ: ΔCPD ও ΔAPB-এ

∠PDC = ∠PAB [একই চাপ BC-এর ওপর অবস্থিত]

এবং ∠DPC = ∠APB [বিপ্রতীপ কোণ বলে]

ত্রিভুজ দুইটি সদৃশকোণী।

∴ ত্রিভুজদ্বয় সদৃশ।

www.bdniyog.com

$\frac{AP}{DP} = \frac{BP}{CP}$

বা, $AP.CP = BP.DP.$

বা, $AP.CP + AP^2 = BP.DP + AP^2$

[উভয়পক্ষে AP^2 যোগ করে]

বা, $AP(CP + AP) = BP.DP + DP^2 + AD^2$

[AB ব্যাস বলে $\angle ADP = \angle ADB = 90°$; $\therefore AP^2 = AD^2 + DP^2$]

বা, $AP.AC = DP(BP + DP) + AD^2$

বা, $AP.AC = DP.BD + AB^2 - BD^2$

[$\angle ADB = 90°$ বলে $\triangle ABD$ -এ $AB^2 = AD^2 + BD^2$ বা $AD^2 = AB^2 - BD^2$]

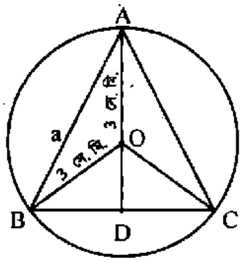
বা, $AP.AC = AB^2 - BD(BD - DP)$

বা, $AP.AC = AB^2 - BD.BP$

$\therefore AB^2 = AP.AC + BD.BP$ **(প্রমাণিত)**

১১. কোনো সমবাহু ত্রিভুজের পরিবৃত্তের ব্যাসার্ধ 3.0 সে. মি. হলে, ঐ ত্রিভুজের বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

সমাধান:



বিশেষ নির্বচন: মনে করি, O, ABC সমবাহু ত্রিভুজের পরিকেন্দ্র। তাহলে এর ব্যাসার্ধ, OA = OB = OC = 3.0 সে. মি. (দেওয়া আছে)। বাহুর দৈর্ঘ্য AB = BC = CA = a (ধরি) নির্ণয় করতে হবে।

বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয়: $AD \perp BC$ আঁকি যা BC কে D বিন্দুতে ছেদ করে। $AD \perp BC$ হওয়ায় $\triangle ABD$ ও $\triangle ACD$ উভয়ে সমকোণী ত্রিভুজ।

ABD ও ACD সমকোণী ত্রিভুজদ্বয়ের অতিভুজ AB = অতিভুজ AC [$\because$ ABC সমবাহু ত্রিভুজ]

এবং AD সাধারণ বাহু।

$\therefore \triangle ABD \cong \triangle ACD$

$\therefore BD = CD$ অর্থাৎ AD একটি মধ্যমা।

এখন, যেহেতু D, BC এর মধ্যবিন্দু এবং $AD \perp BC$.

সেহেতু AD অবশ্যই কেন্দ্র O দিয়ে যাবে।

অনুরূপভাবে, প্রমাণ করা যায় যে, B ও C শীর্ষ হতে অঙ্কিত মধ্যমা দুইটিও O বিন্দু দিয়ে যায়। সুতরাং O, $\triangle ABC$ এর ভরকেন্দ্র।

$\therefore AO : OD = 2 : 1$

$\frac{AO}{OD} = \frac{2}{1}$

বা, $OD = \frac{1}{2}AO$ বা, $OD = \frac{1}{2} \times 3.0$ সে.মি. [$\because AO = 3.0$ সে.মি.]

$OD = \frac{3}{2}$ সে.মি.

এবং $BD = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2}a$ সে.মি.

আবার, OBD সমকোণী ত্রিভুজে,

$OB^2 = OD^2 + BD^2$

বা, $(3.0)^2 = \left(\frac{3}{2}\right)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2$

বা, $9 = \frac{9}{4} + \frac{a^2}{4}$

বা, $\frac{a^2 + 9}{4} = 9$

বা, $a^2 + 9 = 36$

বা, $a^2 = 27$

বা, $a = \sqrt{27}$

$\therefore a = 3\sqrt{3}$ সে.মি.

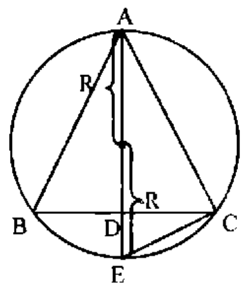
$\therefore AB = BC = CA = 3\sqrt{3}$ সে.মি.

অর্থাৎ, প্রদত্ত ত্রিভুজের প্রতিটি বাহুর দৈর্ঘ্য $3\sqrt{3}$ সে.মি.।

Ans. $3\sqrt{3}$ সে.মি.।

১২. ABC সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দু A হতে ভূমি BC এর ওপর অঙ্কিত লম্ব AD এবং ত্রিভুজের পরিব্যাসার্ধ R হলে প্রমাণ কর যে, $AB^2 = 2R.AD$.

সমাধান:



বিশেষ নির্বচন: মনে করি, সমদ্বিবাহু $\triangle ABC$-এ AB = AC। A থেকে BC-এর ওপর অঙ্কিত লম্ব AD এবং ত্রিভুজের পরিব্যাসার্ধ R। প্রমাণ করতে হবে যে, $AB^2 = 2R.AD$.

অঙ্কন: AD-কে বর্ধিত করি, যেন তা পরিবৃত্তকে E বিন্দুতে ছেদ করে। C, E যোগ করি।

প্রমাণ: $\triangle ADC$ ও $\triangle ACE$-এ,

$\angle ADC = \angle ACE$

[$\because$ অর্ধবৃত্তস্থ $\angle ACE = 90°$ এবং AD, BC এর ওপর লম্ব বলে $\angle ADC = 90°$]

$\angle EAC$ সাধারণ কোণ।

এবং অবশিষ্ট $\angle ACD$ = অবশিষ্ট $\angle AEC$

$\therefore$ ত্রিভুজদ্বয় সদৃশকোণী তথা সদৃশ।

$\therefore \frac{AD}{AC} = \frac{AC}{AE}$

[$\because$ সদৃশকোণী ত্রিভুজদ্বয়ের অনুরূপ বাহুগুলোর অনুপাত সমান]

বা, $AC^2 = AE.AD$

$\therefore AB^2 = AE.AD$ [$\because AB = AC$] ....(i)

সমকোণী ত্রিভুজ $\triangle ABD$ ও $\triangle ACD$ এর মধ্যে

অতিভুজ AB = অতিভুজ AC [দেওয়া আছে]

এবং AD সাধারণ বাহু।

$\therefore \triangle ABD \cong \triangle ACD$

$\therefore BD = CD$

অর্থাৎ $AD \perp BC$ এবং AD, BC এর সমদ্বিখণ্ডক।

$\therefore$ AD, বৃত্তের কেন্দ্র দিয়ে যায়।

[কেন্দ্র থেকে জ্যায়ের ওপর অঙ্কিত লম্ব জ্যাকে সমদ্বিখণ্ডিত করে]

$\therefore$ AE, $\triangle ABC$ -এর পরিব্যাস

AE = 2R [$\because$ R, $\triangle ABC$-এর পরিব্যাসার্ধ]

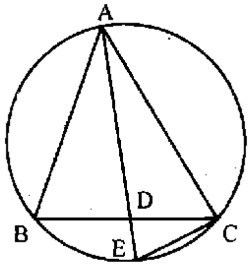
তাহলে (i) হতে পাই,

অর্থাৎ, $AB^2 = 2R.AD$ **(প্রমাণিত)**

www.bdniyog.com

১৩. ABC ত্রিভুজের $\angle A$ এর সমদ্বিখণ্ডক BC কে D বিন্দুতে এবং ΔABC পরিবৃত্তকে E বিন্দুতে ছেদ করেছে। দেখাও যে, $AD^2 = AB.AC - BD.DC$.

সমাধান:



বিশেষ নির্বচন: দেওয়া আছে, ΔABC এর $\angle A$ এর সমদ্বিখণ্ডক রেখাংশ BC কে D বিন্দুতে এবং ABC পরিবৃত্তকে E বিন্দুতে ছেদ করেছে। প্রমাণ করতে হবে যে, $AD^2 = AB.AC - BD.DC$.

অঙ্কন: C, E যোগ করি।

প্রমাণ: ΔABD ও ΔACE- এ

$\angle BAD = \angle CAE$ [$\because$ AD, $\angle A$ এর সমদ্বিখণ্ডক]

এবং $\angle ABD = \angle AEC$ [$\because$ একই বৃত্তাংশস্থিত কোণ]

$\therefore$ অবশিষ্ট $\angle ADB$ = অবশিষ্ট $\angle ACE$ [$\because$ ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি দুই সমকোণ]

$\therefore$ ত্রিভুজদ্বয় সদৃশকোণী।

$\therefore$ ত্রিভুজদ্বয় সদৃশ।

$\therefore \dfrac{AD}{AC} = \dfrac{AB}{AE}$

[$\because$ দুইটি সদৃশ ত্রিভুজের অনুরূপ বাহুগুলোর অনুপাত সমান]

অর্থাৎ, $AB.AC = AD.AE$ .... (i)

আবার, ΔABD ও ΔCDE- এ

$\angle ABD = \angle CED$ [$\because$ একই বৃত্তাংশস্থিত কোণ]

এবং $\angle ADB = \angle CDE$ [$\because$ বিপ্রতীপ কোণদ্বয় পরস্পর সমান]

$\therefore$ অবশিষ্ট $\angle BAD$ = অবশিষ্ট $\angle DCE$

$\therefore$ ত্রিভুজদ্বয় সদৃশকোণী।

$\therefore$ ত্রিভুজদ্বয় সদৃশ।

$\dfrac{BD}{DE} = \dfrac{AD}{DC}$

[$\because$ দুইটি সদৃশ ত্রিভুজের অনুরূপ বাহুগুলোর অনুপাত সমান]

অর্থাৎ, $AD.DE = BD.DC$ .... (ii)

এখন, সমীকরণ (i) হতে পাই,

$AB.AC = AD.AE$

$= AD(AD + DE)$ [$\because AE = AD + DE$]

$= AD.AD + AD.DE$

$= AD^2 + AD.DE$

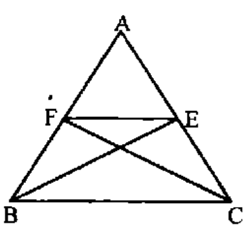
বা, $AD^2 = AB.AC - AD.DE$

$\therefore AD^2 = AB.AC - BD.DC$ [সমীকরণ (ii) হতে মান বসিয়ে]

অর্থাৎ, $AD^2 = AB.AC - BD.DC$ **(দেখানো হলো)**

১৪. ABC ত্রিভুজের AC ও AB বাহুর ওপর যথাক্রমে BE ও CF লম্ব। দেখাও যে, $\Delta ABC : \Delta AEF = AB^2 : AE^2$.

সমাধান:



বিশেষ নির্বচন: দেওয়া আছে, ΔABC-এ $BE \perp AC$ এবং $CF \perp AB$. E, F যোগ করা হলো। প্রমাণ করতে হবে যে, $\Delta ABC : \Delta AEF = AB^2 : AE^2$.

প্রমাণ: $\angle BEC = 90^\circ = \angle BFC$ [$\because BE \perp AC, CF \perp AB$]

$\therefore$ BC কে ব্যাস ধরে অঙ্কিত বৃত্তটি E ও F বিন্দু দিয়ে যাবে।

কারণ, অর্ধবৃত্তস্থ কোণ এক সমকোণ।

$\therefore$ BCEF একটি বৃত্তস্থ চতুর্ভুজ।

CE বাহুকে বর্ধিত করায় উৎপন্ন বহিঃস্থ কোণ $\angle AEF$.

$\therefore \angle AEF = \angle ABC$ [বৃত্তস্থ চতুর্ভুজের একটি বাহুকে বর্ধিত করলে উৎপন্ন বহিঃস্থ কোণ বিপরীত অন্তঃস্থ কোণের সমান।]

অনুরূপে, $\angle AFE = \angle ACB$ [একই কারণে]

ΔABC ও ΔAEF এর মধ্যে

$\angle ABC = \angle AEF$, $\angle ACB = \angle AFE$.

এবং $\angle A$ সাধারণ।

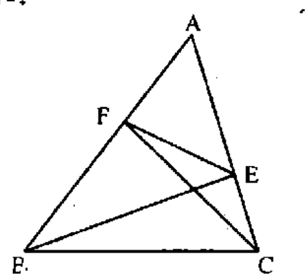
$\therefore$ ত্রিভুজ দুইটি সদৃশকোণী তথা এরা সদৃশ।

অধিকন্তু AB ও AE তাদের অনুরূপ বাহু।

$\therefore \dfrac{\Delta ABC}{\Delta AEF} = \dfrac{AB^2}{AE^2}$

অর্থাৎ $\Delta ABC : \Delta AEF = AB^2 : AE^2$. **(দেখানো হলো)**

বিকল্প পদ্ধতি:



বিশেষ নির্বচন: দেওয়া আছে, ΔABC-এ $BE \perp AC$ এবং $CF \perp AB$. E, F যোগ করা হলো। প্রমাণ করতে হবে যে, $\Delta ABC : \Delta AEF = AB^2 : AE^2$.

প্রমাণ: $\angle BEC = \angle BFC$ = 1 সমকোণ [$\because BE \perp AC$ এবং $CF \perp AB$]

যেহেতু কোণ দুইটি BC এর একই পাশে অবস্থিত।

$\therefore$ B, C, E, F বিন্দু চারটি সমবৃত্ত।

$\therefore$ BCEF চতুর্ভুজটি বৃত্তস্থ।

$\therefore \angle AFE = \angle BCE$ [বৃত্তস্থ চতুর্ভুজের একটি বাহু বর্ধিত করলে উৎপন্ন বহিঃস্থকোণ বিপরীত অন্তঃস্থকোণের সমান]

অর্থাৎ $\angle AFE = \angle ACB$

অনুরূপভাবে, $\angle AEF = \angle ABC$

এখন, ΔABC ও ΔAEF -এ

$\angle ABC = \angle AEF$. $\angle ACB = \angle AFE$ এবং $\angle A$ সাধারণ।

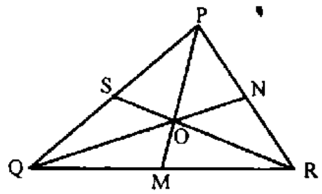
$\therefore \Delta ABC$ ও ΔAEF সদৃশ।

$\therefore \dfrac{\Delta ABC}{\Delta AEF} = \dfrac{AB^2}{AE^2}$ [দুইটি সদৃশ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফলের অনুপাত, যেকোনো দুইটি অনুরূপ বাহুর বর্গের অনুপাতের সমান।]

অর্থাৎ $\Delta ABC : \Delta AEF = AB^2 : AE^2$ **(দেখানো হলো)**

অনুশীলনীর সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

১৫. ΔPQR-এ PM, QN ও RS মধ্যমাত্রয় O বিন্দুতে ছেদ করেছে।



ক. O বিন্দুটির নাম কী? O বিন্দু PM কে কী অনুপাতে বিভক্ত করে?

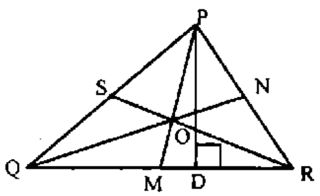
খ. ΔPQR হতে $PQ^2 + PR^2 = 2(PM^2 + QM^2)$ সম্পর্কটি প্রতিষ্ঠিত কর।

গ. দেখাও যে, ΔPQR-এর বাহু তিনটির বর্গের সমষ্টি O বিন্দু হতে শীর্ষবিন্দু তিনটির দূরত্বের বর্গের সমষ্টির তিনগুণ।

১৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক O বিন্দুর নাম ভরকেন্দ্র।
O বিন্দু PM কে 2 : 1 অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত করে।

খ ΔPQR-এ PM, QN ও RS মধ্যমাত্রয় O বিন্দুতে ছেদ করেছে। QR বাহুর উপর PD লম্ব আঁকি।



এখন ΔPQM-এ $\angle PMQ$ স্থূলকোণ

$\therefore PQ^2 = PM^2 + QM^2 + 2QM.DM$ .... (i)

[স্থূলকোণের ক্ষেত্রে পিথাগোরাসের উপপাদ্যের বিস্তৃতি হতে]

আবার, ΔPRM--এ $\angle PMR$ সূক্ষ্মকোণ

$\therefore PR^2 = PM^2 + RM^2 - 2RM.DM$ .... (ii)

[সূক্ষ্মকোণের ক্ষেত্রে পিথাগোরাসের উপপাদ্যের বিস্তৃতি হতে]

(i) ও (ii) যোগ করে পাই,

$PQ^2 + PR^2 = PM^2 + QM^2 + 2QM.DM + PM^2 + RM^2 - 2RM.DM$

$= 2PM^2 + 2QM^2 + 2QM.DM - 2.QM.DM$

[মধ্যমা বলে RM = QM]

$= 2(PM^2 + QM^2)$

সুতরাং $PQ^2 + PR^2 = 2(PM^2 + QM^2)$ সম্পর্কটি প্রতিষ্ঠিত হলো।

গ 'খ' হতে পাই,

$PQ^2 + PR^2 = 2(PM^2 + QM^2)$ .... (i)

অনুরূপভাবে, $PQ^2 + QR^2 = 2(QN^2 + RN^2)$ .... (ii)

এবং $QR^2 + PR^2 = 2(RS^2 + QS^2)$ .... (iii)

এখন সমীকরণ (i), (ii) ও (iii) যোগ করে পাই,

$2PQ^2 + 2QR^2 + 2PR^2 = 2PM^2 + 2QM^2 + 2QN^2 + 2RN^2 + 2RS^2 + 2QS^2$

বা, $2(PQ^2 + QR^2 + PR^2) = 2(PM^2 + QN^2 + RS^2) + 2(QM^2 + RN^2 + QS^2)$

বা, $4(PQ^2 + QR^2 + PR^2) = 4(PM^2 + QN^2 + RS^2) + 4(QM^2 + RN^2 + QS^2)$

[উভয় পক্ষকে 2 দ্বারা গুণ করে]

$4(PQ^2 + QR^2 + PR^2) = 4(PM^2 + QN^2 + RS^2) + (2QM)^2 + (2RN)^2 + (2QS)^2$

বা, $4(PQ^2 + QR^2 + PR^2) = 4(PM^2 + QN^2 + RS^2) + QR^2 + PR^2 + PQ^2$

[$\because$ M, N, S যথাক্রমে QR, RP এবং PQ এর মধ্যবিন্দু বলে, 2QM = QR, 2RN = PR এবং 2QS = PQ]

বা, $3(PQ^2 + QR^2 + PR^2) = 4(PM^2 + QN^2 + RS^2)$ ...... (iv)

আমরা জানি, ত্রিভুজের মধ্যমাগুলো সম্পাত বিন্দুতে 2 : 1 অনুপাতে বিভক্ত করে।

$\therefore \frac{PO}{OM} = \frac{2}{1}$

বা, $\frac{OM}{PO} = \frac{1}{2}$

বা, $\frac{OM + PO}{PO} = \frac{1 + 2}{2}$ [যোজন করে]

বা, $\frac{PM}{PO} = \frac{3}{2}$

বা, $2PM = 3PO$

বা, $4PM^2 = 9PO^2$ [বর্গ করে]

অনুরূপভাবে $4QN^2 = 9QO^2$

এবং $4RS^2 = 9RO^2$

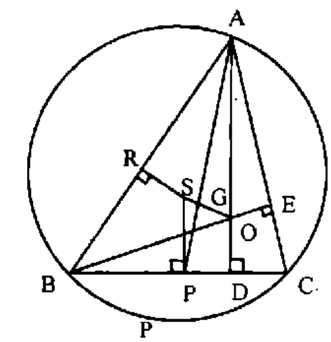
সুতরাং (iv) নং সমীকরণ থেকে পাই

$3(PQ^2 + QR^2 + PR^2) = 9PO^2 + 9QO^2 + 9RO^2$

$\therefore PQ^2 + QR^2 + PR^2 = 3(PO^2 + QO^2 + RO^2)$ [3 দ্বারা ভাগ করে]

(দেখানো হলো)

১৬.



ওপরের চিত্রে S, O যথাক্রমে পরিকেন্দ্র ও লম্ববিন্দু। AP মধ্যমা, BC = a, AC = b এবং AB = c [সরকারী জুবিলী উচ্চ বিদ্যালয়, সুনামগঞ্জ]

ক. OA এবং SP এর মধ্যে সম্পর্ক নির্ণয় কর।

খ. দেখাও যে, S, G, O একই সরলরেখায় অবস্থিত।

গ. $\angle C$ সূক্ষ্মকোণ হলে a.CD = b.CE সমীকরণটি প্রতিষ্ঠিত কর।

১৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক আমরা জানি, কোনো ত্রিভুজের লম্ব বিন্দু থেকে শীর্ষের দূরত্ব ত্রিভুজের পরিকেন্দ্র থেকে ঐ শীর্ষের বিপরীত বাহুর দূরত্বের দ্বিগুণ। ΔABC এর লম্ব বিন্দু O থেকে A শীর্ষের দূরত্ব OA এবং পরিকেন্দ্র S থেকে A শীর্ষের বিপরীত বাহু BC এর দূরত্ব SP.

$\therefore OA = 2SP$ ...... (i)

ইহাই OA এবং SP এর মধ্যে সম্পর্ক।

খ চিত্রানুসারে, ABC ত্রিভুজের লম্ববিন্দু O, পরিকেন্দ্র S। A, P যোগ করি, তাহলে AP, ΔABC এর একটি মধ্যমা। S, O যোগ করি। মনে করি, SO রেখাংশ AP মধ্যমাকে G বিন্দুতে ছেদ করেছে। তাহলে G বিন্দুটি ΔABC এর ভরকেন্দ্র প্রমাণ করাই যথেষ্ট হবে।

www.bdniyog.com

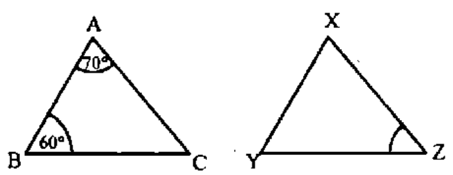
'ক' থেকে প্রাপ্ত (i) নং সমীকরণ থেকে OA = 2SP.
এখন যেহেতু AD ও SP উভয়ই BC এর ওপর লম্ব সেহেতু AD ∥ SP। এখন AD ∥ SP এবং AP এদের ছেদক।
$\therefore \angle PAD = \angle APS$ [একান্তর কোণ]
অর্থাৎ $\angle OAG = \angle SPG$.
এখন, ΔAGO এবং ΔPGS এর মধ্যে
$\angle AGO = \angle PGS$ [বিপ্রতীপ কোণ]
$\angle OAG = \angle SPG$ [একান্তর কোণ]
$\therefore$ অবশিষ্ট $\angle AOG$ = অবশিষ্ট $\angle PSG$.
$\therefore \Delta AGO$ এবং ΔPGS সদৃশকোণী।
সুতরাং $\frac{AG}{GP} = \frac{OA}{SP}$
বা, $\frac{AG}{GP} = \frac{2SP}{SP}$ [(i) নং দ্বারা]
বা, $\frac{AG}{GP} = \frac{2}{1}$
$\therefore AG : GP = 2 : 1$
অর্থাৎ G বিন্দু AP মধ্যমাকে 2 : 1 অনুপাতে বিভক্ত করেছে।
$\therefore$ G বিন্দু ΔABC এর ভরকেন্দ্র।
অর্থাৎ S, G, O একই সরলরেখায় অবস্থিত। **(দেখানো হলো)**

গ আমরা জানি, যেকোনো ত্রিভুজে সূক্ষ্মকোণের বিপরীত বাহুর ওপর অংকিত বর্গক্ষেত্র অপর দুই বাহুর ওপর অংকিত বর্গক্ষেত্রদ্বয়ের সমষ্টি অপেক্ষা ঐ দুই বাহুর যেকোনো একটি ও তার ওপর অপরটির লম্ব অভিক্ষেপের অন্তর্গত আয়তক্ষেত্রের দ্বিগুণ পরিমাণ কম।
এখন $AD \perp BC$ হওয়ায় ΔABC এর $\angle ACB$ সূক্ষ্মকোণ।
[$\therefore \angle ACB <$ সমকোণ $\angle ADC$]
এবং CD, BC বাহুতে AC বাহুর লম্ব অভিক্ষেপ বলে।
$AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2BC.CD$ .... (i)
আবার, CE, AC বাহুতে BC বাহুর লম্ব অভিক্ষেপ।
$AB^2 = BC^2 + AC^2 - 2AC.CE$
(i) নং এবং (i) নং সমীকরণ থেকে পাই,
$AC^2 + BC^2 - 2BC.CD = BC^2 + AC^2 - 2AC.CE$
বা, $-2BC.CD = -2AC.CE$
[উভয় পক্ষ হতে $AC^2 + BC^2$ বিয়োগ করে]
বা, BC. CD = AC . CE [উভয় পক্ষকে (– 2) দ্বারা ভাগ করে]
$\therefore$ a. CD = b. CE. সমীকরণটি প্রতিষ্ঠিত হলো।

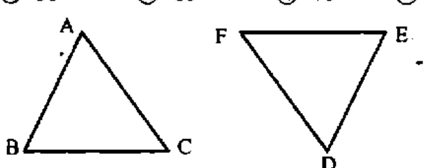
মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত সৃজনশীল বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

★★★ ত্রিভুজ ও বৃত্ত বিষয়ক উপপাদ্য। Text পৃষ্ঠা-৭২

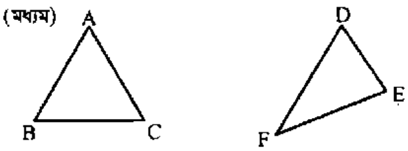
- ত্রিভুজের পরিকেন্দ্র, ভরকেন্দ্র ও লম্ববিন্দু সমরেখ।
- নববিন্দু বৃত্তের ব্যাসার্ধ ত্রিভুজের পরিব্যাসার্ধের অর্ধেকের সমান।
- ত্রিভুজের মধ্যমাত্রয়ের ছেদবিন্দুকে ত্রিভুজের ভরকেন্দ্র বলা হয়। ভরকেন্দ্র প্রত্যেক মধ্যমাকে 2 : 1 অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত করে।
- ত্রিভুজের অন্তঃস্থ কোণত্রয়ের সমদ্বিখণ্ডকত্রয়ের ছেদবিন্দুকে ত্রিভুজের অন্তঃকেন্দ্র বলা হয়। এই বিন্দু ত্রিভুজে অন্তর্লিখিত বৃত্তের কেন্দ্র।
- ত্রিভুজের বাহুত্রয়ের লম্ব সমদ্বিখণ্ডকত্রয়ের ছেদবিন্দুকে ত্রিভুজের পরিকেন্দ্র বলা হয়। এই বিন্দু ত্রিভুজে পরিলিখিত বৃত্তের কেন্দ্র।
- ত্রিভুজের শীর্ষত্রয় হতে বিপরীত বাহুর উপর লম্বত্রয়ের ছেদবিন্দুকে ত্রিভুজের লম্বকেন্দ্র বা লম্ববিন্দু বলা হয়। লম্বত্রয়ের পাদবিন্দুত্রয় সংযোজন করে উৎপন্ন ত্রিভুজকে মূল ত্রিভুজের পাদত্রিভুজ (Pedal triangle) বলা হয়।

১.


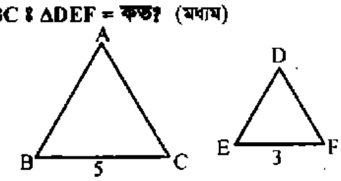
$\angle A = 70°$, $\angle B = 60°$ এবং ΔABC ও ΔXYZ পরস্পর সদৃশ হলে, $\angle Z$ = কত ডিগ্রি? (মধ্যম)
ক 50 খ 60 গ 70 ঘ 80 **ক**

২.


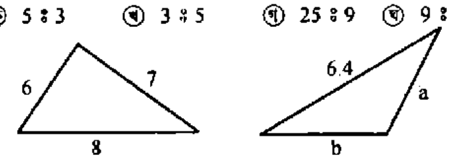
ΔABC ও ΔDEF সদৃশকোণী হলে নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)
ক AB = DE খ $\frac{AB}{AC} = \frac{DE}{DF}$
গ $\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF}$ ঘ $\frac{BC}{AC} = \frac{DF}{EF}$ **গ**

৩. **নিচের চিত্রে ΔABC ও ΔDEF সদৃশকোণী ত্রিভুজ। নিচের কোনটি সঠিক** (মধ্যম)


ক $\frac{AB}{BC} = \frac{DE}{DF}$ খ $\frac{AC}{AB} = \frac{EF}{DE}$
গ $\frac{BC}{AC} = \frac{DF}{EF}$ ঘ $\frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF} = \frac{BC}{EF}$ **ঘ**

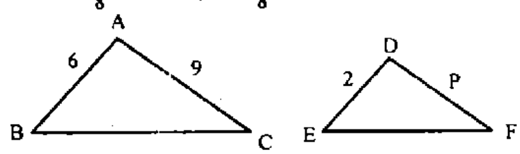
৪. **নিচের চিত্রে ΔABC ও ΔDEF সদৃশ হলে, $\Delta ABC : \Delta DEF$ = কত?** (মধ্যম)


ক 5 : 3 খ 3 : 5 গ 25 : 9 ঘ 9 : 25 **গ**

৫.


উপরের ত্রিভুজ দুটি সদৃশ হলে a ও b এর মান কত? (মধ্যম)
ক 5.0, 4.5 খ 5.6, 4.8
গ 5.8, 4.6 ঘ 5.5, 4.4 **খ**

ব্যাখ্যা: $a = \frac{6.4}{8} \times 7 = 5.6$, $b = \frac{6.4}{8} \times 6 = 4.8$

৬.


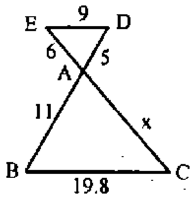
উপরের চিত্রে, ΔABC ও ΔDEF সদৃশ হলে P এর মান কত? (মধ্যম)
ক 2 খ 3 গ 4 ঘ 5 **খ**

ব্যাখ্যা: $\frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF}$

বা, $\frac{6}{2} = \frac{9}{p}$

বা, $p = \frac{9 \times 2}{6} = 3$.

৭.

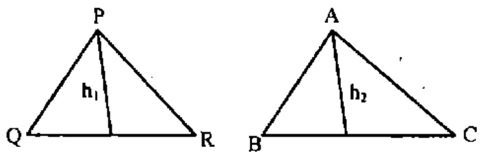


ΔABC ও ΔADE সদৃশ হলে x এর মান কত? (মধ্যম)

ক 9 খ 9.16 গ 9.50 ঘ 10 — উত্তর: খ

ব্যাখ্যা: $\frac{6}{11} = \frac{5}{x}$ বা, $x = \frac{11 \times 5}{6} = 9.16$

৮.

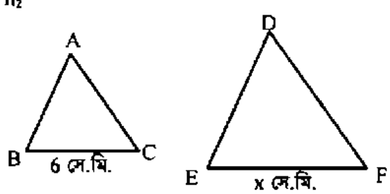


ΔPQR ও ΔABC সদৃশ ত্রিভুজদ্বয় এ QR = BC হলে নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ক $h_1 = h_2BC$ খ $\frac{h_1}{h_2}$ = ধ্রুবক

গ $\frac{h_1}{h_2} = 1$ ঘ $h_1 + h_2 = 0$ — উত্তর: খ

৯.

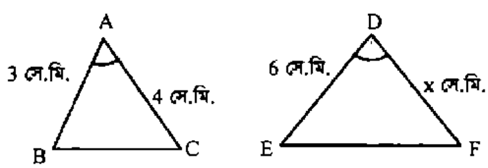


ΔABC ও ΔDEF দুইটি সদৃশ ত্রিভুজ। ΔABC এর ক্ষেত্রফল 18 বর্গ সে.মি. এবং ΔDEF এর ক্ষেত্রফল 32 বর্গ সে.মি. হলে x এর মান কত হবে? (কঠিন)

ক 5 খ 6 গ 7 ঘ 8 — উত্তর: ঘ

ব্যাখ্যা : $\frac{18}{32} = \frac{6^2}{x^2}$ বা, $x^2 = 64 \therefore x = 8$

১০.

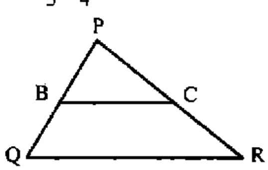


উপরের চিত্রে ΔABC ও ΔDEF সদৃশ এবং ∠A = ∠D হলে, x = কত সে.মি.? (মধ্যম)

ক 4 খ 6 গ 8 ঘ 10 — উত্তর: গ

ব্যাখ্যা : $\frac{6}{3} = \frac{x}{4} \therefore x = 8$

১১.

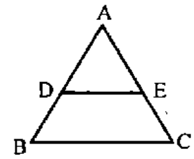


ΔPQR-এ BC ∥ QR হলে নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ক PB : QB = PC : RC খ PQ : PB = PC : PR

গ PQ : QR = QR : BC ঘ QR : BC = PQ : PC — উত্তর: ক

১২.

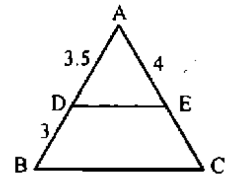


ΔABC-এ D, AB এর মধ্যবিন্দু এবং DE ∥ BC হলে নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ক AE : CE = 1 : 2 খ AC : AE = 1 : 2

গ AE : CE = 1 ঘ AE : CE = 2 : 1 — উত্তর: গ

১৩.



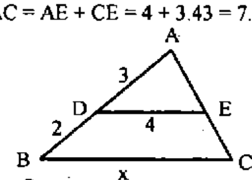
উপরের চিত্রে, BC ∥ DE হলে AC এর মান কত? (মধ্যম)

ক 3.42 খ 6.47 গ 7.43 ঘ 8.5 — উত্তর: গ

ব্যাখ্যা: $CE = \frac{AE}{AD} \times BD = 3.43$

$\therefore AC = AE + CE = 4 + 3.43 = 7.43$.

১৪.

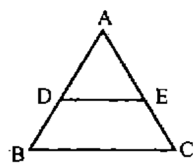


উপরের চিত্রানুসারে, BC ∥ DE হলে, x এর সঠিক মান কত? (মধ্যম)

ক 4 খ $5\frac{2}{3}$ গ $6\frac{2}{3}$ ঘ $7\frac{1}{2}$ — উত্তর: গ

ব্যাখ্যা: $BC = \frac{AB}{AD} \times DE = \frac{5}{3} \times 4 = 6\frac{2}{3}$.

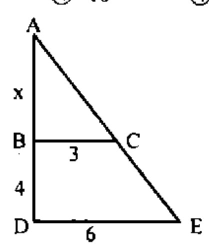
১৫.



$\Delta ADE = \frac{1}{4}\Delta ABC$ এবং ΔABC এর ক্ষেত্রফল 32 বর্গ একক হলে ΔADE এর ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক? (সহজ)

ক 8 খ 16 গ 32 ঘ 64 — উত্তর: ক

১৬.

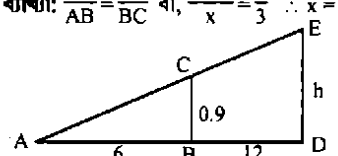


উপরের চিত্রে, x এর মান কত? (মধ্যম)

ক 2 খ 3 গ 4 ঘ 6 — উত্তর: গ

ব্যাখ্যা: $\frac{AD}{AB} = \frac{DE}{BC}$ বা, $\frac{x + 4}{x} = \frac{6}{3} \therefore x = 4$.

১৭.

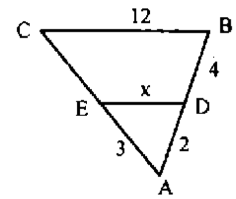


উপরের চিত্রে, h এর মান কত? (মধ্যম)

ক 1.5 খ 2.7 গ 3.2 ঘ 4.5 — উত্তর: খ

ব্যাখ্যা: $\frac{h}{0.9} = \frac{18}{6} \therefore h = 2.7$.

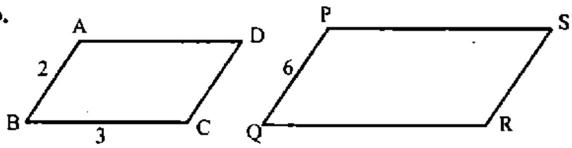
www.bdniyog.com

১৮. 

উপরের চিত্রে, x এর মান কত? (সহজ)

(ক) 2 (খ) 3 (গ) 4 (ঘ) 8 **গ**

ব্যাখ্যা: যেহেতু ΔABE ও ΔADE সদৃশ তাই-
$\frac{AB}{AD} = \frac{BC}{DE}$ বা, $\frac{6}{2} = \frac{12}{x}$ বা, $x = \frac{12}{3} = 4$.

১৯. 

উপরের চিত্রানুসারে, QR এর দৈর্ঘ্য কত? (মধ্যম)

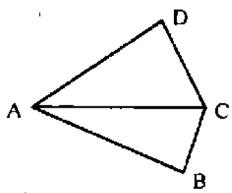
(ক) 2 (খ) 3 (গ) 6 (ঘ) 9 **ঘ**

ব্যাখ্যা: $QR = \frac{3}{2} \times 6 = 9$

২০. **$\Delta ABC \cong \Delta DEF$ হলে $\angle C = 3x - 40$ এবং $\angle F = 2x - 10$ হলে, x এর মান কত ডিগ্রি?** (মধ্যম)

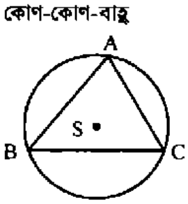
(ক) 15 (খ) 25 (গ) 30 (ঘ) 50 **গ**

ব্যাখ্যা: $\angle C = \angle F \therefore 2x - 10 = 3x - 40 \therefore x = 30$.

২১. 

AC বাহু, $\angle BAD$ ও $\angle BCD$ কে সমদ্বিখণ্ডিত করলে $\Delta ABC \cong \Delta ADC$ হয় কোন শর্তে? (সহজ)

(ক) বাহু-কোণ-বাহু (খ) কোণ-বাহু-কোণ
(গ) কোণ-কোণ-বাহু (ঘ) বাহু-বাহু-কোণ **খ**

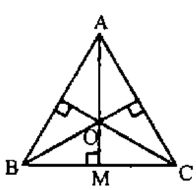
২২. 

ΔABC, বৃত্তে অন্তর্লিখিত হলে S কে কী বলা হয়? (সহজ)

(ক) অন্তঃকেন্দ্র (খ) পরিকেন্দ্র
(গ) বহিঃকেন্দ্র (ঘ) ভরকেন্দ্র **খ**

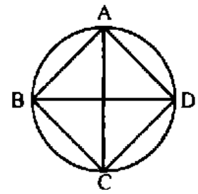
২৩. **সূক্ষ্মকোণী ত্রিভুজের পাদত্রিভুজের অন্তঃকেন্দ্রকে কী বলা হয়?** (সহজ)

(ক) সমবিন্দু (খ) অন্তঃকেন্দ্র
(গ) পরিকেন্দ্র (ঘ) লম্ববিন্দু **ঘ**

২৪. 

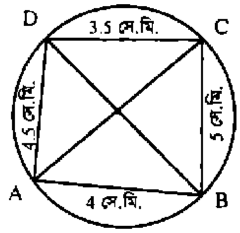
O বিন্দুটিকে ΔABC-এর কী বলে? (সহজ)

(ক) বহিঃকেন্দ্র (খ) অন্তঃকেন্দ্র
(গ) লম্ববিন্দু (ঘ) পরিকেন্দ্র **গ**

২৫. 

ABCD একটি বৃত্তে অন্তর্লিখিত চতুর্ভুজ হলে, AC.BD = কত? (সহজ)

(ক) AB.CD + BC.AD (খ) AB.BC + CD.AD
(গ) AB.CD – BC.AD (ঘ) AB.AD + BC.CD **ক**

২৬. 

ABCD একটি বৃত্তে অন্তর্লিখিত চতুর্ভুজ। AB = 4 সে.মি., BC = 5 সে.মি., CD = 3.5 সে.মি. এবং AD = 4.5 সে.মি. হলে তার কর্ণদ্বয়ের গুণফল কত? (মধ্যম)

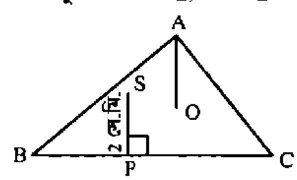
(ক) 36.5 (খ) 22.5 (গ) 14 (ঘ) 9.5 **ক**

ব্যাখ্যা : $4.5 \times 5 + 3.5 \times 4 = 36.5$

২৭. **ত্রিভুজের পরিকেন্দ্র, ভরকেন্দ্র ও লম্ব বিন্দু দ্বারা গঠিত ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক?** (সহজ) [বি এ এফ শাহীন কলেজ, চট্টগ্রাম; রাজশাহী সরকারী বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, হেলেনাবাদ; সরকারি করোনেশন মাধ্যমিক বালিকা বিদ্যালয়, খুলনা]

(ক) 0 (খ) 1 (গ) 10 (ঘ) অনির্ণেয় **ক**

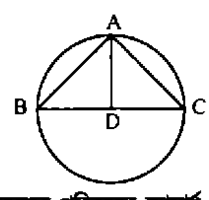
ব্যাখ্যা : ত্রিভুজের পরিকেন্দ্র, ভরকেন্দ্র ও লম্ব বিন্দু সমরেখ।

২৮. 

ΔABC এর O লম্ব বিন্দু এবং পরিকেন্দ্র S। SP = 2 সে.মি. হলে, AO = কত সে.মি.? (সহজ)

(ক) 1 (খ) 2 (গ) 4 (ঘ) 6 **গ**

ব্যাখ্যা: AO = 2SP = 4

২৯. 

ABC ত্রিভুজের পরিবৃত্তের ব্যাসার্ধ R হলে, নিচের কোন সম্পর্কটি সঠিক? (সহজ)

(ক) $AB.AC = \frac{1}{2} R.AD$ (খ) $AB.AC = 2R.AD$
(গ) $AB.\ AC = 3R.AD$ (ঘ) $AB.AC = 4R.AD$ **খ**

৩০. **একটি ত্রিভুজের পরিব্যাসার্ধ 9 সে.মি. ঐ ত্রিভুজের নববিন্দু বৃত্তের ব্যাসার্ধ কত সে.মি.?** (সহজ)

(ক) 4.5 (খ) 9 (গ) 18 (ঘ) 81 **ক**

ব্যাখ্যা: নববিন্দু বৃত্তের ব্যাসার্ধ ত্রিভুজের পরিব্যাসার্ধের অর্ধেকের সমান।

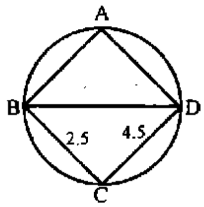
www.bdniyog.com

৩১. একটি ত্রিভুজের নববিন্দুবৃত্তের ক্ষেত্রফল 25π, ঐ ত্রিভুজের পরিবৃত্তের ক্ষেত্রফল কত? (কঠিন)

ক 25π   খ 50π   গ 100π   ঘ 625π   গ

ব্যাখ্যা : পরিবৃত্তের ব্যাসার্ধ 10।

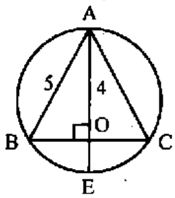
৩২.



BD কর্ণের দৈর্ঘ্য কত? (মধ্যম)

ক 5   খ 5.1   গ 5.5   ঘ 6   খ

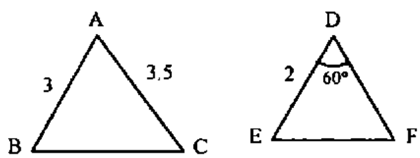
৩৩.



ΔABC সমবাহু হলে OE এর দৈর্ঘ্য কত? (মধ্যম)

ক 2   খ 2.25   গ 2.50   ঘ 3   খ

৩৪.



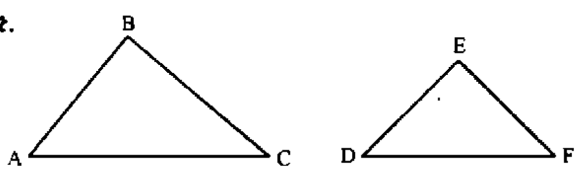
পাশের ΔABC ও ΔDEF সদৃশ হলে–

i. ∠A = 60°
ii. DF = 2.33
iii. ΔABC = ΔDEF

নিচের কোনটি সঠিক ? (মধ্যম)

ক i ও ii   খ i ও iii   গ ii ও iii   ঘ i, ii ও iii   ক

৩৫.



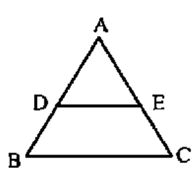
ΔABC ও ΔDEF সদৃশ হলে —

i. ΔABC : ΔDEF = $AB^2 : DE^2$.
ii. $\frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF} = \frac{BC}{EF}$ = ধ্রুবক।
iii. ΔABC ও ΔDEF এর ক্ষেত্রফল সমান।

নিচের কোনটি সঠিক ? (মধ্যম)

ক i ও ii   খ i ও iii   গ ii ও iii   ঘ i, ii ও iii   ক

৩৬.



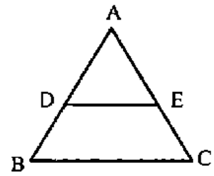
ΔABC-এ BC || DE হলে—

i. AB : AD = AC : AE.
ii. AB : BD = AC : CE.
iii. AD : BD = AE : CE.

নিচের কোনটি সঠিক ? (সহজ)

ক i ও ii   খ i ও iii
গ ii ও iii   ঘ i, ii ও iii

৩৭.



চিত্রে DE || BC এবং D, AB এর মধ্যবিন্দু হলে —

i. AD : BD = 1.
ii. ∠ADE = ∠ABC.
iii. DE = 2BC.

নিচের কোনটি সঠিক ? (মধ্যম)

ক i ও ii   খ i ও iii   গ ii ও iii   ঘ i, ii ও iii

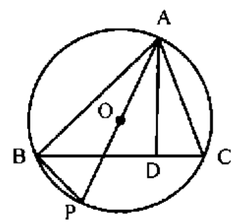
৩৮. ABCD ও EFGH যথাক্রমে বর্গক্ষেত্র ও আয়তক্ষেত্র হলে—

i. এরা পরস্পর সদৃশকোণী।
ii. এরা বিসদৃশ এবং সর্বসম।
iii. এরা সদৃশ।

নিচের কোনটি সঠিক ? (মধ্যম)

ক i ও ii   খ i ও iii   গ ii ও iii   ঘ i, ii ও iii

৩৯.



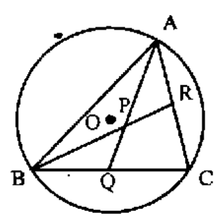
ΔABC, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে অন্তর্লিখিত হলে —

i. ∠ABP = 90°.
ii. AB.AC = AP.AD.
iii. ∠APB ও ∠ACD একই চাপের উপর বৃত্তস্থ কোণ

নিচের কোনটি সঠিক ? (মধ্যম)

ক i ও ii   খ i ও iii   গ ii ও iii   ঘ i, ii ও iii

৪০.



চিত্রে, ABC ত্রিভুজের পরিকেন্দ্র O ও ভরকেন্দ্র P হলে —

i. BP : PR = 2 : 3.
ii. AP = $\frac{2}{3}$AQ.
iii. O এবং P সমরেখ।

নিচের কোনটি সঠিক ? (মধ্যম)

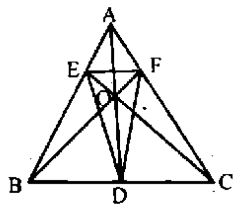
ক i ও ii   খ i ও iii   গ ii ও iii   ঘ i, ii ও iii

৪১. নববিন্দু বৃত্তে —

i. নয়টি বিন্দু একই বৃত্তের উপর অবস্থান করে।
ii. ব্যাসার্ধ, ত্রিভুজের পরিব্যাসার্ধের অর্ধেকের সমান।
iii. ব্যাসার্ধ, ত্রিভুজের পরিব্যাসার্ধের দ্বিগুণ।

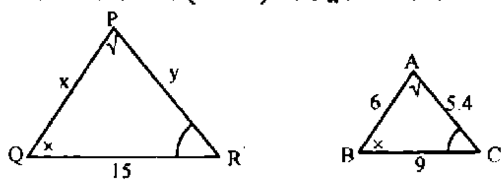
নিচের কোনটি সঠিক ? (সহজ)

ক i ও ii   খ i ও iii   গ ii ও iii   ঘ i, ii ও iii

৪২. 

উপরের চিত্রানুসারে, AD, BF ও CE ত্রিভুজটির মধ্যমাত্রয় হলে —
i. O ভরকেন্দ্র।
ii. O, AD কে 2 : 1 অনুপাতে বিভক্ত করে।
iii. $\angle ADB = 90°$.
নিচের কোনটি সঠিক ? (মধ্যম)
ⓚ i ও ii ⓚ i ও iii ⓖ ii ও iii ⓖ i, ii ও iii **ক**

নিচের তথ্যের আলোকে (৪৩-৪৫) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:



ΔABC ও ΔPQR সদৃশ।

৪৩. x এর মান কত? (মধ্যম)
ক 9 খ 10 গ 15 ঘ 24 **খ**

ব্যাখ্যা : $\frac{x}{6} = \frac{15}{9}$ $\therefore x = 10$

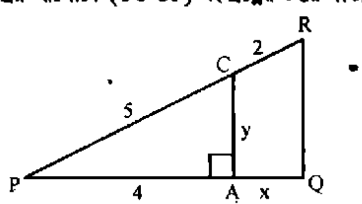
৪৪. y এর মান কত? (সহজ)
ক 10 খ 9 গ 8 ঘ 6 **খ**

ব্যাখ্যা : $\frac{y}{5.4} = \frac{15}{9}$ বা, $y = 9$

৪৫. ΔABC ও ΔPQR এর ক্ষেত্রফলের অনুপাত = কত? (মধ্যম)
ক 25 : 9 খ 16 : 9 গ 15 : 9 ঘ 10 : 9 **ক**

ব্যাখ্যা : $\frac{\Delta ABC}{\Delta PQR} = \frac{15^2}{9^2}$ $\therefore \Delta ABC : \Delta PQR = 25 : 9$

নিচের চিত্রের আলোকে (৪৬-৪৮) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:



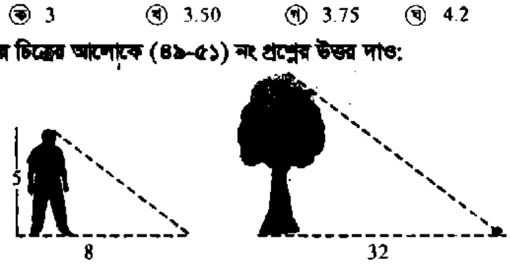
৪৬. চিত্রানুসারে, y এর মান কত? *(সহজ)*
ক 2 খ 3 গ 4 ঘ 5 **খ**

৪৭. x এর মান কত? *(মধ্যম)*
ক 1 খ 1.5 গ 1.60 ঘ 2.50 **গ**

ব্যাখ্যা: $\frac{PC}{PR} = \frac{AP}{PQ}$ বা, $\frac{5}{7} = \frac{4}{4+x}$ $\therefore x = 1.60$

৪৮. RQ এর দৈর্ঘ্য কত? *(মধ্যম)*
ক 3 খ 3.50 গ 3.75 ঘ 4.2 **ঘ**

নিচের চিত্রের আলোকে (৪৯-৫১) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:



রনি 5 ফুট লম্বা হলে তার ছায়ার দৈর্ঘ্য 8 ফুট, অপর দিকে একটি গাছের ছায়ায় দৈর্ঘ্য 32 ফুট।

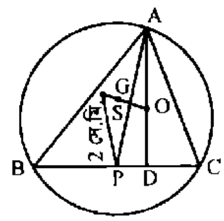
৪৯. গাছটির উচ্চতা কত ফুট? (মধ্যম)
ক 10 খ 15 গ 18 ঘ 20 **ঘ**

ব্যাখ্যা: গাছটির উচ্চতা = $\frac{32}{8} \times 5 = 20$.

৫০. গাছটি ভূমির উপর লম্বভাবে অবস্থিত হলে, গাছ ও ভূমির মধ্যবর্তী কোণ কত ডিগ্রি? (সহজ)
ক 0 খ 45 গ 90 ঘ 180 **গ**

৫১. রনির উচ্চতা ও তার ছায়ার দৈর্ঘ্যের অনুপাত কত? (মধ্যম)
ক 0.50 খ 0.625 গ 0.788 ঘ 1 **খ**

নিচের চিত্রের আলোকে (৫২-৫৫) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:



ΔABC এর লম্ব বিন্দু O পরিকেন্দ্র S এবং AP একটি মধ্যমা।
$SG = \frac{1}{2}$ সে.মি. এবং $GO = 1$ সে.মি.

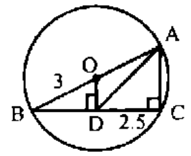
৫২. $\angle SGO$ = কত ডিগ্রি? (সহজ)
ক 0 খ 90 গ 120 ঘ 180 **ঘ**

৫৩. AO = কত সে.মি.? (সহজ)
ক $\frac{1}{2}$ খ 1 গ 2 ঘ 4 **ঘ**

৫৪. SO = কত সে.মি.? (সহজ)
ক $\frac{1}{2}$ খ $\frac{3}{2}$ গ $\frac{5}{2}$ ঘ $\frac{9}{2}$ **খ**

৫৫. G বিন্দুটিকে কী বলা হয়? (সহজ)
ক পরিকেন্দ্র খ ভরকেন্দ্র গ মধ্যমা ঘ লম্ববিন্দু **খ**

নিচের চিত্রের আলোকে (৫৬-৫৮) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:



O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তটি, ΔABC এর পরিবৃত্ত।

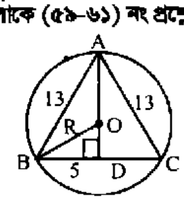
৫৬. পরিবৃত্তের ব্যাস কত? (সহজ)
ক 3 খ 6 গ 9 ঘ 12 **খ**

৫৭. BC = কত? (সহজ)
ক 2.5 খ 4.5 গ 5 ঘ 6.25 **গ**

৫৮. AC এর দৈর্ঘ্য কত? (মধ্যম)
ক 11 খ 7 গ $\sqrt{11}$ ঘ $\sqrt{15}$ **গ**

ব্যাখ্যা: AB = 6, BC = 5
$\therefore AC = \sqrt{AB^2 - BC^2} = \sqrt{36 - 25} = \sqrt{11}$

নিচের চিত্রের আলোকে (৫৯-৬১) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:



৫৯. AD = কত? (মধ্যম)
ক 10 খ 12 গ 13 ঘ 15 **খ**

৬০. DC = কত? (সহজ)

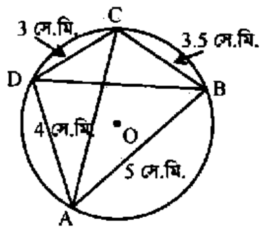
ক 5 খ 7 গ 8 ঘ 10 — ক

৬১. বৃত্তের ব্যাসার্ধ, R = কত? (মধ্যম)

ক $7\frac{1}{48}$ খ $7\frac{1}{5}$ গ $7\frac{1}{18}$ ঘ $7\frac{1}{24}$ — ঘ

ব্যাখ্যা: AB . AC = 2R.AD.

নিচের তথ্যের আলোকে (৬২-৬৪) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:



পাশের চিত্রে O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে ABCD চতুর্ভুজটি অন্তর্লিখিত হয়েছে।

৬২. AB ও CD এর অন্তর্গত আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কত বর্গ সে.মি.? (সহজ)

ক 10.5 খ 14 গ 15 ঘ 20 — গ

ব্যাখ্যা : 3 × 5 = 15

৬৩. AB ও BC এর অন্তর্গত আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কত বর্গ সে.মি.? (সহজ)

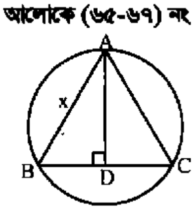
ক 12 খ 14 গ 15 ঘ 17.5 — ঘ

৬৪. AC ও BD এর অন্তর্গত আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কত বর্গ সে.মি.? (মধ্যম)

ক 17.5 খ 20 গ 29 ঘ 210 — গ

ব্যাখ্যা : AC.BD = 15 + 14 = 29

নিচের তথ্যের আলোকে (৬৫-৬৭) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:



সমবাহু ত্রিভুজ ABC এর পরিবৃত্তের ব্যাসার্ধ 3 সে.মি.।

৬৫. AD কে x এর মাধ্যমে প্রকাশ করলে নিচের কোনটি হবে? (মধ্যম) [ঝালকাঠি সরকারি হরচন্দ্র বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, ঝালকাঠি]

ক $\frac{\sqrt{3}}{2}x$ খ $\frac{3}{4}x^2$ গ $\sqrt{3x^2}$ ঘ x^2 — ক

ব্যাখ্যা : $AD = \sqrt{x^2 - \frac{x^2}{4}}$

৬৬. x = কত সে.মি.? (কঠিন) [ঝালকাঠি সরকারি হরচন্দ্র বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, ঝালকাঠি]

ক 1.5 খ 3 গ $3\sqrt{3}$ ঘ $3\sqrt{2}$ — গ

ব্যাখ্যা : AB. AC = 2R. AD

বা, $x^2 = 6\frac{\sqrt{3}}{2}x$

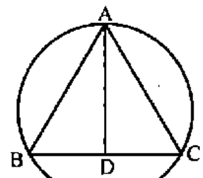
$\therefore x = 3\sqrt{3}$

৬৭. AD = কত সে.মি.? (সহজ)

ক $\sqrt{3}$ খ 3 গ 4.5 ঘ 6 — গ

ব্যাখ্যা : $AD = \frac{\sqrt{3}}{2} . 3\sqrt{3} = 4.5$

নিচের তথ্যের আলোকে (৬৮-৬৯) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:



পাশের চিত্রে ABC সমবাহু ত্রিভুজের সমান সমান বাহুর দৈর্ঘ্য = 3 সে.মি.। BC এর মধ্যমা AD।

৬৮. AD = কত সে.মি.? (মধ্যম)

ক 2.6 খ 3 গ 6.75 ঘ 45.65 — ক

ব্যাখ্যা : $AD = \sqrt{3^2 - (1.5)^2} = \sqrt{6.75} = 2.6$

৬৯. ΔABC এর পরিবৃত্তের ব্যাসার্ধ কত সে.মি.? (কঠিন)

ক 1.73 খ 3 গ 5.2 ঘ 6.75 — ক

ব্যাখ্যা : 2R.AD = 3 × 3 বা, $R = \frac{9}{2AD}$ ∴ R = 1.73

মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত আরও সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

প্রশ্ন ১ ΔABC এর শীর্ষত্রয় থেকে বিপরীত বাহুগুলোর ওপর লম্ব AD, BE ও CF রেখাত্রয় O বিন্দুতে ছেদ করেছে।

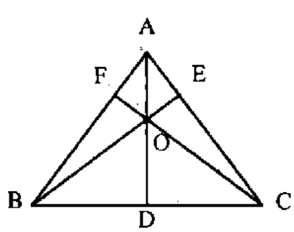
ক. উপরিউক্ত বর্ণনা অনুযায়ী চিত্র অঙ্কন কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, BC. CD = AC. CE ৪

গ. প্রমাণ কর যে, AO.OD = BO. OE = CO.OF ৪

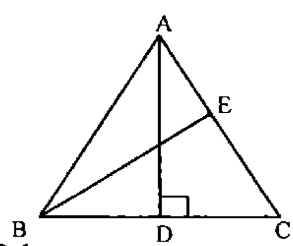
১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক



ΔABC এর শীর্ষত্রয় থেকে বিপরীত বাহুগুলোর ওপর লম্ব AD, BE ও CF রেখাত্রয় O বিন্দুতে ছেদ করেছে।

খ



বিশেষ নির্বচন: দেওয়া আছে, ΔABC এর AD, BC এর ওপর এবং BE, AC-এর ওপর লম্ব।

প্রমাণ করতে হবে যে, BC. CD = AC. CE.

প্রমাণ: আমরা জানি, যে কোনো ত্রিভুজে সূক্ষ্মকোণের বিপরীত বাহুর ওপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্র অপর দুই বাহুর ওপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রদ্বয়ের সমষ্টি অপেক্ষা ঐ দুই বাহুর যে কোনো একটি ও তার ওপর অপরটির লম্ব অভিক্ষেপের অন্তর্গত আয়তক্ষেত্রের দ্বিগুণ পরিমাণ কম।

এখন, AD⊥BC হওয়ায়, ΔABC- এর ∠ACB সূক্ষ্মকোণ।

[∵∠ACB < সমকোণ ∠ADC]

www.bdniyog.com

এবং CD, BC বাহুতে AC বাহুর লম্ব অভিক্ষেপ বলে,

$AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2BC.CD$ …… (i)

আবার, CE, AC বাহুতে BC বাহুর লম্ব অভিক্ষেপ।

∴ উপরিউক্ত উপপাদ্য অনুসারে,

$AB^2 = BC^2 + AC^2 - 2AC.CE$ ……. (ii)

(i) নং এবং (ii) নং সমীকরণ হতে পাই,

$AC^2 + BC^2 - 2BC.CD = BC^2 + AC^2 - 2AC.CE$

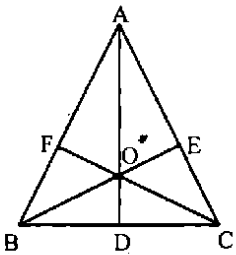
বা, $-2BC.CD = -2AC.CE$

[উভয়পক্ষ হতে $AC^2 + BC^2$ বিয়োগ করে]

বা, $BC.CD = AC.CE$. [উভয় পক্ষকে (−2) দ্বারা ভাগ করে]

∴ $BC.CD = AC.CE$ **(প্রমাণিত)**

গ



বিশেষ নির্বচন: Δ ABC-এর শীর্ষত্রয় থেকে বিপরীত বাহুত্রয়ের ওপর লম্ব AD, BE ও CF পরস্পর O বিন্দুতে ছেদ করে। প্রমাণ করতে হবে যে, AO. OD = BO.OE = CO.OF.

প্রমাণ: ΔBOF ও ΔCOE-এ

$\angle OFB = \angle OEC = 90°$ [∵ CF ⊥ AB, BE ⊥ AC]

এবং $\angle BOF = \angle COE$ [বিপ্রতীপ কোণ বলে]

ত্রিভুজ দুইটি সদৃশকোণী। ∴ ত্রিভুজদ্বয় সদৃশ।

$\therefore \frac{BO}{CO} = \frac{OF}{OE}$

বা, BO. OE = CO. OF. .... (i)

আবার, Δ BOD ও Δ AOE-এ

$\angle ODB = \angle OEA = 90°$ [∵ AD ⊥ BC, BE ⊥ AC]

এবং $\angle BOD = \angle AOE$. [বিপ্রতীপ কোণ]

∴ ত্রিভুজ দুইটি সদৃশকোণী। ∴ ত্রিভুজদ্বয় সদৃশ।

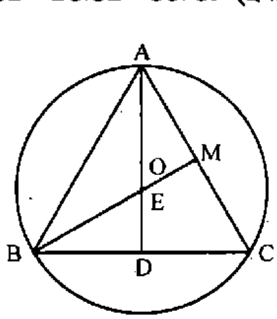
$\therefore \frac{BO}{AO} = \frac{OD}{OE}$

বা, AO.OD = BO. OE ... ... (ii)

এখন, সমীকরণ (i) ও (ii) হতে পাই,

∴ AO.OD = BO.OE = CO. OF **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▶ ২



O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের অন্তঃস্থ ত্রিভুজ ABC একটি সমবাহু ত্রিভুজ যার প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য 12 একক এবং শীর্ষবিন্দু A ও B হতে বিপরীত বাহুর উপর অঙ্কিত লম্ব যথাক্রমে AD ও BM. ত্রিভুজের ভারকেন্দ্র O হলে-

ক. ত্রিভুজটির পরিকেন্দ্র, লম্ববিন্দু, পরিবৃত্তের ব্যাসার্ধ ও একটি মধ্যমা নির্দেশ কর। ২

খ. পরিবৃত্তের ব্যাসার্ধ নির্ণয় কর। ৪

গ. শীর্ষবিন্দু A হতে E বিন্দুর দূরত্ব নির্ণয় কর এবং দেখাও যে, পরিকেন্দ্র ও লম্ব বিন্দু একই হবে। ৪

২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক পরিকেন্দ্র : O

লম্ববিন্দু : E

মধ্যমা : AD ⊥ BC এবং OD ⊥ BC এবং O ত্রিভুজের পরিকেন্দ্র।

সুতরাং BD = CD অর্থাৎ D, BC এর মধ্যবিন্দু।

∴ AD মধ্যমা।

পরিবৃত্তের ব্যাসার্ধ: OB বা OC বা OA

গ OD ⊥ BC এবং O পরিকেন্দ্র সুতরাং D, BC এর মধ্যবিন্দু।

∵ সমবাহু ত্রিভুজটির প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য 12 একক।

সুতরাং $BD = CD = \frac{1}{2}.BC = \frac{1}{2}.12 = 6$ একক

ΔABD সমকোণী ত্রিভুজ

সুতরাং $AB^2 = AD^2 + BD^2$ [পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে]

বা, $AD^2 = AB^2 - BD^2 = 12^2 - 6^2 = 108$

∴ $AD = 2\sqrt{27}$ একক।

এখন সমবাহু ত্রিভুজ ABC-এর পরিকেন্দ্র O মধ্যমাত্রয়ের ছেদ বিন্দু হবে।

আবার মধ্যমাত্রয়ের ছেদবিন্দু মধ্যমাকে 2 : 1 অনুপাতে বিভক্ত করে।

∴ $AO = \frac{2}{3}AD$

$= \frac{2}{3}.2\sqrt{27}$

$= 4\sqrt{3}$ একক।

সুতরাং পরিবৃত্তের ব্যাসার্ধ $4\sqrt{3}$ একক **(Ans.)**

গ আমরা জানি,

মধ্যমাত্রয়ের ছেদবিন্দু মধ্যমাকে 2 : 1 অনুপাতে বিভক্ত করে

∴ $OD = \frac{1}{3}AD$

$= \frac{1}{3}.2\sqrt{27} = 2\sqrt{3}$ একক।

আমরা জানি, কোন ত্রিভুজের লম্ববিন্দু থেকে শীর্ষের দূরত্ব ত্রিভুজের পরিকেন্দ্র থেকে ঐ শীর্ষের বিপরীত বাহুর দূরত্বের দ্বিগুণ।

ΔABC-এ লম্ববিন্দু E, পরিকেন্দ্র O শীর্ষ A-এর বিপরীত বাহু BC

সুতরাং AE = 2.OD

$= 2.2\sqrt{3}$

$= 4\sqrt{3}$

∴ A হতে E বিন্দুর দূরত্ব $4\sqrt{3}$.

আমরা পরিবৃত্তের ব্যাসার্ধ $4\sqrt{3}$ নির্ণয় করেছি। সুতরাং A হতে E বিন্দুর দূরত্ব ও পরিবৃত্তের ব্যাসার্ধ সমান।

ফলে A বিন্দু হতে O ও E বিন্দুর দূরত্ব সমান।

∴ পরিকেন্দ্র (O) ও লম্ববিন্দু (E) একই হবে। **(দেখানো হলো)**

www.bdniyog.com

প্রশ্ন ▶ ৩ **ABC সমবাহু ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দু A, B ও C হতে বিপরীত বাহুর উপর অঙ্কিত লম্ব যথাক্রমে AD, BE ও CF. ত্রিভুজের পরিব্যাস G হলে—**

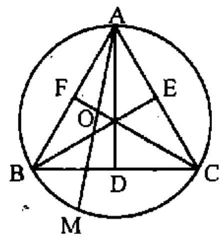
ক. প্রদত্ত তথ্য অনুসারে চিত্র অঙ্কন কর এবং পরিব্যাস নির্দেশ কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $AB^2 = G.AD$ ৪

গ. প্রমাণ কর যে, ত্রিভুজের প্রত্যেক শীর্ষবিন্দু থেকে বিপরীত বাহুর উপর অঙ্কিত লম্বের দৈর্ঘ্য সমান হবে অর্থাৎ AD = BE = CF হবে ৪

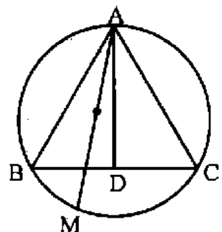
৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক



পরিব্যাস, G = AM

খ



B, M যোগ করি।

একই চাপ AB এর ওপর ∠AMB ও ∠ACD বৃত্তস্থ কোণ। AM বৃত্তের ব্যাস বলে ∠ABM অর্ধবৃত্তস্থ কোণ এবং BC বাহুর উপর AD লম্ব হওয়ায় ∠ADC সমকোণ।

এখন ΔAMB ও ΔADC এর মধ্যে ∠AMB = ∠ACD [একই বৃত্তাংশস্থিত কোণ]

∠ABM = অর্ধবৃত্তস্থ কোণ = এক সমকোণ = ∠ADC

∴ অবশিষ্ট ∠BAM = অবশিষ্ট ∠CAD

∴ ΔAMB ও ΔADC সদৃশকোণী

∴ $\frac{AB}{AD} = \frac{AM}{AC}$

বা, $\frac{AB}{AD} = \frac{AM}{AB}$ [সমবাহু ত্রিভুজ ABC-এ AB = AC]

বা, $AB^2 = AM.AD$

∴ $AB^2 = G.AD$ [AM = G] **(প্রমাণিত)**

খ প্রমাণ করতে হবে যে, প্রত্যেক শীর্ষবিন্দু থেকে বিপরীত বাহুর উপর অঙ্কিত লম্বের দৈর্ঘ্য সমান হবে অর্থাৎ AD = BE = CF হবে।

আমরা জানি, $AB^2 = G.AD$

অনুরূপভাবে দেখানো যায় যে; $BC^2 = G.BE$ এবং $AC^2 = G.CF$

∴ ΔABC সমবাহু

সুতরাং AB = AC = BC

বা, $AB^2 = AC^2 = BC^2$

বা, G.AD = G.CF = G.BE

বা, AD = CF = BE

∴ AD = BE = CF

সুতরাং ত্রিভুজের প্রত্যেক শীর্ষবিন্দু থেকে বিপরীত বাহুর উপর অঙ্কিত লম্বের দৈর্ঘ্য সমান হবে। **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▶ ৪ **ABC ত্রিভুজের ∠A এর সমদ্বিখণ্ডক BC কে D বিন্দুতে এবং ABC পরিবৃত্তকে E বিন্দুতে ছেদ করে।**

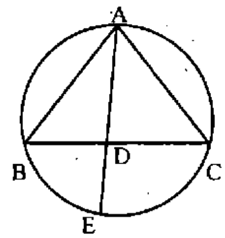
ক. প্রদত্ত তথ্য অনুসারে চিত্রটি অঙ্কন কর। ২

খ. দেখাও যে, $AD^2 = AB.AC - BD.DC$ ৪

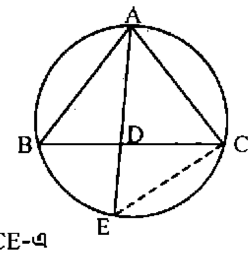
গ. AE ও BC কে কর্ণ ধরে প্রাপ্ত চতুর্ভুজটি নির্দেশ কর। দেখাও যে, AB.CE = AE.BC – AC.BE ৪

৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক



খ ΔABC এর ∠A এর সমদ্বিখণ্ডক রেখাংশ BC কে D বিন্দুতে এবং ABC বৃত্তকে E বিন্দুতে ছেদ করেছে। প্রমাণ করতে হবে যে, $AD^2 = AB.AC - BD.DC$.



C, E যোগ করি

ΔABD ও ΔACE-এ

∠BAD = ∠CAE [∵ AD, ∠A এর সমদ্বিখণ্ডক]

∠ABD = ∠AEC [একই বৃত্তাংশস্থিত কোণ]

অবশিষ্ট ∠ADB = অবশিষ্ট ∠ACE

[∵ ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি দুই সমকোণ]

∴ ত্রিভুজদ্বয় সদৃশকোণী।

∴ ত্রিভুজদ্বয় সদৃশ।

∴ $\frac{AD}{AC} = \frac{AB}{AE}$

বা, AB.AC = AD.AE .... (i)

আবার, ΔABD ও ΔCDE-এ

∠ABD = ∠CED [∵ একই বৃত্তাংশস্থিত কোণ]

এবং ∠ADB = ∠CDE [∵ বিপ্রতীপ কোণদ্বয় পরস্পর সমান]

অবশিষ্ট ∠BAD = অবশিষ্ট ∠DCE

∴ ত্রিভুজদ্বয় সদৃশকোণী তথা সদৃশ।

∴ $\frac{BD}{DE} = \frac{AD}{DC}$

বা, AD.DE = BD.DC .... (ii)

সমীকরণ (i) হতে পাই,

AB.AC = AD.AE

= AD (AD + DE)

= AD.AD + AD.DE

$= AD^2 + AD.DE$

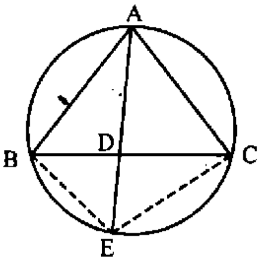
বা, $AD^2 = AB.AC - AD.DE$

= AB.AC – BD.DC [সমীকরণ (ii) হতে মান বসিয়ে]

∴ $AD^2 = AB.AC - BD.DC$ **(দেখানো হলো)**

www.bdniyog.com

গ AE ও BC কে কর্ণ ধরে প্রাপ্ত চতুর্ভুজটি হল ABEC.



$\triangle ABD$ ও $\triangle AEC$-এ

$\angle BAD = \angle EAC$ [∵ AE, ∠A এর সমদ্বিখণ্ডক]

$\angle ABD = \angle AEC$ [একই বৃত্তাংশস্থিত কোণ]

সুতরাং অপর কোণটিও সমান হবে।

সুতরাং $\triangle ABD$ ও $\triangle AEC$ সদৃশকোণী

∴ $\frac{BD}{CE} = \frac{AB}{AE}$

বা, AE.BD = AB.CE .... (i)

আবার, $\triangle ABE$ ও $\triangle ADC$-এ

$\angle BAE = \angle CAD$ [∴ AE, ∠A এর সমদ্বিখণ্ডক]

$\angle AEB = \angle ACD$ [একই বৃত্তাংশস্থিত কোণ]

∴ $\angle ABE = \angle ADC$ হবে। [∵ ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি দুই সমকোণ]

সুতরাং $\triangle ABE$ ও $\triangle ADC$ সদৃশকোণী।

∴ $\frac{AE}{AC} = \frac{BE}{CD}$

বা, AE.CD = AC.BE .... (ii)

(i) + (ii) করে পাই,

AE.(BD + CD) = AB.CE + AC.BE

বা, AE.BC = AB.CE + AC.BE

∴ AB.CE = AE.BC − AC.BE **(দেখানো হলো)**

প্রশ্ন ▶ ৫ **AB ব্যাসের উপর অঙ্কিত অর্ধবৃত্তের দুইটি জ্যা AC ও BD পরস্পর P বিন্দুতে ছেদ করে।**

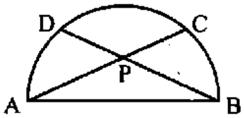
ক. প্রদত্ত তথ্য অবলম্বনে চিত্র অঙ্কন কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $AB^2 = AC.AP + BD.BP$ ৪

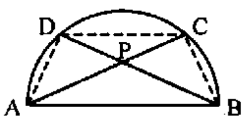
গ. A, D ও B, C যোগ করে প্রমাণ কর যে, AD.BP = BC.AP ৪

৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক



গ



AB ব্যাসের উপর ABCD একটি অর্ধবৃত্ত। AC, BD জ্যাদ্বয় পরস্পর P বিন্দুতে ছেদ করেছে। প্রমাণ করতে হবে যে,

$AB^2 = AC.AP + BD.BP$.

A, D, B, C ও C, D যোগ করি।

$\triangle CPD$ ও $\triangle APB$-এ

$\angle PDC = \angle PAB$ [একই চাপ BC এর উপর অবস্থিত]

এবং $\angle DPC = \angle APB$ [বিপ্রতীপ কোণ]

∴ ত্রিভুজ দুইটি সদৃশকোণী। [∵ ত্রিভুজদ্বয় সদৃশ]

$\frac{AP}{DP} = \frac{BP}{CP}$

বা, AP.CP = BP.DP

বা, $AP.CP + AP^2 = BP.DP + AP^2$ [উভয়পক্ষে AP^2 যোগ করে]

বা, $AP(CP + AP) = BP.DP + AD^2 + DP^2$

[AB ব্যাস বলে $\angle ADP = \angle ADB = 90°$ ∴ $AP^2 = AD^2 + DP^2$]

বা, $AP.AC = DP(BP + DP) + AD^2$.

বা, $AP.AC = DP.BD + AB^2 - BD^2$ [$\angle ADB = 90°$ হলে $\triangle ABD$-এ $AB^2 = AD^2 + BD^2$ বা, $AD^2 = AB^2 - BD^2$]

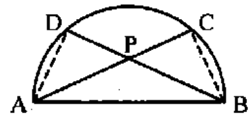
বা, $AP.AC = AB^2 - BD(BD - DP)$

$= AB^2 - BD.BP$

বা, $AB^2 = AP.AC + BD.BP$

∴ $AB^2 = AC.AP + BD.BP$ **(প্রমাণিত)**

গ



A, D ও B, C যোগ করি। প্রমাণ করতে হবে যে,

AD.BP = BC.AP

$\triangle APD$ ও $\triangle BPC$-এ

$\angle ADB = \angle ACB = 1$ সমকোণ [অর্ধবৃত্তস্থ কোণ]

এবং $\angle APD$ = বিপ্রতীপ $\angle BPC$

∴ $\angle PAD = \angle PBC$ হবে [∵ ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি 2 সমকোণ]

সুতরাং ত্রিভুজদ্বয় সদৃশকোণী তথা সদৃশ।

∴ $\frac{AD}{BC} = \frac{AP}{BP}$

∴ AD.BP = BC.AP **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▶ ৬ **$\triangle ABC$ এর মধ্যমাত্রয় AD, BE ও CF, G বিন্দুতে মিলিত হলো।**

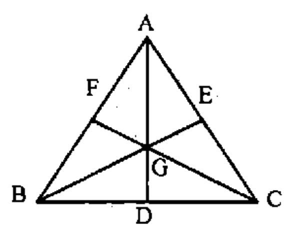
ক. বর্ণনানুযায়ী চিত্র অঙ্কন কর। ২

খ. $\angle C = 60°$ হলে, প্রমাণ কর যে, $AB^2 = AC^2 + BC^2 - AC.BC$ ৪

গ. প্রমাণ কর যে, মধ্যমাত্রয় মিলন বিন্দুতে 2 : 1 অনুপাতে বিভক্ত হয়। ৪

৬ নং প্রশ্নের সমাধান

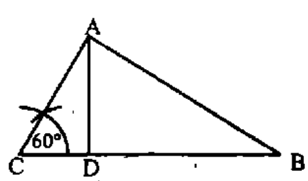
ক



$\triangle ABC$-এর AD, BE ও CF মধ্যমাত্রয় G বিন্দুতে মিলিত হয়েছে।

খ **বিশেষ নির্বচন:** মনে করি, $\triangle ABC$-এর $\angle C = 60°$।

প্রমাণ করতে হবে যে, $AB^2 = AC^2 + BC^2 - AC.BC$



www.bdniyog.com

অঙ্কন: A থেকে BC-এর উপর AD লম্ব আঁকি।

প্রমাণ: ΔABC-এ $\angle C = 60°$ অর্থাৎ সূক্ষ্মকোণ।

$\therefore AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2BC.CD$

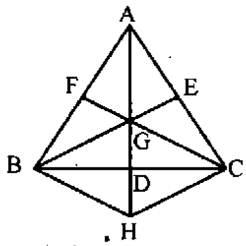
বা, $AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2CD.BC$

$[\because \frac{CD}{AC} = \cos 60°$ বা, $\frac{CD}{AC} = \frac{1}{2}$ বা, $2CD = AC]$

$= AC^2 + BC^2 - AC.BC$

$\therefore AB^2 = AC^2 + BC^2 - AC.BC$ **(প্রমাণিত)**

গ **বিশেষ নির্বচন:** ΔABC এর AD, BE ও CF মধ্যমাত্রয় G বিন্দুতে ছেদ করেছে।



প্রমাণ করতে হবে যে, মধ্যমাত্রয় মিলন বিন্দু G তে 2 : 1 অনুপাতে বিভক্ত হয়।

অঙ্কন: AG কে H পর্যন্ত বর্ধিত করি যেন GH = AG হয়। B, H এবং C, H যোগ করি।

প্রমাণ: ΔABH এ, AB বাহুর মধ্য বিন্দু F এবং AH বাহুর মধ্যবিন্দু G

$\therefore FG \parallel BH$ অর্থাৎ $CG \parallel BH$

অনুরূপভাবে, $BG \parallel CH$

সুতরাং BGCH একটি সামান্তরিক।

BC ও GH কর্ণদ্বয় D বিন্দুতে ছেদ করে।

যেহেতু সামান্তরিকের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমদ্বিখণ্ডিত করে।

$\therefore$ D, GH এর মধ্যবিন্দু।

$\therefore GD = \frac{1}{2}GH = \frac{1}{2}AG$ [অঙ্কন অনুসারে AG = GH]

বা, $AG = 2GD$

$\therefore \frac{AG}{GD} = \frac{2}{1}$

অর্থাৎ AG : GD = 2 : 1

অনুরূপভাবে, BG : GE = 2 : 1 এবং CG : GF = 2 : 1.

$\therefore$ ত্রিভুজের মধ্যমাত্রয় মিলন বিন্দুতে 2 : 1 অনুপাতে বিভক্ত হয়।

(প্রমাণিত)

মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত আরও সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন : সব অনুশীলনীর সমন্বয়ে

প্রশ্ন ▶ ৭ **ΔABC-এর $\angle A = 1$ সমকোণ এবং AB = AC.**

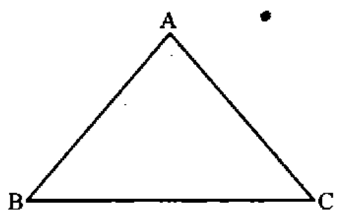
ক. ত্রিভুজটি আঁক। AB ও AC বাহুর বিপরীত কোণ নির্দেশ কর। ২

খ. BC এর উপর P যেকোন বিন্দু হলে প্রমাণ কর যে, $AB^2 - AP^2 = BP.PC$. ৪

গ. A হতে বিপরীত বাহুর উপর অঙ্কিত লম্ব AD হলে, প্রমাণ কর যে, $AD^2 = BD.CD$. ৪

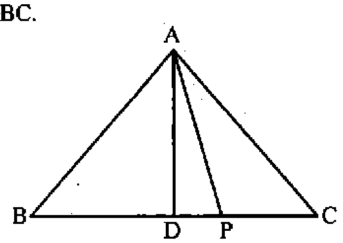
৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক



AB বাহুর বিপরীত কোণ $\angle ACB$ ও AC বাহুর বিপরীত কোণ $\angle ABC$.

খ



মনে করি, ΔABC-এ AB = AC। BC এর উপর যেকোনো বিন্দু P নিই।

A হতে BC এর উপর AD লম্ব আঁকি।

আমরা জানি, সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের সমান সমান বাহুর ছেদবিন্দু হতে বিপরীত বাহুর উপর অঙ্কিত লম্ব উক্ত বাহুকে সমদ্বিখণ্ডিত করে।

ΔABC-এ AB = AC এবং $AD \perp BC$

$\therefore BD = CD$

ABD সমকোণী ত্রিভুজে

$AB^2 = AD^2 + BD^2$

আবার, APD সমকোণী ত্রিভুজে

$AP^2 = AD^2 + PD^2$ [পীথাগোরাসের উপপাদ্য]

$\therefore AB^2 - AP^2 = AD^2 + BD^2 - AD^2 - PD^2$

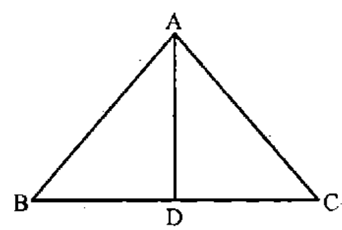
$= BD^2 - PD^2$

$= (BD + PD).(BD - PD)$

$= BP.PC$

$\therefore AB^2 - AP^2 = BP.PC$ **(প্রমাণিত)**

গ



ΔABC-এর $\angle A = 90°$. AD, BC এর উপর লম্ব। প্রমাণ করতে হবে যে, $AD^2 = BD.CD$

প্রমাণ: $\angle A = 90°$

$\therefore \angle ABD + \angle ACD = 90°$ .... (i)

আবার, ΔADC-এ $\angle ADC = 90°$ [$\therefore AD \perp BC$]

$\therefore \angle CAD + \angle ACD = 90°$ .... (ii)

সমীকরণ (i) ও (ii) হতে পাই

$\angle ABD + \angle ACD = \angle CAD + \angle ACD$

$\therefore \angle ABD = \angle CAD$

এখন, ΔABD ও ΔACD-এ

$\angle ADB = \angle ADC = 90°$

$\angle ABD = \angle CAD$

$\therefore \angle BAD = \angle ACD$ হবে

$\therefore$ ত্রিভুজদ্বয় সদৃশ

$\therefore \frac{BD}{AD} = \frac{AD}{CD}$

$\Rightarrow AD^2 = BD.CD$

$\therefore AD^2 = BD.CD$ **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▶ ৮ ABC ত্রিভুজের AC ও AB বাহুর উপর অঙ্কিত BE ও CF লম্বদ্বয় পরস্পর O বিন্দুতে ছেদ করে।

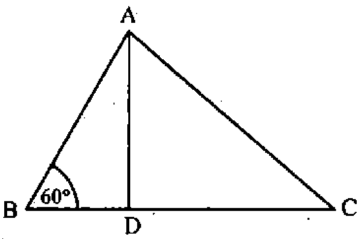
ক. $\angle B = 60°$ হলে প্রমাণ কর যে, $AC^2 = AB^2 + BC^2 - AB.BC$. ২

খ. প্রমাণ কর যে, BO.OE = CO.OF. ৪

গ. দেখাও যে, $\Delta ABC : \Delta AEF = AB^2 : AE^2$. ৪

৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক



মনে করি, ΔABC-এর $\angle B = 60°$. প্রমাণ করতে হবে যে, $AC^2 = AB^2 + BC^2 - AB.BC$.

A হতে BC এর উপর AD লম্ব আঁকি।

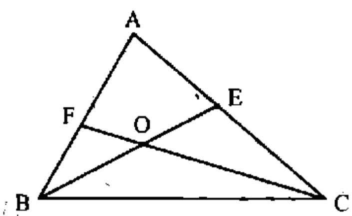
ΔABC-এ $\angle B = 60°$ অর্থাৎ সূক্ষ্মকোণ

$\therefore AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2BC.BD$

$= AB^2 + BC^2 - BC.AB \left[\begin{array}{l} \therefore \frac{BD}{AB} = \cos 60° = \frac{1}{2} \\ \therefore AB = 2BD \end{array}\right]$

সুতরাং $AC^2 = AB^2 + BC^2 - BC.AB$ **(প্রমাণিত)**

খ



ΔABC-এ AC ও AB বাহুর উপর অঙ্কিত BE ও CF লম্বদ্বয় পরস্পর O বিন্দুতে ছেদ করে। প্রমাণ করতে হবে যে, BO.OE = CO.OF.

$\because BE \perp AC$

$\therefore \angle BEC = \angle OEC = 1$ সমকোণ

আবার, $CF \perp AB$

$\therefore \angle CFB = \angle OFB = 1$ সমকোণ

এখন, ΔBOF ও ΔCOE-এ

$\angle OFB = \angle OEC = 1$ সমকোণ

$\angle BOF = \angle COE$ [বিপ্রতীপ কোণ বলে]

$\therefore \angle OBF = \angle OCE$ হবে [$\therefore$ ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি 2 সমকোণ]

সুতরাং ত্রিভুজটি দুইটি সদৃশ কোণী।

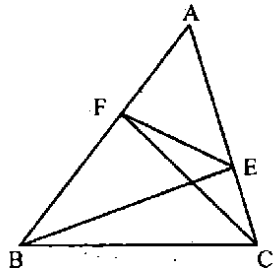
$\therefore$ ত্রিভুজদ্বয় সদৃশ

$\therefore \frac{BO}{CO} = \frac{OF}{OE}$

$\Rightarrow BO.OE = CO.OF$

$\therefore BO.OE = CO.OF$ **(প্রমাণিত)**

গ



বিশেষ নির্বাচন: দেওয়া আছে, ΔABC-এ $BE \perp AC$ এবং $CF \perp AB$. E, F যোগ করা হলো। প্রমাণ করতে হবে যে, $\Delta ABC : \Delta AEF = AB^2 : AE^2$.

প্রমাণ: $\angle BEC = \angle BFC = 1$ সমকোণ

[$\because BE \perp AC$ এবং $CF \perp AB$]

যেহেতু কোণ দুইটি BC এর একই পাশে অবস্থিত।

$\therefore$ B, C, E, F বিন্দু চারটি সমবৃত্ত

$\therefore$ BCEF চতুর্ভুজটি বৃত্তস্থ।

$\therefore \angle AFE = \angle BCE$ [বৃত্তস্থ চতুর্ভুজের একটি বাহু বর্ধিত করলে উৎপন্ন বহিঃস্থ কোণ বিপরীত অন্তঃস্থ কোণের সমান]

অর্থাৎ $\angle AFE = \angle ACB$

অনুরূপভাবে, $\angle AEF = \angle ABC$

এখন, ΔABC ও ΔAEF-এ

$\angle ABC = \angle AEF$, $\angle ACB = \angle AFE$ এবং $\angle A$ সাধারণ।

$\therefore$ ΔABC ও ΔAEF সদৃশ।

$\therefore \frac{\Delta ABC}{\Delta AEF} = \frac{AB^2}{AE^2}$ [দুইটি সদৃশ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফলের অনুপাত এদের যেকোনো দুইটি অনুরূপ বাহুর বর্গের অনুপাতের সমান]

অর্থাৎ $\Delta ABC : \Delta AEF = AB^2 : AE^2$ **(দেখানো হলো)**

প্রশ্ন ▶ ৯ ABC সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের AB = AC. শীর্ষবিন্দু A হতে ভূমি BC এর উপর অঙ্কিত লম্ব AD এবং ত্রিভুজের পরিব্যাসার্ধ R.

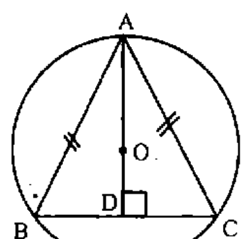
ক. চিত্রটি অঙ্কন কর এবং পরিব্যাসার্ধ নির্দেশ কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $AB^2 = 2R.AD$. ৪

গ. $\angle B = 60°$ হলে প্রমাণ কর যে, ত্রিভুজটি সমবাহু হবে। ৪

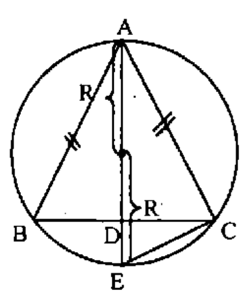
৯ নং প্রশ্নের সমাধান

ক



পরিব্যাসার্ধ = AO

খ



বিশেষ নির্বচন: মনে করি, সমদ্বিবাহু $\triangle ABC$-এ $AB = AC$। A থেকে BC-এর ওপর অঙ্কিত লম্ব AD এবং ত্রিভুজের পরিব্যাসার্ধ R। প্রমাণ করতে হবে যে, $AB^2 = 2R.AD$.

অঙ্কন: AD-কে এমনভাবে বর্ধিত করি, যেন তা পরিবৃত্তকে E বিন্দুতে ছেদ করে। C, E যোগ করি।

প্রমাণ: $\triangle ADC$ ও $\triangle ACE$-এ,

$\angle ADC = \angle ACE$

[$\because$ অর্ধবৃত্তস্থ $\angle ACE = 90°$ এবং AD, BC এর ওপর লম্ব বলে $\angle ADC = 90°$]

$\angle EAC$ সাধারণ কোণ।

এবং অবশিষ্ট $\angle ACD$ = অবশিষ্ট $\angle AEC$

ত্রিভুজদ্বয় সদৃশকোণী তথা সদৃশ।

$\therefore \frac{AD}{AC} = \frac{AC}{AE}$ [$\because$ সদৃশকোণী ত্রিভুজদ্বয়ের অনুরূপ বাহুগুলোর অনুপাত সমান]

বা, $AC^2 = AE . AD$ [সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ বাহু উপপাদ্য]

$\therefore AB^2 = AE. AD$ [$\because AB = AC$] .... (i)

সমকোণী ত্রিভুজ $\triangle ABD$ ও $\triangle ACD$ এর মধ্যে

অতিভুজ AB = অতিভুজ AC [দেওয়া আছে]

এবং AD সাধারণ বাহু

$\triangle ABD \cong \triangle ACD$

$BD = CD$

অর্থাৎ $AD \perp BC$ এবং AD, BC এর সমদ্বিখণ্ডক।

AD, বৃত্তের কেন্দ্র দিয়ে যায়।

[কেন্দ্র থেকে ব্যাস ভিন্ন কোন জ্যায়ের ওপর অঙ্কিত লম্ব জ্যাকে সমদ্বিখণ্ডিত করে]

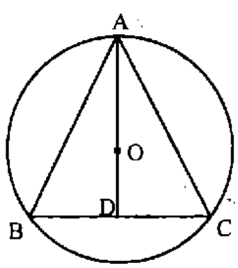
AE, $\triangle ABC$ -এর পরিব্যাস

$AE = 2R$ [$\because$ R, $\triangle ABC$-এর পরিব্যাসার্ধ]

তাহলে (i) হতে পাই,

অর্থাৎ, $AB^2 = 2R.AD$ **(প্রমাণিত)**

গ



প্রশ্নমতে, $\triangle ABC$-এ $AB = AC$ এবং $AD \perp BC$; $\angle B = 60°$ হলে প্রমাণ করতে হবে যে, ত্রিভুজটি সমবাহু হবে অর্থাৎ $AB = AC = BC$ হবে।

প্রমাণ: $\triangle ABC$-এ $\angle B = 60°$ অর্থাৎ সূক্ষ্মকোণ

$\therefore AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2BC.BD$ .... (i)

[$AD \perp BC$ বলে BC এর উপর AB এর লম্ব অভিক্ষেপ BD]

এখন, $\triangle ABD$-এ

$\cos \angle ABD = \frac{BD}{AB}$

বা, $\cos 60° = \frac{BD}{AB}$

বা, $\frac{1}{2} = \frac{BD}{AB}$

$AB = 2BD$

বা, $2.BD = AB$

2.BD এর মান (i) নং সমীকরণ বসিয়ে পাই,

$AC^2 = AB^2 + BC^2 - BC.AB$ .... (ii)

প্রশ্নমতে, ABC সমদ্বিবাহু ত্রিভুজে $AB = AC$.

সুতরাং (ii) নং হতে পাই,

$AC^2 = AC^2 + BC^2 - BC.AB$ [$\therefore AB = AC$]

বা, $0 = BC^2 - BC.AB$

বা, $BC^2 = BC.AB$

$\therefore BC = AB$

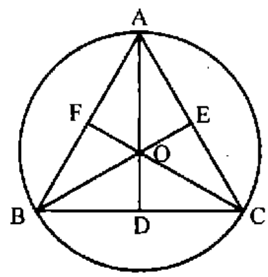
দেওয়া আছে, $AB = AC$ $\therefore BC = AB$

সুতরাং $BC = AC$ হবে।

অর্থাৎ $AB = AC = BC$

$\therefore$ ত্রিভুজটি সমবাহু হবে। **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▶ ১০



O পরিকেন্দ্রবিশিষ্ট ABC সমবাহু ত্রিভুজে A, B ও C হতে বিপরীত বাহুর উপর লম্ব যথাক্রমে AD, BE ও CF.

ক. AD এর দৈর্ঘ্য, OD এর কত গুণ? ২

খ. ত্রিভুজটির পরিবৃত্তের ব্যাসার্ধ 4 সে.মি. হলে ত্রিভুজটির বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $AB^2 = OA^2 + OB^2 + OC^2$. ৪

১০ নং প্রশ্নের সমাধান

ক আমরা জানি, সমবাহু ত্রিভুজে লম্ববিন্দু ও ভরকেন্দ্র একই বিন্দু।

$\therefore$ O বিন্দুটি ABC ত্রিভুজের ভরকেন্দ্র।

সুতরাং O বিন্দুটি AD মধ্যমাকে 2 : 1 অনুপাতে বিভক্ত করবে।

অর্থাৎ $AO = \frac{2}{3}AD$

$\therefore OD = AD - AO = \left(1 - \frac{2}{3}\right) AD$

বা, $OD = \frac{1}{3}AD$

অর্থাৎ OD এর দৈর্ঘ্য AD এর $\frac{1}{3}$ গুণ। **(Ans.)**

খ ABC সমবাহু ত্রিভুজে O ভরকেন্দ্র অর্থাৎ O মধ্যমাত্রয়ের ছেদ বিন্দু।

$\therefore AO = \frac{2}{3}AD$

বা, $2AD = 3AO$

বা, $AD = \frac{3}{2}AO$

$= \frac{3}{2} \times 4$ [$\therefore$ প্রশ্নমতে, পরিবৃত্তের ব্যাসার্ধ AO = 4 সে.মি.]

$\therefore AD = 6$ সে.মি.

আমরা জানি, কোন ত্রিভুজের যেকোনো দুই বাহুর অন্তর্গত আয়তক্ষেত্র ঐ ত্রিভুজের পরিবৃত্তের ব্যাস এবং ঐ বাহুদ্বয়ের সাধারণ বিন্দু থেকে ভূমির উপর অঙ্কিত লম্বের অন্তর্গত আয়তক্ষেত্রের সমান। [ব্রহ্মগুপ্তের উপপাদ্য]

www.bdniyog.com

$\therefore$ $AB.AC = 2R.AD$ [পরিবৃত্তের ব্যাসার্ধ = R]

বা, $AB.AB = 2R.AD$ [ΔABC সমবাহু বলে $AC = AB$]

বা, $AB^2 = 2 \times 4 \times 6$ $\left[\begin{array}{l} \therefore R = AO = 4 \text{ সে.মি.} \\ AD = 6 \text{ সে.মি.} \end{array}\right]$

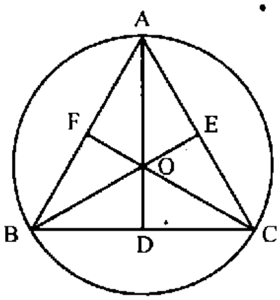
বা, $AB^2 = 48$

$\therefore$ $AB = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}$ সে.মি.

$\therefore$ $AB = AC = BC = 4\sqrt{3}$ সে.মি.

সুতরাং নির্ণেয় বাহুর দৈর্ঘ্য $4\sqrt{3}$ সে.মি. **(Ans.)**

গ



আমরা জানি, সমবাহু ত্রিভুজে লম্ববিন্দু ও ভরকেন্দ্র একই বিন্দু। অর্থাৎ O বিন্দুটি ABC ত্রিভুজের ভরকেন্দ্র।

সুতরাং ΔABC-এর মধ্যমাত্রয় যথাক্রমে AD, BE ও CF পরস্পর O বিন্দুতে মিলিত হয়েছে।

প্রমাণ করতে হবে যে, $AB^2 = OA^2 + OB^2 + OC^2$.

প্রমাণ: ΔABC এর AD, BE ও CF তিনটি মধ্যমা।

আমরা জানি, কোনো ত্রিভুজের তিনটি বাহুর উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রসমূহের ক্ষেত্রফলের সমষ্টির তিনগুণ উক্ত ত্রিভুজের মধ্যমাত্রয়ের উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রসমূহের সমষ্টির চারগুণের সমান।

$\therefore$ $3(AB^2 + BC^2 + CA^2) = 4(AD^2 + BE^2 + CF^2)$ .... (i)

আমরা জানি, ত্রিভুজের মধ্যমাগুলো ভরকেন্দ্রে 2 : 1 অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত হয়।

$\therefore$ $\frac{AO}{OD} = \frac{2}{1}$

বা, $\frac{OD}{AO} = \frac{1}{2}$

বা, $\frac{OD + AO}{AO} = \frac{1 + 2}{2}$ [যোজন করে]

বা, $\frac{AD}{AO} = \frac{3}{2}$

বা, $2AD = 3AO$

বা, $4AD^2 = 9AO^2$

অনুরূপভাবে $4BE^2 = 9BO^2$ এবং $4CF^2 = 9CO^2$

সুতরাং (i) নং সমীকরণ থেকে পাই,

$3(AB^2 + BC^2 + CA^2) = 9AO^2 + 9BO^2 + 9CO^2$

বা, $3(AB^2 + BC^2 + CA^2) = 9(AO^2 + BO^2 + CO^2)$

বা, $3(AB^2 + AB^2 + AB^2) = 9(AO^2 + BO^2 + CO^2)$

$\left[\begin{array}{l} \because \Delta ABC \text{ সমবাহু} \\ \therefore AB = BC = CA \text{ হবে} \end{array}\right]$

বা, $9AB^2 = 9(AO^2 + BO^2 + CO^2)$

বা, $AB^2 = AO^2 + BO^2 + CO^2$

$\therefore$ $AB^2 = OA^2 + OB^2 + OC^2$ **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ব্যাংক উত্তরসহ সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

প্রশ্ন ▶ ১১ **ABC একটি সমকোণী ত্রিভুজ।**

ক. ত্রিভুজটি অঙ্কন করে বর্ণনা কর। ২

খ. $\angle B = 90°$ এবং BC এর মধ্যবিন্দু D হলে, প্রমাণ কর যে, $AC^2 = AD^2 + 3BD^2$. ৪

গ. আবার $\angle C = 90°$ এবং C হতে অতিভুজের উপর অঙ্কিত লম্ব CD হলে, প্রমাণ কর যে, $CD^2 = AD.BD$ ৪

উত্তর: খ. অনুশীলনী-৩.১ এর ৩নং প্রশ্নের অনুরূপ; **গ.** অনুশীলনী-৩.২ এর ৮ নং দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶ ১২ **ΔABC-এ AD, BE ও CF মধ্যমাত্রয় G বিন্দুতে মিলিত হল।**

ক. G বিন্দুকে ΔABC এর কি বলা হয়? প্রদত্ত তথ্য অবলম্বনে চিত্র অঙ্কন কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $AG = 2GD$ ৪

গ. ABC সমবাহু ত্রিভুজ এবং ইহার পরিবৃত্তের ব্যাসার্ধ 3.0 সে.মি. হলে ত্রিভুজের বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৪

উত্তর: খ. উপপাদ্য ৩.১০ এর অনুরূপ; **গ.** অনুশীলনী-৩.২ এর ১১ নং দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶ ১৩ **ΔABC-এর $\angle A$-এর সমদ্বিখণ্ডক রেখা BC-কে D বিন্দুতে ছেদ করেছে এবং পরিব্যাসার্ধ R।**

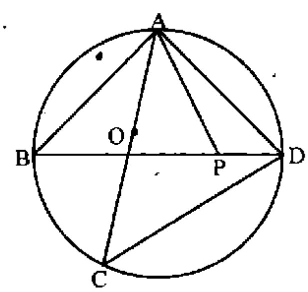
ক. প্রদত্ত তথ্য অবলম্বনে চিত্র অঙ্কন কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $AB^2 = 2R.AD$. ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $AD^2 = AB.AC - BD.DC$. ৪

উত্তর: খ. অনু-৩.২ এর ১২ নং দ্রষ্টব্য; **গ.** অনু-৩.২-এর ১৩ নং দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶ ১৪



[পাবনা সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, পাবনা]

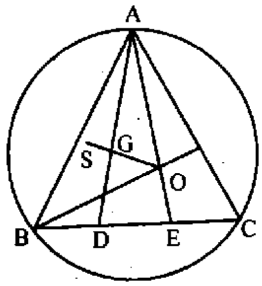
ক. টলেমির উপপাদ্যটি বিবৃত কর। ২

খ. চিত্র হতে প্রমাণ কর যে, $AB.AD = AC.AP$ ৪

গ. চিত্র হতে দেখাও যে, $AC.BD = AB.CD + BC.AD$ ৪

প্রশ্ন ব্যাংক উত্তরসহ সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন : সব অনুশীলনীর সমন্বয়ে

প্রশ্ন ▶ ১৫ **ΔABC এর লম্ববিন্দু O, পরিকেন্দ্র S এবং BC এর মধ্যবিন্দু D.** [নাটোর সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, নাটোর]



ক. ভরকেন্দ্র কাকে বলে? ভরকেন্দ্র মধ্যমাকে কত অনুপাতে বিভক্ত করে? ২

খ. দেখাও যে, G বিন্দুটি ΔABC এর ভরকেন্দ্র। ৪

গ. যদি ΔABC-এর শীর্ষত্রয় থেকে বিপরীত বাহুগুলোর উপর AD, BE ও CF লম্বত্রয় O বিন্দুতে ছেদ করে তাহলে প্রমাণ কর যে, AO.OD = BO.OE = CO.OF ৪

প্রশ্ন ▶ ১৬ **ΔABC সূক্ষ্মকোণী ত্রিভুজের ∠C সূক্ষ্মকোণ এবং সূক্ষ্মকোণের বিপরীত বাহু AB। অপর বাহুদ্বয় যথাক্রমে AC ও BC এবং BC বা BC এর বর্ধিতাংশের উপর AC এর লম্ব অভিক্ষেপ CD।** [চট্টগ্রাম সিটি কর্পোরেশন আন্তঃবিদ্যালয়]

ক. সংক্ষিপ্ত বর্ণনাসহ চিত্রটি অংকন কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $AB^2 + AC^2 + BC^2 - 2BC.CD$ ৪

গ. ΔABC এর BC বাহু P ও Q বিন্দুতে তিনটি সমান অংশে বিভক্ত হয়েছে। প্রমাণ কর যে, $AB^2 = AC^2 = AP^2 + AQ^2 + 4PQ^2$. ৪

উত্তর: খ. উপপাদ্য ৩.৪ এর অনুরূপ; গ. অনুশীলনী ৩.১ এর ৫ নং দ্রষ্টব্য।

internet linked

প্রশ্ন ব্যাংকের আরও প্রশ্ন ও উত্তরের জন্যে নিচের ওয়েব অ্যাড্রেসটি টাইপ করুন

ssc.panjeree.com/hmt/hm03qbs.pdf

REVISION

এ অংশে অধ্যায়ের গুরুত্বপূর্ণ তথ্য ও সূত্র, পরীক্ষার আগে যার উপর চোখ বুলিয়ে নেওয়া প্রয়োজন বা অবশ্যই মনে রাখতে হবে এমন বিষয়সমূহ এক নজরে উল্লেখ করা হয়েছে। পরীক্ষার আগে এ বিষয়গুলো রিভিশন দিলে পরীক্ষায় নির্ভুলভাবে অঙ্ক সমাধান করতে পারবে।

- দুইটি ত্রিভুজের মধ্যে নিম্নলিখিত উপাত্ত যথাক্রমে সমান হলেই ত্রিভুজ দুইটি সর্বসম হবে।
  (ক) দুইটি অনুরূপ বাহু ও তাদের অন্তর্ভুক্ত কোণ
  (খ) তিনটি অনুরূপ বাহু
  (গ) দুইটি কোণ ও একটি বাহু
  (ঘ) একটি কোণ সমকোণ, অতিভুজ এবং একটি বাহু
- দুইটি ত্রিভুজ সদৃশকোণী হলে তাদের অনুরূপ বাহুগুলো সমানুপাতিক হবে।
- ত্রিভুজের বাহুগুলো সমানুপাতিক হলে অনুরূপ বাহুর বিপরীত কোণগুলো পরস্পর সমান।
- দুইটি সদৃশ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফলদ্বয়ের অনুপাত তাদের যেকোনো দুই অনুরূপ বাহুর ওপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের অনুপাতের সমান।
- ত্রিভুজের পরিকেন্দ্র, ভরকেন্দ্র ও লম্ববিন্দু সমরেখ।
- ত্রিভুজের মধ্যমাত্রয়ের ছেদবিন্দুকে ত্রিভুজের ভরকেন্দ্র বলা হয়। ভরকেন্দ্র প্রত্যেক মধ্যমাকে 2 : 1 অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত করে।
- ত্রিভুজের অন্তঃস্থ কোণত্রয়ের সমদ্বিখণ্ডকত্রয়ের ছেদবিন্দুকে ত্রিভুজের অন্তঃকেন্দ্র বলা হয়। এই বিন্দু ত্রিভুজে অন্তর্লিখিত বৃত্তের কেন্দ্র।
- ত্রিভুজের বাহুত্রয়ের লম্ব সমদ্বিখণ্ডকত্রয়ের ছেদবিন্দুকে ত্রিভুজের পরিকেন্দ্র বলা হয়। এই বিন্দু ত্রিভুজে পরিলিখিত বৃত্তের কেন্দ্র।
- ত্রিভুজের শীর্ষত্রয় হতে বিপরীত বাহুর উপর লম্বত্রয়ের ছেদবিন্দুকে ত্রিভুজের লম্বকেন্দ্র বা লম্ববিন্দু বলা হয়। লম্বত্রয়ের পাদবিন্দুত্রয় সংযোজন করে উৎপন্ন ত্রিভুজকে মূলত্রিভুজের পাদত্রিভুজ (Pedal triangle) বলা হয়।

SUGGESTION

এখানে অধ্যায়টির অনুশীলনী, বহুনির্বাচনি ও সৃজনশীল প্রশ্নগুলো বিশ্লেষণ করে স্টার মার্কসহ সাজেশন দেওয়া হয়েছে। পরীক্ষার আগে অবশ্যই এ অঙ্কগুলো সমাধান করবে। তাহলে পরীক্ষায় যেকোনো অঙ্কের সমাধান সহজেই করতে পারবে।

সাজেশন | বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

	প্রশ্ন নম্বর
★★★	১, ৩, ৪, ৭, ১১, ১৩, ১৬, ১৮, ২৪, ২৫, ২৭, ২৯, ৩০, ৩১, ৩৫, ৩৭, ৪০, ৪৩, ৪৪, ৪৫, ৪৬, ৪৭, ৪৮, ৫৬, ৫৭, ৫৮, ৫৯, ৬০, ৬১, ৬৫, ৬৬, ৬৭
★★	৫, ৯, ১২, ১৫, ১৭, ২০, ২১, ২৬, ৩২, ৩৩, ৩৯, ৪১, ৪৯, ৫০, ৫১, ৬৮, ৬৯

সাজেশন | সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

	প্রশ্ন নম্বর
★★★	১, ২, ৪, ৬
★★	৩, ৫

www.bdniyog.com

অধ্যায়-৪

জ্যামিতিক অঙ্কন

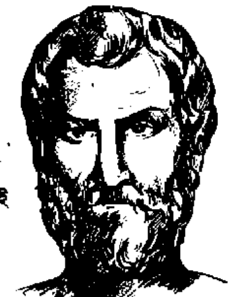
অনুশীলনী-৪

অধ্যায়টি পড়ে যা জানতে পারবে—

১. প্রদত্ত তথ্য ও উপাত্তের ভিত্তিতে ত্রিভুজ অঙ্কন এবং অঙ্কনের যথার্থতা যাচাই।

২. প্রদত্ত তথ্য ও উপাত্তের ভিত্তিতে বৃত্ত অঙ্কন এবং অঙ্কনের যথার্থতা যাচাই।

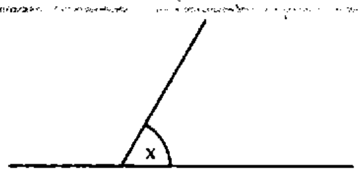
প্রাচীন গ্রীক গণিতবিদ, বিজ্ঞানী ও দার্শনিক থেলিস *(Thales, 624 BC - 547 BC)* ছিলেন প্রাচীন গ্রীসের সপ্তজ্ঞানীদের একজন। তিনিই প্রথম পিরামিডের উচ্চতা ও সমুদ্র তীর হতে জাহাজের দূরত্ব নির্ণয়ের জন্য জ্যামিতি ব্যবহার করেন।



১৫টি অনুশীলনীর প্রশ্ন |
৬৭টি বহুনির্বাচনি প্রশ্ন ■ ৩১টি সাধারণ বহুনির্বাচনি ■ ১২টি বহুপদী সমাপ্তিসূচক ■ ২৪টি অভিন্ন তথ্যভিত্তিক
১৫টি সৃজনশীল প্রশ্ন ■ ১টি অনুশীলনী ■ ২টি শ্রেণির কাজ ■ ২টি মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত ■ ১০টি প্রশ্নব্যাংক

অনুশীলনীর সৃজনশীল বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

১.



x = 60 হলে ∠x এর সম্পূরক কোণের অর্ধেকের মান কত?

ক 30°　　খ 60°
গ 120°　　ঘ 180°　　উত্তর: খ

ব্যাখ্যা: সরল কোণ 180°। ∠x = 60°

∴ ∠x এর সম্পূরক কোণ 180° – 60° = 120°

∴ ∠x এর সম্পূরক কোণের অর্ধেক $= \frac{120°}{2} = 60°$

২. i. যেকোনো দৈর্ঘ্যের তিনটি বাহু দ্বারা ত্রিভুজ অঙ্কন করা যায় না।
ii. শুধুমাত্র ব্যাসার্ধ জানা থাকলে বৃত্ত অঙ্কন করা যায়।
iii. বৃত্তের কোন বিন্দুতে একটিমাত্র স্পর্শক আঁকা যায়।

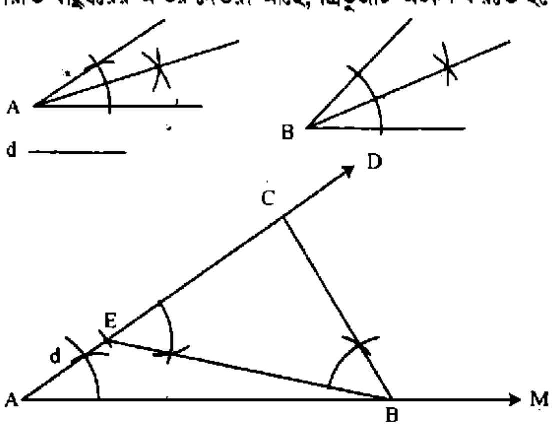
উপরের বাক্যগুলোর কোনটি সঠিক?

ক i ও ii　　খ ii ও iii
গ i ও iii　　ঘ i, ii ও iii　　উত্তর: ঘ

অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

৩. কোনো ত্রিভুজের দুইটি কোণ এবং তাদের বিপরীত বাহুদ্বয়ের অন্তর দেওয়া আছে, ত্রিভুজটি আঁক।

সমাধান: সাধারণ নির্বচন: কোনো ত্রিভুজের দুইটি কোণ এবং তাদের বিপরীত বাহুদ্বয়ের অন্তর দেওয়া আছে, ত্রিভুজটি অঙ্কন করতে হবে।



বিশেষ নির্বচন: কোনো ত্রিভুজের দুইটি কোণ ∠A ও ∠B এবং বিপরীত বাহুদ্বয়ের অন্তর d দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি অঙ্কন করতে হবে।

অঙ্কনের বিবরণ:

ধাপ ১: যেকোনো রশ্মি AM এর A বিন্দুতে ∠A এর সমান করে ∠MAD অঙ্কন করি।

ধাপ ২: AD রশ্মি থেকে d এর সমান করে AE অংশ কেটে নিই।

ধাপ ৩: এখন E বিন্দুতে $\angle DEB = \frac{1}{2}(\angle B + \angle A)$ অঙ্কন করি।

ধাপ ৪: EB রেখাংশ AM রশ্মিকে B বিন্দুতে ছেদ করে।

ধাপ ৫: এখন B বিন্দুতে ∠DEB এর সমান করে ∠EBC অঙ্কন করি।

ধাপ ৬: BC রেখা AD রশ্মিকে C বিন্দুতে ছেদ করে। B, C যোগ করি। তাহলে ABC ত্রিভুজই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ।

প্রমাণ: এখানে, $\angle CEB = \angle CBE = \frac{1}{2}(\angle B + \angle A)$

বা, CE = CB

∴ AC = CE + AE = CB + AE.

বা, AC – CB = AE

বা, AC – CB = d [∵ AE = d]

এখন, ∠EBA = ∠CEB – ∠CAB

$= \frac{1}{2}(\angle A + \angle B) - \angle A$

$= \frac{1}{2}(\angle B - \angle A)$

∴ ∠CBA = ∠CBE + ∠EBA

$= \frac{1}{2}(\angle A + \angle B) + \frac{1}{2}(\angle B - \angle A)$

= ∠B

∴ ΔABC এর ∠A = ∠CAB, ∠CBA = ∠B

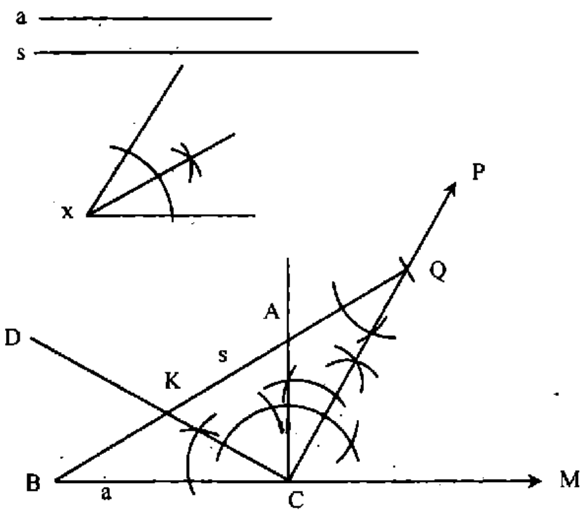
এবং EC = BC বলে AC – BC = AC – EC = AE = d.

∴ ΔABC ই নির্ণেয় ত্রিভুজ।

www.bdniyog.com

৪. কোনো ত্রিভুজের ভূমি, ভূমি সংলগ্ন কোণদ্বয়ের অন্তর ও অপর বাহুদ্বয়ের সমষ্টি দেওয়া আছে, ত্রিভুজটি আঁক।

সমাধান: সাধারণ নির্বচন: কোনো ত্রিভুজের ভূমি, ভূমি সংলগ্ন কোণদ্বয়ের অন্তর ও অপর বাহুদ্বয়ের সমষ্টি দেওয়া আছে, ত্রিভুজটি অঙ্কন করতে হবে।



বিশেষ নির্বচন: মনে করি, কোনো ত্রিভুজের ভূমি a, ভূমি সংলগ্ন কোণদ্বয়ের অন্তর $\angle x$ এবং অপর বাহুদ্বয়ের সমষ্টি s দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি অঙ্কন করতে হবে।

অঙ্কনের বিবরণ:

ধাপ ১: যেকোনো রশ্মি BM হতে ভূমি a এর সমান করে BC অংশ কেটে নিই।

ধাপ ২: এখন, C বিন্দুতে $\frac{1}{2}\angle x$ এর সমান করে $\angle BCD$ অঙ্কন করি।

ধাপ ৩: CD রেখার ওপর C বিন্দুতে CP লম্ব অঙ্কন করি।

ধাপ ৪: B বিন্দুকে কেন্দ্র করে s এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্তচাপ অঙ্কন করি যা CP রশ্মিকে Q বিন্দুতে ছেদ করে।

ধাপ ৫: B, Q যোগ করি।

ধাপ ৬: এখন, CP রশ্মির C বিন্দুতে $\angle BQC$ এর সমান করে $\angle QCA$ অঙ্কন করি।

ধাপ ৭: CA রেখা BQ কে A বিন্দুতে ছেদ করে।

তাহলে ΔABC ই নির্ণেয় ত্রিভুজ।

প্রমাণ: ΔACQ এ $\angle AQC = \angle ACQ$ অতএব $AQ = AC$

$\therefore \Delta ABC$ এর $AB + AC = AB + AQ = BQ = s$

মনে করি, CD ও BQ রেখা পরস্পরকে K বিন্দুতে ছেদ করে।

$\angle AKC = \angle KQC$ এর পূরক

$= \angle ACQ$ এর পূরক

$= \angle ACK$

$\therefore \angle AKC = \angle ACK$

$\angle ACB - \angle ABC = \angle ACK + \frac{1}{2}\angle x - \angle KBC$

$= \angle AKC + \frac{1}{2}\angle x - \angle KBC$

$[\because \angle AKC = \angle ACK]$

$= \angle KBC + \frac{1}{2}\angle x + \frac{1}{2}\angle x - \angle KBC$

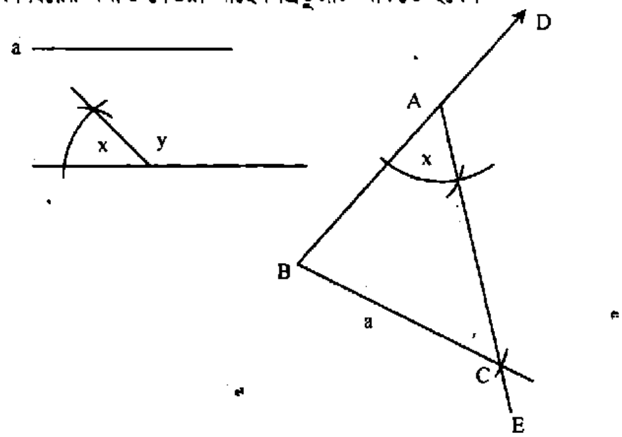
$= \angle x$

$[\because \angle AKC = \angle KBC + \angle KCB = \angle KBC + \frac{1}{2}\angle x]$

$\therefore \Delta ABC$ ই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ।

৫. ভূমি, শিরঃকোণ ও অপর কোণদ্বয়ের সমষ্টি দেওয়া আছে, ত্রিভুজটি আঁক।

সমাধান: সাধারণ নির্বাচন: কোনো ত্রিভুজের ভূমি, শিরঃকোণ ও অপর কোণদ্বয়ের সমষ্টি দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।



বিশেষ নির্বাচন: মনে করি, কোনো ত্রিভুজের ভূমি a, শিরঃকোণ $\angle x$ ও অপর কোণদ্বয়ের সমষ্টি $\angle y$ দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।

অঙ্কনের বিবরণ:

ধাপ ১: যেকোনো রশ্মি BD এর ওপর A যেকোনো একটি বিন্দু নিই।

ধাপ ২: A বিন্দুতে $\angle x$ এর সমান $\angle BAE$ অঙ্কন করি।

ধাপ ৩: B কে কেন্দ্র করে a এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্তচাপ আঁকি।

ধাপ ৪: বৃত্তচাপটি AE কে C বিন্দুতে ছেদ করে।

ধাপ ৫: B, C যোগ করি। তাহলে ΔABC-ই নির্ণেয় ত্রিভুজ।

প্রমাণ: অঙ্কনানুসারে $\angle BAC = \angle x$

$\therefore \angle DAC = \angle y$

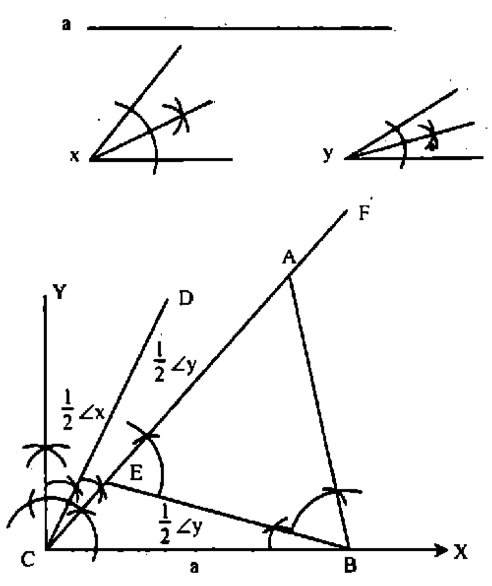
ΔABC-এর বহিঃস্থ কোণ $\angle DAC = \angle B + \angle C$

$\therefore \angle y = \angle B + \angle C$ এবং $BC = a$

$\therefore$ ABC নির্ণেয় ত্রিভুজ।

৬. ভূমি, শিরঃকোণ ও অপর কোণদ্বয়ের অন্তর দেওয়া আছে, ত্রিভুজটি আঁক।

সমাধান: সাধারণ নির্বচন: ত্রিভুজের ভূমি, শিরঃকোণ ও অপর কোণদ্বয়ের অন্তর দেওয়া আছে, ত্রিভুজটি অঙ্কন করতে হবে।



বিশেষ নির্বচন: কোনো ত্রিভুজের ভূমি a, শিরঃকোণ $\angle x$ এবং অপর কোণদ্বয়ের অন্তর $\angle y$ দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি অঙ্কন করতে হবে।

অঙ্কনের বিবরণ:

ধাপ ১: যেকোনো রশ্মি CX হতে ভূমি a এর সমান করে CB অংশ কেটে নিই।

ধাপ ২: C বিন্দুতে CB এর ওপর CY লম্ব অঙ্কন করি।

ধাপ ৩: C বিন্দুতে $\frac{1}{2}\angle x$ এর সমান করে $\angle YCD$ অঙ্কন করি এবং $\frac{1}{2}\angle y$ এর সমান করে $\angle DCF$ অঙ্কন করি।

ধাপ ৪: B বিন্দুতে এখন $\frac{1}{2}\angle y$ এর সমান করে $\angle CBE$ অঙ্কন করি।

ধাপ ৫: BE রেখা CF রেখাকে E বিন্দুতে ছেদ করে।

ধাপ ৬: B বিন্দুতে এখন $\angle FEB$ এর সমান করে $\angle EBA$ কোণ অঙ্কন করি।

ধাপ ৭: BA রেখা CF রেখাকে A বিন্দুতে ছেদ করে।

তাহলে, ΔABC-ই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ।

প্রমাণ: এখানে, $\angle CBE = \frac{1}{2}\angle y$

$\angle AEB = \angle ACB + \angle EBC$

কিন্তু $\angle ACB = 90° - \left(\frac{1}{2}\angle y + \frac{1}{2}\angle x\right)$

$\therefore \angle AEB = 90° - \frac{1}{2}\angle y - \frac{1}{2}\angle x + \frac{1}{2}\angle y = 90° - \frac{1}{2}\angle x$

$\therefore \angle ABE = 90° - \frac{1}{2}\angle x = \angle AEB$

[$\because \angle ABE = \angle AEB$ অঙ্কনানুসারে]

$\angle CAB = 180° - (\angle AEB + \angle ABE) = 180° - 2\angle AEB$

$= 180° - 2(90° - \frac{1}{2}\angle x)$

$= \angle x$

$\angle ABC - \angle ACB = \angle ABE + \angle CBE - \angle ACB$

$= 90° - \frac{1}{2}\angle x + \frac{1}{2}\angle y - \{90° - \frac{1}{2}(\angle y + \angle x)\}$

$= \angle y$

অতএব ΔABC-এ $\angle BAC = \angle x$

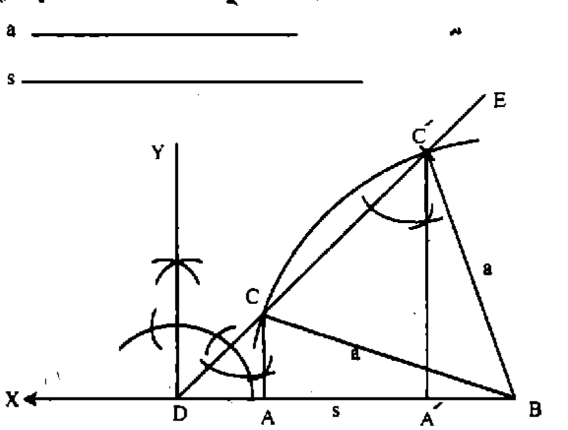
$BC = a$

এবং $\angle ABC - \angle ACB = \angle y$

$\therefore \Delta ABC$ ই নির্ণেয় ত্রিভুজ।

৭. সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ ও অপর দুই বাহুর সমষ্টি দেওয়া আছে, ত্রিভুজটি আঁক।

সমাধান: সাধারণ নির্বচন: সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ ও অপর দুই বাহুর সমষ্টি দেওয়া আছে ত্রিভুজটি অঙ্কন করতে হবে।



বিশেষ নির্বচন: মনে করি, সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ a এবং অপর দুই বাহুর সমষ্টি s দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি অঙ্কন করতে হবে।

অঙ্কনের বিবরণ:

ধাপ ১: যেকোনো রশ্মি BX হতে s এর সমান করে BD অংশ কেটে নিই।

ধাপ ২: D বিন্দুতে BD এর ওপর DY লম্ব অঙ্কন করি এবং $\angle BDY$ এর অর্ধেকের সমান করে $\angle BDE$ অঙ্কন করি।

ধাপ ৩: B বিন্দুকে কেন্দ্র করে অতিভুজ a এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্তচাপ অঙ্কন করি।

ধাপ ৪: বৃত্তচাপটি DE রেখাকে C ও C´ বিন্দুতে ছেদ করে।

ধাপ ৫: B, C ও B, C´ যোগ করি।

ধাপ ৬: এখন, C ও C´ বিন্দুতে $\angle CDB$ এর সমান করে যথাক্রমে $\angle DCA$ এবং $\angle DC´A´$ অঙ্কন করি।

ধাপ ৭: CA ও C´A´ রেখাদ্বয় DB রেখাকে যথাক্রমে A ও A´ বিন্দুতে ছেদ করে।

তাহলে, ΔABC অথবা $\Delta A´BC´$ -ই নির্ণেয় ত্রিভুজ।

প্রমাণ: ΔABC এর $BC = a =$ অতিভুজ।

$BD = BA + AD = s$

ΔACD এর $\angle ACD = \angle ADC$

অতএব, $AD = AC$

$s = BA + AD = BA + AC$

$\therefore \Delta ABC$-ই নির্ণেয় ত্রিভুজ।

$\Delta A´C´D$ এর মধ্যে

$\angle A´C´D = \angle A´DC´$ [অঙ্কনানুসারে]

$\therefore A´D = A´C´$

তাহলে, $\Delta A´BC´$

অতিভুজ $BC´ = a$

[অঙ্কনানুসারে]

$BA´ + A´C´ = BA´ + A´D$ [$\because A´D = A´C´$]

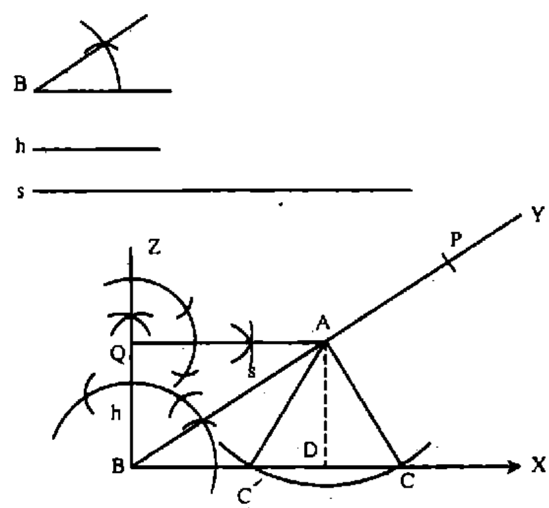
$= BD$

$= s$

$\therefore \Delta A´BC´$ ও উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ।

৮. ভূমি সংলগ্ন একটি কোণ, উচ্চতা ও অপর দুই বাহুর সমষ্টি দেওয়া আছে, ত্রিভুজটি আঁক।

সমাধান: সাধারণ নির্বচন: ভূমি সংলগ্ন একটি কোণ, উচ্চতা ও অপর দুই বাহুর সমষ্টি দেওয়া আছে, ত্রিভুজটি অঙ্কন করতে হবে।



www.bdniyog.com

বিশেষ নির্বচন: মনে করি, ত্রিভুজের ভূমি সংলগ্ন কোণ $\angle B$, উচ্চতা h এর অপর বাহুদ্বয়ের সমষ্টি s দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি অঙ্কন করতে হবে।

অঙ্কনের বিবরণ:

ধাপ ১: যেকোনো রশ্মি BX-এর B বিন্দুতে $\angle B$ এর সমান করে $\angle XBY$ অঙ্কন করি।

ধাপ ২: BY হতে s এর সমান করে BP অংশ কেটে নিই। B বিন্দুতে $BZ \perp BX$ অঙ্কন করি।

ধাপ ৩: BZ হইতে উচ্চতা h এর সমান করে BQ অংশ কেটে নিই।

ধাপ ৪: Q বিন্দুতে BZ এর ওপর লম্ব QA অঙ্কন করি।

ধাপ ৫: QA রেখা BP কে A বিন্দুতে ছেদ করে।

ধাপ ৬: A বিন্দুকে কেন্দ্র করে AP এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্তচাপ অঙ্কন করি যা BX রেখাকে C ও C′ বিন্দুতে ছেদ করে।

ধাপ ৭: A, C এবং A, C′ যোগ করি।

তাহলে ΔABC বা $\Delta ABC'$ ই নির্ণেয় ত্রিভুজ।

প্রমাণ: ΔABC এবং $\Delta ABC'$ এর উচ্চতা $AD = BQ = h$ কারণ $QA \| BC$.

$AP = AC = AC'$ অঙ্কন হতে,

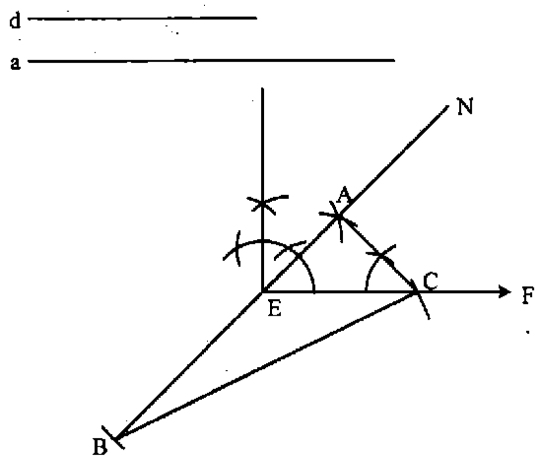
$BP = s = BA + AP = BA + AC = BA + AC'$

$\angle ABC = \angle B$ [অঙ্কনানুসারে]

$\therefore$ ΔABC বা $\Delta ABC'$ ই নির্ণেয় ত্রিভুজ। **(প্রমাণিত)**

৯. সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ ও অপর দুইটি বাহুর অন্তর দেওয়া আছে, ত্রিভুজটি আঁক।

সমাধান: সাধারণ নির্বচন: একটি সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ ও অপর দুই বাহুর অন্তর দেওয়া আছে, ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।



বিশেষ নির্বচন: মনে করি, একটি সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ a ও অপর দুই বাহুর অন্তর d দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।

অঙ্কনের বিবরণ:

ধাপ ১: যেকোনো রশ্মি EF এর E বিন্দুতে $\angle FEN = 45°$ আঁকি।

ধাপ ২: এবার NE কে EB পর্যন্ত বর্ধিত করি যেন EB = d হয়।

ধাপ ৩: অতঃপর B বিন্দুকে কেন্দ্র করে a-এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্তচাপ আঁকি যা EF-কে C বিন্দুতে ছেদ করে।

ধাপ ৪: পরিশেষে, C বিন্দুতে EC এর সাথে $\angle ECA = \angle CEN$ আঁকি যেন CA রেখা EN কে A বিন্দুতে ছেদ করে।

তাহলে, ΔABC-ই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ হবে।

প্রমাণ: ΔAEC এ $\angle AEC = \angle ACE = 45°$

$\therefore$ AC = AE

এবং $\angle EAC = 180° - (\angle AEC + \angle ACE)$

$= 180° - (45° + 45°) = 90°$

এখন, ABC-এ, $\angle BAC = \angle 90°$

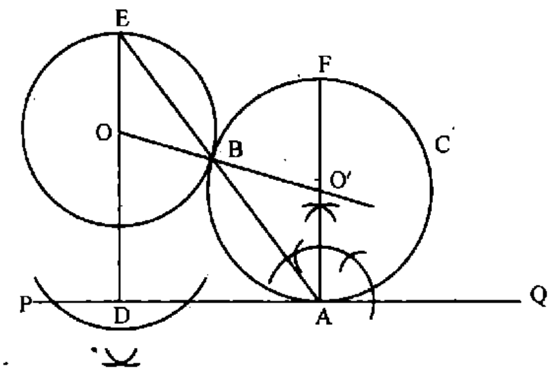
অতিভুজ BC = a

এবং অপর দুই বাহুর অন্তর = AB − AC = AB − AE = EB = d

$\therefore$ ΔABC-ই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ।

১০. এমন একটি বৃত্ত অঙ্কন কর যা একটি নির্দিষ্ট সরলরেখাকে এর কোনো নির্দিষ্ট বিন্দুতে এবং অপর একটি বৃত্তকে স্পর্শ করে।

সমাধান: সাধারণ নির্বচন: এমন একটি বৃত্ত অঙ্কন করতে হবে যা একটি নির্দিষ্ট সরলরেখাকে এর কোনো নির্দিষ্ট বিন্দুতে এবং অপর একটি বৃত্তকে স্পর্শ করে।



বিশেষ নির্বচন: মনে করি, O একটি নির্দিষ্ট বৃত্তের কেন্দ্র এবং নির্দিষ্ট রেখা PQ এর উপরস্থ A একটি নির্দিষ্ট বিন্দু। এমন একটি বৃত্ত অঙ্কন করতে হবে যা A বিন্দুতে PQ রেখাকে ও প্রদত্ত বৃত্তকে কোনো বিন্দুতে স্পর্শ করে।

অঙ্কনের বিবরণ:

ধাপ ১: O হতে PQ এর ওপর OD লম্ব অঙ্কন করি।

ধাপ ২: DO কে বর্ধিত করায় তা বৃত্তের পরিধির সাথে E বিন্দুতে মিলিত হয়।

ধাপ ৩: E, A যোগ করি। EA প্রদত্ত বৃত্তকে B বিন্দুতে ছেদ করে।

ধাপ ৪: A বিন্দুতে $AF \perp PQ$ আঁকি।

ধাপ ৫: O, B যোগ করে বর্ধিত করায় তা AF কে O′ বিন্দুতে ছেদ করে। O′-ই উদ্দিষ্ট বৃত্তের কেন্দ্র।

ধাপ ৬: O′ কে কেন্দ্র করে O′A বা O′B এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে ABC বৃত্ত অঙ্কন করি।

তাহলে, ABC-ই উদ্দিষ্ট বৃত্ত।

প্রমাণ: $AF \perp PQ$

$\therefore$ $\angle O'AP = 90°$

$\therefore$ বৃত্তটি A বিন্দুতে PQ রেখাকে স্পর্শ করে। B বিন্দুটি বৃত্তদ্বয়ের সাধারণ বিন্দু এবং তাদের কেন্দ্রদ্বয়ের সংযোজক সরলরেখার ওপর অবস্থিত।

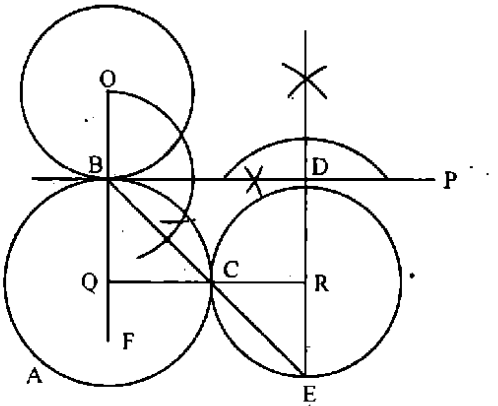
অতএব, বৃত্ত দুটি B বিন্দুতে পরস্পরকে স্পর্শ করেছে।

$\therefore$ ABC-ই উদ্দিষ্ট বৃত্ত।

১১. এমন একটি বৃত্ত অঙ্কন কর যা একটি নির্দিষ্ট বৃত্তকে এর কোনো নির্দিষ্ট বিন্দুতে এবং অপর একটি বৃত্তকে কোনো বিন্দুতে স্পর্শ করে।

সমাধান: সাধারণ নির্বচন: এমন একটি বৃত্ত অঙ্কন করতে হবে যা একটি নির্দিষ্ট বৃত্তকে এর কোনো নির্দিষ্ট বিন্দুতে এবং অপর একটি বৃত্তকে কোনো বিন্দুতে স্পর্শ করে।

www.bdniyog.com



বিশেষ নির্বচন: মনে করি, O কেন্দ্র বিশিষ্ট বৃত্তে B একটি নির্দিষ্ট বিন্দু এবং R কেন্দ্রবিশিষ্ট অপর একটি বৃত্ত। এমন একটি বৃত্ত অঙ্কন করতে হবে যা O কেন্দ্র বিশিষ্ট বৃত্তকে B বিন্দুতে এবং R কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তকে কোনো বিন্দুতে স্পর্শ করে।

অঙ্কনের বিবরণ:

ধাপ ১: O, B যোগ করে F পর্যন্ত বর্ধিত করি।

ধাপ ২: B বিন্দুতে BP স্পর্শক আঁকি। R হতে RD ⊥ BP আঁকি।

ধাপ ৩: DR কে বর্ধিত করি যেন তা R কেন্দ্র বিশিষ্ট বৃত্তকে E বিন্দুতে ছেদ করে।

ধাপ ৪: E, B যোগ করি। EB, R কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তকে C বিন্দুতে ছেদ করল।

ধাপ ৫: R, C যোগ করে বর্ধিত করায় তা OF কে Q বিন্দুতে ছেদ করে।

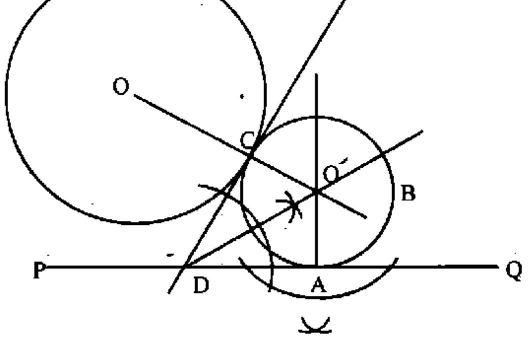
ধাপ ৬: তাহলে, Q ই উদ্দিষ্ট বৃত্তের কেন্দ্র হবে।

ধাপ ৭: এখন, Q কে কেন্দ্র করে QC বা QB এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে ABC বৃত্তটি অঙ্কন করি। তাহলে, ABC-ই উদ্দিষ্ট বৃত্ত।

প্রমাণ: O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের B বিন্দুতে BP স্পর্শক বলে BP ⊥ OB। আবার, OB রেখা F পর্যন্ত বর্ধিত বলে BF ⊥ BP। কিন্তু QB নির্ণেয় বৃত্তের ব্যাসার্ধ বলে BP একটি স্পর্শক হবে। ফলে R কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তটি O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তকে B বিন্দুতে স্পর্শ করবে।
আবার, অঙ্কনানুসারে RQ = RC + CQ
কিন্তু, RC ও QC যথাক্রমে R কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের এবং নির্ণেয় বৃত্তের ব্যাসার্ধ। কাজেই নির্ণেয় বৃত্তটি R কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তকে C বিন্দুকে স্পর্শ করবে।
∴ Q কেন্দ্রবিশিষ্ট ABC বৃত্তই নির্ণেয় বৃত্ত।

১২. এমন একটি বৃত্ত অঙ্কন কর যা একটি নির্দিষ্ট সরলরেখাকে কোনো বিন্দুতে এবং একটি নির্দিষ্ট বৃত্তকে এর কোনো নির্দিষ্ট বিন্দুতে স্পর্শ করে।

সমাধান: সাধারণ নির্বচন: এমন একটি বৃত্ত অঙ্কন করতে হবে যা একটি নির্দিষ্ট সরলরেখাকে কোনো বিন্দুতে এবং একটি নির্দিষ্ট বৃত্তকে এর কোনো নির্দিষ্ট বিন্দুতে স্পর্শ করে।



বিশেষ নির্বচন: মনে করি, PQ একটি নির্দিষ্ট সরলরেখা এবং O কেন্দ্র বিশিষ্ট একটি নির্দিষ্ট বৃত্তে C একটি নির্দিষ্ট বিন্দু। এমন একটি বৃত্ত অঙ্কন করতে হবে যা O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তকে C বিন্দুতে ও PQ সরলরেখাকে কোনো বিন্দুতে স্পর্শ করে।

অঙ্কনের বিবরণ:

ধাপ ১: O, C যোগ করি।

ধাপ ২: C বিন্দুতে CD স্পর্শক অঙ্কন করি যা PQ কে D বিন্দুতে ছেদ করে।

ধাপ ৩: ∠CDQ এর সমদ্বিখণ্ডক অঙ্কন করি।

ধাপ ৪: OC কে বর্ধিত করায় তা সমদ্বিখণ্ডককে O´ বিন্দুতে ছেদ করে।

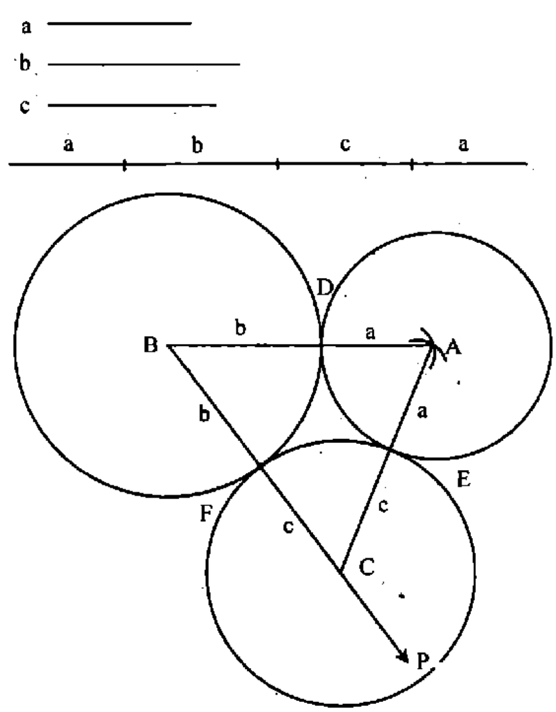
ধাপ ৫: O´ থেকে PQ এর ওপর O´A লম্ব আঁকি।

ধাপ ৬: এখন O´ কে কেন্দ্র করে O´A বা O´C এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে ABC বৃত্ত অঙ্কন করি।
তাহলে, ABC-ই নির্ণেয় বৃত্ত।

প্রমাণ: O´ কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের ব্যাসার্ধ O´A, PQ রেখার ওপর লম্ব। A বিন্দু PQ এর ওপর অবস্থিত বিন্দু।
অতএব, ABC বৃত্তটি A বিন্দুতে PQ রেখাকে স্পর্শ করেছে।
আবার, C বিন্দু O কেন্দ্র বিশিষ্ট বৃত্তের পরিধিস্থ বিন্দু এবং ঐ বৃত্তের স্পর্শকের ওপর অবস্থিত। সুতরাং CO´, DC রেখার ওপর লম্ব।
কিন্তু, O´ বিন্দুটি ∠CDQ এর সমদ্বিখণ্ডকের ওপর অবস্থিত বলে DC ও DQ রেখাদ্বয় O´ হতে সমদূরবর্তী।
অর্থাৎ O´A = O´C।
∴ O´ কে কেন্দ্র করে O´A বা O´C এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে অঙ্কিত ABC বৃত্তটি O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তকে C বিন্দুতে এবং PQ কে A বিন্দুতে স্পর্শ করবে।
∴ ABC-ই নির্ণেয় বৃত্ত।

১৩. ভিন্ন ভিন্ন ব্যাসার্ধবিশিষ্ট এরূপ তিনটি বৃত্ত আঁক যেন তারা পরস্পরকে বহিঃস্পর্শ করে।

সমাধান: সাধারণ নির্বচন: ভিন্ন ভিন্ন ব্যাসার্ধবিশিষ্ট এরূপ তিনটি বৃত্ত অঙ্কন করতে হবে যেন তারা পরস্পরকে বহিঃস্পর্শ করে।



বিশেষ নির্বচন: মনে করি, a, b, c তিনটি নির্দিষ্ট রেখাংশ। এই তিনটি রেখাংশ কে ব্যাসার্ধ হিসেবে নিয়ে এমন তিনটি বৃত্ত অঙ্কন করতে হবে যারা পরস্পরকে বহিঃস্পর্শ করে।

অঙ্কনের বিবরণ:

ধাপ ১: যেকোনো রশ্মি BP হতে (b + c) এর সমান করে BC অংশ কেটে নিই।

ধাপ ২: B কে কেন্দ্র করে (b + a) এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্তচাপ অঙ্কন করি।

ধাপ ৩: আবার, C কে কেন্দ্র করে (c + a) এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে আরো একটি চাপ অঙ্কন করি।

ধাপ ৪: চাপদ্বয় পরস্পর A বিন্দুতে মিলিত হয়।

ধাপ ৫: A, B ও C বিন্দুকে কেন্দ্র করে যথাক্রমে a, b ও c এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে তিনটি বৃত্ত অঙ্কন করি।

ধাপ ৬: বৃত্তগুলি পরস্পরকে D, E ও F বিন্দুতে বহিঃস্থভাবে স্পর্শ করে। সুতরাং উক্ত বৃত্ত তিনটিই নির্ণেয় বৃত্ত।

প্রমাণ: BC = b + c এবং BF = b, FC = c

∴ B ও C কেন্দ্র বিশিষ্ট বৃত্তদ্বয় কেন্দ্রদ্বয়ের সংযোজক রেখা BC এর ওপর F বিন্দুতে পরস্পর স্পর্শ করে।

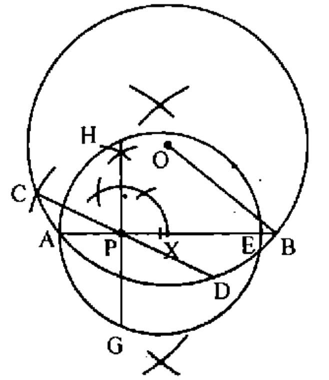
অনুরূপ, A ও B কেন্দ্র বিশিষ্ট বৃত্তদ্বয় D বিন্দুতে এবং A ও C কেন্দ্র বিশিষ্ট বৃত্তদ্বয় E বিন্দুতে পরস্পরকে স্পর্শ করে।

সুতরাং A, B ও C কেন্দ্র বিশিষ্ট বৃত্তত্রয়ই উদ্দিষ্ট বৃত্ত।

১৪. O কেন্দ্রবিশিষ্ট কেন্দ্র বৃত্তের AB জ্যা-এর P যেকোনো বিন্দু। P বিন্দু দিয়ে অপর একটি জ্যা CD অঙ্কন করতে হবে যেন CP^2 = AP.OB হয়।

সমাধান: সাধারণ নির্বচন: O কেন্দ্রবিশিষ্ট কোনো বৃত্তের AB জ্যা-এর P যেকোনো বিন্দু। P বিন্দু দিয়ে অপর একটি জ্যা CD অঙ্কন করতে হবে যেন CP^2 = AP.OB হয়।

বিশেষ নির্বচন: দেওয়া আছে, O কেন্দ্রবিশিষ্ট একটি বৃত্তের AB জ্যা-এর উপর P যেকোনো একটি বিন্দু। P বিন্দু দিয়ে যায় এমন একটি জ্যা CD অঙ্কন করতে হবে যেন CP^2 = AP.OB হয়।



অঙ্কনের বিবরণ:

ধাপ ১: AB জ্যা এর বৃহত্তম খন্ড PB থেকে OB এর সমান করে PE অংশ কেটে নিই।

ধাপ ২: AE কে X বিন্দুতে সমদ্বিখন্ডিত করি।

ধাপ ৩: AE কে ব্যাস ধরে X কেন্দ্র বিশিষ্ট একটি বৃত্ত অঙ্কন করি।

ধাপ ৪: P বিন্দুতে AB এর উপর লম্ব অঙ্কন করি যা X কেন্দ্র বিশিষ্ট বৃত্তটিকে H ও G বিন্দুতে ছেদ করে।

ধাপ ৫: p বিন্দুকে কেন্দ্র করে PH এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্তচাপ আঁকি যা O কেন্দ্র বিশিষ্ট বৃত্তটিকে C বিন্দুতে ছেদ করে।

ধাপ ৬: C, P যোগ করে বর্ধিত করি যা O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তকে D বিন্দুতে ছেদ করে।

তাহলে CD ই উদ্দিষ্ট জ্যা।

প্রমাণ: X কেন্দ্রবিশিষ্ট AGEH বৃত্তে জ্যা AE ও জ্যা GH পরস্পর P বিন্দুতে লম্বভাবে ছেদ করেছে।

সুতরাং AP.PE = GP.PH

কিন্তু GP = PH [GH ⊥ AE বলে GH, P বিন্দুতে সমদ্বিখন্ডিত হয়]

PE = OB [অঙ্কনানুসারে]

অতএব AP.OB = PH^2

আবার, PH = CP [অঙ্কনানুসারে]

CP^2 = AP.OB

সুতরাং CD-ই নির্ণেয় জ্যা।

অনুশীলনীর সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

প্রশ্ন ▶ ১৫ সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ভূমি 5 সে.মি. এবং সমান সমান বাহুর দৈর্ঘ্য 6 সে.মি.।

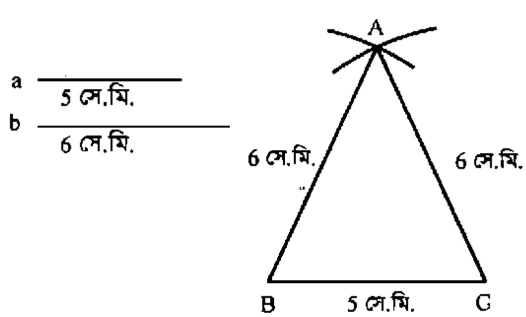
ক. ত্রিভুজটি অঙ্কন কর।

খ. ত্রিভুজটির পরিবৃত্ত অঙ্কন করে ব্যাসার্ধ নির্ণয় কর।

গ. এমন একটি বৃত্ত অঙ্কন কর যা পূর্বে অঙ্কিত পরিবৃত্তের ব্যাসার্ধের সমান একটি বৃত্তকে P বিন্দুতে স্পর্শ করে এবং বৃত্তের বহিঃস্থ কোন বিন্দু Q দিয়ে যায়।

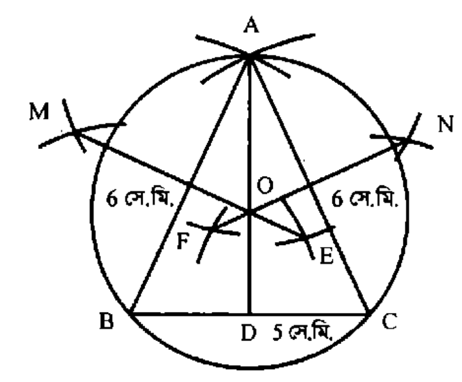
১৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক



ABC একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ, যার ভূমি BC = 5 সে.মি. এবং সমান সমান বাহুদ্বয় AB = AC = 6 সে.মি.।

খ



বিশেষ নির্বচন: ABC ত্রিভুজটির পরিবৃত্ত আঁকতে হবে। অর্থাৎ এমন একটি বৃত্ত আঁকতে হবে, যা ত্রিভুজের তিনটি শীর্ষ A, B ও C দিয়ে যায়।

www.bdniyog.com

অঙ্কনের বিবরণ:

ধাপ ১: AB ও AC রেখাংশের লম্ব সমদ্বিখণ্ডক যথাক্রমে EM ও FN রেখাংশ আঁকি। মনে করি, তারা পরস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করে।

ধাপ ২: A, O যোগ করি। O কে কেন্দ্র করে OA এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্ত আঁকি।

তাহলে, বৃত্তটি A, B ও C বিন্দুগামী হবে এবং এই বৃত্তটিই ΔABC এর নির্ণেয় পরিবৃত্ত।

পরিবৃত্তের ব্যাসার্ধ নির্ণয়: ABC ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দু থেকে BC এর উপর AD লম্ব আঁকি।

এখন, ΔABD-এ

$AD^2 + BD^2 = AB^2$ [পীথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে]

বা, $AD^2 = AB^2 - BD^2 = AB^2 - \left(\frac{BC}{2}\right)^2$

$= 6^2 - (2.5)^2$

$= 36 - 6.25 = 29.75$

$\therefore AD = 5.45$

ΔABC এর পরিবৃত্তের ব্যাসার্ধ R হলে,

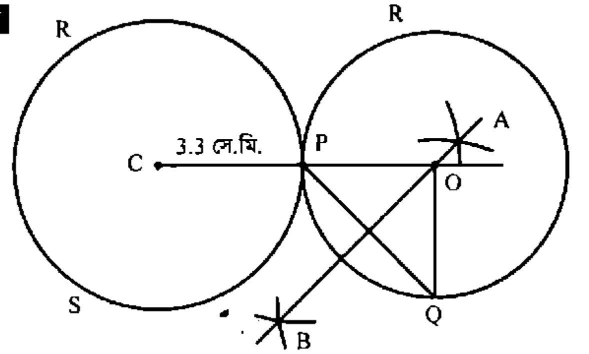
$AB.\ AC = 2R.AD$ [ব্রহ্মগুপ্তের উপপাদ্য অনুসারে]

বা, $2R \times 5.45 = 6 \times 6$

বা, $R = \frac{36}{10.9}$

$\therefore R = 3.3$ সে.মি. (প্রায়)

ঘ



'খ' থেকে পাই বৃত্তের ব্যাসার্ধ 3.3 সে.মি.।

অঙ্কনের বিবরণ:

ধাপ ১: 3.3 সে.মি. ব্যাসার্ধ নিয়ে C কে কেন্দ্র করে PRS একটি বৃত্ত অঙ্কন করি। যার উপর P একটি বিন্দু।

ধাপ ২: বৃত্তের বহিঃস্থ যেকোনো বিন্দু Q।

ধাপ ৩: P, Q যোগ করি এবং PQ এর লম্বদ্বিখণ্ডক AB অঙ্কন করি।

ধাপ ৪: C, P যোগ করে বর্ধিত করি। CP রেখার বর্ধিতাংশ AB কে O বিন্দুতে ছেদ করে।

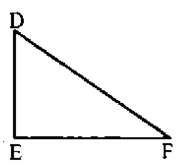
ধাপ ৫: O কে কেন্দ্র করে OP ব্যাসার্ধ নিয়ে অঙ্কিত বৃত্তই উদ্দিষ্ট বৃত্ত।

মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত সৃজনশীল বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

★★★ ৪.১ ত্রিভুজ সংক্রান্ত কতিপয় সম্পাদ্য | Text পৃষ্ঠা-৮১

- ত্রিভুজের ভূমি ও ভূমি সংলগ্ন কোণ দেওয়া থাকলে প্রথমে একটি সরলরেখা থেকে ভূমির সমান অংশ কেটে নিয়ে তার এক প্রান্তে প্রদত্ত কোণের সমান কোণ আঁকতে হবে।
- ত্রিভুজ অঙ্কনের পর তথ্য ও উপাত্ত অনুসারে চিত্র ঠিক আছে কিনা তা ভালোভাবে দেখে নিতে হবে।
- ত্রিভুজের তিনটি বাহু দেওয়া থাকলে দুইটি বাহুর যোগফল অবশ্যই তৃতীয় বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর হতে হবে অন্যথায় ত্রিভুজঅঙ্কন সম্ভব নয়।

১.



DEF ত্রিভুজের শির:কোণ নিচের কোনটি? (সহজ)

ক $\angle D$ খ $\angle E$ গ $\angle F$ ঘ $\angle E$ ও $\angle E$ — ক

২. **সমকোণী ত্রিভুজের শির:কোণ 30° হলে অপর কোণ কত ডিগ্রি হবে?** (সহজ) [হবিগঞ্জ সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, হবিগঞ্জ]

ক 30 খ 40 গ 60 ঘ 70 — গ

৩. **সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের যেকোনো একটি কোণ 100° হলে অপর যেকোনো একটি কোণের মান কত ডিগ্রি?** (মধ্যম)

ক 30 খ 40 গ 50 ঘ 100 — খ

৪. **সমদ্বিবাহু সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ সংলগ্ন কোণদ্বয়ের অনুপাত নিচের কোনটি?** (মধ্যম) [লক্ষ্মীপুর সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়]

ক 1 : 1 খ 1 : 2 গ 2 : 1 ঘ 2 : 3 — ক

৫. **সমান বাহুর বর্গের ও সমবাহু ত্রিভুজের পরিসীমার অনুপাত কত?** (মধ্যম)

ক 2 : 3 খ 2 : 8 গ 3 : 4 ঘ 4 : 3 — গ

৬. **শুধু একটি বাহু দেওয়া থাকলে নিচের কোনটি আঁকা সম্ভব?** (মধ্যম)

ক আয়তক্ষেত্র খ রম্বস
গ সামান্তরিক ঘ সমবাহু ত্রিভুজ — ঘ

৭. **সমবাহু ত্রিভুজের যেকোনো বাহুকে বর্ধিত করলে উৎপন্ন কোণের মান কত ডিগ্রি?** (মধ্যম) [মতিঝিল সরকারি বালক উচ্চ বিদ্যালয়, ঢাকা]

ক 180 খ 160 গ 120 ঘ 100 — গ

৮. **x = 50° হলে ∠x এর পূরক কোণের অর্ধেকের মান কত ডিগ্রি?** (সহজ) [বি কে জি সি সরকারী বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, হবিগঞ্জ]

ক 10 খ 20 গ 130 ঘ 180 — খ

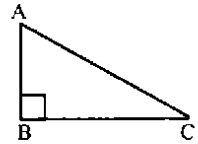
৯. **ABC সমবাহু ত্রিভুজের শির:কোণের সম্পূরক কোণের দুই তৃতীয়াংশের মান কত ডিগ্রি?** (কঠিন)

ক 120 খ 100 গ 80 ঘ 60 — গ

১০. **সরলকোণের এক তৃতীয়াংশের মান কত ডিগ্রি?** (সহজ)

ক 120 খ 90 গ 60 ঘ 30 — গ

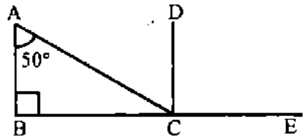
১১.



ABC সমদ্বিবাহু ত্রিভুজে ∠BAC এর পূরক কোণের মান কত ডিগ্রি? (মধ্যম)

ক 135 খ 90 গ 60 ঘ 45 — ঘ

১২.



AB || CD হলে ∠ACD এর মান কত ডিগ্রি? (মধ্যম)

ক 30 খ 40 গ 50 ঘ 60 — গ

১৩. **ত্রিভুজের তিন বাহুর দৈর্ঘ্য দেওয়া আছে নিচের কোন ক্ষেত্রে সমকোণী ত্রিভুজ আঁকা সম্ভব?** (সহজ)

ক 3, 4, 6 খ 6, 8, 11 গ 5, 7, 9 ঘ 5, 12, 13 — ঘ

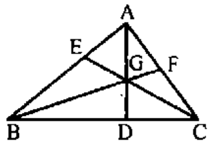
ব্যাখ্যা: $13^2 = 5^2 + 12^2$

১৪. ত্রিভুজের তিন বাহুর দৈর্ঘ্য দেওয়া আছে, নিচের কোন ক্ষেত্রে ত্রিভুজ আঁকা সম্ভব? (সহজ)

ক 3, 4, 8 খ 3, 5, 8 গ 5, 7, 13 ঘ 3, 4, 6 **ঘ**

ব্যাখ্যা: ত্রিভুজের যে কোন দুই বাহুর সমষ্টি তৃতীয় বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর।

১৫.

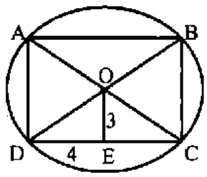


ABC ত্রিভুজে CE, AD ও BF যথাক্রমে AB, BC ও CA বাহুর মধ্যমা হলে নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)

ক 2BG = 3BF খ 3AG = 2GD

গ 2EC = 3GC ঘ AD = BF **গ**

১৬.



ABCD একটি আয়তক্ষেত্র হলে AOB ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক? (কঠিন)

ক 6 খ 8 গ 12 ঘ 24 **গ**

১৭. কোনো ত্রিভুজের বাহুগুলোর দৈর্ঘ্যের অনুপাত 3 : 4 : 5 এবং পরিসীমা 240 সে.মি. হলে ক্ষুদ্রতম বাহুর দৈর্ঘ্য কত সে.মি.? (মধ্যম) [চট্টগ্রাম সিটি কর্পোরেশন আন্তঃবিদ্যালয়]

ক 60 খ 80 গ 100 ঘ 120 **ক**

ব্যাখ্যা: $3x + 4x + 5x = 240$ বা, $12x = 240$ বা, $x = 20$

∴ ক্ষুদ্রতর বাহু $3x = 3 \times 20 = 60$ সে.মি.।

১৮. ত্রিভুজের ভূমি 7 সে.মি., ভূমি সংলগ্ন একটি কোণ 60° এবং উচ্চতা 5 সে.মি. হলে, ত্রিভুজটি অঙ্কন করলে ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল কত বর্গ সে.মি.? (মধ্যম)

ক 17.5 খ 35 গ 70 ঘ 144 **ক**

ব্যাখ্যা: $\frac{1}{2} \times 7 \times 5 = 17.5$

১৯. একটি ত্রিভুজ অঙ্কন করে দেখা গেল যে, এর ক্ষেত্রফল 72 বর্গ সে.মি. এবং উচ্চতা 8 সে.মি. হয়েছে, ত্রিভুজটির ভূমির দৈর্ঘ্য কত সে.মি.? (মধ্যম) [সরকারি জুবিলী স্কুল, পটুয়াখালী]

ক 9 খ 18 গ 36 ঘ 72 **খ**

ব্যাখ্যা: $\frac{1}{2} \times 8 \times$ ভূমি $= 72$ ∴ ভূমি $= 18$

২০. ত্রিভুজের ভূমি, শিরঃকোণ ও অপর বাহুদ্বয়ের সমষ্টি দেওয়া থাকলে অনেক ক্ষেত্রে কয়টি ত্রিভুজ অঙ্কন করা যায়? (সহজ) [বিদ্যাময়ী গভঃ গার্লস হাই স্কুল, ময়মনসিংহ; ফেনী সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, ফেনী]

ক অসংখ্য খ 6 গ 4 ঘ 2 **ঘ**

২১. একটি ত্রিভুজের ভূমি a, অপর বাহুদ্বয়ের সমষ্টি s এবং শির:কোণ 60° হলে, যে ত্রিভুজটি অঙ্কিত হবে তার একটি কোণ অবশ্যই নিচের কত ডিগ্রি কোণের সমান হবে? (সহজ)

ক 60 খ 121 গ 125 ঘ 126 **ক**

২২. শুধু একটি বাহুর দৈর্ঘ্য দেওয়া থাকলে —

i. সমবাহু ত্রিভুজ অঙ্কন করা যায়।
ii. বর্গক্ষেত্র অঙ্কন করা যায়।
iii. আয়তক্ষেত্র অঙ্কন করা যায়।

নিচের কোনটি সঠিক ? (মধ্যম)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **ক**

২৩. ত্রিভুজ আঁকা সম্ভব যদি জানা থাকে—

i. তিন বাহু।
ii. দুই বাহু ও এক কোণ।
iii. তিন কোণ।

নিচের কোনটি সঠিক ? (মধ্যম)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **ক**

২৪. ত্রিভুজের ভূমি a, শিরঃকোণ x এবং অপর বাহুদ্বয়ের সমষ্টি s দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁকতে হলে— [সরকারি মুসলিম উচ্চ বিদ্যালয়, চট্টগ্রাম]

i. s > a হতে হবে।
ii. a > s হতে হবে।
iii. ∠x কে সমদ্বিখণ্ডিত করতে হবে।

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **ক**

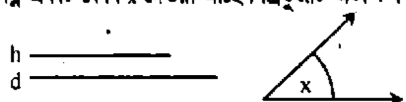
২৫. ত্রিভুজের ভূমি a সে.মি., শিরঃকোণ 70° এবং অপর দুই বাহুর অন্তর d সে.মি. দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি অঙ্কন করতে হলে—

i. শিরঃকোণকে সমদ্বিখণ্ডিত করতে হবে।
ii. শিরঃকোণের সম্পূরক কোণকে সমদ্বিখণ্ডিত করতে হবে।
iii. অবশ্যই a > d হতে হবে।

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **গ**

২৬. পাশের চিত্রে ত্রিভুজের উচ্চতা h, ভূমির উপর মধ্যমা d এবং ভূমি সংলগ্ন একটি কোণ x দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি অঙ্কন করতে হলে—



i. ভূমির উপর লম্ব অঙ্কন করতে হবে
ii. ∠x কে সমদ্বিখণ্ডিত করতে হবে
iii. মধ্যমার সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে শীর্ষবিন্দুকে কেন্দ্র করে বৃত্তচাপ আঁকতে হবে।

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **খ**

২৭. সমদ্বিবাহু সমকোণী ত্রিভুজের —

i. ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2}$ × ভূমি × উচ্চতা।
ii. সমকোণ ছাড়া অপর কোণদ্বয়ের প্রত্যেকটি 45°।
iii. অতিভুজের বিপরীত কোণের মান 45°।

নিচের কোনটি সঠিক ? (সহজ)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **ক**

২৮. 5 সে.মি. বাহু বিশিষ্ট একটি সমবাহু ত্রিভুজের পরিবৃত্ত অঙ্কন করলে—

i. ত্রিভুজটির শীর্ষবিন্দু থেকে ভূমির উপর অঙ্কিত লম্বের দৈর্ঘ্য হবে 4.33 সে.মি.
ii. ত্রিভুজটির পরিবৃত্তের ব্যাসার্ধ হবে 2.88 সে.মি.
iii. ত্রিভুজটির পরিবৃত্তের ব্যাস 10 সে. মি.

নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **ক**

ব্যাখ্যা: লম্বের দৈর্ঘ্য $= \sqrt{5^2 - (2.5)^2} = 4.33$

$2R \times 4.33 = 5^2$ ∴ $R = 2.88$

∴ ব্যাস = 5.77

নিচের তথ্যের আলোকে (২৯-৩১) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

একটি ত্রিভুজের ভূমি = উচ্চতা = 6 সে.মি.।

২৯. প্রদত্ত শর্তে কী ধরনের ত্রিভুজ আঁকা সম্ভব? (মধ্যম)

ক সূক্ষ্মকোণী খ সমকোণী

গ স্থূলকোণী ঘ সমবাহু **খ**

৩০. ত্রিভুজটির অতিভুজের দৈর্ঘ্য কত সে.মি.? (সহজ)

ক $\sqrt{36}$ খ $\sqrt{72}$ গ 36 ঘ 72 **খ**

৩১. ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক? (সহজ)

ক 36 খ 24 গ 18 ঘ 12 **গ**

নিচের তথ্যের আলোকে (৩২-৩৫) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ভূমি 5 সে.মি. এবং সমান সমান বাহুর দৈর্ঘ্য 6 সে.মি.।

৩২. ত্রিভুজটি অঙ্কন করলে এর পরিসীমা কত সে.মি. হবে? (সহজ)

ক 8.5 খ 17 গ 34 ঘ 36 **খ**

৩৩. ত্রিভুজটির শীর্ষবিন্দু থেকে ভূমির উপর অঙ্কিত লম্বের দৈর্ঘ্য কত সে.মি.? (মধ্যম)

ⓚ 3 ⓚ 5.45 ⓖ 6.5 ⓖ 30 — **খ**

ব্যাখ্যা: লম্ব = $\sqrt{6^2 - (2.5)^2} = 5.45$

৩৪. ত্রিভুজটির পরিবৃত্তের ব্যাসার্ধ কত সে.মি.? (কঠিন)

ক 3.3 খ 6.6 গ 11 ঘ 30 — **ক**

ব্যাখ্যা: $2 \times$ ব্যাসার্ধ $\times 5.45 = 6^2$

বা, ব্যাসার্ধ $= \frac{36}{10.9} = 3.3$

৩৫. ত্রিভুজটির পরিবৃত্তের ক্ষেত্রফল কত বর্গ সে.মি.? (মধ্যম)

ক 6.6 খ 10.37 গ 18.85 ঘ 34.21 — **ঘ**

ব্যাখ্যা: $\pi(3.3)^2 = 34.21$

নিচের তথ্যের আলোকে (৩৬-৩৮) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

সমকোণী ত্রিভুজের এক বাহুর দৈর্ঘ্য 3.5 সে.মি., অপর বাহু এবং অতিভুজের দৈর্ঘ্য 5.5 সে.মি.। সমকোণী ত্রিভুজটি অঙ্কিত হলো।

৩৬. অপর বাহু x হলে, অতিভুজকে x এর মাধ্যমে প্রকাশ করলে নিচের কোনটি হবে? (সহজ) [ভি. জে সরকারি মাধ্যমিক বিদ্যালয়, চুয়াডাঙ্গা; ফেনী সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, ফেনী]

ক $3.5 + x$ খ $3.5 - x$ গ $5.5 - x$ ঘ $9 - x$ — **গ**

৩৭. x = কত সে.মি. (প্রায়)? (কঠিন) [ভি. জে সরকারি মাধ্যমিক বিদ্যালয়, চুয়াডাঙ্গা; ফেনী সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, ফেনী]

ক 0.61 খ 1.64 গ 2 ঘ 2.69 — **খ**

ব্যাখ্যা: $(5.5 - x)^2 = (3.5)^2 + x^2$ বা, $30.25 - 11x = 12.25$

$\therefore x = 1.64$ (প্রায়)

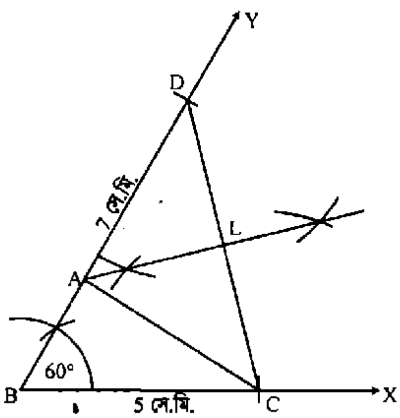
৩৮. অতিভুজের দৈর্ঘ্য কত সে.মি. (প্রায়)? (সহজ) [ভি. জে সরকারি মাধ্যমিক বিদ্যালয়, চুয়াডাঙ্গা; ফেনী সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, ফেনী]

ক 3.5 খ 3.86 গ 5.5 ঘ 7.14 — **খ**

ব্যাখ্যা: $(5.5 - 1.64) = 3.86$

নিচের চিত্রের আলোকে (৩৯-৪১) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

AL, CD এর লম্বদ্বিখণ্ডক। BD = 7 সে.মি. এবং BC = 5 সে.মি.।



৩৯. ΔALD ও ΔALC এর মধ্যে পরস্পর সম্পর্ক কী? (সহজ)

ক ΔALD ≤ ΔALC খ ΔALD ≅ ΔALC

গ ΔALD > ΔALC ঘ ΔALC ≥ ΔALC — **খ**

৪০. AC = কত? (মধ্যম)

ক 5 − AB খ 5 − AL গ 7 − AB ঘ 7 − AL — **গ**

৪১. AB + AC = কত সে.মি.? (সহজ)

ক 3 খ 5 গ 7 ঘ 12 — **গ**

[illegible] ৪.২ বৃত্তসংক্রান্ত অঙ্কন | Text পৃষ্ঠা-৮৭

- ব্যাসার্ধ ও কেন্দ্র জানা থাকলে বৃত্ত অঙ্কন সম্ভব।
- বৃত্তের ওপর একটি বিন্দুতে একটি স্পর্শক আঁকা যায় এবং স্পর্শক ঐ বিন্দুগামী বৃত্তের ব্যাসার্ধের সাথে লম্ব।
- স্পর্শ বিন্দুতে স্পর্শকের ওপর অঙ্কিত লম্ব, কেন্দ্রগামী।
- দুইটি বৃত্ত পরস্পরকে যেভাবেই স্পর্শ করুক, তা কেবলমাত্র একটি বিন্দুতে স্পর্শ করবে এবং স্পর্শ বিন্দুও কেন্দ্রদ্বয় সমরেখ হবে।
- যদি দুইটি বৃত্তের একটি সম্পূর্ণভাবে অপরটির অভ্যন্তরে থাকে তবে কোনো সাধারণ স্পর্শক অঙ্কন সম্ভব নয়।
- একটি বৃত্তের ও সরলরেখার সর্বাধিক দুইটি ছেদবিন্দু থাকতে পারে।
- ত্রিভুজের তিনটি শীর্ষবিন্দুগামী বৃত্ত পরিবৃত্ত।
- ত্রিভুজের অভ্যন্তরে অবস্থিত বাহুত্রয়কে স্পর্শকারী বৃত্ত অন্তর্বৃত্ত।
- ত্রিভুজের একটি বাহু ও অপর দুই বাহুর বর্ধিতাংশকে স্পর্শকারী বৃত্ত বহির্বৃত্ত।
- একটি ত্রিভুজের কেবল একটি অন্তর্বৃত্ত ও পরিবৃত্ত কিন্তু বহির্বৃত্ত তিনটি অঙ্কন করা সম্ভব।

৪২. বৃত্তস্থ চতুর্ভুজের বিপরীত কোণদ্বয় পরস্পরের কী? (সহজ)

ক একান্তর খ অনুরূপ গ পূরক ঘ সম্পূরক — **ঘ**

৪৩. বৃত্তের বহিঃস্থ কোনো বিন্দু থেকে বৃত্তে কয়টি স্পর্শক আঁকা যায়? (সহজ)

ক 1 খ 2 গ 3 ঘ 4 — **খ**

৪৪. একটি সরলরেখা কোনো বৃত্তকে স্পর্শ করলে তা ঐ বৃত্তকে কয়টি বিন্দুতে ছেদ করে? (মধ্যম)

ক 4 খ 3 গ 2 ঘ 1 — **ঘ**

৪৫. 5 সে. মি. ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট এবং দুইটি নির্দিষ্ট বিন্দু দিয়ে যায় এরূপ বৃত্ত অঙ্কন করলে কয়টি বৃত্ত পাওয়া যেতে পারে? (সহজ) [ফেনী সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, ফেনী]

ক 2 খ 4 গ 6 ঘ অসংখ্য — **ক**

৪৬. কোনো বৃত্তের বহিঃস্থ কোনো বিন্দুতে দুইটি স্পর্শক 80° কোণে মিলিত হলে স্পর্শক বিন্দুদ্বয় কেন্দ্রে কত ডিগ্রি কোণ উৎপন্ন করে? (মধ্যম)

ক 80 খ 100 গ 120 ঘ 280 — **খ**

৪৭. সমকোণী ত্রিভুজের পরিবৃত্ত অঙ্কন করলে তার কেন্দ্র কোথায় অবস্থান করবে?(মধ্যম) [নাটোর সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, নাটোর]

ক লম্বে খ ভূমিতে গ অতিভুজে ঘ বর্হিভাগে — **গ**

৪৮. স্থূলকোণী ত্রিভুজের পরিবৃত্ত অঙ্কন করলে এর পরিকেন্দ্র কোথায় অবস্থান করবে? (মধ্যম)

ক অতিভুজে খ ভূমিতে গ অভ্যন্তরে ঘ বহির্ভাগে — **ঘ**

৪৯. AB একটি নির্দিষ্ট সরল রেখাকে, O কেন্দ্রবিশিষ্ট একটি বৃত্ত A বিন্দুতে স্পর্শ করে। বৃত্তের কেন্দ্র থেকে AB সরল রেখার ক্ষুদ্রতম দূরত্ব নিচের কোনটি? (সহজ)

ক OA খ OB গ AB ঘ OP — **ক**

৫০. 2 সে.মি., 3 সে.মি. ও 4 সে.মি. ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট তিনটি বৃত্ত অঙ্কন করা হলো যারা পরস্পরকে বহিঃস্পর্শ করে। বৃত্তত্রয়ের কেন্দ্রগুলো যোগ করলে যে ত্রিভুজ পাওয়া যাবে তার পরিসীমা কত সে.মি.? (মধ্যম)

ক 4.5 খ 9 গ 18 ঘ 36 — **গ**

ব্যাখ্যা: $2(2 + 3 + 4) = 18$

৫১. বৃত্তের —

i. পরিধি জানা থাকলে বৃত্ত আঁকা যায়।

ii. ব্যাস জানা থাকলে বৃত্ত আঁকা যায়।

iii. কেন্দ্র জানা থাকলে বৃত্ত আঁকা যায়।

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii — **ক**

৫২. বৃত্তে —

i. সকল সমান জ্যা কেন্দ্র হতে সমদূরবর্তী।

ii. কেন্দ্র হতে সমান দূরের সকল জ্যা পরস্পর অসমান।

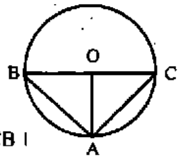
iii. বৃহত্তম জ্যা বৃত্তের ব্যাস।

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii — **খ**

www.bdniyog.com

৫৩. চিত্রে—



i. $OA = BA$ ।
ii. $OA = \frac{1}{2}BC$ ।
iii. $\angle AOB = 2\angle ACB$ ।

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ⓚ i ও ii ⓛ i ও iii ⓜ ii ও iii ⓝ i, ii ও iii **(গ)**

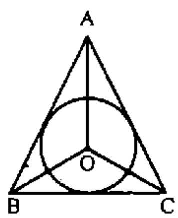
৫৪. A ও B দুইটি নির্দিষ্ট বিন্দু এবং PQ একটি নির্দিষ্ট সরল রেখা। একটি বৃত্ত অঙ্কন করা হলো যা A ও B বিন্দু দিয়ে যায় এবং কেন্দ্র PQ সরলরেখার উপর অবস্থান করলে—

i. AB রেখা বৃত্তের একটি জ্যা হবে।
ii. বৃত্তের ব্যাস PQ সরলরেখার উপর অবস্থান করবে।
iii. বৃত্তের সবগুলো ব্যাসার্ধ PQ সরলরেখার উপর অবস্থান করবে

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ⓚ i ও ii ⓛ i ও iii ⓜ ii ও iii ⓝ i,ii ও iii **(ক)**

নিচের তথ্যের আলোকে (৫৫-৫৭) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:



O কেন্দ্র বিশিষ্ট বৃত্তটি ΔABC-এর অভ্যন্তরে অবস্থিত।

৫৫. O কেন্দ্র বিশিষ্ট বৃত্তটি ΔABC-এর কী? (মধ্যম)

[যশোর জিলা স্কুল, যশোর]

ⓚ অন্তর্বৃত্ত ⓛ বহিঃবৃত্ত
ⓜ পরিবৃত্ত ⓝ নববিন্দু বৃত্ত **(ক)**

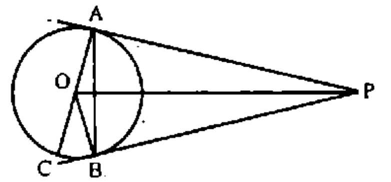
৫৬. O বিন্দুটি ΔABC এর কী?(মধ্যম)

ⓚ কেন্দ্র ⓛ পরিকেন্দ্র
ⓜ ভরকেন্দ্র ⓝ লম্ববিন্দু **(গ)**

৫৭. নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)

ⓚ $\angle A + \angle B = \angle C + \angle O$
ⓛ $OA + OC < BC$
ⓜ $OA + OB + OC > AB + BC + AC$
ⓝ $AB + BC + CA > OA + OB + OC$ **(ঘ)**

নিচের তথ্যের আলোকে (৫৮-৬১) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:



৫৮. নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ⓚ PA = OP ⓛ PB = OP
ⓜ PA = PB ⓝ PA – OA = AC **(গ)**

৫৯. $\angle OAP$ কী ধরনের কোণ? (মধ্যম)

ⓚ সূক্ষকোণ ⓛ সমকোণ
ⓜ স্থূলকোণ ⓝ প্রবৃদ্ধকোণ **(খ)**

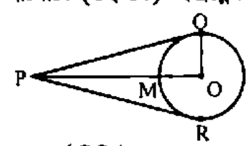
৬০. ΔOAB এর ক্ষেত্রে কোনটি সঠিক? (কঠিন)

ⓚ $OB \neq OA$ ⓛ $OC = BA$
ⓜ $\angle AOB = \angle OAB$ ⓝ $\angle OAB = \angle OBA$ **(ঘ)**

৬১. $\angle PAB = 60°$ হলে $\angle AOB$ এর মান কত ডিগ্রি?(মধ্যম)

ⓚ 140 ⓛ 120 ⓜ 100 ⓝ 80 **(খ)**

নিচের তথ্যের আলোকে (৬২-৬৩) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:



2 সে.মি. ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট বৃত্তের কেন্দ্র O এবং নির্দিষ্ট P বিন্দু থেকে O বিন্দুর দূরত্ব 5 সে.মি.।

৬২. $\angle POQ$ এর মান কত ডিগ্রি? (সহজ) [বি এ এফ শাহীন কলেজ, চট্টগ্রাম]

ⓚ 45 ⓛ 60 ⓜ 75 ⓝ 90 **(ঘ)**

৬৩. PQ = কত সে.মি.? (সহজ) [বি এ এফ শাহীন কলেজ, চট্টগ্রাম]

ⓚ 3 ⓛ 4.6 ⓜ 5. ⓝ 5.39 **(ঘ)**

ব্যাখ্যা: $PQ = \sqrt{5^2 + 2^2} = 5.39$

নিচের তথ্যের আলোকে (৬৪-৬৫) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

5, 6, ও r সে.মি. ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট তিনটি বৃত্ত পরস্পর বহিঃস্পর্শ করলে তাদের কেন্দ্রগুলো যোগ করলে যে ত্রিভুজ পাওয়া যায় তার পরিসীমা 36 সে.মি.।

৬৪. r = কত সে.মি.? (মধ্যম)

ⓚ 2.64 ⓛ 5 ⓜ 7 ⓝ 25 **(গ)**

ব্যাখ্যা: $2(5 + 6 + r) = 36$ বা, $r = 7$

৬৫. r সে.মি. ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট বৃত্তের ক্ষেত্রফল কত বর্গ সে.মি.? (সহজ)

ⓚ 7π ⓛ 14π ⓜ 28π ⓝ 49π **(ঘ)**

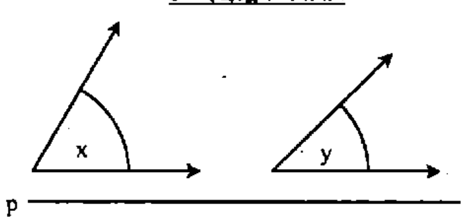
শ্রেণির কাজের ওপর সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

প্রশ্ন ▶১ ABC ত্রিভুজের ভূমি সংলগ্ন কোণদ্বয় এবং পরিসীমা দেওয়া আছে। *শ্রেণির কাজ, পৃষ্ঠা-৮৬*

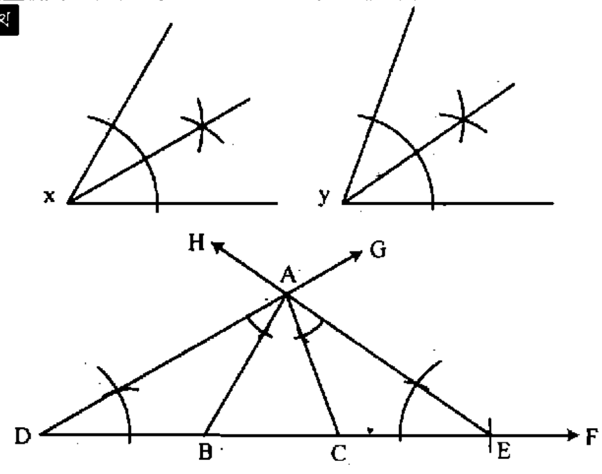
ক. দুইটি কোণ এবং পরিসীমা অঙ্কন কর। ২
খ. ত্রিভুজটি অঙ্কন করে তার বিবরণ দাও। ৪
গ. ত্রিভুজটির পরিসীমা 12 সে.মি. এবং কোণদ্বয় 60° ও 45° হলে ত্রিভুজটির অঙ্কনসহ বিবরণ দাও। ৪

১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক



খ



বিশেষ নির্বচন: একটি ত্রিভুজের পরিসীমা p এবং ভূমি সংলগ্ন কোণ দুইটি যথাক্রমে $\angle x$ ও $\angle y$ দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।

অঙ্কনের বিবরণ :

ধাপ ১: যে কোনো রশ্মি DF থেকে DE = p কেটে নিই।

ধাপ ২: D ও E বিন্দুতে DE এর একই পাশে $\frac{1}{2}\angle x$ ও $\frac{1}{2}\angle y$ এর সমান করে যথাক্রমে $\angle EDG$ এবং $\angle DEH$ আঁকি।

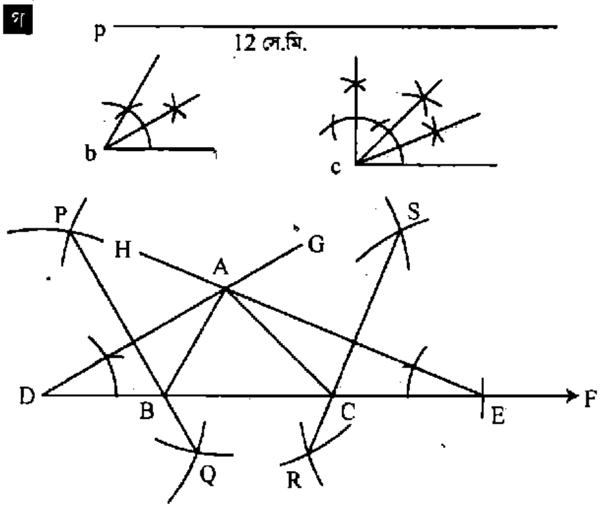
ধাপ ৩: DG ও EH পরস্পর A বিন্দুতে ছেদ করে।

ধাপ ৪: A বিন্দুতে $\angle DAB = \frac{1}{2}\angle x$ এবং $\angle EAC = \frac{1}{2}\angle y$ আঁকি।

ধাপ ৫: AB ও AC, DE কে B ও C বিন্দুতে ছেদ করে।

তাহলে ABC-ই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ।

গ



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, $\triangle ABC$-এর পরিসীমা 12 সে.মি. $\angle b = 60°$ এবং $\angle c = 45°$ দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।

অংকনের বিবরণ :

ধাপ ১: যে কোনো রশ্মি DF থেকে DE = p = 12 সে.মি. কেটে নিই।

ধাপ ২: D বিন্দুতে $\frac{1}{2}\angle b = 30°$ এর সমান করে $\angle EDG$ এবং E বিন্দুতে $\frac{1}{2}\angle c = 22\frac{1}{2}°$ এর সমান করে $\angle DEH$ আঁকি।

ধাপ ৩: DG ও EH; A বিন্দুতে ছেদ করে।

ধাপ ৪: AD এর লম্ব সমদ্বিখণ্ডক PQ এবং AE-এর লম্বসমদ্বিখণ্ডক SR আঁকি।

ধাপ ৫: PQ, DE-কে B বিন্দুতে এবং SR, DE কে C বিন্দুতে ছেদ।

ধাপ ৬: A, B এবং A, C যোগ করি।

তাহলে $\triangle ABC$-ই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ।

প্রশ্ন ▶ ২ **$\triangle ABC$-এর $\angle B = 45°$ দেওয়া আছে।** ***একাজ; পৃষ্ঠা-৮৬***

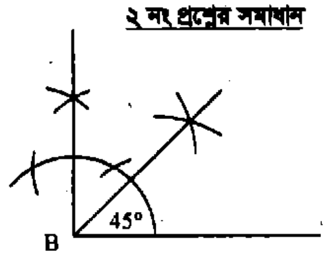
ক. কোণটি আঁক। ২

খ. BC = 4.6 সে.মি. এবং AB + CA = 8.2 সে.মি. হলে ত্রিভুজটি আঁক। ৪

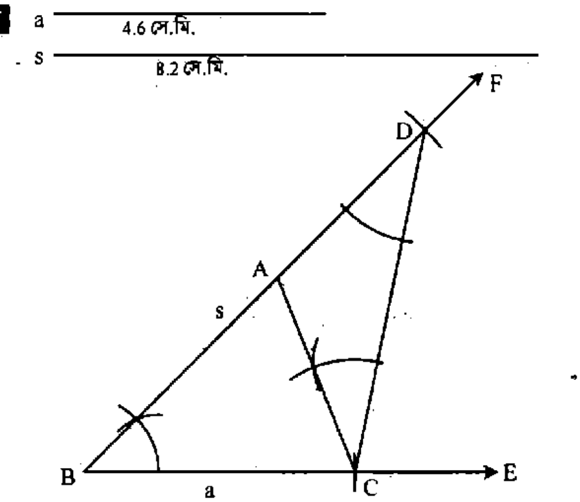
গ. BC = 4.5 সে.মি. এবং AB − AC = 2.5 সে.মি. হলে ত্রিভুজটি আঁক। ৪

২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক



খ



বিশেষ নির্বচন: একটি ত্রিভুজের ভূমি BC = a = 4.6 সে.মি., $\angle B = 45°$ এবং AB + CA = s = 8.2 সে.মি. দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।

অঙ্কনের বিবরণ :

ধাপ ১: যে কোনো রশ্মি BE থেকে BC = a = 4.6 সে.মি. কেটে নিই।

ধাপ ২: BC-এর B বিন্দুতে $\angle CBF = 45°$ আঁকি।

ধাপ ৩: BF থেকে BD = s = 8.2 সে.মি. কেটে নিই।

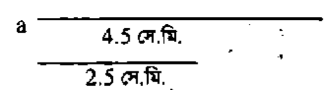
ধাপ ৪: C, D যোগ করি।

ধাপ ৫: CD রশ্মির C বিন্দুতে $\angle DCA = \angle BDC$ আঁকি।

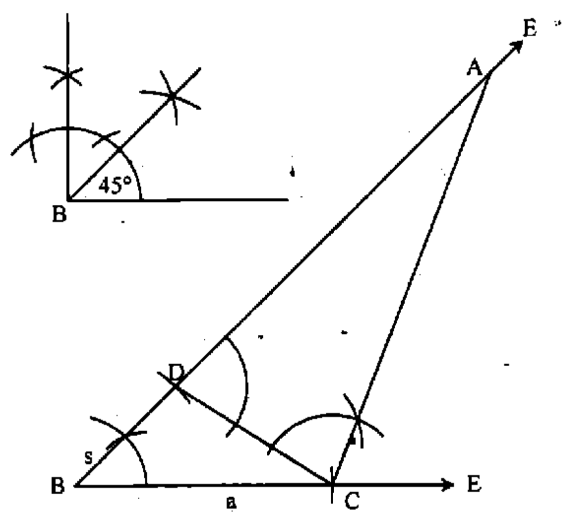
ধাপ ৬: CA, BD কে A বিন্দুতে ছেদ করে।

তাহলে $\triangle ABC$-ই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ।

গ



[বি:দ্র: উপরের জ্যামিতিক চিত্রগুলির মাপ অনুপাতিক হারে নেওয়া হয়েছে। পরীক্ষার খাতায় অঙ্কনের সময় সঠিক মাপ নিতে হবে।]



বিশেষ নির্বচন: একটি ত্রিভুজের ভূমি BC = a = 4.5 সে.মি., ভূমি সংলগ্ন $\angle B = 45°$ এবং AB − AC = 2.5 সে.মি. দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।

www.bdniyog.com

অঙ্কনের বিবরণ :

ধাপ ১: যে কোনো রশ্মি BF থেকে BC = a = 4.5 সে.মি. কেটে নিই।

ধাপ ২: BC-এর B বিন্দুতে ∠CBE = 45° আঁকি।

ধাপ ৩: BE থেকে BD = 2.5 সে.মি. কেটে নিই।

ধাপ ৪: C, D যোগ করি।

ধাপ ৫: CD রশ্মির C বিন্দুতে ∠DCA = ∠EDC আঁকি।

ধাপ ৬: CA, DE কে A বিন্দুতে ছেদ করে।

তাহলে, ΔABC-ই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ।

মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত আরও সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

প্রশ্ন ▶ ৩ **একটি ত্রিভুজের ভূমি 4 সে.মি. অপর বাহুদ্বয়ের সমষ্টি 5.5 সে.মি. এবং ত্রিভুজটির ভূমি সংলগ্ন কোণ 60°**

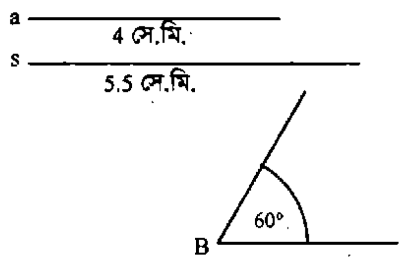
ক. উপরিউক্ত তথ্য অনুযায়ী চিত্র অঙ্কন কর। ২

খ. ত্রিভুজটি আঁক এবং অঙ্কনের বিবরণ দাও। ৪

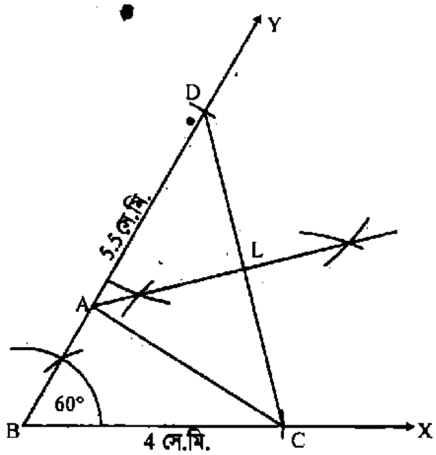
গ. ভূমি সংলগ্ন কোণদ্বয়ের অন্তর নিয়ে ত্রিভুজটি আঁক এবং অঙ্কনের বিবরণ দাও। ৪

৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক



খ দেওয়া আছে, ভূমি a = 4 সে.মি. ও অপর দুই বাহুর সমষ্টি s = 5.5 সে.মি., এবং ∠ABC = 60°। ΔABC অঙ্কন করতে হবে।



অঙ্কনের বিবরণ:

ধাপ ১: যেকোনো রশ্মি BX থেকে BC = 4 সে.মি. কেটে নেই।

ধাপ ২: ∠XBY = 60° আঁকি।

ধাপ ৩: BY রশ্মি থেকে BD = s = 5.5 সে.মি. কেটে নেই।

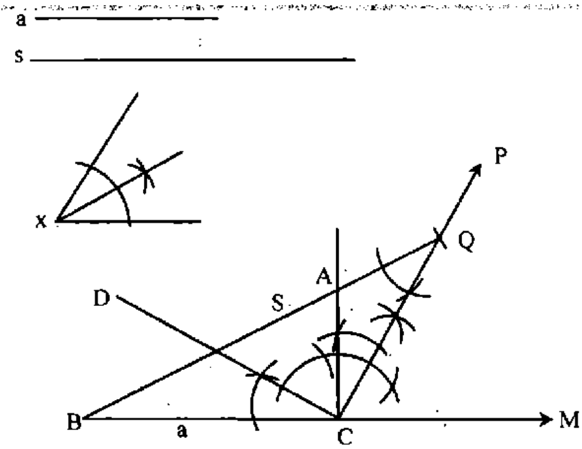
ধাপ ৪: C, D যোগ করি।

ধাপ ৫: CD রেখার লম্বদ্বিখণ্ডক আঁকি যা BD কে A বিন্দুতে ছেদ করে।

ধাপ ৬: A, C যোগ করি।

তাহলে ABC-ই নির্ণেয় ত্রিভুজ।

গ **সাধারণ নির্বচন:** কোনো ত্রিভুজের ভূমি, ভূমি সংলগ্নকোণদ্বয়ের অন্তর ও অপর বাহুদ্বয়ের সমষ্টি দেওয়া আছে, ত্রিভুজটি অঙ্কন করতে হবে।



বিশেষ নির্বচন: মনে করি, কোনো ত্রিভুজের ভূমি a = 5 সে.মি., ভূমি সংলগ্ন কোণদ্বয়ের অন্তর ∠x এবং অপর বাহুদ্বয়ের সমষ্টি s = 7 সে.মি. দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি অঙ্কন করতে হবে।

অঙ্কনের বিবরণ:

ধাপ ১: যেকোনো রশ্মি BM হতে ভূমি a এর সমান করে BC অংশ কেটে নিই।

ধাপ ২: এখন, C বিন্দুতে $\frac{1}{2}$ ∠x এর সমান করে ∠BCD অঙ্কন করি।

ধাপ ৩: এখন, CD রেখার ওপর C বিন্দুতে CP লম্ব অঙ্কন করি।

ধাপ ৪: B বিন্দুকে কেন্দ্র করে s এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্তচাপ অঙ্কন করি যা CP কে Q বিন্দুতে ছেদ করে।

ধাপ ৫: B, Q যোগ করি।

ধাপ ৬: এখন, CP রেখার C বিন্দুতে ∠BQC এর সমান করে ∠QCA অঙ্কন করি।

ধাপ ৭: CA রেখা BQ কে A বিন্দুতে ছেদ করে।

তাহলে ΔABC ই নির্ণেয় ত্রিভুজ।

প্রশ্ন ▶ ৩ **একটি রেখাংশ AB ও O কেন্দ্র বিশিষ্ট একটি বৃত্ত দেওয়া আছে।** [মেহেরপুর সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, মেহেরপুর]

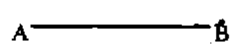
ক. তথ্যদ্বয়ের চিত্র অঙ্কন কর। ২

খ. বৃত্তটি এমনভাবে অঙ্কন কর যেন রেখাংশটিকে A বিন্দুতে স্পর্শ করে ও এর বহিঃস্থ একটি বিন্দু P দিয়ে যায়। [অঙ্কনের বিবরণ আবশ্যক] ৪

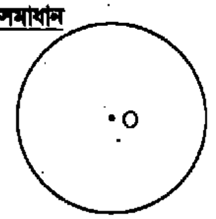
গ. এমন একটি বৃত্ত অঙ্কন কর যা O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তটিকে P বিন্দুতে স্পর্শ করে ও এর বহিঃস্থ বিন্দু Q দিয়ে যায়। [অঙ্কনের বিবরণ আবশ্যক] ৪

৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক



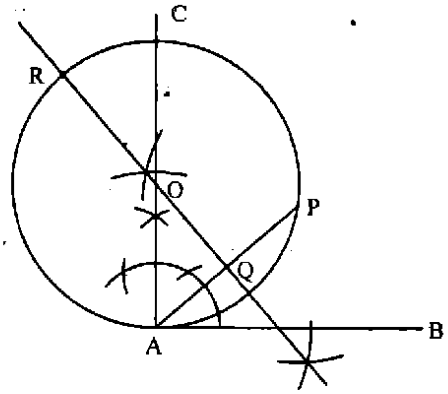
চিত্র: AB রেখাংশ



চিত্র: O কেন্দ্র বিশিষ্ট বৃত্ত

www.bdniyog.com

খ AB সরল রেখাস্থ A একটি নির্দিষ্ট বিন্দু এবং AB রেখার বহিঃস্থ P অপর একটি নির্দিষ্ট বিন্দু। এরূপ একটি বৃত্ত অঙ্কন করতে হবে যা AB কে A বিন্দুতে স্পর্শ করে এবং P বিন্দু দিয়ে যায়।



অঙ্কনের বিবরণ:

ধাপ ১: AB এর উপর A বিন্দুতে AC লম্ব অঙ্কন করি।

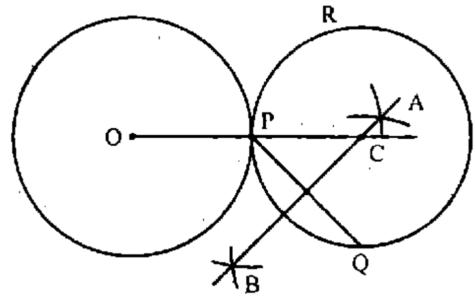
ধাপ ২: P, A যোগ করে তার লম্বদ্বিখণ্ডক QO অঙ্কন করি।

ধাপ ৩: QO এবং AC রেখাদ্বয় O বিন্দুতে ছেদ করে।

ধাপ ৪: O কে কেন্দ্র করে OA ব্যাসার্ধ নিয়ে অঙ্কিত বৃত্তটি QO রেখাকে R বিন্দুতে ছেদ করে।

তাহলে APR ই উদ্দিষ্ট বৃত্ত।

গ নির্দিষ্ট বৃত্তের কেন্দ্র O, P ঐ বৃত্তের ওপর অবস্থিত একটি নির্দিষ্ট বিন্দু এবং Q ঐ বৃত্তের বহিঃস্থ একটি নির্দিষ্ট বিন্দু। এরূপ একটি বৃত্ত অঙ্কন করতে হবে যা ঐ বৃত্তকে P বিন্দুতে স্পর্শ করে এবং Q বিন্দু দিয়ে যায়।



অঙ্কনের বিবরণ:

ধাপ ১: P, Q যোগ করি।

ধাপ ২: PQ এর লম্বদ্বিখণ্ডক AB আঁকি।

ধাপ ৩: O, P যোগ করে বর্ধিত করি।

ধাপ ৪: বর্ধিত OP রেখাংশ AB কে C বিন্দুতে ছেদ করে।

ধাপ ৫: 'C' কে কেন্দ্র করে CP এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে অঙ্কিত PQR-ই উদ্দিষ্ট বৃত্ত।

প্রশ্ন ব্যাংক উত্তরসহ সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

প্রশ্ন ▶ ৫ **ΔABC এর ∠B = 90°**

ক. কোণটি আঁক। ২

খ. AC = 5.8 সে.মি. এবং BC − AC = 2.8 সে.মি. হলে ত্রিভুজটি আঁক। ৪

গ. ∠C = 45° হলে এবং AC − AB = 3 সে.মি. হলে ত্রিভুজটি আঁক। ৪

উত্তর: খ. অনুশীলনী-৪ এর প্রশ্ন-৯ এর সমাধান দ্রষ্টব্য।

গ. অনুশীলনী-৪ প্রশ্ন-৩ এর সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶ ৬ **O কেন্দ্রবিশিষ্ট 3 সে.মি. ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট একটি বৃত্ত ও উক্ত বৃত্তের একটি জ্যা AB (যার দৈর্ঘ্য 4.5 সে.মি.) দেওয়া আছে।**

ক. উপরের তথ্যের আলোকে চিত্র অংকন কর। ২

খ. AB জ্যা-এর উপর P যেকোনো বিন্দু। P বিন্দু দিয়ে অপর একটি জ্যা CD অঙ্কন করতে হবে যেন CP^2 = AP.OB হয়। ৪

গ. বৃত্তের কেন্দ্র থেকে 7 সে.মি. দূরে কোনো নির্দিষ্ট বিন্দু থেকে স্পর্শকদ্বয়ের দূরত্ব নির্ণয় কর। ৪

উত্তর: খ. অনুশীলনী-৪ প্রশ্ন ১৪ এর সমাধান দ্রষ্টব্য।

গ. উদাহরণ ১ দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶ ৭ **একটি রেখাংশ AB ও OC = 4.5 সে.মি. ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট একটি বৃত্ত (যার কেন্দ্র O) দেওয়া আছে।**

ক. উপরের তথ্যের আলোকে চিত্র অঙ্কন কর। ২

খ. এমন একটি বৃত্ত অঙ্কন কর যা AB কে A বিন্দুতে এবং O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তটিকে একটি বিন্দু Q তে স্পর্শ করে। ৪

গ. এমন একটি বৃত্ত অঙ্কন করতে হবে যা O ও C বিন্দু দিয়ে যায় এবং যার কেন্দ্র AB সরলরেখায় অবস্থিত থাকে। ৪

উত্তর: খ. অনুশীলনী-৪ এর প্রশ্ন-১০ এর সমাধান দ্রষ্টব্য।

গ. অনুশীলনী-৪ এর সম্পাদ্য ৫ দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶ ৮ **কোনো বৃত্তের AB জ্যা এর উপর P যেকোনো বিন্দু।**

[নরসিংদী সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়]

ক. AB.AP আয়তক্ষেত্রটি অঙ্কন কর। [অঙ্কনের চিহ্ন আবশ্যক] ২

খ. P বিন্দু দিয়ে অপর একটি জ্যা CD অঙ্কন কর যেন, CP^2 = AP.PB হয়। [অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক] ৪

গ. AB.AP এবং PB ব্যাসার্ধবিশিষ্ট এরূপ তিনটি বৃত্ত আঁক যেন, তারা পরস্পরকে বহিঃস্পর্শ করে। [অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক] ৪

উত্তর: খ. অনুশীলনী-৪ এর প্রশ্ন ১৪ দ্রষ্টব্য; **গ.** অনুশীলনী-৪ এর প্রশ্ন ১৩ অনুরূপ।

প্রশ্ন ▶ ৯ **সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ভূমি 4 সে.মি. এবং সমান সমান বাহুর দৈর্ঘ্য 7 সে.মি.।**

ক. ত্রিভুজটি আঁক। ২

খ. ত্রিভুজটির পরিবৃত্ত অঙ্কন করে তার বিবরণ দাও। ৪

গ. ত্রিভুজটির পরিবৃত্তের ব্যাসার্ধ নির্ণয় কর। ৪

উত্তর: খ. অনুশীলনী-৪ এর ১৫ (খ) এর সমাধান দ্রষ্টব্য।

গ. অনুশীলনী-৪ এর ১৫ (খ) এর সমাধানের অনুরূপ।

প্রশ্ন ▶ ১০ **সমবাহু ত্রিভুজের ভূমি 5 সে.মি. এবং সমান বাহুর দৈর্ঘ্য 6 সে.মি.।**

[যশোর সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়]

ক. ত্রিভুজটি অঙ্কন কর। ২

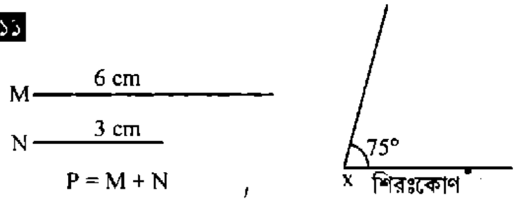
খ. ত্রিভুজটির পরিবৃত্ত অঙ্কন করে ব্যাসার্ধ নির্ণয় কর। ৪

গ. এমন একটি বৃত্ত অঙ্কন কর যা পূর্বে অঙ্কিত পরিবৃত্তের ব্যাসার্ধের সমান একটি বৃত্তকে P বিন্দুতে স্পর্শ করে এবং বৃত্তের বহিঃস্থ কোন বিন্দু Q দিয়ে যায়। ৪

উত্তর: খ. অনুশীলনী-৪ এর প্রশ্ন ১৫(খ) অনুরূপ; অনুশীলনী-৪ এর প্রশ্ন ১৫(গ) অনুরূপ।

www.bdniyog.com

প্রশ্ন ▶ ১১



[সাতক্ষীরা সরকারি মাধ্যমিক বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়]

ক. শিরঃকোণ বলতে কী বুঝ? ২

খ. M কে ত্রিভুজের ভূমি, P এবং ∠x নিয়ে ত্রিভুজ অঙ্কন কর। ৪

গ. এমন একটি বৃত্ত অঙ্কন কর যা M রেখাংশের কোন নির্দিষ্ট বিন্দুতে এবং N দূরত্বে অবস্থিত কোন বিন্দু দিয়ে যায়। ৪

উত্তর: খ. অনুশীলনী-৪ এর সম্পাদ্য ২ এর অনুরূপ; অনুশীলনী-৪ এর সম্পাদ্য ৮ এর অনুরূপ।

প্রশ্ন ▶ ১২ একটি ত্রিভুজের ভূমি 5 সে.মি.। শিরঃকোণ 60°.

[হবিগঞ্জ সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, হবিগঞ্জ]

ক. উপাত্তগুলো চিত্রের সাহায্যে উপস্থাপন কর এবং শিরঃকোণটির সম্পূরক কোণের সমদ্বিখন্ডক আঁক। ২

খ. অপর দুই বাহুর অন্তর 3 সে.মি. হলে ত্রিভুজটি আঁক। [অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক] ৪

গ. অপর কোণদ্বয়ের অন্তর 30° হলে ত্রিভুজটি আঁক। [অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক] ৪

উত্তর: খ. অনুশীলনী ৪ এর সম্পাদ্য ৩ এর অনুরূপ

প্রশ্ন ▶ ১৩ ΔABC এর ∠B = 45° দেওয়া আছে।

[বি কে জি সি সরকারী বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, হবিগঞ্জ]

ক. কোণটি আঁক? (চাঁদা ব্যবহার না করে) ২

খ. BC = 4.6 সে.মি. এবং AB + CA = 8.2 সে.মি. হলে ত্রিভুজটি আঁক। (অঙ্কনের বর্ণনাসহ) ৪

গ. BC = 4.5 সে.মি. এবং AB – AC = 2.5 সে.মি. হলে ত্রিভুজটি আঁক। (অঙ্কনের বর্ণনাসহ) ৪

উত্তর: খ. অনুশীলনী-৪ এর সম্পাদ্য-২ এর অনুরূপ; **গ.** অনুশীলনী-৪ এর সম্পাদ্য-৩ এর অনুরূপ।

প্রশ্ন ▶ ১৪ ত্রিভুজের উচ্চতা h, ভূমির উপর মধ্যমা d এবং ভূমি সংলগ্ন কোণ ∠x.

[নওগাঁ সরকারি উচ্চ বালিকা বিদ্যালয়, নওগাঁ]

ক. মধ্যমা বলতে কী বুঝ? ২

খ. প্রদত্ত তথ্যানুসারে ত্রিভুজটি আঁক। ৪

গ. অঙ্কনের বিবরণ এবং এর যথার্থতা আলোচনা কর। ৪

উত্তর: গ. অনুশীলনী-৪ এর সম্পাদ্য-৪ এর অনুরূপ।

internet-linked

প্রশ্ন ব্যাংকের আরও প্রশ্ন ও উত্তরের জন্যে নিচের ওয়েব অ্যাড্রেসটি টাইপ করুন

ssc.panjeree.com/hmt/hm04qbs.pdf

REVISION

এ অংশে অধ্যায়ের গুরুত্বপূর্ণ তথ্য ও সূত্র, পরীক্ষার আগে যার উপর চোখ বুলিয়ে নেওয়া প্রয়োজন বা অবশ্যই মনে রাখতে হবে এমন বিষয়সমূহ একনজরে উল্লেখ করা হয়েছে। পরীক্ষার আগে এ বিষয়গুলো রিভিশন দিলে পরীক্ষায় নির্ভুলভাবে অঙ্ক সমাধান করতে পারবে।

- ত্রিভুজের ভূমি ও ভূমি সংলগ্ন কোণ দেওয়া থাকলে প্রথমে একটি সরলরেখা থেকে ভূমির সমান অংশ কেটে নিয়ে তার এক প্রান্তে প্রদত্ত কোণের সমান কোণ আঁকতে হবে।
- ত্রিভুজের তিনটি বাহু দেওয়া থাকলে দুইটি বাহুর যোগফল অবশ্যই তৃতীয় বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর হতে হবে অন্যথায় ত্রিভুজ অঙ্কন সম্ভব নয়।
- ব্যাসার্ধ ও কেন্দ্র জানা থাকলে বৃত্ত অঙ্কন সম্ভব।
- বৃত্তের ওপর একটি বিন্দুতে একটি স্পর্শক আঁকা যায় এবং স্পর্শক ঐ বিন্দুগামী বৃত্তের ব্যাসার্ধের সাথে লম্ব।
- স্পর্শ বিন্দুতে স্পর্শকের ওপর অঙ্কিত লম্ব বৃত্তের কেন্দ্রগামী।
- দুইটি বৃত্ত পরস্পরকে যেভাবেই স্পর্শ করুক, তা কেবলমাত্র একটি বিন্দুতে স্পর্শ করবে এবং স্পর্শ বিন্দু ও কেন্দ্রদ্বয় সমরেখ হবে।
- দুইটি বৃত্ত একটি সম্পূর্ণভাবে অপরটির অভ্যন্তরে থাকে তবে কোন সাধারণ স্পর্শক অঙ্কন সম্ভব নয়।
- একটি বৃত্তের ও সরলরেখার সর্বাধিক দুইটি ছেদবিন্দু থাকতে পারে।
- ত্রিভুজের তিনটি শীর্ষবিন্দুগামী বৃত্ত পরিবৃত্ত।
- ত্রিভুজের অভ্যন্তরে অবস্থিত বাহুত্রয়কে স্পর্শকারী বৃত্ত অন্তর্বৃত্ত।
- ত্রিভুজের একটি বাহু ও অপর দুই বাহুর বর্ধিতাংশকে স্পর্শকারী বৃত্ত বহির্বৃত্ত।
- একটি ত্রিভুজের কেবল একটি অন্তর্বৃত্ত ও পরিবৃত্ত কিন্তু বহির্বৃত্ত তিনটি অঙ্কন করা সম্ভব।

SUGGESTION

এখানে অধ্যায়টির অনুশীলনী, বহুনির্বাচনি ও সৃজনশীল প্রশ্নগুলো বিশ্লেষণ করে স্টার মার্কসহ সাজেশন দেওয়া হয়েছে। পরীক্ষার আগে অবশ্যই এ অঙ্কগুলো সমাধান করবে। তাহলে পরীক্ষায় যেকোনো অঙ্কের সমাধান সহজেই করতে পারবে।

সাজেশন | বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

	প্রশ্ন নম্বর
★★★	২, ৪, ৭, ৮, ১২, ১৩, ১৪, ১৭, ১৯, ২০, ২৪, ২৬, ২৮, ৩৬, ৩৭, ৩৮, ৪৩, ৪৪, ৪৫, ৪৭, ৪৮, ৫৫, ৫৭, ৬২, ৬৩
★★	৫, ৬, ১১, ১৬, ২২, ২৩, ২৫, ৩২, ৩৩, ৩৪, ৩৫, ৪২, ৫১, ৫৪, ৫৮, ৫৯, ৬০, ৬১

সাজেশন | সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

	প্রশ্ন নম্বর
★★★	১, ২, ৪
★★	৩

অধ্যায়-৫

সমীকরণ

অনুশীলনী-৫.১

শ্রেণির কাজ পৃষ্ঠা নং ৫৪২

অনুশীলনীটি পড়ে যা জানতে পারবে—

১. এক চলক সম্বলিত দ্বিঘাত সমীকরণ ও তার সমাধান।

জার্মান গণিতবিদ কার্ল ফ্রেড্রিক গাউস (*Karl Friedrich Gauss*, 1777-1855) কে কখনো কখনো গণিতের রাজপুত্র বলা হয়। সংখ্যা তত্ত্বে তাঁর অবদান রয়েছে। তিনি 16 বছর বয়সে কাঁটা-কম্পাসের সাহায্যে সুষম 17-ভুজ অঙ্কন করেন।

৯টি অনুশীলনীর প্রশ্ন।
৫৫টি বহুনির্বাচনি প্রশ্ন ■ ৩৪টি সাধারণ বহুনির্বাচনি ■ ৮টি বহুপদী সমাপ্তিসূচক ■ ১৩টি অভিন্ন তথ্যভিত্তিক
১৪টি সৃজনশীল প্রশ্ন ■ ১টি শ্রেণির কাজ ■ ৭টি মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত ■ ৬টি প্রশ্নব্যাংক

অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

সূত্রের সাহায্যে নিচের সমীকরণগুলোর সমাধান কর:

১. $2x^2 + 9x + 9 = 0$

সমাধান: $2x^2 + 9x + 9 = 0$ কে আদর্শরূপ দ্বিঘাত সমীকরণ $ax^2 + bx + c = 0$ এর সাথে তুলনা করে পাই,
$a = 2, b = 9$ এবং $c = 9$

অতএব সমীকরণটির মূলদ্বয় $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$= \frac{-9 \pm \sqrt{9^2 - 4.2.9}}{2.2}$

$= \frac{-9 \pm \sqrt{81 - 72}}{4}$

$= \frac{-9 \pm \sqrt{9}}{4}$

$= \frac{-9 \pm 3}{4}$

$= \frac{-9 + 3}{4}, \frac{-9 - 3}{4}$

$= \frac{-6}{4}, \frac{-12}{4}$

$= -\frac{3}{2}, -3$

অর্থাৎ, $x_1 = -\frac{3}{2}$ এবং $x_2 = -3$

Ans. $-\frac{3}{2}, -3$

২. $3 - 4x - 2x^2 = 0$

সমাধান: $3 - 4x - 2x^2 = 0$ বা, $-2x^2 - 4x + 3 = 0$ সমীকরণটিকে আদর্শরূপ দ্বিঘাত সমীকরণ $ax^2 + bx + c = 0$ এর সাথে তুলনা করে পাই, $a = -2, b = -4$ এবং $c = 3$

অতএব সমীকরণটির মূলদ্বয় $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$\frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4.(-2).3}}{2.(-2)}$

$= \frac{4 \pm \sqrt{16 + 24}}{-4} = \frac{4 \pm \sqrt{40}}{-4}$

$= \frac{4 \pm 2\sqrt{10}}{-4} = \frac{2(2 \pm \sqrt{10})}{-4}$

$= \frac{2 \pm \sqrt{10}}{-2} = \frac{-2 \pm \sqrt{10}}{2}$

$= -1 \pm \frac{\sqrt{10}}{2}$

অর্থাৎ, $-1 + \frac{\sqrt{10}}{2}$ এবং $-1 - \frac{\sqrt{10}}{2}$

Ans. $-1 + \frac{\sqrt{10}}{2}, -1 - \frac{\sqrt{10}}{2}$

৩. $4x - 1 - x^2 = 0$

সমাধান: $4x - 1 - x^2 = 0$ বা, $-x^2 + 4x - 1 = 0$ সমীকরণটিকে আদর্শরূপ দ্বিঘাত সমীকরণ $ax^2 + bx + c = 0$ এর সাথে তুলনা করে পাই, $a = -1, b = 4$ এবং $c = -1$

অতএব সমীকরণটির মূলদ্বয় $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$= \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4.(-1).(-1)}}{2.(-1)}$

$= \frac{-4 \pm \sqrt{16 - 4}}{-2}$

$= \frac{-4 \pm \sqrt{12}}{-2}$

$= \frac{-4 \pm 2\sqrt{3}}{-2}$

$= \frac{2(-2 \pm \sqrt{3})}{-2}$

$= -(-2 \pm \sqrt{3})$

$= 2 \pm \sqrt{3}$

অর্থাৎ, $x_1 = 2 + \sqrt{3}$ এবং $x_2 = 2 - \sqrt{3}$

Ans. $2 + \sqrt{3}, 2 - \sqrt{3}$

www.bdniyog.com

৪. $2x^2 - 5x - 1 = 0$

সমাধান: $2x^2 - 5x - 1 = 0$ সমীকরণটিকে আদর্শরূপ দ্বিঘাত সমীকরণ $ax^2 + bx + c = 0$ এর সাথে তুলনা করে পাই,

$a = 2, b = -5$ এবং $c = -1$

অতএব সমীকরণটির মূলদ্বয় $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$= \frac{5 \pm \sqrt{(-5)^2 - 4.2.(-1)}}{2.2}$

$= \frac{5 \pm \sqrt{25 + 8}}{4}$

$= \frac{5 \pm \sqrt{33}}{4}$

অর্থাৎ, $x_1 = \frac{5 + \sqrt{33}}{4}$ এবং $x_2 = \frac{5 - \sqrt{33}}{4}$

Ans. $\frac{5 + \sqrt{33}}{4}, \frac{5 - \sqrt{33}}{4}$

৫. $3x^2 + 7x + 1 = 0$

সমাধান: $3x^2 + 7x + 1 = 0$ সমীকরণটিকে আদর্শরূপ দ্বিঘাত সমীকরণ $ax^2 + bx + c = 0$ এর সাথে তুলনা করে পাই,

$a = 3, b = 7$ এবং $c = 1$

অতএব সমীকরণটির মূলদ্বয় $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$= \frac{-7 \pm \sqrt{7^2 - 4.3.1}}{2.3}$

$= \frac{-7 \pm \sqrt{49 - 12}}{6}$

$= \frac{-7 \pm \sqrt{37}}{6}$

অর্থাৎ, $x_1 = \frac{-7 + \sqrt{37}}{6}$ এবং $x_2 = \frac{-7 - \sqrt{37}}{6}$

Ans. $\frac{-7 + \sqrt{37}}{6}, \frac{-7 - \sqrt{37}}{6}$

৬. $2 - 3x^2 + 9x = 0$

সমাধান: $2 - 3x^2 + 9x = 0$ বা, $-3x^2 + 9x + 2 = 0$ সমীকরণটিকে আদর্শরূপ দ্বিঘাত সমীকরণ $ax^2 + bx + c = 0$ এর সাথে তুলনা করে পাই, $a = -3, b = 9$ এবং $c = 2$

অতএব সমীকরণটির মূলদ্বয় $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$= \frac{-9 \pm \sqrt{9^2 - 4.(-3).2}}{2.(-3)}$

$= \frac{-9 \pm \sqrt{81 + 24}}{-6}$

$= \frac{-9 \pm \sqrt{105}}{-6}$

$= \frac{9 \pm \sqrt{105}}{6}$

অর্থাৎ, $x_1 = \frac{9 + \sqrt{105}}{6}$ এবং $x_2 = \frac{9 - \sqrt{105}}{6}$

Ans. $\frac{9 + \sqrt{105}}{6}, \frac{9 - \sqrt{105}}{6}$

৭. $x^2 - 8x + 16 = 0$

সমাধান: $x^2 - 8x + 16 = 0$ সমীকরণটিকে আদর্শরূপ দ্বিঘাত সমীকরণ $ax^2 + bx + c = 0$ এর সাথে তুলনা করে পাই,

$a = 1, b = -8$ এবং $c = 16$

অতএব সমীকরণটির মূলদ্বয় $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$= \frac{-(-8) \pm \sqrt{(-8)^2 - 4.1.16}}{2.1}$

$= \frac{8 \pm \sqrt{64 - 64}}{2}$

$= \frac{8}{2} = 4$

অর্থাৎ, $x_1 = x_2 = 4$

Ans. 4, 4

৮. $2x^2 + 7x - 1 = 0$

সমাধান: $2x^2 + 7x - 1 = 0$ সমীকরণটিকে আদর্শরূপ দ্বিঘাত সমীকরণ $ax^2 + bx + c = 0$ এর সাথে তুলনা করে পাই,

$a = 2, b = 7$ এবং $c = -1$

অতএব সমীকরণটির মূলদ্বয় $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$= \frac{-7 \pm \sqrt{7^2 - 4.2.(-1)}}{2.2}$

$= \frac{-7 \pm \sqrt{49 + 8}}{4}$

$= \frac{-7 \pm \sqrt{57}}{4}$

অর্থাৎ, $x_1 = \frac{-7 + \sqrt{57}}{4}$ এবং $x_2 = \frac{-7 - \sqrt{57}}{4}$

Ans. $\frac{-7 + \sqrt{57}}{4}, \frac{-7 - \sqrt{57}}{4}$

৯. $7x - 2 - 3x^2 = 0$

সমাধান: $7x - 2 - 3x^2 = 0$ বা, $-3x^2 + 7x - 2 = 0$ সমীকরণটিকে আদর্শরূপ দ্বিঘাত সমীকরণ $ax^2 + bx + c = 0$ এর সাথে তুলনা করে পাই, $a = -3, b = 7$ এবং $c = -2$

অতএব সমীকরণটির মূলদ্বয় $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$= \frac{-7 \pm \sqrt{7^2 - 4.(-3).(-2)}}{2.(-3)}$

$= \frac{-7 \pm \sqrt{49 - 24}}{-6}$

$= \frac{-7 \pm \sqrt{25}}{-6}$

$= \frac{-7 \pm 5}{-6}$

$= \frac{-7 + 5}{-6}, \frac{-7 - 5}{-6}$

$= \frac{-2}{-6}, \frac{-12}{-6}$

$= \frac{1}{3}, 2$

অর্থাৎ, $x_1 = \frac{1}{3}$ এবং $x_2 = 2$

Ans. $\frac{1}{3}, 2$

www.bdniyog.com

মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত সৃজনশীল বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

★★★ ৫.১ এক চলক সমন্বিত দ্বিঘাত সমীকরণ ও তার সমাধান | Text পৃষ্ঠা-৯২

- এক চলক বিশিষ্ট দ্বিঘাত সমীকরণের আদর্শরূপ:
  $ax^2 + bx + c = 0$ এখানে $a \neq 0$ এবং $a, b, c \in \mathbb{R}$
- $ax^2 + bx + c = 0$ এর সমাধানে x এর দুইটি মান হচ্ছে
  $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$
- নিশ্চায়কের অবস্থাভেদে দ্বিঘাত সমীকরণের মূলদ্বয়ের ধরণ ও প্রকৃতি:
  ১. $b^2 - 4ac > 0$ এবং পূর্ণবর্গ হলে মূলদ্বয় বাস্তব, অসমান ও মূলদ।
  ২. $b^2 - 4ac > 0$ কিন্তু পূর্ণবর্গ না হলে মূলদ্বয় বাস্তব, অসমান ও অমূলদ।
  ৩. $b^2 - 4ac = 0$ হলে মূলদ্বয় বাস্তব ও পরস্পর সমান।
  ৪. $b^2 - 4ac < 0$ অর্থাৎ ঋণাত্মক হলে মূলদ্বয় অবাস্তব।

১. **নিচের কোনটি একচলক বিশিষ্ট দ্বিঘাত সমীকরণের আদর্শরূপ?** (সহজ)
ক) $ax^2 + bx + c = 0$ খ) $ax + bx = 0$
গ) $ax^2 + by^2 + c = 0$ ঘ) $ax + bx + c = 0$ — ক

২. **নিচের কোন শর্ত পালন করলে $ax^2 + bx + c = 0$ একটি দ্বিঘাত সমীকরণ হবে? [a, b, c বাস্তব সংখ্যা]** (সহজ) [শেরপুর সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, শেরপুর; কুমিল্লা জিলা স্কুল, কুমিল্লা; ঝিনাইদহ সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, ঝিনাইদহ]
ক) a = 0 খ) b = 0 গ) $a \neq 0$ ঘ) $c \neq 0$ — গ

৩. **$y^2 + 7y + 12 = 0$ সমীকরণে y-এর সর্বোচ্চ ঘাত কত?** (সহজ) [সাতক্ষীরা সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, সাতক্ষীরা]
ক) 0 খ) 1 গ) 2 ঘ) 4 — গ

৪. **x কে চলক ধরে $b^3x^2 + c = 0$ সমীকরণটি সর্বোচ্চ ঘাত নিচের কোনটি?** (সহজ)
ক) 0 খ) 1 গ) 2 ঘ) 3 — গ

৫. **$x = \frac{1}{x}$ সমীকরণটিকে এক চলকবিশিষ্ট আদর্শ দ্বিঘাত সমীকরণ রূপে প্রকাশ করলে নিচের কোনটি সঠিক?** (সহজ)
ক) $x^2 - 1 = 0$ খ) $x^2 = 1$
গ) $ax^2 - c = 0$ ঘ) $ax^2 + bx - c = 0$ — ক

ব্যাখ্যা: $ax^2 + bx + c = 0$ (আদর্শরূপ দ্বিঘাত সমীকরণ)।

৬. **একটি সমীকরণের সর্বোচ্চ ঘাত n হলে সমীকরণের মূল কয়টি থাকবে?** (সহজ)
ক) 1 খ) 2 গ) n ঘ) অসংখ্য — গ

৭. **$a \neq 0$ এবং a, b, c বাস্তব সংখ্যা হলে, $ax^2 + bx + c = 0$ সমীকরণের নিশ্চায়ক নিচের কোনটি?** (সহজ) [নরসিংদী বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়; সরকারী জুবিলী উচ্চ বিদ্যালয়, সুনামগঞ্জ; যশোর জিলা স্কুল, যশোর]
ক) $b^2 - 4ac$ খ) $b^2 + 4ac$
গ) 4ac ঘ) $4ac - b^2$ — ক

৮. **$ax^2 + bx + c = 0$ সমীকরণটির মূলদ্বয় বাস্তব ও পরস্পর সমান হলে, নিচের কোনটি সঠিক?** (সহজ) [রাজশাহী কলেজিয়েট স্কুল, রাজশাহী; ঝিনাইদহ সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, ঝিনাইদহ]
ক) $b^2 - 4ac = 0$ খ) $b^2 - 4ac > 0$
গ) $b^2 - 4ac < 0$ ঘ) $-b^2 - 4ac$ — ক

৯. **কোনো দ্বিঘাত সমীকরণের নিশ্চায়ক < 0 হলে মূলদ্বয় কীরূপ হবে?** (সহজ) [বাগেরহাট সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, বাগেরহাট; বাগেরহাট সরকারী বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়; কুমিল্লা জিলা স্কুল, কুমিল্লা; বি কে জি সি সরকারী বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, হবিগঞ্জ]
ক) বাস্তব খ) অবাস্তব
গ) বাস্তব ও সমান ঘ) বাস্তব ও অসমান — খ

১০. **$x^2 - 5x + 6 = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় কীরূপ হবে?** (মধ্যম)
ক) জটিল খ) সমান
গ) বাস্তব ও পরস্পর অসমান ঘ) বাস্তব ও পরস্পর সমান — গ

ব্যাখ্যা: নিশ্চায়ক $= (-5)^2 - 4.6 = 25 - 24 = 1 > 0$.

১১. **$x^2 - 4x + 4 = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয়ের প্রকৃতি নিচের কোনটি?** (কঠিন) [সাবেরা সোবহান সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, ব্রাহ্মণবাড়ীয়া]
ক) বাস্তব ও অসমান খ) বাস্তব ও সমান
গ) অমূলদ ও সমান ঘ) অসমান ও মূলদ — খ

ব্যাখ্যা: নিশ্চায়ক $= (-4)^2 - 4.1.4 = 16 - 16 = 0$

১২. **$x^2 - 6x + 9 = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় কীরূপ হবে?** (মধ্যম) [রাজশাহী কলেজিয়েট স্কুল, রাজশাহী]
ক) সমান খ) অসমান গ) অবাস্তব ঘ) কাল্পনিক — ক

ব্যাখ্যা: নিশ্চায়ক $= (-6)^2 - 4.9$
$= 36 - 36 = 0$

১৩. **$7x - 2 - 3x^2 = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয়ের প্রকৃতি নিচের কোনটি?** (কঠিন) [কাদিরাবাদ ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল, নাটোর]
ক) সমান খ) জটিল গ) অমূলদ ঘ) মূলদ — ঘ

১৪. **$x^2 - 2x - 2 = 0$ সমীকরণের নিশ্চায়কের মান কত?** (সহজ) [এস বি সরকারী বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, কিশোরগঞ্জ]
ক) 4 খ) 8 গ) 12 ঘ) 16 — গ

ব্যাখ্যা: নিশ্চায়ক $= (-2)^2 - 4.(-2) = 12$.

১৫. **$ax^2 - 6x + 9 = 0$ সমীকরণের নিশ্চায়ক শূন্য হলে a এর মান কত?** (মধ্যম)
ক) 1 খ) 2 গ) 9 ঘ) 36 — ক

ব্যাখ্যা: $(-6)^2 - 4.a.9 = 0$ বা, $36 - 36a = 0$ বা, $a = 1$

১৬. **$ax^2 + 7x - 1 = 0$ সমীকরণের নিশ্চায়কের মান 57 হলে, a এর মান কত?** (মধ্যম)
ক) 2 খ) 4 গ) 12 ঘ) 24 — ক

ব্যাখ্যা: $7^2 - 4a(-1) = 57$ বা, $49 + 4a = 57$
বা, $4a = 8$ বা, $a = 2$.

১৭. **$x^2 + bx + c = 0$ সমীকরণে $x = \frac{3 \pm \sqrt{-31}}{2}$ হলে নিশ্চায়ক কত?** (কঠিন)
ক) 9 খ) $\frac{-31}{2}$ গ) −31 ঘ) $\sqrt{-31}$ — গ

১৮. **$2x^2 - 3x - 2 = 0$ সমীকরণের $ax^2 + bx + c = 0$ সমীকরণের সাথে তুলনা করলে a এর মান কত?** (সহজ)
ক) −3 খ) −2 গ) 0 ঘ) 2 — ঘ

১৯. **$3 - 4x - 2x^2 = 0$ সমীকরণটিকে $ax^2 + bx + c = 0$ সমীকরণের সাথে তুলনা করলে b এর মান কত?** (সহজ) [ফেনী গার্লস ক্যাডেট কলেজ, ফেনী]
ক) −4 খ) −2 গ) 3 ঘ) 5 — ক

২০. **$ax^2 + bx + c = 0$ এবং a, b, c বাস্তব সংখ্যা হলে $2 - 3x^2 = 0$ সমীকরণে b এর মান কোনটি?** (মধ্যম) [আইডিয়াল স্কুল এন্ড কলেজ, মতিঝিল, ঢাকা; রাজশাহী গভঃ ল্যাবরেটরী হাই স্কুল, রাজশাহী; বি এ এফ শাহীন কলেজ, চট্টগ্রাম; শেরপুর সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, শেরপুর]
ক) 0 খ) 1 গ) 2 ঘ) 3 — ক

২১. **$x^2 + 7x + c = 0$ সমীকরণে ধ্রুবক পদ x-এর সহগের সমান হলে, c = কত?** (সহজ)
ক) −7 খ) 7 গ) 14 ঘ) 21 — খ

২২. **$x^2 - 6x + 9 = 0$ সমীকরণের মূল কোনগুলো?** (মধ্যম)
ক) 3, 3 খ) 3, −3 গ) −3, 3 ঘ) −3, −3 — ক

২৩. **$2 - 3x - 2x^2 = 0$ এর মূলদ্বয় নিচের কোনটি?** (মধ্যম) [চট্টগ্রাম সিটি কর্পোরেশন আন্তঃবিদ্যালয়; রাজশাহী গভঃ ল্যাবরেটরী হাই স্কুল, রাজশাহী]
ক) 2, 0 খ) $-2, \frac{1}{2}$ গ) 3, 0 ঘ) $3, \frac{1}{2}$ — খ

২৪. **$ax^2 + bx + c = 0$ সমীকরণে b = c = 0 হলে, মূলদ্বয় কত?** (সহজ)

www.bdniyog.com

(ক) 0 (খ) 0, 0 (গ) 1 (ঘ) 1, 1 — খ

২৫. **$ax^2 + bx + c = 0$ সমীকরণের $c = 0$ হলে, নিচের কোনটি সঠিক?** (মধ্যম)

(ক) $x = \pm\frac{b}{a}$ (খ) $x = 0, \frac{-b}{a}$ (গ) $x = \frac{b}{a}$ (ঘ) $x = \frac{-b}{a}$ — খ

২৬. **$ax^2 + bx - c = 0$ সমীকরণে $b = 0$ হলে, x = কত?** (মধ্যম)

(ক) $-\frac{c}{a}$ (খ) $\frac{c}{a}$ (গ) $\pm\sqrt{\frac{c}{a}}$ (ঘ) ac — গ

২৭. **a, b, c বাস্তব এবং c = 0 হলে, নিচের কোনটি অবশ্যই $ax^2 + bx + c = 0$ সমীকরণের একটি মূল হবে? $|a \neq 0|$** (মধ্যম)

(ক) c, b (খ) $0, \frac{-b}{a}$ (গ) a, c (ঘ) a + b — খ

২৮. **$x^2 - 2x - 1 = 0$ সমীকরণটির একটি মূল নিচের কোনটি?** (কঠিন)

(ক) $1 + \sqrt{2}$ (খ) 1 (গ) $\sqrt{3}$ (ঘ) 3 — ক

ব্যাখ্যা: $x = \frac{2 \pm \sqrt{4+4}}{2} = \frac{2 \pm 2\sqrt{2}}{2} = 1 \pm \sqrt{2}$.

২৯. **$3x^2 + bx + 1 = 0$ সমীকরণের একটি মূল 1 হলে b এর মান কত?** (মধ্যম)

(ক) −4 (খ) −2 (গ) 4 (ঘ) 8 — ক

ব্যাখ্যা: $3(1)^2 + b.1 + 1 = 0$ বা, $b + 4 = 0$ বা, $b = -4$.

৩০. **নিচের কোনটি $4x - 1 - x^2 = 0$ এর মূল?** (কঠিন) [বি এ এফ শাহীন কলেজ, চট্টগ্রাম]

(ক) $-2 - \sqrt{3}$ (খ) $-2 + \sqrt{3}$ (গ) $2 \pm \sqrt{3}$ (ঘ) $2 + 2\sqrt{3}$ — গ

ব্যাখ্যা: $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$= \frac{-4 \pm \sqrt{(4)^2 - 4.(-1).(-1)}}{2.(-1)}$

$= \frac{-4 \pm \sqrt{12}}{-2} = \frac{-4 \pm 2\sqrt{3}}{-2}$

$= 2 \pm \sqrt{3}$

৩১. **$x^2 - 8x + 16 = 0$ সমীকরণটির মূলদ্বয়ের গুণফল কত?** (মধ্যম)

(ক) 0 (খ) 1 (গ) 4 (ঘ) 16 — ঘ

ব্যাখ্যা: $(x - 4)^2 = 0$ বা, $x = 4, 4$

$\therefore 4 \times 4 = 16$

৩২. **$x^2 - 2x - 1 = 0$ সমীকরণে $x = (1 \pm \sqrt{3})$ হলে, মূলদ্বয়ের গুণফল কত?** (মধ্যম)

(ক) $-2\sqrt{3}$ (খ) −2 (গ) 2 (ঘ) $2\sqrt{3}$ — খ

ব্যাখ্যা: $(1 + \sqrt{3})(1 - \sqrt{3}) = 1 - (\sqrt{3})^2 = 1 - 3 = -2$

৩৩. **$3 - 4x - x^2 = 0$ সমীকরণে $x = \frac{4 \pm 2\sqrt{7}}{-2}$ হলে, মূলদ্বয়ের যোগফল কত?** (মধ্যম)

(ক) $-2\sqrt{7}$ (খ) −4 (গ) 4 (ঘ) $2\sqrt{7}$ — খ

ব্যাখ্যা: $x = -(2 \pm \sqrt{7})$

$\therefore$ যোগফল $= -2 + \sqrt{7} - 2 - \sqrt{7} = -4$

৩৪. **$7x - 2 - 3x^2 = 0$ সমীকরণের একটি মূল $\frac{1}{3}$ এবং মূলদ্বয়ের যোগফল $\frac{7}{3}$ হলে, অপর মূলটি কত?** (সহজ) [ময়মনসিংহ জিলা স্কুল, ময়মনসিংহ]

(ক) −2 (খ) $\frac{1}{2}$ (গ) $\frac{3}{2}$ (ঘ) 2 — ঘ

ব্যাখ্যা: $\frac{7}{3} - \frac{1}{3} = \frac{7-1}{3} = \frac{6}{3} = 2$.

৩৫. **$ax^2 + bx + c = 0$ দ্বিঘাত সমীকরণ হলে—** [সাতক্ষীরা সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, সাতক্ষীরা; সামসুল হক খান স্কুল উচ্চ বিদ্যালয়]

i. $a \neq 0$।
ii. নিশ্চায়ক $= b^2 - 4ac$।
iii. সমীকরণটির দুইটি মূল থাকবে।

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii — ঘ

৩৬. **$ax^2 + bx + c = 0$, দ্বিঘাত সমীকরণের মূলদ্বয় বাস্তব হলে—** [আইডিয়াল স্কুল এন্ড কলেজ, মতিঝিল, ঢাকা; সরকারি করোনেশন মাধ্যমিক বালিকা বিদ্যালয়, খুলনা; শেরপুর সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, শেরপুর]

i. $b^2 - 4ac > 0$।
ii. $b^2 - 4ac = 0$।
iii. $b^2 - 4ac < 0$।

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii — ক

৩৭. **$4x^2 + 4x + 1 = 0$, দ্বিঘাত সমীকরণের মূলগুলো—** [অগ্রণী গার্লস স্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা]

i. বাস্তব।
ii. সমান।
iii. অমূলদ।

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii — ক

৩৮. **$x^2 + 1 = 0$ সমীকরণে—**

i. মূলদ্বয় বাস্তব।
ii. মূলদ্বয় অবাস্তব।
iii. মূলদ্বয় অসমান।

নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)

(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii — গ

ব্যাখ্যা: নিশ্চায়ক $= 0 - 4.1.1 = -4 < 0$

৩৯. **$ax^2 + bx + c = 0$ সমীকরণে $b = c = 0$ হলে—**

i. মূলদ্বয় সমান হবে।
ii. একটি মূল 0।
iii. মূলদ্বয় মূলদ।

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii — ঘ

ব্যাখ্যা: মূলদ্বয় $\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = 0$.

৪০. **$2 - 3x^2 + 9x = 0$ সমীকরণে—**

i. $a = 2, b = -3, c = 9$, যেখানে আদর্শ সমীকরণ $ax^2 + bx + c = 0$।
ii. নিশ্চায়ক = 105।
iii. মূলদ্বয় বাস্তব।

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii — গ

ব্যাখ্যা: (ii) সঠিক, কারণ; নিশ্চায়ক, $b^2 - 4ac = 9^2 - 4.(-3).2 = 105$; (iii) $b^2 - 4ac > 0$

৪১. **$2x^2 - 11x + 9 = 0$ সমীকরণের—** [কুমিল্লা জিলা স্কুল, কুমিল্লা; ময়মনসিংহ জিলা স্কুল, ময়মনসিংহ; সরকারি মুসলিম উচ্চ বিদ্যালয়, চট্টগ্রাম]

i. একটি মূল 1।
ii. নিশ্চায়ক 49।
iii. মূলগুলো মূলদ।

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii — ঘ

ব্যাখ্যা:
(i) সঠিক; মূল 1 অর্থাৎ $x = 1$ দ্বারা সমীকরণটি সিদ্ধ হয়।
(ii) সঠিক; $b^2 - 4ac = (-11)^2 - 4.(2).9 = 49$।
(iii) সঠিক; $b^2 - 4ac = 49 = 7^2$ = পূর্ণবর্গ।

৪২. **$ax^2 + bx + c = 0$ সমীকরণে $c = 0$ এবং a, b মূলদ হলে—** (কঠিন)

www.bdniyog.com

i. একটি মূল 0।

ii. একটি মূল $\frac{-b}{a}$।

iii. মূলগুলো মূলদ।

নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)

(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii **ঘ**

ব্যাখ্যা: $x = \frac{-b\pm\sqrt{b^2}}{2a} = \frac{-b\pm b}{2a}$ বা, $x = 0, \frac{-b}{a}$.

নিচের তথ্যের আলোকে (৪৩-৪৪) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

$ax^2 + bx + c = 0$ যেখানে, a, b, c বাস্তব এবং $a \neq 0$

৪৩. প্রদত্ত সমীকরণের মূলদ্বয় সমান ও বাস্তব হলে নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

(ক) $b^2 > 4ac$ (খ) $b^2 = 4ac$ (গ) $b^2 = -4ac$ (ঘ) $b^2 < 4ac$ **খ**

৪৪. a = − 1, b = − 4, c = 3 হলে, প্রদত্ত সমীকরণের নিশ্চায়কের বর্গমূল নিচের কোনটি? (মধ্যম)

(ক) $2\sqrt{7}$ (খ) $3\sqrt{7}$ (গ) $\sqrt{56}$ (ঘ) 16 **ক**

নিচের তথ্যের আলোকে (৪৫-৪৭) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

$3x^2 + 7x + 1 = 0$ একটি এক চলক বিশিষ্ট দ্বিঘাত সমীকরণ।

৪৫. সমীকরণটির নিশ্চায়ক কত? (সহজ) [বি এ এফ শাহীন কলেজ, চট্টগ্রাম]

(ক) 36 (খ) 37 (গ) 40 (ঘ) 49 **খ**

ব্যাখ্যা: নিশ্চায়ক = $b^2 - 4ac = 7^2 - 4.3.1 = 49 - 12 = 37$

৪৬. সমীকরণের মূলদ্বয় নিচের কোনটি? (সহজ)

(ক) 3, 2 (খ) $\frac{-7\pm\sqrt{37}}{6}$

(গ) $\frac{7\pm\sqrt{37}}{6}$ (ঘ) 3,3 **খ**

ব্যাখ্যা: $x = \frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a} = \frac{-7\pm\sqrt{37}}{2.3} = \frac{-7\pm\sqrt{37}}{6}$

৪৭. সমীকরণের মূলগুলোর প্রকৃতি কীরূপ? (সহজ)

(ক) বাস্তব ও মূলদ (খ) অবাস্তব ও মূলদ

(গ) বাস্তব ও অমূলদ (ঘ) অবাস্তব ও সমান **গ**

নিচের তথ্যের আলোকে (৪৮-৫১) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

$\frac{1}{2}x^2 - bx + c = 0$ একটি দ্বিঘাত সমীকরণ এবং b, c মূলদ।

৪৮. সমীকরণের মূলদ্বয় নিচের কোনটি? (মধ্যম)

(ক) $-b\pm\sqrt{b^2-2c}$ (খ) $b\pm\sqrt{b^2-2c}$

(গ) $\frac{-b\pm\sqrt{b^2-2c}}{2}$ (ঘ) $\frac{b\pm\sqrt{b^2-2c}}{2}$ **খ**

ব্যাখ্যা: $x = \frac{b\pm\sqrt{b^2-4.\frac{1}{2}.c}}{2.\frac{1}{2}} = b\pm\sqrt{b^2-2c}$.

৪৯. মূলদ্বয় বাস্তব হওয়ার জন্য শর্ত কী? (সহজ)

(ক) $b^2 \geq 2c$ (খ) $b^2 - 2c < 0$ (গ) $b \neq 0$ (ঘ) $c \neq 0$ **ক**

ব্যাখ্যা: নিশ্চায়ক = $b^2 - 4.\frac{1}{2}c \geq 0$ বা, $b^2 \geq 2c$.

৫০. সমীকরণের মূলদ্বয়ের যোগফল কত? (সহজ)

(ক) $2b + 2\sqrt{b^2-2c}$ (খ) $2\sqrt{b^2-2c}$

(গ) 0 (ঘ) 2b **ঘ**

ব্যাখ্যা: $b + \sqrt{b^2-2c} + b - \sqrt{b^2-2c} = 2b$

৫১. প্রদত্ত সমীকরণের মূলদ্বয় মূলদ হবে নিচের কোন শর্তে? (কঠিন)

(ক) $c = 0$ (খ) $b = 0$

(গ) $b^2 - 2c > 0$ (ঘ) $b^2 - 2c < 0$ **ক**

ব্যাখ্যা: c = 0 হলে, মূলদ্বয় $b\pm\sqrt{b^2-0} = b\pm b = 2b, 0$ যা মূলদ।

নিচের তথ্যের আলোকে (৫২-৫৫) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

$-2-\sqrt{7}$ একটি দ্বিঘাত সমীকরণ $ax^2 + bx + c = 0$ এর মূল।

৫২. অপর মূলটি কী হবে? (সহজ)

(ক) $-2-\sqrt{7}$ (খ) $-2+\sqrt{7}$

(গ) $2-\sqrt{7}$ (ঘ) $2+\sqrt{7}$ **খ**

ব্যাখ্যা: $ax^2 + bx + c = 0$ এরূপ সমীকরণের একটি মূল $-2-\sqrt{7}$ হলে অপরটি $-2+\sqrt{7}$.

৫৩. প্রকৃত দ্বিঘাত সমীকরণটি কী? (কঠিন)

(ক) $x^2 + 4x - 3 = 0$ (খ) $x^2 - \sqrt{7}x - 2 = 0$

(গ) $x^2 + (2+\sqrt{7})x = 0$ (ঘ) অনির্ণেয় **ক**

ব্যাখ্যা: দ্বিঘাত সমীকরণটি $(x + 2 + \sqrt{7})(x + 2 - \sqrt{7}) = 0$

বা, $(x+2)^2 - (\sqrt{7})^2 = 0$ বা, $x^2 + 4x + 4 - 7 = 0$

বা, $x^2 + 4x - 3 = 0$.

৫৪. সমীকরণটির নিশ্চায়ক কত? (মধ্যম)

(ক) $\sqrt{28}$ (খ) 11 (গ) 14 (ঘ) 28 **ঘ**

ব্যাখ্যা: নিশ্চায়ক = $4^2 - 4.1.(-3) = 16 + 12 = 28$.

৫৫. সমীকরণটির মূলগুলো কোন প্রকৃতির? (সহজ)

(ক) অবাস্তব, অসমান (খ) অমূলদ, অসমান

(গ) মূলদ, সমান (ঘ) মূলদ, অসমান **খ**

শ্রেণির কাজের ওপর সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

প্রশ্ন ▶ ১ $ax^2 + bx + c = 0$ একটি দ্বিঘাত সমীকরণ যেখানে a, b ও c বাস্তব সংখ্যা এবং $a \neq 0$. [ক্যান্টনমেন্ট হাই স্কুল, যশোর] *◂ কাজ; পৃষ্ঠা-৮৪*

ক. c = 0 হলে সমীকরণটির মূলদ্বয় বের কর এবং মূলদ্বয়ের প্রকৃতি বিশ্লেষণ কর। ২

খ. সমীকরণটির সমাধান নির্ণয় কর। ৪

গ. a = 1, b = c = 2p হলে x এর মান নির্ণয় কর। ৪

১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত সমীকরণ $ax^2 + bx + c = 0$

c = 0 হলে, $ax^2 + bx = 0$

বা, $x(ax + b) = 0$

$\therefore x = 0$ অথবা $ax + b = 0$

$\therefore x = 0$ অথবা $x = -\frac{b}{a}$

সুতরাং মূলদ্বয়ের প্রকৃতি বাস্তব ও অসমান।

খ প্রদত্ত সমীকরণ, $ax^2 + bx + c = 0$

বা, $a^2x^2 + abx + ac = 0$ [উভয়পক্ষকে a দ্বারা গুণ করে]

বা, $(ax)^2 + 2.ax.\frac{b}{2} + \left(\frac{b}{2}\right)^2 - \left(\frac{b}{2}\right)^2 + ac = 0$

বা, $\left(ax + \frac{b}{2}\right)^2 - \left(\frac{b^2}{4} - ac\right) = 0$

বা, $\left(ax + \frac{b}{2}\right)^2 = \frac{b^2}{4} - ac$

বা, $\left(ax + \frac{b}{2}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4}$

বা, $ax + \frac{b}{2} = \pm\sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4}}$

বা, $ax = -\frac{b}{2} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2}$

www.bdniyog.com

বা, $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

অতএব, x-এর দুইটি মান পাওয়া গেল এবং মান দুইটি হচ্ছে–

$\frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ এবং $\frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ **(Ans.)**

গ এখন $a = 1, b = c = 2p$ হলে,

$x = \frac{-2p \pm \sqrt{(2p)^2 - 4.1.2p}}{2.1}$

$= \frac{-2p \pm \sqrt{4p^2 - 8p}}{2}$

$= \frac{-2p \pm \sqrt{4(p^2 - 2p)}}{2}$

$= \frac{-2p \pm 2\sqrt{p^2 - 2p}}{2}$

$= -p \pm \sqrt{p^2 - 2p}$

$x = -p + \sqrt{p^2 - 2p}$ এবং $-p - \sqrt{p^2 - 2p}$ **(Ans.)**

মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত আরও সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

প্রশ্ন ▶ ২ $(2x + 1)^2 - 2(x - 2) - 5 = 0$ ও $x^2 - 10x + 21 = 0$ **দুইটি দ্বিঘাত সমীকরণ।**

ক. ১ম সমীকরণটিকে $ax^2 + bx + c = 0$ আকৃতিতে প্রকাশ কর এবং a, b, c নির্ণয় কর। ২

খ. সমীকরণ দুইটির নিশ্চায়ক বের কর এবং দেখাও যে, ২য় সমীকরণের নিশ্চায়ক ১ম সমীকরণের নিশ্চায়কের 16 গুণ। ৪

গ. সমীকরণের নিশ্চায়ক থেকে মূলের প্রকৃতি বিশ্লেষণ কর এবং মূলগুলো নির্ণয় কর। ৪

২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,

$(2x + 1)^2 - 2(x - 2) - 5 = 0$

বা, $4x^2 + 4x + 1 - 2x + 4 - 5 = 0$

বা, $4x^2 + 2x = 0$

বা, $2x^2 + x = 0$ [উভয়পক্ষকে 2 দ্বারা ভাগ করে]

$\therefore 2x^2 + 1.x + 0 = 0$

যা, $ax^2 + bx + c = 0$ আকারের

যেখানে, $a = 2, b = 1, c = 0$ **(Ans.)**

খ 'ক' হতে পাই, $2x^2 + x = 0$

$\therefore$ ১ম সমীকরণের নিশ্চায়ক, $b^2 - 4ac = (1)^2 - 4.2.0$

$= 1 - 0$

$= 1$

এবং ২য় সমীকরণ, $x^2 - 10x + 21 = 0$

সমীকরণটিকে $ax^2 + bx + c = 0$ এর সাথে তুলনা করে পাই,

$a = 1, b = -10, c = 21$

$\therefore$ নিশ্চায়ক, $b^2 - 4ac = (-10)^2 - 4.1.21$

$= 100 - 84$

$= 16$

$\therefore$ ২য় সমীকরণের নিশ্চায়ক $= 16$

$= 16 \times 1$

$= 16 \times$ ১ম সমীকরণের নিশ্চায়ক

অর্থাৎ ২য় সমীকরণের নিশ্চায়ক ১ম সমীকরণের নিশ্চায়কের 16 গুণ। **(দেখানো হলো)**

গ যেহেতু $(2x + 1)^2 - 2(x-2) - 5 = 0$ সমীকরণের নিশ্চায়ক $1 > 0$ এবং পূর্ণবর্গ সংখ্যা।

তাই মূলগুলো বাস্তব, অসমান ও মূলদ হবে।

$\therefore$ মূলগুলো, $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$= \frac{-1 \pm \sqrt{(1)^2 - 4.2.0}}{2.2}$ ['ক' হতে a, b ও c এর মান বসিয়ে]

$= \frac{-1 \pm 1}{4}$

$\therefore x_1 = \frac{-1 + 1}{4} = \frac{0}{4} = 0$

$\therefore x_2 = \frac{-1 - 1}{4} = -\frac{2}{4} = -\frac{1}{2}$

আবার, $x^2 - 10x + 21 = 0$ সমীকরণের নিশ্চায়ক $16 > 0$ এবং পূর্ণবর্গ সংখ্যা।

$\therefore$ ২য় সমীকরণের মূলদ্বয় বাস্তব, অসমান ও মূলদ হবে।

$\therefore$ মূলগুলো, $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$= \frac{-(-10) \pm \sqrt{(-10)^2 - 4.1.21}}{2.1}$

$= \frac{10 \pm \sqrt{16}}{2} = \frac{10 \pm 4}{2}$

$\therefore x_1 = \frac{10 + 4}{2} = \frac{14}{2} = 7$

এবং $x_2 = \frac{10 - 4}{2} = \frac{6}{2} = 3$

$\therefore (2x + 1)^2 - 2(x-2) - 5 = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় $0, -\frac{1}{2}$ এবং $x^2 - 10x + 21 = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয়, 3, 7 **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৩ $x^2 - px + 9 = 0$ **এবং** $(p + 1)x^2 + (p + 3)x + 3 = 0$ **দুইটি দ্বিঘাত সমীকরণ।**

ক. p এর মান কত হলে ১ম সমীকরণটি পূর্ণবর্গ হবে? ২

খ. প্রাপ্ত মান ২য় সমীকরণে বসালে যে দ্বিঘাত সমীকরণ পাওয়া যায় তার মূলের প্রকৃতি কিরূপ হবে? ৪

গ. 'খ' হতে প্রাপ্ত দ্বিঘাত সমীকরণদ্বয়ের মূলগুলো নির্ণয় কর। ৪

৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $x^2 - px + 9 = 0$

সমীকরণটি পূর্ণবর্গ হবে যদি সমীকরণটির মূল দুইটি সমান হয়। মূল দুইটি তখনই সমান হবে, যখন নিশ্চায়ক শূন্য হয়।

$\therefore$ নিশ্চায়ক, $b^2 - 4ac = 0$

বা, $(-p)^2 - 4.1.9 = 0$

বা, $p^2 - 36 = 0$

বা, $p^2 = 36$

বা, $p = \pm\sqrt{36}$ [বর্গমূল করে]

$\therefore p = \pm 6$

$\therefore$ নির্ণেয় মান, $p = 6$ অথবা, -6 **(Ans.)**

খ 'ক' হতে পাই,

$p = 6, -6$

দেওয়া আছে,

$(p + 1)x^2 + (p + 3)x + 3 = 0$

$p = 6$ হলে সমীকরণটি, $(6 + 1)x^2 + (6 + 3)x + 3 = 0$

www.bdniyog.com

$\therefore\ 7x^2 + 9x + 3 = 0$

$\therefore$ নিশ্চায়ক, $b^2 - 4ac = (9)^2 - 4.7.3$

$= 81 - 84$

$= -3$

যেহেতু নিশ্চায়ক < 0, তাই মূলদ্বয় অবাস্তব হবে।

এক্ষেত্রে মূলদ্বয় সবসময় দুটি অনুবন্ধী জটিল সংখ্যা হবে।

আবার, $p = -6$ হলে, সমীকরণটি,

$(-6 + 1)x^2 + (-6 + 3)x + 3 = 0$

বা, $-5x^2 - 3x + 3 = 0$

$\therefore\ 5x^2 + 3x - 3 = 0$

$\therefore$ নিশ্চায়ক, $b^2 - 4ac = (3)^2 - 4.5(-3)$

$= 9 + 60$

$= 69$, যা পূর্ণবর্গ নয়।

যেহেতু নিশ্চায়ক > 0, তাই মূলদ্বয় বাস্তব, অসমান ও অমূলদ হবে।

গ 'খ' হতে পাই,

$7x^2 + 9x + 3 = 0$

$5x^2 + 3x - 3 = 0$

$7x^2 + 9x + 3 = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয়,

$$x = \frac{-9 \pm \sqrt{(9)^2 - 4.7.3}}{2.7}$$

$$= \frac{-9 \pm \sqrt{81-84}}{14}$$

$$= \frac{-9 \pm \sqrt{-3}}{14}$$

$\therefore\ x_1 = \frac{-9+\sqrt{-3}}{14}, x_2 = \frac{-9-\sqrt{-3}}{14}$, যা অনুবন্ধী জটিল সংখ্যা।

আবার, $5x^2 + 3x - 3 = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয়

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{(3)^2 - 4.5(-3)}}{2.5}$$

$$= \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 60}}{10}$$

$$= \frac{-3 \pm \sqrt{69}}{10}$$

$\therefore\ x_1 = \frac{-3 + \sqrt{69}}{10}, x_2 = \frac{-3 - \sqrt{69}}{10}$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৪ $x(x - 6) + k(2x + 1) - 1 = 0$ **এবং** $x^2 - 2k(x-1) + 4x - 10 = 0$ **দুইটি দ্বিঘাত সমীকরণ।**

ক. সমীকরণ দুইটিকে $ax^2 + bx + c = 0$ আকারে প্রকাশ কর। ২

খ. k-এর মান কত হলে প্রথম সমীকরণের মূল দুটি সমান হবে? ৪

গ. 'খ' তে প্রাপ্ত k-এর মান ২য় সমীকরণে বসিয়ে মূলের প্রকৃতি বিশ্লেষণ কর। ৪

৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $x(x - 6) + k(2x + 1) - 1 = 0$

বা, $x^2 - 6x + 2kx + k - 1 = 0$

$\therefore\ x^2 + (2k - 6)x + (k-1) = 0$

আবার, $x^2 - 2k(x - 1) + 4x - 10 = 0$

বা, $x^2 - 2kx + 2k + 4x - 10 = 0$

$\therefore\ x^2 + (4 - 2k)x + (2k - 10) = 0$

এটিই নির্ণেয় আকার।

খ 'ক' হতে পাই, প্রথম সমীকরণটি হলো:

$x^2 + (2k - 6)x + (k-1) = 0$

মূল দুইটি তখনই সমান হবে যখন সমীকরণটির নিশ্চায়ক শূন্য হয়।

$\therefore$ নিশ্চায়ক, $b^2 - 4ac = 0$

বা, $(2k - 6)^2 - 4.1.(k-1) = 0$

বা, $4k^2 - 2.2k.6 + 36 - 4k + 4 = 0$

বা, $4k^2 - 24k - 4k + 40 = 0$

বা, $4k^2 - 28k + 40 = 0$

বা, $k^2 - 7k + 10 = 0$

বা, $k^2 - 5k - 2k + 10 = 0$

বা, $k(k-5) - 2(k-5) = 0$

বা, $(k-5)(k-2) = 0$

হয়, $k - 5 = 0$ অথবা, $k - 2 = 0$

$\therefore\ k = 5$ $\quad\therefore\ k = 2$

$\therefore$ নির্ণেয় মান, $k = 2$ অথবা, 5

গ 'খ' হতে পাই, $k = 2, 5$

এবং 'ক' হতে পাই,

২য় সমীকরণ, $x^2 + (4 - 2k)x + (2k - 10) = 0$

$k = 2$ হলে সমীকরণটি,

$x^2 + (4 - 2.2)x + 2.2 - 10 = 0$

$\therefore\ x^2 - 0.x - 6 = 0$

$\therefore$ নিশ্চায়ক, $b^2 - 4ac$

$= (0)^2 - 4.1(-6)$

$= 24$, যা পূর্ণবর্গ নয়।

যেহেতু, নিশ্চায়ক > 0, তাই মূলদ্বয় বাস্তব, অসমান ও অমূলদ হবে।

আবার, $k = 5$ হলে সমীকরণটি,

$x^2 - 2(5-2)x + 2.5 - 10 = 0$

বা, $x^2 - 2.3x + 10 - 10 = 0$

$\therefore\ x^2 - 6x + 0 = 0$

$\therefore$ নিশ্চায়ক, $b^2 - 4ac$

$= (-6)^2 - 4.1.0$

$= 36 - 0$

$= 36$, যা পূর্ণবর্গ সংখ্যা।

যেহেতু নিশ্চায়ক > 0 এবং পূর্ণবর্গ সংখ্যা,

সেহেতু মূলদ্বয় বাস্তব, অসমান ও মূলদ হবে। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৫ $\frac{2x^2 - 9}{p} + \frac{4x + 9}{q} = 0$ **একটি সমীকরণ যেখানে** $p, q \neq 0$ **এবং** $x \in \mathbb{R}$

ক. সমীকরণটিকে x-চলক বিশিষ্ট একটি দ্বিঘাত সমীকরণ আকারে প্রকাশ কর। ২

খ. দেখাও যে, সমীকরণটির মূল দুইটি বাস্তব এবং সমান হবে যদি $p = 3q$ অথবা $p = \frac{3q}{2}$ হয়। ৪

গ. মূল দুটি বাস্তব এবং সমান হওয়ার শর্তে x চলক বিশিষ্ট কয়টি সমীকরণ পাওয়া সম্ভব? সমীকরণগুলো নির্ণয় কর। ৪

৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক $\frac{2x^2 - 9}{p} + \frac{4x + 9}{q} = 0$

বা, $\frac{2qx^2 - 9q + 4px + 9p}{pq} = 0$

বা, $2qx^2 - 9q + 4px + 9p = 0$

বা, $2qx^2 + 4px + 9(p - q) = 0$

ইহাই নির্ণেয় x চলক বিশিষ্ট দ্বিঘাত সমীকরণ আকারে প্রকাশ।

খ 'ক' হতে আমরা পাই,

$2qx^2 + 4px + 9(p - q) = 0$

$ax^2 + bx + c = 0$ সমীকরণের সাথে তুলনা করে এক্ষেত্রে পাওয়া যায় $a = 2q$, $b = 4p$ এবং $c = 9(p - q)$।

এক্ষেত্রে, সমীকরণটির নিশ্চায়ক $b^2 - 4ac = (4p)^2 - 4.2q.9(p - q)$

এখন, সমীকরণটির মূলদ্বয় বাস্তব এবং সমান হবে যদি নিশ্চায়কের মান শূন্য হয়

$(4p)^2 - 4.2q.9(p - q) = 0$

বা, $16p^2 - 72q(p - q) = 0$

বা, $16p^2 - 72pq + 72q^2 = 0$

বা, $2p^2 - 9pq + 9q^2 = 0$ [উভয়পক্ষকে ৪ দ্বারা ভাগ করে]

বা, $2p^2 - 6pq - 3pq + 9q^2 = 0$

বা, $2p(p - 3q) - 3q(p - 3q) = 0$

বা, $(p - 3q)(2p - 3q) = 0$

হয়, $p - 3q = 0$ অথবা, $2p - 3q = 0$

বা, $p = 3q$ বা, $2p = 3q$

বা, $p = \frac{3q}{2}$

$\therefore$ $p = 3q$ অথবা $p = \frac{3q}{2}$ **(দেখানো হলো)**

গ এখানে, সমীকরণের মূল দুইটি বাস্তব এবং সমান হওয়ার শর্ত $p = 3q$ ও $p = \frac{3q}{2}$ এর জন্য

দুইটি এক চলক বিশিষ্ট দ্বিঘাত সমীকরণ পাওয়া সম্ভব।

$p = 3q$ হলে, $2qx^2 + 4.3qx + 9(3q - q) = 0$

বা, $2qx^2 + 12qx + 9.2q = 0$

বা, $2qx^2 + 12qx + 18q = 0$

বা, $q(2x^2 + 12x + 18) = 0$

বা, $2q(x^2 + 6x + 9) = 0$

$\therefore$ $x^2 + 6x + 9 = 0$

আবার, $p = \frac{3q}{2}$ হলে,

$2qx^2 + 4.\frac{3q}{2}.x + 9\left(\frac{3q}{2} - q\right) = 0$

বা, $2qx^2 + 6qx + 9\left(\frac{3q - 2q}{2}\right) = 0$

বা, $2qx^2 + 6qx + \frac{9}{2}q = 0$

বা, $2q\left(2x^2 + 6x + \frac{9}{2}\right) = 0$

বা, $4x^2 + 12x + 9 = 0$

$\therefore$ নির্ণেয় সমীকরণ $x^2 + 6x + 9 = 0$

$4x^2 + 12x + 9 = 0$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৬ $x^2 + px + q = 0$ **একটি দ্বিঘাত সমীকরণ।**

ক. সমীকরণটির মূল নির্ণয় কর। ২

খ. কোন শর্তে একটি মূল অপরটির দ্বিগুণ হবে? ৪

গ. সমীকরণটির মূলের প্রকৃতি ও ধরণ নির্ণয় কর। ৪

৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক $x^2 + px + q = 0$

বা, $1.x^2 + p.x + q = 0$

বা, $x = \frac{-p \pm \sqrt{p^2 - 4.1.q}}{2.1}$

$= \frac{-p \pm \sqrt{p^2 - 4.q}}{2}$

$\therefore$ $x = \frac{-p + \sqrt{p^2 - 4q}}{2}, \frac{-p - \sqrt{p^2 - 4q}}{2}$ **(Ans.)**

খ 'ক' হতে প্রাপ্ত মূলদ্বয় $\frac{-p + \sqrt{p^2 - 4q}}{2}, \frac{-p - \sqrt{p^2 - 4q}}{2}$

প্রশ্নমতে, একটি মূল অপরটির দ্বিগুণ হবে।

$\therefore \frac{-p + \sqrt{p^2 - 4q}}{2} = 2 \times \frac{-p - \sqrt{p^2 - 4q}}{2}$

বা, $p - \sqrt{p^2 - 4q} = -2p - 2\sqrt{p^2 - 4q}$

বা, $\sqrt{p^2 - 4q} + 2\sqrt{p^2 - 4q} = -2p + p$

বা, $3\sqrt{p^2 - 4q} = -p$

বা, $9(p^2 - 4q) = p^2$

বা, $9p^2 - 36q - p^2 = 0$

বা, $8p^2 - 36q = 0$

বা, $2p^2 = 9q$

$\therefore$ $2p^2 = 9q$ হলে একটি মূল অপরটির দ্বিগুণ হবে।

গ 'ক' হতে প্রাপ্ত সমীকরণের মূলদ্বয় $x = \frac{-p \pm \sqrt{p^2 - 4q}}{2}$

$p^2 - 4q$ প্রদত্ত সমীকরণটির নিশ্চায়ক যা সমীকরণটির মূলদ্বয়ের ধরণ ও প্রকৃতি নির্ণয় করে।

নিশ্চায়কের অবস্থা ভেদে সমীকরণটির মূলদ্বয়ের ধরণ ও প্রকৃতি

(i) $p^2 - 4q = 0$ হলে সমীকরণটির মূলদ্বয় বাস্তব ও পরস্পর সমান হবে। এক্ষেত্রে, $x = -\frac{p}{2}, -\frac{p}{2}$

(ii) $p^2 - 4q > 0$ এবং পূর্ণবর্গ হলে, সমীকরণটির মূলদ্বয় বাস্তব মূলদ ও অসমান হবে।

(iii) $p^2 - 4q > 0$ এবং পূর্ণবর্গ না হলে, সমীকরণটির মূলদ্বয় বাস্তব, অমূলদ ও অসমান হবে।

(iv) $p^2 - 4q < 0$ অর্থাৎ ঋণাত্মক হলে মূলদ্বয় অবাস্তব হবে। এক্ষেত্রে মূলদ্বয় সবসময় দুইটি অনুবন্ধী জটিল বা কাল্পনিক সংখ্যা হয়।

প্রশ্ন ▶ ৭ $px^2 + qx + r = 0$ **একটি একচলক বিশিষ্ট দ্বিঘাত সমীকরণ।**

ক. $q = r = 0$ হলে মূলদ্বয় কত? ২

খ. গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে সমাধান কর। ৪

গ. $p = 1, q = r = 2a$ হলে সমীকরণটির মূলদ্বয় নির্ণয় কর। ৪

৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,

$px^2 + qx + r = 0$

বা, $px^2 + 0.x + 0 = 0$

বা, $px^2 = 0$

বা, $x^2 = \frac{0}{p}$

বা, $x^2 = 0$

$\therefore$ $x_1 = 0, x_2 = 0$

$\therefore$ নির্ণেয় মূলদ্বয়: $x_1 = 0$ ও $x_2 = 0$

খ $px^2 + qx + r = 0$

বা, $p^2x^2 + pqx + pr = 0$ [উভয় পক্ষকে দ্বারা গুণ করে]

বা, $(px)^2 + 2.px.\frac{q}{2} + \left(\frac{q}{2}\right)^2 - \frac{q^2}{4} + pr = 0$

বা, $\left(px + \frac{q}{2}\right)^2 = \frac{q^2}{4} - pr$

বা, $\left(px + \frac{q}{2}\right)^2 = \frac{q^2 - 4pr}{4}$

বা, $px + \frac{q}{2} = \pm\sqrt{\frac{q^2 - 4pr}{4}}$

বা, $px = -\frac{q}{2} \pm \frac{\sqrt{q^2 - 4pr}}{2}$

বা, $x = \frac{-q \pm \sqrt{q^2 - 4pr}}{2p}$

$x = \frac{-q \pm \sqrt{q^2 - 4pr}}{2p}$

$\therefore$ নির্ণেয় মূলদ্বয় যথাক্রমে,

$x_1 = \frac{-q + \sqrt{q^2 - 4pr}}{2p}$ ও $x_2 = \frac{-q - \sqrt{q^2 - 4pr}}{2p}$

www.bdniyog.com

গ $p = 1, q = r = 2a$ হলে উদ্দীপকের সমীকরণটি হবে,
$1.x^2 + 2a.x + 2a = 0$
বা, $x^2 + 2ax + 2a = 0$
$x = \frac{-2a \pm \sqrt{(2a)^2 - 4.1.2a}}{2.1} = \frac{-2a \pm \sqrt{4a^2 - 8a}}{2}$
$= \frac{-2a \pm \sqrt{4(a^2 - 2a)}}{2} = \frac{-2a \pm 2\sqrt{a^2 - 2a}}{2}$
$= -a \pm \sqrt{a^2 - 2a}$
অর্থাৎ, $x_1 = -a + \sqrt{a^2 - 2a}$, $x_2 = -a - \sqrt{a^2 - 2a}$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৮ $(p^2 - q^2)x^2 + 2px + 1 = 0$ **একটি দ্বিঘাত সমীকরণ।**
ক. q এর মান কত হলে সমীকরণটি পূর্ণবর্গ হবে? ২
খ. সমীকরণটি সমাধান করে মূল নির্ণয় কর। ৪
গ. $p = 2, q = 1$ হলে সমীকরণটির মূল নির্ণয় কর এবং মূলের প্রকৃতি ও ধরণ বিশ্লেষণ কর। ৪

৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত সমীকরণটি হলো, $(p^2 - q^2)x^2 + 2px + 1 = 0$
$ax^2 + bx + c = 0$ সমীকরণের সাথে তুলনা করে,
$a = p^2 - q^2$, $b = 2p$, $c = 1$
সমীকরণটির নিশ্চায়ক, $b^2 - 4ac = (2p)^2 - 4.(p^2 - q^2).1$
$= 4p^2 - 4(p^2 - q^2)$
$= 4p^2 - 4p^2 + 4q^2$
$= 4q^2$
সমীকরণটি পূর্ণবর্গ হলে নিশ্চায়ক শূন্য হবে।
$\therefore 4q^2 = 0$
$\therefore q = 0$ **(Ans.)**

খ প্রদত্ত সমীকরণ, $(p^2 - q^2)x^2 + 2px + 1 = 0$
$\therefore$ সমীকরণটির মূল, $x = \frac{-2p \pm \sqrt{(2p)^2 - 4.(p^2 - q^2).1}}{2(p^2 - q^2)}$
$= \frac{-2p \pm \sqrt{4q^2}}{2(p^2 - q^2)}$ ['ক' হতে]
$= \frac{-2p \pm 2q}{2(p^2 - q^2)}$
$= \frac{-p \pm q}{p^2 - q^2} = \frac{-p \pm q}{(p+q)(p-q)}$
$= \frac{-p + q}{(p+q)(p-q)}$ বা $\frac{-p - q}{(p+q)(p-q)}$
$= \frac{-(p-q)}{(p+q)(p-q)}$ বা $\frac{-(p+q)}{(p+q)(p-q)}$
$= \frac{-1}{p+q}$ বা $\frac{-1}{p-q}$
$\therefore x_1 = \frac{-1}{p+q}, x_2 = \frac{-1}{p-q}$ **(Ans.)**

গ $p = 2, q = 1$ প্রদত্ত সমীকরণে বসিয়ে পাই,
$(2^2 - 1^2)x^2 + 2.2x + 1 = 0$
বা, $3x^2 + 4x + 1 = 0$
$\therefore 3x^2 + 4x + 1 = 0$
$\therefore x = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4.3.1}}{2.3} = \frac{-4 \pm \sqrt{16 - 12}}{6}$
$= \frac{-4 \pm \sqrt{4}}{6} = \frac{-4 \pm 2}{6}$
$= \frac{-4 + 2}{6}$ বা, $\frac{-4 - 2}{6}$
$= \frac{-2}{6}$ বা, $\frac{-6}{6}$
$= -\frac{1}{3}$ বা, -1
$\therefore$ নির্ণেয় মূলদ্বয় $-\frac{1}{3}$ বা, -1
$\therefore$ নিশ্চায়ক $= 4^2 - 4.3.1$
$= 16 - 12 = 4$
$\therefore$ নিশ্চায়ক $= 4 > 0$ এবং পূর্ণবর্গ সংখ্যা।
$\therefore$ সমীকরণটির মূলদ্বয় বাস্তব, অসমান ও মূলদ।

প্রশ্ন ব্যাংক উত্তরসহ সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

প্রশ্ন ▶ ৯ **x টাকা দরে x সংখ্যক কলমের মূল্যের a গুণ, b সংখ্যক কলমের মূল্য অপেক্ষা c টাকা বেশি।**
ক. উদ্দীপকের তথ্যকে একটি দ্বিঘাত সমীকরণের আকারে প্রকাশ কর। ২
খ. গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে x এর মানগুলো নির্ণয় কর। ৪
গ. b = 1 এবং x এর মানগুলো সমান হলে কলমের মূল্য c এর মাধ্যমে নির্ণয় কর। ৪

উত্তর: ক. $ax^2 - bx + c = 0$; **খ.** $\frac{b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, \frac{b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$; **গ.** 2c

প্রশ্ন ▶ ১০ $(2x + 3)^2 - 5x - 6 = 0$ **একটি দ্বিঘাত সমীকরণ।**
ক. উদ্দীপকের সমীকরণকে আদর্শ দ্বিঘাত সমীকরণরূপে প্রকাশ কর। ২
খ. উদ্দীপকের সমীকরণের নিশ্চায়কের মান নির্ণয় কর। ৪
গ. উদ্দীপকের সমীকরণের নিশ্চায়কের মান থেকে মূলদ্বয়ের ধরণ ও প্রকৃতি বিশ্লেষণ কর এবং মূলদ্বয় নির্ণয় কর। ৪

উত্তর: ক. $4x^2 + 7x + 3 = 0$; **খ.** 1; **গ.** বাস্তব, মূলদ ও অসমান; $-1, -\frac{3}{4}$

প্রশ্ন ▶ ১১ $x^2 - 5x + 6 = 0$, $x^2 - 6x + 9 = 0$, $x^2 - 2x - 2 = 0$ **তিনটি দ্বিঘাত সমীকরণ।**
ক. সমীকরণ তিনটিকে $ax^2 + bx + c = 0$ এর সাথে তুলনা করে a, b, c নির্ণয় কর। ২
খ. দেখাও যে, প্রথম দুটি সমীকরণের মধ্যে একটি সাধারণ মূল রয়েছে। ৪
গ. তৃতীয় সমীকরণটি সমাধান কর এবং সমীকরণগুলোর মূলদ্বয়ের প্রকৃতি বিশ্লেষণ কর। ৪

উত্তর: ক. ১ম সমীকরণে, $a = 1, b = -5, c = 6$
২য় সমীকরণে, $a = 1, b = -6, c = 9$
৩য় সমীকরণে, $a = 1, b = -2, c = -2$
গ. $x = 1 \pm \sqrt{3}$; ১ম সমীকরণের মূলদ্বয় বাস্তব, অসমান ও মূলদ।
২য় সমীকরণের মূলদ্বয় বাস্তবও পরস্পর সমান।
$\therefore$ ৩য় সমীকরণের মূলদ্বয় বাস্তব, অসমান ও অমূলদ হবে।

প্রশ্ন ▶ ১২ $x^2 - 5x + 6 = 0$, $7x - 2 - 3x^2 = 0$, $4x - 1 - x^2 = 0$ **তিনটি দ্বিঘাত সমীকরণ।**
ক. সমীকরণ তিনটিকে $ax^2 + bx + c = 0$ এর সাথে তুলনা করে a, b, c নির্ণয় কর। ২
খ. দেখাও যে, প্রথম দুইটি সমীকরণের মধ্যে একটি সাধারণ মূল রয়েছে। ৪
গ. তৃতীয় সমীকরণটি সমাধান কর এবং সমীকরণগুলোর মূলদ্বয়ের প্রকৃতি বিশ্লেষণ কর। ৪

উত্তর: ক. ১ম সমীকরণে $a = 1, b = -5, c = 6$
২য় সমীকরণে $a = -3, b = 7, c = -2$
২য় সমীকরণে $a = -1, b = 4, c = -1$

www.bdniyog.com

খ. প্রথম ও দ্বিতীয় সমীকরণের সাধারণ মূল একটি এবং তা হলো 2

গ. ৩য় সমীকরণের সমাধান $x = 2 - \sqrt{3}, 2 + \sqrt{3}$.

১ম সমীকরণের মূলদ্বয় বাস্তব, অসমান, মূলদ।

২য় সমীকরণের মূলদ্বয় বাস্তব, অসমান, মূলদ।

৩য় সমীকরণের মূলদ্বয় বাস্তব, অসমান, অমূলদ।

প্রশ্ন ▶ ১৩ $ax^2 + bx + c = 0$ **সমীকরণটি একচলক সম্বলিত সমীকরণ।** [ইস্পাহানি পাবলিক স্কুল এন্ড কলেজ, চট্টগ্রাম]

ক. সমীকরণটির সর্বোচ্চ ঘাত কত? ২

খ. সমীকরণটি সমাধান কর। ৪

গ. $a = 1, b = -8$ এবং $c = 16$ ধরে সমীকরণটির মূল নির্ণয় কর। ৪

উত্তর: ক. 2; **খ.** $x = \frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a}, \frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$; **গ.** 4, 4

প্রশ্ন ▶ ১৪ **এক চলক সম্বলিত দ্বিঘাত সমীকরণের একটি আদর্শ রূপ** $ax^2 + bx + c = 0$. [বিএন কলেজ, ঢাকা]

ক. $b^2 - 4ac$ কে সমীকরণটির কী বলে এবং $b^2 > 4ac$ হলে মূলদ্বয়ের ধরন ও প্রকৃতি কীরূপ হবে? ২

খ. উদ্দীপক থেকে সমীকরণের মূলদ্বয় নির্ণয় কর। ৪

গ. উদ্দীপকের সমীকরণের সাথে তুলনা করে $x^2 - x - \frac{1}{2} = 0$ সমীকরণটির মূলদ্বয় নির্ণয় কর। ৪

উত্তর:

ক. নিশ্চায়ক; বাস্তব, অসমান ও মূলদ বা অমূলদ;

খ. $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$;

গ. $\frac{1+\sqrt{3}}{2}, \frac{1-\sqrt{3}}{2}$

এ অংশে অধ্যায়ের গুরুত্বপূর্ণ তথ্য ও সূত্র, পরীক্ষার আগে যার উপর চোখ বুলিয়ে নেওয়া প্রয়োজন বা অবশ্যই মনে রাখতে হবে এমন বিষয়সমূহ একনজরে উল্লেখ করা হয়েছে। পরীক্ষার আগে এ বিষয়গুলো রিভিশন দিলে পরীক্ষায় নির্ভুলভাবে অঙ্ক সমাধান করতে পারবে।

- এক চলক বিশিষ্ট দ্বিঘাত সমীকরণের আদর্শরূপ:
  $ax^2 + bx + c = 0$ এখানে $a \neq 0$ এবং $a, b, c \in \mathbb{R}$
- $ax^2 + bx + c = 0$ এর সমাধানে x এর দুইটি মান হচ্ছে
  $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$
  অর্থাৎ $x_1 = \frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ এবং $x_2 = \frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$
- দ্বিঘাত সমীকরণের নিশ্চায়ক: $b^2 - 4ac$
- $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ সমীকরণে,
  $b^2 - 4ac = 0$ হলে $x = \frac{-b \pm 0}{2a}$ বা, $x = \frac{-b+0}{2a}$ এবং $\frac{-b-0}{2a}$
  $\therefore x = \frac{-b}{2a}, \frac{-b}{2a}$
  সুতরাং $b^2 - 4ac = 0$ হলে সমীকরণের মূলদ্বয় বাস্তব ও পরস্পর সমান।
- $b^2 - 4ac > 0$ হলে,
  $b^2 - 4ac = 9$ (ধরি) অর্থাৎ নিশ্চায়ক ধনাত্মক পূর্ণবর্গ সংখ্যা হলে
  $x = \frac{-b \pm \sqrt{9}}{2a} = \frac{-b+3}{2a}, \frac{-b-3}{2a}$
  সুতরাং $b^2 - 4ac > 0$ এবং পূর্ণবর্গ হলে মূলদ্বয় বাস্তব, অসমান ও মূলদ হবে
  যদি $b^2 - 4ac < 0$ অর্থাৎ ঋণাত্মক হলে মূলদ্বয় অবাস্তব হবে।
  এক্ষেত্রে মূলদ্বয় সবসময় দুইটি অনুবন্ধী জটিল বা কাল্পনিক সংখ্যা হয়।

এখানে অধ্যায়টির অনুশীলনী, বহুনির্বাচনি ও সৃজনশীল প্রশ্নগুলো বিশ্লেষণ করে স্টার মার্কসহ সাজেশন দেওয়া হয়েছে। পরীক্ষার আগে অবশ্যই এ অঙ্কগুলো সমাধান করবে। তাহলে পরীক্ষায় যেকোন অঙ্কের সমাধান সহজেই করতে পারবে।

সাজেশন | বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

	প্রশ্ন নম্বর
★★★	২, ৩, ৫, ৭, ৮, ৯, ১১, ১২, ১৩, ১৪, ১৬, ১৯, ২০, ২৩, ২৬, ৩০, ৩২, ৩৪, ৩৫, ৩৬, ৩৭, ৪১, ৪৫, ৪৬, ৪৭
★★	১০, ১৫, ১৭, ২২, ২৫, ২৮, ২৯, ৩৮, ৪০, ৪৮, ৪৯, ৫০, ৫১

সাজেশন | সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

	প্রশ্ন নম্বর
★★★	১, ৪, ৫, ৮
★★	৩, ৬, ৭

www.bdniyog.com

অধ্যায়-৫

সমীকরণ

অনুশীলনী-৫.২

অনুশীলনীটি পড়ে যা জানতে পারবে—

১. বর্গমূলবিশিষ্ট সমীকরণ চিহ্নিত
২. বর্গমূলবিশিষ্ট সমীকরণ সমাধান

PRACTICE

১০টি অনুশীলনীর প্রশ্ন |
৩৭টি বহুনির্বাচনি প্রশ্ন ■ ২২টি সাধারণ বহুনির্বাচনি ■ ৩টি বহুপদী সমাপ্তিসূচক ■ ১২টি অভিন্ন তথ্যভিত্তিক
৯টি সৃজনশীল প্রশ্ন ■ ১টি শ্রেণির কাজ ■ ৫টি মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত ■ ৩টি প্রশ্নব্যাংক

অনুশীলনীর অনুশীলনীর প্রশ্ন

সমাধান কর:

১. $\sqrt{x-4}+2=\sqrt{x+12}$

সমাধান: $\sqrt{x-4}+2=\sqrt{x+12}$

বা, $(\sqrt{x-4}+2)^2=(\sqrt{x+12})^2$ [উভয় পক্ষকে বর্গ করে]

বা, $x-4+4+2\sqrt{x-4}.2=x+12$

বা, $x+4\sqrt{x-4}=x+12$

বা, $4\sqrt{x-4}=x+12-x$

বা, $4\sqrt{x-4}=12$

বা, $\sqrt{x-4}=3$

বা, $(\sqrt{x-4})^2=3^2$ [পুনরায় উভয় পক্ষকে বর্গ করে]

বা, $x-4=9$

$\therefore$ $x=13$

শুদ্ধি পরীক্ষা:

$x=13$ হলে, বামপক্ষ $=\sqrt{13-4}+2$
$=\sqrt{9}+2=3+2=5$

ডানপক্ষ $=\sqrt{13+12}=\sqrt{25}=5$

$\therefore$ বামপক্ষ = ডানপক্ষ

$\therefore$ $x=13$ প্রদত্ত সমীকরণের বীজ।

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান: $x=13$

২. $\sqrt{11x-6}=\sqrt{4x+5}-\sqrt{x-1}$

সমাধান: $\sqrt{11x-6}=\sqrt{4x+5}-\sqrt{x-1}$

বা, $(\sqrt{11x-6})^2=(\sqrt{4x+5}-\sqrt{x-1})^2$
[উভয় পক্ষকে বর্গ করে]

বা, $11x-6=4x+5+x-1-2\sqrt{4x+5}\cdot\sqrt{x-1}$

বা, $11x-6-5x-4=-2\sqrt{(4x+5)(x-1)}$

বা, $6x-10=-2\sqrt{4x^2+x-5}$

বা, $2(3x-5)=-2\sqrt{4x^2+x-5}$

বা, $3x-5=-\sqrt{4x^2+x-5}$ [উভয় পক্ষকে 2 দ্বারা ভাগ করে]

বা, $(3x-5)^2=\left(-\sqrt{4x^2+x-5}\right)^2$
[পুনরায় উভয় পক্ষকে বর্গ করে]

বা, $9x^2-30x+25=4x^2+x-5$

বা, $9x^2-30x+25-4x^2-x+5=0$

বা, $5x^2-31x+30=0$

বা, $5x^2-6x-25x+30=0$

বা, $x(5x-6)-5(5x-6)=0$

বা, $(5x-6)(x-5)=0$

হয় $5x-6=0$ অথবা, $x-5=0$

$\therefore$ $x=\frac{6}{5}$ বা, $x=5$

শুদ্ধি পরীক্ষা:

$x=\frac{6}{5}$ হলে, প্রদত্ত সমীকরণের

বামপক্ষ $=\sqrt{11\times\frac{6}{5}-6}=\sqrt{\frac{66-30}{5}}$

$=\sqrt{\frac{36}{5}}=\frac{6}{\sqrt{5}}$

ডানপক্ষ $=\sqrt{4\cdot\frac{6}{5}+5}-\sqrt{\frac{6}{5}-1}$

$=\sqrt{\frac{24+25}{5}}-\sqrt{\frac{6-5}{5}}$

$=\sqrt{\frac{49}{5}}-\sqrt{\frac{1}{5}}$

$=\frac{7}{\sqrt{5}}-\frac{1}{\sqrt{5}}=\frac{6}{\sqrt{5}}$

$\therefore$ বামপক্ষ = ডানপক্ষ

$\therefore$ $x=\frac{6}{5}$ প্রদত্ত সমীকরণের বীজ।

আবার, $x=5$ হলে প্রদত্ত সমীকরণের

বামপক্ষ $=\sqrt{11\cdot5-6}=\sqrt{55-6}=\sqrt{49}=7$

ডানপক্ষ $=\sqrt{4\cdot5+5}-\sqrt{5-1}=\sqrt{25}-\sqrt{4}=5-2=3$

$\therefore$ বামপক্ষ $\neq$ ডানপক্ষ

$\therefore$ $x=5$ প্রদত্ত সমীকরণের বীজ নয়।

নির্ণেয় সমাধান: $x=\frac{6}{5}$

www.bdniyog.com

৩. $\sqrt{2x+7}+\sqrt{3x-18}=\sqrt{7x+1}$

সমাধান: $\sqrt{2x+7}+\sqrt{3x-18}=\sqrt{7x+1}$

বা, $\left(\sqrt{2x+7}+\sqrt{3x-18}\right)^2=\left(\sqrt{7x+1}\right)^2$ [উভয় পক্ষকে বর্গ করে]

বা, $2x+7+3x-18+2\sqrt{2x+7}\cdot\sqrt{3x-18}=7x+1$

বা, $2\sqrt{2x+7}\cdot\sqrt{3x-18}=7x+1-5x+11$

বা, $2\sqrt{6x^2-15x-126}=2x+12$

বা, $2\sqrt{6x^2-15x-126}=2(x+6)$

বা, $\sqrt{6x^2-15x-126}=x+6$ [উভয় পক্ষকে 2 দ্বারা ভাগ করে]

বা, $\left(\sqrt{6x^2-15x-126}\right)^2=(x+6)^2$ [পুনরায় উভয় পক্ষকে বর্গ করে]

বা, $6x^2-15x-126=x^2+12x+36$

বা, $6x^2-15x-126-x^2-12x-36=0$

বা, $5x^2-27x-162=0$

বা, $5x^2-45x+18x-162=0$

বা, $5x(x-9)+18(x-9)=0$

বা, $(x-9)(5x+18)=0$

হয় $(x-9)=0$ অথবা, $5x+18=0$

$x=9$ $\therefore x=-\frac{18}{5}$

শুদ্ধি পরীক্ষা:

$x=9$ হলে, প্রদত্ত সমীকরণের

বামপক্ষ $=\sqrt{2\cdot9+7}+\sqrt{3\cdot9-18}$
$=\sqrt{18+7}+\sqrt{27-18}$
$=\sqrt{25}+\sqrt{9}$
$=5+3$
$=8$

ডানপক্ষ $=\sqrt{7\cdot9+1}$
$=\sqrt{63+1}$
$=\sqrt{64}=8$

$\therefore$ বামপক্ষ = ডানপক্ষ

$\therefore$ $x=9$ প্রদত্ত সমীকরণের বীজ।

আবার, $x=-\frac{18}{5}$ হলে প্রদত্ত সমীকরণের

বামপক্ষ $=\sqrt{2\left(-\frac{18}{5}\right)+7}+\sqrt{3\left(-\frac{18}{5}\right)-18}$

$=\sqrt{7-\frac{36}{5}}+\sqrt{-\frac{54}{5}-18}$

$=\sqrt{\frac{35-36}{5}}+\sqrt{\frac{-54-90}{5}}$

$=\sqrt{\frac{-1}{5}}+\sqrt{-\frac{144}{5}}$, যা অবাস্তব।

বামপক্ষ $\neq$ ডানপক্ষ

$x=-\frac{18}{5}$ প্রদত্ত সমীকরণের বীজ নয়।

নির্ণেয় সমাধান: $x=9$

৪. $\sqrt{x+4}+\sqrt{x+11}=\sqrt{8x+9}$

সমাধান: $\sqrt{x+4}+\sqrt{x+11}=\sqrt{8x+9}$

বা, $\left(\sqrt{x+4}+\sqrt{x+11}\right)^2=\left(\sqrt{8x+9}\right)^2$ [বর্গ করে]

বা, $x+4+2\sqrt{(x+4)(x+11)}+x+11=8x+9$

বা, $x+4+x+11-8x-9=-2\sqrt{(x+4)(x+11)}$

বা, $-6x+6=-2\sqrt{x^2+15x+44}$

বা, $-2(3x-3)=-2\sqrt{x^2+15x+44}$

বা, $3x-3=\sqrt{x^2+15x+44}$

বা, $(3x-3)^2=\left(\sqrt{x^2+15x+44}\right)^2$ [পুনরায় বর্গ করে]

বা, $9x^2-18x+9=x^2+15x+44$

বা, $9x^2-x^2-18x-15x+9-44=0$

বা, $8x^2-33x-35=0$

বা, $8x^2-40x+7x-35=0$

বা, $8x(x-5)+7(x-5)=0$

বা, $(x-5)(8x+7)=0$

হয়, $x-5=0$ অথবা, $8x+7=0$

$\therefore x=5$ $\therefore x=\frac{-7}{8}$

শুদ্ধি পরীক্ষা:

এখন $x=5$ হলে,

প্রদত্ত সমীকরণের বামপক্ষ $=\sqrt{5+4}+\sqrt{5+11}$
$=3+4=7$

এবং ডানপক্ষ $=\sqrt{8\times5+9}=\sqrt{49}=7$

$\therefore$ বামপক্ষ = ডানপক্ষ

$\therefore$ $x=5$ প্রদত্ত সমীকরণের একটি বীজ।

আবার, $x=\frac{-7}{8}$ হলে, প্রদত্ত সমীকরণের

বামপক্ষ $=\sqrt{\frac{-7}{8}+4}+\sqrt{\frac{-7}{8}+11}$

$=\sqrt{\frac{-7+32}{8}}+\sqrt{\frac{-7+88}{8}}$

$=\sqrt{\frac{25}{8}}+\sqrt{\frac{81}{8}}$

$=\frac{5}{\sqrt{8}}+\frac{9}{\sqrt{8}}=\frac{14}{\sqrt{8}}=\frac{14}{2\sqrt{2}}=\frac{7}{\sqrt{2}}$

এবং ডানপক্ষ $=\sqrt{8\left(\frac{-7}{8}\right)+9}=\sqrt{-7+9}=\sqrt{2}$

বামপক্ষ $\neq$ ডানপক্ষ

$x=\frac{-7}{8}$, প্রদত্ত সমীকরণের বীজ নয়

নির্ণেয় সমাধান: $x=5$

৫. $\sqrt{11x-6}=\sqrt{4x+5}+\sqrt{x-1}$

সমাধান: $\sqrt{11x-6}=\sqrt{4x+5}+\sqrt{x-1}$

বা, $\left(\sqrt{11x-6}\right)^2=\left(\sqrt{4x+5}+\sqrt{x-1}\right)^2$ [উভয় পক্ষকে বর্গ করে]

বা, $11x-6=4x+5+x-1+2\sqrt{4x+5}\cdot\sqrt{x-1}$

বা, $11x-6-5x-4=2\sqrt{4x^2+x-5}$

বা, $6x-10=2\sqrt{4x^2+x-5}$

বা, $2(3x-5)=2\sqrt{4x^2+x-5}$

বা, $3x-5=\sqrt{4x^2+x-5}$

www.bdniyog.com

বা, $(3x-5)^2 = \left(\sqrt{4x^2+x-5}\right)^2$

[পুনরায় উভয় পক্ষকে বর্গ করে]

বা, $9x^2-30x+25 = 4x^2+x-5$

বা, $9x^2-30x+25-4x^2-x+5 = 0$

বা, $5x^2-31x+30 = 0$

বা, $5x^2-6x-25x+30 = 0$

বা, $x(5x-6)-5(5x-6) = 0$

বা, $(5x-6)(x-5) = 0$

হয়, $5x-6 = 0$ অথবা, $x-5 = 0$

$\therefore x = \frac{6}{5}$ $\therefore x = 5$

শুদ্ধি পরীক্ষা:

$x = \frac{6}{5}$ হলে প্রদত্ত সমীকরণের

বামপক্ষ $= \sqrt{11\times\frac{6}{5}-6} = \sqrt{\frac{66}{5}-6}$

$= \sqrt{\frac{66-30}{5}}$

$= \sqrt{\frac{36}{5}} = \frac{6}{\sqrt{5}}$

ডানপক্ষ $= \sqrt{4\times\frac{6}{5}+5}+\sqrt{\frac{6}{5}-1}$

$= \sqrt{\frac{24}{5}+5}+\sqrt{\frac{6-5}{5}}$

$= \sqrt{\frac{24+25}{5}}+\sqrt{\frac{1}{5}}$

$= \sqrt{\frac{49}{5}}+\sqrt{\frac{1}{5}}$

$= \frac{7}{\sqrt{5}}+\frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{8}{\sqrt{5}}$

$\therefore$ বামপক্ষ $\neq$ ডানপক্ষ

$\therefore x = \frac{6}{5}$ প্রদত্ত সমীকরণের বীজ নয়।

আবার, $x = 5$ হলে প্রদত্ত সমীকরণের

বামপক্ষ $= \sqrt{11\times5-6}$

$= \sqrt{55-6}$

$= \sqrt{49}$

$= 7$

ডানপক্ষ $= \sqrt{4\times5+5}+\sqrt{5-1}$

$= \sqrt{20+5}+\sqrt{4}$

$= \sqrt{25}+\sqrt{4}$

$= 5+2$

$= 7$

$\therefore$ বামপক্ষ $=$ ডানপক্ষ

$\therefore$ $x = 5$ প্রদত্ত সমীকরণের বীজ।

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান: $x = 5$

৬. $\sqrt{x^2+4x-4}+\sqrt{x^2+4x-10} = 6$

সমাধান: $\sqrt{x^2+4x-4}+\sqrt{x^2+4x-10} = 6$

বা, $\sqrt{y-4}+\sqrt{y-10} = 6$ [$x^2+4x = y$ ধরে]

বা, $\sqrt{y-4} = 6-\sqrt{y-10}$

বা, $\left(\sqrt{y-4}\right)^2 = \left(6-\sqrt{y-10}\right)^2$ [উভয় পক্ষকে বর্গ করে]

বা, $y-4 = 36-2\cdot6\sqrt{y-10}+y-10$

বা, $y-4-36-y+10 = -12\sqrt{y-10}$

বা, $-30 = -12\sqrt{y-10}$

বা, $12\sqrt{y-10} = 30$

বা, $2\sqrt{y-10} = 5$ [উভয় পক্ষকে 6 দ্বারা ভাগ করে]

বা, $\left(2\sqrt{y-10}\right)^2 = (5)^2$ [পুনরায় উভয় পক্ষকে বর্গ করে]

বা, $4(y-10) = 25$

বা, $4y-40-25 = 0$

বা, $4y = 65$

বা, $4(x^2+4x) = 65$ [y এর মান বসিয়ে]

বা, $4x^2+16x-65 = 0$

বা, $4x^2+26x-10x-65 = 0$

বা, $2x(2x+13)-5(2x+13) = 0$

বা, $(2x+13)(2x-5) = 0$

হয় $(2x+13) = 0$ অথবা, $2x-5 = 0$

$\therefore x = -\frac{13}{2}$ $\therefore x = \frac{5}{2}$

শুদ্ধি পরীক্ষা:

$x = -\frac{13}{2}$ হলে প্রদত্ত সমীকরণের

বামপক্ষ $= \sqrt{\left(-\frac{13}{2}\right)^2+4\left(-\frac{13}{2}\right)-4}+\sqrt{\left(-\frac{13}{2}\right)^2+4\left(-\frac{13}{2}\right)-10}$

$= \sqrt{\frac{169}{4}-26-4}+\sqrt{\frac{169}{4}-26-10}$

$= \sqrt{\frac{169}{4}-30}+\sqrt{\frac{169}{4}-36}$

$= \sqrt{\frac{169-120}{4}}+\sqrt{\frac{169-144}{4}}$

$= \sqrt{\frac{49}{4}}+\sqrt{\frac{25}{4}} = \frac{7}{2}+\frac{5}{2}$

$= 6 =$ ডানপক্ষ

আবার, $x = \frac{5}{2}$ হলে প্রদত্ত সমীকরণের

বামপক্ষ $= \sqrt{\left(\frac{5}{2}\right)^2+4\left(\frac{5}{2}\right)-4}+\sqrt{\left(\frac{5}{2}\right)^2+4\left(\frac{5}{2}\right)-10}$

$= \sqrt{\frac{25}{4}+6}+\sqrt{\frac{25}{4}}$

$= \sqrt{\frac{49}{4}}+\sqrt{\frac{25}{4}}$

$= \frac{7}{2}+\frac{5}{2}$

$= 6 =$ ডানপক্ষ

নির্ণেয় সমাধান: $x = -\frac{13}{2}, \frac{5}{2}$

www.bdniyog.com

৭. $\sqrt{x^2-6x+9}-\sqrt{x^2-6x+6}=1$

সমাধান: $\sqrt{x^2-6x+9}-\sqrt{x^2-6x+6}=1$

বা, $\sqrt{y+9}-\sqrt{y+6}=1$ [$x^2-6x=y$ ধরে]

বা, $\sqrt{y+9}=1+\sqrt{y+6}$

বা, $(\sqrt{y+9})^2=(1+\sqrt{y+6})^2$ [উভয় পক্ষকে বর্গ করে]

বা, $y+9=1+2\cdot1\cdot\sqrt{y+6}+y+6$

বা, $y+9-1-y-6=2\sqrt{y+6}$

বা, $2=2\sqrt{y+6}$

বা, $2\sqrt{y+6}=2$

বা, $\sqrt{y+6}=1$ [উভয় পক্ষকে 2 দ্বারা ভাগ করে]

বা, $(\sqrt{y+6})^2=(1)^2$ [পুনরায় উভয় পক্ষকে বর্গ করে]

বা, $y+6=1$

বা, $y+6-1=0$

বা, $y+5=0$

বা, $x^2-6x+5=0$ [y এর মান বসিয়ে]

বা, $x^2-5x-x+5=0$

বা, $x(x-5)-1(x-5)=0$

বা, $(x-1)(x-5)=0$

হয়, $x-1=0$ অথবা, $x-5=0$

$\therefore x=1$ $\therefore x=5$

শুদ্ধি পরীক্ষা:

আবার, $x=5$ হলে প্রদত্ত সমীকরণের

বামপক্ষ $=\sqrt{5^2-6\cdot5+9}-\sqrt{5^2-6\cdot5+6}$

$=\sqrt{25-30+9}-\sqrt{25-30+6}$

$=\sqrt{4}-\sqrt{1}$

$=2-1=1=$ ডানপক্ষ

$\therefore$ $x=5$, প্রদত্ত সমীকরণটির একটি বীজ।

আবার, $x=1$ হলে প্রদত্ত সমীকরণের

বামপক্ষ $=\sqrt{1^2-6\cdot1+9}-\sqrt{1^2-6\cdot1+6}$

$=\sqrt{1-6+9}-\sqrt{1-6+6}$

$=\sqrt{4}-\sqrt{1}$

$=2-1$

$=1=$ ডানপক্ষ

$\therefore$ $x=1$, প্রদত্ত সমীকরণটির একটি বীজ।

নির্ণেয় সমাধান: $x=5, 1$

৮. $\sqrt{2x^2+5x-2}-\sqrt{2x^2+5x-9}=1$

সমাধান: $\sqrt{2x^2+5x-2}-\sqrt{2x^2+5x-9}=1$

বা, $\sqrt{y-2}-\sqrt{y-9}=1$ [$2x^2+5x=y$ ধরে]

বা, $\sqrt{y-2}=1+\sqrt{y-9}$

বা, $(\sqrt{y-2})^2=(1+\sqrt{y-9})^2$ [উভয় পক্ষকে বর্গ করে]

বা, $y-2=1+y-9+2\sqrt{y-9}$

বা, $y-2-1-y+9=2\sqrt{y-9}$

বা, $6=2\sqrt{y-9}$

বা, $3=\sqrt{y-9}$ [উভয় পক্ষকে 2 দ্বারা ভাগ করে]

বা, $(3)^2=(\sqrt{y-9})^2$ [পুনরায় উভয় পক্ষকে বর্গ করে]

বা, $9=y-9$

বা, $y-9-9=0$

বা, $y-18=0$

বা, $2x^2+5x=18$

বা, $2x^2+5x-18=0$ [y এর মান বসিয়ে]

বা, $2x^2+9x-4x-18=0$

বা, $x(2x+9)-2(2x+9)=0$

বা, $(x-2)(2x+9)=0$

হয় $x-2=0$ অথবা, $2x+9=0$

$x=2$ $x=-\frac{9}{2}$

শুদ্ধি পরীক্ষা:

$x=2$ হলে প্রদত্ত সমীকরণের

বামপক্ষ $=\sqrt{2\cdot2^2+5\cdot2-2}-\sqrt{2\cdot2^2+5\cdot2-9}$

$=\sqrt{8+10-2}-\sqrt{8+10-9}$

$=\sqrt{16}-\sqrt{9}$

$=4-3$

$=1=$ ডানপক্ষ

$\therefore$ $x=2$, প্রদত্ত সমীকরণটির একটি বীজ।

আবার, $x=-\frac{9}{2}$ হলে প্রদত্ত সমীকরণের

বামপক্ষ $=\sqrt{2\left(-\frac{9}{2}\right)^2+5\left(-\frac{9}{2}\right)-2}-\sqrt{2\left(-\frac{9}{2}\right)^2+5\left(-\frac{9}{2}\right)-9}$

$=\sqrt{\frac{81}{2}-\frac{45}{2}-2}-\sqrt{\frac{81}{2}-\frac{45}{2}-9}$

$=\sqrt{\frac{81-45-4}{2}}-\sqrt{\frac{81-45-18}{2}}$

$=\sqrt{\frac{32}{2}}-\sqrt{\frac{18}{2}}$

$=\sqrt{16}-\sqrt{9}$

$=4-3$

$=1=$ ডানপক্ষ

$\therefore x=-\frac{9}{2}$, প্রদত্ত সমীকরণটির একটি বীজ।

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান: $x=2, -\frac{9}{2}$

৯. $6\sqrt{\left(\frac{2x}{x-1}\right)}+5\sqrt{\left(\frac{x-1}{2x}\right)}=13$

সমাধান: $6\sqrt{\left(\frac{2x}{x-1}\right)}+5\sqrt{\left(\frac{x-1}{2x}\right)}=13$

$\frac{2x}{x-1}=a^2$ ধরা হলে প্রদত্ত সমীকরণ দাঁড়ায়

$6\sqrt{a^2}+5\sqrt{\frac{1}{a^2}}=13$ [$\because \frac{2x}{x-1}=a^2$ হলে $\frac{x-1}{2x}=\frac{1}{a^2}$]

www.bdniyog.com

বা, $6a + \frac{5}{a} = 13$

বা, $6a^2 + 5 = 13a$

বা, $6a^2 - 13a + 5 = 0$

বা, $6a^2 - 10a - 3a + 5 = 0$

বা, $2a(3a - 5) - 1(3a - 5) = 0$

বা, $(3a - 5)(2a - 1) = 0$

হয় $3a - 5 = 0$ অথবা, $2a - 1 = 0$

বা, $3a = 5$ বা, $2a = 1$

$\therefore a = \frac{5}{3}$ $\therefore a = \frac{1}{2}$

$a = \frac{5}{3}$ হলে আমরা পাই,

$$\sqrt{\frac{2x}{x-1}} = \frac{5}{3}$$

বা, $\frac{2x}{x-1} = \frac{25}{9}$

বা, $25x - 25 = 18x$

বা, $25x - 18x = 25$

বা, $7x = 25$

$\therefore x = \frac{25}{7}$

আবার, $a = \frac{1}{2}$ হলে আমরা পাই,

$$\sqrt{\frac{2x}{x-1}} = \frac{1}{2}$$

বা, $\frac{2x}{x-1} = \frac{1}{4}$

বা, $8x = x - 1$

বা, $7x = -1$

$\therefore x = -\frac{1}{7}$

শুদ্ধি পরীক্ষা:

$x = \frac{25}{7}$ হলে প্রদত্ত সমীকরণের

বামপক্ষ $= 6\sqrt{\frac{2\cdot\frac{25}{7}}{\frac{25}{7}-1}} + 5\sqrt{\frac{\frac{25}{7}-1}{2\cdot\frac{25}{7}}}$

$= 6\sqrt{\frac{50}{18}} + 5\sqrt{\frac{18}{50}}$

$= 6\sqrt{\frac{25}{9}} + 5\sqrt{\frac{9}{25}}$

$= \frac{6\cdot5}{3} + \frac{5\cdot3}{5}$

$= 10 + 3$

$= 13$

$=$ ডানপক্ষ

$\therefore x = \frac{25}{7}$, প্রদত্ত সমীকরণটির একটি বীজ।

$x = -\frac{1}{7}$ হলে, প্রদত্ত সমীকরণের

বামপক্ষ $= 6\sqrt{\frac{2\left(-\frac{1}{7}\right)}{-\frac{1}{7}-1}} + 5\sqrt{\frac{-\frac{1}{7}-1}{2\left(-\frac{1}{7}\right)}}$

$= 6\sqrt{\frac{\frac{-2}{7}}{\frac{-8}{7}}} + 5\sqrt{\frac{\frac{-8}{7}}{\frac{-2}{7}}}$

$= 6\sqrt{\frac{1}{4}} + 5\sqrt{4}$

$= 6.\frac{1}{2} + 5.2$

$= 3 + 10$

$= 13 =$ ডানপক্ষ

$\therefore x = -\frac{1}{7}$, প্রদত্ত সমীকরণটির একটি বীজ।

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান: $x = \frac{25}{7}, -\frac{1}{7}$

১০. $\sqrt{\left(\frac{x-1}{3x+2}\right)} + 2\sqrt{\left(\frac{3x+2}{x-1}\right)} = 3$

সমাধান: $\sqrt{\left(\frac{x-1}{3x+2}\right)} + 2\sqrt{\left(\frac{3x+2}{x-1}\right)} = 3$

$\frac{x-1}{3x+2} = a^2$ ধরা হলে প্রদত্ত সমীকরণ দাঁড়ায়

$$\sqrt{a^2} + 2\sqrt{\frac{1}{a^2}} = 3 \left[\because \frac{x-1}{3x+2} = a^2 \text{ হলে } \frac{3x+2}{x-1} = \frac{1}{a^2}\right]$$

বা, $a + \frac{2}{a} = 3$

বা, $a^2 + 2 = 3a$

বা, $a^2 - 3a + 2 = 0$

বা, $a^2 - 2a - a + 2 = 0$

বা, $a(a-2) - 1(a-2) = 0$

বা, $(a-1)(a-2) = 0$

হয়, $a - 1 = 0$ অথবা, $a - 2 = 0$

$\therefore a = 1$ $\therefore a = 2$

$a = 2$ হলে আমরা পাই,

$$\sqrt{\frac{x-1}{3x+2}} = 2$$

বা, $\frac{x-1}{3x+2} = 4$ [বর্গ করে]

বা, $x - 1 = 12x + 8$

বা, $11x = -9$

$\therefore x = -\frac{9}{11}$

আবার, $a = 1$ হলে আমরা পাই,

$$\sqrt{\frac{x-1}{3x+2}} = 1$$

বা, $\frac{x-1}{3x+2} = 1^2$ বা, $3x + 2 = x - 1$

বা, $3x - x = -1 - 2$ $\therefore x = -\frac{3}{2}$

www.bdniyog.com

শুদ্ধি পরীক্ষা: $x = -\frac{9}{11}$

বামপক্ষ $= \sqrt{\dfrac{-\frac{9}{11}-1}{3\left(-\frac{9}{11}\right)+2}} + 2\sqrt{\dfrac{3\left(-\frac{9}{11}\right)+2}{-\frac{9}{11}-1}}$

$= \sqrt{\dfrac{\frac{-9-11}{11}}{\frac{-27+22}{11}}} + 2\sqrt{\dfrac{\frac{-27+22}{11}}{\frac{-9-11}{11}}}$

$= \sqrt{\frac{-20}{11} \times \frac{11}{-5}} + 2\sqrt{\frac{-5}{11} \times \frac{11}{-20}}$

$= \sqrt{4} + 2\sqrt{\frac{1}{4}}$

$= 2 + 2.\frac{1}{2}$

$= 2 + 1$

$= 3$

= ডানপক্ষ

আবার, $x = -\frac{3}{2}$ হলে,

বামপক্ষ $= \sqrt{\dfrac{-\frac{3}{2}-1}{3\left(\frac{-3}{2}\right)+2}} + 2\sqrt{\dfrac{3\left(\frac{-3}{2}\right)+2}{-\frac{3}{2}-1}}$

$= \sqrt{\dfrac{\frac{-3-2}{2}}{\frac{-9+4}{2}}} + 2\sqrt{\dfrac{\frac{-9+4}{2}}{\frac{-3-2}{2}}}$

$= \sqrt{\frac{-5}{2} \times \frac{2}{-5}} + 2\sqrt{\frac{-5}{2} \times \frac{2}{-5}}$

$= \sqrt{1} + 2\sqrt{1}$

$= 3$

= ডানপক্ষ

নির্ণেয় সমাধান: $x = -\frac{9}{11}, -\frac{3}{2}$

মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত সৃজনশীল বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

৫.২ মূল চিহ্ন সম্বলিত সমীকরণ: | Text পৃষ্ঠা-৯৪

- মূলচিহ্ন সম্বলিত সমীকরণ সমাধান প্রক্রিয়ায় প্রাপ্ত বীজগুলোর শুদ্ধি পরীক্ষা করতে হবে।
- চলকের যে মান বা মানগুলোর জন্য সমীকরণের উভয় পক্ষ সমান হয় ঐ মান বা মানগুলোই সমীকরণের বীজ।
- সমীকরণের সমাধানে প্রাপ্ত যে সব বীজ সমীকরণকে সিদ্ধ করে না সেগুলো অবান্তর বীজ।

১. $\sqrt{4x^2 + 18x - 90} = 2x$ **সমীকরণের মূল কয়টি?** (মধ্যম)

ক 0 খ 1 গ 2 ঘ অসংখ্য — খ

ব্যাখ্যা: $4x^2 + 18x - 90 = 4x^2$ বা, $18x = 90$ [যা একঘাত সমীকরণ]

২. $\sqrt{x - 10} = 4$ **সমীকরণের মূল কোনটি?** (সহজ) [বরগুনা জিলা স্কুল, বরগুনা]

ক −16 খ 16 গ 26 ঘ 36 — গ

৩. $\sqrt{\frac{x-1}{2x}} = 0$ **সমীকরণের মূল নিচের কোনটি?** (সহজ)

ক −1 খ 0 গ 1 ঘ 2 — গ

ব্যাখ্যা: $\frac{x-1}{2x} = 0$ বা, $x - 1 = 0$ বা, $x = 1$.

৪. $\sqrt{8y + 16} = \sqrt{10y}$ **সমীকরণের মূল কোনটি?** (মধ্যম)

ক 8 খ 4 গ −4 ঘ −8 — ক

ব্যাখ্যা: $8y + 16 = 10y$ বা, $2y = 16$ বা, $y = 8$.

৫. $\sqrt{2x + 1} = 3$ **সমীকরণের মূল নিচের কোনটি?** (মধ্যম) [ঝিনাইদহ সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, ঝিনাইদহ;বি. এন কলেজ, ঢাকা]

ক −4 খ −2 গ 2 ঘ 4 — ঘ

ব্যাখ্যা: $2x + 1 = 9$ বা, $x = 4$.

৬. **নিচের কোনটি** $\sqrt{x - 4} + 2 = \sqrt{x + 12}$ **সমীকরণের একটি মূল?** (মধ্যম) [রাজশাহী গভঃ ল্যাবরেটরী হাই স্কুল, রাজশাহী]

ক 3 খ 4 গ 12 ঘ 13 — ঘ

ব্যাখ্যা: $x = 13$ হলে, বামপক্ষ $= \sqrt{13 - 4} + 2 = \sqrt{9} + 2 = 3 + 2 = 5$; ডানপক্ষ $= \sqrt{13 + 12} = 5$

৭. **নিচের কোনটি** $\sqrt{8x + 9} - \sqrt{2x + 15} = \sqrt{2x - 6}$ **সমীকরণের একটি মূল?** (কঠিন) [রাজশাহী গভঃ ল্যাবরেটরী হাই স্কুল, রাজশাহী; ময়মনসিংহ জিলা স্কুল, ময়মনসিংহ]

ক −5 খ 0 গ 5 ঘ 6 — গ

৮. $\sqrt{11x - 6} = 0$ **সমীকরণটির সমাধান কত?** (সহজ)

ক 11 খ 6 গ $\frac{6}{11}$ ঘ $-\frac{6}{11}$ — গ

ব্যাখ্যা: $11x = 6$ বা, $x = \frac{6}{11}$.

৯. $\sqrt{x^2 - 2} = 3$ **সমীকরণের সমাধান কী?** (মধ্যম)

ক $-\sqrt{11}$ খ $\sqrt{11}$ গ $\pm\sqrt{11}$ ঘ 11 — গ

১০. $\sqrt{x + 5} - 1 = 0$ **সমীকরণের সমাধান নিচের কোনটি?** (সহজ) [শেরপুর সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, শেরপুর; ভি. জে সরকারি মাধ্যমিক বিদ্যালয়, চুয়াডাঙ্গা]

ক $x = -6$ খ $x = -5$ গ $x = -4$ ঘ $x = 0$ — গ

ব্যাখ্যা: $\sqrt{x + 5} = 1$ বা, $x + 5 = 1$ [বর্গ করে] $\therefore x = -4$

১১. $\sqrt{\frac{x}{x + 16}} = 0$ **সমীকরণটির সমাধান কত?** (সহজ)

ক −16 খ 0 গ 16 ঘ 17 — খ

১২. $\sqrt{11x - 6} = \sqrt{x - 1}$ **সমীকরণটির সমাধান কত?** (মধ্যম)

ক $-\frac{1}{2}$ খ $\frac{1}{2}$ গ 2 ঘ 10 — খ

ব্যাখ্যা: $11x - 6 = x - 1$ বা, $10x = 5$ বা, $x = \frac{1}{2}$.

১৩. $\sqrt{11x - 6} = -\sqrt{x - 1}$ **সমীকরণটির সমাধান কত?** (মধ্যম)

ক 10 খ 5 গ 2 ঘ $\frac{1}{2}$ — ঘ

ব্যাখ্যা: $11x - 6 = x - 1$ বা, $10x = 5$ বা, $x = \frac{1}{2}$.

১৪. $\sqrt{x + 4} = \sqrt{8x + 9}$ **সমীকরণটির সমাধান কত?** (মধ্যম)

ক $\frac{-5}{7}$ খ $\frac{5}{7}$ গ 5 ঘ 7 — ক

ব্যাখ্যা: $x + 4 = 8x + 9$ বা, $7x + 5 = 0$ বা, $x = \frac{-5}{7}$.

www.bdniyog.com

১৫. $\sqrt{x^2+1}=\sqrt{2x}$ সমীকরণটির সমাধান কত? (সহজ)

ক −1 খ 1 গ 1, 1 ঘ 2, 2 **গ**

ব্যাখ্যা: $x^2+1=2x$ বা, $x^2-2x+1=0$

১৬. $4\sqrt{x+5}=x+8$ সমীকরণটির সমাধান কত? (মধ্যম)

ক −4 খ 4 গ ±4 ঘ 16 **গ**

ব্যাখ্যা: $16(x+5)=x^2+16x+64$ বা, $x^2+64=80$
বা, $x^2=16$ বা, $x=\pm4$.

১৭. $(1-x)^{\frac{1}{2}}=4$ হলে x এর মান কত? (মধ্যম)

ক −15 খ 15 গ 16 ঘ 25 **ক**

ব্যাখ্যা: $1-x=16$ বা, $x=-15$

১৮. $-\sqrt{2x^2+5x-9}=1$ সমীকরণটির সমাধান কত? (মধ্যম)

ক $\frac{-5+\sqrt{-105}}{4}$ খ $\frac{-5-\sqrt{-105}}{4}$
গ $\frac{-5\pm\sqrt{105}}{4}$ ঘ $\frac{5\pm\sqrt{105}}{4}$ **গ**

ব্যাখ্যা: $2x^2+5x-9=1$ বা, $2x^2+5x-10=0$
$\therefore x=\frac{-5\pm\sqrt{25+80}}{2.2}=\frac{-5\pm\sqrt{105}}{4}$.

১৯. $\sqrt{x^2-6x+9}-\sqrt{x^2-7x+6}=0$ সমীকরণটির সমাধান কত? (মধ্যম) [বীণাপাণি সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, গোপালগঞ্জ]

ক −3 খ 0 গ 3 ঘ 6 **ক**

ব্যাখ্যা: $x^2-6x+9=x^2-7x+6$ বা, $x+3=0$ বা, $x=-3$

২০. $(1+x)^{\frac{1}{3}}=2$ হলে x এর মান কত? (মধ্যম) [সাতক্ষীরা সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, সাতক্ষীরা; সাবেরা সোবহান সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, ব্রাহ্মণবাড়ীয়া; শেরপুর সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, শেরপুর; কাদিরাবাদ ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল, নাটোর]

ক 1 খ 2 গ 3 ঘ 7 **ঘ**

ব্যাখ্যা: $(1+x)^{\frac{1}{3}}=2$ বা, $1+x=2^3$, বা, $x=8-1=7$

২১. $\sqrt[3]{\frac{x-1}{3x+2}}=2$ সমীকরণটির সমাধান কত? (মধ্যম)

ক 23 খ 17 গ $\frac{17}{23}$ ঘ $\frac{-17}{23}$ **ঘ**

ব্যাখ্যা: $\frac{x-1}{3x+2}=8$ বা, $24x+16=x-1$ বা, $23x=-17$
বা, $x=\frac{-17}{23}$

২২. $(1+x)^{\frac{1}{3}}(1-x)^{\frac{1}{3}}=0$ সমীকরণটির সমাধান নিচের কোনটি? (সহজ) [এ.কে স্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা]

ক 0 খ ±1 গ 2 ঘ $\frac{1}{3}$ **খ**

২৩. $\sqrt{2x^2-9}=x$ সমীকরণের—
i. মূল 3, −3.
ii. বর্গকৃত সমীকরণের মূল 3, −3.
iii. অবান্তর মূল আছে।
নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **গ**

ব্যাখ্যা: $x=-3$ হলে, বামপক্ষ $=\sqrt{2(-3)^2-9}=\sqrt{9}=3$
ও ডানপক্ষ $=-3$
∴ −3 সমীকরণের অবান্তর মূল।

২৪. $\sqrt{x^2+4}=2\sqrt{x}$ হলে— [শেরপুর সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, শেরপুর; ময়মনসিংহ জিলা স্কুল, ময়মনসিংহ]
i. $x=-2$
ii. $x=2$
iii. $(x-2)^2=0$
নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **গ**

ব্যাখ্যা: বর্গ করে, $x^2+4=4x$ বা, $x^2-4x+4=0$
বা, $(x-2)^2=0$ ∴ $x=2$

২৫. $\sqrt{x+9}-\sqrt{x+6}=1$ হলে— [রাজশাহী গভঃ ল্যাবরেটরী হাই স্কুল, রাজশাহী]
i. $(x+7)=\sqrt{(x+9)(x+6)}$
ii. $x\neq5$
iii. $x=-6$
নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **ক**

ব্যাখ্যা: (i) বর্গ করে, $x+9-2\sqrt{x+9}\sqrt{x+6}+x+6=1$
বা, $2x+14=2\sqrt{(x+9)(x+6)}$
বা, $x+7=\sqrt{(x+9)(x+6)}$

নিচের তথ্যের আলোকে (২৬-২৮) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:
$\sqrt{2x^2+x-36}=x+2$ একটি সমীকরণ।

২৬. প্রদত্ত সমীকরণের বর্গকৃত রূপ কোনটি? (মধ্যম)

ক $x^2-3x-40=0$ খ $3x^2-3x-40=0$
গ $2x^2+x-36=0$ ঘ $2x^2+x-36=0$ **ক**

ব্যাখ্যা: $\left(\sqrt{2x^2+x-36}\right)^2=(x+2)^2$
বা, $2x^2+x-36=x^2+4x+4$
বা, $x^2-3x-40=0$

২৭. বর্গকৃত সমীকরণের মূলগুলো কি? (মধ্যম)

ক 8, 5 খ 8, −5 গ −8, 5 ঘ −8, −5 **খ**

২৮. প্রদত্ত সমীকরণে $x=-5$ বসালে বামপক্ষ ও ডানপক্ষ যথাক্রমে কত? (সহজ)

ক 3, −3 খ 3, 3 গ −3, −3 ঘ 0, −3 **ক**

নিচের তথ্যের আলোকে (২৯-৩২) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:
$\sqrt{2x^2-3x-5}=x-1$ একটি সমীকরণ।

২৯. প্রদত্ত সমীকরণের বর্গকৃত সমীকরণ? (সহজ)

ক $x^2-x-6=0$ খ $3x^2-4x+6=0$
গ $2x^2-3x-5=0$ ঘ $x^2-2x+1=0$ **ক**

ব্যাখ্যা: $(\sqrt{2x^2-3x-5})^2=(x-1)^2$
বা, $2x^2-3x-5=x^2-2x+1$
বা, $x^2-x-6=0$

৩০. বর্গকৃত সমীকরণের মূলগুলো কোনটি? (সহজ)

ক −2, −3 খ −2, 3 গ 3, 2 ঘ 2, −3 **খ**

৩১. প্রদত্ত সমীকরণ কত দ্বারা সিদ্ধ হয়? (মধ্যম)

ক 3 খ 2 গ −2 ঘ −3 **ক**

৩২. প্রদত্ত সমীকরণের অবান্তর মূল কোনটি? (সহজ)

ক −3 খ −2 গ 2 ঘ 3 **খ**

নিচের তথ্যের আলোকে (৩৩-৩৪) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:
$\sqrt{2x+8}-2\sqrt{x+5}=-2$

৩৩. প্রদত্ত সমীকরণের বর্গকৃত রূপ কোনটি? (কঠিন) [আই.ই.টি. সরকারী উচ্চ বিদ্যালয়, নারায়ণগঞ্জ]

ক $4\sqrt{2x+8}=2x+4$ খ $4\sqrt{2x+8}=x+4$
গ $2\sqrt{2x+8}=x+4$ ঘ $2\sqrt{2x+8}=x-4$ **গ**

ব্যাখ্যা: $\sqrt{2x+8}-2\sqrt{x+5}=-2$
বা, $\sqrt{2x+8}+2=2\sqrt{x+5}$
বা, $2x+8+2.2\sqrt{2x+8}+2^2=4(x+5)$ [বর্গ করে]
বা, $4\sqrt{2x+8}=4x+20-2x-8-4=2x+8=2(x+4)$
বা, $4\sqrt{2x+8}=2(x+4)$
বা, $2\sqrt{2x+8}=x+4$

www.bdniyog.com

৩৪. **নিচের কোনটি প্রদত্ত সমীকরণের একটি মূল?** (মধ্যম)
[আই.ই.টি.সরকারী উচ্চ বিদ্যালয়, নারায়ণগঞ্জ]

ⓚ 0 ⓐ 1 ⓖ 2 ⓖ 4 ● ঘ

ব্যাখ্যা: x = 4 হলে,

বামপক্ষ $= \sqrt{2.4+8} - 2\sqrt{4+5}$
$= \sqrt{8+8} - 2\sqrt{9}$
$= \sqrt{16} - 2.3$
$= 4 - 6$
$= -2$
= ডানপক্ষ

নিচের তথ্যের আলোকে (৩৫-৩৭) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

$\sqrt{\frac{x}{x+16}} + \sqrt{\frac{x+16}{x}} = \frac{25}{12}$ এবং $P = \sqrt{\frac{x}{x+16}}$ দুইটি সমীকরণ।

৩৫. **১ম সমীকরণকে P এর সাহায্যে প্রকাশ করলে নিচের কোনটি হবে?** (মধ্যম)

ⓚ $12P^2 - 25P + 12 = 0$ ⓐ $16P^2 - 12P + 25 = 0$
ⓖ $25P^2 - 12P + 25 = 0$ ⓖ $25P^2 - 16P + 12 = 0$ ● ক

ব্যাখ্যা: $P + \frac{1}{P} = \frac{25}{12}$ $[\because \frac{1}{P} = \sqrt{\frac{x+16}{x}}]$

বা, $\frac{P^2+1}{P} = \frac{25}{12}$ বা, $12P^2 - 25P + 12 = 0$

৩৬. **১ম সমীকরণে x এর কয়টি মূল পাওয়া যাবে?** (সহজ)

ⓚ 1 ⓐ 2 ⓖ 3 ⓖ 4 ● খ

৩৭. **P = 2 হলে x = কত?** (সহজ)

ⓚ 2 ⓐ 0 ⓖ −1 ⓖ $-\frac{64}{3}$ ● ঘ

শ্রেণির কাজের ওপর সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

প্রশ্ন ▶ ১ $\sqrt{\frac{x}{x+16}} + \sqrt{\frac{x+16}{x}} = \frac{25}{12}$ **একটি সমীকরণ।**

৫ কাজ, পৃষ্ঠা-১৫

ক. $p = \sqrt{\frac{x}{x+16}}$ ধরে দেখাও যে, $12p^2 - 25p + 12 = 0$ ২
খ. প্রাপ্ত সমীকরণকে সমাধান করে x এর মান নির্ণয় কর। ৪
গ. প্রদত্ত সমীকরণের সমাধানের শুদ্ধি পরীক্ষা কর। ৪

১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $p = \sqrt{\frac{x}{x+16}}$ .... (i)

এখন, $\sqrt{\frac{x}{x+16}} + \sqrt{\frac{x+16}{x}} = \frac{25}{12}$

বা, $p + \frac{1}{p} = \frac{25}{12}$ .... (ii)

$\left[\because \sqrt{\frac{x+16}{x}} = \left(\sqrt{\frac{x}{x+16}}\right)^{-1} = p^{-1} = \frac{1}{p}\right]$

বা, $\frac{p^2+1}{p} = \frac{25}{12}$

বা, $12p^2 + 12 = 25p$

বা, $12p^2 - 25p + 12 = 0$ **(দেখানো হলো)**

খ 'ক' থেকে পাই, $12p^2 - 25P + 12 = 0$

বা, $p = \frac{25 \pm \sqrt{(25)^2 - 4.12.12}}{2.12}$

বা, $p = \frac{25 \pm \sqrt{625 - 576}}{24}$

বা, $p = \frac{25 \pm \sqrt{49}}{24}$

বা, $p = \frac{25+7}{24}, \frac{25-7}{24}$

বা, $p = \frac{32}{24}, \frac{18}{24}$

বা, $p = \frac{4}{3}, \frac{3}{4}$

'ক' এ প্রাপ্ত (i) নং সমীকরণে $p = \frac{4}{3}$ বসিয়ে পাই,

$\frac{4}{3} = \sqrt{\frac{x}{x+16}}$

বা, $\frac{16}{9} = \frac{x}{x+16}$ [বর্গ করে]

বা, $9x = 16x + 256$

বা, $9x - 16x = 256$

বা, $-7x = 256$

$x = -\frac{256}{7}$

আবার (i) নং সমীকরণে $p = \frac{3}{4}$ বসিয়ে পাই,

$\frac{3}{4} = \sqrt{\frac{x}{x+16}}$

বা, $\frac{9}{16} = \frac{x}{x+16}$

বা, $16x = 9x + 144$

বা, $16x - 9x = 144$

বা, $7x = 144$

$x = \frac{144}{7}$

$\therefore x = -\frac{256}{7}$ অথবা $\frac{144}{7}$ **(Ans.)**

গ শুদ্ধি পরীক্ষা: $x = \frac{-256}{7}$ হলে

$\sqrt{\frac{x}{x+16}} = \sqrt{\frac{\frac{-256}{7}}{-\frac{256}{7}+16}} = \sqrt{\frac{\frac{-256}{7}}{\frac{-256+112}{7}}}$
$= \sqrt{\frac{-256}{7} \times \frac{7}{-144}} = \sqrt{\frac{256}{144}} = \frac{16}{12} = \frac{4}{3}$

$\therefore \sqrt{\frac{x+16}{x}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{x}{x+16}}} = \frac{1}{\frac{4}{3}} = \frac{3}{4}$

$\therefore$ বামপক্ষ $= \sqrt{\frac{x}{x+16}} + \sqrt{\frac{x+16}{x}}$
$= \frac{4}{3} + \frac{3}{4} = \frac{16+9}{12} = \frac{25}{12}$ = ডানপক্ষ

আবার, $x = \frac{144}{7}$ হলে,

$\sqrt{\frac{x}{x+16}} = \sqrt{\frac{\frac{144}{7}}{\frac{144}{7}+16}} = \sqrt{\frac{\frac{144}{7}}{\frac{256}{7}}} = \sqrt{\frac{144}{256}} = \frac{12}{16} = \frac{3}{4}$

$\therefore \sqrt{\frac{x+16}{x}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{x}{x+16}}} = \frac{1}{\frac{3}{4}} = \frac{4}{3}$

বামপক্ষ $= \sqrt{\frac{x}{x+16}} + \sqrt{\frac{x+16}{x}} = \frac{3}{4} + \frac{4}{3} = \frac{9+16}{12} = \frac{25}{12}$
= ডানপক্ষ

www.bdniyog.com

মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত আরও সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

প্রশ্ন ▶ ২ $\sqrt{11x-6} = \sqrt{4x+5} - \sqrt{x-1}$ **একটি বীজগাণিতিক সমীকরণ।**

ক. প্রদত্ত সমীকরণ থেকে দেখাও যে, $\sqrt{4x^2+x-5} = 5-3x$ ২

খ. সমীকরণটির সম্ভাব্য মূলগুলো নির্ণয় কর। ৪

গ. শুদ্ধি পরীক্ষার মাধ্যমে সঠিক উত্তর নিশ্চিত কর। ৪

২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,

$\sqrt{11x-6} = \sqrt{4x+5} - \sqrt{x-1}$

বা, $(\sqrt{11x-6})^2 = (\sqrt{4x+5} - \sqrt{x-1})^2$ [বর্গ করে]

বা, $11x - 6 = 4x + 5 + x - 1 - 2\sqrt{(4x+5)(x-1)}$

বা, $11x - 6 - 5x - 4 = -2\sqrt{(4x+5)(x-1)}$

বা, $6x - 10 = -2\sqrt{4x^2+x-5}$

বা, $-3x + 5 = \sqrt{4x^2+x-5}$ [উভয়পক্ষকে (–2) দ্বারা ভাগ করে]

$\therefore \sqrt{4x^2+x-5} = 5 - 3x$ **(দেখানো হলো)**

খ 'ক' হতে পাই,

$\sqrt{4x^2+x-5} = 5-3x$

বা, $(\sqrt{4x^2+x-5})^2 = (5-3x)^2$ [বর্গ করে]

বা, $4x^2 + x - 5 = 25 - 30x + 9x^2$

বা, $9x^2 - 4x^2 - 30x - x + 25 + 5 = 0$

বা, $5x^2 - 31x + 30 = 0$

বা, $5x^2 - 6x - 25x + 30 = 0$

বা, $x(5x-6) - 5(5x-6) = 0$

বা, $(5x-6)(x-5) = 0$

হয়, $5x - 6 = 0$ অথবা, $x - 5 = 0$

$x = \frac{6}{5}$ $\therefore x = 5$

$\therefore$ সমীকরণটির সম্ভাব্য মূলগুলো হলো: $\frac{6}{5}, 5$ **(Ans.)**

গ এখন, $x = \frac{6}{5}$ হলে, প্রদত্ত সমীকরণের

বামপক্ষ $= \sqrt{11 \times \frac{6}{5} - 6}$

$= \sqrt{\frac{66}{5} - 6}$

$= \sqrt{\frac{66-30}{5}}$

$= \sqrt{\frac{36}{5}}$

$= \frac{6}{\sqrt{5}}$

ডানপক্ষ $= \sqrt{4.\frac{6}{5} + 5} - \sqrt{\frac{6}{5} - 1}$

$= \sqrt{\frac{24+25}{5}} - \sqrt{\frac{6-5}{5}}$

$= \sqrt{\frac{49}{5}} - \sqrt{\frac{1}{5}}$

$= \frac{7}{\sqrt{5}} - \frac{1}{\sqrt{5}}$

$= \frac{7-1}{\sqrt{5}} = \frac{6}{\sqrt{5}}$

$\therefore$ বামপক্ষ = ডানপক্ষ

আবার, $x = 5$ হলে, প্রদত্ত সমীকরণের

বামপক্ষ $= \sqrt{11.5 - 6}$

$= \sqrt{55-6}$

$= \sqrt{49}$

$= 7$

ডানপক্ষ $= \sqrt{4.5+5} - \sqrt{5-1}$

$= \sqrt{25} - \sqrt{4}$

$= 5 - 2$

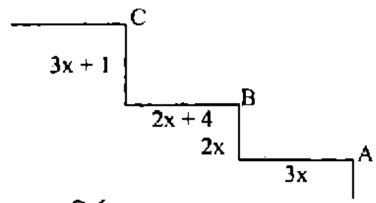
$= 3$

$\therefore$ বামপক্ষ $\neq$ ডানপক্ষ

$\therefore x = 5$ প্রদত্ত সমীকরণের বীজ নয়।

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান, $x = \frac{6}{5}$

প্রশ্ন ▶ ৩ ছবিতে একটি সিঁড়ি দেখানো হলো,



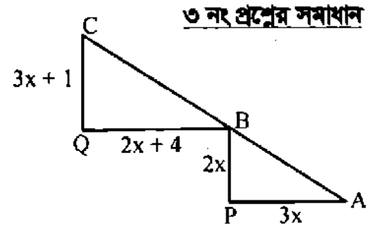
ক. AB ও BC- নির্ণয় কর। ২

খ. AB ও BC-এর অনুপাত 1 : 2 হলে, x এর মান বের কর। ৪

গ. AB ও BC একই সরলরেখায় অবস্থিত এবং AC-এর দৈর্ঘ্য $\sqrt{117}$ একক হলে x নির্ণয় কর। ৪

৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক



এখানে, $AP = 3x$, $BP = 2x$

ΔABP ত্রিভুজে, $AB^2 = AP^2 + BP^2$

$\therefore AB = \sqrt{(3x)^2 + (2x)^2} = \sqrt{9x^2 + 4x^2} = \sqrt{13x^2} = \sqrt{13}\,x$

আবার, $BQ = 2x + 4$, $CQ = 3x + 1$

ΔBCQ ত্রিভুজে $BC^2 = BQ^2 + CQ^2$

$\therefore BC = \sqrt{(2x+4)^2 + (3x+1)^2}$

$= \sqrt{4x^2 + 16x + 16 + 9x^2 + 6x + 1}$

$= \sqrt{13x^2 + 22x + 17}$

খ 'ক' হতে আমরা পাই,

$AB = \sqrt{13}x$

$BC = \sqrt{13x^2 + 22x + 17}$

প্রশ্নমতে, AB : BC = 1 : 2

বা, $\frac{AB}{BC} = \frac{1}{2}$

বা, $\frac{\sqrt{13}x}{\sqrt{13x^2+22x+17}} = \frac{1}{2}$

বা, $\frac{13x^2}{13x^2+22x+17} = \frac{1}{4}$ [উভয়পাশে বর্গ করে]

বা, $52x^2 = 13x^2 + 22x + 17$

www.bdniyog.com

বা, $52x^2 - 13x^2 - 22x - 17 = 0$

বা, $39x^2 - 22x - 17 = 0$

বা, $39x^2 - 39x + 17x - 17 = 0$

বা, $39x(x - 1) + 17(x - 1) = 0$

বা, $(x - 1)(39x + 17) = 0$

হয়, $x - 1 = 0$ অথবা $39x + 17 = 0$

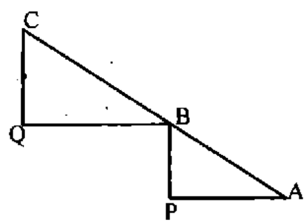
$\therefore x = 1$ $\therefore x = -\frac{17}{39}$

কিন্তু দৈর্ঘ্য কখনও ঋণাত্মক হতে পারে না

$\therefore x \neq -\frac{17}{39}$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান $x = 1$

গ



$\therefore AC = AB + BC$

প্রশ্নমতে, $AC = \sqrt{117}$

বা, $AB + BC = \sqrt{117}$

বা, $\sqrt{13}x + \sqrt{13x^2 + 22x + 17} = \sqrt{117}$

$$\left[\because AB = \sqrt{13}x, \quad BC = \sqrt{13x^2 + 22x + 17}\right]$$

বা, $\sqrt{13x^2 + 22x + 17} = (\sqrt{117} - \sqrt{13}x)$

বা, $13x^2 + 22x + 17 = 117 - 2\sqrt{117}.\sqrt{13}x + (\sqrt{13}x)^2$ [উভয়পক্ষকে বর্গ করে]

বা, $13x^2 + 22x + 17 = 117 - 2x\sqrt{1521} + 13x^2$

বা, $13x^2 + 22x + 17 - 13x^2 = 117 - 2x.39$

বা, $22x + 17 = 117 - 78x$

বা, $22x + 78x = 117 - 17$

বা, $100x = 100$

$\therefore x = 1$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান $x = 1$

প্রশ্ন ▶ ৪ $x^2 + 4x = p$

ক. $p = -4$ হলে x এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. $\sqrt{p - 4} + \sqrt{p - 10} = 6$ হলে $x =$ কত? ৪

গ. 'খ' এর সমীকরণটির জন্য প্রাপ্ত বীজের শুদ্ধি পরীক্ষা দেখাও। ৪

৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $x^2 + 4x = p$

বা, $x^2 + 4x = -4$

বা, $x^2 + 4x + 4 = 0$

বা, $(x + 2)^2 = 0$

$\therefore x = -2, -2$

$\therefore$ নির্ণেয় মান: $-2, -2$

খ দেওয়া আছে, $\sqrt{p - 4} + \sqrt{p - 10} = 6$

বা, $\sqrt{x^2 + 4x - 4} + \sqrt{x^2 + 4x - 10} = 6$ [$\because x^2 + 4x = p$]

বা, $\sqrt{x^2 + 4x - 4} = 6 - \sqrt{x^2 + 4x - 10}$

বা, $(\sqrt{x^2 + 4x - 4})^2 = (6 - \sqrt{x^2 + 4x - 10})^2$ [বর্গ করে]

বা, $x^2 + 4x - 4 = 36 - 12\sqrt{x^2 + 4x - 10} + x^2 + 4x - 10$

বা, $12\sqrt{x^2 + 4x - 10} = 36 + x^2 + 4x - 10 - x^2 - 4x + 4$

বা, $12\sqrt{x^2 + 4x - 10} = 30$

বা, $2\sqrt{x^2 + 4x - 10} = 5$

বা, $(2\sqrt{x^2 + 4x - 10})^2 = (5)^2$ [বর্গ করে]

বা, $4(x^2 + 4x - 10) = 25$

বা, $4x^2 + 16x - 40 - 25 = 0$

বা, $4x^2 + 16x - 65 = 0$

বা, $4x^2 + 26x - 10x - 65 = 0$

বা, $2x(2x + 13) - 5(2x + 13) = 0$

বা, $(2x + 13)(2x - 5) = 0$

হয়, $2x + 13 = 0$ অথবা, $2x - 5 = 0$

বা, $2x = -13$ বা, $2x = 5$

$\therefore x = \frac{-13}{2}$ $\therefore x = \frac{5}{2}$

$\therefore x = \frac{-13}{2}, \frac{5}{2}$ **(Ans.)**

গ 'খ' হতে, $\sqrt{p - 4} + \sqrt{p - 10} = 6$

বা, $\sqrt{x^2 + 4x - 4} + \sqrt{x^2 + 4x - 10} = 6$

এখন, $x = -\frac{13}{2}$ হলে,

$$\text{বামপক্ষ} = \sqrt{\left(\frac{-13}{2}\right)^2 + 4\left(\frac{-13}{2}\right) - 4} + \sqrt{\left(\frac{-13}{2}\right)^2 + 4\left(\frac{-13}{2}\right) - 10}$$

$$= \sqrt{\frac{169}{4} - 26 - 4} + \sqrt{\frac{169}{4} - 26 - 10}$$

$$= \sqrt{\frac{169}{4} - 30} + \sqrt{\frac{169}{4} - 36}$$

$$= \sqrt{\frac{169 - 120}{4}} + \sqrt{\frac{169 - 144}{4}}$$

$$= \sqrt{\frac{49}{4}} + \sqrt{\frac{25}{4}}$$

$$= \frac{7}{2} + \frac{5}{2} = \frac{7 + 5}{2} = \frac{12}{2}$$

$$= 6$$

$\therefore$ বামপক্ষ = ডানপক্ষ

$\therefore x = \frac{-13}{2}$ প্রদত্ত সমীকরণের একটি বীজ।

$x = \frac{5}{2}$ হলে,

$$\text{বামপক্ষ} = \sqrt{\left(\frac{5}{2}\right)^2 + 4.\left(\frac{5}{2}\right) - 4} + \sqrt{\left(\frac{5}{2}\right)^2 + 4.\frac{5}{2} - 10}$$

$$= \sqrt{\frac{25}{4} + 10 - 4} + \sqrt{\frac{25}{4} + 10 - 10}$$

$$= \sqrt{\frac{25}{4} + 6} + \sqrt{\frac{25}{4}} = \sqrt{\frac{25 + 24}{4}} + \frac{5}{2}$$

$$= \sqrt{\frac{49}{4}} + \frac{5}{2} = \frac{7}{2} + \frac{5}{2} = \frac{7 + 5}{2} = \frac{12}{2} = 6$$

$\therefore$ বামপক্ষ = ডানপক্ষ

$\therefore x = \frac{5}{2}$ প্রদত্ত সমীকরণের বীজ।

www.bdniyog.com

প্রশ্ন ▶ ৫ $\sqrt{x^2-6x+9}-\sqrt{x^2-6x+6}=1$

ক. $x^2-6x=y$ ধরে দেখাও যে, $\sqrt{y+6}=1$ ২

খ. প্রদত্ত সমীকরণটিকে উৎপাদকের গুণফল $=0$ আকারে প্রকাশ কর। ৪

গ. সমীকরণটি সমাধানের সত্যতা যাচাই কর। ৪

৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,

$\sqrt{x^2-6x+9}-\sqrt{x^2-6x+6}=1$

বা, $\sqrt{y+9}-\sqrt{y+6}=1$ [$\because x^2-6x=y$]

বা, $\sqrt{y+9}=1+\sqrt{y+6}$

বা, $(\sqrt{y+9})^2=(1+\sqrt{y+6})^2$ [উভয় পক্ষকে বর্গ করে]

বা, $y+9=1+2\cdot1\cdot\sqrt{y+6}+y+6$

বা, $2\sqrt{y+6}=2$

$\sqrt{y+6}=1$ **(দেখানো হলো)**

খ 'ক' থেকে পাই,

$\sqrt{y+6}=1$

বা, $(\sqrt{y+6})^2=(1)^2$ [উভয় পক্ষকে বর্গ করে]

বা, $y+6=1$

বা, $y=-5$

বা, $x^2-6x=-5$ [y এর মান বসিয়ে]

বা, $x^2-6x+5=0$

বা, $x^2-5x-x+5=0$

বা, $x(x-5)-1(x-5)=0$

$\therefore (x-1)(x-5)=0$

এটিই নির্ণেয় আকার।

গ 'খ' হতে পাই, $(x-1)(x-5)=0$

হয় $x-1=0$ অথবা, $x-5=0$

$\therefore x=1$ $\therefore x=5$

এখন, $x=5$ হলে, প্রদত্ত সমীকরণের

বামপক্ষ $=\sqrt{5^2-6.5+9}-\sqrt{5^2-6.5+6}$

$=\sqrt{25-30+9}-\sqrt{25-30+6}$

$=\sqrt{4}-\sqrt{1}$

$=2-1$

$=1$

= ডানপক্ষ

আবার, $x=1$ হলে, প্রদত্ত সমীকরণের

বামপক্ষ $=\sqrt{1^2-6.1+9}-\sqrt{1^2-6.1+6}$

$=\sqrt{1-6+9}-\sqrt{1-6+6}$

$=\sqrt{4}-\sqrt{1}$

$=2-1$

$=1$

= ডানপক্ষ

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান : $x=5, 1$

প্রশ্ন ▶ ৬ $6\sqrt{\left(\frac{2x}{x-1}\right)}+5\sqrt{\left(\frac{x-1}{2x}\right)}=13$ **একটি বীজগাণিতিক সমীকরণ।**

ক. $\frac{2x}{x-1}=a^2$ ধরে প্রদত্ত সমীকরণটি লিখ। ২

খ. প্রাপ্ত সমীকরণটিকে সমাধান কর। ৪

গ. শুদ্ধি পরীক্ষা করে সমীকরণটির সত্যতা যাচাই কর। ৪

৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,

$6\sqrt{\left(\frac{2x}{x-1}\right)}+5\sqrt{\left(\frac{x-1}{2x}\right)}=13$ .... (i)

যেহেতু, $\frac{2x}{x-1}=a^2$

$\frac{x-1}{2x}=\frac{1}{a^2}$ [বিপরীতকরণ করে]

(i) নং হতে পাই,

$6\sqrt{a^2}+5\sqrt{\frac{1}{a^2}}=13$

$\therefore 6a+\frac{5}{a}=13$ এটিই নির্ণেয় সমীকরণ।

খ 'ক' হতে পাই,

$6a+\frac{5}{a}=13a$

বা, $6a^2+5=13a$

বা, $6a^2-13a+5=0$

বা, $6a^2-10a-3a+5=0$

বা, $2a(3a-5)-1(3a-5)=0$

বা, $(3a-5)(2a-1)=0$

হয়, $3a-5=0$ অথবা, $2a-1=0$

বা, $a=\frac{5}{3}$ বা, $a=\frac{1}{2}$

বা, $a^2=\frac{25}{9}$ বা, $a^2=\frac{1}{4}$

বা, $\frac{2x}{x-1}=\frac{25}{9}$ বা, $\frac{2x}{x-1}=\frac{1}{4}$

বা, $25x-25=18x$ বা, $8x=x-1$

বা, $25x-18x=25$ বা, $8x-x=-1$

বা, $7x=25$ বা, $7x=-1$

$x=\frac{25}{7}$ $x=-\frac{1}{7}$

সুতরাং, $x=\frac{25}{7}$ অথবা $-\frac{1}{7}$

গ 'খ' হতে পাই,

$x=\frac{25}{7}$ অথবা, $-\frac{1}{7}$

শুদ্ধি পরীক্ষা: $x=\frac{25}{7}$ হলে, $\frac{2x}{x-1}=\frac{2\times\frac{25}{7}}{\frac{27}{7}-1}=\frac{\frac{50}{7}}{\frac{25-7}{7}}$

$=\frac{50}{7}\times\frac{7}{18}=\frac{25}{9}$

$\because \frac{x-1}{2x}=\frac{9}{25}$

এখন, প্রদত্ত সমীকরণের বামপক্ষ

$=6\sqrt{\left(\frac{2x}{x-1}\right)}+5\sqrt{\left(\frac{x-1}{2x}\right)}$

$=6\times\sqrt{\frac{25}{9}}+5\sqrt{\frac{9}{25}}$

$=6\times\frac{5}{3}+5\times\frac{3}{5}$

$=10+3=13=$ ডানপক্ষ

www.bdniyog.com

আবার, $x = -\frac{1}{7}$ হলে

$\frac{2x}{x-1} = \frac{2\times\left(-\frac{1}{7}\right)}{-\frac{1}{7}-1}$

$= \frac{-\frac{2}{7}}{-\frac{8}{7}}$

$= -\frac{2}{7}\times\frac{7}{-8}$

$= \frac{1}{4}$

$\therefore \frac{x-1}{2x} = \frac{-\frac{1}{7}-1}{2\left(-\frac{1}{7}\right)} = \frac{-\frac{8}{7}}{-\frac{2}{7}} = \frac{8}{2} = 4$

এখন, প্রদত্ত সমীকরণের বামপক্ষ

$= 6\sqrt{\left(\frac{2x}{x-1}\right)} + 6\sqrt{\left(\frac{x-1}{2x}\right)}$

$= 6\sqrt{\frac{1}{4}} + 5\sqrt{4} = \frac{6}{2} + 5.2$

$= 3 + 10 = 13 =$ ডানপক্ষ

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান, $x = \frac{25}{7}, -\frac{1}{7}$

প্রশ্ন ব্যাংক উত্তরসহ সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

প্রশ্ন ▶ ৭ $\sqrt{x+4} + \sqrt{x+11} = \sqrt{8x+9}$

ক. দেখাও যে, $\sqrt{x^2+15x+44} = 3(x-1)$ ২

খ. প্রদত্ত সমীকরণটির সম্ভাব্য মূল নির্ণয় কর। ৪

গ. সঠিক মূল নিশ্চিত কর। ৪

উত্তর: খ. $\frac{-7}{8}, 5$ **গ.** 5

প্রশ্ন ▶ ৮ $\sqrt{\frac{x-1}{3x+2}} + 2\sqrt{\frac{3x+2}{x-1}} = 3$

ক. $\frac{x-1}{3x+2} = a^2$ ধরে প্রদত্ত সমীকরণটিকে a এর মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২

খ. প্রাপ্ত সমীকরণটিকে সমাধান কর। ৪

গ. শুদ্ধি পরীক্ষা করে সমীকরণটির সত্যতা যাচাই কর। ৪

উত্তর:

ক. $a + \frac{2}{a} = 3$ এটিই নির্ণেয় সমীকরণ।

খ. $x = -\frac{3}{2}$ অথবা, $x = -\frac{9}{11}$

প্রশ্ন ▶ ৯ $\sqrt{x^2+4x-4} + \sqrt{x^2+4x-10} = 6$

ক. $x^2 + 4x = y$ হলে দেখাও যে, $2\sqrt{y-10} = 5$ ২

খ. দেখাও যে, $(2x+13)(2x-5) = 0$ ৪

গ. সমীকরণটি সমাধান করে শুদ্ধি পরীক্ষা কর। ৪

উত্তর: গ. $x = -\frac{13}{2}, \frac{5}{2}$

REVISION

এ অংশে অধ্যায়ের গুরুত্বপূর্ণ তথ্য ও সূত্র, পরীক্ষার আগে যার উপর চোখ বুলিয়ে নেওয়া প্রয়োজন বা অবশ্যই মনে রাখতে হবে এমন বিষয়সমূহ একনজরে উল্লেখ করা হয়েছে। পরীক্ষার আগে এ বিষয়গুলো রিভিশন দিলে পরীক্ষায় নির্ভুলভাবে অঙ্ক সমাধান করতে পারবে।

- চলকের যে মান বা মানগুলোর জন্য সমীকরণের উভয় পক্ষ সিদ্ধ হয় ঐ মান বা মানগুলোই সমীকরণের বীজ।
- সমীকরণের সমাধানে প্রাপ্ত যে সব বীজ সমীকরণকে সিদ্ধ করে না সেগুলো অবান্তর বীজ।
- শুদ্ধি পরীক্ষায় যে সব বীজ দ্বারা সমীকরণ সিদ্ধ হয় সেগুলো সমীকরণের সমাধান বা বীজ।
- বর্গমূলের ($\sqrt{}$) ভেতরে ঋণাত্মক সংখ্যা থাকলে তা অবাস্তব।
- সমীকরণটি সমাধান করলে একাধিক সমাধান আসতে পারে কিন্তু শুদ্ধি পরীক্ষার মাধ্যমে সঠিক সমাধান বের করতে হবে।

SUGGESTION

এখানে অধ্যায়টির অনুশীলনী, বহুনির্বাচনি ও সৃজনশীল প্রশ্নগুলো বিশ্লেষণ করে স্টার মার্কসহ সাজেশন দেওয়া হয়েছে। পরীক্ষার আগে অবশ্যই এ অঙ্কগুলো সমাধান করবে। তাহলে পরীক্ষায় যেকোনো অঙ্কের সমাধান সহজেই করতে পারবে।

সাজেশন | বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

	প্রশ্ন নম্বর
★★★	১, ২, ৫, ৬, ৭, ১০, ১৩, ১৬, ১৯, ২০, ২১, ২২, ২৪, ২৫, ২৯, ৩০, ৩১, ৩২, ৩৩, ৩৪
★★	৩, ৪, ১২, ১৫, ১৭, ৩৫, ৩৬, ৩৭

সাজেশন | সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

	প্রশ্ন নম্বর
★★★	১, ৩, ৫
★★	২, ৪

শ্রেণির কাজ পৃষ্ঠা নং ৫৪৩

অধ্যায়-৫

সমীকরণ

অনুশীলনী-৫.৩

অনুশীলনীটি পড়ে যা জানতে পারবে—

১. সূচকীয় সমীকরণ ব্যাখ্যা

২. সূচকীয় সমীকরণ সমাধান

১২টি অনুশীলনীর প্রশ্ন |
৪৪টি বহুনির্বাচনি প্রশ্ন ■ ৩০টি সাধারণ বহুনির্বাচনি ■ ৫টি বহুপদী সমাপ্তিসূচক ■ ৯টি অভিন্ন তথ্যভিত্তিক
১০টি সৃজনশীল প্রশ্ন ■ ১টি শ্রেণির কাজ ■ ৫টি মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত ■ ৪টি প্রশ্নব্যাংক

অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

সমাধান কর:

১. $3^{x+2} = 81$

সমাধান: $3^{x+2} = 81$

বা, $3^{x+2} = 3^4$

বা, $x + 2 = 4$ [$a^m = a^n$ হলে $m = n$]

বা, $x = 4 - 2$

$\therefore$ $x = 2$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান: $x = 2$

২. $5^{3x-7} = 3^{3x-7}$

সমাধান: $5^{3x-7} = 3^{3x-7}$

বা, $\frac{5^{3x}}{5^7} = \frac{3^{3x}}{3^7}$ $\left[\because a^{m-n} = \frac{a^m}{a^n}\right]$

বা, $\frac{5^{3x}}{3^{3x}} = \frac{5^7}{3^7}$

বা, $\left(\frac{5}{3}\right)^{3x} = \left(\frac{5}{3}\right)^7$ $\left[\because \frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n\right]$

বা, $3x = 7$

$\therefore$ $x = \frac{7}{3}$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান: $x = \frac{7}{3}$

৩. $2^{x-4} = 4a^{x-6}$, $(a > 0, a \neq 2)$

সমাধান: $2^{x-4} = 4a^{x-6}$

বা, $\frac{2^{x-4}}{4} = a^{x-6}$

বা, $\frac{2^{x-4}}{2^2} = a^{x-6}$

বা, $2^{x-4-2} = a^{x-6}$ $\left[\because \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}\right]$

বা, $2^{x-6} = a^{x-6}$

বা, $\frac{2^{x-6}}{a^{x-6}} = 1$

বা, $\left(\frac{2}{a}\right)^{x-6} = 1$ $\left[\because \frac{a^m}{b^m} = \left(\frac{a}{b}\right)^m\right]$

বা, $\left(\frac{2}{a}\right)^{x-6} = \left(\frac{2}{a}\right)^0$ $[\because p^0 = 1]$

বা, $x - 6 = 0$

$\therefore$ $x = 6$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান: $x = 6$

৪. $(\sqrt{3})^{x+5} = (\sqrt[3]{3})^{2x+5}$

সমাধান: $(\sqrt{3})^{x+5} = (\sqrt[3]{3})^{2x+5}$

বা, $\left(3^{\frac{1}{2}}\right)^{x+5} = \left(3^{\frac{1}{3}}\right)^{2x+5}$

বা, $3^{\frac{x+5}{2}} = 3^{\frac{2x+5}{3}}$ $[\because (a^m)^n = a^{mn}]$

বা, $\frac{x+5}{2} = \frac{2x+5}{3}$

বা, $2(2x + 5) = 3(x + 5)$

বা, $4x + 10 = 3x + 15$

বা, $4x - 3x = 15 - 10$

$\therefore$ $x = 5$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান: $x = 5$

৫. $(\sqrt[5]{4})^{4x+7} = (\sqrt[11]{64})^{2x+7}$

সমাধান: $(\sqrt[5]{4})^{4x+7} = (\sqrt[11]{64})^{2x+7}$

বা, $(\sqrt[5]{4})^{4x+7} = (\sqrt[11]{4^3})^{2x+7}$

বা, $\left(4^{\frac{1}{5}}\right)^{4x+7} = \left(4^{\frac{3}{11}}\right)^{2x+7}$ $\left[\because \sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}\right]$

বা, $4^{\frac{1}{5}(4x+7)} = 4^{\frac{3}{11}(2x+7)}$ $[\because (a^m)^n = a^{mn}]$

বা, $\frac{1}{5}(4x + 7) = \frac{3}{11}(2x + 7)$

বা, $11(4x + 7) = 5 \times 3(2x + 7)$

বা, $44x + 77 = 30x + 105$

www.bdniyog.com

বা, $44x - 30x = 105 - 77$
বা, $14x = 28$
বা, $x = \frac{28}{14}$
$\therefore$ $x = 2$
$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান: $x = 2$

৬. $\frac{3^{3x-4}.a^{2x-5}}{3^{x+1}} = a^{2x-5}$ $(a > 0)$

সমাধান: $\frac{3^{3x-4}.a^{2x-5}}{3^{x+1}} = a^{2x-5}$
বা, $3^{3x-4-x-1} = \frac{a^{2x-5}}{a^{2x-5}}$
বা, $3^{2x-5} = 1$
বা, $3^{2x-5} = 3^0$ $[\because a^0 = 1]$
বা, $2x - 5 = 0$
$\therefore$ $x = \frac{5}{2}$
$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান: $x = \frac{5}{2}$

৭. $\frac{5^{3x-5}.b^{2x-6}}{5^{x+1}} = a^{2x-6}$ $(a > 0, b > 0, 5b \neq a)$

সমাধান: $\frac{5^{3x-5}.b^{2x-6}}{5^{x+1}} = a^{2x-6}$
বা, $5^{3x-5-x-1}.b^{2x-6} = a^{2x-6}$ $\left[\because \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}\right]$
বা, $\frac{5^{2x-6}.b^{2x-6}}{a^{2x-6}} = 1$
বা, $\left(\frac{5b}{a}\right)^{2x-6} = 1$ $\left[\because \frac{a^m}{b^m} = \left(\frac{a}{b}\right)^m\right]$
বা, $\left(\frac{5b}{a}\right)^{2x-6} = \left(\frac{5b}{a}\right)^0$
বা, $2x - 6 = 0$
বা, $2x = 6$
বা, $x = \frac{6}{2}$
$\therefore$ $x = 3$
$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান: $x = 3$

৮. $4^{x+2} = 2^{2x+1} + 14$

সমাধান: $4^{x+2} = 2^{2x+1} + 14$
বা, $4^2.4^x = 2^{2x}.2 + 14$
বা, $16.4^x = (2^2)^x.2 + 14$
বা, $16.4^x = 4^x \cdot 2 + 14$
বা, $16 \cdot 4^x - 4^x \cdot 2 = 14$
বা, $4^x(16 - 2) = 14$
বা, $4^x \cdot 14 = 14$
বা, $4^x = 1$ [উভয় পক্ষকে 14 দ্বারা ভাগ করে]
বা, $4^x = 4^0$ $[\because a^0 = 1]$
$\therefore$ $x = 0$
$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান: $x = 0$

৯. $5^x + 5^{2-x} = 26$

সমাধান: $5^x + 5^{2-x} = 26$
বা, $5^x + \frac{5^2}{5^x} = 26$ $\left[\because a^{m-n} = \frac{a^m}{a^n}\right]$
বা, $5^x.5^x + 5^2 = 26.5^x$
বা, $(5^x)^2 + 25 = 26.5^x$
বা, $(5^x)^2 - 26.5^x + 25 = 0$
বা, $a^2 - 26a + 25 = 0$ [$5^x = a$ ধরে]
বা, $a^2 - 25a - a + 25 = 0$
বা, $a(a - 25) - 1(a - 25) = 0$
বা, $(a - 1)(a - 25) = 0$
হয় $a - 1 = 0$ অথবা, $a - 25 = 0$
$\therefore$ $a = 1$ $\therefore$ $a = 25$
$a = 1$ হলে, আবার, $a = 25$ হলে,
$5^x = 1$ $5^x = 25$
বা, $5^x = 5^0$ বা, $5^x = 5^2$
$\therefore$ $x = 0$ $\therefore$ $x = 2$
$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান: $x = 0, 2$

১০. $3(9^x - 4.3^{x-1}) + 1 = 0$

সমাধান: $3(9^x - 4.3^{x-1}) + 1 = 0$
বা, $3.9^x - 4.3.3^{x-1} + 1 = 0$
বা, $3.(3^2)^x - 4.3^{x-1+1} + 1 = 0$ $[\because a^m.a^n = a^{m+n}]$
বা, $3(3^x)^2 - 4.3^x + 1 = 0$ $[(a^m)^n = a^{mn} = a^{nm} = (a^n)^m]$
বা, $3a^2 - 4a + 1 = 0$ [$3^x = a$ ধরে]
বা, $3a^2 - 3a - a + 1 = 0$
বা, $3a(a - 1) - 1(a - 1) = 0$
বা, $(3a - 1)(a - 1) = 0$
হয়, $3a - 1 = 0$ অথবা, $a - 1 = 0$
$\therefore$ $a = \frac{1}{3}$ $\therefore$ $a = 1$
$a = \frac{1}{3}$ হলে, আবার, $a = 1$ হলে,
$3^x = \frac{1}{3}$ $3^x = 1$
বা, $3^x = 3^{-1}$ বা, $3^x = 3^0$
$\therefore$ $x = -1$ $\therefore$ $x = 0$
$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান: $x = 0, -1$

১১. $4^{1+x} + 4^{1-x} = 10$

সমাধান: $4^{1+x} + 4^{1-x} = 10$
বা, $4.4^x + \frac{4}{4^x} = 10$ $\left[\because a^{m+n} = a^m.a^n, a^{m-n} = \frac{a^m}{a^n}\right]$
বা, $4.4^x.4^x + 4 = 10.4^x$
বা, $4(4^x)^2 - 10.4^x + 4 = 0$
বা, $4a^2 - 10a + 4 = 0$ [$4^x = a$ ধরে]
বা, $4a^2 - 8a - 2a + 4 = 0$
বা, $4a(a - 2) - 2(a - 2) = 0$
বা, $(a - 2)(4a - 2) = 0$
হয় $a - 2 = 0$ অথবা, $4a - 2 = 0$
$\therefore$ $a = 2$ বা, $4a = 2$
$\therefore a = \frac{1}{2}$
$a = 2$ হলে, $4^x = 2$
বা, $(4)^x = 4^{\frac{1}{2}}$ $[\because \sqrt{4} = 4^{\frac{1}{2}} = 2]$
$\therefore$ $x = \frac{1}{2}$

www.bdniyog.com

আবার, $a = \frac{1}{2}$ হলে, $4^x = \frac{1}{2}$

বা, $4^x = 4^{\frac{1}{2}}$

বা, $4^x = 4^{\frac{1}{2}}$

$\therefore$ $x = -\frac{1}{2}$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান: $x = \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}$

১২. $2^{2x} - 3\cdot2^{x+2} = -32$

সমাধান: $2^{2x} - 3\cdot2^{x+2} = -32$

বা, $(2^x)^2 - 3.2^2.2^x = -32$ [$\because a^{mn} = (a^m)^n, a^{m+n} = a^m.a^n$]

বা, $(2^x)^2 - 12.2^x + 32 = 0$

বা, $a^2 - 12a + 32 = 0$ [$2^x = a$ ধরে]

বা, $a^2 - 8a - 4a + 32 = 0$

বা, $a(a-8) - 4(a-8) = 0$

বা, $(a-4)(a-8) = 0$

হয় $a - 4 = 0$ অথবা, $a - 8 = 0$

$\therefore$ $a = 4$ $\therefore$ $a = 8$

$a = 4$ হলে, আবার, $a = 8$ হলে,

$2^x = 4$ $2^x = 8$

বা, $2^x = 2^2$ বা, $2^x = 2^3$

$\therefore$ $x = 2$ $\therefore$ $x = 3$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান: $x = 2, 3$

মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত সৃজনশীল বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

★★★ ৫.৩ সূচক সমীকরণ | Text পৃষ্ঠা-৯৭

- যে সমীকরণে অজ্ঞাত চলক সূচকরূপে থাকে, তাকে সূচক সমীকরণ বলে। যেমন: $2^x = 8$; x অজ্ঞাত চলক।
- $a \neq 1$ হলে $a^x = a^m$ হবে যদিও কেবল যদি $x = m$ হয়।
- সূচকীয় সমীকরণে উভয়পক্ষের ভিত্তি সমান হলে ঘাতগুলোকে সমান আকারে লেখা যায়।
- সূচকের নিয়মে ভিত্তির মান শূন্য হতে পারে না।

১. যে সমীকরণে অজ্ঞাত চলক সূচকরূপে থাকে, তাকে কী সমীকরণ বলে? (সহজ)

ক সূচক খ দ্বিঘাত গ একঘাত ঘ ত্রিঘাত **ক**

২. নিচের কোনটি সূচক সমীকরণ? (সহজ)

ক $2^x = 8$ খ $x^2 = 4$ গ $x^3 = 8$ ঘ $x^4 = 16$ **ক**

৩. $a \neq 1$, $a^x = a^m$ হলে নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ) [শহীদ বীর উত্তম লেঃ আনোয়ার গার্লস কলেজ, ঢাকা]

ক $x = m$ খ $x \neq m$ গ $x > m$ ঘ $x < m$ **ক**

৪. 4096 কে $\frac{1}{2}$ এর সূচকে প্রকাশ করলে, এর ঘাত কত হবে? (মধ্যম)

ক −12 খ −11 গ 11 ঘ 12 **ক**

৫. $q \neq 1$ হলে, $q^x = q$ সমীকরণের সমাধান কত? (সহজ)

ক $x = 0$ খ $x = 1$ গ $x = 2$ ঘ $x = 3$ **খ**

৬. $(ab)^x = (ab)^{-2}$ সূত্রে সমীকরণটির ($a > 0, b > 0$ এবং $ab \neq 1$) সমাধান কত? (সহজ)

ক −2 খ $-\frac{1}{2}$ গ $\frac{1}{2}$ ঘ 2 **ক**

৭. $3^x = 81$ সমীকরণের মূল নিচের কোনটি? (সহজ)

ক −4 খ 4 গ 5 ঘ 6 **খ**

৮. $3^{x+4} = 81$ সমীকরণে x এর মান কোনটি? (সহজ) [কাদিরাবাদ ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল, নাটোর]; [পাবনা সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, পাবনা]

ক 4 খ 3 গ 2 ঘ 0 **ঘ**

৯. $2^{x+7} = 2^{2x+4}$ সমীকরণের সমাধান কত? (মধ্যম) [সরকারি করোনেশন মাধ্যমিক বালিকা বিদ্যালয়, খুলনা]

ক −3 খ 3 গ 4 ঘ 6 **খ**

ব্যাখ্যা: $2x + 4 = x + 7$ বা, $x = 3$.

১০. $2^{2x} - 2^{x+2} = 0$ সমীকরণের সমাধান কত? (মধ্যম)

ক 2 খ −2 গ −4 ঘ −8 **ক**

ব্যাখ্যা: $2^{2x} = 2^{x+2}$ বা, $2x = x + 2$ বা, $x = 2$.

১১. $a^{2x-3} = 1$ সমীকরণের সমাধান কত? (সহজ)

ক 3 খ 2 গ $\frac{3}{2}$ ঘ $\frac{-3}{2}$ **গ**

১২. $(2a)^{2x-3} = 1$ ($a > 0$ এবং $a \neq \frac{1}{2}$) হলে, x = কত? (মধ্যম)

ক $\frac{3}{2}$ খ 3 গ 6 ঘ $\frac{9}{2}$ **ক**

১৩. $4^{x+2} = 2^{3x+1}$ সমীকরণের সমাধান কত? (মধ্যম)

ক −3 খ 3 গ 6 ঘ 12 **খ**

ব্যাখ্যা: $2^{2x+4} = 2^{3x+1}$ বা, $3x + 1 = 2x + 4$ বা, $x = 3$.

১৪. $2^{x+7} = 4^{x+2}$ সমীকরণের সমাধান কোনটি? (মধ্যম) [মেহেরপুর সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, মেহেরপুর]

ক $x = 0$ খ $x = 2$ গ $x = 3$ ঘ $x = 9$ **গ**

ব্যাখ্যা: $2^{x+7} = 4^{x+2} = (2^2)^{x+2} = 2^{2x+4}$

বা, $x + 7 = 2x + 4$ বা, $7 - 4 = 2x - x$ $\therefore$ $x = 3$

১৫. $2^{x+7} = a^{2x+4}$ সমীকরণের সমাধান (যেখানে x চলক) 3 হলে, a এর মান কত? (কঠিন) [যশোর জিলা স্কুল, যশোর]

ক 1 খ 2 গ 3 ঘ 4 **খ**

ব্যাখ্যা: $2^{3+7} = a^{2.3+4}$ বা, $2^{10} = a^{10}$ বা, $a = 2$.

১৬. $3^{mx-2} = a^{mx-2}$ হলে, x = কত? (মধ্যম) [পাবনা সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, পাবনা]

ক −2m খ 2m গ $2m^2$ ঘ $\frac{2}{m}$ **ঘ**

ব্যাখ্যা: $\left(\frac{3}{a}\right)^{mx-2} = \left(\frac{3}{a}\right)^0$ বা, $mx - 2 = 0$ বা, $x = \frac{2}{m}$.

১৭. $(\sqrt{3})^{x+5} = \left(\sqrt[3]{3}\right)^{2x+5}$ সমীকরণটির সমাধান কত? (মধ্যম)

ক 5 খ $\frac{1}{5}$ গ −5 ঘ −10 **ক**

ব্যাখ্যা: $\frac{x+5}{2} = \frac{2x+5}{3}$ বা, $4x + 10 = 3x + 15$ বা, $x = 5$.

১৮. $\left(\sqrt[3]{4}\right)^y = 4096$ হলে y এর মান কত? (মধ্যম)

ক 18 খ 12 গ 8 ঘ 4 **ক**

ব্যাখ্যা: $\left(\sqrt[3]{4}\right)^y = \left(\sqrt[3]{4}\right)^{18}$ বা, $y = 18$.

১৯. $\left(\frac{3}{2}\right)^x = \frac{64}{729}$ হলে, x এর মান কত? (মধ্যম)

ক −12 খ −6 গ 6 ঘ 12 **খ**

ব্যাখ্যা: $\left(\frac{3}{2}\right)^x = \frac{64}{729} = \left(\frac{2}{3}\right)^6 = \left(\frac{3}{2}\right)^{-6}$ বা, $x = -6$

২০. $\left(\sqrt[3]{8}\right)^4$ এর সমান নিচের কোনটি? (সহজ)

ক 4 খ 8 গ 16 ঘ 32 **গ**

ব্যাখ্যা: $\left(\sqrt[3]{8}\right)^4 = \{(2^3)^{\frac{1}{3}}\}^4 = 2^4 = 16$

www.bdniyog.com

২১. $\frac{16}{81} = \left(\frac{3}{2}\right)^x$ **হলে, x = কত?** (কঠিন) [মেহেরপুর সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, মেহেরপুর]

ⓚ 6 ⓚ 4 ⓖ 0 ⓖ −4 **ঘ**

ব্যাখ্যা: $\frac{16}{81} = \frac{2^4}{3^4} = \left(\frac{2}{3}\right)^4 \therefore \left(\frac{3}{2}\right)^x = \left(\frac{3}{2}\right)^{-4} \quad \therefore x = -4$

২২. $(\sqrt{5})^{x+1} = 125$ **সমীকরণের সমাধান নিচের কোনটি?** (মধ্যম) [সাবেরা সোবহান সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, ব্রাহ্মণবাড়ীয়া]

ক 2 খ 3 গ 5 ঘ 10 **গ**

ব্যাখ্যা: $(\sqrt{5})^{x+1} = 125 = 5^3 = (\sqrt{5})^6$

$\therefore x + 1 = 6$ বা, $x = 5$

২৩. $\sqrt[11]{64} = 2^x$ **হলে, x = কত?** (মধ্যম)

ক $\frac{11}{6}$ খ $\frac{6}{11}$ গ $\frac{-11}{6}$ ঘ $-\frac{6}{11}$ **খ**

ব্যাখ্যা: $2^{\frac{6}{11}} = 2^x$ বা, $\frac{6}{11} = x$.

২৪. $3.3^x = 27$ **সমীকরণকে $a^x = a^m$ আকারে প্রকাশিত রূপ নিচের কোনটি?** (সহজ)

ক $3^x = 3^3$ খ $3^{x+1} = 3^2$ গ $3^{x+1} = 3^3$ ঘ $3^{x-1} = 3^3$ **গ**

ব্যাখ্যা: $3.3^x = 27$

বা, $3^{x+1} = 3^3$

২৫. $2^x. 3^x = 216$ **হলে, x = কত?** (মধ্যম) [ভি. জে সরকারি মাধ্যমিক বিদ্যালয়, চুয়াডাঙ্গা]

ক 1 খ 2 গ 3 ঘ 4 **গ**

ব্যাখ্যা: $2^x.3^x = 216$

বা, $(2.3)^x = 216$

বা, $6^x = 6^3$

$\therefore x = 3$

২৬. $2^{x-4} = 4a^{x-6}$ **সমীকরণের সমাধান কত?** (কঠিন) [মতিঝিল মডেল স্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা]

ক −a খ a গ −6 ঘ 6 **ঘ**

ব্যাখ্যা: $\frac{2^{x-4}}{2^2} = a^{x-6}$ বা, $2^{x-6} = a^{x-6}$.

বা, $\left(\frac{2}{a}\right)^{x-6} = 1$ বা, $\left(\frac{2}{a}\right)^{x-6} = \left(\frac{2}{a}\right)^0$

বা, x = 6.

২৭. $5^{3x-7} = 3^{3x-7}$ **সমীকরণের সমাধান কত?** (মধ্যম)

ক $\frac{7}{3}$ খ $\frac{3}{7}$ গ $\frac{-3}{7}$ ঘ $\frac{-7}{3}$ **ক**

ব্যাখ্যা: $\left(\frac{5}{3}\right)^{3x-7} = 1$ বা, $\left(\frac{5}{3}\right)^{3x-7} = \left(\frac{5}{3}\right)^0$ বা, $x = \frac{7}{3}$.

২৮. $5^x + 5^{2-x} = a$ **(যেখানে x = 0) হলে, a এর মান কত?** (মধ্যম)

ক 0 খ 25 গ 26 ঘ 27 **গ**

ব্যাখ্যা: $5^0 + 5^2 = a$ বা, $1 + 25 = a$ বা, $a = 26$.

২৯. $5^{x-1} = 5.2^{x-2}$ **সমীকরণের সমাধান কোনটি?** (কঠিন)

ক x = 0 খ x = 1 গ x = 2 ঘ x = 3 **গ**

ব্যাখ্যা: $5^{x-1} = 5.2^{x-2}$ বা, $\frac{5^{x-1}}{5} = 2^{x-2}$

বা, $5^{x-1-1} = 2^{x-2}$

বা, $5^{x-2} = 2^{x-2}$

বা, $\left(\frac{5}{2}\right)^{x-2} = 1 = \left(\frac{5}{2}\right)^0$

বা, $x - 2 = 0$

$\therefore x = 2$

৩০. $3^{2x-2} - 5.3^{ax-2} - 66 = 0$ **(যেখানে x = 3) হলে, a এর মান কত?** (কঠিন)

ক −2 খ −1 গ 0 ঘ 1 **ঘ**

ব্যাখ্যা: $3^{6-2} - 5.3^{3a-2} = 66$ বা, $81 - 5.3^{3a-2} = 66$

বা, $5.3^{3a-2} = 15$ বা, $3^{3a-2} = 3$ বা, $3a - 2 = 1$ বা, $a = 1$.

৩১. **নিচের কোনগুলো সূচকের নিয়ম অনুযায়ী সঠিক যখন** $a, b \neq 0$—

i. $a^x = a^m$ হলে, $x = m$.

ii. $a^x = b^m$ হলে, $a = b$.

iii. $a^x = 1$ হলে, $x = 0$.

নিচের কোনটি সঠিক ? (মধ্যম)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **খ**

৩২. $a^x = a^m$ **হলে—** [সাতক্ষীরা সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, সাতক্ষীরা; কৃষি বিশ্ববিদ্যালয় হাই স্কুল]

i. x = 1 এর জন্য m = 2 হবে।

ii. x = m হবে।

iii. $a^{x-m} = 1$ ।

নিচের কোনটি সঠিক ? (সহজ)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **গ**

৩৩. $a^{-x}(a^x + b^{-x}) = a^2b^2$ **হলে—** [সাবেরা সোবহান সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, ব্রাহ্মণবাড়ীয়া; ভি. জে সরকারি মাধ্যমিক বিদ্যালয়, চুয়াডাঙ্গা]

i. a > 1

ii. b > 1

iii. ab = 1

নিচের কোনটি সঠিক ? (মধ্যম)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **ক**

ব্যাখ্যা: $a^{-x} . a^x + (ab)^{-x} = a^2b^2$

বা, $1 + \frac{1}{(ab)^x} = a^2b^2$ বা, $(ab)^x = \frac{1}{a^2b^2 - 1}$

৩৪. $2^{2x-3} = a$ **সমীকরণে—** [কাদিরাবাদ ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল, নাটোর]

i. a = 1 হলে, $x = \frac{3}{2}$ ।

ii. a = 2 হলে, x = 2 ।

iii. x = 0 হলে, a = 8 ।

নিচের কোনটি সঠিক ? (সহজ)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **ক**

৩৫. **729 সংখ্যাটির —**

i. 3 এর সূচক 3^6 ।

ii. $\sqrt{9}$ এর সূচক $(\sqrt{9})^6$ ।

iii. 27 এর সূচক 27^2 ।

নিচের কোনটি সঠিক ? (কঠিন)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **ঘ**

ব্যাখ্যা: $729 = 27 \times 27 = 9 \times 3 \times 9 \times 3 = 9 \times 9 \times 9$

$= 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$.

নিচের তথ্যের আলোকে (৩৬-৩৮) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

$3^{2x+1} - 4.3^{x+1} + 9 = 0$ একটি সূচক সমীকরণ।

৩৬. $3^x = a$ **ধরলে প্রদত্ত সমীকরণটি a এর মাধ্যমে প্রকাশ করলে কীরূপ হবে?** (কঠিন)

ক $3a^2 - 12a + 9 = 0$ খ $a^2 - 4a + 9 = 0$

গ $3a^2 - 4a + 9 = 0$ ঘ $a^3 - 4a + 9 = 0$ **ক**

ব্যাখ্যা: $3^{2x+1} - 4.3^{x+1} + 9 = 0$

বা, $3.3^{2x} - 4.3.3^x + 9 = 0$ বা, $3a^2 - 12a + 9 = 0$

৩৭. $3^x = a$ ধরলে প্রদত্ত সমীকরণটিতে a এর মান কত? (সহজ)

ক $-3, -9$ খ $1, 3$ গ $-\frac{1}{3}, 9$ ঘ $3, \frac{1}{9}$ — খ

ব্যাখ্যা: $3a^2 - 12a + 9 = 0$ বা, $(a-3)(3a-3) = 0$, $a = 1, 3$

৩৮. সমীকরণটির সমাধান কত? (মধ্যম)

ক $0, 1$ খ $0, -1$ গ $1, 2$ ঘ $\frac{1}{2}, 1$ — ক

ব্যাখ্যা: $a = 1$ হলে, $3^x = 3^0$ বা, $x = 0$
$a = 3$ হলে, $3^x = 3^1$ বা, $x = 1$

নিচের তথ্যের আলোকে (৩৯-৪১) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

$(\sqrt{3})^{x+5} = (\sqrt[3]{3})^{2x+5}$

৩৯. সমীকরণটির $a^x = a^m$ আকারে প্রকাশিত সঠিক রূপ নিচের কোনটি? (মধ্যম)

ক $3^{2(x+5)} = 3^{3(2x+5)}$ খ $3^{\frac{x+5}{2}} = 3^{\frac{2x+5}{3}}$
গ $3^{\frac{2x+5}{2}} = 3^{3(2x+5)}$ ঘ $3^{2(2x+5)} = 3^{\frac{x+5}{3}}$ — খ

ব্যাখ্যা: $(\sqrt{3})^{x+5} = (\sqrt[3]{3})^{2x+5}$ $\therefore 3^{\frac{x+5}{2}} = 3^{\frac{2x+5}{3}}$

৪০. x = 2 হলে সমীকরণের ডানপক্ষের মান কত হবে? (মধ্যম)

ক 3 খ 9 গ 27 ঘ 81 — গ

ব্যাখ্যা: ডানপক্ষ $= 3^{\frac{2x+5}{3}} = 3^{\frac{2.2+5}{3}} = 3^{\frac{4+5}{3}}$
$= 3^3 = 27$ [$\because x = 2$]

৪১. নিচের কোনটি প্রদত্ত সমীকরণের সমাধান? (সহজ)

ক $x = 0$ খ $x = 2$ গ $x = \frac{5}{2}$ ঘ $x = 5$ — ঘ

ব্যাখ্যা: ৪৭ এর ব্যাখ্যা থেকে পাই,
$3^{\frac{x+5}{2}} = 3^{\frac{2x+5}{3}}$ বা, $\frac{x+5}{2} = \frac{2x+5}{3}$ বা, $4x + 10 = 3x + 15$
বা, $x = 15 - 10$ $\therefore x = 5$

নিচের তথ্যের আলোকে (৪২-৪৪) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

$3^{P-1} = 3a^{p-2}$ এবং $P = 3^{x+4} - 25.3^{x+1}$.

৪২. a এর কোন মানের জন্য ১ম সমীকরণের উভয় পক্ষ সমান হবে? (সহজ)

ক 0 খ 1 গ 2 ঘ 3 — ঘ

৪৩. a > 0 এবং a ≠ 3 হলে P এর কোন মানের জন্য ১ম সমীকরণটি সিদ্ধ হবে? (মধ্যম)

ক 3 খ 2 গ −2 ঘ −3 — খ

ব্যাখ্যা: $3^{P-2} = a^{P-2}$ বা, $\left(\frac{a}{3}\right)^{P-2} = 1 = \left(\frac{a}{3}\right)^0$
বা, $P - 2 = 0$ বা, $P = 2$.

৪৪. x এর মান কত? (কঠিন)

ক 2 খ 1 গ −1 ঘ −2 — গ

ব্যাখ্যা: $P = 3^{x+4} - 25.3^{x+1}$ বা, $2 = 3^x(3^4 - 25.3)$
বা, $3^x.(81 - 75) = 2$ বা, $3^x.6 = 2$ বা, $3^x = \frac{2}{6} = 3^{-1}$
$\therefore x = -1$

শ্রেণির কাজের ওপর সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

প্রশ্ন ১ 4096 ও 729 দুইটি সংখ্যা। কাজ; পৃষ্ঠা-৯৮

ক. ১ম সংখ্যাটিকে 2, 8 ও ২য় সংখ্যাটিকে 3 ও 9 এর সূচকে প্রকাশ কর। ২

খ. ১ম সংখ্যাকে $\frac{1}{2}$, 4, $2\sqrt{2}$, $\sqrt[3]{4}$ এর সূচকে এবং ২য় সংখ্যাকে 27, $\sqrt[5]{9}$ এর সূচকে প্রকাশ কর। ৪

গ. $\frac{64}{729}$ কে $\frac{3}{2}$, $\sqrt[3]{\frac{3}{2}}$ এর সূচকে প্রকাশ কর এবং $\frac{729}{4096}$ কে $\frac{4}{3}$, $\sqrt[5]{\frac{4}{3}}$ এর সূচকে প্রকাশ কর। ৪

১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক এখানে, সংখ্যা দুইটি 4096 এবং 729.

$\therefore 4096 = 64 \times 64 = 2^6 \times 2^6 = 2^{6+6} = 2^{12}$
$4096 = 64 \times 64 = 8^2 \times 8^2 = 8^2 \times 8^2 = 8^{2+2} = 8^4$
এবং $729 = 27 \times 27 = 3^3 \times 3^3 = 3^{3+3} = 3^6$
$729 = 81 \times 9 = 9 \times 9 \times 9 = 9^{1+1+1} = 9^3$

খ $4096 = 2^{12}$ ['ক' থেকে পাই]
$= (2^{-1})^{-12} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-12}$

$4096 = 8^4$ ['ক' থেকে পাই]
$= (2 \times 4)^4 = 2^4 \times 4^4 = 16 \times 4^4 = 4^2 \times 4^4 = 4^{2+4} = 4^6$
$4096 = 2^{12} = 2^{4\times3} = (2^4)^3 = 16^3$
$4096 = 8^4 = \left\{(2\sqrt{2})^2\right\}^4 = (2\sqrt{2})^8$
$4096 = 2^{12} = 2^{2\times6} = (2^2)^6 = 4^6 = \left\{\left(4^{\frac{1}{3}}\right)^3\right\}^6 = (\sqrt[3]{4})^{18}$

$729 = 3^6$ ['ক' থেকে পাই] $= (3^3)^2 = 27^2$
এবং $729 = 9^3$ ['ক' থেকে পাই]
$= \left\{\left(9^{\frac{1}{5}}\right)^5\right\}^3 = \left(9^{\frac{1}{5}}\right)^{15} = (\sqrt[5]{9})^{15}$

গ $\frac{64}{729} = \frac{2^6}{3^6}$ ['ক' থেকে পাই]

$= \frac{(2^{-1})^{-6}}{(3^{-1})^{-6}} = \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^{-6}}{\left(\frac{1}{3}\right)^{-6}} = \left(\frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{3}}\right)^{-6} = \left(\frac{1}{2} \times \frac{3}{1}\right)^{-6} = \left(\frac{3}{2}\right)^{-6}$

আবার, $\frac{64}{729} = \frac{2^6}{3^6} = \left(\frac{3}{2}\right)^{-6}$

$= \left[\left\{\left(\frac{3}{2}\right)^{\frac{1}{3}}\right\}^3\right]^{-6} = \left\{\left(\frac{3}{2}\right)^{\frac{1}{3}}\right\}^{-18}$

$= \left(\sqrt[3]{\frac{3}{2}}\right)^{-18}$

এবং $\frac{729}{4096} = \frac{3^6}{4^6}$ ['খ' থেকে পাই]

$= \left(\frac{3}{4}\right)^6 = \left(\frac{3^{-1}}{4^{-1}}\right)^{-6} = \left(\frac{\frac{1}{3}}{\frac{1}{4}}\right)^{-6} = \left(\frac{1}{3} \times \frac{4}{1}\right)^{-6} = \left(\frac{4}{3}\right)^{-6}$

আবার, $\frac{729}{4096} = \left(\frac{4}{3}\right)^{-6}$

$= \left[\left\{\left(\frac{4}{3}\right)^{\frac{1}{5}}\right\}^5\right]^{-6} = \left\{\left(\frac{4}{3}\right)^{\frac{1}{5}}\right\}^{-30} = \left(\sqrt[5]{\frac{4}{3}}\right)^{-30}$

www.bdniyog.com

মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত আরও সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

প্রশ্ন ▶ ২ $4^{1+x} + 4^{1-x} = 10$

ক. $4^x = a$ ধরে প্রদত্ত সমীকরণটিকে a এর মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২

খ. সমীকরণটি সমাধান কর। ৪

গ. শুদ্ধি পরীক্ষা করে সমীকরণটির সত্যতা যাচাই কর। ৪

২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,

$4^{1+x} + 4^{1-x} = 10$

বা, $4a + \frac{4}{a} = 10$ [$\because 4^x = a$]

বা, $\frac{4a^2+4}{a} = 10$

বা, $4a^2 + 4 = 10a$

বা, $4a^2 - 10a + 4 = 0$

বা, $2a^2 - 5a + 2 = 0$

$\therefore$ $2a^2 - 5a + 2 = 0$

এটিই নির্ণেয় সমীকরণ।

খ 'ক' হতে পাই, $2a^2 - 5a + 2 = 0$

বা, $2a^2 - 4a - a + 2 = 0$

বা, $2a(a-2) - 1(a-2) = 0$

বা, $(a-2)(2a-1) = 0$

হয়, $a - 2 = 0$

বা, $a = 2$

বা, $4^x = 4^{\frac{1}{2}}$ [$\because \sqrt{4} = 4^{\frac{1}{2}} = 2$] [a এর মান বসিয়ে]

$\therefore$ $x = \frac{1}{2}$

অথবা $2a - 1 = 0$

বা, $2a = 1$

বা, $a = \frac{1}{2}$ [উভয় পক্ষকে 4 দ্বারা ভাগ করে]

বা, $4^x = \frac{1}{4^{1/2}}$ [a এর মান বসিয়ে]

বা, $4^x = 4^{-\frac{1}{2}}$

$x = -\frac{1}{2}$

নির্ণেয় সমাধান, $x = \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}$

গ 'খ' হতে পাই,

$x = \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}$

শুদ্ধি পরীক্ষা :

যখন, $x = \frac{1}{2}$, তখন প্রদত্ত সমীকরণটির

বামপক্ষ $= 4^{1+\frac{1}{2}} + 4^{1-\frac{1}{2}}$

$= 4^{\frac{2+1}{2}} + 4^{\frac{1}{2}}$

$= 4^{\frac{3}{2}} + 4^{\frac{1}{2}}$

$= (\sqrt{4})^3 + \sqrt{4}$

$= 2^3 + 2$

$= 8 + 2$

$= 10$

$=$ ডানপক্ষ

আবার, যখন $x = -\frac{1}{2}$, তখন প্রদত্ত সমীকরণটির

বামপক্ষ $= 4^{1-\frac{1}{2}} + 4^{1+\frac{1}{2}}$

$= 4^{\frac{2-1}{2}} + 4^{\frac{2+1}{2}}$

$= 4^{\frac{1}{2}} + 4^{\frac{3}{2}}$

$= \sqrt{4} + (\sqrt{4})^3$

$= 2 + 2^3$

$= 2 + 8$

$= 10$

$=$ ডানপক্ষ

সুতরাং, $x = \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}$ এর জন্য প্রদত্ত সমীকরণের সত্যতা যাচাই হলো।

প্রশ্ন ▶ ৩ $(\sqrt[5]{4})^{4x+7} = (\sqrt[11]{64})^{2x+7}$ এবং $a^{-x}(a^x + b^{-x}) = \frac{a^2b^2+1}{a^2b^2}$ ($a > 0, b > 0$ এবং $ab \neq 1$) **দুইটি সূচকীয় সমীকরণ।**

ক. প্রথম সমীকরণকে $a^m = a^n$ আকারে লিখ। ২

খ. প্রথম সমীকরণটি সমাধান কর। ৪

গ. দ্বিতীয় সমীকরণটি সমাধান করে দেখাও যে, সমীকরণ দুইটির মূল সমান। ৪

৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $(\sqrt[5]{4})^{4x+7} = (\sqrt[11]{64})^{2x+7}$

বা, $(\sqrt[5]{4})^{4x+7} = (\sqrt[11]{4^3})^{2x+7}$

বা, $\left(4^{\frac{1}{5}}\right)^{4x+7} = \left(4^{\frac{3}{11}}\right)^{2x+7}$

$\therefore$ $4^{\frac{1}{5}(4x+7)} = 4^{\frac{3}{11}(2x+7)}$

এটিই নির্ণেয় আকার।

খ 'ক' থেকে পাই, $4^{\frac{1}{5}(4x+7)} = 4^{\frac{3}{11}(2x+7)}$

$\therefore$ $\frac{1}{5}(4x+7) = \frac{3}{11}(2x+7)$ [$\because a^m = a^n$ হলে, $m = n$]

বা, $\frac{4x+7}{5} = \frac{3(2x+7)}{11}$

বা, $11(4x+7) = 15(2x+7)$

বা, $44x + 77 = 30x + 105$

বা, $44x - 30x = 105 - 77$

বা, $14x = 28$

বা, $x = \frac{28}{14}$

$\therefore$ $x = 2$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান, $x = 2$

গ দেওয়া আছে, $a^{-x}(a^x + b^{-x}) = \frac{a^2b^2+1}{a^2b^2}$

বা, $a^{-x}(a^x + b^{-x}) = 1 + \frac{1}{a^2b^2}$

বা, $a^{-x}.a^x + a^{-x}.b^{-x} = 1 + \frac{1}{(ab)^2}$

বা, $1 + (ab)^{-x} = 1 + (ab)^{-2}$ [$\because a^{-x}.a^x = a^{-x+x} = a^0 = 1$]

বা, $(ab)^{-x} = (ab)^{-2}$

$\therefore$ $-x = -2$ [$\because a^m = a^n$ হলে, $m = n$]

অর্থাৎ, $x = 2$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান, $x = 2$

'খ' হতে পাই,

প্রথম সমীকরণটির সমাধান, $x = 2$

অর্থাৎ সমীকরণ দুইটির মূল সমান।

www.bdniyog.com

প্রশ্ন ▶ ৪ $5^x + 5^{2-x} = 26$ **এবং** $3(9^x - 4.3^{x-1}) + 1 = 0$ **দুইটি সূচকীয় সমীকরণ।**

ক. $5^x = a$ ধরে প্রদত্ত প্রথম সমীকরণটি লিখ। ২

খ. 'ক' এ প্রাপ্ত সমীকরণটি সমাধান কর। ৪

গ. প্রদত্ত দ্বিতীয় সমীকরণটি সমাধান কর এবং দেখাও যে, সমীকরণ দুইটির মাঝে একটি সাধারন মূল রয়েছে। ৪

৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $5^x + 5^{2-x} = 26$

বা, $5^x + \frac{5^2}{5^x} = 26$

বা, $a + \frac{25}{a} = 26$ [$\because 5 = a$]

বা, $\frac{a^2+25}{a} = 26$

বা, $a^2 + 25 = 26a$

$\therefore$ $a^2 - 26a + 25 = 0$

এটিই নির্ণেয় সমীকরণ।

খ 'ক' হতে পাই, $a^2 - 26a + 25 = 0$

বা, $a^2 - 25a - a + 25 = 0$

বা, $a(a-25) - 1(a-25) = 0$

বা, $(a-25)(a-1) = 0$

হয় $a - 25 = 0$ অথবা, $a - 1 = 0$

বা, $a = 25$ বা, $a = 1$

বা, $5^x = 5^2$ বা, $5^x = 5^0$

$\therefore$ $x = 2$ $\therefore$ $x = 0$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান, $x = 0, 2$

গ দেওয়া আছে, $3(9^x - 4.3^{x-1}) + 1 = 0$

বা, $3.9^x - 4.3.3^{x-1} + 1 = 0$

বা, $3(3^2)^x - 4.3^{x-1+1} + 1 = 0$ [$\because a^m.a^n = a^{m+n}$]

বা, $3(3^x)^2 - 4.3^x + 1 = 0$

বা, $3b^2 - 4b + 1 = 0$ [$3^x = b$ ধরে]

বা, $3b^2 - 3b - b + 1 = 0$

বা, $3b(b-1) - 1(b-1) = 0$

বা, $(b-1)(3b-1) = 0$

হয়, $b - 1 = 0$ অথবা, $3b - 1 = 0$

বা, $b = 1$ বা, $b = \frac{1}{3}$

বা, $3^x = 3^0$ বা, $3^x = 3^{-1}$

$\therefore$ $x = 0$ $\therefore x = -1$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান, $x = 0, -1$

সুতরাং সমীকরণ দুইটির মধ্যে একটি সাধারণ মূল 0।

(দেখানো হলো)

প্রশ্ন ▶ ৫ আদমশুমারী করার জন্য এক ব্যক্তি গেলেন এক গণিতবিদের বাসায়। বাসায় গণিতবিদ না থাকায় লোকটি গণিতবিদের স্ত্রীর কাছে পরিবারের সকলের বয়স জানতে চাইলে তিনি বললেন, আমার স্বামীর বয়স 3^{2x-2} বছর, আমার একমাত্র কন্যার বয়স 5.3^{x-2} বছর এবং তাদের বয়স বিয়োগ করলে আপনি আমার বয়স পাবেন। এইটুকু তথ্য নিয়ে লোকটি ফিরে গেলেন এবং ফেরার পথে গণিতবিদের দেখা পেলেন। গণিতবিদের কাছে তার স্ত্রীর বয়স জানতে চাইলে তিনি বললেন, আমার স্ত্রীর বয়স 66 বছর।

ক. সমস্যাটিকে একটি সমীকরণের মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২

খ. সমীকরণটি সমাধান করে গণিতবিদের বয়স নির্ণয় কর। ৪

গ. লোকটি x-এর মান নির্ণয় করতে গিয়ে ভুল করলেন এবং তার হিসেবে গণিতবিদের বয়স বের হল 729 বছর। তিনি কন্যার বয়স কত নির্ণয় করেছিলেন? ৪

৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক এখানে, প্রশ্নমতে, গণিতবিদের বয়স = 3^{2x-2} বছর

কন্যার বয়স = 5.3^{x-2} বছর

স্ত্রীর বয়স = 66 বছর

আবার, স্ত্রীর বয়স = $3^{2x-2} - 5.3^{x-2}$

$\therefore$ নির্ণেয় সমীকরণ $3^{2x-2} - 5.3^{x-2} = 66$

খ এখানে, গণিতবিদের বয়স = 3^{2x-2} বছর

প্রশ্নমতে, $3^{2x-2} - 5.3^{x-2} = 66$

বা, $3^{2x}.\frac{1}{3^2} - 5.3^x.\frac{1}{3^2} = 66$

বা, $\frac{3^{2x}}{9} - \frac{5.3^x}{9} = 66$

বা, $3^{2x} - 5.3^x = 594$ [উভয়পক্ষে 9 দ্বারা গুণ করে]

বা, $3^{2x} - 5.3^x - 594 = 0$

বা, $(3^x)^2 - 5.3^x - 594 = 0$

বা, $a^2 - 5a - 594 = 0$ [$3^x = a$ ধরে]

বা, $a^2 - 27a + 22a - 594 = 0$

বা, $(a-27)(a+22) = 0$

এখন, $a + 22 \neq 0$

বা, $a \neq -22$ কেননা $a = 3^x > 0$

$\therefore$ $a - 27 = 0$

বা, $a = 27$

বা, $3^x = 27$

বা, $3^x = 3^3$

বা, $x = 3$

$\therefore$ গণিতবিদের বয়স = $3^{2x-2} = 3^{2.3-2}$ [$x = 3$ বসিয়ে]

$= 3^{6-2} = 3^4$

$= 81$ বছর

$\therefore$ গণিতবিদের বয়স 81 বছর।

গ এখানে, গণিতবিদের বয়স = 3^{2x-2} বছর

বয়স বের করতে ভুল করায় গণিতবিদের বয়স পাওয়া গেল 729 বছর।

প্রশ্নমতে, $3^{2x-2} = 729$

বা, $3^{2(x-1)} = 729$

বা, $(3^{x-1})^2 = 729$

বা, $3^{x-1} = 27$ [উভয়পাশে বর্গমূল করে পাই]

বা, $3^{x-1} = (3)^3$

$\therefore$ $x - 1 = 3$

বা, $x = 3 + 1$

বা, $x = 4$

$\therefore$ কন্যার বয়স = $5.3^{x-2} = 5.3^{4-2} = 5.3^2 = 5.9 = 45$ বছর

$\therefore$ লোকটি কন্যার বয়স 45 বছর নির্ণয় করেছিলেন।

প্রশ্ন ▶ ৬ $p = 5^{3x-5}.b^{2x-6}$

ক. $x = 3$ হলে p = কত? ২

খ. $5^{x+1}.a^{2x-6} = p$ হলে, সমীকরণটি x এর জন্য সমাধান কর। ৪

গ. $5^{x-2}.a^{2x-7}.b = p$ হলে, সমীকরণটি x এর জন্য সমাধান কর। ৪

৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $p = 5^{3x-5}.b^{2x-6}$

$= 5^{3.3-5}.b^{2.3-6}$ [$x = 3$ বসিয়ে]

$= 5^{9-4}.b^{6-6} = 5^5.b^0$

$= 625.1 = 625$ **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে, $5^{x+1}.a^{2x-6} = p = 5^{3x-5}.b^{2x-6}$

বা, $5^{x+1}.a^{2x-6} = 5^{3x-5}.b^{2x-6}$

বা, $\frac{5^{x+1}}{5^{3x-5}} = \frac{b^{2x-6}}{a^{2x-6}}$

বা, $\frac{5^{3x-5}}{5^{x+1}} = \frac{a^{2x-6}}{b^{2x-6}}$ [ব্যস্তকরণ করে]

বা, $5^{3x-5-x-1} = \frac{a^{2x-6}}{b^{2x-6}}$

বা, $\frac{5^{2x-6}.b^{2x-6}}{a^{2x-6}} = 1$

বা, $\left(\frac{5b}{a}\right)^{2x-6} = 1$

বা, $\left(\frac{5b}{a}\right)^{2x-6} = \left(\frac{5b}{a}\right)^{0}$

$\therefore$ $2x - 6 = 0$

বা, $2x = 6$ $\therefore$ $x = 3$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান: $x = 3$

গ $5^{3x-5}.b^{2x-6} = p = 5^{x-2}.a^{2x-7}.b$

বা, $5^{3x-5}.b^{2x-6} = 5^{x-2}.a^{2x-7}.b$

বা, $\frac{5^{3x-5}}{5^{x-2}.a^{2x-7}} = \frac{b}{b^{2x-6}}$

বা, $\frac{5^{3x-5-x-2}}{a^{2x-7}} = b^{1-2x+6}$

বা, $\frac{5^{2x-7}}{a^{2x-7}} = b^{-(2x-7)}$

বা, $\left(\frac{5}{a}\right)^{2x-7} = \frac{1}{b^{2x-7}}$

বা, $\left(\frac{5b}{a}\right)^{2x-7} = 1$

বা, $\left(\frac{5b}{a}\right)^{2x-7} = \left(\frac{5b}{a}\right)^{0}$

$\therefore$ $2x - 7 = 0$

বা, $2x = 7$

$\therefore$ $x = \frac{7}{2}$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান: $x = \frac{7}{2}$

$\therefore$ নিশ্চায়ক $= 4 > 0$ এবং পূর্ণবর্গ সংখ্যা।

$\therefore$ সমীকরণটির মূলদ্বয় বাস্তব, অসমান ও মূলদ।

প্রশ্ন ব্যাংক উত্তরসহ সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

প্রশ্ন ▶ ৭ $4^{x+2} = 2^{2x+1} + 14$ **এবং** $a^{2x} - (a^3 + a)a^{x-1} + a^2 = 0$; **$(a > 0, a \neq 1)$ দুইটি সূচকীয় সমীকরণ।**

ক. $2^{2x} = a$ ধরে প্রদত্ত প্রথম সমীকরণটি লিখ। ২

খ. প্রদত্ত প্রথম সমীকরণটি সমাধান কর। ৪

গ. দ্বিতীয় সমীকরণটি সমাধান করে দেখাও যে, সমীকরণ দুইটির মধ্যে একটি সাধারণ মূল রয়েছে। ৪

উত্তর: ক. $16a = 2a + 14$; **খ.** $x = 0$; **গ.** $x = 0, 2$ সমীকরণ দুইটির মধ্যে একটি সাধারণ মূল 0।

প্রশ্ন ▶ ৮ $2^{2x} - 3.2^{x+2} = -32$ **এবং** $3^{2x-2} - 5.3^{x-2} = 66$ **দুইটি সূচক সমীকরণ।**

ক. $2^x = a$ ধরে প্রদত্ত প্রথম সমীকরণটি লিখ। ২

খ. প্রথম সমীকরণটি সমাধান কর। ৪

গ. দ্বিতীয় সমীকরণটি সমাধান কর এবং সমীকরণ দুইটির মধ্যে সাধারণ মূল নির্ণয় কর। ৪

উত্তর: ক. $a^2 - 12a + 32 = 0$; **খ.** $x = 2, 3$; **গ.** $x = 3$; সাধারণ মূল 3.

প্রশ্ন ▶ ৯ $2x - 5 = p$

ক. $a^p = 1$ হলে x এর মান কত? ২

খ. $\frac{3^p.a^{2x-5}}{3^{x+5}} = a^p$ $(a > 0)$ হলে x এর মান কত? ৪

গ. $\frac{3^{p+x}.b^{p-1}}{3^{x+1}} = a^{p-1}$ $(a > 0, b > 0, 5b \neq a)$ হলে সমাধান কর। ৪

উত্তর: ক. $\frac{5}{2}$; **খ.** 10; **গ.** 3

প্রশ্ন ▶ ১০ (i) $a^{2x} - (a^3 + a)a^{x-1} + a^2 = 0$ $[a > 0, a \neq 1]$
(ii) $5^x + 5^{2-x} = 26$

ক. $a^x = p$ হলে (i) নং সমীকরণটি গঠন কর। ২

খ. (i) নং সমীকরণকে x এর মাধ্যমে সমাধান কর। ৪

গ. (ii) নং সমীকরণ সমাধান করে দেখাও যে, (i) নং সমীকরণের। ৪

উত্তর: ক. $p^2 - p(a^2 + 1) + a^2 = 0$; **খ.** $x = 0, 2$

REVISION

এ অংশে অধ্যায়ের গুরুত্বপূর্ণ তথ্য ও সূত্র, পরীক্ষার আগে যার উপর চোখ বুলিয়ে নেওয়া প্রয়োজন বা অবশ্যই মনে রাখতে হবে এমন বিষয়সমূহ একনজরে উল্লেখ করা হয়েছে। পরীক্ষার আগে এ বিষয়গুলো রিভিশন দিলে পরীক্ষায় নির্ভুলভাবে অঙ্ক সমাধান করতে পারবে।

- $a \neq 1$ হলে $a^x = a^m$ হবে যদিও কেবল যদি $x = m$ হয়।
- সূচকের নিয়মে ভিত্তির মান শূন্য হতে পারে না।
- $\frac{a}{b}$ এর ক্ষেত্রে $b \neq 0$ হবে।
- সূচকীয় রাশিকে সুবিধামতো ধরে নিয়ে সরল রাশিতে পরিণত করলে খুব সহজে সমাধান বের করা সম্ভব।

SUGGESTION

এখানে অধ্যায়টির অনুশীলনী, বহুনির্বাচনি ও সৃজনশীল প্রশ্নগুলো বিশ্লেষণ করে স্টার মার্কসহ সাজেশন দেওয়া হয়েছে। পরীক্ষার আগে অবশ্যই এ অঙ্কগুলো সমাধান করবে। তাহলে পরীক্ষায় যেকোন অঙ্কের সমাধান সহজেই করতে পারবে।

সাজেশন | বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

	প্রশ্ন নম্বর
★★★	৩, ৪, ৮, ৯, ১১, ১৪, ১৫, ১৬, ১৭, ১৯, ২১, ২২, ২৫, ২৬, ২৭, ২৯, ৩২, ৩৩, ৩৪, ৪২, ৪৩, ৪৪
★★	২, ৫, ৭, ১০, ১২, ১৮, ২০, ২৮, ৩৫, ৩৬, ৩৭, ৩৮

সাজেশন | সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

	প্রশ্ন নম্বর
★★★	২, ৪, ৫
★★	৩

www.bdniyog.com

শ্রেণির কাজ পৃষ্ঠা নং ৫৪৩

অধ্যায়-৫

সমীকরণ

অনুশীলনী-৫.৪

অনুশীলনটি পড়ে যা জানতে পারবে—

১. দুই চলকের এক ঘাত ও দ্বিঘাত সমীকরণ জোট সমাধান

২. দুই চলকবিশিষ্ট সূচকীয় সমীকরণ জোট সমাধান

PRACTICE

১২টি অনুশীলনীর প্রশ্ন |

৩০টি বহুনির্বাচনি প্রশ্ন ■ ১৫টি সাধারণ বহুনির্বাচনি ■ ৪টি বহুপদী সমাপ্তিসূচক ■ ১১টি অভিন্ন তথ্যভিত্তিক

৮টি সৃজনশীল প্রশ্ন ■ ১টি শ্রেণির কাজ ■ ৩টি মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত ■ ৪টি প্রশ্নব্যাংক

অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

সমাধান কর:

১. $(2x + 3)(y - 1) = 14, (x - 3)(y - 2) = -1$

সমাধান: $(2x + 3)(y - 1) = 14$ .... (i)

$(x - 3)(y - 2) = -1$ .... (ii)

(i) নং থেকে পাই,

$y - 1 = \frac{14}{2x + 3}$

বা, $y = \frac{14}{2x + 3} + 1$ .... (iii)

আবার, (ii) নং সমীকরণে $y = \frac{14}{2x + 3} + 1$ বসিয়ে পাই,

$(x - 3)\left(\frac{14}{2x + 3} + 1 - 2\right) = -1$

বা, $(x - 3)\left(\frac{14}{2x + 3} - 1\right) = -1$

বা, $(x - 3)\left(\frac{14 - 2x - 3}{2x + 3}\right) = -1$

বা, $\frac{(x - 3)(11 - 2x)}{2x + 3} = -1$

বা, $(x - 3)(11 - 2x) = -(2x + 3)$

বা, $11x - 2x^2 - 33 + 6x = -2x - 3$

বা, $-2x^2 + 17x - 33 + 2x + 3 = 0$

বা, $-2x^2 + 19x - 30 = 0$

বা, $2x^2 - 19x + 30 = 0$

বা, $2x^2 - 15x - 4x + 30 = 0$

বা, $x(2x - 15) - 2(2x - 15) = 0$

বা, $(2x - 15)(x - 2) = 0$

হয়, $2x - 15 = 0$ অথবা, $x - 2 = 0$

$\therefore x = \frac{15}{2}$ $\therefore x = 2$

এখন, (iii) নং সমীকরণে x এর মান বসিয়ে পাই,

যখন $x = \frac{15}{2}$ তখন $y = \frac{14}{2 \times \frac{15}{2} + 3} + 1 = \frac{14}{18} + 1$

$= \frac{14 + 18}{18} = \frac{32}{18} = \frac{16}{9}$

আবার, যখন $x = 2$ তখন $y = \frac{14}{2 \times 2 + 3} + 1 = \frac{14}{7} + 1 = 2 + 1 = 3$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান: $(x, y) = \left(\frac{15}{2}, \frac{16}{9}\right), (2, 3)$

২. $(x - 2)(y - 1) = 3, (x + 2)(2y - 5) = 15$

সমাধান: $(x - 2)(y - 1) = 3$ ....(i)

$(x + 2)(2y - 5) = 15$ ....(ii)

এখন, (i) নং সমীকরণ থেকে পাই,

$x - 2 = \frac{3}{y - 1}$

বা, $x = \frac{3}{y - 1} + 2$ .... (iii)

(ii) নং সমীকরণে $x = \frac{3}{y - 1} + 2$ বসিয়ে পাই,

$\left(\frac{3}{y - 1} + 2 + 2\right)(2y - 5) = 15$

বা, $\left(\frac{3}{y - 1} + 4\right)(2y - 5) = 15$

বা, $\left(\frac{3 + 4y - 4}{y - 1}\right)(2y - 5) = 15$

বা, $(4y - 1)(2y - 5) = 15(y - 1)$

বা, $8y^2 - 20y - 2y + 5 = 15y - 15$

বা, $8y^2 - 20y - 2y + 5 - 15y + 15 = 0$

বা, $8y^2 - 37y + 20 = 0$

বা, $8y^2 - 5y - 32y + 20 = 0$

বা, $y(8y - 5) - 4(8y - 5) = 0$

বা, $(8y - 5)(y - 4) = 0$

হয়, $8y - 5 = 0$ অথবা, $y - 4 = 0$

$\therefore y = \frac{5}{8}$ $\therefore y = 4$

এখন, (iii) নং সমীকরণে y এর মান বসিয়ে পাই,

$y = \frac{5}{8}$ হলে, $x = \frac{3}{\frac{5}{8} - 1} + 2 = \frac{3}{-\frac{3}{8}} + 2 = -8 + 2 = -6$

আবার, $y = 4$ হলে, $x = \frac{3}{4 - 1} + 2 = \frac{3}{3} + 2 = 3$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান: $(x, y) = (3, 4), \left(-6, \frac{5}{8}\right)$

www.bdniyog.com

৩. $x^2 = 7x + 6y,\ y^2 = 7y + 6x$

সমাধান: $x^2 = 7x + 6y$......................(i)

$y^2 = 7y + 6x$......................(ii)

এখন, (i) নং থেকে (ii) নং বিয়োগ করে পাই,

$x^2 - y^2 = x - y$

বা, $(x - y)(x + y) - (x - y) = 0$

বা, $(x - y)(x + y - 1) = 0$

হয়, $x - y = 0$ অথবা, $x + y - 1 = 0$

$\therefore$ $x = y$.........(iii) $\therefore$ $x = 1 - y$........(iv)

(i) নং সমীকরণে $x = y$ বসিয়ে পাই,

$y^2 = 7y + 6y$

বা, $y^2 = 13y$

বা, $y^2 - 13y = 0$

বা, $y(y - 13) = 0$

হয়, $y = 0$ অথবা, $y - 13 = 0$

$\therefore$ $y = 0$ $\therefore$ $y = 13$

(iii) নং সমীকরণে y এর মান বসিয়ে পাই,

যখন $y = 0$ তখন $x = 0$

যখন $y = 13$ তখন $x = 13$

আবার (i) নং সমীকরণে $x = 1 - y$ বসিয়ে পাই,

$(1 - y)^2 = 7(1 - y) + 6y$

বা, $1 - 2y + y^2 = 7 - 7y + 6y$

বা, $1 - 2y + y^2 - 7 + 7y - 6y = 0$

বা, $y^2 - y - 6 = 0$

বা, $y^2 - 3y + 2y - 6 = 0$

বা, $y(y - 3) + 2(y - 3) = 0$

বা, $(y - 3)(y + 2) = 0$

হয়, $y - 3 = 0$ অথবা, $y + 2 = 0$

$\therefore$ $y = 3$ $\therefore$ $y = -2$

(iv) নং সমীকরণে y এর মান বসিয়ে পাই,

$y = 3$ হলে, $x = 1 - 3 = -2$

$y = -2$ হলে, $x = 1 + 2 = 3$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান: $(x, y) = (0, 0), (13, 13), (3, -2), (-2, 3)$

৪. $x^2 = 3x + 2y,\ y^2 = 3y + 2x$

সমাধান: $x^2 = 3x + 2y$ ....(i)

$y^2 = 3y + 2x$ ....(ii)

এখন, (i) নং থেকে (ii) নং বিয়োগ করে পাই,

$x^2 - y^2 = x - y$

বা, $(x - y)(x + y) - 1(x - y) = 0$

বা, $(x - y)(x + y - 1) = 0$

হয়, $x - y = 0$ অথবা, $x + y - 1 = 0$

$\therefore$ $x = y$ .... (iii) এবং $x = 1 - y$ .... (iv)

(i) নং এ $x = y$ বসিয়ে পাই,

$y^2 = 3y + 2y$

বা, $y^2 - 5y = 0$

বা, $y(y - 5) = 0$

হয়, $y = 0$ অথবা, $y - 5 = 0$

$\therefore$ $y = 0$ $\therefore$ $y = 5$

(iii) নং থেকে পাই,

$y = 0$ হলে, $x = 0$

$y = 5$ হলে, $x = 5$

আবার, (i) নং এ $x = 1 - y$ বসিয়ে পাই,

$(1 - y)^2 = 3(1 - y) + 2y$

বা, $1 - 2y + y^2 = 3 - 3y + 2y$

বা, $1 - 2y + y^2 - 3 + 3y - 2y = 0$

বা, $y^2 - y - 2 = 0$

বা, $y^2 - 2y + y - 2 = 0$

বা, $y(y - 2) + 1(y - 2) = 0$

বা, $(y - 2)(y + 1) = 0$

হয়, $y - 2 = 0$ অথবা, $y + 1 = 0$

$\therefore$ $y = 2$ $\therefore$ $y = -1$

(iv) নং থেকে $y = 2$ হলে, $x = 1 - 2 = -1$

$y = -1$ হলে, $x = 1 + 1 = 2$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান: $(x, y) = (0, 0), (5, 5), (-1, 2), (2, -1)$

৫. $x + \frac{4}{y} = 1,\ y + \frac{4}{x} = 25$

সমাধান: $x + \frac{4}{y} = 1$......................(i)

$y + \frac{4}{x} = 25$..................(ii)

এখন, (i) নং থেকে পাই, $xy + 4 = y$..........(iii) [y দ্বারা গুণ করে]

(ii) নং থেকে পাই, $xy + 4 = 25x$......(iv) [x দ্বারা গুণ করে]

(iii) নং থেকে (iv) নং বিয়োগ করে পাই,

$0 = y - 25x$

$y = 25x$ ....(v)

(i) নং এ $y = 25x$ বসিয়ে পাই,

$x + \frac{4}{25x} = 1$

বা, $25x^2 + 4 = 25x$

বা, $25x^2 - 25x + 4 = 0$

বা, $25x^2 - 20x - 5x + 4 = 0$

বা, $5x(5x - 4) - 1(5x - 4) = 0$

বা, $(5x - 4)(5x - 1) = 0$

হয়, $5x - 4 = 0$ অথবা, $5x - 1 = 0$

$\therefore$ $x = \frac{4}{5}$ $\therefore$ $x = \frac{1}{5}$

x এর মান (v) নং এ বসিয়ে পাই,

যখন $x = \frac{4}{5}$ তখন $y = 25 \cdot \frac{4}{5} = 20$

যখন $x = \frac{1}{5}$ তখন $y = 25 \cdot \frac{1}{5} = 5$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান: $(x, y) = \left(\frac{4}{5}, 20\right), \left(\frac{1}{5}, 5\right)$

বিকল্প সমাধান:

$x + \frac{4}{y} = 1$........................(i)

$y + \frac{4}{x} = 25$.....................(ii)

(i) নং থেকে পাই, $x = 1 - \frac{4}{y}$ ....(iii)

(ii) নং এ $x = 1 - \frac{4}{y}$ বসিয়ে পাই,

$y + \frac{4}{1 - \frac{4}{y}} = 25$

বা, $y + \frac{4y}{y - 4} = 25$

বা, $\frac{y(y-4)+4y}{y-4} = 25$

বা, $y(y-4) + 4y = 25(y-4)$

বা, $y^2 - 4y + 4y - 25y + 100 = 0$

বা, $y^2 - 25y + 100 = 0$

বা, $y^2 - 20y - 5y + 100 = 0$

বা, $y(y-20) - 5(y-20) = 0$

বা, $(y-20)(y-5) = 0$

হয়, $y - 20 = 0$ অথবা, $y - 5 = 0$

$\therefore \; y = 20$ $\quad \therefore \; y = 5$

y-এর মান (iii) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

যখন $y = 20$ তখন $x = 1 - \frac{4}{20} = \frac{4}{5}$

যখন $y = 5$ তখন $x = 1 - \frac{4}{5} = \frac{1}{5}$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান: $(x, y) = \left(\frac{4}{5}, 20\right), \left(\frac{1}{5}, 5\right)$

৬. $y + 3 = \frac{4}{x}, \;\; x - 4 = \frac{5}{3y}$

সমাধান: $y + 3 = \frac{4}{x}$ ....(i)

$x - 4 = \frac{5}{3y}$ ....(ii)

এখন, (i) নং থেকে পাই,

$y = \frac{4}{x} - 3$ ....(iii)

(ii) নং এ $y = \frac{4}{x} - 3$ বসিয়ে পাই,

$x - 4 = \frac{5}{3\left(\frac{4}{x} - 3\right)}$

বা, $x - 4 = \frac{5}{3\left(\frac{4-3x}{x}\right)}$

বা, $x - 4 = \frac{5x}{12 - 9x}$

বা, $(x-4)(12-9x) = 5x$

বা, $12x - 9x^2 - 48 + 36x = 5x$

বা, $-9x^2 + 48x - 48 - 5x = 0$

বা, $9x^2 - 43x + 48 = 0$

বা, $9x^2 - 27x - 16x + 48 = 0$

বা, $9x(x-3) - 16(x-3) = 0$

বা, $(9x-16)(x-3) = 0$

হয়, $9x - 16 = 0$ অথবা, $x - 3 = 0$

$\therefore \; x = \frac{16}{9}$ $\quad \therefore \; x = 3$

আবার, (iii) নং সমীকরণে x এর মান বসিয়ে পাই,

যখন $x = \frac{16}{9}$ তখন $y = \frac{4}{\frac{16}{9}} - 3 = \frac{4 \times 9}{16} - 3 = \frac{9}{4} - 3 = -\frac{3}{4}$

যখন $x = 3$ তখন $y = \frac{4}{3} - 3 = -\frac{5}{3}$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান: $(x, y) = \left(\frac{16}{9}, -\frac{3}{4}\right), \left(3, -\frac{5}{3}\right)$

৭. $xy - x^2 = 1, \;\; y^2 - xy = 2$

সমাধান: $xy - x^2 = 1$ .... (i)

$y^2 - xy = 2$ .... (ii)

এখন, (i) নং থেকে পাই, $x(y-x) = 1$ ....(iii)

(ii) নং থেকে পাই, $y(y-x) = 2$ .... (iv)

(iii) নং কে (iv) নং দ্বারা ভাগ করে পাই,

$\frac{x(y-x)}{y(y-x)} = \frac{1}{2}$

বা, $2x(y-x) = y(y-x)$

বা, $2x(y-x) - y(y-x) = 0$

বা, $(2x-y)(y-x) = 0$

হয়, $2x - y = 0$ অথবা, $y - x = 0$

$\therefore \; y = 2x$ .... (v) $\quad \therefore \; y = x$ .... (vi)

(i) নং এ $y = 2x$ বসিয়ে পাই,

$x \cdot 2x - x^2 = 1$

বা, $2x^2 - x^2 = 1$

বা, $x^2 = 1$

$\therefore \; x = \pm 1$

$x = \pm 1$ হলে, $y = 2(\pm 1) = \pm 2$

আবার, (vi) থেকে y এর মান (i) এ বসিয়ে পাই,

$x \cdot x - x^2 = 1$

বা, $x^2 - x^2 = 1$

বা, $0 = 1$ যা অসম্ভব।

$\therefore$ এক্ষেত্রে কোনো সমাধান নাই।

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান: $(x, y) = (1, 2), (-1, -2)$

৮. $x^2 - xy = 14, \;\; y^2 + xy = 60$

সমাধান: $x^2 - xy = 14$...................(i)

$y^2 + xy = 60$ ....(ii)

এখন, (i) নং সমীকরণ থেকে পাই,

$xy = x^2 - 14$

বা, $y = \frac{x^2 - 14}{x}$

বা, $y = x - \frac{14}{x}$ ....(iii)

(ii) নং সমীকরণে $y = x - \frac{14}{x}$ বসিয়ে পাই,

$\left(x - \frac{14}{x}\right)^2 + x\left(x - \frac{14}{x}\right) = 60$

বা, $x^2 - 2 \cdot x \cdot \frac{14}{x} + \left(\frac{14}{x}\right)^2 + x^2 - 14 = 60$

বা, $2x^2 - 28 + \frac{196}{x^2} - 14 = 60$

বা, $2x^2 - 28 + \frac{196}{x^2} - 14 - 60 = 0$

বা, $2x^2 - 102 + \frac{196}{x^2} = 0$

বা, $\frac{2x^4 - 102x^2 + 196}{x^2} = 0$

বা, $2x^4 - 102x^2 + 196 = 0$

বা, $x^4 - 51x^2 + 98 = 0$

বা, $x^4 - 49x^2 - 2x^2 + 98 = 0$

বা, $x^2(x^2 - 49) - 2(x^2 - 49) = 0$

বা, $(x^2 - 49)(x^2 - 2) = 0$

www.bdniyog.com

হয়, $x^2-49=0$ অথবা, $x^2-2=0$

বা, $x^2=49$ বা, $x^2=2$

$\therefore x=\pm 7$ $\therefore x=\pm\sqrt{2}$

আবার, (iii) নং সমীকরণে x এর মান বসিয়ে পাই,

যখন $x=7$ তখন $y=7-\frac{14}{7}=7-2=5$

যখন $x=-7$ তখন $y=-7+\frac{14}{7}=-7+2=-5$

যখন $x=\sqrt{2}$ তখন $y=\sqrt{2}-\frac{14}{\sqrt{2}}$

$=\sqrt{2}-\frac{14\sqrt{2}}{\sqrt{2}\sqrt{2}}=\sqrt{2}-\frac{14\sqrt{2}}{2}=\sqrt{2}-7\sqrt{2}=-6\sqrt{2}$

যখন $x=-\sqrt{2}$ তখন $y=-\sqrt{2}-\frac{14}{-\sqrt{2}}$

$=-\sqrt{2}+\frac{14\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=-\sqrt{2}+\frac{14\sqrt{2}}{2}$

$=-\sqrt{2}+7\sqrt{2}=6\sqrt{2}$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান:

$(x, y)=(7, 5), (-7, -5), \left(\sqrt{2}, -6\sqrt{2}\right), \left(\sqrt{2}, 6\sqrt{2}\right)$

[বি:দ্র: পাঠ্যবইয়ে উত্তর ভুল আছে।]

৯. $x^2+y^2=25, \quad xy=12$

সমাধান: $x^2+y^2=25$................ (i)

$xy=12$..................... (ii)

এখন, (ii) নং কে 2 দ্বারা গুণ করে (i) নং এর সাথে যোগ করে পাই,

$$\begin{array}{r} x^2+y^2=25 \\ 2xy=24 \\ \hline x^2+y^2+2xy=49 \end{array}$$

বা, $(x+y)^2=49$

$\therefore x+y=\pm 7$.............................(iii)

আবার, (ii) নং কে 2 দ্বারা গুণ করে (i) নং থেকে বিয়োগ করে পাই,

$$\begin{array}{r} x^2+y^2 \quad =25 \\ 2xy=24 \\ - \quad\quad - \\ \hline x^2+y^2-2xy=1 \end{array}$$

বা, $(x-y)^2=1$

$\therefore x-y=\pm 1$...........................(iv)

(iii) ও (iv) নং থেকে পাই,

$\left.\begin{array}{l} x+y=7 \\ x-y=1 \end{array}\right\}$ ....(v)

$\left.\begin{array}{l} x+y=7 \\ x-y=-1 \end{array}\right\}$ ....(vi)

$\left.\begin{array}{l} x+y=-7 \\ x-y=1 \end{array}\right\}$ ....(vii)

$\left.\begin{array}{l} x+y=-7 \\ x-y=-1 \end{array}\right\}$ ....(viii)

উপরের সমীকরণ জোটগুলো যোগ ও বিয়োগ করে পাই,

(v) নং থেকে $x=4, y=3$

(vi) নং থেকে $x=3, y=4$

(vii) নং থেকে $x=-3, y=-4$

(viii) নং থেকে $x=-4, y=-3$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান:

$(x, y)=(4, 3), (3, 4), (-3, -4), (-4, -3)$

বিকল্প সমাধান:

$x^2+y^2=25$......................(i)

$xy=12$.............................(ii)

এখন, (ii) নং থেকে পাই, $y=\frac{12}{x}$ ....(iii)

(i) নং হতে, $x^2+\left(\frac{12}{x}\right)^2=25$

বা, $x^2+\frac{144}{x^2}=25$

বা, $\frac{x^4+144}{x^2}=25$

বা, $x^4+144=25x^2$

বা, $x^4-25x^2+144=0$

বা, $x^4-16x^2-9x^2+144=0$

বা, $x^2(x^2-16)-9(x^2-16)=0$

বা, $(x^2-16)(x^2-9)=0$

হয়, $x^2-16=0$ অথবা, $x^2-9=0$

বা, $x^2=16$ বা, $x^2=9$

$\therefore x=\pm 4$ $\therefore x=\pm 3$

যখন $x=4$ তখন $y=\frac{12}{4}=3$ [(iii) থেকে]

যখন $x=-4$ তখন $y=\frac{12}{-4}=-3$

যখন $x=3$ তখন $y=\frac{12}{3}=4$

যখন $x=-3$ তখন $y=\frac{12}{-3}=-4$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান: $(x, y)=(4, 3), (-4, -3), (3, 4), (-3, -4)$

১০. $\frac{x+y}{x-y}+\frac{x-y}{x+y}=\frac{10}{3}, \quad x^2-y^2=3$

সমাধান: $\frac{x+y}{x-y}+\frac{x-y}{x+y}=\frac{10}{3}$ .... (i)

$x^2-y^2=3$ .... (ii)

এখন, (i) নং থেকে পাই,

$\frac{(x+y)^2+(x-y)^2}{(x-y)(x+y)}=\frac{10}{3}$

বা, $\frac{2(x^2+y^2)}{x^2-y^2}=\frac{10}{3}$

বা, $\frac{2(x^2+y^2)}{3}=\frac{10}{3}$ [(ii) নং থেকে $x^2-y^2=3$ বসিয়ে]

বা, $x^2+y^2=\frac{3\times 10}{3\times 2}$

$\therefore x^2+y^2=5$............................(iii)

(ii) ও (iii) নং যোগ করে পাই,

$2x^2=8$

বা, $x^2=4$

$\therefore x=\pm 2$

আবার (iii) নং থেকে (ii) নং বিয়োগ করে পাই,

$2y^2=2$

বা, $y^2=1$

$\therefore y=\pm 1$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান: $(x, y)=(2, 1), (2, -1), (-2, 1), (-2, -1)$

১১. $x^2+xy+y^2=3, \quad x^2-xy+y^2=7$

সমাধান: $x^2+xy+y^2=3$ .... (i)

$x^2-xy+y^2=7$ .... (ii)

এখন, (i) নং থেকে (ii) নং বিয়োগ করে পাই,

$2xy = -4$

বা, $xy = -2$

$y = -\frac{2}{x}$ ....(iii)

(i) নং এ $y = -\frac{2}{x}$ বসিয়ে পাই,

$x^2 + x\left(-\frac{2}{x}\right) + \left(-\frac{2}{x}\right)^2 = 3$

বা, $x^2 - 2 + \frac{4}{x^2} = 3$

বা, $x^2 - 5 + \frac{4}{x^2} = 0$

বা, $\frac{x^4 - 5x^2 + 4}{x^2} = 0$

বা, $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$

বা, $x^4 - 4x^2 - x^2 + 4 = 0$

বা, $x^2(x^2 - 4) - 1(x^2 - 4) = 0$

বা, $(x^2 - 4)(x^2 - 1) = 0$

হয়, $x^2 - 4 = 0$ অথবা, $x^2 - 10$

বা, $x^2 = 4$ বা, $x^2 = 1$

$\therefore$ $x = \pm 2$ $\therefore$ $x = \pm 1$

আবার, (iii) নং এ x এর মান বসিয়ে পাই,

যখন $x = 2$ তখন $y = -\frac{2}{2} = -1$

যখন $x = -2$ তখন $y = -\frac{2}{-2} = 1$

যখন $x = 1$ তখন $y = -\frac{2}{1} = -2$

যখন $x = -1$ তখন $y = -\frac{2}{-1} = 2$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান: $(x, y) = (2, -1), (-2, 1), (1, -2), (-1, 2)$

১২. $2x^2 + 3xy + y^2 = 20,\ 5x^2 + 4y^2 = 41$

সমাধান: $2x^2 + 3xy + y^2 = 20$.......................(i)

$5x^2 + 4y^2 = 41$...............................(ii)

(i) নং কে (ii) নং দ্বারা ভাগ করে পাই,

$\frac{2x^2 + 3xy + y^2}{5x^2 + 4y^2} = \frac{20}{41}$

বা, $82x^2 + 123xy + 41y^2 = 100x^2 + 80y^2$

বা, $82x^2 + 123xy + 41y^2 - 100x^2 - 80y^2 = 0$

বা, $-18x^2 + 123xy - 39y^2 = 0$

বা, $18x^2 - 123xy + 39y^2 = 0$

বা, $6x^2 - 41xy + 13y^2 = 0$

বা, $6x^2 - 39xy - 2xy + 13y^2 = 0$

বা, $3x(2x - 13y) - y(2x - 13y) = 0$

বা, $(2x - 13y)(3x - y) = 0$

হয়, $2x - 13y = 0$ অথবা, $3x - y = 0$

$\therefore$ $y = \frac{2x}{13}$ ....(iii) $\therefore$ $y = 3x$ ....(iv)

(i) নং এ $y = \frac{2x}{13}$ বসিয়ে পাই,

$2x^2 + 3x \cdot \frac{2x}{13} + \left(\frac{2x}{13}\right)^2 = 20$

বা, $2x^2 + \frac{6x^2}{13} + \frac{4x^2}{169} = 20$

বা, $\frac{338x^2 + 78x^2 + 4x^2}{169} = 169 \times 20$

বা, $338x^2 + 78x^2 + 4x^2 = 169 \times 20$

বা, $420x^2 = 169 \times 20$

বা, $x^2 = \frac{169 \times 20}{420}$

বা, $x^2 = \frac{169}{21}$

$\therefore$ $x = \pm\sqrt{\frac{169}{21}} = \pm\frac{13}{\sqrt{21}} = \pm\frac{13\sqrt{21}}{21} = \pm\frac{13}{\sqrt{21}}$

(iii) নং এ x এর মান বসিয়ে পাই,

যখন $x = \frac{13}{\sqrt{21}}$ তখন $y = \frac{2}{13} \cdot \frac{13}{\sqrt{21}} = \frac{2}{\sqrt{21}}$

যখন $x = -\frac{13}{\sqrt{21}}$ তখন $y = \frac{2}{13} \cdot \frac{-13}{\sqrt{21}} = -\frac{2}{\sqrt{21}}$

আবার (i) নং এ $y = 3x$ বসিয়ে পাই,

$2x^2 + 3x \cdot 3x + (3x)^2 = 20$

বা, $2x^2 + 9x^2 + 9x^2 = 20$

বা, $20x^2 = 20$

বা, $x^2 = 1$

$\therefore$ $x = \pm 1$

(iv) নং এ x এর মান বসিয়ে পাই,

যখন $x = 1$ তখন $y = 3.1 = 3$

যখন $x = -1$ তখন $y = 3(-1) = -3$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান:

$(x, y) = \left(\frac{13}{\sqrt{21}}, \frac{2}{\sqrt{21}}\right), \left(\frac{-13}{\sqrt{21}}, \frac{-2}{\sqrt{21}}\right), (1, 3), (-1, -3)$

মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত সৃজনশীল বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

৫.৪ দুই চলক বিশিষ্ট দ্বিঘাত সমীকরণ জোট | Text পৃষ্ঠা-১০১

- দুই চলকবিশিষ্ট দুইটি একঘাত বা দ্বিঘাত সমীকরণ জোট অপনয়ন, প্রতিস্থাপন বা আড়গুণন পদ্ধতিতে সমাধান করা যায়।
- দ্বিঘাত সমীকরণ জোটে অজ্ঞাত রাশিসমূহের (x ও y) 2 জোড়া মান থাকে।

১. নিচের কোনটি দুই চলকবিশিষ্ট একঘাত সমীকরণ জোট? (সহজ)

ক $x^2 + y^2 = 25, xy = 12$ খ $x + y = 12, 3x + 2y = 4$

গ $\frac{x^2 - xy + y^2}{x + y} = 7$ ঘ $xy - x^2 = 1, y^2 - xy = 2$ **খ**

২. নিচের কোনটি দুই চলক বিশিষ্ট দ্বিঘাত সমীকরণ জোট? (সহজ)

[নরসিংদী সরকারী বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, নরসিংদী; ফরিদপুর জিলা স্কুল, ফরিদপুর]

ক $x^2 + y^2 = 61, xy = -30$

খ $x + y = 2, 2x + 3y = 4$

গ $ax + by + c = 0, a_1x + b_1y + c_1 = 0$

ঘ $2x + 3y = 4x - 6y$ **ক**

৩. $x + \frac{4}{y} = 1, y + \frac{4}{x} = 25$ হলে, নিচের কোন সম্পর্কটি সঠিক? (সহজ)

ক $x = 25y$ খ $y = 25x$

গ $x = y$ ঘ $x = 2y$ **খ**

www.bdniyog.com

ব্যাখ্যা: ১ম সমীকরণ হতে পাই, $xy + 4 = y$ .... (i)
২য় সমীকরণ হতে পাই, $xy + 4 = 25x$ .... (ii)
(i) ও (ii) হতে পাই, $y = 25x$

৪. $xy - x^2 = 0, y^2 - xy = 2$ হলে, $y^2 - x^2$ এর মান কত? (সহজ)
ক) -2 খ) 2 গ) 3 ঘ) 6 **খ**

ব্যাখ্যা: $xy = x^2 \therefore y^2 - x^2 = 2$

৫. নিচের কোনটি $x + \frac{1}{y} = \frac{3}{2}$, $y + \frac{1}{x} = 3$ সমীকরণ জোটের একটি সমাধান হবে? (সহজ)
ক) (0, 0) খ) (1, 2) গ) (2, 1) ঘ) (2, 3)

৬. $x^2 - 2xy + y^2 = 49, x + y = 3$ সমীকরণের সমাধান কত? (মধ্যম)
ক) (−2, −5) খ) (2, 5) গ) (5, −2) ঘ) (5, 2) **গ**

৭. $x^2 + y^2 = 25, x - 2y = 0$ সমীকরণের সমাধান কত? (মধ্যম)
ক) $(\pm2\sqrt{5}, \pm\sqrt{5})$ খ) $(2\sqrt{5}, \pm\sqrt{5})$
গ) $(\pm\sqrt{5}, \pm\sqrt{5})$ ঘ) $(\pm\sqrt{5}, \pm2\sqrt{5})$ **ক**

ব্যাখ্যা: $x = 2y \therefore 4y^2 + y^2 = 25$ বা, $5y^2 = 25$
$\therefore x = \pm2\sqrt{5}$ বা, $y = \pm\sqrt{5}$

৮. নিচের কোনটি $xy = -30, x^2 + y^2 = 61$ সমীকরণ জোটের একটি সমাধান? (মধ্যম)
ক) (− 6, − 5) খ) (− 6, 5)
গ) (3, 10) ঘ) (5, 6) **খ**

ব্যাখ্যা: $x = -6, y = 5 \therefore xy = -30$ = ডানপক্ষ
এখন, $x^2 + y^2 = (-6)^2 + (5)^2 = 36 + 25 = 61$

৯. $x^2 = 7x + 6y, y^2 = 7y + 6x$ হলে $(x + y)$ এর মান কত? (সহজ)
ক) 0 খ) 1 গ) 2 ঘ) 3 **খ**

ব্যাখ্যা: $x^2 - y^2 = 7x + 6y - 7y - 6x = (x - y)$
বা, $(x - y)(x + y) = (x - y) \Rightarrow x + y = 1$

১০. $x^2 + y^2 = 61, xy = -30$ সমীকরণের সমাধান করলে x এর মান পাওয়া যায় 6, −6, 5, −5 । y এর মান কত? (মধ্যম)
ক) 6, −6, 5, − 5 খ) 12, −12, 10, − 10
গ) −5, 5, −6, 6 ঘ) 18, −18, 20, −20 **গ**

১১. $\left.\begin{array}{l} x + \frac{4}{y} = 1 \\ y + \frac{4}{x} = 25 \end{array}\right\}$ **সমীকরণ জোটের y এর সমাধান 5, 20 হলে, x এর সমাধান কত?** (মধ্যম)
ক) $\frac{1}{5}, \frac{4}{5}$ খ) 4 গ) 5 ঘ) 4, 5 **ক**

ব্যাখ্যা: $y = 5$ হলে, $x = 1 - \frac{4}{5} = \frac{1}{5}$
$y = 20$ হলে, $\frac{4}{x} = 5$ বা, $x = \frac{4}{5}$

১২. $\sqrt{\frac{x}{y}} + \sqrt{\frac{y}{x}} = 5, x + y = 10$ সমীকরণ জোটের y-এর সমাধান 2, 8 হলে, x এর সমাধান কত? (মধ্যম)
ক) 8, 2 খ) 4, 2 গ) 2, 2 ঘ) 1, 1 **ক**

১৩. $\left.\begin{array}{l} 3x + 9y = 18 \\ 3x - y = 8 \end{array}\right\}$ **সমীকরণ জোটের সমাধান কত?** (মধ্যম)
ক) (1, 3) খ) (3,1) গ) (9, 1) ঘ) (10, 1) **খ**

ব্যাখ্যা: $10y = 10$ বা, $y = 1 \therefore 3x = 9$ বা, $x = 3$.

১৪. $\left.\begin{array}{l} 3x - 4y = 0 \\ 2x - 4y = -1 \end{array}\right\}$ **সমীকরণ জোটের সমাধান কত?** (মধ্যম) [ফরিদপুর জিলা স্কুল, ফরিদপুর]; [যশোর জিলা স্কুল, যশোর]
ক) (3, 4) খ) (4, 3) গ) $(1, \frac{3}{4})$ ঘ) (1, 3) **গ**

ব্যাখ্যা: $x = 1 \therefore 3 - 4y = 0$ বা, $y = \frac{3}{4}$.

১৫. $\left.\begin{array}{l} \frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 8 \\ \frac{5x}{4} - \frac{y}{3} = -1 \end{array}\right\}$ **সমীকরণ জোটের সমাধান কত?** (মধ্যম)
ক) (1, 1) খ) (4, 1) গ) (4, 8) ঘ) (4, 18) **ঘ**

ব্যাখ্যা: $\frac{x}{2} + \frac{5x}{4} = 7$ বা, $\frac{2x + 5x}{4} = 7$ বা, $7x = 28$
বা, $x = 4 \therefore \frac{y}{3} = 6$ বা, $y = 18$.

১৬. দুই চলক বিশিষ্ট দ্বিঘাত সমীকরণ জোটের ক্ষেত্রে—
i. দুই সমীকরণ থাকলে সমাধান পাওয়া যাবে।
ii. একাধিক সমাধান পাওয়া যাবে।
iii. অন্তত একটি সমীকরণ দ্বিঘাত হবে।
নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)
ক) i ও ii খ) i ও iii গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii **ঘ**

১৭. $x^2 + y^2 = 25$ এবং $xy = 12$ একটি সমীকরণ জোট হলে—
i. $x + y = \pm 7$
ii. $x - y = \pm 1$
iii. $(x, y) = (4, 3)$ একটি সমাধান
নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)
ক) i ও ii খ) i ও iii গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii **ঘ**

১৮. $x^2 + y^2 = 18$ ও $xy = 9$ একটি সমীকরণ জোট হলে—
i. $x^2 - y^2 = 0$.
ii. $x + y = \pm6$.
iii. $x - y = 0$.
নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)
ক) i ও ii খ) i ও iii গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii **ঘ**

১৯. $x^2 + xy + y^2 = 3$ এবং $x^2 - xy + y^2 = 7$ একটি সমীকরণ জোট হলে —
i. $xy = -2$ ।
ii. $x^2 + y^2 = 5$ ।
iii. $(x, y) = (0, 0)$ একটি সমাধান।
নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)
ক) i ও ii খ) i ও iii গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii **ক**

নিচের তথ্যের আলোকে (২০-২২) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:
$xy - x^2 = 1, y^2 - xy = 2$ একটি সমীকরণ জোট।

২০. প্রদত্ত সমীকরণ জোট অনুসারে নিচের কোনটি $x^2 - y^2$ এর মান? (সহজ) [এস, ভি সরকারী বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, কিশোরগঞ্জ]
ক) − 3 খ) 3 গ) 4 ঘ) 6 **ক**

ব্যাখ্যা: ১ম সমীকরণ থেকে পাই, $x^2 = xy - 1$
২য় সমীকরণ থেকে পাই, $y^2 = xy + 2$
(−) (−) (−)
$x^2 - y^2 = -3$

২১. $(x - y)^2$ এর মান কোনটি? (মধ্যম) [এস, ভি সরকারী বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, কিশোরগঞ্জ]
ক) − 1 খ) 1 গ) $\sqrt{3}$ ঘ) 3 **খ**

ব্যাখ্যা: ২য় সমীকরণ থেকে ১ম সমীকরণ বিয়োগ করে পাই,
$y^2 - xy - xy + x^2 = 2 - 1$
বা, $y^2 - 2xy + x^2 = 1$
$\therefore (x - y)^2 = 1$

২২. ২য় সমীকরণে $x = 0$ হলে, $y^2 + (-y)^2$ এর মান কত? (মধ্যম) [এস, ভি সরকারী বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, কিশোরগঞ্জ]
ক) − 2 খ) 0 গ) 2 ঘ) 4 **ঘ**

ব্যাখ্যা: দ্বিতীয় সমীকরণ $y^2 - xy = 2$
$\therefore y^2 - 0.y = 2$ [$\because x = 0$]
বা, $y^2 = 2$
এখন, $y^2 + (-y)^2 = y^2 + y^2 = 2 + 2 = 4$

www.bdniyog.com

নিচের তথ্যের আলোকে (২৩-২৬) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

$x^2 - y^2 = 8, xy = -3$ একটি সমীকরণ জোট।

২৩. সমীকরণটি x-এর বহুপদী রূপে প্রকাশ করলে নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ক $x^4 - 10x^2 - 9 = 0$ খ $x^4 - 8x^2 - 9 = 0$

গ $x^2 - 3x - 8 = 0$ ঘ $x^2 + 3x - 8 = 0$ **খ**

ব্যাখ্যা: $y = \frac{-3}{x}$ বা, $y^2 = \frac{9}{x^2}$

$\therefore x^2 - \frac{9}{x^2} = 8$ বা, $x^4 - 8x^2 - 9 = 0$

২৪. x এর মান নিচের কোনটি? (মধ্যম)

ক ±1 খ ±2 গ ±3 ঘ ±9 **গ**

ব্যাখ্যা: $x^4 - 8x^2 - 9 = 0$

বা, $(x^2 - 9)(x^2 + 1) = 0$

বা, $x^2 = 9$

বা, $x = \pm3$

২৫. y এর মান নিচের কোনটি? (মধ্যম)

ক ±1 খ ±2 গ ±3 ঘ ±9 **ক**

ব্যাখ্যা: $y = \frac{-3}{x}$ $\therefore$ $x = 3$ হলে $y = -1$

এবং $x = -3$ হলে $y = 1$

২৬. $x^2 + y^2$ এর মান কত? (সহজ)

ক 4 খ 8 গ 9 ঘ 10 **ঘ**

ব্যাখ্যা: $x^2 = 3, y^2 = 1$

$\therefore x^2 + y^2 = 9 + 1 = 10.$

নিচের তথ্যের আলোকে (২৭-৩০) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

$\frac{x+y}{x-y} + \frac{x-y}{x+y} = \frac{5}{2}$ এবং $x^2 + y^2 = 90$

২৭. $x^2 - y^2$ এর মান কত? (কঠিন)

ক 72 খ 112.5 গ 27 ঘ 90 **ক**

ব্যাখ্যা: $\frac{(x+y)^2 + (x-y)^2}{(x-y)(x+y)} = \frac{5}{2}$ বা, $\frac{2(x^2+y^2)}{x^2-y^2} = \frac{5}{2}$

বা, $x^2 - y^2 = \frac{4}{5} \times (x^2 + y^2) = \frac{4}{5} \times 90 = 72$

২৮. x এর মান নিচের কোনটি? (সহজ)

ক ±3 খ ±9 গ ±27 ঘ ±81 **খ**

ব্যাখ্যা: $2x^2 = 162 \Rightarrow x^2 = 81 \Rightarrow x = \pm9$

২৯. y এর মান নিচের কোনটি? (সহজ)

ক ±3 খ ±9 গ ±27 ঘ ±81 **ক**

ব্যাখ্যা: $2y^2 = 18$ বা, $y^2 = 9$ বা, $y = \pm3$.

৩০. $\frac{x+y}{x-y}$ এর মান নিচের কোনটি? (মধ্যম)

ক 2 খ 1 গ -1 ঘ -2 **ক**

ব্যাখ্যা: $P = \frac{x+y}{x-y}$ হলে $P + \frac{1}{P} = \frac{5}{2}$ বা, $(P^2 + 1)2 = 5P$

বা, $2P^2 - 5P + 2 = 0$ বা, $2P^2 - 4P - P + 2 = 0$

বা, $2P(P-2) - 1(P-2) = 0$ বা, $(P-2)(2P-1) = 0$

বা, $P = 2, \frac{1}{2}$

শ্রেণির কাজের ওপর সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

প্রশ্ন ▶ ১ $x^2 + y^2 = 61$ **এবং** $xy = -30$ **একটি সমীকরণ যুগল।**

কাজ; পৃষ্ঠা-১০৩

ক. $(x - y)^2$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. সমীকরণযুগলের সমাধান কর। ৪

গ. সমীকরণযুগলকে 'খ' এর বিকল্প পদ্ধতিতে সমাধান কর। ৪

১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,

$x^2 + y^2 = 61$ .... (i)

এবং $xy = -30$ .... (ii)

(ii) কে 2 দ্বারা গুণ করে (i) থেকে বিয়োগ করি।

$x^2 + y^2 - 2xy = 61 + 60$

$\therefore (x - y)^2 = 121$ **(উত্তর)**

খ 'ক' থেকে পাই,

$(x - y)^2 = 121$

বা, $x - y = \pm\sqrt{121} = \pm 11$

$\therefore x - y = \pm 11$ .... (iii)

আবার সমীকরণ (ii) কে 2 দ্বারা গুণ করে (i) ও (ii) যোগ করে পাই,

$x^2 + y^2 + 2xy = 61 - 60$

বা, $(x + y)^2 = 1$

বা, $x + y = \pm\sqrt{1}$

$\therefore x + y = \pm 1$ .... (iv)

(iii) ও (iv) নং থেকে পাই,

$\left.\begin{array}{l} x + y = 1 \\ x - y = 11 \end{array}\right\}$ .... (v) $\left.\begin{array}{l} x + y = 1 \\ x - y = -11 \end{array}\right\}$ ...... (vi)

$\left.\begin{array}{l} x + y = -1 \\ x - y = 11 \end{array}\right\}$ .... (vii) $\left.\begin{array}{l} x + y = -1 \\ x - y = -11 \end{array}\right\}$ .... (viii)

(v) এর সমাধান করে পাই, $x = 6$ এবং $y = -5$

(vi) এর সমাধান করে পাই, $x = -5, y = 6$

(vii) এর সমাধান করে পাই, $x = 5, y = -6$

(viii) এর সমাধান করে পাই, $x = -6, y = 5$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান, $(x, y) = (6, -5), (-5, 6), (5, -6), (-6, 5)$

গ $x^2 + y^2 = 61$................. (i)

$xy = -30$ .... (ii)

(ii) নং হতে পাই, $x = \frac{-30}{y}$ .... (iii)

(iii) নং এ প্রাপ্ত x এর মান (i) নং এ বসিয়ে পাই,

$\left(\frac{-30}{y}\right)^2 + y^2 = 61$

বা, $\frac{900}{y^2} + y^2 = 61$

বা, $y^4 + 900 = 61y^2$

বা, $y^4 - 61y^2 + 900 = 0$

বা, $(y^2)^2 - 25y^2 - 36y^2 + 900 = 0$

বা, $y^2(y^2 - 25) - 36(y^2 - 25) = 0$

বা, $(y^2 - 25)(y^2 - 36) = 0$

হয়, $y^2 - 25 = 0$ অথবা, $y^2 - 36 = 0$

$\therefore y = \pm 5$ $\therefore y = \pm 6$

এখন y এর প্রাপ্ত মানগুলো (iii) নং এ বসিয়ে,

$y = 5$ হলে, $x = -6$

$y = -5$ হলে, $x = 6$

$y = 6$ হলে, $x = -5$

$y = -6$ হলে, $x = 5$

নির্ণেয় সমাধান: $(x, y) = (5, -6), (-5, 6), (-6, 5), (6, -5)$

www.bdniyog.com

মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত আরও সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

প্রশ্ন ▶ ২ $x^2 = 7x + 6y$ **এবং** $y^2 = 7y + 6x$ **একটি দুই চলক বিশিষ্ট সমীকরণ জোট।**

ক. দেখাও যে, $x = y$ অথবা, $x = 1 - y$ ২

খ. প্রাপ্ত $x = 1 - y$, প্রথম সমীকরণে বসিয়ে y নির্ণয় কর। ৪

গ. সমীকরণ জোটের সমাধান (x, y) নির্ণয় কর। ৪

২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,

$x^2 = 7x + 6y$ .... (i)

$y^2 = 7y + 6x$ .... (ii)

(i) নং থেকে (ii) নং বিয়োগ করে পাই,

$x^2 - y^2 = x - y$

বা, $(x + y)(x - y) - (x - y) = 0$

বা, $(x - y)(x + y - 1) = 0$

হয়, $x - y = 0$ অথবা, $x + y - 1 = 0$

∴ $x = y$ ∴ $x = 1 - y$ **(দেখানো হলো)**

খ 'ক' হতে পাই,

$x = y$ .... (iii)

$x = 1 - y$ .... (iv)

(iv) নং থেকে x এর মান (i) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$(1 - y)^2 = 7(1 - y) + 6y$

বা, $1 - 2y + y^2 = 7 - 7y + 6y$

বা, $y^2 - 2y + 1 - 7 + y = 0$

বা, $y^2 - y - 6 = 0$

বা, $y^2 - 3y + 2y - 6 = 0$

বা, $y(y - 3) + 2(y - 3) = 0$

বা, $(y - 3)(y + 2) = 0$

হয়, $y - 3 = 0$ অথবা, $y + 2 = 0$

∴ $y = 3$ ∴ $y = -2$

∴ $y = -2$ অথবা, 3 **(Ans.)**

গ 'খ' হতে প্রাপ্ত y এর মান (iv) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

যখন, $y = 3$, তখন $x = 1 - 3 = -2$

যখন, $y = -2$, তখন, $x = 1 - (-2)$

$= 1 + 2 = 3$

আবার, (iii) নং সমীকরণ থেকে x এর মান (i) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$y^2 = 7y + 6y$

বা, $y^2 = 13y$

বা, $y^2 - 13y = 0$

বা, $y(y - 13) = 0$

হয়, $y = 0$ অথবা, $y - 13 = 0$

∴ $y = 13$

y এর মান (iii) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

যখন, $y = 0$ তখন $x = 0$

যখন $y = 13$ তখন $x = 13$

∴ নির্ণেয় সমাধান $(x, y) = (0, 0), (13, 13), (3, -2), (-2, 3)$

প্রশ্ন ▶ ৩ $xy - x^2 = 1$ **এবং** $y^2 - xy = 2$ **একটি সমীকরণ জোট।**

ক. সমীকরণ জোটের সমতুল্য সমীকরণ জোট নির্ণয় কর। ২

খ. প্রাপ্ত সমীকরণ জোট থেকে দেখাও যে, $y = 2x$ অথবা, $y = x$ ৪

গ. সমীকরণ জোটের সমাধান (x, y) নির্ণয় কর। ৪

৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,

$xy - x^2 = 1$...........................(i)

$y^2 - xy = 2$...........................(ii)

(i) নং থেকে পাই, $x(y - x) = 1$

(ii) নং থেকে পাই, $y(y - x) = 2$

এটিই প্রদত্ত সমীকরণ জোটের সমতুল সমীকরণ জোট।

খ 'ক' হতে পাই,

$x(y - x) = 1$.........................(iii)

$y(y-x) = 2$...........................(iv)

(iii) নং কে (iv) নং দ্বারা ভাগ করে পাই,

$\frac{x(y-x)}{y(y-x)} = \frac{1}{2}$

বা, $2x(y - x) = y(y-x)$

বা, $2x(y-x) - y(y-x) = 0$

বা, $(y - x)(2x - y) = 0$

হয়, $y - x = 0$ অথবা, $2x - y = 0$

∴ $y = x$ ∴ $y = 2x$ **(দেখানো হলো)**

গ 'খ' হতে পাই,

$y = x$ ....(v)

$y = 2x$......................(vi)

$y = x$, (i) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$x.x - x^2 = 1$

বা, $x^2 - x^2 = 1$

বা, $0 = 1$, যা, অসম্ভব।

∴ এক্ষেত্রে কোনো সমাধান নেই।

আবার, $y = 2x$, (i) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$x.2x - x^2 = 1$

বা, $2x^2 - x^2 = 1$

বা, $x^2 = 1$

∴ $x = \pm 1$

x-এর মান (i) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

যখন $x = 1$, তখন $y = 2.1 = 2$

যখন $x = -1$, তখন $y = 2(-1) = -2$

∴ নির্ণেয় সমাধান: $(x, y) = (1, 2), (-1, -2)$

প্রশ্ন ▶ ২ দুইটি সংখ্যার বর্গের সমষ্টি 25 এবং গুণফল 12.

ক. তথ্যের আলোকে সমীকরণ জোট গঠন কর। ২

খ. সমীকরণ জোট থেকে প্রমাণ কর যে, সংখ্যা দুইটির যোগফল ও বিয়োগফল যথাক্রমে ± 7 ও ± 1. ৪

গ. সংখ্যা দুইটি নির্ণয় কর। ৪

৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক ধরি, সংখ্যা দুইটি x ও y,

শর্তমতে, $x^2 + y^2 = 25$

$xy = 12$ **(Ans.)**

খ 'ক' হতে পাই,

$x^2 + y^2 = 25$................. (i)

$xy = 12$........................ (ii)

(ii) নং কে 2 দ্বারা গুণ করে (i) নং এর সাথে যোগ করে পাই,

$x^2 + y^2 = 25$

$2xy = 24$

$x^2 + y^2 + 2xy = 49$

বা, $(x + y)^2 = 49$

∴ $x + y = \pm 7$..................... (iii)

আবার (ii) নং কে 2 দ্বারা গুণ করে (i) নং থেকে বিয়োগ করে পাই

$$x^2 + y^2 = 25$$
$$\underline{-\ 2xy = -\ 24}$$
$$x^2 + y^2 - 2xy = 1$$

বা, $(x - y)^2 = 1$

$\therefore$ $x - y = \pm 1$ .... (iv)

$\therefore$ সংখ্যা দুইটির যোগফল ও বিয়োগফল যথাক্রমে ± 7 ও ± 1.

(প্রমাণিত)

গ খ' হতে প্রাপ্ত (iii) ও (iv) নং থেকে পাই,

$x + y = 7$, $x - y = 1$ ....(v)

$x + y = 7$, $x - y = -1$ ....(vi)

$x + y = -7$, $x - y = 1$ ....(vii)

$x + y = -7$, $x - y = -1$ ....(viii)

ওপরের সমীকরণ জোটগুলো সমাধান করে পাই,

(v) নং থেকে $x = 4, y = 3$

(vi) নং থেকে $x = 3, y = 4$

(vii) নং থেকে $x = -3, y = -4$

(viii) নং থেকে $x = -4, y = -3$

$\therefore$ $(x, y) = (4, 3), (3, 4), (-3, -4), (-4, -3)$

$\therefore$ সংখ্যা দুইটি হল: 4, 3, অথবা –3, –4 **(Ans.)**

প্রশ্ন ব্যাংক উত্তরসহ সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

প্রশ্ন ▶ ৫ $x + \frac{4}{y} = 1$ **এবং** $y + \frac{4}{x} = 25$ **দুই চলক বিশিষ্ট একটি সমীকরণ জোট।**

ক. প্রথম সমীকরণ থেকে y এর মানকে x এর মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২

খ. সমীকরণ জোটের সমাধান নির্ণয় কর। ৪

গ. অন্য একটি পদ্ধতি ব্যবহার করে সমীকরণ জোটের সমাধান নির্ণয় করে 'খ' প্রাপ্ত সমাধানের সাথে তুলনা কর। ৪

উত্তর: ক. $y = \frac{4}{1 - x}$; **খ.** $(x, y) = \left(\frac{4}{5}, 20\right), \left(\frac{1}{5}, 5\right)$

গ. প্রাপ্ত সমাধান দুইটি একই।

প্রশ্ন ▶ ৫ $(x - 2)(y - 1) = 3$ **এবং** $(x + 2)(2y - 5) = 15$ **একটি দুই চলক বিশিষ্ট সমীকরণ জোট।**

ক. প্রথম সমীকরণ থেকে x এর মানকে y এর মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২

খ. প্রাপ্ত x কে দ্বিতীয় সমীকরণে প্রতিস্থাপন করে দেখাও যে, $8y^2 - 37y + 20 = 0$ ৪

গ. সমীকরণ জোটের সমাধান (x, y) নির্ণয় কর। ৪

উত্তর: ক. $x = \frac{3}{y-1} + 2$ **গ.** $(x, y) = (3, 4), \left(-6, \frac{5}{8}\right)$

প্রশ্ন ▶ ৭ $x^2 - xy = 14$ **এবং** $y^2 + xy = 60$

ক. প্রথম সমীকরণ থেকে y এর মানকে x এর মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২

খ. প্রাপ্ত y কে অপর সমীকরণে প্রতিস্থাপন করে x এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. সমীকরণ জোটের সমাধান নির্ণয় কর। ৪

উত্তর: ক. $y = x - \frac{14}{x}$; **খ.** $x = \pm 7$ অথবা $\pm\sqrt{2}$

গ. $(x, y) = (7, 5), (-7, -5), (\sqrt{2}, -6\sqrt{2}), (-\sqrt{2}, 6\sqrt{2})$

প্রশ্ন ▶ ৫ দুই চলক বিশিষ্ট সমীকরণ জোট,

$(2x + 3)(y - 1) = 14$ ... ... (i)

$(x - 3)(y - 2) = -1$ ... ... (ii)

ক. (i) নং হতে x কে y এর মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২

খ. 'ক' থেকে x এর প্রাপ্ত মান (ii) নং এ বসিয়ে দেখাও যে, $9y^2 - 43y + 48 = 0$. ৪

গ. উদ্দীপকে উল্লেখিত দুই চলকবিশিষ্ট সমীকরণ জোটটি সমাধান কর। ৪

উত্তর : ক. $x = \frac{17 - 3y}{2y - 2}$ ... ... (iii) **গ.** $(x, y) = (2, 3), \left(\frac{15}{2}, \frac{16}{9}\right)$

এ অংশে অধ্যায়ের গুরুত্বপূর্ণ তথ্য ও সূত্র, পরীক্ষার আগে যার উপর চোখ বুলিয়ে নেওয়া প্রয়োজন বা অবশ্যই মনে রাখতে হবে এমন বিষয়সমূহ একনজরে উল্লেখ করা হয়েছে। পরীক্ষার আগে এ বিষয়গুলো রিভিশন দিলে পরীক্ষায় নির্ভুলভাবে অঙ্ক সমাধান করতে পারবে।

- $\sqrt{x}$ বলতে x যেকোন মানের বর্গমূলের ধনাত্মক মানকে বুঝায়। যেমন, $x = 9$ হলে $\sqrt{x} = \sqrt{9} = 3$.
  কিন্তু $x^2 = 9$ হলে, $x = \pm\sqrt{9} = \pm 3$
- চলক দুইটি (x, y) হলে (x, y) = (a, b) এরূপ আকারে জোটের একটি সমাধান যদি সমীকরণ দুইটিতে x এর স্থলে a এবং y এর স্থলে b বসালে তাদের উভয়পক্ষ সমান হয়।

এখানে অধ্যায়টির অনুশীলনী, বহুনির্বাচনি ও সৃজনশীল প্রশ্নগুলো বিশ্লেষণ করে স্টার মার্কসহ সাজেশন দেওয়া হয়েছে। পরীক্ষার আগে অবশ্যই এ অঙ্কগুলো সমাধান করবে। তাহলে পরীক্ষায় যেকোনো অঙ্কের সমাধান সহজেই করতে পারবে।

সাজেশন | বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

	প্রশ্ন নম্বর
★★★	২, ৩, ৪, ৮, ১২, ১৪, ১৭, ১৯, ২০, ২১, ২২, ২৭, ২৮, ২৯, ৩০
★★	৫, ৬, ১০, ১১, ১৮, ২৩, ২৪, ২৫, ২৬

সাজেশন | সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

	প্রশ্ন নম্বর
★★★	১, ৪
★★	২, ৩

www.bdniyog.com

অধ্যায়-৫

সমীকরণ

অনুশীলনী-৫.৫

অনুশীলনটি পড়ে যা জানতে পারবে—

১. বাস্তবভিত্তিক সমস্যাকে দুই চলকের একঘাত ও দ্বিঘাত সমীকরণে প্রকাশ করে সমাধান কর।

PRACTICE

১০টি অনুশীলনীর প্রশ্ন।

৩৪টি বহুনির্বাচনি প্রশ্ন ■ ১৩টি সাধারণ বহুনির্বাচনি ■ ৬টি বহুপদী সমাপ্তিসূচক ■ ১৫টি অভিন্ন তথ্যভিত্তিক

১০টি সৃজনশীল প্রশ্ন ■ ৭টি মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত ■ ৩টি প্রশ্নব্যাংক

অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

১. দুইটি বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের সমষ্টি 481 বর্গমিটার। ঐ দুইটি বর্গক্ষেত্রের দুই বাহু দ্বারা গঠিত আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল 240 বর্গমিটার হলে, বর্গক্ষেত্র দুইটির প্রত্যেক বাহুর পরিমাণ কত?

সমাধান : ধরি, বৃহত্তর বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য = x মিটার

এবং ক্ষুদ্রতর বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য = y মিটার

$\therefore x > y$

সুতরাং, প্রথম বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = x^2 বর্গ মিটার

দ্বিতীয় বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = y^2 বর্গ মিটার

বর্গক্ষেত্রদ্বয়ের বাহুদ্বয় দ্বারা গঠিত আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল

= xy বর্গ মিটার

প্রশ্নমতে, $x^2 + y^2 = 481$ ……… (i)

এবং $xy = 240$ ……… (ii)

আমরা জানি,

$(x + y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy$

বা, $(x + y)^2 = 481 + 2 \times 240$ [(i) ও (ii) নং সমীকরণের সাহায্যে]

বা, $(x + y)^2 = 481 + 480$

বা, $(x + y)^2 = 961$

বা, $(x + y)^2 = (31)^2$

$\therefore x + y = 31$ ……… (iii) [দৈর্ঘ্য ঋণাত্মক হয় না]

আবার, আমরা জানি,

$(x - y)^2 = x^2 + y^2 - 2xy$

বা, $(x - y)^2 = 481 - 2 \times 240$ [(i) নং ও (ii) নং সমীকরণের সাহায্যে]

বা, $(x - y)^2 = 481 - 480$

বা, $(x - y)^2 = 1$

বা, $(x - y)^2 = (1)^2$

$\therefore x - y = 1$ ……… (iv) [$\because x > y$]

সমীকরণ (iii) নং ও (iv) নং যোগ করে পাই,

$x + y + x - y = 31 + 1$

বা, $2x = 32$

বা, $x = \frac{32}{2}$

$\therefore x = 16$

সমীকরণ (iii) নং থেকে (iv) নং বিয়োগ করে পাই,

বা, $x + y - (x - y) = 31 - 1$

বা, $x + y - x + y = 30$

বা, $2y = 30$

বা, $y = \frac{30}{2}$

$\therefore y = 15$

$\therefore$ বর্গক্ষেত্রদ্বয়ের বাহুদ্বয় যথাক্রমে 16 মিটার এবং 15 মিটার।

Ans. 16 মিটার এবং 15 মিটার।

২. দুইটি ধনাত্মক সংখ্যার বর্গের সমষ্টি 250। সংখ্যা দুইটির গুণফল 117; সংখ্যা দুইটি নির্ণয় কর।

সমাধান : ধরি, বড় সংখ্যাটি = x

এবং ছোট সংখ্যাটি = y

$\therefore x > y$

প্রশ্নমতে,

$x^2 + y^2 = 250$ ……… (i)

এবং $xy = 117$ ……… (ii)

আমরা জানি,

$(x + y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy$

বা, $(x + y)^2 = 250 + 2 \times 117$ [(i) নং ও (ii) নং সমীকরণের সাহায্যে]

বা, $(x + y)^2 = 250 + 234$

বা, $(x + y)^2 = 484$

বা, $(x + y)^2 = (22)^2$

$\therefore x + y = 22$ ……… (iii)

[দুইটি ধণাত্মক সংখ্যার যোগফল ঋণাত্মক হয় না]

আবার,

$(x - y)^2 = x^2 + y^2 - 2xy$

বা, $(x - y)^2 = 250 - 2 \times 117$

বা, $(x - y)^2 = 250 - 234$ [(i) নং ও (ii) নং সমীকরণের সাহায্যে]

বা, $(x - y)^2 = 16$

বা, $(x - y)^2 = (4)^2$

$\therefore x - y = 4$ ……… (iv) [$\because x > y$]

সমীকরণ (iii) নং ও (iv) নং যোগ করে পাই,

$x + y + x - y = 22 + 4$

বা, $2x = 26$

বা, $x = \frac{26}{2}$

$\therefore x = 13$

www.bdniyog.com

সমীকরণ (iii) নং হতে (iv) নং বিয়োগ করে পাই,

$(x + y) - (x - y) = 22 - 4$

বা, $x + y - x + y = 18$

বা, $2y = 18$

বা, $y = \frac{18}{2}$

∴ $y = 9$

∴ সংখ্যাদ্বয় যথাক্রমে 13 ও 9

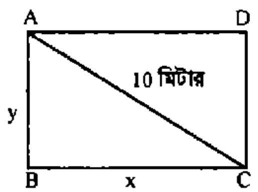
Ans. 13 ও 9

৩. একটি আয়তক্ষেত্রের কর্ণের দৈর্ঘ্য 10 মিটার। ইহার বাহুদ্বয়ের যোগফল ও বিয়োগফলের সমান দৈর্ঘ্য বিশিষ্ট বাহুদ্বয় দ্বারা অঙ্কিত আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল 28 বর্গমিটার হলে, প্রথম আয়তক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্ণয় কর।

সমাধান : মনে করি,

১ম আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য = x মিটার

এবং ,, ,, প্রস্থ = y মিটার



এখন, আয়তক্ষেত্রটির বাহুদ্বয়ের যোগফল = (x + y) মিটার

,, ,, বিয়োগফল = (x – y) মিটার

∴ কর্ণের দৈর্ঘ্য = $\sqrt{x^2 + y^2}$ মিটার

১ম শর্তমতে, $\sqrt{x^2 + y^2} = 10$

বা, $x^2 + y^2 = 100$ .... (i) [বর্গ করে]

২য় শর্তমতে, $(x + y)(x - y) = 28$

বা, $x^2 - y^2 = 28$ .... (ii)

(i) নং ও (ii) নং সমীকরণ যোগ করে পাই,

$$x^2 + y^2 = 100$$
$$x^2 - y^2 = 28$$
$$2x^2 = 128$$

বা, $x^2 = \frac{128}{2}$

বা, $x^2 = 64$

বা, $\sqrt{x^2} = \pm\sqrt{64}$ [উভয় পক্ষে বর্গমূল করে]

বা, $x = \pm 8$

∴ $x = 8$ [∵ দৈর্ঘ্য ঋণাত্মক হতে পারে না]

এখন, x এর মান (i) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$x^2 + y^2 = 100$

বা, $(8)^2 + y^2 = 100$

বা, $64 + y^2 = 100$

বা, $y^2 = 100 - 64$

বা, $y^2 = 36$

বা, $\sqrt{y^2} = \pm\sqrt{36}$ [উভয় পক্ষে বর্গমূল করে]

বা, $y = \pm 6$

∴ $y = 6$ [∵ প্রস্থ ঋণাত্মক হতে পারে না]

∴ প্রথম আয়তক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য 8 মিটার এবং প্রস্থ 6 মিটার।

Ans. 8 মিটার ও 6 মিটার।

৪. দুইটি সংখ্যার বর্গের সমষ্টি 181 এবং সংখ্যা দুইটির গুণফল 90. সংখ্যা দুইটির বর্গের অন্তর নির্ণয় কর।

সমাধান : ধরি, বড় সংখ্যাটি x এবং ছোট সংখ্যাটি y

∴ $x > y$ তবে সংখ্যা দুইটি ধনাত্মক বা ঋণাত্মক হতে পারে।

প্রশ্নমতে, $x^2 + y^2 = 181$ ... ... (i)

এবং $xy = 90$ ... ... (ii)

আমরা জানি,

$(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$

বা, $(x + y)^2 = (x^2 + y^2) + 2(xy)$

বা, $(x + y)^2 = 181 + 2 \times 90$ [(i) নং ও (ii) নং সমীকরণের সাহায্যে]

বা, $(x + y)^2 = 181 + 180$

বা, $(x + y)^2 = 361$

বা, $(x + y) = \pm\sqrt{361}$

বা, $(x + y) = \pm\sqrt{(19)^2}$

∴ $x + y = \pm 19$ ... ... (iii)

আবার, আমরা জানি,

$(x - y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$

বা, $(x - y)^2 = (x^2 + y^2) - 2(xy)$

বা, $(x - y)^2 = 181 - 2 \times 90$ [(i) নং ও (ii) নং সমীকরণের সাহায্যে]

বা, $(x - y)^2 = 181 - 180$

বা, $(x - y)^2 = 1$

বা, $(x - y)^2 = (1)^2$

∴ $x - y = 1$ ... ... (iv) [∵ $x > y$, অর্থাৎ, $x - y > 0$]

এখন, সমীকরণ (iii) নং ও সমীকরণ (iv) নং কে গুণ করে পাই,

$(x + y)(x - y) = (\pm 19) \times 1$

বা, $x^2 - y^2 = \pm 19$

কিন্তু, $x > y$ বলে অন্তর ঋণাত্মক গ্রহণযোগ্য নয়।

অতএব, সংখ্যা দুইটির বর্গের অন্তর = 19

Ans. 19

৫. একটি আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল 24 বর্গমিটার। অপর একটি আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ প্রথম আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ অপেক্ষা যথাক্রমে 4 মিটার এবং 1 মিটার বেশি এবং ক্ষেত্রফল 50 বর্গমিটার। প্রথম আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্ণয় কর।

সমাধান : মনে করি, প্রথম আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য = x মিটার

এবং প্রস্থ = y মিটার

∴ দ্বিতীয় আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য = (x + 4) মিটার

এবং প্রস্থ = (y + 1) মিটার

আমরা জানি, আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = দৈর্ঘ্য × প্রস্থ

প্রশ্নমতে, $xy = 24$ ... ... (i)

এবং $(x + 4)(y + 1) = 50$ ... ... (ii)

(i) নং থেকে পাই,

$y = \frac{24}{x}$ ... ... (iii)

(ii) নং সমীকরণে $y = \frac{24}{x}$ বসিয়ে পাই,

$(x + 4)\left(\frac{24}{x} + 1\right) = 50$

বা, $24 + x + \frac{96}{x} + 4 = 50$

www.bdniyog.com

বা, $\frac{24x + x^2 + 96 + 4x}{x} = 50$

বা, $x^2 + 28x + 96 = 50x$

বা, $x^2 + 28x - 50x + 96 = 0$

বা, $x^2 - 22x + 96 = 0$

বা, $x^2 - 16x - 6x + 96 = 0$

বা, $x(x - 16) - 6(x - 16) = 0$

$\therefore$ $(x - 6)(x - 16) = 0$

হয়, $x - 6 = 0$ অথবা, $x - 16 = 0$

$\therefore$ $x = 6$ $\therefore$ $x = 16$

এখন, (iii) নং সমীকরণ $y = \frac{24}{x}$ হতে পাই,

$x = 6$ হলে, $y = \frac{24}{6} = 4$

$x = 16$ হলে, $y = \frac{24}{16} = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$

Ans. দৈর্ঘ্য 6 মি. এবং প্রস্থ 4 মি. অথবা, দৈর্ঘ্য 16 মি. এবং প্রস্থ $1\frac{1}{2}$ মি.

৬. একটি আয়তক্ষেত্রের প্রস্থের দ্বিগুণ দৈর্ঘ্য অপেক্ষা 23 মিটার বেশি। আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল 600 বর্গমিটার হলে, তার দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্ণয় কর।

সমাধান : ধরি, আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য $= x$ মিটার

প্রস্থ $= y$ মিটার

আমরা জানি, আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = দৈর্ঘ্য × প্রস্থ

$= xy$ বর্গমিটার

প্রশ্নমতে, $xy = 600$ ... ... (i)

এবং $2y = x + 23$ ... ... (ii)

(ii) নং থেকে পাই,

$y = \frac{x + 23}{2}$ ... ... (iii)

এখন, (i) নং সমীকরণে $y = \frac{x + 23}{2}$ বসিয়ে পাই,

$x \times \left(\frac{x + 23}{2}\right) = 600$

বা, $\frac{x^2 + 23x}{2} = 600$

বা, $x^2 + 23x = 1200$ [আড়গুণন করে]

বা, $x^2 + 23x - 1200 = 0$

বা, $x^2 + 48x - 25x - 1200 = 0$

বা, $x(x + 48) - 25(x + 48) = 0$

বা, $(x + 48)(x - 25) = 0$

হয়, $x + 48 = 0$ অথবা, $x - 25 = 0$

$\therefore$ $x = -48$ $\therefore$ $x = 25$

কিন্তু দৈর্ঘ্য ঋণাত্মক হতে পারে না।

$\therefore$ $x = 25$

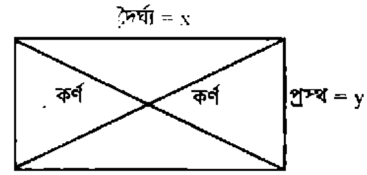
x এর মান (iii) নং এ বসিয়ে পাই,

$y = \frac{25 + 23}{2} = \frac{48}{2} = 24$

Ans. দৈর্ঘ্য 25 মিটার এবং প্রস্থ 24 মিটার।

৭. একটি আয়তক্ষেত্রের পরিসীমা কর্ণদ্বয়ের দৈর্ঘ্যের সমষ্টি অপেক্ষা 8 মিটার বেশি। ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল 48 বর্গমিটার হলে, তার দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্ণয় কর।

সমাধান :



ধরি, আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য $= x$ মিটার এবং প্রস্থ $= y$ মিটার

$\therefore$ $x > y$

আমরা জানি, আয়তক্ষেত্রের

$(\text{কর্ণের দৈর্ঘ্য})^2 = (\text{দৈর্ঘ্য})^2 + (\text{প্রস্থ})^2 = x^2 + y^2$

$\therefore$ কর্ণের দৈর্ঘ্য $= \sqrt{x^2 + y^2}$ মি.

$\because$ আয়তক্ষেত্রের উভয় কর্ণের দৈর্ঘ্য সমান।

$\therefore$ কর্ণদ্বয়ের দৈর্ঘ্যের সমষ্টি $= 2\sqrt{x^2 + y^2}$ মি.

পরিসীমা $= (x + x + y + y)$ মি. $= (2x + 2y)$ মি. $= 2(x + y)$ মি.

ক্ষেত্রফল $= xy$ ব.মি.

প্রশ্নমতে, $xy = 48$ ... ... (i)

এবং $2(x + y) = 2\sqrt{x^2 + y^2} + 8$ ... ... (ii)

এখন, (ii) নং হতে পাই,

$2(x + y) = 2(\sqrt{x^2 + y^2} + 4)$

বা, $x + y = \sqrt{x^2 + y^2} + 4$ [উভয়পক্ষকে 2 দ্বারা ভাগ করে]

বা, $x + y - 4 = \sqrt{x^2 + y^2}$

বা, $(x + y - 4)^2 = (\sqrt{x^2 + y^2})^2$ [উভয়পক্ষকে বর্গ করে]

বা, $x^2 + y^2 + (-4)^2 + 2xy + 2y(-4) + 2(-4)x = x^2 + y^2$

বা, $x^2 + y^2 + 16 + 2xy - 8y - 8x - x^2 - y^2 = 0$

বা, $16 + 2xy - 8x - 8y = 0$

বা, $16 + 2 \times 48 - 8x - 8y = 0$ [$\because xy = 48$]

বা, $16 + 96 - 8x - 8y = 0$

বা, $112 - 8x - 8y = 0$

বা, $8(x + y) = 112$

বা, $x + y = \frac{112}{8}$ [উভয়পক্ষকে (8) দ্বারা ভাগ করে]

বা, $x + y = 14$

$\therefore$ $x = 14 - y$ ... ... (iii)

(i) নং সমীকরণে $x = 14 - y$ বসিয়ে পাই,

$(14 - y)y = 48$

বা, $14y - y^2 - 48 = 0$

বা, $-(y^2 - 14y + 48) = 0$

বা, $y^2 - 14y + 48 = 0$ [উভয়পক্ষকে (– 1) দ্বারা গুণ করে]

বা, $y^2 - 8y - 6y + 48 = 0$

বা, $y(y - 8) - 6(y - 8) = 0$

$\therefore$ $(y - 8)(y - 6) = 0$

হয়, $y - 8 = 0$ অথবা, $y - 6 = 0$

$\therefore$ $y = 8$ $\therefore$ $y = 6$

(iii) নং সমীকরণে y এর মান বসিয়ে পাই,

$y = 8$ হলে, $x = 14 - 8 = 6$

$y = 6$ হলে, $x = 14 - 6 = 8$

$\because$ x দৈর্ঘ্য এবং y প্রস্থ এবং দৈর্ঘ্য > প্রস্থ।

$\therefore$ $y = 8$ এবং $x = 6$ গ্রহণযোগ্য নয়।

সুতরাং, $x = 8, y = 6$

Ans. দৈর্ঘ্য 8 মিটার ও প্রস্থ 6 মিটার।

www.bdniyog.com

৮. দুই অঙ্কবিশিষ্ট একটি সংখ্যাকে এর অঙ্কদ্বয়ের গুণফল দ্বারা ভাগ করলে ভাগফল 2 হয় সংখ্যাটির সাথে 27 যোগ করলে অঙ্কদ্বয় স্থান বিনিময় করে। সংখ্যাটি নির্ণয় কর।

সমাধান : মনে করি, একক স্থানীয় অঙ্ক = x

এবং দশক স্থানীয় অঙ্ক = y

∴ সংখ্যাটি = 10y + x

অঙ্কদ্বয়ের স্থান বিনিময়ে সৃষ্ট সংখ্যা = 10x + y

প্রশ্নমতে, $\frac{10y+x}{xy} = 2$ ... ... (i)

এবং $(10y + x) + 27 = 10x + y$ ... ... (ii)

(ii) নং হতে পাই,

$10y + x + 27 - 10x - y = 0$

বা, $9y - 9x + 27 = 0$

বা, $9(y - x + 3) = 0$

বা, $y - x + 3 = 0$ [উভয়পক্ষকে 9 দ্বারা ভাগ করে]

∴ $y = x - 3$ ... ... (iii)

(i) নং সমীকরণে y = x − 3 বসিয়ে পাই, $\frac{10(x-3) = x}{x(x-3)} = 2$

বা, $10x - 30 + x = 2(x^2 - 3x)$ [আড়গুণন করে]

বা, $11x - 30 = 2x^2 - 6x$

বা, $2x^2 - 6x - 11x + 30 = 0$

বা, $2x^2 - 17x + 30 = 0$ [পক্ষান্তর করে]

বা, $2x^2 - 12x - 5x + 30 = 0$

বা, $2x(x - 6) - 5(x - 6) = 0$

∴ $(2x - 5)(x - 6) = 0$

হয়, $2x - 5 = 0$ অথবা, $x - 6 = 0$

বা, $2x = 5$ ∴ $x = 6$

∴ $x = \frac{5}{2}$

সংখ্যার স্থানীয় অঙ্ক ভগ্নাংশ হতে পারে না।

∴ x = 6

(iii) নং সমীকরণে x এর মান বসিয়ে পাই,

$y = x - 3 = 6 - 3 = 3$

∴ সংখ্যাটি = $10y + x = 10 \times 3 + 6 = 30 + 6 = 36$

Ans. 36

৯. একটি আয়তাকার বাগানের পরিসীমা 56 মিটার এবং কর্ণ 20 মিটার। ঐ বাগানের সমান ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট বর্গক্ষেত্রের এক বাহুর দৈর্ঘ্য কত?

সমাধান : ধরি, আয়তাকার বাগানের দৈর্ঘ্য = x মিটার

এবং প্রস্থ = y মিটার

আয়তাকার বাগানের ক্ষেত্রফল = xy বর্গমিটার।

বাগানের পরিসীমা = 2(x + y) মিটার।

প্রশ্নমতে, $2(x + y) = 56$

বা, $x + y = \frac{56}{2}$ [উভয়পক্ষকে 2 দ্বারা ভাগ করে]

∴ $x + y = 28$ ... ... (i)

আমরা জানি, আয়তাকার বাগানের,

(কর্ণের দৈর্ঘ্য)^2 = (দৈর্ঘ্য)^2 + (প্রস্থ)^2

বা, $(20)^2 = x^2 + y^2$

বা, $400 = x^2 + y^2$

∴ $x^2 + y^2 = 400$ ... ... (ii)

আবার, আমরা জানি, $(x + y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy$

বা, $(28)^2 = 400 + 2xy$

বা, $784 = 400 + 2xy$

বা, $2xy = 784 - 400$

বা, $2xy = 384$

বা, $xy = \frac{384}{2}$

∴ $xy = 192$ ... ... (iii)

আয়তাকার বাগানের ক্ষেত্রফল = 192 বর্গ মিটার

∴ বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = 192 বর্গ মিটার

ধরি, বর্গক্ষেত্রের একবাহুর দৈর্ঘ্য x মিটার।

প্রশ্নমতে, $x^2 = 192$

বা, $(x)^2 = (8\sqrt{3})^2$

∴ $x = 8\sqrt{3}$

অর্থাৎ বর্গক্ষেত্রের একবাহুর দৈর্ঘ্য $8\sqrt{3}$ মিটার।

Ans. $8\sqrt{3}$ মিটার।

১০. একটি আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল 300 বর্গমিটার এবং অর্ধপরিসীমা একটি কর্ণ অপেক্ষা 10 মিটার বেশি। ক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্ণয় কর।

সমাধান : মনে করি, আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য = x মিটার

এবং প্রস্থ = y মিটার

∴ x > y

∴ আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = xy বর্গমিটার

অর্ধ পরিসীমা = $\frac{2x+2y}{2}$ মিটার = (x + y) মিটার

আবার, আয়তক্ষেত্রের

∴ কর্ণ = $\sqrt{(\text{দৈর্ঘ্য})^2 + (\text{প্রস্থ})^2}$

= $\sqrt{x^2 + y^2}$ মিটার

প্রশ্নমতে, $xy = 300$ ... ... (i)

এবং $x + y = \sqrt{x^2 + y^2} + 10$ ... ... (ii)

(ii) নং থেকে পাই,

$x + y - 10 = \sqrt{x^2 + y^2}$

বা, $(x + y - 10)^2 = (\sqrt{x^2 + y^2})^2$ [উভয়পক্ষকে বর্গ করে]

বা, $x^2 + 2xy + y^2 + 100 - 20x - 20y = x^2 + y^2$

বা, $2xy - 20x - 20y = x^2 + y^2 - x^2 - y^2 - 100$

বা, $2 \times 300 - 20x - 20y = -100$ [∵ (i) হতে xy = 300]

বা, $600 - 20x - 20y = -100$

বা, $-20x - 20y = -100 - 600$

বা, $-20(x + y) = -700$

বা, $x + y = 35$ [উভয়পক্ষকে (−20) দ্বারা ভাগ করে]

∴ $x + y = 35$ ... ... (iii)

এখন, আমরা জানি,

$(x - y)^2 = (x + y)^2 - 4xy$

$= 35^2 - 4 \times 300$

$= 1225 - 1200$

$= 25$

$= (5)^2$

∴ $x - y = 5$ ... ... (iv) [∵ x > y, অর্থাৎ x − y > 0]

www.bdniyog.com

সমীকরণ (iii) নং ও (iv) নং যোগ করে পাই,

$x + y + x - y = 35 + 5$

বা, $2x = 40$

বা, $x = \frac{40}{2}$

$\therefore$ $x = 20$

সমীকরণ (iii) নং হতে (iv) নং বিয়োগ করে পাই,

$x + y - (x - y) = 35 - 5$

বা, $x + y - x + y = 35 - 5$

বা, $2y = 30$

বা, $y = \frac{30}{2}$

$\therefore$ $y = 15$

$\therefore$ আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য 20 মিটার এবং প্রস্থ 15 মিটার।

Ans. দৈর্ঘ্য 20 মিটার, প্রস্থ 15 মিটার।

মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত সৃজনশীল বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

★★★ ৫.৫ দ্বিঘাত সহসমীকরণের ব্যবহার | Text পৃষ্ঠা-১০৪

- দ্বিঘাত সমীকরণ জোটে সাধারণত দুটি অজ্ঞাত রাশি থাকে। যেমন,

  $3x - 4y = 0$

  $2x - 3y = -1$
- অজ্ঞাত রাশি বা চলকের মাধ্যমে সমস্যার শর্তগুলো থেকে পরস্পর অনির্ভর ও সঙ্গতিপূর্ণ সমীকরণ গঠন করতে হবে।
- দৈর্ঘ্য, প্রস্থ, ক্ষেত্রফল, পরিসীমা ও কোনো বস্তুর সংখ্যা ইত্যাদির ঋণাত্মক মান গ্রহণযোগ্য নয়।

১. একক স্থানীয় অঙ্ক দশক স্থানীয় অঙ্ক x এর দ্বিগুণ হলে সংখ্যাটি কত? (মধ্যম)

ক) $12x$ খ) $14x$ গ) $41x$ ঘ) $21x$ — ক

ব্যাখ্যা: দশক স্থানীয় অঙ্ক = x, একক স্থানীয় অঙ্ক = 2x

$\therefore$ সংখ্যাটি = $10x + 2x = 12x$

২. একটি আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য 6 মিটার এবং প্রস্থ দৈর্ঘ্য অপেক্ষা ২ মিটার কম হলে, আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কত বর্গমিটার? (মধ্যম)

ক) 12 খ) 24 গ) 48 ঘ) 9 — খ

৩. একটি আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল 24 বর্গমিটার। দৈর্ঘ্য 6 মি. হলে, প্রস্থ কত মিটার? (সহজ)

ক) 2 খ) 3 গ) 4 ঘ) 12 — গ

৪. একটি আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য তার প্রস্থের দ্বিগুণ অপেক্ষা 10 মিটার কম। প্রস্থ x মিটার হলে, দৈর্ঘ্য কত মিটার? (সহজ)

ক) $2x - 10$ খ) $2x + 10$ গ) $x - 10$ ঘ) $x + 10$ — ক

৫. একটি আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য প্রস্থের দ্বিগুণ অপেক্ষা 23 মিটার বেশি। প্রস্থ x মিটার হলে, দৈর্ঘ্য কত মিটার? (সহজ)

ক) $2x - 23$ খ) $2x + 23$ গ) $x + 23$ ঘ) $x - 23$ — খ

৬. একটি আয়তক্ষেত্রের কর্ণের দৈর্ঘ্য 10 মি. আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ x ও y মি. হলে, $x^2 + y^2$ এর মান কত? (মধ্যম)

ক) 10 খ) 20 গ) 100 ঘ) 200 — গ

ব্যাখ্যা: $\sqrt{x^2 + y^2} = 10$ বা, $x^2 + y^2 = 100$.

৭. একটি আয়তাকার জমির ক্ষেত্রফল একটি বর্গাকার জমির ক্ষেত্রফলের সমান। আয়তাকার জমির দৈর্ঘ্য x এবং প্রস্থ y হলে, বর্গাকার জমির দৈর্ঘ্য কত? (মধ্যম)

ক) xy খ) $\sqrt{x^2 + y^2}$ গ) $\sqrt{xy}$ ঘ) $x^2 + y^2$ — গ

ব্যাখ্যা: আয়তাকার জমির ক্ষেত্রফল = xy = বর্গাকার জমির ক্ষেত্রফল

বা, $xy = (\text{দৈর্ঘ্য})^2$ $\therefore$ দৈর্ঘ্য = $\sqrt{xy}$

৮. দুইটি সংখ্যার বর্গের সমষ্টি 181 এবং সংখ্যা দুইটির গুণফল 90 হলে সংখ্যা দুইটির সমষ্টির বর্গ কত? (মধ্যম)

ক) 271 খ) 361 গ) 400 ঘ) 625 — খ

ব্যাখ্যা: $x^2 + y^2 = 181$ এবং $xy = 90$ বা, $2xy = 180$

$\therefore (x + y)^2 = 361.$

৯. দুইটি বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের সমষ্টি 481 বর্গ মিটার হলে, বর্গক্ষেত্র দুইটির প্রত্যেক বাহুর পরিমাণ কত? (মধ্যম)

ক) 15, 16 খ) 12, 13 গ) 8, 9 ঘ) 10, 11 — ক

১০. একটি বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্য x হলে, কর্ণ ও বাহুর দৈর্ঘ্যের পার্থক্য কত? (মধ্যম)

ক) $(1 - \sqrt{2})x$ খ) $(\sqrt{2} - 1)x$ গ) x ঘ) $\sqrt{2}x$ — খ

ব্যাখ্যা: বর্গক্ষেত্রের কর্ণ = $\sqrt{2}x$

বর্গক্ষেত্রের বাহু = x

$\therefore$ পার্থক্য = $\sqrt{2}x - x = (\sqrt{2} - 1)x$

১১. একটি বর্গাকার বাগানের দৈর্ঘ্য একটি আয়তাকার বাগানের কর্ণের সমান। আয়তাকার বাগানের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ যথাক্রমে x ও y হলে, বর্গাকার বাগানের ক্ষেত্রফল কত? (কঠিন)

ক) xy খ) $2(x + y)$
গ) $x^2 + y^2$ ঘ) $\sqrt{x^2 + y^2}$ — গ

ব্যাখ্যা: বর্গের বাহু = আয়তের কর্ণ $= \sqrt{(\text{দৈর্ঘ্য})^2 + (\text{প্রস্থ})^2}$

$= \sqrt{x^2 + y^2}$

$\therefore$ বর্গের ক্ষেত্রফল $= \left(\sqrt{x^2 + y^2}\right)^2 = x^2 + y^2$

১২. দুইটি ধনাত্মক সংখ্যার বর্গের সমষ্টি 250। সংখ্যা দুইটির গুণফল 117 হলে, সংখ্যাদ্বয় নিচের কোনটি? (মধ্যম) [ফরিদপুর জিলা স্কুল, ফরিদপুর]

ক) 9, 13 খ) 25, 10 গ) 15, 5 ঘ) 3, 39 — ক

ব্যাখ্যা: $9^2 + 13^2 = 81 + 169 = 250$

$9 \times 13 = 117$

১৩. দুইটি ক্রমিক ধনাত্মক সংখ্যার বর্গের সমষ্টি 13. সংখ্যা দুইটির গুণফল 6 হলে, সংখ্যা দুইটি কত? (মধ্যম)

ক) 1, 6 খ) 3, 4 গ) 4, 5 ঘ) 2, 3 — ঘ

১৪. দুইটি ধনাত্মক সংখ্যা x ও y এর বর্গের সমষ্টি 181 এবং গুণফল 90 হলে—

i. $xy = 90$।
ii. $x = 6, y = 15$।
iii. $x^2 + y^2 = 181$।

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ক) i ও ii খ) i ও iii গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii — খ

১৫. p এবং q দুইটি ধনাত্মক সংখ্যা এবং $p^2 - q^2 = 12$ এবং $p + q = 2$ হলে—

i. $p = 2q$।
ii. $p = 4, q = 2$।
iii. $p^2 + q^2 = 20$।

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ক) i ও ii খ) i ও iii গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii — ঘ

www.bdniyog.com

ব্যাখ্যা: (i) $p \div q = 2$ বা, $\frac{p}{q} = 2$ $\therefore p = 2q$
(ii) $p^2 - q^2 = 12$ বা, $4q^2 - q^2 = 12$
বা, $3q^2 = 12$ বা, $q = \pm\sqrt{4} = \pm 2$
$\therefore p = \pm 4$
(iii) $p^2 + q^2 = 4^2 + 2^2 = 16 + 4 = 20$

১৬. আয়তক্ষেত্রের প্রস্থ 4 একক এবং ক্ষেত্রফল 24 বর্গ একক হলে—
i. দৈর্ঘ্য 6 একক।
ii. কর্ণ $2\sqrt{13}$ একক।
iii. পরিসীমা 20 একক।
নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)
ⓚ i ও ii ⓚ i ও iii ⓖ ii ও iii ⓘ i, ii ও iii **ঘ**

ব্যাখ্যা: ক্ষেত্রফল = দৈর্ঘ্য × প্রস্থ ⇒ দৈর্ঘ্য = $\frac{24}{4} = 6$.
কর্ণ = $\sqrt{4^2 + 6^2} = \sqrt{36 + 16} = \sqrt{52} = 2\sqrt{13}$
পরিসীমা = 2 (দৈর্ঘ্য + প্রস্থ) = 2(6 + 4) = 20

১৭. দুইটি বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের সমষ্টি 25 বর্গ মি. হলে—
i. বর্গক্ষেত্রের বাহুদ্বয় 3 মি. ও 4 মি.।
ii. বৃহত্তম বর্গের ক্ষেত্রফল 16 বর্গ মি.।
iii. ক্ষুদ্রতম বর্গের ক্ষেত্রফল 9 বর্গ মি.।
নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)
ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **ঘ**

১৮. বর্গের কর্ণ $4\sqrt{2}$ মি. হলে —
i. ক্ষেত্রফল 16 বর্গ মি.।
ii. পরিসীমা 16 মি.।
iii. ক্ষেত্রফল ও পরিসীমার মান সমান।
নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)
ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **ঘ**

১৯. দুইটি বর্গক্ষেত্রের x ও y একক দৈর্ঘ্যের বাহুদ্বয় দ্বারা গঠিত আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল 44 বর্গ একক এবং বর্গ ক্ষেত্রদ্বয়ের ক্ষেত্রফলের সমষ্টি 81 বর্গ একক হলে—
i. $xy = 44$।
ii. $x^2 + y^2 = 81$।
iii. $x + y = 13$।
নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)
ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **ঘ**

ব্যাখ্যা: $(x + y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy = 81 + 2.44 = 169$
$\therefore x + y = 13$

নিচের তথ্যের আলোকে (২০-২৩) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:
একক স্থানীয় অঙ্ক y এবং দশক স্থানীয় অঙ্ক x। সংখ্যাটিকে অঙ্কদ্বয়ের গুণফল দ্বারা ভাগ করলে ভাগফল হয় 3.

২০. শর্তানুসারে নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)
ক $10x + y = 3xy$ খ $10x + y = \frac{2}{xy}$
গ $10y + x = 3xy$ ঘ $10y + x = \frac{3}{xy}$ **ক**

ব্যাখ্যা: সংখ্যাটি = 10x + y
$\therefore$ শর্তানুসারে, $\frac{10x + y}{xy} = 3$ বা, $10x + y = 3xy$.

২১. সংখ্যাটির সাথে 18 যোগ করলে যোগফল অঙ্কদ্বয় স্থান বিনিময়কৃত সংখ্যার সমান হলে সমীকরণটি নিচের কোনটি? (সহজ)
ক $x = y + 2$ খ $x + y + 2 = 0$
গ $y = x + 2$ ঘ $x = y$ **গ**

ব্যাখ্যা: $10x + y + 18 = 10y + x \Rightarrow 9y - 9x = 18 \Rightarrow y = x + 2$

২২. দশক স্থানীয় অঙ্কটি কত? (কঠিন)
ক 10 খ 9 গ 3 ঘ 2 **ঘ**

ব্যাখ্যা: $10x + y = 3xy$ বা, $10x + x + 2 = 3(x + 2)x$
বা, $11x + 2 = 3x^2 + 6x$ বা, $3x^2 - 5x - 2 = 0$
বা, $(x - 2)(3x + 1) = 0$ বা, $x = 2, -\frac{1}{3}$ $\therefore x = 2$

২৩. সংখ্যাটি নিচের কোনটি? (সহজ)
ক 72 খ 42 গ 27 ঘ 24 **ঘ**

ব্যাখ্যা: $y = 2 + 2 = 4$
$\therefore$ সংখ্যাটি = $10x + y = 10 \times 2 + 4 = 20 + 4 = 24$.

নিচের তথ্যের আলোকে (২৪-২৭) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:
একটি আয়তক্ষেত্রের কর্ণের দৈর্ঘ্য 10 মিটার এবং দৈর্ঘ্য 8 মিটার।

২৪. আয়তক্ষেত্রের প্রস্থ কত মিটার? (সহজ)
ক 6 খ 7 গ 8 ঘ 10 **ক**

ব্যাখ্যা: আয়তক্ষেত্রের প্রস্থ = $\sqrt{10^2 - 8^2} = \sqrt{36} = 6$ মিটার।

২৫. আয়তক্ষেত্রের পরিসীমা কত মিটার? (মধ্যম)
ক 20 খ 24 গ 28 ঘ 32 **গ**

২৬. বাহু দুইটি দ্বারা গঠিত বর্গক্ষেত্রদ্বয়ের ক্ষেত্রফলের সমষ্টি কত বর্গ মিটার? (কঠিন)
ক 50 খ 100 গ 200 ঘ 500 **খ**

২৭. বাহুদ্বয়ের যোগফল ও বিয়োগফলের সমান দৈর্ঘ্য বিশিষ্ট বাহুদ্বয় দ্বারা অঙ্কিত আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কত বর্গ মিটার? (কঠিন)
ক 20 খ 24 গ 26 ঘ 28 **ঘ**

নিচের তথ্যের আলোকে (২৮-৩০) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:
একটি আয়তাকার বাগানের পরিসীমা 56 মিটার। দৈর্ঘ্য প্রস্থ অপেক্ষা 4 মিটার বেশি।

২৮. আয়তাকার বাগানের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থের সমষ্টি কত মিটার? (সহজ)
ক 20 খ 24 গ 28 ঘ 40 **গ**

২৯. আয়তাকার বাগানের দৈর্ঘ্য কত মিটার? (মধ্যম)
ক 16 খ 12 গ 10 ঘ 09 **ক**

৩০. আয়তাকার বাগানের ক্ষেত্রফল কত বর্গমিটার? (কঠিন)
ক 182 খ 192 গ 212 ঘ 312 **খ**

নিচের তথ্যের আলোকে (৩১-৩৪) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:
একটি আয়তক্ষেত্রের কর্ণ $\sqrt{13}$ মিটার, পরিসীমা 12 মিটার এবং দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ যথাক্রমে x, y মিটার।

৩১. x + y = কত মিটার? (সহজ)
ক 13 খ 12 গ 6 ঘ $\sqrt{13}$ **গ**

৩২. আয়তক্ষেত্রের কর্ণ নিচের কোনটি? (সহজ)
ক $\frac{x + 3}{2}$ খ $\frac{x^2 + y^2}{2}$ গ $\sqrt{x^2 + y^2}$ ঘ $\frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{2}$ **গ**

৩৩. শর্তানুসারে x এর দ্বিঘাত সমীকরণ কোনটি? (মধ্যম)
[মেহেরপুর সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, মেহেরপুর]
ক $x^2 - 6x + 5 = 0$ খ $x^2 - 5x + 6 = 0$
গ $2x^2 - 12x + 23 = 0$ ঘ $2x^2 - 11x + 10 = 0$ **গ**

ব্যাখ্যা: $\sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{13}$ বা, $x^2 + y^2 = 13$ এবং $x + y = 6$
$\therefore x^2 + (6 - x)^2 = 13$ বা, $2x^2 - 12x + 23 = 0$

৩৪. আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য কত মিটার? (কঠিন)
ক 2 খ 3 গ 6 ঘ 12 **খ**

ব্যাখ্যা: দৈর্ঘ্য = x এবং $x^2 - 5x + 6 = 0$ বা, x,3 = 2, 3
যেহেতু দৈর্ঘ্য > প্রস্থ $\therefore$ দৈর্ঘ্য = 3 মিটার।

www.bdniyog.com

মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত আরও সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

প্রশ্ন ▶ ১ **ট্রেনের একটি রুটে যাত্রীদের সুযোগ-সুবিধা এবং অন্যান্য কাজের জন্য মোট খরচ এমন ভাবে নির্ধারণ করা হয় যেন তা প্রতি বগিতে যাত্রীর জন্য সিটের সংখ্যা এবং বগির সংখ্যার বর্গের সমষ্টির সমান হয়। মোট 600 জন যাত্রীর ক্ষমতাসম্পন্ন একটি ট্রেনে যাত্রীদের সুযোগ-সুবিধা এবং অন্যান্য কাজের জন্য মোট খরচ নির্ধারণ করা হল 3700 টাকা।**

ক. সমস্যাটিকে একটি দুই চলক বিশিষ্ট দ্বিঘাত সমীকরণ জোটে প্রকাশ কর। ২

খ. সমীকরণ জোট সমাধান করে প্রতি বগিতে বিদ্যমান সিটের সংখ্যা এবং বগির সংখ্যা নির্ণয় কর। ৪

গ. বগির সংখ্যা ঠিক রেখে যাত্রীদের সুযোগ-সুবিধা এবং অন্যান্য কাজের জন্য মোট খরচ বৃদ্ধি করে 4325 টাকা করা হলে, প্রতি বগিতে আরও z জন যাত্রী বেশি ভ্রমণ করতে পারে। z চলক বিশিষ্ট একটি দ্বিঘাত সমীকরণ নির্ণয় কর। প্রতি বগিতে মোট কত জন যাত্রী ভ্রমণ করতে পারবে? ৪

১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক ধরি,

যাত্রীর জন্য সিট সংখ্যা $= x$

যাত্রীর জন্য বগির সংখ্যা $= y$

প্রশ্নমতে, $xy = 600$

এবং মোট খরচ $= x^2 + y^2$

$x^2 + y^2 = 3700$

নির্ণেয় সমীকরণ জোট $xy = 600$

$x^2 + y^2 = 3700$

খ 'ক' হতে আমরা পাই,

$x^2 + y^2 = 3700$ .... (i)

$xy = 600$ .... (ii)

সমীকরণ (ii) হতে, $xy = 600$

বা, $2xy = 1200$ .... (iii) [উভয় পক্ষে 2 গুণ করে]

সমীকরণ (i) + (iii) হতে, $x^2 + y^2 + 2xy = 3700 + 1200$

বা, $(x + y)^2 = 4900$

বা, $x + y = \pm 70$ [বর্গমূল করে]

আবার, সমীকরণ (i) – (iii) হতে,

$x^2 + y^2 - 2xy = 3700 - 1200$

$(x - y)^2 = 2500$

$x - y = \pm 50$

এখন, $x + y = 70$

কিন্তু $x + y \neq -70$ [সিট ও বগির সংখ্যার সমষ্টি ঋনাত্মক হতে পারে না]

আবার, $x - y = 50$

কিন্তু $x - y \neq -50$ [সিট ও বগির সংখ্যার বিয়োগফল ঋণাত্মক হতে পারে না]

$x + y = 70$

$x - y = 50$

$2x = 120$ [যোগ করে]

বা, $x = \frac{120}{2}$

বা, $x = 60$

আবার, $x + y = 70$

$x - y = 50$

$2y = 20$ [বিয়োগ করে]

বা, $y = \frac{20}{2}$

বা, $y = 10$

$\therefore$ নির্ণেয় সিটের সংখ্যা 60টি

এবং বগির সংখ্যা 10টি।

গ অতিরিক্ত যাত্রী ভ্রমণ করতে পারে z জন

$\therefore$ মোট যাত্রী হবে $= (60 + z)$ জন

বগির সংখ্যা = 10টি

বৃদ্ধি পাওয়ার পর খরচ = 4325 টাকা

$\therefore$ প্রশ্নমতে, $(60 + z)^2 + (10)^2 = 4325$

বা, $(60)^2 + 2.60.z + (z)^2 + 100 = 4325$

বা, $3600 + 120z + z^2 + 100 = 4325$

বা, $z^2 + 120z + 3700 = 4325$

বা, $z^2 + 120z = 4325 - 3700$

বা, $z^2 + 120z = 625$

বা, $z^2 + 120z - 625 = 0$

বা, $z^2 + 125z - 5z - 625 = 0$

বা, $z(z + 125) - 5(z + 125) = 0$

বা, $(z + 125)(z - 5) = 0$

হয়, $z + 125 = 0$ অথবা, $z - 5 = 0$

বা, $z = -125$ বা, $z = 5$

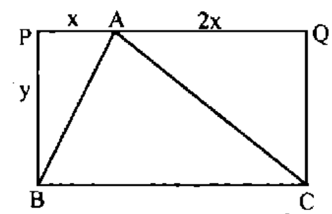
কিন্তু যাত্রী সংখ্যা কখনও ঋণাত্মক হয় না।

সুতরাং $z \neq -125$

$\therefore z = 5$

$\therefore$ প্রতি বগিতে ভ্রমণ করতে পারবে $= 60 + 5$ জন $= 65$ জন

প্রশ্ন ▶ ২



ছবিতে আয়তাকার ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল 180 বর্গ একক।

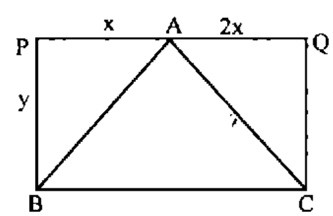
ক. সমস্যাটিকে একটি সমীকরণের মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২

খ. ΔABC- ত্রিভুজের পরিসীমা x ও y- এর মাধ্যমে প্রকাশ কর। ৪

গ. AB রেখার দৈর্ঘ্য 13 একক হলে ΔABC- ত্রিভুজের পরিসীমা নির্ণয় কর। ৪

২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক



এখানে, $PQ = PA + AQ$

$= x + 2x$

$= 3x$

$PB = y$

$\therefore$ PBCQ আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = দৈর্ঘ্য × প্রস্থ

$= PQ \times PB$

$= 3x \times y$

$= 3xy$

$\therefore$ নির্ণেয় সমীকরণ $3xy = 180$

খ ΔABC ত্রিভুজের পরিসীমা $= AB + BC + CA$

এখন, ΔABP সমকোণী ত্রিভুজ হতে, $AB^2 = AP^2 + PB^2$

$\therefore AB = \sqrt{x^2 + y^2}$

$\therefore$ AB এর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{x^2 + y^2}$

আবার, যেহেতু PBCQ আয়তক্ষেত্রের $PQ = BC$

$\therefore$ BC এর দৈর্ঘ্য $= 3x$

আবার, ΔACQ সমকোণী ত্রিভুজ হতে পাই,

$CA^2 = AQ^2 + CQ^2$

$CA = \sqrt{(2x)^2 + y^2}$ $[\because PB = CQ]$

$= \sqrt{4x^2 + y^2}$

$\therefore$ CA এর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{4x^2 + y^2}$

$\therefore$ নির্ণেয় ΔABC ত্রিভুজের পরিসীমা

$= AB + BC + CA$

$= \sqrt{x^2 + y^2} + 3x + \sqrt{4x^2 + y^2}$ একক।

গ এখানে, $AB = 13$

ΔABP সমকোণী ত্রিভুজ হতে পাই, $AB = \sqrt{x^2 + y^2}$

বা, $13 = \sqrt{x^2 + y^2}$

বা, $\sqrt{x^2 + y^2} = 13$

বা, $x^2 + y^2 = 169$ ... ... (i) [বর্গ করে]

আবার, আমরা পাই, $3xy = 180$

বা, $xy = \frac{180}{3}$

বা, $xy = 60$

বা, $2xy = 60 \times 2$ [উভয়পাশে 2 গুণ করে]

বা, $2xy = 120$ .... (ii)

সমীকরণ (i) ও (ii) নং যোগ করে,

$x^2 + y^2 + 2xy = 169 + 120$

বা, $(x + y)^2 = 289$

বা, $x + y = \pm 17$ [বর্গমূল করে]

$\therefore$ $x + y = 17$ বা $x + y = -17$ [ইহা গ্রহণযোগ্য নয় কারণ দৈর্ঘ্য ও প্রস্থের সমষ্টি কখনও ঋণাত্মক হয় না]

আবার, (i) নং সমীকরণ থেকে (ii) নং সমীকরণ বিয়োগ করে,

$x^2 + y^2 - 2xy = 169 - 120$

বা, $(x - y)^2 = 49$

বা, $x - y = \pm 7$

$\therefore$ $x - y = 7$

অথবা, $x - y = -7$ [ইহা গ্রহণযোগ্য নয় কারণ দৈর্ঘ্য ও প্রস্থের অন্তর কখনও ঋণাত্মক হয় না]

এখন,

$x + y = 17$

$x - y = 7$

$2x = 24$ [যোগ করে]

বা, $x = \frac{24}{2}$

বা, $x = 12$

আবার,

$x + y = 17$

$x - y = 7$

$2y = 10$ [বিয়োগ করে]

বা, $y = \frac{10}{2}$

$\therefore$ $y = 5$

$\therefore$ ΔABC ত্রিভুজের পরিসীমা

$= \sqrt{x^2 + y^2} + 3x + \sqrt{4x^2 + y^2}$

$= \sqrt{(12)^2 + (5)^2} + 3.12 + \sqrt{4(12)^2 + (5)^2}$

$= \sqrt{144 + 25} + 36 + \sqrt{4 \times 144 + 25}$

$= \sqrt{169} + 36 + \sqrt{576 + 25}$

$= 13 + 36 + \sqrt{601}$

$= 49 + 24.515$

$= 73.515$

$= 73.52$ একক (Ans.)

প্রশ্ন ▶ ৩ আরিফের গণিত শিক্ষক তাকে এমন একটি সংখ্যা বলতে বললেন, যেন সংখ্যাটিকে অঙ্কদ্বয়ের গুণফল দ্বারা ভাগ করলে ভাগফল হয় 3 এবং সংখ্যাটির সাথে 18 যোগ করলে অঙ্কদ্বয় স্থান বিনিময় করে।

ক. দশক স্থানীয় অঙ্ক x এবং একক স্থানীয় অঙ্ক y হলে সংখ্যাটি কত এবং অঙ্কদ্বয় স্থান বিনিময় করলে সংখ্যাটি কত? ২

খ. প্রদত্ত শর্ত থেকে দুটি বীজগাণিতিক সমীকরণ গঠন কর এবং দেখাও যে, $x - y + 2 = 0$. ৪

গ. সংখ্যাটি নির্ণয় কর। ৪

৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, দশক স্থানীয় অঙ্ক x

এবং একক স্থানীয় অঙ্ক y

$\therefore$ সংখ্যাটি $= 10x + y$

অঙ্কদ্বয় স্থান বিনিময় করলে সংখ্যাটি দাঁড়ায় $= 10y + x$

খ প্রথম শর্তানুসারে,

$\frac{10x + y}{xy} = 3$

$\therefore$ $10x + y = 3xy$

দ্বিতীয় শর্তানুসারে,

$10x + y + 18 = 10y + x$

বা, $10x + y + 18 - 10y - x = 0$

বা, $9x - 9y + 18 = 0$

$\therefore$ $x - y + 2 = 0$ **(দেখানো হলো)**

গ 'খ' হতে পাই,

$10x + y = 3xy$ .... (i)

এবং $x - y + 2 = 0$

$\therefore$ $x = y - 2$ .... (ii)

$x = y - 2$, (i) নং-এ বসিয়ে পাই,

$10(y - 2) + y = 3(y - 2)y$

বা, $10y - 20 + y = 3y^2 - 6y$

বা, $3y^2 - 6y - 10y + 20 - y = 0$

বা, $3y^2 - 17y + 20 = 0$

বা, $3y^2 - 5y - 12y + 20 = 0$

বা, $y(3y - 5) - 4(3y - 5) = 0$

বা, $(3y - 5)(y - 4) = 0$

হয়, $3y - 5 = 0$ অথবা, $y - 4 = 0$

$\therefore$ $y = \frac{5}{3}$ $\therefore$ $y = 4$

কিন্তু, কোন সংখ্যার অঙ্ক ভগ্নাংশ হতে পারে না,

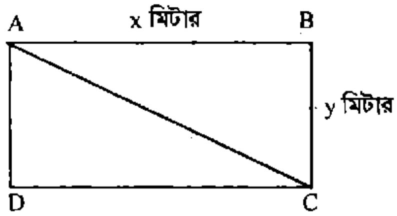
সুতরাং, $y = 4$

y-এর মান (ii) নং এ বসিয়ে পাই, $x = 4 - 2 = 2$

$\therefore$ সংখ্যাটি $= 10.2 + 4$

$= 20 + 4 = 24$ (Ans.)

প্রশ্ন ▶ ৪



চিত্রে, ABCD আয়তক্ষেত্রের অর্ধ পরিসীমা একটি কর্ণ অপেক্ষা 10 মিটার বেশি এবং ক্ষেত্রফল = 300 ব.মি.।

ক. আয়তাকার ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য x মিটার এবং প্রস্থ y মিটার হলে ক্ষেত্রটির অর্ধ পরিসীমা ও কর্ণের দৈর্ঘ্য কত ? ২

খ. উপরিউক্ত তথ্যের আলোকে দুইটি সমীকরণ গঠন কর এবং প্রমাণ কর যে আয়তক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থের সমষ্টি 35 মিটার। ৪

গ. আয়তক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্ণয় কর। ৪

৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য = x মিটার

এবং প্রস্থ = y মিটার

$\therefore$ অর্ধ পরিসীমা $= \dfrac{\text{পরিসীমা}}{2}$

$= \dfrac{2(x+y)}{2}$ মিটার

$= (x + y)$ মিটার

এবং আয়তক্ষেত্রের, $(\text{কর্ণ})^2 = (\text{দৈর্ঘ্য})^2 + (\text{প্রস্থ})^2$

$\therefore$ কর্ণ $= \sqrt{(\text{দৈর্ঘ্য})^2 + (\text{প্রস্থ})^2}$

$= \sqrt{x^2 + y^2}$ মিটার

Ans. অর্ধপরিসীমা $= x + y$ মিটার এবং কর্ণ $= \sqrt{x^2 + y^2}$ মিটার।

খ আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = দৈর্ঘ্য × প্রস্থ = xy বর্গমিটার

এবং দৈর্ঘ্য ও প্রস্থের সমষ্টি = (x + y) মিটার।

প্রশ্নমতে, $xy = 300$ .... (i)

$x + y = \sqrt{x^2 + y^2} + 10$ .... (ii)

(ii) নং থেকে পাই, $x + y - 10 = \sqrt{x^2 + y^2}$

বা, $(x + y - 10)^2 = (\sqrt{x^2 + y^2})^2$ [উভয়পক্ষকে বর্গ করে]

বা, $(x + y)^2 - 2(x + y) \times 10 + 10^2 = x^2 + y^2$

বা, $x^2 + 2xy + y^2 - 20x - 20y + 100 = x^2 + y^2$

বা, $2xy - 20x - 20y = x^2 + y^2 - x^2 - y^2 - 100$

বা, $2 \times 300 - 20x - 20y = -100$ [(i) নং থেকে]

বা, $600 - 20x - 20y = -100$

বা, $-20x - 20y = -100 - 600$

বা, $-20(x + y) = -700$

বা, $x + y = 35$ [উভয়পক্ষকে (– 20) দ্বারা ভাগ করে]

$\therefore$ $x + y = 35$ **(প্রমাণিত)**

গ 'খ' হতে পাই, $x + y = 35$ .... (iii)

এখন, আমরা জানি, $(x - y)^2 = (x + y)^2 - 4xy$

$= (35)^2 - 4 \times 300$ [(i) ও (iii)নং হতে]

$= 1225 - 1200 = 25$

$\therefore$ $x - y = \sqrt{(\pm 5)^2}$

বা, $x - y = \pm 5$

$\because$ x দৈর্ঘ্য এবং y প্রস্থ নির্দেশ করে,

$\therefore$ $x > y$, অর্থাৎ $x - y > 0$

$\therefore$ $x - y = 5$ .... (iv)

সমীকরণ (iii) নং ও (iv) নং যোগ করে পাই,

$x + y + x - y = 35 + 5$

বা, $2x = 40$

বা, $x = \dfrac{40}{2}$

বা, $x = 20$

$\therefore$ $x = 20$

সমীকরণ (iii) নং হতে (iv) নং বিয়োগ করে পাই,

$x + y - (x - y) = 35 - 5$

বা, $x + y - x + y = 35 - 5$

বা, $2y = 30$

বা, $y = \dfrac{30}{2}$

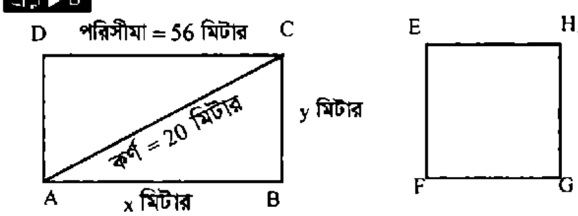
বা, $y = 15$

$\therefore$ $y = 15$

$\therefore$ প্রদত্ত আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য 20 মিটার এবং প্রস্থ 15 মিটার।

Ans. 20 মিটার এবং 15 মিটার।

প্রশ্ন ▶ ৫



আয়তক্ষেত্র বর্গক্ষেত্র

চিত্রে, ABCD একটি আয়তাকার বাগান এবং EFGH একটি বর্গাকার বাগান।

ক. আয়তাকার বাগানের দৈর্ঘ্য x মিটার এবং প্রস্থ y মিটার হলে, পরিসীমা ও কর্ণের দৈর্ঘ্য কত ? ২

খ. চিত্র থেকে দুটি সমীকরণ লেখ এবং দেখাও যে আয়তাকার বাগানের ক্ষেত্রফল 192 বর্গমিটার। ৪

গ. যদি EFGH বর্গাকার বাগানের ক্ষেত্রফল ABCD আয়তাকার বাগানের ক্ষেত্রফলের সমান হয় তবে বর্গক্ষেত্রের এক বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৪

৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, বাগানের দৈর্ঘ্য = x মিটার

এবং প্রস্থ = y মিটার

$\therefore$ বাগানের পরিসীমা $= 2(x + y)$ মিটার

আমরা জানি, আয়তাকার বাগানের,

$(\text{কর্ণের দৈর্ঘ্য})^2 = (\text{দৈর্ঘ্য})^2 + (\text{প্রস্থ})^2$

$\therefore$ কর্ণের দৈর্ঘ্য $= \sqrt{x^2 + y^2}$ মিটার। **(Ans.)**

খ প্রশ্নমতে, $2(x + y) = 56$

বা, $x + y = \dfrac{56}{2}$ [উভয়পক্ষকে 2 দ্বারা ভাগ করে]

বা, $x + y = 28$

$\therefore$ $x + y = 28$ .... (i)

আমরা জানি, আয়তাকার বাগানের,

$(\text{কর্ণের দৈর্ঘ্য})^2 = (\text{দৈর্ঘ্য})^2 + (\text{প্রস্থ})^2$

এবং $20^2 = x^2 + y^2$

বা, $400 = x^2 + y^2$

$\therefore$ $x^2 + y^2 = 400$ .... (ii)

আবার, আমরা জানি,

$(x+y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy$

বা, $(28)^2 = 400 + 2xy$

বা, $784 = 400 + 2xy$

বা, $2xy = 784 - 400$

বা, $2xy = 384$

বা, $xy = \frac{384}{2}$

বা, $xy = 192$

$\therefore$ আয়তাকার বাগানের ক্ষেত্রফল = 192 বর্গ মিটার।

(দেখানো হলো)

গ 'খ' থেকে পাই,

আয়তাকার বাগানের ক্ষেত্রফল = 192 বর্গ মিটার

$\therefore$ বর্গাকার বাগানের ক্ষেত্রফল = 192 বর্গ মিটার

বা, (বর্গের দৈর্ঘ্য)^2 = 192 বর্গ মিটার

বা, বর্গের দৈর্ঘ্য $= \pm\sqrt{192}$

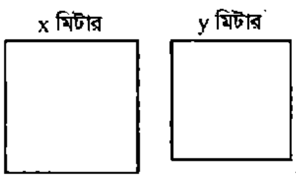
$= \pm\sqrt{3.8.8}$ মিটার

$= \pm 8\sqrt{3}$ মিটার

কিন্তু দৈর্ঘ্য ঋণাত্মক হতে পারে না।

$\therefore$ বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য $= 8\sqrt{3}$ মিটার। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৬



চিত্রে, বৃহত্তর বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য x মিটার এবং ক্ষুদ্রতর বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য y মিটার। বর্গক্ষেত্র দুটির ক্ষেত্রফলের সমষ্টি 481 বর্গমিটার এবং ঐ দুইটি বর্গক্ষেত্রের দুই বাহু দ্বারা গঠিত আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল 240 বর্গমিটার।

ক. উপরিউক্ত তথ্যের আলোকে দুইটি সমীকরণ গঠন কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $x + y = 31$ এবং $x - y = 1$ ৪

গ. বর্গক্ষেত্র দুইটির প্রত্যেক বাহুর পরিমাপ কত? ৪

৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,

বৃহত্তর বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য = x মিটার

এবং ক্ষুদ্রতর বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য = y মিটার

$\therefore x > y$

সুতরাং, বৃহত্তর বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = x^2 বর্গমিটার

ক্ষুদ্রতর বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = y^2 বর্গমিটার

বর্গক্ষেত্রদ্বয়ের বাহুদ্বয় দ্বারা গঠিত আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল

= xy বর্গমিটার

প্রশ্নমতে, $x^2 + y^2 = 481$

$xy = 240$

খ 'ক' হতে পাই,

$x^2 + y^2 = 481$ ....(i)

$xy = 240$ .... (ii)

আমরা জানি,

$(x+y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy$

বা, $(x+y)^2 = 481 + 2 \times 240$ [(i) ও (ii) নং সমীকরণের সাহায্যে]

বা, $(x+y)^2 = 481 + 480$

বা, $(x+y)^2 = 961$

বা, $x + y = \sqrt{(\pm 31)^2}$

$\therefore x + y = \pm 31$

$\because$ x এবং y উভয় রাশিই দৈর্ঘ্য নির্দেশ করে, অতএব উভয়েই ধনাত্মক।

অর্থাৎ, $x + y > 0$

$\therefore x + y = 31$ .... (iii) **(প্রমাণিত)**

আবার, আমরা জানি,

$(x-y)^2 = x^2 + y^2 - 2xy$

বা, $(x-y)^2 = 481 - 2 \times 240$ [(i) ও (ii) নং সমীকরণের সাহায্যে]

বা, $(x-y)^2 = 481 - 480$

বা, $(x-y)^2 = 1$

বা, $x - y = \sqrt{(\pm 1)^2}$

$\therefore x - y = \pm 1$

$\because x > y$ অর্থাৎ $x - y > 0$

$\therefore x - y = 1$ .... (iv) **(প্রমাণিত)**

গ 'খ' এর সমীকরণ (iii) নং ও (iv) নং যোগ করে পাই,

$x + y + x - y = 31 + 1$

বা, $2x = 32$

বা, $x = \frac{32}{2}$

বা, $x = 16$

$\therefore x = 16$

সমীকরণ (iii) নং থেকে (iv) নং বিয়োগ করে পাই,

বা, $x + y - (x-y) = 31 - 1$

বা, $x + y - x + y = 30$

বা, $2y = 30$

বা, $y = \frac{30}{2}$

বা, $y = 15$

$\therefore y = 15$

$\therefore$ বর্গক্ষেত্রদ্বয়ের বাহুদ্বয় যথাক্রমে 16 মিটার এবং 15 মিটার। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৭ দুই অঙ্কবিশিষ্ট একটি সংখ্যাকে এর অঙ্কদ্বয়ের গুণফল দ্বারা ভাগ করলে ভাগফল হয় 2। সংখ্যাটির সাথে 27 যোগ করলে অঙ্কদ্বয় স্থান বিনিময় করে। সংখ্যাটির একক স্থানীয় অঙ্ক x এবং দশক স্থানীয় অঙ্ক y

ক. সংখ্যাটি কত এবং অঙ্কদ্বয় স্থান বিনিময় করলে সংখ্যাটি কত? ২

খ. উপরিউক্ত তথ্যের আলোকে দুইটি সমীকরণ গঠন করে দেখাও যে, $y = x - 3$ ৪

গ. সংখ্যাটি নির্ণয় কর। ৪

৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,

সংখ্যাটির একক স্থানের অঙ্ক = x

দশক স্থানের অঙ্ক = y

$\therefore$ সংখ্যাটি = $10y + x$

অঙ্কদ্বয়ের স্থান বিনিময়ে প্রাপ্ত সংখ্যা = $10x + y$ **(Ans.)**

খ প্রশ্নমতে, $\frac{10y + x}{xy} = 2$ ....(i)

$(10y + x) + 27 = 10x + y$ .... (ii)

(ii) নং হতে পাই,

$10y + x + 27 - 10x - y = 0$

বা, $9y - 9x + 27 = 0$

বা, $9(y - x + 3) = 0$

বা, $y - x + 3 = 0$ [উভয়পক্ষকে 9 দ্বারা ভাগ করে]

$\therefore y = x - 3$ .... (iii) **(দেখানো হলো)**

গ (i) নং সমীকরণে y এর পরিবর্তে $x - 3$ বসিয়ে পাই,

www.bdniyog.com

$\frac{10(x-3)+x}{x(x-3)} = 2$

বা, $10x - 30 + x = 2(x^2 - 3x)$ [আড়গুণন করে]

বা, $11x - 30 = 2x^2 - 6x$

বা, $2x^2 - 17x + 30 = 0$ [পক্ষান্তর করে]

বা, $2x^2 - 12x - 5x + 30 = 0$

বা, $2x(x-6) - 5(x-6) = 0$

বা, $(2x-5)(x-6) = 0$

হয়, $2x - 5 = 0$ অথবা, $x - 6 = 0$

বা, $2x = 5$ $\therefore x = 6$

$\therefore x = \frac{5}{2}$

সংখ্যার অঙ্ক ভগ্নাংশ হতে পারে না,

অর্থাৎ $x \neq \frac{5}{2}$

$\therefore x = 6$

(iii) নং সমীকরণে x-এর মান বসিয়ে পাই,

$y = x - 3 = 6 - 3 = 3$

$\therefore$ সংখ্যাটি $= 10y + x$

$= 10 \times 3 + 6$

$= 30 + 6$

$= 36$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ব্যাংক | উত্তরসহ সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

প্রশ্ন ▶ ৮ একটি আয়তাকার বাগানের কর্ণের দৈর্ঘ্য 11 মিটার। ইহার বাহুদ্বয়ের যোগফল ও বিয়োগফলের সমান দৈর্ঘ্য বিশিষ্ট বাহুদ্বয় দ্বারা অঙ্কিত আয়তাকার বাগানের ক্ষেত্রফল 41 বর্গমিটার।

ক. উপরের তথ্যের আলোকে সমীকরণ গঠন কর। ২

খ. প্রথম আয়তাকার বাগানের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্ণয় কর। ৪

গ. দ্বিতীয় আয়তক্ষেত্রের পরিসীমার অর্ধেকের সমান বর্গের কর্ণের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৪

উত্তর: ক. $\sqrt{x^2 + y^2} = 11$, $(x + y)(x - y) = 41$; **খ.** 9 মিটার, $2\sqrt{10}$ মিটার; **গ.** $18\sqrt{2}$ মিটার।

প্রশ্ন ▶ ৮ দুইটি ধনাত্মক সংখ্যা x ও y যেখানে $x > y$. তাদের বর্গ অন্তর 64।

ক. সংখ্যা দুইটির অন্তর 2 হলে, সমষ্টি কত? ২

খ. সংখ্যা দুইটি নির্ণয় কর। ৪

গ. যদি আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য x মিটার এবং প্রস্থ y মিটার হয় তবে ক্ষেত্রফল, কর্ণের দৈর্ঘ্য ও পরিসীমা নির্ণয় কর। ৪

উত্তর: ক. 32; **খ.** 17; 15

গ. ক্ষেত্রফল = 255 বর্গ মি., কর্ণের দৈর্ঘ্য = $\sqrt{514}$ মিটার এবং পরিসীমা = 64 মিটার।

প্রশ্ন ▶ ১০ একটি আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্যের দ্বিগুণ তার প্রস্থের তিনগুণের সমান। আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল 600 বর্গমিটার। [ক্যান্টনমেন্ট হাই স্কুল, যশোর]

ক. প্রদত্ত তথ্যানুসারে দুইটি সমীকরণ গঠন কর। ২

খ. আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্ণয় কর। ৪

গ. দেখাও যে, আয়তক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল তার অর্ধপরিসীমার 12 গুণ। ৪

উত্তর: ক. $2x = 3y$, $xy = 600$; **খ.** 30 মিটার, 20 মিটার

REVISION

এ অংশে অধ্যায়ের গুরুত্বপূর্ণ তথ্য ও সূত্র, পরীক্ষার আগে যার উপর চোখ বুলিয়ে নেওয়া প্রয়োজন বা অবশ্যই মনে রাখতে হবে এমন বিষয়সমূহ একনজরে উল্লেখ করা হয়েছে। পরীক্ষার আগে এ বিষয়গুলো রিভিশন দিলে পরীক্ষায় নির্ভুলভাবে অঙ্ক সমাধান করতে পারবে।

- দ্বিঘাত সমীকরণ জোটে সাধারণত দুটি অজ্ঞাত রাশি থাকে।
- অজ্ঞাত রাশি বা চলকের মাধ্যমে সমস্যার শর্তগুলো থেকে পরস্পর অনির্ভর ও সঙ্গতিপূর্ণ সমীকরণ গঠন করতে হবে।
- দৈর্ঘ্য, প্রস্থ, ক্ষেত্রফল, পরিসীমা ও কোনো বস্তুর সংখ্যা ইত্যাদির ঋণাত্মক মান গ্রহণযোগ্য নয়।

SUGGESTION

এখানে অধ্যায়টির অনুশীলনী, বহুনির্বাচনি ও সৃজনশীল প্রশ্নগুলো বিশ্লেষণ করে স্টার মার্কসহ সাজেশন দেওয়া হয়েছে। পরীক্ষার আগে অবশ্যই এ অঙ্কগুলো সমাধান করবে। তাহলে পরীক্ষায় যেকোনো অঙ্কের সমাধান সহজেই করতে পারবে।

সাজেশন | বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

	প্রশ্ন নম্বর
★★★	১, ৪, ৬, ৮, ৯, ১২, ১৪, ১৭, ২০, ২১, ২২, ২৩, ৩১, ৩২, ৩৩, ৩৪
★★	২, ৩, ৭, ১০, ১৬, ১৯, ২৮, ২৯, ৩০

সাজেশন | সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

	প্রশ্ন নম্বর
★★★	২, ৪, ৬
★★	৩, ৫, ৭

অধ্যায়-৫

সমীকরণ

অনুশীলনী-৫.৬

অনুশীলনটি পড়ে যা জানতে পারবে—

১. দুই চলকবিশিষ্ট সূচক সমীকরণ জোটের সমাধান।

PRACTICE P

৯টি অনুশীলনীর প্রশ্ন।

৩২টি বহুনির্বাচনি প্রশ্ন ■ ১৮টি সাধারণ বহুনির্বাচনি ■ ৫টি বহুপদী সমাপ্তিসূচক ■ ৯টি অভিন্ন তথ্যভিত্তিক

৯টি সৃজনশীল প্রশ্ন ■ ৭টি মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত ■ ২টি প্রশ্নব্যাংক

অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

সমাধান কর:

১. $2^x + 3^y = 31$

$2^x - 3^y = -23$

সমাধান: $2^x + 3^y = 31$ .... (i)

$2^x - 3^y = -23$ .... (ii)

এখন, (i) নং ও (ii) নং সমীকরণ যোগ করে পাই,

$2 \cdot 2^x = 8$

বা, $2^x = 4$

বা, $2^x = 2^2$

$\therefore$ $x = 2$ [$\because a^m = a^n$ হলে $m = n$]

আবার, (i) নং থেকে (ii) নং বিয়োগ করে পাই,

$2.3^y = 54$

বা, $3^y = 27$

বা, $3^y = 3^3$

$\therefore$ $y = 3$ [$\because a^m = a^n$ হলে $m = n$]

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান: $(x, y) = (2, 3)$

২. $3^x = 9^y$

$5^{x+y+1} = 25^{xy}$

সমাধান: $3^x = 9^y$ .... (i)

$5^{x+y+1} = 25^{xy}$ .... (ii)

এখন, (i) নং সমীকরণ থেকে পাই, $3^x = 9^y$

বা, $3^x = (3^2)^y$

বা, $3^x = 3^{2y}$

$\therefore$ $x = 2y$ .... (iii) [$\because a^m = a^n$ হলে $m = n$]

আবার, (ii) নং সমীকরণ হতে পাই,

$5^{x+y+1} = 25^{xy}$

বা, $5^{x+y+1} = (5^2)^{xy}$

বা, $5^{x+y+1} = 5^{2xy}$

বা, $x + y + 1 = 2xy$ .... (iv) [$\because a^m = a^n$ হলে $m = n$]

(iv) নং সমীকরণে $x = 2y$ বসিয়ে পাই,

$2y + y + 1 = 2.2y.y$

বা, $2y + y + 1 = 4y^2$

বা, $4y^2 - 3y - 1 = 0$

বা, $4y^2 - 4y + y - 1 = 0$

বা, $4y(y-1) + 1(y-1) = 0$

বা, $(y-1)(4y+1) = 0$

হয়, $y - 1 = 0$ অথবা, $4y + 1 = 0$

$\therefore$ $y = 1$ $\therefore$ $y = -\frac{1}{4}$

(iii) নং এ y এর মান বসিয়ে পাই,

যখন $y = 1$, তখন $x = 2.1 = 2$

যখন $y = -\frac{1}{4}$, তখন $x = 2\left(-\frac{1}{4}\right) = -\frac{1}{2}$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান : $(x, y) = (2, 1), \left(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}\right)$

৩. $3^x \cdot 9^y = 81$

$2x - y = 8$

সমাধান : $3^x \cdot 9^y = 81$ ....(i)

$2x - y = 8$ .... (ii)

এখন, (i) নং হতে,

$3^x \cdot 9^y = 81$

বা, $3^x \cdot (3^2)^y = 3^4$

বা, $3^x \cdot 3^{2y} = 3^4$

বা, $3^{x+2y} = 3^4$ [$\because a^m \cdot a^n = a^{m+n}$]

$\therefore$ $x + 2y = 4$ [$\because a^m = a^n$ হলে $m = n$]

$\therefore$ $x + 2y - 4 = 0$ .... (iii)

আবার, (ii) নং সমীকরণ থেকে পাই, $2x - y = 8$

বা, $2x - y - 8 = 0$ .... (iv)

(iii) ও (iv) নং সমীকরণ জোট থেকে বজ্রগুণন পদ্ধতিতে পাই,

$$\frac{x}{-16-4} = \frac{y}{-8+8} = \frac{1}{-1+4}$$

বা, $\frac{x}{20} = \frac{y}{0} = \frac{1}{5}$

$\therefore$ $x = 4,\ y = 0$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান : $(x, y) = (4, 0)$

৪. $2^x \cdot 3^y = 18$

$2^{2x} \cdot 3^y = 36$

সমাধান : $2^x \cdot 3^y = 18$ .... (i)

$2^{2x} \cdot 3^y = 36$ .... (ii)

www.bdniyog.com

এখন, (ii) নং কে (i) নং দ্বারা ভাগ করে পাই,

$\frac{2^{2x} \cdot 3^y}{2^x \cdot 3^y} = \frac{36}{18}$

বা, $2^x = 2$

বা, $2^x = 2^1$

∴ $x = 1$ [∵ $a^m = a^n$ হলে, $m = n$]

আবার, (i) নং সমীকরণে x এর মান বসিয়ে পাই,

$2^1.3^y = 18$

বা, $3^y = 9$

বা, $3^y = 3^2$

∴ $y = 2$ [∵ $a^m = a^n$ হলে, $m = n$]

∴ নির্ণেয় সমাধান: $(x, y) = (1, 2)$

৫. $a^x.a^{y+1} = a^7$

$a^{2y}.a^{3x+5} = a^{20}$

সমাধান : $a^x \cdot a^{y+1} = a^7$ .... (i)

$a^{2y} \cdot a^{3x+5} = a^{20}$ .... (ii)

এখন, (i) নং সমীকরণ থেকে পাই,

$a^{x+y+1} = a^7$

বা, $x + y + 1 = 7$ [∵ $a^m = a^n$ হলে, $m = n$]

∴ $x + y - 6 = 0$ .... (iii)

আবার, (ii) নং সমীকরণ থেকে পাই,

$a^{2y+3x+5} = a^{20}$

বা, $2y + 3x + 5 = 20$ [∵ $a^m = a^n$ হলে, $m = n$]

∴ $3x + 2y - 15 = 0$ .... (iv)

এখন, (iii) ও (iv) নং সমীকরণ জোট থেকে বজ্রগুণন পদ্ধতিতে পাই,

$\frac{x}{-15+12} = \frac{y}{-18+15} = \frac{1}{2-3}$

বা, $\frac{x}{-3} = \frac{y}{-3} = \frac{1}{-1}$

বা, $\frac{x}{3} = \frac{y}{3} = 1$

∴ $x = 3$

আবার, $y = 3$

∴ নির্ণেয় সমাধান: $(x, y) = (3, 3)$

৬. $\left.\begin{array}{l} y^x = x^2 \\ x^{2x} = y^4 \end{array}\right\} y \neq 1$

সমাধান : $y^x = x^2$ .... (i)

$x^{2x} = y^4$ .... (ii)

এখন, (ii) নং সমীকরণ থেকে পাই, $x^{2x} = y^4$

বা, $(x^2)^x = y^4$

বা, $(y^x)^x = y^4$ [(i) নং সমীকরণ থেকে x^2 এর মান বসিয়ে]

বা, $y^{x^2} = y^4$ [∵ $(a^m)^n = a^{mn}$]

বা, $x^2 = 4$ [∵ $a^m = a^n$ হলে $m = n$]

∴ $x = \pm 2$

আবার, (i) নং সমীকরণে x এর মান বসিয়ে পাই,

যখন $x = 2$, তখন $y^2 = 2^2$

বা, $y^2 = 4$

∴ $y = \pm 2$

যখন $x = -2$, তখন $y^{-2} = (-2)^2$

বা, $\frac{1}{y^2} = 4$

বা, $y^2 = \frac{1}{4}$

∴ $y = \pm\frac{1}{2}$

∴ নির্ণেয় সমাধান: $(x, y) = (2, 2), (2, -2), \left(-2, \frac{1}{2}\right), \left(-2, -\frac{1}{2}\right)$

৭. $y^x = 4$

$y^2 = 2^x$

সমাধান: $y^x = 4$ .... (i)

$y^2 = 2^x$ .... (ii)

এখন (ii) নং সমীকরণ থেকে পাই,

$y^2 = 2^x$

বা, $(y^2)^x = (2^x)^x$ [উভয় পক্ষের ঘাত x-এ উন্নীত করে]

বা, $y^{2x} = 2^{x^2}$ [∵ $(a^m)^n = a^{mn}$]

বা, $(y^x)^2 = 2^{x^2}$

বা, $(4)^2 = 2^{x^2}$ [∵ (i) থেকে y^x এর মান বসিয়ে]

বা, $(2^2)^2 = 2^{x^2}$

বা, $2^4 = 2^{x^2}$

বা, $x^2 = 4$ [∵ $a^m = a^n$ হলে $m = n$]

∴ $x = \pm 2$

আবার, (i) নং সমীকরণে x এর মান বসিয়ে পাই,

যখন $x = 2$, তখন $y^2 = 4$

∴ $y = \pm 2$

যখন $x = -2$, তখন $y^{-2} = 4$

বা, $y^2 = \frac{1}{4}$

∴ $y = \pm\frac{1}{2}$

∴ নির্ণেয় সমাধান: $(x, y) = (2, 2), (2, -2), \left(-2, \frac{1}{2}\right), \left(-2, -\frac{1}{2}\right)$

৮. $4^x = 2^y$

$(27)^{xy} = 9^{y+1}$

সমাধান : $4^x = 2^y$ .... (i)

$27^{xy} = 9^{y+1}$ .... (ii)

এখন, (i) নং সমীকরণ থেকে পাই, $(2^2)^x = 2^y$

বা, $2^{2x} = 2^y$ [∵ $(a^m)^n = a^{mn}$]

বা, $2x = y$ .... (iii) [∵ $a^m = a^n$ হলে $m = n$]

আবার, (ii) নং সমীকরণ থেকে পাই,

$(27)^{xy} = 9^{y+1}$

বা, $(3^3)^{xy} = (3^2)^{y+1}$

বা, $3^{3xy} = 3^{2(y+1)}$ [∵ $(a^m)^n = a^{mn}$]

বা, $3xy = 2(y + 1)$ .... (iv) [∵ $a^m = a^n$ হলে $m = n$]

(iv) নং সমীকরণে $y = 2x$ বসিয়ে পাই,

$3x.2x = 2(2x + 1)$

বা, $6x^2 = 2(2x + 1)$

বা, $3x^2 = 2x + 1$

বা, $3x^2 - 2x - 1 = 0$

www.bdniyog.com

বা, $3x^2 - 3x + x - 1 = 0$

বা, $3x(x-1) + 1(x-1) = 0$

বা, $(x-1)(3x+1) = 0$

হয়, $x - 1 = 0$ অথবা, $3x + 1 = 0$

$\therefore x = 1$ $\therefore x = -\frac{1}{3}$

(iii) নং সমীকরণে x এর মান বসিয়ে পাই,

যখন $x = 1$ তখন $y = 2.1 = 2$

যখন $x = -\frac{1}{3}$ তখন $y = 2.\left(-\frac{1}{3}\right) = -\frac{2}{3}$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান : $(x, y) = (1, 2), \left(-\frac{1}{3}, -\frac{2}{3}\right)$

৯. $8y^x - y^{2x} = 16$

$2^x = y^2$

সমাধান : $8y^x - y^{2x} = 16$ .... (i)

$2^x = y^2$ .... (ii)

এখন, (i) নং সমীকরণ থেকে পাই,

$y^{2x} - 8y^x + 16 = 0$

বা, $(y^x)^2 - 2.y^x.4 + 4^2 = 0$

বা, $(y^x - 4)^2 = 0$

$\therefore y^x = 4$ .... (iii)

আবার, (ii) নং সমীকরণ থেকে পাই,

$2^x = y^2$

বা, $(2^x)^x = (y^2)^x$ [উভয় পক্ষের ঘাত x-এ উন্নীত করে]

বা, $2^{x^2} = y^{2x}$ [$\because (a^m)^n = a^{mn}$]

বা, $2^{x^2} = (y^x)^2$ [$\because a^{mn} = (a^m)^n$]

বা, $2^{x^2} = 4^2$ [(iii) নং থেকে y^x এর মান বসিয়ে]

বা, $2^{x^2} = 16$

বা, $2^{x^2} = 2^4$

বা, $x^2 = 4$ [$\because a^m = a^n$ হলে $m = n$]

$\therefore x = \pm 2$

এখন, (ii) নং সমীকরণে x এর মান বসিয়ে পাই,

যখন $x = 2$ তখন $2^2 = y^2$

বা, $y^2 = 4$

$\therefore y = \pm 2$

যখন $x = -2$, তখন $2^{-2} = y^2$

বা, $y^2 = \frac{1}{4}$

$y = \pm\frac{1}{2}$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান: $(x, y) = (2, 2), (2, -2), \left(-2, \frac{1}{2}\right), \left(-2, -\frac{1}{2}\right)$

মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত সৃজনশীল বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

★★★ **৫.৬ দুই চলক বিশিষ্ট সূচক সমীকরণ জোট** | Text পৃষ্ঠা-১০৬

- সূচকীয় সমীকরণে উভয় পক্ষের ভিত্তি সমান হলে ঘাতগুলোকে সমান আকারে লেখা যায়। অর্থাৎ $a^m = a^n$ হলে $m = n$ হবে।
- সমীকরণ জোট যেকোনো পদ্ধতি প্রয়োগ করে সমাধান করা যায়।

১. **$a^{2x}.a^{y+1} = a^9$ হলে, y = কত?** (সহজ)

ক $-8-2x$ খ $8-2x$ গ $8+2x$ ঘ $4+x$ **খ**

ব্যাখ্যা: $a^{2x+y+1} = a^9$ বা, $2x + y = 8$ বা, $y = 8 - 2x$.

২. **$a^{x+2}.a^{2y+1} = 1$ হলে, x = কত?** (মধ্যম)

ক $-2y-3$ খ $2y-3$ গ $2y+3$ ঘ $2y+4$ **ক**

ব্যাখ্যা: $a^{x+2+2y+1} = 1$ বা, $a^{x+2y+3} = a^0$ বা, $x = -2y - 3$

৩. **$a^{x+2}.a^{2y+1} = a^{10}, (a \neq 1)$ হলে নিচের কোন সম্পর্কটি সঠিক?** (মধ্যম)

[সরকারি করোনেশন মাধ্যমিক বালিকা বিদ্যালয়, খুলনা]

ক $2x + y = 7$ খ $x + 2y = 7$

গ $x - 2y = 7$ ঘ $x = 2y - 7$ **খ**

ব্যাখ্যা: $a^{x+2}.a^{2y+1} = a^{10}$ বা, $a^{x+2y+3} = a^{10}$

বা, $x + 2y + 3 = 10$ $\therefore x + 2y = 7$

৪. **$3^{3y-1} = 9^{x+y}$ হলে নিচের কোন সম্পর্কটি সঠিক?** (মধ্যম)

[মেহেরপুর সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, মেহেরপুর]

ক $3y - 1 = 2(x + y)$ খ $3y - 1 = x + y$

গ $(3y + 1) = 2(x + y)$ ঘ $3y - 1 = x - y$ **ক**

ব্যাখ্যা: $3^{3y-1} = 9^{x+y} = (3^2)^{x+y} = 3^{2x+2y}$

$\therefore 3y - 1 = 2x + 2y = 2(x + y)$

৫. **$3^{3y-1} = 9^{x+y}$ হলে, y = কত?** (মধ্যম)

[আই.ই.টি.স. উচ্চ বালিকা বিদ্যালয়, নারায়ণগঞ্জ]

ক $x+1$ খ $2x-1$ গ $2x+1$ ঘ $4x+1$ **গ**

ব্যাখ্যা: $3^{3y-1} = (3^2)^{x+y}$ বা, $3^{3y-1} = 3^{2x+2y}$

বা, $3y - 1 = 2x + 2y$ বা, $y = 2x + 1$

৬. **$a^{x+2}.a^{2y+1} = a^{10}$ এবং x = 3 হলে, y = কত?** (মধ্যম)

ক -2 খ 2 গ 3 ঘ 6 **খ**

ব্যাখ্যা: $a^{x+2+2y+1} = a^{10}$ বা, $x + 2y = 7$

বা, $2y = 4$ $\therefore y = 2$

৭. **$4^x = 2^y$ এবং x = 2 হলে y এর মান কত?** (সহজ)

[মেহেরপুর সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, মেহেরপুর]

ক -2 খ -4 গ 2 ঘ 4 **ঘ**

ব্যাখ্যা: $2^y = 4^2 = 2^4$; $\therefore y = 4$

৮. **$4^{x+3y} = 16^{2x+3}$ এবং x = 4 হলে, y = কত?** (মধ্যম)

ক -3 খ -1 গ 1 ঘ 6 **ঘ**

ব্যাখ্যা: $4^{x+3y} = 4^{4x+6}$ বা, $4x + 6 = x + 3y$

বা, $3x + 6 = 3y$ বা, $3y = 18$ বা, $y = 6$

৯. **$x^y = y^x$, x = 2y হলে, y = কত?** (মধ্যম)

ক x খ 2 গ 3 ঘ 4 **খ**

ব্যাখ্যা: $(2y)^y = y^{2y}$ বা, $\frac{y^{2y}}{y^y} = 2^y$ বা, $y^y = 2^y$ $\therefore y = 2$

১০. **$x^y = y^x$, x = 2y সমীকরণ জোটের সমাধান কত?** (সহজ)

[ফরিদপুর জিলা স্কুল, ফরিদপুর]

ক (1, 3) খ (2, 3)

গ (4, 2) ঘ (4, 3) **গ**

১১. **$y^x = 4$ এবং $y^2 = 2^x$ হলে x = ?** (কঠিন)

[কৃষি বিশ্ববিদ্যালয় উচ্চ বিদ্যালয়, ময়মনসিংহ]

ক ± 2 খ ± 4 গ ± 1 ঘ ± 3 **ক**

ব্যাখ্যা: $y^x = 4 \Rightarrow (y^x)^2 = 4^2 \Rightarrow y^{2x} = 2^4$

আবার, $y^2 = 2^x$ বা, $(y^2)^x = (2^x)^x$ বা, $2^{x^2} = y^{2x} = 2^4$

$\therefore x^2 = 4$ বা, $x = \pm 2$

১২. $3^x = y^2$ এবং $x = 2$ হলে, y = কত? (সহজ)

ক ± 3 খ ± 2 গ ± 3 ঘ ± 9 — গ

১৩. $8.2^{xy} = 4^y$ এবং $y = 1$ হলে, x = কত? (মধ্যম)

ক -1 খ $\frac{1}{2}$ গ 1 ঘ $\frac{3}{2}$ — ক

ব্যাখ্যা: $2^{xy+3} = 2^{2y}$ বা, $xy + 3 = 2y$ বা, $x = -1$

১৪. $x^y = y^2$, $y^{2y} = x^4$ (যেখানে $x \neq 1$) হলে, y^2 = কত? (মধ্যম)

ক -4 খ 4 গ 8 ঘ 16 — খ

ব্যাখ্যা: $x^{y^2} = y^{2y}$ বা, $x^{y^2} = x^4$ $\therefore y^2 = 4.$

১৫. $18y^x - y^{2x} = 81$, $3x = y^2$ হলে, y^x = কত? (মধ্যম)

ক -9 খ 3 গ 9 ঘ 27 — গ

ব্যাখ্যা: $y^{2x} - 18y^x + 81 = 0$ বা, $(y^x)^2 - 2.y^x.9 + 9^2 = 0$

বা, $(y^x - 9)^2 = 0$ বা, $y^x = 9.$

১৬. $(2y)^y = y^x$ এবং $x = 2y$ হলে, (x, y) = কত? (কঠিন)

ক $(2, 4)$ খ $(3, 4)$ গ $(4, 2)$ ঘ $(8, 4)$ — গ

ব্যাখ্যা: $(2y)^y = y^{2y}$ বা, $2^y = \frac{y^{2y}}{y^y}$ বা, $y = 2$

$\therefore x = 4$

১৭. $9^x.3^{xy} = \frac{1}{27}$ হলে, $2x + xy$ = কত? (মধ্যম)

ক -9 খ -3 গ 3 ঘ 6 — খ

ব্যাখ্যা: $3^{2x+xy} = 3^{-3}$ বা, $2x + xy = -3.$

১৮. $2^x + 3^y = 31$ এবং $2^x - 3^y = -23$ হলে, (x, y) = কত? (কঠিন)

ক $(-2, 3)$ খ $(2, 3)$ গ $(-2, -3)$ ঘ $(2, -3)$ — খ

ব্যাখ্যা:

$2^x + 3^y = 31$	$2^2 + 3^y = 31$
$2^x - 3^y = -23$	$3^y = 31 - 4$
$2.2^x = 8$	$3^y = 27 = 3^3$
$2^{x+1} = 2^3$	$\therefore y = 3$
বা, $x + 1 = 3$	
$\therefore x = 2$	$\therefore (x, y) = (2, 3)$

১৯. $3^x = 9^y$ সমীকরণে পাই —

i. $x = 2y$।

ii. $y = \frac{x}{2}$।

iii. $x = 2$ হলে $y = 1$।

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii — ঘ

২০. $8y^x - y^{2x} = 16$ সমীকরণকে —

i. $y^{2x} - 8y^x + 16 = 0$ আকারে লেখা যায়।

ii. $(y^x - 4)^2$ আকারে লেখা যায়।

iii. $y^x = 2$ আকারে লেখা যায়।

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii — ক

২১. $18y^x - y^{2x} = 81$ সমীকরণকে লেখা যায় —

i. $y^{2x} - 18y^x + 81 = 0$ আকারে।

ii. $y^{2x} - 18y^x - 81 = 0$ আকারে।

iii. $(y^x - 9)^2 = 0$ আকারে।

নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii — খ

২২. $3^x.9^y = 81$, $2x - y = 8$ হলে—

i. $x + 2y = 4$।

ii. $y = 2x - 8$।

iii. $(x, y) = (4, 0)$।

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii — ঘ

ব্যাখ্যা: $3^x3^{2y} = 3^4$ বা, $3^{x+2y} = 3^4$ $\therefore x + 2y = 4$

$2x - y = 8$ বা, $y = 2x - 8$

$\therefore x + 2(2x - 8) = 4$ বা, $5x = 16 + 4$ বা, $x = 4$

২৩. $x^y = y^2$ এবং $y^{2y} = x^4$ $(x \neq 1)$ হলে—

i. $x^{y^2} = y^{2y}$।

ii. $y = \pm 2$।

iii. x এর 4 টি মান বা মূল পাওয়া যাবে।

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii — ঘ

ব্যাখ্যা: $x^y = y^2$ বা, $(x^y)^y = (y^2)^y$ বা, $x^{y^2} = y^{2y}$

$\therefore x^{y^2} = x^4$ বা, $y^2 = 4$ বা, $y = \pm 2$

সমীকরণদ্বয়ে x এর সর্বোচ্চ ঘাত 4.

নিচের তথ্যের আলোকে (২৪-২৬) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

$\left.\begin{array}{l} 2^x + 3^y = 31 \\ 2^x - 3^y = -23 \end{array}\right\}$ একটি সূচক সমীকরণ জোট।

২৪. সমীকরণ জোটে x এর মান কত? (সহজ)

ক 2 খ 3 গ 4 ঘ 6 — ক

২৫. y এর মান কত? (মধ্যম)

ক 1 খ 2 গ 3 ঘ 4 — গ

২৬. সমীকরণ জোটের যুগপৎ সমাধান কোনটি? (মধ্যম)

ক $(3, 2)$ খ $(1, 2)$

গ $(2, 1)$ ঘ $(2, 3)$ — ঘ

নিচের তথ্যের আলোকে (২৭-২৯) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

$\left.\begin{array}{l} 2^x.3^y = 18 \\ 2^{2x}.3^y = 36 \end{array}\right\}$ একটি সূচক সমীকরণ জোট।

২৭. জোটের ২য় সমীকরণে $x = 1$ হলে, y = কত? (মধ্যম)

ক 2 খ 3 গ 4 ঘ 6 — ক

ব্যাখ্যা: $2^{2x}.3^y = 36$

বা, $2^{2.1}.3^y = 36$ [$\because x = 1$]

বা, $3^y = \frac{36}{4} = 9 = 3^2$ $\therefore y = 2$

২৮. সমীকরণ জোট থেকে x এর কোন মান পাওয়া যায়? (মধ্যম)

ক 0 খ 1 গ 2 ঘ 4 — খ

ব্যাখ্যা: $\frac{2^{2x}.3^y}{2^x.3^y} = \frac{36}{18} = 2$

বা, $2^{2x-x} = 2$

বা, $2^x = 2^1$ $\therefore x = 1$

২৯. সমীকরণ জোটের সমাধান (x, y) = কত? (সহজ) [মেহেরপুর সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, মেহেরপুর]

ক $(2, 0)$ খ $(2, 1)$ গ $(1, 2)$ ঘ $(2, 2)$ — গ

নিচের তথ্যের আলোকে (৩০-৩২) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

$18y^x - y^{2x} = 81$ এবং $3^x = y^2$

৩০. প্রথম সমীকরণ থেকে y^x এর মান কোনটি? (মধ্যম)

ক 9 খ 2 গ 3 ঘ 6 — ক

ব্যাখ্যা: $18y^x - y^{2x} = 81$ বা, $(y^x)^2 - 18y^x + 9^2 = 0$

বা, $(y^x - 9)^2 = 0$ বা, $y^x = 9$

www.bdniyog.com

৩১. x এর মান নিচের কোনটি? (কঠিন)

ⓚ ± 4 ⓛ ± 2 ⓜ ± 1 ⓝ ± 16 **(খ)**

ব্যাখ্যা: $y^x = 9$ বা, $y^{2x} = 9^2$;

$(3^x)^x = (y^2)^x = y^{2x} = 9^2 = 3^4$ বা, $3^{x^2} = 3^4$

বা, $x^2 = 4$ বা, $x = \pm 2$

৩২. $x > 0, y > 0$ হলে (x, y) = ? (সহজ)

ⓚ (2, 3) ⓛ $(\sqrt{3}, 2)$ ⓜ (9, 2) ⓝ (6, 2) **(খ)**

মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত আরও সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

প্রশ্ন ▶ ১ $4^x = 2^y, (27)^{xy} = 9^{y+1}$

ক. জোটের প্রথম সমীকরণ থেকে দেখাও যে, $2x = y$ ২

খ. দেখাও যে, $3x^2 - 2x - 1 = 0$ ৪

গ. সমীকরণ জোটের সমাধান কর। ৪

১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,

$4^x = 2^y$ .... (i)

$(27)^{xy} = 9^{y+1}$ .... (ii)

(i) নং থেকে পাই, $4^x = 2^y$

বা, $(2^2)^x = 2^y$

বা, $2^{2x} = 2^y$ [$\because (a^m)^n = a^{mn}$]

$\therefore 2x = y$ [$a^m = a^n$ হলে $m = n$] **(দেখানো হলো)**

খ 'ক' হতে পাই,

$2x = y$............................. (iii)

(ii) নং হতে পাই,

$(27)^{xy} = 9^{y+1}$

বা, $(3^3)^{xy} = (3^2)^{y+1}$

বা, $3^{3xy} = 3^{2(y+1)}$

$\therefore 3xy = 2(y + 1)$.................(iv) [$\because a^m = a^n$ হলে $m = n$]

(iii) নং থেকে y এর মান (iv) নং এ বসিয়ে পাই,

$3x.2x = 2(2x + 1)$

বা, $6x^2 = 2(2x + 1)$

বা, $3x^2 = 2x + 1$

$\therefore 3x^2 - 2x - 1 = 0$ **(দেখানো হলো)**

গ 'খ' হতে পাই,

$3x^2 - 2x - 1 = 0$

বা, $3x^2 - 3x + x - 1 = 0$

বা, $3x(x - 1) + (x - 1) = 0$

বা, $(x - 1)(3x + 1) = 0$

হয়, $x - 1 = 0$ অথবা, $3x + 1 = 0$

$\therefore x = 1$ $\therefore x = -\frac{1}{3}$

x এর মান (iii) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

যখন, $x = 1$, তখন, $y = 2.1 = 2$

যখন, $x = -\frac{1}{3}$, তখন, $y = 2\left(-\frac{1}{3}\right) = -\frac{2}{3}$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান $(x, y) = (1, 2), \left(-\frac{1}{3}, -\frac{2}{3}\right)$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ২ $\left.\begin{array}{l} y^x = x^2 \\ x^{2x} = y^4 \end{array}\right\}$ এবং $\left.\begin{array}{l} y^x = 4 \\ y^2 = 2^x \end{array}\right\}$ **দুইটি দুই চলকবিশিষ্ট সূচকীয় সমীকরণ জোট।**

ক. প্রথম সমীকরণ জোট থেকে x এর মান বের কর। ২

খ. প্রথম সমীকরণ জোটের সমাধান নির্ণয় কর। ৪

গ. দেখাও যে, দ্বিতীয় সমীকরণ জোটের সমাধান প্রথম সমীকরণ জোটের সমাধানের সমান। ৪

২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, প্রথম সমীকরণ জোট,

$y^x = x^2$ .... (i)

$x^{2x} = y^4$ .... (ii)

(ii) নং হতে পাই,

$x^{2x} = y^4$

বা, $(x^2)^x = y^4$

বা, $(y^x)^x = y^4$ [(i) নং হতে x^2 এর মান বসিয়ে]

বা, $y^{x^2} = y^4$

বা, $x^2 = 4$ [$\because a^m = a^n$ হলে $m = n$]

$\therefore x = \pm 2$ **(Ans.)**

খ 'ক' হতে x এর মান (i) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

যখন, $x = 2$

তখন $y^2 = 2^2$

বা, $y^2 = 4$

$\therefore y = \pm 2$

আবার যখন, $x = -2$

তখন, $y^{-2} = (-2)^2$

বা, $\frac{1}{y^2} = 4$ [$\because a^{-m} = \frac{1}{a^m}$]

বা, $y^2 = \frac{1}{4}$

$\therefore y = \pm \frac{1}{2}$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান $(x, y) = (2, 2), (2 - 2), \left(-2, \frac{1}{2}\right) \left(-2, -\frac{1}{2}\right)$ **(Ans.)**

গ দেওয়া আছে, দ্বিতীয় সমীকরণ জোট,

$y^x = 4$........................(iii)

$y^2 = 2^x$ ....(iv)

(iv) নং হতে পাই,

$y^2 = 2^x$

বা, $(y^2)^x = (2^x)^x$ [উভয়পক্ষের ঘাত x এ উন্নীত করে]

বা, $y^{2x} = 2^{x^2}$

বা, $(y^x)^2 = 2^{x^2}$

বা, $(4)^2 = 2^{x^2}$ [(iii) নং হতে y^x এর মান বসিয়ে]

বা, $16 = 2^{x^2}$

বা, $2^{x^2} = 2^4$

বা, $x^2 = 4$ [$a^m = a^n$ হলে $m = n$]

$\therefore x = \pm 2$

(iii) নং এ x এর মান বসিয়ে পাই,

যখন, $x = 2$, তখন $y^2 = 4$

$\therefore y = \pm 2$

আবার যখন, $x = -2$ তখন

$y^{-2} = 4$

বা, $\frac{1}{y^2} = 4$

বা, $y^2 = \frac{1}{4}$

$\therefore y = \pm\frac{1}{2}$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান $(x, y) = (2, 2), (2, -2), \left(-2, \frac{1}{2}\right) \left(-2, -\frac{1}{2}\right)$

সুতরাং, দ্বিতীয় সমীকরণ জোটের সমাধান প্রথম সমীকরণ জোটের সমাধানের সমান। **(দেখানো হলো)**

প্রশ্ন ▶ ৩ $8.2^{xy} = 4^y; 9^x.3^{xy} = \frac{1}{27}$

ক. প্রথম সমীকরণ থেকে xy নির্ণয় কর। ২

খ. দেখাও যে, $x = -y$ ৪

গ. সমীকরণ জোটের সমাধান নির্ণয় কর। ৪

৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,

$8.2^{xy} = 4^y$ .... (i)

$9^x.3^{xy} = \frac{1}{27}$ .... (ii)

(i) নং থেকে পাই,

$8.2^{xy} = 4^y$

বা, $2^3.2^{xy} = (2^2)^y$

বা, $2^{3+xy} = 2^{2y}$

বা, $3 + xy = 2y$ [$a^m = a^n$ হলে $m = n$]

$\therefore xy = 2y - 3$ **(Ans.)**

খ 'ক' হতে পাই,

$xy = 2y - 3$ ....(iii)

(ii) নং হতে পাই,

$9^x.3^{xy} = \frac{1}{27}$

বা, $(3^2)^x.3^{xy} = \frac{1}{3^3}$

বা, $3^{2x}.3^{xy} = 3^{-3}$

বা, $3^{2x+xy} = 3^{-3}$

$\therefore 2x + xy = -3$ ....(iv)

(iii) নং থেকে (iv) নং বিয়োগ করে পাই,

$xy - 2x - xy = 2y - 3 + 3$

বা, $-2x = 2y$

বা, $-x = y$

$\therefore x = -y$ **(দেখানো হলো)**

গ 'খ' হতে পাই,

$x = -y$ ....(v)

আবার, (iii) নং হতে পাই,

$xy = 2y - 3$

বা, $(-y)y = 2y - 3$ [$x = -y$ বসিয়ে]

বা, $-y^2 = 2y - 3$

বা, $y^2 + 2y - 3 = 0$

বা, $y^2 + 3y - y - 3 = 0$

বা, $y(y + 3) - 1(y + 3) = 0$

বা, $(y + 3)(y - 1) = 0$

হয়, $y + 3 = 0$ অথবা, $y - 1 = 0$

$\therefore y = -3$ $\therefore y = 1$

y এর মান (v) নং এ বসিয়ে পাই,

যখন, $y = -3$, তখন $x = -(-3) = 3$

যখন, $y = 1$, তখন, $x = -1$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান $(x, y) = (3, -3), (-1, 1)$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৪ $8y^x - y^{2x} = 16$

$2^x = y^2$

একটি দুই চলকবিশিষ্ট সূচকীয় সমীকরণ জোট।

ক. প্রথম সমীকরণ থেকে দেখাও যে, $y^x = 4$.

খ. সমীকরণ জোট থেকে x এর মান নির্ণয় কর।

গ. সমীকরণ জোটের সমাধান কর।

৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,

$8y^x - y^{2x} = 16$ .... (i)

$2^x = y^2$ .... (ii)

(i) নং থেকে পাই,

$y^{2x} - 8y^x + 16 = 0$

বা, $(y^x)^2 - 2.y^x.4 + 4^2 = 0$

বা, $(y^x - 4)^2 = 0$

$y^x = 4$ **(দেখানো হলো)**

খ 'ক' এর (ii) নং থেকে পাই,

$2^x = y^2$

বা, $(2^x)^x = (y^2)^x$ [উভয় পক্ষের ঘাত x-এ উন্নীত করে]

বা, $2^{x^2} = (y^x)^2$ [$\because a^{mn} = (a^m)^n$]

বা, $2^{x^2} = 4^2$ ['ক' থেকে y^x এর মান বসিয়ে]

বা, $2^{x^2} = 16$

বা, $2^{x^2} = 2^4$

বা, $x^2 = 4$ [$a^m = a^n$ হলে $m = n$]

$\therefore x = \pm 2$ **(Ans.)**

গ 'খ' হতে প্রাপ্ত x এর মান (ii) নং এ বসিয়ে পাই,

যখন $x = 2$ তখন $2^2 = y^2$

বা, $y^2 = 4$

$\therefore y = \pm 2$

যখন $x = -2$ তখন $2^{-2} = y^2$

বা, $y^2 = \frac{1}{2^2}$

বা, $y^2 = \frac{1}{4}$

$\therefore y = \pm\frac{1}{2}$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান $(x, y) = (2, 2), (2, -2), \left(-2, \frac{1}{2}\right), \left(-2, -\frac{1}{2}\right)$

প্রশ্ন ▶ ৪ $3^x = 9^y, 5^{x+y+1} = 25^{xy}$

ক. জোটের প্রথম সমীকরণ হতে দেখাও যে, $x = 2y$ ২

খ. দেখাও যে, $(y - 1)(4y + 1) = 0$ ৪

গ. সমীকরণ জোটের সমাধান কর। ৪

৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,
$3^x = 9^y$ ....(i)
$5^{x+y+1} = 25^{xy}$ ....(ii)
(i) নং হতে পাই,
$3^x = 9^y$
বা, $3^x = (3^2)^y$
বা, $3^x = 3^{2y}$
$\therefore x = 2y$ [$a^m = a^n$ হলে $m = n$] **(দেখানো হলো)**

খ 'ক' হতে পাই,
$x = 2y$ ....(iii)
এখন, (ii) নং হতে পাই,
$5^{x+y+1} = 25^{xy}$
বা, $5^{x+y+1} = (5^2)^{xy}$
বা, $5^{x+y+1} = 5^{2xy}$
$\therefore x + y + 1 = 2xy$ [$a^m = a^n$ হলে, $m = n$]
বা, $2y + y + 1 = 2.2y.y$ [(iii) নং এর সাহায্যে]
বা, $3y + 1 = 4y^2$
বা, $4y^2 - 3y - 1 = 0$
বা, $4y^2 - 4y + y - 1 = 0$
বা, $4y(y - 1) + 1(y - 1) = 0$
$\therefore (y - 1)(4y + 1) = 0$ **(দেখানো হলো)**

গ 'খ' হতে পাই,
$(y - 1)(4y + 1) = 0$
হয়, $y - 1 = 0$ অথবা, $4y + 1 = 0$
$\therefore y = 1$ বা, $4y = -1$
$\therefore y = -\frac{1}{4}$
y এর মান (iii) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,
যখন, $y = 1$ তখন, $x = 2 \times 1 = 2$
আবার, যখন, $y = -\frac{1}{4}$ তখন, $x = 2\left(-\frac{1}{4}\right) = -\frac{1}{2}$
$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান $(x, y) = (2, 1), \left(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}\right)$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৬ **জ্যোতি এবং জয়া দুই বোন। স্কুল যাওয়ার সময় তাদের মা প্রতিদিন জয়াকে যে পরিমাণ টাকা দেন জ্যোতিকে তার চেয়ে 16 টাকা বেশি দেন। স্কুলে গিয়ে অন্য কেউ যেন বুঝতে না পারে সেজন্য জ্যোতি বলল, আজ আম্মু আমাকে $8y^x$ টাকা দিয়েছে এবং জয়া বলল আজ আম্মু আমাকে y^{2x} টাকা দিয়েছে। অন্য কেউ না বুঝলেও জ্যোতি এবং জয়া দুজনেই বুঝতে পারল, কার কাছে কত টাকা আছে।**

ক. সমস্যাটিকে একটি সমীকরণের সাহায্যে প্রকাশ কর। ২
খ. $p = y^x$ হলে p এর মান নির্ণয় কর। ৪
গ. জ্যোতি এবং জয়া আগে থেকেই x ও y এর মধ্যে একটি সম্পর্ক ঠিক করে রেখেছিল এবং সেটি হলো $2^x = y^2$। x ও y এর মান নির্ণয় কর। ৪

৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক জ্যোতিকে দেওয়া টাকার পরিমাণ $= 8y^x$
জয়াকে দেওয়া টাকার পরিমাণ $= y^{2x}$
প্রশ্নমতে, $8y^x - y^{2x} = 16$
$\therefore$ নির্ণেয় সমীকরণ $8y^x - y^{2x} = 16$

খ এখানে, $p = y^x$
'ক' থেকে প্রাপ্ত সমীকরণটি $8y^x - y^{2x} = 16$
$\therefore$ y^x এর স্থলে p বসিয়ে,
$8p - p^2 = 16$
বা, $-p^2 + 8p - 16 = 0$
বা, $-(p^2 - 8p + 16) = 0$
বা, $p^2 - 8p + 16 = 0$
বা, $p^2 - 2.4p + (4)^2 = 0$
বা, $(p - 4)^2 = 0$
বা, $p - 4 = 0$ [উভয়পাশে বর্গমূল করে]
$\therefore$ $p = 4$
$\therefore$ p এর মান = 4

গ 'খ' থেকে আমরা পাই,
$y^x = 4$ .... (i)
এবং $2^x = y^2$ .... (ii)
সমীকরণ (ii) হতে পাই, $2^x = y^2$
বা, $y^2 = 2^x$
বা, $(y^2)^x = (2^x)^x$
বা, $(y^x)^2 = (2)^{x^2}$
বা, $(4)^2 = (2)^{x^2}$ [(i) নং হতে $y^x = 4$ বসিয়ে]
বা, $(2^2)^2 = (2)^{x^2}$
বা, $(2)^4 = (2)^{x^2}$
বা, $(2)^{x^2} = (2)^4$
বা, $x^2 = 4$
বা, $x = \pm 2$
x এর মান (i) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,
$x = 2$ হলে, $y^2 = 4$ বা, $y = \pm 2$
আবার, $x = -2$ হলে, $y^{-2} = 4$
বা, $\frac{1}{y^2} = 4$
বা, $y^2 = \frac{1}{4}$
বা, $y = \pm\frac{1}{2}$
নির্ণেয় সমাধান: $(x, y) = (2, 2), (2, -2), \left(-2, \frac{1}{2}\right), \left(-2, -\frac{1}{2}\right)$

প্রশ্ন ▶ ৭ **(i) $3^{3y+1} = 9^{x+y}$**
(ii) $4^{x+3y} = 16^{2x+9}$
ক. (i) নং সমীকরণকে সরল সমীকরণে প্রকাশ কর। ২
খ. (ii) নং সমীকরণ থেকে দেখাও যে, $x = y - 6$. ৪
গ. সমীকরণ জোটের সমাধান নির্ণয় কর। ৪

৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক (i) নং সমীকরণ থেকে পাই,
$3^{3y+1} = 9^{x+y}$
বা, $3^{3y+1} = 3^{2(x+y)}$
বা, $3^{3y+1} = 3^{2x+2y}$
বা, $3y + 1 = 2x + 2y$ [$a^m = a^n$ হলে $m = n$]
বা, $3y + 1 - 2x - 2y = 0$
বা, $-2x + y + 1 = 0$
বা, $2x - y - 1 = 0$
$\therefore$ $2x - y = 1$ .... (iii)

খ (ii) নং থেকে পাই, $4^{x+3y} = 16^{2x+9}$

বা, $4^{x+3y} = (4^2)^{2x+9}$

বা, $4^{x+3y} = 4^{4x+18}$

$\therefore$ $x + 3y = 4x + 18$

বা, $x - 4x + 3y = 18$

বা, $-3x + 3y = 18$

বা, $x - y = -6$

$\therefore$ $x = y - 6$ .... (iv) **(দেখানো হলো)**

গ 'ক' থেকে পাই,

$2x - y = 1$ ... ... (iii)

$x = y - 6$ ... ... (iv)

$x = y - 6$, (iii) নং এ বসিয়ে পাই, $2(y - 6) - y = 1$

বা, $2y - 12 - y = 1$

বা, $y = 1 + 12$

$\therefore$ $y = 13$.

y এর মান (iv)নং এ বসিয়ে পাই, $x = 13 - 6$

বা, $x = 7$

$\therefore$ $x = 7$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান: $(x, y) = (7, 13)$

প্রশ্ন ব্যাংক উত্তরসহ সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

প্রশ্ন ▶ ৮

A	B
$3^x.9^y = 81$ $2x - y = 8$	$18y^x - y^{2x} = 81$ $3^x = y^2$

ক. A বক্সের প্রথম সমীকরণ থেকে দেখাও যে, $x + 2y = 4$

খ. A বক্সের (x, y) = কত?

গ. B বক্সের (x, y) এর মান নির্ণয় কর এবং দেখাও যে, A ও B বক্সের কোনো সাধারণ সমাধান নেই।

উত্তর: খ. $(4, 0)$; **গ.** $(2, 3), (2 -3), \left(-2, \frac{1}{3}\right), \left(-2, -\frac{1}{3}\right)$

প্রশ্ন ▶ ৯ $\left.\begin{array}{l} a^x . a^{y+1} = a^7 \\ a^{2y} . a^{3x+5} = a^{20} \end{array}\right\}$ এবং $\left.\begin{array}{l} a^{x+2} . a^{2y+1} = a^{10} \\ a^{2x} . a^{y+1} = a^9 \end{array}\right\}$ দুইটি দুই চলকবিশিষ্ট সূচকীয় সমীকরণজোট।

ক. প্রথম সমীকরণ জোট থেকে দুই চলকবিশিষ্ট সমীকরণ গঠন কর।

খ. প্রথম সমীকরণ জোটের সমাধান নির্ণয় কর।

গ. দ্বিতীয় সমীকরণ জোটের সমাধান নির্ণয় কর।

উত্তর: ক. $x + y - 6 = 0$ এবং $3x + 2y - 15 = 0$; **খ.** $(x, y) = (3, 3)$ **গ.** $(x, y) = (3, 2)$

REVISION

এ অংশে অধ্যায়ের গুরুত্বপূর্ণ তথ্য ও সূত্র, পরীক্ষার আগে যার উপর চোখ বুলিয়ে নেওয়া প্রয়োজন বা অবশ্যই মনে রাখতে হবে এমন বিষয়সমূহ একনজরে উল্লেখ করা হয়েছে। পরীক্ষার আগে এ বিষয়গুলো রিভিশন দিলে পরীক্ষায় নির্ভুলভাবে অঙ্ক সমাধান করতে পারবে।

- সূচকীয় সমীকরণে উভয় পক্ষের ভিত্তি সমান হলে ঘাতগুলোকে সমান আকারে লেখা যায়।
- সমীকরণ জোট যেকোনো পদ্ধতি প্রয়োগ করে সমাধান করা যায়।
- কোনো সমীকরণের উভয় পক্ষের ঘাত উন্নীত করলে বা কমালে সমীকরণের কোনো পরিবর্তন হয় না।

SUGGESTION

এখানে অধ্যায়টির অনুশীলনী, বহুনির্বাচনি ও সৃজনশীল প্রশ্নগুলো বিশ্লেষণ করে স্টার মার্কসহ সাজেশন দেওয়া হয়েছে। পরীক্ষার আগে অবশ্যই এ অঙ্কগুলো সমাধান করবে। তাহলে পরীক্ষায় যেকোনো অঙ্কের সমাধান সহজেই করতে পারবে।

সাজেশন | বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

	প্রশ্ন নম্বর
★★★	২, ৩, ৪, ৫, ৭, ১০, ১১, ১৩, ১৭, ২০, ২২, ২৭, ২৮, ২৯
★★	১, ৬, ৯, ১৪, ১৬, ২১, ২৩, ৩০, ৩১, ৩২

সাজেশন | সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

	প্রশ্ন নম্বর
★★★	২, ৫, ৬
★★	১, ৪, ৭

www.bdniyog.com

অধ্যায়-৫

সমীকরণ

অনুশীলনী-৫.৭

অনুশীলনীটি পড়ে যা জানতে পারবে—

১. দ্বিঘাত সমীকরণের লেখচিত্র অঙ্কন।

২. লেখচিত্রের মাধ্যমে দ্বিঘাত সমীকরণের সমাধান নির্ণয়।

PRACTICE P

১৮টি অনুশীলনীর প্রশ্ন।

২৮টি বহুনির্বাচনি প্রশ্ন ■ ১৩টি সাধারণ বহুনির্বাচনি ■ ৬টি বহুপদী সমাপ্তিসূচক ■ ৯টি অভিন্ন তথ্যভিত্তিক

২১টি সৃজনশীল প্রশ্ন ■ ২টি অনুশীলনী ■ ১৪টি মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত ■ ৫টি প্রশ্নব্যাংক

অনুশীলনীর সৃজনশীল বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

১. $ax^2 + bx + c = 0$ এবং a, b, c বাস্তব সংখ্যা হলে $x^2 - x - 12 = 0$ সমীকরণে b এর মান কোনটি?

ক. 0 খ. 1

গ. −1 ঘ. 3 (গ)

ব্যাখ্যা: $x^2 - x - 12 = 0$ বা $x^2 + (-1)x - 12 = 0$

২. $16^x = 4^{x+1}$ সমীকরণটির সমাধান কোনটি?

ক. 2 খ. 0

গ. 4 ঘ. 1 (ঘ)

ব্যাখ্যা: $16^x = 4^{x+1}$ বা, $(4^2)^x = 4^{x+1}$ বা, $4^{2x} = 4^{x+1}$

বা, $2x = x + 1$ ∴ $x = 1$

৩. $x^2 - x + 13 = 0$ হলে সমীকরণটির একটি মূল কোনটি?

ক. $\frac{-1+\sqrt{-51}}{2}$ খ. $\frac{-1-\sqrt{51}}{2}$

গ. $\frac{1+\sqrt{-51}}{2}$ ঘ. $\frac{1+\sqrt{51}}{2}$ (গ)

ব্যাখ্যা: $x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4.1.13}}{2.1} = \frac{1 \pm \sqrt{-51}}{2}$

সমীকরণের দুইটি মূলের মধ্যে একটি মূল $= \frac{1+\sqrt{-51}}{2}$

এবং অপর মূল $= \frac{1-\sqrt{-51}}{2}$

৪. $y^x = 9, y^2 = 3^x$ হলে সঠিক সমাধান কোনটি?

ক. $(2, 3), (-2, \frac{1}{9})$ খ. $(2, 3), (2, -3)$

গ. $(2, \frac{1}{9}), (-2, 3)$ ঘ. $(-2, -\frac{1}{9}), (2, 3)$ (খ)

ব্যাখ্যা: $y^x = 9$ .... (i) এবং $y^2 = 3^x$ ....(ii)

(i) হতে পাই, $(y^x)^2 = 9^2$

বা, $(y^2)^x = 9^2$

বা, $(3^x)^x = (3^2)^2$

বা, $3^{x^2} = 3^4$

বা, $x^2 = 4$

∴ $x = \pm 2$

যখন $x = 2, y = \pm 3$

যখন $x = -2, y = \pm\frac{1}{3}$

সমাধান: $(x, y) = (2, 3), (2, -3), \left(2, \frac{1}{3}\right), \left(-2, -\frac{1}{3}\right)$

নিচের তথ্যের ভিত্তিতে ৫ ও ৬ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

দুইটি ধনাত্মক পূর্ণ সংখ্যার বর্গের অন্তর 11 এবং গুণফল 30।

৫. সংখ্যা দুইটি কী কী?

ক. 1 এবং 30 খ. 2 এবং 15

গ. 5 এবং 6 ঘ. 5 এবং −6 (গ)

ব্যাখ্যা: কারণ $x^2 - y^2 = 11$............ (i)

এবং $xy = 30$ .... (ii) সমীকরণদ্বয় কেবল (গ)-এ উল্লিখিত মান দ্বারা সিদ্ধ হয়।

৬. সংখ্যা দুইটির বর্গের সমষ্টি কত?

ক. 1 খ. 5

গ. 61 ঘ. $\sqrt{41}$ (গ)

ব্যাখ্যা: $6^2 + 5^2 = 36 + 25 = 61$

৭. একটি সংখ্যা ও ঐ সংখ্যার গুণাত্মক বিপরীত সংখ্যার সমষ্টি 6। সম্ভাব্য সমীকরণটি গঠন করলে হয়—

i. $x + \frac{1}{x} = 6$

ii. $x^2 + 1 = 6x$

iii. $x^2 - 6x - 1 = 0$

নিচের কোনটি সঠিক?

ক. i ও ii খ. i ও iii

গ. ii ও iii ঘ. i, ii ও iii (ক)

ব্যাখ্যা: iii সঠিক নয় কারণ, সংখ্যাটি x হলে, এর গুণাত্মক বিপরীত $\frac{1}{x}$

∴ $x + \frac{1}{x} = 6$

বা, $x^2 + 1 = 6x$

∴ $x^2 - 6x + 1 = 0$

৮. $2^{px-1} = 2q^{px-2}$ এর সমাধান কোনটি?

ক. $\frac{p}{2}$ খ. p

গ. $-\frac{p}{2}$ ঘ. $\frac{2}{p}$ (ঘ)

ব্যাখ্যা: $2^{px-1} = 2q^{px-2}$

বা, $\frac{2^{px-1}}{2} = q^{px-2}$

বা, $2^{px-1-1} = q^{px-2}$

বা, $2^{px-2} = q^{px-2}$

বা, $\left(\frac{2}{q}\right)^{px-2} = 1$

বা, $\left(\frac{2}{q}\right)^{px-2} = \left(\frac{2}{q}\right)^0$

বা, $px - 2 = 0$

∴ $x = \frac{2}{p}$

অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

লেখচিত্রের সাহায্যে নিচের সমীকরণগুলোর সমাধান কর:

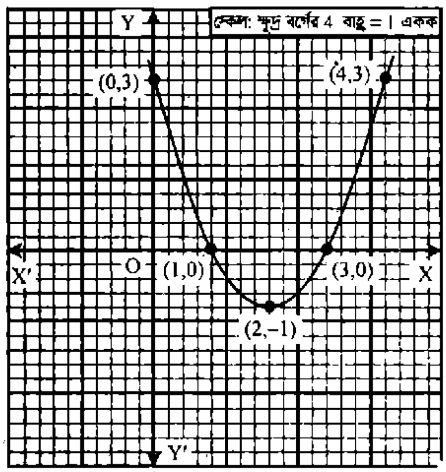
৯. $x^2 - 4x + 3 = 0$

সমাধান : মনে করি, $y = x^2 - 4x + 3$

x এর কয়েকটি মানের জন্য y এর মান নির্ণয় করে প্রদত্ত সমীকরণের লেখের কয়েকটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় করি :

x	0	1	2	3	4
y	3	0	–1	0	3

সারণি হতে প্রাপ্ত বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করে সমীকরণটির লেখচিত্র অঙ্কন করি।



চিত্র হতে দেখা যায় যে, লেখচিত্রটি x-অক্ষকে (1, 0) ও (3, ., বিন্দুতে ছেদ করেছে। সুতরাং সমীকরণটির সমাধান : x = 1, 3

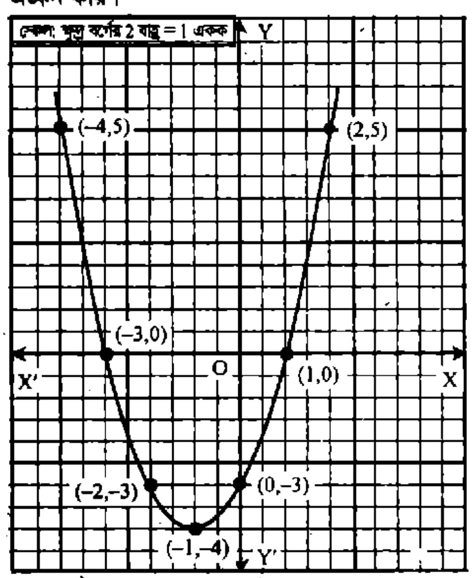
১০. $x^2 + 2x - 3 = 0$

সমাধান : মনে করি, $y = x^2 + 2x - 3$

x এর কয়েকটি মানের জন্য y এর মান নির্ণয় করে প্রদত্ত সমীকরণের লেখের কয়েকটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় করি :

x	0	1	2	–1	–2	–3	–4
y	–3	0	5	–4	–3	0	5

সারণি হতে প্রাপ্ত বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করে সমীকরণটির লেখচিত্র অঙ্কন করি।



চিত্র হতে দেখা যায় যে, লেখচিত্রটি x-অক্ষকে (1, 0) ও (–3, 0) বিন্দুতে ছেদ করেছে। সুতরাং সমীকরণটির সমাধান : x = 1, –3

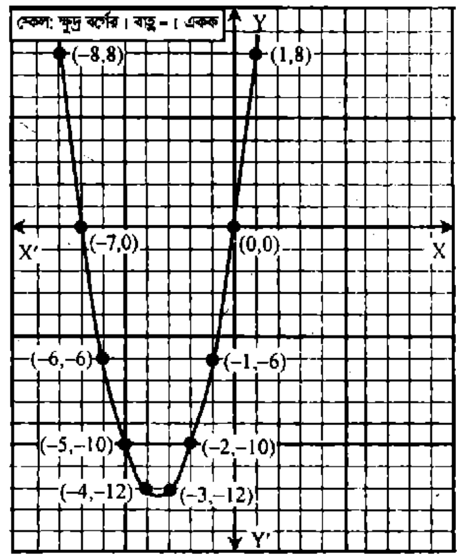
১১. $x^2 + 7x = 0$

সমাধান : মনে করি, $y = x^2 + 7x$

x এর কয়েকটি মানের জন্য y এর মান নির্ণয় করে প্রদত্ত সমীকরণের লেখের কয়েকটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় করি :

x	0	1	–1	–2	–3	–4	–5	–6	7	–8
y	0	8	–6	–10	–12	–12	–10	–6	0	8

সারণি হতে প্রাপ্ত বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করে সমীকরণটির লেখচিত্র অঙ্কন করি।



লেখচিত্রটি x-অক্ষকে (0, 0) ও (–7, 0) বিন্দুতে ছেদ করেছে।
সুতরাং সমীকরণটির সমাধান : x = 0, –7

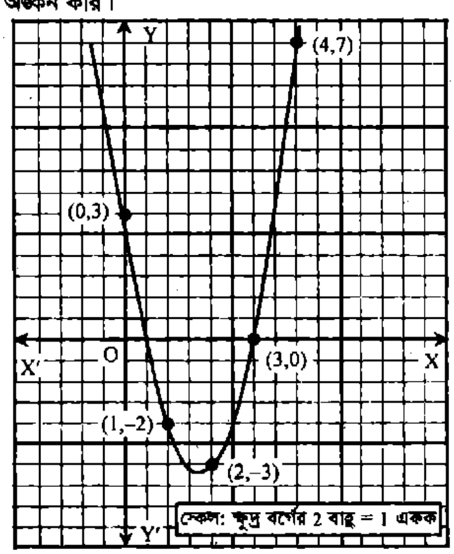
১২. $2x^2 - 7x + 3 = 0$

সমাধান : মনে করি, $y = 2x^2 - 7x + 3$

x এর কয়েকটি মানের জন্য y এর মান নির্ণয় করে প্রদত্ত সমীকরণের লেখের কয়েকটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় করি :

x	0	1	2	3	4
y	3	–2	–3	0	7

সারণি হতে প্রাপ্ত বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করে সমীকরণটির লেখচিত্র অঙ্কন করি।



দেখা যায় যে, লেখচিত্রটি x-অক্ষকে (0.5, 0) ও (3, 0) বিন্দুতে ছেদ করেছে।
সুতরাং সমীকরণটির সমাধান: x = 0.5, 3

www.bdniyog.com

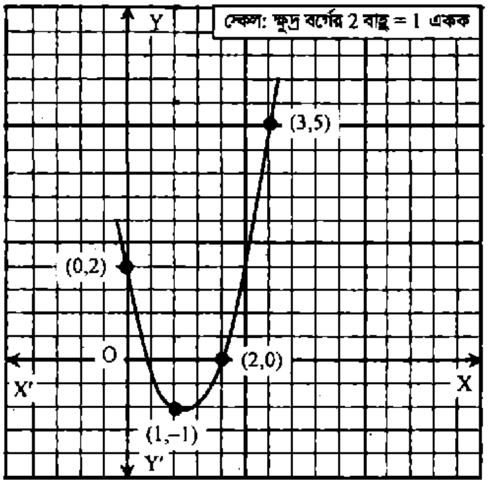
১৩. $2x^2 - 5x + 2 = 0$

সমাধান : মনে করি, $y = 2x^2 - 5x + 2$

x এর কয়েকটি মানের জন্য y এর মান নির্ণয় করে প্রদত্ত সমীকরণের লেখের কয়েকটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় করি :

x	0	1	2	3
y	2	–1	0	5

সারণি হতে প্রাপ্ত বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করে সমীকরণটির লেখচিত্র অঙ্কন করি।



দেখা যায় যে, লেখচিত্রটি x-অক্ষকে (0.5, 0) ও (2, 0) বিন্দুতে ছেদ করেছে।

সুতরাং সমীকরণটির সমাধান : x = 0.5, 2

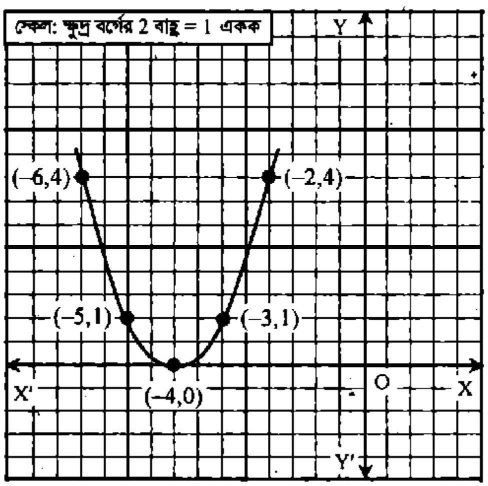
১৪. $x^2 + 8x + 16 = 0$

সমাধান : মনে করি, $y = x^2 + 8x + 16$

x এর কয়েকটি মানের জন্য y এর মান নির্ণয় করে প্রদত্ত সমীকরণের লেখের কয়েকটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় করি :

x	–2	–3	–4	–5	–6
y	4	1	0	1	4

সারণি হতে প্রাপ্ত বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করে সমীকরণটির লেখচিত্র অঙ্কন করি।



দেখা যায় যে, লেখচিত্রটি (–4, 0) বিন্দুতে x-অক্ষকে স্পর্শ করেছে।

সুতরাং সমীকরণটির সমাধান : x = – 4

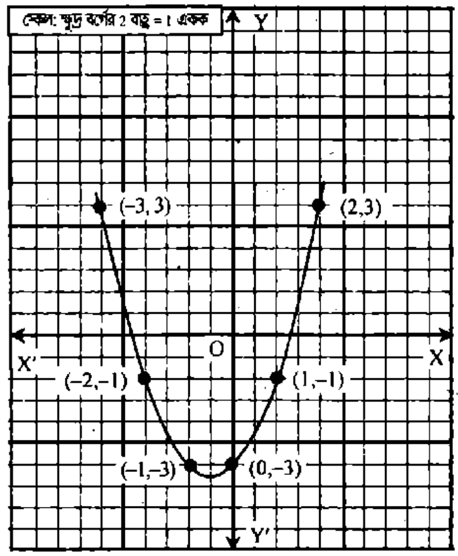
১৫. $x^2 + x - 3 = 0$

সমাধান : মনে করি, $y = x^2 + x - 3$

x এর কয়েকটি মানের জন্য y এর মান নির্ণয় করে প্রদত্ত সমীকরণের লেখের কয়েকটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় করি :

x	0	1	2	–1	–2	–3
y	–3	–1	3	–3	–1	3

সারণি হতে প্রাপ্ত বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করে সমীকরণটির লেখচিত্র অঙ্কন করি।



দেখা যায় যে, লেখচিত্রটি x-অক্ষকে মোটামুটিভাবে (–2.3, 0) ও (1.3, 0) বিন্দুতে ছেদ করেছে।

সুতরাং সমীকরণটির সমাধান : x = –2.3 (প্রায়), 1.3 (প্রায়)

১৬. $x^2 = 8$

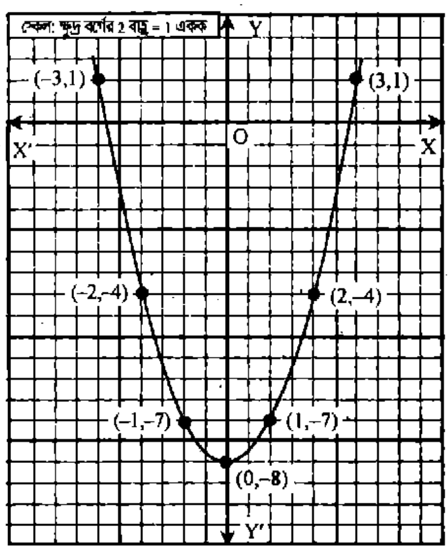
সমাধান : প্রদত্ত সমীকরণ, $x^2 = 8$ বা, $x^2 - 8 = 0$

মনে করি, $y = x^2 - 8$

x এর কয়েকটি মানের জন্য y এর মান নির্ণয় করে প্রদত্ত সমীকরণের লেখের কয়েকটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় করি :

x	0	1	2	3	–1	–2	–3
y	–8	–7	–4	1	–7	–4	1

সারণি হতে প্রাপ্ত বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করে সমীকরণটির লেখচিত্র অঙ্কন করি।



চিত্র হতে দেখা যায় যে, লেখচিত্রটি x-অক্ষকে মোটামুটিভাবে (–2.83, 0) ও (2.83, 0) বিন্দুতে ছেদ করেছে।

সুতরাং সমীকরণটির সমাধান : x = – 2.83 (প্রায়), 2.83 (প্রায়)

www.bdniyog.com

অনুশীলনীর সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

১৭. একটি সংখ্যার বর্গের দ্বিগুণ সংখ্যাটির 5 গুণ থেকে 3 কম। কিন্তু ঐ সংখ্যাটির বর্গের 3 গুণ সংখ্যাটির 5 গুণ থেকে 3 বেশি।

ক. উদ্দীপকের তথ্যগুলোর সাহায্যে সমীকরণ গঠন কর।
খ. সূত্র প্রয়োগ করে ১ম সমীকরণটি সমাধান কর।
গ. ২য় সমীকরণটি লেখচিত্রের সাহায্যে সমাধান কর।

১৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক মনে করি, সংখ্যাটি x

তাহলে, $2x^2 = 5x - 3$ .... (i) এবং $3x^2 = 5x + 3$ ..... (ii)

খ 'ক' থেকে পাই, ১ম সমীকরণটি $2x^2 = 5x - 3$ বা $2x^2 - 5x + 3 = 0$

সমীকরণটিকে আদর্শ দ্বিঘাত সমীকরণ $ax^2 + bx + c = 0$ এর সাথে তুলনা করে পাই, $a = 2, b = -5$ এবং $c = 3$

সুতরাং, সমীকরণটির মূলদ্বয়,

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4.2.3}}{2.2}$$

$$= \frac{5 \pm \sqrt{25 - 24}}{4} = \frac{5 \pm 1}{4} = \frac{5+1}{4}, \frac{5-1}{4} = \frac{6}{4}, \frac{4}{4} = \frac{3}{2}, 1$$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান: $x = \frac{3}{2}, 1$

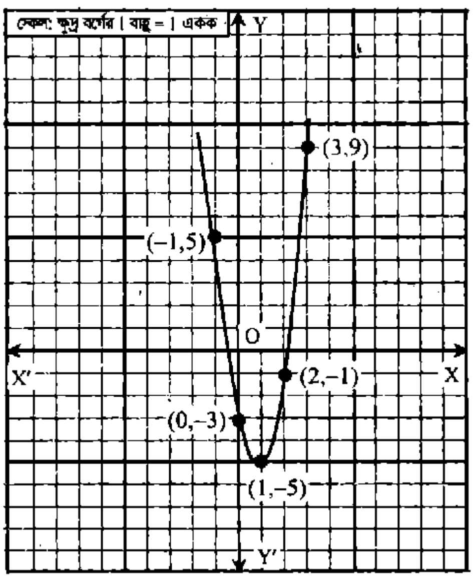
গ 'ক' হতে পাই, ২য় সমীকরণ $3x^2 = 5x + 3$ বা, $3x^2 - 5x - 3 = 0$

মনে করি, $y = 3x^2 - 5x - 3$

x এর কয়েকটি মানের জন্য y এর মান নির্ণয় করে প্রদত্ত সমীকরণের লেখের কয়েকটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় করি।

x	0	1	2	3	–1
y	–3	–5	–1	9	5

সারণি হতে প্রাপ্ত বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করে সমীকরণটির লেখচিত্র অঙ্কন করি।



দেখা যায় যে, লেখচিত্রটি x-অক্ষকে মোটামুটিভাবে (2.13, 0) ও (–0.47, 0) বিন্দুতে ছেদ করেছে।

সুতরাং সমীকরণটির সমাধান : $x = 2.13$ অথবা $x = -0.47$

১৮. জনাব আশফাক আলীর জমির ক্ষেত্রফল 0.12 হেক্টর। জমিটির অর্ধপরিসীমা এর একটি কর্ণ অপেক্ষা 20 মিটার বেশি। তিনি তাঁর জমি থেকে শ্যামবাবুর নিকট এক তৃতীয়াংশ বিক্রি করেন। শ্যাম বাবুর জমির দৈর্ঘ্য, প্রস্থ অপেক্ষা 5 মিটার বেশি।

ক. উদ্দীপকের আলোকে দুইটি সমীকরণ গঠন কর।
খ. আশফাক আলীর জমির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্ণয় কর।
গ. শ্যামবাবুর জমিটির কর্ণের দৈর্ঘ্য ও পরিসীমা নির্ণয় কর।

১৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক মনে করি,

আশফাক আলীর জমির দৈর্ঘ্য x মিটার ও প্রস্থ y মিটার।

তাহলে, $xy = 0.12 \times 10000$ [$\because$ 1 হেক্টর = 10000 বর্গ মি.]

বা, $xy = 1200$ .... (i)

এবং $x + y = \sqrt{x^2 + y^2} + 20$ .... (ii)

খ (ii) নং সমীকরণ হতে পাই,

$(x + y) - 20 = \sqrt{x^2 + y^2}$

বা, $(x + y)^2 - 2(x + y).20 + (20)^2 = x^2 + y^2$

বা, $x^2 + 2xy + y^2 - 40(x + y) + 400 = x^2 + y^2$

বা, $2 \times 1200 - 40(x + y) + 400 = 0$ [$\because xy = 1200$]

বা, $2800 - 40(x + y) = 0$

বা, $40(x + y) = 2800$

$\therefore$ $x + y = 70$ .... (iii)

আবার, $(x - y)^2 = (x + y)^2 - 4xy$

$= (70)^2 - 4(1200)$

$= 4900 - 4800$

$= 100$

$\therefore$ $x - y = 10$ ..... (iv) [$\because$ দৈর্ঘ্য ও প্রস্থের পার্থক্য ধনাত্মক]

(iii) ও (iv) যোগ করে পাই

$2x = 80$

$\therefore$ $x = 40$

আবার, (iii) হতে (iv) বিয়োগ করে পাই,

$2y = 60$

$\therefore$ $y = 30$

অতএব আশফাক আলীর জমির দৈর্ঘ্য 40 মিটার ও প্রস্থ 30 মিটার। **(Ans.)**

গ শ্যামবাবুর জমির ক্ষেত্রফল = আশফাক আলীর জমির ক্ষেত্রফলের এর তৃতীয়াংশ $= 0.12$ হেক্টর এর $\frac{1}{3}$ অংশ

$= \left(1200 \times \frac{1}{3}\right)$ বর্গ মিটার

$= 400$ বর্গ মিটার

প্রশ্নানুসারে,

শ্যামবাবুর জমির প্রস্থ a মিটার হলে, দৈর্ঘ্য = (a + 5) মিটার

$\therefore$ শ্যামবাবুর জমির ক্ষেত্রফল = a(a + 5) বর্গ মিটার।

অতএব, $a(a + 5) = 400$

বা, $a^2 + 5a - 400 = 0$

$$a = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4.1.(-400)}}{2.1} = \frac{-5 \pm \sqrt{25 + 1600}}{2}$$

$$= \frac{-5 \pm \sqrt{1625}}{2} = \frac{-5 \pm 40.31}{2} = \frac{-5 + 40.31}{2}$$

$= 17.66.$

[জমির পরিমাণ ঋণাত্মক হতে পারবে না তাই ধনাত্মক মান নেওয়া হয়েছে।]

অতএব, শ্যামবাবুর জমির কর্ণের দৈর্ঘ্য $= \sqrt{a^2 + (a + 5)^2}$

$= \sqrt{(17.66)^2 + (17.66 + 5)^2}$

$= \sqrt{311.88 + 513.48}$

$= \sqrt{825.36}$

$= 28.73$ মিটার

পরিসীমা $= 2(a + a + 5)$

$= 2(17.63 + 17.63 + 5)$

$= 2 \times 40.32$

$= 80.64$ মিটার।

Ans. কর্ণের দৈর্ঘ্য 28.73 মিটার (প্রায়) পরিসীমা 80.64 মিটার।

www.bdniyog.com

মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত সৃজনশীল বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

★★ ৫.৭ লেখচিত্রের সাহায্যে দ্বিঘাত সমীকরণ $ax^2 + bx + c = 0$ এর সমাধান | Text পৃষ্ঠা-১০৯

- দ্বিঘাত সমীকরণের লেখচিত্র সর্বদা বক্ররেখা হবে।
- সমীকরণের লেখচিত্রের সমাধান শুধু x-অক্ষের ছেদ বিন্দুতে পাওয়া যায়।
- দ্বিঘাত সমীকরণে সর্বদাই দুইটি মূল থাকে। তাই এর লেখচিত্র x-অক্ষকে সর্বোচ্চ দুইবার ছেদ করে।
- দ্বিঘাত সমীকরণের লেখচিত্র x-অক্ষকে একটি বিন্দুতে স্পর্শ করলে মূলদ্বয় বাস্তব ও সমান এবং দুইটি বিন্দুতে ছেদ করলে মূলদ্বয় বাস্তব ও অসমান।
- $ax^2 + bx + c = 0$ দ্বিঘাত সমীকরণের নিশ্চায়ক $b^2 - 4ac < 0$ হলে লেখচিত্র কখনই x অক্ষকে ছেদ করে না ফলে সমাধান অবাস্তব।

১. **লেখচিত্রে কয়টি অক্ষ থাকে?** (সহজ)
ক 0 খ 1 গ 2 ঘ 3 — উত্তর: গ

২. **$y = ax^2 + bx + c$ সমীকরণটির লেখচিত্র x-অক্ষকে স্পর্শ করলে এর মূলগুলো কীরূপ?** (মধ্যম)
ক অবাস্তব খ সমান
গ বিপরীত চিহ্নবিশিষ্ট ঘ 0 — উত্তর: খ

৩. **$ax^2 + bx + c = 0$ দ্বিঘাত সমীকরণের লেখচিত্র x অক্ষকে সর্বাধিক কত বার ছেদ করতে পারে?** (সহজ)
ক 1 খ 2 গ 3 ঘ অসংখ্য — উত্তর: খ

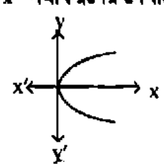
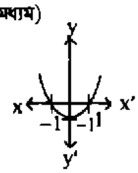
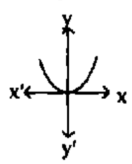
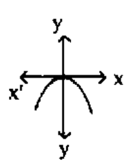
ব্যাখ্যা: দ্বিঘাত সমীকরণের দুইটি মূল থাকে অর্থাৎ এর লেখচিত্র x অক্ষকে সর্বাধিক 2 বার ছেদ করতে পারে।

৪. **$y = ax^2 + bx + c$ সমীকরণটি x-অক্ষকে ছেদ বা স্পর্শ না করলে এর মূল কীরূপ?** (কঠিন)
ক অমূলদ খ বাস্তব গ অবাস্তব ঘ নেই — উত্তর: গ

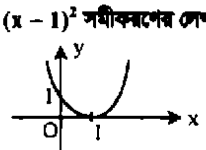
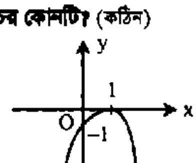
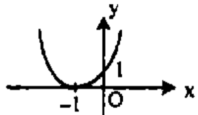
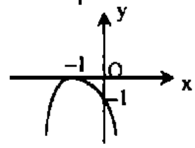
৫. **$x^2 - 4x - 5 = 0$ সমীকরণটির লেখচিত্র x-অক্ষকে কোন বিন্দুতে ছেদ করে?** (সহজ)
ক (1, 0), (5, 0) খ (−1, 0), (−5, 0)
গ (1, 0), (−5, 0) ঘ (−1, 0), (5, 0) — উত্তর: ঘ

ব্যাখ্যা: $x^2 - 4x - 5 = 0$ বা, $(x - 5)(x + 1) = 0$ ∴ $x = -1, 5$

৬. **$y = x^2$ সমীকরণের লেখচিত্র কোনটি?** (মধ্যম)

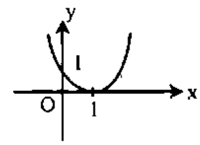
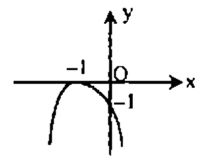
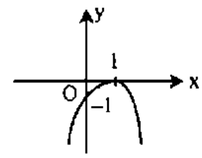
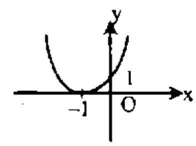
ক 
খ 
গ 
ঘ 
উত্তর: গ

৭. **$y = (x - 1)^2$ সমীকরণের লেখচিত্র নিচের কোনটি?** (কঠিন)

ক 
খ 
গ 
ঘ 
উত্তর: ক

ব্যাখ্যা: $x = 1, y = (1 - 1)^2 = 0$
$x = 0, y = (0 - 1)^2 = 1$

৮. **$y = -(x - 1)^2$ সমীকরণের লেখচিত্র নিচের কোনটি?** (কঠিন)

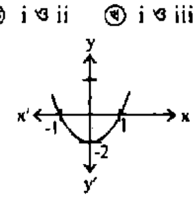
ক 
খ 
গ 
ঘ 
উত্তর: গ

ব্যাখ্যা: $x = 1, y = -(1 - 1)^2 = 0$
$x = 0, y = -(0 - 1)^2 = -1$

৯. **$y = ax^2 + bx + c$ সমীকরণটির লেখচিত্রে—**
i. x-অক্ষের ছেদ বিন্দু সমীকরণটির সমাধান।
ii. x-অক্ষকে সর্বাধিক 2 বার ছেদ করবে।
iii. মূলদ্বয় সমান হলে x-অক্ষকে ছেদ না করে স্পর্শ করবে।
নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)
ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii — উত্তর: ঘ

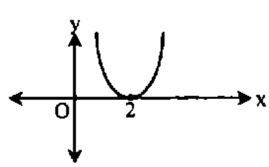
১০. **$y = x^2 - x - 12$ সমীকরণটির লেখচিত্র—**
i. দুইটি বিন্দুতে x-অক্ষকে ছেদ করবে।
ii. y-অক্ষকে (0, −12) বিন্দুতে ছেদ করবে।
iii. x = − 12 সমীকরণটির একটি সমাধান।

ব্যাখ্যা: x = 0 বসালে y-অক্ষের ছেদবিন্দু পাওয়া যায়।
নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)
ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii — উত্তর: ক

১১. 

উপরের লেখচিত্রটি—
i. একটি দ্বিঘাত সমীকরণের।
ii. দুইটি মূল রয়েছে।
iii. y = −2 এর জন্য y = 0 হয়।
নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)
ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii — উত্তর: ক

ব্যাখ্যা: y = − 2 এর জন্য x = 0 হয় এবং x = ±1 এর জন্য y = 0 হয়।

১২. 

উপরের লেখচিত্রটি—
i. একটি দ্বিঘাত সমীকরণের।
ii. (0, 2) বিন্দুতে x-অক্ষকে স্পর্শ করেছে।
iii. y অক্ষের ধনাত্মক অংশে বিস্তৃত।
নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)
ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii — উত্তর: খ

১৩. $x^2 - 5x + 4 = 0$ দ্বিঘাত সমীকরণের মূলদ্বয় 1 এবং 4 হলে–

i. সমীকরণটির লেখচিত্র x-অক্ষকে (1,0) এবং (4,0) বিন্দুতে ছেদ করে।

ii. সমীকরণটির নিশ্চায়কের মান 9।

iii. সমীকরণটির নিশ্চায়কের মান ± 3

নিচের কোনটি সঠিক ? (মধ্যম)

ⓚ i ও ii ⓛ i ও iii ⓜ ii ও iii ⓝ i, ii ও iii **ক**

নিচের তথ্যের আলোকে (১৪-১৬) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

একটি সংখ্যা এবং তার গুণাত্মক বিপরীত সংখ্যার সমষ্টি 2।

১৪. দ্বিঘাত সমীকরণটি নিচের কোনটি? (সহজ)

ⓚ $x^2 + 2x + 1 = 0$ ⓛ $x^2 + 2x - 1 = 0$

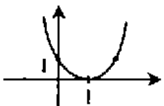
ⓜ $x^2 - 2x + 1 = 0$ ⓝ $x^2 - 2x - 1 = 0$ **গ**

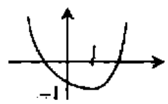
ব্যাখ্যা: $x + \frac{1}{x} = 2$ বা, $x^2 + 1 = 2x \Rightarrow x^2 - 2x + 1 = 0$

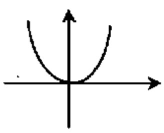
১৫. সমীকরণটির মূল কয়টি? (সহজ)

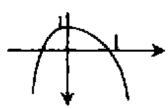
ⓚ 1 ⓛ 2 ⓜ 3 ⓝ 4 **খ**

১৬. সমীকরণ দ্বারা অঙ্কিত লেখচিত্রটির নিচের কোনটি? (মধ্যম)

ⓚ 

ⓛ 

ⓜ 

ⓝ 

ক

ব্যাখ্যা: $y = x^2 - 2x + 1 = (x - 1)^2$

$x = 0$ হলে $y = 1$

$x = 1$ হলে $y = 0$

$x = 2$ হলে $y = 1$

নিচের তথ্যের আলোকে (১৭-২০) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

$y = (2x - 1)^2$ একটি x এর ফাংশন।

১৭. y = 0 হলে x এর মান কত? (সহজ)

ⓚ 0 ⓛ $\frac{1}{2}$ ⓜ 1 ⓝ 2 **খ**

১৮. ফাংশনটি লেখচিত্রে x-অক্ষকে কোন বিন্দুতে স্পর্শ করে? (মধ্যম)

ⓚ (0, 0) ⓛ $\left(\frac{1}{2}, 0\right)$

ⓜ (1, 0) ⓝ (2, 0) **খ**

ব্যাখ্যা: স্পর্শ বিন্দুতে $y = 0 \therefore (2x - 1)^2 = 0$

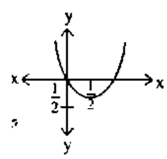
বা, $2x = 1 \therefore x = \frac{1}{2}$

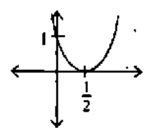
১৯. ফাংশনটি কোন বিন্দুতে y-অক্ষকে ছেদ করে? (সহজ)

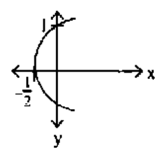
ⓚ (0, 0) ⓛ $\frac{1}{2}$ ⓜ (0, 1) ⓝ (0, 2) **গ**

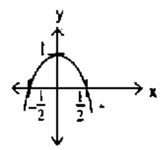
ব্যাখ্যা: y অক্ষের ছেদ বিন্দুতে $x = 0 \therefore y = (0 - 1)^2 = 1$

২০. ফাংশনটির লেখচিত্র কোনটি? (কঠিন)

ⓚ 

ⓛ 

ⓜ 

ⓝ 

খ

মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত আরও সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

প্রশ্ন ▶ ১ একটি কারখানায় উপস্থিত শ্রমিকের সংখ্যা দুপুর দুইটা থেকে চারটা পর্যন্ত সময়ের ফাংশন রূপে প্রকাশ করা যায়। সময়কে x দ্বারা চিহ্নিত করা হলে কারখানায় উপস্থিত শ্রমিকের সংখ্যা $y = 10x^2 - 40x + 40$। ঐ কারখানায় মোট শ্রমিকের সংখ্যা 40 জন।

ক. দুপুর একটার সময় কারখানায় উপস্থিত শ্রমিকের সংখ্যা নির্ণয় কর। ২

খ. ঐ কারখানায় কতটার সময় শ্রমিকের সংখ্যা সর্বোচ্চ বা 40 জন হয়? ৪

গ. সমীকরণটিকে একটি ছক কাগজে স্থাপন করে সমাধান কর এবং দেখাও যে দুপুর দুইটার সময় কারখানায় কোনো শ্রমিক থাকে না। ৪

১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক এখানে, কারখানায় উপস্থিত শ্রমিকের সংখ্যা $y = 10x^2 - 40x + 40$ সময়কে x দ্বারা চিহ্নিত করায়, x = 1

∴ দুপুর 1টায় কারখানায় উপস্থিত শ্রমিক সংখ্যা

$y = 10x^2 - 40x + 40$

$= 10.(1)^2 - 40.1 + 40$

$= 10 - 40 + 40$

$= 10$ জন।

খ এখানে, কারখানায় উপস্থিত শ্রমিকের সংখ্যা $y = 10x^2 - 40x + 40$ শ্রমিকের সংখ্যা সর্বোচ্চ বা 40 জন হবে, অর্থাৎ y = 40 হবে।

প্রশ্নমতে, $40 = 10x^2 - 40x + 40$

বা, $10x^2 - 40x + 40 = 40$

বা, $10x^2 - 40x = 40 - 40$

বা, $10x(x - 4) = 0$

বা, $x(x - 4) = 0$

হয়, $x = 0$ অথবা, $x - 4 = 0$

বা, $x = 4$

যেহেতু $x \neq 0 \therefore x = 4$

অর্থাৎ চারটার সময় শ্রমিকের সংখ্যা সর্বোচ্চ হয়।

গ কারখানায় কোন শ্রমিক না থাকায় y = 0 হয়,

$10x^2 - 40x + 40 = 0$

$10(x^2 - 4x + 4) = 0$

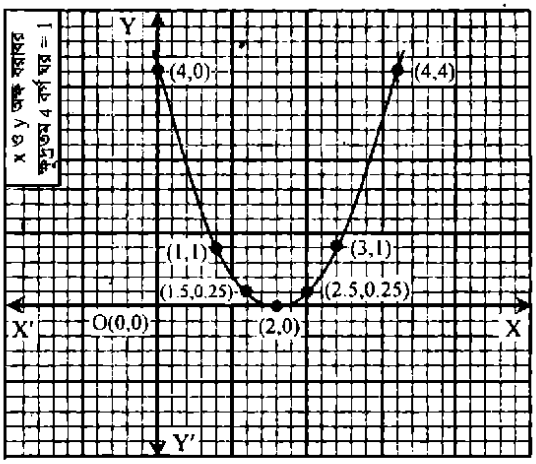
বা, $x^2 - 4x + 4 = 0$ .... (i)

মনে করি, $y = x^2 - 4x + 4$.

x-এর কয়েকটি মানের জন্য y এর মান নির্ণয় করে লেখচিত্রের জন্য কয়েকটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় করি:

x	0	1	1.5	2	2.5	3	4
y	4	1	0.25	0	0.25	1	4

উপরের সারণি হতে প্রাপ্ত বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করে সমীকরণটির লেখচিত্র অঙ্কন করি।



লেখচিত্রে দেখা যায় যে ইহা

x-অক্ষকে (2, 0) বিন্দুতে স্পর্শ করেছে। যেহেতু দ্বিঘাত সমীকরণের দুইটি মূল থাকে, সেহেতু সমীকরণটির সমাধান হবে $x = 2, x = 2$.

দুপুর দুইটায় কারখানায় কোনো শ্রমিক থাকবে না। **(দেখানো হলো)**

প্রশ্ন ▶ ২ $x^2 = 6x - 8$

ক. সমীকরণটি সমাধান কর। ২

খ. প্রদত্ত সমীকরণটির লেখচিত্র অঙ্কনের জন্য লেখের কয়েকটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর। ৪

গ. সমীকরণটির লেখচিত্র অঙ্কন করে, লেখচিত্র থেকে সমাধান নির্ণয় কর। ৪

২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক $x^2 = 6x - 8$

বা, $x^2 - 6x + 8 = 0$

বা, $x^2 - 4x - 2x + 8 = 0$

বা, $x(x - 4) - 2(x - 4) = 0$

বা, $(x - 4)(x - 2) = 0$

$\therefore$ $(x - 4)(x - 2) = 0$

হয়, $x - 4 = 0$ অথবা, $x - 2 = 0$

বা, $x = 4$ বা, $x = 2$

$\therefore$ $x = 4$ $\therefore$ $x = 2$

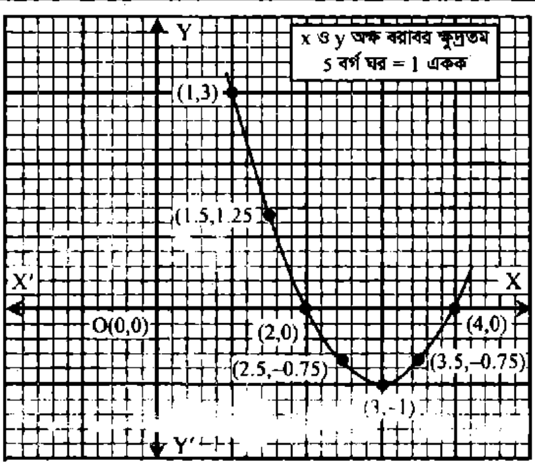
$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান: $x = 2$ বা 4.

খ মনে করি, $y = x^2 - 6x + 8$

এখন, x-এর কয়েকটি মানের জন্য y-এর মান নির্ণয় করে প্রদত্ত সমীকরণের লেখের কয়েকটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় করি।

x	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4
y	3	1.25	0	–0.75	–1	–0.75	0

গ



ছক কাগজের উভয় অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গের 5 বাহুর দৈর্ঘ্যকে 1 একক ধরে প্রাপ্ত বিন্দুগুলো স্থাপন করে লেখচিত্র অঙ্কন করি। দেখা যায় যে, লেখচিত্রটি x-অক্ষকে (2, 0) ও (4, 0) বিন্দুতে ছেদ করেছে।

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান: $x = 2$ বা 4.

প্রশ্ন ▶ ৩ একটি সংখ্যার বর্গ সংখ্যাটির দ্বিগুণ অপেক্ষা 1 বেশি।

ক. উদ্দীপকের তথ্যের সাহায্যে সমীকরণ গঠন কর। ২

খ. প্রাপ্ত সমীকরণের লেখচিত্র অঙ্কনের জন্য লেখের কয়েকটি বিন্দুর স্থানাংক নির্ণয় কর। ৪

গ. সংখ্যাটি লেখচিত্রের সাহায্যে নির্ণয় কর। ৪

৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক মনে করি, সংখ্যাটি x

$\therefore$ সংখ্যাটির বর্গ x^2

এবং সংখ্যাটির দ্বিগুণ 2x

শর্তমতে, $x^2 = 2x + 1$

বা, $x^2 - 2x - 1 = 0$

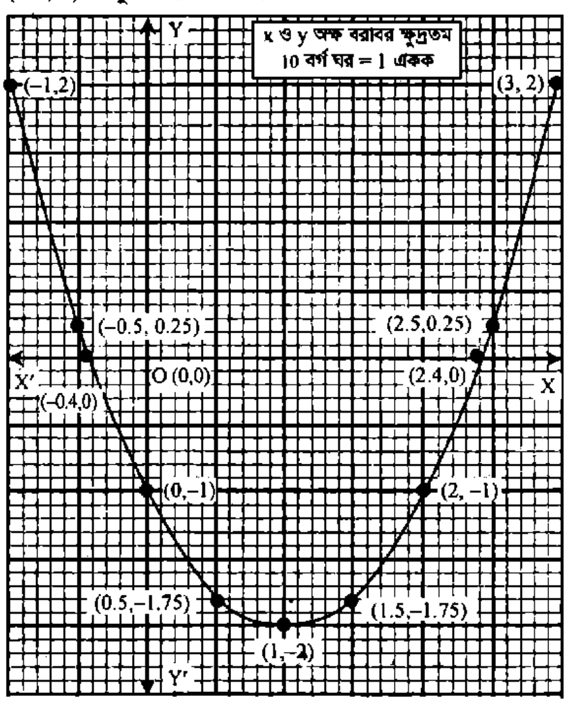
খ 'ক' হতে পাই, $x^2 - 2x - 1 = 0$ মনে করি, $y = x^2 - 2x - 1$

সমীকরণটির লেখচিত্র অঙ্কনের জন্য x এর কয়েকটি মান নিয়ে তাদের প্রতিসঙ্গী y এর মান নির্ণয় করি এবং লেখের কয়েকটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় করি :

x	–1	–0.5	0	0.5	1	1.5	2	2.5	3
y	2	0.25	–1	–1.75	–2	–1.75	–1	0.25	2

$\therefore$ নির্ণেয় বিন্দুগুলো স্থানাঙ্ক : (–1, 2), (–0.5, 0.25), (0, –1), (0.5, –1.75), (1, –2), (1.5, –1.75), (2, –1), (2.5,0.25), (3, 2)

গ ছক কাগজের ক্ষুদ্রতম বর্গের 10 বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরে প্রাপ্ত বিন্দুগুলো স্থাপন করি এবং সমীকরণের লেখচিত্র অঙ্কন করি। দেখা যায় যে, লেখচিত্রটি x অক্ষকে মোটামুটিভাবে (–0.4, 0) ও (2.4, 0) বিন্দুতে ছেদ করেছে।



সুতরাং সমীকরণটির সমাধান $x = -0.4$ (আসন্ন) বা $x = 2.4$ (আসন্ন)

www.bdniyog.com

প্রশ্ন ▶ ৪ দ্বিঘাত সমীকরণটি লক্ষ্য কর : $ax^2 + bx + c = 0$

ক. প্রদত্ত সমীকরণটির লেখচিত্র অঙ্কন করলে x এর কোন সকল মান সমীকরণটির সমাধান নির্দেশ করবে? ২

খ. $a = -1$, $b = 3$ এবং $c = -2$ হলে সমীকরণটি কিরূপ দাঁড়ায়? প্রাপ্ত সমীকরণের লেখের কয়েকটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর। ৪

গ. লেখচিত্রের সাহায্যে সমীকরণটি সমাধান কর। ৪

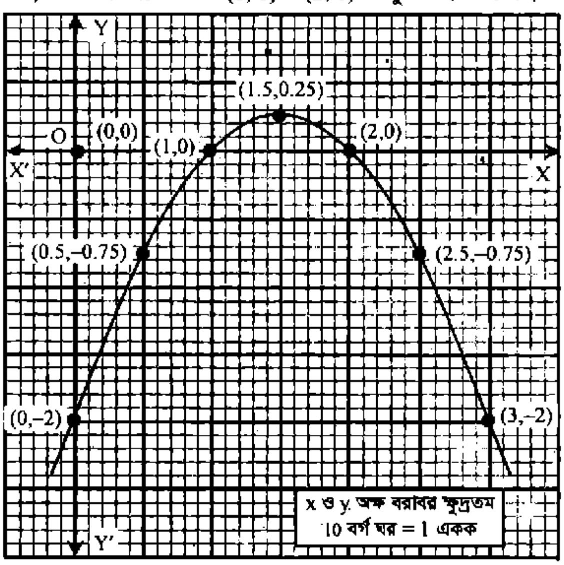
৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত সমীকরণের লেখচিত্র অঙ্কন করলে x এর যে সকল মানের জন্য লেখচিত্রটি x-অক্ষকে ছেদ করবে x এর ঐ সকল মানই $ax^2 + bx + c = 0$ সমীকরণটির সমাধান।

খ $ax^2 + bx + c = 0$ সমীকরণে $a = -1, b = 3$ এবং $c = -2$ বসিয়ে পাই,
$-x^2 + 3x - 2 = 0$
মনে করি, $y = -x^2 + 3x - 2$
এখন, x এর কয়েকটি মানের জন্য y এর মান নির্ণয় করে প্রদত্ত সমীকরণের লেখের কয়েকটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় করি :

x	0	0.5	1	1.5	2	2.5	3
y	−2	−0.75	0	0.25	0	−0.75	−2

গ ছক কাগজের উভয় অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গের 10 বাহুর দৈর্ঘ্যকে 1 একক ধরে প্রাপ্ত বিন্দুগুলো স্থাপন করে লেখচিত্র অঙ্কন করি। দেখা যায় যে, লেখচিত্রটি x-অক্ষকে (1, 0) ও (2, 0) বিন্দুতে ছেদ করেছে।



সুতরাং সমীকরণটির সমাধান $x = 1$ বা $x = 2$

প্রশ্ন ▶ ৫ নিম্নে দুটি দ্বিঘাত সমীকরণ দেওয়া হল :

$x^2 - 4x + 3 = 0$
$x^2 + 2x - 3 = 0$

ক. দেখাও যে, উভয় সমীকরণের একটি সাধারণ মূল রয়েছে। ২

খ. ১ম সমীকরণ এবং ২য় সমীকরণের লেখচিত্র অঙ্কনের জন্য লেখের কয়েকটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর। ৪

গ. উভয় সমীকরণের লেখচিত্র যুগপৎ অঙ্কন করে সমীকরণদ্বয়ের সাধারণ মূল নির্ণয় কর। ৪

৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক ১ম সমীকরণ : $x^2 - 4x + 3 = 0$
বা, $x^2 - 3x - x + 3 = 0$
বা, $(x - 3)(x - 1) = 0$
হয় $x = 3$ বা, $x = 1$

আবার,
২য় সমীকরণ: $x^2 + 2x - 3 = 0$
বা, $x^2 + 3x - x - 3 = 0$
বা, $(x + 3)(x - 1) = 0$
হয়, $x = -3$ অথবা, $x = 1$
উভয় সমীকরণের সাধারণ মূল $x = 1$.

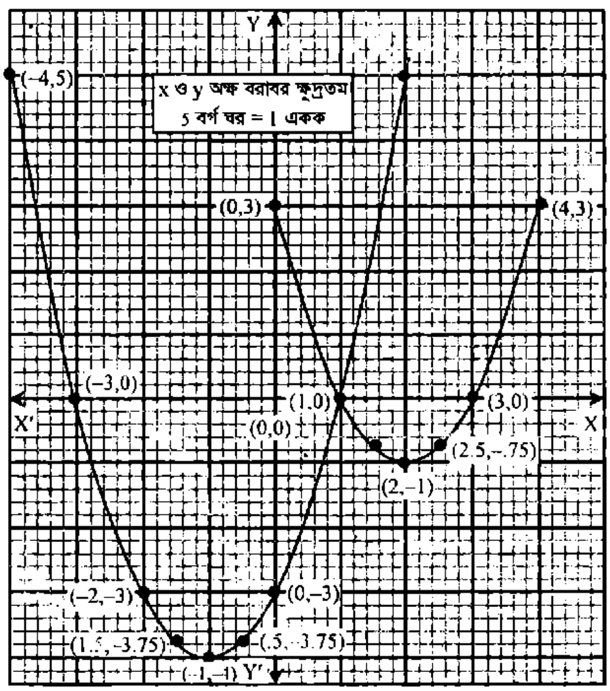
খ মনে করি, $y_1 = x^2 - 4x + 3$
এখন x এর কয়েকটি মানের জন্য y_1 এর মান নির্ণয় করে সমীকরণের লেখের কয়েকটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় করি :

x	0	1	1.5	2	2.5	3	4
y_1	3	0	−0.75	−1	−0.75	0	3

আবার, মনে করি, $y_2 = x^2 + 2x - 3$
একইভাবে ২য় সমীকরণের লেখের কয়েকটি বিন্দুর স্থানাংক নির্ণয় করি :

x	−4	−3	−2	−1.5	−1	−0.5	0	0.5	1	2
y_2	5	0	−3	−3.75	−4	−3.75	−3	1.75	0	5

গ 'খ' হতে উভয় সমীকরণের প্রাপ্ত বিন্দুগুলো ছক কাগজের ক্ষুদ্রতম বর্গের 5 বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরে স্থাপন করি এবং সমীকরণদ্বয়ের লেখচিত্র অঙ্কন করি।



দেখা যায় যে, ১ম সমীকরণ x অক্ষকে (1, 0) এবং (3, 0) বিন্দুতে ছেদ করেছে। সুতরাং ১ম সমীকরণের মূল $x = 1$ বা $x = 3$ আবার ২য় সমীকরণ x-অক্ষকে (−3, 0) ও (1, 0) বিন্দুতে ছেদ করেছে।
সুতরাং ২য় সমীকরণের মূল $x = -3$ বা $x = 1$
লেখচিত্র থেকে লক্ষ করি, উভয় সমীকরণ x অক্ষকে যুগপৎভাবে (1, 0) বিন্দুতে ছেদ করেছে।
সুতরাং সমীকরণদ্বয়ের সাধারণ মূল $x = 1$

প্রশ্ন ▶ ৪ একটি সংখ্যার বর্গ ৪ এর সমান।

ক. উদ্দীপকের তথ্যের সাহায্যে সমীকরণ গঠন কর। ২

খ. $ax^2 + bx + c = 0$ দ্বিঘাত সমীকরণের সাথে প্রাপ্ত সমীকরণের তুলনা কর এবং a, b, c এর মান নির্ণয় কর। প্রাপ্ত সমীকরণের লেখের কয়েকটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর। ৪

গ. লেখচিত্র অঙ্কন করে সমীকরণের সমাধান নির্দেশ কর। ৪

www.bdniyog.com

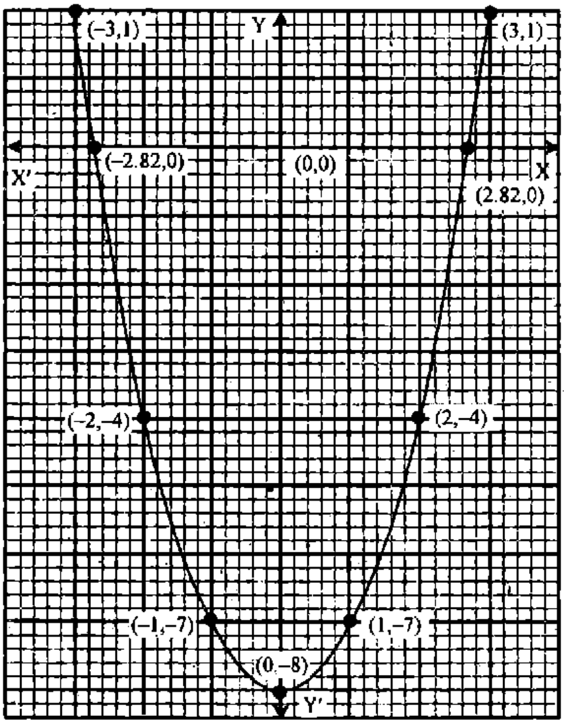
৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক মনে করি, সংখ্যাটি x
$\therefore$ সংখ্যাটির বর্গ = x^2
শর্তমতে, $x^2 = 8$
বা, $x^2 - 8 = 0$

খ প্রাপ্ত সমীকরণ, $x^2 - 8 = 0$
বা, $1.x^2 + 0.x + (-8) = 0$ .... (i)
(i) নং সমীকরণের সাথে $ax^2 + bx + c = 0$ সমীকরণের তুলনা করে পাই,
$a = 1, b = 0$ এবং $c = -8$
এখন, মনে করি, $y = x^2 - 8$
এখন x এর কয়েকটি মানের জন্য y এর মান নির্ণয় করে লেখচিত্রের জন্যে কয়েকটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় করি :

x	−3	−2	−1	0	1	2	3
y	1	−4	−7	−8	−7	−4	1

গ ছক কাগজের ক্ষুদ্রতম বর্গের 5 বাহুর দৈর্ঘ্যকে এক একক ধরে 'খ' এ প্রাপ্ত বিন্দুগুলোকে স্থাপন করি এবং পরপর সংযোগ করে লেখচিত্রটি অঙ্কন করি।



দেখা যায় যে, লেখচিত্রটি x অক্ষকে (−2.82, 0) ও (2.82, 0) বিন্দুতে ছেদ করেছে। সুতরাং সমীকরণটির সমাধান x = −2.82 (আসন্ন) বা, x = 2.82 (আসন্ন) যা লেখচিত্রে নির্দেশ করা হলো।

প্রশ্ন ▶ ৭ রাশিদ্বয় লক্ষ কর : (x − 1) এবং (x − 4)
ক. রাশিদ্বয়ের গুণফল নির্ণয় কর। ২
খ. প্রাপ্ত গুণফল শূন্যের সমান হলে সমীকরণ গঠন কর এবং প্রাপ্ত সমীকরণ থেকে x এর কয়েকটি মানের জন্য সমীকরণের লেখের কয়েকটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর। ৪
গ. প্রাপ্ত মানসমূহের ব্যবহার করে লেখচিত্রের সাহায্যে সমীকরণটি সমাধান কর। ৪

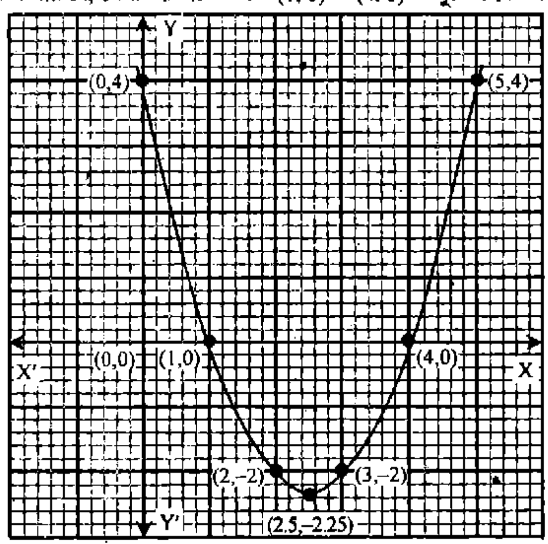
৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক রাশিদ্বয়ের গুণফল = $(x - 1)(x - 4)$
$= x^2 - 4x - x + 4$
$= x^2 - 5x + 4$

খ প্রাপ্ত গুণফল শূন্যের সমান হলে প্রাপ্ত সমীকরণ, $x^2 - 5x + 4 = 0$
মনে করি, $y = x^2 - 5x + 4$
x এর ভিন্ন ভিন্ন কয়েকটি মানের জন্যে y এর মান নির্ণয় করি :

x	0	1	2	2.5	3	4	5
y	4	0	−2	−2.25	−2	0	4

গ ছক কাগজের ক্ষুদ্রতম বর্গের 5 বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরে 'খ' এ প্রাপ্ত বিন্দুগুলো স্থাপন করি এবং সমীকরণটির লেখচিত্র অঙ্কন করি। দেখা যায় যে, লেখচিত্রটি x-অক্ষকে (1, 0) ও (4, 0) বিন্দুতে ছেদ করেছে।



সুতরাং সমীকরণটির সমাধান x = 1 বা x = 4

মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত আরও সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন : সব অনুশীলনীর সমন্বয়ে

প্রশ্ন ▶ ৭ দুইটি ধনাত্মক সংখ্যার বর্গের সমষ্টি 250 এবং সংখ্যা দুইটির গুণফল 117।
ক. বড় সংখ্যাটি x এবং ছোট সংখ্যাটি y হলে, উপরিউক্ত তথ্যের আলোকে দুইটি বীজগাণিতিক সমীকরণ লিখ। ২
খ. প্রমাণ কর যে, x + y = 22 এবং x − y = 4 ৪
গ. সংখ্যা দুইটির যোগফল ও বিয়োগফলের অনুপাত ও বিপরীত অনুপাতের যোগফল $\frac{125}{22}$ এবং বর্গের অন্তর 88 হলে, সংখ্যা দুইটি নির্ণয় কর। ৪

৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, সংখ্যা দুইটি ধনাত্মক
তাদের বর্গের সমষ্টি = 250 এবং গুণফল = 117
মনে করি, বড় সংখ্যাটি = x
এবং ছোট সংখ্যাটি = y
প্রশ্নমতে, $x^2 + y^2 = 250$
$xy = 117$

খ 'ক' হতে পাই,
$x^2 + y^2 = 250$ .... (i)
$xy = 117$ .... (ii)
এখন, $(x + y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy$
বা, $(x + y)^2 = 250 + 2 \times 117$
বা, $(x + y)^2 = 250 + 234$
বা, $(x + y)^2 = 484$
বা, $x + y = \pm 22$

www.bdniyog.com

যেহেতু উভয় সংখ্যা ধনাত্মক অর্থাৎ $x + y > 0$
সুতরাং $x + y \neq -22$
$\therefore x + y = 22$
আবার, $(x - y)^2 = x^2 + y^2 - 2xy$
বা, $(x - y)^2 = 250 - 2 \times 117$
বা, $(x - y)^2 = 250 - 234$
বা, $(x - y)^2 = 16$
বা, $x - y = \pm 4$
যেহেতু $x > y$ অর্থাৎ $x - y \neq -4$
$\therefore x - y = 4$
অর্থা, $x + y = 22$
এবং $x - y = 4$ **(প্রমাণিত)**

গ প্রশ্নমতে, $\frac{x+y}{x-y} + \frac{x-y}{x+y} = \frac{125}{22}$ ....(iii)
এবং $x^2 - y^2 = 88$ ....(iv)
(iii) নং হতে পাই,
$\frac{x+y}{x-y} + \frac{x-y}{x+y} = \frac{125}{22}$
বা, $\frac{(x+y)^2 + (x-y)^2}{(x-y)(x+y)} = \frac{125}{22}$
বা, $\frac{x^2 + 2xy + y^2 + x^2 - 2xy + y^2}{x^2 - y^2} = \frac{125}{22}$
বা, $\frac{2(x^2 + y^2)}{88} = \frac{125}{22}$
বা, $\frac{x^2 + y^2}{44} = \frac{125}{22}$ $[x^2 - y^2 = 44]$
$\therefore x^2 + y^2 = 250$ ....(v)
(iv) ও (v) নং সমীকরণ যোগ করে পাই,
$x^2 + y^2 + x^2 - y^2 = 250 + 88$
বা, $2x^2 = 338$
বা, $x^2 = 169$ [2 দ্বারা ভাগ করে]
বা, $x = \pm 13$
$\therefore x = 13$; যেহেতু x ধনাত্মক সংখ্যা
(v) নং হতে (iv) নং সমীকরণ বিয়োগ করে পাই,
$x^2 + y^2 = 250$
বা, $x^2 - y^2 = 88$
বা, $2y^2 = 162$
বা, $y^2 = 81$
বা, $y = \pm 9$
$\therefore y = 9$; যেহেতু y ধনাত্মক সংখ্যা।
$\therefore$ সংখ্যা দুইটি 9 ও 13

প্রশ্ন ▶ ৯ একটি সংখ্যার বর্গের থেকে সংখ্যাটির চার গুণ বিয়োগ করে 3 যোগ করলে সংখ্যাটির মান শূন্য হয়।
ক. উদ্দীপকের আলোকে x চলক ধরে সমীকরণ গঠন কর। ২
খ. সমীকরণটি সমাধান কর (সূত্র প্রয়োগ করে)। ৪
গ. সমীকরণটির লেখচিত্র অঙ্কন করে সমাধানের সত্যতা যাচাই কর। ৪

৯ নং প্রশ্নের সমাধান

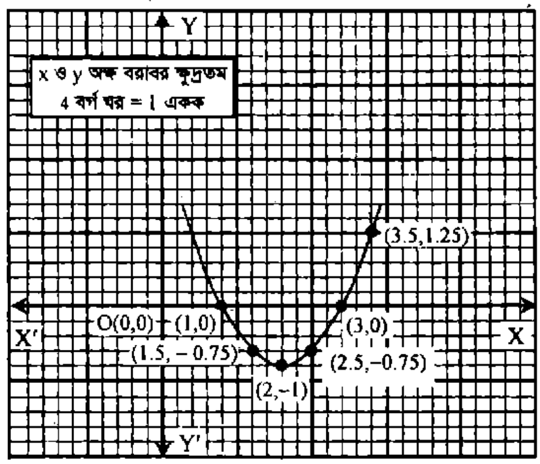
ক ধরি, সংখ্যাটি x
প্রশ্নমতে, $x^2 - 4x + 3 = 0$

খ 'ক' থেকে প্রাপ্ত সমীকরণটি,
$x^2 - 4x + 3 = 0$
বা, $1.x^2 + (-4)x + 3 = 0$
এখানে, $a = 1, b = -4$ ও $c = 3$.
আমরা জানি,
$x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4.1.3}}{2.1} = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 12}}{2}$
$= \frac{4 \pm \sqrt{4}}{2} = \frac{4 \pm 2}{2} = \frac{4 + 2}{2}$ বা, $\frac{4 - 2}{2}$
$= \frac{6}{2}$ বা $\frac{2}{2}$
$= 3$ বা 1.
$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান: $x = 1$ বা 3.

গ ধরি, $y = x^2 - 4x + 3$
এখন x-এর কয়েকটি মানের জন্য y-এর মান নির্ণয় করে প্রদত্ত সমীকরণের লেখের কয়েকটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় করি:

x	1	1.5	2	2.5	3	3.5
y	0	–0.75	–1	–0.75	0	1.25

ছক কাগজের উভয় অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গের 4 বাহুর দৈর্ঘ্যকে 1 একক ধরে প্রাপ্ত বিন্দুগুলো স্থাপন করে লেখচিত্র অঙ্কন করি।



লেখচিত্র থেকে দেখা যায় যে, x-অক্ষকে (1, 0) ও (3, 0) বিন্দুতে ছেদ করেছে। যেহেতু দ্বিঘাত সমীকরণের 2টি সমাধান থাকে,
$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান: $x = 1$ বা, 3.
'খ' থেকে প্রাপ্ত বীজ ও 'গ' এর লেখচিত্র থেকে প্রাপ্ত বীজ সমান। অতএব, সমীকরণটির সমাধানের সত্যতা যাচাই করা হলো।

প্রশ্ন ▶ ১০ একটি তেলের খনি থেকে মোট 20 লিটার তেল তোলা হল যাতে ডিজেল ও পেট্রোল মিশ্রিত অবস্থায় রয়েছে। এতে আরও 12 লিটার ডিজেল এবং 2 লিটার পেট্রোল মিশানো হলে ডিজেল ও পেট্রোলের পরিমাণের বর্গমূলের পার্থক্য হয় 2।
ক. সমস্যাটিকে দুই চলক বিশিষ্ট এবং মূল চিহ্ন যুক্ত সমীকরণে প্রকাশ কর। ২
খ. ডিজেলের পরিমাণকে চলক ধরে এক চলক বিশিষ্ট একটি দ্বিঘাত সমীকরণ নির্ণয় কর। ৪
গ. সমীকরণটিকে একটি ছক কাগজে অঙ্কন করে ডিজেল ও পেট্রোলের পরিমাণ নির্ণয় কর। ৪

১০ নং প্রশ্নের সমাধান

ক ধরি,
ডিজেলের পরিমাণ = x লিটার
পেট্রোলের পরিমাণ = y লিটার
প্রশ্নমতে, মোট তেলের পরিমাণ $x + y = 20$ লিটার
আবার, 12 লিটার ডিজেল ও 2 লিটারসহ মোট তেলের পরিমাণ $(x + 12)$ ও $(y + 2)$ লিটার।
প্রশ্নমতে, $\sqrt{x + 12} - \sqrt{y + 2} = 2$
$\therefore$ নির্ণেয় সমীকরণ $\sqrt{x + 12} - \sqrt{y + 2} = 2$

খ আমরা পাই,

$x + y = 20$

বা, $y = 20 - x$

আবার, $\sqrt{x+12} - \sqrt{y+2} = 2$ ... ... (i)

(i) নং সমীকরণে y এর মান বসিয়ে,

$\sqrt{x+12} - \sqrt{20-x+2} = 2$

বা, $\sqrt{x+12} - \sqrt{22-x} = 2$

বা, $\sqrt{x+12} = 2 + \sqrt{22-x}$

বা, $(\sqrt{x+12})^2 = (2+\sqrt{22-x})^2$

বা, $x + 12 = 4 + 2.2\sqrt{22-x} + 22 - x$

বা, $x + 12 = 26 - x + 4\sqrt{22-x}$

বা, $x + 12 - 26 + x = 4\sqrt{22-x}$

বা, $2x - 14 = 4\sqrt{22-x}$

বা, $2(x-7) = 4\sqrt{22-x}$

বা, $x - 7 = 2\sqrt{22-x}$

বা, $x^2 - 2.x.7 + 7^2 = 4(22-x)$ [বর্গ করে]

বা, $x^2 - 14x + 49 = 88 - 4x$

বা, $x^2 - 14x + 49 - 88 + 4x = 0$

বা, $x^2 - 10x - 39 = 0$

∴ নির্ণেয় সমীকরণ $x^2 - 10x - 39 = 0$.

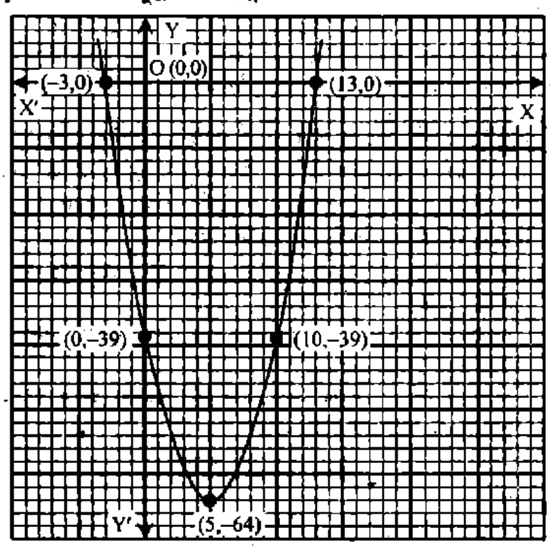
গ মনে করি, $y = x^2 - 10x - 39$

x-এর কয়েকটি মানের জন্য y এর মান নির্ণয় করে লেখচিত্রের জন্য কয়েকটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় করি:

x	−3	0	5	10	13
y	0	−39	−64	−39	0

উপরের সারণি হতে প্রাপ্ত বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করে সমীকরণটির লেখচিত্র অঙ্কন করি।

এখানে, ছক কাগজের x-অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম 1 বাহু সমান 1 একক এবং y-অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম 1 বাহু সমান 2 একক।



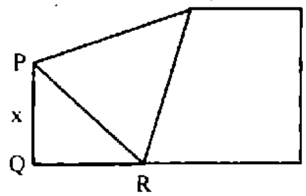
লেখচিত্রে দেখা যায় যে, ইহা x-অক্ষকে (−3, 0) ও (13, 0) বিন্দুতে ছেদ করেছে। যেহেতু দ্বিঘাত সমীকরণের দুটি সমাধান থাকে সেহেতু সমীকরণটির সমাধান হবে, $x = -3, x = 13$

এখানে, $x = -3$ গ্রহণযোগ্য নয় কারণ, তেলের পরিমাণ ঋণাত্মক হয় না।

∴ ডিজেলের পরিমাণ = 13 লিটার

∴ পেট্রোলের পরিমাণ = 20 − 13 = 7 লিটার

প্রশ্ন ▶ ১১ পাশের চিত্রে A4 সাইজের (21.0 cm x 29.7cm) কাগজের পাতাকে শীর্ষ থেকে বিপরীত বাহুর দিকে এমনভাবে ভাঁজ করা হলো যেন A(x) ক্ষেত্রফলের PQR ত্রিভুজ তৈরি করে।



ক. QR ও x এর গাণিতিক সম্পর্ক নির্ণয় কর। ২

খ. A(x) বহুপদীটি নির্ণয় কর। ৪

গ. PQR ত্রিভুজের ক্ষেত্রফলের সর্বোচ্চ মান লেখচিত্রের মাধ্যমে নির্ণয় কর। ৪

১১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $PQ = x$

আবার, $PQ + PR = 21.0$

বা, $PR = 21.0 - x$

সমকোণী ΔPQR থেকে পাই, $PR^2 = PQ^2 + QR^2$

বা, $QR^2 = PR^2 - PQ^2$

বা, $QR^2 = (21-x)^2 - x^2$ **(Ans.)**

খ $A(x) = \frac{1}{2}.QR.PR$ [যেখানে A(x), ΔPQR এর ক্ষেত্রফল]

$= \frac{1}{2}[(21-x)^2 - x^2]x$

$= \frac{1}{2}[21^2 - 2.21.x + x^2 - x^2]x$

$= \frac{1}{2}[21^2 - 42x]x$

$= \frac{1}{2}(441x - 42x^2)$

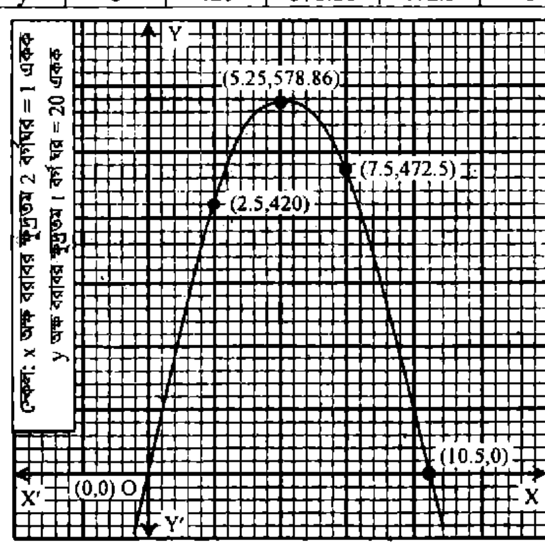
∴ $A(x) = \frac{1}{2}(441x - 42x^2)$ যা নির্ণেয় বহুপদী। **(Ans.)**

গ PQR ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}(441x - 42x^2) = \frac{441}{2}x - 21x^2$

ধরি, $y = \frac{441}{2}x - 21x^2$

এখানে লেখস্থিত কয়েকটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় করি।

x	0	2.5	5.25	7.5	10.5
y	0	420	578.86	472.5	0



লেখচিত্রে x-অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম 2 বর্গ ঘর = 1 একক y-অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম 1 বর্গ ঘর = 20 একক ধরে প্রদত্ত ফাংশনের লেখ আঁকি।
লেখ থেকে দেখা যাচ্ছে যে, x = 5.25 বিন্দুতে y = 578.86
যা ফাংশনের সর্বোচ্চ মান।
সুতরাং PQR ত্রিভুজের ক্ষেত্রফলের সর্বোচ্চ মান 578.86 cm^2. **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ১২ (x – 2) ও (y – 1) এর গুণফল 3 এর সমান এবং (x + 2) ও (2y – 5) এর গুণফল 15 এর সমান।

ক. উপরিউক্ত তথ্যের আলোকে একটি দুই চলক বিশিষ্ট সমীকরণ জোট গঠন কর এবং ১ম সমীকরণ থেকে x এর মানকে y এর মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২

খ. প্রাপ্ত x এর মান 'ক' এ প্রাপ্ত ২য় সমীকরণে প্রতিস্থাপন করে দেখাও যে, $8y^2 - 37y + 20 = 0$ ৪

গ. 'খ' প্রাপ্ত সমীকরণ থেকে নিশ্চায়ক নির্ণয় করে মূলের প্রকৃতি বের কর এবং মূলগুলো নির্ণয় কর। ৪

১২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রশ্নমতে,
$(x-2)(y-1) = 3$ .... (i)
$(x+2)(2y-5) = 15$ .... (ii)
(i) নং হতে পাই,
$x - 2 = \frac{3}{y-1}$
$\therefore x = \frac{3}{y-1} + 2$

খ 'ক' হতে পাই,
$x = \frac{3}{y-1} + 2$
x এর মান (ii) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,
$\left(\frac{3}{y-1} + 2 + 2\right)(2y-5) = 15$
বা, $\left(\frac{3}{y-1} + 4\right)(2y-5) = 15$
বা, $\left(\frac{3+4y-4}{y-1}\right)(2y-5) = 15$
বা, $(4y-1)(2y-5) = 15(y-1)$
বা, $8y^2 - 20y - 2y + 5 = 15y - 15$
বা, $8y^2 - 22y + 5 - 15y + 15 = 0$
$\therefore 8y^2 - 37y + 20 = 0$ **(দেখানো হলো)**

গ 'খ' হতে পাই,
$8y^2 - 37y + 20 = 0$
সমীকরণটিকে $ay^2 + by + c = 0$ এর সাথে তুলনা করে পাই,
$a = 8, b = -37, c = 20$
সমীকরণটির নিশ্চায়ক, $b^2 - 4ac$
$= (-37)^2 - 4.8.20$
$= 1369 - 640$
$= 729$, যা পূর্ণবর্গ।
যেহেতু নিশ্চায়ক > 0 এবং পূর্ণবর্গ।
যেহেতু মূলদ্বয় বাস্তব, অসমান ও মূলদ হবে।
$\therefore$ মূলগুলো, $y = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$
$= \frac{-(-37) \pm \sqrt{(-37)^2 - 4.8.20}}{2.8}$
$= \frac{37 \pm \sqrt{729}}{16}$
$= \frac{37 \pm 27}{16}$
$\therefore y_1 = \frac{37+27}{16} = \frac{64}{16} = 4$
এবং $y_2 = \frac{37-27}{16} = \frac{10}{16} = \frac{5}{8}$
$\therefore 8y^2 - 37y + 20 = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় $4, \frac{5}{8}$

প্রশ্ন ▶ ১৩ (2x + 3) (y – 1) = 14 এবং (x – 3)(y – 2) = –1 একটি দুই চলকবিশিষ্ট সমীকরণ জোট।

ক. প্রথম সমীকরণ থেকে y এর মানকে x এর মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২

খ. প্রাপ্ত y কে দ্বিতীয় সমীকরণে প্রতিস্থাপন করে দেখাও যে, $2x^2 - 19x + 30 = 0$ ৪

গ. লেখচিত্রের সাহায্যে 'খ' এ প্রাপ্ত সমীকরণটিকে সমাধান কর। ৪

১৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,
$(2x+3)(y-1) = 14$.............(i)
$(x-3)(y-2) = -1$............. (ii)
(i) নং হতে পাই,
$(2x+3)(y-1) = 14$
বা, $y - 1 = \frac{14}{2x+3}$
$\therefore y = \frac{14}{2x+3} + 1$

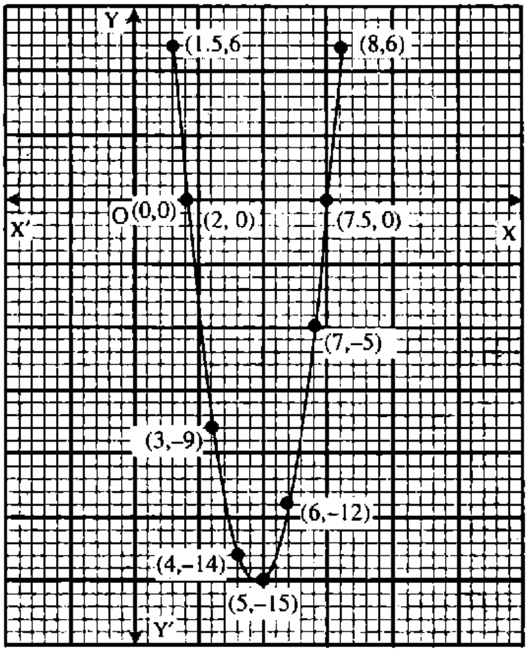
খ 'ক' হতে পাই,
$y = \frac{14}{2x+3} + 1$ ....(iii)
(iii) নং থেকে প্রাপ্ত y এর মান (ii) সমীকরণে বসিয়ে পাই,
$(x-3)\left(\frac{14}{2x+3} + 1 - 2\right) = -1$
বা, $(x-3)\left(\frac{14}{2x+3} - 1\right) = -1$
বা, $(x-3)\left(\frac{14-2x-3}{2x+3}\right) = -1$
বা, $\frac{(x-3)(11-2x)}{(2x+3)} = -1$
বা, $(x-3)(11-2x) = -(2x+3)$
বা, $11x - 2x^2 - 33 + 6x = -2x - 3$
বা, $-2x^2 + 17x - 33 + 2x + 3 = 0$
বা, $-2x^2 + 19x - 30 = 0$
$\therefore 2x^2 - 19x + 30 = 0$ **(দেখানো হলো)**

গ 'খ' হতে পাই,
$2x^2 - 19x + 30 = 0$
মনে করি, $y = 2x^2 - 19x + 30$
তখন x-এর কয়েকটি মানের জন্য y এর মান নির্ণয় করে লেখচিত্রের জন্য কয়েকটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় করি।

x	1.5	2	3	4	5	6	7	7.5	8
y	6	0	–9	–14	–15	–12	–5	0	6

ছক কাগজে ক্ষুদ্রতম 2 ঘর সমান 1 একক ধরে বিন্দুগুলো স্থাপন করি। দেখা যায় যে, লেখচিত্রটি x অক্ষকে (2, 0) ও (7.5, 0) বিন্দুতে ছেদ করে।

www.bdniyog.com



সুতরাং সমীকরণটির সমাধান, $x = 2$ বা $x = 7.5$

প্রশ্ন ▶১৪ একটি সংখ্যার বর্গের দ্বিগুণ সংখ্যাটির 5 গুণ থেকে 3 কম।

ক. সংখ্যাটি x হলে, উদ্দীপকের তথ্যের সাহায্যে সমীকরণ গঠন কর। ২

খ. সূত্র প্রয়োগ করে সমীকরণটি সমাধান কর। ৪

গ. লেখচিত্রের সাহায্যে সমীকরণটির সমাধান কর এবং এর সত্যতা যাচাই কর। ৪

১৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক মনে করি, সংখ্যাটি x

প্রশ্নমতে, $2x^2 = 5x - 3$

খ 'ক' হতে পাই, $2x^2 = 5x - 3$

$\therefore 2x^2 - 5x + 3 = 0$

সমীকরণটিকে $ax^2 + bx + c = 0$ এর সাথে তুলনা করে পাই,

$a = 2, b = -5, c = 3$

সমীকরণের মূলদ্বয় $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$= \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4.2.3}}{2.2}$

$= \frac{5 \pm \sqrt{25 - 24}}{4}$

$= \frac{5 \pm 1}{4}$

$\therefore x_1 = \frac{5+1}{4} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$

এবং $x_2 = \frac{5-1}{4} = \frac{4}{4} = 1$

$\therefore$ মূলদ্বয় $\frac{3}{2}, 1$

গ 'খ' হতে পাই,

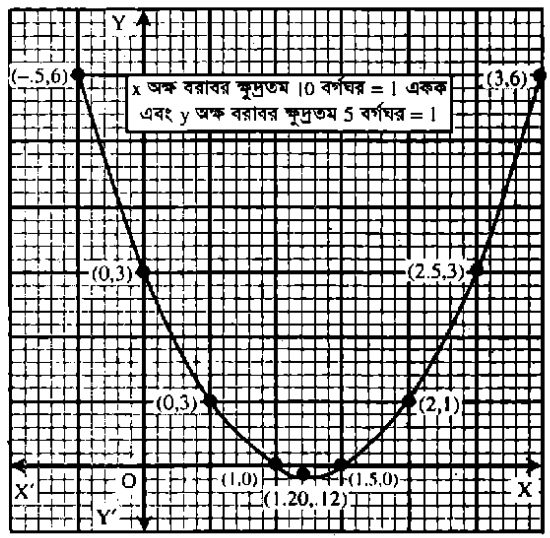
$2x^2 - 5x + 3 = 0$

মনে করি, $y = 2x^2 - 5x + 3$

এখন x এর কয়েকটি মানের জন্য y এর মান নির্ণয় করে লেখচিত্রের জন্য কয়েকটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় করি।

x	–0.5	0	0.5	1	1.20	1.5	2	2.5	3
y	6	3	1	0	–0.12	0	1	3	6

ছক কাগজে X অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম 10 বর্গঘর = 1 একক এবং Y-অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম 5 বর্গঘর = 1 একক ধরে বিন্দুগুলো স্থাপন করি। দেখা যায় যে, লেখচিত্রটি x-অক্ষকে মোটামুটিভাবে (1, 0) ও (1.5, 0) বিন্দুতে ছেদ করে।



সুতরাং, সমীকরণটির সমাধান, $x = 1$ বা; $x = 1.5$

প্রশ্ন ব্যাংক উত্তরসহ সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

প্রশ্ন ▶১৫ একটি বাসে পুরুষ ও মহিলা মিলিয়ে মোট 56 জন যাত্রী ছিল। একটি স্টপেজে 1 জন মহিলা নেমে গেলেন এবং নতুন যাত্রী হিসেবে 6 জন পুরুষ ও 1 জন মহিলা উঠলেন। বর্তমানে বাসে পুরুষ ও মহিলার সংখ্যার বর্গমূলের অন্তর 1।

ক. সমস্যাটিকে সমীকরণের মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২

খ. পুরুষের সংখ্যাকে চলক ধরে এক চলক বিশিষ্ট দ্বিঘাত সমীকরণ নির্ণয় কর। ৪

গ. সমীকরণটিকে একটি ছক কাগজের সাহায্যে সমাধান করে বর্তমানে পুরুষ ও মহিলা যাত্রীর সংখ্যা নির্ণয় কর। ৪

উত্তর: ক. $x + y = 56, \sqrt{x+6} - \sqrt{y} = 1$;

খ. $x^2 - 49x + 570 = 0$;

গ. 25 ও 36 অথবা 36 ও 25।

প্রশ্ন ▶১৬ $3 - 4x - x^2 = 0$

উপরের সমীকরণটি লক্ষ কর ও নিচের প্রশ্নের উত্তর দাও:

ক. সমীকরণটির প্রকৃতি ও ধরণ নির্ণয় কর। ২

খ. সমীকরণটি সমাধান কর। ৪

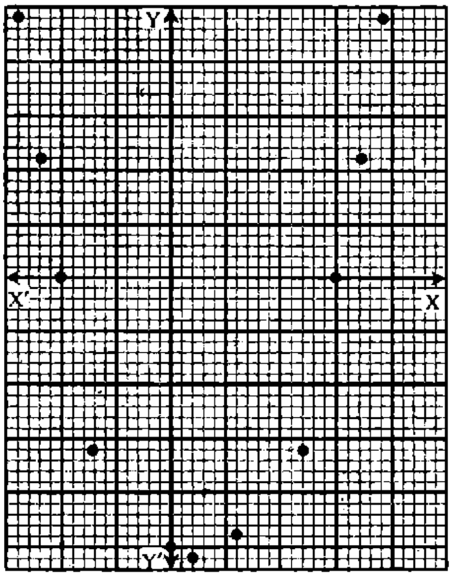
গ. সমীকরণটির লেখ চিত্র অঙ্কন কর ও সমাধান বিন্দু চিহ্নিত কর। ৪

উত্তর: খ. $-(2+\sqrt{7}), -(2-\sqrt{7})$

www.bdniyog.com

প্রশ্ন ব্যাংক উত্তরসহ সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন : সব অনুশীলনীর সমন্বয়ে

প্রশ্ন ▶১৭ নিম্নের লেখচিত্রে $ax^2 + bx - 6 = 0$ আকারের একটি দ্বিঘাত সমীকরণের লেখের কয়েকটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক চিহ্নিত করা হলো : (ক্ষুদ্রতম বর্গের 5 বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরে)



ক. বিন্দুগুলো সংযোগ করে প্রদত্ত সমীকরণের লেখচিত্র অঙ্কন কর। ২
খ. প্রাপ্ত লেখচিত্র থেকে সমীকরণটির সমাধান নির্ণয় কর। ৪
গ. a এবং b এর মান নির্ণয় করে দ্বিঘাত সমীকরণটি লেখ। ৪

উত্তর: খ. –2 বা 3; **গ.** $x^2 - x - 6 = 0$

প্রশ্ন ▶১৮ একজন ক্রেতা মিনিকেট ও পাইজাম চাল মোট 54 কেজি ক্রয় করলেন। এতে আরো 6 কেজি মিনিকেট ও 1 কেজি পাইজাম যোগ করা হলে মিনিকেট ও পাইজাম চালের পরিমাণের বর্গমূলের অন্তর হয় 1 কেজি। ধরে নাও মিনিকেট চালের পরিমাণ পাইজাম চাল অপেক্ষা বেশি ছিল।

ক. সমস্যাটিকে সমীকরণের মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২
খ. মিনিকেট চালের পরিমাণকে চলক ধরে এক চলক বিশিষ্ট দ্বিঘাত সমীকরণ নির্ণয় কর। ৪
গ. 'খ' এ প্রাপ্ত সমীকরণটিকে একটি ছক কাগজের সাহায্যে সমাধান করে মিনিকেট ও পাইজাম চালের পরিমাণ নির্ণয় কর। ৪

উত্তর: ক. $x + y = 54, \sqrt{x+6} - \sqrt{y+1} = 1$; **খ.** $x^2 - 49x + 570 = 0$; **গ.** 30 কেজি, 24 কেজি

প্রশ্ন ▶১৯ একটি সংখ্যার বর্গের দ্বিগুণ সংখ্যাটির 5 গুণ থেকে 3 কম। কিন্তু ঐ সংখ্যাটির বর্গের 3 গুণ সংখ্যাটির 5 গুণ থেকে 3 বেশি।
[সাতক্ষীরা সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, সাতক্ষীরা]

ক. উদ্দীপকের তথ্যগুলোর সাহায্যে সমীকরণ গঠন কর। ২
খ. সূত্র প্রয়োগ করে প্রথম সমীকরণটির সমাধান কর। ৪
গ. দ্বিতীয় সমীকরণটি লেখের সাহায্যে সমাধান কর। ৪

উত্তর: ক. $5x - 2x^2 = 3, 3x^2 - 5x = 3$; **খ.** $\frac{3}{2}, 1$; **গ.** 2.13, –47

internet-linked
প্রশ্ন ব্যাংকের আরও প্রশ্ন ও উত্তরের জন্যে নিচের ওয়েব অ্যাড্রেসটি টাইপ করুন
ssc.panjeree.com/hmt/hm05bs.pdf

REVISION

এ অংশে অধ্যায়ের গুরুত্বপূর্ণ তথ্য ও সূত্র, পরীক্ষার আগে যার উপর চোখ বুলিয়ে নেওয়া প্রয়োজন বা অবশ্যই মনে রাখতে হবে এমন বিষয়সমূহ একনজরে উল্লেখ করা হয়েছে। পরীক্ষার আগে এ বিষয়গুলো রিভিশন দিলে পরীক্ষায় নির্ভুলভাবে অঙ্ক সমাধান করতে পারবে।

- দ্বিঘাত সমীকরণের লেখচিত্র সাধারণত বক্ররেখা হবে, যা পরাবৃত্তাকার।
- সমীকরণের লেখচিত্রের সমাধান শুধু x-অক্ষের ছেদ বিন্দুতে পাওয়া যায়।
- দ্বিঘাত সমীকরণে সর্বদাই দুইটি মূল থাকে। তাই এর লেখচিত্র x অক্ষকে সর্বোচ্চ দুইবার ছেদ করে।
- দ্বিঘাত সমীকরণের লেখচিত্র x-অক্ষকে একটি বিন্দুতে স্পর্শ করলে মূলদ্বয় বাস্তব ও সমান এবং দুইটি বিন্দুতে ছেদ করলে মূলদ্বয় বাস্তব ও অসমান। লেখচিত্রটি x-অক্ষের কোনো বিন্দুতে ছেদ বা স্পর্শ না করলে মূলদ্বয় অবাস্তব হবে।
- $ax^2 + bx + c = 0$ দ্বিঘাত সমীকরণের নিশ্চায়ক $b^2 - 4ac < 0$ হলে লেখচিত্র কখনই x-অক্ষকে ছেদ করে না ফলে সমাধান অবাস্তব।

SUGGESTION

এখানে অধ্যায়টির অনুশীলনী, বহুনির্বাচনি ও সৃজনশীল প্রশ্নগুলো বিশ্লেষণ করে স্টার মার্কসহ সাজেশন দেওয়া হয়েছে। পরীক্ষার আগে অবশ্যই এ অঙ্কগুলো সমাধান করবে। তাহলে পরীক্ষায় যেকোনো অঙ্কের সমাধান সহজেই করতে পারবে।

সাজেশন | বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

	প্রশ্ন নম্বর
★★★	২, ৩, ৫, ৬, ৭, ১০, ১২, ১৩, ১৭, ১৮, ১৯, ২০
★★	৪, ৮, ৯, ১১, ১৪, ১৫, ১৬

সাজেশন | সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

	প্রশ্ন নম্বর
★★★	১, ৩, ৪, ৫, ৮, ১০, ১১, ১৩
★★	২, ৬, ৭, ১২

অধ্যায়-৬

অসমতা

অনুশীলনী-৬.১

অনুশীলনীটি পড়ে যা জানতে পারবে—

১. এক চলকের এক ঘাত বিশিষ্ট অসমতা ব্যাখ্যা।
২. এক চলক বিশিষ্ট সরল সমীকরণের সমাধান।
৩. এক ও দুই চলকের একঘাতবিশিষ্ট অসমতার ব্যাখ্যা।
৪. অসমতার সমাধান।

মুহাম্মদ ইবনে মুসা আল-খারিজমি *(Muhammad ibn Musa al-khwarizmi, 780–850)* ছিলেন পারস্যের গাণিতবিদ, জ্যোতির্বিদ, জ্যোতিষবিদ ও ভূগোলবিদ। তাঁর লেখা বই 'আল-জাবর ওয়া আল-মোকাবিলা' হতেই আলজ্যাবরা *(Algebra)* শব্দের উৎপত্তি। এটিই বীজগণিতের প্রথম বই যেখানে রৈখিক *(Linear)* ও দ্বিঘাত *(Quadratic)* সমীকরণের প্রণালীবদ্ধ সমাধান রয়েছে।

PRACTICE

৮টি অনুশীলনীর প্রশ্ন।
৫৭টি বহুনির্বাচনি প্রশ্ন ■ ৩৪টি সাধারণ বহুনির্বাচনি ■ ৭টি বহুপদী সমাপ্তিসূচক ■ ১৬টি অভিন্ন তথ্যভিত্তিক
৬টি সৃজনশীল প্রশ্ন ■ ১টি শ্রেণির কাজ ■ ৩টি মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত ■ ২টি প্রশ্নব্যাংক

অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

অসমতাগুলো সমাধান কর এবং সংখ্যারেখায় সমাধান সেট দেখাও:

১. $y - 3 < 5$

সমাধান : দেওয়া আছে, $y - 3 < 5$

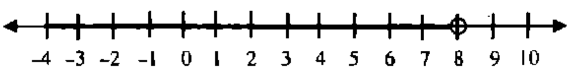
বা, $y - 3 + 3 < 5 + 3$ [উভয়পক্ষে 3 যোগ করে]

$\therefore y < 8$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান: $y < 8$

এখানে, সমাধান সেট, $S = \{y \in \mathbb{R} : y < 8\}$

সংখ্যারেখায় সমাধান সেট:



২. $3(x - 2) < 6$

সমাধান : দেওয়া আছে,

$3(x - 2) < 6$

বা, $x - 2 < \frac{6}{3}$ [উভয়পক্ষকে $\frac{1}{3}$ দ্বারা গুণ করে]

বা, $x - 2 < 2$

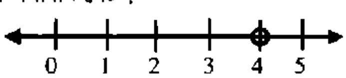
বা, $x - 2 + 2 < 2 + 2$ [উভয়পক্ষে 2 যোগ করে]

$\therefore x < 4$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান : $x < 4$

এখানে, সমাধান সেট, $S = \{x \in \mathbb{R} : x < 4\}$

সংখ্যারেখায় সমাধান সেট :



৩. $3x - 2 > 2x - 1$

সমাধান: দেওয়া আছে, $3x - 2 > 2x - 1$

বা, $3x - 2 + 2 > 2x - 1 + 2$ [উভয়পক্ষে 2 যোগ করে]

বা, $3x > 2x + 1$

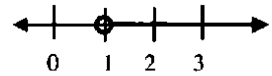
বা, $3x - 2x > 2x + 1 - 2x$ [উভয়পক্ষে $(-2x)$ যোগ করে]

$\therefore x > 1$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান : $x > 1$

এখানে, সমাধান সেট, $S = \{x \in \mathbb{R} : x > 1\}$

সংখ্যারেখায় সমাধান সেট:



৪. $z \leq \frac{1}{2}z + 3$

সমাধান: দেওয়া আছে,

$z \leq \frac{1}{2}z + 3$

বা, $z - \frac{1}{2}z \leq \frac{1}{2}z + 3 - \frac{1}{2}z$ [উভয়পক্ষে $\left(-\frac{1}{2}z\right)$ যোগ করে]

বা, $\frac{1}{2}z \leq 3$

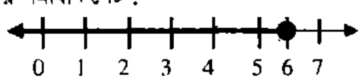
বা, $2.\frac{1}{2}z \leq 3.2$ [উভয়পক্ষকে 2 দ্বারা গুণ করে]

$\therefore z \leq 6$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান: $z \leq 6$

এখানে, সমাধান সেট, $S = \{z \in \mathbb{R} : z \leq 6\}$

সংখ্যারেখায় সমাধান সেট :



৫. $8 \geq 2 - 2x$

সমাধান : দেওয়া আছে,

$8 \geq 2 - 2x$

বা, $8 + 2x \geq 2 - 2x + 2x$ [উভয়পক্ষে 2x যোগ করে]

বা, $8 + 2x - 8 \geq 2 - 8$ [উভয়পক্ষে (-8) যোগ করে]

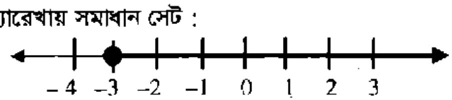
বা, $2x \geq -6$

$\therefore x \geq -3$ [উভয়পক্ষকে $\frac{1}{2}$ দ্বারা গুণ করে]

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান : $x \geq -3$.

এখানে, সমাধান সেট, $S = \{x \in \mathbb{R} : x \geq -3\}$

সংখ্যারেখায় সমাধান সেট :



www.bdniyog.com

৬. $x \le \frac{x}{3} + 4$

সমাধান : দেওয়া আছে, $x \le \frac{x}{3} + 4$

বা, $x - \frac{x}{3} \le \frac{x}{3} + 4 - \frac{x}{3}$ [উভয়পক্ষে $\left(-\frac{x}{3}\right)$ যোগ করে]

বা, $\frac{3x - x}{3} \le 4$

বা, $\frac{2x}{3} \le 4$

বা, $\frac{2x}{3} \times 3 \le 4 \times 3$ [উভয়পক্ষকে 3 দ্বারা গুণ করে]

বা, $2x \le 12$

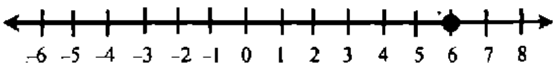
বা, $\frac{2x}{2} \le \frac{12}{2}$ [উভয়পক্ষকে $\frac{1}{2}$ দ্বারা গুণ করে]

$\therefore x \le 6$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান : $x \le 6$

এখানে, সমাধান সেট, $S = \{x \in \mathbb{R} : x \le 6\}$

সংখ্যারেখায় সমাধান সেট :



৭. $5(3 - 2t) \le 3(4 - 3t)$

সমাধান : দেওয়া আছে, $5(3 - 2t) \le 3(4 - 3t)$

বা, $15 - 10t \le 12 - 9t$

বা, $15 - 10t + 9t \le 12 - 9t + 9t$ [উভয়পক্ষে 9t যোগ করে]

বা, $15 - t \le 12$

বা, $15 - t - 15 \le 12 - 15$ [উভয়পক্ষে (–15) যোগ করে]

বা, $-t \le -3$

বা, $-t(-1) \ge (-3)(-1)$

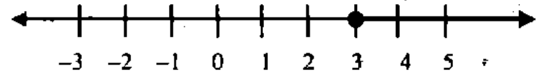
[উভয়পক্ষকে ঋণাত্মক সংখ্যা (–1) দ্বারা গুণ করায় এখানে অসমতার চিহ্ন পরিবর্তিত হয়েছে।]

$\therefore t \ge 3$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান : $t \ge 3$.

এখানে, সমাধান সেট, $S = \{t \in \mathbb{R} : t \ge 3\}$

সংখ্যারেখায় সমাধান সেট :



৮. $\frac{x}{3} + \frac{x}{4} + \frac{x}{5} > \frac{47}{60}$

সমাধান : দেওয়া আছে,

$\frac{x}{3} + \frac{x}{4} + \frac{x}{5} > \frac{47}{60}$

বা, $\frac{20x + 15x + 12x}{60} > \frac{47}{60}$

বা, $\frac{47x}{60} > \frac{47}{60}$

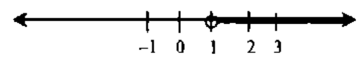
বা $47x > 47$ [উভয়পক্ষকে 60 দ্বারা গুণ করে]

$\therefore x > 1$ [উভয়পক্ষকে $\frac{1}{47}$ দ্বারা গুণ করে]

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান : $x > 1$

এখানে, সমাধান সেট, $S = \{x \in \mathbb{R} : x > 1\}$

সংখ্যারেখায় সমাধান সেট :



মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত সৃজনশীল বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

★★★ অসমতা | Text পৃষ্ঠা-১১৩

- অসমতার উভয় পাশে কোনো সংখ্যা দ্বারা যোগ, বিয়োগ, গুণ বা ভাগ করলে অসমতা চিহ্নের পরিবর্তন হয় না কিন্তু ঋণাত্মক সংখ্যা দ্বারা গুণ বা ভাগ করলে অসমতাটির চিহ্ন পরিবর্তন হবে।
- অসমতার সংখ্যারেখায় '<' অথবা '>' চিহ্নের জন্য গোলাকার বৃত্ত (O) ফাঁকা হবে এবং '≤' অথবা '≥' এর জন্য বৃত্তটি (●) ভরাট হবে।

১. **যদি $a > b$ হয়, তবে নিচের কোনটি সঠিক?** (সহজ)

ক $a - b < 0$ খ $b - a < 0$ গ $\frac{a}{b} > 0$ ঘ $\frac{b}{a} < 0$ **খ**

২. **যদি $a > b$ হয় তবে c-এর যেকোনো মানের জন্য নিচের কোনটি সঠিক?** (সহজ)

ক $a + c < b + c$ খ $a - c < b - c$
গ $a + c > b + c$ ঘ $a + c > b - c$ **গ**

৩. **যদি $a < b$ হয় তবে c-এর ঋনাত্মক মানের জন্য নিচের কোনটি সঠিক?** (সহজ)

ক $ac < bc$ খ $ac > bc$ গ $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$ ঘ $\frac{c}{a} > \frac{c}{b}$ **খ**

৪. **যদি $a < b$ হয় তবে c-এর ঋনাত্মক মানের জন্য নিচের কোনটি সঠিক?** (সহজ) [চুয়াডাঙ্গা সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়; বিন্দুবাসিনী সরকারী বালক উচ্চ বিদ্যালয়, টাঙ্গাইল]

ক $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$ খ $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$ গ $\frac{c}{a} > \frac{c}{b}$ ঘ $\frac{a}{c} > \frac{c}{b}$ **খ**

৫. **যদি $a < b$ হয় তবে c-এর ধনাত্মক মানের জন্য নিচের কোনটি সঠিক?** (সহজ)

ক $ac < bc$ খ $ac > bc$ গ $\frac{c}{a} < \frac{c}{b}$ ঘ $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$ **ক**

৬. **যদি $b < c$ হয় তবে a-এর ধনাত্মক মানের জন্য নিচের কোনটি সঠিক?** (সহজ) [সরকারি মুসলিম উচ্চ বিদ্যালয়, চট্টগ্রাম]

ক $\frac{b}{a} > \frac{c}{a}$ খ $\frac{b}{a} < \frac{c}{a}$ গ $\frac{a}{b} < \frac{a}{c}$ ঘ $\frac{a}{b} < \frac{a}{c}$ **খ**

৭. **$a > b$ ও $c < 0$ হলে, নিচের কোনটি সঠিক?** (কঠিন) [ফেনী সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, ফেনী; যশোর সরকারী বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়; বি এ এফ শাহীন কলেজ, চট্টগ্রাম; ঝালকাঠি সরকারি হরচন্দ্র বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, ঝালকাঠি]

ক $ac > bc$ খ $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$ গ $ac < bc$ ঘ $\frac{c}{a} < \frac{c}{b}$ **গ**

৮. **$a > b$ ও $c > d$ হলে নিচের কোনটি সঠিক?** (মধ্যম)

ক $a + c > b + c$ খ $a + c > b + d$
গ $a + b > c + d$ ঘ $a - c < d - d$ **খ**

৯. **যদি $a < b$ ও $c < d$ এবং $a, b, c, d > 0$ হয় তবে নিচের কোনটি সঠিক?** (কঠিন)

ক $ac > bd$ খ $ac < bd$ গ $\frac{a}{b} > 1$ ঘ $\frac{d}{c} < 1$ **খ**

১০. **যদি $a < b$ ও $c > d$ হয় তবে নিচের কোনটি সঠিক?** (কঠিন)

ক $a + c < b + d$ খ $a + c > b + d$
গ $a + d < b + c$ ঘ $a + d > b + c$ **গ**

১১. **যদি $a < b$ ও $c > 1$ হয় তবে নিচের কোনটি?** (কঠিন)

ক $a - c < b - 1$ খ $a + 1 > b + c$
গ $a + b > c + 1$ ঘ $a - c > b - 1$ **ক**

১২. **যদি $a > b$ ও $c < d$ এবং $a, b, c, d > 0$ হয় তবে নিচের কোনটি সঠিক?** (কঠিন)

ক $\frac{a}{c} > \frac{b}{d}$ খ $\frac{a}{c} < \frac{b}{d}$ গ $\frac{c}{a} > \frac{d}{b}$ ঘ $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$ **ক**

১৩. **$b < a$ এবং $c > 0$ হলে, নিচের কোনটি সঠিক?** (কঠিন)

ক $\frac{b}{c} \le \frac{b}{c}$ খ $\frac{b}{c} < \frac{a}{c}$ গ $\frac{b}{c} \ge \frac{a}{c}$ ঘ $\frac{b}{c} > \frac{a}{c}$ **খ**

১৪. **$\frac{a}{b} < 1$ হলে নিচের কোনটি 1 এর চেয়ে বড় হবে?** (মধ্যম)

ক a খ b গ $\frac{b}{a}$ ঘ $-\frac{b}{a}$ **গ**

১৫. **$-5a < -3b$ এবং $a > b$ হলে নিচের কোনটি সঠিক?** (মধ্যম)

ক $5a > -3b$ খ $-5a < 3b$
গ $5a > 3b$ ঘ $5a < 3b$ **গ**

www.bdniyog.com

১৬. $4b > -7a$ এবং $b < a$ হলে নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)
ক $4b < 7a$ খ $-4b > 7a$
গ $-4b < -7a$ ঘ $4b > 7a$ — ক

১৭. $a > b$ হলে কোন শর্তে $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$ হবে? (সহজ)
ক $c < 0$ খ $c > 0$ গ $c = 0$ ঘ $c \leq 0$ — খ

১৮. $a > b$ হলে কোন শর্তে $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$ হবে? (সহজ)
ক $c < 0$ খ $c > 0$ গ $c = 0$ ঘ $c \leq 0$ — ক

১৯. $a < b$ হলে কোন শর্তে $ac > bc$ হবে? (সহজ)
ক $c < 0$ খ $c > 0$ গ $c = 0$ ঘ $c \geq 0$ — ক

২০. $a(x + b) < c$ এবং $a < 0$ হলে, অসমতাটির সমাধান নিচের কোনটি? (কঠিন) [নরসিংদী সরকারী বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়]; [সরকারি মুসলিম উচ্চ বিদ্যালয়, চট্টগ্রাম]
ক $x < \frac{c}{a} - b$ খ $x > \frac{c}{a} - b$ গ $x < \frac{c}{a} + b$ ঘ $x > \frac{c}{a} + b$ — খ

২১. $c(x + a) < b$ এবং $c > 0$ হলে নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন) [ফেনী সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়; ফেনী]
ক $x < \frac{b}{c} + a$ খ $x > \frac{b}{c} + a$ গ $x < \frac{b}{c} - a$ ঘ $x > \frac{b}{c} - a$ — গ

২২. $11 > 5$ অসমতার উভয় পার্শ্বে 6 যোগ করলে নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)
ক $11 = 11$ খ $17 > 5$ গ $11 > 17$ ঘ $17 > 11$ — ঘ

২৩. $9 > 5$ অসমতর উভয় পার্শ্বে (-6) যোগ করলে নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)
ক $15 > 11$ খ $3 < 5$ গ $3 > -1$ ঘ $9 > -1$ — গ

২৪. $-x > -6$ হলে, নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ) [শহীদ বীর উত্তম লেঃ আনোয়ার গার্লস কলেজ, ঢাকা]
ক $x > 6$ খ $x < 6$ গ $x > -6$ ঘ $x < -6$ — খ

২৫. $2x > 6$ অসমতাটিকে (-2) দ্বারা ভাগ করলে তার সমাধান কত হবে? (মধ্যম)
ক $x > 3$ খ $x < 3$ গ $x > -3$ ঘ $x < -3$ — ক

২৬. $3x - 2 > 2x - 1$ অসমতার সমাধান নিচের কোনটি? (মধ্যম)
ক $x > 2$ খ $x > 1$ গ $x < 1$ ঘ $x < -1$ — খ

২৭. $3x - 3 < \frac{3}{2}$ অসমতাটির সমাধান নিচের কোনটি? (মধ্যম) [বি এ এফ শাহীন কলেজ, চট্টগ্রাম]
ক $x < \frac{1}{2}$ খ $x < \frac{2}{3}$ গ $x < \frac{3}{2}$ ঘ $x < 2$ — গ

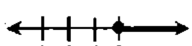
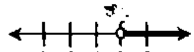
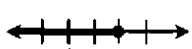
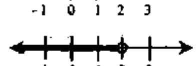
২৮. $x \leq \frac{x}{3} + 4$ অসমতার সমাধান নিচের কোনটি? (কঠিন)
ক $x \leq 12$ খ $x \leq 6$ গ $x \leq 4$ ঘ $x \leq 3$ — খ

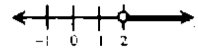
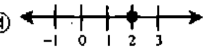
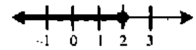
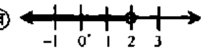
২৯. $\frac{x}{3} < -6$ অসমতাকে (-3) দ্বারা গুণ করলে তার সমাধান সেট নিচের কোনটি? (মধ্যম)
ক $S = \{x \in \mathbb{R} : x > 18\}$ খ $S = \{x \in \mathbb{R} : x < 18\}$
গ $S = \{x \in \mathbb{R} : x > -18\}$ ঘ $S = \{x \in \mathbb{R} : x < -18\}$ — ঘ

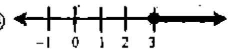
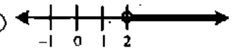
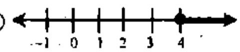
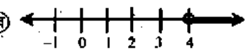
ব্যাখ্যা: $\frac{-3x}{3} > (-6)(-3)$ বা, $-x > 18 \therefore x < -18$

৩০. $2z \leq z + 6$ অসমতার সমাধান সেট নিচের কোনটি? (মধ্যম)
ক $\{z \in \mathbb{R} : z < 6\}$ খ $\{z \in \mathbb{R} : z \leq 6\}$
গ $\{z \in \mathbb{R} : z \leq 2\}$ ঘ $\{z \in \mathbb{R} : z < 22\}$ — খ

৩১. $4x - 5 \geq 19$ অসমতাটির সমাধান সেট নিচের কোনটি? (সহজ)
ক $S = \left\{x \in \mathbb{R} : x \geq \frac{24}{5}\right\}$ খ $S = \left\{x \in \mathbb{R} : x \geq \frac{23}{5}\right\}$
গ $S = \{x \in \mathbb{R} : x > 6\}$ ঘ $S = \{x \in \mathbb{R} : x \geq 6\}$ — ঘ

৩২. $y + 3 \leq 5$ অসমতার সংখ্যারেখা নিচের কোনটি? (কঠিন)
ক  খ 
গ  ঘ  — গ

৩৩. $5x - 2 < 8$ অসমতাটির সমাধান সংখ্যারেখায় নিচের কোনটি হবে? (মধ্যম) [বি এ এফ শাহীন কলেজ, চট্টগ্রাম]
ক  খ 
গ  ঘ  — ঘ

৩৪. $3x - 6 \geq 6$ অসমতাটির সমাধানের সংখ্যারেখা নিচের কোনটি? (মধ্যম)
ক  খ 
গ  ঘ  — গ

৩৫. যদি $a > b$ হয় তবে c-এর যেকোনো মানের জন্য —
i. $a + c > b + c$.
ii. $a - c > b - c$.
iii. $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)
ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii — ক

ব্যাখ্যা: iii. সঠিক নয়, কারণ শুধুমাত্র c-এর ধনাত্মক মানের জন্য $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$ কিন্তু ঋণাত্মক মানের জন্য $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$.

৩৬. $a > b$ এবং $c > d$ এবং $a, b, c, d > 0$ হলে —
i. $ac > bd$.
ii. $a + c > b + d$.
iii. $\frac{a}{d} < \frac{b}{c}$.

নিচের কোনটি সঠিক ? (কঠিন)
ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii — ক

ব্যাখ্যা: (iii) সঠিক নয়, কারণ $ac > bd$ বা, $\frac{a}{d} > \frac{b}{c}$.

৩৭. $7x \leq -14$ অসমতাটিকে—
i. (-2) দ্বারা গুণ করলে হয় $x \geq -2$
ii. সমাধান সেট আকারে লিখলে হবে $S = \{x \in \mathbb{R} : x \leq -2\}$
iii. এর সমাধানের সাথে 2 যোগ করলে হয় $x + 2 \leq 0$

নিচের কোনটি সঠিক ? (সহজ)
ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii — গ

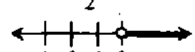
ব্যাখ্যা: (i) সঠিক নয়; কারণ, $(-2)\,7x \geq (-14)(-2)$
বা, $-14x \geq 28$ বা, $x \leq -2$.

৩৮. $3(x - 3) < 9$ অসমতার —
i. উভয় পক্ষে 9 যোগ করলে $3x < 18$ হয়।
ii. উভয় পক্ষকে 3 দ্বারা ভাগ করলে $x - 3 < 9$ হয়।
iii. সমাধান: $x < 6$.

নিচের কোনটি সঠিক ? (সহজ)
ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii — খ

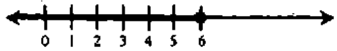
৩৯. $x < \frac{x}{3} + 4$ অসমতার —
i. উভয় পক্ষে $\left(-\frac{x}{3}\right)$ যোগ করলে $x - \frac{x}{3} < 4$ হয়।
ii. সমাধান: $x < 12$.
iii. সমাধান সেট $S = \{x \in \mathbb{R} : x < 6\}$

নিচের কোনটি সঠিক ? (মধ্যম)
ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii — খ

৪০. $4x + 2 > 4$ অসমতাটির—
i. উভয়পক্ষে 2 দ্বারা ভাগ করলে হয় $2x + 1 > 2$
ii. অসমতাটির সমাধান: $x > \frac{1}{2}$
iii. সংখ্যারেখা : 

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)
ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii — ক

www.bdniyog.com

৪১. $3x - 4 \leq 14$ অসমতার —
i. সমাধান $x \leq 6$.
ii. সমাধান সেট $S = \{x \in \mathbb{R} : x < 6\}$
iii. সংখ্যারেখা: 

নিচের কোনটি সঠিক ? (কঠিন)
ⓚ i ও ii ⓛ i ও iii ⓖ ii ও iii ⓘ i, ii ও iii **খ**

নিচের তথ্যের আলোকে (৪২-৪৫) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:
$27 > 6$ একটি অসমতা।

৪২. অসমতাটির উভয় পার্শ্বে 3 দ্বারা গুণ করলে নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)
ক $27 > 18$ খ $81 > 6$ গ $81 > 18$ ঘ $81 < 18$ **গ**

৪৩. অসমতাটির উভয় পার্শ্বে (–3) দ্বারা গুণ করলে নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)
ক $-27 > 18$ খ $-81 > 6$ গ $-81 > -18$ ঘ $-81 < -18$ **ঘ**

৪৪. অসমতাটির উভয় পার্শ্বে 3 দ্বারা ভাগ করলে নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)
ক $27 > 2$ খ $9 > 6$ গ $9 > 2$ ঘ $9 < 2$ **গ**

৪৫. অসমতাটির উভয় পার্শ্বে (–3) দ্বারা ভাগ করলে নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)
ক $27 > 2$ খ $9 > 6$ গ $9 > 2$ ঘ $9 < 2$ **গ**

নিচের তথ্যের আলোকে (৪৬-৪৭) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:
$c(x + b) < a, [c \neq 0]$ একটি অসমতা।

৪৬. c ধনাত্মক হলে অসমতাটির সমাধান নিচের কোনটি? (কঠিন)
ক $x < \frac{a}{c} + b$ খ $x < \frac{a}{c} - b$ গ $x > \frac{a}{c} + b$ ঘ $x > \frac{a}{c} - b$ **খ**

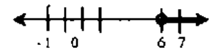
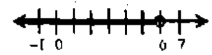
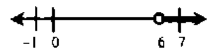
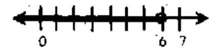
৪৭. c ঋণাত্মক হলে অসমতাটির সমাধান নিচের কোনটি? (কঠিন)
ক $x < \frac{a}{c} - b$ খ $x < \frac{a}{c} + b$ গ $x > \frac{a}{c} + b$ ঘ $x > \frac{a}{c} - b$ **ঘ**

নিচের তথ্যের আলোকে (৪৮-৫১) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:
$x < \frac{x}{3} + 4$ একটি অসমতা।

৪৮. অসমতাটির উভয় পক্ষে $\left(-\frac{x}{3}\right)$ যোগ করলে নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)
ক $x - \frac{x}{3} > 4$ খ $x - \frac{x}{3} \geq 4$ গ $x - \frac{x}{3} < 4$ ঘ $x - \frac{x}{3} \leq 4$ **গ**

৪৯. অসমতাটির সমাধান নিচের কোনটি? (কঠিন)
ক $x \leq 12$ খ $x < 12$ গ $x \leq 6$ ঘ $x < 6$ **ঘ**

৫০. অসমতাটির সমাধান সেট নিচের কোনটি? (মধ্যম)
ক $S = \{x \in \mathbb{R} : x \leq 6\}$ খ $S = \{x \in \mathbb{R} : x < 6\}$
গ $S = \{x \in \mathbb{R} : x \leq 12\}$ ঘ $S = \{x \in \mathbb{R} : x < 12\}$ **খ**

৫১. অসমতাটির সমাধানের সংখ্যারেখা নিচের কোনটি? (কঠিন)
ক  খ 
গ  ঘ  **খ**

নিচের তথ্যের আলোকে (৫২-৫৪) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:
$8 \geq 2 - 2x$ একটি অসমতা।

৫২. অসমতাটির সমাধান নিচের কোনটি? (মধ্যম)
[আই.ই.টি. সরকারী উচ্চ বিদ্যালয়, নারায়ণগঞ্জ]
ক $x \leq -3$ খ $x \geq -3$ গ $x < 3$ ঘ $x > -3$ **খ**

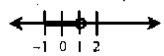
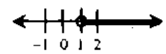
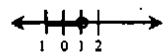
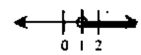
৫৩. অসমতাটিকে (– 1) দ্বারা গুণ করলে নিচের কোনটি হবে? (সহজ)
ক $2x - 2 \geq -8$ খ $2 - 2x \geq -8$
গ $-8 \geq 2x - 2$ ঘ $-8 \geq 2 - 2x$ **ক**

৫৪. অসমতাটির উভয়পক্ষে (– 4) যোগ করলে কত হবে? (সহজ)
ক $4 \geq 2(x + 1)$ খ $4 \leq -2(x + 1)$
গ $4 \geq -2(x + 1)$ ঘ $4 \leq -2(x - 1)$ **গ**

নিচের তথ্যের আলোকে (৫৫-৫৭) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:
$\frac{x}{3} + \frac{x}{4} + \frac{x}{5} > \frac{47}{60}$ একটি অসমতা।

৫৫. অসমতাটিকে 60 দ্বারা গুণ করলে নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)
ক $\frac{47x}{60} > \frac{47}{60}$ খ $47x > \frac{47}{60}$ গ $47x > 47$ ঘ $x > 47$ **গ**

৫৬. অসমতাটির সমাধান নিচের কোনটি? (কঠিন)
ক $x > 47$ খ $x > \frac{1}{47}$ গ $x > \frac{47}{60}$ ঘ $x > 1$ **ঘ**

৫৭. অসমতাটির সমাধানের সংখ্যারেখা নিচের কোনটি? (কঠিন)
ক  খ 
গ  ঘ  **ঘ**

শ্রেণির কাজের ওপর সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

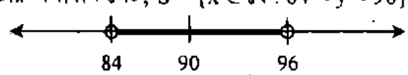
প্রশ্ন ▶ ১ তোমাদের শ্রেণির কিছু ছাত্র-ছাত্রীর উচ্চতা 5 ফুটের বেশি এবং কিছু ছাত্র-ছাত্রীর উচ্চতা 5 ফুটের কম। ◀ কাজ; পৃষ্ঠা-১১৪

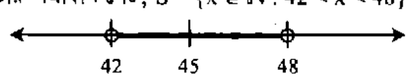
ক. সমস্যাটিকে অসমতার মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২
খ. 5 ফুটের বেশি উচ্চতার ছাত্র-ছাত্রীর মোট উচ্চতা 240 ফুট ও কম উচ্চতার ছাত্র-ছাত্রীর মোট উচ্চতা 420 ফুট এবং কম উচ্চতার ছাত্র-ছাত্রী বেশি উচ্চতার ছাত্র-ছাত্রী অপেক্ষা দ্বিগুণ হলে অসমতাটিকে x এর মাধ্যমে প্রকাশ কর। ৪
গ. অসমতাটিকে y এর মাধ্যমে প্রকাশ কর এবং x ও y এর অসমতার সমাধান সেট সংখ্যারেখায় দেখাও। ৪

১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক মনে করি, x সংখ্যক ছাত্র-ছাত্রীর প্রত্যেকের উচ্চতা 5 ফুটের চেয়ে বেশি এবং y সংখ্যক ছাত্র-ছাত্রীর প্রত্যেকের উচ্চতা 5 ফুটের চেয়ে কম।
∴ x জন ছাত্র-ছাত্রীর মোট উচ্চতা > 5x
y জন ছাত্র-ছাত্রীর মোট উচ্চতা < 5y

খ এখানে, 5 ফুটের বেশি উচ্চতার ছাত্র-ছাত্রীর মোট উচ্চতা = 240 ফুট ও 5 ফুটের কম উচ্চতার ছাত্র-ছাত্রীর মোট উচ্চতা = 420 ফুট
∴ 'ক' থেকে প্রাপ্ত অসমতা অনুসারে,
$240 > 5x$
বা, $48 > x$ ....(i)
ও $420 < 5y$
বা, $84 < y$ ....(ii)
আবার, $y = 2x$ হলে
(ii) নং থেকে পাই, $84 < 2x$
বা, $42 < x$ .... (iii)
(i) ও (iii) থেকে পাই;
$42 < x < 48$ **(উত্তর)**

গ 'খ' থেকে পাই,
$48 > x$ বা, $96 > 2x$ ও $y = 2x$
∴ $96 > 2x$
বা, $96 > y$
∴ $y < 96$ ....(iv)
(ii) ও (iv) থেকে পাই,
∴ y এর অসমতার সমাধান সেট, $S = \{x \in \mathbb{N} : 84 < y < 96\}$
ও সংখ্যারেখা : 

x এর অসমতা : $42 < x < 48$ ['খ' থেকে পাই]
∴ x এর অসমতার সমাধান সেট, $S = \{x \in \mathbb{N} : 42 < x < 48\}$
ও সংখ্যারেখা : 

www.bdniyog.com

মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত আরও সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

প্রশ্ন ▶ ২ **x যেকোনো ঋণাত্মক পূর্ণ সংখ্যা। 2 থেকে সংখ্যাটির দ্বিগুণ বিয়োগ করলে বিয়োগফল অনূর্ধ্ব ৪ হয়।**

ক. সমস্যাটিকে অসমতার মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২

খ. অসমতাটিকে সমাধান কর এবং সমাধান সেট সংখ্যারেখায় দেখাও। ৪

গ. 'x' এর সম্ভাব্য মানের সেট A নির্ণয় কর। বিয়োগফল যদি 4 অপেক্ষা বৃহত্তর বা সমান হয় তাহলে 'x' এর সম্ভাব্য মানের পরিবর্তিত নতুন সেট B নির্ণয় কর। ৪

২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, সংখ্যাটি $= x$

$\therefore$ x এর দ্বিগুণ $= 2x$

প্রশ্নমতে, $2 - 2x \leq 8$

খ 'ক' হতে পাই,

$2 - 2x \leq 8$

বা, $2 - 2x - 2 \leq 8 - 2$ [উভয়পক্ষ থেকে 2 বিয়োগ করে]

বা, $-2x \leq 6$

বা, $\frac{-2x}{-2} \geq \frac{6}{-2}$ [উভয়পক্ষকে (−2) দ্বারা ভাগ করে]

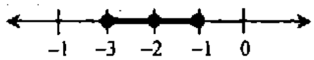
বা, $x \geq -3$

তদুপরি, $x \leq -1$, কারণ x ঋণাত্মক পূর্ণসংখ্যা

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান : $-3 \leq x \leq -1$

সমাধান সেট, $S = \{x : -3 \leq x \leq -1\}$

সমাধান সেট সংখ্যারেখায় দেখানো হলো :



গ 'খ' থেকে পাই, $-3 \leq x \leq 1$

$\therefore \quad A = \{-3, -2, -1\}$

প্রশ্নমতে, $2 - 2x \geq 4$

বা, $2 - 2x - 2 \geq 4 - 2$ [উভয়পক্ষ থেকে 2 বিয়োগ করে]

বা, $-2x \geq 2$

বা, $\frac{-2x}{-2} \leq \frac{2}{-2}$ [উভয়পক্ষকে (−2) দ্বারা ভাগ করে]

বা, $x \leq -1$

আবার x যেকোনো ঋণাত্মক পূর্ণ সংখ্যা

$\therefore x \leq -1$ যেখানে $x \in \mathbb{Z}$

$\therefore$ x এর সম্ভাব্য মানের পরিবর্তিত সেট,

$B = \{............... -4, -3, -2, -1\}$ **Ans.**

প্রশ্ন ▶ ৩ **জনি ও রনি একদিন বিকেলে গল্প করছিল। তখন জনি রনিকে বললো, তোমাকে একটি সংখ্যা বলতে হবে যার এক তৃতীয়াংশ, এক চতুর্থাংশ এবং এক পঞ্চমাংশের সমষ্টি $\frac{47}{60}$ থেকে বড়।**

ক. রনি যদি উদ্দীপকের সমস্যাটিকে অসমতায় প্রকাশ করতে চায়, কিভাবে করবে? ২

খ. প্রাপ্ত অসমতাটি সমাধান করে 'x' এর সম্ভাব্য মান নির্ণয় কর। ৪

গ. যদি সংখ্যাটি 10 অপেক্ষা ছোট হয় তবে 'x' এর সম্ভাব্য মান নির্ণয় কর এবং সংখ্যারেখায় দেখাও। ৪

৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক মনে করি, সংখ্যাটি x.

সংখ্যাটির এক তৃতীয়াংশ $= \frac{x}{3}$

সংখ্যাটির এক চতুর্থাংশ $= \frac{x}{4}$

সংখ্যাটির এক পঞ্চমাংশ $= \frac{x}{5}$

প্রশ্নমতে, $\frac{x}{3} + \frac{x}{4} + \frac{x}{5} > \frac{47}{60}$

খ প্রাপ্ত অসমতা, $\frac{x}{3} + \frac{x}{4} + \frac{x}{5} > \frac{47}{60}$

বা, $\frac{20x + 15x + 12x}{60} > \frac{47}{60}$

বা, $\frac{47x}{60} > \frac{47}{60}$ [উভয়পক্ষকে 60 দ্বারা গুণ করে]

বা, $47x > 47$

বা, $x > 1$ [উভয়পক্ষকে 47 দ্বারা ভাগ করে]

$\therefore$ নির্ণেয় সম্ভাব্য মান : $x > 1$

গ দেওয়া আছে, সংখ্যাটি 10 অপেক্ষা ছোট

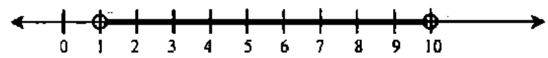
$\therefore \quad x < 10$

'খ' হতে পাই, $x > 1$

বা, $1 < x$

$\therefore$ 'x' এর সম্ভাব্য মান : $1 < x < 10$

নিচে 'x' এর সম্ভাব্য মান সংখ্যারেখায় দেখানো হলো :



প্রশ্ন ▶ ৪ **$a(x + b) < c$ অসমতাটি লক্ষ্য কর। এখানে a, b, c যেকোনো সংখ্যা এবং $a \neq 0$.**

ক. যদি $a = 0$ হয় তবে c এর মান কিরূপ হলে অসমতাটি সত্য হবে? ২

খ. $a \neq 0$ হলে অসমতাটি সমাধান কর। ৪

গ. a, b, c এর মান যথাক্রমে 1, 2, 3 এবং −1, 2, 3 হলে অসমতাটির সমাধান নির্ণয় কর। প্রাপ্ত অসমতাদ্বয়কে সমন্বিত অসমতায় প্রকাশ করে সংখ্যারেখায় দেখাও। ৪

৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত অসমতা, $a(x + b) < c$

$a = 0$ হলে, $0(x + b) < c$

বা, $0 < c$

বা, $c > 0$

অর্থাৎ, c এর মান ধনাত্মক হলে অসমতাটি সত্য হবে।

খ দেওয়া আছে, $a \neq 0$.

এখন, a ধনাত্মক হলে প্রদত্ত অসমতা, $a(x + b) < c$ এর উভয়পক্ষকে a দ্বারা ভাগ করে পাই,

$\frac{a(x + b)}{a} < \frac{c}{a}$

বা, $x + b < \frac{c}{a}$

বা, $x < \frac{c}{a} - b$ [উভয়পক্ষ থেকে b বিয়োগ করে]

আবার, a ঋণাত্মক হলে প্রদত্ত অসমতার উভয়পক্ষকে a দ্বারা ভাগ করে পাই,

$\frac{a(x + b)}{a} > \frac{c}{a}$

বা, $x + b > \frac{c}{a}$

বা, $x > \frac{c}{a} - b$ [উভয়পক্ষ থেকে b বিয়োগ করে]

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান :

(i) $x < \frac{c}{a} - b$, যদি $a > 0$ হয়

(ii) $x > \frac{c}{a} - b$, যদি $a < 0$ হয়

www.bdniyog.com

গ 'খ' থেকে পাই,

(i) $x < \frac{c}{a} - b$, যদি $a > 0$ হয়

(ii) $x > \frac{c}{a} - b$, যদি $a < 0$ হয়

দেওয়া আছে, $a = 1, b = 2, c = 3$

এখন, $a = 1 > 0$

সুতরাং (i) থেকে পাই,

$x < \frac{3}{1} - 2$ [a, b, c এর মান বসিয়ে]

বা, $x < 3 - 2$

বা, $x < 1$

আবার দেওয়া আছে, $a = -1, b = 2, c = 3$ যেহেতু $a < 0$;

এখন, (ii) থেকে পাই,

$x > \frac{3}{-1} - 2$

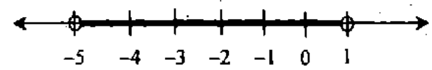
বা, $x > -3 - 2$

বা, $x > -5$

বা, $-5 < x$

সুতরাং সমন্বিত অসমতায় 'x' এর সম্ভাব্য মান, $-5 < x < 1$

$-5 < x < 1$ কে নিয়ে সংখ্যারেখায় দেখানো হলো :



প্রশ্ন ব্যাংক উত্তরসহ সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

প্রশ্ন ▶ ৫ $x \le \frac{1}{2}x + 30$ **অসমতাটি লক্ষ্য কর যেখানে x তোমার শ্রেণির ছাত্র-ছাত্রীর সংখ্যা**

ক. অসমতাটিকে তুমি কিভাবে বর্ণনা করবে? ২

খ. অসমতাটি থেকে নির্ণয় কর ছাত্র-ছাত্রীর সংখ্যা অনূর্ধ্ব কতজন? ৪

গ. শ্রেণিতে 10 জন নতুন ছাত্র-ছাত্রী যোগ দিলে x কে অসমতার মাধ্যমে প্রকাশ কর। ৪

উত্তর: খ. $x \le 60$; **গ.** $x \le 50$

প্রশ্ন ▶ ৬ সাদিয়ার বাসায় x সংখ্যক চেয়ার আছে। মোট চেয়ার থেকে এক-তৃতীয়াংশ চেয়ারের বিয়োগফল অনূর্ধ্ব 4 হবে।

ক. সমস্যাটিকে অসমতার মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২

খ. প্রাপ্ত অসমতাটিকে সমাধান করে চেয়ারের অনূর্ধ্ব সংখ্যা নির্ণয় কর। ৪

গ. সাদিয়ার বাবা পুরাতন চেয়ারের অর্ধেক সংখ্যক চেয়ার ফেলে দিল এবং পুরাতন চেয়ারের $\frac{3}{2}$ গুণ চেয়ার কিনে আনলে মোট চেয়ার থেকে এক-তৃতীয়াংশ চেয়ারের বিয়োগফল অনূর্ধ্ব 24 হবে। প্রমাণ কর $\frac{x}{3} \le 6$। ৪

উত্তর: ক. $x - \frac{x}{3} \le 4$; **খ.** 6টি।

এ অংশে অধ্যায়ের গুরুত্বপূর্ণ তথ্য ও সূত্র, পরীক্ষার আগে যার উপর চোখ বুলিয়ে নেওয়া প্রয়োজন বা অবশ্যই মনে রাখতে হবে এমন বিষয়সমূহ একনজরে উল্লেখ করা হয়েছে। পরীক্ষার আগে এ বিষয়গুলো রিভিশন দিলে পরীক্ষায় নির্ভুলভাবে অঙ্ক সমাধান করতে পারবে।

- $a < b$ হলে, c এর যেকোনো মানের জন্যে
  (i) $a + c < b + c$
  (ii) $a - c < b - c$
  c এর ধনাত্মক মানের জন্য,
  (i) $ac < bc$ (ii) $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$
- $a < b$ হলে, c এর ঋণাত্মক মানের জন্য
  (i) $ac > bc$ (ii) $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$
- অসমতার উভয় পাশে কোনো সংখ্যা দ্বারা যোগ, বিয়োগ, গুণ বা ভাগ করলে অসমতা চিহ্নের পরিবর্তন হয় না কিন্তু ঋণাত্মক সংখ্যা দ্বারা গুণ বা ভাগ করলে অসমতাটির বিপরীত চিহ্ন হবে।
- অসমতার সংখ্যারেখায় ' < ' অথবা ' > ' চিহ্নের জন্য গোলাকার বৃত্ত (O) ফাঁকা হবে এবং ' ≤ ' অথবা ' ≥ ' এর জন্য বৃত্তটি (O) ভরাট হবে।
- অসমতার সমাধান সেট বাস্তব সংখ্যার অসীম উপসেট।

এখানে অধ্যায়টির অনুশীলনী, বহুনির্বাচনি ও সৃজনশীল প্রশ্নগুলো বিশ্লেষণ করে স্টার মার্কসহ সাজেশন দেওয়া হয়েছে। পরীক্ষার আগে অবশ্যই এ অঙ্কগুলো সমাধান করবে। তাহলে পরীক্ষায় যেকোনো অঙ্কের সমাধান সহজেই করতে পারবে।

সাজেশন | বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

	প্রশ্ন নম্বর
★★★	২, ৪, ৫, ৬, ৭, ৯, ১০, ১৪, ১৫, ১৯, ২০, ২১, ২৭, ২৮, ৩০, ৩২, ৩৩, ৩৫, ৩৭, ৪০, ৪৮, ৪৯, ৫০, ৫১, ৫২, ৫৩, ৫৪
★★	৮, ১১, ১২, ১৩, ১৮, ২৩, ৩১, ৩৯, ৪৬, ৪৭, ৫৫, ৫৬, ৫৭

সাজেশন | সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

	প্রশ্ন নম্বর
★★★	২, ৪
★★	৩

www.bdniyog.com

অসমতা

অনুশীলনী-৬.২

অনুশীলনীটি পড়ে যা জানতে পারবে—

১. এক চলকের একঘাত বিশিষ্ট অসমতার ব্যাখ্যা।
২. অসমতার সমাধান নির্ণয়।
৩. বাস্তবভিত্তিক গাণিতিক সমস্যায় অসমতার ব্যবহার।

মুহাম্মদ ইবনে মুসা আল-খারিজমি *(Muhammad ibn Musa al-khwarizmi, 780 -850)* ছিলেন পারস্যের গাণিতবিদ, জ্যোর্তিবিদ, জ্যোতিষবিদ ও ভূগোলবিদ। তাঁর লেখা বই 'আল-জাবর ওয়া আল-মোকাবিলা' হতেই অ্যালজ্যাবরা (*Algebra*) শব্দের উৎপত্তি। এটিই বীজগণিতের প্রথম বই যেখানে রৈখিক (*Linear*) ও দ্বিঘাত (*Quadratic*) সমীকরণের প্রণালীবদ্ধ সমাধান রয়েছে।

১১টি অনুশীলনীর প্রশ্ন।
২৭টি বহুনির্বাচনি প্রশ্ন ■ ৯টি সাধারণ বহুনির্বাচনি ■ ৩টি বহুপদী সমাপ্তিসূচক ■ ১৫টি অভিন্ন তথ্যভিত্তিক
৬টি সৃজনশীল প্রশ্ন ■ ১টি শ্রেণির কাজ ■ ৪টি মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত ■ ১টি প্রশ্নব্যাংক

অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

১-৫ পর্যন্ত সমস্যাগুলো অসমতার মাধ্যমে প্রকাশ কর এবং x এর সম্ভাব্য মান নির্ণয় কর।

১. এক বালক ঘণ্টায় x কি. মি. বেগে 3 ঘণ্টা হাঁটল এবং ঘণ্টায় (x + 2) কি. মি. বেগে $\frac{1}{2}$ ঘণ্টা দৌড়াল এবং তার অতিক্রান্ত পথ 29 কি. মি. এর কম।

সমাধান: ঘণ্টায় x কি.মি. বেগে 3 ঘণ্টায় যায় 3x কি.মি.

আবার, ঘণ্টায় (x + 2) কি.মি. বেগে $\frac{1}{2}$ ঘণ্টায় যায় $\frac{x+2}{2}$ কি.মি.

প্রশ্নমতে, $3x + \frac{x+2}{2} < 29$

বা, $3x + \frac{x}{2} + \frac{2}{2} < 29$

বা, $\frac{6x+x}{2} + 1 < 29$

বা, $\frac{7x}{2} + 1 - 1 < 29 - 1$ [উভয়পক্ষে (–1) যোগ করে]

বা, $\frac{7x}{2} < 28$

বা, $7x < 56$ [উভয়পক্ষকে 2 দ্বারা গুণ করে]

বা, $x < 8$ [উভয়পক্ষকে $\frac{1}{7}$ দ্বারা গুণ করে]

$\therefore$ $x < 8$

আবার, $x > 0$ [$\because$ বেগের মান কখনো ঋণাত্মক হবে না]

সুতরাং, অসমতা, $3x + \frac{x+2}{2} < 29$

এবং x এর সম্ভাব্য মান, $0 < x < 8$

Ans. $3x + \frac{x+2}{2} < 29$ এবং $0 < x < 8$

২. একটি বোর্ডিং-এ রোজ 4x কেজি চাল এবং (x – 3) কেজি ডাল লাগে এবং চাল ও ডাল মিলে 40 কেজির বেশি লাগে না।

সমাধান: প্রশ্নমতে, $4x + (x - 3) \le 40$

বা, $4x + x - 3 \le 40$

বা, $5x - 3 \le 40$

বা, $5x - 3 + 3 \le 40 + 3$ [উভয়পক্ষে 3 যোগ করে]

বা, $5x \le 43$

বা, $\frac{5x}{5} \le \frac{43}{5}$ [উভয়পক্ষকে $\frac{1}{5}$ দ্বারা গুণ করে]

$\therefore x \le \frac{43}{5}$

আবার, ডালের পরিমাণ = (x – 3) কেজি

$\because$ ডালের পরিমাণ শূন্য (0) কেজির বেশি হবে।

$\therefore x - 3 > 0$

বা, $x - 3 + 3 > 3$ [উভয়পক্ষে 3 যোগ করে]

$\therefore x > 3$

$\therefore$ x এর সম্ভাব্য মান, $x > 3$ এবং $x \le \frac{43}{5}$

অর্থাৎ $3 < x \le \frac{43}{5}$

সুতরাং, অসমতা, $4x + (x - 3) \le 40$

এবং x এর সম্ভাব্য মান $3 < x \le \frac{43}{5}$.

Ans. $4x + (x - 3) \le 40$ এবং $3 < x \le \frac{43}{5}$

৩. 70 টাকা কেজি দরে সোহরাব সাহেব x কেজি আম কিনলেন। বিক্রেতাকে 500 টাকার একখানা নোট দিলেন। বিক্রেতা 20 টাকার x খানা নোটসহ বাকি টাকা ফেরত দিলেন।

সমাধান:

1 কেজি আমের মূল্য = 70 টাকা

$\therefore$ x ,, ,, ,, = 70 × x

= 70x টাকা

আবার, বিক্রেতা সোহরাব সাহেবকে 20 টাকার x খানা নোট অর্থাৎ, 20x টাকা ফেরৎ দিলেন।

সুতরাং, আমের মূল্য ও ফেরৎ টাকা 500 টাকার চেয়ে কম বা সমান হতে পারে, তাই আমরা পাই,

www.bdniyog.com

$70x + 20x \le 500$

বা, $90x \le 500$

বা, $\frac{90x}{90} \le \frac{500}{90}$ [উভয়পক্ষকে $\frac{1}{90}$ দ্বারা গুণ করে]

বা, $x \le \frac{500}{90}$

বা, $x \le 5.56$

যেহেতু নোট সংখ্যা ভগ্নাংশ হতে পারে না, সেহেতু x এর মান 6 হতে ছোট যেকোনো পূর্ণসংখ্যা হতে পারে।

$\therefore x < 6$

এবং x পূর্ণ সংখ্যা।

এখানে আমের পরিমাণ (শূন্য) কেজির বেশি হবে।

$\therefore x > 0$

$\therefore$ অসমতা দাঁড়ায় $70x + 20x \le 500$

এবং x এর সম্ভাব্য মান, $0 < x < 6$

Ans. $70x + 20x \le 500$ এবং $0 < x < 6$

[বি:দ্র: পাঠ্য বইয়ে উত্তর ভুল আছে।]

৪. একটি গাড়ি 4 ঘণ্টায় যায় x কি.মি. এবং 5 ঘণ্টায় যায় (x + 120) কি.মি.। গাড়িটির গড় গতিবেগ ঘণ্টায় 100 কি.মি. এর বেশি নয়।

সমাধান: মোট সময় = (4 + 5) ঘণ্টা = 9 ঘণ্টা

9 ঘণ্টায় মোট দূরত্ব = (x + x + 120) কি.মি.

$\therefore$ 1 ঘণ্টায় অতিক্রান্ত দূরত্ব = $\frac{x + x + 120}{9}$ কি.মি.

$\therefore$ গড় বেগ = $\frac{x + x + 120}{9}$ কি.মি. প্রতি ঘন্টায়

প্রশ্নমতে, $\frac{x + x + 120}{9} \le 100$

বা, $x + x + 120 \le 900$ [উভয়পক্ষকে 9 দ্বারা গুণ করে]

বা, $2x + 120 - 120 \le 900 - 120$

[উভয়পক্ষে (−120) যোগ করে]

বা, $2x \le 780$

বা, $x \le \frac{780}{2}$ [উভয়পক্ষকে $\frac{1}{2}$ দ্বারা গুণ ভাগ করে]

$\therefore x \le 390$

আবার $x > 0$ [$\because$ বেগের মান কখনো ঋনাত্মক হতে পারে না]

$\therefore$ নির্ণেয় অসমতা, $\frac{x + x + 120}{9} \le 100$

এবং x এর সম্ভাব্য মান, $0 < x \le 390$

Ans. $\frac{x + x + 120}{9} \le 100$ এবং $0 < x \le 390$

৫. এক টুকরা কাগজের ক্ষেত্রফল 40 বর্গ সে.মি.। তা থেকে x সে. মি. দীর্ঘ এবং 5 সে. মি. প্রস্থবিশিষ্ট আয়তাকার কাগজ কেটে নেওয়া হলো।

সমাধান: কেটে নেওয়া আয়তাকার কাগজের ক্ষেত্রফল

$= x \times 5 = 5x$ বর্গ সে.মি.

প্রশ্নমতে,

$5x < 40$

বা, $x < \frac{40}{5}$ [উভয়পক্ষকে $\frac{1}{5}$ দ্বারা গুণ করে]

$\therefore x < 8$

$\therefore$ কাগজের টুকরাটির প্রস্থ 5 সে.মি., তাই x এর মান 5 সে.মি. থেকে বেশি।

$\therefore$ x এর সম্ভাব্য মান, $5 < x < 8$

সুতরাং নির্ণেয় অসমতা, $5x < 40$ এবং

x এর সম্ভাব্য মান, $5 < x < 8$

Ans. $5x < 40$ এবং $5 < x < 8$

৬. পুত্রের বয়স মায়ের বয়সের এক-তৃতীয়াংশ। পিতা মায়ের চেয়ে 6 বছরের বড়। তিনজনের বয়সের সমষ্টি অনুর্ধ্ব 90 বছর। পিতার বয়স অসমতার মাধ্যমে প্রকাশ কর।

সমাধান: মনে করি, পিতার বয়স = x বছর

$\therefore$ মাতার বয়স = (x − 6) বছর

$\therefore$ পুত্রের বয়স = $\frac{1}{3}(x - 6)$ বছর

প্রশ্নমতে, $x + (x - 6) + \frac{1}{3}(x - 6) \le 90$

বা, $x + x - 6 + \frac{x - 6}{3} \le 90$

বা, $2x - 6 + \frac{x - 6}{3} \le 90$

বা, $\frac{6x - 18 + x - 6}{3} \le 90$

বা, $\frac{7x - 24}{3} \le 90$

বা, $7x - 24 \le 270$ [উভয়পক্ষকে 3 দ্বারা গুণ করে]

বা, $7x - 24 + 24 \le 270 + 24$ [উভয়পক্ষে 24 যোগ করে]

বা, $7x \le 294$

বা, $\frac{7x}{7} \le \frac{294}{7}$ [উভয়পক্ষকে $\frac{1}{7}$ দ্বারা গুণ করে]

$\therefore x \le 42$

Ans. পিতার বয়স ≤ 42 বছর।

৭. জেনি 14 বছর বয়সে জুনিয়র বৃত্তি পরীক্ষা দিয়েছিল। 17 বছর বয়সে সে এস.এস.সি পরীক্ষা দিবে। তার বর্তমান বয়স অসমতায় প্রকাশ কর।

সমাধান: মনে করি, জেনির বর্তমান বয়স x বছর। যেহেতু সে 14 বছর বয়সে জুনিয়র বৃত্তি পরীক্ষা দিয়েছিল তাই বর্তমানে বয়স 14 বছরের চেয়ে বেশি।

অর্থাৎ, $x > 14$

আবার সে 17 বছর বয়সে এস.এস.সি পরীক্ষা দিবে। তাই বর্তমান বয়স 17 বছরের চেয়ে কম; অর্থাৎ $x < 17$

$\therefore$ জেনির বয়স অসমতায় প্রকাশ করলে পাই, $14 < x < 17$

Ans. $14 < x < 17$

৮. একখানি জেট প্লেনের গতি প্রতি সেকেন্ডে সর্বাধিক 300 মিটার। প্লেনটি 15 কি. মি. যাওয়ার প্রয়োজনীয় সময় অসমতায় প্রকাশ কর।

সমাধান: সেকেন্ডে 300 মি. বেগে চললে 15 কি.মি. বা 15000 মিটার যেতে সময় লাগবে $= \frac{15000}{300}$ সেকেন্ড

= 50 সেকেন্ড

কাজেই নির্ণেয় ন্যূনতম সময় 50 সেকেন্ড।

সুতরাং, নির্ণেয় সময় t সেকেন্ড হলে, $t \ge 50$

Ans. $t \ge 50$

www.bdniyog.com

৯. ঢাকা থেকে জেদ্দার বিমান পথে দূরত্ব 5000 কি. মি.। জেট বিমানের সর্বোচ্চ গতিবেগ ঘণ্টায় 900 কি. মি.। কিন্তু ঢাকা থেকে জেদ্দা যাবার পথে প্রতিকূল দিকে ঘণ্টায় 100 কি. মি. বেগে বায়ু প্রবাহের সম্মুখীন হতে হয়। ঢাকা থেকে জেদ্দার বিরতিহীন উড্ডয়নের প্রয়োজনীয় সময় একটি অসমতার মাধ্যমে প্রকাশ কর।

সমাধান: মনে করি,

5000 কি.মি. উড্ডয়নের সময় = t ঘণ্টা,

বিমানের বেগ ≤ 900 কি.মি./ঘণ্টা

এবং বায়ুর বেগ $= 100$ কি.মি. /ঘণ্টা

$\therefore$ বিমানটির বায়ুর প্রতিকূলে চলার বেগ $\leq (900 - 100)$ কি.মি./ঘণ্টা

এখন, বিমানটির বেগ $\frac{5000}{t}$ কি.মি./ ঘণ্টা

$\therefore \frac{5000}{t} \leq (900 - 100)$

বা, $\frac{5000}{t} \leq 800$

বা, $\frac{1}{t} \leq \frac{800}{5000}$ [উভয়পক্ষকে $\frac{1}{5000}$ দ্বারা গুণ করে]

বা, $t \geq \frac{5000}{800}$ [$\because$ অসমতার উভয়দিকের রাশিকে বিপরীতকরণ করলে অসমতার দিক পরিবর্তিত হয়]

$\therefore t \geq 6\frac{1}{4}$

$\therefore$ উড্ডয়নের প্রয়োজনীয় সময় t ঘণ্টা হলে নির্ণেয় অসমতা, $t \geq 6\frac{1}{4}$

Ans. $t \geq 6\frac{1}{4}$

[বি:দ্র: পাঠ্য বইয়ের উত্তরে '+' চিহ্নের স্থলে 't' হবে।]

১০. পূর্ববর্তী প্রশ্নের সূত্র ধরে, জেদ্দা থেকে ঢাকা ফেরার পথে উড্ডয়নের প্রয়োজনীয় সময় একটি অসমতার মাধ্যমে প্রকাশ কর।

সমাধান: মনে করি, প্রয়োজনীয় সময় t ঘণ্টা

বিমানটির বায়ুর অনুকূলে চলার বেগ $\leq (900 + 100)$ কি.মি./ঘণ্টা

বিমানটির বেগ $= \frac{5000}{t}$ কি.মি/ঘণ্টা

$\therefore \frac{5000}{t} \leq (900 + 100)$

বা, $\frac{5000}{t} \leq 1000$

বা, $\frac{1}{t} \leq \frac{1000}{5000}$ [উভয়পক্ষকে $\frac{1}{5000}$ দ্বারা গুণ করে]

বা, $t \geq \frac{5000}{1000}$ [বিপরীতকরণ করে]

$\therefore t \geq 5$

$\therefore$ উড্ডয়নের প্রয়োজনীয় সময় t ঘণ্টা হলে, $t \geq 5$

Ans. $t \geq 5$

[বি:দ্র: পাঠ্য বইয়ের উত্তরে '+' চিহ্নের স্থলে 't' হবে।]

১১. কোনো ধনাত্মক পূর্ণ সংখ্যার 5 গুণ, সংখ্যাটির দ্বিগুণ এবং 15 এর সমষ্টি অপেক্ষা ছোট। সংখ্যাটির সম্ভাব্য মান অসমতায় প্রকাশ কর।

সমাধান: মনে করি, সংখ্যাটি x

প্রশ্নমতে, $5x < 2x + 15$

বা, $5x - 2x < 2x + 15 - 2x$ [উভয়পক্ষে $(-2x)$ যোগ করে]

বা, $3x < 15$

বা, $x < \frac{15}{3}$ [উভয়পক্ষকে $\frac{1}{3}$ দ্বারা গুণ করে]

$\therefore x < 5$ কিন্তু $x > 0$ [$\because x$ সংখ্যাটি ধনাত্মক পূর্ণ সংখ্যা]

$\therefore$ ধনাত্মক পূর্ণ সংখ্যাটি x হলে, $0 < x < 5$

Ans. $0 < x < 5$

মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত সৃজনশীল বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

★★★ অসমতার ব্যবহার [Text পৃষ্ঠা-১১৬]

- গাণিতিক সমস্যার শর্তানুসারে অজানা চলক দ্বারা সমস্যাটিকে অসমতায় প্রকাশ করতে হবে।
- গাণিতিক অসমতায় কখনো সমান চিহ্ন ব্যবহার করা যাবে না।

১. তানভীর 13 বছরে জে.এস.সি পরীক্ষা দিয়েছিল এবং 16 বছরে এস.এস.সি পরীক্ষা দিবে। তার বর্তমান বয়সের অসমতার রূপ নিচের কোনটি? (সহজ) [বি এ এফ শাহীন কলেজ, চট্টগ্রাম]

ক $16 < x$ খ $x < 16$ গ $x > 13$ ঘ $13 < x < 16$ **ঘ**

২. তাহমিদ বাংলা ও ইংরেজিতে যথাক্রমে 4x ও 5x নম্বর পেয়েছে। সে সর্বমোট 90 এর বেশি নম্বর পায়নি। অসমতাটির সমাধান নিচের কোনটি? (মধ্যম)

ক $x < 10$ খ $x \leq 10$ গ $x > 10$ ঘ $x \geq 10$ **খ**

৩. কোনো ধনাত্মক পূর্ণ সংখ্যার দ্বিগুণ, সংখ্যাটির সাথে 15 এর যোগফল অপেক্ষা বৃহত্তর। সমস্যাটি সঠিক অসমতা নিচের কোনটি? (মধ্যম)

ক $2x > x + 15$ খ $x > 2x + 15$

গ $x + 15 > 2x$ ঘ $x < 2x + 15$ **ক**

৪. একটি হোস্টেলে প্রতিদিন 5x কেজি চাল এবং (x – 3) কেজি ডাল লাগে এবং চাল-ডাল মিলে 50 কেজির বেশি লাগে না। একে অসমতার মাধ্যমে প্রকাশ করলে নিচের কোনটি হবে? (সহজ)

ক $5x + x - 3 \geq 50$ খ $5x + x - 3 < 50$

গ $5x + x - 3 \leq 50$ ঘ $5x + x - 3 > 50$ **গ**

৫. 40 বর্গ সে. মি. ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট কাগজ থেকে x সে.মি. দীর্ঘ এবং 5 সে.মি. প্রস্থ কেটে নেওয়া হলো। x এর সম্ভাব্য মান নিচের কোনটি? (মধ্যম)

ক $8 < x < 5$ খ $-5 < x < 8$

গ $5 < x < 8$ ঘ $5 < x < -8$ **গ**

ব্যাখ্যা: $5x < 40$ বা, $x < 8$; সুতরাং $5 < x < 8$.

৬. গণিত পরীক্ষায় অনূর্ধ্ব 180 নম্বরের মধ্যে ফারিয়া নাবিলার চেয়ে 6 নম্বর বেশি পেলে একে অসমতায় প্রকাশ করলে কী হবে (যখন সাকিবের নম্বর x)? (সহজ)

ক $2x + 6 \leq 180$ খ $2x - 6 \leq 180$

গ $2x + 6 \geq 180$ ঘ $2x - 6 \geq 180$ **খ**

ব্যাখ্যা: ফারিয়ার নম্বর x হলে নাবিলার নম্বর $(x - 6)$।

$\therefore$ অসমতাটি $x + x - 6 \leq 180$ বা, $2x - 6 \leq 180$

৭. ঈষানের বয়স তার ভাইয়ের বয়স অপেক্ষা বেশি কিন্তু বোনের বয়স অপেক্ষা কম। ভাইয়ের বয়স 5 বছর, বোনের বয়স 12 বছর এবং তার নিজের বয়স x হলে নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ক $5 < x < 12$ খ $5 \leq x \leq 12$

গ $5 > x > 12$ ঘ $5 \geq x \geq 12$ **ক**

৮. একজন ছাত্র 3 টাকা দরে xটি কলম ও 2 টাকা দরে (x + 2)টি খাতা কিনেছে। মোট মূল্য 104 টাকার কম নয়। সে সর্বনিম্ন কতটি কলম কিনতে পারে? (কঠিন)

ক 20 খ 18 গ 12 ঘ 8 **ক**

www.bdniyog.com

৯. একখানা বিমান সেকেন্ডে সর্বাধিক 200 মিটার দূরত্ব অতিক্রম করে। 10 কি.মি. যাওয়ার প্রয়োজনীয় সময় অসমতার মাধ্যমে প্রকাশ করলে নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)
ⓚ $200t < 10000$ ⓚ $200t \leq 10000$
ⓖ $200t > 10000$ ⓖ $200t \geq 10000$ ঘ

ক) $200t < 10000$ খ) $200t \leq 10000$
গ) $200t > 10000$ ঘ) $200t \geq 10000$ — ঘ

১০. সাফায়েত, সজীব ও রাসেলের বয়স যথাক্রমে x, 2x ও 4x বছর এবং তাদের বয়সের সমষ্টি অনূর্ধ্ব 91 বছর হলে —
i. সমস্যাটির অসমতা $x + 2x + 4x \leq 91$
ii. সাফাতের বয়স ≥ 13 বছর
iii. তাদের শেষের দুইজনের বয়সের সমষ্টি ≤ 78 বছর
নিচের কোনটি সঠিক ? (মধ্যম)
ক) i ও ii খ) i ও iii গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii — খ

ব্যাখ্যা: (ii) সঠিক নয়; সাফায়েতের বয়স ≤ 13 বছর।

১১. 80 টাকা কেজি দরে মতিন সাহেব x কেজি আম কিনলেন। বিক্রেতাকে 500 টাকার একখানা নোট দিলেন। বিক্রেতা 20 টাকার x খানা নোটসহ বাকী টাকা ফেরত দিলে—
i. x কেজি আমের ক্রয়মূল্য 80x টাকা।
ii. অসমতাটি $80x + 20x < 500$ হবে।
iii. সমস্যাটির সমাধান $x > 5$.
নিচের কোনটি সঠিক ? (কঠিন)
ক) i ও ii খ) i ও iii গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii — ক

১২. একটি জেট প্লেনের গতি প্রতিসেকেন্ডে সর্বনিম্ন 250 মিটার। প্লেনটি 45কি.মি. যেতে t সেকেন্ড সময় লাগলে —
i. $250t \geq 45$.
ii. $250t \leq 45000$.
iii. $t \leq 180$.
নিচের কোনটি সঠিক ? (মধ্যম)
ক) i ও ii খ) i ও iii গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii — গ

নিচের উদ্দীপকটি পড়ো এবং (১৩-১৪) নং প্রশ্নের উত্তর দাও।
10 থেকে ক্ষুদ্রতর কোন স্বাভাবিক সংখ্যার বর্গের সাথে 6 যোগ করলে যোগফল ঐ সংখ্যার 5 গুণ অপেক্ষা বৃহত্তর।

১৩. সমস্যাটি অসমতার মাধ্যমে প্রকাশ করলে নিচের কোনটি হবে? (সহজ)
ক) $5x + 6 > x^2$ খ) $x^2 + 6 > 5x$
গ) $6 + x^2 < 5x$ ঘ) $5x + 6 < x^2$ — খ

১৪. সংখ্যাগুলোর সম্ভাব্য সেট নিচের কোনটি? (মধ্যম) [বি এ এফ শাহীন কলেজ, চট্টগ্রাম]
ক) {4, 5, 6, 7, 8, 9} খ) {4, 5, 6, 7, 8, 9, 10}
গ) {1, 4, 5, 6, 7, 8, 9} ঘ) {1, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10} — গ

নিচের তথ্যের আলোকে (১৫-১৭) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:
পুত্রের বয়স মায়ের বয়সের এক-তৃতীয়াংশ। পিতা মায়ের চেয়ে 6 বছরের বড়। পিতা ও মাতার বয়সের সমষ্টি অনূর্ধ্ব 90 বছর। পিতার বয়স x বছর হলে —

১৫. পুত্রের বয়স কত বছর? (মধ্যম) [বি এ এফ শাহীন কলেজ, চট্টগ্রাম]
ক) $x - 6$ খ) $\frac{x}{3} - 6$ গ) $\frac{x-6}{3}$ ঘ) $x - 2$ — গ

১৬. পিতা ও মাতার বয়সের অসমতা নিচের কোনটি? (সহজ) [বি এ এফ শাহীন কলেজ, চট্টগ্রাম]
ক) $\frac{x + x + 6}{2} \leq 90$ খ) $x + x + 6 \leq 90$
গ) $\frac{x + x - 6}{2} \leq 90$ ঘ) $x + x - 6 \leq 90$ — ঘ

১৭. মাতার বয়স নিচের কোনটি? (মধ্যম) [বি এ এফ শাহীন কলেজ, চট্টগ্রাম]
ক) $x - 6 \leq 42$ খ) $x - 6 \leq 48$
গ) $x - 6 \leq 54$ ঘ) $x - 6 \leq 96$ — ক

ব্যাখ্যা: $x + x - 6 \leq 90$ বা, $2x \leq 96$ বা, $x \leq 48$ বা, $x - 6 \leq 42$.

নিচের তথ্যের আলোকে (১৮-১৯) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:
একটি গাড়ি 2 ঘণ্টায় যায় x কি.মি. এবং 3 ঘণ্টায় যায় (x + 140) কি.মি.। গাড়িটির গড় গতিবেগ ঘণ্টায় 120 কি.মি. এর বেশি নয়।

১৮. সমস্যাটির অসমতা রূপ নিচের কোনটি? (মধ্যম)
ক) $\frac{x + 2x + 140}{4} \leq 120$ খ) $\frac{2x + x + 140}{5} \leq 120$
গ) $\frac{x + x + 140}{4} \leq 120$ ঘ) $\frac{x + x + 140}{5} \leq 120$ — ঘ

১৯. সমস্যাটিতে x এর সম্ভাব্য মান কত? (মধ্যম)
ক) $0 < x \leq 210$ খ) $0 < x \leq 220$
গ) $0 < x \leq 230$ ঘ) $0 < x \leq 240$ — গ

নিচের তথ্যের আলোকে (২০-২৩) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:
একটি বালক ঘণ্টায় x কি.মি. বেগে 3 ঘণ্টা হাটল এবং ঘণ্টায় x + 2 কি.মি. বেগে $\frac{1}{2}$ ঘণ্টা দৌড়াল। তার অতিক্রান্ত পথ 29 কি.মি. এর কম নয়।

২০. বালকটি কত কি.মি. হাটল? (সহজ)
ক) x খ) 3x গ) x + 2 ঘ) 3(x + 2) — খ

২১. সমস্যাটিকে একটি অসমতার মাধ্যমে প্রকাশ করলে নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)
ক) $3x + \frac{x+2}{2} < 29$ খ) $3x + \frac{x+2}{2} > 29$
গ) $3x + \frac{x+2}{2} \geq 29$ ঘ) $2x + \frac{x+2}{3} \geq 29$ — গ

২২. অসমতাটির সমাধান নিচের কোনটি? (কঠিন)
ক) $x \geq 12$ খ) $x \geq 10$ গ) $x \geq 8$ ঘ) $x \geq 6$ — গ

২৩. x এর সম্ভাব্য মান নিচের কোন অসমতার মাধ্যমে প্রকাশ করা যায়? (মধ্যম)
ক) $x > 0$ খ) $x \geq 8$ গ) $0 < x < 8$ ঘ) $x > 8 > 0$ — খ

ব্যাখ্যা: প্রশ্নমতে, x অবশ্যই শূন্য অপেক্ষা বড় হবে। কিন্তু যখন $x \geq 8$ তখন $x > 0$ বলার অপেক্ষা রাখে না।

নিচের তথ্যের আলোকে (২৪-২৭) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:
ঢাকা থেকে জেদ্দার বিমান পথে দূরত্ব 5000 কি.মি.। একটি বিমানের সর্বোচ্চ গতিবেগ 900 কি.মি.। কিন্তু ঢাকা থেকে জেদ্দা যাবার পথে অনুকূল দিকে ঘণ্টায় 100কি.মি. বেগে বায়ু প্রবাহিত হয়।

২৪. বিমানের প্রকৃত গতিবেগ কত কি.মি.? (সহজ)
ক) 800 খ) 900 গ) 1000 ঘ) 1100 — গ

২৫. বিমানটি t সময়ে কত কি.মি. দূরত্ব অতিক্রম করবে? (সহজ)
ক) 1000t খ) 900t গ) 800t ঘ) 1000 — ক

২৬. সমস্যাটিকে একটি অসমতার মাধ্যমে প্রকাশ করলে নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)
ক) $1000t > 5000$ খ) $1000t \geq 5000$
গ) $1000t < 5000$ ঘ) $1000t \leq 5000$ — খ

২৭. অসমতাটির সমাধান নিচের কোনটি? (মধ্যম)
ক) $t > 5$ খ) $t \geq 5$ গ) $t < 5$ ঘ) $t \leq 5$ — খ

শ্রেণির কাজের ওপর সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

প্রশ্ন ১ 140 টাকা কেজি দরে ডেভিড x কেজি আপেল কিনলেন। তিনি বিক্রেতাকে 1000 টাকার একখানা নোট দিলেন। কাজ; পৃষ্ঠা-১১৬
ক. বিক্রেতা ডেভিডকে কত টাকা ফেরত দিবে? ২
খ. বিক্রেতা যদি 50 টাকার x খানা নোটসহ বাকি টাকা ফেরত দেয় তবে প্রদত্ত সমস্যাটিকে অসমতার মাধ্যমে প্রকাশ করে সমাধান কর। ৪
গ. x এর সম্ভাব্য মান নির্ণয় করে একে সমাধান সেট আকারে প্রকাশ কর। ৪

১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক 140 টাকা কেজি দরে x কেজি আপেলের দাম = 140x টাকা
∴ বিক্রেতা ডেভিটকে ফেরত দিবে (1000 – 140 x) টাকা।

www.bdniyog.com

খ আবার, 50 টাকার x খানা নোটের মূল্য = 50x টাকা
যেহেতু বিক্রেতা 50 টাকায় x খানা নোটসহ বাকী টাকা ফেরৎ দিলেন, সুতরাং আপেলের মূল্য ও ফেরৎ 50x টাকা 1000 টাকার চেয়ে কম।

প্রশ্নানুসারে, $140x + 50x \le 1000$

বা, $190x \le 1000$

বা, $x \le \frac{1000}{190}$

বা, $x \le \frac{100}{19}$

$\therefore x \le 5.26$ (আসন্ন)

খ যেহেতু নোট সংখ্যা ভগ্নাংশ হতে পারে না, সেহেতু x এর মান 5 বা 5 হতে ছোট যেকোনো ধনাত্মক পূর্ণ সংখ্যা হতে পারে।
অতএব, x এর সম্ভাব্য মান: $1 \le x \le 5$
অতঃপর নির্ণেয় সমাধান সেট, $S = \{x \in \mathbb{R} : 1 \le x \le 5\}$

মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত আরও সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

প্রশ্ন ▶২ ঈদের ছুটিতে সজীব গাড়িতে তার দাদার বাড়ি রওনা হয়। গাড়িটি 4 ঘন্টায় যায় x কিলোমিটার এবং 5 ঘন্টায় যায় (x + 120) কিলোমিটার। গাড়ির গড় গতিবেগ 100 কিলোমিটার এর বেশি নয় কিন্তু 80 কিলোমিটারের বেশি। [মেহেরপুর সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, মেহেরপুর]

ক. উদ্দীপকের তথ্যগুলোকে অসমতার সাহায্যে প্রকাশ কর। ২

খ. গড় গতিবেগ 100 কিলোমিটারের বেশি না হলে 'x' এর সম্ভাব্য সর্বোচ্চ মান নির্ণয় কর। ৪

গ. অসমতাদ্বয় থেকে প্রাপ্ত 'x' এর সম্ভাব্য মানের মধ্যে একটি সম্পর্ক স্থাপন কর এবং তা সংখ্যারেখায় দেখাও। ৪

২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক গাড়িটির গড় গতিবেগ $= \frac{x + (x + 120)}{4 + 5}$ কি.মি./ঘণ্টা

$= \frac{2x + 120}{9}$ কি.মি./ঘণ্টা

প্রশ্নমতে, $\frac{2x + 120}{9} \le 100$

এবং $\frac{2x + 120}{9} > 80$

খ গড় গতিবেগ 100 কিলোমিটার এর বেশি না হলে 'ক' থেকে প্রাপ্ত অসমতা, $\frac{2x + 120}{9} \le 100$

বা, $9 \times \frac{2x + 120}{9} \le 9 \times 100$ [উভয় পক্ষকে 9 দ্বারা গুণ করে]

বা, $2x + 120 \le 900$

বা, $2x + 120 - 120 \le 900 - 120$ [উভয় পক্ষ থেকে 120 বিয়োগ করে]

বা, $2x \le 780$

বা, $\frac{2x}{2} \le \frac{780}{2}$ [উভয় পক্ষকে 2 দ্বারা ভাগ করে]

বা, $x \le 390$

$\therefore$ x এর সম্ভাব্য সর্বোচ্চ মান, $x \le 390$

$\therefore$ x এর সর্বোচ্চ মান = 390 **(Ans.)**

গ দ্বিতীয় অসমতা থেকে পাই,

$\frac{2x + 120}{9} > 80$

বা, $2x + 120 > 720$ [উভয় পক্ষকে 9 দ্বারা গুণ করে]

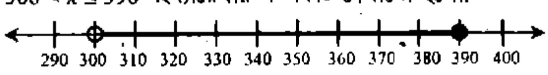
বা, $2x > 600$ [উভয় পক্ষ থেকে 120 বিয়োগ করে]

বা, $x > 300$ [উভয় পক্ষকে 2 দ্বারা ভাগ করে]

বা, $300 < x$

'খ' থেকে পাই, $x \le 390$

সুতরাং, 'x' এর সম্ভাব্য মানের মধ্যে নির্ণেয় সম্পর্ক, $300 < x \le 390$ সংখ্যারেখায় সম্পর্কটি দেখানো হলো:



প্রশ্ন ▶৩ এক ব্যক্তি একটি রোয়িং প্রতিযোগিতায় অংশগ্রহণ করে। সে শুরুর প্রান্ত থেকে স্রোতের প্রতিকূলে যাত্রা শুরু করে শেষ প্রান্তে পৌঁছায় আবার শেষ প্রান্ত থেকে বিপরীত দিকে স্রোতের অনুকূলে যাত্রা শুরুর প্রান্তে ফিরে আসে। এ সময় সে 400 মি. দূরত্ব অতিক্রম করে। স্রোতের বেগ সেকেন্ডে 2 মিটার এবং ঐ ব্যক্তির সর্বোচ্চ গতিবেগ সেকেন্ডে 8 মিটার।

ক. ঐ ব্যক্তির স্রোতের প্রতিকূলে যাত্রার সময় যদি t_1 হয় তবে সমস্যাটিকে অসমতায় দেখাও। ২

খ. স্রোতের প্রতিকূলে যাত্রার সময় 'ক' হতে প্রাপ্ত অসমতার সমীকরণ থেকে নির্ণয় কর এবং সংখ্যারেখায় দেখাও। ৪

গ. স্রোতের অনুকূলে যাত্রার প্রয়োজনীয় সময় 't_2' ধরে সমস্যাটিকে অসমতার মাধ্যমে প্রকাশ কর। ৪

৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,

লোকটির বেগ ≤ 8 মি./সেকেন্ড

এবং স্রোতের বেগ = 2 মি./ সেকেন্ড

$\therefore$ স্রোতের প্রতিকূলে লোকটির বেগ ≤ (8 − 2) = 6 মি./সেকেন্ড

স্রোতের প্রতিকূলে যাত্রার সময় = t_1 সেকেন্ড

শুরু থেকে শেষ প্রান্তের দূরত্ব $= \frac{400}{2}$ মিটার

স্রোতের প্রতিকূলে লোকটির গতিবেগ $= \frac{200}{t_1}$ মি./সেকেন্ড

প্রশ্নমতে, $\frac{200}{t_1} \le 6$; যা নির্ণেয় অসমতার সমীকরণ।

খ 'ক' থেকে প্রাপ্ত অসমতার সমীকরণ,

$\frac{200}{t_1} \le 6$

বা, $200 \le 6t_1$ [উভয়পক্ষকে t_1 দ্বারা গুণ করে]

বা, $\frac{200}{6} \le t_1$ [উভয়পক্ষকে 6 দ্বারা ভাগ করে]

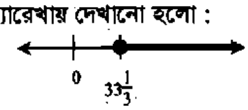
বা, $33\frac{1}{3} \le t_1$

বা, $t_1 \ge 33\frac{1}{3}$

$\therefore$ স্রোতের প্রতিকূলে লোকটির যাত্রার প্রয়োজনীয় সময়,

$t_1 \ge 33\frac{1}{3}$

নিম্নে সংখ্যারেখায় দেখানো হলো :



গ স্রোতের অনুকূলে লোকটির বেগ ≤ (8 + 2) মি./ সেকেন্ড

বা, ,, ,, ,, বেগ ≤ 10 মি./সেকেন্ড

www.bdniyog.com

আবার, স্রোতের অনুকূলে যাত্রার প্রয়োজনীয় সময় t_2 সেকেন্ড হলে, বেগ $= \frac{200}{t_2}$ মি./সেকেন্ড

প্রশ্নমতে, $\frac{200}{t_2} \leq 10$

বা, $200 \leq 10t_2$ [উভয়পক্ষকে t_2 দ্বারা গুণ করে]

বা, $\frac{200}{10} \leq t_2$ [উভয়পক্ষকে 10 দ্বারা ভাগ করে]

বা, $20 \leq t_2$

$\therefore t_2 \geq 20$

প্রশ্ন ▶ ৪ পুত্রের বয়স মায়ের বয়সের এক-তৃতীয়াংশ। পিতা মায়ের চেয়ে 6 বছরের বড়। তিনজনের বয়সের সমষ্টি অনূর্ধ্ব 90 বছর।

ক. পিতার বয়স x বছর হলে মায়ের ও পুত্রের বয়স কত? ২

খ. তথ্যগুলোকে অসমতার মাধ্যমে প্রকাশ কর এবং পিতার বয়স অসমতার মাধ্যমে প্রকাশ কর। ৪

গ. মায়ের ও পুত্রের বয়স অসমতার মাধ্যমে প্রকাশ কর। ৪

৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, পিতার বয়স x বছর

$\therefore$ মায়ের বয়স $= (x - 6)$ বছর **(Ans.)**

যেহেতু পুত্রের বয়স মায়ের বয়সের এক-তৃতীয়াংশ

$\therefore$ পুত্রের বয়স $= \frac{1}{3}(x - 6)$ বছর **(Ans.)**

খ 'ক' হতে পাই, পিতার বয়স x বছর

মায়ের বয়স $(x - 6)$ বছর

ও পুত্রের বয়স $\frac{1}{3}(x - 6)$ বছর

প্রশ্নমতে, $x + (x - 6) + \frac{1}{3}(x - 6) \leq 90$

বা, $x + x - 6 + \frac{x}{3} - \frac{6}{3} \leq 90$

বা, $2x - 6 + \frac{x}{3} - 2 \leq 90$

বা, $2x + \frac{x}{3} - 8 \leq 90$

বা, $\frac{6x + x - 24}{3} \leq 90$

বা, $7x - 24 \leq 270$ [উভয়পক্ষকে 3 দ্বারা গুণ করে]

বা, $7x - 24 + 24 \leq 270 + 24$ [উভয়পক্ষকে 24 যোগ করে]

বা, $7x \leq 294$

বা, $\frac{7x}{7} \leq \frac{294}{7}$ [উভয়পক্ষে 7 দ্বারা ভাগ করে]

$\therefore x \leq 42$

$\therefore$ পিতার বয়স ≤ 42 বছর **(Ans.)**

গ 'খ' হতে পাই, $x \leq 42$

বা, $x - 6 \leq 42 - 6$ [উভয়পক্ষ থেকে 6 বিয়োগ করে]

বা, $x - 6 \leq 36$

$\therefore$ মায়ের বয়স ≤ 36 বছর **(Ans.)**

আবার, $x \leq 42$

বা, $x - 6 \leq 42 - 6$ [উভয়পক্ষ থেকে 6 বিয়োগ করে]

বা, $x - 6 \leq 36$

বা, $\frac{x - 6}{3} \leq \frac{36}{3}$ [উভয় পক্ষকে 3 দ্বারা ভাগ করে]

বা, $\frac{1}{3}(x - 6) \leq 12$

$\therefore$ পুত্রের বয়স ≤ 12 বছর **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৫ ঢাকা থেকে জেদ্দার বিমান পথে দূরত্ব 5000 কি. মি.। একটি জেট বিমানের সর্বোচ্চ গতিবেগ ঘণ্টায় 900 কি. মি.। ঢাকা থেকে জেদ্দা যাওয়ার পথে প্রতিকূল দিকে ঘণ্টায় 100 কি. মি. বেগে বায়ু প্রবাহের সম্মুখীন হতে হয়।

ক. বিমানটির বায়ুর প্রতিকূলে চলার বেগ অসমতার মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২

খ. ঢাকা থেকে জেদ্দায় পৌছানোর প্রয়োজনীয় সময় অসমতার মাধ্যমে প্রকাশ কর। ৪

গ. বিরতিহীনভাবে ঢাকা থেকে জেদ্দায় পৌছানোর পর পুনরায় ঢাকায় ফিরে আসতে প্রয়োজনীয় সময় একটি অসমতার মাধ্যমে প্রকাশ কর। ৪

৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক মনে করি, ঢাকা থেকে জেদ্দা যাওয়ার পথে,

5000 কি.মি. উড্ডয়নের সময় $= t_1$ ঘণ্টা

বিমানের বেগ ≤ 900 কি.মি./ঘণ্টা

এবং বায়ুর বেগ $= 100$ কি.মি. /ঘণ্টা

$\therefore$ বিমানটির বায়ুর প্রতিকূলে চলার বেগ $\leq (900 - 100)$ কি.মি./ঘণ্টা

খ 'ক' হতে পাই,

ঢাকা থেকে জেদ্দা যাওয়ার পথে, বিমানটির বায়ুর প্রতিকূলে চলার বেগ $\leq (900 - 100)$ কি.মি./ঘণ্টা

এখন, বিমানটির বেগ $\frac{5000}{t_1}$ কি.মি./ ঘণ্টা

$\therefore \frac{5000}{t_1} \leq (900 - 100)$

বা, $\frac{5000}{t_1} \leq 800$

বা, $5000 \leq 800t_1$ বা, $800t_1 \geq 5000$

বা, $t_1 \geq \frac{5000}{800}$ বা, $t_1 \geq \frac{25}{4}$

$\therefore t_1 \geq 6\frac{1}{4}$

$\therefore$ উড্ডয়নের প্রয়োজনীয় সময় t_1 ঘণ্টা হলে নির্ণেয় অসমতা, $t_1 \geq 6\frac{1}{4}$.

Ans. $t_1 \geq 6\frac{1}{4}$

গ 'খ' হতে পাই, ঢাকা থেকে জেদ্দায় পৌছানোর প্রয়োজনীয় সময়, $t_1 \geq 6\frac{1}{4}$ বা, $t_1 \geq \frac{25}{4}$

মনে করি, জেদ্দা থেকে ঢাকায় ফেরার প্রয়োজনীয় সময় t_2 ঘণ্টা

বিমানটির বায়ুর অনুকূলে চলার বেগ $\leq (900 + 100)$ কি.মি./ঘণ্টা

বিমানটির বেগ $= \frac{5000}{t_2}$ কি.মি/ঘণ্টা

$\therefore \frac{5000}{t_2} \leq (900 + 100)$

বা, $\frac{5000}{t_2} \leq 1000$

বা, $5000 \leq 1000t_2$ বা, $5 \leq t_2$

$\therefore t_2 \geq 5$

$\therefore$ উড্ডয়নের প্রয়োজনীয় সময় t_2 হলে, $t_2 \geq 5$ ঘণ্টা।

$\therefore$ ঢাকা থেকে জেদ্দায় পৌছানোর পর পুনরায় ঢাকায় ফিরে আসতে প্রয়োজনীয় মোট সময়, $t_1 + t_2 \geq \frac{25}{4} + 5$

বা, $t_1 + t_2 \geq \frac{45}{4}$

প্রশ্ন ব্যাংক উত্তরসহ সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

প্রশ্ন ▶ ৬ রাকিব, বাবু ও সজীব ব্যাংকে কাজ করে। তাদেরকে একটি কাজ করতে দেওয়া হল। কাজটি রাকিবের যে সময় লাগে তা বাবুর কাজের সময়ের এক-তৃতীয়াংশ। আবার সজীবের কাজটি শেষ করতে বাবুর থেকে 6 মিনিট বেশি সময় লাগে। তিন জনের কাজ শেষ করার মোট সময় অনূর্ধ্ব 90 মিনিট। সজীবের কাজটি শেষ করতে যদি 'x' মিনিট সময় লাগে তাহলে

ক. বাবু ও রাকিবের কাজের সময় x এর মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২

খ. উদ্দীপকের তথ্যগুলোকে অসমতার মাধ্যমে প্রকাশ কর এবং সজীবের কাজের সময় অসমতার মাধ্যমে প্রকাশ কর। ৪

গ. বাবু ও রাকিবের কাজের সময় অসমতার মাধ্যমে প্রকাশ কর। রাকিবের একই কাজ করতে বর্তমানে বেশি সময় লাগে এবং সে সর্বোচ্চ 17 মিনিট সময় নেয় কাজটি শেষ করতে। তার বর্তমান কাজের সময় অসমতায় দেখাও। ৪

উত্তর: ক. $(x-6)$ মিনিট; $\frac{1}{3}(x-6)$ মিনিট

খ. $x+(x-6)+\frac{1}{3}(x-6)\le 90$ এবং $x\le 42$

বাবুর কাজের সময় ≤ 36, রাকিবের কাজের সময় ≤ 10

গ. $12<y\le 17$ [যেখানে y রাকিবের কাজের সময়]

প্রশ্ন ▶ ৬ 150 টাকা কেজি দরে শফিক সাহেব x কেজি আপেল কিনলেন। তিনি বিক্রেতাকে 1000 টাকার একখানা নোট দিলেন। বিক্রেতা 50 টাকার x খানা নোটসহ বাকী টাকা ফেরত দিলেন।

ক. উদ্দীপকের সমস্যাটিকে অসমতার মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২

খ. 'ক' থেকে প্রাপ্ত অসমতা থেকে x এর সম্ভাব্য সর্বোচ্চ মান নির্ণয় কর। ৪

গ. শফিক সাহেব যদি x এর সর্বোচ্চ মানের সমপরিমাণ আপেল কিনতেন তাহলে বিক্রেতা তাকে 20 টাকার সর্বোচ্চ কতগুলো নোট ফেরত দিতেন? ৪

উত্তর: ক. $150x+50x\le 1000$; **খ.** সর্বোচ্চ মান 5;

গ. সর্বোচ্চ 12খানা

REVISION

এ অংশে অধ্যায়ের গুরুত্বপূর্ণ তথ্য ও সূত্র, পরীক্ষার আগে যার উপর চোখ বুলিয়ে নেওয়া প্রয়োজন বা অবশ্যই মনে রাখতে হবে এমন বিষয়সমূহ একনজরে উল্লেখ করা হয়েছে। পরীক্ষার আগে এ বিষয়গুলো রিভিশন দিলে পরীক্ষায় নির্ভুলভাবে অঙ্ক সমাধান করতে পারবে।

- গাণিতিক সমস্যার শর্তানুসারে অজানা চলক দ্বারা সমস্যাটিকে অসমতায় প্রকাশ করতে হবে।
- সমাধানে অসমতার চিহ্ন অনুসারে সতর্কতার সাথে মন্তব্য করবে।
- গাণিতিক অসমতায় কখনও সমান চিহ্ন ব্যবহার করা যাবে না।
- অসমতার উভয়পক্ষে -1 দ্বারা গুণ বা ভাগ করলে অসমতার চিহ্নের পরিবর্তন হয়।
- সমতলস্থ কোনো বিন্দু P এর ভুজ ও কোটি দ্বারা $ax+by+c$ রাশির x ও y কে যথাক্রমে প্রতিস্থাপন করলে রাশিটির যে মান হয়, P বিন্দুতে রাশিটির মান এবং উক্ত মানকে সাধারণত $f(P)$ দ্বারা নির্দেশ করা হয়।

SUGGESTION

এখানে অধ্যায়টির অনুশীলনী, বহুনির্বাচনি ও সৃজনশীল প্রশ্নগুলো বিশ্লেষণ করে স্টার মার্কসহ সাজেশন দেওয়া হয়েছে। পরীক্ষার আগে অবশ্যই এ অঙ্কগুলো সমাধান করবে। তাহলে পরীক্ষায় যেকোনো অঙ্কের সমাধান সহজেই করতে পারবে।

সাজেশন | বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

	প্রশ্ন নম্বর
★★★	১, ২, ৩, ৬, ১০, ১২, ১৩, ১৪, ১৫, ১৬, ১৭, ১৮, ১৯, ২৪, ২৫, ২৬, ২৭
★★	৫, ৭, ৮, ১১, ২০, ২১, ২২, ২৩

সাজেশন | সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

	প্রশ্ন নম্বর
★★★	২, ৩, ৫
★★	১, ৪

www.bdniyog.com

অধ্যায়-৬

অসমতা

অনুশীলনী-৬.৩

অনুশীলনীটি পড়ে যা জানতে পারবে—

১. দুই চলকের এক ঘাত বিশিষ্ট অসমতা ব্যাখ্যা।
২. দুই চলকবিশিষ্ট সরল অসমতা গঠন ও সমাধান।
৩. দুই চলকবিশিষ্ট অসমতার লেখচিত্রের সাহায্যে সমাধান।
৩. বাস্তবভিত্তিক গাণিতিক সমস্যায় অসমতা ব্যবহার করে সমাধান।

মুহাম্মদ ইবনে মুসা আল-খারিজমি *(Muhammad ibn Musa al-khwarizmi, 780–850)* ছিলেন পারস্যের গাণিতবিদ, জ্যোর্তিবিদ, জ্যোতিষবিদ ও ভূগোলবিদ। তাঁর লেখা বই 'আল-জাবর ওয়া আল-মোকাবিলা' হতেই অ্যালজ্যাবরা (*Algebra*) শব্দের উৎপত্তি। এটিই বীজগণিতের প্রথম বই যেখানে রৈখিক (*Linear*) ও দ্বিঘাত (*Quadratic*) সমীকরণের প্রণালীবদ্ধ সমাধান রয়েছে।

১২টি অনুশীলনীর প্রশ্ন।
৩০টি বহুনির্বাচনি প্রশ্ন ■ ১৪টি সাধারণ বহুনির্বাচনি ■ ১টি বহুপদী সমাপ্তিসূচক ■ ১৫টি অভিন্ন তথ্যভিত্তিক
১৭টি সৃজনশীল প্রশ্ন ■ ২টি অনুশীলনী ■ ১১টি মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত ■ ৪টি প্রশ্নব্যাংক

অনুশীলনীর সৃজনশীল বহুনির্বাচনি প্রশ

১. $5x + 5 > 25$ অসমতাটির সমাধান সেট কোনটি?
ক. $S = \{x \in R : x > 4\}$ গ. $S = \{x \in R : x < 4\}$
গ. $S = \{x \in R : x \le 4\}$ ঘ. $S = \{x \in R : x \ge 4\}$ (ক)

ব্যাখ্যা: $5x + 5 > 25$ বা, $5x > 20$ $\therefore x > 4$

২. $x + y = -2$ সমীকরণটিতে x এর কোন মানের জন্য $y = 0$ হবে?
ক. 2 খ. 0
গ. 4 ঘ. −2 (ঘ)

ব্যাখ্যা: $x + y = -2$ বা, $y = -2 - x$
এখানে, $y = 0$ বা, $-2 - x = 0$ $\therefore x = -2$

৩. $2xy + y = 3$ সমীকরণটির সঠিক স্থানাংক কোনগুলো?
ক. $(1, -1), (2, -1)$ খ. $(1, 1), (-2, -1)$
গ. $(1, 1), (-2, 1)$ ঘ. $(-1, 1), (2, -1)$ (খ)

ব্যাখ্যা: $(x, y) = (1, 1), (-2, -1)$ প্রদত্ত সমীকরণ সিদ্ধ করে।

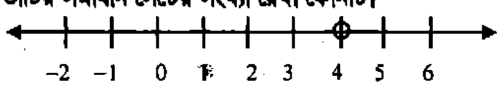
নিম্নে অসমতাটি থেকে ৪ ও ৫ নম্বর প্রশ্নের উত্তর দাও:

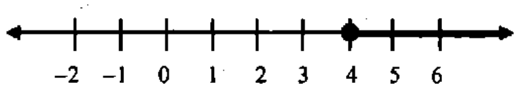
$x \le \frac{x}{4} + 3$

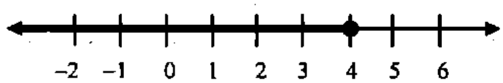
৪. অসমতাটির সমাধান সেট কোনটি?
ক. $S = \{x \in R : x > 4\}$ খ. $S = \{x \in R : x < 4\}$
গ. $S = \{x \in R : x \le 4\}$ ঘ. $S = \{x \in R : x \ge 4\}$ (গ)

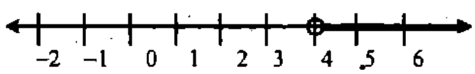
ব্যাখ্যা: $x \le \frac{x}{4} + 3$ বা, $x \le \frac{x + 12}{4}$
বা, $4x \le x + 12$ বা, $3x \le 12$ $\therefore x \le 4$

৫. অসমতাটির সমাধান সেটের সংখ্যা রেখা কোনটি?

ক.


খ.


গ.


ঘ.


(গ)

নিম্নের অনুচ্ছেদটি পড়ে ৬ - ৮ নম্বর প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও:
একজন ছাত্রী 10.00 টাকা দরে x টি পেন্সিল এবং 6.00 টাকা দরে $(x + 3)$ টি খাতা কিনেছে। সবগুলো মিলে মোট মূল্য অনুর্ধ্ব 114.00 টাকা।

৬. সমস্যাটির অসমতায় প্রকাশ কোনটি?
i. $10x + 6(x + 3) \le 114$
ii. $10x + 6(x + 3) \ge 114$
iii. $10x + 6(x + 3) < 114$

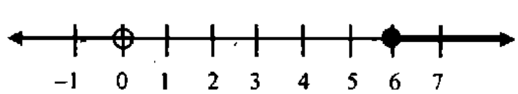
নিচের কোনটি সঠিক ?
ক. i খ. ii
গ. iii ঘ. i ও ii (ক)

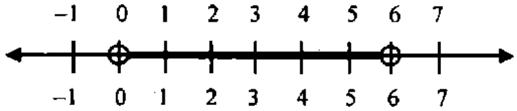
৭. ছাত্রীটি সর্বাধিক কতটি পেন্সিল কিনল?
ক. 1টি খ. 3টি
গ. 5টি ঘ. 6টি (ঘ)

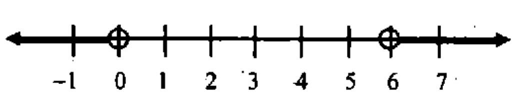
ব্যাখ্যা: $10x + 6(x + 3) \le 114$
বা, $10x + 6x + 18 \le 114$
বা, $16x \le 96$ $\therefore x \le 6$

৮. সমস্যাটি সংখ্যারেখায় কোনটি প্রযোজ্য হবে?

ক.

খ.


গ.


ঘ.


(ক)

ব্যাখ্যা: $0 < x \le 6$

www.bdniyog.com

অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

৯. নিম্নের প্রত্যেক অসমতার সমাধান সেটের লেখচিত্র অঙ্কন কর:

(i) $x - y > -10$

সমাধান: দেওয়া আছে, $x - y > -10$

বা, $x - y + 10 > 0$

প্রথমে $x - y + 10 = 0$

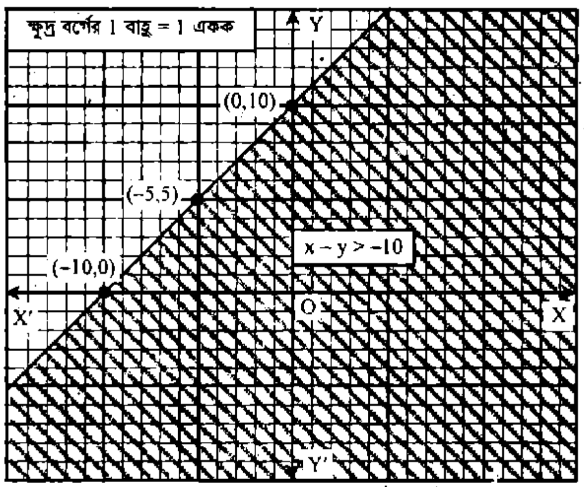
বা, $y = x + 10$ সমীকরণের লেখ অঙ্কন করি।

লেখস্থিত কয়েকটি বিন্দু –

x	– 10	– 5	0
y	0	5	10

ছক কাগজে ক্ষুদ্রতম বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরে (– 10, 0), (–5, 5) (0, 10) বিন্দুগুলো স্থাপন করে সমীকরণটির লেখ-চিত্র অঙ্কন করি।

এখন মূলবিন্দু (0, 0) তে $x - y + 10$ রাশিটির মান $10 > 0$. অতএব লেখ-চিত্রের যে পাশে মূলবিন্দু সেই পাশের সকল বিন্দু অসমতাটির সমাধান সেটের অন্তর্ভুক্ত যার মধ্যে রেখাটি অন্তর্ভুক্ত নয়। চিহ্নিত অংশের মাধ্যমে লেখ চিত্রটি নিম্নে দেখানো হলো–



(ii) $2x - y < 6$

সমাধান : দেওয়া আছে, $2x - y < 6$

বা, $2x - y - 6 < 0$

প্রথমে $2x - y - 6 = 0$

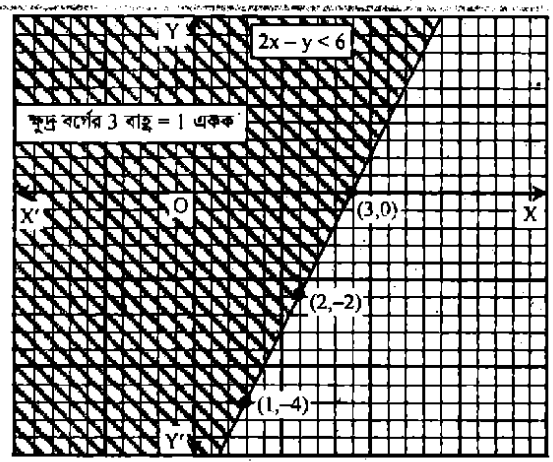
বা, $y = 2x - 6$ সমীকরণের লেখ আঁকি।

লেখস্থিত কয়েকটি বিন্দু –

x	1	2	3
y	– 4	– 2	0

ছক কাগজে ক্ষুদ্রতম বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্যের তিনগুণকে একক ধরে (1, – 4), (2, – 2), (3, 0) বিন্দুগুলো স্থাপন করে $y = 2x - 6$ এর লেখ আঁকি।

এখন মূলবিন্দু (0, 0) তে $2x - y - 6$ রাশির মান – 6 যা < 0. সুতরাং লেখ রেখাটির যে পাশে মূলবিন্দু তার সেই পাশের (রেখাটি ছাড়া চিহ্নিত) সকল বিন্দুই অসমতাটির সমাধান সেটের অন্তর্ভুক্ত। চিহ্নিত অংশের মাধ্যমে তা নিম্নে দেখানো হলো–



(iii) $3x - y \geq 0$

সমাধান: দেওয়া আছে, $3x - y \geq 0$

প্রথমে $3x - y = 0$

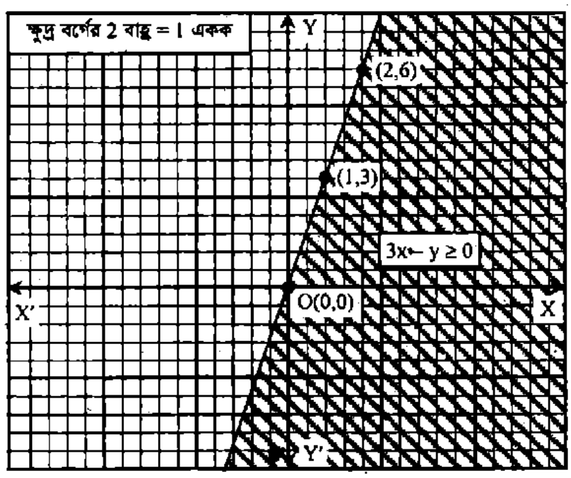
বা, $y = 3x$ সমীকরণের লেখ অঙ্কন করি।

লেখস্থিত কয়েকটি বিন্দু –

x	0	1	2
y	0	3	6

ছক কাগজে ক্ষুদ্রতম বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্যের দ্বিগুণকে একক ধরে (0, 0), (1, 3), (2, 6) বিন্দুগুলো স্থাপন করে $y = 3x$ লেখ পাওয়া যায়।

এখন, (1, 1) বিন্দুতে $3x - y$ রাশির মান $3.1 - 1 = 2 > 0$. অতএব লেখরেখাসহ লেখরেখার যে পাশে (1, 1) বিন্দু অবস্থিত সেই পাশের সকল বিন্দুই অসমতাটির সমাধান সেটের অন্তর্ভুক্ত। নিম্নের চিত্রে চিহ্নিত করে তা দেখানো হলো–



(iv) $3x - 2y \leq 12$

সমাধান : দেওয়া আছে, $3x - 2y \leq 12$

বা, $3x - 2y - 12 \leq 0$

প্রথমে $3x - 2y - 12 = 0$

বা, $2y = 3x - 12$

$\therefore y = \frac{3x - 12}{2}$ সমীকরণের লেখ আঁকি।

www.bdniyog.com

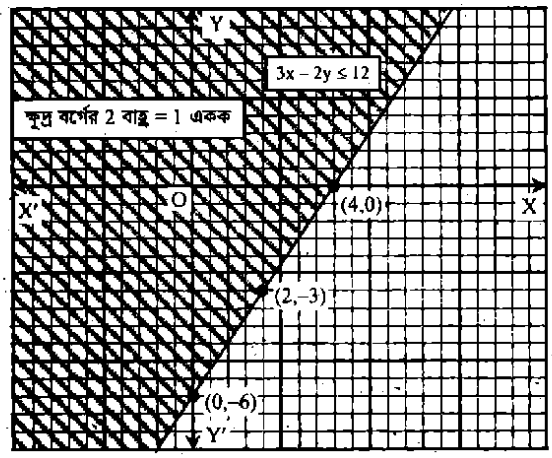
লেখস্থিত কয়েকটি বিন্দু

x	0	2	4
y	– 6	– 3	0

ছক কাগজে ক্ষুদ্রতম বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্যের দুইগুণকে একক ধরে (0, –6), (2, –3), (4, 0) বিন্দুগুলো স্থাপন করে সমীকরণটির লেখ পাওয়া যায়।

এখন মূলবিন্দু (0, 0) তে $3x - 2y - 12$ রাশির মান $- 12 < 0$.

সুতরাং লেখ-চিত্রস্থ এবং এর যে পাশের মূলবিন্দু সেই পাশের সকল বিন্দুই সমাধান সেটের অন্তর্ভুক্ত। নিম্নের লেখচিত্রে তা চিহ্নিত করে দেখানো হলো–



(v) $y < -2$

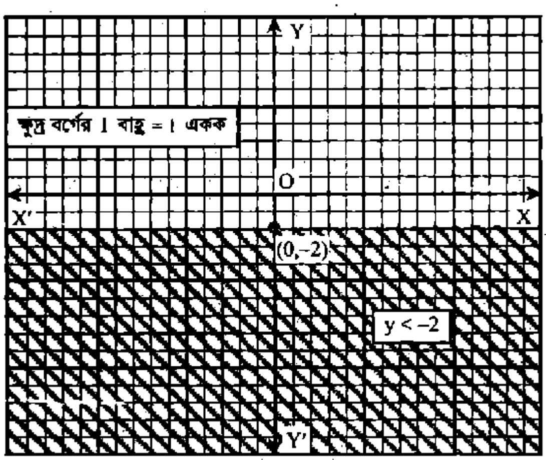
সমাধান : দেওয়া আছে, $y < -2$

প্রথমে $y = -2$, সমীকরণের লেখচিত্র অঙ্কন করি।

ছক কাগজের ক্ষুদ্রতম বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরে (0, – 2) বিন্দু দিয়ে x অক্ষের সমান্তরাল করে লেখ-রেখাটি অঙ্কন করা হলো।

এখন মূলবিন্দু (0, 0) , রেখার উপর অংশে অবস্থিত এর মূলবিন্দুতে $y = 0 > -2$

∴ লেখ-রেখার যে পাশে মূলবিন্দু তার বিপরীত পাশের সকল বিন্দুই প্রদত্ত অসমতার সমাধান সেটের অন্তর্ভুক্ত (লেখরেখার বিন্দুগুলো নয়)। সমাধান সেটের লেখ চিহ্নিত করে নিম্নে দেখানো হলো–



(vi) $x \geq 4$

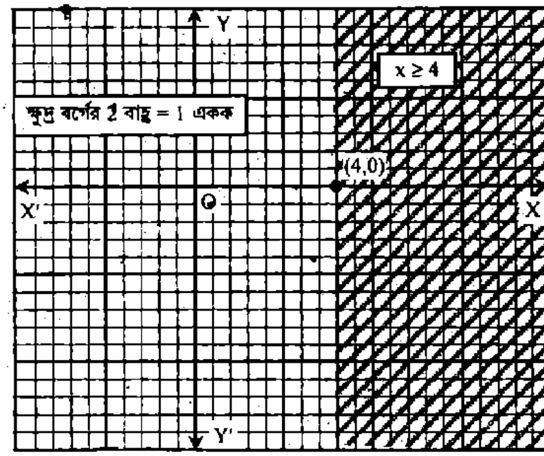
সমাধান : $x \geq 4$ বা, $x - 4 \geq 0$

প্রথমে $x - 4 = 0$ বা, $x = 4$, সমীকরণের লেখচিত্র আঁকি।

ছক কাগজে ক্ষুদ্রতম বর্গের দুই বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরে (4, 0) বিন্দু দিয়ে y অক্ষের সমান্তরাল করে লেখ-রেখাটি আঁকা হলো।

এখন মূলবিন্দু (0, 0) লেখ-রেখার বাম দিকে অবস্থিত এবং মূলবিন্দুতে $x - 4$ রাশির মান $- 4 < 0$.

সুতরাং লেখ-চিত্রের যে পাশে মূলবিন্দু তার বিপরীত পাশের সকল বিন্দু এবং লেখ-রেখা সকল বিন্দু প্রদত্ত অসমতার সমাধান সেটের অন্তর্ভুক্ত। নিম্নে এই সমাধান সেটের লেখচিত্র দেখানো হলো–



(vii) $y > x + 2$

সমাধান : $y > x + 2$

বা, $y - x - 2 > 0$

প্রথমে $y - x - 2 = 0$ বা, $y = x + 2$ সমীকরণের লেখ অঙ্কন করি।

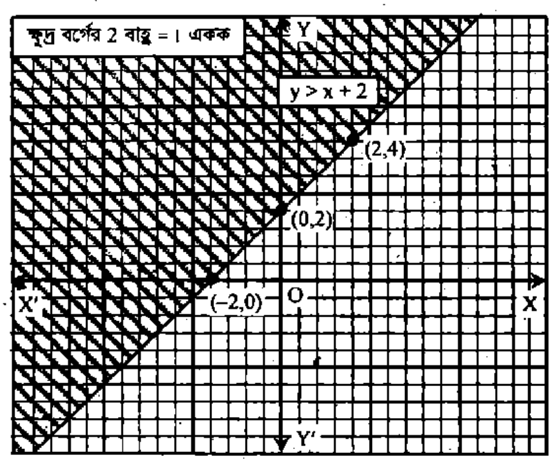
লেখস্থিত কয়েকটি বিন্দু

x	– 2	0	2
y	0	2	4

ছক কাগজে ক্ষুদ্রতম বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্যের দ্বিগুণকে একক ধরে (– 2, 0), (0, 2), (2, 4) বিন্দুগুলো স্থাপন করে $y = x + 2$ সমীকরণের লেখ-রেখা অঙ্কন করা হলো।

মূলবিন্দু (0, 0) তে $y - x - 2$ রাশির মান $- 2$ যা < 0.

সুতরাং লেখ-রেখার যে পাশে মূলবিন্দু তার বিপরীত পাশের (লেখরেখাটি ছাড়া চিহ্নিত) সকল বিন্দুই প্রদত্ত অসমতার সমাধান সেটের অন্তর্ভুক্ত। নিম্নের চিত্রে সমাধান সেটের লেখচিত্র আঁকা হলো।



(viii) $y < x + 2$

সমাধান : $y < x + 2$ বা, $y - x - 2 < 0$

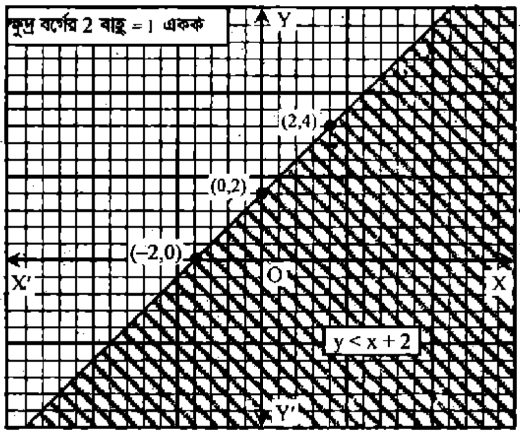
প্রথমে $y - x - 2 = 0$ বা, $y = x + 2$ সমীকরণের লেখচিত্র অঙ্কন করি।

www.bdniyog.com

লেখস্থিত কয়েকটি বিন্দু

x	−2	0	2
y	0	2	4

ছক কাগজে ক্ষুদ্রতম বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্যের দ্বিগুণকে একক ধরে (−2, 0), (0, 2), (2, 4) বিন্দুগুলো স্থাপন করে $y = x + 2$ এর লেখচিত্র পাওয়া যায়।
এখন মূলবিন্দুতে $y - x - 2$ রাশির মান − 2 যা < 0।
∴ লেখ-চিত্রের যে পাশে মূলবিন্দু সেই পাশের সকল বিন্দু (লেখ-চিত্রের উপরস্থ বিন্দুগুলো ছাড়া) প্রদত্ত অসমতার সমাধান সেটের অন্তর্ভুক্ত। নিম্নে সমাধান সেটের লেখচিত্র দেখানো হলো (চিহ্নিত অংশ)–



(ix) $y \geq 2x$

সমাধান : $y \geq 2x$

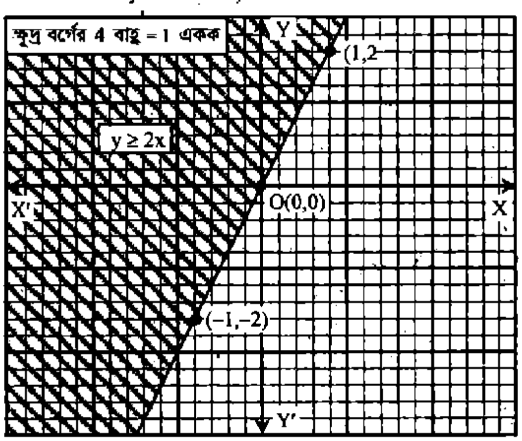
বা, $y - 2x \geq 0$

প্রথমে $y - 2x = 0$ বা, $y = 2x$ সমীকরণের লেখ অঙ্কন করি।

লেখস্থিত কয়েকটি বিন্দু –

x	−1	0	1
y	−2	0	2

ছক কাগজে ক্ষুদ্রতম বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্যের চারগুণকে একক ধরে (−1, −2), (0, 0), (1, 2) বিন্দুগুলো স্থাপন করে $y = 2x$ সমীকরণের লেখচিত্র পাই।
(1, 0) বিন্দুতে $y - 2x$ রাশির মান $0 - 2.1 = -2 < 0$ সুতরাং লেখ-চিত্রের যে পাশে (1, 0) বিন্দু অবস্থিত তার বিপরীত পাশের সকল বিন্দু এবং লেখ-চিত্রের উপরস্থ সকল বিন্দু প্রদত্ত অসমতার সমাধান সেটের অন্তর্ভুক্ত। নিম্নে এই সমাধান সেটের লেখচিত্র দেখানো হলো (চিহ্নিত অংশ এবং $y = 2x$ রেখা)–



(x) $x + 3y < 0$

সমাধান : $x + 3y < 0$,

প্রথমে $x + 3y = 0$

বা, $y = -\frac{1}{3}x$ সমীকরণের লেখ অঙ্কন করি।

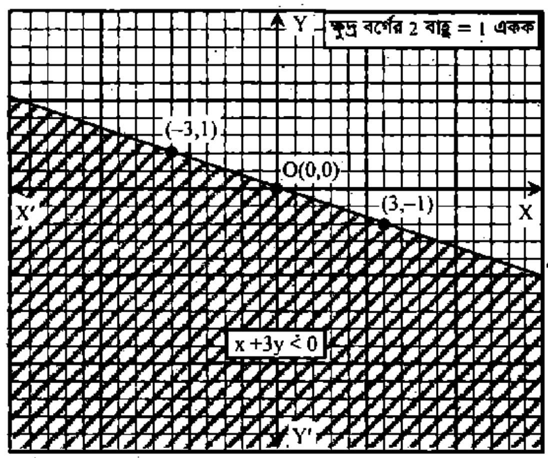
লেখস্থিত কয়েকটি বিন্দু –

x	−3	0	3
y	1	0	−1

ছক কাগজে ক্ষুদ্রতম বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্যের দ্বিগুণকে একক ধরে (−3, 1), (0, 0), (3, −1) বিন্দুগলো স্থাপন করে $y = -\frac{1}{3}x$ এর লেখ পাওয়া যায়।

এখন (1, 1) বিন্দুতে $x + 3y$ রাশির মান $1 + 3 = 4$ যা > 0

∴ লেখ-চিত্রের যে পাশে (1, 1) বিন্দু অবস্থিত তার বিপরীত পাশের সকল বিন্দু (লেখ চিত্রের উপরস্থ বিন্দু ছাড়া) সমাধান সেটের অন্তর্ভুক্ত। নিম্নে সমাধান সেটের লেখচিত্র দেখানো হলো–



১০. নিচের প্রত্যেক অসমতাযুগলের সমাধান সেটের লেখচিত্র অঙ্কন কর:

(i) $x - 3y - 6 < 0$ এবং $3x + y + 2 < 0$

সমাধান : অসমতাদ্বয় $x - 3y - 6 < 0$ এবং $3x + y + 2 < 0$

প্রথমে $x - 3y - 6 = 0$ এবং $3x + y + 2 = 0$ সমীকরণদ্বয়ের লেখচিত্র অঙ্কন করি।

প্রথম সমীকরণ থেকে পাই, $y = \frac{x - 6}{3}$

এখানে, লেখস্থিত কয়েকটি বিন্দু –

x	0	3	6
y	−2	−1	0

দ্বিতীয় সমীকরণ থেকে পাই,

$y = -3x - 2$

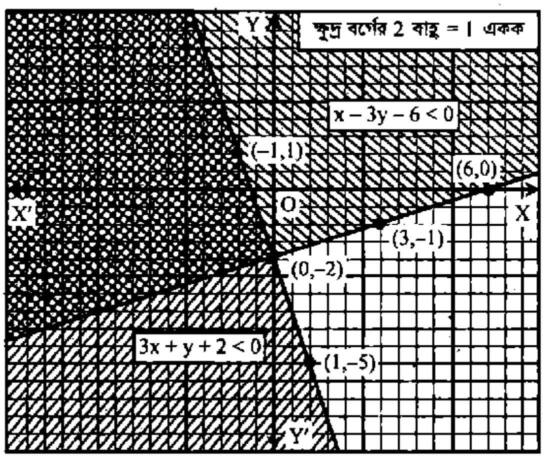
এখানে, লেখস্থিত কয়েকটি বিন্দু –

x	−1	0	1
y	1	−2	−5

ছক কাগজে ক্ষুদ্রতম বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্যের দুইগুণকে একক ধরে (0, − 2), (3, − 1), (6, 0) বিন্দুগুলো স্থাপন করে $x - 3y - 6 = 0$ সমীকরণের লেখ এবং (−1, 1), (0, −2), (1, − 5) বিন্দুগুলো স্থাপন করে $3x + y + 2 = 0$ সমীকরণের লেখচিত্র পাওয়া যায়।
মূলবিন্দুতে $x - 3y - 6$ রাশির মান − 6 যা < 0. সুতরাং লেখ-রেখার যে পাশে মূলবিন্দু সেই পাশের সকল বিন্দুর জন্য $x - 3y - 6 < 0$ এর চিহ্নিত অংশ $x - 3y - 6 < 0$ অসমতার চিত্রের লেখচিত্র।
আবার মূলবিন্দুতে $3x + y + 2$ রাশির মান 2 যা > 0. সুতরাং এই লেখ-চিত্রের যে পাশে মূলবিন্দু তার বিপরীত পাশে সকল বিন্দুর জন্য $3x + y + 2 < 0$ এর চিহ্নিত অংশটুকু $3x + y + 2 < 0$ অসমতার লেখচিত্র।

www.bdniyog.com

অতএব রেখা দুইটির সংশ্লিষ্ট অংশ বাদে এই দুইটি চিহ্নিত অংশের ছেদাংশই (লেখ চিত্র রেখা ছাড়া) অসমতাদ্বয়ের যুগপৎ সমাধান লেখচিত্র। নিম্নে গাঢ় চিহ্নিত অংশে তা দেখানো হলো।



(ii) $x + y - 4 \leq 0$ এবং $2x - y - 3 \geq 0$

সমাধান : প্রদত্ত অসমতাদ্বয় $x + y - 4 \leq 0$ এবং $2x - y - 3 \geq 0$,

প্রথমে $x + y - 4 = 0$ ও $2x - y - 3 = 0$ সমীকরণদ্বয়ের লেখচিত্র আঁকি।

প্রথম সমীকরণ থেকে পাই,

$y = 4 - x$

এখানে লেখস্থিত কয়েকটি বিন্দু –

x	0	2	4
y	4	2	0

দ্বিতীয় সমীকরণ থেকে পাই,

$y = 2x - 3$

এখানে লেখস্থিত কয়েকটি বিন্দু –

x	0	1	2
y	– 3	– 1	1

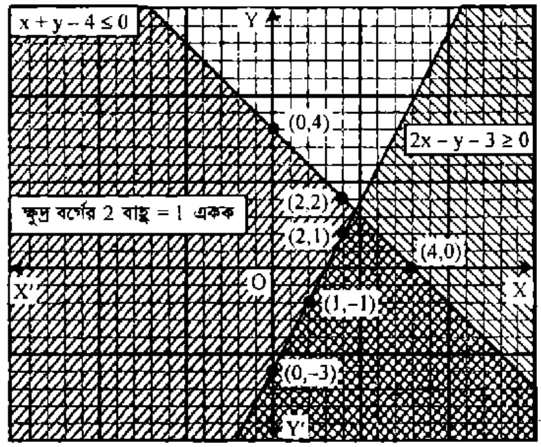
ছক কাগজে ক্ষুদ্রতম বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্যের দ্বিগুণকে একক ধরে

(0, 4), (2, 2), (4, 0) বিন্দুগুলো স্থাপন করে $x + y - 4 = 0$ সমীকরণের লেখ এবং (0, – 3), (1, – 1), (2, 1) বিন্দুগুলো স্থাপন করে $2x - y - 3 = 0$ সমীকরণের লেখ পাওয়া যায়।

এখন মূলবিন্দুতে $x + y - 4$ রাশির মান – 4 যা < 0. সুতরাং $x + y - 4 = 0$ এর লেখের যে পাশে মূলবিন্দু সেই পাশের সকল বিন্দুর জন্য $x + y - 4 < 0$. এর লেখরেখাসহ চিহ্নিত অংশটুকু $x + y - 4 \leq 0$ এর সমাধান সেটের লেখচিত্র।

আবার মূলবিন্দুতে $2x - y - 3$ এর মান – 3 যা < 0. সুতরাং $2x - y - 3 = 0$ এর লেখের যে পাশে মূলবিন্দু তার বিপরীত পাশের সকল বিন্দুর জন্য $2x - y - 3 > 0$. সুতরাং লেখরেখাসহ চিহ্নিত অংশ $2x - y - 3 \geq 0$ এর সমাধান সেটের লেখচিত্র।

অতএব রেখাদ্বয়ের অংশসহ দুইটি চিহ্নিত অংশের ছেদাংশই অসমতা দুইটির যুগপৎ সমাধানের লেখচিত্র। নিম্নে তা দেখানো হলো।



(iii) $x - y + 3 > 0$ এবং $2x - y - 6 \geq 0$

সমাধান: অসমতাদ্বয় $x - y + 3 > 0$ এবং $2x - y - 6 \geq 0$,

প্রথমে $x - y + 3 = 0$ ও $2x - y - 6 = 0$ সমীকরণের লেখচিত্র আঁকি।

প্রথম সমীকরণ থেকে পাই, $y = x + 3$

এখানে লেখস্থিত কয়েকটি বিন্দু –

x	– 3	0	1
y	0	3	4

আবার দ্বিতীয় সমীকরণ থেকে পাই,

$y = 2x - 6$

এখানে লেখস্থিত কয়েকটি বিন্দু –

x	– 1	0	3
y	– 8	– 6	0

ছক কাগজে ক্ষুদ্রতম বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরে (– 3, 0), (0, 3), (1, 4) বিন্দুগুলো স্থাপন করে $x - y + 3 = 0$ এর লেখ এবং (–1, – 8), (0, –6), (3, 0) বিন্দুগুলো স্থাপন করে $2x - y - 6 = 0$ এর লেখ পাওয়া যায়।

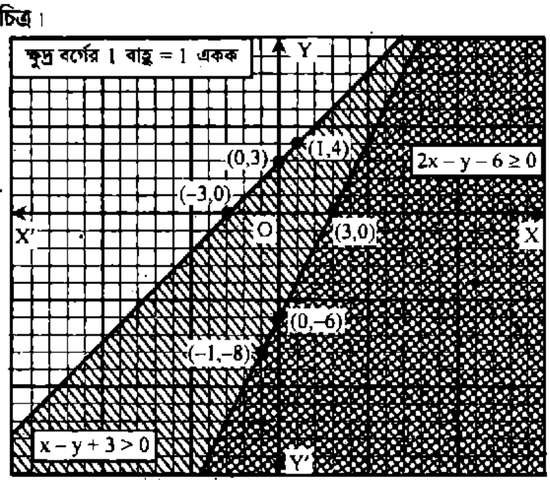
এখন মূলবিন্দুতে $x - y + 3$ রাশির মান 3 যা > 0.

সুতরাং $x - y + 3 = 0$ এর লেখ-রেখার যে পাশে মূলবিন্দু অবস্থিত সেই পাশের সকল বিন্দুর জন্য $x - y + 3 > 0$ এর সমাধান সেটের লেখচিত্র।

আবার মূলবিন্দুতে $2x - y - 6$ রাশির মান – 6 যা < 0.

সুতরাং $2x - y - 6 = 0$ এর লেখ-রেখার যে পাশে মূলবিন্দু তার বিপরীত পাশের সকল বিন্দুর জন্য $2x - y - 6 > 0$. সুতরাং লেখরেখাসহ চিহ্নিত অংশ $2x - y - 6 \geq 0$ এর সমাধান সেটের লেখচিত্র।

অতএব $x - y + 3 > 0$ লেখের চিহ্নিত অংশ এবং $2x - y - 6 \geq 0$ এর লেখের চিহ্নিত অংশের ছেদাংশই অসমতাদ্বয়ের যুগপৎ সমাধানের লেখচিত্র।



(iv) $x + y - 3 > 0$ এবং $2x - y - 5 > 0$

সমাধান : প্রদত্ত অসমতাদ্বয় $x + y - 3 > 0$ এবং $2x - y - 5 > 0$,

প্রথমে $x + y - 3 = 0$ এবং $2x - y - 5 = 0$ সমীকরণদ্বয়ের লেখচিত্র অঙ্কন করি।

প্রথম সমীকরণ থেকে পাই,

$$y = 3 - x$$

এখানে, লেখস্থিত কয়েকটি বিন্দু –

x	–1	0	3
y	4	3	0

দ্বিতীয় সমীকরণ থেকে পাই, $y = 2x - 5$

এখানে, লেখস্থিত কয়েকটি বিন্দু –

x	0	2	4
y	–5	–1	3

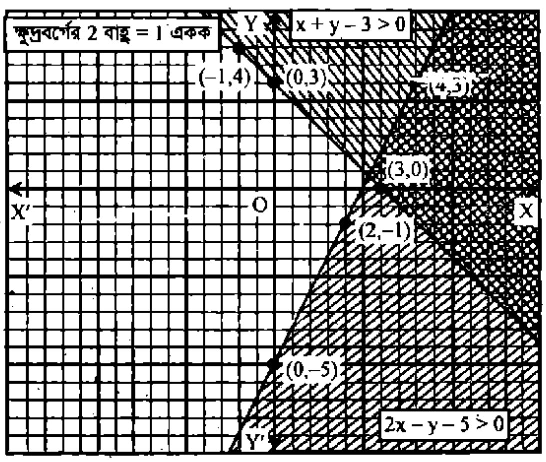
ছক কাগজে ক্ষুদ্রতম বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্যের দ্বিগুণকে একক ধরে $(-1, 4), (0, 3), (3, 0)$ বিন্দুগুলো স্থাপন করে $x + y - 3 = 0$ এর লেখ এবং $(0, -5), (2, -1), (4, 3)$ বিন্দুগুলো স্থাপন করে $2x - y - 5 = 0$ এর লেখ পাওয়া যায়।

মূলবিন্দুতে $x + y - 3$ রাশির মান -3 যা < 0. সুতরাং মূলবিন্দু $x + y - 3 = 0$ এর লেখ-রেখার যে পাশে অবস্থিত তার বিপরীত পাশের সকল বিন্দুর জন্য $x + y - 3 > 0$. অতএব লেখচিত্রে চিহ্নিত অংশ (লেখ-রেখা ছাড়া) $x + y - 3 > 0$ অসমতার সমাধান সেটের লেখচিত্র।

আবার মূলবিন্দুতে $2x - y - 5$ রাশির মান -5 যা < 0.

সুতরাং $2x - y - 5 = 0$ এর লেখ-চিত্রের যে পাশে মূলবিন্দু তার বিপরীত পাশের সকল বিন্দুতে $2x - y - 5 > 0$. অতএব লেখচিত্রে চিহ্নিত অংশ (লেখরেখা ছাড়া) $2x - y - 5 > 0$ অসমতার সমাধান সেটের লেখচিত্র।

সুতরাং দুইভাবে চিহ্নিত অংশের ছেদাংশই (লেখরেখাদ্বয় ছাড়া) অসমতা দুইটির যুগপৎ সমাধানের লেখচিত্র। নিম্নে তা দেখানো হলো –



(v) $x + 2y - 4 > 0$ এবং $2x - y - 3 > 0$

সমাধান : প্রদত্ত অসমতাদ্বয় $x + 2y - 4 > 0$ এবং $2x - y - 3 > 0$,

প্রথমে $x + 2y - 4 = 0$ এবং $2x - y - 3 = 0$ সমীকরণদ্বয়ের লেখচিত্র আঁকি।

প্রথম সমীকরণ থেকে পাই,

$$y = \frac{4 - x}{2}$$

এখানে, লেখস্থিত কয়েকটি বিন্দু

x	0	2	4
y	2	1	0

দ্বিতীয় সমীকরণ থেকে পাই,

$$y = 2x - 3$$

এখানে, লেখস্থিত কয়েকটি বিন্দু

x	0	2	3
y	–3	1	3

ছক কাগজে ক্ষুদ্রতম বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্যের দ্বিগুণকে একক ধরে $(0, 2), (2, 1), (4, 0)$ বিন্দুগুলো স্থাপন করে $x + 2y - 4 = 0$ এর লেখ এবং $(0, -3), (2, 1), (3, 3)$ বিন্দুগুলো স্থাপন করে $2x - y - 3 = 0$ এর লেখ পাওয়া যায়।

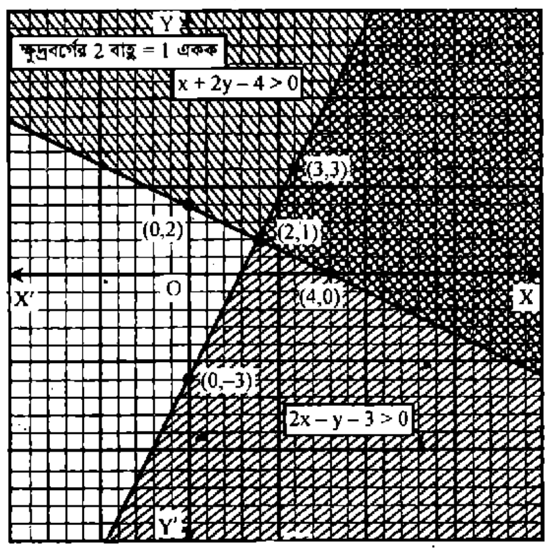
মূলবিন্দুতে $x + 2y - 4$ রাশির মান -4 যা < 0.

সুতরাং $x + 2y - 4 = 0$ এর লেখ-রেখার যে পাশে মূলবিন্দু তার বিপরীত পাশের সকল বিন্দুতে $x + 2y - 4 > 0$. অতএব লেখচিত্রে লেখরেখা ছাড়া চিহ্নিত অংশ $x + 2y - 4 > 0$ অসমতার সমাধান সেটের লেখচিত্র।

আবার মূলবিন্দুতে $2x - y - 3$ রাশির মান -3 যা < 0.

সুতরাং $2x - y - 3 = 0$ এর লেখ-রেখার যে পাশে মূলবিন্দু অবস্থিত তার বিপরীত পাশের সকল বিন্দুতে $2x - y - 3 > 0$. অতএব লেখচিত্রে লেখ-রেখা ছাড়া চিহ্নিত অংশ $2x - y - 3 > 0$ অসমতার সমাধান সেটের লেখচিত্র।

অতএব চিহ্নিত অংশদ্বয়ের ছেদাংশই (লেখ-রেখাদ্বয় ছাড়া) প্রদত্ত অসমতাদ্বয়ের সমাধান সেটের লেখচিত্র। নিম্নে তা দেখানো হলো–



(vi) $5x + 2y > 11$ এবং $7x - 2y > 3$

সমাধান : প্রথম অসমতা $5x + 2y > 11$

বা, $5x + 2y - 11 > 0$

অপর অসমতা $7x - 2y > 3$

বা, $7x - 2y - 3 > 0$

প্রথমে $5x + 2y - 11 = 0$ ও $7x - 2y - 3 = 0$ সমীকরণদ্বয়ের লেখচিত্র আঁকি।

প্রথম সমীকরণ থেকে পাই,

$$y = \frac{11 - 5x}{2}$$

এখানে, লেখস্থিত কয়েকটি বিন্দু –

x	1	3	–1
y	3	–2	8

দ্বিতীয় সমীকরণ থেকে পাই,

$$y = \frac{7x - 3}{2}$$

এখানে, লেখস্থিত কয়েকটি বিন্দু –

x	1	−1	3
y	2	−5	9

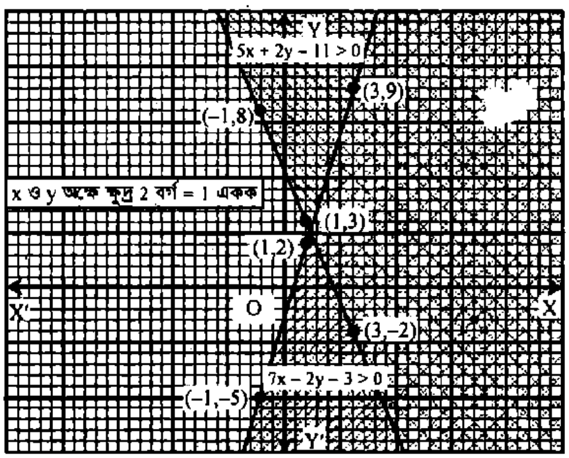
ছক কাগজে ক্ষুদ্রতম বর্গের 2 বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরে (1, 3), (3, −2), (−1, 8) বিন্দুগুলো স্থাপন করে $5x + 2y - 11 = 0$ এর লেখ এবং (1, 2), (− 1, − 5), (3, 9) বিন্দুগুলো স্থাপন করে $7x - 2y - 3 = 0$ এর লেখ পাওয়া যায়।

মূলবিন্দুতে $5x + 2y - 11$ রাশির মান $- 11 < 0$.

সুতরাং $5x + 2y - 11 = 0$ এর লেখরেখার যে পাশে মূলবিন্দু তার বিপরীত পাশের সকল বিন্দুতে $5x + 2y - 11 > 0$. অতএব লেখরেখা ছাড়া চিহ্নিত অংশই $5x + 2y - 11 > 0$ অসমতার লেখচিত্র।

আবার মূলবিন্দুতে $7x - 2y - 3$ রাশির মান $- 3 < 0$.

সুতরাং $7x - 2y - 3 = 0$ এর লেখচিত্রের যে পাশে মূলবিন্দু তার বিপরীত পাশের সকল বিন্দুতে $7x - 2y - 3 > 0$ এর লেখরেখা ছাড়া চিহ্নিত অংশই $7x - 2y - 3 > 0$ অসমতার সমাধান সেটের লেখচিত্র। অতএব ভিন্ন উপায়ে চিহ্নিত অংশদ্বয়ের ছেদাংশই (লেখরেখাদ্বয় ছাড়া) প্রদত্ত অসমতাদ্বয়ের সমাধান সেটের লেখচিত্র। নিম্নে তা দেখানো হলো –



(vii) $3x - 3y > 5$ এবং $x + 3y \le 9$

সমাধান : প্রথম অসমতা $3x - 3y > 5$

বা, $3x - 2y - 5 > 0$

দ্বিতীয় অসমতা $x + 3y \le 9$

বা, $x + 3y - 9 \le 0$

প্রথমে $3x - 3y - 5 = 0$ এবং $x + 3y - 9 = 0$ সমীকরণদ্বয়ের লেখচিত্র আঁকি।

প্রথম সমীকরণ থেকে পাই, $y = \frac{3x - 5}{3}$

এখানে, লেখস্থিত কয়েকটি বিন্দু –

x	0	1	2
y	$-\frac{5}{3}$	$-\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$

দ্বিতীয় সমীকরণ থেকে পাই, $y = \frac{9 - x}{3}$

এখানে, লেখস্থিত কয়েকটি বিন্দু –

x	−3	0	3
y	4	3	2

ছক কাগজে ক্ষুদ্রতম বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্যের তিনগুণকে একক ধরে $\left(0, \frac{5}{3}\right), \left(1, -\frac{2}{3}\right), \left(2, \frac{1}{3}\right)$ বিন্দুগুলো স্থাপন করে $3x - 3y - 5 = 0$ এর লেখ এবং (− 3, 4), (0, 3), (3, 2) বিন্দুগুলো স্থাপন করে $x + 3y - 9 = 0$ এর লেখ পাওয়া যায়।

মূলবিন্দুতে $3x - 3y - 5$ রাশির মান $- 5 < 0$.

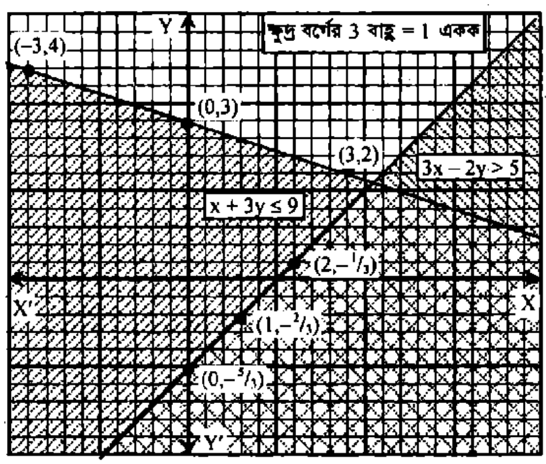
সুতরাং মূলবিন্দু $3x - 3y - 5 = 0$ এর লেখরেখার যে পাশে অবস্থিত তার বিপরীত পাশের সকল বিন্দুতে $3x - 3y - 5 > 0$. অতএব লেখচিত্র লেখরেখা ছাড়া চিহ্নিত অংশই $3x - 3y - 5 > 0$ অসমতার সমাধান সেটের লেখচিত্র।

আবার, মূলবিন্দুতে $x + 3y - 9$ রাশির মান $- 9 < 0$.

অতএব $x + 3y - 9 = 0$ এর লেখ-রেখার যে পাশে মূলবিন্দু সেই পাশের সকল বিন্দুতে $x + 3y - 9 < 0$.

লেখ-রেখাসহ চিহ্নিত অংশ। অতএব লেখচিত্রে $x + 3y - 9 \le 0$ অসমতার সমাধান সেটের লেখচিত্র।

সুতরাং $x + 3y - 9 = 0$ এর লেখ-রেখাসহ (রেখাদ্বয়ের ছেদবিন্দু ছাড়া) চিহ্নিত অংশদ্বয়ের ছেদাংশই প্রদত্ত অসমতাদ্বয়ের সমাধান সেটের লেখচিত্র। নিম্নে তা দেখানো হলো–



(viii) $5x - 3y - 9 > 0$ এবং $3x - 2y \ge 5$

সমাধান : প্রথম অসমতা $5x - 3y - 9 > 0$

দ্বিতীয় অসমতা $3x - 2y \ge 5$

বা, $3x - 2y - 5 \ge 0$

প্রথমে $5x - 3y - 9 = 0$ এবং $3x - 2y - 5 = 0$

সমীকরণদ্বয়ের লেখচিত্র আঁকি।

প্রথম সমীকরণ থেকে পাই, $y = \frac{5x - 9}{3}$

এখানে, লেখস্থিত কয়েকটি বিন্দু –

x	−3	0	3
y	− 8	− 3	2

দ্বিতীয় সমীকরণ থেকে পাই, $y = \frac{3x - 5}{2}$

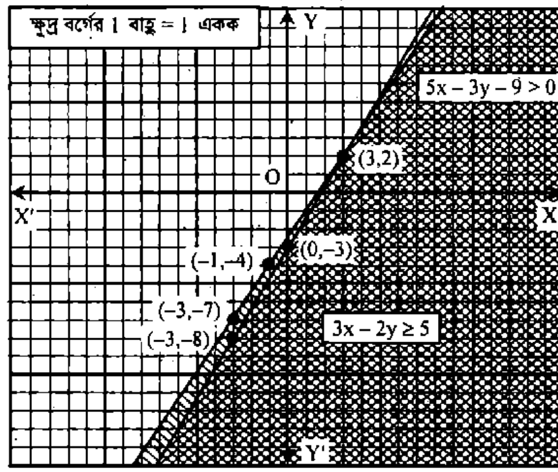
এখানে, লেখস্থিত কয়েকটি বিন্দু –

x	−3	− 1	3
y	− 7	− 4	2

ছক কাগজে ক্ষুদ্রতম বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরে (− 3, − 8), (0, −3), (3, 2) বিন্দুগুলো স্থাপন করে $5x - 3y - 9 = 0$ এর লেখ এবং (− 3, − 7), (− 1, − 4), (3, 2) বিন্দুগুলো স্থাপন করে $3x - 2y - 5 = 0$ এর লেখ পাওয়া যায়।

www.bdniyog.com

মূলবিন্দুতে $5x - 3y - 9$ রাশির মান $-9 < 0$.
সুতরাং $5x - 3y - 9 = 0$ এর লেখ-রেখার যে পাশে মূলবিন্দু তার বিপরীত পাশের সকল বিন্দুতে $5x - 3y - 9 > 0$ এর সমাধান। অতএব লেখ-রেখা ছাড়া চিহ্নিত অংশই $5x - 3y - 9 > 0$ অসমতার সমাধান সেটের লেখচিত্র।
আবার মূলবিন্দুতে $3x - 2y - 5$ রাশির মান $-5 < 0$.
সুতরাং $3x - 2y - 5 = 0$ এর লেখ-রেখার যে পাশে মূলবিন্দু তার বিপরীত পাশের সকল বিন্দুতে $3x - 2y - 5 \geq 0$ এর সমাধান।
অতএব লেখ-রেখাসহ চিহ্নিত অংশই $3x - 2y - 5 \geq 0$ অসমতার লেখচিত্র।
অতএব $3x - 2y - 5 = 0$ লেখ-রেখাসহ (ছেদবিন্দু ছাড়া) চিহ্নিত অংশদ্বয়ের ছেদাংশই প্রদত্ত অসমতাদ্বয়ের সমাধান সেটের লেখচিত্র। নিম্নে তা দেখানো হলো–



অনুশীলনীর সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

১১. হযরত শাহজালাল বিমান বন্দর থেকে সিঙ্গাপুর বিমান পথের দূরত্ব 1793 কি. মি.। বাংলাদেশ বিমানের সর্বোচ্চ গতিবেগ 500 কি. মি./ঘণ্টা। কিন্তু হযরত শাহজালাল বিমান বন্দর থেকে সিঙ্গাপুর যাবার পথে প্রতিকূলে 60 কি. মি./ঘণ্টা বেগে বায়ু প্রবাহের সম্মুখীন হয়।

ক. উদ্দীপকের সমস্যাটির প্রয়োজনীয় সময় t ঘণ্টা ধরে সমস্যাটিকে অসমতায় দেখাও।

খ. হযরত শাহজালাল বিমানবন্দর থেকে সিঙ্গাপুর বিমানবন্দর পর্যন্ত বিরতিহীন উড্ডয়নের প্রয়োজনীয় সময় (ক) অসমতা সমীকরণ থেকে নির্ণয় কর এবং সংখ্যারেখায় দেখাও।

গ. সিঙ্গাপুর থেকে হযরত শাহজালাল বিমানবন্দরে ফেরার পথে বিরতিহীন উড্ডয়নের প্রয়োজনীয় সময়কে x ধরে সমস্যাটিকে অসমতার মাধ্যমে প্রকাশ করে লেখের সাহায্যে সমাধান কর।

১১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক ধরি, শাহজালাল বিমান বন্দর হতে সিঙ্গাপুর বিমান পথের দূরত্ব 1793 কি. মি. যেতে প্রয়োজনীয় সময় t ঘণ্টা।

$\therefore$ বিমানের গতিবেগ $= \frac{1793}{t}$ কি. মি./ঘণ্টা।

আবার বিমানে সর্বোচ্চ গতিবেগ 500 কি. মি./ঘণ্টা

অর্থাৎ বিমানের গতিবেগ ≤ 500 কি. মি./ ঘণ্টা

এবং বায়ুর গতিবেগ $= 60$ কি. মি./ঘণ্টা

সুতরাং, শাহজালাল বিমান বন্দর হতে সিঙ্গাপুর যাবার পথে বায়ুর প্রতিকূলে বিমানের বেগ $\leq (500 - 60)$ বা 440 কি. মি./ ঘণ্টা

$\therefore \frac{1793}{t} \leq 440$ **(উত্তর)**

খ ক হতে প্রাপ্ত অসমতা, $\frac{1793}{t} \leq 440$

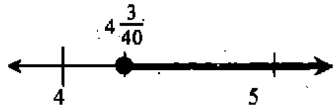
বা, $1793 \leq 440t$ [উভয় পাশে t দ্বারা গুণ করে]

বা, $440t \geq 1793$

বা, $t \geq \frac{1793}{440}$

$\therefore t \geq 4\frac{3}{40}$

সংখ্যা রেখা:



গ সিঙ্গাপুর থেকে শাহজালাল বিমান বন্দর ফেরার পথে প্রয়োজনীয় সময় x ঘণ্টা হলে, বিমানের গতিবেগ $= \frac{1793}{x}$ কি.মি./ ঘণ্টা

আবার, সিঙ্গাপুর থেকে ফেরার পথে বায়ুর অনুকূলে বিমানের বেগ $\leq (500 + 60)$ বা 560 কি.মি./ ঘণ্টা।

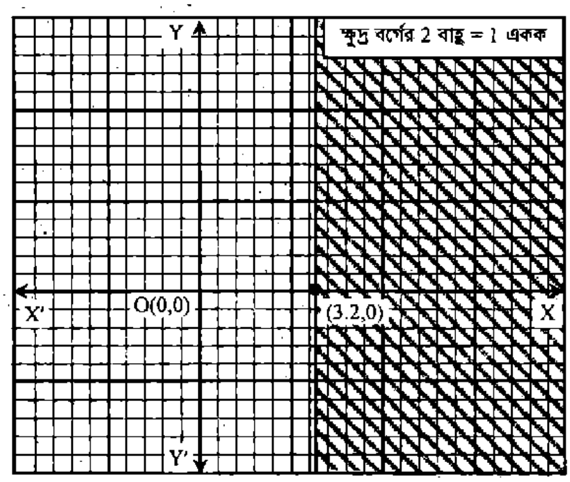
অতএব, $\frac{1793}{x} \leq 560$

বা, $1793 \leq 560x$

বা, $560x \geq 1793$

বা, $x \geq \frac{1793}{560}$

$\therefore x \geq 3.2$ (প্রায়)



ছক কাগজের ক্ষুদ্রতম বর্গের দুই বাহু সমান 1 একক ধরে অসমতাটিকে ছক কাগজে স্থাপন করা হলো। লেখচিত্র হতে দেখা যায় যে, $x = 3.2$ বিন্দুগামী রেখা থেকে ডানপাশে অবস্থিত সকল বিন্দুই অসমতার সমাধান।

প্রশ্ন ▶ ১২ দুইটি সংখ্যার ১ম সংখ্যাটির 3 গুণ থেকে ২য় সংখ্যাটির 5 গুণ বিয়োগ করলে 5 অপেক্ষা বৃহত্তর হয়। আবার ১ম সংখ্যা থেকে ২য় সংখ্যার 3 গুণ বিয়োগ করলে অনূর্ধ্ব 9 হয়।

ক. উদ্দীপকের সমস্যাগুলোকে অসমতায় দেখাও।

www.bdniyog.com

খ. ১ম সংখ্যাটির 5 গুণ, ইহার দ্বিগুণ এবং 15 এর সমষ্টি অপেক্ষা ছোট হলে সংখ্যাটির সম্ভাব্য মান অসমতায় প্রকাশ কর।

গ. ক নং এ প্রাপ্ত অসমতা যুগলের সমাধান সেটের লেখচিত্র অঙ্কন কর।

১২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক মনে করি, সংখ্যা দুটি যথাক্রমে- x ও y

তাহলে, $3x - 5y > 5$

এবং $x - 3y \le 9$

খ প্রশ্নমতে, $5x < 2x + 15$

বা, $5x - 2x < 15$ [উভয় পক্ষে $(-2x)$ যোগ করে]

বা, $3x < 15$

$\therefore x < 5$ [উভয় পক্ষকে $\frac{1}{3}$ দ্বারা গুণ করে]

গ ক, হতে ধরি, $3x - 5y = 5$ ...... (i)

$x - 3y = 9$..... (ii)

(i) নং হতে পাই, $-5y = 5 - 3x$

বা, $y = -\frac{1}{5}(5 - 3x)$

$y = \frac{1}{5}(3x - 5)$

এখানে,

x	0	−10	10
y	−1	−7	5

(ii) নং হতে পাই,

$x - 3y = 9$

বা, $-3y = 9 - x$

বা, $y = -\frac{1}{3}(9 - x)$

$\therefore y = \frac{1}{3}(x - 9)$

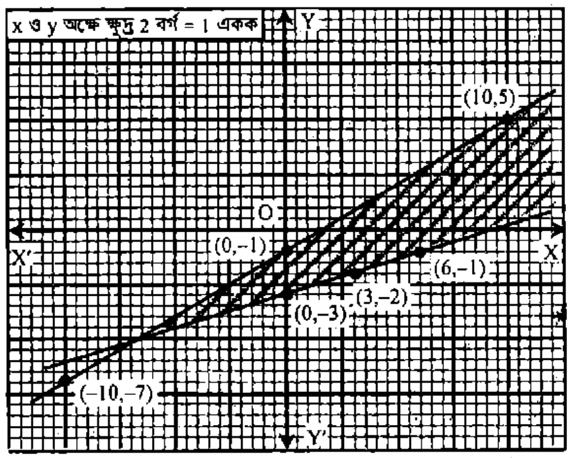
এখানে,

x	0	3	6
y	−3	−2	−1

এখন ছক কাগজের ক্ষুদ্রতম বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরে (0, − 1), (− 10, − 7), (10, 5) বিন্দুগুলো স্থাপন করে (i) নং সমীকরণের লেখ চিত্র ও (0, − 3), (3, − 2), (6, − 1) বিন্দুগুলো স্থাপন করে (ii) নং সমীকরণের লেখচিত্র অঙ্কন করি।

মূলবিন্দু (0, 0) তে $3x - 5y - 5$ রাশির মান − 5, যা ঋনাত্মক।

সুতরাং, $3x - 5y - 5 = 0$ বা $3x - 5y = 5$ এর লেখচিত্রের যে পাশে মূলবিন্দু অবস্থিত সে পাশের সকল বিন্দুর জন্য $3x - 5y - 5 < 0$. এবং অপর পাশের সকল বিন্দুর জন্য $3x - 5y - 5 > 0$.



অতএব, $3x - 5y > 5$ অসমতার সমাধান হবে $3x - 5y = 5$ সমীকরণের লেখ ছাড়া লেখের যে পাশে মুলবিন্দু আছে তার বিপরীত পাশের সকল বিন্দু।

আবার, মূলবিন্দু (0, 0) তে $x - 3y - 9$ রাশির মান − 9, যা ঋনাত্মক। সুতরাং, $x - 3y - 9 = 0$ বা $x - 3y = 9$ এর লেখচিত্রের যে পাশে মূলবিন্দু অবস্থিত সে পাশের সকল বিন্দুর জন্য $x - 3y - 9 < 0$.

অতএব, $x - 3y \le 9$ অসমতার সমাধান হবে $x - 3y = 9$ সমীকরণের লেখসহ লেখের যে পাশে মূলবিন্দু আছে সে পাশের সকল বিন্দু।

সুতরাং, $x - 3y = 9$ লেখ-রেখাসহ (ছেদবিন্দু ছাড়া) চিহ্নিত অংশদ্বয়ের ছেদাংশই প্রদত্ত অসমতাদ্বয়ের সমাধান সেটের লেখচিত্র। চিত্রে গাঢ়ভাবে চিহ্নিত অংশই এই লেখচিত্র।

মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত সৃজনশীল বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

★★★ দুই চলক বিশিষ্ট সরল একঘাত অসমতা ও অসমতার লেখচিত্র
Text পৃষ্ঠা-১১৮ ও ১১৮

- এক ঘাত বিশিষ্ট (চলক যাই হোক না কেন) সমীকরণের লেখচিত্র সর্বদা সরলরেখা।
- লেখচিত্রের লেখায় যেকোনো বিন্দুর স্থানাঙ্ক সমীকরণটিকে সিদ্ধ করে অর্থাৎ x ও y এর পরিবর্তে ঐ বিন্দুর ভুজ ও কোটি বসালে এর মান শূন্য হয়।
- লেখচিত্রের বাইরে কোনো বিন্দুর জন্য সমীকরণের মান শূন্য অপেক্ষা বড় বা ছোট হয়।
- সাধারণ নিয়মে লেখচিত্র অঙ্কনের পর অসমতা চিহ্ন অনুসারে ছায়াচিত্র চিহ্নিত করতে হবে।
- অসমতা চিহ্ন '<' অথবা '>' দ্বারা লেখচিত্রে চিহ্নিত বহিঃস্থ বিন্দুর সেট বোঝায় লেখের উপরস্থ বিন্দু অন্তর্ভুক্ত নয়।
- '≥' অথবা '≤' দ্বারা লেখের উপরস্থ বিন্দু থেকে চিহ্নিত সকল বিন্দুর সেটকে বোঝায়।
- লেখচিত্রের মাধ্যমে সমীকরণের যুগপৎ সমাধানের জন্য
  (i) **একই ছক কাগজে রেখা দুইটির লেখচিত্র অঙ্কন করতে হবে।**
  (ii) রেখা দুইটির চিহ্নিত অংশের ছেদাংশ বিন্দুই অসমতা দুইটির যুগপৎ সমাধান।
- ছায়াচিত্র চিহ্নিত করার সময় অবশ্যই অসমতা চিহ্ন অনুসারে করতে হবে।

১. **$2x - 5y = 10$ সমীকরণটিতে x এর কোন মানের জন্যে $y = -2$ হবে?** (সহজ)

ক 0 খ 2 গ 5 ঘ 10 — **উত্তর: ক**

২. **$x - y + 2 \ge 0$ অসমতাটিতে $x = -1$ হলে y এর কোন মানের জন্য অসমতাটি সিদ্ধ হয়?** (মধ্যম)

ক 4 খ 3 গ 2 ঘ −2 — **উত্তর: ঘ**

৩. **$x + 2y - 3 = 0$ সমীকরণটি x-অক্ষকে কোন বিন্দুতে ছেদ করে?** (মধ্যম)

ক (3, 2) খ (3, 0) গ (2, 0) ঘ $\left(\frac{3}{2}, 0\right)$ — **উত্তর: খ**

৪. **$x - 3y - 6 = 0$ সমীকরণটি y-অক্ষকে কোন বিন্দুতে ছেদ করে?** (মধ্যম)

ক (2, 0) খ (0, −2) গ (0, 6) ঘ (0, −6) — **উত্তর: খ**

৫. **$2y - 3x = 5$ সমীকরণের সঠিক স্থানাঙ্ক কোনগুলো?** (মধ্যম)
[যশোর সরকারী বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়]

ক (4, 1), (− 1, 1) খ (4, 1), (1, − 1)
গ (1, 4), (− 1, 1) ঘ (1, − 4), (− 1,1) — **উত্তর: গ**

www.bdniyog.com

৬. $x + y - 3 \le 0$ অসমতাটির (x, y) এর সম্ভাব্য মান নিচের কোনটি? (সহজ)

ক (2, 1) খ (3, 1)
গ (4, 2) ঘ (5, − 1) **ক**

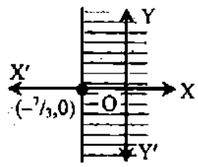
৭. $5x - 3y < 0$ অসমতাটি (x, y) এর কোন মানের জন্য সিদ্ধ হয়? (সহজ) [যশোর সরকারী বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়]

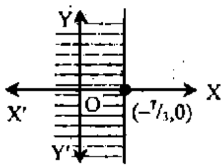
ক (1, 1) খ (2, 2)
গ (3, 3) ঘ (1, 2) **ঘ**

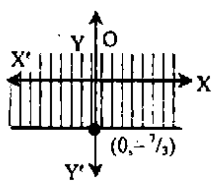
৮. নিচের কোন বিন্দুটি $x + y - 3 > 0$ অসমতাটির উপরিস্থিত? (মধ্যম)

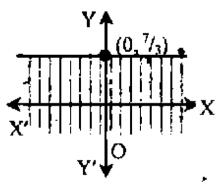
ক (0, 0) খ (1, 0)
গ (0, 2) ঘ (2, 2) **ঘ**

৯. $3x < 7$ অসমতাটির লেখচিত্র নিচের কোনটি? (কঠিন)

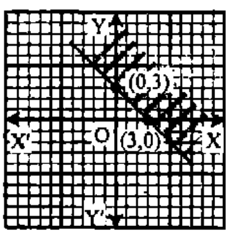
ক 

খ 

গ 

ঘ 

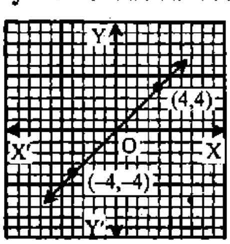
ঘ

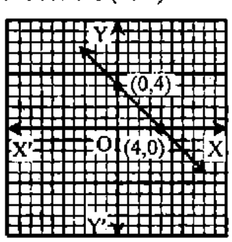
১০. 

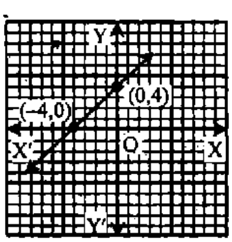
লেখচিত্রটির ক্ষেত্রে নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)

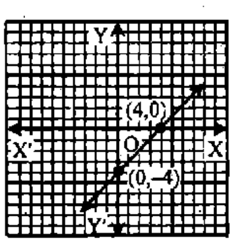
ক $x + y - 3 < 0$ খ $x + y - 3 > 0$
গ $x + y + 3 < 0$ ঘ $x + y + 3 > 0$ **খ**

১১. $x + y - 4 = 0$ সমীকরণটির লেখ নিচের কোনটি? (কঠিন)

ক 

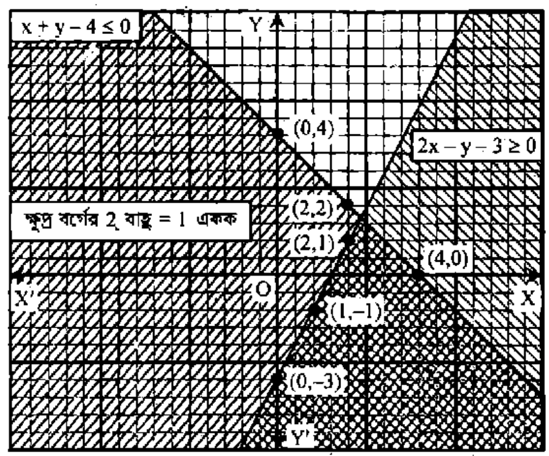
খ 

গ 

ঘ 

খ

১২. নিচের লেখচিত্রটি লক্ষ কর—



i. অসমতাদ্বয়ের সাধারণ বিন্দু $\left(\frac{7}{3}, \frac{5}{3}\right)$

ii. মূলবিন্দুতে অসমতাদ্বয় সত্য।

iii. (3, 0) বিন্দুটি অসমতাদ্বয়ের মধ্যে অবস্থিত।

নিচের কোনটি সঠিক? *(মধ্যম)*

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **খ**

নিচের তথ্যের আলোকে (১৩-১৬) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

$2x - y - 3 = 0$ একটি সমীকরণ।

১৩. প্রদত্ত সমীকরণটি কী নির্দেশ করে? (সহজ)

ক সরল রেখা খ বক্ররেখা গ বৃত্ত ঘ পরাবৃত্ত **ক**

১৪. সমীকরণটিতে x-এর কোন মানের জন্য y = 0 হবে? (মধ্যম)

ক 3 খ 2 গ $\frac{3}{2}$ ঘ $\frac{2}{3}$ **গ**

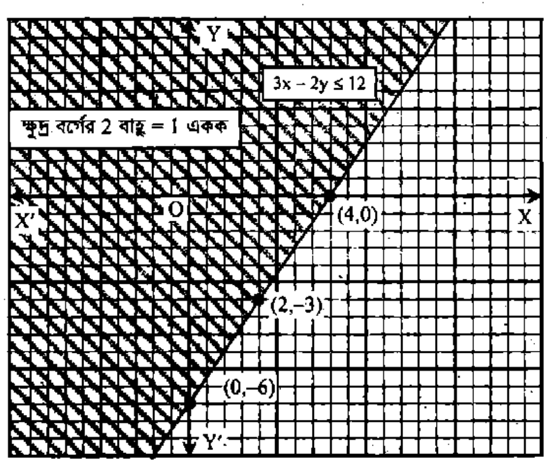
১৫. সমীকরণটি y-এর কোন মানের জন্য x = 0 হবে? (মধ্যম)

ক 3 খ 2 গ −3 ঘ −2 **গ**

১৬. সমীকরণটি নিচের কোন দুইটি বিন্দুর জন্য সত্য হবে? (কঠিন)

ক $\left(0, \frac{3}{2}\right)$ (3, 3) খ $\left(\frac{3}{2}, 0\right)$ (3, 3)
গ (0, −3) (2, 2) ঘ (−3, 0) (2, 2) **খ**

নিচের তথ্যের আলোকে (১৭-১৯) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:



১৭. লেখচিত্রের অসমতাকে সমীকরণ ধরলে y এর মান নিচের কোনটি? (সহজ)

ক $\frac{3x + 12}{2}$ খ $\frac{3x - 12}{2}$ গ $\frac{2x + 12}{2}$ ঘ $\frac{2x - 12}{2}$ **খ**

১৮. সংখ্যাগুলোর সম্ভাব্য সমাধান নিচের কোনটি? (মধ্যম)

ক $\left(1, \frac{9}{2}\right)$ খ $\left(-1, \frac{-9}{2}\right)$ গ $\left(1, \frac{-9}{2}\right)$ ঘ $\left(-1, \frac{9}{2}\right)$ **গ**

ব্যাখ্যা: $y = \frac{3.1 - 12}{2} = \frac{3 - 12}{2} = -\frac{9}{2}$

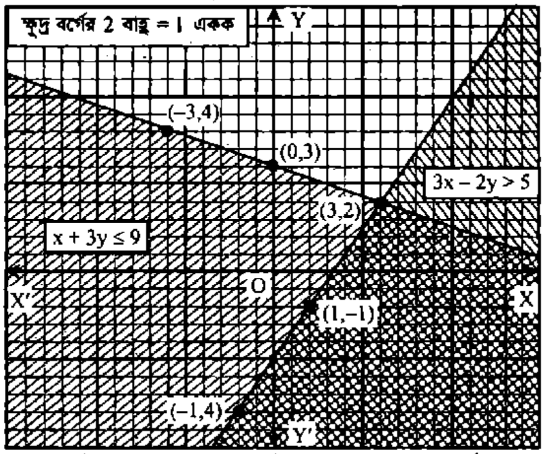
$\therefore (x, y) = \left(1, -\frac{9}{2}\right)$

১৯. লেখচিত্রের অসমতাটি নিচের কোন বিন্দুর জন্য সত্য? (মধ্যম)

ক (4, 0) খ (4, 3) গ (4, −3) ঘ (0, −6) **গ**

ব্যাখ্যা: $3.4 - 2.3 = 6 < 12$

নিচের তথ্যের আলোকে (২০-২২) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:



২০. (5, 4) বিন্দুটি নিচের কোন অসমতার লেখের প্রান্ত বিন্দু? (মধ্যম)

ক $x + 3y \leq 9$ খ $x - 3y \geq 9$

গ $3x - 2y < 5$ ঘ $3x - 2y > 5$ **ঘ**

ব্যাখ্যা: $3.5 - 2(4) = 15.8$

$= 7 > 5$

২১. নিচের কোন বিন্দুটি অসমতাদ্বয়ের সমাধান সেটের বিন্দু? (মধ্যম)

ক (−3, 4) খ (0, 3)

গ (5, 5) ঘ (6, 1) **ঘ**

ব্যাখ্যা: $3.6 - 2.1 = 18 - 2$

$= 16 > 5; 6 + 3.1$

$= 6 + 3$

$= 9$

২২. অসমতাদ্বয়ের সাধারণ বিন্দু কোনটি? (সহজ)

ক (−1, 4) খ (1, −1)

গ (3, 2) ঘ (6, 1) **গ**

মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত আরও সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

প্রশ্ন ১ রিনি ও মিমি দুই বোন। রিনির বয়সের দ্বিগুণের সাথে মিমির বয়স যোগ করলে তাদের মায়ের বয়সের সমান হয়। আর মিমির বয়সের দ্বিগুণের সাথে রিনির বয়স যোগ করলে তাদের বাবার বয়সের সমান হয়।

ক. মা ও বাবার বয়স যথাক্রমে 26 এবং 31 বছর হলে রিনি ও মিমির বয়সকে দুই চলক বিশিষ্ট দুটি সমীকরণে প্রকাশ কর। ২

খ. রিনি ও মিমির বয়স নির্ণয় কর। মায়ের বয়স কমপক্ষে 26 বছর এবং বাবার অনূর্ধ্ব 31 হলে সমীকরণগুলো অসমতায় প্রকাশ কর। ৪

গ. অসমতা দুটিকে একটি ছক কাগজে স্থাপন করে রিনি ও মিমির বয়সের সমাধান অংশ চিহ্নিত কর। ৪

১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক মনে করি, রিনির বয়স = x বছর

মিমির বয়স = y বছর

শর্তমতে, $2x + y = 26$ .... (1)

$x + 2y = 31$ .... (2)

খ (1) নং সমীকরণ থেকে পাই,

$y = 26 - 2x$ .... (3)

y- এর মান (2) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$x + 2(26 - 2x) = 31$

$x + 52 - 4x = 31$

$-3x = -21$

$x = \frac{21}{3}$

$x = 7$

x এর মান (3)নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$y = 26 - 2 \times 7$

$y = 12$

∴ রিনির বয়স = 7 বছর

এবং মিমির বয়স = 12 বছর

মায়ের বয়স কমপক্ষে 26 বছর

সুতরাং, $2x + y \geq 26$

এবং বাবার বয়স অনূর্ধ্ব 31 বছর।

$x + 2y \leq 31$

গ প্রথমে $2x + y = 26$ সমীকরণটির লেখচিত্র অঙ্কন করি,

সমীকরণটি থেকে পাওয়া যায়,

$y = 26 - 2x$

এই সম্পর্ক থেকে লেখের কয়েকটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় করি।

x	0	13	5
y	26	0	16

ছক কাগজের ক্ষুদ্রতম বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরে (0, 26), (13, 0) এবং (5, 16) বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করে সমীকরণটি লেখচিত্র অঙ্কন করি।

এখন মূলবিন্দু (0, 0) তে $2x + y - 26$ রাশির মান −26, যা ঋণাত্মক। সুতরাং লেখচিত্রে রেখাটির যে পাশে মূল বিন্দু রয়েছে তার বিপরীত পাশের সকল বিন্দুর জন্যই $2x + y > 26$।

অতএব, $2x + y > 26$ অসমতার সমাধান সেট $2x + y = 26$ সমীকরণের সকল বিন্দু এবং লেখচিত্রের যে পাশে মূলবিন্দু আছে তার বিপরীত পাশের সকল বিন্দুর সমন্বয়ে গঠিত।

আবার, $x + 2y = 31$ সমীকরণটির লেখচিত্র অঙ্কন করি,

সমীকরণটি থেকে পাওয়া যায়,

$y = \frac{31 - x}{2}$

www.bdniyog.com

এই সম্পর্ক থেকে লেখের কয়েকটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় করি।

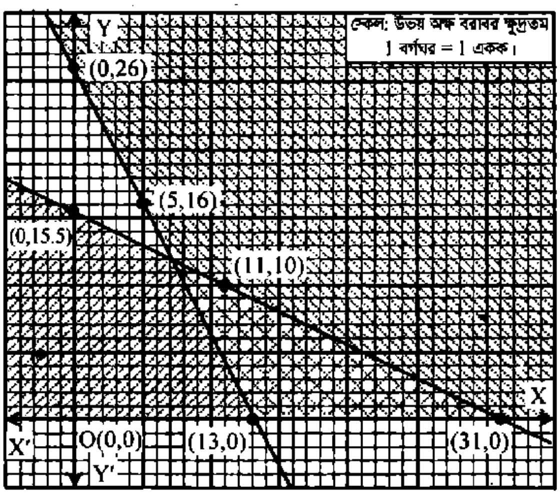
x	0	11	31
y	15.5	10	0

ছক কাগজের ক্ষুদ্রতম বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরে (0, 15.5), (11,10) এবং (31, 0) বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করে সমীকরণটির লেখচিত্র অঙ্কন করি।

এখন মূলবিন্দু (0, 0) তে $x + 2y - 31$ রাশির মান -31, যা ঋনাত্মক। সুতরাং লেখচিত্রে রেখাটির যে পাশে মূলবিন্দু রয়েছে সেই পাশের সকল বিন্দুর জন্যই $x + 2y < 31$।

অতএব, $x + 2y < 31$ অসমতার সমাধান সেট $x + 2y = 31$ সমীকরণের সকল বিন্দু এবং লেখচিত্রের যে পাশে মূলবিন্দু আছে সে পাশের সকল বিন্দুর সমন্বয়ে গঠিত।

অতএব, $x + 2y < 31$ অসমতার সমাধান সেট $x + 2y = 31$ সমীকরণের সকল বিন্দু এবং লেখচিত্রের যে পাশে মূলবিন্দু আছে সে পাশের সকল বিন্দুর সমন্বয়ে গঠিত।



অতএব, এই রেখা দুইটির সংশ্লিষ্ট অংশসহ এই দুইভাবে চিহ্নিত অংশের ছেদাংশই অসমতা দুইটির যুগপৎ সমাধানের লেখচিত্র। চিত্রে গাঢ় ভাবে চিহ্নিত অংশই (সীমারেখাসহ) এই লেখচিত্র।

কিন্তু রনি বা মিমির বয়স কখনো ঋণাত্মক বা 0 হতে পারে না। তাই তাদের বয়সের সমাধান অংশে x অক্ষ ও x-অক্ষের নিচের এবং y অক্ষ ও y-অক্ষের বামের অংশ বাদ যাবে। এবং যুগপৎ সমাধান অংশটুকু গাঢ় করে গ্রাফ পেপারে দেখানো হয়েছে।

প্রশ্ন ▶ ২ দুইটি সংখ্যার ১ম সংখ্যাটির সাথে ২য় সংখ্যাটির 2 গুণ যোগ করলে 4 অপেক্ষা বৃহত্তর হয়। আবার ১ম সংখ্যার 2 গুণ থেকে ২য় সংখ্যাটি বিয়োগ করলে 3 অপেক্ষা বৃহত্তর হয়।

ক. উদ্দীপকের সমস্যাগুলোকে অসমতায় দেখাও। ২

খ. প্রদত্ত প্রথম অসমতার লেখচিত্র অঙ্কন কর। ৪

গ. অসমতাদ্বয়ের লেখ ('খ' হতে প্রাপ্ত লেখচিত্রে বা পৃথক লেখচিত্রে) অঙ্কন করে তাদের যুগপৎ সমাধান অংশ চিহ্নিত কর। ৪

২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক মনে করি, ১ম সংখ্যাটি x

এবং ২য় সংখ্যাটি y

প্রশ্নমতে, $x + 2y > 4$

$2x - y > 3$

খ 'ক' থেকে প্রাপ্ত প্রথম

অসমতা, $x + 2y > 4$

বা, $x + 2y - 4$

এখন, $x + 2y - 4 = 0$

বা, $y = \frac{4 - x}{2}$ সমীকরণের লেখচিত্র অঙ্কন করি।

সমীকরণটি থেকে পাই,

x	0	2	4
y	2	1	0

ছক কাগজে ক্ষুদ্রতম বর্গের দুই বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরে (0, 2), (2, 1), (4, 0) বিন্দুগুলো স্থাপন করে লেখচিত্রে রেখাটি অঙ্কন করা হলো।

মূলবিন্দু (0, 0)-তে $x + 2y - 4$ রাশির মান -4 যা ঋণাত্মক। সুতরাং $x + 2y - 4 = 0$ এর লেখরেখার যে পাশে মূলবিন্দু তার বিপরীত পাশের (লেখরেখা ছাড়া) সকল বিন্দুর জন্য $x + 2y - 4 > 0$

গ প্রাপ্ত দ্বিতীয় অসমতা,

$2x - y > 3$

বা, $2x - y - 3 > 0$

এখন, $2x - y - 3 = 0$

বা, $y = 2x - 3$

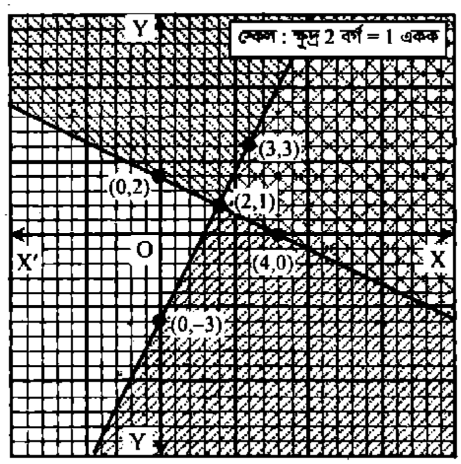
উক্ত সমীকরণ থেকে কয়েকটি বিন্দু নির্ণয় করি,

x	0	2	3
y	−3	1	3

ছক কাগজে ক্ষুদ্রতম বর্গের দুই বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরে (0, −3), (2, 1), (3, 3) বিন্দুগুলো স্থাপন করে লেখচিত্রে রেখাটি অঙ্কন করা হলো।

মূলবিন্দু (0, 0)-তে $2x - 2y - 3$ রাশির মান -3 যা ঋণাত্মক। সুতরাং $2x - 2y - 3 = 0$ এর লেখরেখার যে পাশে মূলবিন্দু তার বিপরীত পাশের সকল বিন্দুর জন্য $2x - 2y - 3 > 0$

অতএব, লেখরেখার 'ডান' দিকের চিহ্নিত অংশ $2x - y - 3 > 0$ অসমতার সমাধান সেটের লেখচিত্র।



অতএব অসমতাদ্বয়ের চিহ্নিত অংশের ছেদাংশই (লেখরেখা ছাড়া) যুগপৎ সমাধান লেখচিত্র যা ওপরে দেখানো হলো।

প্রশ্ন ▶ ৩ সুমি খাতা ও কলম কিনতে দোকানে গেল। সে দুটি খাতা ও তিনটি কলম কিনতে সর্বোচ্চ 70 টাকা খরচ করবে বলে ঠিক করল।

ক. প্রদত্ত উদ্দীপকের তথ্যগুলোকে অসমতায় প্রকাশ কর। ২

খ. সুমি খাতা ও কলম কিনার পর দেখল তার খাতার দাম কলমের দামের পার্থক্য নিম্নপক্ষে 10 টাকা। এক্ষেত্রে সমস্যাটির অসমতার প্রকাশ কিরূপ হবে? সমাধান সেটের লেখচিত্র অঙ্কন কর। ৪

গ. অসমতাদ্বয়ের লেখ ('খ' হতে প্রাপ্ত লেখচিত্রে বা পৃথক লেখচিত্রে) অঙ্কন করে তাদের যুগপৎ সমাধান অংশ চিহ্নিত কর। ৪

www.bdniyog.com

৩ নং প্রশ্নের সমাধান

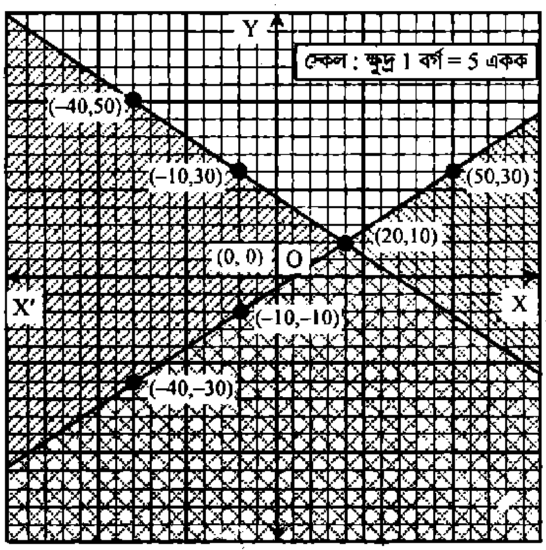
ক মনে করি, প্রতিটি খাতার মূল্য x টাকা
এবং প্রতিটি কলমের মূল্য y টাকা
∴ 2টি খাতার মূল্য 2x টাকা এবং 3টি কলমের মূল্য 3y টাকা
প্রশ্নমতে, $2x + 3y \leq 70$

খ খাতার দাম ও কলমের দামের পার্থক্য = (2x – 3y) টাকা
প্রশ্নমতে, $2x - 3y \geq 10$
উপরের অসমতাটিকে $2x - 3y - 10 \geq 0$ আকারে লেখা যায়।
এখন, $2x - 3y - 10 = 0$
বা, $y = \frac{2x - 10}{3}$
এখানে,

x	50	–10	–40
y	30	–10	–30

এখন ছক কাগজে ক্ষুদ্রতম বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্যকে পাঁচ একক ধরে (50, 30), (–10, –10), (–40, –30) বিন্দুগুলো স্থাপন করে লেখচিত্র রেখাটি অঙ্কন করা হলো।

মূলবিন্দু (0, 0)-তে $2x - 3y - 10$ রাশির মান –10 যা ঋণাত্মক। সুতরাং $2x - 3y - 10 = 0$ লেখরেখার যে পাশে মূলবিন্দু তার বিপরীত পাশের সকল বিন্দুর জন্য $2x - 3y - 10 > 0$
অতএব, লেখরেখার নিচের চিহ্নিত অংশ (সীমারেখাসহ) অসমতার সমাধান সেটের লেখচিত্র যা নিম্নে দেখানো হলো।



গ 'ক' এ প্রাপ্ত অসমতা, $2x + 3y \leq 70$ কে $2x + 3y - 70 \leq 0$ আকারে লেখা যায়।
এখন, $2x + 3y - 70 = 0$
বা, $3y = -2x + 70$
বা, $y = \frac{-2x + 70}{3}$
এখানে,

x	–40	–10	20
y	50	30	10

এখন ছক কাগজে ক্ষুদ্রতম বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরে (–40, 50), (–10, 30), (20, 10) বিন্দুগুলো স্থাপন করে লেখচিত্র রেখাটি অঙ্কন করা হল।

মূলবিন্দু (0, 0)-তে $(2x + 3y - 70)$ রাশির মান –70 যা, ঋণাত্মক। সুতরাং $2x + 3y - 70 = 0$ লেখরেখার যে পাশে মূলবিন্দু সেই পাশের সকল বিন্দুর জন্য $2x + 3y - 70 < 0$
অতএব রেখাটিসহ তার নিচের চিহ্নিত অংশ $2x + 3y - 70 \leq 0$ অসমতার সমাধান সেটের লেখচিত্র।
অতএব, 'ক' ও 'খ' এ প্রাপ্ত অসমতাদ্বয়ের চিহ্নিত অংশের ছেদাংশই (লেখরেখাসহ) যুগপৎ সমাধান লেখচিত্র, যা ওপরে দেখানো হলো।

প্রশ্ন ▶ ৪ **রহমান সাহেব ও রেজা সাহেব কোরবানীর পশুর হাটে গেলেন। দুজন যথাক্রমে একটি গরু ও একটি ছাগল কিনলেন। তারা দুজন সম্মিলিতভাবে 60000 টাকার বেশি খরচ করলেন।**

ক. উদ্দীপকের তথ্যের আলোকে একটি অসমতা গঠন কর। ২
খ. রেজা সাহেব যদি একই দামের দুটি গরু কিনতেন তাহলে তাদের দুজনের খরচের পার্থক্য 90000 টাকার বেশি হয়। এক্ষেত্রে অসমতার প্রকাশ কিরূপ হবে? অসমতাটির সমাধান সেটের লেখচিত্র অঙ্কন কর। ৪
গ. অসমতাদ্বয়ের লেখ ('খ' হতে প্রাপ্ত লেখচিত্রে বা পৃথক লেখচিত্রে) অঙ্কন করে তাদের যুগপৎ সমাধান অংশ চিহ্নিত কর। ৪

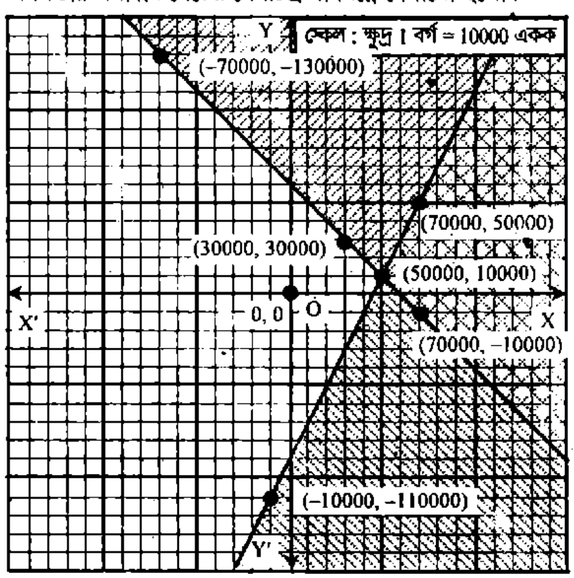
৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক মনে করি, একটি গরুর মূল্য x টাকা
এবং একটি ছাগলের মূল্য y টাকা
প্রশ্নমতে, $x + y > 60000$

খ দেওয়া আছে, একটি গরুর মূল্য x টাকা
∴ দুইটি গরুর মূল্য 2x টাকা
প্রশ্নমতে, $2x - y > 90000$
প্রাপ্ত অসমতাটিকে $2x - y - 90000 > 0$ আকারে লেখা যায়।
এখন, $2x - y - 90000 = 0$
বা, $y = 2x - 90000$
এখানে,

x	50000	70000	–10000
y	10000	50000	– 110000

ছক কাগজে ক্ষুদ্রতম বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্যকে 10000 একক ধরে (50000, 10000), (70000, 50000), (–10000, –110000) বিন্দুগুলো স্থাপন করে লেখচিত্রটি অঙ্কন করা হলো।
মূলবিন্দু (0, 0)-তে $(2x - y - 90000)$ রাশির মান –90000 যা, ঋণাত্মক। সুতরাং $2x - y - 90000 = 0$ লেখরেখার যে পাশে মূলবিন্দু তার বিপরীত পাশের সকল বিন্দুর জন্য
$2x - y - 90000 > 0$.
অতএব, লেখরেখার নিচের চিহ্নিত অংশ $2x - y - 90000 > 0$ অসমতার সমাধান সেটের লেখচিত্র যা নিম্নে দেখানো হলো।



গ 'ক' থেকে প্রাপ্ত অসমতা, $x + y > 60000$ কে $x + y - 60000 > 0$ আকারে লেখা যায়।

এখন, $x + y - 60000 = 0$ বা, $y = 60000 - x$

এখানে,

x	−70000	30000	70000
y	−130000	30000	−10000

ছক কাগজে ক্ষুদ্রতম বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্যকে 10000 একক ধরে (−70000, −130000), (30000, 300000), (70000, −10000) বিন্দুগুলো স্থাপন করে লেখচিত্র রেখাটি অঙ্কন করা হলো।

মূলবিন্দু (0, 0)-তে $(x + y - 60000)$ রাশির মান − 60000 যা, ঋণাত্মক। সুতরাং $x + y - 60000 = 0$ লেখরেখার যে পাশে মূলবিন্দু তার বিপরীত পাশের সকল বিন্দুর জন্য $x + y - 60000 > 0$.

অতএব, লেখচিত্রের উপরের চিহ্নিত অংশ $x + y - 60000 > 0$ অসমতার সমাধান সেটের লেখচিত্র।

সুতরাং 'ক' ও 'খ' এ প্রাপ্ত অসমতাদ্বয়ের চিহ্নিত অংশের ছেদাংশই (লেখরেখা ছাড়া) যুগপৎ সমাধান লেখচিত্র। যা ওপরে দেখানো হলো।

প্রশ্ন ▶৫ এক আলু ব্যবসায়ী 15 টাকা দরে x কেজি এবং 20 টাকা দরে y কেজি আলু কেনার সিদ্ধান্ত নিলেন। এ কাজটি করার জন্য তিনি সর্বোচ্চ ক্রয়মূল্য নির্ধারণ করলেন 900 টাকা।

ক. সমস্যাটিকে অসমতায় প্রকাশ কর। ২

খ. দুই প্রকারের আলুর পরিমাণ 2 : 3 অনুপাতে কিনলে তিনি সর্বোচ্চ কত কেজি আলু কিনেছিলেন? সমাধান সেট নির্ণয় করে দেখাও। ৪

গ. সমস্ত আলু যদি 18 টাকায় বিক্রয় করা হয় তবে দুই প্রকারের আলু কি পরিমাণে ক্রয় করলে কোন ক্ষতি হবে না। একটি ছক কাগজের সাহায্যে সমাধান করে দুই প্রকারের আলুর পরিমাণ নির্দেশ কর। ৪

৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক x কেজির আলুর দাম = 15x টাকা

y কেজি আলুর দাম = 20y টাকা

শর্তমতে,

$15x + 20y \le 900$ .... (1)

খ দুই প্রকারের আলুর পরিমাণ $\frac{2}{3}$

$\therefore \frac{x}{y} = \frac{2}{3}$

$3x = 2y$

$y = \frac{3x}{2}$

y এর মান (1) নং অসমতায় বসিয়ে পাই,

$15x + 20 \times \frac{3x}{2} \le 900$

বা, $15x + 30x \le 900$

বা, $45x \le 900$

বা, $x \le 20$

আবার, $x = \frac{2y}{3}$

x এর মান (1) নং অসমতায় বসিয়ে পাই,

$15 \times \frac{2y}{3} + 20y \le 900$

বা, $10y + 20y \le 900$

বা, $30y \le 900$

বা, $y \le 30$

আলু ব্যবসায়ীর সর্বোচ্চ 20 + 30 = 50 কেজি আলু কিনেছিল।

আলুর পরিমাণ ঋণাত্মক হতে পারে না।

$\therefore$ সমাধান সেট = $\{x : x \in \mathbf{R}, 0 \le x \le 50\}$

গ যদি সব আলু 18 টাকায় বিক্রয় করা হয় এবং কোন ক্ষতি না হয় তবে অসমতাটি হয়, $18(x + y) \ge 900$ .... (2)

এখন অসমতা (1) ও (2) সমাধান করলে কোন প্রকার আলু কতটুকু কিনতে হবে তা পাওয়া যাবে।

প্রথমে $18(x + y) = 900$ সমীকরণটির লেখচিত্র অঙ্কন করি,

সমীকরণটি থেকে পাওয়া যায়, $y = 50 - x$

এই সম্পর্ক থেকে লেখের কয়েকটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় করি।

x	0	25	50
y	50	25	0

ছক কাগজের ক্ষুদ্রতম বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরে (0, 50), (25, 25) এবং (50, 0) বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করে সমীকরণটির লেখচিত্রে অঙ্কন করি।

এখন মূলবিন্দু (0, 0) তে $18(x + y) - 900$ এর মান − 900 যা ঋণাত্মক। সুতরাং লেখচিত্র রেখাটির যে পাশে মূল বিন্দু রয়েছে তার বিপরীত পাশের সকল বিন্দুর জন্যই $18(x + y) > 900$।

অতএব, $18(x + y) > 900$। অসমতার সমাধান সেট $18(x + y) = 900$ সমীকরণের সকল বিন্দু এবং লেখচিত্রের যে পাশে মূলবিন্দু আছে তার বিপরীত পাশের সকল বিন্দুর সমন্বয়ে গঠিত।

আবার, $15x + 20y \le 900$ সমীকরণটির লেখচিত্র অঙ্কন করি,

সমীকরণটি থেকে পাওয়া যায়, $y = \frac{180 - 3x}{4}$

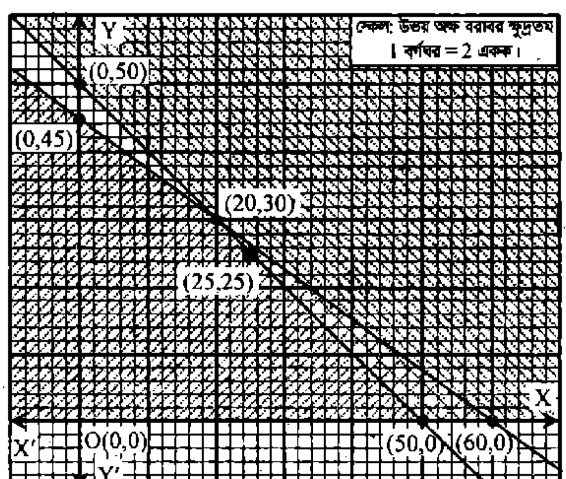
এই সম্পর্ক থেকে লেখের কয়েকটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় করি।

x	0	20	60
y	45	30	0

ছক কাগজের ক্ষুদ্রতম বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্যকে 2 একক ধরে (0, 45), (20, 30) এবং (60, 0) বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করে সমীকরণটির লেখচিত্র অঙ্কন করি।

এখন মূলবিন্দু (0, 0) তে $15x + 20y \le 900$ অসমতাটি সিদ্ধ হয়। সুতরাং লেখচিত্রে রেখাটির যে পাশে মূল বিন্দু রয়েছে সেই পাশের সকল বিন্দুর জন্যই সত্য।

অতএব, $15x + 20y < 900$ অসমতার সমাধান সেট $15x + 20y = 900$ সমীকরণের সকল বিন্দু এবং লেখচিত্রের যে পাশে মূলবিন্দু আছে সে পাশের সকল বিন্দুর সমন্বয়ে গঠিত।



অতএব, এই রেখা দুইটির সংশ্লিষ্ট অংশসহ এই দুইভাবে চিহ্নিত অংশের ছেদাংশই অসমতা দুইটির যুগপৎ সমাধানের লেখচিত্র। চিত্রে গাঢ় ভাবে চিহ্নিত অংশই (সীমারেখাসহ) এই লেখচিত্র।

কিন্তু আলুর পরিমাণ কখনো ঋণাত্মক হতে পারে না। তাই আলুর পরিমাণের সমাধান অংশে x-অক্ষের নিচের এবং y-অক্ষের বামের অংশ বাদ যাবে।

www.bdniyog.com

মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত আরও সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

প্রশ্ন ▶ ৬ জুলফিকার সাহেব প্রতিদিন বাসে করে যাত্রাবাড়ি থেকে ফার্মগেটে তাঁর নিজস্ব ফার্মেসীতে যান। শুক্র ও শনিবার সাপ্তাহিক ছুটি থাকায় রাস্তায় যানজট কম থাকে। ছুটির দিনে তাঁর ফার্মগেটে পৌছাতে 50 মিনিট বা তার কম সময় লাগে। কিন্তু অন্যান্য দিন ফার্মগেট যেতে তার 100 মিনিট বা তার বেশি সময় লাগে।

ক. ছুটির দিনে ফার্মগেটে পৌছানোর সময় x মিনিট এবং অন্যান্য দিনে পৌছানোর সময় y মিনিট হলে উদ্দীপকের সমস্যাটিকে অসমতায় প্রকাশ কর। ২

খ. ছুটির দিনে পৌছানোর সময় এবং অন্যান্য দিনে পৌছানোর সময়ের মধ্যে একটি সম্পর্ক নিরূপণ কর। ৪

গ. 'খ' এ প্রাপ্ত সম্পর্কটির লেখচিত্র অংকন কর। ৪

৬ নং প্রশ্নের সমাধান

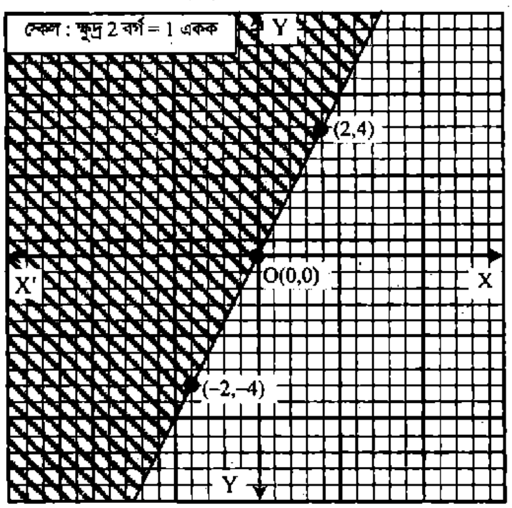
ক দেওয়া আছে, ছুটির দিনে ফার্মগেট পৌছানোর সময় $= x$ মিনিট
এবং অন্যান্য দিনে ফার্মগেট পৌছানোর সময় $= y$ মিনিট
প্রশ্নমতে, $x \leq 50$ এবং $y \geq 100$

খ 'ক' থেকে প্রাপ্ত অসমতাদ্বয়
$x \leq 50$ .... (i)
$y \geq 100$ .... (ii)
(i) হতে পাই, $x \leq 50$
বা, $2x \leq 100$ .... (iii) [উভয়পক্ষকে 2 দ্বারা গুণ করে]
(ii) হতে পাই, $y \geq 100$
বা, $100 \leq y$ .... (iv)
(iii) ও (iv) কে তুলনা করে পাই, $2x \leq 100 \leq y$
অর্থাৎ, $2x \leq y$ বা, $y \geq 2x$ ইহাই নির্ণেয় সম্পর্ক।

গ $y \geq 2x$ অসমতাটিকে $y - 2x \geq 0$ আকারে লেখা যায়।
এখন $y - 2x = 0$ অর্থাৎ $y = 2x$
সমীকরণের লেখচিত্র অঙ্কন করি। সমীকরণটি থেকে পাই,

x	0	2	−2
y	0	4	−4

স্থানাঙ্কায়িত ছক কাগজের ক্ষুদ্রতম দুই বর্গ ঘরের দৈর্ঘ্যকে একক ধরে (0, 0), (2, 4), (−2, −4) বিন্দুগুলো স্থাপন করে লেখচিত্র রেখাটি অঙ্কন করা হলো। এখন ছক কাগজে (5, 0) বিন্দু স্থাপন করি। (5, 0) বিন্দুতে $y - 2x = 0 - 10 = -10 < 0$ সুতরাং লেখচিত্র রেখার যেপাশে (5, 0) বিন্দু আছে তার বিপরীত পাশের সকল বিন্দু রেখার উপরস্থ বিন্দুর স্থানাঙ্ক সমন্বয়ে $y - 2x \geq 0$ এর লেখচিত্র হবে।



প্রশ্ন ▶ ৭ এক ছাত্র কলম, খাতা এবং পেন্সিল কেনার জন্য 100 টাকা নিয়ে দোকানে গেল। সে 5 টাকা দরে xটি কলম, 15 টাকা দরে (x + 4)টি খাতা এবং 10 টাকা দরে yটি পেন্সিল কিনতে চায়।

ক. সমস্যাটিকে একটি অসমতার মাধ্যমে প্রকাশ করে। ২

খ. দুই চলক বিশিষ্ট অসমতাটিকে ছক কাগজে স্থাপন করে সমাধান অংশ চিহ্নিত কর। ৪

গ. দোকানে পেন্সিল না থাকায় সব টাকা দিয়ে কলম ও খাতা কিনলে সে সর্বোচ্চ কতটি খাতা কিনতে পারবে? অসমতা বিবেচনা করে খাতার সংখ্যার সমাধান সেট নির্ণয় কর। ৪

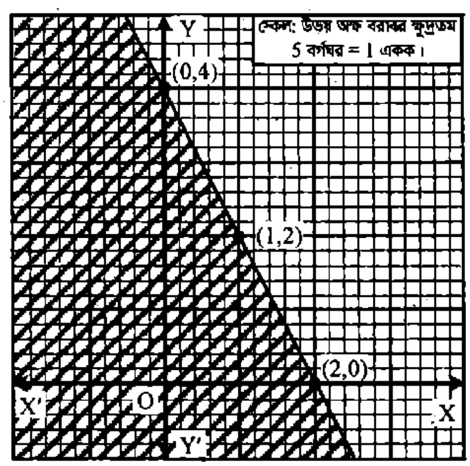
৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক ছাত্রটির কাছে 100 টাকা ছিল, সুতরাং সে সর্বোচ্চ 100 টাকা খরচ করতে পারবে।
কলম বাবদ খরচ $= 5x$ টাকা
খাতা বাবদ খরচ $= 15(x + 4)$ টাকা
পেন্সিল বাবদ খরচ $= 10y$ টাকা
∴ মোট খরচ $= 5x + 15(x + 4) + 10y$
$= 5x + 15x + 60 + 10y$
$= 20x + 10y + 60$
শর্তমতে, $20x + 10y + 60 \leq 100$
বা, $20x + 10y \leq 40$
∴ $2x + y \leq 4$

খ প্রথমে $2x + y = 4$ সমীকরণটির লেখচিত্র অঙ্কন করি।
সমীকরণটি থেকে পাওয়া যায়,
$y = 4 - 2x$
এই সম্পর্ক থেকে লেখের কয়েকটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় করি।

x	0	1	2
y	4	2	0

ছক কাগজের ক্ষুদ্রতম বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরে (0, 4), (1, 2) এবং (2, 0) বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করে সমীকরণটির লেখচিত্র অঙ্কন করি।



এখন মূলবিন্দু (0, 0) তে $2x + y - 4$ রাশির মান −4, যা ঋণাত্মক। সুতরাং লেখচিত্র রেখাটির যে পাশে মূল বিন্দু রয়েছে সেই পাশের সকল বিন্দুর জন্যই $2x + y < 4$।
অতএব, $2x + y \leq 4$ অসমতার সমাধান সেট $2x + y = 4$ সমীকরণের সকল বিন্দু এবং লেখচিত্রের যে পাশে মূলবিন্দু আছে সে পাশের সকল বিন্দুর সমন্বয়ে গঠিত।

www.bdniyog.com

গ দোকানে পেন্সিল না থাকায় সে কোন পেন্সিল কিনতে পারল না।

$\therefore y = 0$

সমীকরণটি হল, $2x \leq 4$

$x \leq 2$

সুতরাং সে সর্বোচ্চ 2টি কলম কিনতে পারবে।

সর্বোচ্চ খাতার সংখ্যা $= x + 4 = 2 + 4 = 6$

$\therefore$ সর্বোচ্চ 6টি খাতা কিনতে পারবে।

আবার, কলম বা খাতার সংখ্যা ঋণাত্মক বা ভগ্নাংশ হতে পারে না।

এবং $x = 0$ হলে খাতার সংখ্যা $= 4$

সমাধান সেট $= \{x : x \in \mathbb{N}$ এবং $4 \leq x \leq 6\}$

প্রশ্ন ▶ ৮ মনে কর, $f(a) = a - \frac{1}{a^2}$ এবং $g(b) = 2b - \frac{b^2}{4}$ এখানে, $a \neq 0$.

ক. দেখাও যে, $f(2) < g(3)$ ২

খ. 'ক' এ দেওয়া অসমতার বামপক্ষে y এবং ডানপক্ষে x যোগ করলে যদি অসমতার চিহ্নের কোন পরিবর্তন না হয় তবে অসমতাটি সরলীকরণ কর। ৪

গ. 'খ' এ প্রাপ্ত অসমতার লেখচিত্র অঙ্কন কর। ৪

৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $f(a) = a - \frac{1}{a^2}$

$f(2) = 2 - \frac{1}{2^2}$

বা, $f(2) = 2 - \frac{1}{4}$ বা, $f(2) = \frac{7}{4}$ বা, $f(2) = 1\frac{3}{4}$

আবার, $g(b) = 2b - \frac{b^2}{4}$

$g(3) = (2 \times 3) - \frac{3^2}{4}$

বা, $g(3) = 6 - \frac{9}{4}$ বা, $g(3) = \frac{15}{4}$ বা, $g(3) = 3\frac{3}{4}$

সুতরাং, $f(2) < g(3)$ **(দেখানো হলো)**

খ 'ক' এ দেওয়া অসমতাটি হলো, $f(2) < f(3)$

অসমতাটির বামপক্ষে y এবং ডান পক্ষে x যোগ করে পাই,

$y + f(2) < x + g(3)$

বা, $y + 1\frac{3}{4} < x + 3\frac{3}{4}$

বা, $y + \frac{7}{4} < x + \frac{15}{4}$

বা, $y < x + \frac{15}{4} - \frac{7}{4}$ [উভয়পক্ষ থেকে $\frac{7}{4}$ বিয়োগ করে]

বা, $y < x + \frac{15 - 7}{4}$ বা, $y < x + \frac{8}{4}$ $\therefore y < x + 2$

গ 'খ' হতে পাই,

$y < x + 2$

বা, $y - x - 2 < 0$

প্রথমে $y = x + 2$ সমীকরণের লেখচিত্র অঙ্কন করি।

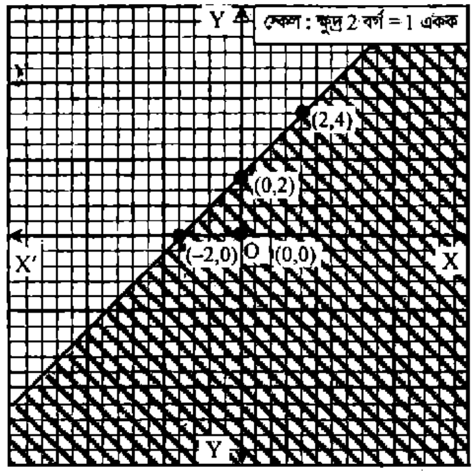
লেখস্থিত কয়েকটি বিন্দু

x	−2	0	2
y	0	2	4

ছক কাগজে ক্ষুদ্রতম 2 বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরে (−2, 0), (0, 2), (2, 4) বিন্দুগুলো স্থাপন করে $y = x + 2$ এর লেখচিত্র পাওয়া যায়।

এখন, মূলবিন্দুতে $y - x - 2$ রাশির মান $-2 < 0$

$\therefore$ লেখ-রেখার যে পাশে মূলবিন্দু সেই পাশের সকল বিন্দু (লেখ-রেখার উপরস্থ বিন্দুগুলো ছাড়া) প্রদত্ত অসমতার সমাধান সেটের অন্তর্ভুক্ত। নিচে সমাধান সেটের লেখচিত্র দেখানো হলো (চিহ্নিত অংশ)।



প্রশ্ন ▶ ৯ একটি স্রোতস্বী নদীতে মোটর চালিত একটি নৌকা স্রোতের অনুকূলে এবং প্রতিকূলে সর্বোচ্চ 12 এবং 8 কি.মি./ ঘন্টা বেগে চলে। স্থির পানিতে নৌকাটির সর্বোচ্চ বেগ 10 কি.মি./ ঘন্টা হলেও সাধারণত এটি কখনও এই বেগে চলে না।

ক. সমস্যাটিকে দুটি অসমতার সাহায্যে প্রকাশ কর। ২

খ. স্রোতের বেগ ও সাধারণত স্থির পানিতে নৌকার বেগ কত? একটি ছক কাগজে অসমতাগুলো একে তা নির্ণয় কর। ৪

গ. নৌকাটি যদি তার সর্বোচ্চ গতিতে চলত তাহলে স্রোতের বেগ কত হতে পারে বলে তুমি মনে কর? সমাধান সেট নির্ণয় করে সংখ্যারেখায় দেখাও। ৪

৯ নং প্রশ্নের সমাধান

ক মনে করি, নৌকার বেগ = x কি.মি./ ঘন্টা

স্রোতের বেগ = y কি.মি./ ঘন্টা

সুতরাং, স্রোতের অনুকূলে নৌকার বেগ, $x + y \leq 12$ .... (1)

এবং স্রোতের প্রতিকূলে নৌকার বেগ, $x - y \leq 8$ .... (2)

খ (1) ও (2)নং অসমতা সমাধান করলেই নৌকা এবং স্রোতের বেগ পাওয়া যাবে।

প্রথমে $x + y = 12$ সমীকরণটির লেখচিত্র অঙ্কন করি,

সমীকরণটি থেকে পাওয়া যায়, $y = 12 - x$

এই সম্পর্ক থেকে লেখের কয়েকটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় করি।

x	0	6	12
y	12	6	0

ছক কাগজের ক্ষুদ্রতম বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরে (0, 12), (6, 6) এবং (12, 0) বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করে সমীকরণটির লেখচিত্র অঙ্কন করি।

এখন মূলবিন্দু (0, 0) তে $x + y < 12$ সিদ্ধ হয়। সুতরাং লেখচিত্রে রেখাটির যে পাশে মূল বিন্দু রয়েছে সেই পাশের সকল বিন্দুর জন্যই $x + y < 12$

অতএব, $x + y \leq 12$ অসমতার সমাধান সেট $x + y = 12$ সমীকরণের সকল বিন্দু এবং লেখচিত্রের যে পাশে মূলবিন্দু আছে সেই পাশের সকল বিন্দুর সমন্বয়ে গঠিত।

আবার, $x - y \leq 8$ সমীকরণটির লেখচিত্র অঙ্কন করি,

সমীকরণটি থেকে পাওয়া যায়,

$y = x - 8$

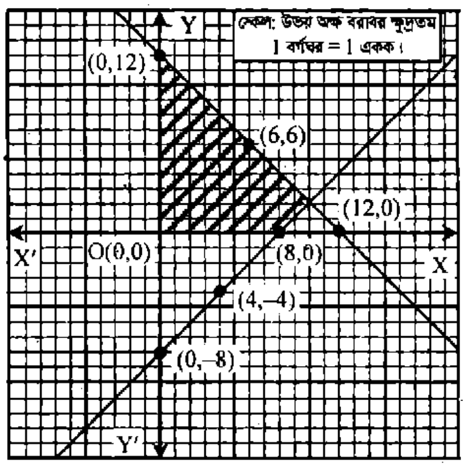
এই সম্পর্ক থেকে লেখের কয়েকটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় করি।

x	0	4	8
y	−8	−4	0

ছক কাগজের ক্ষুদ্রতম বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরে (0, 8), (4, −4) এবং (8, 0) বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করে সমীকরণটির লেখচিত্র অঙ্কন করি।

এখন মূলবিন্দু (0, 0) তে $x - y \leq 8$ অসমতাটি সিদ্ধ হয়। সুতরাং লেখচিত্রে রেখাটির যে পাশে মূল বিন্দু রয়েছে সেই পাশের সকল বিন্দুর জন্যই সত্য।

অতএব, $x - y < 8$ অসমতার সমাধান সেট $x - y = 8$ সমীকরণের সকল বিন্দু এবং লেখচিত্রের যে পাশে মূলবিন্দু আছে সে পাশের সকল বিন্দুর সমন্বয়ে গঠিত।



কিন্তু এখানে বেগ কখনো ঋণাত্মক হতে পারে না। তাই বেগের মানের সমাধান অংশে x-অক্ষের নিচের এবং y-অক্ষের বামের অংশ বাদ যাবে।

গ (1) নং অসমতা থেকে পাই,

$x + y \leq 12$

নৌকার সর্বোচ্চ বেগ 10 কি.মি./ঘন্টা

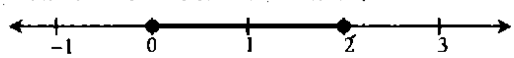
$\therefore\ 10 + y \leq 12$

$\therefore\ y \leq 2$

কিন্তু স্রোতের বেগের দিক ধনাত্মক ধরলে ইহা কখনও ঋণাত্মক হতে পারে না।

সুতরাং নির্ণেয় সমাধান সেট $= \{x : 0 \leq x \leq 2\}$

নিম্নে সমাধান সেটটিকে সংখ্যারেখায় দেখানো হল–



প্রশ্ন ▶১০ একটি নড়বড়ে সাঁকোকে হেলে পড়ে যাওয়া থেকে রোধ করার জন্য একটি লম্বা বাঁশ ব্যবহার করা হবে। বাঁশের দৈর্ঘ্য এমনভাবে নেওয়া হল যেন এর $\frac{1}{5}$ অংশ পানির উপরে, $\frac{1}{3}$ অংশ মাটির ভিতরে আর বাকি অংশ থাকবে পানিতে। যে অংশটুকু পানিতে থাকবে তার দৈর্ঘ্য 5 মিটার বা তার বেশি হতে হবে।

ক. সমস্যাটিকে অসমতায় প্রকাশ কর। ২

খ. বাঁশের দৈর্ঘ্যের একটি সেট নির্ণয় করে সংখ্যা রেখায় দেখাও। সমীকরণ থেকে বাঁশের দৈর্ঘ্যের সর্বনিম্ন মান নির্ণয় কর। ৪

গ. দশ পনের বছর পর বাঁশটি যদি ভারের কারণে মাটিতে আরও কিছুটা ঢুকে যায় তবে উদ্দীপকের সকল শর্ত ঠিক রেখে মাটির ভেতরের অংশ ও বাঁশের দৈর্ঘ্য সমাধান করে একটি ছক কাগজে এঁকে দেখাও। ৪

১০ নং প্রশ্নের সমাধান

ক মনে করি, বাঁশের দৈর্ঘ্য = x মি.

পানির উপরের অংশ $= \frac{x}{5}$ মি.

মাটির ভেতরের অংশ $= \frac{x}{3}$ মি.

বাকি অংশ $= \left(x - \frac{x}{5} - \frac{x}{3}\right)$ মি.

শর্তমতে, $x - \frac{x}{5} - \frac{x}{3} \geq 5$

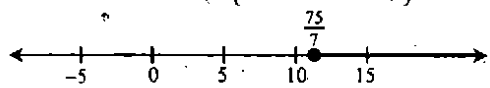
খ অসমতাটি সমাধান করে পাই,

$x - \frac{x}{5} - \frac{x}{3} \geq 5$

বা, $\frac{15x - 3x - 5x}{15} \geq 15$ বা, $\frac{7x}{15} \geq 5$

বা, $x \geq 5 \times \frac{15}{7}$ বা, $x \geq \frac{75}{7} \approx 10.7$

সুতরাং বাঁশের দৈর্ঘ্যের সেট $= \left\{x : x \in \mathbb{R}, x \geq \frac{75}{7}\right\}$



বাঁশের সর্বনিম্ন দৈর্ঘ্য $= \frac{75}{7}$ মি.

গ মনে করি, দশ-পনের বছর পর বাঁশটির মাটির ভেতরের অংশ = y মিটার।

উদ্দীপকের সকল শর্ত ঠিক রেখে আমরা পাই, $\frac{x}{3} = y$

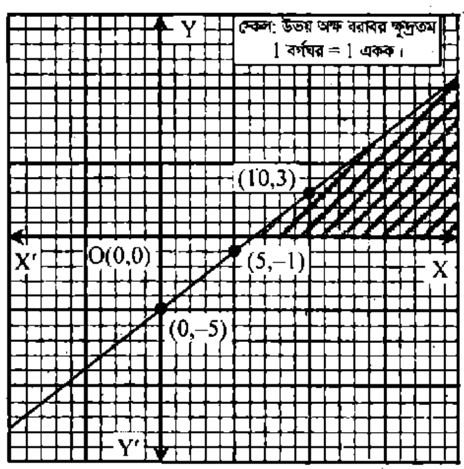
সুতরাং, $x - \frac{x}{5} - y \geq 5$ বা, $\frac{5x - x - 5y}{5} \geq 5$ বা, $4x - 5y \geq 25$

প্রথমে $4x - 5y = 25$ সমীকরণটির লেখচিত্র অঙ্কন করি,

সমীকরণটি থেকে পাওয়া যায়, $y = \frac{4x - 25}{5}$

এই সম্পর্ক থেকে লেখের কয়েকটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় করি।

x	0	5	10
y	–5	–1	3



ছক কাগজের ক্ষুদ্রতম বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরে (0, –5), (5, –1) এবং (10, 3) বিন্দুগুলোকে ছক কাগজে স্থাপন করে সমীকরণটির লেখচিত্র অঙ্কন করি।

এখন মূলবিন্দু (0, 0) তে $x + y < 12$ সিদ্ধ হয় না। সুতরাং লেখচিত্রে রেখাটির যে পাশে মূলবিন্দু রয়েছে তার বিপরীত পাশের সকল বিন্দুর জন্যই $4x - 5y > 25$

অতএব, $4x - 5y \geq 25$ অসমতার সমাধান সেট $x + y = 12$ সমীকরণের সকল বিন্দু এবং লেখচিত্রের যে পাশে মূলবিন্দু আছে তার বিপরীত পাশের সকল বিন্দুর সমন্বয়ে গঠিত।

কিন্তু এখানে বাঁশের দৈর্ঘ্য কখনো ঋণাত্মক হতে পারে না। তাই সমাধান অংশে x-অক্ষের নিচের অংশ বাদ যাবে।

প্রশ্ন ব্যাংক উত্তরসহ সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

প্রশ্ন ▶ ১১ $3x - 3y > 5$ **এবং** $x + 3y \le 9$ **একটি অসমতাযুগল।**

ক. $3x - 3y - 5 = 0$ এবং $x + 3y - 9 = 0$ সমীকরণ জোটের কয়েকটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর। ২

খ. প্রথম অসমতার লেখচিত্র আঁক। ৪

গ. প্রদত্ত অসমতা যুগলের সমাধান সেটের লেখচিত্র অঙ্কন কর। ৪

প্রশ্ন ▶ ১২ **একটি সংখ্যার দ্বিগুণ ও তিনগুণের বিয়োগফল ও যোগফল যথাক্রমে 1 এর কম নয় ও 7 এর বেশি নয়।**

ক. প্রদত্ত সমস্যাকে অসমতার মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২

খ. অসমতা যুগলের সমতা বিন্দু নির্ণয় কর। ৪

গ. অসমতা যুগলের যুগপৎ লেখচিত্র অঙ্কন কর ও সমতা বিন্দু লেখচিত্রে চিহ্নিত কর। ৪

উত্তর: ক. $2x - 3y \ge 1, 2x + 3y \le 7$ **খ.** $(2, 1)$

প্রশ্ন ব্যাংক উত্তরসহ সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন : সব অনুশীলনীর সমন্বয়ে

প্রশ্ন ▶ ১৩ **একটি বোর্ডিং-এ রোজ** $4x$ **কেজি চাল এবং** $(x - 3)$ **কেজি ডাল লাগে এবং চাল ও ডাল মোট 40 কেজির বেশি লাগে না।**

ক. সমস্যাটিকে অসমতার মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২

খ. অসমতাটির সমাধান কর ও সমাধান সেট লিখ। ৪

গ. বর্ণনাসহ লেখ অঙ্কন করে সমাধান চিহ্নিত কর। ৪

উত্তর: ক. $4x + x - 3 \le 40$ **খ.** $x \le \frac{43}{5}$; $\{x \in \mathbb{R} : 0 < x \le \frac{43}{5}\}$

প্রশ্ন ▶ ১৪ $2x + y + 5 \le$ .... (i)

$3x + 2y - 6 < 0$............ (ii)

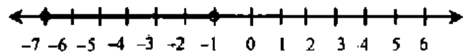
[সাতক্ষীরা সরকারি মাধ্যমিক বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়]

ক. $2(x + 3) < 5$ এর সংখ্যারেখা দেখাও। ২

খ. (i) অসমতার সমীকরণ অক্ষদ্বয়কে ছেদ করলে যে ত্রিভুজ উৎপন্ন হয় তার ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

গ. (i) ও (ii) অসমতা দুইটির যুগপৎ সমাধান চিহ্নিত কর। ৪

উত্তর: ক.



খ. $\frac{25}{4}$ বর্গ একক

internet-linked

প্রশ্ন ব্যাংকের আরও প্রশ্ন ও উত্তরের জন্যে নিচের ওয়েব অ্যাড্রেসটি টাইপ করুন

ssc.panjeree.com/hmt/hm06qbs.pdf

REVISION

এ অংশে অধ্যায়ের গুরুত্বপূর্ণ তথ্য ও সূত্র, পরীক্ষার আগে যার উপর চোখ বুলিয়ে নেওয়া প্রয়োজন বা অবশ্যই মনে রাখতে হবে এমন বিষয়সমূহ একনজরে উল্লেখ করা হয়েছে। পরীক্ষার আগে এ বিষয়গুলো রিভিশন দিলে পরীক্ষায় নির্ভুলভাবে অঙ্ক সমাধান করতে পারবে।

- অসমতাগুলো সমীকরণ আকারে লিখে লেখচিত্র আঁকতে হবে।
- এক ঘাত বিশিষ্ট (চলক যাই হোক না কেন) সমীকরণের লেখচিত্র সর্বদা সরলরেখা।
- লেখচিত্রের যেকোনো বিন্দুর স্থানাঙ্ক সমীকরণটিকে সিদ্ধ করে অর্থাৎ x ও y এর পরিবর্তে ঐ বিন্দুর ভুজ ও কোটি বসালে এর মান শূন্য হয়।
- লেখচিত্রের বাইরে কোনো বিন্দুর জন্য সমীকরণের মান শূন্য অপেক্ষা বড় বা ছোট হয়।
- কোনো অসমতার লেখ মূলবিন্দু দ্বারা সিদ্ধ হলে মূলবিন্দু পার্শ্বস্থ সকল বিন্দুই অসমতার লেখ। আর মূলবিন্দু দ্বারা সিদ্ধ না হলে মূলবিন্দুর বিপরীত পাশের সকল বিন্দু অসমতার লেখ।
- সাধারণ নিয়মে লেখচিত্র অঙ্কনের পর অসমতা চিহ্ন অনুসারে ছায়াচিত্র চিহ্নিত করতে হবে।
- অসমতা চিহ্ন ' < ' অথবা ' > ' দ্বারা লেখচিত্রে চিহ্নিত বহিঃস্থ বিন্দুর সেট বোঝায় লেখের উপরস্থ বিন্দু অন্তর্ভুক্ত নয়।
- ' ≥ ' অথবা ' ≤ ' দ্বারা লেখের উপরস্থ বিন্দু থেকে চিহ্নিত সকল বিন্দুর সেটকে বোঝায়।
- লেখচিত্রের মাধ্যমে সমীকরণের যুগপৎ সমাধানের জন্য
  (i) একই ছক কাগজে রেখা দুইটির লেখচিত্র অঙ্কন করতে হবে।
  (ii) রেখা দুইটির চিহ্নিত অংশের ছেদাংশ বিন্দুই অসমতা দুইটির যুগপৎ সমাধান।
- ছায়াচিত্র চিহ্নিত করার সময় অবশ্যই অসমতা চিহ্ন অনুসারে করতে হবে।

SUGGESTION

এখানে অধ্যায়টির অনুশীলনী, বহুনির্বাচনি ও সৃজনশীল প্রশ্নগুলো বিশ্লেষণ করে স্টার মার্কসহ সাজেশন দেওয়া হয়েছে। পরীক্ষার আগে অবশ্যই এ অঙ্কগুলো সমাধান করবে। তাহলে পরীক্ষায় যেকোনো অঙ্কের সমাধান সহজেই করতে পারবে।

সাজেশন | বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

	প্রশ্ন নম্বর
★★★	৪, ৫, ৭, ৯, ১০, ১১, ১২, ২০, ২১, ২২
★★	৬, ৮, ১৭, ১৮, ১৯

সাজেশন | সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

	প্রশ্ন নম্বর
★★★	১, ২, ৫, ৬, ১০
★★	৩, ৭, ৯

www.bdniyog.com

অধ্যায়-৭

অসীম ধারা

অনুশীলনী-৭

অধ্যায়টি পড়ে যা জানতে পারবে—

১. অনুক্রমের ধারণা ব্যাখ্যা
২. অসীম ধারা চিহ্নিত
৩. অসীম গুণোত্তর ধারার সমষ্টি থাকার শর্ত ব্যাখ্যা
৪. অসীম গুণোত্তর ধারার সমষ্টি নির্ণয়
৫. আবৃত্ত দশমিক সংখ্যাকে অনন্ত গুণোত্তর ধারায় প্রকাশ এবং সাধারণ ভগ্নাংশে রূপান্তর।

প্রাচীন ভারতীয় গণিতবিদ ও জ্যোতির্বিদ ব্রহ্মগুপ্ত (*Brahmagupta*, 598-665) শূন্যকে (0) সংখ্যা হিসাবে প্রথম ব্যবহার করেন। তিনি n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার বর্গের ও ঘনের যোগফল নির্ণয়ের সূত্র আবিষ্কার করেন।

PRACTICE P

১৬টি অনুশীলনীর প্রশ্ন

১৩১টি বহুনির্বাচনি প্রশ্ন ■ ৬৫টি সাধারণ বহুনির্বাচনি ■ ২৫টি বহুপদী সমাপ্তিসূচক ■ ৪১টি অভিন্ন তথ্যভিত্তিক

২৭টি সৃজনশীল প্রশ্ন ■ ২টি অনুশীলনী ■ ৩টি শ্রেণির কাজ ■ ১৪টি মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত ■ ৮টি প্রশ্নব্যাংক

অনুশীলনীর সৃজনশীল বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

১. 1, 3, 5, 7, ধারাটির 12 তম পদ কোনটি?

ক. 12 খ. 13
গ. 23 ঘ. 25 (গ)

ব্যাখ্যা: ১ম পদ $a = 1$ এবং সাধারণ অন্তর $d = 2$

$\therefore$ r তম পদ $= a + (r-1)d$

$\therefore$ 12 তম পদ $= 1 + (12-1) \times 2 = 23$

২. কোনো অনুক্রমের n তম পদ $= \frac{1}{n(n+1)}$, এর ৩য় পদ কোনটি?

ক. $\frac{1}{3}$ খ. $\frac{1}{6}$
গ. $\frac{1}{12}$ ঘ. $\frac{1}{20}$ (গ)

ব্যাখ্যা: n তম পদ $= \frac{1}{n(n+1)}$

$\therefore$ ৩য় পদ $= \frac{1}{3(3+1)} = \frac{1}{12}$

৩. কোনো অনুক্রমের n তম পদ $= \frac{1-(-1)^n}{2}$ হলে 20 তম পদ কোনটি?

ক. 0 খ. 1
গ. −1 ঘ. 2 (ক)

ব্যাখ্যা: n তম পদ $= \frac{1-(-1)^n}{2}$

$\therefore$ 20 তম পদ $= \frac{1-(-1)^{20}}{2} = \frac{1-1}{2} = 0$

৪. কোনো অনুক্রমের n তম পদ $U_n = \frac{1}{n}$ এবং $U_n < 10^{-4}$ হলে n এর মান হবে—

i $n < 10^3$
ii $n < 10^4$
iii $n > 10^4$

নিচের কোনটি সঠিক?

ক. i খ. ii ও iii
গ. i ও iii ঘ. i, ii ও iii

[বি:দ্র: সঠিক উত্তর নেই।]

ব্যাখ্যা: $U_n = \frac{1}{n}$ এবং $U_n < 10^{-4} = \frac{1}{10^4}$

$\therefore \frac{1}{n} < \frac{1}{10^4}$

বা, $n > 10^4$

নিম্নের ধারাটি লক্ষ কর এবং (৫-৭) নম্বর প্রশ্নের উত্তর দাও:

$4, \frac{4}{3}, \frac{4}{9}, \ldots\ldots\ldots$

৫. ধারাটির 10 তম পদ কোনটি?

ক. $\frac{4}{3^{10}}$ খ. $\frac{4}{3^9}$
গ. $\frac{4}{3^{11}}$ ঘ. $\frac{4}{3^{12}}$ (খ)

ব্যাখ্যা: প্রথম পদ $a = 4$, সাধারণ অনুপাত $r = \frac{1}{3}$

$\therefore$ n তম পদ $= a.r^{n-1}$

$\therefore$ 10 পদ $= 4.\left(\frac{1}{3}\right)^{10-1} = \frac{4}{3^9}$

৬. ধারাটির প্রথম 5 পদের সমষ্টি কত?

ক. $\frac{160}{27}$ খ. $\frac{484}{81}$
গ. $\frac{12}{9}$ ঘ. $\frac{20}{9}$ (খ)

ব্যাখ্যা: $S_5 = 4.\frac{1-\left(\frac{1}{3}\right)^5}{1-\frac{1}{3}} \left[\because r = \frac{1}{3} < 1\right]$

$$= 4.\frac{\frac{242}{243}}{\frac{2}{3}} = 4 \times \frac{242}{243} \times \frac{3}{2} = \frac{484}{81}$$

৭. ধারাটির অসীমতক সমষ্টি কত?

ক. 0 খ. 5
গ. 6 ঘ. 7 (গ)

ব্যাখ্যা: $S_\infty = \frac{a}{1-r} = \frac{4}{1-\frac{1}{3}} = \frac{4}{\frac{2}{3}} = 6$

অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

৮. প্রদত্ত অনুক্রমের 10 তম পদ, 15 তম পদ এবং r তম পদ নির্ণয় কর:

(ক) 2, 4, 6, 8, 10, 12, ...

সমাধান: এখানে, 2, 4, 6, 8, 10, 12 .... অনুক্রমটি একটি সমান্তর ধারা, যার

প্রথম পদ a = 2 এবং সাধারণ অন্তর d = 4 – 2 = 2

$\therefore$ r তম পদ $= a + (r-1)d$
$= 2 + (r-1)2$
$= 2 + 2r - 2$
$= 2r$

$\therefore$ 10 তম পদ $= 2 \times 10 = 20$

এবং 15 তম পদ $= 2 \times 15 = 30$

Ans. 20, 30 এবং 2r

(খ) $\frac{1}{2}, 1, \frac{3}{2}, 2, \frac{5}{2}$, ...

সমাধান: $\frac{1}{2}, 1, \frac{3}{2}, 2, \frac{5}{2}$, ...

অনুক্রমটি একটি সমান্তর ধারা, যার

প্রথম পদ, $a = \frac{1}{2}$ এবং সাধারণ অন্তর, $d = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

$\therefore$ r তম পদ $= a + (r-1)d$
$= \frac{1}{2} + (r-1)\frac{1}{2}$
$= \frac{1}{2} + \frac{r}{2} - \frac{1}{2}$
$= \frac{r}{2}$

$\therefore$ 10 তম পদ $= \frac{10}{2} = 5$ এবং 15 তম পদ $= \frac{15}{2}$

Ans. 5, $\frac{15}{2}$ এবং $\frac{r}{2}$

(গ) অনুক্রমটির nতম পদ $= \frac{1}{n(n+1)}$, $n \in \mathbb{N}$

সমাধান: এখানে, অনুক্রমটির n তম পদ $= \frac{1}{n(n+1)}$,

যেখানে, $n \in \mathbb{N}$

n = r বসিয়ে পাই, r তম পদ $= \frac{1}{r(r+1)}$

n = 10 বসিয়ে পাই,

10 তম পদ $= \frac{1}{10(10+1)} = \frac{1}{10 \times 11} = \frac{1}{110}$

n = 15 বসিয়ে পাই,

15 তম পদ $= \frac{1}{15(15+1)} = \frac{1}{15 \times 16} = \frac{1}{240}$

Ans. $\frac{1}{110}, \frac{1}{240}$ এবং $\frac{1}{r(r+1)}$

(ঘ) 0, 1, 0, 1, 0, 1, ...

সমাধান: প্রদত্ত অনুক্রম 0, 1, 0, 1, 0, 1, ...

এখানে, ধারাটির জোড় তম পদ 1 এবং বিজোড় তম পদ 0

10 জোড় বিধায় 10 তম পদ = 1

15 বিজোড় বিধায় 15 তম পদ = 0

r জোড় হলে r তম পদ = 1

r বিজোড় হলে r তম পদ = 0

Ans. 1, 0 এবং 1 (r জোড় হলে) অথবা 0 (r বিজোড় হলে)

(ঙ) $5, \frac{5}{3}, \frac{5}{9}, \frac{5}{27}, \frac{5}{81}$, ...

সমাধান: এখানে, প্রদত্ত ধারাটি একটি গুণোত্তর ধারা।

যার প্রথম পদ a = 5

সাধারণ অনুপাত $q = \frac{\frac{5}{3}}{5} = \frac{5}{3 \times 5} = \frac{1}{3}$

$\therefore$ r তম পদ $= aq^{r-1}$
$= 5\left(\frac{1}{3}\right)^{r-1}$
$= \frac{5}{3^{r-1}}$

r = 10 বসিয়ে পাই,

10 তম পদ $= 5\left(\frac{1}{3}\right)^{10-1} = 5\left(\frac{1}{3}\right)^9$
$= 5.\frac{1}{3^9} = \frac{5}{3^9}$

r = 15 বসিয়ে পাই,

15 তম পদ $= 5\left(\frac{1}{3}\right)^{15-1}$
$= 5\left(\frac{1}{3}\right)^{14} = \frac{5}{3^{14}}$

Ans. $\frac{5}{3^9}, \frac{5}{3^{14}}$ এবং $\frac{5}{3^{r-1}}$

(চ) অনুক্রমটির nতম পদ $= \frac{1-(-1)^{3n}}{2}$

সমাধান: প্রদত্ত অনুক্রমটির n তম পদ হলো $\frac{1-(-1)^{3n}}{2}$

n = r বসিয়ে পাই,

r তম পদ $= \frac{1-(-1)^{3r}}{2}$
$= \frac{1-1}{2}$ যখন r জোড় এবং $\frac{1+1}{2}$ যখন r বিজোড়
= 0 যখন r জোড় এবং 1 যখন r বিজোড়

r = 10 বসিয়ে পাই,

10 তম পদ = 0 [∵ 10 জোড় সংখ্যা]

r = 15 বসিয়ে পাই,

15 তম পদ = 1 [∵ 15 বিজোড় সংখ্যা]

Ans. 0, 1 এবং 0 (r জোড় হলে), 1 (r বিজোড় হলে)

৯. একটি অনুক্রমের nতম পদ $U_n = \frac{1}{n}$

(ক) $u_n < 10^{-5}$ হলে, n এর মান কিরূপ হবে?

সমাধান: দেওয়া আছে, অনুক্রমটির n তম পদ $U_n = \frac{1}{n}$

এখন $u_n < 10^{-5}$

$\therefore \frac{1}{n} < 10^{-5}$

বা, $\frac{1}{n} < \frac{1}{10^5}$

$\therefore n > 10^5$

Ans. $n > 10^5$

(খ) $u_n > 10^{-5}$ হলে, n এর মান কিরূপ হবে?

সমাধান: দেওয়া আছে, অনুক্রমটির n তম পদ $u_n = \frac{1}{n}$

এবং $u_n > 10^{-5}$

$\therefore \frac{1}{n} > 10^{-5}$

বা, $\frac{1}{n} > \frac{1}{10^5}$

$\therefore n < 10^5$

Ans. $n < 10^5$

(গ) u_n এর প্রান্তীয় মান (n যথেষ্ট বড় হলে) সম্পর্কে কী বলা যায়?

সমাধান: দেওয়া আছে, একটি অনুক্রমের nতম পদ $u_n = \frac{1}{n}$

যখন n যথেষ্ট বড় হবে অর্থাৎ $n \to \infty$ হবে তখন

$u_{n\to\infty} = \frac{1}{n \to \infty} = 0$

$\therefore$ u_n এর প্রান্তীয়মান 0 (শূন্য)

Ans. 0 (শূন্য)

১০. গাণিতিক আরোহ পদ্ধতির সাহায্যে দেখাও যে, $r \neq 1$ হলে, গুণোত্তর ধারা $a + ar + ar^2 + ar^3 + ...$ এর n তম আংশিক সমষ্টি, $S_n = a.\frac{1-r^n}{1-r}$

সমাধান: দেওয়া আছে, $a + ar + ar^2 + ...$

এটি একটি গুণোত্তর ধারা, যার ১ম পদ = a

এবং সাধারণ অনুপাত $= \frac{ar}{a} = r$

$\therefore$ ধারাটির nতম পদ $= ar^{n-1}$

$\therefore$ প্রদত্ত গুণোত্তর ধারার nতম আংশিক সমষ্টি

$S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r}; r \neq 1$,

অর্থাৎ, $a + ar + ar^2 + ... + ar^{n-1} = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$; $r \neq 1$ প্রমাণ করাই যথেষ্ট।

প্রথম ধাপ:

এখানে, $a + ar + ar^2 + ... + ar^{n-1} = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$ ... ... (i)

n = 1 এর জন্য (i) বাক্যটি সত্য।

কারণ তখন বামপক্ষ = a

এবং ডানপক্ষ $= \frac{a(1-r^1)}{1-r} = \frac{a(1-r)}{(1-r)} = a$

দ্বিতীয় ধাপ:

ধরি, n = m এর জন্য (i) বাক্যটি সত্য, অর্থাৎ

$a + ar + ar^2 + ... + ar^{m-1} = \frac{a(1-r^m)}{1-r}$ ... ... (ii)

এখন (i) বাক্যটি n = m + 1 এর জন্যও সত্য হবে যদি

$a + ar + ar^2 + ... + ar^{m+1-1} = \frac{a(1-r^{m+1})}{1-r}$

বা, $a + ar + ar^2 + ... + ar^m = \frac{a(1-r^{m+1})}{1-r}$ .... (iii) সত্য হয়।

এখন (ii) নং এর উভয় পক্ষে ar^m যোগ করে পাই,

$a + ar + ar^2 + ... + ar^{m-1} + ar^m = \frac{a(1-r^m)}{1-r} + ar^m$

$= \frac{a - ar^m + ar^m - ar^m.r}{1-r}$

$= \frac{a - ar^{m+1}}{1-r}$

$= \frac{a(1-r^{m+1})}{1-r}$

$\therefore$ (iii) বাক্যটি প্রমাণিত হলো অর্থাৎ n = m + 1 এর জন্য (i) বাক্যটি সত্য।

$\therefore$ গাণিতিক আরোহ পদ্ধতি অনুযায়ী সকল $n \in \mathbb{N}$ এর জন্য (i) বাক্যটি সত্য। **(দেখানো হলো)**

১১. প্রদত্ত অসীম গুণোত্তর ধারার (অসীমতক) সমষ্টি যদি থাকে, তবে তা নির্ণয় কর:

(ক) $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + ...$

সমাধান: ধারাটির ১ম পদ, a = 1

এবং সাধারণ অনুপাত, $r = \frac{1}{2} \div 1 = \frac{1}{2}$

এখানে $|r| = |\frac{1}{2}| = \frac{1}{2} < 1$, সুতরাং ধারাটির অসীমতক সমষ্টি বিদ্যমান।

$\therefore$ ধারাটির অসীমতক সমষ্টি, $S_\infty = \frac{a}{1-r} = \frac{1}{1-\frac{1}{2}} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2$

Ans. 2

(খ) $\frac{1}{5} - \frac{2}{5^2} + \frac{4}{5^3} - \frac{8}{5^4} + ...$

সমাধান: ধারাটির ১ম পদ, $a = \frac{1}{5}$

এবং সাধারণ অনুপাত, $r = -\frac{2}{5^2} \div \frac{1}{5} = -\frac{2}{5^2} \times 5 = -\frac{2}{5}$

এখানে $|r| = |-\frac{2}{5}| = \frac{2}{5} < 1$, সুতরাং ধারাটির অসীমতক সমষ্টি বিদ্যমান।

$\therefore$ ধারাটির অসীমতক সমষ্টি,

$$S_\infty = \frac{a}{1-r} = \frac{\frac{1}{5}}{1-\left(-\frac{2}{5}\right)} = \frac{\frac{1}{5}}{\frac{7}{5}} = \frac{1}{7}$$

Ans. $\frac{1}{7}$

(গ) $8 + 2 + \frac{1}{2} + \frac{1}{8} + \frac{1}{32} + ...$

সমাধান: ধারাটির ১ম পদ, a = 8

এবং সাধারণ অনুপাত, $r = 2 \div 8 = \frac{1}{4}$

এখানে $|r| = |\frac{1}{4}| = \frac{1}{4} < 1$, সুতরাং ধারাটির অসীমতক সমষ্টি বিদ্যমান।

$\therefore$ ধারাটির অসীমতক সমষ্টি, $S_\infty = \frac{a}{1-r} = \frac{8}{1-\frac{1}{4}} = \frac{8}{\frac{3}{4}} = \frac{32}{3}$

Ans. $\frac{32}{3}$

(ঘ) $1 + 2 + 4 + 8 + 16 + ...$

সমাধান: ধারাটির ১ম পদ, a = 1

এবং সাধারণ অনুপাত, $r = \frac{2}{1} = 2$

এখানে $|r| = |2| = 2 > 1$, সুতরাং ধারাটির অসীমতক সমষ্টি নেই।

Ans. সমষ্টি নেই।

www.bdniyog.com

(ঙ) $\frac{1}{2}+\left(-\frac{1}{4}\right)+\frac{1}{8}+\left(-\frac{1}{16}\right)+$ ....

সমাধান: ধারাটির ১ম পদ, $a=\frac{1}{2}$

এবং সাধারণ অনুপাত, $r=-\frac{1}{4}\div\frac{1}{2}$

$=-\frac{1}{4}\times 2=-\frac{1}{2}$

এখানে $|r|=|-\frac{1}{2}|=\frac{1}{2}<1$, সুতরাং ধারাটির অসীমতক সমষ্টি বিদ্যমান।

∴ ধারাটির অসীমতক সমষ্টি, $S_\infty=\frac{a}{1-r}$

$$=\frac{\frac{1}{2}}{1-\left(-\frac{1}{2}\right)}=\frac{\frac{1}{2}}{1+\frac{1}{2}}=\frac{\frac{1}{2}}{\frac{3}{2}}=\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}=\frac{1}{3}$$

Ans. $\frac{1}{3}$

১২. নিচের ধারাগুলোর প্রথম n সংখ্যক পদের যোগফল নির্ণয় কর। এগুলোর অসীমতক সমষ্টি আছে কি? না থাকলে ব্যাখ্যা দাও।

(ক) 7 + 77 + 777 + ...

সমাধান: 7 + 77 + 777 + ... + n তম পদ

= 7(1 + 11 + 111 + ... + n তম পদ)

$=\frac{7}{9}$(9 + 99 + 999 + ... + n তম পদ)

$=\frac{7}{9}$ {(10 – 1) + (100 – 1) + (1000 – 1) + ... + n তম পদ}

$=\frac{7}{9}$ {(10 + 10^2 + 10^3 + ... + n তম পদ) – (1 + 1 + 1 + ... + n তম পদ)}

$=\frac{7}{9}$ {10 (1 + 10 + 10^2 + ... + n তম পদ) – n}

$=\frac{7}{9}\left\{\left(10\cdot\frac{10^n-1}{10-1}\right)-n\right\}$

$=\frac{70}{81}(10^n-1)-\frac{7n}{9}$ **(Ans.)**

∵ ধারাটির n সংখ্যক পদের সমষ্টি, $S_n=\frac{70}{81}(10^n-1)-\frac{7n}{9}$

ধারাটির কোনো অসীমতক সমষ্টি নেই।

ব্যাখ্যা: 7 + 77 + 777 + ...

$=\frac{7}{9}$ {10 + 10^2 + 10^3 + ...} – (1 + 1 + 1 + ...)}

এখন, 10 + 10^2 + 10^3 + ...

ধারাটির সাধারণ অনুপাত, $r=\frac{10^2}{10}=10$

যেহেতু $|r|=|10|=10>1$ কাজেই ধারাটির কোনো অসীমতক সমষ্টি নেই।

∴ প্রদত্ত ধারাটির কোনো অসীমতক সমষ্টি নেই। **(Ans.)**

(খ) 5 + 55 + 555 + ...

সমাধান: 5 + 55 + 555 + ... + n তম পদ

= 5(1 + 11 + 111 + ... + n তম পদ)

$=\frac{5}{9}$(9 + 99 + 999 + ... + n তম পদ)

$=\frac{5}{9}$(10 – 1) + (10^2 – 1) + (10^3 – 1) .... + n তম পদ)

$=\frac{5}{9}$ {(10 + 10^2 + 10^3 + ... + n তম পদ) – (1 + 1 + 1 + ... + n তম পদ)}

$=\frac{5}{9}$ {10 (1 + 10 + 10^2 + ... + n তম পদ) – n}

$=\frac{5}{9}\left(10\cdot\frac{10^n-1}{10-1}-n\right)$

$=\frac{50}{81}(10^n-1)-\frac{5n}{9}$ **(Ans.)**

অতএব, ধারাটির n সংখ্যক পদের সমষ্টি, $S_n=\frac{50}{81}(10^n-1)-\frac{5n}{9}$

ধারাটির কোনো অসীমতক সমষ্টি নেই।

ব্যাখ্যা: 5 + 55 + 555 + ...

$=\frac{5}{9}$ {(10 + 10^2 + 10^3 + ...) – (1 + 1 + 1 + ...)}

এখন, 10 + 10^2 + 10^3 + ...

ধারাটির সাধারণ অনুপাত, $r=\frac{10^2}{10}=10$

যেহেতু, $|r|=|10|$ 10 > 1 কাজেই ধারাটির কোনো অসীমতক সমষ্টি নেই।

∴ প্রদত্ত ধারাটির কোনো অসীমতক সমষ্টি নেই। **(Ans.)**

১৩. x-এর উপর কী শর্ত আরোপ করলে $\frac{1}{x+1}+\frac{1}{(x+1)^2}+\frac{1}{(x+1)^3}+$ .... অসীম ধারাটির (অসীমতক) সমষ্টি থাকবে এবং সেই সমষ্টি নির্ণয় কর।

সমাধান: প্রদত্ত ধারাটি, $\frac{1}{x+1}+\frac{1}{(x+1)^2}+\frac{1}{(x+1)^3}+$ ......

এখানে, প্রথম পদ, $a=\frac{1}{x+1}$

এবং সাধারণ অনুপাত,

$$r=\frac{1}{(x+1)^2}\div\frac{1}{x+1}=\frac{1}{x+1}$$

ধারাটির অসীমতক সমষ্টি থাকবে যদি $|r|<1$ হয়,

অর্থাৎ, $\left|\frac{1}{x+1}\right|<1$

বা, $\frac{1}{|x+1|}<1$

বা, $|x+1|>1$

এখন $|(x+1)|$ অঋণাত্মক হলে, $x+1>1$ বা, $x>0$

আবার $|(x+1)|$ ঋণাত্মক হলে, $-(x+1)>1$ বা, $x+1<-1$

বা, $x<-2$

∴ নির্ণেয় শর্ত হচ্ছে: $x<-2$ অথবা $x>0$

∴ অসমীতক সমষ্টি, $S=\frac{a}{1-r}=\frac{\frac{1}{x+1}}{1-\frac{1}{x+1}}=\frac{\frac{1}{x+1}}{\frac{x+1-1}{x+1}}$

$$=\frac{\frac{1}{x+1}}{\frac{x}{x+1}}=\frac{1}{x+1}\times\frac{x+1}{x}$$

$$=\frac{1}{x}$$

Ans. শর্ত: $x<-2$ অথবা $x>0$; সমষ্টি $\frac{1}{x}$

www.bdniyog.com

১৪. প্রদত্ত পৌনঃপুনিক দশমিকগুলোকে মূলদীয় ভগ্নাংশে প্রকাশ কর:

(ক) $.\dot{2}\dot{7}$

সমাধান: $.\dot{2}\dot{7} = .27\,27\,27\,27\,27\,27 \ldots\ldots$

$= .27 + .0027 + .000027 + \ldots\ldots$

যা একটি অনন্ত গুনোত্তর ধারা।

ধারাটির ১ম পদ, $a = .27$

এবং সাধারণ অনুপাত, $r = \frac{.0027}{.27} = .01 < 1$

$\therefore$ ধারাটির অসীমতক সমষ্টি, $S_\infty = \frac{a}{1-r} = \frac{.27}{1-.01}$

$= \frac{.27}{.99} = \frac{27}{99} = \frac{3}{11}$

$\therefore .\dot{2}\dot{7} = \frac{3}{11}$

Ans. $\frac{3}{11}$

(খ) $2.\dot{3}0\dot{5}$

সমাধান: $2.\dot{3}0\dot{5} = 2.\,305\,305\,305 \ldots\ldots$

$= 2 + .305 + .000305 + .000000305 + \ldots\ldots$

এখানে, $.305 + .000305 + .000000305 + \ldots\ldots$

যা একটি অনন্ত গুনোত্তর ধারা।

ধারাটির ১ম পদ, $a = .305$

এবং সাধারণ অনুপাত, $r = \frac{.000305}{.305} = .001 < 1$

$\therefore$ ধারাটির অসীমতক সমষ্টি $S_\infty = \frac{a}{1-r}$

$= \frac{.305}{1-.001}$

$= \frac{.305}{.999}$

$= \frac{305}{999}$

$\therefore 2.\dot{3}0\dot{5} = 2 + \frac{305}{999} = \frac{2303}{999} = 2\frac{305}{999}$

Ans. $2\frac{305}{999}$

(গ) $.0\dot{1}2\dot{3}$

সমাধান: $0.0\dot{1}2\dot{3} = .0123123123 \ldots\ldots$

$= .0123 + .0000123 + .0000000123 + \ldots$

যা একটি অনন্ত গুণোত্তর ধারা

ধারাটির ১ম পদ, $a = .0123$

এবং সাধারণ অনুপাত, $r = \frac{.0000123}{.0123}$

$= \frac{123}{10000000} \times \frac{10000}{123}$

$= \frac{1}{1000} = .001 < 1$

$\therefore$ ধারাটির অসীমতক সমষ্টি, $S_\infty = \frac{a}{1-r}$

$= \frac{.0123}{1-.001} = \frac{.0123}{.999}$

$= \frac{123}{9990} = \frac{41}{3330}$

$\therefore .0\dot{1}2\dot{3} = \frac{41}{3330}$

Ans. $\frac{41}{3330}$

(ঘ) $3.0\dot{4}0\dot{3}$

সমাধান: $3.0\dot{4}0\dot{3} = 3.0403403403 \ldots\ldots\ldots$

$= 3 + .0403 + .0000403 + .0000000403 + \ldots\ldots$

এখানে, $.0403 + .0000403 + .0000000403 + \ldots\ldots$

একটি অনন্ত গুনোত্তর ধারা। যার ১ম পদ, $a = .0403$

এবং সাধারণ অনুপাত, $r = \frac{.0000403}{.0403} = .001 < 1$

$\therefore$ ধারাটির অসীমতক সমষ্টি, $S_\infty = \frac{a}{1-r} = \frac{.0403}{1-.001}$

$= \frac{.0403}{.999} = \frac{403}{9990}$

$\therefore 3.0\dot{4}0\dot{3} = 3 + \frac{403}{9990} = \frac{30373}{9990} = 3\frac{403}{9990}$

Ans. $3\frac{403}{9990}$

অনুশীলনীর সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

প্রশ্ন ▶ ১৫ একটি অনুক্রমের n তম পদ $U_n = \frac{1}{n(n+1)}$

ক. ধারাটি নির্ণয় করে সাধারণ অনুপাত নির্ণয় কর।

খ. ধারাটির 15 তম পদ এবং ১ম 10 পদের সমষ্টি নির্ণয় কর।

গ. ধারাটির অসীমতক সমষ্টি নির্ণয় কর এবং n এর মান যথেষ্ট ছোট হলে U_n এর প্রান্তীয় মান সম্পর্কে কী বলা যায়?

১৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, একটি অনুক্রমের nতম পদ $U_n = \frac{1}{n(n+1)}$

$\therefore$ ধারাটি হলো, $u_1 + u_2 + u_3 + u_4 + \ldots\ldots$

$= \frac{1}{1(1+1)} + \frac{1}{2(2+1)} + \frac{1}{3(3+1)} + \frac{1}{4(4+1)} + \ldots\ldots$

$= \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \ldots\ldots$

ধারার সাধারণ অনুপাত নেই কারণ এটি গুণোত্তর ধারা নয়।

খ ধারাটির 15 তম পদ $U_{15} = \frac{1}{15(15+1)} = \frac{1}{240}$

এখন, $U_n = \frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$

সুতরাং, ১ম 10 পদের সমষ্টি

$S_{10} = U_1 + U_2 + U_3 + \ldots\ldots\ldots\ldots + U_{10}$

$= \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) + \ldots\ldots + \left(\frac{1}{10} - \frac{1}{11}\right)$

$= 1 - \frac{1}{11} = \frac{10}{11}$

$\therefore$ 15-তম পদ, $U_{15} = \frac{1}{240}$ **(Ans.)**

এবং ১ম 10-পদের সমষ্টি $= \frac{10}{11}$ **(Ans.)**

www.bdniyog.com

গ ধারাটির n-পদের সমষ্টি,

$S_n = u_1 + u_2 + u_3 + ... + u_n$

$= \left(\frac{1}{1}-\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)+\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\right)+.....+\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}\right)$

$= \frac{1}{1}-\frac{1}{n+1} = 1-\frac{1}{n+1} = \frac{n+1-1}{n+1} = \frac{n}{n+1}$

$\therefore S_n = \frac{n}{n+1} = \frac{n}{n(1+\frac{1}{n})} = \frac{1}{1+\frac{1}{n}}$

$n \to \infty$ (অসীম) হলে ধারাটির অসীমতক সমষ্টি,

$S_\infty = \frac{1}{1+\frac{1}{\infty}} = \frac{1}{1+0} = 1$ $[\because \frac{1}{\infty} = 0]$

$\therefore$ ধারাটির অসীমতক সমষ্টি 1 **(Ans.)**

$U_n = \frac{1}{n(n+1)}$ এখানে দেখা যায় যে, n এর মান বৃদ্ধি পেলে U_n এর মান হ্রাস পায় এবং n এর মান হ্রাস পেলে U_n এর মান বৃদ্ধি পায়। n এর মান যথেষ্ট ছোট হলে U_n এর প্রান্তীয় মান পাওয়া যায় না অর্থাৎ অসীমের দিকে ধাবিত হয়।

প্রশ্ন ▶ ১৬ **নিচের ধারাটি লক্ষ কর:**

$\frac{1}{2x+1}+\frac{1}{(2x+1)^2}+\frac{1}{(2x+1)^3}+$ ....

ক. x = 1 হলে ধারাটি নির্ণয় কর এবং প্রাপ্ত ধারাটির সাধারণ অনুপাত কত?

খ. ক নং এ প্রাপ্ত ধারাটির 10তম পদ এবং ১ম 10টি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর।

গ. প্রদত্ত ধারাটি x এর উপর কী শর্ত আরোপ করলে ধারাটির অসীমতক সমষ্টি থাকবে এবং সমষ্টি নির্ণয় কর।

১৬নং প্রশ্নের সমাধান

ক $\frac{1}{2x+1}+\frac{1}{(2x+1)^2}+\frac{1}{(2x+1)^3}+$ ....

x = 1 হলে, ধারাটি হলো–

$\frac{1}{2.1+1}+\frac{1}{(2.1+1)^2}+\frac{1}{(2.1+1)^3}+$ ....

$=\frac{1}{3}+\frac{1}{3^2}+\frac{1}{3^3}+$ .... **(Ans.)**

এক্ষেত্রে ধারাটির সাধারণ অনুপাত $r = \frac{\frac{1}{3^2}}{\frac{1}{3}} = \frac{1}{3}$ **(Ans.)**

খ 'ক' নং এ, প্রাপ্ত ধারাটির ১ম পদ, $a = \frac{1}{3}$

এবং সাধারণ অনুপাত, $r = \frac{1}{3}$

$\therefore$ ধারাটির 10তম পদ $= a.\ r^{10-1} = \frac{1}{3}.\left(\frac{1}{3}\right)^9 = \left(\frac{1}{3}\right)^{10} = \frac{1}{3^{10}}$

আবার, ধারাটির ১ম 10 টি পদের সমষ্টি $S_{10} = a.\frac{1-r^n}{1-r}$

$= \frac{1}{3}.\frac{1-\left(\frac{1}{3}\right)^{10}}{1-\frac{1}{3}}$ $[\because |r| < 1]$

$= \frac{1}{3}.\frac{1-\frac{1}{3^{10}}}{\frac{2}{3}} = \frac{1}{3}.\frac{\frac{3^{10}-1}{3^{10}}}{\frac{2}{3}}$

$= \frac{1}{3}\times\frac{3^{10}-1}{3^{10}}\times\frac{3}{2} = \frac{3^{10}-1}{2.3^{10}}$

$\therefore$ ধারাটির 10 তম পদ $\frac{1}{3^{10}}$ ও ১ম 10টি পদের সমষ্টি $\frac{3^{10}-1}{2.3^{10}}$ **(Ans.)**

গ প্রদত্ত ধারাটির ১ম পদ, $a = \frac{1}{2x+1}$

এবং সাধারণ অনুপাত, $r = \frac{1}{(2x+1)^2}\div\frac{1}{2x+1} = \frac{1}{2x+1}$

প্রদত্ত ধারাটির অসীমতক সমষ্টি থাকবে যদি, $|r| < 1$

অর্থাৎ, $\left|\frac{1}{2x+1}\right| < 1$ বা, $-1 < \frac{1}{2x+1} < 1$ হয়।

এখন, $-1 < \frac{1}{2x+1}$

বা, $\frac{1}{-1} > 2x+1$ [বিপরীতকরণ করে]

বা, $-1-1 > 2x+1-1$ [উভয়পক্ষে (−1) যোগ করে]

বা, $-2 > 2x$

বা, $-1 > x$ [উভয়পক্ষকে $\frac{1}{2}$ দ্বারা গুণ করে]

$\therefore x < -1$

আবার, $\frac{1}{2x+1} < 1$

বা, $2x+1 > 1$

বা, $2x > 1-1$ [উভয়পক্ষে (−1) যোগ করে]

বা, $2x > 0$

$\therefore x > 0$

$\therefore$ নির্ণেয় শর্ত: $x < -1$ অথবা $x > 0$. **(Ans.)**

ধারাটির অসীমতক সমষ্টি, $S_\infty = \frac{a}{1-r}$

$= \frac{\frac{1}{2x+1}}{1-\frac{1}{2x+1}} = \frac{\frac{1}{2x+1}}{\frac{2x}{2x+1}}$

$= \frac{1}{2x+1}\times\frac{2x+1}{2x} = \frac{1}{2x}$ **(Ans.)**

মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত সৃজনশীল বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

★★★ অনুক্রম পাঠ্যবই পৃষ্ঠা-১২৫

- কতকগুলো রাশি যদি একটা বিশেষ নিয়মে ক্রমানয়ে এমনভাবে সাজানো হয় যেখানে পূর্বের পদ পরের পদের সাথে সম্পর্কিত, সেই সাজানো রাশিগুলোর সেটকে অনুক্রম বলে।
- যে কোনো অনুক্রমের পদসংখ্যা অসীম।
- বর্গসংখ্যার সেট {1, 4, 9, 16 ... ...} একটি অনুক্রম যার সাধারণ পদ {n^2}।
- অনুক্রমের সাধারণ পদ দ্বারা অনুক্রম গঠিত হয়।

১. **নিচের কোনটি অনুক্রম?** (সহজ) [ঝালকাঠি সরকারি হরচন্দ্র বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, ঝালকাঠি]

ⓚ $3+1-1-3-$ ......
ⓛ $3.1+(-1)(-3)+$ ......
ⓜ 1, 2, 3,.......
ⓝ $\frac{1}{2}+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{2^3}+$ ....

উ: ⓜ

www.bdniyog.com

২. $1, \frac{2}{3}, \frac{3}{5}, \frac{4}{7}$, ... অনুক্রমটির r-তম পদ কত? (সহজ)

ক $\left\{\frac{2r-1}{r}\right\}$ খ $\left\{\frac{r}{2r-1}\right\}$ গ $\left\{\frac{1}{2r-1}\right\}$ ঘ $\left\{\frac{r}{r-1}\right\}$ — খ

৩. নিচের কোন অনুক্রমের সাধারণ পদ $\frac{1}{n^2+1}$? (মধ্যম)

ক $\frac{1}{2}+\frac{1}{5}+\frac{1}{10}+......$ খ $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{9}+......$

গ $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{9}, ...$ ঘ $\frac{1}{2}, \frac{1}{5}, \frac{1}{10}, ...$ — গ

৪. $\cos\left\{\frac{n\pi}{2}\right\}$ অনুক্রমটির প্রথম চারটি পদ নিচের কোনটিতে প্রকাশ পেয়েছে? (সহজ)

ক $0, -1, 0, 1$ খ $1, 0, -1, 0$

গ $0, 1, 0, -1$ ঘ $0, 1, -1, 0$ — ক

৫. কোনো একটি অনুক্রমকে $f(n) = n^2$ আকারে লিখা হলে অনুক্রমটির সাধারণ পদ কোনটি? (সহজ)

ক n খ $(n+1)^2$ গ n^2 ঘ $(n+1)$ — গ

৬. যেকোনো অনুক্রমের পদের সংখ্যা কতটি? (সহজ)

ক একটি খ দুইটি গ শূন্য ঘ অসীম — ঘ

৭. 3, 1, – 1, – 3, ..., (5 – 2n), ... অনুক্রমের পঞ্চম পদটি কত? (সহজ)

ক – 1 খ – 3 গ – 5 ঘ – 7 — গ

৮. $\frac{1}{2}, -\frac{2}{3}, \frac{3}{4}, -\frac{4}{5}$, ... অনুক্রমটির সাধারণ পদ কোনটি? (মধ্যম)

ক $\frac{(-n)n+1}{(-1)^n}$ খ $\frac{(-1)^{n+1}n}{n+1}$

গ $\frac{-(-1)^n.n}{n+1}$ ঘ $\frac{(-1)^n.n}{n+1}$ — খ

৯. $1+(-1)^n$ সাধারণ পদের অনুক্রমটি কী? (মধ্যম)

ক 1, 0, 1, 0, ... খ 2, 0, 2, 0,..............

গ 0, 2, 0, 2, ... ঘ 1, 2, 3, 4,............ — গ

১০. 2, 0, 2, 0,........অনুক্রমটির সাধারণ পদ কোনটি? (সহজ)

ক $1+(-1)^n$ খ $1-(-1)^n$

গ $-1-(-1)^n$ ঘ $(-1)^n - 2(-1)^n$ — খ

১১. কোনো অনুক্রমের n তম পদ, $U_n = \frac{n^2}{n+1}$ হলে এর ৫ম পদটি কত? (মধ্যম)

ক $\frac{9}{10}$ খ $\frac{4}{5}$ গ $\frac{16}{5}$ ঘ $\frac{25}{6}$ — ঘ

ব্যাখ্যা: ৫ম পদ, n = 5 $\therefore Un = \frac{5^2}{5+1} = \frac{25}{6}$

১২. 4, 6, 8, 10, 12, 14, ... অনুক্রমটির পদগুলোর যোগফল কীরূপ ধারা? (সহজ)

ক সমান্তর খ অনন্ত

গ গুণোত্তর ঘ আনুপাতিক — ক

১৩. $\cos\frac{\pi}{2}, \cos\pi, \cos\frac{3\pi}{2}, \cos2\pi$, ... অনুক্রমটির সাধারণ পদ কোনটি? (সহজ)

ক $\cos\left(\frac{n\pi}{2}\right)$ খ $\cos\left(\frac{n\pi+1}{2}\right)$

গ $\cos\left(\frac{\pi}{2n}\right)$ ঘ $\cos\frac{(n+1)\pi}{2}$ — ক

১৪. কোনো অনুক্রমের n তম পদ, $U_n = \frac{1+(-1)^n}{2}$ হলে 15 তম পদ কোনটি? (সহজ) [মাতৃপীঠ সরকারী বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, চাঁদপুর]

ক – 1 খ 0 গ 1 ঘ 2 — খ

১৫. সাধারণ পদ $\frac{2n-1}{\pi}$ হলে এর অনুক্রম নিচের কোনটি? (সহজ)

ক $\frac{1}{\pi}, \frac{2}{\pi}, \frac{3}{\pi}, ...$ খ $\frac{1}{\pi}, \frac{3}{\pi}, \frac{5}{\pi}, ...$

গ $\frac{2}{\pi}, \frac{3}{\pi}, \frac{4}{\pi}, ...$ ঘ $\frac{2}{\pi}, \frac{4}{\pi}, \frac{6}{\pi}, ...$ — খ

১৬. অনুক্রম $\frac{1}{\pi}, \frac{4}{\sqrt{\pi}}, \frac{9}{\sqrt[3]{\pi}}, \frac{16}{\sqrt[4]{\pi}}$, ... অনুক্রমটির সাধারণ পদ কোনটি? (কঠিন)

ক $\frac{n}{\sqrt{n\pi}}$ খ $\frac{\sqrt{n}}{\sqrt[n]{\pi}}$ গ $\frac{n^2}{\sqrt[n]{\pi}}$ ঘ $\frac{(n+1)^2}{n\sqrt{\pi}}$ — গ

১৭. সাধারণ পদ (6 – 3n) হলে—

i. অনুক্রমটি হবে 3, 0, – 3, – 6, ... ।

ii. অনুক্রমের ব্যবধান 3।

iii. 6-তম পদ – 12।

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii — খ

১৮. কোন অনুক্রমের n তম পদ $U_n = \frac{1}{n^2}$ এবং $U_n < 10^{-8}$ হলে—

i. $n < 10^3$

ii. $n > 10^4$

iii. $\frac{1}{n} < \frac{1}{10^4}$

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii — গ

১৯.
1 2 3 4 5..........
↓ ↓ ↓ ↓ ↓
1 4 9 16 25..........

উপরের সম্পর্কটি হলো স্বাভাবিক সংখ্যার সাথে তার বর্গের সংখ্যার অনুক্রম, তাই—

i. সম্পর্কটি একটি ফাংশন।

ii. $f(n) \to n^2$।

iii. অনুক্রমটির সাধারণ পদ n^2 এবং পদসংখ্যা অসীম।

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii — ঘ

২০. 3, 5, 7, 9, ... অনুক্রমের —

i. প্রগমন সমান্তর।

ii. r তম পদ = 2r + 1।

iii. 15 তম পদ = 30।

নিচের কোনটি সঠিক ? (কঠিন)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii — ক

ব্যাখ্যা: 15 তম পদ = 2 × 15 + 1 = 31

২১. একটি অনুক্রমের n তম পদ, $U_n = \frac{1-(-1)^n}{2}$ হলে —

i. অনুক্রমটি 1, 1, 1, 1,........, যখন n জোড় স্বাভাবিক সংখ্যা।

ii. অনুক্রমের 10 তম পদ 0।

iii. অনুক্রমের 15 তম পদ 1।

নিচের কোনটি সঠিক ? (মধ্যম)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii — গ

২২. একটি অনুক্রমের n তম পদ, $U_n = \frac{1}{n}$ হলে —

i. $U_{100} = 10^{-2}$।

ii. n এর মান বাড়তে থাকলে U_n এর মান কমতে থাকবে।

iii. n এর মান যথেচ্ছ বড় হলে U_n এর মান প্রায় শূন্য।

নিচের কোনটি সঠিক ? (মধ্যম)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii — ঘ

www.bdniyog.com

২৩. 2, 0, 2, 0, ... অনুক্রমটির —

i. n তম পদ $1 + (-1)^n$ ।
ii. 15 তম পদ 2 ।
iii. 20 তম পদ 0 ।

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ⓚ i ও ii ⓛ i ও iii ⓜ ii ও iii ⓝ i, ii ও iii **ঘ**

নিচের তথ্যের আলোকে (২৪-২৬) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

$\frac{1}{2}, \frac{1}{7}, \frac{1}{12}, \frac{1}{17}$, ... একটি অনুক্রম।

২৪. অনুক্রমটির সাধারণ পদ নিচের কোনটি? (মধ্যম)

ⓚ $3n - 5$ ⓛ $5n - 3$ ⓜ $\frac{1}{3n-5}$ ⓝ $\frac{1}{5n-3}$ **ঘ**

ব্যাখ্যা: অনুক্রমটির সাধারণ পদ = $\frac{1}{2 + (n-1)5} = \frac{1}{5n-3}$

২৫. অনুক্রমটির পঞ্চম ও ষষ্ঠ পদ নিচের কোনটি? (সহজ)

ⓚ $\frac{1}{19}, \frac{1}{24}$ ⓛ $\frac{1}{21}, \frac{1}{26}$ ⓜ $\frac{1}{22}, \frac{1}{27}$ ⓝ $\frac{1}{20}, \frac{1}{25}$ **গ**

২৬. অনুক্রমটির প্রথম পদের সাথে কত গুণ করলে দ্বিতীয় পদ পাওয়া যায়? (সহজ)

ⓚ $\frac{7}{2}$ ⓛ $\frac{2}{7}$ ⓜ $\frac{7}{12}$ ⓝ $\frac{12}{17}$ **খ**

ব্যাখ্যা: ধরি, x গুণ করে প্রথম পদ থেকে দ্বিতীয় পদ পাওয়া যায়।
প্রশ্নমতে, $\frac{1}{2} \times x = \frac{1}{7}$ বা, $x = \frac{2}{7}$

নিচের তথ্যের আলোকে (২৭-২৯) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

20, 17, 14, 11, ... একটি অনুক্রম।

২৭. সাধারণ পদ কোনটি? (সহজ)

ⓚ $20 - 3n$ ⓛ $20 + 3n$
ⓜ $23 - 3n$ ⓝ $23 + 3n$ **গ**

২৮. অনুক্রমটির সাধারণ অন্তর কত? (সহজ)

ⓚ −2 ⓛ −3 ⓜ −4 ⓝ −5 **খ**

২৯. অষ্টম পদ = কত? (মধ্যম)

ⓚ − 1 ⓛ 1 ⓜ 2 ⓝ 8 **ক**

নিচের তথ্যের আলোকে (৩০-৩২) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

একটি অনুক্রমের r তম পদ = $\frac{4}{3^{r-1}}$ ।

৩০. প্রদত্ত অনুক্রম কোনটি? (মধ্যম)

ⓚ $\frac{4}{1}, \frac{4}{2}, \frac{4}{3}, \frac{4}{4}$, ... ⓛ $4, \frac{4}{3}, \frac{4}{9}, \frac{4}{27}, \frac{4}{81}$, ...
ⓜ $\frac{4}{3}, \frac{4}{3^2}, \frac{4}{3^3}$, ... ⓝ $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{3}$, ... **খ**

৩১. অনুক্রমের ষষ্ঠ পদ কোনটি? (সহজ)

ⓚ $\frac{4}{27}$ ⓛ $\frac{4}{81}$ ⓜ $\frac{4}{243}$ ⓝ $\frac{4}{729}$ **গ**

৩২. অনুক্রমটির সাধারণ অনুপাত কত? (সহজ)

ⓚ 4 ⓛ $\frac{1}{3}$ ⓜ 3 ⓝ $\frac{1}{4}$ **খ**

নিচের তথ্যের আলোকে (৩৩-৩৫) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

$\cos\left(\frac{n\pi}{2}\right)$ একটি অনুক্রমের সাধারণ পদ।

৩৩. অনুক্রমটি নিচের কোনটি? (সহজ)

ⓚ $\cos\frac{\pi}{2}, \cos\pi, \cos\frac{3\pi}{2}, \cos 2\pi$ ....
ⓛ $\cos\frac{2}{\pi}, \cos\pi, \cos\frac{2\pi}{3}$,.......
ⓜ $\cos\pi, \cos2\pi, \cos3\pi$, ...
ⓝ $\cos\frac{\pi}{2}, \cos\frac{\pi}{4}, \cos\frac{\pi}{8}$, ... **ক**

৩৪. অনুক্রমটির 22 তম পদ কত? (মধ্যম)

ⓚ 0 ⓛ 1 ⓜ − 1 ⓝ − 2 **গ**

৩৫. n এর মান বিজোড় হলে $\cos\left(\frac{n\pi}{2}\right)$ এর মান কীরূপ হয়? (মধ্যম)

ⓚ − 1 ⓛ 0 ⓜ 1 ⓝ 2 **খ**

নিচের তথ্যের আলোকে (৩৬-৩৭) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

2, 6, 18, 54, ... একটি অনুক্রম।

৩৬. অনুক্রমটির 8-তম পদ কোনটি? (মধ্যম)

ⓚ 27996 ⓛ 1478 ⓜ 4374 ⓝ 13122 **গ**

৩৭. প্রথম 5টি পদের সমষ্টি কত? (কঠিন)

ⓚ 200 ⓛ 242 ⓜ 300 ⓝ 1000 **খ**

ব্যাখ্যা: অনুক্রমটির সাধারণ পদ 2.3^{n-1}.
8 - তম পদ = $2.3^7 = 4374$, 5- তম পদ = 162
∴ প্রথম 5টি পদের সমষ্টি = $(2 + 6 + 18 + 54 + 162) = 242$

★★★ ধারা | Text পৃষ্ঠা-১২৬

- অনুক্রমের পদগুলো পরপর (+) চিহ্ন দ্বারা যুক্ত করলে ধারা হয়।
- ধারা দুই প্রকার। যথা: (i) সসীম ধারা (ii) অসীম ধরা
- যেকোনো ধারার পরপর দুইটি পদের মধ্যকার সম্পর্কের উপর ধারাটির বৈশিষ্ট্য নির্ভর করে।

৩৮. নিচের কোনটি ধারা? (সহজ)

ⓚ 1, 2, 3....... ⓛ $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}$, ...
ⓜ $\frac{1}{3^1}, \frac{1}{3^2}, \frac{1}{3^3}$, ... ⓝ $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} +$ .... **ঘ**

৩৯. $\frac{5}{2} + \frac{7}{2} + \frac{9}{2} +$ .... $+ \frac{31}{2}$ ধারাকে কী ধারা বলে? (সহজ)

ⓚ অসীম ⓛ অনুক্রম ⓜ সান্ত ⓝ গুণোত্তর **গ**

৪০. $\frac{1}{2} + 1 + \frac{3}{2} + 2 +$ ...... + 10 ধারাটির 14 তম পদ কোনটি? (মধ্যম)

ⓚ 2 ⓛ $\frac{7}{2}$ ⓜ 5 ⓝ 7 **ঘ**

ব্যাখ্যা: প্রতিটি পদ পূর্ববর্তী পদের চেয়ে $\frac{1}{2}$ বেশি, 14-তম পদ 7 হবে।

৪১. 1 + 2 + 3 + ... + 10 ধারাটির সমষ্টি কত? (মধ্যম)

ⓚ 50 ⓛ 55 ⓜ 60 ⓝ 65 **খ**

ব্যাখ্যা: সমান্তর ধারার n তম পদের সমষ্টি

$$= \frac{n}{2}\{2a + (n-1)d\}$$
$$= \frac{10}{2}\{2 + (10-1)1\}$$
$$= 55$$

৪২. $\frac{1}{3^n}$ একটি ধারার সাধারণ পদ হলে (যেখানে $n \in \mathbb{N}$) —

i. ধারাটি অসীম
ii. চতুর্থ পদ = 81
iii. ধারাটি হবে $\frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} +$ ....

নিচের কোনটি সঠিক ?(মধ্যম) [বীণাপাণি সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, গোপালগঞ্জ]

ⓚ i ও ii ⓛ i ও iii ⓜ ii ও iii ⓝ i, ii ও iii **খ**

ব্যাখ্যা: $\frac{1}{3^n}$ সাধারণ পদের ধারাটি হবে $\frac{1}{3^1} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{3^3} + \frac{1}{3^4} +$ ......
$= \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \frac{1}{81} +$ ....

নিচের তথ্যের আলোকে (৪৩-৪৬) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:
$7 + 14 + x + ... + 84 + 91$ একটি সমান্তর ধারা।

৪৩. সাধারণ অন্তর কত? (সহজ)
ক) 3 খ) 5 গ) 6 ঘ) 7 — ঘ

৪৪. x এর মান কত? (সহজ)
ক) 14 খ) 20 গ) 21 ঘ) 28 — গ

৪৫. ধারাটির কত তম পদ 91? (মধ্যম)
ক) 10 খ) 13 গ) 15 ঘ) 20 — খ

৪৬. ধারাটির সমষ্টি কত? (কঠিন)
ক) 515 খ) 630 গ) 637 ঘ) 701 — গ

ব্যাখ্যা: সমান্তর ধারার n তম পদ $= a + (n-1)d$ এবং n তম পদের সমষ্টি $= \frac{n}{2}\{2a + (n-1)d\}$

★★★ অসীম ধারা | Text পৃষ্ঠা-১২৬

- বাস্তব সংখ্যার একটি অনুক্রম $u_1, u_2, u_3, ..., u_n, ...$ হলে $u_1 + u_2 + u_3 + ... + u_n + ...$ কে বাস্তব সংখ্যার অসীম ধারা বলে।
- সকল স্বাভাবিক সংখ্যার যোগফল $(1 + 2 + 3 + ...)$ একটি অসীম ধারা।
- অসীম ধারা সমান্তর, অথবা গুণোত্তর হতে পারে।
- অসীম ধারাকে অনন্ত ধারাও বলা হয়।

৪৭. $1 + 2 + 3 + ...$ ধারাটির n-তম পদ কত? (সহজ) [আই.ই.টি. গর্ভঃ হাই স্কুল, নারায়ণগঞ্জ]
ক) U^n খ) U_n গ) S_n ঘ) n — খ

৪৮. $U_5 + U_6 + U_7 + ...$ অসীম ধারাটির n তম পদ নিচের কোনটি? (মধ্যম)
ক) U_n খ) U_{n+4} গ) U_{n+5} ঘ) S_n — খ

৪৯. কোনো একটি ধারার সাধারণ পদ 6n হলে ধারাটির প্রথম পাঁচটি পদের যোগফল কত? (সহজ)
ক) 20 খ) 60 গ) 90 ঘ) 112 — গ

৫০. কোনো সমান্তর ধারার প্রথম পদ 3 এবং সাধারণ অন্তর 5 হলে ধারাটি কোনটি? (মধ্যম)
ক) $3 + 7 + 11 + 15 + ...$ খ) $3 + 8 + 13 + 18 + ...$
গ) $3 + 5 + 7 + 9 + ...$ ঘ) $3 + 9 + 27 + ...$ — খ

৫১. $3 + 9 + 15 + 21 + ...$ ধারাটির সাধারণ অন্তর কত? (সহজ)
ক) 3 খ) 6 গ) $\frac{1}{3}$ ঘ) $\frac{1}{6}$ — খ

৫২. সমান্তর ধারার n তম পদের সূত্র কোনটি? (সহজ)
ক) $a + (2n-1)d$ খ) $a + (n-1)d$
গ) $2a + (n-1)d$ ঘ) $2a + (2n-1)d$ — খ

৫৩. $1 + 2 + 3 + 4 + ...$ ধারাটির S_{100} = কত? (মধ্যম)
ক) 505 খ) 5000 গ) 5050 ঘ) 500500 — গ

৫৪. $U_1 + U_2 + U_3 + ... + U_n + ...$ ধারাটির n তম পদ কোনটি? (সহজ)
ক) U_n খ) U_1 গ) U_2 ঘ) S_n — ক

৫৫. $U_1 + U_2 + U_3 + ... + U_n + ...$ অনন্ত ধারাটির ২য় আংশিক সমষ্টি কোনটি? (সহজ)
ক) U_1 খ) $U_1 + U_2$
গ) $U_1 + U_2 + U_3$ ঘ) $U_1 + U_2 + ... + U_n$ — খ

৫৬. $3 + 9 + 15 + ...$ একটি ধারা —
i. যা সমান্তর।
ii. যার সাধারণ পদ $6n - 1$।
iii. যার পঞ্চমপদ 27।
নিচের কোনটি সঠিক ? (মধ্যম)
ক) i ও ii খ) i ও iii গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii — খ

ব্যাখ্যা: সাধারণ পদ $= 6n - 3$

৫৭. $2 + 4 + 6 + 8 + ...$ একটি ধারা —
i. যা সমান্তর।
ii. 10 তম পদ 20।
iii. যার প্রথম 10টি পদের সমষ্টি 110।
নিচের কোনটি সঠিক ? (মধ্যম)
ক) i ও ii খ) i ও iii গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii — ঘ

৫৮. $1 + 2 + 3 + 4 + ...$ ধারাটি —
i. সমান্তর।
ii. এর অসীমতক সমষ্টি নাই।
iii. n এর মান বাড়লে S_n এর মান কমতে থাকে।
নিচের কোনটি সঠিক ? (মধ্যম)
ক) i ও ii খ) i ও iii গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii — ক

★★★ অসীম গুণোত্তর ধারার সমষ্টি | Text পৃষ্ঠা-১২৮

- একটি অসীম গুণোত্তর ধারা $a + ar + ar^2 + ar^3 + ...$ হলে ধারাটির n-তম পদ $= ar^{n-1}$ [যেখানে a = ১ম পদ, r = সাধারণ অনুপাত]
- ধারাটির nতম পদের সমষ্টি, $S_n = a.\frac{r^n - 1}{r - 1}$ যখন $r > 1$।
  অথবা, $S_n = a\frac{1 - r^n}{1 - r}$ যখন $r < 1$.
- যদি ধারাটির $-1 < r < 1$ হয়, তবে ধারাটির অসীমতক সমষ্টি থাকবে। সেক্ষেত্রে অসীমতক সমষ্টি, $S_\infty = \frac{a}{1-r}$ এবং ধারাটির r এর অন্য সকল মানের জন্য অসীম ধারাটির কোনো অসীমতক সমষ্টি থাকবে না।

৫৯. অসীম গুণোত্তর ধারার $|r| < 1$ হলে, S_∞ = কত? (মধ্যম) [সরকারী জুবিলী উচ্চ বিদ্যালয়, সুনামগঞ্জ]
ক) $\frac{1-r}{a}$ খ) $\frac{2a}{1-r}$ গ) $a\frac{r^n - 1}{r - 1}$ ঘ) $\frac{a}{1-r}$ — ঘ

৬০. $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + ...$ ধারাটির সমষ্টি কত? (কঠিন)
ক) 0 খ) 2 গ) 4 ঘ) সমষ্টি নেই — খ

ব্যাখ্যা: $a = 1, r = \frac{1}{2}$; সমষ্টি $= \frac{1}{1 - \frac{1}{2}} = 2$

৬১. প্রথম পদ, a = 2 এবং সাধারণ অনুপাত $r = -\frac{1}{3}$ হলে গুণোত্তর ধারাটি কত? (মধ্যম)
ক) $2 - \frac{1}{3} + \frac{1}{9} - ....$ খ) $2 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + ...$
গ) $2 + \frac{2}{3} + \frac{2}{9} + ...$ ঘ) $2 - \frac{2}{3} + \frac{2}{9} - ....$ — ঘ

ব্যাখ্যা: $S = a + ar + ar^2 + ...$
$= 2 + 2.\left(-\frac{1}{3}\right) + 2.\left(-\frac{1}{3}\right)^2 + ... = 2 - \frac{2}{3} + \frac{2}{9}$

৬২. $1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2\sqrt{2}} + ...$ ধারাটির সাধারণ অনুপাত, r = কত? (সহজ)
ক) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ খ) $\frac{1}{2\sqrt{2}}$ গ) $\sqrt{2}$ ঘ) $2\sqrt{2}$ — ক

৬৩. প্রথম পদ a = 2 এবং সাধারণ অনুপাত r = – 1 হলে গুণোত্তর ধারাটির ৫ম পদ কত? (কঠিন)
ক) –2 খ) 2 গ) 4 ঘ) 16 — খ

ব্যাখ্যা: ৫ম পদ $ar^{n-1} = ar^4 = 2(-1)^4 = 2.1 = 2$

৬৪. $3 + \frac{3}{2} + \frac{3}{4} + \frac{3}{8} + ...$ ধারাটির প্রথম 8 পদের সমষ্টি কত? (কঠিন)
ক) $\frac{765}{128}$ খ) $\frac{156}{128}$ গ) $\frac{567}{255}$ ঘ) $\frac{675}{256}$ — ক

www.bdniyog.com

ব্যাখ্যা: $a = 3, r = \frac{3}{2} \div 3 = \frac{1}{2} < 1$ ।

সুতরাং প্রথম ৪ পদের সমষ্টি $S_8 = a\left(\frac{1-r^8}{1-r}\right)$

$$= 3\frac{1-\left(\frac{1}{2}\right)^8}{1-\frac{1}{2}} = \frac{3.\left(1-\frac{1}{256}\right)}{\frac{1}{2}} = \frac{3 \times 2 \times 255}{256} = \frac{765}{128}$$

৬৫. গুণোত্তর ধারার n তম পদের সূত্র কোনটি? (সহজ)

ক ar^n খ ra^{n-1} গ ar^{n-1} ঘ $\frac{ar^n}{r}$ গ

৬৬. $8 + 12 + 18 + 27 + \ldots\ldots\ldots + \frac{729}{8}$ ধারাটির সাধারণ অনুপাত কত? (সহজ)

ক $\frac{2}{3}$ খ $\frac{1}{3}$ গ $\frac{3}{2}$ ঘ $\frac{1}{2}$ গ

ব্যাখ্যা: সাধারণ অনুপাত $= \frac{12}{8} = \frac{3}{2}$

৬৭. $1 + \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3\sqrt{3}} + \ldots\ldots\ldots$ ধারাটির তৃতীয় আংশিক সমষ্টি কত?(মধ্যম)

ক $2+\sqrt{3}$ খ $\frac{2+\sqrt{3}}{2}$ গ $\frac{4+\sqrt{3}}{3}$ ঘ $4+\sqrt{3}$ গ

ব্যাখ্যা: তৃতীয় আংশিক সমষ্টি $= 1 + \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{3} = \frac{4+\sqrt{3}}{3}$

৬৮. $2 - 2 + 2 - 2 + \ldots\ldots$ অসীম ধারাটির ২য় আংশিক সমষ্টি কত? (সহজ)

ক 0 খ 1 গ 2 ঘ 3 ক

৬৯. $2 - \frac{2}{3} + \frac{2}{9} - \frac{2}{27} + \ldots\ldots$ ধারাটির সাধারণ অনুপাত কোনটি? (সহজ)

ক 3 খ $\frac{1}{3}$ গ $-\frac{1}{3}$ ঘ $\frac{1}{2}$ গ

৭০. $(-1)^{n+1}$ ধারাটির ৫ম আংশিক সমষ্টি কত $(n \in \mathbb{N})$? (সহজ)

ক -1 খ 0 গ 1 ঘ 2 গ

ব্যাখ্যা: ৫ম আংশিক সমষ্টি $= 1 - 1 + 1 - 1 + 1 = 1$

৭১. $a = 1, r = -\frac{2}{7}$ হলে ধারাটির অসীমতক সমষ্টি কত? (মধ্যম)

ক $\frac{7}{2}$ খ $-\frac{9}{2}$ গ $\frac{9}{2}$ ঘ $\frac{7}{9}$ ঘ

ব্যাখ্যা: যেহেতু $r < 1$ $\therefore S_\infty = \frac{a}{1-r} = \frac{1}{1-\left(\frac{-2}{7}\right)} = \frac{7}{9}$

৭২. ধারাটি $81 - 27 + 9 - 3 + 1 - \ldots\ldots$ হলে অসীমতক সমষ্টি কত? (মধ্যম)

ক $\frac{241}{2}$ খ $\frac{442}{2}$ গ $\frac{243}{4}$ ঘ $\frac{212}{5}$ গ

ব্যাখ্যা: $r = -\frac{1}{3} < 1$

$$\therefore S_\infty = \frac{a}{1-r} = \frac{81}{1-\left(-\frac{1}{3}\right)} = \frac{243}{4}$$

৭৩. $1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2\sqrt{2}} + \ldots\ldots\ldots\ldots$ ধারাটির অসীমতক সমষ্টির আসন্ন মান কত? (মধ্যম) [নরসিংদী সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়]

ক 1.4142 খ 2.50 গ 3.414 ঘ 4.25 গ

ব্যাখ্যা: $a = 1, r = \frac{1}{\sqrt{2}} < 1$

$$\therefore S_\infty = \frac{a}{1-r} = \frac{1}{1-\frac{1}{\sqrt{2}}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1} = 3.414$$

৭৪. $\frac{1}{5} - \frac{2}{5^2} + \frac{4}{5^3} - \frac{8}{5^4} + \ldots\ldots$ ধারাটির সাধারণ অনুপাত কত? (সহজ)

ক $-\frac{5}{2}$ খ $-\frac{2}{5}$ গ $\frac{2}{5}$ ঘ $\frac{5}{2}$. খ

৭৫. $1 + 2 + 4 + 8 + \ldots\ldots\ldots$ ধারাটির অসীমতক সমষ্টি কত? (মধ্যম)

ক 1 খ 2 গ 10 ঘ সমষ্টি নেই ঘ

ব্যাখ্যা: সাধারণ অনুপাত, $r = \frac{2}{1} = 2 > 1$ $\therefore r > 1$ হলে অসীমতক সমষ্টি নেই।

৭৬. কোনো একটি ধারার অসীমতক সমষ্টি থাকবে কোন শর্তে? (সহজ) [মাতৃপীঠ সরকারী বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, চাঁদপুর]

ক $r > 1$ খ $r = 1$ গ $-1 < r < 1$ ঘ $r = 0$ গ

৭৭. অসীম গুণোত্তর ধারাভুক্ত প্রথম তিনটি পদ যথাক্রমে 20, 4, $\frac{4}{5}$ হলে ধারাটির অসীমতক সমষ্টি কত? (মধ্যম)

ক 20 খ 4 গ $\frac{25}{4}$ ঘ 25 ঘ

ব্যাখ্যা: সাধারণ অনুপাত, $\frac{4}{20} = \frac{1}{5}$, ১ম পদ = 20

অসীমতক সমষ্টি $= \frac{a}{1-r} = \frac{20}{1-\frac{1}{5}} = 25$

৭৮. $7 + 77 + 777 + \ldots\ldots$ ধারাটির অসীমতক সমষ্টি কত? (মধ্যম)

ক 1 খ 10 গ $\frac{1}{100}$ ঘ সমষ্টি নাই। ঘ

ব্যাখ্যা: ধারাটির পরিবর্তিত রূপ $(10 + 10^2 + 10^3 + \ldots\ldots\ldots + n$তম পর্যন্ত $- n)$ যার সাধারণ অনুপাত, $r = \frac{10^2}{10} = 10 > 1$

$\therefore$ এর কোনো অসীমতক সমষ্টি নাই।

৭৯. কোনো ধারার n সংখ্যক পদের সমষ্টি $\frac{70}{81}(10^n - 1) - \frac{7n}{9}$ হলে ১ম ৪টি পদের সমষ্টি কত? (কঠিন)

ক 6388 খ 6838 গ 8638 ঘ 8863 গ

ব্যাখ্যা: $n = 4$ হলে,

$$\frac{70}{81}(10^4 - 1) - \frac{28}{9} = \frac{70 \times 9999}{81} - \frac{28}{9}$$

$$= \frac{70 \times 9999 - 252}{81} = 8638$$

৮০. $-1 < \frac{1}{x+1} < 1$ হলে x এর ক্ষেত্রে কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ক $x > -2$ অথবা $x > 0$ খ $x < -2$ অথবা $x < 0$

গ $x < -2$ অথবা $x > 0$ ঘ $x > -2$ অথবা $x < 0$ গ

৮১. $S_n = \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) + \ldots + \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}\right)$ হলে ধারাটির ১ম n পদের সমষ্টি কোনটি? (মধ্যম)

ক $\frac{1}{n}$ খ $\frac{n}{n+1}$ গ $\frac{n+1}{n}$ ঘ $\frac{1}{n+1}$ খ

ব্যাখ্যা: $S_n = \left(1 - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) + \ldots + \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}\right) = 1 - \frac{1}{n+1} = \frac{n+1-1}{n+1} = \frac{n}{n+1}$

www.bdniyog.com

৮২. $1 + 0.1 + 0.01 + 0.001 + ...$ ধারাটির —

i. সাধারণ অনুপাত 0.1
ii. 8-তম পদ 0.0000001
iii. অসীমতক সমষ্টি $\frac{10}{9}$

নিচের কোনটি সঠিক ?(কঠিন)

ⓚ i ও ii ⓚ i ও iii ⓖ ii ও iii ⓖ i, ii ও iii **ঘ**

ব্যাখ্যা: 8-তম পদ = $(0.1)^7 = 0.0000001$

সমষ্টি, $S_\infty = \frac{a}{1-r} = \frac{1}{1-0.1} = \frac{1}{0.9} = \frac{10}{9}$

৮৩. একটি গুণোত্তর ধারার প্রথম পদ $a = 1$ ও সাধারণ অনুপাত, $r = \frac{1}{4}$ হলে—

i. ধারাটির প্রথম ও দ্বিতীয় পদের যোগফল $\frac{5}{4}$
ii. ধারাটি $1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{16} + \frac{1}{64} + ...$
iii. ধারাটির অসীমতক সমষ্টি $\frac{4}{3}$

নিচের কোনটি সঠিক ?(কঠিন)

ⓚ i ও ii ⓚ ii ও iii ⓖ i ও iii ⓖ i, ii ও iii **ঘ**

ব্যাখ্যা: (i) প্রথম দুই পদের সমষ্টি = $1 + \frac{1}{4} = \frac{4+1}{4} = \frac{5}{4}$

(ii) যে কোনো গুণোত্তর ধারা, $S = a + ar + ar^2 + ...$
$= 1 + 1.\frac{1}{4} + 1.\frac{1}{4^2} + ... = 1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{16} + ...$

(iii) ধারাটির সমষ্টি, $S_\infty = \frac{a}{1-r} = \frac{1}{1-\frac{1}{4}} = \frac{4}{4-1} = \frac{4}{3}$

৮৪. $1 - 1 + 1 - 1 + ...$ অসীম ধারাটির —

i. ৩য় আংশিক সমষ্টি 1।
ii. $S_n = 1$ যখন n বিজোড়।
iii. $S_n = 0$ যখন n জোড়।

নিচের কোনটি সঠিক ? (মধ্যম) [নরসিংদী সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়]

ⓚ i ও ii ⓚ i ও iii ⓖ ii ও iii ⓖ i, ii ও iii **ঘ**

৮৫. $a + ar + ar^2 + ar^3 + ... + ar^{n-1} = a\frac{1-r^n}{1-r}$ গাণিতিক বাক্যটি—

i. $n = 1$ এর জন্যে সত্য।
ii. $n = m$ বসালে ডানপক্ষ = $a\frac{1-r^m}{1-r}$।
iii. $n = m + 1$ এর জন্যে সত্য।

নিচের কোনটি সঠিক ? (কঠিন)

ⓚ i ও ii ⓚ i ও iii ⓖ ii ও iii ⓖ i, ii ও iii **ঘ**

৮৬. $\frac{1}{x+y} + \frac{1}{(x+y)^2} + \frac{1}{(x+y)^3} + ...$ ধারাটি—

i. অসীম গুণোত্তর
ii. এর সাধারণ অনুপাত $x + y$
iii. এতে $x = 1, y = 2$ বসালে ধারাটি $\frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{3^3} + ...$

নিচের কোনটি সঠিক ? (কঠিন)

ⓚ i ও ii ⓚ i ও iii ⓖ ii ও iii ⓖ i, ii ও iii **খ**

ব্যাখ্যা: সাধারণ অনুপাত $\frac{\frac{1}{(x+y)^2}}{\frac{1}{x+y}} = \frac{1}{x+y}$

৮৭. $a + ar + ar^2 + ar^3 + ...$ ধারাটির

i. $S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r-1}$ যখন $r > 1$
ii. $S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$ যখন $r < 1$
iii. $S_\infty = \frac{a}{1-r}$ যখন $r < 1$

নিচের কোনটি সঠিক ? (মধ্যম)

ⓚ i ও ii ⓚ i ও iii ⓖ ii ও iii ⓖ i, ii ও iii **ঘ**

৮৮. $8 + 2 + \frac{1}{2} + \frac{1}{8} + \frac{1}{32} + ...$ধারাটির —

i. সাধারণ অনুপাত 4।
ii. অসীমতক সমষ্টি আছে।
iii. ষষ্ঠ পদ $\frac{1}{128}$।

নিচের কোনটি সঠিক ? (মধ্যম)

ⓚ i ও ii ⓚ i ও iii ⓖ ii ও iii ⓖ i, ii ও iii **গ**

ব্যাখ্যা: সাধারণ অনুপাত = $\frac{2}{8} = \frac{1}{4}$

৮৯. কোনো অসীম গুণোত্তর ধারার $r = \frac{1}{2x+1}$ হলে —

i. অসীমতক সমষ্টি থাকবে যদি $-1 < r < 1$ হয়।
ii. $\frac{1}{2x+1} < 1$ হলে $x < -1$
iii. $\frac{1}{2x+1} < 1$ হলে $x > 0$

নিচের কোনটি সঠিক ? (কঠিন)

ⓚ i ও ii ⓚ i ও iii ⓖ ii ও iii ⓖ i, ii ও iii **খ**

৯০. $\frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^4} + ...$ ধারাটির—

i. সাধারণ অনুপাত $\frac{1}{2}$
ii. পঞ্চম পদ $\frac{1}{2^5}$
iii. ৩য় আংশিক সমষ্টি $\frac{8}{7}$

নিচের কোনটি সঠিক ? (মধ্যম)

ⓚ i ও ii ⓚ i ও iii ⓖ ii ও iii ⓖ i, ii ও iii **ক**

ব্যাখ্যা: ৩য় আংশিক সমষ্টি $\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}\right) = \frac{7}{8}$

৯১. $5 + 55 + 555 + ...$ ধারাটি —

i. এর n তম পদের সমষ্টি $S = 5 + 55 + 555 + ... + n$ পদ পর্যন্ত।
ii. একে $\frac{9S}{5} = 9 + 99 + 999 + ...$ লেখা যায়।
iii. এর কোনো অসীমতক সমষ্টি নেই।

নিচের কোনটি সঠিক ? (কঠিন)

ⓚ i ও ii ⓚ i ও iii ⓖ ii ও iii ⓖ i, ii ও iii **ঘ**

নিচের তথ্যের আলোকে (৯২-৯৪) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

$8 + 2 + \frac{1}{2} + \frac{1}{8} + ...$ একটি গুণোত্তর ধারা।

৯২. ধারাটির সাধারণ অনুপাত কত? (সহজ)

[সরকারি মুসলিম উচ্চ বিদ্যালয়, চট্টগ্রাম]

ⓚ 4 ⓚ 2 ⓖ $\frac{1}{2}$ ⓖ $\frac{1}{4}$ **ঘ**

www.bdniyog.com

৯৩. ধারাটির পঞ্চম পদ নিচের কোনটি? (সহজ) [সরকারি মুসলিম উচ্চ বিদ্যালয়, চট্টগ্রাম]

ⓚ $\frac{1}{16}$ ⓛ $\frac{1}{24}$ ⓜ $\frac{1}{32}$ ⓝ $\frac{1}{48}$ — **গ**

ব্যাখ্যা: পঞ্চম পদ $=8\left(\frac{1}{4}\right)^{5-1}=8.\frac{1}{4^4}=\frac{1}{2.4^2}=\frac{1}{32}$

৯৪. ধারাটির অসীমতক সমষ্টি কত? (কঠিন)

ক) 6 খ) 8 গ) $\frac{33}{4}$ ঘ) $\frac{32}{3}$ — **ঘ**

ব্যাখ্যা: $a=8,\ r=\frac{1}{4}<1;\ \therefore$ সমষ্টি $=\frac{8}{1-\frac{1}{4}}=\frac{32}{3}$

নিচের তথ্যের আলোকে (৯৫-৯৮) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

একটি অসীম গুণোত্তর ধারার ১ম পদ 1 এবং সাধারণ অনুপাত $-\frac{2}{7}$.

৯৫. ধারাটির ২য় পদ কোনটি? (সহজ)

ক) $-\frac{7}{2}$ খ) $-\frac{2}{7}$ গ) $\frac{2}{7}$ ঘ) $\frac{1}{2}$ — **খ**

৯৬. ধারাটির সাধারণ পদ কোনটি? (সহজ)

ক) $\left(-\frac{2}{7}\right)^{n-1}$ খ) $\left(-\frac{2}{7}\right)^{1-n}$ গ) $\left(-\frac{2}{7}\right)^{n+1}$ ঘ) $\left(-\frac{2}{7}\right)^{n}$ — **ক**

ব্যাখ্যা: সাধারণ পদ $ar^{n-1}=1.\left(-\frac{2}{7}\right)^{n-1}=\left(-\frac{2}{7}\right)^{n-1}$

৯৭. ধারাটির দশম পদ কোনটি? (মধ্যম)

ক) $\left(-\frac{7}{2}\right)^9$ খ) $\left(-\frac{2}{7}\right)^9$ গ) 2^9 ঘ) 7^9 — **খ**

৯৮. ধারাটির অসীমতক সমষ্টি কত? (মধ্যম)

ক) $\frac{7}{2}$ খ) $\frac{2}{7}$ গ) $\frac{9}{7}$ ঘ) $\frac{7}{9}$ — **ঘ**

ব্যাখ্যা: $S_\infty=\frac{a}{1-r}=\frac{1}{1+\frac{2}{7}}=\frac{7}{9}$

নিচের তথ্যের আলোকে (৯৯-১০১) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

$4-4+4-4+$ .... $+4-4$ একটি গুণোত্তর ধারা।

৯৯. ধারাটির সাধারণ অনুপাত কত? (সহজ)

ক) 1 খ) −1 গ) 4 ঘ) −4 — **খ**

১০০. ধারাটির 2n সংখ্যক পদের যোগফল কত? (মধ্যম)

ক) 0 খ) 1 গ) 64 ঘ) 256 — **ক**

১০১. ধারাটির (2n + 1) সংখ্যক পদের যোগফল কত? (মধ্যম)

ক) 0 খ) 1 গ) 4 ঘ) 64 — **গ**

নিচের তথ্যের আলোকে (১০২-১০৪) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

$-2+4-8+16-$ ...... একটি অসীম ধারা।

১০২. ধারাটির n-তম পদ কত? (মধ্যম)

ক) 2^n খ) 2^{-n} গ) $(-2)^n$ ঘ) -2^n — **গ**

ব্যাখ্যা: n-তম পদ $=ar^{n-1}=(-2)\left(\frac{4}{-2}\right)^{n-1}$

$=(-2)(-2)^{n-1}=(-2)^{n-1+1}=(-2)^n$

১০৩. ধারাটির ৪র্থ আংশিক সমষ্টি কত? (মধ্যম)

ক) −8 খ) 10 গ) 16 ঘ) −32 — **খ**

ব্যাখ্যা: ৪র্থ আংশিক সমষ্টি $=-2+4-8+16=10$

১০৪. ধারাটির সমষ্টি কত? (সহজ)

ক) $\frac{1}{120}$ খ) −120 গ) $-\frac{2}{3}$ ঘ) সমষ্টি নেই — **ঘ**

ব্যাখ্যা: $r=\frac{4}{-2}=-2<-1$;

$\therefore$ ধারাটির সমষ্টি নাই।

নিচের তথ্যের আলোকে (১০৫-১০৮) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

$\frac{1}{x+1}+\frac{1}{(x+1)^2}+\frac{1}{(x+1)^3}+$ .... একটি অসীম ধারা।

১০৫. ধারাটির সাধারণ অনুপাত, r = কত? (সহজ)

ক) $x+1$ খ) $(x+1)^2$ গ) $\frac{1}{(x+1)^2}$ ঘ) $\frac{1}{x+1}$ — **ঘ**

১০৬. নিচের কোন শর্তে ধারাটির অসীমতক সমষ্টি থাকবে? (মধ্যম)

ক) $|r|<-1$ খ) $|r|<1$

গ) $|r|>1$ ঘ) $|r|>-1$ — **খ**

১০৭. x এর কোন মানের জন্য ধারাটির অসীমতক নির্ণয় করা যায়? (কঠিন)

ক) $x<-2$ অথবা $x<0$ খ) $x>-2$ অথবা $x>0$

গ) $x<-2$ অথবা $x>0$ ঘ) $x>-2$ অথবা $x<0$ — **গ**

১০৮. ধারাটির অসীমতক সমষ্টি নিচের কোনটি? (মধ্যম)

ক) $\frac{1}{x}$ খ) $\frac{1}{x^2}$ গ) x ঘ) x^2 — **ক**

★★★ পৌন:পুনিক দশমিকের সাধারণ ভগ্নাংশে রূপান্তর | Text পৃষ্ঠা-১৩০

- পৌনঃপুনিক দশমিক সংখ্যাকে প্রথমে অসীম গুণোত্তর ধারায় প্রকাশ করতে হবে।
- এরপর ধারাটির অসীমতক সমষ্টি বের করে সাধারণ ভগ্নাংশে প্রকাশ করতে হবে।

১০৯. $0.4\dot{7}$ সংখ্যাটির গুণোত্তর ধারার প্রথম পদ কত? (সহজ)

ক) 0.47 খ) 0.0047 গ) 0.01 ঘ) 0.001 — **ক**

১১০. 1 + 0.1 + 0.01 + 0.001 + ... ধারাটির সাধারণ অনুপাত কত? (সহজ)

ক) 0.01 খ) 0.1 গ) 1 ঘ) 10 — **খ**

১১১. 1 + 0.1 + 0.01 + 0.001 + ... ধারাটির অসীমতক সমষ্টি কত? (মধ্যম)

ক) $\frac{9}{10}$ খ) $\frac{1}{10}$ গ) $\frac{1}{5}$ ঘ) $\frac{10}{9}$ — **ঘ**

ব্যাখ্যা: $r=0.1<1\ \therefore S_\infty=\frac{1}{1-0.1}=\frac{10}{9}$

১১২. $0.\dot{5}$ এর গুণোত্তর ধারা নিচের কোনটি? (সহজ)

ক) 0.5 + 0.05 + 0.005 + ... খ) 0.5 + 0.55 + 0.555 + ...

গ) 0.5 + 0.5 + 0.5 + ... ঘ) 0.5 + 1.5 + 2.5 + — **ক**

ব্যাখ্যা: $0.\dot{5}=0.5+0.05+0.005+$ .... ধারার $r\ \frac{0.05}{0.5}=0.1$

১১৩. 0.5 = 0.05 + 0.005 + ... ধারাটির অসীমতক সমষ্টি কত? (মধ্যম)

ক) $\frac{2}{3}$ খ) $\frac{3}{2}$ গ) $\frac{9}{5}$ ঘ) $\frac{5}{9}$ — **ঘ**

ব্যাখ্যা: ধারাটির $a=0.5,\ r=0.1$

$\therefore$ অসীমতক সমষ্টি $=\frac{a}{1-r}=\frac{0.5}{1-0.1}=\frac{5}{9}$

১১৪. $0.\dot{1}\dot{2}=0.12+0.0012+P+$ .... ধারাটি অসীম গুণোত্তর ধারা হলে P এর মান কোনটি? (মধ্যম)

ক) 0.01 খ) 0.12

গ) 0.000012 ঘ) 0.0012 — **গ**

১১৫. 0.231 + 0.000231 + 0.000000231 + ... ধারাটির অসীমতক সমষ্টি কত? (কঠিন)

ক) $\frac{210}{133}$ খ) $\frac{231}{999}$ গ) $\frac{410}{333}$ ঘ) $\frac{155}{230}$ — **খ**

www.bdniyog.com

ব্যাখ্যা: $a = 0.231,\ r = \frac{0.00023}{0.231} = 0.001$

$\therefore S_\infty = \frac{0.231}{.999} = \frac{231}{999}$

১১৬. $0.\dot{2}\dot{5}$ এর গুণোত্তর ধারা নিচের কোনটি? (মধ্যম)

ক) $0.25 + 0.0052 + 0.000025 + ...$
খ) $0.25 + 0.0025 + 0.000052 + ...$
গ) $0.25 + 0.0025 + 0.000025 + ...$
ঘ) $2.5 + 2.05 + 2.0025 + ...$ — **গ**

১১৭. $1 + 0.123 + 0.000123 + ...$ ধারাটির মান নিচের কোনটি? (সহজ)

ক) $0.\dot{1}2\dot{3}$ খ) $1.0\dot{2}\dot{3}$ গ) $1.\dot{2}3\dot{1}$ ঘ) $1.\dot{1}2\dot{3}$ — **ঘ**

১১৮. $0.\dot{5}\dot{6}$ সংখ্যাটির গুণোত্তর ধারার অনুপাত কত? (মধ্যম)

ক) 0.0001 খ) 0.001
গ) 0.01 ঘ) 0.54 — **গ**

ব্যাখ্যা: গুণোত্তর ধারাটি $= 0.56 + 0.0056 + 0.000056 + ...$

$\therefore$ অনুপাত $= \frac{0.0056}{0.56} = 0.01$

১১৯. $3 + (.0403 + .0000403 + .0000000403 + ...)$ যা —

i. $3.\dot{0}40\dot{3}$ আকারে লেখা যায়।
ii. এর বন্ধনীভুক্ত ধারার সাধারণ অনুপাত 0.001।
iii. এর বন্ধনীভুক্ত ধারাটি অসীম গুণোত্তর।

নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)

ক) i ও ii খ) i ও iii গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii — **ঘ**

১২০. $27 + .0027 + .000027 + ...$ ধারাটির —

i. সাধারণ অনুপাত 0.1।
ii. $.\dot{2}\dot{7}$ আকারে লেখা যায়।
iii. মূলদীয় ভগ্নাংশ $\frac{3}{11}$।

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ক) i ও ii খ) i ও iii গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii — **গ**

ব্যাখ্যা: সাধারণ অনুপাত $= \frac{0.0027}{.27} = 0.01$

১২১. $0.\dot{1}\dot{3}$ কে অসীম গুণোত্তর ধারায় প্রকাশ করলে ধারাটির —

i. অনুপাত 0.1
ii. প্রথম 4টি পদের সমষ্টি 0.13131313
iii. অসীমতক সমষ্টি $\frac{13}{99}$

নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)

ক) i ও ii খ) i ও iii গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii — **গ**

ব্যাখ্যা: $a = 0.13,\ r = \frac{0.0013}{0.13} = 0.01 < 1.$

$S_\infty = \frac{a}{1-r} = \frac{0.13}{1-0.01} = \frac{0.13}{0.99} = \frac{13}{99}$

নিচের তথ্যের আলোকে (১২২-১২৪) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

$0.\dot{3}0\dot{5}$ একটি পৌন:পুনিক সংখ্যা।

১২২. সংখ্যাটির অসীম ধারা নিচের কোনটি? (সহজ)

ক) $0.305 + 0.000350 + 0.000000350 + ...$
খ) $0.305 + 0.000305 + 0.000000305 + ...$
গ) $0.305 + 0.000503 + 0.000000503 + ...$
ঘ) $0.035 + 0.00035 + 0.00000035 + ...$ — **খ**

১২৩. সংখ্যাটির অসীম গুণোত্তর ধারার সাধারণ অনুপাত, r = কত? (মধ্যম)

ক) 0.1 খ) 0.01 গ) 0.001 ঘ) 0.305 — **গ**

ব্যাখ্যা: $r = \frac{0.000305}{0.305} = 0.001$

১২৪. সংখ্যাটির সাধারণ ভগ্নাংশ কত? (কঠিন)

ক) $\frac{305}{999}$ খ) $\frac{198}{99}$ গ) $\frac{1998}{999}$ ঘ) $\frac{999}{2033}$ — **ক**

ব্যাখ্যা: $a = 0.305,\ r = 0.001,$

সুতরাং $0.\dot{3}0\dot{5} = \frac{a}{1-r}$

$= \frac{0.305}{1 - \frac{1}{1000}} = \frac{305}{999}$

শ্রেণির কাজের ওপর সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

প্রশ্ন ▶ ১ $\left\{\frac{2n-1}{2n}\right\}$; $n = 1, 2, 3, ...$ **একটি অনুক্রমের সাধারণ পদ।**

◀ কাজ, পৃষ্ঠা-১২৬

ক. অনুক্রমটি নির্ণয় কর। ২
খ. অনুক্রমের 10-তম ও 20-তম পদ নির্ণয় কর এবং ক্রমান্বয়ে প্রথম চারটি আংশিক সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪
গ. n-এর মান যথেষ্ট বড় হলে প্রান্তীয় মান সম্পর্কে কী বলা যায়? ৪

১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক $n = 1, 2, 3, 4, ...$ হলে

অনুক্রমটি হলো, $\frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{5}{6}, \frac{7}{8}, \frac{9}{10}, ...$ **(Ans.)**

খ 10-তম পদ $= \frac{2.10-1}{2.10} = \frac{19}{20}$ **(Ans.)**

20-তম পদ $= \frac{2.20-1}{2.20} = \frac{39}{40}$ **(Ans.)**

১ম আংশিক সমষ্টি $S_1 = \frac{1}{2}$ **(Ans.)**

২য় আংশিক সমষ্টি $S_2 = \frac{1}{2} + \frac{3}{4} = \frac{2+3}{4} = \frac{5}{4}$ **(Ans.)**

৩য় আংশিক সমষ্টি $S_3 = \frac{5}{4} + \frac{5}{6} = \frac{15+10}{12} = \frac{25}{12}$ **(Ans.)**

৪র্থ আংশিক সমষ্টি $S_4 = \frac{25}{12} + \frac{7}{8} = \frac{50+21}{24} = \frac{71}{24}$ **(Ans.)**

গ এখানে অনুক্রমের n তম পদ U_n হলে, $U_n = \frac{2n-1}{2n}$

$= \frac{2n\left(1 - \frac{1}{2n}\right)}{2n}$

$\therefore Un = 1 - \frac{1}{2n}$

দেখা যাচ্ছে যে, n এর মান যথেষ্ঠ বড় হলে U_n এর $\frac{1}{2n}$ অংশটির মান শূন্যের দিকে ধাবিত হয়।

$\therefore U_n$ এর মান 1 এর দিকে ধাবিত হয়।

অর্থাৎ অনুক্রমটির পদের মানগুলো 1 এর দিকে ধাবিত হয়।

www.bdniyog.com

প্রশ্ন ▶ ২ $\left\{\cos\left(\frac{n\pi}{2}\right)\right\}$ **একটি অনুক্রমের সাধারণ পদ।**

◀ কাজ; পৃষ্ঠা-১২৬

ক. অনুক্রমটি তৈরি কর। ২

খ. অনুক্রমটির 22 তম পদ এবং ১ম 10টি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

গ. n এর উপর কী শর্ত আরোপ করলে অনুক্রমটির যোগফল শূন্য হবে? ৪

২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক $n = 1, 2, 3, \ldots\ldots\ldots$ এর জন্য অনুক্রমটি হলো

$\cos\frac{\pi}{2}, \cos\pi, \cos\frac{3\pi}{2}, \cos2\pi \ldots\ldots\ldots$ **(Ans.)**

খ অনুক্রমটির 22 তম পদ $= \cos\left(\frac{22\pi}{2}\right)$

$$= \cos\left(22.\frac{\pi}{2} + 0\right)$$

$$= -\cos0°$$

$$= -1 \text{ (Ans.)}$$

এখন, অনুক্রমের ১ম দশটি পদ হলো:

$0, -1, 0, 1, 0, -1, 0, 1, 0, -1 \ldots\ldots$

$\therefore$ ১ম দশটি পদের সমষ্টি $= -1$ **(Ans.)**

গ $n = 1, 2, 3, \ldots\ldots\ldots$ ইত্যাদির জন্য অনুক্রমটির মান পাই,

$\cos\left(\frac{1.\pi}{2}\right) = 0$

$\cos\left(\frac{2.\pi}{2}\right) = -1$

$\cos\left(\frac{3.\pi}{2}\right) = 0$

$\cos\left(\frac{4.\pi}{2}\right) = 1$

$\cos\left(\frac{5.\pi}{2}\right) = 0$

....

....

$\therefore$ অনুক্রমটি হবে:

$0, -1, 0, 1, 0, -1, 0, 1, \ldots\ldots\ldots$

লক্ষ করি: প্রথম 4টি পদের যোগফল = 0

প্রথম ৪টি পদের যোগফল = 0

প্রথম 12টি পদের যোগফল = 0

সুতরাং n-এর মান 4 এর গুণিতক যেকোনো সংখ্যার জন্য অনুক্রমের যোগফল শূন্য হবে। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৩ একটি অসীম গুণোত্তর ধারার প্রথম পদ 1 এবং সাধারণ অনুপাত $-\frac{2}{7}$।

◀ কাজ; পৃষ্ঠা-১২৮

ক. ধারাটি নির্ণয় কর। ২

খ. ধারাটির দশম পদ নির্ণয় করে প্রথম 10টি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

গ. ধারাটির অসীমতক সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, ধারাটির ১ম পদ 1 এবং সাধারণ অনুপাত $-\frac{2}{7}$

$\therefore$ ধারাটির ২য় পদ $= 1 \times \left(-\frac{2}{7}\right) = -\frac{2}{7}$

৩য় পদ $= -\frac{2}{7} \times \left(-\frac{2}{7}\right) = \frac{2^2}{7^2}$

৪র্থ পদ $= \frac{2^2}{7^2} \times \left(-\frac{2}{7}\right) = -\frac{2^3}{7^3}$

$\therefore$ নির্ণেয় গুণোত্তর ধারা, $1 - \frac{2}{7} + \frac{2^2}{7^2} - \frac{2^3}{7^3} + \ldots\ldots$ **(Ans.)**

খ ধারাটির দশম পদ $= ar^{10-1}$

$$= 1 \times \left(-\frac{2}{7}\right)^9 = -\frac{2^9}{7^9}$$

এখন ধারাটির ১ম 10টি পদের সমষ্টি, $S_{10} = a\frac{(1-r^{10})}{1-r}; r < 1$

$$= 1 \times \frac{1 - \left(\frac{-2}{7}\right)^{10}}{1 - \left(-\frac{2}{7}\right)} = \frac{1 - \frac{2^{10}}{7^{10}}}{1 + \frac{2}{7}}$$

$$= \frac{\frac{7^{10} - 2^{10}}{7^{10}}}{\frac{7+2}{7}} = \frac{7^{10} - 2^{10}}{7^{10}} \times \frac{7}{9}$$

$= 0.7778$ (আসন্ন)

গ গুণোত্তর ধারার অসীমতক সমষ্টি, $S_\infty = \frac{a}{1-r}$

$$= \frac{1}{1-\left(\frac{-2}{7}\right)} = \frac{1}{1+\frac{2}{7}} = \frac{1}{\frac{7+2}{7}} = \frac{7}{9}$$

অর্থাৎ, $S_\infty = \frac{7}{9}$

$\therefore$ ধারাটির অসীমতক সমষ্টি $= \frac{7}{9}$ **(Ans.)**

মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত আরও সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

প্রশ্ন ▶ ৪ একটি টেনিস বলকে ৪ ফিট উচ্চতা থেকে ফেলে দেওয়া হলো। বলটি মাটিতে বাউন্স করার পর প্রতিবার তার পূর্বের উচ্চতার অর্ধেক উচ্চতা উঠতে পারে।

ক. চতুর্থ বাউন্সের পর বলটি কত উচ্চতায় উঠেছিল? ২

খ. প্রতিটি বাউন্সের পর বলটির উচ্চতাগুলো দিয়ে একটি ধারা তৈরি করে দেখাও যে, এটি একটি গুণোত্তর ধারা। ধারাটির অসীমতক সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

গ. থেমে যাওয়ার পূর্বে বলটির মোট অতিক্রান্ত দূরত্ব কত? ৪

৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রথম বাউন্সের পর বলের উচ্চতা $= \frac{8}{2} = 4$ ফিট

২য় বাউন্সের পর বলের উচ্চতা $= \frac{4}{2} = 2$ ফিট

৩য় বাউন্সের পর বলের উচ্চতা $= \frac{2}{2} = 1$ ফিট

৪র্থ বাউন্সের পর বলের উচ্চতা $= \frac{1}{2}$ ফিট **(Ans.)**

খ প্রতিটি বাউন্সের পর বলটির উচ্চতাগুলো দিয়ে যে ধারা তৈরি করা যায় সেটি হলো–

$4 + 2 + 1 + \frac{1}{2} + \ldots\ldots\ldots\ldots$

এখানে ধারাটির সাধারণ অনুপাত, $r = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} = \frac{\frac{1}{2}}{1} = \frac{1}{2}$

www.bdniyog.com

সুতরাং ধারাটির পরপর যে কোনো দুই পদের অনুপাত একই। এটি একটি গুণোত্তর ধারা।
ধারাটির প্রথম পদ $a = 4$

অসমীতক সমষ্টি, $S = \frac{a}{1-r} = \frac{4}{1-\frac{1}{2}} = \frac{4}{\frac{1}{2}} = 8$ **(Ans.)**

গ বলটি ছেড়ে দেওয়ার পর থেকে মাটিতে প্রথমবার বাউন্স করে সর্বোচ্চ উচ্চতায় ওঠে = 8 + 4 = 12 ফিট
অনুরূপভাবে, দ্বিতীয় বাউন্সে অতিক্রান্ত দূরত্ব = 4 + 2 = 6 ফিট
অনুরূপভাবে, তৃতীয় বাউন্সে অতিক্রান্ত দূরত্ব = 2 + 1 = 3 ফিট
সুতরাং বলটির মোট অতিক্রান্ত দূরত্ব: 12 + 6 + 3 + ...
প্রথম পদ, $a = 12$

সাধারণ অনুপাত, $r = \frac{6}{12} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

ইহা একটি গুণোত্তর ধারা।

অসীমতক সমষ্টি $= \frac{a}{1-r} = \frac{12}{1-\frac{1}{2}} = \frac{12}{\frac{1}{2}} = 24$ ফিট

∴ থেমে যাওয়ার পূর্বে বলটি 24 ফিট দূরত্ব অতিক্রম করেছিল **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৫ একজন ম্যারাথন রেসার একদিন খেয়াল করলেন যে, তিনি দৌড় শুরু করার প্রথম মিনিটে যত মিটার দৌড়ান দ্বিতীয় মিনিটে তার $\frac{9}{10}$ অংশ দৌড়াতে পারেন। প্রতি মিনিটে ঐ দৌড়বিদের ক্ষমতা এভাবে কমতে থাকে। তিনি একদা দৌড় শুরু করার পর দেখলেন যে, তিনি প্রথম মিনিটে 500 মিটার দৌড়েছেন।

ক. প্রতি মিনিটে দৌড়বিদের অতিক্রান্ত দূরত্ব ধারার সাহায্যে প্রকাশ কর। ২
খ. ঐ দিন তিনি এক ঘণ্টা দৌড়ালে মোট কত দূরত্ব অতিক্রম করেছিলেন? ৪
গ. কত মিটার দৌড়ানোর পর তিনি ক্লান্ত হয়ে থেমে গিয়েছিলেন বলে তুমি মনে কর। ৪

৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক ধারাটির প্রথম পদ = 500. [১ম মিনিটে দৌড় 500 মিটার]

ধারাটির দ্বিতীয় পদ $= 500 \times \frac{9}{10} = 450$ [২য় মিনিটে দৌড়]

ধারাটির তৃতীয় পদ $= 450 \times \frac{9}{10} = 405$ [৩য় মিনিটে দৌড়]

সুতরাং ধারাটি, 500 + 450 + 405 + ... **(Ans.)**

খ আমরা জানি, এক ঘণ্টা = 60 মিনিট
সুতরাং প্রাপ্ত ধারাটির প্রথম 60 পদের যোগফল হবে এক ঘন্টায় অতিক্রান্ত দূরত্ব।
ধারাটি একটি গুনোত্তর ধারা। যার প্রথম পদ, $a = 500$

এবং সাধারণ অনুপাত, $r = \frac{9}{10}$

যেহেতু $r < 1$
∴ ধারাটির প্রথম 60 পদের সমষ্টি

$$= \frac{a(1-r^2)}{1-r} = \frac{500\left\{1-\left(\frac{9}{10}\right)^{60}\right\}}{1-\frac{9}{10}}$$

$$= \frac{500\{1-(0.9)^{60}\}}{\frac{1}{10}} = \frac{499.101}{0.1} = 4991.014$$

∴ এক ঘণ্টায় অতিক্রান্ত দূরত্ব = 4991 মিটার (প্রায়) **(Ans.)**

গ প্রতি মিনিটে দৌড় বিদের অতিক্রান্ত দূরত্ব ধীরে ধীরে কমতে কমতে এক সময় শূন্যের কাছাকাছি চলে আসবে। তখন তিনি ক্লান্ত হয়ে থেমে যাবেন। সুতরাং সম্পূর্ণ ধারাটির যোগফল হবে দৌড়বিদের মোট অতিক্রান্ত দূরত্ব অর্থাৎ ধারাটির অসীম সমষ্টি।

ধারার অসীমতক সমষ্টি, $S = \frac{a}{1-r} = \frac{500}{1-\frac{9}{10}} = \frac{500}{\frac{1}{10}}$

$= 500 \times 10 = 5000$

সুতরাং মোট অতিক্রান্ত দূরত্ব = 5,000 মিটার **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৬ নিচের ধারাটি একটি অসীম গুণোত্তর ধারা–

$\frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{9} + \ldots\ldots\ldots\ldots$

ক. ধারাটির অসীমতক সমষ্টি নির্ণয় কর। ২
খ. একই অসীমতক সমষ্টি বিশিষ্ট এরূপ একটি গুণোত্তর ধারা নির্ণয় কর যার দ্বিতীয় পদ প্রদত্ত ধারার দ্বিতীয় পদের সমান। ৪
গ. প্রমাণ কর যে, দুটি ভিন্ন গুণোত্তর ধারার দ্বিতীয় পদ ও অসীমতক সমষ্টি সমান হলে তাদের সাধারণ অনুপাতের যোগফল 1 হবে। ৪

৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক ধারাটির প্রথম পদ, $a = \frac{1}{4}$

ধারাটির সাধারণ অনুপাত, $r = \frac{2}{3}$

ধারাটির অসীমতক সমষ্টি $= \frac{a}{1-r} = \frac{\frac{1}{4}}{1-\frac{2}{3}} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{3}}$

$= \frac{1}{4} \times \frac{3}{1} = \frac{3}{4}$ **(Ans.)**

খ মনে করি, নির্ণেয় ধারাটির প্রথম পদ = a
এবং সাধারণ অনুপাত = r
সুতরাং দ্বিতীয় পদ = ar

অসীমতক সমষ্টি $= \frac{a}{1-r}$

শর্তমতে, $ar = \frac{1}{6}$ .... (i)

এবং $\frac{a}{1-r} = \frac{3}{4}$ .... (ii)

(ii) নং সমীকরণ থেকে পাই, $a = \frac{3}{4}(1-r)$

a এর মান (i) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$\frac{3}{4}(1-r)r = \frac{1}{6}$

বা, $9(r - r^2) = 2$
বা, $9r - 9r^2 = 2$
বা, $9r^2 - 9r + 2 = 0$
বা, $9r^2 - 6r - 3r + 2 = 0$
বা, $3r(3r-2) - 1(3r-2) = 0$
বা, $(3r-2)(3r-1) = 0$

∴ $r = \frac{2}{3}$ অথবা $r = \frac{1}{3}$

সুতরাং নির্ণেয় ধারাটির সাধারণ অনুপাত $\frac{1}{3}$

এবং প্রথম পদ, $a = \frac{3}{4}\left(1-\frac{1}{3}\right) = \frac{3}{4} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{2}$

∴ ধারাটি, $\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{18} + \ldots\ldots\ldots\ldots$ **(Ans.)**

www.bdniyog.com

গ মনে করি, দুইটি ভিন্ন ভিন্ন ধারার প্রথম পদ যথাক্রমে a_1 এবং a_2 সাধারণ অনুপাত r_1 এবং r_2.

$\therefore$ ধারাদ্বয়ের দ্বিতীয় পদ, a_1r_1 এবং a_2r_2

ধারা দুটির অসীমতক সমষ্টি $\frac{a_1}{1-r_1}$ এবং $\frac{a_2}{1-r_2}$

শর্তমতে, $a_1r_1 = a_2r_2$ .... (i)

এবং $\frac{a_1}{1-r_1} = \frac{a_2}{1-r_2}$ .... (ii)

(i) সমীকরণ হতে, $\frac{a_1}{a_2} = \frac{r_2}{r_1}$

(ii) নং সমীকরণ হতে,

বা, $\frac{a_1}{a_2} = \frac{1-r_1}{1-r_2}$

বা, $\frac{r_2}{r_1} = \frac{1-r_1}{1-r_2}$ $\left[\because \frac{a_1}{a_1} = \frac{r_2}{r_1}\right]$

বা, $r_1 - r_1^2 = r_2 - r_2^2$

বা, $r_1 - r_2 = r_1^2 - r_2^2$

বা, $r_1 - r_2 = (r_1 + r_2)(r_1 - r_2)$

বা, $(r_1 - r_2) - (r_1 + r_2)(r_1 - r_2) = 0$

বা, $(r_1 - r_2)(1 - r_1 - r_2) = 0$

$r_1 - r_2 = 0$ অথবা $1 - r_1 - r_2 = 0$

$r_1 - r_2 = 0$ হলে

$r_1 = r_2$ সুতরাং ধারা দুটি একই ধারা হবে।

অথবা, $1 - r_1 - r_2 = 0$ হলে, $r_1 + r_2 = 1$ **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▶ ৭ $a + ar + ar^2 + ar^3 + ...$ **একটি অসীম গুণোত্তর ধারা।**

ক. প্রদত্ত ধারাটির সাধারণ অনুপাত এবং n তম পদ নির্ণয় কর। ২

খ. গাণিতিক আরোহ পদ্ধতির সাহায্যে দেখাও যে, $r \neq 1$ হলে, ধারাটির n তম আংশিক সমষ্টি, $S_n = a\frac{1-r^n}{1-r}$ ৪

গ. $|r| < 1$ হলে, অসীম ধারাটির সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $a + ar + ar^2 + ar^3 + ...$

একটি গুণোত্তর ধারা, যার ১ম পদ = a

$\therefore$ সাধারণ অনুপাত $= \frac{ar}{a} = r$

$\therefore$ ধারাটির n তম পদ $= ar^{n-1}$ **(Ans.)**

খ 'ক' হতে পাই,

ধারাটির সাধারণ অনুপাত $= \frac{ar}{a} = r$

$\therefore$ ধারাটির nতম পদ $= ar^{n-1}$

$\therefore$ প্রদত্ত গুণোত্তর ধারার nতম আংশিক সমষ্টি

$s_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$; $r \neq 1$

অর্থাৎ, $a + ar + ar^2 + ... + ar^{n-1} = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$; $r \neq 1$

প্রথম ধাপ:

এখানে, $a + ar + ar^2 + ... + ar^{n-1} = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$ ... ... (i)

$n = 1$ এর জন্য (i) বাক্যটি সত্য,

কারণ তখন বামপক্ষ = a

এবং ডানপক্ষ $= \frac{a(1-r^1)}{1-r} = \frac{a(1-r)}{(1-r)} = a$

দ্বিতীয় ধাপ:

ধরি, $n = m$ এর জন্য (i) বাক্যটি সত্য, অর্থাৎ

$a + ar + ar^2 + ... + ar^{m-1} = \frac{a(1-r^m)}{1-r}$ ... ... (ii)

এখন (i) বাক্যটি $n = m + 1$ এর জন্যও সত্য হবে যদি

$a + ar + ar^2 + ... + ar^{m+1-1} = \frac{a(1-r^{m+1})}{1-r}$

বা, $a + ar + ar^2 + ... + ar^m = \frac{a(1-r^{m+1})}{1-r}$ .... (iii) সত্য হয়।

এখন (ii) নং এর উভয় পক্ষে ar^m যোগ করে পাই,

$a + ar + ar^2 + ... + ar^{m-1} + ar^m = \frac{a(1-r^m)}{1-r} + ar^m$

$= \frac{a - ar^m + ar^m - ar^m.r}{1-r}$

$= \frac{a(1-r^{m+1})}{1-r}$

$\therefore$ (iii) বাক্যটি প্রমাণিত হলো অর্থাৎ $n = m + 1$ এর জন্য (i) বাক্যটি সত্য।

$\therefore$ গাণিতিক আরোহ পদ্ধতি অনুযায়ী সকল $n \in \mathbb{N}$ এর জন্য (i) বাক্যটি সত্য। **(দেখানো হলো)**

গ 'খ' হতে পাই,

$S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$

$|r| < 1$ হলে, অর্থাৎ $-1 < r < 1$ হলে, n এর মান বৃদ্ধি করলে ($n \to \infty$ হলে) $|r^n|$ এর মান 0-এর কাছাকাছি হয়। অর্থাৎ r^n এর প্রান্তীয় মান 0 হয়। ফলে S_n এর প্রান্তীয় মান,

$S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r} = \frac{a}{1-r} - \frac{ar^n}{1-r} = \frac{a}{1-r}$

$\therefore$ অসীম ধারাটির সমষ্টি $S_n = \frac{a}{1-r}$. **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৮ $\frac{1}{2} + \left(-\frac{1}{4}\right) + \frac{1}{8} + \left(-\frac{1}{16}\right) + ...$ **একটি অসীম ধারা।**

ক. প্রদত্ত ধারাটির ৩য় আংশিক সমষ্টি এবং সাধারণ অনুপাত নির্ণয় কর। ২

খ. প্রদত্ত ধারাটির ১ম 10টি পদের সমষ্টি ও অসীমতক সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

গ. প্রদত্ত ধারাটির ১ম পদ $\frac{1}{x+1}$ ধরে অসীম ধারাটি নির্ণয় কর। x -এর উপর কী শর্ত আরোপ করলে ধারাটির অসীমতক সমষ্টি থাকবে? ধারাটির অসীমতক সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত ধারাটির ৩য় আংশিক সমষ্টি $= \frac{1}{2} + \left(-\frac{1}{4}\right) + \frac{1}{8}$

$= \frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{8}$

$= \frac{4-2+1}{8} = \frac{3}{8}$ **(Ans.)**

ধারাটির সাধারণ অনুপাত, $r = \frac{\frac{-1}{4}}{\frac{1}{2}} = -\frac{1}{4} \times \frac{2}{1} = -\frac{1}{2}$ **(Ans.)**

খ প্রদত্ত ধারাটি, $\frac{1}{2} + \left(-\frac{1}{4}\right) + \frac{1}{8} + \left(-\frac{1}{16}\right) + ...$

$= \frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{8} - \frac{1}{16} + ...$

প্রদত্ত ধারাটির ১ম পদ $a = \frac{1}{2}$

'ক' থেকে পাই, ধারাটির সাধারণ অনুপাত, $r = -\frac{1}{2}$

$\therefore$ ধারাটির ১ম 10টি পদের সমষ্টি $= a\frac{1 - r^{10}}{1 - r}; r < 1$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{1 - \left(-\frac{1}{2}\right)^{10}}{1 - \left(\frac{-1}{2}\right)} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1 - \frac{1}{2^{10}}}{\frac{2+1}{2}}$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{2^{10} - 1}{2^{10}} = \frac{1}{3} \cdot \frac{2^{10} - 1}{2^{10}}$$

$= 0.333$ (আসন্ন) **(Ans.)**

ধারাটির অসীমতক সমষ্টি $= \frac{a}{1 - r} = \frac{\frac{1}{2}}{1 - \left(-\frac{1}{2}\right)}$

$$= \frac{\frac{1}{2}}{1 + \frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{3} \text{ (Ans.)}$$

গ প্রশ্নমতে, $\frac{1}{2} = \frac{1}{1 + x}$

তখন ধারাটি হবে,

$\frac{1}{1 + x} - \frac{1}{(1 + x)^2} + \frac{1}{(1 + x)^3} - \dots\dots$ **(Ans.)**

সাধারণ অনুপাত $= \frac{-\frac{1}{(1+x)^2}}{\frac{1}{1+x}}$

$$= -\frac{1}{1+x}$$

গঠিত ধারাটির অসীমতক সমষ্টি থাকবে যদি ও কেবল যদি

$\left|-\frac{1}{1 + x}\right| < 1$ হয়।

অর্থাৎ $\left|\frac{1}{1 + x}\right| < 1$

$\therefore |1 + x| > 1$

$(1 + x)$ অঋণাত্মক হলে, $1 + x > 1$

$\therefore x > 0$

$(1 + x)$ ঋণাত্মক হলে, $-(1 + x) > 1$

বা, $1 + x < -1$

$\therefore x < -2$

$\therefore$ গঠিত ধারাটির অসীমতক সমষ্টি থাকবে যদি ও কেবল যদি $x > 0$ অথবা $x < -2$ হয়। **(Ans.)**

এবং অসীমতক সমষ্টি $= \frac{\text{১ম পদ}}{1 - \text{সাধারণ অনুপাত}}$

$$= \frac{\frac{1}{1 + x}}{1 - \left(-\frac{1}{1 + x}\right)} = \frac{\frac{1}{1 + x}}{1 + \frac{1}{1 + x}}$$

$$= \frac{\frac{1}{1 + x}}{\frac{1 + x + 1}{1 + x}} = \frac{1}{1 + x} \times \frac{1 + x}{2 + x}$$

$= \frac{1}{2 + x}$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶৯ **গুণোত্তর ধারাভুক্ত তিনটি সংখ্যার যোগফল $24\frac{4}{5}$ এবং গুণফল 64**

ক. তথ্যগুলোকে সমীকরণের মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২

খ. ধারাটির সাধারণ অনুপাত নির্ণয় কর। ৪

গ. যদি সাধারণ অনুপাত < 1 হয় তবে সংখ্যা তিনটি কত? সংখ্যা তিনটি গুণোত্তর ধারার যথাক্রমে প্রথম, দ্বিতীয় এবং তৃতীয় পদ নির্দেশ করলে ধারাটির অসীমতক সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

৯ নং প্রশ্নের সমাধান

ক মনে করি, সংখ্যা তিনটি $\frac{a}{r}$, a, ar;

যেখানে, সাধারণ অনুপাত = r

প্রশ্নমতে, $\frac{a}{r} + a + ar = 24\frac{4}{5}$

এবং $\frac{a}{r}.a.ar = 64$ } **(Ans.)**

খ 'ক' থেকে পাই,

$\frac{a}{r} + a + ar = \frac{124}{5}$ .... (i)

এবং $a^3 = 64$ .... (ii)

(ii) নং থেকে পাই,

$a^3 = 64$

বা, $a^3 = 4^3$

$\therefore a = 4$

(i) নং থেকে পাই,

$a\left(\frac{1}{r} + 1 + r\right) = \frac{124}{5}$

বা, $4\left(\frac{1 + r + r^2}{r}\right) = \frac{124}{5}$

বা, $\frac{r^2 + r + 1}{r} = \frac{124}{5\times4}$

বা, $\frac{r^2 + r + 1}{r} = \frac{31}{5}$

বা, $5r^2 + 5r + 5 = 31r$

বা, $5r^2 + 5r - 31r + 5 = 0.$

বা, $5r^2 - 26r + 5 = 0$

বা, $5r^2 - 25r - r + 5 = 0$

বা, $5r(r - 5) - 1(r - 5) = 0$

বা, $(r - 5)(5r - 1) = 0$

হয়, $r - 5 = 0$ অথবা, $5r - 1 = 0$

$\therefore r = 5$ $\quad r = \frac{1}{5}$

$\therefore$ সাধারণ অনুপাত, $r = 5$ অথবা, $\frac{1}{5}$ **(Ans.)**

গ যেহেতু সাধারণ অনুপাত, $r < 1$

$\therefore r = \frac{1}{5}$

এবং $a = 4$ ['খ' হতে]

$\therefore$ সংখ্যা তিনটি $\frac{a}{r}, a, ar = \frac{4}{\frac{1}{5}}, 4, 4 \times \frac{1}{5}$

$= 20, 4, \frac{4}{5}$ **(Ans.)**

www.bdniyog.com

এখানে, গুণোত্তর ধারাটির প্রথম পদ $a = 20$

এবং সাধারণ অনুপাত, $r = \frac{1}{5}$

আমরা জানি,

অসীমতক সমষ্টি, $S_\infty = \frac{a}{1-r}$ [$\because |r| < 1$]

$\therefore$ ধারাটির অসীমতক সমষ্টি,

$$S_\infty = \frac{a}{1-r} = \frac{20}{1-\frac{1}{5}} = \frac{20}{\frac{5-1}{5}} = \frac{20}{\frac{4}{5}} = 20 \times \frac{5}{4} = 25 \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ▶ ১০ **একটি গুণোত্তর ধারার প্রথম পদ a এবং সাধারণ অনুপাত r এবং a = 12r**

ক. ধারাটি নির্ণয় কর। (r এর মাধ্যমে) ২

খ. ধারাটির অসীমতক সমষ্টি 4 হলে, ধারাটির সাধারণ অনুপাত নির্ণয় কর। ৪

গ. ধারাটি নির্ণয় করে প্রথম 10 পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

১০ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, ধারাটির প্রথম পদ = a

সাধারণ অনুপাত = r

এবং $a = 12r$

আমরা জানি,

গুণোত্তর ধারা, $a + ar + ar^2 + \ldots$

$= 12r + 12r.r + 12r.r^2 + \ldots$ [$\because a = 12r$]

$= 12r + 12r^2 + 12r^3 + \ldots$ **(Ans.)**

খ 'ক' এ প্রাপ্ত ধারা $= 12r + 12r^2 + 12r^3 + \ldots$

এখানে, $a = 12r$

আমরা জানি,

অসীমতক সমষ্টি, $S_\infty = \frac{a}{1-r}, |r| < 1$

$= \frac{12r}{1-r}$ [মান বসিয়ে]

প্রশ্নমতে, $\frac{12r}{1-r} = 4$

বা, $12r = 4 - 4r$ বা, $12r + 4r = 4$

বা, $16r = 4$ বা, $r = \frac{4}{16}$

$\therefore r = \frac{1}{4}$

$\therefore$ ধারাটির সাধারণ অনুপাত $= \frac{1}{4}$ **(Ans.)**

গ 'খ' থেকে পাই, $r = \frac{1}{4}$

দেওয়া আছে, $a = 12r$

$= 12 \times \frac{1}{4}$ $\left[\because r = \frac{1}{4}\right]$

$= 3$

$\therefore$ ধারাটির প্রথম পদ = 3

জানা আছে, গুণোত্তর ধারা, $a + ar + ar^2 + \ldots$

$\therefore$ ধারাটি, $3 + \frac{3}{4} + \frac{3}{16} + \ldots$

এবং জানা আছে,

গুণোত্তর ধারার n সংখ্যক পদের সমষ্টি,

$S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$ যখন, $r < 1$

$\therefore$ ধারাটির প্রথম 10 পদের সমষ্টি,

$$S_{10} = \frac{3\left\{1-\left(\frac{1}{4}\right)^{10}\right\}}{1-\frac{1}{4}} = \frac{3\left(1-\frac{1}{1048576}\right)}{\frac{4-1}{4}} = \frac{3\left(\frac{1048576-1}{1048576}\right)}{\frac{3}{4}}$$

$$= \frac{\frac{3 \times 1048575}{1048576}}{\frac{3}{4}} = \frac{3 \times 1048575}{1048576} \times \frac{4}{3}$$

$= 3.999996185$

$= 4$ (প্রায়) **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ১১ **একটি অনন্ত গুণোত্তর ধারার প্রথম পদ তৃতীয় পদ অপেক্ষা $1\frac{1}{6}$ বেশি এবং তৃতীয় পদ পঞ্চম পদ অপেক্ষা $\frac{14}{27}$ বেশি।**

ক. প্রথম পদ a এবং সাধারণ অনুপাত r, ($r > 0$) হলে, ধারাটির তৃতীয় ও পঞ্চম পদ কত? ২

খ. ধারাটির সাধারণ অনুপাত নির্ণয় কর। ৪

গ. ধারাটি নির্ণয় কর এবং ধারাটির অসীমতক সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

১১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, ধারাটির প্রথম পদ = a

এবং সাধারণ অনুপাত = r

জানা আছে, গুণোত্তর ধারার nতম পদ $= ar^{n-1}$

$\therefore$ ধারাটির তৃতীয় পদ $= ar^{3-1} = ar^2$ **(Ans.)**

এবং পঞ্চম পদ $= ar^{5-1} = ar^4$ **(Ans.)**

খ 'ক' থেকে পাই, ধারাটির তৃতীয় পদ $= ar^2$ এবং পঞ্চম পদ $= ar^4$

প্রশ্নমতে, $a - ar^2 = 1\frac{1}{6} = \frac{7}{6}$ .... (i)

এবং $ar^2 - ar^4 = \frac{14}{27}$ .... (ii)

(ii) নং সমীকরণকে (i)নং সমীকরণ দ্বারা ভাগ করে পাই,

$$\frac{ar^2 - ar^4}{a - ar^2} = \frac{\frac{14}{27}}{\frac{7}{6}}$$

বা, $\frac{ar^2(1-r^2)}{a(1-r^2)} = \frac{14}{27} \times \frac{6}{7}$

বা, $r^2 = \frac{4}{9}$

$r = \frac{2}{3}$

সাধারণ অনুপাত $r = \frac{2}{3}$ **(Ans.)**

গ 'খ' থেকে পাই, সাধারণ অনুপাত, $r = \frac{2}{3}$

r এর মান 'খ' এর (i) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$a - a.\frac{4}{9} = \frac{7}{6}$

বা, $\frac{9a - 4a}{9} = \frac{7}{6}$

বা, $\frac{5a}{9} = \frac{7}{6}$

বা, $5a = \frac{7 \times 9}{6}$

বা, $a = \frac{7 \times 9}{6 \times 5}$

$\therefore$ $a = \frac{21}{10}$

আমরা জানি, গুণোত্তর ধারা, $a + ar + ar^2 + ...$

$\therefore$ ধারাটি, $\frac{21}{10} + \frac{7}{5} + \frac{14}{15} + ...$ **(Ans.)**

আমরা জানি,

গুণোত্তর ধারার অসীমতক সমষ্টি, $S_\infty = \frac{a}{1-r}$ যেখানে, $|r| < 1$

$\therefore$ ধারাটির অসীমতক সমষ্টি, $S_\infty = \frac{\frac{21}{10}}{1 - \frac{2}{3}}$ [মান বসিয়ে]

$= \frac{\frac{21}{10}}{\frac{3-2}{3}} = \frac{\frac{21}{10}}{\frac{1}{3}}$

$= \frac{21}{10} \times \frac{3}{1} = \frac{63}{10}$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ১২ নিচের ধারাটি লক্ষ কর:

$$\frac{1}{1-x} + \frac{1}{(1-x)^2} + \frac{1}{(1-x)^3} + ...$$

ক. ধারাটির সাধারণ পদ ও সাধারণ অনুপাত নির্ণয় কর। ২

খ. x এর মান –1 এবং $\frac{1}{2}$ হলে যে দুইটি আলাদা ধারা পাওয়া যায় তাদের প্রথম দশটি পদের যোগফল নির্ণয় কর। ৪

গ. পদ সংখ্যা বাড়ার সাথে সাথে ধারা দুইটির যোগফলে কী ধরনের ভিন্নতা পরিলক্ষিত হয়? ধারা দুইটির অসীমতক সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

১২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত ধারাটি হলো–

$\frac{1}{1-x} + \frac{1}{(1-x)^2} + \frac{1}{(1-x)^3} + ...$

ধারাটির সাধারণ পদ $= \frac{1}{(1-x)^n}$ **(Ans.)**

ধারাটির সাধারণ অনুপাত, $r = \frac{1}{(1-x)^2} \div \frac{1}{(1-x)}$

$= \frac{1}{1-x}$ **(Ans.)**

খ প্রদত্ত ধারাটিতে x এর মান –1 বসিয়ে পাই,

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + ...$

এখানে, প্রথম পদ, $a = \frac{1}{2}$

সাধারণ অনুপাত, $r = \frac{1}{2} < 1$

$\therefore$ ধারাটির n পদের যোগফল $= \frac{a(1 - r^n)}{(1-r)}$

$\therefore$ ধারাটির প্রথম 10 টি পদের যোগফল $= \frac{\frac{1}{2}\left(1 - \frac{1}{2^{10}}\right)}{\left(1 - \frac{1}{2}\right)}$ [$\because n = 10$]

$= \frac{\frac{1}{2}\left(1 - \frac{1}{1024}\right)}{\frac{1}{2}}$

$= 1 - \frac{1}{1024} = \frac{1023}{1024}$

প্রদত্ত ধারাটিতে x এর মান $\frac{1}{2}$ বসিয়ে পাই,

$2 + 2^2 + 2^3 + ...$

এখানে, প্রথম পদ, $a = 2$

সাধারণ অনুপাত, $r = \frac{2^2}{2} = 2$

যেহেতু $r > 2$

সুতরাং ধারার nটি পদের যোগফল $= \frac{a(r^n - 1)}{(r-1)}$

$\therefore$ ধারাটির প্রথম 10টি পদের যোগফল $= \frac{2(2^{10} - 1)}{(2-1)}$ [$\because n = 10$]

$= 2(1024 - 1)$

$= 2 \times 1023$

$= 2046$ **(Ans.)**

গ প্রথম ধারার ক্ষেত্রে; $\frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + ...$

প্রথম দুইটি পদের যোগফল $= \frac{3}{4} \approx 0.75$

প্রথম তিনটি পদের যোগফল $= \frac{7}{8} \approx 0.88$

প্রথম 10টি পদের যোগফল $= \frac{1023}{1024} \approx 0.99$

সুতরাং পদ সংখ্যা বৃদ্ধির সাথে সাথে যোগফল 1 এর দিকে অগ্রসর হচ্ছে। **(Ans.)**

আবার দ্বিতীয় ধারার ক্ষেত্রে, $2 + 2^2 + 2^3 + ...$

প্রথম পদ = 2

প্রথম 2টি পদের যোগফল = 6

প্রথম 3টি পদের যোগফল = 14

প্রথম 10টি পদের যোগফল = 2046

সুতরাং পদ সংখ্যা বৃদ্ধির সাথে সাথে ধারার যোগফল অসীমের দিকে অগ্রসর হচ্ছে। **(Ans.)**

প্রথম ধারাটির, $r = \frac{1}{2} < 1$

প্রথম ধারাটির অসীমতক সমষ্টি $= \frac{a}{1-r}$

$= \frac{\frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}} = 1$ **(Ans.)**

আবার, দ্বিতীয় ধারাটির, $r > 1$

$\therefore$ দ্বিতীয় ধারাটির কোনো অসীমতক সমষ্টি নেই। **(Ans.)**

www.bdniyog.com

প্রশ্ন ▶ ১৩ $(2x+1)^{-1} + (2x+1)^{-2} + (2x+1)^{-3} + ...$ একটি গুণোত্তর ধারা। [মেহেরপুর সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, মেহেরপুর]

ক. ধারাটির সাধারণ অনুপাত নির্ণয় কর। ২

খ. ধারাটির দশম পদ এবং ১ম সাতটি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর যখন $x = 1$. ৪

গ. প্রদত্ত ধারাটিতে x-এর উপর কী শর্ত আরোপ করলে ধারাটির অসীমতক সমষ্টি থাকবে এবং সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

১৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত গুণোত্তর ধারা–

$(2x+1)^{-1} + (2x+1)^{-2} + (2x+1)^{-3} + ...$

$= \frac{1}{2x+1} + \frac{1}{(2x+1)^2} + \frac{1}{(2x+1)^3} ....$

∴ ধারাটির সাধারণ অনুপাত, $r = \frac{1}{(2x+1)^2} \div \frac{1}{2x+1}$

$= \frac{1}{(2x+1)^2} \times \frac{2x+1}{1}$

$= \frac{1}{2x+1}$ **(Ans.)**

খ যখন $x = 1$ তখন ধারাটি হয়

$\frac{1}{2.1+1} + \frac{1}{(2.1+1)^2} + \frac{1}{(2.1+1)^3} + ...$

$= \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{3^3} + ...$

সুতরাং ধারাটির প্রথম পদ $a = \frac{1}{3}$

এবং সাধারণ অনুপাত, $r = \frac{\frac{1}{3^2}}{\frac{1}{3}} = \frac{1}{3^2} \times \frac{3}{1} = \frac{1}{3}$

∴ ধারাটির দশম পদ $= ar^{10-1} = \frac{1}{3}\left(\frac{1}{3}\right)^9 = \left(\frac{1}{3}\right)^{10} = \frac{1}{3^{10}}$ **(Ans.)**

ধারাটির ১ম 7 পদের সমষ্টি, $S_7 = a.\frac{1-r^7}{1-r}$

$= \frac{1}{3}\left(\frac{1-\left(\frac{1}{3}\right)^7}{1-\frac{1}{3}}\right) = \frac{1}{3}\frac{\left(1-\frac{1}{3^7}\right)}{\left(\frac{3-1}{3}\right)}$

$= \frac{1}{3} \times \frac{3}{2}\left(\frac{3^7-1}{3^7}\right) = \frac{1}{2} \times \left(\frac{3^7-1}{3^7}\right)$

$= 0.45$ **(Ans.)**

গ প্রদত্ত ধারাটির ১ম পদ, $a = \frac{1}{2x+1}$

এবং সাধারণ অনুপাত, $r = \frac{1}{(2x+1)^2} \div \frac{1}{2x+1} = \frac{1}{2x+1}$

প্রদত্ত ধারাটির অসীমতক সমষ্টি থাকবে যদি, $|r| < 1$

অর্থাৎ, $\left|\frac{1}{2x+1}\right| < 1$

বা, $\frac{1}{|2x+1|} < 1$ $[\because \left|\frac{a}{b}\right| = \frac{|a|}{|b|}]$

বা, $1 < |2x+1|$ [$|2x+1|$ দ্বারা গুণ করে]

বা, $|2x+1| > 1$

$2x+1$ অঋণাত্মক হলে, $2x+1 > 1$

বা, $2x > 0$

∴ $x > 0$

$2x+1$ ঋণাত্মক হলে, $-(2x+1) > 1$

বা, $2x+1 < -1$

বা, $2x < -2$

∴ $x < -1$

∴ নির্ণেয় শর্ত: $x < -1$ অথবা $x > 0$. **(Ans.)**

ধারাটির অসীমতক সমষ্টি, $S_\infty = \frac{a}{1-r}$

$= \frac{\frac{1}{2x+1}}{1-\frac{1}{2x+1}} = \frac{\frac{1}{2x+1}}{\frac{2x}{2x+1}}$

$= \frac{1}{2x+1} \times \frac{2x+1}{2x} = \frac{1}{2x}$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ১৪ $S = 7 + 77 + 777 + ...$, একটি ধারা। [সাতক্ষীরা সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, সাতক্ষীরা]

ক. $\frac{9S}{7}$ = কত? ২

খ. ধারাটির n সংখ্যক পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

গ. ধারাটির ১ম 4টি পদের সমষ্টি 'খ' হতে নির্ণয় কর। ধারাটির অসীমতক সমষ্টি আছে কী? না থাকলে ব্যাখ্যা দাও। ৪

১৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত ধারা, $S = 7 + 77 + 777 + ...$

∴ $S = 7(1 + 11 + 111 + ...$

∴ $9S = 7(9 + 99 + 999 + ...$

∴ $\frac{9S}{7} = 9 + 99 + 999 + ...$ **(Ans.)**

খ 'ক' হতে পাই,

$\frac{9S}{7} = 9 + 99 + 999 + ... + n$ তম পদ

$= (10-1) + (100-1) + (1000-1) + ... + n$ তম পদ

$= 10 + 100 + 1000 + ... + n$ তম পদ $- (1 + 1 + 1 + ... + n$ তম পদ)

$= (10 + 10^2 + 10^3 + ... + n$তম পদ$) - n$

$= \left\{10.\frac{10^n-1}{10-1} - n\right\}$ $[\because r = \frac{10^2}{10} = 10 > 1]$

$= \frac{10}{9}(10^n - 1) - n$

∴ $S_n = \frac{7}{9}\left\{\frac{10}{9}(10^n-1) - n\right\}$

$= \frac{70}{81}(10^n - 1) - \frac{7n}{9}$

∴ ধারাটির n সংখ্যক পদের সমষ্টি $= \frac{70}{81}(10^n - 1) - \frac{7n}{9}$ **(Ans.)**

গ 'খ' থেকে পাই, $S_n = \frac{70}{81}(10^n - 1) - \frac{7n}{9}$

∴ ধারাটির ১ম 4টি পদের সমষ্টি

$S_4 = \frac{70}{81}(10^4 - 1) - \frac{28}{9}$

$= \frac{70 \times 9999}{81} - \frac{28}{9}$

$= \frac{70 \times 9999 - 28 \times 9}{81}$

$= \frac{9(70 \times 1111 - 28)}{9 \times 9}$

$= 8638$

www.bdniyog.com

∴ ধারাটির ১ম 4টি পদের সমষ্টি = 8638

প্রদত্ত ধারাটির কোনো অসীমতক সমষ্টি নেই।

ব্যাখ্যা: 'খ' হতে পাই,

$\frac{9S}{7} = (10 + 10^2 + 10^3 + ... + n$ তম পদ$) - n$

এখন, $10 + 10^2 + 10^3 + ... + n$ তম পদ + ...

ধারাটির সাধারণ অনুপাত, $r = \frac{10^2}{10} = 10 > 1$

∴ ধারাটির কোনো অসীমতক সমষ্টি নেই।

প্রশ্ন ▶ ১৫ একটি পৌনঃপুনিক দশমিক সংখ্যা $.0\dot{1}2\dot{3}$

ক. প্রদত্ত সংখ্যাকে একটি গুণোত্তর ধারার মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২

খ. 'ক' এ প্রাপ্ত ধারাটির সাধারণ অনুপাত, n-তম পদ এবং দশম পদ নির্ণয় কর। ৪

গ. দেখাও যে, ধারার অসমীতক সমষ্টির মান মূলদীয় ভগ্নাংশ। ৪

১৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত পৌনঃপুনিক দশমিক সংখ্যা $.0\dot{1}2\dot{3}$

এখন, $.0\dot{1}2\dot{3} = .0123123123$ ....

$= 0.0123 + .0000123 + .0000000123 + ...$

∴ নির্ণেয় গুণোত্তর ধারা,

$.0123 + .0000123 + .0000000123 + ...$ **(Ans.)**

খ 'ক' এ প্রাপ্ত গুণোত্তর ধারা

$.0123 + .0000123 + .0000000123 + ...$

ধারাটির, ১ম পদ, $a = .0123$

সাধারণ অনুপাত, $r = \frac{.0000123}{.0123}$

$= \frac{123}{10000000} \times \frac{10000}{123}$

$= \frac{1}{1000} = .001$ **(Ans.)**

∴ ধারাটির n তম পদ $= ar^{n-1}$

$= .0123 \times (.001)^{n-1}$ **(Ans.)**

∴ ধারাটির দশম পদ $= .0123 \times (.001)^{10-1}$

$= .0123 \times (.001)^9$

$= 1.23 \times 10^{-29}$ **(Ans.)**

গ 'খ' হতে পাই,

ধারাটির, ১ম পদ, $a = .0123$

সাধারণ অনুপাত, $r = .001$

∴ $|r| = |.001| = 0.001 < 1$

∴ ধারাটির অসীমতক সমষ্টি,

$S_\infty = \frac{a}{1-r} = \frac{.0123}{1-.001} = \frac{.0123}{.999}$

$= \frac{123}{9990} = \frac{41}{3330}$ যা একটি মূলদীয় ভগ্নাংশ। **(দেখানো হলো)**

প্রশ্ন ▶ ১৬ $\frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + ...$, একটি ধারা।

ক. প্রদত্ত ধারাটির r তম পদ ও দশম পদ নির্ণয় কর। ২

খ. ধারাটির ১ম n পদের সমষ্টি S_n নির্ণয় কর। ৪

গ. ধারাটির অসীমতক সমষ্টি নির্ণয় কর এবং n এর মান যথেষ্ট বড় হলে S_n এর প্রান্তীয় মান সম্পর্কে কী বলা যায়? ৪

১৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত ধারাটি $\frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + ...$

∴ ধারাটির r তমপদ $U_r = \frac{1}{r(r+1)}$ **(Ans.)**

∴ ধারাটির দশম পদ $U_{10} = \frac{1}{10(10+1)} = \frac{1}{10.11}$ **(Ans.)**

খ 'ক' হতে পাই, $U_r = \frac{1}{r(r+1)}$

$= \frac{r+1-r}{r(r+1)}$

$= \frac{r+1}{r(r+1)} - \frac{r}{r(r+1)}$

$= \frac{1}{r} - \frac{1}{r+1}$

r = 1, 2, 3 ..... n বসিয়ে S_n নির্ণয় করি।

$S_n = \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) + ... + \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}\right)$

$= 1 - \frac{1}{n+1}$

$= \frac{n+1-1}{n+1} = \frac{n}{n+1}$

∴ ধারাটির ১ম n পদের সমষ্টি $= \frac{n}{n+1}$ **(Ans.)**

গ 'খ' হতে পাই, $S_n = \frac{n}{n+1} = \frac{n}{n\left(1+\frac{1}{n}\right)} = \frac{1}{1+\frac{1}{n}}$

n এর মান যথেষ্ট বড় হলে অর্থাৎ, $n \to \infty$ হলে,

$S_{n\to\infty} = \frac{1}{1+\frac{1}{n\to\infty}} = \frac{1}{1+0} = 1$

∴ ধারাটির অসীমতক সমষ্টি 1 **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ১৭ নিচের ধারাটি খেয়াল কর—

$\frac{2}{1.3} + \frac{2}{3.5} + \frac{2}{5.7} + ...$

ক. ধারাটির সাধারণ পদ নির্ণয় কর। ২

খ. সাধারণ পদের সাহায্যে ধারাটির দশম পদ বের কর এবং প্রথম দশটি পদের যোগফল নির্ণয় কর। ৪

গ. ধারাটির অসীমতক সমষ্টি কত? পদসংখ্যা বৃদ্ধির সাথে সাথে ধারাটির যোগফলে কী পরিবর্তন পরিলক্ষিত হবে বলে তুমি মনে কর। ৪

১৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক ধারাটির সাধারণ পদ $= \frac{2}{\{1+(n-1)2\}\{3+(n-1)2\}}$

$= \frac{2}{(2n-1)(2n+1)}$ **(Ans.)**

খ দশম পদ $= \frac{2}{(2n-1)(2n+1)}$

$= \frac{2}{(2\times 10-1)(2\times 10+1)}$ [যখন n = 10]

$= \frac{2}{19.21}$

$= \frac{2}{399}$ **(Ans.)**

প্রথম দশটি পদের যোগফল :

$\frac{2}{1.3}+\frac{2}{3.5}+\frac{2}{5.7}+\frac{2}{7.9}+\frac{2}{9.11}+\frac{2}{11.13}+\frac{2}{13.15}+\frac{2}{15.17}+\frac{2}{17.19}+\frac{2}{19.21}$

$=\frac{3-1}{1.3}+\frac{5-3}{3.5}+\frac{7-5}{5.7}+\frac{9-7}{7.9}+\frac{11-9}{9.11}+\frac{13-11}{11.13}+\ldots\ldots+\frac{21-19}{19.21}$

$=1-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}-\frac{1}{5}+\frac{1}{5}-\frac{1}{7}+\ldots\ldots\ldots\ldots-\frac{1}{21}$

$=1-\frac{1}{21}=\frac{21-1}{21}=\frac{20}{21}$ **(Ans.)**

গ ধারাটির n পদের সমষ্টি

$S=\frac{2}{1.3}+\frac{2}{3.5}+\frac{2}{5.7}+\ldots\ldots\ldots+\frac{2}{(2n-1)(2n+1)}$

$=\frac{3-1}{1.3}+\frac{5-3}{3.5}+\frac{7-5}{5.7}+\ldots\ldots\ldots+\frac{(2n+1)-(2n-1)}{(2n-1)(2n+1)}$

$=1-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}-\frac{1}{5}+\frac{1}{5}-\frac{1}{7}+\ldots\ldots\ldots-\frac{1}{2n+1}$

$=1-\frac{1}{2n+1}$

$=\frac{2n+1-1}{2n+1}=\frac{2n}{2n+1}$

ধারাটির অসীমতক সমষ্টি

$S_\infty=\frac{2n}{2n+1}$ যখন $n=\infty$

$=\frac{\frac{2n}{n}}{\frac{2n}{n}+\frac{1}{n}}=\frac{2}{2+\frac{1}{n}}$

$=\frac{2}{2}\quad\left[\because\frac{1}{n}=0\right]$

= 1 **(Ans.)**

ধারার, প্রথম পদ $=\frac{2}{3}\approx 0.67$

প্রথম দুইটি পদের যোগফল $=\frac{4}{5}\approx 0.80$

প্রথম তিনটি পদের যোগফল $=\frac{6}{7}\approx 0.86$

প্রথম দশটি পদের যোগফল $=\frac{2\times 10}{2\times 10+1}=\frac{20}{21}\approx 0.95$

প্রথম বিশটি পদের যোগফল $=\frac{2\times 20}{2\times 20+1}=\frac{40}{41}\approx 0.98$

প্রথম 100টি পদের যোগফল $=\frac{2\times 100}{2\times 100+1}=\frac{200}{201}\approx 0.99$

সুতরাং পদসংখ্যা বৃদ্ধির সাথে সাথে যোগফল 1 এর দিকে অগ্রসর হয়। **(Ans.)**

প্রশ্ন ব্যাংক উত্তরসহ সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

প্রশ্ন ▶ ১৮ একটি গুণোত্তর ধারার চতুর্থ পদ 6 এবং সপ্তম পদ – 48

ক. দুইটি সমীকরণের মাধ্যমে তথ্যগুলো প্রকাশ কর। ২

খ. ধারাটি নির্ণয় কর। ৪

গ. ধারাটির ১ম 10 পদের সমষ্টি ও অসীমতক সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

উত্তর: ক. $ar^3=6$ এবং $ar^6=-48$ **খ.** $-\frac{3}{4}+\frac{3}{2}-3+\ldots\ldots$

গ. $225\frac{3}{4}$; অসীমতক সমষ্টি নেই।

প্রশ্ন ▶ ১৯ $1+x+y+\frac{1}{8}+\ldots\ldots\ldots$ একটি অসীম গুণোত্তর ধারা।

ক. ধারাটির সাধারণ অনুপাত নির্ণয় কর। ২

খ. x ও y নির্ণয় করে ধারাটি সম্পূর্ণ কর। এর n তম পদ $\frac{1}{512}$ হলে n নির্ণয় কর। ৪

গ. ধারাটির $\frac{1}{512}$ পদ পর্যন্ত যোগফল নির্ণয় কর এবং অসীমতক সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

উত্তর: ক. $\frac{1}{2}$, **খ.** $x=\frac{1}{2}, y=\frac{1}{4}$; n = 10; **গ.** $\frac{1023}{512}$, 2

প্রশ্ন ▶ ২০ নিম্নে একটি ধারার সমীকরণ দেওয়া হলো–

$$3S=\frac{1+2+3+\ldots\ldots\ldots\ldots+n}{1^2+2^2+3^2+\ldots\ldots\ldots+n^2}$$

ক. S নির্ণয় কর। ২

খ. এমন একটি গুণোত্তর ধারা নির্ণয় কর যার প্রথম পদ ও সাধারণ অনুপাত উভয়ই S। ধারাটির অসীমতক সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

গ. প্রাপ্ত ধারাটির অসীমতক সমষ্টির সাংখ্যিক মান $\frac{1}{2}$ হলে n ও S এর মান নির্ণয় কর। n এর মান কত হলে ধারাটির কোনো অসীমতক সমষ্টি পাওয়া যাবে না? ৪

উত্তর: ক. $\frac{1}{2n+1}$

খ. $\frac{1}{2n+1}+\frac{1}{(2n+1)^2}+\frac{1}{(2n+1)^3}+\ldots\ldots;\frac{1}{2n}$

গ. $n=1; S=\frac{1}{3}; n\le 0$ অথবা $n\ge -1$

প্রশ্ন ▶ ২১ একটি গুণোত্তর ধারার ১ম, ২য় ও ৩য় পদ যথাক্রমে x + 5, x ও x – 4.

ক. x এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. পদ তিনটি কত ও সাধারণ অনুপাত নির্ণয় কর। ৪

গ. ধারাটি নির্ণয় কর এবং ধারাটির অসীমতক সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

উত্তর: ক. 20।

খ. 25, 20, 16, সাধারণ অনুপাত $\frac{4}{5}$.

গ. 25 + 20 + 16 + ... এবং অসীমতক সমষ্টি = 125.

প্রশ্ন ▶ ২২ $\frac{1}{x+1}+\frac{1}{(x+1)^2}+\frac{1}{(x+1)^3}+\ldots\ldots\ldots$

ক. x এর মান 1 ও 2 বসিয়ে ধারা দুইটি নির্ণয় কর। ২

খ. ধারাটির x এর উপর কী শর্ত আরোপ করলে অসীমতক সমষ্টি থাকবে তা উল্লেখ কর। উক্ত শর্তাধীনে অসীমতক সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

গ. অসীমতক সমষ্টিতে x-এর মান 1, 2, 4 ও 8 বসিয়ে সমষ্টি বের কর। সমষ্টিগুলোকে অনন্ত ধারায় লিখ এবং S_n নির্ণয় কর। ৪

উত্তর: খ. $\frac{1}{x}$; **গ.** $\frac{2^n-1}{2^{n-1}}$

প্রশ্ন ▶ ২৩ **নিম্নের ধারাটি লক্ষ্য কর :**

$\frac{1}{2x+1}+\frac{1}{(2x+1)^2}+\frac{1}{(2x+1)^3}+$ ....

[যশোর সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, যশোর]

ক. $x=\frac{1}{2}$ হলে, ধারাটি নির্ণয় কর এবং প্রাপ্ত ধারাটির সাধারণ অনুপাত নির্ণয় কর। ২

খ. ক নং-এ প্রাপ্ত ধারাটির 10তম পদ এবং ১ম 10টি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

গ. প্রদত্ত ধারাটি x এর উপর কী শর্ত আরোপ করলে ধারাটির অসীমতক সমষ্টি থাকবে এবং সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

উত্তর: ক. $\frac{1}{2}+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{2^3}+$ ....; $r=\frac{1}{2}$

খ. $\frac{1}{2^{10}}, \frac{1023}{1024}$; **গ.** $x>0; x<-1; \frac{1}{2x}$

প্রশ্ন ▶ ২৫ **নিম্নের ধারাটি লক্ষ কর:**

$9+3+1+\frac{1}{3}+\frac{1}{3^2}+$ ....

[যশোর জিলা স্কুল, যশোর]

ক. ধারাটি কোন ধরনের? ধারাটির সাধারণ অনুপাত নির্ণয় কর। ২

খ. ধারাটির 10-তম পদ এবং প্রথম 7টি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

গ. ধারাটির (অসীমতক) সমষ্টি যদি থাকে, তবে তা নির্ণয় কর। ৪

উত্তর: ক. গুণোত্তর, $\frac{1}{3}$ **খ.** $\frac{1}{2187}, \frac{1093}{81}$ **গ.** $\frac{27}{2}$

প্রশ্ন ▶ ২৫ $8+2+\frac{1}{2}+\frac{1}{8}+\frac{1}{32}+$ ....

[চট্টগ্রাম কলেজিয়েট স্কুল ও কলেজ, চট্টগ্রাম]

ক. ধারাটির দশম (10^{th}) পদটি কত? ২

খ. ধারাটির প্রথম ষোলটি (16) পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

গ. প্রদত্ত ধারাটির অসীমতক সমষ্টি থাকলে কত? নির্ণয় কর। ৪

উত্তর: ক. $\frac{1}{32768}$; **খ.** 10.66; **গ.** 10.66

internet linked

প্রশ্নব্যাংকের আরও প্রশ্ন ও উত্তরের জন্যে নিচের ওয়েব অ্যাড্রেসটি টাইপ করুন

ssc.panjeree.com/hmt/hm07qbs.pdf

REVISION

এ অংশে অধ্যায়ের গুরুত্বপূর্ণ তথ্য ও সূত্র, পরীক্ষার আগে যার উপর চোখ বুলিয়ে নেওয়া প্রয়োজন বা অবশ্যই মনে রাখতে হবে এমন বিষয়সমূহ একনজরে উল্লেখ করা হয়েছে। পরীক্ষার আগে এ বিষয়গুলো রিভিশন দিলে পরীক্ষায় নির্ভুলভাবে অঙ্ক সমাধান করতে পারবে।

- সসীম ধারাকে সান্ত ধারা এবং অসীম ধারাকে অনন্ত ধারা বলা হয়।
- পাশাপাশি দুইটি পদের ব্যবধান সর্বদা সমান হলে সমান্তর ধারা এবং অনুপাত সমান হলে গুণোত্তর ধারা।
- $a+(a+d)+(a+2d)+$ ....একটি সমান্তর ধারা যার প্রথম পদ $= a$, সাধারণ অন্তর $= d$

  সমান্তর ধারার nতম পদ $= a+(n-1)d$

  সমান্তর ধারার সমষ্টি, $S_n=\frac{n}{2}\{2a+(n-1)d\}$
- গুণোত্তর ধারা : $a+ar+ar^2+ .... +ar^{n-1}+ .....$

  যার প্রথম পদ $= a$ এবং সাধারণ অনুপাত $= r$

  গুণোত্তর ধারার n সংখ্যক পদের সমষ্টি,

  $S_n=\frac{a(r^n-1)}{r-1}$ যখন $r>1$

  অথবা, $S_n=\frac{a(1-r^n)}{1-r}$ যখন $r<1$

  অসীম গুণোত্তর ধারার সমষ্টি, $S_\infty=\frac{a}{1-r}; |r|<1$

  $|r|>1$ হলে অসীম ধারার সমষ্টি পাওয়া যায় না।
- পৌনঃপুনিক দশমিক সংখ্যাকে অনন্ত গুণোত্তর ধারায় প্রকাশ করে মূলদীয় ভগ্নাংশে প্রকাশ করা যায়।

SUGGESTION

এখানে অধ্যায়টির অনুশীলনী, বহুনির্বাচনি ও সৃজনশীল প্রশ্নগুলো বিশ্লেষণ করে স্টার মার্কসহ সাজেশন দেওয়া হয়েছে। পরীক্ষার আগে অবশ্যই এ অঙ্কগুলো সমাধান করবে। তাহলে পরীক্ষায় যেকোনো অঙ্কের সমাধান সহজেই করতে পারবে।

সাজেশন | বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

	প্রশ্ন নম্বর
★★★	১, ৩, ৪, ৭, ৮, ৯, ১১, ১৪, ১৫, ১৭, ১৯, ২১, ২৪, ২৫, ২৬, ৩০, ৩১, ৩২, ৩৮, ৪০, ৪১, ৪২, ৪৩, ৪৪, ৪৫, ৪৬, ৪৭, ৫৩, ৫৮, ৬১, ৬৩, ৬৭, ৭১, ৭৩, ৭৬, ৭৮, ৮১, ৮৩, ৮৪, ৮৬, ৮৮, ৯০, ৯১, ৯২, ৯৪, ১০২, ১০৩, ১০৪, ১১০, ১১১, ১১৪, ১১৬, ১২০, ১২১
★★	৫, ১০, ১৮, ২৩, ৩০, ৩১, ৩২, ৪৯, ৫৭, ৫৮, ৬২, ৬৬, ৬৮, ৭০, ৭৯, ৮৯, ৯৫, ৯৬, ৯৭, ৯৮, ১২২, ১২৩, ১২৪

সাজেশন | সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

	প্রশ্ন নম্বর
★★★	৩, ৪, ৬, ৮, ৯, ১১, ১২, ১৩, ১৪
★★	২, ৫, ৭, ১১, ১৫, ১৬

শ্রেণির কাজ পৃষ্ঠা নং ৫৪৫

অধ্যায়-৮

ত্রিকোণমিতি

অনুশীলনী-৮.১

অধ্যায়টি পড়ে যা জানতে পারবে—

১. রেডিয়ান পরিমাপের ধারণার ব্যাখ্যা।
২. রেডিয়ান পরিমাপ ও ডিগ্রী পরিমাপের পারস্পরিক সম্পর্ক নির্ণয়।
৩. চারটি চতুর্ভাগে ত্রিকোণমিতিক অনুপাতের চিহ্ন চিহ্নিতকরণ।

ষোড়শ শতাব্দীর ত্রিকোণমিতিবিদ, জ্যোতির্বিদ ও ধর্মতত্ত্ববিদ বার্থোলোমিউ পিটিসকাস (*Bartholomeo Pitiscus, 1561-1613*)। তাঁর বিখ্যাত লেখা *"Trigonometria : sive de solutione triangulorum tractatus brevis et perspicuus"*-এ *'Trigonometry'* শব্দটি প্রথম ব্যবহার করেন। তিনি *Rheticus* (রেটিকাস) এর ত্রিকোণমিতিক টেবিলের উন্নতি সাধন করেন।

১৩টি অনুশীলনীর প্রশ্ন।
১০৫টি বহুনির্বাচনি প্রশ্ন ■ ৫৬টি সাধারণ বহুনির্বাচনি ■ ১৩টি বহুপদী সমাপ্তিসূচক ■ ৩৬টি অভিন্ন তথ্যভিত্তিক
১৯টি সৃজনশীল প্রশ্ন ■ ১টি শ্রেণির কাজ ■ ১০টি মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত ■ ৮টি প্রশ্নব্যাংক

অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

ক্যালকুলেটর ব্যবহার করে নিম্নের সমস্যাগুলোর সমাধান নির্ণয় কর। সমস্ত ক্ষেত্রে π এর আসন্ন মান চার দশমিক স্থান পর্যন্ত ব্যবহার কর ($\pi = 3.1416$)।

১. **(ক) রেডিয়ানে প্রকাশ কর:**
(i) 75°30′ (ii) 55°54′53″ (iii) 33°22′11″

সমাধান:

(i) $75°30' = \left(75\frac{30}{60}\right)^\circ$

$= \left(75\frac{1}{2}\right)^\circ$

$= \left(\frac{151}{2}\right)^\circ$

$= \frac{151}{2} \times \frac{\pi}{180}$ রেডিয়ান $\left[\because 1° = \frac{\pi^c}{180}\right]$

$= 1.3177$ রেডিয়ান (প্রায়)

Ans. 1.3177 রেডিয়ান (প্রায়)।

বিকল্প সমাধান:

$75°30' = 75° + 30'$

$= 75° + \left(\frac{30}{60}\right)^\circ \quad [\because 1° = 60']$

$= 75° + \left(\frac{1}{2}\right)^\circ$

$= \left(75 + \frac{1}{2}\right)^\circ$

$= \left(\frac{151}{2}\right)^\circ$

$= \frac{151}{2} \times \frac{\pi^c}{180} \quad \left[\because 1° = \left(\frac{\pi}{180}\right)^c\right]$

$= \frac{151 \times 3.1416}{360}$ রেডিয়ান $[\because \pi = 3.1416]$

$= 1.3177$ রেডিয়ান (প্রায়)

Ans. 1.3177 রেডিয়ান (প্রায়)
[বিঃ দ্রঃ পাঠ্যবইয়ের উত্তরে ভুল আছে।]

(ii) $55°54'53'' = 55° + 54' + 53''$

$= 55° + 54' + \left(\frac{53}{60}\right)' \quad \left[\because 1'' = \left(\frac{1}{60}\right)'\right]$

$= 55° + \left(54 + \frac{53}{60}\right)'$

$= 55° + \left(\frac{3293}{60}\right)'$

$= 55° + \left(\frac{3293}{60 \times 60}\right)^\circ \quad \left[\because 1' = \left(\frac{1}{60}\right)^\circ\right]$

$= \left(55 + \frac{3293}{3600}\right)^\circ$

$= \left(\frac{201293}{3600}\right)^\circ$

$= \frac{201293 \times \pi^c}{3600 \times 180} \quad \left[\because 1° = \frac{\pi^c}{180}\right]$

$= 0.310637345 \times 3.1416$ রেডিয়ান $[\because \pi = 3.1416]$

$= 0.9759$ রেডিয়ান (প্রায়)

Ans. 0.9759 রেডিয়ান (প্রায়)।
[বিঃ দ্রঃ পাঠ্যবইয়ের উত্তরে ভুল আছে।]

(iii) $33°22'11'' = 33°\left(22\frac{11}{60}\right)'$

$= 33°\left(\frac{1331}{60}\right)'$

$= \left(33\frac{1331}{60 \times 60}\right)^\circ$

$= \left(\frac{120131}{3600}\right)^\circ$

$= \frac{120131}{3600} \times \frac{\pi}{180}$ রেডিয়ান

$= \frac{120131\pi}{648000}$ রেডিয়ান

$= 0.5824$ রেডিয়ান (প্রায়)

$\therefore 33°22'11'' = 0.5824$ রেডিয়ান (প্রায়)

Ans. 0.5824 রেডিয়ান (প্রায়)।

[বিঃ দ্রঃ পাঠ্যবইয়ের উত্তরে ভুল আছে।]

(খ) ডিগ্রিতে প্রকাশ কর:

(i) $\frac{8\pi}{13}$ রেডিয়ান (ii) 1.3177 রেডিয়ান (iii) 0.9759 রেডিয়ান

সমাধান:

(i) $\frac{8\pi}{13}$ রেডিয়ান

$= \frac{8\pi}{13} \times \frac{180}{\pi}$ ডিগ্রি $[\because 1^c = \frac{180^\circ}{\pi}]$

$= \frac{1440}{13}$ ডিগ্রি

$= 110.76923$ ডিগ্রি

$= 110°46'9.23''$ [ক্যালকুলেটর ব্যবহার করে]

সুতরাং $\frac{8\pi}{13}$ রেডিয়ান $= 110°46'9.23''$

Ans. $110°46'9.23''$

বি:দ্র: পাঠ্যবইয়ের মূল প্রশ্ন $\frac{8x}{13}$ এর পরিবর্তে $\frac{8\pi}{13}$ হবে।

(ii) 1.3177 রেডিয়ান

$= 1.3177 \times \frac{180}{\pi}$ ডিগ্রি $[\because 1^c = \frac{180^\circ}{\pi}]$

$= \frac{237.186}{\pi}$ ডিগ্রি

$= \frac{237.186}{3.1416}$ ডিগ্রি $[\because \pi = 3.1416]$

$= 75.49847$ ডিগ্রি

$= 75°29'54.5''$ [ক্যালকুলেটর ব্যবহার করে]

সুতরাং, 1.3177 রেডিয়ান $= 75°29'54.5''$

Ans. $75°29'54.5''$

(iii) 0.9759 রেডিয়ান

$= 0.9759 \times \frac{180}{\pi}$ ডিগ্রি $[\because 1^c = \frac{180^\circ}{\pi}]$

$= \frac{175.662}{\pi}$ ডিগ্রি

$= \frac{175.662}{3.1416}$ ডিগ্রি $[\because \pi = 3.1416]$

$= 55.91495$ ডিগ্রি

$= 55°54'53.35''$ [ক্যালকুলেটর ব্যবহার করে]

সুতরাং, 0.9759 রেডিয়ান $= 55°54'53.35''$

Ans. $55°54'53.35''$

২. একটি কোণকে ষাটমূলক ও বৃত্তীয় পদ্ধতিতে যথাক্রমে $D°$ এবং R^c দ্বারা প্রকাশ করা হলে, প্রমাণ কর যে, $\frac{D}{180} = \frac{R}{\pi}$.

সমাধান: দেওয়া আছে, ষাটমূলকে কোনো কোণের পরিমাণ $D°$ এবং বৃত্তীয় পদ্ধতিতে তার মান R^c

ডিগ্রি ও রেডিয়ান কোণের সম্পর্ক অনুসারে, $1° = \frac{\pi^c}{180}$

$\therefore D° = \left(\frac{D\pi}{180}\right)^c$

প্রশ্নমতে, $\frac{D\pi}{180} = R$

$\therefore \frac{D}{180} = \frac{R}{\pi}$ **(প্রমাণিত)**

৩. একটি চাকার ব্যাসার্ধ 2 মিটার 3 সে.মি. হলে চাকার পরিধির আসন্ন মান চার দশমিক স্থান পর্যন্ত নির্ণয় কর।

সমাধান: দেওয়া আছে,

চাকার ব্যাসার্ধ, $r = 2$ মিটার 3 সে.মি.

$= 2.03$ মিটার

জানা আছে, চাকার পরিধি $= 2\pi r$ মিটার

$= 2 \times 3.1416 \times 2.03$ মিটার

$= 12.7549$ মিটার (প্রায়)

$\therefore$ চাকাটির নির্ণেয় পরিধি $= 12.7549$ মিটার (প্রায়)

Ans. 12.7549 মিটার (প্রায়)

৪. একটি গাড়ির চাকার ব্যাস 0.84 মিটার এবং চাকাটি প্রতি সেকেন্ডে 6 বার ঘুরে। গাড়িটির গতিবেগ নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, চাকাটির ব্যাস = 0.84 মিটার

$\therefore$ চাকাটির ব্যাসার্ধ, $r = \frac{0.84}{2}$ মিটার $= 0.42$ মিটার

$\therefore$ চাকাটির পরিধি $= 2\pi r$

$= 2 \times 3.1416 \times 0.42$ মিটার

$= 2.6389$ মিটার

$\therefore$ চাকাটি একবার ঘুরে 2.6389 মিটার দূরত্ব অতিক্রম করে।

আবার, প্রতি সেকেন্ডে চাকাটি 6 বার ঘুরে।

সুতরাং, 1 সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূরত্ব 2.6389×6 মিটার

$\therefore$ 1 ঘণ্টায় অতিক্রান্ত দূরত্ব $2.6389 \times 6 \times 60 \times 60$ মিটার

$= 57001.1904$ মিটার

$= \frac{57001.1904}{1000}$ কি.মি.

$= 57.0012$ কি.মি.

$\therefore$ গাড়ির গতিবেগ ঘণ্টায় 57 কি.মি. (প্রায়)

$\therefore$ নির্ণেয় গতিবেগ 57 কি.মি./ঘণ্টা (প্রায়)

Ans. 57 কি.মি./ঘণ্টা (প্রায়)

৫. কোনো ত্রিভুজের কোণ তিনটির অনুপাত 2 : 5 : 3; ক্ষুদ্রতম ও বৃহত্তম কোণের বৃত্তীয় মান কত?

সমাধান: দেওয়া আছে, ত্রিভুজের কোণগুলোর অনুপাত 2 : 5 : 3

মনে করি, কোণ তিনটি যথাক্রমে $2x^c$, $5x^c$ ও $3x^c$

আমরা জানি, ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি π^c

$\therefore 2x + 5x + 3x = \pi$

বা, $10x = \pi$

$\therefore x = \frac{\pi}{10}$

$\therefore$ কোণ তিনটি যথাক্রমে $2 \times \frac{\pi^c}{10}$, $5 \times \frac{\pi^c}{10}$ ও $3 \times \frac{\pi^c}{10}$

অর্থাৎ $\frac{\pi^c}{5}, \frac{\pi^c}{2}, \frac{3\pi^c}{10}$

www.bdniyog.com

$\therefore$ বৃহত্তম কোণ $= \frac{\pi^c}{2}$

এবং ক্ষুদ্রতম কোণ $= \frac{\pi^c}{5}$

উত্তর: ক্ষুদ্রতম কোণের বৃত্তীয় মান $\frac{\pi^c}{5}$

বৃহত্তম কোণের বৃত্তীয় মান $\frac{\pi^c}{2}$

৬. একটি ত্রিভুজের কোণগুলো সমান্তর শ্রেণীভুক্ত এবং বৃহত্তর কোণটি ক্ষুদ্রতম কোণের দ্বিগুণ। কোণগুলোর রেডিয়ান পরিমাপ কত?

সমাধান: মনে করি, ক্ষুদ্রতম কোণ $= A^c$

$\therefore$ বৃহত্তম কোণ $= 2A^c$

কোণগুলো সমান্তর শ্রেণীভুক্ত হলে অন্য কোণটি $= \frac{A^c + 2A^c}{2}$

$= \frac{3}{2}A^c$

আমরা জানি, ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি দুই সমকোণ বা π^c

$A + \frac{3A}{2} + 2A = \pi$

বা, $\frac{9A}{2} = \pi$

$\therefore A = \frac{2\pi}{9}$

সুতরাং $\frac{3A}{2} = \frac{3}{2} \times \frac{2\pi}{9} = \frac{\pi}{3}$

এবং $2A = 2 \times \frac{2\pi}{9}$ এবং $\frac{4\pi}{9}$

Ans. কোণ তিনটি যথাক্রমে $\frac{2\pi^c}{9}, \frac{\pi^c}{3}, \frac{4\pi^c}{9}$

৭. পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6440 কি.মি.। ঢাকা ও চট্টগ্রাম পৃথিবীর কেন্দ্রে 5° কোণ উৎপন্ন করে। ঢাকা ও চট্টগ্রামের দূরত্ব কত?

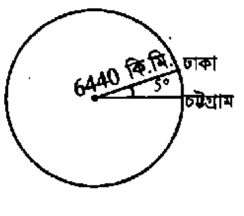
সমাধান: দেওয়া আছে, ব্যাসার্ধ, $r = 6440$ কি.মি.

কেন্দ্রে উৎপন্ন কোণ,

$\theta = 5^\circ$

$= 5 \times \frac{\pi}{180}$ রেডিয়ান

$= \frac{\pi}{36}$ রেডিয়ান



$\therefore$ ঢাকা ও চট্টগ্রামের দূরত্ব, $s = r\theta$.

$= 6440 \times \frac{\pi}{36}$ কি.মি.

$= \frac{6440 \times 3.1416}{36}$ কি.মি.

$= \frac{20231.904}{36}$ কি.মি.

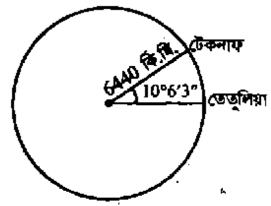
$= 561.9973$ কি. মি.

$= 562$ কি.মি. (প্রায়)

Ans. 562 কি.মি. (প্রায়)

৮. পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6440 কি.মি.। টেকনাফ ও তেতুলিয়া পৃথিবীর কেন্দ্রে 10°6′3″ কোণ উৎপন্ন করে। টেকনাফ ও তেতুলিয়ার মধ্যবর্তী দূরত্ব কত?

সমাধান: দেওয়া আছে, ব্যাসার্ধ, $r = 6440$ কি.মি.



কেন্দ্রে উৎপন্ন কোণ, $\theta = 10^\circ 6' 3''$

$= 10^\circ\left(6\frac{3}{60}\right)' = 10^\circ\left(6\frac{1}{20}\right)'$

$= 10^\circ\left(\frac{121}{20}\right)' = \left(10\frac{121}{20 \times 60}\right)^\circ$

$= \left(10\frac{121}{1200}\right)^\circ = \left(\frac{12121}{1200}\right)^\circ$

$= \frac{12121}{1200} \times \frac{\pi}{180}$ রেডিয়ান

$= \frac{12121\pi}{216000}$ রেডিয়ান

$\therefore$ টেকনাফ ও তেতুলিয়ার মধ্যবর্তী দূরত্ব,

$s = r\theta$.

$= 6440 \times \frac{12121\pi}{216000}$ কি.মি.

$= \frac{78059240\pi}{216000}$ কি.মি.

$= \frac{78059240 \times 3.1416}{216000}$ কি.মি.

$= 1135.3$ কি.মি. (প্রায়)

Ans. 1135.3 কি.মি. (প্রায়)

৯. শাহেদ একটি সাইকেলে চড়ে বৃত্তাকার পথে 11 সেকেন্ডে একটি বৃত্তচাপ অতিক্রম করে। যদি চাপটি কেন্দ্রে 30° কোণ উৎপন্ন করে এবং বৃত্তের ব্যাস 201 মিটার হয়, তবে শাহেদের গতিবেগ কত?

সমাধান: দেওয়া আছে, বৃত্তের ব্যাস, $D = 2r = 201$ মিটার

$\therefore$ ব্যাসার্ধ, $r = \frac{201}{2}$ মিটার

$= 100.5$ মিটার

কেন্দ্রে উৎপন্ন কোণ, $\theta = 30^\circ = 30 \times \frac{\pi}{180}$ রেডিয়ান $= \frac{\pi}{6}$ রেডিয়ান

[$\because 1^\circ = \frac{\pi}{180}$ রেডিয়ান]

আমরা জানি, চাপের দৈর্ঘ্য,

$s = r\theta$

$= 100.5 \times \frac{\pi}{6}$ মিটার

$= \frac{100.5\pi}{6}$ মিটার

$= \frac{100.5 \times 3.1416}{6}$ মিটার

$= \frac{315.7308}{6}$ মিটার

$= 52.6218$ মিটার

অর্থাৎ, শাহেদ 11 সেকেন্ডে অতিক্রম করে 52.6218 মিটার

$\therefore$ „ 1 „ „ „ $\frac{52.6218}{11}$ মিটার

$= 4.7838$ মিটার

$= 4.78$ মিটার (প্রায়)

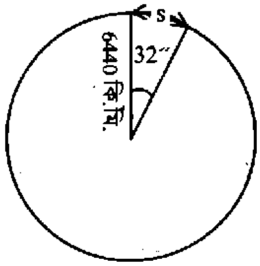
$\therefore$ শাহেদের গতি বেগ $= 4.78$ মিটার/সেকেন্ড (প্রায়)

Ans. 4.78 মিটার/সেকেন্ড (প্রায়)

www.bdniyog.com

১০. পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6440 কি.মি.। পৃথিবীর উপরের যে দুইটি স্থান কেন্দ্রে 32″ কোণ উৎপন্ন করে তাদের দূরত্ব কত?

সমাধান:



আমরা জানি, r ব্যাসার্ধবিশিষ্ট বৃত্তের চাপ s কেন্দ্রে θ কোণ উৎপন্ন করলে $s = r\theta$

এখানে, $\theta = 32''$

$$= \frac{32^\circ}{60\times 60} \quad [\because 1^\circ = 60' \text{ এবং } 1' = 60'']$$

$$= \frac{32\times\pi}{60\times 60\times 180} \text{ রেডিয়ান} \quad [\because 1^\circ = \frac{\pi^c}{180}]$$

$r = 6440$ কি.মি. এবং চাপ s স্থান দুইটির মধ্যবর্তী দূরত্ব নির্দেশ করে

$$\therefore s = r\theta$$

$$= 6440 \times \frac{32\times\pi}{60\times 180\times 60}$$

$$= \frac{6440\times 32\times 3.1416}{60\times 60\times 180} \quad [\because \pi = 3.1416]$$

$= 0.9991$ কি.মি. ≈ 1 কি.মি.

Ans. স্থান দুইটির মধ্যবর্তী দূরত্ব 1 কি.মি. (প্রায়)

১১. সকাল 9.30 টায় ঘড়ির ঘন্টার কাঁটা ও মিনিটের কাঁটার অন্তর্গত কোণকে রেডিয়ানে প্রকাশ কর।

[সংকেত: এক ঘর কেন্দ্রে $\frac{360^\circ}{60} = 6^\circ$ ডিগ্রি কোণ উৎপন্ন করে। 9.30 টায় ঘন্টার কাঁটা ও মিনিটের কাঁটার মধ্যে ব্যবধান $\left(15 + 2\frac{1}{2}\right)$ বা $17\frac{1}{2}$ ঘর]

সমাধান : 60 মিনিটে ঘড়ির মিনিটের কাঁটা 60টি ঘর অতিক্রম করে এবং 60 মিনিটে ঘন্টার কাঁটা 5টি ঘর অতিক্রম করে। সুতরাং ঘন্টার কাঁটা প্রতি মিনিটে $\frac{5}{60}$ বা $\frac{1}{12}$ ঘর অতিক্রম করে।

আবার, ঘড়ির ডায়াল বা মুখপাত্রের 60টি ঘর কেন্দ্রে চার সমকোণ বা 360° কোণ ধারণ করে।

$\therefore$ একটি ঘর কেন্দ্রে $\frac{360^\circ}{60} = 6^\circ$ কোণ ধারণ করে। 9.30 মিনিটের সময় মিনিটের কাঁটা 6 এর দাগে অবস্থান করে এবং ঘণ্টার কাঁটা 9 টার দাগ থেকে 30 মিনিটে $\frac{30}{12}$ বা $2\frac{1}{2}$ ঘর আগে সরে যায়।

সুতরাং, 9.30 মিনিটে দুইটি কাঁটার মধ্যে ব্যবধান (6 এর দাগ থেকে 9 এর দাগ পর্যন্ত) 15 ঘর + $2\frac{1}{2}$ ঘর = $17\frac{1}{2}$ ঘর।

যেহেতু 1 ঘর কেন্দ্রে 6° কোণ ধারণ করে

$\therefore 17\frac{1}{2}$ ঘর কেন্দ্রে $17\frac{1}{2} \times 6^\circ = 105^\circ$ কোণ ধারণ করে।

আমরা জানি, $1^\circ = \frac{\pi}{180}$ রেডিয়ান

$$\therefore 105^\circ = \left(\frac{\pi}{180}\times 105\right) \text{ "}$$

$= 1.833$ রেডিয়ান (প্রায়)

Ans. 1.833 রেডিয়ান (প্রায়)

১২. এক ব্যক্তি বৃত্তাকার পথে ঘন্টায় 6 কি. মি. বেগে দৌড়ে 36 সেকেন্ডে যে বৃত্তচাপ অতিক্রম করে তা কেন্দ্রে 60° কোণ উৎপন্ন করে। বৃত্তের ব্যাস নির্ণয় কর।

সমাধান: মনে করি, বৃত্তের ব্যাসার্ধ = r মিটার

আমরা জানি, 1 ঘণ্টা = 3600 সেকেন্ড

আবার, 6 কি.মি. = 6 × 1000 মিটার

সুতরাং, লোকটি 3600 সেকেন্ড অতিক্রম করে 6 × 1000 মিটার পথ

$\therefore$ " 36 " " " $\frac{6\times 1000\times 36}{3600}$ "

= 60 মিটার পথ

যদি 36 সেকেন্ডে উৎপন্ন বৃত্তচাপটি AB চাপ হয় তাহলে AB চাপের দৈর্ঘ্য, s = 60 মিটার

দেওয়া আছে, কেন্দ্রে উৎপন্ন কোণ,

$$\theta = 60^\circ$$

$$= 60\times\frac{\pi}{180} \text{ রেডিয়ান} \quad [\because 1^\circ = \frac{\pi^c}{180}]$$

$$= \frac{\pi}{3} \text{ রেডিয়ান}$$

আমরা জানি, $s = r\theta$

বা, $60 = r\times\frac{\pi}{3}$

বা, $r = \frac{60\times 3}{\pi}$

বা, $r = \frac{60\times 3}{3.1416}$

$\therefore r = 57.29564553$

$\therefore$ বৃত্তের ব্যাস $= 2r$

$= 2\times 57.29564553$ মিটার

$= 114.59$ মিটার (প্রায়)

$\therefore$ নির্ণেয় ব্যাস = 114.59 মিটার (প্রায়)

Ans. 114.59 মিটার (প্রায়)

১৩. 750 কিলোমিটার দূরে একটি বিন্দুতে কোনো পাহাড় 8′ কোণ উৎপন্ন করে। পাহাড়টির উচ্চতা নির্ণয় কর।

সমাধান: আমরা জানি, r ব্যাসার্ধের বৃত্তের কেন্দ্রে s চাপ θ কোণ উৎপন্ন করলে, $s = r\theta$.

এখানে, $\theta = 8' = \frac{8^\circ}{60} = \frac{8}{60}\times\frac{\pi}{180}$ রেডিয়ান

এবং r = 750 কি.মি.

$\therefore$ পাহাড়ের উচ্চতা,

$$s = r\theta$$

$$= 750\times\frac{8}{60}\times\frac{\pi}{180} \text{ কি.মি.}$$

= 1.745 কি.মি. বা 1745 মিটার

= 1.745 কি.মি. (প্রায়) বা 1745 মিটার (প্রায়)

$\therefore$ নির্ণেয় উচ্চতা = 1.745 কি.মি. (প্রায়) বা 1745 মিটার (প্রায়)

Ans. 1.745 কি.মি. (প্রায়) বা 1745 মিটার (প্রায়)

www.bdniyog.com

মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত সৃজনশীল বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

★★★ ৮.১ জ্যামিতিক কোণ ও ত্রিকোণমিতিক কোণ | Text পৃষ্ঠা-১৩৩-৩৪

- XOX′ ও YOY′ একজোড়া সরলরেখা O বিন্দুতে লম্বভাবে ছেদ করায় যে 4টি সমকোণ উৎপন্ন হয়, তাদের প্রত্যেকটি এক একটি চর্তুভাগ।
- OX রেখা থেকে ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে সমকোণে ঘুরে ১ম, ২য়, ৩য় ও ৪র্থ চতুর্ভাগ চিহ্নিত করা হয়।
- ত্রিকোণমিতিতে চার সমকোণের চেয়ে বৃহত্তর কোণ উৎপন্ন হতে প্যারে।

১. সমতল জ্যামিতিতে কোণের আলোচনা কত সরলকোণ পর্যন্ত সীমিত রাখা হয়? (সহজ)

ⓚ 2 ⓚ 3 ⓖ 4 ⓖ 8 — ক

২. OA রশ্মির অবস্থান XOX′-এ, ত্রিকোণমিতিতে XOX′ এর সাথে OA এর উৎপন্ন কোণের পরিমাণ কত ডিগ্রি? (সহজ)

ক 0 খ 90 গ 270 ঘ 360 — ক

৩. 90° থেকে বড় এবং 180° থেকে ছোট কোনো কোণ কোন চতুর্ভাগে অবস্থিত। (সহজ)

ক ১ম খ ২য় গ ৩য় ঘ ৪র্থ — খ

৪. কোণকে θ দ্বারা প্রকাশ করলে ৩য় চৌকোণের সীমা কোনটি? (সহজ)

ক $0° < θ° < 90°$ খ $90° < θ < 180°$
গ $180° < θ < 270°$ ঘ $270° < θ < 360°$ — গ

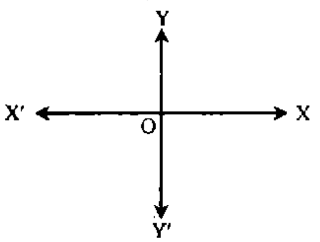
৫. কোনো কোণের ডিগ্রি পরিমাপ θ এবং $180° < θ < 270°$ হলে θ কোন চতুর্ভাগে অবস্থিত? (সহজ)

ক ১ম খ ২য় গ ৩য় ঘ ৪র্থ — গ

৬. কোনো কোণের ডিগ্রি পরিমাপ – 120° হলে তা কোন চতুর্ভাগে অবস্থিত? (সহজ)

ক ১ম খ ২য় গ ৩য় ঘ ৪র্থ — গ

৭. চিত্রে OX রেখা থেকে ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে ঘুরতে থাকলে—

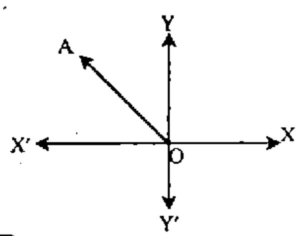


i. প্রথম সমকোণের অভ্যন্তরকে প্রথম চতুর্ভাগ বলে।
ii. দ্বিতীয় সমকোণের অভ্যন্তরকে দ্বিতীয় চতুর্ভাগ বলে।
iii. চতুর্থ সমকোণের অভ্যন্তরকে তৃতীয় চতুর্ভাগ বলে।

নিচের কোনটি সঠিক ? (সহজ)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii — ক

৮.



চিত্রে —

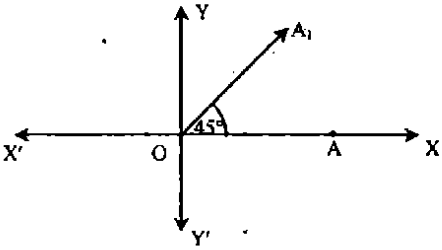
i. OA রশ্মি ২য় চতুর্ভাগে অবস্থিত।
ii. $\angle XOA$ এর মান মান 180°।
iii. $\angle XOX'$ এর মান 0°।

নিচের কোনটি সঠিক ? (সহজ)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii — খ

ব্যাখ্যা: $\angle XOA$ এর আদি অবস্থান $\angle XOX'$ তাই $\angle XOX'$ এর মান 0°

নিচের উদ্দীপকটি পড়ে (৯-১১) নং প্রশ্নের উত্তর দাও।



OA একটি ঘূর্ণায়মান রশ্মি OX স্থির রশ্মির অবস্থান থেকে ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে ঘুরছে।

৯. $\angle XOA_1$ কী কোণ উৎপন্ন করে? (সহজ)

ক স্থূলকোণ খ সূক্ষ্মকোণ গ সমকোণ ঘ প্রবৃদ্ধ কোণ — খ

১০. $\angle XOX'$ = কত ডিগ্রি? (সহজ)

ক 0 খ 90 গ 180 ঘ 360 — গ

১১. OA রশ্মিটি সম্পূর্ণরূপে একবার ঘুরে পুনরায় OA অবস্থানে আসলে, $\angle XOA_1$ = কত ডিগ্রি? (মধ্যম)

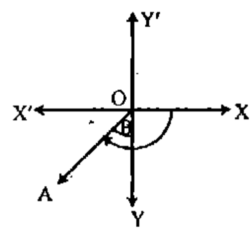
ক 45° খ 315° গ 360° ঘ 405° — ঘ

ব্যাখ্যা: $\angle XOA_1 = 360° + 45° = 405°$

★★★ ৮.৩ ধনাত্মক ও ঋণাত্মক কোণ | Text পৃষ্ঠা-১৩৪

- কোনো রাশিকে ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে ঘুরালে ধনাত্মক কোণ ও ঘড়ির কাঁটার দিকে ঘুরালে ঋণাত্মক কোণ উৎপন্ন হয়।
- বিভিন্ন চতুর্ভাগে কোণের অবস্থান
  ১ম চতুর্ভাগ = $0° < θ < 90°, 360° < θ < 450°$ ....
  ২য় চতুর্ভাগ = $90° < θ < 180°, 450° < θ < 540°$ ....
  ৩য় চতুর্ভাগ = $180° < θ < 270°, 540° < θ < 630°$ ....
  ৪র্থ চতুর্ভাগ = $270° < θ < 360°, 630° < θ < 720°$ ....

১২. চিত্রে $\angle XOA$ = কত ডিগ্রি? (মধ্যম)



ক 90 + θ খ 90 – θ গ – (90 + θ) ঘ – 90 + θ — গ

১৩. (– 90°) এর চেয়ে বড় এবং 0° এর চেয়ে ছোটো কোণ কোন চতুর্ভাগে থাকবে? (সহজ)

ক ১ম খ ২য় গ ৩য় ঘ ৪র্থ — ঘ

১৪. (– 98°) কোণের অবস্থান কোন চতুর্ভাগে? (সহজ) [ফরিদপুর জিলা স্কুল, ফরিদপুর; হবিগঞ্জ সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, হবিগঞ্জ; মোহাম্মদপুর প্রিপারেটরী উচ্চ মাধ্যমিক (বালিকা) বিদ্যালয়, ঢাকা]

ক ১ম খ ২য় গ ৩য় ঘ ৪র্থ — গ

১৫. নিচের কোন কোণটি ৪র্থ চতুর্ভাগে অবস্থিত? (মধ্যম)

ক 770° খ 640° গ – 370° ঘ – 100° — গ

১৬. 550° কোণটি কোন চতুর্ভাগে অবস্থান করবে? (সহজ)
[রাজশাহী গভঃ ল্যাবরেটরী হাই স্কুল, রাজশাহী]

ক ১ম খ ২য় গ ৩য় ঘ ৪র্থ — গ

১৭. (– 80°) কোণটি কোন চতুর্ভাগে অবস্থান করবে? (সহজ) [ডি. জে সরকারি মাধ্যমিক বিদ্যালয়, চুয়াডাঙ্গা; রাজশাহী গভঃ ল্যাবরেটরী হাই স্কুল, রাজশাহী; সরকারি মুসলিম উচ্চ বিদ্যালয়, চট্টগ্রাম]

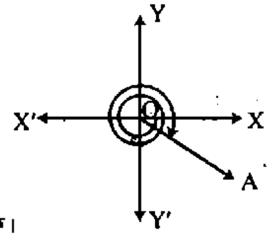
ক ১ম খ ২য় গ ৩য় ঘ ৪র্থ — ঘ

www.bdniyog.com

১৮. নিচের কোন কোণটি তৃতীয় চতুর্ভাগে অবস্থিত? (মধ্যম)

(ক) –550° (খ) –495° (গ) 175° (ঘ) 495° **খ**

১৯. নিচের চিত্রে XOA কোণটি—



i. ঋণাত্মক।
ii. ঘড়ির কাঁটার দিকে ৪ সমকোণের চেয়ে বেশি ঘুরেছে
iii. চতুর্থ চতুর্ভাগে অবস্থিত

নিচের কোনটি সঠিক ? (সহজ)

(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii **ঘ**

২০. কোনো রশ্মি —

i. ঘড়ির কাঁটার দিকে ঘুরে ঋণাত্মক কোণ উৎপন্ন করে।
ii. ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে ঘুরে ধনাত্মক কোণ উৎপন্ন করে।
iii. X অক্ষ বরাবর অবস্থান করলে 0° কোণ উৎপন্ন করে।

নিচের কোনটি সঠিক ? (কঠিন)

(ক) i ও ii (খ) ii ও iii (গ) i ও iii (ঘ) i, ii ও iii **ঘ**

২১. কোনো কোণের মান – 1320° হলে —

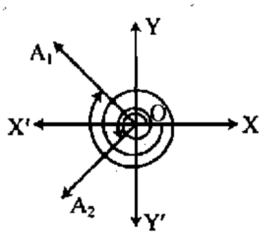
i. কোণটি ঋণাত্মক কোণ।
ii. কোণটি ঘড়ির কাঁটার দিকে ঘুরে।
iii. কোণটির অবস্থান ২য় চতুর্ভাগে।

নিচের কোনটি সঠিক ? (কঠিন)

(ক) i ও ii (খ) ii ও iii (গ) i ও iii (ঘ) i, ii ও iii **ঘ**

নিচের তথ্যের ভিত্তিতে (২২-২৪) নং প্রশ্নের উত্তর দাও।

$\angle XOA_1$ ও $\angle XOA_2$ কোণদ্বয়ের সাংখ্যিক মান সমান এবং $\angle XOA_2 = 585°$।



২২. XOA_1 কোণটি কিরূপ? (সহজ)

(ক) স্থূলকোণী (খ) প্রবৃদ্ধকোণী
(গ) ধনাত্মক (ঘ) ঋণাত্মক **ঘ**

২৩. $\angle XOA_1$ = কত ডিগ্রি? (সহজ)

(ক) –585 (খ) –495 (গ) 495 (ঘ) 585 **ক**

২৪. $\angle XOA_1 + \angle XOA_2$ = কত ডিগ্রি? (সহজ)

(ক) –585 (খ) 0 (গ) 585 (ঘ) 1170 **খ**

৮.৪ কোণ পরিমাপের একক Text পৃষ্ঠা-১৩৮

- কোণ পরিমাপের একক সাধারণত ২টি, ষাটমূলক ও বৃত্তীয়।
- ষাটমূলক পদ্ধতিতে সমকোণকে কোণ পরিমাপের একক ধরা হয়।
- 1′ (মিনিট) = 60″ (সেকেন্ড), 1° = 60′ (মিনিট), 1 সমকোণ = 90°
- ব্যাসার্ধের সমান চাপ বৃত্তের কেন্দ্রের সাথে যে কোণ তৈরি করে, তাই এক রেডিয়ান।
- বৃত্তীয় পদ্ধতিতে রেডিয়ানকে কোণ পরিমাপের একক ধরা হয়।
- রেডিয়ান কোণ ধ্রুব কোণ।
- বৃত্তের একই চাপ দ্বারা উৎপন্ন কেন্দ্রস্থ কোণ ঐ বৃত্তচাপের সমানুপাতিক।
- যেকোনো দুইটি বৃত্তের স্ব-স্ব পরিধি ও ব্যাসের অনুপাত সমান।

২৫. ষাটমূলক পদ্ধতিতে কোণ পরিমাপের একক নিচের কোনটি? (সহজ) [আইডিয়াল স্কুল, ঢাকা]

(ক) সমকোণ (খ) ডিগ্রি (গ) মিনিট (ঘ) রেডিয়ান **ক**

২৬. 1° এর 60 ভাগের এক ভাগ = কত? (সহজ)

(ক) 1^c (খ) 1′ (গ) 1″ (ঘ) 30″ **খ**

২৭. সেকেন্ড পরিমাপের একক নিচের কোনটি? (সহজ)

(ক) (″) (খ) (′) (গ) (°) (ঘ) (c′) **ক**

২৮. বৃত্তীয় পদ্ধতিতে কোণ পরিমাপের একক নিচের কোনটি? (সহজ) [এস.ভি.এস বালিকা বিদ্যালয়, কিশোরগঞ্জ; ভি. জে সরকারি মাধ্যমিক বিদ্যালয়, চুয়াডাঙ্গা; সরকারি করোনেশন মাধ্যমিক বালিকা বিদ্যালয়, খুলনা; মাতৃপীঠ সরকারী বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, চাঁদপুর; চট্টগ্রাম সিটি কর্পোরেশন আন্তঃবিদ্যালয়; রাজশাহী সরকারী বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, হেলেনাবাদ]

(ক) সমকোণ (খ) ডিগ্রি (গ) সেকেন্ড (ঘ) রেডিয়ান **ঘ**

২৯. O কেন্দ্রবিশিষ্ট PQR বৃত্তে ∠POQ এক রেডিয়াম হলে, নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

(ক) OP = PQ (খ) OP < PQ
(গ) OP ≠ PQ (ঘ) OP > PQ **ক**

৩০. 45° = কত মিনিট কোণ? (সহজ)

(ক) 4050 (খ) 2700 (গ) 2025 (ঘ) 1350 **খ**

৩১. 55.3° = নিচের কোনটি? (মধ্যম)

(ক) 55°27′ (খ) 55°18′ (গ) 55°12′ (ঘ) 55°12′6″ **খ**

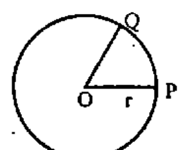
৩২. 74°36′ = নিচের কোনটি? (মধ্যম) [নরসিংদী বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়]

(ক) 74.4° (খ) 74.6° (গ) 74.7° (ঘ) 74.15° **খ**

৩৩. 34°48′ 54″ = নিচের কোনটি? (কঠিন) [চট্টগ্রাম সিটি কর্পোরেশন আন্তঃবিদ্যালয়]

(ক) 34.615° (খ) 34.715° (গ) 34.815° (ঘ) 34.915° **গ**

৩৪. চিত্রে OP = PQ = r হলে, ∠POQ = ? (মধ্যম)



(ক) 1 সমকোণ (খ) 1 রেডিয়ান
(গ) r (ঘ) 180° **খ**

৩৫. বৃত্তের কোনো নির্দিষ্ট চাপের উপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ কোণের পরিমাণ 1 রেডিয়ান হলে ব্যাসার্ধ ও চাপের অনুপাত কত? (মধ্যম)

(ক) 1 : 4 (খ) 1 : 2 (গ) 2 : 1 (ঘ) 1 : 1 **ঘ**

৩৬. কোনো বৃত্তের 6 সে.মি. চাপের উপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ কোণের পরিমাণ 1 রেডিয়ান হলে বৃত্তের ব্যাস কত সে.মি.? (মধ্যম)

(ক) 12 (খ) 6 (গ) 3 (ঘ) 2 **ক**

৩৭. দুইটি বৃত্তের ব্যাস যথাক্রমে 12 সে.মি. ও 8 সে.মি.। ১ম বৃত্তের পরিধি 36 সে.মি. হলে ২য় বৃত্তের পরিধি কত সে.মি.? (কঠিন)

(ক) 48 (খ) 36 (গ) 24 (ঘ) 12 **গ**

ব্যাখ্যা: ১ম বৃত্তের $\frac{\text{পরিধি}}{\text{ব্যাস}}$ = ২য় বৃত্তের $\frac{\text{পরিধি}}{\text{ব্যাস}}$

বা, $\frac{36}{12} = \frac{\text{পরিধি}}{4}$

বা, পরিধি $= \frac{36 \times 8}{12} = 24$

৩৮. M কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের SP চাপ দ্বারা উৎপন্ন কেন্দ্রস্থ কোণ ∠SMP হলে, নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

(ক) $\angle SMP \propto SP$ (খ) $\angle SMP \propto \frac{1}{SP}$
(গ) $\angle SMP \propto SP^2$ (ঘ) $\angle SMP \propto \frac{1}{SP^2}$ **ক**

৩৯. বৃত্তের পরিধি ও ব্যাসের অনুপাত নিচের কোনটি? (সহজ) [ভি. জে সরকারি মাধ্যমিক বিদ্যালয়, চুয়াডাঙ্গা; সরকারী পি. এন বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, রাজশাহী; রাজশাহী সরকারী বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, হেলেনাবাদ]

(ক) π (খ) r (গ) R (ঘ) ∞ **ক**

www.bdniyog.com

৪০. একটি চাকার ব্যাসার্ধ 10 সে.মি.। চাকাটি একবার ঘুরলে কত সে.মি. দূরত্ব অতিক্রম করবে? (মধ্যম) [আইডিয়াল স্কুল, ঢাকা]

ক 5π খ 10π গ 15π ঘ 20π — উত্তর: ঘ

৪১. দুইটি বৃত্তের পরিধির অনুপাত 2 : 1 এবং বৃহত্তম বৃত্তের ব্যাসার্ধ 2.5 একক হলে ক্ষুদ্রতম বৃত্তের ব্যাস কত একক? (মধ্যম)

ক 2.5 খ 5 গ 7.5 ঘ 10 — উত্তর: ক

ব্যাখ্যা: মনে করি, বৃহত্তম বৃত্তের পরিধি = 2x

ক্ষুদ্রতম বৃত্তের পরিধি = x

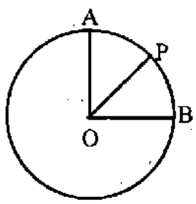
$\therefore \dfrac{2x}{2\times 2.5} = \dfrac{x}{\text{ক্ষুদ্রতম বৃত্তের ব্যাস}}$

$\therefore$ ক্ষুদ্রতম বৃত্তের ব্যাস $= \dfrac{5x}{2x} = 2.5$

৪২. একটি বৃত্তের পরিধি ও ব্যাসের অনুপাত 44 : 7 এবং অপর একটি বৃত্তের ব্যাস 14 একক হলে পরিধি কত একক? (মধ্যম)

ক 176 খ 132 গ 88 ঘ 44 — উত্তর: গ

৪৩.



চিত্রে, বৃত্তের পরিধি 160 একক এবং OB ব্যাসার্ধের উপর OA লম্ব হলে AB চাপের দৈর্ঘ্য কত একক? (মধ্যম)

ক 120 খ 80 গ 40 ঘ 20 — উত্তর: গ

৪৪. ষাটমূলক পদ্ধতিতে —

i. $1' = 60''$
ii. $1° = 540''$
iii. 1 সমকোণ = $5400'$

নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii — উত্তর: খ

৪৫. যেকোনো বৃত্তের পরিধি ও ব্যাসের অনুপাত —

i. অপর একটি বৃত্তের পরিধি ও ব্যাসের অনুপাতের সমান।
ii. সর্বদা সমান ও একই ধ্রুব সংখ্যা।
iii. π দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii — উত্তর: ঘ

৪৬. বৃত্তের ব্যাসার্ধ 2.5 একক হলে —

i. পরিধি 5π একক।
ii. ব্যাস 5 একক।
iii. পরিধি ও ব্যাসের অনুপাত 2π।

নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii — উত্তর: ক

৪৭. M কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের পরিধি ও ব্যাসার্ধ যথাক্রমে P ও R এবং N কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের পরিধি ও ব্যাসার্ধ যথাক্রমে p ও r হলে—

i. $\dfrac{P}{2R} = \dfrac{p}{2r}$
ii. $\dfrac{P}{R} \neq \dfrac{p}{r}$
iii. $\dfrac{P}{2R} = \dfrac{p}{2r} = \pi$

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii — উত্তর: খ

নিচের তথ্যের আলোকে (৪৮-৫১) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

চারটি কোণের ডিগ্রি পরিমাপ যথাক্রমে 580°, – 390°, – 595° এবং – 910°।

৪৮. কোনটি ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে ঘুরে? (সহজ)

ক – 910 খ – 595 গ – 390 ঘ 580° — উত্তর: ঘ

৪৯. – 910° কোণটি কোন চতুর্ভাগে অবস্থিত? (সহজ)

ক ১ম খ ২য় গ ৩য় ঘ ৪র্থ — উত্তর: খ

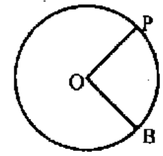
৫০. কোন কোণটির অবস্থান ৪র্থ চতুর্ভাগে? (সহজ)

ক 580° খ – 390° গ – 595° ঘ – 910° — উত্তর: খ

৫১. কোন কোণ দুইটির অবস্থান ২য় চতুর্ভাগে? (সহজ)

ক 580°, – 595° খ – 910°, – 595°
গ – 595°, – 390° ঘ – 595°, 580° — উত্তর: খ

নিচের উদ্দীপকটি পড়ে (৫২-৫৫) নং প্রশ্নের উত্তর দাও।



O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের ব্যাসার্ধ OB = 8 সে.মি. এবং ∠POB = 1 রেডিয়ান।

৫২. চাপ PB = কত সে.মি.? (সহজ) [আইডিয়াল স্কুল, ঢাকা; এস.ভি.এস. বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, কিশোরগঞ্জ]

ক 4 খ 8 গ 16 ঘ 64 — উত্তর: খ

৫৩. বৃত্তটির ব্যাস কত সে.মি.? (সহজ) [আইডিয়াল স্কুল, ঢাকা]

ক 4 খ 8 গ 16 ঘ 32 — উত্তর: গ

ব্যাখ্যা: ব্যাস = 2r = 8 × 2 = 16

৫৪. বৃত্তের পরিধি কত সে.মি.? (সহজ) [আইডিয়াল স্কুল, ঢাকা]

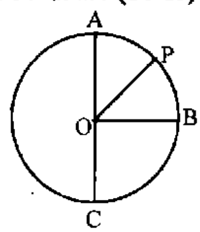
ক 16 খ 32 গ 50.266 ঘ 201.062 — উত্তর: গ

৫৫. অধিচাপ PB = কত সে.মি.? (মধ্যম)

ক 16 খ 42.266 গ 58.265 ঘ 201.062 — উত্তর: খ

ব্যাখ্যা: PB = 50.266 – 8 = 42.266

নিচের তথ্যের আলোকে (৫৬-৫৯) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:



চিত্রে, AC ⊥ OB, ব্যাসার্ধ OP = চাপ PB এবং পরিধি = 120 একক।

৫৬. BC চাপের দৈর্ঘ্য কত একক? (মধ্যম)

ক 15 খ 30 গ 45 ঘ 60 — উত্তর: খ

৫৭. AC ব্যাসের দৈর্ঘ্য কত একক? (মধ্যম)

ক 60 খ 38.2 গ 28.2 ঘ 19.1 — উত্তর: খ

৫৮. AP চাপের দৈর্ঘ্য কত একক? (মধ্যম)

ক 19.1 খ 15.1 গ 10.9 ঘ 9.9 — উত্তর: গ

৫৯. ∠POB = কত রেডিয়ান? (মধ্যম)

ক 1 খ 2 গ 4 ঘ 5 — উত্তর: ক

৮.৫ কোণের বৃত্তীয় পরিমাপ Textপৃষ্ঠা-১৩৪

- রেডিয়ান এককে কোনো কোণের পরিমাপই বৃত্তীয় পরিমাপ।
- r ব্যাসার্ধের কোনো বৃত্তে S দৈর্ঘ্যের কোনো চাপ কেন্দ্রে θ কোণ উৎপন্ন করলে, S = rθ.

৬০. 2 রেডিয়ান = কত সমকোণ? (সহজ) [অন্নদা সরকারী উচ্চ বিদ্যালয়, ব্রাহ্মণবাড়িয়া; রাজশাহী কলেজিয়েট স্কুল, রাজশাহী; রাজশাহী সরকারী বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, হেলেনাবাদ]

ক $\dfrac{4}{\pi}$ খ $\dfrac{\pi}{4}$ গ $\dfrac{\pi}{2}$ ঘ $\dfrac{2}{\pi}$ — উত্তর: ক

৬১. 1 সমকোণ = কত রেডিয়ান? (π = 3.1416 ধরে) (সহজ)

ক 0.59 খ 1.57
গ 1.67 ঘ 2.38 — উত্তর: খ

www.bdniyog.com

৬২. r ব্যাসার্ধের কোনো বৃত্তে s দৈর্ঘ্যের কোনো চাপ কেন্দ্রে θ রেডিয়ান কোণ ধারণ করলে কোন সম্পর্কটি সঠিক? (সহজ)

ক $r = s\theta$ খ $s = r\theta$ গ $\theta = sr$ ঘ $s^2 = r\theta$ — খ

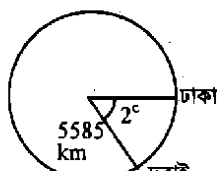
৬৩. একটি বৃত্তের ব্যাসার্ধ 5 সে.মি. এবং কেন্দ্রস্থ কোণের সম্মুখ চাপ 12 সে.মি. হলে, কোণের মান কত রেডিয়ান? (মধ্যম)

ক 1.4 খ 2.4 গ 2.8 ঘ 3.4 — খ

৬৪. একটি বৃত্তের 2 রেডিয়ান কেন্দ্রস্থ কোণের সম্মুখ চাপ 9 সে.মি. হলে ব্যাসার্ধ কত সে.মি.? (মধ্যম)

ক 2.5 খ 3.5 গ 4.5 ঘ 5.5 — গ

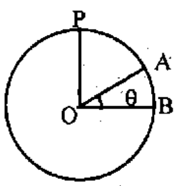
৬৫.



চিত্রে, ঢাকা-দুবাই দূরত্ব কত কি.মি.? (মধ্যম)

ক 11170 খ 8377.5 গ 5585 ঘ 2792.5 — ক

৬৬.

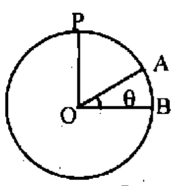


চিত্রে, ∠POB = 1 রেডিয়ান, PB = 5 একক, চাপ AB = 2 একক হলে θ এর মান কত রেডিয়ান? (কঠিন)

ক 0.4 খ 2.5 গ 5 ঘ 10 — ক

ব্যাখ্যা: $\theta^c = \frac{\text{চাপ AB}}{\text{চাপ PB}} = \frac{2}{5} = 0.4$

৬৭.



চিত্রে, OB = PB = 7 সে.মি. এবং θ = 0.4 রেডিয়ান হলে চাপ AB = কত সে.মি.? (মধ্যম)

ক 1.8 খ 2.8 গ 7.5 ঘ 17.5 — খ

ব্যাখ্যা: চাপ AB = $\theta^c \times$ চাপ PB = $0.4 \times 7 = 2.8$

৬৮. কোনো চাপ বৃত্তের পরিধির সাথে $\frac{\pi}{2}$ রেডিয়ান কোণ উৎপন্ন করলে —

i. কেন্দ্রে π রেডিয়ান কোণ উৎপন্ন করবে।
ii. উপচাপ ও অধিচাপ সমান হবে।
iii. চাপটি হবে বৃত্তের বৃহত্তম জ্যা।

নিচের কোনটি সঠিক ? (সহজ)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii — ঘ

নিচের তথ্যের ভিত্তিতে (৬৯-৭১) নং প্রশ্নের উত্তর দাও।

এক ব্যক্তি বৃত্তাকার পথে সেকেন্ডে 2 মি. বেগে দৌড়ে 36 সেকেন্ডে এমন একটি বৃত্তচাপ অতিক্রম করে যা বৃত্তের কেন্দ্রে 56° কোণ উৎপন্ন করে।

৬৯. বৃত্তচাপটির দৈর্ঘ্য কত মিটার? (সহজ) [সরকারী পি. এন বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, রাজশাহী]

ক 18 খ 36 গ 72 ঘ 113.09 — গ

৭০. বৃত্তটির ব্যাসার্ধ কত মিটার? (মধ্যম) [সরকারী পি. এন বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, রাজশাহী]

ক 72 খ 73.67 গ 144 ঘ 288 — খ

৭১. বৃত্তটির পরিধি কত মিটার? (সহজ)

ক 147.33 খ 157.33 গ 462.86 ঘ 562.86 — গ

৮.৬ কোণের ডিগ্রি পরিমাপ ও রেডিয়ান (বৃত্তীয়) পরিমাপের সম্পর্ক | Text পৃষ্ঠা-১৪১

- $1° = \left(\frac{\pi}{180}\right)^c$ এবং $1^c = \left(\frac{180}{\pi}\right)°$
- ষাটমূলক ও বৃত্তীয় পদ্ধতিতে একটি কোণের পরিমাপ যথাক্রমে $D°$ ও R^c হলে $\frac{D}{180} = \frac{R}{\pi}$

৭২. 1° = কত? (সহজ) [ময়মনসিংহ জিলা স্কুল, ময়মনসিংহ]

ক 0.01475^c খ 0.01574^c গ 0.01745^c ঘ 0.1745^c — গ

৭৩. একটি কোণের মান ডিগ্রি এককে 20 হলে রেডিয়ান এককে তা কত হবে? (মধ্যম)

ক $\frac{\pi}{2}$ খ $\frac{\pi}{4}$ গ $\frac{\pi}{6}$ ঘ $\frac{\pi}{9}$ — ঘ

৭৪. একটি কোণের মান ডিগ্রি এককে 15 হলে রেডিয়ান এককে তা কত হবে? (মধ্যম)

ক 37.6992 খ 0.2168 গ 0.2618 ঘ 0.2861 — গ

ব্যাখ্যা: $15° = \left(15 \times \frac{\pi}{180}\right)^c = \left(\frac{\pi}{12}\right)^c = \left(\frac{3.1416}{12}\right)^c = 0.2618^c$

৭৫. রেডিয়ান এককে কোনো কোণের মান 2.35 হলে ডিগ্রি এককে তার মান কত? (মধ্যম)

ক 195 খ 165 গ 145 ঘ 135 — ঘ

৭৬. 0.20944 রেডিয়ান = কত ডিগ্রি? (মধ্যম) [সাতক্ষীরা সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, সাতক্ষীরা]; [বিন্দুবাসিনী সরকারী বালক উচ্চ বিদ্যালয়, টাঙ্গাইল]

ক 12 খ 13 গ 14 ঘ 15 — ক

৭৭. 15°36′ = কত রেডিয়ান? (কঠিন)

ক 2.72 খ 1.72 গ 0.72 ঘ 0.272 — ঘ

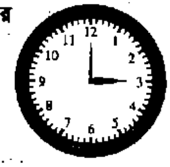
ব্যাখ্যা: $36' = \left(\frac{36}{60}\right)° = 0.6°$

$\therefore 15°36' = 15.6° = \left(15.6 \times \frac{\pi}{180}\right)^c = 0.272$

৭৮. ষাটমূলক ও বৃত্তীয় পদ্ধতিতে একটি কোণের পরিমাপ যথাক্রমে $D°$ ও R^c হলে নিচের কোন সম্পর্ক সঠিক? (সহজ)

ক $\frac{D}{\pi} = \frac{R}{180}$ খ $\frac{D}{90} = \frac{2R}{\pi}$ গ $\frac{2D}{180} = \frac{R}{\pi}$ ঘ $\frac{D}{90} = \frac{R}{2\pi}$ — খ

৭৯. চিত্রে প্রদত্ত সময়ে ঘড়ির ঘন্টার কাঁটা ও মিনিটের কাঁটার মধ্যবর্তী কোণের পরিমাণ কত? (সহজ)



ক $\frac{\pi^c}{2}$ খ $\frac{\pi^c}{3}$ গ $\frac{\pi^c}{4}$ ঘ $\frac{\pi^c}{6}$ — ক

৮০. সকাল 9 : 30 মিনিটে ঘড়ির ঘন্টার কাঁটা ও মিনিটের কাঁটার অন্তর্গত কোণ কত ডিগ্রি? (কঠিন) [ফেনী গার্লস ক্যাডেট কলেজ, ফেনী; বি এ এফ শাহীন কলেজ, চট্টগ্রাম; বিদ্যাময়ী গভঃ গার্লস হাই স্কুল, ময়মনসিংহ; সরকারী পি. এন বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, রাজশাহী; ময়মনসিংহ জিলা স্কুল, ময়মনসিংহ; অগ্রণী স্কুল, ঢাকা]

ক 90 খ 100 গ 105 ঘ 110 — গ

ব্যাখ্যা: $90° + 2.5 \times 6° = 90° + 15° = 105°$

৮১. কোন বৃত্তের ব্যাসার্ধ 7 সে.মি., এর 11 সে.মি. দীর্ঘ চাপের কেন্দ্রস্থ সম্মুখ কোণের পরিমাপ কত ডিগ্রি? (কঠিন) [রাজশাহী কলেজিয়েট স্কুল, রাজশাহী; মোহাম্মদপুর প্রিপারেটরী উচ্চ মাধ্যমিক (বালিকা) বিদ্যালয়, ঢাকা]

ক 45 খ 60 গ 80 ঘ 90 — ঘ

৮২. বৃত্তের ব্যাসার্ধ 176 সে.মি. হলে যে চাপের কেন্দ্রস্থ সম্মুখ কোণ 1 রেডিয়ান হয় তার দৈর্ঘ্য কত সে.মি.? (সহজ)

ক 76 খ 88 গ 176 ঘ 352 — গ

৮৩. একটি বৃত্তের ব্যাস 3.1416 মিটার হলে পরিধি কত মিটার? (মধ্যম)

ক 3.1416 খ 9.869 গ 98.69 ঘ 986.9 — খ

৮৪. দুইটি চাকার পরিধির পার্থক্য 22 মিটার হলে, ব্যাসার্ধের পার্থক্য কত মিটার? (কঠিন)

ক 3.5 খ 7 গ 9 ঘ 11 — ক

ব্যাখ্যা: $2\pi r_1 - 2\pi r_2 = 22$

বা, $2\pi(r_1 - r_2) = 22$ বা, $r_1 - r_2 = \frac{22}{2\pi} = 3.501401$

৮৫. দুইটি চাকার ব্যাসার্ধের পার্থক্য 5 সে.মি. হলে পরিধির পার্থক্য কত সে.মি.? (কঠিন)

ক 5π খ 10π গ 15π ঘ 20π — খ

ব্যাখ্যা: বৃহত্তম চাকার ব্যাসার্ধ = x + 5, ক্ষুদ্রতম চাকার ব্যাসার্ধ = x

∴ বৃহত্তম চাকার পরিধি = $2\pi(x + 5)$, ক্ষুদ্রতম চাকার ব্যাসার্ধ = $2\pi x$

∴ পার্থক্য = $2\pi(x + 5) - 2\pi x = 2\pi x + 10\pi - 2\pi x = 10\pi$

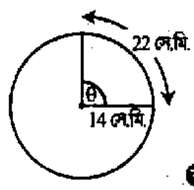
৮৬. একটি চাকা 80 মিটার পথ যেতে 40 বার ঘুরে চাকাটির ব্যাসার্ধ কত মিটার? (কঠিন)

ক 2π খ π গ $\frac{\pi}{2}$ ঘ $\frac{1}{\pi}$ — ঘ

ব্যাখ্যা: পরিধি = $2\pi r$ ∴ $40 \times 2\pi r = 80$

বা, $80\pi r = 80$ ∴ $r = \frac{1}{\pi}$

৮৭. θ = কত রেডিয়ান? (মধ্যম)



ক 0.64 খ 1.57
গ 3.1416 ঘ 3.2 — খ

৮৮. পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6440 কিলোমিটার। ঢাকা ও মাদারীপুরের দূরত্ব 112.4 কিলোমিটার হলে—

i. ঢাকা ও মাদারীপুর কেন্দ্রে 0.01745 রেডিয়ান কোণ উৎপন্ন করে।
ii. ঢাকা ও মাদারীপুর কেন্দ্রে 1° কোণ উৎপন্ন করে।
iii. ঢাকা ও মাদারীপুর কেন্দ্রে 2° কোণ উৎপন্ন করে।

নিচের কোনটি সঠিক ? (মধ্যম)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii — ক

৮৯. একটি চাকার ব্যাস 0.84 মিটার এবং চাকাটি প্রতি সেকেন্ডে 6 বার ঘুরলে—

i. চাকাটির পরিধি 2.64 মিটার (প্রায়)।
ii. প্রতি সেকেন্ডে চাকাটি 15.83 মিটার দূরত্ব অতিক্রম করে।
iii. চাকাটির গতিবেগ ঘণ্টায় 15.83 মিটার।

নিচের কোনটি সঠিক ? (মধ্যম)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii — ক

৯০. একটি বৃত্তচাপ 28 সে.মি. দীর্ঘ ব্যাসার্ধবিশিষ্ট বৃত্তের কেন্দ্রে 45° কোণ উৎপন্ন করলে—

i. $45° = \frac{\pi}{4}$ রেডিয়ান।
ii. বৃত্তচাপটির দৈর্ঘ্য 22 সে.মি.।
iii. বৃত্তচাপটির দৈর্ঘ্য 35.65 সে.মি.।

নিচের কোনটি সঠিক ? (মধ্যম)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii — ক

নিচের তথ্যের আলোকে (৯১-৯৩) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

মাহাদি 50 মিটার ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট বৃত্তাকার পথ 1.5 মিনিটে ঘুরে এলো।

৯১. বৃত্তাকার পথের দৈর্ঘ্য কত মিটার? (সহজ)

ক 3.1416 খ 31.416 গ 314.16 ঘ 3141.6 — গ

৯২. মাহাদির গতিবেগ কত মিটার/সেকেন্ড? (মধ্যম)

ক 33.34 খ 13.34 গ 5.56 ঘ 0.56 — ঘ

৯৩. মাহাদির অতিক্রান্ত কোণ কত রেডিয়ান? (মধ্যম)

ক 4π খ 2π গ π ঘ $\frac{\pi}{2}$ — খ

নিচের তথ্যের আলোকে (৯৪-৯৬) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

এক ব্যক্তি একটি বৃত্তাকার পথে 12 কি.মি./ ঘণ্টা বেগে দৌড়ে 36 সেকেন্ডে যে বৃত্তচাপ অতিক্রম করে তা কেন্দ্রে 36° কোণ উৎপন্ন করে।

৯৪. ঐ ব্যক্তির অতিক্রান্ত দূরত্ব কত মিটার? (কঠিন)

ক 60 খ 90 গ 120 ঘ 150 — গ

ব্যাখ্যা: 1 ঘণ্টা = 60 মি. = 3600 সেকেন্ডে যায় = 12 কি.মি.
= 12000 মিটার

∴ 1 " " " $= \frac{12000}{3600}$ মিটার

∴ 36 " " $= \frac{12000 \times 36}{3600}$ " = 120 মিটার

৯৫. বৃত্তের ব্যাসার্ধ কত মিটার? (কঠিন)

ক 189 খ 190 গ 191 ঘ 192 — গ

ব্যাখ্যা: রেডিয়ান কোণ $\theta = \frac{\text{বৃত্তচাপ}}{\text{ব্যাসার্ধ}}$

দেওয়া আছে, $\theta = 36° = \left(36 \times \frac{\pi}{180}\right)^c = 0.62832^c$

বৃত্তচাপ = 120 মিটার

∴ ব্যাসার্ধ $= \frac{120}{0.62832} = 190.98$

৯৬. বৃত্তের পরিধি কত কি.মি.? (মধ্যম)

ক 1 খ 1.1 গ 1.2 ঘ 1.3 — গ

ব্যাখ্যা: পরিধি $= 2\pi r = 2 \times 3.146 \times 191 = 1200.09$ মিটার

$= \frac{1200.09}{1000}$ কি.মি. = 1.20009 কি.মি.

নিচের তথ্যের আলোকে (৯৭-৯৮) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6440 কিলোমিটার। ঢাকা ও জামালপুর কেন্দ্রে 2° কোণ উৎপন্ন করে।

৯৭. 2° = কত রেডিয়ান? (সহজ) [শহীদ বীর উত্তম লেঃ আনোয়ার গার্লস কলেজ, ঢাকা; উত্তরা হাই স্কুল, ঢাকা; মতিঝিল মডেল স্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা]

ক $\frac{\pi}{45}$ খ $\frac{\pi}{90}$ গ $\frac{\pi}{180}$ ঘ $\frac{\pi}{360}$ — খ

৯৮. ঢাকা ও জামালপুরের দূরত্ব কত কি.মি.? (মধ্যম)

ক 112.4 খ 224.8 গ 324.8 ঘ 424.8 — খ

নিচের তথ্যের আলোকে (৯৯-১০২) নং প্রশ্নের উত্তর দাও।

একটি ত্রিভুজের তিনটি কোণের অনুপাত 3 : 4 : 5। অনুপাতের সাধারণ রাশি x।

৯৯. x এর মাধ্যমে প্রকাশ করলে কোণ তিনটি হবে? (সহজ)

ক x, 2x, 3x খ 3x, x, 2x
গ 3x, 4x, 5x ঘ 3x, 4x, 7x — গ

১০০. x এর মান কত? (মধ্যম)

ক 15 খ 18 গ 30 ঘ 45 — ক

১০১. ক্ষুদ্রতর কোণটি কত ডিগ্রি? (সহজ)

ক 45 খ 60 গ 75 ঘ 90 — ক

১০২. বৃহত্তর কোণটি কত ডিগ্রি? (সহজ)

ক 90 খ 75 গ 60 ঘ 45 — খ

নিচের তথ্যের ভিত্তিতে (১০৩-১০৫) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

একটি ত্রিভুজের কোণগুলো সমান্তর প্রেণিভুক্ত এবং ক্ষুদ্রতর কোণটি বৃহত্তর কোণের অর্ধেক।

১০৩. কোণগুলোকে A এর মাধ্যমে প্রকাশ করলে ২য় কোণটি হবে? (মধ্যম) [বিদ্যাময়ী গভঃ গার্লস হাই স্কুল, ময়মনসিংহ]

ক A খ $\frac{3A}{2}$ গ 2A ঘ 4A — খ

ব্যাখ্যা: $\frac{A + 2A}{2} = \frac{3A}{2}$

১০৪. ক্ষুদ্রতর কোণটির বৃত্তীয়মান কত? (মধ্যম) [বিদ্যাময়ী গভঃ গার্লস হাই স্কুল, ময়মনসিংহ]

ক $\frac{\pi^c}{3}$ খ $\frac{2\pi^c}{9}$ গ $\frac{4\pi^c}{9}$ ঘ $\frac{5\pi^c}{9}$ — খ

১০৫. বৃহত্তর কোণটির ডিগ্রি পরিমাপ কত? (মধ্যম) [বিদ্যাময়ী গভঃ গার্লস হাই স্কুল, ময়মনসিংহ]

ক 20 খ 40 গ 60 ঘ 80 — ঘ

ব্যাখ্যা: $\frac{\pi}{180} = 1°$ ∴ $\frac{4\pi}{9} = 80°$

www.bdniyog.com

শ্রেণির কাজের ওপর সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

প্রশ্ন ▶ ১ 777°, – 365°, – 720° ও 1320° চারটি কোণ।

ক কাজ, পৃষ্ঠা-১৩৬

ক. কোণ চারটিকে রেডিয়ানে প্রকাশ কর। ২

খ. কোণ চারটি কোন চর্তুভাগে আছে, চিত্রসহ তা বর্ণনা কর। ৪

গ. জাবের সাইকেলে চড়ে ৪0 মিটার ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট একটি বৃত্তাকার মাঠের পরিধি বরাবর কয়েকবার ঘুরে কেন্দ্রে 1320° কোণ তৈরি করে। জাবের কতটুকু দূরত্ব অতিক্রম করেছে। ৪

১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক $777° = \left(777 \times \frac{\pi}{180}\right)^c = \frac{259\pi^c}{60}$

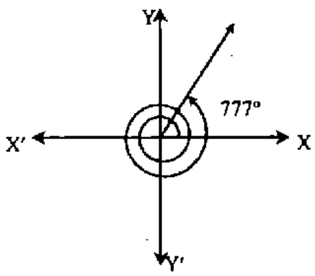
$- 365° = \left(- 365 \times \frac{\pi}{180}\right)^c = \frac{-73\pi^c}{36}$

$- 720° = \left(- 720 \times \frac{\pi}{180}\right)^c = - 4\pi^c$

$1320° = \left(1320 \times \frac{\pi}{180}\right)^c = \frac{22\pi^c}{3}$

খ $777° = 720° + 57° = 8 \times 90° + 57°$

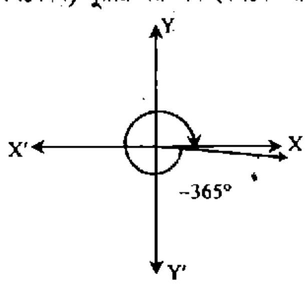
777° কোণটি ধনাত্মক এবং ৪ সমকোণ অপেক্ষা বৃহত্তর কিন্তু 9 সমকোণ অপেক্ষা ক্ষুদ্রতর। 777° কোণটি উৎপন্ন করতে ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে কোনো রশ্মিকে ৪ সমকোণ বা দুইবার সম্পূর্ণ ঘুরে আদি অবস্থানে আসার পর আরও 57° বেশি ঘুরতে হয়েছে।



সুতরাং, 777° কোণটি প্রথম চতুর্ভাগে অবস্থান করে।

$-365° = - 360° - 5° = -4 \times 90° - 5°$

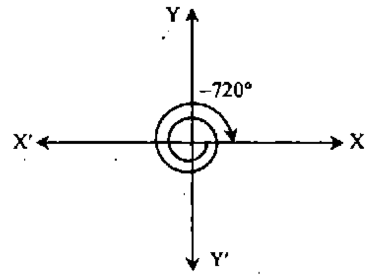
এখানে, –365° কোণটি ঋণাত্মক এবং ঘড়ির কাঁটার দিকে একবার সম্পূর্ণ (4 সমকোণ) ঘুরার পর একই দিকে আরও 5° ঘুরতে হয়েছে।



সুতরাং, –365° কোণটির অবস্থান চতুর্থ চতুর্ভাগে।

$-720° = -8 \times 90°$

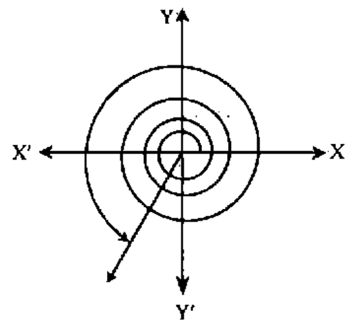
এখানে, –720° কোণটি ঋণাত্মক এবং ঘড়ির কাঁটার দিকে দুইবার সম্পূর্ণ (৪ সমকোণ) ঘুরার পর আর ঘুরেনি।



সুতরাং, –720° কোণটির অবস্থান x- অক্ষের উপর আদি অবস্থানে।

$1320° = 14 \times 90° + 60°$

এখানে, 1320° কোণটি ধনাত্মক এবং 14 সমকোণ অপেক্ষা বৃহত্তর কিন্তু 15 সমকোণ অপেক্ষা ক্ষুদ্রতর। 1320° কোণটি উৎপন্ন করতে ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে কোনো রশ্মিকে 14 সমকোণ বা তিনবার সম্পূর্ণ ঘুরে আদি অবস্থানে আসার পর আরও দুই সমকোণের চেয়ে 60° বেশি ঘুরতে হয়েছে।



সুতরাং, 1320° কোণটি তৃতীয় চতুর্ভাগে অবস্থান করে।

গ দেওয়া আছে, ব্যাসার্ধ, $r = 80$ মিটার

মাঠের কেন্দ্রে উৎপন্ন কোণ, $\theta = 1320°$

$= \frac{22\pi}{3}$ রেডিয়ান ['ক' থেকে পাই]

∴ অতিক্রান্ত দূরত্ব, $S = r\theta$

$= 80 \times \frac{22\pi}{3}$ মিটার

$= \frac{1760\pi}{3}$ মিটার

$= 1843.072$ মিটার (প্রায়)

উত্তর: 1843.072 মিটার (প্রায়)

মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত আরও সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

প্রশ্ন ▶ ২ পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6440 কিলোমিটার। ঢাকা ও পঞ্চগড় পৃথিবীর কেন্দ্রে 5° কোণ উৎপন্ন করে। একজন মানুষ শীতকালে পঞ্চগড়ের নৈসর্গিক দৃশ্য দেখতে যেতে চায়। সে 0.84 মিটার ব্যাস বিশিষ্ট চাকাওয়ালা গাড়ী নিয়ে যায়। [যশোর সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, যশোর]

ক. 5° কে রেডিয়ানে প্রকাশ কর? ২

খ. ঢাকা ও পঞ্চগড়ের দূরত্ব কত? ৪

গ. ঐ দূরত্ব যেতে গাড়ীর প্রতিটি চাকা কত বার ঘুরবে? ৪

২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক $5° = 5 \times \frac{\pi}{180}$ রেডিয়ান

$= \frac{\pi}{36}$ রেডিয়ান

$= 0.087$ রেডিয়ান (প্রায়)

খ পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $= r = 6440$ কিলোমিটার

পৃথিবীর কেন্দ্রে উৎপন্ন কোণ $\theta = 0.087$ রেডিয়ান

www.bdniyog.com

$\therefore$ চাপের দৈর্ঘ্য বা ঢাকা ও পঞ্চগড়ের দূরত্ব s হলে

$s = r\theta = 6440 \times 0.087$ কিলোমিটার

$= 560.28$ কিলোমিটার

$\therefore$ দূরত্ব $= 560.28$ কিলোমিটার (প্রায়)

গ চাকার ব্যাসার্ধ $r = \frac{0.84}{2} = 0.42$ মিটার

$\therefore$ চাকার পরিধি $= 2\pi r$

$= 2 \times \pi \times 0.42$ মিটার

$= 0.84 \times 3.1416$ মিটার $[\because \pi = 3.1416]$

$= 2.638944$ " (প্রায়)

আমরা জানি,

চাকাটি একবার ঘুরলে তার পরিধির সমান দূরত্ব অতিক্রম করে।

$\therefore$ মনে করি, চাকাটি উক্ত দূরত্ব যেতে n বার ঘুরে।

প্রশ্নমতে, $n \times 2.638944 = 560.28 \times 1000$

বা, $n = \frac{560.28 \times 1000}{2.638944} = 212312.1976 \approx 212312$

Ans. 212312 বার (প্রায়)

প্রশ্ন ▶ ৩ বাংলাদেশের হিমালয় কন্যা পঞ্চগড় জেলার উত্তরে তেঁতুলিয়া থেকে হিমালয় পর্বত দেখা যায়। যার উচ্চতা ৪.৮৪৮ কিলোমিটার। তেঁতুলিয়া থেকে হিমালয় পর্বত 2.3° কোণ উৎপন্ন করে।

ক. 2.3° কে রেডিয়ানে প্রকাশ কর। ২

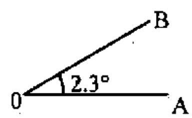
খ. তেঁতুলিয়া থেকে হিমালয়ের দূরত্ব কত? ৪

গ. 0.42 মিটার ব্যাসার্ধের চাকা ওয়ালা একটি গাড়ি নিয়ে উক্ত দূরত্ব যেতে প্রতিটি চাকা কত বার ঘুরবে? ৪

৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক $2.3° = 2.3 \times \frac{\pi}{180}$ রেডিয়ান

$= 0.04$ রেডিয়ান $[\pi = 3.1416]$



খ মনে করি, AB পাহাড়টির পাদবিন্দু A থেকে r কিলোমিটার দূরে O বিন্দুতে পাহাড়টি 0.04 রেডিয়ান কোণ উৎপন্ন করে। তাহলে চাপ AB পাহাড়টির উচ্চতা = ৪.৮৪৮ কিলোমিটার।

আমরা জানি, $s = r\theta$

বা, $r = \frac{s}{\theta} = \frac{8.848}{0.04} = 221$ কিলোমিটার

$\therefore$ তেঁতুলিয়া থেকে হিমালয়ের দূরত্ব $= 221$ কিলোমিটার।

গ চাকাটির ব্যাসার্ধ, $r = 0.42$ মিটার

$\therefore$ চাকার পরিধি $= 2\pi r = 2\pi \times 0.42$

$= 2.64$ মিটার $[\because \pi = 3.1416]$

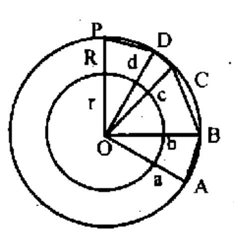
আমরা জানি, চাকাটি একবার ঘুরলে তার পরিধির সমান দূরত্ব অতিক্রম করে। ধরি, উক্ত দূরত্ব যেতে চাকাটি n সংখ্যক বার আবর্তিত হয়।

প্রশ্নমতে, $2.64 \times n = 221 \times 1000$ [$\because$ 1 কি.মি. = 1000 মি.]

বা, $n = \frac{221000}{2.64} = 83712.12 \approx 83712$

$\therefore n = 83712$ বার (প্রায়) **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৪ চিত্রে O কেন্দ্র বিশিষ্ট ABCD একটি বৃত্ত যার ব্যাসার্ধ R। abcd আরেকটি সমকেন্দ্রিক বৃত্ত যার ব্যাসার্ধ r(<R)। ∠COB একটি রেডিয়ান কোণ এবং OP ⊥ OB



ক. A, B ও a, b যোগ করে উৎপন্ন ΔAOB ও ΔaOb এর মধ্যে সম্পর্ক কী? ২

খ. দেখাও যে, দুটি বৃত্তের স্ব-স্ব পরিধি ও ব্যাসের অনুপাত সমান। ৪

গ. দেখাও যে, ∠COB একটি ধ্রুব কোণ। ৪

৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক ΔAOB ও ΔaOb -এ

$\frac{OA}{Oa} = \frac{OB}{Ob} = \frac{R}{r}$ এবং $\angle AOB = \angle aOb$

$\therefore$ ΔAOB ও ΔaOb ত্রিভুজদ্বয় সদৃশ।

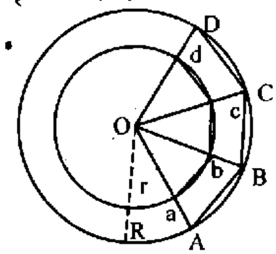
খ দুইটি বৃত্ত সমকেন্দ্রিক। এখন বৃহত্তর বৃত্তটিকে n সংখ্যক (ধনাত্মক) সমান ভাগে বিভক্ত করি। কেন্দ্রের সাথে বিভক্তি বিন্দুগুলো যোগ করে ক্ষুদ্রতর বৃত্তটিকে n সংখ্যক সমান ভাগে বিভক্ত করি। উভয় বৃত্তে বিভাগ বিন্দুগুলো পরস্পর সংযুক্ত করি। পরস্পর সংযুক্ত করার ফলে প্রত্যেক বৃত্তে n সংখ্যক বাহুবিশিষ্ট একটি সুষম বহুভুজ অন্তর্লিখিত হলো।

এখন ধরি, বৃহত্তর বৃত্তের পরিধি S ও ব্যাসার্ধ R

এবং ক্ষুদ্রতর বৃত্তের পরিধি s ও ব্যাসার্ধ r

এখন, ΔOAB এবং ΔOab ত্রিভুজদ্বয় সদৃশ ['ক' হতে]

ফলে $\frac{AB}{ab} = \frac{OA}{Oa} = \frac{OB}{Ob} = \frac{R}{r}$



অনুরূপভাবে, $\frac{BC}{bc}, \frac{CD}{cd}$ ...... ইত্যাদি

প্রত্যেকটির অনুপাত $= \frac{R}{r}$

$\therefore \frac{R}{r} = \frac{AB}{ab} = \frac{BC}{bc} = \frac{CD}{cd} = ...(1)$

এখন, n যথেষ্ট বড় হলে $AB + BC + CD + ... = S$ এবং

$ab + bc + cd + ... = s$

$\therefore$ সমীকরণ (1) হতে পাই,

$\frac{AB + BC + CD + ...}{ab + bc + cd + ...} = \frac{R + R + R + ...}{r + r + r + ...}$

$= \frac{nR}{nr} = \frac{R}{r} = \frac{2R}{2r}$

অতএব $\frac{S}{s} = \frac{R}{r} = \frac{2R}{2r}$

অতএব যেকোনো দুইটি বৃত্তের পরিধি ও ব্যাসের দৈর্ঘ্যের অনুপাত সমান। **(প্রমাণিত)**

গ মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট ABCD বৃত্তে ∠COB একটি রেডিয়ান কোণ। প্রমাণ করতে হবে যে, ∠COB একটি ধ্রুব কোণ।

এখানে, OP লম্ব OB রেখাংশের ওপর অবস্থিত।

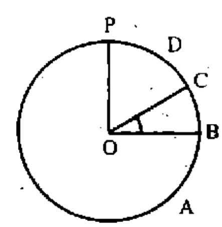
প্রমাণ: OP লম্ব বৃত্তের পরিধিকে P বিন্দুতে ছেদ করে। তাহলে চাপ

PB = পরিধির এক-চতুর্থাংশ $= \frac{1}{4} \times 2\pi r = \frac{\pi r}{2}$

এবং চাপ CB = ব্যাসার্ধ r [$\because$ ∠COB = এক রেডিয়ান]

প্রতিজ্ঞা (২) থেকে পাই,

$\frac{\angle COB}{\angle POB} = \frac{\text{চাপ } CB}{\text{চাপ } PB}$



$\therefore \angle COB = \frac{\text{চাপ } CB}{\text{চাপ } PB} \times \angle POB$

$= \frac{r}{\frac{\pi r}{2}} \times$ এক সমকোণ

$= \frac{2}{\pi}$ সমকোণ [$\because$ OP ব্যাসার্ধ এবং OB এর ওপর লম্ব]

যেহেতু সমকোণ ও π ধ্রুবক

সেহেতু ∠COB একটি ধ্রুব কোণ। **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▶ ৫ এক ব্যক্তি 10 কি.মি./ ঘণ্টা বেগে দৌড়াতে পারেন। একটি বৃত্তাকার মাঠের কেন্দ্র থেকে দৌড় শুরু করে 50 সেকেন্ডে মাঠের কিনারায় পৌঁছালেন। পরিধি বরাবর আরও 50 সেকেন্ড দৌড়ানোর পর আবার কেন্দ্রে ফিরে আসলেন।

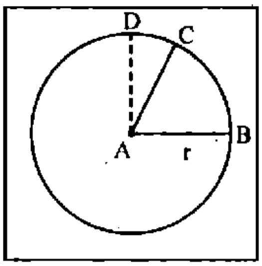
ক. লোকটি পরিধি বরাবর কত মিটার দূরত্ব অতিক্রম করেছেন? ২

খ. প্রমাণ কর যে, লোকটি পরিধি বরাবর যে দূরত্ব অতিক্রম করেছেন তা কেন্দ্রে একটি ধ্রুব কোণ উৎপন্ন করে। ৪

গ. পরিধি বরাবর একবার ঘুরে এসে আরও 40° অতিক্রম করলে মোট কত রেডিয়ান কোণ অতিক্রম করেছিলেন? লোকটির অতিক্রান্ত দূরত্ব মিটারে নির্ণয় কর। ৪

৫নং প্রশ্নের সমাধান

ক



আমরা জানি,

$$\text{বেগ} = \frac{\text{দূরত্ব}}{\text{সময়}}$$

বা, দূরত্ব = বেগ × সময়

বা, BC = 10 কি.মি./ ঘন্টা × 50 সে.

$= \frac{10 \times 1000}{3600} \times 50$ মি.

= 138.9 মি. (Ans.)

খ চিত্র থেকে বৃত্তের ব্যাসার্ধ AB = BC = 138.9 মি.

চিত্র থেকে A কেন্দ্র বিশিষ্ট বৃত্তের BC চাপ কেন্দ্রে ∠BAC কোণ তৈরি করে। প্রমাণ করতে হবে যে, ∠BAC ধ্রুব কোণ।

অঙ্কন: AB রেখাংশের উপর AD লম্ব আঁকি।

প্রমাণ: AD লম্ব পরিধির D বিন্দুতে ছেদ করে।

তাহলে চাপ BD = পরিধির এক চতুর্থাংশ।

$= \frac{1}{4} \times 2\pi r$

$= \frac{\pi r}{2}$

এবং চাপ BC = AB = r = ব্যাসার্ধ।

আমরা জানি, বৃত্তের কোন চাপ দ্বারা উৎপন্ন কেন্দ্রস্থ কোণ ঐ বৃত্তচাপের সমানুপাতিক।

সুতরাং $\frac{\angle BAC}{\angle BAD} = \frac{\text{চাপ } BC}{\text{চাপ } BD}$

বা, $\angle BAC = \frac{\text{চাপ } BC}{\text{চাপ } BD} \times \angle BAD$

$= \frac{r}{\frac{\pi r}{2}} \times$ এক সমকোণ

$= \frac{2}{\pi}$ সমকোণ।

যেহেতু সমকোণ ও π ধ্রুবক সেহেতু ∠BAC একটি ধ্রুব কোণ।

গ বৃত্তের পরিধি কেন্দ্রে 360° কোণ উৎপন্ন করে।

সুতরাং লোকটি দ্বারা মোট অতিক্রান্ত চাপ কেন্দ্রে (360° + 40°) = 400° কোণ উৎপন্ন করে।

আমরা জানি,

$\frac{R}{\pi} = \frac{D}{180}$

বা, $\frac{R}{\pi} = \frac{400}{180}$

বা, $R = \frac{400}{180}\pi$

$= 6.98^c$.

∴ কেন্দ্রে 6.98^c কোণ উৎপন্ন করে। (উত্তর)

এখানে, r = 138.9 মি.

$\theta = 6.98^c$

আমরা জানি, $S = r\theta = (138.9)(6.98)$

$= 969.7$ m. (Ans.)

প্রশ্ন ▶ ৬ ঢাকা হতে কক্সবাজারের দূরত্ব 786.8 কিলোমিটার। ঢাকা ও কক্সবাজার পৃথিবীর কেন্দ্রে 7° কোণ উৎপন্ন করে।

ক. 7° কে রেডিয়ানে প্রকাশ কর। ২

খ. পৃথিবীর ব্যাসার্ধ কত? ৪

গ. ঢাকা হতে পঞ্চগড়ের দূরত্ব 560.28 কি.মি. হলে ঢাকা ও পঞ্চগড় কর্তৃক কেন্দ্রে উৎপন্ন কোণ ডিগ্রিতে প্রকাশ কর। ৪

৬নং প্রশ্নের সমাধান

ক আমরা জানি,

180° = π রেডিয়ান

∴ $1° = \frac{\pi}{180}$ "

∴ $7° = \frac{7\pi}{180}$ "

$= \frac{7\pi}{180}$ রেডিয়ান

খ দেওয়া আছে,

ঢাকা হতে কক্সবাজারের দূরত্ব $S_1 = 786.8$ কি.মি.

পৃথিবীর কেন্দ্রে উৎপন্ন কোণ, $\theta_1 = 7°$

$= \frac{7\pi}{180}$ রেডিয়ান

পৃথিবীর ব্যাসার্ধ r নির্ণয় করতে হবে।

∴ S_1 = চাপের দৈর্ঘ্য = ঢাকা ও কক্সবাজারের দূরত্ব

$= r\theta_1$

বা, $r = \frac{S_1}{\theta_1}$

$= \frac{786.8}{\frac{7\pi}{180}}$

$= \frac{786.8 \times 180}{7\pi}$ কি.মি.

= 6440.045 কিলোমিটার

≈ 6440 কি:মি:

∴ পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6440 কিলোমিটার।

গ দেওয়া আছে, ঢাকা ও পঞ্চগড়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব, $S_2 = 560.28$ কি.মি.

আমরা জানি, পৃথিবীর ব্যাসার্ধ r = 6440 কি: মি: [(খ)-এ প্রাপ্ত]

ঢাকা ও পঞ্চগড় কর্তৃক পৃথিবীর কেন্দ্রে উৎপন্ন কোণ θ_2 নির্ণয় করতে হবে।

www.bdniyog.com

আমরা জানি,

$S_2 = r\theta_2$

বা, $\theta_2 = \frac{S_2}{r}$ রেডিয়ান

$= \frac{560.28}{6440}$ "

$= \frac{87}{1000}$ "

আমরা জানি,

π রেডিয়ান $= 180°$

$\therefore 1$ " $= \left(\frac{180}{\pi}\right)^\circ$

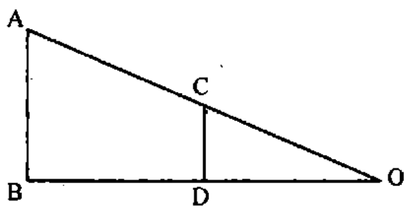
$\therefore \frac{87}{1000}$ " $= \left(\frac{180}{\pi} \times \frac{87}{1000}\right)^\circ$

$= 4.985°$

$= 5°$

$\therefore$ ঢাকা ও পঞ্চগড় কর্তৃক কেন্দ্রে উৎপন্ন কোণ 5° **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৭



চিত্রে AB ও CD যথাক্রমে হিমালয় ও ফায়ংপুই [Phawngpui (blue mountain, India)] নির্দেশ করে। O বিন্দুটি ঢাকাতে অবস্থিত কোনো ব্যক্তিকে নির্দেশ করে। হিমালয়ের উচ্চতা 8.8km। ঢাকা হতে হিমালয়ের দূরত্ব 1957 km.

ক. 1′ কে রেডিয়ানে প্রকাশ কর। ২

খ. ∠AOB নির্ণয় কর। ৪

গ. ঢাকা হতে ফায়ংপুই পর্বতের দূরত্ব 170km হলে ফায়ংপুই পর্বতের উচ্চতা নির্ণয় কর। ৪

৭নং প্রশ্নের সমাধান

ক $1' = \left(\frac{1}{60}\right)^\circ$

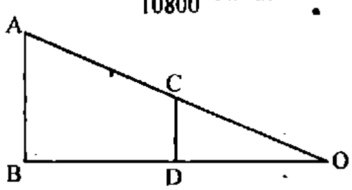
আমরা জানি, $180° = \pi$ রেডিয়ান

$\therefore 1° = \frac{\pi}{180}$ "

$\therefore \left(\frac{1}{60}\right)^\circ = \left(\frac{\pi}{180} \times \frac{1}{60}\right)$ রেডিয়ান

$= \frac{\pi}{10800}$ রেডিয়ান

খ



দেওয়া আছে,

ঢাকা হতে হিমালয়ের দূরত্ব, OB = 1957 km.

হিমালয়ের উচ্চতা, AB = 8.8 km = r_1

উৎপন্ন কোণ অনেক ক্ষুদ্র হবে বলে আমরা হিমালয়ের উচ্চতা AB কে চাপ S_1 হিসাবে কল্পনা করতে পারি।

আমরা জানি,

$S_1 =$ চাপের দৈর্ঘ্য = হিমালয়ের উচ্চতা

$= r_1.\theta_1$ [θ_1 হল ঢাকাতে অবস্থিত কোন ব্যক্তির চোখে উৎপন্ন কোণ]

বা, $\theta_1 = \frac{S_1}{r_1} = \frac{8.8}{1957} = \frac{44}{9785}$ রেডিয়ান

$= \left(\frac{44 \times 180}{\pi \times 9785}\right)^\circ$

$= 0.258° \therefore \angle AOB = 0.258°$ **(Ans.)**

গ দেওয়া আছে,

ঢাকা হতে ফায়ংপুই পর্বতের দূরত্ব $r_2 = OD = 170$ km

আমরা জানি, ∠AOB = ∠COD = 0.258°

$\therefore$ ঢাকাতে অবস্থিত কোন ব্যক্তির চোখে ফায়ংপুই পর্বত কর্তৃক উৎপন্ন কোণ, $\theta_2 = \frac{0.258 \times \pi}{180}$ রেডিয়ান $= \frac{44}{9785}$ রেডিয়ান

ফায়ংপুই পর্বতের উচ্চতা, S_2 নির্ণয় করতে হবে।

θ_2 ক্ষুদ্র বলে S_2 কে চাপ হিসাবে কল্পনা করা যায়।

আমরা জানি,

S_2 = চাপের দৈর্ঘ্য = ফায়ংপুই পর্বতের উচ্চতা

$= r_2\theta_2$

$= \left(170 \times \frac{44}{9785}\right)$ কিলোমিটার

$= 0.764$ কিলোমিটার

$= 764$ মিটার

$\therefore$ ফায়ংপুই পর্বতের উচ্চাত 764 মিটার **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৮ ভূমিতে অবস্থিত একটি পাখির চোখে 2km দূরে অবস্থিত একজন শিকারি 150″ কোণ উৎপন্ন করে।

ক. 150″ কে রেডিয়ান প্রকাশ কর। ২

খ. শিকারির উচ্চাতা বের কর। ৪

গ. শিকারি কর্তৃক পাখির চোখে উৎপন্ন কোণ 20′ হলে পাখিটি উড়ে যায়। তাহলে পাখিটি উড়ে যাওয়া মুহূর্তে পাখি ও শিকারির মধ্যবর্তী দূরত্ব কত হবে। [ধর শিকারি পাখির দিকে অগ্রসরমান] ৪

৮নং প্রশ্নের সমাধান

ক $150'' = \left(\frac{150}{60}\right)' = \left(\frac{150}{60 \times 60}\right)^\circ$

আমরা জানি,

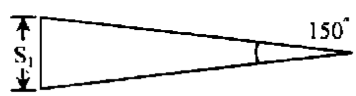
$180° = \pi$ রেডিয়ান

$\therefore 1° = \frac{\pi}{180}$ "

$\therefore \left(\frac{150}{60 \times 60}\right)^\circ = \left(\frac{\pi}{180} \times \frac{150}{60 \times 60}\right)$ "

$= \frac{\pi}{4320}$ রেডিয়ান

খ



$\because$ শিকারি কর্তৃক পাখির চোখে উৎপন্ন কোণ $\theta_1 = \frac{\pi}{4320}$ রেডিয়ান অতিক্ষুদ্র।

সুতরাং শিকারির উচ্চতা, S_1 কে চাপ হিসাবে কল্পনা করা যায়।

দেওয়া আছে, শিকারি ও পাখির মধ্যবর্তী দূরত্ব $r_1 = 2$ km

আমরা জানি, S_1 = শিকারির উচ্চতা $= r_1\theta_1$

$= 2 \times \frac{\pi}{4320}$ কি.মি.

$= \frac{2\pi \times 1000}{4320}$ মিটার

$= 1.45$ মিটার

$\therefore$ শিকারির উচ্চতা 1.45 মিটার **(Ans.)**

www.bdniyog.com

গ আমরা জানি,

শিকারির উচ্চতা, $S_2 = 1.45$ মিটার [(গ)-এ প্রাপ্ত]

উড়ে যাবার মুহূর্তে পাখির চোখে উৎপন্ন কোণ

$\theta_2 = 20' = \left(\frac{20}{60}\right)^\circ$

$= \frac{20\pi}{60 \times 180}$ রেডিয়ান

$= \frac{\pi}{540}$ রেডিয়ান

উড়ে যাওয়ার মুহূর্তে পাখি ও শিকারির মধ্যবর্তী দূরত্ব, r_2 নির্ণয় করতে হবে।

আমরা জানি, S_2 = চাপের দৈর্ঘ্য $= r_2\theta_2$

বা, $r_2 = \frac{S_2}{\theta_2}$

$= \frac{1.45}{\frac{\pi}{540}}$

$= \frac{540 \times 1.45}{\pi}$ মিটার

$= 249.24$ মিটার

∴ উড়ে যাওয়ার মুহূর্তে পাখি ও শিকারির মধ্যবর্তী দূরত্ব 249.24 মিটার হবে। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৯ **মঙ্গলগ্রহে অবস্থানরত একজন ব্যক্তির চোখে সূর্যের ব্যাস 21′ কোণ উৎপন্ন করে। মঙ্গলগ্রহের পৃষ্ঠ থেকে সূর্যের দূরত্ব 14,20,00,000 মাইল। [ব্যক্তির উচ্চতা উপেক্ষণীয়]**

ক. 21′ কে রেডিয়ানে প্রকাশ কর। ২

খ. সূর্যের ব্যাস বের কর। ৪

গ. সূর্যের ব্যাস তোমার চোখে 28′ কোণ উৎপন্ন করলে সূর্য থেকে তোমার দূরত্ব নির্ণয় কর। ৪

৯নং প্রশ্নের সমাধান

ক $21' = \frac{21^\circ}{60}$

আমরা জানি, $180^\circ = \pi$ রেডিয়ান

∴ $1^\circ = \frac{\pi}{180}$ "

∴ $\left(\frac{21}{60}\right)^\circ = \left(\frac{\pi}{180} \times \frac{21}{60}\right)$ রেডিয়ান $= \frac{7\pi}{3600}$ রেডিয়ান

খ দেওয়া আছে,

মঙ্গলগ্রহের পৃষ্ঠ থেকে সূর্যের দূরত্ব $r_1 = 14{,}20{,}00{,}000$ মাইল

চোখে উৎপন্ন কোণ, $\theta_1 = 21'$

$= \frac{7\pi}{3600}$ রেডিয়ান

সূর্যের ব্যাস S_1 নির্ণয় করতে হবে।

আমরা জানি,

S_1 = চাপের দৈর্ঘ্য

= সূর্যের ব্যাস $= r_1\theta_1$

$= \left(14{,}20{,}00{,}000 \times \frac{7\pi}{3600}\right)$ মাইল

$= 867428.6$ মাইল

∴ সূর্যের ব্যাস = 8,67,428.6 মাইল **(Ans.)**

গ আমরা জানি,

সূর্যের ব্যাস, $S_2 = 867428.6$ মাইল [(খ)-এ প্রাপ্ত]

চোখে উৎপন্ন কোণ, $\theta_2 = 28'$

$= \left(\frac{28}{60}\right)^\circ$

$= \left(\frac{28}{60} \times \frac{\pi}{180}\right)$ রেডিয়ান

$= \frac{7\pi}{2700}$ রেডিয়ান

সূর্য থেকে আমার দূরত্ব, $r_2 = ?$

আমরা জানি,

S_2 = চাপের দৈর্ঘ্য = সূর্যের ব্যাস

$= r_2\theta_2$

বা, $r_2 = \frac{S_2}{\theta_2} = \frac{867428.6}{\frac{7\pi}{2700}}$ মাইল $= \frac{867428.6 \times 2700}{7\pi}$ মাইল

$= 106{,}499{,}995.3$ মাইল

∴ সূর্য থেকে আমার দূরত্ব 106,499,995.3 মাইল হবে **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ১০ **কামরুল সাইকেলে চড়ে বৃত্তাকার পথে 15 সেকেন্ডে একটি বৃত্তচাপ অতিক্রম করে। চাপটি কেন্দ্রে 30° কোণ উৎপন্ন করে। বৃত্তের ব্যাস 200 মিটার।** [আইডি গভ. হাইস্কুল, নারায়ণগঞ্জ]

ক. 30° কে রেডিয়ানে ও 7′ কে ডিগ্রিতে প্রকাশ কর। ২

খ. কামরুলের গতিবেগ নির্ণয় কর। ৪

গ. যদি আরও 5 সেকেন্ড বেশী লাগত তাহলে বেগ কত? ৪

১০ নং প্রশ্নের সমাধান

ক $(30)^\circ = 30 \times \frac{\pi}{180}$ রেডিয়ান

$= \frac{\pi}{6}$ "

$= \frac{3.1416}{6}$ " $[\because \pi = 3.1416]$

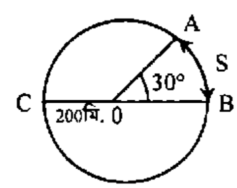
$= 0.5236$ "

এবং $7' = \left(\frac{7}{60}\right)^\circ = 0.1167^\circ$

Ans. 0.5236 রেডিয়ান ও 0.1167° (প্রায়)

খ ধরি, কামরুল ABC বৃত্তের B বিন্দু থেকে যাত্রা করে 15 সেকেন্ড পরে A বিন্দুতে আসে। তাহলে AB চাপ দ্বারা উৎপন্ন কেন্দ্রস্থ কোণ

$\theta = \angle AOB = 30^\circ = \frac{30\pi^c}{180}$



$r = OB$ = ব্যাসার্ধ $= \frac{200}{2}$ মিটার

$= 100$ মিটার

ধরি, চাপ $AB = s$ মিটার

আমরা জানি, $s = r\theta$ মিটার

$= 100 \times \frac{30\pi}{180}$ মিটার

$= \frac{50}{3}\pi$ "

$= \frac{50}{3} \times 3.1416$ $[\because \pi = 3.1416]$

∴ $s = 52.36$ মিটার (প্রায়)

∴ কামরুলের গতিবেগ $= \frac{52.36}{15}$ মিটার / সেকেন্ড

$= 3.4906$ মিটার / সেকেন্ড

Ans. 3.4906 মিটার / সেকেন্ড (প্রায়)

www.bdniyog.com

গ খ নং থেকে আমরা পাই

$s = 52.36$ মিটার

যদি আরও 5 সেকেন্ড সময় বেশি লাগত তাহলে মোট সময় হয়

$= (15 + 5) = 20$ সেকেন্ড

তাহলে গতিবেগ হবে $= \frac{52.36 \text{ মিটার}}{20 \text{ সেকেন্ড}} = 2.618$ মিটার / সেকেন্ড

Ans. 2.618 মিটার/ সেকেন্ড। (প্রায়)

প্রশ্ন ▶ ১১ একটি গাড়ীর প্রতিটি চাকা 2 কিলোমিটার পথ যেতে 750 বার আবর্তিত হয়। [সরকারি মুসলিম উচ্চ বিদ্যালয়, চট্টগ্রাম]

ক. চাকাটির ব্যাসার্ধ r হলে, 750 পাক ঘুরায় চাকাটির অতিক্রান্ত দূরত্বকে r এর মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২

খ. চাকাটির 0.5 মিটার দীর্ঘ চাপের কেন্দ্রস্থ সূক্ষকোণের পরিমাপ নির্ণয় কর। ৪

গ. 5 কিলোমিটার যেতে চাকাটি কতবার ঘুরবে? ৪

১১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, চাকার ব্যাসার্ধ r মিটার

∴ চাকার পরিধি $= 2\pi r$ মিটার

আমরা জানি, চাকাটি একবার ঘুরলে তার পরিধির সমান দূরত্ব অতিক্রম করে।

∴ 750 বার ঘুরায় চাকাটির মোট অতিক্রান্ত দূরত্ব

$= 750 \times 2\pi r$ মিটার

$= 1500\pi r$ মিটার

খ $1500\pi r = 2000$ [∵1 কি.মি. = 1000 মিটার]

বা, $r = \frac{2000}{1500\pi}$ মিটার $= \frac{2000}{1500 \times 3.1416}$ মিটার $= 0.4244$ মিটার

চাকার ব্যাসার্ধ = 0.42 মিটার (প্রায়)

চাকার ব্যাসার্ধ = 0.42 মিটার এবং চাপ = 0.5 মিটার। r ব্যাসার্ধের ও s চাপের কেন্দ্রস্থ সূক্ষ্মকোণের পরিমাণ θ হলে-

$s = r\theta$

বা, $\theta = \frac{s}{r} = \frac{0.50 \text{ মিটার}}{0.42 \text{ মিটার}} = 1.19$ রেডিয়ান (প্রায়)

গ চাকার ব্যাসার্ধ = 0.42 মিটার

∴ চাকার পরিধি $= 2\pi \times 0.42$ মিটার

$= 2.64$ মিটার (প্রায়)

আমরা জানি, চাকাটি একবার ঘুরলে তার পরিধির সমান দূরত্ব অতিক্রম করে। ধরি, 5 কিলোমিটার = 5000 মিটার যেতে চাকাটি n বার ঘুরবে।

প্রশ্নমতে, $n \times 2.64 = 5000$

$\therefore n = \frac{5000}{2.64} = 1893.9 \approx 1894$

Ans. 1894 বার (প্রায়)

প্রশ্ন ব্যাংক উত্তরসহ সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

প্রশ্ন ▶ ১২ পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6440 কিলোমিটার হলে পৃথিবীর ওপরের দুইটি স্থান কেন্দ্রে 32″ কোণ উৎপন্ন করে। [মেহেরপুর সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, মেহেরপুর]

ক. প্রদত্ত কোণটিকে রেডিয়ানে প্রকাশ কর।

খ. স্থান দুইটির দূরত্ব কত ?

গ. একজন লোক সাইকেলে চড়ে উক্ত দূরত্ব 5 মিনিটে অতিক্রম করলে লোকটির গতিবেগ ঘণ্টায় কত ?

উত্তর: ক. $\frac{\pi}{20250}$ রেডিয়ান; **খ.** 1 কি.মি. (প্রায়); **গ.** 12 কি.মি./ঘণ্টা

প্রশ্ন ▶ ১৩ পৃথিবী থেকে সূর্যের দূরত্ব 14.9×10^7 কিলোমিটার এবং পৃথিবীর কেন্দ্র বিন্দুতে সূর্যের ব্যাস 32′ কোণ উৎপন্ন করে।

ক. প্রদত্ত কোণটিকে রেডিয়ানে প্রকাশ কর।

খ. সূর্যের ব্যাস নির্ণয় কর।

গ. পৃথিবীর কক্ষপথকে 14.9×10^7 কিলোমিটার ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট বৃত্তরূপে বিবেচনা করে প্রতি ঘণ্টায় পৃথিবীর গতিবেগ নির্ণয় কর। (এক বৎসর $= 365\frac{1}{4}$ দিন)

উত্তর: ক. $\frac{2\pi}{675}$ রেডিয়ান; **খ.** 13.87×10^5 কি.মি. (প্রায়);

গ. 106798.63 কি.মি./ঘণ্টা

প্রশ্ন ▶ ১৫ 540 কি. মি. দূরে একটি বিন্দুতে কোন পাহাড় 7′ কোণ উৎপন্ন করে।

ক. কোণটিকে রেডিয়ানে প্রকাশ কর।

খ. পাহাড়টির উচ্চতা কত ?

গ. এক ব্যক্তি বৃত্তাকার পথে ঘণ্টায় পাহাড়ের উচ্চতার সমান বেগে পরিভ্রমণ করে 15 সেকেন্ডে একটি বৃত্তচাপ অতিক্রম করে। যদি এ চাপ কেন্দ্রে $\frac{5\pi^c}{12}$ কোণ উৎপন্ন করে, তবে বৃত্তাকার পথের ব্যাসার্ধ কত ?

উত্তর: ক. $\frac{7\pi}{10800}$ রেডিয়ান; **খ.** 1.1 কি.মি. (প্রায়); **গ.** 3.5 মিটার

প্রশ্ন ▶ ১৫ এক ব্যক্তি ঘণ্টায় 9 কি.মি. বেগে দৌড়ে 6 মিনিটে একটি বৃত্তাকার মাঠের চারদিকে ঘুরে এলো। [বি এন কলেজ ঢাকা]

ক. কেন্দ্র থেকে পরিধির দূরত্ব নির্ণয় কর। ২

খ. 5 মিনিটে সে যে চাপ অতিক্রম করে তা দ্বারা কেন্দ্রে উৎপন্ন কোণকে রেডিয়ানে প্রকাশ কর। ৪

গ. একই স্থান থেকে একই সময় একই দিকে ঘণ্টায় 12 কি.মি. বেগে তার বোন দৌড়ায়ে তবে 2 মিনিট পর তাদের দুই জনের মধ্যে কেন্দ্রে কত ডিগ্রী কোণ উৎপন্ন হবে? ৪

উত্তর: ক. 143.3121মিটার; **খ.** $5.2\dot{3}\dot{3}^c$ **গ.** $120°$

প্রশ্ন ▶ ১৬ একটি চাকা 0.88 কিলোমিটার পথ যেতে 20 বার ঘোরে। [নাটোর সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, নাটোর]

ক. চাকাটি 1 বার ঘুরলে অতিক্রান্ত দূরত্ব নির্ণয় কর। ২

খ. চাকাটির ব্যাসার্ধ নির্ণয় কর। ৪

গ. চাকাটির ব্যাসার্ধের সমান ব্যাসার্ধবিশিষ্ট কোনো বৃত্তের 11 মিটার দীর্ঘ চাপের সম্মুখস্থ কোণের পরিমাণ নির্ণয় কর। ৪

উত্তর: ক. 44 মিটার; **খ.** 7.006 মিটার; **গ.** 1.57 মিটার

প্রশ্ন ▶ ১৭ O কেন্দ্রবিশিষ্ট একটি বৃত্তের ব্যাসার্ধ r এবং পরিধির দৈর্ঘ্য p. [জামালপুর সরকারী বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, জামালপুর]

ক. $r = 4$ সে.মি. হলে p এর মান নির্ণয় কর। ২

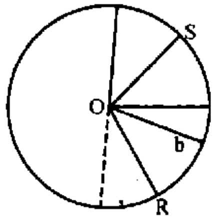
খ. দেখাও যে, $\frac{p}{2r}$ এর মান যে কোন দুইটি বৃত্তের জন্য সমান। ৪

গ. বৃত্তের একটি চাপ $PB = r$ হলে দেখাও যে, উক্ত চাপ দ্বারা বৃত্তের কেন্দ্রে উৎপন্ন কোণ একটি ধ্রুব কোণ। ৪

উত্তর: ক. 25.12 সে.মি.

www.bdniyog.com

প্রশ্ন ▶ ১৮



[ডা. খাস্তগীর সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, চট্টগ্রাম]

ক. চিত্রে $\angle SOR$ একটি স্থির কোণ প্রমাণ কর। ২

খ. চিত্রে $OQ = r$, চাপ $SQ = s$ এবং $\angle SOR = q$ হলে প্রমাণ কর যে, $S = rq$. ৪

গ. চিত্রে OQ বরাবর ঘড়ির ঘন্টার কাটা এবং QR বরাবর ঘড়ির মিনিটের কাঁটা কল্পনা করে ঘড়ির ঘন্টার কাঁটা ও মিনিটের কাঁটার অন্তর্গত কোণকে রেডিয়ানে বের কর। ৪

প্রশ্ন ▶ ১৯ পৃথিবীর ব্যাস 12880 কি.মি.। ঢাকা ও বরিশালকে সংযোগকারী বৃত্তচাপ কেন্দ্রে 36" কোণ উৎপন্ন করে। উদ্দীপকের আলোকে নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও: [বরিশাল ক্যাডেট কলেজ, বরিশাল]

ক. প্রদত্ত কোণকে রেডিয়ানে প্রকাশ কর। ২

খ. ভূপৃষ্ঠে ঢাকা ও বরিশালের মধ্যবর্তী দূরত্ব কত? ৪

গ. যদি পৃথিবী 24 ঘন্টায় একবার পূর্ণ আবর্তন সম্পন্ন করে, তবে পৃথিবীর বৃত্তাকার বেগ কত? ৪

উত্তর:

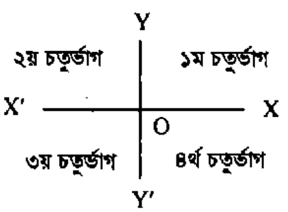
ক. 1.74×10^{-4} রেডিয়ান (প্রায়);

খ. 1.12056 কি.মি. (প্রায়);

গ. 1674.667 কি.মি./ঘন্টা (প্রায়)

এ অংশে অধ্যায়ের গুরুত্বপূর্ণ তথ্য ও সূত্র, পরীক্ষার আগে যার উপর চোখ বুলিয়ে নেওয়া প্রয়োজন বা অবশ্যই মনে রাখতে হবে এমন বিষয়সমূহ একনজরে উল্লেখ করা হয়েছে। পরীক্ষার আগে এ বিষয়গুলো রিভিশন দিলে পরীক্ষায় নির্ভুলভাবে অঙ্ক সমাধান করতে পারবে।

■



■ XOX' ও YOY' একজোড়া সরলরেখা O বিন্দুতে ছেদ করায় যে চারটি সমকোণ উৎপন্ন হয় তাদের প্রত্যেকটির অভ্যন্তর একটি করে চতুর্ভাগ।

■ চতুর্ভাগগুলো OX রেখা থেকে শুরু করে ঘড়ির কাটার বিপরীত দিক থেকে সমকোণে ঘুরে ১ম, ২য়, ৩য় ও ৪র্থ চিহ্নিত করা হয়।

■ প্রতিটি চতুর্ভাগের অভ্যন্তর কোণ 90°।

■ জ্যামিতিক সমতলে সর্বোচ্চ চার সমকোণ কিন্তু ত্রিকোণমিতিতে আরও বৃহত্তর কোণ উৎপন্ন হয়।

■ কোনো রশ্মিকে ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে ঘোরালে উৎপন্ন কোণ ধনাত্মক এবং ঘড়ির কাঁটার দিকে ঘুরালে উৎপন্ন কোণ ঋণাত্মক কোণ।

■ ষাটমূলক পদ্ধতিতে সমকোণ এবং বৃত্তীয় পদ্ধতিতে রেডিয়ানকে কোণ পরিমাপের একক ধরা হয়।

■ ষাটমূলক পদ্ধতি : 60" (সেকেন্ড) = 1' (মিনিট)
60' (মিনিট) = 1° (ডিগ্রী)
90° (ডিগ্রী) = 1 সমকোণ

■ যে কোনো বৃত্তের পরিধি ও ব্যাসের অনুপাত ধ্রুবক (π)।

■ যে কোনো দুইটি বৃত্তের পরিধি ও ব্যাসের অনুপাত সমান।

■ বৃত্তাকার পথ বা বৃত্ত বা চাকার ব্যাসার্ধ r হলে পরিধি $2\pi r$.

■ রেডিয়ান কোণ একটি ধ্রুব কোণ এবং 1 রেডিয়ান $= \frac{2}{\pi}$ সমকোণ

■ বৃত্তের কোনো চাপ দ্বারা উৎপ্ন কেন্দ্রস্থ কোণ ঐ বৃত্তচাপের সমানুপাতিক।

■ $90° = 1$ সমকোণ $= \frac{\pi}{2}$ রেডিয়ান $= \left(\frac{\pi}{2}\right)^c$

অর্থাৎ $180° = 2$ সমকোণ $= \pi$ রেডিয়ান $= (\pi)^c$

■ একটি কোণের ষাটমূলক পরিমাপ $D°$ এবং বৃত্তীয় পরিমাপ R^c হলে $\frac{D}{180} = \frac{R}{\pi}$

■ ডিগ্রী ও রেডিয়ানের সম্পর্ক (ব্যবহারিক ক্ষেত্রে) :

$1° = \frac{\pi}{180}, 30° = \frac{\pi}{6}, 45° = \frac{\pi}{4}, 60° = \frac{\pi}{3}, 90° = \frac{\pi}{2}; 180° = \pi;$ $360° = 2\pi;$

■ $s = r\theta$ [s = চাপের দৈর্ঘ্য, r = ব্যাসার্ধ, θ = কেন্দ্রে উৎপন্ন কোণ]

এখানে অধ্যায়টির অনুশীলনী, বহুনির্বাচনি ও সৃজনশীল প্রশ্নগুলো বিশ্লেষণ করে স্টার মার্কসহ সাজেশন দেওয়া হয়েছে। পরীক্ষার আগে অবশ্যই এ অঙ্কগুলো সমাধান করবে। তাহলে পরীক্ষায় যেকোনো অঙ্কের সমাধান সহজেই করতে পারবে।

সাজেশন | বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

	প্রশ্ন নম্বর
★★★	৪, ৫, ৬, ৮, ১২, ১৪, ১৬, ১৭, ২২, ২৩, ২৪, ২৫, ২৮, ৩২, ৩৩, ৩৫, ৩৭, ৩৯, ৪৪, ৫২, ৫৩, ৫৪, ৫৫, ৬০, ৬৪, ৬৫, ৬৭, ৬৯, ৭০, ৭১, ৭২, ৭৬, ৮০, ৮১, ৮৪, ৮৬, ৮৮, ৯০, ৯৭, ৯৮, ১০৩, ১০৪, ১০৫
★★	৭, ৯, ১০, ১১, ১৫, ২২, ২৩, ২৪, ২৬, ৩০, ৩১, ৩৮, ৪৩, ৪৫, ৪৭, ৪৮, ৪৯, ৫০, ৫১, ৫৬, ৫৭, ৫৮, ৫৯, ৬২, ৬৬, ৬৮, ৭৭, ৭৯, ৮২, ৮৫, ৯১, ৯২, ৯৩, ৯৪, ৯৫, ৯৬

সাজেশন | সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

	প্রশ্ন নম্বর
★★★	২, ৪, ৫, ৬, ৭, ৯, ১০, ১১
★★	৩, ৮

www.bdniyog.com

অধ্যায়-৮

ত্রিকোণমিতি

অনুশীলনী-৮.২

অনুশীলনীটি পড়ে যা জানতে পারবে—

১. ত্রিকোণমিতিক কোণের অনুপাত নির্ণয়।
২. সূক্ষ্মকোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাতগুলোর সম্পর্ক নির্ণয় এবং বিভিন্ন চতুর্ভাগে এদের চিহ্ন সম্পর্কে ব্যাখ্যা।
৩. ত্রিকোণমিতিক অনুপাত সংক্রান্ত সূত্রগুলোর প্রমাণ ও প্রয়োগ।
৪. ত্রিকোণমিতিক অনুপাতসমূহের সর্বোচ্চ বা সর্বনিম্ন মান অর্থাৎ মানের পরিধি নির্ণয়।

PRACTICE

১৩টি অনুশীলনীর প্রশ্ন।
৮৯টি বহুনির্বাচনি প্রশ্ন ■ ৪২টি সাধারণ বহুনির্বাচনি ■ ১৪টি বহুপদী সমাপ্তিসূচক ■ ৩৩টি অভিন্ন তথ্যভিত্তিক
২৪টি সৃজনশীল প্রশ্ন ■ ৫টি শ্রেণির কাজ ■ ১৫টি মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত ■ ৪টি প্রশ্নব্যাংক

অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

১. ক্যালকুলেটর ব্যবহার না করে মান নির্ণয় কর:

(i) $\dfrac{\cos\frac{\pi}{4}}{\cos\frac{\pi}{6}+\sin\frac{\pi}{3}}$

সমাধান: $\dfrac{\cos\frac{\pi}{4}}{\cos\frac{\pi}{6}+\sin\frac{\pi}{3}} = \dfrac{\frac{1}{\sqrt{2}}}{\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}}$

$= \dfrac{\frac{1}{\sqrt{2}}}{\frac{2\sqrt{3}}{2}}$

$= \dfrac{1}{\sqrt{2}} \times \dfrac{2}{2\sqrt{3}}$

$= \dfrac{1}{\sqrt{6}}$ **(Ans.)**

(ii) $\tan\frac{\pi}{4} + \tan\frac{\pi}{6}.\tan\frac{\pi}{3}$

সমাধান: $\tan\frac{\pi}{4} + \tan\frac{\pi}{6}.\tan\frac{\pi}{3} = 1 + \frac{1}{\sqrt{3}}.\sqrt{3}$

$= 1 + 1$

$= 2$ **(Ans.)**

২. $\cos\theta = -\frac{4}{5}$ **এবং** $\pi < \theta < \frac{3\pi}{2}$ **হলে** $\tan\theta$ **এবং** $\sin\theta$ **এর মান নির্ণয় কর।**

সমাধান: দেওয়া আছে,

$\cos\theta = -\frac{4}{5}$ এবং $\pi < \theta < \frac{3\pi}{2}$

$\tan\theta$ এবং $\sin\theta$ এর মান নির্ণয় করতে হবে।

এখানে,

$\cos\theta = -\frac{4}{5}$

বা, $\cos^2\theta = \left(-\frac{4}{5}\right)^2$ [বর্গ করে]

বা, $\cos^2\theta = \frac{16}{25}$

বা, $1-\sin^2\theta = \frac{16}{25}$

বা, $1-\frac{16}{25} = \sin^2\theta$

বা, $\frac{25-16}{25} = \sin^2\theta$

বা, $\sin^2\theta = \frac{9}{25}$

বা, $\sin\theta = \pm\sqrt{\frac{9}{25}}$

$\therefore \sin\theta = \pm\frac{3}{5}$

যেহেতু, $\pi < \theta < \frac{3\pi}{2}$, তাই θ তৃতীয় চতুর্ভাগে অবস্থিত এবং তৃতীয় চতুর্ভাগে sin ঋণাত্মক।

সেহেতু, $\sin\theta = -\frac{3}{5}$

আবার, $\tan\theta = \dfrac{\sin\theta}{\cos\theta} = \dfrac{-\frac{3}{5}}{-\frac{4}{5}} = \dfrac{3}{4}$

Ans. $\tan\theta = \frac{3}{4}$, $\sin\theta = -\frac{3}{5}$

৩. $\sin A = \frac{2}{\sqrt{5}}$ **এবং** $\frac{\pi}{2} < A < \pi$ **এর ক্ষেত্রে** $\cos A$ **ও** $\tan A$ **এর মান কত?**

সমাধান: দেওয়া আছে,

$\sin A = \frac{2}{\sqrt{5}}$.

বা, $\sin^2 A = \left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right)^2$ [বর্গ করে].

বা, $1-\cos^2 A = \frac{4}{5}$.

বা, $1-\frac{4}{5} = \cos^2 A$.

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

বা, $\frac{1}{5} = \cos^2 A$.

বা, $\cos A = \pm\sqrt{\frac{1}{5}}$.

$\therefore \cos A = \pm\frac{1}{\sqrt{5}}$

যেহেতু, $\frac{\pi}{2} < A < \pi$, তাই A দ্বিতীয় চতুর্ভাগে অবস্থিত এবং দ্বিতীয় চতুর্ভাগে cos ঋণাত্মক।

$\therefore \cos A = -\frac{1}{\sqrt{5}}$

এবং $\tan A = \frac{\sin A}{\cos A} = \frac{\frac{2}{\sqrt{5}}}{-\frac{1}{\sqrt{5}}} = -2$

Ans. $\cos A = -\frac{1}{\sqrt{5}}, \tan A = -2$

৪. দেওয়া আছে, $\cos A = \frac{1}{2}$ এবং cosA ও sin A একই চিহ্নবিশিষ্ট। sin A এবং tan A এর মান কত?

সমাধান: এখানে, $\cos A = \frac{1}{2}$

বা, $\cos^2 A = \left(\frac{1}{2}\right)^2$ [বর্গ করে]

বা, $1 - \sin^2 A = \frac{1}{4}$.

বা, $1 - \frac{1}{4} = \sin^2 A$.

বা, $\frac{3}{4} = \sin^2 A$.

বা, $\sin A = \pm\sqrt{\frac{3}{4}}$

বা, $\sin A = \pm\frac{\sqrt{3}}{2}$

যেহেতু, cos A ধনাত্মক
সুতরাং sin A ধনাত্মক হবে।

$\therefore \sin A = \frac{\sqrt{3}}{2}$

এবং $\tan A = \frac{\sin A}{\cos A}$

$= \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}} = \sqrt{3}$

Ans. $\sin A = \frac{\sqrt{3}}{2}, \tan A = \sqrt{3}$.

৫. দেওয়া আছে, $\tan A = -\frac{5}{12}$ এবং tan A ও cos A বিপরীত চিহ্নবিশিষ্ট। sin A এবং cos A এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান: এখানে, $\tan A = -\frac{5}{12}$

বা, $\tan^2 A = \left(\frac{-5}{12}\right)^2$ [বর্গ করে]

বা, $\sec^2 A - 1 = \frac{25}{144}$

বা, $\sec^2 A = \frac{25}{144} + 1$

বা, $\sec^2 A = \frac{169}{144}$

বা, $\sec A = \pm\sqrt{\frac{169}{144}}$

বা, $\sec A = \pm\frac{13}{12}$

$\therefore \cos A = \pm\frac{12}{13}$

$\because$ tan A ও cos A বিপরীত চিহ্নবিশিষ্ট।

$\therefore \cos A = \frac{12}{13}$

আবার, $\tan A = \frac{\sin A}{\cos A}$

বা, $\sin A = \tan A . \cos A$

$= -\frac{5}{12} \cdot \frac{12}{13}$

$= -\frac{5}{13}$

$\therefore \sin A = -\frac{5}{13}$

Ans. $\sin A = -\frac{5}{13}, \cos A = \frac{12}{13}$

৬. নিম্নলিখিত অভেদসমূহ প্রমাণ কর:

(i) tanA + cotA = secA cosecA

সমাধান: বামপক্ষ $= \tan A + \cot A$

$= \frac{\sin A}{\cos A} + \frac{\cos A}{\sin A}$

$= \frac{\sin^2 A + \cos^2 A}{\cos A \sin A}$

$= \frac{1}{\cos A \sin A}$ [$\because \sin^2 A + \cos^2 A = 1$]

$= \frac{1}{\cos A} \cdot \frac{1}{\sin A}$

$= \sec A . \operatorname{cosec} A$

= ডানপক্ষ

$\therefore \tan A + \cot A = \sec A \operatorname{cosec} A$ **(প্রমাণিত)**

(ii) $\sqrt{\frac{1+\cos\theta}{1-\cos\theta}} = \operatorname{cosec}\theta + \cot\theta = \sqrt{\frac{\sec\theta+1}{\sec\theta-1}}$

সমাধান:

এখানে, $\sqrt{\frac{1+\cos\theta}{1-\cos\theta}} = \sqrt{\frac{(1+\cos\theta)(1+\cos\theta)}{(1-\cos\theta)(1+\cos\theta)}}$

$= \sqrt{\frac{(1+\cos\theta)^2}{1-\cos^2\theta}}$

$= \sqrt{\frac{(1+\cos\theta)^2}{\sin^2\theta}}$ [$\because \sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$]

$= \frac{1+\cos\theta}{\sin\theta}$

$= \frac{1}{\sin\theta} + \frac{\cos\theta}{\sin\theta}$

$= \operatorname{cosec}\theta + \cot\theta$

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

আবার, $\sqrt{\frac{\sec\theta+1}{\sec\theta-1}} = \sqrt{\frac{(\sec\theta+1)(\sec\theta+1)}{(\sec\theta-1)(\sec\theta+1)}}$

$= \sqrt{\frac{(\sec\theta+1)^2}{\sec^2\theta-1}} = \frac{\sec\theta+1}{\sqrt{\tan^2\theta}} = \frac{\sec\theta+1}{\tan\theta}$

$= \text{cosec}\theta + \cot\theta$

$\therefore \sqrt{\frac{1+\cos\theta}{1-\cos\theta}} = \text{cosec}\theta + \cot\theta = \sqrt{\frac{\sec\theta+1}{\sec\theta-1}}$ **(প্রমাণিত)**

(iii) $\sqrt{\frac{1-\sin A}{1+\sin A}} = \sec A - \tan A$

সমাধান: বামপক্ষ $= \sqrt{\frac{1-\sin A}{1+\sin A}}$

$= \sqrt{\frac{(1-\sin A)(1-\sin A)}{(1+\sin A)(1-\sin A)}}$

$= \sqrt{\frac{(1-\sin A)^2}{1-\sin^2 A}}$

$= \sqrt{\frac{(1-\sin A)^2}{\cos^2 A}}$ [$\because \sin^2A + \cos^2A = 1$]

$= \frac{1-\sin A}{\cos A}$

$= \frac{1}{\cos A} - \frac{\sin A}{\cos A}$

$= \sec A - \tan A$

= ডানপক্ষ

$\therefore \sqrt{\frac{1-\sin A}{1+\sin A}} = \sec A - \tan A$ **(প্রমাণিত)**

(iv) $\sec^4\theta - \sec^2\theta = \tan^4\theta + \tan^2\theta$

সমাধান:

বামপক্ষ $= \sec^4\theta - \sec^2\theta$

$= (\sec^2\theta)^2 - \sec^2\theta$

$= (1+\tan^2\theta)^2 - (1+\tan^2\theta)$ [$\because \sec^2\theta = 1 + \tan^2\theta$]

$= 1 + 2\tan^2\theta + \tan^4\theta - 1 - \tan^2\theta$

$= \tan^4\theta + \tan^2\theta$

= ডানপক্ষ

$\therefore \sec^4\theta - \sec^2\theta = \tan^4\theta + \tan^2\theta$ **(প্রমাণিত)**

বিকল্প সমাধান:

বামপক্ষ $= \sec^4\theta - \sec^2\theta$

$= \sec^2\theta(\sec^2\theta - 1)$

$= (1+\tan^2\theta)(1+\tan^2\theta - 1)$ [$\because \sec^2\theta = 1 + \tan^2\theta$]

$= (1+\tan^2\theta)\tan^2\theta$

$= \tan^4\theta + \tan^2\theta$

= ডানপক্ষ

$\therefore \sec^4\theta - \sec^2\theta = \tan^4\theta + \tan^2\theta$ **(প্রমাণিত)**

(v) $(\sec\theta - \cos\theta)(\text{cosec}\theta - \sin\theta)(\tan\theta + \cot\theta) = 1$

সমাধান:

বামপক্ষ $= (\sec\theta - \cos\theta)(\text{cosec}\theta - \sin\theta)(\tan\theta + \cot\theta)$

$= \left(\frac{1}{\cos\theta} - \cos\theta\right)\left(\frac{1}{\sin\theta} - \sin\theta\right)\left(\frac{\sin\theta}{\cos\theta} + \frac{\cos\theta}{\sin\theta}\right)$

$= \left(\frac{1-\cos^2\theta}{\cos\theta}\right)\left(\frac{1-\sin^2\theta}{\sin\theta}\right)\left(\frac{\sin^2\theta+\cos^2\theta}{\cos\theta\sin\theta}\right)$

$= \left(\frac{\sin^2\theta}{\cos\theta}\right)\left(\frac{\cos^2\theta}{\sin\theta}\right)\left(\frac{1}{\cos\theta\sin\theta}\right)$

$= \frac{\sin^2\theta.\cos^2\theta}{\cos^2\theta.\sin^2\theta}$

$= 1$

= ডানপক্ষ

$\therefore (\sec\theta - \cos\theta)(\text{cosec}\theta - \sin\theta)(\tan\theta + \cot\theta) = 1$ **(প্রমাণিত)**

(vi) $\frac{\tan\theta + \sec\theta - 1}{\tan\theta - \sec\theta + 1} = \tan\theta + \sec\theta$

সমাধান:

বামপক্ষ $= \frac{\tan\theta + \sec\theta - 1}{\tan\theta - \sec\theta + 1}$

$= \frac{(\sec\theta + \tan\theta) - (\sec^2\theta - \tan^2\theta)}{\tan\theta - \sec\theta + 1}$

$= \frac{(\sec\theta + \tan\theta) - (\sec\theta + \tan\theta)(\sec\theta - \tan\theta)}{\tan\theta - \sec\theta + 1}$

$= \frac{(\sec\theta + \tan\theta)(1 - \sec\theta + \tan\theta)}{(1 - \sec\theta + \tan\theta)}$

$= \sec\theta + \tan\theta$

= ডানপক্ষ

$\therefore \frac{\tan\theta + \sec\theta - 1}{\tan\theta - \sec\theta + 1} = \tan\theta + \sec\theta$ **(প্রমাণিত)**

৭. যদি $\text{cosec } A = \frac{a}{b}$ হয় যেখানে $a > b > 0$, তবে প্রমাণ কর যে, $\tan A = \frac{\pm b}{\sqrt{a^2 - b^2}}$

সমাধান: দেওয়া আছে,

$\text{cosec}A = \frac{a}{b}$

বা, $\text{cosec}^2A = \frac{a^2}{b^2}$ [বর্গ করে]

বা, $1 + \cot^2A = \frac{a^2}{b^2}$ [$\because \text{cosec}^2A - \cot^2A = 1$]

বা, $\cot^2A = \frac{a^2}{b^2} - 1$

বা, $\frac{1}{\tan^2A} = \frac{a^2 - b^2}{b^2}$

বা, $\tan^2A = \frac{b^2}{a^2 - b^2}$

বা, $\tan A = \pm\sqrt{\frac{b^2}{a^2 - b^2}}$

$\therefore \tan A = \frac{\pm b}{\sqrt{a^2 - b^2}}$ **(প্রমাণিত)**

৮. যদি $\cos\theta - \sin\theta = \sqrt{2}\sin\theta$ হয়, তবে দেখাও যে, $\cos\theta + \sin\theta = \sqrt{2}\cos\theta$

সমাধান: দেওয়া আছে,

$\cos\theta - \sin\theta = \sqrt{2}\sin\theta$

বা, $\cos\theta = \sqrt{2}\sin\theta + \sin\theta$

বা, $\cos\theta = (\sqrt{2}+1)\sin\theta$

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

বা, $(\sqrt{2}-1)\cos\theta = (\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)\sin\theta$ [$(\sqrt{2}-1)$ দ্বারা উভয়পক্ষকে গুণ করে]

বা, $(\sqrt{2}-1)\cos\theta = (2-1)\sin\theta$

বা, $\sqrt{2}\cos\theta - \cos\theta = \sin\theta$

$\therefore \cos\theta + \sin\theta = \sqrt{2}\cos\theta$ **(দেখানো হলো)**

৯. $\tan\theta = \frac{x}{y} (x \neq y)$ **হলে,** $\frac{x\sin\theta + y\cos\theta}{x\sin\theta - y\cos\theta}$ **এর মান নির্ণয় কর।**

সমাধান: দেওয়া আছে,

$\tan\theta = \frac{x}{y}$

বা, $\frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{x}{y}$

বা, $\frac{x\sin\theta}{y\cos\theta} = \frac{x}{y}\cdot\frac{x}{y}$ [উভয়পক্ষকে $\frac{x}{y}$ দ্বারা গুণ করে]

বা, $\frac{x\sin\theta}{y\cos\theta} = \frac{x^2}{y^2}$

$\therefore \frac{x\sin\theta + y\cos\theta}{x\sin\theta - y\cos\theta} = \frac{x^2+y^2}{x^2-y^2}$ [যোজন-বিয়োজন করে]

Ans. $\frac{x^2+y^2}{x^2-y^2}$

১০. $\tan\theta + \sec\theta = x$ **হলে, দেখাও যে,** $\sin\theta = \frac{x^2-1}{x^2+1}$

সমাধান: দেওয়া আছে,

$\tan\theta + \sec\theta = x$

বা, $\frac{\sin\theta}{\cos\theta} + \frac{1}{\cos\theta} = x$

বা, $\frac{1+\sin\theta}{\cos\theta} = x$

বা, $\frac{(1+\sin\theta)^2}{\cos^2\theta} = x^2$ [উভয় পক্ষকে বর্গ করে]

বা, $\frac{(1+\sin\theta)^2}{1-\sin^2\theta} = x^2$ [$\because \cos^2\theta = 1-\sin^2\theta$]

বা, $\frac{(1+\sin\theta)(1+\sin\theta)}{(1+\sin\theta)(1-\sin\theta)} = x^2$

বা, $\frac{1+\sin\theta}{1-\sin\theta} = x^2$

বা, $\frac{1+\sin\theta+1-\sin\theta}{1+\sin\theta-1+\sin\theta} = \frac{x^2+1}{x^2-1}$ [যোজন-বিয়োজন করে]

বা, $\frac{2}{2\sin\theta} = \frac{x^2+1}{x^2-1}$

$\therefore \sin\theta = \frac{x^2-1}{x^2+1}$ **(দেখানো হলো)**

১১. $a\cos\theta - b\sin\theta = c$ **হলে প্রমাণ কর যে,** $a\sin\theta + b\cos\theta = \pm\sqrt{a^2+b^2-c^2}$

সমাধান: দেওয়া আছে,

$a\cos\theta - b\sin\theta = c$

বা, $(a\cos\theta - b\sin\theta)^2 = c^2$ [উভয় পক্ষকে বর্গ করে]

বা, $a^2\cos^2\theta - 2a\cos\theta.\, b\sin\theta + b^2\sin^2\theta = c^2$

বা, $a^2(1-\sin^2\theta) - 2a\cos\theta.b\sin\theta + b^2(1-\cos^2\theta) = c^2$

বা, $a^2 - a^2\sin^2\theta - 2a\cos\theta.b\sin\theta + b^2 - b^2\cos^2\theta = c^2$

বা, $-(a^2\sin^2\theta + 2a\cos\theta.b\sin\theta + b^2\cos^2\theta) = -(a^2+b^2-c^2)$

বা, $a^2\sin^2\theta + 2a\cos\theta.b\sin\theta + b^2\cos^2\theta = a^2+b^2-c^2$

বা, $(a\sin\theta)^2 + 2a\sin\theta.b\cos\theta + (b\cos\theta)^2 = a^2+b^2-c^2$

বা, $(a\sin\theta + b\cos\theta)^2 = a^2+b^2-c^2$

$\therefore a\sin\theta + b\cos\theta = \pm\sqrt{a^2+b^2-c^2}$ **(প্রমাণিত)**

বিকল্প সমাধান:

দেওয়া আছে, $a\cos\theta - b\sin\theta = c$ ... ... (i)

ধরি, $a\sin\theta + b\cos\theta = x$ ... ... (ii)

সমীকরণ (i) ও (ii) বর্গ করে যোগ করে,

$a^2\cos^2\theta + b^2\sin^2\theta - 2ab\sin\theta\cos\theta + a^2\sin^2\theta + b^2\cos^2\theta + 2ab\sin\theta\cos\theta = c^2 + x^2$

বা, $a^2(\sin^2\theta + \cos^2\theta) + b^2(\sin^2\theta + \cos^2\theta) = c^2 + x^2$

বা, $c^2 + x^2 = a^2 + b^2$

বা, $x^2 = a^2 + b^2 - c^2$

বা, $x = \pm\sqrt{a^2+b^2-c^2}$

$\therefore a\sin\theta + b\cos\theta = \pm\sqrt{a^2+b^2-c^2}$ **(প্রমাণিত)**

১২. মান নির্ণয় কর:

(i) $\sin^2\frac{\pi}{6} + \cos^2\frac{\pi}{4} + \tan^2\frac{\pi}{3} + \cot^2\frac{\pi}{6}$.

সমাধান: $\sin^2\frac{\pi}{6} + \cos^2\frac{\pi}{4} + \tan^2\frac{\pi}{3} + \cot^2\frac{\pi}{6}$

$= \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 + (\sqrt{3})^2 + (\sqrt{3})^2$

$= \frac{1}{4} + \frac{1}{2} + 3 + 3$

$= \frac{1+2+12+12}{4}$

$= \frac{27}{4}$

$\therefore$ নির্ণেয় মান $= \frac{27}{4}$

Ans. $\frac{27}{4}$

(ii) $3\tan^2\frac{\pi}{4} - \sin^2\frac{\pi}{3} - \frac{1}{2}\cot^2\frac{\pi}{6} + \frac{1}{3}\sec^2\frac{\pi}{4}$

সমাধান: $3\tan^2\frac{\pi}{4} - \sin^2\frac{\pi}{3} - \frac{1}{2}\cot^2\frac{\pi}{6} + \frac{1}{3}\sec^2\frac{\pi}{4}$

$= 3(1)^2 - \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \frac{1}{2}(\sqrt{3})^2 + \frac{1}{3}(\sqrt{2})^2$

$= 3 - \frac{3}{4} - \frac{3}{2} + \frac{2}{3}$

$= \frac{36-9-18+8}{12}$

$= \frac{17}{12}$

$\therefore$ নির্ণেয় মান $= \frac{17}{12}$

Ans. $\frac{17}{12}$

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

(iii) $\tan^2\frac{\pi}{4} - \sin^2\frac{\pi}{3}\tan^2\frac{\pi}{6}\tan^2\frac{\pi}{3}.\cos^2\frac{\pi}{4}$

সমাধান: $\tan^2\frac{\pi}{4} - \sin^2\frac{\pi}{3}\tan^2\frac{\pi}{6}\tan^2\frac{\pi}{3}.\cos^2\frac{\pi}{4}$

$= 1^2 - \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2.\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2.(\sqrt{3})^2.\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2$

$= 1 - \frac{3}{4}.\frac{1}{3}.3.\frac{1}{2}.$

$= 1 - \frac{3}{8}$

$= \frac{8-3}{8}$

$= \frac{5}{8}$

$\therefore$ নির্ণেয় মান $= \frac{5}{8}$

Ans. $\frac{5}{8}$

(iv) $\dfrac{\tan\frac{\pi}{3} - \tan\frac{\pi}{6}}{1 + \tan\frac{\pi}{3}\tan\frac{\pi}{6}} + \cos\frac{\pi}{3}\cos\frac{\pi}{6} + \sin\frac{\pi}{3}\sin\frac{\pi}{6}$

সমাধান: $\dfrac{\tan\frac{\pi}{3} - \tan\frac{\pi}{6}}{1 + \tan\frac{\pi}{3}\tan\frac{\pi}{6}} + \cos\frac{\pi}{3}\cos\frac{\pi}{6} + \sin\frac{\pi}{3}\sin\frac{\pi}{6}$

$= \dfrac{\sqrt{3} - \frac{1}{\sqrt{3}}}{1 + \sqrt{3}.\frac{1}{\sqrt{3}}} + \frac{1}{2}.\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}.\frac{1}{2}$

$= \dfrac{\frac{3-1}{\sqrt{3}}}{1+1} + \frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{\sqrt{3}}{4} = \dfrac{\frac{2}{\sqrt{3}}}{2} + 2.\frac{\sqrt{3}}{4}$

$= \frac{2}{\sqrt{3}} \times \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{2+3}{2\sqrt{3}} = \frac{5}{2\sqrt{3}}$

$= \frac{5\sqrt{3}}{2\sqrt{3}.\sqrt{3}} = \frac{5\sqrt{3}}{2.3} = \frac{5\sqrt{3}}{6}$

$\therefore$ নির্ণেয় মান $= \frac{5\sqrt{3}}{6}$

Ans. $\frac{5\sqrt{3}}{6}$

১৩. সরল কর:

$$\frac{1-\sin^2\frac{\pi}{6}}{1+\sin^2\frac{\pi}{4}} \times \frac{\cos^2\frac{\pi}{3} + \cos^2\frac{\pi}{6}}{\operatorname{cosec}^2\frac{\pi}{2} - \cot^2\frac{\pi}{2}} \div \left(\sin\frac{\pi}{3}\tan\frac{\pi}{6}\right) + \left(\sec^2\frac{\pi}{6} - \tan^2\frac{\pi}{6}\right)$$

সমাধান:

$$\frac{1-\sin^2\frac{\pi}{6}}{1+\sin^2\frac{\pi}{4}} \times \frac{\cos^2\frac{\pi}{3} + \cos^2\frac{\pi}{6}}{\operatorname{cosec}^2\frac{\pi}{2} - \cot^2\frac{\pi}{2}} \div \left(\sin\frac{\pi}{3}\tan\frac{\pi}{6}\right) + \left(\sec^2\frac{\pi}{6} - \tan^2\frac{\pi}{6}\right)$$

$$= \frac{1-\left(\frac{1}{2}\right)^2}{1+\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2} \times \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2}{1-0} \div \left(\frac{\sqrt{3}}{2}.\frac{1}{\sqrt{3}}\right) + \left\{\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^2 - \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2\right\}$$

$$= \frac{1-\frac{1}{4}}{1+\frac{1}{2}} \times \left(\frac{1}{4}+\frac{3}{4}\right) \div \frac{1}{2} + \left(\frac{4}{3}-\frac{1}{3}\right).$$

$$= \frac{\frac{3}{4}}{\frac{3}{2}} \times \frac{4}{4} \div \frac{1}{2} + \frac{3}{3}$$

$$= \frac{3}{4} \times \frac{2}{3} \times 2 + \frac{3}{3}$$

$= 1 + 1$

$= 2$

$\therefore$ নির্ণেয় সরলমান $= 2$

Ans. 2

মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত সৃজনশীল বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

★★★ ৮.৭ ত্রিকোণমিতিক অনুপাতসমূহ [টেক্সট পৃষ্ঠা-১৯৬]

- সমকোণী ত্রিভুজে সূক্ষ্মকোণ θ এর জন্যে ৬টি অনুপাত (sine, cosine, tangent, secant, cosecant, cotangent) ব্যবহার হয়।
- $\sin\theta = \frac{\text{লম্ব}}{\text{অতিভুজ}}, \cos\theta = \frac{\text{ভূমি}}{\text{অতিভুজ}}, \tan\theta = \frac{\text{লম্ব}}{\text{ভূমি}}$
- $\sin\theta = \frac{1}{\operatorname{cosec}\theta}, \cos\theta = \frac{1}{\sec\theta}, \tan\theta = \frac{1}{\cot\theta}$
- $\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}, \cot\theta = \frac{\cos\theta}{\sin\theta}$

১. sinθ এর ত্রিকোণমিতিক অনুপাত নিচের কোনটি? (সহজ) [বি এ এফ শাহীন কলেজ, চট্টগ্রাম]

ⓚ $\frac{\text{লম্ব}}{\text{ভূমি}}$ ⓛ $\frac{\text{লম্ব}}{\text{অতিভুজ}}$ ⓜ $\frac{\text{ভূমি}}{\text{লম্ব}}$ ⓝ $\frac{\text{ভূমি}}{\text{অতিভুজ}}$ — খ

২. tanθ এর ত্রিকোণমিতিক অনুপাত নিচের কোনটি? (সহজ)

ⓚ $\frac{\text{লম্ব}}{\text{অতিভুজ}}$ ⓛ $\frac{\text{ভূমি}}{\text{অতিভুজ}}$ ⓜ $\frac{\text{লম্ব}}{\text{ভূমি}}$ ⓝ $\frac{\text{ভূমি}}{\text{লম্ব}}$ — গ

৩. ABC সমকোণী ত্রিভুজে $\sin\theta = \frac{1}{2\sqrt{2}}$ এবং লম্ব ১ একক হলে ত্রিভুজের ভূমি কত একক? (মধ্যম)

ⓚ 1 ⓛ $2\sqrt{2}$ ⓜ $\sqrt{7}$ ⓝ $\sqrt{8}$ — গ

ব্যাখ্যা: $\sin\theta = \frac{\text{লম্ব}}{\text{অতিভুজ}} = \frac{1}{2\sqrt{2}}$ $\therefore$ লম্ব $= 1$, অতিভুজ $= 2\sqrt{2}$

$\therefore$ ভূমি $= \sqrt{(2\sqrt{2})^2 - 1^2} = \sqrt{8-1} = \sqrt{7}$

৪. ABC সমকোণী ত্রিভুজে $\sec\theta = 3$ এবং ভূমি ১ একক হলে লম্ব কত একক? (মধ্যম)

ⓚ 1 ⓛ $\sqrt{3}$ ⓜ $\sqrt{8}$ ⓝ 3 — গ

ব্যাখ্যা: $\sec\theta = \frac{\text{অতিভুজ}}{\text{ভূমি}} = \frac{3}{1}$ $\therefore$ লম্ব $= \sqrt{3^2 - 1^2} = \sqrt{8}$

৫. $\sin\theta = \frac{1}{2}$ হলে, cosecθ এর মান কত? (সহজ) [শেরপুর সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, শেরপুর]

ⓚ $\frac{1}{2}$ ⓛ 1 ⓜ 2 ⓝ $2\sqrt{3}$ — গ

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

৬. $\sin\theta = \cos\theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$ হলে, $\tan\theta$ এর মান কত? (মধ্যম)

ক $\frac{1}{\sqrt{2}}$ খ 1 গ $\sqrt{2}$ ঘ $\sqrt{3}$ — খ

৭. $\cos\theta = \frac{1}{2}$ এবং $\sin\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$ হলে, $\cot\theta$ এর মান কত? (মধ্যম)

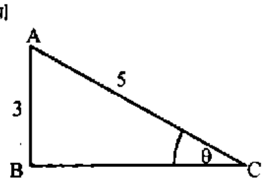
ক $\frac{1}{\sqrt{3}}$ খ $\frac{1}{2}$ গ 1 ঘ $\sqrt{3}$ — ক

৮. $\cos\theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$ হলে, $\sec\theta$ এর মান কত? (সহজ)

[সামসুল হক খান স্কুল, ঢাকা]

ক $\frac{1}{\sqrt{2}}$ খ $\sqrt{2}$ গ $2\sqrt{2}$ ঘ $3\sqrt{2}$ — খ

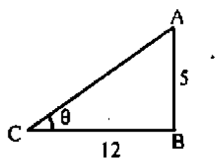
৯. চিত্রে, AB = 3, AC = 5 হলে, $\tan\theta$ = কত? (মধ্যম) [বি এ এফ শাহীন কলেজ, চট্টগ্রাম]



ক $\frac{3}{5}$ খ $\frac{3}{4}$ গ $\frac{4}{3}$ ঘ $\frac{5}{3}$ — খ

ব্যাখ্যা: $BC = \sqrt{5^2 - 3^2} = \sqrt{16} = 4 \quad \therefore \tan\theta = \frac{3}{4}$

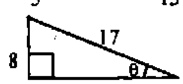
১০.



$\sec\theta$ এর মান কত? (মধ্যম)

ক $\frac{12}{3}$ খ $\frac{12}{13}$ গ $\frac{13}{12}$ ঘ $\frac{13}{5}$ — গ

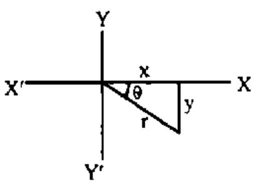
১১.



$\cot\theta$ এর মান কত? (মধ্যম)

ক $\frac{8}{17}$ খ $\frac{8}{15}$ গ $\frac{15}{17}$ ঘ $\frac{15}{8}$ — ঘ

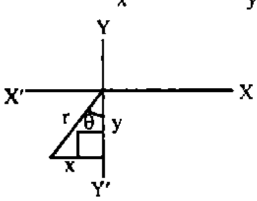
১২.



$\tan\theta$ = নিচের কোনটি? (মধ্যম)

ক $\frac{x}{y}$ খ $\frac{y}{x}$ গ $\frac{x}{y}$ ঘ $-\frac{y}{x}$ — ঘ

১৩.



$\text{cosec}\theta$ এর মান কত? (মধ্যম)

ক $\frac{r}{x}$ খ $\frac{r}{y}$ গ $\frac{r}{x}$ ঘ $-\frac{r}{x}$ — গ

১৪. $\sin\theta = \frac{4}{5}$ হলে, $\cot\theta$ = কত? (মধ্যম)

[বরগুনা জিলা স্কুল, বরগুনা; শেরপুর সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, শেরপুর]

ক $\frac{2}{3}$ খ $\frac{3}{4}$ গ $\frac{4}{3}$ ঘ $\frac{3}{2}$ — খ

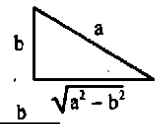
ব্যাখ্যা: $\cos\theta = \sqrt{1 - \sin^2\theta} = \sqrt{1 - \left(\frac{4}{5}\right)^2} = \sqrt{\frac{9}{25}} = \frac{3}{5}$

$\therefore \cot\theta = \frac{\cos\theta}{\sin\theta} = \frac{\frac{3}{5}}{\frac{4}{5}} = \frac{3}{4}$

১৫. $\sin A = \frac{b}{a}$ হলে $\tan A$ এর মান কত? (মধ্যম)

ক $\frac{b}{\sqrt{a^2 - b^2}}$ খ $\frac{a}{\sqrt{a^2 - b^2}}$ গ $\frac{ab}{\sqrt{a^2 - b^2}}$ ঘ $\frac{1}{\sqrt{a^2 - b^2}}$ — ক

ব্যাখ্যা:



$\therefore \tan A = \frac{b}{\sqrt{a^2 - b^2}}$

১৬. ABC সমকোণী ত্রিভুজে $\sin\theta = \frac{2}{\sqrt{5}}$ এবং লম্ব ২ একক হলে—

i. ভূমি 1 একক
ii. $\text{cosec}\theta = \sqrt{5}$
iii. $\tan\theta = 2$

নিচের কোনটি সঠিক ? (মধ্যম)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii — খ

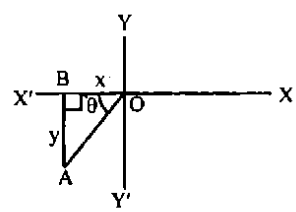
১৭. $\tan\theta = 3\sqrt{3}$ হলে —

i. $\text{cosec}\theta = \frac{2\sqrt{7}}{3\sqrt{3}}$
ii. $\sin\theta = \frac{3\sqrt{3}}{2\sqrt{7}}$
iii. $\cot\theta = \frac{1}{3\sqrt{3}}$

নিচের কোনটি সঠিক ? (মধ্যম)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii — ঘ

১৮.



চিত্রে —

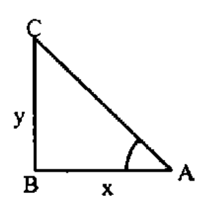
i. $OA = \sqrt{x^2 + y^2}$
ii. $\cos\theta = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}$
iii. $\tan\theta = \frac{y}{x}$

নিচের কোনটি সঠিক ? (মধ্যম)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii — ঘ

১৯. $\cot A = \frac{x}{y}$, যেখানে $x > y > 0$, তাহলে—

i. $AC = \sqrt{x^2 + y^2}$
ii. $\sin A = \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}}$
iii. $\cos A = \frac{x}{\sqrt{x^2 - y^2}}$



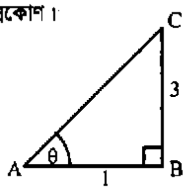
নিচের কোনটি সঠিক ? (মধ্যম)

ক i ও ii খ i ও iii
গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii — ক

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

নিচের তথ্যের আলোকে (২০-২৩) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

ΔABC-এ θ সূক্ষ্মকোণ।



২০. $AC =$ কত? (সহজ)

ক $\sqrt{10}$ খ 9 গ 10 ঘ 16 — ক

২১. $\tan\theta$ এর মান কত? (সহজ)

ক 1 খ 2 গ 3 ঘ 4 — গ

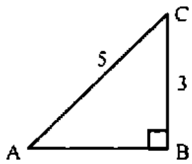
২২. $\operatorname{cosec}\theta$ এর মান কত? (মধ্যম)

ক $\frac{1}{\sqrt{10}}$ খ 1 গ $\frac{\sqrt{10}}{3}$ ঘ 10 — গ

২৩. $\sec\theta$ এর মান কত? (সহজ)

ক $\frac{1}{\sqrt{10}}$ খ $\sqrt{10}$ গ 9 ঘ 10 — খ

নিচের তথ্যের আলোকে (২৪-২৬) নং প্রশ্নের উত্তর দাও।



২৪. $\angle A$ সূক্ষ্মকোণ বিবেচনায় ভূমির দৈর্ঘ্য কত একক? (সহজ)

ক 2 খ 3 গ 4 ঘ 5 — গ

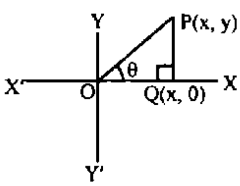
২৫. $\tan C$ এর মান কত? (মধ্যম)

ক $\frac{3}{4}$ খ $\frac{4}{3}$ গ $\frac{3}{5}$ ঘ $\frac{5}{3}$ — খ

২৬. $\tan A + \tan C =$ কত? (মধ্যম)

ক $\frac{25}{12}$ খ $\frac{25}{16}$ গ $\frac{12}{25}$ ঘ $\frac{16}{25}$ — ক

নিচের তথ্যের আলোকে (২৭-৩০) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:



২৭. OP এর দৈর্ঘ্য কত? (মধ্যম)

ক x খ y গ $x^2 + y^2$ ঘ $\sqrt{x^2+y^2}$ — ঘ

২৮. $\tan\theta - \sec\theta$ এর মান কত? (কঠিন)

ক $\frac{x - \sqrt{x^2+y^2}}{y}$ খ $\frac{y - \sqrt{x^2+y^2}}{x}$

গ $\frac{\sqrt{x - \sqrt{x^2+y^2}}}{y}$ ঘ $\frac{\sqrt{y - \sqrt{x^2+y^2}}}{x}$ — খ

ব্যাখ্যা: $\tan\theta = \frac{y}{x}$, $\sec\theta = \frac{\sqrt{x^2+y^2}}{x}$

$\therefore \tan\theta - \sec\theta = \frac{y}{x} - \frac{\sqrt{x^2+y^2}}{x} = \frac{y - \sqrt{x^2+y^2}}{x}$

২৯. $\cot\theta - \operatorname{cosec}\theta$ এর মান কত? (কঠিন)

ক $\frac{x - \sqrt{x^2+y^2}}{y}$ খ $\frac{y - \sqrt{x^2+y^2}}{x}$

গ $\frac{x + \sqrt{x^2+y^2}}{y}$ ঘ $\frac{y + \sqrt{x^2+y^2}}{x}$ — ক

ব্যাখ্যা: $\operatorname{cosec}\theta = \frac{\sqrt{x^2+y^2}}{y}$, $\cot\theta = \frac{x}{y}$

$\therefore \cot\theta - \operatorname{cosec}\theta = \frac{x}{y} - \frac{\sqrt{x^2+y^2}}{y} = \frac{x - \sqrt{x^2+y^2}}{y}$

৩০. $(\sin\theta + \cos\theta)^2$ এর মান কত? (কঠিন)

ক $\frac{\sqrt{x^2+y^2}}{x+y}$ খ $\frac{x^2+y^2}{(x+y)^2}$

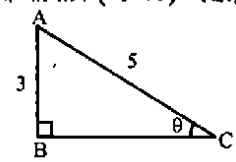
গ $\frac{(x+y)^2}{x^2+y^2}$ ঘ $\frac{x+y}{\sqrt{x^2+y^2}}$ — গ

ব্যাখ্যা: $\sin\theta = \frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}}$, $\cos\theta = \frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}$

$\therefore (\sin\theta + \cos\theta)^2 = \left(\frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}} + \frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}\right)^2$

$= \left(\frac{x+y}{\sqrt{x^2+y^2}}\right)^2 = \frac{(x+y)^2}{x^2+y^2}$

নিচের তথ্যের আলোকে (৩১-৩৪) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:



৩১. BC এর দৈর্ঘ্য কত? (সহজ)

ক 3 খ 4 গ 5 ঘ 6 — খ

৩২. $\sin\theta =$ কত? (সহজ)

ক $\frac{3}{4}$ খ $\frac{3}{5}$ গ $\frac{4}{5}$ ঘ $\frac{4}{3}$ — খ

৩৩. $\cos\theta =$ কত? (সহজ)

ক $\frac{3}{4}$ খ $\frac{3}{5}$ গ $\frac{4}{5}$ ঘ $\frac{5}{4}$ — গ

৩৪. $\cot\theta =$ কত? (সহজ)

ক $\frac{3}{4}$ খ $\frac{5}{3}$ গ $\frac{4}{5}$ ঘ $\frac{4}{3}$ — ঘ

★★★ ৮.৮ ত্রিকোণমিতিক অনুপাত সংক্রান্ত কতিপয় সহজ অভেদাবলি | Text পৃষ্ঠা-১৫০

- $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$, $\sec^2\theta - \tan^2\theta = 1$, $\operatorname{cosec}^2\theta - \cot^2\theta = 1$

৩৫. $\sin\theta = \frac{1}{2}$ হলে, $\cos^2\theta$ এর মান কত? (মধ্যম)

ক $\frac{1}{4}$ খ $\frac{3}{4}$ গ 1 ঘ 2 — খ

ব্যাখ্যা: $\sin^2\theta = \frac{1}{4}$ $\therefore \cos^2\theta = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

৩৬. $\theta = 45°$ হলে, $\sec^2\theta - \tan^2\theta$ এর মান কত? (সহজ) [শেরপুর সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, শেরপুর]

ক 0 খ 1 গ 2 ঘ 3 — খ

৩৭. $\sin^2 0° + \cos^2 0° = ?$ (সহজ)

ক 0 খ −1 গ 1 ঘ 2 — গ

৩৮. $\sec^2\frac{\pi}{4} - \tan^2\frac{\pi}{4}$ এর মান কত? (সহজ)

ক $2\sqrt{3}$ খ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ গ 1 ঘ 0 — গ

৩৯. $\operatorname{cosec}\theta = \sqrt{2}$ হলে $\cot\theta =$ কত? (মধ্যম)

ক 0 খ 1 গ $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ঘ $\frac{\sqrt{2}}{3}$ — খ

ব্যাখ্যা: $\operatorname{cosec}^2\theta = (\sqrt{2})^2 = 2$

$\therefore \cot^2\theta = \operatorname{cosec}^2\theta - 1 = 2 - 1 = 1$

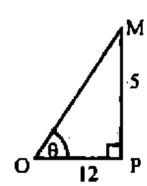
$\therefore \cot\theta = 1$

৪০. পাশের চিত্র অনুসারে—

i. $OM = 13$

ii. $\sec\theta = \frac{13}{12}$

iii. $\tan^2\theta = \frac{25}{144}$



নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii — ঘ

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

৪১. $\cos\theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$ হলে —

i. $\sec^2\theta = 2$
ii. $\tan^2\theta = 1$
iii. $\cot^2\theta = 2$

নিচের কোনটি সঠিক ? (মধ্যম)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **ক**

নিচের তথ্যের আলোকে (৪২-৪৩) নং প্রশ্নের উত্তর দাও।

$\cos\theta = \frac{1}{2}$ এবং $\sin\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$।

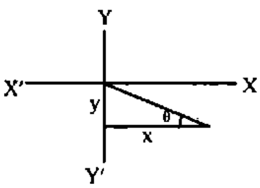
৪২. **$\cot^2\theta$ এর মান কত?** (মধ্যম) [মেহেরপুর সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, মেহেরপুর]

ক $\frac{1}{\sqrt{3}}$ খ $\frac{1}{3}$ গ 1 ঘ 3 **খ**

৪৩. **$\text{cosec}^2\theta$ এর মান কত?** (মধ্যম) [মেহেরপুর সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, মেহেরপুর]

ক $\frac{1}{3}$ খ $\frac{4}{3}$ গ 2 ঘ 3 **খ**

নিচের তথ্যের আলোকে (৪৪-৪৬) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:



৪৪. **$\sin^2\theta$ = কত?** (সহজ)

ক $\frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}}$ খ $\frac{\sqrt{x^2+y^2}}{y}$
গ $\frac{y^2}{\sqrt{x^2+y^2}}$ ঘ $\frac{y^2}{x^2+y^2}$ **ঘ**

ব্যাখ্যা: $\sin\theta = \frac{-y}{\sqrt{x^2+y^2}}$ $\therefore \sin^2\theta = \frac{y^2}{x^2+y^2}$

৪৫. **$\cos^2\theta$ = কত?** (সহজ)

ক 0 খ 1 গ $\frac{x^2}{x^2+y^2}$ ঘ $\frac{x^2+y^2}{x^2}$ **গ**

৪৬. **$1+\tan^2\theta$ = কত?** (সহজ)

ক $\frac{x^2+y^2}{y^2}$ খ $\frac{x^2+y^2}{x^2}$
গ $\frac{\sqrt{x^2+y^2}}{y^2}$ ঘ $\frac{\sqrt{x^2+y^2}}{x^2}$ **খ**

ব্যাখ্যা: $1+\tan^2\theta = \sec^2\theta = \left(\frac{\sqrt{x^2+y^2}}{x}\right)^2 = \frac{x^2+y^2}{x^2}$

★★★ ৮.৯ বিভিন্ন চতুর্ভাগে ত্রিকোণমিতিক অনুপাতসমূহের চিহ্ন | Text পৃষ্ঠা-১৫১

- ১ম চতুর্ভাগে সকল ত্রিকোণমিত্রিক অনুপাত ধনাত্মক।
- ২য় চতুর্ভাগে sine, cosec অনুপাত ধনাত্মক।
- ৩য় চতুর্ভাগে tan, cot অনুপাত ধনাত্মক।
- ৪র্থ চতুর্ভাগে cos ও sec অনুপাত ধনাত্মক।

৪৭. **কোন চতুর্ভাগে সকল ত্রিকোণমিতিক অনুপাতের মান ধনাত্মক?** (সহজ)

ক ১ম খ ২য় গ ৩য় ঘ ৪র্থ **ক**

৪৮. **θ কোণটি চতুর্থ চতুর্ভাগে অবস্থান করে এবং $\cos\theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$ হলে $\cos(-\theta)$ এর মান কত?** (কঠিন)

ক $\frac{-1}{\sqrt{2}}$ খ $\frac{1}{\sqrt{2}}$ গ $\sqrt{2}$ ঘ 2 **খ**

৪৯. **$\tan\theta = \sqrt{3}$ হলে $\tan(-\theta)$ এর মান কত?** (মধ্যম)

ক $-\frac{1}{\sqrt{3}}$ খ $-\sqrt{3}$ গ $\frac{1}{\sqrt{3}}$ ঘ $\sqrt{3}$ **খ**

৫০. **$\cos\theta = \frac{4}{5}$ এবং $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ হলে $\cot\theta$ এর মান কত?** (মধ্যম)

ক $\frac{5}{4}$ খ $\frac{5}{3}$ গ $\frac{4}{3}$ ঘ $\frac{3}{4}$ **গ**

ব্যাখ্যা: $\cos\theta = \frac{4}{5}$ $\therefore \cos^2\theta = \frac{16}{25}$

$\sin^2\theta = 1 - \cos^2\theta = 1 - \frac{16}{25} = \frac{9}{25}$ $\therefore \sin\theta = \frac{3}{5}$

$\therefore \cot\theta = \frac{\cos\theta}{\sin\theta} = \frac{\frac{4}{5}}{\frac{3}{5}} = \frac{4}{3}$

$0 < \theta < \frac{\pi}{2}$, অর্থাৎ ১ম চতুর্ভাগ। ১ম চতুর্ভাগে সকল ত্রিকোনোমিতিক অনুপাত ধনাত্মক।

৫১. **$\sin\theta = \frac{4}{5}$ এবং $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$ হলে $\tan\theta$ এর মান কত?** (মধ্যম)

ক $-\frac{5}{3}$ খ $-\frac{4}{3}$ গ $\frac{4}{3}$ ঘ $\frac{5}{4}$ **খ**

ব্যাখ্যা: $\sin\theta = \frac{\text{লম্ব}}{\text{অতিভুজ}} = \frac{4}{5}$

$\therefore$ লম্ব = 4, অতিভুজ = 5 $\therefore$ ভূমি $= \sqrt{5^2-4^2} = \sqrt{3^2} = 3$

$\therefore \tan\theta = \frac{\text{লম্ব}}{\text{ভূমি}} = \frac{4}{3}$ আবার, $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$ অর্থাৎ ২য় চতুর্ভাগ। ২য় চতুর্ভাগে sin ও cosec ধনাত্মক। সুতরাং $\tan\theta = -\frac{4}{3}$

৫২. **$\tan\theta = \frac{1}{2}$ এবং $\pi < \theta < \frac{3\pi}{2}$ হলে $\cos\theta$ এর মান কত?** (মধ্যম)

ক $\frac{1}{\sqrt{5}}$ খ $-\frac{1}{\sqrt{5}}$ গ $\frac{2}{\sqrt{5}}$ ঘ $-\frac{2}{\sqrt{5}}$ **ঘ**

ব্যাখ্যা: $\tan\theta = \frac{\text{লম্ব}}{\text{ভূমি}} = \frac{1}{2}$ $\therefore$ লম্ব = 1, ভূমি = 2

$\therefore$ অতিভুজ $= \sqrt{1^2+2^2} = \sqrt{5}$

$\therefore \cos\theta = \frac{\text{ভূমি}}{\text{অতিভুজ}} = \frac{2}{\sqrt{5}}$

আবার, $\pi < \theta < \frac{3\pi}{2}$ অর্থাৎ ৩য় চতুর্ভাগ। ৩য় চতুর্ভাগে tan ও cot অনুপাত ধনাত্মক। সুতরাং $\cos\theta = -\frac{2}{\sqrt{5}}$

৫৩. **$\sec\theta = \frac{5}{4}$ এবং $\pi < \theta < \frac{3\pi}{2}$ হলে $\text{cosec}\theta$ এর মান কত?** (মধ্যম)

ক $-\frac{3}{5}$ খ $-\frac{5}{3}$ গ $\frac{3}{5}$ ঘ $\frac{5}{3}$ **খ**

ব্যাখ্যা: $\sec\theta = \frac{\text{অতিভুজ}}{\text{ভূমি}} = \frac{5}{4}$ $\therefore$ অতিভুজ = 5, ভূমি = 4

$\therefore$ লম্ব = 3 $\therefore \text{cosec}\theta = \frac{\text{অতিভুজ}}{\text{ভূমি}} = \frac{5}{3}$

আবার, $\pi < \theta < \frac{3\pi}{2}$ অর্থাৎ ৩য় চতুর্ভাগ। ৩য় চতুর্ভাগে tan ও cot ধনাত্মক।

$\therefore \text{cosec}\,\theta = -\frac{5}{3}$

৫৪. **$\text{cosec}(-\theta)$ = কত?** (সহজ)

ক $-\text{cosec}\theta$ খ $\text{cosec}\theta$ গ $\sin\theta$ ঘ $-\sin\theta$ **ক**

৫৫. **$\sin\theta = \frac{5}{13}$ এবং θ ধনাত্মক হলে—**

i. ভূমি = 12
ii. $\tan\theta = \frac{5}{12}$
iii. $\cot\theta = -\frac{12}{5}$

নিচের কোনটি সঠিক ? (মধ্যম)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **ক**

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

৫৬. **$\tan\theta = \sqrt{3}$ হলে—**
i. $\theta = 30°$
ii. $\cot\theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$
iii. $\tan(-\theta) = -\sqrt{3}$
নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)
ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **গ**

নিচের তথ্যের আলোকে (৫৭-৫৯) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:
$\tan\theta = \frac{5}{12}$ এবং θ তৃতীয় চতুর্ভাগে অবস্থান করে।

৫৭. **$\cos(-\theta)$ = কত?** (মধ্যম) [শেরপুর সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, শেরপুর]
ক $\frac{-13}{12}$ খ $\frac{-12}{13}$ গ $\frac{12}{13}$ ঘ $\frac{13}{12}$ **খ**
ব্যাখ্যা: $\cos(-\theta) = \cos\theta$ কিন্তু তৃতীয় চতুর্ভাগে $\cos\theta$ ঋণাত্মক।

৫৮. **$\sin\theta$ = কত?** (মধ্যম)
ক $\frac{-12}{13}$ খ $\frac{-13}{12}$ গ $\frac{-13}{5}$ ঘ $-\frac{5}{13}$ **ঘ**

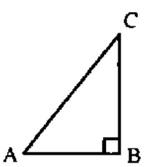
৫৯. **$\sec(-\theta) + \tan\theta$ = কত?** (মধ্যম)
ক $-\frac{2}{3}$ খ $\frac{-3}{2}$ গ $\frac{2}{3}$ ঘ $\frac{3}{2}$ **ক**
ব্যাখ্যা: $\sec(-\theta) = -\frac{13}{12} + \frac{5}{12} = \frac{-8}{12} = -\frac{2}{3}$

★★★ ৮.১০ আদর্শ কোণসমূহের ত্রিকোণমিতিক অনুপাত। Text পৃষ্ঠা-১৫২

- $\sin\frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}, \cos\frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}, \tan\frac{\pi}{6} = \frac{1}{\sqrt{3}}$
- $\sin\frac{\pi}{4} = \frac{1}{\sqrt{2}}, \cos\frac{\pi}{4} = \frac{1}{\sqrt{2}}, \tan\frac{\pi}{4} = 1$
- $\sin\frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}, \cos\frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}, \tan\frac{\pi}{3} = \sqrt{3}$
- $\sin\frac{\pi}{2} = 1, \cos\frac{\pi}{2} = 0, \tan\frac{\pi}{2}, \sec\frac{\pi}{2}$ অসংজ্ঞায়িত।
- $\sin 0 = 0, \cos 0 = 1$, $\cot 0$ ও $\text{cosec}\, 0$ অসংজ্ঞায়িত।

৬০. **A = 30°, B = 60° হলে sin (A + B) এর মান কত?** (সহজ)
ক −1 খ 0 গ 1 ঘ $\frac{3}{2}$ **গ**

৬১. **A = 60°, B = 30° হলে cos (A − B) = কত?** (সহজ)
ক $\frac{1}{\sqrt{3}}$ খ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ গ $\frac{2}{\sqrt{3}}$ ঘ $\frac{3}{2}$ **খ**

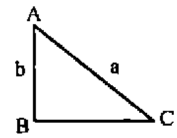
৬২.


$\tan\frac{A+C}{2}$ = কত? (মধ্যম)
ক 0 খ 1 গ $\sqrt{3}$ ঘ $\frac{1}{\sqrt{3}}$ **খ**

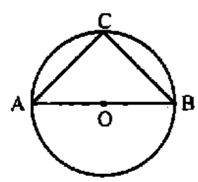
৬৩. **$\cos\theta = \frac{1}{2}$ হলে θ এর মান কত?** (মধ্যম) [শেরপুর সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, শেরপুর]
ক $\frac{\pi}{4}$ খ $\frac{\pi}{3}$ গ $\frac{\pi}{2}$ ঘ π **খ**

৬৪. **$\sin A = \frac{1}{\sqrt{2}}$ হলে tanA = কত?** (মধ্যম)
ক $\frac{1}{\sqrt{3}}$ খ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ গ 1 ঘ $\sqrt{3}$ **গ**
ব্যাখ্যা: $\sin A = \frac{1}{\sqrt{2}} = \sin 45°$ ∴ A = 45°

৬৫. **$\cos A = \frac{1}{2}$ এবং cosA ও sinA একই চিহ্নবিশিষ্ট ও সমমানের হলে —**
i. $\sin A = \frac{-1}{2}$
ii. tanA = 1
iii. $\tan A + \sin A = \frac{3}{2}$
নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)
ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **গ**

৬৬. **$\text{cosec}A = \frac{a}{b}$ (যেখানে a > b > 0) হলে—**
[ঝিনাইদহ সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, ঝিনাইদহ; এ.কে স্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা]
i. $\tan A = \frac{b}{\sqrt{a^2 - b^2}}$
ii. $\cot A = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{b}$
iii. $\tan A = \frac{\pm b}{a^2 - b^2}$
নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)
ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **ক**
ব্যাখ্যা:


∴ $BC = \sqrt{a^2 - b^2}$
∴ $\tan A = \frac{b}{\sqrt{a^2 - b^2}} = \frac{b}{\sqrt{a^2 - b^2}}$

নিচের তথ্যের আলোকে (৬৭-৬৯) নং প্রশ্নের উত্তর দাও।
O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের ব্যাসার্ধ 5 সে.মি.।


৬৭. **sinC এর মান কত?** (মধ্যম)
ক −1 খ 0 গ $\frac{1}{2}$ ঘ 1 **ঘ**
ব্যাখ্যা: ∠ACB অর্ধবৃত্তস্থ কোণ = 1 সমকোণ।

৬৮. **cos (A + B) এর মান কত?** (মধ্যম)
ক 0 খ $\frac{1}{2}$ গ $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ঘ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ **ক**

৬৯. **sec (A + B) এর মান কত?** (সহজ)
ক 0 খ 1
গ $\sqrt{3}$ ঘ অসংজ্ঞায়িত **ঘ**

★★★ ৮.১১ ত্রিকোণমিতিক অনুপাতসমূহের সর্বনিম্ন ও সর্বোচ্চ মান বা মানের পরিধি। Text পৃষ্ঠা-১৫৫

- $-1 \le \sin\theta \le 1$ এবং $-1 \le \cos\theta \le 1$
- $\sec\theta \le -1$ অথবা $\sec\theta \ge 1$ এবং $\text{cosec}\theta \le -1$ অথবা $\text{cosec}\theta \ge 1$
- $-\infty < \tan\theta, \cot\theta < +\infty$

৭০. **ত্রিকোণমিতিক অনুপাতসমূহের মানের সীমাবদ্ধতা অনুসারে যে কোনো θ এর জন্য নিচের কোনটি সঠিক?** (সহজ)
ক $-1 < \sin\theta < 1$ খ $-1 \le \sin\theta \le 1$
গ $-1 < \cos\theta < 1$ ঘ $-1 \le \cos\theta \ge 1$ **খ**

৭১. **cosθ এর সর্বোচ্চ মান কত?** (সহজ)
ক −1 খ 0 গ 1 ঘ 2 **গ**

৭২. **sinθ এর সর্বনিম্ন মান কত?** (সহজ)
ক −1 খ $-\frac{1}{2}$ গ $\frac{1}{2}$ ঘ 1 **ক**

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

৭৩. $\sin\theta + \cos\theta$ এর সর্বোচ্চ মান কত? (মধ্যম)

ক) -2 খ) -1 গ) 1 ঘ) 2 — ঘ

৭৪. $\sec\theta + \tan\theta = 2$ হলে $\sec\theta - \tan\theta$ এর মান নিচের কোনটি নির্দেশ করে? (মধ্যম) [মেহেরপুর সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, মেহেরপুর]

ক) 0 খ) $\frac{1}{2}$ গ) $\frac{2}{3}$ ঘ) 3 — খ

৭৫. $\left(\frac{\pi}{2} < \theta < \pi\right)$ এবং $\tan\theta = -\frac{1}{2}$ হলে, $\sin\theta$ এর মান কত? (কঠিন)

ক) $\frac{-1}{\sqrt{5}}$ খ) $\frac{1}{\sqrt{5}}$ গ) $\sqrt{5}$ ঘ) 3 — খ

ব্যাখ্যা: দ্বিতীয় চতুর্ভাগে sin অনুপাত ধনাত্মক।

৭৬. $\left(\frac{\pi}{2} < \theta < \pi\right)$ এবং $\tan\theta = -\sqrt{3}$ হলে, $\cot\theta$ এর মান কত? (মধ্যম)

ক) $-\frac{1}{\sqrt{3}}$ খ) $-\sqrt{3}$ গ) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ ঘ) $\sqrt{3}$ — ক

৭৭. $\cos\frac{\pi}{6}.\sec\frac{\pi}{6} - \cot\frac{\pi}{4}$ এর মান কত? (কঠিন)

ক) 1 খ) 0 গ) -1 ঘ) -2 — খ

৭৮. $\cot^2\frac{\pi}{6} + \cos^2\frac{\pi}{6} - \sec^2\frac{\pi}{4}$ এর মান কত? (কঠিন)

ক) 1 খ) $\sqrt{3}$ গ) 2 ঘ) 5 — গ

ব্যাখ্যা: $\cot^2\frac{\pi}{6} + \cos^2\frac{\pi}{6} - \sec^2\frac{\pi}{4}$

$= 3 + \frac{3}{4} - 2 = 3 \times \frac{4}{3} - 2 = 4 - 2 = 2$

৭৯. $A = \frac{\pi}{3}$ ও $B = \frac{\pi}{6}$ হলে $\cot(A + B)$ এর মান কত? (মধ্যম)

ক) 0 খ) 1 গ) $\frac{1}{2}$ ঘ) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ — ক

৮০. $A = 60°$ হলে—

i. $\sin A = \frac{\sqrt{3}}{2}$

ii. $\sin^3 A = \frac{3\sqrt{3}}{8}$

iii. $3\sin A - 4\sin^3 A = 0$

নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)

ক) i ও ii খ) i ও iii গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii — ঘ

৮১. $A = \frac{\pi}{6}$ এবং $B = \frac{\pi}{4}$ হলে—

i. $\cos^2 A + \cos^2 B = \frac{5}{4}$

ii. $2\sin A\cos B = \frac{1}{\sqrt{2}}$

iii. $\tan^2 B = 1$

নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)

ক) i ও ii খ) i ও iii গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii — ঘ

৮২. $A = \frac{\pi}{3}$ হলে—

i. $\text{cosec}^2 A = \frac{4}{3}$

ii. $\cot^2\frac{\pi}{3} = \frac{1}{3}$

iii. $\sec^2 A - \tan^2 A = 1$

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ক) i ও ii খ) i ও iii গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii — ঘ

নিচের তথ্যের আলোকে (৮৩-৮৫) নং প্রশ্নের উত্তর দাও।

$\sin A = \frac{1}{\sqrt{2}}$ এবং $B = 60°$।

৮৩. A এর মান কত ডিগ্রি? (মধ্যম)

ক) 0 খ) 45 গ) 60 ঘ) 90 — খ

ব্যাখ্যা: $\sin A = \frac{1}{\sqrt{2}} = \sin 45°$

$\therefore A = 45°$

৮৪. $\tan B - \tan A$ = কত? (মধ্যম)

ক) $\sqrt{3} - 1$ খ) $\sqrt{3} + 1$ গ) $1 - \sqrt{3}$ ঘ) $\sqrt{3}$ — ক

৮৫. $\frac{\tan B - \tan A}{1 + \tan B.\tan A}$ = কত? (মধ্যম)

ক) $\frac{\sqrt{3} - 1}{2}$ খ) $\frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{3} + 1}$ গ) $\sqrt{3} + 1$ ঘ) $1 - \sqrt{3}$ — খ

নিচের তথ্যের আলোকে (৮৬-৮৯) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

$A = \frac{\pi}{3}$ এবং $B = \frac{\pi}{4}$

৮৬. $\sec A - \cot B$ এর মান কত? (মধ্যম)

ক) 3 খ) 2 গ) 1 ঘ) 0 — গ

৮৭. $2\cos A\cos B$ এর মান কত? (মধ্যম)

ক) $\frac{1}{2}$ খ) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ গ) $\frac{1}{2\sqrt{2}}$ ঘ) $\frac{3}{\sqrt{2}}$ — খ

৮৮. $\frac{2\tan A}{1 - \tan^2 A}$ এর মান কত? (কঠিন)

ক) $-\sqrt{3}$ খ) $-\sqrt{2}$ গ) $\sqrt{2}$ ঘ) $\sqrt{3}$ — ক

ব্যাখ্যা: $\frac{2\tan A}{1 - \tan^2 A} = \frac{2\tan\frac{\pi}{3}}{1 - \left(\tan\frac{\pi}{3}\right)^2} = \frac{2\sqrt{3}}{1 - 3} = \frac{2\sqrt{3}}{-2} = -\sqrt{3}$

৮৯. $\cos^2 B - \sin^2 B$ এর মান কত? (মধ্যম)

ক) -1 খ) 0 গ) 1 ঘ) 2 — খ

ব্যাখ্যা: $\cos^2\frac{\pi}{4} - \sin^2\frac{\pi}{4} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 0$

শ্রেণির কাজের ওপর সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

প্রশ্ন ▶ ১ ABC একটি সমকোণী ত্রিভুজ যার $\angle B = 90°$, $\angle C = \theta$ এবং $\sin\theta = \frac{2}{\sqrt{5}}$.

◀ কাজ, পৃষ্ঠা-১৪৭

ক. তথ্যানুসারে ত্রিভুজটির আনুপাতিক চিত্র আঁক ও বর্ণনা দাও। ২

খ. আনুপাতিক ত্রিভুজের ভূমি নির্ণয় করে অন্য ত্রিকোণমিতিক অনুপাতসমূহ নির্ণয় কর। ৪

গ. প্রমাণ কর যে,

(i) $\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$

(ii) $\cot\theta = \frac{\cos\theta}{\sin\theta}$

(iii) $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$ ৪

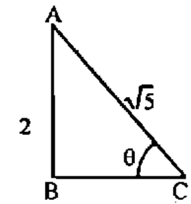
১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক ABC সমকোণী ত্রিভুজটি আঁকি।

যার $\angle ABC = 90°$ অতিভুজ $= AC$,

লম্ব $= AB$,

ভূমি $= BC$ এবং $\angle ACB = \theta$



www.bdniyog.com
www.pathagar.com

খ দেওয়া আছে, $\sin\theta = \frac{2}{\sqrt{5}}$

বা, $\sin\theta = \frac{\text{লম্ব}}{\text{অতিভুজ}} = \frac{2}{\sqrt{5}}$

$\therefore$ লম্ব, AB = 2 একক এবং অতিভুজ, $AC = \sqrt{5}$ একক

পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুযায়ী,

$AC^2 = AB^2 + BC^2$

বা, $BC^2 = AC^2 - AB^2$

বা, $BC = \sqrt{AC^2 - AB^2}$

বা, $BC = \sqrt{(\sqrt{5})^2 - 2^2}$

বা, $BC = \sqrt{5 - 4}$

বা, $BC = 1$

$\therefore$ BC = ভূমি = 1 একক

সুতরাং, অন্য ত্রিকোণমিতিক অনুপাত সমূহ :

$\cos\theta = \frac{\text{ভূমি}}{\text{অতিভুজ}} = \frac{1}{\sqrt{5}}$

$\tan\theta = \frac{\text{লম্ব}}{\text{ভূমি}} = \frac{2}{1} = 2$

$\cot\theta = \frac{\text{ভূমি}}{\text{লম্ব}} = \frac{1}{2}$

$\sec\theta = \frac{\text{অতিভুজ}}{\text{ভূমি}} = \frac{\sqrt{5}}{1} = \sqrt{5}$

এবং $\text{cosec}\theta = \frac{\text{অতিভুজ}}{\text{লম্ব}} = \frac{\sqrt{5}}{2}$

গ (i) 'খ' থেকে পাই, $\tan\theta = 2$

আবার, $\frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{\frac{2}{\sqrt{5}}}{\frac{1}{\sqrt{5}}}$ ['খ' থেকে পাই]

$= \frac{2}{\sqrt{5}} \times \sqrt{5} = 2$

$\therefore \tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$ **(প্রমাণিত)**

(ii) 'খ' থেকে পাই, $\cot\theta = \frac{1}{2}$

আবার, $\frac{\cos\theta}{\sin\theta} = \frac{\frac{1}{\sqrt{5}}}{\frac{2}{\sqrt{5}}}$ ['খ' থেকে পাই]

$= \frac{1}{\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{2} = \frac{1}{2}$

$\therefore \cot\theta = \frac{\cos\theta}{\sin\theta}$ **(প্রমাণিত)**

(iii) 'খ' হতে পাই, $\sin\theta = \frac{2}{\sqrt{5}}$

$\therefore \sin^2\theta = \frac{4}{5}$

এবং $\cos\theta = \frac{1}{\sqrt{5}}$

$\therefore \cos^2\theta = \frac{1}{5}$

$\sin^2\theta + \cos^2\theta = \frac{4}{5} + \frac{1}{5} = \frac{4+1}{5} = 1$

$\therefore \sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$ **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▶ ২ ABC একটি সমকোণী ত্রিভুজ। ত্রিভুজটি, ভূমি, লম্ব ও অতিভুজ যথাক্রমে x, y ও r এবং ভূমি সংলগ্ন সূক্ষ্মকোণ θ *৫ কাজ, পৃষ্ঠা-১৫০*

[মাতৃপীঠ সরকারী বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, চাঁদপুর]

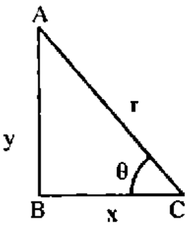
ক. তথ্যানুসারে চিত্র অঙ্কন করে সংক্ষিপ্ত বর্ণনা দাও। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\sec^2\theta - \tan^2\theta = 1$ ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $\text{cosec}^2\theta - \cot^2\theta = 1$ এবং $(\sec^2\theta - \text{cosec}^2\theta) - (\tan^2\theta - \cot^2\theta) = 0$ ৪

২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক ABC একটি সমকোণী ত্রিভুজ। যার ভূমি, BC = x একক, লম্ব, AB = y একক ও অতিভুজ, AC = r একক। ভূমি সংলগ্ন সূক্ষ্মকোণ, $\angle ACB = \theta$.



খ প্রমাণ করতে হবে যে, $\sec^2\theta - \tan^2\theta = 1$

'ক' এর চিত্র থেকে আমরা দেখি যে,

$\sec\theta = \frac{\text{অতিভুজ}}{\text{ভূমি}} = \frac{r}{x}$

$\tan\theta = \frac{\text{লম্ব}}{\text{ভূমি}} = \frac{y}{x}$

এবং $r^2 = x^2 + y^2$

$\therefore \sec^2\theta - \tan^2\theta = \left(\frac{r}{x}\right)^2 - \left(\frac{y}{x}\right)^2$

$= \frac{r^2}{x^2} - \frac{y^2}{x^2}$

$= \frac{r^2 - y^2}{x^2}$

$= \frac{x^2}{x^2}$ [$\because r^2 = x^2 + y^2$ বা, $x^2 = r^2 - y^2$]

$= 1.$

$\therefore \sec^2\theta - \tan^2\theta = 1$ **(প্রমাণিত)**

গ **প্রথম অংশ:** প্রমাণ করতে হবে যে, $\text{cosec}^2\theta - \cot^2\theta = 1$.

'ক' এর চিত্র থেকে পাই,

$\text{cosec}\theta = \frac{\text{অতিভুজ}}{\text{লম্ব}} = \frac{r}{y}$

$\cot\theta = \frac{\text{ভূমি}}{\text{লম্ব}} = \frac{x}{y}$

এবং $r^2 = x^2 + y^2$

$\therefore \text{cosec}^2\theta - \cot^2\theta = \left(\frac{r}{y}\right)^2 - \left(\frac{x}{y}\right)^2$

$= \frac{r^2}{y^2} - \frac{x^2}{y^2}$

$= \frac{r^2 - x^2}{y^2}$

$= \frac{x^2 + y^2 - x^2}{y^2}$ [$\because r^2 = x^2 + y^2$]

$= \frac{y^2}{y^2} = 1.$

$\therefore \text{cosec}^2\theta - \cot^2\theta = 1.$ **(প্রমাণিত)**

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

দ্বিতীয় অংশ: $(\sec^2\theta - \csc^2\theta) - (\tan^2\theta - \cot^2\theta)$
$= (\sec^2\theta - \tan^2\theta) - (\csc^2\theta - \cot^2\theta)$
$= 1 - (\csc^2\theta - \cot^2\theta)$ ['খ' হতে]
$= 1 - 1$ ['গ' হতে]
$= 0$
$\therefore (\sec^2\theta - \csc^2\theta) - (\tan^2\theta - \cot^2\theta) = 0$ **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▶ ৩ $\sin^2\frac{\pi}{4}\cos^2\frac{\pi}{3} + \tan^2\frac{\pi}{6}\sec^2\frac{\pi}{3} + \cot^2\frac{\pi}{3}\csc^2\frac{\pi}{4}$ **একটি রাশি।**

◀ কাজ, পৃষ্ঠা-১৫৯

ক. $\sin\frac{\pi}{4}, \cos\frac{\pi}{3}, \tan\frac{\pi}{6}, \cot\frac{\pi}{3}$ এর মান কত? ২

খ. প্রদত্ত রাশিটির মান নির্ণয় কর। ৪

গ. প্রদত্ত রাশিকে $\sin^2\frac{\pi}{4}\cos^2\frac{\pi}{4} + \tan^2\frac{\pi}{6}\sec^2\frac{\pi}{6} + \cot^2\frac{\pi}{4}\csc^2\frac{\pi}{3}$ দ্বারা ভাগ কর ৪

৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক $\sin\frac{\pi}{4} = \frac{1}{\sqrt{2}}, \cos\frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}, \tan\frac{\pi}{6} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

$\cot\frac{\pi}{3} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

খ প্রদত্ত রাশি

$= \sin^2\frac{\pi}{4}\cos^2\frac{\pi}{3} + \tan^2\frac{\pi}{6}\sec^2\frac{\pi}{3} + \cot^2\frac{\pi}{3}\csc^2\frac{\pi}{4}$

$= \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 \cdot 2^2 + \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 \cdot (\sqrt{2})^2$

['ক' হতে প্রাপ্ত মান বসিয়ে]

$= \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{4} + \frac{1}{3}\cdot 4 + \frac{1}{3}\cdot 2$

$= \frac{1}{8} + \frac{4}{3} + \frac{2}{3}$

$= \frac{3+32+16}{24}$

$= \frac{51}{24}$

$= \frac{17}{8}$ **(Ans.)**

$\therefore$ নির্ণেয় মান $= \frac{17}{8}$

গ $\dfrac{\sin^2\frac{\pi}{4}\cos^2\frac{\pi}{3} + \tan^2\frac{\pi}{6}\sec^2\frac{\pi}{3} + \cot^2\frac{\pi}{3}\csc^2\frac{\pi}{4}}{\sin^2\frac{\pi}{4}\cos^2\frac{\pi}{4} + \tan^2\frac{\pi}{6}\sec^2\frac{\pi}{6} + \cot^2\frac{\pi}{4}\csc^2\frac{\pi}{3}}$

$= \dfrac{\frac{17}{8}}{\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2\cdot\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2\cdot\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^2 + (1)^2\cdot\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^2}$ ['খ' হতে]

$= \dfrac{\frac{17}{8}}{\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\cdot\frac{4}{3} + 1\cdot\frac{4}{3}}$

$= \dfrac{\frac{17}{8}}{\frac{1}{4} + \frac{4}{9} + \frac{4}{3}}$

$= \dfrac{\frac{17}{8}}{\frac{9+16+48}{36}}$

$= \frac{17}{8} \times \frac{36}{73}$

$= \frac{153}{146}$

প্রশ্ন ▶ ৪ $A = \frac{\pi}{3}$ ও $B = \frac{\pi}{6}$ হলে *◀ কাজ, পৃষ্ঠা-১৬১*

ক. $\cos(A + B)$ ও $\cos(A - B)$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, (i) $\cos(A + B) = \cos A \cdot \cos B - \sin A \sin B$
(ii) $\cos(A - B) = \cos A \cos B + \sin A \sin B$. ৪

গ. দেখাও যে, (i) $\cos(A + B) + \cos(A - B) = 2\cos A \cos B$
(ii) $\cos(A - B) - \cos(A + B) = 2\sin A \sin B$. ৪

৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $A = \frac{\pi}{3}$ ও $B = \frac{\pi}{6}$

$\therefore \cos(A + B) = \cos\left(\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{6}\right)$

$= \cos\left(\frac{2\pi + \pi}{6}\right)$

$= \cos\frac{3\pi}{6}$

$= \cos\frac{\pi}{2}$

$= 0$

এবং $\cos(A - B) = \cos\left(\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{6}\right)$

$= \cos\left(\frac{2\pi - \pi}{6}\right)$

$= \cos\frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

খ (i) বামপক্ষ $= \cos(A + B) = 0$ ['ক' হতে]

ডানপক্ষ $= \cos A \cos B - \sin A \sin B$.

$= \cos\frac{\pi}{3}\cos\frac{\pi}{6} - \sin\frac{\pi}{3}\sin\frac{\pi}{6}$.

$= \frac{1}{2}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{1}{2}$

$= \frac{\sqrt{3}}{4} - \frac{\sqrt{3}}{4}$

$= 0$

$\therefore \cos(A + B) = \cos A \cos B - \sin A \sin B$. **(প্রমাণিত)।**

(ii) বামপক্ষ $= \cos(A - B) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ['ক' হতে]

ডানপক্ষ $= \cos A \cos B + \sin A \sin B$

$= \cos\frac{\pi}{3}\cos\frac{\pi}{6} + \sin\frac{\pi}{3}\sin\frac{\pi}{6}$

$= \frac{1}{2}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{1}{2}$

$= \frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{\sqrt{3}}{4}$

$= \frac{2\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\therefore \cos(A - B) = \cos A \cos B + \sin A \sin B$ **(প্রমাণিত)**

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

গ (i) বামপক্ষ $= \cos(A+B) + \cos(A-B)$

$= 0 + \frac{\sqrt{3}}{2}$ ['ক' থেকে পাই]

$= \frac{\sqrt{3}}{2}$

ডানপক্ষ $= 2\cos A \cos B$

$= 2\cos\frac{\pi}{3}\cos\frac{\pi}{6}$

$= 2.\frac{1}{2}.\frac{\sqrt{3}}{2}$

$= \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\therefore \cos(A+B) + \cos(A-B) = 2\cos A \cos B$ **(দেখানো হলো)**

(ii) বামপক্ষ $= \cos(A-B) - \cos(A+B)$

$= \frac{\sqrt{3}}{2} - 0$ ['ক' থেকে পাই]

$= \frac{\sqrt{3}}{2}$

ডানপক্ষ $= 2\sin A \sin B$

$= 2\sin\frac{\pi}{3}.\sin\frac{\pi}{6}$

$= 2.\frac{\sqrt{3}}{4}$

$= \frac{\sqrt{3}}{2}.\frac{1}{2}$

$= \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\therefore \cos(A-B) - \cos(A+B) = 2\sin A \sin B$ **(দেখানো হলো)**

প্রশ্ন ▶ ৫ **দুইটি কোণের পরিমাপ $A = \frac{\pi}{3}$ ও $B = \frac{\pi}{6}$।** *◀ কাজ, পৃষ্ঠা-১৬১*

ক. $\sin(A+B)$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, (i) $\sin(A+B) = \sin A \cos B + \cos A \sin B$

(ii) $\frac{\sin^2(A+B)}{\sqrt{3}} = \tan(A-B)$ ৪

গ. দেখাও যে, $\tan 2B = \frac{2\tan B}{1-\tan^2 B}$ ৪

৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক $\sin(A+B) = \sin\left(\frac{\pi}{3}+\frac{\pi}{6}\right)$

$= \sin\left(\frac{2\pi+\pi}{6}\right)$

$= \sin\frac{\pi}{2}$ [মান বসিয়ে]

$= 1$

$\therefore \sin(A+B) = 1$

খ (i)'ক' থেকে পাই, $\sin(A+B) = 1$

এখন, $\sin A \cos B + \cos A \sin B$

$= \sin\frac{\pi}{3}\cos\frac{\pi}{6} + \cos\frac{\pi}{3}\sin\frac{\pi}{6}$

$= \frac{\sqrt{3}}{2}.\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}.\frac{1}{2}$

$= \frac{3}{4} + \frac{1}{4} = \frac{4}{4}$

$= 1$

$\therefore \sin(A+B) = \sin A \cos B + \cos A \sin B$ **(প্রমাণিত)**

(ii) বামপক্ষ $= \frac{\sin^2(A+B)}{\sqrt{3}}$

$= \frac{(1)^2}{\sqrt{3}}$ [(i) হতে]

$= \frac{1}{\sqrt{3}}$

ডানপক্ষ $= \tan(A-B)$

$= \tan\left(\frac{\pi}{3}-\frac{\pi}{6}\right)$

$= \tan\left(\frac{2\pi-\pi}{6}\right)$

$= \tan\frac{\pi}{6}$

$= \frac{1}{\sqrt{3}}$

$\therefore \frac{\sin^2(A+B)}{\sqrt{3}} = \tan(A-B)$ **(প্রমাণিত)**

গ দেওয়া আছে,

$A = \frac{\pi}{3}$ ও $B = \frac{\pi}{6}$

বামপক্ষ $= \tan 2B$

$= \tan(2.\frac{\pi}{6})$

$= \tan\frac{\pi}{3}$

$= \sqrt{3}$

ডানপক্ষ $= \frac{2\tan B}{1-\tan^2 B}$

$= \frac{2\tan\frac{\pi}{6}}{1-\tan^2\frac{\pi}{6}}$

$= \frac{2.\frac{1}{\sqrt{3}}}{1-\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2}$

$= \frac{\frac{2}{\sqrt{3}}}{1-\frac{1}{3}}$

$= \frac{\frac{2}{\sqrt{3}}}{\frac{3-1}{3}} = \frac{\frac{2}{\sqrt{3}}}{\frac{2}{3}}$

$= \frac{2}{\sqrt{3}} \times \frac{3}{2}$

$= \frac{3}{\sqrt{3}}$

$= \frac{\sqrt{3}.\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$

$= \sqrt{3}$

$\therefore \tan 2B = \frac{2\tan B}{1-\tan^2 B}$ **(দেখানো হলো)**

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত আরও সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

প্রশ্ন ▶ ৬ যদি $\cos\theta - \sin\theta = \sqrt{2}\sin\theta$ হয় তবে

ক. $\theta = \frac{5\pi}{6}$ রেডিয়ানের জন্য $\cos\theta - \sin\theta$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. দেখাও যে, $\cos\theta + \sin\theta = \sqrt{2}\cos\theta$ ৪

গ. দেখাও যে, $\text{cosec}\theta = 2\sqrt{2}\cos\theta$ ৪

৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক $\cos\theta - \sin\theta$

$= \cos\left(\frac{5\pi}{6}\right) - \sin\left(\frac{5\pi}{6}\right)$

$= \cos\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{3}\right) - \sin\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{3}\right)$

$= -\sin\frac{\pi}{3} - \cos\frac{\pi}{3}$

$= -\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}$

$= \frac{-\sqrt{3} - 1}{2}$

$= -\frac{\sqrt{3} + 1}{2}$ **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে, $\cos\theta - \sin\theta = \sqrt{2}\sin\theta$

বা, $\cos\theta = \sqrt{2}\sin\theta + \sin\theta$

বা, $\cos\theta = (\sqrt{2} + 1)\sin\theta$

বা, $(\sqrt{2} - 1)\cos\theta = (\sqrt{2} + 1)(\sqrt{2} - 1)\sin\theta$

[উভয়পক্ষকে $\sqrt{2} - 1$ দ্বারা গুণ করে পাই]

বা, $(\sqrt{2} - 1)\cos\theta = \{(\sqrt{2})^2 - 1\}\sin\theta$ [$\because a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$]

বা, $(\sqrt{2} - 1)\cos\theta = (2 - 1)\sin\theta$

বা, $\sqrt{2}\cos\theta - \cos\theta = \sin\theta$

বা, $\sqrt{2}\cos\theta = \sin\theta + \cos\theta$

বা, $\sin\theta + \cos\theta = \sqrt{2}\cos\theta$

$\therefore \cos\theta + \sin\theta = \sqrt{2}\cos\theta$ **(দেখানো হলো)**

গ দেওয়া আছে,

$\cos\theta - \sin\theta = \sqrt{2}\sin\theta$

উভয় পক্ষকে বর্গ করে পাই,

$(\cos\theta - \sin\theta)^2 = (\sqrt{2}\sin\theta)^2$

বা, $\cos^2\theta - 2\sin\theta\cos\theta + \sin^2\theta = 2\sin^2\theta$

বা, $\sin^2\theta + \cos^2\theta - 2\sin\theta\cos\theta = 2\sin^2\theta$

বা, $1 - 2\sin\theta\cos\theta = 2\sin^2\theta$ [$\because \sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$]

বা, $1 = 2\sin^2\theta + 2\sin\theta\cos\theta$

বা, $1 = 2\sin\theta(\sin\theta + \cos\theta)$

বা, $\frac{1}{\sin\theta} = 2(\sin\theta + \cos\theta)$

বা, $\text{cosec}\theta = 2(\sin\theta + \cos\theta)$ .... (i)

আবার, (খ) হতে আমরা পাই,

$\sin\theta + \cos\theta = \sqrt{2}\cos\theta$

$\sin\theta + \cos\theta$ এর মান (i) নং এ বসিয়ে পাই,

$\text{cosec}\theta = 2\sqrt{2}\cos\theta$ **(দেখানো হলো)**

প্রশ্ন ▶ ৭ $\text{cosec}A = \frac{a}{b}$ যেখানে $a > b > 0$

ক. $b = 1$ ও $a = 2$ হলে $\cos A$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\tan A = \frac{\pm b}{\sqrt{a^2 - b^2}}$ ৪

গ. দেখাও যে, $2\text{cosec}^2A - \frac{2}{\tan^2A} - a^2\sin A + b^2\text{cosec}A = 2$ ৪

৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $\text{cosec}A = \frac{a}{b}$

বা, $\text{cosec}A = \frac{2}{1}$ [$\because b = 1, a = 2$]

বা, $\sin A = \frac{1}{2}$

আমরা জানি,

$\sin^2A + \cos^2A = 1$

বা, $\cos^2A = 1 - \sin^2A = 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^2$

$= 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

$\therefore \cos A = \pm\sqrt{\frac{3}{4}} = \pm\frac{\sqrt{3}}{2}$ **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে, $\text{cosec}A = \frac{a}{b}$

বা, $\text{cosec}^2A = \frac{a^2}{b^2}$ [বর্গ করে]

বা, $1 + \cot^2A = \frac{a^2}{b^2}$ [$\because \text{cosec}^2A - \cot^2A = 1$]

বা, $\cot^2A = \frac{a^2}{b^2} - 1$

বা, $\frac{1}{\tan^2A} = \frac{a^2 - b^2}{b^2}$

বা, $\tan^2A = \frac{b^2}{a^2 - b^2}$

বা, $\tan A = \pm\sqrt{\frac{b^2}{a^2 - b^2}}$

বা, $\tan A = \pm\frac{b}{\sqrt{a^2 - b^2}}$

$\tan A = \frac{\pm b}{\sqrt{a^2 - b^2}}$ **(দেখানো হলো)**

গ দেওয়া আছে, $\text{cosec}A = \frac{a}{b}$

বা, $b\,\text{cosec}A = a$

বা, $b^2\text{cosec}A = ab$ .... (i) [উভয় পক্ষকে b দ্বারা গুণ করে]

আবার, দেওয়া আছে, $\text{cosec}A = \frac{a}{b}$

বা, $\frac{1}{\sin A} = \frac{a}{b}$

বা, $b = a\sin A$

বা, $a\sin A = b$

বা, $a^2\sin A = ab$ .... (ii) [উভয়পক্ষকে a দ্বারা গুণ করে]

সুতরাং (i) ও (ii) হতে পাই,

$a^2\sin A = b^2\text{cosec}A$

বা, $a^2\sin A - b^2\text{cosec}A = 0$ .... (iii)

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

এখন, বামপক্ষ $= 2\text{cosec}^2A - \frac{2}{\tan^2A} - a^2\sin A + b^2\text{cosec}A$

$= 2.\frac{1}{\sin^2A} - \frac{2}{\frac{\sin^2A}{\cos^2A}} - a^2\sin A + b^2\text{cosec}A$

$= \frac{2}{\sin^2A} - \frac{2\cos^2A}{\sin^2A} - (a^2\sin A - b^2\text{cosec}A)$

$= \frac{2-2\cos^2A}{\sin^2A} - (a^2\sin A - b^2\text{cosec}A)$

$= \frac{2(1-\cos^2A)}{\sin^2A} - (a^2\sin A - b^2\text{cosec}A)$

$= \frac{2(1-\cos^2A)}{\sin^2A} - 0$ [∵ (iii) নং অনুসারে $a^2\sin A - b^2\text{cosec}A = 0$]

$= \frac{2.\sin^2A}{\sin^2A}$ [∵ $\sin^2A + \cos^2A = 1$ বা, $\sin^2A = 1 - \cos^2A$]

$= 2 =$ ডানপক্ষ

$2\text{cosec}^2A - \frac{2}{\tan^2A} - a^2\sin A + b^2\text{cosec}A = 2$ **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▶ ৮ ঘূর্ণায়মান রশ্মি OA ধনাত্মক X-অক্ষ অর্থাৎ OX রশ্মি থেকে শুরু করে ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে ঘুরে OA অবস্থানে θ কোণ উৎপন্ন করেছে। প্রান্তিক বাহু OA এর উপর P(x, y) ও $P_1(x_1, y_1)$ বিন্দুদ্বয় থেকে X-অক্ষের উপর অঙ্কিত লম্ব PM ও P_1M_1.

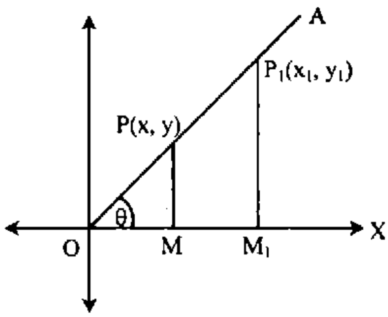
ক. প্রদত্ত তথ্য অনুসারে ΔPOM ও ΔP_1OM_1 আঁক। ২

খ. cos∠POM ও $\cos\angle P_1OM_1$ নির্ণয় কর। দেখাও যে, $\cos\angle POM = \cos\angle P_1OM_1 = \cos\theta$. ৪

গ. ΔPOM-এর লম্ব ও ভূমি উভয়ের মান 2 একক হলে এবং $x_1 - x = 1$ একক হলে ΔPOM ও ΔP_1OM_1 ত্রিভুজদ্বয়ের অতিভুজের মান বের কর। ৪

৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক



খ ΔPOM সমকোণী ত্রিভুজ যার ∠OMP = 1 সমকোণ

∴ $\cos\angle POM = \frac{OM}{OP}$

আবার, ΔP_1OM_1 সমকোণী ত্রিভুজ যার $\angle OM_1P_1 = 1$ সমকোণ

∴ $\cos\angle P_1OM_1 = \frac{OM_1}{OP_1}$

ΔPOM ও ΔP_1OM_1-এ

$\angle POM = \angle P_1OM_1 = \theta$ [প্রশ্নানুসারে]

$\angle PMO = \angle P_1M_1O = 1$ সমকোণ

∴ $\angle OPM = \angle OP_1M_1$ [অনুরূপ কোণ]

সুতরাং ΔPOM ও ΔP_1OM_1 সদৃশকোণী তথা সদৃশ

∴ $\frac{PM}{P_1M_1} = \frac{OM}{OM_1} = \frac{OP}{OP_1}$

অর্থাৎ $\frac{OM}{OM_1} = \frac{OP}{OP_1}$

বা, $\frac{OM}{OP} = \frac{OM_1}{OP_1}$

বা, $\cos\angle POM = \cos\angle P_1OM_1$ [∵ $\cos\angle POM = \frac{OM}{OP}$ এবং $\cos\angle P_1OM_1 = \frac{OM_1}{OP_1}$]

আবার প্রশ্নানুসারে, $\angle POM = \angle P_1OM_1 = \theta$

∴ $\cos\angle POM = \cos\angle P_1OM_1 = \cos\theta$ **(দেখানো হলো)**

গ প্রশ্নানুসারে, ΔPOM এর লম্ব ও ভূমি উভয়ের মান 2 একক।

অর্থাৎ x = OM = 2 একক এবং

y = PM = 2 একক

$\tan\angle POM = \tan\theta = \frac{PM}{OM} = \frac{2}{2} = 1$

∴ $\theta = \tan^{-1}(1) = 45°$

এখন, সমকোণী ত্রিভুজ POM-এ

$OP^2 = OM^2 + PM^2$ [পিথাগোরাসের উপপাদ্য]

$= 2^2 + 2^2 = 8$

∴ $OP = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$ একক।

এখন, প্রশ্নানুসারে, $x_1 - x = 1$

∴ $x_1 = x + 1 = 2 + 1 = 3$ একক।

সমকোণী ΔP_1OM_1-এ

$\cos\angle P_1OM_1 = \cos\theta = \frac{OM_1}{OP_1}$

বা, $OP_1 = \frac{OM_1}{\cos\theta} = \frac{x_1}{\cos\theta}$

$= \frac{3}{\cos 45°}$

$= \frac{3}{\frac{1}{\sqrt{2}}} = 3\sqrt{2}$

∴ ΔPOM ও ΔP_1OM_1-ত্রিভুজদ্বয়ের অতিভুজের মান যথাক্রমে $2\sqrt{2}$ একক ও $3\sqrt{2}$ একক। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৯ $15\sin\theta - 8\text{cosec}\theta = 2$ (যেখানে $0 < \theta < \pi$) একটি ত্রিকোণমিতিক সমীকরণ।

ক. দেখাও যে, $15\cos^2\theta + 2\sin\theta - 7 = 0$ ২

খ. cotθ এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. secθ ও tanθ এর মান বের করে দেখাও যে, $\sec^2\theta - \tan^2\theta = 1$ ৪

৯ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $15\sin\theta - 8\text{cosec}\theta = 2$

বা, $15\sin\theta - \frac{8}{\sin\theta} - 2 = 0$

বা, $\frac{15\sin^2\theta - 8 - 2\sin\theta}{\sin\theta} = 0$

বা, $15\sin^2\theta - 8 - 2\sin\theta = 0$ .... (i)

বা, $15(1 - \cos^2\theta) - 8 - 2\sin\theta = 0$

বা, $15 - 15\cos^2\theta - 8 - 2\sin\theta = 0$ [∵ $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$ বা, $\sin^2\theta = 1 - \cos^2\theta$]

বা, $-15\cos^2\theta - 2\sin\theta + 7 = 0$

∴ $15\cos^2\theta + 2\sin\theta - 7 = 0$ [(−1) দ্বারা উভয় পক্ষকে গুণ করে]

(দেখানো হলো)

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

খ (i) নং থেকে পাই,

$15\sin^2\theta - 8 - 2\sin\theta = 0$

বা, $15\sin^2\theta - 2\sin\theta - 8 = 0$

বা, $15\sin^2\theta - 12\sin\theta + 10\sin\theta - 8 = 0$

বা, $(3\sin\theta + 2)(5\sin\theta - 4) = 0$

$\therefore (3\sin\theta + 2) = 0$ অথবা, $(5\sin\theta - 4) = 0$

বা, $\sin\theta = -\frac{2}{3}$ বা, $\sin\theta = \frac{4}{5}$

যেহেতু $0 < \theta < \pi$ সুতরাং $\sin\theta = -\frac{2}{3}$ গ্রহণযোগ্য নয়।

এখন, $\sin\theta = \frac{4}{5}$ হলে $\cos\theta = \sqrt{1-\sin^2\theta} = \sqrt{1-\frac{16}{25}} = \pm\frac{3}{5}$

এখন, $\cos\theta = \frac{3}{5}$ হলে, $\cot\theta = \frac{\cos\theta}{\sin\theta} = \frac{\frac{3}{5}}{\frac{4}{5}} = \frac{3}{4}$

আবার, $\cos\theta = -\frac{3}{5}$ হলে, $\cot\theta = \frac{\cos\theta}{\sin\theta} = \frac{-\frac{3}{5}}{\frac{4}{5}} = \frac{-3}{4}$

$\therefore \cot\theta$-এর মান $\pm\frac{3}{4}$ **(Ans.)**

গ যখন $\cos\theta = \frac{3}{5}$

$\therefore \sec\theta = \frac{5}{3}$

এবং $\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{\frac{4}{5}}{\frac{3}{5}} = \frac{4}{5}\times\frac{5}{3} = \frac{4}{3}$

$\therefore$ বামপক্ষ $= \sec^2\theta - \tan^2\theta$

$= \left(\frac{5}{3}\right)^2 - \left(\frac{4}{3}\right)^2$

$= \frac{25}{9} - \frac{16}{9}$

$= \frac{9}{9} = 1$

= ডানপক্ষ

$\therefore \sec^2\theta - \tan^2\theta = 1$ **(দেখানো হলো)**

যখন $\cos\theta = -\frac{3}{5}$:

$\sec\theta = -\frac{5}{3}$

এবং $\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$

$= \frac{\frac{4}{5}}{-\frac{3}{5}} = \frac{4}{5}\times\frac{5}{-3}$

$= \frac{-4}{3}$

এখন, বামপক্ষ $= \sec^2\theta - \tan^2\theta$

$= \left(\frac{-5}{3}\right)^2 - \left(\frac{-4}{3}\right)^2$

$= \frac{25}{9} - \frac{16}{9}$

$= \frac{25-16}{9} = \frac{9}{9} = 1 =$ ডানপক্ষ

$\therefore \sec^2\theta - \tan^2\theta = 1$ **(দেখানো হলো)**

মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত আরও সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

প্রশ্ন ▶ ১০ $\operatorname{cosec} A = \frac{a}{b}$ এবং A সূক্ষ্মকোণ যেখানে $a > b > 0$।

[ক্যান্টনমেন্ট হাইস্কুল, যশোর]

ক. $\sin A + \operatorname{cosec} A$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. দেখাও যে, $\tan A = \frac{b}{\sqrt{a^2-b^2}}$ ৪

গ. $a = 13$ এবং $b = 5$ হলে প্রমাণ কর $\tan A + \sec A = \frac{3}{2}$. ৪

১০ নং প্রশ্নের সমাধান

ক $\sin A = \frac{1}{\operatorname{cosec} A} = \frac{1}{\frac{a}{b}} = \frac{b}{a}$

$\therefore \sin A + \operatorname{cosec} A = \frac{b}{a} + \frac{a}{b}$

$= \frac{b^2 + a^2}{ab}$

$= \frac{a^2 + b^2}{ab}$ **(Ans.)**

খ আমরা জানি, $\cos^2 A = 1 - \sin^2 A$

$\therefore \cos A = \sqrt{1 - \sin^2 A}$

$= \sqrt{1 - \left(\frac{b}{a}\right)^2}$ ['ক' থেকে]

$= \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}}$

$= \sqrt{\frac{a^2 - b^2}{a^2}}$

$= \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a}$ [A সূক্ষ্মকোণ হওয়ায় cosA ধনাত্মক]

আমরা জানি,

$\tan A = \frac{\sin A}{\cos A}$

$\therefore \tan A = \frac{\frac{b}{a}}{\frac{\sqrt{a^2-b^2}}{a}}$ [মান বসিয়ে]

$= \frac{b}{a} \times \frac{a}{\sqrt{a^2-b^2}}$

$= \frac{b}{\sqrt{a^2-b^2}}$

$\therefore \tan A = \frac{b}{\sqrt{a^2-b^2}}$ **(দেখানো হলো)**

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

গ দেওয়া আছে, $\text{cosec}A = \frac{a}{b}$

বা, $\text{cosec}A = \frac{13}{5}$ [$\because a = 13, b = 5$]

$\therefore \sin A = \frac{5}{13}$

$\cos A = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a}$ ['খ' হতে]

$= \frac{\sqrt{169 - 25}}{13}$; [$\because a = 13, b = 5$]

$= \frac{\sqrt{144}}{13} = \frac{12}{13}$

$\therefore \sec A = \frac{13}{12}$

বামপক্ষ $= \tan A + \sec A$

$= \frac{\sin A}{\cos A} + \sec A$

$= \frac{\frac{5}{13}}{\frac{12}{13}} + \frac{13}{12}$

$= \frac{5}{13} \times \frac{13}{12} + \frac{13}{12}$

$= \frac{5}{12} + \frac{13}{12}$

$= \frac{5 + 13}{12}$

$= \frac{18}{12} = \frac{3}{2}$

= ডানপক্ষ

অত:পর, $\tan A + \sec A = \frac{3}{2}$ **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▶ ১১ $\tan\theta + \sec\theta = x$

ক. $\sec\theta - \tan\theta$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\sin\theta = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$ ৪

গ. দেখাও যে, $(x^2 + 1)\cos\theta + (x^2 + 1)\sin\theta = (x + 1)^2 - 2$ ৪

১১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $\tan\theta + \sec\theta = x$

আমরা জানি, $\sec^2\theta - \tan^2\theta = 1$

বা, $(\sec\theta + \tan\theta)(\sec\theta - \tan\theta) = 1$

বা, $x(\sec\theta - \tan\theta) = 1$ [$\therefore \tan\theta + \sec\theta = x$]

$\therefore \sec\theta - \tan\theta = \frac{1}{x}$ **(উত্তর)**

খ দেওয়া আছে,

$\tan\theta + \sec\theta = x$

বা, $\frac{\sin\theta}{\cos\theta} + \frac{1}{\cos\theta} = x$ [$\because \tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$ এবং $\sec\theta = \frac{1}{\cos\theta}$]

বা, $\frac{1 + \sin\theta}{\cos\theta} = x$

বা, $\frac{(1 + \sin\theta)^2}{\cos^2\theta} = x^2$ [উভয় পক্ষকে বর্গ করে]

বা, $\frac{(1 + \sin\theta)^2}{1 - \sin^2\theta} = x^2$ [$\because \cos^2\theta = 1 - \sin^2\theta$]

বা, $\frac{(1 + \sin\theta)(1 + \sin\theta)}{(1 + \sin\theta)(1 - \sin\theta)} = x^2$

বা, $\frac{1 + \sin\theta}{1 - \sin\theta} = x^2$

বা, $\frac{1 + \sin\theta - 1 + \sin\theta}{1 + \sin\theta + 1 - \sin\theta} = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$ [বিয়োজন-যোজন করে]

বা, $\frac{2\sin\theta}{2} = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$

$\therefore \sin\theta = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$ **(প্রমাণিত)**

গ $\tan\theta + \sec\theta = x$ .... (i)

$\sec\theta - \tan\theta = \frac{1}{x}$ ['ক' হতে] .... (ii)

(i) ও (ii) যোগ করে $2\sec\theta = x + \frac{1}{x}$

বা, $2\sec\theta = \frac{x^2 + 1}{x}$

বা, $\frac{1}{\cos\theta} = \frac{x^2 + 1}{2x}$

$\therefore \cos\theta = \frac{2x}{x^2 + 1}$

বামপক্ষ $= (x^2 + 1)\cos\theta + (x^2 + 1)\sin\theta$

$= (x^2 + 1)\frac{2x}{x^2 + 1} + (x^2 + 1)\left(\frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}\right)$ ['খ' হতে]

$= x^2 + 2x - 1$

$= x^2 + 2x + 1 - 2 = (x + 1)^2 - 2$

= ডানপক্ষ

সুতরাং, $(x^2 + 1)\cos\theta + (x^2 + 1)\sin\theta = (x + 1)^2 - 2$

(দেখানো হলো)

প্রশ্ন ▶ ১২ θ একটি সূক্ষকোণ এবং এর মান $\frac{\pi}{3}$.

ক. cos3θ-এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. দেখাও যে, $\cos3\theta = 4\cos^3\theta - 3\cos\theta = \frac{2\tan\left(\frac{-3}{4}\theta\right)}{1 + \tan^2\frac{3}{4}\theta}$. ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $\tan3\theta = \frac{3\sin\theta - 4\sin^3\theta}{4\cos^3\theta - 3\cos\theta} = \sin3\theta$. ৪

১২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $\theta = \frac{\pi}{3}$

$\therefore \cos3\theta = \cos(3.\frac{\pi}{3}) = \cos\pi$

$= \cos\left(2 \times \frac{\pi}{2} - 0\right)$

$= -\cos0 = -1$ **(Ans.)**

খ 'ক' হতে পাই, $\cos3\theta = -1$

এখন, $4\cos^3\theta - 3\cos\theta = 4\left(\cos\frac{\pi}{3}\right)^3 - 3\cos\frac{\pi}{3}$

$= 4.\left(\frac{1}{2}\right)^3 - 3.\frac{1}{2}$

$= 4.\frac{1}{8} - 3.\frac{1}{2}$

$= \frac{1}{2} - \frac{3}{2}$

$= \frac{1 - 3}{2} = \frac{-2}{2}$

$= -1$

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

আবার, $\frac{2\tan\left(\frac{-3}{4}\theta\right)}{1+\tan^2\frac{3}{4}\theta} = \frac{2\tan\left(\frac{-3}{4}\cdot\frac{\pi}{3}\right)}{1+\tan^2\frac{3}{4}\frac{\pi}{3}}$ $\left[\theta = \frac{\pi}{3} \text{ বসিয়ে}\right]$

$= \frac{2\tan\left(\frac{-\pi}{4}\right)}{1+\left(\tan\frac{\pi}{4}\right)^2}$

$= \frac{2\left(-\tan\frac{\pi}{4}\right)}{1+\left(\tan\frac{\pi}{4}\right)^2}$ $[\because \tan(-\theta) = -\tan\theta]$

$= \frac{2\times(-1)}{1+1}$

$= \frac{-2}{2} = -1$

$\therefore \cos3\theta = 4\cos^3\theta - 3\cos\theta = \frac{2\tan\left(\frac{-3}{4}\theta\right)}{1+\tan^2\left(\frac{3}{4}\theta\right)}$ **(দেখানো হলো)**

গ 'ক' ও 'খ' হতে পাই,

$\cos3\theta = -1,\ 4\cos^3\theta - 3\cos\theta = -1$

এখন, $\tan3\theta = \frac{\sin3\theta}{\cos3\theta} = \frac{\sin\left(3.\frac{\pi}{3}\right)}{\cos3\theta} = \frac{0}{-1} = 0$

আবার, $\frac{3\sin\theta - 4\sin^3\theta}{4\cos^3\theta - 3\cos\theta} = \frac{3\sin\frac{\pi}{3} - 4\left(\sin\frac{\pi}{3}\right)^3}{-1}$

$= \frac{3.\frac{\sqrt{3}}{2} - 4\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^3}{-1}$

$= \frac{\frac{3\sqrt{3}}{2} - \frac{4.3\sqrt{3}}{8}}{-1}$

$= \frac{\frac{3\sqrt{3}}{2} - \frac{3\sqrt{3}}{2}}{-1}$

$= 0$

এবং $\sin3\theta = \sin\left(3.\frac{\pi}{3}\right) = \sin\pi = 0$

$\therefore \tan3\theta = \frac{3\sin\theta - 4\sin3\theta}{4\cos3\theta - 3\cos\theta} = \sin3\theta$ **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▶ ১৩ $5\text{cosec}^2\theta - 7\cot\theta\ \text{cosec}\theta - 2 = 0$ **একটি ত্রিকোণমিতিক সমীকরণ যেখানে $0 < \theta < 2\pi$.**

ক. প্রদত্ত সমীকরণটিকে $\sin\theta$ ও $\cos\theta$ এর মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২

খ. প্রদত্ত সমীকরণটির সমাধান কর। ৪

গ. $0° < \theta < 90°$ হলে $\cos2\theta = \cos^2\theta - \sin^2\theta = \frac{1-\tan^2\theta}{1+\tan^2\theta}$ এর সত্যতা যাচাই কর। ৪

১৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত সমীকরণ,

$5\ \text{cosec}^2\theta - 7\cot\theta\ \text{cosec}\theta - 2 = 0$

বা, $5\frac{1}{\sin^2\theta} - 7.\frac{\cos\theta}{\sin\theta}.\frac{1}{\sin\theta} - 2 = 0$

বা, $\frac{1}{\sin^2\theta}(5 - 7\cos\theta - 2\sin^2\theta) = 0$

খ 'ক' হতে

$\frac{1}{\sin^2\theta}(5 - 7\cos\theta - 2\sin^2\theta) = 0$

বা, $5 - 7\cos\theta - 2\sin^2\theta = 0$

বা, $5 - 7\cos\theta - 2(1-\cos^2\theta) = 0$

বা, $5 - 7\cos\theta - 2 + 2\cos^2\theta = 0$

বা, $2\cos^2\theta - 7\cos\theta + 3 = 0$

বা, $2\cos^2\theta - 6\cos\theta - \cos\theta + 3 = 0$

বা, $2\cos\theta(\cos\theta - 3) - 1(\cos\theta - 3) = 0$

বা, $(2\cos\theta - 1)(\cos\theta - 3) = 0$

হয়, $2\cos\theta - 1 = 0$ অথবা, $\cos\theta - 3 = 0$

$\therefore \cos\theta = \frac{1}{2}$ $\therefore \cos\theta = 3$

$\therefore \cos\theta = \frac{1}{2}$

কিন্তু $\cos\theta$ এর মান 1 অপেক্ষা বৃহত্তর হতে পারে না।

$\therefore \cos\theta = \frac{1}{2} = \cos\frac{\pi}{3} = \cos(2\pi - \frac{\pi}{3})$

$\therefore \theta = \frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}$

নির্দিষ্ট সীমার মধ্যে θ এর সম্ভাব্য সকল মানসমূহ $\frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}$ **(Ans.)**

গ $0° < \theta < 90°$ হলে, 'খ' হতে পাই, $\theta = 60°$

$\therefore \cos2\theta = \cos(2\times60°) = \cos120° = \cos(90° + 30°)$

$= \sin30° = -\frac{1}{2}$

আবার, $\cos^2\theta - \sin^2\theta = (\cos60°)^2 - (\sin60°)^2$

$= \left(\frac{1}{2}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2$

$= \frac{1}{4} - \frac{3}{4} = \frac{1-3}{4} = -\frac{2}{4} = -\frac{1}{2}$

এবং $\frac{1-\tan^2\theta}{1+\tan^2\theta} = \frac{1-(\tan60°)^2}{1+(\tan60°)^2}$

$= \frac{1-(\sqrt{3})^2}{1+(\sqrt{3})^2} = \frac{1-3}{1+3} = \frac{-2}{4} = -\frac{1}{2}$

$\therefore \cos2\theta = \cos^2\theta - \sin^2\theta = \frac{1-\tan^2\theta}{1+\tan^2\theta}$

এর সত্যতা যাচাই করা হলো।

প্রশ্ন ▶ ১৪ $\tan\theta + \cot\theta = \frac{4}{\sqrt{3}}$, **(যেখানে $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$) একটি ত্রিকোণমিতিক সমীকরণ।**

ক. প্রদত্ত সমীকরণটিকে $\tan\theta$ এর একটি দ্বিঘাত সমীকরণ আকারে প্রকাশ কর। ২

খ. প্রদত্ত সমীকরণটির সমাধান কর। ৪

গ. 'খ' এ প্রাপ্ত মান থেকে $\frac{\sin\theta + \cos\theta}{\sec\theta + \tan\theta}$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

১৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,

$\tan\theta + \cot\theta = \frac{4}{\sqrt{3}}$

বা, $\tan\theta + \frac{1}{\tan\theta} = \frac{4}{\sqrt{3}}$ $[\because \cot\theta = \frac{1}{\tan\theta}]$

বা, $\tan^2\theta + 1 = \frac{4\tan\theta}{\sqrt{3}}$

বা, $\sqrt{3}\tan^2\theta + \sqrt{3} = 4\tan\theta$

$\therefore \sqrt{3}\tan^2\theta - 4\tan\theta + \sqrt{3} = 0$ **(Ans.)**

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

খ $\sqrt{3}\tan^2\theta - 4\tan\theta + \sqrt{3} = 0$ ['ক' হতে পাই]

বা, $\sqrt{3}\tan^2\theta - 3\tan\theta - \tan\theta + \sqrt{3} = 0$

বা, $\sqrt{3}\tan\theta(\tan\theta - \sqrt{3}) - 1(\tan\theta - \sqrt{3}) = 0$

বা, $(\tan\theta - \sqrt{3})(\sqrt{3}\tan\theta - 1) = 0$

হয় $\tan\theta - \sqrt{3} = 0$ অথবা, $\sqrt{3}\tan\theta - 1 = 0$

বা, $\tan\theta = \sqrt{3}$ বা, $\tan\theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$

বা, $\tan\theta = \tan\frac{\pi}{3}$ বা, $\tan\theta = \tan\frac{\pi}{6}$

$\therefore \theta = \frac{\pi}{3}$ $\therefore \theta = \frac{\pi}{6}$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান, $\theta = \frac{\pi}{6}$ বা $\frac{\pi}{3}$ **(Ans.)**

গ $\theta = \frac{\pi}{6}$ হলে,

$$\frac{\sin\theta + \cos\theta}{\sec\theta + \tan\theta} = \frac{\sin\frac{\pi}{6} + \cos\frac{\pi}{6}}{\sec\frac{\pi}{6} + \tan\frac{\pi}{6}}$$

$$= \frac{\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{2}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}}}$$

$$= \frac{\frac{1+\sqrt{3}}{2}}{\frac{2+1}{\sqrt{3}}} = \frac{1+\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$= \frac{1+\sqrt{3}}{2\sqrt{3}}$$

এবং $\theta = \frac{\pi}{3}$ হলে,

$$\frac{\sin\theta + \cos\theta}{\sec\theta + \tan\theta} = \frac{\sin\frac{\pi}{3} + \cos\frac{\pi}{3}}{\sec\frac{\pi}{3} + \tan\frac{\pi}{3}}$$

$$= \frac{\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}}{2 + \sqrt{3}} = \frac{\frac{\sqrt{3}+2}{2}}{2+\sqrt{3}}$$

$$= \frac{\sqrt{3}+1}{2} \times \frac{1}{2+\sqrt{3}}$$

$$= \frac{\sqrt{3}+1}{2(2+\sqrt{3})}$$

$\therefore \theta = \frac{\pi}{6}$ হলে, $\frac{\sin\theta + \cos\theta}{\sec\theta + \tan\theta} = \frac{1+\sqrt{3}}{2\sqrt{3}}$

এবং $\theta = \frac{\pi}{3}$ হলে, $\frac{\sin\theta + \cos\theta}{\sec\theta + \tan\theta} = \frac{1+\sqrt{3}}{2(2+\sqrt{3})}$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ১৫ **A সূক্ষ্মকোণ এবং $\sin A = \frac{3}{5}$ হলে**

ক. tanA এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. $\cos B = \frac{5}{13}$ এবং B সূক্ষ্মকোণ হলে, $\frac{\tan B - \tan A}{1 + \tan B \tan A}$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. দেখাও যে, $\frac{\tan B + \tan A}{1 + \tan B \tan A} \neq \frac{\tan A - \tan B}{1 - \tan A \tan B}$ ৪

১৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $\sin A = \frac{3}{5}$

আমরা জানি, $\sin^2 A + \cos^2 A = 1$

বা, $\cos^2 A = 1 - \sin^2 A$

$$= 1 - \left(\frac{3}{5}\right)^2$$

$$= 1 - \frac{9}{25}$$

$$= \frac{16}{25}$$

$\therefore \cos A = \sqrt{\frac{16}{25}} = \frac{4}{5}$ [A সূক্ষ্মকোণ]

$$\therefore \tan A = \frac{\sin A}{\cos A} = \frac{\frac{3}{5}}{\frac{4}{5}} = \frac{3}{4}$$

Ans. tanA এর মান $\frac{3}{4}$.

খ আমরা $\cos B = \frac{5}{13}$

$\therefore \sin^2 B + \cos^2 B = 1$

বা, $\sin^2 B = 1 - \cos^2 B$

$$= 1 - \frac{25}{169}$$

$$= \frac{144}{169}$$

$$\therefore \sin B = \sqrt{\frac{144}{169}} = \frac{12}{13}$$

$$\therefore \tan B = \frac{\sin B}{\cos B} = \frac{\frac{12}{13}}{\frac{5}{13}} = \frac{12}{5}$$

এখন, $$\frac{\tan B - \tan A}{1 + \tan B \tan A} = \frac{\frac{12}{5} - \frac{3}{4}}{1 + \frac{12}{5}\cdot\frac{3}{4}} = \frac{\frac{48-15}{20}}{1 + \frac{36}{20}}$$

$$= \frac{\frac{33}{20}}{\frac{20+36}{20}} = \frac{33}{56}$$

$\therefore$ নির্ণেয় মান $= \frac{33}{56}$ **(Ans.)**

গ ক ও খ থেকে আমরা পাই,

$\tan A = \frac{3}{4}$, $\tan B = \frac{12}{5}$ এবং $\frac{\tan B - \tan A}{1 + \tan B \tan A} = \frac{33}{56}$

$$\therefore \frac{\tan A - \tan B}{1 - \tan A \tan B} = \frac{\frac{3}{4} - \frac{12}{5}}{1 - \frac{3}{4}\cdot\frac{12}{5}} = \frac{\frac{15-48}{20}}{1 - \frac{36}{20}}$$

$$= \frac{\frac{-33}{20}}{\frac{20-36}{20}} = \frac{-33}{-16} = \frac{33}{16}$$

$\therefore \frac{\tan B - \tan A}{1 + \tan B \tan A} \neq \frac{\tan A - \tan B}{1 - \tan A \tan B}$ **(দেখানো হলো)**

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

প্রশ্ন ▶ ১৬ $\cot A + \operatorname{cosec} A = \sqrt{3}$ **এবং** $\theta = A + B = 90°$

ক. θ এর মান বসিয়ে প্রমাণ কর $\cos^2\theta = 1 - \sin^2\theta$ ২

খ. $\cos A$ এর মান বের কর। ৪

গ. $\cos B = \frac{\sqrt{3}}{2}$ হলে, প্রমাণ কর যে,

$\cos(A + B) = \cos A \cos B - \sin A \sin B$ ৪

১৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক $\theta = 90°$

বামপক্ষ, $\cos^2\theta = (\cos 90°)^2$
$= 0^2$
$= 0$

ডানপক্ষ, $1 - \sin^2\theta = 1 - (\sin 90°)^2$
$= 1 - 1^2$
$= 1 - 1$
$= 0$

$\therefore \cos^2\theta = 1 - \sin^2\theta$ **(প্রমাণিত)**

খ $\cot A + \operatorname{cosec} A = \sqrt{3}$

বা, $\frac{\cos A}{\sin A} + \frac{1}{\sin A} = \sqrt{3}$

বা, $\frac{1 + \cos A}{\sin A} = \sqrt{3}$

বা, $1 + \cos A = \sqrt{3}\ \sin A$

বা, $(1 + \cos A)^2 = (\sqrt{3} \sin A)^2$ [উভয়পক্ষে বর্গ করে]

বা, $1 + 2\cos A + \cos^2 A = 3\sin^2 A$

বা, $1 + 2\cos A + \cos^2 A = 3(1 - \cos^2 A)$

বা, $1 + 2\cos A + \cos^2 A - 3 + 3\cos^2 A = 0$

বা, $4\cos^2 A + 2\cos A - 2 = 0$

বা, $4\cos^2 A + 4\cos A - 2\cos A - 2 = 0$

বা, $2\cos A(2\cos A + 2) - 1(2\cos A + 2) = 0$

বা, $(2\cos A + 2)(2\cos A - 1) = 0$

$\therefore (2\cos A + 2) = 0$ অথবা, $2\cos A - 1 = 0$

বা, $\cos A = -\frac{2}{2} = -1$ বা, $\cos A = \frac{1}{2}$

কিন্তু $\cos A = -1$ হলে, $A = 180°$ হয় যা $90°$ এর চেয়ে বৃহত্তর।

$\therefore \cos A \neq -1$

$\therefore \cos A = \frac{1}{2}$

Ans. $\cos A = \frac{1}{2}$

গ খ থেকে পাই $\cos A = \frac{1}{2}$ এবং দেওয়া আছে $\cos B = \frac{\sqrt{3}}{2}$

বামপক্ষ $= \cos(A + B)$
$= \cos\theta$
$= \cos 90°$
$= 0.$

এখন, $\sin A = \sqrt{1 - \cos^2 A}$
$= \sqrt{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^2}$
$= \sqrt{1 - \frac{1}{4}}$
$= \sqrt{\frac{3}{4}}$
$= \frac{\sqrt{3}}{2}$. [$\because$ A সূক্ষ্মকোণ]

এবং $\sin B = \sqrt{1 - \cos^2 B}$
$= \sqrt{1 - \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2}$
$= \sqrt{1 - \frac{3}{4}} = \sqrt{\frac{1}{4}}$
$= \frac{1}{2}$. [$\because$ B সূক্ষ্মকোণ].

$\therefore$ ডানপক্ষ $= \cos A \cos B - \sin A \sin B$
$= \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{2}$
$= \frac{\sqrt{3}}{4} - \frac{\sqrt{3}}{4}$
$= 0$

$\therefore \cos(A + B) = \cos A \cos B - \sin A . \sin B$ **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▶ ১৭ $A = \frac{\pi}{3}$ **ও** $B = \frac{\pi}{6}$ **হলে–**

ক. $\tan A$, $\tan B$ ও $\tan(A + B)$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\tan(A - B) = \frac{\tan A - \tan B}{1 + \tan A \tan B}$

ও $\cos(A - B) = \cos A \cos B + \sin A \sin B$ ৪

গ. প্রাপ্ত ফলাফল হতে নিম্নের মান নির্ণয় কর,

$\frac{\tan\frac{\pi}{3} - \tan\frac{\pi}{6}}{1 + \tan\frac{\pi}{3}\tan\frac{\pi}{6}} + \cos\frac{\pi}{3}\cos\frac{\pi}{6} - \sin\frac{\pi}{3}\sin\frac{\pi}{6}$ ও

$\frac{\tan\frac{\pi}{3} + \tan\frac{\pi}{6}}{1 - \tan\frac{\pi}{3}\tan\frac{\pi}{6}} + \cos\frac{\pi}{3}\cos\frac{\pi}{6} + \sin\frac{\pi}{3}\sin\frac{\pi}{6}$. ৪

১৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক $\tan A = \tan\frac{\pi}{3} = \sqrt{3}$

$\tan B = \tan\frac{\pi}{6} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

$\tan(A + B) = \tan\left(\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{6}\right) = \tan\left(\frac{2\pi + \pi}{6}\right)$

$= \tan\frac{\pi}{2} = \tan 90° = \infty$. **(Ans.)**

খ বামপক্ষ $= \tan(A - B)$
$= \tan\left(\frac{2\pi - \pi}{6}\right) = \tan\frac{\pi}{6}$
$= \tan 30° = \frac{1}{\sqrt{3}}$

ডানপক্ষ $= \frac{\tan A - \tan B}{1 + \tan A \tan B} = \frac{\sqrt{3} - \frac{1}{\sqrt{3}}}{1 + \sqrt{3} . \frac{1}{\sqrt{3}}}$

$= \frac{\frac{3 - 1}{\sqrt{3}}}{\frac{\sqrt{3} + \sqrt{3}}{\sqrt{3}}}$

$= \frac{2}{2\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

$\therefore \tan(A - B) = \frac{\tan A - AanB}{1 + \tan A . \tan B}$ **(প্রমাণিত)**

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

আবার বামপক্ষ $= \cos(A - B)$

$= \cos\left(\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{6}\right)$

$= \cos\frac{\pi}{3}$

$= \cos 30°$

$= \frac{\sqrt{3}}{2}$

ডানপক্ষ $= \cos A \cos B + \sin A \sin B$

$= \cos\frac{\pi}{3}\cos\frac{\pi}{6} + \sin\frac{\pi}{3}\sin\frac{\pi}{6}$

$= \cos 60° \cos 30° + \sin 60° \sin 30°$

$= \frac{1}{2}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{1}{2}$

$= \frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{\sqrt{3}}{4}$

$= \frac{2\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\therefore \cos(A-B) = \cos A.\cos B + \sin A.\sin B$ **(প্রমাণিত)**

গ 'খ' হতে পাই,

$$\frac{\tan\frac{\pi}{3} - \tan\frac{\pi}{6}}{1 + \tan\frac{\pi}{3}\tan\frac{\pi}{6}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$\therefore \frac{1}{\sqrt{3}} + \cos\frac{\pi}{3}\cos\frac{\pi}{6} - \sin\frac{\pi}{3}\sin\frac{\pi}{6}$

$= \frac{1}{\sqrt{3}} + \cos 60°.\cos 30° - \sin 60° \sin 30°$

$= \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{2}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{1}{2} = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

এবং $\cos\frac{\pi}{3}\cos\frac{\pi}{6} + \sin\frac{\pi}{3}\sin\frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$$\therefore \frac{\tan\frac{\pi}{3} + \tan\frac{\pi}{6}}{1 - \tan\frac{\pi}{3}\tan\frac{\pi}{6}} + \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3} + \frac{1}{\sqrt{3}}}{1 - \sqrt{3}.\frac{1}{\sqrt{3}}} + \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$= \frac{\sqrt{3} + \frac{1}{\sqrt{3}}}{0} + \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$= \infty + \frac{\sqrt{3}}{2} = \infty$$

[অসীম এর সাথে কোনো কিছু যোগ করলে অসীম হয়]

নির্ণেয় মানদ্বয় : $\frac{1}{\sqrt{3}}$ ও ∞ **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ১৮ $\tan\theta + \sec\theta = \sqrt{\frac{1 + \sin\theta}{1 - \sin\theta}}$ [ক্যান্টনমেন্ট হাইস্কুল, যশোর]

ক. $\theta = 45°$ এর জন্য রাশিটি প্রমাণ কর। ২

খ. θ এর যেকোনো মানের জন্য এটি প্রমাণ কর। ৪

গ. যদি $\tan\theta + \sec\theta = x$ হয় তাহলে $\sin\theta$ এর মান x এর মাধ্যমে প্রকাশ কর। ৪

১৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক $\theta = 45°$ হলে

বামপক্ষ $= \tan\theta + \sec\theta$

$= \tan 45° + \sec 45°$

$= 1 + \sqrt{2}$

ডানপক্ষ, $\sqrt{\frac{1 + \sin\theta}{1 - \sin\theta}} = \sqrt{\frac{1 + \sin 45°}{1 - \sin 45°}}$

$$= \sqrt{\frac{1 + \frac{1}{\sqrt{2}}}{1 - \frac{1}{\sqrt{2}}}}$$

$$= \sqrt{\frac{\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}}}{\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}}}}$$

$$= \sqrt{\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1}}$$

$$= \sqrt{\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1} \times \frac{(\sqrt{2}+1)}{(\sqrt{2}+1)}}$$

$$= \sqrt{\frac{(\sqrt{2}+1)^2}{(\sqrt{2})^2 - (1)^2}}$$

$$= \frac{\sqrt{2}+1}{1} = \sqrt{2} + 1$$

$\therefore \theta = 45°$ এর জন্য, $\tan\theta + \sec\theta = \sqrt{\frac{1 + \sin\theta}{1 - \sin\theta}}$ **(প্রমাণিত)**

খ বামপক্ষ, $\tan\theta + \sec\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} + \frac{1}{\cos\theta}$

$= \frac{\sin\theta + 1}{\cos\theta}$

$= \sqrt{\frac{(1 + \sin\theta)^2}{\cos^2\theta}}$

$= \sqrt{\frac{(1 + \sin\theta)^2}{1 - \sin^2\theta}}$

$= \sqrt{\frac{(1 + \sin\theta)(1 + \sin\theta)}{(1 + \sin\theta)(1 - \sin\theta)}}$

$= \sqrt{\frac{1 + \sin\theta}{1 - \sin\theta}}$ = ডানপক্ষ

$\therefore \tan\theta + \sec\theta = \sqrt{\frac{1 + \sin\theta}{1 - \sin\theta}}$ **(প্রমাণিত)**

গ দেওয়া আছে, $\tan\theta + \sec\theta = x$

বা, $\frac{\sin\theta}{\cos\theta} + \frac{1}{\cos\theta} = x$

বা, $\frac{\sin\theta + 1}{\cos\theta} = x$

বা, $\frac{(\sin\theta + 1)^2}{\cos^2\theta} = x^2$ [উভয় পক্ষে বর্গ করে]

বা, $\frac{(1 + \sin\theta)^2}{1 - \sin^2\theta} = x^2$ [$\because \cos^2\theta = 1 - \sin^2\theta$]

বা, $\frac{(1 + \sin\theta)(1 + \sin\theta)}{(1 + \sin\theta)(1 - \sin\theta)} = x^2$

বা, $\frac{1 + \sin\theta}{1 - \sin\theta} = x^2$

বা, $x^2 - x^2\sin\theta = 1 + \sin\theta$

বা, $x^2 - 1 = \sin\theta + x^2\sin\theta$

বা, $\sin\theta(x^2 + 1) = x^2 - 1$

বা, $\sin\theta = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$

$\therefore \sin\theta = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$ **(Ans.)**

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

প্রশ্ন ▶ ১৯ $\tan\theta = \frac{x}{y}$ **যেখানে $x \neq y$ এবং θ সূক্ষ্মকোণ**

ক. প্রমাণ কর যে, $\cos\theta = \frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}}$ ২

খ. $\frac{x\sin\theta + y\cos\theta}{x\sin\theta - y\cos\theta}$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. $x = 4$ এবং $y = 3$ **হলে প্রমাণ কর**

$\frac{\tan\theta + \sec\theta - 1}{\tan\theta - \sec\theta + 1} = \tan\theta + \sec\theta.$ ৪

১৯ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $\tan\theta = \frac{x}{y}$

জানা আছে, $\sec\theta = \sqrt{1+\tan^2\theta}$

$= \sqrt{1+\left(\frac{x}{y}\right)^2} = \sqrt{1+\frac{x^2}{y^2}}$

$= \sqrt{\frac{x^2+y^2}{y^2}} = \frac{\sqrt{x^2+y^2}}{y}$

[θ ধনাত্মক সূক্ষ্মকোণ বলে $\sec\theta$ ধনাত্মক]

আবার, $\cos\theta = \frac{1}{\sec\theta}$

$= \frac{1}{\frac{\sqrt{x^2+y^2}}{y}} = \frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}}$

$\therefore \cos\theta = \frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}}$ **(প্রমাণিত)**

খ দেওয়া আছে, $\tan\theta = \frac{x}{y}$

বা, $\frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{x}{y}$ $\left[\because \tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}\right]$

বা, $\frac{x\sin\theta}{y\cos\theta} = \frac{x}{y}\cdot\frac{x}{y}$ [$\frac{x}{y}$ দ্বারা উভয় পক্ষকে গুণ করে]

বা, $\frac{x\sin\theta}{y\cos\theta} = \frac{x^2}{y^2}$

$\frac{x\sin\theta + y\cos\theta}{x\sin\theta - y\cos\theta} = \frac{x^2+y^2}{x^2-y^2}$ [যোজন-বিয়োজন করে]

$\frac{x\sin\theta + y\cos\theta}{x\sin\theta - y\cos\theta} = \frac{x^2+y^2}{x^2-y^2}$ **(Ans.)**

গ 'ক' হতে $\sec\theta = \frac{\sqrt{x^2+y^2}}{y}$

বামপক্ষ $= \frac{\tan\theta + \sec\theta - 1}{\tan\theta - \sec\theta + 1} = \frac{\frac{x}{y} + \frac{\sqrt{x^2+y^2}}{y} - 1}{\frac{x}{y} - \frac{\sqrt{x^2+y^2}}{y} + 1}$

$= \frac{\frac{4}{3} + \frac{\sqrt{4^2+3^2}}{3} - 1}{\frac{4}{3} - \frac{\sqrt{4^2+3^2}}{3} + 1}$

$= \frac{\frac{4}{3} + \frac{\sqrt{25}}{3} - 1}{\frac{4}{3} - \frac{\sqrt{25}}{3} + 1}$

$= \frac{\frac{4}{3} + \frac{5}{3} - 1}{\frac{4}{3} - \frac{5}{3} + 1}$

$= \frac{\frac{4+5-3}{3}}{\frac{4-5+3}{3}}$

$= \frac{6}{3} \times \frac{3}{2} = 3$

ডানপক্ষ $= \tan\theta + \sec\theta$

$= \frac{x}{y} + \frac{\sqrt{x^2+y^2}}{y}$ $\left[\because \sec\theta = \frac{\sqrt{x^2+y^2}}{y}\right]$

$= \frac{4}{3} + \frac{\sqrt{4^2+3^2}}{3}$

$= \frac{4}{3} + \frac{\sqrt{25}}{3} = \frac{4}{3} + \frac{5}{3}$

$= \frac{4+5}{3} = \frac{9}{3} = 3$

সুতরাং, $x = 4$ এবং $y = 3$ এর জন্য $\frac{\tan\theta + \sec\theta - 1}{\tan\theta - \sec\theta + 1} = \tan\theta + \sec\theta.$

(প্রমাণিত)

প্রশ্ন ব্যাংক উত্তরসহ সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

প্রশ্ন ▶ ২০ ত্রিকোণমিতিক অভেদ সমূহের ক্ষেত্রে—

ক. secA ও tanA এর অভেদসমূহ লেখ। ২

খ. দেখাও যে, $\sqrt{\frac{1-\sin A}{1+\sin A}} = \sec A - \tan A.$ ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $\sqrt{\frac{1-\sin A}{1+\sin A}} \cdot \left(\frac{\tan A + \sec A - 1}{\tan A - \sec A + 1}\right) = 1$ ৪

উত্তর: ক. $\frac{1}{\cos A}$, $\tan A = \frac{1}{\cot A}$ এবং $\tan A = \frac{\sin A}{\cos A}$

প্রশ্ন ▶ ২১ $\cos A = \frac{1}{2}$ এবং sinA ঋণাত্মক চিহ্নবিশিষ্ট।

ক. sinA ও tanA এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\sqrt{\frac{1+\cos A}{1-\cos A}} = \operatorname{cosec} A + \cot A = \sqrt{\frac{\sec A + 1}{\sec A - 1}}$ ৪

গ. দেখাও যে, (i) $\tan A + \cot A = \sec A \cdot \operatorname{cosec} A$

(ii) $\sec^4 A - \sec^2 A = \tan^4 A + \tan^2 A.$ ৪

উত্তর: ক. $\frac{-\sqrt{3}}{2}$ এবং $-\sqrt{3}$

প্রশ্ন ▶ ২২ **θ স্থূলকোণ $\left(\frac{\pi}{2} < \theta < \pi\right)$ এবং $\tan\theta = -\frac{1}{2}$।**

ক. θ এর অবস্থান কোন চতুর্ভাগে এবং কেন? ২

খ. অপর ত্রিকোণমিতিক অনুপাতসমূহ সমকোণী ত্রিভুজের সাহায্যে নির্ণয় কর। ৪

গ. অপর ত্রিকোণমিতিক অনুপাতসমূহ ত্রিকোণমিতিক অভেদের সাহায্যে নির্ণয় কর। ৪

উত্তর: খ. $\sin\theta = \frac{1}{\sqrt{5}}$; $\operatorname{cosec}\theta\ \sqrt{5}$; $\cos\theta = \frac{-2}{\sqrt{5}}$; $\sec\theta = \frac{-\sqrt{5}}{2}$ এবং $\cot\theta = -2$ **গ.** $\sqrt{5}$ এবং -2

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

প্রশ্ন ▶ ২৩

$$\frac{\sin^2\frac{\pi}{3}+\sin\frac{\pi}{3}\cos\frac{\pi}{3}+\cos^2\frac{\pi}{3}}{\sin\frac{\pi}{3}+\cos\frac{\pi}{3}}-\frac{\sin^2\frac{\pi}{3}-\sin\frac{\pi}{3}\cos\frac{\pi}{3}+\cos^2\frac{\pi}{3}}{\sin\frac{\pi}{3}-\cos\frac{\pi}{3}}$$

ক. $\sin\frac{\pi}{3}$ ও $\cos\frac{\pi}{3}$ এর মান বের করে প্রমাণ কর যে, $\sin^2\frac{\pi}{3}+\cos^2\frac{\pi}{3}=1$ ২

খ. প্রদত্ত রাশিটির ১ম অংশ ও দ্বিতীয় অংশের মান নির্ণয় কর। ৪

গ. দেখাও যে, প্রদত্ত রাশিটির সরলমান $-\frac{1}{2}$. ৪

উত্তর: খ. $\frac{4+\sqrt{3}}{2(\sqrt{3}+1)}, \frac{4-\sqrt{3}}{2(\sqrt{3}-1)}$

প্রশ্ন ▶ ২৪ যদি $\sin A=\frac{b}{a}$ হয় যেখানে $a>b>0$

ক. cosec A বের কর। ২

খ. cosec A এর মান থেকে দেখাও যে, $\tan A=\frac{\pm b}{\sqrt{a^2-b^2}}$ ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $\text{cosec}^2\theta-\cot^2\theta=1$. ৪

উত্তর: ক. $\text{cosec}\,A=\frac{a}{b}$

প্রশ্ন ▶ ২৫ $A=\sin\theta, B=\cos\theta$ হলে, [নাটোর সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, নাটোর]

ক. $B-A=\sqrt{2}A$ হলে, প্রমাণ কর যে, $\cot\theta=\sqrt{2}+1$ ২

খ. B থেকে A এর বিয়োগফল $\sqrt{2}A$ হলে, প্রমাণ কর যে, A ও B এর যোগফল $\sqrt{2}B$ এর সমান। ৪

গ. A ও B এর যোগফল $\sqrt{2}B$ হলে প্রমাণ কর যে, B থেকে A এর বিয়োগফল $\sqrt{2}A$ হবে। ৪

প্রশ্ন ▶ ২৬ $\tan\theta=\frac{x}{y}$ হলে— [চট্টগ্রাম সিটি কর্পোরেশন আন্তঃবিদ্যালয়]

ক. দেখাও যে, $x\cos\theta-y\sin\theta=0$ ২

খ. $\frac{x\sin\theta+y\cos\theta}{x\sin\theta-y\cos\theta}$ এর মান কত? ৪

গ. দেখাও যে, $x\sin\theta+y\cos\theta=\pm\sqrt{x^2+y^2}$ ৪

উত্তর: খ. $\frac{x^2+y^2}{x^2-y^2}$

REVISION

এ অংশে অধ্যায়ের গুরুত্বপূর্ণ তথ্য ও সূত্র, পরীক্ষার আগে যার উপর চোখ বুলিয়ে নেওয়া প্রয়োজন বা অবশ্যই মনে রাখতে হবে এমন বিষয়সমূহ একনজরে উল্লেখ করা হয়েছে। পরীক্ষার আগে এ বিষয়গুলো রিভিশন দিলে পরীক্ষায় নির্ভুলভাবে অঙ্ক সমাধান করতে পারবে।

■ **এক নজরে এ অনুশীলনীতে ব্যবহৃত সূত্রসমূহ:**

(i) $\sin\theta=\frac{1}{\text{cosec}\theta}$ (ii) $\text{cosec}\theta=\frac{1}{\sin\theta}$

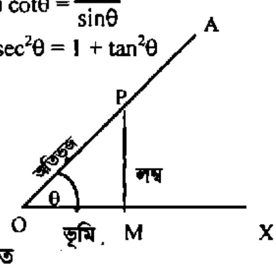
(iii) $\cos\theta=\frac{1}{\sec\theta}$ (iv) $\sec\theta=\frac{1}{\cos\theta}$

(v) $\tan\theta=\frac{1}{\cot\theta}$ (vi) $\cot\theta=\frac{1}{\tan\theta}$

(vii) $\tan\theta=\frac{\sin\theta}{\cos\theta}$ (viii) $\cot\theta=\frac{\cos\theta}{\sin\theta}$

(ix) $\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$ (x) $\sec^2\theta=1+\tan^2\theta$

(xi) $\text{cosec}^2\theta=1+\cot^2\theta$



1. sine: লম্ব এবং অতিভুজের অনুপাত

∴ sine θ বা সংক্ষেপে

$\sin\theta=\frac{\text{লম্ব}}{\text{অতিভুজ}}=\frac{PM}{OP}$

2. cosine: ভূমি ও অতিভুজের অনুপাত

∴ cosine θ বা সংক্ষেপে $\cos\theta=\frac{\text{ভূমি}}{\text{অতিভুজ}}=\frac{OM}{OP}$

3. tangent: লম্ব ও ভূমির অনুপাত

∴ tangent θ বা সংক্ষেপে $\tan\theta=\frac{\text{লম্ব}}{\text{ভূমি}}=\frac{PM}{OM}$

4. cotangent: ভূমি ও লম্বের অনুপাত

∴ cotangent θ বা সংক্ষেপে $\cot\theta=\frac{\text{ভূমি}}{\text{লম্ব}}=\frac{OM}{PM}$

5. secant: অতিভুজ ও ভূমির অনুপাত

∴ secant θ বা সংক্ষেপে $\sec\theta=\frac{\text{অতিভুজ}}{\text{ভূমি}}=\frac{OP}{OM}$

6. cosecant: অতিভুজ ও লম্বের অনুপাত

∴ cosecant θ বা সংক্ষেপে $\text{cosec}\theta=\frac{\text{অতিভুজ}}{\text{লম্ব}}=\frac{OP}{PM}$

মনে রাখার কৌশল :

$\tan\theta=\frac{\text{লম্ব}}{\text{ভূমি}}$, আবার $\tan\theta=\frac{\sin\theta}{\cos\theta}$; এখন লম্ব ও ভূমিকে অতিভুজ দিয়ে ভাগ করলে যথাক্রমে $\sin\theta$ ও $\cos\theta$ এর মান পাওয়া যাবে। এখন $\tan\theta, \sin\theta, \cos\theta$ উল্টিয়ে দিলে যথাক্রমে $\cot\theta, \text{cosec}\theta, \sec\theta$ পাওয়া যাবে। তাহলে শুধু $\tan\theta$ এর মান মনে রাখলে সবগুলোর মান বের করতে পারবে।

■ **θ কোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাতসমূহ হলো:**

$\sin\theta=\frac{\text{লম্ব}}{\text{অতিভুজ}}=\frac{y}{r}$

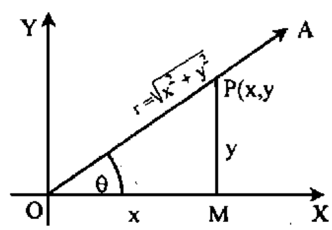
$\cos\theta=\frac{\text{ভূমি}}{\text{অতিভুজ}}=\frac{x}{r}$

$\tan\theta=\frac{\text{লম্ব}}{\text{ভূমি}}=\frac{y}{x}$

$\cot\theta=\frac{\text{ভূমি}}{\text{লম্ব}}=\frac{x}{y}$

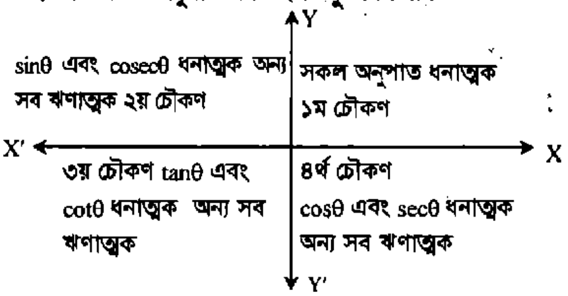
$\sec\theta=\frac{\text{অতিভুজ}}{\text{ভূমি}}=\frac{r}{x}$

$\text{cosec}\theta=\frac{\text{অতিভুজ}}{\text{লম্ব}}=\frac{r}{y}$

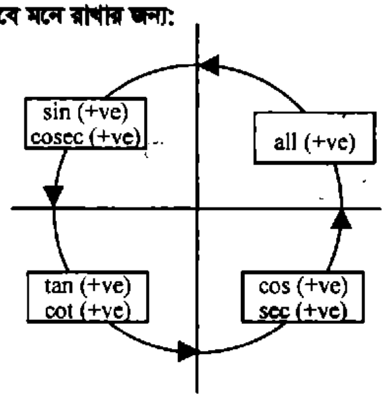


www.bdniyog.com
www.pathagar.com

■ ত্রিকোণমিতিক অনুপাতের চিহ্নের চতুর্ভাগ নিয়ম



সহজভাবে মনে রাখার জন্য:



■ 0°, 30°, 45°, 60° এবং 90° কোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাতের তালিকা

কোণ অনুপাত	0°	30°	45°	60°	90°
sin	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
cos	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0
tan	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	অসংজ্ঞায়িত
cot	অসংজ্ঞায়িত	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0
sec	1	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	$\sqrt{2}$	2	অসংজ্ঞায়িত
cosec	অসংজ্ঞায়িত	2	$\sqrt{2}$	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	1

■ ত্রিকোণমিতিক অনুপাতের তালিকা মনে রাখার সহজ পদ্ধতি

0, 1, 2, 3, 4 সংখ্যাগুলোকে 4 দ্বারা ভাগ করে বর্গমূল করলে sin0°, sin30°, sin45°, sin60° ও sin90° এর মান পাওয়া যাবে। অনুরূপে, সংখ্যাগুলোকে বিপরীতক্রমে লিখে পর্যায়টি পুনরায় করলে cos0°, cos30°, cos45°, cos60° ও cos90° এর মান পাওয়া যাবে। পরবর্তীতে sin অনুপাতের মানকে cos অনুপাতের মান দ্বারা ভাগ করলে tan অনুপাতের মান পাওয়া যাবে। অথবা, 0, 1, 3 এবং 9 সংখ্যাগুলোর প্রত্যেকটিকে 3 দ্বারা ভাগ করে ভাগফলগুলোর বর্গমূল নিলে যথাক্রমে tan0°, tan30°, tan45° এবং tan60° এর মান পাওয়া যায়। (উল্লেখ্য যে, tan90° অসংজ্ঞায়িত)।

কোণ অনুপাত	0°	30°	45°	60°	90°
sin	$\sqrt{\frac{0}{4}}=0$	$\sqrt{\frac{1}{4}}=\frac{1}{2}$	$\sqrt{\frac{2}{4}}=\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\sqrt{\frac{3}{4}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\sqrt{\frac{4}{4}}=1$
cos	$\sqrt{\frac{4}{4}}=1$	$\sqrt{\frac{3}{4}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\sqrt{\frac{2}{4}}=\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\sqrt{\frac{1}{4}}=\frac{1}{2}$	$\sqrt{\frac{0}{4}}=0$
tan	$\sqrt{\frac{0}{3}}=0$	$\sqrt{\frac{1}{3}}=\frac{1}{\sqrt{3}}$	$\sqrt{\frac{3}{3}}=1$	$\sqrt{\frac{9}{3}}=\sqrt{3}$	অসংজ্ঞায়িত

■ ত্রিকোণমিতিক অনুপাতের মানের সীমাবদ্ধতা

θ এর মান যত বড় বা যত ছোটই হোক না কেন,

$-1 \le \sin\theta \le 1$,

$-1 \le \cos\theta \le 1$

অর্থাৎ, cosθ, sinθ-এর সর্বনিম্ন মান −1 এবং সর্বোচ্চ মান 1।

secθ এবং cosecθ এর মান ≥1 অথবা ≤ −1.

অর্থাৎ, $\sec\theta \le -1$ অথবা $\sec\theta \ge 1$ এবং $\operatorname{cosec}\theta \le -1$ অথবা $\operatorname{cosec}\theta \ge 1$.

tanθ ও cot θ-এর মানের কোনো সীমা নির্ধারণ করা যায় না।

অনুপাতের কোনো একক থাকে না এবং sine, cosine, tangent, secant, cosecant, cotangent এই ছয়টি ত্রিকোণমিতিক অনুপাত তাই এদের কোনো একক নাই।

এখানে অধ্যায়টির অনুশীলনী, বহুনির্বাচনি ও সৃজনশীল প্রশ্নগুলো বিশ্লেষণ করে স্টার মার্কসহ সাজেশন দেওয়া হয়েছে। পরীক্ষার আগে অবশ্যই এ অঙ্কগুলো সমাধান করবে। তাহলে পরীক্ষায় যেকোনো অঙ্কের সমাধান সহজেই করতে পারবে।

সাজেশন | বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

	প্রশ্ন নম্বর
★★★	১, ৩, ৫, ৮, ৯, ১০, ১১, ১২, ১৪, ১৬, ১৯, ২০, ২১, ২২, ২৩, ৩১, ৩২, ৩৩, ৩৪, ৩৬, ৩৯, ৪০, ৪১, ৪২, ৪৩, ৪৯, ৫০, ৫১, ৫২, ৫৫, ৫৭, ৫৮, ৫৯, ৬২, ৬৩, ৬৪, ৬৬, ৬৭, ৬৮, ৬৯, ৭৪, ৭৮, ৮১, ৮৩, ৮৪, ৮৫
★★	৪, ৬, ৭, ১৫, ১৭, ১৮, ২৪, ২৫, ২৬, ৩৭, ৩৮, ৪৪, ৪৫, ৪৬, ৫৩, ৬০, ৬১, ৭১, ৭২, ৭৬, ৭৭, ৮৬, ৮৭, ৮৮, ৮৯

সাজেশন | সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

	প্রশ্ন নম্বর
★★★	২, ৬, ৭, ৯, ১০, ১১, ১৪, ১৮, ১৯
★★	১, ৩, ১২, ১৫, ১৭

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

শ্রেণির কাজ পৃষ্ঠা নং ৫৪৮

অধ্যায়-৮

ত্রিকোণমিতি

অনুশীলনী-৮.৩

অনুশীলনীটি পড়ে যা জানতে পারবে—

১. ঋণাত্মক কোণ $(-\theta)$ এর অনুপাতসমূহ নির্ণয়।
২. বিভিন্ন প্রকার কোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাত নির্ণয়।
৩. পূর্ণ সংখ্যা $n(n \le 4)$ এর জন্য $(n.\frac{\pi}{2} \pm \theta)$ কোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাত নির্ণয় ও প্রয়োগ।
৪. সহজ ত্রিকোণমিতিক সমীকরণের সমাধান নির্ণয়।

PRACTICE
১৫টি অনুশীলনীর প্রশ্ন |
৭৬টি বহুনির্বাচনি প্রশ্ন ■ ৪২টি সাধারণ বহুনির্বাচনি ■ ১৩টি বহুপদী সমাপ্তিসূচক ■ ২১টি অভিন্ন তথ্যভিত্তিক
২৮টি সৃজনশীল প্রশ্ন ■ ২টি অনুশীলনী ■ ২টি শ্রেণির কাজ ■ ১৯টি মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত ■ ৫টি প্রশ্নব্যাংক

অনুশীলনীর সৃজনশীল বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

১. $\sin A = \frac{1}{\sqrt{2}}$ হলে $\sin 2A$ এর মান কত?

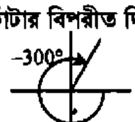
ক. $\frac{1}{\sqrt{2}}$ খ. $\frac{1}{2}$
গ. 1 ঘ. $\sqrt{2}$ (গ)

ব্যাখ্যা: $\sin A = \frac{1}{\sqrt{2}}$
$\sin A = \sin 45° \therefore A = 45°$
এখন, $\sin 2A = \sin(2 \times 45°) = \sin 90° = 1$

২. $-300°$ কোণটি কোন চতুর্থভাগে থাকবে?

ক. প্রথম খ. দ্বিতীয়
গ. তৃতীয় ঘ. চতুর্থ (ক)

ব্যাখ্যা: ঋণাত্মক কোণ ঘড়ির কাটার দিকে ঘুরবে এবং ধনাত্মক কোণ ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে ঘুরবে।



৩. $\sin\theta + \cos\theta = 1$ হলে θ এর মান হবে—

i. 0°
ii. 30°
iii. 90°

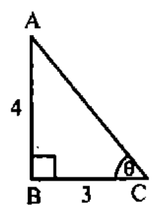
নিচের কোনটি সঠিক?

ক. i ও ii খ. i ও iii
গ. ii ও iii ঘ. i,ii ও iii (খ)

ব্যাখ্যা: (i) 0° দ্বারা সমীকরণটি সিদ্ধ হয় $\therefore \theta = 0°$
(ii) 30° দ্বারা সমীকরণটি সিদ্ধ হয় না।
(iii) 90° দ্বারা সমীকরণটি সিদ্ধ হয় $\therefore \theta = 90°$

৪. পাশের চিত্র অনুসারে

i. $\tan\theta = \frac{4}{3}$
ii. $\sin\theta = \frac{5}{3}$
iii. $\cos^2\theta = \frac{9}{25}$



নিচের কোনটি সঠিক?

ক. i ও ii খ. i ও iii
গ. ii ও iii ঘ. i,ii ও iii (খ)

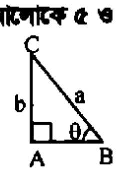
ব্যাখ্যা: এখানে, লম্ব 4 একক, ভূমি 3 একক এবং অতিভূজ $\sqrt{4^2 + 5^2} = 5$ একক

i. সঠিক, কারণ $\tan\theta = \frac{\text{লম্ব}}{\text{ভূমি}} = \frac{4}{3}$

ii. সঠিক নয়, কারণ $\sin\theta = \frac{\text{লম্ব}}{\text{অতিভূজ}} = \frac{4}{5}$

iii. সঠিক, কারণ $\cos^2\theta = \frac{\text{ভূমি}^2}{\text{অতিভূজ}^2} = \frac{9}{25}$

নিচের চিত্রের আলোকে ৫ ও ৬ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:



৫. $\sin B + \cos C =$ কত?

ক. $\frac{2b}{a}$ খ. $\frac{2a}{b}$
গ. $\frac{a^2 + b^2}{ab}$ ঘ. $\frac{ab}{a^2 + b^2}$ (ক)

ব্যাখ্যা: $\sin B + \cos C = \frac{AC}{BC} + \frac{AC}{BC}$
$= \frac{b}{a} + \frac{b}{a} = \frac{2b}{a}$

৬. $\tan B$ এর মান কোনটি?

ক. $\frac{a}{a^2 - b^2}$ খ. $\frac{b}{a^2 - b^2}$
গ. $\frac{a}{\sqrt{a^2 - b^2}}$ ঘ. $\frac{b}{\sqrt{a^2 - b^2}}$ (ঘ)

ব্যাখ্যা: $\tan B = \frac{AC}{AB} = \frac{b}{\sqrt{a^2 - b^2}}$
$[\because AB = \sqrt{BC^2 - AC^2} = \sqrt{a^2 + b^2}]$

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

৭. মান নির্ণয় কর:

(i) $\sin 7\pi$

সমাধান: $\sin 7\pi = \sin\left(14.\frac{\pi}{2}+0\right)$ এখানে, n = 14 জোড় সংখ্যা। তাই sin অপরিবর্তিত থাকবে এবং কোণটি তৃতীয় চতুর্ভাগে থাকে ফলে sin এর চিহ্ন হবে ঋণাত্মক।

$\therefore \sin\left(14.\frac{\pi}{2}+0\right) = -\sin = 0$

$\therefore$ নির্ণেয় মান = 0

(ii) $\cos\frac{11\pi}{2}$

সমাধান: $\cos 11.\frac{\pi}{2} = \cos\left(11.\frac{\pi}{2}+0\right)$

এখানে, n = 11 বিজোড় সংখ্যা। তাই cos পরিবর্তিত হয়ে sin হবে। এবং কোণটি চতুর্থ চতুর্ভাগে থাকে ফলে cos এর চিহ্ন হবে ধনাত্মক।

$\therefore \cos\frac{11\pi}{2} = \cos\left(11.\frac{\pi}{2}+0\right) = \sin 0 = 0$

$\therefore$ নির্ণেয় মান = 0

(iii) $\cot 11\pi$

সমাধান: $\cot 11\pi$ এখানে, n = 22 জোড় সংখ্যা। তাই cot অপরিবর্তিত থাকবে। এবং কোণটি তৃতীয় চতুর্ভাগে থাকে ফলে cot এর চিহ্ন ধনাত্মক হবে।

$\cot 11\pi = \cot\left(22.\frac{\pi}{2}+0\right) = \cot 0 =$ অসংজ্ঞায়িত।

(iv) $\tan\left(-\frac{23\pi}{6}\right)$

সমাধান: $-\tan\frac{23\pi}{6}$ [$\because \tan(-\theta) = -\tan\theta$]

$= -\tan\left(4\pi - \frac{\pi}{6}\right)$

$= -\tan\left(8\times\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{6}\right)$

এখানে, n = 8 জোড় সংখ্যা, তাই tan অপরিবর্তিত থাকবে এবং কোণটি চতুর্থ চতুর্ভাগে অবস্থিত। তাই tan ঋণাত্মক।

$= \tan\frac{\pi}{6} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

$\therefore$ নির্ণেয় মান $= \frac{1}{\sqrt{3}}$

(v) $\operatorname{cosec}\frac{19\pi}{3}$

সমাধান: $\operatorname{cosec}\frac{19\pi}{3} = \operatorname{cosec}\left(6\pi+\frac{\pi}{3}\right)$

$= \operatorname{cosec}\left(12\times\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{3}\right)$

এখানে, n = 12, জোড় সংখ্যা, অতএব cosec অপরিবর্তিত থাকবে এবং কোণটি প্রথম চতুর্ভাগে অবস্থান করছে বলে cosec এর চিহ্ন ধনাত্মক হবে।

$\therefore \operatorname{cosec}\frac{19\pi}{3} = \operatorname{cosec}\left(12\times\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{3}\right) = \operatorname{cosec}\frac{\pi}{3}$

$= \frac{2}{\sqrt{3}}\left[\because \operatorname{cosec}\frac{\pi}{3} = \frac{2}{\sqrt{3}}\right]$

উত্তর: $\frac{2}{\sqrt{3}}$

(vi) $\sec\left(-\frac{25\pi}{2}\right)$

সমাধান: $\sec\left(\frac{25\pi}{2}\right) = \sec\left(\frac{25\pi}{2}\right)$ [$\because \sec(-\theta) = \sec\theta$]

$= \sec\left(12\pi+\frac{\pi}{2}\right)$

$= \sec\left(24.\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{2}\right)$

এখানে, n = 24 জোড় সংখ্যা এবং কোণটি প্রথম চতুর্ভাগে অবস্থিত।

$\therefore \sec\left(-\frac{25\pi}{2}\right) = \sec\frac{\pi}{2} =$ অসংজ্ঞায়িত।

(vii) $\sin\frac{31\pi}{6}$

সমাধান: $\sin\frac{31\pi}{6} = \sin\left(5\pi+\frac{\pi}{6}\right)$

$= \sin\left(10.\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{6}\right)$

এখানে n = 10 জোড় সংখ্যা। তাই sin অপরিবর্তীত থাকবে এবং কোণটির অবস্থান তৃতীয়-চতুর্থভাগে ফলে sin এর চিহ্ন ঋণাত্মক হবে।

$= -\sin\frac{\pi}{6}$

$\therefore \sin\left(10.\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{6}\right)$

$= -\frac{1}{2}$

$\therefore$ নির্ণেয় মান $= -\frac{1}{2}$

(viii) $\cos\left(-\frac{25\pi}{6}\right)$

সমাধান: $\cos\frac{25\pi}{6}$ [$\therefore \cos(-\theta) = \cos\theta$]

$= \cos\left(4\pi+\frac{\pi}{6}\right)$

$= \cos\left(8.\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{6}\right)$

[n = 8 জোড় সংখ্যা, তাই cos অপরিবর্তিত থাকবে এবং $\left(8.\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{6}\right)$ প্রথম চতুর্ভাগে থাকে বলে cos এর চিহ্ন হবে ধনাত্মক।

$= \cos\frac{\pi}{6}$

$\therefore \cos\left(8.\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\therefore$ নির্ণেয় মান $= \frac{\sqrt{3}}{2}$

৮. প্রমাণ কর যে,

(i) $\cos\frac{17\pi}{10}+\cos\frac{13\pi}{10}+\cos\frac{9\pi}{10}+\cos\frac{\pi}{10} = 0$

সমাধান: বামপক্ষ $= \cos\frac{17\pi}{10}+\cos\frac{13\pi}{10}+\cos\frac{9\pi}{10}+\cos\frac{\pi}{10}$

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

$= \cos\left(2\pi - \frac{3\pi}{10}\right) + \cos\left(\pi + \frac{3\pi}{10}\right) + \cos\left(\pi - \frac{\pi}{10}\right) + \cos\frac{\pi}{10}$
$= \cos\frac{3\pi}{10} - \cos\frac{3\pi}{10} - \cos\frac{\pi}{10} + \cos\frac{\pi}{10}$
$= 0$
= ডানপক্ষ

$\therefore \cos\frac{17\pi}{10} + \cos\frac{13\pi}{10} + \cos\frac{9\pi}{10} + \cos\frac{\pi}{10} = 0$ **(প্রমাণিত)**

(ii) $\tan\frac{\pi}{12}\tan\frac{5\pi}{12}\tan\frac{7\pi}{12}\tan\frac{11\pi}{12} = 1$

সমাধান: বামপক্ষ

$= \tan\frac{\pi}{12}\tan\frac{5\pi}{12}\tan\frac{7\pi}{12}\tan\frac{11\pi}{12}$
$= \tan 15° \tan 75° \tan 105° \tan 165°$
$= \tan 15° \tan(90° - 15°)\tan(90° + 15°)\tan(180° - 15°)$
$= \tan 15° \cot 15° (-\cot 15°)(-\tan 15°)$
$= \tan^2 15° \cot^2 15° = \tan^2 15° \times \frac{1}{\tan^2 15°} = 1$ ডানপক্ষ

$\therefore \tan\frac{\pi}{12}\tan\frac{5\pi}{12}\tan\frac{7\pi}{12}\tan\frac{11\pi}{12} = 1$ **(প্রমাণিত)**

(iii) $\sin^2\frac{\pi}{7} + \sin^2\frac{5\pi}{14} + \sin^2\frac{8\pi}{7} + \sin^2\frac{9\pi}{14} = 2$

সমাধান: বামপক্ষ $= \sin^2\frac{\pi}{7} + \sin^2\frac{5\pi}{14} + \sin^2\frac{8\pi}{7} + \sin^2\frac{9\pi}{14}$

$= \sin^2\frac{\pi}{7} + \left\{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{7}\right)\right\}^2 + \left\{\sin\left(\pi + \frac{\pi}{7}\right)\right\}^2 + \left\{\sin\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{7}\right)\right\}^2$
$= \sin^2\frac{\pi}{7} + \left(\cos\frac{\pi}{7}\right)^2 + \left(-\sin\frac{\pi}{7}\right)^2 + \left(\cos\frac{\pi}{7}\right)^2$
$= \sin^2\frac{\pi}{7} + \cos^2\frac{\pi}{7} + \sin^2\frac{\pi}{7} + \cos^2\frac{\pi}{7}$
$= 2\left(\sin^2\frac{\pi}{7} + \cos^2\frac{\pi}{7}\right) = 2 =$ ডানপক্ষ

$\therefore \sin^2\frac{\pi}{7} + \sin^2\frac{5\pi}{14} + \sin^2\frac{8\pi}{7} + \sin^2\frac{9\pi}{14} = 2$ **(প্রমাণিত)**

(iv) $\sin\frac{7\pi}{3}\cos\frac{13\pi}{6} - \cos\frac{5\pi}{3}\sin\frac{11\pi}{6} = 1$

সমাধান:

বামপক্ষ $= \sin\frac{7\pi}{3}\cos\frac{13\pi}{6} - \cos\frac{5\pi}{3}\sin\frac{11\pi}{6}$
$= \sin\left(2\pi + \frac{\pi}{3}\right)\cos\left(2\pi + \frac{\pi}{6}\right) - \cos\left(2\pi - \frac{\pi}{3}\right)\sin\left(2\pi - \frac{\pi}{6}\right)$
$= \sin\frac{\pi}{3}\cos\frac{\pi}{6} - \cos\frac{\pi}{3}.\left(-\sin\frac{\pi}{6}\right)$
$= \sin\frac{\pi}{3}\cos\frac{\pi}{6} + \cos\frac{\pi}{3}\sin\frac{\pi}{6}$
$= \frac{\sqrt{3}}{2}.\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}.\frac{1}{2}$
$= \frac{3}{4} + \frac{1}{4} = \frac{3+1}{4} = \frac{4}{4} = 1$
= ডানপক্ষ

$\therefore \sin\frac{7\pi}{3}\cos\frac{13\pi}{6} - \cos\frac{5\pi}{3}\sin\frac{11\pi}{6} = 1$ **(প্রমাণিত)**

(v) $\sin\frac{13\pi}{3}\cos\frac{13\pi}{6} - \sin\frac{11\pi}{6}\cos\left(-\frac{5\pi}{3}\right) = 1$

সমাধান: বামপক্ষ $= \sin\frac{13\pi}{3}\cos\frac{13\pi}{6} - \sin\frac{11\pi}{6}\cos\left(-\frac{5\pi}{3}\right)$

$= \sin\left(4\pi + \frac{\pi}{3}\right)\cos\left(2\pi + \frac{\pi}{6}\right) - \sin\left(2\pi - \frac{\pi}{6}\right)\cos\left(2\pi - \frac{\pi}{3}\right)$
[$\because \cos(-\theta) = \cos\theta$]
$= \sin\frac{\pi}{3}\cos\frac{\pi}{6} - \left(-\sin\frac{\pi}{6}\right).\cos\frac{\pi}{3}$
$= \sin\frac{\pi}{3}\cos\frac{\pi}{6} + \sin\frac{\pi}{6}\cos\frac{\pi}{3}$
$= \frac{\sqrt{3}}{2}.\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}.\frac{1}{2}$
$= \frac{3}{4} + \frac{1}{4} = \frac{3+1}{4}$
$= \frac{4}{4} = 1 =$ ডানপক্ষ

$\therefore \sin\frac{13\pi}{3}\cos\frac{13\pi}{6} - \sin\frac{11\pi}{6}\cos\left(-\frac{5\pi}{3}\right) = 1$ **(প্রমাণিত)**

(vi) $\tan\theta = \frac{3}{4}$ **এবং** $\sin\theta$ **ঋণাত্মক হলে দেখাও যে,** $\frac{\sin\theta + \cos\theta}{\sec\theta + \tan\theta} = \frac{14}{5}$

সমাধান: দেওয়া আছে,

$\tan\theta = \frac{3}{4}$ এবং $\sin\theta$ ঋণাত্মক।

বা, $\frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{3}{4}$
বা, $3\cos\theta = 4\sin\theta$
বা, $9\cos^2\theta = 16\sin^2\theta$ [উভয় পক্ষকে বর্গ করে]
বা, $9(1 - \sin^2\theta) = 16\sin^2\theta$
বা, $9 - 9\sin^2\theta - 16\sin^2\theta = 0$
বা, $-25\sin^2\theta = -9$
বা, $\sin^2\theta = \frac{9}{25}$
বা, $\sin\theta = \pm\frac{3}{5}$

$\therefore \sin\theta = -\frac{3}{5}$ [$\because \sin\theta$ ঋণাত্মক]

আবার, $\tan\theta = \frac{3}{4}$
বা, $\frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{3}{4}$
বা, $3\cos\theta = 4\sin\theta$

$\therefore \cos\theta = \frac{4}{3} \times \left(-\frac{3}{5}\right) = -\frac{4}{5}$

এবং $\sec\theta = \frac{1}{\cos\theta} = \frac{1}{-\frac{4}{5}} = -\frac{5}{4}$

$\therefore$ বামপক্ষ $= \frac{\sin\theta + \cos\theta}{\sec\theta + \tan\theta}$
$= \frac{-\frac{3}{5} - \frac{4}{5}}{-\frac{5}{4} + \frac{3}{4}}$
$= \frac{\frac{-3-4}{5}}{\frac{-5+3}{4}} = \frac{-\frac{7}{5}}{-\frac{2}{4}}$
$= \frac{-7}{5} \times \frac{4}{-2} = \frac{14}{5}$
= ডানপক্ষ

$\therefore \frac{\sin\theta + \cos\theta}{\sec\theta + \tan\theta} = \frac{14}{5}$ **(দেখানো হলো)**

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

৯. মান নির্ণয় কর:

(i) $\cos\frac{9\pi}{4}+\cos\frac{5\pi}{4}+\cos\frac{31\pi}{36}-\sin\frac{5\pi}{36}$

সমাধান: $\cos\frac{9\pi}{4}+\cos\frac{5\pi}{4}+\cos\frac{31\pi}{36}-\sin\frac{5\pi}{36}$

$=\cos\left(2\pi+\frac{\pi}{4}\right)+\cos\left(\pi+\frac{\pi}{4}\right)+\sin\left(\pi-\frac{5\pi}{36}\right)-\sin\frac{5\pi}{36}$

$=\cos\frac{\pi}{4}-\cos\frac{\pi}{4}+\sin\frac{5\pi}{36}-\sin\frac{5\pi}{36}$

$=0$

∴ নির্ণেয় মান = 0

(ii) $\cot\frac{\pi}{20}\cot\frac{3\pi}{20}\cot\frac{5\pi}{20}\cot\frac{7\pi}{20}\cot\frac{9\pi}{20}$

সমাধান: $\cot\frac{\pi}{20}\cot\frac{3\pi}{20}\cot\frac{5\pi}{20}\cot\frac{7\pi}{20}\cot\frac{9\pi}{20}$

$=\cot\frac{\pi}{20}\cot\left(\frac{\pi}{2}-\frac{7\pi}{20}\right)\cot\frac{\pi}{4}\cot\frac{7\pi}{20}\cot\left(\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{20}\right)$

$=\cot\frac{\pi}{20}\tan\frac{7\pi}{20}\,1.\cot\frac{7\pi}{20}\tan\frac{\pi}{20}$

$=\cot\frac{\pi}{20}.\frac{1}{\cot\frac{7\pi}{20}}.\cot\frac{7\pi}{20}\frac{1}{\cot\frac{\pi}{20}}=1$

∴ নির্ণেয় মান = 1

(iii) $\sin^2\frac{\pi}{4}+\sin^2\frac{3\pi}{4}+\sin^2\frac{5\pi}{4}+\sin^2\frac{7\pi}{4}$

সমাধান: প্রদত্ত রাশি

$=\sin^2\frac{\pi}{4}+\sin^2\frac{3\pi}{4}+\sin^2\frac{5\pi}{4}+\sin^2\frac{7\pi}{4}$

$=\sin^2\frac{\pi}{4}+\sin^2\frac{3\pi}{4}+\sin^2\left(\frac{\pi}{2}+\frac{3\pi}{4}\right)+\sin^2\left(\frac{3\pi}{2}+\frac{\pi}{4}\right)$

$=\sin^2\frac{\pi}{4}+\sin^2\frac{3\pi}{4}+\cos^2\frac{3\pi}{4}+\cos^2\frac{\pi}{4}$

$=\left(\sin^2\frac{\pi}{4}+\cos^2\frac{\pi}{4}\right)+\left(\sin^2\frac{3\pi}{4}+\cos^2\frac{3\pi}{4}\right)$

$=1+1=2$

∴ নির্ণেয় মান = 2

(iv) $\cos^2\frac{\pi}{8}+\cos^2\frac{3\pi}{8}+\cos^2\frac{5\pi}{8}+\cos^2\frac{7\pi}{8}$

সমাধান: প্রদত্ত রাশি

$=\cos^2\frac{\pi}{8}+\cos^2\frac{3\pi}{8}+\cos^2\frac{5\pi}{8}+\cos^2\frac{7\pi}{8}$

$=\cos^2\frac{\pi}{8}+\cos^2\frac{3\pi}{8}+\cos^2\left(\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{8}\right)+\cos^2\left(\frac{\pi}{2}+\frac{3\pi}{8}\right)$

$=\cos^2\frac{\pi}{8}+\cos^2\frac{3\pi}{8}+\sin^2\frac{\pi}{8}+\sin^2\frac{3\pi}{8}$

$=\left(\cos^2\frac{\pi}{8}+\sin^2\frac{\pi}{8}\right)+\left(\cos^2\frac{3\pi}{8}+\sin^2\frac{3\pi}{8}\right)$

$=1+1$

$=2$

∴ নির্ণেয় মান = 2

(v) $\sin^2\frac{17\pi}{18}+\sin^2\frac{5\pi}{8}+\cos^2\frac{37\pi}{18}+\cos^2\frac{5\pi}{8}$

সমাধান: প্রদত্ত রাশি

$=\sin^2\frac{17\pi}{18}+\sin^2\frac{5\pi}{8}+\cos^2\frac{37\pi}{18}+\cos^2\frac{5\pi}{8}$

$=\left(\sin\frac{17\pi}{18}\right)^2+\left(\sin\frac{5\pi}{8}\right)^2+\left(\cos\frac{37\pi}{18}\right)^2+\left(\cos\frac{5\pi}{8}\right)^2$

$=\sin\left(\frac{17\pi}{18}\right)^2+\cos\left(\frac{37\pi}{18}\right)^2+\sin^2\frac{5\pi}{8}+\cos^2\frac{5\pi}{8}$

$=\left\{\sin\left(\pi-\frac{\pi}{18}\right)\right\}^2+\left\{\cos\left(2\pi+\frac{\pi}{18}\right)\right\}^2+\sin^2\frac{5\pi}{8}+\cos^2\frac{5\pi}{8}$

$=\sin^2\frac{\pi}{18}+\cos^2\frac{\pi}{18}+\sin^2\frac{5\pi}{8}+\cos^2\frac{5\pi}{8}$

$=\left(\sin^2\frac{\pi}{18}+\cos^2\frac{\pi}{18}\right)+\left(\sin^2\frac{5\pi}{18}+\cos^2\frac{5\pi}{8}\right)$

$=1+1$ [$\because\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$]

$=2$

∴ নির্ণেয় মান = 2

১০. $\theta=\frac{\pi}{3}$ হলে নিম্নোক্ত অভেদসমূহ প্রমাণ কর।

(i) $\sin 2\theta=2\sin\theta\cos\theta=\frac{2\tan\theta}{1+\tan^2\theta}$

সমাধান: দেওয়া আছে, $\theta=\frac{\pi}{3}$

বামপক্ষ $=\sin 2\theta=\sin 2.\frac{\pi}{3}$ [$\because\theta=\frac{\pi}{3}$]

$=\sin\frac{2\pi}{3}$

$=\sin\left(\pi-\frac{\pi}{3}\right)$

$=\sin\frac{\pi}{3}$

$=\frac{\sqrt{3}}{2}$

মধ্যপক্ষ $=2\sin\theta\cos\theta=2\sin\frac{\pi}{3}\cos\frac{\pi}{3}$ [$\because\theta=\frac{\pi}{3}$]

$=2.\frac{\sqrt{3}}{2}.\frac{1}{2}=\frac{\sqrt{3}}{2}$

ডানপক্ষ $=\frac{2\tan\theta}{1+\tan^2\theta}=\frac{2\tan\frac{\pi}{3}}{1+\tan^2\frac{\pi}{3}}$ [$\because\theta=\frac{\pi}{3}$]

$=\frac{2.\sqrt{3}}{1+(\sqrt{3})^2}$

$=\frac{2\sqrt{3}}{1+3}$

$=\frac{2\sqrt{3}}{4}$

$=\frac{\sqrt{3}}{2}$

∴ $\sin 2\theta=2\sin\theta\cos\theta=\frac{2\tan\theta}{1+\tan^2\theta}$ **(প্রমাণিত)**

(ii) $\sin3\theta=3\cos\theta-4\sin^3\theta$

সমাধান: দেওয়া আছে, $\theta=\frac{\pi}{3}$

বামপক্ষ $=\sin 3\theta$

$=\sin\left(3.\frac{\pi}{3}\right)$ [$\because\theta=\frac{\pi}{3}$]

$=\sin\pi$

$=\sin\left(2.\frac{\pi}{2}+0\right)$

$=\sin 0$

$=0$

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

ডানপক্ষ $= 3\sin\theta - 4\sin^3\theta$

$= 3\sin\frac{\pi}{3} - 4\sin^3\frac{\pi}{3}$ [$\because \theta = \frac{\pi}{3}$]

$= 3.\frac{\sqrt{3}}{2} - 4.\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^3$

$= \frac{3\sqrt{3}}{2} - 4.\frac{3\sqrt{3}}{8}$

$= \frac{3\sqrt{3}}{2} - \frac{3\sqrt{3}}{2}$

$= 0$

$\therefore \sin 3\theta = 3\sin\theta - 4\sin^3\theta$ **(প্রমাণিত)**

(iii) $\cos 3\theta = 4\cos^3\theta - 3\cos\theta$.

সমাধান: দেওয়া আছে, $\theta = \frac{\pi}{3}$

বামপক্ষ $= \cos 3\theta$

$= \cos 3.\frac{\pi}{3}$ [$\because \theta = \frac{\pi}{3}$]

$= \cos\pi$

$= \cos\left(2.\frac{\pi}{2} + 0\right)$

$= -\cos 0°$

$= -1$

ডানপক্ষ $= 4\cos^3\theta - 3\cos\theta$

$= 4\cos^3\frac{\pi}{3} - 3\cos\frac{\pi}{3}$ [$\because \theta = \frac{\pi}{3}$]

$= 4.\left(\frac{1}{2}\right)^3 - 3.\frac{1}{2}$

$= 4.\frac{1}{8} - \frac{3}{2}$

$= \frac{1}{2} - \frac{3}{2}$

$= \frac{1-3}{2}$

$= \frac{-2}{2}$

$= -1$

$\therefore \cos 3\theta = 4\cos^3\theta - 3\cos\theta$. **(প্রমাণিত)**

(iv) $\tan 2\theta = \frac{2\tan\theta}{1-\tan^2\theta}$

সমাধান: দেওয়া আছে, $\theta = \frac{\pi}{3}$

বামপক্ষ $= \tan 2\theta$

$= \tan 2.\frac{\pi}{3}$ [$\because \theta = \frac{\pi}{3}$]

$= \tan\frac{2\pi}{3}$

$= \tan\left(\pi - \frac{\pi}{3}\right)$

$= -\tan\frac{\pi}{3}$

$= -\sqrt{3}$

ডানপক্ষ $= \frac{2\tan\theta}{1-\tan^2\theta}$

$= \frac{2\tan\frac{\pi}{3}}{1-\tan^2\frac{\pi}{3}}$ [$\because \theta = \frac{\pi}{3}$]

$= \frac{2.\sqrt{3}}{1-(\sqrt{3})^2}$

$= \frac{2\sqrt{3}}{1-3}$

$= \frac{2\sqrt{3}}{-2}$

$= -\sqrt{3}$

$\therefore \tan 2\theta = \frac{2\tan\theta}{1-\tan^2\theta}$ **(প্রমাণিত)**

১১. প্রদত্ত শর্ত পূরণ করে α (আলফা) এর মান নির্ণয় কর:

(i) $\cot\alpha = -\sqrt{3}$; $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$

সমাধান: চতুর্থ চতুর্ভাগে $\cot\alpha = -\sqrt{3}$

$\cot\alpha = -\cot\frac{\pi}{6}$

$= \cot\left(2\pi - \frac{\pi}{6}\right)$

$= \cot\left(\frac{12\pi - \pi}{6}\right)$

$= \cot\frac{11\pi}{6}$

$\therefore \alpha = \frac{11\pi}{6}$ এটি গ্রহণযোগ্য মান কারণ $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$

$\therefore$ নির্ণেয় মান $\alpha = \frac{11\pi}{6}$

[বি: দ্র: পাঠ্যবইয়ের প্রশ্নে $\frac{\sqrt{3}}{2}$ এর পরিবর্তে $-\sqrt{3}$ এবং 3π এর পরিবর্তে $\frac{3\pi}{2}$ হবে।]

(ii) $\cos\alpha = -\frac{1}{2}$; $\frac{\pi}{2} < \alpha < \frac{3\pi}{2}$

সমাধান: দ্বিতীয় চতুর্ভাগে $\cos\alpha = -\frac{1}{2}$

বা, $\cos\alpha = \cos\left(\pi - \frac{\pi}{3}\right)$

বা, $\alpha = \frac{3\pi - \pi}{3}$

বা, $\alpha = \frac{2\pi}{3}$

যা $\frac{\pi}{2} < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ শর্ত পালন করে

আবার, তৃতীয় চতুর্ভাগে, $\cos\alpha = -\frac{1}{2}$

বা, $\cos\alpha = \cos\left(\pi + \frac{\pi}{3}\right)$

বা, $\alpha = \frac{3\pi + \pi}{3}$

বা, $\alpha = \frac{4\pi}{3}$

যা $\frac{\pi}{2} < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ শর্ত পালন করে

নির্ণেয় মান : $\alpha = \frac{2\pi}{3}$ এবং $\frac{4\pi}{3}$

(iii) $\sin\alpha = -\frac{\sqrt{3}}{2}$; $\frac{\pi}{2} < \alpha < \frac{3\pi}{2}$

সমাধান: $\sin\alpha = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

বা, $\sin\alpha = -\sin\frac{\pi}{3}$

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

বা, $\sin\alpha = \sin\left(\pi + \frac{\pi}{3}\right)$ [∵ তৃতীয় চতুর্ভাগে sin ঋণাত্মক]

বা, $\alpha = \pi + \frac{\pi}{3}$

∴ $\alpha = \frac{4\pi}{3}$ যা, $\frac{\pi}{2} < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ শর্ত পূরণ করে

∴ নির্ণেয় মান $= \frac{4\pi}{3}$

(iv) $\cot\alpha = -1;\ \pi < \alpha < 2\pi$

সমাধান: $\cot\alpha = -1$

বা, $\cot\alpha = -\cot\frac{\pi}{4}$

বা, $\cot\alpha = \cot\left(2\pi - \frac{\pi}{4}\right)$; [চতুর্থ চতুর্ভাগে cot ঋণাত্মক]

বা, $\alpha = 2\pi - \frac{\pi}{4}$

∴ $\alpha = \frac{7\pi}{4}$, যা, $\pi < \alpha < 2\pi$ শর্ত পূরণ করে

∴ নির্ণেয় মান $= \frac{7\pi}{4}$

১২. সমাধান কর: $\left(\text{যখন } 0 < \theta < \frac{\pi}{2}\right)$

(i) $2\cos^2\theta = 1 + 2\sin^2\theta$

সমাধান: দেওয়া আছে,

$2\cos^2\theta = 1 + 2\sin^2\theta$

বা, $2\cos^2\theta - 2\sin^2\theta = 1$

বা, $2(1-\sin^2\theta) - 2\sin^2\theta = 1$ [∵ $\cos^2\theta = 1 - \sin^2\theta$]

বা, $2 - 2\sin^2\theta - 2\sin^2\theta = 1$

বা, $2 - 4\sin^2\theta = 1$

বা, $-4\sin^2\theta = -1$

বা, $\sin^2\theta = \frac{1}{4}$

বা, $\sin\theta = \pm\frac{1}{2}$

যেহেতু $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$, সুতরাং $\sin\theta = -\frac{1}{2}$ গ্রহণযোগ্য নয়।

∴ $\sin\theta = \frac{1}{2}$

বা, $\sin\theta = \sin\frac{\pi}{6}$ [∵ $\sin\frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$]

∴ $\theta = \frac{\pi}{6}$

∴ নির্ণেয় সমাধান, $\theta = \frac{\pi}{6}$

(ii) $2\sin^2\theta - 3\cos\theta = 0$

সমাধান: দেওয়া আছে,

$2\sin^2\theta - 3\cos\theta = 0$

বা, $2(1-\cos^2\theta) - 3\cos\theta = 0$

বা, $2 - 2\cos^2\theta - 3\cos\theta = 0$

বা, $-(2\cos^2\theta + 3\cos\theta - 2) = 0$

বা, $2\cos^2\theta + 3\cos\theta - 2 = 0$

বা, $2\cos^2\theta + 4\cos\theta - \cos\theta - 2 = 0$

বা, $2\cos\theta(\cos\theta + 2) - 1(\cos\theta + 2) = 0$

বা, $(2\cos\theta - 1)(\cos\theta + 2) = 0$

এখানে $\cos\theta + 2 \neq 0$ কারণ, $\cos\theta + 2 = 0$ হলে $\cos\theta = -2$ হয় যা গ্রহণযোগ্য নয়, কারণ $\cos\theta$ এর মান 1 অপেক্ষা বৃহত্তর এবং -1 অপেক্ষা ক্ষুদ্রতর হতে পারে না।

∴ $2\cos\theta - 1 = 0$ যখন $0° < \theta < \frac{\pi}{2}$

বা, $2\cos\theta = 1$

বা, $\cos\theta = \frac{1}{2}$

বা, $\cos\theta = \cos\frac{\pi}{3}$

∴ $\theta = \frac{\pi}{3}$

∴ নির্ণেয় সমাধান, $\theta = \frac{\pi}{3}$

(iii) $6\sin^2\theta - 11\sin\theta + 4 = 0$

সমাধান: দেওয়া আছে,

$6\sin^2\theta - 11\sin\theta + 4 = 0$

বা, $6\sin^2\theta - 8\sin\theta - 3\sin\theta + 4 = 0$

বা, $2\sin\theta(3\sin\theta - 4) - 1(3\sin\theta - 4) = 0$

বা, $(2\sin\theta - 1)(3\sin\theta - 4) = 0$

এখানে, $3\sin\theta - 4 \neq 0$ কেননা $3\sin\theta - 4 = 0$ হলে $\sin\theta = \frac{4}{3}$, যা গ্রহণযোগ্য নয়, কারণ $\sin\theta$ এর মান 1 অপেক্ষা বৃহত্তর এবং -1 অপেক্ষা ক্ষুদ্রতর হতে পারে না।

অতএব $2\sin\theta - 1 = 0$

বা, $\sin\theta = \frac{1}{2}$

বা, $\sin\theta = \sin\frac{\pi}{6}$

∴ $\theta = \frac{\pi}{6}$

∴ নির্ণেয় সমাধান, $\theta = \frac{\pi}{6}$

(iv) $\tan\theta + \cot\theta = \frac{4}{\sqrt{3}}$

সমাধান: দেওয়া আছে,

$\tan\theta + \cot\theta = \frac{4}{\sqrt{3}}$

বা, $\tan\theta + \frac{1}{\tan\theta} = \frac{4}{\sqrt{3}}$

বা, $\frac{\tan^2\theta + 1}{\tan\theta} = \frac{4}{\sqrt{3}}$

বা, $\tan^2\theta + 1 = \frac{4\tan\theta}{\sqrt{3}}$

বা, $\sqrt{3}\tan^2\theta + \sqrt{3} = 4\tan\theta$

বা, $\sqrt{3}\tan^2\theta - 4\tan\theta + \sqrt{3} = 0$

বা, $\sqrt{3}\tan^2\theta - 3\tan\theta - \tan\theta + \sqrt{3} = 0$

বা, $\sqrt{3}\tan\theta(\tan\theta - \sqrt{3}) - 1(\tan\theta - \sqrt{3}) = 0$

বা, $(\tan\theta - \sqrt{3})(\sqrt{3}\tan\theta - 1) = 0$

হয় $\tan\theta - \sqrt{3} = 0$ অথবা, $\sqrt{3}\tan\theta - 1 = 0$

বা, $\tan\theta = \sqrt{3}$ বা, $\tan\theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$

বা, $\tan\theta = \tan\frac{\pi}{3}$ বা, $\tan\theta = \tan\frac{\pi}{6}$

∴ $\theta = \frac{\pi}{3}$ [∵ $\tan\frac{\pi}{3} = \sqrt{3}$] ∴ $\theta = \frac{\pi}{6}$ [∵ $\tan\frac{\pi}{6} = \frac{1}{\sqrt{3}}$]

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

যা, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ শর্ত পূরণ করে

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান, $\theta = \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}$

(v) $2\sin^2\theta + 3\cos\theta = 3$

সমাধান: দেওয়া আছে,

$2\sin^2\theta + 3\cos\theta = 3$

বা, $2(1-\cos^2\theta) + 3\cos\theta - 3 = 0$

বা, $2 - 2\cos^2\theta + 3\cos\theta - 3 = 0$

বা, $-2\cos^2\theta + 3\cos\theta - 1 = 0$

বা, $-(2\cos^2\theta - 3\cos\theta + 1) = 0$

বা, $2\cos^2\theta - 3\cos\theta + 1 = 0$

বা, $2\cos^2\theta - 2\cos\theta - \cos\theta + 1 = 0$

বা, $2\cos\theta(\cos\theta - 1) - 1(\cos\theta - 1) = 0$

বা, $(2\cos\theta - 1)(\cos\theta - 1) = 0$

$\therefore$ হয় $2\cos\theta - 1 = 0$

বা, $\cos\theta = \frac{1}{2}$

বা, $\cos\theta = \cos\frac{\pi}{3}$

$\therefore \theta = \frac{\pi}{3}$

অথবা, $\cos\theta - 1 = 0$

বা, $\cos\theta = 1$

বা, $\cos\theta = \cos 0$

$\therefore \theta = 0$

কিন্তু $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$

$\therefore \theta \neq 0°$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান, $\theta = \frac{\pi}{3}$

১৩. সমাধান কর: (যখন $0 < \theta < 2\pi$)

(i) $2\sin^2\theta + 3\cos\theta = 0$

সমাধান: দেওয়া আছে,

$2\sin^2\theta + 3\cos\theta = 0$

বা, $2(1-\cos^2\theta) + 3\cos\theta = 0$

বা, $2 - 2\cos^2\theta + 3\cos\theta = 0$

বা, $2\cos^2\theta - 3\cos\theta - 2 = 0$ [উভয়পক্ষকে (–1) দ্বারা গুণ করে]

বা, $2\cos^2\theta - 4\cos\theta + \cos\theta - 2 = 0$

বা, $2\cos\theta(\cos\theta - 2) + 1(\cos\theta - 2) = 0$

বা, $(2\cos\theta + 1)(\cos\theta - 2) = 0$

কিন্তু, $\cos\theta - 2 \neq 0$ কেননা $\cos\theta - 2 = 0$ হলে

$\cos\theta = 2$, যা অসম্ভব।

অতএব $2\cos\theta + 1 = 0$

বা, $\cos\theta = -\frac{1}{2}$

বা, $\cos\theta = -\frac{1}{2} = -\cos\frac{\pi}{3}$

বা, $\cos\theta = \cos(\pi - \frac{\pi}{3}), \cos(\pi + \frac{\pi}{3})$ [শর্তানুসার $0 < \theta < 2\pi$]

বা, $\cos\theta = \cos\frac{2\pi}{3}, \cos\frac{4\pi}{3}$

$\therefore \theta = \frac{2\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}$, যা $0 < \theta < 2\pi$ শর্ত পূরণ করে

$\therefore$ নির্দিষ্ট সীমার মধ্যে θ এর সম্ভাব্য মানসমূহ $= \frac{2\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}$

(ii) $4(\cos^2\theta + \sin\theta) = 5$

সমাধান: দেওয়া আছে,

$4(\cos^2\theta + \sin\theta) = 5$

বা, $4(1 - \sin^2\theta + \sin\theta) = 5$

বা, $4 - 4\sin^2\theta + 4\sin\theta = 5$

বা, $4\sin^2\theta - 4\sin\theta + 1 = 0$ [উভয়পক্ষকে (–1) দ্বারা গুণ করে]

বা, $(2\sin\theta - 1)^2 = 0$

বা, $2\sin\theta - 1 = 0$ [বর্গমূল করে]

বা, $\sin\theta = \frac{1}{2}$

বা, $\sin\theta = \sin\frac{\pi}{6}, \sin(\pi - \frac{\pi}{6})$ [শর্তানুসারে]

বা, $\sin\theta = \sin\frac{\pi}{6}, \sin\frac{5\pi}{6}$

$\therefore \theta = \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}$, যা, $0 < \theta < 2\pi$ শর্ত পূরণ করে

$\therefore$ নির্দিষ্ট সীমার মধ্যে θ এর সম্ভাব্য মানসমূহ $= \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}$

(iii) $\cot^2\theta + \operatorname{cosec}^2\theta = 3$.

সমাধান: দেওয়া আছে,

$\cot^2\theta + \operatorname{cosec}^2\theta = 3$

বা, $\cot^2\theta + 1 + \cot^2\theta = 3$

বা, $2\cot^2\theta = 2$

বা, $\cot^2\theta = 1$

বা, $\cot\theta = \pm 1$

$\cot\theta = 1$ নিয়ে পাই

$\cot\theta = \cot\frac{\pi}{4}, \cot(\pi + \frac{\pi}{4})$ [শর্তানুসারে]

বা, $\cot\theta = \cot\frac{\pi}{4}, \cot\frac{5\pi}{4}$

$\therefore \theta = \frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}$

আবার, $\cot\theta = -1$ থেকে পাই,

$\cot\theta = -\cot\frac{\pi}{4}$

বা, $\cot\theta = \cot(\pi - \frac{\pi}{4}), \cot(2\pi - \frac{\pi}{4})$ [শর্তানুসারে]

বা, $\cot\theta = \cot\frac{3\pi}{4}, \cot\frac{7\pi}{4}$

$\therefore \theta = \frac{3\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}$, যা $0 < \theta < 2\pi$ শর্ত পূরণ করে।

$\therefore$ নির্দিষ্ট সীমার মধ্যে θ এর সম্ভাব্য মানসমূহ,

$\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}$

(iv) $\tan^2\theta + \cot^2\theta = 2$

সমাধান: দেওয়া আছে,

$\tan^2\theta + \cot^2\theta = 2$

বা, $\tan^2\theta + \frac{1}{\tan^2\theta} = 2$

বা, $\tan^4\theta + 1 = 2\tan^2\theta$ [উভয় পক্ষকে $\tan^2\theta$ দ্বারা গুণ করে]

বা, $\tan^4\theta - 2\tan^2\theta + 1 = 0$

বা, $(\tan^2\theta - 1)^2 = 0$

বা, $\tan^2\theta - 1 = 0$

বা, $\tan^2\theta = 1$

বা, $\tan\theta = \pm 1$

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

এখন, $\tan\theta = 1$ নিয়ে পাই;

$\tan\theta = \tan\frac{\pi}{4}, \tan(\pi + \frac{\pi}{4})$ (শর্তানুসারে)

বা, $\tan\theta = \tan\frac{\pi}{4}, \tan\frac{5\pi}{4}$

$\therefore \theta = \frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}$

আবার, $\tan\theta = -1$ নিয়ে পাই,

$\tan\theta = -\tan\frac{\pi}{4}$

বা, $\tan\theta = \tan(\pi - \frac{\pi}{4}), \tan(2\pi - \frac{\pi}{4})$ (শর্তানুসারে)

বা, $\tan\theta = \tan\frac{3\pi}{4}, \tan\frac{7\pi}{4}$

$\therefore \theta = \frac{3\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}$

$\therefore$ নির্দিষ্ট সীমার মধ্যে θ এর সম্ভাব্য মানসমূহ,

$\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}$

(v) $\sec^2\theta + \tan^2\theta = \frac{5}{3}$

সমাধান: দেওয়া আছে,

$(\sec^2\theta + \tan^2\theta) = \frac{5}{3}$

বা, $3(1 + \tan^2\theta + \tan^2\theta) = 5$

বা, $3 + 6\tan^2\theta - 5 = 0$

বা, $6\tan^2\theta = 2$

বা, $\tan^2\theta = \frac{1}{3}$

$\therefore \tan\theta = \pm\frac{1}{\sqrt{3}}$

এখন, $\tan\theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$ নিয়ে পাই,

$\tan\theta = \tan\frac{\pi}{6}, \tan(\pi + \frac{\pi}{6})$ [শর্তানুসারে]

বা, $\tan\theta = \tan\frac{\pi}{6}, \tan\frac{7\pi}{6}$

$\therefore \theta = \frac{\pi}{6}, \frac{7\pi}{6}$

আবার, $\tan\theta = -\frac{1}{\sqrt{3}}$ নিয়ে পাই,

বা, $\tan\theta = -\tan\frac{\pi}{6}$

বা, $\tan\theta = \tan(\pi - \frac{\pi}{6}), \tan(2\pi - \frac{\pi}{6})$ [শর্তানুসারে]

বা, $\tan\theta = \tan\frac{5\pi}{6}, \tan\frac{11\pi}{6}$

$\therefore \theta = \frac{5\pi}{6}, \frac{11\pi}{6}$

$\therefore$ নির্দিষ্ট সীমার মধ্যে θ এর সম্ভাব্য সকল মানসমূহ,

$\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}, \frac{7\pi}{6}, \frac{11\pi}{6}$

(vi) $5\operatorname{cosec}^2\theta - 7\cot\theta\operatorname{cosec}\theta - 2 = 0$

সমাধান: দেওয়া আছে,

$5\operatorname{cosec}^2\theta - 7\cot\theta\operatorname{cosec}\theta - 2 = 0$

বা, $\frac{5}{\sin^2\theta} - \frac{7\cos\theta}{\sin^2\theta} - 2 = 0$

বা, $5 - 7\cos\theta - 2\sin^2\theta = 0$

বা, $5 - 7\cos\theta - 2(1 - \cos^2\theta) = 0$

বা, $5 - 7\cos\theta - 2 + 2\cos^2\theta = 0$

বা, $2\cos^2\theta - 7\cos\theta + 3 = 0$

বা, $2\cos^2\theta - 6\cos\theta - \cos\theta + 3 = 0$

বা, $2\cos\theta(\cos\theta - 3) - 1(\cos\theta - 3) = 0$

বা, $(2\cos\theta - 1)(\cos\theta - 3) = 0$

হয়, $2\cos\theta - 1 = 0$ অথবা, $\cos\theta - 3 = 0$

বা, $\cos\theta = \frac{1}{2}$ $\quad\therefore \cos\theta = 3$

$\therefore \cos\theta = \frac{1}{2}$ অথবা 3

কিন্তু cosθ এর মান 1 অপেক্ষা বৃহত্তর হতে পারে না।

$\therefore \cos\theta = \frac{1}{2}$

$\cos\theta = \cos\frac{\pi}{3}, \cos(2\pi - \frac{\pi}{3})$ [শর্তানুসারে]

$\therefore \theta = \frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}$, যা প্রদত্ত সীমা $0 < \theta < 2\pi$ এর মধ্যে অবস্থিত

$\therefore$ নির্দিষ্ট সীমার মধ্যে θ এর সম্ভাব্য সকল মানসমূহ $\frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}$

(vii) $2\sin x\cos x = \sin x$ $(0 \le x \le 2\pi)$.

সমাধান: $2\sin x\cos x = \sin x$

বা, $(2\sin x\cos x)^2 = (\sin x)^2$ [বর্গ করে]

বা, $4\sin^2x\cos^2x = \sin^2x$

বা, $4\sin^2x(1 - \sin^2x) = \sin^2x$

বা, $4\sin^2x - 4\sin^4x - \sin^2x = 0$

বা, $-4\sin^4x + 3\sin^2x = 0$

বা, $-\sin^2x(4\sin^2x - 3) = 0$

বা, $\sin^2x(4\sin^2x - 3) = 0$

হয়, $\sin^2x = 0$ অথবা, $4\sin^2x - 3 = 0$.

বা, $\sin x = 0$ $\quad$ বা, $4\sin^2x = 3$

বা, $\sin x = \sin 0°, \sin(\pi - 0), \sin(2\pi - 0)$ $\quad$ বা, $\sin^2x = \frac{3}{4}$

বা, $\sin x = \pm\sqrt{\frac{3}{4}}$

বা, $\sin x = \pm\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\therefore x = 0, \pi, 2\pi$

বা, $\sin x = \sin\frac{\pi}{3}, \sin\left(\pi - \frac{\pi}{3}\right), \sin\left(2\pi - \frac{\pi}{3}\right)$

$\therefore \sin x = \sin\frac{\pi}{3}, \sin\frac{2\pi}{3}, \sin\frac{5\pi}{3}$

$\therefore x = \frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}$; যা সীমা $0 \le x \le 2\pi$ এর মধ্যে অবস্থিত

$\therefore$ নির্ণেয় সীমার মধ্যে x এর সম্ভাব্য মান সমূহ:

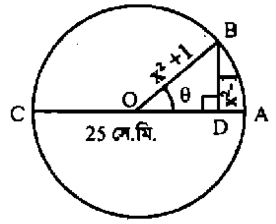
$0, \frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}, \pi, \frac{5\pi}{3}$

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

অনুশীলনীর সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

প্রশ্ন ▶ ১৪



ক. চিত্রে ABC একটি বৃত্তাকার চাকা এবং চাকাটির AB চাপের দৈর্ঘ্য 25 সে.মি. হলে θ = কত? চাকাটি 1 বার ঘুরে কত মিটার দূরত্ব অতিক্রম করবে?

খ. ABC চাকাটি প্রতি সেকেন্ডে 5 বার আবর্তিত হলে চাকাটির গতিবেগ ঘণ্টায় কত হবে?

গ. চিত্রে ΔBOD হলে sinθ এর মান ব্যবহার করে প্রমাণ কর যে, $\tan\theta + \sec\theta = x$.

১৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক মনে করি, চাকাটির AB চাপের দৈর্ঘ্য, S = 25 সে.মি.
চিত্র হতে পাই, ব্যাসার্ধ, r = 25 সে.মি.
সুতরাং আমরা জানি, $S = r\theta$

বা, $\theta = \frac{s}{r}$

বা, $\theta = \frac{25}{25}$ রেডিয়ান

$= 1$ রেডিয়ান

$= \frac{180^\circ}{\pi}$

$= 57.30^\circ$

∴ নির্ণেয় θ এর মান 57.30°

উত্তর: 57.30°

চাকাটি 1 বার ঘুরে অতিক্রম করবে $2\pi r$

$= 2 \times 3.1416 \times 25$ সে.মি.

= 157.08 সে.মি.

= 1.5708 মি. (প্রায়)

= 1.57 মি. (প্রায়)

∴ চাকাটি 1 বার ঘুরে দূরত্ব অতিক্রম করে 1.57 মি. (প্রায়)

খ 1 ঘণ্টা = 60 মিনিট $= 60 \times 60$ সেকেন্ড
= 3600 সেকেন্ড

ABC চাকাটি 1 সেকেন্ডে আবর্তিত হয় 5 বার

∴ চাকাটি 1 ঘণ্টায় আবর্তিত হবে $= (3600 \times 5)$ বার
= 18000 বার

∴ চাকাটি 1 ঘণ্টায় দূরত্ব অতিক্রম করবে 18000×1.57 মি. ['ক' হতে]

= 28260 মি.

= 28.26 কি.মি. (প্রায়)

সুতরাং চাকাটির গতিবেগ ঘণ্টায় 28.26 কি.মি. (প্রায়)

Ans. 28.26 কি.মি. (প্রায়)

গ চিত্র হতে পাই, $\sin\theta = \frac{BD}{BO}$

বা, $\sin\theta = \frac{x^2-1}{x^2+1}$

∴ $\cos\theta = \sqrt{1-\sin^2\theta}$

$= \sqrt{1-\left(\frac{x^2-1}{x^2+1}\right)^2}$

$= \sqrt{1-\frac{(x^2-1)^2}{(x^2+1)^2}}$

$= \sqrt{\frac{(x^2+1)^2-(x^2-1)^2}{(x^2+1)^2}}$

$= \sqrt{\frac{4x^2}{(x^2+1)^2}}$

$= \frac{2x}{x^2+1}$

এখন, $\tan\theta + \sec\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} + \frac{1}{\cos\theta}$

$= \frac{\frac{x^2-1}{x^2+1}}{\frac{2x}{x^2+1}} + \frac{1}{\frac{2x}{x^2+1}}$

$= \left(\frac{x^2-1}{x^2+1} \times \frac{x^2+1}{2x}\right) + \left(1 \times \frac{x^2+1}{2x}\right)$

$= \frac{x^2-1}{2x} + \frac{x^2+1}{2x}$

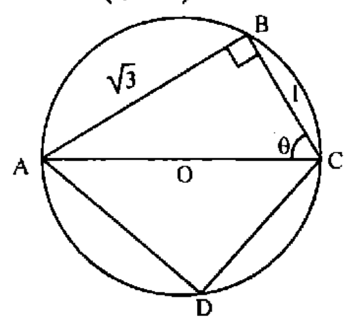
$= \frac{x^2-1+x^2+1}{2x}$

$= \frac{2x^2}{2x}$

$= x$

∴ $\tan\theta + \sec\theta = x$ **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▶ ১৫



ক. চিত্রে O, বৃত্তের কেন্দ্র হলে ∠B এর বৃত্তীয়মান এবং AC নির্ণয় কর।

খ. প্রমাণ কর যে, $\tan A + \tan B + \tan C + \tan D = 0$

গ. $\sec\theta + \cos\theta = P$ হলে, P এর মান নির্ণয় কর এবং সমীকরণটি সমাধান কর।

১৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক চিত্রে $\angle B = 90^\circ$

আমরা জানি, $1^\circ = \frac{\pi}{180}$ রেডিয়ান।

∴ $90^\circ = \left(\frac{\pi}{180} \cdot 90\right)$ "

$= \frac{\pi}{2}$ "

∴ ∠B এর বৃত্তীয়মান $\frac{\pi}{2}$ রেডিয়ান। **(Ans.)**

আবার, ΔABC-এ $\angle B = 90^\circ$

∴ পীথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে,

$AC^2 = AB^2 + BC^2$

বা, $AC^2 = (\sqrt{3})^2 + 1^2$

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

বা, $AC^2 = 3 + 1$
বা, $AC^2 = 4$
$\therefore AC = 2$ একক **(উত্তর)**

খ O কেন্দ্র বিশিষ্ট ABCD বৃত্তে ABCD চতুর্ভুজটি অন্তর্লিখিত।
$\therefore \angle A + \angle C = 180°$
এবং $\angle B + \angle D = 180°$
এখন, বামপক্ষ = $\tan A + \tan B + \tan C + \tan D$
$= \tan A + \tan(180° - D) + \tan(180° - A) + \tan D$
$= \tan A + \tan(2 \times 90° - D) + \tan(2 \times 90° - A) + \tan D$
$= \tan A - \tan D - \tan A + \tan D$ [∵ ২য় চতুর্থভাগে tan ঋণাত্মক]
$= 0$
= ডানপক্ষ।
$\therefore \tan A + \tan B + \tan C + \tan D = 0$ **(প্রমাণিত)**

গ দেওয়া আছে, $\sec\theta + \cos\theta = P$ ... ... (i)
এখানে, $\sec\theta = \frac{AC}{BC} = \frac{2}{1} = 2$ [∵ AC = 2 এবং BC = 1]
আবার, $\cos\theta = \frac{BC}{AC} = \frac{1}{2}$
$\sec\theta$ এবং $\cos\theta$ এর মান (i) নং এ বসিয়ে পাই,
$2 + \frac{1}{2} = P$
বা, $\frac{4+1}{2} = P$ বা, $P = \frac{5}{2}$
$\therefore$ নির্ণেয় P এর মান $\frac{5}{2}$
এখন, (i) নং থেকে, $\sec\theta + \cos\theta = \frac{5}{2}$
বা, $\frac{1}{\cos\theta} + \cos\theta = \frac{5}{2}$
বা, $\frac{1 + \cos^2\theta}{\cos\theta} = \frac{5}{2}$
বা, $2\cos^2\theta + 2 = 5\cos\theta$
বা, $2\cos^2\theta - 5\cos\theta + 2 = 0$
বা, $2\cos^2\theta - 4\cos\theta - \cos\theta + 2 = 0$
বা, $2\cos\theta(\cos\theta - 2) - 1(\cos\theta - 2) = 0$
বা, $(2\cos\theta - 1)(\cos\theta - 2) = 0$
হয়, $2\cos\theta - 1 = 0$ অথবা, $\cos\theta - 2 = 0$
বা, $2\cos\theta = 1$ $\therefore \cos\theta = 2$
বা, $\cos\theta = \frac{1}{2}$ কিন্তু $\cos\theta \neq 2$
কারণ, $\cos\theta$ এর মান 1 অপেক্ষা বৃহত্তর হতে পারে না।
বা, $\cos\theta = \cos\frac{\pi}{3}$
$\therefore \theta = \frac{\pi}{3}$
$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান $\theta = \frac{\pi}{3}$

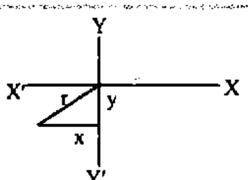
মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত সৃজনশীল বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

★★ ৮.১২ (−θ) কোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাতসমূহ

• **(−θ) কোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাত:**

$\sin(-\theta) = -\sin\theta$	$\text{cosec}(-\theta) = -\text{cosec}\theta$
$\cos(-\theta) = \cos\theta$	$\sec(-\theta) = \sec\theta$
$\tan(-\theta) = -\tan\theta$	$\cot(-\theta) = -\cot\theta$

১.



চিত্রে $\sec(-\theta)$ এর মান নিচের কোনটি? (সহজ)
ক $\frac{r}{x}$ খ $-\frac{r}{x}$ গ $\frac{x}{r}$ ঘ $-\frac{x}{r}$ **ক**

২. **$\cos(-\theta) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ হলে, θ এর মান কত ডিগ্রি?** (মধ্যম)
ক −30 খ 0 গ 30 ঘ 60 **গ**

ব্যাখ্যা: $\cos(-\theta) = \cos\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$ বা, $\cos\theta = \cos 30°$ $\therefore \theta = 30°$

৩. **$\sin(-\theta) = \frac{1}{2}$ হলে, θ এর মান কত রেডিয়ান?** (মধ্যম)
ক $-\frac{\pi}{6}$ খ $-\frac{\pi}{3}$ গ $\frac{\pi}{6}$ ঘ $\frac{\pi}{3}$ **ক**

৪. **$\tan\left(-\frac{\pi}{6}\right)$ এর মান কত?** (সহজ)
ক $\frac{1}{\sqrt{3}}$ খ $\frac{1}{3}$ গ $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ঘ $-\frac{1}{\sqrt{3}}$ **ঘ**

৫. **$\cot\left(-\frac{\pi}{3}\right)$ এর মান কত?** (সহজ)
ক $\frac{1}{\sqrt{3}}$ খ $\frac{1}{\sqrt{2}}$ গ $-\frac{1}{\sqrt{2}}$ ঘ $-\frac{1}{\sqrt{3}}$ **ঘ**

৬. **$\tan(-\theta) = -\tan\theta$ হলে—**
i. $\tan(-60°) = -\sqrt{3}$
ii. $\tan^2(-60°) = 3$
iii. $\sec^2(-60°) = 4$
নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)
ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **খ**

ব্যাখ্যা: $\sec^2(-60°) = 1 + \tan^2(-60°) = 4$

নিচের তথ্যের ভিত্তিতে (৭-৯) নং প্রশ্নের উত্তর দাও।
$\text{cosec}(-\theta) = \frac{2}{\sqrt{3}}$।

৭. **θ এর মান কত ডিগ্রি?** (মধ্যম)
ক −60 খ 0 গ 45 ঘ 60 **ক**

ব্যাখ্যা: $\text{cosec}(-\theta) = \frac{2}{\sqrt{3}}$ বা, $\text{cosec}(-\theta) = \text{cosec}\,60°$ $\therefore \theta = -60°$

৮. **sinθ এর মান কত?** (সহজ)
ক $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ খ $-\frac{2}{\sqrt{3}}$ গ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ঘ $\frac{2}{\sqrt{3}}$ **ক**

৯. **$\text{cosec}^2(-\theta) + \sin^2\theta$ = কত?** (মধ্যম)
ক $-\frac{25}{12}$ খ $-\frac{12}{25}$ গ $\frac{12}{25}$ ঘ $\frac{25}{12}$ **ঘ**

★★★ ৮.১৩ $\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)$ এবং $\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right)$ কোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাতসমূহ Text পৃষ্ঠা-১৬৮

• $\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)$ এবং $\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right)$ কোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাত

$\sin(90° - \theta) = \cos\theta$	$\text{cosec}(90° - \theta) = \sec\theta$
$\cos(90° - \theta) = \sin\theta$	$\sec(90° - \theta) = \text{cosec}\theta$
$\tan(90° - \theta) = \cot\theta$	$\cot(90° - \theta) = \tan\theta$

$\sin(90° + \theta) = \cos\theta$	$\text{cosec}(90° + \theta) = \sec\theta$
$\cos(90° + \theta) = -\sin\theta$	$\sec(90° + \theta) = -\text{cosec}\theta$
$\tan(90° + \theta) = -\cot\theta$	$\cot(90° + \theta) = -\tan\theta$

১০. **$\sin\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{6}\right)$ এর মান কত?** (সহজ)
ক $\frac{2}{\sqrt{3}}$ খ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ গ $\frac{3}{4}$ ঘ $\frac{9}{4}$ **খ**

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

১১. $\sec\left(\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{4}\right)$ এর মান কত? (সহজ)

ক $-\sqrt{2}$ খ $-\frac{1}{\sqrt{2}}$ গ $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ঘ $\sqrt{2}$ **ঘ**

১২. $\sec\left(\frac{\pi}{4}\right)$ সমান নিচের কোনটি?

ক $\tan\frac{\pi}{4}$ খ $\text{cosec}\left(\frac{\pi}{4}\right)$

গ $\cot\frac{\pi}{4}$ ঘ $\cos\left(\frac{\pi}{4}\right)$ **খ**

১৩. $\tan\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right)=\sqrt{3}$ হলে, $\cot\theta$ এর মান কত? (মধ্যম)

ক $-\sqrt{3}$ খ 0 গ $\sqrt{3}$ ঘ 1 **ক**

১৪. $\sin\left(\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{4}\right)=\frac{1}{\sqrt{2}}$ হলে $\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right)$ এর মান কত? (মধ্যম)

ক $\frac{1}{\sqrt{2}}$ খ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ গ $\frac{2}{\sqrt{3}}$ ঘ $\sqrt{2}$ **ক**

১৫. $\text{cosec}\left(\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{4}\right)$ এর মান কত? (মধ্যম)

ক 2 খ $\frac{1}{\sqrt{2}}$ গ $\sqrt{2}$ ঘ $\sqrt{3}$ **গ**

১৬. $\tan\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)$ এর মান কত? (সহজ)

ক $\tan\theta$ খ $\cot\theta$ গ $-\tan\theta$ ঘ $-\cot\theta$ **খ**

১৭. $\sec\left(\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{3}\right)$ এর মান কত? (সহজ)

ক $-\frac{2}{\sqrt{3}}$ খ $-\frac{1}{\sqrt{3}}$ গ $\frac{1}{2}$ ঘ $\frac{1}{\sqrt{3}}$ **ক**

১৮. $\cos\left(\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{6}\right)$ এর মান কত? (সহজ)

ক $\frac{1}{\sqrt{3}}$ খ $\frac{1}{2}$ গ $-\frac{1}{\sqrt{3}}$ ঘ $-\frac{2}{\sqrt{3}}$ **খ**

১৯. $\cot\left(\frac{3\pi}{4}\right)$ এর মান কত? (মধ্যম)

ক 1 খ $\sqrt{3}$ গ -1 ঘ $-\sqrt{3}$ **গ**

ব্যাখ্যা: $\cot\left(\frac{3\pi}{4}\right)=\cot\left(\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{4}\right)=-\tan\frac{\pi}{4}=-1$

২০. $\sec\frac{3\pi}{4}$ সমান—

i. $\sec\left(\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{4}\right)$।

ii. $-\text{cosec}\frac{\pi}{4}$।

iii. $-\sqrt{2}$।

নিচের কোনটি সঠিক ? (মধ্যম)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **ঘ**

নিচের তথ্যের ভিত্তিতে (২১-২২) নং প্রশ্নের উত্তর দাও।

$A=\tan\left(\frac{\pi}{2}+x\right)=-\frac{1}{\sqrt{3}}$

২১. A সমান নিচের কোনটি? (সহজ)

ক $-\cot x$ খ $-\tan x$ গ $\cot x$ ঘ $\tan x$ **ক**

২২. x = কত ডিগ্রি? (মধ্যম)

ক -60 খ -30 গ 30 ঘ 60 **ঘ**

ব্যাখ্যা: $-\cot x=-\frac{1}{\sqrt{3}}$

বা, $\cot x=\frac{1}{\sqrt{3}}\quad\therefore x=60°$

★★★ ৮.১৪ $(\pi+\theta)$ এবং $(\pi-\theta)$ কোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাতসমূহ | পৃষ্ঠা-১৬৬

• $(180°-\theta)$ কোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাত $(0°<\theta<90°)$

$\sin(180°-\theta)=\sin\theta$	$\text{cosec}(180°-\theta)=\text{cosec}\theta$
$\cos(180°-\theta)=-\cos\theta$	$\sec(180°-\theta)=-\sec\theta$
$\tan(180°-\theta)=-\tan\theta$	$\cot(180°-\theta)=-\cot\theta$

• $(180°+\theta)$ কোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাত $(0°<\theta<90°)$

$\sin(180°+\theta)=-\sin\theta$	$\text{cosec}(180°+\theta)=-\text{cosec}\theta$
$\cos(180°+\theta)=-\cos\theta$	$\sec(180°+\theta)=-\sec\theta$
$\tan(180°+\theta)=\tan\theta$	$\cot(180°+\theta)=\cot\theta$

২৩. $\sin\left(\frac{4\pi}{3}\right)$ এর মান কত? (মধ্যম)

ক $\frac{-\sqrt{3}}{2}$ খ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ গ $\frac{1}{2}$ ঘ 1 **ক**

২৪. $\tan(\pi+x)=\frac{1}{\sqrt{3}}$ হলে, x এর মান কত রেডিয়ান? (মধ্যম)

ক $\frac{\pi}{6}$ খ $\frac{\pi}{4}$ গ $\frac{\pi}{3}$ ঘ $\frac{\pi}{2}$ **ক**

ব্যাখ্যা: $\tan x=\frac{1}{\sqrt{3}}=\tan\frac{\pi}{6}\therefore x=\frac{\pi}{6}$

২৫. $\tan(\pi-30°)$ = কত? (সহজ)

ক $-\tan 30°$ খ $\tan 30°$ গ $\cot 30°$ ঘ $\tan 60°$ **ক**

২৬. $\tan\theta=\sqrt{3}$ হলে—

i. $\tan(\pi+\theta)=\sqrt{3}$। ii. $\tan(\pi-\theta)=-\sqrt{3}$। iii. $\theta=\frac{\pi}{6}$।

নিচের কোনটি সঠিক ? (মধ্যম)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **ক**

ব্যাখ্যা: iii. সঠিক নয় কারণ, $\tan\theta=\sqrt{3}=\tan\frac{\pi}{3}\therefore\theta=\frac{\pi}{3}$

২৭. $\tan\frac{5\pi}{6}$ সমান—

i. $\tan\left(\pi+\frac{\pi}{6}\right)$ ii. $-\tan\frac{\pi}{6}$ iii. $-\frac{1}{\sqrt{3}}$।

নিচের কোনটি সঠিক ? (মধ্যম)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **গ**

ব্যাখ্যা: i. সঠিক নয় কারণ, $\tan\frac{5\pi}{6}=\tan\left(\pi-\frac{\pi}{6}\right)$

নিচের তথ্যের ভিত্তিতে (২৮-২৯) নং প্রশ্নের উত্তর দাও।

$A=\cos(\pi+x)=-\frac{\sqrt{3}}{2}$।

২৮. A এর মান নিচের কোনটির সমান? (সহজ)

ক $-\cos x$ খ $\cos x$ গ $\sin x$ ঘ $\sec x$ **ক**

২৯. x = কত রেডিয়ান? (মধ্যম)

ক $\frac{\pi}{2}$ খ $\frac{\pi}{3}$ গ $\frac{\pi}{4}$ ঘ $\frac{\pi}{6}$ **ঘ**

ব্যাখ্যা: $-\cos x=-\frac{\sqrt{3}}{2}$ বা, $\cos x=\frac{\sqrt{3}}{2}=\cos\frac{\pi}{6}\therefore x=\frac{\pi}{6}$

★★ ৮.১৫ $\left(\frac{3\pi}{2}-\theta\right)$ এবং $\left(\frac{3\pi}{2}+\theta\right)$ কোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাতসমূহ | Text পৃষ্ঠা-১৬৮

• $(270°-\theta)$ কোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাত $(0°<\theta<90°)$

$\sin(270°-\theta)=-\cos\theta$	$\text{cosec}(270°-\theta)=-\sec\theta$
$\cos(270°-\theta)=-\sin\theta$	$\sec(270°-\theta)=-\text{cosec}\theta$
$\tan(270°-\theta)=\cot\theta$	$\cot(270°-\theta)=\tan\theta$

• $(270°+\theta)$ কোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাত $(0°<\theta<90°)$

$\sin(270°+\theta)=-\cos\theta$	$\text{cosec}(270°+\theta)=-\sec\theta$
$\cos(270°+\theta)=\sin\theta$	$\sec(270°+\theta)=\text{cosec}\theta$
$\tan(270°+\theta)=-\cot\theta$	$\cot(270°+\theta)=-\tan\theta$

৩০. $\cot\theta=\frac{1}{\sqrt{3}}$ হলে, $\tan\left(\frac{3\pi}{2}-\theta\right)$ এর মান কত? (মধ্যম)

ক $-\frac{1}{\sqrt{3}}$ খ $-\sqrt{3}$ গ $\frac{1}{\sqrt{3}}$ ঘ $\sqrt{3}$ **গ**

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

৩১. $\cos\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$ হলে, $\sin\left(\frac{3\pi}{2}+\theta\right)$ এর মান কত? (মধ্যম)

ক $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ খ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ গ $\frac{2}{\sqrt{3}}$ ঘ $\frac{1}{\sqrt{3}}$ **ক**

ব্যাখ্যা: $\sin\left(\frac{3\pi}{2}+\theta\right) = -\cos\theta = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

৩২. $\sin\left(\frac{3\pi}{2}-\theta\right) = -\frac{1}{\sqrt{2}}$ হলে —

i. $\sin\left(\frac{3\pi}{2}-\theta\right) = -\cos\theta$ ।

ii. $\cos\theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$ ।

iii. $\theta = \frac{\pi}{4}$ ।

নিচের কোনটি সঠিক ? (মধ্যম)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **ঘ**

★★★ ৮.১৬ $(2\pi-\theta)$ এবং $(2\pi+\theta)$ কোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাতসমূহ | Text পৃষ্ঠা-১৬৯

$(2\pi-\theta)$ এবং $(2\pi+\theta)$ কোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাতসমূহ

- $(360°-\theta)$ কোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাত $(0° < \theta < 90°)$

$\sin(360°-\theta) = -\sin\theta$	$\text{cosec}(360°-\theta) = -\text{cosec}\theta$
$\cos(360°-\theta) = \cos\theta$	$\sec(360°-\theta) = \sec\theta$
$\tan(360°-\theta) = -\tan\theta$	$\cot(360°-\theta) = -\cot\theta$

- $(360°+\theta)$ কোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাত $(0° < \theta < 90°)$

$\sin(360°+\theta) = \sin\theta$	$\text{cosec}(360°+\theta) = \text{cosec}\theta$
$\cos(360°+\theta) = \cos\theta$	$\sec(360°+\theta) = \sec\theta$
$\tan(360°+\theta) = \tan\theta$	$\cot(360°+\theta) = \cot\theta$

৩৩. $\sin\left(2\pi-\frac{\pi}{3}\right)$ এর মান কত? (মধ্যম)

ক $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ খ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ গ 1 ঘ $\sqrt{3}$ **ক**

ব্যাখ্যা: $\sin\left(2\pi-\frac{\pi}{3}\right) = -\sin\frac{\pi}{3} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

৩৪. $\sin\left(2\pi+\frac{\pi}{6}\right)$ এর মান কত? (সহজ)

ক $-\frac{1}{2}$ খ $-\frac{1}{\sqrt{2}}$ গ $\frac{1}{2}$ ঘ $\frac{1}{\sqrt{2}}$ **গ**

৩৫. $\cos\left(2\pi+\frac{\pi}{6}\right)$ এর মান কত? (সহজ)

ক $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ খ $-\frac{1}{\sqrt{3}}$ গ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ঘ $\frac{1}{\sqrt{2}}$ **গ**

৩৬. $\tan\left(360°+\frac{\pi}{4}\right)$ এর মান কত? (সহজ)

ক -1 খ $-\frac{1}{\sqrt{3}}$ গ $\frac{1}{\sqrt{3}}$ ঘ 1 **ঘ**

৩৭. $\cot\left(2\pi-\frac{\pi}{6}\right)$ এর মান কত? (সহজ)

ক $\sqrt{3}$ খ $\frac{1}{\sqrt{3}}$ গ $-\frac{1}{\sqrt{3}}$ ঘ $-\sqrt{3}$ **ঘ**

৩৮. $\sec\left(2\pi-\frac{\pi}{4}\right)$ এর মান কত? (সহজ)

ক $-\sqrt{2}$ খ $-\frac{2}{\sqrt{3}}$ গ $\frac{2}{\sqrt{3}}$ ঘ $\sqrt{2}$ **ঘ**

৩৯. $\text{cosec}\left(2\pi+\frac{\pi}{4}\right)$ এর মান কত? (সহজ)

ক $-\frac{2}{\sqrt{3}}$ খ $-\sqrt{2}$ গ $\sqrt{2}$ ঘ $\frac{2}{\sqrt{3}}$ **গ**

৪০. $\sec(2\pi-\theta) = \sqrt{2}$ হলে–

i. $\sec(2\pi-\theta) = -\sec\theta$

ii. $\theta = \frac{\pi}{4}$

iii. $\sec\theta = \text{cosec}\theta$

নিচের কোনটি সঠিক ? (সহজ)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **গ**

★★★ ৮.১৭ যেকোনো কোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাতসমূহ | Text পৃষ্ঠা-১৬৯

- n যেকোনো পূর্ণসংখ্যা হলে $(n \times 90° \pm \theta)$ কোণের মান নিম্নরূপে নির্ণয় করা যায়।
- প্রদত্ত কোণকে এমন দুইটি অংশে ভাগ করতে হবে যার একটি অংশ সূক্ষ্মকোণ (θ) এবং অপর অংশ $90°$ বা $\frac{\pi}{2}$ এর n গুণিতক $\left(n \times 90° \text{ বা}, n \times \frac{\pi}{2}\right)$ ।
- n জোড় সংখ্যা হলে ত্রিকোণমিতিক অনুপাতের কোনো পরিবর্তন হবে না।
- n বিজোড় সংখ্যা হলে, sin, cos, tan, cot, sec, cosec অনুপাতগুলো পরিবতর্তিত হয়ে যথাক্রমে cos, sin, cot, tan, cosec, sec হবে।
- $(n \times 90° \pm \theta)$ কোণটির অবস্থান যে চতুর্ভাগে ঐ চতুর্ভাগে প্রদত্ত অনুপাতের যে চিহ্ন তা অনুপাতের পূর্বে বসাতে হবে।

৪১. $\sin\left(\frac{9\pi}{2}+\theta\right) =$ কত? (মধ্যম)

ক $\sin\theta$ খ $\cos\theta$ গ $-\sin\theta$ ঘ $-\cos\theta$ **খ**

৪২. $\sec\left(-\frac{17\pi}{2}\right)$ সমান নিচের কোনটি? (মধ্যম)

ক $\sec\theta$ খ $-\sec\theta$ গ $\text{cosec}0$ ঘ $-\text{cosec}\theta$ **গ**

ব্যাখ্যা: $\sec\left(-\frac{17\pi}{2}\right) = \sec\left(\frac{17\pi}{2}\right) = \sec\left(17 \times \frac{\pi}{2}+0\right) = \text{cosec}0$

৪৩. $\sin(19\pi+\theta)$ এর মান কত? (মধ্যম)

ক $\sin\theta$ খ $\cos\theta$ গ $-\sin\theta$ ঘ $-\cos 0$ **গ**

৪৪. $\cot\left(\frac{21\pi}{2}-\theta\right)$ এর মান কত? (মধ্যম)

ক $\tan\theta$ খ $\cot\theta$ গ $-\tan\theta$ ঘ $-\cot\theta$ **ক**

৪৫. $\tan\left(17\pi-\frac{\pi}{4}\right) =$ কত? (মধ্যম)

ক 1 খ -1 গ $\sqrt{3}$ ঘ $-\sqrt{3}$ **খ**

৪৬. $\sin\left(\frac{17\pi}{2}+\frac{\pi}{4}\right)$ এর মান কত? (মধ্যম)

ক $-\frac{1}{\sqrt{2}}$ খ $-\sqrt{2}$ গ $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ঘ $\sqrt{2}$ **গ**

৪৭. $\text{cosec}\left(\frac{15\pi}{6}\right)$ এর মান কত? (মধ্যম)

ক -2 খ $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ গ 1 ঘ 2 **গ**

৪৮. $\theta = \frac{7\pi}{3}$ হলে $\sec^2\theta - 1$ এর মান কত? (কঠিন)

ক -3 খ $-\sqrt{3}$ গ $\sqrt{3}$ ঘ 3 **ঘ**

৪৯. $\cos\frac{\pi}{15}+\cos\frac{16\pi}{15} =$ কত? (কঠিন) [সিলেট সরকারী পাইলট উচ্চ বিদ্যালয়, সিলেট]

ক -1 খ $-\frac{1}{\sqrt{2}}$ গ 0 ঘ 1 **গ**

৫০. $\cos^2\frac{\pi}{15}+\cos^2\frac{13\pi}{30}$ এর মান কত? (কঠিন)

ক -2 খ -1 গ 0 ঘ 1 **ঘ**

৫১. $\theta = \frac{\pi}{3}$ হলে $2\cos^2\theta - 1$ এর মান কত? (কঠিন)

ক $-\frac{1}{2}$ খ 0 গ $\frac{1}{2}$ ঘ 1 **ক**

৫২. $\theta = \frac{5\pi}{3}$ হলে, $\cos^2\theta - 2$ এর মান কত? (কঠিন)

ক $\frac{4}{7}$ খ $\frac{7}{4}$ গ $-\frac{7}{4}$ ঘ $-\frac{4}{7}$ **গ**

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

৫৩. $\theta = \frac{3\pi}{2}$ হলে $1 + \sin^2\theta$ এর মান কত? (কঠিন)

ক -1 খ 0 গ $\sqrt{2}$ ঘ 2 **ঘ**

৫৪. $\tan\left(\frac{n\pi}{2} + \theta\right)$ এর ক্ষেত্রে —

i. $n = 1$ হলে $-\cot\theta$ পাওয়া যাবে।

ii. $n = 9$ হলে, $\tan\left(\frac{n\pi}{2} + \theta\right) = -\cot\theta$

iii. $n = 12$ হলে, $\tan\left(\frac{n\pi}{2} + \theta\right) = \cot\theta$

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **ক**

৫৫. $\theta = \frac{3\pi}{2}$ হলে —

i. $\tan(\theta + 60°) = -\frac{1}{\sqrt{3}}$

ii. $\sec(\theta - 45°) = -\sqrt{2}$

iii. $\text{cosec}\left(\theta - \frac{\pi}{6}\right) = -2$

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **ক**

৫৬. $\theta = 360°$ হলে —

i. $\cos\left(\theta - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$

ii. $\cot\left(\theta + \frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{3}$

iii. $\tan\left(\theta - \frac{\pi}{4}\right) = 1$

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **ক**

৫৭. $\theta = \pi$ হলে —

i. $\tan^2\left(\theta - \frac{\pi}{3}\right) = 3$

ii. $\sec^2\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right) = 2$

iii. $\cos\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right) = -\frac{1}{\sqrt{2}}$

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **ঘ**

৫৮. $\theta = \frac{14\pi}{2}$ হলে —

i. $\text{cosec}\left(\theta - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{2}{\sqrt{3}}$

ii. $\sin\left(\theta - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}}$

iii. $\tan\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right) = 1$

নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **ঘ**

নিচের তথ্যের ভিত্তিতে (৫৯-৬১) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

$\tan\left(\frac{n\pi}{2} + \theta\right) = \sqrt{3}$ যেখানে n বিজোড়।

৫৯. n = 3 এর জন্য নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ক $-\cot\theta$ খ $\cot\theta$ গ $\tan\theta$ ঘ $-\tan\theta$ **ক**

৬০. θ এর মান কত রেডিয়ান? (মধ্যম)

ক $\frac{\pi}{2}$ খ $\frac{\pi}{3}$ গ $\frac{\pi}{6}$ ঘ $-\frac{\pi}{6}$ **ঘ**

৬১. $\theta = -\frac{\pi}{6}$ হলে n এর মান কত? (কঠিন)

ক 0 খ 1 গ 2 ঘ 6 **খ**

ব্যাখ্যা: $\tan\left(\frac{n\pi}{2} - \frac{\pi}{6}\right) = \tan\frac{\pi}{3}$ বা, $\frac{n\pi}{2} = \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{2}$ $\therefore n = 1$

নিচের তথ্যের আলোকে (৬২-৬৪) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

$\theta = \frac{\pi}{2}$ এবং $\psi = \pi$ হলে

৬২. $\sin\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right) + \cos\left(\psi - \frac{\pi}{4}\right)$ এর মান কত? (কঠিন)

ক 0 খ $\frac{1}{\sqrt{2}}$ গ $\sqrt{2}$ ঘ $-\sqrt{2}$ **ক**

৬৩. $\text{cosec}\left(\theta + \frac{\pi}{6}\right) - \tan\left(\psi + \frac{\pi}{4}\right)$ এর মান নিচের কোনটি? (কঠিন)

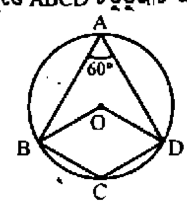
ক 0 খ $\frac{2-\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$ গ $\frac{1}{\sqrt{3}}$ ঘ $\sqrt{3}$ **খ**

৬৪. $\sec\left(\theta - \frac{\pi}{3}\right) + \cot\left(\psi + \frac{\pi}{4}\right)$ এর মান কত? (কঠিন)

ক 0 খ 1 গ $\frac{2}{\sqrt{3}}$ ঘ $\frac{2}{\sqrt{3}} + 1$ **ঘ**

নিচের তথ্যের ভিত্তিতে (৬৫-৭৭) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে ABCD চতুর্ভুজটি অন্তর্লিখিত হয়েছে।



৬৫. sin (A + C) এর মান কত? (মধ্যম)

ক -1 খ 0 গ $\frac{1}{2}$ ঘ 1 **খ**

ব্যাখ্যা: $\sin(A + C) = \sin 180° = \sin(2 \times 90° + 0°) = 0$

৬৬. sin ∠BOD এর মান কত? (মধ্যম)

ক $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ খ 0 গ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ঘ 1 **গ**

ব্যাখ্যা: $\sin\angle BOD = \sin 2A = \sin 120° = \frac{\sqrt{3}}{2}$

৬৭. cos (A + B + C + D) এর মান কত? (মধ্যম)

ক -1 খ 0 গ $\frac{1}{2}$ ঘ 1 **ঘ**

ব্যাখ্যা: $\cos(A + B + C + D) = \cos 360°$
$= \cos(4 \times 90° + 0°) = \cos 0° = 1$

নিচের তথ্যের আলোকে (৬৮-৭০) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

$A = \frac{13\pi}{2}$ এবং $B = \frac{19\pi}{2}$ হলে

৬৮. $\text{cosec}\left(A + \frac{\pi}{3}\right)$ = কত? (মধ্যম)

ক 2 খ 1 গ -1 ঘ -2 **ক**

৬৯. $\cot\left(B + \frac{\pi}{6}\right)$ = কত? (মধ্যম)

ক $-\frac{1}{\sqrt{3}}$ খ $-\frac{1}{\sqrt{2}}$ গ $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ঘ $\frac{1}{\sqrt{3}}$ **ক**

৭০. $\sin\left(A + \frac{\pi}{4}\right) + \cos\left(B + \frac{\pi}{4}\right)$ এর মান কত? (মধ্যম)

ক 0 খ $\frac{2}{2}$ গ $\sqrt{2}$ ঘ 1 **গ**

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

প্রশ্ন ▶ ১ $\sin\left(\frac{11\pi}{2}\pm\theta\right)$, $\cos(11\pi\pm\theta)$, $\tan\left(17\frac{\pi}{2}\pm\theta\right)$, $\cot(18\pi\pm\theta)$ **কয়েকটি অনুপাত।** ◀ কাজ, পৃষ্ঠা-১৭১

ক. $\sin\left(\frac{11\pi}{2}\pm\theta\right)$ কে θ কোণের অনুপাতে প্রকাশ কর। ২

খ. দেখাও যে, $\cos(11\pi\pm\theta)=\sin\left(\frac{11\pi}{2}\pm\theta\right)$ ৪

গ. প্রমাণ কর, $\frac{\sin\left(\frac{11\pi}{2}\pm\theta\right)}{\cos(11\pi\pm\theta)}=\frac{\tan\left(\frac{17\pi}{2}+\theta\right)}{\cot(18\pi-\theta)}$ ৪

১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক $\sin\left(\frac{11\pi}{2}\pm\theta\right)$

এখানে, n = 11, বিজোড় সংখ্যা। তাই sin পরিবর্তিত হয়ে cos হবে।

আবার, $\left(11.\frac{\pi}{2}+\theta\right)$ চতুর্থ চতুর্ভাগে থাকে ফলে sin এর চিহ্ন ঋণাত্মক হবে।

$\therefore \sin\left(11.\frac{\pi}{2}+\theta\right)=-\cos\theta.$

আবার, $\left(11.\frac{\pi}{2}-\theta\right)$ তৃতীয় চতুর্ভাগে থাকে ফলে sin এর চিহ্ন ঋণাত্মক হবে।

$\therefore \sin\left(11.\frac{\pi}{2}-\theta\right)=-\cos\theta.$

$\therefore \sin\left(11\frac{\pi}{2}\pm\theta\right)=-\cos\theta$ **Ans.**

খ $\cos(11\pi\pm\theta)=\cos\left(22.\frac{\pi}{2}\pm\theta\right)$ এর ক্ষেত্রে n = 22 জোড় সংখ্যা। তাই cos অপরিবর্তিত থাকবে।

আবার, $\left(22.\frac{\pi}{2}+\theta\right)$ তৃতীয় চতুর্ভাগে থাকে ফলে cos এর চিহ্ন ঋণাত্মক হবে।

$\therefore \cos\left(22.\frac{\pi}{2}+\theta\right)=-\cos\theta.$

আবার, $\left(22.\frac{\pi}{2}-\theta\right)$ দ্বিতীয় চতুর্ভাগে থাকে ফলে cos এর চিহ্ন ঋণাত্মক হবে।

$\therefore \cos\left(22.\frac{\pi}{2}-\theta\right)=-\cos\theta.$

'ক' থেকে পাই

$\sin\left(\frac{11\pi}{2}\pm\theta\right)=-\cos\theta$

$\therefore \cos(11\pi\pm\theta)=\sin\left(\frac{11\pi}{2}\pm\theta\right)$ **(দেখানো হলো)**

গ এখানে, $\tan(17.\frac{\pi}{2}+\theta)$ এক্ষেত্রে n = 17 বিজোড় সংখ্যা। তাই tan পরিবর্তিত হয়ে cot হবে।

$(17.\frac{\pi}{2}+\theta)$ দ্বিতীয় চতুর্ভাগে থাকে। ফলে tan ঋণাত্মক হবে।

$\therefore \tan(17.\frac{\pi}{2}+\theta)=-\cot\theta$

আবার, $\cot(18\pi-\theta)$

এক্ষেত্রে n = 18 যা জোড় সংখ্যা। তাই cot অপরিবর্তিত থাকবে।

$(36.\frac{\pi}{2}-\theta)$ চতুর্থ চতুর্ভাগে থাকে বলে cot ঋণাত্মক হবে।

$\therefore \cot(18\pi-\theta)=-\cot\theta$

বামপক্ষ $=\frac{\sin\left(\frac{11\pi}{2}\pm\theta\right)}{\cos(11\pi\pm\theta)}=\frac{-\cos\theta}{-\cos\theta}=1$

ডানপক্ষ $=\frac{\tan\left(\frac{17\pi}{2}+\theta\right)}{\cot(18\pi-\theta)}=\frac{-\cot\theta}{-\cot\theta}=1$

$\therefore \frac{\sin\left(\frac{11\pi}{2}\pm\theta\right)}{\cos(11\pi\pm\theta)}=\frac{\tan\left(\frac{17\pi}{2}+\theta\right)}{\cot(18\pi-\theta)}$ **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▶ ২ **135°, 150°, 120° তিনটি কোণ।** ◀ কাজ, পৃষ্ঠা-১৬৬

ক. কোণগুলোকে রেডিয়ানে প্রকাশ কর। ২

খ. কোণ তিনটির সাহায্যে যথাক্রমে secant, cosecant ও cotangent এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. $\sec^2\left(\frac{3\pi}{4}\right)+\text{cosec}^2\left(\frac{5\pi}{6}\right)-\cot^2\left(\frac{2\pi}{3}\right)$ এর সরলমান কত? ৪

২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক $135°=\left(135\times\frac{\pi}{180}\right)^c=\left(\frac{3\pi}{4}\right)^c$

$150°=\left(150\times\frac{\pi}{180}\right)^c=\left(\frac{5\pi}{6}\right)^c$

$120°=\left(120\times\frac{\pi}{180}\right)^c=\left(\frac{2\pi}{3}\right)^c$

খ $\sec(135°)=\sec\left(\frac{3\pi}{4}\right)=\sec\left(\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{4}\right)$ ['ক' হতে পাই]

$=-\text{cosec}\frac{\pi}{4}$

$=-\sqrt{2}$

$\therefore$ নির্ণেয় মান $=-\sqrt{2}$

$\text{cosec}(150°)=\text{cosec}\left(\frac{5\pi}{6}\right)=\text{cosec}\left(\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{3}\right)$ ['ক' হতে পাই]

$=\sec\frac{\pi}{3}$

$=2$

$\therefore$ নির্ণেয় মান = 2

$\cot(120°)=\cot\left(\frac{2\pi}{3}\right)=\cot\left(\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{6}\right)$ ['ক' হতে পাই]

$=-\tan\frac{\pi}{6}$

$=-\frac{1}{\sqrt{3}}$

$\therefore$ নির্ণেয় মান $=-\frac{1}{\sqrt{3}}$

গ $\sec^2\left(\frac{3\pi}{4}\right)+\text{cosec}^2\left(\frac{5\pi}{6}\right)-\cot^2\left(\frac{2\pi}{3}\right)$

$=\left\{\sec\left(\frac{3\pi}{4}\right)\right\}^2+\left\{\text{cosec}\left(\frac{5\pi}{6}\right)\right\}^2-\left\{\cot\left(\frac{2\pi}{3}\right)\right\}^2$

$=(-\sqrt{2})^2+(2)^2-\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2$ ['খ' থেকে পাই]

$=2+4-\frac{1}{3}$

$=\frac{6+12-1}{3}=\frac{17}{3}=5\frac{2}{3}$ **(Ans.)**

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত আরও সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

প্রশ্ন ▶ ৩ **যদি $A = 60°$ হয় তাহলে**

ক. $\sin 50A$, $\sin 2A$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. নিম্নলিখিত সূত্রগুলো যাচাই কর।

$$\sin 2A = 2\sin A \cos A = \frac{2\tan A}{1 + \tan^2 A}$$

এবং প্রমাণ কর $\sin 3A = 0$ ৪

গ. যদি $\cos\theta + \sin\theta = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \sin 2A$ হয় তাহলে $\theta = ?$ যেখানে $0° < \theta < 90°$. ৪

৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $A = 60°$

$\therefore \sin 50A = \sin (50 \times 60)°$
$= \sin (3000)°$
$= \sin (33 \times 90° + 30°)$
$= \cos 30°$
$= \frac{\sqrt{3}}{2}$

আবার, $\sin 2A = \sin (2 \times 60)°$
$= \sin (120)°$
$= \sin (90° + 30°)$
$= \cos 30°$
$= \frac{\sqrt{3}}{2}$

খ ক হতে পাই বামপক্ষ $= \sin 2A = \frac{\sqrt{3}}{2}$

মধ্যপক্ষ, $2 \sin A \cos A = 2 \sin 60° \cos 60°$ [$\because A = 60°$]
$= 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{1}{2}$
$= \frac{\sqrt{3}}{2}$

ডানপক্ষ, $\frac{2 \tan A}{1 + \tan^2 A} = \frac{2 \tan 60°}{1 + \tan^2 60°}$ [$\because A = 60°$]
$= \frac{2\sqrt{3}}{1 + (\sqrt{3})^2} = \frac{2\sqrt{3}}{1+3}$
$= \frac{2\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\therefore \sin 2A = 2\sin A \cos A = \frac{2\tan A}{1 + \tan^2 A}$ **(প্রমাণিত)**

এবং $\sin 3A = \sin (3 \times 60°)$ [$\because A = 60°$]
$= \sin 180°$
$= \sin (2 \times 90° + 0°)$
$= \sin 0°$
$= 0$

$\therefore \sin 3A = 0$ **(প্রমাণিত)**

গ দেওয়া আছে,

$\cos\theta + \sin\theta = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \sin 2A$

বা, $\cos\theta + \sin\theta = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{2}$ [খ হতে $\sin 2A$ এর মান বসিয়ে].

বা, $\sin\theta = \sqrt{2} - \cos\theta$

বা, $\sin^2\theta = 2 - 2\sqrt{2}\cos\theta + \cos^2\theta$

বা, $1 - \cos^2\theta = 2 - 2\sqrt{2}\cos\theta + \cos^2\theta$

বা, $2\cos^2\theta - 2\sqrt{2}\cos\theta + 1 = 0$

বা, $(\sqrt{2}\cos\theta - 1)^2 = 0$

বা, $\sqrt{2}\cos\theta - 1 = 0$

বা, $\cos\theta = \frac{1}{\sqrt{2}} = \cos 45°$

$\therefore \theta = 45°$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান, $\theta = 45°$

প্রশ্ন ▶ ৪ **$\sin 780° \cos 390° - \sin 330° \cos (-300°)$ একটি ত্রিকোণমিতিক রাশি।**

ক. রাশিটির কোণগুলো কোনটি কোন চতুর্ভাগে আছে? ২

খ. রাশিটির মান নির্ণয় কর। ৪

গ. যদি $\tan^2\theta + \cot^2\theta$ এর মান খ এ প্রাপ্ত মানের দ্বিগুণ হয় তাহলে θ এর সম্ভাব্য সকল মান নির্ণয় কর যেখানে $0° \leq \theta \leq 360°$. ৪

৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক $780° = (8 \times 90° + 60°)$
১ম চতুর্ভাগে অবস্থিত।
$390° = (4 \times 90° + 30°)$
১ম চতুর্ভাগে অবস্থিত।
$330° = (3 \times 90° + 60°)$
৪র্থ চতুর্ভাগে অবস্থিত।
$300° = (3 \times 90° + 30°)$
৪র্থ চতুর্ভাগে অবস্থিত।

খ $\sin 780° \cos 390° - \sin 330° \cos (-300°)$
$= \sin 780° \cos 390° - \sin 330° \cos 300°$ [$\because \cos(-\theta) = \cos\theta$]
$= \sin (8 \times 90° + 60°) \cos (4 \times 90° + 30°) - \sin (3 \times 90 + 60°) \cos (3 \times 90° + 30°)$
$= \sin 60° \cos 30° - (-\cos 60°) \sin 30°$
$= \sin 60° \cos 30° + \cos 60° \sin 30°$
$= \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$
$= \frac{3}{4} + \frac{1}{4} = \frac{3+1}{4}$
$= \frac{4}{4} = 1$

$\therefore$ নির্ণেয় মান $= 1$. **(Ans.)**

গ 'খ' ব্যবহার করে, প্রশ্নমতে আমরা পাই

$\tan^2\theta + \cot^2\theta = 2 \times 1$

বা, $\tan^2\theta + \cot^2\theta = 2$

বা, $\tan^2\theta + \frac{1}{\tan^2\theta} = 2$

বা, $\frac{\tan^4\theta + 1}{\tan^2\theta} = 2$

বা, $\tan^4\theta + 1 = 2\tan^2\theta$

বা, $\tan^4\theta - 2\tan^2\theta + 1 = 0$

বা, $(\tan^2\theta - 1)^2 = 0$

বা, $\tan^2\theta = 1$

বা, $\tan\theta = \pm 1$

$\therefore$ এখন, $\tan\theta = +1$ নিয়ে পাই,
$\tan\theta = \tan 45°$
$= \tan (2 \times 90° + 45°)$
$\therefore \tan\theta = \tan 45° = \tan 225°$
$\therefore \theta = 45°$ ও $225°$

$\tan\theta = -1$ নিয়ে পাই,
$\tan\theta = -\tan 45°$
$= \tan (2 \times 90° - 45°)$
$= \tan (4 \times 90° - 45°)$
$\therefore \tan\theta = \tan 135° = \tan 315°$
$\therefore \theta = 135°$ ও $315°$

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

∴ নির্দিষ্ট সীমার মধ্যে θ এর সম্ভাব্য মান সমূহ
45°, 135°, 225° ও 315° **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৫ **যদি $\cot\theta = \frac{12}{5}$ এবং $\cos\theta$ ঋণাত্মক হয়, তাহলে**

ক. $\cos\theta$ ও $\sec\theta$ এর মান বের কর। ২

খ. $\left\{\frac{\sin\theta + \cos(-\theta)}{\sec(-\theta) + \tan\theta}\right\}\frac{26}{51} = k$ হলে k এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. যদি $\sec A + \cos A = \frac{5}{2}k$ হয় তাহলে A = ?
যেখানে $0° < A < 90°$ ৪

৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $\cot\theta = \frac{12}{5}$ ∴ $\tan\theta = \frac{5}{12}$

আমরা জানি, $\sec^2\theta = 1 + \tan^2\theta$

$$= 1 + \left(\frac{5}{12}\right)^2 = 1 + \frac{25}{144} = \frac{169}{144}$$

∴ $\sec\theta = \pm\frac{13}{12}$

∴ $\cos\theta = \pm\frac{12}{13}$

কিন্তু $\cos\theta$ ঋণাত্মক, ∴ $\cos\theta = -\frac{12}{13}$

এবং $\sec\theta = \frac{1}{\cos\theta} = -\frac{13}{12}$

খ দেওয়া আছে, $\tan\theta = \frac{5}{12}$

বা, $\frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{5}{12}$

বা, $\sin\theta = \frac{5}{12}\cos\theta = \frac{5}{12} \times \frac{-12}{13}$

বা, $\sin\theta = -\frac{5}{13}$

এখন, প্রদত্ত রাশিটি

$$\left\{\frac{\sin\theta + \cos(-\theta)}{\sec(-\theta) + \tan\theta}\right\}\frac{26}{51} = \left(\frac{\sin\theta + \cos\theta}{\sec\theta + \tan\theta}\right)\frac{26}{51}$$

[∵ $\cos(-\theta) = \cos\theta$ এবং $\sec(-\theta) = \sec\theta$]

$$= \left(\frac{-\frac{5}{13} - \frac{12}{13}}{-\frac{13}{12} + \frac{5}{12}}\right)\frac{26}{51}$$

$$= \left(\frac{\frac{-5-12}{13}}{\frac{-13+5}{12}}\right)\frac{26}{51}$$

$$= \left(\frac{-17}{13} \times \frac{12^3}{-8_2}\right) \times \frac{26}{51}$$

$$= \frac{51}{26} \times \frac{26}{51}$$

$$= 1.$$

∴ নির্ণেয় k এর মান = 1

গ দেওয়া আছে, $\sec A + \cos A = \frac{5}{2} \times k$

বা, $\frac{1}{\cos A} + \cos A = \frac{5}{2}$ [খ থেকে পাই k এর মান বসিয়ে]

বা, $\frac{1 + \cos^2 A}{\cos A} = \frac{5}{2}$

বা, $1 + \cos^2 A = \frac{5}{2}\cos A$

বা, $2 + 2\cos^2 A = 5\cos A$ [উভয় পক্ষকে 2 দ্বারা গুণ করে]

বা, $2\cos^2 A - 5\cos A + 2 = 0$

বা, $2\cos^2 A - 4\cos A - \cos A + 2 = 0$

বা, $2\cos A(\cos A - 2) - 1(\cos A - 2) = 0.$

বা, $(2\cos A - 1)(\cos A - 2) = 0$

হয়, $2\cos A - 1 = 0$

বা, $\cos A = \frac{1}{2}$

বা, $\cos A = \cos 60°$

বা, $A = 60°$

অথবা, $\cos A - 2 = 0$
কিন্তু $\cos A = 2$ গ্রহণযোগ্য নহে, কারণ $\cos A$ এর মান 1 অপেক্ষা বৃহত্তর এবং –1 অপেক্ষা ক্ষুদ্রতর হতে পারে না।

∴ নির্ণেয় সমাধান, $A = 60°$.

প্রশ্ন ▶ ৬ $\sin^2\frac{17\pi}{18} + \sin^2\frac{5\pi}{8} + \cos^2\frac{37\pi}{18} + \cos^2\frac{3\pi}{8}$ **একটি ত্রিকোণমিতিক রাশি।**

ক. দেখাও যে, $\sin^2\frac{17\pi}{18} = \sin^2\frac{\pi}{18}$ ২

খ. প্রদত্ত রাশির মান নির্ণয় কর। ৪

গ. দেখাও যে, প্রদত্ত রাশি $= \cos^2\frac{\pi}{15} + \cos^2\frac{13\pi}{30} + \cos^2\frac{16\pi}{15} + \cos^2\frac{47\pi}{30}$ ৪

৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক বামপক্ষ $= \sin^2\frac{17\pi}{18}$

$$= \left\{\sin\left(\pi - \frac{\pi}{18}\right)\right\}^2$$

$$= \sin^2\frac{\pi}{18} = \text{ডানপক্ষ।}$$

∴ $\sin^2\frac{17\pi}{18} = \sin^2\frac{\pi}{18}$ **(দেখানো হলো)**

খ প্রদত্ত রাশি $= \sin^2\frac{17\pi}{18} + \sin^2\frac{5\pi}{8} + \cos^2\frac{37\pi}{18} + \cos^2\frac{3\pi}{8}$

$$= \left[\sin\left(\pi - \frac{\pi}{18}\right)\right]^2 + \left[\sin\left(\pi - \frac{3\pi}{8}\right)\right]^2 + \left[\cos\left(2\pi + \frac{\pi}{18}\right)\right]^2 + \cos^2\frac{3\pi}{8}$$

$$= \sin^2\frac{\pi}{18} + \sin^2\frac{3\pi}{8} + \cos^2\frac{\pi}{18} + \cos^2\frac{3\pi}{8}$$

$$= \left(\sin^2\frac{\pi}{18} + \cos^2\frac{\pi}{18}\right) + \left(\sin^2\frac{3\pi}{8} + \cos^2\frac{3\pi}{8}\right)$$

$= 1 + 1$ [∵ $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$]

$= 2$ **(Ans.)**

গ প্রদত্ত রাশি $= \sin^2\frac{17\pi}{18} + \sin^2\frac{5\pi}{8} + \cos^2\frac{37\pi}{18} + \cos^2\frac{3\pi}{8} = 2$
['খ' থেকে পাই]

এখন, $\cos^2\frac{\pi}{15} + \cos^2\frac{13\pi}{30} + \cos^2\frac{16\pi}{15} + \cos^2\frac{47\pi}{30}$

$$= \cos^2\frac{\pi}{15} + \left\{\cos\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{15}\right)\right\}^2 + \left\{\cos\left(\pi + \frac{\pi}{15}\right)\right\}^2 + \left\{\cos\left(\frac{3\pi}{2} + \frac{\pi}{15}\right)\right\}^2$$

$$= \cos^2\frac{\pi}{15} + \sin^2\frac{\pi}{15} + \cos^2\frac{\pi}{15} + \sin^2\frac{\pi}{15}$$

$$= 2\cos^2\frac{\pi}{15} + 2\sin^2\frac{\pi}{15}$$

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

$= 2\left(\sin^2\frac{\pi}{15} + \cos^2\frac{\pi}{15}\right) = 2.1 [\because \sin^2\theta + \cos^2\theta = 1]$

$= 2$

$\therefore$ প্রদত্ত রাশি $= \cos^2\frac{\pi}{15} + \cos^2\frac{13\pi}{30} + \cos^2\frac{16\pi}{15} + \cos^2\frac{47\pi}{30}$

(দেখানো হলো)

প্রশ্ন ▶ ৭ **$\sin^2\frac{\pi}{7} + \sin^2\frac{5\pi}{14} + \sin^2\frac{8\pi}{7} + \sin^2\frac{9\pi}{14}$ এবং $\tan\frac{\pi}{4} + \cot\frac{\pi}{20}\cot\frac{3\pi}{20}\cot\frac{5\pi}{20}\cot\frac{7\pi}{20}\cot\frac{9\pi}{20}$ দুইটি ত্রিকোণমিতিক রাশি যাদেরকে যথাক্রমে p ও q দ্বারা প্রকাশ করা যায়।**

ক. $\sin\frac{5\pi}{6}$ ও $\sin\frac{10\pi}{6}$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. q এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. দেখাও যে, $p - q$ এর সাংখ্যিক মান 0 হবে। ৪

৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক $\sin\frac{5\pi}{6}$

$= \sin\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{3}\right)$

$= \cos\frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}$ **(Ans.)**

আবার, $\sin\frac{10\pi}{6}$

$= \sin\left(\frac{\pi}{2} \times 3 + \frac{\pi}{6}\right)$

$= -\cos\frac{\pi}{6}$

$= -\frac{\sqrt{3}}{2}$ **(Ans.)**

খ প্রশ্নমতে,

$q = \tan\frac{\pi}{4} + \cot\frac{\pi}{20}\cot\frac{3\pi}{20}\cot\frac{5\pi}{20}\cot\frac{7\pi}{20}\cot\frac{9\pi}{20}$

$= 1 + \cot\frac{\pi}{20}\cot\left(\frac{\pi}{2} - \frac{7\pi}{20}\right)\cot\frac{5\pi}{20}\cot\frac{7\pi}{20}\cot\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{20}\right)$

$= 1 + \cot\frac{\pi}{20}\tan\frac{7\pi}{20}.\cot\frac{\pi}{4}.\cot\frac{7\pi}{20}\tan\frac{\pi}{20}$

$= 1 + \cot\frac{\pi}{20}.\frac{1}{\cot\frac{7\pi}{20}}.1.\cot\frac{7\pi}{20}.\tan\frac{\pi}{20}$

$= 1 + \cot\frac{\pi}{20}.\frac{1}{\cot\frac{7\pi}{20}}.\cot\frac{7\pi}{20}.\tan\frac{\pi}{20}$

$= 1 + \cot\frac{\pi}{20}.\tan\frac{\pi}{20}$

$= 1 + \frac{1}{\tan\frac{\pi}{20}}.\tan\frac{\pi}{20} = 1 + 1 = 2$

$\therefore$ q এর মান 2 **(Ans.)**

গ প্রশ্নমতে,

$p = \sin^2\frac{\pi}{7} + \sin^2\frac{5\pi}{14} + \sin^2\frac{8\pi}{7} + \sin^2\frac{9\pi}{14}$

$= \sin^2\frac{\pi}{7} + \sin^2\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{7}\right) + \sin^2\left(\pi + \frac{\pi}{7}\right) + \sin^2\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{7}\right)$

$= \sin^2\frac{\pi}{7} + \left\{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{7}\right)\right\}^2 + \left\{\sin\left(\pi + \frac{\pi}{7}\right)\right\}^2 + \left\{\sin\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{7}\right)\right\}^2$

$= \sin^2\frac{\pi}{7} + \cos^2\frac{\pi}{7} + \left(-\sin\frac{\pi}{7}\right)^2 + \cos^2\frac{\pi}{7}$

$= \sin^2\frac{\pi}{7} + \cos^2\frac{\pi}{7} + \sin^2\frac{\pi}{7} + \cos^2\frac{\pi}{7}$

$= 1 + 1 \quad [\because \sin^2\theta + \cos^2\theta = 1]$

$= 2$

এখন, $p - q$

$= 2 - 2$ [(খ) থেকে পাই $q = 2$]

$= 0$

$\therefore$ $p - q$ এর সাংখ্যিক মান 0 হবে। **(দেখানো হলো)**

প্রশ্ন ▶ ৮ **ঘূর্ণায়মান রশ্মি OA এর আদি অবস্থান OX থেকে ঘড়ির কাটার বিপরীত দিকে ঘুরে প্রথম চতুর্ভাগে $\angle XOA = \theta$ এবং একই দিকে আরও ঘুরে $\angle AOA' = \frac{\pi}{2}$ কোণ উৎপন্ন করে। OA রশ্মির উপর P(x, y) যে কোন বিন্দু। OA′ এর উপর Q এমন একটি বিন্দু যেন OP = OQ. P ও Q হতে X-অক্ষের উপর PM ও QN লম্ব।**

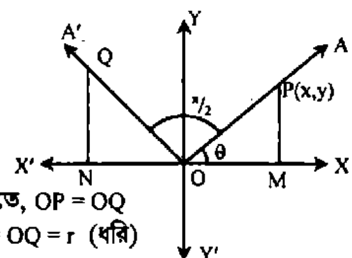
ক. প্রদত্ত তথ্য থেকে ΔPOM ও ΔQON সহ চিত্রটি আঁক। ২

খ. দেখাও যে, ΔPOM ও ΔQON সর্বসম। ৪

গ. দেখাও যে, $\sin\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) = \cos\theta$ এবং $\sin^2\frac{\pi}{7} + \sin^2\frac{9\pi}{14}$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক



খ প্রশ্নমতে, OP = OQ

$\therefore$ OP = OQ = r (ধরি)

প্রশ্নমতে, $\angle XOA = \angle POM = \theta$

$\because$ $\angle AOA' = 1$ সমকোণ

$\therefore$ $\angle MOY = \angle AOA' = 1$ সমকোণ

বা, $\angle POM + \angle POY = \angle POY + \angle QOY$

বা, $\angle POM = \angle QOY = \theta \quad [\because \angle POM = \theta]$

আবার, QN ∥ YO এবং OQ তাদের ছেদক

$\therefore$ $\angle OQN =$ একান্তর $\angle QOY$

$\therefore$ $\angle POM = \angle QOY = \angle OQN = \theta$

এখন, ত্রিভুজ POM ও QON এর মধ্যে

$\angle PMO = \angle QNO = 1$ সমকোণ

$\angle POM = \angle QON$

এবং OP = OQ = r

$\therefore$ ΔPOM ও ΔQON সর্বসম। **(দেখানো হলো)**

গ যেহেতু, ΔPOM ও ΔQON সর্বসম [(খ)-এ প্রাপ্ত]

$\therefore$ $|QN| = |OM| = x$

এবং $|ON| = |PM| = y$

অর্থাৎ $ON = -y, QN = x$

$\therefore$ Q বিন্দুর স্থানাঙ্ক $Q(-y, x)$

$\therefore$ আমরা পাই, $\sin\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) = \frac{QN}{OQ} = \frac{x}{r} = \cos\angle OQN = \cos\theta$

$\therefore$ $\sin\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) = \cos\theta$ .... (i) **(দেখানো হলো)**

এখন, $\sin^2\frac{\pi}{7} + \sin^2\frac{9\pi}{14}$

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

$= \sin^2\frac{\pi}{7} + \left\{\sin\left(\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{7}\right)\right\}^2$

$= \sin^2\frac{\pi}{7} + \cos^2\frac{\pi}{7}$ $\left[\begin{array}{l}\text{(i) নং হতে পাই-} \\ \sin\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right) = \cos\theta\end{array}\right]$

$= 1$ $[\because \sin^2\theta + \cos^2\theta = 1]$

$\therefore \sin^2\frac{\pi}{7} + \sin^2\frac{9\pi}{14} = 1$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৯ $3\tan^2\theta - 4\sqrt{3}\sec\theta + 7 = 0$

ক. $\tan\theta = \sqrt{3}$, $0 < \theta < \frac{3\pi}{2}$ হলে θ এর মান বের কর। ২

খ. $0 < \theta < 2\pi$ এর জন্য সমীকরণটি সমাধান কর। ৪

গ. $\theta = \frac{23\pi}{6}$ কোণটি কোন চতুর্ভাগে অবস্থিত? উক্ত কোণের জন্য সমীকরণটির সত্যতা যাচাই কর। ৪

৯ নং প্রশ্নের সমাধান

ক ১ম চতুর্ভাগে, $\tan\theta = \sqrt{3} = \tan\frac{\pi}{3}$

$\therefore \theta = \frac{\pi}{3}$

এটি গ্রহণযোগ্য মান কারণ $0 < \theta < \frac{3\pi}{2}$

আবার ৩য় চতুর্ভাগে $\tan\theta = \sqrt{3} = \tan\left(\frac{\pi}{2}\times 2 + \frac{\pi}{3}\right)$

$= \tan\left(\pi + \frac{\pi}{3}\right)$

$= \tan\frac{4\pi}{3}$

$\therefore \theta = \frac{4\pi}{3}$

এটি গ্রহণযোগ্য মান কারণ $0 < \theta < \frac{3\pi}{2}$

$\therefore \theta = \frac{\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}$ **(Ans.)**

খ প্রদত্ত সমীকরণ:

$3\tan^2\theta - 4\sqrt{3}\sec\theta + 7 = 0$

বা, $3\tan^2\theta - 4\sqrt{3}\sec\theta + 3 + 4 = 0$

বা, $3\tan^2\theta + 3 - 4\sqrt{3}\sec\theta + 4 = 0$

বা, $3(\tan^2\theta + 1) - 4\sqrt{3}\sec\theta + 4 = 0$

বা, $3\sec^2\theta - 4\sqrt{3}\sec\theta + 4 = 0$

বা, $(\sqrt{3}\sec\theta)^2 - 2(\sqrt{3}\sec\theta).2 + 2^2 = 0$

বা, $(\sqrt{3}\sec\theta - 2)^2 = 0$

বা, $\sqrt{3}\sec\theta - 2 = 0$

বা, $\sqrt{3}\sec\theta = 2$

বা, $\sec\theta = \frac{2}{\sqrt{3}}$

$\therefore \cos\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$

১ম চতুর্ভাগে $\cos\theta = \frac{\sqrt{3}}{2} = \cos\frac{\pi}{6}$

$\therefore \theta = \frac{\pi}{6}$

ইহা গ্রহণযোগ্য মান কারণ $0 < \theta < 2\pi$

৪র্থ চতুর্ভাগে $\cos\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$= \cos\left(\frac{\pi}{2}\times 4 - \frac{\pi}{6}\right)$

$= \cos\left(2\pi - \frac{\pi}{6}\right)$

$= \cos\frac{11\pi}{6}$

$\therefore \theta = \frac{11\pi}{6}$

ইহা গ্রহণযোগ্য কারণ $0 < \theta < 2\pi$

$\theta = \frac{\pi}{6}, \frac{11\pi}{6}$ **(Ans.)**

গ $\theta = \frac{23\pi}{6} = \frac{\pi}{2}\times 8 - \frac{\pi}{6}$

$\therefore$ কোণটি ৪র্থ চতুর্ভাগে অবস্থিত।

প্রদত্ত সমীকরণে $\theta = \frac{23\pi}{6}$ বসিয়ে,

$3\tan^2\theta - 4\sqrt{3}\sec\theta + 7$

$= 3\tan^2\frac{23\pi}{6} - 4\sqrt{3}\sec\frac{23\pi}{6} + 7$

$= 3\left\{\tan\left(\frac{\pi}{2}\times 8 - \frac{\pi}{6}\right)\right\}^2 - 4\sqrt{3}\sec\left(\frac{\pi}{2}\times 8 - \frac{\pi}{6}\right) + 7$

$= 3\left(-\tan\frac{\pi}{6}\right)^2 - 4\sqrt{3}\sec\frac{\pi}{6} + 7$

$= 3\tan^2\frac{\pi}{6} - 4\sqrt{3}\sec\frac{\pi}{6} + 7$

$= 3\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 - 4\sqrt{3}.\frac{2}{\sqrt{3}} + 7$

$= 3.\frac{1}{3} - 4.2 + 7$

$= 1 - 8 + 7$

$= 8 - 8 = 0$

$\therefore$ উক্ত কোণের জন্য সমীকরণটির সত্যতা যাচাই হলো।

প্রশ্ন ▶ ১০ $\tan\theta = \frac{5}{12}$ হলে

ক. $\sec\theta$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. $\sin\theta$ এর সম্ভাব্য মানসমূহ নির্ণয় কর। ৪

গ. $\sin\theta$ ঋণাত্মক হলে $\frac{-\sin(-\theta) + \cos(-\theta)}{\sec(-\theta) + \tan(-\theta)}$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

১০ নং প্রশ্নের সমাধান

ক আমরা জানি, $\sec^2\theta - \tan^2\theta = 1$

বা, $\sec^2\theta = 1 + \tan^2\theta$

$= 1 + \left(\frac{5}{12}\right)^2$ $\left[\because \tan\theta = \frac{5}{12}\right]$

$= 1 + \frac{25}{144}$

$= \frac{169}{144}$

$\therefore \sec\theta = \pm\sqrt{\frac{169}{144}} = \pm\frac{13}{12}$ **(Ans.)**

খ $\sec\theta = \frac{13}{12}$ হলে:

$\cos\theta = \frac{1}{\sec\theta} = \frac{12}{13}$

দেওয়া আছে, $\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{5}{12}$

বা, $\sin\theta = \frac{5}{12}.\cos\theta$

$= \frac{5}{12}.\frac{12}{13} = \frac{5}{13}$

আবার, $\sec\theta = -\frac{13}{12}$ হলে:

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

$\cos\theta = \frac{1}{\sec\theta} = -\frac{12}{13}$

দেওয়া আছে, $\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{5}{12}$

বা, $\sin\theta = \frac{5}{12}\cos\theta$

$= \frac{5}{12}\cdot\left(\frac{-12}{13}\right)$

$= \frac{-5}{13}$

$\therefore$ $\sin\theta$ এর সম্ভাব্য মানসমূহ হল $\frac{5}{13}$ ও $\frac{-5}{13}$ **(Ans.)**

গ প্রশ্নমতে, $\tan\theta = \frac{5}{12}$ এবং $\sin\theta$ ঋণাত্মক হওয়ায় θ কোণের অবস্থান তৃতীয় চতুর্ভাগে।

$\therefore$ $\cos\theta$ ও $\sec\theta$ এর মান ঋণাত্মক হবে।

প্রদত্ত রাশি $= \frac{-\sin(-\theta)+\cos(-\theta)}{\sec(-\theta)+\tan(-\theta)}$

$= \frac{-(-\sin\theta)+\cos\theta}{\sec\theta-\tan\theta}$

$= \frac{\sin\theta+\cos\theta}{\sec\theta-\tan\theta} = \frac{\frac{-5}{13}-\frac{12}{13}}{\frac{-13}{12}-\frac{5}{12}}$

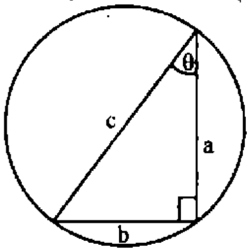
[$\because$ θ তৃতীয় চতুর্ভাগে অবস্থিত সুতরাং $\sin\theta$, $\cos\theta$ ও $\sec\theta$-এর মান ঋণাত্মক হবে]

$= \frac{\frac{-17}{13}}{\frac{-18}{12}} = -\frac{17}{13}\times\frac{-12}{18} = \frac{34}{39}$

$\therefore$ প্রদত্ত রাশির মান $\frac{34}{39}$ **(Ans.)**

মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত আরও সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন : সব অনুশীলনীর সমন্বয়ে

প্রশ্ন ▶ ১১ নিম্নে একটি বৃত্তে অন্তর্লিখিত ত্রিভুজ দেখানো হয়েছে।



ক. θ-কোণের tangent এবং Secant কে বাহুগুলির অনুপাত আকারে লেখ। ২

খ. ত্রিভুজের বাহুগুলিকে $b + c = a\sqrt{3}$ দ্বারা সম্পর্কিত করা হলে θ নির্ণয় কর। ৪

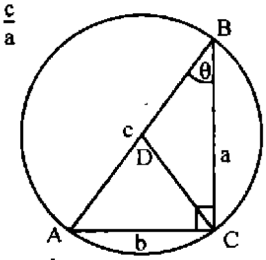
গ. a-এর মান 1 মিটার হলে, a দ্বারা খণ্ডিত চাপের দৈর্ঘ্য কত হবে? ৪

১১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক আমরা জানি, $\tan\theta = \frac{\text{লম্ব}}{\text{ভূমি}} = \frac{b}{a}$

$\sec\theta = \frac{\text{অতিভুজ}}{\text{ভূমি}} = \frac{c}{a}$

খ পাশের চিত্র থেকে,



$\frac{a}{c} = \cos\theta$

$\frac{b}{c} = \sin\theta$

এখন, $b + c = a\sqrt{3}$

বা, $\frac{b}{c} + 1 = \sqrt{3}\,\frac{a}{c}$ [উভয়পক্ষে c দ্বারা ভাগ করে]

বা, $\sin\theta + 1 = \sqrt{3}\cos\theta$

বা, $\sin^2\theta + 2\sin\theta + 1 = 3\cos^2\theta$

বা, $\sin^2\theta + 2\sin\theta + 1 - 3\cos^2\theta = 0$

বা, $\sin^2\theta + 2\sin\theta + 1 - 3(1-\sin^2\theta) = 0$

বা, $\sin^2\theta + 2\sin\theta + 1 - 3 + 3\cdot\sin^2\theta = 0$

বা, $4\sin^2\theta + 2\sin\theta - 2 = 0$

বা, $2\sin^2\theta + \sin\theta - 1 = 0$

বা, $2\sin^2\theta + 2\sin\theta - \sin\theta - 1 = 0$

বা, $2\sin\theta(\sin\theta + 1) - (\sin\theta + 1) = 0$

বা, $(\sin\theta + 1)(2\sin\theta - 1) = 0$

হয়, $\sin\theta + 1 = 0$

বা, $\sin\theta = -1$ (যা গ্রহণযোগ্য নয়)

অথবা, $2\sin\theta - 1 = 0$

বা, $2\sin\theta = 1$

বা, $\sin\theta = \frac{1}{2}$

বা, $\sin\theta = \sin30°$

$\therefore$ $\theta = 30°$ **(Ans.)**

গ এখন উপরের চিত্র থেকে, $\cos\theta = \frac{a}{c}$

এখানে, $\theta = 30°$

বা, $c = \frac{a}{\cos\theta}$

$a = 1$মি.

$c = \frac{1}{\cos30°}$

$c = \frac{1}{\frac{\sqrt{3}}{2}}$

$c = \frac{2}{\sqrt{3}}$ মি.

এখন উপরের চিত্র থেকে ΔABC- এর D, AB- এর মধ্যবিন্দু।

(D বৃত্তের কেন্দ্র ও AB বৃত্তের ব্যাস)।

$AD = \frac{c}{2} = \frac{1}{\sqrt{3}} = CD = r$. (r বৃত্তের ব্যাসার্ধ)

সুতরাং $\angle DCB = \angle DBC = 30°$ [কোনো ত্রিভুজের সমান দুইবাহুদ্বয়ের বিপরীত কোণদ্বয় পরস্পর সমান।]

অতএব, $\angle BDC = \theta = 120° = \frac{120\times\pi}{180} = \frac{2\pi}{3}$

এখন আমরা জানি, $s = r\theta$

বা, $s = \frac{1}{\sqrt{3}}\times\frac{2\pi}{3}$

$\therefore$ $s = 1.21$ মি. **(Ans.)**

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

প্রশ্ন ▶ ১২ এক ব্যক্তির কাছে একটি সাইকেল এবং একটি কোণ মাপার যন্ত্র (থিওডোলাইট) আছে। তিনি একটি সরলরৈখিক নদীর এক পাড়ে দাঁড়িয়ে অপর পাড়ের একটি টাওয়ারের উচ্চতা মাপতে চান। এই কাজটি করার জন্য তিনি ওই স্থানে একটি খুঁটি গেড়ে সাইকেলটি নিয়ে পাড় বরাবর যাত্রা করলেন। এক মিনিট সাইকেল চালানোর পর তিনি তার কোণ মাপার যন্ত্রটি বের করলেন। যাত্রাস্থানের সাথে টাওয়ারের মধ্যবর্তী স্থানের কোণ পেলেন 65° এবং টাওয়ারের পাদ বিন্দু ও শীর্ষের মধ্যবর্তী কোণ পেলেন 16.5°। সাইকেলের চাকা প্রতি সেকেন্ডে 3 পাক ঘোরে।

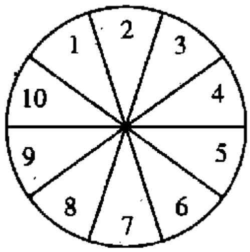
ক. একটি বৃত্তকে সমান 10 ভাগে বিভক্ত করা হলে প্রতি ভাগে কোণের মান কত? ২

খ. সাইকেলের প্রতিটি চাকায় 25cm দৈর্ঘ্যের মোট 30টি স্পোক ব্যবহার করা হলে, পর পর দুটি স্পোকের মধ্যবর্তী সর্বোচ্চ দূরত্ব কত? ৪

গ. টাওয়ারটির উচ্চতা নির্ণয় কর। ৪

১২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক



আমরা জানি,
বৃত্ত কেন্দ্রে 360° কোণ উৎপন্ন করে। সুতরাং বৃত্তটিকে সমান 10 ভাগে ভাগ করলে, প্রতিভাগ কেন্দ্রে $= \frac{360^\circ}{10} = 36^\circ$ কোণ তৈরি করে। (উত্তর)

খ উপরের চিত্র থেকে 10টি স্পোকের মাঝে 10টি মধ্যবর্তী স্থান সতুরাং 30টি স্পোকের মাঝে 30টি মধ্যবর্তী ফাঁকা স্থান। 30টি মধ্যবর্তী ফাঁকা স্থান পরিধিকে 30টি ভাগে ভাগ করে।
স্পোকের দৈর্ঘ্য = বৃত্তাকার চাকার ব্যাসার্ধ = 25cm.

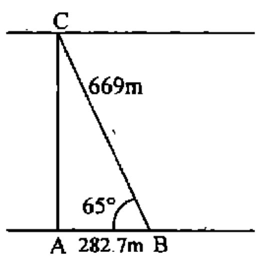
সুতরাং প্রত্যেক স্পোকের মধ্যবর্তী দূরত্ব $= \frac{\text{পরিধি}}{30}$

$= \frac{2\pi r}{30}$

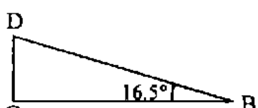
$= \frac{2 \times \pi \times 25}{30}$ cm

$= 5.23$ cm **(Ans.)**

গ



(a)



(b)

উপরের চিত্র (a) থেকে নদীর A বিন্দুতে খুঁটি ও C বিন্দুতে টাওয়ার। ব্যক্তিটি সাইকেল নিয়ে যাত্রা করে B বিন্দুতে আসে।

সুতরাং AB = 60 সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূরত্ব
= 60 × প্রতি সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূরত্ব
= 60 × 3 × চাকার পরিধি
$= 60 \times 3 \times 2\pi r$
$= 60 \times 3 \times 2\pi \times (0.25)$ m.
$= 282.7$ m.

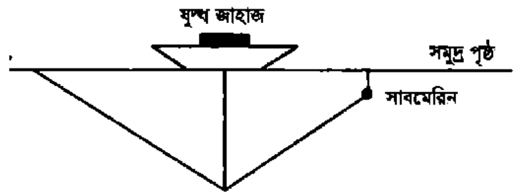
ΔABC-এ $\cos\angle ABC$

বা, $BC = \frac{AB}{\cos\angle ABC} = \frac{282.7}{\cos 65^\circ} = 669$ m

এখন চিত্র (b) হতে ΔBCD তে, $\tan\angle CBD = \frac{CD}{BC}$

বা, $CD = BC \tan\angle CBD$
$= 669 \times \tan 16.5^\circ$
$= 198$ m. **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ১৩ মনে কর তুমি একটি ডুবো জাহাজ বা সাবমেরিনের ক্যাপ্টেন। সমুদ্রতল থেকে 10m গভীর দিয়ে সাবমেরিনটি চলছিল। হঠাৎ 500m দূরে তুমি একটি যুদ্ধ জাহাজের অবস্থান বুঝতে পারলে এবং সমুদ্রের আরও গভীরে ডাইভ দিলে।



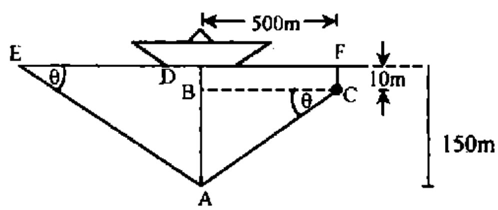
ক. কত ডিগ্রী কোণে ডাইভ দিলে তুমি 150m গভীরে থেকে যুদ্ধ জাহাজটিকে ফাঁকি দিয়ে চলে যেতে পারবে? ২

খ. কোণের ষাটমূলক ও বৃত্তীয় পদ্ধতিতে পরিমাপ যথাক্রমে D ও R হলে এদের মধ্যে একটি সম্পর্ক স্থাপন কর। ৪

গ. ডুবো জাহজটি যুদ্ধ জাহাজ অতিক্রম করার পর পানির লেভেলের সাথে এক রেডিয়ান কোণে উপরের দিকে ডাইভ দিলে সমুদ্র পৃষ্ঠে পৌছানোর পর যুদ্ধ জাহাজ থেকে কত দূরে থাকবে? ৪

১৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক



চিত্রে C বিন্দুতে সাবমেরিন ও D বিন্দুতে যুদ্ধজাহাজ।

এখানে, BC = 500m, AD = 150m.
AB = AD − BD = AD − CF = 150 − 10 = 140m

এখন, ΔABC-এ $\tan\angle ACB = \frac{AB}{BC} = \frac{140}{500}$

বা, $\tan\angle ACB = 0.28$

$\therefore\ \angle ACB = 15.64^\circ$ **(Ans.)**

খ আমরা জানি, 1 রেডিয়ান $= \frac{2}{\pi}$ সমকোণ

বা, 1 রেডিয়ান $= \frac{2}{\pi} \times 90^\circ$

বা, R রেডিয়ান $= \left(\frac{180}{\pi} \times R\right)^\circ$

যেহেতু একই কোণের ভিন্ন দুই পদ্ধতিতে কোণের মাপ D° ও R^c.

সুতরাং $D^\circ = \left(\frac{180}{\pi} \times R\right)^\circ$

বা, $D = \frac{180}{\pi} \times R$

বা, $\frac{D}{180} = \frac{R}{\pi}$ **(Ans.)**

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

গ চিত্র থেকে, AD = 150 m

ডুবোজাহাজ সমুদ্রতলের সাথে ∠AED কোণে ডাইভ দিয়ে E বিন্দুতে উঠলে $\angle AED = 1^c = \frac{2}{\pi}$ সমকোণ = 57.3°

ΔAED- এ

$\tan\theta = \frac{AD}{DE}$

বা, $DE = \frac{AD}{\tan\theta}$

বা, $DE = \frac{150}{\tan 57.3°}$

$\therefore DE = 96.31$ মি.

সুতরাং ডুবোজাহাজ যুদ্ধজাহাজ থেকে 96.31 মি. দূরে থাকবে। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ১৪ $\tan\frac{3\pi}{28}\tan\frac{5\pi}{28}\tan\frac{7\pi}{28}\tan\frac{9\pi}{28}\tan\frac{11\pi}{28}$ **একটি ত্রিকোণমিতিক রাশি যাকে P দ্বারা প্রকাশ করা যায়।**

ক. $\frac{3\pi}{28}$ কে ডিগ্রীতে প্রকাশ কর। ২

খ. P এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. $\sqrt{2} = P.\sec\alpha$; $\left(0<\alpha<\frac{\pi}{2}\right)$ হলে tanα এর মান নির্ণয় করে দেখাও যে, $\tan3\alpha = \frac{3\tan\alpha - \tan^3\alpha}{1-3\tan^2\alpha}$ ৪

১৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক আমরা জানি,

π রেডিয়ান $= 180°$

1 " $= \left(\frac{180}{\pi}\right)^\circ$

$\therefore \frac{3\pi}{28}$ " $= \left(\frac{180}{\pi}\times\frac{3\pi}{28}\right)^\circ$

$= \left(\frac{540}{28}\right)^\circ$

খ প্রশ্নমতে,

$P = \tan\frac{3\pi}{28}\tan\frac{5\pi}{28}\tan\frac{7\pi}{28}\tan\frac{9\pi}{28}\tan\frac{11\pi}{28}$

$= \left(\tan\frac{3\pi}{28}\tan\frac{11\pi}{28}\right)\left(\tan\frac{5\pi}{28}.\tan\frac{9\pi}{28}\right)\tan\frac{7\pi}{28}$

$= \tan\frac{3\pi}{28}.\tan\left(\frac{\pi}{2}-\frac{3\pi}{28}\right)\tan\frac{5\pi}{28}\tan\left(\frac{\pi}{2}-\frac{5\pi}{28}\right)\tan\frac{\pi}{4}$

$= \tan\frac{3\pi}{28}.\cot\frac{3\pi}{28}\tan\frac{5\pi}{28}.\cot\frac{5\pi}{28}.\tan\frac{\pi}{4}$

$= \left(\tan\frac{3\pi}{28}.\cot\frac{3\pi}{28}\right).\left(\tan\frac{5\pi}{28}.\cot\frac{5\pi}{28}\right).1$ $\left[\because \tan\frac{\pi}{4} = \tan 45° = 1\right]$

$= 1.1.1$

$= 1$

$\therefore$ P এর মান 1 **(Ans.)**

গ প্রশ্নমতে,

$\sqrt{2} = P.\sec\alpha$

বা, $\sqrt{2} = 1\sec\alpha$ [(খ)-থেকে পাই P = 1]

বা, $\sec\alpha = \sqrt{2}$

আমরা জানি,

$\sec^2\alpha - \tan^2\alpha = 1$

বা, $\tan^2\alpha = \sec^2\alpha - 1$

$= (\sqrt{2})^2 - 1 = 2 - 1 = 1$

$\therefore \tan\alpha = \pm\sqrt{1} = 1$ [∵ $0<\alpha<\pi/2$ সুতরাং α, ১ম চতুর্ভাগে অবস্থিত এবং tanα এর মান ঋণাত্মক গ্রহণযোগ্য নয়]

$\therefore \alpha = \tan^{-1}(1) = 45°$

বামপক্ষ $= \tan 3\alpha = \tan(3.45°) = \tan 135°$

$= \tan(90° + 45°) = -\cot45° = -1$

ডানপক্ষ $= \frac{3\tan\alpha - \tan^3\alpha}{1-3\tan^2\alpha}$

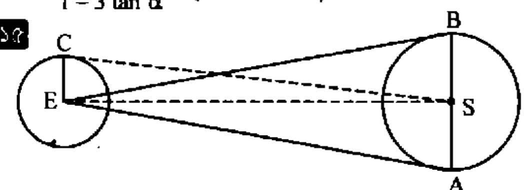
$= \frac{3\tan45° - \tan^3 45°}{1 - 3\tan^2 45°}$

$= \frac{3.1-(1)^3}{1-3(1)^2} = \frac{3-1}{1-3} = \frac{2}{-2} = -1$

= বামপক্ষ

$\therefore \tan3\alpha = \frac{3\tan\alpha - \tan^3\alpha}{1-3\tan^2\alpha}$ **(দেখানো হলো)**

প্রশ্ন ▶ ১৫



চিত্রে E পৃথিবী ও S সূর্য নির্দেশ করে। যেখানে ∠ECS = 90°, ∠CSE = 0.00244° এবং ∠AEB = 32′4″. পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 3956.6 মাইল হলে

ক. 32′4″ কে রেডিয়ানে প্রকাশ কর। ২

খ. পৃথিবী থেকে সূর্যের দূরত্ব কত? ৪

গ. সূর্যের ব্যাস নির্ণয় কর। ৪

১৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক 32′4″

$= 32' + \left(\frac{4}{60}\right)' = \left(\frac{1924}{60}\right)'$

$= \left(\frac{1924}{60\times60}\right)^\circ = \left(\frac{481}{900}\right)^\circ$

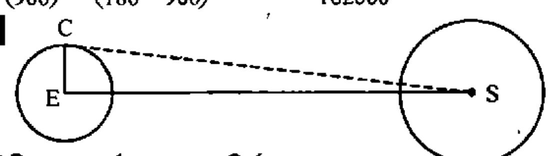
আমরা জানি,

$180° = \pi$ রেডিয়ান

$\therefore 1° = \frac{\pi}{180}$ "

$\therefore \left(\frac{481}{900}\right)^\circ = \left(\frac{\pi}{180}\times\frac{481}{900}\right)$ রেডিয়ান $= \frac{481\pi}{162000}$ রেডিয়ান

খ



পৃথিবী হতে সূর্যের দূরত্ব ES নির্ণয় করতে হবে।

দেওয়া আছে, পৃথিবীর ব্যাসার্ধ CE = 3956.6 মাইল সমকোণী ত্রিভুজ ΔCES- এ ∠ECS = 90°

∠CSE = 0.00244° (দেওয়া আছে)

এখন $\sin\angle CSE = \frac{CE}{ES}$

বা, $ES = \frac{CE}{\sin\angle CSE}$

$= \frac{CE}{\sin 0.00244°} = \frac{3956.6}{\sin 0.00244°}$

= 92,908,393.97 ≈ 92,908,394 মাইল

∴ পৃথিবী থেকে সূর্যের দূরত্ব প্রায় 92,908,394 মাইল। **(Ans.)**

গ দেওয়া আছে,

পৃথিবীর কেন্দ্রে, সূর্যের ব্যাস কর্তৃক উৎপন্ন কোণ,

$\theta = \angle AEB = 32'4''$

$= \frac{481\pi}{162000}$ রেডিয়ান [(ক)-এ প্রাপ্ত]

পৃথিবী থেকে সূর্যের দূরত্ব, r = 92908394 মাইল [(খ)-এ প্রাপ্ত]

সূর্যের ব্যাস, S নির্ণয় করতে হবে

আমরা জানি,

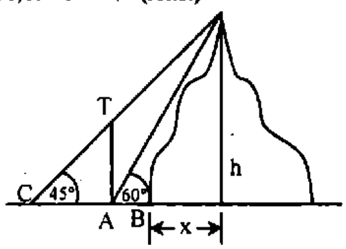
S = চাপের দৈর্ঘ্য = সূর্যের ব্যাস, AB

$= r\theta$

$= 92908394 \times \frac{481\pi}{162000}$ মাইল

= 866,632.3 মাইল **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ১৬



পর্বতের পাদবিন্দু B হতে 400 ফুট দূরে A তে অবস্থিত একজন ব্যক্তি পরিমাপ করে দেখলেন যে, পর্বতের চূড়া ভূমির সাথে 60° কোণ উৎপন্ন করে। তিনি A বিন্দু থেকে সোজা 500 ফুট দূরে C তে গিয়ে প্রমাণ করে দেখলেন যে, পর্বতের চূড়া কর্তৃক ভূমিতে উৎপন্ন কোণ 45°.

ক. 60°45′ কে রেডিয়ানে প্রকাশ কর। ২

খ. পর্বতের উচ্চতা h নির্ণয় কর। ৪

গ. A বিন্দুতে একটি টাওয়ার AT অবস্থিত যার শীর্ষবিন্দুতে পর্বতের চূড়া কর্তৃক আনুভূমিকের সাথে উৎপন্ন কোণ, C বিন্দুতে পর্বতের চূড়া কর্তৃক ভূমিতে উৎপন্ন কোণের সমান হলে AT টাওয়ারের উচ্চতা নির্ণয় কর। ৪

১৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক $60°45' = 60° + \left(\frac{45}{60}\right)^\circ$

$= \left(\frac{3645}{60}\right)^\circ = \left(\frac{729}{12}\right)^\circ$

আমরা জানি, 180° = π রেডিয়ান

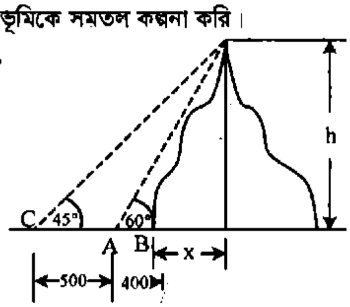
$1° = \frac{\pi}{180}$ "

$\therefore \left(\frac{729}{12}\right)^\circ = \left(\frac{\pi}{180} \times \frac{729}{12}\right)$ "

$= \frac{729\pi}{2160}$ রেডিয়ান

খ আমরা ভূমিকে সমতল কল্পনা করি।

চিত্রানুসারে,



$\tan 60° = \frac{h}{x + 400}$ বা, h = (x + 400) tan 60 —— (i)

এবং

$\tan 45° = \frac{h}{x + 400 + 500} \Rightarrow h = (x + 900) \tan 45°$ — (ii)

(i) ও (ii)নং সমীকরণ অনুসারে,

(x + 400) tan 60° = (x + 900) tan 45°

বা, x.tan60° + 400 tan 60° = x tan 45° + 900 tan45°

বা, $x = \frac{900 \tan 45° - 400 \tan 60°}{\tan 60° - \tan 45°} = 283$ ফুট

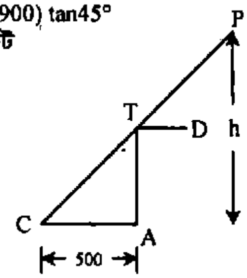
(i)নং থেকে পাই,

h = (x + 900) tan45°

= (283 + 900) tan45°

= 1183 ফুট

গ



প্রশ্নমতে AT একটি টাওয়ার যার শীর্ষবিন্দু T তে পর্বতের চূড়া কর্তৃক আনুভূমিকের সাথে উৎপন্ন কোণ, C বিন্দুতে পর্বতের চূড়া কর্তৃক ভূমিতে উৎপন্ন কোণের সমান

অর্থাৎ ∠PTD = ∠PCA

বা, ∠PTD = ∠TCA

∴C বিন্দুতে টাওয়ারের চূড়া কর্তৃক ভূমির সাথে উৎপন্ন কোণ = C বিন্দুতে পর্বতের চূড়া কর্তৃক ভূমিতে উৎপন্ন কোণ = 45°

এখন চিত্রানুসারে, CA = 500 ফুট

$\therefore \tan \angle TCA = \frac{TA}{CA}$

বা, TA = CA tan∠TCA

= CA tan 45°

= CA = 500 ফুট

∴ টাওয়ারের উচ্চতা 500 ফুট **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ১৭ যদি $6 \sin^2\theta - 11 \sin\theta + 4 = 0$ যখন $(0° \leq \theta \leq 90°)$

ক. θ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. একটি বৃত্তাকার বস্তুর একটি চাপ তার কেন্দ্রে উক্ত θ কোণ উৎপন্ন করে এবং যার ব্যাসার্ধ 84 সে. মি.। বৃত্তচাপের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৪

গ. বৃত্তচাপটির দৈর্ঘ্য যত সে.মি., একটি চাকা 0.44 কি. মি. পথ যেতে তত বার ঘুরে। চাকাটির ব্যাসার্ধ বের কর। ৪

১৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $6 \sin^2\theta - 11\sin\theta + 4 = 0$

বা, $6\sin^2\theta - 3 \sin\theta - 8 \sin\theta + 4 = 0$

বা, $3\sin\theta (2\sin\theta - 1) - 4(2\sin\theta - 1) = 0$

বা, $(2\sin\theta - 1)(3\sin\theta - 4) = 0$

হয়, $\sin\theta = \frac{1}{2}$ অথবা, $\sin \theta = \frac{4}{3}$ [যা অসম্ভব]

$\sin\theta = \frac{1}{2} = \sin 30°$

$\therefore \theta = 30°$

খ দেওয়া আছে, বৃত্তাকার বস্তুর ব্যাসার্ধ, r = 84 সে. মি.

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

কেন্দ্রস্থ সম্মুখ কোণ, $\theta = 30°$ ['ক' হতে পাই]

$$= \left(30° \times \frac{\pi}{180}\right)^c = \frac{\pi^c}{6}$$

বৃত্তচাপের দৈর্ঘ্য s নির্ণয় করতে হবে।

আমরা জানি, $s = r\theta$

$$= 84 \times \frac{\pi}{6}$$
$$= 84 \times \frac{22}{7 \times 6}$$
$$= 44$$

∴ বৃত্তচাপের দৈর্ঘ্য = 44 সে. মি. **(Ans.)**

গ প্রশ্নমতে, চাকাটি 44 বার ঘুরলে যায় 0.44 কি. মি. = 440 মিটার

∴ চাকাটি 1 বার ঘুরলে যায় $= \frac{440}{44}$ মিটার ≐ 10 মিটার

মনে করি, চাকার ব্যাসার্ধ = r

∴ চাকার পরিধি $= 2\pi r$

আমরা জানি, কোনো চাকা 1 বার ঘুরে তার পরিধির সমান পথ অতিক্রম করে।

∴ $2\pi r = 10$

বা, $r = \frac{10}{2\pi} = \frac{10}{2 \times \frac{22}{7}}$

∴ $r = 1.59$

∴ চাকাটির ব্যাসার্ধ 1.59 মিটার (প্রায়) **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ১৮ $\text{cosec}\theta \cot\theta = 2\sqrt{3}$ $[0° < \theta < 90°]$ **একটি ত্রিকোণমিতিক সমীকরণ।**

ক. দেখাও যে, $\cos\theta = 2\sqrt{3}\sin^2\theta$ ২

খ. θ এর মান বের কর। ৪

গ. একটি বালক বৃত্তাকার পথে 2 সেকেন্ডে θ কোণের একটি বৃত্তচাপ অতিক্রম করে। বৃত্তের ব্যাস 180 মিটার হলে চাপের দৈর্ঘ্য ও পরিধি কত? ৪

১৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত সমীকরণ, $\text{cosec}\theta \cot\theta = 2\sqrt{3}$

বা, $\frac{1}{\sin\theta} \cdot \frac{\cos\theta}{\sin\theta} = 2\sqrt{3}$

বা, $\frac{\cos\theta}{\sin^2\theta} = 2\sqrt{3}$

বা, $\cos\theta = 2\sqrt{3}\sin^2\theta$ **(দেখানো হলো)**

খ 'ক' থেকে পাই,

$\cos\theta = 2\sqrt{3}\sin^2\theta$

বা, $\cos\theta = 2\sqrt{3}(1 - \cos^2\theta)$ [∵ $\sin^2\theta = 1 - \cos^2\theta$]

বা, $\cos\theta = 2\sqrt{3} - 2\sqrt{3}\cos^2\theta$

বা, $2\sqrt{3}\cos^2\theta + \cos\theta - 2\sqrt{3} = 0$

বা, $2\sqrt{3}\cos^2\theta + 4\cos\theta - 3\cos\theta - 2\sqrt{3} = 0$

$$\left[\begin{array}{l} 2\sqrt{3} \times (-2\sqrt{3}) = -4.3 = -12 \\ 4 \times (-3) = -12 \end{array}\right]$$

বা, $2\cos\theta(\sqrt{3}\cos\theta + 2) - \sqrt{3}(\sqrt{3}\cos\theta + 2) = 0$

বা, $(\sqrt{3}\cos\theta + 2)(2\cos\theta - \sqrt{3}) = 0$

হয়, $\sqrt{3}\cos\theta + 2 = 0$

বা, $\cos\theta = -\frac{2}{\sqrt{3}}$, যা গ্রহণযোগ্য নয়। কারণ, cosθ এর মান 1 অপেক্ষা বৃহত্তর এবং −1 ক্ষুদ্রতর হতে পারে না।

∴ $2\cos\theta - \sqrt{3} = 0$

বা, $\cos\theta = \frac{\sqrt{3}}{2} = \cos 30°$

বা, $\theta = 30°$

∴ নির্ণেয় সমাধান $\theta = 30°$.

গ দেওয়া আছে, বৃত্তের ব্যাস D = 180 মিটার

∴ বৃত্তের ব্যাসার্ধ $r = \frac{D}{2} = \frac{180}{2} = 90$ মিটার

কোণ, $\theta = 30° = 30 \times \frac{\pi^c}{180}$

আমরা জানি,

চাপের দৈর্ঘ্য, $s = r\theta$

$$= 90 \times 30 \times \frac{\pi^c}{180} \text{ মিটার}$$
$$= 15\pi \text{ মিটার}$$
$$= 15 \times 3.1416 \text{ মিটার}$$
$$= 47.124 \text{ মিটার।}$$

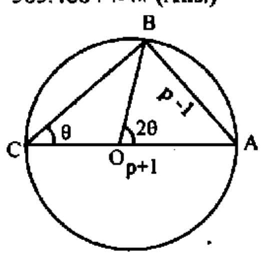
ও পরিধি $= 2\pi r$

$$= 2 \times 3.1416 \times 90 \text{ মিটার}$$
$$= 565.488 \text{ মিটার}$$

∴ চাপের দৈর্ঘ্য 47.124 মিটার

এবং পরিধি = 565.488 মিটার **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ১৯



ক. চিত্রে বর্ণিত ABC চাকাটির AB চাপের দৈর্ঘ্য 20π ও ব্যাস 60 সেন্টিমিটার হলে θ = কত? ২

খ. $\tan 2\theta = \frac{2\tan\theta}{1 - \tan^2\theta}$ প্রমাণ কর। ΔABC হতে ত্রিকোণমিতিক অনুপাত ব্যবহার করে দেখাও যে, $\tan\theta + \sec\theta = \sqrt{p}$. চাকার পরিধি কত? ৪

গ. চাকাটি প্রতি সেকেন্ডে 5 বার আবর্তিত হলে চাকাটির গতিবেগ ঘন্টায় কত হবে? ৪

১৯ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, ব্যাস (ABC বৃত্তের) D = 60 সেন্টিমিটার

∴ ব্যাসার্ধ, $= \frac{60}{2} = 30$ সেন্টিমিটার

AB চাপের দৈর্ঘ্য = 20π সেন্টিমিটার

আমরা জানি,

চাপ = ব্যাসার্ধ × উৎপন্ন কোণ

বা, $s = r \times 2\theta$

∴ $\theta = \frac{s}{2r}$

$$= \frac{20\pi}{2 \times 60} = \frac{\pi^c}{6}$$
$$= \left(\frac{\pi}{6} \times \frac{180}{\pi}\right)^\circ$$
$$= \left(\frac{180}{6}\right)^\circ$$
$$= 30°$$

∴ নির্ণেয় $\theta = 30°$

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

খ ক ব্যবহার করে পাই,

বামপক্ষ $= \tan 2\theta = \tan 60^\circ = \sqrt{3}$

ডানপক্ষ $= \dfrac{2\tan 30^\circ}{1 - \tan^2 30^\circ}$

$$= \frac{2.\frac{1}{\sqrt{3}}}{1 - \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2}$$

$$= \frac{\frac{2}{\sqrt{3}}}{1 - \frac{1}{3}} = \frac{2}{\sqrt{3}} \times \frac{3}{2} = \sqrt{3}$$

$\therefore \tan 2\theta = \dfrac{2\tan\theta}{1 - \tan^2\theta}$ **(প্রমাণিত)**

Δ ABC হতে পাই, $\sin\theta = \dfrac{\text{লম্ব}}{\text{অতিভুজ}} = \dfrac{p-1}{p+1}$

$\therefore \cos\theta = \dfrac{\text{ভূমি}}{\text{অতিভুজ}} = \dfrac{2\sqrt{p}}{p+1}$

$[\because BC^2 = (p+1)^2 - (p-1)^2 = 4p]$

$\therefore \sec\theta = \dfrac{1}{\cos\theta} = \dfrac{p+1}{2\sqrt{p}}$

$\therefore \tan\theta = \dfrac{\sin\theta}{\cos\theta} = \dfrac{\frac{p-1}{p+1}}{\frac{2\sqrt{p}}{p+1}} = \dfrac{p-1}{2\sqrt{p}}$

$\therefore$ বামপক্ষ $= \tan\theta + \sec\theta$

$$= \frac{p-1}{2\sqrt{p}} + \frac{p+1}{2\sqrt{p}}$$

$$= \frac{p-1+p+1}{2\sqrt{p}}$$

$$= \frac{2p}{2\sqrt{p}} = \sqrt{p}$$

$\therefore \tan\theta + \sec\theta = \sqrt{p}$ **(প্রমাণিত)**

আমরা জানি,

পরিধি $= 2\pi r = 2 \times 3.1416 \times 30$

$= 188.496$ সেন্টিমিটার

গ চাকাটির পরিধি $= 188.496$ সেন্টিমিটার

$= 1.88496$ মিটার

যেহেতু চাকাটি প্রতি সেকেন্ডে 5 বার আবর্তিত হয়। সুতরাং চাকাটি প্রতি সেকেন্ডে এর পরিধির 5 গুণ দূরত্ব অতিক্রম করে।

প্রতি সেকেন্ডে চাকাটি অতিক্রম করে $= 5 \times 1.88496 = 9.4248$ মিটার।

$\therefore$ প্রতি ঘন্টায় বা 3600 সেকেন্ডে চাকাটি অতিক্রম করে

$= 3600 \times 9.4248$ মিটার

$= 33929.28$ মিটার

$= 33.92928$ কিলোমিটার

$\therefore$ গাড়ীটির গতিবেগ ঘন্টায় 33.92928 কিলোমিটার (প্রায়) **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ২০ **যদি $\sin A = \dfrac{3}{5}$, $\cos B = \dfrac{12}{13}$ হয় এবং A ও B ধনাত্মক সূক্ষ্মকোণ।**

ক. $\cos A$ এবং $\sin B$ এর মান কত? ২

খ. $\tan A, \tan B, \dfrac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \tan B}$ এর মান বের কর। ৪

গ. যদি কোন বৃত্তের ব্যাসার্ধ $r = 2(\tan A + \tan B)$ এবং চাপ $s = \dfrac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \tan B}$ তাহলে কেন্দ্রে কি পরিমাণ কোণ উৎপন্ন করবে? ৪

২০ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $\sin A = \dfrac{3}{5}$

$\therefore \cos A = \sqrt{1 - \sin^2 A} = \sqrt{1 - \dfrac{9}{25}}$

$= \sqrt{\dfrac{16}{25}} = \dfrac{4}{5}$ [A ধনাত্মক বলে cosA ধনাত্মক]

আবার $\cos B = \dfrac{12}{13}$

$\therefore \sin B = \sqrt{1 - \cos^2 B} = \sqrt{1 - \dfrac{144}{169}}$

$= \sqrt{\dfrac{25}{169}}$

$= \dfrac{5}{13}$ [B ধনাত্মক বলে sinB ধনাত্মক]

Ans. $\dfrac{4}{5}, \dfrac{5}{13}$.

খ আমরা জানি, $\tan A = \dfrac{\sin A}{\cos A} = \dfrac{\frac{3}{5}}{\frac{4}{5}} = \dfrac{3}{5} \times \dfrac{5}{4} = \dfrac{3}{4}$

$\tan B = \dfrac{\sin B}{\cos B} = \dfrac{\frac{5}{13}}{\frac{12}{13}} = \dfrac{5}{13} \times \dfrac{13}{12} = \dfrac{5}{12}$

এবং প্রদত্ত রাশি $= \dfrac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \tan B} = \dfrac{\frac{3}{4} + \frac{5}{12}}{1 - \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{12}}$

$$= \frac{\frac{9+5}{12}}{1 - \frac{15}{48}} = \frac{\frac{14}{12}}{\frac{48-15}{48}} = \frac{14}{12} \times \frac{48}{33} = \frac{56}{33}$$

$\therefore$ মানগুলি, $\dfrac{3}{4}, \dfrac{5}{12}, \dfrac{56}{33}$.

গ দেওয়া আছে, ব্যাসার্ধ $r = 2(\tan A + \tan B)$

$= 2\left(\dfrac{3}{4} + \dfrac{5}{12}\right) = 2\left(\dfrac{9+5}{12}\right)$

$= 2 \times \dfrac{14}{12} = \dfrac{7}{3}$

চাপ $s = \dfrac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \tan B}$

$= \dfrac{56}{33}$. ['খ' হতে]

ধরি কেন্দ্রে উৎপন্ন কোণ θ, তাহলে আমরা জানি,

$s = r\theta$

বা, $\theta = \dfrac{s}{r} = \dfrac{\frac{56}{33}}{\frac{7}{3}} = \dfrac{56}{33} \times \dfrac{3}{7}$

$= \dfrac{8}{11}$ রেডিয়ান

$= 0.7272$ রেডিয়ান $\left[\because 1 \text{ রেডিয়ান} = \dfrac{180^\circ}{\pi}\right]$

বা, 41.67°

$\therefore$ উৎপন্ন কোণ, 0.7272 রেডিয়ান বা, 46.67°.

প্রশ্ন ▶ ২১ **যদি $\tan\theta + \sin\theta = m$ এবং $\tan\theta - \sin\theta = n$ হয় তবে**

ক. প্রমাণ কর যে, $\tan\theta = \dfrac{m+n}{2}$ ২

খ. প্রমাণ কর যে, $m^2 - n^2 = 4\sqrt{mn}$ ৪

গ. দেখাও যে, $\sec\theta = \sqrt{mn}\,\mathrm{cosec}^2\theta$ ৪

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

২১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,

$\tan\theta + \sin\theta = m$ .... (i)

$\tan\theta - \sin\theta = n$ .... (ii)

(i) নং ও (ii) নং যোগ করে পাই, $2\tan\theta = m + n$

$\therefore \tan\theta = \dfrac{m+n}{2}$ **(প্রমাণিত)**

খ বামপক্ষ $= m^2 - n^2$

$= (\tan\theta + \sin\theta)^2 - (\tan\theta - \sin\theta)^2$

$= 4\tan\theta\sin\theta \quad [\because 4ab = (a+b)^2 - (a-b)^2]$

$= 4\sqrt{\tan^2\theta\sin^2\theta}$

$= 4\sqrt{\tan^2\theta(1-\cos^2\theta)}$

$= 4\sqrt{\tan^2\theta - \tan^2\theta.\cos^2\theta}$

$= 4\sqrt{\tan^2\theta - \dfrac{\sin^2\theta}{\cos^2\theta}.\cos^2\theta}$

$= 4\sqrt{\tan^2\theta - \sin^2\theta}$

$= 4\sqrt{(\tan\theta + \sin\theta)(\tan\theta - \sin\theta)}$

$= 4\sqrt{mn}$

= ডানপক্ষ

$\therefore$ বামপক্ষ = ডানপক্ষ **(প্রমাণিত)**

গ 'ক' হতে, $\tan\theta = \dfrac{m+n}{2}$

বা, $2\tan\theta = m + n$ .... (i)

আবার, দেওয়া আছে, $\tan\theta + \sin\theta = m$

$\tan\theta - \sin\theta = n$

$(-) \quad (+) \quad (-)$

(–) করে $2\sin\theta = m - n$

$\therefore 2\sin\theta = m - n$ .... (ii)

(i) × (ii) হতে,

$2\tan\theta \times 2\sin\theta = (m+n)(m-n)$

বা, $4\tan\theta\sin\theta = m^2 - n^2$

বা, $4\tan\theta\sin\theta = 4\sqrt{mn}$ ['খ' হতে]

বা, $\tan\theta\sin\theta = \sqrt{mn}$

বা, $\dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}.\sin\theta = \sqrt{mn}$

বা, $\sin^2\theta.\sec\theta = \sqrt{mn}$

বা, $\dfrac{\sec\theta}{\mathrm{cosec}^2\theta} = \sqrt{mn}$

$\therefore \sec\theta = \sqrt{mn}\,\mathrm{cosec}^2\theta$ **(দেখানো হলো)**

প্রশ্ন ব্যাংক উত্তরসহ সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

প্রশ্ন ▶ ২২ $7\sin^2\theta + 3\cos^2\theta = 4$ **এবং θ ধনাত্মক সূক্ষ্মকোণ।**

ক. প্রদত্ত সমীকরণ থেকে $\cos^2\theta$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\tan\theta = \pm\dfrac{1}{\sqrt{3}}$ ৪

গ. $\tan\theta$ ধনাত্মক হলে প্রমাণ কর যে, $\dfrac{\mathrm{cosec}^2\theta - \sec^2\theta}{\mathrm{cosec}^2\theta + \sec^2\theta} = \dfrac{1}{2}$ ৪

উত্তর: ক. $\cos^2\theta = \dfrac{3}{5}$;

প্রশ্ন ▶ ২৩ $\sin^2\dfrac{17\pi}{18} + \sin^2\dfrac{5\pi}{8} + \cos^2\dfrac{37\pi}{18} + \cos^2\dfrac{5\pi}{8}$ **এবং** $\sin^2\dfrac{\pi}{7} + \sin^2\dfrac{5\pi}{14} + \sin^2\dfrac{8\pi}{7} + \sin^2\dfrac{9\pi}{14}$ **দুইটি ত্রিকোণোমিতিক রাশি।**

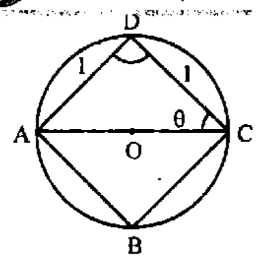
ক. দেখাও যে, $\sin^2\dfrac{17\pi}{18} = \sin^2\dfrac{\pi}{18}$ ২

খ. প্রথম রাশিটির মান নির্ণয় কর। ৪

গ. দেখাও যে, রাশি দুইটির মান সমান। ৪

উত্তর: খ. 2

প্রশ্ন ▶ ২৪



ABCD বৃত্তের O কেন্দ্র এবং AC ব্যাস।

ক. AC এর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\cos A + \cos B + \cos C + \cos D = 0$ ৪

গ. $\sec\theta + \cos\theta = p$ হলে p এর মান নির্ণয় কর এবং সমীকরণটি সমাধান কর। ৪

উত্তর: ক. $\sqrt{2}$ একক; **গ.** $p = \dfrac{3}{\sqrt{2}}, \theta = \dfrac{\pi}{4}$

প্রশ্ন ব্যাংক উত্তরসহ সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন : সব অনুশীলনীর সমন্বয়ে

প্রশ্ন ▶ ২৫ একটি ত্রিভুজের কোণগুলি সমান্তর প্রেণিভুক্ত এবং বৃহত্তর কোণটি ক্ষুদ্রতর কোণটির দ্বিগুণ।

ক. ক্ষুদ্রতর কোণটি A হলে অপর কোণ দুইটি কত? ২

খ. কোণগুলি রেডিয়ানে ও ষাটমূলক পদ্ধতিতে নির্ণয় কর। ৪

গ. দেখাও যে $2\sin^2\theta + 3\cos\theta = 3$ এর একটি সমাধান বৃহত্তম ও ক্ষুদ্রতম ব্যতিত অপর কোণের সমান। যেখানে $0° < \theta < 90°$. ৪

উত্তর: ক. $\dfrac{3A}{2}$, 2A; **খ.** 40°, 60° ও 80°.

প্রশ্ন ▶ ২৬ কোনো বৃত্তের ব্যাসার্ধ 14 মি. বৃত্তটির পরিধির সমান উচ্চতাবিশিষ্ট টাওয়ার বৃত্তটির কেন্দ্রে $\dfrac{\pi}{6}$ **রেডিয়ান কোণ উৎপন্ন করে।**

ক. বৃত্তটিতে 28 মি. দীর্ঘ চাপের কেন্দ্রস্থ সম্মুখ কোণের পরিমাণ রেডিয়ানে প্রকাশ কর।

খ. বৃত্তটির কেন্দ্র হতে টাওয়ারের দূরত্ব কত?

গ. বৃত্তটির ব্যাসের 10 ভাগের 1 ভাগ সমান পরিধিবিশিষ্ট একটি চাকা সেকেন্ডে 5 বার ঘুরে 21 কি. মি. দূরত্ব অতিক্রম করতে কত মিনিট লাগবে?

উত্তর : ক. 2 রেডিয়ান; **খ.** 50.79 মি. (প্রায়); **গ.** 25 মিনিট।

internet linked

প্রশ্ন ব্যাংকের আরও প্রশ্ন ও উত্তরের জন্যে নিচের ওয়েব অ্যাড্রেসটি টাইপ করুন

ssc.panjeree.com/hmt/hm08qbs.pdf

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

এ অংশে অধ্যায়ের গুরুত্বপূর্ণ তথ্য ও সূত্র, পরীক্ষার আগে যার উপর চোখ বুলিয়ে নেওয়া প্রয়োজন বা অবশ্যই মনে রাখতে হবে এমন বিষয়সমূহ একনজরে উল্লেখ করা হয়েছে। পরীক্ষার আগে এ বিষয়গুলো রিভিশন দিলে পরীক্ষায় নির্ভুলভাবে অঙ্ক সমাধান করতে পারবে।

■ **এক নজরে এ অনুশীলনীতে ব্যবহৃত সূত্রসমূহ**

- **$(-\theta)$ কোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাত**

$\sin(-\theta) = -\sin\theta$	$\text{cosec}(-\theta) = -\text{cosec}\,\theta$
$\cos(-\theta) = \cos\theta$	$\sec(-\theta) = \sec\theta$
$\tan(-\theta) = -\tan\theta$	$\cot(-\theta) = -\cot\theta$

- **$(90° - \theta)$ কোণ বা 'পূরক কোণ' এর ত্রিকোণমিতিক অনুপাত $(0° < \theta < 90°)$**

$\sin(90° - \theta) = \cos\theta$	$\text{cosec}(90° - \theta) = \sec\theta$
$\cos(90° - \theta) = \sin\theta$	$\sec(90° - \theta) = \text{cosec}\,\theta$
$\tan(90° - \theta) = \cot\theta$	$\cot(90° - \theta) = \tan\theta$

- **$(90° + \theta)$ কোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাত $(0° < \theta < 90°)$**

$\sin(90° + \theta) = \cos\theta$	$\text{cosec}(90° + \theta) = \sec\theta$
$\cos(90° + \theta) = -\sin\theta$	$\sec(90° + \theta) = -\text{cosec}\,\theta$
$\tan(90° + \theta) = -\cot\theta$	$\cot(90° + \theta) = -\tan\theta$

- **$(180° - \theta)$ কোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাত $(0° < \theta < 90°)$**

$\sin(180° - \theta) = \sin\theta$	$\text{cosec}(180° - \theta) = \text{cosec}\,\theta$
$\cos(180° - \theta) = -\cos\theta$	$\sec(180° - \theta) = -\sec\theta$
$\tan(180° - \theta) = -\tan\theta$	$\cot(180° - \theta) = -\cot\theta$

- **$(180° + \theta)$ কোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাত $(0° < \theta < 90°)$**

$\sin(180° + \theta) = -\sin\theta$	$\text{cosec}(180° + \theta) = -\text{cosec}\,\theta$
$\cos(180° + \theta) = -\cos\theta$	$\sec(180° + \theta) = -\sec\theta$
$\tan(180° + \theta) = \tan\theta$	$\cot(180° + \theta) = \cot\theta$

- **$(270° - \theta)$ কোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাত $(0° < \theta < 90°)$**

$\sin(270° - \theta) = -\cos\theta$	$\text{cosec}(270° - \theta) = -\sec\theta$
$\cos(270° - \theta) = -\sin\theta$	$\sec(270° - \theta) = -\text{cosec}\,\theta$
$\tan(270° - \theta) = \cot\theta$	$\cot(270° - \theta) = \tan\theta$

- **$(270° + \theta)$ কোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাত $(0° < \theta < 90°)$**

$\sin(270° + \theta) = -\cos\theta$	$\text{cosec}(270° + \theta) = -\sec\theta$
$\cos(270° + \theta) = \sin\theta$	$\sec(270° + \theta) = \text{cosec}\,\theta$
$\tan(270° + \theta) = -\cot\theta$	$\cot(270° + \theta) = -\tan\theta$

- **$(360° - \theta)$ কোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাত $(0° < \theta < 90°)$**

$\sin(360° - \theta) = -\sin\theta$	$\text{cosec}(360° - \theta) = -\text{cosec}\,\theta$
$\cos(360° - \theta) = \cos\theta$	$\sec(360° - \theta) = \sec\theta$
$\tan(360° - \theta) = -\tan\theta$	$\cot(360° - \theta) = -\cot\theta$

- **$(360° + \theta)$ কোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাত $(0° < \theta < 90°)$**

$\sin(360° + \theta) = \sin\theta$	$\text{cosec}(360° + \theta) = \text{cosec}\,\theta$
$\cos(360° + \theta) = \cos\theta$	$\sec(360° + \theta) = \sec\theta$
$\tan(360° + \theta) = \tan\theta$	$\cot(360° + \theta) = \cot\theta$

- **$(n \times 90° \pm \theta)$ কোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাত**

n যেকোনো পূর্ণসংখ্যা হলে $(n \times 90° \pm \theta)$ কোণের মান নিম্নরূপে নির্ণয় করা যায়।

(১) প্রদত্ত কোণকে এমন দুইটি অংশে ভাগ করতে হবে যার একটি অংশ সূক্ষ্মকোণ (θ) এবং অপর অংশ $90°$ বা $\frac{\pi}{2}$ এর n গুণিতক $(n \times 90°$ বা, $n \times \frac{\pi}{2})$।

অর্থাৎ, প্রদত্ত কোণ $= n \times 90° \pm \theta$

বা, " " $= n \times \frac{\pi}{2} \pm \theta$

২(ক) n জোড় সংখ্যা হলে ত্রিকোণমিতিক অনুপাতের কোনো পরিবর্তন হবে না।

অর্থাৎ sin অনুপাত sin ই থাকবে

এবং cos " cos ই " ইত্যাদি।

(খ) n বিজোড় সংখ্যা হলে,

sin অনুপাত পরিবর্তিত হয়ে cos হবে।
cos " " " sin "
tan " " " cot "
cot " " " tan "
sec " " " cosec "
cosec " " " sec "

(৩) $(n \times 90° \pm \theta)$ কোণটির অবস্থান যে চতুর্ভাগে ঐ চতুর্ভাগে প্রদত্ত অনুপাতের যে চিহ্ন তা অনুপাতের পূর্বে বসাতে হবে।

এখানে অধ্যায়টির অনুশীলনী, বহুনির্বাচনি ও সৃজনশীল প্রশ্নগুলো বিশ্লেষণ করে স্টার মার্কসহ সাজেশন দেওয়া হয়েছে। পরীক্ষার আগে অবশ্যই এ অঙ্কগুলো সমাধান করবে। তাহলে পরীক্ষায় যেকোনো অঙ্কের সমাধান সহজেই করতে পারবে।

সাজেশন | বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

	প্রশ্ন নম্বর
★★★	২, ৩, ৪, ৬, ১০, ১১, ১৩, ১৫, ১৯, ২০, ২১, ২২, ২৪, ২৬, ২৭, ৩২, ৩৩, ৩৪, ৩৬, ৩৮, ৩৯, ৪০, ৪১, ৪২, ৪৪, ৪৭, ৪৯, ৫০, ৫৫, ৫৯, ৬০, ৬১, ৬৮, ৬৯, ৭০
★★	৫, ৭, ৮, ৯, ১৪, ১৭, ১৮, ২৩, ২৫, ২৯, ৩০, ৩৭, ৪৫, ৪৬, ৫৮, ৬২, ৬৩, ৬৪

সাজেশন | সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

	প্রশ্ন নম্বর
★★★	৩, ৫, ৭, ৯, ১০, ১১, ১৩, ১৫, ১৬, ১৭, ১৮
★★	৪, ৬, ১২, ১৪, ১৯

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

শ্রেণির কাজ পৃষ্ঠা নং ৫৪৯

সূচকীয় ও লগারিদমীয় ফাংশন

অনুশীলনী-৯.১

অনুশীলনীটি পড়ে যা জানতে পারবে—

১. মূলদ সূচক ও অমূলদ সূচকের ব্যাখ্যা।
২. সূচকের বিভিন্ন সূত্রের প্রমাণ ও প্রয়োগ।
৩. সূচক ও লগারিদমের পারস্পরিক সম্পর্কের ব্যাখ্যা।
৪. মূল এর ব্যাখ্যা।
৫. মূলদ ভগ্নাংশের ব্যাখ্যা।

স্কটিশ গণিতবিদ জন নেপিয়ার (*John Napier*, 1550-1671) জোতির্বিদ্যার প্রতি তাঁর আগ্রহ ছিল যা গণিতে অবদান রাখতে সাহায্য করে। বড় বড় সংখ্যার গণনাকে অধিকতর ভালো ও সহজতর করতে একটি বিশেষ পদ্ধতি আবিষ্কার করেন যা বর্তমানে লগারিদম *logarithm)* নামে পরিচিত।

PRACTICE

৯টি অনুশীলনীর প্রশ্ন|
৮৪টি বহুনির্বাচনি প্রশ্ন ■ ৪৭টি সাধারণ বহুনির্বাচনি ■ ১৬টি বহুপদী সমাপ্তিসূচক ■ ২১টি অভিন্ন তথ্যভিত্তিক
১৮টি সৃজনশীল প্রশ্ন ■ ৯টি শ্রেণির কাজ ■ ৫টি মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত ■ ৪টি প্রশ্নব্যাংক

অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

১. প্রমাণ কর যে, $\left(a^{\frac{m}{n}}\right)^p = a^{\frac{mp}{n}}$ যেখানে $m, p \in \mathbb{Z}$ এবং $n \in \mathbb{N}$

সমাধান: $\left(a^{\frac{m}{n}}\right)^p = \left\{\left(a^{\frac{1}{n}}\right)^m\right\}^p$ $\left[\because a^{\frac{m}{n}} = \left(a^{\frac{1}{n}}\right)^m\right]$

$= \left(a^{\frac{1}{n}}\right)^{mp}$ $[\because (a^m)^n = a^{mn}]$

$= a^{\frac{mp}{n}}$ $\left[\because a^{\frac{m}{n}} = \left(a^{\frac{1}{n}}\right)^m\right]$

$\therefore \left(a^{\frac{m}{n}}\right)^p = a^{\frac{mp}{n}}$ **(প্রমাণিত)**

২. প্রমাণ কর যে, $\left(a^{\frac{1}{m}}\right)^{\frac{1}{n}} = a^{\frac{1}{mn}}$ যেখানে $m, n \in \mathbb{Z}, m \neq 0, n \neq 0$

সমাধান: ধরি, $\left(a^{\frac{1}{m}}\right)^{\frac{1}{n}} = x$

বা, $a^{\frac{1}{m}} = x^n$ $[\because \sqrt[n]{a^m} = x$ হলে $a^m = x^n]$

বা, $a = (x^n)^m$

বা, $a = x^{mn}$ $[\because (a^m)^n = a^{mn}]$

$\therefore x = a^{\frac{1}{mn}}$

অর্থাৎ, $\left(a^{\frac{1}{m}}\right)^{\frac{1}{n}} = a^{\frac{1}{mn}}$ $\left[\because x = \left(a^{\frac{1}{m}}\right)^{\frac{1}{n}}\right]$ **(প্রমাণিত)**

৩. প্রমাণ কর যে, $(ab)^{\frac{m}{n}} = a^{\frac{m}{n}} b^{\frac{m}{n}}$, যেখানে $m \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{N}$

সমাধান: ধরি, $(ab)^{\frac{1}{n}} = x, a^{\frac{1}{n}} = y, b^{\frac{1}{n}} = z$

$\therefore x^n = ab, y^n = a, z^n = b$

এখন, $x^n = ab$

বা, $x^n = y^n z^n$ [মান বসিয়ে]

বা, $x^n = (yz)^n$ $[\because (ab)^n = a^n b^n]$

$\therefore x = yz$

অর্থাৎ, $(ab)^{\frac{1}{n}} = a^{\frac{1}{n}} b^{\frac{1}{n}}$

$\therefore \{(ab)^{\frac{1}{n}}\}^m = \left(a^{\frac{1}{n}} b^{\frac{1}{n}}\right)^m$ [উভয় পক্ষের ঘাত m এ উন্নীত করে]

বা, $(ab)^{\frac{m}{n}} = \left\{(a)^{\frac{1}{n}}\right\}^m \left\{(b)^{\frac{1}{n}}\right\}^m$

$\left[\because a^{\frac{m}{n}} = \left(a^{\frac{1}{n}}\right)^m \text{ এবং } \{(ab)^n = a^n b^n\}\right]$

$\therefore (ab)^{\frac{m}{n}} = a^{\frac{m}{n}} b^{\frac{m}{n}}$ **(প্রমাণিত)**

৪. দেখাও যে, (ক) $(a^{\frac{1}{3}} - b^{\frac{1}{3}})(a^{\frac{2}{3}} + a^{\frac{1}{3}} b^{\frac{1}{3}} + b^{\frac{2}{3}}) = a - b$

(খ) $\frac{a^3 + a^{-3} + 1}{a^{\frac{3}{2}} + a^{\frac{-3}{2}} + 1} = (a^{\frac{3}{2}} + a^{\frac{-3}{2}} - 1)$

সমাধান:

(ক) বামপক্ষ $= \left(a^{\frac{1}{3}} - b^{\frac{1}{3}}\right)\left(a^{\frac{2}{3}} + a^{\frac{1}{3}} b^{\frac{1}{3}} + b^{\frac{2}{3}}\right)$

$= \left(a^{\frac{1}{3}} - b^{\frac{1}{3}}\right)\left\{\left(a^{\frac{1}{3}}\right)^2 + a^{\frac{1}{3}} b^{\frac{1}{3}} + \left(b^{\frac{1}{3}}\right)^2\right\}$

$= \left(a^{\frac{1}{3}}\right)^3 - \left(b^{\frac{1}{3}}\right)^3$ $[\because (x-y)(x^2+xy+y^2) = x^3 - y^3]$

$= a^{\frac{3}{3}} - b^{\frac{3}{3}}$ $\left[\because \left(a^{\frac{1}{n}}\right)^m = a^{\frac{m}{n}}\right]$

$= a^1 - b^1$

$= a - b =$ ডানপক্ষ

$\therefore (a^{\frac{1}{3}} - b^{\frac{1}{3}})(a^{\frac{2}{3}} + a^{\frac{1}{3}} b^{\frac{1}{3}} + b^{\frac{2}{3}}) = a - b$ **(দেখানো হলো)**

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

(খ) বামপক্ষ $= \dfrac{a^3 + a^{-3} + 1}{a^{\frac{3}{2}} + a^{-\frac{3}{2}} + 1}$

$= \dfrac{\left(a^{3/2}\right)^2 + \left(a^{-3/2}\right)^2 + 1}{a^{3/2} + a^{-3/2} + 1}$

$= \dfrac{\left(a^{3/2} + a^{-3/2}\right)^2 - 2\cdot a^{3/2}.a^{-3/2} + 1}{a^{3/2} + a^{-3/2} + 1}$

$[\because x^2 + y^2 = (x+y)^2 - 2xy]$

$= \dfrac{\left(a^{3/2} + a^{-3/2}\right)^2 - 2\cdot a^0 + 1}{a^{3/2} + a^{-3/2} + 1}$

$\left[\because a^{3/2}\cdot a^{-3/2} = a^{3/2 - 3/2} = a^0\right]$

$= \dfrac{\left(a^{\frac{3}{2}} + a^{-\frac{3}{2}}\right)^2 - 1}{a^{\frac{3}{2}} + a^{-\frac{3}{2}} + 1}$ $[\because a^0 = 1]$

$= \dfrac{\left(a^{3/2} + a^{-3/2} + 1\right)\left(a^{3/2} + a^{-3/2} - 1\right)}{a^{3/2} + a^{-3/2} + 1}$

$[\because a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)]$

$= (a^{3/2} + a^{-3/2} - 1)$

= ডানপক্ষ

$\therefore \dfrac{a^3 + a^{-3} + 1}{a^{\frac{3}{2}} + a^{\frac{-3}{2}} + 1} = (a^{\frac{3}{2}} + a^{\frac{-3}{2}} - 1)$ **(দেখানো হলো)**

৫. সরল কর:

(ক) $\left\{\left(x^{\frac{1}{a}}\right)^{\frac{a^2-b^2}{a-b}}\right\}^{\frac{a}{a+b}}$

সমাধান: $\left\{\left(x^{\frac{1}{a}}\right)^{\frac{a^2-b^2}{a-b}}\right\}^{\frac{a}{a+b}} = \left(x^{\frac{1}{a}}\right)^{\frac{a^2-b^2}{a-b}\times\frac{a}{a+b}}$ $[\because (a^r)^s = a^{rs}]$

$= x^{\frac{1}{a}\times\frac{a^2-b^2}{a-b}\times\frac{a}{a+b}}$

$= x^{\frac{1}{a}\times\frac{(a+b)(a-b)}{(a-b)}\times\frac{a}{(a+b)}}$

$= x^1 = x$

Ans. x

(খ) $\dfrac{a^{\frac{3}{2}} + ab}{ab - b^3} - \dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{a} - b}$

সমাধান: $\dfrac{a^{\frac{3}{2}} + ab}{ab - b^3} - \dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{a} - b}$

$= \dfrac{a(\sqrt{a} + b)}{b(a - b^2)} - \dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{a} - b}$ $\left[\because a^{\frac{3}{2}} = a.a^{\frac{1}{2}} = a\sqrt{a}\right]$

$= \dfrac{a(\sqrt{a} + b)}{b\{(\sqrt{a})^2 - (b)^2\}} - \dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{a} - b}$

$= \dfrac{a(\sqrt{a} + b)}{b(\sqrt{a} + b)(\sqrt{a} - b)} - \dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{a} - b}$

$= \dfrac{a}{b(\sqrt{a} - b)} - \dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{a} - b} = \dfrac{a - b\sqrt{a}}{b(\sqrt{a} - b)}$

$= \dfrac{\sqrt{a}(\sqrt{a} - b)}{b(\sqrt{a} - b)}$ $[\because a = a^{\frac{1}{2}}.a^{\frac{1}{2}} = \sqrt{a}.\sqrt{a}]$

$= \dfrac{\sqrt{a}}{b}$

Ans. $\dfrac{\sqrt{a}}{b}$

(গ) $\dfrac{\left(\frac{a+b}{b}\right)^{\frac{a}{a-b}} \times \left(\frac{a-b}{a}\right)^{\frac{a}{a-b}}}{\left(\frac{a+b}{b}\right)^{\frac{b}{a-b}} \times \left(\frac{a-b}{a}\right)^{\frac{b}{a-b}}}$

সমাধান: $\dfrac{\left(\frac{a+b}{b}\right)^{\frac{a}{a-b}} \times \left(\frac{a-b}{a}\right)^{\frac{a}{a-b}}}{\left(\frac{a+b}{b}\right)^{\frac{b}{a-b}} \times \left(\frac{a-b}{a}\right)^{\frac{b}{a-b}}}$

$= \dfrac{\left(\frac{a+b}{b}\right)^{\frac{a}{a-b}}}{\left(\frac{a+b}{b}\right)^{\frac{b}{a-b}}} \times \dfrac{\left(\frac{a-b}{a}\right)^{\frac{a}{a-b}}}{\left(\frac{a-b}{a}\right)^{\frac{b}{a-b}}}$

$= \left(\frac{a+b}{b}\right)^{\frac{a}{a-b} - \frac{b}{a-b}} \times \left(\frac{a-b}{a}\right)^{\frac{a}{a-b} - \frac{b}{a-b}}$ $\left[\because \frac{a^r}{a^s} = a^{r-s}\right]$

$= \left(\frac{a+b}{b}\right)^{\frac{a-b}{a-b}} \times \left(\frac{a-b}{a}\right)^{\frac{a-b}{a-b}} = \left(\frac{a+b}{b}\right)^1 \times \left(\frac{a-b}{a}\right)^1$

$= \dfrac{a+b}{b} \times \dfrac{a-b}{a} = \dfrac{a^2 - b^2}{ab}$

উত্তর: $\dfrac{a^2 - b^2}{ab}$

বিকল্প সমাধান:

$\dfrac{\left(\frac{a+b}{b}\right)^{\frac{a}{a-b}} \times \left(\frac{a-b}{a}\right)^{\frac{a}{a-b}}}{\left(\frac{a+b}{b}\right)^{\frac{b}{a-b}} \times \left(\frac{a-b}{a}\right)^{\frac{b}{a-b}}}$

$= \dfrac{\left(\frac{a+b}{b} \times \frac{a-b}{a}\right)^{\frac{a}{a-b}}}{\left(\frac{a+b}{b} \times \frac{a-b}{a}\right)^{\frac{b}{a-b}}} = \dfrac{\left(\frac{a^2-b^2}{ab}\right)^{\frac{a}{a-b}}}{\left(\frac{a^2-b^2}{ab}\right)^{\frac{b}{a-b}}}$

$= \left(\frac{a^2-b^2}{ab}\right)^{\frac{a}{a-b} - \frac{b}{a-b}} = \left(\frac{a^2-b^2}{ab}\right)^{\frac{a-b}{a-b}}$

$= \dfrac{a^2 - b^2}{ab}$

Ans. $\dfrac{a^2 - b^2}{ab}$

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

(ঘ) $\frac{1}{1+a^{-m}b^n+a^{-m}c^p}+\frac{1}{1+b^{-n}c^p+b^{-n}a^m}+\frac{1}{1+c^{-p}a^m+c^{-p}b^n}$

সমাধান:

$$\frac{1}{1+a^{-m}b^n+a^{-m}c^p}+\frac{1}{1+b^{-n}c^p+b^{-n}a^m}+\frac{1}{1+c^{-p}a^m+c^{-p}b^n}$$

প্রদত্ত রাশির প্রথম অংশ $=\frac{1}{1+a^{-m}b^n+a^{-m}c^p}$

$$=\frac{a^m}{a^m\left(1+a^{-m}b^n+a^{-m}c^p\right)}$$

[লব ও হরকে a^m দ্বারা গুণ করে]

$$=\frac{a^m}{a^m+a^{-m+m}b^n+a^{-m+m}c^p}$$

$$=\frac{a^m}{a^m+a^0b^n+a^0c^p}$$

$$=\frac{a^m}{a^m+b^n+c^p} \quad [\because a^0=1]$$

অনুরূপভাবে, দ্বিতীয় অংশ $=\frac{b^n}{a^m+b^n+c^p}$

এবং তৃতীয় অংশ $=\frac{c^p}{a^m+b^n+c^p}$

$\therefore$ প্রদত্ত রাশি $=\frac{1}{1+a^{-m}b^n+a^{-m}c^p}+\frac{1}{1+b^{-n}c^p+b^{-n}a^m}+\frac{1}{1+c^{-p}a^m+c^{-p}b^n}$

$$=\frac{a^m}{a^m+b^n+c^p}+\frac{b^n}{a^m+b^n+c^p}+\frac{c^p}{a^m+b^n+c^p}$$

$$=\frac{a^m+b^n+c^p}{a^m+b^n+c^p}=1$$

Ans. 1

(ঙ) $\sqrt[bc]{\frac{x^{b/c}}{x^{c/b}}}\times\sqrt[ca]{\frac{x^{c/a}}{x^{a/c}}}\times\sqrt[ab]{\frac{x^{a/b}}{x^{b/a}}}$

সমাধান: $\sqrt[bc]{\frac{x^{b/c}}{x^{c/b}}}\times\sqrt[ca]{\frac{x^{c/a}}{x^{a/c}}}\times\sqrt[ab]{\frac{x^{a/b}}{x^{b/a}}}$

$$=\left(\frac{x^{b/c}}{x^{c/b}}\right)^{\frac{1}{bc}}\times\left(\frac{x^{c/a}}{x^{a/c}}\right)^{\frac{1}{ca}}\times\left(\frac{x^{a/b}}{x^{b/a}}\right)^{\frac{1}{ab}}$$

$$=\left(x^{\frac{b}{c}-\frac{c}{b}}\right)^{\frac{1}{bc}}\times\left(x^{\frac{c}{a}-\frac{a}{c}}\right)^{\frac{1}{ca}}\times\left(x^{\frac{a}{b}-\frac{b}{a}}\right)^{\frac{1}{ab}} \quad \left[\because \frac{x^r}{x^s}=x^{r-s}\right]$$

$$=\left(x^{\frac{b^2-c^2}{bc}}\right)^{\frac{1}{bc}}\times\left(x^{\frac{c^2-a^2}{ca}}\right)^{\frac{1}{ca}}\times\left(x^{\frac{a^2-b^2}{ab}}\right)^{\frac{1}{ab}}$$

$$=x^{\frac{b^2-c^2}{b^2c^2}}.x^{\frac{c^2-a^2}{c^2a^2}}.x^{\frac{a^2-b^2}{a^2b^2}} \quad [\because (x^r)^s=x^{rs}]$$

$$=x^{\frac{b^2-c^2}{b^2c^2}+\frac{c^2-a^2}{c^2a^2}+\frac{a^2-b^2}{a^2b^2}}$$

$$=x^{\frac{a^2(b^2-c^2)+b^2(c^2-a^2)+c^2(a^2-b^2)}{a^2b^2c^2}}$$

$$=x^{\frac{a^2b^2-c^2a^2+b^2c^2-a^2b^2+c^2a^2-b^2c^2}{a^2b^2c^2}}$$

$$=x^{\frac{0}{a^2b^2c^2}}=x^0=1$$

Ans. 1

বিকল্প সমাধান: $\sqrt[bc]{\frac{x^{b/c}}{x^{c/b}}}\times\sqrt[ca]{\frac{x^{c/a}}{x^{a/c}}}\times\sqrt[ab]{\frac{x^{a/b}}{x^{b/a}}}$

$$=\frac{x^{\frac{b}{c}\times\frac{1}{bc}}}{x^{\frac{c}{b}\times\frac{1}{bc}}}\times\frac{x^{\frac{c}{a}\times\frac{1}{ca}}}{x^{\frac{a}{c}\times\frac{1}{ca}}}\times\frac{x^{\frac{a}{b}\times\frac{1}{ab}}}{x^{\frac{b}{a}\times\frac{1}{ab}}}$$

$$=\frac{x^{\frac{1}{c^2}}}{x^{\frac{1}{b^2}}}\times\frac{x^{\frac{1}{a^2}}}{x^{\frac{1}{c^2}}}\times\frac{x^{\frac{1}{b^2}}}{x^{\frac{1}{a^2}}}$$

$$=1$$

Ans. 1

(চ) $\frac{(a^2-b^{-2})^a(a-b^{-1})^{b-a}}{(b^2-a^{-2})^b(b+a^{-1})^{a-b}}$

সমাধান: $\frac{(a^2-b^{-2})^a(a-b^{-1})^{b-a}}{(b^2-a^{-2})^b(b+a^{-1})^{a-b}}$

$$=\frac{\left(a^2-\frac{1}{b^2}\right)^a\left(a-\frac{1}{b}\right)^{b-a}}{\left(b^2-\frac{1}{a^2}\right)^b\left(b+\frac{1}{a}\right)^{a-b}}$$

$$=\frac{\left\{\left(a+\frac{1}{b}\right)\left(a-\frac{1}{b}\right)\right\}^a\left(a-\frac{1}{b}\right)^{b-a}}{\left\{(b+\frac{1}{a})(b-\frac{1}{a})\right\}^b(b+\frac{1}{a})^{a-b}}$$

$$=\frac{\left(a+\frac{1}{b}\right)^a\left(a-\frac{1}{b}\right)^a\left(a-\frac{1}{b}\right)^{b-a}}{\left(b+\frac{1}{a}\right)^b\left(b-\frac{1}{a}\right)^b\left(b+\frac{1}{a}\right)^{a-b}}$$

$$=\frac{\left(a+\frac{1}{b}\right)^a\left(a-\frac{1}{b}\right)^{a+b-a}}{\left(b-\frac{1}{a}\right)^b\left(b+\frac{1}{a}\right)^{b+a-b}}$$

$$=\frac{\left(a+\frac{1}{b}\right)^a\left(a-\frac{1}{b}\right)^b}{\left(b-\frac{1}{a}\right)^b\left(b+\frac{1}{a}\right)^a}$$

$$=\frac{\left(\frac{ab+1}{b}\right)^a\left(\frac{ab-1}{b}\right)^b}{\left(\frac{ab-1}{a}\right)^b\left(\frac{ab+1}{a}\right)^a}$$

$$=\left(\frac{\frac{ab+1}{b}}{\frac{ab+1}{a}}\right)^a\times\left(\frac{\frac{ab-1}{b}}{\frac{ab-1}{a}}\right)^b$$

$$=\left(\frac{ab+1}{b}\times\frac{a}{ab+1}\right)^a\times\left(\frac{ab-1}{b}\times\frac{a}{ab-1}\right)^b$$

$$=\left(\frac{a}{b}\right)^a\times\left(\frac{a}{b}\right)^b$$

$$=\left(\frac{a}{b}\right)^{a+b}$$

Ans. $\left(\frac{a}{b}\right)^{a+b}$

[বি.দ্র. পাঠ্যবইয়ের প্রশ্নে b^2 এর স্থলে b^{-2} হবে।]

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

৬. দেখাও যে,

(ক) যদি $x = a^{q+r}b^p, y = a^{r+p}b^q, z = a^{p+q}b^r$ হয়, তবে $x^{q-r}.y^{r-p}.z^{p-q} = 1$

(খ) যদি $a^p = b, b^q = c$ এবং $c^r = a$ হয়, তবে $pqr = 1$

(গ) যদি $a^x = p, a^y = q$ এবং $a^2 = (p^y.q^x)^z$ হয়, তবে $xyz = 1$

সমাধান:

(ক) দেওয়া আছে, $x = a^{q+r}b^p, y = a^{r+p}b^q, z = a^{p+q}b^r$

বামপক্ষ $= x^{q-r}.y^{r-p}.z^{p-q}$

$= (a^{q+r}b^p)^{q-r}(a^{r+p}b^q)^{r-p}(a^{p+q}b^r)^{p-q}$ [মান বসিয়ে]

$= a^{(q+r)(q-r)}b^{p(q-r)}a^{(r+p)(r-p)}b^{q(r-p)}a^{(p+q)(p-q)}b^{r(p-q)}$

$= a^{q^2-r^2}.b^{pq-rp}.a^{r^2-p^2}.b^{qr-pq}.a^{p^2-q^2}.b^{rp-qr}$

$= a^{q^2-r^2+r^2-p^2+p^2-q^2}.b^{pq-rp+qr-pq+rp-qr}$

$= a^0.b^0$

$= 1.1$ $\quad [\because a^0 = 1]$

$= 1 =$ ডানপক্ষ

$\therefore x^{q-r}y^{r-p}z^{p-q} = 1$ **(দেখানো হলো)**

(খ) দেওয়া আছে, $a^p = b, b^q = c, c^r = a$

এখানে, $c^r = a$

বা, $(b^q)^r = a$ $\quad [\because b^q = c]$

বা, $b^{qr} = a$ $\quad [\because (a^r)^s = a^{rs}]$

বা, $(a^p)^{qr} = a$ $\quad [\because a^p = b]$

বা, $a^{pqr} = a$ $\quad [\because (a^r)^s = a^{rs}]$

বা, $a^{pqr} = a^1$

$\therefore pqr = 1$ **(দেখানো হলো)**

(গ) দেওয়া আছে, $a^x = p, a^y = q$ এবং $a^2 = (p^yq^x)^z$

এখানে, $(p^yq^x)^z = a^2$

বা, $\{(a^x)^y(a^y)^x\}^z = a^2$ $\quad [\because p = a^x, q = a^y]$

বা, $(a^{xy}a^{xy})^z = a^2$ $\quad [\because (a^r)^s = a^{rs}]$

বা, $(a^{xy+xy})^z = a^2$ $\quad [\because a^r.a^s = a^{r+s}]$

বা, $(a^{2xy})^z = a^2$

বা, $a^{2xyz} = a^2$ $\quad [\because (a^r)^s = a^{rs}]$

বা, $2xyz = 2$

$\therefore xyz = 1$ **(দেখানো হলো)**

৭. (ক) যদি $x\sqrt[3]{a} + y\sqrt[3]{b} + z\sqrt[3]{c} = 0$ এবং $a^2 = bc$ হয়, তবে দেখাও যে, $ax^3 + by^3 + cz^3 = 3axyz$

সমাধান: দেওয়া আছে,

$x\sqrt[3]{a} + y\sqrt[3]{b} + z\sqrt[3]{c} = 0$ এবং $a^2 = bc$

এখানে, $x\sqrt[3]{a} + y\sqrt[3]{b} + z\sqrt[3]{c} = 0$

বা, $x\sqrt[3]{a} = -(y\sqrt[3]{b} + z\sqrt[3]{c})$

বা, $(x\sqrt[3]{a})^3 = \{-(y\sqrt[3]{b} + z\sqrt[3]{c})\}^3$ [উভয় পক্ষকে ঘন করে]

বা, $x^3\left(a^{\frac{1}{3}}\right)^3 = -y^3\left(b^{\frac{1}{3}}\right)^3 - z^3\left(c^{\frac{1}{3}}\right)^3 - 3y\sqrt[3]{b}\,z\sqrt[3]{c}(y\sqrt[3]{b} + z\sqrt[3]{c})$

$[\because (x+y)^3 = x^3 + y^3 + 3xy(x+y)]$

বা, $ax^3 = -by^3 - cz^3 - 3yz\sqrt[3]{bc}(-x\sqrt[3]{a})$

$[\because x\sqrt[3]{a} = -(y\sqrt[3]{b} + z\sqrt[3]{c})]$

বা, $ax^3 + by^3 + cz^3 = 3xyz(a^2)^{\frac{1}{3}}(a)^{\frac{1}{3}}$ $\quad [\because a^2 = bc]$

বা, $ax^3 + by^3 + cz^3 = 3xyz\,a^{\frac{2}{3}+\frac{1}{3}}$

$\therefore ax^3 + by^3 + cz^3 = 3axyz$ **(দেখানো হলো)**

(খ) যদি $x = (a+b)^{\frac{1}{3}} + (a-b)^{\frac{1}{3}}$ এবং $a^2 - b^2 = c^3$ হয়, তবে দেখাও যে, $x^3 - 3cx - 2a = 0$

সমাধান: দেওয়া আছে,

$x = (a+b)^{\frac{1}{3}} + (a-b)^{\frac{1}{3}}$ এবং $a^2 - b^2 = c^3$

এখানে, $x = (a+b)^{\frac{1}{3}} + (a-b)^{\frac{1}{3}}$

বা, $x^3 = \left\{(a+b)^{\frac{1}{3}} + (a-b)^{\frac{1}{3}}\right\}^3$ [উভয় পক্ষকে ঘন করে]

বা, $x^3 = \left\{(a+b)^{\frac{1}{3}}\right\}^3 + \left\{(a-b)^{\frac{1}{3}}\right\}^3 + 3.(a+b)^{\frac{1}{3}}(a-b)^{\frac{1}{3}}\left\{(a+b)^{\frac{1}{3}} + (a-b)^{\frac{1}{3}}\right\}$ $\quad [\because (x+y)^3 = x^3+y^3+3xy(x+y)]$

বা, $x^3 = a + b + a - b + 3(a^2 - b^2)^{\frac{1}{3}}.x$

$\left[\because (a+b)^{\frac{1}{3}} + (a-b)^{\frac{1}{3}} = x\right]$

বা, $x^3 = 2a + 3.(c^3)^{\frac{1}{3}}.x$ $\quad [\because a^2 - b^2 = c^3]$

বা, $x^3 = 2a + 3cx$

$\therefore x^3 - 3cx - 2a = 0$ **(দেখানো হলো)**

(গ) যদি $a = 2^{\frac{1}{3}} + 2^{-\frac{1}{3}}$ হয়, তবে দেখাও যে, $2a^3 - 6a = 5$

সমাধান: দেওয়া আছে, $a = 2^{\frac{1}{3}} + 2^{-\frac{1}{3}}$

বা, $a^3 = \left(2^{\frac{1}{3}} + 2^{-\frac{1}{3}}\right)^3$ [উভয় পক্ষকে ঘন করে]

বা, $a^3 = \left(2^{\frac{1}{3}}\right)^3 + \left(2^{-\frac{1}{3}}\right)^3 + 3\cdot2^{\frac{1}{3}}\cdot2^{-\frac{1}{3}}\left(2^{\frac{1}{3}} + 2^{-\frac{1}{3}}\right)$

$[\because (x+y)^3 = x^3 + y^3 + 3xy(x+y)]$

বা, $a^3 = 2^1 + 2^{-1} + 3\cdot2^0\cdot a$

$\left[\because 2^{\frac{1}{3}}\cdot2^{-\frac{1}{3}} = 2^{\frac{1}{3}-\frac{1}{3}} = 2^0 \text{ এবং } 2^{\frac{1}{3}} + 2^{-\frac{1}{3}} = a\right]$

বা, $a^3 = 2 + \frac{1}{2} + 3a$

বা, $a^3 = \frac{4+1+6a}{2}$

বা, $2a^3 = 4 + 1 + 6a$

$\therefore 2a^3 - 6a = 5$ **(দেখানো হলো)**

(ঘ) যদি $a^2 + 2 = 3^{\frac{2}{3}} + 3^{-\frac{2}{3}}$ এবং $a \geq 0$ হয়, তবে দেখাও যে, $3a^3 + 9a = 8$

সমাধান: দেওয়া আছে,

$a^2 + 2 = 3^{\frac{2}{3}} + 3^{-\frac{2}{3}}$

বা, $a^2 = \left(3^{\frac{1}{3}}\right)^2 + \left(3^{-\frac{1}{3}}\right)^2 - 2$

বা, $a^2 = \left(3^{\frac{1}{3}}\right)^2 + \left(3^{-\frac{1}{3}}\right)^2 - 2\cdot3^{\frac{1}{3}}\cdot3^{-\frac{1}{3}}$ $\quad \left[\because 3^{\frac{1}{3}}.3^{-\frac{1}{3}} = 3^0 = 1\right]$

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

বা, $a^2 = \left(3^{\frac{1}{3}} - 3^{-\frac{1}{3}}\right)^2$

বা, $a = 3^{\frac{1}{3}} - 3^{-\frac{1}{3}}$ [উভয় পক্ষে বর্গমূল এবং $\because a \geq 0$ যেহেতু ধনাত্মক মান নিয়ে]

বা, $a^3 = \left(3^{\frac{1}{3}} - 3^{-\frac{1}{3}}\right)^3$ [উভয় পক্ষকে ঘন করে]

বা, $a^3 = \left(3^{\frac{1}{3}}\right)^3 - \left(3^{-\frac{1}{3}}\right)^3 - 3\cdot 3^{\frac{1}{3}}\cdot 3^{-\frac{1}{3}}\left(3^{\frac{1}{3}} - 3^{-\frac{1}{3}}\right)$

[$\because (a-b)^3 = a^3 - b^3 - 3ab(a-b)$]

বা, $a^3 = 3 - 3^{-1} - 3 . 3^0 . a$

$\left[\because 3^{\frac{1}{3}}.3^{-\frac{1}{3}} = 3^{\frac{1}{3}-\frac{1}{3}} = 3^0 \text{ এবং } 3^{\frac{1}{3}} - 3^{-\frac{1}{3}} = a\right]$

বা, $a^3 = 3 - \frac{1}{3} - 3a$

বা, $a^3 + 3a = \frac{8}{3}$

$\therefore 3a^3 + 9a = 8$ **(দেখানো হলো)**

[বি. দ্র. পাঠ্য বইয়ের প্রশ্নে $3^{\frac{1}{3}}$ এর স্থলে $3^{\frac{2}{3}}$ হবে]

(ঙ) যদি $a^2 = b^3$ হয়, তবে দেখাও যে, $\left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{3}{2}} + \left(\frac{b}{a}\right)^{\frac{2}{3}} = a^{\frac{1}{2}} + b^{-\frac{1}{3}}$

সমাধান: এখানে, $a^2 = b^3 \quad \therefore a = b^{\frac{3}{2}}$

আবার, $a^2 = b^3$

বা, $b^3 = a^2$

$\therefore b = a^{\frac{2}{3}}$

এখন, বামপক্ষ $= \left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{3}{2}} + \left(\frac{b}{a}\right)^{\frac{2}{3}}$

$= \frac{a^{3/2}}{b^{3/2}} + \frac{b^{2/3}}{a^{2/3}}$

$= \frac{a^{3/2}}{a} + \frac{b^{2/3}}{b}$ $\left[\because a = b^{3/2}, b = a^{2/3}\right]$

$= a^{\frac{3}{2}-1} + b^{\frac{2}{3}-1}$

$= a^{\frac{1}{2}} + b^{-\frac{1}{3}}$

= ডানপক্ষ

$\therefore \left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{3}{2}} + \left(\frac{b}{a}\right)^{\frac{2}{3}} = a^{\frac{1}{2}} + b^{-\frac{1}{3}}$ **(দেখানো হলো)**

(চ) যদি $b = 1 + 3^{\frac{2}{3}} + 3^{\frac{1}{3}}$ হয়,তবে দেখাও যে, $b^3 - 3b^2 - 6b - 4 = 0$

সমাধান: এখানে,

$b = 1 + 3^{\frac{2}{3}} + 3^{\frac{1}{3}}$

বা, $b - 1 = 3^{\frac{2}{3}} + 3^{\frac{1}{3}}$

বা, $(b-1)^3 = \left(3^{\frac{2}{3}} + 3^{\frac{1}{3}}\right)^3$ [উভয় পক্ষকে ঘন করে]

বা, $b^3 - 3b^2 + 3b - 1 = \left(3^{\frac{2}{3}}\right)^3 + \left(3^{\frac{1}{3}}\right)^3 + 3.3^{\frac{2}{3}}.3^{\frac{1}{3}}\left(3^{\frac{2}{3}} + 3^{\frac{1}{3}}\right)$

[$\because (x+y)^3 = x^3 + y^3 + 3xy(x+y)$]

বা, $b^3 - 3b^2 + 3b - 1 = 3^2 + 3 + 3\cdot 3^{\frac{2}{3}+\frac{1}{3}}\cdot(b-1)$

$\left[\because 3^{\frac{2}{3}} + 3^{\frac{1}{3}} = b - 1\right]$

বা, $b^3 - 3b^2 + 3b - 1 = 9 + 3 + 3\cdot 3^1(b-1)$

বা, $b^3 - 3b^2 + 3b - 1 = 12 + 9b - 9$

বা, $b^3 - 3b^2 + 3b - 1 - 12 - 9b + 9 = 0$

$\therefore b^3 - 3b^2 - 6b - 4 = 0$ **(দেখানো হলো)**

(ছ) যদি $a + b + c = 0$ হয়, তবে দেখাও যে,

$\frac{1}{x^b + x^{-c} + 1} + \frac{1}{x^c + x^{-a} + 1} + \frac{1}{x^a + x^{-b} + 1} = 1$

সমাধান:

বামপক্ষ $= \frac{1}{x^b + x^{-c} + 1} + \frac{1}{x^c + x^{-a} + 1} + \frac{1}{x^a + x^{-b} + 1}$

$= \frac{1}{x^b + \frac{1}{x^c} + 1} + \frac{1}{x^c + x^{-a} + 1} + \frac{1}{x^a + x^{-b} + 1}$

$= \frac{x^c}{1 + x^c + x^{b+c}} + \frac{1}{1 + x^c + x^{b+c}} + \frac{1}{x^a + \frac{1}{x^b} + 1}$

[$\because a + b + c = 0 \therefore b + c = -a$]

$= \frac{x^c}{1 + x^c + x^{b+c}} + \frac{1}{1 + x^c + x^{b+c}} + \frac{x^b}{x^{a+b} + x^b + 1}$

$= \frac{x^c}{1 + x^c + x^{b+c}} + \frac{1}{1 + x^c + x^{b+c}} + \frac{x^b}{x^{-c} + x^b + 1}$

$= \frac{x^c}{1 + x^c + x^{b+c}} + \frac{1}{1 + x^c + x^{b+c}} + \frac{x^b}{\frac{1}{x^c} + x^b + 1}$

$= \frac{x^c}{1 + x^c + x^{b+c}} + \frac{1}{1 + x^c + x^{b+c}} + \frac{x^b.x^c}{1 + x^c + x^{b+c}}$

$= \frac{x^c + 1 + x^{b+c}}{1 + x^c + x^{b+c}} = \frac{1 + x^c + x^{b+c}}{1 + x^c + x^{b+c}} = 1$

$\therefore \frac{1}{x^b + x^{-c} + 1} + \frac{1}{x^c + x^{-a} + 1} + \frac{1}{x^a + x^{-b} + 1} = 1$ **(দেখানো হলো)**

৮. (ক) যদি $a^x = b, b^y = c$ এবং $c^z = 1$ হয়, তবে $xyz =$ কত?

সমাধান: দেওয়া আছে,

$c^z = 1$

বা, $(b^y)^z = 1$ [$\because b^y = c$]

বা, $\{(a^x)^y\}^z = 1$ [$\because a^x = b$]

বা, $\{a^{xy}\}^z = 1$

বা, $a^{xyz} = a^0$

$\therefore xyz = 0$ **(Ans.)**

[বি: দ্র: পাঠ্যবইয়ের উত্তর ভুল আছে]

(খ) যদি $x^a = y^b = z^c$ এবং $xyz = 1$ হয়, তবে $ab + bc + ca =$ কত?

সমাধান: ধরি, $x^a = y^b = z^c = k$

$\therefore x^a = k$

$\therefore x = k^{\frac{1}{a}}$

অনুরূপভাবে, $y = k^{\frac{1}{b}}$ এবং $z = k^{\frac{1}{c}}$

এখন, $xyz = 1$

বা, $k^{\frac{1}{a}} . k^{\frac{1}{b}} . k^{\frac{1}{c}} = 1$ [$\because x = k^{\frac{1}{a}}, y = k^{\frac{1}{b}}$ এবং $z = k^{\frac{1}{c}}$]

বা, $k^{\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}} = 1$

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

বা, $k^{\frac{bc+ca+ab}{abc}} = k^0$

বা, $\frac{ab+bc+ca}{abc} = 0$

বা, $ab + bc + ca = 0 \times abc$

$\therefore ab + bc + ca = 0$ **(Ans.)**

(গ) যদি $9^x = (27)^y$ হয়, তাহলে $\frac{x}{y}$ এর মান কত?

সমাধান: দেওয়া আছে, $9^x = (27)^y$

বা, $(3^2)^x = (3^3)^y$

বা, $3^{2x} = 3^{3y}$

বা, $2x = 3y$

$\therefore \frac{x}{y} = \frac{3}{2}$ **(Ans.)**

৯. সমাধান কর:

(ক) $3^{2x+2} + 27^{x+1} = 36$

সমাধান: $3^{2x+2} + 27^{x+1} = 36$

বা, $3^{2x+2} + (3^3)^{x+1} = 36$

বা, $3^{2x+2} + 3^{3x+3} = 36$

বা, $\{3^{(x+1)}\}^2 + \{3^{(x+1)}\}^3 = 36$

বা, $a^2 + a^3 = 36$ [$3^{(x+1)} = a$ ধরে]

বা, $a^3 + a^2 - 36 = 0$

বা, $a^3 - 3a^2 + 4a^2 - 12a + 12a - 36 = 0$

বা, $a^2(a-3) + 4a(a-3) + 12(a-3) = 0$

বা, $(a-3)(a^2 + 4a + 12) = 0$

হয়, $a - 3 = 0$

$\therefore a = 3$

বা, $3^{x+1} = 3^1$ [a এর মান বসিয়ে]

বা, $x + 1 = 1$

$\therefore x = 0$

অথবা, $a^2 + 4a + 12 = 0$

$\therefore a = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4.1.12}}{2.1}$

$\therefore a = \frac{-4 \pm \sqrt{16-48}}{2} = \frac{-4 \pm \sqrt{-32}}{2}$

$\therefore a^2 + 4a + 12 \neq 0$

কারণ a এর কোনো বাস্তবমান উপরিউক্ত সমীকরণকে সিদ্ধ করে না।

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান, $x = 0$

(খ) $5^x + 3^y = 8$

$5^{x-1} + 3^{y-1} = 2$

সমাধান: $5^x + 3^y = 8$ .... (i)

$5^{x-1} + 3^{y-1} = 2$ .... (ii)

(ii) নং থেকে পাই,

$5^{x-1} + 3^{y-1} = 2$

বা, $\frac{5^x}{5} + 3^{y-1} = 2$

$\therefore 5^x + 5.3^{y-1} = 10$ .... (iii)

সমীকরণ, (iii) থেকে (i) বিয়োগ করে পাই,

$5.3^{y-1} - 3^y = 2$

বা, $5.\frac{3^y}{3} - 3^y = 2$

বা, $5.3^y - 3^y.3 = 6$

বা, $2.3^y = 6$

বা, $3^y = 3$

বা, $3^y = 3^1$

$\therefore y = 1$

(iii) নং এ $y = 1$ বসিয়ে পাই,

$5^x + 5.3^{1-1} = 10$

বা, $5^x + 5.1 = 10$ [$\because 3^0 = 1$]

বা, $5^x = 10 - 5$

বা, $5^x = 5$

বা, $5^x = 5^1$

$\therefore x = 1$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান, $(x, y) = (1, 1)$

(গ) $4^{3y-2} = 16^{x+y}$

$3^{x+2y} = 9^{2x+1}$

সমাধান: $4^{3y-2} = 16^{x+y}$ .... (i)

$3^{x+2y} = 9^{2x+1}$ .... (ii)

(i) নং থেকে পাই,

$4^{3y-2} = (4^2)^{x+y}$

বা, $4^{3y-2} = 4^{2x+2y}$

বা, $3y - 2 = 2x + 2y$

$\therefore 2x - y + 2 = 0$ .... (iii)

(ii) নং থেকে পাই,

$3^{x+2y} = (3^2)^{2x+1}$

বা, $3^{x+2y} = 3^{4x+2}$

বা, $x + 2y = 4x + 2$

$\therefore 3x - 2y + 2 = 0$ .... (iv)

(iii) নং কে 3 দ্বারা এবং (iv) নং কে 2 দ্বারা গুণ করে বিয়োগ করে পাই,

$6x - 3y + 6 = 0$

$6x - 4y + 4 = 0$

$-\quad +\quad -$

$\therefore \quad y + 2 = 0$

$\therefore y = -2$

y এর মান (iv) নং এ বসিয়ে পাই,

$3x + 4 + 2 = 0$

বা, $3x + 6 = 0$

বা, $3x = -6$

$\therefore x = -2$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান, $(x, y) = (-2, -2)$

[বি: দ্র: পাঠ্যবইয়ের উত্তর ভুল আছে]

(ঘ) $2^{2x+1}.2^{3y+1} = 8$

$2^{x+2}.2^{y+2} = 16$

সমাধান:

$2^{2x+1}.2^{3y+1} = 8$ ....(i)

$2^{x+2}.2^{y+2} = 16$ ....(ii)

(i) নং থেকে পাই,

$2^{2x+1}.2^{3y+1} = 8$

বা, $2^{2x+1+3y+1} = 2^3$

বা, $2^{2x+3y+2} = 2^3$

বা, $2x + 3y + 2 = 3$

$\therefore 2x + 3y - 1 = 0$ .... (iii)

(ii) নং থেকে পাই,

$2^{x+2}.2^{y+2} = 16$

বা, $2^{x+2+y+2} = 2^4$

বা, $x + y + 4 = 4$

বা, $x + y = 0$

$\therefore x = -y$ .... (iv)

(iv) নং থেকে x এর মান (iii) নং এ বসিয়ে পাই,

$-2y + 3y - 1 = 0$

$\therefore y = 1$

(iv) নং $y = 1$ বসিয়ে পাই,

$\therefore x = -1$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান, $(x, y) = (-1, 1)$

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত সৃজনশীল বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

★★ ৯.১ মূলদ ও অমূলদ সূচক | Text পৃষ্ঠা-১৮১

- মূলদ সূচক সম্বলিত a^m আকারে প্রতীকে a কে নিধান বা ভিত্তি (base) এবং m কে a এর ঘাতের সূচক (exponent) বলা হয়। a^m কে a এর m ঘাত বা শক্তি (power) বলা হয় এবং a ঘাত m(a to the power m) পড়া হয়।
- $\mathbb{R}$ সকল বাস্তব সংখ্যার সেট, $\mathbb{N}$ সকল স্বাভাবিক সংখ্যা বা ধনাত্মক পূর্ণ সংখ্যার সেট, $\mathbb{Z}$ সকল পূর্ণ সংখ্যার সেট ও Q সকল মূলদ সংখ্যার সেট।
- $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset Q \subset \mathbb{R}$।
- অমূলদ সংখ্যার সেট $Q' = \mathbb{R}/Q$

১. **সকল মূলদ ও অমূলদ সংখ্যার সেট কোনটি?** (মধ্যম)
ⓚ $\mathbb{N}$ ⓚ $\mathbb{Z}$ ⓖ Q ⓖ $\mathbb{R}$ **ঘ**

(ক) $\mathbb{N}$ (খ) $\mathbb{Z}$ (গ) Q (ঘ) $\mathbb{R}$ **ঘ**

২. **$a \neq 0$ এবং n ধনাত্মক পূর্ণ সংখ্যা হলে, a^n কী নির্দেশ করে?** (সহজ)
(ক) n সংখ্যক a এর গুণফল (খ) n সংখ্যক a এর যোগফল
(গ) a এবং n এর গুণফল (ঘ) a সংখ্যক n এর গুণফল **ক**

৩. **$(\sqrt{3})^5$ সূচকীয় রাশির নির্ধান বা ভিত্তি কত?** (মধ্যম)
(ক) 5 (খ) $\sqrt{3}$ (গ) $\frac{5}{2}$ (ঘ) 3 **ঘ**

ব্যাখ্যা: ভিত্তি সব সময় একটি অখণ্ড সংখ্যা।
এখানে $(\sqrt{3})^5 = 3^{\frac{5}{2}}$ ∴ ভিত্তি 3

৪. **সকল বাস্তব সংখ্যার ক্ষেত্রে—**
i. $\mathbb{N} \subset Q$
ii. $\mathbb{R} \subset \mathbb{Z}$
iii. $Q \subset \mathbb{R}$
নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)
(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii **খ**

৫. **বাস্তব সংখ্যার ক্ষেত্রে—** [বি কে জি সি সরকারী বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, হবিগঞ্জ]
i. $\mathbb{R}$ সকল বাস্তব সংখ্যার সেট।
ii. $\mathbb{N}$ সকল পূর্ণ সংখ্যার সেট।
iii. Q সকল মূলদ সংখ্যার সেট।
নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)
(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii **খ**

৬. **যদি $p > 0, n \geq 1$ হয় তবে, p^n = কত?** (মধ্যম)
i. $p \times p \times p \times .... \times p$ (n সংখ্যক p এর গুণন)
ii. $p^{1+1+1 .... +1}$ (n সংখ্যক 1 এর যোগ)
iii. $p^{1 \times 1 \times 1 .... \times 1}$
নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)
(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii **ক**

ব্যাখ্যা: $1 + 1 + 1 + ... + 1 = n.1 = n$
এবং, $1 \times 1 \times 1 \times .... \times 1 = 1^n = 1$

৭. **$(ab)^n$ =**
i. n সংখ্যক ab এর ক্রমিক গুণ
ii. n সংখ্যক a এর গুণ × n সংখ্যক b এর গুণ
iii. $(a^{1+1+1+ ..... +1}) \times (b^{1+1+1+ .... +1})$ বা, (n সংখ্যক 1 এর যোগ)
নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)
(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii **ঘ**

৮. **অমূলদ সংখ্যার ক্ষেত্রে–**
i. $\sqrt{3}$ একটি অমূলদ সংখ্যা
ii. $\frac{p}{q}$ আকারের সংখ্যা অমূলদ সংখ্যা যেখানে $a > 1$
iii. পূর্ণ সংখ্যার ঘাত অমূলদ সংখ্যা হলে সংখ্যাটি অমূলদ।
নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)
(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii **খ**

৯. **মূলদ সংখ্যা Q ও অমূলদ সংখ্যা Q' হলে—**
i. $\mathbb{R} = Q \cup Q'$
ii. $Q \cap Q' = \phi$
iii. $(Q')^{2n} \in Q, n \in \mathbb{N}$
নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)
(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii **ক**

নিচের তথ্যের আলোকে (১০-১১) নং প্রশ্নের উত্তর দাও।
$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset Q \subseteq \mathbb{R}$.

১০. **$\mathbb{N}$ দ্বারা নিচের কোনটি বুঝায়?** (সহজ) [ফেনী সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, ফেনী]
(ক) সকল বাস্তব সংখ্যার সেট
(খ) সকল ধনাত্মক পূর্ণ সংখ্যার সেট
(গ) সকল ধনাত্মক ও ঋণাত্মক সংখ্যার সেট
(ঘ) সকল মূলদ সংখ্যার সেট **খ**

১১. **$\mathbb{Z}$ এর বর্গের সেট কোনটি?** (মধ্যম)
(ক) বাস্তব সংখ্যার সেট (খ) অমূলদ সংখ্যার সেট
(গ) ঋণাত্মক সংখ্যার সেট (ঘ) জোড় সংখ্যার সেট **ক**

★★★ ৯.২ সূচক সম্পর্কিত সূত্র | Text পৃষ্ঠা-১৮২

- $a \in \mathbb{R}, n \in \mathbb{N}$ হলে, $a^1 = a$
$a^{n+1} = a^n.a$
- $a \in \mathbb{R}$ এবং $m, n \in \mathbb{N}$ হলে, $a^m.a^n = a^{m+n}$
- এখানে, $a^m.a^n = a^{m+n}$ কে সূচকের মৌলিক সূত্র বলা হয়।
- $a \in \mathbb{R}, a \neq 0$ এবং $m, n \in \mathbb{N}$ হলে, $\frac{a^m}{a^n} = \begin{cases} a^{m-n}, \text{hLb } m > n \\ \frac{1}{a^{n-m}}, \text{hLb } n > m \end{cases}$
- $a \in \mathbb{R}$ এবং $m, n \in \mathbb{N}$ হলে, $(a^m)^n = a^{mn}$
- $a, b \in \mathbb{R}$ এবং $n \in \mathbb{N}$ হলে, $(a.b)^n = a^n.b^n$
- $a \neq 0, b \neq 0$ এবং $m, n \in \mathbb{Z}$ হলে,(i) $a^m.a^n = a^{m+n}$ (ii) $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$
(iii) $(a^m)^n = a^{mn}$ (iv) $(ab)^n = a^n.b^n$ (v) $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$

১২. **$a \in \mathbb{R}, a \neq 0, m, n \in \mathbb{N}$ এবং $m < n$ হলে $\frac{a^m}{a^n}$ = ?** (সহজ)
(ক) a^{n-m} (খ) a^{m+n} (গ) $\frac{1}{a^{m-n}}$ (ঘ) $\frac{1}{a^{n-m}}$ **ঘ**

১৩. **$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$, এক্ষেত্রে কোন শর্তটি সঠিক?** (সহজ)
(ক) $a > 1$ (খ) $a < 1$ (গ) $a \neq 0$ (ঘ) $a = 0$ **গ**

১৪. **$a \neq 0$ হলে, a^0 = কত?** (সহজ)
(ক) 1 (খ) a (গ) 0 (ঘ) ∞ **ক**

১৫. **$a \neq 0, b \neq 0$ এবং $m, n \in \mathbb{Z}$ হলে $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n}$ = কোনটি?** (সহজ)
(ক) $\frac{a^n}{b^n}$ (খ) $\frac{b^n}{a^n}$ (গ) $\frac{1}{a^nb^n}$ (ঘ) $\frac{1}{a^n}$ **খ**

১৬. **10^{-0} = কত?** (সহজ)
(ক) 0 (খ) $\frac{1}{10}$ (গ) 1 (ঘ) 10 **গ**

১৭. **$(a^p)^q$ = কত?**(সহজ)
(ক) $a^{p/q}$ (খ) a^{p+q} (গ) $(a^q)^p$ (ঘ) a^{p^q} **গ**

১৮. **$a^p \times a^{-p}$ = কত?** (সহজ)
(ক) 0 (খ) 1 (গ) a^{2p} (ঘ) $\frac{1}{a^{2p}}$ **খ**

১৯. **$(a^{-1})^{-1}$ = কত? যেখানে $a \in \mathbb{R}$** (সহজ)
(ক) 1 (খ) $\frac{1}{a}$ (গ) a (ঘ) a^2 **গ**

২০. **$\left(\frac{a}{b}\right)^a \times \left(\frac{a}{b}\right)^b$ = কত?** (সহজ)
(ক) $\left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{a}{b}}$ (খ) $\left(\frac{a}{b}\right)^{a+b}$ (গ) $\left(\frac{a}{b}\right)^{a-b}$ (ঘ) $\left(\frac{a}{b}\right)^{b-a}$ **খ**

২১. **$\left(a^{\frac{3}{2}} b^{\frac{2}{3}}\right)^6$ = কত?** (মধ্যম) [সাবেরা সোবহান সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, ব্রাহ্মণবাড়ীয়া]
(ক) $a^9 b^3$ (খ) $a^8 b^4$ (গ) a^9b^4 (ঘ) $a^4 b^9$ **গ**

ব্যাখ্যা: $\left(a^{\frac{3}{2}} b^{\frac{2}{3}}\right)^6 = \left(a^{\frac{3}{2}}\right)^6 \left(b^{\frac{2}{3}}\right)^6 = a^{\frac{3}{2} \times 6} b^{\frac{2}{3} \times 6} = a^9 b^4$

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

২২. $\left(\frac{2}{3}\right)^7 \times \left(\frac{2}{3}\right)^{-7}$ = কত? (সহজ)

ক) 0 খ) 1 গ) $\frac{2^{14}}{3^{14}}$ ঘ) 2^{14} — খ

২৩. $\{1-(1-x^3)^{-1}\}^{-1}$ = কত? (কঠিন)

ক) $\frac{1}{x^3}+1$ খ) $1-\frac{1}{x^3}$ গ) $\frac{1}{1+x^3}$ ঘ) $\frac{2-x^3}{1-x^3}$ — খ

ব্যাখ্যা: $\{1-(1-x^3)^{-1}\}^{-1} = \left(1-\frac{1}{1-x^3}\right)^{-1} = \left(\frac{1-x^3-1}{1-x^3}\right)^{-1}$

$= \frac{1-x^3}{-x^3} = \frac{1}{-x^3} - \frac{x^3}{-x^3} = 1 - \frac{1}{x^3}$

২৪. $a=-2, b=3$ হলে $x^a \times \sqrt[a]{x^b}$ = কত? (মধ্যম)

ক) $\frac{1}{\sqrt{x}}$ খ) $\frac{1}{\sqrt{x^7}}$ গ) $\sqrt{x}$ ঘ) x^7 — খ

ব্যাখ্যা: $x^a . x^{\frac{b}{a}} = x^{a+\frac{b}{a}} = x^{\frac{a^2+b}{a}} = x^{\frac{(-2)^2+3}{-2}} = x^{-\frac{7}{2}} = \frac{1}{\sqrt{x^7}}$

২৫. $\sqrt{2\sqrt{a^4\frac{1}{a^2}}+a^2+1}$ = কত? (মধ্যম)

ক) $\sqrt{a^2+3}$ খ) a^2 গ) $a+1$ ঘ) $\sqrt{a+1}$ — গ

ব্যাখ্যা: $\sqrt{2\sqrt{a^4 . \frac{1}{a^2}}+a^2+1} = \sqrt{2\sqrt{a^2}+a^2+1}$

$= \sqrt{2a+a^2+1} = \sqrt{(a+1)^2} = a+1$

২৬. $\frac{x}{2} - \{x^{-1}+(2x^{-1}-x^{-1})\}^{-1}$ = কত? (মধ্যম)

ক) 0 খ) 1 গ) x ঘ) 2x — ক

ব্যাখ্যা: $\frac{x}{2} - \{x^{-1}+(2x^{-1}-x^{-1})\}^{-1} = \frac{x}{2} - \left\{\frac{1}{x}+\left(\frac{2-1}{x}\right)\right\}^{-1}$

$= \frac{x}{2} - \left(\frac{1}{x}+\frac{1}{x}\right)^{-1} = \frac{x}{2} - \left(\frac{2}{x}\right)^{-1} = \frac{x}{2} - \frac{x}{2} = 0$

২৭. $m, n \in \mathbb{N}$ এবং $a \neq 0$ হলে—

i. $a^m . a^n = a^{m+n}$

ii. $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$

iii. $(a^m)^n = a^{mn}$

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ক) i ও ii খ) i ও iii গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii — ঘ

২৮. $a \in \mathbb{R}$ এবং $a \neq 0$ হলে—

i. $a^0 = 1$

ii. $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

iii. $a^{-n} . a^n = 1$

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ক) i ও ii খ) i ও iii গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii — গ

২৯. $a, b, c \in \mathbb{R}$, $a, b, c > 0$ এবং $m, n \in \mathbb{N}$ হলে—

i. $a^{m-n} b^n = a^m \left(\frac{b}{a}\right)^n$

ii. $a^{-2m} = \left(\frac{1}{a^m}\right)^2$

iii. $\sqrt[5]{a^{10}b^{15}} = a^2b^3$

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ক) i ও ii খ) i ও iii গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii — গ

★★★ ৯.৩ মূল এর ব্যাখ্যা | Text পৃষ্ঠা-১৮৬

- $a < 0$ এবং $n \in \mathbb{N}, n > 1$, n বিজোড় হলে, $\sqrt[n]{a} = -\sqrt[n]{|a|}$
- যদি $a > 0$ এবং $\frac{m}{n} = \frac{p}{q}$ হয়, যেখানে, $m, p \notin \mathbb{Z}$, $n, q \in \mathbb{N}$, $n > 1$, $q > 1$, তবে $\sqrt[n]{a^m} = \sqrt[q]{a^p}$

৩০. $n \in \mathbb{N}$, $n > 1$ এবং $a \in \mathbb{R}$, $x \in \mathbb{R}$ হলে x কে a এর n তম মূল হিসাবে প্রকাশ করে নিচের কোনটি? (মধ্যম)

ক) $n^x = a$ খ) $\sqrt[n]{a} = x$ গ) $\sqrt[n]{x} = a$ ঘ) $x = a^n$ — খ

ব্যাখ্যা: a এর n তম মূল হচ্ছে $\sqrt[n]{a}$, যা x দ্বারা প্রকাশ করলে হবে $\sqrt[n]{a} = x$।

৩১. 3 তম মূলকে বলা হয়– (সহজ)

ক) বর্গমূল খ) ঘনমূল গ) চতুর্থাতমূল ঘ) বর্গ — খ

৩২. – 8 এর ঘনমূল কত? (মধ্যম) [আইডিয়াল স্কুল এন্ড কলেজ, মতিঝিল, ঢাকা; মতিঝিল মডেল স্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা]

ক) 2 খ) –2 গ) 4 ঘ) –4 — খ

ব্যাখ্যা: – 8 এর ঘনমূল $\sqrt[3]{-8} = -\sqrt[3]{8} = -2$

৩৩. 0 এর n তম মূল কত? (সহজ)

ক) n খ) 0 গ) $\frac{1}{n}$ ঘ) 1 — খ

৩৪. a এর শূন্য (0) তম মূল কত? (সহজ)

ক) 0 খ) 1 গ) $\frac{1}{a}$ ঘ) ∞ — ঘ

ব্যাখ্যা: $\sqrt[0]{a} = a^{\frac{1}{0}} = a^{\infty} = \infty$

৩৫. $a > 0$ হলে নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ক) $\sqrt[n]{a} < 0$ খ) $\sqrt[n]{a} > 0$ গ) $\sqrt[n]{a} \leq 0$ ঘ) $\sqrt[n]{a} \geq 0$ — খ

৩৬. কোন শর্ত পূরণ করলে a এর n তম মূল পাওয়া যাবে? (মধ্যম)

ক) $a > 0, n > 1$ হয়

খ) $a < 0, n < 1$ হয়

গ) $a < 0, n > 1$ হয়

ঘ) $a \in \mathbb{R}, n > 1$, n বিজোড় হয় — ক

৩৭. নিচের কোন শর্ত পূরণ করলে a এর একটি n তম মূল ঋণাত্মক হবে? (সহজ)

ক) $a > 0, n \in \mathbb{Z}, n < 1$ বিজোড় সংখ্যা হয়

খ) $a > 0, n \in \mathbb{N}, n < 1$ জোড় সংখ্যা

গ) $a < 0, n \in \mathbb{N}, n > 1$ বিজোড় সংখ্যা হয়

ঘ) $a < 0, n \in \mathbb{Z}, n > 1$ জোড় সংখ্যা হয় — গ

৩৮. $a > 0, m \in \mathbb{Z}$ এবং $n \in \mathbb{N}, n > 1$ হলে $\left(\sqrt[n]{a}\right)^m$ = কোনটি? (কঠিন)

ক) $a^{\frac{mn}{2}}$ খ) $\sqrt[n]{a^m}$ গ) $a^{\frac{n}{m}}$ ঘ) $a^{\frac{1}{mn}}$ — খ

৩৯. $\left(a^{\frac{m}{n}}\right)^p$ = কত? যেখানে, $m, p \in \mathbb{R}$ এবং $n \in \mathbb{N}$ (সহজ)

ক) $a^{\frac{m}{np}}$ খ) $a^{\frac{mp}{n}}$ গ) $a^{\frac{np}{m}}$ ঘ) $a^{\frac{p}{mn}}$ — খ

৪০. যদি $a > 0$ এবং $\frac{m}{n} = \frac{p}{q}$ হয়, যেখানে $m, p \in \mathbb{Z}$ এবং $n, q \in \mathbb{N}$, $n > 1$, $q > 1$ তবে $\sqrt[n]{a^m}$ = কত? (কঠিন)

ক) $\sqrt[q]{a^p}$ খ) $\sqrt[p]{a^q}$ গ) $\sqrt{a^{pq}}$ ঘ) $\sqrt[pq]{a}$ — ক

৪১. $\sqrt[12]{a^8\sqrt{a^6\sqrt{a^4}}}$ এর সরল মান কত? (মধ্যম)

ক) a^{12} খ) $a^{\frac{1}{12}}$ গ) 1 ঘ) a — ঘ

ব্যাখ্যা: $\sqrt[12]{a^8\sqrt{a^6 . a^{4 \cdot \frac{1}{2}}}} = \sqrt[12]{a^8 . \sqrt{a^{6+2}}} = \sqrt[12]{a^8 a^{8 \cdot \frac{1}{2}}} = \sqrt[12]{a^{12}} = a$

৪২. সূচকের ক্ষেত্রে—

i. $\sqrt{4} = 2$।

ii. $\sqrt[3]{-8} = -2$

iii. $\sqrt{a^2} = |a| = \begin{cases} a \text{ যখন}, a \geq 0 \\ -a \text{ যখন}, a < 0 \end{cases}$

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ক) i ও ii খ) i ও iii গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii — ঘ

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

৪৩. সূচকের ক্ষেত্রে—

i. 2 এবং – 2 উভয়ই 16 এর ৪র্থ মূল।
ii. – 27 এর ঘনমূল 3।
iii. – 9 এর কোনো বর্গমূল নাই কারণ যেকোনো বাস্তব সংখ্যার বর্গ অঋণাত্মক।

নিচের কোনটি সঠিক ? (মধ্যম)

ⓚ i ও ii ⓛ i ও iii ⓖ ii ও iii ⓘ i, ii ও iii **খ**

৪৪. $a > 0, n, k \in \mathbb{N}, n > 1$ হলে—

i. $a^{-\frac{1}{n}} = \frac{1}{\sqrt[n]{a}}$ ii. $\sqrt[n]{a} = \sqrt[nk]{a^k}$ iii. $\sqrt[n]{a} = -\sqrt[n]{|a|}$

নিচের কোনটি সঠিক ? (মধ্যম)

ⓚ i ও ii ⓛ i ও iii ⓖ ii ও iii ⓘ i, ii ও iii **ক**

ব্যাখ্যা: $\sqrt[n]{a} = -\sqrt[n]{|a|}$ হবে যদি $a < 0$ এবং n বিজোড় সংখ্যা হয়।

৪৫. $a > 0; m, k \in \mathbb{Z}; n \in \mathbb{N}; n > 1$ হলে—

i. $\sqrt[n]{a} = \sqrt[nk]{a^k}$ ii. $\left(\sqrt[n]{a^m}\right) = a^{\frac{n}{m}}$ iii. $\sqrt[m]{a^m} = a$

নিচের কোনটি সঠিক ? (মধ্যম)

ⓚ i ও ii ⓛ i ও iii ⓖ ii ও iii ⓘ i, ii ও iii **খ**

নিচের তথ্যের আলোকে (৪৬–৪৯) নং প্রশ্নের উত্তর দাও।

$a < 0$ এবং $n \in \mathbb{N}, n > 1$

৪৬. n বিজোড় সংখ্যা হলে $\sqrt[n]{a}$ এ a এর কয়টি n তম মূল আছে? (সহজ)

ⓚ 1 ⓛ 2 ⓖ $2n + 1$ ⓘ n^2 **ক**

৪৭. n বিজোড় সংখ্যা হলে মূলটি কেমন হবে? (সহজ)

ⓚ ধনাত্মক ⓛ ঋণাত্মক
ⓖ অঋণাত্মক ⓘ ধনাত্মক ও ঋণাত্মক **খ**

৪৮. n জোড় সংখ্যা হলে a এর n তম মূল কয়টি? (মধ্যম)

ⓚ 0 ⓛ 1 ⓖ 2 6 ⓘ ∞ **খ**

৪৯. n বিজোড় হলে $(a)^{\frac{1}{n}} =$ (মধ্যম)

ⓚ $-(|a|)^{\frac{1}{n}}$ ⓛ $(a)^{-\frac{1}{n}}$ ⓖ $(|a|)^{-\frac{1}{n}}$ ⓘ $(|a|)^n$ **ক**

নিচের তথ্যের আলোকে (৫০–৫২) নং প্রশ্নের উত্তর দাও।

$\sqrt[ab]{\frac{y^a}{y^b}}, \sqrt[bc]{\frac{y^b}{y^c}}, \sqrt[ca]{\frac{y^c}{y^a}}$ তিনটি রাশি।

৫০. প্রথম রাশির y^x আকারে প্রকাশিত রূপ কোনটি? (সহজ)

ⓚ $\frac{1}{y^{\frac{a-b}{ab}}}$ ⓛ $y^{\frac{a-b}{ab}}$ ⓖ $\sqrt[ab]{y^{a-b}}$ ⓘ $y^{\frac{ab}{a-b}}$ **খ**

৫১. $b = 2c$ হলে প্রথম ও তৃতীয় রাশির গুণফলের মান কোনটি? (সহজ)

ⓚ $\frac{1}{\sqrt[c]{y}}$ ⓛ $\frac{1}{\sqrt[2c]{y}}$ ⓖ $\sqrt[c]{y}$ ⓘ y^{2c} **খ**

ব্যাখ্যা: $\sqrt[2ac]{\frac{y^a}{y^{2c}}} \times \sqrt[ca]{\frac{y^c}{y^a}} = y^{\frac{a-2c}{2ac}} \times y^{\frac{c-a}{ca}}$
$= y^{\frac{a-2c}{2ac} + \frac{c-a}{ca}} = y^{\frac{a-2c+2c-2a}{2ac}} = y^{\frac{-a}{2ac}} = \frac{1}{\sqrt[2c]{y}}$

৫২. রাশি তিনটির গুণফলের মান কত? (কঠিন)

ⓚ 0 ⓛ 1 ⓖ $y^{\frac{a-b}{abc}}$ ⓘ $y^{\frac{a}{b}}$ **খ**

ব্যাখ্যা: $\sqrt[ab]{y^{a-b}} \times \sqrt[bc]{y^{b-c}} = y^{\frac{a-b}{ab}} y^{\frac{b-c}{bc}} y^{\frac{c-a}{ca}}$
$= y^{\frac{a-b}{ab} + \frac{b-c}{bc} + \frac{c-a}{ca}} = y^{\frac{ca-bc+ab-ca+bc-ab}{abc}}$
• $= y^{\frac{0}{abc}} = y^0 = 1$

★★★ ৯.৪ মূলদ ভগ্নাংশ সূচক | Text পৃষ্ঠা-১৮৭

- $a \in \mathbb{R}$ এবং $n \in \mathbb{N}, n > 1$ হলে, $a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$ যখন $a > 0$ অথবা $a < 0$ এবং বিজোড়।
- $a > 0, m \in \mathbb{Z}$ এবং $n \in \mathbb{N}, n > 1$ হলে, $a^{\frac{m}{n}} = a^{\left(\frac{1}{n}\right)^m}$
- যদি $a^x = 1$ হয়, যেখানে $a > 0$ এবং $a \neq 1$ তাহলে $x = 0$
- যদি $a^x = 1$ হয়, যেখানে $a > 0$ এবং $x \neq 0$ তাহলে $a = 1$
- যদি $a^x = a^y$ হয়, যেখানে $a > 0$ এবং $a \neq 1$ তাহলে $x = y$
- যদি $a^x = b^x$ হয়, যেখানে $\frac{a}{b} > 0$ এবং $x \neq 0$ তাহলে $a = b$.

৫৩. $a > 0$ হলে সকল $x \in \mathbb{R}$ এর জন্যে কোনটি সঠিক? (সহজ)
[শহীদ বীর উত্তম লেঃ আনোয়ার গার্লস কলেজ, ঢাকা]

ⓚ $\frac{-1}{a^x} > 0$ ⓛ $a^x > 0$ ⓖ $a^x < 0$ ⓘ $a^x = 0$ **খ**

৫৪. সূচক নিয়ম $(a^m)^n = a^{mn}$ সত্য হলে $\left(a^{\frac{1}{n}}\right)^n =$ কত? (সহজ)

ⓚ $\sqrt[n]{a}$ ⓛ a ⓖ $a^{\frac{1}{n}}$ ⓘ a^n **খ**

৫৫. $a < 0$ এবং $n \in \mathbb{N}, n > 1$ এবং বিজোড় হলে $a^{\frac{1}{n}} =$ কত? (মধ্যম)

ⓚ $|a|^{\frac{1}{n}}$ ⓛ $-|a|^{\frac{1}{n}}$ ⓖ $|-a|^{\frac{1}{n}}$ ⓘ $|a^{\frac{1}{n}}|$ **খ**

৫৬. $n \in \mathbb{N}$ হলে এবং, $a > 1$ হলে $a^{\frac{1}{2n}} =$ কোনটি? (সহজ)

ⓚ $\sqrt[n]{a}$ ⓛ $\sqrt[2n]{a}$ ⓖ $\sqrt{a^n}$ ⓘ $\sqrt[n]{a^2}$ **খ**

৫৭. $m, n \in \mathbb{N}$ হলে, $\left(\frac{1}{a^m}\right)^{\frac{1}{n}} =$ কত? (সহজ)

ⓚ $a^{\frac{n}{m}}$ ⓛ $a^{\frac{m}{n}}$ ⓖ a^{mn} ⓘ $\frac{1}{a^{mn}}$ **ঘ**

৫৮. $a^{\frac{m}{n}} . a^{\frac{p}{q}} =$ কোনটি? (মধ্যম)

ⓚ $a^{\frac{mq}{nq}} . a^{\frac{pm}{qn}}$ ⓛ $\left(\frac{1}{a^{qn}}\right)^{pm}$
ⓖ $a^{\frac{mq}{nq} + \frac{np}{mq}}$ ⓘ $\left(\frac{1}{a^{nq}}\right)^{mq+np}$ **ঘ**

ব্যাখ্যা: $a^{\frac{m}{n}} . a^{\frac{p}{q}} = a^{\frac{m}{n} + \frac{p}{q}} = a^{\frac{mq+np}{nq}} = \left(\frac{1}{a^{nq}}\right)^{mq+np}$

৫৯. যদি $a^x = 1, a > 0$ এবং $a \neq 0$ হয় তবে কোনটি সঠিক? (সহজ) [সাতক্ষীরা সরকারি মাধ্যমিক বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়]

ⓚ $a = 1$ ⓛ $x = 0$ ⓖ $a = x$ ⓘ $a = 0$ **খ**

৬০. যদি $a^p = b, b^q = c$ এবং $c^r = a$ হলে $pqr =$ কত? (কঠিন)

ⓚ 1 ⓛ 2 ⓖ a^2 ⓘ a^r **ক**

৬১. $9^x = (27)^y$ হলে $\frac{x}{y} =$ কত? (সহজ)

ⓚ $\frac{2}{3}$ ⓛ 2 ⓖ $\frac{3}{2}$ ⓘ 3 **গ**

ব্যাখ্যা: $3^{2x} = 3^{3y}$ বা, $2x = 3y$ বা $\frac{x}{y} = \frac{3}{2}$

৬২. $(\sqrt{3})^{x+5} = \left(\sqrt[3]{3}\right)^{2x+5}$ হলে x এর মান কত? (সহজ)

ⓚ 4 ⓛ 5 ⓖ 6 ⓘ 7 **খ**

ব্যাখ্যা: $3^{\frac{x+5}{2}} = 3^{\frac{2x+5}{3}}$ বা, $\frac{x+5}{2} = \frac{2x+5}{3}$ বা, $3(x+5) = 2(2x+5)$
বা, $3x + 15 = 4x + 10$ বা, $4x - 3x = 15 - 10$ $\therefore x = 5$

৬৩. যদি $a^b = b^a$ হয়, তবে $\left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{a}{b}} =$ কত? (কঠিন)

ⓚ $a^{\frac{a}{b}+1}$ ⓛ $b^{\frac{b}{a}-1}$ ⓖ $b^{\frac{a}{b}-1}$ ⓘ $a^{\frac{a}{b}-1}$ **ঘ**

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

ব্যাখ্যা: $a^b = b^a$ বা, $a^{\frac{b}{a}} = b^{\frac{a}{a}} = b^1 = b$

$\therefore \left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{a}{b}} = \left(\frac{a}{a^{\frac{b}{a}}}\right)^{\frac{a}{b}} = \left(a^{1-\frac{b}{a}}\right)^{\frac{a}{b}} = a^{\frac{a}{b}\left(1-\frac{b}{a}\right)} = a^{\frac{a}{b}-1}$

৬৪. যদি $(\sqrt{x})^{(x\sqrt{x})} = (x\sqrt{x})^x$ হয় তবে x এর মান কত?(মধ্যম) [নরসিংদী সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়].

ক $\frac{9}{4}$ খ 4 গ 9 ঘ 18 **গ**

ব্যাখ্যা: $(\sqrt{x})^{x\sqrt{x}} = (x\sqrt{x})^x$ বা, $x^{\frac{x\sqrt{x}}{2}} = (x)^{\left(\frac{3}{2}\right)x}$

বা $(x^x)^{\frac{\sqrt{x}}{2}} = (x^x)^{\frac{3}{2}}$ বা, $\frac{\sqrt{x}}{2} = \frac{3}{2}$ বা, $\sqrt{x} = 3$ বা, $x = 9$

৬৫. $\sqrt{x^{-1}y}\,.\sqrt{y^{-1}z}\,.\sqrt{z^{-1}x}$ = কত? (সহজ)

ক 1 খ xyz গ $\frac{x}{y}$ ঘ $\frac{1}{x}$ **ক**

৬৬. যদি $\left(\frac{m}{n}\right)^{\frac{n}{m}} = m^{\frac{m}{n}-1}$ এবং m = 2n হয় তবে n এর মান কত?(মধ্যম)

ক $\frac{-1}{\sqrt{2}}$ খ $\frac{1}{\sqrt{2}}$ গ $\pm\frac{1}{\sqrt{2}}$ ঘ $\pm\sqrt{2}$ **খ**

ব্যাখ্যা: m = 2n হলে $\left(\frac{2n}{n}\right)^{\frac{n}{2n}} = (2n)^{\frac{2n}{n}-1}$

$(2)^{\frac{1}{2}} = (2n)^{2-1}$ বা, $\sqrt{2} = 2n$ বা, $n = \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

৬৭. $a^{-x}(a^x + b^{-x}) = 1 + \frac{1}{a^2b^2}$ হলে x = কত? (মধ্যম)

ক −2 খ −1 গ 2 ঘ 3 **গ**

ব্যাখ্যা: $a^{-x}.a^x + a^{-x}.b^{-x} = 1 + (ab)^{-2}$

বা, $1 + (ab)^{-x} = 1 + (ab)^{-2}$ বা, $(ab)^{-x} = (ab)^{-2} \Rightarrow x = 2$

৬৮. x এর কোন মানের জন্য $2^{x+3} + 2^{x+1} = 320$? (কঠিন)

ক 5 খ 6 গ 7 ঘ 8 **ক**

ব্যাখ্যা: $2^x.2^3 + 2^x.2^1 = 320$ বা, $8.2^x + 2.2^x = 320$

বা, $10.2^x = 320$ বা, $2^x = 32 = 2^5$ বা, $x = 5$

৬৯. $\left(a^{\frac{1}{3}} - b^{\frac{1}{3}}\right)\left(a^{\frac{2}{3}} + a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{3}} + b^{\frac{2}{3}}\right)$ এর মান কত? (কঠিন)

ক $a^{\frac{1}{3}} - b^{\frac{1}{3}}$ খ $a^3 - b^3$ গ $a - b$ ঘ $a^2 - b^2$ **গ**

ব্যাখ্যা: $\left(a^{\frac{1}{3}} - b^{\frac{1}{3}}\right)\left(a^{\frac{2}{3}} + a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{3}} + b^{\frac{2}{3}}\right)$

$= \left(a^{\frac{1}{3}} - b^{\frac{1}{3}}\right)\left\{\left(a^{\frac{1}{3}}\right)^2 + a^{\frac{1}{3}}.b^{\frac{1}{3}} + \left(b^{\frac{1}{3}}\right)^2\right\}$

$= \left(a^{\frac{1}{3}}\right)^3 - \left(b^{\frac{1}{3}}\right)^3 = a - b$

৭০. $a^x = b^y = c^z$ হলে— i. $a = b^{\frac{y}{x}}$ ii. $b = c^{\frac{z}{y}}$ iii. $c = b^{\frac{y}{z}}$

নিচের কোনটি সঠিক ? (মধ্যম)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **ঘ**

৭১. $a, a_1, a_2, a_3, \ldots\ldots, a_n > 0$ এবং $r, r_1, r_2, r_3, \ldots\ldots, r_k \in Q$ হলে—

i. $a^{r_1}a^{r_2}\ldots\ldots a^{r_k} = a^{r_1 + r_2 + \ldots + r_k}$

ii. $(a_1.a_2\ldots a_n)^r = a_1^r.a_2^r\ldots\ldots a_n^r$

iii. $a^{\frac{m}{n}}.a^{\frac{p}{q}} = a^{\frac{mq+np}{nq}}$

নিচের কোনটি সঠিক ? (কঠিন)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **ঘ**

৭২. $a^p = b, b^q = c^r = a$ হলে—

i. $b^{rq} = a$

ii. pqr = 1

iii. $a^{pqr} = b$

নিচের কোনটি সঠিক ? (কঠিন)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **ক**

ব্যাখ্যা: $c^r = a$ বা, $(b^q)^r = a$ বা, $b^{rq} = a$

বা, $(a^p)^{rq} = a$ বা, $a^{pqr} = a^1$ বা, pqr = 1

নিচের তথ্যের আলোকে (৭৩-৭৫) নং প্রশ্নের উত্তর দাও;

$x^y = y^x$ একটি সূচকীয় সমীকরণ যেখানে x = 2y

৭৩. $y^2 - 2y$ = কত? (মধ্যম)

ক 0 খ −5 গ 5 ঘ |5| **ক**

ব্যাখ্যা: $\therefore x^y = y^x$ বা, $(2y)^y = y^{2y}$ বা, $(2y)^y = (y^2)^y$

বা, $2y = y^2$ বা, $y^2 - 2y = 0$

৭৪. y এর মান কত? (সহজ)

ক 0, −2 খ 0, 2 গ 2, 0 ঘ −2, 0 **খ**

ব্যাখ্যা: $y^2 - 2y = 0$ বা, $y(y-2) = 0$ বা, y = 0, 2

৭৫. x এর মান কত?(সহজ)

ক 0, −4 খ 0, 4 গ 4, 0 ঘ −4, 0 **খ**

ব্যাখ্যা: y = 0 অথবা, y = 2

বা, x = 2 × 0 বা, x = 2 × 2 বা, x = 0 বা, x = 4

নিচের তথ্যের আলোকে (৭৬-৭৮) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

$a^{\frac{1}{x}} = b^{\frac{1}{y}} = c^{\frac{1}{z}} = k$ এবং abc = 1।

৭৬. নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ক $a = b^{\frac{y}{x}}$ খ $a = b^{\frac{1}{xy}}$ গ $a = b^{\frac{x}{y}}$ ঘ $b = c^{\frac{1}{zx}}$ **গ**

৭৭. abc নিচের কোনটির সমান? (মধ্যম)

ক k^{xyz} খ $k^{\frac{1}{xyz}}$ গ $k^{\frac{1}{x+y+z}}$ ঘ k^{x+y+z} **ঘ**

ব্যাখ্যা: $abc = k^x.k^y.k^z$ বা, $abc = k^{x+y+z}$

৭৮. x + y + z = কত? (সহজ)

ক 1 খ 0 গ −1 ঘ k **খ**

ব্যাখ্যা: $abc = k^{x+y+z} = 1 = k^0 \therefore x + y + z = 0$

নিচের তথ্যের আলোকে (৭৯-৮১) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

$xyz \neq 0$, $a^x = b^y = c^z$ এবং a, b ও c ক্রমিক সমানুপাতি।

৭৯. a, b ও c ক্রমিক সমানুপাতি হলে কোনটি সঠিক? (সহজ)

ক $a^2 = bc$ খ $\frac{a}{c} = \frac{b}{c}$ গ $b^2 = ac$ ঘ $c = \frac{a}{b}$ **গ**

৮০. উপরিউক্ত শর্তের আলোকে x, y ও z এর মধ্যে সম্পর্ক কোনটি? (কঠিন)

ক $\frac{x}{y} + \frac{y}{z} = 1$ খ $\frac{y}{x} + \frac{z}{y} = 2$

গ $\frac{y}{x} + \frac{y}{z} = 2$ ঘ $x + y + 1 = 2z$ **গ**

ব্যাখ্যা: $a^x = b^y \therefore a = b^{\frac{y}{x}}$ এবং $c^z = b^y \therefore c = b^{\frac{y}{z}}$

অতএব, $b^2 = ac$ বা, $b^2 = b^{\frac{y}{x}}.b^{\frac{y}{z}} = b^{\frac{y}{x}+\frac{y}{z}} \therefore \frac{y}{x} + \frac{y}{z} = 2$

৮১. abc = 1 হলে $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}$ = কত? (কঠিন)

ক 0 খ 1 গ 2 ঘ ∞ **ক**

ব্যাখ্যা: $a^x = b^y = c^z = k$, $\therefore a = k^{\frac{1}{x}}, b = k^{\frac{1}{y}}, c = k^{\frac{1}{z}}$

$\therefore abc = k^{\frac{1}{x}}.k^{\frac{1}{y}}.k^{\frac{1}{z}} = k^{\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}}$

বা, $1 = k^{\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}}$ বা, $k^0 = k^{\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}} \therefore \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 0$

নিচের তথ্যের আলোকে (৮২-৮৪) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

$4^x - 3.2^{x+2} + 2^5 = 0$ একটি সূচকীয় সমীকরণ এবং $2^x = y$.

৮২. $y^2 - 12y$ = কত? (কঠিন)

ক 32 খ −32 গ 16 ঘ −16 **খ**

ব্যাখ্যা: $4^x - 3.2^{x+2} + 2^5 = 0$ বা, $2^{2x} - 3.2^x.2^2 + 32 = 0$

বা, $(2^x)^2 - 12.2^x = -32$ বা, $y^2 - 12y = -32$

৮৩. y এর মান কত? (মধ্যম)

ক 4, −8 খ −4, 8 গ −4, −8 ঘ 4, 8 **ঘ**

ব্যাখ্যা: $y^2 - 12y + 32 = 0$ বা, $y^2 - 8y - 4y + 32 = 0$

বা, $(y-4)(y-8) = 0$ বা, y = 4, 8

৮৪. x এর মান কত? (মধ্যম)

ক 2, 3 খ −2, 3 গ −2, 3 ঘ −2, −3 **ক**

ব্যাখ্যা: y = 4 অথবা, y = 8

বা, $2^x = 2^2$ বা, $2^x = 2^3$

x = 2 x = 3

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

শ্রেণির কাজের ওপর সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

প্রশ্ন ▶ ১ $a \in \mathbb{R}$ এবং $m, n \in \mathbb{N}$ হলে, $(a^m)^n = a^{mn}$ ◀ কাজ; পৃষ্ঠা-১৮৫

ক. $n = 1$ এর জন্য বাক্যটির সত্যতা যাচাই কর। ২

খ. গাণিতিক আরোহ পদ্ধতিতে দেখাও যে, $(a^m)^n = a^{mn}$. ৪

গ. $a \neq 0$ এবং $m \in \mathbb{N}$ ও $n \in \mathbb{Z}$ হলে, দেখাও যে, $(a^m)^n = a^{mn}$. ৪

১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক $m \in \mathbb{N}$ কে নির্দিষ্ট করে এবং n কে চলক ধরে খোলা বাক্য $(a^m)^n = a^{mn}$ ... ... (i) বিবেচনা করি।

(i) এ $n = 1$ বসিয়ে দেখা যায়,

বামপক্ষ $= (a^m)^1 = a^m$

ডানপক্ষ $= a^{m \cdot 1} = a^m$

$\therefore n = 1$ এর জন্য (i) সত্য।

খ $n = 1$ এর জন্য (i) সত্য। ['ক' হতে পাই]

ধরি, $n = k$ এর জন্য (i) সত্য।

অর্থাৎ $(a^m)^k = a^{mk}$ ... ... (ii)

এখন, $(a^m)^{k+1} = (a^m)^k . (a^m)$ $[\because a^{n+1} = a^n . a]$

$= a^{mk} . a^m$ [(ii) নং হতে]

$= a^{mk+m}$

$= a^{m(k+1)}$

$\therefore n = k + 1$ এর জন্যও (i) সত্য।

সুতরাং গাণিতিক আরোহ পদ্ধতি অনুসারে সকল $n \in \mathbb{N}$ এর জন্য (i) সত্য। **(দেখানো হলো)**

গ 'খ' থেকে পাই, $(a^m)^n = a^{mn}$ .... (1)

এখানে, $a \neq 0$ এবং $m \in \mathbb{N}$ ও $n \in \mathbb{Z}$

প্রথমে মনে করি, $n > 0$ এক্ষেত্রে খ থেকে (1) এর সত্যতা স্বীকার করে নেওয়া হয়েছে।

এখন মনে করি, $n = 0$ এক্ষেত্রে $(a^m)^n = (a^m)^0 = a^0 = 1$ এবং

$a^{mn} = a^0 = 1$

$\therefore$ (1) নং সত্য।

আবার মনে করি, $n < 0$ এবং $n = -k$ যেখানে $k \in \mathbb{N}$

এক্ষেত্রে $(a^m)^n = (a^m)^{-k} = \frac{1}{(a^m)^k} = \frac{1}{a^{mk}} = a^{-mk} = a^{m(-k)} = a^{mn}$

$\therefore a \neq 0$ এবং $m \in \mathbb{N}$ ও $n \in \mathbb{Z}$ এর জন্য $(a^m)^n = a^{mn}$. **(দেখানো হলো)**

প্রশ্ন ▶ ২ $a, b \in \mathbb{R}$ এবং $n \in \mathbb{N}$ হলে, $(a \,.\, b)^n = a^n b^n$. ◀ কাজ; পৃষ্ঠা-১৮৫

ক. $n = 1$ এর জন্য বাক্যটির সত্যতা যাচাই কর। ২

খ. গাণিতিক আরোহ পদ্ধতিতে দেখাও যে, $(a \,.\, b)^n = a^n b^n$ ৪

গ. $a \neq 0$ এবং $n \in \mathbb{Z}$ হলে, দেখাও যে, $(a \,.\, b)^n = a^n b^n$ ৪

২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক এখানে, $(a.b)^n = a^n . b^n$ ... ... (i) যেখানে $a, b \in \mathbb{R}$ এবং $n \in \mathbb{N}$

$n = 1$ হলে, (i) বাক্যটি সত্য। কারণ সেক্ষেত্রে,

বামপক্ষ $= (a.b)^1 = a.b$ $[\because a^1 = a]$

ডানপক্ষ $= a^1 . b^1 = a.b$ $[\because a^1 = a]$

খ $n = 1$ এর জন্য (i) সত্য। ['ক' হতে পাই]

ধরি, (i) বাক্যটি $n = k$ এর জন্য সত্য।

অর্থাৎ $(a.b)^k = a^k . b^k$ ... ... (ii)

এখন, $(a \,.\, b)^{k+1} = (a.b)^k (a.b)$ $[\because a^{n+1} = a^n . a]$

$= a^k . b^k . a.b$ [(ii)নং হতে]

$= a^k . a . b^k . b$

$= a^{k+1} . b^{k+1}$ $[a^n . a = a^{n+1}]$

$\therefore$ (i) বাক্যটি $n = k + 1$ এর জন্যও সত্য।

সুতরাং গাণিতিক আরোহ পদ্ধতি অনুসারে সকল $n \in \mathbb{N}$ এর জন্য (i) সত্য। **(দেখানো হলো)**

গ 'খ' থেকে পাই, $(a \,.\, b)^n = a^n b^n$ .... (i)

এখানে, $a \neq 0$ এবং $n \in \mathbb{Z}$

প্রথমে, মনে করি, $n > 0$ এক্ষেত্রে 'খ' থেকে (1) এর সত্যতা স্বীকার করে নেওয়া হয়েছে।

এখন মনে করি, $n = 0$, এ ক্ষেত্রে $(a \,.\, b)^n = (a \,.\, b)^0 = a^0 . b^0$

$= 1.1 = 1$

এবং $a^n b^n = a^0 . b^0 = 1.1 = 1$

$\therefore$ (1) নং সত্য।

সবশেষে মনে করি, $n < 0$ এবং $n = -k$, যেখানে, $k \in \mathbb{N}$

এক্ষেত্রে $(a.\, b)^n = (a.b)^{-k} = \frac{1}{(a.b)^k} = \frac{1}{a^k . b^k} = a^{-k} . b^{-k} = a^n . b^n$

$\therefore a \neq 0$ এবং $n \in \mathbb{Z}$ এর জন্য $(a.b)^n = a^n . b^n$ **(দেখানো হলো)**

প্রশ্ন ▶ ৩ $a > 0$ এবং $n \in \mathbb{N}$ হলে, $\left(\frac{1}{a}\right)^n = \frac{1}{a^n}$. ◀ কাজ; পৃষ্ঠা-১৮৫

ক. $n = 1$ এর জন্য বাক্যটির সত্যতা দেখাও। ২

খ. গাণিতিক আরোহ পদ্ধতিতে দেখাও যে $n \in \mathbb{N}$ এর জন্য বাক্যটি সত্য। ৪

গ. অত:পর $\left(\frac{b}{a}\right)^n = \frac{b^n}{a^n}$ এর সত্যতা যাচাই কর যেখানে $a, b \in \mathbb{R}, b > 0$ এবং $n \in \mathbb{Z}$। ৪

৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক এখানে, $\left(\frac{1}{a}\right)^n = \frac{1}{a^n}$ ... ... (i), যেখানে $a > 0$ এবং $n \in \mathbb{N}$

$n = 1$ হলে, (i) সত্য। কারণ সেক্ষেত্রে,

বামপক্ষ $= \left(\frac{1}{a}\right)^1 = \frac{1}{a}$ $[\because a^1 = a]$

ডানপক্ষ $= \frac{1}{a^1} = \frac{1}{a}$ $[\because a^1 = a]$

খ 'ক' হতে পাই, $n = 1$ এর জন্য $\left(\frac{1}{a}\right)^n = \frac{1}{a^n}$ বাক্যটি সত্য।

ধরি, $n = k$ এর জন্য (i) সত্য। তাহলে,

$\left(\frac{1}{a}\right)^k = \frac{1}{a^k}$ ... ... (ii)

এখন, $\left(\frac{1}{a}\right)^{k+1} = \left(\frac{1}{a}\right)^k . \left(\frac{1}{a}\right)$ $[\because a^{n+1} = a^n . a]$

$= \frac{1}{a^k} . \frac{1}{a}$ [(ii) নং হতে]

$= \frac{1}{a^k . a}$

$= \frac{1}{a^{k+1}}$ $[\because a^n a = a^{n+1}]$

$\therefore$ (i) বাক্যটি $n = k + 1$ এর জন্যও সত্য।

সুতরাং গাণিতিক আরোহ পদ্ধতি অনুসারে সকল $n \in \mathbb{N}$ এর জন্য (i) সত্য।

গ 'খ' হতে সকল $n \in \mathbb{N}$ এর $\left(\frac{1}{a}\right)^n = \left(\frac{1}{a^n}\right)$

এখন, $\left(\frac{b}{a}\right)^n = \frac{b^n}{a^n}$ .... (i)

প্রথমে মনে করি, $n = 0$, এক্ষেত্রে $\left(\frac{b}{a}\right)^0 = \frac{b^0}{a^0} = \frac{1}{1} = 1$

এবং $\frac{b^0}{a^0} = \frac{1}{1} = 1$

সুতরাং, $n = 0$ এর জন্য (i) বাক্যটি সত্য।

এখানে, $n > 0$ এবং $n = k$ যেখানে, $k \in \mathbb{N}$

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

এক্ষেত্রে, $\left(\frac{b}{a}\right)^k = \left(b\,.\,\frac{1}{a}\right)^k = b^k\,.\left(\frac{1}{a}\right)^k$

$= b^k\,.\,\frac{1}{a^k} = \frac{b^k}{a^k} = \frac{b^n}{a^n}.$

আবার, $n < 0$ এবং $n = -k$ যেখানে $k \in \mathbb{N}$

এক্ষেত্রে $\left(\frac{b}{a}\right)^{-k} = \left(b\,.\,\frac{1}{a}\right)^{-k}$

$= b^{-k}.\left(\frac{1}{a}\right)^{-k}$

$= b^{-k}.\frac{1}{a^{-k}}\left[\left(\frac{1}{a}\right)^n = \frac{1}{a^n}\right]$

$= \frac{b^{-k}}{a^{-k}} = \frac{b^n}{a^n}.$

$\therefore$ $a, b \in \mathbb{N}$ এবং $n \in \mathbb{Z}$ এর জন্য $\left(\frac{b}{a}\right)^n = \frac{b^n}{a^n}$

প্রশ্ন ▶ ৪ $a \neq 0$ এবং $m, n \in \mathbb{Z}$ এর জন্য $a^m.a^n = a^{m+n}$.

◀ কাজ; পৃষ্ঠা-১৮৮

ক. $n = 1$ এর জন্য বাক্যটির সত্যতা দেখাও। ২

খ. গাণিতিক আরোহ পদ্ধতিতে দেখাও যে, $m, n \in \mathbb{N}$ এর জন্য বাক্যটি সত্য। ৪

গ. (i) $m > 0$ এবং $n < 0$ (ii) $m < 0$ এবং $n < 0$ এর জন্য বাক্যটির সত্যতা যাচাই কর। ৪

৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক $n = 1$ হলে,

বামপক্ষ $= a^m.a^n = a^m.a^1 = a^m.a = a^{m+1}$

ডানপক্ষ $= a^{m+n} = a^{m+1}$

সুতরাং $n = 1$ এর জন্য বাক্যটি সত্য।

খ 'ক' হতে $m = n = 1$ এর জন্য বাক্যটি সত্য।

সুতরাং $m = n = k$ এর জন্য সত্য হবে।

$\therefore\ a^k.a^k = a^{k+k}$

$= a^{2k}$ .... (i)

$m = n = k + 1$ এর জন্য বাক্যটি সত্য হবে যদি ও কেবল যদি

$a^{k+1}.\ a^{k+1} = a^{k+1+k+1}$

$= a^{2k+2}$

$= a^{2(k+1)}$ ....(ii)

(i) ও (ii) হতে দেখা যায় k এর জন্য বাক্যটি সত্য হলে $k + 1$ এর জন্য বাক্যটি সত্য। সুতরাং $m, n \in \mathbb{N}$ এর জন্য বাক্যটি সত্য।

$\because n = 1$ এর জন্য (1) সত্য।

এখন ধরি, $n = k$ এর জন্য (1) সত্য। অর্থাৎ $a^m.a^k = a^{m+k}$ ....(2)

তাহলে, $a^m.a^{k+1} = a^m(a^k.a)$ [সূত্র ১]

$= (a^m.a^k).a$ [গুণের সহযোজন]

$= a^{m+k}.a$ [আরোহ কল্পনা]

$= a^{m+k+1}$ [সূত্র ১]

অর্থাৎ, $n = k + 1$, এর জন্য (1) সত্য।

সুতরাং গাণিতিক আরোহ পদ্ধতি অনুযায়ী সকল $n \in \mathbb{N}$ এর জন্য (1) সত্য।

$\therefore$ যে কোনো $m, n \in \mathbb{N}$ এর জন্য $a^m.a^n = a^{m+n}$

গ (I) $m > 0$ এবং $n < 0$

ধরি, $n = -k$ যেখানে $k \in \mathbb{N}$

এবং $m \in \mathbb{N}$

$a^m\,.\,a^n = a^m.a^{-k}$ [প্রতিস্থাপন]

$= a^m.\frac{1}{a^k}\left[\because a^{-n} = \frac{1}{a^n}\right]$

$= \frac{a^m}{a^k} = a^{m-k}$

কিন্তু $\frac{1}{a^{k-m}} = a^{-(k-m)}$

$= a^{m-k}\quad\left[\because a^{-n} = \frac{1}{a^n}\right]$

$\therefore$ সকল ক্ষেত্রেই $a^m.\ a^n = a^{m-k}$

$= a^{m+(-k)}$

$= a^{m+n}$ [মান বসিয়ে] **(দেখানো হলো)**

(ii) $m < 0$ এবং $n < 0$

ধরি, $m = -p,\ n = -q$ যেখানে $p, q \in \mathbb{N}$

$a^m.a^n = a^{-p}.a^{-q}$

$= \frac{1}{a^p}\frac{1}{a^q}\quad\left[\because a^{-n} = \frac{1}{a^n}\right]$

$= \frac{1}{a^{p+q}}\ [\because a^m \times a^n = a^{m+n}]$

$= a^{-(p+q)}$

$= a^{-p-q}$

$= a^{-p+(-q)}$

$= a^{m+n}$ [মান বসিয়ে] **(দেখানো হলো)**

প্রশ্ন ▶ ৫ $\left(\frac{p^a}{p^b}\right)a^2 + ab + b^2$, $\left(\frac{p^b}{p^c}\right)b^2 + bc + c^2$, $\left(\frac{p^c}{p^a}\right)c^2 + ca + a^2$, $\left\{\frac{p^{(x+y)^2}}{p^{xy}}\right\}^{x-y}$, $\left\{\frac{p^{(y+z)^2}}{p^{yz}}\right\}^{y-z}$ ও $\left\{\frac{p^{(z+x)^2}}{p^{zx}}\right\}^{x-z}$ ছয়টি রাশি।

◀ কাজ; পৃষ্ঠা-১৯২

ক. প্রথম ও চতুর্থ রাশিকে সরল কর। ২

খ. $\left(\frac{p^a}{p^b}\right)^{a^2+ab+b^2} \times \left(\frac{p^b}{p^c}\right)^{b^2+bc+c^2} \times \left(\frac{p^c}{p^a}\right)^{c^2+ca+a^2}$ কে সরল কর। ৪

গ. দেখাও যে, $\left\{\frac{p^{(y+z)^2}}{p^{yz}}\right\}^{y-z} \times \left\{\frac{p^{(x+y)^2}}{p^{xy}}\right\}^{x-y} \div \left\{\frac{p^{(z+x)^2}}{p^{zx}}\right\}^{x-z}$ $= \left(\frac{p^a}{p^b}\right)^{a^2+ab+b^2} \times \left(\frac{p^b}{p^c}\right)^{b^2+bc+c^2} \times \left(\frac{p^c}{p^a}\right)^{c^2+ca+a^2}$ ৪

৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রথম রাশি $= \left(\frac{p^a}{p^b}\right)a^2 + ab + b^2$

$= (p^{a-b})^{a^2+ab+b^2}$

$= p^{(a-b)\,a^2+ab+b^2}$

$= p^{a^3-b^3}$ **(Ans.)**

ও চতুর্থ রাশি $= \left\{\frac{p^{(x+y)^2}}{p^{xy}}\right\}^{x-y}$

$= (p^{x^2+y^2+2xy-xy})^{x-y}$

$= p^{(x^2+xy+y^2)(x-y)}$

$= p^{x^3-y^3}$ **(Ans.)**

খ $\left(\frac{p^a}{p^b}\right)^{a^2+ab+b^2} \times \left(\frac{p^b}{p^c}\right)^{b^2+bc+c^2} \times \left(\frac{p^c}{p^a}\right)^{c^2+ca+a^2}$

$= p^{(a-b)(a^2+ab+b^2)} \times p^{(b-c)(b^2+bc+c^2)} \times p^{(c-a)(c^2+ca+a^2)}$

$= p^{a^3-b^3} \times p^{b^3-c^3} \times p^{c^3-a^3}$

$= p^{a^3-b^3+b^3-c^3+c^3-a^3}$

$= p^0$

$= 1$

গ 'খ' থেকে পাই, ডানপক্ষ $= 1$

আবার, বামপক্ষ $= \left\{\frac{p^{(y+z)^2}}{p^{yz}}\right\}^{y-z} \times \left\{\frac{p^{(x+y)^2}}{p^{xy}}\right\}^{x-y} \div \left\{\frac{p^{(z+x)^2}}{p^{zx}}\right\}^{x-z}$

$= (p^{y^2+2yz+z^2-yz})^{y-z} \times (p^{x^2+2xy+y^2-xy})^{x-y} \div \left(\frac{p^{z^2+2zx+x^2}}{p^{zx}}\right)^{x-z}$

['ক' থেকে পাই]

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

$= p^{(y^2+2yz+z^2-yz)(y-z)} \times p^{(x-y)(x^2+xy+y^2)} \div p^{(z^2+2zx+x^2-zx)(x-z)}$

$= p^{y^3-z^3} \times p^{x^3-y^3} \div p^{x^3-z^3}$

$= p^{y^3-z^3} \times p^{x^3-y^3} \times p^{-(x^3-z^3)}$

$= p^{y^3-z^3} \times p^{x^3-y^3} \times p^{z^3-x^3}$

$= p^{y^3-z^3+x^3-y^3+z^3-x^3} = p^0 = 1$

$\therefore$ বামপক্ষ = ডান পক্ষ ['খ' হতো] **(দেখানো হলো)**

প্রশ্ন ▶ ৬ কতিপয় সূচক সমন্বিত রাশি ay^{1-p}, by^{1-q}, cy^{1-r} এবং $ay^{1-p} = by^{1-q} = cy^{1-r} = x$ । *◀ কাজ; পৃষ্ঠা-১৮২*

ক. a, b ও c এর মান x, y এর মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২

খ. $a^{q-r} \times b^{r-p} \times c^{p-q}$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. দেখাও যে, $\left(\frac{p^a}{p^b}\right)^{a^2+ab+b^2} \times \left(\frac{p^b}{p^c}\right)^{b^2+bc+c^2} \times \left(\frac{p^c}{p^a}\right)^{c^2+ca+a^2} = a^{q-r} \times b^{r-p} \times c^{p-q}$ ৪

৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $ay^{1-p} = by^{1-q} = cy^{1-r} = x$

$\therefore ay^{1-p} = x$

বা, $a = \frac{x}{y^{1-p}}$

$\therefore a = xy^{p-1}$

আবার, $by^{1-q} = x$

বা, $b = \frac{x}{y^{1-q}} = xy^{q-1}$

এবং $cy^{1-r} = x$

বা, $c = \frac{x}{y^{1-r}} = xy^{r-1}$

$\therefore a = xy^{p-1}, b = xy^{q-1}, c = xy^{r-1}$

খ ক থেকে পাই, $a = xy^{p-1}$, $b = xy^{q-1}$ এবং $c = xy^{r-1}$

$\therefore a^{q-r}.b^{r-p}.c^{p-q} = (xy^{p-1})^{q-r}.(xy^{q-1})^{r-p}.(xy^{r-1})^{p-q}$

$= x^{q-r}y^{(p-1)(q-r)}.x^{r-p}y^{(q-1)(r-p)}.x^{p-q}y^{(r-1)(p-q)}$

$= x^{q-r+r-p+p-q}.y^{pq-pr-q+r+qr-pq-r+p+pr-qr-p+q}$

$= x^0.y^0$

$= 1 \times 1 = 1$

গ 'খ' হতে পাই, ডানপক্ষ $= a^{q-r} \times b^{r-p} \times c^{p-q} = 1$

বামপক্ষ $= \left(\frac{p^a}{p^b}\right)^{a^2+ab+b^2} \times \left(\frac{p^b}{p^c}\right)^{b^2+bc+c^2} \times \left(\frac{p^c}{p^a}\right)^{c^2+ca+a^2}$

$= p^{(a-b)(a^2+ab+b^2)} \times p^{(b-c)(b^2+bc+c^2)} \times p^{(c-a)(c^2+ca+a^2)}$

$= p^{a^3-b^3} \times p^{b^3-c^3} \times p^{c^3-a^3}$

$= p^{a^3-b^3+b^3-c^3+c^3-a^3}$

$= p^0$

$= 1$

= ডানপক্ষ

$\therefore \left(\frac{p^a}{p^b}\right)^{a^2+ab+b^2} \times \left(\frac{p^b}{p^c}\right)^{b^2+bc+c^2} \times \left(\frac{p^c}{p^a}\right)^{c^2+ca+a^2} = a^{q-r} \times b^{r-p} \times c^{p-q}$ **(দেখানো হলো)**

প্রশ্ন ▶ ৭ $4^x - 3^{x-\frac{1}{2}} = 3^{x+\frac{1}{2}} - 2^{2x-1}$ একটি সূচকীয় সমীকরণ। *◀ কাজ; পৃষ্ঠা-১৮২*

ক. সমীকরণটিকে $2^{2x}.a = 3^x.b$ আকারে প্রকাশ কর, যেখানে a ও b ধ্রুবক। ২

খ. সমীকরণটির সমাধান কর। ৪

গ. সমীকরণটির শুদ্ধি পরীক্ষা কর ও দেখাও যে, $4^x - 3^{x+\frac{1}{2}} \neq 3^{x+\frac{1}{2}} - 2^{2x-1}$ ৪

৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক $4^x - 3^{x-\frac{1}{2}} = 3^{x+\frac{1}{2}} - 2^{2x-1}$

বা, $2^{2x} + 2^{2x-1} = 3^{x+\frac{1}{2}} + 3^{x-\frac{1}{2}}$

বা, $2^{2x} + 2^{2x}.2^{-1} = 3^x.3^{\frac{1}{2}} + 3^x.3^{-\frac{1}{2}}$

বা, $2^{2x}\left(1+\frac{1}{2}\right) = 3^x\left(\sqrt{3}+\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$

বা, $2^{2x}\left(\frac{3}{2}\right) = 3^x\left(\frac{3+1}{\sqrt{3}}\right)$

বা, $2^{2x}\left(\frac{3}{2}\right) = 3^x\left(\frac{4}{\sqrt{3}}\right)$

এটিই $2^{2x}.a = 3^x.b$ আকার, যেখানে $a = \frac{3}{2}$ ও $b = \frac{4}{\sqrt{3}}$

খ 'ক' থেকে পাই, $2^{2x}\left(\frac{3}{2}\right) = 3^x.\frac{4}{\sqrt{3}}$

বা, $2^{2x-1}.3 = 3^{x-\frac{1}{2}}.4$

বা, $2^{2x-1}.3 = 3^{x-\frac{1}{2}}.2^2$

বা, $2^{2x-1-2} = 3^{x-\frac{1}{2}-1}$

বা, $2^{2x-3} = 3^{x-\frac{3}{2}}$

বা, $2^{2x-3} = 3^{\frac{2x-3}{2}}$

বা, $2^{2x-3} = (\sqrt{3})^{2x-3}$

বা, $\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^{2x-3} = 1$

বা, $\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^{2x-3} = \left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^0$

বা, $2x - 3 = 0$

$\therefore x = \frac{3}{2}$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান, $x = \frac{3}{2}$

গ 'খ' থেকে পাই, $x = \frac{3}{2}$

তাহলে, বামপক্ষ $= 4^{\frac{3}{2}} - 3^{\frac{3}{2}-\frac{1}{2}} = 4.4^{\frac{1}{2}} - 3^{\frac{3-1}{2}}$

$= 4.\sqrt{4} - 3^{\frac{2}{2}} = 4.2 - 3 = 8 - 3 = 5$

ডান পক্ষ $= 3^{\frac{3}{2}+\frac{1}{2}} - 2^{2.\frac{3}{2}-1}$

$= 3^{\frac{3+1}{2}} - 2^{3-1} = 3^{\frac{4}{2}} - 2^2$

$= 3^2 - 2^2 = 9 - 4 = 5$

$\therefore x = \frac{3}{2}$ এর জন্য সমীকরণটি শুদ্ধ।

আবার, $x = \frac{3}{2}$ এর জন্য

$4^x - 3^{x+\frac{1}{2}} = 4^{\frac{3}{2}} - 3^{\frac{3}{2}+\frac{1}{2}} = 4.4^{\frac{1}{2}} - 3^{\frac{3+1}{2}}$

$= 4.\sqrt{4} - 3^{\frac{4}{2}}$

$= 4.2 - 3^2 = 8 - 9 = -1$

এবং $3^{x+\frac{1}{2}} - 2^{2x-1} = 3^{\frac{3}{2}+\frac{1}{2}} - 2^{2.\frac{3}{2}-1} = 5$

$\therefore 4^x - 3^{x+\frac{1}{2}} \neq 3^{x+\frac{1}{2}} - 2^{2x-1}$ **(দেখানো হলো)**

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

প্রশ্ন ▶ ৮ $\sqrt[12]{(a^8)\sqrt{a^6}\sqrt{a^4}}$, $[1 - 1\{1 - (1 - x^3)^{-1}\}^{-1}]^{-1}$ **দুইটি রাশি।** *◀ কাজ; পৃষ্ঠা-১৯৩*

ক. প্রথম রাশির সরলমান কত? ২

খ. দেখাও যে, ১ম রাশি × ২য় রাশি = ax^3 ৪

গ. ১ম রাশি × ২য় রাশি ÷ $[x - \{x^{-1} + (a^{-1} - x^{-1})\}^{-1}]$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক $\sqrt[12]{(a^8)\sqrt{(a^6)\sqrt{a^4}}} = \sqrt[12]{(a^8)\sqrt{a^6.a^2}} = \sqrt[12]{(a^8)\sqrt{a^8}}$

$= \sqrt[12]{(a^8)\sqrt{(a^4)^2}} = \sqrt[12]{a^8.a^4} = \sqrt[12]{a^{8+4}}$

$= \sqrt[12]{a^{12}} = (a^{12})^{\frac{1}{12}} = a$

∴ নির্ণেয় সরল মান = a

খ 'ক' থেকে পাই, $\sqrt[12]{(a^8)\sqrt{a^6}\sqrt{a^4}} = a$

তাহলে বামপক্ষ = ১ম রাশি × ২য় রাশি

$= \sqrt[12]{(a^8)\sqrt{a^6}\sqrt{a^4}} \times [1 - 1\{1 - (1 - x^3)^{-1}\}^{-1}]^{-1}$

$= a \times [1 - 1\{1 - (1 - x^3)^{-1}\}^{-1}]^{-1}$

$= a \times \left[1 - 1\left\{1 - \frac{1}{1 - x^3}\right\}^{-1}\right]^{-1}$

$= a \times \left[1 - 1\left\{\frac{1 - x^3 - 1}{1 - x^3}\right\}^{-1}\right]^{-1}$

$= a \times \left[1 - 1\left\{\frac{-x^3}{1 - x^3}\right\}^{-1}\right]^{-1}$

$= a \times \left[1 - \left(\frac{1 - x^3}{-x^3}\right)\right]^{-1}$

$= a \times \left[1 + \frac{1 - x^3}{x^3}\right]^{-1}$

$= a \times \left[\frac{x^3 + 1 - x^3}{x^3}\right]^{-1}$

$= a \times \left[\frac{1}{x^3}\right]^{-1}$

$= ax^3$ = ডানপক্ষ

∴ ১ম রাশি × ২য় রাশি = ax^3 **(দেখানো হলো)**

গ এখানে, ১ম রাশি × ২য় রাশি ÷ $[x - \{x^{-1} + (a^{-1} - x)^{-1}\}^{-1}]$

$= ax^3 \div \left[x - \left\{\frac{1}{x} + \left(\frac{1}{a} - x\right)^{-1}\right\}^{-1}\right]$ ['খ' থেকে]

$= ax^3 \div \left[x - \left\{\frac{1}{x} + \left(\frac{1 - ax}{a}\right)^{-1}\right\}^{-1}\right]$

$= ax^3 \div \left[x - \left\{\frac{1}{x} + \frac{a}{1 - ax}\right\}^{-1}\right]$

$= ax^3 \div \left[x - \left\{\frac{1 - ax + ax}{x(1 - ax)}\right\}^{-1}\right]$

$= ax^3 \div \left[x - \left\{\frac{1}{x - ax^2}\right\}^{-1}\right]$

$= ax^3 \div [x - \{x - ax^2\}]$

$= ax^3 \div [x - x + ax^2]$

$= ax^3 \div ax^2$

$= \frac{ax^3}{ax^2} = x$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৯ $a^m . a^n = (a^m)^n$ **এবং** $m, n \neq 0$ **হলে,** *◀ কাজ; পৃষ্ঠা-১৯৩*

ক. দেখাও যে, $m + n - mn = 0$ ২

খ. প্রমাণ কর যে, $m(n - 2) + n(m - 2) = 0$ ৪

গ. দেখাও যে, $m(n - 2) + n(m - 2) = 0$ সমীকরণটি সিদ্ধ হবে যদি ও কেবল যদি $m = n = 2$ হয়। ৪

৯ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $a^m.a^n = (a^m)^n$

বা, $a^{m+n} = a^{mn}$

∴ $m + n - mn = 0$ **(দেখানো হলো)**

খ বামপক্ষ $= m(n - 2) + n(m - 2)$

$= mn - 2m + mn - 2n$

$= 2mn - 2(m + n)$

$= 2mn - 2mn$ [∵ $m + n = mn$]

= 0 = ডানপক্ষ

∴ $m(n - 2) + n(m - 2) = 0$ **(প্রমাণিত)**

গ 'খ' থেকে পাই, $m(n - 2) + n(m - 2) = 0$

সমীকরণটির বামপক্ষ $= m(n - 2) + n(m - 2)$

$= mn - 2m + mn - 2n$

$= n.n - 2n + n.n - 2n$ [m = n বসিয়ে]

$= n^2 - 2n + n^2 - 2n$

$= 2n^2 - 4n$

$= 2n(n - 2)$

∴ $2n(n - 2)$ এর মান তখনই শূন্য হবে যখন $2n(n - 2) = 0$ হয়।

বা, $n - 2 = 0$ হয় [∴ $2n \neq 0$]

বা, $n = 2$ হয়

অর্থাৎ, $m = n = 2$ হলে সমীকরণটি সিদ্ধ হয়।

∴ $m(n - 2) + n(m - 2) = 0$ সমীকরণটি সিদ্ধ হবে যদি ও কেবল যদি $m = n = 2$ হয়। **(দেখানো হলো)**

মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত আরও সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

প্রশ্ন ▶ ১০ তিনটি সূচকীয় রাশি বিবেচনা কর,

$\frac{1}{1 + a^{-m}b^n + a^{-m}c^p}$, $\frac{1}{1 + b^{-n}c^p + b^{-n}a^m}$ **এবং** $\frac{1}{1 + c^{-p}a^m + c^{-p}b^n}$

[লক্ষ্মীপুর আদর্শ সামাদ সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়]

ক. প্রথম রাশিটিকে সরলীকরণ কর। ২

খ. রাশি তিনটির যোগফল বের কর। ৪

গ. দেখাও যে 'খ' থেকে প্রাপ্ত যোগফল

$\frac{1}{1 + a^{y-z} + a^{y-x}} + \frac{1}{1 + a^{z-x} + a^{z-y}} + \frac{1}{1 + a^{x-y} + a^{x-z}}$ রাশিটির সরল মানের সমান। ৪

১০ নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রথম রাশি, $\frac{1}{1 + a^{-m}b^n + a^{-m}c^p}$

$= \frac{1}{1 + \frac{b^n}{a^m} + \frac{c^p}{a^m}}$

$= \frac{1}{\frac{a^m + b^n + c^p}{a^m}}$

$= 1 \times \frac{a^m}{a^m + b^n + c^p}$

$= \frac{a^m}{a^m + b^n + c^p}$ **(Ans.)**

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

খ রাশি তিনটির যোগফল,

$$\frac{1}{1+a^{-m}b^n+a^{-m}c^p}+\frac{1}{1+b^{-n}c^p+b^{-n}a^m}+\frac{1}{1+c^{-p}a^m+c^{-p}b^n}$$

'ক' থেকে পাই,

$$\frac{1}{1+a^{-m}b^n+a^{-m}c^p}=\frac{a^m}{a^m+b^n+c^p}$$

একইভাবে $\frac{1}{1+b^{-n}c^p+b^{-n}a^m}=\frac{b^n}{b^n+c^p+a^m}=\frac{b^n}{a^m+b^n+c^p}$

এবং $\frac{1}{1+c^{-p}a^m+c^{-p}b^n}=\frac{c^p}{c^p+a^m+b^n}=\frac{c^p}{a^m+b^n+c^p}$

$\therefore$ যোগফল $=\frac{a^m}{a^m+b^n+c^p}+\frac{b^n}{a^m+b^n+c^p}+\frac{c^p}{a^m+b^n+c^p}$

$=\frac{a^m+b^n+c^p}{a^m+b^n+c^p}$

$=1$ **(Ans.)**

গ $\frac{1}{1+a^{y-z}+a^{y-x}}+\frac{1}{1+a^{z-x}+a^{z-y}}+\frac{1}{1+a^{x-y}+a^{x-z}}$

প্রথম পদ $=\frac{1}{1+a^{y-z}+a^{y-x}}$

$=\frac{1}{1+a^y.a^{-z}+a^y.a^{-x}}$

$=\frac{1}{1+\frac{a^y}{a^z}+\frac{a^y}{a^x}}$

$=\frac{1}{\frac{a^z.a^x+a^y.a^x+a^y.a^z}{a^z.a^x}}$

$=\frac{1}{\frac{a^{z+x}+a^{x+y}+a^{y+z}}{a^{z+x}}}$

$=\frac{a^{z+x}}{a^{z+x}+a^{x+y}+a^{y+z}}$

$=\frac{a^{z+x}}{a^{x+y}+a^{y+z}+a^{z+x}}$

একইভাবে, ২য় পদ $=\frac{1}{1+a^{z-x}+a^{z-y}}$

$=\frac{a^{x+y}}{a^{x+y}+a^{z+y}+a^{z+x}}$

৩য় পদ $=\frac{1}{1+a^{x-y}+a^{x-z}}$

$=\frac{a^{y+z}}{a^{y+z}+a^{x+z}+a^{y+x}}$

$=\frac{a^{y+z}}{a^{x+y}+a^{y+z}+a^{z+x}}$

$\therefore$ প্রদত্ত রাশিটির মান

$=\frac{a^{z+x}}{a^{x+y}+a^{y+z}+a^{z+x}}+\frac{a^{x+y}}{a^{x+y}+a^{y+z}+a^{z+x}}+\frac{a^{y+z}}{a^{x+y}+a^{y+z}+a^{z+x}}$

$=\frac{a^{z+x}+a^{x+y}+a^{y+z}}{a^{x+y}+a^{y+z}+a^{z+x}}$

$=\frac{a^{x+y}+a^{y+z}+a^{z+x}}{a^{x+y}+a^{y+z}+a^{z+x}}$

$=1$

= 'খ' থেকে প্রাপ্ত যোগফল **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▶ ১১ $y=2^x$ **এবং** $4^x-3.2^{x+2}+2^5=0$ **হলে,**

ক. প্রমাণ কর $y^2-12y+32=0$ — ২

খ. x ও y-এর মান নির্ণয় কর। — ৪

গ. $4^a-3^{a-\frac{1}{2}}=3^{a+\frac{1}{2}}-2^{2a-1}$ হলে, দেখাও যে, $a=\frac{3}{x}$ অথবা $a=\frac{x}{2}$ — ৪

১১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $y=2^x$

এবং $4^x-3.2^{x+2}+2^5=0$

বা, $(2^2)^x-3.2^x.2^2+2^5=0$

বা, $(2^x)^2-12.2^x+32=0$

বা, $y^2-12y+32=0$ [$\because y=2^x$]

খ 'ক' থেকে $y^2-12y+32=0$

বা, $y^2-8y-4y+32=0$

বা, $y(y-8)-4(y-8)=0$

বা, $(y-8)(y-4)=0$

হয় $y-8=0$ অথবা $y-4=0$

বা, $y=8$ বা, $y=4$

বা, $2^x=8$ [$\because 2^x=y$] বা, $2^x=4$ [$\because 2^x=y$]

বা, $2^x=2^3$ বা, $2^x=2^2$

$\therefore x=3$ $\therefore x=2$

(Ans.) $(x, y)=(3, 8), (2, 4)$

গ দেওয়া আছে,

$4^a-3^{a-\frac{1}{2}}=3^{a+\frac{1}{2}}-2^{2a-1}$

বা, $4^a+2^{2a-1}=3^{a+\frac{1}{2}}+3^{a-\frac{1}{2}}$

বা, $(2^2)^a+2^{2a}.2^{-1}=3^a.3^{\frac{1}{2}}+3^a3^{\frac{-1}{2}}$

বা, $2^{2a}+2^{2a}.\frac{1}{2}=3^a\left(\sqrt{3}+\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$

বা, $2^{2a}\left(1+\frac{1}{2}\right)=3^a\left\{\frac{(\sqrt{3})^2+1}{\sqrt{3}}\right\}$

বা, $2^{2a}.\frac{3}{2}=3^a.\frac{4}{\sqrt{3}}$

বা, $2^{2a}.\frac{1}{2\times4}=3^a.\frac{1}{3.\sqrt{3}}$

বা, $2^{2a}.\frac{1}{2.2^2}=3^a.\frac{1}{3.3^{\frac{1}{2}}}$

বা, $2^{2a-1-2}=3^{a-1-\frac{1}{2}}$

বা, $2^{2a-3}=3^{\frac{2a-3}{2}}=(\sqrt{3})^{2a-3}$

বা, $\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^{2a-3}=1=\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^0$

বা, $2a-3=0$

বা, $a=\frac{3}{2}$

'খ' থেকে পাই $x=2, 3$

$x=2$ হলে, $a=\frac{3}{2}=\frac{3}{x}$

$x=3$ হলে, $a=\frac{3}{2}=\frac{x}{2}$ **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▶ ১২ একটি সূচকীয় রাশি বিবেচনা করি, $\left\{\left(x^{\frac{1}{a}}\right)^{\frac{a^2-b^2}{a-b}}\right\}^{\frac{a}{a+b}}$

ক. রাশিটিকে সরলীকরণ কর। — ২

খ. প্রদত্ত রাশিটি $=2^{\frac{1}{3}}+2^{\frac{-1}{3}}$ হলে, দেখাও যে $2x^3-6x=5$. — ৪

গ. প্রদত্ত রাশিটি $=(a+b)^{\frac{1}{3}}+(a-b)^{\frac{1}{3}}$ এবং $a^2-b^2=c^3$ হয় তাহলে, দেখাও যে, $x^3-3cx-2a=0$ এবং a ও c - এর কোন মানের জন্য খ ও গ থেকে প্রাপ্ত সমীকরণ একই সমীকরণ নির্দেশ করে। — ৪

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

১২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক $\left\{\left(x^{\frac{1}{a}}\right)^{\frac{a^2-b^2}{a-b}}\right\}^{\frac{a}{a+b}}$

$= \left(x^{\frac{1}{a}}\right)^{\frac{a^2-b^2}{a-b} \times \frac{a}{a+b}}$

$= \left(x^{\frac{1}{a}}\right)^{\frac{(a+b)(a-b)a}{(a-b)(a+b)}}$

$= \left(x^{\frac{1}{a}}\right)^{a}$

$= x^{\frac{1}{a} \times a}$

$= x^1$

$= x$ **(Ans.)**

খ 'ক' হতে পাই, প্রদত্ত রাশির সরল মান x

$\therefore x = 2^{\frac{1}{3}} + 2^{\frac{-1}{3}}$

বা, $x^3 = \left(2^{\frac{1}{3}} + 2^{\frac{-1}{3}}\right)^3$

বা, $x^3 = \left(2^{\frac{1}{3}}\right)^3 + \left(2^{\frac{-1}{3}}\right)^3 + 3.2^{\frac{1}{3}}.2^{\frac{-1}{3}}\left(2^{\frac{1}{3}} + 2^{\frac{-1}{3}}\right)$

বা, $x^3 = 2 + 2^{-1} + 3.2^{\frac{1}{3}-\frac{1}{3}} \times x \left[\because x = 2^{\frac{1}{3}} + 2^{\frac{-1}{3}}\right]$

বা, $x^3 = 2 + \frac{1}{2} + 3x.2^0$

বা, $x^3 = \frac{4+1}{2} + 3x.1$

বা, $2x^3 = 5 + 6x$

$\therefore 2x^3 - 6x = 5$ **(দেখানো হলো)**

গ 'ক' হতে পাই প্রদত্ত রাশির সরল মান x

$\therefore x = (a+b)^{\frac{1}{3}} + (a-b)^{\frac{1}{3}}$ এবং $a^2 - b^2 = c^3$

বা, $x^3 = \left\{(a+b)^{\frac{1}{3}} + (a-b)^{\frac{1}{3}}\right\}^3$

বা, $x^3 = \left\{(a+b)^{\frac{1}{3}}\right\}^3 + \left\{(a-b)^{\frac{1}{3}}\right\}^3 + 3(a+b)^{\frac{1}{3}}(a-b)^{\frac{1}{3}}\left\{(a+b)^{\frac{1}{3}} + (a-b)^{\frac{1}{3}}\right\}$

বা, $x^3 = a + b + a - b + 3\{(a+b)(a-b)\}^{\frac{1}{3}}.x \left[\because x = (a+b)^{\frac{1}{3}} + (a-b)^{\frac{1}{3}}\right]$

বা, $x^3 = 2a + 3(a^2-b^2)^{\frac{1}{3}}x$

বা, $x^3 = 2a + 3.(c^3)^{\frac{1}{3}}.x$

বা, $x^3 = 2a + 3cx$

বা, $x^3 - 3cx = 2a$

বা, $2x^3 - 6cx = 4a$ [2 দ্বারা গুণ করে]

'খ' থেকে পাই $2x^3 - 6x = 5$

এখন, সমীকরণ দুটি একই সমীকরণ নির্দেশ করবে যদি উভয় সমীকরণে x^3, x- এর সহগ এবং ধ্রুব পদ সমান হয়।

অর্থাৎ $-6c = -6$ এবং $4a = 5$

বা, $c = 1$ বা, $a = \frac{5}{4}$

Ans. $c = 1, a = \frac{5}{4}$

প্রশ্ন ▶১৩ একটি সূচকীয় রাশি বিবেচনা কর,

$\left(a^{\frac{1}{3}} - b^{\frac{1}{3}}\right)\left(a^{\frac{2}{3}} + a^{\frac{1}{3}}.b^{\frac{1}{3}} + b^{\frac{2}{3}}\right)$; a, b > 0

[সরকারি মুসলিম উচ্চ বিদ্যালয়, চট্টগ্রাম]

ক. রাশিটির সাথে b যোগ করে সরলীকরণ কর। ২

খ. 'ক' থেকে প্রাপ্ত সরল মানটির বর্গ সমান $-2 + 3^{\frac{2}{3}} + 3^{-\frac{2}{3}}$ হলে, দেখাও যে, $3a^3 + 9a - 8 = 0$ ৪

গ. 'ক' থেকে প্রাপ্ত সরল মানটি $1 + 3^{\frac{2}{3}} + 3^{\frac{1}{3}}$ এর সমান হলে দেখাও, $a^3 - 3a^2 - 6a - 4 = 0$ এবং 'খ' থেকে প্রাপ্ত সমীকরণের সাহায্যে a^3 অপসারণ কর। ৪

১৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত রাশিটির সাথে b যোগ করলে দাঁড়ায়,

$\left(a^{\frac{1}{3}} - b^{\frac{1}{3}}\right)\left(a^{\frac{2}{3}} + a^{\frac{1}{3}}.b^{\frac{1}{3}} + b^{\frac{2}{3}}\right) + b$

$= \left(a^{\frac{1}{3}} - b^{\frac{1}{3}}\right)\left\{\left(a^{\frac{1}{3}}\right)^2 + a^{\frac{1}{3}}.b^{\frac{1}{3}} + \left(b^{\frac{1}{3}}\right)^2\right\} + b$

$= \left(a^{\frac{1}{3}}\right)^3 - \left(b^{\frac{1}{3}}\right)^3 + b \left[\because a^3 - b^3 = (a-b)(a^2+ab+b^2)\right]$

$= a - b + b$

$= a$ **(Ans.)**

খ 'ক' থেকে প্রাপ্ত মান a

$\therefore a^2 = -2 + 3^{\frac{2}{3}} + 3^{\frac{-2}{3}}$

বা, $a^2 = \left(3^{\frac{1}{3}}\right)^2 + \left(3^{-\frac{1}{3}}\right)^2 - 2.3^{\frac{1}{3}}3^{\frac{-1}{3}}$

বা, $a^2 = \left(3^{\frac{1}{3}} - 3^{\frac{-1}{3}}\right)^2$

বা, $a = 3^{\frac{1}{3}} - 3^{\frac{-1}{3}}$ [বর্গমূল করে]

বা, $a^3 = \left(3^{\frac{1}{3}} - 3^{\frac{-1}{3}}\right)^3$

বা, $a^3 = \left(3^{\frac{1}{3}}\right)^3 - \left(3^{\frac{-1}{3}}\right)^3 - 3.3^{\frac{1}{3}}.3^{\frac{-1}{3}}\left(3^{\frac{1}{3}} - 3^{\frac{-1}{3}}\right)$

বা, $a^3 = 3 - 3^{-1} - 3.3^{\frac{1}{3}-\frac{1}{3}} \times a \left[\because a = 3^{\frac{1}{3}} - 3^{\frac{-1}{3}}\right]$

বা, $a^3 = 3 - \frac{1}{3} - 3.3^0.a$

বা, $a^3 = 3 - \frac{1}{3} - 3a$

বা, $3a^3 = 9 - 1 - 9a$

বা, $3a^3 + 9a - 8 = 0$ **(দেখানো হলো)**

গ 'ক' থেকে প্রাপ্ত সরল মান a

$\therefore a = 1 + 3^{\frac{2}{3}} + 3^{\frac{1}{3}}$

বা, $a - 1 = 3^{\frac{2}{3}} + 3^{\frac{1}{3}}$

বা, $(a-1)^3 = \left(3^{\frac{2}{3}} + 3^{\frac{1}{3}}\right)^3$

বা, $(a-1)^3 = \left(3^{\frac{2}{3}}\right)^3 + \left(3^{\frac{1}{3}}\right)^3 + 3.3^{\frac{2}{3}}.3^{\frac{1}{3}}\left(3^{\frac{2}{3}} + 3^{\frac{1}{3}}\right)$

বা, $(a-1)^3 = 3^2 + 3 + 3.3^{\frac{2+1}{3}}.(a-1) \left[\because a - 1 = 3^{\frac{2}{3}} + 3^{\frac{1}{3}}\right]$

বা, $(a-1)^3 = 9 + 3 + 3.3(a-1)$

বা, $a^3 - 3a^2 + 3a - 1 = 12 + 9(a-1)$

বা, $a^3 - 3a^2 + 3a - 1 = 12 + 9a - 9$

বা, $a^3 - 3a^2 + 3a - 1 - 12 - 9a + 9 = 0$

বা, $a^3 - 3a^2 - 6a - 4 = 0$ ....(i) **(দেখানো হলো)**

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

'ক' হতে পাই $3a^3 + 9a - 8 = 0$ .... (ii)

এখন (i) × 3 − (ii) হতে পাই

$$\begin{array}{r} 3a^3 - 9a^2 - 18a - 12 = 0 \\ (-)\ 3a^3 \qquad\quad + 9a - 8 = 0 \\ (-)\quad (+) \\ \hline -9a^2 - 27a - 4 = 0 \end{array}$$ (Ans.)

প্রশ্ন ▶ ১৪ যদি $a^{\frac{1}{x}} = b^{\frac{1}{y}} = c^{\frac{1}{z}}$ এবং abc = 1 হয় তাহলে

ক. $x + y + z =$ কত? ২

খ. 'ক' থেকে (x + y + z) এর মান ব্যবহার করে $\frac{1}{p^y + p^{-z} + 1} + \frac{1}{p^z + p^{-x} + 1} + \frac{1}{p^x + p^{-y} + 1}$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. $\frac{(a^2 - b^{-2})^a (a - b^{-1})^{b-a}}{(b^2 - a^{-2})^b (b + a^{-1})^{a-b}}$ = 'খ' এর রাশিটির মানের সমান হলে দেখাও $a + b = 0$. ৪

১৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক ধরি, $a^{\frac{1}{x}} = b^{\frac{1}{y}} = c^{\frac{1}{z}} = k$.

সুতরাং, $a = k^x, b = k^y, c = k^z$

$\therefore abc = k^x k^y k^z = k^{x+y+z}$

দেওয়া আছে, abc = 1

$\therefore k^{x+y+z} = 1 = k^0$

$\therefore x + y + z = 0$

খ 'ক' থেকে পাই $x + y + z = 0$

$\therefore x + y = -z$

$\therefore \frac{1}{p^y + p^{-z} + 1} + \frac{1}{p^z + p^{-x} + 1} + \frac{1}{p^x + p^{-y} + 1}$

$= \frac{1}{p^y + p^{x+y} + 1} + \frac{1}{p^{-(x+y)} + p^{-x} + 1} + \frac{p^y}{(p^x + p^{-y} + 1)p^y}$ [−z = x + y বসিয়ে]

$= \frac{1}{p^{x+y} + p^y + 1} + \frac{1}{\frac{1}{p^{x+y}} + p^{-x} + 1} + \frac{p^y}{p^{x+y} + p^{-y+y} + p^y}$

$= \frac{1}{p^{x+y} + p^y + 1} + \frac{1}{\frac{1 + p^{-x+x+y} + p^{x+y}}{p^{x+y}}} + \frac{p^y}{p^{x+y} + p^0 + p^y}$

$= \frac{1}{p^{x+y} + p^y + 1} + \frac{p^{x+y}}{p^{x+y} + p^y + 1} + \frac{p^y}{p^{x+y} + p^y + 1}$

$= \frac{1 + p^{x+y} + p^y}{p^{x+y} + p^y + 1}$

$= \frac{p^{x+y} + p^y + 1}{p^{x+y} + p^y + 1}$

= 1 (Ans.)

গ বামপক্ষ $= \frac{(a^2 - b^{-2})^a (a - b^{-1})^{b-a}}{(b^2 - a^{-2})^b (b + a^{-1})^{a-b}}$

$= \frac{\left(a^2 - \frac{1}{b^2}\right)^a \left(a - \frac{1}{b}\right)^{b-a}}{\left(b^2 - \frac{1}{a^2}\right)^b \left(b + \frac{1}{a}\right)^{a-b}}$

$= \frac{\left(\frac{a^2b^2 - 1}{b^2}\right)^a \left(\frac{ab - 1}{b}\right)^{b-a}}{\left(\frac{a^2b^2 - 1}{a^2}\right)^b \left(\frac{ab + 1}{a}\right)^{a-b}}$

$= \frac{\left\{\frac{(ab+1)(ab-1)}{b^2}\right\}^a \left(\frac{ab-1}{b}\right)^{b-a}}{\left\{\frac{(ab+1)(ab-1)}{a^2}\right\}^b \left(\frac{ab+1}{a}\right)^{a-b}}$

$= \frac{\frac{(ab+1)^a (ab-1)^a (ab-1)^{b-a}}{b^{2a} b^{b-a}}}{\frac{(ab+1)^b (ab-1)^b (ab+1)^{a-b}}{a^{2b} a^{a-b}}}$

$= \frac{(ab+1)^a (ab-1)^{a+b-a}}{b^{2a+b-a}} \times \frac{a^{2b+a-b}}{(ab+1)^{b+a-b}(ab-1)^b}$

$= \frac{(ab+1)^a (ab-1)^b}{b^{a+b}} \times \frac{a^{a+b}}{(ab+1)^a (ab-1)^b}$

$= \left(\frac{a}{b}\right)^{a+b}$

প্রশ্নমতে, $\left(\frac{a}{b}\right)^{a+b} = 1$ ['খ' থেকে প্রাপ্ত রাশির মান 1]

বা, $\left(\frac{a}{b}\right)^{a+b} = \left(\frac{a}{b}\right)^0$

$\therefore a + b = 0$

প্রশ্ন ব্যাংক উত্তরসহ সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

প্রশ্ন ▶ ১৫ $\frac{(a^2 - b^{-2})^a (a - b^{-1})^{b-a}}{(b^2 - a^{-2})^b (b + a^{-1})^{a-b}}$ একটি সূচকীয় রাশি,

ক. $(a^2 - b^{-2})^a =$ কত ?

খ. $\frac{(a^2 - b^{-2})^a (a - b^{-1})^{b-a}}{(b + a^{-1})^{a-b}} =$ কত ?

গ. প্রদত্ত রাশির সরল মান কত?

উত্তর: ক. $\left(a + \frac{1}{b}\right)^a \left(a - \frac{1}{b}\right)^a$; **খ.** $\frac{\left(\frac{ab+1}{b}\right)^a \left(\frac{ab-1}{b}\right)^b}{\left(\frac{ab+1}{a}\right)^{a-b}}$;

গ. $\left(\frac{a}{b}\right)^{a+b}$

প্রশ্ন ▶ ১৬ $a = 2^{\frac{1}{3}} + 2^{-\frac{1}{3}}$ এবং $b^2 + 2 = 3^{\frac{2}{3}} + 3^{-\frac{2}{3}}$, b > 0

ক. দ্বিতীয় সমীকরণ থেকে দেখাও যে, $b = 3^{\frac{1}{3}} - 3^{-\frac{1}{3}}$.

খ. প্রমাণ কর যে, $3b^3 + 9b = 8$

গ. প্রথম সমীকরণ থেকে দেখাও যে, $2a^3 - 6a = 5$

প্রশ্ন ▶ ১৭ যদি $a^x = b^y = c^z$ যেখানে, $a \neq b \neq c$.

[মাতৃপীঠ সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, চাঁদপুর]

ক. b = z এবং c = y হলে দেখাও যে, $\left(\frac{y}{z}\right)^{\frac{y}{z}} = y^{\frac{y}{z} - 1}$ ২

খ. a, b এবং c পরপর তিনটি ধনাত্মক অখণ্ড সংখ্যা হলে প্রমাণ কর যে, $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{2}{z}$. ৪

গ. abc = 1 হলে দেখাও যে, $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 0$ এবং $\frac{1}{x^3} + \frac{1}{y^3} + \frac{1}{z^3} = \frac{3}{xyz}$. ৪

প্রশ্ন ▶ ১৮ $P = x^a, Q = x^b$ এবং $R = x^c$

[সাতক্ষীরা সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, সাতক্ষীরা]

ক. দেখাও যে, $P \times Q \times R = x$ হলে $a + b + c = 1$ ২

খ. $\left(\frac{P}{Q}\right)^{a^2+ab+b^2} \times \left(\frac{Q}{R}\right)^{b^2+bc+c^2} \times \left(\frac{R}{P}\right)^{c^2+ca+a^2}$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. যদি a + b + c = 0 হয় তবে দেখাও যে,

$\frac{1}{P + \frac{1}{Q} + 1} + \frac{1}{R + \frac{1}{P} + 1} + \frac{1}{Q + \frac{1}{R} + 1}$ ৪

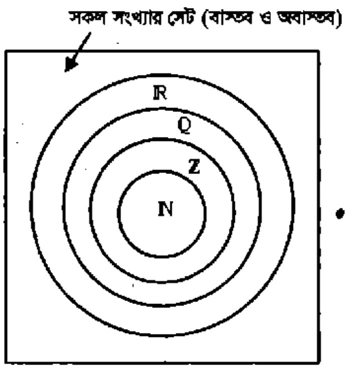
উত্তর: খ. 1

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

এ অংশে অধ্যায়ের গুরুত্বপূর্ণ তথ্য ও সূত্র, পরীক্ষার আগে যার উপর চোখ বুলিয়ে নেওয়া প্রয়োজন বা অবশ্যই মনে রাখতে হবে এমন বিষয়সমূহ একনজরে উল্লেখ করা হয়েছে। পরীক্ষার আগে এ বিষয়গুলো রিভিশন দিলে পরীক্ষায় নির্ভুলভাবে অঙ্ক সমাধান করতে পারবে।

- **মূলদ সূচক (Rational exponent) :** মূলদ সূচক সম্বলিত a^m আকারের প্রতীকে a কে **নিধান** বা **ভিত্তি (base)** এবং m কে a এর ঘাতের **সূচক (exponent)** বলা হয়। a^m কে a এর m ঘাত বা শক্তি (power) বলা হয় এবং a ঘাত m (a to the power m) পড়া হয়।
- $\mathbb{R}$ সকল বাস্তব সংখ্যার সেট
  $\mathbb{N}$ সকল স্বাভাবিক সংখ্যা বা ধনাত্মক পূর্ণ সংখ্যার সেট
  $\mathbb{Z}$ সকল পূর্ণ সংখ্যার সেট (ধনাত্মক, ঋণাত্মক ও শূন্য)
  $\mathbb{Q}$ সকল মূলদ সংখ্যার সেট
  সেটগুলোর পারস্পরিক সম্পর্ক নিম্নের চিত্র থেকে বোঝা যায়,



অর্থাৎ, $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$

অমূলদ সংখ্যার সেট $\mathbb{Q}' = \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$

সূচক সম্পর্কিত সূত্র:

- **সূত্র ১:** $a \in \mathbb{R}, n \in \mathbb{N}$ হলে, $a^1 = a$
  $a^{n+1} = a^n \cdot a$
- **সূত্র ২:** $a \in \mathbb{R}$ এবং $m, n \in \mathbb{N}$ হলে, $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$
  * এই সূত্রে বর্ণিত $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ কে সূচকের মৌলিক সূত্র বলা হয়।
- **সূত্র ৩:** $a \in \mathbb{R}, a \neq 0$ এবং $m, n \in \mathbb{N}$ হলে,
  $$\frac{a^m}{a^n} = \begin{cases} a^{m-n}, \text{ যখন } m > n. \\ \frac{1}{a^{n-m}}, \text{ যখন } n > m \end{cases}$$
- **সূত্র ৪:** $a \in \mathbb{R}$ এবং $m, n \in \mathbb{N}$ হলে, $(a^m)^n = a^{mn}$
- **সূত্র ৫:** $a, b, \in \mathbb{R}$ এবং $n \in \mathbb{N}$ হলে, $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$
- **সূত্র ৬:** $a \neq 0, b \neq 0$ এবং $m, n \in \mathbb{Z}$ হলে,
  (i) $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ (ii) $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ (iii) $(a^m)^n = a^{mn}$
  (iv) $(ab)^n = a^n \cdot b^n$ (v) $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$
- **সূত্র ৭:** $a > 0$ হলে, $\sqrt[n]{a} > 0$
- **সূত্র ৮:** $a<0$ এবং $n \in \mathbb{N}, n > 1$, n বিজোড় হলে, $\sqrt[n]{a} = -\sqrt[n]{|a|}$
- **সূত্র ৯:** $a > 0$, $m \in \mathbb{Z}$ এবং $n \in \mathbb{N}$, $n > 1$ হলে, $\left(\sqrt[n]{a}\right)^m = \sqrt[n]{a^m}$
- **সূত্র ১০:** যদি $a > 0$ এবং $\frac{m}{n} = \frac{p}{q}$ হয়, যেখানে $m, p \in \mathbb{Z}$, $n, q \in \mathbb{N}$, $n > 1, q > 1$, তবে $\sqrt[n]{a^m} = \sqrt[q]{a^p}$.
- যদি $a^x = 1$ হয়, যেখানে $a > 0$ এবং $a \neq 1$ তাহলে $x = 0$
- যদি $a^x = 1$ হয়, যেখানে $a > 0$ এবং $x \neq 0$ তাহলে $a = 1$
- যদি $a^x = a^y$ হয়, যেখানে $a > 0$ এবং $a \neq 1$ তাহলে $x = y$
- যদি $a^x = b^x$ হয়, যেখানে $\frac{a}{b} > 0$ এবং $x \neq 0$ তাহলে $a = b$

এখানে অধ্যায়টির অনুশীলনী, বহুনির্বাচনি ও সৃজনশীল প্রশ্নগুলো বিশ্লেষণ করে স্টার মার্কসহ সাজেশন দেওয়া হয়েছে। পরীক্ষার আগে অবশ্যই এ অঙ্কগুলো সমাধান করবে। তাহলে পরীক্ষায় যেকোনো অঙ্কের সমাধান সহজেই করতে পারবে।

সাজেশন | বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

	প্রশ্ন নম্বর
★★★	৩, ৫, ১০, ১১, ১৩, ২০, ২১, ২৪, ২৬, ২৮, ৩২, ৩৮, ৪১, ৫০, ৫১, ৫২, ৫৩, ৫৫, ৫৯, ৬০, ৬৪, ৬৬, ৭০, ৭৬, ৭৭, ৭৮, ৮২, ৮৩, ৮৪
★★	৬, ৭, ১২, ১৫, ২৫, ২৭, ৩০, ৩৩, ৪০, ৪৩, ৪৬, ৪৭, ৪৮, ৪৯, ৫৪, ৫৮, ৬১, ৬২, ৬৫, ৬৮, ৭২, ৭৯, ৮০, ৮১

সাজেশন | সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

	প্রশ্ন নম্বর
★★★	৩, ৬, ৭, ১০, ১২, ১৩, ১৪
★★	২, ৪, ৫, ৮, ১১

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

শ্রেণির কাজ পৃষ্ঠা নং ৫৫০

সূচকীয় ও লগারিদমীয় ফাংশন

অনুশীলনী-৯.২

অনুশীলনীটি পড়ে যা জানতে পারবে—

১. লগারিদমের বিভিন্ন সূত্রের প্রমাণ ও প্রয়োগ।
২. লগারিদমের ভিত্তি পরিবর্তনের নিয়ম।
৩. সূচকীয়, লগারিদমীয় ও পরমমান ফাংশনের ধারণার ব্যাখ্যা এবং এ সংক্রান্ত গাণিতিক সমস্যার সমাধান।
৪. ফাংশনের লেখচিত্র অঙ্কন।
৫. বিভিন্ন প্রকার ফাংশনকে লেখচিত্রের সাহায্যে উপস্থাপন।
৬. ক্যালকুলেটরের সাহায্যে লগ ও প্রতিলগ নির্ণয়।

PRACTICE

১৭টি অনুশীলনীর প্রশ্ন।
৭৯টি বহুনির্বাচনি প্রশ্ন ■ ৩৯টি সাধারণ বহুনির্বাচনি ■ ১৭টি বহুপদী সমাপ্তিসূচক ■ ২৩টি অভিন্ন তথ্যভিত্তিক
৩৭টি সৃজনশীল প্রশ্ন ■ ৩টি অনুশীলনী ■ ১৫টি শ্রেণির কাজ ■ ১৪টি মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত ■ ৫টি প্রশ্নব্যাংক

অনুশীলনীর সৃজনশীল বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

১. $\left\{\left(x^{\frac{1}{a}}\right)^{\frac{a^2-b^2}{a+b}}\right\}^{\frac{a}{a-b}}$ এর সরলমান কোনটি?

ক 0 খ 1
গ a ঘ x **ঘ**

ব্যাখ্যা: $\left\{\left(x^{\frac{1}{a}}\right)^{\frac{a^2-b^2}{a+b}}\right\}^{\frac{a}{a-b}} = \left(x^{\frac{1}{a}}\right)^{\frac{a^2-b^2}{a+b}\times\frac{a}{a-b}}$

$= \left(x^{\frac{1}{a}}\right)^{\frac{(a+b)(a-b)}{a+b}\times\frac{a}{a-b}} = \left(x^{\frac{1}{a}}\right)^{a} = x$

২. যদি a, b, p > 0 এবং a ≠ 1, b ≠ 1 হয়, তবে

i. $\log_a P = \log_b P \times \log_a b$
ii. $\log_a\sqrt{a} \times \log_b\sqrt{b} \times \log_c\sqrt{c}$ এর মান 2
iii. $x^{\log_a y} = y^{\log_a x}$

উপরের তথ্যের আলোকে নিচের কোনটি সঠিক?

ক i ও ii খ ii ও iii
গ i ও iii ঘ i, ii ও iii **গ**

ব্যাখ্যা: (i) সূত্রানুসারে।

(ii) $\log_a\sqrt{a} \times \log_b\sqrt{b} \times \log_c\sqrt{c} = \log_a a^{\frac{1}{2}} \times \log_b b^{\frac{1}{2}} \times \log_c c^{\frac{1}{2}}$

$= \frac{1}{2}\log_a a \times \frac{1}{2}\log_b b \times \frac{1}{2}\log_c c$

$= \frac{1}{2}\times 1 \times \frac{1}{2}\times 1 \times \frac{1}{2}\times 1 = \frac{1}{8}$

(iii) ধরি, $p = \log_a y$ এবং $q = \log_a x$.

সুতরাং $a^p = y$, $a^q = x$

বা, $(a^p)^q = y^q$

∴ $y^q = a^{pq}$.

এবং $(a^q)^p = x^p$

বা, $x^p = a^{pq}$.

বা, $x^p = y^q$.

∴ $x^{\log_a y} = y^{\log_a x}$

৩-৫ নং প্রশ্নের উত্তর দাও যখন x, y, z ≠ 0 এবং $a^x = b^y = c^z$

৩. কোনটি সঠিক ?

ক $a = b^{\frac{y}{z}}$ খ $a = c^{\frac{z}{y}}$
গ $a = c^{\frac{z}{x}}$ ঘ $a \neq \frac{b^2}{c}$ **গ**

ব্যাখ্যা: $a^x = c^z$ বা, $a = (c^z)^{\frac{1}{x}}$ ∴ $a = c^{\frac{z}{x}}$

৪. নিচের কোনটি ac এর সমান?

ক $b^{\frac{y}{x}}.b^{\frac{y}{z}}$ খ $b^{\frac{y}{x}}.b^{\frac{z}{y}}$
গ $b^{\frac{y}{x}+\frac{z}{y}}$ ঘ $b^{\frac{x}{y}+\frac{y}{z}}$ **ক**

ব্যাখ্যা: $a^x = b^y$

$a = (b^y)^{\frac{1}{x}} = b^{\frac{y}{x}}$

$c^z = b^y$

$c = (b^y)^{\frac{1}{z}} = b^{\frac{y}{z}}$

∴ $ac = b^{\frac{y}{x}}.b^{\frac{y}{z}}$

৫. $b^2 = ac$ হলে নিচের কোনটি সঠিক?

ক $\frac{1}{x}+\frac{1}{z}=\frac{2}{y}$ খ $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{2}{z}$
গ $\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=\frac{2}{x}$ ঘ $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{z}{2}$ **ক**

ব্যাখ্যা: $a^x = b^y$ ∴ $a = b^{\frac{y}{x}}$

আবার, $c^z = b^y$ ∴ $c = b^{\frac{y}{z}}$

এখন, $b^2 = ac = b^{\frac{y}{x}}.b^{\frac{y}{z}} = b^{\frac{y}{x}+\frac{y}{z}}$

বা, $\frac{y}{x}+\frac{y}{z} = 2$ ∴ $\frac{1}{x}+\frac{1}{z}=\frac{2}{y}$

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন-৬. দেখাও যে,

(ক) $\log_k\left(\frac{a^n}{b^n}\right)+\log_k\left(\frac{b^n}{c^n}\right)+\log_k\left(\frac{c^n}{a^n}\right)=0$

সমাধান: বামপক্ষ $=\log_k\left(\frac{a^n}{b^n}\right)+\log_k\left(\frac{b^n}{c^n}\right)+\log_k\left(\frac{c^n}{a^n}\right)$

$=\log_k\frac{a^n}{b^n}\cdot\frac{b^n}{c^n}\cdot\frac{c^n}{a^n}$

$=\log_k 1$

$=0$

= ডানপক্ষ **(দেখানো হলো)**

(খ) $\log_k(ab)\log_k\left(\frac{a}{b}\right)+\log_k(bc)\log_k\left(\frac{b}{c}\right)+\log_k(ca)\log_k\left(\frac{c}{a}\right)=0$

সমাধান: বামপক্ষ

$=\log_k(ab)\log_k\left(\frac{a}{b}\right)+\log_k(bc)\log_k\left(\frac{b}{c}\right)+\log_k(ca)\log_k\left(\frac{c}{a}\right)$

$=(\log_k a+\log_k b)(\log_k a-\log_k b)+(\log_k b+\log_k c)(\log_k b-\log_k c)+(\log_k c+\log_k a)(\log_k c-\log_k a)$

$=(\log_k a)^2-(\log_k b)^2+(\log_k b)^2-(\log_k c)^2+(\log_k c)^2-(\log_k a)^2$

$=0$

= ডানপক্ষ **(দেখানো হলো)**

(গ) $\log_{\sqrt{a}} b\times\log_{\sqrt{b}} c\times\log_{\sqrt{c}} a=8$

সমাধান: বামপক্ষ $=\log_{\sqrt{a}} b\times\log_{\sqrt{b}} c\log_{\sqrt{c}} a$

$=\log_{\sqrt{a}}(\sqrt{b})^2\times\log_{\sqrt{b}}(\sqrt{c})^2\times\log_{\sqrt{c}}(\sqrt{a})^2$

$=2\log_{\sqrt{a}}\sqrt{b}\times 2\log_{\sqrt{b}}\sqrt{c}\times 2\log_{\sqrt{c}}\sqrt{a}$

$[\because \log_a P^r=r\log_a P]$

$=8\log_{\sqrt{a}}\sqrt{b}\times\log_{\sqrt{b}}\sqrt{c}\times\log_{\sqrt{c}}\sqrt{a}$

$=8\log_{\sqrt{a}}\sqrt{b}\times\log_{\sqrt{b}}\sqrt{a}$

$[\because \log_a P=\log_a b\times\log_b P]$

$=8\log_{\sqrt{a}}\sqrt{a}$ $[\because \log_a P=\log_a b\times\log_b P]$

$=8\cdot 1$ $[\because \log_a a=1]$

$=8$

= ডানপক্ষ **(দেখানো হলো)**

(ঘ) $\log_a\log_a\log_a\left(a^{a^{a^b}}\right)=b$

সমাধান: বামপক্ষ $=\log_a\log_a\log_a\left(a^{a^{a^b}}\right)$

$=\log_a\log_a a^{a^b}\log_a a$ $[\because \log_a P^r=r\log_a P]$

$=\log_a\log_a a^{a^b}.1$ $[\because \log_a a^1=1]$

$=\log_a a^b\log_a a$

$=\log_a a^b$ $[\because \log_a a=1]$

$=b\log_a a$

$=b\cdot 1$

$=b$

= ডানপক্ষ **(দেখানো হলো)**

প্রশ্ন-৭. (ক) যদি $\frac{\log_k a}{b-c}=\frac{\log_k b}{c-a}=\frac{\log_k c}{a-b}$ হয়, তবে দেখাও যে, $a^a b^b c^c=1$

সমাধান: ধরি, $\frac{\log_k a}{b-c}=\frac{\log_k b}{c-a}=\frac{\log_k c}{a-b}=m$

$\therefore\ \log_k a=m(b-c)$

বা, $a\log_k a=ma(b-c)$ [উভয়পক্ষকে a দ্বারা গুণ করে]

$\therefore\ \log_k a^a=m(ab-ac)$ ...... (i)

আবার, $\log_k b=m(c-a)$

বা, $b\log_k b=mb(c-a)$ [উভয়পক্ষকে b দ্বারা গুণ করে]

$\therefore\ \log_k b^b=m(bc-ab)$ ...... (ii)

এবং $\log_k c=m(a-b)$

বা, $c\log_k c=mc(a-b)$ [উভয়পক্ষকে c দ্বারা গুণ করে]

$\therefore\ \log_k c^c=m(ac-bc)$ ...... (iii)

এখন, (i), (ii) এবং (iii) যোগ করে পাই,

বা, $\log_k a^a+\log_k b^b+\log_k c^c=m(ab-ca+bc-ab+ca-bc)$

বা, $\log_k a^a b^b c^c=0$

বা, $\log_k a^a b^b c^c=\log_k 1$

$\therefore\ a^a b^b c^c=1$ **(দেখানো হলো)**

(খ) যদি $\frac{\log_k a}{y-z}=\frac{\log_k b}{z-x}=\frac{\log_k c}{x-y}$ হয়, তবে দেখাও যে,

(১) $a^{y+z}b^{z+x}c^{x+y}=1$

(২) $a^{y^2+yz+z^2}.b^{z^2+zx+x^2}.c^{x^2+xy+y^2}=1$

সমাধান: (১) ধরি, $\frac{\log_k a}{y-z}=\frac{\log_k b}{z-x}=\frac{\log_k c}{x-y}=m$

তাহলে, $\frac{\log_k a}{y-z}=m$

বা, $\log_k a=m(y-z)$

বা, $(y+z)\log_k a=m(y-z)(y+z)$

[উভয়পক্ষকে (y + z) দ্বারা গুণ করে]

$\therefore\ \log_k a^{y+z}=m(y^2-z^2)$ .... (i)

আবার, $\frac{\log_k b}{z-x}=m$

বা, $\log_k b=m(z-x)$

বা, $(z+x)\log_k b=m(z+x)(z-x)$

[উভয়পক্ষকে (z + x) দ্বারা গুণ করে]

$\log_k b^{z+x}=m(z^2-x^2)$ .... (ii)

এবং $\frac{\log_k c}{x-y}=m$

বা, $\log_k c=m(x-y)$

বা, $(x+y)\log_k c=m(x+y)(x-y)$

[উভয়পক্ষকে (x + y) দ্বারা গুণ করে]

$\therefore\ \log_k c^{x+y}=m(x^2-y^2)$ .... (iii)

এখন, (i), (ii) ও (iii) যোগ করে পাই,

$\therefore\ \log_k a^{y+z}+\log_k b^{z+x}+\log_k c^{x+y}=m(y^2-z^2+z^2-x^2+x^2-y^2)$

বা, $\log_k a^{y+z}b^{z+x}c^{x+y}=0=\log_k 1$

$\therefore\ a^{y+z}b^{z+x}c^{x+y}=1$ **(দেখানো হলো)**

(২) ধরি $\frac{\log_k a}{y-z}=\frac{\log_k b}{z-x}=\frac{\log_k c}{x-y}=m$

$\therefore\ \log_k a=m(y-z)$

বা, $(y^2+yz+z^2)\log_k a=m(y-z)(y^2+yz+z^2)$

$\therefore\ \log_k a^{y^2+yz+z^2}=m(y^3-z^3)$ .... (i)

আবার, $\log_k b=m(z-x)$

বা, $(z^2+zx+x^2)\log_k b=m(z-x)(z^2+zx+x^2)$

www.pathagar.com

∴ $\log_k b^{z^2+zx+x^2} = m(z^3 - x^3)$ .... (ii)

এবং $\log_k c = m(x - y)$

বা, $(x^2 + xy + y^2)\log_k c = m(x - y)(x^2 + xy + y^2)$

∴ $\log_k c^{x^2+xy+y^2} = m(x^3 - y^3)$ .... (iii)

এখন, (i), (ii) ও (iii) যোগ করে পাই,

$\log_k a^{y^2+yz+z^2} + \log_k b^{z^2+zx+x^2} + \log_k c^{x^2+xy+y^2}$

$= m(y^3 - z^3) + m(z^3 - x^3) + m(x^3 - y^3)$

বা, $\log_k a^{y^2+yz+z^2} b^{z^2+zx+x^2} c^{x^2+xy+y^2} =$

$m(y^3 - z^3 + z^3 - x^3 + x^3 - y^3)$ [$\because \log_a P^r = r\log_a P$]

বা $\log_k a^{y^2+yz+z^2} b^{z^2+zx+x^2} c^{x^2+xy+y^2} = 0 = \log_k 1$

∴ $a^{y^2+yz+z^2} b^{z^2+zx+x^2} c^{x^2+xy+y^2} = 1$ **(দেখানো হলো)**

(গ) যদি $\frac{\log_k(1+x)}{\log_k x} = 2$ হয়, তবে দেখাও যে, $x = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$

সমাধান: দেওয়া আছে, $\frac{\log_k(1+x)}{\log_k x} = 2$

বা, $\log_k(1 + x) = 2\log_k x$

বা, $\log_k(1 + x) = \log_k x^2$ [$(\log_a P^r = r\log_a P)$]

বা, $1 + x = x^2$

বা, $x^2 - x - 1 = 0$

বা, $4x^2 - 4x - 4 = 0$ [উভয় পক্ষকে 4 দ্বারা গুণ করে]

বা, $(2x)^2 - 2.2x.1 + 1^2 - 5 = 0$

বা, $(2x - 1)^2 = 5$

বা, $2x - 1 = \sqrt{5}$ [ঋনাত্মক মান বর্জন করে]

বা, $2x = 1 + \sqrt{5}$

বা, $x = \frac{\sqrt{5}+1}{2}$

$x = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ **(দেখানো হলো)**

(ঘ) দেখাও যে, $\log_k \frac{x-\sqrt{x^2-1}}{x+\sqrt{x^2-1}} = 2\log_k\left(x-\sqrt{x^2-1}\right)$

সমাধান: বামপক্ষ $= \log_k \frac{x-\sqrt{x^2-1}}{x+\sqrt{x^2-1}}$

$= \log_k \frac{\left(x-\sqrt{x^2-1}\right)^2}{\left(x+\sqrt{x^2-1}\right)\left(x-\sqrt{x^2-1}\right)}$

[লগের ভিতরের রাশির লব ও হরকে $\left(x-\sqrt{x^2-1}\right)$ দ্বারা গুণ করে]

$= \log_k \frac{\left(x-\sqrt{x^2-1}\right)^2}{x^2-\left(\sqrt{x^2-1}\right)^2}$

$= \log_k \frac{\left(x-\sqrt{x^2-1}\right)^2}{x^2-x^2+1}$

$= \log_k\left(x-\sqrt{x^2-1}\right)^2$

$= 2\log_k\left(x-\sqrt{x^2-1}\right)$ [$\because \log_a P^r = r\log_a P$]

∴ $\log_k \frac{x-\sqrt{x^2-1}}{x+\sqrt{x^2-1}} = 2\log_k\left(x-\sqrt{x^2-1}\right)$ **(দেখানো হলো)**

(ঙ) যদি $a^{3-x}b^{5x} = a^{5+x}b^{3x}$ হয়, তবে দেখাও যে,

$x\log_k\left(\frac{b}{a}\right) = \log_k a$

সমাধান: দেওয়া আছে, $a^{3-x}b^{5x} = a^{5+x}b^{3x}$

বা, $\frac{b^{5x}}{b^{3x}} = \frac{a^{5+x}}{a^{3-x}}$ [উভয়পক্ষকে $a^{3-x}.b^{3x}$ দ্বারা ভাগ করে]

বা, $b^{5x-3x} = a^{5+x-3+x}$

বা, $b^{2x} = a^{2+2x}$

বা, $b^{2x} = a^2 \cdot a^{2x}$

বা, $\frac{b^{2x}}{a^{2x}} = a^2$ [উভয় পক্ষকে a^{2x} দ্বারা ভাগ করে]

বা, $\log_k \frac{b^{2x}}{a^{2x}} = \log_k a^2$ [উভয়পক্ষে $\log_k$ নিয়ে]

বা, $\log_k\left(\frac{b}{a}\right)^{2x} = \log_k a^2$

বা, $2x\log_k\left(\frac{b}{a}\right) = 2\log_k a$

∴ $x\log_k\left(\frac{b}{a}\right) = \log_k a$ **(দেখানো হলো)**

(চ) যদি $xy^{a-1} = p$, $xy^{b-1} = q$, $xy^{c-1} = r$ হয়, তবে দেখাও যে, $(b - c)\log_k p + (c - a)\log_k q + (a - b)\log_k r = 0$

সমাধান: বামপক্ষ $= (b - c)\log_k p + (c - a)\log_k q + (a - b)\log_k r$

$= \log_k p^{b-c} + \log_k q^{c-a} + \log_k r^{a-b}$

$= \log_k(xy^{a-1})^{b-c} + \log_k(xy^{b-1})^{c-a} + \log_k(xy^{c-1})^{a-b}$

$= \log_k x^{b-c} + \log_k y^{ab-ac-b+c} + \log_k x^{c-a} + \log_k y^{bc-ab-c+a} + \log_k x^{a-b} + \log_k y^{ac-bc-a+b}$

$= \log_k x^{b-c} + \log_k x^{c-a} + \log_k x^{a-b} + \log_k y^{ab-ac-b+c} + \log_k y^{bc-ab-c+a} + \log_k y^{ac-bc-a+b}$

$= \log_k(x^{b-c}.x^{c-a}.x^{a-b}) + \log_k(y^{ab-ac-b+c}.y^{bc-ab-c+a}.y^{ac-bc-a+b})$

$= \log_k x^{b-c+c-a+a-b} + \log_k y^{ab-ac-b+c+bc-ab-c+a+ac-bc-a+b}$

$= \log_k x^0 + \log_k y^0$

$= \log_k 1 + \log_k 1$

$= 0 + 0 = 0$

= ডানপক্ষ **(দেখানো হলো)**

(ছ) যদি $\frac{ab\log_k(ab)}{a+b} = \frac{bc\log_k(bc)}{b+c} = \frac{ca\log_k(ca)}{c+a}$ হয়, তবে দেখাও যে, $a^a = b^b = c^c$

সমাধান: ধরি, $\frac{ab\log_k(ab)}{a+b} = \frac{bc\log_k(bc)}{b+c} = \frac{ca\log_k(ca)}{c+a} = m$

∴ $\log_k(ab) = \frac{m(a+b)}{ab}$ .... (i)

আবার $\log_k(bc) = \frac{m(b+c)}{bc}$ .... (ii)

এবং $\log_k(ca) = \frac{m(c+a)}{ca}$ .... (iii)

এখন, (i) নং, (ii) নং ও (iii) নং সমীকরণ যোগ করে পাই,

$\log_k(ab) + \log_k(bc) + \log_k(ca) = \frac{m(a+b)}{ab} + \frac{m(b+c)}{bc} + \frac{m(c+a)}{ca}$

বা, $\log_k(ab \cdot bc \cdot ca) = m\left[\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}+\frac{1}{c}+\frac{1}{a}\right]$

বা, $\log_k(abc)^2 = 2m\left[\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right]$

বা, $2\log_k(abc) = 2m\left[\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right]$

∴ $\log_k(abc) = m\left[\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right]$ .... (iv)

(iv) নং থেকে (i) নং বিয়োগ করে পাই,

$\log_k(abc) - \log_k(ab) = m\left[\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right] - \frac{m(a+b)}{ab}$

$= m\left[\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}-\frac{1}{a}-\frac{1}{b}\right]$

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

বা, $\log_k \frac{abc}{ab} = \frac{m}{c}$

বা, $\log_k c = \frac{m}{c}$

বা, $c \log_k c = m$

বা, $\log_k c^c = m$

$\therefore \quad c^c = k^m \ldots\ldots (v)$

আবার, (iv) নং থেকে (ii) নং বিয়োগ করে পাই,

$\log_k(abc) - \log_k(bc) = m\left[\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right] - \frac{m(b+c)}{bc}$

বা, $\log_k \frac{abc}{bc} = m\left[\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} - \frac{1}{b} - \frac{1}{c}\right]$

বা, $\log_k a = \frac{m}{a}$

বা, $a \log_k a = m$

বা, $\log_k a^a = m$

$\therefore \quad a^a = k^m \ldots\ldots (vi)$

পুনরায়, (iv) নং থেকে (iii) নং বিয়োগ করে পাই,

$\log_k(abc) - \log_k(ca) = m\left[\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right] - \frac{m(c+a)}{ca}$

বা, $\log_k \frac{abc}{ca} = m\left[\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} - \frac{1}{c} - \frac{1}{a}\right]$

বা, $\log_k b = \frac{m}{b}$

বা, $b \log_k b = m$

বা, $\log_k b^b = m$

$\therefore \quad b^b = k^m \ldots\ldots (vii)$

সুতরাং, (v), (vi) ও (vii) নং থেকে লেখা যায়,

$a^a = b^b = c^c = k^m$

$\therefore \quad a^a = b^b = c^c$ **(দেখানো হলো)**

বিকল্প সমাধান:

ধরি, $\frac{ab \log_k ab}{a+b} = \frac{bc \log_k bc}{b+c} = \frac{ca \log_k ca}{c+a} = p$

তাহলে, $\log_k ab = \frac{p(a+b)}{ab}$

বা, $\log_k a + \log_k b = p\left(\frac{1}{b} + \frac{1}{a}\right) \ldots\ldots\ldots (i)$

অনুরূপভাবে, $\log_k b + \log_k c = p\left(\frac{1}{c} + \frac{1}{b}\right) \ldots\ldots\ldots (ii)$

এবং $\log_k c + \log_k a = p\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{c}\right) \ldots\ldots\ldots (iii)$

এখন, (i) + (ii) + (iii) থেকে পাই,

$2(\log_k a + \log_k b + \log_k c) = 2p\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right)$

$\log_k a + \log_k b + \log_k c = p\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right) \ldots\ldots\ldots (iv)$

আবার, (iv) নং থেকে (i) নং বিয়োগ করে পাই,

$\log_k c = p\left(\frac{1}{c}\right)$

বা, $c \log_k c = p$

$\therefore \quad \log_k c^c = p$

(iv) নং থেকে (ii) নং বিয়োগ করে পাই,

$\log_k a = p\left(\frac{1}{a}\right)$

বা, $a \log_k a = p$

$\therefore \quad \log_k a^a = p$

(iv) নং থেকে (iii) নং বিয়োগ করে পাই,

$\log_k b = p\left(\frac{1}{b}\right)$

বা, $b \log_k b = p$

$\therefore \quad \log_k b^b = p$

সুতরাং, $\log_k a^a = \log_k b^b = \log_k c^c$

$\therefore \quad a^a = b^b = c^c$ **(দেখানো হলো)**

(জ) যদি $\frac{x(y+z-x)}{\log_k x} = \frac{y(z+x-y)}{\log_k y} = \frac{z(x+y-z)}{\log_k z}$ হয়, তবে দেখাও যে, $x^y y^x = y^z z^y = z^x x^z$

সমাধান: ধরি, $\frac{x(y+z-x)}{\log_k x} = \frac{y(z+x-y)}{\log_k y} = \frac{z(x+y-z)}{\log_k z} = m$

$\log_k x = \frac{x(y+z-x)}{m}$

আবার, $\log_k y = \frac{y(z+x-y)}{m}$

এবং $\log_k z = \frac{z(x+y-z)}{m}$

এখন, $y \log_k x + x \log_k y = \frac{xy(y+z-x)}{m} + \frac{xy(z+x-y)}{m}$

$= \frac{xy}{m}(y+z-x+z+x-y) = \frac{2xyz}{m}$

বা, $\log_k x^y + \log_k y^x = \frac{2xyz}{m}$

বা, $\log_k x^y y^x = \frac{2xyz}{m}$

$\therefore \quad x^y y^x = k^{\frac{2xyz}{m}} \ldots\ldots\ldots (i)$

আবার, $z \log_k y + y \log_k z = \frac{yz(z+x-y)}{m} + \frac{yz(x+y-z)}{m}$

বা, $\log_k y^z + \log_k z^y = \frac{yz}{m}(z+x-y+x+y-z)$

বা, $\log_k y^z z^y = \frac{2xyz}{m}$

$\therefore \quad y^z z^y = k^{\frac{2xyz}{m}} \ldots\ldots\ldots (ii)$

পুনরায়, $x \log_k z + z \log_k x = \frac{zx(x+y-z)}{m} + \frac{zx(y+z-x)}{m}$

বা, $\log_k z^x + \log_k x^z = \frac{zx}{m}(x+y-z+y+z-x)$

বা, $\log_k z^x x^z = \frac{2xyz}{m}$

$\therefore \quad z^x x^z = k^{\frac{2xyz}{m}} \ldots\ldots\ldots (iii)$

সুতরাং (i), (ii) ও (iii) নং থেকে পাই,

$x^y y^x = y^z z^y = z^x x^z$ **(দেখানো হলো)**

প্রশ্ন-৮. লগ সারণি (মাধ্যমিক বীজগণিত পুস্তক দ্রষ্টব্য) ব্যবহার করে P এর আসন্ন মান নির্ণয় কর যেখানে,

(ক) $P = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ যেখানে $\pi \approx 3.1416$, $g = 981$ এবং $l = 25.5$

(খ) $P = 10000 \times e^{0.05t}$ যেখানে $e = 2.718$ এবং $t = 13.86$

সমাধান:

(ক) $P = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$

বা, $P = 2 \times 3.1416\sqrt{\frac{25.5}{981}}$ যেখানে $\pi = 3.1416$, $l = 25.5$, $g = 981$

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

বা, $\log P = \log 6.2832 + \frac{1}{2}\log 25.5 - \frac{1}{2}\log 981$ [log নিয়ে]

বা, $\log P = 0.79818 + \frac{1}{2}(1.40654 - 2.99167)$ [log সারণি থেকে]

বা, $\log P = 0.7818 - 0.79257$

বা, $\log P = 0.005615$

$\therefore$ $P = \text{antilog } 0.005615$

$\therefore$ $P = 1.01302$ (প্রায়)

উত্তর: 1.01302 (প্রায়)

(খ) $P = 10000 \times e^{0.05t}$ যেখানে $e = 2.718$ এবং $t = 13.86$

$\log P = \log 10000 + \log e^{0.05t}$ [log নিয়ে]

বা, $\log P = 4 + 0.05 \times 13.86 \log 2.718$

বা, $\log P = 4 + 0.693 \times 0.43425$ [log সারণি থেকে]

বা, $\log P = 4 + 0.30093$

বা, $\log P = 4.30093$

$\therefore$ $P = \text{antilog } 4.30093 = 19995.62$ (প্রায়)

উত্তর: 19995.62 (প্রায়)

[পাঠ্য বইয়ে $e = 1.718$ এর স্থলে $e = 2.718$ হবে]

প্রশ্ন-৯. $\ln P \approx 2.3026 \times \log P$ সূত্র ব্যবহার করে $\ln P$ এর আসন্ন মান নির্ণয় কর যখন–

(ক) $P = 10000$, (খ) $P = 0.001\, e^2$ (গ) $P = 10^{100} \times \sqrt{e}$

সমাধান:

(ক) দেওয়া আছে,

$P = 10000$

বা, $\log P = \log 10000$ [উভয় পক্ষে log নিয়ে]

$= \log 10^4$

$= 4 \log 10$

$= 4 \times 1$

$\therefore$ $\log P = 4$

এখন, $\ell n\, P = 2.3026 \times \log P$

$= 2.3026 \times 4$ [মান বসিয়ে]

$= 9.2104$ (প্রায়) (Ans.)

(খ) দেওয়া আছে, $P = 0.001\, e^2$

বা, $\log P = \log (0.001 e^2)$ [উভয় পক্ষে log নিয়ে]

$= \log 0.001 + \log e^2$

$= \log 10^{-3} + 2\log e$

$= -3 \log 10 + 2\log 2.71828$ [$\because e = 2.71828$]

$= -3\times1 + 2\times0.434249452$ [log সরণি থেকে]

$= -3 + 0.868498904$

$\log P = -2.131501096$

$\ell nP = 2.3026 \times \log p$

$= 2.3026 \times (-2.13141162)$ [মান বসিয়ে]

$= -4.90779$ (প্রায়) (Ans.)

(গ) দেওয়া আছে, $P = 10^{100} \times \sqrt{e}$

বা, $\log P\, (10^{100} \times \sqrt{e}\,)$ [উভয় পক্ষে log নিয়ে]

$= \log 10^{100} + \log\sqrt{e}$

$= 100 \log 10 + \frac{1}{2} \log e$

$= 100 \times 1 + \frac{1}{2} \log 2.718$ [$\because e = 2.718$]

$= 100 + \frac{1}{2} \times 0.434249452$ [log সরণি থেকে]

$= 100 + 0.217124726$

$\therefore \log P = 100.217124726$

এখন, $\ell nP = 2.3026 \times \log P$

$= 2.3026 \times 100.21712476$ [মান বসিয়ে]

$= 230.76$ (প্রায়) (Ans.)

প্রশ্ন-১০. লেখচিত্র অঙ্কন কর :

(ক) $y = 3^x$ (খ) $y = -3^x$ (গ) $y = 3^{x+1}$ (ঘ) $y = -3^{x+1}$

(ঙ) $y = 3^{-x+1}$ (চ) $y = 3^{x-1}$

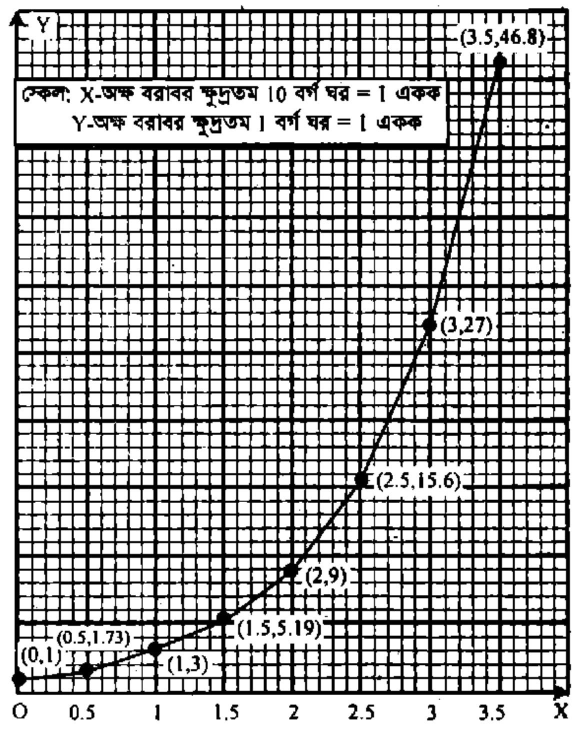
সমাধান :

(ক) ধরি, $y = f(x) = 3^x$

0 থেকে 3.5 এর মধ্যে x এর কয়েকটি মান নিয়ে সংশ্লিষ্ট y এর মান নিম্নের ছকে দেখানো হলো-

x	0	0.5	1	1.5	2	2.5	3	3.5
y	1	1.73	3	5.19	9	15.6	27	46.8

এখন, ছক কাগজে সুবিধামত X অক্ষ XOX′ এবং Y অক্ষ YOY′ আঁকি। X-অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম 10 বর্গ ঘর = 1 একক এবং Y-অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম 1 বর্গ ঘর = 1 এক একক ধরে (x, y) বিন্দুগুলো স্থাপন করি। বিন্দুগুলোকে সহজভাবে বক্ররেখায় যুক্ত করে $y = f(x) = 3^x$ এর লেখ পাওয়া যায়। যা নিম্নে দেখানো হলো।



(খ) ধরি, $y = f(x) = -3^x$

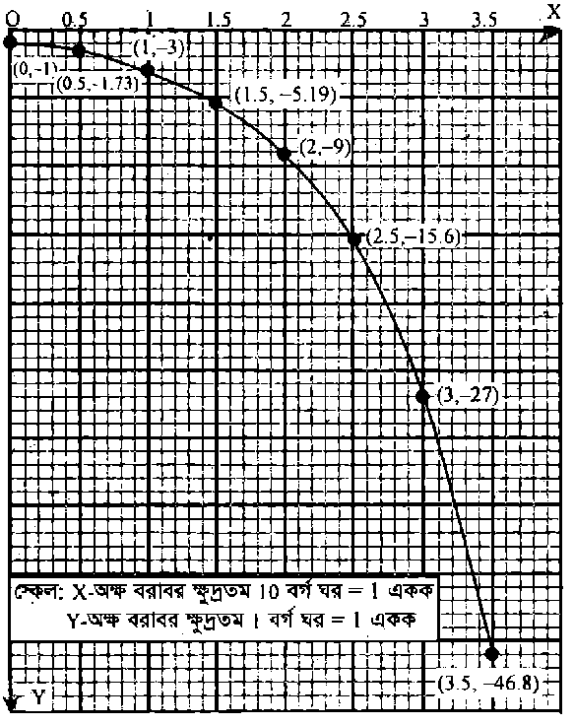
0 থেকে 3.5 এর মধ্যে x এর কয়েকটি মান নিয়ে সংশ্লিষ্ট y এর মান নিম্নের ছকে দেখানো হলো—

x	0	0.5	1	1.5	2	2.5	3	3.5
y	–1	–1.73	–3	–5.19	–9	–15.6	–27	–46.8

এখন, ছক কাগজে সুবিধামত X অক্ষ XOX′ এবং Y অক্ষ YOY′ আঁকি। X-অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম 10 বর্গ ঘর = 1 একক এবং Y-অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম 1 বর্গঘর = 1 এক একক ধরে (x, y) বিন্দুগুলো পাতন করি। বিন্দুগুলোকে সহজভাবে বক্ররেখায় যুক্ত করে $y = f(x) = -3^x$ এর লেখ পাওয়া যায়। যা নিম্নে দেখানো হলো।

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

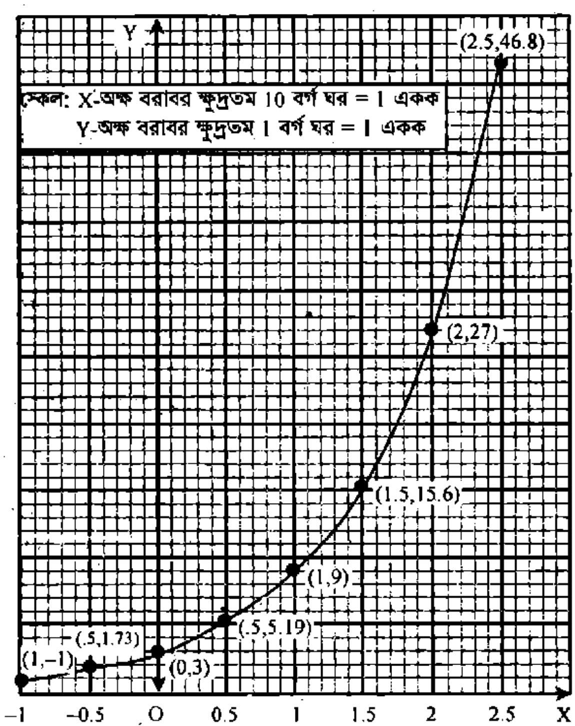


(গ) ধরি, $y = f(x) = 3^{x+1}$

−1 থেকে 3 এর মধ্যে x এর কয়েকটি মান নিয়ে সংশ্লিষ্ট y এর মান নিম্নের ছকে দেখানো হলো—

x	−1	−0.5	0	0.5	1	1.5	2	2.5
y	1	1.73	3	5.19	9	15.6	27	46.8

এখন, ছক কাগজে সুবিধামত X-অক্ষ XOX′ এবং Y অক্ষ YOY′ আঁকি। X-অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম 10 বর্গ ঘর = 1 একক এবং Y-অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম 1 বর্গঘর = 1 এক একক ধরে (x, y) বিন্দুগুলো পাতন করি। বিন্দুগুলোকে সহজভাবে বক্ররেখায় যুক্ত করে $y = f(x) = 3^{x+1}$ এর লেখ পাওয়া যায়। যা নিম্নে দেখানো হলো।



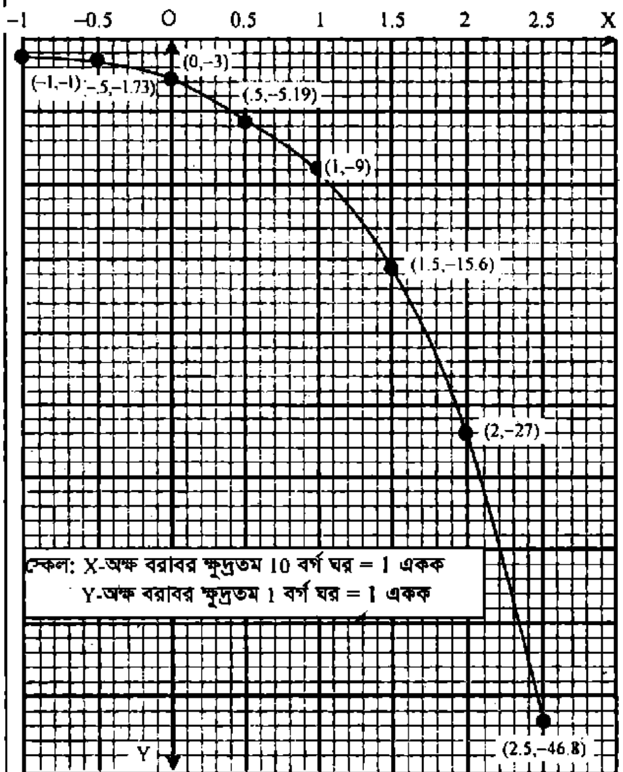
(ঘ) ধরি,

$y = f(x) = -3^{x+1}$

−1 থেকে 2.5 এর মধ্যে x এর কয়েকটি মান নিয়ে সংশ্লিষ্ট y এর মান নিম্নের ছকে দেখানো হলো—

x	−1	−0.5	0	0.5	1	1.5	2	2.5
y	−1	−1.73	−3	−5.19	−9	−15.6	−27	−46.8

এখন, ছক কাগজে সুবিধামত X-অক্ষ XOX′ এবং Y-অক্ষ YOY′ আঁকি। X-অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম 10 বর্গ ঘর = 1 একক এবং Y-অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম 1 বর্গঘর = 1 এক একক ধরে (x, y) বিন্দুগুলো পাতন করি। বিন্দুগুলোকে সহজভাবে বক্ররেখায় যুক্ত করে $y = f(x) = -3^{x+1}$ এর লেখ পাওয়া যায়। যা নিম্নে দেখানো হলো।



(ঙ) ধরি,

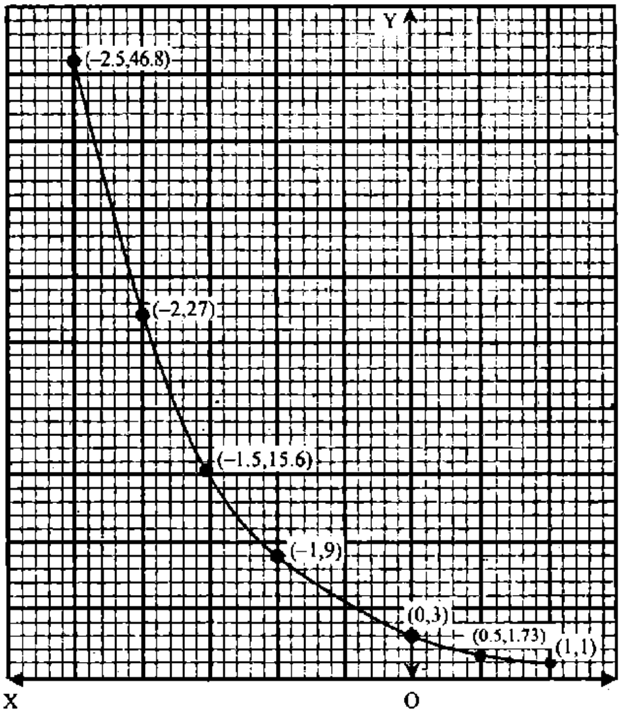
$y = f(x) = 3^{-x+1}$

−2.5 থেকে 1 এর মধ্যে x এর কয়েকটি মান নিয়ে সংশ্লিষ্ট y এর মান নিম্নের ছকে দেখানো হলো—

x	1	0.5	0	−0.5	−1	−1.5	−2	−2.5
y	1	1.73	3	5.19	9	15.6	27	46.8

এখন, ছক কাগজে সুবিধামত X-অক্ষ XOX′ এবং Y-অক্ষ YOY′ আঁকি। X-অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম 10 বর্গ ঘর = 1 একক এবং Y-অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম 1 বর্গ ঘর = 1 এক একক ধরে (x, y) বিন্দুগুলো পাতন করি। বিন্দুগুলোকে সহজভাবে বক্ররেখায় যুক্ত করে $y = f(x) = 3^{-x+1}$ এর লেখ পাওয়া যায়। যা নিম্নে দেখানো হলো।

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

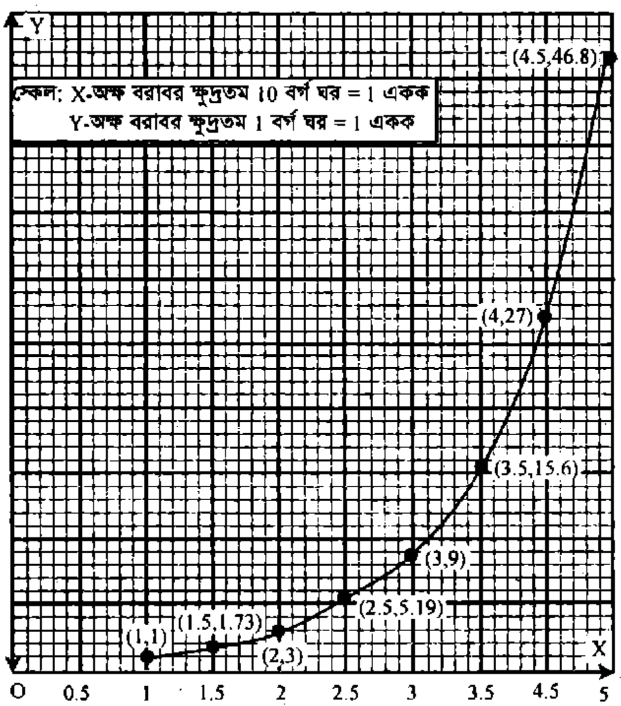


(চ) ধরি, $y = f(x) = 3^{x-1}$

1 থেকে 4.5 এর মধ্যে x এর কয়েকটি মান নিয়ে সংশ্লিষ্ট y এর মান নিম্নের ছকে দেখানো হলো—

x	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4	4.5
y	1	1.73	3	5.19	9	15.6	27	46.8

এখন, ছক কাগজে সুবিধামত X-অক্ষ XOX′ এবং Y-অক্ষ YOY′ আঁকি। X-অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম 10 বর্গ ঘর = 1 একক এবং Y-অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম 1 বর্গঘর = 1 এক একক ধরে (x, y) বিন্দুগুলো পাতন করি। বিন্দুগুলোকে সহজভাবে বক্ররেখায় যুক্ত করে $y = f(x) = 3^{x-1}$ এর লেখ পাওয়া যায়। যা নিম্নে দেখানো হলো।



প্রশ্ন-১১. নিচের ফাংশনের বিপরীত ফাংশন লিখ এবং লেখচিত্র অঙ্কন করে ডোমেন ও রেঞ্জ নির্ণয় কর।

(ক) $y = 1 - 2^{-x}$

সমাধান: ধরি, $y = f(x) = 1 - 2^{-x}$

এখন, $y = 1 - 2^{-x}$

বা, $2^{-x} = 1 - y$

বা, $1 - y = 2^{-x}$

বা, $\log_2(1-y) = -x$

বা, $x = -\log_2(1-y)$

$\therefore \quad x = \log_2\left(\frac{1}{1-y}\right)$

বিপরীত ফাংশন $f^{-1} : y \to x$

যেখানে, $x = \log_2\left(\frac{1}{1-y}\right)$

বা, $f^{-1} : y \to \log_2\left(\frac{1}{1-y}\right)$

y এর পরিবর্তে x স্থাপন করলে পাই,

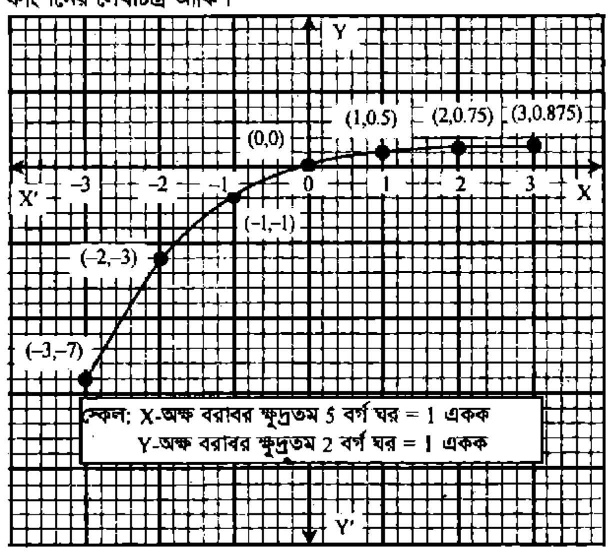
$f^{-1} : x \to \log_2\left(\frac{1}{1-x}\right)$

$\therefore \quad f^{-1}(x) = \log_2\left(\frac{1}{1-x}\right)$

লেখচিত্র অঙ্কনের জন্য x এর কয়েকটি মান নিয়ে y এর মান নির্ণয় করি।

x	–3	–2	–1	0	1	2	3
y	–7	–3	–1	0	0.5	0.75	0.875

প্রাপ্ত বিন্দুগুলো ছক কাগজে বসিয়ে বিন্দুগুলো সংযোগ করে প্রদত্ত ফাংশনের লেখচিত্র আঁকি।



চিত্র থেকে লক্ষ করলে দেখা যায়, যখন $x = 0$ তখন, $y = 1 - 2^0 = 1 - 1 = 0$, কাজেই লেখটি (0, 0) বিন্দুগামী।

আবার, x এর মান যত বৃদ্ধি পায় y এর মান তত 1 এর কাছাকাছি পৌঁছায় কিন্তু 1 হয় না। অর্থাৎ যখন $x \to \infty$ তখন $y \to 1$

আবার, x এর মান ঋণাত্মক দিকে যত বৃদ্ধি পায় y এর মান ততই হ্রাস পেতে থাকে এবং ক্রমান্বয়ে $-\infty$ দিকে ধাবিত হয়। অর্থাৎ যখন $x \to -\infty$ তখন $y \to -\infty$

$\therefore$ ডোমেন $D_f = (-\infty, \infty)$ ও রেঞ্জ $R_f = (1, -\infty)$

[বি: দ্র: পাঠ্যবইয়ের উত্তর ভুল আছে]

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

(খ) $y = \log_{10}x$

সমাধান: মনে করি, $y = f(x) = \log_{10}x$

এখন, $y = \log_{10}x$

$\therefore \quad x = 10^y$

বিপরীত ফাংশন $f^{-1}: y \to x$ যেখানে, $x = 10^y$

বা, $f^{-1}: y \to 10^y$

y এর স্থলে x স্থাপন করলে

$f^{-1}: x \to 10^x$

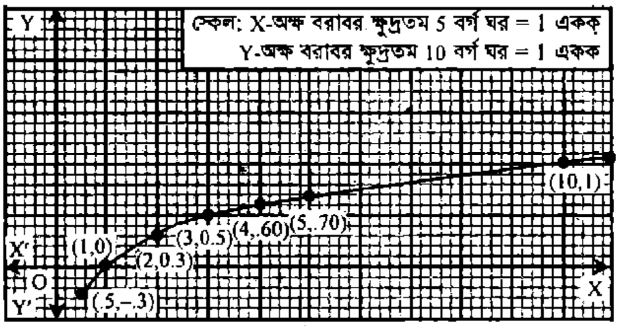
$\therefore \quad f^{-1}(x) = 10^x$

লেখচিত্র অঙ্কন:

লেখচিত্র অঙ্কনের জন্য x এর কয়েকটি মান নিয়ে y এর মান নির্ণয় করি।

x	0.5	1	2	3	4	5	10
y	–0.3	0	0.3	0.5	0.6	0.7	1

প্রাপ্ত বিন্দুগুলো ছক কাগজে বসিয়ে বিন্দুগুলো সংযোগ করে প্রদত্ত ফাংশনের লেখচিত্র আঁকি।



যেহেতু লগারিদম শুধুমাত্র ধনাত্মক বাস্তব সংখ্যার জন্য সংজ্ঞায়িত হয় এবং শূন্যতে (০) অসংজ্ঞায়িত।

$\therefore$ ডোমেন $= (0, \infty)$

লেখচিত্র হতে পাই x যতই শূন্যের (০) কাছাকাছি হয় y ততই হ্রাস পায়, অর্থাৎ $x \to 0,\ y \to -\infty$, x ধনাত্মক দিকে বৃদ্ধি পেলে y ও অসীমের দিকে ধাবিত হয়। অর্থাৎ

$x \to +\infty, y \to +\infty$

$\therefore$ রেঞ্জ $= (-\infty, +\infty)$

অর্থাৎ, ডোমেন $= (0, +\infty)$

রেঞ্জ $= (-\infty, +\infty)$

(গ) $y = x^2, x > 0$

সমাধান: মনে করি, $y = f(x) = x^2, x > 0$

এখন, $y = x^2$

$\therefore \quad x = \pm\sqrt{y}$

কিন্তু $x = \sqrt{y}$ $[\because x > 0]$

বিপরীত ফাংশন, $f^{-1}: y \to x$ যেখানে $x = \sqrt{y}$

বা, $f^{-1}: y \to \sqrt{y}$

y এর স্থলে x স্থাপন করে পাই,

$f^{-1}: x \to \sqrt{x}$

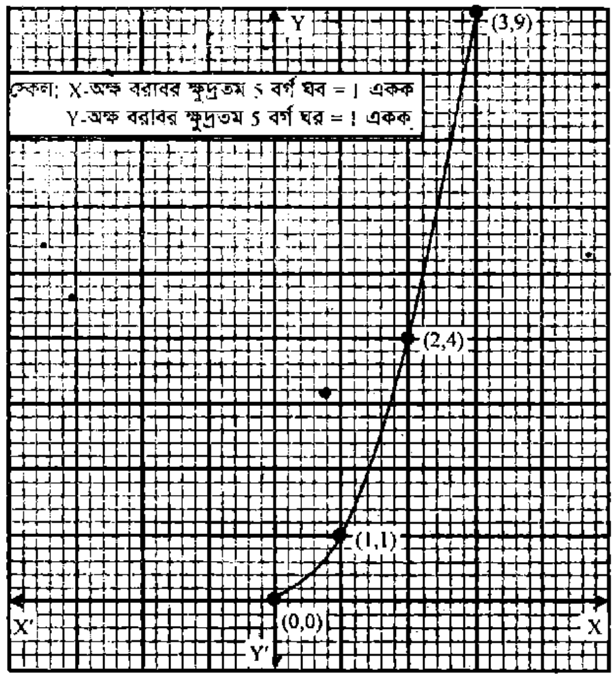
$\therefore \quad f^{-1}(x) = \sqrt{x}$

লেখচিত্র অঙ্কন:

লেখচিত্র অঙ্কনের জন্য x এর কয়েকটি মান নিয়ে y এর মান নির্ণয় করি।

x	0	1	2	3
y	0	1	4	9

প্রাপ্ত বিন্দুগুলো ছক কাগজে বসিয়ে বিন্দুগুলো সংযোগ করে প্রদত্ত ফাংশনের লেখচিত্র আঁকি।



প্রদত্ত তথ্যমতে, $f(x) = x^2, x > 0$, তাহলে শূন্য ব্যতীত সকল বাস্তব মানের জন্য $f(x)$ সংজ্ঞায়িত

$\therefore$ ডোমেন $= (0, +\infty)$

এবং লেখচিত্র হতে পাই রেঞ্জ $= (0, +\infty)$

প্রশ্ন-১২. $f(x) = ln(x-2)$ ফাংশনটির D_f ও R_f নির্ণয় কর:

সমাধান : দেওয়া আছে, $f(x) = ln(x-2)$

যেহেতু লগারিদম শুধুমাত্র ধনাত্মক বাস্তব সংখ্যার জন্য সংজ্ঞায়িত হয়।

$\therefore \quad x - 2 > 0$

$\therefore \quad x > 2$

$\therefore$ ডোমেন $D_f = \{x : x > 2\} = (2, \infty)$

রেঞ্জ : $y = ln(x-2)$ $[\because y = f(x)]$

$\Rightarrow \quad e^y = x - 2$

$\therefore \quad x = e^y + 2$

y এর সকল বাস্তব মানের জন্য x এর মান বাস্তব হয়।

$\therefore$ প্রদত্ত ফাংশনের রেঞ্জ $R_f = \mathbb{R}$

উত্তর : ডোমেন $D_f = (2, \infty)$ ও রেঞ্জ $R_f = \mathbb{R}$.

প্রশ্ন-১৩. $f(x) = ln\dfrac{1-x}{1+x}$ ফাংশনটির ডোমেন এবং রেঞ্জ নির্ণয় কর।

সমাধান: দেওয়া আছে, $f(x) = ln\dfrac{1-x}{1+x}$

যেহেতু লগারিদম শুধুমাত্র ধনাত্মক বাস্তব সংখ্যার জন্য সংজ্ঞায়িত হয়।

$\therefore \quad \dfrac{1-x}{1+x} > 0$ যদি (i) $1 - x > 0$ এবং $1 + x > 0$ হয়

অথবা, (ii) $1 - x < 0$ এবং $1 + x < 0$ হয়।

(i) $-x > -1$ এবং $x > -1$

$\Rightarrow x < 1$ এবং $x > -1$

$\therefore$ ডোমেন $D_f = \{x : -1 < x\} \cap \{x : x < 1\}$

$= (-1, \infty) \cap (-\infty, 1)$

$= (-1, 1)$

(ii) $-x < -1$ এবং $x < -1$

$\Rightarrow x > 1$ এবং $x < -1$

ডোমেন $D_f = \{x : x < -1\} \cap \{x : x > 1\} = \phi$

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

প্রদত্ত ফাংশনের ডোমেন

D_f = (i) ও (ii) এর ক্ষেত্রে প্রাপ্ত ডোমেনের সংযোগ সেট

$= (-1, 1) \cup \varnothing = (-1, 1)$

ধরি, রেঞ্জ : $y = f(x) = ln\frac{1-x}{1+x}$

$\Rightarrow \quad e^y = \frac{1-x}{1+x}$

$\Rightarrow \quad 1 - x = (1 + x)e^y$

$\Rightarrow \quad 1 - x = e^y + xe^y$

$\Rightarrow \quad 1 - e^y = x(1 + e^y)$

$\Rightarrow \quad x = \frac{1-e^y}{1+e^y}$

y এর সকল বাস্তব মানের জন্য x এর মান বাস্তব হয়।

$\therefore$ প্রদত্ত ফাংশনের রেঞ্জ $R_f = \mathbb{R}$

উত্তর : প্রদত্ত ফাংশনের ডোমেন $D_f = (-1, 1)$

প্রদত্ত ফাংশনের রেঞ্জ $R_f = \mathbb{R}$.

প্রশ্ন-১৪. ডোমেন, রেঞ্জ উল্লেখসহ লেখচিত্র অঙ্কন কর।

(ক) $f(x) = |x|$ যখন $-5 \le x \le 5$

সমাধান: দেওয়া আছে, $f(x) = |x|$, যখন, $-5 \le x \le 5$

x এর প্রদত্ত সীমার মধ্যে $f(x)$ সর্বদা সংজ্ঞায়িত।

$\therefore \quad D_f = \{x: -5 \le x \le 5\} = [-5, 5]$

আবার যেহেতু f(x) পরমমান ফাংশন তাই $-5 \le x \le 5$ ব্যবধিতে $f(x)$ এর মান হবে $0 \le f(x) \le 5$.

$\therefore \quad R_f = \{f(x): 0 \le f(x) \le 5\} = [0, 5]$

$\therefore$ ডোমেন $D_f = [-5, 5]$, রেঞ্জ $R_f = [0, 5]$

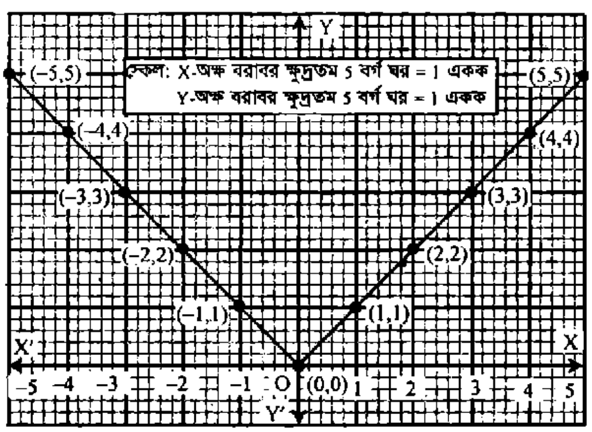
লেখচিত্র অঙ্কন:

ধরি, $y = f(x) = |x|$

-5 থেকে 5 এর মধ্যে x এর কয়েকটি মান নিয়ে সংশ্লিষ্ট y এর মান নিম্নের ছকে দেখানো হলো—

x	−5	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4	5
y	5	4	3	2	1	0	1	2	3	4	5

এখন, ছক কাগজে সুবিধামত X-অক্ষ XOX′ এবং Y-অক্ষ YOY′ আঁকি। X-অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম 5 বর্গঘর = 1 একক এবং Y-অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম 5 বর্গঘর = 1 এক একক ধরে (x, y) বিন্দুগুলো পাতন করি। বিন্দুগুলোকে সহজভাবে বক্ররেখায় যুক্ত করে $y = f(x) = |x|$ এর লেখ পাওয়া যায়। যা নিম্নে দেখানো হলো।



(খ) $f(x) = x + |x|$ যখন $-2 \le x \le 2$

সমাধান: দেওয়া আছে, $f(x) = x + |x|$ যখন, $-2 \le x \le 2$

x এর প্রদত্ত সীমার মধ্যে $f(x)$ সর্বদা সংজ্ঞায়িত।

$\therefore$ ডোমেন $D_f = \{x: -2 \le x \le 2\} = [-2, 2]$

আবার x যখন ঋণাত্মক তখন $f(x) = -x + |-x| = -x + x = 0$

এবং যখন ধনাত্মক $f(x) = x + |x| = 2x$

$\therefore$ f(x) এর রেঞ্জ $R_f = \{f(x): 0 \le f(x) \le 4\} = [0, 4]$

$\therefore$ ডোমেন $D_f = [-2, 2]$, রেঞ্জ $R_f = [0, 4]$

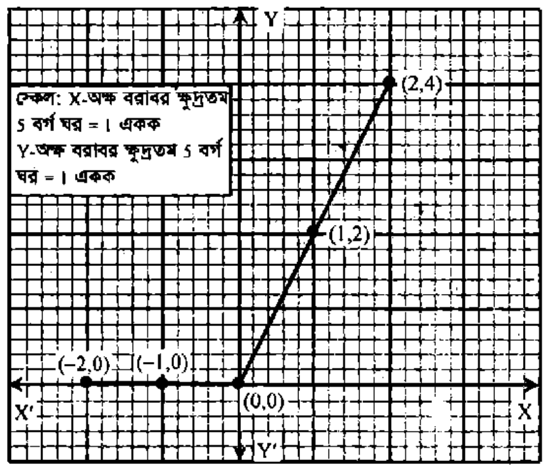
লেখচিত্র অঙ্কন:

ধরি, $y = f(x) = x + |x|$ যখন, $-2 \le x \le 2$

x এর -2 থেকে 2 এর মধ্যে কয়েকটি মান নিয়ে সংশ্লিষ্ট y এর মান নিম্নের ছকে দেখানো হলো—

x	−2	−1	0	1	2
y	0	0	0	2	4

এখন, ছক কাগজে সুবিধামত x-অক্ষ XOX′ এবং y-অক্ষ YOY′ আঁকি। x-অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম 5 বর্গঘর = 1 একক এবং y-অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম 5 বর্গঘর = 1 এক একক ধরে (x, y) বিন্দুগুলো পাতন করি। বিন্দুগুলোকে সহজভাবে বক্ররেখায় যুক্ত করে $y = f(x)$ এর লেখ পাওয়া যায়। যা নিম্নে দেখানো হলো।



(গ) $f(x) = \begin{cases} \frac{|x|}{x} & \text{যখন } x \ne 0 \\ 0 & \text{যখন } x = 0 \end{cases}$

সমাধান: দেওয়া আছে,

$$f(x) = \begin{cases} \frac{|x|}{x} & \text{যখন } x \ne 0 \\ 0 & \text{যখন } x = 0 \end{cases} = \begin{cases} 1 & \text{যখন } x > 0 \\ 0 & \text{যখন } x = 0 \\ -1 & \text{যখন } x < 0 \end{cases}$$

এখানে, $x < 0$ এর জন্য $f(x) = -1$, $x = 0$ এর জন্য $f(x) = 0$

এবং $x > 0$ এর জন্য $f(x) = 1$ অর্থাৎ x এর সকল বাস্তব মানের জন্য প্রদত্ত ফাংশনটি বিদ্যমান অর্থাৎ সংজ্ঞায়িত।

$\therefore$ প্রদত্ত ফাংশনের ডোমেন $D_f = \mathbb{R}$

এবং প্রদত্ত ফাংশনের রেঞ্জ : $R_f = \{-1, 0, 1\}$

লেখচিত্র অঙ্কন :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{|x|}{x} & \text{যখন } x \ne 0 \\ 0 & \text{যখন } x = 0 \end{cases} = \begin{cases} 1 & \text{যখন } x > 0 \\ 0 & \text{যখন } x = 0 \\ -1 & \text{যখন } x < 0 \end{cases}$$

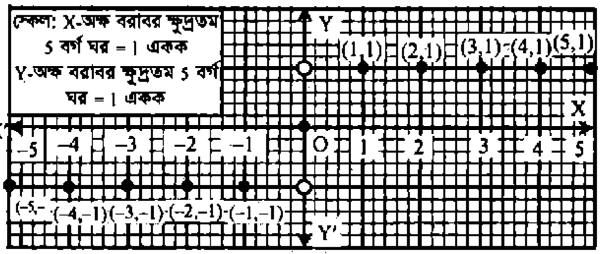
x এর কয়েকটি মান নিয়ে সংশ্লিষ্ট y এর মান নিম্নের ছকে দেখানো হলো—

x	−5	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4	5
y	−1	−1	−1	−1	−1	0	1	1	1	1	1

এখন, ছক কাগজে সুবিধামত x-অক্ষ XOX′ এবং y-অক্ষ YOY′ আঁকি। x-অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম পাঁচ বর্গঘর = 1 একক এবং y-অক্ষ

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

বরাবর ক্ষুদ্রতম পাঁচ বর্গঘর = 1 এক একক ধরে (x, y) বিন্দুগুলো পাতন করি। বিন্দুগুলোকে সহজভাবে বক্ররেখায় যুক্ত করে $y = f(x)$ এর লেখ পাওয়া যায়। যা নিম্নে দেখানো হলো।



[বি: দ্র: পাঠ্যবইয়ে উত্তর ভুল আছে]

(ঘ) $f(x) = \frac{x}{|x|}$

সমাধান:

দেওয়া আছে, $f(x) = \frac{x}{|x|}$

এখানে, $f(0) = \frac{0}{|0|} = \frac{0}{0}$, যা অসংজ্ঞায়িত।

$\therefore$ x = 0 বিন্দুতে প্রদত্ত ফাংশনটি বিদ্যমান নয়। শূন্য ব্যতীত x এর অন্য বাস্তব মানের জন্য প্রদত্ত ফাংশনটি বিদ্যমান।

$\therefore$ ফাংশনের ডোমেন $D_f = \mathbb{R} - \{0\}$

আবার, $f(x) = \frac{x}{|x|} = \begin{cases} \frac{x}{x} \text{ যখন } x > 0 \\ \frac{x}{-x} \text{ যখন } x < 0 \end{cases}$

$= \begin{cases} 1 \text{ যখন } x > 0 \\ -1 \text{ যখন } x < 0 \end{cases}$

$\therefore$ প্রদত্ত ফাংশনের রেঞ্জ $R_f = \{-1, 1\}$

লেখচিত্র অঙ্কন :

ধরি, $y = f(x)$

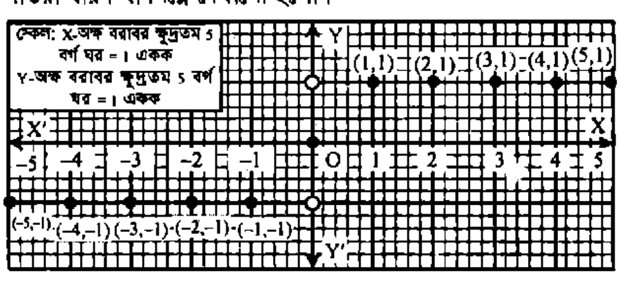
$= \frac{x}{|x|} = \begin{cases} \frac{x}{x} \text{ যখন } x > 0 \\ \frac{x}{-x} \text{ যখন } x < 0 \end{cases}$

$= \begin{cases} 1 \text{ যখন } x > 0 \\ -1 \text{ যখন } x < 0 \end{cases}$

x এর –5 থেকে 5 এর মধ্যে কয়েকটি মান নিয়ে সংশ্লিষ্ট y এর মান নিম্নের ছকে দেখানো হলো—

x	–5	–4	–3	–2	–1	0	1	2	3	4	5
y	–1	–1	–1	–1	–1	0	1	1	1	1	1

এখন, ছক কাগজে সুবিধামত X-অক্ষ XOX' এবং Y অক্ষ YOY' আঁকি। X-অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম 5 বর্গঘর = 1 একক এবং Y-অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম 5 বর্গঘর = 1 এক একক ধরে (x, y) বিন্দুগুলো পাতন করি। বিন্দুগুলোকে সহজভাবে বক্ররেখায় যুক্ত করে y = f(x) এর লেখ পাওয়া যায়। যা নিম্নে দেখানো হলো।



(ঙ) $f(x) = \log\frac{5+x}{5-x}, -5 < x < 5$

সমাধান : ধরি, $y = f(x) = \ell n\frac{5+x}{5-x}$

যেহেতু লগারিদম শুধুমাত্র ধনাত্মক বাস্তব সংখ্যার জন্য সংজ্ঞায়িত হয়।

$\therefore \frac{5+x}{5-x} > 0$ যদি (i) $5 + x > 0$ এবং $5 - x > 0$ হয়

অথবা (ii) $5 + x < 0$ এবং $5 - x < 0$ হয়।

(i) নং হতে পাই, $x > -5$ এবং $-x > -5$

বা, $x > -5$ এবং $x < 5$

$\therefore$ ডোমেন $= \{x : -5 < x\} \cap \{x : x < 5\}$

$= (-5, \infty) \cap (-\infty, 5)$

$= (-5, 5)$

(ii) নং হতে পাই, $x < -5$ এবং $-x < -5$

বা, $x < -5$ এবং $x > 5$

$\therefore$ ডোমেন $= \{x : x < -5\} \cap \{x : x > 5\}$

$= \varnothing$

$\therefore$ প্রদত্ত ফাংশনের ডোমেন

D_f = (i) ও (ii) এ প্রাপ্ত ডোমেনের সংযোগ সেট

$= (-5, 5) \cup \varnothing = (-5, 5)$

রেঞ্জ : $y = f(x) \ \ell n\frac{5+x}{5-x}$

বা, $e^y = \frac{5+x}{5-x}$

বা, $5 + x = 5e^y - xe^y$

বা, $x(1 + e^y) = 5(e^y - 1)$

$\therefore x = \frac{5(e^y - 1)}{e^y + 1}$

y এর সকল বাস্তব মানের জন্য x এর মান বাস্তব হয়।

$\therefore$ প্রদত্ত ফাংশনের রেঞ্জ $R_f = \mathbb{R}$

উত্তর: প্রদত্ত ফাংশনের ডোমেন $D_f = (-5, 5)$, রেঞ্জ $R_f = \mathbb{R}$

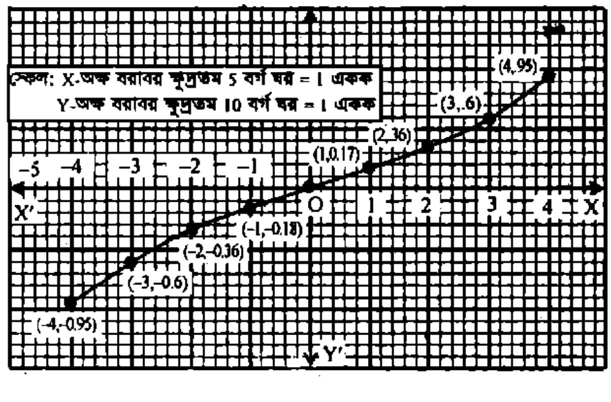
লেখচিত্র অঙ্কন:

$y = f(x) = \log\frac{5+x}{5-x} - 5 < x < 5$

x এর থেকে মধ্যে কয়েকটি মান নিচের সংশ্লিষ্ট y এর মান নিচের ছকে দেখানো হলো–

x	–4.5	–4	–3	–2	–1	0	1	2	3	4	4.5
y	–1.27	–0.95	–0.6	–0.36	–1.8	0	.17	.36	0.6	0.95	1.27

এখন, ছক কাগজে সুবিধামত x-অক্ষ XOX' এবং y অক্ষ YOY' আঁকি। x-অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম 5 বর্গ ঘর = 1 একক এবং y-অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম 10 বর্গ ঘর = 1 এক একক ধরে (x, y) বিন্দুগুলো পাতন করি। বিন্দুগুলোকে সহজভাবে বক্ররেখায় যুক্ত করে $y = f(x)$ এর লেখ পাওয়া যায়। যা নিম্নে দেখানো হলো–



www.bdniyog.com

www.pathagar.com

অনুশীলনীর সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

প্রশ্ন ▶ ১৫ দেওয়া আছে, $2^{2x}.2^{y-1} = 64$ ... ... (i)

এবং $6x.\frac{6^{y-2}}{3} = 72$ ... ... (ii)

ক. (i) ও (ii) কে x ও y চলক বিশিষ্ট সরল সমীকরণে পরিণত কর।

খ. সমীকরণদ্বয় সমাধান করে শুদ্ধতা যাচাই কর।

গ. x ও y মান যদি কোনো চতুর্ভুজের সন্নিহিত বাহুর দৈর্ঘ্য হয় যেখানে বাহুদ্বয়ের অন্তর্ভুক্ত কোণ 90° তবে চতুর্ভুজটি আয়ত না বর্গ উল্লেখ কর এবং এর ক্ষেত্রফল ও কর্ণের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

১৫নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $2^{2x}. 2^{y-1} = 64$ ....(i)

এবং $6^x. \frac{6^{y-2}}{3} = 72$ ....(ii)

(i) নং থেকে পাই,

$2^{2x+y-1} = 2^6$

বা, $2x + y - 1 = 6$ [$a^x = a^y$ হলে $x = y$]

∴ $2x + y - 7 = 0$ .... (iii)

(ii) নং থেকে পাই,

$6^x. 6^{y-2} = 3 \times 72$

বা, $6^{x+y-2} = 3 \times 2 \times 36$

বা, $6^{x+y-2} = 6 \times 6^2$

বা, $6^{x+y-2} = 6^{1+2}$

বা, $6^{x+y-2} = 6^3$

বা, $x + y - 2 = 3$

বা, $x + y - 2 - 3 = 0$

∴ $x + y - 5 = 0$ ....(iv)

∴ (iii) ও (iv) নং সমীকরণদ্বয় (i) ও (ii) নং সমীকরণের x ও y চলকবিশিষ্ট সরল সমীকরণ।

খ 'ক' থেকে প্রাপ্ত সমীকরণদ্বয়

$2x + y - 7 = 0$ .... (iii)

এবং $x + y - 5 = 0$ .... (iv)

(iii) নং থেকে (iv) নং সমীকরণ বিয়োগ করে পাই,

$2x + y - 7 - (x + y - 5) = 0$

বা, $2x + y - 7 - x - y + 5 = 0$

বা, $x - 2 = 0$

∴ $x = 2$

x এর মান (iv) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$2 + y - 5 = 0$

বা, $y - 3 = 0$

∴ $y = 3$

∴ নির্ণেয় সমাধান: $x = 2, y = 3$

(i) নং সমীকরণের বামপক্ষে x ও y এর মান বসিয়ে পাই,

বামপক্ষ $= 2^{2.2} . 2^{3-1} = 2^4 . 2^2 = 16.4 = 64$ = ডানপক্ষ

∴ (i) নং সমীকরণের শুদ্ধতা যাচাই করা হলো।

আবার (ii) নং সমীকরণের বামপক্ষে x ও y এর মান বসিয়ে পাই,

বামপক্ষ $= 6^2 . \frac{6^{3-2}}{3} = 36 . \frac{6}{3} = 72$ = ডানপক্ষ

∴ (ii) নং সমীকরণের শুদ্ধতা যাচাই করা হলো।

∴ সমীকরণদ্বয়ের সমাধান $x = 2, y = 3$ শুদ্ধ।

[বি: দ্র: পাঠ্যবইয়ের প্রশ্নে 6x এর পরিবর্তে 6^x হবে।]

গ ABCD চতুর্ভুজের সন্নিহিত বাহুদ্বয় AB ও BC হলে $x = AB = 2$ এবং $y = BC = 3$

চতুর্ভুজের বাহুদ্বয়ের অন্তর্ভুক্ত কোণ $\angle ABC = 90°$

সুতরাং চতুর্ভুজটি একটি আয়তক্ষেত্র।

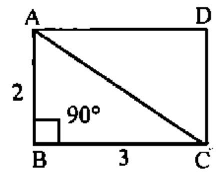
এখন, আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= AB \times BC$

$= 2 \times 3$

$= 6$ বর্গ একক

আবার, ABCD আয়তক্ষেত্রের কর্ণ AC.

পিথাগোরাসের উপপাদ্য থেকে পাই,



$AC^2 = AB^2 + BC^2$

বা, $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{2^2 + 3^2}$ একক

$= \sqrt{4 + 9}$ একক

∴ $AC = \sqrt{13}$ একক

Ans. 6 বর্গ একক; $\sqrt{13}$ একক।

প্রশ্ন ▶ ১৬ দেওয়া আছে, $\frac{\log(1 + x)}{\log x} = 2$

ক. প্রদত্ত সমীকরণটিকে x চলকসংবলিত একটি দ্বিঘাত সমীকরণে পরিণত কর।

খ. প্রাপ্ত সমীকরণটিকে সমাধান কর এবং দেখাও যে, x এর কেবল একটি বীজ সমীকরণটিকে সিদ্ধ করে।

গ. প্রমাণ কর যে, মূলদ্বয়ের প্রতিটির বর্গ তার স্বীয় মান অপেক্ষা 1(এক) বেশি এবং তাদের লেখচিত্র পরস্পর সমান্তরাল।

১৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $\frac{\log(1 + x)}{\log x} = 2$

বা, $2\log x = \log(1 + x)$

বা, $\log x^2 = \log(1 + x)$ [∵ $\log x^n = n\log x$]

বা, $x^2 = 1 + x$ [উভয় পক্ষ থেকে log বাদ দিয়ে]

$x^2 - x - 1 = 0$ এটি x চলক বিশিষ্ট দ্বিঘাত সমীকরণ।

খ 'ক' থেকে প্রাপ্ত সমীকরণ,

$x^2 - x - 1 = 0$

বা, $(x)^2 - 2.x.\frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 - 1 = 0$

বা, $\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4} + 1$

বা, $\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{5}{4}$

বা, $x - \frac{1}{2} = \pm\frac{\sqrt{5}}{2}$ [বর্গমূল করে]

বা, $x = \frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{5}}{2}$

বা, $x = \frac{1}{2}(1 \pm \sqrt{5})$

∴ $x = \frac{1}{2}(1 + \sqrt{5})$ এবং $x = \frac{1}{2}(1 - \sqrt{5})$

∴ নির্ণেয় সমাধান: $x = \frac{1}{2}(1 + \sqrt{5}), \frac{1}{2}(1 - \sqrt{5})$

শুদ্ধি পরীক্ষা:

প্রদত্ত সমীকরণের বামপক্ষে $x = \frac{1}{2}(1 + \sqrt{5})$ বসিয়ে পাই,

বামপক্ষ $= \frac{\log\{1 + \frac{1}{2}(1 + \sqrt{5})\}}{\log\{\frac{1}{2}(1 + \sqrt{5})\}} = \frac{\log\left(\frac{3 + \sqrt{5}}{2}\right)}{\log\left(\frac{1 + \sqrt{5}}{2}\right)}$

= 2 (ক্যালকুলেটর ব্যবহার করে)

= ডানপক্ষ

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

$\therefore x = \frac{1}{2}(1+\sqrt{5})$ প্রদত্ত সমীকরণকে সিদ্ধ করে।

এখন, $x = \frac{1}{2}(1-\sqrt{5})$ প্রদত্ত সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$$\text{বামপক্ষ} = \frac{\log\{1+\frac{1}{2}(1-\sqrt{5})\}}{\log\{\frac{1}{2}(1-\sqrt{5})\}} = \frac{\log\left(\frac{3-\sqrt{5}}{2}\right)}{\log\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)}$$

= অসজ্ঞায়িত কারণ লগারিদম শুধু ধনাত্মক সংখ্যার হয়।

$\therefore x = \frac{1}{2}(1-\sqrt{5})$ প্রদত্ত সমীকরণকে সিদ্ধ করে না।

সুতরাং প্রদত্ত সমীকরণটি কেবল x এর একটি বীজ দ্বারাই সিদ্ধ হয়।

(দেখানো হলো)

গ 'খ' থেকে প্রাপ্ত x এর মান দুইটি হলো,

$\frac{1}{2}(1+\sqrt{5})$ .... (i)

এবং $\frac{1}{2}(1-\sqrt{5})$ .... (ii)

এখন, ১ম মূলটিকে বর্গ করে পাই,

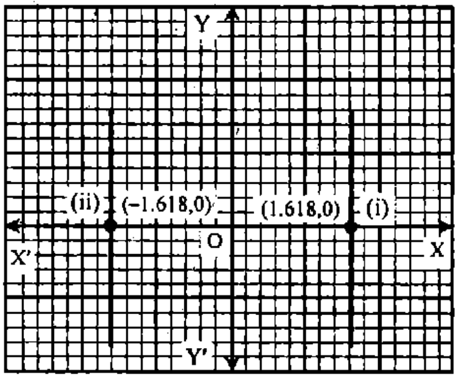
$$\left\{\frac{1}{2}(1+\sqrt{5})\right\}^2$$
$$= \frac{1}{4}(1+2\sqrt{5}+5)$$
$$= \frac{6}{4}+\frac{2}{4}\sqrt{5}$$
$$= \frac{3}{2}+\frac{1}{2}\sqrt{5}$$
$$= 1+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\sqrt{5}$$

$= 1+\frac{1}{2}(1+\sqrt{5})$; যা $\frac{1}{2}(1+\sqrt{5})$ থেকে 1 বেশি।

আবার, ২য় মূলটিকে বর্গ করে পাই,

$$\left\{\frac{1}{2}(1-\sqrt{5})\right\}^2$$
$$= \frac{1}{4}(1-2\sqrt{5}+5)$$
$$= \frac{1}{4}(6-2\sqrt{5})$$
$$= \frac{6}{4}-\frac{2\sqrt{5}}{4}$$
$$= \frac{3}{2}-\frac{\sqrt{5}}{2}$$
$$= 1+\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{5}}{2}$$

$= 1+\frac{1}{2}(1-\sqrt{5})$; যা $\frac{1}{2}(1-\sqrt{5})$ থেকে 1 বেশি। **(প্রমাণিত)**



আবার, (i) নং অর্থাৎ x = 1.618 সমীকরণ হবে y-অক্ষের সমান্তরাল সমীকরণ। যা মূল বিন্দুর ডান দিকে অবস্থিত হবে এবং (ii) নং সমীকরণ x = –1.618 হবে y-অক্ষের সমান্তরাল সমীকরণ যা মূল বিন্দুর বাম দিকে অবস্থিত হবে।

অর্থাৎ (i) ও (ii) নং সমীকরণ পরস্পর সমান্তরাল। **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▶ ১৭ দেওয়া আছে, $y = 2^x$

ক. প্রদত্ত ফাংশনটির ডোমেন এবং রেঞ্জ নির্ণয় কর।

খ. ফাংশনটির লেখচিত্র অঙ্কন কর এবং এর বৈশিষ্ট্যগুলি লিখ।

গ. ফাংশনটির বিপরীত ফাংশন নির্ণয় করে এটি এক-এক কিনা তা নির্ধারণ কর এবং বিপরীত ফাংশনটির লেখচিত্র আঁক।

১৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে $y = 2^x$

ধরি, $y = f(x) = 2^x$

x এর ঋণাত্মক যেকোনো মানের জন্য $f(x)$ এর মান কোনো সময় 0 (শূন্যের) খুবই কাছাকাছি পৌছায়। কিন্তু শূন্য (0) হয় না অর্থাৎ,

$x \to -\infty, y \to 0^+$

একইভাবে, x এর যেকোনো ধনাত্মক মানের জন্য y এর মান ক্রমান্বয়ে ডানদিকে (উপরের) বৃদ্ধি পেতে থাকবে। অর্থাৎ

$-\infty$ দিকে ধাবিত হয়। অর্থাৎ $x \to -\infty, y \to \infty$

সুতরাং ডোমেন (D) = $(-\infty, \infty)$

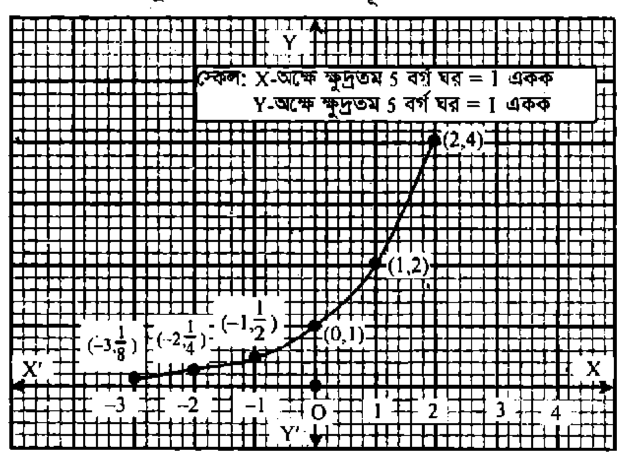
এবং রেঞ্জ (R) = $(0, \infty)$

খ ধরি $f(x) = 2^x$

প্রদত্ত ফাংশনের লেখচিত্র অঙ্কনের জন্য x এর কয়েকটি মানের জন্য y এর মান নিম্নের ছকে দেখানো হলো।

x	–3	–2	–1	0	1	2
y	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4

ছক কাগজে মানগুলো স্থাপন করলে নিম্নরূপ লেখচিত্র পাওয়া যায়–



লেখচিত্রটির বৈশিষ্ট্য:

(i) লেখচিত্রটি (0, 1) বিন্দুগামী।

(ii) x এর যেকোনো মানের জন্য y ধনাত্মক।

(iii) লেখচিত্রটি ক্রমবর্ধমান।

(iv) x এর মান হ্রাস পাওয়ার সাথে সাথে লেখটি x-অক্ষের নিকবর্তী হয়।

(v) লেখচিত্রটি অবিচ্ছিন্ন।

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

গ দেওয়া আছে,

$y = 2^x$

বা, $x = \log_2 y$

আবার, $y = f(x)$ হলে $f^{-1}(y) = x$

$\therefore f^{-1}(y) = \log_2 y$

$\therefore f^{-1}(x) = \log_2 x$

$\therefore y = 2^x$ এর বিপরীত ফাংশন, $f^{-1}(x) = \log_2 x$

মনে করি, $x_1 \in \mathbb{R}, x_2 \in \mathbb{R}$

$f^{-1}(x_1) = f^{-1}(x_2)$

বা, $\log_2 x_1 = \log_2 x_2$

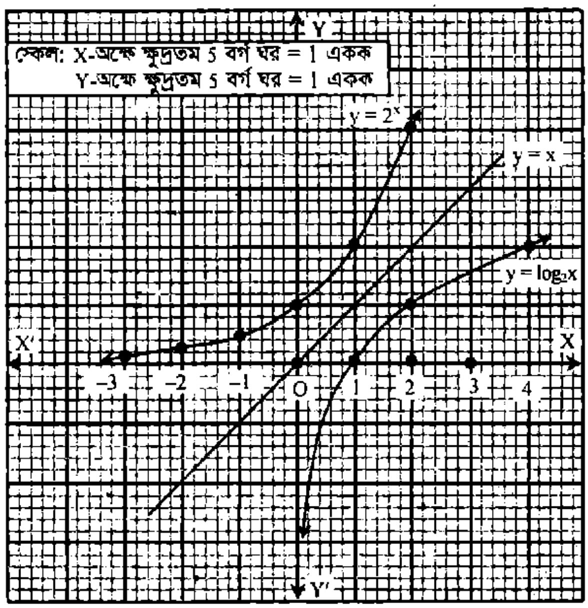
$\therefore x_1 = x_2$

সুতরাং বিপরীত ফাংশনটি এক-এক।

$y = \log_2 x$ লেখচিত্র অঙ্কন:

যেহেতু $\log_2 x$ হলো $y = 2^x$ এর বিপরীত। $y = x$ রেখা সাপেক্ষ সূচক ফাংশনের প্রতিফলন লগারিদমিক ফাংশন নির্ণয় করা হয়েছে যা $y = x$ রেখার সাপেক্ষে সদৃশ।

যখন $x \to -\infty$ তখন $y \to 0$



মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত সৃজনশীল বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

★★★ ৯.৬ লগারিদম | Text পৃষ্ঠা-১৯৪

- যদি $a^x = b$ হয়, যেখানে $a > 0, a \neq 1$, তবে x কে বলা হয় b এর a ভিত্তিক লগারিদম অর্থাৎ $x = \log_a b$
- $x = \log_a b$ হয় তবে $a^x = b$; b কে ভিত্তি a এর প্রতিলগ বলে।
- কোনো ঋণাত্মক সংখ্যার লগারিদম নির্ণয় করা যায় না।
- $a > 0, b > 0$ এবং $a \neq 1$ হলে b এর অন্যন্য a ভিত্তিক লগারিদমকে $\log_a b$ দ্বারা সূচিত করা হয়।

১. $a > 0, a \neq 1$ হলে $a^x = y$ এর ক্ষেত্রে x কে কী বলা হয়? (সহজ)

ⓚ y এর a ভিত্তিক লগারিদম ⓚ a এর y ভিত্তিক লগারিদম

ⓖ a এর 10 ভিত্তিক লগারিদম ⓖ y এর e ভিত্তিক লগারিদম **ক**

২. $a^x = y$ হলে নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ⓚ $a = \log_x y$ ⓚ $y = \log_a x$ ⓖ $x = \log_a y$ ⓖ $x = \log_y a$ **গ**

৩. $\log a = n$ হলে কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ⓚ $a^n = 1$ ⓚ $a = \text{anti} \log n$

ⓖ $a = \text{anti} \log_x n$ ⓖ $n = \text{anti} \log a$ **খ**

৪. কোন সংখ্যাকে লগারিদমের ভিত্তি হিসেবে গণ্য করা হয়?(সহজ)

ⓚ যে কোন মূলদ সংখ্যাকে ⓚ সকল ঋণাত্মক সংখ্যাকে

ⓖ যে কোন ধনাত্মক সংখ্যাকে ⓖ শুধুমাত্র পূর্ণ সংখ্যাকে **গ**

৫. $\log_{64} 256$ এর মান নিচের কোনটি? (কঠিন)

[আই.ই.টি. সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, নারায়ণগঞ্জ]

ⓚ $\frac{3}{2}$ ⓚ $\frac{4}{3}$ ⓖ $\frac{3}{4}$ ⓖ $\frac{2}{3}$ **খ**

ব্যাখ্যা: $\log_{64} 256 = \log_{64}(2)^8 = \log_{64}(2^6)^{\frac{4}{3}} = \frac{4}{3}\log_{64}(64) = \frac{4}{3}$

৬. $\log_2 \frac{1}{\sqrt{2}}$ = কত? (মধ্যম)

ⓚ -1 ⓚ $-\frac{1}{2}$ ⓖ $\frac{1}{2}$ ⓖ 1 **খ**

৭. $\log_{2\sqrt{5}} 400 = x$ হলে x এর মান কত? (মধ্যম)

ⓚ $\frac{1}{4}$ ⓚ 2 ⓖ 3 ⓖ 4 **ঘ**

ব্যাখ্যা: $\log_{2\sqrt{5}} 400 = \log_{2\sqrt{5}}(2\sqrt{5})^4 = 4\log_{2\sqrt{5}} 2\sqrt{5} = 4$

৮. x কে b এর a ভিত্তিক লগারিদম বলা হবে যদি—

i. $a > 0$ হয়।

ii. $a \neq 1$ হয়।

iii. $a^x = b$ হয়।

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ⓚ i ও ii ⓚ i ও iii ⓖ ii ও iii ⓖ i, ii ও iii **ঘ**

৯. $a^x = b$ হলে —

i. $x = \log_a b$

ii. $a = \log_b x$

iii. $b = \text{anti} \log_a x$

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ⓚ i ও ii ⓚ i ও iii ⓖ ii ও iii ⓖ i, ii ও iii **খ**

১০. $a \neq 1$ এবং $b \neq 0$ হলে—

i. $\log_a b = x$ হলে, $a^x = b$

ii. $a^{\log_a b} = b$

iii. $7^{\log_7 9} = 7$

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ⓚ i ও ii ⓚ i ও iii ⓖ ii ও iii ⓖ i, ii ও iii **ক**

নিচের তথ্যের আলোকে (১১-১৩) নং প্রশ্নের উত্তর দাও।

$a^x = 16, a > 0$ এবং $a \neq 1$

১১. $a = 2$ হলে x এর মান কত?(সহজ)

ⓚ $\frac{1}{2}$ ⓚ 2 ⓖ 4 ⓖ 6 **গ**

ব্যাখ্যা: $2^x = 16$ বা, $2^x = 2^4 \therefore x = 4$

১২. x এর লগারিদমিক ফাংশন কোনটি?(মধ্যম)

ⓚ $x = \log_2 16$ ⓚ $x = \log_{16} 2$

ⓖ ${}_x\log = \log_{-2} 16$ ⓖ $16x = \log 2$ **ক**

১৩. 16 = কোনটি?(মধ্যম)

ⓚ anti $\log_2 4$ ⓚ anti $\log_4 2$

ⓖ $\log_4 2$ ⓖ $\log_2 4$ **ক**

★★★ ৯.৭ লগারিদমের সূত্রাবলী | Text পৃষ্ঠা-১৯৫

- যদি $x > 0, y > 0$ এবং $a \neq 1$ তখন $x = y$; যদি এবং কেবল যদি $\log_a x = \log_a y$
- যদি $a > 1, x > 1$ হয় তবে $\log_a x > 0$
- যদি $0 < a < 1$ এবং $0 < x < 1$ হয়, তবে $\log_a x < 0$
- $f(x) = a^x$; x এর সকল মানের জন্য সংজ্ঞায়িত যেখানে $a > 0$ এবং $a \neq 1$.
- $f(x) = e^x$; x এর সকল মানের জন্য সংজ্ঞায়িত।
- $f(x) = \ln x$; শুধু $x > 0$ এর জন্য সংজ্ঞায়িত।

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

১৪. $x = 2\sqrt{5}$ হলে নিম্নের কোনটি সঠিক? (কঠিন)

ক $\log_x 400 = \frac{1}{4}$ খ $\log_{400} x = 4$
গ $\log_{400} x = \frac{1}{4}$ ঘ $\log_x 400 = x$ — গ

ব্যাখ্যা: $\log_{400} 2\sqrt{5} = \log_{400}(400)^{\frac{1}{4}} = \frac{1}{4}\log_{400} 400$
$= \frac{1}{4} \times 1 = \frac{1}{4}$

১৫. log 3.2 এর মান নিচের কোনটি? (মধ্যম)

ক log2 − log3 + log5 খ 2log5 − log2
গ 4log2 − log5 ঘ log32 − log5 — গ

ব্যাখ্যা: $\log \frac{32}{10} = \log \frac{16}{5} = \log 16 - \log 5 = \log 2^4 - \log 5$
$= 4\log 2 - \log 5$

১৬. $\log_p \log_p \log_p (p^{p^q})$ = কত? (মধ্যম)

ক q খ p^q গ $q\log_p$ ঘ 1 — ক

ব্যাখ্যা: $\log_p \log_p (p^{p^q})\ \log_p{}^p = \log_p{}^{p^q} . \log_p{}^p.1$
$= q \log_p{}^p.1.1 = q.1.1.1 = q$

১৭. $\log_2 5 + \log_2 7 + \log_2 3$ = কত? (সহজ)

ক $\log_2 105$ খ $\log_2 150$
গ $\log_{105} 2$ ঘ 0 — ক

ব্যাখ্যা: $\log_2(5 \times 7 \times 3) = \log_2 105$

১৮. $\log_x x\sqrt{x}\ \sqrt[3]{x}$ = কত? (মধ্যম)

ক $\frac{4}{6}$ খ $\frac{5}{6}$ গ $\frac{3}{2}$ ঘ $\frac{11}{6}$ — ঘ

ব্যাখ্যা: $\log_x x. x^{\frac{1}{2}}. x^{\frac{1}{3}} = \log_x x^{1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}} = \frac{11}{6}\log_x x = \frac{11}{6}$

১৯. $\log_a p \times \log_p q \times \log_q r \times \log_r b$ = কত? (মধ্যম,)

ক $\log_a r$ খ $\log_p b$ গ $\log_a b$ ঘ $\log_r b$ — গ

ব্যাখ্যা: $(\log_p q \times \log_a p) \times (\log_r b \times \log_q r)$
$= \log_a q \times \log_q b = \log_a b$

২০. $\log_{\sqrt{a}} b \times \log_{\sqrt{b}} c \times \log_{\sqrt{c}} a$ = কত? (কঠিন)

ক 4 খ $\log_{\sqrt{a}} \sqrt{c}$
গ $\log_{\sqrt{a}} \sqrt{b}$ ঘ 8 — ঘ

ব্যাখ্যা: $\log_{\sqrt{a}}\sqrt{(b)}^2 \times \log_{\sqrt{b}}\sqrt{(c)}^2 \times \log_{\sqrt{c}}\sqrt{(a)}^2$
$= 2\log_{\sqrt{a}}\sqrt{b} \times 2\log_{\sqrt{b}}\sqrt{c} \times 2\log_{\sqrt{c}}\sqrt{a}$
$= 8(\log_{\sqrt{a}}\sqrt{b} \times \log_{\sqrt{b}}\sqrt{c} \times \log_{\sqrt{c}}\sqrt{a})$
$= 8 \times \log_{\sqrt{a}}\sqrt{a} = 8 \times 1 = 8$

২১. লগারিদমে —

i. $\log_2 5 + \log_2 7 + \log_2 3 = \log_2 35$
ii. $\log_5 64 = 6 \log_5 2$
iii. $\frac{1}{3}\log_7 64 = \log_7 4$

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii — গ

২২. $a > 0, a \neq 1$ হলে—

i. $\log_a a = 1$।
ii. $\left(\frac{a^m}{a^n}\right)^1 = \left(\frac{a^n}{a^m}\right)^1$।
iii. $\log_a 1 = 0$।

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii — খ

২৩. a, b > 0 এবং a ≠ b হলে—

i. $(a^p)^{qr} = a$ হলে, pqr = 1
ii. $(a^{xy})(a^{xy})^{z^2} = a^2$ হলে xyz = 1
iii. $\log_k\left(\frac{a^n}{b^n}\right) + \log_k\left(\frac{b^n}{c^n}\right) + \log_k\left(\frac{c^n}{a^n}\right) = 0$

নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)

ক i ও ii খ i ও iii
গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii — খ

ব্যাখ্যা: (i) $a^{pqr} = a^1$ বা, pqr = 1
(ii) $a^{xy}.a^{xyz^2} = a^2$
বা, $a^{xy+xyz^2} = a^2$
বা, $xy + xyz^2 = 2$
(iii) $\log_k\left(\frac{a^n}{b^n} \times \frac{b^n}{c^n} \times \frac{c^n}{a^n}\right) = \log_k 1 = 0$

২৪. $y = \log_{10} x$ —

i. $x \to \infty$ হলে $y \to \infty$।
ii. এটি (1, 0) বিন্দুগামী সরলরেখা।
iii. $10^y = x$ এর বিপরীত ফাংশন।

নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii — খ

নিচের তথ্যের আলোকে (২৫-২৭) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:
$P = \log_a(bc)$, $q = \log_b(ca)$, $r = \log_c(ab)$

২৫. 1 + q = কত? (মধ্যম)

ক $\log_a(abc)$ খ $\log_b(abc)$ গ $\log_a bc$ ঘ $\log_a \frac{a}{bc}$ — খ

ব্যাখ্যা: $1 + q = 1 + \log_b(ca) = \log_b b + \log_b(ca) = \log_b abc$

২৬. $\frac{1}{1+p} + \frac{1}{1+r}$ = কোনটি? (কঠিন)

ক $\frac{1}{1+q}$ খ 1 + q গ $\frac{q}{1+q}$ ঘ $\frac{(1+q)}{q}$ — গ

ব্যাখ্যা: $1 + p = \log_a(abc)$, $1 + r = \log_c abc$
$\therefore \frac{1}{\log_a(abc)} + \frac{1}{\log_c(abc)} = \log_{abc} a + \log_{abc} c$
$\frac{1}{1+p} + \frac{1}{1+r} = \frac{1}{\log_a abc} + \frac{1}{\log_c abc} = \log_{abc} a + \log_{abc} c$
$= \log_{abc} ac + \log_{abc} b - \log_{abc} b = \log_{abc} abc - \log_{abc} b$
$= 1 - \frac{1}{\log_b abc} = 1 - \frac{1}{1+q} = \frac{1+q-1}{1+q} = \frac{q}{1+q}$

২৭. r = 0 হলে ab = কত? (সহজ)

ক 0 খ 1
গ $\log_a abc$ ঘ $\log_a bc$ — খ

★★★ ৯.৭ সূচকীয়, লগারিদমীয় ও পরমমান ফাংশন | Text পৃষ্ঠা-১৯৯

- $y = f(x) = a^x (a > 1)$ লেখচিত্রে x এর ঋণাত্মক মান ক্রমাগত বাড়ার সাথে সাথে f(x) এর মান ক্রমাগত হ্রাস পায়। অর্থাৎ $x \to -\infty$ হলে $y \to 0$
- $y = f(x) = \text{Log}_a x\ (a > 1)$, y এর সকল মানের জন্য x এর মান ধনাত্মক এবং y এর মানের ক্রমাগত বৃদ্ধির সাথে সাথে x এর মান বৃদ্ধি প্রাপ্ত হয়। অর্থাৎ $x \to \infty$ হলে $y \to \infty$.

২৮. সূচক ফাংশন $f(x) = a^x$ সকল বাস্তব সংখ্যার জন্য সংজ্ঞায়িত, নিচের কোন শর্তে? (মধ্যম)

ক a > 0 এবং a ≠ 1 খ a < 0 এবং a ≠ 1
গ a < 0 এবং a = 1 ঘ a > 0 এবং a = 1 — ক

২৯. $y = 3x^2$ কী ধরনের ফাংশন? (সহজ)

ক লগারিদমিক ফাংশন খ সূচকীয় ফাংশন
গ পরম মান ফাংশন ঘ বিপরীত ফাংশন — খ

৩০. নিচের কোনটি সূচক ফাংশন নির্দেশ করে? (সহজ)

ক e^x খ $\log_x 4$
গ $(1 + x^3)^{\frac{1}{3}}$ ঘ x^{in} — ক

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

৩১. **নিচের কোনটি লগারিদমিক ফাংশন?** (সহজ)

ক 3^x খ e^x গ $\log_3 x$ ঘ 10^x — **গ**

৩২. $y = \ell n \frac{5+x}{5-x}$ **ফাংশনটিতে** $x \to 5$ **হলে, y এর মান কত?** (সহজ)

ক 0 খ ∞ গ 1 ঘ 10 — **খ**

ব্যাখ্যা: $\ell n = \frac{5+5}{5-5} = \ell n \frac{10}{0} = \ell n\, \infty = \infty$

৩৩. $f(x) = x^2 + 1$ **ফাংশনটি** R_f **= কত?** (মধ্যম)

ক $(-2, \infty)$ খ $[-1, 1]$ গ $(1, \infty)$ ঘ $[1, \infty)$ — **ঘ**

৩৪. $f(x) = x^3$ **ফাংশনের ডোমেন {0, 2} হলে রেঞ্জ কত?** (মধ্যম)

ক 0 খ 8 গ {2, 8} ঘ {0, 8} — **ঘ**

ব্যাখ্যা: $f(0) = 0, f(2) = 8$

$\therefore$ ফাংশনটির রেঞ্জ = {0, 8}

৩৫. $f(x) = \log x$ **ফাংশনের ডোমেন কত?** (সহজ)

ক $(0\ \infty)$ খ $[0, \infty]$ গ $(-\infty, \infty)$ ঘ R — **ক**

৩৬. **নিচের কোনটি 10 ভিত্তিক log?** (সহজ)

ক ln k খ log k গ $\log_e k$ ঘ $\ln_e k$ — **খ**

৩৭. $P = 10^{100} \times \sqrt{e}$ **হলে lnP = কত?** (মধ্যম)

ক 115.38 খ 210.54 গ 230.76 ঘ 312.05 — **গ**

৩৮. $x = 5^y$ **এর বিপরীত ফাংশন কোনটি?** (মধ্যম)

ক $x = y \log 5$ খ $y = \log_5 x$

গ $\sqrt[y]{x} = 5$ ঘ $\sqrt[y]{x} = \frac{1}{5}$ — **খ**

৩৯. $y = 1 - 3^{-x}$ **এর বিপরীত ফাংশন কোনটি?** (মধ্যম)

ক $\log_2(1-y)$ খ $\log_3 \frac{1}{1-x}$

গ $1 - 3^x$ ঘ $3^x - 1$ — **খ**

ব্যাখ্যা: $y = \log_2 1 - 3 - x$ বা, $3^{-x} = (1-y)$

বা, $-x = \log_3(1-y)$

বা, $x = -\log_3(1-y)$ বা, $x = \log_3\left(\frac{1}{1-y}\right)$

$\therefore f^{-1} : y \to \log_3\left(\frac{1}{1-y}\right)$ বা, $f^{-1} : x \to \log_3\left(\frac{1}{1-y}\right)$

৪০. **পরমমান ফাংশন** $f(x) = |x|$ **এর ডোমেন কত?** (মধ্যম)

ক R খ ϕ গ {0} ঘ $(0, \infty)$ — **ক**

ব্যাখ্যা: x এর সকল বাস্তব মানের জন্য |x| সংজ্ঞায়িত। সুতরাং ডোমেন বাস্তব সংখ্যার সেট ℝ

৪১. **পরমমান ফাংশন** $f(x) = |x|$ **এর রেঞ্জ কত?** (মধ্যম)

ক $(-\infty, \infty)$ খ $(0, \infty)$ গ $(-\infty, 0)$ ঘ $[0, \infty)$ — **ঘ**

৪২. $f(x) = e^{-\frac{|x|}{3}}$ **; ফাংশনটির ডোমেন কত?** (সহজ)

ক R খ {0} গ $[0, \infty)$ ঘ $R - \{3\}$ — **ক**

৪৩. $f(x) = |x| + x$ **যখন** $-3 \le x \le 3$ **পরম মান ফাংশনটির ডোমেন কত?** (মধ্যম)

ক $(0, \infty)$ খ $[-3, 3]$ গ $(-3, 3)$ ঘ $[0, 6]$ — **খ**

৪৪. **সূচক ফাংশনের ক্ষেত্রে—**

i. সূচক ফাংশন একটি এক-এক ফাংশন।

ii. সূচক ফাংশনের বিপরীত ফাংশন আছে।

iii. $f(x) = a^x$ হলে $f^{-1}(x) = \log_a x$।

নিচের কোনটি সঠিক ? (কঠিন)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii — **ঘ**

ব্যাখ্যা: (iii) $f(x) = a^x = y$ ধরে, $x = f^{-1}(y)$ এবং

$x = \log_a y \therefore f^{-1}(y) = \log_a y$

বা, $f^{-1}(x) = \log_a x$

৪৫. $f(x) = \ln(x - 5)$ **ফাংশনটি—**

i. সূচকীয় ফাংশন।

ii. $x > 5$ জন্য সংজ্ঞায়িত।

iii. রেঞ্জ $R_f = (0, \infty)$

নিচের কোনটি সঠিক ? (কঠিন)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii — **গ**

৪৬. **লগারিদমে —**

i. x এর e ভিত্তিক লগ হচ্ছে ln x

ii. e ভিত্তিক লগ 10 ভিত্তিক লগের 2.303 গুণ সমান

iii. $\sqrt{27}$ এর 10 ভিত্তিক লগ $\log_{10}\sqrt{27}$

নিচের কোনটি সঠিক ? (কঠিন)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii — **ঘ**

৪৭. $y = \log_a x, a > 1$ **হলে—**

i. $D_f = (-\infty, \infty)$।

ii. $y = a^x$ ফাংশনটির বিপরীত ফাংশন।

iii. ফাংশনটি একটি লগারিদমিক ফাংশন

নিচের কোনটি সঠিক ? (কঠিন)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii — **গ**

৪৮. $f(x) = 2^x$ **হলে—**

i. $f(x)$ এর ডোমেন $= (-\infty, \infty)$।

ii. $f(x)$ এর রেঞ্জ $= (0, \infty)$।

iii. $f^{-1}(x) = \log_2 x$।

নিচের কোনটি সঠিক ? (সহজ)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii — **ঘ**

৪৯. $f(x) = x + |x|$ **হলে —**

i. $f(-100) = 0$।

ii. $f(x)$ এর ডোমেন $(-\infty, \infty)$।

iii. $f(x)$ এর রেঞ্জ $(0, \infty)$।

নিচের কোনটি সঠিক ? (কঠিন)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii — **ক**

ব্যাখ্যা: (iii) যেহেতু $|x| = \begin{cases} x ; x > 0 \\ -x ; x < 0 \end{cases}$

$\therefore f(x) = \begin{cases} 2x ; x > 0 \\ 0 ; x < 0 \end{cases}$

সুতরাং $f(x)$ এর রেঞ্জ $[0, \infty)$

নিচের তথ্যের আলোকে (৫০-৫৩) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

$f(x) = 3x^2$ একটি সূচকীয় ফাংশন যেখানে $x \in R$.

৫০. $f^{-1}(3) =$ **কত?** (মধ্যম)

ক 0 খ 1 গ 3 ঘ 9 — **খ**

ব্যাখ্যা: $y = 3x^2$ বা, $x^2 = \frac{y}{3}$ বা, $x = \sqrt{\frac{y}{3}}$

$\therefore f^{-1}(y) = \sqrt{\frac{y}{3}}$ বা, $f^{-1}(x) = \sqrt{\frac{x}{3}}$

$\therefore f^{-1}(3) = 1$

৫১. **উপরোক্ত ফাংশনটির ডোমেন কত?** (সহজ)

ক $[0, \infty]$ খ $[-\infty, 0]$ গ ℕ ঘ R — **ঘ**

৫২. **ফাংশনটির বিপরীত ফাংশনের ডোমেন কত?** (মধ্যম)

ক $[0, \infty)$ খ $(0, \infty]$ গ $[-\infty, \infty]$ ঘ R — **ক**

ব্যাখ্যা: $f^{-1}(x) = \sqrt{\frac{x}{3}}$, $\therefore \frac{x}{3} \ge 0$ বা $x \ge 0$

$\therefore D_{f^{-1}} = (0, \infty)$

৫৩. **ফাংশনটির রেঞ্জ কত?** (মধ্যম)

ক $(-\infty, 0]$ খ $[-\infty, \infty)$ গ R ঘ R_+ — **ঘ**

নিচের তথ্যের আলোকে (৫৪-৫৭) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

$f(x) = |x| + x$ যখন $-5 \le x \le 5$

৫৪. $f(5) =$ **কত?** (সহজ)

ক −5 খ 0 গ 5 ঘ 10 — **ঘ**

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

৫৫. ফাংশনটি কিরূপ?(সহজ)
(ক) সূচকীয় ফাংশন (খ) পরমমান ফাংশন
(গ) লগারিদমীয় ফাংশন (ঘ) বিপরীত ফাংশন **(খ)**

৫৬. ফাংশনটির ডোমেন কত? (মধ্যম)
(ক) $(-5, 0]$ (খ) $[-5, 5]$ (গ) $[5, 0]$ (ঘ) $\mathbb{R}$ **(ঘ)**

৫৭. $f(x)$ এর রেঞ্জ কত?(মধ্যম)
(ক) $(0, 10)$ (খ) $(0, 10]$ (গ) $[0, 10]$ (ঘ) $\mathbb{N}$ **(গ)**

নিচের তথ্যের আলোকে (৫৮-৬০) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:
একটি ফাংশন $f(x) = \frac{x}{|x|}$ দ্বারা সংজ্ঞায়িত এবং $x \in \mathbb{R}$ ।

৫৮. $f(0) =$ কত? (কঠিন)
(ক) 0 (খ) 1 (গ) অনির্ণেয় (ঘ) ∞ **(গ)**

ব্যাখ্যা: $f(0) = \frac{0}{|0|} = \frac{0}{0}$ যা অনির্ণেয় ।

৫৯. $f(x)$ এর ডোমেন কত? (মধ্যম)
(ক) $\mathbb{R}$ (খ) $\varnothing$ (গ) $\mathbb{R} - \{1\}$ (ঘ) $\mathbb{R} - \{0\}$ **(ঘ)**

ব্যাখ্যা: যেহেতু $f(0) = \frac{0}{0}$ অনির্ণেয় সুতরাং ডোমেন $= \mathbb{R} - \{0\}$

৬০. $f(x)$ এর রেঞ্জ কত? (কঠিন)
(ক) $\{1\}$ (খ) $\{-1\}$ (গ) $\{-1, 1\}$ (ঘ) $\varnothing$ **(গ)**

ব্যাখ্যা: $f(x) = \frac{x}{|x|} = \begin{cases} \frac{x}{x} \text{ যখন } x > 0 \\ \frac{x}{-x} \text{ যখন } x < 0 \end{cases} = \begin{cases} 1 \text{ যখন } x > 0 \\ -1 \text{ যখন } x < 0 \end{cases}$

★★★ ৯.৮ ফাংশনের লেখচিত্র | Text পৃষ্ঠা-২০৩

- $y = f(x) = a^x (a > 1)$ লেখচিত্রে x এর ঋণাত্মক মানের জন্য x এর মান ক্রমাগত বাড়ার সাথে সাথে $f(x)$ এর মান ক্রমাগত হ্রাস পাবে। অর্থাৎ $x \to \infty$ হলে $y \to 0$
- $y = f(x) = \log_a x \ (a > 1)$, y এর সকল মানের জন্য x এর মান ধনাত্মক এবং y এর মানের ক্রমাগত বৃদ্ধির সাথে সাথে x এর মান বৃদ্ধি প্রাপ্ত হয়। অর্থাৎ $y \to \infty$.

৬১. $f(x) = \log_e x$ হলে, $f(-0.3) =$ কত? (মধ্যম)
(ক) অসংজ্ঞায়িত (খ) $-\infty$ (গ) 0 (ঘ) ∞ **(ক)**

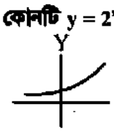
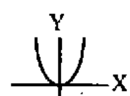
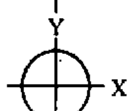
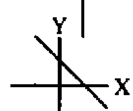
ব্যাখ্যা: ঋণাত্মক বাস্তব সংখ্যার লগারিদম নেই।

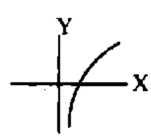
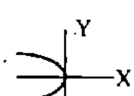
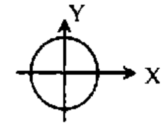
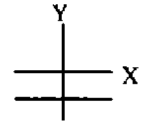
৬২. $f(x) = 2^x$ এর লেখচিত্র $x \to -\infty$ হলে $f(x) \to$ কত? (কঠিন)
(ক) ∞ (খ) -1 (গ) 0 (ঘ) $-\infty$ **(গ)**

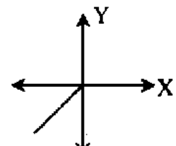
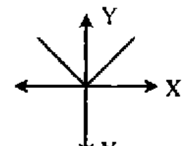
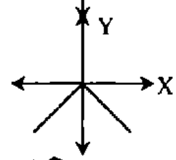
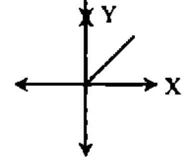
ব্যাখ্যা: $f(-\infty) = 2^{-\infty} = \frac{1}{2^{\infty}} = \frac{1}{\infty} = 0$

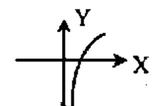
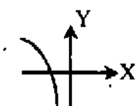
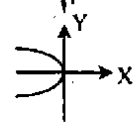
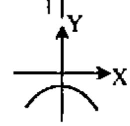
৬৩. $y = \log_a x$, $a > 1$ ফাংশনটির লেখচিত্র x অক্ষকে কোন বিন্দুতে ছেদ করে? (মধ্যম)
(ক) $(0, 1)$ (খ) $(2, 1)$ (গ) $(1, 0)$ (ঘ) $(-1, 0)$ **(গ)**

৬৪. $f(x) = \frac{|x|}{x}$; ফাংশনের রেঞ্জ কত?(সহজ)
(ক) $(-1, 0)$ (খ) $\{-1, 1\}$ (গ) $\{0, 1\}$ (ঘ) $(0, 1)$ **(খ)**

৬৫. নিচের কোনটি $y = 2^x$ এর লেখচিত্র?(সহজ)
(ক) 
(খ) 
(গ) 
(ঘ)  **(ক)**

৬৬. নিচের কোনটি $y = 2^x$ এর বিপরীত ফাংশনের লেখচিত্র?(সহজ)
(ক) 
(খ) 
(গ) 
(ঘ)  **(ক)**

৬৭. $f(x) = |x|$ এর লেখচিত্র কোনটি? (সহজ)
(ক) 
(খ) 
(গ) 
(ঘ)  **(খ)**

৬৮. নিচের কোনটি $\ln x$ এর লেখচিত্র?(সহজ)
(ক) 
(খ) 
(গ) 
(ঘ)  **(ক)**

৬৯. $y = 4^x$ —
i. একটি সূচকীয় ফাংশন।
ii. এর বিপরীত ফাংশন $\log_4 x$।
iii. ফাংশনটির লেখচিত্র $(0, 1)$ বিন্দুগামী।
নিচের কোনটি সঠিক ? (কঠিন)
(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii **(ঘ)**

৭০. $y = e^{-x}$ ফাংশনের —
i. x এর ঋণাত্মক মানের জন্যে y এর মান ক্রমাগত বৃদ্ধি পায়।
ii. লেখচিত্রটি y অক্ষকে $(0, 1)$ বিন্দুতে ছেদ করে।
iii. ফাংশনটির রেঞ্জ $(0, \infty)$
নিচের কোনটি সঠিক ? (কঠিন)
(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii **(ঘ)**

৭১. $y = \ln x$ ফাংশনটি —
i. একটি লগারিদমিক ফাংশন।
ii. এর লেখচিত্র $(1, 0)$ বিন্দুগামী।
iii. $x \to \infty$ হলে $y \to 0$ হবে।
নিচের কোনটি সঠিক ? (কঠিন)
(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii **(ক)**

নিচের তথ্যের আলোকে (৭২-৭৪) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:
$y = 1 - 2^{-x}$ যেখানে $x \in \mathbb{R}$

৭২. $f^{-1}(y) =$ কত?(কঠিন)
(ক) $1 + 2^{-x}$ (খ) $\log_2 \frac{1}{1-y}$
(গ) $\log_{\frac{1}{2}} y$ (ঘ) $\log_2 1 - y$ **(খ)**

ব্যাখ্যা: $y = 1 - 2^{-x}$ বা, $2^{-x} = 1 - y$ বা, $-x = \log_2^{1-y}$
বা, $x = -\log_2^{(1-y)}$
$\therefore x = \log_2 \frac{1}{1-y} \ \therefore f^{-1}(y) = \log_2 \frac{1}{1-y}$

৭৩. ফাংশনটির লেখচিত্র y অক্ষকে কোন বিন্দুতে ছেদ করে?(মধ্যম)
(ক) $(0, 0)$ (খ) $(0, -1)$ (গ) $(1, 0)$ (ঘ) $(0, 1)$ **(ক)**

৭৪. ফাংশনটিতে $x \to \infty$ হলে $y \to$ কত?(মধ্যম)
(ক) $-\infty$ (খ) 0 (গ) 1 (ঘ) ∞ **(গ)**

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

শ্রেণির কাজের ওপর সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

প্রশ্ন ▶ ১ যদি $\frac{\log a}{b-c} = \frac{\log b}{c-a} = \frac{\log c}{a-b}$ হয়, তবে— ◀ কাজ; পৃষ্ঠা-১৯৮

ক. অনুপাতগুলোর মান m ধরে, $\log a^a$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. $a^a.b^b.c^c$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. দেখাও যে, $a^{b^2+bc+c^2}.b^{c^2+ca+a^2}.c^{a^2+ab+b^2} = a^a.b^b.c^c$ ৪

১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক ধরি, $\frac{\log a}{b-c} = \frac{\log b}{c-a} = \frac{\log c}{a-b} = m$

$\therefore \log a = m(b-c)$

বা, $a \log a = ma(b-c)$; [উভয় পক্ষকে a দ্বারা গুণ করে]

$\therefore \log a^a = ma(b-c)$ .... (i)

খ এখন, $\log b = m(c-a)$

বা, $b \log b = mb(c-a)$; [উভয় পক্ষকে b দ্বারা গুণ করে]

$\therefore \log b^b = mb(c-a)$ .... (ii)

এবং $\log c = m(a-b)$

বা, $c \log c = mc(a-b)$; [উভয় পক্ষকে c দ্বারা গুণ করে]

$\therefore \log c^c = mc(a-b)$ .... (iii)

এখন, (i) + (ii) + (iii) থেকে পাই

$\log a^a + \log b^b + \log c^c = m(ab - ac + bc - ab + ac - bc)$

বা, $\log(a^ab^bc^c) = 0$

$\therefore a^ab^bc^c = 1.$

Ans. 1

গ 'ক' থেকে পাই $\log a = m(b-c)$

বা, $(b^2+bc+c^2)\log a = m(b-c)(b^2+bc+ca)$

বা, $\log a^{b^2+bc+c^2} = m(b^3-c^3)$ .... (i)

'খ' থেকে পাই, $\log b = m(c-a)$

বা, $(c^2+ca+a^2)\log b = m(c-a)(c^2+ca+a^2)$

বা, $\log b^{c^2+ca+a^2} = m(c^3-a^3)$ .... (ii)

এবং $\log c = m(a-b)$

বা, $(a^2+ab+b^2)\log c = m(a-b)(a^2+ab+b^2)$

বা, $\log c^{a^2+ab+b^2} = m(a^3-b^3)$ .... (iii)

(i) + (ii) + (iii) হতে পাই,

$\log a^{b^2+bc+c^2} + \log b^{c^2+ca+a^2} + \log c^{a^2+ab+b^2} = m(b^3-c^3) + m(c^3-a^3) + m(a^3-b^3)$

বা, $\log\left(a^{b^2+bc+c^2}.b^{c^2+ca+a^2}.c^{a^2+ab+b^2}\right)$
$= m(b^3-c^3+c^3-a^3+a^3-b^3)$

বা, $\log\left(a^{b^2+bc+c^2}.b^{c^2+ca+a^2}.c^{a^2+ab+b^2}\right) = 0$

বা, $\log\left(a^{b^2+bc+c^2}.b^{c^2+ca+a^2}.c^{a^2+ab+b^2}\right) = \log 1$

বা, $a^{b^2+bc+c^2}.b^{c^2+ca+a^2}.c^{a^2+ab+b^2} = 1$

বা, $a^{b^2+bc+c^2}.b^{c^2+ca+a^2}.c^{a^2+ab+b^2} = a^a.b^b.c^c$ ['খ' হতে]

(দেখানো হলো)

প্রশ্ন ▶ ১ যদি $a^2 - 7ab + b^2 = 0$ হয়, তবে— ◀ কাজ; পৃষ্ঠা-১৯৮

ক. $(a+b)^2$ কত? ২

খ. দেখাও যে, $\log\left(\frac{a+b}{3}\right) = \frac{1}{2}\log(ab) = \frac{1}{2}(\log a + \log b)$ ৪

গ. $a = x$ ও $b = y$ হলে দেখাও যে, $\frac{x}{y} + \frac{y}{x} = 7.$ ৪

২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $a^2 - 7ab + b^2 = 0$

বা, $a^2 + b^2 = 7ab$

বা, $a^2 + 2ab + b^2 = 7ab + 2ab$

বা, $(a+b)^2 = 9ab$

Ans. 9ab

খ 'ক; থেকে পাই, $(a+b)^2 = 9ab$

বা, $\frac{(a+b)^2}{9} = ab$

বা, $\left(\frac{a+b}{3}\right)^2 = ab$

বা, $\log\left(\frac{a+b}{3}\right)^2 = \log(ab)$

বা, $2\log\left(\frac{a+b}{3}\right) = \log(ab)$

$\log\left(\frac{a+b}{3}\right) = \frac{1}{2}\log(ab) = \frac{1}{2}(\log a + \log b)$

$[\because \log(M \times N) = \log M + \log N]$

$\therefore \log\left(\frac{a+b}{3}\right) = \frac{1}{2}\log(ab) = \frac{1}{2}(\log a + \log b)$ **(দেখানো হলো)**

গ দেওয়া আছে,

$a^2 - 7ab + b^2 = 0$

বা, $a^2 + b^2 = 7ab$

বা, $x^2 + y^2 = 7xy$ [a = x ও b = y বসিয়ে]

বা, $\frac{x^2}{xy} + \frac{y^2}{xy} = \frac{7xy}{xy}$

বা, $\frac{x}{y} + \frac{y}{x} = 7$

$\therefore \frac{x}{y} + \frac{y}{x} = 7$ **(দেখানো হলো)**

প্রশ্ন ▶ ৩ যদি $x = 1 + \log_a bc$, $y = 1 + \log_b ca$ এবং $z = 1 + \log_c ab$ হয়, তবে— ◀ কাজ; পৃষ্ঠা-১৯৮

ক. দেখাও যে, $a = (abc)^{\frac{1}{x}}$ ২

খ. প্রমাণ কর যে, $xyz = xy + yz + zx$ ৪

গ. দেখাও যে, $a^{x-3}.b^{y-3}.c^{z-3} = 1$ ৪

৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,

$x = 1 + \log_a bc$

বা, $x = \log_a a + \log_a bc$

বা, $x = \log_a abc$

বা, $a^x = abc$

বা, $a = (abc)^{\frac{1}{x}}$ .... (i)

খ 'ক' হতে পাই, $a = (abc)^{\frac{1}{x}}$ .... (i)

অনুরূপভাবে, $b = (abc)^{\frac{1}{y}}$ .... (ii)

এবং $c = (abc)^{\frac{1}{z}}$ .... (iii)

(i) × (ii) × (iii) থেকে পাই,

$abc = (abc)^{\frac{1}{x}}.(abc)^{\frac{1}{y}}.(abc)^{\frac{1}{z}}$

বা, $(abc)^1 = (abc)^{\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{x}}$

বা, $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 1$

বা, $\frac{yz + zx + xy}{xyz} = 1$

$xyz = zy + yz + zx$ **(প্রমাণিত)**

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

গ দেওয়া আছে, $x = 1 + \log_a bc$

বা $x - 1 = \log_a bc$

বা, $a^{x-1} = bc$ .... (i)

আবার, $y = 1 + \log_b ca$

বা, $y - 1 = \log_b ca$

বা, $b^{y-1} = ca$ .... (ii)

অনুরূপভাবে, $c^{z-1} = ab$ .... (iii)

(i) × (ii) × (iii) হতে পাই,

$a^{x-1}.\ b^{y-1}.\ c^{z-1} = bc.\ ca.\ ab$

বা, $a^{x-1}.\ b^{y-1}.\ c^{z-1} = a^2.b^2.c^2$

বা, $\frac{a^{x-1}}{a^2}.\frac{b^{y-1}}{b^2}.\frac{c^{z-1}}{c^2} = 1$

বা, $a^{x-1-2}.\ b^{y-1-2}.\ c^{z-1-2} = 1$

বা, $a^{x-3}.\ b^{y-3}.\ c^{z-3} = 1$ **(দেখানো হলো)**

প্রশ্ন ▶ ৪ **যদি $2\log_8 A = p$ ও $2\log_2 2A = q$ হয়, তবে−**

◀ কাজ; পৃষ্ঠা-১৯৯

ক. দেখাও যে, $A^2 = 2^{3p}$ ও $A^2 = 2^{q-2}$ ২

খ. $q - p = 4$ হলে, A এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. দেখাও যে, $(Ax)^2 + qx - 3p = 0$ সমীকরণটির বীজ -1 অথবা $\frac{3}{8}$ ৪

৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,

$2\log_8 A = p$

বা, $\log_8 A^2 = p$

বা, $A^2 = 8^p$

$\therefore$ $A^2 = 2^{3p}$ .... (i)

আবার, $2\log_2 2A = q$

বা, $\log_2 (2A)^2 = q$

$(2A)^2 = 2^q$

বা, $A^2 = \frac{2^q}{2^2}$

$A^2 = 2^{q-2}$

$A^2 = 2^{3p}$ ও $A^2 = 2^{q-2}$ **(দেখানো হলো)**

খ 'ক' হতে পাই, $A^2 = 2^{q-2}$................. (ii)

এবং $q - p = 4$

$\therefore$ $q = 4 + p$ .... (iii)

(i) ও (ii) নং হতে পাই,

$2^{3p} = 2^{q-2}$

বা, $3p = q - 2$

বা, $3p = 4 + p - 2$ [(iii) নং হতে পাই]

বা, $2p = 2$

$\therefore$ $p = 1$

$\therefore$ $q = 4 + 1 = 5$ [(iii) নং হতে]

(i) নং এ p এর মান বসাই

$A^2 = 2^{3.1}$

বা, $A^2 = 2^3$

$A = 2^{\frac{3}{2}}$

উত্তর : $A = 2^{\frac{3}{2}}$

গ 'খ' হতে পাই, $A = 2^{\frac{3}{2}}$, $p = 1$ ও $q = 5$.

তাহলে, $(Ax)^2 + qx - 3p = 0$

বা, $\left(2^{\frac{3}{2}}x\right)^2 + 5.x - 3.1 = 0$

বা, $\left(2^{\frac{3}{2}}\right)^2 x^2 + 5x - 3 = 0$

বা, $2^3.\ x^2 + 5x - 3 = 0$

বা, $8x^2 + 5x - 3 = 0$

বা, $8x^2 + 8x - 3x - 3 = 0$

বা, $8x(x + 1) - 3(x + 1) = 0$

বা, $(x + 1)(8x - 3) = 0$

হয়, $x + 1 = 0$ অথবা, $8x - 3 = 0$

$\therefore x = -1$ বা, $8x = 3$

বা, $x = \frac{3}{8}$

$\therefore$ সমীকরণটির বীজ -1 অথবা $\frac{3}{8}$ **(দেখানো হলো)**

প্রশ্ন ▶ ৫ নিচের ছকটি লক্ষ কর:

x	−2	−1	0	1	2
y	$\frac{1}{25}$	$\frac{1}{5}$	1	5	25

◀ কাজ; পৃষ্ঠা-২০০

ক. ছকটির কোন ফাংশন দ্বারা বর্ণনা করা যায়। ২

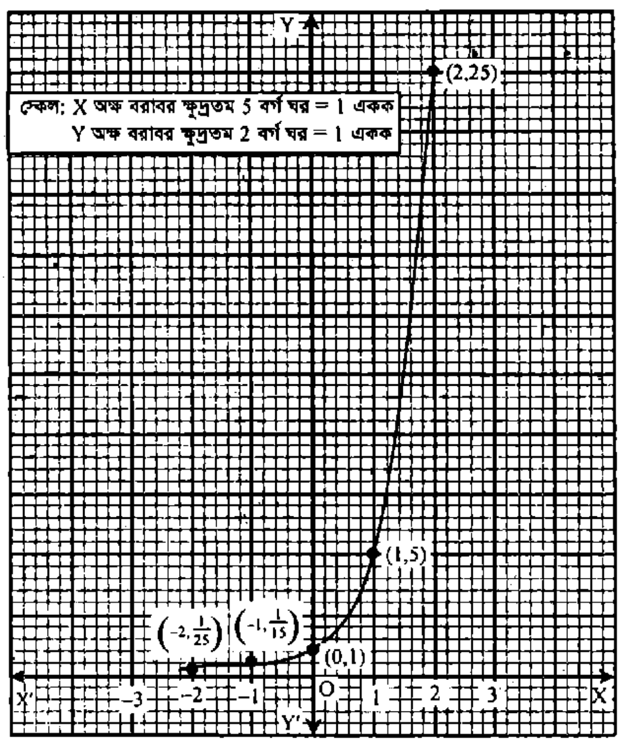
খ. ফাংশনটির লেখচিত্র অঙ্কন কর। ৪

গ. ফাংশনটির প্রকৃতি বর্ণনা কর এবং ডোমেন ও রেঞ্জ নির্ণয় কর। ৪

৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক ছকটিতে বর্ণিত (x, y) ক্রমজোড়ের মানগুলো $y = 5^x$ ফাংশন দ্বারা বর্ণনা করা যায়, যেখানে x-বাস্তব সংখ্যা।

খ ছক কাগজে সুবিধামত x-অক্ষ বরাবর XOX′ এবং y-অক্ষ বরাবর YOY′ আঁকি। x-অক্ষ বরাবর 5 বর্গ ঘর = 1 একক এবং y-অক্ষ বরাবর 2 বর্গঘর = 1 একক বিবেচনা করে (x, y) বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করি। বিন্দুগুলো সহজভাবে বক্ররেখায় যুক্ত করে ফাংশনটি লেখ পাওয়া যায়। যা নিম্নে দেখানো হলো।



www.pathagar.com

গ লেখচিত্র থেকে দেখা যায় যে, যখন $x = 0$
তখন $y = 5^0 = 1$ কাজেই লেখটি (0,1) বিন্দুগামী।
আবার x এর ঋণাত্মক মানের জন্য y এর মান ক্রমান্বয়ে শূন্যের খুবই কাছাকাছি পৌঁছায় কিন্তু 0 হয় না অর্থাৎ $x \to -\infty, y \to 0^+$।
x এর যে কোনো ধনাত্মক মানের জন্য ফাংশনটির মান অসীমের কাছাকাছি অর্থাৎ $x \to \infty, y \to \infty$. আবার, ফাংশনটি $f(x) = a^x$ আকারের যেখানে $a > 0$ এবং $a \neq 0$। সুতরাং $y = 5^x$ একটি সূচকীয় ফাংশন।
সুতরাং ফাংশনটির ডোমেন সকল বাস্তব সংখ্যার সেট অর্থাৎ $(-\infty,\infty)$ এবং ফাংশনটির রেঞ্জ সকল ধনাত্মক বাস্তব সংখ্যার সেট অর্থাৎ $(0, \infty)$।

প্রশ্ন ▶ ৬ $y = 2^{\frac{x}{2}}$ একটি সূচক ফাংশন এবং $-3 \leq x \leq 3$।

◀ কাজ; পৃষ্ঠা-২০০

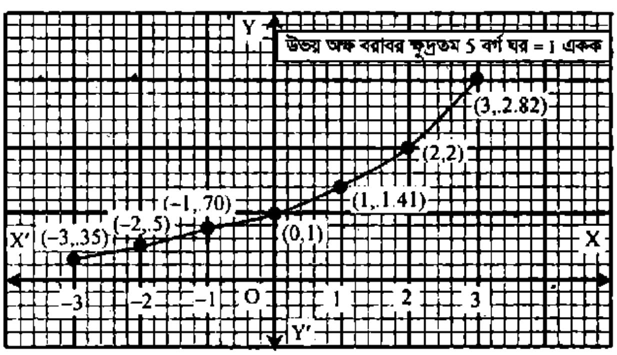
ক. প্রদত্ত ফাংশনের লেখচিত্র অঙ্কনের জন্য x ও y-এর মানের তালিকা প্রস্তুত কর। ২
খ. ফাংশনটির লেখচিত্র অঙ্কন কর। ৪
গ. $x \in R$ এর জন্য ফাংশনটির ডোমেন ও রেঞ্জ নির্ণয় কর। ৪

৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক ধরি, $y = f(x) = 2^{\frac{x}{2}}$
x এর –3 থেকে 3 এর মধ্যে কয়েকটি মান নিয়ে সংশ্লিষ্ট y এর নিম্নের ছকে দেখানো হলো–

x	–3	–2	–1	0	1	2	3
y	0.35	0.5	0.70	1	1.41	2	2.82

খ ক এর প্রাপ্ত বিন্দুগুলো ছক কাগজে সুবিধামত x-অক্ষ XOX′ এবং Y-অক্ষ YOY′ আঁকি। X-অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম 5 বর্গ ঘর = 1 একক এবং Y-অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম 5 বর্গঘর = 1 একক ধরে (x, y) বিন্দুগুলো পাতন করি। বিন্দুগুলোকে সহজভাবে বক্ররেখায় যুক্ত করে $y = f(x)$ এর লেখ পাওয়া যায়।
যা নিম্নে দেখানো হলো–



গ দেওয়া আছে $y = 2^{\frac{x}{2}}$
ধরি, $y = f(x) = 2^{\frac{x}{2}}$
x এর উচ্চতর ঋণাত্মক মানের জন্য $f(x)$ এর মান ক্রমান্বয়ে 0 (শূন্যের) খুবই কাছাকাছি পৌঁছায়। কিন্তু শূন্য (0) হয় না অর্থাৎ,
$x \to -\infty, y \to 0^+$
একইভাবে, x এর ধনাত্মক মানের জন্য y এর মান ক্রমান্বয়ে ডানদিকে (উপরের) বৃদ্ধি পেতে থাকে। অর্থাৎ
∞ দিকে ধাবিত হয়। অর্থাৎ $x \to \infty, y \to \infty$
সুতরাং ডোমেন, $f = (-\infty, \infty)$
এবং রেঞ্জ $f = (0, \infty)$

প্রশ্ন ▶ ৭ $y = 2^{-x}$ একটি ফাংশন যেখানে $-3 \leq x \leq 3$

◀ কাজ; পৃষ্ঠা-২০০

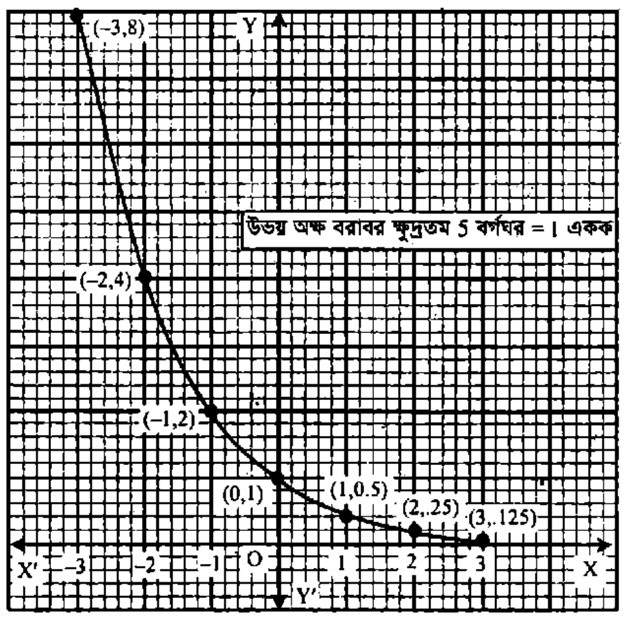
ক. প্রদত্ত সীমার মধ্যে ফাংশনটির কয়েকটি মানের তালিকা প্রস্তুত কর। ২
খ. ফাংশনটির লেখচিত্র অঙ্কন কর। ৪
গ. ফাংশনের ডোমেন ও রেঞ্জ নির্ণয় কর এবং বিপরীত ফাংশনটিও নির্ণয় কর। ৪

৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক ধরি, $y = f(x) = 2^{-x}$
x এর –3 থেকে 3 এর মধ্যে কয়েকটি মান নিয়ে সংশ্লিষ্ট y এর মান নিচের ছকে দেখানো হলো–

x	–3	–2	–1	0	1	2	3
y	8	4	2	1	0.5	0.25	0.125

খ A কাগজে সুবিধামত x-অক্ষ XOX′ এবং y-অক্ষ YOY′ আঁকি। x-অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম 5 বর্গ ঘর = 1 একক এবং y-অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম 5 বর্গঘর = 1 একক ধরে A(x, y) বিন্দুগুলো পাতন করি। বিন্দুগুলোকে সহজভাবে বক্ররেখায় যুক্ত করে $y = f(x)$ এর লেখ পাওয়া যায়।
যা নিম্নে দেখানো হলো–



গ লেখচিত্র থেকে দেখা যায় যে, x এর ধনাত্মক মান বৃদ্ধির জন্য ফাংশনটির মান ক্রমশ: শূন্যের কাছাকাছি পৌঁছায় কিন্তু শূন্য হয় না। $x = 0$ হলে ফাংশনটির মান, $y = 2^{-0} = \frac{1}{2^0} = \frac{1}{1} = 1$ কাজেই ফাংশনটি (0, 1) বিন্দুগামী। আবার, x এর উচ্চতর ঋণাত্মক মানের জন্য ফাংশনটির মান বৃদ্ধি পায়। সুতরাং প্রদত্ত সীমার মধ্যে ফাংশনটির ডোমেন = [– 3, 3] এবং ফাংশনটির রেঞ্জ = $[\frac{1}{8}, 8]$

বিপরীত ফাংশন নির্ণয়:

$y = f(x) = 2^{-x}$
এখন, $y = 2^{-x}$
বা, $\log_2 y = -x$
বা, $x = -\log_2 y$
বা, $x = \log_2 y^{-1}$
$\therefore x = \log_2 \frac{1}{y}$

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

বিপরীত ফাংশন $f^{-1}: y \to x$ যেখানে $x = \log_2 \frac{1}{y}$

বা $f^{-1}: y \to \log_2 \frac{1}{y}$

y এর স্থলে x স্থাপন করে পাই

$f^{-1}: x \to \log_2 \frac{1}{x}$

$\therefore f^{-1}(x) = \log_2 \frac{1}{x}$

প্রশ্ন ▶ ৮ $y = \frac{4}{x}$ **একটি ফাংশন।** ◀ *কাজ; পৃষ্ঠা-২০০*

ক. লেখচিত্র অঙ্কনের জন্য x ও y এর মানের ছক তৈরি কর। ২

খ. লেখচিত্রটি অঙ্কন কর। ৪

গ. বিপরীত ফাংশনটি নির্ণয় কর এবং তার ডোমেন ও রেঞ্জ নির্ণয় কর। ৪

৮ নং প্রশ্নের উত্তর

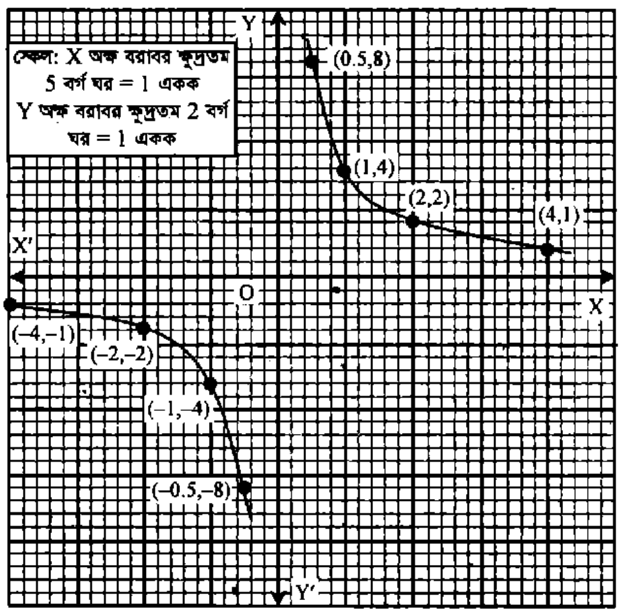
ক ধরি, $y = f(x) = \frac{4}{x}$

প্রদত্ত ফাংশন f(x) এর লেখচিত্র অঙ্কনের জন্য x এবং y এর মানগুলোর তালিকা প্রস্তুত করি।

x	–4	–2	–1	–0.5	0	0.5	1	2	4
y	–1	–2	–4	–8	অসংজ্ঞায়িত	8	4	2	1

খ ক এর প্রাপ্ত বিন্দুগুলো ছক কাগজে সুবিধামত x-অক্ষ XOX′ এবং y-অক্ষ YOY′ আঁকি। x-অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম 5 বর্গ ঘর = 1 একক এবং y-অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম 2 বর্গঘর = 1 একক ধরে (x, y) বিন্দুগুলো পাতন করি। বিন্দুগুলোকে সহজভাবে বক্ররেখায় যুক্ত করে $y = f(x)$ এর লেখ পাওয়া যায়।

যা নিম্নে দেখানো হলো–



গ ধরি, $y = f(x) = \frac{4}{x}$

এখন, $y = \frac{4}{x}$

$\therefore x = \frac{4}{y}$

বিপরীত ফাংশন $f^{-1}: y \to x$ যেখানে, $x = \frac{4}{y}$

বা, $f^{-1}: y \to \frac{4}{y}$

y এর স্থলে x স্থাপন করে পাই,

$f^{-1}: x \to \frac{4}{x}$

$\therefore f^{-1}(x) = \frac{4}{x}$

ফাংশনটি থেকে দেখা যায় যে, x এর মান শূন্য হলে বিপরীত ফাংশনটি অসংজ্ঞায়িত হয়। সুতরাং $x \neq 0$, অর্থাৎ বিপরীত ফাংশনটির মান কখনও শূন্য হবে না। x এর ঋণাত্মক মান শূন্যের কাছাকাছি হলে বিপরীত ফাংশনটির মান বৃদ্ধি পায়। আবার x এর ঋণাত্মক মান শূন্যের কাছাকাছি হলে ফাংশনটির সর্বনিম্ন মান হ্রাস পায়।

সুতরাং, বিপরীত ফাংশনটির ডোমেন = $(-\infty, 0) \cup (0, \infty)$ এবং ফাংশনটি রেঞ্জ = $(-\infty, 0) \cup (0, \infty)$

প্রশ্ন ▶ ৯ $y = \frac{2x+1}{x-1}$ **একটি ফাংশন।** ◀ *কাজ; পৃষ্ঠা-২০১*

ক. প্রদত্ত ফাংশনের লেখচিত্র অঙ্কনের জন্যে x ও y এর মানের তালিকা প্রস্তুত কর। ২

খ. ফাংশনটির লেখচিত্র অঙ্কন কর এবং ডোমেন নির্ণয় কর। ৪

গ. ফাংশনটির বিপরীত ফাংশন নির্ণয় কর। ৪

৯ নং প্রশ্নের উত্তর

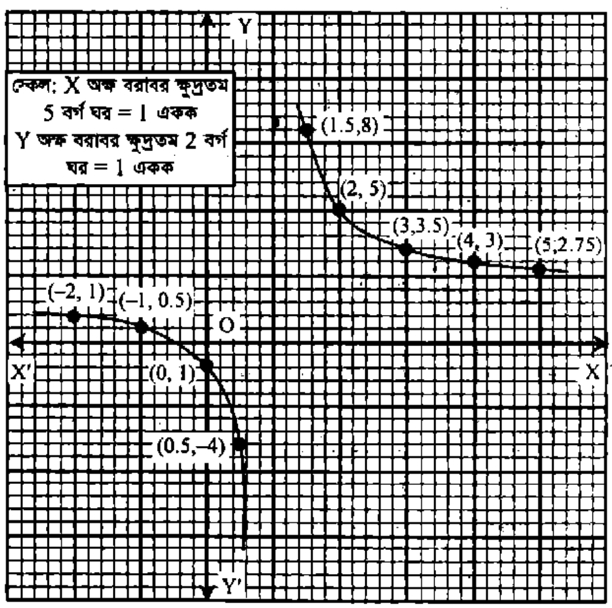
ক ধরি, $y = f(x) = \frac{2x+1}{x-1}$

প্রদত্ত ফাংশন $f(x)$ এর লেখচিত্র অঙ্কনের জন্য x এবং y এর মানগুলোর তালিকা প্রস্তুত করি।

x	–2	–1	0	0.5	1	1.5	2	3	4	5
y	1	0.5	–1	–4	অসংজ্ঞায়িত	8	5	3.5	3	2.75

খ ক এর প্রাপ্ত বিন্দুগুলো ছক কাগজে সুবিধামত x-অক্ষ XOX′ এবং y-অক্ষ YOY′ আঁকি। x-অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম 5 বর্গ ঘর = 1 একক এবং y-অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম 2 বর্গ ঘর = 1 একক ধরে (x, y) বিন্দুগুলো পাতন করি। বিন্দুগুলোকে সহজভাবে বক্ররেখায় যুক্ত করে $y = f(x)$ এর লেখ পাওয়া যায়।

যা নিম্নে দেখানো হলো–



∵ ফাংশনটি x = 1 এর জন্য অসংজ্ঞায়িত

∵ ডোমেন $D = \mathbb{R} - \{1\}$

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

গ ধরি, $y = f(x) = \frac{2x+1}{x-1}$

এখন, $y = \frac{2x+1}{x-1}$

বা, $y(x-1) = 2x+1$

বা, $yx - 2x = y + 1$

বা, $x(y-2) = y+1$

$x = \frac{y+1}{y-2}$

বিপরীত ফাংশন f^{-1} ঃ $y \rightarrow x$ যেখানে $x = \frac{y+1}{y-2}$

বা, f^{-1} ঃ $y \rightarrow \frac{y+1}{y-2}$

y এর স্থলে x স্থাপন করে পাই,

f^{-1} ঃ $x \rightarrow \frac{x+1}{x-2}$

$\therefore\ f^{-1}(x) = \frac{x+1}{x-2}$; $x \neq 2$

প্রশ্ন ▶১০ $y = 4^x$ একটি সূচকীয় ফাংশন। ◀ কাজ; পৃষ্ঠা-২০১

ক. সূচকীয় ফাংশনটির কয়েকটি মান ছক আকারে নির্ণয় কর। ২

খ. ফাংশনটির লেখচিত্র অঙ্কন কর। ৪

গ. বিপরীত ফাংশন নির্ণয় করে ডোমেন রেঞ্জ লিখ। বিপরীত ফাংশন থেকে $f^{-1}(16)$, $f^{-1}(32)$, $f^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$, $f^{-1}\left(\frac{1}{4}\right)$ নির্ণয় কর। ৪

১০ নং প্রশ্নের সমাধান

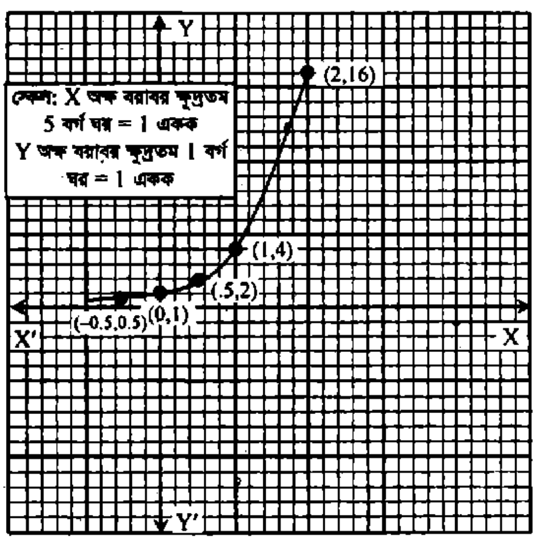
ক ধরি, $y = f(x) = 4^x$

প্রদত্ত ফাংশন f(x) এর লেখচিত্র অঙ্কনের জন্য x এবং y এর মানগুলোর তালিকা প্রস্তুত করি।

x	–0.5	0	0.5	1	2
y	0.5	1	2	4	16

খ ক এর প্রাপ্ত বিন্দুগুলো ছক কাগজে সুবিধামত x-অক্ষ XOX′ এবং y-অক্ষ YOY′ আঁকি। x-অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম 5 বর্গ ঘর = 1 একক এবং y-অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম 1 বর্গ ঘর = 1 একক ধরে (x, y) বিন্দুগুলো পাতন করি। বিন্দুগুলোকে সহজভাবে বক্ররেখায় যুক্ত করে $y = f(x)$ এর লেখ পাওয়া যায়।

যা নিম্নে দেখানো হলো–



গ ধরি, $y = f(x) = 4^x$

এখন, $y = 4^x$

বা, $\log_4 y = x$

$\therefore\ x = \log_4 y$

বিপরীত ফাংশন f^{-1} ঃ $y \rightarrow x$ যেখানে, $x = \log_4 y$

বা, f^{-1} ঃ $y \rightarrow \log_4 y$

y এর স্থলে x স্থাপন করে পাই, f^{-1} ঃ $x \rightarrow \log_4 x$

$\therefore\ f^{-1}(x) = \log_4 x$

এখন, বিপরীত ফাংশন একটি লগারিদমিক ফাংশন। সুতরাং বিপরীত ফাংশনটিতে x এর মান কখনও শূন্য বা তার চেয়ে ছোট হতে পারবে না, কিন্তু $0 < x \leq 1$ এর জন্য বিপরীত ফাংশনটির মান 0 এবং ঋণাত্মক হবে। অর্থাৎ x এর মান যতই শূন্যের কাছাকাছি যাবে বিপরীত ফাংশনটির মান ততই ছোট হবে।

$\therefore$ বিপরীত ফাংশনটির ডোমেন = $(0, \infty)$

এবং রেঞ্জ = $(-\infty, \infty)$

আবার, $f^{-1}(16) = \log_4 16 = \log_4 4^2 = 2\log_4 4 = 2$

$$f^{-1}(32) = \log_4 32 = \log_4 16.2 = \log_4 4^2.\sqrt{4} = \log_4 4^2.4^{\frac{1}{2}}$$

$$= \log_4 4^{\frac{5}{2}} = \frac{5}{2}\log_4 4 = \frac{5}{2}$$

$$f^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) = \log_4\left(\frac{1}{2}\right) = \log_4(2^{-1}) = \log_4\{(4)^{\frac{1}{2}}\}^{-1}$$

$$= \log_4 4^{-\frac{1}{2}} = \left(-\frac{1}{2}\right)\log_4 4 = -\frac{1}{2}$$

এবং $f^{-1}\left(\frac{1}{4}\right) = \log_4\left(\frac{1}{4}\right) = \log_4 4^{-1} = (-1)\log_4 4 = -1$

প্রশ্ন ▶১১ $y = ln\frac{5+x}{5-x}$ একটি লগারিদম ফাংশন। ◀ কাজ; পৃষ্ঠা-২০২

ক. ফাংশনটি যে শর্তের জন্য অসংজ্ঞায়িত সে সব শর্ত নির্ণয় কর। ২

খ. ফাংশনটির ডোমেন নির্ণয় কর। ৪

গ. ফাংশনটির রেঞ্জ নির্ণয় এবং বিপরীত ফাংশনের ডোমেন ও রেঞ্জ বের কর। ৪

১১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক x = 5 এর জন্য ফাংশনটি অসংজ্ঞায়িত। আবার, লগারিদম ফাংশন ঋণাত্মক মানের জন্যও অসংজ্ঞায়িত। তাই $\frac{5+x}{5-x} < 0$ হলে ফাংশনটি অসংজ্ঞায়িত।

খ ধরি, $y = f(x) = \ell n\frac{5+x}{5-x}$

যেহেতু লগারিদম ফাংশন শুধুমাত্র ধনাত্মক বাস্তব সংখ্যার জন্য সংজ্ঞায়িত হয়।

$\therefore \frac{5+x}{5-x} > 0$ যদি (i) $5 + x > 0$ এবং $5 - x > 0$ হয়

অথবা (ii) $5 + x < 0$ এবং $5 - x < 0$ হয়।

(i) নং হতে পাই, $x > -5$ এবং $-x > -5$

বা, $x > -5$ এবং $x < 5$

$\therefore$ ডোমেন $= \{x : -5 < x\}$ এবং $(x : x < 5\}$

$= (-5, \infty) \cap (-\infty, 5) = (-5, 5)$

(ii) নং হতে পাই, $x < -5$ এবং $-x < -5$

বা, $x < -5$ এবং $x > 5$

$\therefore$ ডোমেন $= \{x : x < -5\} \cap (x : x > 5\} = \varnothing$

$\therefore$ প্রদত্ত ফাংশনের ডোমেন

D_f = (i) ও (ii) এ প্রাপ্ত ডোমেনের সংযোগ $= (-5, 5) \cup \varnothing = (-5, 5)$

গ ধরি, $y = f(x) = \ell n\frac{5+x}{5-x}$

বা, $e^y = \frac{5+x}{5-x}$

বা, $5 + x = 5e^y - xe^y$

বা, $x(1 + e^y) = 5(e^y - 1)$

বা, $x = \frac{5(e^y-1)}{e^y+1}$

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

y এর সকল বাস্তব মানের জন্য x এর মান বাস্তব হয়।

∴ প্রদত্ত ফাংশনের রেঞ্জ $R_f = \mathbb{R}$

বিপরীত ফাংশন $f^{-1} : y \to x$ যেখানে, $x = \frac{5(e^y - 1)}{e^y + 1}$

বা, $f^{-1} : y \to \frac{5(e^y - 1)}{e^y + 1}$

y এর পরিবর্তে x বসিয়ে পাই,

$f^{-1} : x \to \frac{5(e^x - 1)}{e^x + 1}$

$\therefore f^{-1}(x) = \frac{5(e^x - 1)}{e^x + 1}$

সুতরাং, বিপরীত ফাংশনের ডোমেন হবে ফাংশনটির রেঞ্জ এবং রেঞ্জ হবে ফাংশনটির ডোমেন।

$\therefore D_{f^{-1}} = \mathbb{R}$ এবং $R_{f^{-1}} = (-5, 5)$ **(উত্তর)**

প্রশ্ন ▶ ১২ একটি ফাংশন $f(x) = e^x$; ◀ কাজ; পৃষ্ঠা-২০৪

ক. স্বাধীন চলকের কয়েকটি মানের জন্য ফাংশনটির মান নির্ণয় কর। ২

খ. প্রদত্ত সীমা অনুসারে ফাংশনটির লেখচিত্র অঙ্কন কর এবং ডোমেন ও রেঞ্জ নির্ণয় কর। ৪

গ. ফাংশনটির বিপরীত ফাংশন নির্ণয় কর ও লেখচিত্র অঙ্কন কর। ৪

১২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক এখানে, x হচ্ছে স্বাধীন চলক।

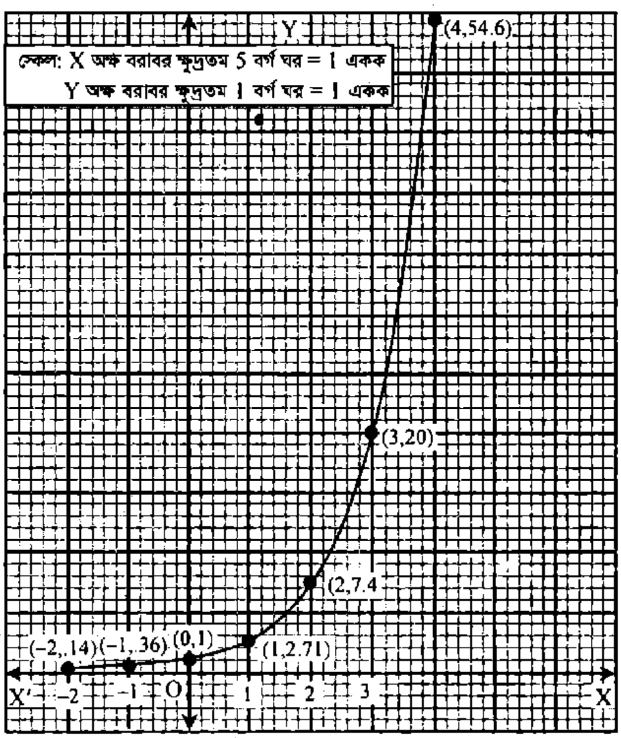
ধরি, $y = f(x) = e^x$,

x এর কয়েকটি মান নিয়ে সংশ্লিষ্ট y এর মান নিচের ছকে দেখানো হলো–

x	−2	−1	0	1	2	3	4
y	0.14	0.36	1	2.71	7.4	20.08	54.6

খ এখন, ক এ প্রাপ্ত বিন্দুগুলো ছক কাগজে সুবিধামত x-অক্ষ XOX′ এবং Y-অক্ষ YOY′ আঁকি। x-অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম 5 বর্গ ঘর = 1 একক এবং y-অক্ষ বরবর ক্ষুদ্রতম 1 বর্গঘর = 1 একক ধরে (x, y) বিন্দুগুলো পাতন করি। বিন্দুগুলোকে সহজভাবে বক্ররেখায় যুক্ত করে $y = f(x)$ এর লেখ পাওয়া যায়।

যা নিম্নে দেখানো হলো–



এখন, x এর সকল বাস্তব মানের জন্য প্রদত্ত ফাংশনটি সংজ্ঞায়িত।

∴ ফাংশনের ডোমেন $D_f = \mathbb{R}$

এবং x যখন −∞ এর কাছাকাছি হয় তখন $f(x)$ এর মান শূন্যের কাছাকাছি হয় কিন্তু $f(x)$ এর মান কখনই শূন্য হবে না এবং x এর মান বৃদ্ধির সাথে সাথে $f(x)$ মান বৃদ্ধি পায়।

∴ ফাংশনের রেঞ্জ $R_f = (0, \infty)$

গ 'ক' থেকে পাই,

$y = e^x$

বা, $ln y = x$

$\therefore x = \ln y$

বিপরীত ফাংশন $f^{-1} : y \to x$ যেখানে, $x = ln y$

বা, $f^{-1} : y \to ln y$

y এর পরিবর্তে x বসিয়ে পাই,

$f^{-1} : x \to ln x$

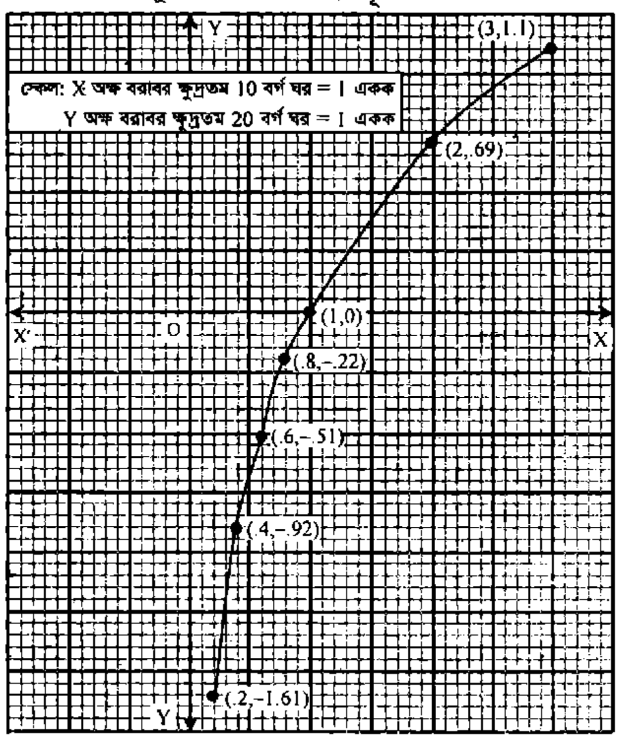
$\therefore f^{-1}(x) = ln x$

ধরি, $Z = f^{-1}(x) = ln x$

$f^{-1}(x)$ এর লেখচিত্রের জন্য x এবং y এর মানগুলোর তালিকা তৈরি করি।

x	−1	0	.2	.4	.6	.8	1	2	3
y	অসংজ্ঞায়িত	অসংজ্ঞায়িত	−1.61	−0.92	−.51	−.22	0	.69	1.1

ছক কাগজে মানগুলো স্থাপন করলে নিম্নরূপ লেখচিত্র পাওয়া যায়–



প্রশ্ন ▶ ১৩ $f(x) = e^{-x}$ একটি ফাংশন ◀ কাজ; পৃষ্ঠা-২০৪

ক. প্রদত্ত ফাংশনের লেখচিত্র অঙ্কনের জন্য একটি সারণী তৈরি কর। ২

খ. ফাংশনটির লেখচিত্র অঙ্কন কর। ৪

গ. ফাংশনটির ডোমেন ও রেঞ্জ নির্ণয় কর এবং বিপরীত ফাংশন নির্ণয় কর। ৪

১৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক ধরি, $y = f(x) = e^{-x}$

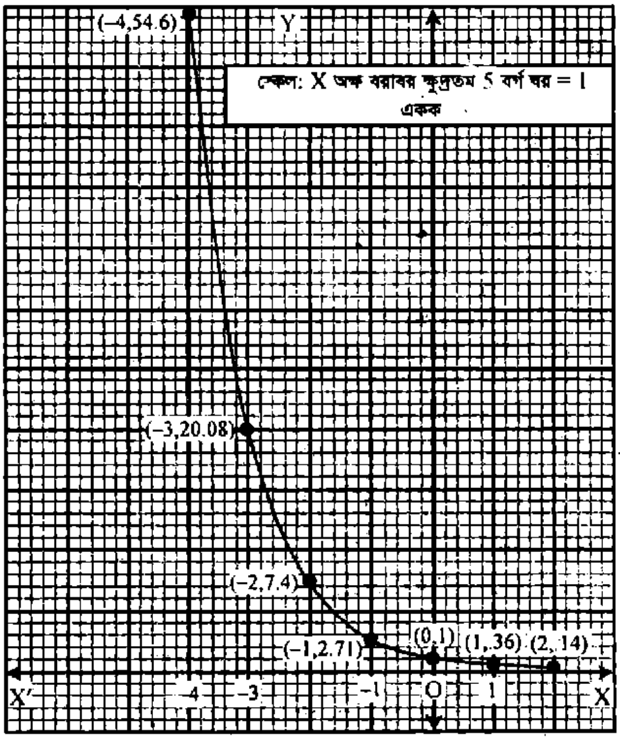
x এর কয়েকটি মান নিয়ে সংশ্লিষ্ট y এর মান নিম্নের ছকে দেখানো হলো–

x	2	1	0	−1	−2	−3	−4
y	0.14	0.36	1	2.71	7.4	20.08	54.6

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

খ এখন, ক এ প্রাপ্ত বিন্দুগুলো ছক কাগজে সুবিধামত X-অক্ষ XOX' এবং Y-অক্ষ YOY' আঁকি। X-অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম 5 বর্গঘর = 1 একক এবং Y-অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম 1 বর্গঘর = 1 একক ধরে (x, y) বিন্দুগুলো পাতন করি। বিন্দুগুলোকে সহজভাবে বক্ররেখার যুক্ত করে $y = f(x)$ এর লেখ পাওয়া যায়।
যা নিম্নে দেখানো হলো–



গ এখন, x এর সকল বাস্তব মানের জন্য প্রদত্ত ফাংশন $f(x)$ সংজ্ঞায়িত।

∴ ফাংশনটির ডোমেন $D_f = \mathbb{R}$

এবং x যখন $+\infty$ এর কাছাকাছি হয় তখন $f(x)$ এর মান শূন্যের কাছাকাছি হয় এবং x এর মান হ্রাসের সাথে সাথে $f(x)$ এর মান অসীমের দিকে বৃদ্ধি পায়।

∴ প্রদত্ত ফাংশনের রেঞ্জ $R_f = (0, \infty)$

'ক' হতে পাই, $y = e^{-x}$

বা, $\log_e y = -x$

বা, $x = -\log_e y$

বা, $x = \log_e y^{-1}$

∴ $x = \log_e \frac{1}{y}$

বিপরীত ফাংশন $f^{-1} : y \to x$ যেখানে $x = \log_e \frac{1}{y}$

বা, $f^{-1} : y \to \log_e \frac{1}{y}$

y এর পরিবর্তে x বসিয়ে পাই,

$f^{-1} : x \to \log_e \frac{1}{x}$

∴ $f^{-1}(x) = \log_e \frac{1}{x}$

প্রশ্ন ▶১৪ $y = \log_{10} x$ **একটি লগারিদম ফাংশন।** ◀ কাজ; পৃষ্ঠা-২০৫

ক. লেখচিত্র অঙ্কনের জন্য ফাংশনটির কয়েকটি মান নির্ণয় কর। ২
খ. ফাংশনটির লেখচিত্র অঙ্কন কর। ৪
গ. বিপরীত ফাংশন নির্ণয় করে ডোমেন ও রেঞ্জ নির্ণয় কর। ৪

১৪ নং প্রশ্নের সমাধান

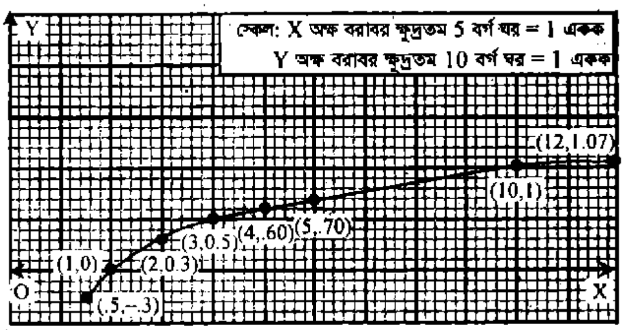
ক $y = \log_{10} x$ এর লেখচিত্র অঙ্কন :

ধরি, $y = f(x) = \log_{10} x$

x এর 0.5 থেকে 12 এর মধ্যে কয়েকটি মান নিয়ে সংশ্লিষ্ট y এর মান নিম্নের ছকে দেখানো হলো–

x	0.5	1	2	3	4	5	10	12
y	−0.3	0	0.3	0.5	0.60	0.70	1	1.07

খ এখন, ক এ প্রাপ্ত বিন্দুগুলো ছক কাগজে সুবিধামত X-অক্ষ XOX' এবং y-অক্ষ YOY' আঁকি। x-অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম 5 বর্গঘর = 1 একক এবং y-অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম 10 বর্গঘর = 1 একক ধরে (x, y) বিন্দুগুলো পাতন করি। বিন্দুগুলোকে সহজভাবে বক্ররেখার যুক্ত করে $y = f(x)$ এর লেখা পাওয়া যায়।
যা নিম্নে দেখানো হলো–



গ দেওয়া আছে, $y = \log_{10} x$

বা, $10^y = x$

∴ $x = 10^y$ বিপরীত ফাংশন $f^{-1} : y \to x$ যেখানে $x = 10^y$

বা, $f^{-1} : y \to 10^y$

y এর পরিবর্তে x বসিয়ে পাই,

$f^{-1} : x \to 10^x$

∴ $f^{-1}(x) = 10^x$

বিপরীত ফাংশনটি x এর সকল বাস্তব মানের জন্য সংজ্ঞায়িত অর্থাৎ x যে কোনো বাস্তব মানের জন্য $f^{-1}(x)$ এর ধনাত্মক মান পাওয়া যাবে। সুতরাং ফাংশনটির ডোমেন, $D_{f^{-1}} = \mathbb{R}$ এবং রেঞ্জ, $R_{f^{-1}} = \mathbb{R}_+$

প্রশ্ন ▶১৫ $y = \log_e x$ **একটি লগারিদমিক ফাংশন।** ◀ কাজ; পৃষ্ঠা-২০৫

ক. x ও y এর মানের একটি টেবিল তৈরি কর। ২
খ. ফাংশনটির লেখচিত্র আঁক। ৪
গ. দেখাও যে, ফাংশনটির বিপরীত ফাংশন $= e^x$। এই ফাংশনটির ডোমেন ও রেঞ্জ নির্ণয় কর। ৪

১৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক $y = \log_e x$ এর লেখচিত্র অঙ্কন :

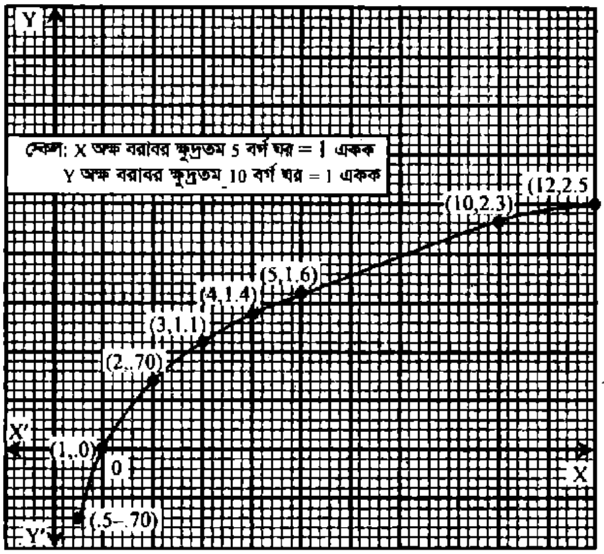
ধরি, $y = f(x) = \log_e x$

x এর 0.5 থেকে 12 এর মধ্যে কয়েকটি মান নিয়ে সংশ্লিষ্ট y এর মান নিম্নের ছকে দেখানো হলো–

x	0.5	1	2	3	4	5	10	12
y	−0.70	0	0.70	1.1	1.4	1.6	2.3	2.50

খ ক এ প্রাপ্ত বিন্দুগুলো ছক কাগজে সুবিধামত x-অক্ষ XOX' এবং y-অক্ষ YOY' আঁকি। x-অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম 5 বর্গঘর = 1 একক এবং y-অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম 10 বর্গঘর = 1 একক ধরে (x, y) বিন্দুগুলো পাতন করি। বিন্দুগুলোকে সহজভাবে বক্ররেখায় যুক্ত করে $y = f(x)$ এর লেখ পাওয়া যায়।
যা নিম্নে দেখানো হলো–

www.bdniyog.com
www.pathagar.com



গ দেওয়া আছে,

$y = \log_e x$

বা, $e^y = x$

বা, $e^y = x$

$\therefore x = e^y$

বিপরীত ফাংশন $f^{-1} : y \to x$ যেখানে, $x = e^y$

বা, $f^{-1} : y \to e^y$

y এর পরিবর্তে x বসিয়ে পাই,

$f^{-1} : x \to e^x$

$\therefore f^{-1}(x) = e^x$

$\therefore$ ফাংশনটির বিপরীত ফাংশন $= e^x$ **(দেখানো হলো)**

বিপরীত ফাংশনটিতে x এর সকল বাস্তব মানের জন্য ফাংশনটির ধনাত্মক মান পাওয়া যাবে।

$\therefore$ বিপরীত ফাংশনটির ডোমেন $D_{f^{-1}} = \mathbb{R}$ এবং রেঞ্জ, $R_{f^{-1}} = \mathbb{R}_+$

মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত আরও সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

প্রশ্ন ▶ ১৬ **নিম্নের একটি লগারিদমিক সম্পর্ক দেখানো হলো:**

$\frac{\log(x^2 + y)}{\log(x + 1)} = \log_x y = 2$

ক. x ও y চলক বিশিষ্ট একটি একঘাত সমীকরণ নির্ণয় কর। ২

খ. একটি লেখচিত্রে $\log_x y = 2$ সমীকরণটি এঁকে দেখাও। ৪

গ. সমাধান করে (x, y) নির্ণয় কর। ৪

১৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক উদ্দীপক থেকে পাই,

$\frac{\log(x^2 + y)}{\log(x + 1)} = 2$ বা, $\log(x^2 + y) = 2\log(x + 1)$

বা, $\log(x^2 + y) = \log(x + 1)^2$ বা, $(x^2 + y) = (x + 1)^2$

বা, $x^2 + y = x^2 + 2x + 1$ বা, $2x - y + 1 = 0$

অতএব, নির্ণেয় x ও y চলক বিশিষ্ট একটি একঘাত সমীকরণটি হলো, $2x - y + 1 = 0$

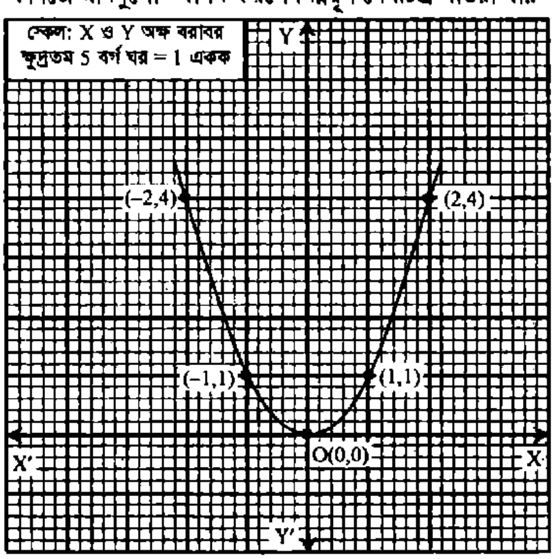
খ $\log_x y = 2$ থেকে আমরা পাই,

$y = x^2$

লেখচিত্র অঙ্কনের জন্য x ও y এর মানগুলোর তালিকা প্রস্তুত করি,

x	–2	–1	0	1	2
y	4	1	0	1	4

ছক কাগজে মানগুলো স্থাপন করলে নিম্নরূপ লেখচিত্র পাওয়া যায়–



গ 'ক' ও 'খ' হতে আমরা পাই,

$2x - y + 1 = 0$ .... (1)

$y = x^2$ .... (2)

y-এর মান (1)নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$2x - x^2 + 1 = 0$

$x^2 - 2x - 1 = 0$

আমরা জানি, $ax^2 + bx + c = 0$ হলে,

$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

অতএব, $x = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 4}}{2}$

$x = 1 \pm \sqrt{2}$

x- এর মান (2)নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$y = (1 + \sqrt{2})^2$

$y = 3 + 2\sqrt{2}$

অথবা, $y = (1 - \sqrt{2})^2$

$y = 3 - 2\sqrt{2}$

$\therefore (x, y) = (1 + \sqrt{2}, 3 + 2\sqrt{2}), (1 - \sqrt{2}, 3 - 2\sqrt{2})$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ১৭ $f(x) = \ln\frac{a + x}{a - x}; a > 0$

ক. lnx এর বেইজ কত? lnx = 1 হলে, x-এর মান কত হবে? ২

খ. $f(x)$ ফাংশনটির ডোমেন ও রেঞ্জ নির্ণয় কর। ৪

গ. $\log_{10}\left[98 + \sqrt{a^2 - 12a + 36}\right] = 2$ হলে $f(x) = 1$ এর জন্য সমাধান কর। ৪

১৭নং প্রশ্নের সমাধান

ক ln x এর বেইজ e

আমরা জানি, $\ell ne = 1$

$\therefore \ln x = 1$ হলে $x = e$

খ যেহেতু লগারিদম শুধু মাত্র ধনাত্মক বাস্তব সংখ্যার জন্য সংজ্ঞায়িত,

$\therefore \frac{a + x}{a - x} > 0$ হবে

যদি (i) $a + x > 0$ এবং $a - x > 0$

অথবা, (ii) $a + x < 0$ এবং $a - x < 0$

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

(i) $a + x > 0$ এবং $a - x > 0$

$x > -a$ এবং $x < a$

$\therefore$ ডোমেন $= \{x : x > -a\} \cap \{x : x < a\}$

$= (-a, \infty) \cap (-\infty, a)$

$= (-a, a)$

আবার, (ii) $a + x < 0$ এবং $a - x < 0$

$x < -a$ এবং $x > a$

$\therefore$ ডোমেন $= \{x : x < -a\} \cap \{x : x > a\}$

$= \varnothing$

$\therefore$ প্রদত্ত ফাংশনের ডোমেন $= (-a, a) \cup \varnothing$

$= (-a, a)$

গ দেওয়া আছে,

$\therefore \log_{10}\left[98 + \sqrt{a^2 - 12a + 36}\right] = 2$

বা, $98 + \sqrt{a^2 - 12a + 36} = 10^2$

বা, $98 + \sqrt{a^2 - 12a + 36} = 100$

বা, $\sqrt{a^2 - 12a + 36} = 2$

বা, $a^2 - 12a + 36 = 4$

বা, $a^2 - 12a + 32 = 0$

বা, $a^2 - 8a - 4a + 32 = 0$

বা, $a(a - 8) - 4(a - 8) = 0$

বা, $(a - 8)(a - 4) = 0$

$\therefore$ $a = 8$ অথবা, $a = 4$

আবার, $f(x) = 1$

$\ln \frac{a + x}{a - x} = 1$

বা, $\frac{a + x}{a - x} = e$

বা, $a + x = ea - ex$

বা, $ex + x = ea - a$

বা, $x(e + 1) = a(e - 1)$

বা, $x = \frac{a(e - 1)}{e + 1}$

এখন, $a = 8$ হলে,

$x = \frac{8(e - 1)}{e + 1} = 3.7$ $[\because e = 2.718]$

এবং $a = 4$ হলে,

$x = \frac{4(e - 1)}{e + 1} = 1.8$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ১৮ তিনটি লগারিদমিক রাশি বিবেচনা কর,

$\frac{\log_k a^{ab} + \log_k b^{ab}}{a + b}, \frac{\log_k b^{bc} + \log_k c^{bc}}{b + c}, \frac{\log_k c^{ca} + \log_k a^{ca}}{c + a}$

ক. রাশি তিনটি পরস্পর সমান হলে দেখাও যে,

$\frac{ab \log_k ab}{a + b} = \frac{bc \log_k bc}{b + c} = \frac{ca \log_k ca}{c + a}$ ২

খ. প্রমাণ কর : $\log_k a + \log_k b + \log_k c = p\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right)$ যেখানে প্রতিটি রাশির মান p । ৪

গ. দেখাও যে, $a^a = b^b = c^c$ ৪

১৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রথম রাশি, $\frac{\log_k a^{ab} + \log_k b^{ab}}{a + b}$

$= \frac{ab \log_k a + ab \log_k b}{a + b}$

$= \frac{ab (\log_k a + \log_k b)}{a + b}$

$= \frac{ab \log_k ab}{a + b}$

একইভাবে, $\frac{\log_k b^{bc} + \log_k c^{bc}}{b + c} = \frac{bc \log_k bc}{b + c}$

এবং $\frac{\log_k c^{ca} + \log_k a^{ca}}{c + a} = \frac{ca \log_k ca}{c + a}$

যেহেতু প্রতিটির মান সমান, সুতরাং

$\frac{ab \log_k ab}{a + b} = \frac{bc \log_k bc}{b + c} = \frac{ca \log_k ca}{c + a}$ **(দেখানো হলো)**

খ দেওয়া আছে, প্রতিটি রাশির মান $= p$

$\therefore \frac{ab \log_k{}^{ab}}{a + b} = \frac{bc \log_k{}^{bc}}{b + c} = \frac{ca \log_k{}^{ca}}{c + a} = p$

সুতরাং $\frac{ab \log_k ab}{a + b} = p$

বা, $ab \log_k ab = p(a + b)$

বা, $\log_k ab = \frac{p(a + b)}{ab}$

বা, $\log_k a + \log_k b = \frac{p(a + b)}{ab}$

$= p\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)$ ....(i)

একই ভাবে, $\frac{bc \log_k bc}{b + c} = p$ হতে $\log_k b + \log_k c$

$= \frac{p(b + c)}{bc}$

$= p\left(\frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right)$ ....(ii)

এবং $\frac{ca \log_k ca}{c + a} = p$ হতে $\log_k c + \log_k a = \frac{p(c + a)}{ca}$

$= p\left(\frac{1}{c} + \frac{1}{a}\right)$ ....(iii)

(i), (ii) ও (iii) নং সমীকরণ যোগ করে পাই,

$2(\log_k a + \log_k b + \log_k c) = p\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{1}{c} + \frac{1}{a}\right)$

বা, $\log_k a + \log_k b + \log_k c = \frac{p}{2} \times 2\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right)$

$= p\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right)$ **(প্রমাণিত)**

গ 'খ' হতে পাই, $\log_k a + \log_k b + \log_k c$

$= p\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right)$ ......(iv)

এখন (iv) – (i) থেকে পাই

$\log_k c = p\left(\frac{1}{c}\right)$

বা, $c \log_k c = p$

বা, $\log_k c^c = p$ ....(v)

(iv) – (ii) থেকে পাই,

$\log_k a = p\left(\frac{1}{a}\right)$

বা, $a \log_k a = p$

বা, $\log_k a^a = p$ ....(vi)

একই ভাবে (iv) – (iii) হতে পাই,

$\log_k b^b = p$ .... (vii)

(v), (vi) ও (vii) হতে পাই,

$\log_k a^a = \log_k b^b = \log_k c^c$

$\therefore a^a = b^b = c^c$ [সূত্র : $\log_k x = \log_k y$ হলে $x = y$] **(দেখানো হলো)**

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

প্রশ্ন ▶ ১৯ **একটি লগারিদমিক ফাংশন**

$$f(x) = ln\ \frac{2+x}{2-x}$$

ক. কোন কোন শর্তের জন্য $\frac{2+x}{2-x}$ ধনাত্মক অথবা ঋণাত্মক হবে? ২

খ. $f(x)$ -এর ডোমেন ও রেঞ্জ বের কর। ৪

গ. $f^{-1}(x)$ নির্ণয় কর এবং ফাংশনটি এক এক কিনা নির্ধারণ কর। ৪

১৯ নং প্রশ্নের সমাধান

ক $\frac{2+x}{2-x}$ ধনাত্মক হবে অর্থাৎ $\frac{2+x}{2-x} > 0$ হবে

যদি, (i) $2+x > 0$ এবং $2-x > 0$ হয়

অথবা, (ii) $2+x < 0$ এবং $2-x < 0$ হয়

$\frac{2+x}{2-x}$ ঋণাত্মক হবে অর্থাৎ $\frac{2+x}{2-x} < 0$ হবে

যদি, (iii) $2+x > 0$ এবং $2-x < 0$ হয়

অথবা, (iv) $2+x < 0$ এবং $2-x > 0$ হয়

খ প্রদত্ত ফাংশন, $f(x) = ln\frac{2+x}{2-x}$

যেহেতু লগারিদম শুধুমাত্র ধনাত্মক বাস্তব সংখ্যার জন্য সংজ্ঞায়িত হয়।

$\therefore \frac{2+x}{2-x} > 0$ হবে।

'ক' থেকে $\frac{2+x}{2-x} > 0$ হবে

যদি (i) $2+x > 0$ এবং $2-x > 0$ হয়

বা, $2 > -x$ এবং $2 > x$

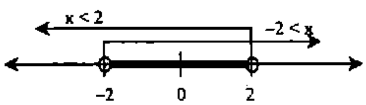
বা, $-2 < x$ এবং $x < 2$

বা, $\{x : -2 < x\} \cap \{x : x < 2\}$

$= (-2, \infty) \cap (-\infty, 2)$

$= (-2, 2)$

সংখ্যারেখা:



অথবা, (ii) $2+x < 0$ এবং $2-x < 0$

বা, $2 < -x$ এবং $2 < x$

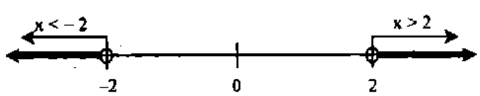
বা, $x < -2$ এবং $x > 2$

বা, $\{x : x < -2\} \cap \{x : x > 2\}$

$= (-\infty, -2) \cap (2, \infty)$

$= \varnothing$

সংখ্যারেখা:



$\therefore$ প্রদত্ত ফাংশনের ডোমেন $= (-2, 2)$ অথবা $\varnothing$

$= (-2, 2) \cup \varnothing$

$= (-2, 2)$

ধরি $y = f(x) = ln\ \frac{2+x}{2-x}$

বা, $e^y = \frac{2+x}{2-x}$

বা, $2 + x = 2e^y - xe^y$

বা, $x + xe^y = 2e^y - 2$

বা, $x(1+e^y) = 2e^y - 2$

বা, $x = \frac{2e^y - 2}{1+e^y}$

y- এর সকল মানের জন্য x এর মান বাস্তব হয়।

$\therefore$ প্রদত্ত ফাংশনের রেঞ্জ $= \mathbb{R}$

গ 'খ' থেকে পাই $y = f(x) = ln\ \frac{2+x}{2-x}$

$\therefore y = f(x)$ এবং $y = ln\frac{2+x}{2-x}$

বা, $x = f^{-1}(y)$ এবং $x = \frac{2e^y - 2}{1+e^y}$ ['খ' থেকে]

$\therefore f^{-1}(y) = \frac{2e^y - 2}{1+e^y}$

$\therefore f^{-1}(x) = \frac{2e^x - 2}{1+e^x}$

এখন, ধরি, $x_1, x_2 \in f(x)$; ডোমেন $(-2, 2)$ এর জন্য $f(x_1) = f(x_2)$

বা, $ln\frac{2+x_1}{2-x_1} = ln\frac{2+x_2}{2-x_2}$

বা, $\frac{2+x_1}{2-x_1} = \frac{2+x_2}{2-x_2}$

বা, $\frac{2+x_1+2-x_1}{2+x_1-2+x_1} = \frac{2+x_2+2-x_2}{2+x_2-2+x_2}$ [যোজন-বিয়োজন করে]

বা, $\frac{4}{2x_1} = \frac{4}{2x_2}$

বা, $\frac{1}{x_1} = \frac{1}{x_2}$

$\therefore x_1 = x_2$

অর্থাৎ যেকোন দুইটি একই ডোমেনের জন্য $f(x)$-এর দুইটি একই প্রতিচ্ছবি পাওয়া যায়। সুতরাং ফাংশনটি এক-এক।

প্রশ্ন ▶ ২০ **যদি $\frac{\log_k a}{y-z} = \frac{\log_k b}{z-x} = \frac{\log_k c}{x-y} = m$ হয় তাহলে,**

ক. দেখাও, $\log_k a^{y+z} = m(y^2 - z^2)$ এবং $\log_k a^{y^2+yz+z^2} = m(y^3 - z^3)$ ২

খ. দেখাও যে, $a^{y+z}.b^{z+x}.c^{x+y} = 1$ ৪

গ. দেখাও যে,

$a^{y^2+yz+z^2}.b^{z^2+zx+x^2}.c^{x^2+xy+y^2} = a^{y+z}.b^{z+x}.c^{x+y}$ ৪

২০ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $\frac{\log_k a}{y-z} = \frac{\log_k b}{z-x} = \frac{\log_k c}{x-y} = m$

$\therefore \frac{\log_k a}{y-z} = m$

বা, $\log_k a = m(y-z)$

বা, $(y+z)\log_k a = m(y+z)(y-z)$ [উভয় পক্ষে $(y+z)$ গুণ করে]

$\therefore \log_k a^{y+z} = m(y^2 - z^2)$

আবার, $\log_k a = m(y-z)$

বা, $(y^2 + yz + z^2)\log_k a = m(y-z)(y^2 + yz + z^2)$

[উভয় পক্ষে $y^2 + yz + z^2$ গুণ করে]

বা, $\log_k a^{y^2+yz+z^2} = m(y^3 - z^3)$

খ দেওয়া আছে, $\frac{\log_k b}{z-x} = m$

বা, $\log_k b = m(z-x)$

বা, $(z+x)\log_k c = m(z-x)(z+x)$

বা, $\log_k b^{z+x} = m(z^2 - x^2)$ ....(i)

এবং $\frac{\log_k c}{x-y} = m$

বা, $\log_k c = m(x-y)$

বা, $(x+y)\log_k c = m(x-y)(x+y)$

$\therefore \log_k c^{x+y} = m(x^2 - y^2)$ ....(ii)

'ক' থেকে পাই $\log_k a^{y+z} = m(y^2 - z^2)$ ....(iii)

(i), (ii) ও (iii) নং সমীকরণ যোগ করে পাই,

$\log_k a^{y+z} + \log_k b^{z+x} + \log_k c^{x+y} = m(y^2 - z^2 + z^2 - x^2 + x^2 - y^2)$

বা, $\log_k a^{y+z}.b^{z+x}.c^{x+y} = m.\ 0 = 0$

বা, $\log_k a^{y+z}.b^{z+x}\ c^{x+y} = \log_k{}^1$

$\therefore a^{y+z}.b^{z+x}\ c^{x+y} = 1$

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

গ দেওয়া আছে, $\frac{\log_k b}{z-x} = m$

বা, $\log_k b = m(z-x)$

বা, $(z^2+zx+x^2)\log_k b = m(z-x)(z^2+zx+x^2)$

[উভয় পক্ষে z^2+zx+x^2 গুণ করে]

বা, $\log_k b^{z^2+zx+x^2} = m(z^3-x^3)$ ....(iv)

এবং $\frac{\log_k c}{x-y} = m$

বা, $\log_k c = m(x-y)$

বা, $(x^2+xy+y^2)\log_k c = m(x-y)(x^2+xy+y^2)$

[উভয় পক্ষে x^2+xy+y^2 গুণ করে]

বা, $\log_k c^{x^2+xy+y^2} = m(x^3-y^3)$ ....(v)

'ক' হতে পাই, $\log_k a^{y^2+yz+z^2} = m(y^3-z^3)$ ....(vi)

(iv), (v) ও (vi) সমীকরণ যোগ করে পাই,

$\log_k a^{y^2+yz+z^2} + \log_k b^{z^2+zx+x^2} + \log_k c^{x^2+xy+y^2}$

$= m(y^3-z^3+z^3-x^3+x^3-y^3) = 0$

বা, $\log_k a^{y^2+yz+z^2} b^{z^2+zx+x^2} c^{x^2+xy+y^2} = \log_k 1$

$\therefore a^{y^2+yz+z^2} b^{z^2+zx+x^2} c^{x^2+xy+y^2} = 1$

'খ' হতে পাই,

$a^{y+z} b^{z+x} c^{x+y} = 1$

$\therefore a^{y^2+yz+z^2} b^{z^2+zx+x^2} c^{x^2+xy+y^2} = a^{y+z}.b^{z+x}.c^{x+y}$ **(দেখানো হলো)**

প্রশ্ন ▶ ২১ **যদি $xy^{a-1} = p$, $xy^{b-1} = q$, $xy^{c-1} = r$ হয়, তাহলে,**

ক. $(b-c)\log_k p = \log_k x^{b-c} + \log_k y^{ab-ac-b+c}$ দেখাও। ২

খ. $(b-c)\log_k p + (c-a)\log_k q + (a-b)\log_k r$ এর মান বের কর। ৪

গ. যদি $\log_k \frac{p-\sqrt{p^2-1}}{p+\sqrt{p^2-1}}$ = 'খ' এর রাশিটির মানের সমান হয় তাহলে p = কত? ৪

২১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,

$xy^{a-1} = p$

বা, $\log_k xy^{a-1} = \log_k p$ [উভয় পক্ষে $\log_k$ নিয়ে]

$\therefore (b-c)\log_k p = (b-c)\log_k xy^{a-1}$

[উভয় পক্ষে (b – c) দ্বারা গুণ করে]

$= \log_k (xy^{a-1})^{b-c}$

$= \log_k \{x^{b-c}.y^{(a-1)(b-c)}\}$

$= \log_k x^{b-c} + \log_k y^{ab-ac-b+c}$ **(দেখানো হলো)**

খ দেওয়া আছে, $xy^{b-1} = q$, $xy^{c-1} = r$

'ক' থেকে $(b-c)\log_k p = \log_k x^{b-c} + \log_k y^{ab-ac-b+c}$..........(i)

একইভাবে $(c-a)\log_k q = \log_k x^{c-a} + \log_k y^{(b-1)(c-a)}$

$= \log_k x^{c-a} + \log_k y^{bc-ab-c+a}$ ....(ii)

$(a-b)\log_k r = \log_k x^{(a-b)} + \log_k y^{(c-1)(a-b)}$

$= \log_k x^{a-b} + \log_k y^{ca-bc-a+b}$ ....(iii)

(i), (ii) ও (iii) নং যোগ করে পাই

$(b-c)\log_k p + (c-a)\log_k q + (a-b)\log_k r$

$= (\log_k x^{b-c} + \log_k x^{c-a} + \log_k x^{a-b}) +$

$(\log_k y^{ab-ac-b+c} + \log_k y^{bc-ab-c+a} + \log_k y^{ca-bc-a+b})$

$= \log_k x^{b-c+c-a+a-b} + \log_k y^{ab-ac-b+c+bc-ab-c+a+ca-bc-a+b}$

$= \log_k x^0 + \log_k y^0$

$= \log_k 1 + \log_k 1$

$= 0 + 0$

$= 0$ **(Ans.)**

গ $\log_k \frac{p-\sqrt{p^2-1}}{p+\sqrt{p^2-1}}$ = 'খ' এর রাশিটির মান = 0

বা, $\log_k \frac{(p-\sqrt{p^2-1})(p-\sqrt{p^2-1})}{(p+\sqrt{p^2-1})(p-\sqrt{p^2-1})} = \log_k 1$

বা, $\frac{(p-\sqrt{p^2-1})^2}{p^2-(\sqrt{p^2-1})^2} = 1$

বা, $\frac{(p-\sqrt{p^2-1})^2}{p^2-p^2+1} = 1$

বা, $(p-\sqrt{p^2-1})^2 = 1$

বা, $p - \sqrt{p^2-1} = 1$ [বর্গমূল করে এবং ঋণাত্মক মান বর্জন করে কারণ লগারিদমে ঋণাত্মক মান অসাংজ্ঞায়িত]

বা, $p - 1 = \sqrt{p^2-1}$

বা, $p^2 - 2p + 1 = p^2 - 1$ [বর্গ করে]

বা, $-2p + 1 = -1$

বা, $-2p = -1 - 1 = -2$

বা, $p = 1$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ২২ $f(x) = 2^{3x+1} - 3.2^{x+1} - 5$; একটি সূচকীয় ফাংশন।

ক. $x = \log_2 y$ হলে $f(x)$ কে y চলক বিশিষ্ট একটি ত্রিঘাত রাশি আকারে প্রকাশ কর এবং $f(y)$ দ্বারা সূচিত কর। ২

খ. দেখাও যে, $y = 2^{\frac{1}{3}} + 2^{-\frac{1}{3}}$ হলে $f(y) = 0$। ৪

গ. $z = y + 1$ হলে z চলক বিশিষ্ট একটি ত্রিঘাত সমীকরণ নির্ণয় কর। ৪

২২নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $f(x) = 2^{3x+1} - 3.2^{x+1} - 5$

$= 2.2^{3x} - 3.2.2^x - 5$

$= 2.2^{3x} - 6.2^x - 5$

$= 2.2^{3\log_2 y} - 6.2^{\log_2 y} - 5$ [$x = \log_2 y$]

$= 2.2^{\log_2 y^3} - 6.2^{\log_2 y} - 5$

$= 2y^3 - 6y - 5$

প্রাপ্ত রাশিটিকে $f(y)$ দ্বারা প্রকাশ করে পাই,

$f(y) = 2y^3 - 6y - 5$

খ দেওয়া আছে, $y = 2^{\frac{1}{3}} + 2^{-\frac{1}{3}}$

বা, $y^3 = \left(2^{\frac{1}{3}} + 2^{-\frac{1}{3}}\right)^3$ [ঘন করে]

বা, $y^3 = 2 + 2^{-1} + 3.2.2^{-1}\left(2^{\frac{1}{3}} + 2^{-\frac{1}{3}}\right)$

বা, $y^3 = 2 + \frac{1}{2} + 3y$

$\therefore$ আমরা পাই, $f(y) = 2\left(2 + \frac{1}{2} + 3y\right) - 6y - 5$

$f(y) = 4 + 1 + 6y - 6y - 5$

$f(y) = 0$ **(দেখানো হলো)**

গ দেওয়া আছে, $z = y + 1$

বা, $z = 2^{\frac{1}{3}} + 2^{-\frac{1}{3}} + 1$

বা, $z - 1 = 2^{\frac{1}{3}} + 2^{-\frac{1}{3}}$

উভয় পক্ষকে ঘন করে পাই,

$(z-1)^3 = \left(2^{\frac{1}{3}} + 2^{-\frac{1}{3}}\right)^3$

বা, $z^3 - 3z^2 + 3z - 1 = 2 + \frac{1}{2} + 3^{\frac{1}{3}}.2^{\frac{1}{3}}.2^{-\frac{1}{3}}\left(2^{\frac{1}{3}} + 2^{-\frac{1}{3}}\right)$

বা, $z^3 - 3z^2 + 3z - 1 = 2 + \frac{1}{2} + 3(z-1)$

বা, $2z^3 - 6z^2 + 6z - 2 = 4 + 1 + 6z - 6$

$\therefore 2z^3 - 6z^2 - 1 = 0$

$\therefore$ z চলক বিশিষ্ট ত্রিঘাত সমীকরণটি হল, $2z^3 - 6z^2 - 1 = 0$ **(Ans.)**

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত আরও সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন : সব অনুশীলনীর সমন্বয়ে

প্রশ্ন ▶ ২৩ দেওয়া আছে, $y = f(x)$, যেখানে $f(x)$, x এর 10 ভিত্তিক লগারিদম।

ক. $f(x)$ = কত এবং এর বিপরীত ফাংশন নির্ণয় কর। ২

খ. $f(x)$ এর ডোমেন ও রেঞ্জ নির্ণয় কর। ৪

গ. $f(x)$ এর লেখচিত্র আঁক এবং লেখচিত্রের বৈশিষ্ট্য লেখ। ৪

২৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক x এর 10 ভিত্তিক লগারিদম = $\log_{10}x$

$\therefore f(x) = \log_{10}x$

এখন $y = f(x) = \log_{10}x$ হতে

$y = f(x)$

বা, $x = f^{-1}(y)$ ....(i)

এবং $y = \log_{10}x$

বা, $10^y = x$ ....(ii)

(i) ও (ii) নং সমীকরণ হতে পাই $f^{-1}(y) = 10^y$

$\therefore f^{-1}(x) = 10^x$

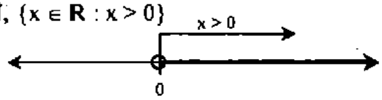
খ 'ক' হতে পাই, $f(x) = \log_{10}x$

যেহেতু, লগারিদম শুধুমাত্র ধনাত্মক বাস্তব সংখ্যার জন্য সংজ্ঞায়িত হয়।

$\therefore x > 0$ বা, $\{x \in \mathbb{R} : x > 0\}$

$= (0, \infty)$

সংখ্যারেখা :



$\therefore$ প্রদত্ত ফাংশনটির ডোমেন = $(0, \infty)$

'ক' থেকে পাই $x = 10^y$

এখানে, y-এর সকল বাস্তব মানের জন্য x-এর মান বাস্তব হয়।

$\therefore f(x)$ এর রেঞ্জ = $\mathbb{R} = (-\infty, \infty)$

গ লেখচিত্র: $y = f(x) = \log_{10}x$

যেহেতু ফাংশনটির ডোমেন $(0, \infty)$, সুতরাং এই ডোমেনের মধ্যে x এর কয়েকটি মানের জন্য y-এর মান নির্ণয় করি।

$x = 0$ হলে $y = \log_{10}0 = -\infty$

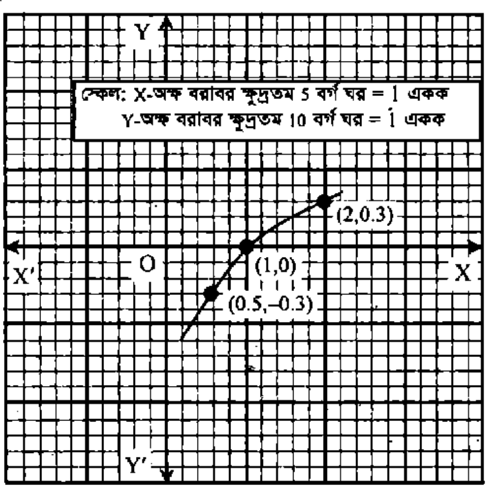
$x = 1$ হলে, $y = \log_{10}1 = 0$

$x = 2$ হলে, $y = \log_{10}2 = 0.30$

$x = 0.5$ হলে $y = \log_{10}0.5 = -0.30$

বিন্দুগুলো হলো (1, 0), (2, 0.30), (0.5, – 0.30).

বিন্দুগুলোকে ছক কাগজে স্থাপন করে লেখচিত্র আঁকি।



লেখচিত্রের বৈশিষ্ট্য:

১. $x \to 0$ হলে y ঋণাত্মক অসীমের দিকে অগ্রসর হয়।

২. $0 < x < 1$ হলে, y-এর মান ঋণাত্মক হয়।

৩. $x = 1$ এর জন্য $y = 0$ অর্থাৎ রেখাটি (1, 0) বিন্দুগামী।

৪. $x > 1$ হলে y এর মান ধনাত্মক অসীমের দিকে অগ্রসর হয়।

প্রশ্ন ▶ ২৪ $\frac{\log_k a}{4} = \frac{\log_k b}{6} = \frac{\log_k c}{3p}$ এবং $a^3b^2c = 1$ হলে,

ক. ১ম শর্ত হতে দেখাও যে, $b^2 = a^3$ ২

খ. ১ম ও ২য় শর্ত হতে p-এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $\log_k ab + \log_k bc + \log_k ca - \log_k ab^{-2}c = \log_k a$ ৪

২৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক ১ম শর্ত হতে

$\frac{\log_k a}{4} = \frac{\log_k b}{6}$

বা, $6 \log_k a = 4 \log_k b$

বা, $\log_k a^6 = \log_k b^4$

বা, $a^6 = b^4$

বা, $(a^6)^{\frac{1}{2}} = (b^4)^{\frac{1}{2}}$

বা, $a^3 = b^2$ **(দেখানো হলো)**

খ 'ক' হতে পাই $a^3 = b^2$

২য় শর্ত হতে পাই, $a^3\, b^2\, c = 1$

বা, $b^2 . b^2\ c = 1$

বা, $b^4\, c = 1$

বা, $c = \frac{1}{b^4}$

$\therefore c = b^{-4}$

আবার ১ম শর্ত হতে,

$\frac{\log_k b}{6} = \frac{\log_k c}{3p}$

বা, $3p \log_k b = 6 \log_k c$

বা, $\log_k b^{3p} = \log_k c^6$

বা, $b^{3p} = c^6$

বা, $b^{3p} = (b^{-4})^6$

বা, $b^{3p} = b^{-24}$

বা, $3p = -24$

বা, $p = \frac{-24}{3}$

$\therefore p = -8$ **(Ans.)**

গ ধরি, $\frac{\log_k a}{4} = \frac{\log_k b}{6} = \frac{\log_k c}{3p} = m$

$\therefore \log_k a = 4m$

$\log_k{}^b = 6m$

এবং $\log_k c = 3pm = -24m$. ['খ' থেকে $3p = -24$ বসিয়ে]

এখন $\log_k ab + \log_k bc + \log_k ca - \log_k ab^{-2}c$

$= \log_k a + \log_k b + \log_k b + \log_k c + \log_k c + \log_k a - \log_k a - \log_k b^{-2} - \log_k c$

$= 2\log_k b + \log_k a + \log_k c - (-2) \log_k b$

$= 2\log_k b + \log_k a + \log_k c + 2\log_k b$

$= 4\log_k b + \log_k a + \log_k c$

$= 4\log_k b + \log_k a + \log_k b^{-4}$ ['খ' হতে $c = b^{-4}$]

$= 4 \log_k b + \log_k a - 4\log_k b$

$= \log_k a$ **(প্রমাণিত)**

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

প্রশ্ন ▶ ২৫ দুইটি লগারিদমিক সমীকরণ

$(3y-2)\log 4 = (x+y)\log 16$ .... (i)

এবং $(x+2y)\log 3 = (2x+1)\log 9$ .... (ii)

ক. (i) কে x ও y চলক বিশিষ্ট সরল সমীকরণে প্রকাশ কর। ২

খ. সমীকরণদ্বয় সমাধান কর। ৪

গ. x ও y এর পরমমান যদি যথাক্রমে একটি বৃত্তের ব্যাসার্ধ ও একটি বর্গের এক বাহু হয় তাহলে দেখাও তাদের ক্ষেত্রফলদ্বয়ের অনুপাত π ঃ 1। ৪

২৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক (i) হতে $(3y-2)\log 4 = (x+y)\log 16$

বা, $\log 4^{3y-2} = \log(4^2)^{x+y}$

বা, $\log 4^{3y-2} = \log 4^{2x+2y}$

বা, $3y - 2 = 2x + 2y$

বা, $3y - 2y - 2 = 2x$

বা, $2x - y = -2$ .... (iii)

খ (ii) হতে $(x+2y)\log 3 = (2x+1)\log 9$

বা, $\log 3^{x+2y} = \log(3^2)^{2x+1}$

বা, $\log 3^{x+2y} = \log 3^{4x+2}$

বা, $x + 2y = 4x + 2$

বা, $3x - 2y = -2$ .... (iv)

(iii) × 2 – (iv) হতে

$4x - 2y - (3x - 2y) = -4 - (-2)$

বা, $4x - 2y - 3x + 2y = -4 + 2$

বা, $x = -2$

আবার, (iii) × 3 – (iv) × 2 হতে

$6x - 3y - (6x - 4y) = -6 - (-4)$

বা, $6x - 3y - 6x + 4y = -6 + 4$

বা, $y = -2$

$\therefore x = -2, y = -2$ **(Ans.)**

গ 'খ' থেকে $x = -2, y = -2$

ধরি, বৃত্তের ব্যাসার্ধ r

ও বর্গের প্রতিবাহু a

সুতরাং $r = |x|$ এবং $a = |y|$

বা, $r = |-2|$ এবং $a = |-2|$

$= 2$ $\quad= 2$

তাহলে বৃত্তটির ক্ষেত্রফল $= \pi r^2 = \pi \times 2^2 = 4\pi$ বর্গ একক

ও বর্গটির ক্ষেত্রফল $= a^2 = 2^2 = 4$ বর্গ একক

∴ বৃত্তের ক্ষেত্রফল : বর্গের ক্ষেত্রফল $= 4\pi : 4$

$= \pi : 1$ **(দেখানো হলো)**

প্রশ্ন ▶ ২৬ দুটি তথ্য বিবেচনা কর, **(i) $b^{5x} = a^{5+x}$ এবং $b^{3x} = a^{3-x}$**

(ii) $a = p$ এবং $b = p(1+p)^{\frac{1}{2x}}$

ক. (i) নং তথ্য থেকে প্রমাণ কর, $\frac{b^{2x}}{a^{2x}} = a^2$ ২

খ. 'ক' থেকে প্রমাণ কর $x\log_k\left(\frac{b}{a}\right) = \log_k a$ এবং ৪

(ii) ব্যবহার করে দেখাও, $\frac{\log_k(1+p)}{\log_k p} = 2$

গ. প্রাপ্ত $\frac{\log_k(1+p)}{\log_k p} = 2$ সমীকরণটির সমাধান কর। ৪

২৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক (i) থেকে $b^{5x} = a^{5+x}$ এবং $b^{3x} = a^{3-x}$

$\therefore \frac{b^{5x}}{b^{3x}} = \frac{a^{5+x}}{a^{3-x}}$

বা, $b^{5x-3x} = a^{5+x-3+x}$

বা, $b^{2x} = a^{2+2x}$

বা, $b^{2x} = a^2 . a^{2x}$

বা, $\frac{b^{2x}}{a^{2x}} = a^2$ **(প্রমাণিত)**

খ 'ক' থেকে $\frac{b^{2x}}{a^{2x}} = a^2$

বা, $\left(\frac{b}{a}\right)^{2x} = a^2$

বা, $\log_k\left(\frac{b}{a}\right)^{2x} = \log_k a^2$ [উভয় পক্ষে $\log_k$ নিয়ে]

বা, $2x\log_k\left(\frac{b}{a}\right) = 2\log_k a$

$\therefore x\log_k\left(\frac{b}{a}\right) = \log_k a$ **(প্রমাণিত)**

(ii) থেকে $a = p$ এবং $b = p(1+p)^{\frac{1}{2x}}$ বসিয়ে পাই,

$x\log_k\left\{\frac{p(1+p)^{\frac{1}{2x}}}{p}\right\} = \log_k p$

বা, $x\log_k(1+p)^{\frac{1}{2x}} = \log_k p$

বা, $x \times \frac{1}{2x}\log_k(1+p) = \log_k p$

বা, $\frac{1}{2}\log_k(1+p) = \log_k p$

$\therefore \frac{\log_k(1+p)}{\log_k p} = 2$ **(দেখানো হলো)**

গ 'খ' থেকে $\frac{\log_k(1+p)}{\log_k p} = 2$

বা, $\log_k(1+p) = 2\log_k p$

বা, $\log_k(1+p) = \log_k p^2$

বা, $1 + p = p^2$ [∵ $\log_k M = \log_k N$ হলে $M = N$]

বা, $p^2 - p - 1 = 0$

বা, $p = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4.1.(-1)}}{2.1}$

[$ax^2 + bx + c = 0$ হলে $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$]

বা, $p = \frac{1 \pm \sqrt{1+4}}{2}$

$\therefore p = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$

প্রশ্ন ▶ ২৭ যদি **$a = (bc)^{\frac{1}{p}}, b = (ca)^{\frac{1}{q}}$ ও $c = (ab)^{\frac{1}{r}}$ হয় তাহলে,**

ক. p, q ও r কে a, b ও c এর ফাংশন হিসেবে প্রকাশ কর। ২

খ. প্রমাণ কর, $\frac{1}{p+1} + \frac{1}{q+1} + \frac{1}{r+1} = 1$ ৪

গ. $x = p + 1, y = q + 1, z = r + 1$ এবং $b = c$ হলে দেখাও যে, $\frac{2xy + 3yz + 4zx}{xyz} = 3$ ৪

২৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $a = (bc)^{\frac{1}{p}}$

বা, $a^p = \left\{(bc)^{\frac{1}{p}}\right\}^p$ [উভয় পাশে p-তম ঘাত নিয়ে]

বা, $a^p = bc$

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

বা, $p = \log_a bc$ [সূত্র : $\log_a b = x$ হলে $a^x = b$]

একইভাবে $b = (ca)^{\frac{1}{q}}$ হতে $q = \log_b ca$

$c = (ab)^{\frac{1}{r}}$ হতে $r = \log_c ab$

খ 'ক' হতে, $p = \log_a bc$

বা, $1 + p = 1 + \log_a bc$ [উভয় পক্ষে 1 যোগ করে]

বা, $1 + p = \log_a a + \log_a bc$

$= \log_a abc$ [$\because \log_a M + \log_a N = \log_a MN$]

একইভাবে $1 + q = 1 + \log_b ca = \log_b b + \log_b ca = \log_b abc$

এবং $1 + r = \log_c abc$

এখন, $\frac{1}{p+1} + \frac{1}{q+1} + \frac{1}{r+1}$

$= \frac{1}{1+p} + \frac{1}{1+q} + \frac{1}{1+r}$

$= \frac{1}{\log_a abc} + \frac{1}{\log_b abc} + \frac{1}{\log_c abc}$

$= \log_{abc} a + \log_{abc} b + \log_{abc} c$ $\left\{\text{সূত্র: } \log_a b = \frac{1}{\log_b a}\right\}$

$= \log_{abc} a \times b \times c$

$= \log_{abc} abc$

$= 1$ **(প্রমাণিত)**

গ দেওয়া আছে, $x = p + 1$

বা, $x = 1 + p = \log_a abc$ ['খ' হতে]

একইভাবে $y = q + 1 = \log_b abc$

এবং $z = r + 1 = \log_c abc$

এখন, $\frac{2xy + 3yz + 4zx}{xyz} = \frac{2xy}{xyz} + \frac{3yz}{xyz} + \frac{4zx}{xyz}$

$= \frac{2}{z} + \frac{3}{x} + \frac{4}{y}$

$= \frac{2}{\log_c abc} + \frac{3}{\log_a abc} + \frac{4}{\log_b abc}$

$= 2\log_{abc} c + 3\log_{abc} a + 4\log_{abc} b$

$= \log_{abc} c^2 + \log_{abc} a^3 + \log_{abc} b^4$

$= \log_{abc} c^2 \times a^3 \times b^4$

$= \log_{abc} (abc)^2 ab^2$

$= \log_{abc} (abc)^2 + \log_{abc} ab^2$

$= 2\log_{abc} abc + \log_{abc} ab.b$

$= 2 + \log_{abc} abc$ [$\because b = c$]

$= 2 + 1$

$= 3$ **(দেখানো হলো)**

প্রশ্ন ▶ ২৮ যদি $(\sqrt{8})^p = A = 2^{\frac{q}{2}-1}$ **হয় তাহলে,**

ক. দেখাও যে, $p = 2\log_8 A$ এবং $q = 2\log_2 2A$ ২

খ. $q - p = 4$ হলে A এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. দেখাও যে, $p + q = \frac{14}{3}$ হলে A এর মান 'খ' থেকে প্রাপ্ত A এর মানের সমান নয়। ৪

২৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $(\sqrt{8})^p = A$

বা, $8^{\frac{p}{2}} = A$

বা, $\log_8 A = \frac{p}{2}$ [সূত্র: $\log_a b = x$ হলে $a^x = b$]

বা, $2\log_8 A = p$ **(দেখানো হলো)**

এবং $2^{\frac{q}{2}-1} = A$

বা, $2^{\frac{q}{2}}.2^{-1} = A$

বা, $2^{\frac{q}{2}} \times \frac{1}{2} = A$

বা, $2^{\frac{q}{2}} = 2A$

বা, $\log_2 2A = \frac{q}{2}$ [সূত্র, $\log_a b = x$ হলে $a^x = b$]

$\therefore 2\log_2 2A = q$ **(দেখানো হলো)**

খ দেওয়া আছে, $q - p = 4$

বা, $2\log_2 2A - 2\log_8 A = 4$

বা, $2\log_2 2 + 2\log_2 A - 2\log_8 A = 4$

বা, $2 \times 1 + 2(\log_2 A - \log_8 A) = 4$

বা $2(\log_2 A - \log_8 A) = 4 - 2 = 2$

বা, $\log_2 A - \log_8 A = 1$

বা, $\log_2 8.\log_8 A - \log_8 A = 1$

$\left[\log_a b = \frac{\log_k b}{\log_k a};\ \log_k b = \log_a b \times \log_k a\right]$

বা, $\log_8 A\left(\log_2 2^3 - 1\right) = 1$

বা, $\log_8 A(3\log_2 2 - 1) = 1$

বা, $\log_8 A(3 \times 1 - 1) = 1$

বা, $\log_8 A \times 2 = 1$

বা, $\log_8 A = \frac{1}{2}$

বা, $8^{\frac{1}{2}} = A$

বা, $\sqrt{8} = A$

$\therefore A = \sqrt{2 \times 4} = 2\sqrt{2}$ **(উত্তর)**

গ $p + q = \frac{14}{3}$

বা, $2\log_8 A + 2\log_2 2A = \frac{14}{3}$

বা, $2\log_8 A + 2\log_2 2 + 2\log_2 A = \frac{14}{3}$

বা, $2\log_8 A + 2 \times 1 + 2\log_2 A = \frac{14}{3}$

বা, $2(\log_8 A + \log_2 A) + 2 = \frac{14}{3}$

বা, $2(\log_8 A + \log_2 8.\log_8 A) = \frac{14}{3} - 2$

বা, $2(\log_8 A + \log_2 2^3 \log_8 A) = \frac{14-6}{3}$

বা, $(1 + 3\log_2 2)\log_8 A = \frac{8}{3} \times \frac{1}{2}$

বা, $(1 + 3 \times 1)\log_8 A = \frac{4}{3}$

বা, $4\log_8 A = \frac{4}{3}$

বা, $\log_8 A = \frac{1}{3}$

বা, $A = (8)^{\frac{1}{3}}$

বা, $A = (2^3)^{\frac{1}{3}}$

$\therefore A = 2$

$\therefore$ A এর মান 'খ' এ প্রাপ্ত এর মানের সমান নয়। **(দেখানো হলো)**

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

প্রশ্ন ▶ ২৯ $f(x) = ln\,(x - 4)$ হলে,

ক. ফাংশনটির বিপরীত ফাংশন নির্ণয় কর। ২

খ. $f(x)$ এর ডোমেন ও রেঞ্জ নির্ণয় কর। ৪

গ. $f(x)$ ফাংশনটির লেখচিত্র অঙ্কন কর এবং এর বৈশিষ্ট্য লেখ। ৪

২৯ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $f(x) = \ln (x - 4)$

ধরি, $y = f(x) = \ln (x - 4)$

$\therefore y = f(x)$ এবং $y = ln\,(x - 4)$

বা, $x = f^{-1}(y)$ বা, $e^y = x - 4$ .... (i)

বা, $x = e^y + 4$ ....(ii)

(i) ও (ii) থেকে $f^{-1}(y) = e^y + 4$

$\therefore f^{-1}(x) = e^x + 4.$

খ যেহেতু লগারিদমিক শুধুমাত্র ধনাত্মক বাস্তব সংখ্যার জন্য সংজ্ঞায়িত হয়।

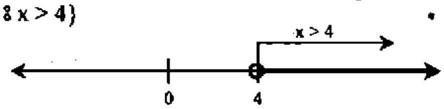
$\therefore x - 4 > 0$

বা, $x > 4$

বা, $\{x \in \mathbb{R} \,\$\, x > 4\}$

$= (4, \infty)$

সংখ্যারেখা :



$\therefore$ প্রদত্ত ফাংশনের ডোমেন $= (4, \infty)$

আবার 'ক' হতে পাই, $x = e^y + 4$

y এর সকল বাস্তব মানের জন্য x এর মান বাস্তব হয়।

$\therefore$ প্রদত্ত ফাংশনের রেঞ্জ $= \mathbb{R}$.

গ লেখচিত্র: $y = f(x) = ln\,(x - 4)$

যেহেতু ফাংশনটির ডোমেন $(4, \infty)$, সুতরাং ডোমেনের মধ্যে x এর কয়েকটি মানের জন্য y এর মান নির্ণয় করি (ক্যালকুলেটর ব্যবহার করে)।

$x = 5$ হলে, $y = \ln (5 - 4) = \ln 1 = 0$

$x = 4.5$ হলে $y = \ln (0.5) = -0.693$

$x = 6$ হলে $y = \ln 2 = 0.693$

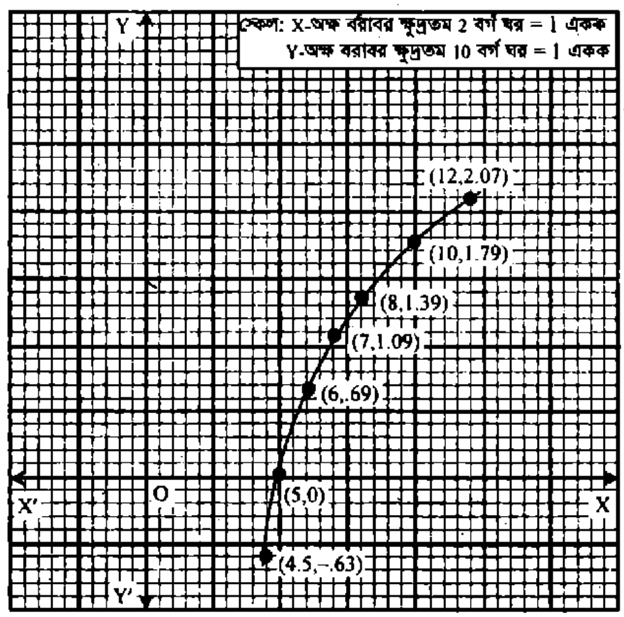
$x = 7$ হলে $y = \ln (7 - 4) = 1.09$

$x = 8$ হলে $y = \ln (8 - 4) = 1.39$

$x = 10$ হলে $y = \ln (10 - 4) = 1.79$

$x = 12$ হলে $y = \ln (12 - 4) = 2.07$

প্রাপ্ত বিন্দুগুলো গ্রাফ কাগজে স্থাপন করে সংযোগ করলে $f(x)$ এর লেখচিত্র আঁকলে তা নিম্নরূপ:



লেখচিত্রটির ধর্ম :

1. x-এর সকল মান 4 থেকে বড়।
2. $x = 5$ এর জন্য $y = \ln (5 - 4) = \ln 1 = 0$ অর্থাৎ রেখাটি x-অক্ষকে (5, 0) বিন্দুতে ছেদ করে।
3. $x > 5$ হলে x-এর সকল মানের জন্য y ধনাত্মক।
4. $4 < x < 5$ হলে y ঋণাত্মক।
5. $x \to 4$ হলে y এর মান ক্রমাগত ঋণাত্মক অসীমের দিকে অগ্রসর হয় অর্থাৎ $y \to -\infty$

প্রশ্ন ব্যাংক উত্তরসহ সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

প্রশ্ন ▶ ৩০ $\frac{ab\log_k(ab)}{a+b} = \frac{bc\log_k(bc)}{b+c} = \frac{ca\log_k(ca)}{c+a} = m$

ক. $\log_k(ab)$ এবং $\log_k(bc)$ এর মান কত ?

খ. প্রমাণ কর যে, $c^c = k^m$

গ. প্রমাণ কর যে, $a^a = b^b = c^c$

উত্তর: ক. $\frac{m(a+b)}{ab}, \frac{m(b+c)}{bc}$

প্রশ্ন ▶ ৩১ $\log_4 x = a$ এবং $\log_2 y = b$

ক. x এবং y এর মান নির্ণয় কর।

খ. xy এবং $\frac{x}{y}$ কে 2 এর শক্তিরূপে প্রকাশ কর।

গ. যদি $xy = 128$ এবং $\frac{x}{y} = 4$ হয়, তবে a এবং b এর মান নির্ণয় কর।

উত্তর: ক. $2^{2a}, 2^b$ **খ.** $xy = 2^{2a+b}, \frac{x}{y} = 2^{2a-b}$; **গ.** $\frac{9}{4}, \frac{5}{2}$

প্রশ্ন ব্যাংক উত্তরসহ সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন : সব অনুশীলনীর সমন্বয়ে

প্রশ্ন ▶ ৩২ $a^{3-x}b^{5x} = a^{5+x}.b^{3x}$ এবং $\frac{\log_k(1+x)}{\log_k x} = 2$

ক. $\frac{a^{5+x}}{a^{3-x}}$ কে সরল কর।

খ. দেখাও যে, $x\log_k\left(\frac{b}{a}\right) = \log_k a.$

গ. দ্বিতীয় শর্ত থেকে দেখাও যে, $x = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$

উত্তর: ক. a^{2x+2}

প্রশ্ন ▶ ৩৩ $f(x) = 5^{-x+1}, x \in \mathbb{R}$ [সাতক্ষীরা সরকারি মাধ্যমিক বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়]

ক. প্রমাণ কর যে, $\frac{5p}{5q} = \frac{1}{5^{q-p}}$, $p, q \in N$ এবং $p < q$ ২

খ. f(x) এর বিপরীত ফাংশনকে $\log\left(\frac{a}{b}\right)$ এর মাধ্যমে প্রকাশ কর। ৪

গ. ফাংশনটির রেঞ্জ নির্ণয় কর। ৪

উত্তর: খ. $f^{-1}(x) = \frac{\log\left(\frac{5}{4}\right)}{\log 5}$; **গ.** রেঞ্জ $(0, \infty)$

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

প্রশ্ন ▶ ৩৪ $\frac{\log_k a}{b-c} = \frac{\log_k b}{c-a} = \frac{\log_k c}{a-b}$ হিস্পাহানি পাবলিক স্কুল এন্ড কলেজ, চট্টগ্রাম

ক. abc এর মান কত? ২

খ. প্রমাণ কর যে, $a^a.b^b.c^c = 1$ ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $a^{b+c}.b^{c+a}.c^{a+b} = 1$ ৪

উত্তর: ক. 1

internet-linked

প্রশ্ন ব্যাংকের আরও প্রশ্ন ও উত্তরের জন্যে নিচের ওয়েব অ্যাড্রেসটি টাইপ করুন

ssc.panjeree.com/hmt/hm09qbs.pdf

REVISION

এ অংশে অধ্যায়ের গুরুত্বপূর্ণ তথ্য ও সূত্র, পরীক্ষার আগে যার উপর চোখ বুলিয়ে নেওয়া প্রয়োজন বা অবশ্যই মনে রাখতে হবে এমন বিষয়সমূহ একনজরে উল্লেখ করা হয়েছে। পরীক্ষার আগে এ বিষয়গুলো রিভিশন দিলে পরীক্ষায় নির্ভুলভাবে অঙ্ক সমাধান করতে পারবে।

- logos এবং arithmas দুটি গ্রিক শব্দ হতে লগারিদম শব্দের উৎপত্তি। logos অর্থ আলোচনা, arithmas অর্থ সংখ্যা অর্থাৎ বিশেষ সংখ্যা নিয়ে আলোচনা।
- যদি $a^x = b$ হয়, যেখানে $a > 0, a \neq 1$, তবে x কে বলা হয় b এর a ভিত্তিক লগারিদম অর্থাৎ $x = \log_a b$
- $x = \log_a b$ হয় তবে $a^x = b$; b কে ভিত্তি a এর সাপেক্ষে x এর প্রতিলগ বলে।
- কোনো ঋণাত্মক সংখ্যার লগারিদম নির্ণয় করা যায় না।
- $a > 0, a \neq 1$ এবং $b \neq 0$ হলে b এর অনন্য a ভিত্তিক লগারিদমকে $\log_a{}^b$ দ্বারা সূচিত করা হয়।
- **লগারিদমের সূত্রাবলি:**
  - ১. $\log_a a = 1$ এবং $\log_a 1 = 0$
  - ২. $\log_a (M \times N) = \log_a M + \log_a N$
  - ৩. $\log_a \left(\frac{M}{N}\right) = \log_a M - \log_a N$
  - ৪. $\log_a (M)^N = N\log_a M$
  - ৫. $\log_a M = \log_b M \times \log_a b$
- যদি $x > 0, y > 0$ এবং $a \neq 1$ তখন $x = y$; যদি এবং কেবল যদি $\log_a x = \log_a y$
- যদি $a > 1, x > 1$ হয় তবে $\log_a x > 0$
- যদি $0 < a < 1$ এবং $0 < x < 1$ হয়, তবে $\log_a x > 0$
- যদি $a > 1$ এবং $0 < x < 1$ হয়, তবে $\log_a x < 0$
- কোনো ফাংশনকে জ্যামিতিকভাবে প্রতিস্থাপনই ঐ ফাংশনের লেখচিত্র।
- $f(x) = a^x$; x এর সকল মানের জন্য সংজ্ঞায়িত যেখানে $a > 0$ এবং $a \neq 1$
- $f(x) = e^x$; x এর সকল মানের জন্য সংজ্ঞায়িত।
- $f(x) = \ln x$; শুধু $x > 0$ এর জন্য সংজ্ঞায়িত।
- $\frac{1}{0} = \infty$ কিন্তু $\frac{1}{\infty} = 0$ অর্থাৎ 0(শূন্য) দ্বারা কোনো সংখ্যাকে ভাগ করলে তা অসংজ্ঞায়িত। আবার কোনো সংখ্যাকে ইনফিনিটি (∞) দ্বারা ভাগ করলে ভাগফল শূন্য হবে।
- বাস্তব সংখ্যা x এর মান শূন্য, ধনাত্মক বা ঋণাত্মক কিন্তু x এর পরমমান সবসময়ই শূন্য বা ধনাত্মক। একে |x| দ্বারা প্রকাশ করা হয়।
- পরমমান ফাংশন, $x \in \mathbb{R}$, হয়, তবে $|x| = \begin{cases} x \text{ যখন } x > 0 \\ 0 \text{ যখন } x = 0 \\ -x \text{ যখন } x < 0 \end{cases}$
- পরমমান ফাংশন $f(x) = |x|$ এর ডোমেন = $\mathbb{R}$, রেঞ্জ = $[0, \infty]$

SUGGESTION

এখানে অধ্যায়টির অনুশীলনী, বহুনির্বাচনি ও সৃজনশীল প্রশ্নগুলো বিশ্লেষণ করে স্টার মার্কসহ সাজেশন দেওয়া হয়েছে। পরীক্ষার আগে অবশ্যই এ অঙ্কগুলো সমাধান করবে। তাহলে পরীক্ষায় যেকোনো অঙ্কের সমাধান সহজেই করতে পারবে।

সাজেশন | বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

	প্রশ্ন নম্বর
★★★	৫, ৬, ৭, ৯, ১৫, ১৮, ১৯, ২০, ২৮, ২৯, ৩৩, ৩৪, ৩৫, ৩৮, ৪২, ৪৩, ৪৫, ৪৮, ৪৯, ৫০, ৫১, ৫২, ৫৩, ৬৪, ৬৫, ৬৬, ৬৭, ৬৮, ৭২, ৭৩, ৭৪
★★	২, ৮, ১০, ১৪, ১৬, ১৭, ২১, ২২, ২৪, ২৫, ২৬, ২৭, ৩৭, ৩৯, ৪৭, ৫৮, ৫৯, ৬০, ৭০/ ৭১

সাজেশন | সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

	প্রশ্ন নম্বর
★★★	৪, ৬, ৭, ৮, ৯, ১০, ১৩, ১৫, ১৭, ১৮, ১৯, ২৩, ২৪, ২৭, ২৮, ২৯
★★	২, ৩, ৫, ১১, ১৬, ২৫, ২৬

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

অধ্যায়-১০

দ্বিপদী বিস্তৃতি

অনুশীলনী-১০.১

অনুশীলনীটি পড়ে যা জানতে পারবে—

১. দ্বিপদী বিস্তৃতির বর্ণনা
২. প্যাসকেলের ত্রিভুজ বর্ণনা
৩. প্যাসকেলের ত্রিভুজ ব্যবহার করে দ্বিপদীকে বিভিন্ন পদ পর্যন্ত বিস্তৃতিকরণ।

ফরাসি গণিতবিদ ব্লাইস প্যাসকেল *(Blaise Pascal, 1623-1665)* দ্বিপদী উপপাদ্য বর্ণনা ও তার সহগগুলোকে ত্রিভুজ আকারে প্রকাশ করেন যা প্যাসকেলের ত্রিভুজ নামে পরিচিত।

৭টি অনুশীলনীর প্রশ্ন |
৫৬টি বহুনির্বাচনি প্রশ্ন ■ ৩৮টি সাধারণ বহুনির্বাচনি ■ ৮টি বহুপদী সমাপ্তিসূচক ■ ১০টি অভিন্ন তথ্যভিত্তিক
১৭টি সৃজনশীল প্রশ্ন ■ ৪টি শ্রেণির কাজ ■ ৭টি মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত ■ ৬টি প্রশ্নব্যাংক

অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

১. প্যাসকেলের ত্রিভুজ বা দ্বিপদী বিস্তৃতি ব্যবহার করে $(1 + y)^5$ এর বিস্তৃতি নির্ণয় কর। উক্ত বিস্তৃতির সাহায্যে (i) $(1 - y)^5$ ও (ii) $(1 + 2x)^5$ এর বিস্তৃতি নির্ণয় কর।

সমাধান: প্যাসকেলের ত্রিভুজ ব্যবহার করে:

```
          1
        1   1
      1   2   1
    1   3   3   1
  1   4   6   4   1
1   5   10  10  5   1
```

$(1 + y)^5 = 1 + 5y + 10y^2 + 10y^3 + 5y^4 + y^5$ **(Ans.)**

দ্বিপদী বিস্তৃতি বা উপপাদ্য ব্যবহার করে:

$(1 + y)^5$

$= \binom{5}{0} y^0 + \binom{5}{1} y^1 + \binom{5}{2} y^2 + \binom{5}{3} y^3 + \binom{5}{4} y^4 + \binom{5}{5} y^5$

$= 1.1 + \frac{5}{1} y + \frac{5.4}{1.2} y^2 + \frac{5.4.3}{1.2.3} y^3 + \frac{5.4.3.2}{1.2.3.4} y^4 + 1.y^5$

$= 1 + 5y + 10y^2 + 10y^3 + 5y^4 + y^5$ **(Ans.)**

$(1 + y)^5$ এর বিস্তৃতি ব্যবহার করে

(i) $(1 - y)^5 = \{1 + (-y)\}^5$

$= 1 + 5(-y) + 10(-y)^2 + 10(-y)^3 + 5(-y)^4 + (-y)^5$

$= 1 - 5y + 10y^2 - 10y^3 + 5y^4 - y^5$ **(Ans.)**

(ii) $(1 + 2x)^5 = 1 + 5(2x) + 10(2x)^2 + 10(2x)^3 + 5(2x)^4 + (2x)^5$

$= 1 + 10x + 40x^2 + 80x^3 + 80x^4 + 32x^5$. **(Ans.)**

২. x এর ঘাতের উর্ধ্বক্রম অনুসারে (a) $(1 + 4x)^6$, (b) $(1 - 3x)^7$ এর প্রথম চার পদ পর্যন্ত বিস্তৃতি কর।

সমাধান: প্যাসকেলের ত্রিভুজ ব্যবহার করে:

```
              1
            1   1
          1   2   1
        1   3   3   1
      1   4   6   4   1
    1   5   10  10  5   1
  1   6   15  20  15  6   1
1   7   21  35  35  21  7   1
```

(a) $(1 + 4x)^6$

$= 1 + 6(4x) + 15(4x)^2 + 20(4x)^3 + \ldots\ldots$

$= 1 + 6.4x + 15.16x^2 + 20.64x^3 + \ldots\ldots$

$= 1 + 24x + 240x^2 + 1280x^3 + \ldots\ldots\ldots\ldots$ **(Ans.)**

(b) $(1 - 3x)^7$

$= 1 + 7(-3x) + 21(-3x)^2 + 35(-3x)^3 + \ldots\ldots$

$= 1 + 7(-3x) + 21(9x^2) + 35(-27x^3) + \ldots\ldots\ldots\ldots$

$= 1 - 21x + 189x^2 - 945x^3 + \ldots\ldots\ldots\ldots$ **(Ans.)**

বিকল্প সমাধান:

দ্বিপদী উপপাদ্যের সাহায্যে–

(a) $(1 + 4x)^6$

$= \binom{6}{0}(4x)^0 + \binom{6}{1}(4x)^1 + \binom{6}{2}(4x)^2 + \binom{6}{3}(4x)^3 + \ldots\ldots\ldots$

$= 1.1 + \frac{6}{1}(4x) + \frac{6.5}{1.2}(16x^2) + \frac{6.5.4}{1.2.3}(64x^3) + \ldots\ldots$

$= 1 + 24x + 240x^2 + 1280x^3 + \ldots\ldots\ldots$ **(Ans.)**

(b) $(1 - 3x)^7$

$= \binom{7}{0}(-3x)^0 + \binom{7}{1}(-3x)^1 + \binom{7}{2}(-3x)^2 + \binom{7}{3}(-3x)^3 + \ldots$

$= 1.1 + \frac{7}{1}(-3x) + \frac{7.6}{1.2}(9x^2) + \frac{7.6.5}{1.2.3}(-27x^3) + \ldots\ldots\ldots\ldots$

$= 1 - 21x + 189x^2 - 945x^3 + \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$ **(Ans.)**

৩. $(1 + x^2)^8$ এর বিস্তৃতির প্রথম চার পদ নির্ণয় কর। উক্ত ফলাফল ব্যবহার করে $(1.01)^8$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান: দ্বিপদী উপপাদ্য ব্যবহার করে পাই,

$(1 + x^2)^8$

$= \binom{8}{0}(x^2)^0 + \binom{8}{1}(x^2)^1 + \binom{8}{2}(x^2)^2 + \binom{8}{3}(x^2)^3 + \ldots$

$= 1.1 + \frac{8}{1}x^2 + \frac{8.7}{1.2}x^4 + \frac{8.7.6}{1.2.3}x^6 + \ldots\ldots$

$= 1 + 8x^2 + 28x^4 + 56x^6 + \ldots\ldots\ldots\ldots$ **(Ans.)**

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

অথবা, প্যাসকেলের ত্রিভুজ ব্যবহার করে পাই,

1
1 1
1 2 1
1 3 3 1
1 4 6 4 1
1 5 10 10 5 1
1 6 15 20 15 6 1
1 7 21 35 35 21 7 1
1 8 28 56 70 56 28 8 1

$(1 + x^2)^8 = 1 + 8x^2 + 28(x^2)^2 + 56(x^2)^3 +$
$= 1 + 8x^2 + 28x^4 + 56x^6 + \ldots\ldots$

এখন, x এর পরিবর্তে 0.1 অথবা, – 0.1 বসিয়ে পাই,

$(1 + 0.01)^8 = 1 + 8(0.1)^2 + 28(0.1)^4 + 56(0.1)^6 + \ldots\ldots$
$= 1 + 0.08 + 0.0028 + 0.000056 + \ldots\ldots\ldots$
$=1.082856$. (ছয় দশমিক স্থান পর্যন্ত) **(Ans.)**

৪. x এর ঘাতের উর্ধ্বক্রম অনুসারে নিম্নোক্ত দ্বিপদীসমূহের প্রথম তিন পদ নির্ণয় কর।

(a) $(1 - 2x)^5$, (b) $(1 + 3x)^9$

তারপর (c) $(1 - 2x)^5 (1 + 3x)^9$ কে x^2 পর্যন্ত বিস্তৃত কর।

সমাধান: (a) দ্বিপদী উপপাদ্য ব্যবহার করে পাই,

$$(1 - 2x)^5 = \binom{5}{0}(-2x)^0 + \binom{5}{1}(-2x)^1 + \binom{5}{2}(-2x)^2 + \ldots$$
$$= 1.1 + \frac{5}{1}(-2x) + \frac{5.4}{1.2}(4x^2) + \ldots\ldots$$
$$= 1 + 5(-2x) + 10(4x^2) + \ldots$$
$$= 1 - 10x + 40x^2 - \ldots\ldots\ldots \textbf{(Ans.)}$$

(b) দ্বিপদী উপপাদ্য ব্যবহার করে পাই,

$$(1 + 3x)^9 = \binom{9}{0}(3x)^0 + \binom{9}{1}(3x)^1 + \binom{9}{2}(3x)^2 + \ldots\ldots$$
$$= 1.1 + \frac{9}{1}(3x) + \frac{9.8}{2}(9x^2) + \ldots$$
$$= 1 + 27x + 324x^2 + \ldots \textbf{(Ans.)}$$

(c) (a) ও (b) ব্যবহার করে পাই,

$(1 - 2x)^5 (1 + 3x)^9$
$= (1 - 10x + 40x^2 - \ldots\ldots)(1 + 27x + 324x^2 + \ldots\ldots)$
$= (1 + 27x + 324x^2 + \ldots\ldots) - (10x + 270x^2 + \ldots\ldots)$
$+ (40x^2 + \ldots)$
$= 1 + 17x + 94x^2 + \ldots\ldots\ldots\ldots$ **(Ans.)**

৫. নিম্নোক্ত বিস্তৃতিসমূহের প্রথম চার পদ নির্ণয় কর।

[দ্বিপদী বিস্তৃতি বা প্যাসকেল ত্রিভুজ এর যেকোনো একটি ব্যবহার করে]

(a) $(1 - 2x^2)^7$ (b) $\left(1 + \frac{2}{x}\right)^4$ (c) $\left(1 - \frac{1}{2x}\right)^7$

সমাধান: প্যাসকেলের ত্রিভুজ ব্যবহার করে:

1
1 1
1 2 1
1 3 3 1
1 4 6 4 1
1 5 10 10 5 1
1 6 15 20 15 6 1
1 7 21 35 35 21 7 1

(a) $(1 - 2x^2)^7 = 1 + 7(-2x^2) + 21(-2x^2)^2 + 35(-2x^2)^3 + \ldots$
$= 1 + 7(-2x^2) + 21(4x^4) + 35(-8x^6) + \ldots\ldots$
$= 1 - 14x^2 + 84x^4 - 280x^6 + \ldots\ldots\ldots\ldots$ **(Ans.)**

(b) $$\left(1 + \frac{2}{x}\right)^4 = 1 + 4\left(\frac{2}{x}\right) + 6\left(\frac{2}{x}\right)^2 + 4\left(\frac{2}{x}\right)^3 + \ldots$$
$$= 1 + \frac{8}{x} + \frac{24}{x^2} + \frac{32}{x^3} + \ldots\ldots \textbf{(Ans.)}$$

(c) $$\left(1 - \frac{1}{2x}\right)^7 = 1 + 7\left(-\frac{1}{2x}\right) + 21\left(-\frac{1}{2x}\right)^2 + 35\left(-\frac{1}{2x}\right)^3 + \ldots$$
$$= 1 + 7\left(-\frac{1}{2x}\right) + 21\left(\frac{1}{4x^2}\right) + 35\left(-\frac{1}{8x^3}\right) + \ldots\ldots$$
$$= 1 - \frac{7}{2x} + \frac{21}{4x^2} - \frac{35}{8x^3} + \ldots\ldots\ldots\ldots \textbf{(Ans.)}$$

বিকল্প সমাধান: দ্বিপদী উপপাদ্য ব্যবহার করে পাই,

(a) $$(1 - 2x^2)^7 = \binom{7}{0}(-2x^2)^0 + \binom{7}{1}(-2x^2)^1 + \binom{7}{2}(-2x^2)^2 + \binom{7}{3}(-2x^2)^3 + \ldots\ldots\ldots$$
$$= 1.1 + \frac{7}{1}(-2x^2) + \frac{7.6}{1.2}(4x^4) + \frac{7.6.5}{1.2.3}(-8x^6) + \ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$= 1 - 14x^2 + 84x^4 - 280x^6 + \ldots\ldots\ldots\ldots \textbf{(Ans.)}$$

(b) $$\left(1 + \frac{2}{x}\right)^4 = \binom{4}{0}\left(\frac{2}{x}\right)^0 + \binom{4}{1}\left(\frac{2}{x}\right)^1 + \binom{4}{2}\left(\frac{2}{x}\right)^2 + \binom{4}{3}\left(\frac{2}{x}\right)^3 \ldots$$
$$= 1.1 + \frac{4}{1}\cdot\frac{2}{x} + \frac{4.3}{1.2}\cdot\frac{4}{x^2} + \frac{4.3.2}{1.2.3}\cdot\frac{8}{x^3} + \ldots$$
$$= 1 + \frac{8}{x} + \frac{24}{x^2} + \frac{32}{x^3} + \ldots\ldots \textbf{(Ans.)}$$

(c) $$\left(1 - \frac{1}{2x}\right)^7 = \binom{7}{0}\left(-\frac{1}{2x}\right)^0 + \binom{7}{1}\left(-\frac{1}{2x}\right)^1 + \binom{7}{2}\left(-\frac{1}{2x}\right)^2 + \binom{7}{3}\left(-\frac{1}{2x}\right)^3 + \ldots$$
$$= 1.1 + \frac{7}{1}\left(-\frac{1}{2x}\right) + \frac{7.6}{1.2}\left(\frac{1}{4x^2}\right) + \frac{7.6.5}{1.2.3}\left(-\frac{1}{8x^3}\right) + \ldots$$
$$= 1 - \frac{7}{2}\cdot\frac{1}{x} + \frac{21}{4}\cdot\frac{1}{x^2} - \frac{35}{8}\cdot\frac{1}{x^3} + \ldots\ldots\ldots \textbf{(Ans.)}$$

৬. x^3 পর্যন্ত (a) $(1 - x)^6$ এবং (b) $(1 + 2x)^6$ বিস্তৃত কর। তারপর (c) $(1 + x - 2x^2)^6$ কে x^3 পর্যন্ত বিস্তৃত কর।

সমাধান: (a) দ্বিপদী উপপাদ্য ব্যবহার করে পাই,

$$(1 - x)^6 = \binom{6}{0}(-x)^0 + \binom{6}{1}(-x)^1 + \binom{6}{2}(-x)^2 + \binom{6}{3}(-x)^3 + \ldots\ldots\ldots$$
$$= 1.1 + \frac{6}{1}(-x) + \frac{6.5}{1.2}(x^2) + \frac{6.5.4}{1.2.3}(-x^3) + \ldots$$
$$= 1 - 6x + 15x^2 - 20x^3 + \ldots\ldots\ldots \textbf{(Ans.)}$$

(b) দ্বিপদী উপপাদ্য ব্যবহার করে পাই,

$$(1 + 2x)^6 = \binom{6}{0}(2x)^0 + \binom{6}{1}(2x)^1 + \binom{6}{2}(2x)^2 + \binom{6}{3}(2x)^3 + \ldots\ldots\ldots$$
$$= 1.1 + \frac{6}{1}(2x) + \frac{6.5}{1.2}(4x^2) + \frac{6.5.4}{1.2.3}(8x^3) + \ldots$$
$$= 1 + 12x + 60x^2 + 160x^3 + \ldots\ldots \textbf{(Ans.)}$$

[বি:দ্র: পাঠবইয়ে উত্তরে ভুল আছে।]

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

(c) এখানে, $1 + x - 2x^2 = 1 + 2x - x - 2x^2$
$= (1 + 2x) - x(1 + 2x)$
$= (1 - x)(1 + 2x)$
$\therefore (1 + x - 2x^2)^6 = \{(1 - x)(1 + 2x)\}^6$
$= (1 - x)^6 (1 + 2x)^6$
$= (1 - 6x + 15x^2 - 20x^3 + ...)$
$(1 + 12x + 60x^2 + 160x^3 + ...)$ [(a) ও (b) হতে]
$= (1 + 12x + 60x^2 + 160x^3 + ...) - 6x(1 + 12x + 60x^2 + ...)$
$+ 15x^2(1 + 12x + ...) - 20x^3(1 + 12x + ...) + ...$
$= (1 + 12x + 60x^2 + 160x^3 + ...) - (6x + 72x^2 + 360x^3 + ...)$
$+ (15x^2 + 180x^3 + ...) - (20x^3 + ...)$
$= 1 + 6x + 3x^2 - 40x^3 + ...$ **(Ans.)**

৭. x এর মান যথেষ্ট ছোট হওয়ায় x^3 এবং এর উর্ধ্বতঘাতের মান উপেক্ষা করা যায়। প্রমাণ কর যে,
$(1 + x)^5 (1 - 4x)^4 = 1 - 11x + 26x^2$.

সমাধান: দ্বিপদী উপপাদ্যের সাহায্যে পাই,

$(1 + x)^5 = \binom{5}{0} x^0 + \binom{5}{1} x^1 + \binom{5}{2} x^2 + ...$
$= 1.1 + \frac{5}{1} x + \frac{5.4}{1.2} x^2 + ...$
$= 1 + 5x + 10x^2 + ...$

এবং $(1 - 4x)^4 = \binom{4}{0}(-4x)^0 + \binom{4}{1}(-4x)^1 + \binom{4}{2}(-4x)^2 + ...$
$= 1.1 + \frac{4}{1}(-4x) + \frac{4.3}{1.2}(16x^2) + ...$
$= 1 - 16x + 96x^2 - ....$

$\therefore (1 + x)^5 (1 - 4x)^4$
$= (1 + 5x + 10x^2 + ...)(1 - 16x + 96x^2 - ....)$
$= (1 - 16x + 96x^2 - .....) + (5x - 80x^2 + ...) + (10x^2 - .....)$
$= 1 - 11x + 26x^2 + ...$

x এর মান যথেষ্ট ছোট হওয়ায় x^3 এবং তার উর্ধ্বতম ঘাতের মান উপেক্ষা করা যায়। কারণ x ক্ষুদ্র হলে x^3 আরো ক্ষুদ্র হবে।
$\therefore (1 + x)^5 (1 - 4x)^4 = 1 - 11x + 26x^2$ **(প্রমাণিত)**

মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত সৃজনশীল বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

★★★ ১০.১ দ্বিপদী $(1 + y)^n$ এর বিস্তৃতি | Text পৃষ্ঠা-২০৯

- দ্বিপদী $(1 + y)^n$ এর বিস্তৃতি:
  $(1 + y)^n = 1 + ny + \frac{n(n-1)}{1.2} y^2 + \frac{n(n-1)(n-2)}{1.2.3} y^3 + ... + y^n$
  এখানে, n = 0 হলে, $(1 + y)^n = 1$ [পদসংখ্যা 1]
- $(1 + y)^n$ এর বিস্তৃতিতে ঘাত বা শক্তির চেয়ে পদসংখ্যা 1টি বেশি, অর্থাৎ (n + 1) সংখ্যক পদ থাকে।
- দ্বিপদী বিস্তৃতিতে y এর বিভিন্ন ঘাতের সহগ (Coefficient) কে দ্বিপদী সহগ বলা হয়।

১. নিচের কোনটি দ্বিপদী রাশি? (সহজ)
ক x^n খ y^n গ $\frac{1}{y}$ ঘ $a^2 - b^2$ — ঘ

২. $(1 + x)^8$ এর বিস্তৃতিতে কতগুলো পদ আছে? (সহজ) [মতিঝিল মডেল স্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা]
ক 7 খ 8 গ 9 ঘ 17 — গ

৩. $(1 + y)^n$ এর বিস্তৃতিতে পদসংখ্যা একটি হলে, n এর মান কত? (সহজ)
ক −1 খ 0 গ 1 ঘ 2 — খ

৪. $\left(1 + \frac{y}{x}\right)^n$ এর বিস্তৃতিতে n = 3 হলে, পদ সংখ্যা কয়টি? (মধ্যম)
ক 2 খ 3 গ 4 ঘ 5 — গ

৫. $(1 - 2y + y^2)^n$ এর বিস্তৃতিতে পদসংখ্যা 7 হলে, n এর মান কত? (কঠিন)
ক 3 খ 6 গ 7 ঘ 8 — ক

ব্যাখ্যা: $(1 - 2y + y^2)^n = \{(1 - y)^2\}^n = (1 - y)^{2n}$
$\therefore 2n + 1 = 7$ বা, n = 3

৬. $(1 + y)^n$ এর বিস্তৃতিতে n = 0, 1, 2, 3 এর জন্যে সহগগুলোকে সাজালে নিচের কোনটির আকার ধারণ করবে? (সহজ)
ক ত্রিভুজের খ বর্গের
গ আয়তনের ঘ চতুর্ভুজের — ক

৭. $(1 + y)^7$ এর বিস্তৃতিতে প্যাসকেলের ত্রিভুজের সহগগুলি নিচের কোনটি? (সহজ)
ক 1 5 10 10 5 1 খ 1 7 21 35 35 21 7 1
গ 1 7 9 26 35 27 8 1 ঘ 1 6 15 20 15 6 1 — খ

৮. প্যাসকেলের ত্রিভুজ হতে $(a + b)^6$ এর দ্বিপদী সহগ জানতে চাইলে কোনটির সহগ আগে জানতে হবে? (সহজ)
ক $(a + b)^4$ খ $(a + b)^5$ গ $(a + b)^7$ ঘ $(a + b)^8$ — খ

৯. $\binom{8}{0}$ = কত? (সহজ)
ক 0 খ 1 গ 8 ঘ 16 — খ

১০. $\binom{6}{4}$ = কত? (মধ্যম) [সরকারি মুসলিম উচ্চ বিদ্যালয়, চট্টগ্রাম]
ক 0 খ 1 গ 6 ঘ 15 — ঘ

ব্যাখ্যা: $\binom{6}{4} = \frac{6.5.4.3}{1.2.3.4}$

১১. $\binom{100}{100}$ = কত? (সহজ)
ক −100 খ 0 গ 1 ঘ 100 — গ

১২. $\binom{n}{n-1}$ = কত? (সহজ)
ক 1 খ n গ n + 1 ঘ n − 1 — খ

ব্যাখ্যা: $\binom{n}{n-1} = \frac{n!}{1!(n-1)!} = \frac{n(n-1)!}{(n-1)!} = n$

১৩. $(1 + y)^8$ এর বিস্তৃতিতে r + 1 তম পদের সহগ কোনটি? (সহজ)
ক $\binom{n}{r}$ খ $\binom{8}{r}$ গ $\binom{9}{r}$ ঘ $\binom{r}{9}$ — খ

১৪. $(1 + y)^n$ এর বিস্তৃতিতে n-তম পদের সহগ কত? (সহজ)
ক 0 খ $\binom{n}{1}$ গ $\binom{n}{n}$ ঘ $\binom{n}{n-1}$ — ঘ

১৫. $(1 + 2y)^5$ এর বিস্তৃতিতে তৃতীয় পদ নিচের কোনটি? (সহজ)
ক $\binom{5}{0}$ খ $\binom{5}{1}.2y$
গ $\binom{5}{2}(2y)^2$ ঘ $\binom{5}{3}(2y)^3$ — গ

১৬. $(1 + y)^n$ এর বিস্তৃতিতে n-তম পদের মান কত? (মধ্যম) [বীণাপাণি সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, গোপালগঞ্জ]
ক 1 খ $\binom{n}{1} y^n$ গ ny^{n-1} ঘ y^n — গ

১৭. $\binom{8}{5} x^5$ পদের দ্বিপদী রাশি নিচের কোনটি? (সহজ)
ক $(1 + x)^5$ খ $(1 + x)^8$ গ $(1 - x)^5$ ঘ $(1 - x)^8$ — খ

ব্যাখ্যা: $(1 + x)^n$ এর (r + 1) তম পদ $= \binom{n}{r} x^r$
$\therefore (1 + x)^8$ এর (5 + 1) তম পদ $= \binom{8}{5} x^5$

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

১৮. $(1-9x)^n$ এর বিস্তৃতিতে সাধারণ পদ কোনটি? (মধ্যম)

ক $\frac{n(n-1)(n-2)\ldots(n-r+1)}{1.2.3\ldots r}x^r$

খ $\frac{n(n-1)(n-2)\ldots(n-r)}{1.2.3\ldots r}q^rx^r$

গ $\frac{n(n-1)(n-2)\ldots(n-r)}{1.2.3\ldots r}(-1)^rq^rx^r$

ঘ $\frac{n(n-1)(n-2)\ldots(n-r+1)}{1.2.3\ldots r}(-1)^rq^rx^r$ — **ঘ**

১৯. $(1+3x)^5 = 1+15x+90x^2+270x^3+\ldots$ হলে, $(1-3x)^5 =$ কত? (মধ্যম)

ক $1-15x+90x^2+270x^3+\ldots$

খ $1-15x+90x^2-270x^3+\ldots$

গ $1+15x-90x^2-270x^3+\ldots$

ঘ $1-15x-90x^2-270x^2+\ldots$ — **খ**

ব্যাখ্যা: পদগুলোর চিহ্ন +, −, +, −, + ... হবে।

২০. $(1+3x)^5$ এর বিস্তৃতিতে x এর সহগ কত? (মধ্যম)

ক 1 খ 3 গ 5 ঘ 15 — **ঘ**

ব্যাখ্যা: $(1+3x)^5 = \binom{5}{0}(3x)^0 + \binom{5}{1}3x^1 + \ldots\ldots$
$= 1 + 15x + \ldots\ldots$

২১. $(1+x^2)^5$ এর বিস্তৃতিতে x^2 এর সহগ কত? (মধ্যম) [ঝালকাঠি সরকারি হরচন্দ্র বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, ঝালকাঠি]

ক 2 খ 5 গ 10 ঘ 16 — **খ**

২২. $(1+3x)^5$ এর বিস্তৃতিতে x^2 এর সহগ কত ? (মধ্যম)

ক 1 খ 15 গ 90 ঘ 270 — **গ**

ব্যাখ্যা: $\binom{5}{2}(3x)^2 = 90x^2$

২৩. $\left(\frac{1}{4}-x+x^2\right)^3$ এর বিস্তৃতিতে x^3 এর সহগ কোনটি? (মধ্যম)

ক $-\frac{5}{2}$ খ 0 গ 2 ঘ $\frac{5}{2}$ — **ক**

ব্যাখ্যা: $\left\{\left(\frac{1}{2}\right)^2 - 2.\frac{1}{2}.x + (x)^2\right\}^3 = \left\{\left(\frac{1}{2}-x\right)^2\right\}^3 = \left(\frac{1}{2}-x\right)^6$

$\therefore x^3$ এর সহগ $= \binom{6}{3}\left(\frac{1}{2}\right)^{6-3}.(-1)^3 = -\frac{6.5.4}{1.2.3}.\frac{1}{2^3} = -\frac{5}{2}$.

২৪. $\left(1+\frac{a}{x}\right)^7$ এর বিস্তৃতিতে x^{-2} এর সহগ কোনটি? (মধ্যম)

ক $\binom{7}{0}a^2$ খ $\binom{7}{2}a^2$ গ $\binom{7}{-2}a^{-2}$ ঘ $\binom{7}{-2}a^2$ — **খ**

ব্যাখ্যা: (r + 1) তম পদ $= \binom{7}{r}\left(\frac{a}{x}\right)^r = \binom{7}{r}a^r.x^{-r}$

$\therefore$ (2 + 1) তম পদ $= \binom{7}{2}\left(\frac{a}{x}\right)^2 = \binom{7}{2}a^2.x^{-2}$

২৫. $(1-x)(1+x)^3$ এর বিস্তৃতিতে x^2 এর সহগ কত? (মধ্যম)

ক 0 খ 1 গ 2 ঘ 3 — **ক**

ব্যাখ্যা: $(1-x)(1+x)^3 = (1-x)(1+x)(1+x)^2$
$= (1-x^2)(1+x)^2 = (1-x^2)(1+2x+x^2)$
$= 1+2x+x^2-x^2-2x^3-x^4 = 1+2x-2x^3-x^4$
$\therefore x^2$ এর সহগ 0.

২৬. $\left(1+\frac{x^2}{4}\right)^6$ এর বিস্তৃতিতে নিচের কোনটির সহগ শূন্য? (কঠিন)

ক x খ x^2 গ x^4 ঘ x^6 — **ক**

ব্যাখ্যা: $\left(1+\frac{x^2}{4}\right)^6 = \binom{6}{0}\left(\frac{x^2}{4}\right)^0 + \binom{6}{1}\left(\frac{x^2}{4}\right)^1 + \binom{6}{2}\left(\frac{x^2}{4}\right)^2 + \ldots\ldots = 1 + 6.\frac{x^2}{4} + 15.\frac{x^4}{16} + \ldots$

২৭. $\left(1+\frac{1}{x^2}\right)^6$ এর x বর্জিত পদের মান কত? (মধ্যম) [সরকারি মুসলিম উচ্চ বিদ্যালয়, চট্টগ্রাম]

ক 1 খ 6 গ 7 ঘ 12 — **ক**

ব্যাখ্যা: $\left(1+\frac{1}{x^2}\right)^6 = 1 + \binom{6}{1}\frac{1}{x^2} + \ldots\ldots$

২৮. নিচের কোনটির প্রথম পদ x বর্জিত পদ? (সহজ)

ক $\left(x^2-\frac{1}{x}\right)^8$ খ $(a-7x)^5$

গ $\left(x+\frac{1}{x}\right)^7$ ঘ $\left(\frac{1}{x}+x^3\right)^3$ — **খ**

২৯. $(1-y)^2$ এর বিস্তৃতিতে y এর সহগ a হলে, a এর মান কত? (মধ্যম)

ক −2 খ 0 গ 1 ঘ 3 — **ক**

৩০. $(1+ax)^5$ এর বিস্তৃতিতে x^3 এর সহগ − 270 হলে, a এর মান কত হবে? (কঠিন)

ক −2 খ −3 গ 2 ঘ 3 — **খ**

ব্যাখ্যা: x^3 এর সহগ $= \binom{5}{3}a^3 = \frac{5.4.3}{1.2.3}a^3 = 10a^3$

$\therefore 10a^3 = -270$ বা, $a^3 = -27$ বা, $a^3 = (-3)^3$

$\therefore a = -3$.

৩১. $(1+x)(1-bx)^{12}$ এর বিস্তৃতিতে প্রথম পদ কত? (সহজ)

ক 0 খ 1 গ b ঘ 12 — **খ**

ব্যাখ্যা: $(1+x)(1-bx)^{12} = (1+x)(1-12bx+66b^2x^2\ldots) =$
$1-12bx+66b^2x^2+x-12bx^2+\ldots$
$= 1+x(1-12b)+x^2(66b^2-12b)+\ldots$

৩২. $\left(1+\frac{2}{x}\right)^8$ এর বিস্তৃতিতে দ্বিতীয় পদের মান 2 হলে, x এর মান কত? (মধ্যম)

ক − 8 খ 0 গ 8 ঘ 16 — **গ**

ব্যাখ্যা: দ্বিতীয় পদ $= \binom{8}{1}\left(\frac{2}{x}\right)^1 \therefore \frac{16}{x} = 2$ বা, x = 8

৩৩. $(1+x)^{15}$ এর বিস্তৃতিতে 7-তম ও 8-তম পদ দুইটি সমান হলে, x এর মান কত? (মধ্যম)

ক $\frac{9}{7}$ খ $\frac{7}{9}$ গ $\frac{7}{9}$ ঘ $-\frac{9}{7}$ — **খ**

ব্যাখ্যা: ${}^{15}C_6x^6 = {}^{15}C_7x^7$ বা, $x = \frac{{}^{15}C_6}{{}^{15}C_7} = \frac{7}{9}$.

৩৪. $\left(1+\frac{1}{4}\right)^n = 1+\frac{n}{4}+\frac{n(n-1)}{2}\frac{1}{16}+\ldots$ বিস্তৃতিতে ২য় পদের মান ৩য় পদের দ্বিগুণের সমান হলে n এর মান কত? (মধ্যম)

ক 6 খ 5 গ 4 ঘ 3 — **খ**

ব্যাখ্যা: $\frac{n}{4} = 2.\frac{n(n-1)}{2}.\frac{1}{16}$ বা, $1 = (n-1)\frac{1}{4}$
বা, $n-1 = 4 \therefore n = 5$

৩৫. $\left(2-\frac{x}{2}\right)^7$ এর বিস্তৃতিতে x এর মান কত হলে $(1.995)^7$ এর মান পাওয়া যাবে? (কঠিন)

ক 0.01 খ 0.05 গ 0.1 ঘ 0.5 — **ক**

ব্যাখ্যা: $2-\frac{x}{2} = 1.995$ বা, x = 0.01

৩৬. $\left(1+\frac{4}{5}x\right)^n$ এর বিস্তৃতিতে x^3 ও x^4 এর সহগদ্বয় সমান হলে n = কত? (মধ্যম)

ক 4 খ 5 গ 7 ঘ 8 — **ঘ**

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

ব্যাখ্যা: ${}^nC_3\left(\frac{4}{5}\right)^3 = {}^nC_4\left(\frac{4}{5}\right)^4$

বা, $\frac{n!}{(n-3)!\,3!} = \frac{n!}{(n-4)!4!}\left(\frac{4}{5}\right)$

বা, $\frac{1}{(n-3)(n-4)!3!} = \frac{1}{(n-4)!4.3!}\cdot\frac{4}{5}$

বা, $\frac{1}{n-3} = \frac{1}{5}$ বা, $n - 3 = 5$ বা, $n = 8$.

৩৭. p এর কোন মানের জন্য $(1 + px)^8$ এর বিস্তৃতিতে x^3 ও x^4 এর সহগ সমান? (কঠিন)

ক) $\frac{3}{5}$ খ) $\frac{3}{4}$ গ) $\frac{4}{5}$ ঘ) $\frac{5}{4}$ **গ**

ব্যাখ্যা: $\binom{8}{3}P^3 = \binom{8}{4}P^4$

বা, $\frac{p^4}{p^3} = \frac{\binom{8}{3}}{\binom{8}{4}} = \frac{\frac{8!}{(8-3)!3!}}{\frac{8!}{(8-4)!4!}}$ বা, $P = \frac{4!4!}{5!3!} = \frac{4!4.3!}{5.4!.3!} = \frac{4}{5}$

৩৮. $(1 + y)^4$ এর বিস্তৃতিতে তৃতীয় পদের সহগ a ও $(1 + y)^5$ এর বিস্তৃতিতে তৃতীয় পদের সহগ b হলে, b : a = ? (কঠিন)

ক) 5 : 4 খ) 5 : 3 গ) 5 : 2 ঘ) 5 : 1 **খ**

ব্যাখ্যা: $(1 + y)^4$ এর তৃতীয় পদের সহগ $\binom{4}{2} = 6$ এবং

$(1 + y)^5$ এর তৃতীয় পদের সহগ $\binom{5}{2} = 10$

৩৯. $(1 + y)^n$ একটি দ্বিপদী রাশি হলে –

i. n এর মান 2 হতে পারে।

ii. এর বিস্তৃতিতে (n + 1) টি পদ থাকবে

iii. এর বিস্তৃতিতে শেষ পদ y^n

নিচের কোনটি সঠিক ? (সহজ)

ক) i ও ii খ) i ও iii গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii **ঘ**

৪০. $(1 + 3y^2 + 3y + y^3)^6$ এর বিস্তৃতিতে—

i. 7 টি পদ আছে

ii. 19 টি পদ আছে

iii. দ্বিতীয় পদটি $\binom{18}{1}.y$

নিচের কোনটি সঠিক ? (মধ্যম)

ক) i ও ii খ) i ও iii গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii **গ**

৪১.

1
1 1
1 2 1
1 3 P 1
1 4 6 4 Q
1 5 10 10 R 1

i. Q এর মান = 1।

ii. PQ = 15।

iii. প্যাসকেলের ত্রিভুজটির ষষ্ঠ সারির জন্য n = 6।

নিচের কোনটি সঠিক ?(সহজ)

ক) i ও ii খ) i ও iii গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii **খ**

৪২. $\binom{5}{0}a^5 + \binom{5}{1}a^4b + \binom{5}{2}a^3b^2 + \binom{5}{3}a^2b^3 + \binom{5}{4}ab^4 + \binom{5}{5}b^5$

i. বিস্তৃতির দ্বিপদী $(a + b)^5$।

ii. এর তৃতীয় পদের সহগ 10।

iii. দ্বিতীয় পদ: $10a^3b^2$।

নিচের কোনটি সঠিক ? (সহজ)

ক) i ও ii খ) i ও iii গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii **ক**

৪৩. $(1 + x)^{m+n}$ এর বিস্তৃতিতে —

i. x^m ও x^n এর সহগ সমান।

ii. পদ সংখ্যা = m + n + 1

iii. x বর্জিত পদ একটি হবে যদি m ও n জোড় বা বিজোড় হয়।

নিচের কোনটি সঠিক ? (কঠিন)

ক) i ও ii খ) i ও iii গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii **ঘ**

৪৪. $(1 + y)^m (1 + \frac{1}{y})^n$ এর বিস্তৃতিতে y বর্জিত পদের মান —

i. $\binom{m+n}{n}$

ii. $\binom{m+n}{m}$

iii. $\binom{m+n}{0}$

নিচের কোনটি সঠিক ?(মধ্যম)

ক) i ও ii খ) i ও iii গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii **ক**

ব্যাখ্যা: $(1+y)^m\left(1+\frac{1}{y}\right)^n = (1+y)^m\left(\frac{1+y}{y}\right)^n = \frac{(1+y)^{m+n}}{y^n}$

∴ (n + 1) তম পদে y বর্জিত পদ বিদ্যমান।

∴ y বর্জিত পদ $= \frac{\binom{m+n}{n}y^n}{y^n} = \binom{m+n}{n}$

এছাড়া $\binom{m+n}{n} = \binom{m+n}{m}$

৪৫. $\binom{n}{r} = \frac{n(n-1)(n-2)\,.....\,(n-r+1)}{1 \times 2 \times 3 \times 4 \times ..... \times r}$ হলে—

i. $\binom{4}{1} = 4$

ii. $\binom{4}{4} = 1$

iii. $\binom{4}{2} = 6$

নিচের কোনটি সঠিক ?(মধ্যম)

ক) i ও ii খ) i ও iii গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii **ঘ**

৪৬. $(a + x)^m$ এর —

i. ঘাত হলো m।

ii. দ্বিতীয় পদ $\binom{m}{1}\frac{a^m x}{a}$

iii. ৩য় পদের মান $\frac{a^m}{a^2}$ হলে, $x = \sqrt{\frac{2}{m^2 - m}}$।

নিচের কোনটি সঠিক ?(কঠিন)

ক) i ও ii খ) i ও iii গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii **ঘ**

ব্যাখ্যা: ৩য় বা (2 + 1) তম পদ $= \binom{m}{2}a^{m-2}x^2$

∴ $\binom{m}{2}a^{m-2}x^2 = \frac{a^m}{a^2}$ বা, $\frac{m(m-1)}{1.2}\frac{a^m}{a^2}x^2 = \frac{a^m}{a^2}$

বা, $x^2 = \frac{2}{m(m-1)}$ বা, $x = \sqrt{\frac{2}{m^2 - m}}$

নিচের তথ্যের আলোকে (৪৭-৪৯) নং প্রশ্নের উত্তর দাও।

$(1 + ax)^7 = \binom{7}{0} + \binom{7}{1}ax + \binom{7}{2}(ax)^2 + ...$

৪৭. বিস্তৃতিতে পদ সংখ্যা কতটি? (সহজ)

ক) 5 খ) 6 গ) 7 ঘ) 8 **ঘ**

৪৮. x^2 এর সহগ 84 এর সমান হলে, a = ? (মধ্যম)

ক) ±1 খ) ±2 গ) ±3 ঘ) ±4 **খ**

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

ব্যাখ্যা: x^2 এর সহগ $\binom{7}{2}(a)^2 = 84$
বা, $21a^2 = 84$ বা, $a^2 = 4$ বা, $a = \pm 2$.

৪৯. x^5 এর সহগ কোনটি? (সহজ)

ক $\binom{7}{4}a^4$ খ $\binom{7}{5}a^5$ গ $\binom{7}{6}a^6$ ঘ $\binom{7}{7}a^7$ **খ**

নিচের তথ্যের আলোকে (৫০-৫২) নং প্রশ্নের উত্তর দাও।
$(1+y)^{2n}$, $(1+y)^{2n-1}$ যেখানে n একটি পূর্ণসংখ্যা।

৫০. $(1+y)^{2n-1}$ এর বিস্তৃতিতে মোট পদের সংখ্যা? (সহজ)

ক $2n-1$ খ $2n$ গ $2n+1$ ঘ 2^n **খ**

৫১. $(1+y)^{2n}$ এর y^n এর সহগ কোনটি? (সহজ)

ক $\binom{n}{n}$ খ $\binom{2n}{n}$ গ $\binom{2n-1}{n}$ ঘ $\binom{2n+1}{n}$ **খ**

৫২. $(1+y)^{2n}$ এর বিস্তৃতিতে y^n এর সহগ $(1+y)^{2n-1}$ এর বিস্তৃতিতে y^n এর সহগের কত গুণ? (কঠিন)

ক দ্বিগুণ খ তিনগুণ গ চারগুণ ঘ পাঁচগুণ **ক**

ব্যাখ্যা: $\frac{^{2n}C_n}{^{2n-1}C_n} = \frac{\frac{2n!}{n!n!}}{\frac{(2n-1)!}{(n-1)!n!}} = \frac{\frac{2n(2n-1)!}{n!n(n-1)!}}{\frac{(2n-1)!}{(n-1)!n!}}$

$= \frac{2n(2n-1)!}{n!n(n-1)!} \times \frac{(n-1)!n!}{(2n-1)!} = 2.$

নিচের তথ্যের আলোকে (৫৩-৫৬) নং প্রশ্নের উত্তর দাও।
$(1+x)^7$ একটি দ্বিপদী রাশি।

৫৩. বিস্তৃতিতে ৪তম পদের সহগ কত? (সহজ)

ক 14 খ 35 গ 42 ঘ 48 **খ**

৫৪. দুইটি ক্রমিক পদের সহগের অনুপাত 1 : 3 হলে পদ দুইটি কত? (কঠিন)

ক 2 ও 3 খ 3 ও 4 গ 4 ও 5 ঘ 5 ও 6 **ক**

ব্যাখ্যা: ক্রমিক পদ দুইটির সহগ $^7C_{r-1}$ ও ^7C_r

$\therefore \frac{^7C_r}{^7C_{r-1}} = \frac{3}{1}$ বা, $\frac{\frac{7!}{(7-r)!r!}}{\frac{7!}{(7-r+1)!(r-1)!}} = 3$

বা, $\frac{7!}{(7-r)!r(r-1)!} \times \frac{(7-r+1)(7-r)!(r-1)!}{7!} = 3$

বা, $\frac{8-r}{r} = 3$ বা, $3r = 8 - r$ বা, $3r + r = 8$

বা, $4r = 8$ বা, $r = 2$ $\therefore$ 2 ও (2 + 1) বা, 3তম পদ।

৫৫. x^r এর সহগ x^{r-1} এর সহগের সাতগুণ হলে r = কত? (মধ্যম)

ক 1 খ 2 গ 3 ঘ 4 **ক**

ব্যাখ্যা: $^7C_r = 7\ ^7C_{r-1}$ বা, $\frac{7!}{(7-r)!r!} = 7\frac{7!}{(7-r+1)!(r-1)!}$

বা, $\frac{1}{(7-r)!r(r-1)!} = \frac{7}{(7-r+1)(7-r)!(r-1)!}$

বা, $\frac{1}{r} = \frac{7}{8-r}$ বা, $7r = 8 - r$ বা, $8r = 8$ $\therefore r = 1$

৫৬. বিস্তৃতির 4-তম পদ ও 5-তম পদ সমান হলে, x = কত? (মধ্যম)

ক 1 খ 2 গ 3 ঘ 4 **ক**

ব্যাখ্যা: $\binom{7}{3}x^3 = \binom{7}{4}x^4$ বা, $\frac{7.6.5}{3.2.1}x^3 = \frac{7.6.5.4}{4.3.2.1}x^4$

বা, $\frac{x^4}{x^3} = \frac{35}{35} = 1$ $\therefore x = 1$

শ্রেণির কাজের ওপর সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

প্রশ্ন ▶ ১ **$(1+y)^n$ একটি দ্বিপদী রাশি এবং এর দ্বিপদী বিস্তৃতির সহগ প্যাসকেলের ত্রিভুজের সাহায্যে নির্ণয় করা যায়।** *একাজ; পৃষ্ঠা-২১১*

ক. n = 6 ও n = 7 -এর জন্য দ্বিপদী সহগ নির্ণয় কর। ২

খ. n = 8 এবং n = 9 এর জন্য বিস্তৃতিসমূহ নির্ণয় কর। y = 2x এবং n = 6 -এর জন্য দ্বিপদীটি বিস্তৃত কর। ৪

গ. 'খ' এর সাহায্যে $(2.982)^6$ -এর আসন্ন মান তিন দশমিক স্থান পর্যন্ত নির্ণয় কর। ৪

১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্যাসকেলের ত্রিভুজে সূত্রানুযায়ী দ্বিপদী রাশির বিস্তৃতির সহগসমূহ নিম্নরূপ:

n = 0   1
n = 1   1 1
n = 2   1 2 1
n = 3   1 3 3 1
n = 4   1 4 6 4 1
n = 5   1 5 10 10 5 1

$\therefore$ n = 6 হলে দ্বিপদী সহগ: 1 6 15 20 15 6 1 **(Ans.)**
এবং n = 7 হলে দ্বিপদী সহগ: 1 7 21 35 35 21 7 1 **(Ans.)**

খ প্যাসকেলের ত্রিভুজ ব্যবহার করে
$(1+y)^8 = 1 + 8y + 28y^2 + 56y^3 + 70y^4 + 56y^5 + 28y^6 + 8y^7 + y^8$ **(Ans.)**
এবং $(1+y)^9 = 1 + 9y + 36y^2 + 84y^3 + 126y^4 + 126y^5 + 84y^6 + 36y^7 + 9y^8 + y^9$. **(Ans.)**
y = 2x এবং n = 6 হলে দ্বিপদীটি হয় $(1+2x)^6$
$\therefore (1+2x)^6 = 1 + 6(2x) + 15(2x)^2 + 20(2x)^3 + 15(2x)^4 + 6(2x)^5 + (2x)^6$
$= 1 + 12x + 60x^2 + 160x^3 + 240x^4 + 192x^5 + 64x^6$ **(Ans.)**

গ 'খ' হতে পাই,
$(1+2x)^6 = 1 + 12x + 60x^2 + 160x^3 + 240x^4 + 192x^5 + 64x^6$
এখানে, $1 + 2x = 2.982$
বা, $2x = 2.982 - 1 = 1.982$
বা, $x = \frac{1.982}{2} = 0.991$
$\therefore x = 0.991$
এখন, x = 0.991 বসিয়ে পাই,
$\{1 + 2(0.991)\}^6 = 1 + 12(0.991) + 60(0.991)^2 + 160(0.991)^3 + 240(0.991)^4 + 192(0.991)^5 + 64(0.991)^6$
বা, $(1 + 1.982)^6 = 1 + 11.892 + 58.925 + 155.719 + 231.476 + 183.514 + 60.621$
বা, $(2.982)^6 = 703.147$
$\therefore (2.982)^6 = 703.147$ [তিন দশমিক স্থান পর্যন্ত] **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ২ **$128\left(\frac{1}{2}+x^2\right)^7$ এবং $128\left(\frac{1}{2}-x^2\right)^7$ দুইটি দ্বিপদী।** *একাজ; পৃষ্ঠা-২১৪*

ক. দ্বিপদীদ্বয়কে $(1 + ax^2)^n$ আকারে প্রকাশ কর। ২

খ. দ্বিপদীদ্বয়কে প্যাসকেলের ত্রিভুজ সূত্রের সাহায্যে এবং দ্বিপদী উপপাদ্যের সাহায্যে বিস্তৃত কর। ৪

গ. দেখাও যে, $(1 + 2x^2)^7$ থেকে $(1 - 2x^2)^7$ এর বিয়োগফল সর্বদা অঋণাত্মক। ৪

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক $128\left(\frac{1}{2}+x^2\right)^7 = 2^7\left(\frac{1}{2}+x^2\right)^7$

$= \left\{2\left(\frac{1}{2}+x^2\right)\right\}^7$

$= (1+2x^2)^7$ **(Ans.)**

এবং $128\left(\frac{1}{2}-x^2\right)^7 = 2^7\left(\frac{1}{2}-x^2\right)^7$

$= \left\{2\left(\frac{1}{2}-x^2\right)\right\}^7$

$= (1-2x^2)^7$ **(Ans.)**

খ 'ক' হতে পাই, দ্বিপদীদ্বয় $(1+2x^2)^7$ ও $(1-2x^2)^7$

প্যাসকেলের ত্রিভুজের সাহায্যে–

$(1+2x^2)^7 = 1 + 7(2x^2) + 21(2x^2)^2 + 35(2x^2)^3 + 35(2x^2)^4 + 21(2x^2)^5 + 7(2x^2)^6 + (2x^2)^7$ **(Ans.)**

দ্বিপদী উপপাদ্যের সাহায্যে-

1
1 1
1 2 1
1 3 3 1
1 4 6 4 1
1 5 10 10 5 1
1 6 15 20 15 6 1
1 7 21 35 35 21 7 1
1 8 28 56 70 56 28 8 1

$(1+2x^2)^7 = \binom{7}{0}(2x^2)^0 + \binom{7}{1}(2x^2)^1 + \binom{7}{2}(2x^2)^2 + \binom{7}{3}(2x^2)^3 + \binom{7}{4}(2x^2)^4 + \binom{7}{5}(2x^2)^5 + \binom{7}{6}(2x^2)^6 + \binom{7}{7}(2x^2)^7$

$= 1.1 + \frac{7}{1}(2x^2) + \frac{7.6}{1.2}(2x^2)^2 + \frac{7.6.5}{1.2.3}(2x^2)^3 + \frac{7.6.5.4}{1.2.3.4}(2x^2)^4 + \frac{7.6.5.4.3}{1.2.3.4.5}(2x^2)^5 + \frac{7.6.5.4.3.2}{1.2.3.4.5.6}(2x^2)^6 + 1.(2x^2)^7$

$= 1 + 14x^2 + 21.4x^4 + 35.8x^6 + 35.16x^8 + 21.32x^{10} + 7.64x^{12} + 128x^{14}$

$= 1 - 14x^2 + 84x^4 - 280x^6 + 560x^8 - 672x^{10} + 448x^{12} - 128x^{14}$ **(Ans.)**

প্যাসকেলের ত্রিভুজের সাহায্যে

$(1-2x^2)^7 = \{1+(-2x^2)\}^7$

$= 1 + 7(-2x^2) + 21.(-2x^2)^2 + 35(-2x^2)^3 + 35(-2x^2)^4 + 21(-2x^2)^5 + 7(-2x^2)^6 + (-2x^2)^7$

$= 1 - 7.2x^2 + 21.4x^4 - 35.8x^6 + 35.16x^8 - 21.32x^{10} + 7.64x^{12} - 128x^{14}$

$= 1 - 14x^2 + 84x^4 - 280x^6 + 560x^8 - 672x^{10} - 448x^{12} + 128x^{14}$ **(Ans.)**

দ্বিপদী উপপাদ্যের সাহায্যে-

$(1-2x^2)^7 = \{1+(-2x^2)\}^7$

$= \binom{7}{0}(-2x^2)^0 + \binom{7}{1}(-2x^2) + \binom{7}{2}(-2x^2)^2 + \binom{7}{3}(-2x^2)^3 + \binom{7}{4}(-2x^2)^4 + \binom{7}{5}(-2x^2)^5 + \binom{7}{6}(-2x^2)^6 + \binom{7}{7}(-2x^2)^7$

$= 1.1 + \frac{7}{1}(-2x^2) + \frac{7.6}{1.2}(4x^4) + \frac{7.6.5}{1.2.3}(-8x^6) + \frac{7.6.5.4}{1.2.3.4}(16x^8) + \frac{7.6.5.4.3}{1.2.3.4.5}(-32x^{10}) + \frac{7.6.5.4.3.2}{1.2.3.4.5.6}(64x^{12}) + 1.(-128x^{14})$

$= 1 - 14x^2 + 84x^4 - 280x^6 - 560x^8 - 672x^{10} + 448x^{12} - 128x^{24}$ **(Ans.)**

গ 'খ' থেকে পাই, $(1+2x^2)^7 = 1 + 14x^2 + 84x^4 + 280x^6 + 560x^8 + 672x^{10} + 448x^{12} + 128x^{14}$

এবং $(1-2x^2)^7 = 1 - 14x^2 + 84x^4 - 280x^6 + 560x^8 - 672x^{10} + 448x^{12} - 128x^{14}$

$\therefore (1+2x^2)^7 - (1-2x^2)^7$

$= 1 + 14x^2 + 84x^4 + 280x^6 + 560x^8 + 672x^{10} + 448x^{12} + 128x^{14} - 1 + 14x^2 - 84x^4 + 280x^6 - 560x^8 + 672x^{10} - 448x^{12} + 128x^{14}$

$= 28x^2 + 560x^6 + 1344x^{10} + 256x^{14}$

$= 4x^2(7 + 140x^4 + 336x^8 + 64x^{12})$

এখানে x এর যেকোনো মানের জন্য $4x^2$ এবং $(7 + 140x^4 + 336x^8 + 64x^{12})$ অঋণাত্মক সংখ্যা

$\therefore (1+2x^2)^7$ থেকে $(1-2x^2)^7$ এর বিয়োগফল সর্বদা অঋণাত্মক।

(দেখানো হলো)

প্রশ্ন ▶ ৩ $(1+y)^n$ **-এর বিস্তৃতির দ্বিপদী সূত্রটি নিম্নরূপ-**

$$(1+y)^n = 1 + \binom{n}{1}y + \binom{n}{2}y^2 + \ldots\ldots + \binom{n}{n-1}y^{n-1} + y^n$$

কাজ; পৃষ্ঠা-২১৫

ক. সূত্রটি ব্যবহার করে $(1+x)^8$ কে পঞ্চম পদ পর্যন্ত বিস্তৃত কর। ২

খ. 'ক'-এ x-এর পরিবর্তে $-\frac{x^2}{4}$ ব্যবহার করে দ্বিপদীটির বিস্তৃতির x^3 ও x^6 -এর সহগ নির্ণয় কর। ৪

গ. প্যাসকেলের ত্রিভুজের সাহায্যে 'খ'-এর সত্যতা যাচাই কর। ৪

৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক $(1+y)^n$ -এর বিস্তৃতিতে $y = x$ এবং $n = 8$ ব্যবহার করে পাই,

$(1+x)^8 = \binom{8}{0}x^0 + \binom{8}{1}x^1 + \binom{8}{2}x^2 + \binom{8}{3}x^3 + \binom{8}{4}x^4 + \ldots\ldots$ **(Ans.)**

খ 'ক'-এ x-এর পরিবর্তে $-\frac{x^2}{4}$ ব্যবহার করে পাই,

$\left(1-\frac{x^2}{4}\right)^8 = \binom{8}{0}\left(-\frac{x^2}{4}\right)^0 + \binom{8}{1}\left(-\frac{x^2}{4}\right)^1 + \binom{8}{2}\left(-\frac{x^2}{4}\right)^2 + \binom{8}{3}\left(-\frac{x^2}{4}\right)^3 + \binom{8}{4}\left(-\frac{x^2}{4}\right)^4 + \ldots\ldots$

$\left(1-\frac{x^2}{4}\right)^8$ এর বিস্তৃতিতে দেখা যাচ্ছে x^3 এর সহগযুক্ত পদ নেই।

অর্থাৎ x^3 এর সহগ 0 এবং x^6 এর সহগ $-\frac{7}{8}$ **(Ans.)**

গ

1
1 1
1 2 1
1 3 3 1
1 4 6 4 1
1 5 10 10 15 1
1 6 15 20 15 6 1
1 7 21 35 35 21 7 1
1 8 28 56 70 56 28 8 1

প্যাসকেলের ত্রিভুজের সাহায্যে পাই,

$\left(1-\frac{x^2}{4}\right)^8 = 1 + 8\left(-\frac{x^2}{4}\right) + 28\left(\frac{-x^2}{4}\right)^2 + 56\left(-\frac{x^2}{4}\right)^3 + 70\left(\frac{-x^2}{4}\right)^4 + \ldots..$

$= 1 - 2x^2 + \frac{7}{4}x^4 - \frac{7}{8}x^6 + \frac{35}{128}x^8 - \ldots\ldots\ldots$

$\therefore \left(1-\frac{x^2}{4}\right)^8$ এর বিস্তৃতিতে x^3 এর সহগ 0 এর x^6 এর সহগ $-\frac{7}{8}$.

$\therefore$ প্যাসকেলের ত্রিভুজের সাহায্যে সত্যতা যাচাই করা হলো।

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

প্রশ্ন ▶ ৪ $(2-x)$ এবং $(1+\frac{1}{2}x)^8$ দুইটি দ্বিপদী রাশি। *প্রকাশ: পৃষ্ঠা-২১৭*

ক. দ্বিপদী $(1+y)^n$ -এর বিস্তৃতি লিখ। ২

খ. x-এর ঘাতের ঊর্ধ্বক্রম অনুসারে রাশি দুইটির গুণফলকে x^3 পর্যন্ত বিস্তৃত কর। ৪

গ. প্যাসকেলের ত্রিভুজের মাধ্যমে 'খ' এর বিস্তৃতিটি যাচাই কর। ৪

৪নং প্রশ্নের সমাধান

ক দ্বিপদী $(1+y)^n$ -এর বিস্তৃতি নিম্নরূপ–

$$(1+y)^n = \binom{n}{0}y^0 + \binom{n}{1}y^1 + \binom{n}{2}y^2 + \binom{n}{3}y^3 + ... + \binom{n}{n}y^n$$ **(Ans.)**

খ দ্বিপদী বিস্তৃতি ব্যবহার করে পাই,

$$(2-x)\left(1+\frac{1}{2}x\right)^8 = (2-x)$$

$$\left[\binom{8}{0}\left(\frac{x}{2}\right)^0 + \binom{8}{1}\left(\frac{x}{2}\right)^1 + \binom{8}{2}\left(\frac{x}{2}\right)^2 + \binom{8}{3}\left(\frac{x}{2}\right)^3 + \binom{8}{4}\left(\frac{x}{2}\right)^4 + ...\right]$$

বা, $(2-x)\left(1+\frac{1}{2}x\right)^8 = (2-x)\left[1.1 + \frac{8}{1}\cdot\frac{x}{2} + \frac{8.7}{1.2}\cdot\frac{x^2}{4} + \frac{8.7.6}{1.2.3}\cdot\frac{x^3}{8} + ...\right]$

$= (2-x)(1+4x+7x^2+7x^3+......)$

$= (2+8x+14x^2+14x^3+.........) + (-x-4x^2-7x^3-7x^4-.....)$

$= 2+7x+10x^2+7x^3+...........$

$\therefore (2-x)\left(1+\frac{1}{2}x\right)^8 = 2+7x+10x^2+7x^3+..........$ **(Ans.)**

গ

								1								
							1		1							
						1		2		1						
					1		3		3		1					
				1		4		6		4		1				
			1		5		10		10		5		1			
		1		6		15		20		15		6		1		
	1		7		21		35		35		21		7		1	
1		8		28		56		70		56		28		8		1

প্যাসকেলের ত্রিভুজ ব্যবহার করে পাই,

$(2-x)\left(1+\frac{1}{2}x\right)^8$

$= (2-x)\left[1+8\left(\frac{1}{2}x\right)+28\left(\frac{1}{2}x\right)^2+56\left(\frac{1}{2}x\right)^3+70\left(\frac{1}{2}x\right)^4 + ...\right]$

$= (2-x)\left[1+\frac{8}{2}x+\frac{28}{4}x^2+\frac{56}{8}x^3+\frac{70}{16}x^4+......\right]$

$= (2-x)\left(1+4x+7x^2+7x^3+\frac{35}{8}x^4+.....\right)$

$= \left(2+8x+14x^2+14x^3+\frac{35}{4}x^4+........\right)$

$-\left(x+4x^2+7x^3+7x^4+\frac{35}{8}x^5+..........\right)$

$= 2+7x+10x^2+7x^3+\frac{7}{4}x^4+...........$ যা দ্বিপদী উপপাদ্য ব্যবহার করে পাওয়া বিস্তৃতির অনুরূপ।

$\therefore$ প্যাসকেলের ত্রিভুজের সাহায্যে বিস্তৃতিটি যাচাই করা হলো।

মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত আরও সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

প্রশ্ন ▶ ৫ প্যাসকেলের ত্রিভুজ:

				1				
			1		1			
		1		2		1		
	1		x		3		1	
1		y		z		4		1

ক. উদ্দীপক হতে প্যাসকেলের ত্রিভুজের সাহায্যে x, y, z এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. প্যাসকেলের ত্রিভুজের পরবর্তী কয়েকটি ধাপ প্রয়োজনমত পূরণ করে $(1+t)^8$ কে বিস্তৃত কর। ৪

গ. দ্বিপদী বিস্তৃতির সাহায্যে $(1+t)^8$ এর বিস্তৃত করে 'খ' এর সত্যতা যাচাই কর। ৪

৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্যাসকেলের ত্রিভুজ:

				1				
			1		1			
		1		2		1		
	1		3		3		1	
1		4		6		4		1

$\therefore$ x = 3, y = 4, z = 6 **(Ans.)**

খ প্যাসকেলের ত্রিভুজ:

n=0 ⟶ 1
n=1 ⟶ 1 1
n=2 ⟶ 1 2 1
n=3 ⟶ 1 3 3 1
n=4 ⟶ 1 4 6 4 1
n=5 ⟶ 1 5 10 10 5 1
n=6 ⟶ 1 6 15 20 15 6 1
n=7 ⟶ 1 7 21 35 35 21 7 1
n=8 → 1 8 28 56 70 56 28 8 1

প্যাসকেলের ত্রিভুজের সাহায্যে,

$(1+t)^8 = 1+8t+28t^2+56t^3+70t^4+56t^5+28t^6+8t^7+t^8$ **(Ans.)**

গ দ্বিপদী বিস্তৃতির সূত্র হতে আমরা পাই,

$$(1+x)^n = \binom{n}{0}x^0 + \binom{n}{1}x + \binom{n}{2}x^2 + ... \binom{n}{n-1}x^{n-1} + \binom{n}{n}x^n$$

$\therefore (1+t)^8 = \binom{8}{0}t^0 + \binom{8}{1}t + \binom{8}{2}t^2 + \binom{8}{3}t^3 + \binom{8}{4}t^4$

$+ \binom{8}{5}t^5 + \binom{8}{6}t^6 + \binom{8}{7}t^7 + \binom{8}{8}t^8$

$= 1+8t+28t^2+56t^3+70t^4+56t^5+28t^6+8t^7+t^8$

যা 'খ' এর প্রাপ্ত রাশির সমান।

$\therefore$ খ এর সত্যতা যাচাই করা হলো।

প্রশ্ন ▶ ৬ $(1+y)^n = \binom{n}{0}y^0 + \binom{n}{1}y + \binom{n}{2}y^2 + ... + \binom{n}{n-1}y^{n-1} + \binom{n}{n}y^n$

ক. উদ্দীপকে উল্লেখিত সূত্রের ডানপাশের ৪র্থ ও ৫ম পদটি লিখ। ২

খ. উদ্দীপকে উল্লেখিত সূত্রের সাহায্য নিয়ে এবং y = 3x ও n = 8 ধরে $(1+y)^n$ কে বিস্তৃত কর। ৪

গ. উদ্দীপকের সাহায্যে $(1+x)^5$ ও $(1-4x)^4$ কে বিস্তৃত কর এবং প্রমাণ কর যে, $(1+x)^5(1-4x)^4 = 1-11x+26x^2$ [x এর মান যথেষ্ট ছোট হওয়ায় x^3 এবং তার ঊর্ধ্বঘাতের মান উপেক্ষা কর] ৪

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক ৪র্থ পদ : $\binom{n}{3}y^3$ **(Ans.)**

৫ম পদ : $\binom{n}{4}y^4$ **(Ans.)**

খ $y = 3x$ ও $n = 8$ হলে দ্বিপদীটি হয় $(1 + 3x)^8$

$$\therefore (1+3x)^8 = \binom{8}{0}(3x)^0 + \binom{8}{1}(3x)^1 + \binom{8}{2}(3x)^2 + \binom{8}{3}(3x)^3 + \binom{8}{4}(3x)^4 + \binom{8}{5}(3x)^5 + \binom{8}{6}(3x)^6 + \binom{8}{7}(3x)^7 + \binom{8}{8}(3x)^8$$

$$= 1.1 + 8.3x + 28.9x^2 + 56.27x^3 + 70.81x^4 + 56.243x^5 + 28.729x^6 + 8.2187x^7 + 1.6561x^8$$

$$= 1 + 24x + 252x^2 + 1512x^3 + 5670x^4 + 13608x^5 + 20\ 412x^6 + 17496x^7 + 6561x^8.$$

গ $$(1+x)^5 = \binom{5}{0}x^0 + \binom{5}{1}x^1 + \binom{5}{2}x^2 + \binom{5}{3}x^3 + \binom{5}{4}x^4 + \binom{5}{5}x^5$$

$$= 1.1 + 5.x + 10.x^2 + 10.x^3 + 5.x^4 + 1.x^5$$

$$= 1 + 5x + 10x^2 + 10x^3 + 5x^4 + x^5$$

$$(1-4x)^4 = \binom{4}{0}(-4x)^0 + \binom{4}{1}(-4x)^1 + \binom{4}{2}(-4x)^2 + \binom{4}{3}(-4x)^3 + \binom{4}{4}(-4x)^4$$

$$= 1.1 + 4.(-4x) + 6.16x^2 + 4(-64x^3) + 256x^4$$

$$= 1 - 16x + 96x^2 - 256x^3 + 256x^4$$

$(1 + x)^5 (1 - 4x)^4 = [1 + 5x + 10x^2 + ...] [1 - 16x + 96x^2..........]$ [x^3 এবং তার ঊর্ধ্বঘাতের মান উপেক্ষা করে]

$= 1 - 16x + 96x^2 + 5x - 80x^2 + 480x^3 + 10x^2 - ....$

[পুনরায় x^3 ও তার ঊর্ধ্বঘাতের মান উপেক্ষা করে]

$= 1 - 11x + 26x^2 - ....$

$= 1 - 11x + 26x^2 - ....$

$\therefore (1 + x)^5 (1 - 4x)^4 = 1 - 11x + 26x^2 - ....$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৭ $(1 - x)^3$ **এবং** $(1 + 2x)^3$ **দুইটি দ্বিপদী রাশি।**

ক. দ্বিপদী $(1 + x)^t$ এর বিস্তৃতি লিখ। ২

খ. প্রথম এবং দ্বিতীয় রাশিকে ঘনের সূত্রের সাহায্যে বিস্তৃত কর এবং প্যাসকেলের সূত্রের সাহায্যে এর সত্যতা যাচাই করো। ৪

গ. উদ্দীপকে উল্লেখিত দ্বিপদী রাশি দুটির গুণফল $(1 + x - 2x^2)^3$ কে x এর ঊর্ধ্বক্রম অনুসারে x^3 পর্যন্ত বিস্তৃত কর এবং $x = 0.03$ ধরে রাশিটির আসন্ন মান নির্ণয় কর (x এর মান ক্ষুদ্র হওয়ায় x^3 এর চেয়ে উচ্চতর ঘাত বর্জন করে)। ৪

৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক $$(1 + x)^t = \binom{t}{0}(x)^0 + \binom{t}{1}(x)^1 + \binom{t}{2}(x)^2 + ... \binom{t}{t-1}(x)^{t-1} + \binom{t}{t}(x)^t$$ **(Ans.)**

খ $(1 - x)^3 = 1 - 3x + 3x^2 - x^3$

$(1 + 2x)^3 = 1 + 6x + 12x^2 + 8x^3$ **(Ans.)**

প্যাসকেলের ত্রিভুজ:

n = 0 ⟶ 1

n = 1 ⟶ 1 1

n = 2 ⟶ 1 2 1

n = 3 ⟶ 1 3 3 1

∴ প্যাসকেলের ত্রিভুজ অনুসারে,

$(1 - x)^3 = 1 + 3(-x) + 3.(-x)^2 + 1.(-x)^3$

$= 1 - 3x + 3x^2 - x^3$ [যা পূর্ববর্তী বিস্তৃতির অনুরূপ]

$(1 + 2x)^3 = 1 + 3.2x + 3.(2x)^2 + 1.(2x)^3$

$= 1 + 6x + 3.4x^2 + 1.8x^3$

$= 1 + 6x + 12x^2 + 8x^3$ [যা পূর্ববর্তী বিস্তৃতির অনুরূপ]

গ $(1 + x - 2x^2)^3 = (1 - x)^3 (1 + 2x)^3$

$= [1 - 3x + 3x^2 - x^3] [1 + 6x + 12x^2 + 8x^3]$

$= 1 + 6x + 12x^2 + 8x^3 - 3x - 18x^2 - 36x^3 + 3x^2 + 18x^3 - x^3$

[x এর ঊর্ধ্বক্রম অনুসারে x^3 পর্যন্ত]

$= 1 + 3x - 3x^2 - 11x^3$ **(Ans.)**

$x = 0.03$ ধরে,

$(1 + x - 2x^2)^3 = 1 + 3x - 3x^2 - 11x^3$

[x এর মান ক্ষুদ্র হওয়ায় x^3 থেকে উচ্চতর ঘাত বর্জন করে]

$= 1 + 3(0.03) - 3.(0.03)^2 - 11(0.03)^3$

$= 1 + 0.09 - 0.0027 - 0.000297$

$= 1.092997$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৮ $(1 + y)^n$ **এর বিস্তৃতির দ্বিপদী সূত্রটি নিম্নরূপ**

$$(1 + y)^n = 1 + \binom{n}{1}y + \binom{n}{2}y^2 + ... + y^n$$

ক. $(1 + x)^n$ এর বিস্তৃতির সূত্রটি লিখ। ২

খ. সূত্রটি থেকে $(1 + 3x)^5$ কে বিস্তৃত কর। ৪

গ. প্যাসকেলের ত্রিভুজের সাহায্যে $(1-3x)^5$ কে বিস্তৃত কর এবং 'খ' ও 'গ' থেকে দেখাও যে, উভয়ের বিস্তৃতি একই শুধু চিহ্ন আলাদা। ৪

৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক $(1 + x)^n$ এর বিস্তৃতির সূত্রটি হলো :

$$(1 + x)^n = \binom{n}{0}x^0 + \binom{n}{1}x + \binom{n}{2}x^2 + ... + \binom{n}{n}x^n$$ **(Ans.)**

খ 'ক' এ x এর পরিবর্তে 3x বসিয়ে পাই,

$$(1 + 3x)^5 = \binom{5}{0}(3x)^0 + \binom{5}{1}(3x) + \binom{5}{2}(3x)^2 + \binom{5}{3}(3x)^3 + \binom{5}{4}(3x)^4 + \binom{5}{5}(3x)^5$$

$$= 1 + 5.(3x) + \frac{5.4}{1.2}(9x^2) + \frac{5.4.3}{1.2.3}(27x^3) + \frac{5.4.3.2}{1.2.3.4}(81x^4) + 243x^5$$

$$= 1 + 15x + 10(9x^2) + 10(27x^3) + 5(81x^4) + 243x^5$$

$$= 1 + 15x + 90x^2 + 270x^3 + 405x^4 + 243x^5$$ **(Ans.)**

গ প্যাসকেলের ত্রিভুজটি হলো :

1

1 1

1 2 1

1 3 3 1

1 4 6 4 1

1 5 10 10 5 1

প্যাসকেলের ত্রিভুজের সাহায্যে পাই,

$(1 - 3x)^5 = 1 + 5(-3x) + 10(-3x)^2 + 10(-3x)^3 + 5(-3x)^4 + 1(-3x)^5$

$= 1 - 15x + 90x^2 - 270x^3 + 405x^4 - 243x^5$

'খ' ও 'গ' হতে দেখা যায়, $(1 + 3x)^5$ ও $(1 - 3x)^5$ এর বিস্তৃতি একই। শুধুমাত্র সহগের চিহ্ন আলাদা। **(দেখানো হলো)**

প্রশ্ন ▶ ৯ $(1 + y)^n$ **এর বিস্তৃতির দ্বিপদী সূত্রটি নিম্নরূপ**

$$(1 + y)^n = 1 + \binom{n}{1}y + \binom{n}{2}y^2 + ... + \binom{n}{n-1}y^{n-1} + y^n$$

ক. সূত্রটি ব্যবহার করে $(1 + x)^5$ এর বিস্তৃতি নির্ণয় কর। ২

খ. 'ক' এর বিস্তৃতির সাহায্যে $(1 - 4x)^5$ এর বিস্তৃতি নির্ণয় করে প্যাসকেলের ত্রিভুজের মাধ্যমে এর সত্যতা যাচাই কর। ৪

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

গ. x এর মান যথেষ্ট ছোট হলে x^3 এবং তার উর্ধ্বঘাতের মান উপেক্ষা করা যায়। 'ক' এবং 'খ' এর সাহায্যে প্রমাণ কর যে, $(1+x)^5(1-4x)^5 = 1 - 15x + 70x^2$ ৪

৯ নং প্রশ্নের সমাধান

ক $(1+y)^n$ এর বিস্তৃতিতে $y = x$ ও $n = 5$ ব্যবহার করে পাই,

$$(1+x)^5 = \binom{5}{0}x^0 + \binom{5}{1}x^1 + \binom{5}{2}x^2 + \binom{5}{3}x^3 + \binom{5}{4}x^4 + \binom{5}{5}x^5$$
$$= 1 + 5x + \frac{5.4}{1.2}x^2 + \frac{5.4.3}{1.2.3}x^3 + \frac{5.4.3.2}{1.2.3.4}x^4 + x^5$$
$$= 1 + 5x + 10x^2 + 10x^3 + 5x^4 + x^5.$$
$\therefore (1+x)^5 = 1 + 5x + 10x^2 + 10x^3 + 5x^4 + x^5$. **(Ans.)**

খ 'ক' এর বিস্তৃতিতে এ x এর পরিবর্তে $(-4x)$ বসিয়ে পাওয়া যায়

$$(1-4x)^5 = 1 + 5(-4x) + 10(-4x)^2 + 10(-4x)^3 + 5(-4x)^4 + (-4x)^5$$
$$= 1 - 5.4x + 10.16x^2 - 10.64x^3 + 5.256x^4 - 1024x^5$$
$$= 1 - 20x + 160x^2 - 640x^3 + 1280x^4 - 1024x^5.$$

আবার $y = 5$ এর জন্য প্যাসকেলের ত্রিভুজ

```
          1
        1   1
      1   2   1
    1   3   3   1
  1   4   6   4   1
1   5   10  10  5   1
```

অতএব, প্যাসকেলের ত্রিভুজ ব্যবহার করে পাই,

$$(1-4x)^5 = 1 + 5(-4x) + 10(-4x)^2 + 10(-4x)^3 + 5(-4x)^4 + (-4x)^5$$
$$= 1 - 20x + 160x^2 - 640x^3 + 1280x^4 - 1024x^5.$$
$\therefore (1-4x)^5 = 1 - 20x + 160x^2 - 640x^3 + 1280x^4 - 1024x^5$.

প্যাসকেলের ত্রিভুজের মাধ্যমে সত্যতা যাচাই করা হলো।

গ x এর মান যথেষ্ট ছোট হলে x^3 এবং তার উর্ধ্বঘাতের মান উপেক্ষা করা যায়। এক্ষেত্রে (ক) ও (খ) হতে পাওয়া যায়–

$(1+x)^5 = 1 + 5x + 10x^2$

এবং $(1-4x)^5 = 1 - 20x + 160x^2$

$$\therefore (1+x)^5(1-4x)^5$$
$$= (1 + 5x + 10x^2)(1 - 20x + 160x^2)$$
$$= 1 - 20x + 160x^2 + 5x - 100x^2 + 10x^2$$
[x^3 ও তার উর্ধ্বঘাত উপেক্ষা করে]
$$= 1 - 15x + 70x^2$$ **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▶ ১০ দ্বিপদী উপপাদ্যের সাহায্যে লিখা যায়—

$$(1+y)^n = \binom{n}{0}y^0 + \binom{n}{1}y + \binom{n}{2}y^2 + ... + \binom{n}{n-1}y^{n-1} + \binom{n}{n}y^n$$

ক. উক্ত সূত্রের সাহায্যে $(1-x)^6$ কে x^2 পর্যন্ত বিস্তৃত কর। ২

খ. 'ক' এর সাহায্যে $(1+ax)^6$ কে x^2 পর্যন্ত বিস্তৃতি কর। অত:পর x^2 পর্যন্ত $\{1 + (a-1)x - ax^2\}^6$ এর বিস্তৃতি নির্ণয় কর। ৪

গ. যদি $\{1 + (a-1)x - ax^2\}^6$ এর বিস্তৃতি $1 + 6bx$ পাওয়া যায়, তাহলে a ও b এর মান নির্ণয় কর। ৪

১০ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দ্বিপদী উপপাদ্যে $y = -x$ এবং $n = 6$ বসিয়ে পাই,

$$(1-x)^6 = 1 + \binom{6}{1}(-x) + \binom{6}{2}(-x)^2 + ...$$
$$= 1 + 6(-x) + \frac{6.5}{1.2}x^2 + ...$$
$$= 1 - 6x + 15x^2 + ...$$ **(Ans.)**

খ 'ক' এ প্রাপ্ত বিস্তৃতিতে– x এর পরিবর্তে ax বসালে পাওয়া যায়–

$$(1+ax)^6 = 1 + \binom{6}{1}(ax) + \binom{6}{2}(ax)^2 + ...$$
$$= 1 + 6.(ax) + 15.a^2x^2 + ...$$
$$= 1 + 6ax + 15a^2x^2 + ...$$

সুতরাং, $\{1 + (a-1)x - ax^2\}^6$
$$= \{1 + ax - x - ax^2\}^6$$
$$= \{1 + ax - x(1 + ax)\}^6$$
$$= \{(1+ax)(1-x)\}^6$$
$$= (1-x)^6(1+ax)^6$$
$$= (1 - 6x + 15x^2 - ...)(1 + 6ax + 15a^2x^2 + ...)$$
$$= 1 + 6ax + 15a^2x^2 - 6x - 36ax^2 + 15x^2 + ...$$
$$= 1 + 6x(a-1) + (15a^2 - 36a + 15)x^2 + ...$$
$$= 1 + 6(a-1)x + (15a^2 - 36a + 15)x^2 + ...$$ **(Ans.)**

গ প্রশ্নমতে, $\{1 + (a-1)x - ax^2\}^6 = 1 + 6bx$

বা, $1 + 6(a-1)x + (15a^2 - 36a + 15)x^2 + ... = 1 + 6bx$

উভয় পক্ষ হতে x ও x^2 এর সহগ সমীকৃত করে পাই,

$6(a-1) = 6b$ এবং $15a^2 - 36a + 15 = 0$

বা, $b = a - 1$ ..... (i) বা, $15a^2 - 25a - 9a + 15 = 0$

বা, $5a(3a-5) - 3(3a-5) = 0$

বা, $(3a-5)(5a-3) = 0$

$\therefore a = \frac{5}{3}, \frac{3}{5}$

যখন $a = \frac{5}{3}$, তখন $b = \frac{5}{3} - 1 = \frac{2}{3}$ [(i) হতে]

যখন $a = \frac{3}{5}$, তখন $b = \frac{3}{5} - 1 = -\frac{2}{5}$ [(i) হতে]

$\therefore a = \frac{5}{3}, b = \frac{2}{3}$ অথবা, $a = \frac{3}{5}, b = -\frac{2}{5}$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ১১ প্যাসকেলের ত্রিভুজ:

n = 0					1				
n = 1				1		1			
n = 2			1		2		1		
n = 3		1		3		3		1	
n = 4	1		4		6		4		1

ক. n = 6 এর জন্য প্যাসকেলের ত্রিভুজের ধাপটি লিখ। ২

খ. প্যাসকেলের ত্রিভুজের সাহায্যে $(1+ax)^6$ কে পূর্ণ বিস্তৃত কর এবং দ্বিপদী বিস্তৃতির সাধারণ সূত্রের সাহায্যে এর সত্যতা যাচাই কর। ৪

গ. $(1-x)(1+ax)^6$ কে x^2 পর্যন্ত বিস্তৃত করলে যদি $1 + bx^2$ পাওয়া যায়, তাহলে a ও b এর মান নির্ণয় কর এবং প্রমাণ কর যে, $7a + 2b = 0$ ৪

১১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক

n=5 ⟶ 1 5 10 10 5 1

n=6 → 1 6 15 20 15 6 1

খ প্যাসকেলের ত্রিভুজের সাহায্যে,

$$(1+ax)^6 = 1 + 6.ax + 15(ax)^2 + 20(ax)^3 + 15(ax)^4 + 6(ax)^5 + 1(ax)^6$$
$$= 1 + 6ax + 15a^2x^2 + 20a^3x^3 + 15a^4x^4 + 6a^5x^5 + a^6x^6$$ **(Ans.)**

দ্বিপদী বিস্তৃতির সাধারণ সূত্র,

$$(1+y)^n = \binom{n}{0}y^0 + \binom{n}{1}y + \binom{n}{2}y^2 + ... + \binom{n}{n-1}y^{n-1} + \binom{n}{n}y^n.$$

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

∴ দ্বিপদী উপপাদ্যের সাহায্যে,

$(1+ax)^6 = \binom{6}{0}(ax)^0 + \binom{6}{1}(ax) + \binom{6}{2}(ax)^2 + \binom{6}{3}(ax)^3 + \binom{6}{4}(ax)^4 + \binom{6}{5}(ax)^5 + \binom{6}{6}(ax)^6$

$= 1 + 6ax + 15a^2x^2 + 20a^3x^3 + 15a^4x^4 + 6a^5x^5 + a^6x^6$, যা পূর্ববর্তী বিস্তৃতির অনুরূপ। **(সত্যতা যাচাই করা হলো।)**

গ $(1-x)(1+ax)^6 = (1-x)[1 + 6ax + 15a^2x^2 + ...]$

$= 1 + 6ax + 15a^2x^2 - x - 6ax^2$ [x^2 পর্যন্ত বিস্তৃত করে]

$= 1 - x + 6ax - 6ax^2 + 15a^2x^2 + ...$

$= 1 + (6a-1)x + (15a^2 - 6a)x^2 - ....$

প্রশ্নমতে, $1 + (6a-1)x + (15a^2-6a)x^2 + ... = 1 + bx^2$

উভয়পক্ষ হতে x ও x^2 এর সহগ সমীকৃত করে পাই,

$6a - 1 = 0$ ও $15a^2 - 6a = b$

বা, $a = \frac{1}{6}$

বা, $15\left(\frac{1}{6}\right)^2 - 6.\left(\frac{1}{6}\right) = b$

বা, $\frac{15}{36} - 1 = b$

বা, $b = \frac{15-36}{36} = \frac{-21}{36} = -\frac{7}{12}$

∴ $a = \frac{1}{6}, b = -\frac{7}{12}$ **(Ans.)**

এখন, বামপক্ষ $= 7a + 2b = 7 \times \frac{1}{6} + 2\left(-\frac{7}{12}\right)$

$= \frac{7}{6} - \frac{7}{6} = 0 =$ ডানপক্ষ

∴ $7a + 2b = 0$ **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ব্যাংক উত্তরসহ সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

প্রশ্ন ▶ ১২ n এর বিভিন্ন মানের জন্য $(1+y)^n$ বিস্তৃতির দ্বিপদী সহগগুলো হলো :

n এর মান	দ্বিপদী সহগ
n = 0	1
n = 1	1 1
n = 2	1 2 1
n = 3	1 3 3 1
n = 4	1 4 6 4 1
n = 5	1 5 10 10 5 1

ক. n = 5 ও n = 6 এর জন্য দ্বিপদী সহগ বের কর। ২

খ. সহগের সাহায্যে $\left(1+\frac{x}{2}\right)^5 \left(1-\frac{x^2}{4}\right)^6$ কে x^4 পর্যন্ত বিস্তৃত কর। ৪

গ. খ থেকে প্রাপ্ত মানের সাহায্যে, $(1.25)^5 (.9375)^6$ এর মান বের কর। ৪

উত্তর:

ক. n = 5 হলে দ্বিপদী সহগ : 1 5 10 10 5 1

x = 6 হলে দ্বিপদী সহগ : 1 6 15 20 15 6 1

খ. $1 + \frac{5x}{2} + x^2 - 5\frac{x^3}{2} - \frac{5}{2}x^4 + ...$

গ. 2.03125.

প্রশ্ন ▶ ১৩ দ্বিপদী উপপাদ্যর সাহায্যে লিখা যায়–

$(1+y)^n = \binom{n}{0}y^0 + \binom{n}{1}y + \binom{n}{2}y^2 + ... + \binom{n}{n-1}y^{n-1} + \binom{n}{n}y^n$

ক. উক্ত সূত্রের সাহায্যে $(1+x)^6$ কে x^4 পর্যন্ত বিস্তৃত কর। ২

খ. ক এর সাহায্যে $(1+ax)^6$ কে x^2 পর্যন্ত বিস্তৃত কর ও $(1-x)(1+ax)^6$ কে x^2 পর্যন্ত বিস্তৃত কর। ৪

গ. যদি $(1-x)(1+ax)^6$ এর বিস্তৃতিতে $1 + bx^2$ পাওয়া যায় তাহলে a ও b এর মান নির্ণয় কর। ৪

উত্তর: ক. $1 + 6x + 15x^2 + 20x^3 + 15x^4 + ...$

খ. $(1+ax)^6 = 1 + 6ax + 15a^2x^2 + ...$

$(1-x)(1+ax)^6 = 1 + (6a-1)x + (15a^2 - 6a)x^2 + ...$

গ. $a = \frac{1}{6}, b = \frac{-7}{12}$

প্রশ্ন ▶ ১৪ দ্বিপদী উপপাদ্যের সাধারণ আকারটি হলো $(x+y)^n = x^n + \binom{n}{1}x^{n-1}y + \binom{n}{2}x^{n-2}y^2 + \binom{n}{3}x^{n-3}y^3 + ... + y^n$.

ক. $(x+y)^n$ -এর বিস্তৃতিতে সাধারণ পদটি লিখ। ২

খ. 'ক' এর সাহায্যে $\left(ax - \frac{b}{x}\right)^n$ -এর চতুর্থ ও পঞ্চম পদটি নির্ণয় কর। যদি পঞ্চম পদটি বর্জিত পদ হয় তাহলে n-এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. চতুর্থ পদের মান –10240 হলে a ও b-এর মান নির্ণয় কর যদি a – b = 2 হয়। ৪

উত্তর: ক. ${}^nC_r\, x^{n-r}.\, y^r$;

খ. $-{}^nC_3\, a^{n-3} b^3 x^{n-6}, {}^nC_4\, a^{n-4} b^4 x^{n-8}$ এবং n = 8; **গ.** a = 4, b = 2

প্রশ্ন ▶ ১৫ $(x+y)^n$ -কে দ্বিপদী উপপাদ্যের সাধারণ আকার বলা হয়।

ক. $(x+y)^n$ এবং $(1+y)^n$ -এর বিস্তৃতি দুইটি লিখ। ২

খ. 'ক' হতে $\left(p - \frac{x}{2}\right)^6$ -এর বিস্তৃতিটি নির্ণয় কর। ৪

গ. p = 1 হলে 'খ' এর দ্বিপদীটির বিস্তৃতি নির্ণয় কর। প্রাপ্ত বিস্তৃতি থেকে $(.995)^6$ -এর মান নির্ণয় কর। ৪

উত্তর:

ক. $(x+y)^n = x^n + \binom{n}{1}x^{n-1}y + \binom{n}{2}x^{n-2}y^2 + ... + y^n$

এবং $(1+y)^n = 1 + \binom{n}{1}y + \binom{n}{2}y^2 + ... + y^n$

খ. $p^6 - 3p^5x + \frac{15}{4}p^4x^2 - \frac{5}{2}p^3x^3 + \frac{15}{16}p^2x^4 - \frac{3}{16}px^5 + \frac{x^6}{64}$

গ. $1 - 3x + \frac{15}{4}x^2 - \frac{5}{2}x^3 + \frac{15}{16}x^4 - \frac{3}{16}x^5 + \frac{x^6}{64}$

এবং $(.995)^6 = 0.970$

প্রশ্ন ▶ ১৬ $(2+x)$ এবং $\left(1+\frac{x}{2}\right)^8$ দুইটি দ্বিপদী রাশি।

ক. $(1+y)^n$ -এর দ্বিপদী বিস্তৃতিটি লিখ। ২

খ. প্রদত্ত রাশি দুইটির গুণফলকে x^3 পর্যন্ত বিস্তৃত কর। ৪

গ. 'খ' এ প্রাপ্ত ফলাফল ব্যবহার করে $2.1 \times (1.05)^8$ -এর মান নির্ণয় কর। ৪

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

উত্তর:

ক. $\binom{n}{0}y^0 + \binom{n}{1}y^1 + \binom{n}{2}y^2 + \binom{n}{3}y^3 + \ldots\ldots + \binom{n}{n}y^n$

খ. $2 + 9x + 18x^2 + 21x^3 + \ldots\ldots\ldots$

গ. 3.101

প্রশ্ন ▶ ১৭ $\left(x^2 + \frac{1}{x}\right)^6$ **-এর বিস্তৃতি দ্বিপদী উপপাদ্যের সাধারণ আকার ব্যবহার করে নির্ণয় করা যায়।**

ক. দ্বিপদী উপপাদ্যের সাধারণ আকারটি লিখ। ২

খ. সাধারণ আকারটি ব্যবহার করে প্রদত্ত দ্বিপদীটির বিস্তৃতি বের কর। ৪

গ. 'খ' -এ প্রাপ্ত ফলাফল থেকে $(10.01)^6$ -এর মান নির্ণয় কর। ৪

উত্তর:

খ. $x^{12} + 6x^9 + 15x^6 + 20x^3 + 15 + \frac{6}{x^3} + \frac{1}{x^6}$

গ. 1006015.02

REVISION R

এ অংশে অধ্যায়ের গুরুত্বপূর্ণ তথ্য ও সূত্র, পরীক্ষার আগে যার উপর চোখ বুলিয়ে নেওয়া প্রয়োজন বা অবশ্যই মনে রাখতে হবে এমন বিষয়সমূহ একনজরে উল্লেখ করা হয়েছে। পরীক্ষার আগে এ বিষয়গুলো রিভিশন দিলে পরীক্ষায় নির্ভুলভাবে অঙ্ক সমাধান করতে পারবে।

- দুইটি পদের সমন্বয়ে গঠিত বীজগাণিতীয় রাশিকে দ্বিপদী রাশি বলা হয়।
- দ্বিপদী $(1 + y)^n$ এর বিস্তৃতি:

$$(1+y)^n = 1 + ny + \frac{n(n-1)}{1.2}y^2 + \frac{n(n-1)(n-2)}{1.2.3}y^3 + \ldots . + y^n$$

এখানে, n = 0 হলে, $(1 + y) = 1 + 0 + 0 \ldots . = 1$ [পদসংখ্যা 1]

n = 1 হলে $(1 + y)^1 = 1 + y + 0 \ldots\ldots = 1 + y$ [পদ সংখ্যা 2]

n = 2 হলে $(1 + y)^2 = 1 + 2y + y^2 + 0 \ldots\ldots = 1 + 2y + y^2$ [পদ সংখ্যা 3]

$(1 + y)^n$ এর বিস্তৃতিতে ঘাত বা শক্তির চেয়ে পদসংখ্যা 1 টি বেশি, অর্থাৎ (n + 1) সংখ্যক পদ আছে।

- **দ্বিপদী সহগ:** দ্বিপদী বিস্তৃতিতে y এর বিভিন্ন ঘাতের সহগ (Coefficient) কে দ্বিপদী সহগ বলা হয়। $(1 + y)^n$ এর বিস্তৃতির সহগগুলোকে সাজালে আমরা পাই,

n = 0	1
n = 1	1 1
n = 2	1 2 1
n = 3	1 3 3 1
n = 4	1 4 6 4 1
n = 5	1 5 10 10 5 1

লক্ষ করলে দেখব সহগগুলো একটি ত্রিভুজের আকার ধারণ করেছে। দ্বিপদী বিস্তৃতির সহগ নির্ণয়ের একটি কৌশল 'Blaise Pascals' প্রথম ব্যবহার করেন। তাই এই ত্রিভুজকে প্যাসকেলের ত্রিভুজ (Pascal' Triangle) বলা হয়। প্যাসকেলের ত্রিভুজের সাহায্যে আমরা সহজেই দ্বিপদী রাশির বিস্তৃতিতে সহগসমূহ নির্ণয় করতে পারি।

- $(1 + y)^n$ এর বিস্তৃতিতে পদগুলো T_1, T_2, T_3, T_4 দ্বারা ধারাবাহিকভাবে চিহ্নিত করা হয়।
- কোনো সংখ্যার ফেক্টোরিয়ালের মান হলো 1 থেকে শুরু করে ঐ সংখ্যা পর্যন্ত সবগুলো স্বাভাবিক সংখ্যার ধারাবাহিক গুণফল।
- ^nC_r কে অনেক সময় $\binom{n}{r}$ আকারে লিখা হয়।

$$^nC_r = \binom{n}{r}$$

$$= \frac{n(n-1)(n-2)\ldots\ldots(n-r+1)}{1\times2\times3\times4\ldots\ldots\times r}\binom{n}{o}$$

$$= 1, \binom{n}{n}$$

$$= 1$$

SUGGESTION S

এখানে অধ্যায়টির অনুশীলনী, বহুনির্বাচনি ও সৃজনশীল প্রশ্নগুলো বিশ্লেষণ করে স্টার মার্কসহ সাজেশন দেওয়া হয়েছে। পরীক্ষার আগে অবশ্যই এ অঙ্কগুলো সমাধান করবে। তাহলে পরীক্ষায় যেকোনো অঙ্কের সমাধান সহজেই করতে পারবে।

সাজেশন | বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

	প্রশ্ন নম্বর
★★★	২, ৪, ৫, ১০, ১২, ১৩, ১৬, ২১, ২৫, ২৭, ২৯, ৩০, ৩২, ৩৩, ৩৬, ৩৯, ৪১, ৪৪, ৪৭, ৪৮, ৪৯, ৫০, ৫১, ৫২
★★	৭, ৮, ১৫, ২০, ২২, ২৩, ২৮, ৩১, ৩৭, ৪০, ৪৩, ৫৩, ৫৪, ৫৫, ৫৬

সাজেশন | সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

	প্রশ্ন নম্বর
★★★	২, ৫, ৭, ১০, ১১
★★	১, ৩, ৮, ৯

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

অধ্যায়-১০

দ্বিপদী বিস্তৃতি

অনুশীলনী-১০.২

অনুশীলনীটি পড়ে যা জানতে পারবে—

১. দ্বিপদী উপপাদ্য সম্পর্কে ধারণা।

২. n! এবং ^nC_r এর মান নির্ণয়

৩. দ্বিপদী বিস্তৃতি ব্যবহার করে গাণিতিক সমস্যার সমাধান।

PRACTICE P

১৮টি অনুশীলনীর প্রশ্ন |
৫৩টি বহুনির্বাচনি প্রশ্ন ■ ৩০টি সাধারণ বহুনির্বাচনি ■ ৯টি বহুপদী সমাপ্তিসূচক ■ ১৪টি অভিন্ন তথ্যভিত্তিক
১৫টি সৃজনশীল প্রশ্ন ■ ১টি অনুশীলনী ■ ৯টি মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত ■ ৫টি প্রশ্নব্যাংক

অনুশীলনীর সৃজনশীল বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

১. i. $^8C_0 = {^8C_8}$

ii. $\binom{n}{r} = \frac{n(n-1)(n-2)\ldots(n-r+1)}{r}$

iii. $(1+x)^n$ -এর বিস্তৃতিতে দ্বিতীয় পদটি $= \frac{n(n-1)}{2!}x^2$

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i ও ii খ ii ও iii
গ i ও iii ঘ i, ii ও iii

ব্যাখ্যা: সঠিক উত্তর নাই।

i. সঠিক কারণ, $^8C_0 = 1$ এবং $^8C_8 = 1$

ii. সঠিক নয় কারণ, $\binom{n}{r} = \frac{n(n-1)(n-2)\ldots(n-r+1)}{r!}$

iii. সঠিক নয় কারণ, $(1+x)^n$ এর বিস্তৃতিতে দ্বিতীয় পদটি $= nx$

২. **$(a+x)^n$-এর বিস্তৃতিতে $(n+1)$ সংখ্যক পদ রয়েছে। এখানে n একটি—**

ক অঋণাত্মক রাশি খ ধনাত্মক রাশি
গ ঋণাত্মক রাশি ঘ ভগ্নাংশ ক

ব্যাখ্যা: যেহেতু $(a+x)^n$ এর বিস্তৃতিতে $(n+1)$ সংখ্যক পদ রয়েছে সেহেতু n কে অবশ্যই শূন্য বা ধনাত্মক হতে হবে। অতএব, n একটি অঋণাত্মক রাশি হবে।

৩. **$(x+y)^5$-এর বিস্তৃতিতে দ্বিপদী সহগ হলো:**

ক 5, 10, 10, 5 খ 1, 5, 10, 10, 5, 1
গ 10, 5, 5, 10 ঘ 1, 2, 3, 3, 2, 1 খ

ব্যাখ্যা: প্যাসকেলের ত্রিভুজ থেকে পাই $n = 5$ হলে দ্বিপদী সহগগুলো হলো: 1, 5, 10, 10, 5, 1

৪. **$(1-x)\left(1+\frac{x}{2}\right)^8$ এর বিস্তৃতিতে x এর সহগ–**

ক -1 খ $\frac{1}{2}$
গ 3 ঘ $-\frac{1}{2}$ গ

ব্যাখ্যা: $(1-x)\left(1+\frac{x}{2}\right)^8$

$= (1-x)\left\{1^8 + {^8C_1}.\frac{x}{2} + {^8C_2}.\left(\frac{x}{2}\right)^2 + ..\right\}$

$= 1 + {^8C_1}.\frac{x}{2} - x + {^8C_2}\frac{x^2}{4} - {^8C_1}x^2 + \ldots$

$= 1 + \left(\frac{^8C_1}{2} - 1\right)x + \left(\frac{^8C_2}{4} - {^8C_1}\right)x^2 + \ldots\ldots$

x এর সহগ $= \frac{^8C_1}{2} - 1 = \frac{8}{2} - 1 = 4 - 1 = 3$

৫. **$\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^4$ -এর বিস্তৃতিতে x মুক্ত পদ কত?**

ক 4 খ 6
গ 8 ঘ 0 খ

ব্যাখ্যা: দ্বিপদী উপপাদ্য ব্যবহার করে পাই,

$\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^4 = (x^2)^4 + {^4C_1}(x^2)^3.\left(\frac{1}{x^2}\right) + {^4C_2}(x^2)^2\left(\frac{1}{x^2}\right)^2 + {^4C_3}x^2\left(\frac{1}{x^2}\right)^3 + \ldots\ldots$

$= x^8 + {^4C_1}x^4 + {^4C_2} + {^4C_3}\frac{1}{x^4} + \ldots\ldots$

এখানে, তৃতীয় পদটি x মুক্ত

$\therefore$ x মুক্ত পদ $= {^4C_2} = \frac{4.3}{1.2} = 6$

৬. **$(2-x)(1+ax)^5$ কে x^2 পর্যন্ত বিস্তৃত করলে যদি $2 + 9x + cx^2$ পাওয়া যায়, তবে a ও c এর মান–**

ক $a = 1, c = 15$ খ $a = 5, c = 15$
গ $a = 15, c = 1$ ঘ $a = 1, c = 0$ ক

ব্যাখ্যা: $(2-x)(1+ax)^5$

$= (2-x)\{1^5 + {^5C_1}.ax + 5C_2.(ax)^2 + \ldots\ldots\}$

$= (2-x)\left\{1 + 5ax + \frac{5.4}{1.2}a^2x^2 + \ldots\right\}$

$= (2-x)(1 + 5ax + 10a^2x^2 + \ldots\ldots)$

$= 2(1 + 5ax + 10a^2x^2 + \ldots\ldots) - x(1 + 5ax + 10a^2x^2 + \ldots)$

$= (2 + 10ax + 20a^2x^2 + \ldots - x - 5ax^2 - 10a^2x^3 - \ldots\ldots)$

$= 2 + (10a-1)x + (20a^2 - 5a)x^2 + \ldots\ldots$

প্রশ্নমতে,

$2 + (10a-1)x + (20a^2 - 5a)x^2 + \ldots = 2 + 9x + cx^2 \ldots\ldots(i)$

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

(i) নং এর উভয় পক্ষ থেকে x এর সহগ সমীকৃত করে পাই,

$10a - 1 = 9$

বা, $10a = 10$

$\therefore a = 1$

আবার, (i) নং এর উভয় পক্ষ থেকে x^2 এর সহগ সমীকৃত করে পাই,

$20a^2 - 5a = c$

বা, $20(1)^2 - 5.1 = c \quad [\because a = 1]$

বা, $20 - 5 = c$

বা, $15 = c$

$\therefore c = 15$

$\therefore a = 1, c = 15$

নিচের তথ্যের আলোকে ৭ ও ৮ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

$^nC_r = \dfrac{n!}{r!(n-r)!}$ হলে

৭. $^nC_0$ = কত?

ⓚ 0 ⓑ 1
ⓖ n ⓓ নির্ণয় করা যায় না **খ**

(ক) 0 (খ) 1 (গ) n (ঘ) নির্ণয় করা যায় না — **খ**

৮. $n = r = 100$ হলে ^nC_r এর মান–

(ক) 0 (খ) 1 (গ) 100 (ঘ) 200 — **খ**

ব্যাখ্যা: $n = r = 100 \therefore {}^nC_r = {}^{100}C_{100}$
যেহেতু $^nC_n = 1 \therefore {}^{100}C_{100} = 1$

৯. $(x+y)^4$ বিস্তৃতির সহগগুলি সাজালে আমরা পাই–

(ক)
4
1 4 1
1 5 5 1
1 6 10 6 1

(খ)
1
1 2 1
1 3 3 1
1 4 6 4 1

(গ)
2
2 3 2
1 5 5 2
2 7 10 7 2

(ঘ)
6
6 12 6
6 18 18 6
6 24 36 24 6

খ

ব্যাখ্যা: প্যাসকেলের ত্রিভুজের শীর্ষে, বামে ও ডান দিকে সর্বদা 1 থাকবে।

অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

১০. নিম্নোক্ত প্রতিটি ক্ষেত্রে বিস্তৃত কর :

(a) $(2 + x^2)^5$ **(b)** $\left(2 - \dfrac{1}{2x}\right)^6$

সমাধান: (a) দ্বিপদী উপপাদ্য ব্যবহার করে পাই,

$$(2+x^2)^5 = 2^5 + \binom{5}{1}.2^4.(x^2) + \binom{5}{2}.2^3.(x^2)^2 + \binom{5}{3}.2^2.(x^2)^3 + \binom{5}{4}.2.(x^2)^4 + (x^2)^5$$

[অথবা $2^5 + {}^5C_1 . 2^4 . (x^2) + {}^5C_2.2^3 (x^2)^2 + {}^5C_3.2^2.(x^2)^3 + {}^5C_4. 2. (x^2)^4 + (x^2)^5$]

$$= 32 + 5.16x^2 + \frac{5.4}{1.2}.8.x^4 + \frac{5.4.3}{1.2.3}.4.x^6 + \frac{5.4.3.2}{1.2.3.4}.2.x^8 + x^{10}$$

$= 32 + 80x^2 + 80x^4 + 40x^6 + 10x^8 + x^{10}$ **(Ans.)**

(b) দ্বিপদী উপপাদ্য ব্যবহার করে পাই,

$$\left(2-\frac{1}{2x}\right)^6 = 2^6 + \binom{6}{1}.2^5.\left(-\frac{1}{2x}\right) + \binom{6}{2}.2^4.\left(-\frac{1}{2x}\right)^2 + \binom{6}{3}.2^3.\left(-\frac{1}{2x}\right)^3 + \binom{6}{4}2^2\left(-\frac{1}{2x}\right)^4 + \binom{6}{5}.2.\left(-\frac{1}{2x}\right)^5 + \left(-\frac{1}{2x}\right)^6$$

[অথবা $2^6 + {}^6C_1.2^5\left(-\frac{1}{2x}\right) + {}^6C_2.2^4.\left(-\frac{1}{2x}\right)^2 + {}^6C_3.2^3.\left(-\frac{1}{2x}\right)^3 + {}^6C_4.2^2.\left(-\frac{1}{2x}\right)^4 + {}^6C_5.2.\left(-\frac{1}{2x}\right)^5 + \left(-\frac{1}{2x}\right)^6$]

$$= 64 + 6.32.\left(-\frac{1}{2x}\right) + \frac{6.5}{1.2}.16\left(\frac{1}{4x^2}\right) + \frac{6.5.4}{1.2.3}.8\left(-\frac{1}{8x^3}\right) + \frac{6.5.4.3}{1.2.3.4}.4.\left(\frac{1}{16x^4}\right) + \frac{6.5.4.3.2}{1.2.3.4.5}.2.\left(-\frac{1}{32x^5}\right) + \frac{1}{64x^6}$$

$= 64 - \dfrac{96}{x} + \dfrac{60}{x^2} - \dfrac{20}{x^3} + \dfrac{15}{4x^4} - \dfrac{3}{8x^5} + \dfrac{1}{64x^6}$ **(Ans.)**

১১. নিম্নোক্ত বিস্তৃতিসমূহের প্রথম চারটি পদ নির্ণয় কর।

(a) $(2+3x)^6$ **(b)** $\left(4 - \dfrac{1}{2x}\right)^5$

সমাধান: (a) দ্বিপদী উপপাদ্য ব্যবহার করে পাই, $(2+3x)^6$

$$= 2^6 + \binom{6}{1}.2^5.(3x) + \binom{6}{2}.2^4.(3x)^2 + \binom{6}{3}.2^3.(3x)^3 + \ldots\ldots$$

[অথবা, $2^6 + {}^6C_1.2^5(3x) + {}^6C_2.2^4.(3x)^2 + {}^6C_3.2^3.(3x)^3 + \ldots$]

$$= 64 + 6.32.3x + \frac{6.5}{1.2}.16.9x^2 + \frac{6.5.4}{1.2.3}.8.27x^3 + \ldots$$

$= 64 + 576x + 2160x^2 + 4320x^3 + \ldots\ldots$ **(Ans.)**

(b) দ্বিপদী উপপাদ্য ব্যবহার করে পাই,

$$\left(4-\frac{1}{2x}\right)^5 = 4^5 + \binom{5}{1}.4^4\left(-\frac{1}{2x}\right) + \binom{5}{2}.4^3.\left(-\frac{1}{2x}\right)^2 + \binom{5}{3}.4^2.\left(-\frac{1}{2x}\right)^3 + \ldots$$

[অথবা, $4^5 + {}^5C_1.4^4.\left(-\frac{1}{2x}\right) + {}^5C_2.4^3.\left(-\frac{1}{2x}\right)^2 + {}^5C_3.4^2.\left(-\frac{1}{2x}\right)^3 + \ldots$]

$$= 1024 + 5.256.\left(-\frac{1}{2x}\right) + \frac{5.4}{1.2}.64.\left(\frac{1}{4x^2}\right) + \frac{5.4.3}{1.2.3}.16\left(-\frac{1}{8x^3}\right) + \ldots$$

$= 1024 - \dfrac{640}{x} + \dfrac{160}{x^2} - \dfrac{20}{x^3} + \ldots$ **(Ans.)**

১২. $\left(p - \dfrac{1}{2}x\right)^6 = r - 96x + 5x^2 + \ldots$ হলে, p এবং r এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান: দ্বিপদী উপপাদ্য ব্যবহার করে পাই,

$$\left(p-\frac{1}{2}x\right)^6 = p^6 + \binom{6}{1}.p^5\left(-\frac{1}{2}x\right) + \binom{6}{2}.p^4.\left(-\frac{1}{2}x\right)^2 + \ldots$$

$$= p^6 + 6.p^5.\left(-\frac{1}{2}x\right) + \frac{6.5}{1.2}.p^4.\left(\frac{x^2}{4}\right) + \ldots$$

$$= p^6 - 3p^5x + \frac{15}{4}p^4x^2 - \ldots$$

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

কিন্তু, $\left(p-\frac{1}{2}x\right)^6 = r - 96x + 5x^2 - \ldots\ldots$

$\therefore p^6 - 3p^5x + \frac{15}{4}p^4x^2 - \ldots\ldots = r - 96x + 5x^2 \ldots\ldots (i)$

(i) নং এর উভয় পক্ষ হতে ধ্রুবক পদ সমীকৃত করে পাই,

$p^6 = r \ldots\ldots\ldots\ldots (ii)$

(i) নং এর উভয় পক্ষ হতে x এর সহগ সমীকৃত করে পাই,

$3p^5 = 96$

বা, $p^5 = 32$

বা, $p^5 = 2^5$

$\therefore p = 2$

(ii) নং এ $p = 2$ বসিয়ে পাই,

$r = 64$.

$\therefore p = 2, r = 64$ **(Ans.)**

১৩. $\left(1+\frac{x}{2}\right)^8$ এর বিস্তৃতির x^3 এর সহগ নির্ণয় কর।

সমাধান: দ্বিপদী উপপাদ্য ব্যবহার করে পাই,

$$\left(1+\frac{x}{2}\right)^8 = 1 + \binom{8}{1}\left(\frac{x}{2}\right) + \binom{8}{2}\left(\frac{x}{2}\right)^2 + \binom{8}{3}\left(\frac{x}{2}\right)^3 + \ldots$$

$$= 1 + 8.\frac{x}{2} + \frac{8.7}{1.2}.\frac{x^2}{4} + \frac{8.7.6}{1.2.3}.\frac{x^3}{8} + \ldots\ldots\ldots$$

$$= 1 + 4x + 7x^2 + 7x^3 + \ldots\ldots\ldots$$

$\therefore \left(1+\frac{x}{2}\right)^8$ এর বিস্তৃতিতে x^3 এর সহগ 7. **(Ans.)**

১৪. x এর ঘাতের ঊর্ধ্বক্রম অনুসারে $\left(2+\frac{x}{4}\right)^6$ কে x^3 পর্যন্ত বিস্তৃত কর। উহার সাহায্যে $(1.9975)^6$ এর আসন্ন মান চার দশমিক স্থান পর্যন্ত নির্ণয় কর।

সমাধান: দ্বিপদী উপপাদ্য ব্যবহার করে পাই,

$$\left(2+\frac{x}{4}\right)^6 = 2^6 + \binom{6}{1}.2^5.\left(\frac{x}{4}\right) + \binom{6}{2}.2^4.\left(\frac{x}{4}\right)^2 + \binom{6}{3}.2^3.\left(\frac{x}{4}\right)^3 + \ldots$$

$$= 64 + 6.32.\frac{x}{4} + \frac{6.5}{1.2}.16.\frac{x^2}{16} + \frac{6.5.4}{1.2.3}.8.\frac{x^3}{64} + \ldots$$

$$= 64 + 48x + 15x^2 + \frac{5}{2}x^3 + \ldots\ldots \textbf{(Ans.)}$$

এখানে, $2 + \frac{x}{4} = 1.9975$

বা, $\frac{x}{4} = 1.9975 - 2 = -0.0025$

বা, $x = (-0.0025) \times 4$

$\therefore x = -0.01$

এখন, $x = -0.01$ বসিয়ে পাই,

$$\left\{2 + \frac{(-0.01)}{4}\right\}^6 = 64 + 48(-0.01) + 15.(-0.01)^2 + \frac{5}{2}(-0.01)^3 + \ldots\ldots$$

$\therefore (1.9975)^6 = 63.5215$ [চার দশমিক স্থান পর্যন্ত] **(Ans.)**

[বি.দ্র. পাঠ্যবইয়ের প্রশ্নে ঘাত 8 এর পরিবর্তে 6 হবে।]

১৫. দ্বিপদী উপপাদ্য ব্যবহার করে $(1.99)^5$ এর মান চার দশমিক স্থান পর্যন্ত নির্ণয় কর।

সমাধান: $(1.99)^5 = (2 - 0.01)^5$

দ্বিপদী উপপাদ্য ব্যবহার করে পাই,

$$(2-0.01)^5 = 2^5 + \binom{5}{1}2^4.(-0.01) + \binom{5}{2}2^3(-0.01)^2 + \binom{5}{3}2^2(-0.01)^3 + \binom{5}{4}2(-0.01)^4 + (-0.01)^5$$

$$= 32 + 5.16(-0.01) + \frac{5.4}{1.2}.8.(0.0001) + \frac{5.4.3}{1.2.3}.4(-0.000001) + \frac{5.4.3.2}{1.2.3.4}.2(0.00000001) + (-0.0000000001)$$

$$= 32 - 0.8 + 0.008 - 0.00004 + 0.0000001 - 0.0000000001$$

$$= 31.2079601$$

$= 31.2080$ [চার দশমিক স্থান পর্যন্ত] **(Ans.)**

১৬. $\left(1+\frac{1}{4}\right)^n$ এর বিস্তৃতির তৃতীয় পদের সহগ চতুর্থ পদের সহগের দ্বিগুণ। n এর মান নির্ণয় কর। বিস্তৃতির পদসংখ্যা ও মধ্যপদ নির্ণয় কর।

সমাধান: দ্বিপদী উপপাদ্য ব্যবহার করে পাই,

$$\left(1+\frac{1}{4}\right)^n = 1 + \binom{n}{1}\left(\frac{1}{4}\right) + \binom{n}{2}\left(\frac{1}{4}\right)^2 + \binom{n}{3}\left(\frac{1}{4}\right)^3 + \ldots$$

প্রশ্নানুসারে,

$$\left(\frac{1}{4}\right)^2\binom{n}{2} = 2\binom{n}{3}\left(\frac{1}{4}\right)^3$$

বা, $\frac{n(n-1)}{1.2} = 2.\frac{n(n-1)(n-2)}{1.2.3}.\frac{1}{4}$

বা, $\frac{1}{2} = \frac{n-2}{12}$

বা, $2n - 4 = 12$

বা, $2n = 16$

বা, $n = \frac{16}{2}$

$\therefore n = 8$

যেহেতু, $n = 8$

$\therefore$ বিস্তৃতির পদসংখ্যা $= 8 + 1 = 9$

আবার, যেহেতু পদসংখ্যা 9 **(Ans.)**

$\therefore$ ৫ম পদ বিস্তৃতির মধ্যপদ এবং এটি $T_5 = T_{4+1} = \binom{8}{4}.1^4\left(\frac{1}{4}\right)^4$

$$= {}^8C_4\left(\frac{1}{4}\right)^4 = \frac{8!}{4!(8-4)!}.\left(\frac{1}{4}\right)^4$$

$$= \frac{8.7.6.5}{4.3.2.1} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4}$$

$$= \frac{8.7.6.5}{4.3.2.1.256} = \frac{1680}{6144} = \frac{35}{128}$$

Ans. $n = 8$, পদসংখ্যা 9 ও মধ্যপদ $\frac{35}{128}$।

১৭. (a) $\left(k-\frac{x}{3}\right)^7$ এর বিস্তৃতিতে k^3 এর সহগ 560 হলে x এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান: **(a)** দ্বিপদী উপপাদ্য ব্যবহার করে পাই,

$$\left(k-\frac{x}{3}\right)^7 = k^7 + {}^7C_1\,k^6\left(-\frac{x}{3}\right) + {}^7C_2\,k^5\left(-\frac{x}{3}\right)^2 + {}^7C_3k^4\left(-\frac{x}{3}\right)^3 + {}^7C_4\,k^3\left(-\frac{x}{3}\right)^4 + \ldots\ldots$$

এখানে, বিস্তৃতিটির k^3 এর সহগ ${}^7C_4\left(-\frac{x}{3}\right)^4$

$$= \frac{7.6.5.4}{1.2.3.4}.\frac{x^4}{3^4} = \frac{35}{81}x^4$$

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

প্রশ্নানুসারে, $\frac{35}{81}x^4 = 560$

বা, $x^4 = 560 \times \frac{81}{35}$

বা, $x^4 = 1296$

বা, $x^4 = (\pm 6)^4$

$\therefore x = \pm 6$ **(Ans.)**

(b) $\left(x^2 + \frac{k}{x}\right)^6$ এর বিস্তৃতিতে x^3 এর সহগ 160 হলে k এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান: দ্বিপদী উপপাদ্য ব্যবহার করে পাই,

$$\left(x^2 + \frac{k}{x}\right)^6 = (x^2)^6 + {}^6C_1 (x^2)^5 . \left(\frac{k}{x}\right) + {}^6C_2 (x^2)^4 \left(\frac{k}{x}\right)^2 + {}^6C_3 . (x^2)^3 . \left(\frac{k}{x}\right)^3 + ...$$

$$= x^{12} + {}^6C_1 x^{10} \frac{k}{x} + {}^6C_2 \; x^8 . \frac{k^2}{x^2} + {}^6C_3 \; x^6 . \frac{k^3}{x^3} + ...$$

এখানে, বিস্তৃতিটির x^3 এর সহগ,

${}^6C_3 k^3 = \frac{6.5.4}{1.2.3} . k^3 = 20k^3$

প্রশ্নানুসারে, $20k^3 = 160$

বা, $k^3 = \frac{160}{20}$

বা, $k^3 = 8$

বা, $k^3 = 2^3$

$\therefore k = 2$ **(Ans.)**

অনুশীলনীর সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

১৮. দেওয়া আছে,

$P = (a + bx)^6$ .... (i)

$Q = (b + ax)^5$ .... (ii)

$R = (a + x)^n$ .... (iii)

ক. (iii) এর বিস্তৃতিটি লেখ এবং সূত্রটি প্রয়োগ করে (i) এর বিস্তৃতি নির্ণয় কর। ২

খ. যদি (i) এর বিস্তৃতির দ্বিতীয় ও তৃতীয় পদ যথাক্রমে (ii) এর বিস্তৃতির দ্বিতীয় ও তৃতীয় পদের অনুপাতের সমান হয় তবে দেখাও যে, $a : b = \sqrt{5} : 2$। উপরিউক্ত উক্তির স্বপক্ষে একটি উদাহরণ দাও। ৪

গ. দেখাও যে, (ii) এর বিস্তৃতির জোড় স্থানীয় পরম ধ্রুবকগুলির যোগফল বিজোড় স্থানীয় পরম ধ্রুবকগুলির যোগফলের সমান। তুমি এমন একটি দ্বিপদী রাশি উল্লেখ কর, যার ক্ষেত্রেও উপরিউক্ত বিষয়টি সত্য হয়।

<u>১৮ নং প্রশ্নের সমাধান</u>

ক দেওয়া আছে,

$P = (a + bx)^6$ .... (i)

$Q = (b + ax)^5$ .... (ii)

$R = (a + x)^n$ .... (iii)

(iii) নং এর বিস্তৃতিটি নিম্নরূপ:

$$R = (a + x)^n = a^n + \binom{n}{1} a^{n-1}x + \binom{n}{2} a^{n-2}x^2 + \binom{n}{3} a^{n-3}x^3 + ... + x^n .... (iv)$$ **(Ans.)**

(iii) এর বিস্তৃতির সূত্র প্রয়োগ করলে (i) এর বিস্তৃতি নিম্নরূপ:

$$P = (a + bx)^6 = a^6 + \binom{6}{1} a^{6-1} bx + \binom{6}{2} a^{6-2} (bx)^2 + \binom{6}{3} a^{6-3}(bx)^3 + \binom{6}{4} a^{6-4} (bx)^4 + \binom{6}{5} a^{6-5}(bx)^5 + (bx)^6$$

$$= a^6 + \binom{6}{1} a^5bx + \binom{6}{2} a^4b^2x^2 + \binom{6}{3} a^3b^3x^3 + \binom{6}{4} a^2b^4x^4 + \binom{6}{5} ab^5x^5 + b^6x^6$$ **(Ans.)**

খ 'ক' হতে পাই (i) এর বিস্তৃতি

$$P = (a + bx)^6 = a^6 + \binom{6}{1} a^5bx + \binom{6}{2} a^4b^2x^2 + \binom{6}{3} a^3b^3x^3 + \binom{6}{4} a^2b^4x^4 + \binom{6}{5} ab^5x^5 + b^6x^6$$

আবার, (ii) এর বিস্তৃতি

$$Q = (b + ax)^5 = b^5 + \binom{5}{1} b^4ax + \binom{5}{2} b^3a^2x^2 + \binom{5}{3} b^2a^3x^3 + \binom{5}{4} ba^4x^4 + a^5x^5$$

প্রশ্নমতে, (i) এর বিস্তৃতির দ্বিতীয় ও তৃতীয় পদ যথাক্রমে (ii) এর বিস্তৃতির দ্বিতীয় ও তৃতীয় পদের অনুপাতের সমান

$$\therefore \frac{\binom{6}{1}a^5bx}{\binom{6}{2}a^4b^2x^2} = \frac{\binom{5}{1}b^4ax}{\binom{5}{2}b^3a^2x^2}$$

বা, $\frac{6a^5bx}{\frac{6.5}{1.2}a^4b^2x^2} = \frac{5.b^4ax}{\frac{5.4}{1.2}b^3a^2x^2}$

বা, $\frac{6.a}{3.5.bx} = \frac{5\,b}{5.2\,ax}$

বা, $\frac{6a}{3.5.b} = \frac{5b}{5.2.a}$

বা, $\frac{a^2}{b^2} = \frac{5.3.5}{5.2.6}$

বা, $\frac{a^2}{b^2} = \frac{5}{4}$

বা, $\frac{a}{b} = \frac{\sqrt{5}}{2}$ [বর্গমূল করে]

$\therefore a : b = \sqrt{5} : 2$ **(দেখানো হলো)**

উদাহরণ: এখন, $(a + bx)^9$ এর বিস্তৃতির দ্বিতীয় ও তৃতীয় পদ যথাক্রমে

$\binom{9}{1} a^8bx$ ও $\binom{9}{2} a^7b^2x^2$

এবং $(b + ax)^8$ এর বিস্তৃতির দ্বিতীয় ও তৃতীয় পদ যথাক্রমে

$\binom{8}{1} b^7ax$ ও $\binom{8}{2} b^6a^2x^2$

শর্তানুসারে,

$$\frac{\binom{9}{1}a^8bx}{\binom{9}{2}a^7b^2x^2} = \frac{\binom{8}{1}b^7ax}{\binom{8}{2}b^6a^2x^2}$$

বা, $\frac{9\,a}{\frac{9.8}{1.2}bx} = \frac{8\,b}{\frac{8.7}{1.2}ax}$

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

বা, $\frac{9a}{9.4bx}=\frac{8b}{4.7ax}$

বা, $\frac{a}{4bx}=\frac{2b}{7ax}$

বা, $\frac{a^2}{b^2}=\frac{8}{7}$

বা, $\frac{a}{b}=\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{7}}$

$\therefore a:b=\sqrt{8}:\sqrt{7}$

১ম অংশ হতে পাই $a:b=\sqrt{5}:2=\sqrt{6-1}:\sqrt{5-1}$

উদাহরণ অংশ হতে পাই, $a:b=\sqrt{8}:\sqrt{7}=\sqrt{9-1}:\sqrt{8-1}$

সুতরাং উপরিউক্ত উক্তির স্বপক্ষে $(a+bx)^9$ ও $(b+ax)^8$ একটি উদাহরণ।

গ 'খ' হতে পাই (ii) এর বিস্তৃতি

$$Q=(b+ax)^5=b^5+\binom{5}{1}b^4ax+\binom{5}{2}b^3a^2x^2+\binom{5}{3}b^2a^3x^3+\binom{5}{4}ba^4x^4+a^5x^5$$

এখন, (ii) এর বিস্তৃতির জোড় স্থানীয় পরম ধ্রুবকগুলির যোগফল

$=\binom{5}{1}+\binom{5}{3}+1$

$=5+\frac{5.3.4}{1.2.3}+1$

$=5+10+1$

$=16$

এবং বিজোড় স্থানীয় পরম ধ্রুবকগুলির যোগফল

$=1+\binom{5}{2}+\binom{5}{4}$

$=1+\frac{5.4}{1.2}+\frac{5.4.3.2}{1.2.3.4}$

$=1+10+5$

$=16$

$\therefore$ (ii) এর বিস্তৃতির জোড় স্থানীয় পরম ধ্রুবকগুলির যোগফল বিজোড় স্থানীয় পরম ধ্রুবকগুলির যোগফলের সমান।

(দেখানো হলো)

উদাহরণ:

দ্বিপদী রাশি $(a+bx)^3$ এর বিস্তৃতি:

$a^3+3a^2bx+3ab^2x^2+b^3x^3$

এখানে, জোড় স্থানীয় পরম ধ্রুবক 3 ও 1

এর যোগফল = 3 + 1 = 4 এবং বিজোড় স্থানীয়

পরম ধ্রুবক 1 ও 3 এর যোগফল = 1 + 3 = 4

এক্ষেত্রে উপরিউক্ত বিষয়টি সত্য।

মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত সৃজনশীল বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

★★★ $(x+y)^n$ এর দ্বিপদী বিস্তৃতি 1 Text পৃষ্ঠা-২১৫

- $(x+y)^n=x^n+\binom{n}{1}x^{n-1}y+\binom{n}{2}x^{n-2}y^2+\binom{n}{3}x^{n-3}y^3+...+y^n$

[n যেকোনো ধনাত্মক পূর্ণ সংখ্যা]

১. **$(x+y)^n$ এর বিস্তৃতিতে 6 তম পদ নিচের কোনটি?** (সহজ)

ক $^nC_5x^{n-5}.y^5$ খ $^nC_6x^{n-6}.y^6$

গ $^nC_7x^{n-7}$ ঘ y^7 **ক**

২. **$\left(\frac{x}{y}+\frac{y}{x}\right)^0$ এর বিস্তৃতিতে পদ সংখ্যা কয়টি?** (সহজ)

ক 0 খ 1

গ 2 ঘ 3 **খ**

৩. **$\left(p-\frac{1}{2}x\right)^n$ এর বিস্তৃতিতে 4 তম পদ কত?** (সহজ)

ক $6_{c_r}.p^n.\left(\frac{1}{2}\right)^r$ খ $n_{c_4}(P)^{n-4}\left(-\frac{1}{2}x\right)^4$

গ $n_{c_3}P^{n-3}\left(-\frac{1}{2}x\right)^3$ ঘ $3_{c_r}.P^{3-r}\left(-\frac{1}{2}x\right)^3$ **গ**

৪. **$\left(2x+\frac{3}{x^2}\right)^7$ এর তৃতীয় পদ পর্যন্ত সঠিক বিস্তৃতি কোনটি?** (মধ্যম)

ক $142x^7+1221x^5+3048x^2+....$

খ $128x^7+1221x^5+\frac{6048}{x}+......$

গ $128x^7+1344x^4+6048x+....$

ঘ $256x^7+1334x^4+3024x^2+...$ **গ**

৫. **$(2\sqrt{x}+\sqrt{y})^8$ হলে এর পঞ্চম পদ কোনটি?** (মধ্যম)

ক $16^8C_4x^2y^2$ খ $12^8C_5x^5y^3$

গ $18^8C_4xy^4$ ঘ $18^8C_4x^2y^2$ **ক**

৬. **$\left(2x^2-\frac{1}{4x}\right)^5$ এর বিস্তৃতিতে x^4 আছে কত তম পদে?** (মধ্যম)

ক 2 খ 3

গ 4 ঘ 5 **খ**

ব্যাখ্যা: (r + 1) তম পদ $={}^5C_r(2x^2)^{5-r}\left(-\frac{1}{4x}\right)^r$

$={}^5C_r.2^{5-r}\left(-\frac{1}{4}\right)^r.x^{10-3r}$

$\therefore x^{10-3r}=x^4$ বা, $10-4=3r$ বা, $r=\frac{6}{3}=2$

$\therefore$ 3 তম পদ।

৭. **$(x+y)^8$ এর বিস্তৃতিতে শেষ পদের মান 256 হলে, y এর মান কত?** (মধ্যম)

ক −2 খ 0 গ 2 ঘ 8 **গ**

ব্যাখ্যা: $y^8=256$ বা, $y^8=(2)^8$ বা, $y=2$

৮. **$\left(x^4-\frac{1}{x^3}\right)^8$ এর বিস্তৃতিতে x^{11} এর সহগ কত?** (মধ্যম)

ক −56 খ −108 গ 64 ঘ 70 **ক**

ব্যাখ্যা: (r + 1)-তম পদ $={}^8C_rx^{4(8-r)}\left(-\frac{1}{x^3}\right)^r$

$={}^8C_rx^{32-4r-3r}(-1)^r={}^8C_rx^{32-7r}(-1)^r$

$\therefore x^{32-7r}=x^{11}$ বা, $7r=32-11=21$ $\therefore r=3$

$\therefore x^{11}$ এর সহগ $={}^8C_3(-1)^3=-56$

৯. **$(1+x)\left(1+\frac{x}{2}\right)^8$-এর বিস্তৃতিতে x এর সহগ কত?** (কঠিন)

ক −5 খ 5 গ 8 ঘ 16 **খ**

ব্যাখ্যা: $(1+x)(1+8.\frac{x}{2}+.......)=1+4x+x+4x^2$

$=1+5x+.....$

১০. **$\left(1+\frac{x}{2}\right)^8=1+8.\frac{x}{2}+28.\frac{x^2}{4}+........$ হলে, x^3 এর সহগ কত?** (মধ্যম)

ক 7 খ 8 গ 56 ঘ 112 **ক**

ব্যাখ্যা: ${}^8C_3\left(\frac{x}{2}\right)^3=56.\frac{x^3}{8}=7x^3$

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

১১. n ধনাত্মক পূর্ণ সংখ্যা হলে $(a - x^2)^n$ এর বিস্তৃতিতে x^{2r} এর সহগ কোনটি? (কঠিন)

ক $(-1)^r \frac{n!}{(n-r)!r!}\frac{a^n}{a^r}$

খ $(-1)^{2r} \frac{n!}{(n-2r)2r!}\frac{a^n}{a^{2r}}$

গ $(-1)^{2r-1} \frac{n!}{(n-2r+1)!(2r-1!)}\frac{a^n}{a^{2r-1}}$

ঘ $(-1)^{\frac{r}{2}} \frac{n!}{(n-\frac{r}{2})!(\frac{r}{2})!}\frac{a^n}{\left(\frac{r}{a^2}\right)!}$ — ক

১২. $\left(x^3 + \frac{1}{x^2}\right)^5$ এর বিস্তৃতিতে ধ্রুবক পদটি নিচের কোনটি? (মধ্যম)

ক $^5C_0$ খ $^5C_1$ গ $^5C_3$ ঘ $^5C_5$ — গ

১৩. 0! = কত? (সহজ) [মতিঝিল মডেল স্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা; চট্টগ্রাম সরকারী উচ্চ বিদ্যালয়, চট্টগ্রাম]

ক 0 খ $\frac{1}{2}$ গ 1 ঘ 2 — গ

১৪. $\frac{2}{0!}$ = কত? (সহজ)

ক 0 খ 1 গ 2 ঘ ∞ — গ

★★★ n! এবং ^nC_r এর মান নির্ণয় | Text পৃষ্ঠা-২১৯

- $\binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!} = {}^nC_r$
- $n! = n(n-1)(n-2)$ 3.2.1
- $^nC_r = 1$
- $\binom{n}{0} = {}^nC_0 = 1$
- $0! = 1$
- ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা n-এর জন্যে, দ্বিপদী বিস্তৃতি $(1 + y)^n$ এর সাধারণ পদ বা r তম পদ $T_{r+1} = \binom{n}{r} y^r$ বা, $^nC_r = y^r$ এবং $(x + y)^n$ এর সাধারণ পদ বা r-তম পদ $T_{r+1} = \binom{n}{r} x^{n-r}y^r$ বা, $^nC_r x^{n-r}{}_y r$

১৫. ^nC_n = কত? (সহজ) [চট্টগ্রাম সরকারী উচ্চ বিদ্যালয়, চট্টগ্রাম]

ক $^nC_0$ খ $^nC_1$ গ $^nC_{n-1}$ ঘ $^nC_2$ — ক

১৬. $^{77}C_{77}$ = কত? (সহজ)

ক 0 খ 1 গ 120 ঘ 320 — খ

১৭. নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)

ক $^nC_0 = {}^nC_1$ খ $^nC_n = {}^nC_1$
গ $^nC_1 = {}^nC_{n-1}$ ঘ $^nC_n = {}^nC_{n-1}$ — গ

১৮. $^nC_1 \div {}^nC_{n-1}$ = কত? (মধ্যম)

ক n! খ n গ $\frac{1}{n}$ ঘ 1 — ঘ

ব্যাখ্যা: $^nC_{n-1} = \frac{n!}{(n-1)!\,(n-n+1)!} = \frac{n!}{1!\,(n-1)!} = {}^nC_1$

১৯. $^5C_3 \times {}^8C_4$ = কত? (মধ্যম)

ক 70 খ 100 গ 700 ঘ 750 — গ

২০. $\frac{n}{n!}$ = কত? (মধ্যম)

ক $\frac{n}{1.2.3........(n-1)}$ খ $\frac{1}{1.2.3........(n-1)}$
গ $\frac{1}{1.2.3........n}$ ঘ $\frac{n-1}{1.2.3........n}$ — খ

২১. $^nC_5 = {}^nC_7$ হলে $^nC_{11}$ = কত? (কঠিন)

ক 10 খ 12 গ 16 ঘ 20 — খ

ব্যাখ্যা: $^nC_5 = {}^nC_7$ বা, $^nC_{n-5} = {}^nC_7$
বা, $n - 5 = 7$ বা, $n = 7 + 5 = 12$ ∴ $^{12}C_{11} = 12$

২২. $P \times {}^8C_3 = Q \times {}^8C_5$ হলে P : Q = কত? (মধ্যম)

ক 1 : 1 খ 1 : 2 গ 2 : 1 ঘ 2 : 3 — ক

২৩. $\left(k^2 + \frac{1}{2k}\right)^{2n+1}$ এর বিস্তৃতিতে মধ্যপদ কয়টি? (সহজ)

ক 1 খ 2 গ ৩ ঘ 4 — খ

ব্যাখ্যা: যেহেতু ঘাত (2n + 1) একটি বিজোড় সংখ্যা অতএব মধ্যপদ থাকবে দুইটি।

২৪. $\left(2x - \frac{1}{x^2}\right)^4$ এর বিস্তৃতিতে মধ্যপদ কোনটি? (মধ্যম)

ক $10\frac{1}{x^2}$ খ $12\frac{1}{x^2}$ গ $16\frac{1}{x^2}$ ঘ $24\frac{1}{x^2}$ — ঘ

ব্যাখ্যা: মধ্যপদটি $\left(\frac{4}{2} + 1\right)$ বা (2 + 1) তম পদ

∴ (2 + 1) তম পদ $= {}^4C_2(2x)^2\left(-\frac{1}{x^2}\right)^2 = {}^4C_2.4.\frac{1}{x^2}$

$= 6.4.\frac{1}{x^2} = 24\frac{1}{x^2}$

২৫. $(x + y)^7$ এর বিস্তৃতিতে—

i. (r + 1) তম পদ $^7C_r x^{7-r} y^r$
ii. 5 তম পদ $= {}^7C_4 . x^3 . y^4$
iii. 6 তম পদ $= {}^7C_7 . y^7$

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii — ক

২৬. $(x + y)^n$ এর বিস্তৃতিতে—

i. সাধারণ পদ $\binom{n}{r} x^{n-r}.y^r$
ii. বিস্তৃতিতে প্রতিটি পদের x ও y এর ঘাতের যোগফল n এর সমান।
iii. বিস্তৃতিটির পদ সংখ্যা = n + 1.

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii — ঘ

২৭. $\left(x + \frac{1}{x}\right)^4$ এর বিস্তৃতিতে—

i. শেষ পদে মান 16 হলে $x = \frac{1}{2}$ ।
ii. ৩য় পদে x বর্জিত পদ বিদ্যমান।
iii. x-এর প্রথম পদ ও শেষ পদের ঘাতের বিয়োগফল 8।

নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii — ঘ

২৮. $\left(1 + \frac{y}{x}\right)^n$ এর বিস্তার —

i. $\frac{1}{x^n}\left[x^n + \binom{n}{1}x^{n-1}y + \binom{n}{2}x^{n-2}y^2 + ... + y^n\right]$
ii. $1 + \binom{n}{1}x^{n-1}y + \binom{n}{2}x^{n-2}y^2 + ... + xy^n$
iii. $1 + \binom{n}{1}\frac{y}{x} + \binom{n}{2}\frac{y^2}{x^2} + \binom{n}{3}\frac{y^3}{x^3} + ... + \frac{y^n}{x^n}$

নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii — খ

২৯. $\left(\frac{1}{x^2} - x\right)^6$ এর বিস্তৃতিতে –

i. মধ্যপদ থাকবে 1টি।
ii. ধ্রুবক পদটি $= {}^6C_4 (-1)^r$.
iii. 4-তম পদ হলো মধ্যপদ।

নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii — ঘ

ব্যাখ্যা: মধ্যপদটি হবে $\left(\frac{6}{2} + 1\right)$ বা, (3 + 1) বা, 4-তম পদ।

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

৩০. $(a^2 + 2ax + x^2)^n$ এর বিস্তৃতিতে –
i. মধ্যপদ দুইটি।
ii. সাধারণ পদ = $^{2n}C_r a^{2n-r} x^r$.
iii. প্রথম পদ Q বর্জিত পদ।
নিচের কোনটি সঠিক ? (কঠিন)
ⓚ i ও ii ⓚ i ও iii ⓖ ii ও iii ⓖ i, ii ও iii **(গ)**

৩১. $\left(x^2 + \frac{k}{x}\right)^{2n+1}$ এর বিস্তৃতিতে—
i. সাধারণ পদে r এর মান ভগ্নাংশ হতে পারে না।
ii. পদসংখ্যা অসীম।
iii. মধ্যপদ 2টি।
নিচের কোনটি সঠিক ? (মধ্যম)
ⓚ i ও ii ⓚ i ও iii ⓖ ii ও iii ⓖ i, ii ও iii **(খ)**

৩২. $(x^2 + 2 + \frac{1}{x^2})^n$ এর বিস্তৃতিতে –
i. x বর্জিত পদ বিদ্যমান।
ii. x বর্জিত পদটির মান $^{2n}C_n$।
iii. মধ্যপদ এর সংখ্যা 1।
নিচের কোনটি সঠিক ? (কঠিন)
ⓚ i ও ii ⓚ i ও iii ⓖ ii ও iii ⓖ i, ii ও iii **(ঘ)**

নিচের তথ্যের আলোকে (৩৩-৩৬) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:
$\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^{2n}$ যেখানে n একটি ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা।

৩৩. প্রদত্ত বিস্তৃতিতে সাধারণ পদ কোনটি? (সহজ)
ক $^{2n}C_r x^{4(n-r)}$ খ $^{n}C_{r-1} x^{n-r}$ গ $^{2n}C_r x^{2(n+r)}$ ঘ $^{2n}C_r x^{4(n+r)}$ **(ক)**

৩৪. n-এর কোন মানের জন্য x মুক্ত পদ থাকবে? (মধ্যম)
ক 0 খ 1 গ –r ঘ r **(ঘ)**
ব্যাখ্যা: $x^{4(n-r)} = x^0$ বা, $4(n-r) = 0$
বা, $n - r = 0$ বা, $n = r$.

৩৫. x মুক্ত পদের মান কোনটি? (মধ্যম)
ক 0 খ $^{2n}C_1$ গ $^{2n}C_r$ ঘ $^{2n}C_n$ **(ঘ)**
ব্যাখ্যা: n = r হলে, x মুক্ত পদ = $^{2n}C_n$.

৩৬. n = 5 হলে x মুক্ত পদের মান কত? (মধ্যম)
ক 0 খ 63 গ 151 ঘ 252 **(ঘ)**
ব্যাখ্যা: $^{10}C_5 = 252$.

নিচের তথ্যের আলোকে (৩৭-৩৯) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:
$\left(x + \frac{2}{x}\right)^n$ যেখানে n জোড় সংখ্যা।

৩৭. (r + 1)-তম পদ x বর্জিত হলে r এর মান কত? (কঠিন)
ক 0 খ $\frac{n}{2}$ গ n ঘ 2n **(খ)**
ব্যাখ্যা: (r + 1)-তম পদ $^nC_r x^{n-r} \cdot \left(\frac{2}{x}\right)^r = {}^nC_r \cdot x^{n-2r} \cdot 2r$
$\therefore$ x-বর্জিত পদ হলে $x^{n-2r} = x^0$
বা, $n - 2r = 0$ বা, $r = \frac{n}{2}$

৩৮. x বর্জিত পদটির মান কোনটি? (কঠিন)
ক $^nC_n 2^{\frac{n}{2}}$ খ $^nC_{\frac{n}{2}} 2^n$ গ $^nC_n 2^n$ ঘ $^nC_{\frac{n}{2}} 2^{\frac{n}{2}}$ **(ঘ)**
ব্যাখ্যা: $r = \frac{n}{2}$ হলে x বর্জিত পদ = $^nC_{\frac{n}{2}} 2^{\frac{n}{2}} x^{n-2 \cdot \frac{n}{2}}$
$= {}^nC_{\frac{n}{2}} 2^{\frac{n}{2}} x^{n-n} = {}^nC_{\frac{n}{2}} 2^{\frac{n}{2}}$

৩৯. n = 8 হলে x বর্জিত পদটি হবে? (মধ্যম)
ক 968 খ 1020 গ 1120 ঘ 1168 **(গ)**
ব্যাখ্যা: x বর্জিত পদ: $^8C_{\frac{8}{2}} 2^{\frac{8}{2}} = {}^8C_4 . 2^4 = 70 \times 16 = 1120$

নিচের তথ্যের আলোকে (৪০-৪১) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:
$n_{c_r} = \frac{n!}{r!\,(n-r)!}$

৪০. 8_{C_0} = কত? (সহজ)
ক 0 খ 1 গ n ঘ নির্ণয় করা যায় না **(খ)**

৪১. n = r = 8 হলে n_{C_r} এর মান কত? (সহজ)
ক 0 খ 1 গ 8 ঘ 16 **(খ)**

নিচের তথ্যের আলোকে (৪২-৪৪) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:
$\left(\frac{k}{x} + x^2\right)^6$ এর বিস্তৃতিতে $\frac{1}{x^3}$ এর সহগ 192.

৪২. দ্বিতীয় পদ পর্যন্ত বিস্তৃতি নিচের কোনটি? (মধ্যম)
ক $\frac{k}{x} + x^2 + \ldots\ldots$ খ $\frac{k^6}{x^6} + 6 . \frac{k^5}{x^5} x^2 + \ldots\ldots$
গ $\frac{k^6}{x^6} + 6k^5 . x^3 + \ldots\ldots$ ঘ $\frac{k^6}{x^6} + \frac{k^5}{x^3} + \ldots\ldots$ **(খ)**
ব্যাখ্যা: $\left(\frac{k}{x} + x^2\right)^6 = \frac{k^6}{x^6} + 6_{C_1} \left(\frac{k}{x}\right)^{6-1} x^2 + \ldots\ldots$

৪৩. k এর মান কত? (সহজ)
ক 2 খ 6 গ 12 ঘ 32 **(ক)**
ব্যাখ্যা: $6k^5 = 192$ বা, $k^5 = 32$ বা, $K^5 = 2^5$ $\therefore k = 2$

৪৪. মধ্যপদটি কত? (কঠিন)
ক $20x^3$ খ $\frac{20}{x^3}$ গ $160x^3$ ঘ $192x^3$ **(গ)**
ব্যাখ্যা: বিস্তৃতির মধ্যপদ = 4 তম পদ = $6_{C_3} \left(\frac{k}{x}\right)^3 (x^2)^3 = 160x^3$
$[\because k = 2]$

মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত আরও সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

প্রশ্ন ▶ ১ $(p + q)^n = p^n + \binom{n}{1} p^{n-1} q + \binom{n}{2} p^{n-2} q^2 + \ldots\ldots\ldots$

ক. দ্বিপদী উপপাদ্যের সাধারণ আকার অনুসারে উদ্দীপকে উল্লেখিত বিস্তৃতির শেষ 3টি পদ লিখ। ২
খ. $(p + q)^{10}$ এর পূর্ণ বিস্তৃতি লিখ। ৪
গ. $(p + q)^{10}$ এর বিস্তৃতিতে q এর সহগ 5120 হলে p এর মান নির্ণয় কর। আবার p এর সহগ 5120 হলে q এর মান নির্ণয় কর। দেখাও যে, উভয় ক্ষেত্রে p ও q এর মান সমান হয়। উদ্দীপকের সাহায্য নিয়ে এর কারণ ব্যাখ্যা কর। ৪

১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক শেষ পদ = q^n
শেষ হতে দ্বিতীয় পদ = $\binom{n}{n-1} p^{n-(n-1)} q^{n-1}$
$= \binom{n}{n-1} p q^{n-1}$
শেষ হতে তৃতীয় পদ = $\binom{n}{n-2} p^{n-(n-2)} q^{n-2}$
$= \binom{n}{n-2} p^2 q^{n-2}$

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

খ $(p+q)^{10} = p^{10} + \binom{10}{1}p^{10-1}q^1 + \binom{10}{2}p^{10-2}q^2 + \binom{10}{3}p^{10-3}q^3 + \binom{10}{4}p^{10-4}q^4 + \binom{10}{5}p^{10-5}q^5 + \binom{10}{6}p^{10-6}q^6 + \binom{10}{7}p^{10-7}q^7 + \binom{10}{8}p^{10-8}q^8 + \binom{10}{9}p^{10-9}q^9 + \binom{10}{10}p^{10-10}q^{10}$

$\therefore (p+q)^{10} = p^{10} + 10p^9q + 45p^8q^2 + 120p^7q^3 + 210p^6q^4 + 252p^5q^5 + 210p^4q^6 + 120p^3q^7 + 45p^2q^8 + 10pq^9 + q^{10}$.

গ $(p+q)^{10} = p^{10} + 10p^9q + 45p^8q^2 + 120p^7q^3 + 210p^6q^4 + 252p^5q^5 + 210p^4q^6 + 120p^3q^7 + 45p^2q^8 + 10pq^9 + q^{10}$.

এখানে, q এর সহগ $10\,p^9$

p এর সহগ $10\,q^9$

প্রশ্নমতে, $(p+q)^{10}$ এর বিস্তৃতিতে q এর সহগ 5120

$\therefore\ 10p^9 = 5120$

বা, $p^9 = 512$

বা, $p = \sqrt[9]{512}$

$\therefore\ p = 2$

আবার, প্রশ্নমতে, $(p+q)^{10}$ এর বিস্তৃতিতে p এর সহগ 5120

$\therefore\ 10q^9 = 5120$

বা, $q^9 = 512$

বা, $q = \sqrt[9]{512}$

$\therefore\ q = 2$

$\therefore$ উভয়ক্ষেত্রে p ও q এর মান সমান।

উদ্দীপক অনুসারে $(p+q)^{10}$ এর বিস্তৃতি করে আমরা দেখতে পাই p এর ঘাত 10 হতে ক্রমান্বয়ে কমে শূন্য হয় এবং q এর ঘাত শূন্য হতে ক্রমান্বয়ে বেড়ে 10 হয়। ২য় ও ১০ম পদে p ও q এর ঘাত পরস্পর বিনিময়যোগ্য। তাই p ও q এর মান সমান এবং তা হল 2.

প্রশ্ন ▶ ২ $\left(2-\frac{x}{2}\right)^7 = 2^7 + \binom{7}{1}2^6\left(-\frac{x}{2}\right) + \binom{7}{2}2^5\left(-\frac{x}{2}\right)^2 + \ldots\ldots$

ক. উদ্দীপকে উল্লেখিত বিস্তৃতির সাধারণ পদ ও শেষ পদটি লিখ। ২

খ. $\left(2-\frac{x}{2}\right)^7$ এর বিস্তৃতিতে চতুর্থ পদের মান –560 হলে, প্রমাণ কর যে, x = 2 ৪

গ. $\left(2-\frac{x}{2}\right)^7$ এর পূর্ণ বিস্তৃতি লেখ এবং $(1.995)^7$ এর মান পাঁচ দশমিক স্থান পর্যন্ত নির্ণয় কর। ৪

২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক বিস্তৃতির সাধারণ পদ বা r + 1 তম পদ, $T_{r+1} = \binom{7}{r}(2)^{7-r}\cdot\left(-\frac{x}{2}\right)^r$ ও

বিস্তৃতির শেষ পদ $= \left(-\frac{x}{2}\right)^7 = -\frac{x^7}{128}$

খ $\left(2-\frac{x}{2}\right)^7 = 128 - 224x + 168x^2 - 70x^3 + \ldots\ldots$

$\left(2-\frac{x}{2}\right)^7$ এর বিস্তৃতিতে চতুর্থ পদ $= -70x^3$

প্রশ্নমতে, $-70x^3 = -560$

বা, $x^3 = \frac{560}{70}$ বা, $x^3 = 8$

বা, $(x)^3 = 8$ বা, $(x)^3 = (2)^3$

$\therefore\ x = 2$ **(প্রমাণিত)**

গ $\left(2-\frac{x}{2}\right)^7 = 2^7 + \binom{7}{1}2^6\left(-\frac{x}{2}\right) + \binom{7}{2}2^5\left(-\frac{x}{2}\right)^2 + \binom{7}{3}2^4\left(-\frac{x}{2}\right)^3 + \binom{7}{4}2^3\left(-\frac{x}{2}\right)^4 + \binom{7}{5}2^2\left(-\frac{x}{2}\right)^5 + \binom{7}{6}2^1\left(-\frac{x}{2}\right)^6 + \binom{7}{7}2^0\left(-\frac{x}{2}\right)^7$

$= 128 + 7.64\left(-\frac{x}{2}\right) + \frac{7.6}{1.2}.32.\frac{x^2}{4} + \frac{7.6.5}{1.2.3}.16\left(-\frac{x}{2}\right)^3 + \frac{7.6.5.4}{1.2.3.4}.8\left(-\frac{x}{2}\right)^4 + \frac{7.6.5.4.3}{1.2.3.4.5}.4.\left(-\frac{x}{2}\right)^5 + \frac{7.6.5.4.3.2}{1.2.3.4.5.6}.2.\left(-\frac{x}{2}\right)^6 + \left(-\frac{x}{2}\right)^7$

$= 128 - 224x + 168x^2 - 70x^3 + 17.5x^4 - 2.625x^5 + 0.21875x^6 - 0.0078125x^7$

$\therefore \left(2-\frac{x}{2}\right)^7 = 128 - 224x + 168x^2 - 70x^3 + 17.5x^4 - 2.625x^5 + 0.21875x^6 - 0.0078125x^7$

এখন, $2 - \frac{x}{2} = 1.995$

বা, $\frac{x}{2} = 2.000 - 1.995$

বা, $x = 0.01$

$\left(2-\frac{x}{2}\right)^7$ এর বিস্তৃতিতে $x = 0.01$

বসিয়ে পাই, $\left(2-\frac{0.01}{2}\right)^7 = 128 - 224\times(0.01) + 168\times(0.01)^2 - 70\times(.01)^3 + 17.5(.01)^4 - 2.625(.01)^5 + 0.21875(.01)^6 - 0.0078125(.01)^7$

$= 128 - 224\times(0.01) + 168\times(0.01)^2 - 70\times(0.01)^3$

[x এর মান ক্ষুদ্র বলে x^3 থেকে উচ্চতর ঘাত বর্জন করে]

$= 125.7767302$

$\therefore\ (1.995)^7 = 125.77673$ (পাঁচ দশমিক স্থান পর্যন্ত) **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৩ $\left(2x^2+\frac{a}{x^3}\right)^{10}$ **একটি দ্বিপদী রাশি।**

ক. দ্বিপদী উপপাদ্যের সাধারণ আকার লিখ। ২

খ. $\left(2x^2+\frac{a}{x^3}\right)^{10}$ কে বিস্তৃত কর। ৪

গ. $\left(2x^2+\frac{a}{x^3}\right)^{10}$ এর বিস্তৃতিতে x^5 এবং x^{15} এর সহগদ্বয় সমান হলে, a এর ধনাত্মক মান নির্ণয় কর। ৪

৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক $(x+y)^n = x^n + \binom{n}{1}x^{n-1}y + \binom{n}{2}x^{n-2}y^2 + \binom{n}{3}x^{n-3}y^3 + \ldots + y^n$

খ $\left(2x^2+\frac{a}{x^3}\right)^{10} = (2x^2)^{10} + \binom{10}{1}(2x^2)^{10-1}\left(\frac{a}{x^3}\right)^1 + \binom{10}{2}(2x^2)^{10-2}\left(\frac{a}{x^3}\right)^2 + \binom{10}{3}(2x^2)^{10-3}\left(\frac{a}{x^3}\right)^3 + \binom{10}{4}(2x^2)^{10-4}\left(\frac{a}{x^3}\right)^4 + \binom{10}{5}(2x^2)^{10-5}\left(\frac{a}{x^3}\right)^5 + \binom{10}{6}(2x^2)^{10-6}\left(\frac{a}{x^3}\right)^6 + \binom{10}{7}(2x^2)^{10-7}\left(\frac{a}{x^3}\right)^7 + \binom{10}{8}(2x^2)^{10-8}\left(\frac{a}{x^3}\right)^8 + \binom{10}{9}(2x^2)^{10-9}\left(\frac{a}{x^3}\right)^9 + \binom{10}{10}(2x^2)^{10-10}\left(\frac{a}{x^3}\right)^{10}$

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

$= 1024x^{20} + 10.512.x^{18}.\frac{a}{x^3} + 45.256.x^{16}.\frac{a^2}{x^6} + 120.128.x^{14}.\frac{a^3}{x^9} + 210.64.x^{12}.\frac{a^4}{x^{12}} + 252.32.x^{10}\frac{a^5}{x^{15}} + 210.16.x^8.\frac{a^6}{x^{18}} + 120.8.x^6.\frac{a^7}{x^{21}} + 45.4.x^4.\frac{a^8}{x^{24}} + 10.2.x^2.\frac{a^9}{x^{27}} + \frac{a^{10}}{x^{30}}$

$= 1024x^{20} + 5120ax^{15} + 11520a^2x^{10} + 15360a^3x^5 + 13440a^4 + 8064\frac{a^5}{x^5} + 3360\frac{a^6}{x^{10}} + 960.\frac{a^7}{x^{15}} + 180.\frac{a^8}{x^{20}} + 20.\frac{a^9}{x^{25}} + \frac{a^{10}}{x^{30}}$

গ $\left(2x^2 + \frac{a}{x^3}\right)^{10}$ এর বিস্তৃতিতে সাধারণ পদ বা, (r + 1) তম পদ = $^{10}C_r(2x^2)^{10-r}\left(\frac{a}{x^3}\right)^r = {}^{10}C_r\, 2^{10-r}a^rx^{20-5r}$

যদি (r + 1)তম পদে x^5 থাকে, তবে $20 - 5r = 5$, অর্থাৎ $r = 3$

আবার, যদি (r + 1)তম পদে x^{15} থাকে, তবে $20 - 5r = 15$, অর্থাৎ $r = 1$

সুতরাং x^5 এবং x^{15} এর সহগদ্বয় পরস্পর সমান হলে,

$^{10}C_3.2^{10-3}.a^3 = {}^{10}C_1.2^{10-1}.a$

বা, $\frac{10 \times 9 \times 8}{3 \times 2}.2^7.a^3 = 10.2^9a$

বা, $a^2 = \frac{1}{3}$

$a = \frac{1}{\sqrt{3}}$ [ধনাত্মক মান নিয়ে] **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৪ $(x + y)^n = x^n + \binom{n}{1}x^{n-1}y + \binom{n}{2}x^{n-2}y^2 + \binom{n}{3}x^{n-3}y^3 + ... + y^n$

ক. উদ্দীপকে উল্লেখিত বিস্তৃতির সাধারণ পদটি লিখ। ২

খ. উদ্দীপকের সাহায্যে $\left(x + \frac{k}{x}\right)^4$ এর পূর্ণ বিস্তৃতি কর এবং এ বিস্তৃতিতে x^2 এর সহগ 160 হলে k এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. $(1 + y)^n$ এর বিস্তৃতি হতে উদ্দীপকে উল্লেখিত $(x + y)^n$ এর বিস্তৃতি প্রমাণ কর। ৪

৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক সাধারণ পদ বা (r + 1) তম পদ, $T_{r+1} = \binom{n}{r}x^{n-r}y^r$

খ $\left(x + \frac{k}{x}\right)^4 = x^4 + \binom{4}{1}x^{4-1}.\left(\frac{k}{x}\right) + \binom{4}{2}x^{4-2}\left(\frac{k}{x}\right)^2 + \binom{4}{3}x^{4-3}\left(\frac{k}{x}\right)^3 + \binom{4}{4}x^{4-4}\left(\frac{k}{x}\right)^4$

$= x^4 + 4x^3.\frac{k}{x} + 6.x^2.\frac{k^2}{x^2} + 4.x.\frac{k^3}{x^3} + \frac{k^4}{x^4}$

$= x^4 + 4x^2k + 6k^2 + 4.\frac{k^3}{x^2} + \frac{k^4}{x^4}$

এ বিস্তৃতিতে x^2 এর সহগ 4k.

প্রশ্নমতে, $4k = 160$

$\Rightarrow k = \frac{160}{4}$

$\therefore k = 40$ **(Ans.)**

গ আমরা জানি,

$(1+y)^n = 1 + \binom{n}{1}y + \binom{n}{2}y^2 + \binom{n}{3}y^3 + \binom{n}{r}y^r + ... + \binom{n}{n}y^n$

এখন, $(x + y)^n = \left[x\left(1 + \frac{y}{x}\right)\right]^n = x^n\left(1 + \frac{y}{x}\right)^n \quad \therefore (x+y)^n = x^n$

$\left[1 + \binom{n}{1}\left(\frac{y}{x}\right) + \binom{n}{2}\left(\frac{y}{x}\right)^2 + \binom{n}{3}\left(\frac{y}{3}\right)^3 + ... + \binom{n}{n}\left(\frac{y}{x}\right)^n\right]$

$\therefore (x + y)^n$

$= x^n\left[1 + \binom{n}{1}\left(\frac{y}{x}\right) + \binom{n}{2}\frac{y^2}{x^2} + \binom{n}{3}\frac{y^3}{x^3} + ... + \frac{y^n}{x^n}\right]\left[\because \binom{n}{n} = 1\right]$

$= x^n + \binom{n}{1}\left(x^n.\frac{y}{x}\right) + \binom{n}{2}\left(x^n.\frac{y^2}{x^2}\right) + \binom{n}{3}\left(x^n.\frac{y^3}{x^3}\right) + ... + x^n.\frac{y^n}{x^n}$

$\therefore (x + y)^n = x^n + \binom{n}{1}x^{n-1}y + \binom{n}{2}x^{n-2}y^2 + \binom{n}{3}x^{n-3}y^3 + ... + y^n$

প্রশ্ন ▶ ৫ **$(x + a)^n$ এর বিস্তৃতিতে বিজোড় পদগুলোর সমষ্টি P এবং জোড় পদগুলোর সমষ্টি Q।**

ক. P ও Q নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $P^2 - Q^2 = (x^2 - a^2)^n$ ৪

গ. $(x + a)^{2n} - (x - a)^{2n}$ এর মান P ও Q এর মাধ্যমে প্রকাশ কর। ৪

৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক $(x + a)^n = x^n + {}^nC_1\, x^{n-1}\, a + {}^nC_2\, x^{n-2}.a^2 + {}^nC_3\, x^{n-3}a^3 + ...$

$\therefore P = x^n + {}^nC_2.\, x^{n-2}\, a^2 + ...$

এবং $Q = {}^nC_1\, x^{n-1}\,.\, a + {}^nC_3x^{n-3}\,.\, a^3 + ...$

খ $P^2 - Q^2 = (P + Q)(P - Q)$

এখন $P + Q = (x^n + {}^nC_2\, x^{n-2}\, a^2 + ...) + ({}^nC_1\, x^{n-1}\, a + {}^nC_3\, x^{n-3}.a^3 + ...) = (x + a)^n$

আবার, 'ক' এ a এর পরিবর্তে (–a) বসালে পাওয়া যায়,

$(x - a)^n = x^n + {}^nC_1\, x^{n-1}(-a) + {}^nC_2\, x^{n-2}(-a)^2 + {}^nC_3\, x^{n-3}(-a)^3 + ...$

$= x^n - {}^nC_1\, x^{n-1}\, a + {}^nC_2\, x^{n-2}\, a^2 - {}^nC_3\, x^{n-3}\, a^3 + ...$

$= (x^n + {}^nC_2\, x^{n-2}\, a^2 + ...) - ({}^nC_1\, x^{n-1}\, a + {}^nC_3\, x^{n-3}.\, a^3 + ...)$

$= P - Q$

$\therefore P - Q = (x - a)^n$

$\therefore P^2 - Q^2 = (P + Q)(P - Q)$

$= (x + a)^n(x - a)^n$

$= \{(x + a)(x - a)\}^n$

$= (x^2 - a^2)^n$

গ $(x + a)^{2n} = (x + a)^n(x + a)^n$

$= (P + Q)(P + Q)$

$= (P + Q)^2$

এবং $(x - a)^{2n} = (x - a)^n(x - a)^n$

$= (P - Q)(P - Q)$

$= (P - Q)^2$

$\therefore (x + a)^{2n} - (x - a)^{2n} = (P + Q)^2 - (P - Q)^2 = 4PQ$

প্রশ্ন ▶ ৬ **$(x + y)^n$ বিস্তৃতিকে সাধারণ দ্বিপদী উপপাদ্য বলা হয়।**

ক. $(x + y)^n$ এর বিস্তৃতিতে সাধারণ পদটি লিখ। ২

খ. 'ক' এর সাহায্যে $\left(ax + \frac{b}{x}\right)^n$ এর চতুর্থ পদটি নির্ণয় কর। যদি এটি x বর্জিত হয় তাহলে n = ? ৪

গ. যদি চতুর্থ পদটি x বর্জিত হয় এবং উক্ত পদের মান 10240 হয় তাহলে a ও b এর মান কত হবে যদি a – b = 2 হয়। ৪

৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক $(x + y)^n$ এর সাধারণ পদ, (r + 1) তম পদ = $n_{C_r}\, x^{n-r}.\, y^r$

খ 'ক' এ $x = ax$ এবং $y = \frac{b}{x}$ বসালে চতুর্থ পদ, তথা (3 + 1) তম পদটি হবে,

$= n_{C_3}\,(ax)^{n-3}\left(\frac{b}{x}\right)^3$

$= n_{C_3}\, a^{n-3}\, x^{n-3}\,.b^3\, x^{-3}$

$= n_{C_3}\, a^{n-3}\, b^3\, x^{n-6}$

যদি উক্ত পদটি x মুক্ত হয় তাহলে x এর ঘাত শূন্য হবে।

অর্থাৎ $n - 6 = 0$

$\therefore n = 6$

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

গ $n = 6$ ব্যবহার করে পাই,
চতুর্থ পদ, $(3 + 1)$ তম পদ $= {}^6C_3 a^{6-3} b^3$
$= \frac{6.5.4}{1.2.3} a^3 b^3$
$= 20 a^3b^3$
প্রশ্নমতে, $20a^3b^3 = 10240$
বা, $a^3b^3 = 512$
বা, $ab = 8$.
দেওয়া আছে,
$a - b = 2$ ....(1)

$\therefore (a + b)^2 = (a - b)^2 + 4ab$
$= 2^2 + 4 \times 8$
$= 4 + 32$
$\therefore a + b = \sqrt{36} = 6$ ....(ii)
(i) ও (ii) যোগ করে পাই,
$2a = 8$
বা, $a = 4$
a এর মান (ii) নং এ বসিয়ে পাই,
$4 + b = 6$
বা, $b = 2$
$\therefore a = 4, b = 2$

মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত আরও সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন: সব অনুশীলনীর সমন্বয়ে

প্রশ্ন ▶ ৭ $A = (a + 3x)^n$ .... (i)
$B = (x + y)^n$ .... (ii)

ক. (ii) এর বিস্তৃতিটি লিখ এবং এ সূত্রের সাহায্যে (i) এর বিস্তৃতি লিখ। ২

খ. $(1 + y)^n$ এর বিস্তৃতি হতে (ii) এর পূর্ণ বিস্তৃতি প্রমাণ কর। ৪

গ. (i) এর বিস্তৃতিতে প্রথম তিনটি পদ যথাক্রমে b, $\frac{21}{2}bx$ ও $\frac{189}{4}bx^2$ হলে, a, b এবং n এর মান নির্ণয় কর। ৪

৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক $(x+y)^n = x^n + \binom{n}{1}x^{n-1}y + \binom{n}{2}x^{n-2}y^2 + \binom{n}{3}x^{n-3}y^3 + ... + y^n$

$(a + 3x)^n = a^n + \binom{n}{1}a^{n-1}(3x)^n + \binom{n}{2}a^{n-2}(3x)^2 + \binom{n}{3}a^{n-3}(3x)^3 + ... + (3x)^n$

খ আমরা জানি,

$(1+y)^n = 1 + \binom{n}{1}y + \binom{n}{2}y^2 + \binom{n}{3}y^3 + \binom{n}{r}y^r + ... + \binom{n}{n}y^n$

এখন, $(x + y)^n = \left[x\left(1 + \frac{y}{x}\right)\right]^n = x^n\left(1 + \frac{y}{x}\right)^n$

$(x+y)^n$
$= x^n\left[1 + \binom{n}{1}\left(\frac{y}{x}\right) + \binom{n}{2}\left(\frac{y}{x}\right)^2 + \binom{n}{3}\left(\frac{y}{3}\right)^3 + ... + \binom{n}{n}\left(\frac{y}{x}\right)^n\right]$
$= x^n\left[1 + \binom{n}{1}\left(\frac{y}{x}\right) + \binom{n}{2}\frac{y^2}{x^2} + \binom{n}{3}\frac{y^3}{x^3} + ... + \frac{y^n}{x^n}\right]$
$\left[\because \binom{n}{n} = 1\right]$
$= x^n + \binom{n}{1}\left(x^n.\frac{y}{x}\right) + \binom{n}{2}\left(x^n.\frac{y^2}{x^2}\right) + \binom{n}{3}\left(x^n.\frac{y^3}{x^3}\right) + ... + x^n.\frac{y^n}{x^n}$

$\therefore (x+y)^n = x^n + \binom{n}{1}x^{n-1}y + \binom{n}{2}x^{n-2}y^2 + \binom{n}{3}x^{n-3}y^3 + ... + y^n$

গ $(a + 3x)^n = a^n + 3nxa^{n-1} + \frac{9}{2}n(n-1)x^2a^{n-2} + ...$

$a^n = b$ .... (i)
$3na^{n-1} = \frac{21}{2}b$.............. (ii)
$\frac{9}{2}n(n-1)a^{n-2} = \frac{189}{4}b$............... (iii)

(ii) কে (i) দ্বারা ভাগ করে পাই, $\frac{3n}{a} = \frac{21}{2}$ বা, $\frac{n}{a} = \frac{7}{2}$
বা, $n = \frac{7a}{2}$ .... (iv)
(iii) কে (ii) দ্বারা ভাগ করে পাই, $\frac{3}{2}.\frac{(n-1)}{a} = \frac{9}{2}$
বা, $\frac{n-1}{a} = 3$
বা, $n - 1 = 3a$ .... (v)
বা, $\frac{7a}{2} - 1 = 3a$ [(iv) নং থেকে n এর মান বসিয়ে]
বা, $\frac{a}{2} = 1$
বা, $a = 2$
অতএব, (v) নং থেকে $n - 1 = 3a$ বা, $n - 1 = 6$ বা, $n = 7$
অতএব, (i) থেকে $b = a^n = 2^7$
Ans. $a = 2, b = 2^7, n = 7$

প্রশ্ন ▶ ৮ $(a + bx)^6$ **এর বিস্তৃতি দ্বিপদী উপপাদ্যের সাধারণ আকার ব্যবহার করে নির্ণয় করা হয়।**

ক. $(x + y)^n$ এর বিস্তৃতিটি লিখ। ২

খ. 'ক' এর সাহায্যে $(a + bx)^6$ ও $(b + ax)^5$ এর বিস্তৃতি বের কর। ৪

গ. যদি 'খ' এর ১ম রাশির বিস্তৃতির ২য় ও ৩য় পদের অনুপাত ২য় রাশির ২য় ও ৩য় পদের অনুপাতের সমান হয় তাহলে দেখাও যে, $\frac{a}{b} = \frac{\sqrt{5}}{2}$ ৪

৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক $(x + y)^n$ এর বিস্তৃতিটি হলো,
$= x^n + \binom{n}{1}x^{n-1}y^1 + \binom{n}{2}x^{n-2}y^2 + ... + \binom{n}{n-1}xy^{n-1} + y^n$.

খ 'ক' -এ $x = a$, $y = bx$ এবং $n = 6$ বসিয়ে পাই,

$(a + bx)^6 = a^6 + \binom{6}{1}a^5(bx) + \binom{6}{2}a^4(bx)^2 + \binom{6}{3}a^3(bx)^3 + \binom{6}{4}a^2(bx)^4 + \binom{6}{5}a(bx)^5 + (bx)^6$
$= a^6 + 6a^5bx + 15a^4b^2x^2 + 20a^3b^3x^3 + 15a^2b^4x^4 + 6ab^5x^5 + b^6x^6$

এবং $(b + ax)^5 = b^5 + \binom{5}{1}b^4(ax) + \binom{5}{2}b^3(ax)^2 + \binom{5}{3}b^2(ax)^3 + \binom{5}{4}b(ax)^4 + (ax)^5$
$= b^5 + 5b^4ax + 10b^3a^2x^2 + 10b^2a^3x^3 + 5b.a^4x^4 + a^5x^5$

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

গ 'খ' হতে পাই, ১ম রাশির ২য় ও ৩য় পদের অনুপাতঃ

$$\frac{6a^5 bx}{15a^4 b^2 x^2} = \frac{2a}{5bx}$$

২য় রাশির ২য় ও ৩য় পদের অনুপাত $\frac{5b^4 ax}{10b^3 a^2 x^2} = \frac{b}{2xa}$

প্রশ্নমতে, $\frac{2a}{5bx} = \frac{b}{2xa}$

বা, $\frac{2a}{5b} = \frac{b}{2a}$

বা, $4a^2 = 5b^2$

বা, $\frac{a^2}{b^2} = \frac{5}{4}$

বা, $\frac{a}{b} = \frac{\sqrt{5}}{2}$

প্রশ্ন ▶ ৯ $(x+y)^n$ কে দ্বিপদী উপপাদ্যের সাধারণ আকার বলা হয়।

ক. $(1+y)^n$ ও $(x+y)^n$ বিস্তৃতি দুটি লিখ। ২

খ. 'ক' এর সাহায্যে $\left(1+\frac{1}{4}\right)^n$ এর বিস্তৃতি বের কর। যদি এর বিস্তৃতিতে ২য় পদের সহগ তৃতীয় পদের সহগের দ্বিগুণ হয় তাহলে n = ? ৪

গ. 'খ' এ প্রাপ্ত n-এর মান ব্যবহার করে পদসংখ্যা, ধারাটির বিস্তৃতি ও মধ্যপদ বের কর। ৪

৯ নং প্রশ্নের সমাধান

ক $(1+y)^n$ এর বিস্তৃতিটি হলো :

$$=\binom{n}{0}y^0+\binom{n}{1}y+\binom{n}{2}y^2+\ldots\ldots\binom{n}{n-1}y^{n-1}+\binom{n}{n}y^n$$

এবং $(x+y)^n$ এর বিস্তৃতি হলো:

$$= x^n+\binom{n}{1}x^{n-1}y+\binom{n}{2}x^{n-2}y^2+\ldots\ldots+\binom{n}{n-1}xy^{n-1}+y^n$$

খ 'ক'-এ $x = 1, y = \frac{1}{4}$ বসিয়ে পাই,

$$\left(1+\frac{1}{4}\right)^n$$

$$= 1^n+\binom{n}{1}1^{n-1}\frac{1}{4}+\binom{n}{2}1^{n-2}\left(\frac{1}{4}\right)^2+\binom{n}{3}1^{n-3}\left(\frac{1}{4}\right)^3+\ldots$$

$$= 1 + n.\left(\frac{1}{4}\right)+\frac{n(n-1)}{1\times 2}\left(\frac{1}{16}\right)+\frac{n(n-1)(n-2)}{1\times 2\times 3}.\frac{1}{64}+\ldots\ldots$$

$$= 1+\frac{n}{4}+\frac{n^2-n}{32}+\frac{n^3-3n^2+2n}{384}+\ldots\ldots\ldots$$

প্রশ্নমতে, $\frac{n}{4} = 2.\frac{n^2-n}{32}$

বা, $\frac{n}{4} = \frac{n^2-n}{16}$

বা, $n^2 - n = 4n$

বা, $n^2 - 5n = 0$

বা, $n(n-5) = 0$

বা, $n = 5, n \neq 0$

গ 'খ' হতে পাই, n = 5

∴ পদসংখ্যা = (n + 1) = 6.

এখন, $\left(1+\frac{1}{4}\right)^5 = 1^5+\binom{5}{1}1^{5-1}\frac{1}{4}+\binom{5}{2}1^{5-2}\left(\frac{1}{4}\right)^2+\binom{5}{3}1^{5-3}\left(\frac{1}{4}\right)^3$
$+\binom{5}{4}1^{5-4}\left(\frac{1}{4}\right)^4+\binom{5}{5}1^{5-5}\left(\frac{1}{4}\right)^5$

$$= 1+5.\frac{1}{4}+10.\frac{1}{16}+10.\frac{1}{64}+5.\frac{1}{256}+5.\frac{1}{1024}$$

$$= 1+\frac{5}{4}+\frac{5}{8}+\frac{5}{32}+\frac{5}{256}+\frac{1}{1024}$$

∴ নির্ণেয় মধ্যপদ $\frac{5}{8}$ ও $\frac{5}{32}$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ব্যাংক উত্তরসহ সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

প্রশ্ন ▶ ১০ $(x+y)^n$ এর বিস্তৃতি সাধারণভাবে দ্বিপদী উপপাদ্য নামে পরিচিত।

ক. দ্বিপদীটির সাধারণ আকারটি লিখ। ২

খ. সাধারণ আকার ব্যবহার করে $\left(x+\frac{q}{x^2}\right)^6$ এর বিস্তৃতি বের কর। ৪

গ. 'খ' এর বিস্তৃতিতে x^3 এর সহগ 6 ও x বর্জিত পদ p হলে p ও q এর মান নির্ণয় কর। ৪

উত্তর: ক. $x^n+\binom{n}{1}x^{n-1}y+\binom{n}{2}x^{n-2}y^2+\ldots+\binom{n}{n-1}xy^{n-1}+y^n$.

খ. $x^6+6x^3q+15q^2+20\frac{q^3}{x^3}+15\frac{q^4}{x^6}+6\frac{q^5}{x^9}+\frac{q^6}{x^{12}}$.

গ. p = 15 ও q = 1

প্রশ্ন ▶ ১১ $\left(x^2+\frac{k}{x}\right)^6$ এর বিস্তৃতি দ্বিপদী উপপাদ্যের সাধারণ আকার ব্যবহার করে নির্ণয় করা হয়।

ক. দ্বিপদী উপপাদ্যের সাধারণ আকারটি লিখ। ২

খ. সাধারণ আকার ব্যবহার করে $\left(x^2+\frac{k}{x}\right)^6$ এর বিস্তৃতি বের কর। ৪

গ. 'খ' এর বিস্তৃতিতে x^3 এর সহগ 160 ও x বর্জিত পদ a হলে k ও a এর মান নির্ণয় কর। ৪

উত্তর: ক. $x^n+\binom{n}{1}x^{n-1}y+\binom{n}{2}x^{n-2}y^2+\ldots+\binom{n}{n-1}xy^{n-1}+y^n$

খ. $x^{12}+6kx^9+15k^2x^6+20k^3x^3+15k^4+6\frac{k^5}{x^3}+\frac{k^6}{x^6}$

গ. ∴ k = 2 ∴ a = 240

প্রশ্ন ▶ ১২ $M = \left(x+\frac{1}{2}\right)^n$, $N = \left(y-\frac{2}{y^2}\right)^x$ এবং x = n

[সাতক্ষীরা সরকারি মাধ্যমিক বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়]

ক. $(2.19)^6$ কে দ্বিপদী উপপাদ্যের সাহায্যে চার দশমিক স্থান পর্যন্ত মান নির্ণয় কর। ২

খ. M এর বিস্তৃতিতে চতুর্থ পদের সহগ পঞ্চম পদের সহগের দ্বিগুণ হলে বিস্তৃতির মধ্যপদ নির্ণয় কর। ৪

গ. N এর বিস্তৃতিতে পঞ্চমপদের মান 40 হলে y এর মান নির্ণয় কর। ৪

উত্তর:

ক. 110.3220 (চার দশমিক স্থান পর্যন্ত)

খ. $\frac{35x^4}{2}, \frac{35x^5}{16}$; **গ.** 3.742

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

প্রশ্ন ব্যাংক উত্তরসহ সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন : সব অনুশীলনীর সমন্বয়ে

প্রশ্ন ▶ ১৩ **$(x+y)^n$ এর বিস্তৃতিতে $(r+1)$ তম পদকে সাধারণ পদ বলে, যার সহগ $\binom{n}{r}$ বা, n_{c_r} দ্বারা প্রকাশ করা হয়।**

ক. $(x+y)^n$ এর সাধারণ পদটি লিখ এবং এর সাহায্যে চতুর্থ পদটি নির্ণয় কর। ২

খ. 'ক' ব্যবহার করে $\left(px+\frac{q}{x}\right)^n$ এর চতুর্থ পদটি নির্ণয় কর। যদি এটি x মুক্ত হয়। তবে n এর মান কত হবে? ৪

গ. যদি খ-এর বিস্তৃতির চতুর্থ পদের মান 160 হয়, তাহলে n এর উক্ত মানের জন্য p ও q এর মান বের কর, যেখানে p ও q ধনাত্মক এবং $p-q=1$. ৪

উত্তর: ক. ${}^nC_r x^{n-r}y^r$, ${}^nC_3 x^{n-3}y^3$. ; **খ.** ${}^nC_3 p^{n-3}q^3x^{n-6}$ $\therefore n=6$. **গ.** $p=2, q=1$

প্রশ্ন ▶ ১৪ **$(1-4x)^4$, $(1+x)^5$ এবং $\left(2x^2-\frac{1}{2x}\right)^8$ তিনটি বীজগাণিতিক রাশি।** [নরসিংদী সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, নরসিংদী]

ক. প্যাসকেলের ত্রিভুজ সূত্র ব্যবহার করে উদ্দীপকের প্রথম রাশিটির বিস্তৃতি কর। ২

খ. দ্বিপদী উপপাদ্যের সাহায্যে উদ্দীপকের তৃতীয় রাশিটি বিস্তৃতি করে x-এর সহগ নির্ণয় কর। ৪

গ. x-এর মান যথেষ্ট ছোট বিবেচনায় x^3 এবং তার উর্ধ্বঘাতের মান উপেক্ষা করে প্রমাণ কর যে, প্রথম ও দ্বিতীয় রাশির গুণফল $1-11x+26x^2$ এর সমান। ৪

উত্তর: ক. $1-16x+96x^2-256x^3$; **খ.** -14

internet-linked

প্রশ্ন ব্যাংকের আরও প্রশ্ন ও উত্তরের জন্যে নিচের ওয়েব অ্যাড্রেসটি টাইপ করুন

ssc.panjeree.com/hmt/hm10qbs.pdf

REVISION এ অংশে অধ্যায়ের গুরুত্বপূর্ণ তথ্য ও সূত্র, পরীক্ষার আগে যার উপর চোখ বুলিয়ে নেওয়া প্রয়োজন বা অবশ্যই মনে রাখতে হবে এমন বিষয়সমূহ একনজরে উল্লেখ করা হয়েছে। পরীক্ষার আগে এ বিষয়গুলো রিভিশন দিলে পরীক্ষায় নির্ভুলভাবে অঙ্ক সমাধান করতে পারবে।

- দ্বিপদী উপপাদ্য $(x+y)^n$ এর বিস্তৃতি;

  $(x+y)^n = x^n + \binom{n}{1}x^{n-1}y + \binom{n}{2}x^{n-2}y^2 + \binom{n}{3}x^{n-3}y^3 + \ldots\ldots + y^n$.
- $\binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!} = {}^nC_r$
- $n! = n(n-1)(n-2)\ldots\ldots\ldots 3.2.1$
- ${}^nC_n = 1$
- $\binom{n}{0} = {}^nC_0 = 1$
- $0! = 1$
- ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা n এর জন্যে, দ্বিপদী বিস্তৃতি $(1+y)^n$ এর সাধারণ পদ বা r তম পদ

  $T_{r+1} = \binom{n}{r}y^r$ বা, ${}^nC_r y^r$. এবং $(x+y)^n$ এর বিস্তৃতিতে সাধারণ পদ বা r-তম পদ $T_{r+1} = \binom{n}{r}x^{n-r}y^r$ বা ${}^nC_rx^{n-r}y^r$

SUGGESTION এখানে অধ্যায়টির অনুশীলনী, বহুনির্বাচনি ও সৃজনশীল প্রশ্নগুলো বিশ্লেষণ করে স্টার মার্কসহ সাজেশন দেওয়া হয়েছে। পরীক্ষার আগে অবশ্যই এ অঙ্কগুলো সমাধান করবে। তাহলে পরীক্ষায় যেকোনো অঙ্কের সমাধান সহজেই করতে পারবে।

সাজেশন | বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

	প্রশ্ন নম্বর
★★★	১, ৩, ৫, ৭, ৮, ১০, ১২, ১৩, ১৫, ১৮, ১৯, ২২, ২৪, ২৫, ২৮, ৩২, ৩৩, ৩৪, ৩৫, ৩৬, ৪২, ৪৩, ৪৪
★★	৪, ৯, ১৪, ১৭, ২১, ২৩, ২৬, ২৭, ৩১, ৩৭, ৩৮, ৩৯

সাজেশন | সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

	প্রশ্ন নম্বর
★★★	১, ৩, ৪, ৮, ৯
★★	২, ৫, ৬, ৭

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

অধ্যায়-১১

স্থানাঙ্ক জ্যামিতি

অনুশীলনী-১১.১

অনুশীলনীটি পড়ে যা জানতে পারবে—

১. সমতলে কার্তেসীয় স্থানাঙ্কের ধারণা ব্যাখ্যা।
২. দুইটি বিন্দুর মধ্যবর্তী দূরত্ব নির্ণয়।
৩. দুইটি বিন্দুর দূরত্ব সম্পর্কিত সমস্যার সমাধান।

স্কটিস গণিতবিদ জন নেপিয়ার (*John Napier*, 1550-1671) জোতির্বিদ্যার প্রতি তাঁর আগ্রহ ছিল যা গণিতে অবদান রাখতে সাহায্য করে। বড় বড় সংখ্যার গণনাকে অধিকতর ভালো ও সহজতর করতে একটি বিশেষ পদ্ধতি আবিষ্কার করেন যা বর্তমানে লগারিদম (*logarithm*) নামে পরিচিত।

১০টি অনুশীলনীর প্রশ্ন।
৪৮টি বহুনির্বাচনি প্রশ্ন ■ ২৪টি সাধারণ বহুনির্বাচনি ■ ৫টি বহুপদী সমাপ্তিসূচক ■ ১৯টি অভিন্ন তথ্যভিত্তিক
১৬টি সৃজনশীল প্রশ্ন ■ ১১টি মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত ■ ৫টি প্রশ্নব্যাংক

অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

১. প্রতিক্ষেত্রে প্রদত্ত বিন্দুসমূহের মধ্যবর্তী দূরত্ব নির্ণয় কর।

(i) (2, 3) ও (4, 6) **(ii) (−3, 7) ও (−7, 3)**
(iii) (a, b) ও (b, a) **(iv) (0, 0) ও (sinθ, cosθ)**
(v) $\left(-\frac{3}{2}, -1\right)$ ও $\left(\frac{1}{2}, 2\right)$

সমাধান:

(i) ধরি, প্রদত্ত বিন্দুদ্বয় P(2, 3) এবং Q(4, 6)।

∴ বিন্দুদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব PQ $= \sqrt{(4-2)^2 + (6-3)^2}$
$= \sqrt{(2)^2 + (3)^2}$
$= \sqrt{4+9}$
$= \sqrt{13}$ একক

∴ নির্ণেয় দূরত্ব $= \sqrt{13}$ একক।

(ii) ধরি, প্রদত্ত বিন্দুদ্বয় P(−3, 7) এবং Q(−7, 3)

∴ বিন্দুদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব PQ $= \sqrt{\{-7-(-3)\}^2 + (3-7)^2}$
$= \sqrt{(-7+3)^2 + (-4)^2}$
$= \sqrt{(-4)^2 + (-4)^2}$
$= \sqrt{16+16}$
$= \sqrt{32} = \sqrt{16 \times 2}$
$= \sqrt{16} \times \sqrt{2}$
$= 4\sqrt{2}$ একক

∴ নির্ণেয় দূরত্ব $= 4\sqrt{2}$ একক।

(iii) ধরি, প্রদত্ত বিন্দুদ্বয় P(a, b) এবং Q(b, a)

∴ বিন্দুদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব PQ $= \sqrt{(b-a)^2 + (a-b)^2}$
$= \sqrt{(a-b)^2 + (a-b)^2}$
$= \sqrt{2(a-b)^2}$
$= (a-b)\sqrt{2}$ একক

∴ নির্ণেয় দূরত্ব $= (a-b)\sqrt{2}$ একক।

(iv) ধরি,
প্রদত্ত বিন্দুদ্বয় P(0, 0) এবং Q(sinθ, cosθ)

∴ বিন্দুদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব PQ $= \sqrt{(\sin\theta - 0)^2 + (\cos\theta - 0)^2}$
$= \sqrt{(\sin\theta)^2 + (\cos\theta)^2}$
$= \sqrt{\sin^2\theta + \cos^2\theta}$
$= \sqrt{1}$
$= 1$ একক

∴ নির্ণেয় দূরত্ব = 1 একক।

(v) ধরি, প্রদত্ত বিন্দুদ্বয় $P\left(-\frac{3}{2}, -1\right)$
এবং $Q\left(\frac{1}{2}, 2\right)$

∴ বিন্দুদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব PQ $= \sqrt{\left\{\frac{1}{2} - \left(-\frac{3}{2}\right)\right\}^2 + \{2-(-1)\}^2}$
$= \sqrt{\left(\frac{1}{2} + \frac{3}{2}\right)^2 + (2+1)^2}$
$= \sqrt{\left(\frac{4}{2}\right)^2 + (3)^2}$
$= \sqrt{4+9}$
$= \sqrt{13}$ একক

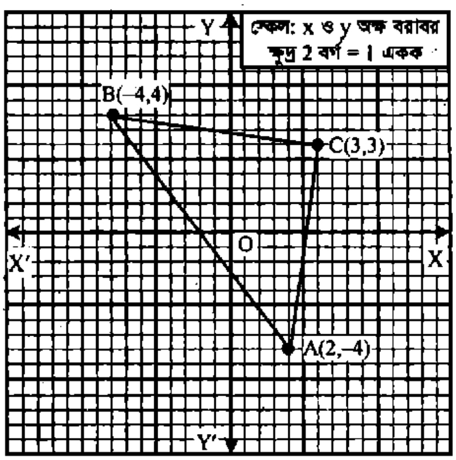
∴ নির্ণেয় দূরত্ব $= \sqrt{13}$ একক।

২. একটি ত্রিভুজের শীর্ষত্রয় যথাক্রমে A(2, − 4), B(−4, 4) ও C(3, 3)। ত্রিভুজটি অঙ্কন কর এবং দেখাও যে, এটি একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ।

সমাধান: প্রদত্ত বিন্দুসমূহ A(2, −4), B(−4, 4) এবং C(3, 3)। xy সমতলে বিন্দুগুলোর অবস্থান দেখানো হলো এবং A, B; B, C ও C, A যোগ করে ত্রিভুজটি অঙ্কন করা হলো।

www.bdniyog.com

www.pathagar.com



এখন, AB বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(-4-2)^2 + (4+4)^2}$
$= \sqrt{(-6)^2 + (8)^2}$
$= \sqrt{36 + 64}$
$= \sqrt{100}$
$= 10$ একক

BC বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(3+4)^2 + (3-4)^2}$
$= \sqrt{(7)^2 + (-1)^2}$
$= \sqrt{49 + 1}$
$= \sqrt{50}$
$= 5\sqrt{2}$ একক

এবং AC বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(3-2)^2 + (3+4)^2}$
$= \sqrt{(1)^2 + (7)^2}$
$= \sqrt{1 + 49}$
$= \sqrt{50}$
$= 5\sqrt{2}$ একক

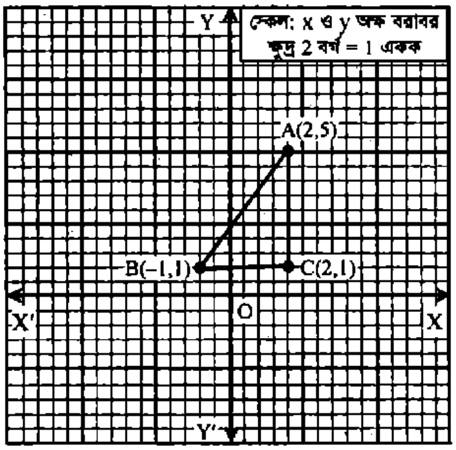
∴ AB বাহুর দৈর্ঘ্য ≠ BC বাহুর দৈর্ঘ্য = AC বাহুর দৈর্ঘ্য।

∴ A, B, C বিন্দুত্রয় দ্বারা উৎপন্ন ত্রিভুজটি একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ।

(দেখানো হলো)

৩. A(2, 5), B(–1, 1) ও C(2, 1) একটি ত্রিভুজের শীর্ষত্রয়। ত্রিভুজটি আঁক ও দেখাও যে এটি একটি সমকোণী ত্রিভুজ।

সমাধান: দেওয়া আছে, একটি ত্রিভুজের শীর্ষত্রয় A(2, 5), B(–1, 1) এবং C(2, 1)। xy সমতলে বিন্দুত্রয়ের অবস্থান দেখানো হলো এবং এদের দ্বারা গঠিত ত্রিভুজটি অঙ্কন করা হলো।



এখন, AB বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(-1-2)^2 + (1-5)^2}$
$= \sqrt{(-3)^2 + (-4)^2}$
$= \sqrt{9 + 16}$
$= \sqrt{25}$
$= 5$ একক

BC বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(2+1)^2 + (1-1)^2}$
$= \sqrt{(3)^2 + (0)^2}$
$= \sqrt{3^2}$
$= 3$ একক

এবং AC বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(2-2)^2 + (1-5)^2}$
$= \sqrt{(0)^2 + (-4)^2}$
$= \sqrt{4^2}$
$= 4$ একক

কিন্তু, $BC^2 + AC^2 = 3^2 + 4^2$
$= 25$
$= 5^2$
$= AB^2$

∴ পীথাগোরাসের সূত্র অনুযায়ী ΔABC একটি সমকোণী ত্রিভুজ।

(দেখানো হলো)

৪. A(1, 2), B(–3, 5) ও C(5, –1) বিন্দুত্রয় দ্বারা ত্রিভুজ গঠন করা যায় কি না যাচাই কর।

সমাধান: প্রদত্ত বিন্দুত্রয় A(1, 2), B(–3, 5) ও C(5, –1)

এখন, AB বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(-3-1)^2 + (5-2)^2}$
$= \sqrt{(-4)^2 + (3)^2}$
$= \sqrt{16 + 9}$
$= \sqrt{25}$
$= 5$ একক

BC বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(5+3)^2 + (-1-5)^2}$
$= \sqrt{(8)^2 + (-6)^2}$
$= \sqrt{64 + 36}$
$= \sqrt{100}$
$= 10$ একক

এবং AC বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(5-1)^2 + (-1-2)^2}$
$= \sqrt{(4)^2 + (-3)^2}$
$= \sqrt{16+9}$
$= \sqrt{25}$
$= 5$ একক

দেখা যাচ্ছে, AB + AC = 5 + 5 = 10 = BC

অর্থাৎ দুই বাহুর সমষ্টি তৃতীয় বাহুর সমান।

∴ বিন্দুত্রয় একই সরলরেখায় অবস্থিত এবং এদের দ্বারা কোনো ত্রিভুজ গঠন করা সম্ভব নয়।

৫. মূলবিন্দু থেকে (–5, 5) ও (5, k) বিন্দুদ্বয় সমদূরবর্তী হলে k এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান: মূলবিন্দু (0, 0) থেকে (–5, 5) বিন্দুর

দূরত্ব $= \sqrt{(-5-0)^2 + (5-0)^2}$
$= \sqrt{25 + 25}$
$= \sqrt{50}$
$= 5\sqrt{2}$ একক

আবার,

মূলবিন্দু (0, 0) থেকে (5, k) বিন্দুর দূরত্ব $= \sqrt{(5-0)^2 + (k-0)^2}$
$= \sqrt{5^2 + k^2}$
$= \sqrt{25 + k^2}$ একক

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

প্রশ্নানুসারে, $\sqrt{25 + k^2} = 5\sqrt{2}$

বা, $25 + k^2 = 50$ [বর্গ করে]

বা, $k^2 = 25$

$\therefore k = \pm 5$

$\therefore$ নির্ণেয় মান, $k = 5, -5$

৬. দেখাও যে, A(2, 2), B(−2, −2) এবং C($-2\sqrt{3}$, $2\sqrt{3}$) একটি সমবাহু ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দু। এর পরিসীমা তিন দশমিক স্থান পর্যন্ত নির্ণয় কর।

সমাধান: দেওয়া আছে, A(2, 2), B(−2, −2) এবং C($-2\sqrt{3}$, $2\sqrt{3}$)

এখানে, AB বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(-2-2)^2 + (-2-2)^2}$

$= \sqrt{(-4)^2 + (-4)^2}$

$= \sqrt{4^2 + 4^2}$

$= \sqrt{2 \times 4^2}$

$= 4\sqrt{2}$ একক

BC বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(-2\sqrt{3} + 2)^2 + (2\sqrt{3} + 2)^2}$

$= \sqrt{(12 - 8\sqrt{3} + 4) + (12 + 8\sqrt{3} + 4)}$

$= \sqrt{16 - 8\sqrt{3} + 16 + 8\sqrt{3}}$

$= \sqrt{32}$

$= 4\sqrt{2}$ একক

এবং AC বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(-2\sqrt{3} - 2)^2 + (2\sqrt{3} - 2)^2}$

$= \sqrt{(12 + 8\sqrt{3} + 4) + (12 - 8\sqrt{3} + 4)}$

$= \sqrt{16 + 8\sqrt{3} + 16 - 8\sqrt{3}}$

$= \sqrt{32}$

$= 4\sqrt{2}$ একক

দেখা যাচ্ছে, $AB = BC = AC = 4\sqrt{2}$ একক

A, B, C বিন্দুত্রয় একটি সমবাহু ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দু। **(দেখানো হলো)**

ত্রিভুজটির পরিসীমা = (AB + BC + AC)

$= (4\sqrt{2} + 4\sqrt{2} + 4\sqrt{2})$ একক

$= 12\sqrt{2}$ একক

= 16.971 একক

[তিন দশমিক স্থান পর্যন্ত] (প্রায়) **(Ans.)**

৭. দেখাও যে, A(−5, 0), B(5, 0), C(5, 5) ও D(−5, 5) একটি আয়তক্ষেত্রের চারটি শীর্ষবিন্দু।

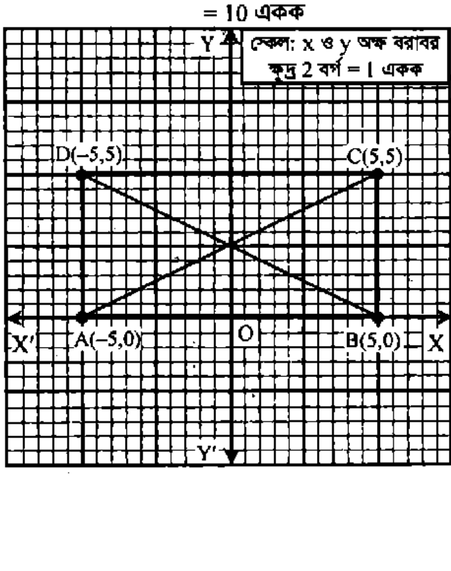
সমাধান: দেওয়া আছে, A(−5, 0), B(5, 0), C(5, 5) ও D(−5, 5)

তাহলে, AB বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(5+5)^2 + (0-0)^2}$

$= \sqrt{(10)^2 + (0)^2}$

$= \sqrt{100}$

= 10 একক



BC বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(5-5)^2 + (5-0)^2}$

$= \sqrt{0^2 + 5^2}$

$= \sqrt{25}$

= 5 একক

CD বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(-5-5)^2 + (5-5)^2}$

$= \sqrt{(-10)^2 + 0^2}$

$= \sqrt{100}$

= 10 একক

এবং AD বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(-5+5)^2 + (5-0)^2}$

$= \sqrt{0^2 + 5^2}$

$= \sqrt{25}$

= 5 একক

আবার, AC কর্ণের দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(-5-5)^2 + (5-0)^2}$

$= \sqrt{10^2 + 5^2}$

$= \sqrt{100 + 25}$

$= \sqrt{125}$

$= 5\sqrt{5}$ একক

এবং BD কর্ণের দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(-5-5)^2 + (5-0)^2}$

$= \sqrt{(-10)^2 + 5^2}$

$= \sqrt{100 + 25}$

$= \sqrt{125}$

$= 5\sqrt{5}$ একক

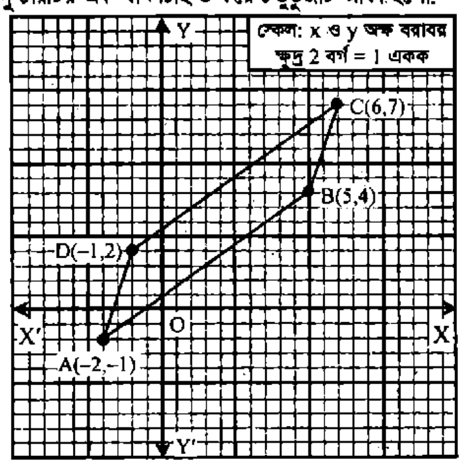
এখানে, AB = CD ; BC = AD এবং কর্ণ AC = কর্ণ BD.

$\therefore$ A, B, C, D বিন্দু চারটি একটি আয়তক্ষেত্রের শীর্ষবিন্দু।

(দেখানো হলো)

৮. A(−2, −1), B(5, 4), C(6, 7) এবং D(−1, 2) দ্বারা গঠিত চতুর্ভুজটি সামান্তরিক না আয়তক্ষেত্র তা নির্ণয় কর।

সমাধান: xy সমতলে A(−2, −1), B(5, 4), C(6, 7) এবং D(−1, 2) বিন্দু চারটির অবস্থান চিহ্নিত করে চতুর্ভুজটি আঁকা হলো:



$\therefore$ AB বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(5+2)^2 + (4+1)^2}$

$= \sqrt{(7)^2 + (5)^2}$

$= \sqrt{49 + 25}$

$= \sqrt{74}$ একক

BC বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(6-5)^2 + (7-4)^2}$

$= \sqrt{(1)^2 + (3)^2}$

$= \sqrt{1 + 9}$

$= \sqrt{10}$ একক

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

CD বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(-1-6)^2 + (2-7)^2}$
$= \sqrt{(-7)^2 + (-5)^2}$
$= \sqrt{49 + 25}$
$= \sqrt{74}$ একক

এবং AD বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(-1+2)^2 + (2+1)^2}$
$= \sqrt{(1)^2 + (3)^2}$
$= \sqrt{1+9}$
$= \sqrt{10}$ একক

আবার, AC কর্ণের দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(6+2)^2 + (7+1)^2}$
$= \sqrt{(8)^2 + (8)^2}$
$= \sqrt{64 + 64}$
$= \sqrt{128}$
$= 8\sqrt{2}$ একক

এবং BD কর্ণের দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(-1-5)^2 + (2-4)^2}$
$= \sqrt{(-6)^2 + (-2)^2}$
$= \sqrt{36 + 4}$
$= \sqrt{40}$
$= 2\sqrt{10}$ একক

এখানে, AB = CD এবং BC = AD। কিন্তু কর্ণ AC $\neq$ কর্ণ BD.

$\therefore$ A, B, C, D দ্বারা গঠিত চতুর্ভুজটি সামান্তরিক।

৯. A(10, 5), B(7, 6), C(−3, 5) বিন্দুগুলোর মধ্যে কোনটি P(3, −2) এর সবচেয়ে নিকটবর্তী ও কোনটি সবচেয়ে দূরবর্তী।

সমাধান: দেওয়া আছে, A(10, 5), B(7, 6), C(−3, 5) এবং P(3, −2)

এখানে, A, P বিন্দুদ্বয়ের মধ্যবর্তী

দূরত্ব AP $= \sqrt{(3-10)^2 + (-2-5)^2}$
$= \sqrt{(-7)^2 + (-7)^2}$
$= \sqrt{49 + 49}$
$= \sqrt{98}$
$= 7\sqrt{2}$ একক $= 9.899$ একক (প্রায়)

B, P বিন্দুদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব BP $= \sqrt{(3-7)^2 + (-2-6)^2}$
$= \sqrt{(-4)^2 + (-8)^2}$
$= \sqrt{16 + 64}$
$= \sqrt{80}$
$= 4\sqrt{5}$ একক
$= 8.944$ একক (প্রায়)

C, P বিন্দুদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব CP $= \sqrt{(3+3)^2 + (-2-5)^2}$
$= \sqrt{(6)^2 + (-7)^2}$
$= \sqrt{36 + 49}$
$= \sqrt{85}$ একক
$= 9.220$ একক (প্রায়)

$\therefore$ P বিন্দুর সবচেয়ে নিকটবর্তী বিন্দু B এবং সবচেয়ে দূরবর্তী বিন্দু A।

১০. P(x, y) বিন্দু থেকে y-অক্ষের দূরত্ব এবং Q(3, 2) বিন্দুর দূরত্ব সমান। প্রমাণ কর যে, $y^2 - 4y - 6x + 13 = 0$

সমাধান: ধরি, y-অক্ষের উপর যে কোনো বিন্দুর স্থানাঙ্ক, A(0, y)।

এখন, P(x, y) ও A(0, y) বিন্দুদ্বয়ের মধ্যবর্তী

দূরত্ব PA $= \sqrt{(0-x)^2 + (y-y)^2}$
$= \sqrt{(-x)^2 + 0^2}$
$= \sqrt{x^2}$
$= x$ একক

এবং P(x, y) ও Q(3, 2) বিন্দুদ্বয়ের মধ্যবর্তী

দূরত্ব PQ $= \sqrt{(3-x)^2 + (2-y)^2}$
$= \sqrt{(9 - 6x + x^2) + (4 - 4y + y^2)}$
$= \sqrt{x^2 + y^2 - 6x - 4y + 13}$ একক

প্রশ্নানুসারে, PQ = PA

বা, $\sqrt{x^2 + y^2 - 6x - 4y + 13} = x$

বা, $x^2 + y^2 - 6x - 4y + 13 = x^2$ [বর্গ করে]

$\therefore$ $y^2 - 4y - 6x + 13 = 0$ **(প্রমাণিত)**

মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত সৃজনশীল বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

★★★ ১১.১ আয়তাকার কার্তেসীয় স্থানাঙ্ক | Text পৃষ্ঠা-২২৫

- পরস্পরছেদী দুইটি সরলরেখা হতে কোনো নির্দিষ্ট দূরত্বে কেবলমাত্র একটি বিন্দুই থাকতে পারে।
- পরস্পর সমকোণে ছেদ করে এরূপ একজোড়া অক্ষের সাপেক্ষে কোনো বিন্দুর স্থানাঙ্ককে আয়তাকার কার্তেসীয় স্থানাঙ্ক বলা হয়।
- বিন্দুর স্থানাঙ্ক সূচক (x, y) একটি ক্রমজোড় যার প্রথমটি ভুজ ও দ্বিতীয়টি কোটি।
- x-অক্ষের উপর কোনো বিন্দুর y এর স্থানাঙ্ক শূন্য এবং y-অক্ষের উপর কোনো বিন্দুর x এর স্থানাঙ্ক শূন্য।

১. আয়তাকার স্থানাঙ্ক ব্যবস্থায় পরস্পরচ্ছেদী অক্ষ দুইটি হতে একটি নির্দিষ্ট দূরত্বে কয়টি বিন্দু থাকতে পারে? (সহজ)

ⓚ 1 ⓚ 2 ⓖ 3 ⓖ 4 — ক

(ক) 1 (খ) 2 (গ) 3 (ঘ) 4 — উত্তর: ক

২. আয়তাকার কার্তেসীয় স্থানাঙ্কে পরস্পরচ্ছেদী অক্ষ দুটির মধ্যবর্তী কোণ কত ডিগ্রি? (সহজ)

(ক) 0 (খ) 45 (গ) 90 (ঘ) 180 — উত্তর: গ

ব্যাখ্যা: আয়তাকার স্থানাঙ্ক ব্যবস্থায় অক্ষ দুটি পরস্পর লম্ব বলে তাদের মধ্যবর্তী কোণ 90°.

৩. মূল বিন্দু হতে 3 একক বামে x-অক্ষের উপর একটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক নিচের কোনটি? (সহজ)

(ক) (0, 3) (খ) (0, −3) (গ) (3, 0) (ঘ) (−3, 0) — উত্তর: গ

৪. মূলবিন্দু থেকে y-অক্ষের ধনাত্মক দিক বরাবর একটি বিন্দুর অবস্থান 4 একক দূরে, বিন্দুটির স্থানাঙ্ক কোনটি? (সহজ)

(ক) (0, 3) (খ) (0, 0) (গ) (0, 4) (ঘ) (7, 1) — উত্তর: গ

৫. x অক্ষের উপর অবস্থিত যেকোনো বিন্দুর y-স্থানাঙ্ক (কোটি) কত? (সহজ)

(ক) 2 (খ) y (গ) 10 (ঘ) 0 — উত্তর: ঘ

৬. y-অক্ষের উপর অবস্থিত যেকোনো বিন্দুর x-স্থানাঙ্ক (ভুজ) কত? (সহজ)

(ক) 2 (খ) y (গ) 7 (ঘ) 0 — উত্তর: ঘ

৭. A বিন্দুর স্থানাঙ্ক (−4, 2)। A বিন্দুটির অবস্থান কোন চতুর্ভাগে? (সহজ)

(ক) ১ম (খ) ২য় (গ) ৩য় (ঘ) ৪র্থ — উত্তর: খ

৮. কার্তেসীয় স্থানাঙ্ক ব্যবস্থায় মূলবিন্দু 'O' এর স্থানাঙ্ক কোনটি? (সহজ)

(ক) (2, 10) (খ) (0, 0) (গ) (7, 3) (ঘ) (1, 2) — উত্তর: খ

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

৯. কার্তেসীয় স্থানাঙ্ক ব্যবস্থায় একটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক থেকে বুঝা যায় বিন্দুটি—

i. x ও y অক্ষদ্বয় থেকে কত দূরে অবস্থিত।
ii. কোন্ চতুর্ভাগে অবস্থিত।
iii. x অক্ষের সাথে কত ডিগ্রী কোণ তৈরি করে।

নিচের কোনটি সঠিক ? (মধ্যম)

ⓚ i ও ii ⓛ i ও iii ⓜ ii ও iii ⓝ i, ii ও iii — ক

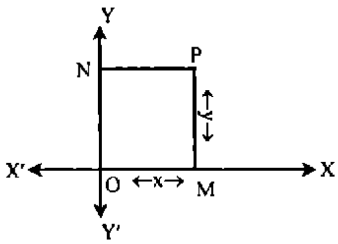
১০. আয়তাকার কার্তেসীয় তলের -

i. দ্বিতীয় ও তৃতীয় চতুর্ভাগের সকল বিন্দুর ভুজ ঋণাত্মক।
ii. প্রথম ও দ্বিতীয় চতুর্ভাগে সকল বিন্দুর কোটি ধনাত্মক।
iii. দ্বিতীয় ও চতুর্থ চতুর্ভাগে সকল বিন্দুর কোটির চিহ্ন একই।

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ⓚ i ও ii ⓛ i ও iii ⓜ ii ও iii ⓝ i, ii ও iii — ক

নিচের চিত্রের আলোকে (১১-১৩) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:



১১. M বিন্দুর স্থানাঙ্ক নিচের কোনটি? (সহজ)
[বি কে জি সি সরকারী বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, হবিগঞ্জ]

ⓚ (0, x) ⓛ (x, 0) ⓜ (0, y) ⓝ (x, y) — খ

ব্যাখ্যা: M বিন্দুর ভুজ x এবং কোটি 0 কাজেই M বিন্দুর স্থানাঙ্ক (x, 0)

১২. N বিন্দুর স্থানাঙ্ক নিচের কোনটি? (সহজ)
[বি কে জি সি সরকারী বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, হবিগঞ্জ]

ⓚ (y, 0) ⓛ (0, y) ⓜ (0, x) ⓝ (x, y) — খ

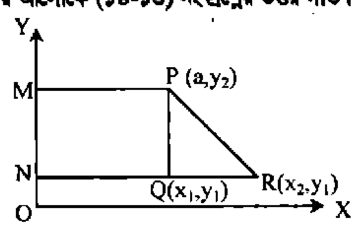
ব্যাখ্যা: N বিন্দুর ভুজ 0 এবং কোটি y কাজেই N বিন্দুর স্থানাঙ্ক (0, y)

১৩. P বিন্দুর স্থানাঙ্ক নিচের কোনটি? (সহজ)
[বি কে জি সি সরকারী বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, হবিগঞ্জ]

ⓚ (x, y) ⓛ (y, x) ⓜ [x, y] ⓝ {x, y} — ক

ব্যাখ্যা: P বিন্দুর ভুজ x এবং কোটি y। কাজেই P বিন্দুর স্থানাঙ্ক (x, y)

নিচের চিত্রের আলোকে (১৪-১৬) নং প্রশ্নের উত্তর দাও।



১৪. P বিন্দুর ভুজ, a = কত? (মধ্যম)

ⓚ x_2 ⓛ x_1 ⓜ y_1 ⓝ y_2 — খ

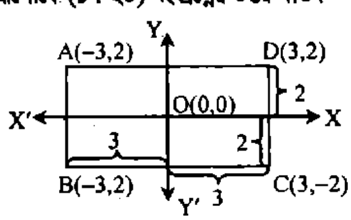
১৫. RQ সমান নিচের কোনটি? (মধ্যম)

ⓚ $y_2 - y_1$ ⓛ $x_2 - x_1$ ⓜ $x_1 + x_2$ ⓝ $y_1 + y_2$ — খ

১৬. PQ সমান নিচের কোনটি? (কঠিন)

ⓚ $y_2 - y_1$ ⓛ $y_1 + y_2$ ⓜ $x_1 + x_2$ ⓝ $x_2 - x_1$ — ক

নিচের চিত্রের আলোকে (১৭-২০) নং প্রশ্নের উত্তর দাও।



১৭. ABCD আয়তক্ষেত্রের পরিসীমা কত? (সহজ)

ⓚ 12 ⓛ 8 ⓜ 20 ⓝ 15 — গ

১৮. ΔABC এর পরিসীমা কত? (মধ্যম)

ⓚ $5(2+\sqrt{3})$ ⓛ $2(5+\sqrt{13})$
ⓜ 10 ⓝ $\sqrt{52}$ — খ

ব্যাখ্যা: $AC = \sqrt{(3+3)^2 + (-2-2)^2} = \sqrt{36+16} = \sqrt{52} = 2\sqrt{3}$
$\therefore$ পরিসীমা $S = AB + BC + AC = 4 + 6 + 2\sqrt{13} = 10 + 2\sqrt{3}$
$= 2(5+\sqrt{13})$.

১৯. কর্ণ AC ও OC এর মধ্যে সম্পর্ক কোনটি? (কঠিন)

ⓚ $AC = 2OC$ ⓛ $AC = \frac{1}{2}OC$
ⓜ $AC = OC$ ⓝ $AC = BD$ — ক

ব্যাখ্যা: $OC = \sqrt{(3-0)^2 + (-2-0)^2} = \sqrt{3^2 + (-2)^2}$
$= \sqrt{9+4} = \sqrt{13}$. বা, $2OC = 2\sqrt{13} = AC \therefore AC = 2OC$

২০. চারটি আয়তক্ষেত্রের প্রত্যেকটির ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক? (কঠিন)

ⓚ 5 ⓛ 6 ⓜ 7 ⓝ 24 — খ

ব্যাখ্যা: ক্ষেত্রফল = দৈর্ঘ্য × প্রস্থ = (3 × 2) বর্গ একক = 6 বর্গ একক

★★★ ১১.২ দুইটি বিন্দুর মধ্যবর্তী দূরত্ব | Text পৃষ্ঠা-২২৭

- (x_1, y_1) এবং (x_2, y_2) বিন্দুদ্বয়ের দূরত্ব $= \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$
- মূলবিন্দু (0, 0) হতে সমতলে অবস্থিত যেকোনো বিন্দু (x, y) এর দূরত্ব $= \sqrt{(x-0)^2 + (y-0)^2} = \sqrt{x^2 + y^2}$

২১. $P(x_1, y_1)$ ও $Q(x_2, y_2)$ বিন্দুর মধ্যবর্তী দূরত্ব কোনটি? (মধ্যম)

ⓚ $PQ = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
ⓛ $P - Q$
ⓜ $PQ = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$
ⓝ $\sqrt{(x_2 - x_1) + (y_2 - y_1)}$ — ক

২২. মূল বিন্দু (0, 0) হতে সমতলে অবস্থিত যেকোনো বিন্দু P(x, y) এর দূরত্ব নিচের কোনটি? (কঠিন) [বি কে জি সি সরকারী বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, হবিগঞ্জ; কাদিরাবাদ ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল, নাটোর; বিন্দুবাসিনী সরকারী বালক উচ্চ বিদ্যালয়, টাঙ্গাইল]

ⓚ $x^2 + y^2$ ⓛ $\sqrt{x^2 + y^2}$
ⓜ $x^2 - y^2$ ⓝ $\sqrt{x^2 - y^2}$ — খ

ব্যাখ্যা: দূরত্ব $= \sqrt{(x-0)^2 + (y-0)^2} = \sqrt{x^2 + y^2}$

২৩. মূলবিন্দু O (0, 0) থেকে A(1, 2) বিন্দুর দূরত্ব কত? (সহজ)
[বাগেরহাট সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, বাগেরহাট]; [নাটোর সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, নাটোর]; [গভঃ ল্যাবরেটরি হাই স্কুল, ঢাকা]

ⓚ $\sqrt{2}$ ⓛ 2 ⓜ $\sqrt{5}$ ⓝ 3 — গ

ব্যাখ্যা: $OA = \sqrt{(1-0)^2 + (2-0)^2} = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{1+4} = \sqrt{5}$.

২৪. (1, 1) এবং (2, 2) বিন্দু দুইটির দূরত্ব কত একক? (কঠিন)
[বীণাপাণি সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, গোপালগঞ্জ]

ⓚ 6 ⓛ $4\sqrt{2}$ ⓜ $2\sqrt{2}$ ⓝ $\sqrt{2}$ — ঘ

ব্যাখ্যা: দূরত্ব $= \sqrt{(2-1)^2 + (2-1)^2} = \sqrt{1^2 + 1^2}$
$= \sqrt{1+1} = \sqrt{2}$ একক।

২৫. XY সমতলে অবস্থিত A(2, 0) ও B(7, 0) বিন্দুদ্বয়ের মধ্যে দূরত্ব AB = কত একক? (মধ্যম) [কাদিরাবাদ ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল, নাটোর]

ⓚ $3\sqrt{5}$ ⓛ 5 ⓜ 4 ⓝ 2 — খ

ব্যাখ্যা: $AB = \sqrt{(7-2)^2 + (0-0)^2} = \sqrt{5^2} = 5$ একক।

২৬. A(1, 2) ও B বিন্দুর মধ্যবর্তী দূরত্ব কত হলে B বিন্দুর স্থানাঙ্ক (3, 4) হবে? (মধ্যম)

ⓚ $3\sqrt{2}$ ⓛ 0 ⓜ $2\sqrt{2}$ ⓝ $\sin\theta$ — গ

ব্যাখ্যা: $AB = \sqrt{(3-1)^2 + (4-2)^2} = \sqrt{2^2 + 2^2} = \sqrt{4+4}$
$= \sqrt{8} = \sqrt{4 \times 2} = 2\sqrt{2}$.

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

২৭. O(0, 0) ও P(x, 4) বিন্দুর মধ্যবর্তী দূরত্ব 5 একক হলে P বিন্দুর স্থানাঙ্ক কোনটি? (মধ্যম)

ⓚ (2, 0) ⓚ (3, 4) ⓖ (x, 0) ⓖ (0, y) **(খ)**

ব্যাখ্যা: $OP = \sqrt{x^2 + 4^2}$ বা, $x^2 + 16 = 5^2$ বা, $x^2 = 25 - 16 = 9$
$\therefore x = \pm 3$.

২৮. একটি বর্গের দুইটি শীর্ষবিন্দু A(−5, 0) ও B(5, 0)। AB বর্গের এক বাহু নির্দেশ করলে বর্গটির ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক? (মধ্যম)

(ক) 100 (খ) 50 (গ) 25 (ঘ) 0 **(ক)**

ব্যাখ্যা: বর্গের ক্ষেত্রফল $AB^2 = \{5 - (-5)\}^2 + (0 - 0)^2 = (5 + 5)^2 = 10^2 = 100$.

২৯. O(0, 0) বিন্দু থেকে A(4, 4) ও B(−4, y) বিন্দুর দূরত্ব সমান হলে y = কত? (মধ্যম)

(ক) 4 (খ) 3 (গ) −3 (ঘ) 0 **(ক)**

ব্যাখ্যা: OB = OA
বা, $\sqrt{(-4-0)^2 + (y-0)^2} = \sqrt{(4-0)^2 + (4-0)^2}$
বা, $16 + y^2 = 16 + 16$
বা, $y^2 = 16 \therefore y = \pm 4$.

৩০. (0, 0) ও (sinθ, cosθ) বিন্দুদ্বয়ের দূরত্ব কত একক? (মধ্যম)
[উত্তরা হাই স্কুল, ঢাকা]; [কৃষি বিশ্ববিদ্যালয় হাই স্কুল, ময়মনসিংহ]

(ক) 1 (খ) $\sqrt{2}$ (গ) 2 (ঘ) 4 **(ক)**

ব্যাখ্যা: দূরত্ব = $\sqrt{(\sin\theta - 0)^2 + (\cos\theta - 0)^2} = \sqrt{\sin^2\theta + \cos^2\theta} = \sqrt{1} = 1$ একক

৩১. (sinθ, cosθ) ও (cosθ, −sinθ) বিন্দুদ্বয়ের দূরত্ব কত একক? (কঠিন)

(ক) 1 (খ) $\sqrt{2}$ (গ) 2 (ঘ) 4 **(খ)**

ব্যাখ্যা: দূরত্ব $= \sqrt{(\sin\theta - \cos\theta)^2 + \{\cos\theta - (-\sin\theta)\}^2}$
$= \sqrt{\sin^2\theta - 2\sin\theta\cos\theta + \cos^2\theta + (\cos\theta + \sin\theta)^2}$
$= \sqrt{1 - 2\sin\theta\cos\theta + \cos^2\theta + 2\cos\theta\sin\theta + \sin^2\theta}$
$= \sqrt{1 + 1} = \sqrt{2}$ একক

৩২. O(0, 0), P(3, 0) এবং Q(0, 3) একই সমতলে অবস্থিত তিনটি বিন্দু হলে ∠POQ এর মান কত? (কঠিন)

(ক) 45° (খ) 60° (গ) 90° (ঘ) 120° **(গ)**

ব্যাখ্যা: O মূল বিন্দু, P বিন্দু x অক্ষের উপর অবস্থিত এবং Q বিন্দু y অক্ষের উপর অবস্থিত। ∴ ∠POQ = 90°.

৩৩. ত্রিভুজের তিনটি শীর্ষবিন্দু O(0, 0) A(0, 4) ও B(4,4) ত্রিভুজটি কিরূপ? (মধ্যম)

(ক) স্থূলকোণী (খ) সমবাহু
(গ) সমকোণী (ঘ) সূক্ষ্মকোণী **(গ)**

ব্যাখ্যা: O বিন্দু মূল বিন্দু, A বিন্দু y অক্ষের উপর এবং B বিন্দু x-অক্ষের সমান্তরাল রেখায় অবস্থিত বলে AB⊥OA.
∴ ΔOAB সমকোণী।

৩৪. মূলবিন্দু থেকে 4 একক দূরে অবস্থিত বিন্দু কোনটি? (মধ্যম)

(ক) (3, 5) (খ) (0, 7) (গ) (0, 4) (ঘ) (1, 2) **(গ)**

৩৫. A(tanθ, 0) এবং B(0, 1) বিন্দুর মধ্যবর্তী দূরত্ব কোনটি? (মধ্যম)

(ক) sinθ (খ) secθ (গ) tanθ (ঘ) 0 **(খ)**

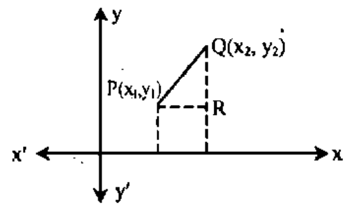
ব্যাখ্যা: $AB = \sqrt{(0 - \tan\theta)^2 + (1 - 0)^2}$
$= \sqrt{\tan^2\theta + 1} = \sqrt{\sec^2\theta} = \sec\theta$

৩৬. মূলবিন্দু থেকে A(−5, 5) ও B(5, k) বিন্দুদ্বয় সমদূরবর্তী হলে k এর মান কত? (মধ্যম)

(ক) 10 (খ) 5 (গ) $\sqrt{10}$ (ঘ) $\sqrt{5}$ **(খ)**

ব্যাখ্যা: OB = OA
বা, $\sqrt{(5)^2 + (k)^2} = \sqrt{(-5)^2 + (5)^2}$
বা, $k^2 + 25 = 50$ বা, $k^2 = 25$
$\therefore k = \pm 5$.

৩৭. চিত্রে,



i. $PR = x_2 - x_1$
ii. $QR = y_2 - y_1$
iii. $PQ = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii **(ঘ)**

ব্যাখ্যা : (i) ও (ii) চিত্রানুসারে সঠিক।
(iii) সঠিক; কারণ $PQ^2 = PR^2 + QR^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$
$\therefore PQ = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

৩৮. তিনটি বিন্দু A(−5, 0), B(1, 0) ও C(7, 0) হলে–

i. AB = 6 একক।
ii. BC = 6 একক এবং AC = 12 একক।
iii. ত্রিভুজ ABC সমদ্বিবাহু সমকোণী।

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii **(ক)**

ব্যাখ্যা: iii. সঠিক নয়; কারণ, A, B, C বিন্দুত্রয় একই রেখা x-অক্ষের উপর হওয়ায় তারা ত্রিভুজই গঠন করে না।

৩৯. A(−3, 2), B(0, 2) ও C(3, 2)—

i. বিন্দুত্রয় একই সরল রেখায় অবস্থিত।
ii. বিন্দুত্রয় দ্বারা গঠিত ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল শূন্য (০)।
iii. বিন্দুত্রয় দ্বারা ত্রিভুজ গঠন করা যায় না।

নিচের কোনটি সঠিক ? (মধ্যম)

(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii **(ঘ)**

নিচের তথ্যের আলোকে (৪০-৪১) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:
মূলবিন্দু থেকে A(−5, 5) ও B(5, k) বিন্দুদ্বয়ের দূরত্ব সমান।

৪০. মূলবিন্দু হতে A বিন্দুর দূরত্ব কত একক? (মধ্যম)
[কাদিরাবাদ ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল, নাটোর]

(ক) $5\sqrt{2}$ (খ) $3\sqrt{2}$ (গ) 2 (ঘ) $\sqrt{2}$ **(ক)**

ব্যাখ্যা: মূলবিন্দু O(0, 0)
$\therefore OA = \sqrt{(0-5)^2 + \{0-(-5)\}^2} = \sqrt{5^2 + 5^2} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$ একক

৪১. k এর মান কত? (মধ্যম) [কাদিরাবাদ ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল, নাটোর]

(ক) 1 (খ) 3 (গ) 4 (ঘ) 5 **(ঘ)**

ব্যাখ্যা: $OB = \sqrt{(5-0)^2 + (k-0)^2} = \sqrt{25 + k^2}$
OA = OB
বা, $5\sqrt{2} = \sqrt{25 + k^2}$
বা, $50 = 25 + k^2$
বা, $25 = k^2 \therefore k = \pm 5$

নিচের তথ্যের আলোকে (৪২-৪৪) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:
কোনো বিন্দু P এর কোটি 6 এবং A(5, 6) হতে বিন্দুটির দূরত্ব 4 একক।

৪২. বিন্দুটির ভুজ α হলে AP-এর দূরত্ব α এর মাধ্যমে প্রকাশ নিচের কোনটি? (মধ্যম)

(ক) α + 5 (খ) α − 5 (গ) $\sqrt{\alpha - 5}$ (ঘ) $\alpha^2 - 25$ **(খ)**

ব্যাখ্যা: $AP = \sqrt{(\alpha - 5)^2 + (6-6)^2} = \sqrt{(\alpha - 5)^2 + 0} = (\alpha - 5)$

৪৩. α এর মান কত? (মধ্যম)

(ক) −5 (খ) 5 (গ) −9 (ঘ) 9 **(ঘ)**

ব্যাখ্যা: AP দূরত্ব = 4 ∴ α − 5 = 4 ∴ α = 9

৪৪. মূলবিন্দু ও P এর মধ্যবর্তী দূরত্ব কত একক? (মধ্যম)

(ক) 3 (খ) 6 (গ) $\sqrt{87}$ (ঘ) $\sqrt{117}$ **(ঘ)**

ব্যাখ্যা: P(9, 6)
$\therefore OP = \sqrt{(9-0)^2 + (6-0)^2} = \sqrt{81 + 36} = \sqrt{117}$ একক

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

নিচের তথ্যের আলোকে (৪৫-৪৮) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:
ABCD চতুর্ভুজের শীর্ষবিন্দুগুলো যথাক্রমে A(1, 3), B(5, 0), C(2, −4), D(−2, −1)

৪৫. AB বাহুর দৈর্ঘ্য নীচের কোনটি? (মধ্যম) [কুমিল্লা জিলা স্কুল, কুমিল্লা]
(ক) 2 (খ) 3 (গ) 4 (ঘ) 5 — ঘ

ব্যাখ্যা: $AB = \sqrt{(5-1)^2 + (0-3)^2} = \sqrt{16+9} = \sqrt{25} = 5$ একক

৪৬. AC কর্ণের দৈর্ঘ্য কত একক? (মধ্যম) [কুমিল্লা জিলা স্কুল, কুমিল্লা]
(ক) $2\sqrt{5}$ (খ) $3\sqrt{3}$ (গ) $4\sqrt{2}$ (ঘ) $5\sqrt{2}$ — ঘ

ব্যাখ্যা: $AC = \sqrt{(1-2)^2 + \{3-(-4)\}^2} = \sqrt{1+49} = 5\sqrt{2}$ একক

৪৭. ΔABC এর ∠B এর পরিমাণ কত ডিগ্রি? (কঠিন)
(ক) 45 (খ) 60 (গ) 90 (ঘ) 120 — গ

ব্যাখ্যা: $BC = \sqrt{(5-2)^2 + (0+4)^2} = \sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5$
$AB^2 + BC^2 = 5^2 + 5^2 = 25 + 25 = 50 = (5\sqrt{2})^2 = AC^2$ ['৪৫' ও '৪৬'নং হতে]
$\therefore \angle ABC = 90°$

৪৮. ABCD চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক? (কঠিন)
(ক) $10\sqrt{5}$ (খ) 15 (গ) $20\sqrt{2}$ (ঘ) 25 — ঘ

ব্যাখ্যা: $CD = \sqrt{(2+2)^2 + (-4+1)^2} = \sqrt{16+9} = 5$
$AD = \sqrt{(-2-1)^2 + (-1-3)^2} = \sqrt{16+9} = 5$
$\therefore AB = BC = CD = AD$ এবং $\angle B = 90°$
∴ ABCD বর্গক্ষেত্র।
∴ ক্ষেত্রফল $= AB^2 = 5^2 = 25$ বর্গ একক।

মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

প্রশ্ন ▶ ১ **A(0, −1), B(−2, 3), C(6, 7) এবং D(8, 3) একই সমতলে অবস্থিত চারটি বিন্দু।**

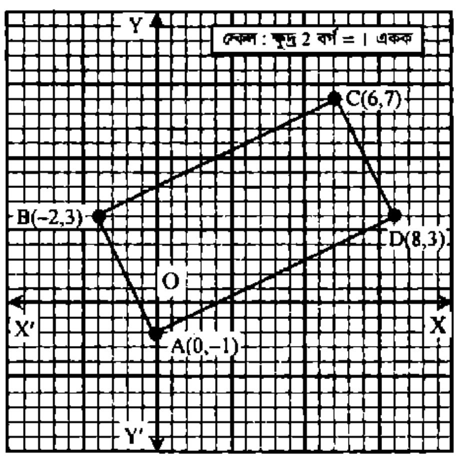
ক. xy সমতলে বিন্দুগুলো স্থানাঙ্কায়িত করে ABCD চতুর্ভুজটি অঙ্কন কর। ২

খ. A, B, C বিন্দুগুলো দ্বারা ত্রিভুজ গঠন করা যায় কিনা যাচাই কর। ত্রিভুজ গঠন সম্ভব হলে ত্রিভুজটি কোন ধরনের বর্ণনা কর। ৪

গ. দেখাও যে, ABCD একটি আয়তক্ষেত্র। এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক



xy সমতলে A(0, −1), B(−2, 3), C(6, 7) এবং D(8, 3) বিন্দুগুলো স্থানাঙ্কায়িত করে ABCD চতুর্ভুজটি আঁকা হলো।

খ এখানে, A(0, −1), B(−2, 3), C(6, 7)

AB বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(-2-0)^2 + \{3-(-1)\}^2}$
$= \sqrt{(-2)^2 + (4)^2}$
$= \sqrt{4+16}$
$= \sqrt{20}$
$= 2\sqrt{5}$ একক

BC বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{\{6-(-2)\}^2 + (7-3)^2}$
$= \sqrt{8^2 + 4^2}$
$= \sqrt{80} = 4\sqrt{5}$ একক

AC বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(6-0)^2 + (7+1)^2}$
$= \sqrt{6^2 + 8^2}$
$= \sqrt{100} = 10$ একক

আমরা জানি, ত্রিভুজের যে কোনো দুই বাহুর দৈর্ঘ্যের সমষ্টি তৃতীয় বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর হবে।
এখানে, $2\sqrt{5} + 4\sqrt{5} > 10 \quad \therefore AB + BC > AC$
$4\sqrt{5} + 10 > 2\sqrt{5} \quad \therefore BC + AC > AB$
$10 + 2\sqrt{2} > 4\sqrt{5} \quad \therefore AC + AB > BC$
∴ বিন্দু তিনটি দ্বারা ত্রিভুজ গঠন করা সম্ভব।
আবার, $AB^2 + BC^2 = (2\sqrt{5})^2 + (4\sqrt{5})^2$
$= 20 + 80 = 100$
$= (10)^2$
$\therefore AB^2 + BC^2 = AC^2$
∴ পীথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে ∠ABC = এক সমকোণ
অর্থাৎ, ΔABC সমকোণী ত্রিভুজ।

গ ABCD চতুর্ভুজে A(0, −1), B(−2, 3), C(6, 7), D(8, 3)
$\therefore AB = 2\sqrt{5}$ একক; ['খ' হতে]
$BC = 4\sqrt{5}$ একক; ['খ' হতে]
$CD = \sqrt{(8-6)^2 + (3-7)^2} = \sqrt{4+16} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$ একক
এবং $AD = \sqrt{(8-0)^2 + (3+1)^2} = \sqrt{64+16} = \sqrt{80} = 4\sqrt{5}$ একক
এখানে, AB = CD, BC = AD
এবং ∠ABC = এক সমকোণ; ['খ' হতে]
∴ ABCD একটি আয়তক্ষেত্র। **(দেখানো হলো)**
ABCD আয়তের ক্ষেত্রফল $= AB \times BC = 2\sqrt{5} \times 4\sqrt{5}$
$= 8 \times 5 = 40$ বর্গ একক **(উত্তর)**

প্রশ্ন ▶ ২ **গ্রাফ পেপারে x ও y অক্ষ এঁকে (0, 0), (−2, 4), (6, 8) এবং (8, 4) বিন্দুগুলোতে একটি করে মোট চারটি চিনির দানা রাখা হল। এবার একটি লাল পিঁপড়া গ্রাফ পেপারের উপর ছেড়ে দিলে সেটি মূল বিন্দু থেকে শুরু করে সবগুলো চিনির দানা খেয়ে আবার মূল বিন্দুতে ফিরে আসে। পিঁপড়াটি তার নিজের অবস্থান থেকে সবচেয়ে নিকটতম চিনির দানাটির অবস্থান বুঝতে পারে এবং ঐ দিকে সরলরেখা বরাবর গমন করে।**

ক. চিনির দানাগুলোর অবস্থান একটি গ্রাফ পেপারে স্থাপন কর। ২

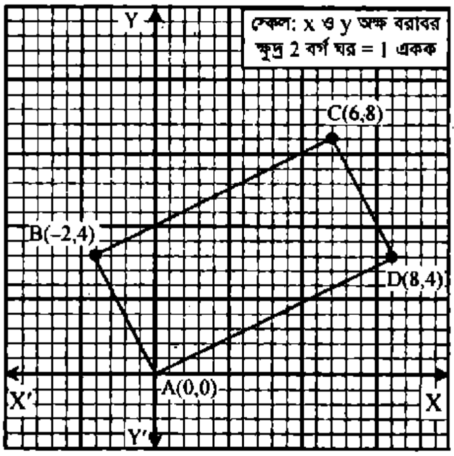
খ. মূল বিন্দু থেকে পিঁপড়াটি কোন দিকে যাত্রা করেছিল? যাত্রা বিন্দুগুলো ক্রমানুসারে লিখ। ৪

গ. সবগুলো চিনির দানা খাওয়ার পর পিঁপড়ার গতিপথটি দিয়ে যে চতুর্ভুজটি তৈরি হল সেটি কি ধরনের চতুর্ভুজ? যাত্রা পথে পিঁপড়াটি মোট কত দূরত্ব অতিক্রম করেছিল? ৪

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক চিনির দানাগুলোকে একটি গ্রাফ পেপারে দেখানো হলো:



খ বিন্দু চারটিকে প্রথমে A(0, 0), B(–2, 4), C(6, 8) এবং D(8, 4) এভাবে চিহ্নিত করি।

AB রেখার দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(0+2)^2 + (0-4)^2}$

$= \sqrt{2^2 + 4^2} = \sqrt{4+16} = \sqrt{20}$

AC রেখার দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(0-6)^2 + (0-8)^2}$

$= \sqrt{6^2 + 8^2} = \sqrt{36+64} = \sqrt{100}$

AD রেখার দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(0-8)^2 + (0-4)^2}$

$= \sqrt{8^2 + 4^2} = \sqrt{64+16} = \sqrt{80}$

সবচেয়ে ছোট বাহুটি হল AB। সুতরাং AB বরাবর যাত্রা করেছিল।

BC রেখার দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(-2-6)^2 + (4-8)^2}$

$= \sqrt{8^2 + 4^2}$

$= \sqrt{64+16}$

$= \sqrt{80}$

BD রেখার দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(-2-8)^2 + (4-4)^2}$

$= \sqrt{(-10)^2 + 0^2}$

$= \sqrt{100}$

সুতরাং পিঁপড়াটির যাত্রা পথ হল– A, B, C, D।

গ CD রেখার দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(6-8)^2 + (8-4)^2}$

$= \sqrt{2^2 + 4^2} = \sqrt{4+16} = \sqrt{20}$

AB রেখার দৈর্ঘ্য $= \sqrt{20}$

BC রেখার দৈর্ঘ্য $= \sqrt{80}$

AD রেখার দৈর্ঘ্য $= \sqrt{80}$

এখানে, AB = CD এবং AD = BC

সুতরাং, চতুর্ভুজটি সামান্তরিক অথবা আয়তক্ষেত্র।

কর্ণ AC রেখার দৈর্ঘ্য $= \sqrt{100}$

কর্ণ BD রেখার দৈর্ঘ্য $= \sqrt{100}$

সুতরাং, চতুর্ভুজটি একটি আয়তক্ষেত্র।

যাত্রাপথে পিঁপড়াটির মোট দূরত্ব = AB + BC + CD + AD

$= \sqrt{20} + \sqrt{80} + \sqrt{20} + \sqrt{80}$

$= 26.8$

প্রশ্ন ▶ ৩ স্থানাঙ্ক ব্যবস্থায় (12, 5) এবং (12, –5) দুইটি ভিন্ন বিন্দু।

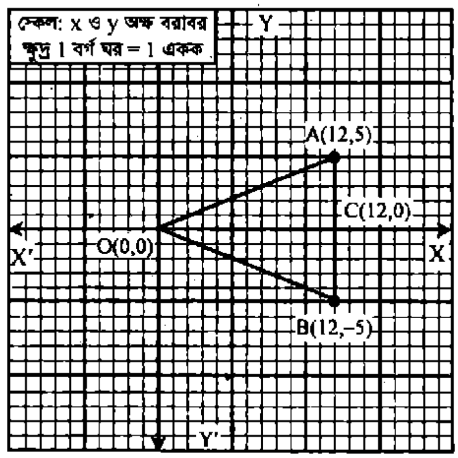
ক. বিন্দু দুইটিকে লেখচিত্রে অঙ্কন কর। ২

খ. বিন্দু দুইটির সংযোগ সরলরেখার দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। দেখাও যে, রেখাটি (12, 0) বিন্দুতে সমদ্বিখণ্ডিত হয়। ৪

গ. দেখাও যে, মূলবিন্দু থেকে ঐ বিন্দুগুলোর সংযোজক সরলরেখাদ্বয় পূর্বের প্রাপ্ত রেখাটির সাথে একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ উৎপন্ন করে। ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল কত? ৪

৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক লেখচিত্রে দেখানো হলো :



খ বিন্দু দুটিকে A ও B দ্বারা চিহ্নিত করি,

A এর স্থানাঙ্ক : (12, 5)

B এর স্থানাঙ্ক : (12, –5)

AB রেখার দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(12-12)^2 + (5+5)^2}$

$= \sqrt{10^2}$

$= 10$

ধরি, C বিন্দুর স্থানাঙ্ক (12, 0)

AC রেখার দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(12-12)^2 + (5-0)^2}$

$= \sqrt{0 + 5^2} = 5$

BC রেখার দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(12-12)^2 + (-5-0)^2}$

$= \sqrt{0+25} = 5$

AC = BC

সুতরাং, AB রেখা C (12, 0) বিন্দুতে সমদ্বিখণ্ডিত হবে।

গ মূলবিন্দু O হলে,

OA রেখার দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(12-0)^2 + (5-0)^2}$

$= \sqrt{144+25}$

$= \sqrt{169}$

$= 13$

অনুরূপভাবে, OB রেখার দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(12-0)^2 + (-5-0)^2}$

$= \sqrt{144+25}$

$= \sqrt{169}$

$= 13$

এখানে, OA = OB

সুতরাং, ΔOAB একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ।

OC রেখার দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(0-12)^2 + (0-0)^2}$

$= \sqrt{144} = 12$

আমরা জানি, ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times$ ভূমি × উচ্চতা

ΔOAB ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times AB \times OC$

$= \left(\frac{1}{2} \times 10 \times 12\right)$ বর্গ একক

$= 60$ বর্গ একক

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

প্রশ্ন ▶৪ P(x, y) বিন্দু থেকে x অক্ষের দূরত্ব এবং Q(−1, 1) বিন্দুর দূরত্ব সমান। যেখানে x, y > 0। একই সমতলে অবস্থিত অপর একটি বিন্দু R(2, 1).

ক. PQ এর দূরত্ব x, y এর মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২

খ. দেখাও যে, $x^2 + 2x - 2y + 2 = 0$; x অক্ষ হতে P বিন্দুর দূরত্ব 5 একক হলে P বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর। ৪

গ. দেখাও যে, PQR সমকোণী ত্রিভুজ। ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক এখানে, P(x, y) এবং Q(−1, 1)

$$PQ = \sqrt{\{x-(-1)\}^2 + (y-1)^2}$$
$$= \sqrt{(x+1)^2 + (y-1)^2}$$
$$= \sqrt{x^2 + 2x + 1 + y^2 - 2y + 1}$$
$$PQ = \sqrt{x^2 + y^2 + 2x - 2y + 2}$$

খ P(x, y) বিন্দু থেকে x-অক্ষের দূরত্ব = y

দেওয়া আছে, P হতে x-অক্ষের দূরত্ব এবং PQ দূরত্ব সমান

$\therefore \sqrt{x^2 + y^2 + 2x - 2y + 2} = y$ ['ক' হতে]

বা, $x^2 + y^2 + 2x - 2y + 2 = y^2$

বা, $x^2 + 2x - 2y + 2 = 0$ **(দেখানো হলো)**

আবার, x-অক্ষ হতে P বিন্দুর দূরত্ব = 5

$\therefore y = 5$

সুতরাং, $x^2 + 2x - 2 \times 5 + 2 = 0$

বা, $x^2 + 2x - 8 = 0$

বা, $x^2 + 4x - 2x - 8 = 0$

বা, $x(x+4) - 2(x+4) = 0$

বা, $(x+4)(x-2) = 0$

বা, $x = -4, 2$

$\therefore x = 2$ $[\because x > 0]$

$\therefore$ P বিন্দুর স্থানাঙ্ক (2, 5)

গ ΔPQR-এ P(2, 5), Q(−1, 1), R(2, 1)

$PQ = \sqrt{\{2-(-1)\}^2 + (5-1)^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{9+16} = 5$ একক

$QR = \sqrt{(-1-2)^2 + (1-1)^2} = \sqrt{(-3)^2 + 0^2} = 3$ একক

$PR = \sqrt{(2-2)^2 + (5-1)^2} = \sqrt{0 + 4^2} = 4$ একক

এখানে, $QR^2 + PR^2 = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25 = (5)^2$

$QR^2 + PR^2 = PQ^2$

$\therefore$ পীথাগোরাসের বিপরীত প্রতিজ্ঞা অনুসারে $\angle R$ = এক সমকোণ

$\therefore$ PQR সমকোণী ত্রিভুজ। **(দেখানো হলো)**

ΔPQR এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times$ সমকোণ সংলগ্ন বাহুদ্বয়ের গুণফল

$= \frac{1}{2} \times QR \times PR$

$= \frac{1}{2} \times 3 \times 4$

= 6 বর্গ একক।

প্রশ্ন ▶৫ $P(x_1, y_1)$ এবং $Q(x_2, y_2)$ একটি সমতলে অবস্থিত দুইটি ভিন্ন বিন্দু। P ও Q বিন্দু থেকে x-অক্ষের উপর PM ও QN লম্ব। এবং P বিন্দু থেকে QN এর উপর PR লম্ব।

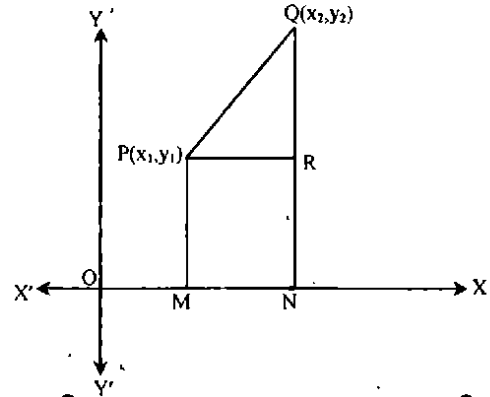
ক. প্রদত্ত তথ্যের ভিত্তিতে চিত্র অঙ্কন কর। ২

খ. দেখাও যে, $PR + QR = x_2 + y_2 - x_1 - y_1$ ৪

গ. পিথাগোরাসের উপপাদ্যের সাহায্যে প্রমাণ কর যে, $PQ = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ ৪

৫নং প্রশ্নের সমাধান

ক



মনে করি, $P(x_1, y_1)$ এবং $Q(x_2, y_2)$ xy-সমতলে অবস্থিত দুইটি ভিন্ন বিন্দু। P ও Q বিন্দু থেকে x-অক্ষের উপর লম্ব PM ও QN আঁকি। আবার P বিন্দু থেকে QN এর উপর PR লম্ব আঁকি। P, Q যোগ করি।

খ দেওয়া আছে, $P(x_1, y_1)$ এবং $Q(x_2, y_2)$ একটি সমতলে অবস্থিত দুইটি ভিন্ন বিন্দু।

$\therefore$ P বিন্দুর ভুজ = $OM = x_1$

এবং P বিন্দুর কোটি = $MP = y_1$

Q বিন্দুর ভুজ = $ON = x_2$ এবং কোটি = $NQ = y_2$

$\therefore$ চিত্র হতে আমরা পাই,

$PR = MN = ON - OM = x_2 - x_1$

$QR = NQ - NR = NQ - MP = y_2 - y_1$

$\therefore PR + QR = x_2 - x_1 + y_2 - y_1$

$\therefore PR + QR = x_2 + y_2 - x_1 - y_1$ **(দেখানো হলো)**

গ অঙ্কন অনুসারে, PQR একটি সমকোণী ত্রিভুজ এবং PQ এর অতিভুজ।

$\therefore$ পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুযায়ী পাই,

$PQ^2 = PR^2 + QR^2$

বা, $PQ = \pm\sqrt{PR^2 + QR^2}$

$\therefore PQ = \pm\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ ['খ' হতে পাই]

P বিন্দু হতে Q বিন্দুর দূরত্ব

$PQ = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

যেহেতু দূরত্ব সবসময় ধনাত্মক হয় তাই ঋণাত্মক মান পরিহার করা হয়েছে।

$PQ = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▶৬ A = (−5, 5), B(5, −5), C(10, −10) এবং D(15, 5) বিন্দু চারটি একই সমতলে অবস্থিত চারটি বিন্দু।

ক. ছক কাগজে A, B, C, D বিন্দু চারটি বসাও এবং দেখাও যে, A, B, C বিন্দু তিনটি সমরেখ। ২

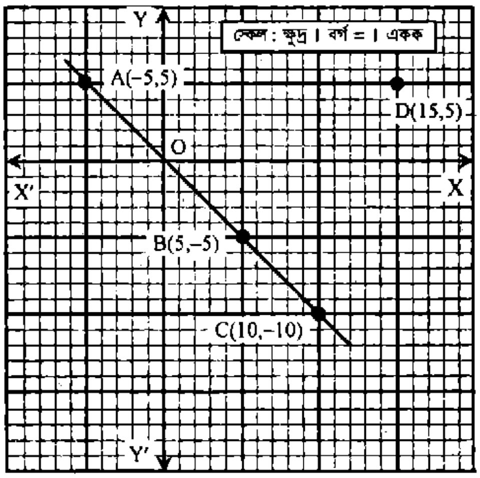
খ. A, B, C বিন্দুগুলোর মধ্যে কোনটি D এর নিকটবর্তী এবং কোনটি দূরবর্তী? ৪

গ. A, B, D বিন্দু তিনটি দিয়ে গঠিত ত্রিভুজটি কোন প্রকারের? এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

৬নং প্রশ্নের সমাধান

ক ছক কাগজের ক্ষুদ্রতম ১ ঘর = ১ একক ধরে $A(-5, 5)$, $B(5, -5)$, $C(10, -10)$ এবং $D(15, 5)$ বিন্দু চারটি বসাই। A, B, C বিন্দু তিনটি যোগ করি।



দেখা যাচ্ছে, A, B, C বিন্দু তিনটি একই সরলরেখায় অবস্থিত। অতএব A, B, C বিন্দু তিনটি সমরেখ।

খ A ও D বিন্দুর মধ্যবর্তী দূরত্ব,

$AD = \sqrt{(-5-15)^2 + (5-5)^2}$
$= \sqrt{20^2 + 0}$
$= \sqrt{400}$
$= 20$

B ও D বিন্দুর মধ্যবর্তী দূরত্ব,

$BD = \sqrt{(5-15)^2 + (-5-5)^2}$
$= \sqrt{10^2 + 10^2}$
$= \sqrt{100 + 100}$
$= \sqrt{200}$
$= \sqrt{2 \times 100}$
$= 10\sqrt{2}$

C ও D বিন্দুর মধ্যবর্তী দূরত্ব,

$CD = \sqrt{(10-15)^2 + (-10-5)^2}$
$= \sqrt{5^2 + 15^2}$
$= \sqrt{25 + 225}$
$= \sqrt{250}$
$= \sqrt{25 \times 10} = 5\sqrt{10}$

আমরা পাই, $BD < CD < AD$

সুতরাং D বিন্দুর নিকটবর্তী বিন্দু B এবং দূরবর্তী A।

গ 'খ' হতে পাই,

$BD = 10\sqrt{2}$

এখন, $AD = \sqrt{(-5-15)^2 + (5-5)^2}$
$= \sqrt{20^2 + 0^2}$
$= \sqrt{400}$
$= 20$

$AB = \sqrt{(-5-5)^2 + (5+5)^2}$
$= \sqrt{10^2 + 10^2}$
$= \sqrt{100 + 100}$
$= \sqrt{200}$
$= \sqrt{2 \times 100} = 10\sqrt{2}$

$\therefore$ ABD ত্রিভুজে, $AB = BD$

$\therefore$ ত্রিভুজটি সমদ্বিবাহু।

আবার, $AB^2 + BD^2 = (10\sqrt{2})^2 + (10\sqrt{2})^2 = 200 + 200 = 400$
$= AD^2$ $\therefore$ ত্রিভুজটি সমকোণী।

অতএব, ABD ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times$ সমকোণ সংলগ্ন বাহুদ্বয়ের গুণফল

$= \frac{1}{2} \times 10\sqrt{2} \times 10\sqrt{2} = \frac{1}{2} \times 100 \times 2$
$= 100$ বর্গ একক

$\therefore$ ABD ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল = 100 বর্গ একক।

প্রশ্ন ▶ ৭ মূল বিন্দু থেকে $P(-5, 5)$ ও $Q(5, k)$ বিন্দু দুইটি সমদূরবর্তী।

ক. PQ দূরত্ব k এর মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২
খ. k এর মান নির্ণয় কর। ৪
গ. k এর মান ধনাত্মক ধরে, মূল বিন্দু P ও Q এই তিনটি বিন্দু দিয়ে ত্রিভুজ আঁকা যায় কিনা? ত্রিভুজটি কোন প্রকারের হবে? ৪

৭নং প্রশ্নের সমাধান

ক $PQ = \sqrt{(-5-5)^2 + (5-k)^2}$
$= \sqrt{10^2 + (5-k)^2}$
$= \sqrt{10^2 + 5^2 - 2.5.k + k^2}$
$= \sqrt{100 + 25 - 10k + k^2}$
$= \sqrt{k^2 - 10k + 125}$
$\therefore PQ = \sqrt{k^2 - 10k + 125}$

খ ধরি, মূলবিন্দু, $O(0, 0)$

$\therefore OP = \sqrt{(0+5)^2 + (0-5)^2}$
$= \sqrt{5^2 + 5^2}$
$= \sqrt{25 + 25}$
$= \sqrt{50}$
$= 5\sqrt{2}$

আবার, $OQ = \sqrt{(0-5)^2 + (0-k)^2}$
$= \sqrt{5^2 + k^2}$
$= \sqrt{5^2 + k^2}$
$= \sqrt{25 + k^2}$

শর্তানুসারে, $\sqrt{25 + k^2} = 5\sqrt{2}$
বা, $\sqrt{25 + k^2} = \sqrt{50}$
বা, $25 + k^2 = 50$
বা, $k^2 = 25$
বা, $k = \pm 5$
$\therefore k = \pm 5$

গ k এর মান ধনাত্মক ধরে, Q এর স্থানাঙ্ক হয় $(5, 5)$ এখন, মূলবিন্দু $O(0, 0)$, $P(-5, 5)$ ও $Q(5, 5)$ এই বিন্দু তিনটি দ্বারা ত্রিভুজ আঁকা যায়, কিনা দেখতে হবে।

'ক' থেকে পাই,

$PQ = \sqrt{k^2 - 10k + 125}$
বা, $PQ = \sqrt{k^2 - 10k + 125}$ [k এর মান বসিয়ে]
বা, $PQ = \sqrt{25 - 50 + 125}$
বা, $PQ = \sqrt{100}$
$\therefore PQ = 10$

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

'খ' হতে পাই, $OP = 5\sqrt{2}$

এবং $OQ = \sqrt{25 + k^2}$

বা, $OQ = \sqrt{25 + 5^2}$

বা, $OQ = \sqrt{25 + 25}$

বা, $OQ = \sqrt{50}$

$\therefore$ $OQ = 5\sqrt{2}$

$\therefore$ আমরা পাই, $OP = OQ = 5\sqrt{2}$

$\therefore$ OPQ ত্রিভুজটি সমদ্বিবাহু।

আবার, $OP^2 + OQ^2 = (5\sqrt{2})^2 + (5\sqrt{2})^2$

$= 50 + 50 = 100$

$= PQ^2$

$\therefore$ ত্রিভুজটি সমকোণী।

প্রশ্ন ▶ ৮ একটি ত্রিভুজের শীর্ষত্রয় A(2, −4), B(−4, 4), C(3, 3).

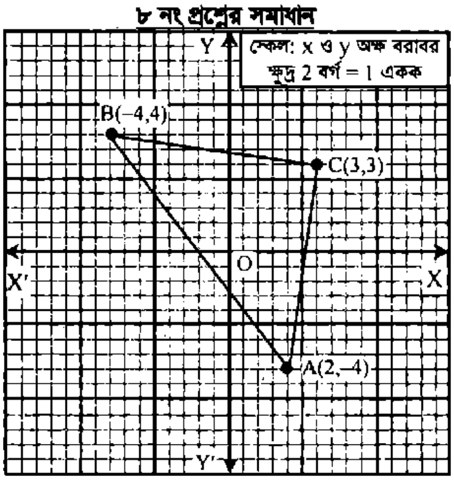
ক. xy সমতলে ত্রিভুজটি অঙ্কন কর। ২

খ. দেখাও যে, এটি একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ। ৪

গ. ABCD চতুর্ভুজের D বিন্দুর স্থানাঙ্ক (−5, −3) হলে দেখাও যে, ACBD একটি বর্গক্ষেত্র এবং এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক



xy সমতলে ABC ত্রিভুজটি অঙ্কন করা হলো।

খ ΔABC এর A(2, −4), B(−4, 4), C(3, 3)

এখানে, $AB = \sqrt{(-4-2)^2 + \{4-(-4)\}^2}$

$= \sqrt{(-6)^2 + 8^2} = \sqrt{100} = 10$ একক

$BC = \sqrt{(-4-3)^2 + (4-3)^2} = \sqrt{(-7)^2 + 1^2}$

$= \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$ একক

$AC = \sqrt{(3-2)^2 + \{3-(-4)\}^2} = \sqrt{1^2 + 7^2}$

$= \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$ একক

$\therefore$ $BC = AC$

$\therefore$ ΔABC একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ। **(দেখানো হলো)**

গ ABC ত্রিভুজে $AC = 5\sqrt{2}$ একক

$BC = 5\sqrt{2}$ একক

এবং $AB = 10$ একক

এখানে, $AC^2 + BC^2 = (5\sqrt{2})^2 + (5\sqrt{2})^2$

$= 50 + 50$

$= 100$

$= (10)^2$

$= AB^2$

$\therefore$ $\angle C =$ এক সমকোণ [পিথাগোরাসের বিপরীত প্রতিজ্ঞা অনুসারে]

আবার, দেওয়া আছে, D বিন্দুর স্থানাঙ্ক (−5, −3)

এখন, $AD = \sqrt{\{2-(-5)\}^2 + \{-4-(-3)\}^2}$

$= \sqrt{7^2 + (-1)^2} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$ একক

এবং $BD = \sqrt{\{-4-(-5)\}^2 + \{4-(-3)\}^2}$

$= \sqrt{(-4+5)^2 + 7^2} = \sqrt{1^2 + 49}$

$= \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$ একক

$\therefore$ $AC = CB = BD = AD$ এবং $\angle C =$ এক সমকোণ

$\therefore$ ACBD একটি বর্গক্ষেত্র

বর্গক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল $= AC^2 = (5\sqrt{2})^2$

$= 50$ বর্গ একক **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৯ একটি বিন্দুর কোটি ভুজের দ্বিগুণ এবং P(4, 3) বিন্দু হতে উক্ত বিন্দুর দূরত্ব $\sqrt{10}$ একক।

ক. নির্ণেয় বিন্দুর ভুজ a ধরে একটি সমীকরণ গঠন কর। ২

খ. দেখাও যে, প্রদত্ত শর্তানুসারে দুটি বিন্দুর অবস্থান আছে। ৪

গ. নির্ণেয় বিন্দু Q, R হলে দেখাও যে, ΔPQR অঙ্কন সম্ভব। ত্রিভুজটির পরিসীমা তিন দশমিক স্থান পর্যন্ত নির্ণয় কর। ৪

৯ নং প্রশ্নের সমাধান

ক মনে করি, নির্ণেয় বিন্দুর ভুজ = a $\therefore$ কোটি = 2a

$\therefore$ বিন্দুটির স্থানাঙ্ক (a, 2a)

এখানে, (a, 2a) বিন্দু হতে P(4, 3) বিন্দুর দূরত্ব $\sqrt{10}$ একক

$\therefore$ $\sqrt{(a-4)^2 + (2a-3)^2} = \sqrt{10}$

বা, $(a-4)^2 + (2a-3)^2 = 10$

খ 'ক' হতে পাই, $(a-4)^2 + (2a-3)^2 = 10$

বা, $a^2 - 8a + 16 + 4a^2 - 12a + 9 = 10$

বা, $5a^2 - 20a + 15 = 0$

বা, $a^2 - 4a + 3 = 0$

বা, $a^2 - 3a - a + 3 = 0$

বা, $a(a-3) - 1(a-3) = 0$

বা, $(a-3)(a-1) = 0$

$\therefore$ a = 3, বা, a = 1

$\therefore$ বিন্দুটি (3, 6), বা, (1, 2)

$\therefore$ প্রদত্ত শর্তানুসারে দুটি বিন্দু আছে। **(দেখানো হলো)**

গ প্রশ্নমতে, P(4, 3), Q(3, 6), R(1, 2)

$\therefore$ $PQ = \sqrt{(4-3)^2 + (3-6)^2} = \sqrt{1 + (-3)^2} = \sqrt{10}$ একক

$QR = \sqrt{(3-1)^2 + (6-2)^2} = \sqrt{2^2 + 4^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$ একক

$PR = \sqrt{(4-1)^2 + (3-2)^2} = \sqrt{9+1} = \sqrt{10}$ একক

এখানে, $\sqrt{10} + \sqrt{20} > \sqrt{10}$ $\therefore$ $PQ + QR > PR$

$\sqrt{20} + \sqrt{10} > \sqrt{10}$ $\therefore$ $QR + PR > PQ$

$\sqrt{10} + \sqrt{10} > \sqrt{20}$ $\therefore$ $PR + PQ > QR$

আমরা জানি, ত্রিভুজের যেকোনো দুই বাহুর সমষ্টি তৃতীয় বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর।

$\therefore$ ΔPQR গঠন করা সম্ভব। **(দেখানো হলো)**

ΔPQR এর পরিসীমা $= PQ + QR + PR$

$= \sqrt{10} + 2\sqrt{5} + \sqrt{10}$ একক

$= 2(\sqrt{10} + \sqrt{5})$ একক

$= 2 \times 5.3983$ একক

$= 10.7966$ একক

$= 10.797$ একক (প্রায়)

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

প্রশ্ন ▶ ১০ **দ্বিমাত্রিক স্থানাঙ্ক ব্যবস্থায় চারটি বিন্দু A(−3, −1), B(4, 3), C(5, 6) এবং D(−2, 2) রয়েছে।**

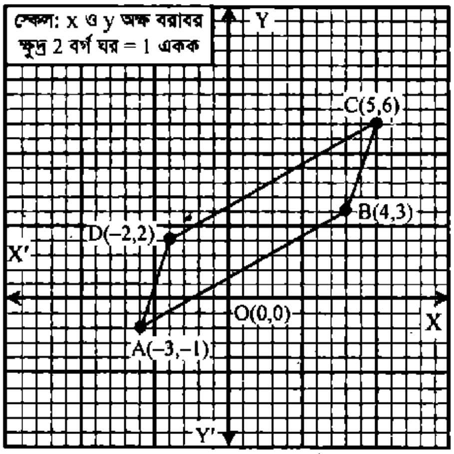
ক. বিন্দুগুলো দিয়ে যে চতুর্ভুজ অঙ্কন করা যায় তা একটি লেখচিত্রে অঙ্কন কর। ২

খ. চতুর্ভুজটির বাহুগুলোর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৪

গ. প্রাপ্ত চতুর্ভুজটি কী ধরনের চতুর্ভুজ? ৪

১০ নং প্রশ্নের সমাধান

ক নিম্নে লেখচিত্রে চতুর্ভুজটি দেখানো হলো :



খ চতুর্ভুজের বাহুগুলো হলো : AB, BC, CD এবং AD.

AB বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(-3-4)^2 + (-1-3)^2}$
$= \sqrt{49+16}$
$= \sqrt{65}$

BC বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(4-5)^2 + (3-6)^2}$
$= \sqrt{(-1)^2 + (-3)^2}$
$= \sqrt{1+9}$
$= \sqrt{10}$

CD বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(5+2)^2 + (6-2)^2}$
$= \sqrt{7^2 + 4^2}$
$= \sqrt{49+16}$
$= \sqrt{65}$

এবং AD বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(-3+2)^2 + (-1-2)^2}$
$= \sqrt{(-1)^2 + (-3)^2}$
$= \sqrt{1+9}$
$= \sqrt{10}$

গ চতুর্ভুজটির কর্ণদ্বয় AC এবং BD.

কর্ণ AC এর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(-3-5)^2 + (-1-6)^2}$
$= \sqrt{(-8)^2 + (-7)^2}$
$= \sqrt{64+49}$
$= \sqrt{113}$

কর্ণ BD এর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(-2-4)^2 + (2-3)^2}$
$= \sqrt{(-6)^2 + (-1)^2}$
$= \sqrt{36+1}$
$= \sqrt{37}$

∴ চতুর্ভুজটির কর্ণদ্বয় সমান নয়। তাই আয়তক্ষেত্র বা বর্গ নয়। আবার, এটি রম্বস নয় কারণ এর সবগুলো বাহু সমান নয়।

∴ চতুর্ভুজটি একটি সামান্তরিক।

প্রশ্ন ▶ ১১ **A(5, 5) এবং B(5, −5) বিন্দু দুইটি একটি গ্রাফ পেপারে স্থাপন করা হলো।**

ক. (10, 0) বিন্দুটি C হলে দেখাও যে, এটি A ও B থেকে সমদূরবর্তী। ২

খ. A ও B বিন্দু দুটি থেকে সমদূরবর্তী অপর একটি বিন্দু D নির্ণয় কর যার ভুজ 3। ৪

গ. C ও D যোগ করে যে সরলরেখাটি পাওয়া যায় তার উপর অবস্থিত যেকোনো একটি বিন্দু নিয়ে দেখাও যে, সেটি A ও B থেকে সমদূরবর্তী। CD রেখার সকল বিন্দুই কী এমন বৈশিষ্ট্য বহন করে? ৪

১১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক AC রেখার দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(5-10)^2 + (5-0)^2}$
$= \sqrt{(-5)^2 + (5)^2}$
$= \sqrt{25+25}$
$= \sqrt{50}$

BC রেখার দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(5-10)^2 + (-5-0)^2}$
$= \sqrt{(-5)^2 + (-5)^2}$
$= \sqrt{25+25}$
$= \sqrt{50}$

∴ AC = BC বলে, C বিন্দু A ও B থেকে সমদূরবর্তী।

(দেখানো হলো)

খ D বিন্দুর ভুজ = 3

মনে করি, D বিন্দুর স্থানাঙ্ক = (3, y)

যেহেতু, D বিন্দু A ও B থেকে সমদূরবর্তী সুতরাং,

AD = BD

বা, $\sqrt{(5-3)^2 + (5-y)^2} = \sqrt{(5-3)^2 + (-5-y)^2}$

বা, $\sqrt{2^2 + (5-y)^2} = \sqrt{2^2 + (-5-y)^2}$

বা, $\sqrt{4 + 25 - 10y + y^2} = \sqrt{4 + 25 + 10y + y^2}$

বা, $\sqrt{29 - 10y + y^2} = \sqrt{29 + 10y + y^2}$

বা, $29 - 10y + y^2 = 29 + 10y + y^2$

বা, $20y = 0$

∴ $y = 0$

∴ D বিন্দুর স্থানাঙ্ক = (3, 0)

গ CD রেখার উপর যে কোন একটি বিন্দু E(4, 0) নেই।

AE রেখার দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(5-4)^2 + (5-0)^2}$
$= \sqrt{(1)^2 + (5)^2}$
$= \sqrt{1+25}$
$= \sqrt{26}$

BE রেখার দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(5-4)^2 + (-5-0)^2}$
$= \sqrt{(1)^2 + (-5)^2}$
$= \sqrt{1+25}$
$= \sqrt{26}$

এখানে, AE = BE

সুতরাং, E বিন্দু A ও B থেকে সমদূরবর্তী।

∴ CD রেখার উপর যেকোন বিন্দুই AB থেকে সমদূরবর্তী।

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

প্রশ্ন ব্যাংক উত্তরসহ সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

প্রশ্ন ▶ ১২ (0, –1), (– 2, 3), (6, 7) **এবং** (8, 3) **বিন্দুগুলো যথাক্রমে A, B, C ও D এর স্থানাঙ্ক।**

ক. বিন্দু চারটি ছক কাগজে স্থাপন কর। ২

খ. A, B ও C বিন্দু তিনটিকে একটি ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দু ধরে ছক কাগজে ABC ত্রিভুজটি আঁক। ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

গ. দেখাও যে, ABCD একটি আয়তক্ষেত্র এবং উক্ত আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

উত্তর: ক. 20 বর্গ একক। **খ.** 40 বর্গ একক।

প্রশ্ন ▶ ১৩ P(x, y) **বিন্দু থেকে y অক্ষের দূরত্ব এবং** Q(3, 2) **বিন্দুর দূরত্ব সমান।**

ক. PQ-দূরত্ব x, y এর মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $y^2 - 4y - 6x + 13 = 0$. y -অক্ষ হতে P বিন্দুর দূরত্ব 1.5 হলে P বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর। ৪

গ. R(3, 5) অপর একটি বিন্দু একই সমতলে অবস্থিত হলে দেখাও যে, PQR সমকোণী ত্রিভুজ। ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

উত্তর: ক. P (1.5, 2)। **খ.** 2.25 বর্গ একক।

প্রশ্ন ▶ ১৪ P(x, y) **এবং** Q (x_2, y_2) **একই সমতলে অবস্থিত দুইটি ভিন্ন বিন্দু।**

ক. PQ কে কোনো সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ বিবেচনা করে PQR ত্রিভুজটি অঙ্কন কর। যেখানে R (1, 1)। ২

খ. পীথাগোরাসের উপপাদ্যের সাহায্যে PQ দূরত্ব নির্ণয় কর। ৪

গ. যদি P বিন্দুর স্থানাঙ্ক (2, 4) এবং Q বিন্দুর স্থানাঙ্ক (6, 7) হয় এবং PQ কোনো বর্গক্ষেত্রের কর্ণ হলে চতুর্ভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

উত্তর: গ. $\frac{25}{2}$ বর্গ একক।

প্রশ্ন ▶ ১৫ A(–5, 0), B(5, 0), C(0, 5), D(0, –5) **একই সমতলে অবস্থিত চারটি বিন্দু।**

ক. xy সমতলে চতুর্ভুজটি অঙ্কন কর। ২

খ. দেখাও যে, ΔABC ত্রিভুজটি সমকোণী সমদ্বিবাহু। ৪

গ. ACBD কোন ধরনের চতুর্ভুজ এবং এর ক্ষেত্রফল কত? ৪

উত্তর: গ. ACBD একটি বর্গক্ষেত্র। ক্ষেত্রফল = 50 বর্গ একক

প্রশ্ন ▶ ১৬ তিনটি বিন্দুর স্থানাংক A(2, 5), B(–1, 1) **ও** C(2, 1)। [বাগেরহাট সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়]

ক. AB বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয়ের সূত্রটি লেখ। ২

খ. দেখাও যে, উপরের বিন্দুগুলো নিয়ে গঠিত ত্রিভুজ সমকোণী। ৪

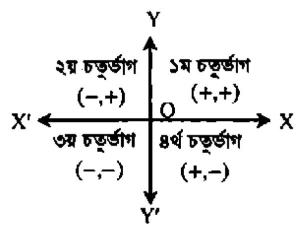
গ. দেখাও যে, (–3, –3), (0, 0) ও (3, 3) বিন্দু তিনটি দ্বারা কোন ত্রিভুজ তৈরি করা যায় না। ৪

উত্তর: ক. $\sqrt{\{2-(-1)\}^2 + (5-1)^2}$

REVISION

এ অংশে অধ্যায়ের গুরুত্বপূর্ণ তথ্য ও সূত্র, পরীক্ষার আগে যার উপর চোখ বুলিয়ে নেওয়া প্রয়োজন বা অবশ্যই মনে রাখতে হবে এমন বিষয়সমূহ একনজরে উল্লেখ করা হয়েছে। পরীক্ষার আগে এ বিষয়গুলো রিভিশন দিলে পরীক্ষায় নির্ভুলভাবে অঙ্ক সমাধান করতে পারবে।

- বিন্দু, সরলরেখা ও বক্ররেখার বীজগাণিতিক প্রকাশকে জ্যামিতির যে অংশে অধ্যয়ন করা হয়, তাই স্থানাঙ্ক জ্যামিতি।
- পরস্পরছেদী দুইটি সরলরেখা হতে কোনো নির্দিষ্ট দূরত্বে কেবলমাত্র একটি বিন্দুই থাকতে পারে।
- x-অক্ষ থেকে (x_1, y_1) বিন্দুটির দূরত্ব = বিন্দুটির কোটি = y_1
- y-অক্ষ থেকে (x_1, y_1) বিন্দুটির দূরত্ব = বিন্দুটির ভুজ = x_1
- ভুজ ও কোটিকে একত্রে স্থানাঙ্ক বলা হয়।
- কোনো বিন্দুর স্থানাঙ্কের চিহ্ন অনুসারে বিন্দুর অবস্থান বিভিন্ন চতুর্ভাগে।
- x-অক্ষের উপর কোটি শূন্য ও y-অক্ষের উপর ভুজ শূন্য।



- (x_1, y_1) এবং (x_2, y_2) বিন্দুদ্বয়ের দূরত্ব = $\sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$
- মূলবিন্দু (0, 0) হতে সমতলে অবস্থিত যেকোনো বিন্দু (x, y) এর দূরত্ব = $\sqrt{(x-0)^2 + (y-0)^2} = \sqrt{x^2 + y^2}$

SUGGESTION

এখানে অধ্যায়টির অনুশীলনী, বহুনির্বাচনি ও সৃজনশীল প্রশ্নগুলো বিশ্লেষণ করে স্টার মার্কসহ সাজেশন দেওয়া হয়েছে। পরীক্ষার আগে অবশ্যই এ অঙ্কগুলো সমাধান করবে। তাহলে পরীক্ষায় যেকোনো অঙ্কের সমাধান সহজেই করতে পারবে।

সাজেশন | বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

	প্রশ্ন নম্বর
★★★	৪, ৭, ১১, ১২, ১৩, ১৪, ১৫, ১৬, ২২, ২৩, ২৪, ২৫, ২৮, ৩০, ৩৫, ৩৬, ৪০, ৪১, ৪৫, ৪৬, ৪৭, ৪৮
★★	৫, ৬, ৯, ১০, ২১, ২৬, ২৭, ২৯, ৩২, ৩৪, ৩৮, ৩৯, ৪২, ৪৩, ৪৪

সাজেশন | সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

	প্রশ্ন নম্বর
★★★	২, ৩, ৬, ৮, ৯, ১০
★★	৪, ৫, ১১

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

শ্রেণির কাজ পৃষ্ঠা নং ৫৫৮

অধ্যায়-১১

স্থানাঙ্ক জ্যামিতি

অনুশীলনী-১১.২

অনুশীলনীটি পড়ে যা জানতে পারবে—

১. সরলরেখা মাধ্যমে সৃষ্ট যেকোনো ত্রিভুজ ও চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয়।
২. বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয়ের মাধ্যমে ত্রিভুজ ও চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয়।
৩. বিন্দুপাতনের মাধ্যমে ত্রিভুজ ও চতুর্ভুজ সংক্রান্ত জ্যামিতিক চিত্র অঙ্কন।

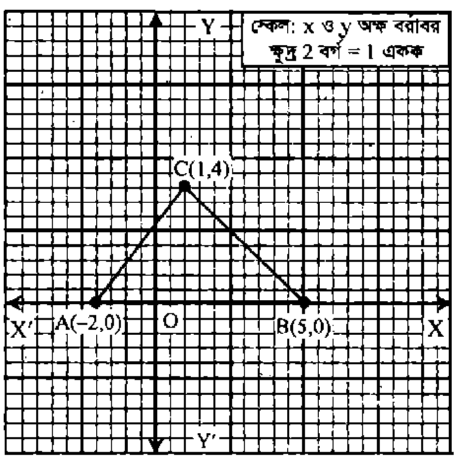
PRACTICE

১০টি অনুশীলনীর প্রশ্ন
৩৪টি বহুনির্বাচনি প্রশ্ন ■ ১৩টি সাধারণ বহুনির্বাচনি ■ ৬টি বহুপদী সমাপ্তিসূচক ■ ১৫টি অভিন্ন তথ্যভিত্তিক
১৫টি সৃজনশীল প্রশ্ন ■ ১টি শ্রেণির কাজ ■ ১১টি মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত ■ ৩টি প্রশ্নব্যাংক

অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

১. A(−2, 0), B(5, 0), C(1, 4) যথাক্রমে ΔABC এর শীর্ষবিন্দু। (i) AB, BC এবং CA বাহুর দৈর্ঘ্য এবং ΔABC এর পরিসীমা নির্ণয় কর। (ii) ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

সমাধান: (i) দেওয়া আছে, প্রদত্ত বিন্দুসমূহ A(−2, 0), B(5, 0) এবং C(1, 4) এখন xy সমতলে বিন্দুগুলোর অবস্থান চিহ্নিত করে ΔABC আঁকা হলো :



∴ AB বাহুর দৈর্ঘ্য, $c = \sqrt{(-2-5)^2 + (0-0)^2}$
$= \sqrt{(-7)^2 + 0^2}$
$= \sqrt{49}$
$= 7$ একক **(Ans.)**

BC বাহুর দৈর্ঘ্য, $a = \sqrt{(5-1)^2 + (0-4)^2}$
$= \sqrt{4^2 + (-4)^2}$
$= \sqrt{16+16}$
$= \sqrt{32}$
$= 4\sqrt{2}$ একক **(Ans.)**

CA বাহুর দৈর্ঘ্য, $b = \sqrt{(1+2)^2 + (4-0)^2}$
$= \sqrt{3^2 + 4^2}$
$= \sqrt{9+16}$
$= \sqrt{25}$
$= 5$ একক **(Ans.)**

∴ ΔABC এর পরিসীমা = AB + BC + CA
$= (7 + 4\sqrt{2} + 5)$ একক
$= (12 + 4\sqrt{2})$ একক **(Ans.)**

(ii) ABC ত্রিভুজের অর্ধপরিসীমা, $s = \frac{(12+4\sqrt{2})}{2}$ একক।
$= (6 + 2\sqrt{2})$ একক।

∴ ΔABC এর ক্ষেত্রফল $= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$
$= \sqrt{(6+2\sqrt{2})(6+2\sqrt{2}-4\sqrt{2})(6+2\sqrt{2}-5)(6+2\sqrt{2}-7)}$
$= \sqrt{(6+2\sqrt{2})(6-2\sqrt{2})(2\sqrt{2}+1)(2\sqrt{2}-1)}$
$= \sqrt{\{6^2-(2\sqrt{2})^2\}\{(2\sqrt{2})^2-1^2\}}$
$= \sqrt{(36-8)(8-1)}$
$= \sqrt{28\times 7} = \sqrt{196}$
$= 14$ বর্গ একক। **(Ans.)**

বিকল্প সমাধান: ΔABC এর শীর্ষগুলো A (−2, 0), B (5, 0) ও C (1, 4) শীর্ষগুলোকে ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে বিবেচনা করে পাই,

ΔABC এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} -2 & 5 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 4 & 0 \end{vmatrix}$ বর্গ একক
$= \frac{1}{2}(0 + 20 + 0 - 0 - 0 + 8)$ বর্গ একক $= 14$ বর্গ একক। **(Ans.)**

২. নিম্নোক্ত প্রতিক্ষেত্রে ABC ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর:
(i) A(2, 3), B(5, 6) এবং C(−1, 4)
(ii) A (5, 2), B(1, 6) এবং C (−2, −3)

সমাধান: (i) দেওয়া আছে, A(2, 3), B(5, 6) এবং C(−1, 4) শীর্ষবিন্দুগুলো ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে বিবেচনা করে পাই,

ΔABC এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} 2 & 5 & -1 & 2 \\ 3 & 6 & 4 & 3 \end{vmatrix}$ বর্গ একক
$= \frac{1}{2}(12 + 20 - 3 - 15 + 6 - 8)$ বর্গ একক
$= \frac{1}{2}(38 - 26)$ বর্গ একক
$= \frac{1}{2}\times 12$ বর্গ একক
$= 6$ বর্গ একক। **(Ans.)**

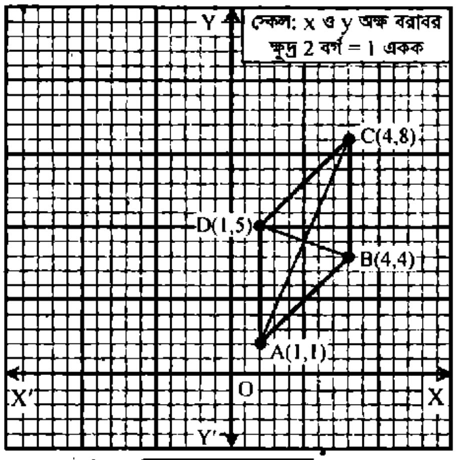
(ii) দেওয়া আছে, A (5, 2), B (1, 6) এবং C (−2, −3) শীর্ষবিন্দুগুলো ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে বিবেচনা করে পাই,

ΔABC এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} 5 & 1 & -2 & 5 \\ 2 & 6 & -3 & 2 \end{vmatrix}$ বর্গ একক
$= \frac{1}{2}(30 - 3 - 4 - 2 + 12 + 15)$ বর্গ একক
$= \frac{1}{2}\times 48$ বর্গ একক
$= 24$ বর্গ একক **(Ans.)**

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

৩. দেখাও যে, A(1, 1), B(4, 4), C(4, 8) এবং D(1, 5) বিন্দুগুলো একটি সামান্তরিকের শীর্ষবিন্দু। AC ও BD বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। সামান্তরিকটির ক্ষেত্রফল ত্রিভুজের মাধ্যমে তিন দশমিক স্থান পর্যন্ত নির্ণয় কর।

সমাধান: A (1, 1), B (4, 4), C (4, 8) এবং D (1, 5) বিন্দুগুলি xy তলে স্থাপন করে একটি সামান্তরিক আঁকা হলো।



AB বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(1-4)^2 + (1-4)^2}$
$= \sqrt{(-3)^2 + (-3)^2}$
$= 3\sqrt{2}$ একক

DC বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(1-4)^2 + (5-8)^2}$
$= \sqrt{(-3)^2 + (-3)^2}$
$= 3\sqrt{2}$ একক

AD বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(1-1)^2 + (1-5)^2}$
$= \sqrt{0^2 + (-4)^2}$
$= 4$ একক

এবং BC বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(4-4)^2 + (4-8)^2}$
$= \sqrt{0^2 + (-4)^2}$
$= 4$ একক।

আবার, AC কর্ণের দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(1-4)^2 + (1-8)^2}$
$= \sqrt{(-3)^2 + (-7)^2}$
$= \sqrt{9+49} = \sqrt{58}$ একক

এবং BD কর্ণের দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(4-1)^2 + (4-5)^2}$
$= \sqrt{3^2 + (-1)^2} = \sqrt{10}$ একক।

এখানে, AB = DC এবং AD = BC ; কিন্তু কর্ণ AC ≠ কর্ণ BD.
∴ A, B, C, D বিন্দুগুলো একটি সামান্তরিকের শীর্ষবিন্দু।

(দেখানো হলো)

∴ AC বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{58}$ একক এবং BD বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{10}$ একক **(Ans.)**

সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল নির্ণয়:

এখন, ΔABD এর অর্ধ পরিসীমা $= \frac{AB + AD + BD}{2}$
$= \frac{(3\sqrt{2} + 4 + \sqrt{10})}{2}$ একক
$= 5.70$ একক

∴ ΔABD এর ক্ষেত্রফল
$= \sqrt{5.70\,(5.70 - 3\sqrt{2})\,(5.70-4)\,(5.70 - \sqrt{10})}$ বর্গ একক
$= \sqrt{5.70\,(1.457)\,(1.70)\,(2.538)}$ বর্গ একক
$= \sqrt{35.832}$ বর্গ একক
$= 5.986$ বর্গ একক (প্রায়)

∴ সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল = 2 × ΔABD এর ক্ষেত্রফল
= 2 × 5.986 বর্গ একক (প্রায়)
= 11.972 বর্গ একক (প্রায়) **(Ans.)**

বিকল্প সমাধান:

ABCD সামান্তরিকের

ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} 1 & 4 & 4 & 1 & 1 \\ 1 & 4 & 8 & 5 & 1 \end{vmatrix}$ বর্গ একক
$= \frac{1}{2}(4+32+20+1-4-16-8-5)$
$= \frac{1}{2}(57-33)$
$= 12$ বর্গ একক

∴ সামান্তরিক ক্ষেত্র ABCD এর ক্ষেত্রফল = 12 বর্গ একক। **(Ans.)**

৪. A(–a, 0), B(0, –a), C(a, 0) এবং D(0, a) শীর্ষবিশিষ্ট ABCD চতুর্ভুজটির ক্ষেত্রফল কত?

সমাধান: দেওয়া আছে, ABCD চতুর্ভুজের শীর্ষবিন্দুগুলো
A (–a, 0), B (0, –a), C (a, 0) এবং D (0, a),
এখন, A, B, C, D বিন্দুগুলো ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে বিবেচনা করে পাই,

ABCD চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} -a & 0 & a & 0 & -a \\ 0 & -a & 0 & a & 0 \end{vmatrix}$

$= \frac{1}{2}(a^2 + 0 + a^2 + 0 - 0 + a^2 - 0 + a^2)$

$= \frac{1}{2} \times 4a^2$ বর্গ একক।

$= 2a^2$ বর্গ একক। **(Ans.)**

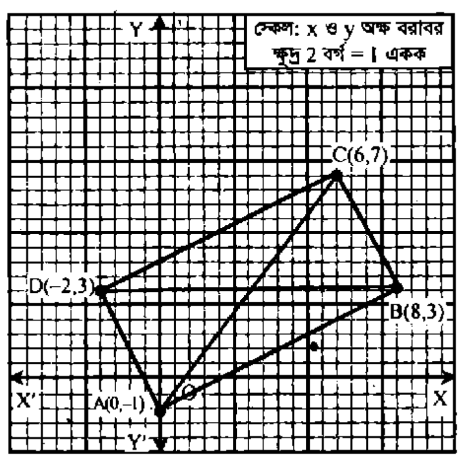
[বি:দ্র: পাঠ্যবইয়ের উত্তর ভুল আছে]

৫. দেখাও যে, (0, –1), (–2, 3), (6, 7) এবং (8, 3) বিন্দুগুলো একটি আয়তক্ষেত্রের চারটি শীর্ষ। কর্ণদ্বয়ের দৈর্ঘ্য এবং আয়তটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

সমাধান: মনে করি, A (0, –1), B (8, 3), C (6, 7) এবং D (–2, 3)
এখন,

AB বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(0-8)^2 + (-1-3)^2}$
$= \sqrt{64+16} = \sqrt{80}$ একক

BC বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(8-6)^2 + (3-7)^2}$
$= \sqrt{2^2 + (-4)^2}$
$= \sqrt{4+16}$
$= \sqrt{20}$ একক



CD বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(6+2)^2 + (7-3)^2} = \sqrt{64+16} = \sqrt{80}$ একক

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

এবং AD বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(0+2)^2 + (-1-3)^2}$

$= \sqrt{4+16}$

$= \sqrt{20}$ একক (Ans.)

আবার, AC কর্ণের দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(0-6)^2 + (-1-7)^2}$

$= \sqrt{36+64}$

$= \sqrt{100}$

$= 10$ একক (Ans.)

এবং BD কর্ণের দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(8+2)^2 + (3-3)^2}$

$= \sqrt{10^2} = 10$ একক।

দেখা যাচ্ছে, AB = CD, BC = AD এবং কর্ণ AC = কর্ণ BD.

$\therefore$ A, B, C, D বিন্দুগুলো একটি আয়তক্ষেত্রের শীর্ষবিন্দু।

(দেখানো হলো)

আয়তক্ষেত্রটির কর্ণদ্বয়ের দৈর্ঘ্য 10 একক। (Ans.)

আয়তটির ক্ষেত্রফল = AB × BC

$= \sqrt{80} \times \sqrt{20}$ বর্গ একক

$= \sqrt{1600}$ বর্গ একক

$= 40$ বর্গ একক। (Ans.)

৬. **তিনটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক যথাক্রমে A(–2, 1), B(10, 6) এবং C(a, – 6)। AB = BC হলে a এর সম্ভাব্য মানসমূহ নির্ণয় কর। 'a' এর মানের সাহায্যে যে ত্রিভুজ গঠিত হয় এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।**

সমাধান: দেওয়া আছে, A (–2, 1), B (10, 6) এবং C (a, – 6),

এখন, $AB = \sqrt{(-2-10)^2 + (1-6)^2} = \sqrt{144+25} = \sqrt{169}$

$= 13$ একক।

এবং $BC = \sqrt{(10-a)^2 + (6+6)^2} = \sqrt{(10-a)^2 + 144}$ একক

প্রশ্নানুসারে, AB = BC

বা, $13 = \sqrt{(10-a)^2 + 144}$

বা, $169 = (10-a)^2 + 144$ [বর্গ করে]

বা, $(10-a)^2 = 25$

বা, $10 - a = \pm 5$

বা, $a = 10 \pm 5$

$\therefore a = 5, 15$

$\therefore$ a এর সম্ভাব্য মানসমূহ 5 ও 15 (Ans.)

যখন a = 5, তখন বিন্দুগুলো ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে বিবেচনা করে পাই,

ΔACB এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} -2 & 5 & 10 & -2 \\ 1 & -6 & 6 & 1 \end{vmatrix}$ বর্গ একক

$= \frac{1}{2}(12 + 30 + 10 - 5 + 60 + 12)$ বর্গ একক

$= \frac{1}{2}(124 - 5)$ বর্গ একক

$= \frac{119}{2}$ বর্গ একক বা $59\frac{1}{2}$ বর্গ একক (Ans.)

যখন a = 15, তখন শীর্ষগুলো ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে বিবেচনা করে পাই,

ΔACB-এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} -2 & 15 & 10 & -2 \\ 1 & -6 & 6 & 1 \end{vmatrix}$ বর্গ একক

$= \frac{1}{2}(12 + 90 + 10 - 15 + 60 + 12)$ বর্গ একক

$= \frac{1}{2}(184 - 15)$ বর্গ একক

$= \frac{169}{2}$ বর্গ একক বা $84\frac{1}{2}$ বর্গ একক (Ans.)

[বি:দ্র: পাঠ্যবইয়ের উত্তর ভুল আছে]

৭. **A, B, C তিনটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক যথাক্রমে A(a, a + 1), B(–6, –3) এবং C(5, –1)। AB এর দৈর্ঘ্য AC এর দৈর্ঘ্যের দ্বিগুণ হলে 'a' এর সম্ভাব্য মান এবং ত্রিভুজটির বৈশিষ্ট্য নির্ণয় কর।**

সমাধান: দেওয়া আছে, A (a, a + 1), B (–6, – 3) এবং C (5, –1)

তাহলে, AB এর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(a+6)^2 + (a+1+3)^2}$

$= \sqrt{(a^2 + 12a + 36) + (a^2 + 8a + 16)}$

$= \sqrt{2a^2 + 20a + 52}$ একক।

এবং AC এর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(a-5)^2 + (a+1+1)^2}$

$= \sqrt{(a^2 - 10a + 25) + (a^2 + 4a + 4)}$

$= \sqrt{2a^2 - 6a + 29}$ একক।

প্রশ্নানুসারে, AB এর দৈর্ঘ্য = 2 (AC এর দৈর্ঘ্য)

বা, $\sqrt{2a^2 + 20a + 52} = 2\left(\sqrt{2a^2 - 6a + 29}\right)$

বা, $2a^2 + 20a + 52 = 4(2a^2 - 6a + 29)$ [বর্গ করে]

বা, $2a^2 + 20a + 52 = 8a^2 - 24a + 116$

বা, $8a^2 - 24a + 116 - 2a^2 - 20a - 52 = 0$

বা, $6a^2 - 44a + 64 = 0$

বা, $3a^2 - 22a + 32 = 0$ [2 দ্বারা ভাগ করে]

বা, $3a^2 - 6a - 16a + 32 = 0$

বা, $3a(a-2) - 16(a-2) = 0$

বা, $(a-2)(3a-16) = 0$

$\therefore a = 2, \frac{16}{3}$

$\therefore$ a এর সম্ভাব্য মানসমূহ 2 এবং $\frac{16}{3}$ (Ans.)

a = 2 হলে,

AB এর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{2.2^2 + 20.2 + 52}$

$= \sqrt{8 + 40 + 52}$

$= \sqrt{100} = 10$ একক

AC এর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{2.2^2 - 6.2 + 29}$

$= \sqrt{8 - 12 + 29}$

$= \sqrt{25} = 5$ একক

আবার BC এর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(-6-5)^2 + (-3+1)^2}$

$= \sqrt{121 + 4}$

$= \sqrt{125}$

$= 5\sqrt{5}$ একক।

দেখা যাচ্ছে, $AB^2 + AC^2 = 10^2 + 5^2$

$= 100 + 25$

$= 125$

$= (5\sqrt{5})^2$

$= BC^2$

$\therefore$ পীথাগোরাসের সূত্রানুসারে, ΔABC একটি সমকোণী ত্রিভুজ, BC অতিভুজ এবং $\angle BAC$ সমকোণ।

আবার, $a = \frac{16}{3}$ হলে,

AB এর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{2.\left(\frac{16}{3}\right)^2 + 20.\frac{16}{3} + 52}$

$= \sqrt{2.\frac{256}{9} + \frac{320}{3} + 52}$

$= \sqrt{\frac{512 + 960 + 468}{9}}$

$= \sqrt{\frac{1940}{9}}$

$= \frac{\sqrt{1940}}{3}$ একক

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

AC এর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{2 . \left(\frac{16}{3}\right)^2 - 6 . \frac{16}{3} + 29}$

$= \sqrt{\frac{512}{9} - 32 + 29}$

$= \sqrt{\frac{512 - 288 + 261}{9}}$

$= \frac{\sqrt{485}}{3}$ একক

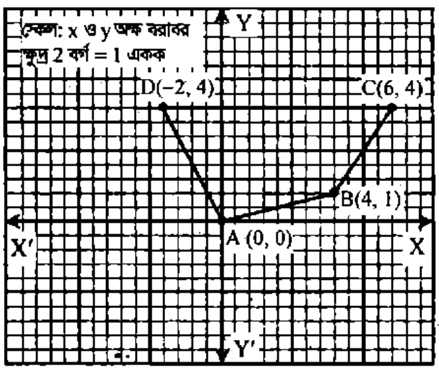
এবং BC এর দৈর্ঘ্য $= 5\sqrt{5}$ একক

যেহেতু $AB \neq AC \neq BC$ সুতরাং ত্রিভুজটি বিষমবাহু ত্রিভুজ।

৮. নিম্নোক্ত চতুর্ভুজসমূহের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর [পদ্ধতি ২ ব্যবহার করো]:

(i) (0, 0), (–2, 4), (6, 4), (4, 1)
(ii) (1, 4), (–4, 3), (1, – 2), (4, 0)
(iii) (1, 0), (–3, –3), (4, 3), (5, 1)

সমাধান: (i) (0, 0), (–2, 4), (6, 4), (4, 1)



প্রদত্ত বিন্দুসমূহকে গ্রাফ কাগজে বসিয়ে পাই,
A(0, 0), B(4, 1), C(6, 4) ও D(–2, 4)
বিন্দুসমূহকে ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে নিয়ে চতুর্ভুজক্ষেত্র

ABCD এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} 0 & 4 & 6 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 4 & 4 & 0 \end{vmatrix}$ বর্গ একক

$= \frac{1}{2}\{0 + 16 + 24 + 0 - 0 - 6 - (-8) - 0\}$ বর্গ একক

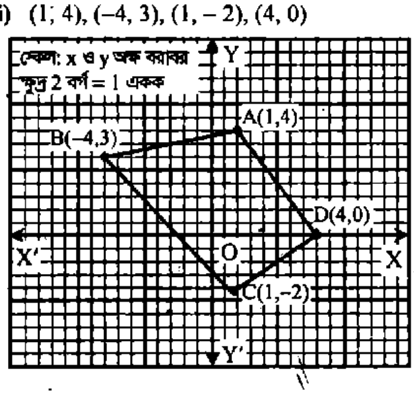
$= \frac{1}{2}(16 + 24 - 6 + 8)$ বর্গ একক

$= \frac{1}{2}(48 - 6)$ বর্গ একক

$= \frac{1}{2}(42)$ বর্গ একক

= 21 বর্গ একক **(Ans.)**

(ii) (1, 4), (–4, 3), (1, – 2), (4, 0)



প্রদত্ত বিন্দুসমূহকে গ্রাফ কাগজে বসিয়ে পাই,
A(1, 4), B(–4, 3), C(1, – 2) ও D(4, 0)
বিন্দুসমূহকে ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে নিয়ে চতুর্ভুজক্ষেত্র

ABCD এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} 1 & -4 & 1 & 4 & 1 \\ 4 & 3 & -2 & 0 & 4 \end{vmatrix}$ বর্গ একক

$= \frac{1}{2}\{3 + 8 + 0 + 16 - (-16) - 3 - (-8) - 0\}$ বর্গ একক

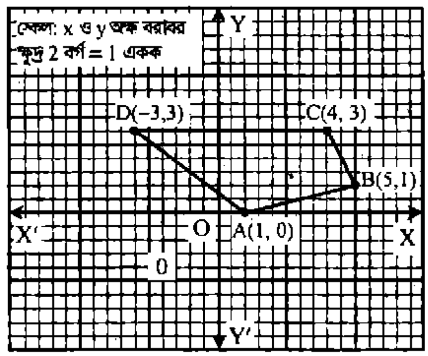
$= \frac{1}{2}(3 + 8 + 16 + 16 - 3 + 8)$ বর্গ একক

$= \frac{1}{2}(51 - 3)$ বর্গ একক

$= \frac{1}{2}(48)$ বর্গ একক

= 24 বর্গ একক **(Ans.)**

(iii) (1, 0), (–3, 3), (4, 3), (5, 1)



প্রদত্ত বিন্দুসমূহকে গ্রাফ কাগজে বসিয়ে পাই,
A(1, 0), B(5, 1), C(4, 3) ও D(–3, 3)
বিন্দুসমূহকে ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে নিয়ে চতুর্ভুজক্ষেত্র

ABCD এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} 1 & 5 & 4 & -3 & 1 \\ 0 & 1 & 3 & 3 & 0 \end{vmatrix}$ বর্গ একক

$= \frac{1}{2}(1 + 15 + 12 + 0 - 0 - 4 + 9 - 3)$ বর্গ একক

$= \frac{1}{2}(37 - 7)$ বর্গ একক

$= \frac{1}{2}(30)$ বর্গ একক

= 15 বর্গ একক **(Ans.)**

৯. দেখাও যে, A(2, – 3), B(3, – 1), C(2, 0), D(–1, 1) এবং E(–2, –1) শীর্ষবিশিষ্ট বহুভুজের ক্ষেত্রফল 11 বর্গ একক।

সমাধান: প্রদত্ত বিন্দুগুলো A(2, –3), B(3, –1), C(2, 0), D(–1, 1) এবং E(–2, –1) শীর্ষবিন্দু বিশিষ্ট বহুভুজটি পঞ্চভুজ ABCDE এর শীর্ষবিন্দু।

∴ বিন্দুসমূহকে ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে নিয়ে পঞ্চভুজ ABCDE এর ক্ষেত্রফল

$= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} 2 & 3 & 2 & -1 & -2 & 2 \\ -3 & -1 & 0 & 1 & -1 & -3 \end{vmatrix}$ বর্গ একক

$= \frac{1}{2}\{-2 + 0 + 2 + 1 + 6 - (-9) - (-2) - 0 - (-2) - (-2)\}$ বর্গ একক

$= \frac{1}{2}(-2 + 0 + 2 + 1 + 6 + 9 + 2 + 0 + 2 + 2)$ বর্গ একক

$= \frac{1}{2} \times 22$ বর্গ একক

= 11 বর্গ একক **(দেখানো হলো)**

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

১০. একটি চতুর্ভুজের চারটি শীর্ষ A(3, 4), B(−4, 2), C(6, −1) এবং D(p, 3) এবং শীর্ষসমূহ ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে আবর্তিত। ABCD চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল ত্রিভুজ ABC এর ক্ষেত্রফলের দ্বিগুণ হলে p এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান: দেওয়া আছে, ABCD চতুর্ভুজের চারটি শীর্ষ যথাক্রমে A(3, 4), B(−4, 2), C(6, −1) এবং D(p, 3) এবং শীর্ষসমূহ ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে আবর্তিত।

বিন্দুসমূহকে ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে নিয়ে চতুর্ভুজ ক্ষেত্র ABCD এর ক্ষেত্রফল

$=\frac{1}{2}\begin{vmatrix}3 & -4 & 6 & p & 3\\ 4 & 2 & -1 & 3 & 4\end{vmatrix}$ বর্গ একক

$=\frac{1}{2}\{6+4+18+4p-(-16)-12-(-p)-9\}$ বর্গ একক

$=\frac{1}{2}(6+4+18+4p+16-12+p-9)$ বর্গ একক

$=\frac{1}{2}(23+5p)$ বর্গ একক

আবার, A, B ও C বিন্দুকে ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে নিয়ে ত্রিভুজক্ষেত্র ABC এর ক্ষেত্রফল

$=\frac{1}{2}\begin{vmatrix}3 & -4 & 6 & 3\\ 4 & 2 & -1 & 4\end{vmatrix}$ বর্গ একক

$=\frac{1}{2}\{6+4+24-(-16)-12-(-3)\}$ বর্গ একক

$=\frac{1}{2}(6+4+24+16-12+3)$ বর্গ একক

$=\frac{1}{2}(53-12)$ বর্গ একক

$=\frac{41}{2}$ বর্গ একক

প্রশ্নমতে, ABCD চতুর্ভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = 2 × ABC ত্রিভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল

বা, $\frac{1}{2}(23+5p)=2\times\frac{41}{2}$

বা, $23+5p=41\times 2$

বা, $5p=82-23$

বা, $5p=59$

$\therefore p=\frac{59}{5}$ **(Ans.)**

মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত সৃজনশীল বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

★★★ ১১.৩ ত্রিভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল | Text পৃষ্ঠা-২৩১

- a, b, c ত্রিভুজের তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য হলে এবং s ত্রিভুজের অর্ধপরিসীমা হলে, ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $=\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ বর্গ একক যেখানে, $s=\frac{1}{2}(a+b+c)$ একক
- $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ এবং $C(x_3, y_3)$ ত্রিভুজের তিনটি শীর্ষবিন্দু হলে, ক্ষেত্রফল $=\frac{1}{2}(x_1y_2+x_2y_3+x_3y_1-x_2y_1-x_3y_2-x_1y_3)$ বর্গ একক।
  $=\frac{1}{2}\begin{vmatrix}x_1 & x_2 & x_3 & x_1\\ y_1 & y_2 & y_3 & y_1\end{vmatrix}$ বর্গ একক
- চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল $=\frac{1}{2}\begin{vmatrix}x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_1\\ y_1 & y_2 & y_3 & y_4 & y_1\end{vmatrix}$ বর্গ একক

১. কোনো ত্রিভুজের বাহু তিনটির দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 3, 4 ও 5 একক হলে তার ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক? (কঠিন) [কাদিরাবাদ ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল, নাটোর; ভি. জে সরকারি মাধ্যমিক বিদ্যালয়, চুয়াডাঙ্গা; সামসুল হক খান স্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা]

(ক) 2 (খ) 4 (গ) 6 (ঘ) 8 — (গ)

ব্যাখ্যা: $s=\frac{1}{2}(3+4+5)=6$

$\therefore$ ক্ষেত্রফল $=\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}=\sqrt{6(6-3)(6-4)(6-5)}$
$=\sqrt{6\times 3\times 2\times 1}=\sqrt{36}=6$ বর্গ একক

২. ABCD একটি বর্গক্ষেত্র। ΔABC = 2 বর্গ একক হলে, ABCD এর ক্ষেত্রফল কত? (মধ্যম)

(ক) 1 (খ) 2 (গ) 3 (ঘ) 4 — (ঘ)

ব্যাখ্যা: $ABCD=2\times\Delta ABC=2\times 2=4$ বর্গ একক।

৩. EFGH একটি বর্গক্ষেত্রের EF = 3 একক এর কর্ণের দৈর্ঘ্য কত? (মধ্যম)

(ক) $3\sqrt{2}$ (খ) 3 (গ) $2\sqrt{3}$ (ঘ) 2 — (ক)

ব্যাখ্যা: আমরা জানি, কোনো বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য a একক হলে কর্ণের দৈর্ঘ্য $=\sqrt{2}a=3\sqrt{2}$ $[\because a=3]$

৪. স্থানাঙ্কের সাহায্যে ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয়ের সূত্র কোনটি? (সহজ)

(ক) $\frac{1}{2}\begin{vmatrix}x_1 & x_2 & x_3 & x_1\\ y_1 & y_2 & y_3 & y_1\end{vmatrix}$ (খ) $\frac{1}{2}\begin{vmatrix}x_2 & x_3 & x_1 & x_1\\ y_2 & y_3 & y_1 & y_1\end{vmatrix}$

(গ) $\frac{1}{2}\begin{vmatrix}x_1 & x_2 & x_3\\ y_1 & y_2 & y_3\end{vmatrix}$ (ঘ) $\frac{1}{2}\begin{vmatrix}x_1 & x_2 & x_3 & x_1\\ y_1 & y_2 & y_3 & y_1\end{vmatrix}$ — (ক)

৫. A(2, 3), B(5, 6) ও C(−1, 4) বিন্দু দ্বারা গঠিত ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক? (মধ্যম) [মাতৃপীঠ সরকারী বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, চাঁদপুর]

(ক) 6 (খ) 15 (গ) 18 (ঘ) 20 — (ক)

৬. O (0, 0), A(6, 0), B(0, 8) শীর্ষ বিশিষ্ট ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক? (কঠিন)

(ক) 10 (খ) 16 (গ) 20 (ঘ) 24 — (ঘ)

ব্যাখ্যা: এখানে, O মূলবিন্দু, A, x-অক্ষের উপর এবং B, y-অক্ষের উপর অবস্থিত।

$\therefore$ ক্ষেত্রফল $=\frac{1}{2}\times OA\times OB=\frac{1}{2}\times 6\times 8=24$ বর্গ একক

৭. O (0, 0), A(−2, 0), B(0, 6) হলে ΔOAB এর ক্ষুদ্রতম বাহুর দৈর্ঘ্য কত? (সহজ)

(ক) 8 (খ) 6 (গ) $2\sqrt{5}$ (ঘ) 2 — (ঘ)

ব্যাখ্যা: $OA=2, OB=6, AB=\sqrt{(-2-0)^2+(0-6)^2}=\sqrt{40}=2\sqrt{10}$

৮. P(3, 0), Q(0, 1) R(−1, r) শীর্ষ বিশিষ্ট ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল 5 বর্গ একক হলে r এর মান কত? (কঠিন) [মাতৃপীঠ সরকারী বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, চাঁদপুর]

(ক) −2 (খ) −1 (গ) 0 (ঘ) 1 — (ক)

ব্যাখ্যা: $\frac{1}{2}\begin{vmatrix}3 & 0 & -1 & 3\\ 0 & 1 & r & 0\end{vmatrix}=5$ বা, $3+0+0-0+1-3r=10$

বা $-3r=10-4=6$ $\therefore r=-2$

৯. A(−a, 0), B(0, −a), C(a, 0) হলে ΔABC এর ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক? (মধ্যম)

(ক) 2a (খ) $a^2\sqrt{2}$ (গ) a^2 (ঘ) $2\sqrt{a}$ — (গ)

ব্যাখ্যা: $\Delta ABC=\frac{1}{2}\begin{vmatrix}-a & 0 & a & -a\\ 0 & -a & 0 & 0\end{vmatrix}=\frac{1}{2}(a^2+0+0-0+a^2-0)$
$=\frac{1}{2}\times 2a^2=a^2$

১০. একটি ত্রিভুজের তিনটি শীর্ষ বিন্দু A(−2, 0), B(5, 0) এবং C(1, 4) হলে ত্রিভুজটির আকার কিরূপ? (মধ্যম)

(ক) সমকোণী (খ) সমবাহু (গ) বিষমবাহু (ঘ) সমদ্বিবাহু — (গ)

ব্যাখ্যা: $AB(7)\neq BC(4\sqrt{2})\neq CA(5)$ ত্রিভুজটি বিষমবাহু।

১১. একটি চতুর্ভুজের চারটি শীর্ষবিন্দু A(1, 0), B(0, 1), C(−1, 0) এবং D(0, −1) হলে চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক? (মধ্যম)

(ক) $\sqrt{2}$ (খ) 2 (গ) 4 (ঘ) +12 — (খ)

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

১২. O (0, 0), A(a, 0), B(a, a), C(0, a) হলে OABC চতুর্ভুজটির নাম কী? (মধ্যম)

(ক) রম্বস (খ) বর্গক্ষেত্র (গ) আয়তক্ষেত্র (ঘ) সামান্তরিক — **খ**

ব্যাখ্যা: OABC চতুর্ভুজের O মূলবিন্দু, A, x-অক্ষের উপর এবং C, y-অক্ষের উপর অবস্থিত। সুতরাং ∠AOC = 1 সমকোণ। এবং OA = OC = AB = BC = a ∴ OABC একটি বর্গক্ষেত্র।

১৩. A(–a, 0), B(0, –a), C(a, 0), D(0, a) শীর্ষবিশিষ্ট ABCD চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক? (কঠিন)

(ক) $2a^2$ (খ) a^2 (গ) $a^2\sqrt{2}$ (ঘ) $a\sqrt{3}$ — **ক**

ব্যাখ্যা: ABCD এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} -a & 0 & a & 0 & -a \\ 0 & -a & 0 & a & 0 \end{vmatrix}$

$= \frac{1}{2}(a^2 + 0 + a^2 + 0 - 0 + a^2 - 0 + a^2)$

$= \frac{1}{2} \times 4a^2 = 2a^2$ বর্গ একক।

১৪. একটি ত্রিভুজের বাহুগুলোর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 3, 4 ও 5 একক হলে–
[কৃষি বিশ্ববিদ্যালয় হাই স্কুল, ময়মনসিংহ]

i. s = 12
ii. ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল 6 বর্গ একক
iii. ত্রিভুজটি সমকোণী

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii — **গ**

ব্যাখ্যা: i. সঠিক নয়; কারণ, $s = \frac{1}{2}(3 + 4 + 5) = 6$.

১৫. একটি ত্রিভুজের বাহুগুলোর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 10, $5\sqrt{2}$ ও $5\sqrt{2}$ একক–

i. ত্রিভুজটি সমদ্বিবাহু
ii. ত্রিভুজটি সমকোণী
iii. ত্রিভুজটির অতিভুজের উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল 50 বর্গ একক

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii — **ক**

ব্যাখ্যা: $10^2 = (5\sqrt{2})^2 + (5\sqrt{2})^2$ বা, $100 = 50 + 50 = 100$

১৬. একটি ত্রিভুজের ৩টি শীর্ষ যথাক্রমে A (1, 0), B (0, 1) এবং C (–1, 0) হলে–

i. A বিন্দুটি X-অক্ষের উপর অবস্থিত
ii. C বিন্দুটি Y-অক্ষের উপর অবস্থিত
iii. AC এর দৈর্ঘ্য 2 একক

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii — **খ**

১৭. একটি ত্রিভুজের তিনটি শীর্ষ যথাক্রমে A (1, 3), B (5, 1) এবং C (3, r)। ΔABC এর ক্ষেত্রফল 4 বর্গ একক হলে–

i. ΔABC এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} 1 & 5 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & r & 3 \end{vmatrix}$ বর্গ একক
ii. r = 4
iii. r = – 4

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii — **ক**

ব্যাখ্যা: $\frac{1}{2}(1 + 5r + 9 - 15 - 3 - r) = 4$ বা, $(4r - 8) = 8$ ∴ r = 4

১৮. $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2), C(x_3, y_3), D(x_4, y_4)$ চারটি বিন্দু হলে–

i. AB বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
ii. ΔABC- এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_1 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_1 \end{vmatrix}$
iii. ABCD চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_1 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_1 \end{vmatrix}$

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii — **ক**

১৯. নিচের তথ্যগুলো লক্ষ কর:

i. দুইটি বিন্দুর দূরত্ব নির্ণয়ে পীথাগোরাসের উপপাদ্যের সাহায্য নেওয়া হয়।
ii. y – 2x + 5 = 0 রেখার ঢাল 2
iii. 3x + 5y = 0 রেখাটি মূলবিন্দুগামী

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii — **ঘ**

ব্যাখ্যা: ii. সঠিক, কারণ y – 2x + 5 = 0
বা, y = 2x – 5; যা y = mx + c আকারের সমীকরণ,
∴ ঢাল m = 2
iii. সঠিক, কারণ, 3x + 5y = 0
বা, $y = -\frac{3}{5}x$, যা মূলবিন্দুগামী রেখা y = mx আকারের

নিচের তথ্যের ভিত্তিতে (২০-২৩) প্রশ্নের উত্তর দাও :
A(2, 5), B(–1, 1) এবং C(2, 1) একটি ত্রিভুজের তিনটি শীর্ষবিন্দু।

২০. AB বাহুর দৈর্ঘ্য কত একক? (সহজ)

(ক) $5\sqrt{2}$ (খ) 5 (গ) $2\sqrt{3}$ (ঘ) 2 — **খ**

ব্যাখ্যা: $AB = \sqrt{(-1-2)^2 + (1-5)^2} = \sqrt{9 + 16} = 5$ একক

২১. BC বাহুর দৈর্ঘ্য কত একক? (সহজ)

(ক) 5 (খ) 4 (গ) 3 (ঘ) 2 — **গ**

ব্যাখ্যা: $BC = \sqrt{(2 + 1)^2 + (1-1)^2} = \sqrt{9 + 0} = 3$ একক

২২. ত্রিভুজটির অর্ধপরিসীমা কত একক? (মধ্যম)

(ক) 6 (খ) 5 (গ) 4 (ঘ) 3 — **ক**

ব্যাখ্যা: BC = 3 একক
$AC = \sqrt{(2-2)^2 + (1-5)^2} = \sqrt{0 + 16} = 4$
AB = 5 একক
∴ অর্ধপরিসীমা, $s = \frac{1}{2}(5 + 3 + 4) = \frac{12}{2} = 6$ একক

২৩. ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক? (মধ্যম)

(ক) 12 (খ) $8\sqrt{2}$ (গ) $6\sqrt{2}$ (ঘ) 6 — **ঘ**

ব্যাখ্যা: ক্ষেত্রফল $= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} = \sqrt{6(6-3)(6-4)(6-5)}$
$= \sqrt{6 \times 1 \times 3 \times 2} = \sqrt{36} = 6$ বর্গ একক

নিচের তথ্যের আলোকে (২৪-২৫) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:
O(0, 0), P(2, 0), Q(2, 2), R(0, 2) একটি বর্গের চারটি শীর্ষবিন্দু।

২৪. OP = কত? (সহজ)

(ক) 1 (খ) 2 (গ) 3 (ঘ) 4 — **খ**

২৫. বর্গের ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক? (সহজ)

(ক) 4 (খ) 6 (গ) 8 (ঘ) 12 — **ক**

নিচের তথ্যের ভিত্তিতে (২৬-২৮) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:
একটি বর্গের চারটি শীর্ষ যথাক্রমে A(1, 0), B(0, 1), C(–1, 0) এবং D(0, –1)

২৬. বর্গটির এক বাহুর দৈর্ঘ্য কত একক? (মধ্যম)

(ক) $2\sqrt{2}$ (খ) $\sqrt{3}$ (গ) $\sqrt{2}$ (ঘ) 1 — **গ**

ব্যাখ্যা: $AB = \sqrt{(1-0)^2 + (0-1)^2} = \sqrt{1 + 1} = \sqrt{2}$ একক

২৭. বর্গটির উভয় কর্ণের যোগফল কত একক? (সহজ)

(ক) 8 (খ) 6 (গ) 4 (ঘ) 2 — **গ**

ব্যাখ্যা: $AC = \sqrt{(1 + 1)^2 + (0-0)^2} = \sqrt{2^2} = 2$ একক
বর্গের ক্ষেত্রে, AC = BD
∴ কর্ণদ্বয়ের যোগফল = AC + BD = 2 + 2 = 4 একক

২৮. বর্গটির ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক? (সহজ)

(ক) 2 (খ) 4 (গ) 6 (ঘ) 8 — **ক**

ব্যাখ্যা: বর্গের ক্ষেত্রফল $= AB^2 = (\sqrt{2})^2 = 2$ বর্গ একক

নিচের তথ্যের ভিত্তিতে (২৯-৩১) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:
একই সমতলে অবস্থিত একটি বহুভুজের শীর্ষবিন্দুগুলি A(2, –3), B(3, –1), C(2, 0), D(–1, 1), E(–2, –1)

২৯. ΔABC এর ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক? (কঠিন)
[লক্ষ্মীপুর সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়]

(ক) 1.5 (খ) 3 (গ) 4.5 (ঘ) 9 — **ক**

ব্যাখ্যা: $\Delta ABC = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} 2 & 3 & 2 & 2 \\ -3 & -1 & 0 & -3 \end{vmatrix}$

$= \frac{1}{2}(-2 + 0 - 6 + 9 + 2 - 0) = \frac{3}{2} = 1.5$ বর্গ একক

৩০. ABCD চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল 6 বর্গ একক হলে ΔACD এর ক্ষেত্রফল কত? (সহজ) [লক্ষ্মীপুর সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়]

(ক) 2.5 (খ) 4 (গ) 4.5 (ঘ) 6 — **গ**

ব্যাখ্যা: ABCD = ΔABC + ΔACD বা, 6 = 1.5 + ΔACD
∴ ΔACD = 4.5 বর্গ একক

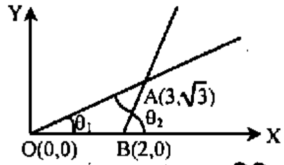
www.bdniyog.com
www.pathagar.com

৩১. বহুভুজটির ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক? (মধ্যম)
ⓐ 15 ⓑ 13 ⓒ 11 ⓓ 9 **গ**

ব্যাখ্যা: $\Delta ADE = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} 2 & -1 & -2 & 2 \\ -3 & 1 & -1 & -3 \end{vmatrix} = \frac{1}{2}(2+1+6-3+2+2)$
$= \frac{1}{2} \times 10 = 5$ বর্গ একক

∴ বহুভুজের ক্ষেত্রফল = 1.5 + 4.5 + 5 = 11 বর্গ একক।

নিচের তথ্যের আলোকে (৩২-৩৪) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:



৩২. OA রেখা x-অক্ষের সাথে কত ডিগ্রি কোণ তৈরি করে? (মধ্যম)
ⓐ 30 ⓑ 45 ⓒ 60 ⓓ 90 **ক**

ব্যাখ্যা: OA রেখার ঢাল $\tan\theta_1 = \frac{\sqrt{3}-0}{3-0} = \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}.\sqrt{3}}$
$= \frac{1}{\sqrt{3}} = \tan 30° \therefore \theta_1 = 30°.$

৩৩. AB রেখা x অক্ষের সাথে কত ডিগ্রি কোণ তৈরি করে? (মধ্যম)
ⓐ 30 ⓑ 45 ⓒ 60 ⓓ 90 **গ**

ব্যাখ্যা: $\tan\theta_2 = \frac{\sqrt{3}-0}{3-2} = \frac{\sqrt{3}}{1} = \sqrt{3} = \tan 60°$
$\therefore \theta_2 = 60°.$

৩৪. ∠OAB = কত ডিগ্রি? (কঠিন)
ⓐ 30 ⓑ 45 ⓒ 60 ⓓ 90 **ক**

ব্যাখ্যা: আমরা জানি, একটি ত্রিভুজের যেকোনো বহিঃস্থ কোণ তার অন্তঃস্থ বিপরীত কোণদ্বয়ের সমষ্টির সমান।
$\therefore \angle AOB + \angle OAB = \angle ABX$
বা, $\theta_1 + \angle OAB = \theta_2$ বা, $\angle OAB = \theta_2 - \theta_1$
বা, $\angle OAB = 60° - 30° = 30°$ $\therefore \angle OAB = 30°.$

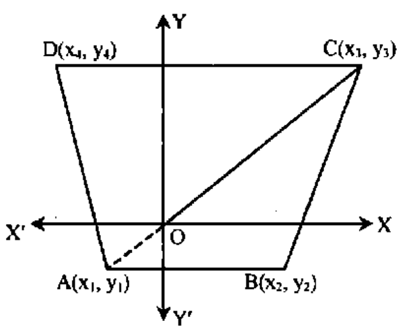
শ্রেণির কাজের ওপর সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

প্রশ্ন ▶ ১ একটি চতুর্ভুজের চারটি শীর্ষ বিন্দু যথাক্রমে $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$ এবং $D(x_4, y_4)$। A, B, C ও D ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিক অনুসারে আছে। *◀ কাজ; পৃষ্ঠা-২৪২*

ক. XY তলে ABCD চতুর্ভুজের একটি আনুমানিক চিত্র অঙ্কন কর। ২
খ. চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয়ের সাধারণ সূত্রটি প্রতিপাদন কর। ৪
গ. চতুর্ভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয়ের পদ্ধতির সাহায্যে ষড়ভুজ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয়ের সূত্র প্রতিপাদন কর। ৪

১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক



XY তলে $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$ ও $D(x_4, y_4)$ বিন্দু চারটি বসিয়ে ABCD চতুর্ভুজটির একটি আনুমানিক চিত্র অঙ্কন করা হলো এবং A ও C যোগ করা হলো।

খ AC কর্ণ ABCD চতুর্ভুজটিকে ABC ও ACD দুইটি ত্রিভুজে বিভক্ত করে।

∴ চতুর্ভুজক্ষেত্র ABCD এর ক্ষেত্রফল = ত্রিভুজক্ষেত্র ABC এর ক্ষেত্রফল + ত্রিভুজক্ষেত্র ACD এর ক্ষেত্রফল

$= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_1 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_1 \end{vmatrix} + \frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & x_3 & x_4 & x_1 \\ y_1 & y_3 & y_4 & y_1 \end{vmatrix}$

$= \frac{1}{2}(x_1y_2 + x_2y_3 + x_3y_1 - x_2y_1 - x_3y_2 - x_1y_3)$

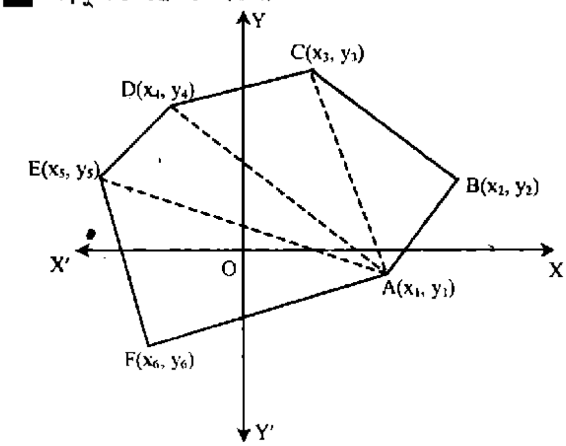
$+ \frac{1}{2}(x_1y_3 + x_3y_4 + x_4y_1 - x_3y_1 - x_4y_3 - x_1y_4)$

$= \frac{1}{2}(x_1y_2 + x_2y_3 + x_3y_4 + x_4y_1 - x_2y_1 - x_3y_2 - x_4y_3 - x_1y_4)$

$= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_1 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_4 & y_1 \end{vmatrix}$

সুতরাং চতুর্ভুজক্ষেত্র ABCD এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_1 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_4 & y_1 \end{vmatrix}$

গ ষড়ভুজ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল:



চিত্রে, ABCDEF একটি ষড়ভুজ। ষড়ভুজটির ছয়টি শীর্ষ যথাক্রমে $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$, $D(x_4, y_4)$, $E(x_5, y_5)$ ও $F(x_6, y_6)$ এবং A, B, C, D, E ও F কে ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিক অনুসারে সাজানো হয়েছে।

এখন ষড়ভুজ ক্ষেত্র ABCDEF এর ক্ষেত্রফল = ত্রিভুজক্ষেত্র ABC এর ক্ষেত্রফল + ত্রিভুজক্ষেত্র ACD এর ক্ষেত্রফল + ত্রিভুজ ক্ষেত্র ADE এর ক্ষেত্রফল + ত্রিভুজক্ষেত্র AEF এর ক্ষেত্রফল

$= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_1 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_1 \end{vmatrix} + \frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & x_3 & x_4 & x_1 \\ y_1 & y_3 & y_4 & y_1 \end{vmatrix}$
$+ \frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & x_4 & x_5 & x_1 \\ y_1 & y_4 & y_5 & y_1 \end{vmatrix} + \frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & x_5 & x_6 & x_1 \\ y_1 & y_5 & y_6 & y_1 \end{vmatrix}$

$= \frac{1}{2}(x_1y_2 + x_2y_3 + x_3y_1 - x_2y_1 - x_3y_2 - x_1y_3)$

$+ \frac{1}{2}(x_1y_3 + x_3y_4 + x_4y_1 - x_3y_1 - x_4y_3 - x_1y_4)$

$+ \frac{1}{2}(x_1y_4 + x_4y_5 + x_5y_1 - x_4y_1 - x_5y_4 - x_1y_5)$

$+ \frac{1}{2}(x_1y_5 + x_5y_6 + x_6y_1 - x_5y_1 - x_6y_5 - x_1y_6)$

$+ \frac{1}{2}(x_1y_2 + x_2y_3 + x_3y_4 - x_4y_5 - x_5y_6 - x_6y_1 - x_2y_1 - x_3y_2 - x_4y_3 - x_5y_4 - x_6y_5 - x_1y_6)$

$= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 & x_6 & x_1 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_4 & y_5 & y_6 & y_1 \end{vmatrix}$ **Ans.**

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত আরও সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

প্রশ্ন ▶২ A(1,3), B(5, 0) C(2, –4), D(–2, –1) **একই সমতলে অবস্থিত চারটি বিন্দু।**

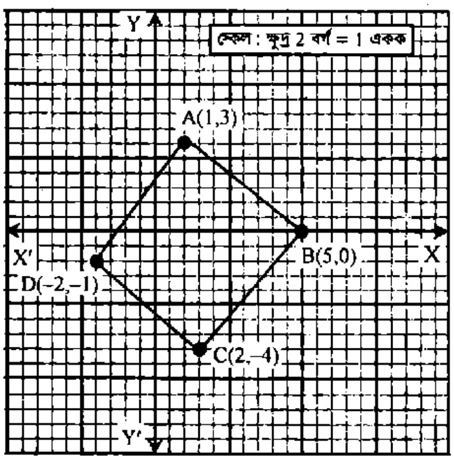
ক. xy সমতলে বিন্দুগুলো স্থাপন করে ABCD চতুর্ভুজ গঠন কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, ABCD একটি বর্গক্ষেত্র। ৪

গ. ত্রিভুজের পরিসীমার সূত্র ব্যবহার করে ABCD এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। (তিন দশমিক স্থান পর্যন্ত) ৪

২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক



xy সমতলে বিন্দুগুলো স্থাপন করে ABCD চতুর্ভুজ গঠন করা হলো।

খ ABCD চতুর্ভুজে A (1, 3), B (5, 0), C (2, –4), D (–2, –1)

এখানে,

$AB = \sqrt{(5-1)^2 + (0-3)^2} = \sqrt{4^2 + 3^2}$

$= \sqrt{16 + 9} = \sqrt{25} = 5$ একক

$BC = \sqrt{(2-5)^2 + (-4-0)^2} = \sqrt{(-3)^2 + (-4)^2}$

$= \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5$ একক

$CD = \sqrt{(-2-2)^2 + (-1+4)^2} = \sqrt{(-4)^2 + 3^2}$

$= \sqrt{16 + 9} = \sqrt{25} = 5$ একক

$AD = \sqrt{(-2-1)^2 + (-1-3)^2} = \sqrt{(-3)^2 + (-4)^2}$

$= \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5$ একক

$AC = \sqrt{(2-1)^2 + (-4-3)^2} = \sqrt{1^2 + (-7)^2}$

$= \sqrt{1 + 49} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$ একক

এবং $BD = \sqrt{(5+2)^2 + (0+1)^2}$

$= \sqrt{49 + 1} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$ একক

ABCD চতুর্ভুজে AB = BC = CD = AD এবং কর্ণ AC = কর্ণ BD

∴ ABCD একটি বর্গক্ষেত্র। **(দেখানো হলো)**

গ 'খ' হতে পাই, ΔABC-এ AB = 5 একক, BC = 5 একক, AC $= 5\sqrt{2} = 7.071$

$\therefore s = \frac{1}{2}(5 + 5 + 7.071) = 8.5355 = 8.536$

∴ ΔABC এর ক্ষেত্রফল $= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

$= \sqrt{8.536(8.536 - 7.071)(8.536 - 5) - (8.5365 - 5)}$

$= \sqrt{8.536 \times 1.465 \times 3.536 \times 3.536}$

$= 12.50423$

= 12.504 বর্গ একক **(তিন দশমিক স্থান পর্যন্ত)**

∴ চতুর্ভুজক্ষেত্র ABCD -এর ক্ষেত্রফল = 2 × ΔABC-এর ক্ষেত্রফল

= 2 × 12.504 = 25.008 বর্গ একক

[∵ AC কর্ণ চতুর্ভুজটিকে সমান দুইভাগে বিভক্ত করে]

প্রশ্ন ▶৩ এক ব্যক্তির চতুর্ভুজাকৃতির বিশাল এক জমি রয়েছে। তিনি সিদ্ধান্ত নিলেন যে, জমিটিকে কাটাতারের বেড়া দিয়ে আবদ্ধ করবেন এবং একটি কর্ণ বরাবর দুই ভাগ করে দুই পাশে একই সাথে ধান ও গম চাষ করবেন। জমি মাপযোগ করার জন্য তিনি একজন গণিতবিদ নিয়োগ করলেন যিনি সমগ্র জমিটিকে একটি গ্রাফ পেপারে স্থাপন করে চারটি শীর্ষবিন্দু A(–1, 0), B(2, –2), C(3, 2) এবং D(1, 5) পেলেন। গণিতবিদ সব দৈর্ঘ্য মিটারে মেপেছিল।

ক. কোন কর্ণ বরাবর বেড়া দিলে খরচ সর্বনিম্ন হবে? ২

খ. কাজটি করার জন্য সর্বনিম্ন খরচ কত মিটার দৈর্ঘ্যের বেড়া দিতে হবে? ৪

গ. ধান ও গম চাষের জন্য দ্বিখণ্ডিত জমিটির ক্ষেত্রফল কত হবে? সমগ্র জমিটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক AC বরাবর বেড়ার দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(-1-3)^2 + (0-2)^2}$

$= \sqrt{(-4)^2 + (-2)^2}$

$= \sqrt{16 + 4}$

$= \sqrt{20}$

= 4.47 মিটার

BD বরাবর বেড়ার দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(2-1)^2 + (-2-5)^2}$

$= \sqrt{(1)^2 + (-7)^2}$

$= \sqrt{1 + 49}$

$= \sqrt{50} = 7.07 =$ মিটার

∴ AC বরাবর বেড়া দিলে খরচ সর্বনিম্ন হবে।

খ AB বরাবর বেড়ার দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(-1-2)^2 + (0+2)^2}$

$= \sqrt{(-3)^2 + (2)^2}$

$= \sqrt{9 + 4}$

$= \sqrt{13} = 3.61$ মিটার

BC বরাবর বেড়ার দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(2-3)^2 + (-2-2)^2}$

$= \sqrt{(-1)^2 + (-4)^2}$

$= \sqrt{1 + 16} = \sqrt{17} = 4.12$ মিটার

CD বরাবর বেড়ার দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(3-1)^2 + (2-5)^2}$

$= \sqrt{(2)^2 + (-3)^2}$

$= \sqrt{4 + 9} = \sqrt{13} = 3.61$ মিটার

AD বরাবর বেড়ার দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(-1-1)^2 + (0-5)^2}$

$= \sqrt{(-2)^2 + (-5)^2}$

$= \sqrt{4 + 25} = \sqrt{29} = 5.38$ মিটার

মোট বেড়া বানাতে হবে = চার বাহুর দৈর্ঘ্য + AC কর্ণ

= (3.61 + 4.12 + 3.61 + 5.38 + 4.47) মিটার

= 21.19 মিটার

গ ধান চাষের জন্য জমির ক্ষেত্রফল = ΔACB এর ক্ষেত্রফল

$= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} -1 & 3 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & -2 & 0 \end{vmatrix}$

$= \left|\frac{1}{2}\{((-1)\times 2 + 3\times(-2) + 2\times 0) - (0\times 3 + 2\times 2 + (-2)\times(-1))\}\right|$

$= \left|\frac{1}{2}\{(-2 - 6 + 0) - (0 + 4 + 2)\}\right|$

$= \left|\frac{1}{2}(-8 - 6)\right|$

$= \left|-\frac{14}{2}\right| = 7$ বর্গমিটার

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

গম চাষের জন্য জমির ক্ষেত্রফল = ΔACD এর ক্ষেত্রফল

$= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} -1 & 3 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & 5 & 0 \end{vmatrix}$

$= \left|\frac{1}{2}\{((-1)\times 2+3\times 5+1\times 0)-(0\times 3+2\times 1+5\times(-1))\}\right|$

$= \left|\frac{1}{2}\{(-2+15+0)-(0+2-5)\}\right|$

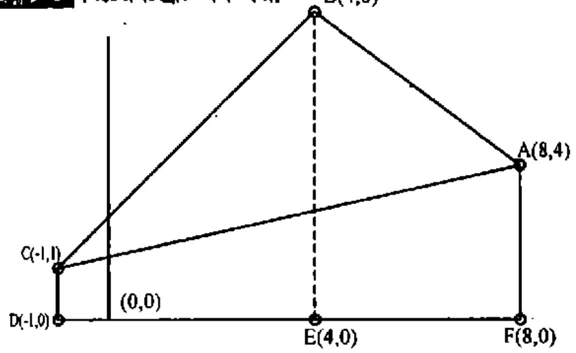
$= \left|\frac{1}{2}(13+3)\right|$

$= \left|-\frac{16}{2}\right| = 8$ বর্গমিটার

সমগ্র জমির ক্ষেত্রফল = $(7+8)$ বর্গমিটার

$= 15$ বর্গমিটার

প্রশ্ন ▶ ৪ নিচের চিত্রটি লক্ষ কর:



ক. AFDC ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ২

খ. শীর্ষ বিন্দুগুলোর স্থানাঙ্কের সাহায্যে ΔABC এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

গ. দুটি ট্রাপিজিয়ামের সাহায্যে ABCDEF অংশের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করে এর সাহায্যে ΔABC এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর এবং শুদ্ধতা যাচাই কর। ৪

৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক AF রেখার দৈর্ঘ্য = 4

CD রেখার দৈর্ঘ্য = 1

DF রেখার দৈর্ঘ্য = $1+8=9$

AFDC ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}\times(4+1)\times 9 = \frac{45}{2}$ বর্গ একক

খ ΔABC এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} 8 & 4 & -1 & 8 \\ 4 & 8 & 1 & 4 \end{vmatrix}$

$= \frac{1}{2}(64+4-4-16+8-8)$

$= \frac{1}{2}\times 48$

$= 24$ বর্গ একক।

গ CD রেখার দৈর্ঘ্য = 1

BE রেখার দৈর্ঘ্য = 8

DE রেখার দৈর্ঘ্য = $1+4=5$

BEDC ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}\times(1+8)\times 5 = \frac{45}{2}$ বর্গ একক

আবার, BE রেখার দৈর্ঘ্য = 8

AF রেখার দৈর্ঘ্য = 4

EF রেখার দৈর্ঘ্য = $8-4=4$

ABEF ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}\times(8+4)\times 4 = 24$ বর্গ একক

ΔABC এর ক্ষেত্রফল = ABCDEF অংশের ক্ষেত্রফল− AFDC ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল

= BEDC ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল + ABEF ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল − AFDC ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল

$= \frac{45}{2}+24-\frac{45}{2} = 24$ বর্গ একক।

প্রশ্ন ▶ ৫ A (−2,1), B (10, 6), C (a, −6) একটি ত্রিভুজের তিনটি শীর্ষবিন্দু।

ক. AB বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। BC বাহুর দৈর্ঘ্যকে a এর মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২

খ. AB = BC হলে, a এর সম্ভাব্য মান সমূহ নির্ণয় কর। a এর বৃহত্তম মান ব্যবহার করে সাধারণ সূত্র দ্বারা ΔABC এর ক্ষেত্রফল বের কর। ৪

গ. a এর ক্ষুদ্রতম মানের জন্য ΔABC এর বৈশিষ্ট্য লিখ। পরিসীমার সাহায্যে ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক এখানে, A (−2,1), B (10, 6), C (a, −6)

$AB = \sqrt{\{10-(-2)\}^2+(6-1)^2}$

$= \sqrt{12^2+5^2} = \sqrt{169} = 13$ একক

$BC = \sqrt{(a-10)^2+(-6-6)^2} = \sqrt{a^2-20a+100+144}$

$= \sqrt{a^2-20a+244}$ একক

খ দেওয়া আছে,

AB = BC

$\therefore 13 = \sqrt{a^2-20a+244}$; ['ক' হতে]

বা, $169 = a^2-20a+244$

বা, $a^2-20a+75=0$

বা, $a^2-5a-15a+75=0$

বা, $a(a-5)-15(a-5)=0$

বা, $(a-5)(a-15)=0$

$\therefore a = 5$ বা, 15

a এর বৃহত্তম মান = 15

Δ ABC এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} -2 & 15 & 10 & -2 \\ 1 & -6 & 6 & 1 \end{vmatrix}$

$= \frac{1}{2}(12+90-10-15+60+2)$

$= \frac{1}{2}\times(169)$

$= \frac{169}{2}$ বর্গ একক

গ a এর ক্ষুদ্রতম মান = 5

$\therefore$ A (−2, 1), B (10, 6), C (5, −6)

AB = 13 একক ; ['ক' হতে]

$BC = \sqrt{(10-5)^2+(6+6)^2} = \sqrt{25+144} = 13$ একক

এখানে, AB = BC ∴ ΔABC সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ

$s = \frac{a+b+c}{2} = \frac{13+7\sqrt{2}+13}{2} = \frac{26+7\sqrt{2}}{2} = 17.95$

$\therefore$ ΔABC এর ক্ষেত্রফল $= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

$= \sqrt{17.95\times(17.95-13)\times(17.95-7\sqrt{2})\times(17.95-13)}$

$= \sqrt{17.95\times 4.95\times 8.05\times 4.95}$

$= 59.503$ বর্গ একক

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

প্রশ্ন ▶ ৬ **সমতলে তিনটি বিন্দু যথাক্রমে A (a, a + 1), B (– 6, –3) এবং C(5, –1)**

ক. AB ও AC এর দৈর্ঘ্য a এর মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২

খ. AB = 2AC হলে a এর সম্ভাব্য মান নির্ণয় কর। a এর ক্ষুদ্রতম মানের জন্য ΔABC এর ক্ষেত্রফল সাধারণ সূত্রের মাধ্যমে বের কর। ৪

গ. A, B, C বিন্দু তিনটি অপর একটি বিন্দু D (–1, –6)-এর সাথে যে চতুর্ভুজ গঠন করে xy সমতলে তার চিত্র আঁক। চতুর্ভুজটি ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো। [a এর ক্ষুদ্রতম মান ব্যবহার করে] ৪

৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক এখানে, A (a, a + 1), B (–6, –3), C (5, –1)

$\therefore AB = \sqrt{(-6-a)^2 + (-3-a-1)^2} = \sqrt{(a+6)^2 + (a+4)^2}$

$= \sqrt{a^2 + 12a + 36 + a^2 + 8a + 16} = \sqrt{2a^2 + 20a + 52}$ একক

$AC = \sqrt{(a-5)^2 + (a+1+1)^2} = \sqrt{(a-5)^2 + (a+2)^2}$

$= \sqrt{a^2 - 10a + 25 + a^2 + 4a + 4} = \sqrt{2a^2 - 6a + 29}$ একক

খ দেওয়া আছে,

$AB = 2AC$

বা, $\sqrt{2a^2 + 20a + 52} = 2\sqrt{2a^2 - 6a + 29}$

বা, $2a^2 + 20a + 52 = 4(2a^2 - 6a + 29)$

বা, $2a^2 + 20a + 52 = 8a^2 - 24a + 116$

বা, $6a^2 - 44a + 64 = 0$

বা, $3a^2 - 22a + 32 = 0$

বা, $3a^2 - 6a - 16a + 32 = 0$

বা, $3a(a-2) - 16(a-2) = 0$

বা, $(a-2)(3a-16) = 0$

$\therefore a = 2$, অথবা, $a = \frac{16}{3}$

a এর ক্ষুদ্রতম মান = 2

∵ ΔABC-এ A (2, 3), B (–6, –3), C(5, –1)

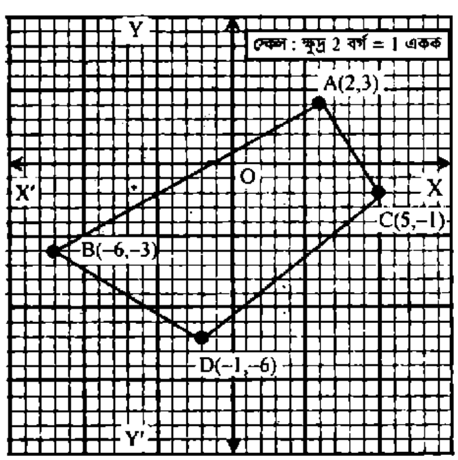
$\therefore$ ΔABC এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} 2 & -6 & 5 & 2 \\ 3 & -3 & -1 & 3 \end{vmatrix}$

$= \frac{1}{2}\{-6 + 6 + 15 - (-18) - (-15) - (-2)\}$

$= \frac{1}{2}(15 + 18 + 15 + 2)$

$= \frac{50}{2} = 25$ বর্গ একক।

গ



xy সমতলে চতুর্ভুজটি গঠন করা হলো।

চিত্রঅনুসারে গঠিত চতুর্ভুজ DCAB

যেখানে D(–1, –6), C (5, –1), A (2, 3), B (–6, –3)

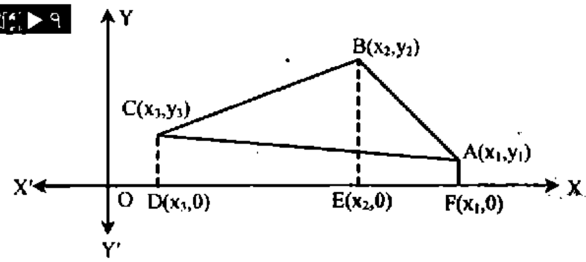
চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} -1 & 5 & 2 & -6 & -1 \\ -6 & -1 & 3 & -3 & -6 \end{vmatrix}$

$= \frac{1}{2}\{1 + 15 + (-6) + 36 - (-30) - (-2) - (-18) - 3)\}$

$= \frac{1}{2}(1 + 15 - 6 + 36 + 30 + 2 + 18 - 3)$

$= \frac{93}{2} = 46.5$ বর্গ একক (Ans.)

প্রশ্ন ▶ ৭



ক. চিত্র থেকে ΔABC এর ক্ষেত্রফল ট্রাপিজিয়াম গুলোর ক্ষেত্রফলের সাহায্যে প্রকাশ কর। ২

খ. চিত্র C হতে ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয়ের নির্ণায়কের সূত্রটি প্রতিপাদন কর। ৪

গ. যদি A (5, 2), B (1, 6) এবং C (–2, –3) যথাক্রমে ΔABC-এর শীর্ষবিন্দু হয় তাহলে ΔABC এর ক্ষেত্রফল নির্ণায়ক পদ্ধতির সাহায্যে নির্ণয় কর। ৪

৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক ধরি, $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ এবং $C(x_3, y_3)$ ত্রিভুজ ABC -এর তিনটি শীর্ষবিন্দু। চিত্র হতে আমরা পাই, বহুভুজ ABCDEF -এর ক্ষেত্রফল = ত্রিভুজক্ষেত্র ABC-এর ক্ষেত্রফল + ট্রাপিজিয়াম ক্ষেত্র ACDF-এর ক্ষেত্রফল

= ট্রাপিজিয়াম ক্ষেত্র ABEF -এর ক্ষেত্রফল + ট্রাপিজিয়ামক্ষেত্র BCDE-এর ক্ষেত্রফল।

সুতরাং আমরা পাই,

ত্রিভুজক্ষেত্র ABC-এর ক্ষেত্রফল = ট্রাপিজিয়ামক্ষেত্র ABEF-এর ক্ষেত্রফল + ট্রাপিজিয়ামক্ষেত্র BCDE এর ক্ষেত্রফল – ট্রাপিয়াজমক্ষেত্র ACDF-এর ক্ষেত্রফল। **(দেখানো হলো)**

খ 'ক' হতে পাই,

ত্রিভুজক্ষেত্র ABC এর ক্ষেত্রফল = ট্রাপিজিয়াম ক্ষেত্র ABEF-এর ক্ষেত্রফল + ট্রাপিজিয়াম ক্ষেত্র BCDE এর ক্ষেত্রফল – ট্রাপিজিয়ামক্ষেত্র ACDF -এর ক্ষেত্রফল

$\therefore$ ত্রিভুজক্ষেত্র ABC-এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}(BE + AF) \times EF + \frac{1}{2} \times (CD + BE) \times DE - \frac{1}{2} \times (CD + AF) \times DF$

$= \frac{1}{2}(y_2 + y_1)(x_1 - x_2) + \frac{1}{2}(y_3 + y_2)(x_2 - x_3) - \frac{1}{2}(y_3 + y_1)(x_1 - x_3)$

$= \frac{1}{2}(x_1y_2 + x_1y_1 - x_2y_2 - x_2y_1 + x_2y_3 + x_2y_2 - x_3y_3 - x_3y_2 - x_1y_3 - x_1y_1 + x_3y_3 + x_3y_1)$

$= \frac{1}{2}(x_1y_2 + x_2y_3 + x_3y_1 - x_2y_1 - x_3y_2 - x_1y_3)$

$= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_1 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_1 \end{vmatrix}$

$\therefore$ ΔABC -এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_1 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_1 \end{vmatrix}$

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

গ ΔABC -এর শীর্ষবিন্দুগুলো যথাক্রমে, A(5, 2), B(1, 6), C(–2, –3),

$\therefore \Delta ABC$ -এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} 5 & 1 & -2 & 5 \\ 2 & 6 & -3 & 2 \end{vmatrix}$

$= \frac{1}{2}\{30 + (-3) + (-4) - 2 - (-12) - (-15)\}$

$= \frac{1}{2}(30 - 3 - 4 - 2 + 12 + 15) = \frac{1}{2}(48) = 24$

$\therefore \Delta ABC$ -এর ক্ষেত্রফল = 24 বর্গ একক

প্রশ্ন ▶ ৮ একটি চতুর্ভুজের শীর্ষবিন্দুগুলোর স্থানাঙ্ক যথাক্রমে A(4, –6), B(6, –2), C(4, 0) এবং D(–2, 2)।

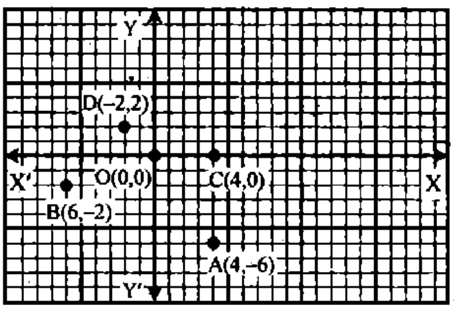
ক. A, B, C, D বিন্দুগুলোকে একটি ছক কাগজে স্থাপন কর। ২

খ. ABCD চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

গ. ABCD চতুর্ভুজের বাইরে একটি বিন্দু (x, – 2) হলে x-এর মান কত? [ABCDE পঞ্চভুজের ক্ষেত্রফল 28 বর্গ একক] ৪

৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক বিন্দুগুলোকে ছক কাগজে দেখানো হলো:



খ বিন্দুগুলোকে ঘড়ির কাটার বিপরীত দিকে বিবেচনা করে,

ABCD চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} 4 & 6 & 4 & -2 & 4 \\ -6 & -2 & 0 & 2 & -6 \end{vmatrix}$

$= \left|\frac{1}{2}\{(-8 + 0 + 8 + 12) - (-36 - 8 + 0 + 8)\}\right|$

$= \left|\frac{1}{2}(12 + 36)\right|$

$= \frac{48}{2} = 24$ বর্গ একক

গ পঞ্চভুজের ক্ষেত্রফল = 28 বর্গ একক

সুতরাং, ΔADE এর ক্ষেত্রফল = (28 – 24) বর্গ একক = 4 বর্গ একক

বিন্দুগুলোকে ঘড়ির কাটার বিপরীত দিকে বিবেচনা করে,

ΔADE এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} 4 & -2 & x & 4 \\ -6 & 2 & -2 & -6 \end{vmatrix}$

$= \left|\frac{1}{2}\{(8 + 4 - 6x) - (12 + 2x - 8)\}\right|$

$= \left|\frac{1}{2}(12 - 6x - 4 - 2x)\right| = \left|\frac{1}{2}(8 - 8x)\right| = |4 - 4x|$

শর্তমতে, $4 - 4x = 4$

বা, $4x = 0$

$\therefore x = 0$

প্রশ্ন ▶ ৯ A (–2, 0), B (5, 1) ও C (1, 4) যথাক্রমে ΔABC–এর শীর্ষবিন্দু।

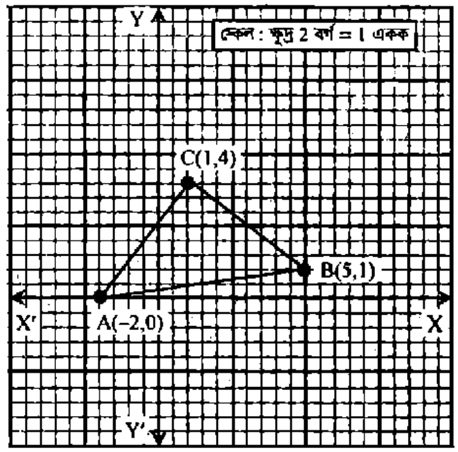
ক. xy সমতলে বিন্দুগুলো স্থাপন করে ΔABC অঙ্কন কর। ২

খ. AB, BC এবং CA বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ত্রিভুজটির বৈশিষ্ট্য নির্ণয় কর। ৪

গ. ত্রিভুজটির পরিসীমা ও ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

৯ নং প্রশ্নের সমাধান

ক xy সমতলে A(–2, 0), B(5, 1) ও C(1, 4) বিন্দুগুলো স্থাপন করে ΔABC গঠন করা হলো।



খ A (–2, 0) ও B (5, 1) বিন্দুদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব,

$AB = \sqrt{(5+2)^2 + (1-0)^2} = \sqrt{49 + 1} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$ একক

B(5,1) ও C(1, 4) বিন্দুদ্বয়ের মধ্যবর্তী

দূরত্ব $BC = \sqrt{(1-5)^2 + (4-1)^2} = \sqrt{16 + 9} = \sqrt{25} = 5$ একক

আবার C (1, 4) ও A (–2, 0) বিন্দুদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব

$CA = \sqrt{(-2-1)^2 + (0-4)^2} = \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5$ একক

সুতরাং আমরা পাই, $BC = CA \neq AB$

আবার, $BC^2 + CA^2 = 5^2 + 5^2 = 50 = AB^2$

অতএব ABC সমকোণী সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ।

গ ত্রিভুজের পরিসীমা, $2s = (AB + BC + CA)$

$= 5\sqrt{2} + 5 + 5$

$= 5\sqrt{2} + 10 = 17.07$ বর্গ একক

$\therefore$ ত্রিভুজের পরিসীমা = 17.07 একক

$\therefore s = \frac{17.07}{2} = 8.54$

ধরি, AB = a, BC = b এবং CA = c

$\therefore$ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

$= \sqrt{8.54(8.54 - 5\sqrt{2})(8.54 - 5)(8.54 - 5)}$

$= \sqrt{8.54 \times 1.47 \times 3.54 \times 3.54}$

$= \sqrt{157.319} = 12.543$ বর্গ একক

$\therefore$ ΔABC-এর ক্ষেত্রফল = 12.543 বর্গ একক।

প্রশ্ন ▶ ১০ ABCD চতুর্ভুজের শীর্ষবিন্দু চারটি যথাক্রমে A (0, –1), B (–2, 3), C(6, 7) এবং D (8, a)

ক. নির্ণায়ক পদ্ধতির সাহায্যে ΔABC এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ২

খ. ABCD চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল 40 বর্গ একক হলে a এর মান কত? (a পূর্ণ সংখ্যা) ৪

গ. ABCD চতুর্ভুজটি কোন ধরনের? এর সপক্ষে যুক্তি দেখাও। ৪

১০ নং প্রশ্নের সমাধান

ক ΔABC-এ A(0, –1), B(–2, 3), C(6, 7)

$\therefore$ ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} 0 & -2 & 6 & 0 \\ -1 & 3 & 7 & -1 \end{vmatrix}$

$= \frac{1}{2}\{0 + (-14) + (-6) - 2 - 18 - 0\}$

$= \frac{1}{2}(-20 - 20)$

$= -20$

= 20 বর্গ একক (ঋণাত্মক চিহ্ন বর্জন করে)

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

খ দেওয়া আছে, ABCD চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল = 40 বর্গ একক

$\therefore \frac{1}{2}\begin{vmatrix} 0 & -2 & 6 & 8 & 0 \\ -1 & 3 & 7 & a & -1 \end{vmatrix} = \pm 40$

বা, $0 - 14 + 6a - 8 - 2 - 18 - 56 - 0 = \pm 80$

বা, $6a - 98 = \pm 80$

বা, $6a = \pm 80 + 98 = 18$ বা, 178

$\therefore a = 3$ বা, $\frac{89}{3}$

$\therefore a = 3$; [$\because$ a পূর্ণ সংখ্যা]

গ ABCD চতুর্ভুজে A (0, –1), B (–2, 3), C (6, 7), D (8, 3)

$AB = \sqrt{(-2-0)^2 + (3+1)^2} = \sqrt{4+16} = 2\sqrt{5}$ একক

$BC = \sqrt{(6+2)^2 + (7-3)^2} = \sqrt{64+16} = 4\sqrt{5}$ একক

$CD = \sqrt{(8-6)^2 + (3-7)^2} = \sqrt{4+16} = 2\sqrt{5}$ একক

$AD = \sqrt{(8-0)^2 + (3+1)^2} = \sqrt{64+16} = 4\sqrt{5}$ একক

এবং $AC = \sqrt{(6-0)^2 + (7+1)^2} = \sqrt{36+64} = 10$ একক

এখন, $AB^2 + BC^2 = (2\sqrt{5})^2 + (4\sqrt{5})^2$

$= 20 + 80$

$= 100$

$= (10)^2$

$\therefore AB^2 + BC^2 = AC^2$

পিথাগোরাসের বিপরীত প্রতিজ্ঞা অনুসারে $\angle B = 90°$

ABCD চতুর্ভুজে AB = CD, BC = AD এবং $\angle B = 90°$

$\therefore$ ABCD একটি আয়তক্ষেত্র।

প্রশ্ন ▶ ১১ একটি চতুর্ভুজের চারটি শীর্ষ A(3, 4), B(–4, 2), C(6, –1), D(p, 3)

ক. নির্ণায়ক ব্যবহার করে ABCD চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল p এর মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২

খ. পরিসীমার সূত্র ব্যবহার করে ΔABC এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

গ. ABCD চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল ΔABC এর ক্ষেত্রফলের দ্বিগুণ হলে p এর মান নির্ণয় কর। ৪

১১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক ABCD চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} 3 & -4 & 6 & p & 3 \\ 4 & 2 & -1 & 3 & 4 \end{vmatrix}$

$= \frac{1}{2}\{6 + 4 + 18 + 4p - (-16) - 12 - (-p) - 9\}$

$= \frac{1}{2}(23 + 5p)$ বর্গ একক

খ ΔABC-এ A (3, 4), B (–4, 2), C (6, –1)

$AB = \sqrt{(-4-3)^2 + (2-4)^2} = \sqrt{(-7)^2 + (-2)^2}$

$= \sqrt{49+4} = \sqrt{53}$ একক

$BC = \sqrt{\{6-(-4)\} + (-1-2)^2}$

$= \sqrt{10^2 + (-3)^2} = \sqrt{100+9} = \sqrt{109}$ একক

$AC = \sqrt{(6-3)^2 + (-1-4)^2} = \sqrt{3^2 + (-5)^2}$

$= \sqrt{9+25} = \sqrt{34}$ একক

$\therefore s = \frac{\sqrt{53} + \sqrt{109} + \sqrt{34}}{2}$

$= \frac{23.551}{2}$

$= 11.776$ একক

$\therefore$ ক্ষেত্রফল $= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

$= \sqrt{11.776(11.776 - \sqrt{109})(11.776 - \sqrt{34})(11.776 - \sqrt{53})}$

$= \sqrt{11.776 \times 1.336 \times 5.945 \times 4.496}$

$= \sqrt{420.51589}$

$= 20.506$ বর্গ একক

$\therefore \Delta ABC$ এর ক্ষেত্রফল = 20.5 বর্গ একক

গ 'ক' হতে পাই,

ABCD চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}(23 + 5p)$ বর্গ একক

প্রশ্নমতে, $\frac{1}{2}(23 + 5p) = 2 \times 20.5$

বা, $23 + 5p = 82$

বা, $5p = 82 - 23$

বা, $p = \frac{59}{5}$

$\therefore p = 11.8$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ১২ একটি পঞ্চভুজের শীর্ষ পাঁচটি যথাক্রমে **(1, 4), (–3, 3), (1, –2), (4, 0) এবং (7, 2)।**

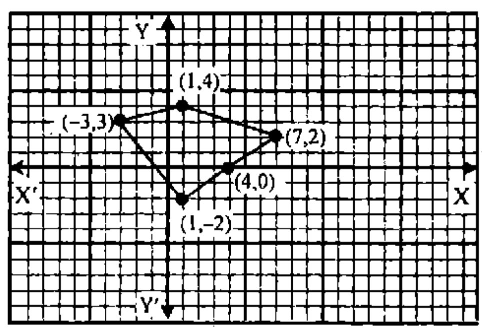
ক. একটি গ্রাফ পেপারে পঞ্চভুজটি অঙ্কন কর। ২

খ. বিন্দুগুলো ঘড়ির কাটার বিপরীত দিকে বিবেচনা করে ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

গ. n-ভুজ বিশিষ্ট একটি বহুভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। [ধরে নাও, শীর্ষবিন্দুগুলো যথাক্রমে $(x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3), \ldots\ldots, (x_n, y_n)$]. ৪

১২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক বিন্দুগুলোকে ছক কাগজে দেখানো হলো:



খ পঞ্চভুজটির শীর্ষবিন্দুগুলো হলো (1, 4), (–3, 3), (1, –2), (4; 0) এবং (7, 2)।

বিন্দুগুলোকে ঘড়ির কাটার বিপরীত দিকে বিবেচনা করে,

পঞ্চভুজটির ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} 1 & -3 & 1 & 4 & 7 & 1 \\ 4 & 3 & -2 & 0 & 2 & 4 \end{vmatrix}$

$= \left|\frac{1}{2}\{(3 + 6 + 0 + 8 + 28) - (-12 + 3 - 8 + 0 + 2)\}\right|$

$= \left|\frac{1}{2}(45 + 15)\right|$

$= \frac{60}{2}$

= 30 বর্গ একক **(Ans.)**

গ মনে করি, শীর্ষবিন্দুগুলো ঘড়ির কাটার বিপরীত দিকে আবর্তিত।

শীর্ষ বিন্দুগুলো হল– $(x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3), \ldots\ldots, (x_n, y_n)$

বহুভুজটির ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & \ldots\ldots & x_n & x_1 \\ y_1 & y_2 & y_3 & \ldots\ldots & y_n & y_1 \end{vmatrix}$

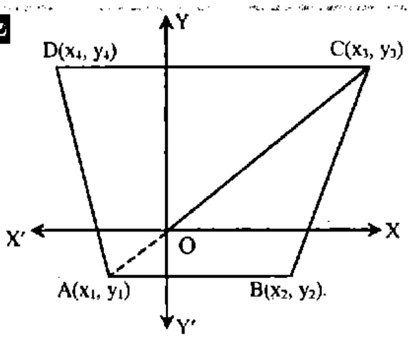
$= \frac{1}{2}[(x_1y_2 + x_2y_3 + \ldots\ldots x_ny_1) - (x_2y_1 + x_3y_2 + \ldots\ldots x_1y_n)]$

$= \frac{1}{2}\{(x_1y_2 - x_2y_1) + (x_2y_3 - x_3y_2) + \ldots + (x_ny_1 - x_1y_n)\}$ **(Ans.)**

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

প্রশ্ন ব্যাংক উত্তরসহ সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

প্রশ্ন ▶ ১৩



ক. উপরের চিত্র হতে ত্রিভুজক্ষেত্র ABC-এবং ত্রিভুজক্ষেত্র ACD এর ক্ষেত্রফল নির্ণয়ের নির্ণায়কের সূত্র দুটি লিখ। ২

খ. প্রমাণ কর যে, চতুর্ভুজ ক্ষেত্র ABCD-এর ক্ষেত্রফল $=\frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_1 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_4 & y_1 \end{vmatrix}$ ৪

গ. যদি A (1, 4), B (–4, 3), C (1, –2) এবং D (4, 0) একটি চতুর্ভুজের চারটি শীর্ষ বিন্দু হয় তবে খ-এর সূত্র ব্যবহার করে ABCD চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

উত্তর: ক. $\frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_1 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_1 \end{vmatrix}$ এবং $\frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & x_3 & x_4 & x_1 \\ y_1 & y_3 & y_4 & y_1 \end{vmatrix}$; **গ.** 24 বর্গ একক

প্রশ্ন ▶ ১৪ (2, 1), (6, 3), (2, – 3), (6, – 3) যথাক্রমে, A, B, C ও D বিন্দুগুলোর স্থানাঙ্ক এবং বিন্দুগুলো একই সমতলে অবস্থিত।

ক. বিন্দুগুলো x, y সমতলে স্থাপন কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, ABCD একটি বর্গক্ষেত্র। ৪

গ. ত্রিভুজের পরিসীমার সূত্র ব্যবহার করে ABCD-এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

উত্তর: গ. 16 বর্গ একক।

প্রশ্ন ▶ ১৫ তিনটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক যথাক্রমে A(– 2, 1), B (10, a) এবং C(5, – 6)।

ক. AB ও BC বাহুর দৈর্ঘ্য a এর মাধ্যমে নির্ণয় কর। ২

খ. AB = BC হলে a এর মান নির্ণয় কর। দেখাও যে, A, B, C বিন্দু তিনটি দিয়ে ত্রিভুজ গঠিত হয় উক্ত ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণায়ক পদ্ধতিতে নির্ণয় কর। ৪

গ. ΔABC-এর ক্ষেত্রফল পরিসীমার সাহায্যে নির্ণয় কর। ৪

উত্তর: ক. $\Delta AB = \sqrt{144 + (a - 1)^2}$ এবং $BC = \sqrt{25 + (6 + a)^2}$

খ. a = 6, ক্ষেত্রফল $= \frac{119}{2}$; **গ.** ক্ষেত্রফল $= \frac{119}{2}$

প্রশ্ন ▶ ১৬ দেওয়া আছে, 3x + 2y = 6. [যশোর সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়]

ক. প্রদত্ত রেখাটি অক্ষদ্বয়কে যে যে বিন্দুতে ছেদ করে তা নির্ণয় কর। ২

খ. অক্ষদ্বয়ের খন্ডিত অংশের পরিমাণ নির্ণয় কর এবং রেখাটি অক্ষদ্বয়ের সাথে যে ত্রিভুজ উৎপন্ন করে তার ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

গ. খ-তে যে ত্রিভুজ উৎপন্ন হয় সেই ত্রিভুজের প্রত্যেকটি বাহুর উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের যোগফল নির্ণয় কর। ৪

উত্তর: ক. x-অক্ষকে (2. 0) এবং y-অক্ষকে (0, 3);

খ. $\sqrt{13}$ একক, 3 বর্গ একক; **গ.** 26 বর্গ একক

REVISION

এ অংশে অধ্যায়ের গুরুত্বপূর্ণ তথ্য ও সূত্র, পরীক্ষার আগে যার উপর চোখ বুলিয়ে নেওয়া প্রয়োজন বা অবশ্যই মনে রাখতে হবে এমন বিষয়সমূহ একনজরে উল্লেখ করা হয়েছে। পরীক্ষার আগে এ বিষয়গুলো রিভিশন দিলে পরীক্ষায় নির্ভুলভাবে অঙ্ক সমাধান করতে পারবে।

- a, b, c ত্রিভুজের তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য হলে এবং s ত্রিভুজের অর্ধপরিসীমা হলে, ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \sqrt{s(s - a)(s - b)(s - c)}$ বর্গ একক; যেখানে $s = \frac{1}{2}(a + b + c)$ একক
- $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ এবং $C(x_3, y_3)$ ত্রিভুজের তিনটি শীর্ষবিন্দু হলে, ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}(x_1 y_2 + x_2 y_3 + x_3 y_1 - x_2 y_1 - x_3 y_2 - x_1 y_3)$ বর্গ একক।
$= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_1 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_1 \end{vmatrix}$ বর্গ একক
- $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$ এবং $D(x_4, y_4)$ চতুর্ভুজের শীর্ষবিন্দু হলে চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_1 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_4 & y_1 \end{vmatrix}$ বর্গ একক।

SUGGESTION

এখানে অধ্যায়টির অনুশীলনী, বহুনির্বাচনি ও সৃজনশীল প্রশ্নগুলো বিশ্লেষণ করে স্টার মার্কসহ সাজেশন দেওয়া হয়েছে। পরীক্ষার আগে অবশ্যই এ অঙ্কগুলো সমাধান করবে। তাহলে পরীক্ষায় যেকোনো অঙ্কের সমাধান সহজেই করতে পারবে।

সাজেশন | বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

	প্রশ্ন নম্বর
★★★	১, ২, ৫, ৭, ৮, ৯, ১৩, ১৪, ১৭, ২০, ২১, ২২, ২৩, ২৬, ২৭, ২৮, ২৯, ৩০, ৩১
★★	৬, ১০, ১১, ১২, ২৪, ২৫, ৩২, ৩৩, ৩৪

সাজেশন | সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

	প্রশ্ন নম্বর
★★★	২, ৩, ৬, ১০, ১১
★★	৫, ৮, ১২

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

অধ্যায়-১১

স্থানাঙ্ক জ্যামিতি

অনুশীলনী-১১.৩

অনুশীলনীটি পড়ে যা জানতে পারবে—

১. সরলরেখার ঢাল সম্পর্কে ধারণার ব্যাখ্যা।
২. সরলরেখার ঢাল নির্ণয়।

৭টি অনুশীলনীর প্রশ্ন।
৩৫টি বহুনির্বাচনি প্রশ্ন ■ ১৮টি সাধারণ বহুনির্বাচনি ■ ৮টি বহুপদী সমাপ্তিসূচক ■ ৯টি অভিন্ন তথ্যভিত্তিক
১১টি সৃজনশীল প্রশ্ন ■ ৯টি মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত ■ ২টি প্রশ্নব্যাংক

অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

১. নিম্নোক্ত প্রতিটি ক্ষেত্রে A ও B বিন্দুগামী সরলরেখার ঢাল নির্ণয় কর।

(ক) A(5, – 2) এবং B(2, 1)
(খ) A(3, 5) এবং B(–1, –1)
(গ) A(t, t) এবং B(t^2, t)
(ঘ) A(t, t + 1) এবং B(3t, 5t + 1)

সমাধান:

(ক) দেওয়া আছে, A (5, – 2) এবং B (2, 1)

$\therefore$ A ও B বিন্দুগামী সরলরেখার ঢাল $= \frac{\text{ওঠা}}{\text{হাঁটা}}$

$= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

$= \frac{1-(-2)}{2-5} = \frac{3}{-3}$

$= -1$ **(Ans.)**

(খ) দেওয়া আছে, A (3, 5) এবং B (–1, –1)

$\therefore$ A ও B বিন্দুগামী সরলরেখার ঢাল $= \frac{\text{ওঠা}}{\text{হাঁটা}} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

$= \frac{-1-5}{-1-3} = \frac{-6}{-4}$

$= \frac{3}{2}$ **(Ans.)**

(গ) দেওয়া আছে, A (t, t) এবং B (t^2, t)

$\therefore$ A ও B বিন্দুগামী সরলরেখার ঢাল $= \frac{\text{ওঠা}}{\text{হাঁটা}} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

$= \frac{t-t}{t^2-t} = 0$ **(Ans.)**

(ঘ) দেওয়া আছে, A (t, t + 1) ও B (3t, 5t + 1)

$\therefore$ A ও B বিন্দুগামী সরল রেখার ঢাল $= \frac{\text{ওঠা}}{\text{হাঁটা}}$

$= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

$= \frac{(5t+1)-(t+1)}{3t-t}$

$= \frac{4t}{2t} = 2$ **(Ans.)**

২. তিনটি ভিন্ন বিন্দু A(t, 1), B(2, 4) এবং C(1, t) সমরেখ হলে t এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান: দেওয়া আছে A (t, 1), B (2, 4) এবং C (1, t)

এখন, AB এর রেখার ঢাল $= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{4-1}{2-t} = \frac{3}{2-t}$

এবং BC রেখার ঢাল $= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{t-4}{1-2} = \frac{t-4}{-1} = 4 - t$

প্রশ্নানুসারে, A, B, C বিন্দু তিনটি সমরেখ।

$\therefore$ AB রেখার ঢাল = BC রেখার ঢাল

বা, $\frac{3}{2-t} = 4 - t$

বা, $(4 - t)(2 - t) = 3$

বা, $8 - 4t - 2t + t^2 = 3$

বা, $t^2 - 6t + 5 = 0$

বা, $t^2 - 5t - t + 5 = 0$

বা, $t(t-5) - 1(t-5) = 0$

বা, $(t-5)(t-1) = 0$

হয় $t - 5 = 0$ অথবা $t - 1 = 0$

$t - 1 \neq 0$ [কারণ A ও C বিন্দু একই বিন্দু হবে]

$\therefore t = 5$ **(Ans.)**

বিকল্প সমাধান:

যেহেতু A(t, 1), B(2, 4) এবং C(1, t) বিন্দুত্রয় সমরেখ। সেহেতু বিন্দুত্রয় দ্বারা গঠিত ত্রিভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল শূন্য।

$$\frac{1}{2}\begin{vmatrix} t & 2 & 1 & t \\ 1 & 4 & t & 1 \end{vmatrix} = 0$$

বা, $4t + 2t + 1 - 2 - 4 - t^2 = 0$

বা, $6t - 5 - t^2 = 0$

বা, $t^2 - 6t + 5 = 0$

বা, $t^2 - 5t - t + 5 = 0$

বা, $t(t-5) - 1(t-5) = 0$

বা, $(t-5)(t-1) = 0$

$\therefore$ t = 5 অথবা 1

কিন্তু t = 1 হলে A ও C বিন্দু একই হয়।

$\therefore$ t = 1 গ্রহণযোগ্য নহে।

$\therefore t = 5$ **(Ans.)**

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

৩. দেখাও যে, A(0, –3), B(4, – 2) এবং C(16, 1) বিন্দু তিনটি সমরেখ।

সমাধান: দেওয়া আছে, A (0, –3), B (4, –2) এবং C(16, 1)

A, B, C বিন্দু তিনটি সমরেখ হবে যদি AB রেখার ঢাল ও BC রেখার ঢাল সমান হয়।

এখানে, AB রেখার ঢাল $= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-2+3}{4-0} = \frac{1}{4}$

এবং BC রেখার ঢাল $= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{1+2}{16-4} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$

দেখা যাচ্ছে, AB রেখার ঢাল = BC রেখার ঢাল।

∴ A, B, C বিন্দু তিনটি সমরেখ। **(দেখানো হলো)**

বিকল্প সমাধান:

দেওয়া আছে, A(0, –3), B(4, –2) এবং C(16, 1)

ΔABC এর ক্ষেত্রফল

$= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} 0 & 4 & 16 & 0 \\ -3 & -2 & 1 & -3 \end{vmatrix}$ বর্গ একক

$= \frac{1}{2}(0 + 4 - 48 + 12 + 32 - 0)$ বর্গ একক

$= \frac{1}{2}(48 - 48)$ বর্গ একক

$= \frac{1}{2} \times 0$ বর্গ একক

$= 0$ বর্গ একক

∴ প্রদত্ত বিন্দুত্রয় দ্বারা গঠিত ত্রিভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল শূন্য।

সুতরাং প্রদত্ত A, B ও C বিন্দু তিনটি সমরেখ। **(দেখানো হলো)**

৪. A(1, –1), B(t, 2) এবং C(t², t + 3) সমরেখ হলে t এর সম্ভাব্য মান নির্ণয় কর।

সমাধান: দেওয়া আছে, A (1, –1), B (t, 2) এবং C (t^2, t + 3)

এখানে, AB রেখার ঢাল $= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{2+1}{t-1} = \frac{3}{t-1}$

এবং BC রেখার ঢাল $= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{t+3-2}{t^2-t} = \frac{t+1}{t(t-1)}$

এখন A, B, C সমরেখ হলে,

AB রেখার ঢাল = BC রেখার ঢাল

বা, $\frac{3}{t-1} = \frac{t+1}{t(t-1)}$

বা, $3t(t-1) = (t-1)(t+1)$

বা, $3t(t-1) - (t-1)(t+1) = 0$

বা, $(t-1)(3t - t - 1) = 0$

বা, $(t-1)(2t-1) = 0$

∴ $t = 1, \frac{1}{2}$

∴ সম্ভাব্য মানসমূহ $1, \frac{1}{2}$ **(Ans.)**

বিকল্প সমাধান: প্রদত্ত, A(1, –1), B(t, 2) এবং C(t^2, t + 3) বিন্দুত্রয় সমরেখ।

∴ ΔABC এর ক্ষেত্রফল শূন্য হবে।

অর্থাৎ $\frac{1}{2}\begin{vmatrix} 1 & t & t^2 & 1 \\ -1 & 2 & t+3 & -1 \end{vmatrix} = 0$

বা, $2 + t(t+3) - t^2 + t - 2t^2 - (t + 3) = 0$

বা, $2 + t^2 + 3t - t^2 + t - 2t^2 - t - 3 = 0$

বা, $-1 + 3t - 2t^2 = 0$

বা, $2t^2 - 3t + 1 = 0$

বা, $2t^2 - 2t - t + 1 = 0$

বা, $2t(t-1) - 1(t-1) = 0$

বা, $(t-1)(2t-1) = 0$

হয়, $t - 1 = 0$ অথবা $2t - 1 = 0$

$t = 1$ $\quad t = \frac{1}{2}$

t এর সম্ভাব্য মানসমূহ $1, \frac{1}{2}$ **(Ans.)**

৫. A(3, 3p) এবং B(4, p² + 1) বিন্দুগামী রেখার ঢাল – 1 হলে p এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান: A (3, 3p) এবং B (4, p^2 + 1) বিন্দুগামী সরলরেখার ঢাল

$= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{p^2 + 1 - 3p}{4 - 3} = p^2 - 3p + 1$

প্রশ্নানুসারে,

$p^2 - 3p + 1 = -1$

বা, $p^2 - 3p + 2 = 0$

বা, $p^2 - 2p - p + 2 = 0$

বা, $p(p-2) - 1(p-2) = 0$

বা, $(p-2)(p-1) = 0$

∴ $p = 2, 1$

∴ p এর মান 2, 1 **(Ans.)**

৬. প্রমাণ কর যে, A(a, 0), B(0, b) এবং C(1, 1) সমরেখ হবে, যদি $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 1$ হয়।

সমাধান: দেওয়া আছে, A(a, 0), B(0, b) এবং C(1, 1)

যেহেতু বিন্দুত্রয় সমরেখ। অতএব,

AB এর ঢাল = BC এর ঢাল

∴ $\frac{b-0}{0-a} = \frac{1-b}{1-0}$

বা, $\frac{b}{-a} = \frac{1-b}{1}$

বা, $b = -a + ab$

বা, $ab = a + b$

বা, $1 = \frac{1}{b} + \frac{1}{a}$ [উভয়পক্ষকে ab দ্বারা ভাগ করে]

∴ $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 1$ **(প্রমাণিত)**

বিকল্প সমাধান: দেওয়া আছে, $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 1$ বা, $ab = a + b$

∴ $ab - b - a = 0$

প্রদত্ত A(a, 0), B(0, b) এবং C(1, 1) বিন্দুত্রয় দ্বারা গঠিত ত্রিভুজ এর ক্ষেত্রফল

$= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} a & 0 & 1 & a \\ 0 & b & 1 & 0 \end{vmatrix}$ বর্গ একক

$= \frac{1}{2}(ab + 0 + 0 - 0 - b - a)$ বর্গ একক

$= \frac{1}{2}(ab - b - a)$ বর্গ একক

$= \frac{1}{2} \times 0$ বর্গ একক

$= 0$ বর্গ একক

∴ প্রদত্ত বিন্দুত্রয় দ্বারা গঠিত ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল শূন্য।

সুতরাং A(a, 0), B(0, b) এবং C(1, 1) বিন্দুত্রয় সমরেখ।

(প্রমাণিত)

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

৭. $A(a, b)$, $B(b, a)$ এবং $C\left(\frac{1}{a}, \frac{1}{b}\right)$ সমরেখ হলে প্রমাণ কর যে, $a + b = 0$

সমাধান: দেওয়া আছে, A (a, b), B (b, a) এবং $C\left(\frac{1}{a}, \frac{1}{b}\right)$

AB রেখার ঢাল $= \frac{a-b}{b-a} = \frac{a-b}{-(a-b)}$
$= -1$

এবং BC রেখার ঢাল $= \frac{\frac{1}{b} - a}{\frac{1}{a} - b} = \frac{\frac{1-ab}{b}}{\frac{1-ab}{a}}$

$= \frac{1-ab}{b} \times \frac{a}{1-ab}$

$= \frac{a}{b}$

এখন A, B, C সমরেখ হলে,

AB রেখার ঢাল = BC রেখার ঢাল

বা, $-1 = \frac{a}{b}$

বা, $a = -b$

$\therefore a + b = 0$

$\therefore$ A, B, C সমরেখ হলে $a + b = 0$ **(প্রমাণিত)**

মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত সৃজনশীল বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

★★★ ১১.৪ সরলরেখার ঢাল | Text পৃষ্ঠা-২৪৪

- কোনো সরলরেখা x-অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে যে কোণ উৎপন্ন করে তার ত্রিকোণমিতিক ট্যানজেন্টকে রেখাটির ঢাল বলে।
- একটি সরলরেখা AB যখন $A(x_1, y_1)$ ও $B(x_2, y_2)$ বিন্দু দিয়ে অতিক্রম করে তখন তার ঢাল, $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$
- ঢাল ধনাত্মক হলে রেখা দ্বারা x-অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে উৎপন্ন কোণ সূক্ষ্মকোণ এবং ঋণাত্মক হলে রেখা দ্বারা x-অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে উৎপন্ন কোণ একটি স্থূলকোণ।
- উৎপন্ন কোণ শূন্য বা সমকোণ হলে ঢাল নির্ণয় করা সম্ভব নয়।

১. বীজগণিতে দুই চলকের একঘাত সমীকরণ কী নির্দেশ করে? (সহজ)
ক বৃত্ত খ বক্ররেখা
গ সরলরেখা ঘ বিন্দু **গ**

২. কোনো সরলরেখা দ্বারা x-অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে 30° কোণ উৎপন্ন করলে ঢাল m এর জন্য নিচের কোনটি সত্য? (সহজ)
ক $m = \tan 30°$ খ $30° = \tan m$
গ $m = \frac{1}{\tan 30°}$ ঘ $m = \cot 30°$ **ক**

৩. A(2, 3) ও B(3, 6) হলে AB রেখার ঢাল কত? (মধ্যম)
[যশোর সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, যশোর]
ক –3 খ –1 গ 1 ঘ 3 **ঘ**

ব্যাখ্যা: $m = \frac{6-3}{3-2} = \frac{3}{1} = 3$

৪. A(1, – 1) ও C(4, t) বিন্দু দিয়ে অতিক্রান্ত সরল রেখার ঢাল 3 হলে t = ? (মধ্যম)
ক 6 খ 8 গ 9 ঘ 10 **খ**

ব্যাখ্যা: $\frac{t+1}{4-1} = 3$ বা, $\frac{t+1}{3} = 3$ বা, $t + 1 = 9$ বা, $t = 8$.

৫. AB রেখা দ্বারা x-অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে উৎপন্ন কোণ সূক্ষ্মকোণ হলে ঢালের প্রকৃতি কিরূপ? (সহজ)
ক ধনাত্মক খ ঋণাত্মক গ শূন্য ঘ অবাস্তব **ক**

৬. CD সরলরেখার ঢাল ঋণাত্মক হলে রেখাটি x-অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে কোন ধরনের কোণ উৎপন্ন করে? (সহজ)
ক সূক্ষ্মকোণ খ সমকোণ
গ স্থূলকোণ ঘ সরলকোণ **গ**

৭. A(2, 2) ও C(2, 7) বিন্দুদ্বয়ের সংযোগ রেখার ঢাল কত? (কঠিন)
ক –1 খ 0 গ $\sqrt{3}$ ঘ অনির্ণেয় **ঘ**

ব্যাখ্যা: $m = \frac{7-2}{2-2} = \frac{5}{0} =$ অনির্ণেয়।

৮. দুটি বিন্দুর ভুজদ্বয় সমান হলে, তাদের সংযোগ রেখা x-অক্ষের সাথে যে কোণ তৈরি করে তার পরিমাণ কত ডিগ্রি? (মধ্যম)
ক 0 খ 45 গ 90 ঘ 180 **গ**

ব্যাখ্যা: ভুজদ্বয় সমান হলে রেখাটি y-অক্ষের সমান্তরাল অর্থাৎ x অক্ষের উপর লম্ব।

৯. (3, 8) এবং (7, p) বিন্দুর সংযোগ রেখার ঢাল –3 হলে p এর মান কত? (কঠিন)
ক – 4 খ – 1 গ 2 ঘ 4 **ক**

ব্যাখ্যা: $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = -3$ বা, $\frac{p-8}{7-3} = -3$
বা, $p - 8 = -12$ $\therefore p = -4$

১০. (a, 1) এবং (–1, a) বিন্দুদ্বয়ের সংযোগ রেখার ঢাল 3 হলে a এর মান কত? (কঠিন)
ক 3 খ $\frac{1}{2}$ গ $-\frac{1}{2}$ ঘ –2 **গ**

ব্যাখ্যা: $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ বা, $\frac{a-1}{-1-a} = 3$
বা, $a - 1 = -3 - 3a$
বা, $4a = -3 + 1 = -2$ $\therefore a = -\frac{1}{2}$

১১. A(t, t + 1) এবং B(3t, 5t + 1) বিন্দুগামী রেখার ঢাল কত? (কঠিন)
ক 2 খ 3 গ 4 ঘ 5 **ক**

ব্যাখ্যা: $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$
$= \frac{5t + 1 - t - 1}{3t - t} = \frac{4t}{2t} = 2$

১২. A(2, 3) ও B(6, 7) বিন্দু দিয়ে গমনকারী সরল রেখার ঢাল কত? (সহজ)
ক 1 খ 2 গ 3 ঘ 4 **ক**

ব্যাখ্যা: $m = \frac{6-2}{7-3} = \frac{4}{4} = 1$.

১৩. একটি সরলরেখা অঙ্কন করতে সর্বনিম্ন কয়টি বিন্দু প্রয়োজন? (সহজ)
ক 1 খ 2 গ 3 ঘ 4 **খ**

১৪. একটি সরলরেখা x-অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে θ কোণ তৈরি করলে সরলরেখার ঢাল m = কত? (সহজ)
ক tanθ খ cotθ গ sinθ ঘ cosθ **ক**

১৫. একটি সরলরেখার ঢাল ঋণাত্মক হলে x-অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে উৎপন্ন কোণ কিরূপ? (সহজ)
ক সূক্ষ্মকোণ খ স্থূলকোণ
গ সমকোণ ঘ পূরক কোণ **খ**

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

১৬. একটি সরলরেখার ঢাল 1 হলে, x-অক্ষের সাথে উৎপন্ন কোণ θ = কত ডিগ্রি? (সহজ)

ক 30 খ 45 গ 60 ঘ 90 **খ**

ব্যাখ্যা: $m = \tan\theta = 1$ বা, $\tan\theta = \tan45°$ ∴ $\theta = 45°$.

১৭. A(0, – 3), B(4, –2) এবং C(16, 1) বিন্দু তিনটি সমরেখ হলে AB রেখা ও BC রেখার ঢাল? (সহজ)

ক অসমান খ সমান গ দ্বিগুণ ঘ তিনগুণ **খ**

ব্যাখ্যা: AB রেখার ঢাল $m_1 = \frac{4}{1} = 4$

এবং BC রেখার ঢাল $m_2 = \frac{12}{3} = 4$

∴ $m_1 = m_2$.

১৮. একটি সরলরেখা x-অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে 60° কোণ তৈরি করলে রেখাটির ঢাল কত? (সহজ)

ক $\frac{1}{\sqrt{3}}$ খ $\frac{1}{2}$ গ $\frac{1}{4}$ ঘ $\sqrt{3}$ **ঘ**

ব্যাখ্যা: $m = \tan60° = \sqrt{3}$.

১৯. দুইটি সরল রেখার ঢাল সমান হলে —

i. রেখাদ্বয় পরস্পর লম্ব।
ii. রেখাদ্বয় পরস্পর সমান্তরাল।
iii. রেখাদ্বয় অভিন্ন হতে পারে।

নিচের কোনটি সঠিক ? (মধ্যম)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **গ**

২০. A(1, – 1), B(2, 2) এবং C(4, t) বিন্দু তিনটি সমরেখ হলে—

i. AB রেখার ঢাল = BC রেখার ঢাল।
ii. ΔABC এর ক্ষেত্রফল শূন্য।
iii. AB রেখার ঢাল ≠ BC রেখার ঢাল।

নিচের কোনটি সঠিক ? (মধ্যম)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **ক**

ব্যাখ্যা: রেখাটির উপর যেকোনো বিন্দুতে ভুজ = –2

∴ $x = -2$

২১. A(0, –3), B(4, –2) এবং C(16, 1) একই সমতলে অবস্থিত তিনটি বিন্দু হলে–

i. AB রেখার ঢাল $\frac{1}{4}$ ।
ii. BC রেখার ঢাল $\frac{1}{4}$ ।
iii. A, B, C বিন্দু তিনটি সমরেখ।

নিচের কোনটি সঠিক ? (সহজ)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **ঘ**

ব্যাখ্যা:

i. সঠিক AB রেখার ঢাল, $m_1 = \frac{-2+3}{4-0} = \frac{1}{4}$

ii. সঠিক, BC রেখার ঢাল, $m_2 = \frac{1+2}{16-4} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$

iii. সঠিক, $m_1 = m_2$ হওয়ায় বিন্দু তিনটি সমরেখ।

২২. A(–3, 2) এবং B(3, –2) একই সরলরেখার উপর দুইটি বিন্দু হলে–

i. AB ও BA রেখার ঢাল একই।
ii. AB রেখার ঢাল $-\frac{2}{3}$ ।
iii. রেখাটি x-অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে সূক্ষ্মকোণ উৎপন্ন করেছে

নিচের কোনটি সঠিক ? (সহজ)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **ক**

ব্যাখ্যা: ii. সঠিক, AB রেখার ঢাল $= \frac{-2-2}{3+3} = -\frac{4}{6} = -\frac{2}{3}$

iii. সঠিক নয়, ঢাল ঋণাত্মক হওয়ায় রেখাটি x-অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে স্থূলকোণ উৎপন্ন করেছে।

২৩. কোন সরলরেখা x-অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে উৎপন্ন কোণ–

i. শূন্য হলে, রেখাটি x-অক্ষের সমান্তরাল
ii. সমকোণ হলে, রেখাটি y-অক্ষের সমান্তরাল।
iii. সমকোণ হলে, ঢাল অনির্ণেয়

নিচের কোনটি সঠিক ? (মধ্যম)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **ঘ**

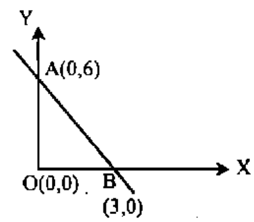
২৪. সরলরেখার দুইটি বিন্দু (x_1, y_1) এবং (x_2, y_2) হলে–

i. $y_2 = y_1$ হলে, ঢাল শূন্য হবে।
ii. $x_2 = x_1$ হলে, ঢাল অনির্ণেয়।
iii. $x_2 = x_1$ হলে, রেখাটি y-অক্ষের সমান্তরাল।

নিচের কোনটি সঠিক ? (মধ্যম)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **ঘ**

২৫.

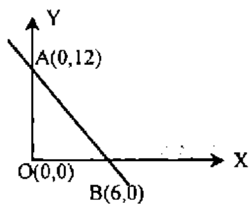


i. AB সরল রেখার সমীকরণ $y = -2x + 6$.
ii. O(0, 0) ও B(3, 0) বিন্দু দিয়ে গমনকারী সরল রেখার সমীকরণ $y = 0$.
iii. O(0, 0) ও A(0, 6) বিন্দু দিয়ে গমনকারী সরল রেখার সমীকরণ $x = 0$.

নিচের কোনটি সঠিক ? (মধ্যম)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **ঘ**

২৬.



i. x-অক্ষ থেকে কর্তিত অংশের দৈর্ঘ্য y-অক্ষ থেকে কর্তিত অংশের অর্ধেক।
ii. ΔOAB ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল 36 বর্গ একক।
iii. ΔOAB সূক্ষ্মকোণী।

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **ক**

নিচের তথ্যের ভিত্তিতে (২৭-২৮) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

A(– 3, 2) এবং B(3, – 2) একই সমতলে অবস্থিত দুটি বিন্দু।

২৭. AB রেখার ঢাল m এর মান নিচের কোনটি? (মধ্যম)

ক $-\frac{3}{2}$ খ $-\frac{2}{3}$ গ 1 ঘ $\frac{1}{3}$ **খ**

ব্যাখ্যা: ঢাল, $m = \frac{-2-2}{3-(-3)} = \frac{-4}{6} = \frac{-2}{3}$

২৮. AB রেখা x-অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে যে কোণ তৈরি করে তার নাম কী? (কঠিন)

ক সূক্ষ্মকোণ খ সমকোণ
গ স্থূলকোণ ঘ প্রবৃদ্ধ কোণ **গ**

ব্যাখ্যা: ঢাল ঋণাত্মক হওয়ায় রেখাটি x অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে স্থূলকোণ তৈরি করেছে।

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

নিচের তথ্যের ভিত্তিতে (২৯-৩০) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:
A(1, –1), B(2, 2) এবং C(4, t) একই সমতলে অবস্থিত তিনটি সমরেখ বিন্দু।

২৯. AB রেখার ঢাল এর মান কত? (সহজ)
ক 3 খ 0 গ –1 ঘ –3 **ক**

ব্যাখ্যা: AB রেখার ঢাল, $m_1 = \frac{2-(-1)}{2-1} = \frac{3}{1} = 3$

৩০. t এর মান নিচের কোনটি? (মধ্যম)
ক 2 খ 4 গ 6 ঘ 8 **ঘ**

ব্যাখ্যা: BC রেখার ঢাল, $m_2 = \frac{t-2}{4-2} = \frac{t-2}{2}$
A, B, C সমরেখ বলে, $m_2 = m_1$
বা, $\frac{t-2}{2} = 3$ বা, $t - 2 = 6$ $\therefore t = 8$

নিচের তথ্যের ভিত্তিতে (৩১-৩৩) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:
A(t, 3t), B(t^2, 2t), C(t – 2, t) এবং D(1, 1) একই সমতলে অবস্থিত চারটি ভিন্ন বিন্দু এবং AB এবং CD সমান্তরাল।

৩১. AB রেখার ঢালকে t এর মাধ্যমে প্রকাশ নিচের কোনটি? (সহজ)
ক $\frac{1}{1-t}$ খ $\frac{1}{t-1}$ গ $t-1$ ঘ $\frac{1}{1+t}$ **ক**

ব্যাখ্যা: AB রেখার ঢাল, $m_1 = \frac{2t-3t}{t^2-t} = \frac{-t}{t(t-1)} = \frac{t}{1-t}$

৩২. CD রেখার ঢালকে t এর মাধ্যমে প্রকাশ নিচের কোনটি? (সহজ)
ক $\frac{3-t}{1-t}$ খ $\frac{1-t}{3-t}$ গ $\frac{3+t}{1-t}$ ঘ $\frac{t+1}{3+t}$ **খ**

ব্যাখ্যা: CD রেখার ঢাল,
$m_2 = \frac{1-t}{1-t+2} = \frac{1-t}{3-t}$

৩৩. t এর ধনাত্মক মান কত? (মধ্যম)
ক 4 খ 3 গ 2 ঘ 1 **গ**

ব্যাখ্যা: AB ও CD রেখাদ্বয় সমান্তরাল বলে এদের ঢালদ্বয় সমান
অর্থাৎ $m_1 = m_2$
$\therefore \frac{1}{1-t} = \frac{1-t}{3-t}$
বা, $(1-t)^2 = 3-t$
বা, $1 - 2t + t^2 = 3 - t$
বা, $t^2 - t - 2 = 0$
বা, $t^2 - 2t + t - 2 = 0$
বা, $t(t-2) + 1(t-2) = 0$
বা, $(t-2)(t+1) = 0$
$\therefore t = 2, -1$
$\therefore t = 2$

নিচের তথ্যের ভিত্তিতে (৩৪-৩৫) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:
A(3, 3P) এবং B(4, P^2 + 1) একই সমতলে অবস্থিত দুটি বিন্দু। AB রেখার ঢাল –1

৩৪. AB রেখার ঢালকে P এর মাধ্যমে প্রকাশ করলে নীচের কোনটি হবে? (কঠিন)
ক $p^2 - 2p + 1$ খ $P^2 - 3p + 1$
গ $1 - 3p + 2p^2$ ঘ $2p^2 - 1$ **খ**

ব্যাখ্যা: $m = \frac{p^2+1-3p}{4-3} = \frac{p^2-3p+1}{1} = p^2 - 3p + 1$

৩৫. P এর মান কত? (কঠিন)
ক –1, –2 খ 2, –1 গ 1, 2 ঘ –2, 1 **গ**

ব্যাখ্যা: দেওয়া আছে, ঢাল = –1
বা, $P^2 - 3P + 1 = -1$
বা, $P^2 - 3P + 2 = 0$
বা, $P^2 - 2p - p + 2 = 0$
বা, $P(P-2) - 1(P-2) = 0$
বা, $(P-2)(P-1) = 0$
বা, $(P-2)(P-1) = 0$
$\therefore P = 1, 2$

মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত আরও সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

প্রশ্ন ▶ ১ **A (t, 3t), B(t^2, 2t), C(t – 2, t), D(1, 1) চারটি ভিন্ন ভিন্ন বিন্দু।**

ক. AB রেখার ঢাল t এর মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২
খ. AB ও CD সমান্তরাল হলে t এর সম্ভাব্য মান নির্ণয় কর। ৪
গ. t > 0 হলে, AC ও BD রেখার ঢাল নির্ণয় কর। ৪

১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, A(t, 3t)), B(t^2, 2 t)
AB রেখার ঢাল, $m_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{2t-3t}{t^2-t} = \frac{-t}{t^2-t} = \frac{-1}{t-1}$

খ এখানে, A(t, 3t) B(t^2, 2t), C (t–2, t), D (1, 1)
AB রেখার ঢাল, $m_1 = \frac{-1}{t-1}$; ['ক' হতে]
CD রেখার ঢাল, $m_2 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{1-t}{1-(t-2)}$
$= \frac{1-t}{1-t+2} = \frac{1-t}{3-t}$
AB ও CD রেখা সমান্তরাল বলে, ঢালদ্বয় সমান
অর্থাৎ, $m_1 = m_2$
বা, $\frac{-1}{t-1} = \frac{1-t}{3-t}$
বা, $\frac{1}{1-t} = \frac{1-t}{3-t}$
বা, $(1-t)^2 = 3-t$
বা, $1 - 2t + t^2 = 3 - t$
বা, $t^2 - 2t + 1 - 3 + t = 0$
বা, $t^2 - t - 2 = 0$
বা, $t^2 - 2t + t - 2 = 0$
বা, $t(t-2) + 1(t-2) = 0$
বা, $(t-2)(t+1) = 0$
$\therefore t = -1$ বা, $t = 2$
$\therefore$ t এর সম্ভাব্য মান –1, 2

গ t > 0 হলে 'খ' হতে পাই t = 2
$\therefore$ প্রদত্তবিন্দুগুলো A(2, 6), B(4, 4), C(0, 2), D(1, 1)
AC রেখার ঢাল $= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$
$= \frac{2-6}{0-2}$
$= \frac{-4}{-2}$
$= 2$
BD রেখার ঢাল $= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$
$= \frac{1-4}{1-4} = \frac{-3}{-3}$
$= 1$

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

প্রশ্ন ▶ ২ A (a, b), B (b, a), $C\left(\frac{1}{a}, \frac{1}{b}\right)$ এবং $D\left(\frac{1}{b}, \frac{1}{a}\right)$ চারটি ভিন্ন ভিন্ন বিন্দু।

ক. BC রেখার ঢাল নির্ণয় কর। ২

খ. A, B, C বিন্দু তিনটি সমরেখ হলে দেখাও যে, a + b = 0 ৪

গ. a + b = 0 হলে, D বিন্দুটি A, B ও C এর সাথে সমরেখ কিনা যাচাই কর। ৪

২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক এখানে, B (b, a), $C\left(\frac{1}{a}, \frac{1}{b}\right)$

BC রেখার ঢাল, $m_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{\frac{1}{b} - a}{\frac{1}{a} - b}$

$= \frac{\frac{1 - ab}{b}}{\frac{1 - ab}{a}} = \frac{1 - ab}{b} \times \frac{a}{1 - ab}$

$= \frac{a}{b}$

খ দেওয়া আছে, A (a, b), B (b, a), $C\left(\frac{1}{a}, \frac{1}{b}\right)$

AB রেখার ঢাল, $m_2 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

$= \frac{a - b}{b - a} = \frac{a - b}{-(a - b)}$

$= -1$

BC রেখার ঢাল, $m_1 = \frac{a}{b}$

A, B, C বিন্দু তিনটি সমরেখ বলে, AB ও BC রেখার ঢাল সমান

অর্থাৎ, $m_1 = m_2$

বা, $\frac{a}{b} = -1$

বা, $a = -b$

$\therefore a + b = 0$ **(দেখানো হলো)**

গ 'ক' ও 'খ' হতে পাই,

AB রেখার ঢাল = –1

BC রেখার ঢাল = $\frac{a}{b} = \frac{-b}{b} = -1$; [$\because a + b = 0 \therefore a = -b$]

এখন, CD রেখার ঢাল $= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

$= \frac{\frac{1}{a} - \frac{1}{b}}{\frac{1}{b} - \frac{1}{a}}$

$= \frac{\frac{b - a}{ab}}{\frac{a - b}{ab}}$

$= \frac{b - a}{ab} \times \frac{ab}{a - b}$

$= -1$

যেহেতু AB,BC ও CD রেখাসমূহের ঢাল একই। সুতরাং, তারা সমান্তরাল অথবা একই রেখা। এক্ষেত্রে সমান্তরাল হওয়া সম্ভব নয়।

$\therefore$ A, B, C, D বিন্দু চারটি একই সরলরেখায় অবস্থিত।

প্রশ্ন ▶ ৩ A(1, – 1), B (t, 2), C (t^2, t + 3), D (2 + t, 3t) একই সমতলে চারটি বিন্দু।

ক. BC রেখার ঢাল t এর মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২

খ. A, B, C বিন্দু তিনটি সমরেখ হলে t এর সম্ভাব্য মান কত? ৪

গ. 'খ' তে প্রাপ্ত t এর ক্ষুদ্রতর মান ব্যবহার করে দেখাও যে, AB ও CD রেখা সমান্তরাল নয়। ৪

৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক এখানে, B(t, 2) এবং C(t^2, t + 3)

BC রেখার ঢাল, $m_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

$= \frac{t + 3 - 2}{t^2 - t}$

$= \frac{t + 1}{t(t - 1)}$

খ প্রদত্ত বিন্দু A (1, –1), B (t, 2), C (t^2, t + 3)

AB রেখার ঢাল, $m_2 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

$= \frac{2 - (-1)}{t - 1}$

$= \frac{2 + 1}{t - 1}$

$= \frac{3}{t - 1}$

এবং BC রেখার ঢাল, $m_1 = \frac{t + 1}{t(t - 1)}$

A, B, C বিন্দু তিনটি সমরেখ হলে AB ও BC রেখার ঢাল সমান

অর্থাৎ, $m_1 = m_2$

$\frac{t + 1}{t(t - 1)} = \frac{3}{t - 1}$

বা, $3t^2 - 3t = t^2 - 1$

বা, $2t^2 - 3t + 1 = 0$

বা, $2t^2 - 2t - t + 1 = 0$

বা, $2t(t - 1) - 1(t - 1) = 0$

বা, $(t - 1)(2t - 1) = 0$

বা, $t = 1, \frac{1}{2}$

$\therefore t = 1, \frac{1}{2}$

গ 'খ' হতে পাই, t এর ক্ষুদ্রতর মান $= \frac{1}{2}$

AB রেখার ঢাল, $m_2 = \frac{3}{t - 1}$; ['খ' হতে]

$= \frac{3}{\frac{1}{2} - 1} = \frac{3}{\frac{1 - 2}{2}} = \frac{6}{-1} = -6$

এবং C (t^2, t + 3) ও D (2 + t, 3t) বিন্দুর জন্য

CD রেখার ঢাল, $m_3 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3t - (t + 3)}{2 + t - t^2}$

$= \frac{2t - 3}{2 + t - t^2} = \frac{2\frac{1}{2} - 3}{2 + \frac{1}{2} - \frac{1}{4}} = \frac{-2}{\frac{8 + 2 - 1}{4}}$

$= \frac{-2}{\frac{9}{4}} = \frac{-8}{9}$

এখানে, $m_2 \neq m_3$

$\therefore$ AB ও CD রেখাদ্বয় সমান্তরাল নয়। **(দেখানো হলো)**

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

প্রশ্ন ▶ ৪ সমতলে চারটি বিন্দু $A(p^2, p+1)$, $B(2p, 5p+2)$, $C(t-2, t)$, $D(t, 3t)$

ক. AB রেখার ঢাল p এর মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২

খ. AB রেখার ঢাল = 1 হলে, p এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. AB || CD হলে p ও t এর সম্পর্ক সমীকরণের পদসংখ্যা কয়টি এবং p = –1 হলে t এর মান কত? ৪

৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $A(p^2, p+1)$, $B(2p, 5p+2)$

$\therefore$ AB রেখার ঢাল, $m_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

$= \frac{5p + 2 - P - 1}{2p - p^2}$

$= \frac{4p + 1}{2p - p^2}$ **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে, AB রেখার ঢাল = 1

$\therefore m_1 = 1$

বা, $\frac{4p + 1}{2p - p^2} = 1$; ['ক' হতে]

বা, $4p + 1 = 2p - p^2$

বা, $p^2 + 4p - 2p + 1 = 0$

বা, $p^2 + 2p + 1 = 0$

বা, $(P + 1)^2 = 0$

বা, $p + 1 = 0$

$\therefore p = -1$

গ দেওয়া আছে, $C(t-2, t)$, $D(t, 3t)$

CD রেখার ঢাল, $m_2 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3t - t}{t - t + 2}$

$= \frac{2t}{2} = t$

যেহেতু AB || CD সুতরাং রেখাদ্বয়ের ঢাল সমান অর্থাৎ, $m_1 = m_2$

বা, $\frac{4p + 1}{2p - p^2} = t$

বা, $4p + 1 = 2pt - p^2t$

বা, $p^2t - 2pt + 4p + 1 = 0$ ....(i)

এটিই নির্ণেয় সম্পর্ক যার পদসংখ্যা 4

এখন, p = –1 হলে,

$\therefore$ (i) $\Rightarrow (-1)^2t - 2(-1)t + 4(-1) + 1 = 0$

বা, $t + 2t - 4 + 1 = 0$

বা, $3t - 3 = 0$

বা, $3t = 3$

$\therefore t = 1$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৫ $A(a, 0)$, $B(0, b)$, $C(1, 1)$, $D(p-2, 0)$ চারটি বিন্দু।

ক. AB ও BC রেখার ঢাল নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, A, B, C সমরেখ হবে, যদি $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 1$ ৪

গ. A, B, C ও D বিন্দু চারটি সমরেখ হলে p -এর মান a এর মাধ্যমে প্রকাশ কর। ৪

৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $A(a, o)$, $B(o, b)$, $C(1, 1)$

AB রেখার ঢাল, $m_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{b - o}{o - a} = \frac{-b}{a}$

BC রেখার ঢাল, $m_2 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{1 - b}{1 - o} = 1 - b$ **(Ans.)**

খ A, B, C সমরেখ হবে যদি AB রেখার ঢাল, m_1 = BC রেখার ঢাল, m_2

$\therefore \frac{-b}{a} = 1 - b$

বা, $-b = a - ab$

বা, $b + a = ab$

$\therefore \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 1$

অর্থাৎ, A, B, C সমরেখ হবে যদি $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 1$ হয়।

গ 'খ' হতে পাই, $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 1$

বা, $\frac{1}{b} = 1 - \frac{1}{a}$

বা, $\frac{1}{b} = \frac{a - 1}{a}$

বা, $b = \frac{a}{a - 1}$

AB রেখার ঢাল, $m_1 = \frac{-b}{a} = \frac{-\frac{a}{a-1}}{a} = -\frac{1}{a-1}$

BC রেখার ঢাল, $m_2 = 1 - b = 1 - \frac{a}{a-1} = \frac{a - 1 - a}{a - 1} = -\frac{1}{a-1}$

এখন, CD রেখার ঢাল, $m_3 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{0 - 1}{p - 2 - 1} = \frac{-1}{p - 3}$

A, B, C, D বিন্দু চারটি সমরেখ হলে,

$m_1 = m_2 = m_3$ হবে।

$\therefore -\frac{1}{a-1} = -\frac{1}{a-1} = \frac{-1}{p-3}$

$\therefore -\frac{1}{a-1} = \frac{-1}{p-3}$

বা, $p - 3 = a - 1$

বা, $p = a - 1 + 3$

$\therefore p = a + 2$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৬ $y = x + 3$ .... (i), $y = x - 3$ .... (ii), $y = -x + 3$ .... (iii) এবং $y = -x - 3$ ...... (iv) একটি চতুর্ভুজের চারটি বাহুর সমীকরণ নির্দেশ করে। যেখানে, (i) ও (iii) ; (i) ও (iv) ; (iv) ও (ii) এবং (ii) ও (iii) যথাক্রমে A, B, C, D বিন্দুতে ছেদ করে।

ক. চতুর্ভুজের কোন বাহুগুলো সমান্তরাল? ২

খ. চতুর্ভুজটি অঙ্কন কর এবং ΔABC এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

গ. ABCD চতুর্ভুজটি কোন ধরনের? এর স্বপক্ষে যুক্তি দেখাও। ABCD এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক y প্রদত্ত সমীকরণ, $y = x + 3$ ⋯ ⋯ ⋯ (i)

$y = x - 3$ ⋯ ⋯ ⋯ (ii)

$y = -x + 3$ ⋯ ⋯ ⋯ (iii)

এবং $y = -x - 3$ ⋯ ⋯ ⋯ (iv)

(i) নং এর ঢাল = 1

(ii) নং এর ঢাল = 1

(iii) নং এর ঢাল = –1

(iv) নং এর ঢাল = –1

$\therefore$ (i) ও (ii) নং বাহুদ্বয় পরস্পর সমান্তরাল

এবং (iii) ও (iv) নং বাহুদ্বয় পরস্পর সমান্তরাল **(Ans.)**

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

খ $y = x + 3$ ……… (i)

$y = x - 3$ ……… (ii)

$y = -x + 3$ ……… (iii)

$y = -x - 3$ ……… (iv)

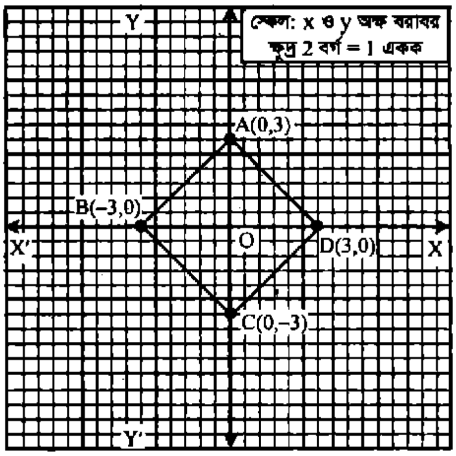
(i) ও (iii) নং সমীকরণের ছেদ বিন্দু A(0, 3)

(i) ও (iv) নং সমীকরণের ছেদ বিন্দু B(−3, 0)

(ii) ও (iv) নং সমীকরণের ছেদ বিন্দু C(0, −3)

(ii) ও (iii) নং সমীকরণের ছেদ বিন্দু D(3, 0)

xy সমতলে চতুর্ভুজটি আঁকা হলো



এখানে, A(0, 3), B(−3, 0), C(0, −3), D(3, 0)

$\therefore \Delta ABC$ এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} 0 & -3 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & -3 & 3 \end{vmatrix}$

$= \frac{1}{2}\{0 + 9 + 0 - (-9) - 0 - 0\}$

$= \frac{1}{2} \times (18)$

= 9 বর্গ একক **(উত্তর)**

গ ABCD চতুর্ভুজ A (0, 3), B (−3, 0), C (0, −3), D (3, 0)

$\therefore AB = \sqrt{\{0-(-3)\}^2 + (3-0)^2} = \sqrt{9+9} = 3\sqrt{2}$

$BC = \sqrt{(-3-0)^2 + \{0-(-3)\}^2} = \sqrt{9+9} = 3\sqrt{2}$

$CD = \sqrt{(0-3)^2 + (-3-0)^2} = \sqrt{9+9} = 3\sqrt{2}$

$AD = \sqrt{(0-3)^2 + (3-0)^2} = \sqrt{9+9} = 3\sqrt{2}$

এবং $AC = \sqrt{(0-0)^2 + \{3-(-3)\}^2} = \sqrt{0+36} = 6$

ΔABC-এ, $AB^2 + BC^2 = (3\sqrt{2})^2 + (3\sqrt{2})^2$

$= 18 + 18 = 36 = 6^2$

$\therefore AB^2 + BC^2 = AC^2$

$\therefore$ পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে $\angle B$ = এক সমকোণ

ABCD চতুর্ভুজে AB = BC = CD = AD এবং $\angle B$ = এক সমকোণ

$\therefore$ ABCD একটি বর্গক্ষেত্র। **(দেখানো হলো)**

প্রশ্ন ▶ ৭ **A(− a, a − 3), B(a + 3, 2a), C(3a, 3a + 1) একই সমতলে তিনটি বিন্দু।**

ক. AB ও BC রেখার ঢাল a এর মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২

খ. AB রেখার ঢাল $\frac{5}{7}$ হলে a এর মান কত? AB রেখার সমান্তরাল এবং D (−1, 2) বিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর। ৪

গ. চতুর্ভুজটি কী ধরনের অনুমান কর এবং স্বপক্ষে যুক্তি দেখাও। চতুর্ভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, A (− a, a − 3), B(a + 3, 2a), C(3a, 3a + 1)

AB এর ঢাল, $m_1 = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} = \frac{a - 3 - 2a}{-a - a - 3}$

$= \frac{-a-3}{-2a-3} = \frac{a+3}{2a+3}$

BC এর ঢাল, $m_2 = \frac{2a - 3a - 1}{a + 3 - 3a} = \frac{-a-1}{-2a+3} = \frac{a+1}{2a-3}$ **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে, AB রেখার ঢাল $= \frac{5}{7}$

$\therefore m_1 = \frac{5}{7}$

বা, $\frac{a+3}{2a+3} = \frac{5}{7}$ ['ক' হতে]

বা, $10a + 15 = 7a + 21$

বা, $3a = 6$

$\therefore a = 2$

নির্ণেয় সরলরেখা AB রেখার সমান্তরাল

সুতরাং ঢাল $= \frac{5}{7}$ এবং রেখাটি D(−1, 2) বিন্দুগামী

$\therefore$ রেখাটির সমীকরণ,

$y - y_1 = m(x - x_1)$

বা, $y - 2 = \frac{5}{7}\{x - (-1)\}$

বা, $7(y - 2) = 5(x + 1)$

বা, $7y - 14 = 5x + 5$

বা, $5x - 7y + 5 + 14 = 0$

বা, $5x - 7y + 19 = 0$

এটিই নির্ণেয় সমীকরণ। **(Ans.)**

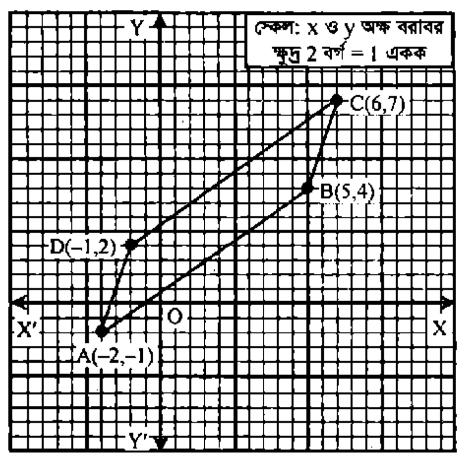
গ ABCD চতুর্ভুজের শীর্ষবিন্দুগুলো,

$A(-2, 2-3)$, $B(2+3, 2\times 2)$, $C(3\times 2, 3\times 2 + 1)$

এবং D(−1, 2) [a = 2 বসিয়ে]

বা, A(−2, −1), B(5, 4), C(6, 7) এবং D(−1, 2)

XY সমতলে চতুর্ভুজটি আঁকা হলো।



এখানে,

$AB = \sqrt{(-2-5)^2 + (-1-4)^2}$

$= \sqrt{(-7)^2 + (-5)^2}$

$= \sqrt{49 + 25}$

$= \sqrt{74}$

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

$BC = \sqrt{(5-6)^2 + (4-7)^2}$
$= \sqrt{(-1)^2 + (-3)^2}$
$= \sqrt{1+9} = \sqrt{10}$
$CD = \sqrt{\{6-(-1)\}^2 + (7-2)^2}$
$= \sqrt{7^2 + 5^2}$
$= \sqrt{49+25}$
$= \sqrt{74}$
$DA = \sqrt{\{-1-(-2)\}^2 + \{2-(-1)\}^2}$
$= \sqrt{(1)^2 + (3)^2}$
$= \sqrt{1+9}$
$= \sqrt{10}$
এবং কর্ণ, $AC = \sqrt{(-2-6)^2 + (-1-7)^2}$
$= \sqrt{(-8)^2 + (-8)^2}$
$= 8\sqrt{2}$
কর্ণ, $BD = \sqrt{\{5-(-1)\}^2 + (4-2)^2}$
$= \sqrt{6^2 + 2^2}$
$= 2\sqrt{10}$
$\therefore$ AB = CD ও BC = AD এবং কর্ণ AC ≠ BD
$\therefore$ ABCD একটি সামান্তরিক।
$\therefore$ ABCD এর ক্ষেত্রফল

$$= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} -2 & 5 & 6 & -1 & -2 \\ -1 & 4 & 7 & 2 & -1 \end{vmatrix}$$
$$= \frac{1}{2}\{-8 + 35 + 12 + 1 - (-5) - 24 - (-7) - (-4)\}$$
$$= \frac{1}{2}\{-8 + 48 + 5 - 24 + 7 + 4\}$$
= 16 বর্গ একক (Ans.)

প্রশ্ন ▶ ৮ একটি দ্বিমাত্রিক তলে চারটি বিন্দু A(0, –2), B(6, 1), C(3, 2) এবং D(–1, x) রয়েছে।

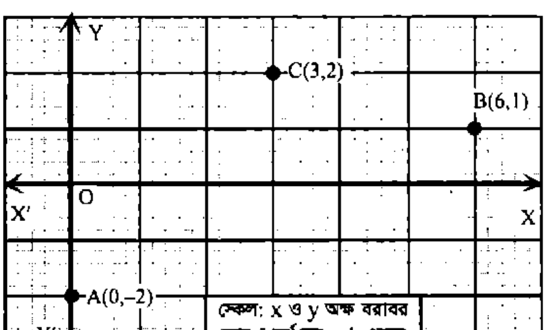
ক. A, B, C বিন্দুগুলোকে একটি ছক কাগজে স্থাপন কর। ২

খ. ABCD চতুর্ভুজের কর্ণদ্বয়ের ঢালের গুণফল $\frac{4}{21}$ হলে x নির্ণয় কর। ৪

গ. দেখাও যে, ABCD চতুর্ভুজটি একটি ট্রাপিজিয়াম। ৪

৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক A(0, –2), B(6, 1) এবং C(3, 2) বিন্দুগুলোকে ছক কাগজে স্থাপন করা হল।



খ ABCD চতুর্ভুজের কর্ণদ্বয় AC ও BD.

AC কর্ণের ঢাল $= \frac{-2-2}{0-3} = \frac{-4}{-3} = \frac{4}{3}$

আবার, BD কর্ণের ঢাল $= \frac{1-x}{6+1} = \frac{1-x}{7}$

ঢালদ্বয়ের গুণফল = AC কর্ণের ঢাল × BD কর্ণের ঢাল $= \frac{4}{3} \times \frac{1-x}{7}$

প্রশ্নমতে, $\frac{4}{3} \times \frac{1-x}{7} = \frac{4}{21}$

বা, $\frac{4(1-x)}{21} = \frac{4}{21}$

বা, $1 - x = 1$

$\therefore$ $x = 0$

সুতরাং x এর মান = 0

গ ABCD চতুর্ভুজের বাহুগুলো হচ্ছে AB, BC, CD, AD.
আমরা জানি, ট্রাপিজিয়ামে যেকোনো দুইটি বিপরীত বাহু সমান্তরাল এবং অপর দুইটি অসমান্তরাল।

AB রেখার ঢাল $= \frac{-2-1}{0-6} = \frac{-3}{-6} = \frac{1}{2}$

BC রেখার ঢাল $= \frac{1-2}{6-3} = \frac{-1}{3}$

CD রেখার ঢাল $= \frac{2-0}{3+1} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

AD রেখার ঢাল $= \frac{-2-0}{0-1} = 2$

আবার, দুইটি সরলরেখার ঢাল সমান হলে তারা পরস্পর সমান্তরাল। এখানে, AB রেখার ঢাল = CD রেখার ঢাল।
$\therefore$ AB ∥ CD
কিন্তু BC রেখার ঢাল ≠ AD রেখার ঢাল
$\therefore$ ABCD একটি ট্রাপিজিয়াম।

প্রশ্ন ▶ ৯ A(t, 3t), B(t^2, 2t), C(t – 2, t) এবং D(1, 1) হল একটি ট্রাপিজিয়ামের চারটি শীর্ষবিন্দু।

ক. AB ও CD বাহুদ্বয়ের ঢাল নির্ণয় কর। ২

খ. AB ও CD পরস্পর সমান্তরাল হলে t এর সম্ভাব্য মান নির্ণয় কর। ৪

গ. প্রমাণ কর যে, বিন্দু চারটি দিয়ে কখনো একটি সামান্তরিক আঁকা সম্ভব নয়। ৪

৯ নং প্রশ্নের সমাধান

ক আমরা জানি, সরলরেখার ঢাল, $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

AB সরলরেখার ঢাল, $m_1 = \frac{2t - 3t}{t^2 - t} = \frac{-t}{t(t-1)} = \frac{-1}{t-1}$

CD সরলরেখার ঢাল, $m_2 = \frac{1-t}{1-t+2} = \frac{1-t}{3-t}$

খ AB ও CD সমান্তরাল বলে, AB ও CD রেখার ঢাল সমান।
অর্থাৎ, $m_1 = m_2$

বা, $\frac{-1}{t-1} = \frac{1-t}{3-t}$

বা, $t^2 - 2t + 1 = 3 - t$

বা, $t^2 - t - 2 = 0$

বা, $t^2 - 2t + t - 2 = 0$

বা, $t(t-2) + (t-2) = 0$

বা, $(t-2)(t+1) = 0$

$\therefore$ $t - 2 = 0$ অথবা, $t + 1 = 0$

বা, $t = 2$ বা, $t = -1$

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

গ আমরা জানি, সামান্তরিকের বিপরীত বাহুগুলো পরস্পর সমান্তরাল।
এখানে $t = 2$ বা -1 হলে AB ও CD সমান্তরাল হয়।
এখন, $t = 2$ হলে বিন্দুগুলো হল $A(2, 6), B(4, 4), C(0, 2)$ এবং $D(1, 1)$

AD বাহুর ঢাল, $m_1 = \frac{1-2}{1-6} = \frac{1}{5}$

BC বাহুর ঢাল $m_2 = \frac{0-4}{2-4} = \frac{-4}{-2} = 2$

এখানে, $m_1 \neq m_2$
সুতরাং $t = 2$ এর জন্য AD ও BC সমান্তরাল নয়।

আবার, $t = -1$ হলে বিন্দুগুলো হল $A(-1, -3), B(1, 2), C(-3, -1)$ এবং $D(1, 1)$

AD বাহুর ঢাল, $m_1 = \frac{1+1}{1+3} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

BC বাহুর ঢাল, $m_2 = \frac{-3-1}{-1+2} = \frac{-4}{1} = -4$

এখানে, $m_1 \neq m_2$
সুতরাং $t = -1$ এর জন্য AD ও BC সমান্তরাল নয়।
$\therefore$ বিন্দু চারটি দিয়ে কোন সামান্তরিক আঁকা সম্ভব নয়।

প্রশ্ন ব্যাংক উত্তরসহ সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

প্রশ্ন ▶ ১০ $A(3t, t), B(2t, t^2), C(t-2, t)$ এবং $D(1, 1)$ চারটি বিন্দু।

ক. AB রেখাংশের ঢাল নির্ণয় কর। ২
খ. AB ও CD রেখাংশদ্বয় সমান্তরাল হলে t এর সম্ভাব্য মান নির্ণয় কর। ৪
গ. t-এর মান ব্যবহার করে দেখাও যে, বিন্দু চারটি সমরেখ নয়। ৪

উত্তর: ক. $-(t-1)$ **খ.** $t = 1$ এবং -2

প্রশ্ন ▶ ১১ A, B এবং C বিন্দু তিনটির স্থানাঙ্ক যথাক্রমে $(a, 0), (0, b)$ এবং $(1,1)$.

ক. বিন্দুগুলো ছককাগজে স্থাপন কর। ২
খ. AB, BC, CA এর ঢাল নির্ণয় কর। ৪
গ. দেখাও যে, বিন্দুগুলো সমরেখ হবে যদি $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 1$ হয়। ৪

উত্তর: ক. $m_1 = -\frac{b}{a}, m_2 = \frac{1}{1-b}, m_3 = -a$
গ. সমাধানের জন্য অনুশীলনী ১১.৩ এর ৬ নং প্রশ্নের সাহায্যে নাও।

REVISION

এ অংশে অধ্যায়ের গুরুত্বপূর্ণ তথ্য ও সূত্র, পরীক্ষার আগে যার উপর চোখ বুলিয়ে নেওয়া প্রয়োজন বা অবশ্যই মনে রাখতে হবে এমন বিষয়সমূহ একনজরে উল্লেখ করা হয়েছে। পরীক্ষার আগে এ বিষয়গুলো রিভিশন দিলে পরীক্ষায় নির্ভুলভাবে অঙ্ক সমাধান করতে পারবে।

- কোনো সরলরেখা X- অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে যে কোণ উৎপন্ন করে তার ত্রিকোণমিতিক ট্যানজেন্টকে রেখাটির ঢাল বলে এবং একে m দ্বারা সূচিত করা হয়।
- একটি সরলরেখা AB যখন $A(x_1, y_1)$ ও $B(x_2, y_2)$ বিন্দু দিয়ে অতিক্রম করে তখন তার ঢাল, $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$
- কোনো সরলরেখা দ্বারা x অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে উৎপন্ন কোণ θ ও ঢাল m এর মধ্যে সম্পর্ক হলো, $m = \tan\theta$.
- ঢাল ধনাত্মক হলে রেখা দ্বারা x অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে উৎপন্ন কোণ সূক্ষ্মকোণ এবং ঋণাত্মক হলে রেখা দ্বারা x- অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে উৎপন্ন কোণ একটি স্থূলকোণ।
- উৎপন্ন কোণ শূন্য বা সমকোণ হলে ঢাল যথাক্রমে শূন্য বা অসীম হবে সেক্ষেত্রে সরলরেখাটি যথাক্রমে x বা y অক্ষের সমান্তরাল।

SUGGESTION

এখানে অধ্যায়টির অনুশীলনী, বহুনির্বাচনি ও সৃজনশীল প্রশ্নগুলো বিশ্লেষণ করে স্টার মার্কসহ সাজেশন দেওয়া হয়েছে। পরীক্ষার আগে অবশ্যই এ অঙ্কগুলো সমাধান করবে। তাহলে পরীক্ষায় যেকোনো অঙ্কের সমাধান সহজেই করতে পারবে।

সাজেশন | বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

	প্রশ্ন নম্বর
★★★	৩, ৭, ৯, ১০, ১১, ১৪, ১৫, ১৭, ২০, ২১, ২৬, ২৯, ৩০, ৩৪, ৩৫
★★	৪, ৫, ৮, ১৬, ১৮, ১৯, ২২, ২৪, ২৫, ৩১, ৩২, ৩৩

সাজেশন | সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

	প্রশ্ন নম্বর
★★★	২, ৩, ৪, ৭, ৯
★★	১, ৫, ৬

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

অধ্যায়-১১

স্থানাঙ্ক জ্যামিতি

অনুশীলনী-১১.৪

অনুশীলনীটি পড়ে যা জানতে পারবে—

১. সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয়।
২. সরলরেখার সমীকরণ লেখচিত্র উপস্থাপন।

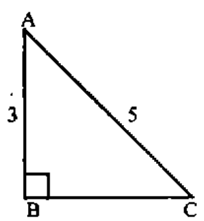
২৪টি অনুশীলনীর প্রশ্ন।
৬২টি বহুনির্বাচনি প্রশ্ন ■ ৩৬টি সাধারণ বহুনির্বাচনি ■ ৯টি বহুপদী সমাপ্তিসূচক ■ ১৭টি অভিন্ন তথ্যভিত্তিক
২৬টি সৃজনশীল প্রশ্ন ■ ২টি অনুশীলনী ■ ১৭টি মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত ■ ৭টি প্রশ্নব্যাংক

অনুশীলনীর বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

১. **নিচের তথ্যগুলো লক্ষ কর:**
i. দুইটি বিন্দুর দূরত্ব নির্ণয়ে পীথাগোরাসের উপপাদ্যের সাহায্য নেওয়া হয়।
ii. $y - 2x + 5 = 0$ রেখার ঢাল 2
iii. $3x + 5y = 0$ রেখাটি মূলবিন্দুগামী
নিচের কোনটি সঠিক ?
ক. i গ. ii ও iii
খ. i ও iii ঘ. i, ii ও iii (ঘ)

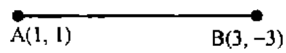
ব্যাখ্যা: ii. সঠিক, কারণ $y - 2x + 5 = 0$
বা, $y = 2x - 5$; যা $y = mx + c$ আকারের সমীকরণ,
$\therefore$ ঢাল $m = 2$
iii. সঠিক, কারণ, $3x + 5y = 0$
বা, $y = -\frac{3}{5}x$, যা মূলবিন্দুগামী রেখা $y = mx$ আকারের

২. $\{s(s-a)(s-b)(s-c)\}^{\frac{1}{2}}$ **-এ s দ্বারা বুঝায়—**
ক. ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল গ. বৃত্তের ক্ষেত্রফল
খ. ত্রিভুজের অর্ধ-পরিসীমা ঘ. বৃত্তের অর্ধ-পরিধি (খ)

৩.


ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল
ক. 12 বর্গ একক গ. 15 বর্গ একক
খ. 6 বর্গ একক ঘ. 60 বর্গ একক (খ)

ব্যাখ্যা: ΔABC সমকোণী ত্রিভুজ।
$\therefore BC = \sqrt{5^2 - 3^2} = \sqrt{16} = 4$ একক
$\therefore \Delta ABC$ এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times 3 \times 4$ বর্গ একক
$= 6$ বর্গ একক।

৪.


AB রেখার ঢাল
ক 2 খ −2
গ. 0 ঘ. 6 (খ)

ব্যাখ্যা: ঢাল $= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-3-1}{3-1} = \frac{-4}{2} = -2$

৫. $x - 2y - 10 = 0$ **এবং** $2x + y - 3 = 0$ **রেখাদ্বয়ের ঢালদ্বয়ের গুণফল**
ক. −2 খ. 2
গ. −2 ঘ −1 (ঘ)

ব্যাখ্যা: প্রথম রেখা $x - 2y - 10 = 0$
বা, $y = \frac{1}{2}x - 5$
$\therefore$ ঢাল $m_1 = \frac{1}{2}$
দ্বিতীয় রেখা $2x + y - 3 = 0$
বা, $y = -2x + 3$
$\therefore$ ঢাল $m_2 = -2$
$\therefore$ ঢালদ্বয়ের গুণফল $= m_1m_2 = \frac{1}{2} \times (-2) = -1$

৬. $y = \frac{x}{2} + 2$ **এবং** $2x - 10y + 20 = 0$ **সমীকরণদ্বয়**
ক. দুটি ভিন্ন রেখা নির্দেশ করে খ. একই রেখা নির্দেশ করে
গ. রেখাদ্বয় সমান্তরাল ঘ. রেখাদ্বয় পরস্পরচ্ছেদী (ঘ)

ব্যাখ্যা: প্রথম রেখা $y = \frac{x}{2} + 2$; যার ঢাল $= \frac{1}{2}$
দ্বিতীয় রেখা : $2x - 10y + 20 = 0$ বা, $10y = 2x + 20$
বা, $y = \frac{x}{5} + 2$; যার ঢাল $= \frac{1}{5}$
যেহেতু ঢালদ্বয় অসমান সেহেতু রেখাদ্বয় পরস্পরচ্ছেদী.

৭. $y = x - 3$ **এবং** $y = -x + 3$ **এর ছেদ বিন্দু**
ক. (0, 0) খ. (0, 3)
গ. (3, 0) ঘ. (−3, 3) (গ)

ব্যাখ্যা: প্রথম রেখা $y = x - 3$ দ্বিতীয় রেখা $y = -x + 3$
ছেদবিন্দুতে $x - 3 = -x + 3$ বা, $2x = 6$ $\therefore x = 3$
$\therefore y = 3 - 3 = 0$
$\therefore$ ছেদবিন্দু হবে (3, 0)

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

নিচের তথ্যের আলোকে ৮ ও ৯ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

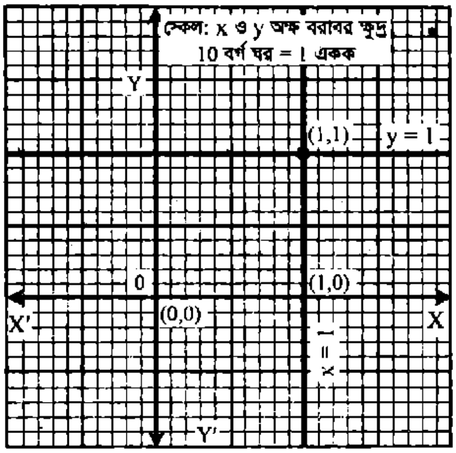
$x = 1, y = 1$

৮. রেখাদ্বয় x-অক্ষকে যে বিন্দু ছেদ করে তার স্থানাঙ্ক

ক. (0, 1) খ. (1, 0)

গ. (0, 0) ঘ. (1, 1) **খ**

ব্যাখ্যা:



$x = 1$ রেখাটি x-অক্ষকে (1, 0) বিন্দুতে ছেদ করে।

$y = 1$ রেখাটি x-অক্ষকে কোনো বিন্দুতেই ছেদ করবে না।

$x = 1$ ও $y = 1$ রেখাদ্বয় পরস্পরকে (1, 1) বিন্দুতে ছেদ করে।

৯. রেখাদ্বয় অক্ষদ্বয়ের সাথে যে ক্ষেত্রটি তৈরি করে তার ক্ষেত্রফল-

ক. $\frac{1}{2}$ বর্গ একক খ. 1 বর্গ একক

গ. 2 বর্গ একক ঘ. 4 বর্গ একক **খ**

ব্যাখ্যা: ৮ নং থেকে পাই, ক্ষেত্রটি একটি বর্গক্ষেত্র, যার বাহুর দৈর্ঘ্য = 1 একক

$\therefore$ ক্ষেত্রফল = 1^2 বর্গ একক = 1 বর্গ একক।

অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

১০. একটি সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর যা (2, –1) বিন্দু দিয়ে যায় এবং যার ঢাল 2.

সমাধান: দেওয়া আছে, ঢাল $m = 2$ এবং নির্দিষ্ট বিন্দু (2, –1)

$\therefore (x_1, y_1)$ বিন্দুগামী এবং m ঢালবিশিষ্ট সরলরেখার সমীকরণ

$y - y_1 = m(x - x_1)$

বা, $y - (-1) = 2(x - 2)$

বা, $y + 1 = 2x - 4$

$\therefore y = 2x - 5$ **(Ans.)**

১১. নিম্নোক্ত বিন্দুদ্বয় দিয়ে অতিক্রান্ত সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর।

(a) A(1, 5), B(2, 4)

(b) A(3, 0), B(0, –3)

(c) A(a, 0), B(2a, 3a)

সমাধান: **(a)** আমরা জানি, (x_1, y_1) ও (x_2, y_2) বিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ, $\frac{x - x_1}{y - y_1} = \frac{x_1 - x_2}{y_1 - y_2}$

এখানে $(x_1, y_1) = (1, 5)$ ও $(x_2, y_2) = (2, 4)$

$\therefore$ A (1, 5) ও B(2, 4) বিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ,

$\frac{x - 1}{y - 5} = \frac{1 - 2}{5 - 4}$

বা, $\frac{x - 1}{y - 5} = \frac{-1}{1}$

বা, $x - 1 = -y + 5$

বা, $x - 1 + y - 5 = 0$

বা, $x + y - 6 = 0$

$\therefore y = -x + 6$ **(Ans.)**

(b) আমরা জানি, (x_1, y_1) ও (x_2, y_2) বিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ,

$\frac{x - x_1}{y - y_1} = \frac{x_1 - x_2}{y_1 - y_2}$

এখানে $(x_1, y_1) = (3, 0)$ এবং $(x_2, y_2) = (0, -3)$

$\therefore$ A (3, 0) ও B (0, –3) বিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ,

$\frac{x - 3}{y - 0} = \frac{3 - 0}{0 + 3}$

বা, $\frac{x - 3}{y} = 1$

$\therefore y = x - 3$ **(Ans.)**

(c) আমরা জানি, (x_1, y_1) ও (x_2, y_2) বিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ,

$\frac{x - x_1}{y - y_1} = \frac{x_1 - x_2}{y_1 - y_2}$

এখানে $(x_1, y_1) = (a, 0)$ এবং $(x_2, y_2) = (2a, 3a)$,

$\therefore$ A (a, 0) ও B (2a, 3a) বিন্দুগামী সরল রেখার সমীকরণ,

$\frac{x - a}{y - 0} = \frac{a - 2a}{0 - 3a}$

বা, $\frac{x - a}{y} = \frac{-a}{-3a}$

বা, $\frac{x - a}{y} = \frac{1}{3}$

বা, $3x - 3a = y$

$\therefore y = 3x - 3a$ **(Ans.)**

১২. নিম্নোক্ত প্রতিক্ষেত্রে সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর।

(a) ঢাল 3 এবং y ছেদক – 5

(b) ঢাল –3 এবং y ছেদক – 5

(c) ঢাল 3 এবং y ছেদক 5

(d) ঢাল –3 এবং y ছেদক 5

উপরোক্ত চাররেখা একই সমতলে এঁকে দেখাও।

[এই রেখাসমূহের মাধ্যমে ঢাল বোঝা যাবে এবং y-অক্ষের ছেদকাংশের চিহ্নের জন্য রেখা কোন চতুর্ভাগে অবস্থান করবে।]

সমাধান:

(a) এখানে ঢাল $m = 3$ এবং y ছেদক $c = -5$

$\therefore$ সরলরেখার সমীকরণ, $y = mx + c$

$\therefore y = 3x - 5$ **(Ans.)**

(b) এখানে ঢাল $m = -3$ এবং y ছেদক $c = -5$.

$\therefore$ সরলরেখার সমীকরণ, $y = mx + c = -3x - 5$

$\therefore y = -3x - 5$ **(Ans.)**

(c) এখানে ঢাল $m = 3$ এবং y ছেদক $c = 5$

$\therefore$ সরলরেখার সমীকরণ, $y = mx + c = 3x + 5$

$\therefore y = 3x + 5$ **(Ans.)**

(d) এখানে, ঢাল $m = -3$ এবং y ছেদক $c = 5$

$\therefore$ সরলরেখার সমীকরণ, $y = mx + c = -3x + 5$

$\therefore y = -3x + 5$ **(Ans.)**

উপরোক্ত রেখা চারটি নিচে একই সমতলে আঁকা হলো।

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

(a) নং রেখার সমীকরণ $y = 3x - 5$ যা,

x-অক্ষকে $\left(\frac{5}{3}, 0\right)$ বিন্দুতে [$y = 0$ বসিয়ে $x = \frac{5}{3}$] এবং

y-অক্ষকে $(0, -5)$ বিন্দুতে ছেদ করে [$x = 0$ বসিয়ে $y = -5$]

(b) নং রেখার সমীকরণ $y = -3x - 5$ যা,

x-অক্ষকে $\left(-\frac{5}{3}, 0\right)$ বিন্দুতে [$y = 0$ বসিয়ে $x = -\frac{5}{3}$] এবং

y-অক্ষকে $(0, -5)$ বিন্দুতে ছেদ করে [$x = 0$ বসিয়ে $y = -5$]

(c) নং রেখার সমীকরণ $y = 3x + 5$ যা,

x-অক্ষকে $\left(-\frac{5}{3}, 0\right)$ বিন্দুতে [$y = 0$ বসিয়ে $x = -\frac{5}{3}$] এবং

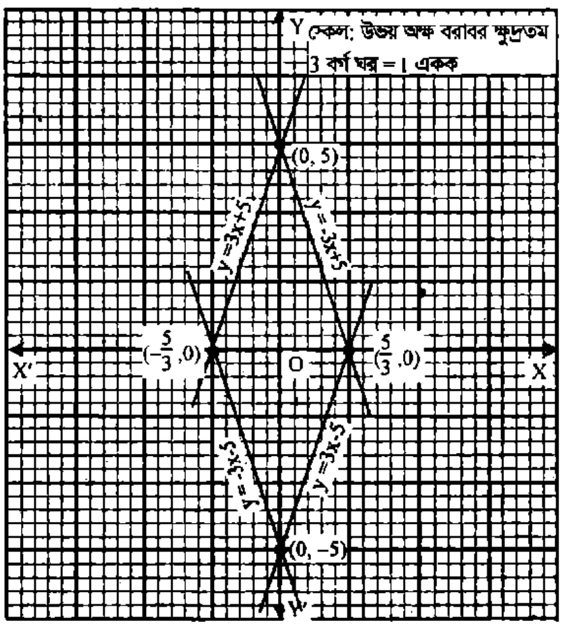
y-অক্ষকে $(0, 5)$ বিন্দুতে ছেদ করে [$x = 0$ বসিয়ে, $y = 5$]

(d) নং রেখার সমীকরণ $y = -3x + 5$ যা,

x-অক্ষকে $\left(\frac{5}{3}, 0\right)$ বিন্দুতে [$y = 0$ বসিয়ে $x = \frac{5}{3}$] এবং

y-অক্ষকে $(0, 5)$ বিন্দুতে ছেদ করে। [$x = 0$ বসিয়ে, $y = 5$]

উপরিউক্ত চারটি সরলরেখা xy সমতলে দেখানো হলো:



১৩. নিম্নোক্ত রেখাসমূহ x অক্ষকে ও y অক্ষকে কোন বিন্দুতে ছেদ করে নির্ণয় কর। তারপর রেখাসমূহ এঁকে দেখাও।

(a) $y = 3x - 3$

(b) $2y = 5x + 6$

(c) $3x - 2y - 4 = 0$

সমাধান:

(a) মনে করি, $y = 3x - 3$ রেখাটি x ও y অক্ষকে যথাক্রমে A ও B বিন্দুতে ছেদ করে।

তাহলে, A বিন্দুর কোটি, $y = 0$

বা, $3x - 3 = 0$

$\therefore x = 1$

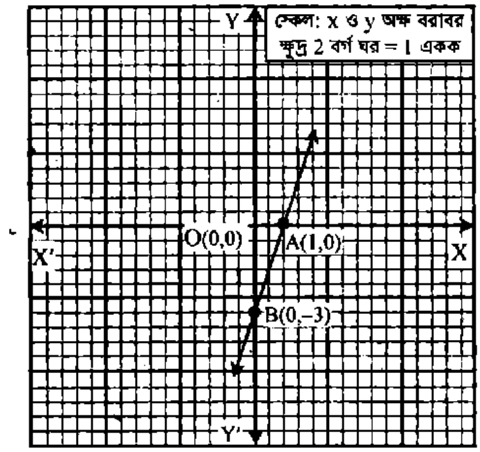
$\therefore$ A বিন্দুর স্থানাঙ্ক $(1, 0)$ **(Ans.)**

আবার, B বিন্দুর ভুজ, $x = 0$

$\therefore y = 3.0 - 3 = -3$

$\therefore$ B বিন্দুর স্থানাঙ্ক $(0, -3)$ **(Ans.)**

নিচের চিত্রে রেখাটি আঁকা হলো।



(b) মনে করি, $2y = 5x + 6$ রেখাটি x ও y অক্ষকে যথাক্রমে A ও B বিন্দুতে ছেদ করে।

তাহলে A বিন্দুর কোটি, $y = 0$

$\therefore 2.0 = 5x + 6$

বা, $5x = -6$

$\therefore x = -\frac{6}{5}$

$\therefore$ A বিন্দুর স্থানাঙ্ক $\left(-\frac{6}{5}, 0\right)$ **(Ans.)**

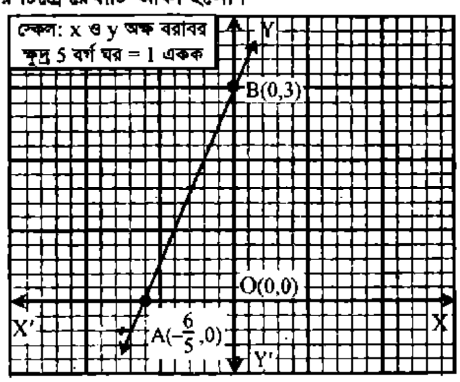
আবার, B বিন্দুর ভুজ, $x = 0$

$\therefore 2y = 5.0 + 6$

$\therefore y = 3$

$\therefore$ B বিন্দুর স্থানাঙ্ক $(0, 3)$ **(Ans.)**

নিচের চিত্রে রেখাটি আঁকা হলো।



(c) মনে করি, $3x - 2y - 4 = 0$ রেখাটি x ও y অক্ষকে যথাক্রমে A ও B বিন্দুতে ছেদ করে।

তাহলে, A বিন্দুর কোটি, $y = 0$

$\therefore 3x - 2.0 - 4 = 0$

বা, $3x = 4$

$\therefore x = \frac{4}{3}$

$\therefore$ A বিন্দুর স্থানাঙ্ক $\left(\frac{4}{3}, 0\right)$ **(Ans.)**

আবার, B বিন্দুর ভুজ, $x = 0$

$\therefore 3.0 - 2y - 4 = 0$

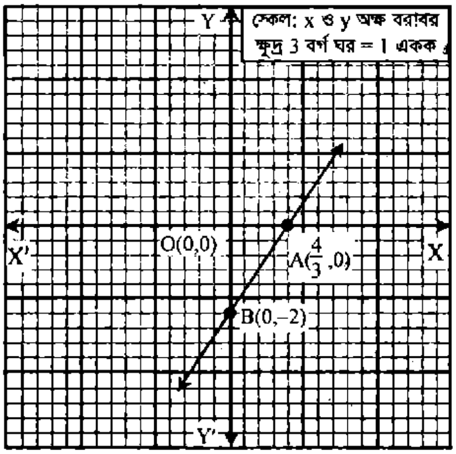
$\therefore y = -2$

$\therefore$ B বিন্দুর স্থানাঙ্ক $(0, -2)$ **(Ans.)**

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

নিচের চিত্রে রেখাটি আঁকা হলো।



[বি:দ্র: পাঠ্যবইয়ের উত্তর ভুল আছে]

১৪. (k, 0) বিন্দুগামী ও k ঢালবিশিষ্ট সরলরেখার সমীকরণ k এর মাধ্যমে নির্ণয় কর। যদি রেখাটি (5, 6) বিন্দুগামী হয় তবে k এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান: (k, 0) বিন্দুগামী ও k ঢাল বিশিষ্ট সরলরেখার সমীকরণ,

$(y - 0) = k(x - k)$ $[\because y - y_1 = m(x - x_1)]$

$\therefore y = k(x - k)$

যদি রেখাটি (5, 6) বিন্দুগামী হয়, তাহলে,

$6 = k(5 - k)$

বা, $6 = 5k - k^2$

বা, $k^2 - 5k + 6 = 0$

বা, $k^2 - 2k - 3k + 6 = 0$

বা, $k(k-2) - 3(k-2) = 0$

বা, $(k-2)(k-3) = 0$

$\therefore k = 2, 3.$

$\therefore$ নির্ণেয় সমীকরণ, $y = k(x - k)$ এবং $k = 2, 3.$

১৫. $(k^2, 2k)$ বিন্দুগামী এবং $\frac{1}{k}$ ঢালবিশিষ্ট রেখার সমীকরণ নির্ণয় কর। যদি রেখাটি (–2, 1) বিন্দু দিয়ে অতিক্রম করে, তবে k এর সম্ভাব্য মান নির্ণয় কর।

সমাধান: প্রথম অংশ: দেওয়া আছে, ঢাল $m = \frac{1}{k}$

নির্দিষ্ট বিন্দু $(x_1, y_1) = (k^2, 2k)$

$\therefore$ রেখাটির সমীকরণ, $y - y_1 = m(x - x_1)$

বা, $y - 2k = \frac{1}{k}(x - k^2)$

বা, $y - 2k = \frac{x}{k} - k$

বা, $y = \frac{x}{k} - k + 2k$

$\therefore y = \frac{x}{k} + k$ **(Ans.)**

[বি.দ্র. পাঠ্যবইয়ের উত্তর ভুল আছে।]

দ্বিতীয় অংশ: $y = \frac{x}{k} + k$ রেখাটি (–2, 1) বিন্দুগামী

$\therefore 1 = \frac{-2}{k} + k$

বা, $1 = \frac{-2 + k^2}{k}$

বা, $k^2 - k - 2 = 0$

বা, $k^2 - 2k + k - 2 = 0$

বা, $k(k-2) + 1(k-2) = 0$

বা, $(k-2)(k+1) = 0$

হয়, $k - 2 = 0$ অথবা, $k + 1 = 0$

$\therefore k = 2$ $\quad \therefore k = -1$

$\therefore$ k এর সম্ভাব্য মান – 1, 2 **(Ans.)**

১৬. একটি রেখা A(–2, 3) বিন্দু দিয়ে যায় যার ঢাল $\frac{1}{2}$। আবার রেখাটি যদি (3, k) বিন্দু দিয়ে যায় তবে k এর মান কত?

সমাধান: A(–2, 3) বিন্দুগামী ও $\frac{1}{2}$ ঢাল বিশিষ্ট সরলরেখার সমীকরণ, $(y - 3) = \frac{1}{2}(x + 2)$

বা, $y = \frac{x}{2} + 1 + 3$

$\therefore y = \frac{x}{2} + 4$

রেখাটি (3, k) বিন্দু দিয়ে অতিক্রম করলে,

$k = \frac{3}{2} + 4$

$\therefore k = \frac{11}{2}$

$\therefore$ k এর মান $\frac{11}{2}$ **(Ans.)**

১৭. 3 ঢালবিশিষ্ট একটি রেখা A(–1, 6) বিন্দু দিয়ে যায় এবং x অক্ষকে B বিন্দুতে ছেদ করে। A বিন্দুগামী অন্য একটি রেখা x অক্ষকে C(2, 0) বিন্দুতে ছেদ করে।

(a) AB ও AC রেখার সমীকরণ নির্ণয় কর।

(b) ΔABC এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

সমাধান: A (–1, 6) বিন্দু দিয়ে যায় এবং 3 ঢাল বিশিষ্ট সরলরেখার সমীকরণ, $(y - 6) = 3(x + 1)$ $[\because y - y_1 = m(x - x_1)]$

বা, $y - 6 = 3x + 3$

$\therefore y = 3x + 9$

রেখাটি x-অক্ষকে B বিন্দুতে ছেদ করে।

তাহলে B বিন্দুতে কোটি, $y = 0$

বা, $3x + 9 = 0$

$\therefore x = -3$

$\therefore$ B বিন্দুর স্থানাঙ্ক (–3, 0)

(a) AB রেখার সমীকরণ, $\frac{x+1}{y-6} = \frac{-1+3}{6-0}$

$\left[\because (x_1, y_1), (x_2, y_2) \text{ বিন্দুগামী রেখার সমীকরণ } \frac{x - x_1}{y - y_1} = \frac{x_1 - x_2}{y_1 - y_2}\right]$

বা, $\frac{x+1}{y-6} = \frac{2}{6}$

বা, $\frac{x+1}{y-6} = \frac{1}{3}$

বা, $y - 6 = 3x + 3$

$\therefore y = 3x + 9$ **(Ans.)**

এবং AC রেখার সমীকরণ, $\frac{x+1}{y-6} = \frac{-1-2}{6-0}$

বা, $\frac{x+1}{y-6} = \frac{-3}{6}$

$\left[\because (x_1, y_1), (x_2, y_2) \text{ বিন্দুগামী রেখার সমীকরণ } \frac{x - x_1}{y - y_1} = \frac{x_1 - x_2}{y_1 - y_2}\right]$

বা, $\frac{x+1}{y-6} = -\frac{1}{2}$

বা, $y - 6 = -2x - 2$

$\therefore y = -2x + 4$ **(Ans.)**

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

(b) ΔABC এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} -1 & -3 & 2 & -1 \\ 6 & 0 & 0 & 6 \end{vmatrix}$ বর্গ একক

$= \frac{1}{2}(0+0+12+18-0-0)$ বর্গ একক

$= \frac{1}{2} \times 30$ বর্গ একক

$= 15$ বর্গ একক **(Ans.)**

১৮. দেখাও যে, $y - 2x + 4 = 0$ এবং $3y = 6x + 10$ রেখাদ্বয় পরস্পর ছেদ করে না। রেখাদ্বয়ের চিত্র এঁকে ব্যাখ্যা কর কেন সমীকরণ দুইটির সমাধান নাই।

সমাধান: প্রদত্ত রেখাদ্বয়ের সমীকরণ $y - 2x + 4 = 0$

বা, $y = 2x - 4$ .... (i)

এবং $3y = 6x + 10$

বা, $y = 2x + \frac{10}{3}$ .... (ii)

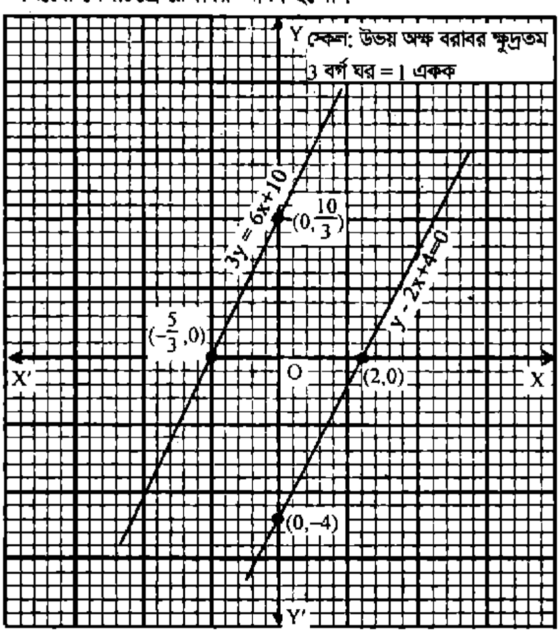
যেহেতু (i) ও (ii) উভয় রেখার ঢাল $m_1 = m_2 = 2$ এবং y অক্ষের কর্তিত অংশ যথাক্রমে -4 ও $\frac{10}{3}$ অসমান। সুতরাং রেখাদ্বয় পরস্পর সমান্তরাল এবং পরস্পর ছেদ করে না।

(i) নং রেখা x-অক্ষকে (2, 0) বিন্দুতে [(i) নং এ $y = 0$ বসিয়ে] এবং y-অক্ষকে (0, – 4) বিন্দুতে ছেদ করে [(i) নং এ $x = 0$ বসিয়ে]

আবার, (ii) নং রেখা x-অক্ষকে $\left(-\frac{5}{3}, 0\right)$ বিন্দুতে এবং [(2) নং এ $y = 0$ বসিয়ে এবং y-অক্ষকে $\left(0, \frac{10}{3}\right)$ বিন্দুতে ছেদ করে।

[(ii) নং এ $x = 0$ বসিয়ে]

নিচের লেখচিত্রে রেখাদ্বয় আঁকা হলো :



সুতরাং উপরিউক্ত চিত্র দেখা যাচ্ছে যে, রেখাদ্বয় পরস্পর সমান্তরাল অর্থাৎ তাদের কোনো ছেদবিন্দু নেই। তাই প্রদত্ত সমীকরণদ্বয়ের সমাধান নেই।

১৯. $y = x + 5$, $y = -x + 5$ এবং $y = 2$ সমীকরণ তিনটি একটি ত্রিভুজের তিনটি বাহু নির্দেশ করে। ত্রিভুজটির চিত্র আঁক এবং ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

সমাধান: প্রদত্ত রেখাত্রয়

$y = x + 5$ .... (i)

$y = -x + 5$ .... (ii)

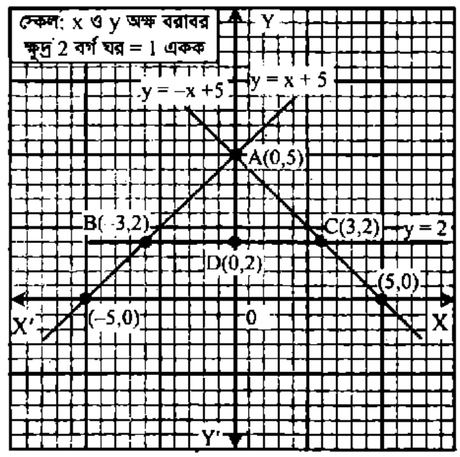
$y = 2$ .... (iii)

(i) নং রেখা x অক্ষকে (–5, 0) বিন্দুতে [(i) নং এ $y = 0$ বসিয়ে $x = -5$] এবং y-অক্ষকে (0, 5) বিন্দুতে ছেদ করে। [(i) নং এ $x = 0$ বসিয়ে, $y = 5$]

(ii) নং রেখা x অক্ষকে (5, 0) বিন্দুতে [(ii) নং এ $y = 0$ বসিয়ে $x = 5$] এবং y- অক্ষকে (0, 5) বিন্দুতে ছেদ করে [(ii) নং এ $x = 0$ বসিয়ে $y = 5$]

(iii) নং রেখা $y = 2$ হলো x-অক্ষের সমান্তরাল রেখা যা y-অক্ষকে (0, 2) বিন্দুতে ছেদ করে।

উপরিউক্ত তথ্যের আলোকে রেখাগুলো গ্রাফ কাগজে আঁকা হলো:



চিত্র থেকে (i), (ii) ও (iii) নং রেখা দ্বারা গঠিত ত্রিভুজ ABC যার A(0, 5), B(–3, 2), C(3, 2) এবং D বিন্দুর স্থানাঙ্ক (0, 2)

এখন ΔABC এর ভূমি

$BC = BD + DC = 3 + 3 = 6$ একক।

[∵ B ও C বিন্দু y অক্ষ হতে বামে ও ডানে 3 একক করে দূরত্বে অবস্থিত।]

উচ্চতা $AD = OA - OD = 5 - 2 = 3$ একক।

[∵ A ও D বিন্দুদ্বয় মূলবিন্দু (i) হতে যথাক্রমে 5 ও 2 অক্ষ দূরত্বে অবস্থিত।]

∴ ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times BC \times AD$ বর্গ একক

$= \frac{1}{2} \times 6 \times 3$ বর্গ একক

$= 9$ বর্গ একক **(Ans.)**

বিকল্প সমাধান: প্রদত্ত (i) ও (ii) সমাধান করে পাই, A(0, 5)

(i) ও (iii) সমাধান করে পাই, B(–3, 2) এবং

(ii) ও (iii) সমাধান করে পাই, C(3, 2)

∴ ΔABC এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} 0 & -3 & 3 & 0 \\ 5 & 2 & 2 & 5 \end{vmatrix}$ বর্গ একক

$= = \frac{1}{2}(0 - 6 + 15 + 15 - 6 - 0)$ বর্গ একক

$= \frac{1}{2} \times 18$ বর্গ একক

$= 9$ বর্গ একক **(Ans.)**

২০. $y = 3x + 4$ এবং $3x + y = 10$ রেখাদ্বয়ের ছেদবিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর। রেখাদ্বয়ের চিত্র আঁক এবং x অক্ষ সমন্বয়ে গঠিত ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

সমাধান: প্রদত্ত রেখাদ্বয়ের সমীকরণ-

$y = 3x + 4$

বা, $3x - y + 4 = 0$ .... (i)

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

এবং $3x + y = 10$

বা, $3x + y - 10 = 0$ .... (ii)

প্রদত্ত রেখাদ্বয়ের ছেদবিন্দুর স্থানাঙ্ক হবে (i) ও (ii) নং সমীকরণের সমাধান।

(i) ও (ii) নং সমীকরণ জোটে বজ্রগুণন পদ্ধতি প্রয়োগ করে পাই,

$$\frac{x}{10-4} = \frac{y}{12+30} = \frac{1}{3+3}$$

বা, $\frac{x}{6} = \frac{y}{42} = \frac{1}{6}$

$\therefore \frac{x}{6} = \frac{1}{6}$ বা, $x = 1$

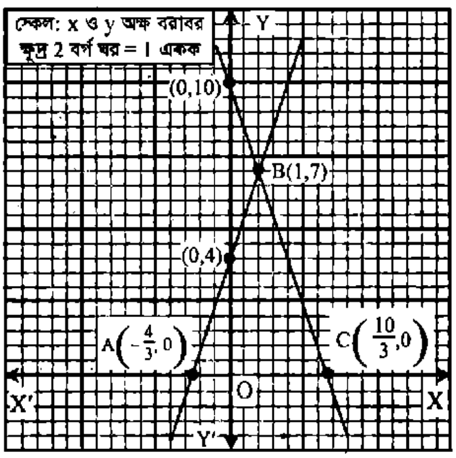
এবং $\frac{y}{42} = \frac{1}{6}$ বা, $y = 7$

$\therefore$ রেখাদ্বয়ের ছেদ বিন্দুর স্থানাঙ্ক (1, 7)

(i) নং রেখার উপর একটি বিন্দু (1, 7) এবং অপর একটি বিন্দু $\left(-\frac{4}{3}, 0\right)$ [(i) নং এ $y = 0$ বসিয়ে]

(ii) নং রেখার উপর একটি বিন্দু (1, 7) এবং অপর একটি বিন্দু $\left(\frac{10}{3}, 0\right)$ [(ii) নং এ $y = 0$ বসিয়ে]

এখন প্রাপ্ত বিন্দুগুলো গ্রাফ কাগজে বসিয়ে ত্রিভুজটি আঁকি।



ABC ত্রিভুজের ভূমি $AC = \sqrt{\left(-\frac{4}{3} - \frac{10}{3}\right)^2 + (0-0)^2}$ একক

$= \sqrt{\left(-\frac{14}{3}\right)^2}$ একক $= \frac{14}{3}$ একক, উচ্চতা = 7 একক

[$\because$ ভূমি x অক্ষের উপর এবং ভূমি হতে বিপরীত শীর্ষের দূরত্ব 7 একক।]

$\therefore \Delta ABC$ ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times \frac{14}{3} \times 7$ বর্গ একক $= \frac{49}{3}$ বর্গ একক

$= 16\frac{1}{3}$ বর্গ একক (Ans.)

২১. প্রমাণ কর যে, $2y - x = 2$, $y + x = 7$ এবং $y = 2x - 5$ রেখা তিনটি সমবিন্দু (Concurrent) অর্থাৎ একই বিন্দু দিয়ে অতিক্রম করে।

সমাধান: প্রদত্ত রেখাত্রয় $2y - x = 2$

বা, $-x + 2y - 2 = 0$ .... (i)

ও $y + x = 7$

বা, $x + y - 7 = 0$ .... (ii)

এবং $y = 2x - 5$

বা, $2x - y - 5 = 0$ .... (iii)

(i) ও (ii) নং সমীকরণে আড়গুণন পদ্ধতি প্রয়োগ করে পাই,

$$\frac{x}{-14+2} = \frac{y}{-2-7} = \frac{1}{-1-2}$$

বা, $\frac{x}{-12} = \frac{y}{-9} = \frac{1}{-3}$

সুতরাং $\frac{x}{-12} = \frac{1}{-3}$

বা, $x = \frac{-12}{-3}$

$\therefore x = 4$

এবং $\frac{y}{-9} = \frac{1}{-3}$

বা, $y = \frac{-9}{-3}$

$\therefore y = 3$

$\therefore$ (i) ও (ii) নং রেখার ছেদ বিন্দু $(x, y) = (4, 3)$

আবার, (ii) ও (iii) নং সমীকরণে আড় গুণন পদ্ধতি প্রয়োগ করে পাই,

$$\frac{x}{-5-7} = \frac{y}{-14+5} = \frac{1}{-1-2}$$

বা, $\frac{x}{-12} = \frac{y}{-9} = \frac{1}{-3}$

সুতরাং $\frac{x}{-12} = \frac{1}{-3}$

বা, $x = \frac{-12}{-3} = 4$

$\therefore x = 4$

এবং $\frac{y}{-9} = \frac{1}{-3}$

বা, $y = \frac{-9}{-3} = 3$

$\therefore y = 3$

$\therefore$ (ii) ও (iii) নং রেখার ছেদবিন্দু, $(x, y) = (4, 3)$

অর্থাৎ (i), (ii) ও (iii) নং রেখা (4, 3) বিন্দু দিয়ে অতিক্রম করে।

$\therefore$ রেখা তিনটি সমবিন্দু (Concurrent)

অর্থাৎ একই বিন্দু দিয়ে অতিক্রম করে। **(প্রমাণিত)**

বিকল্প সমাধান:

প্রদত্ত রেখাত্রয় $2y - x = 2$

বা, $-x + 2y - 2 = 0$ .... (i)

ও $y + x = 7$

বা, $x + y - 7 = 0$ .... (ii)

এবং $y = 2x - 5$

বা, $2x - y - 5 = 0$ .... (iii)

(i) ও (ii) নং সমীকরণে আড়গুণন পদ্ধতি প্রয়োগ করে পাই,

$$\frac{x}{-14+2} = \frac{y}{-2-7} = \frac{1}{-1-2}$$

বা, $\frac{x}{-12} = \frac{y}{-9} = \frac{1}{-3}$

সুতরাং $\frac{x}{-12} = \frac{1}{-3}$

বা, $x = \frac{-12}{-3} = 4$

$\therefore x = 4$

এবং $\frac{y}{-9} = \frac{1}{-3}$

বা, $y = \frac{-9}{-3} = 3$

$\therefore y = 3$

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

$\therefore$ (i) ও (ii) নং রেখার ছেদ বিন্দু $(x, y) = (4, 3)$

প্রদত্ত রেখাত্রয় সমবিন্দু হলে $(4, 3)$ বিন্দু দ্বারা (iii) নং সমীকরণটি সিদ্ধ হবে।

সুতরাং (iii) নং এর বামপক্ষ $= 2.4 - 3 - 5$

$= 8 - 8 = 0$

সুতরাং প্রদত্ত রেখাত্রয় সমবিন্দু অর্থাৎ একই বিন্দু দিয়ে অতিক্রম করে। **(প্রমাণিত)**

২২. **$y = x + 3$, $y = x - 3$, $y = -x + 3$ এবং $y = -x - 3$ একটি চতুর্ভুজের চারটি বাহু নির্দেশ করে। চতুর্ভুজটি আঁক এবং ক্ষেত্রফল তিনটি ভিন্ন পদ্ধতিতে নির্ণয় কর।**

সমাধান: প্রদত্ত রেখাসমূহ -

$y = x + 3$ .... (i)

$y = x - 3$ ....(ii)

$y = -x + 3$...................(iii)

$y = -x - 3$...................(iv)

(i) নং রেখা x-অক্ষকে $(-3, 0)$ বিন্দুতে [(i) নং এ $y = 0$ বসিয়ে $x = -3$]

এবং y-অক্ষকে $(0, 3)$ বিন্দুতে ছেদ করে [(i) নং এ $x = 0$ বসিয়ে, $y = 3$]

(ii) নং রেখা x-অক্ষকে $(3, 0)$ বিন্দুতে [(ii) নং এ $y = 0$ বসিয়ে $x = 3$]

এবং y-অক্ষকে $(0, -3)$ বিন্দুতে ছেদ করে

[(ii) নং এ $x = 0$ বসিয়ে, $y = -3$]

(iii) নং রেখা x-অক্ষকে $(3, 0)$ বিন্দুতে

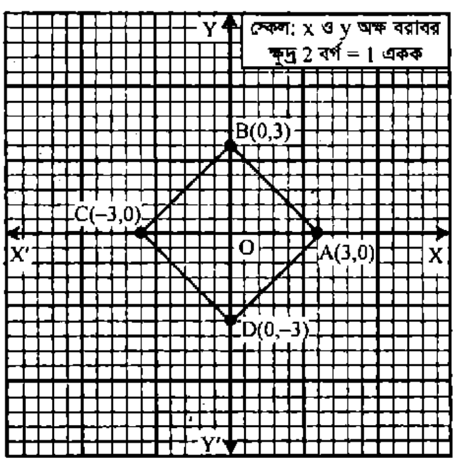
[(iii) নং এ $y = 0$ বসিয়ে $x = 3$]

এবং y-অক্ষকে $(0, 3)$ বিন্দুতে ছেদ করে

[(iii) নং এ $x = 0$ বসিয়ে, $y = 3$]

(iv) নং রেখা x-অক্ষকে $(-3, 0)$ বিন্দুতে [(iv) নং এ $y = 0$ বসিয়ে $x = -3$] এবং y-অক্ষকে $(0, -3)$ বিন্দুতে ছেদ করে [(iv) নং এ $x = 0$ বসিয়ে, $y = -3$]

এখন প্রাপ্ত তথ্যানুযায়ী (i), (ii), (iii) ও (iv) নং রেখাকে গ্রাফ কাগজে অঙ্কন করি।



চিত্র হতে পাই,

উৎপন্ন চতুর্ভুজটির শীর্ষবিন্দুগুলো হলো $A(3, 0)$, $B(0, 3)$, $C(-3, 0)$ এবং $D(0, -3)$

চতুর্ভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয়:

প্রথম পদ্ধতি: ABCD চতুর্ভুজের শীর্ষবিন্দুসমূহ $A(3, 0)$, $B(0, 3)$ এবং $C(-3, 0)$ ও $D(0, -3)$

AC কর্ণ ABCD চতুর্ভুজটিকে দুইটি ত্রিভুজ ক্ষেত্র

ΔABC ও ΔACD এ বিভক্ত করে।

এখন, $AB = \sqrt{(3-0)^2 + (0-3)^2}$ একক $= \sqrt{9+9}$ একক

$= 3\sqrt{2}$ একক

$BC = \sqrt{(0+3)^2 + (3-0)^2}$ একক $= \sqrt{9+9}$ একক $= 3\sqrt{2}$ একক

$CD = \sqrt{(-3-0)^2 + (0+3)^2}$ একক $= \sqrt{9+9}$ একক $= 3\sqrt{2}$ একক

$AD = \sqrt{(3-0)^2 + (0+3)^2}$ একক $= \sqrt{9+9}$ একক $= 3\sqrt{2}$ একক

এবং $AC = \sqrt{(3+3)^2 + (0+0)^2}$ একক $= \sqrt{6^2}$ একক $= 6$ একক

$\therefore \Delta ABC$ এর পরিসীমা $= AB + BC + CA = 3\sqrt{2} + 3\sqrt{2} + 6$

$= 6\sqrt{2} + 6 = 6(\sqrt{2} + 1)$ একক

$\therefore \Delta ABC$ এর অর্ধপরিসীমা, $s = \frac{6(\sqrt{2}+1)}{2}$ একক

$= 3(\sqrt{2} + 1)$ একক

এবং ΔACD এর পরিসীমা $= AC + CD + DA$

$= 6 + 3\sqrt{2} + 3\sqrt{2}$

$= 6(\sqrt{2} + 1)$ একক

$\therefore \Delta ACD$ এর অর্ধপরিসীমা $= \frac{6(\sqrt{2}+1)}{2}$ একক $= 3(\sqrt{2} + 1)$ একক

$\therefore \Delta ABC$ এর ক্ষেত্রফল $= \sqrt{s(s-AB)(s-BC)(s-AC)}$ বর্গ একক

$= \sqrt{3(\sqrt{2}+1)\{3(\sqrt{2}+1) - 3\sqrt{2}\}\{3(\sqrt{2}+1) - 3\sqrt{2}\}\{3(\sqrt{2}+1) - 6\}}$ বর্গ একক

$= \sqrt{3(\sqrt{2}+1)(3\sqrt{2}+3-3\sqrt{2})(3\sqrt{2}+3-3\sqrt{2})(3\sqrt{2}+3-6)}$ বর্গ একক

$= \sqrt{3(\sqrt{2}+1)(3)(3)(3\sqrt{2}-3)}$ বর্গ একক

$= \sqrt{3(\sqrt{2}+1)\,9\,(3\sqrt{2}-3)}$ বর্গ একক

$= \sqrt{3(\sqrt{2}+1).\,9.3(\sqrt{2}-1)}$ বর্গ একক

$= \sqrt{81(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)}$ বর্গ একক

$= \sqrt{81\{(\sqrt{2})^2 - 1^2\}}$ বর্গ একক

$= \sqrt{81(2-1)}$ বর্গ একক

$= \sqrt{81}$ বর্গ একক

$= 9$ বর্গ একক

অনুরূপভাবে ΔACD এর ক্ষেত্রফল $= 9$ বর্গ একক

$\therefore$ চতুর্ভুজক্ষেত্র ABCD এর ক্ষেত্রফল

$= \Delta$-ক্ষেত্র ABC এর ক্ষেত্রফল $+ \Delta$- ক্ষেত্র ACD এর ক্ষেত্রফল

$= (9 + 9)$ বর্গ একক $= 18$ বর্গ একক

দ্বিতীয় পদ্ধতি: প্রথম পদ্ধতি হতে পাই ABCD চতুর্ভুজের বাহু

$AB = BC = CA = DA = 3\sqrt{2}$ একক

এবং কর্ণ $AC = 6$ একক

আবার, কর্ণ $BD = \sqrt{(0-0)^2 + (3+3)^2}$ একক

$= \sqrt{6^2}$ একক $= 6$ একক

যেহেতু ABCD চতুর্ভুজের সবগুলো বাহুর দৈর্ঘ্য সমান এবং কর্ণ AC = কর্ণ BD

$\therefore$ ABCD চতুর্ভুজটি একটি বর্গক্ষেত্র যার বাহুর দৈর্ঘ্য

$AB = 3\sqrt{2}$ একক

$\therefore$ ABCD চতুর্ভুজ (বর্গক্ষেত্র) এর ক্ষেত্রফল $= (3\sqrt{2})^2$ বর্গ একক

$= 9 \times 2$ বর্গ একক

$= 18$ বর্গ একক

তৃতীয় পদ্ধতি: ABCD চতুর্ভুজের বিন্দুসমূহ $A(3, 0)$, $B(0, 3)$, $C(-3, 0)$ এবং $D(0, -3)$

বিন্দুসমূহকে ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে নিয়ে চতুর্ভুজ ক্ষেত্র ABCD এর ক্ষেত্রফল-

$\frac{1}{2}\begin{vmatrix} 3 & 0 & -3 & 0 & 3 \\ 0 & 3 & 0 & -3 & 0 \end{vmatrix}$ বর্গ একক

$= \frac{1}{2}(9 + 0 + 9 + 0 - 0 + 9 + 0 + 9)$ বর্গ একক

$= \frac{1}{2} \times 36$ বর্গ একক $= 18$ বর্গ একক

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

অনুশীলনীর সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

২৩. দেওয়া আছে, $3x + 2y = 6$

ক. প্রদত্ত রেখাটি অক্ষদ্বয়কে যে যে বিন্দুতে ছেদ করে তা নির্ণয় কর।

খ. অক্ষদ্বয়ের খণ্ডিত অংশের পরিমাণ নির্ণয় কর এবং রেখাটি অক্ষদ্বয়ের সাথে যে ত্রিভুজ উৎপন্ন করে তার ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

গ. অক্ষদ্বয় এবং রেখাটিকে ধার বিবেচনা করে এর উপর একটি 5 একক উচ্চতা বিশিষ্ট ঘনবস্তু তৈরি করা হলো যার শীর্ষ মূলবিন্দুর উপরে। ঘনবস্তুটির সমগ্র তলের ক্ষেত্রফল এবং আয়তন নির্ণয় কর।

২৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $3x + 2y = 6$

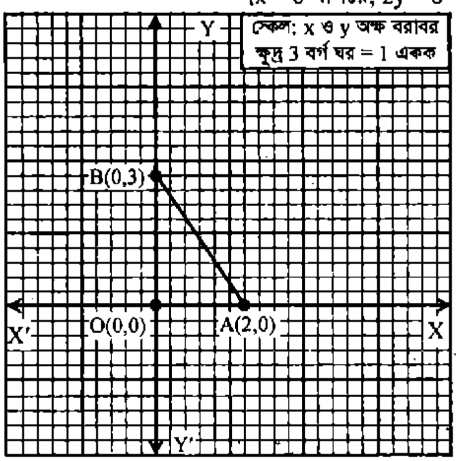
প্রদত্ত রেখাটি x-অক্ষকে A(2, 0) বিন্দুতে ছেদ করে।

[y = 0 বসিয়ে $3x = 6$ বা, $x = 2$]

এবং y-অক্ষকে B(0, 3) বিন্দুতে ছেদ করে।

[x = 0 বসিয়ে, $2y = 6$ বা, $y = 3$]

খ



অক্ষদ্বয় দ্বারা খণ্ডিত অংশের পরিমাণ হলো A(2, 0) ও B(0, 3) বিন্দুর মধ্যবর্তী দূরত্ব AB

এখন, $AB = \sqrt{(2-0)^2 + (0-3)^2}$ একক

$= \sqrt{4+9}$ একক $= \sqrt{13}$ একক

অক্ষদ্বয়ের ছেদবিন্দু O কে মূলবিন্দু ধরে রেখাটি অক্ষদ্বয়ের সাথে যে ত্রিভুজ উৎপন্ন করে তা হলো OAB যা একটি সমকোণী ত্রিভুজ।

OAB সমকোণী ত্রিভুজটির ভূমি, OA = 2 একক

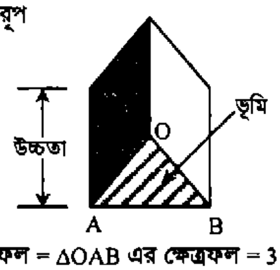
এবং লম্ব, OB = 3 একক

$\therefore$ OAB ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times OA \times OB$ বর্গ একক

$= \frac{1}{2} \times 2 \times 3$ বর্গ একক

$= 3$ বর্গ একক **(Ans.)**

গ অক্ষদ্বয় এবং রেখাটিকে ধার বিবেচনা করে এর উপর একটি 5 একক উচ্চতা বিশিষ্ট ঘনবস্তু তৈরি করা হলে তা হবে একটি প্রিজম। যার চিত্র নিম্নরূপ



এবং এর ভূমির ক্ষেত্রফল = ΔOAB এর ক্ষেত্রফল = 3 বর্গ একক

এবং ভূমির পরিসীমা = ΔOAB এর পরিসীমা $= 2 + 3 + \sqrt{13}$ একক

$\therefore$ প্রিজমের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল = 2(ভূমির ক্ষেত্রফল) + পার্শ্ব তলগুলোর ক্ষেত্রফল $= 2 \times 3 +$ ভূমির পরিসীমা $\times$ উচ্চতা

$= 2 \times 3 + (5 + \sqrt{13}) \times 5$ বর্গ একক

$= 6 + 25 + 5\sqrt{13}$ বর্গ একক

$= 31 + 5\sqrt{13}$ বর্গ একক **(Ans.)**

এবং ঘনবস্তুটির আয়তন = প্রিজমের আয়তন

= প্রিজমের ভূমির ক্ষেত্রফল $\times$ উচ্চতা

= ΔOAB এর ক্ষেত্রফল $\times$ উচ্চতা

$= 3 \times 5$ ঘন একক

$= 15$ ঘন একক **(Ans.)**

২৪. দেওয়া আছে, A(1, 4a) এবং B(5, $a^2 - 1$) বিন্দুগামী রেখার ঢাল = – 1

ক. দেখাও যে, a এর দুটি মান রয়েছে।

খ. a এর মানদ্বয়ের জন্য যে চারটি বিন্দু পাওয়া যায়, ধর তারা P, Q, R ও S. PQRS-এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

গ. চতুর্ভুজটি সামান্তরিক না আয়ত? এ ব্যাপারে তোমার মতামত যুক্তিসহ ব্যাখ্যা কর।

২৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, বিন্দুদ্বয় A(1, 4a) এবং B(5, $a^2 - 1$)

এবং A ও B বিন্দুগামী রেখার ঢাল = – 1

এখন, AB রেখার ঢাল $= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

$= \frac{a^2 - 1 - 4a}{5 - 1}$

$= \frac{a^2 - 4a - 1}{4}$

প্রশ্নমতে, $\frac{a^2 - 4a - 1}{4} = -1$

বা, $a^2 - 4a - 1 = -4$

বা, $a^2 - 4a - 1 + 4 = 0$

$\therefore a^2 - 4a + 3 = 0$

যেহেতু প্রাপ্ত সমীকরণটির চলক a এবং ঘাত 2। সুতরাং a এর দুটি মান আছে। আবার, যেহেতু বামপক্ষ পূর্ণবর্গ রাশি নয় সেহেতু a এর মানদ্বয় ভিন্ন হবে।

খ $a^2 - 4a + 3 = 0$ ['ক' হতে]

বা, $a^2 - 3a - a + 3 = 0$

বা, $a(a - 3) - 1(a - 3) = 0$

বা, $(a - 3)(a - 1) = 0$

হয়, $a - 3 = 0$ অথবা, $a - 1 = 0$

$\therefore a = 3$ অথবা, $a = 1$

a এর মান 3 হলে বিন্দুগুলো $(1, 4 \times 3)$ এবং $(5, 3^2 - 1)$

অর্থাৎ (1, 12) এবং (5, 8)

এবং a এর মান 1 হলে বিন্দুগুলো $(1, 4 \times 1)$ এবং $(5, 1^2 - 1)$

অর্থাৎ (1, 4) এবং (5, 0)

তাহলে বিন্দুগুলো P(5, 0), Q(5, 8), R(1, 12) এবং S(1, 4)

এখন, বিন্দুসমূহকে ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে নিয়ে চতুর্ভুজ

ক্ষেত্র PQRS এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} 5 & 5 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 8 & 12 & 4 & 0 \end{vmatrix}$ বর্গ একক

$= \frac{1}{2}(40 + 60 + 4 + 0 - 0 - 8 - 12 - 20)$ বর্গ একক

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

$= \frac{1}{2}(104 - 40)$ বর্গ একক

$= \frac{1}{2}(64)$ বর্গ একক

$= 32$ বর্গ একক **(Ans.)**

গ PQRS চতুর্ভুজটির শীর্ষবিন্দুগুলো P(5, 0), Q(5, 8), R(1, 12) এবং S(1, 4)

এখন, $PQ = \sqrt{(5-5)^2 + (0-8)^2}$ একক

$= \sqrt{0 + (-8)^2}$ একক

$= 8$ একক

$QR = \sqrt{(5-1)^2 + (8-12)^2}$ একক

$= \sqrt{4^2 + (-4)^2}$ একক

$= \sqrt{16 + 16}$ একক

$= \sqrt{32}$ একক

$= 4\sqrt{2}$ একক

$RS = \sqrt{(1-1)^2 + (12-4)^2}$ একক

$= \sqrt{0 + (8)^2}$ একক

$= 8$ একক

$SP = \sqrt{(1-5)^2 + (4-0)^2}$ একক

$= \sqrt{4^2 + 4^2}$ একক

$= \sqrt{16 + 16}$ একক

$= \sqrt{32}$ একক

$= 4\sqrt{2}$ একক

এবং কর্ণ, $PR = \sqrt{(5-1)^2 + (0-12)^2}$ একক

$= \sqrt{4^2 + (-12)^2}$ একক

$= \sqrt{16 + 144}$ একক

$= \sqrt{160}$ একক $= 4\sqrt{10}$ একক

এবং কর্ণ, $QS = \sqrt{(5-1)^2 + (8-4)^2}$ একক

$= \sqrt{4^2 + 4^2}$ একক

$= \sqrt{16 + 16}$ একক

$= \sqrt{32}$ একক

$= 4\sqrt{2}$ একক

এখানে, PQRS চতুর্ভুজটির

PQ = বিপরীত বাহু RS = 8 একক

এবং QR = বিপরীত বাহু SP = $4\sqrt{2}$ একক

কিন্তু কর্ণ PR ≠ কর্ণ QS

সুতরাং PQRS চতুর্ভুজটি একটি সামান্তরিক।

মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত সৃজনশীল বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

★★★ ১১.৫ সরলরেখার সমীকরণ | Text পৃষ্ঠা-২৪৮

- একটি সরলরেখা দুইটি নির্দিষ্ট বিন্দু $A(x_1, y_1)$ এবং $B(x_2, y_2)$ দিয়ে অতিক্রম করলে কার্তেসীয় সমীকরণ হবে, $\frac{y - y_1}{x - x_1} = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$ উলম্বিক নয় এমন সরলরেখার সাধারণ সমীকরণ $y = mx + c$ এখানে m রেখাটির ঢাল এবং c, y অক্ষের ছেদকাংশ। আবার y অক্ষের সমান্তরাল অর্থাৎ x অক্ষের উপর লম্ব রেখার সাধারণ সমীকরণ $x = a$।
- একইভাবে x অক্ষের সমান্তরাল অর্থাৎ, y অক্ষের উপর লম্ব রেখার সাধারণ সমীকরণ $y = b$।
- x অক্ষের সমীকরণ $y = 0$ এবং y অক্ষের সমীকরণ $x = 0$.

১. A, B, C বিন্দু তিনটি সমরেখ এবং AB ও BC এর ঢালদ্বয় m_1 ও m_2 হলে, নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ⓚ $m_1 = m_2$ ⓚ $m_1 \neq m_2$ গ $\frac{m_1}{m_2} = 1$ ঘ $m_1 m_2 = -1$ **ক**

২. A(3, 4) ও B(6,7) বিন্দুদ্বয়ের সংযোগকারী সরলরেখার সমীকরণ নিচের কোনটি? (কঠিন)

ক $x = y + 1$ খ $y = x - 1$

গ $y = x + 1$ ঘ $x = 1 - y$ **গ**

ব্যাখ্যা : $\frac{y - y_2}{x - x_2} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ বা, $\frac{y - 7}{x - 6} = \frac{7 - 4}{6 - 3} = \frac{3}{3} = 1$

বা, $y - 7 = x - 6$ $\therefore y = x + 1$

৩. (2, 3) বিন্দুগামী কোনো সরলরেখার ঢাল m হলে, সরলরেখাটির সমীকরণ কোনটি? (মধ্যম)

ক $y - 3 = m(x - 2)$ খ $m(y - 3) = x - 2$

গ $y - 3 = \frac{1}{m}(x - 2)$ ঘ $3 - 2 = m(y - x)$ **ক**

৪. উলম্বিক নয় এমন সরলরেখার সাধারণ সমীকরণ নিচের কোনটি? (সহজ)

ক $y + c = mx$ খ $y = mx + c$

গ $x = my + c$ ঘ $x + c = my$ **খ**

৫. y = 2x + 1 রেখার ঢাল কত? (সহজ)

ক 0 খ 1 গ 2 ঘ 5 **গ**

ব্যাখ্যা: $y = mx + c$ সমীকরণের সাথে তুলনা করে।

৬. $y = 3x + 4$ এবং $y + \frac{x}{3} - 2 = 0$ সমীকরণে ঢালদ্বয়ের গুণফল কত? (মধ্যম) [যশোর সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, যশোর]

ক −2 খ −1 গ 2 ঘ 3 **খ**

ব্যাখ্যা: $y = 3x + 4$ বা, $m_1 = 3$

এবং $y + \frac{x}{3} - 2 = 0$ বা, $y = -\frac{x}{3} + 2$ বা, $m_2 = -\frac{1}{3}$

$\therefore m_1 m_2 = 3 \times (-\frac{1}{3}) = -1$.

৭. y = 2x + 1 রেখার ঢালের দ্বিগুণ ঢালবিশিষ্ট সরল রেখার সমীকরণ কোনটি? (সহজ)

ক $y - 4x = 1$ খ $y + x = 1$

গ $x + y = -1$ ঘ $y = mx$ **ক**

ব্যাখ্যা: এখানে, $y = 2x + 1$ বা, $m_1 = 2$

আবার, $y - 4x = 1$ বা, $y = 4x + 1$ বা, $m_2 = 4$

৮. কোনো রেখার যে কোনো বিন্দুতে কোটি = 2 হলে রেখাটির সমীকরণ নিচের কোনটি? (মধ্যম)

ক $x = -2$ খ $y = 2$ গ $x - 2 = 0$ ঘ $y = -2$ **খ**

ব্যাখ্যা: রেখাটি x-অক্ষের সমান্তরালে, x-অক্ষের উপরের দিকে 2 একক দূরত্বে অবস্থিত।

৯. y-অক্ষের সমান্তরাল এবং বামে 2 একক দূরত্বে অবস্থিত কোনো সরলরেখার সমীকরণ নিচের কোনটি? (মধ্যম)

ক $y = -2$ খ $x = -2$ গ $y = 2$ ঘ $x = 2$ **খ**

১০. সরলরেখার সমীকরণ নিচের কোনটি? (সহজ)

ক $x - y + 1 = 0$ খ $x^2 + 2x + 1 = 0$

গ $x + y^2 + 1 = 0$ ঘ $x^2 + y^2 + 3 = 0$ **ক**

ব্যাখ্যা: দুই চলকের একঘাতিক সমীকরণ হচ্ছে সরলরেখার সমীকরণ।

১১. y − 4x = 0 রেখাটি দ্বারা y অক্ষ থেকে কর্তিত অংশের পরিমাণ? (সহজ)

ক 0 খ 1 গ 2 ঘ 4 **ক**

ব্যাখ্যা: $y = 4x + 0$ সমীকরণকে $y = mx + c$ সমীকরণের সাথে তুলনা করে পাই $c = 0$; c হচ্ছে y-অক্ষ থেকে কর্তিত অংশের দৈর্ঘ্য।

১২. 3x − 2y − 4 = 0 সরল রেখার ঢাল কত? (সহজ)

ক $\frac{2}{3}$ খ $\frac{3}{2}$ গ 2 ঘ 3 **খ**

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

১৩. A(−2, 3) বিন্দুগামী ও $\frac{1}{2}$ ঢালবিশিষ্ট সরলরেখার সমীকরণ কোনটি? (মধ্যম)
ⓚ $2y = 5x + 6$ ⓛ $x + y = 1$
ⓜ $x - 2y + 8 = 0$ ⓝ $4x + 3 = y$ **গ**

ব্যাখ্যা: $y - 3 = \frac{1}{2}(x + 2)$ বা, $2y - 6 = x + 2$ বা, $x - 2y + 8 = 0$

১৪. $y = x + 1$ সরলরেখা x-অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে কত ডিগ্রি কোণ তৈরি করে? (মধ্যম)
ⓚ 45 ⓛ 90 ⓜ 130 ⓝ 160 **ক**

১৫. x-অক্ষের সমান্তরাল সরলরেখার সমীকরণ নিচের কোনটি? (সহজ)
ⓚ $x = a$ ⓛ $y = b$ ⓜ $x = 0$ ⓝ $y = 0$ **খ**

১৬. y-অক্ষের সমান্তরাল রেখার সমীকরণ নিচের কোনটি? (সহজ)
ⓚ $x = a$ ⓛ $y = b$ ⓜ $x = 0$ ⓝ $y = 0$ **ক**

১৭. $x = 0$, $y = 0$ এবং $y = 2x + 4$ সরলরেখা দ্বারা উৎপন্ন ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক? (কঠিন)
ⓚ 2 ⓛ 4 ⓜ 8 ⓝ −18 **খ**

ব্যাখ্যা: ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times 2 \times 4 = 4$ বর্গ একক।

১৮. y-অক্ষের সমান্তরাল ও ধনাত্মক দিকে 5 একক দূরত্বে অবস্থিত সরলরেখার সমীকরণ কী? (সহজ)
ⓚ $y = 5$ ⓛ $y = -5$ ⓜ $x = 5$ ⓝ $x = -5$ **গ**

১৯. x-অক্ষের সমান্তরাল ও ধনাত্মক দিকে 2 একক দূরত্বে অবস্থিত সরলরেখার সমীকরণ নিচের কোনটি? (সহজ)
ⓚ $x = 2$ ⓛ $x = -2$
ⓜ $y = 2$ ⓝ $y = -2$ **গ**

২০. x-অক্ষের সমীকরণ নীচের কোনটি? (সহজ)
ⓚ $y = 0$ ⓛ $x + y = 0$ ⓜ $x = 0$ ⓝ $x - y = 0$ **ক**

২১. y-অক্ষের সমীকরণ নীচের কোনটি? (সহজ)
ⓚ $y = 0$ ⓛ $x + y = 0$ ⓜ $x = 0$ ⓝ $x - y = 0$ **গ**

২২. $m < 0$ হলে x- অক্ষের সাথে $y = mx + c$ রেখা দ্বারা উৎপন্ন কোণটি কী ধরনের? (মধ্যম)
ⓚ সূক্ষ্মকোণ ⓛ স্থূলকোণ ⓜ সমকোণ ⓝ প্রবৃদ্ধ কোণ **খ**

ব্যাখ্যা : m ঋণাত্মক অর্থাৎ $\tan\theta < 0$ বলে, $\theta > 90°$

২৩. মূলবিন্দুগামী একটি সরলরেখার ঢাল 3 হলে এর সমীকরণ কী? (সহজ)
ⓚ $x = 3y$ ⓛ $y = 3x$ ⓜ $y = 3x + c$ ⓝ $x + y = 1$ **খ**

২৪. $3y - 2x - 3 = 0$ রেখাটির ঢাল কত? (মধ্যম)
ⓚ $\frac{3}{2}$ ⓛ 1 ⓜ $\frac{2}{3}$ ⓝ −1 **গ**

ব্যাখ্যা : $3y - 2x - 3 = 0$; $3y = 2x + 3$
$y = \frac{2}{3}x + 1$ $\therefore$ ঢাল $= \frac{2}{3}$

২৫. A (−1, 3) এবং B (5, 15) বিন্দুদ্বয়ের সংযোগ রেখার সমীকরণ নিচের কোনটি? (কঠিন)
ⓚ $2x = y + 5$ ⓛ $y - 2x + 5 = 0$
ⓜ $y = 2x + 5$ ⓝ $x = 2y + 5$ **গ**

ব্যাখ্যা : $\frac{y-3}{x+1} = \frac{3-15}{-1-5} = 2$ বা, $y - 3 = 2x + 2$ বা, $y = 2x + 5$

২৬. x-অক্ষের সমান্তরাল ও ঋণাত্মক দিকে b একক দূরত্বে অবস্থিত সরলরেখার সমীকরণ নিচের কোনটি? (সহজ)
ⓚ $x = b$ ⓛ $x = -b$ ⓜ $y = b$ ⓝ $y = -b$ **ঘ**

২৭. নিচের কোনটি মূলবিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ? (মধ্যম)
ⓚ $2x = 3y - 2$ ⓛ $x = 2y$
ⓜ $x + y = 1$ ⓝ $y = \frac{x}{2} - 1$ **খ**

ব্যাখ্যা: মূলবিন্দুগামী সরলরেখার সাধারণ সমীকরণ $y = mx$ এখানে $x = 2y \Rightarrow y = \frac{1}{2}x$

২৮. $4y - 8x + 12 = 0$ সরলরেখাটি y-অক্ষ হতে কত একক দৈর্ঘ্য ছেদ করে? (কঠিন)
ⓚ −3 ⓛ −1 ⓜ 3 ⓝ 5 **গ**

ব্যাখ্যা : $4y - 8x + 12 = 0$ বা, $4y = 8x - 12$
বা, $y = 2x - 3$ $y = mx + c$ সমীকরণের সাথে তুলনা করে পাই, $c = -3$
∴ রেখাটি y-অক্ষের ঋণাত্মক দিকে 3 একক দৈর্ঘ্য ছেদ করে।

২৯. $3x - 2y - 9 = 0$ সরলরেখাটি x-অক্ষকে যে বিন্দুতে ছেদ করে তার স্থানাঙ্ক কত? (কঠিন) [যশোর সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, যশোর]
ⓚ (−3, 0) ⓛ (0, −3) ⓜ (0, 3) ⓝ (3, 0) **ঘ**

ব্যাখ্যা: রেখাটি x-অক্ষকে যে বিন্দুতে ছেদ করে তার
y স্থানাঙ্ক = 0 ∴ $3x - 2 \times 0 - 9 = 0$ বা, $3x = 9$
∴ $x = 3$ ∴ বিন্দুর স্থানাঙ্ক (3,0)

৩০. $4x + y - 4 = 0$ সরলরেখাটি y-অক্ষকে যে বিন্দুতে ছেদ করে তার স্থানাঙ্ক কত? (কঠিন)
ⓚ (0, −4) ⓛ (0, 4) ⓜ (−4, 0) ⓝ (4, 0) **খ**

ব্যাখ্যা : রেখাটি y-অক্ষকে যে বিন্দুতে ছেদ করে তার x স্থানাঙ্ক = 0
∴ $4 \times 0 + y - 4 = 0$
বা, $y - 4 = 0$ বা, $y = 4$
∴ বিন্দুর স্থানাঙ্ক (0, 4)

৩১. (−2, −3) বিন্দুগামী ও 3 ঢাল বিশিষ্ট রেখার—
i. সমীকরণ $y + 3 = 3(x + 2)$
ii. সমীকরণ $3x - y + 3 = 0$
iii. y-অক্ষ হতে কর্তিত অংশের দৈর্ঘ্য 3 একক
নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)
ⓚ i ও ii ⓛ i ও iii ⓜ ii ও iii ⓝ i, ii ও iii **ঘ**

৩২. $y - 2x + 4 = 0$ এবং $3y = 6x + 10$ রেখাদ্বয়ের —
i. সমাধান নাই।
ii. রেখাদ্বয়ের ঢাল সমান।
iii. ১ম রেখাটি (0, −4) বিন্দু দিয়ে যায়।
নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)
ⓚ i ও ii ⓛ i ও iii ⓜ ii ও iii ⓝ i, ii ও iii **ঘ**

৩৩. $x + y = 2$ সরলরেখাটি —
i. x-অক্ষকে (2, 0) বিন্দুতে ছেদ করে।
ii. y-অক্ষকে (0, 2) বিন্দুতে ছেদ করে।
iii. x-অক্ষ ও y-অক্ষ হতে কর্তিত দৈর্ঘ্যের অন্তর শূন্য (০)।
নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)
ⓚ i ও ii ⓛ i ও iii ⓜ ii ও iii ⓝ i, ii ও iii **ঘ**

৩৪. (3, 4) ও (6, 7) বিন্দুগামী রেখার—
i. ঢাল = 1
ii. সমীকরণ $y = x + 1$
iii. সাথে x-অক্ষের ছেদবিন্দু (−1, 0)
নিচের কোনটি সঠিক ? (মধ্যম)
ⓚ i ও ii ⓛ i ও iii ⓜ ii ও iii ⓝ i, ii ও iii **ঘ**

৩৫. A(−2,0) —— O(0,0) —— B(2,0)

চিত্র হতে—
i. AB সরলরেখার সমীকরণ $y = 0$.
ii. AB সরলরেখার ঢাল শূন্য (০)।
iii. O, A ও B এর মধ্যবিন্দু।
নিচের কোনটি সঠিক ? (মধ্যম)
ⓚ i ও ii ⓛ i ও iii ⓜ ii ও iii ⓝ i, ii ও iii **ক**

৩৬. $y = 3x + 3$ সরলরেখা—
i. x-অক্ষকে (−1, 0) বিন্দুতে ছেদ করে
ii. y-অক্ষকে (0, 3) বিন্দুতে ছেদ করে
iii. মূলবিন্দুগামী

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ক) i ও ii খ) i ও iii গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii **ক**

৩৭. $y = 5x$ সরলরেখা—

i. মূলবিন্দুগামী

ii. x-অক্ষকে (0, 5) বিন্দুতে ছেদ করে

iii. দ্বারা y-অক্ষের ছেদকাংশ $c = 0$

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ক) i ও ii খ) i ও iii গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii **খ**

৩৮. $x + y = 3$ সরলরেখা—

i. দ্বারা x-অক্ষের ছেদকাংশ $c = 3$

ii. দ্বারা y-অক্ষের ছেদকাংশ $c = 3$

iii. অক্ষদ্বয়ের সাথে 3 একক লম্ব ও ভূমি বিশিষ্ট সমকোণী ত্রিভুজ গঠন করে

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ক) i ও ii খ) i ও iii গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii **ঘ**

নিচের তথ্যের আলোকে (৩৯-৪১) নং প্রশ্নের উত্তর দাও।

AB একটি সরলরেখার সমীকরণ $y = 2x + 6$.

৩৯. AB সরলরেখার ঢাল কত? (সহজ)

ক) 0 খ) 1 গ) 2 ঘ) −4 **গ**

৪০. AB রেখা দ্বারা y-অক্ষ থেকে কর্তিত অংশের দৈর্ঘ্য কত? (সহজ)

ক) 2 খ) 6 গ) 7 ঘ) 10 **খ**

৪১. রেখাটি x ও y অক্ষকে নিচের কোন কোন বিন্দুতে ছেদ করে? (মধ্যম)

ক) (−3, 0), (0, 6) খ) (3, 0), (0, −6)

গ) (2, 2), (0, 4) ঘ) (−3, 2), (2, −6) **ক**

নিচের তথ্যের আলোকে (৪২-৪৩) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

A (3, 4) ও B(6, 7) একই সমতলে অবস্থিত দুটি বিন্দু।

৪২. AB সরলরেখার ঢাল m এর মান কত? (মধ্যম)

ক) −2 খ) −1 গ) 1 ঘ) 3 **গ**

ব্যাখ্যা : ঢাল, $m = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} = \frac{4-7}{3-6} = \frac{-3}{-3} = 1$

৪৩. AB সরলরেখার সমীকরণ নিচের কোনটি? (মধ্যম)

ক) $x = y + 1$ খ) $y = x + 1$

গ) $x + y = 1$ ঘ) $x + y + 1 = 0$ **খ**

ব্যাখ্যা : AB রেখার সমীকরণ: $y - 4 = 1(x - 3)$

বা, $y - 4 = x - 3$ বা, $y = x + 1$

নিচের তথ্যের আলোকে (৪৪-৪৫) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

একটি নির্দিষ্ট সরলরেখার ঢাল 3 এবং রেখাটি (−2, −3) বিন্দুগামী।

৪৪. সরলরেখাটি x-অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে কী কোণ তৈরি করে? (সহজ)

ক) সূক্ষ্মকোণ খ) স্থূলকোণ গ) সমকোণ ঘ) প্রবৃদ্ধ কোণ **ক**

ব্যাখ্যা : ঢাল ধনাত্মক বলে।

৪৫. সরলরেখাটির সমীকরণ নিচের কোনটি? (কঠিন)

ক) $y = x + 1$ খ) $y = 3x - 3$

গ) $y = 3(x + 1)$ ঘ) $3y - x = 1$ **গ**

ব্যাখ্যা : সরলরেখাটির সমীকরণ, $y - y_1 = m(x - x_1)$

বা, $y - (-3) = 3\{x - (-2)\}$ বা, $y + 3 = 3(x + 2)$

বা, $y + 3 = 3x + 6$ বা, $y = 3x + 6 - 3 = 3x + 3$

$\therefore y = 3(x + 1)$

নিচের তথ্যের আলোকে (৪৬-৪৯) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

$y = 3x + 3$ সরলরেখাটি কোনো নির্দিষ্ট বিন্দু P (t, 4) দিয়ে যায়। সরলরেখাটি x ও y অক্ষকে যথাক্রমে A ও B বিন্দুতে ছেদ করে।

৪৬. P বিন্দুর স্থানাঙ্ক কত? (মধ্যম)

ক) $\left(\frac{1}{4}, 3\right)$ খ) $\left(\frac{1}{3}, 4\right)$

গ) $\left(\frac{1}{3}, \frac{1}{4}\right)$ ঘ) $\left(\frac{-1}{3}, \frac{1}{4}\right)$ **খ**

ব্যাখ্যা : P (t, 4) বিন্দুটি $y = 3x + 3$ রেখার উপর অবস্থিত

সুতরাং $4 = 3t + 3$ বা, $3t = 1$ $\therefore t = \frac{1}{3}$

৪৭. A বিন্দুর স্থানাঙ্ক নিচের কোনটি? (কঠিন)

ক) (0, −1) খ) (1, 0) গ) (−1, 0) ঘ) (−1, −1) **গ**

ব্যাখ্যা : $y = 3x + 3$ রেখাটি x-অক্ষকে A বিন্দুতে ছেদ করে। কাজেই A বিন্দুর কোটি বা y স্থানাঙ্ক 0

$\therefore 0 = 3x + 3$ বা, $-3 = 3x$ বা, $x = -1$

$\therefore$ A বিন্দুর স্থানাঙ্ক (−1, 0)

৪৮. রেখাটির y অক্ষের ছেদকাংশ কত? (মধ্যম)

ক) 1 খ) 2 গ) 3 ঘ) 4 **গ**

ব্যাখ্যা : $y = 3x + 3$ রেখাটি y অক্ষকে B বিন্দুতে ছেদ করে। কাজেই B বিন্দুর ভুজ বা x স্থানাঙ্ক 0

$\therefore y = 3 \times 0 + 3$ বা, $y = 3$

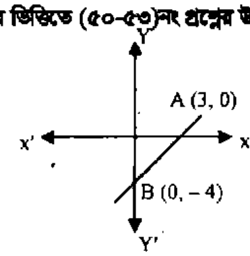
৪৯. AB রেখাংশের দৈর্ঘ্য কত একক? (সহজ)

ক) $\sqrt{2}$ খ) $\sqrt{5}$ গ) $\sqrt{7}$ ঘ) $\sqrt{10}$ **ঘ**

ব্যাখ্যা: A (−1, 0), B (0, 3)

$\therefore$ AB এর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(-1-0)^2 + (0-3)^2} = \sqrt{1+9} = \sqrt{10}$ একক।

নিচের চিত্রের ভিত্তিতে (৫০-৫৩)নং প্রশ্নের উত্তর দাও:



৫০. AB রেখার ঢাল কত? (মধ্যম)

ক) $\frac{4}{3}$ খ) $\frac{3}{4}$ গ) $\frac{1}{3}$ ঘ) $-\frac{1}{3}$ **ক**

ব্যাখ্যা : ঢাল $= \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} = \frac{0-(-4)}{3-0} = \frac{4}{3}$

৫১. y-অক্ষের ছেদকাংশের দৈর্ঘ্য কত একক? (সহজ)

ক) −4 খ) −3 গ) 3 ঘ) 4 **ঘ**

৫২. AB সরলরেখার সমীকরণ নিচের কোনটি? (কঠিন)

ক) $3x - 4y = 12$ খ) $4x - 3y = 12$

গ) $4x + 3y = 12$ ঘ) $3x - 4y = 12$ **খ**

ব্যাখ্যা: AB সরলেখার সমীকরণ, $\frac{y - y_1}{x - x_1} = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$

বা, $\frac{y-0}{x-3} = \frac{0-(-4)}{3-0}$ বা, $\frac{y}{x-3} = \frac{4}{3}$ বা, $4x - 12 = 3y$

$\therefore 4x - 3y = 12$

৫৩. AB রেখাংশের দৈর্ঘ্য কত একক? (মধ্যম)

ক) 2 খ) 3 গ) 4 ঘ) 5 **ঘ**

ব্যাখ্যা : $AB = \sqrt{(3-0)^2 + \{0-(-4)\}^2} = \sqrt{9 + 4^2} = \sqrt{25} = 5$

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

প্রশ্ন ▶১ $(k^2, 2k)$ বিন্দুগামী AB সরলরেখার ঢাল $\frac{1}{k}$; অপর একটি সরলরেখা C(3, p), D(p + 2, –3) বিন্দুগামী।

ক. AB সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর। ২

খ. যদি AB সরলরেখাটি (–2, 1) বিন্দু দিয়ে যায় তবে k এর সম্ভাব্য মান নির্ণয় কর। AB দ্বারা y-অক্ষের ছেদকাংশের মান নির্ণয় কর। ৪

গ. CD রেখার ঢাল AB এর ঢালের দ্বিগুণ এবং ঋণাত্মক হলে, p এর মান কত? CD রেখার সমীকরণ নির্ণয় কর। ৪

১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক $(k^2, 2k)$ বিন্দুগামী ও $\frac{1}{k}$ ঢাল বিশিষ্ট সরলরেখার সমীকরণ

$y - y_1 = m(x - x_1)$

বা, $y - 2k = \frac{1}{k}(x - k^2)$

বা, $yk - 2k^2 = x - k^2$

বা, $yk - 2k^2 + k^2 = x$

বা, $yk - k^2 = x$

$\therefore$ $x - yk + k^2 = 0$ .... (i) **(Ans.)**

খ (i) নং রেখাটি (–2, 1) বিন্দু দিয়ে যায়,

$\therefore$ $-2 - 1 \times k + k^2 = 0$

বা, $k^2 - k - 2 = 0$

বা, $k^2 - 2k + k - 2 = 0$

বা, $k(k - 2) + 1(k - 2) = 0$

বা, $(k - 2)(k + 1) = 0$

$\therefore k = 2, k = -1$

(i) নং এ k এর মান বসিয়ে পাই,

$k = 2$ হলে, $x - 2y + 2^2 = 0$

বা, $2y = x + 4$

বা, $y = \frac{1}{2}x + 2$

$\therefore$ y-অক্ষের ছেদকাংশ 2

$k = -1$ হলে, $x - y(-1) + (-1)^2 = 0$

বা, $x + y + 1 = 0$

বা, $y = -x - 1$

$\therefore$ y-অক্ষের ছেদকাংশ –1 **(Ans.)**

গ এখানে, C(3, p), D(p + 2, –3)

$\therefore$ CD রেখার ঢাল $= \frac{-3 - p}{p + 2 - 3} = \frac{-3 - p}{p - 1}$

CD রেখার ঢাল AB এর ঢালের দ্বিগুণ

$\frac{-3 - p}{p - 1} = 2 \times \frac{1}{k}$

বা, $\frac{-3 - p}{p - 1} = 2 \times \frac{1}{2}$; [k > 0 বলে 'খ' হতে পাই k = 2]

বা, $\frac{-3 - p}{p - 1} = \frac{1}{1}$

বা, $p - 1 = -3 - p$

বা, $2p = -3 + 1 = -2$

$\therefore$ $p = -1$

$\therefore$ C(3, – 1), D(1, – 3)

CD রেখার সমীকরণ, $\frac{y - y_1}{y_1 - y_2} = \frac{x - x_1}{x_1 - x_2}$

বা, $\frac{y - (-1)}{-1 - (-3)} = \frac{x - 3}{3 - 1}$

বা, $\frac{y + 1}{-1 + 3} = \frac{x - 3}{2}$

বা, $\frac{y + 1}{2} = \frac{x - 3}{2}$

বা, $y + 1 = x - 3$

$y = x - 4$ এটিই নির্ণেয় সমীকরণ। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶২ 3 ঢালবিশিষ্ট একটি রেখা A(–1, 6) বিন্দু দিয়ে যায় এবং x-অক্ষকে B বিন্দুতে ছেদ করে। A বিন্দুগামী অপর একটিরেখা x-অক্ষকে C(2, 0) বিন্দুতে ছেদ করে। [ক্যান্টনমেন্ট হাইস্কুল, যশোর]

ক. AB রেখার সমীকরণ নির্ণয় কর। ২

খ. B বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর এবং BC সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর। ৪

গ. ΔABC-এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক 3 ঢালবিশিষ্ট একটি রেখা A(–1, 6) বিন্দু দিয়ে যায় এরূপ সরলরেখার সমীকরণ, $y - y_1 = m(x - x_1)$

বা, $y - 6 = 3(x + 1)$

বা, $y - 6 = 3x + 3$

বা, $3x - y + 9 = 0$ **(Ans.)**

খ 'ক' হতে পাই,

$3x - y + 9 = 0$

উক্ত রেখাটি x-অক্ষকে B বিন্দুতে ছেদ করে, কাজেই এর কোটি 0।

$\therefore 3x - 0 + 9 = 0$

বা, $3x = -9$ বা, $x = -\frac{9}{3}$

বা, $x = -3$

$\therefore$ B বিন্দুর স্থানাংক (–3, 0)

আবার, BC সরলরেখার সমীকরণ, $\frac{y - y_1}{x - x_1} = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$

বা, $\frac{y - 0}{x + 3} = \frac{0 - 0}{-3 - 2}$

বা, $\frac{y}{x + 3} = \frac{0}{-5}$

বা, $-5y = 0$

$\therefore$ $y = 0$ অর্থাৎ x অক্ষের সমীকরণ।

গ আমরা পাই, A(–1, 6). B(–3, 0) ও C(2, 0)

এখন $AB = \sqrt{(-1 + 3)^2 + (6 - 0)^2} = \sqrt{2^2 + 6^2} = \sqrt{4 + 36}$

$= \sqrt{40} = 6.325$ (প্রায়)

$BC = \sqrt{(-3 - 2)^2 + (0 - 0)^2} = \sqrt{5^2} = 5$

$CA = \sqrt{(2 + 1)^2 + (0 - 6)^2} = \sqrt{3^2 + 6^2}$

$= \sqrt{45} = 6.71$ (প্রায়)

$\therefore$ পরিসীমা, $2s = 6.325 + 5 + 6.71$

বা, $2s = 18.035$ (প্রায়)

$\therefore$ $s = \frac{18.035}{2} = 9.02$ (প্রায়)

$\therefore$ ΔABC-এর ক্ষেত্রফল $= \sqrt{s(s - a)(s - b)(s - c)}$

$= \sqrt{9.02(9.02 - 6.325)(9.02 - 5)(9.02 - 6.71)}$

$= \sqrt{9.02 \times 2.695 \times 4.02 \times 2.31} = \sqrt{225.7}$

= 15.02 বর্গ একক (প্রায়)

= 15.02 বর্গ একক (প্রায়) **(Ans.)**

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

প্রশ্ন ▶ ৩ **দুইটি পরস্পরছেদী সরলরেখার ঢালদ্বয়ের গুণফল হল-1 যাদের একটি মূলবিন্দুগামী রেখা।**

ক. একটি রেখা (2, 0) ও (0, 2) বিন্দুগামী হলে রেখাটির ঢাল নির্ণয় কর। ২

খ. সরলরেখা দুটি পরস্পর যে বিন্দুতে ছেদ করে তার স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর। ৪

গ. রেখাদ্বয়ের অন্তর্ভুক্ত কোণ নির্ণয় করে দেখাও যে, তারা পরস্পর লম্বভাবে ছেদ করে। ৪

৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক (2, 0) এবং (0, 2) বিন্দুগামী সরলরেখাটির ঢাল $= \frac{0-2}{2-0} = \frac{-2}{2} = -1$

খ এখানে (2, 0) ও (0, 2) বিন্দুগামী রেখাটির ঢাল, $m_1 = -1$

∴ মূল বিন্দুগামী অপর রেখাটির ঢাল, $m_2 = 1$, [কারণ $m_1m_2 = -1$]

∴ $m_1 = -1$ ঢাল বিশিষ্ট এবং (2, 0) বিন্দুগামী সরল রেখার সমীকরণ

$(y - y_1) = m(x - x_1)$

বা, $(y - 0) = -1\,(x - 2)$

বা, $y = -x + 2$

∴ $x + y = 2$ .... (i)

আবার, $m_2 = 1$ ঢাল বিশিষ্ট এবং মূলবিন্দুগামী সরল রেখার সমীকরণ,

$y = m_2x$

∴ $y = x$ .... (2)

এখন (1) ও (2)নং সমীকরণ সমাধান করলেই নির্ণেয় ছেদ বিন্দু পাওয়া যাবে,

y এর মান (1) নং এ বসাই,

∴ $x + x = 2$

বা, $2x = 2$ ∴ $x = 1$

(2) নং থেকে $y = 1$

∴ বিন্দুটি হলো (1, 1)

গ আমরা জানি, কোনো সরলরেখার ঢাল m এবং সেটি x- অক্ষের সাথে θ কোণ উৎপন্ন করলে, $m = \tan\theta$

(1) নং রেখার ক্ষেত্রে,

∴ $m_1 = \tan\theta_1$

বা, $\tan\theta_1 = -1$

বা, $\theta_1 = \tan^{-1}(-1)$

∴ $\theta_1 = -45°$

∴ (1) নং রেখাটি x-অক্ষের ঋণাত্মক দিকের সাথে 45° কোণ উৎপন্ন করে।

∴ x-অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে উৎপন্ন কোণ $= 180° - 45°$

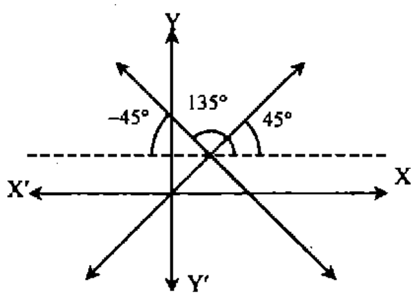
$= 135°$ আবার (2) নং রেখার ক্ষেত্রে, $m_2 = \tan\theta_2$

বা, $1 = \tan\theta_2$

বা, $\theta_2 = \tan^{-1}1$

∴ $\theta_2 = 45°$

∴ (2) নং রেখাটি x-অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে 45° কোণ উৎপন্ন করে।



সুতরাং রেখাদুটির অন্তর্ভুক্ত কোণ $= 135° - 45° = 90°$

সুতরাং রেখাদ্বয় পরস্পর লম্বভাবে ছেদ করে। **(দেখানো হলো)**

প্রশ্ন ▶ ৪ **A(−1, 3), B(5, t) বিন্দুদ্বয়ের সংযোগরেখা x ও y অক্ষকে যথাক্রমে P ও Q বিন্দুতে ছেদ করে।**

ক. AB সরলরেখার ঢাল নির্ণয় কর। ২

খ. AB সরলরেখার ঢাল 2 হলে t এর মান কত? AB সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর। ৪

গ. PQ এর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৪

৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক এখানে, A(−1, 3), B(5, t)

∴ AB রেখার ঢাল $= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{t-3}{5-(-1)} = \frac{t-3}{6}$ **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে, AB সরলরেখার ঢাল = 2

∴ $\frac{t-3}{6} = 2$

বা, $t - 3 = 12$

বা, $t = 12 + 3$

∴ $t = 15$

সুতরাং, A(−1, 3), B(5, 15)

AB সরলরেখার সমীকরণ, $\frac{y - y_1}{x - x_1} = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$

বা, $\frac{y-3}{x-(-1)} = \frac{3-15}{-1-5} = \frac{-12}{-6} = 2$

বা, $y - 3 = 2(x + 1)$

বা, $y - 3 = 2x + 2$

∴ $y = 2x + 5$ এটিই নির্ণেয় সমীকরণ। **(Ans.)**

গ 'খ' হতে পাই, AB রেখার সমীকরণ, $y = 2x + 5$ .... (i)

(i) নং রেখাটি x-অক্ষকে P বিন্দুতে ছেদ করে বলে

P বিন্দুর কোটি শূন্য

∴ $0 = 2x + 5$

বা, $2x = -5$

বা, $x = \frac{-5}{2}$

∴ P বিন্দুর স্থানাঙ্ক $\left(\frac{-5}{2}, 0\right)$

(i) নং রেখাটি y অক্ষকে Q বিন্দুতে ছেদ করে বলে Q বিন্দুর ভুজ শূন্য

∴ $y = 2 \times 0 + 5$

বা, $y = 5$

∴ Q বিন্দুর স্থানাঙ্ক (0, 5)

PQ এর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{\left(\frac{-5}{2} - 0\right)^2 + (0-5)^2}$

$= \sqrt{\frac{25}{4} + 25} = \sqrt{\frac{125}{4}}$

$= \frac{5\sqrt{5}}{2}$ একক **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৫ **একটি সিংহ তার গুহা থেকে বের হয়ে খাবারের সন্ধানে উত্তর দিকে যাত্রা শুরু করল। 9 মিটার যাওয়ার পর উত্তর পূর্ব দিকে $\frac{3}{4}$ ঢাল বিশিষ্ট একটি সরলরেখা বরাবর একটি শিকার দেখতে পেয়ে সেদিকে দৌড় শুরু করল। কিছুদূর দৌড়ানোর পর একটি নির্দিষ্ট বিন্দুতে শিকারটি ধরতে সক্ষম হল এবং ভোজন শেষ করে আবার গুহায় ফেরত আসল। সিংহটি যে পথে গুহায় ফেরত এসেছিল তার ঢাল 3।**

ক. সিংহটি যে বিন্দুতে শিকার দেখতে পেয়েছিল সেটি উত্তর দিকের সাথে কত ডিগ্রি কোণ উৎপন্ন করে। ২

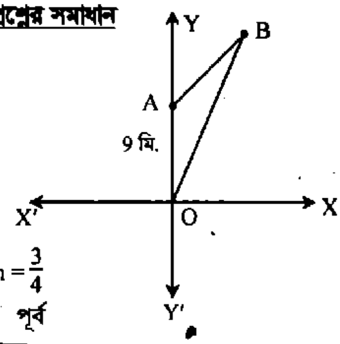
খ. শিকার ধরার জন্য সিংহটি যে সরল পথে দৌড় দিয়েছিল এবং যে সরল পথে আবার গুহায় ফেরত এসেছিল তাদের সমীকরণ নির্ণয় কর। ৪

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

গ. সিংহটি যে বিন্দুতে শিকার ধরেছিল তা থেকে গুহার দূরত্ব নির্ণয় কর। ৪

৫ নং প্রশ্নের সমাধান



ক মনে করি, সিংহটি উত্তর দিকে 9 মিটার যাওয়ার পর A বিন্দুতে পৌছাল এবং B বিন্দুতে শিকার ধরতে সক্ষম হল।

দেওয়া আছে, AB রেখার ঢাল $m = \frac{3}{4}$

AB রেখাটি x- অক্ষ অর্থাৎ পূর্ব দিকের সাথে θ কোণ উৎপন্ন করলে,

$m = \tan\theta$ $\left[\text{এখানে } m = \frac{3}{4}\right]$

বা, $\frac{3}{4} = \tan\theta$

বা, $\theta = \tan^{-1}\frac{3}{4}$

$\therefore \theta = 36.87°$

খ চিত্র হতে পাই, শিকার ধরার জন্য সিংহটি AB পথে দৌড় দিয়েছিল এবং BO পথে গুহায় ফেরত এসেছিল।

এখন, গুহাটিকে মূলবিন্দু বিবেচনা করলে A বিন্দুর স্থানাঙ্ক (0,9).

AB রেখার ঢাল, $m_1 = \frac{3}{4}$.

$\frac{3}{4}$ ঢাল বিশিষ্ট (0, 9) বিন্দুগামী সরলরেখা সমীকরণ,

$(y - y_1) = m_1(x - x_1)$

$(y - 9) = \frac{3}{4}(x - 0)$

$4y - 36 = 3x$

$3x - 4y + 36 = 0$ .... (1)

আবার, OB রেখার ঢাল, $m_2 = 3$

∴ 3 ঢাল বিশিষ্ট (0, 0) বিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ,

$y = m_2x$

বা, $y = 3x$

$\therefore 3x - y = 0$ .... (2)

তাহলে (1) ও (2)নং নির্ণেয় সমীকরণ।

গ এখন (1) ও (2)নং সমীকরণ সমাধান করলে B বিন্দুর স্থানাঙ্ক পাওয়া যাবে।

(1)নং সমীকরণে $y = 3x$ বসিয়ে পাই, $3x - 4(3x) + 36 = 0$

বা, $3x - 12x + 36 = 0$

বা, $-9x + 36 = 0$

বা, $9x = 36$

$\therefore x = 4$

আবার, $y = 3.4 = 12$

∴ B বিন্দুর স্থানাঙ্ক (4, 12).

সিংহটি যে বিন্দুতে শিকার ধরেছিল তা থেকে গুহার দূরত্ব,

OB রেখার দৈর্ঘ্য = O(0, 0) এবং B(4, 12) বিন্দুর দূরত্ব

$= \sqrt{(4-0)^2 + (12-0)^2}$

$= \sqrt{16 + 144}$

$= \sqrt{160}$

= 12.65 মিটার

প্রশ্ন ▶ ৬ **এক ব্যক্তির ত্রিভুজ আকৃতির একখণ্ড জমি রয়েছে। তিনি ঐ জমি যেকোন একটি শীর্ষ বিন্দুতে উত্তর দিকে মুখ করে দাড়িয়ে দেখলেন যে, ঐ শীর্ষ সংলগ্ন বাহুদুটি পূর্ব দিকের সাথে যথাক্রমে 63° 44° এবং 153.42° কোণ উৎপন্ন করে।**

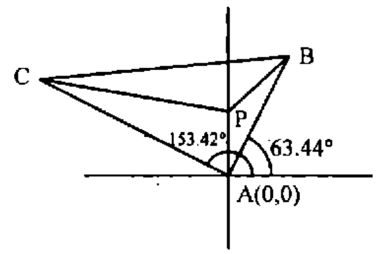
ক. প্রথম শীর্ষ বিন্দুটিকে মূল বিন্দু পূর্বপশ্চিম দিক বরাবর x-অক্ষ বিবেচনা করে রেখাদুটির সমীকরণ নির্ণয় কর। ২

খ. এবার উত্তর দিক বরাবর 5মি. গিয়ে এমন একটি বিন্দু পেলেন যেখান থেকে অপর শীর্ষবিন্দুটিও 5 মি. দূরে অবস্থিত। শীর্ষদুটির স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর। ৪

গ. ত্রিভুজের তৃতীয় বাহুর সমীকরণ এবং এটি x- অক্ষের সাথে কত ডিগ্রি কোণ উৎপন্ন করে নির্ণয় কর। ৪

৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক



মনে করি ত্রিভুজের প্রথম শীর্ষটি মূল বিন্দু A তে অবস্থিত এবং অপর শীর্ষদুটি যথাক্রমে B ও C.

এখন x-অক্ষের ধনাত্নক দিকের সাথে AB এর উৎপন্ন কোণ = 63.44°

∴ AB রেখার ঢাল = m = tan 63.44° = 2

∴ AB রেখার সমীকরণ $y = 2x$ .... (1)

অনুরূপভাবে, x অক্ষের ধনাত্নক দিকের সাথে AC এর উৎপন্ন কোণ = 153.42°

∴AC রেখার ঢাল = $m = \tan 153.42° = -0.5 = -\frac{1}{2}$.

∴ AC রেখার সমীকরণ $y = -\frac{1}{2}x$.

$x + 2y = 0$ .... (2)

তাহলে (1) ও (2) নির্ণেয় সমীকরণ।

খ মনে করি, উত্তর দিকে 5 মি. যাওয়ার পর একটি বিন্দু P পেলেন।

∴ P বিন্দুর স্থানাঙ্ক = (0, 5)

তাহলে PB = PC = 5.

আবার, ধরি, B বিন্দুর স্থানাঙ্ক = (α, β)

তাহলে AB রেখার সমীকরণ থেকে পাই, $\beta = 2\alpha$ .... (3)

আবার, $PB = \sqrt{(\alpha - 0)^2 + (\beta - 5)^2}$

$\therefore \sqrt{\alpha^2 + (\beta - 5)^2} = 5$

বা, $\alpha^2 + \beta^2 - 10\beta + 25 = 25$

বা, $\alpha^2 + \beta^2 - 10\beta = 0$

বা, $\alpha^2 + (2\alpha)^2 - 10 \times 2\alpha = 0$ [(3)নং হতে β এর মান বসিয়ে]

বা, $\alpha^2 + 4\alpha^2 - 20\alpha = 0$

বা, $5\alpha^2 - 20\alpha = 0$

বা, $5\alpha(\alpha - 4) = 0$

হয়, $\alpha \neq 0$ বা $\alpha = 4$ [α = 0 হলে সেটি A বিন্দু নির্দেশ করে]

$\therefore \beta = 2.4 = 8$

∴ B বিন্দুর স্থানাঙ্ক (4, 8)

অনুরূপ ভাবে, C বিন্দুর স্থানাঙ্ক = (α, β)

AC রেখার সমীকরণ থেকে পাই,

$\beta = -\frac{1}{2}\alpha$ .... (4)

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

আবার, $PC = \sqrt{(\alpha - 0)^2 + (\beta - 5)^2}$

∴ $\alpha^2 + \beta^2 - 10\beta + 25 = 25$

বা, $\alpha^2 + \left(-\frac{1}{2}\alpha\right)^2 - 10 \times \left(\frac{-1}{2}\alpha\right) = 0.$

বা, $\alpha^2 + \frac{\alpha^2}{4} + 5\alpha = 0$

বা, $\frac{5\alpha^2}{4} + 5\alpha = 0$

বা, $5\alpha\left(\frac{\alpha}{4} + 1\right) = 0$

হয় $\alpha \neq 0$ বা $\alpha = -4$ [$\alpha = 0$ হলে সেটি A বিন্দু নির্দেশ করে]

∴ $\beta = -4 \times -\frac{1}{2} = 2$

∴ C বিন্দুর স্থানাঙ্ক (–4, 2).

গ এখন, BC রেখার ঢাল, $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{8-2}{4+4} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$

∴ (4, 8) বিন্দুগামী রেখাটির সমীকরণ, $(y - 8) = m(x - 4)$

এখানে, $m = \frac{3}{4}$

∴ $y - 8 = \frac{3}{4}(x - 4)$

$4y - 32 = 3x - 12$

$3x - 4y = 20$

আবার, x- অক্ষের সাথে উৎপন্ন কোণ θ হলে

ঢাল, $m = \tan\theta \left[\because m = \frac{3}{4}\right]$

বা, $\frac{3}{4} = \tan\theta$

বা, $\theta = \tan^{-1}\frac{3}{4}$

∴ $\theta = 36.87°$

∴ BC রেখা x-অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে 36.87 কোণ উৎপন্ন করে।

প্রশ্ন ▶ ৭ **$y = x + 3$, $y = x - 3$, $y = -x + 3$ এবং $y = -x - 3$ একটি চতুর্ভুজের চারটি বাহু নির্দেশ করে।**

ক. ১ম বাহুটি x-অক্ষ ও y-অক্ষকে যে বিন্দুতে ছেদ করে তা নির্ণয় কর। ২

খ. ছক কাগজে চতুর্ভুজটি অঙ্কন কর এবং শীর্ষ বিন্দুগুলো নির্দেশ কর। ৪

গ. চতুর্ভুজটি কোন ধরনের অনুমান কর এবং স্বপক্ষে যুক্তি দাও। এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক ১ম বাহুর সমীকরণ, $y = x + 3$ .... (i)

$y = 0$ বসিয়ে পাই, $x = -3$

সুতরাং বাহুটি x-অক্ষকে (–3, 0) বিন্দুতে ছেদ করে।

এবং $x = 0$ বসিয়ে পাই, $y = 3$

সুতরাং বাহুটি y-অক্ষকে (0, 3) বিন্দুতে ছেদ করে।

খ ২য় বাহু, $y = x - 3$ .... (ii)

$y = 0$ এবং $x = 0$ বসিয়ে যথাক্রমে পাই, $x = 3$ এবং $y = -3$

∴ (ii) নং রেখাটি (3, 0) এবং (0, – 3) বিন্দু দিয়ে যায় এবং রেখাটি ছক কাগজে অঙ্কন করা হলো।

৩য় বাহু, $y = -x + 3$ .... (iii)

$y = 0$ এবং $x = 0$ বসিয়ে যথাক্রমে পাই $x = 3$ এবং $y = 3$।

∴ (iii) নং রেখাটি (3, 0) এবং (0, 3) বিন্দু দিয়ে যায় এবং রেখাটি ছক কাগজে অঙ্কন করা হলো।

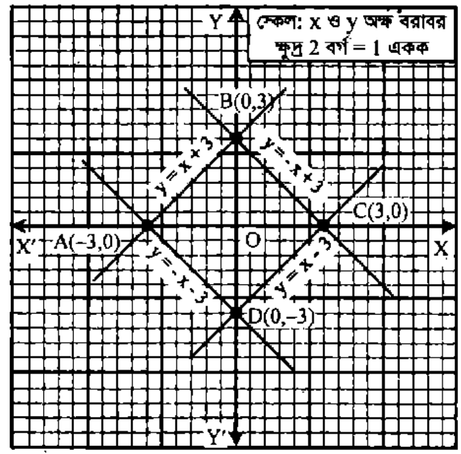
৪র্থ বাহু, $y = -x - 3$ .... (iv)

$y = 0$ এবং $x = 0$ বসিয়ে যথাক্রমে পাই, $x = -3$ এবং $y = -3$।

∴ (iv) নং রেখাটি (–3, 0) এবং (0, –3) বিন্দু দিয়ে যায় এবং রেখাটি ছক কাগজে অঙ্কন করা হলো।

'ক' হতে প্রাপ্ত (–3, 0) এবং (0, 3) বিন্দু দিয়ে গমনকারী (i) নং রেখা অঙ্কন করা হলো।

(i), (ii), (iii) এবং (iv) নং রেখা দ্বারা ABCD চতুর্ভুজটি অঙ্কিত হলো।



চিত্র হতে পাই, শীর্ষবিন্দুগুলো হলো:

A(–3, 0), B(0, 3), C(3, 0) এবং D(0, –3)

গ দূরত্ব, $AB = \sqrt{(-3-0)^2 + (0-3)^2} = \sqrt{9+9} = \sqrt{18}$

দূরত্ব, $BC = \sqrt{(0-3)^2 + (3-0)^2} = \sqrt{9+9} = \sqrt{18}$

দূরত্ব, $CD = \sqrt{(3-0)^2 + (0+3)^2} = \sqrt{9+9} = \sqrt{18}$

এবং দূরত্ব, $AD = \sqrt{(-3-0) + (0+3)^2} = \sqrt{9+9} = \sqrt{18}$

∴ আমরা পাই, $AB = BC = CD = AD = \sqrt{18}$

অতএব, চতুর্ভুজটি একটি বর্গক্ষেত্র।

∴ চতুর্ভুজটির ক্ষেত্রফল = $(\sqrt{18})^2 = 18$ বর্গ একক **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৮ **A(–1, 3), B(2, –1) ও C(k, 2k – 5) একই সমতলে অবস্থিত তিনটি বিন্দু।**

ক. AB সরলরেখার ঢাল নির্ণয় কর। ২

খ. C বিন্দুটি AB সরলরেখার উপর অবস্থিত হলে k এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. $\frac{-1}{3}$ ঢালবিশিষ্ট এবং C বিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর। রেখাটি y-অক্ষ হতে কত একক দৈর্ঘ্য ছিন্ন করে? ৪

৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, A(–1, 3), B(2, –1)

ঢাল, $m_1 = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} = \frac{3 - (-1)}{-1 - 2} = \frac{3+1}{-3} = \frac{-4}{3}$ **(Ans.)**

খ AB রেখার সমীকরণ,

$\frac{y - y_1}{x - x_1} = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$

বা, $\frac{y - (3)}{x - (-1)} = \frac{3 - (-1)}{-1 - 2}$

বা, $\frac{y - 3}{x + 1} = \frac{3 + 1}{-3} = \frac{4}{-3}$

বা, $4x + 4 = -3y + 9$

বা, $4x + 3y - 5 = 0$

C(k, 2k – 5) বিন্দুটি AB রেখার উপর অবস্থিত,

∴ $4k + 3(2k - 5) - 5 = 0$

বা, $4k + 6k - 15 - 5 = 0$

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

বা, $10k - 20 = 0$

বা, $10k = 20$

$\therefore$ $k = 2$ **(Ans.)**

গ 'খ' হতে পাই, $k = 2$

$\therefore$ C বিন্দুর স্থানাঙ্ক $(2, 2 \times 2 - 5)$ বা, $(2, -1)$

দেওয়া আছে, ঢাল, $m = \frac{-1}{3}$

এখন, m ঢালবিশিষ্ট ও (x_1, y_1) বিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ,

$y - y_1 = m(x - x_1)$

বা, $y - (-1) = \frac{-1}{3}(x - 2)$ [$\because x_1 = 2$ ও $y_1 = -1$ ও ঢাল $= \frac{-1}{3}$]

বা, $y + 1 = \frac{-1}{3}(x - 2)$

বা, $3y + 3 = -x + 2$

বা, $x + 3y + 3 - 2 = 0$

$\therefore$ $x + 3y + 1 = 0$ .... (i)

এটিই নির্ণেয় সমীকরণ।

(i) নং হতে পাই,

$x + 3y + 1 = 0$

বা, $3y = -x - 1$

বা, $y = \frac{-1}{3}x - \frac{1}{3}$

$y = mx + c$ সমীকরণের সাথে তুলনা করে পাই, $c = \frac{-1}{3}$

সরলরেখাটি y-অক্ষের ঋণাত্মক দিকে $\frac{1}{3}$ একক দৈর্ঘ্য ছেদ করে।

প্রশ্ন ▶ ৯ xy সমতলে অবস্থিত একটি সরলরেখার সমীকরণ :
$4x - 19y + 3 = 0$

ক. রেখাটির ঢাল নির্ণয় কর। ২

খ. $A(a^2, a - 1)$ বিন্দুটি প্রদত্ত রেখায় অবস্থিত হলে a এর মানগুলো নির্ণয় কর। ৪

গ. 'খ' তে প্রাপ্ত a এর মানদ্বয়ের জন্য দেখাও যে, P, Q বিন্দু ধরে PQ সরলরেখার সমীকরণ ও PQ রেখার ঢাল প্রদত্ত সমীকরণ ও এর ঢালের সমান। ৪

৯ নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত সরলরেখা,

$4x - 19y + 3 = 0$ .... (1)

বা, $4x + 3 = 19y$

বা, $19y = 4x + 3$

বা, $y = \frac{4}{19}x + \frac{3}{19}$

$y = mx + c$ সমীকরণের সাথে তুলনা করে পাই,

ঢাল, $m = \frac{4}{19}$ **(Ans.)**

খ $A(a^2, a - 1)$ বিন্দুটি (1) নং রেখায় অবস্থিত

$4a^2 - 19(a - 1) + 3 = 0$

বা, $4a^2 - 19a + 19 + 3 = 0$

বা, $4a^2 - 19a + 22 = 0$

বা, $4a^2 - 8a - 11a + 22 = 0$

বা, $4a(a - 2) - 11(a - 2) = 0$

বা, $(a - 2)(4a - 11) = 0$

$\therefore a = 2$ বা, $a = \frac{11}{4}$

গ $a = 2$ হলে, P বিন্দুর স্থানাঙ্ক $(2^2, 2 - 1)$ বা, $(4, 1)$

$a = \frac{11}{4}$ হলে, Q বিন্দুর স্থানাঙ্ক $\left(\left(\frac{11}{4}\right)^2, \frac{11}{4} - 1\right)$

বা, $\left(\frac{121}{16}, \frac{7}{4}\right)$

PQ রেখার সমীকরণ, $\frac{y - y_1}{x - x_1} = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$

বা, $\frac{y - 1}{x - 4} = \frac{1 - \frac{7}{4}}{4 - \frac{121}{16}}$

বা, $\frac{y - 1}{x - 4} = \frac{4 - 7}{4} \times \frac{16}{64 - 121}$

বা, $\frac{y - 1}{x - 4} = \frac{-3 \times 4}{-57}$

বা, $\frac{y - 1}{x - 4} = \frac{4}{19}$

বা, $19y - 19 = 4x - 16$

বা, $4x - 19y + 19 - 16 = 0$

বা, $4x - 19y + 3 = 0$ .... (i)

এটিই প্রদত্ত সরলরেখার সমীকরণ।

(i) নং হতে পাই, $19y = 4x + 3$

বা, $y = \frac{4}{19}x + \frac{3}{19}$

$y = mx + c$ সমীকরণের সাথে তুলনা করে পাই, ঢাল, $m = \frac{4}{19}$

যা প্রদত্ত সমীকরণের ঢালের সমান।

প্রশ্ন ▶ ১০ $y = 2x + 4$ এবং $3x + y = 12$ দুইটি সরলরেখার সমীকরণ।

ক. রেখাদ্বয়ের ছেদ বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর। ২

খ. ছক কাগজে রেখাদ্বয়ের চিত্র আঁক এবং ছেদ বিন্দু নির্দেশ কর। ৪

গ. রেখা দুইটি এবং x-অক্ষ সমন্বয়ে গঠিত ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

১০ নং প্রশ্নের সমাধান

ক সরলরেখার সমীকরণ দুইটি হচ্ছে,

$y = 2x + 4$ .... (i)

এবং $3x + y = 12$ .... (ii)

$y = 2x + 4$, (ii) নং সমীকরণে বসাই

$3x + 2x + 4 = 12$

বা, $5x + 4 = 12$

বা, $5x = 12 - 4$

বা, $5x = 8$

বা, $x = \frac{8}{5}$

$y = 2.\frac{8}{5} + 4 = \frac{16 + 20}{5}$

$y = \frac{36}{5}$

ছেদ বিন্দুর স্থানাঙ্ক $\left(\frac{8}{5}, \frac{36}{5}\right)$ **(Ans.)**

গ (i) নং হতে পাই,

$y = 2x + 4$

$y = 0$ বসিয়ে পাই, $x = -2$ এবং $x = 0$ বসিয়ে পাই, $y = 4$

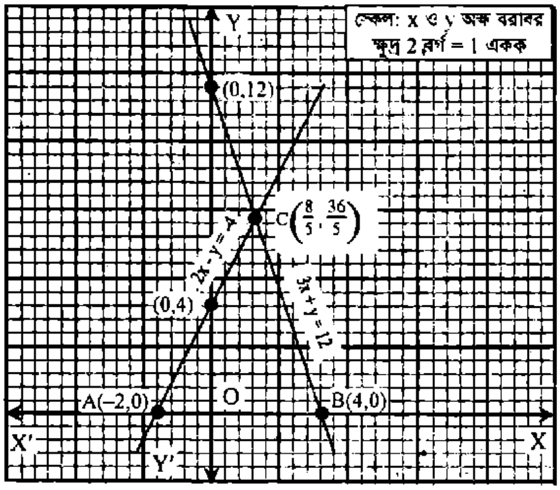
সুতরাং (i) নং রেখাটি $(-2, 0)$ এবং $(0, 4)$ বিন্দুগুলো দিয়ে যায়। এই হিসেবে (i) নং রেখাটি ছক কাগজে অঙ্কন করা হলো।

(ii) নং হতে, $3x + y = 12$

$y = 0$ বসিয়ে পাই, $x = 4$ এবং $x = 0$ বসিয়ে পাই, $y = 12$

সুতরাং (ii) নং রেখাটি $(4, 0)$ এবং $(0, 12)$ বিন্দুগুলো দিয়ে যায়। এই হিসেবে (ii) নং রেখাটি ছক কাগজে অঙ্কন করা হলো। রেখা দুইটি $C\left(\frac{8}{5}, \frac{36}{5}\right)$ বিন্দুতে পরস্পরকে ছেদ করে।

www.bdniyog.com
www.pathagar.com



গ 'ক' হতে পাই,

রেখা দুইটির ছেদ বিন্দু $\left(\frac{8}{5}, \frac{36}{5}\right)$

ধরি, $y = 2x + 4$ এবং $3x + y = 12$ রেখাদ্বয় x-অক্ষকে যথাক্রমে A(−2, 0) এবং B(4, 0) বিন্দুতে ছেদ করে এবং রেখাদ্বয় পরস্পর $C\left(\frac{8}{5}, \frac{36}{5}\right)$ বিন্দুতে ছেদ করে।

এখন, দূরত্ব, $AC = \sqrt{\left(\frac{8}{5}+2\right)^2 + \left(\frac{36}{5}-0\right)^2}$

$= \sqrt{\left(\frac{18}{5}\right)^2 + \left(\frac{36}{5}\right)^2}$

$= \sqrt{\frac{324 + 1296}{25}} = \sqrt{\frac{1620}{25}} = \sqrt{64.8}$

$= 8.05$ একক (প্রায়)

দূরত্ব, $BC = \sqrt{\left(\frac{8}{5}-4\right)^2 + \left(\frac{36}{5}-0\right)^2}$

$= \sqrt{\left(\frac{-12}{5}\right)^2 + \left(\frac{36}{5}\right)^2}$

$= \sqrt{\frac{144 + 1296}{25}}$

$= \sqrt{\frac{1440}{25}}$

$= \sqrt{57.6}$

$= 7.59$ একক (প্রায়)

দূরত্ব, $AB = \sqrt{(-2-4)^2 + (0-0)^2} = \sqrt{36 + 0} = 6$ একক

∴ ΔABC-এর পরিসীমা, $2s = 8.05 + 7.59 + 6 = 21.64$

∴ $s = \frac{21.64}{2} = 10.82$ একক

ক্ষেত্রফল $= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

$= \sqrt{10.82(10.82-8.05)(10.82-7.59)(10.82-6)}$

$= \sqrt{10.82 \times 2.77 \times 3.23 \times 4.82}$

$= \sqrt{466.61}$

$= 21.6$ বর্গ একক (প্রায়) **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ১১ P(1, 4k) এবং Q(5, $k^2 - 1$) বিন্দুগামী রেখার ঢাল = −1

ক. দেখাও যে, k এর দুইটি মান রয়েছে। ২

খ. দেখাও যে, k-এর দুইটি ভিন্ন মানের জন্য যে চারটি বিন্দু পাওয়া যায় তারা একটি সামান্তরিকের শীর্ষ বিন্দু। ৪

গ. ছক কাগজে সামান্তরিকটি অঙ্কন কর। ছক কাগজ থেকে এর উচ্চতা নির্ণয় করে ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

১১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক PQ সরলরেখার ঢাল, $m = \frac{k^2 - 1 - 4k}{5 - 1} = \frac{k^2 - 4k - 1}{4}$

দেওয়া আছে, $m = -1$

$\frac{k^2 - 4k - 1}{4} = -1$

বা, $k^2 - 4k - 1 = -4$

বা, $k^2 - 4k + 3 = 0$

বা, $k^2 - 3k - k + 3 = 0$

বা, $k(k-3) - 1(k-3) = 0$

বা, $(k-3)(k-1) = 0$

∴ $k = 3, 1$

খ ধরি, k এর দুইটি ভিন্ন মানের জন্য যে চারটি বিন্দু পাওয়া যায় তারা A, B, C ও D।

যখন, k = 3 তখন A(1, 12), D(5, 8)

,, k = 1 ,, B(1, 4), C(5, 0)

∴ AB রেখার ঢাল $= \frac{12-4}{1-1} = \infty$

DC রেখার ঢাল $= \frac{0-0}{5-5} = \infty$

∴ AB ∥ DC

আবার, AD রেখার ঢাল $= \frac{12-8}{1-5} = \frac{4}{4} = 1$

BC রেখার ঢাল $= \frac{1-5}{4-0} = \frac{-4}{4} = -1$

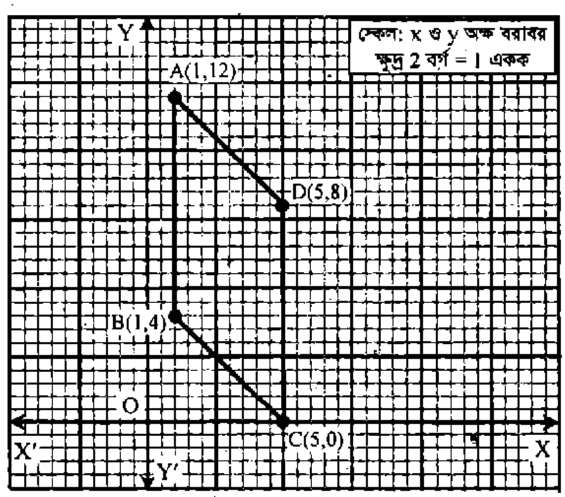
∴ AD ∥ BC

∴ ABCD একটি সামান্তরিক।

∴ A, B, C, D একটি সামান্তরিকের চারটি শীর্ষ বিন্দু।

(দেখানো হলো)

গ ছক কাগজে A(1, 12), B(1, 4), C(5, 0) এবং D(5, 8) বিন্দু চারটি স্থাপন করে ABCD সামান্তরিক অঙ্কন করা হলো।



ছক কাগজ থেকে স্পষ্ট যে, ABCD সামান্তরিকের উচ্চতা = 4 একক এবং ভূমি CD = 8 একক।

∴ ABCD সামান্তরিকটির ক্ষেত্রফল = ভূমি × উচ্চতা

= (8 × 4) বর্গ একক

= 32 বর্গ একক

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত আরও সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন : সব অনুশীলনীর সমন্বয়ে

প্রশ্ন ▶ ১২ xy সমতলে তিনটি বিন্দু যথাক্রমে A(1, – 2), B(– 3, 0), C(5, 6)

ক. AB ও BC রেখাংশের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ২

খ. দেখাও যে, বিন্দু তিনটি একটি ত্রিভুজ গঠন করে এবং তা সমকোণী। ΔABC এর ক্ষেত্রফল সাধারণ সূত্রের সাহায্যে বের কর। ৪

গ. ABDC আয়তক্ষেত্রের অপরশীর্ষ D(a, 8) হলে, (এখানে a < 8] a এর মান নির্ণয় কর। xy সমতলে চতুর্ভুজটি আঁক। AD কর্ণের সমীকরণ নির্ণয় কর। ৪

১২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, A (1, –2) B (–3, 0), C (5, 6)

$AB = \sqrt{\{1-(-3)\}^2 + (-2-0)^2}$
$= \sqrt{4^2 + (-2)^2} = \sqrt{16+4}$
$= \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$ একক

$BC = \sqrt{(-3-5)^2 + (0-6)^2} = \sqrt{(-8)^2 + (-6)}$
$= \sqrt{64+36} = \sqrt{100} = 10$ একক

খ 'ক' হতে পাই, $AB = 2\sqrt{5}$, $BC = 10$

এবং $CA = \sqrt{(5-1)^2 + \{6-(-2)\}^2} = \sqrt{4^2 + 8^2}$
$= \sqrt{16+64}$
$= \sqrt{80} = 4\sqrt{5}$

এখানে, $2\sqrt{5} + 10 > 4\sqrt{5}$ এবং $10 + 4\sqrt{5} > 2\sqrt{5}$
এবং $4\sqrt{5} + 2\sqrt{5} > 10$

অর্থাৎ, ত্রিভুজটির যে কোনো দুই বাহুর যোগফল তৃতীয় বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর।

∴ A, B, C বিন্দু তিনটি একটি ত্রিভুজ গঠন করে।

আবার, $AB^2 + CA^2 = (2\sqrt{5})^2 + (4\sqrt{5})^2$
$= 20 + 80 = 100 = (10)^2$
$= BC^2$

অর্থাৎ $AB^2 + CA^2 = BC^2$

∴ ΔABC একটি সমকোণী ত্রিভুজ।

ΔABC এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} 1 & -3 & 5 & 1 \\ -2 & 0 & 6 & -2 \end{vmatrix}$
$= \frac{1}{2}(0 - 18 - 10 - 6 - 0 - 6)$
$= \frac{1}{2} \times (-40) = -20$
= 20 বর্গএকক [ঋণাত্মক চিহ্ন বর্জন করে]

গ দেওয়া আছে, ABCD আয়তক্ষেত্রে, D (a, 8)

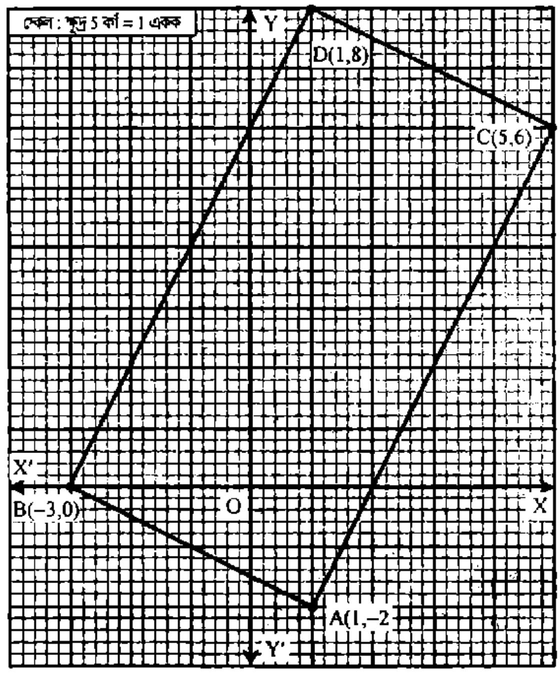
∴ $CD = \sqrt{(5-a)^2 + (6-8)^2}$
$= \sqrt{25 - 10a + a^2 + 4}$
$= \sqrt{a^2 - 10a + 29}$ একক

আমরা জানি আয়ত ক্ষেত্রের বিপরীত বাহুদ্বয় পরস্পর সমান

∴ CD = AB

বা, $\sqrt{a^2 - 10a + 29} = 2\sqrt{5}$
বা, $a^2 - 10a + 29 = 20$
বা, $a^2 - 10a + 9 = 0$
বা, $a^2 - 9a - a + 9 = 0$
বা, $a(a-9) - 1(a-9) = 0$
∴ বা, $(a-9)(a-1) = 0$
বা, a = 9 বা, a = 1
∴ a = 1 [∵ a < 8]
∴ D বিন্দুর স্থানাঙ্ক (1, 8)

xy সমতলে ABCD আয়তক্ষেত্রটি আঁকা হলো



এখানে, A(1, –2) এবং D (1, 8)

∴ AD কর্ণের সমীকরণ, $\frac{y - y_1}{x - x_1} = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$

বা, $\frac{y-(-2)}{x-1} = \frac{-2-8}{1-1}$ বা, $\frac{y+2}{x-1} = \frac{-10}{0}$

বা, x – 1 = 0

∴ x = 1

এটিই নির্ণেয় সমীকরণ।

প্রশ্ন ▶ ১৩ A (h, k) ও B (k, h) বিন্দুদ্বয় যথাক্রমে 6x – y = 1 ও 2x – 5y = 5 রেখাদ্বয়ের অবস্থিত।

ক. h ও k এর মধ্যে সম্পর্ক দুটি সমীকরণের মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২

খ. h ও k এর মান কত? AB রেখাংশের দৈর্ঘ্য ও AB রেখার ঢাল নির্ণয় কর। ৪

গ. AB সরল রেখার সমীকরণ নির্ণয় কর। মূলবিন্দু O(0, 0) হলে ΔOAB এর ক্ষেত্রফল (তিন দশমিক স্থান পর্যন্ত) ৪

১৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক A (h, k) বিন্দুটি 6x – y = 1 রেখার উপর অবস্থিত

∴ 6h – k = 1 ....(i)

B(k, h) বিন্দুটি 2x – 5y = 5 রেখার উপর অবস্থিত

∴ 2k – 5h = 5 .....(ii)

খ 'ক' হতে পাই,

(i) ⇒ 6h – k = 1 বা, k = 6h – 1
(ii) ⇒ 2k – 5h = 5
বা, 2 (6h – 1) – 5h = 5
বা, 12h – 2 – 5h = 5
বা, 7h = 5 + 2 = 7
∴ h = 1 ∴ k = 6×1 – 1 = 5
∴ A (1, 5) এবং B (5, 1)

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

$\therefore AB = \sqrt{(1-5)^2+(5-1)^2} = \sqrt{(-4)^2+(4)^2}$
$= \sqrt{16+16} = 4\sqrt{2}$ একক

AB রেখার ঢাল $= \frac{y_1-y_2}{x_1-x_2} = \frac{5-1}{1-5} = \frac{4}{-4} = -1$ **(Ans.)**

গ AB সরলরেখার সমীকরণ, $\frac{y-y_1}{x-x_1} = \frac{y_1-y_2}{x_1-x_2}$

বা, $\frac{y-5}{x-1} = \frac{5-1}{1-5} = \frac{4}{-4} = -1$

বা, $y-5 = -(x-1)$

বা, $y-5+x-1 = 0$

$\therefore x+y-6=0$ এটিই নির্ণেয় সমীকরণ।

ΔOAB-এ O(0,0), A (1, 5), B (5, 1)

$OA = \sqrt{1^2+5^2} = \sqrt{1+25} = \sqrt{26} = 5.099$ একক

$OB = \sqrt{5^2+1^2} = \sqrt{25+1} = \sqrt{26} = 5.099$ একক

$AB = 4\sqrt{2} = 5.657$ একক; ['খ' হতে]

$\therefore s = \frac{5.099+5.099+5.657}{2} = \frac{15.855}{2} = 7.928$

$\therefore$ ক্ষেত্রফল $= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

$= \sqrt{7.928\,(7.928-5.099)\,(7.928-5.099)\,(7.928-5.657)}$

$= \sqrt{7.928 \times 2.829 \times 2.829 \times 2.271}$

$= \sqrt{144.094}$ বর্গ একক [তিন দশমিক স্থান পর্যন্ত]

$= 12.004$ বর্গ একক

প্রশ্ন ▶ ১৪ $y = x + 5$ ……… (i) $y = -x + 5$ ……… (ii) এবং $y = 2$ ………(iii) **সমীকরণ তিনটি একটি ত্রিভুজের তিনটি বাহু নির্দেশ করে।**

ক. (i) ও (ii) নং এর ঢাল নির্ণয় কর। ২

খ. xy সমতলে ত্রিভুজটি অঙ্কন কর। ত্রিভুজের বাহুগুলোর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৪

গ. ত্রিভুজটি কী ধরনের অনুমান কর এবং স্বপক্ষে যুক্তি দাও। ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

১৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত সমীকরণ $y = x + 5$ ……… (i)

এবং $y = -x + 5$ ……… (ii)

$y = mx + c$ সমীকরণ সাথে তুলনা করে পাই,

(i) নং এর ঢাল, $m_1 = 1$

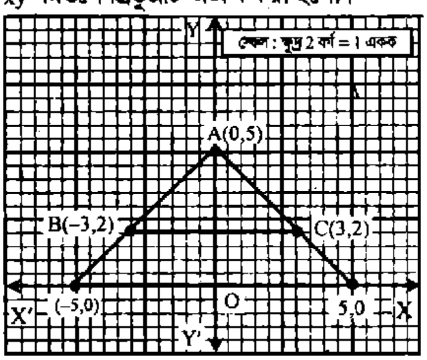
(ii) এর ঢাল, $m_2 = -1$

খ $y = x + 5$ এর উপর দুইটি বিন্দু (0, 5), (–5, 0)

$y = -x + 5$ এর উপর দুইটি বিন্দু (0, 5), (5, 0)

এবং $y = 2$ রেখাটি x = অক্ষের সমান্তরাল ও উপরের দিকে 2 একক দূরত্বে অবস্থিত।

নিচে xy সমতলে ত্রিভুজটি অঙ্কন করা হলো।



(i) ও (ii) নং এর ছেদ বিন্দু A (0, 5)

(ii) ও (iii) নং এর ছেদ বিন্দু B (–3, 2)

(iii) ও (iii) নং এর ছেদ বিন্দু C (3, 2)

এখানে, $AB = \sqrt{\{0-(-3)\}^2+(5-2)^2}$
$= \sqrt{3^2+3^2} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$ একক

$BC = \sqrt{(-3-3)^2+(2-2)^2} = \sqrt{(-6)^2} = \sqrt{6^2} = 6$ একক

$AC = \sqrt{(0-3)^2+(5-2)^2} = \sqrt{3^2+3^2} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$ একক

গ 'খ' হতে পাই,

$AB = 3\sqrt{2}$, $BC = 6$ এবং $AC = 3\sqrt{2}$ একক

$\therefore AB = AC$

আবার, $AB^2 + AC^2 = (3\sqrt{2})^2 + (3\sqrt{2})^2 = 18 + 18$
$= 36 = 6^2$

$\therefore AB^2 + AC^2 = BC^2$

অর্থাৎ ABC একটি সমকোণী ত্রিভুজ

$\therefore$ ΔABC সমকোণী সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ।

ΔABC এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} 0 & -3 & 3 & 0 \\ 5 & 2 & 2 & 5 \end{vmatrix}$

$= \frac{1}{2}\{0-6+15-(-15)-6-0\}$

$= \frac{1}{2}\{-6+15+15-6\} = \frac{1}{2} \times 18$

$= 9$ বর্গ একক **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ১৫ **xy সমতলে তিনটি বিন্দু A (8, 8), B (9, –5), C (–4, –6)**

ক. AB ও BC রেখার ঢাল নির্ণয় কর। ২

খ. AB এর সমান ঢাল বিশিষ্ট এবং C(–4, –6) বিন্দুগামী CD সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর। ΔABC এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

গ. CD রেখার উপস্থ বিন্দু D(– 5, k) হলে k এর মান নির্ণয় কর। চতুর্ভুজটি কোন ধরনের অনুমান কর এবং স্বপক্ষে যুক্তি দাও। ৪

১৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত বিন্দু তিনটি A (8, 8), B (9, –5), C (–4, –6)

AB রেখার ঢাল, $m_1 = \frac{8-(-5)}{8-9} = \frac{8+5}{-1} = -13$

BC রেখার ঢাল, $m_2 = \frac{-5-(-6)}{9-(-4)} = \frac{-5+6}{9+4} = \frac{1}{13}$ **(Ans.)**

খ AB রেখার ঢাল, $m_1 = -13$

$\therefore$ CD রেখার ঢাল $= -13$ এবং রেখাটি C(–4, –6) বিন্দুগামী

CD রেখার সমীকরণ, $y - y_1 = m(x - x_1)$

বা $y-(-6) = -13\{x-(-4)\}$

বা, $y + 6 = -13(x + 4)$

বা, $y + 6 + 13x + 52 = 0$

$\therefore y + 13x + 58 = 0$ ……… (i) এটিই নির্ণেয় সমীকরণ।

ΔABC এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} 8 & 9 & -4 & 8 \\ 8 & -5 & -6 & 8 \end{vmatrix}$

$= \frac{1}{2}\{-40-54-32-72-20-(-48)\}$

$= \frac{1}{2} \times (-170) = -85$

$= 85$ বর্গ একক [ঋণাত্মক চিহ্ন বর্জন করে]

গ CD রেখার সমীকরণ, $y + 13x + 58 = 0$

D(–5,k) বিন্দুটি CD রেখার উপর অবস্থিত

$\therefore k + 13(-5) + 58 = 0$

বা, $k - 65 + 58 = 0$

বা, $k = 7$

$\therefore$ D বিন্দুর স্থানাঙ্ক (–5, 7)

ABCD চতুর্ভুজের বিন্দু চারটি A(8, 8), B(9, –5), C(–4,–6), D(–5, 7)

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

$AB = \sqrt{(8-9)^2 + \{8-(-5)\}^2} = \sqrt{(-1)^2 + (13)^2} = \sqrt{170}$ একক

$BC = \sqrt{\{9-(-4)\}^2 + \{-5-(-6)\}^2} = \sqrt{13^2 + 1^2} = \sqrt{170}$ একক

$CD = \sqrt{\{9-(4)\}^2 + \{-5-(-6)\}^2} = \sqrt{1^2 + (-13)^2} = \sqrt{170}$ একক

$AD = \sqrt{\{8-(-5)\}^2 + (8-7)^2} = \sqrt{13^2 + (-1)^2} = \sqrt{170}$ একক

এবং $AC = \sqrt{\{8-(-4)\}^2 + \{8-(-6)\}^2}$

$= \sqrt{12^2 + 14^2} = \sqrt{340}$ একক

এখানে, $AB^2 + BC^2 = (\sqrt{170})^2 + (\sqrt{170})^2$

$= 170 + 170 = 340 = (\sqrt{340})^2$

$AB^2 + BC^2 = AC^2$

$\therefore \angle B =$ এক সমকোণ

অর্থাৎ, ABCD চতুর্ভুজে $AB = BC = CD = AD$

এবং $\angle B =$ এক সমকোণ

$\therefore$ ABCD একটি বর্গক্ষেত্র।

প্রশ্ন ▶ ১৬ একটি দ্বিমাত্রিক তলে চারটি বিন্দু (0, –2), (6, 1), (3, 2), (–1, 0) রয়েছে।

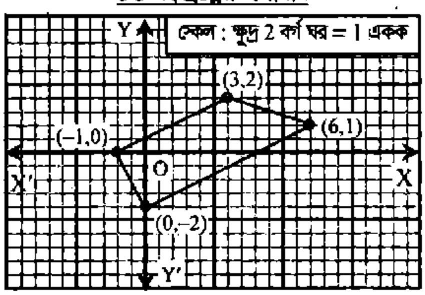
ক. বিন্দু চারটি একটি ছক কাগজে স্থাপন কর এবং সরল রেখা দ্বারা যুক্ত করে একটি চতুর্ভুজ অঙ্কন কর। ২

খ. বিন্দুগুলোকে ঘড়ির কাটার বিপরীত দিকে বিবেচনা করে চতুর্ভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

গ. চতুর্ভুজের বাহুগুলোর ঢাল নির্ণয় করে দেখাও যে, চতুর্ভুজটি একটি ট্রাপিজিয়াম। ৪

১৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক



খ A(0, –2), B(6, 1), C(3, 2), D(–1, 0) বিন্দুগুলোকে ঘড়ির কাটার বিপরীত দিকে বিবেচনা করে চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল

$= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} 0 & 6 & 3 & -1 & 0 \\ -2 & 1 & 2 & 0 & -2 \end{vmatrix}$ বর্গ একক

$= \frac{1}{2}(0 + 12 + 0 + 2 + 12 - 3 + 2 + 0) = \frac{1}{2} \times 25 = \frac{25}{2}$

গ AB রেখার ঢাল $= \frac{1+2}{6-0} = \frac{1}{2}$; BC রেখার ঢাল $= \frac{2-1}{3-6} = -\frac{1}{3}$

CD রেখার ঢাল $= \frac{0-2}{-1-3} = \frac{1}{2}$; DA রেখার ঢাল $= \frac{0+2}{-1-0} = -2$

আমরা জানি, দুটি সরলরেখার ঢাল সমান হলে তারা পরস্পর সমান্তরাল।

সুতরাং, AB ও CD বাহুদ্বয় সমান্তরাল এবং পরস্পর বিপরীত বাহু।

$\therefore$ ABCD চতুর্ভুজটি একটি ট্রাপিজিয়াম।

প্রশ্ন ▶ ১৭ $(0, -2t^2)$, $(2, 3t)$ বিন্দুগামী সরল রেখার ঢাল 1.

ক. t এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. t এর মান দুটি (4, 3) বিন্দুগামী সরলরেখার ঢাল নির্দেশ করলে তাদের সমীকরণ নির্ণয় কর। ৪

গ. দেখাও যে, সরলরেখা দুইটি পরস্পর লম্ব। ৪

১৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক $(0, -2t^2), (2, 3t)$ বিন্দুগামী সরলরেখার ঢাল $= \frac{3t + 2t^2}{2 - 0} = \frac{2t^2 + 3t}{2}$

শর্তমতে, $\frac{2t^2 + 3t}{2} = 1$

বা, $2t^2 + 3t = 2$

বা, $2t^2 + 3t - 2 = 0$

বা, $2t^2 + 4t - t - 2 = 0$

বা, $2t(t + 2) - (t + 2) = 0$

বা, $(t + 2)(2t - 1) = 0$

$\therefore t = -2$ অথবা $t = \frac{1}{2}$

খ আমরা জানি, সরলরেখার সমীকরণ হলো $y - y_1 = m(x - x_1)$

এখানে উভয় রেখাই (4, 3) বিন্দুগামী

$\therefore (y - 3) = m(x - 4)$

$m = -2$ হলে,

বা, $y - 3 = -2(x - 4)$

বা, $y - 3 = -2x + 8$

বা, $2x + y = 11$

$m = \frac{1}{2}$ হলে, $(y - 3) = \frac{1}{2}(x - 4)$

বা, $2y - 6 = x - 4$ $\therefore x - 2y + 2 = 0$

গ প্রথম সরল রেখার ঢাল, $m = -2$

x – অক্ষের সাথে উৎপন্ন কোণ θ হলে, $m = \tan\theta$

বা, $-2 = \tan\theta$

$\therefore \theta = -63.6°$ বা $116.6°$

অনুরূপভাবে, দ্বিতীয় সরল রেখার ঢাল $= \frac{1}{2}$

$m = \tan\theta$

$\therefore \frac{1}{2} = \tan\theta$

বা, $\theta = \tan^{-1}\frac{1}{2}$

$\therefore \theta = 26.6°$

সুতরাং, রেখাদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণ $(116.6° - 26.6°) = 90°$

$\therefore$ সরল রেখাদ্বয় পরস্পর লম্ব।

প্রশ্ন ব্যাংক উত্তরসহ সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

প্রশ্ন ▶ ১৮ মূলবিন্দুর (0, 0) এবং অপর দুটি বিন্দু P(4, 0) ও R (0, 4) xy-সমতলে অবস্থিত।

ক. বিন্দুগুলো xy-সমতলে স্থাপন কর। ২

খ. বিন্দু তিনটি দ্বারা একটি ত্রিভুজ অঙ্কন কর এবং দেখাও যে, ত্রিভুজটি একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ। ৪

গ. অপর একটি বিন্দু Q(4, 4) একই সমতলে অবস্থিত। বিন্দুটি স্থাপন করে একটি চতুর্ভুজ অঙ্কন কর এবং দেখাও যে, চতুর্ভুজটি একটি বর্গ। বর্গটির কর্ণের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৪

উত্তর: গ. $4\sqrt{2}$

প্রশ্ন ▶ ১৯ A(p, q) এবং B(q, p) বিন্দুদ্বয় যথাক্রমে $12x - y = 1$, $2x - 10y = 5$ রেখাদ্বয়ের উপর অবস্থিত।

ক. p ও q-এর সম্পর্ক দুটি সমীকরণের মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২

খ. p ও q-এর মান নির্ণয় কর। AB রেখাংশের দৈর্ঘ্য ঢাল এবং সমীকরণ নির্ণয় কর। ৪

গ. মূলবিন্দু O (0, 0) হলে ΔOAB-এর ক্ষেত্রফল পরিসীমার সাহায্যে নির্ণয় কর। ৪

উত্তর: ক. $12p - q = 1$ এবং $2q - 10p = 5$

খ. $p = 3$, $q = 17.5$, $AB = 20.5$ একক, ঢাল $= -1$

$2x + 2y = 29$

গ. 297.25

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

প্রশ্ন ▶২০ xy-তলের উপর A(2, 2), B(5, 2) এবং C(2, 7) বিন্দু তিনটি অবস্থিত।

ক. বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন কর। ২

খ. AB ও AC রেখার ঢাল ও সমীকরণ নির্ণয় কর (সম্ভব হলে)। ৪

গ. বিন্দু তিনটি যদি একটি আয়তক্ষেত্রের তিনটি শীর্ষবিন্দু হয় তবে আয়তক্ষেত্রটির চতুর্থ বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর। ৪

উত্তর: খ. AB বাহুর ঢাল 0 এবং AC বাহুর ঢাল ∞ এবং AB বাহুর সমীকরণ $y - 2 = 0$, AC বাহুর সমীকরণ $5x + 3y = 31$। **গ.** চতুর্থ বিন্দু (5, 7)

প্রশ্ন ▶২১ $(0, -2t^2)$ ও $(2, 3t)$ বিন্দুগামী সরলরেখার ঢাল t.

ক. t এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. t এর মান দুটি মূলবিন্দুগামী সরলরেখার ঢাল নির্দেশ করলে তাদের সমীকরণ নির্ণয় কর। ৪

গ. সরলরেখা দুটির অন্তর্ভুক্ত কোণ নির্ণয় কর। ৪

উত্তর: ক. $-2, \frac{1}{2}$; **খ.** $2x + y = 0$; $x - 2y = 0$ **গ.** 90°

প্রশ্ন ▶২২ ছক কাগজে চারটি বিন্দু A(−1, −1), B(−2, −4), C(t, 5) এবং D(2t,8) কে স্থাপন করা হল।

ক. AB সরলরেখার ঢাল নির্ণয় কর। ২

খ. AB ও CD সমান্তরাল হলে t এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. AB ও CD সরল রেখার সমীকরণ নির্ণয় কর এবং দেখাও যে, এরা একই সরলরেখায় অবস্থিত। ৪

উত্তর: ক. 3; **খ.** t = 1

প্রশ্ন ব্যাংক উত্তরসহ সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন : সব অনুশীলনীর সমন্বয়ে

প্রশ্ন ▶২৩ এক ব্যক্তির ত্রিভুজাকৃতির একখণ্ড জমি রয়েছে। তিনি ঐ জমির একটি শীর্ষবিন্দুতে উত্তর দিকে মুখ করে দাড়িয়ে দেখলেন যে ঐ শীর্ষবিন্দু সংলগ্ন বাহু দুইটি পূর্বদিকের সাথে যথাক্রমে 63.44° এবং 153.42° কোণ উৎপন্ন করে।

ক. পূর্ব-পশ্চিম বরাবর X অক্ষ এবং প্রথম শীর্ষ বিন্দুটিকে মূল বিন্দু ধরে ঐ বিন্দু সংলগ্ন বাহুদুটির সমীকরণ নির্ণয় কর। ২

খ. লোকটি সোজা উত্তর দিক বরাবর 5 মিটার গিয়ে এমন একটি বিন্দু পেলেন যেখান থেকে অপর শীর্ষ দুটি 5 মিটার দূরে অবস্থিত। যে কোন একটি শীর্ষের স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর। ৪

গ. ত্রিভুজের তিন বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয় করে সূত্রের সাহায্যে ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

উত্তর: ক. $x + 2y = 0$; **খ.** (4, 8); **গ.** 20.25 বর্গমিটার।

প্রশ্ন ▶২৪ একটি চতুর্ভুজের চারটি শীর্ষ যথাক্রমে A(6, 0), B(0, 6), C(−6, 0) এবং D(0, −6). [কৃষি বিশ্ববিদ্যালয় হাই স্কুল, ময়মনসিংহ]

ক. XY সমতলে বিন্দুগুলো স্থাপন করে এর অবস্থান দেখাও এবং AC কর্ণের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ২

খ. দেখাও যে, চতুর্ভুজটি একটি বর্গ ক্ষেত্র। ৪

গ. উপরের তথ্য থেকে চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

উত্তর: ক. 6 একক; **গ.** 36 বর্গ একক।

internet-linked
প্রশ্ন ব্যাংকের আরও প্রশ্ন ও উত্তরের জন্যে নিচের ওয়েব অ্যাড্রেসটি টাইপ করুন
ssc.panjeree.com/hmt/hm11qbs.pdf

REVISION

এ অংশে অধ্যায়ের গুরুত্বপূর্ণ তথ্য ও সূত্র, পরীক্ষার আগে যার উপর চোখ বুলিয়ে নেওয়া প্রয়োজন বা অবশ্যই মনে রাখতে হবে এমন বিষয়সমূহ একনজরে উল্লেখ করা হয়েছে। পরীক্ষার আগে এ বিষয়গুলো রিভিশন দিলে পরীক্ষায় নির্ভুলভাবে অঙ্ক সমাধান করতে পারবে।

- যদি দুইটি নির্দিষ্ট বিন্দু $A(x_1, y_1)$ এবং $B(x_2, y_2)$ কোনো সরলরেখার উপর অবস্থিত হয়, তাহলে, ঢাল, $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ এবং উক্ত সরলরেখার কার্তেসীয় সমীকরণ হবে— $y - y_1 = m(x - x_1)$ এবং $y - y_2 = m(x - x_2)$
- একটি সরলরেখা দুইটি নির্দিষ্ট বিন্দু $A(x_1, y_1)$ এবং $B(x_2, y_2)$ দিয়ে অতিক্রম করলে কার্তেসীয় সমীকরণ হবে, $\frac{y - y_1}{x - x_1} = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$

উলম্বিক নয় এমন সরলরেখার সাধারণ সমীকরণ $y = mx + c$

এখানে m রেখাটির ঢাল এবং c, y অক্ষের ছেদকাংশ।

আবার y অক্ষের সমান্তরাল অর্থাৎ, x অক্ষের উপর লম্ব রেখার সাধারণ সমীকরণ $x = a$।

একইভাবে x অক্ষের সমান্তরাল অর্থাৎ, y অক্ষের উপর লম্ব রেখার সাধারণ সমীকরণ $y = b$।

x অক্ষের সমীকরণ $y = 0$ এবং y অক্ষের সমীকরণ $x = 0$

SUGGESTION

এখানে অধ্যায়টির অনুশীলনী, বহুনির্বাচনি ও সৃজনশীল প্রশ্নগুলো বিশ্লেষণ করে স্টার মার্কসহ সাজেশন দেওয়া হয়েছে। পরীক্ষার আগে অবশ্যই এ অঙ্কগুলো সমাধান করবে। তাহলে পরীক্ষায় যেকোনো অঙ্কের সমাধান সহজেই করতে পারবে।

সাজেশন | বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

	প্রশ্ন নম্বর
★★★	১, ৩, ৫, ৬, ৮, ১১, ১২, ১৩, ১৫, ১৬, ১৯, ২১, ২৩, ২৪, ২৮, ২৯, ৩১, ৩২, ৩৫, ৩৮, ৩৯, ৪০, ৪১, ৪৪, ৪৫, ৫০, ৫১, ৫২, ৫৩
★★	৭, ৯, ১৪, ১৭, ১৮, ২৫, ২৭, ৩০, ৩৪, ৪৬, ৪৭, ৪৮, ৪৯

সাজেশন | সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

	প্রশ্ন নম্বর
★★★	১, ২, ৫, ৬, ৭, ৮, ১১, ১২, ১৫
★★	৩, ৪, ৯, ১৩, ১৬

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

শ্রেণির কাজ পৃষ্ঠা নং ৫৫৮

অধ্যায়-১২

সমতলীয় ভেক্টর

অনুশীলনী-১২

অধ্যায়টি পড়ে যা জানতে পারবে—

১. স্কেলার রাশি ও ভেক্টর রাশি বর্ণনা
২. স্কেলার রাশি ও ভেক্টর রাশি প্রতীকের সাহায্যে ব্যাখ্যা
৩. সমান ভেক্টর, বিপরীত ভেক্টর ও অবস্থান ভেক্টর ব্যাখ্যা
৪. ভেক্টরের যোগ ও যোগবিধি ব্যাখ্যা
৫. ভেক্টরের বিয়োগ ব্যাখ্যা
৬. ভেক্টরের স্কেলার গুণিতক ও একক ভেক্টর ব্যাখ্যা
৭. ভেক্টরের স্কেলার গুণিতক ও বণ্টনবিধি ব্যাখ্যা
৮. ভেক্টরের সাহায্যে বিভিন্ন জ্যামিতিক সমস্যার সমাধান

জার্মান গণিতবিদ ডেভিড হিলবার্ট *(David Hilbert, 1862-1943)* ছিলেন উনিশ শতক ও বিশ শতকের শুরুর দিকের বিখ্যাত গণিতবিদ। হিলবার্ট স্পেসের থিওরিসহ তিনি গণিতের আরো অনেক ভিত্তিমূলক ধারণার অবতরণ করেন।

১৬টি অনুশীলনীর প্রশ্ন।
১১১টি বহুনির্বাচনি প্রশ্ন ■ ৬১টি সাধারণ বহুনির্বাচনি ■ ১৯টি বহুপদী সমাপ্তিসূচক ■ ৩১টি অভিন্ন তথ্যভিত্তিক
২৭টি সৃজনশীল প্রশ্ন ■ ২টি অনুশীলনী ■ ৩টি শ্রেণির কাজ ■ ৯টি মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত ■ ১৩টি প্রশ্নব্যাংক

অনুশীলনীর সৃজনশীল বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

১. AB || DC হলে

i. $\overrightarrow{AB} = m.\overrightarrow{DC}$, যেখানে m একটি স্কেলার রাশি
ii. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$
iii. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$

ওপরের বাক্যগুলোর মধ্যে কোনটি সঠিক ?

ক. i খ. ii
গ. i ও ii ঘ. i, ii ও iii (ক)

২. দুইটি ভেক্টর সমান্তরাল হলে —

i. এদের যোগের ক্ষেত্রে সামান্তরিক বিধি প্রযোজ্য
ii. এদের যোগের ক্ষেত্রে ত্রিভুজ বিধি প্রযোজ্য
iii. এদের দৈর্ঘ্য সর্বদা সমান

ওপরের বাক্যগুলোর মধ্যে কোনটি সঠিক ?

ক. i খ. ii
গ. i ও ii ঘ. i, ii ও iii (খ)

৩. AB = CD এবং AB || CD হলে কোনটি সঠিক?

ক. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$
খ. $\overrightarrow{AB} = m.\overrightarrow{CD}$ যেখানে $m > 1$
গ. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC} < 0$
ঘ. $\overrightarrow{AB} + m.\overrightarrow{CD} = 0$ যেখানে $m > 1$ (ক)

নিচের তথ্যের আলোকে ৪ ও ৫ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:
AB রেখাংশের ওপর যেকোনো বিন্দু C এবং কোনো ভেক্টর মূলবিন্দুর সাপেক্ষে A, B ও C বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর যথাক্রমে $\underline{a}$, $\underline{b}$ ও $\underline{c}$ ।

৪. C বিন্দুটি AB রেখাংশকে 2 : 3 অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত করলে নিচের কোনটি সঠিক?

ক. $\underline{c} = \frac{\underline{a} + 2\underline{b}}{5}$ খ. $\underline{c} = \frac{2\underline{a} + \underline{b}}{5}$
গ. $\underline{c} = \frac{3\underline{a} + 2\underline{b}}{5}$ ঘ. $\underline{c} = \frac{2\underline{a} + 3\underline{b}}{5}$ (গ)

৫. ভেক্টর মূলবিন্দুটি O হলে নিচের কোনটি সঠিক?

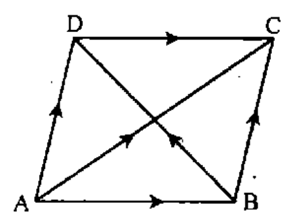
ক. $\overrightarrow{OA} = \underline{a} - \underline{b}$ খ. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{AC}$
গ. $\overrightarrow{AB} = \underline{b} - \underline{a}$ ঘ. $\overrightarrow{OC} = \underline{c} - \underline{b}$ (গ)

অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

৬. ABCD সামান্তরিকের কর্ণদ্বয় $\overrightarrow{AC}$ ও $\overrightarrow{BD}$ হলে $\overrightarrow{AB}$ ও $\overrightarrow{AC}$ ভেক্টরদ্বয়কে $\overrightarrow{AD}$ ও $\overrightarrow{BD}$ ভেক্টরদ্বয়ের মাধ্যমে প্রকাশ কর এবং দেখাও যে, $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{BC}$ এবং $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{AB}$

সমাধান: দেওয়া আছে, ABCD একটি সামান্তরিক। $\overrightarrow{AC}$ ও $\overrightarrow{BD}$ এর কর্ণদ্বয়। $\overrightarrow{AB}$ ও $\overrightarrow{AC}$ ভেক্টরদ্বয়কে $\overrightarrow{AD}$ ও $\overrightarrow{BD}$ ভেক্টরদ্বয়ের মাধ্যমে প্রকাশ করতে হবে এবং দেখাতে হবে যে,

$\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{BC}$ এবং $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{AB}$



www.bdniyog.com
www.pathagar.com

প্রমাণ: $\triangle ABD$-তে

$\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD}$ [ত্রিভুজ বিধি]

$\therefore \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{BD}$ .... (i)

আবার, $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DC}$ [ত্রিভুজ বিধি]

$= \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB}$ [ABCD সামান্তরিক বলে $\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AB}$]

$= \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{BD}$ [$\because \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{BD}$]

$\therefore \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{BD}$ .... (ii)

বা, $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{BD}$

[উভয় পক্ষে $\overrightarrow{BD}$ যোগ করে পাই]

$= 2\overrightarrow{AD}$

$\therefore \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{BC}$ ...... (iii)

[ABCD সামান্তরিক বলে $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$]

আবার, $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BD} = (2\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{BD}) - \overrightarrow{BD}$ [(ii) ব্যবহার করে]

$= 2\overrightarrow{AD} - 2\overrightarrow{BD}$

$= 2(\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{BD})$

$= 2\overrightarrow{AB}$ [(i) নং ব্যবহার করে]

$\therefore \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{AB}$ .... (iv)

এখন, সমীকরণ (i), (ii), (iii) ও (iv) হতে পাই,

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{BD}$

$\overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{BD}$

$\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{BC}$ এবং $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{AB}$ **(প্রমাণিত)**

৭. দেখাও যে, (ক) $-(\underline{a} + \underline{b}) = -\underline{a} - \underline{b}$

(খ) $\underline{a} + \underline{b} = \underline{c}$ হলে $\underline{a} = \underline{c} - \underline{b}$

সমাধান:

(ক) দেখাতে হবে যে, $-(\underline{a} + \underline{b}) = -\underline{a} - \underline{b}$

এখন, $-(\underline{a} + \underline{b}) = (-1)(\underline{a} + \underline{b})$

$= (-1)\underline{a} + (-1)\underline{b}$ [বণ্টন সূত্র]

$= -\underline{a} - \underline{b}$

$\therefore -(\underline{a} + \underline{b}) = -\underline{a} - \underline{b}$ **(দেখানো হলো)**

(খ) দেওয়া আছে, $\underline{a} + \underline{b} = \underline{c}$

প্রমাণ করতে হবে যে, $\underline{a} = \underline{c} - \underline{b}$

দেওয়া আছে, $\underline{a} + \underline{b} = \underline{c}$

বা, $\underline{a} + \underline{b} - \underline{b} = \underline{c} - \underline{b}$ [উভয়পক্ষে $(-\underline{b})$ যোগ করে]

বা, $\underline{a} + \underline{0} = \underline{c} - \underline{b}$

$\therefore \underline{a} = \underline{c} - \underline{b}$

আবার, বিপরীতক্রমে মনে করি,

$\underline{a} = \underline{c} - \underline{b}$

বা, $\underline{a} + \underline{b} = \underline{c} - \underline{b} + \underline{b}$

[উভয় পক্ষে $\underline{b}$ যোগ করে]

$= \underline{c} + \underline{0}$

$\therefore \underline{a} + \underline{b} = \underline{c}$

$\therefore \underline{a} + \underline{b} = \underline{c}$ হলে $\underline{a} = \underline{c} - \underline{b}$ **(দেখানো হলো)**

৮. দেখাও যে, (ক) $\underline{a} + \underline{a} = 2\underline{a}$

(খ) $(m - n)\underline{a} = m\underline{a} - n\underline{a}$

(গ) $m(\underline{a} - \underline{b}) = m\underline{a} - m\underline{b}$

সমাধান:

(ক) দেখাতে হবে যে, $\underline{a} + \underline{a} = 2\underline{a}$

এখন, $\underline{a} + \underline{a} = 1\underline{a} + 1\underline{a}$ [স্কেলার গুণের নিয়মানুসারে]

$= (1+1)\underline{a}$ [$\because (m+n)\underline{a} = m\underline{a} + n\underline{a}$]

$= 2\underline{a}$

$\therefore \underline{a} + \underline{a} = 2\underline{a}$ **(দেখানো হলো)**

(খ) দেখাতে হবে যে, $(m - n)\underline{a} = m\underline{a} - n\underline{a}$

এখন, $(m - n)\underline{a} = \{m + (-n)\}\underline{a}$

$= m\underline{a} + (-n)\underline{a}$ [$\because (m+n)\underline{a} = m\underline{a} + n\underline{a}$]

$= m\underline{a} - n\underline{a}$ [স্কেলার গুণের নিয়মানুসারে]

$\therefore (m - n)\underline{a} = m\underline{a} - n\underline{a}$ **(দেখানো হলো)**

(গ) দেখাতে হবে যে, $m(\underline{a} - \underline{b}) = m\underline{a} - m\underline{b}$.

এখন, $m(\underline{a} - \underline{b}) = m\{(\underline{a} + (-\underline{b})\}$

$= m\underline{a} + m(-\underline{b})$ [$\because m(\underline{a} + \underline{b}) = m\underline{a} + m\underline{b}$]

$= m\underline{a} - m\underline{b}$ [$\because n(-\underline{a}) = -n\underline{a}$]

$\therefore m(\underline{a} - \underline{b}) = m\underline{a} - m\underline{b}$ **(দেখানো হলো)**

৯. (ক) $\underline{a}, \underline{b}$ প্রত্যেকে অশূন্য ভেক্টর হলে দেখাও যে, $\underline{a} = m\underline{b}$ হতে পারে কেবল যদি $\underline{a}, \underline{b}$ এর সমান্তরাল হয়।

সমাধান: দেওয়া আছে, $\underline{a}, \underline{b}$ প্রত্যেকে অশূন্য ভেক্টর। দেখাতে হবে যে, $\underline{a} = m\underline{b}$ হতে পারে কেবল যদি $\underline{a}, \underline{b}$ এর সমান্তরাল হয়।

মনে করি, $\underline{a} = m\underline{b}$। তাহলে $\underline{a}, \underline{b}$ এর সমান্তরাল দেখানোই যথেষ্ট হবে।

$\underline{a} = m\underline{b}$ হওয়ায় $\underline{a}$ ভেক্টরটি $\underline{b}$ এর স্কেলার গুণিতক। সুতরাং $\underline{a}$ এর দিক ও $\underline{b}$ এর দিক সমমুখী হবে যদি $m > 0$ হয় এবং বিপরীতমুখী হবে যদি $m < 0$ হয়। এখানে $m \neq 0$ কারণ $m = 0$ হলে $\underline{a} = \underline{0}$ হবে যা অসম্ভব কেননা $\underline{a}$ একটি অশূন্য ভেক্টর।

$\underline{a}$ ও $\underline{b}$ এর দিক যদি একই হয় তাহলে তারা সদৃশ সমান্তরাল আর যদি বিপরীত হয় তাহলে তারা বিসদৃশ সমান্তরাল হবে। সুতরাং উভয়ক্ষেত্রেই $\underline{a}, \underline{b}$ এর সমান্তরাল। **(দেখানো হলো)**

(খ) $\underline{a}, \underline{b}$ অশূন্য অসমান্তরাল ভেক্টর এবং $m\underline{a} + n\underline{b} = \underline{0}$ হলে দেখাও যে, $m = n = 0$

সমাধান: দেওয়া আছে, $\underline{a}$, $\underline{b}$ দুইটি অশূন্য অসমান্তরাল ভেক্টর এবং $m\underline{a} + n\underline{b} = \underline{0}$। দেখাতে হবে যে, $m = n = 0$

দেওয়া আছে, $m\underline{a} + n\underline{b} = \underline{0}$

বা, $m\underline{a} + n\underline{b} - n\underline{b} = \underline{0} - n\underline{b}$

[উভয় পক্ষে $(-n\underline{b})$ যোগ করে]

বা, $m\underline{a} + \underline{0} = -n\underline{b}$

$\therefore m\underline{a} = -n\underline{b}$

যদি m ও n অশূন্য হয় তাহলে $\underline{a}$ ও $\underline{b}$

(i) বিপরীতমুখী হবে যদি m ও n এর চিহ্ন একই হয়।

(ii) সমমুখী হবে যদি m ও n এর চিহ্ন বিপরীত হয়।

উভয় ক্ষেত্রেই $\underline{a}$ ও $\underline{b}$ সমান্তরাল হবে যা অসম্ভব কেননা দেওয়া আছে যে $\underline{a}$ ও $\underline{b}$ দুইটি অসমান্তরাল ভেক্টর।

$\therefore$ m ও n অশূন্য হতে পারে না।

অর্থাৎ $m = n = 0$. **(দেখানো হলো)**

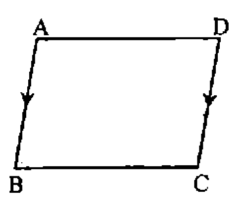
১০. A, B, C, D বিন্দুগুলোর অবস্থান ভেক্টর যথাক্রমে $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}, \underline{d}$ হলে দেখাও যে, ABCD সামান্তরিক হবে যদি এবং কেবল যদি $\underline{b} - \underline{a} = \underline{c} - \underline{d}$ হয়।

সমাধান: দেওয়া আছে, A, B, C, D বিন্দুগুলোর অবস্থান ভেক্টর যথাক্রমে $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}, \underline{d}$.

দেখাতে হবে যে, ABCD সামান্তরিক হবে যদি এবং কেবল যদি $\underline{b} - \underline{a} = \underline{c} - \underline{d}$ হয়।

A, B, C ও D বিন্দুগুলোর অবস্থান ভেক্টর যথাক্রমে $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}$ ও $\underline{d}$

$\therefore \overrightarrow{AB} = \underline{b} - \underline{a}$ এবং $\overrightarrow{DC} = \underline{c} - \underline{d}$



www.bdniyog.com
www.pathagar.com

মনে করি, ABCD একটি সামান্তরিক। তাহলে AB ও DC পরস্পর সমান ও সমান্তরাল হবে।

$\therefore \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$

$\therefore \underline{b} - \underline{a} = \underline{c} - \underline{d}$

বিপরীতক্রমে, মনে করি, $\underline{b} - \underline{a} = \underline{c} - \underline{d}$

$\therefore \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$

সুতরাং AB ও DC রেখা দুইটি পরস্পর সমান ও সমান্তরাল অর্থাৎ ABCD একটি সামন্তরিক।

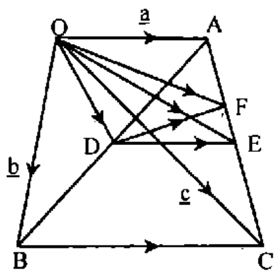
$\therefore$ ABCD একটি সামান্তরিক হবে যদি এবং কেবল যদি $\underline{b} - \underline{a} = \underline{c} - \underline{d}$ হয়। **(দেখানো হলো)**

১১. ভেক্টরের সাহায্যে প্রমাণ কর যে, ত্রিভুজের এক বাহুর মধ্যবিন্দু থেকে অঙ্কিত অপর বাহুর সমান্তরাল রেখা তৃতীয় বাহুর মধ্যবিন্দুগামী।

সমাধান: ভেক্টরের সাহায্যে প্রমাণ করতে হবে যে, ত্রিভুজের এক বাহুর মধ্যবিন্দু থেকে অঙ্কিত অপর বাহুর সমান্তরাল রেখা তৃতীয় বাহুর মধ্যবিন্দুগামী।

প্রমাণ: (অবস্থান ভেক্টর দিয়ে)

মনে করি, O বিন্দুর সাপেক্ষে, ABC ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দুত্রয় A, B, C এর অবস্থান ভেক্টর যথাক্রমে $\underline{a}$, $\underline{b}$, $\underline{c}$। D, AB এর মধ্যবিন্দু। DE || BC এবং DE, AC কে E বিন্দুতে ছেদ করে। প্রমাণ করতে হবে যে, E, AC এর মধ্যবিন্দু।



যেহেতু D, AB এর মধ্যবিন্দু, সেহেতু D এর অবস্থান ভেক্টর হবে, $\overrightarrow{OD} = \frac{\underline{a} + \underline{b}}{2} = \frac{1}{2}(\underline{a} + \underline{b})$. E, AC এর মধ্যবিন্দু না হলে মনে করি, F, AC এর মধ্যবিন্দু। তাহলে F এর অবস্থান ভেক্টর হবে

$\overrightarrow{OF} = \frac{\underline{a} + \underline{c}}{2} = \frac{1}{2}(\underline{a} + \underline{c})$

$\therefore \overrightarrow{DF} = \overrightarrow{OF} - \overrightarrow{OD}$

$= \frac{1}{2}(\underline{a} + \underline{c}) - \frac{1}{2}(\underline{a} + \underline{b})$

$= \frac{1}{2}(\underline{a} + \underline{c} - \underline{a} - \underline{b})$

$= \frac{1}{2}(\underline{c} - \underline{b})$

$\therefore \overrightarrow{DF} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$ [$\because \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OB} = \underline{c} - \underline{b}$]

অর্থাৎ DF || BC। কিন্তু দেওয়া আছে, DE || BC। এখন DE ও DF রেখাদ্বয় উভয়েই D বিন্দুগামী এবং উভয়েই BC এর সমান্তরাল। সুতরাং তারা অবশ্যই সমাপতিত হবে অর্থাৎ F বিন্দু, E বিন্দুর সাথে মিলে যাবে।

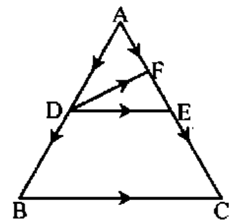
$\therefore$ E, AC এর মধ্যবিন্দু। **(প্রমাণিত)**

বিকল্প পদ্ধতি:

মনে করি, ABC ত্রিভুজের AB বাহুর মধ্যবিন্দু D দিয়ে BC বাহুর সমান্তরাল করে অঙ্কিত রেখা AC কে E বিন্দুতে ছেদ হয়। প্রমাণ করতে হবে যে E, AC এর মধ্যবিন্দু।

মনে করি, E নয় বরং F, AC এর মধ্যবিন্দু।

তাহলে $\overrightarrow{AD} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ [$\because$ D, AB এর মধ্যবিন্দু]



এবং $\overrightarrow{AF} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ [$\because$ F, AC এর মধ্যবিন্দু]

$\therefore \overrightarrow{DF} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AF}$ [ত্রিভুজ বিধি]

$= -\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AF}$ [$\because \underline{DA} = -\underline{AD}$]

$= \overrightarrow{AF} - \overrightarrow{AD}$

$= \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$; [$\overrightarrow{AD}$ ও $\overrightarrow{AF}$ এর মান বসিয়ে]

$= \frac{1}{2}(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB})$

$\therefore \overrightarrow{DF} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$

[$\because \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC} = -\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}$]

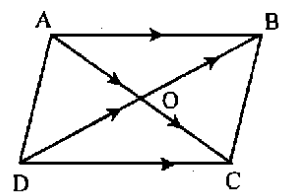
অর্থাৎ DF || BC. কিন্তু DE || BC [দেওয়া আছে]

তাহলে DE ও DF রেখাদ্বয় উভয়েই D বিন্দু দিয়ে যায় এবং BC এর সমান্তরাল। অতএব তারা (অর্থাৎ DE ও DF) অবশ্যই সমাপতিত হবে।

$\therefore$ E ও F একই বিন্দু হবে। অর্থাৎ E, AC এর মধ্যবিন্দু। **(প্রমাণিত)**

১২. প্রমাণ কর যে, কোনো চতুর্ভুজের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমদ্বিখণ্ডিত করলে তা একটি সামান্তরিক হয়।

সমাধান: মনে করি, ABCD চতুর্ভুজের AC ও BD কর্ণদ্বয় পরস্পরকে O বিন্দুতে সমদ্বিখণ্ডিত করেছে। প্রমাণ করতে হবে যে, ABCD একটি সামান্তরিক।



প্রমাণ: $\overrightarrow{DO} = \overrightarrow{OB}$ [$\because$ O, BD এর মধ্যবিন্দু]

এবং $\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{AO}$ [$\because$ O, AC এর মধ্যবিন্দু]

এখন, $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OB}$ [ত্রিভুজ বিধি]

$= \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{DO}$ [$\because \overrightarrow{AO} = \overrightarrow{OC}, \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{DO}$]

$= \overrightarrow{DO} + \overrightarrow{OC}$ [$\underline{a} + \underline{b} = \underline{b} + \underline{a}$]

$\therefore \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ **[ত্রিভুজ বিধি]**

$\therefore$ AB = DC এবং $\overrightarrow{AB}$ ও $\overrightarrow{DC}$ এর ধারক রেখাদ্বয় একই বা সমান্তরাল হবে। এখানে স্পষ্টতঃ $\overrightarrow{AB}$ ও $\overrightarrow{BC}$ এর ধারক রেখাদ্বয় সম্পূর্ণ ভিন্ন। অর্থাৎ AB || DC

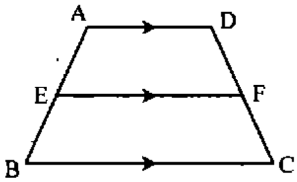
$\therefore$ ABCD একটি সামান্তরিক।

[$\because$ সামান্তরিকের বিপরীত বাহুদ্বয় সমান ও সমান্তরাল]

(প্রমাণিত)

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

১৩. ভেক্টরের সাহায্যে প্রমাণ কর যে, ট্রাপিজিয়ামের অসমান্তরাল বাহুদ্বয়ের মধ্যবিন্দুর সংযোজক সরলরেখা সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের সমান্তরাল ও তাদের যোগফলের অর্ধেক।



সমাধান: মনে করি, ABCD ট্রাপিজিয়ামের AB ও CD বাহুদ্বয় অসমান্তরাল এবং BC ও AD বাহুদ্বয় সমান্তরাল। E ও F যথাক্রমে AB ও CD এর মধ্যবিন্দু। E, F যোগ করা হলো।

প্রমাণ করতে হবে যে, EF, AD ও BC-এর সমান্তরাল এবং

$\overrightarrow{EF} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC})$

প্রমাণ: মনে করি, কোনো ভেক্টর মূল বিন্দুর সাপেক্ষে A, B, C, D বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর যথাক্রমে $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}, \underline{d}$ ।

$\therefore \overrightarrow{BC} = \underline{c} - \underline{b}$, $\overrightarrow{AD} = \underline{d} - \underline{a}$

$\therefore$ E বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর $= \frac{1}{2}(\underline{a} + \underline{b})$ [$\because$ E, AB এর মধ্যবিন্দু]

এবং F বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর $= \frac{1}{2}(\underline{c} + \underline{d})$

[$\because$ F, CD এর মধ্যবিন্দু]

$\therefore \overrightarrow{EF} = \frac{1}{2}(\underline{c} + \underline{d}) - \frac{1}{2}(\underline{a} + \underline{b})$

$= \frac{1}{2}(\underline{c} + \underline{d} - \underline{a} - \underline{b})$

$= \frac{1}{2}\{(\underline{c} - \underline{b}) + (\underline{d} - \underline{a})\}$

$\therefore \overrightarrow{EF} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD})$

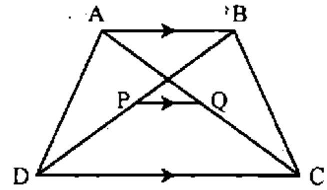
কিন্তু BC ও AD পরস্পর সমান্তরাল হওয়ায় $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD}$ ভেক্টরটিও তাদের (অর্থাৎ BC ও AD এর) সমান্তরাল হবে। সুতরাং $\overrightarrow{EF}$ ভেক্টরও BC ও AD এর সমান্তরাল হবে।

কারণ, $\overrightarrow{EF} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD})$

$\therefore \overrightarrow{EF} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD})$ **(প্রমাণিত)**

১৪. ভেক্টরের সাহায্যে প্রমাণ কর যে, ট্রাপিজিয়ামের কর্ণদ্বয়ের মধ্যবিন্দুর সংযোজক সরলরেখা সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের সমান্তরাল এবং তাদের বিয়োগফলের অর্ধেক।

সমাধান:



মনে করি, ABCD ট্রাপিজিয়ামের AB||CD এবং AC ও BD কর্ণদ্বয়ের মধ্যবিন্দু যথাক্রমে Q ও P। P, Q যোগ করি।

প্রমাণ করতে হবে যে, $PQ = \frac{1}{2}(DC - AB)$

এবং PQ || AB || CD.

প্রমাণ: মনে করি, কোনো ভেক্টর মূলবিন্দুর সাপেক্ষে A, B, C, D এর অবস্থান ভেক্টর যথাক্রমে $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}, \underline{d}$.

$\overrightarrow{AB} = \underline{b} - \underline{a}$

$\overrightarrow{DC} = \underline{c} - \underline{d}$

$\therefore$ P বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর $= \frac{1}{2}(\underline{b} + \underline{d})$

[$\because$ P, BD এর মধ্যবিন্দু]

এবং Q বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর $= \frac{1}{2}(\underline{a} + \underline{c})$ [$\because$ Q, AC এর মধ্যবিন্দু]

$\therefore \overrightarrow{PQ} = \frac{1}{2}(\underline{a} + \underline{c}) - \frac{1}{2}(\underline{b} + \underline{d})$

$= \frac{1}{2}(\underline{a} + \underline{c} - \underline{b} - \underline{d})$

বা, $\overrightarrow{PQ} = \frac{1}{2}\{(\underline{c} - \underline{d}) - (\underline{b} - \underline{a})\}$

$\therefore \overrightarrow{PQ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{DC} - \overrightarrow{AB})$

AB || CD হওয়ায় $\overrightarrow{DC} - \overrightarrow{AB}$ ভেক্টরটিও $\overrightarrow{AB}$ ও $\overrightarrow{CD}$ ভেক্টরের সমান্তরাল হবে। তাহলে $\overrightarrow{PQ}$ ভেক্টরটিও $\overrightarrow{AB}$ ও $\overrightarrow{CD}$ ভেক্টরদ্বয়ের সমান্তরাল হবে।

কারণ $\overrightarrow{PQ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{DC} - \overrightarrow{AB})$

$\therefore |\overrightarrow{PQ}| = \frac{1}{2}|(\overrightarrow{DC} - \overrightarrow{AB})| = \frac{1}{2}(|\overrightarrow{DC}| - |\overrightarrow{AB}|)$

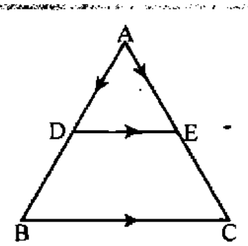
$\therefore PQ = \frac{1}{2}(DC - AB)$

অর্থাৎ PQ || AB || DC

$\therefore PQ = \frac{1}{2}(DC - AB)$ **(প্রমাণিত)**

অনুশীলনীর সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

প্রশ্ন ▶ ১৫



ΔABC এর AB ও AC বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে D ও E.

ক. $(\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DE})$ কে $\overrightarrow{AC}$ ভেক্টরের মাধ্যমে প্রকাশ কর।

খ. ভেক্টরের সাহায্যে প্রমাণ কর যে, BC || DE এবং $DE = \frac{1}{2}BC$.

গ. ABCD ট্রাপিজিয়ামের কর্ণদ্বয়ের মধ্যবিন্দু যথাক্রমে M ও N হলে ভেক্টরের সাহায্যে প্রমাণ কর যে, MN || DE || BC এবং $MN = \frac{1}{2}(BC - DE)$

১৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক ΔADE–এ

$\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DE} = \overrightarrow{AE}$ [ত্রিভুজ বিধি]

$= \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$ [যেহেতু E, AC এর মধ্যবিন্দু।]

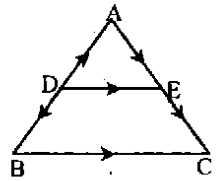
সুতরাং, $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DE} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$.

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

খ মনে করি, ABC ত্রিভুজের AB ও AC বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে D ও E।

D, E যোগ করা হলো। ভেক্টরের সাহায্যে প্রমাণ করতে হবে যে $DE = \frac{1}{2}BC$ এবং $DE \parallel BC$



প্রমাণ: D ও E যথাক্রমে AB ও AC এর মধ্যবিন্দু।

$\therefore \overrightarrow{DB} = \overrightarrow{AD} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ এবং $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{EC} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$

ত্রিভুজ বিধি অনুসারে পাই,

$\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC}$

বা, $\overrightarrow{BC} = -\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}$ .... (i)

এবং $\overrightarrow{DE} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AE}$

$= -\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AE}$

$= -\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$ $[\because \overrightarrow{AD} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AE} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}]$

$= \frac{1}{2}(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}) = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$ [সমীকরণ (i) হতে]

সুতরাং $|\overrightarrow{DE}| = \frac{1}{2}|\overrightarrow{BC}|$

$\therefore DE = \frac{1}{2}BC$ এবং $\overrightarrow{DE}$ ও $\overrightarrow{BC}$ এর ধারক রেখা একই বা সমান্তরাল।

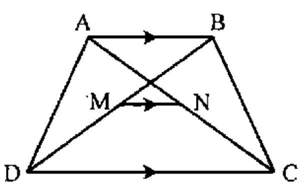
কিন্তু D ও E যথাক্রমে AB ও AC এর মধ্যবিন্দু বলে $\overrightarrow{DE}$ ও $\overrightarrow{BC}$ এর ধারক রেখা একই হতে পারে না।

$\therefore DE \parallel BC$

অর্থাৎ $DE = \frac{1}{2}BC$ এবং $DE \parallel BC$ **(প্রমাণিত)**

[বি:দ্র: পাঠ্যবইয়ের প্রশ্নে $AB \parallel DC$ এর স্থলে $DE \parallel BC$ হবে।]

গ



মনে করি, BCDE ট্রাপিজিয়ামের $DE \parallel BC$ এবং CD ও BE কর্ণদ্বয়ের মধ্যবিন্দু যথাক্রমে N ও M। M, N যোগ করি।

প্রমাণ করতে হবে যে, $MN = \frac{1}{2}(DC - AB)$

এবং MN || AB || CD.

প্রমাণ: মনে করি, কোনো ভেক্টর মূলবিন্দুর সাপেক্ষে A, B, C, D এর অবস্থান ভেক্টর যথাক্রমে $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}, \underline{d}$.

$\overrightarrow{AB} = \underline{b} - \underline{a}$

$\overrightarrow{DC} = \underline{c} - \underline{d}$

$\therefore$ M বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর $= \frac{1}{2}(\underline{b} + \underline{d})$

[$\because$ M, BD এর মধ্যবিন্দু]

এবং N বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর $= \frac{1}{2}(\underline{a} + \underline{c})$ [$\because$ N, AC এর মধ্যবিন্দু]

$\therefore \overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\underline{a} + \underline{c}) - \frac{1}{2}(\underline{b} + \underline{d}) = \frac{1}{2}(\underline{a} + \underline{c} - \underline{b} - \underline{d})$

বা, $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}\{(\underline{c} - \underline{d}) - (\underline{b} - \underline{a})\}$

$\therefore \overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{DC} - \overrightarrow{AB})$

AB || CD হওয়ায় $\overrightarrow{DC} - \overrightarrow{AB}$ ভেক্টরটিও $\overrightarrow{AB}$ ও $\overrightarrow{CD}$ ভেক্টরের সমান্তরাল হবে। তাহলে $\overrightarrow{MN}$ ভেক্টরটিও $\overrightarrow{AB}$ ও $\overrightarrow{CD}$ ভেক্টরদ্বয়ের সমান্তরাল হবে।

কারণ $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{DC} - \overrightarrow{AB})$

$\therefore |\overrightarrow{MN}| = \frac{1}{2}|(\overrightarrow{DC} - \overrightarrow{AB})| = \frac{1}{2}(|\overrightarrow{DC}| - |\overrightarrow{AB}|)$

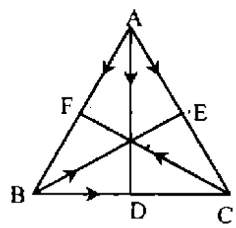
$\therefore PQ = \frac{1}{2}(DC - AB)$

অর্থাৎ MN || AB || DC

$\therefore MN = \frac{1}{2}(DC - AB)$

[বি: দ্র: পাঠ্যবইয়ের প্রশ্নে MN || DE || BC এবং $MN = \frac{1}{2}(BC - DC)$ এর স্থলে MN || AB || DC এবং $MN = \frac{1}{2}(DC - AB)$ হবে।]

প্রশ্ন ▶ ১৬ **ΔABC এর BC, CA ও AB বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে D, E ও F.**



ক. $\overrightarrow{AB}$ ভেক্টরকে $\overrightarrow{BE}$ ও $\overrightarrow{CF}$ ভেক্টরের মাধ্যমে প্রকাশ কর।

খ. প্রমাণ কর যে, $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{CF} = \underline{O}$

গ. ভেক্টরের সাহায্যে প্রমাণ কর যে, F বিন্দু দিয়ে অঙ্কিত BC এর সমান্তরাল রেখা অবশ্যই E বিন্দুগামী হবে।

১৬ নং প্রশ্নের সমাধান

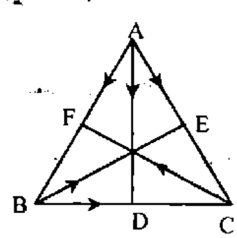
ক $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BE} = \overrightarrow{AE}$

বা, $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AE} - \overrightarrow{BE}$ [ত্রিভুজ বিধি]

$= \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BE}$

[E, AC এর মধ্যবিন্দু বলে $\overrightarrow{AE} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$ এবং $\overrightarrow{EB} = -\overrightarrow{BE}$]

$= \frac{1}{2}(\overrightarrow{AF} - \overrightarrow{CF}) - \overrightarrow{BE}$ [ত্রিভুজ বিধি]



$= \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CF}\right) - \overrightarrow{BE}$

[F, AB এর মধ্যবিন্দু বলে $\overrightarrow{AF} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$]

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

বা, $\overrightarrow{AB} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{2}\overrightarrow{CF} - \overrightarrow{BE}$

বা, $4\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{CF} - 4\overrightarrow{BE}$ [উভয়পক্ষকে 4 দ্বারা গুণ করে]

বা, $4\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{CF} - 4\overrightarrow{BE} - \overrightarrow{AB}$

[উভয়পক্ষে $(-\overrightarrow{AB})$ যোগ করে]

বা, $3\overrightarrow{AB} = -2\overrightarrow{CF} - 4\overrightarrow{BE}$

$\therefore \overrightarrow{AB} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{CF} - \frac{4}{3}\overrightarrow{BE}$ [উভয় পক্ষকে $\frac{1}{3}$ দ্বারা গুণ করে]

গ ΔABD-এ ত্রিভুজ সূত্র হতে পাই,

$\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD}$

$\therefore \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$ .... (i)

[D, BC এর মধ্যবিন্দু বলে $\overrightarrow{BD} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$]

ΔACF-এ $\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CF}$

$\therefore \overrightarrow{CF} = \overrightarrow{AF} - \overrightarrow{AC}$ [$\overrightarrow{AC} = -\overrightarrow{CA}$]

$\therefore \overrightarrow{CF} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$ .... (ii)

[F, AB এর মধ্য বিন্দু বলে $\overrightarrow{AF} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$]

এবং ΔABE-এ $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BE}$

বা, $\overrightarrow{BE} = \overrightarrow{AE} - \overrightarrow{AB}$

$\therefore \overrightarrow{BE} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}$ .... (iii)

[E, AC এর মধ্যবিন্দু বলে $AE = \frac{1}{2}AC$]

এখন, (i), (ii) ও (iii) নং সমীকরণ যোগ করে পাই,

$\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CF} + \overrightarrow{BE} = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}$

বা, $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{CF} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BC} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$

$= \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}) - \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$

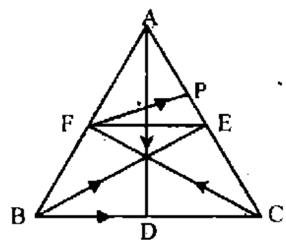
$= \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$

$= \underline{0}$

$\therefore \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{CF} = \underline{0}$ **(প্রমাণিত)**

ঘ মনে করি, ABC ত্রিভুজের AB বাহুর মধ্যবিন্দু F. BC বাহুর সমান্তরাল করে অঙ্কিত রেখা AC কে E বিন্দুতে ছেদ করে। প্রমাণ করতে হবে যে, E, AC এর মধ্যবিন্দু।

ধরি, E নয় বরং P, AC এর মধ্যবিন্দু।



তাহলে $\overrightarrow{AF} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ [$\because$ F, AB এর মধ্যবিন্দু এবং $\overrightarrow{AP} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$

$\because$ P, $\overrightarrow{AC}$ এর মধ্যবিন্দু।]

$\therefore \overrightarrow{FP} = \overrightarrow{FA} + \overrightarrow{AP} = -\overrightarrow{AF} + \overrightarrow{AP}$ [$\therefore \overrightarrow{FA} = -\overrightarrow{AF}$]

$= \overrightarrow{AP} - \overrightarrow{AF} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$

$= \frac{1}{2}(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}) = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$

$\therefore \overrightarrow{FP} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$

অর্থাৎ, FP ∥ BC কিন্তু FE ∥ BC (দেওয়া আছে)

তাহলে $\overrightarrow{FE}$ ও $\overrightarrow{FP}$ রেখাদ্বয় উভয়েই F বিন্দু দিয়ে যায় এবং $\overrightarrow{BC}$ এর সমান্তরাল। অতএব তারা (অর্থাৎ $\overrightarrow{FE}$ ও $\overrightarrow{FP}$) অবশ্যই সমাপতিত হবে।

$\therefore$ E ও P একই বিন্দু হবে। অর্থাৎ E, AC এর মধ্যবিন্দু।

(প্রমাণিত)

মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত সৃজনশীল বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

[illegible] স্কেলার রাশি ও ভেক্টর রাশি | Text পৃষ্ঠা-[illegible]

- যে রাশি কেবলমাত্র এককসহ পরিমাণ দ্বারা সম্পূর্ণরূপে প্রকাশ করা যায়, তাকে স্কেলার বা অদিক বা নির্দিক রাশি বলা হয়।
- যে রাশিকে সম্পূর্ণরূপে প্রকাশ করার জন্য তার পরিমাণ ও দিক উভয়ের প্রয়োজন হয়, তাকে ভেক্টর বা সদিক রাশি বলা হয়।

১. **"বাঁশটি ৫ মিটার লম্বা"- কথাটিতে কোন রাশির প্রকাশ হয়েছে?** (সহজ)
ক স্কেলার খ সদিক গ ভেক্টর ঘ দিক **ক**

২. **স্কেলার রাশি প্রকাশের জন্য কিসের প্রয়োজন?** (সহজ) [শেরপুর সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, শেরপুর]
ক শুধু মান খ শুধু দিক
গ মান ও দিক উভয়ই ঘ মান অথবা দিক **ক**

৩. **যে সকল রাশিকে কেবলমাত্র এককসহ পরিমাণ দ্বারা সম্পূর্ণরূপে বোঝানো যায় ঐ রাশির নাম কি?** (মধ্যম)
ক নির্দিক খ দিক গ ভেক্টর ঘ সদিক **ক**

৪. **নিচের কোনটি স্কেলার রাশি?** (মধ্যম) [নাটোর সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, নাটোর; আই.ই.টি গর্ভঃ হাই স্কুল,নারায়ণগঞ্জ]
ক ওজন খ বল গ দ্রুতি ঘ সরণ **গ**

৫. **ভেক্টর রাশি প্রকাশের জন্য কিসের প্রয়োজন?** (সহজ)
ক শুধু মান খ শুধু দিক
গ মান অথবা দিক ঘ মান ও দিক উভয়ই **ঘ**

৬. **ভেক্টর রাশির অপর নাম কী?** (সহজ) [শেরপুর সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, শেরপুর]
ক অদিক রাশি খ নির্দিক রাশি
গ সদিক রাশি ঘ স্কেলার রাশি **গ**

৭. **নিচের কোন রাশি প্রকাশের জন্য মান ও দিক উভয়েই প্রয়োজন?** (সহজ)
ক আয়তন খ ভর গ তাপমাত্রা ঘ বেগ **ঘ**

৮. **নিচের কোনটি ভেক্টর রাশি?** (সহজ)
ক $7°C$ খ $5cm^3$ গ 7N ঘ 5kg **গ**

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

৯. **নিচের কোনটি ভেক্টর রাশি?** (সহজ) [ঝিনাইদহ সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, ঝিনাইদহ; যশোর জিলা স্কুল, যশোর; শেরপুর সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, শেরপুর; সরকারি মুসলিম উচ্চ বিদ্যালয়, চট্টগ্রাম]
ক) দ্রুতি খ) আয়তন গ) তাপমাত্রা ঘ) বল **ঘ**

১০. **ভেক্টর রাশির—**
i. মান ও দিক উভয় আছে।
ii. দিক আছে কিন্তু মান নেই।
iii. উদাহরণ হলো ওজন, ত্বরণ।
নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)
ক) i ও ii খ) i ও iii গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii **খ**

১১. **স্কেলার রাশির—**
i. কেবলমাত্র মান আছে।
ii. কেবলমাত্র দিক আছে।
iii. মান আছে কিন্তু দিক নাই।
নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)
ক) i ও ii খ) i ও iii গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii **খ**

১২. **স্কেলার রাশির উদাহরণ—**
i. দৈর্ঘ্য ও ভর।
ii. দ্রুতি ও সময়।
iii. আয়তন ও তাপমাত্রা।
নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)
ক) i ও ii খ) i ও iii গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii **ঘ**

★★ ১২.২ ভেক্টর রাশির জ্যামিতিক প্রতিরূপ: দিক নির্দেশক রেখাংশ | Text পৃষ্ঠা-২৫৬

- কোনো দিক নির্দেশক রেখাংশের আদিবিন্দু A এবং অন্তবিন্দু B হলে ঐ রেখাংশকে $\overrightarrow{AB}$ দ্বারা সূচিত করা হয়।
- কোনো দিক নির্দেশক রেখাংশ যে অসীম সরলরেখার অংশবিশেষ তাকে ঐ ভেক্টরের ধারক রেখা বা ধারক বলে।

১৩. **কোনো দিক নির্দেশক রেখাংশের আদিবিন্দু A এবং অন্তবিন্দু B হলে ঐ রেখাংশকে কি দ্বারা সূচিত করা হয়?** (সহজ)
ক) AB খ) BA গ) $\overrightarrow{AB}$ ঘ) $\overrightarrow{BA}$ **গ**

১৪. **নিচের কোন দুইটি সমার্থক ধারণা?** (মধ্যম)
ক) স্কেলার ও ভেক্টর খ) স্কেলার ও সদিক
গ) ভেক্টর ও দিক নির্দেশক রেখাংশ
ঘ) ভেক্টর ও অদিক **গ**

১৫. **কোনো ভেক্টর যে অসীম সরলরেখার অংশ সেটি কী রেখা?** (মধ্যম)
ক) ধারক খ) $\overrightarrow{AB}$ গ) সরলরেখা ঘ) বক্ররেখা **ক**

১৬. **$\overrightarrow{AB} = \underline{u}$ হলে, ভেক্টরটির আদিবিন্দু কোনটি?** (সহজ)
ক) u খ) B গ) AB ঘ) A **ঘ**

১৭. **দুইটি ভেক্টরের মান সমান এবং ধারক রেখা একই বা সমান্তরাল ও একই দিক হলে, ভেক্টর দুইটি পরস্পর কী হবে?** (মধ্যম)
ক) সমান্তরাল খ) সমান গ) সদৃশ ঘ) একক **খ**

১৮. **$\overrightarrow{BA}$ দিক নির্দেশক রেখাংশের মান কত?** (সহজ) [কুমিল্লা জিলা স্কুল, কুমিল্লা]
ক) BA খ) $\overrightarrow{BA}$ গ) $\overrightarrow{AB}$ ঘ) AB + BA **ক**

১৯. **$\overrightarrow{AB}$ দিক নির্দেশক রেখাংশ—** [ঝালকাঠি সরকারি হরচন্দ্র বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, ঝালকাঠি]
i. একটি ভেক্টর রাশি।
ii. এর দৈর্ঘ্য $|\overrightarrow{AB}|$।
iii. এর দিক B বিন্দু থেকে A বিন্দুর দিকে।
নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)
ক) i ও ii খ) i ও iii গ) i ও iii ঘ) i,ii ও iii **ক**

নিচের তথ্যের ভিত্তিতে (২০-২২) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

$\overrightarrow{DB}$ একটি দিক নির্দেশক রেখাংশ।

২০. **উক্ত রেখাংশের আদিবিন্দু কোনটি?** (সহজ)
ক) B খ) D গ) $\overrightarrow{B}$ ঘ) $\overrightarrow{D}$ **খ**

২১. **উক্ত রেখাংশের মান কত?** (সহজ)
ক) $\overrightarrow{BD}$ খ) BD + DB গ) $\overrightarrow{DB}$ ঘ) DB **ঘ**

২২. **উক্ত রেখাংশটি কোন রাশি?** (সহজ)
ক) ধারক খ) স্কেলার
গ) দিক নির্দেশক ঘ) ভেক্টর **ঘ**

নিচের তথ্যের আলোকে (২৩-২৫) নং প্রশ্নের উত্তর দাও।

$\overrightarrow{AB} = \underline{u}$

২৩. **ভেক্টরটির আদিবিন্দু কোনটি?** (সহজ)
ক) A খ) B গ) u ঘ) AB **ক**

২৪. **ভেক্টরটির অন্তবিন্দু কোনটি?** (সহজ)
ক) A খ) B গ) u ঘ) AB **খ**

২৫. **$\overrightarrow{BA}$ = কত?** (মধ্যম)
ক) AB খ) $-\overrightarrow{BA}$ গ) $\overrightarrow{AB}$ ঘ) $-\underline{u}$ **ঘ**

★★★ ১২.৩ ভেক্টরের সমতা, বিপরীত ভেক্টর | Text পৃষ্ঠা-২৫৭

- যদি দুইটি ভেক্টরের দিক একই, দৈর্ঘ্য সমান এবং তাদের ধারক রেখা একই বা সমান্তরাল হয় তাহলে তাদেরকে সমান ভেক্টর বলে।
- $\underline{u}$ যেকোনো ভেক্টর হলে যদি অপর একটি ভেক্টর $\underline{v}$ নির্ণয় করা যায় যাতে $\underline{v} = -\underline{u}$ হয় তাহলে $\underline{v}$ বা $-\underline{u}$ কে $\underline{u}$ ভেক্টরের বিপরীত ভেক্টর বলে।

দুইটি ভেক্টর পরস্পর বিপরীত হবে যদি তাদের—
দৈর্ঘ্য সমান হয়;ধারক রেখা একই বা সমান্তরাল হয় এবং দিক বিপরীত হয়।

২৬. **$\underline{u}$ এর ধারক এবং $\underline{v}$ এর ধারক রেখাদ্বয় অভিন্ন বা সমান্তরাল হলে, সংক্ষেপে $\underline{u}$ ও $\underline{v}$ কে কী বলা যায়?** (মধ্যম)
ক) সমান ভেক্টর খ) সমান্তরাল ভেক্টর
গ) অসমান ভেক্টর ঘ) অসমান্তরাল ভেক্টর **খ**

২৭. **$\underline{u} = \underline{v}$ এবং $\underline{v} = \underline{w}$ সম্পর্ক দুটি দ্বারা কোন সম্পর্কটি তৈরি করা যায়?** (সহজ)
ক) $\underline{v} = -\underline{u}$ খ) $\underline{w} = -\underline{v}$
গ) $\underline{u} = \underline{v} \neq \underline{w}$ ঘ) $\underline{u} = \underline{w}$ **ঘ**

২৮. **$\underline{u} = -\underline{v}$ হলে, নিচের কোনটি সঠিক?** (সহজ)
ক) $\underline{u}$ ও $\underline{v}$ একইমুখী খ) $\underline{u}$ ও $\underline{v}$ বিপরীতমুখী
গ) $\underline{u}$ ও $\underline{v}$ এর মান সমান ঘ) $\underline{u}$ ও $\underline{v}$ সমান ভেক্টর **খ**

২৯. **$\underline{a} - 5\underline{b}$ ভেক্টরটির সমান্তরাল কোনটি?** (সহজ)
ক) $\underline{a} + 5\underline{b}$ খ) $5\underline{a} - \underline{b}$ গ) $\underline{b} - 5\underline{a}$ ঘ) $2\underline{a} - 10\underline{b}$ **ঘ**

৩০. **$\underline{a}$ অশূন্য ভেক্টর হলে $\underline{a} + (-\underline{a})$ = কত?** (সহজ) [কৃষি বিশ্ববিদ্যালয় হাই স্কুল, ময়মনসিংহ]
ক) $\underline{0}$ খ) 1 গ) 2 ঘ) 2a **ক**

৩১. **$\overrightarrow{AB}$ = b হলে $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA}$ এর মান নিচের কোনটি?** (মধ্যম) [শেরপুর সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, শেরপুর; নাটোর সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, নাটোর; রাজশাহী সরকারী বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, হেলেনাবাদ; বিদ্যাময়ী গভঃ গার্লস হাই স্কুল, ময়মনসিংহ]
ক) 2b খ) b গ) 0 ঘ) −2b **গ**

ব্যাখ্যা: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AB} = b - b = 0$

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

৩২. যেকোনো ভেক্টর x-এর জন্য নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)
ক $\longrightarrow\!\!\!\!\rightarrow$ x, $\longrightarrow$ −x   খ $\longrightarrow$ x, $\longleftarrow$ −x
গ $\longrightarrow$ x, $\longrightarrow$ −3x   ঘ $\longleftarrow$ x, $\longleftarrow$ −3x   (খ)

৩৩. $\overrightarrow{AB}$ যেকোনো ভেক্টর হলে, নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ) [শেরপুর সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, শেরপুর]
ক $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BA}$ খ $\overrightarrow{AB} = |\overrightarrow{AB}|$
গ $|\overrightarrow{AB}| = -|\overrightarrow{BA}|$ ঘ $\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{BA}$ (ঘ)

৩৪. $\underline{a} + 5\underline{b} = 0$ হলে $\underline{a}$ ও $\underline{b}$ ভেক্টরদ্বয় কীরূপ? (সহজ) [ঝালকাঠি সরকারি হরচন্দ্র বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, ঝালকাঠি; রাজশাহী সরকারী বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, হেলেনাবাদ]
ক লম্ব   খ সমান
গ সমান্তরাল ও দিক একই   ঘ সমান্তরাল ও বিপরীতমুখী   (ঘ)

৩৫. $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{QR}$ হলে $\overrightarrow{BC}$ ও $\overrightarrow{QR}$ এর—
i. ধারক রেখা একই বা সমান্তরাল।
ii. দৈর্ঘ্য সমান ও দিক একই।
iii. দৈর্ঘ্য অসমান ও দিক বিপরীত।
নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)
ক i ও ii   খ ii ও iii   গ ii ও iii   ঘ i, ii ও iii   (ক)

৩৬. একটি ভেক্টর $\underline{u}$ অপর একটি ভেক্টর $\underline{v}$ এর সমান হলে— [কুমিল্লা জিল্লা স্কুল, কুমিল্লা]
i. $\underline{u}$ এর দৈর্ঘ্য সমান $\underline{v}$ এর দৈর্ঘ্য।
ii. $\underline{u}$ এবং $\underline{v}$ সমান্তরাল ভেক্টর।
iii. $\underline{u}$ এর দিক $\underline{v}$ এর দিকের সঙ্গে একমুখী।
নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)
ক i ও ii   খ i ও iii   গ ii ও iii   ঘ i, ii ও iii   (ঘ)

৩৭. $\underline{w}$, $\underline{v}$ এর বিপরীত ভেক্টর হলে—
i. $\underline{w}$ এর দিক $\underline{v}$ এর বিপরীত দিক।
ii. $\underline{w}$ এর ধারক $\underline{v}$ এর ধারকের সমান্তরাল।
iii. $|\underline{w}| = |\underline{v}|$.
নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)
ক i ও ii   খ i ও iii   গ ii ও iii   ঘ i, ii ও iii   (ঘ)

নিচের তথ্যের আলোকে (৩৮-৪০) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

$\underline{p}$ এর সমান ভেক্টর $\underline{q}$ এবং $\underline{p} = \overrightarrow{AB}$.

৩৮. $\underline{q}$ = কত? (সহজ)
ক $\overrightarrow{AB}$ খ $\overrightarrow{BA}$ গ $|\overrightarrow{AB}|$ ঘ $-\overrightarrow{AB}$ (ক)

৩৯. $\underline{p} = \underline{r}$ হলে নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)
ক $\underline{p} = \underline{w}$ খ $\underline{q} = \underline{r}$ গ $\underline{r} = \underline{w}$ ঘ $\underline{p} = \underline{q} = \underline{r}$ (ঘ)

৪০. $\underline{q}$ এর মান নিচের কোনটি? (সহজ)
ক $\underline{p}$ খ $\underline{q}$ গ $|\overrightarrow{AB}|$ ঘ $\underline{r}$ (গ)

নিচের তথ্যের ভিত্তিতে (৪১-৪৩) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

$\underline{u}$ এর বিপরীত ভেক্টর $\underline{v}$ এবং $\underline{u} = \overrightarrow{AB}$

৪১. $\underline{v}$ = কত? (সহজ)
ক $\overrightarrow{AB}$ খ $\overrightarrow{BA}$ গ $|\overrightarrow{BA}|$ ঘ $\underline{u}$ (খ)

৪২. $\underline{u}$ এর সাপেক্ষে $\underline{v}$ এর দিক কোনটি? (সহজ)
ক অভিন্ন   খ সমান্তরাল
গ লম্ব বরাবর   ঘ বিপরীত   (ঘ)

৪৩. $\underline{u}$ এর দিক কোনটি? (সহজ)
ক A থেকে B এর বিপরীত দিকে   খ A থেকে B এর লম্ব দিকে
গ A থেকে B এর দিকে   ঘ B থেকে A এর দিকে   (গ)

★★★ ১২.৪ ভেক্টরের যোগ ও বিয়োগ | Text পৃষ্ঠা-২৫৮

- $\underline{u}$ এবং $\underline{v}$ দুইটি ভেক্টর হলে এদের যোগফল বা লব্ধিকে $\underline{u} + \underline{v}$ দ্বারা প্রকাশ করা হয়।
- কোনো সামান্তরিকের দুইটি সন্নিহিত বাহু দ্বারা দুইটি ভেক্টর $\underline{u}$ ও $\underline{v}$ এর মান ও দিক সূচিত হলে, ঐ সামান্তরিকের যে কর্ণ $\underline{u}$ ও $\underline{v}$ ভেক্টরদ্বয়ের সূচক রেখার ছেদবিন্দুগামী তা দ্বারা $\underline{u} + \underline{v}$ ভেক্টরের মান ও দিক সূচিত হয়। ইহা ভেক্টর যোগের সামান্তরিক বিধি।
- দুই বা ততোধিক ভেক্টরের যোগফলকে তাদের লব্ধি বলে। বল বা বেগের লব্ধি নির্ণয়ের ক্ষেত্রে ভেক্টর যোজন পদ্ধতি অনুসরণ করা যায়।
- দুটি ভেক্টর সমান্তরাল হলে তাদের যোগের ক্ষেত্রে সামন্তরিক বিধি প্রযোজ্য নয়, কিন্তু ত্রিভুজ বিধি সকল ক্ষেত্রেই প্রযোজ্য।
- $\underline{u}$ এবং $\underline{v}$ ভেক্টরদ্বয়ের বিয়োগফল বলতে $\underline{u}$ এবং $(-\underline{v})$ ভেক্টরদ্বয়ের বীজগাণিতিক যোগফলকে বোঝায়।
- যে ভেক্টরের মান শূন্য তাকে শূন্য ভেক্টর বলে। একে $\underline{0}$ দ্বারা প্রকাশ করা হয়। শূন্য ভেক্টরের কোনো নির্দিষ্ট দিক নেই।

৪৪. $\underline{v}$ এর অন্তবিন্দু, $\underline{w}$ এর আদিবিন্দু হলে, ভেক্টরদ্বয় কি হলে ত্রিভুজ উৎপন্ন করা সম্ভব? (মধ্যম) [শেরপুর সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, শেরপুর]
ক সমান্তরাল   খ অসমান্তরাল
গ মান একই   ঘ ধারক একই   (খ)

৪৫. $\overrightarrow{AB} = \underline{u}$ ও $\overrightarrow{BC} = \underline{v}$ হলে, $\underline{u} + \underline{v}$ = কত? (মধ্যম)
ক $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}$ খ $\overrightarrow{AB}$ গ $\overrightarrow{BC}$ ঘ $\overrightarrow{AC}$ (ঘ)

৪৬. সামান্তরিক বিধি প্রযোজ্য হয় না দুইটি ভেক্টরের কোন সম্পর্কের ক্ষেত্রে? (মধ্যম)
ক দিক সমান   খ সমান্তরাল
গ বিপরীতমুখী   ঘ মান সমান   (খ)

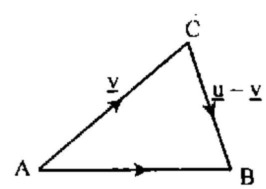
৪৭. $\underline{u} = \overrightarrow{AB}$ ও $\underline{v} = \overrightarrow{AC}$ হলে, $\underline{u} - \underline{v}$ = কত? (মধ্যম)
ক $\overrightarrow{BA}$ খ $\overrightarrow{CA}$ গ $\overrightarrow{BC}$ ঘ $\overrightarrow{CB}$ (ঘ)

৪৮. DEFG সামান্তরিকের $\overrightarrow{DE} = \underline{s}$ এবং $\overrightarrow{DG} = \underline{t}$ হলে লব্ধি ভেক্টর কোনটি? (সহজ)
ক $\underline{s}$ খ $\underline{t}$ গ $\underline{s} + \underline{t}$ ঘ $\underline{s} - \underline{t}$ (ঘ)

৪৯. যে ভেক্টরের আদি বিন্দু ও অন্তবিন্দু একই, এরূপ ভেক্টরকে কোন ভেক্টর বলা হয়? (সহজ)
ক লব্ধি   খ একমুখি   গ বিপরীত   ঘ শূন্য   (ঘ)

৫০. ভেক্টরের ক্ষেত্রে কোন সম্পর্কটি সঠিক? (সহজ) [রাজশাহী সরকারী বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, হেলেনাবাদ]
ক $\overrightarrow{AB} = \underline{0}$ খ $|\overrightarrow{AB}| = \underline{0}$
গ $|\overrightarrow{BA}| = \underline{0}$ ঘ $\overrightarrow{AA} = \underline{0}$ (ঘ)

৫১.

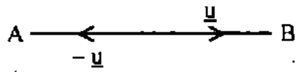


$\overrightarrow{CB} = \underline{u} - \underline{v}$ এবং $\overrightarrow{AC} = \underline{v}$ হলে, $\overrightarrow{AB}$ = কত? (সহজ)
ক $\underline{u} + \underline{v}$ খ $\underline{v}$ গ $\underline{u}$ ঘ $\underline{u} - \underline{v}$ (গ)

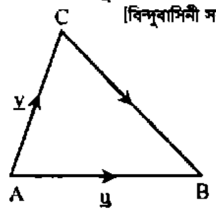
www.bdniyog.com
www.pathagar.com

৫২. $\underline{u} = \overrightarrow{AB}$ এবং $-\underline{u} = \overrightarrow{BA}$ হলে, $\underline{u} + (-\underline{u})$ কী ধরনের ভেক্টর? (মধ্যম)

ⓚ একক ⓛ অসমান ⓖ শূন্য ⓘ লব্ধি (গ)

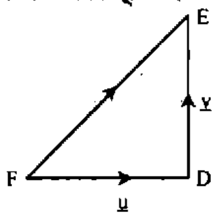


৫৩. $\overrightarrow{CB}$ এর মান ও দিক সূচিত হয় নিচের কোনটি দ্বারা? (সহজ) [বিন্দুবাসিনী সরকারী বালক উচ্চ বিদ্যালয়, টাঙ্গাইল]



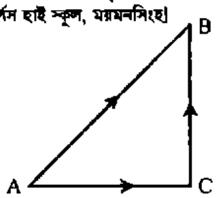
ⓚ $\underline{v} + \underline{u}$ ⓛ $\underline{u} + \underline{v}$ ⓖ $\underline{v} - \underline{u}$ ⓘ $\underline{u} - \underline{v}$ (ঘ)

৫৪. $\overrightarrow{FE}$ এর মান ও দিক সূচিত হয় কোন ভেক্টর দ্বারা? (সহজ)



ⓚ $\underline{u} + \underline{v}$ ⓛ $\underline{u} - \underline{v}$ ⓖ $\underline{v}$ ⓘ $\underline{u}$ (ক)

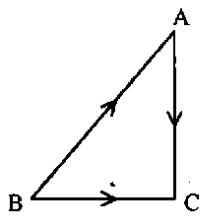
৫৫. $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{CB}$ তিনটি অশূন্য ভেক্টর হলে কোনটি সঠিক? (মধ্যম) [বিদ্যাময়ী গভঃ গার্লস হাই স্কুল, ময়মনসিংহ]



ⓚ $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$ ⓛ $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AB}$

ⓖ $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CB}$ ⓘ $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AC}$ (গ)

৫৬.



ABC ত্রিভুজের ক্ষেত্রে — [বিন্দুবাসিনী সরকারী বালক উচ্চ বিদ্যালয়, টাঙ্গাইল]

i. $\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{AC}$.

ii. $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BC}$.

iii. $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB}$.

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ⓚ i ও ii ⓛ i ও iii ⓖ ii ও iii ⓘ i, ii ও iii (ক)

৫৭. m ও n দুইটি স্কেলার এবং $\underline{a}$ ও $\underline{b}$ দুইটি ভেক্টর হলে—

i. $|\underline{a} + \underline{b}| = a + b$

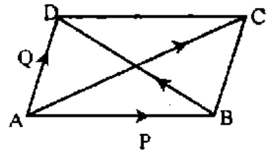
ii. $m(\underline{a} - \underline{b}) = m\underline{a} - m\underline{b}$

iii. $(m - n)\underline{b} = m\underline{b} - n\underline{b}$

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ⓚ i ও ii ⓛ i ও iii ⓖ ii ও iii ⓘ i, ii ও iii (গ)

৫৮.



ABCD সামান্তরিকের AB ও AD বাহুদ্বয়ের মধ্যবিন্দু যথাক্রমে P ও Q হলে—

i. $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$

ii. $\overrightarrow{AP} + \overrightarrow{AQ} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$

iii. $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB}$

নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)

ⓚ i ও ii ⓛ i ও iii ⓖ ii ও iii ⓘ i, ii ও iii (ঘ)

৫৯. $\underline{u}$, $\underline{v}$, এবং $\underline{u} + \underline{v}$ দ্বারা ত্রিভুজ উৎপন্ন করা সম্ভব যখন—

i. $\underline{u}$ এর আদিবিন্দু, $\underline{v}$ এর প্রান্ত বিন্দু যোগ করা যাবে।

ii. $\underline{u} + \underline{v}$ এর আদি বিন্দু ও অন্তবিন্দু যথাক্রমে $\underline{v}$ এর আদিবিন্দু এবং $\underline{u}$ এর প্রান্তবিন্দু হবে।

iii. $\underline{u}$ ও $\underline{v}$ সমান্তরাল।

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ⓚ i ও ii ⓛ i ও iii ⓖ ii ও iii ⓘ i, ii ও iii (ক)

৬০. শূন্য ভেক্টরের—

i. পরমমান শূন্য।

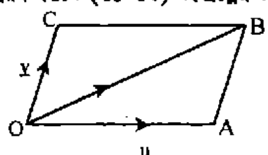
ii. দিক অনির্দিষ্ট।

iii. দৈর্ঘ্য শূন্য।

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ⓚ i ও ii ⓛ ii ও iii ⓖ ii ও iii ⓘ i, ii ও iii (ঘ)

নিচের চিত্রের ভিত্তিতে (৬১-৬৩) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:



OABC একটি সামান্তরিক যার $\overrightarrow{OB}$ কর্ণ।

৬১. $\overrightarrow{OB}$ এর দিক সূচিত হয় কোনটি দ্বারা? (সহজ)

ⓚ $\underline{u}$ ⓛ $\underline{v}$ ⓖ $\underline{u} + \underline{v}$ ⓘ $\underline{u} - \underline{v}$ (গ)

৬২. $\overrightarrow{AB}$ এর দিক সূচিত হয় কোন ভেক্টর দ্বারা? (সহজ)

ⓚ $\underline{u}$ ⓛ $\underline{v}$ ⓖ $\underline{u} - \underline{v}$ ⓘ $\underline{w}$ (খ)

৬৩. উপরের চিত্রে লব্ধি ভেক্টর কোনটি? (সহজ)

ⓚ $\overrightarrow{OC}$ ⓛ $\overrightarrow{OB}$ ⓖ $\overrightarrow{CB}$ ⓘ $\overrightarrow{BA}$ (খ)

★★★ ১২.৫ ভেক্টরের যোগের বিধিসমূহ | Text পৃষ্ঠা-২৬০

- যেকোনো দুইটি ভেক্টর $\underline{u}$ এবং $\underline{v}$ এর জন্য $\underline{u} + \underline{v} = \underline{v} + \underline{u}$ ইহা ভেক্টর যোগের বিনিময় বিধি।
- যেকোনো তিনটি ভেক্টর $\underline{u}, \underline{v}, \underline{w}$ এর জন্য $(\underline{u} + \underline{v}) + \underline{w} = \underline{u} + (\underline{v} + \underline{w})$ ইহা ভেক্টর যোজনের সংযোগ বিধি।
- যে কোনো তিনটি ভেক্টর $\underline{u}, \underline{v}, \underline{w}$ এর জন্য $\underline{u} + \underline{v} = \underline{v} + \underline{w}$ হলে, $\underline{v} = \underline{w}$ হবে। ইহা ভেক্টর যোগের বর্জন বিধি।

৬৪. যেকোনো $\underline{u}$, $\underline{v}$ ও $\underline{w}$ ভেক্টরের জন্য $\underline{u} + \underline{v} = \underline{u} + \underline{w}$ হলে, নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ⓚ $\underline{u} = \underline{v}$ ⓛ $\underline{v} = \underline{w}$ ⓖ $\underline{v} = \underline{u}$ ⓘ $\underline{w} = \underline{u}$ (খ)

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

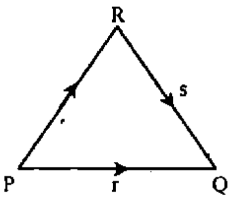
৬৫. $\underline{u}$, $\underline{v}$ ও $\underline{w}$ তিনটি ভেক্টর হলে ভেক্টর যোগের বিনিময় বিধি নিচের কোনটি? (সহজ)

ক $\underline{u}+\underline{v}=\underline{v}-\underline{u}$
খ $(\underline{u}+\underline{v})+\underline{w}=\underline{u}-(\underline{v}+\underline{w})$
গ $\underline{u}+(\underline{v}+\underline{w})=(\underline{u}+\underline{v})+\underline{w}$
ঘ $m(\underline{u}+\underline{v})=m\underline{u}+m\underline{v}$ (গ)

৬৬. $\underline{u}$, $\underline{v}$ ও $\underline{w}$ তিনটি ভেক্টরের ক্ষেত্রে ভেক্টর যোগের বর্জন বিধি কোনটি? (মধ্যম)

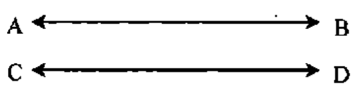
ক $(\underline{u}+\underline{v})+\underline{w}=\underline{u}+(\underline{v}+\underline{w})$
খ $\underline{u}+\underline{v}+\underline{w}=\underline{u}+\underline{w}$
গ $\underline{u}+\underline{v}=\underline{v}+\underline{w}$ হলে $\underline{v}=\underline{w}$
ঘ $\underline{u}+\underline{v}=\underline{u}+\underline{w}$ হলে $\underline{v}=\underline{w}$ (ঘ)

৬৭. চিত্রে কোন সম্পর্কটি সঠিক? (সহজ)



ক $\vec{PR}+\vec{RQ}=\vec{QP}$ খ $\vec{PR}+\vec{RQ}+\vec{QP}=\underline{0}$
গ $\vec{RP}+\vec{QR}=\vec{PQ}$ ঘ $\underline{r}+\underline{s}=\vec{PR}$ (ঘ)

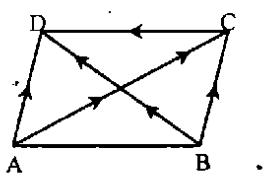
৬৮.



চিত্র হতে নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ক $\vec{AB}=m\vec{CD}$ খ $\vec{AB}=\vec{CD}$
গ $\vec{AB}=m\vec{BC}$ ঘ $\vec{Ad}=\vec{BC}$ (খ)

৬৯.



ABCD সামান্তরিকের শীর্ষবিন্দুগুলোর অবস্থান ভেক্টর যথাক্রমে $\underline{a}$, $\underline{b}$, $\underline{c}$ ও $\underline{d}$ হলে, নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ক $|\underline{a}|=|\underline{c}|, |\underline{b}|=|\underline{d}|$ খ $|\underline{a}|=|\underline{b}|$
গ $|\underline{b}|=|\underline{c}|, |\underline{a}|=|\underline{d}|$ ঘ $|\underline{c}|=|\underline{d}|$ (ক)

৭০. m, n দুইটি ঋণাত্মক স্কেলার ও $\underline{u}$ একটি ভেক্টর হলে —

i. $(m+n)\underline{u}$ এরমান $|m+n|\,|\underline{u}|$.
ii. $(m+n)\underline{u}$ এর দিক হবে, $\underline{u}$ এর বিপরীত দিকে।
iii. $(m+n)\underline{u}$ এর দৈর্ঘ্য হবে 0.

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii (ক)

৭১. ভেক্টর যোগের বর্জন বিধি অনুসারে, যেকোনো $\underline{r}$, $\underline{s}$, $\underline{t}$ এর মধ্যে—

i. $\underline{r}+\underline{s}=\underline{r}+\underline{t}$ হলে $\underline{s}=\underline{t}$
ii. $\underline{s}+\underline{t}=\underline{r}+\underline{t}$ হলে $\underline{s}=\underline{r}$
iii. $\underline{r}+\underline{s}=t+\underline{s}$ হলে $\underline{r}=s$

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ক i ও ii খ ii ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii (ক)

নিচের তথ্যের আলোকে (৭২-৭৪) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

AB ∥ CD এবং m যেকোনো স্কেলার রাশি।

৭২. নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ক $|\vec{AB}|=|\vec{CD}|$ খ $\vec{AB}=m\vec{CD}$
গ $m=\dfrac{\vec{AD}}{\vec{CD}}$ ঘ $m=\dfrac{\vec{CD}}{\vec{AB}}$ (খ)

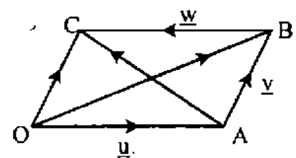
৭৩. m > 0 হলে, কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ক $\vec{AB}$ ও $\vec{CD}$ সমমুখী খ $\vec{AB}$ ও $\vec{CD}$ বিপরীতমুখী
গ $\vec{AB}$ ও $\vec{CD}$ সমান ঘ $\vec{AB}$ ও $\vec{CD}$ লম্ব (ক)

৭৪. m < 0 হলে, নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ক $\vec{AB}$ ও $\vec{CD}$ লম্ব খ $\vec{AB}$ ও $\vec{CD}$ একই
গ $\vec{AB}$ ও $\vec{CD}$ বিপরীতমুখী ঘ $\vec{AB}$ ও $\vec{CD}$ সমমুখী (গ)

নিচের তথ্যের আলোকে (৭৫-৭৬) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:



৭৫. OABC সামান্তরিকের ক্ষেত্রে নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ক $(\underline{u}+\underline{v})-\underline{w}=\underline{u}+(\underline{v}+\underline{w})$
খ $\underline{u}+\underline{v}+\underline{w}=\underline{u}+(\underline{u}+\underline{w})$
গ $(\underline{u}+\underline{v})+\underline{w}=\underline{u}+(\underline{v}+\underline{w})$
ঘ $\underline{u}+\underline{v}+\underline{w}=(\underline{u}-\underline{v})+\underline{w}$ (গ)

৭৬. OABC সামান্তরিকের ক্ষেত্রে নিচের কোনটি যোগের বিনিময় বিধি? (মধ্যম)

ক $\underline{u}+\underline{v}=\underline{v}+\underline{u}$ খ $\underline{u}-\underline{v}=\underline{v}-\underline{u}$
গ $\underline{u}+(\underline{v}+w)=(\underline{u}+\underline{v})+\underline{w}$
ঘ $(\underline{u}+\underline{v})-\underline{w}=\underline{u}+(\underline{v}-\underline{w})$ (ক)

★★ ১২.৬ ভেক্টরের সংখ্যা গুণিতক | Text পৃষ্ঠা-২৬১

- $\underline{u}$ যেকোনো ভেক্টর ও $\underline{m}$ যেকোনো বাস্তব সংখ্যা হলে
  ১. $m=0$ হলে, $m\underline{u}=0$
  ২. $m\neq 0$ হলে, $m\underline{u}$ এর ধারক $\underline{u}$ এর ধারকের সাথে অভিন্ন।
  ৩. $m(n\underline{u})=n(m\underline{u})=mn(\underline{u})$।

৭৭. $\vec{AB}=m.\vec{CD}$ এবং $m>0$ হলে নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ) [সরকারি জুবিলী স্কুল, পটুয়াখালী]

ক $\vec{AB}$ ও $\vec{CD}$ সমান খ $\vec{AB}$ ও $\vec{CD}$ বিপরীত
গ $\vec{AB}$ ও $\vec{CD}$ বিপরীত মুখী ঘ $\vec{AB}$ ও $\vec{CD}$ সমমুখী (ঘ)

৭৮. m একটি স্কেলার রাশি এবং $\underline{a}$ একটি অশূন্য ভেক্টর হলে $(-m)\underline{a}$ = কত? (সহজ)

ক $m\underline{a}$ খ $(-m)(-\underline{a})$
গ $(-\underline{a})(-m)$ ঘ $-m\underline{a}$ (ঘ)

৭৯. $\underline{u}$ যেকোনো ভেক্টর এবং m যেকোনো বাস্তব সংখ্যা। $m>0$ হলে—

i. $m\underline{u}\neq 0$
ii. $m\underline{u}$ এর দিক $\underline{u}$ এর দিকের সঙ্গে একমুখি।
iii. $m\underline{u}$ এর দিক $\underline{u}$ এর দিকের বিপরীত।

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i,ii ও iii (ক)

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

★★ ১২.৭ ভেক্টরের সংখ্যাগুণিতক সংক্রান্ত বণ্টন সূত্র | Text পৃষ্ঠা-২৬২

- m, n দুটি স্কেলার এবং $\underline{u}$, $\underline{v}$ দুটি ভেক্টর হলে,
  ১. $(m+n)\underline{v} = m\underline{v} + n\underline{v}$ (বণ্টন সূত্র)
  ২. $m(\underline{u}+\underline{v}) = m\underline{u} + m\underline{v}$ (বণ্টন সূত্র)

৮০. m ও n ধনাত্মক হলে, $(m+n)\underline{u}$ ভেক্টরটির মান কত হয়? (সহজ)
ক) $(m+n)\underline{u}$ খ) $mn|\underline{u}|$
গ) $|m+n||\underline{u}|$ ঘ) $|m+n|\underline{u}$ **গ**

৮১. m, n দুইটি স্কেলার এবং $\underline{u}$, $\underline{v}$ দুইটি ভেক্টর হলে, নিচের কোনটি ভেক্টরের বণ্টন সূত্র অনুসরণ করে? (সহজ)
ক) $(m+n)\underline{u} = m\underline{u} + n\underline{u}$ খ) $(m+n)\underline{u} = \underline{u}m + \underline{u}n$
গ) $m(\underline{u}+\underline{v}) = \underline{u}m + \underline{v}m$ ঘ) $(\underline{u}+\underline{v})m = m\underline{u} + m\underline{v}$ **ক**

৮২. p ধনাত্মক ও q ঋণাত্মক স্কেলার হলে $(p+q)\underline{v}$ ভেক্টরটির মান কত? (মধ্যম)
ক) $|p+q||\underline{v}|$ খ) $(|p|+|q|)|\underline{v}|$
গ) $|p+q|\underline{v}$ ঘ) $(|p|+|q|)\underline{v}$ **ক**

৮৩. m > n হলে, $(n-m)\underline{u}$ ভেক্টরটির দিক ও $\underline{u}$ ভেক্টরের দিকের মধ্য সম্পর্ক কী? (মধ্যম)
ক) বিপরীত খ) একই দিক
গ) সমান্তরাল ও একই দিক ঘ) পরস্পর লম্ব **ক**

৮৪. m ও n উভয়ই ঋণাত্মক হলে, $(m+n)\underline{v}$ ও $\underline{v}$ ভেক্টরের দিকের সম্পর্ক কী? (মধ্যম)
ক) পরস্পর লম্ব খ) বিপরীত
গ) একই দিক ঘ) সমান্তরাল ও একই দিক **খ**

★★★ ১২.৮ অবস্থান ভেক্টর | Text পৃষ্ঠা-২৬৪

- সমতলস্থ কোনো নির্দিষ্ট বিন্দু O-এর সাপেক্ষে ঐ সমতলের যেকোনো বিন্দু P-এর অবস্থান $\overrightarrow{OP}$ দ্বারা নির্দিষ্ট করা যায়। $\overrightarrow{OP}$ কে O বিন্দুর সাপেক্ষে P বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর বলা হয়। এবং O বিন্দুকে ভেক্টর মূলবিন্দু বলা হয়।
- দুইটি বিন্দু A, B এর অবস্থান ভেক্টর যথাক্রমে $\underline{a}$, $\underline{b}$ হলে $\overrightarrow{ab} = \underline{b} - \underline{a}$.
- $\underline{A}$, $\underline{B}$, $\underline{C}$ বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর যথাক্রমে $\underline{a}$, $\underline{b}$, $\underline{c}$ হলে C বিন্দু যদি AB রেখাংশকে m : n অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত করে তবে, $\underline{c} = \frac{mb+na}{m+n}$ হবে। যদি বহির্বিভক্ত হয় তবে, $\underline{c} = \frac{mb-na}{m-n}$ হবে।

৮৫. মূলবিন্দু O এর সাপেক্ষে P এবং Q এর অবস্থান ভেক্টর যথাক্রমে $9\underline{a} - 4\underline{b}$ ও $-3\underline{a} - \underline{b}$ হলে, $\overrightarrow{PQ}$ এর মান কত? (মধ্যম)
ক) $6\underline{a} - 5\underline{b}$ খ) $12\underline{a} - 3\underline{b}$
গ) $-12\underline{a} + 3\underline{b}$ ঘ) $12\underline{a} - 3\underline{b}$ **গ**

ব্যাখ্যা: $\overrightarrow{PQ}$ এর অবস্থান ভেক্টর $= -3\underline{a} - \underline{b} - 9\underline{a} + 4\underline{b} = -12\underline{a} + 3\underline{b}$

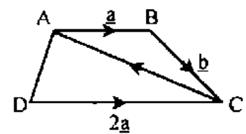
৮৬. কোনো ত্রিভুজের শীর্ষত্রয়ের অবস্থান ভেক্টর যথাক্রমে $\underline{a}$, $\underline{b}$ ও $\underline{c}$ হলে, তাদের মধ্যমা তিনটির ছেদ বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর কী হবে? (মধ্যম)
ক) $\frac{1}{3}(\underline{a}+\underline{b}+\underline{c})$ খ) $\frac{2}{3}(\underline{a}+\underline{b}+\underline{c})$
গ) $(\underline{a}+\underline{b}+\underline{c})$ ঘ) $3(\underline{a}+\underline{b}+\underline{c})$ **ক**

৮৭. A, B ও C বিন্দুত্রয়ের অবস্থান ভেক্টর যথাক্রমে $\underline{a}$, $\underline{b}$ ও $\underline{c}$. C বিন্দু AB রেখাকে 3 : 2 অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত করলে C বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর কী হবে? (কঠিন)
ক) $\frac{3a+2b}{5}$ খ) $\frac{2a+3b}{5}$
গ) $\frac{3a-2b}{5}$ ঘ) $\frac{2b-3a}{5}$ **খ**

৮৮. A, B ও C বিন্দুত্রয়ের অবস্থান ভেক্টর যথাক্রমে $\underline{a}$, $\underline{b}$ এবং $\underline{c}$. C বিন্দুতে AB রেখা 5 : 2 অনুপাতে বহির্বিভক্ত হলে C এর অবস্থান ভেক্টর কী হবে? (কঠিন)
ক) $\frac{2\underline{b}+5\underline{a}}{3}$ খ) $\frac{5\underline{a}+2\underline{b}}{3}$ গ) $\frac{5\underline{a}-2\underline{b}}{3}$ ঘ) $\frac{5\underline{b}-2\underline{a}}{3}$ **ঘ**

৮৯. $\overrightarrow{OA} = \underline{a}$ এবং $\overrightarrow{OB} = \underline{b}$ হলে $\overrightarrow{AB}$ = কত? (মধ্যম)
ক) $\underline{a} - \underline{b}$ খ) $\underline{b} - \underline{a}$ গ) $-(\underline{b} - \underline{a})$ ঘ) $\underline{b} + \underline{a}$ **খ**

৯০.

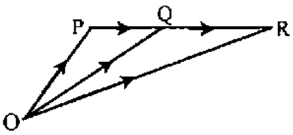


চিত্র হতে, $\overrightarrow{CA}$ = কত? (কঠিন)
ক) $\underline{a} - \underline{b}$ খ) $\underline{a} + \underline{b}$ গ) $-\underline{a} + \underline{b}$ ঘ) $-\underline{a} - \underline{b}$ **ঘ**

ব্যাখ্যা: $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \underline{a} + \underline{b}$

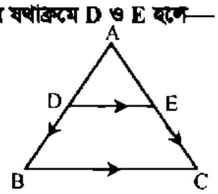
$\therefore \overrightarrow{CA} = -\overrightarrow{AC} = -(\underline{a}+\underline{b}) = -\underline{a} - \underline{b}$

৯১.



চিত্র হতে, $\overrightarrow{PQ}$ এর অবস্থান ভেক্টর কোনটি? (মধ্যম)
ক) $\overrightarrow{OQ} + \overrightarrow{OP}$ খ) $\overrightarrow{OQ} - \overrightarrow{OP}$
গ) $\overrightarrow{OR} - \overrightarrow{OQ}$ ঘ) $\overrightarrow{OR} + \overrightarrow{OQ}$ **খ**

৯২. ΔABC এর $\overrightarrow{AB}$ ও $\overrightarrow{AC}$ এর মধ্যবিন্দুদ্বয় যথাক্রমে D ও E হলে—



i. DE ∥ BC
ii. $DE = \frac{1}{2}BC$
iii. $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DE}$

নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)
ক) i ও ii খ) i ও iii গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii **ঘ**

নিচের তথ্যের আলোকে (৯৩-৯৬) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:
A, B, C এর অবস্থান ভেক্টর যথাক্রমে $\underline{a}$, $\underline{b}$, $\underline{c}$।

৯৩. $\overrightarrow{AB}$ = কত? (সহজ)
ক) $\frac{1}{2}(\underline{a}-\underline{b})$ খ) $\frac{1}{2}(\underline{a}+\underline{b})$ গ) $\underline{a} - \underline{b}$ ঘ) $\underline{b} - \underline{a}$ **ঘ**

৯৪. AB রেখাংশে C বিন্দুতে m : n অনুপাত অন্তর্বিভক্ত করলে $\underline{c}$ = কত? (কঠিন)
ক) $\frac{n\underline{a}-m\underline{b}}{m+n}$ খ) $\frac{n\underline{a}-m\underline{b}}{m-n}$ গ) $\frac{n\underline{a}+m\underline{b}}{m+n}$ ঘ) $\frac{m\underline{a}+n\underline{b}}{m+n}$ **গ**

৯৫. AB রেখাংশ C বিন্দুতে m : n অনুপাতে বহির্বিভক্ত করলে $\underline{c}$ = কত? (কঠিন)
ক) $\frac{m\underline{b}-n\underline{a}}{m-n}$ খ) $\frac{n\underline{b}-m\underline{a}}{m-n}$ গ) $\frac{n\underline{a}-m\underline{b}}{m-n}$ ঘ) $\frac{m\underline{a}-n\underline{b}}{m-n}$ **ক**

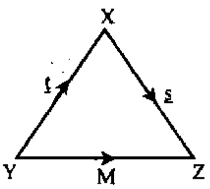
৯৬. C বিন্দুটি AB রেখাংশের মধ্যবিন্দু হলে $\underline{c}$ = কত? (কঠিন)
ক) $\frac{1}{2}(\underline{b}-\underline{a})$ খ) $-\frac{1}{2}(\underline{b}-\underline{a})$
গ) $\frac{1}{2}(\underline{a}-\underline{b})$ ঘ) $\frac{1}{2}(\underline{a}+\underline{b})$ **ঘ**

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

★★ ১২.৯ কতিপয় উদাহরণ | Text পৃষ্ঠা ২৬৪

- $-(-\underline{a}) = \underline{a}$
- $-m(\underline{a}) = m(-\underline{a}) = -m\underline{a}$, m একটি স্কেলার
- $\frac{\underline{a}}{|\underline{a}|}$ একটি একক ভেক্টর, যখন $\underline{a} \neq 0$

৯৭.



YZ এর মধ্যবিন্দু M হলে $\overrightarrow{YM}$ = কত? (মধ্যম)

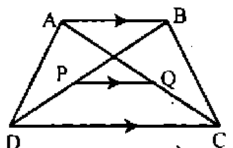
ক $\frac{1}{2}(\underline{t}+\underline{s})$ খ $\frac{1}{2}(\underline{t}-\underline{s})$
গ $(\underline{t}+\underline{s})$ ঘ $(\underline{t}-\underline{s})$ ক

ব্যাখ্যা: $\overrightarrow{YZ} = \overrightarrow{YX} + \overrightarrow{XZ} = \underline{t} + \underline{s}$

$\therefore \frac{1}{2}\overrightarrow{YZ} = \frac{1}{2}(\underline{t}+\underline{s})$

$\therefore \overrightarrow{YM} = \frac{1}{2}(\underline{t}+\underline{s})$

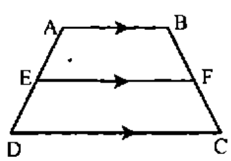
৯৮.



ABCD ট্রাপিজিয়ামের $\overrightarrow{AC}$ ও $\overrightarrow{BD}$ কর্ণের মধ্যবিন্দু যথাক্রমে P ও Q হলে $\overrightarrow{PQ}$ = কত? (কঠিন)

ক $\frac{1}{2}(\overrightarrow{DC}-\overrightarrow{AB})$ খ $\frac{1}{2}(\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{AB})$
গ $\frac{1}{2}(\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BC})$ ঘ $\frac{1}{2}(\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{BC})$ ক

৯৯.



ABCD ট্রাপিজিয়ামের $\overrightarrow{AD}$ ও $\overrightarrow{BC}$ এর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে E ও F হলে $\overrightarrow{EF}$ = কত? (কঠিন)

ক $\frac{1}{2}(\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{DC})$ খ $\frac{1}{2}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{DC})$
গ $\frac{1}{2}(\overrightarrow{BA}-\overrightarrow{DC})$ ঘ $\frac{1}{2}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD})$ খ

১০০. একটি ভেক্টর $\underline{a}$ এর দিক বরাবর একক ভেক্টর নিচের কোনটি? (সহজ)

ক $|\underline{a}|$ খ a গ $\frac{\underline{a}}{\underline{a}}$ ঘ $\frac{\underline{a}}{|\underline{a}|}$ ঘ

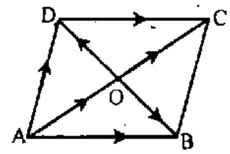
১০১. $\underline{a}$ ও $\underline{b}$ দুইটি অশূন্য ভেক্টর হলে—

i. $\underline{a} = m\underline{b}$ হবে যদি $\underline{a}, \underline{b}$ সমান্তরাল হয়।
ii. ভেক্টরদ্বয় অসমান্তরাল এবং $m\underline{a} + m\underline{b} = 0$ হলে $m = n = 0$
iii. $-(-\underline{a}) = \underline{a}$

নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii ঘ

নিচের তথ্যের আলোকে (১০২-১০৩) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:



১০২. $\overrightarrow{AB}$ কে $\overrightarrow{AD}$ ও $\overrightarrow{BD}$ এর মাধ্যমে প্রকাশ করলে কী হয়? (সহজ)

ক $\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BD}$ খ $\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{BD}$
গ $\frac{1}{2}AD + BD$ ঘ $AD - \frac{1}{2}BD$ খ

ব্যাখ্যা: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AD} \therefore \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{BD}$

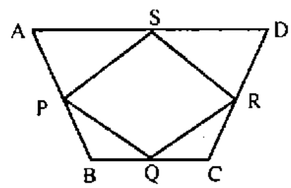
১০৩. $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BD}$ = কত? (মধ্যম)

ক $2\overrightarrow{AB}$ খ $2\overrightarrow{BC}$ গ $2\overrightarrow{CD}$ ঘ $2\overrightarrow{AD}$ ক

ব্যাখ্যা: $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OB} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{DB} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BD})$

$\therefore \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{AB}$

নিচের তথ্যের আলোকে (১০৪-১০৬) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:



চিত্রে A, B, C ও D বিন্দু চারটির অবস্থান ভেক্টর যথাক্রমে $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}$ ও $\underline{d}$. এবং PQRS একটি সামান্তরিক।

১০৪. P বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর নিচের কোনটি? (মধ্যম)

ক $\frac{a+b}{2}$ খ $\frac{a-b}{2}$ গ $a+b$ ঘ $a-b$ ক

ব্যাখ্যা: যেহেতু PQRS একটি সামান্তরিক কাজেই P, Q, R, S যথাক্রমে AB, BC, CD ও AD এর মধ্যবিন্দু।

$\therefore$ P বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর $= \frac{a+b}{2}$

১০৫. $\overrightarrow{PQ}$ এর অবস্থান ভেক্টর কোনটি? (কঠিন)

ক $\frac{\underline{c}-\underline{a}}{2}$ খ $\frac{\underline{a}+\underline{c}}{2}$ গ $\underline{c}-\underline{a}$ ঘ $\underline{c}+\underline{a}$ ক

ব্যাখ্যা: P বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর $= \frac{a+b}{2}$ এবং Q বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর $= \frac{b+c}{2}$

$\therefore \overrightarrow{PQ} = \frac{\underline{b}+\underline{c}}{2} - \frac{\underline{a}+\underline{b}}{2} = \frac{\underline{b}+\underline{c}-\underline{a}-\underline{b}}{2} = \frac{\underline{c}-\underline{a}}{2}$

১০৬. $\overrightarrow{SR}$ = কত? (মধ্যম)

ক $\frac{\underline{c}-\underline{a}}{2}$ খ $\frac{\underline{c}+\underline{a}}{2}$ গ $\underline{c}-\underline{a}$ ঘ $\underline{c}+\underline{a}$ ক

ব্যাখ্যা: PQRS সামান্তরিকের $\overrightarrow{PQ}$ এবং $\overrightarrow{SR}$ পরস্পর সমান ও সমান্তরাল।

$\therefore \overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{SR} = \frac{\underline{c}-\underline{a}}{2}$

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

শ্রেণির কাজের ওপর সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

প্রশ্ন ▶ ১ তোমার বাড়ি হতে স্কুল সোজা দক্ষিণে অবস্থিত। হেঁটে যেতে 1 ঘণ্টা ও সাইকেলে আসতে 20 মিনিট সময় লাগে। ▶কাজ, পৃষ্ঠা-২৫৭

ক. বাড়ি হতে স্কুলের দূরত্ব 3 কি.মি. হলে হেঁটে যেতে তোমার গতিবেগ কত? ২

খ. সাইকেলের গতিবেগ হাঁটার গতিবেগের কতগুণ? ৪

গ. বাসের গতিবেগ 45 কি.মি./ ঘণ্টা হলে বাড়ি হতে স্কুলে যেতে তোমার কত সময় লাগবে? তিন মাধ্যমে তোমার গড় গতিবেগ কত? ৪

১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক বাড়ির অবস্থানকে H দ্বারা এবং স্কুলের অবস্থানকে S দ্বারা চিহ্নিত করলে, H ⊢——▷——⊣ S

আমার গতিবেগ $\underline{u} = \frac{\text{দূরত্ব}}{\text{সময়}} = \frac{\overrightarrow{HS}}{\text{সময়}} = \frac{3}{1}$ কি.মি./ঘণ্টা দক্ষিণ দিকে = 3 কি.মি./ঘণ্টা দক্ষিণ দিকে।

খ মোট দূরত্ব = 3 কি.মি.

মোট সময় = 20 মিনিট H ⊢——◁ $\underline{v}$ ——⊣ S

আবার, এক ঘণ্টা = 60 মিনিট

20 মিনিটে অতিক্রান্ত দূরত্ব = 3 কি.মি.

60 ,, ,, ,, $= \frac{3 \times 60}{20}$ কি.মি.

= 9 কি.মি.

∴ স্কুল থেকে বাড়ি ফেরার সময় আমার গতিবেগ $\underline{v}$ = 9 কি.মি./ঘণ্টা।

এখন সাইকেলের গতিবেগ = 9 কি.মি./ঘণ্টা

= 3 × 3 কি.মি./ঘণ্টা

= 3 × হাঁটার গতিবেগ ['ক' হতে]

সুতরাং সাইকেলের গতিবেগ হাঁটার বেগের তিনগুণ।

গ 'ক' হতে মোট দূরত্ব = 3 কি.মি.

গাড়ির গতিবেগ = 45 কি.মি.

বাসে 45 কি.মি. যায় 1 ঘণ্টায়

" 1 " " $\frac{1}{45}$ "

" 3 " " $\frac{3}{45}$ "

বা, $\frac{1}{15}$ বা, $\frac{60}{15}$ মিনিটে [∵ 1 ঘণ্টা = 60 মিনিট]

বা, 4 মিনিটে

∴ বাড়ি হতে বাসে স্কুলে যেতে আমার 4 মিনিট সময় লাগবে।

হেঁটে যেতে সময় লাগে 1 ঘণ্টা বা 60 মিনিট

সাইকেলে যেতে সময় লাগে 20 মিনিট

বাসে যেতে সময় লাগে 4 মিনিট

তিন মাধ্যমে যেতে মোট সময় লাগে = (60 + 20 + 4) মিনিট

= 84 মিনিট

তিন মাধ্যমে তার অতিক্রান্ত দূরত্ব = (3 + 3 + 3) বা 9 কি.মি.

∴ তিন মাধ্যমে গড় গতিবেগ $= \frac{9 \text{ কি.মি.}}{84 \text{ মিনিট}} = \frac{9 \text{ কি.মি.}}{\frac{84}{60} \text{ ঘণ্টা}}$

$= \frac{9 \times 60}{84}$ কি.মি./ঘণ্টা

= 6.43 কি.মি./ঘণ্টা (প্রায়)

প্রশ্ন ▶ ২ $\underline{u}$ ভেক্টরের দুইটি স্কেলার m ও n হলে,

$(m + n)\underline{u} = m\underline{u} + n\underline{u}$ ▶কাজ, পৃষ্ঠা-২৬৩

ক. বিভিন্ন সংখ্যার জন্য সূত্রটি যাচাই কর। ২

খ. ভেক্টরের সংখ্যা গুণিতক সংক্রান্ত সূত্র হতে এটি প্রমাণ কর। ৪

গ. $\underline{v}$ আরেকটি ভেক্টর হলে $m(\underline{u} + \underline{v}) = m\underline{u} + m\underline{v}$ সূত্রটি প্রমাণ কর। ৪

২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক $(m + n)\underline{u} = m\underline{u} + n\underline{u}$

m = 1, n = 2 হলে, বামপক্ষ $= (1 + 2)\underline{u}$

$= 3\underline{u}$

ডানপক্ষ $= 1\underline{u} + 2\underline{u} = \underline{u} + 2\underline{u} = 3\underline{u}$

∴ বামপক্ষ = ডানপক্ষ

আবার, m = 2, n = 3 হলে, বামপক্ষ $= (2 + 3)\underline{u}$

$= 5\underline{u}$

ডানপক্ষ $= 2\underline{u} + 3\underline{u} = 5\underline{u}$

∴ বামপক্ষ = ডানপক্ষ

অতএব, m ও n এর বিভিন্ন প্রকার সাংখ্যিক মান নিয়ে $\underline{u}$ ভেক্টরের জন্য $(m + n)\underline{u} = m\underline{u} + n\underline{u}$ সূত্রটি যাচাই করা হলো।

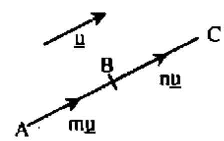
খ **প্রমাণ:** m বা n শূন্য হলে সূত্রটি অবশ্যই খাটে।

মনে করি, m, n উভয়ে ধনাত্মক এবং $\overrightarrow{AB} = m\underline{u}$

∴ $|\overrightarrow{AB}| = m|\underline{u}|$

AB কে C পর্যন্ত বর্ধিত করি যেন

$|\overrightarrow{BC}| = n|\underline{u}|$ হয়।



∴ $\overrightarrow{BC} = n\underline{u}$ এবং

$|\overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{AB}| + |\overrightarrow{BC}| = m|\underline{u}| + n|\underline{u}| = (m + n)|\underline{u}|$

∴ $\overrightarrow{AC} = (m + n)\underline{u}$

কিন্তু $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$

∴ $m\underline{u} + n\underline{u} = (m + n)\underline{u}$

m, n উভয়ে ঋণাত্মক হলে $(m + n)\,\underline{u}$ এর দৈর্ঘ্য হবে $|m + n|\,|\underline{u}|$ এবং দিক হবে $\underline{u}$ এর দিকের বিপরীত দিক, তখন $m\underline{u} + n\underline{u}$ ভেক্টরটির দৈর্ঘ্য হবে $|m||\underline{u}| + |n||\underline{u}| = (|m| + |n|)\,|\underline{u}|$ [∵ $m\underline{u}$, $n\underline{u}$ ভেক্টরদ্বয় একই দিকে] এবং দিক হবে $\underline{u}$ এর বিপরীত দিক। কিন্তু $m < 0$ এবং $n < 0$ হওয়ায় $|m| + |n| = |m + n|$ সেহেতু এক্ষেত্রে $(m + n)\underline{u} = m\underline{u} + n\underline{u}$ পাওয়া গেল।

সর্বশেষে m এবং n এর মধ্যে $m > 0, n < 0$ হলে

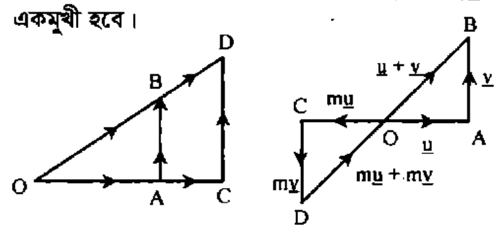
$(m + n)\underline{u}$ এর দৈর্ঘ্য হবে $|m + n|\,|\underline{u}|$ এবং দিক হবে

(ক) $\underline{u}$ এর দিকের সাথে একমুখী যখন $|m| > |n|$

(খ) $\underline{u}$ এর বিপরীত দিক যখন $|m| < |n|$

তখন $m\underline{u} + n\underline{u}$ ভেক্টরটিও দৈর্ঘ্য ও দিকে $(m + n)\underline{u}$ এর সাথে একমুখী হবে।

গ



মনে করি $\overrightarrow{OA} = \underline{u}$, $\overrightarrow{AB} = \underline{v}$

তাহলে $\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB} = \underline{u} + \underline{v}$

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

OA কে C পর্যন্ত বর্ধিত করি যেন OC = m. OA হয়। C বিন্দু দিয়ে অঙ্কিত AB এর সমান্তরাল CD রেখা OB এর বর্ধিতাংশকে D বিন্দুতে ছেদ করে। যেহেতু OAB এবং OCD ত্রিভুজদ্বয় সদৃশ,

সেহেতু $\frac{|\overrightarrow{OC}|}{|\overrightarrow{OA}|} = \frac{|\overrightarrow{CD}|}{|\overrightarrow{AB}|} = \frac{|\overrightarrow{OD}|}{|\overrightarrow{OB}|} = m$

$\therefore \overrightarrow{CD} = m\overrightarrow{AB} = m\underline{v}$

চিত্র-১ এ m ধনাত্মক, চিত্র-২ এ m ঋণাত্মক

$\therefore$ OC = m. OA, CD = m. AB, OD = m.OB

এক্ষণে $\overrightarrow{OC} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{OD}$ বা, $m(\overrightarrow{OA}) + m(\overrightarrow{AB}) = m(\overrightarrow{OB})$

$\therefore m\underline{u} + m\underline{v} = m(\underline{u} + \underline{v})$

প্রশ্ন ▶ ৩ **O কে মূলবিন্দু ধরে বিভিন্ন অবস্থানে A, B, C, D ও E পাঁচটি বিন্দু নেই।** *▶কাজ, পৃষ্ঠা-২৬৪*

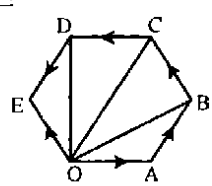
ক. চিত্র এঁকে O বিন্দুর সাপেক্ষে বিন্দুগুলোর অবস্থান চিহ্নিত কর। ২

খ. দেখাও যে, $\overrightarrow{OC}$ ভেক্টর $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$ ভেক্টরত্রয়ের যোগফলের সমান। ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $\overrightarrow{OE} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DE}$ ৪

৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক মনে করি, OABCDE ষড়ভূজের মূলবিন্দু O. মূলবিন্দু O এর সাপেক্ষে A, B, C, D, E এই পাঁচটি বিভিন্ন বিন্দুর অবস্থান



ভেক্টর যথাক্রমে $\overrightarrow{OA} = \underline{a}$, $\overrightarrow{OB} = \underline{b}$, $\overrightarrow{OC} = \underline{c}$, $\overrightarrow{OD} = \underline{d}$ এবং $\overrightarrow{OE} = \underline{e}$.

খ 'ক' হতে, $\overrightarrow{OA} = \underline{a}$, $\overrightarrow{OB} = \underline{b}$ এবং $\overrightarrow{OC} = \underline{c}$

এখন, ΔOAB-এ

$\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB}$ [ভেক্টর যোগের ত্রিভুজ বিধি]

বা, $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA}$

$= \underline{b} - \underline{a}$

আবার, ΔOBC-এ

$\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{OC}$ [ভেক্টর যোগের ত্রিভুজ বিধি]

বা, $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OB}$

$= \underline{c} - \underline{b}$

সুতরাং $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \underline{a} + \underline{b} - \underline{a} + \underline{c} - \underline{b}$

$= \underline{c}$

$= \overrightarrow{OC}$

অর্থাৎ $\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$

$\therefore \overrightarrow{OC}$ ভেক্টর $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{AB}$ ও $\overrightarrow{BC}$ ভেক্টরত্রয়ের যোগফলের সমান। **(দেখানো হলো)**

গ $\overrightarrow{OE} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DE}$

$= \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DE}$ ['খ' হতে]

এখন, ΔOCD-এ

$\overrightarrow{OC} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{OD}$ [ভেক্টর যোগের ত্রিভুজ বিধি]

$\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{OD} - \overrightarrow{OC}$

$= \underline{d} - \underline{c}$ ['ক' হতে]

আবার, ΔODE-এ

$\overrightarrow{OD} + \overrightarrow{DE} = \overrightarrow{OE}$ [ভেক্টর যোগের ত্রিভুজ বিধি]

বা, $\overrightarrow{DE} = \overrightarrow{OE} - \overrightarrow{OD}$

$= \underline{e} - \underline{d}$ ['ক' হতে]

সুতরাং $\overrightarrow{OC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DE} = \underline{c} + \underline{d} - \underline{c} + \underline{e} - \underline{d}$

$= \underline{e} = \overrightarrow{OE}$

বা, $\overrightarrow{OE} = \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DE}$

$\therefore \overrightarrow{OE} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DE}$ **(প্রমাণিত)**

মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত আরও সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

প্রশ্ন ▶ ৪ **A, B, C ও D বিন্দুগুলোর অবস্থান ভেক্টর যথাক্রমে $\underline{a}$, $\underline{b}$, $\underline{c}$ ও $\underline{d}$** [ঝিনাইদহ সরকারী বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়]

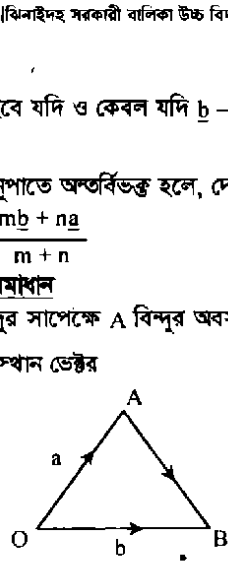
ক. দেখাও যে, $\overrightarrow{AB} = \underline{b} - \underline{a}$।

খ. দেখাও যে, ABCD সামান্তরিক হবে যদি ও কেবল যদি $\underline{b} - \underline{a} = \underline{c} - \underline{d}$ হয়।

গ. AB রেখাংশ C বিন্দুতে m : n অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত হলে, দেখাও যে, C বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর $\underline{c} = \frac{m\underline{b} + n\underline{a}}{m + n}$

৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক মনে করি, কোনো সমতলে O বিন্দুর সাপেক্ষে A বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর $\overrightarrow{OA} = \underline{a}$ এবং B বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর $\overrightarrow{OB} = \underline{b}$



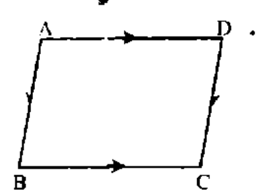
তাহলে $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB}$

বা, $\underline{a} + \overrightarrow{AB} = \underline{b}$

$\therefore \overrightarrow{AB} = \underline{b} - \underline{a}$ **(দেখানো হলো)**

খ দেওয়া আছে, A, B, C, D বিন্দুগুলোর অবস্থান ভেক্টর যথাক্রমে $\underline{a}$, $\underline{b}$, $\underline{c}$, $\underline{d}$.

দেখাতে হবে যে, ABCD সামান্তরিক হবে যদি ও কেবল যদি $\underline{b} - \underline{a} = \underline{c} - \underline{d}$ হয়।



A, B, C ও D বিন্দুগুলোর অবস্থান ভেক্টর যথাক্রমে $\underline{a}$, $\underline{b}$, $\underline{c}$ ও $\underline{d}$

$\therefore \overrightarrow{AB} = \underline{b} - \underline{a}$ এবং $\overrightarrow{DC} = \underline{c} - \underline{d}$

মনে করি, ABCD একটি সামান্তরিক।

তাহলে AB ও DC পরস্পর সমান ও সমান্তরাল হবে।

$\therefore \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$

$\therefore \underline{b} - \underline{a} = \underline{c} - \underline{d}$

বিপরীতক্রমে, মনে করি, $\underline{b} - \underline{a} = \underline{c} - \underline{d}$

$\therefore \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

সুতরাং AB ও DC রেখা দুটি পরস্পর সমান ও সমান্তরাল অর্থাৎ ABCD একটি সামান্তরিক।

∴ ABCD একটি সামান্তরিক হবে যদি ও কেবল যদি

$\underline{b} - \underline{a} = \underline{c} - \underline{d}$ হয়। **(দেখানো হলো)**

গ মনে করি, কোনো মূলবিন্দু O এর সাপেক্ষে A ও B এর অবস্থান ভেক্টর যথাক্রমে $\underline{a}$ ও $\underline{b}$। AB রেখাংশ C বিন্দুতে m : n অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত হলে দেখাতে হবে যে, C বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর $\underline{c} = \frac{m\underline{b} + n\underline{a}}{m+n}$

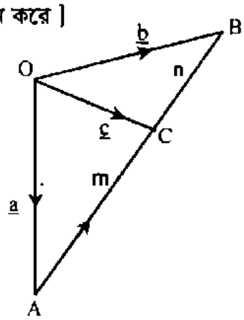
প্রমাণ: $\frac{AC}{CB} = \frac{m}{n}$

[∵ AB রেখাংশ C বিন্দুতে m : n অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত হয়েছে]

বা, $\frac{|\overrightarrow{AC}|}{|\overrightarrow{CB}|} = \frac{m}{n}$

বা, $\frac{|\overrightarrow{CB}|}{|\overrightarrow{AC}|} = \frac{n}{m}$ [ব্যস্তকরণ করে]

বা, $\frac{|\overrightarrow{CB}| + |\overrightarrow{AC}|}{|\overrightarrow{AC}|} = \frac{n+m}{m}$ [যোজন করে]



বা, $\frac{AC + CB}{AC} = \frac{n+m}{m}$

বা, $\frac{AB}{AC} = \frac{n+m}{m}$

বা, $\frac{|\overrightarrow{AB}|}{|\overrightarrow{AC}|} = \frac{m+n}{m}$

বা, $\frac{|\overrightarrow{AC}|}{|\overrightarrow{AB}|} = \frac{m}{m+n}$ [ব্যস্তকরণ করে]

বা, $|\overrightarrow{AC}| = \left(\frac{m}{m+n}\right)|\overrightarrow{AB}|$

বা, $\overrightarrow{AC} = \left(\frac{m}{m+n}\right)\overrightarrow{AB}$ [∵ $\overrightarrow{AC}$ এবং $\overrightarrow{AB}$ এর দিক একই]

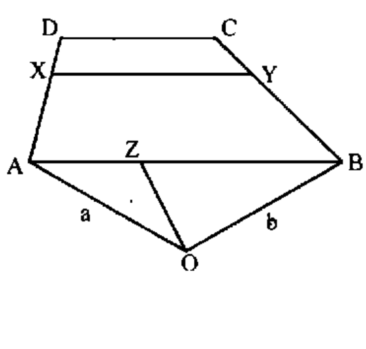
বা, $\underline{c} - \underline{a} = \frac{m}{m+n}(\underline{b} - \underline{a})$

বা, $\underline{c} = \frac{m}{m+n}(\underline{b} - \underline{a}) + \underline{a}$

বা, $\underline{c} = \frac{m\underline{b} - m\underline{a} + m\underline{a} + n\underline{a}}{m+n}$

∴ $\underline{c} = \frac{n\underline{a} + m\underline{b}}{m+n}$ **(দেখানো হলো)**

প্রশ্ন ▶ ৫ **চিত্রে ABCD একটি ট্রাপিজিয়াম। X, Y ও Z বিন্দু তিনটি AD, BC এবং BA-এর প্রত্যেকে 2 : 1 অনুপাতে অন্তঃর্বিভক্ত করে। O বিন্দুর সাপেক্ষে A, B, C ও D এর অবস্থান ভেক্টর যথাক্রমে $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ ও $\vec{d}$।**



ক. $\overrightarrow{AB}$ কে অবস্থান ভেক্টর $\vec{a}$ ও $\vec{b}$ এর মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২

খ. Z বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর নির্ণয় কর। ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $\overrightarrow{XY} = \frac{\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{DC}}{3}$ ৪

৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক সংজ্ঞানুসারে,

A বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর, $\vec{a} = \overrightarrow{OA}$

B বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর, $\vec{b} = \overrightarrow{OB}$

ΔOAB-এ ভেক্টর যোগের ত্রিভুজ বিধি প্রয়োগ করে পাই,

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OB}$

বা, $\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}$

বা, $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA}$

বা, $\overrightarrow{AB} = \vec{b} - \vec{a}$ .... (i)

খ আবার, z বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর = $\overrightarrow{OZ}$

BA বাহু Z বিন্দুতে 2 : 1 অনুপাতে অন্তঃর্বিভক্ত হয়।

∴ $AZ = \frac{1}{3}AB$ এবং $ZB = \frac{2}{3}AB$

ΔOAZ-এ ভেক্টর যোগের ত্রিভুজ বিধি প্রয়োগ করে পাই,

$\overrightarrow{OZ} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AZ}$

$\overrightarrow{OZ} = \overrightarrow{OA} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$ .... (ii)

ΔOBZ-এ ভেক্টর যোগের ত্রিভুজ বিধি প্রয়োগ করে পাই,

$\overrightarrow{OZ} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{BZ}$

বা, $\overrightarrow{OZ} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{ZB}$

বা, $\overrightarrow{OZ} = \overrightarrow{OB} - \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$ .... (iii)

(ii) ও (iii) নং সমীকরণ যোগ করে পাই,

$2\overrightarrow{OZ} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} - \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$

বা, $2\overrightarrow{OZ} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} - \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$

বা, $2\overrightarrow{OZ} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} - \frac{1}{3}(\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA})$ [(i) নং হতে]

বা, $2\overrightarrow{OZ} = \vec{a} + \vec{b} - \frac{1}{3}\vec{b} + \frac{1}{3}\vec{a}$

বা, $2\overrightarrow{OZ} = \frac{4}{3}\vec{a} + \frac{2}{3}\vec{b}$

বা, $\overrightarrow{OZ} = \frac{2}{3}\vec{a} + \frac{1}{3}\vec{b}$

গ AD বাহু X বিন্দুতে 2 : 1 অনুপাতে অন্তঃর্বিভক্ত।

সুতরাং, X বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর = $\overrightarrow{OX}$

$\overrightarrow{OX} = \frac{2}{3}\vec{d} + \frac{1}{3}\vec{a}$

অনুরূপভাবে, BC বাহু Y বিন্দুতে 2 : 1 অনুপাতে অন্তঃর্বিভক্ত।

সুতরাং Y বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর = $\overrightarrow{OY}$

$\overrightarrow{OY} = \frac{2}{3}\vec{c} + \frac{1}{3}\vec{b}$

অতএব, $\overrightarrow{XY}$ = Y বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর −X বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর

$= \overrightarrow{OY} - \overrightarrow{OX}$

$= \frac{2}{3}\vec{c} + \frac{1}{3}\vec{b} - \frac{2}{3}\vec{d} - \frac{1}{3}\vec{a}$

$= \frac{1}{3}(\vec{b} - \vec{a}) + \frac{2}{3}(\vec{c} - \vec{d})$

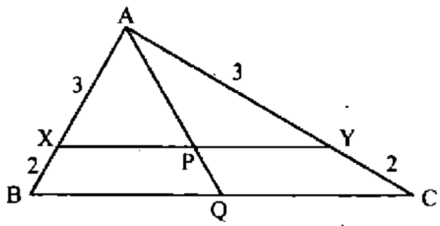
www.bdniyog.com
www.pathagar.com

$= \frac{1}{3}\vec{AB} + \frac{2}{3}\vec{DC}$ [(i) নং হতে]

$= \frac{\vec{AB} + 2\vec{DC}}{3}$

∴ $\vec{XY} = \frac{\vec{AB} + 2\vec{DC}}{3}$ **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▶ ৬ X ও Y বিন্দুদ্বয় AB ও AC বাহুদ্বয়কে 3 : 2 অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত করে এবং Q বিন্দু BC এর মধ্যবিন্দু।



ক. $\vec{AQ}$-কে $\vec{AB}$ ও $\vec{AC}$-এর মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২

খ. $\vec{BC}$ এবং $\vec{XY}$ নির্ণয় করে দেখাও যে, BC ∥ XY ৪

গ. দেখাও যে, P বিন্দু XY-এর মধ্যবিন্দু। ৪

৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক ΔABQ-এ ভেক্টর যোগের ত্রিভুজ বিধি প্রয়োগ করে পাই,

$\vec{BQ} = \vec{BA} + \vec{AQ}$

ΔACQ-এ ভেক্টর যোগের ত্রিভুজ বিধি প্রয়োগ করে পাই,

$\vec{QC} = \vec{QA} + \vec{AC}$

$\vec{QC} = -\vec{AQ} + \vec{AC}$

যেহেতু BC-এর মধ্যবিন্দু Q।

∴ $\vec{BQ} = \vec{QC}$

$\vec{BA} + \vec{AQ} = -\vec{AQ} + \vec{AC}$

$2\vec{AQ} = \vec{AC} - \vec{BA} = \vec{AC} + \vec{AB}$

$\vec{AQ} = \frac{\vec{AB} + \vec{AC}}{2}$

খ ΔABC-এ ভেক্টর যোগের ত্রিভুজ বিধি প্রয়োগ করে পাই,

$\vec{BC} = \vec{BA} + \vec{AC}$ .... (i)

ΔAXY-এ ভেক্টর যোগের ত্রিভুজ বিধি প্রয়োগ করে পাই,

$\vec{XY} = \vec{XA} + \vec{AY}$ .... (ii)

আবার, X বিন্দু AB বাহুকে 3 : 2 অনুপাতে অন্তঃর্বিভক্ত করে

$\vec{XA} = \frac{3}{5}\vec{BA}$

অনুরূপভাবে, Y বিন্দু AC বাহুকে 3 : 2 অনুপাতে অন্তঃর্বিভক্ত করে

$\vec{AY} = \frac{3}{5}\vec{AC}$

(ii) নং সমীকরণ থেকে পাই,

$\vec{XY} = \frac{3}{5}\vec{BA} + \frac{3}{5}\vec{AC}$

$\vec{XY} = \frac{3}{5}(\vec{BA} + \vec{AC})$

∴ $\frac{\vec{BC}}{\vec{XY}} = \frac{\vec{BA} + \vec{AC}}{\frac{3}{5}(\vec{BA} + \vec{AC})} = \frac{5}{3}$ [(i) ও (ii) নং হতে]

$\vec{BC} = \frac{5}{3}\vec{XY}$

এখানে, $\frac{5}{3}$ একটি ধ্রুব সংখ্যা।

$\vec{BC}$ ও $\vec{XY}$ সমান্তরাল

∴ BC ∥ XY **(দেখানো হলো)**

গ মনে করি, AQ = n.AP

আমরা পাই, $\vec{AQ} = \frac{\vec{AB} + \vec{AC}}{2}$

বা, $2\vec{AQ} = \vec{AB} + \vec{AC}$

বা, $2.n.\vec{AP} = \frac{5}{3}\vec{AX} + \frac{5}{3}\vec{AY}$

বা, $2.n.\vec{AP} = \frac{5}{3}(\vec{AP} + \vec{PX}) + \frac{5}{3}(\vec{AP} + \vec{PY})$

বা, $2.n.\vec{AP} = \frac{5}{3}\vec{AP} + \frac{5}{3}\vec{PX} + \frac{5}{3}\vec{AP} + \frac{5}{3}\vec{PY}$

বা, $2.n.\vec{AP} - 2.\frac{5}{3}.\vec{AP} - \frac{5}{3}(\vec{PX} + \vec{PY}) = 0$

বা, $2.\vec{AP}\left(n - \frac{5}{3}\right) + \frac{5}{3}(\vec{XP} - \vec{PY}) = 0$

এখানে XP ও PY একই সরলরেখায় অবস্থিত, কিন্তু AP এদের সমান্তরাল নয়।

সুতরাং, $2.\vec{AP}\left(n - \frac{5}{3}\right)$ ও $\frac{5}{3}(\vec{XP} - \vec{PY})$-কে পৃথকভাবে 0 হতে হবে।

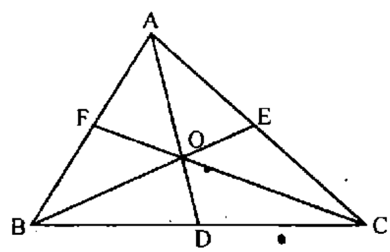
$2.\vec{AP}\left(n - \frac{5}{3}\right) = 0$ হলে $n = \frac{5}{3}$

এবং $\frac{5}{3}(\vec{XP} - \vec{PY}) = 0$ হলে- $\vec{XP} = \vec{PY}$

∴ XP = PY

অতএব, P বিন্দু XY-এর মধ্যবিন্দু। **(দেখানো হলো)**

প্রশ্ন ▶ ৭ ΔABC-এর তিনটি মধ্যমা যথাক্রমে AD, BE এবং CF.



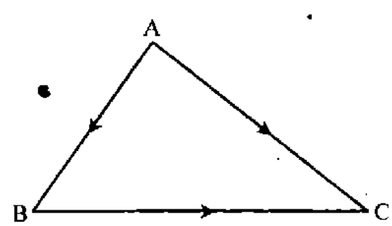
ক. ভেক্টর যোগের ত্রিভুজ বিধির সাহায্যে দেখাও যে,
$\vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CA} = 0$ ২

খ. মধ্যমা তিনটির ভেক্টর যোগফল অর্থাৎ $\vec{AD} + \vec{BE} + \vec{CF}$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. প্রমাণ কর যে, ত্রিভুজের মধ্যমাত্রয় পরস্পরকে 2 ঃ 1 অনুপাতে অন্তঃর্বিভক্ত করে। ৪

৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক



ভেক্টর যোগের ত্রিভুজ বিধি প্রয়োগ করে পাই,

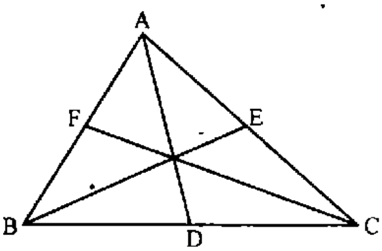
$\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC}$

বা, $\vec{AB} + \vec{BC} = -\vec{CA}$

∴ $\vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CA} = 0$ **(দেখানো হলো)**

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

খ



ΔABD-এ ভেক্টর যোগের ত্রিভুজবিধি প্রয়োগ করে পাই,

$\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AD}$ .... (i)

আবার, ΔACD-এ ভেক্টর যোগের ত্রিভুজ বিধি প্রয়োগ করে পাই,

$\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AC}$

বা, $\overrightarrow{DC} = -\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AC}$ .... (ii)

যেহেতু, D বিন্দু BC এর মধ্যবিন্দু।

সুতরাং, $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{DC}$

অতএব, (i) ও (ii) নং সমীকরণ থেকে পাই,

$\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AD} = -\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AC}$

$2\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BA}$

$2\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB}$

$\overrightarrow{AD} = \dfrac{\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}}{2}$

অনুরূপভাবে, অপর মধ্যমা,

$\overrightarrow{BE} = \dfrac{\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}}{2}$

এবং $\overrightarrow{CF} = \dfrac{\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB}}{2}$

সুতরাং, $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{CF} = \dfrac{\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}}{2} + \dfrac{\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}}{2} + \dfrac{\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB}}{2}$

$= \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB})$

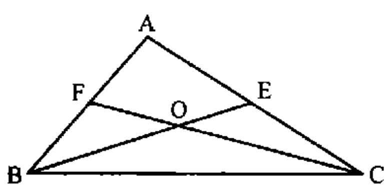
$= \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CA} - \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA} - \overrightarrow{BC})$

$= \frac{1}{2} \times \underline{0}$

$= \underline{0}$

অতএব, মধ্যমাত্রয়ের ভেক্টর যোগফলের মান = 0

গ



মনে করি, $\overrightarrow{BO} = m\overrightarrow{BE}$ .... (i)

এবং $\overrightarrow{CO} = m\overrightarrow{CF}$ .... (ii)

ΔBOC-এ ভেক্টর যোগের ত্রিভুজ বিধি প্রয়োগ করে পাই,

$\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BO} + \overrightarrow{OC}$

$= m\overrightarrow{BE} + m\overrightarrow{FC}$ [(i) ও (ii) নং সমীকরণ হতে]

$= m(\overrightarrow{BE} + \overrightarrow{FC})$

আবার, ΔBCE-এ ভেক্টর যোগের ত্রিভুজবিধি প্রয়োগ করে পাই,

$\overrightarrow{BE} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CE}$

এবং ΔBCF -এ ভেক্টর যোগের ত্রিভুজবিধি প্রয়োগ করে পাই,

$\overrightarrow{FC} = \overrightarrow{FB} + \overrightarrow{BC}$

অতএব, $\overrightarrow{BC} = m(\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CE} + \overrightarrow{FB} + \overrightarrow{BC})$

$= m(2\overrightarrow{BC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{CA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB})$

[∵ E ও F বিন্দুদ্বয়, AC ও AB এর মধ্যবিন্দু।]

$m(2\overrightarrow{BC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{CB})$ [∵ $\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CB}$]

$= m(2\overrightarrow{BC} - \frac{1}{2}\overrightarrow{BC})$

∴ $\overrightarrow{BC} = m \times \frac{3}{2}\overrightarrow{BC}$

∴ $m = \frac{2}{3}$

∴ $\overrightarrow{BO} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BE}$

$\overrightarrow{BO} = 2\overrightarrow{OE}$

$\dfrac{\overrightarrow{BO}}{\overrightarrow{OE}} = 2$

∴ BO : OE = 2 ঃ 1

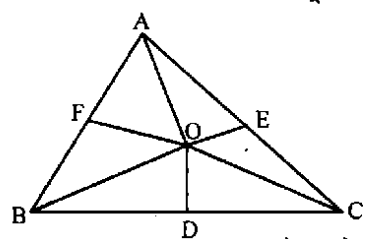
অনুরূপভাবে, CO ঃ OF = 2 ঃ 1

এবং AD মধ্যমা একে দেখানো যায়,

AO ঃ OD = 2 ঃ 1

সুতরাং, ত্রিভুজের মধ্যমাত্রয় পরস্পরকে 2 ঃ 1 অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত করে।

প্রশ্ন ▶৮ D, E ও F যথাক্রমে BC, AC, ও AB-এর মধ্যবিন্দু এবং O, ΔABC-এর অভ্যন্তরে যেকোনো একটি বিন্দু।



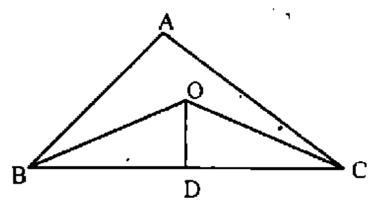
ক. ΔOBC-এর জন্য দেখাও যে, $\overrightarrow{OD} = \dfrac{\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}}{2}$ ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OD} + \overrightarrow{OE} + \overrightarrow{OF}$ ৪

গ. $\overrightarrow{OD}$-কে $\overrightarrow{OF}$, $\overrightarrow{OE}$ এবং $\overrightarrow{OA}$-এর মাধ্যমে প্রকাশ কর। ৪

৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক



ΔOBD-এ ভেক্টর যোগের ত্রিভুজ বিধি প্রয়োগ করে পাই,

$\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BO} + \overrightarrow{OD}$ .... (i)

আবার, ΔOCD-এ ভেক্টর যোগের ত্রিভুজ বিধি প্রয়োগ করে পাই,

$\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{DO} + \overrightarrow{OC}$ .... (ii)

এখানে, D বিন্দু BC বাহুর মধ্যবিন্দু।

∴ $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{DC}$

(i) ও (ii) নং সমীকরণ থেকে পাই,

$\overrightarrow{BO} + \overrightarrow{OD} = \overrightarrow{DO} + \overrightarrow{OC}$

বা, $\overrightarrow{OD} - \overrightarrow{DO} = \overrightarrow{OC} - \overrightarrow{BO}$

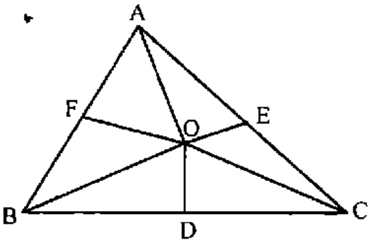
বা, $\overrightarrow{OD} + \overrightarrow{OD} = \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OB}$

বা, $2\overrightarrow{OD} = \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OB}$

∴ $\overrightarrow{OD} = \dfrac{\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}}{2}$ **(দেখানো হলো)**

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

খ



ΔOBC- থেকে আমরা পাই,

$\overrightarrow{OD} = \dfrac{\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}}{2}$ .... (i)

অনুরূপভাবে, $\overrightarrow{OE} = \dfrac{\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC}}{2}$ .... (ii)

এবং $\overrightarrow{OF} = \dfrac{\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}}{2}$ .... (iii)

(i), (ii), (iii) নং সমীকরণ যোগ করে পাই,

$\overrightarrow{OD} + \overrightarrow{OE} + \overrightarrow{OF} = \dfrac{\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}}{2} + \dfrac{\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC}}{2} + \dfrac{\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}}{2}$

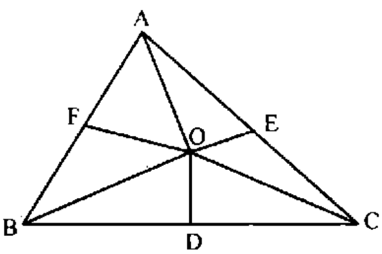
$= \dfrac{1}{2}(\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB})$

$= \dfrac{1}{2}(2\overrightarrow{OA} + 2\overrightarrow{OB} + 2\overrightarrow{OC})$

$= \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}$

$\therefore \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OD} + \overrightarrow{OE} + \overrightarrow{OF}$ **(প্রমাণিত)**

গ



ΔOBC- থেকে আমরা পাই,

$\overrightarrow{OD} = \dfrac{\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}}{2}$ .... (i)

আবার, ΔOBF- ত্রিভুজ থেকে পাই,

$\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OF} + \overrightarrow{FB}$ .... (ii)

এবং ΔOCE- ত্রিভুজ থেকে পাই,

$\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OE} + \overrightarrow{EC}$ .... (iii)

কিন্তু E ও F যথাক্রমে AC ও AB এর মধ্যবিন্দু

সুতরাং, AE = EC এবং AF = FB .... (iv)

$\therefore \overrightarrow{OD} = \dfrac{\overrightarrow{OF} + \overrightarrow{FB} + \overrightarrow{OE} + \overrightarrow{EC}}{2}$ [(i) ও (ii) নং থেকে]

$= \dfrac{\overrightarrow{OF} + \overrightarrow{AF} + \overrightarrow{OE} + \overrightarrow{AE}}{2}$ [(iv) নং থেকে]

আবার, ΔAOF- ত্রিভুজ থেকে পাই,

$\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OF}$

এবং ΔAOE- ত্রিভুজ থেকে পাই,

$\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OE}$

সুতরাং, $\overrightarrow{OD} = \dfrac{\overrightarrow{OF} + \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OF} + \overrightarrow{OE} + \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OE}}{2}$

$= \dfrac{2\overrightarrow{OF} + 2\overrightarrow{OE} - 2\overrightarrow{OA}}{2} = \dfrac{2(\overrightarrow{OF} + \overrightarrow{OE} - \overrightarrow{OA})}{2}$

$\overrightarrow{OD} = \overrightarrow{OF} + \overrightarrow{OE} - \overrightarrow{OA}$

ইহাই নির্ণেয় প্রকাশ।

প্রশ্ন ▶ ৯ A, B, C ও D একটি চতুর্ভুজের চারটি শীর্ষবিন্দু। ABCD চতুর্ভুজের বাহুগুলোর মধ্যবিন্দুর যথাক্রমে P, Q, R ও S।

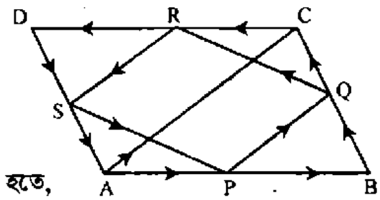
ক. PQ-এর অবস্থান ভেক্টর AB ও BC-এর মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২

খ. ভেক্টরের সাহায্যে প্রমাণ কর যে, PQRS- একটি সামান্তরিক। ৪

গ. ভেক্টরের সাহায্যে প্রমাণ কর যে, PQRS-এর কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমদ্বিখণ্ডিত করে। ৪

৯ নং প্রশ্নের সমাধান

ক



চিত্র হতে,

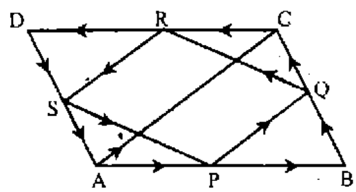
$\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{PB} + \overrightarrow{BQ}$

$= \dfrac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB}\right) + \dfrac{1}{2}\left(\overrightarrow{BC}\right)$

$= \dfrac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}\right)$

$\overrightarrow{PQ} = \dfrac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}\right)$

খ দেওয়া আছে, ABCD চতুর্ভুজের বাহুগুলোর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে P, Q, R ও S। প্রমাণ করতে হবে যে, PQRS একটি সামান্তরিক।



প্রমাণ: মনে করি, $\overrightarrow{AB} = \underline{a}$, $\overrightarrow{BC} = \underline{b}$, $\overrightarrow{CD} = \underline{c}$ এবং $\overrightarrow{DA} = \underline{d}$

'ক' হতে পাই, $\overrightarrow{PQ} = \dfrac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}\right)$

$= \dfrac{1}{2}(\underline{a} + \underline{b})$

অনুরূপভাবে, $\overrightarrow{QR} = \dfrac{1}{2}(\underline{b} + \underline{c})$

$\overrightarrow{RS} = \dfrac{1}{2}(\underline{c} + \underline{d})$ এবং $\overrightarrow{SP} = \dfrac{1}{2}(\underline{d} + \underline{a})$

আবার, $\overrightarrow{AC} = (\underline{a} + \underline{b})$

এবং $\overrightarrow{CA} = (\underline{c} + \underline{d})$ [ভেক্টর যোগের ত্রিভুজ বিধি অনুসারে]

$\therefore (\underline{a} + \underline{b}) + (\underline{c} + \underline{d}) = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AC} = \underline{0}$

$[\because \overrightarrow{AC} = -\overrightarrow{CA}]$

অর্থাৎ $(\underline{a} + \underline{b}) = -(\underline{c} + \underline{d})$

$\dfrac{1}{2}(\underline{a} + \underline{b}) = -\dfrac{1}{2}(\underline{c} + \underline{d})$

$\overrightarrow{PQ} = -\overrightarrow{RS}$

$\therefore \overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{SR}$

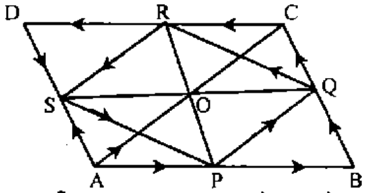
$\therefore$ PQ এবং SR সমান ও সমান্তরাল।

অনুরূপভাবে, QR এবং PS সমান ও সমান্তরাল।

$\therefore$ PQRS-একটি সামান্তরিক।

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

গ



মনে করি, PQRS-সামান্তরিকের $\overrightarrow{PR}$ ও $\overrightarrow{QS}$ কর্ণদ্বয় পরস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করে।

মনেকরি, $\overrightarrow{PO} = \underline{a}, \overrightarrow{QO} = \underline{b}, \overrightarrow{OR} = \underline{c}$ এবং $\overrightarrow{OS} = \underline{d}$

প্রমাণ করতে হবে যে, $|\underline{a}| = |\underline{c}|, |\underline{b}| = |\underline{d}|$

প্রমাণ : $\overrightarrow{PO} + \overrightarrow{OS} = \overrightarrow{PS}$ এবং $\overrightarrow{QO} + \overrightarrow{OR} = \overrightarrow{QR}$

'খ' হতে পাই, $\overrightarrow{PS} = \overrightarrow{QR}$

অর্থাৎ $\overrightarrow{PO} + \overrightarrow{OS} = \overrightarrow{QO} + \overrightarrow{OR}$

বা, $\underline{a} + \underline{d} = \underline{b} + \underline{c}$

বা, $\underline{a} + \underline{d} - \underline{c} - \underline{d} = \underline{b} + \underline{c} - \underline{c} - \underline{d}$

[উভয় পক্ষে $- \underline{c} - \underline{d}$ যোগ করে]

$\therefore \underline{a} - \underline{c} = \underline{b} - \underline{d}$

এখানে, $\underline{a}$ ও $\underline{c}$ এর ধারক PR. $\therefore \underline{a} - \underline{c}$ এর ধারক PR.

আবার, $\underline{b}$ ও $\underline{d}$ এর ধারক QS. $\therefore \underline{b} - \underline{d}$ এর ধারক QS.

$\underline{a} - \underline{c}$ ও $\underline{b} - \underline{d}$ দুইটি সমান সমান অশূন্য ভেক্টর হলে তাদের ধারক রেখা একই অথবা সমান্তরাল হবে। কিন্তু PR ও QS দুইটি পরস্পরছেদী অসমান্তরাল সরলরেখা।

সুতরাং $\underline{a} - \underline{c}$ ও $\underline{b} - \underline{d}$ ভেক্টরদ্বয় অশূন্য হতে পারে না বিধায় এদের মান শূন্য হবে।

$\therefore \underline{a} - \underline{c} = 0$ বা, $\underline{a} = \underline{c}$ এবং $\underline{b} - \underline{d} = 0$ বা, $\underline{b} = \underline{d}$

$\therefore |\underline{a}| = |\underline{c}|$ এবং $|\underline{b}| = |\underline{d}|$

$\therefore$ PQRS-এর কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমদ্বিখণ্ডিত করে। **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▶১০ ABCD চতুর্ভুজের AC ও BD কর্ণের ছেদবিন্দু O। P ও Q বিন্দুদ্বয় BD ও AC কর্ণদ্বয়কে সমদ্বিখণ্ডিত করেছে।

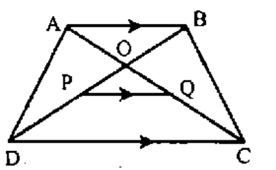
ক. O-এর সাপেক্ষে A, B, C ও D বিন্দু চারটির অবস্থান ভেক্টর নির্ণয় কর। ২

খ. ABCD ট্রাপিজিয়াম হলে ভেক্টরের সাহায্যে প্রমাণ কর যে, $PQ \parallel AB \parallel DC$ এবং $PQ = \frac{1}{2}(DC - AB)$ ৪

গ. O যদি P ও Q বিন্দুর সাথে মিলে যায় অর্থাৎ O যদি কর্ণদ্বয়কে সমদ্বিখণ্ডিত করে তাহলে ভেক্টরের সাহায্যে প্রমাণ কর যে, ABCD একটি সামান্তরিক। ৪

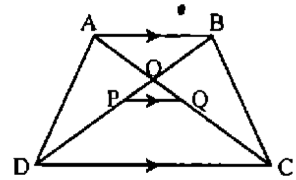
১০ নং প্রশ্নের সমাধান

ক



মনে করি, ABCD একটি চতুর্ভুজ যার কর্ণদ্বয় AC ও BD এর ছেদ বিন্দু O এবং P ও Q যথাক্রমে BD ও AC কর্ণের মধ্যবিন্দু। O বিন্দুর সাপেক্ষে A, B,C ও D বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর যথাক্রমে, $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OC}$ ও $\overrightarrow{OD}$.

খ



মনে করি, ABCD ট্রাপিজিয়ামের AB∥CD এবং AC ও BD কর্ণদ্বয়ের মধ্যবিন্দু যথাক্রমে Q ও P. P, Q যোগ করি।

প্রমাণ করতে হবে যে, $PQ = \frac{1}{2}(DC - AB)$

এবং $PQ \parallel AB \parallel CD$.

প্রমাণ: মনে করি, কোনো ভেক্টর মূলবিন্দুর সাপেক্ষে A, B, C, D এর অবস্থান ভেক্টর যথাক্রমে $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}, \underline{d}$.

$\overrightarrow{AB} = \underline{b} - \underline{a}$

$\overrightarrow{DC} = \underline{c} - \underline{d}$

$\therefore$ P বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর $= \frac{1}{2}(\underline{b} + \underline{d})$ [$\because$ P, BD এর মধ্যবিন্দু]

Q বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর $= \frac{1}{2}(\underline{a} + \underline{c})$ [$\because$ Q, AC এর মধ্যবিন্দু]

$\therefore \overrightarrow{PQ} = \frac{1}{2}(\underline{a} + \underline{c}) - \frac{1}{2}(\underline{b} + \underline{d})$

$= \frac{1}{2}(\underline{a} + \underline{c} - \underline{b} - \underline{d})$

বা, $\overrightarrow{PQ} = \frac{1}{2}\{(\underline{c} - \underline{d}) - (\underline{b} - \underline{a})\}$

$\therefore \overrightarrow{PQ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{DC} - \overrightarrow{AB})$

$AB \parallel CD$ হওয়ায় $\overrightarrow{DC} - \overrightarrow{AB}$ ভেক্টরটিও $\overrightarrow{AB}$ ও $\overrightarrow{CD}$ ভেক্টরের সমান্তরাল হবে। তাহলে $\overrightarrow{PQ}$ ভেক্টরটিও $\overrightarrow{AB}$ ও $\overrightarrow{CD}$ ভেক্টরদ্বয়ের সমান্তরাল হবে কারণ

$\overrightarrow{PQ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{DC} - \overrightarrow{AB})$

$\therefore |\overrightarrow{PQ}| = \frac{1}{2}|(\overrightarrow{DC} - \overrightarrow{AB})| = \frac{1}{2}(|\overrightarrow{DC}| - |\overrightarrow{AB}|)$

বা, $PQ = \frac{1}{2}(DC - AB)$

অর্থাৎ $PQ \parallel AB \parallel DC$

$\therefore PQ = \frac{1}{2}(DC - AB)$ **(প্রমাণিত)**

গ দেওয়া আছে, ABCD চতুর্ভুজের কর্ণদ্বয় BD ও AC এর মধ্যবিন্দু P ও Q এবং কর্ণদ্বয়ের ছেদবিন্দু O একই বিন্দু। অর্থাৎ O কর্ণদ্বয়কে সমদ্বিখণ্ডিত করে।

প্রমাণ করতে হবে যে, ABCD একটি সামান্তরিক।

প্রমাণ : 'খ' হতে পাই, $AB \parallel DC$

যেহেতু O, AC ও BD এর মধ্য বিন্দু।

$\therefore \overrightarrow{DO} = \overrightarrow{OB}$ এবং $\overrightarrow{AO} = \overrightarrow{OC}$

এখন, $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OB}$ [ত্রিভুজ বিধি অনুসারে]

$= \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{DO}$

$= \overrightarrow{DO} + \overrightarrow{OC}$ [$\because \underline{a} + \underline{b} = \underline{b} + \underline{a}$]

$= \overrightarrow{DC}$ [ত্রিভুজ বিধি অনুসারে]

$\therefore \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$

$\therefore AB = DC$ এবং $AB \parallel DC$

$\therefore$ ABCD একটি সামান্তরিক। **(প্রমাণিত)**

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

প্রশ্ন ▶ ১১ **ABCD সামান্তরিকের কর্ণদ্বয় যথাক্রমে AC ও BD.**

[সাতক্ষীরা সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, সাতক্ষীরা; সিলেট সরকারী পাইলট উচ্চ বিদ্যালয়, সিলেট]

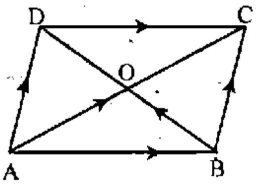
ক. A বিন্দুর সাপেক্ষে B, C ও D বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর নির্দেশ কর।

খ. $\vec{AB}$ ও $\vec{AC}$ ভেক্টরদ্বয়কে $\vec{AD}$ ও $\vec{BD}$ ভেক্টরদ্বয়ের মাধ্যমে প্রকাশ কর।

গ. দেখাও যে, $\vec{AC} + \vec{BD} = 2\vec{BC}$ এবং $\vec{AC} - \vec{BD} = 2\vec{AB}$.

১১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক



ABCD-সামান্তরিকের কর্ণদ্বয় AC ও BD।

A বিন্দুর সাপেক্ষে B, C ও D বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর যথাক্রমে $\vec{AB}$, $\vec{AC}$ ও $\vec{AD}$.

খ $\overline{AB}$ ও $\overline{AC}$ ভেক্টরদ্বয়কে $\overline{AD}$ ও $\overline{BD}$ ভেক্টরদ্বয়ের মাধ্যমে প্রকাশ করতে হবে।

প্রমাণ : ΔABD-তে $\overline{AD} = \overline{AB} + \overline{BD}$ [ত্রিভুজ বিধি]

$\therefore \overline{AB} = \overline{AD} - \overline{BD}$ .... (i)

আবার, $\overline{AC} = \overline{AD} + \overline{DC}$ [ত্রিভুজ বিধি]

$= \overline{AD} + \overline{AB}$

[ABCD সামান্তরিক বলে $\overline{DC} = \overline{AB}$]

$= \overline{AD} + \overline{AD} - \overline{BD}$ [সমীকরণ (i) হতে]

$\therefore \overline{AC} = 2\overline{AD} - \overline{BD}$ .... (ii)

অতএব, (i) ও (ii) নং সমীকরণ $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ ভেক্টরদ্বয়কে $\overline{AD}$ ও $\overline{BD}$ ভেক্টরদ্বয়ের মাধ্যমে প্রকাশ করে।

গ দেখাতে হবে যে, $\overline{AC} + \overline{BD} = 2\,\overline{BC}$.

এবং $\overline{AC} - \overline{BD} = 2\,\overline{AB}$

'খ' হতে পাই,

$\overline{AC} = 2\overline{AD} - \overline{BD}$

বা, $\overline{AC} + \overline{BD} = 2\overline{AD} - \overline{BD} + \overline{BD}$

[উভয় পক্ষে $\overline{BD}$ যোগ করে]

$= 2\,\overline{AD}$

$\therefore \overline{AC} + \overline{BD} = 2\,\overline{BC}$ .... (iii)

[ABCD সামান্তরিক বলে $\overline{AD} = \overline{BC}$]

আবার, $\overline{AC} - \overline{BD} = (2\overline{AD} - \overline{BD}) - \overline{BD}$ [(ii) ব্যবহার করে]

$= 2\,\overline{AD} - 2\,\overline{BD}$

$= 2\,(\overline{AD} - \overline{BD})$

$= 2\,(\overline{AD} + \overline{DB})$ [$\therefore \overline{DB} = -\,\overline{BD}$]

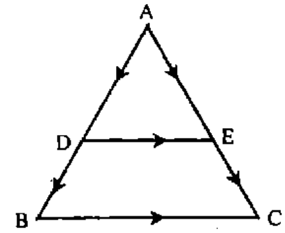
$= 2\,\overline{AB}$ [ত্রিভুজ বিধি অনুসারে $\overline{AD} + \overline{DB} = \overline{AB}$]

$\therefore \overline{AC} - \overline{BD} = 2\overline{AB}$ .... (iv)

সমীকরণ (iii) ও (iv) হতে পাই;

$\overline{AC} + \overline{BD} = 2\overline{BC}$ এবং $\overline{AC} - \overline{BD} = 2\,\overline{AB}$ **(দেখানো হলো)**

প্রশ্ন ▶ ১২



ΔABC-এর AB ও AC বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে D ও E.

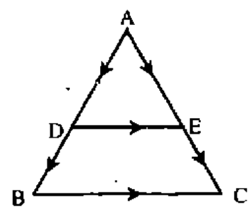
ক. $\vec{AD} + \vec{DE}$-এর মান কত? $\vec{AD} = \frac{1}{2}\vec{AB}$ কেন? ব্যাখ্যা কর।

খ. ভেক্টরের সাহায্যে প্রমাণ কর যে, DE || BC এবং $DE = \frac{1}{2}BC$

গ. DBCE ট্রাপিজিয়ামের DB ও EC বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে P ও Q হলে, ভেক্টরের সাহায্যে প্রমাণ কর যে, PQ || DE || BC এবং $PQ = \frac{1}{2}(BC + DE)$

১২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক



ABC ত্রিভুজের AB বাহুর মধ্যবিন্দু D এবং DE || BC.

ΔADE-এ $\vec{AD} + \vec{DE} = \vec{AE}$ [ত্রিভুজ বিধি অনুসারে]

আবার, D, AB-এর মধ্যবিন্দু।

$\therefore AD = \frac{1}{2}AB$

$\therefore \vec{AD} = \frac{1}{2}\vec{AB}$; কারণ $\vec{AD}$, $\vec{AB}$ এর ধারক রেখা এবং দিক একই।

খ দেওয়া আছে, ΔABC-এর AB ও AC বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে D ও E।

ভেক্টরের সাহায্যে প্রমাণ করতে হবে যে, DE || BC এবং $DE = \frac{1}{2}$ BC

প্রমাণ : 'ক' হতে পাই, $AD = \frac{1}{2}AB$ [চিত্র : 'ক' দেখ।]

যেহেতু E, AC-এর মধ্যবিন্দু।

$\vec{AE} = \frac{1}{2}\vec{AC}$ $\therefore \vec{AC} = 2\vec{AE}$ এবং $\vec{AB} = 2\vec{AD}$

ভেক্টর বিয়োগের ত্রিভুজ বিধি অনুসারে, $\vec{AE} - \vec{AD} = \vec{DE}$ ...... (i)

এবং $\vec{AC} - \vec{AB} = \vec{BC}$

$\therefore\ 2\vec{AE} - 2\vec{AD} = \vec{BC}$

বা, $2(\vec{AE} - \vec{AD}) = \vec{BC}$

বা, $2\vec{DE} = \vec{BC}$ [(i) নং হতে]

$\therefore\ \vec{DE} = \frac{1}{2}\vec{BC}$

আবার, $|\vec{DE}| = \frac{1}{2}|\vec{BC}|$ বা, $DE = \frac{1}{2}BC$

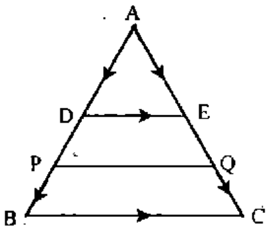
সুতরাং $\vec{DE}$ ও $\vec{BC}$ ভেক্টরদ্বয়ের ধারক রেখা একই বা সমান্তরাল। কিন্তু এখানে ধারক রেখা এক নয়। সুতরাং DE ও BC সমান্তরাল।

সুতরাং DE || BC এবং $DE = \frac{1}{2}BC$ **(প্রমাণিত)**

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

গ



DBCE ট্রাপিজিয়ামে P ও Q যথাক্রমে BD ও CE-এর মধ্যবিন্দু। ভেক্টরের সাহায্যে প্রমাণ করতে হবে যে, PQ ‖ DE ‖ BC এবং $PQ = \frac{1}{2}(BC + DE)$

প্রমাণ : মনে করি, কোনো ভেক্টর মূলবিন্দুর সাপেক্ষে D, B, C ও E বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর যথাক্রমে $\underline{d}, \underline{b}, \underline{c}$ ও $\underline{e}$.

$\therefore \overrightarrow{BC} = \underline{c} - \underline{b}$ এবং $\overrightarrow{DE} = \underline{e} - \underline{d}$

$\therefore$ P বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর $= \frac{1}{2}(\underline{d} + \underline{b})$ [$\because$ P, BD-এর মধ্যবিন্দু]

এবং Q বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর $= \frac{1}{2}(\underline{e} + \underline{c})$ [$\because$ Q, EC-এর মধ্যবিন্দু]

$\therefore \overrightarrow{PQ} = \frac{1}{2}(\underline{e} + \underline{c}) - \frac{1}{2}(\underline{d} + \underline{b})\}$

$= \frac{1}{2}(\underline{e} + \underline{c} - \underline{d} - \underline{b})$

$= \frac{1}{2}\{(\underline{c} - \underline{b}) + (\underline{e} - \underline{d})\}$

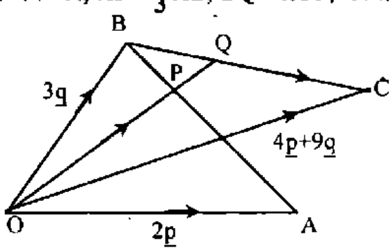
$\therefore \overrightarrow{PQ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DE})$

কিন্তু $\overrightarrow{BC}$ ও $\overrightarrow{DE}$ পরস্পর সমান্তরাল হওয়ায় $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DE}$ ভেক্টরটি ও তাদের সমান্তরাল হবে।

$\therefore$ PQ ‖ BC ‖ DE এবং $PQ = \frac{1}{2}(BC + DE)$ **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ব্যাংক উত্তরসহ সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

প্রশ্ন ▶ ১৩ **O বিন্দুর সাপেক্ষে A, B এবং C বিন্দু তিনটির অবস্থান ভেক্টর যথাক্রমে $2\underline{p}$, $3\underline{q}$ এবং $4\underline{p} + 9\underline{q}$ । P এবং Q বিন্দু দুটি যথাক্রমে এমন যে, $\overrightarrow{AP} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{OQ} = \lambda\overrightarrow{OP}$, যেখানে, $\lambda > 1$**



ক. $\overrightarrow{AP}$ কে $\underline{p}$ ও $\underline{q}$ এর মাধ্যমে প্রকাশ কর।

খ. $\overrightarrow{OP}$ ভেক্টরকে $\underline{p}$ ও $\underline{q}$ এবং $\overrightarrow{OQ}$ ও $\overrightarrow{BQ}$ ভেক্টরদ্বয়কে $\underline{p}$, $\underline{q}$ ও λ এর মধ্যামে প্রকাশ কর।

গ. $\overrightarrow{BQ} = \mu\overrightarrow{BC}$ হলে, λ, μ এবং $\overrightarrow{BQ}$ ঃ BC এর মান নির্ণয় কর।

উত্তর: ক. $\frac{-4}{3}\underline{p} + 2\underline{q}$; **খ.** $\overrightarrow{OP} = \frac{2}{3}\underline{p} + 2\underline{q}$, $\overrightarrow{OQ} = \frac{2}{3}\lambda\underline{p} + 2\lambda\underline{q}$, $\overrightarrow{BQ} = \frac{2}{3}\lambda\underline{p} + (2\lambda - 3)\underline{q}$; **গ.** BQ ঃ QC = 1 ঃ 1

প্রশ্ন ▶ ১৪ **ত্রিভুজ OAB এর O কে ভেক্টর মূলবিন্দু ধরে A, B এর অবস্থান ভেক্টর যথাক্রমে a, b। P ও R, AB কে এবং Q ও S, OB কে 3 : 1 অনুপাতে যথাক্রমে অন্তর্বিভক্ত ও বহির্বিভক্ত করে।**

ক. তথ্যানুযায়ী দিক নির্দেশক চিত্রটি অঙ্কন কর এবং বর্ণনা দাও।

খ. P, Q, R, S এর অবস্থান ভেক্টর নির্ণয় কর।

গ. দেখাও যে, OA ‖ QP ‖ RS.

উত্তর: খ. $\overrightarrow{OP} = \frac{1}{4}(3\underline{b} + \underline{a})$; $\overrightarrow{OQ} = \frac{3}{4}\underline{b}$; $\overrightarrow{OR} = \frac{1}{2}(3\underline{b} - \underline{a})$; $\overrightarrow{OS} = \frac{3}{2}\underline{b}$

প্রশ্ন ▶ ১৫ **O বিন্দুর সাপেক্ষে A, B, C এবং D বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর যথাক্রমে $6\underline{a}$, $8\underline{a}$, $2\underline{b}$ এবং $8\underline{b}$ । K বিন্দু AD এবং BC কে যথাক্রমে 1 : m এবং 1: n অনুপাতে বিভক্ত করে।**

ক. তথ্যের আলোকে দিক নির্দেশক চিত্র আঁক।

খ. $\overrightarrow{OK}$ এর অবস্থান ভেক্টরের জন্য দুটি রাশি নির্ণয় কর।

গ. a ও b অসমান্তরাল হলে m এবং n এর মান নির্ণয় কর।

উত্তর : খ. $\frac{6m}{1+m}\underline{a} + \frac{8}{1+m}\underline{b}$ এবং $\frac{8n}{1+n}\underline{a} + \frac{2}{1+n}\underline{b}$.

গ. $m = 12$, $n = 2\frac{1}{4}$

প্রশ্ন ▶ ১৬ **দেওয়া আছে, $\overrightarrow{OP} = 2\underline{a} + \underline{b}$, $\overrightarrow{OQ} = 3\underline{a} - 2\underline{b}$ ও $\overrightarrow{OR} = h\underline{a} + 5\underline{b}$ এবং P, Q, R বিন্দু তিনটি সমরেখ।**

ক. তথ্যের আলোকে দিক নির্দেশক চিত্র আঁক।

খ. $\overrightarrow{PQ}$ এবং $\overrightarrow{PR}$ এর মান নির্ণয় কর।

গ. h এর মান নির্ণয় কর।

উত্তর: গ. $h = \frac{2}{3}$

প্রশ্ন ▶ ১৭ **PQRS একটি সামান্তরিক। যার কর্ণ $\overline{PR}$ ও $\overline{QS}$।**

[যশোর জিলা স্কুল, যশোর]

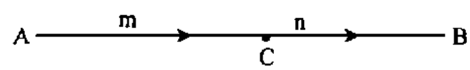
ক. $\overline{PQ}$ ভেক্টরকে $\overline{PS}$ ও $\overline{QS}$ ভেক্টরদ্বয়ের মাধ্যমে প্রকাশ কর।

খ. দেখাও যে, $\overline{PR} + \overline{QS} = 2\overline{QR}$ এবং $\overline{PR} + \overline{QS} = 2\overline{PQ}$.

গ. ভেক্টর পদ্ধতিতে প্রমাণ কর যে, কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমদ্বিখন্ডিত করে।

উত্তর: ক. $\overline{PQ} = \overline{PS} - \overline{QS}$

প্রশ্ন ▶ ১৮



[মাতৃপীঠ সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, চাঁদপুর]

ক. A বিন্দুর সাপেক্ষে B বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর কি? ২

খ. চিত্রে AB রেখাংশে অন্তঃস্থ বিন্দু C এর ক্ষেত্রে যদি AC ঃ CB = m ঃ n হয় তবে দেখাও যে, $n\overline{AC} = m\overline{CB}$. ৪

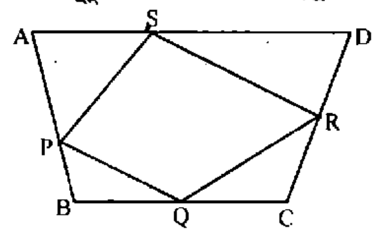
গ. যদি A, B, C এর অবস্থান ভেক্টর $\underline{a}$, $\underline{b}$, $\underline{c}$ হয় তবে দেখাও যে, $\underline{c} = \frac{na + mb}{m + n}$ ৪

উত্তর: ক. $\underline{b} - \underline{a}$

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

প্রশ্ন ▶১৯ নিচের চতুর্ভুজটি লক্ষ্য কর এবং প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও:



ABCD চতুর্ভুজের AB, BC, CD এবং BD বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে P, Q, R এবং S. A, B, C এবং D বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর যথাক্রমে **a**, **b**, **c** এবং **d**. [নাটোর সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, নাটোর]

ক. R বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর নির্ণয় কর। ২

খ. ভেক্টরের সাহায্যে প্রমাণ কর যে, PQRS একটি সামান্তরিক। ৪

গ. PBDS ট্রাপিজিয়ামের PB ও SD এর তীর্যক বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে M ও N হলে ভেক্টরের সাহায্যে প্রমাণ কর যে, MN ∥ BD ∥ PS এবং $MN = \frac{1}{2}(BD + PS)$ ৪

প্রশ্ন ▶২০ ABC ত্রিভুজের AD, BE ও CF তিনটি মধ্যমা B ও C বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর **b** ও **c** এবং A বিন্দুটির অবস্থান মূলবিন্দুতে। [ঝালকাঠি সরকারি হরচন্দ্র বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, ঝালকাঠি]

ক. উদ্দীপকের তথ্যটিকে চিত্রের মাধ্যমে প্রকাশ করে $\overrightarrow{BD}$ নির্ণয় কর। ২

খ. ভেক্টরের সাহায্যে প্রমাণ কর যে, মধ্যমাত্রয় সমবিন্দু। ৪

গ. ΔABC এর ∠C সমকোণ। C থেকে অতিভুজের উপর অঙ্কিত লম্ব CD হলে জ্যামিতিক পদ্ধতিতে প্রমাণ কর যে, CD2 = AD.BD. ৪

উত্তর: ক. $\overrightarrow{BD} = \frac{1}{2}(\underline{c} - \underline{b})$

প্রশ্ন ▶২১ ABCD একটি সামান্তরিক যার কর্ণদ্বয় AC ও BD পরস্পর O বিন্দুতে ছেদ করেছে। [আইইটি গভঃ হাইস্কুল, নারায়ণগঞ্জ]

ক. ভেক্টর যোগের সামন্তরিক বিধি বর্ণনা কর। ২

খ. $\overrightarrow{AB}$ এবং $\overrightarrow{AD}$ ভেক্টরদ্বয়কে $\overrightarrow{AC}$ ও $\overrightarrow{BD}$ ভেক্টরদ্বয়ের মাধ্যমে প্রকাশ কর। ৪

গ. প্রমাণ কর যে, সামান্তরিকটির কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমদ্বিখণ্ডিত করে। ৪

প্রশ্ন ▶২২ ABC ত্রিভুজের BC, CA ও AB বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে D, E ও F. [জামালপুর সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়]

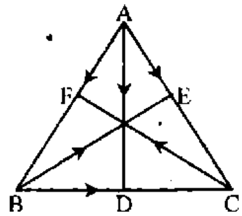
ক. $\overrightarrow{BC}$ কে $\overrightarrow{BE}$ ও $\overrightarrow{CF}$ এর মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{BF} = 0$ ৪

গ. প্রমাণ কর যে, AD, BE ও CF সমবিন্দু এবং তাদের ছেদবিন্দুতে প্রত্যেকে 2 ঃ 1 অনুপাতে বিভক্ত হয়। ৪

উত্তর: ক. $\overrightarrow{BC} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BE} - \frac{2}{3}\overrightarrow{CF}$

প্রশ্ন ▶২৩ ΔABC এর BC, CA, AB বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে D, E ও F.



[বাগেরহাট সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, বাগেরহাট]

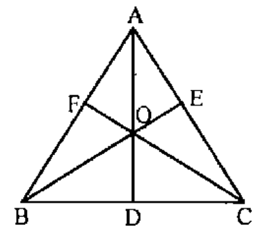
ক. $\overrightarrow{AB}$ ভেক্টরকে $\overrightarrow{BE}$ ও $\overrightarrow{CF}$ ভেক্টরের মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{CF} = 0$ ৪

গ. ভেক্টরের সাহায্যে প্রমাণ কর যে, F বিন্দু দিয়ে অঙ্কিত BC এর সমান্তরাল রেখা অবশ্যই E বিন্দুগামী হবে। ৪

উত্তর: ক. $\overrightarrow{AB} = \frac{-2}{3}\overrightarrow{CF} - \frac{4}{3}\overrightarrow{BE}$

প্রশ্ন ▶২৪



চিত্রে AB = BC = CA = 3 সে.মি. [ফয়জুর রহমান আইডিয়াল ইনস্টিটিউট]

ক. ΔABC এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, AO.OD = BO.OE = CO.OF ৪

গ. ভেক্টর ব্যবহার করে প্রমাণ কর যে, $FE = \frac{1}{2}BC$ এবং EF ∥ BC. ৪

প্রশ্ন ▶২৫ একটি ত্রিভুজের তিনটি শীর্ষবিন্দু A(2, 1), B(–1, 1) ও C(2, 5) [যশোর জিলা স্কুল, যশোর]

ক. ত্রিভুজটির বাহু তিনটির দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ২

খ. ত্রিভুজটির BC, CA, AB বাহুত্রয়ের মধ্যবিন্দু যথাক্রমে D, E ও F হলে $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{BE}$, $\overrightarrow{CF}$ ভেক্টরগুলোকে $\overrightarrow{AB}$ ও $\overrightarrow{AC}$ এর মাধ্যমে প্রকাশ কর। ৪

গ. ত্রিভুজের AB ও AC বাহুদ্বয়ের মধ্যবিন্দু D ও E হলে ভেক্টরের মাধ্যমে প্রমাণ কর যে, DE || BC এবং $DE = \frac{1}{2}BC$. ৪

উত্তর: ক. AB = 3; BC = 5; AC = 4;

খ. $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AD} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{BE} = -\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{CF} = -\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$.

internet-linked
প্রশ্ন ব্যাংকের আরও প্রশ্ন ও উত্তরের জন্যে নিচের ওয়েব অ্যাড্রেসটি টাইপ করুন
ssc.panjeree.com/hmt/hm12qbs.pdf

REVISION R

এ অংশে অধ্যায়ের গুরুত্বপূর্ণ তথ্য ও সূত্র, পরীক্ষার আগে যার উপর চোখ বুলিয়ে নেওয়া প্রয়োজন বা অবশ্যই মনে রাখতে হবে এমন বিষয়সমূহ একনজরে উল্লেখ করা হয়েছে। পরীক্ষার আগে এ বিষয়গুলো রিভিশন দিলে পরীক্ষায় নির্ভুলভাবে অঙ্ক সমাধান করতে পারবে।

- যে রাশি কেবলমাত্র এককসহ পরিমাণ দ্বারা সম্পূর্ণরূপে প্রকাশ করা যায়, তাকে স্কেলার বা অদিক বা নির্দিক রাশি বলা হয়। দৈর্ঘ্য, ভর, সময়, আয়তন, দ্রুতি, তাপমাত্রা ইত্যাদি প্রত্যেকেই স্কেলার রাশি।
- যে রাশিকে সম্পূর্ণরূপে প্রকাশ করার জন্য তার পরিমাণ ও দিক উভয়ের প্রয়োজন হয়, তাকে ভেক্টর বা সদিক রাশি বলা হয়। সরণ, বেগ, ত্বরণ, ওজন, বল, তড়িৎ প্রাবল্য ইত্যাদি প্রত্যেকেই ভেক্টর রাশি।

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

- AB একটি ভেক্টর হলে একে $\overrightarrow{AB}$ বা $\underline{AB}$ বা $\overline{AB}$ দ্বারা প্রকাশ করা হয়।
- কোনো ভেক্টরের দৈর্ঘ্য একক হলে, তাকে একক ভেক্টর বলা হয়। $\underline{a}$ একটি একক ভেক্টর হলে তাকে $\hat{\underline{a}}$ আকারে লিখা যায়।
- কোনো ভেক্টরের দৈর্ঘ্য শূন্য হলে, তাকে শূন্য ভেক্টর বলা হয় এবং $\underline{0}$ প্রতীক দ্বারা সূচিত হয়। সুতরাং বলা যায় যে কোনো রেখা শূন্য ভেক্টরের ধারক রেখা।
- দুটি ভেক্টরের দিক একই এবং তাদের ধারক রেখা একই রেখা বা সমান্তরাল রেখা হলে তাদের সদৃশ ভেক্টর বলা হয়।
- সমজাতীয় দুইটি ভেক্টর যদি একই দিকে ক্রিয়া না করে তবে তাদেরকে বিসদৃশ ভেক্টর বলে।
- যদি দুইটি ভেক্টরের দিক একই, দৈর্ঘ্য সমান এবং তাদের ধারক রেখা একই বা সমান্তরাল হয় তাহলে তাদেরকে সমান ভেক্টর বলে।
- $\vec{u}$ যে কোনো ভেক্টর হলে যদি অপর একটি ভেক্টর $\vec{v}$ নির্ণয় করা যায় যাতে $\vec{v} = -\vec{u}$ হয় তাহলে $\vec{v}$ বা $-\vec{u}$ কে $\vec{u}$ ভেক্টরের বিপরীত ভেক্টর বলে।

দুইটি ভেক্টর পরস্পর বিপরীত হবে যদি তাদের –

১. দৈর্ঘ্য সমান হয়।
২. ধারক রেখা একই বা সমান্তরাল হয় এবং
৩. দিক বিপরীত হয়।

- $\underline{u}$ এবং $\underline{v}$ দুইটি ভেক্টর হলে এদের যোগফল বা লব্ধিকে $\underline{u} + \underline{v}$ দ্বারা প্রকাশ করা হয় এবং $\underline{u}$ ভেক্টরের প্রান্তবিন্দুতে $\underline{v}$ ভেক্টরের আদিবিন্দু স্থাপন করে $\underline{u}$ এর আদি বিন্দুর সাথে $\underline{v}$ এর প্রান্তবিন্দু যোগ করলে যে ভেক্টর পাওয়া যায় তাই $\underline{u} + \underline{v}$।
- কোনো সামান্তরিকের দুইটি সন্নিহিত বাহু দ্বারা দুইটি ভেক্টর $\underline{u}$ ও $\underline{v}$ এর মান ও দিক সূচিত হলে, ঐ সামন্তরিকের যে কর্ণ $\underline{u}$ ও $\underline{v}$ ভেক্টরদ্বয়ের সূচক রেখার ছেদবিন্দুগামী তা দ্বারা $\underline{u} + \underline{v}$ ভেক্টরের মান ও দিক সূচিত হয়। ইহা ভেক্টর যোগের সামন্তরিক বিধি।
- দুই বা ততোধিক ভেক্টরের যোগফলকে তাদের লব্ধি বলে। বল বা বেগের লব্ধি নির্ণয়ের ক্ষেত্রে ভেক্টর যোজন পদ্ধতি অনুসরণ করা যায়।
- $\underline{u}$, $\underline{v}$ সমান্তরাল না হলে $\underline{u}$, $\underline{v}$ এবং $\underline{u} + \underline{v}$ ভেক্টরের দ্বারা ত্রিভুজ উৎপন্ন হয় বলে উপরোক্ত যোজন পদ্ধতিকে ত্রিভুজ বিধি বলে।
- দুটি ভেক্টর সমান্তরাল হলে তাদের যোগের ক্ষেত্রে সামন্তরিক বিধি প্রযোজ্য নয়।
- $\underline{u}$ এবং $\underline{v}$ ভেক্টরদ্বয়ের বিয়োগফল বলতে $\underline{u}$ এবং $(-\underline{v})$ ভেক্টরদ্বয়ের যোগফলকে বোঝায়। $\underline{u}$ এবং $\underline{v}$ এর আদিবিন্দু একই হলে, $\underline{v}$ এর অন্তবিন্দু থেকে $\underline{u}$ এর অন্তবিন্দু পর্যন্ত রেখাংশ দ্বারা $\underline{u} - \underline{v}$ ভেক্টরকে সূচিত করা হয়।
- যে ভেক্টরের দৈর্ঘ্য 1 একক, তাকে (দিক নির্দেশক) একক ভেক্টর বলে।
- যে কোনো দুইটি ভেক্টর $\underline{u}$ এবং $\underline{v}$ এর জন্য $\underline{u} + \underline{v} = \underline{v} + \underline{u}$ ইহা ভেক্টর যোগের বিনিময় বিধি।
- যেকোনো তিনটি ভেক্টর $\underline{u}, \underline{v}, \underline{w}$ এর জন্য $(\underline{u} + \underline{v}) + \underline{w} = \underline{u} + (\underline{v} + \underline{w})$ ইহা ভেক্টর যোজনের সংযোগ বিধি।
- যে কোনো তিনটি ভেক্টর $\underline{u}, \underline{v}, \underline{w}$ এর জন্য $\underline{u} + \underline{v} = \underline{u} + \underline{w}$ হলে, $\underline{v} = \underline{w}$ হবে। ইহা ভেক্টর যোগের বর্জন বিধি।
- m, n দুটি স্কেলার এবং $\underline{u}, \underline{v}$ দুটি ভেক্টর হলে,
  ১. $(m + n)\underline{v} = m\underline{v} + n\underline{v}$ (বণ্টন সূত্র)
  ২. $m(\underline{u} + \underline{v}) = m\underline{u} + m\underline{v}$ (বণ্টন সূত্র)
- সমতলস্থ কোনো নির্দিষ্ট বিন্দু O-এর সাপেক্ষে ঐ সমতলের যেকোনো বিন্দু P-এর অবস্থান $\overrightarrow{OP}$ দ্বারা নির্দিষ্ট করা যায়। $\overrightarrow{OP}$ কে O বিন্দুর সাপেক্ষে P বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর বলা হয় এবং O বিন্দুকে ভেক্টর মূলবিন্দু বলা হয়।
- অবস্থান ভেক্টর সংক্রান্ত কতিপয় প্রতিজ্ঞা:

(i) দুইটি বিন্দু A, B এর অবস্থান ভেক্টর যথাক্রমে $\underline{a}, \underline{b}$ হলে $\overrightarrow{AB} = \underline{b} - \underline{a}$

(ii) A, B, C-এর অবস্থান ভেক্টর যথাক্রমে $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}$ হলে A, B, C সমরেখ হবে যদি এবং কেবলমাত্র যদি $\overrightarrow{AC} = K.\overrightarrow{AB}$ হয়। অর্থাৎ, যদি $\overrightarrow{AC}$ ভেক্টরটি $\overrightarrow{AB}$ ভেক্টরের সংখ্যা গুণিতক হয়।

(iii) A, B, C বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর যথাক্রমে $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}$ হলে C বিন্দু যদি AB রেখাংশকে m : n অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত করে তবে, $\underline{c} = \dfrac{m\underline{b} + n\underline{a}}{m + n}$ হবে। যদি বহির্বিভক্ত হয় তবে, $\underline{c} = \dfrac{m\underline{b} - n\underline{a}}{m - n}$ হবে।

এখানে অধ্যায়টির অনুশীলনী, বহুনির্বাচনি ও সৃজনশীল প্রশ্নগুলো বিশ্লেষণ করে স্টার মার্কসহ সাজেশন দেওয়া হয়েছে। পরীক্ষার আগে অবশ্যই এ অঙ্কগুলো সমাধান করবে। তাহলে পরীক্ষায় যেকোনো অঙ্কের সমাধান সহজেই করতে পারবে।

সাজেশন | বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

	প্রশ্ন নম্বর
★★★	২, ৪, ৫, ৬, ৯, ১৩, ১৬, ১৮, ১৯, ২৭, ২৯, ৩০, ৩১, ৩৩, ৩৪, ৩৬, ৩৭, ৪৪, ৪৫, ৪৭, ৫০, ৫১, ৫২, ৫৩, ৫৫, ৫৬, ৫৮, ৬১, ৬২, ৬৩, ৬৪, ৬৭, ৬৯, ৭৭, ৭৮, ৮০, ৮২, ৮৬, ৮৭, ৮৯, ৯১, ৯২, ৯৩, ৯৪, ৯৫, ৯৬, ৯৯, ১০২, ১০৩
★★	৭, ৮, ১০, ১১, ১৫, ২৩, ২৪, ২৫, ৩২, ৩৫, ৫৪, ৫৭, ৬৫, ৬৬, ৭৫, ৭৬, ৮৪, ৮৮, ৯০, ৯৭

সাজেশন | সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

	প্রশ্ন নম্বর
★★★	৩, ৪, ৫, ৭, ৯, ১০, ১১, ১২
★★	৬, ৮

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

অধ্যায়-১৩

ঘন জ্যামিতি

অনুশীলনী-১৩

ক্লডিয়াস টলেমি *(Claudius ptolemy, 90-168 AD)* ছিলেন একজন গ্রীক গণিতবিদ, জ্যোতির্বিদ, ভূগোলবিদ ও জ্যোতিষবিদ। জ্যোর্তিবিদ্যা সংক্রান্ত বিভিন্ন সমস্যা সমাধানে তিনিই প্রথম গাণিতিক পদ্ধতি প্রয়োগ করেন।

অধ্যায়টি পড়ে যা জানতে পারবে—

- ঘনবস্তুর প্রতীকীয় চিত্র অঙ্কন।
- প্রিজম, পিরামিড আকৃতির বস্তু, গোলক ও সমবৃত্তভূমিক কোণকের আয়তন এবং পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল নির্ণয়।
- ঘন জ্যামিতির ধারণা প্রয়োগ করে সমস্যার সমাধান।
- যৌগিক ঘনবস্তুর আয়তন ও পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল পরিমাপ।
- ঘন জ্যামিতির ধারণার ব্যবহারিক প্রয়োগ।

৩২টি অনুশীলনীর প্রশ্ন।
১৫৪টি বহুনির্বাচনি প্রশ্ন ■ ৬৮টি সাধারণ বহুনির্বাচনি ■ ২৮টি বহুপদী সমাপ্তিসূচক ■ ৫৮টি অভিন্ন তথ্যভিত্তিক
২৯টি সৃজনশীল প্রশ্ন ■ ২টি অনুশীলনী ■ ৪টি শ্রেণির কাজ ■ ১৪টি মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত ■ ৯টি প্রশ্নব্যাংক

অনুশীলনীর সৃজনশীল বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

১. একটি আয়তাকার ঘনবস্তুর দৈর্ঘ্য 8 সে.মি., প্রস্থ 4 সে.মি. এবং উচ্চতা 3 সে.মি. হলে এর কর্ণ কত?

ⓚ $\sqrt{89}$ সে.মি. ⓛ 25 সে.মি.
ⓜ $25\sqrt{2}$ সে.মি. ⓝ 50 সে.মি.

ব্যাখ্যা: আমরা জানি,
আয়তাকার ঘনবস্তুর কর্ণ $= \sqrt{8^2+4^2+3^2}$ সে.মি. $= \sqrt{89}$ সে.মি.

২. কোনো সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ ভিন্ন অপর বাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্য 4 সে.মি. এবং 3 সে.মি.। ত্রিভুজটিকে বৃহত্তর বাহুর চতুর্দিকে ঘোরালে—

i. উৎপন্ন ঘনবস্তুটি একটি সমবৃত্তভূমিক কোণক হবে
ii. ঘনবস্তুটি একটি সমবৃত্তভূমিক সিলিন্ডার হবে
iii. উৎপন্ন ঘনবস্তুটির ভূমির ক্ষেত্রফল হবে 9π বর্গ সে.মি.

ওপরের বাক্যগুলোর মধ্যে কোনটি সঠিক?

ⓚ i ⓛ ii
ⓜ i ও iii ⓝ ii ও iii **ⓜ**

ব্যাখ্যা: iii. সঠিক; ভূমির ক্ষেত্রফল $= \pi r^2 = \pi.3^2$ বর্গ সে.মি.
$= 9\pi$ বর্গ সে.মি.

নিচের তথ্যের আলোকে ৩ ও ৪ নম্বর প্রশ্নের উত্তর দাও :
2 সে.মি. ব্যাসবিশিষ্ট একটি গোলক আকৃতির বল একটি সিলিন্ডার আকৃতির বাক্সে ঠিকভাবে এঁটে যায়।

৩. সিলিন্ডারের আয়তন কত?

ⓚ 2π ঘন সে.মি. ⓛ 4π ঘন সে.মি.
ⓜ 6π ঘন সে.মি. ⓝ 8π ঘন সে.মি. **ⓚ**

ব্যাখ্যা: আমরা জানি,
সিলিন্ডারের আয়তন $= \pi r^2 h$ ঘন একক
$= \pi.r^2 \times (2r)$ ঘন একক
$= 2\pi r^3$ ঘন একক
$= 2\times\pi\times 1^3$ ঘন সে.মি.
[∵ ব্যাস, $2r = 2$ সে.মি. বা, $r = 1$ সে.মি.]
$= 2\pi$ ঘন সে.মি.

৪. সিলিন্ডারটির অনধিকৃত অংশের আয়তন কত?

ⓚ $\frac{\pi}{3}$ ঘন সে.মি. ⓛ $\frac{2\pi}{3}$ ঘন সে.মি.
ⓜ $\frac{4\pi}{3}$ ঘন সে.মি. ⓝ $\frac{3\pi}{3}$ ঘন সে.মি. **ⓛ**

ব্যাখ্যা: সিলিন্ডারের অনধিকৃত অংশের আয়তন = সিলিন্ডারের আয়তন − গোলকের আয়তন
$= \left(2\pi - \frac{4}{3}\pi r^3\right)$ ঘন একক
$= \left(2\pi - \frac{4}{3}\pi.1^3\right)$ ঘন সে.মি.
$= \pi\left(\frac{6-4}{3}\right)$ ঘন সে.মি. $= \frac{2\pi}{3}$ ঘন সে.মি.

নিচের তথ্যের ভিত্তিতে ৫ ও ৬ নম্বর প্রশ্নের উত্তর দাও :
6 সে.মি. ব্যাসবিশিষ্ট একটি ধাতব কঠিন গোলককে গলিয়ে 3 সে.মি. ব্যাসার্ধবিশিষ্ট একটি সমবৃত্তভূমিক সিলিন্ডার তৈরি করা হলো।

৫. উৎপন্ন সিলিন্ডারটির উচ্চতা কত?

ⓚ 4 সে.মি. ⓛ 6 সে.মি.
ⓜ 8 সে.মি. ⓝ 12 সে.মি. **ⓚ**

ব্যাখ্যা: প্রশ্নমতে, গোলকের আয়তন = সিলিন্ডারের আয়তন
বা, $\frac{4}{3}\pi r_1{}^3 = \pi r_2{}^2 h$
বা, $\frac{4}{3}\times 3^3 = 3^2\times h$
[∵ গোলকের ব্যাস, $2r_1 = 6$ সে.মি. ∴ $r_1 = 3$ সে.মি. এবং সিলিন্ডারের ব্যাসার্ধ, $r_2 = 3$ সে.মি.]
∴ $h = 4$ সে.মি.

৬. সিলিন্ডারটির বক্রতলের ক্ষেত্রফল কত বর্গ সে.মি.?

ⓚ 24π ⓛ 42π
ⓜ 72π ⓝ 96π **ⓚ**

ব্যাখ্যা: সিলিন্ডারের বক্রতলের ক্ষেত্রফল $= 2\pi rh$ বর্গ একক
$= 2\times\pi\times 3\times 4$ বর্গ সে.মি. $= 24\pi$ বর্গ সে.মি.

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

৭. একটি আয়তাকার ঘনবস্তুর দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা যথাক্রমে 16 মি., 12 মি. ও 4.5 মিটার। এর পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল, কর্ণের দৈর্ঘ্য এবং আয়তন নির্ণয় কর।

সমাধান: মনে করি, ঘনবস্তুর দৈর্ঘ্য, প্রস্থ এবং উচ্চতা যথাক্রমে a একক, b একক এবং c একক।

সুতরাং, আয়তাকার ঘনবস্তুর দৈর্ঘ্য a = 16 মিটার

প্রস্থ b = 12 মিটার

এবং উচ্চতা c = 4.5 মিটার

∴ আয়তাকার ঘনবস্তুর পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল

$= 2(ab + bc + ca)$ বর্গ একক

$= 2(16 \times 12 + 12 \times 4.5 + 4.5 \times 16)$ বর্গমিটার

$= 2(192 + 54 + 72)$ বর্গমিটার

$= 636$ বর্গমিটার

আবার, আয়তাকার ঘনবস্তুর কর্ণের দৈর্ঘ্য

$= \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$ একক

$= \sqrt{(16)^2 + (12)^2 + (4.5)^2}$ মিটার

$= \sqrt{256 + 144 + 20.25}$ মিটার

$= \sqrt{420.25}$ মিটার

$= 20.5$ মিটার

এবং আয়তাকার ঘনবস্তুর আয়তন $= (a \times b \times c)$ ঘন একক

$= (16 \times 12 \times 4.5)$ ঘনমি

$= 864$ ঘনমিটার

Ans. পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল, কর্ণের দৈর্ঘ্য এবং আয়তন যথাক্রমে 636 বর্গমিটার, 20.5 মিটার এবং 864 ঘনমিটার।

৮. ভূমির উপর অবস্থিত 2.5 মি. দৈর্ঘ্য ও 1.0 মি. প্রস্থবিশিষ্ট (অভ্যন্তরীণ পরিমাপ) একটি আয়তাকার জলাধারের উচ্চতা 0.4 মিটার হলে, এর আয়তন এবং অভ্যন্তরীণ তলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

সমাধান: মনে করি, দৈর্ঘ্য, প্রস্থ এবং উচ্চতা যথাক্রমে a একক, b একক এবং c একক।

সুতরাং, আয়তাকার জলাধারের দৈর্ঘ্য a = 2.5 মিটার

প্রস্থ b = 1.0 মিটার

এবং উচ্চতা c = 0.4 মিটার

∴ আয়তাকার ক্ষেত্রের আয়তন = abc ঘন একক

$= 2.5 \times 1.0 \times 0.4$ ঘনমিটার

$= 1$ ঘনমিটার

আয়তাকার ক্ষেত্রের অভ্যন্তরীণ তলের ক্ষেত্রফল

$= 2(ab + bc + ca)$ বর্গ একক

$= 2(2.5 \times 1.0 + 1.0 \times 0.4 + 0.4 \times 2.5)$ বর্গমিটার

$= 2(2.5 + 0.4 + 1)$ বর্গমিটার

$= 7.8$ বর্গমিটার

Ans. আয়তন = 1 ঘনমিটার এবং ক্ষেত্রফল = 7.8 বর্গমিটার।

৯. একটি আয়তাকার ঘনবস্তুর মাত্রাগুলো 5 সে.মি., 4 সে.মি. ও 3 সে.মি. হলে, এর কর্ণের সমান ধারবিশিষ্ট ঘনকের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

সমাধান: মনে করি, আয়তাকার ঘনবস্তুর দৈর্ঘ্য, প্রস্থ এবং উচ্চতা যথাক্রমে a একক, b একক এবং c একক।

সুতরাং আয়তাকার ঘনবস্তুর দৈর্ঘ্য, a = 5 সে.মি.

প্রস্থ, b = 4 সে.মি.

এবং উচ্চতা, c = 3 সে.মি.

কর্ণের দৈর্ঘ্য $= \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$ একক

$= \sqrt{5^2 + 4^2 + 3^2}$ সে.মি.

$= \sqrt{25 + 16 + 9}$ সে.মি.

$= \sqrt{50}$ সে.মি.

$= 5\sqrt{2}$ সে.মি.

∴ ঘনকের ধার, $p = 5\sqrt{2}$ সে.মি.

ঘনকের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল $= 6p^2$ বর্গএকক

$= 6(5\sqrt{2})^2$ বর্গ সে.মি.

$= 6 \times 50$ বর্গ সে.মি.

$= 300$ বর্গ সে.মি.

Ans. ঘনকের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল 300 বর্গ সে.মি.।

১০. 70 জন ছাত্রের জন্য এরূপ একটি হোস্টেল নির্মাণ করতে হবে যাতে প্রত্যেক ছাত্রের জন্য 4.25 বর্গমিটার মেঝে ও 13.6 ঘনমিটার শূন্যস্থান থাকে। হোস্টেলটি 3.4 মিটার লম্বা হলে, এর প্রস্থ ও উচ্চতা কত হবে?

সমাধান: 1 জন ছাত্রের জন্য প্রয়োজন 4.25 বর্গমিটার মেঝে

∴ 70 " " " " (4.25 × 70) " "

= 297.50 বর্গমিটার মেঝে

আমরা জানি, দৈর্ঘ্য × প্রস্থ = ক্ষেত্রফল

বা, 3.4 × প্রস্থ = 297.50

∴ প্রস্থ $= \frac{297.50}{3.4} = 87.5$ মিটার

আয়তন = (দৈর্ঘ্য × প্রস্থ) × উচ্চতা

∴ আয়তন = ক্ষেত্রফল × উচ্চতা

বা, 13.6 = 4.25 × উচ্চতা

বা, উচ্চতা $= \frac{13.6}{4.25}$

∴ উচ্চতা = 3.2 মিটার

Ans. হোস্টেলটির প্রস্থ 87.5 মিটার এবং উচ্চতা 3.2 মিটার।

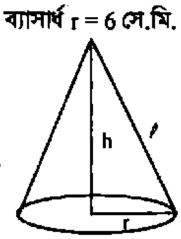
১১. একটি সমবৃত্তভূমিক কোণকের উচ্চতা 8 সে.মি. এবং ভূমির ব্যাসার্ধ 6 সে.মি. হলে, সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল ও আয়তন নির্ণয় কর।

সমাধান: ধরি, সমবৃত্তভূমিক কোণকের উচ্চতা h একক

এবং ভূমির ব্যাসার্ধ r একক

সুতরাং, কোণকের উচ্চতা h = 8 সে.মি.

এবং ভূমির ব্যাসার্ধ r = 6 সে.মি.



∴ কোণকের তির্যক বাহুর উচ্চতা $\ell = \sqrt{h^2 + r^2}$ একক

$= \sqrt{8^2 + 6^2}$ সে.মি.

$= \sqrt{64 + 36}$ সে.মি.

$= \sqrt{100}$ সে.মি.

$= 10$ সে.মি.

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

কোণকের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল $= \pi r(\ell + r)$ বর্গ একক

$= 3.1416 \times 6(10 + 6)$ বর্গ সে.মি.

$= 3.1416 \times 6 \times 16$ বর্গ সে.মি.

$= 301.5936$ বর্গ সে.মি. (প্রায়)

কোণকের আয়তন $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$ ঘন একক

$= \frac{1}{3} \times 3.1416 \times 6^2 \times 8$ ঘন সে.মি.

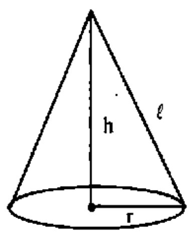
$= 301.5929$ ঘন সে.মি. (প্রায়)

Ans. কোণকের সমগ্রতল 301.5936 বর্গ সে.মি. (প্রায়)
এবং আয়তন 301.5936 ঘন সে.মি. (প্রায়)।

[বি.দ্র. পাঠ্যবইয়ে উত্তরে সমগ্রতলের পরিবর্তে বক্রতলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করা হয়েছে।]

১২. একটি সমবৃত্তভূমিক কোণকের উচ্চতা 24 সে.মি. এবং আয়তন 1232 ঘন সে.মি.। এর হেলানো উচ্চতা কত?

সমাধান: ধরি, সমবৃত্তভূমিক কোণকের উচ্চতা h একক, ব্যাসার্ধ r একক এবং কোণকের হেলান উচ্চতা ℓ একক।



সুতরাং, কোণকের উচ্চতা h = 24 সে.মি.
কোণকের আয়তন = 1232 ঘন সে.মি.

$\therefore$ কোণকের আয়তন $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$ ঘন একক

প্রশ্নমতে, $\frac{1}{3} \times \pi r^2 \times 24 = 1232$ [$\because h = 24$ সে.মি.]

বা, $r^2 = \frac{1232 \times 3}{24 \times 3.1416}$ [$\because \pi = 3.1416$]

বা, $r^2 = 49.0196$

$\therefore r = 7.0014$ সে.মি.

$\therefore$ হেলানো উচ্চতা $\ell = \sqrt{h^2 + r^2}$ একক

$= \sqrt{(24)^2 + (7.0014)^2}$ সে.মি.

$= \sqrt{576 + 49.0196}$ সে.মি.

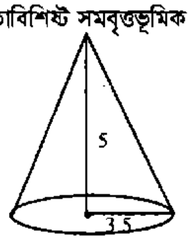
$= 25.0004$ সে.মি. (প্রায়)

Ans. কোণকের হেলান উচ্চতা 25 সে.মি. (প্রায়)।

১৩. কোনো সমকোণী ত্রিভুজের দুইটি বাহুর দৈর্ঘ্য 5 সে.মি. এবং 3.5 সে.মি.। একে বৃহত্তর বাহুর চতুর্দিকে ঘোরালে যে ঘনবস্তু উৎপন্ন হয়, তার আয়তন নির্ণয় কর।

সমাধান: সমকোণী ত্রিভুজের 5 সে.মি. বাহুর চর্তুদিকে ত্রিভুজটিকে ঘোরালে 3.5 সে.মি. ব্যাসার্ধ এবং 5 সে.মি. উচ্চতাবিশিষ্ট সমবৃত্তভূমিক কোণক তৈরি হবে।

ধরি, সমবৃত্তভূমিক কোণকের ব্যাসার্ধ r একক এবং উচ্চতা h একক।



সুতরাং r = 3.5 সে.মি, h = 5 সে.মি.

$\therefore$ কোণকের আয়তন $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$ ঘন একক

$= \frac{1}{3} \times 3.1416 \times (3.5)^2 \times 5$ ঘন সে.মি.

$= 64.14$ ঘন সে.মি. (প্রায়)

Ans. কোণকের আয়তন 64.14 ঘন সে.মি. (প্রায়)।

১৪. 6 সে.মি. ব্যাসার্ধবিশিষ্ট একটি গোলকের পৃষ্ঠতল ও আয়তন নির্ণয় কর।

সমাধান: ধরি, গোলকের ব্যাসার্ধ r একক।
সুতরাং r = 6 সে.মি.

$\therefore$ গোলকের পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল $= 4\pi r^2$ বর্গ একক

$= 4 \times 3.1416 \times (6)^2$ বর্গ সে.মি.

$= 452.3904$ বর্গ সে.মি. (প্রায়)

গোলকের আয়তন $= \frac{4}{3}\pi r^3$ ঘন একক

$= \frac{4}{3} \times 3.1416 \times (6)^3$ ঘন সে.মি.

$= 904.7808$ ঘন সে.মি. (প্রায়)

Ans. গোলকের পৃষ্ঠতল 452.3904 বর্গ সে.মি. (প্রায়)
এবং আয়তন 904.7808 ঘন সে.মি. (প্রায়)।

১৫. 6, 8, r সে.মি. ব্যাসার্ধবিশিষ্ট তিনটি কঠিন কাঁচের বল গলিয়ে 9 সে.মি. ব্যাসার্ধবিশিষ্ট একটি কঠিন গোলকে পরিণত করা হল। r এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান: 6, 8, r সে.মি. ব্যাসার্ধের গোলকের আয়তনের সমষ্টি

$= \left\{\frac{4}{3}\pi(6)^3 + \frac{4}{3}\pi(8)^3 + \frac{4}{3}\pi r^3\right\}$ ঘন সে.মি.

$= \frac{4}{3}\pi(6^3 + 8^3 + r^3)$ ঘন সে.মি.

9 সে.মি. ব্যাসার্ধবিশিষ্ট গোলকের আয়তন $= \frac{4}{3}\pi 9^3$ ঘন সে.মি.

প্রশ্নমতে,

বা, $\frac{4}{3}\pi(6^3 + 8^3 + r^3) = \frac{4}{3}\pi 9^3$

বা, $6^3 + 8^3 + r^3 = 9^3$

বা, $216 + 512 + r^3 = 729$

বা, $r^3 = 729 - 728$

বা, $r^3 = 1$

$\therefore r = 1$

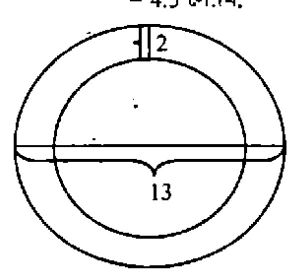
Ans. 1 সে.মি.।

১৬. একটি ফাঁপা লোহার গোলকের বাইরের ব্যাস 13 সে.মি. এবং লোহার বেধ 2 সে.মি.। ঐ গোলকে ব্যবহৃত লোহা দিয়ে একটি নিরেট গোলক তৈরি করা হল। তার ব্যাস কত হবে?

সমাধান: গোলকের বাইরের ব্যাসার্ধ $= \frac{13}{2}$ সে.মি. $= 6.5$ সে.মি.

গোলকের ফাঁপা অংশের ব্যাসার্ধ $= (6.5 - 2)$ সে.মি.

$= 4.5$ সে.মি.



$\therefore$ ফাঁপা অংশের আয়তন $= \frac{4}{3}\pi(4.5)^3$ ঘন সে.মি.

$= \frac{4}{3} \times 3.1416 \times (4.5)^3$ ঘন সে.মি.

$= 381.7044$ ঘন সে.মি.

সম্পূর্ণ গোলকের আয়তন $= \frac{4}{3}\pi(6.5)^3$ ঘন সে.মি.

$= \frac{4}{3} \times 3.1416 \times (6.5)^3$ ঘন সে.মি.

$= 1150.3492$ ঘন সে.মি.

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

∴ গোলকে ব্যবহৃত নিরেট লোহার আয়তন

$= (1150.3492 - 381.7044)$ ঘন সে.মি.

$= 768.6448$ ঘন সে.মি.

নিরেট লোহার গোলকের ব্যাসার্ধ r হলে আয়তন $= \frac{4}{3}\pi r^3$ ঘন একক যা ঐ নিরেট লোহার আয়তনের সমান।

$\therefore \frac{4}{3}\pi r^3 = 768.6448$

বা, $r^3 = \frac{768.644 \times 3}{4 \times 3.1416}$ $[\because \pi = 3.1416]$

বা, $r^3 = 183.5$

$\therefore r = 5.6826$

∴ নিরেট লোহার গোলকের ব্যাস $= 2r$

$= (2 \times 5.6826)$ সে.মি.

$= 11.3652$ সে.মি.

Ans. নিরেট গোলকের ব্যাস 11.37 সে.মি. (প্রায়)।

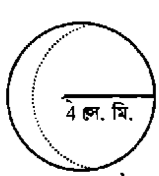
১৭. 4 সে.মি. ব্যাসার্ধের একটি নিরেট গোলককে গলিয়ে 5 সে.মি. বহির্ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট ও সমভাবে পুরু একটি ফাঁপা গোলক প্রস্তুত করা হল। দ্বিতীয় গোলকটি কত পুরু ?

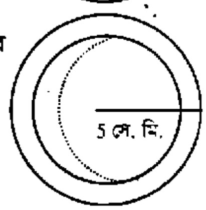
সমাধান: দেওয়া আছে,

নিরেট গোলকের ব্যাসার্ধ, $r = 4$ সে.মি.

ধরি, ফাঁপা গোলকের বহিঃব্যাসার্ধ $r_1 = 5$ সে.মি.

এবং অন্তঃব্যাসার্ধ $= r_2$ সে.মি.





আমরা জানি, উভয় গোলকের নিরেট লোহার আয়তন সমান।

অর্থাৎ, $\frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi r_1^3 - \frac{4}{3}\pi r_2^3$

বা, $r^3 = r_1^3 - r_2^3$

বা, $r_2^3 = r_1^3 - r^3$

বা, $r_2^3 = (5)^3 - (4)^3$

বা, $r_2^3 = 125 - 64$

বা, $r_2^3 = 61$

$\therefore r_2 = 3.937$

∴ দ্বিতীয় গোলকের পুরুত্ব $= (r_1 - r_2) = (5 - 3.937)$ সে.মি.

$= 1.063$ সে.মি.

Ans. দ্বিতীয় গোলকের পুরুত্ব 1.063 সে.মি. (প্রায়)।

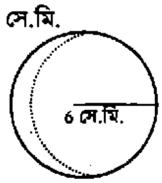
১৮. একটি লোহার নিরেট গোলকের ব্যাসার্ধ 6 সে.মি.। এর লোহা থেকে 8 সে.মি. দৈর্ঘ্য ও 6 সে. মি. ব্যাসের কয়টি নিরেট সিলিন্ডার প্রস্তুত করা যাবে ?

সমাধান: দেওয়া আছে, নিরেট গোলকের ব্যাসার্ধ = 6 সে.মি.

এবং লোহার সিলিন্ডারের ব্যাস = 6 সে. মি.

ধরি, ব্যাসার্ধ, $r = \frac{6}{2} = 3$ সে.মি.

এবং দৈর্ঘ্য $h = 8$ সে.মি.

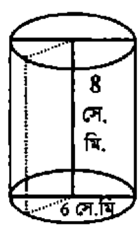


আমরা জানি, গোলকের আয়তন $= \frac{4}{3}\pi 6^3$ ঘন সে.মি.

এবং সিলিন্ডারের আয়তন $= \pi r^2 h$ ঘন একক

$= \pi 3^2 8$ ঘন সে.মি.

মনে করি, n সংখ্যক সিলিন্ডার তৈরি করা যাবে।



তাহলে,

সিলিন্ডার সমূহের আয়তন = নিরেট গোলকের আয়তন

বা, $n \times \pi 3^2 8 = \frac{4}{3}\pi 6^3$

বা, $n = \frac{\frac{4}{3}\pi 6^3}{\pi 3^2.8}$

বা, $n = \frac{4\ 6^3}{3\ 3^2.8}$

$\therefore n = 4$

Ans. সিলিন্ডারের সংখ্যা 4 টি।

১৯. $\frac{22}{\pi}$ সে.মি. ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট একটি গোলক আকৃতির বল একটি ঘনক আকৃতির বাক্সে ঠিকভাবে এঁটে যায়। বাক্সটির অনধিকৃত অংশের আয়তন নির্ণয় কর।

সমাধান: ধরি, গোলকের ব্যাসার্ধ $r = \frac{22}{\pi}$ সে.মি.

যেহেতু গোলকটি ঘনক আকৃতির বাক্সে ঠিকভাবে এঁটে যায়।

সুতরাং ঘনকের বাহু হবে গোলকের ব্যাসের সমান।

∴ ঘনকের বাহুর দৈর্ঘ্য $= 2r = 2 \times \frac{22}{\pi}$

$= \frac{44}{3.1416}$ সে.মি. $= 14.0056$ সে.মি. (প্রায়)

∴ ঘনকের আয়তন = (ঘনকের বাহুর দৈর্ঘ্য)^3 ঘন একক

$= (14.0056)^3$ ঘন সে.মি.

$= 2747.2954$ ঘন সে.মি.

গোলকের আয়তন $= \frac{4}{3}\pi r^3$ ঘন একক

$= \frac{4}{3} \times 3.1416 \times (7.0028)^3$ ঘন সে.মি.

$= 1438.4832$ ঘন সে.মি.

∴ অনধিকৃত অংশের আয়তন = ঘনকের আয়তন − গোলকের আয়তন

$= (2747.2954 - 1438.4832)$ ঘন সে.মি.

$= 1308.812$ ঘন সে.মি.

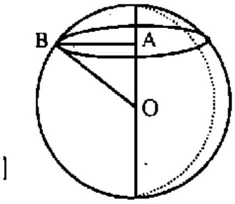
Ans. অনধিকৃত অংশের আয়তন 1308.812 ঘন সে.মি. (প্রায়)।

২০. 13 সে.মি. ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট একটি গোলকের কেন্দ্র থেকে 12 সে.মি. দূরবর্তী কোনো বিন্দুর মধ্য দিয়ে ব্যাসের উপর লম্ব সমতল গোলকটিকে ছেদ করে। উৎপন্ন তলটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

সমাধান: চিত্র থেকে গোলকের কেন্দ্র থেকে তলের দূরত্ব OA = 12 সে.মি.

গোলকের ব্যাসার্ধ, OB = 13 সে.মি.

সমকোণী ΔOBA থেকে পাই,



$OB^2 = OA^2 + AB^2$

$\therefore AB^2 = OB^2 - OA^2$

$= 13^2 - 12^2$

[∵ OB = 13 সে.মি. এবং OA = 12 সে.মি.]

$= 169 - 144$

বা, $AB^2 = 25$

$\therefore AB = 5$ সে.মি.

ধরি, সমতলটি একটি বৃত্ত হবে যার ব্যাসার্ধ, $r = 5$ সে.মি.

আমরা জানি, বৃত্তের ক্ষেত্রফল $= \pi r^2$ বর্গ একক

$= \pi\ 5^2$ বর্গ সে.মি.

$= 25\pi$ বর্গ সে.মি.

$= 25 \times 3.1416$ বর্গ সে.মি.

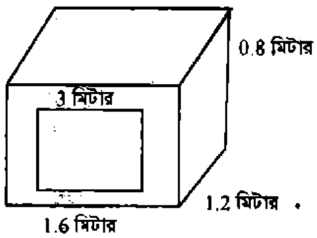
$= 78.5$ বর্গ সে.মি.

Ans. তলের ক্ষেত্রফল 78.5 বর্গ সে.মি. (প্রায়)।

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

২১. একটি ঢাকনাযুক্ত কাঠের বাক্সের বাইরের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ যথাক্রমে 1.6 মি. ও 1.2 মি., উচ্চতা 0.8 মি. এবং এর কাঠ 3 সে.মি. পুরু। বাক্সটির ভিতরের তলের ক্ষেত্রফল কত? প্রতি বর্গমিটার 14.44 টাকা হিসাবে বাক্সের ভিতরটি রং করতে কত খরচ হবে?

সমাধান:



ধরি,

বাক্সের ভিতরের দৈর্ঘ্য, $a = (1.6 - 2 \times 0.03) = 1.54$ মি.

বাক্সের ভিতরের প্রস্থ, $b = (1.2 - 2 \times 0.03) = 1.14$ মি.

বাক্সের ভিতরের উচ্চতা, $c = (0.8 - 2 \times 0.03) = 0.74$ মি.

∴ ভিতরের তলের ক্ষেত্রফল

$= 2\,(ab + bc + ca)$ বর্গমিটার

$= 2(1.54 \times 1.14 + 1.14 \times 0.74 + 0.74 \times 1.54)$ বর্গমিটার [a, b এবং c এর মান বসিয়ে]

$= 7.4776$ বর্গমিটার $= 7.48$ বর্গমিটার (প্রায়)

দেওয়া আছে, প্রতি বর্গমিটারে খরচ হয় 14.44 টাকা

∴ বাক্সের ভিতরের 7.4776 বর্গমিটার ক্ষেত্রে খরচ হবে

$= (14.44 \times 7.4776)$ টাকা

$= 107.98$ টাকা

Ans. বাক্সের ভিতরের তলের ক্ষেত্রফল 7.48 বর্গমিটার (প্রায়) এবং খরচের পরিমাণ 107.98 টাকা (প্রায়)।

২২. 120 মিটার দৈর্ঘ্য ও 90 মি. প্রস্থ বিশিষ্ট (বহির্মাপ) আয়তাকার বাগানের চতুর্দিকে 2 মি. উচ্চ ও 25 সে.মি. পুরু প্রাচীর নির্মাণ করতে 25 সে.মি. দৈর্ঘ্য, 12.5 সে.মি. প্রস্থ এবং 8 সে.মি. বেধবিশিষ্ট কতগুলো ইট লাগবে?

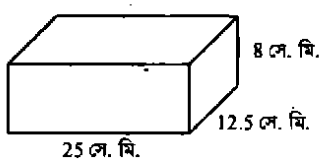
সমাধান: দেওয়া আছে,

বাগানের দৈর্ঘ্য A = 120 মিটার

" প্রস্থ B = 90 মিটার

প্রাচীরের উচ্চতা H = 2 মিটার

প্রাচীরের পুরুত্ব d = 25 সে.মি.
= 0.25 মিটার



চিত্র : ইট

প্রতিটি ইটের দৈর্ঘ্য a = 25 সে.মি.
= 0.25 মিটার

" " প্রস্থ b = 12.5 সে.মি.
= 0.125 মিটার

" " উচ্চতা c = 8 সে.মি.
= 0.08 মিটার

প্রাচীর ছাড়া বাগানের দৈর্ঘ্য = $(A - 2d)$ মিটার

$= (120 - 2 \times 0.25)$ মিটার

$= 119.5$ মিটার

প্রাচীর ছাড়া বাগানের প্রস্থ = $(B - 2d)$ মিটার

$= (90 - 2 \times 0.25)$ মিটার

$= 89.5$ মিটার

∴ প্রাচীর ছাড়া বাগানের ক্ষেত্রফল = (119.5×89.5) বর্গমিটার

$= 10695.25$ বর্গমিটার

প্রাচীরসহ বাগানের ক্ষেত্রফল = (120×90) বর্গমিটার

$= 10800$ বর্গমিটার

∴ যে স্থানে প্রাচীর অবস্থিত সে স্থানের ক্ষেত্রফল

= (প্রাচীরসহ বাগানের ক্ষেত্রফল – প্রাচীর ছাড়া বাগানের ক্ষেত্রফল)

$= (10800 - 10695.25)$ বর্গমিটার

$= 104.75$ বর্গমিটার

∴ প্রাচীরের আয়তন

= প্রাচীরের অবস্থিত স্থানের ক্ষেত্রফল × প্রাচীরের উচ্চতা

$= (104.75 \times 2)$ ঘনমিটার

$= 209.5$ ঘনমিটার

প্রতিটি ইটের আয়তন = abc ঘন একক

$= (0.25 \times 0.125 \times 0.08)$ ঘনমিটার

$= 0.0025$ ঘনমিটার।

মনে করি, প্রাচীরে মোট n টি ইট লাগে।

তাহলে প্রাচীরের মোট আয়তন = n সংখ্যক ইটের আয়তন

$= n \times 0.0025$ ঘনমিটার

প্রশ্নমতে, $n \times 0.0025 = 209.5$

বা, $n = \dfrac{209.5}{0.0025}$

∴ $n = 83800$

Ans. ইটের সংখ্যা 83800 টি।

২৩. একটি আয়তাকার ঘনবস্তুর দৈর্ঘ্য ও প্রস্থের অনুপাত 4 : 3 এবং এর আয়তন 2304 ঘন সে.মি.। প্রতি বর্গসেন্টিমিটারে 10 টাকা হিসেবে ঐ বস্তুর তলায় সীসার প্রলেপ দিতে 1920 টাকা খরচ হলে, ঐ বস্তুর মাত্রাগুলো নির্ণয় কর।

সমাধান: মনে করি, দৈর্ঘ্য = $4x$ সে.মি.,

প্রস্থ = $3x$ সে.মি. এবং উচ্চতা = h সে.মি.

ঐ বস্তুর আয়তন = $4x \times 3x \times h$ ঘন সে.মি. = $12x^2h$ ঘন সে.মি.

প্রশ্নমতে, $12x^2h = 2304$ ….. (i)

যেহেতু প্রতি বর্গ সে.মি. 10 টাকা হিসেবে বস্তুটির তলায় সীসার প্রলেপ দিতে মোট খরচ হয় 1920 টাকা

∴ তলার ক্ষেত্রফল = $\dfrac{1920}{10} = 192$ বর্গ সে.মি.

∴ $4x \times 3x = 192$

বা, $12x^2 = 192$

বা, $x^2 = 16$

∴ $x = 4$

এখন, (i) নং সমীকরণ থেকে পাই,

$12x^2h = 2304$

বা, $h = \dfrac{2304}{12(4)^2}$ [∵ $x = 4$]

∴ $h = 12$

∴ দৈর্ঘ্য = $4x = 4 \times 4 = 16$ সে.মি.

প্রস্থ = $3x = 3 \times 4 = 12$ সে.মি.

Ans. ঐ বস্তুর দৈর্ঘ্য 16 সে.মি., প্রস্থ 12 সে.মি. এবং উচ্চতা 12 সে.মি.।

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

২৪. কোণক আকারের একটি তাঁবুর উচ্চতা 7.50 মিটার। এই তাঁবু দ্বারা 2000 বর্গমিটার জমি ঘিরতে চাইলে কি পরিমাণ ক্যানভাস লাগবে ?

সমাধান: দেওয়া আছে, তাঁবুর উচ্চতা, h = 7.5 মিটার

এবং জমির ক্ষেত্রফল = 2000 বর্গমিটার

অতএব কোণকের ভূমির ক্ষেত্রফল 2000 বর্গমিটার।

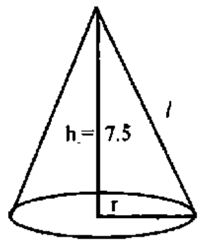
ধরি, ভূমির ব্যাসার্ধ r = x মিটার

প্রশ্নমতে, $\pi x^2 = 2000$ [∵ কোণকের ভূমির ক্ষেত্রফল $= \pi r^2$]

বা, $x^2 = \frac{2000}{3.1416}$ [∵ π = 3.1416]

বা, $x^2 = 636.6183$

∴ x = 25.2313



আমরা জানি,

কোণকের তির্যক বাহুর দৈর্ঘ্য,

$\ell = \sqrt{h^2 + r^2}$ একক

$= \sqrt{(7.5)^2 + (25.2313)^2}$ মিটার

= 26.3224 মিটার

মোট ক্যানভাস প্রয়োজন হবে কোণকের বক্রতলের ক্ষেত্রফলের সমান।

∴ তাঁবুর ক্যানভাসের পরিমাণ $= \pi r \ell$ বর্গমিটার

= (3.1416 × 25.2313 × 26.3224) বর্গমিটার

= 2086.4885 বর্গমিটার

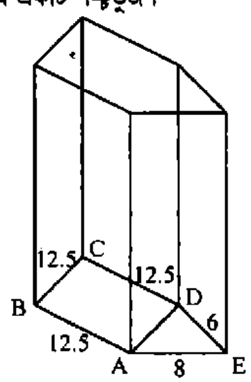
= 2086.49 বর্গমিটার (প্রায়)

Ans. ক্যানভাসের পরিমাণ 2086.49 বর্গমিটার (প্রায়)

২৫. একটি পঞ্চভুজাকার প্রিজমের দুইটি বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 6 সে.মি. ও 8 সে.মি. এবং অপর তিনটি বাহুর প্রত্যেকটির দৈর্ঘ্য 12.5 সে.মি.। প্রিজমটির সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল ও আয়তন নির্ণয় কর।

সমাধান : আমরা জানি, প্রিজমের নামকরণ ভূমি তলের নামের উপর নির্ভর করা হয়।

∴ প্রিজমের ভূমি একটি পঞ্চভুজ।



দেওয়া আছে, ABCDE পঞ্চভুজের তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য 12.5 সে.মি. এবং দুইটি বাহুর দৈর্ঘ্য 6 সে.মি. ও 8 সে.মি.।

অর্থাৎ AB = BC = CD = 12.5 সে.মি., AE = 8 সে.মি., DE = 6 সে.মি.

∴ পঞ্চভুজাকার প্রিজমটির ভূমি ABCD বর্গ এবং ΔADE এর সমন্বয়ে গঠিত।

ABCD বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= (12.5)^2$ সে.মি.

= 156.25 বর্গ সে.মি.

ΔADE-এ, AD = 12.5 সে.মি.

ত্রিভুজটির পরিসীমা, 2s = (8 + 6 + 12.5) সে.মি.

∴ $s = \frac{26.5}{2} = 13.25$ সে.মি.

আমরা জানি, AD, AE, DE বাহু বিশিষ্ট ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল

$= \sqrt{s(s - AD)(s - AE)(s - DE)}$ বর্গ একক

$= \sqrt{13.25(13.25 - 12.5)(13.25 - 8)(13.25 - 6)}$ বর্গ সে.মি.

$= \sqrt{378.2461}$ বর্গ সে.মি.

= 19.45 বর্গ সে.মি. (প্রায়)

প্রিজমের ভূমির পরিসীমা = (12.5 × 3 + 8 + 6) সে.মি. = 51.5 সে.মি.

ধরি, প্রিজমটির উচ্চতা = h সে.মি.

আমরা জানি, প্রিজমের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল

= 2(ভূমির ক্ষেত্রফল) + ভূমির পরিসীমা × উচ্চতা

= 2(156.25 + 19.45) বর্গ সে.মি. + 51.5 × h বর্গ সে.মি.

= (351.4 + 51.5 × h) বর্গ সে.মি.

এবং প্রিজমের আয়তন = ভূমির ক্ষেত্রফল × উচ্চতা

= 351.4 × h ঘন মিটার।

[বি.দ্র. প্রয়োজনীয় তথ্য উপাত্ত নেই।]

২৬. 4 সে.মি. বাহুবিশিষ্ট সুষম ষড়ভুজাকার প্রিজমের উচ্চতা 5 সে.মি.। ইহার সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল ও আয়তন বের কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, সুষম ষড়ভুজাকার প্রিজমের উচ্চতা = 5 সে.মি. প্রিজমটি সুষম ষড়ভুজাকার বলে প্রিজমের ভূমি ষড়ভুজ, যার প্রতিটি বাহুর দৈর্ঘ্য = 4 সে.মি.

আমরা জানি, n বাহু বিশিষ্ট সুষম বহুভুজের ক্ষেত্রফল

$= n \times \frac{a^2}{4} \cot \frac{180^\circ}{n}$ বর্গ একক [যেখানে, a = বাহুর দৈর্ঘ্য]

∴ প্রিজমটির ভূমির ক্ষেত্রফল $= 6 \times \frac{4^2}{4} \cot \frac{180^\circ}{6}$ বর্গ সে.মি. [∵ n = 6]

$= 6 \times 4 \cot 30^\circ$ বর্গ সে.মি.

= 41.569 সে.মি.

প্রিজমটির ভূমির পরিসীমা = 6 × 4 সে.মি. = 24 সে.মি.

আমরা জানি, প্রিজমের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল

= 2(ভূমির ক্ষেত্রফল) + ভূমির পরিসীমা × উচ্চতা

= (2 × 41.569 + 24 × 5) বর্গ সে.মি.

= 203.138 বর্গ সে.মি.

= 203.14 বর্গ সে.মি. (প্রায়) **(Ans.)**

প্রিজমের আয়তন = ভূমির ক্ষেত্রফল × উচ্চতা

= 41.569 × 5 ঘন সে.মি.

= 207.845 ঘন সে.মি.

= 207.85 ঘন সে.মি. (প্রায়) **(Ans.)**

বিকল্প সমাধান: দেওয়া আছে,

সুষম ষড়ভুজাকার প্রিজমের উচ্চতা = 5 সে.মি.

প্রিজমটি সুষম ষড়ভুজাকার বলে এখানে

ভূমির ক্ষেত্রফল = 6টি সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফলের সমান যার প্রতিটি বাহুর দৈর্ঘ্য = 4 সে.মি.

∴ প্রিজমটির ভূমির ক্ষেত্রফল $= 6 \times \frac{\sqrt{3}}{4}$ (বাহুর দৈর্ঘ্য)^2

$= 6 \times \frac{\sqrt{3}}{4} \times 4^2$

$= 6\sqrt{3} \times 4$

= 41.569 বর্গ সে.মি.

∴ প্রিজমটির ভূমির পরিসীমা = 6 × 4 সে.মি. = 24 সে.মি.

∴ প্রিজমের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল

= 2 (ভূমির ক্ষেত্রফল) + ভূমির পরিসীমা × উচ্চতা

= (2 × 41.569 + 24 × 5) বর্গ সে.মি.

= 83.138 + 120 বর্গ সে.মি.

= 203.138 বর্গ সে.মি.

= 203.14 বর্গ সে.মি. (প্রায়) **(Ans.)**

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

$\therefore$ প্রিজমের আয়তন = ভূমির ক্ষেত্রফল × উচ্চতা

$= 41.569 \times 5$

$= 207.845$ ঘন সে.মি.

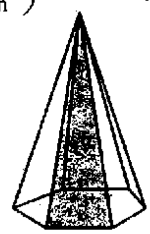
$= 207.85$ ঘন সে.মি. (প্রায়) **(Ans.)**

২৭. 6 সে.মি. বাহুবিশিষ্ট সুষম ষড়ভুজের উপর অবস্থিত একটি পিরামিডের উচ্চতা 10 সে.মি.। ইহার সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল ও আয়তন বের কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, পিরামিডের ভূমি সুষম ষড়ভুজ যার প্রতিটি বাহুর দৈর্ঘ্য 6 সে.মি. এবং পিরামিডের উচ্চতা, h = 10 সে.মি.

আমরা জানি, n বাহুবিশিষ্ট সুষম বহুভুজের ক্ষেত্রফল

$= n \times \frac{a^2}{4} \cot\left(\frac{180°}{n}\right)$ বর্গ একক [যেখানে, a = বাহুর দৈর্ঘ্য]



সুষম পিরামিড

$\therefore$ পিরামিডের ভূমির ক্ষেত্রফল $= 6 \times \frac{6^2}{4} \cot\left(\frac{180°}{6}\right)$ বর্গ সে.মি. [$\because n = 6$]

$= 6 \times 9 \times \cot 30°$ বর্গ সে.মি.

$= 93.531$ বর্গ সে.মি.

প্রিজমটির ভূমির পরিসীমা = (6 × 6) সে.মি. [$\because$ বাহুর দৈর্ঘ্য = 6 সে.মি.]

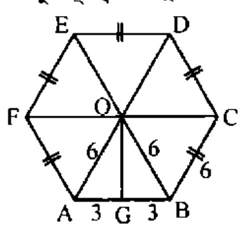
= 36 সে.মি.

আমরা জানি,

সুষম পিরামিডের কেন্দ্র হতে যে কোনো শীর্ষবিন্দুর দূরত্ব = বাহুর দৈর্ঘ্য

$\therefore$ OA = 6 সে.মি.

এবং $AG = \frac{6}{2} = 3$ সে.মি.



এখন, পিরামিডের ভূমির কেন্দ্রবিন্দু হতে যেকোনো বাহুর লম্ব দূরত্ব r হলে

$r^2 = OG^2 = 6^2 - 3^2 = 27$

অতএব, ইহার যেকোনো পার্শ্বতলের হেলানো উচ্চতা

$= \sqrt{h^2 + r^2}$ একক

$= \sqrt{10^2 + 27}$ সে.মি. = 11.269 সে.মি. (প্রায়)

আমরা জানি, পিরামিডের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল

= ভূমির ক্ষেত্রফল + $\frac{1}{2}$ (ভূমির পরিসীমা × হেলানো উচ্চতা)

$= \{93.531 + \frac{1}{2}(36 \times 11.269)\}$ বর্গ সে.মি.

$= \{93.531 + 202.842\}$ বর্গ সে.মি.

$= 296.373$ বর্গ সে.মি.

$= 296.37$ বর্গ সে.মি. (প্রায়)

পিরামিডের আয়তন $= \frac{1}{3} \times$ ভূমির ক্ষেত্রফল × উচ্চতা

$= \frac{1}{3} \times 93.531 \times 10$ ঘন সে.মি.

$= 311.77$ ঘন সে.মি. (প্রায়)

Ans. 296.37 বর্গ সে.মি. এবং 311.77 ঘন সে.মি. (প্রায়)

২৮. একটি সুষম চতুস্তলকের যেকোনো ধারের দৈর্ঘ্য 8 সে.মি. হলে, ইহার সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল ও আয়তন নির্ণয় কর।

সমাধান: দেওয়া আছে, সুষম চতুস্তলকের যেকোনো ধারের দৈর্ঘ্য = 8 সে.মি.

আমরা জানি, সুষম চতুস্তলক এক ধরনের পিরামিড যা চারটি সমবাহু ত্রিভুজ দ্বারা গঠিত।

$\therefore$ চতুস্তলকের ভূমির ক্ষেত্রফল = সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল

$= \frac{\sqrt{3}}{4} \times a^2$ বর্গ একক [a = বাহুর দৈর্ঘ্য]

$= \frac{\sqrt{3}}{4} \times 8^2$ বর্গ সে.মি.

$= 27.713$ বর্গ সে.মি.

সুষম চতুস্থতলের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল = 4 × 27.713 বর্গ সে.মি.

$= 110.842$ বর্গ সে.মি.

$= 110.85$ বর্গ সে.মি. (প্রায়)

চতুস্তলকের ত্রিভুজাকৃতি ভূমির লম্ব উচ্চতা h হলে

$8^2 = 4^2 + h^2$

বা, $h^2 = 8^2 - 4^2$

বা, $h^2 = 64 - 16$

বা, $h^2 = 48$

বা, $h = \sqrt{48}$

$\therefore$ $h = 6.93$

এবং ত্রিভুজটির পরিবৃত্তের ব্যাস x সে.মি. হলে

ব্রহ্মগুপ্তের উপপাদ্য হতে পাই,

$8 \times 8 = x \times h$

বা, $64 = x \times 6.93$

বা, $x = \frac{64}{6.93}$

$\therefore$ $x = 9.24$

$\therefore$ ব্যাসার্ধ $= \frac{x}{2} = \frac{9.24}{2} = 4.62$ সে.মি.

$\therefore$ চতুস্তলকের উচ্চতা H হলে

$8^2 = H^2 + (4.62)^2$

বা, $H^2 = 64 - 21.34$

বা, $H^2 = 42.66$

বা, $H = \sqrt{42.66}$

$\therefore$ $H = 6.5314$

$\therefore$ চতুস্তলকটির আয়তন $= \frac{1}{3} \times$ ভূমির ক্ষেত্রফল × উচ্চতা

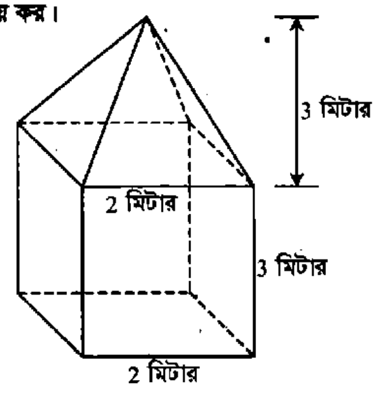
$= \frac{1}{3} \times 27.713 \times 6.5314$ ঘন সে.মি.

$= 60.34$ ঘন সে.মি. (প্রায়)

Ans. 110.85 বর্গ সে.মি., 60.34 ঘন সে.মি. (প্রায়)

২৯. একটি স্থাপনার নিচের অংশ 3 মি. দৈর্ঘ্য আয়তাকার ঘনবস্তু ও উপরের অংশ সুষম পিরামিড। পিরামিডের ভূমির বাহুর দৈর্ঘ্য 2 মিটার এবং উচ্চতা 3 মিটার হলে স্থাপনাটির সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল ও আয়তন নির্ণয় কর।

সমাধান:



www.bdniyog.com
www.pathagar.com

আমরা জানি, সুষম পিরামিডের ভূমি সুষম বহুভুজ যা ঘনবস্তুর উপর স্থাপিত বলে তা একটি বর্গ। দেওয়া আছে, পিরামিডের ভূমির বাহুর দৈর্ঘ্য = 2 মি. এবং উচ্চতা = 3 মি.

প্রশ্নমতে, পিরামিডটি আয়তাকার ঘনবস্তুর উপর স্থাপিত বলে ঘনবস্তুর প্রস্থ b = ঘনবস্তুর দৈর্ঘ্য c = 2 মি.

দেওয়া আছে, ঘনবস্তুর উচ্চতা a = 3 মি.

আমরা জানি, আয়তাকার ঘনবস্তুর আয়তন = abc ঘন একক
= 3 × 2 × 2 ঘন মি.
= 12 ঘন মি.

আবার, পিরামিডের ভূমির অর্থাৎ বর্গের ক্ষেত্রফল = x^2 বর্গ একক
= 2^2 বর্গ মি.
= 4 বর্গ মি.

আমরা জানি, পিরামিডের আয়তন = $\frac{1}{3}$ × ভূমির ক্ষেত্রফল × উচ্চতা
= $\frac{1}{3}$ × 4 × 3 ঘন মিটার
= 4 ঘন মি.

∴ স্থাপনাটির আয়তন = (12 + 4) ঘন মি.
= 16 ঘন মি.

আবার, আয়তাকার ঘনবস্তুর সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল
= 2(ab + bc + ca) বর্গ একক
= 2(3 × 2 + 2 × 2 + 2 × 3) বর্গ মিটার
= 32 বর্গ মিটার

পিরামিডের ভূমির পরিসীমা = 4 × 2 মিটার [∵ বাহুর দৈর্ঘ্য = 2 মি.]
= 8 মিটার

পিরামিডের ভূমির কেন্দ্র হতে যেকোনো বিন্দুর লম্ব দূরত্ব,
$r = \frac{2}{2}$ মি. = 1 মি.

∴ হেলানো উচ্চতা, ℓ = $\sqrt{h^2 + r^2}$ একক
= $\sqrt{3^2 + 1^2}$ মি.
= 3.1623 মি. (প্রায়)

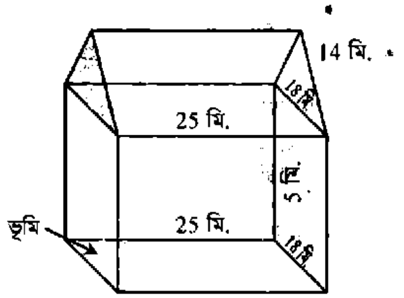
∴ পিরামিডের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল
= ভূমির ক্ষেত্রফল + $\frac{1}{2}$ (ভূমির পরিসীমা × হেলানো উচ্চতা)
= {4 + $\frac{1}{2}$(8 × 3.1623)} বর্গ মিটার
= {4 + 12.649} বর্গ মিটার
= 16.649 বর্গ মিটার ≈ 16.65 বর্গ মিটার (প্রায়)

কিন্তু আয়তাকার ঘনবস্তুর উপরিতল এবং পিরামিডের ভূমি পরস্পরের উপর স্থাপিত যার ক্ষেত্রফল = (4 + 4) বর্গমিটার = 8 বর্গমিটার

∴ স্থাপনাটির সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল = (32 + 16.65 − 8) বর্গমিটার
= 40.65 বর্গ মিটার (প্রায়)

৩০. 25 মি. দৈর্ঘ্য ও 18 মি. প্রস্থ বিশিষ্ট ভূমির উপর অবস্থিত দোচালা গুদাম ঘরের দেয়ালের উচ্চতা 5 মি.। প্রতিটি চালার প্রস্থ 14 মি. হলে গুদাম ঘরটির আয়তন নির্ণয় কর।

সমাধান :



চিত্র থেকে পাই, দোচালা গুদাম ঘরটির নিচের অংশ একটি আয়তাকার ঘনবস্তু এবং উপরের অংশ একটি ত্রিভুজাকার প্রিজম।

∴ ঘনবস্তুটির দৈর্ঘ্য, a = 25 মিটার, প্রস্থ, b = 18 মিটার এবং উচ্চতা c = 5 মিটার এবং প্রিজমের উচ্চতা = ঘনবস্তুর দৈর্ঘ্য = 25 মিটার।
[∴ প্রিজমের উচ্চতা = চালার দৈর্ঘ্য]

প্রিজমের ভূমির একটি বাহু = ঘনবস্তুর প্রস্থ = 18 মিটার

প্রশ্নমতে, প্রিজমের ভূমির অপর একটি বাহুর দৈর্ঘ্য = প্রতিটি চালার প্রস্থ = 14 মিটার।

আমরা জানি, ঘনবস্তুর আয়তন = abc ঘন একক
= (25 × 18 × 5) ঘন মিটার
= 2250 ঘন মিটার

এবং সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল = $\frac{b}{4}\sqrt{4a^2 - b^2}$ বর্গ একক
[যেখানে a সমান বাহুদ্বয়]

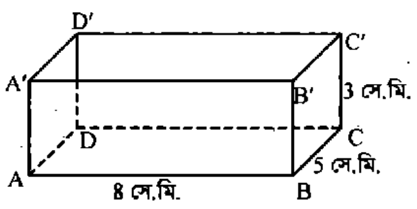
∴ প্রিজমের ভূমির ক্ষেত্রফল = $\frac{18}{4}\sqrt{(4.14^2 - 18^2)}$ বর্গ সে.মি.
= $\frac{18}{4}\sqrt{(784 - 324)}$ বর্গ সে.মি.
= 96.51 বর্গ সে.মি. (প্রায়)

আবার প্রিজমের আয়তন = ভূমির ক্ষেত্রফল × উচ্চতা
= 96.514 × 25 ঘন মিটার
= 2412.85 ঘন মিটার (প্রায়)

∴ দোচালা গুদাম ঘরটির আয়তন = ঘনবস্তুর আয়তন + প্রিজমের আয়তন
= (2250 + 2412.85) ঘন মিটার
= 4662.85 ঘন মিটার (প্রায়) (Ans.)

অনুশীলনীর সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

৩১.



ক. চিত্রের ঘনবস্তুটির সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

খ. ঘনবস্তুটির কর্ণের সমান ধার বিশিষ্ট একটি ধাতব ঘনককে গলিয়ে 8 সে.মি. ব্যাসবিশিষ্ট কতগুলো নিরেট গোলক উৎপন্ন করা যাবে তা নিকটতম পূর্ণ সংখ্যায় নির্ণয় কর।

গ. ঘনবস্তুটির ABCD তলের সমান একটি আয়তক্ষেত্রকে বৃহত্তর বাহুর চতুর্দিকে ঘোরালে যে ঘনবস্তু উৎপন্ন হয়, তার সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল ও আয়তন নির্ণয় কর।

৩১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক চিত্র থেকে পাই, ঘনবস্তুটির দৈর্ঘ্য, a = 8 সে.মি.
প্রস্থ, b = 5 সে.মি. এবং উচ্চতা, c = 3 সে.মি.
আমরা জানি, ঘনবস্তুর সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল
= 2(ab + bc + ca) বর্গ একক
= 2(8 × 5 + 5 × 3 + 3 × 8) বর্গ সে.মি.
= 158 বর্গ সে.মি.

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

খ আমরা জানি, ঘনবস্তুর কর্ণের দৈর্ঘ্য $= \sqrt{a^2+b^2+c^2}$ একক

$= \sqrt{8^2+5^2+3^2}$ সে.মি. ['ক' থেকে পাই]

$= 9.9$ সে.মি. (প্রায়)

ধরি, ঘনকের ধার, $x =$ ঘনবস্তুর কর্ণের দৈর্ঘ্য $= 9.9$ সে.মি.

$\therefore$ ঘনকের আয়তন $= x^3$ ঘন একক

$= (9.9)^3$ ঘন সে.মি.

$= 970.3$ ঘন সে.মি. (প্রায়)

দেওয়া আছে, গোলকের ব্যাস $= 8$ সে.মি.

$\therefore$ গোলকের ব্যাসার্ধ, $r = \frac{8}{2} = 4$ সে.মি.

আমরা জানি, গোলকের আয়তন $= \frac{4}{3}\pi r^3$ ঘন একক

$= \frac{4}{3}\pi \times 4^3$ ঘন সে.মি.

$= \frac{4}{3} \times 3.1416 \times 4^3$ ঘন সে.মি.

$= 268.0832$ ঘন সে.মি. (প্রায়)

ধরি, n সংখ্যক নিরেট গোলক তৈরি করা যাবে।

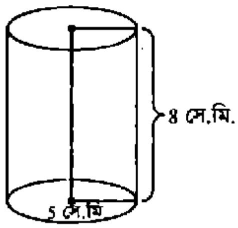
প্রশ্নমতে, $970.3 = n \times 268.0832$

$\therefore n = \frac{970.3}{268.0832} = 3.62$

$\therefore$ 3টি গোলক উৎপন্ন করা যাবে।

[বি. দ্র. পাঠ্যবইয়ে 18 সে.মি. এর স্থলে 8 সে.মি.]

গ ABCD তলের সমান আয়তক্ষেত্রকে বৃহত্তর বাহুর চতুর্দিকে ঘোরালে একটি সমবৃত্তভূমিক সিলিন্ডার উৎপন্ন হয়, যার উচ্চতা, $h = 8$ সে.মি. এবং ভূমির ব্যাসার্ধ, $r = 5$ সে.মি.



আমরা জানি, সিলিন্ডারের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল

$= 2\pi r(r+h)$ বর্গ একক

$= 2 \times 3.1416 \times 5 \times (8+5)$ বর্গ সে.মি.

$= 408.408$ বর্গ সে.মি. (প্রায়)

এবং সিলিন্ডারের আয়তন $= \pi r^2 h$ ঘন একক

$= 3.1416 \times 5^2 \times 8$ ঘন সে.মি.

$= 628.32$ ঘন সে.মি. (প্রায়)

৩২. একটি সমবৃত্তভূমিক তাঁবুর উচ্চতা 8 মিটার এবং এর ভূমির ব্যাস 50 মিটার।

ক. তাঁবুটির হেলানো উচ্চতা নির্ণয় কর।

খ. তাঁবুটি স্থাপন করতে কত বর্গ মিটার জমির প্রয়োজন হবে? তাঁবুটির ভিতরের শূন্যস্থানের পরিমাণ নির্ণয় কর।

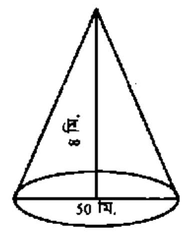
গ. তাঁবুটির প্রতি বর্গমিটার ক্যানভাসের মূল্য 125 টাকা হলে ক্যানভাস বাবদ কত খরচ হবে?

৩২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, তাঁবুর উচ্চতা, $h = 8$ মিটার

এবং ভূমির ব্যাস $= 50$ মিটার

$\therefore$ ভূমির ব্যাসার্ধ, $r = \frac{50}{2} = 25$ মিটার



আমরা জানি,

হেলানো উচ্চতা, $\ell = \sqrt{h^2+r^2}$ একক

$= \sqrt{8^2+25^2}$ মি.

$= 26.25$ মি. (প্রায়) **(উত্তর)**

খ তাঁবুটি স্থাপন করতে তার তলের সমান ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট জায়গা লাগবে যা একটি বৃত্ত।

$\therefore$ তাঁবুটির তলের ক্ষেত্রফল $= \pi r^2$ বর্গ একক

$= 3.1416 \times 25^2$ বর্গ মিটার

$= 1963.50$ বর্গ মিটার (প্রায়)

$\therefore$ তাঁবুটি স্থাপন করতে 1963.50 বর্গ মিটার জায়গা প্রয়োজন।

আবার, তাঁবুটির ভেতরের শূন্যস্থানের পরিমাণ তাঁবুটির আয়তনের সমান।

আমরা জানি, তাঁবুটির আয়তন $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$ ঘন একক

$= \frac{1}{3} \times 3.1416 \times 25^2 \times 8$ ঘন মি.

$= 5236$ ঘন মিটার (প্রায়)

$\therefore$ তাঁবুটির শূন্যস্থানের পরিমাণ 5236 ঘন মিটার (প্রায়)।

গ আমরা জানি, তাঁবুটির পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল $= \pi r\ell$ বর্গ একক

$= 3.1416 \times 25 \times 26.25$ বর্গ মিটার ['ক' থেকে পাই]

$= 2061.675$ বর্গ মিটার (প্রায়)।

$\therefore$ প্রতি বর্গমিটার ক্যানভাসের মূল্য 125 টাকা হলে ক্যানভাস বাবদ খরচ = তাঁবুর পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল × প্রতি বর্গমিটার ক্যানভাসের মূল্য $= (2061.675 \times 125)$ টাকা

$= 257709.38$ টাকা (প্রায়)

মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত সৃজনশীল বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

★★★ ১৩.১ মৌলিক ধারণা | Text পৃষ্ঠা-২৭০

- বস্তুর দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা প্রত্যেকটিকে ঐ বস্তুর মাত্রা বলে।
- বিন্দুর দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা নেই।
- রেখার কেবলমাত্র দৈর্ঘ্য আছে তাই রেখা একমাত্রিক।
- তলের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ আছে তাই তল দ্বিমাত্রিক।
- যে বস্তুর দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা আছে, তাকে ঘনবস্তু বলা হয়। সুতরাং ঘনবস্তু ত্রিমাত্রিক।

১. **A এর মাত্রা কত?** (সহজ)
ⓚ শূন্য ⓛ এক ⓜ দুই ⓝ তিন — ক

২. A ———— B
চিত্রে AB কয় মাত্রা বিশিষ্ট? (সহজ) [বি কে জি সি সরকারী বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, হবিগঞ্জ; কাদিরাবাদ ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল, নাটোর; রাজশাহী গভঃ ল্যাবরেটরী হাই স্কুল, রাজশাহী]
ক শূন্য খ এক গ দুই ঘ তিন — খ

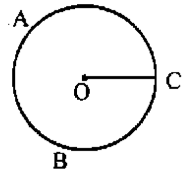
৩. **নিচের কোনটি দ্বিমাত্রিক?** (সহজ)
ক ফুটবল খ ইট গ রেখাংশ ঘ বইয়ের পৃষ্ঠা — ঘ

৪. **নিচের কোনটি ঘনবস্তু?** (সহজ)
ক বিন্দু খ মোজাইককৃত ঘরের মেঝে
গ ফুটবলের উপরি তল ঘ ইট — ঘ

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

৫. **A বিন্দু —**
i. শূন্য মাত্রিক।
ii. কে অবস্থানের প্রতিরূপ বলা যেতে পারে।
iii. এর দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা নেই।
নিচের কোনটি সঠিক ? (কঠিন)
ⓚ i ও ii ⓚ i ও iii ⓖ ii ও iii ⓘ i, ii ও iii **ঘ**

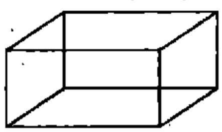
নিচের তথ্যের ভিত্তিতে (৬-৭)নং প্রশ্নের উত্তর দাও:



৬. **ABC বৃত্তের কেন্দ্র O কতমাত্রিক?** (সহজ)
[বীণাপাণি সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, গোপালগঞ্জ]
ⓚ শূন্য ⓚ এক ⓖ দুই ⓘ তিন **ক**

৭. **ABC বৃত্তের ব্যাসার্ধ কত মাত্রিক?** *(সহজ)*
ⓚ শূন্য ⓚ এক
ⓖ দুই ⓘ তিন **খ**

নিচের তথ্যের আলোকে (৮-১০) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:



৮. **উপরের চিত্রটি কী?**(সহজ)
ⓚ তল ⓚ ঘনবস্তু ⓖ রেখা ⓘ গোলক **খ**

৯. **চিত্রটি কয় মাত্রাবিশিষ্ট?**(সহজ)
ⓚ শূন্য ⓚ এক ⓖ দুই ⓘ তিন **ঘ**

১০. **চিত্রটির প্রত্যেক শীর্ষবিন্দুর মাত্রা কত?** (মধ্যম)
ⓚ শূন্য ⓚ এক ⓖ দুই ⓘ তিন **ক**

ব্যাখ্যা: প্রত্যেক বিন্দুর মাত্রা শূন্য।

★★ ১৩.২ কতিপয় প্রাথমিক সংজ্ঞা | Text পৃষ্ঠা-২৭০

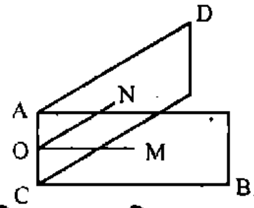
- কোনো তলের উপরস্থ যেকোনো দুইটি বিন্দুর সংযোজক সরলরেখা সম্পূর্ণরূপে ঐ তলের উপর অবস্থিত হলে, ঐ তলকে সমতল বলা হয়।
- যদি সংযোজক সরলরেখা সম্পূর্ণরূপে ঐ তলের উপর অবস্থিত না হয় তাহলে ঐ তলকে বক্রতল বলা হয়।
- দুইটি একতলীয় সরলরেখা যদি পরস্পর ছেদ না করে তবে তাদের সমান্তরাল সরলরেখা বলা হয়।
- কোন সরলরেখা একটি সমতলের সাথে সমান্তরাল বা লম্ব না হলে, ঐ সরলরেখাকে সমতলের তির্যক রেখা বলা হয়।
- কোনো সমতল একটি খাড়া সরলরেখার সাথে লম্ব হলে, তাকে শয়ান বা অনুভূমিক তল বলা হয়।

১১. **জ্যামিতিকভাবে নিচের কোনটি সমতলের উদাহরণ?** (সহজ)
ⓚ স্থির পুকুরের পানির উপরিভাগ
ⓚ ফুটবলের উপরিতল
ⓖ ছাতার উপরিভাগ
ⓘ কোণকের পৃষ্ঠতল **ক**

১২. **গোলকের পৃষ্ঠতল কীরূপ?** (সহজ)
ⓚ সমতলীয় ⓚ বক্রতলীয় ⓖ নৈকতলীয় ⓘ একতলীয় **খ**

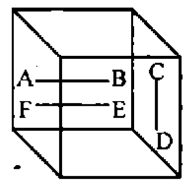
১৩. **কোনো সমতল একটি খাড়া রেখার সাথে লম্ব হলে, তাকে কী বলে?**(সহজ)
ⓚ শয়ান তল ⓚ উলম্ব তল ⓖ সমান্তরাল তল ⓘ তির্যকতল **ক**

১৪.



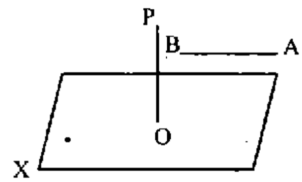
উপরের চিত্রে দ্বিতল কোণ কোনটি?(মধ্যম)
ⓚ ∠ACB ⓚ ∠AOC ⓖ ∠MON ⓘ ∠AON **গ**

১৫.



চিত্রে–
i. AB ও EF রেখা একতলীয় রেখা।
ii. AB ও CD রেখা নৈকতলীয় রেখা।
iii. AB ও FE সমান্তরাল সরলরেখা।
নিচের কোনটি সঠিক ? (মধ্যম)
ⓚ i ও ii ⓚ i ও iii ⓖ ii ও iii ⓘ i, ii ও iii **ঘ**

১৬.



উপরের চিত্রে —
i. AB আনুভূমিক সরলরেখা।
ii. X তলটি শয়ান তল।
iii. PO উলম্ব রেখা।
নিচের কোনটি সঠিক ?(সহজ)
ⓚ i ও ii ⓚ i ও iii ⓖ ii ও iii ⓘ i, ii ও iii **ঘ**

১৭. **নৈকতলীয় চতুর্ভুজের —**
i. বাহুগুলো একই সমতলে অবস্থিত।
ii. দুইটি সন্নিহিত বাহু একতলে অবস্থিত।
iii. বিপরীত বাহুদ্বয় নৈকতলীয়।
নিচের কোনটি সঠিক ? (মধ্যম)
ⓚ i ও ii ⓚ i ও iii ⓖ ii ও iii ⓘ i, ii ও iii **গ**

★★★ ১৩.৩ দুইটি সরলরেখার মধ্যে সম্পর্ক | Text পৃষ্ঠা-২৭৩

- দুইটি সরলরেখা একতলীয় হলে তারা অবশ্যই সমান্তরাল হবে বা যেকোন এক বিন্দুতে পরস্পর ছেদ করবে।
- দুইটি সরলরেখা নৈকতলীয় হলে তারা সমান্তরাল হবে না কিংবা কোন বিন্দুতে ছেদও করবে না।

১৮. **AB ও CD দুইটি সরলরেখা সমান্তরাল না হলে এবং পরস্পরকে ছেদ না করলে AB ও CD এর সম্পর্ক নিচের কোনটি?** (কঠিন)
ⓚ একতলীয় ⓚ নৈকতলীয় ⓖ অনুভূমিক ⓘ লম্ব অভিক্ষেপ **খ**

১৯. **AB ও CD সরলরেখা সমান্তরাল হলে তারা কীরূপ হয়?**(সহজ)
ⓚ একতলীয় ⓚ বক্রতলীয়
ⓖ সমতলীয় ⓘ নৈকতলীয় **ক**

২০. **AB ও CD সরলরেখা একতলীয় হয় যদি —**
i. AB || CD হয়।
ii. AB ও CD পরস্পর D বিন্দুতে ছেদ করে।
iii. AB ও CD এর মধ্যবর্তী একাধিক সাধারণ বিন্দু থাকে
নিচের কোনটি সঠিক ?(সহজ)
ⓚ i ও ii ⓚ i ও iii ⓖ ii ও iii ⓘ i, ii ও iii **ক**

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

২১. AB ও CD রেখা XY তলে স্থাপিত হলে–

i. AB ও CD সমান্তরাল হতে পারে।
ii. AB ও CD পরস্পরকে ছেদ করতে পারে।
iii. AB ও CD নৈকতলীয় রেখা।

নিচের কোনটি সঠিক ? (মধ্যম)

ⓚ i ও ii ⓚ i ও iii ⓖ ii ও iii ⓖ i, ii ও iii **ক**

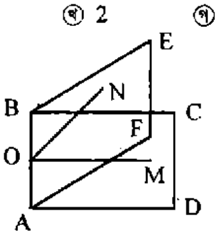
★★ ১৩.৪ স্বতঃসিদ্ধ | Text পৃষ্ঠা-২৭৩

- একটি সরলরেখা ও একটি সমতলের মধ্যে দুইটি সাধারণ বিন্দু থাকলে, ঐ সরলরেখা বরাবর তাদের মধ্যে অসংখ্য সাধারণ বিন্দু থাকবে।
- দুইটি নির্দিষ্ট বিন্দু বা একটি সরলরেখার মধ্য দিয়ে অসংখ্য সমতল অঙ্কন করা যায়।

২২. একটি সরলরেখায় কয়টি সমতল অঙ্কন করা যায়?(সহজ)

ⓚ 1 ⓚ 2 ⓖ 3 ⓖ অসংখ্য **ঘ**

২৩.



চিত্রে–

i. ∠MON দ্বিতল কোণ।
ii. ABCD ও ABEF সমতলদ্বয়ের মধ্যে অসংখ্য সাধারণ বিন্দু রয়েছে।
iii. ABEF তলে OM রেখার একমাত্র সাধারণ বিন্দু O

নিচের কোনটি সঠিক ? (মধ্যম)

ⓚ i ও ii ⓚ i ও iii ⓖ ii ও iii ⓖ i, ii ও iii **ঘ**

★★★ ১৩.৫ সরলরেখা ও সমতলের মধ্যে সম্পর্ক | Text পৃষ্ঠা-২৭৩

- একটি সরলরেখা একটি সমতলের সঙ্গে সমান্তরাল হলে এদের মধ্যে কোন সাধারণ বিন্দু থাকে না।
- যদি সরলরেখা সমতলকে ছেদ করে, তাহলে মাত্র একটি সাধারণ বিন্দু থাকবে।
- যদি দুইটি সাধারণ বিন্দু থাকে, তাহলে সম্পূর্ণ সরলরেখাটি ঐ সমতলে অবস্থিত হবে।

২৪. কোন শর্তে AB সরলরেখা ও CD সমতলের মধ্যে কোনো সাধারন বিন্দু থাকবে না?(সহজ)

ⓚ AB ⊥ CD ⓚ AB + CD = 0
ⓖ AB || CD ⓖ AB = CD **গ**

২৫. যদি কোনো সরলরেখা EF এর দুইটি সাধারণ বিন্দু যেকোনো তল XY- এর মধ্যে অবস্থিত হয় তাহলে সরলরেখাটির কত অংশ XY তলের মধ্যে থাকবে? (মধ্যম)

ⓚ এক-চতুর্থাংশ ⓚ এক-তৃতীয়াংশ
ⓖ অর্ধেক ⓖ সম্পূর্ণ অংশ **ঘ**

২৬. AB সরলরেখা ও CD সমতল হলে —

i. AB || CD হলে, একটি সাধারন বিন্দু থাকে।
ii. AB ও CD পরস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করলে O সাধারণ বিন্দু।
iii. AB, CD সমতলে অবস্থিত হলে, দুইটি সাধারণ বিন্দু থাকে।

নিচের কোনটি সঠিক ? (মধ্যম)

ⓚ i ও ii ⓚ i ও iii ⓖ ii ও iii ⓖ i, ii ও iii **গ**

★★ ১৩.৬ দুইটি সমতলের মধ্যে সম্পর্ক | Text পৃষ্ঠা-২৭৩

- দুইটি সমতল পরস্পর সমান্তরাল হলে তাদের মধ্যে কোনো সাধারণ বিন্দু থাকবে না।
- দুইটি সমতল পরস্পরছেদী হলে তারা একটি সরলরেখায় ছেদ করবে এবং তাদের অসংখ্য সাধারণ বিন্দু থাকবে।

২৭. যেকোনো দুইটি সমতল XY ও ZW পরস্পরচ্ছেদী হলে তাদের মধ্যে কতটি সাধারণ বিন্দু থাকবে? (মধ্যম)

ⓚ এক ⓚ দুই ⓖ চার ⓖ অসংখ্য **ঘ**

২৮. AB ও XY সমতল হলে —

i. কোনো সাধারন বিন্দু নেই যদি AB || XY হয়।
ii. তারা একটি সরলরেখায় ছেদ করে যদি AB ও XY পরস্পরছেদী হয়।
iii. তাদের অসংখ্য সাধারণ বিন্দু থাকে যদি AB ও XY পরস্পরছেদী।

নিচের কোনটি সঠিক ? (মধ্যম)

ⓚ i ও ii ⓚ i ও iii ⓖ ii ও iii ⓖ i, ii ও iii **ঘ**

★★★ ১৩.৭ ঘনবস্তু | Text পৃষ্ঠা-২৭৪

- সমতল বা বক্রতল দ্বারা বেষ্টিত শূন্যের কিছুটা স্থান দখল করে থাকে এরূপ বস্তুকে ঘনবস্তু বলা হয়।
- দুটি সমতল যে রেখায় ছেদ করে, তাকে ঐ ঘনবস্তুর ধার বলা হয়।

২৯. সমতল বা বক্রতল দ্বারা বেষ্টিত শূন্যের কিছুটা স্থান দখল করে থাকলে তাকে কি বলে? (সহজ) [সরকারি জুবিলী স্কুল, পটুয়াখালী; সরকারি অগ্রগামী বালিকা উচ্চ বিদ্যালয় ও কলেজ, সিলেট]

ⓚ ঘনক ⓚ কোণক ⓖ গোলক ⓖ ঘনবস্তু **ঘ**

৩০. জাগতিক কোনো স্থানকে বেষ্টন করতে হলে অন্তত কয়টি সমতল দরকার? (সহজ)

ⓚ 1 ⓚ 2 ⓖ 3 ⓖ 4 **ঘ**

৩১. একটি ইটের ধার সংখ্যা তার পৃষ্ঠতল সংখ্যার কত গুণ? (মধ্যম) [বাগেরহাট সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, বাগেরহাট]

ⓚ 2 ⓚ 3 ⓖ 4 ⓖ 5 **ক**

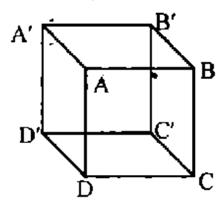
৩২. একটি ঘনবস্তু —

i. এর ৬টি পৃষ্ঠতল আছে।
ii. এর ১২টি ধার আছে।
iii. সমতল অথবা বক্রতল দ্বারা বেষ্টিত।

নিচের কোনটি সঠিক ? (সহজ)

ⓚ i ও ii ⓚ i ও iii ⓖ ii ও iii ⓖ i, ii ও iii **ঘ**

নিচের চিত্রের ভিত্তিতে (৩৩–৩৪) নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



৩৩. চিত্রে কতটি তল আছে? (সহজ)

ⓚ 4 ⓚ 6 ⓖ 8 ⓖ 10 **খ**

৩৪. চিত্রে কতটি ধার আছে? (সহজ) [বরগুনা জিলা স্কুল, বরগুনা]

ⓚ 6 ⓚ 8 ⓖ 10 ⓖ 12 **ঘ**

★★★ ১৩.৮ সুষম ঘনবস্তুর আয়তন ও তলের ক্ষেত্রফল | Text পৃষ্ঠা-২৭৪

- আয়তাকার ঘনবস্তুর দৈর্ঘ্য a, প্রস্থ b, উচ্চতা c হলে আয়তাকার ঘনবস্তুর সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল = 2(ab + bc + ca) বর্গ একক।
- আয়তন = abc ঘন একক।
- কর্ণ = $\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$ একক।
- ঘনকের দৈর্ঘ্য = প্রস্থ = উচ্চতা = a একক হলে সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল = $6a^2$ বর্গ একক।
- আয়তন = a^3 ঘন একক।
- কর্ণ = $a\sqrt{3}$ একক।
- সমবৃত্তভূমিক সিলিন্ডারের বা বেলনের ভূমির ব্যাসার্ধ r এবং উচ্চতা h হলে।
- বক্রতলের ক্ষেত্রফল = 2πrh বর্গ একক।

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

- সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল = $2\pi r(r + h)$ বর্গ একক।
- আয়তন = $\pi r^2 h$ ঘন একক।
- সমবৃত্তভূমিক কোণকের উচ্চতা l, ভূমির ব্যাসার্ধ r এবং হেলানো উচ্চতা l হলে–
- বক্রতলের ক্ষেত্রফল = πrl বর্গ একক।
- সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল = $\pi r(r + l)$ বর্গ একক।
- আয়তন = $\frac{1}{3}\pi r^2 h$ ঘন একক।
- গোলকের ব্যাসার্ধ r হলে–
- গোলকের তলের ক্ষেত্রফল = $4\pi r^2$ বর্গ একক।
- আয়তন = $\frac{4}{3}\pi r^3$ ঘন একক।
- h উচ্চতায় তলচ্ছেদে উৎপন্ন বৃত্তের ব্যাসার্ধ = $\sqrt{r^2 - h^2}$ একক।
- প্রিজমের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল
  = 2 (ভূমির ক্ষেত্রফল) + পার্শ্বতলগুলোর ক্ষেত্রফল।
  = 2 (ভূমির ক্ষেত্রফল) + ভূমির পরিসীমা × উচ্চতা।
  এবং আয়তন = ভূমির ক্ষেত্রফল × উচ্চতা।
- পিরামিডের উচ্চতা h, ভূমিক্ষেত্রের অন্তর্বৃত্তের ব্যাসার্ধ r এবং হেলানো উচ্চতা l হলে $l = \sqrt{h^2 + r^2}$
  পিরামিডের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল = ভূমির ক্ষেত্রফল + পার্শ্বতলগুলোর ক্ষেত্রফল কিন্তু পার্শ্বতলগুলো সর্বসম ত্রিভুজ হলে, পিরামিডের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল = ভূমির ক্ষেত্রফল + $\frac{1}{2}$ (ভূমির পরিধি × হেলানো উচ্চতা)
- আয়তন = $\frac{1}{3}$ × ভূমির ক্ষেত্রফল × উচ্চতা।
- ক্যাপসুলের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল = $2 \times \frac{1}{2} \times 4\pi r^2 + 2\pi rl$; r ও l যথাক্রমে সিলিন্ডার আকৃতির অংশের ব্যাসার্ধ ও দৈর্ঘ্য) এবং আয়তন = $2 \times \frac{1}{2} \times \frac{4}{3}\pi r^3 + \pi r^2 l$

৩৫. একটি আয়তাকার ঘনবস্তুর কয়টি তল থাকে? (সহজ) [বিদ্যাময়ী গভঃ গার্লস হাই স্কুল, ময়মনসিংহ; মোহাম্মদপুর প্রিপারেটরী উচ্চ মাধ্যমিক (বালিকা) বিদ্যালয়, ঢাকা]

(ক) 2 (খ) 4 (গ) 6 (ঘ) 8 — (গ)

৩৬. ABCD সামান্তরিক ঘনবস্তু কয়টি সমান্তরাল সমতল দ্বারা আবদ্ধ? (সহজ)

(ক) 2 (খ) 4 (গ) 6 (ঘ) 8 — (গ)

৩৭. কোনো আয়তাকার ঘনবস্তুর মাত্রাগুলো একক 5 একক, 4 একক ও 3 একক হলে এর সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক? (মধ্যম)

(ক) 25 (খ) 49 (গ) 94 (ঘ) 152 — (গ)

ব্যাখ্যা: সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল = $2(ab + bc + ca)$
$= 2(5.4 + 4.3 + 5.3) = 94$

৩৮. কোনো আয়তাকার ঘনবস্তুর মাত্রাগুলো যথাক্রমে 12 একক, 9 একক ও 6 একক হলে ইহার কর্ণের দৈর্ঘ্য কত? (মধ্যম) [সরকারী জুবিলী উচ্চ বিদ্যালয়, সুনামগঞ্জ; কুমিল্লা জিল্লা স্কুল, কুমিল্লা; শহীদ বীর উত্তম লেঃ আনোয়ার গার্লস কলেজ, ঢাকা]

(ক) 16.16 (খ) 16.61 (গ) 61.16 (ঘ) 61.61 — (ক)

ব্যাখ্যা: কর্ণের দৈর্ঘ্য $= \sqrt{a^2 + b^2 + c^2} = \sqrt{(12)^2 + (9)^2 + (6)^2}$
$= 16.16$

৩৯. একটি আয়তাকার ঘনবস্তুর পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল 198 বর্গমিটার। এর মাত্রাগুলোর অনুপাত 3 : 2 : 1 হলে আয়তন কত ঘনমিটার? (কঠিন)

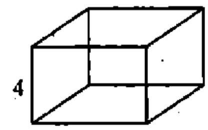
(ক) 150 (খ) 158 (গ) 160 (ঘ) 162 — (ঘ)

ব্যাখ্যা: মনে করি, মাত্রাগুলো যথাক্রমে 3x, 2x ও x মি.
প্রশ্নমতে,
$2(3x \times 2x + 2x \times x + x \times 3x) = 198$
বা, $22x^2 = 198$
বা, $x^2 = 9 \therefore x = 3$
আয়তন $= 3x \times 2x \times x = 6x^3 = 6(3)^3 = 162$ ঘ.মি.

৪০. কোনো ঘনকের একটি বাহু a হলে ঘনকের কর্ণ কোনটি? (সহজ) [বাগেরহাট সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়]; [বাগেরহাট সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, বাগেরহাট; বরগুনা জিলা স্কুল, বরগুনা; শহীদ বীর উত্তম লেঃ আনোয়ার গার্লস কলেজ, ঢাকা]

(ক) $\sqrt{2}a$ (খ) $6a^2$ (গ) $\sqrt{3}a$ (ঘ) $a^2\sqrt{3}$ — (গ)

৪১.



উপরের ঘনকের কর্ণের দৈর্ঘ্য কত? (সহজ)

(ক) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ (খ) $\frac{4}{\sqrt{3}}$ (গ) $4\sqrt{3}$ (ঘ) 4 — (গ)

৪২. ঘনকের ধার 3 একক হলে সমগ্র তলের ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক? (সহজ) [সরকারি মুসলিম উচ্চ বিদ্যালয়, চট্টগ্রাম; চট্টগ্রাম সিটি কর্পোরেশন আন্তঃবিদ্যালয়; মতিঝিল মডেল স্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা]

(ক) $3\sqrt{3}$ (খ) 12 (গ) 36 (ঘ) 54 — (ঘ)

ব্যাখ্যা: ঘনকের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল = $6a^2$ বর্গ একক
$= 6 \times 3^2 = 54$ বর্গ একক

৪৩. ঘনকের ধার 3 একক হলে কর্ণের দৈর্ঘ্য নিচের কোনটি নির্দেশ করে? (সহজ) [মোহাম্মদপুর প্রিপারেটরী উচ্চ মাধ্যমিক (বালিকা) বিদ্যালয়, ঢাকা; যশোর সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়]

(ক) $3\sqrt{3}$ (খ) $4\sqrt{3}$ (গ) 12 (ঘ) 54 — (ক)

ব্যাখ্যা: ঘনকের কর্ণের দৈর্ঘ্য $= \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$
$= \sqrt{3^2 + 3^2 + 3^2}$ [$\because a = b = c$]
$= \sqrt{3.3^2} = 3\sqrt{3}$

৪৪. কোনো ঘনকের পৃষ্ঠতলের কর্ণের দৈর্ঘ্য $6\sqrt{2}$ সে.মি. হলে ধার কত সে.মি.? (সহজ) [সরকারি জুবিলী স্কুল, পটুয়াখালী; রাজউক উত্তরা মডেল কলেজ, ঢাকা]; [ভি. জে সরকারি মাধ্যমিক বিদ্যালয়, চুয়াডাঙ্গা]

(ক) 6 (খ) 12 (গ) 16 (ঘ) 18 — (ক)

ব্যাখ্যা: ঘনকের পৃষ্ঠতলের কর্ণের দৈর্ঘ্য = $a\sqrt{2}$
$\therefore a\sqrt{2} = 6\sqrt{2} \therefore a = 6 \therefore$ ঘনকের ধার = 6 সে.মি.

৪৫. কোনো ঘনকের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল 121.5 বর্গ একক হলে, এর এক ধারের দৈর্ঘ্য কত একক? (মধ্যম) [সরকারী পি. এন বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, রাজশাহী]

(ক) 3.5 (খ) 4 (গ) 4.25 (ঘ) 4.5 — (ঘ)

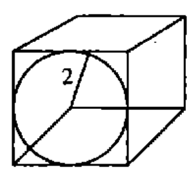
ব্যাখ্যা: $6a^2 = 121.5$ বা, $a^2 = 20.25 \therefore a = 4.5$

৪৬. কোনো ঘনকের কর্ণের দৈর্ঘ্য $10\sqrt{3}$ হলে ঘনকের আয়তন কত? (মধ্যম) [আই.টি.ই.টি সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, নারায়ণগঞ্জ]

(ক) 10 (খ) 20 (গ) 100 (ঘ) 1000 — (ঘ)

ব্যাখ্যা: $a\sqrt{3} = 10\sqrt{3} \therefore a = 10$ আয়তন $= 10^3 = 1000$

৪৭.



ঘনকটিতে একটি গোলক সম্পূর্ণরূপে এঁটে গেলে ঘনকটির একটি ধার কত? (সহজ)

(ক) 2 (খ) 3 (গ) 4 (ঘ) 5 — (গ)

ব্যাখ্যা: বৃত্তের ব্যাস = ঘনকের এক ধার
r = 2, বৃত্তের ব্যাস = 2 × 2 = 4

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

৪৮. একটি পঞ্চভুজাকার খাড়া সুষম প্রিজম সুষম প্রিজম হবে নিচের কোন শর্তের আলোকে? (মধ্যম)
ক পার্শ্বতল আয়তকার হলে
খ পার্শ্বতল পঞ্চভুজাকার হলে
গ পঞ্চভুজটি সুষম হলে
ঘ পঞ্চভুজের চারটি বাহু পার্শ্বতলের সমান হলে (গ)

ব্যাখ্যা: ভূমি সুষম বহুভুজ হলে প্রিজমকে সুষম প্রিজম বলে। প্রিজমের নামকরণ ভূমি তলের নামের উপর নির্ভর করে করা হয়।

৪৯. আয়তাকার ঘনবস্তু কী ধরনের প্রিজম? (মধ্যম) [সরকারি মুসলিম উচ্চ বিদ্যালয়, চট্টগ্রাম; কাদিরাবাদ ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল, নাটোর]
ক ত্রিভুজাকার প্রিজম খ তীর্যক প্রিজম
গ বিষম প্রিজম ঘ সুষম প্রিজম (গ)

৫০. একটি প্রিজমের ভূমির ক্ষেত্রফল 6 বর্গ সে.মি. এবং উচ্চতা 8 সে.মি. হলে প্রিজমটির আয়তন কত ঘন সে.মি.? (সহজ)
ক 24 খ 48 গ 12 ঘ 72 (খ)

ব্যাখ্যা: প্রিজমটির আয়তন = ভূমির ক্ষেত্রফল × উচ্চতা
= 6 × 8 ঘন সে.মি. = 48 ঘন সে.মি.

৫১. কোনো সুষম ষড়ভুজাকার প্রিজমের উচ্চতা 5 সে.মি. ও বাহুর দৈর্ঘ্য 4 সে.মি. হলে, পার্শ্বতলগুলির ক্ষেত্রফল কত বর্গ সে.মি.? (মধ্যম)
ক 9 খ 20 গ 80 ঘ 120 (ঘ)

ব্যাখ্যা: পার্শ্বতলগুলির ক্ষেত্রফল $= 6 \times a \times h$
$= 6 \times 4 \times 5 = 120$

৫২. কোনো চতুর্ভুজাকার প্রিজমের ভূমির ক্ষেত্রফল 25 বর্গ সে.মি. হলে, প্রিজমটি কীরূপ ভূমির উপর অবস্থিত? (মধ্যম)
ক ত্রিভুজাকার খ আয়তাকার গ বর্গাকার ঘ সমান (গ)

ব্যাখ্যা: চতুর্ভুজাকার প্রিজমের ভূমির ক্ষেত্রফল $= 25 = (5)^2$
প্রত্যেক ভূমির দৈর্ঘ্য 5 সে.মি.।

৫৩. সুষম চতুস্তলকের সমবাহু ত্রিভুজ কয়টি? (সহজ) [সরকারি মুসলিম উচ্চ বিদ্যালয়, চট্টগ্রাম; সরকারি জুবিলী স্কুল, পটুয়াখালী]
ক তিনটি খ চারটি গ দুইটি ঘ ছয়টি (খ)

৫৪. পিরামিডের শীর্ষবিন্দু ও ভূমির যেকোনো কৌণিক বিন্দুর সংযোজক রেখাকে কী বলে? (সহজ)
ক ধার খ লম্ব গ অতিভুজ ঘ পার্শ্বতল (ক)

৫৫. 10 সে.মি. বাহুবিশিষ্ট বর্গাকার ভূমির উপর অবস্থিত একটি পিরামিডের উচ্চতা 12 সে.মি.। পিরামিডের আয়তন কত ঘন সে.মি.? (মধ্যম)
ক 100 খ 250 গ 300 ঘ 400 (ঘ)

ব্যাখ্যা: আয়তন $= \frac{1}{3} \times (10 \times 10) \times 12 = 400$ ঘন সে.মি.।

৫৬. 6 সে.মি. বাহুবিশিষ্ট সুষম ষড়ভুজের উপর অবস্থিত একটি পিরামিডের উচ্চতা 10 সে.মি. হলে ভূমির পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল কত বর্গ সে.মি.? (মধ্যম)
ক 33.53 খ 53.63 গ 63.75 ঘ 93.53 (ঘ)

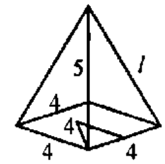
ব্যাখ্যা: ভূমির পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল $= 6 \times \frac{\sqrt{3}}{4}(6)^2 = 93.53$

৫৭. 10 সে.মি. উচ্চতা বিশিষ্ট একটি পিরামিডের আয়তন 311.77 ঘন সে.মি. হলে ভূমির ক্ষেত্রফল কত বর্গ সে.মি.? (মধ্যম)
ক 53.63 খ 77.57 গ 90.56 ঘ 93.53 (ঘ)

ব্যাখ্যা: আয়তন $= \frac{1}{3} \times$ ভূমির ক্ষেত্রফল × উচ্চতা

বা, ভূমির ক্ষেত্রফল $= \frac{3 \times \text{আয়তন}}{\text{উচ্চতা}} = \frac{3 \times 311.77}{10} = 93.53$

৫৮. পাশের চিত্রে ℓ = কত সে.মি.? (কঠিন)



ক 3.464 খ 5.05
গ 6.083 ঘ 6.50 (গ)

ব্যাখ্যা: $r = \sqrt{4^2 - 2^2} = \sqrt{12}$
$\ell = \sqrt{h^2 + r^2} = \sqrt{5^2 + (\sqrt{12})^2} = 6.083$

৫৯. 10 সে.মি. বাহুবিশিষ্ট বর্গাকার ভূমি বিশিষ্ট পিরামিডের উচ্চতা 10 সে.মি. হলে পিরামিডের হেলানো উচ্চতা কত? (মধ্যম)
ক $10\sqrt{10}$ খ $5\sqrt{5}$ গ $6\sqrt{6}$ ঘ $3\sqrt{3}$ (খ)

ব্যাখ্যা: পিরামিডের ভূমির কেন্দ্র থেকে যেকোনো বাহুর লম্ব দূরত্ব,
$r = \frac{10}{2} = 5$ সে.মি.

∴ হেলানো উচ্চতা, $\ell = \sqrt{h^2 + r^2} = \sqrt{10^2 + 5^2} = 5\sqrt{5}$ সে.মি.

৬০. একটি কোণকের ভূমির ব্যাসার্ধ 2 একক ও উচ্চতা 4 একক হলে কোণকের আয়তন কত ঘন একক? (মধ্যম)
ক 10.56 খ 12.20 গ 16.76 ঘ 17.12 (গ)

ব্যাখ্যা: আয়তন $= \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3} \times 3.1416 \times (2)^2 \times 4$ ঘন একক
$= 16.76$ ঘন একক

৬১. একটি সমবৃত্তভূমিক কোণকের উচ্চতা 12 সে.মি. ও ভূমির ব্যাসার্ধ 10 সে.মি. বক্রতলের ক্ষেত্রফল কত বর্গ সে.মি.? (মধ্যম)
ক 409.73 খ 490.37 গ 490.73 ঘ 491.73 (গ)

ব্যাখ্যা: বক্রতলের ক্ষেত্রফল $= \pi r l = \pi r\sqrt{r^2 + h^2}$
$= \pi \times 10\sqrt{10^2 + 12^2} = 490.73$

৬২. একটি সমবৃত্তভূমিক কোণকের উচ্চতা 14 সে.মি. এবং ভূমির ব্যাস 12 সে.মি. হলে হেলানো উচ্চতা কত সে.মি.? (মধ্যম) [রাজশাহী কলেজিয়েট স্কুল, রাজশাহী]
ক 12 খ 13.45 গ 15.23 ঘ 16.12 (গ)

ব্যাখ্যা: হেলানো উচ্চতা $\ell = \sqrt{h^2 + r^2}$
$= \sqrt{(14)^2 + (6)^2}$ $[r = \frac{12}{2} = 6]$
$= \sqrt{232} = 15.23$

৬৩. সমবৃত্তভূমিক কোণকের উচ্চতা 12 সে.মি. এবং ভূমির ব্যাস 10 সে.মি. হলে এর হেলানো উচ্চতা কত সে.মি.? (সহজ) [শহীদ বীর উত্তম লে: আনোয়ার গার্লস কলেজ, ঢাকা; মতিঝিল মডেল স্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা; যশোর সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, যশোর]
ক 11 খ 12 গ 13 ঘ 22 (গ)

ব্যাখ্যা: $h = 12$, $r = \frac{10}{2} = 5$
∴ $\ell = \sqrt{h^2 + r^2} = \sqrt{12^2 + 5^2} = 13$ সে.মি.

৬৪. কোনো সমবৃত্তভূমিক কোণকের উচ্চতা ব্যাসার্ধের তিনগুণ এবং ভূমির ব্যাস 10 সে.মি. হলে এর সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল কত বর্গ সে.মি.? $[\pi = 3.1416]$ (কঠিন) [বরগুনা জিলা স্কুল, বরগুনা]
ক 248.34 খ 326.88 গ 556.12 ঘ 880.52 (খ)

ব্যাখ্যা: এখানে, $h = 3 \times \frac{10}{2} = 15$ সে.মি., $r = 5$ সে.মি.
∴ $\ell = \sqrt{h^2 + r^2} = \sqrt{15^2 + 5^2} = \sqrt{250} = 15.81$
∴ ক্ষেত্রফল $= \pi r(\ell + r) = \pi \times 5\,(15.81 + 5)$
$= 5\pi \times 20.81 = 326.88$ বর্গ সে.মি.

৬৫. একটি সমবৃত্তভূমিক কোণকের ভূমির ব্যাসার্ধ r, উচ্চতা h এবং অর্ধশীর্ষ কোণ α হলে এর আয়তন কত? (কঠিন) [যশোর জিলা স্কুল, যশোর; ভি. জে সরকারি মাধ্যমিক বিদ্যালয়, চুয়াডাঙ্গা]
ক $\frac{1}{3}\pi H \tan^3\alpha$ খ $\frac{1}{3}\pi r^3 \tan\alpha$
গ $\pi h^3 \tan^3\alpha$ ঘ $\frac{1}{3}\pi\frac{r^3}{\tan\alpha}$ (ঘ)

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

৬৬. একটি সমবৃত্তভূমিক কোণকের আয়তন 30 ঘন একক হলে একই ভূমি ও একই উচ্চতা বিশিষ্ট একটি সিলিন্ডারের আয়তন কত ঘন একক? (মধ্যম)

ক 15 খ 30 গ 60 ঘ 90 **ঘ**

ব্যাখ্যা: সিলিন্ডারের আয়তন $= \pi r^2 h$ ঘন একক

$= 3 \times \frac{1}{3} \pi r^2 h$ ঘন একক $= 3 \times$ কোণকের আয়তন

$= 3 \times 30$ ঘন একক $= 90$ ঘন একক

৬৭. নিচের কোনটি কোণকের আয়তন নির্দেশ করে? (সহজ) [অন্নদা সরকারী উচ্চ বিদ্যালয়, ব্রাহ্মণবাড়ীয়া]; [ভি. জে সরকারি মাধ্যমিক বিদ্যালয়, চুয়াডাঙ্গা]; [এ কে উচ্চ বিদ্যালয়, দনিয়া, ঢাকা]

ক $\frac{1}{3}\pi r^2 h$ ঘন একক খ $\pi r^2 h$ ঘন একক

গ $\frac{4}{3}\pi r^3$ ঘন একক ঘ $\pi r(1 + r)$ ঘন একক **ক**

৬৮. কোনো গোলকের ব্যাসার্ধ r হলে, গোলকের পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল কোনটি? (সহজ) [যশোর জিলা স্কুল, যশোর; অন্নদা সরকারী উচ্চ বিদ্যালয়, ব্রাহ্মণবাড়ীয়া; সরকারি অগ্রগামী বালিকা উচ্চ বিদ্যালয় ও কলেজ, সিলেট; মতিঝিল মডেল স্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা; সরকারী জুবিলী উচ্চ বিদ্যালয়, সুনামগঞ্জ]

ক πr^2 খ $2\pi rh$ গ $4\pi r^2$ ঘ $\frac{4}{3}\pi r^3$ **গ**

৬৯. কোনো বৃত্তের ব্যাসার্ধ 3 হলে গোলকের আয়তন কত? (মধ্যম)

ক $\frac{4}{3}\pi$ খ 20π গ 27π ঘ 36π **ঘ**

ব্যাখ্যা: আয়তন $= \frac{4}{3} \times \pi(3)^3 = 36\pi$.

৭০. সমান উচ্চতাবিশিষ্ট একটি সমবৃত্তভূমিক কোণক, একটি অর্ধ গোলক ও একটি সিলিন্ডার সমান সমান ভূমির উপর অবস্থিত হলে তাদের আয়তনের অনুপাত কত? (কঠিন)

ক 3 : 2 : 1 খ 1 : 2 : 3 গ 1 : 3 : 2 ঘ 3 : 1 : 2 **খ**

ব্যাখ্যা: সাধারণ উচ্চতা ও ভূমির ব্যাসার্ধ যথাক্রমে h এবং r একক হলে $h = r$

কোনকের আয়তন $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$ ঘন একক $= \frac{1}{3}\pi r^3$ ঘন একক।

অর্ধগোলকের আয়তন $= \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3}\pi r^3$ ঘন একক $= \frac{2}{3}\pi r^3$ ঘন একক।

এবং সিলিন্ডারের আয়তন $= \pi r^2 h$ ঘন একক $= \pi r^2 . r$ ঘন একক

$= \pi r^3$ ঘন একক।

$\therefore$ অনুপাত $= \frac{1}{3}\pi r^3 : \frac{2}{3}\pi r^3 : \pi r^3 = 1 : 2 : 3$

৭১. 3 সে.মি. ব্যাসার্ধবিশিষ্ট গোলকের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল কত? (সহজ) [সরকারী পি. এন বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, রাজশাহী]

ক 9π খ 18π গ 27π ঘ 36π **ঘ**

ব্যাখ্যা: গোলকের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল $= 4\pi r^2 = 4 \times \pi \times 3^2$

$= 36\pi$ বর্গ সে.মি.।

৭২. গোলকের h উচ্চতায় তলচ্ছেদে উৎপন্ন বৃত্তের ব্যাসার্ধ কত? (মধ্যম) [কুমিল্লা জিলা স্কুল, কুমিল্লা; জামালপুর সরকারী বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, জামালপুর]

ক $\sqrt{r - h}$ খ $\sqrt{r^2 + h^2}$

গ $\sqrt{(r + h)(r - h)}$ ঘ $r^2 - h^2$ **গ**

ব্যাখ্যা: গোলকের h উচ্চতায় তলচ্ছেদে উৎপন্ন বৃত্তের ব্যাসার্ধ

$= \sqrt{r^2 - h^2} = \sqrt{(r + h)(r - h)}$

৭৩. একটি লোহার নিরেট গোলকের ব্যাসার্ধ 6 সে.মি.। এর লোহা থেকে 72π ঘন সে.মি. আয়তনের কয়টি নিরেট সিলিন্ডার প্রস্তুত করা যাবে? (কঠিন)

ক 4 খ 6 গ 8 ঘ 10 **ক**

ব্যাখ্যা: গোলকের আয়তন $= \frac{4}{3}\pi . 6^3$

n সংখ্যক সিলিন্ডার প্রস্তুত করা গেলে,

n সংখ্যক সিলিন্ডারের আয়তন $= 72n\pi$.

শর্তমতে, $72n\pi = \frac{4}{3}\pi 6^3$ বা, $72n = \frac{4 \times 6^3}{3}$

বা, $n = \frac{4 \times 6 \times 6 \times 6}{3 \times 72}$ $\therefore n = 4$

$\therefore$ 4টি সিলিন্ডার প্রস্তুত করা যাবে।

৭৪. একটি গোলক ও বৃত্তাকার পাতের আয়তন যথাক্রমে $\frac{32\pi}{3}$ এবং $\frac{2}{3}\pi r^2$ এবং আয়তনদ্বয় সমান হলে, r এর মান কত? (মধ্যম)

ক 2 খ 3 গ 4 ঘ 5 **গ**

ব্যাখ্যা: $\frac{2}{3}\pi r^2 = \frac{32}{3}$ বা, $r^2 = 16$ $\therefore r = 4$

৭৫. অর্ধ গোলকের আয়তন = কত? (সহজ) [অগ্রণী গার্লস্ স্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা]

ক $\frac{4}{3}\pi r^3$ খ $\frac{2}{3}\pi r^3$ গ $\frac{1}{3}\pi r^3$ ঘ $4\pi r^2$ **খ**

৭৬. 4096 ঘন সে.মি. আয়তনের একটি গোলক 8টি ঘনকের আয়তনের সমান হলে, প্রতিটি ঘনকের ধার কত? (সহজ)

ক 5 খ 6 গ 8 ঘ 10 **গ**

ব্যাখ্যা: $8a^3 = 4096$ বা, $a^3 = 512$ $\therefore a = 8$.

৭৭. সমান উচ্চতাবিশিষ্ট একটি অর্ধগোলক ও একটি সিলিন্ডারের আয়তনের অনুপাত কত? (কঠিন)

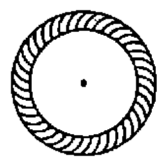
ক 1 : 3 খ 3 : 2 গ 2 : 3 ঘ 1 : 2 **গ**

ব্যাখ্যা: অর্ধগোলকের আয়তন $= \frac{1}{2} \times \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{2}{3}\pi r^3$

ও সিলিন্ডারের আয়তন $= \pi r^2 . r = \pi r^3$ [যেহেতু $h = r$]

$\therefore$ অনুপাত $= \frac{\frac{2}{3}\pi r^3}{\pi r^3} = 2 : 3$

৭৮.



বাইরের ও ভিতরের বৃত্তের আয়তন যথাক্রমে $\frac{500\pi}{3}$ এবং 36π হলে গাঢ় চিহ্নিত অঞ্চলের আয়তন কত? (মধ্যম)

ক $\frac{392\pi}{3}$ খ $\frac{608\pi}{3}$ গ $\frac{250\pi}{3}$ ঘ 150π **ক**

ব্যাখ্যা: আয়তন $= \left(\frac{500\pi}{3} - 36\pi\right) = \frac{500\pi - 108\pi}{3} = \frac{392\pi}{3}$

৭৯. একটি গাভীকে রশি দিয়ে এমনভাবে বাঁধা হলো যেন গাভীটি 154 বর্গমিটার বৃত্তাকার মাঠের ঘাস খেতে পারে। মাঠটির পরিসীমা কত মিটার? (মধ্যম)

ক 2π খ 7π গ 14π ঘ 49π **গ**

ব্যাখ্যা: এখানে, $\pi r^2 = 154$ বর্গমিটার।

বা, $\frac{22}{7} . r^2 = 154$ বা, $r^2 = \frac{154 \times 7}{22} = 49$ $\therefore r = 7$

$\therefore$ মাঠের পরিসীমা $= 2\pi r = 2\pi . 7 = 14\pi$

৮০. 36π আয়তনের একটি ধাতব কঠিন গোলককে গলিয়ে 9πh আয়তনের একটি সমবৃত্তভূমিক সিলিন্ডার আকৃতির দন্ডে পরিণত করা হল। দন্ডটির দৈর্ঘ্য কত? (মধ্যম)

ক 3 খ 4 গ 9 ঘ 10 **খ**

ব্যাখ্যা: প্রশ্নমতে, $9\pi h = 36\pi$ $\therefore$ উচ্চতা, $h = 4$

৮১. কয়টি ঘনবস্তুর সমন্বয়ে ক্যাপসুল গঠিত হয়? (সহজ)

ক 1 খ 2 গ 3 ঘ 4 **গ**

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

৮২. একটি ক্যাপসুলের সম্পূর্ণ দৈর্ঘ্য 15 সে.মি. ও সিলিন্ডার আকৃতির অংশের ব্যাসার্ধ 3 সে.মি. হলে সিলিন্ডার আকৃতির অংশের দৈর্ঘ্য কত? (মধ্যম)

ক 12 সে.মি. খ 9 সে.মি. গ 6 সে.মি. ঘ 3 সে.মি. **খ**

ব্যাখ্যা: সিলিন্ডার আকৃতির অংশের দৈর্ঘ্য = 15 – (3+3) = 9 সে.মি.
[∵ সিলিন্ডারের ব্যাসার্ধ ও অর্ধ গোলকদ্বয়ের ব্যাসার্ধ সমান]

৮৩. একটি আয়তাকার লৌহ ফলকের দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা যথাক্রমে 10 সে.মি., 8 সে.মি. ও $5\frac{1}{2}$ সে. মি.। এই ফলকটিকে গলিয়ে $\frac{1}{2}$ সে.মি. ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট কতগুলো গোলাকার গুলি প্রস্তুত করা যাবে? (কঠিন)

ক 840 খ 845 গ 850 ঘ 852 **ক**

ব্যাখ্যা: লৌহ ফলকের আয়তন $= 10 \times 8 \times 5\frac{1}{2}$ ঘন সে.মি.
$= 440$ ঘন সে.মি.

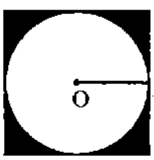
গুলির আয়তন $= \frac{4}{3}\pi.\left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{6}\pi$ ঘন সে.মি.

গুলির সংখ্যা n হলে $n \times \frac{\pi}{6} = 440$

বা, $n = \frac{440 \times 6}{\pi} = 840.33 = 840$

$\therefore n = 840$টি

৮৪. চিত্রের বর্গক্ষেত্রটির পরিসীমা যদি 24 সে.মি. হয়, তবে ছায়াযুক্ত ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কত বর্গ সে.মি.? (মধ্যম)



ক $9\pi - 36$ খ $36 - 9\pi$ গ $24 - 9\pi$ ঘ $9\pi - 2$ **খ**

ব্যাখ্যা: বর্গক্ষেত্রের প্রত্যেক বাহুর পরিমাণ $= \frac{24}{4}$ সে.মি. = 6 সে.মি.

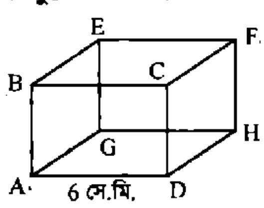
∴ বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = 36 বর্গ সে.মি.

বৃত্তের ব্যাসার্ধ $= \frac{6}{2} = 3$ সে.মি.

∴ বৃত্তের ক্ষেত্রফল $= \pi.3^2 = 9\pi$ বর্গ সে.মি.

∴ ছায়াযুক্ত ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= 36 - 9\pi$ বর্গ সে.মি.

৮৫.



চিত্রে—
i. AB = 6 সে.মি.।
ii. কর্ণের দৈর্ঘ্য $6\sqrt{3}$।
iii. ঘনকটির আয়তন 36 ঘন সে.মি.।
নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

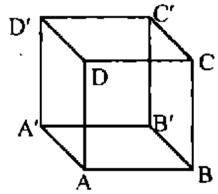
ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **ক**

ব্যাখ্যা: আয়তন $= 6^3 = 216$ ঘন একক।

৮৬. একটি ঘনকের দৈর্ঘ্য 3 সে.মি., প্রস্থ b সে.মি. ও উচ্চতা c সে.মি. হলে—
i. b = c = 3
ii. ঘনকটির কর্ণের দৈর্ঘ্য $3\sqrt{3}$ সে.মি.
iii. ঘনকটির আয়তন 27 ঘন সে.মি.।
নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **ঘ**

৮৭.



একটি ঘনক হলে—
i. পৃষ্ঠতল ABCD একটি বর্গ
ii. ঘনকটির প্রতিটি ধার সমান
iii. ঘনকটির কর্ণ BD'
নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **ঘ**

৮৮. একটি ত্রিভুজাকার প্রিজমের—
i. ভূমি ত্রিভুজাকার
ii. পার্শ্ব তলগুলো সামান্তরিক
iii. ভূমি চতুর্ভুজাকার
নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **ক**

৮৯. একটি সুষম চতুর্ভুজাকার প্রিজমের —
i. ভূমি আয়তাকার
ii. ভূমি বর্গাকার
iii. পার্শ্ব তলগুলো সামান্তরিক বা আয়তাকার
নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **গ**

ব্যাখ্যা: সুষম চতুর্ভুজের ভূমি সুষম বলে তা বর্গাকার হবে।

৯০. একটি পঞ্চভুজাকার প্রিজমের ভূমির প্রতিটি বাহুর দৈর্ঘ্য 5 সে.মি. হলে—
i. প্রিজমটি 5টি সমবাহু ত্রিভুজ দ্বারা গঠিত।
ii. প্রিজমটি সুষম হয়।
iii. প্রিজমটি ভূমির ক্ষেত্রফল 45.124 বর্গ সে.মি.।
নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **ক**

ব্যাখ্যা: প্রিজমের ভূমির ক্ষেত্রফল $= 5 \times \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 = 54.127$ বর্গ সে.মি.।

৯১. একটি সুষম পিরামিডের — [সরকারি জুবিলী স্কুল, পটুয়াখালী]
i. ভূমি বর্গাকার
ii. পার্শ্বতলগুলো সমবাহু ত্রিভুজ
iii. পার্শ্বতলগুলো সর্বসম ত্রিভুজ
নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **খ**

৯২. সুষম চতুস্তলক —
i. এক ধরনের পিরামিডীয়।
ii. এর 4টি ধার ও 6টি কৌণিক বিন্দু আছে।
iii. এর শীর্ষ থেকে ভূমির উপর অঙ্কিত লম্ব ভরকেন্দ্রে পতিত হয়।
নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **খ**

ব্যাখ্যা: সুষম চতুস্তলকের 6টি ধার ও 4টি কৌণিক বিন্দু আছে।

৯৩. 6 সে.মি. বাহু বিশিষ্ট বর্গাকার ভূমির উপর অবস্থিত পিরামিডের—
i. ভূমির কেন্দ্র বিন্দু থেকে যে কোন বাহুর লম্ব দূরত্ব = 3 সে.মি.
ii. পার্শ্বতল চারটি
iii. ভূমির পরিধি 24 সে.মি.
নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **ঘ**

ব্যাখ্যা: ভূমির পরিধি = 4 × 6 সে.মি. = 24 সে.মি.

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

৯৪. সমবৃত্তভূমিক কোণকের ভূমির ব্যাসার্ধ 3 সে.মি. এবং হেলানো উচ্চতা 4 সে.মি. হলে—

i. ভূমি তলের ক্ষেত্রফল 9π বর্গ সে.মি.
ii. বক্রতলের ক্ষেত্রফল 15π বর্গ সে.মি.
iii. সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল 15π বর্গ সে.মি.

নিচের কোনটি সঠিক ? (মধ্যম)

ক i ও ii   খ i ও iii   গ ii ও iii   ঘ i, ii ও iii   **ক**

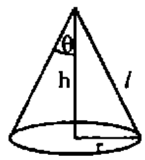
৯৫. একটি কোণক আকৃতির ক্যাপের হেলানো উচ্চতা 5 একক এবং ভূমির ব্যাসার্ধ 3 একক হলে—

i. ক্যাপটির উচ্চতা 5 একক।
ii. ভূমির ক্ষেত্রফল 9π বর্গ একক।
iii. ক্যাপটির আয়তন 12π ঘন একক।

নিচের কোনটি সঠিক ? (মধ্যম)

ক i ও ii   খ i ও iii   গ ii ও iii   ঘ i, ii ও iii   **গ**

৯৬. পাশের চিত্রটি কোণক—



i. এর θ অর্ধশীর্ষকোণ।
ii. এর হেলানো তল $\sqrt{h^2+r^2}$.
iii. এর ভূমিতলের ক্ষেত্রফল πr^2.

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ক i ও ii   খ i ও iii   গ ii ও iii   ঘ i, ii ও iii   **ঘ**

৯৭. 5 সে.মি. ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট গোলকের 3 সে.মি. উচ্চতায় তলচ্ছেদে একটি বৃত্ত উৎপন্ন হলে—

i. বৃত্তের ব্যাসার্ধ 4 সে.মি.
ii. বৃত্তের ক্ষেত্রফল 4π বর্গ সে.মি.
iii. বৃত্তের পরিধি 8π সে.মি.

নিচের কোনটি সঠিক ? (মধ্যম)

ক i ও ii   খ i ও iii   গ ii ও iii   ঘ i, ii ও iii   **খ**

ব্যাখ্যা: 3 সে.মি. উচ্চতায় তলচ্ছেদে উৎপন্ন বৃত্তের ব্যাসার্ধ
$=\sqrt{5^2-3^2}=\sqrt{16}=4$ সে.মি.
$\therefore$ বৃত্তের ক্ষেত্রফল $=\pi.\ 4^2=16\pi$ বর্গ সে.মি.
এবং বৃত্তের পরিধি $=2\pi\ .\ 4$ সে.মি. $=8\pi$ সে.মি.

৯৮. O কেন্দ্র বিশিষ্ট বৃত্ত ও গোলকের ব্যাসার্ধ 3 সে.মি. হলে—

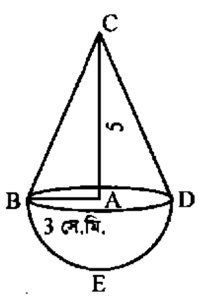
i. গোলকের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল 36π বর্গ সে.মি.
ii. বৃত্তের ক্ষেত্রফল 9π বর্গ সে.মি.
iii. গোলক এবং বৃত্ত উভয়ের ক্ষেত্রফল 36π বর্গ সে.মি.

নিচের কোনটি সঠিক ? (মধ্যম)

ক i ও ii   খ i ও iii   গ ii ও iii   ঘ i, ii ও iii   **ক**

ব্যাখ্যা: গোলকের ক্ষেত্রফল $=4\pi r^2=4\times\pi\times3^2=36\pi$ বর্গ সে.মি.
$\therefore$ বৃত্তের ক্ষেত্রফল $=\pi r^2=\pi\times3^2=9\pi$ বর্গ সে.মি.।

৯৯.



চিত্রে—

i. ABDE এর আয়তন 18π ঘন সে.মি.
ii. ABCD এর আয়তন 15π ঘন সে.মি.
iii. যৌগিক ঘনবস্তুটির আয়তন 51π ঘন সে.মি.

নিচের কোনটি সঠিক ? (কঠিন)

ক i ও ii   খ i ও iii   গ ii ও iii   ঘ i, ii ও iii   **ক**

ব্যাখ্যা: অর্ধগোলক ABDE এর আয়তন
$=\frac{1}{2}\times\frac{4}{3}\pi\times3^3=18\pi$ ঘন. সে.মি.
কোণকের আয়তন $=\frac{1}{3}\pi\times3^2\times5=15\pi$ ঘন সে.মি.
$\therefore$ যৌগিক ঘনবস্তুটির আয়তন $=(18+15)\pi=33\pi$ ঘন সে.মি.

১০০. ক্যাপসুল—

i. দুইটি যৌগিক ঘনবস্তুর সমন্বয়ে গঠিত।
ii. দুইটি অর্ধগোলক ও একটি সিলিন্ডারের সমন্বয়ে গঠিত।
iii. এ অর্ধগোলকের ব্যাস = সিলিন্ডারের ব্যাসার্ধ।

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ক i ও ii   খ i ও iii   গ ii ও iii   ঘ i, ii ও iii   **ঘ**

১০১.

চিত্রে, ক্যাপসুল—

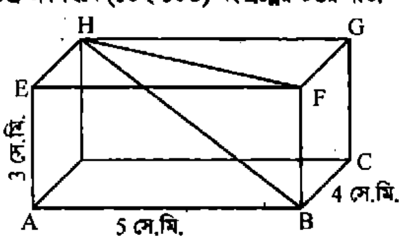
i. সিলিন্ডার আকৃতির অংশের দৈর্ঘ্য 4।
ii. 2টি অর্ধগোলক থাকে।
iii. অর্ধগোলকের ব্যাসার্ধ 2।

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ক i ও ii   খ i ও iii   গ ii ও iii   ঘ i, ii ও iii   **গ**

ব্যাখ্যা: সিলিন্ডার আকৃতির অংশের দৈর্ঘ্য $12-(2+2)=8$.

নিচের চিত্র অবলম্বনে (১০২-১০৪) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:



১০২. চিত্রের ঘনবস্তুটির সম্পূর্ণ পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল কত বর্গ সে.মি.? (সহজ)

ক 35   খ 45   গ 47   ঘ 94   **ঘ**

ব্যাখ্যা: সম্পূর্ণ পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল $=2(5\times4+4\times3+3\times5)$
$=2\times47=94$ বর্গ সে.মি.

১০৩. চিত্রে BH = কত সে.মি.? (মধ্যম)

ক $\sqrt{2}$ খ $3\sqrt{2}$ গ $5\sqrt{2}$ ঘ $6\sqrt{2}$ **গ**

ব্যাখ্যা: $BH=\sqrt{5^2+4^2+3^2}$
$=\sqrt{25+16+9}=\sqrt{50}=5\sqrt{2}$ সে.মি.।

১০৪. ঘন বস্তুটির আয়তন কত ঘন সে.মি.? (মধ্যম)

ক 50   খ 60   গ 70   ঘ 80   **খ**

ব্যাখ্যা: আয়তন $=5\times4\times3$ ঘন সে.মি. $=60$ ঘন সে.মি.।

নিচের তথ্যের আলোকে (১০৫-১০৭) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

2 সে.মি. ধারাবিশিষ্ট তিনটি ঘনককে পাশাপাশি রেখে একটি আয়তাকার ঘনবস্তু পাওয়া গেল।

১০৫. আয়তাকার ঘনবস্তুর আয়তন কত ঘন সে.মি.? (মধ্যম)
[সরকারী পি. এন বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, রাজশাহী]

ক 4   খ 12   গ 18   ঘ 24   **ঘ**

ব্যাখ্যা: আয়তাকার ঘনবস্তুর আয়তন $=2^3+2^3+2^3=24$

১০৬. প্রতিটি ঘনকের কর্ণের দৈর্ঘ্য নিচের কোনটি? (সহজ)
[সরকারী পি. এন বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, রাজশাহী]

ক $\sqrt{3}$ খ $2\sqrt{3}$ গ $3\sqrt{2}$ ঘ 6   **খ**

ব্যাখ্যা: ঘনকের কর্ণের দৈর্ঘ্য $=\sqrt{3}a=2\sqrt{3}$

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

১০৭. আয়তাকার ঘনবস্তুর কর্ণ কত সে.মি.? (কঠিন) [হবিগঞ্জ সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, হবিগঞ্জ; সরকারী পি. এন বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, রাজশাহী]

ⓚ $2\sqrt{6}$ ⓚ $\sqrt{44}$ ⓖ $2\sqrt{11}$ ⓘ $11\sqrt{2}$ — খ

ব্যাখ্যা: আয়তাকার ঘনবস্তুর কর্ণ $= \sqrt{6^2 + 2^2 + 2^2} = \sqrt{44}$

নিচের তথ্য অবলম্বনে (১০৮-১১১) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

কোন আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য 10 সে.মি. ও প্রস্থ 3 সে.মি.। একে বৃহত্তর বাহুর চতুর্দিকে ঘোরালে একটি ঘনবস্তু উৎপন্ন হয়।

১০৮. উৎপন্ন ঘনবস্তুটির নাম কী? (সহজ)

ক কোণক খ গোলক গ ঘনক ঘ সিলিন্ডার — ঘ

১০৯. ঘনবস্তুটির বক্রতলের ক্ষেত্রফল কত বর্গ সে.মি. (মধ্যম)

ক 188.496 খ 94.248 গ 62.832 ঘ 18.8496 — ক

ব্যাখ্যা: বক্রতলের ক্ষেত্রফল $= 2\pi rh = 2 \times 3.1416 \times 3 \times 10$
$= 188.496$ বর্গ সে.মি.

১১০. ঘনবস্তুটির আয়তন কত ঘন সে.মি.? (সহজ)

ক 162.832 খ 194.248 গ 282.744 ঘ 298.2744 — গ

ব্যাখ্যা: আয়তন $= \pi r^2 h = 3.1416 \times 3^2 \times 10$
$= 282.744$ ঘন সে.মি.

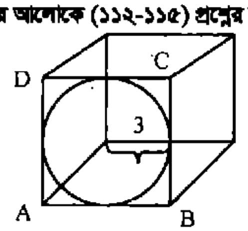
১১১. ঘনবস্তুটির উভয় প্রান্তের মোট ক্ষেত্রফলের কত বর্গ সে.মি.? (মধ্যম)

ক 3π খ 9π গ 10π ঘ 18π — ঘ

ব্যাখ্যা: ঘনবস্তুটি সিলিন্ডার হওয়ায় এর উভয় প্রান্ত এক একটি বৃত্ত যার ব্যাসার্ধ 3 সে.মি.

$\therefore$ উভয় প্রান্তের মোট ক্ষেত্রফল $= \pi r^2 + \pi r^2 = \pi(3)^2 + \pi(3)^2$
$= 9\pi + 9\pi = 18\pi$ বর্গ সে.মি.

নিচের তথ্যের আলোকে (১১২-১১৫) প্রশ্নের উত্তর দাও:



উপরের ABCD ঘনকের একটি গোলক ঠিকভাবে এটে যায়।

১১২. ঘনকের একটি ধারের দৈর্ঘ্য কত? (সহজ)

ক 3 খ 4.5 গ 6 ঘ 9 — গ

১১৩. ঘনকটির আয়তন কত? (সহজ)

ক 36 খ 216 গ .262 ঘ 226 — খ

ব্যাখ্যা: আয়তন $= (6)^3 = 216$

১১৪. গোলকের আয়তন কত ঘন একক? (মধ্যম)

ক 90 খ 100 গ 110 ঘ 113.1 — ঘ

ব্যাখ্যা: গোলকের আয়তন $= \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times (3)^2 = 113.1$

১১৫. ঘনকের কর্ণের দৈর্ঘ্য কত? (সহজ)

ক $\sqrt{3}$ খ $3\sqrt{3}$ গ $3\sqrt{6}$ ঘ $6\sqrt{3}$ — ঘ

নিচের তথ্য অবলম্বনে (১১৬-১১৯) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

মসজিদে ওজু করার জন্য একটি পানির চৌবাচ্চা তৈরি করা হলো যার দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতার অনুপাত 3 : 2 : 1. চৌবাচ্চাটির সমগ্র পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল 198 বর্গ মিটার। এক ঘন মিটারে ১০০০ লিটার পানি থাকে। একটি সুষম পঞ্চভুজাকার প্রিজমের যেকোন বাহুর দৈর্ঘ্য = 4 সে.মি. এবং উচ্চতা 6 সে.মি.।

১১৬. প্রিজমের ভূমির পরিসীমা কত? (সহজ)

ক 24 সে.মি. খ 20 সে.মি. গ 16 সে.মি. ঘ 12 সে.মি. — খ

ব্যাখ্যা: প্রশ্নমতে, প্রিজমের ভূমি সুষম পঞ্চভুজাকার
$\therefore$ ভূমির পরিসীমা $= 5 \times 4$ সে.মি. $= 20$ সে.মি.

১১৭. প্রিজমটির ভূমির ক্ষেত্রফল কত বর্গ সে.মি.? (মধ্যম)

ক 20.51 খ 20.21 গ 12.91 ঘ 5.51 — ঘ

ব্যাখ্যা: আমরা জানি, বহুভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{a^2}{4}\cot\frac{180°}{n}$

[যেখানে, a = বহুভুজের বাহুর দৈর্ঘ্য, n = বাহুর সংখ্যা]

$\therefore$ পঞ্চভুজাকার ভূমির ক্ষেত্রফল $= \frac{4^2}{4}\cot\frac{180°}{5}$
$= 4 \times \cot 36°$
$= 5.51$ বর্গ সে.মি. (প্রায়)

১১৮. প্রিজমের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল কত বর্গ সে.মি. (কঠিন)

ক 161.02 খ 151.82 গ 135.82 ঘ 131.02 — ঘ

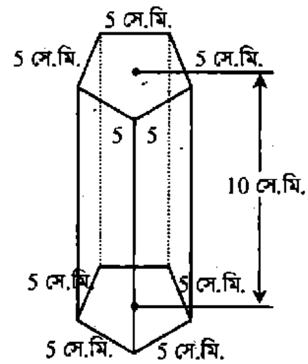
ব্যাখ্যা: আমরা জানি, প্রিজমের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল
= 2(ভূমির ক্ষেত্রফল) + ভূমির পরিসীমা × উচ্চতা
$= (2 \times 5.51 + 20 \times 6)$ বর্গ সে.মি. $= 131.02$ বর্গ সে.মি.

১১৯. প্রিজমের আয়তন কত ঘন সে.মি. (মধ্যম)

ক 17.47 খ 20.47 গ 23 ঘ 33.06 — ঘ

ব্যাখ্যা: আমরা জানি, প্রিজমের আয়তন = ভূমির ক্ষেত্রফল × উচ্চতা $= 5.51 \times 6$ ঘন সে.মি. $= 33.06$ ঘন সে.মি.

নিচের তথ্যের আলোকে (১২০-১২২) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:



১২০. উপরের চিত্রটি কী? (সহজ)

ক পঞ্চভুজাকার পিরামিড খ পঞ্চভুজাকার প্রিজম
গ ষড়ভুজাকার প্রিজম ঘ ষড়ভুজাকার পিরামিড — খ

১২১. প্রিজমটির ভূমির ক্ষেত্রফল কত বর্গ সে.মি.? (মধ্যম)

ক 45.124 খ 50.125 গ 54.127 ঘ 60.126 — গ

ব্যাখ্যা: $5 \times \frac{\sqrt{3}}{4}a^2 = 5 \times \frac{\sqrt{3}}{4}(5)^2 = 54.127.$

১২২. প্রিজমটির আয়তন কত ঘন সে.মি.? (সহজ)

ক 451.25 খ 154.27 গ 145.27 ঘ 541.27 — ঘ

ব্যাখ্যা: আয়তন $= 54.127 \times 10 = 541.27$ ঘন সে.মি.।

নিচের তথ্যের আলোকে (১২৩-১২৫) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

একটি আয়তাকার ঘনবস্তুর উপর একটি সুষম পিরামিড স্থাপন করা হলো যার ভূমির বাহুর দৈর্ঘ্য 12 সে.মি. এবং উচ্চতা 8 সে.মি.।

১২৩. ভূমির কেন্দ্র হতে যেকোনো বাহুর লম্ব দূরত্ব কত সে.মি.? (সহজ)

ক 4 খ 6 গ 8 ঘ 12 — খ

১২৪. পিরামিডটির হেলানো উচ্চতা কত সে.মি.? (মধ্যম)

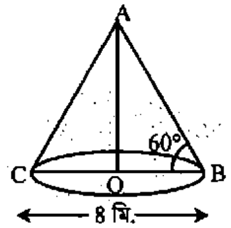
ক 5 খ $\sqrt{10}$ গ 10 ঘ 20 — গ

১২৫. $\frac{1}{2}$ **(ভূমির পরিসীমা × হেলানো উচ্চতা) = কত?** (মধ্যম)

ক 120 খ 140 গ 144 ঘ 240 — ঘ

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

নিচের চিত্র অবলম্বনে (১২৬-১২৯) নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



১২৬. তাঁবুটির শীর্ষ কোণ কত ডিগ্রি? (সহজ)

ⓚ 120 ⓑ 60 ⓖ 45 ⓓ 30 — **খ**

ব্যাখ্যা: ΔOAB একটি সমকোণী ত্রিভুজ।

$\therefore$ অর্ধশীর্ষকোণ, $\angle OAB = 90° - \angle OBA = 90° - 60° = 30°$

$\therefore$ শীর্ষকোণ $= 2 \times 30° = 60°$

১২৭. তাঁবুটির হেলানো উচ্চতা কত মি.? (মধ্যম)

ⓚ 4.6 ⓑ 8 ⓖ 12 ⓓ 14 — **খ**

ব্যাখ্যা: ΔOAB-এ, $\cos 60° = \frac{OB}{AB}$ বা, $\frac{1}{2} = \frac{\frac{1}{2} \times 8}{AB}$

বা, $AB = 8$ মি.

$\therefore$ হেলানো উচ্চতা, $l = 8$ মি.

১২৮. তাঁবুটি স্থাপন করতে কত বর্গ মিটার জায়গা প্রয়োজন হবে? (মধ্যম)

ⓚ 144.52 ⓑ 72.26 ⓖ 50.27 ⓓ 25.135 — **গ**

ব্যাখ্যা: তাঁবুটি স্থাপন করতে তার তলার সমান ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট জায়গা লাগবে যা একটি বৃত্ত।

ব্যাসার্ধ, $r = \frac{8}{2}$ মি. $= 4$ মি.

$\therefore$ তাঁবুটির তলার ক্ষেত্রফল $= \pi r^2$ বর্গ মি. $= \pi \times 4^2$ বর্গ মি. $= 50.27$ বর্গ মি.

১২৯. তাঁবুটির ভেতরের শূন্যস্থানের পরিমাণ কত? (কঠিন)

ⓚ 201.1 ⓑ 536.17 ⓖ 672.33 ⓓ 804.25 — **ঘ**

ব্যাখ্যা: তাঁবুটির ভেতরের শূন্যস্থানের পরিমাণ = তাঁবুটির আয়তন

$= \frac{1}{3}\pi r^2 h$ [তাঁবুর উচ্চতা = h]

ΔOAB-এ, $\tan 60° = \frac{OA}{OB} = \frac{h}{r}$

বা, $\sqrt{3}r = h$ বা, $h = \sqrt{3} \times 4$ মি. $= 4\sqrt{3}$ মি.

$\therefore$ শূন্যস্থান $= \frac{1}{3} \times \pi \times 4^2 \times (4\sqrt{3})^2$ ঘন মি. $= 804.25$ ঘন মি.

নিচের তথ্য অবলম্বনে (১৩০-১৩৩) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

একটি কোণকের শীর্ষ কোণ 60°, ব্যাস 10 সে.মি., উচ্চতা 12 সে.মি.

১৩০. কোণকটির হেলানো উচ্চতা কত সে.মি.? (সহজ)

ⓚ $2\sqrt{61}$ ⓑ 17 ⓖ 13 ⓓ 22 — **গ**

ব্যাখ্যা: কোণকের ব্যাসার্ধ, $r = \frac{10}{2} = 5$ সে.মি. ও

উচ্চতা, $h = 12$ সে.মি.

$\therefore$ হেলানো উচ্চতা, $l = \sqrt{h^2 + r^2} = \sqrt{12^2 + 5^2} = \sqrt{169} = 13$ সে.মি.

১৩১. কোণকটির অর্ধশীর্ষকোণ কত ডিগ্রি? (সহজ)

ⓚ 20 ⓑ 30 ⓖ 60 ⓓ 120 — **খ**

ব্যাখ্যা: কোণকটির অর্ধশীর্ষকোণ, $\angle OAC = \frac{60°}{2} = 30°$

১৩২. বক্রতলের ক্ষেত্রফল : সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল = কত? (মধ্যম)

ⓚ 5 : 6 ⓑ 13 : 18 ⓖ 5 : 12 ⓓ 12 : 13 — **খ**

ব্যাখ্যা: বক্রতলের ক্ষেত্রফল : সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল

$= \pi r l : \pi r(l + r) = l : (l + r) = 13 : (13 + 5) = 13 : 18$

১৩৩. কোণকটির আয়তন কত ঘন সে.মি.? (মধ্যম)

ⓚ 314.16 ⓑ 304.72 ⓖ 300.34 ⓓ 113.45 — **ক**

ব্যাখ্যা: কোণকের আয়তন $= \frac{1}{3} \times$ ভূমির ক্ষেত্রফল $\times$ উচ্চতা

$= \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi \times 5^2 \times 12 = 314.16$ বর্গ সে.মি.

নিচের তথ্য অবলম্বনে (১৩৪-১৩৭) নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

44 সে.মি. পরিধি বিশিষ্ট একটি গোলক আকৃতির বল একটি ঘনক আকৃতির বাক্সে ঠিকভাবে এঁটে যায়। ($\pi = 3.1416$)

১৩৪. গোলকটির ব্যাসার্ধ কত সে.মি.? (সহজ)

ⓚ 7 ⓑ 8 ⓖ 9 ⓓ 14 — **ক**

ব্যাখ্যা: ধরি, গোলকের ব্যাসার্ধ = r সে.মি.

প্রশ্নমতে, $2\pi r = 44$ বা, $r = 7.0028$ $\therefore r = 7$ সে.মি. (প্রায়)

১৩৫. ঘনকটির এক বাহুর দৈর্ঘ্য কত সে.মি.? (সহজ)

ⓚ 7 ⓑ 14 ⓖ 18 ⓓ 21 — **খ**

ব্যাখ্যা: ঘনকের এক বাহুর দৈর্ঘ্য $= 2r = 2 \times 7 = 14$ সে.মি.

১৩৬. ঘনকটির আয়তন কত ঘন সে.মি.? (মধ্যম)

ⓚ 2000 ⓑ 2197 ⓖ 2744 ⓓ 3375 — **গ**

ব্যাখ্যা: ঘনকের আয়তন $= (14)^3 = 2744$ ঘন সে.মি.

১৩৭. বাক্সটির অনধিকৃত অংশের আয়তন কত ঘন সে.মি.? (কঠিন)

ⓚ 1300 ⓑ 1301 ⓖ 1305 ⓓ 1307 — **ঘ**

ব্যাখ্যা: অনধিকৃত অংশের আয়তন

= ঘনকের আয়তন – গোলকের আয়তন

$= 2744 - \frac{4}{3}\pi r^3$ ঘন সে.মি. $= 2744 - \frac{4}{3} \times 3.1416 \times 7^3$ ঘন সে.মি.

$= 2744 - 1436.7584$ ঘন সে.মি. $= 1307$ ঘন সে.মি. (প্রায়)

নিচের তথ্য অবলম্বনে (১৩৮-১৪০) নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

6, 8 ও r সে.মি. ব্যাসার্ধবিশিষ্ট তিনটি কঠিন কাঁচের বল গলিয়ে 9 সে.মি. ব্যাসার্ধবিশিষ্ট একটি কঠিন গোলকে পরিণত করা হলো।

১৩৮. 6 সে.মি. ব্যাসার্ধবিশিষ্ট গোলকের আয়তন কত ঘন সে.মি.? (সহজ)

ⓚ 288π ⓑ 290π ⓖ 310π ⓓ 344π — **ক**

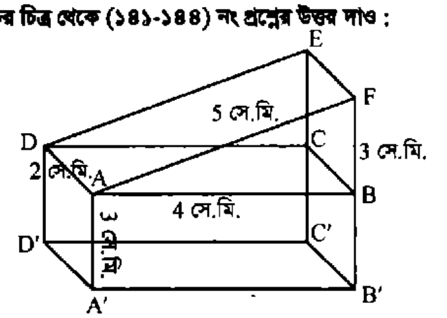
১৩৯. r এর মান কত সে.মি.? (মধ্যম)

ⓚ 1 ⓑ 2 ⓖ 3 ⓓ 4 — **ক**

১৪০. নতুন গোলকের পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক? (মধ্যম)

ⓚ 108π ⓑ 181π ⓖ 324π ⓓ 342π — **গ**

নিচের চিত্র থেকে (১৪১-১৪৪) নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



১৪১. ABCDEF নিচের কোন ঘনবস্তু— (মধ্যম)

ⓚ ঘনক ⓑ প্রিজম ⓖ পিরামিড ⓓ কোণক — **খ**

১৪২. ABCDEF ভূমির ক্ষেত্রফল কত বর্গ সে.মি.? (মধ্যম)

ⓚ 72 ⓑ 60 ⓖ 36 ⓓ 30 — **গ**

ব্যাখ্যা: ABCDEF একটি ত্রিভুজাকার প্রিজম। যার ভূমি ΔABF.

$\therefore$ ভূমির ক্ষেত্রফল $= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

$[\because S = \frac{4 + 3 + 5}{2} = 6]$

$= 6(6-4)(6-3)(6-5)$

$= 6 \times 2 \times 3 \times 1 = 36$ বর্গ সে.মি.

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

১৪৩. ABCDEF ঘনবস্তুটির আয়তন কত ঘন সে.মি.? (সহজ)

ক 12 খ 54 গ 72 ঘ 108 (ঘ)

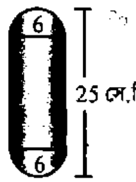
ব্যাখ্যা: প্রিজমটির আয়তন = ভূমির ক্ষেত্রফল × উচ্চতা
= 36 × 3 ঘন সে.মি. = 108 ঘন সে.মি.

১৪৪. যৌগিক ঘনবস্তুটির আয়তন কত ঘন সে.মি.? (মধ্যম)

ক 36 খ 78 গ 98 ঘ 132 (ঘ)

ব্যাখ্যা: আয়তাকার ঘনবস্তুর আয়তন
= 4 × 3 × 2 ঘন সে.মি. = 24 ঘন সে.মি.
∴ যৌগিক ঘনবস্তুর আয়তন = (108 + 24) ঘন সে.মি.
= 132 ঘন সে.মি.

নিচের চিত্রের আলোকে (১৪৫-১৪৮) নং প্রশ্নের উত্তর দাও।



১৪৫. চিত্রের ক্যাপসুলের সিলিন্ডার আকৃতির অংশের দৈর্ঘ্য কত? (সহজ)

ক 5 খ 12 গ 13 ঘ 25 (গ)

ব্যাখ্যা: দৈর্ঘ্য = (25 − 2 × 6) = 13.

১৪৬. সিলিন্ডার আকৃতির অংশের পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল কত? (মধ্যম)

ক 400.56 খ 490.09 গ 550.78 ঘ 450.91 (খ)

ব্যাখ্যা: পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল = $2\pi rh = 2 \times 3.1416 \times 6 \times 13 = 490.09$

১৪৭. ক্যাপসুলটির দুই প্রান্তের অর্ধগোলাকৃতি অংশের ক্ষেত্রফল কত? (মধ্যম)

ক 150.56 খ 254.32 গ 450.39 ঘ 452.39 (ঘ)

ব্যাখ্যা: ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2} \times 2 \times 4\pi r^2 = 4 \times 3.1416 \times (6)^2$
= 452.39

১৪৮. ক্যাপসুলটির সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল কত? (সহজ)

ক 452.39 খ 490.09 গ 942.48 ঘ 1377.7 (গ)

ব্যাখ্যা: সমগ্রতলের আয়তন = পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল + অর্ধগোলাকৃতি অংশের ক্ষেত্রফল।

শ্রেণির কাজের ওপর সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

প্রশ্ন ▶ ১ একটি ঔষধের বোতলের প্যাকেটের দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতার অনুপাত 4 : 3 : 2 এবং তার সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল 468 বর্গ সে.মি.।

[লক্ষ্মীপুর আদর্শ সামাদ সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়; সিলেট সরকারী পাইলট উচ্চ বিদ্যালয়, সিলেট; বি কে জি সি সরকারী বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, হবিগঞ্জ] ◀ কাজ; পৃষ্ঠা-২৭৫

ক. প্যাকেটের দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা নির্ণয় কর। ২

খ. প্যাকেটের কর্ণের দৈর্ঘ্য, প্রতিটি তলের ক্ষেত্রফল এবং আয়তন নির্ণয় কর। ৪

গ. প্যাকেটের কর্ণের সমান ধার বিশিষ্ট ঘনকের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল, আয়তন এবং কর্ণের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৪

১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক ধরি, প্যাকেটটির দৈর্ঘ্য, প্রস্থ এবং উচ্চতা যথাক্রমে 4x, 3x ও 2x সে.মি.

আমরা জানি, আয়তাকার ঘনবস্তুর সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল
= 2(ab + bc + ca) বর্গ একক।

তাহলে, 2(4x × 3x + 3x × 2x + 2x × 4x) = 468

বা, $2 \times 26x^2 = 468$

বা, $x^2 = \frac{468}{2 \times 26}$ বা, $x^2 = 9$ ∴ x = 3

∴ প্যাকেটটির দৈর্ঘ্য, a = 4 × 3 = 12 সে.মি., প্রস্থ b = 3 × 3 = 9 সে.মি. এবং উচ্চতা, c = 2 × 3 = 6 সে.মি. **(Ans.)**

খ আমরা জানি,

আয়তাকার ঘনবস্তুর কর্ণের দৈর্ঘ্য = $\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$ একক

∴ প্যাকেটটির কর্ণের দৈর্ঘ্য = $\sqrt{12^2 + 9^2 + 6^2}$ সে.মি. [ক হতে পাই]
= $\sqrt{261}$ সে.মি.
= 16.16 সে.মি. (প্রায়) **(Ans.)**

আমরা জানি, আয়তকার ঘনবস্তুর ছয়টি তল রয়েছে এবং তিনটি তল অপর তিনটি তলের সমান।

∴ দৈর্ঘ্য এবং প্রস্থের সমন্বয়ে গঠিত তলের ক্ষেত্রফল = 12 × 9 বর্গ সে.মি. = 108 বর্গ সে.মি. **(Ans.)**

প্রস্থ ও উচ্চতার সমন্বয়ে গঠিত তলের ক্ষেত্রফল = 6 × 9 বর্গ সে.মি.
= 54 বর্গ সে.মি. **(Ans.)**

এবং দৈর্ঘ্য ও উচ্চতার সমন্বয়ে গঠিত তলের ক্ষেত্রফল
= 12 × 6 বর্গ সে.মি.
= 72 বর্গ সে.মি. **(Ans.)**

∴ প্যাকেটটির আয়তন = abc ঘন একক
= 12 × 9 × 6 ঘন সে.মি.
= 648 ঘন. সে.মি. **(Ans.)**

গ এখানে, ঘনকের ধার, a′ = প্যাকেটের কর্ণ = 16.16 সে.মি. (প্রায়)

আমরা জানি,

ঘনকের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল = $6a'^2$ বর্গ একক
= $6 \times (16.16)^2$ বর্গ সে.মি.
= 1566.8736 বর্গ সে.মি. (প্রায়) **(Ans.)**

আয়তন = a'^3 ঘন একক
= $(16.16)^3$ ঘন সে.মি.
= 4220.1129 ঘন সে.মি. (প্রায়) **(Ans.)**

কর্ণের দৈর্ঘ্য = $a'\sqrt{3}$ একক
= $16.16 \times \sqrt{3}$ সে.মি.
= 28 সে.মি. (প্রায়) **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ২ 4 সে.মি. বাহু বিশিষ্ট একটি সুষম ষড়ভুজাকার পিরামিডের উচ্চতা 5 সে.মি. ◀ কাজ; পৃষ্ঠা-২৭৮

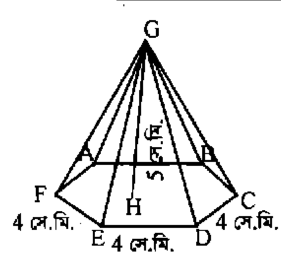
ক. প্রদত্ত বাহু ও উচ্চতা দিয়ে একটি সুষম ষড়ভুজাকার পিরামিড অঙ্কন কর। ২

খ. পিরামিডের ভূমির ক্ষেত্রফল এবং আয়তন বের কর। ৪

গ. পিরামিডের হেলানো উচ্চতা এবং সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল বের কর। ৪

২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক



প্রদত্ত পিরামিডের ভূমি ABCDEF সুষম ষড়ভুজ ও শীর্ষবিন্দু G।

∴ AB = BC = CD = DE = EF = FA = 4 সে.মি.

এবং উচ্চতা, GH = 5 সে.মি.

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

খ আমরা জানি, সুষম বহুভুজের ক্ষেত্রফল $= n \times \frac{a^2}{4} \cot \frac{180°}{n}$
যেখানে a = বহুভুজের বাহুর দৈর্ঘ্য ও n = বাহুর সংখ্যা।

$\therefore$ সুষম ষড়ভুজের ক্ষেত্রফল $= 6 \times \frac{4^2}{4} \cot \frac{180°}{6}$ বর্গএকক
['ক' থেকে পাই, a = 4 সে.মি.]
$= 6 \times \frac{4^2}{4} \times \cot 30°$
= 41.568 বর্গ সে.মি. (প্রায়)

$\therefore$ পিরামিডের ভূমির ক্ষেত্রফল = 41.568 বর্গ সে.মি. **(Ans.)**
দেওয়া আছে, পিরামিডের উচ্চতা, h = 5 সে.মি.
আমরা জানি,
পিরামিডের আয়তন $= \frac{1}{3}$ × ভূমির ক্ষেত্রফল × উচ্চতা
$= \frac{1}{3} \times 41.568 \times 5$ ঘন সে.মি.
= 69.28 ঘন সে.মি. (প্রায়) **(Ans.)**

গ পিরামিডের কেন্দ্র থেকে যে কোনো বাহুর দূরত্ব, $r = \frac{4}{2}$ সে.মি. = 2 সে.মি.
পিরামিডের ভূমির পরিধি = 6 × যে কোনো বাহুর দৈর্ঘ্য
= 6 × 4 সে.মি.
= 24 সে.মি.
আমরা জানি,
হেলানো উচ্চতা, $\ell = \sqrt{h^2 + r^2}$ একক
$= \sqrt{5^2 + 2^2}$ সে.মি.
$= \sqrt{29}$ সে.মি.
= 5.3852 সে.মি. **(Ans.)**

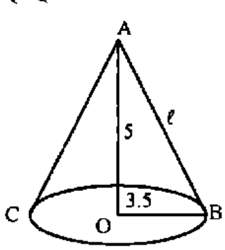
$\therefore$ পিরামিডের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল = ভূমির ক্ষেত্রফল $+ \frac{1}{2}$(ভূমির পরিধি × হেলানো উচ্চতা)
$= \{41.568 + \frac{1}{2}(24 \times 5.3852)\}$ বর্গ সে.মি.
= 106.19 বর্গ সে.মি. (প্রায়) **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৩ **কোনো সমকোণী ত্রিভুজের দুইটি বাহুর দৈর্ঘ্য 5 সে.মি. এবং 3.5 সে.মি.।** *◀ কাজ; পৃষ্ঠা-২৭৮*

ক. একে সমকোণ সংলগ্ন কোন বাহুর চতুর্দিকে ঘুরালে কী উৎপন্ন হয়? ২
খ. উৎপন্ন ঘনবস্তুটির হেলানো উচ্চতা, বক্রতলের ক্ষেত্রফল ও আয়তন নির্ণয় কর। ৪
গ. হেলানো উচ্চতা একটি গোলকের ব্যাসার্ধের সমান এবং কেন্দ্র থেকে 5 সে.মি. দূরবর্তী কোন বিন্দুর মধ্য দিয়ে ব্যাসের উপর লম্ব সমতল গোলকটিকে ছেদ করলে উৎপন্ন তলটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

৩ নং প্রশ্নের সমাধান

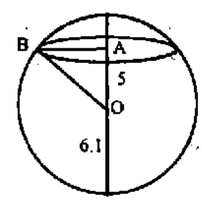
ক কোনো সমকোণী ত্রিভুজের সমকোণ সংলগ্ন একটি বাহুকে অক্ষ ধরে তার চতুর্দিকে ত্রিভুজটিকে একবার ঘুরিয়ে আনলে যে ঘনবস্তু উৎপন্ন হয় তা সমবৃত্তভূমিক কোণক।



OAB সমকোণী ত্রিভুজের OA বাহুকে অক্ষ ধরে OABC কোণকটি উৎপন্ন হয়।

খ প্রশ্নানুসারে, কোণকটি উচ্চতা, OA = 5 সে.মি. এবং ব্যাসার্ধ, OB = 3.5 সে.মি.
$\therefore$ কোণকটির হেলানো উচ্চতা, $\ell = \sqrt{h^2 + r^2}$ একক
$= \sqrt{5^2 + (3.5)^2}$ সে.মি.
$= \sqrt{37.25}$ সে.মি.
= 6.1 সে.মি. (প্রায়) **(Ans.)**
$\therefore$ কোণকটির বক্রতলের ক্ষেত্রফল $= \pi r \ell$ বর্গ সে.মি.
= 3.1416 × 3.5 × 6.1 বর্গ সে.মি.
= 67.0732 বর্গ সে.মি. (প্রায়) **(Ans.)**
ও কোণকটির আয়তন $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$
$= \frac{1}{3} \times 3.1416 \times (3.5)^2 \times 5$ ঘন সে.মি.
[$\because$ h = OA = 5 সে.মি.]
= 64.14 ঘন সে.মি. (প্রায়) **(Ans.)**

গ প্রশ্নমতে, গোলকের ব্যাসার্ধ = কোণকের হেলানো উচ্চতা
= 6.1 সে.মি. ['খ' থেকে পাই]



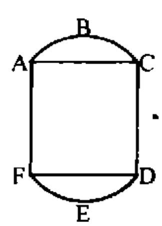
চিত্র থেকে পাই,
কেন্দ্র O থেকে 5 সে.মি. দূরে A বিন্দুতে উৎপন্ন তলটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় করতে হবে।
ΔOAB এ, $OB^2 = OA^2 + AB^2$
বা, $AB^2 = OB^2 - OA^2 = 6.1^2 - 5^2 = 12.21$
$\therefore AB = \sqrt{12.21} = 3.49$ সে.মি. (প্রায়)
এখানে, সমতলটি বৃত্ত হবে যার ব্যাসার্ধ, r = 3.49 সে.মি.
$\therefore$ উৎপন্ন তলটির ক্ষেত্রফল $= \pi r^2$ বর্গ একক
$= 3.1416 \times (3.49)^2$ বর্গ সে.মি.
= 38.36 বর্গ সে.মি. (প্রায়) **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৪ **একটি ক্যাপসুলের দৈর্ঘ্য 15 সে.মি.** *◀ কাজ; পৃষ্ঠা-২৮২*

ক. ক্যাপসুলের ঘনবস্তুর সাথে তুলনা করে চিত্র আঁক। ২
খ. ইহার সিলিন্ডার আকৃতির অংশের ব্যাসার্ধ 3 সেমি. হলে সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল ও আয়তন নির্ণয় কর। ৪
গ. ক্যাপসুল থেকে প্রাপ্ত সমবৃত্তভূমিক কোণক, অর্ধগোলক ও সিলিন্ডারের আয়তনের অনুপাত নির্ণয় কর। ৪

৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক



ABCDEF একটি ক্যাপসুল। যার ACDF একটি সমবৃত্তভূমিক সিলিন্ডার এবং ABC ও DEF দুইটি অর্ধগোলক।

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

খ দেওয়া আছে, ক্যাপসুলের সম্পূর্ণ দৈর্ঘ্য = 15 সে.মি. এবং সিলিন্ডার আকৃতির অংশের ব্যাসার্ধ, r = 3 সে.মি.

∴ সিলিন্ডার আকৃতির অংশের দৈর্ঘ্য = 15 – (3 + 3) = 9 সে.মি.

['ক' থেকে পাই, ক্যাপসুলের দুই প্রান্ত অর্ধগোলাকৃতির]

∴ ক্যাপসুলের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল = দুই প্রান্তের অর্ধগোলাকৃতি অংশের পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল + সিলিন্ডার আকৃতির অংশের পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল $= 2 \times \frac{1}{2} \times 4\pi r^2 + 2\pi rh$

$= 4 \times \pi \times (3)^2 + 2\times \pi \times 3 \times 9$

$= 90\pi$

= 282.74 বর্গ সে.মি. (প্রায়) **(Ans.)**

এবং ক্যাপসুলটির আয়তন $= 2 \times \frac{1}{2} \times \frac{4}{3} \pi r^3 + \pi r^2 h$

$= \frac{4}{3} \times \pi \times 3^3 + \pi \times 3^2 \times 9$

$= 117\pi$

= 367.57 ঘন সে.মি. (প্রায়) **(Ans.)**

গ কোণকের আয়তন $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$

$= \frac{1}{3} \pi \times 3^2 \times 9$ ['খ' থেকে পাই]

= 27π ঘন সে.মি.

অর্ধগোলকের আয়তন $= \frac{1}{2} \times \frac{4}{3}\pi r^3$

$= \frac{2}{3} \pi . 3^3$ ['খ' থেকে পাই]

= 18π ঘন সে.মি.

সিলিন্ডারের আয়তন $= \pi r^2 h$

$= \pi \times 3^2 \times 9$ ['খ' থেকে পাই]

= 81π ঘন সে.মি.

∴ কোণকের আয়তন ঃ ঘনকের আয়তন ঃ সিলিন্ডারের আয়তন

= 27π ঃ 18π ঃ 81π

= 3 ঃ 2 ঃ 9 [9π দ্বারা ভাগ করে পাই] **(Ans.)**

মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত আরও সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

প্রশ্ন ▶ ৫ ভূমির উপর অবস্থিত 2.5 মি. দৈর্ঘ্য ও 1.0 মি. প্রস্থ বিশিষ্ট (অভ্যন্তরীণ পরিমাপ) একটি আয়তাকার জলাধারের উচ্চতা 0.4 মি.

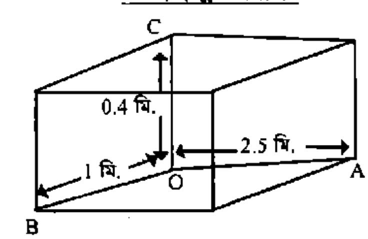
ক. আয়তাকার জলাধারের চিত্র অঙ্কন করে দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা দেখাও। ২

খ. জলাধারের আয়তন, অভ্যন্তরীণ তলের ক্ষেত্রফল ও ভূমির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

গ. একটি হোস্টেল নির্মাণ করতে হবে যেখানে প্রত্যেক ছাত্রের জন্য প্রয়োজনীয় তলের ক্ষেত্রফল জলাধারের অভ্যন্তরীণ তলের ক্ষেত্রফলের সমান এবং 23.4 ঘন মি. শূন্যস্থান থাকে। 70 জন ছাত্রের দ্বিতীয় তলাটি নির্মাণ করা হলো যেখানে দ্বিতীয় তলার প্রস্থ 19.5 মি. হলে দ্বিতীয় তলার উচ্চতা ও দৈর্ঘ্য কত? ৪

৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক



চিত্র থেকে পাই, আয়তাকার জলাধারের দৈর্ঘ্য, OA = 2.5 মি.

প্রস্থ, OB = 1.0 মি. এবং উচ্চতা, OC = 0.4 মি.

খ জলাধারটি আয়তন = দৈর্ঘ্য × প্রস্থ × উচ্চতা

= 2.5 × 1 × 0.4 ঘন মি. ['ক' থেকে পাই]

= 1 ঘন মি. **(Ans.)**

অভ্যন্তরীণ তলের ক্ষেত্রফল

= 2(OA × OB + OB × OC + OC × OA) বর্গ একক

= 2(2.5 × 1 + 1 × 0.4 + 0.4 × 2.5) বর্গ মি.

= 7.8 বর্গ মি. **(Ans.)**

ভূমির ক্ষেত্রফল = OA × OB বর্গ একক

= 2.5 × 1 বর্গ মিটার ['ক' থেকে পাই]

= 2.5 বর্গ মিটার **(Ans.)**

গ প্রশ্নমতে, একজন ছাত্রের জন্য প্রয়োজনীয় মেঝে = জলাধারের অভ্যন্তরীণ তলের ক্ষেত্রফল = 7.8 বর্গ মি. ['খ' থেকে পাই]

∴ 70 জন ছাত্রের দ্বিতীয় তলার মেঝের ক্ষেত্রফল = 70 × 7.8 বর্গ মি.

= 546 বর্গ মি.

বা, মেঝের দৈর্ঘ্য × প্রস্থ = 546

বা, 19.5 × মেঝের দৈর্ঘ্য = 546 [∵ প্রস্থ = 19.5 মি.]

বা, মেঝের দৈর্ঘ্য $= \frac{546}{19.5} = 28$ মি. **(Ans.)**

দেওয়া আছে, 1 জন ছাত্রের জন্য শূন্যস্থান = 23.4 ঘন মি.

আমরা জানি, আয়তন = ক্ষেত্রফল × উচ্চতা

বা, উচ্চতা = $\frac{\text{আয়তন}}{\text{ক্ষেত্রফল}}$

$= \frac{23.4 \text{ ঘন মি.}}{7.8 \text{ বর্গ মি.}}$

= 3 মিটার **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৬ 4096 ঘন সে.মি. আয়তনের একটি গোলক হতে আটটি সম আয়তনের ঘনক তৈরি করা হলো।

ক. প্রতিটি ঘনকের ধার কত সে.মি.? ২

খ. দুইটি ঘনককে পাশাপাশি রেখে এবং একটি ঘনককে অর্ধেক করে ঘনক দুটি উপরে রাখলে যে আয়তাকার ঘনবস্তু উৎপন্ন হয় তার কর্ণ ও আয়তন নির্ণয় কর। ৪

গ. আয়তাকার ঘনবস্তুটির ভিতর ৪ সে.মি. ব্যাস বিশিষ্ট একটি গোলক ঠিকভাবে এঁটে যায়। অনধিকৃত অংশের আয়তন ও ঘনকের আয়তনের অনুপাত বের কর। ৪

৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক ধরি, প্রতিটি ঘনকের ধার = a সে.মি.

প্রশ্নমতে, গোলকের আয়তন = 8 × একটি ঘনকের আয়তন

বা, $8a^3 = 4096$

বা, $a^3 = 512$

বা, a = 8

∴ প্রতিটি ঘনকের ধার = 8 সে.মি **(Ans.)**

খ প্রশ্নমতে,

আয়তাকার ঘনবস্তুর দৈর্ঘ্য, x = দুইটি ঘনকের ধারের যোগফল

= (8 + 8) সে.মি.

= 16 সে.মি.

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

আয়তাকার ঘনবস্তুর প্রস্থ y = ঘনকের ধার = 8 সে.মি.

আয়তাকার ঘনবস্তুর উচ্চতা, $z = \left(1 + \frac{1}{2}\right)$ ঘনকের ধার

$= \frac{3}{2} \times 8$ সে.মি.

$= 12$ সে.মি.

আমরা জানি, ঘনবস্তুর কর্ণের দৈর্ঘ্য $= \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$

$= \sqrt{16^2 + 8^2 + 12^2}$

$= 21.54$ সে.মি. (প্রায়) **(Ans.)**

ঘনবস্তুর আয়তন = xyz ঘন একক

$= 16 \times 8 \times 12$ ঘন সে.মি.

$= 1536$ ঘন সে.মি. **(Ans.)**

গ দেওয়া আছে, গোলকের ব্যাসার্ধ, $r = \frac{8}{2} = 4$ সে.মি.

গোলকের আয়তন $= \frac{4}{3}\pi r^3$ ঘন একক

$= \frac{4}{3}\pi.4^3$ ঘন সে.মি.

$= 268.0832$ ঘন সে.মি. [$\pi = 3.1416$ ধরে]

∴ ঘনবস্তুটির ভিতর অনধিকৃত অংশের আয়তন

= ঘনবস্তুর আয়তন − গোলকের আয়তন

= (1536 − 268.0832) ঘন সে.মি. ['খ' থেকে পাই]

= 1267.9168 ঘন সে.মি. (প্রায়)

আবার, ঘনকের আয়তন $= a^3$ ঘন একক $= 8^3 = 512$ ঘন সে.মি.

∴ ঘনকের আয়তন : অনধিকৃত অংশের আয়তন

= 512 : 1267.9168

= 1 : 2.4764 [512 দ্বারা ভাগ করে] **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৭ 120 মি. দীর্ঘ ও 90 মিটার প্রস্থ বিশিষ্ট আয়তাকার বাগানের চতুর্দিকে 2 মি. উঁচু ও 25 সে.মি. পুরু প্রাচীর নির্মাণ করা হয়েছে।

ক. প্রাচীর ছাড়া বাগানের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্ণয় কর। ২

খ. প্রাচীরের আয়তন নির্ণয় কর। ৪

গ. প্রাচীর নির্মাণ করতে 25 সে.মি. দৈর্ঘ্য, 12.5 সে.মি. প্রস্থ এবং 8 সে.মি. বেধ বিশিষ্ট কতগুলো ইট লাগবে? ৪

৭ নং প্রশ্নের সমাধান

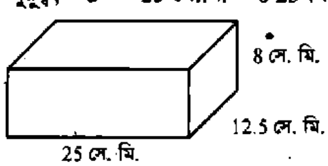
ক দেওয়া আছে,

বাগানের দৈর্ঘ্য, A = 120 মিটার

" প্রস্থ, B = 90 মিটার

প্রাচীরের উচ্চতা, H = 2 মিটার

প্রাচীরের পুরুত্ব, d = 25 সে.মি. = 0.25 মিটার



∴ প্রাচীর ছাড়া বাগানের দৈর্ঘ্য = (A − 2d) মিটার

$= (120 - 2 \times 0.25)$ মিটার

= 119.5 মিটার **(Ans.)**

প্রাচীর ছাড়া বাগানের প্রস্থ = (B − 2d) মিটার

$= (90 - 2 \times 0.25)$ মিটার

= 89.5 মিটার **(Ans.)**

খ প্রাচীর ছাড়া বাগানের ক্ষেত্রফল $= (119.5 \times 89.5)$ বর্গমিটার ['ক' হতে পাই]

= 10695.25 বর্গমিটার

প্রাচীরসহ বাগানের ক্ষেত্রফল $= (120 \times 90)$ বর্গমিটার

= 10800 বর্গমিটার

∴ যে স্থানে প্রাচীর অবস্থিত সে স্থানের ক্ষেত্রফল

= (প্রাচীরসহ বাগানের ক্ষেত্রফল − প্রাচীর ছাড়া বাগানের ক্ষেত্রফল)

= (10800 − 10695.25) বর্গমিটার

= 104.75 বর্গমিটার

∴ প্রাচীরের আয়তন

= প্রাচীরের অবস্থিত স্থানের ক্ষেত্রফল × প্রাচীরের উচ্চতা

$= (104.75 \times 2)$ ঘনমিটার

= 209.5 ঘনমিটার **(Ans.)**

গ প্রতিটি ইটের দৈর্ঘ্য, a = 25 সে.মি. = 0.25 মিটার

" " প্রস্থ, b = 12.5 সে.মি. = 0.125 মিটার

" " উচ্চতা, c = 8 সে.মি. = 0.08 মিটার

∴ প্রতিটি ইটের আয়তন = abc ঘন একক

$= 0.25 \times 0.125 \times 0.08$ ঘনমিটার

= 0.0025 ঘনমিটার।

মনে করি, প্রাচীরে মোট x টি ইট লাগে।

তাহলে প্রাচীরের মোট আয়তন = x সংখ্যক ইটের আয়তন

$= x \times 0.0025$ ঘনমিটার

প্রশ্নমতে, $x \times 0.0025 = 209.5$ ['খ' হতে পাই]

বা, $x = \frac{209.9}{0.0025}$

∴ x = 83800

Ans. ইটের সংখ্যা 83800 টি।

প্রশ্ন ▶ ৮ একটি সমবৃত্তভূমিক কোণকের আয়তন V, বক্রতলের ক্ষেত্রফল s, ভূমির ব্যাসার্ধ r, উচ্চতা h এবং শীর্ষ কোণ 2α

ক. সমবৃত্তভূমিক কোণক অঙ্কন করে চিত্র হতে অর্ধশীর্ষ কোণ কত দেখাও। ২

খ. আয়তন V ও হেলানো উচ্চতা ℓ হলে দেখাও যে, ৪

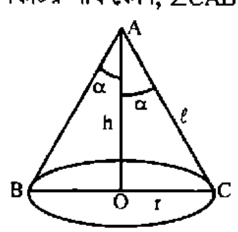
i. $S = \frac{\pi h^2 \tan\alpha}{\cos\alpha} = \frac{\pi r^2}{\sin\alpha}$ বর্গ একক

ii. $V = \frac{1}{3}\pi h^3 \tan^2\alpha = \frac{\pi r^3}{3\tan\alpha}$ ঘন একক

গ. V = 1178 ঘন সে.মি. এবং h = 15 সে.মি. হলে অর্ধশীর্ষ কোণ ও হেলানো উচ্চতার মান নির্ণয় কর। ৪

৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক এখানে, কোণকটির শীর্ষ কোণ, $\angle CAB = 2\alpha$



অর্ধশীর্ষ কোণ, $\angle CAO = \alpha$

খ চিত্র থেকে দেখা যায় যে, কোণকের ভূমির ব্যাসার্ধ, OC = r, কোণকের উচ্চতা, OA = h এবং হেলানো উচ্চতা, AC = ℓ

হেলানো উচ্চতা, $\ell = \sqrt{h^2 + r^2}$ ... ... (1)

$\tan\alpha = \frac{r}{h}$

বা, $h = \frac{r}{\tan\alpha} = r\cot\alpha$ ... ... (2)

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

(i) বক্রতলের ক্ষেত্রফল, $S = \pi r\ell$

$= \pi \times r \times \sqrt{h^2 + r^2}$ [(1) নং হতে]

$= \pi r\sqrt{h^2 + h^2\tan^2\alpha}$ [(2) নং হতে]

$= \pi r\, h\sqrt{1 + \tan^2\alpha}$

$= \pi rh\sec\alpha$ [$\because 1 + \tan^2\alpha = \sec^2\alpha$]

$= \pi.h\tan\alpha.\, h.\frac{1}{\cos\alpha}$ [(2) নং হতে]

$= \frac{\pi h^2\tan\alpha}{\cos\alpha}$ বর্গ একক **(দেখানো হলো)**

আবার, $S = \frac{\pi h^2\tan\alpha}{\cos\alpha}$

$= \frac{\pi h^2\tan^2\alpha}{\cos\alpha.\tan\alpha}$

$= \frac{\pi(h\tan\alpha)^2\cos\alpha}{\sin\alpha.\cos\alpha}$

$= \frac{\pi r^2}{\sin\alpha}$ বর্গ একক [$\because h\tan\alpha = r$] **(দেখানো হলো)**

(ii) আয়তন, $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$

$= \frac{1}{3}\pi.h^2\tan^2\alpha.h$ [(2) নং হতে]

$= \frac{1}{3}\pi h^3\tan^2\alpha$ ঘন একক

$= \frac{1}{3}\pi r^2 \frac{r}{\tan\alpha} = \frac{\pi r^3}{3\tan\alpha}$ ঘন একক **(দেখানো হলো)**

গ দেওয়া আছে, আয়তন, V = 1178 ঘন সে.মি. এবং উচ্চতা, h = 15 সে.মি.

"খ" থেকে পাই, $V = \frac{1}{3}\pi h^3\tan^2\alpha$

বা, $1178 = \frac{1}{3} \times 3.1416 \times 15^3 \times \tan^2\alpha$

বা, $\tan^2\alpha = \frac{1178 \times 3}{3.1416 \times 15^3}$

বা, $\alpha = \tan^{-1}(\sqrt{0.577})$

বা, $\alpha = 30^\circ$ (প্রায়)

আবার, $r = h\tan\alpha = 15\tan30^\circ = 8.66$ সে.মি.

$\therefore$ হেলানো উচ্চতা, $\ell = \sqrt{h^2 + r^2}$

$= \sqrt{15^2 + (8.66)^2}$ সে.মি.

$= \sqrt{300}$ সে.মি.

$= 17.32$ সে.মি. (প্রায়) **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৯ সমুদ্রতীরে একটি বালক একটি সিলিন্ডার আকৃতি বালতির পরিপূর্ণ বালি দ্বারা 24 সে.মি. উচ্চতা বিশিষ্ট একটি কোণক তৈরি করলো।

ক. বালতির তলের ক্ষেত্রফল 254.47 বর্গ সে.মি. হলে তলের ব্যাসার্ধ কত? ২

খ. বালতির উচ্চতা 32 সে.মি. হলে কোণকটির আয়তন কত? ৪

গ. কোণকের হেলানতলের ক্ষেত্রফল কত? ৪

৯ নং প্রশ্নের সমাধান

ক ধরি, তলের ব্যাসার্ধ = r সে.মি.

আমরা জানি, সিলিন্ডারের তলের ক্ষেত্রফল = πr^2 বর্গ একক

$\therefore$ প্রশ্নমতে, $254.47 = \pi r^2$

বা, $r^2 = 81$ [$\pi = 3.1416$]

বা, $r = 9$

$\therefore$ বালতিটির তলের ব্যাসার্ধ = 9 সে.মি. **(Ans.)**

খ বালতির আয়তন = $\pi r^2 h$ ঘন একক

$= \pi \times 9^2 \times 32$ ঘন সে.মি. ['ক' থেকে পাই]

$= 3.1416 \times 81 \times 32$ ঘন সে.মি.

$= 8143.03$ ঘন সে.মি. (প্রায়)

যেহেতু বালতির পরিপূর্ণ বালি দ্বারা কোণক তৈরি করা হয় তাই বালতির আয়তন কোণকের আয়তনের সমান।

$\therefore$ কোণকের আয়তন = 8143.04 ঘন সে.মি. (প্রায়) **(Ans.)**

গ দেওয়া আছে, কোণকের উচ্চতা, $h' = 24$ সে.মি.

ধরি, কোণকের তলের ব্যাসার্ধ = r' সে.মি.

আমরা জানি, কোণকের আয়তন = $\frac{1}{3}\pi r'^2 h'$

বা, $8143.03 = \frac{1}{3}\pi r'^2 h'$ ['খ' থেকে পাই]

বা, $r'^2 \times 24 = \frac{3 \times 8143.03}{3.1416}$

বা, $r'^2 = \frac{7776.003}{24}$

বা, $r' = \sqrt{324}$

বা, $r' = 18$

আমরা জানি, কোণকের হেলানতলের উচ্চতা, $\ell = \sqrt{h'^2 + r'^2}$ একক।

$= \sqrt{24^2 + 18^2}$ সে.মি.

$= \sqrt{900}$ সে.মি.

$= 30$ সে.মি.

$\therefore$ কোণকের হেলানতলের ক্ষেত্রফল = $\pi r'\ell$ বর্গ একক

$= \pi \times 18 \times 30$ বর্গ সে.মি.

$= 3.1416 \times 18 \times 30$ বর্গ সে.মি.

$= 1696.464$ বর্গ সে.মি. (প্রায়) **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ১০ একটি ফাঁপা লোহার গোলকের বাইরের ব্যাস 13 সে.মি. এবং লোহার বেধ 2 সে.মি. [মতিঝিল মডেল স্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা]

ক. ফাঁপা অংশের আয়তন কত? ২

খ. ঐ গোলকে ব্যবহৃত লোহা দিয়ে একটি নিরেট গোলক তৈরি করা হলে তার ব্যাস কত হবে? ৪

গ. নিরেট গোলকটিকে গলিয়ে 6 সে.মি. বহি ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট ও সমভাবে পুরু একটি ফাঁপা গোলক প্রস্তুত করা হলো। দ্বিতীয় ফাঁপা গোলকটি কত পুরু? ৪

১০ নং প্রশ্নের সমাধান

ক গোলকের বাইরের ব্যাসার্ধ, $r = \frac{13}{2} = 6.5$ সে.মি.

$\therefore$ গোলকটির ফাঁপা বা ভিতরের ব্যাসার্ধ, $r = (6.5 - 2)$ সে.মি.

$= 4.5$ সে.মি.

[লোহার বেধ 2 সে.মি.]

$\therefore$ গোলকের ফাঁপা অংশের আয়তন = $\frac{4}{3}\pi \times (4.5)^3$ ঘন সে.মি.

$= 381.7$ ঘন সে.মি. (প্রায়) **(Ans.)**

খ ধরি, নিরেট গোলকের ব্যাসার্ধ r_1

ফাঁপা গোলকের বহির্ব্যাসার্ধ = 6.5 সে.মি. ['ক' থেকে পাই]

প্রশ্নমতে, তৈরিকৃত নিরেট গোলকের আয়তন

= গোলকের বাইরে আয়তন − ফাঁপা অংশের আয়তন

বা, $\frac{4}{3}\pi r_1^3 = \frac{4}{3}\pi(6.5)^3 - \frac{4}{3}\pi(4.5)^3$ ['ক' থেকে পাই]

বা, $r_1^3 = (6.5)^3 - (4.5)^3$

বা, $r_1^3 = 183.5$

বা, $r_1 = 5.6826$

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

∴ নিরেট গোলকের ব্যাস = $2r_1 = 2 \times 5.6826$ সে.মি.

= 11.3652 সে.মি. (প্রায়) **(Ans.)**

গ 'খ' থেকে পাই, নিরেট গোলকটির ব্যাসার্ধ, $r_1 = 5.6826$ সে.মি.

ধরি, ফাঁপা গোলকের অন্তঃব্যাসার্ধ = r_2 সে.মি.

দেওয়া আছে, বহিঃব্যাসার্ধ, $r_3 = 6$ সে.মি.

আমরা জানি, উভয় গোলকের নিরেট লোহার আয়তন সমান হবে অর্থাৎ,

$\frac{4}{3}\pi r_1^3 = \frac{4}{3}\pi r_3^3 - \frac{4}{3}\pi r_2^3$

বা, $r_1^3 = r_3^3 - r_2^3$

বা, $r_2^3 = 6^3 - (5.6826)^3$

বা, $r_2^3 = 32.5$

বা, $r_2 = 3.19$

∴ ফাঁপা গোলকটির অন্তঃব্যাসার্ধ = 3.19 সে.মি.

∴ দ্বিতীয় গোলকটির পুরুত্ব = $(r_3 - r_2)$ সে.মি.

= (6 – 3.19) সে.মি.

= 2.81 সে.মি. **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ১১ r সে.মি. ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট একটি গোলক আকৃতির বল একটি ঘনক আকৃতির বাক্সে ঠিকভাবে এঁটে যায়। [মেহেরপুর সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, মেহেরপুর]

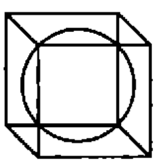
ক. গোলকের আয়তন ও ঘনকের আয়তন নির্ণয় কর। ২

খ. r = 6 হলে ঘনকটির অনধিকৃত অংশের আয়তন নির্ণয় কর। ৪

গ. r ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট গোলকের কেন্দ্র থেকে 3 সে.মি. দূরবর্তী কোন বিন্দুর মধ্য দিয়ে ব্যাসের উপর লম্ব সমতল গোলকটিকে ছেদ করে। উৎপন্ন তলটির ক্ষেত্রফল কত? ৪

১১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক



আমরা জানি,

r সে.মি. ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট গোলাকের আয়তন = $\frac{4}{3}\pi r^3$ ঘন সে.মি. **(Ans.)**

আবার, গোলকটি ঘনকের গাঁয়ে ঠিকভাবে এঁটে যায়।

∴ ঘনকের ধার, a = গোলকের ব্যাস = 2r সে.মি.

∴ ঘনকের আয়তন = a^3 ঘন একক

= $(2r)^3$ ঘন সে.মি. = $8r^3$ ঘন সে.মি. **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে, r = 6 সে.মি.

∴ ঘনকের আয়তন = $8r^3$ ঘন সে.মি. ['ক' থেকে পাই]

= 8×6^3 ঘন সে.মি.

= 1728 ঘন সে.মি.

∴ গোলকের আয়তন = $\frac{4}{3}\pi 6^3$ ঘন সে.মি. ['ক' থেকে পাই]

= 288π ঘন সে.মি.

= 904.7808 ঘন সে.মি. (প্রায়)

ঘনকটির অনধিকৃত অংশের আয়তন

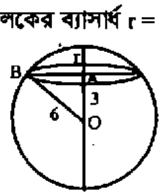
= ঘনকের আয়তন – গোলকের আয়তন

= (1728 – 904.7808) ঘন সে.মি.

= 823.2192 ঘন সে.মি. (প্রায়)

গ দেওয়া আছে, গোলকের ব্যাসার্ধ r = 6 সে.মি.

এবং OA = 3 সে.মি.



চিত্র থেকে পাই,

গোলকের কেন্দ্র O থেকে 3 সে.মি. দূরে A বিন্দুতে যে তলটি উৎপন্ন হয় তার ব্যাসার্ধ, r′ = AB

∴ $r' = \sqrt{6^2 - 3^2}$ সে.মি.

= $\sqrt{36 - 9}$ সে.মি.

= $\sqrt{27}$ সে.মি.

= 5.196 সে.মি.

∴ উৎপন্ন তলটির ক্ষেত্রফল = $\pi r'^2$ বর্গ একক

= $\pi \times (5.196)^2$ বর্গ সে.মি.

= 3.1416×26.998 বর্গ সে.মি.

= 84.817 বর্গ সে.মি. (প্রায়) **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ১২ একটি ঢাকনাযুক্ত কাঠের বাক্সের বাইরের দৈর্ঘ্য 1.6 মি. প্রস্থ দৈর্ঘ্যের $\frac{3}{4}$ গুণ এবং উচ্চতা প্রস্থের $\frac{2}{3}$ গুণ।

ক. বাক্সটির দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা কত? ২

খ. কাঠের পুরুত্ব 3 সে.মি. হলে বাক্সটির ভিতরের তলের ক্ষেত্রফল কত? প্রতি বর্গমিটার 14.44 টাকা হিসাবে বাক্সের ভিতর রং করতে কত খরচ হবে? ৪

গ. বাক্সটির উপর একটি চতুর্ভুজাকার প্রিজম স্থাপন করা হলো যেন প্রিজমের ভূমির ক্ষেত্রফল বাক্সটির ভূমির ক্ষেত্রফলের সমান এবং এর উচ্চতা বাক্সের উচ্চতার অর্ধেক হলে যৌগিক ঘনবস্তুটির আয়তন বের কর। ৪

১২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, কাঠের বাক্সের দৈর্ঘ্য = 1.6 মি. **(Ans.)**

∴ বাক্সটির প্রস্থ = $1.6 \times \frac{3}{4}$ মি. = 1.2 মি. **(Ans.)**

এবং বাক্সটির উচ্চতা = $1.2 \times \frac{2}{3}$ মি. = 0.8 মি. **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে, কাঠের পুরুত্ব = 3 সে.মি. = 0.03 মি.

∴ বাক্সটির ভিতরের দৈর্ঘ্য, a = (1.6 – 2 × 0.03) মি. = 1.54 মি.

বাক্সটির ভিতরের প্রস্থ, b = (1.2 – 2 × 0.03) মি. = 1.14 মি.

বাক্সটির ভিতরের উচ্চতা, c = (0.8 – 2 × 0.03) মি. = 0.74 মি.

∴ ভিতরের তলের ক্ষেত্রফল = 2(ab + bc + ca) বর্গ একক।

= 2(1.54 × 1.14 + 1.14 × 0.74 + 0.74 × 1.54) বর্গ মি.

= 7.4776 বর্গ মি.

দেওয়া আছে, প্রতি বর্গমিটারে খরচ হয় = 14.44 টাকা।

বাক্সের ভিতর অর্থাৎ 7.4776 বর্গ মিটার রং করতে খরচ হয়

= (14.44 × 7.4776) টাকা

= 107.98 টাকা

= 108 টাকা। (প্রায়) **(Ans.)**

গ প্রশ্নমতে, প্রিজমের ভূমির ক্ষেত্রফল = বাক্সটির ভূমির ক্ষেত্রফল

= 1.6 × 1.2 = 1.92 বর্গ মিটার

এবং প্রিজমের উচ্চতা = $\frac{1}{2} \times 0.8$ মি. = 0.4 মি.

আমরা জানি, প্রিজমের আয়তন = ভূমির ক্ষেত্রফল × উচ্চতা

= (1.92 × 0.4) ঘন মি.

= 0.768 ঘন মি.

আবার, বাক্সটির আয়তন = দৈর্ঘ্য × প্রস্থ × উচ্চতা

= 1.6 × 1.2 × 0.8 ঘন মি.

= 1.536 ঘন মি.

∴ যৌগিক ঘনবস্তুটির আয়তন = (0.768 + 1.536) ঘন মিটার।

= 2.304 ঘন মিটার। **(Ans.)**

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

প্রশ্ন ▶ ১৩ 20 সে.মি. দৈর্ঘ্যের একটি বর্গাকার কাগজকে বিপরীত দুই কোণের প্রান্ত দুইটিকে এনে ভাঁজ করা হলো। তারপর ভাঁজ করা কাগজটিকে তার ক্ষুদ্রতর বাহুর চারিদিকে ঘুরানো হলো।

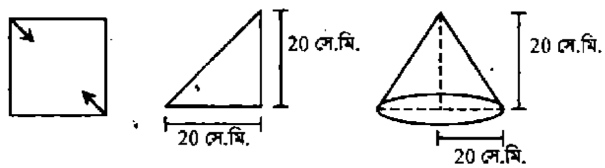
ক. ক্ষুদ্রতর বাহুর চারিদিকে ঘুরানোর পর কি ধরনের ঘনবস্তু তৈরি হবে? ঘনবস্তুটির চিত্র এঁকে মাত্রাগুলো দেখাও। ২

খ. ঘনবস্তুটির হেলানো তলের দৈর্ঘ্য কত হবে? ঘনবস্তুটির সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল ও আয়তন নির্ণয় কর। ৪

গ. ঘনবস্তুটির ভিতরে 15 সে.মি. উচ্চতার কত ব্যাসের একটি সিলিন্ডার রাখা সম্ভব? ৪

১৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক ক্ষুদ্রতর বাহুর চারদিকে ঘুরানোর পর একটি সমবৃত্তভূমিক কোণক উৎপন্ন হবে।



খ হেলানো তলের দৈর্ঘ্য, $l = \sqrt{r^2 + h^2}$

এখানে, h = 20 সে.মি.

r = 20 সে.মি.

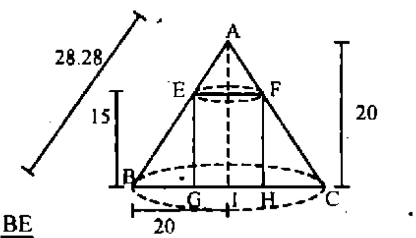
$\therefore \ l = \sqrt{20^2 + 20^2} = 20\sqrt{2}$ সে.মি. **(Ans.)**

সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল $= \pi r(r + l) = 3.1416 \times 20(20 + 20\sqrt{2})$

$= 3033.8$ বর্গ সে.মি. **(Ans.)**

আয়তন $= \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3} \times 3.1416 \times 20^2 \times 20 = 8377.6$ ঘন সে.মি. **(Ans.)**

গ ΔABI ও ΔBGE সদৃশকোণী



$\frac{GE}{AI} = \frac{BE}{AB}$

বা, $BE = \frac{GE}{AI} \times AB = \frac{15}{20} \times 20\sqrt{2} = 15\sqrt{2}$

$BG = \sqrt{BE^2 - GE^2} = \sqrt{(15\sqrt{2})^2 - 15^2} = 15$

$GI = BI - BG = 20 - 15 = 5$

$\therefore$ ব্যাস $= 2 \times GI = 2 \times 5 = 10$ সে.মি. **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ১৪ এক ব্যক্তির কাছে 2 মিটার ব্যাসার্ধ ও 3 মিটার উচ্চতার একটি রূপার সিলিন্ডার আছে। তিনি সিলিন্ডারটি রাখার জন্য আয়ত ঘনক আকৃতির একটি সিন্দুক তৈরির সিদ্ধান্ত নিলেন যাতে সিলিন্ডারটি পুরোপুরি এঁটে যায়।

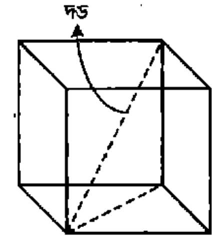
ক. সিন্দুকটির মাত্রাগুলো লিখ। সিন্দুকটির ভিতরে সর্বোচ্চ কত দৈর্ঘ্যের ১টি রূপার দন্ড না বাকিয়ে রাখা সম্ভব? ২

খ. সিলিন্ডারটির সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। সিন্দুকের ভিতর সিলিন্ডারটি রাখার পর কতটুকু অংশ ফাঁকা থাকবে? ৪

গ. রূপার সিলিন্ডারটিকে যদি গোলকে পরিণত করা হয় তবে কি গোলকটি ঐ সিন্দুকে আটানো সম্ভব হবে? যদি না সম্ভব হয় তবে সিন্দুকে কিরূপ পরিবর্তন আনতে হবে? ৪

১৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক



দৈর্ঘ্য, a = 4 মিটার, প্রস্থ, b = 4 মিটার, উচ্চতা, c = 3 মিটার

দন্ডের দৈর্ঘ্য হবে সিন্দুকের কর্ণের সমান।

$\therefore$ দন্ডের দৈর্ঘ্য $= \sqrt{a^2 + b^2 + c^2} = \sqrt{4^2 + 4^2 + 3^2} = 6.4$ মিটার

খ সিলিন্ডারের ব্যাসার্ধ r ও উচ্চতা h হলে

সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল $= 2\pi r(h + r)$

$= 2 \times 3.1416 \times (3 + 2) \times 2$

$= 62.83$ বর্গ মিটার **(Ans.)**

সিন্দুকের আয়তন $= 4 \times 4 \times 3 = 48$ ঘন মিটার

সিলিন্ডারের আয়তন $= \pi r^2 h = 3.1416 \times 2^2 \times 3 = 37.7$ ঘনমিটার

ফাঁকা অংশের আয়তন $= (48 - 37.7)$ ঘন মিটার

$= 10.3$ ঘন মিটার **(Ans.)**

গ সিলিন্ডারের আয়তন = গোলকের আয়তন

$\frac{4}{3}\pi R^3 = 37.7$

$\therefore \ R = 2.08$ মিটার

গোলকের ব্যাস = 4.16 মিটার, যা সিন্দুকের উচ্চতা 4 মিটার এর চেয়ে বেশি। সুতরাং গোলকটি সিন্দুকে আটানো যাবে না। গোলক আটানোর জন্য সিন্দুকের ধারগুলো কমপক্ষে 4.16 মিটার হতে হবে।

প্রশ্ন ▶ ১৫ একটি আইসক্রীম কোম্পানী প্রতিদিন 5000টি কোণ আইসক্রীম তৈরি করে। প্রতিটি কোণ আইসক্রীমের উপরের অংশটি অর্ধগোলক এবং নিচের অংশ কোণক আকৃতির। প্রতিটির দৈর্ঘ্য 12 সে.মি.

ক. অর্ধগোলক আকৃতি অংশের উচ্চতা 4 সে.মি. হলে কোণকের হেলানো তলের উচ্চতা কত? ২

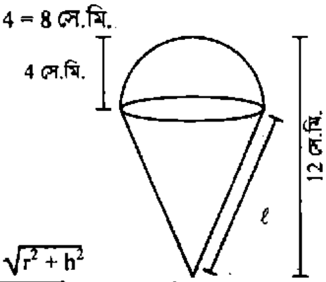
খ. সম্পূর্ণ একটি আইসক্রীমের পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল কত? ৪

গ. কোম্পানীর প্রতিদিন আইসক্রীম উৎপাদনের জন্য কয়টি 50 সে.মি. ধারবিশিষ্ট আইসকিউব লাগবে? ৪

১৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক কোণকের ব্যাসার্ধ, r = 4 সে.মি.

" উচ্চতা, h = 12 − 4 = 8 সে.মি.



$\therefore$ হেলানো তলের উচ্চতা, $l = \sqrt{r^2 + h^2}$

$= \sqrt{4^2 + 8^2} = 8.95$ সে.মি. **(Ans.)**

গ অর্ধগোলকাকৃতি অংশের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} . 4\pi r^2$

$= 2 \times 3.1416 \times 4^2$

$= 100.531$ বর্গ সে.মি.

কোণক আকৃতির অংশের ক্ষেত্রফল $= \pi r_1 l$

$= 3.1416 \times 4 \times 8.95$

$= 112.469$ বর্গ সে.মি.

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

$\therefore$ আইসক্রীমের পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল $= (100.531 + 112.469)$ বর্গ সে.মি.
$= 213$ বর্গ সে.মি. **(Ans.)**

গ অর্ধগোলকাকৃতি অংশের আয়তন $= \frac{1}{2} \times \frac{4}{3}\pi r^3$
$= \frac{2}{3} \times 3.1416 \times 4^3$
$= 134.04$ ঘন সে.মি.

কোণকের আয়তন $= \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3} \times 3.1416 \times 4^2 \times 8$
$= 134.04$ ঘন সে.মি.

$\therefore$ সম্পূর্ণ আইসক্রীমের আয়তন $= (134.04 + 134.04)$
$= 268.08$ ঘন সে.মি.

১টি আইসকিউবের আয়তন $= (50)^3 = 125000$ ঘন সে.মি.
5000টি আইসক্রীমের আয়তন $= 5000 \times 268.08$ ঘন সে.মি.
$= 1340400$ ঘন সে.মি.

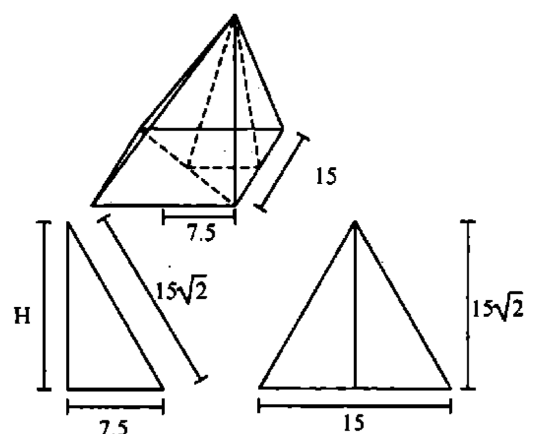
$\therefore$ আইসক্রীমের সংখ্যা $= \frac{1340400}{125000} = 10.72$
≈ 11টি **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ১৬ একজন গণিতবিদ মিশরে পিরামিড দেখতে গেলেন। সেখানে তিনি এমন একটি পিরামিড দেখলেন যার ভূমি বর্গাকার এবং পার্শ্বতলগুলো সর্বসম ত্রিভুজ, এক কথায় সুষম পিরামিড। তিনি একটি গুরুত্বপূর্ণ ব্যাপার লক্ষ্য করলেন যে, পিরামিডটির হেলানো উচ্চতা এর ভূমির কর্ণের সমান।

ক. ভূমির বাহুর দৈর্ঘ্য 15 মিটার হলে পিরামিডের উচ্চতা কত? ২
খ. পিরামিডের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল কত হবে? ৪
গ. এই পিরামিডটি তৈরি করতে 1.45 মিটার ধারবিশিষ্ট কয়টি বর্গাকার ঘনক আকৃতির পাথরের ব্লক লাগবে? ৪

১৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক



পিরামিডের হেলানো উচ্চতা, $l = \sqrt{15^2 + 15^2} = 15\sqrt{2}$
পিরামিডের উচ্চতা, H হলে,
$H = \sqrt{(15\sqrt{2})^2 - (7.5)^2} = \sqrt{450 - 56.25} = 19.84$ মিটার **(Ans.)**

খ পিরামিডের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল
= বর্গাকার ভূমির ক্ষেত্রফল + 4 × পার্শ্বত্রিভুজের ক্ষেত্রফল
$= 15 \times 15 + 4 \times \frac{1}{2} \times 15 \times 15\sqrt{2}$
$= 225 + 450\sqrt{2}$
$= 861.4$ বর্গমিটার। **(Ans.)**

গ পিরামিডের আয়তন $= \frac{1}{3}b^2H$
এখানে, $b = 15$ মিটার, $H = 19.84$ মিটার

$V = \frac{1}{3} \times 15^2 \times 19.84 = 1488$ ঘনমিটার।
1.45 মিটার ধারবিশিষ্ট বর্গাকার ঘনক আকৃতির ইটের ব্লকের আয়তন
$= (1.45 \times 1.45 \times 1.45)$ ঘন মিটার $= 3.05$ ঘন মিটার

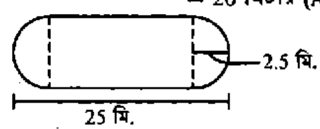
ব্লকের সংখ্যা $= \frac{\text{পিরামিডের আয়তন}}{\text{ব্লকের আয়তন}} = \frac{1488}{3.05} = 488$টি **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ১৭ মনে করো ২০৩০ সালে পৃথিবী থেকে মঙ্গলগ্রহের উদ্দেশ্যে মার্সো-7 নামে একটি নভোযান পাঠানো হলো। নভোযানটি মঙ্গলগ্রহে গিয়ে একটি ক্যাপসুল রকেট নামিয়ে দিলো। ক্যাপসুলটির মাঝের সিলিন্ডার আকৃতির অংশের ইঞ্জিন এবং সিলিন্ডারের দুই পাশে দুটি ফাঁপা অর্ধগোলাকৃতির চেম্বার রয়েছে যাদের ব্যাস সিলিন্ডার আকৃতির অংশের ব্যাসের সমান। সম্পূর্ণ ক্যাপসুলটির দৈর্ঘ্য 25 মিটার। ক্যাপসুলটি ফাঁপা অর্ধগোলাকৃতি অংশে মঙ্গল গ্রহ থেকে মাটি ভরে আনলো।

ক. ক্যাপসুলটির অর্ধগোলাকৃতি অংশের ব্যাসার্ধ 2.5 মিটার হলে সিলিন্ডার আকৃতি অংশের দৈর্ঘ্য কত? ২
খ. ক্যাপসুলটির সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪
গ. ক্যাপসুলটি মঙ্গল গ্রহ থেকে কি পরিমাণ মাটি আনতে পারবে? সম্পূর্ণ ক্যাপসুলের আয়তন কত? ৪

১৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক সিলিন্ডারাকৃতি অংশের দৈর্ঘ্য, $l = (25 - 2 \times 2.5)$ মিটার
$= 20$ মিটার **(Ans.)**



খ সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল = দুই প্রান্তের অর্ধগোলাকৃতি বৃত্ত অংশের পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল + সিলিন্ডার আকৃতির অংশের পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল
$= 2 \times \frac{1}{2} \times 4\pi r^2 + 2\pi r l$
$= 2\pi r(l + 2r)$
$= 2 \times 3.1416 \times 2.5\ (20 + 5)$
$= 392.7$ বর্গ মিটার

গ ফাঁপা অর্ধগোলাকৃতি অংশের মোট আয়তন
$= \frac{1}{2} \times \frac{4}{3}\pi r^3 + \frac{1}{2} \times \frac{4}{3}\pi r^3$
$= \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3} \times 3.1416 \times (2.5)^3 = 65.45$ ঘন মি.

$\therefore$ মোট মাটি আনবে $= 65.45$ ঘন মিটার
সম্পূর্ণ ক্যাপসুলের আয়তন $= \pi r^2 h + \frac{4}{3}\pi r^3$
$= 3.1416 \times 2.5^2 \times 20 + 65.45$
$= 458.15$ ঘন মিটার **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ১৮ ওয়াসা থেকে রামপুরায় একটি পানি সরবরাহকারী গাড়ি পাঠানো হলো। গাড়িটিতে 5 মিটার দৈর্ঘ্য ও 2 মিটার ব্যাস বিশিষ্ট একটি সিলিন্ডার আকৃতির ট্যাঙ্ক আছে। এই ট্যাঙ্ক থেকে একটি সিলিন্ডার আকৃতির একটি পাইপ দিয়ে পানি সরবরাহ করা হয়, যার দৈর্ঘ্য 1.5 মিটার। পানি সংগ্রহকারীরা সবাই গোলাকৃতির ১টি করে জার নিয়ে এসেছে।

ক. পানি সরবরাহকারী পাইপটির ব্যাস 25 সে.মি. হলে পাইপটির আয়তন কত? ২
খ. পানি সরবরাহকারী 1.5 মি. দীর্ঘ পাইপটি একবার সম্পূর্ণরূপে খালি হতে যদি গোলাকৃতির একটি জার সম্পূর্ণরূপে ভরে যায় তবে জারের ব্যাসার্ধ ও সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

গ. এভাবে পানি সরবরাহ করলে গাড়িটি ঐ দিন কতগুলো খালি জার সম্পূর্ণভাবে পূরণ করতে পারবে? ৪

১৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক পানি সরবরাহকারী পাইপটির ব্যাসার্ধ $= \frac{25}{2} = 12.5$ সে.মি.

$= 0.125$ মিটার

$\therefore$ আয়তন $= \pi r^2 h = 3.1416 \times (0.125)^2 \times 1.5$

$= 0.074$ ঘন মিটার (Ans.)

খ জারের আয়তন = সরবরাহকারী পাইপের আয়তন

বা, $\frac{4}{3}\pi R^3 = 0.074$

বা, $R = 0.26$ মিটার (Ans.)

সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল $= 4\pi R^2 = 4 \times 3.1416 \times (0.26)^2$

$= 0.85$ বর্গ মি. (Ans.)

গ ট্যাঙ্কটির ব্যাসার্ধ, $r = \frac{2}{2} = 1$ মিটার

উচ্চতা, $h = 5$ মিটার

$\therefore$ আয়তন $= \pi r^2 h = 3.1416 \times 1^2 \times 5 = 15.708$ ঘন মি.

$\therefore$ জারের সংখ্যা $= \frac{\text{ট্যাঙ্কটির আয়তন}}{\text{জারের আয়তন}}$

$= \frac{15.708}{0.074}$

≈ 212টি (Ans.)

প্রশ্ন ব্যাংক উত্তরসহ সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

প্রশ্ন ▶১৯ **একটি নিরেট গোলকের আয়তন 972π ঘন সে.মি.**

ক. গোলকটির ব্যাসার্ধ নির্ণয় কর। ২

খ. নিরেট গোলকটি ৪, 1, r সে.মি. ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট তিনটি কঠিন কাঁচের বল গলিয়ে তৈরি করা হলে r এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. r সে.মি. ব্যাসার্ধের নিরেট গোলকের লোহা থেকে কয়টি ৪ সে.মি. দৈর্ঘ্য ও 6 সে.মি. ব্যাসের নিরেট সিলিন্ডার তৈরি করা যাবে? ৪

Ans. **ক.** ব্যাসার্ধ = 9 সে.মি.; **খ.** r = 6; **গ.** 4টি।

প্রশ্ন ▶২০ **70 জন ছাত্রের জন্য এরূপ একটি হোস্টেল নির্মাণ করা হয়েছে যাতে প্রত্যেক ছাত্রের জন্য 4.25 বর্গ মিটার মেঝে ও 13.6 ঘন মিটার শূন্য স্থান থাকে। দেওয়া আছে, ঘরটির দৈর্ঘ্য 34 মিটার।**

ক. ঘরটির মেঝের পরিমাণ নির্ণয় কর। ২

খ. ঘরটির প্রস্থ ও উচ্চতা কত হবে? ৪

গ. একটি সিলিন্ডারের ব্যাস উক্ত ঘরের প্রস্থের সমান এবং উচ্চতা ঘরটির উচ্চতার সমান। প্রতি ঘন মিটার 40.00 টাকা হিসেবে এর নির্মাণ খরচ কত হবে? ৪

Ans. **ক.** 297.5 বর্গ মি. **খ.** প্রস্থ 8.75 মিটার ও উচ্চতা 3.2 মিটার **গ.** 7696.92 টাকা। (প্রায়)

প্রশ্ন ▶২১ **মাসুদ সাহেব ময়মনসিংহে একটি বাসা নির্মাণ করলেন। উক্ত বাসার জন্য পানির চৌবাচ্চা তৈরি করলেন যার দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতার অনুপাত 3 : 2 : 1 এবং চৌবাচ্চাটির সমগ্র পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল 198 বর্গমিটার।**

ক. হাউজটির দৈর্ঘ্য বের কর। ২

খ. হাউজটির প্রস্থের সমান বাহু বিশিষ্ট বর্গাকার একটি ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের সমান একটি বৃত্তাকার মাঠের পরিধি নির্ণয় কর। ৪

গ. হাউজটির কর্ণের চেয়ে 3.224 মিটার কম উচ্চতার একটি সমবৃত্তভূমিক কোণকের ভূমির ব্যাসার্ধ 6 মিটার হলে সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল ও কোণকটির আয়তন নির্ণয় কর। ৪

Ans. **ক.** 9 মিটার; **খ.** 21.2694 মিটার (প্রায়); **গ.** 301.59 বর্গ মি. (প্রায়) ও 301.59 ঘন মিটার (প্রায়)।

প্রশ্ন ▶২২ **তিনটি নিরেট স্বর্ণ গোলককে গলিয়ে একটি 6 মি. মি ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট নিরেট গোলক তৈরি করা হল। যেখানে প্রথম দুইটি গোলকের ব্যাসার্ধ যথাক্রমে 3 মি.মি. ও 4 মি. মি.।**

ক. ১ম গোলকটির তলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ২

খ. তৃতীয় গোলকটির ব্যাসার্ধ কত ? ৪

গ. তিনটি গোলক গলিয়ে আবার একটি নতুন ঘনকে পরিণত করা হলো। উক্ত ঘনকের ধার ও কর্ণের দৈর্ঘ্য বের কর। ৪

Ans. **ক.** 113.0976 বর্গ মি.মি. (প্রায়); **খ.** 5 মি.মি. (প্রায়); **গ.** ধার 9.67 মি. মি. (প্রায়) এবং কর্ণের দৈর্ঘ্য 16.75 মি.মি. (প্রায়)

প্রশ্ন ▶২৩ **একটি আয়তাকার ঘনবস্তুর দৈর্ঘ্য ও প্রস্থের অনুপাত 4 : 3 এবং এর আয়তন 2304 ঘন সে.মি.**

ক. প্রদত্ত তথ্য থেকে একটি সমীকরণ প্রতিষ্ঠা কর যার চলক x. ২

খ. প্রতি বর্গ সে.মি. এ 10 টাকা হিসেবে ঐ বস্তুর তলায় সীসার প্রলেপ দিতে 1920 টাকা খরচ হলে ঐ বস্তুর মাত্রাগুলো নির্ণয় কর। ৪

গ. আয়তাকার ঘনবস্তুর উপরের অংশে সুষম পিরামিড স্থাপন করা হল। পিরামিডের ভূমির বাহুর দৈর্ঘ্য 12 সে.মি. এবং উচ্চতা ৪ সে.মি. হলে স্থাপনাটির সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

Ans. **ক.** $x^2h = 192$; **খ.** দৈর্ঘ্য = 16 সে.মি. এবং প্রস্থ = 12 সে.মি.; **গ.** 624 বর্গ সে.মি.

প্রশ্ন ▶২৪ **25 মি. দৈর্ঘ্য ও 18 মি. প্রস্থ বিশিষ্ট ভূমির উপর অবস্থিত দোচালা গুদাম ঘরের দেয়ালের উচ্চতা 5 মি.**

ক. দোচালা ঘরটির ত্রিমাত্রিক চিত্র অঙ্কন কর এবং কি কি ঘনবস্তুর সমন্বয়ে গঠিত লিখ। ২

খ. প্রতিটি চালার প্রস্থ 15 মি. হলে ঘরটির আয়তন নির্ণয় কর। ৪

গ. একটি সুষম চতুস্তলকের যে কোনো ধারের দৈর্ঘ্য চালার প্রস্থ অপেক্ষা 7 মি. কম হলে ইহার সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল ও আয়তন নির্ণয় কর। ৪

Ans. **খ.** 4950 ঘন মি.; **গ.** 110.85 বর্গ মি., 60.32 ঘন মি. (প্রায়)

প্রশ্ন ▶২৫ **4 সে.মি. ব্যাসের একটি লৌহ গোলককে পিটিয়ে $\frac{2}{3}$ সে.মি. পুরু একটি বৃত্তাকার লৌহপাত প্রস্তুত করা হল।**

[জামালপুর সরকারী বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, জামালপুর]

ক. লৌহ গোলকের পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল কত? ২

খ. ঐ পাতের ব্যাসার্ধ কত? ৪

গ. গোলকের পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল 6 সে.মি. ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট সিলিন্ডারের বক্রতলের ক্ষেত্রফলের সমান হলে সিলিন্ডারের সমগ্র পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল এবং আয়তন নির্ণয় কর। ৪

Ans. **ক.** 50.24 বর্গ সে.মি.; **খ.** 4 সে.মি.; **গ.** 276.32 বর্গ সে.মি., 150.72 ঘন সে.মি.

প্রশ্ন ▶২৬ **4 সে.মি. ব্যাসার্ধের একটি নিরেট গোলককে গলিয়ে 5 সে.মি. বহির্ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট ও সমভাবে পুরু একটি ফাঁপা গোলক প্রস্তুত করা হলো।**

[নওগাঁ সরকারি উচ্চ বালিকা বিদ্যালয়, নওগাঁ]

ক. গোলক বলতে কি বোঝায়? ২

খ. প্রস্তুতকৃত গোলকটি কত পুরু? ৪

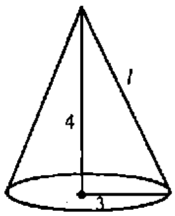
গ. নিরেট গোলকের লোহা থেকে ৪ সে.মি. দৈর্ঘ্য ও 4 সে.মি. ব্যাসের কয়টি নিরেট সিলিন্ডার প্রস্তুত করা যাবে? ৪

Ans. **ক.** 1.06 সে.মি. (প্রায়); **খ.** 2টি

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

প্রশ্ন ▶ ২৭ [অগ্রগামী সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, সিলেট]



ক. l = কত? ২

খ. কোণকের আয়তন ও বক্রতলের ক্ষেত্রফল কত? ৪

গ. ভূমির ব্যাসার্ধ ও উচ্চতা যদি দ্বিগুণ হয় তবে সম্পূর্ণ পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল ও আয়তন নির্ণয় কর। ৪

Ans. ক. 5 একক; খ. 37.68 ঘন একক, 47.1 বর্গ একক, গ. 301.44 বর্গ একক, 301.44 ঘন একক

internet linked

ssc.panjeree.com/hmt/hm13qbs.pdf

এ অংশে অধ্যায়ের গুরুত্বপূর্ণ তথ্য ও সূত্র, পরীক্ষার আগে যার উপর চোখ বুলিয়ে নেওয়া প্রয়োজন বা অবশ্যই মনে রাখতে হবে এমন বিষয়সমূহ একনজরে উল্লেখ করা হয়েছে। পরীক্ষার আগে এ বিষয়গুলো রিভিশন দিলে পরীক্ষায় নির্ভুলভাবে অঙ্ক সমাধান করতে পারবে।

- আয়তাকার ঘনবস্তুর দৈর্ঘ্য a, প্রস্থ b, উচ্চতা c হলে
  (i) আয়তাকার ঘনবস্তুর সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল $= 2(ab + bc + ca)$ বর্গ একক
  (ii) আয়তন $= abc$ ঘনএকক
  (iii) কর্ণ $= \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$ একক

  ঘনকের দৈর্ঘ্য = প্রস্থ = উচ্চতা = a একক হলে
  (i) সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল $= 6a^2$ বর্গ একক
  (ii) আয়তন $= a^3$ ঘন একক
  (iii) কর্ণ $= a\sqrt{3}$ একক
- সমবৃত্তভূমিক সিলিন্ডারের বা বেলনের ভূমির ব্যাসার্ধ r এবং উচ্চতা h হলে
  (i) বক্রতলের ক্ষেত্রফল $= 2\pi rh$ বর্গ একক
  (ii) সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল $= 2\pi r(r + h)$ বর্গ একক
  (iii) আয়তন $= \pi r^2h$ ঘন একক
- সমবৃত্তভূমিক কোণকের উচ্চতা h, ভূমির ব্যাসার্ধ r এবং হেলানো উচ্চতা ℓ হলে
  (i) বক্রতলের ক্ষেত্রফল $= \pi r\ell$ বর্গ একক
  (ii) সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল $= \pi r(r + \ell)$ বর্গ একক
  (iii) আয়তন $= \frac{1}{3}\pi r^2h$ ঘন একক
- গোলকের ব্যাসার্ধ r হলে
  (i) গোলকের তলের ক্ষেত্রফল $= 4\pi r^2$ বর্গ একক
  (ii) আয়তন $= \frac{4}{3}\pi r^3$ ঘন একক
  (iii) h উচ্চতায় তলচ্ছেদে উৎপন্ন বৃত্তের ব্যাসার্ধ $= \sqrt{r^2 - h^2}$ একক
- প্রিজমের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল
  = 2 (ভূমির ক্ষেত্রফল) + পার্শ্বতলগুলোর ক্ষেত্রফল।
  = 2 (ভূমির ক্ষেত্রফল) + ভূমির পরিসীমা × উচ্চতা
  এবং আয়তন = ভূমির ক্ষেত্রফল × উচ্চতা
- পিরামিডের উচ্চতা h, ভূমিক্ষেত্রের অর্ন্তবৃত্তের ব্যাসার্ধ r এবং হেলানো উচ্চতা ℓ হলে $\ell = \sqrt{h^2 + r^2}$
  পিরামিডের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল = ভূমির ক্ষেত্রফল + পার্শ্বতলগুলোর ক্ষেত্রফল।
  কিন্তু পার্শ্বতলগুলো সর্বসম ত্রিভুজ হলে,
  পিরামিডের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল = ভূমির ক্ষেত্রফল + $\frac{1}{2}$ × (ভূমির পরিধি × হেলানো উচ্চতা)
  আয়তন $= \frac{1}{3}$ × ভূমির ক্ষেত্রফল × উচ্চতা

এখানে অধ্যায়টির অনুশীলনী, বহুনির্বাচনি ও সৃজনশীল প্রশ্নগুলো বিশ্লেষণ করে স্টার মার্কসহ সাজেশন দেওয়া হয়েছে। পরীক্ষার আগে অবশ্যই এ অঙ্কগুলো সমাধান করবে। তাহলে পরীক্ষায় যেকোনো অঙ্কের সমাধান সহজেই করতে পারবে।

সাজেশন | বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

	প্রশ্ন নম্বর
★★★	২, ৫, ৬, ৭, ১৪, ২০, ২২, ২৬, ২৮, ২৯, ৩১, ৩৩, ৩৪, ৩৫, ৩৮, ৩৯, ৪০, ৪২, ৪৩, ৪৪, ৪৫, ৪৬, ৪৯, ৫৩, ৫৬, ৫৯, ৬০, ৬২, ৬৩, ৬৪, ৬৫, ৬৭, ৬৮, ৭১, ৭২, ৭৪, ৭৫, ৭৯, ৮০, ৮২, ৮৪, ৮৬, ৮৮, ৯১, ৯৪, ৯৭, ৯৮, ৯৯, ১০২, ১০৩, ১০৪, ১০৫, ১০৬, ১০৭, ১১২, ১১৩, ১১৪, ১১৫, ১২৩, ১২৪, ১২৫, ১৩০, ১৩১, ১৩২, ১৩৩, ১৪৫, ১৪৬, ১৪৭, ১৪৮
★★	১৬, ১৯, ২১, ২৪, ৩২, ৩৭, ৪১, ৪৭, ৫০, ৫১, ৫৫, ৫৭, ৫৯, ৬১, ৭৬, ৭৭, ৭৮, ৮৭, ৯০, ৯৫, ৯৬, ১২০, ১২১, ১২২, ১২৬, ১২৭, ১২৮, ১২৯

সাজেশন | সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

	প্রশ্ন নম্বর
★★★	১, ৩, ৪, ৬, ৮, ১০, ১১, ১২
★★	২, ৫, ৭, ৯, ১৩, ১৪, ১৫, ১৬, ১৭

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

অধ্যায়-১৪

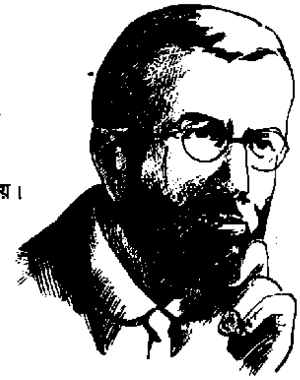
সম্ভাবনা

অনুশীলনী-১৪

অধ্যায়টি পড়ে যা জানতে পারবে—

১. সম্ভাবনার ধারণা ব্যাখ্যা।
২. দৈনন্দিন বিভিন্ন উদাহরণের সাহায্যে নিশ্চিত ঘটনা, অসম্ভব ঘটনা ও সম্ভাব্য ঘটনা বর্ণনা।
৩. একই ঘটনার পুনরাবৃত্তি ঘটলে সম্ভাব্য ফলাফল বর্ণনা।
৪. একই ঘটনার পুনরাবৃত্তি ঘটলে সম্ভাবনা নির্ণয়।
৫. সম্ভাবনার সহজ ও বাস্তবভিত্তিক সমস্যার সমাধান।

ইংলিশ পরিসংখ্যাবিদ আর এ ফিশার (*R.A.Fisher, 1890-1962*) কে আধুনিক পরিসংখ্যানের জনক বলা হয়। তিনি পরিসংখ্যানে কম্পিউটারের পরিচিতি ঘটান এবং সম্ভাব্যতাকে সিদ্ধান্ত গ্রহণের মূল ধারণা হিসাবে প্রতিষ্ঠিত করেন।



PRACTICE

১৭টি অনুশীলনীর প্রশ্ন।
৮০টি বহুনির্বাচনি প্রশ্ন ■ ২৭টি সাধারণ বহুনির্বাচনি ■ ১৪টি বহুপদী সমাপ্তিসূচক ■ ৩৯টি অভিন্ন তথ্যভিত্তিক
২৫টি সৃজনশীল প্রশ্ন ■ ১টি অনুশীলনী ■ ৫টি শ্রেণির কাজ ■ ৯টি মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত ■ ১০টি প্রশ্নব্যাংক

অনুশীলনীর সৃজনশীল বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

১. একটি ছক্কা মারলে 3 উঠার সম্ভাবনা কোনটি?

ক $\frac{1}{6}$ খ $\frac{1}{3}$
গ $\frac{2}{3}$ ঘ $\frac{1}{2}$ ক

ব্যাখ্যা: একটি ছক্কা নিক্ষেপ করলে সম্ভাব্য ফলাফল:
1, 2, 3, 4, 5, 6
3 উঠার অনুকূল ফলাফল সংখ্যা = 1
সুতরাং, 3 উঠার সম্ভাবনা $= \frac{1}{6}$.

নিচের তথ্য থেকে (২-৩) নম্বর প্রশ্নের উত্তর দাও:
একটি থলিতে নীল বল 12টি, সাদা বল 16টি এবং কালো বল 20টি আছে। দৈবভাবে একটা বল নেওয়া হলো।

২. বলটি নীল হওয়ার সম্ভাবনা কত?

ক $\frac{1}{16}$ খ $\frac{1}{12}$
গ $\frac{1}{8}$ ঘ $\frac{1}{4}$ ঘ

ব্যাখ্যা: মোট বল = 12 + 16 + 20টি = 48 টি।
নীল বল আছে 12টি।
∴ বলটি নীল হওয়ার সম্ভাবনা $= \frac{12}{48} = \frac{1}{4}$

৩. বলটি সাদা না হওয়ার সম্ভাবনা কত?

ক $\frac{1}{3}$ খ $\frac{2}{3}$
গ $\frac{1}{16}$ ঘ $\frac{1}{48}$ খ

ব্যাখ্যা: মোট বল = 12 + 16 + 20টি = 48 টি।
সাদা বল আছে 16 টি।
∴ সাদা বল ছাড়া অন্য বল = (48 – 16)টি = 32 টি।
∴ সাদা বল না হওয়ার সম্ভাবনা $= \frac{32}{48} = \frac{2}{3}$.

নিচের তথ্য থেকে (৪-৫) নম্বর প্রশ্নের উত্তর দাও:
একটি মুদ্রাকে তিনবার নিক্ষেপ করা হলো।

৪. সর্বাধিক বার H আসার সম্ভাবনা কত?

ক 1 বার   খ 2 বার
গ 3 বার   ঘ 4 বার   গ

[বি:দ্র: পাঠ্যপুস্তকের প্রশ্নটি ভুল। প্রশ্নটি হবে "সর্বাধিক H কতবার আসতে পারে?"]

ব্যাখ্যা: একটি মুদ্রাকে তিন বার নিক্ষেপ করলে নমুনা ক্ষেত্রটি:
{HHH, HHT, HTH, THH, HTT, THT, TTH, TTT}
নমুনা ক্ষেত্র থেকে দেখা যাচ্ছে, সর্বাধিক H তিনটি যা একবার ঘটেছে।

৫. সবচেয়ে কম সংখ্যক বার T আসার সম্ভাবনা কত?

ক $\frac{1}{8}$ খ $\frac{3}{8}$
গ $\frac{4}{8}$ ঘ $\frac{5}{8}$ ক

ব্যাখ্যা: একটি মুদ্রাকে তিনবার নিক্ষেপ করলে নমুনা ক্ষেত্রটি :
{HHH, HHT, HTH, HTT, THH, THT, TTH, TTT}
নমুনা ক্ষেত্র থেকে দেখা যাচ্ছে, সবচেয়ে কম সংখ্যক অর্থাৎ শূন্যবার T এসেছে একবার।
∴ সবচেয়ে কম সংখ্যক বার T আসার সম্ভাবনা $= \frac{1}{8}$.

৬. চট্টগ্রাম আবহাওয়া অফিসের রিপোর্ট অনুযায়ী ২০১২ সালের জুলাই মাসের ১ম সপ্তাহে বৃষ্টি হয়েছে মোট 5 দিন। সোমবার বৃষ্টি না হওয়ার সম্ভাবনা কত?

ক $\frac{1}{7}$ খ $\frac{2}{7}$
গ $\frac{5}{7}$ ঘ 1   খ

ব্যাখ্যা: আমরা জানি, 1 সপ্তাহ = 7 দিন।
বৃষ্টি হয়েছে 5 দিন।
∴ যেকোনো একদিন বৃষ্টি হওয়ার সম্ভাবনা $= \frac{5}{7}$
∴ সোমবার বৃষ্টি হওয়ার সম্ভাবনা $= \frac{5}{7}$
∴ সোমবার বৃষ্টি না হওয়ার সম্ভাবনা $= 1 - \frac{5}{7} = \frac{7-5}{7} = \frac{2}{7}$

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

৭. 30টি টিকেটে 1 থেকে 30 পর্যন্ত ক্রমিক নম্বর দেয়া আছে। টিকেটগুলো ভালভাবে মিশিয়ে একটি টিকেট দৈবভাবে নেয়া হলো। টিকেটটি (i) জোড় সংখ্যা (ii) চার দ্বারা বিভাজ্য (iii) 8 এর চেয়ে ছোট (iv) 22 এর চেয়ে বড়-হওয়ার সম্ভাবনাগুলো নির্ণয় কর।

সমাধান: টিকেটগুলো ভালভাবে মিশিয়ে একটি টিকেট দৈবভাবে নেয়া হলে সম্ভাব্য ফলাফল, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30.

এখানে, ফলাফলগুলো সমসম্ভাব্য অর্থাৎ, যেকোনো ফলাফল আসার সম্ভাবনা সমান।

(i) ধরি, জোড় সংখ্যা হওয়ার ঘটনা A।

এখানে, জোড় সংখ্যা : 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24, 26, 28, 30.

এদের মধ্যে যেকোনো একটি সংখ্যা আসলেই জোড় সংখ্যা হবে।

সুতরাং, জোড় সংখ্যা আসার অনুকূল ফলাফল = 15.

$\therefore P(A) = \frac{15}{30} = \frac{1}{2}$

(ii) ধরি, চার দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যা হওয়ার ঘটনা B।

এখানে, চার দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যা : 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28

এদের যেকোনো একটি সংখ্যা আসলেই চার দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যা হবে।

সুতরাং, চার দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যা আসার অনুকূল ফলাফল = 7

$\therefore P(B) = \frac{7}{30}$

(iii) ধরি, 8 এর চেয়ে ছোট সংখ্যা হওয়ার ঘটনা C।

এখানে, 8 এর চেয়ে ছোট সংখ্যা : 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7

এদের যেকোনো একটি সংখ্যা আসলেই 8 এর চেয়ে ছোট হবে।

সুতরাং, 8 এর চেয়ে ছোট সংখ্যা আসার অনুকূল ফলাফল = 7

$\therefore P(C) = \frac{7}{30}$

(iv) ধরি, 22 এর চেয়ে বড় সংখ্যা হওয়ার ঘটনা D।

এখানে, 22 এর চেয়ে বড় সংখ্যা : 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30

এদের যেকোনো একটি সংখ্যা আসলেই 22 এর চেয়ে বড় হবে।

সুতরাং, 22 এর চেয়ে বড় সংখ্যা আসার অনুকূল ফলাফল = 8

$\therefore P(D) = \frac{8}{30} = \frac{4}{15}$

উত্তর : (i) $\frac{1}{2}$; (ii) $\frac{7}{30}$; (iii) $\frac{7}{30}$; (iv) $\frac{4}{15}$

৮. কোনো একটি লটারিতে 570টি টিকেট বিক্রি হয়েছে। রহিম 15টি টিকেট কিনেছে। টিকেটগুলো ভালভাবে মিশিয়ে একটি টিকেট দৈবভাবে প্রথম পুরস্কারের জন্য তোলা হলো। রহিমের প্রথম পুরস্কার পাওয়ার সম্ভাবনা কত ?

সমাধান: লটারিতে মোট 570টি টিকেট বিক্রি হয়েছে। অর্থাৎ, সমগ্র সম্ভাব্য ফলাফল 570. রহিম কিনেছে 15 টি টিকেট। অর্থাৎ, অনুকূল ফলাফল 15.

সুতরাং, প্রথম পুরস্কারের জন্য যে টিকেটটি তোলা হয়েছে তা রহিমের টিকেট হওয়ার সম্ভাবনা $= \frac{15}{570} = \frac{1}{38}$

উত্তর: $\frac{1}{38}$

৯. একটা ছক্কা একবার নিক্ষেপ করা হলে জোড় সংখ্যা অথবা তিন দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যা উঠার সম্ভাবনা কত ?

সমাধান: একটি ছক্কা নিক্ষেপ করলে সম্ভাব্য ফলাফলগুলো: 1, 2, 3, 4, 5, 6. ছক্কাটি নিরপেক্ষ হলে ফলাফলগুলো সমসম্ভাব্য হবে অর্থাৎ, যে কোনো ফলাফল আসার সম্ভাবনা সমান।

এখানে, জোড় সংখ্যা অথবা তিন দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যা হলো 2, 3, 4, 6 এই 4টি।

এদের যেকোনো একটি সংখ্যা আসলেই তা জোড় সংখ্যা অথবা 3 দ্বারা বিভাজ্য হবে।

সুতরাং, অনুকূল ফলাফল = 4

$\therefore$ P(জোড় সংখ্যা অথবা তিন দ্বারা বিভাজ্য) $= \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

উত্তর: $\frac{2}{3}$

১০. কোনো একটি স্বাস্থ্য কেন্দ্রের রিপোর্ট অনুযায়ী 155 শিশু কম ওজনের, 386 শিশু স্বাভাবিক ওজনের এবং 98টি শিশু বেশি ওজনের জন্ম নেয়। এখান হতে একটি শিশু দৈবভাবে নির্বাচন করলে নির্বাচিত শিশুটি বেশি ওজনের হবে তার সম্ভাবনা কত ?

সমাধান: এখানে, মোট শিশুর সংখ্যা = (155 + 386 + 98)
= 639টি।

639 টি শিশুর মধ্যে বেশি ওজনের শিশু অর্থাৎ অনুকূল ফলাফল সংখ্যা = 98

$\therefore$ দৈবভাবে একটি শিশু নির্বাচন করা হলে শিশুটি বেশি ওজনের হওয়ার সম্ভাবনা $= \frac{98}{639}$

উত্তর: $\frac{98}{639}$

১১. দুই হাজার লাইসেন্স প্রাপ্ত ড্রাইভার এক বছরে নিম্নলিখিত সংখ্যক ট্রাফিক আইন ভঙ্গ করে।

ট্রাফিক আইন ভঙ্গের সংখ্যা	ড্রাইভারের সংখ্যা
0	1910
1	46
2	18
3	12
4	9
5 বা তার অধিক	5

একজন ড্রাইভারকে দৈবভাবে নির্বাচন করলে ড্রাইভারটির 1টি আইন ভঙ্গ করার সম্ভাবনা কত? ড্রাইভারটির 4 এর অধিক আইন ভঙ্গ করার সম্ভাবনা কত ?

সমাধান: এখানে, মোট ড্রাইভারের সংখ্যা
= (1910 + 46 + 18 + 12 + 9 + 5) = 2000 জন।

এখন, একটি আইন ভঙ্গ করে এমন ড্রাইভারের সংখ্যা = 46 জন।

$\therefore$ নির্বাচিত ড্রাইভারটির 1টি আইন ভঙ্গ করার সম্ভাবনা
$= \frac{46}{2000} = \frac{23}{1000}$

আবার, 4 এর অধিক অর্থাৎ, 5 বা তার অধিক আইন ভঙ্গ করে এমন ড্রাইভারের সংখ্যা = 5 জন।

$\therefore$ নির্বাচিত ড্রাইভারটির 4 এর অধিক আইন ভঙ্গ করার সম্ভাবনা $= \frac{5}{2000} = \frac{1}{400}$

উত্তর: $\frac{23}{1000}$; $\frac{1}{400}$

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

১২. কোনো একটি ফ্যাক্টরীতে নিয়োগকৃত লোকদের কাজের ধরণ অনুযায়ী নিম্নভাবে শ্রেণিকৃত করা যায় :

শ্রেণি করণ	সংখ্যা
ব্যবস্থাপনায়	157
পরিদর্শক হিসেবে	52
উৎপাদন কাজে	1473
অফিসিয়াল কাজে	215

একজনকে দৈবভাবে নির্বাচন করলে লোকটি ব্যবস্থাপনায় নিয়োজিত তার সম্ভাবনা কত? লোকটি ব্যবস্থাপনায় অথবা উৎপাদন কাজে নিয়োজিত তার সম্ভাবনা কত? লোকটি উৎপাদন কাজে নিয়োজিত নয় তার সম্ভাবনা কত ?

সমাধান: এখানে, মোট নিয়োগকৃত লোকসংখ্যা

= (157 + 52 + 1473 + 215) জন

= 1897 জন।

এখন, ব্যবস্থাপনায় নিয়োজিত লোকসংখ্যা = 157 জন।

∴ নির্বাচিত লোকটির ব্যবস্থাপনায় নিয়োজিত হওয়ার সম্ভাবনা $= \frac{157}{1897}$

আবার, ব্যবস্থাপনায় অথবা উৎপাদন কাজে নিয়োজিত লোকসংখ্যা = (157 + 1473) = 1630 জন।

∴ নির্বাচিত লোকটির ব্যবস্থাপনায় অথবা উৎপাদন কাজে নিয়োজিত হওয়ার সম্ভাবনা $= \frac{1630}{1897}$

আবার, উৎপাদন কাজে নিয়োজিত লোক = 1473 জন।

∴ উৎপাদন কাজে নিয়োজিত নয় এমন লোকসংখ্যা

= (1897 – 1473) জন

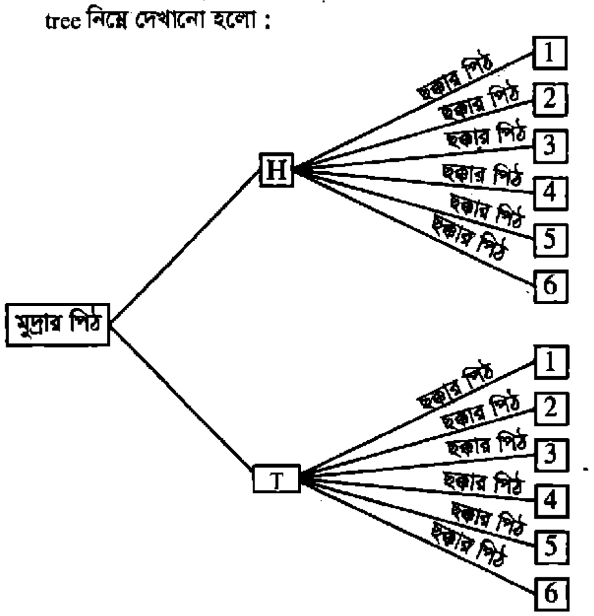
= 424 জন

∴ নির্বাচিত লোকটি উৎপাদন কাজে নিয়োজিত নয় তার সম্ভাবনা $= \frac{424}{1897}$

উত্তর: $\frac{157}{1897}; \frac{1630}{1897}; \frac{424}{1897}$

১৩. ১টি মুদ্রা ও ১টি ছক্কা নিক্ষেপ ঘটনায় Probability tree তৈরি কর।

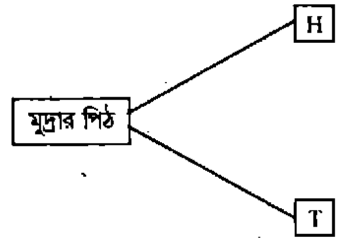
সমাধান: একটি মুদ্রা ও একটি ছক্কা নিক্ষেপ ঘটনার Probability tree নিম্নে দেখানো হলো :



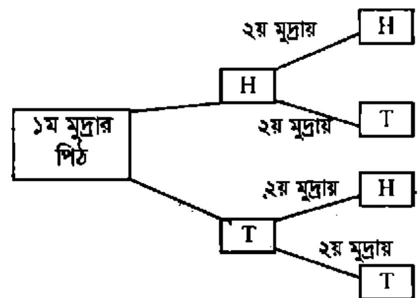
১৪. Probability tree এর সাহায্যে নিচের ছকটি পূরণ কর :

মুদ্রা নিক্ষেপ	সকল সম্ভাব্য ফলাফল	সম্ভাবনা
একবার মুদ্রা নিক্ষেপ		P(T) =
দুইবার মুদ্রা নিক্ষেপ		P(1H) = P(HT) =
তিনবার মুদ্রা নিক্ষেপ		P(HHT) = P(2H) =

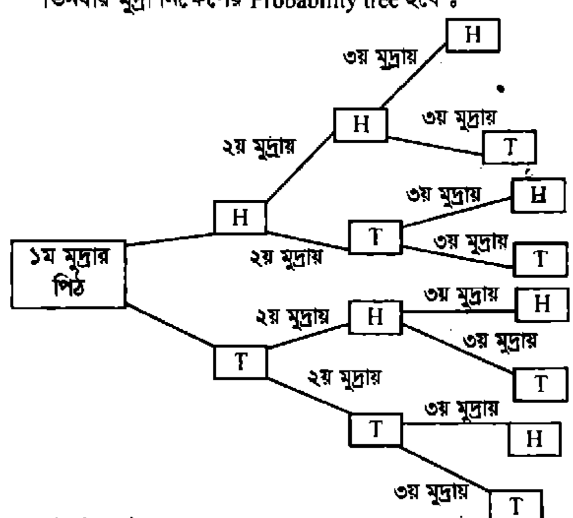
সমাধান: একবার মুদ্রা নিক্ষেপের Probability tree হবে ঃ



দুই বার মুদ্রা নিক্ষেপের Probability tree হবে ঃ



তিনবার মুদ্রা নিক্ষেপের Probability tree হবে ঃ



পূরণ করা ছক:

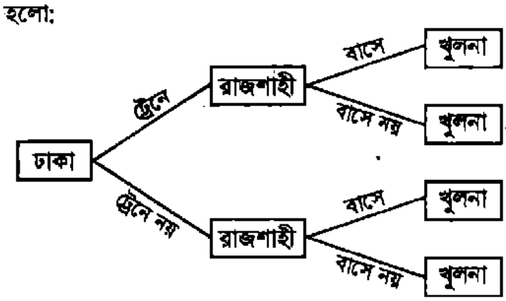
মুদ্রা নিক্ষেপ	সকল সম্ভাব্য ফলাফল	সম্ভাবনা
একবার মুদ্রা নিক্ষেপ	H, T	$P(T) = \frac{1}{2}$
দুইবার মুদ্রা নিক্ষেপ	HH, HT, TH, TT	$P(1H) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ $P(HT) = \frac{1}{4}$
তিনবার মুদ্রা নিক্ষেপ	HHH, HHT, HTH, HTT, THH, THT, TTH, TTT	$P(HHT) = \frac{1}{8}$ $P(2H) = \frac{3}{8}$

www.bdniyog.com

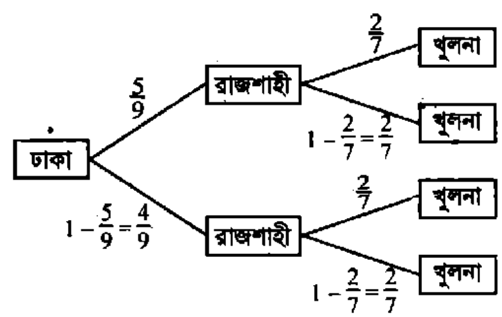
www.pathagar.com

১৫. কোনো একজন লোকের ঢাকা হতে রাজশাহী ট্রেনে যাওয়ার সম্ভাবনা $\frac{5}{9}$ এবং রাজশাহী হতে খুলনা বাসে যাওয়ার সম্ভাবনা $\frac{2}{7}$. Probability tree ব্যবহার করে লোকটি ঢাকা হতে রাজশাহী ট্রেনে নয় এবং রাজশাহী হতে খুলনা বাসে যাওয়ার সম্ভাবনা কত বের কর। লোকটি রাজশাহী ট্রেনে কিন্তু খুলনা বাসে না যাওয়ার সম্ভাবনা বের কর।

সমাধান: লোকটির বিভিন্ন উপায়ে ঢাকা হতে রাজশাহী এবং রাজশাহী হতে খুলনা যাওয়ার Probability tree নিম্নে দেখানো হলো:



সম্ভাবনার মাধ্যমে Probability tree দেখানো হলো:



সুতরাং, লোকটির ঢাকা হতে রাজশাহী ট্রেনে নয় এবং রাজশাহী হতে খুলনা বাসে যাওয়ার সম্ভাবনা = P [রাজশাহী ট্রেনে নয়, খুলনা বাসে] $= \frac{4}{9} \times \frac{2}{7} = \frac{8}{63}$

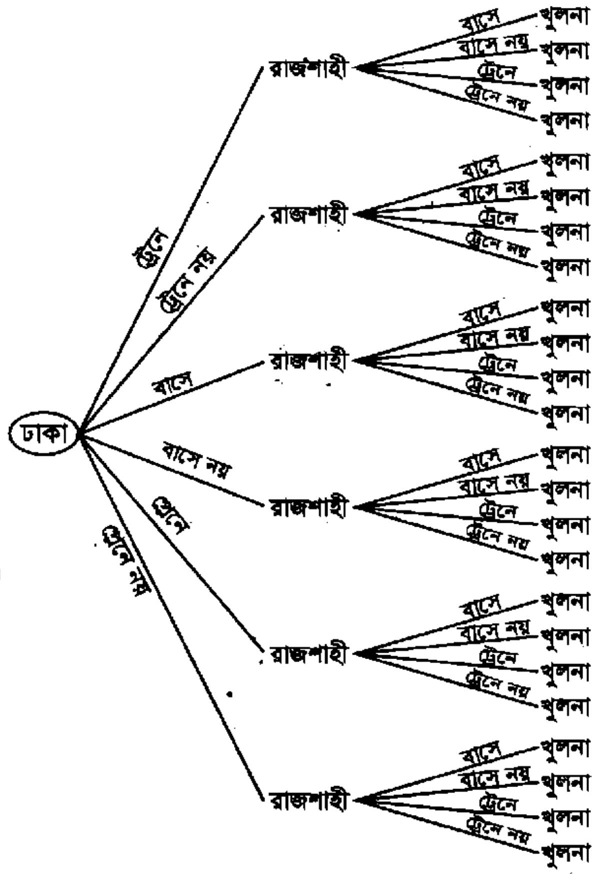
আবার, লোকটির রাজশাহী ট্রেনে কিন্তু খুলনা বাসে না যাওয়ার সম্ভাবনা =

P[রাজশাহী ট্রেনে, খুলনা বাসে নয়] $= \frac{5}{9} \times \frac{5}{7} = \frac{25}{63}$

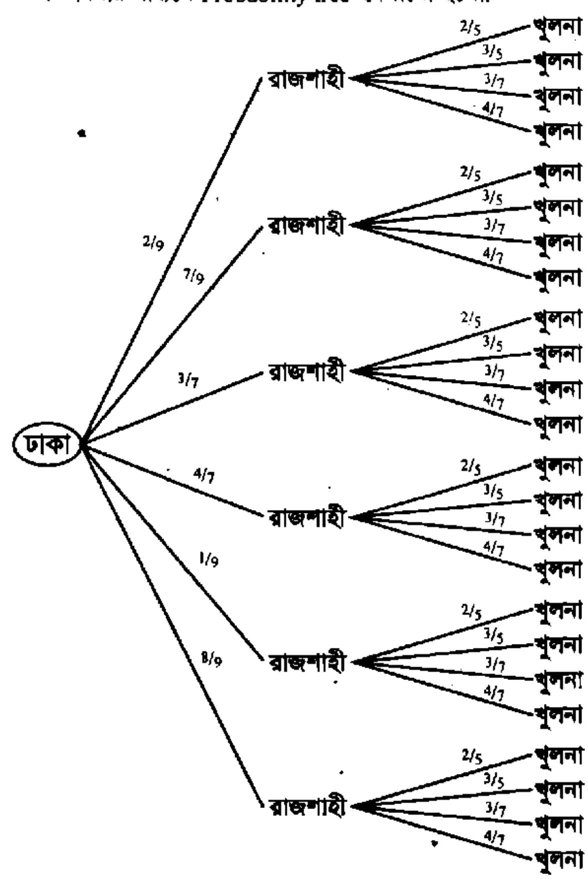
Ans. $\frac{8}{63}; \frac{25}{63}$

১৬. একজন লোক ঢাকা হতে রাজশাহী ট্রেনে যাওয়ার সম্ভাবনা $\frac{2}{9}$, বাসে যাওয়ার সম্ভাবনা $\frac{3}{7}$, প্লেনে যাওয়ার সম্ভাবনা $\frac{1}{9}$। লোকটির রাজশাহী হতে খুলনায় বাসে যাওয়ার সম্ভাবনা $\frac{2}{5}$ এবং ট্রেনে যাওয়ার সম্ভাবনা $\frac{3}{7}$। Probability tree ব্যবহার করে লোকটি রাজশাহী ট্রেনে এবং খুলনায় বাসে যাওয়ার সম্ভাবনা বের কর।

সমাধান: লোকটির বিভিন্ন উপায়ে ঢাকা হতে রাজশাহী এবং রাজশাহী হতে খুলনা যাওয়ার Probability tree দেখানো হলো:



সম্ভাবনার মাধ্যমে Probability tree দেখানো হলো:



www.bdniyog.com
www.pathagar.com

এখন লোকটির রাজশাহী ট্রেনে এবং খুলনায় বাসে যাওয়ার সম্ভাবনা = P[রাজশাহী ট্রেনে, খুলনা বাসে] = $\frac{2}{9} \times \frac{2}{5} = \frac{4}{45}$

Ans. $\frac{4}{45}$

অনুশীলনীর সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

প্রশ্ন ▶ ১৭ একটি দুই টাকার মুদ্রা চার বার নিক্ষেপ করা হলো। (এর শাপলার পিঠকে L এবং প্রাথমিক শিক্ষার শিশুর পিঠকে C বিবেচনা কর।)

ক. যদি মুদ্রাটিকে চারবারের পরিবর্তে দুইবার নিক্ষেপ করা হয় তবে একটি L আসার সম্ভাবনা এবং একটি C না আসার সম্ভাবনা কত?

খ. সম্ভাব্য ঘটনার Probability tree অঙ্কন কর। এবং নমুনা ক্ষেত্রটি লিখ।

গ. দেখাও যে, মুদ্রাটি n সংখ্যক বার নিক্ষেপ করলে সংঘটিত ঘটনা 2^n কে সমর্থন করে।

১৭ নং প্রশ্নের সমাধান

একটি দুই টাকার মুদ্রার শাপলার পিঠকে L এবং প্রাথমিক শিক্ষার শিশুর পিঠকে C বিবেচনা করা হলো।

ক মুদ্রাটিকে দুইবার নিক্ষেপ করা হলে নমুনা ক্ষেত্র,
S = {LL, LC, CL, CC}
এখানে নমুনা বিন্দু 4টি।
একটি L আসার অনুকূল ফলাফল = {LC, CL}
অর্থাৎ 2টি।

$\therefore$ একটি L আসার সম্ভাবনা $= \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$.

একটি C আসার অনুকূল ফলাফল = {LC, CL}
অর্থাৎ 2টি।

একটি C আসার সম্ভাবনা $= \frac{2}{4}$

$= \frac{1}{2}$.

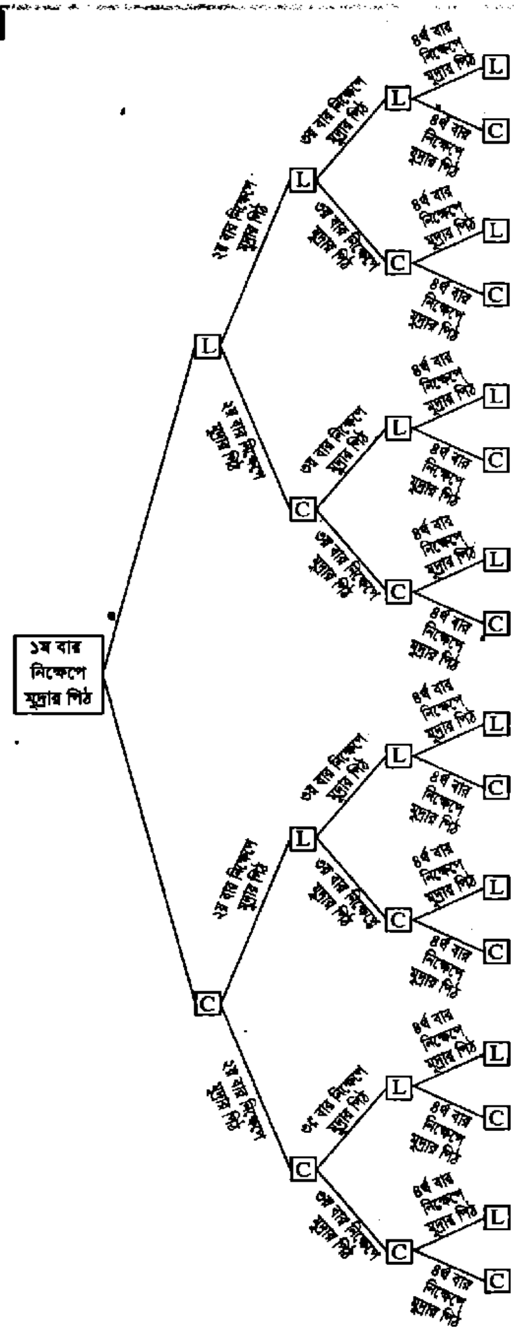
$\therefore$ একটি C না আসার সম্ভাবনা $= 1 - \frac{1}{2}$

$= \frac{2-1}{2}$

$= \frac{1}{2}$.

Ans. $\frac{1}{2}; \frac{1}{2}$

খ



$\therefore$ নমুনা ক্ষেত্র, S = {LLLL, LLLC, LLCL, LLCC, LCLL, LCLC, LCCL, LCCC, CLLL, CLLC, CLCL, CLCC, CCLL, CCLC, CCCL, CCCC}

গ যেহেতু একটি মুদ্রায় 2টি পিঠ থাকে সুতরাং মুদ্রাটি একবার নিক্ষেপ করলে সম্ভাব্য ফলাফল 2টি।
আবার, মুদ্রাটি ২য় বার নিক্ষেপ করলে সম্ভাব্য ফলাফল 4টি।
এমনভাবে,

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

মুদ্রাটি 1 বার নিক্ষেপে সম্ভাব্য ফলাফল = 2

" 2 " " " " $= 4 = 2 \times 2 = 2^2$

" 3 " " " " $= 8 = 2 \times 2 \times 2 = 2^3$

" 4 " " " " $= 16 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^4$

....

....

মুদ্রাটি n বার নিক্ষেপে সম্ভাব্য ফলাফল $= 2^n$

∴ মুদ্রাটি n সংখ্যক বার নিক্ষেপ করলে সম্ভাব্য ফলাফল 2^n কে সমর্থন করে। **[দেখানো হলো]**

মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত সৃজনশীল বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

★★★ ১৪.১ সম্ভাবনার সাথে জড়িত কিছু শব্দের ধারণা

| Text পৃষ্ঠা-২৮৬

- মুদ্রা নিক্ষেপ একটি দৈব ঘটনা কারণ মুদ্রা নিক্ষেপে সম্ভাব্য ফলাফল (H, T) হবে তা জানা আছে কিন্তু মুদ্রা নিক্ষেপের পূর্বে কোন ফলাফল আসবে তা অনিশ্চিত।
- কোনো পরীক্ষার ফলাফল বা ফলাফলের সমাবেশই ঘটনা।
- একটি নিরপেক্ষ মুদ্রা নিক্ষেপ করলে হেড বা টেল আসার সম্ভাবনা সমান তাই হেড আসা বা টেল আসা ঘটনা দুইটি সমসম্ভাব্য ঘটনা।
- একটি মুদ্রা নিক্ষেপ করলে হেড আসা বা টেল আসা দুইটি পরস্পর বিচ্ছিন্ন ঘটনা। কারণ হেড ও টেল একসাথে আসতে পারে না।
- কোনো পরীক্ষায় একটি ঘটনার স্বপক্ষের ফলাফলকে উক্ত ঘটনার অনুকূল ফলাফল বলে।
- একটি পরীক্ষায় সম্ভাব্য সকল ফলাফল নিয়ে গঠিত সেটকে নমুনাক্ষেত্র বলে। নমুনাক্ষেত্রের প্রতিটি উপাদানকে ফলাফলের নমুনা বিন্দু বলে।

১. **অনিশ্চয়তার মাত্রা বেশি হলে কোনো একটি ঘটনা ঘটার সম্ভাবনা কি হয়?** (সহজ) [শেরপুর সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, শেরপুর; কাদিরাবাদ ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক ... টোর]

ক বেশি খ কম গ স্থির ঘ শূন্য **খ**

২. **যখন কোনো পরীক্ষার সম্ভাব্য সকল ফলাফল আগে থেকে জানা থাকে কিন্তু কোনো নির্দিষ্ট চেষ্টার ফলাফল অজানা থাকে তখন তাকে কী বলা হয়?** (সহজ)

ক দৈব চলক খ দৈব পরীক্ষা গ ঘটনা ঘ বিচ্ছিন্ন ঘটনা **খ**

৩. **একটি মুদ্রা নিক্ষেপ পরীক্ষার সম্ভাব্য ফলাফল (H, T) হবে, কিন্তু কোন ফলাফলটি ঘটবে তা অজানা হলে তাকে কী বলে?** (সহজ)

ক ঘটনা খ বিচ্ছিন্ন ঘটনা গ নমুনা ঘ দৈব পরীক্ষা **ঘ**

৪. **একটি ছক্কা নিক্ষেপ পরীক্ষায় জোড় সংখ্যার সেটকে কি বলা হয়?** (সহজ)

ক নমুনাক্ষেত্র খ সম সম্ভাব্য ঘটনা
গ নমুনা বিন্দু ঘ ঘটনা **ঘ**

৫. **বাংলাদেশ ক্রিকেট টিমের 2012 সালে পরাজিত ম্যাচের সংখ্যার সেটকে কি বলা যায়?**(সহজ)

ক ঘটনা খ নমুনাক্ষেত্র
গ সমসম্ভাব্য ঘটনা ঘ নমুনা বিন্দু **ক**

৬. **যখন কোনো দৈব পরীক্ষার প্রত্যেকটি ঘটনা ঘটার সম্ভাবনা সমান হয় তখন ঘটনাগুলোকে কি বলে?** (সহজ)

ক বিচ্ছিন্ন ঘটনা খ অসম্ভব ঘটনা
গ সম-সম্ভাব্য ঘটনা ঘ নিশ্চিত ঘটনা **গ**

৭. **কোন পরীক্ষায় একটা ঘটনার স্বপক্ষের ফলাফলকে কী বলা হয়?** (সহজ)

ক নমুনাক্ষেত্র খ নমুনাবিন্দু
গ অনুকূল ফলাফল ঘ ঘটনা **গ**

৮. **একটা ছক্কা নিক্ষেপ পরীক্ষায় বিজোড় সংখ্যার সেটের অনুকূল ফলাফল সংখ্যা কত?** (মধ্যম)

ক 6 খ 5 গ 4 ঘ 3 **ঘ**

৯. **কোনো দৈব পরীক্ষায় দুই বা ততোধিক ঘটনার মধ্যে যেকোনো একটি ঘটলে যদি অন্যগুলো না ঘটে তবে ঘটনাগুলো পরস্পর কী হয়?** (সহজ)

ক সম-সম্ভাব্য খ বিচ্ছিন্ন ঘটনা
গ নিশ্চিত ঘটনা ঘ অসম্ভব ঘটনা **খ**

১০. **কোন একটা টেস্ট ম্যাচের সম্ভাব্য মোট অনুকূল ফলাফলের সংখ্যা কত?** (সহজ)

ক 6 খ 5 গ 4 ঘ 3 **ঘ**

১১. **5টি মুদ্রা একত্রে নিক্ষেপ করলে মোট নমুনা বিন্দুর সংখ্যা কত?** (সহজ)

ক 16 খ 32 গ 34 ঘ 64 **খ**

ব্যাখ্যা: 1টি মুদ্রা 1 বার নিক্ষেপ করলে মোট নমুনাবিন্দু = {H, T} = 2টি

2টি ,, একত্রে ,, ,, ,, ,, = 2×2 = 4টি

∴ 5টি ,, ,, ,, ,, ,, = 2×2×2×2×2 = 32টি

১২. **1টি মুদ্রা ও 1টি ছক্কা নিক্ষেপের মোট নমুনাবিন্দুর সংখ্যা কত?** (সহজ)

ক 8 খ 12 গ 16 ঘ 20 **খ**

ব্যাখ্যা: 1টি মুদ্রা নিক্ষেপের মোট নমুনাবিন্দু = {H, T} = 2.

এবং 1টি মুদ্রা নিক্ষেপের মোট নমুনাবিন্দু = {1, 2, 3, 4, 5, 6} = 6টি।

∴ 1টি মুদ্রা ও 1টি ছক্কা নিক্ষেপের মোট নমুনাবিন্দু $= 2 \times 6 = 12$

১৩. **যদি $P(A) = 0.75$ এবং $P(B) = \frac{3}{4}$ হয় তবে A ও B ঘটনাদ্বয়–** (সহজ)

ক নিশ্চিত ঘটনা খ অসম্ভব ঘটনা
গ সমসম্ভাব্য ঘটনা ঘ বিচ্ছিন্ন ঘটনা **গ**

১৪. **একটি ছক্কা নিক্ষেপের সম্ভাব্য ফলাফলগুলো হল– 1, 2, 3, 4, 5, 6 এবং A = {1, 3, 5}, B = {2, 4, 6}, C = {2, 3, 5} হলে—**

i. C হল মৌলিক সংখ্যা পড়ার ঘটনা
ii. A ও B হল যথাক্রমে জোড় ও বিজোড় সংখ্যা পড়ার ঘটনা
iii. ঘটনাত্রয় সম-সম্ভাব্য

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **ঘ**

১৫. **একটি নিরপেক্ষ মুদ্রা নিক্ষেপ করলে —**

i. S = {H, T} এটি মুদ্রাটির নমুনাক্ষেত্র।
ii. H ও T প্রত্যেকেই নমুনাবিন্দু।
iii. এটি একটি দৈব পরীক্ষা।

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **ঘ**

১৬. **তিনটি মুদ্রা নিক্ষেপের নমুনা ক্ষেত্র S = {HHH, THH, HTH, HHT, HTT, THT, TTH, TTT} এবং ঘটনা, A = {HHH, TTT}, B = {THH, HTH, HHT, HTT, THT, TTH} হলে—**

i. S নমুনাক্ষেত্রের মোট নমুনাবিন্দুর সংখ্যা ৪টি
ii. A ও B ঘটনাদ্বয় পরস্পর বিচ্ছিন্ন ঘটনা
iii. A ও B ঘটনাদ্বয় সম-সম্ভাব্য ঘটনা

নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **ক**

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

★★★ ১৪.২ যুক্তিভিত্তিক সম্ভাবনা নির্ণয় | Text পৃষ্ঠা-২৮৭

- কোনো ঘটনার সম্ভাবনা = $\frac{\text{উক্ত ঘটনার অনুকূল ফলাফল}}{\text{সমগ্র সম্ভাব্য ফলাফল}}$
- কোনো ঘটনা ঘটার সম্ভাবনার মান 0 থেকে 1 এর মধ্যে থাকে।

১৭. একটি মুদ্রা নিক্ষেপ পরীক্ষায় হেড অথবা টেল পড়ার সম্ভাবনা একটি নিশ্চিত ঘটনা। এক্ষেত্রে সম্ভাবনার মান কত হবে? (মধ্যম)

ক 0 খ 1 গ 2 ঘ 3 — খ

১৮. একটি ছক্কা নিক্ষেপ পরীক্ষায় 0 আসার ঘটনার অনুকূল ফলাফলের মান শূন্য হলে, সম্ভাবনার মান কত হবে? (মধ্যম)

ক 0 খ 1 গ 2 ঘ 3 — ক

১৯. যদি কোন পরীক্ষায় n হল সমগ্র সম্ভাব্য ফলাফল এবং m হল A ঘটনার অনুকূল ফলাফল তাহলে। (সহজ) [বীণাপাণি সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, গোপালগঞ্জ]; [লক্ষ্মীপুর সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়]

ক $P(A) = \frac{n}{m}$ খ $P(A) = \frac{m}{n}$

গ $P(A) = \frac{m}{m+n}$ ঘ $P(A) = \frac{(m-n)}{n}$ — খ

২০. কোন ঘটনা A এর ক্ষেত্রে নিচের কোনটি দ্বারা সম্ভাবনার সীমা নির্দেশ করা হয়। (সহজ)

ক $0 \le P(A) \le 1$ খ $0 < P(A) < 1$

গ $0 \le P(A) < 1$ ঘ $0 < P(A) \le 1$ — ক

ব্যাখ্যা: যখন কোনো ঘটনার অনুকূল ফলাফলের মান শূন্য হয় তখন সম্ভাবনার মান শূন্য হয়। আর যখন অনুকূল ফলাফলের মান নমুনাক্ষেত্রের মোট নমুনা বিন্দুর সমান হয় তখন সম্ভাবনার মান 1 হয়। এ কারণে কোনো ঘটনা A এর সম্ভাবনার মান $0 \le P(A) \le 1$ হয়।

২১. দুইটি নিরপেক্ষ মুদ্রা নিক্ষেপ করায় সমগ্র ফলাফল HH, HT, TH, TT —

i. ১ম নিক্ষেপে H পড়ার সম্ভাবনা $\frac{1}{2}$।

ii. উভয় মুদ্রায় একই পিঠ পড়ার সম্ভাবনা $\frac{1}{2}$।

iii. উভয় মুদ্রায় T পড়ার সম্ভাবনা $\frac{1}{2}$।

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii — ক

নিচের তথ্যের ভিত্তিতে (২২-২৫) নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

একটি ছক্কা নিক্ষেপের সমগ্র সম্ভাব্য ফলাফলগুলো 1, 2, 3, 4, 5, 6 হলে,

২২. জোড় সংখ্যা পড়ার সম্ভাবনা কত? (সহজ)

ক $\frac{1}{4}$ খ $\frac{1}{6}$ গ $\frac{1}{2}$ ঘ $\frac{1}{8}$ — গ

২৩. বিজোড় সংখ্যা পড়ার সম্ভাবনা কত? (সহজ)

ক $\frac{1}{8}$ খ $\frac{1}{2}$ গ $\frac{1}{6}$ ঘ $\frac{1}{4}$ — খ

২৪. 4 এর কম এবং মৌলিক সংখ্যা পড়ার সম্ভাবনা কত? (মধ্যম)

ক $\frac{1}{4}$ খ $\frac{1}{3}$ গ $\frac{2}{3}$ ঘ $\frac{3}{4}$ — খ

ব্যাখ্যা: 4 এর কম এবং মৌলিক সংখ্যার অনুকূল ফলাফল $= \{2, 3\} = 2$টি

∴ 4 এর কম এবং মৌলিক সংখ্যা পড়ার সম্ভাবনা $= \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

২৫. জোড় অথবা বিজোড় সংখ্যা পড়ার সম্ভাবনা কত? (সহজ)

ক $\frac{1}{4}$ খ $\frac{1}{2}$ গ $\frac{1}{6}$ ঘ 1 — ঘ

ব্যাখ্যা: জোড় অথবা বিজোড় সংখ্যার অনুকূল ফলাফল 1, 2, 3, 4, 5, 6 = 6টি

∴ জোড় অথবা বিজোড় সংখ্যা পড়ার সম্ভাবনা $= \frac{6}{6} = 1$

নিচের তথ্যের আলোকে (২৬-২৯) নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

দুটি মুদ্রা একত্রে নিক্ষেপের সমগ্র সম্ভাব্য ফলাফল: HH, HT, TH, TT

২৬. উভয় মুদ্রায় H পড়ার সম্ভাবনা কত? (সহজ)

ক $\frac{1}{4}$ খ $\frac{1}{2}$ গ $\frac{2}{3}$ ঘ $\frac{3}{4}$ — ক

২৭. ১ম মুদ্রায় H পড়ার সম্ভাবনা কত? (সহজ)

ক $\frac{1}{4}$ খ $\frac{1}{2}$ গ $\frac{2}{3}$ ঘ $\frac{3}{4}$ — খ

২৮. কমপক্ষে 1টি H পড়ার সম্ভাবনা কত? (মধ্যম)

ক $\frac{3}{4}$ খ $\frac{2}{3}$ গ $\frac{1}{2}$ ঘ $\frac{1}{4}$ — ক

২৯. কমপক্ষে 1টি T পড়ার সম্ভাবনা কত? (মধ্যম)

ক $\frac{1}{8}$ খ $\frac{1}{2}$ গ $\frac{2}{3}$ ঘ $\frac{3}{4}$ — ঘ

★★★ ১৪.৩ দুইটি বিশেষ ধরনের ঘটনা | Text পৃষ্ঠা-২৮৮

- কোনো পরীক্ষায় যে ঘটনা অবশ্যই ঘটবে, তাই নিশ্চিত ঘটনা। নিশ্চিত ঘটনার সম্ভাবনা সবসময়ই 1 হয়।
- কোনো পরীক্ষায় যে ঘটনা কখনো ঘটবে না, তই অসম্ভব ঘটনা। অসম্ভব ঘটনার সম্ভাবনা সবসময়ই 0 হয়।
- কোনো ঘটনা ঘটা ও না ঘটার সম্ভাবনার যোগফল 1 হয়।

৩০. যদি P(A) = 0 হয়, তাহলে A ঘটনাটি কী ঘটনা? (সহজ)

ক নিশ্চিত খ স্বাধীন গ অসম্ভব ঘ শর্তাধীন — গ

৩১. যদি P(B) = 1 হয়; তাহলে B ঘটনাটি কী ঘটনা? (সহজ)

ক নিশ্চিত খ অসম্ভব গ সম-সম্ভাব্য ঘ শর্তাধীন — ক

৩২. একটি পাত্রে লাল, কালো ও সাদা রঙের মোট 15টি বল আছে। 1টি বল দৈবভাবে নির্বাচন করা হলো। নির্বাচিত বলটির কালো ও সাদা হওয়ার সম্ভাবনা যথাক্রমে 0.25 ও 0.35। তাহলে পাত্রে বিদ্যমান লাল বলের সংখ্যা কত? (মধ্যম)

ক 4 খ 6 গ 8 ঘ 9 — খ

ব্যাখ্যা: নির্বাচিত বলটি লাল হওয়ার সম্ভাবনা $= 1 - 0.25 - 0.35 = 0.40$

∴ পাত্রে লাল বলের সংখ্যা $= 0.40 \times 15 = 6$টি

৩৩. অসম্ভব ঘটনা —

i. কোনো পরীক্ষায় যে ঘটনা কখনো ঘটবে না।

ii. সম্ভাবনা সব সময় শূন্য হয়।

iii. সম্ভাবনা সব সময় 0.5 হয়।

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii — ক

৩৪. নিশ্চিত ঘটনা —

i. আগামীকাল সূর্য পূর্ব দিকে উঠবে।

ii. আজ সূর্য পশ্চিম দিকে অস্ত যাবে।

iii. রাতের বেলা সূর্য দেখা যায় না।

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii — ঘ

৩৫. নিশ্চিত ঘটনা —

i. যে ঘটনা পরীক্ষনের প্রতিক্ষেত্রে অবশ্যই ঘটবে।

ii. সম্ভাবনা সর্বদা এক।

iii. সম্ভাবনা হয় শূন্য না হয় এক।

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii — ক

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

৩৬. একটি ছক্কা নিক্ষেপের সম্ভাব্য ফলাফলগুলো হলো– 1, 2, 3, 4, 5, 6 এবং ঘটনা B = {1, 2, 3, 4, 5, 6} তাহলে—

i. B হল S এর একটি প্রকৃত উপসেট

ii. B একটি নিশ্চিত ঘটনা

iii. B একটি অসম্ভব ঘটনা

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ⓚ i ও ii ⓛ i ও iii ⓖ ii ও iii ⓘ i, ii ও iii **ক**

নিচের তথ্যের ভিত্তিতে (৩৭-৩৯) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

একটি পাত্রে যতগুলো কালো বল আছে, তার তিন গুণ আছে লাল বল। সাদা বল আছে লাল বলের দ্বিগুণ পরিমাণ। এখন পাত্র হতে একটি বল দৈবভাবে নির্বাচন করা হলো—

৩৭. বলটি কালো হওয়ার সম্ভাবনা কত? (সহজ)

ⓚ $\frac{1}{10}$ ⓛ $\frac{2}{10}$ ⓖ $\frac{3}{10}$ ⓘ $\frac{6}{10}$ **ক**

৩৮. বলটি সাদা হওয়ার সম্ভাবনা কত? (সহজ)

ⓚ $\frac{1}{10}$ ⓛ $\frac{2}{10}$ ⓖ $\frac{3}{10}$ ⓘ $\frac{6}{10}$ **ঘ**

৩৯. বলটি কালো অথবা সাদা হওয়ার সম্ভাবনা কত? (মধ্যম)

ⓚ $\frac{2}{10}$ ⓛ $\frac{3}{10}$ ⓖ $\frac{6}{10}$ ⓘ $\frac{7}{10}$ **ঘ**

ব্যাখ্যা: P (কালো অথবা সাদা) = P (কালো) + P (সাদা)

$$= \frac{1}{10} + \frac{6}{10} = \frac{7}{10}$$

★★★ ১৪.৪ তথ্যভিত্তিক সম্ভাবনা নির্ণয় | Text পৃষ্ঠা-২৮৯

- যে সম্ভাবনা পূর্ববর্তী কোনো পরিসংখ্যান থেকে নেওয়া হয় তাকে তথ্যভিত্তিক সম্ভাবনা বলে।

৪০. যুক্তিভিত্তিক সম্ভাবনা নির্ণয়ে ফলাফলগুলো কী ধরনের হতে হয়? (সহজ)

ⓚ শর্তাধীন ⓛ সম-সম্ভাব্য

ⓖ অসম-সম্ভাব্য ⓘ বিচ্ছিন্ন **খ**

৪১. একটি মুদ্রা 10,000 বার নিক্ষেপ করলে প্রাপ্ত H এর সংখ্যা 4,000 এবং মুদ্রাটি 1 বার নিক্ষেপ করলে T পাওয়ার সম্ভাবনা কত? (মধ্যম)

ⓚ 0.40 ⓛ 0.50 ⓖ 0.60 ⓘ 0.70 **গ**

ব্যাখ্যা: প্রাপ্ত H = 4,000

∴ T এর সংখ্যা = 10,000 − 4,000 = 6,000

$$\therefore P(T) = \frac{6000}{10000} = 0.60$$

৪২. একটি মুদ্রা নিরপেক্ষভাবে 991 বার নিক্ষেপ করলে 541 বার টেল আসে। তাহলে টেল এর আপেক্ষিক গণসংখ্যা কত? (সহজ)

ⓚ .39 ⓛ .41 ⓖ .55 ⓘ .59 **গ**

৪৩. 10টি লাল বল ও 3টি কালো বল হতে দৈবভাবে একটি বল নির্বাচন করা হলো—

i. বলটি লাল হবার সম্ভাবনা $\frac{10}{13}$।

ii. বলটি কালো হবার সম্ভাবনা $\frac{7}{13}$।

iii. বলটি কালো না হবার সম্ভাবনা $\frac{10}{13}$।

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ⓚ i ও ii ⓛ i ও iii ⓖ ii ও iii ⓘ i, ii ও iii **খ**

নিচের তথ্যের আলোকে (৪৪-৪৬) নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

কোনো একটি ফ্যাক্টরিতে নিয়োগকৃত লোকদের মধ্য থেকে একজনকে দৈবভাবে নির্বাচন করা হলে লোকটির ব্যবস্থাপনায়, পরিদর্শক, উৎপাদন এবং অফিসিয়াল কাজে নিয়োজিত হওয়ার সম্ভাবনা যথাক্রমে 0.27; 0.10; 0.52 এবং 0.11. যদি পরিদর্শকের সংখ্যা 10 জন হয়, তাহলে—

৪৪. ফ্যাক্টরীর মোট লোকের সংখ্যা কত? (মধ্যম)

ⓚ 50 ⓛ 70 ⓖ 100 ⓘ 1000 **গ**

ব্যাখ্যা: লোকটির পরিদর্শক হওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{\text{পরিদর্শকের সংখ্যা}}{\text{মোট লোকসংখ্যা}}$

বা, 0.10 = $\frac{10}{\text{মোট লোকসংখ্যা}}$

বা, মোট লোকসংখ্যা = $\frac{10}{0.10}$ = 100 জন

৪৫. ব্যবস্থাপনায় নিয়োজিত লোকের সংখ্যা কত জন? (মধ্যম)

ⓚ 27 ⓛ 20 ⓖ 10 ⓘ 5 **ক**

ব্যাখ্যা: লোকটির ব্যবস্থাপনা কাজে নিয়োজিত হওয়ার সম্ভাবনা

= $\frac{\text{ব্যবস্থানার লোকসংখ্যা}}{\text{মোট লোকসংখ্যা}}$

বা, 0.27 = $\frac{\text{ব্যবস্থাপনার লোকসংখ্যা}}{100}$

বা, ব্যবস্থাপনার লোকসংখ্যা = 27 জন

৪৬. ফ্যাক্টরীতে কোন শ্রেণির লোকসংখ্যা সবচেয়ে বেশি? (সহজ)

ⓚ ব্যবস্থাপনায় ⓛ উৎপাদনে

ⓖ পরিদর্শক ⓘ অফিসিয়াল **খ**

ব্যাখ্যা: যে শ্রেণির লোকের সম্ভাবনা সবচেয়ে বেশি, সেই শ্রেণির লোকসংখ্যা বেশি।

নিচের তথ্যের ভিত্তিতে (৪৭-৪৯) নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

কোনো এক জরিপে দেখা গেল যে, ঢাকা শহরে 1000000টি পরিবার গরিব, 500000টি পরিবার নিম্নমধ্যবিত্ত; 700000টি পরিবার মধ্যবিত্ত এবং 300000টি ধনী পরিবার বসবাস করে। যেকোনো একটি পরিবার দৈবভাবে নির্বাচন করা হলে—

৪৭. পরিবারটির ধনী হওয়ার সম্ভাবনা কত? (সহজ)

ⓚ $\frac{7}{24}$ ⓛ $\frac{3}{25}$ ⓖ $\frac{6}{25}$ ⓘ $\frac{1}{5}$ **খ**

৪৮. পরিবারটির গরিব না হওয়ার সম্ভাবনা কত? (মধ্যম)

ⓚ $\frac{1}{2}$ ⓛ $\frac{2}{5}$ ⓖ $\frac{3}{5}$ ⓘ $\frac{4}{5}$ **গ**

৪৯. পরিবারটি কোন ধরনের হওয়ার সম্ভাবনা বেশি? (সহজ)

ⓚ ধনী ⓛ মধ্যবিত্ত ⓖ গরিব ⓘ নিম্নবিত্ত **গ**

নিচের তথ্য থেকে (৫০-৫২) নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

আবহাওয়া দপ্তরের রিপোর্ট অনুযায়ী জুলাই মাসে ঢাকা শহরে 10 দিন মুষলধারে এবং 15 দিন গুড়ি গুড়ি বৃষ্টি হয়েছে। তাহলে—

৫০. 8-ই জুলাই বৃষ্টি হওয়ার সম্ভাবনা কত? (সহজ)

ⓚ $\frac{25}{31}$ ⓛ $\frac{15}{31}$ ⓖ $\frac{10}{31}$ ⓘ $\frac{7}{31}$ **ক**

ব্যাখ্যা: মোট বৃষ্টি হয়েছে = মুষলধারে + গুড়ি গুড়ি

= (10 + 15) দিন = 25 দিন

∴ 8-ই জুলাই বৃষ্টি হয়েছে তার সম্ভাবনা = $\frac{25}{31}$.

[∵ জুলাই মাস 31 দিন]

৫১. 8-ই জুলাই মুষলধারে বৃষ্টি হওয়ার সম্ভাবনা কত? (সহজ)

ⓚ $\frac{10}{31}$ ⓛ $\frac{15}{31}$ ⓖ $\frac{25}{31}$ ⓘ $\frac{27}{31}$ **ক**

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

৫২. ৪ই জুলাই বৃষ্টি না হওয়ার সম্ভাবনা কত? (সহজ)

ক $\frac{25}{31}$ খ $\frac{15}{31}$ গ $\frac{10}{31}$ ঘ $\frac{6}{31}$ **ঘ**

ব্যাখ্যা: যেহেতু মোট বৃষ্টি হয়েছে = (10 + 15) = 25 দিন

∴ বৃষ্টি হয়নি = (31 − 25) = 6 দিন

∴ বৃষ্টি না হওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{6}{31}$

নিচের তথ্যের ভিত্তিতে (৫৩-৫৫) নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

কোনো একটি লটারিতে 570 টি টিকিট বিক্রি হয়েছে। রহিম 15টি টিকিট কিনেছে। টিকিটগুলো ভালোভাবে মিশিয়ে একটি টিকিট দৈবভাবে তোলা হলো।

৫৩. রহিমের ১ম পুরস্কার পাওয়ার সম্ভাবনা কত? (মধ্যম)

ক $\frac{1}{38}$ খ $\frac{1}{19}$ গ $\frac{3}{38}$ ঘ $\frac{2}{19}$ **ক**

৫৪. দুটি টিকিট পরপর তোলা হলে রহিমের ২য় পুরস্কার পাওয়ার সম্ভাবনা কত? (মধ্যম)

ক $\frac{12}{569}$ খ $\frac{13}{569}$ গ $\frac{1}{38}$ ঘ $\frac{15}{569}$ **ঘ**

ব্যাখ্যা: ১ম পুরস্কার ঘোষিত হওয়ার পর পাত্রে আর টিকিট থাকে = 570 − 1 = 569টি

এখন, রহিমের ২য় পুরস্কার পাওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{15}{569}$

৫৫. রহিমের ১ম পুরস্কার না পাওয়ার সম্ভাবনা কত? (মধ্যম)

ক $\frac{37}{38}$ খ $\frac{35}{38}$ গ $\frac{33}{38}$ ঘ $\frac{1}{38}$ **ক**

নিচের তথ্যের ভিত্তিতে (৫৬-৫৯) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

বাংলাদেশ ক্রিকেট টিম 2012 সালে 7টি টেস্ট ম্যাচ খেলে 3টি হেরেছে, 2টিতে টাই এবং 20টি একদিনের ম্যাচের 12টিতে জিতেছে এবং কোন ম্যাচে টাই হয়নি। যেকোনো একটি ম্যাচ দৈবভাবে নেয়া হলো।

৫৬. ম্যাচটিতে বাংলাদেশের পরাজয়ের সম্ভাবনা কত? (মধ্যম)

ক $\frac{11}{27}$ খ $\frac{10}{27}$ গ $\frac{1}{9}$ ঘ $\frac{2}{27}$ **ক**

ব্যাখ্যা: মোট ম্যাচ = টেস্ট + একদিন

= 7 + 20 = 27

পরাজিত হয়েছে = 3 + 8 = 11

∴ পরাজিত হওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{11}{27}$

৫৭. ম্যাচটি একদিনের হওয়ার সম্ভাবনা কত? (সহজ)

ক $\frac{20}{27}$ খ $\frac{17}{27}$ গ $\frac{8}{27}$ ঘ $\frac{1}{9}$ **ক**

৫৮. ম্যাচটি T-20 হওয়ার সম্ভাবনা কত? (সহজ)

ক 0.75 খ 0.50 গ 0.25 ঘ 0 **ঘ**

৫৯. ম্যাচটিতে জয় অথবা পরাজয় আসার সম্ভাবনা কত? (সহজ)

ক $\frac{2}{27}$ খ $\frac{5}{27}$ গ $\frac{20}{27}$ ঘ $\frac{25}{27}$ **ঘ**

- অনেকক্ষেত্রে নমুনাক্ষেত্রের আকার বড় হলে Probability tree এর মাধ্যমে নমুনাক্ষেত্র তৈরি করা যায় এবং বিভিন্ন ঘটনার সম্ভাবনা নির্ণয় করা যায়।

৬০. মুদ্রায় বিপরীত পিঠ ও ছক্কায় জোড় সংখ্যা পড়ার সম্ভাবনা কত? (সহজ)

ক $\frac{5}{24}$ খ $\frac{1}{4}$ গ $\frac{7}{24}$ ঘ $\frac{1}{3}$ **খ**

ব্যাখ্যা: ধরি, A = মুদ্রায় বিপরীত পিঠ ও ছক্কায় জোড় সংখ্যা = {HT2, HT4, HT6, TH2, TH4, TH6}

∴ n(A) = 6 ∴ P(A) = $\frac{6}{24} = \frac{1}{4}$

৬১. যে কোন পিঠ ও জোড় সংখ্যা পড়ার সম্ভাবনা? (সহজ)

ক $\frac{1}{8}$ খ $\frac{1}{3}$ গ $\frac{1}{4}$ ঘ $\frac{1}{2}$ **ঘ**

ব্যাখ্যা: ধরি, c = যে কোন পিঠ ও ছক্কায় জোড় সংখ্যা পড়ার ঘটনা = {HH2, HH4, HH6, HT2, HT4, HT6, PH2, PH4, TT2, TT4, TT6, TH6}

∴ n(c) = 12

P(c) = 12/24 = 1/2

৬২. সম্ভাবনা Tree এর সাহায্যে —

i. নমুনা ক্ষেত্র তৈরি করা যায়।
ii. বিভিন্ন ঘটনার সম্ভাবনা বের করা যায় না।
iii. বিভিন্ন ঘটনার সম্ভাবনা বের করা যায়।

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **খ**

৬৩. একজন ছাত্রী বাসা থেকে বের হয়ে রিক্সায় অথবা হেঁটে বাস স্টপে যাওয়ার সম্ভাবনা সমান। বাস স্টপ থেকে বাসে করে স্কুলে যাওয়ার সম্ভাবনা 0.6 হলে—

i. বাসা থেকে রিক্সায় বাস স্টপে এবং বাস স্টপ থেকে বাসে করে স্কুলে যাওয়ার সম্ভাবনা 0.3.
ii. বাসা থেকে হেঁটে বাস স্টপে এবং বাস স্টপ থেকে বাসে করে স্কুলে যাওয়ার সম্ভাবনা 0.3.
iii. বাসা থেকে রিক্সায় অথবা হেঁটে বাস স্টপ এবং বাস স্টপ থেকে বাসে না যাওয়ার সম্ভাবনা 0.4.

নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **ঘ**

ব্যাখ্যা : (i) বাসা থেকে রিক্সায় এবং বাস স্টপ থেকে বাসে করে স্কুলে যাওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{1}{2} \times 0.6 = 0.3$

(ii) বাসা থেকে হেঁটে বাস স্টপ এবং বাস স্টপ থেকে বাসে করে স্কুলে যাওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{1}{2} \times 0.6 = 0.3$

(iii) বাসা থেকে রিক্সায় অথবা হেঁটে বাস স্টপ এবং বাস স্টপ থেকে বাসে না করে স্কুলে যাওয়ার সম্ভাবনা

$$= \left(\frac{1}{2} \times 0.4\right) + \left(\frac{1}{2} \times 0.4\right) = 0.4.$$

সুতরাং (i), (ii) ও (iii) সত্য

৬৪. দুটি মুদ্রা নিক্ষেপের ক্ষেত্রে—

i. বড়জোর 1টি H পড়ার সম্ভাবনা = 0.75
ii. কমপক্ষে 1টি H পড়ার সম্ভাবনা = 0.75
iii. HH একটি নমুনা বিন্দু

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **ঘ**

৬৫. একটি ছক্কা নিক্ষেপের ক্ষেত্রে—

i. জোড় সংখ্যা পড়ার সম্ভাবনা $\frac{1}{2}$
ii. মৌলিক সংখ্যা পড়ার সম্ভাবনা $\frac{1}{2}$
iii. 7 একটি নমুনা বিন্দু

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **ক**

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

৬৬. একটি ছক্কা নিক্ষেপের নমুনাক্ষেত্র, S = {1, 2, 3, 4, 5, 6} ঘটনা, A = {1, 3, 5, 7}, B = {2, 4, 6} হলে—

i. A ঘটনাটি ঘটার সম্ভাবনা $\frac{2}{3}$

ii. B ঘটনার অনুকূল ফলাফল সংখ্যা 3

iii. B ঘটনাটি ঘটার সম্ভাবনা $\frac{1}{2}$

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii গ

নিম্নের তথ্যের আলোকে (৬৭-৭০) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

তিনটি মুদ্রা নিক্ষেপে নমুনাক্ষেত্র, S = {HHH, HHT, HTH, THH, HTT, THT, TTH, TTT}

৬৭. কোন H না পাওয়ার সম্ভাবনা কত? (সহজ)

ক $\frac{1}{8}$ খ $\frac{1}{4}$ গ $\frac{3}{8}$ ঘ $\frac{1}{2}$ ক

ব্যাখ্যা: কোন H না পাওয়ার অনুকূল ঘটনা = {TTT}.

,, H ,, ,, সম্ভাবনা $= \frac{1}{8}$ [∵ n(S) = 8]

৬৮. কমপক্ষে 1টি H পাওয়ার সম্ভাবনা কত? (মধ্যম)

ক $\frac{3}{8}$ খ $\frac{3}{4}$ গ $\frac{7}{8}$ ঘ 1 গ

ব্যাখ্যা: কমপক্ষে 1টি H পাওয়ার অনুকূল ঘটনা = {HHH, HHT, HTH, THH, TTH, THT, HTT} = 7টি

∴ কমপক্ষে 1টি H পাওয়ার সম্ভাবনা $= \frac{7}{8}$

৬৯. বড়জোর 1 টি T পাওয়ার সম্ভাবনা কত? (মধ্যম)

ক $\frac{1}{2}$ খ $\frac{3}{8}$ গ $\frac{7}{8}$ ঘ 1 ক

ব্যাখ্যা: বড়জোর 1টি T এর অনুকূল ঘটনা = {HHH, THH, HTH, HHT} = 4টি

∴ বড়জোর 1টি পাওয়ার সম্ভাবনা $= \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$

৭০. বড়জোর তিনটি H/T পাওয়ার সম্ভাবনা কত? (মধ্যম)

ক 1 খ $\frac{1}{2}$ গ $\frac{3}{8}$ ঘ $\frac{1}{8}$ ক

ব্যাখ্যা: বড়জোর তিনটি H/T পাওয়ার ঘটনা = {HHH, HHT, HTH, THH, TTH, THT, HTT, TTT}

∴ বড়জোর তিনটি H/T পাওয়ার সম্ভাবনা $= \frac{8}{8} = 1$

নিম্নের তথ্যের আলোকে (৭১-৭৪) নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

একটি নিরপেক্ষ ছক্কা ও একটি মুদ্রা একত্রে নিক্ষেপে নমুনাক্ষেত্র S = {1H, 1T, 2H, 2T, 3H, 3T, 4H, 4T, 5H, 5T, 6H, 6T}

৭১. মুদ্রায় H পড়ার সম্ভাবনা কত? (মধ্যম)

ক $\frac{1}{2}$ খ $\frac{5}{12}$ গ $\frac{1}{3}$ ঘ $\frac{1}{4}$ ক

ব্যাখ্যা: মুদ্রায় H পড়ার ঘটনা = {1H, 2H, 3H, 4H, 5H, 6H} = 6টি

∴ মুদ্রায় H পড়ার সম্ভাবনা $= \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$

৭২. ছক্কায় জোড় সংখ্যা পড়ার সম্ভাবনা কত? (সহজ)

ক $\frac{1}{2}$ খ $\frac{5}{12}$ গ $\frac{1}{3}$ ঘ $\frac{1}{4}$ ক

ব্যাখ্যা: ছক্কায় জোড় সংখ্যা পড়ার ঘটনা = {2H, 2T, 4H, 4T, 6H, 6T} = 6টি

∴ ছক্কায় জোড় সংখ্যা পড়ার সম্ভাবনা $= \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$

৭৩. ছক্কায় জোড় সংখ্যা এবং মুদ্রায় T পড়ার সম্ভাবনা কত? (মধ্যম)

ক $\frac{1}{2}$ খ $\frac{5}{12}$ গ $\frac{1}{3}$ ঘ $\frac{1}{4}$ ঘ

ব্যাখ্যা: ছক্কায় জোড় এবং মুদ্রায় T পড়ার ঘটনা = {2T, 4T, 6T} = 3টি

∴ ছক্কায় জোড় এবং মুদ্রায় T পড়ার সম্ভাবনা $= \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$

৭৪. ছক্কায় 3 দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যা এবং মুদ্রায় যেকোনো পিঠ পাওয়ার সম্ভাবনা কত? (মধ্যম)

ক $\frac{5}{12}$ খ $\frac{1}{3}$ গ $\frac{1}{4}$ ঘ $\frac{1}{6}$ খ

ব্যাখ্যা: ছক্কায় 3 দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যা এবং মুদ্রায় যেকোনো পিঠ পাওয়ার ঘটনা = {3H, 3T, 6H, 6T} = 4টি

∴ ছক্কায় 3 দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যা এবং মুদ্রায় যেকোনো পিঠ পাওয়ার সম্ভাবনা $= \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$

শ্রেণির কাজের ওপর সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

প্রশ্ন ▶ ১ একটি নিরপেক্ষ ছক্কা নিক্ষেপ করা হলো, *◀ কাজ; পৃষ্ঠা-২৮৯*

[ঝালকাঠি সরকারি হরচন্দ্র বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, ঝালকাঠি]

ক. সম্ভাব্য ফলাফলগুলো নির্ণয় কর। ২

খ. (i) 4 আসার সম্ভাবনা নির্ণয় কর।

(ii) 4 অথবা 4 এর বেশি সংখ্যা আসার সম্ভাবনা নির্ণয় কর। ৪

গ. (i) বিজোড় সংখ্যা আসার সম্ভাবনা কত?

(ii) 5 এর কম সংখ্যা আসার সম্ভাবনা কত? ৪

১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক একটি নিরপেক্ষ ছক্কা নিক্ষেপের সম্ভাব্য ফলাফলগুলো হলো: 1, 2, 3, 4, 5, 6.

∴ সম্ভাব্য মোট ফলাফল = 6 টি। **(Ans.)**

খ (i) সমগ্র সম্ভাব্য ফলাফল হতে দেখা যায় যে, 4 আসার অনুকূল ফলাফল সংখ্যা 1টি এবং মোট ফলাফল = 6 টি।

∴ 4 আসার সম্ভাবনা $= \frac{1}{6}$ **(Ans.)**

(ii) ধরি,

ঘটনা, A = 4 অথবা 4 এর বেশি সংখ্যা আসার ফলাফল: 4, 5, 6

∴ ঘটনা A এর অনুকূল ফলাফল সংখ্যা = 3

এবং মোট ফলাফল = 6 টি।

∴ $P(A) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ **(Ans.)**

গ (i) ধরি,

ঘটনা, B = বিজোড় সংখ্যা আসার ফলাফল: 1, 3, 5

∴ B ঘটনার অনুকূল ফলাফল সংখ্যা = 3

এবং মোট ফলাফল = 6টি।

∴ $P(B) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ **(Ans.)**

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

(ii) ধরি,
ঘটনা, C = 5 এর কম সংখ্যা আসার ফলাফল: 1, 2, 3, 4
∴ C ঘটনার অনুকূল ফলাফল সংখ্যা = 4
এবং মোট ফলাফল সংখ্যা = 6

$\therefore P(C) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ (Ans.)

প্রশ্ন ▶ ২ **একটি থলেতে একই ধরনের 6টি কালো, 5টি লাল ও 8টি সাদা মার্বেল আছে। থলে হতে একটি মার্বেল দৈবভাবে নির্বাচন করা হলো।** *কাজ; পৃষ্ঠা-২৮৯*

[হবিগঞ্জ সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, হবিগঞ্জ; সরকারি মুসলিম উচ্চ বিদ্যালয়, চট্টগ্রাম]

ক. কত উপায়ে মার্বেলটি নির্বাচন করা যায়? ২
খ. মার্বেলটি (i) লাল হওয়ার সম্ভাবনা কত?
(ii) কালো না হওয়ার সম্ভাবনা কত? ৪
গ. মার্বেলটি,
(i) হলুদ হওয়ার সম্ভাবনা নির্ণয় কর।
(ii) কালো অথবা সাদা হওয়ার সম্ভাবনা বের কর। ৪

২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক পাত্রে মোট মার্বেল আছে = (6 + 5 + 8) টি = 19 টি।
এখন, 19টি মার্বেল হতে যে কোনো একটি মার্বেল মোট 19 উপায়ে নেয়া যায়। (Ans.)

খ (i) পাত্রে লাল মার্বেল আছে = 5 টি।

∴ মার্বেলটি লাল হওয়ার সম্ভাবনা $= \frac{5}{19}$ (Ans.)

(ii) পাত্রে কালো মার্বেল আছে = 6টি।

∴ মার্বেলটি কালো হওয়ার সম্ভাবনা $= \frac{6}{19}$

∴ মার্বেলটি কালো না হওয়ার সম্ভাবনা $= 1 - \frac{6}{19}$

$= \frac{19-6}{19}$

$= \frac{13}{19}$ (Ans.)

গ (i) পাত্রে হলুদ মার্বেল আছে = 0 টি,

∴ মার্বেলটি হলুদ হওয়ার সম্ভাবনা $= \frac{0}{19} = 0$ (Ans.)

(ii) পাত্রে কালো মার্বেল আছে = 6 টি
" সাদা " " = 8 টি

∴ মার্বেলটি কালো হওয়ার সম্ভাবনা $= \frac{6}{19}$

এবং " সাদা " " $= \frac{8}{19}$

∴ মার্বেলটি কালো অথবা সাদা হওয়ার সম্ভাবনা
= মার্বেলটি কালো হওয়ার সম্ভাবনা + মার্বেলটি সাদা হওয়ার সম্ভাবনা

$= \frac{6}{19} + \frac{8}{19}$

$= \frac{6+8}{19}$

$= \frac{14}{19}$ (Ans.)

প্রশ্ন ▶ ৩ **একটি জরিপে দেখা গেল কোনো এক বিশ্ববিদ্যালয়ে ১ম বর্ষে 284 জন ছাত্র অর্থনীতিতে, 106 জন ছাত্র ইতিহাসে, 253 জন ছাত্র সমাজবিজ্ঞানে, 169 জন ছাত্র ইংরেজিতে ভর্তি হয়েছে। একজন ছাত্রকে দৈবভাবে নির্বাচিত করা হলো—** *কাজ; পৃষ্ঠা-২৯০*

ক. 1 জন ছাত্রকে কত উপায়ে নির্বাচিত করা যায়? ২
খ. নির্বাচিত ছাত্রটির
(i) সমাজবিজ্ঞানের না হওয়ার সম্ভাবনা কত?
(ii) পরিসংখ্যানের হওয়ার সম্ভাবনা কত? ৪
গ. নির্বাচিত ছাত্রটির –
(i) অর্থনীতির হওয়ার সম্ভাবনা কত?
(ii) অর্থনীতি অথবা ইংরেজিতে হওয়ার সম্ভাবনা কত? ৪

৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক মোট ছাত্র ভর্তি হয়েছে = (284 + 106 + 253 + 169) জন
= 812 জন
∴ 812 জন ছাত্র থেকে 1 জন ছাত্র দৈবভাবে নেয়া যায় মোট 812 উপায়ে। (Ans.)

খ (i) সমাজবিজ্ঞানে ভর্তি হয়েছে = 253 জন ছাত্র

∴ ছাত্রটির সমাজবিজ্ঞানের হওয়ার সম্ভাবনা $= \frac{253}{812}$

∴ ছাত্রটির সমাজবিজ্ঞানের না হওয়ার সম্ভাবনা

$= 1 - \frac{253}{812}$

$= \frac{812-253}{812}$

$= \frac{559}{812}$

(ii) পরিসংখ্যানে ভর্তি হয়েছে = 0 জন ছাত্র

∴ ছাত্রটি পরিসংখ্যানের হওয়ার সম্ভাবনা $= \frac{0}{812} = 0$ (Ans.)

গ (i) অর্থনীতিতে ভর্তি হয়েছে = 284 জন ছাত্র।

∴ ছাত্রটি অর্থনীতির হওয়ার সম্ভাবনা $= \frac{284}{812} = \frac{71}{203}$ (Ans.)

(ii) ইংরেজিতে ভর্তি হয়েছে = 169 জন ছাত্র

∴ ছাত্রটি ইংরেজির হওয়ার সম্ভাবনা $= \frac{169}{812}$

এবং অর্থনীতির হওয়ার সম্ভাবনা $= \frac{71}{203}$

∴ ছাত্রটির অর্থনীতির অথবা ইংরেজীর হওয়ার সম্ভাবনা = P (অর্থনীতির ছাত্র) + P (ইংরেজির ছাত্র)

$= \frac{71}{203} + \frac{169}{812}$

$= \frac{284+169}{812}$

$= \frac{453}{812}$ (Ans.)

প্রশ্ন ▶ ৪ **তিনটি মুদ্রা একত্রে নিক্ষেপ করা হলো—** *কাজ; পৃষ্ঠা-২৯২*

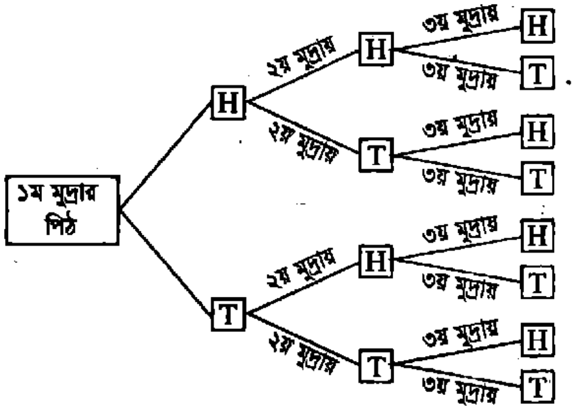
ক. সম্ভাব্য সকল ফলাফল Probability Tree এর সাহায্যে লেখ। ২
খ. (i) নমুনা ক্ষেত্রটি লিখ।
(ii) মুদ্রা তিনটিতে একই ফলাফল আসার সম্ভাবনা নির্ণয় কর। ৪
গ. (i) কমপক্ষে 2T পড়ার সম্ভাবনা কত?
(ii) বড়জোর 2T আসার সম্ভাবনা কত? ৪

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক তিনটি মুদ্রা নিক্ষেপের সম্ভাব্য সকল ফলাফল Probability Tree এর সাহায্যে নিম্নে দেয়া হলো:-



সম্ভাব্য ফলাফলগুলো : HHH, HHT, HTH, HTT, THH, THT, TTH, TTT

খ (i) তিনটি মুদ্রা নিক্ষেপের নমুনাক্ষেত্র, S = {HHH, HHT, HTH, HTT, THH, THT, TTH, TTT}

∴ মোট নমুনা বিন্দুর সংখ্যা = 8

(ii) ধরি, ঘটনা, A = মুদ্রা তিনটিতে একই ফলাফল
= {HHH, TTT}

∴ A ঘটনার অনুকূল নমুনা বিন্দুর সংখ্যা = 2

এবং মোট নমুনা বিন্দুর সংখ্যা = 8

$\therefore P(A) = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$ **(Ans.)**

গ (i) ধরি,

ঘটনা, B = কমপক্ষে 2T পড়া
= {HTT, THT, TTH, TTT}

∴ ঘটনা, B এর অনুকূল নমুনাবিন্দুর সংখ্যা = 4

এবং মোট নমুনা বিন্দুর সংখ্যা = 8

$\therefore P(B) = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$ **(Ans.)**

(ii) ধরি, ঘটনা, C = বড়জোর 2T পড়া
= {HHH, HHT, HTH, HTT, THH, THT, TTH}

∴ ঘটনা C এর অনুকূল নমুনাবিন্দুর সংখ্যা = 7

এবং মোট নমুনা বিন্দুর সংখ্যা = 8

$\therefore P(C) = \frac{7}{8}$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৫ একটি ছক্কা ও 2টি মুদ্রা একত্রে নিক্ষেপ করা হলো।

◀ কাজ; পৃষ্ঠা-২৯২

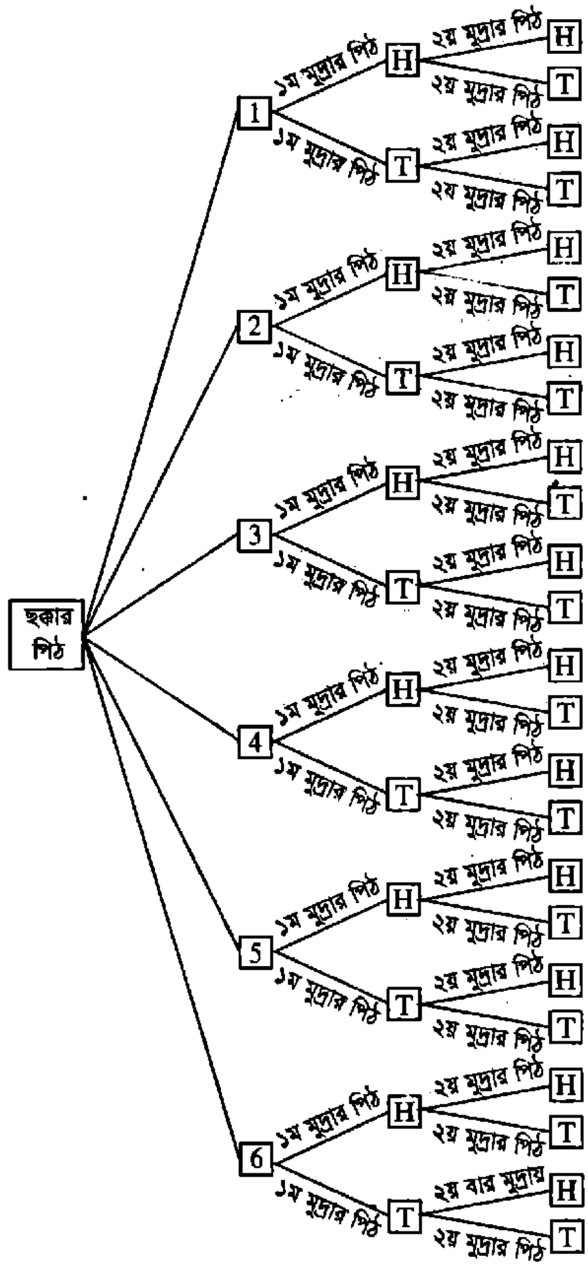
ক. সম্ভাব্য ফলাফলগুলো Probability Tree এর সাহায্যে লেখ। ২

খ. (i) নমুনা ক্ষেত্রটি লিখ এবং মোট ফলাফল সংখ্যা কত?
(ii) মুদ্রায় একই পিঠ পড়ার সম্ভাবনা কত? ৪

গ. (i) মুদ্রায় যেকোনো পিঠ এবং ছক্কায় মৌলিক সংখ্যা পড়ার সম্ভাবনা কত?
(ii) ছক্কায় জোড় সংখ্যা অথবা মুদ্রায় বিপরীত পিঠ পড়ার সম্ভাবনা কত? ৪

৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক একটি ছক্কা ও দুটি মুদ্রা নিক্ষেপ ঘটনার Probability Tree নিম্নরূপ:



∴ সম্ভাব্য ফলাফলগুলো =
1HH, 1HT, 1TH, 1TT, 2HH, 2HT, 2TH, 2TT, 3HH, 3HT, 3TH, 3TT, 4HH, 4HT, 4TH, 4TT, 5HH, 5HT, 5TH, 5TT, 6HH, 6HT, 6TH, 6TT

খ (i) নমুনা ক্ষেত্র, S = {1HH, 1HT, 1TH, 1TT, 2HH, 2HT, 2TH, 2TT, 3HH, 3HT, 3TH, 3TT, 4HH, 4HT, 4TH, 4TT, 5HH, 5HT, 5TH, 5TT, 6HH, 6HT, 6TH, 6TT}

∴ মোট ফলাফল = 24 **(Ans.)**

(ii) ধরি, ঘটনা, A = উভয় মুদ্রায় একই পিঠ পড়া
= {1HH, 1TT, 2HH, 2TT, 3HH, 3TT, 4HH, 4TT, 5HH, 5TT, 6HH, 6TT}

∴ ঘটনা A এর অনুকূল ফলাফল = 12

এবং মোট ফলাফল = 24

$\therefore P(A) = \frac{12}{24} = \frac{1}{2}$ **(Ans.)**

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

গ (i) ধরি,
ঘটনা, B = ছক্কায় মৌলিক সংখ্যা এবং মুদ্রায় যেকোনো পিঠ
= {2HH, 2HT, 2TH, 2TT, 3HH, 3HT, 3TH, 3TT, 5HH, 5HT, 5TH, 5TT}
∴ ঘটনা B এর অনুকূল ফলাফল = 12
এবং মোট ফলাফল = 24
∴ $P(B) = \frac{12}{24} = \frac{1}{2}$ (Ans.)

(ii) ধরি,
ঘটনা, C = ছক্কায় জোড় সংখ্যা অথবা মুদ্রার বিপরীত পিঠ।
= {2HT, 2TH, 4HT, 4TH, 6TH, 6HT}
∴ C ঘটনার অনুকূল ফলাফলের সংখ্যা = 6
এবং মোট ফলাফলের সংখ্যা = 24
∴ $P(C) = \frac{6}{24} = \frac{1}{4}$ (Ans.)

মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত আরও সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

প্রশ্ন ▶ ৬ **20 থেকে 30 পর্যন্ত স্বাভাবিক সংখ্যাগুলো হলো 20, 21, 22, ..., 30।**

ক. যে কোনো একটি সংখ্যা দৈবভাবে বাছাই করা হলে সেটি মৌলিক হওয়ার সম্ভাবনা কত? ২
খ. সংখ্যাটি পৃথকভাবে 2, 3 এবং 5 দ্বারা বিভাজ্য হওয়ার সম্ভাবনা নির্ণয় কর। সংখ্যাটি একই সাথে 2, 3 এবং 5 এর বিভাজ্য হওয়ার সম্ভাবনা কত? ৪
গ. প্রমাণ কর যে, সংখ্যাটি মৌলিক হওয়ার সম্ভাবনা এবং 2, 3 অথবা 5 দ্বারা গুণিতক হওয়ার সম্ভাবনা 1. ৪

৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক 20 থেকে 30 সংখ্যাগুলোর মধ্যে মৌলিক সংখ্যা = 2টি
মোট সংখ্যা = 11টি
∴ মৌলিক হওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{\text{মৌলিক হওয়া অনুকূল ফলাফল}}{\text{মোট সম্ভাব্য ফলাফল}}$
$= \frac{2}{11}$ (Ans.)

খ 20 থেকে 30 এর মধ্যে,
2 দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যা = 6টি
∴ সংখ্যাটি 2 দ্বারা বিভাজ্য হওয়ার সম্ভাবনা
$= \frac{\text{2 দ্বারা বিভাজ্য হওয়ার অনুকূল ফলাফল}}{\text{সমগ্র সম্ভাব্য ফলাফল}} = \frac{6}{11}$ (Ans.)
3 দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যা = 4টি
∴ সংখ্যাটি 3 দ্বারা বিভাজ্য হওয়ার সম্ভাবনা
$= \frac{\text{3 দ্বারা বিভাজ্য হওয়ার অনুকূল ফলাফল}}{\text{সমগ্র সম্ভাব্য ফলাফল}} = \frac{4}{11}$ (Ans.)
5 দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যা = 3টি
∴ সংখ্যাটি 5 দ্বারা বিভাজ্য হওয়ার সম্ভাবনা
$= \frac{\text{5 দ্বারা বিভাজ্য হওয়ার অনুকূল ফলাফল}}{\text{সমগ্র সম্ভাব্য ফলাফল}} = \frac{3}{11}$ (Ans.)
সংখ্যাটি একই সাথে 2, 3 ও 5 দ্বারা বিভাজ্য হবে যদি তা 15 দ্বারা বিভাজ্য হয়।
∴ 15 দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যা = 1টি
∴ একই সাথে 2, 3 ও 5 দ্বারা বিভাজ্য হওয়া সম্ভাবনা।
$= \frac{\text{15 দ্বারা বিভাজ্য হওয়ার অনুকূল ঘটনা}}{\text{সমগ্র সম্ভাব্য ঘটনা}} = \frac{1}{11}$ (Ans.)

গ এখানে, 2 এর গুণিতক $n(A) = 6$
3 এর গুণিতক $n(B) = 4$
5 এর গুণিতক $n(C) = 3$
2 ও 3 এর গুণিতক, $n(A \cap B)$ বা, = 6 এর গুণিতকের সংখ্যা = 2
3 ও 5 এর গুণিতক, $n(B \cap C)$ বা, 15 এর গুণিতকের সংখ্যা = 1
2 ও 5 এর গুণিতক, $n(A \cap C)$ বা,10 এর গুণিতকের সংখ্যা = 2
∴ 2, 3, 5 এর গুণিতক, $n(A \cap B \cap C) = 1$
∴ 2, 3 বা 5 এর গুণিতক $n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(A \cap C) + n(A \cap B \cap C)$
$= 6 + 4 + 3 - 2 - 1 - 2 + 1 = 9$
∴ 2, 3 বা 5 এর গুণিতক হওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{\text{অনুকূল সম্ভাব্য ফলাফল}}{\text{সমগ্র সম্ভাব্য ফলাফল}}$
$= \frac{9}{11}$
আবার, মৌলিক হওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{2}{11}$
∴ সংখ্যাটি মৌলিক হওয়ার সম্ভাবনা এবং 2, 3 বা 5 এর গুণিতক হওয়ার সম্ভাবনার যোগফল = $\frac{2}{11} + \frac{9}{11} = \frac{11}{11} = 1$ **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▶ ৭ **সাহানাদের স্কুলে বার্ষিক ক্রীড়া প্রতিযোগিতায় উচ্চতা অনুসারে ছাত্র ছাত্রীদের বড়, মাঝারী, ছোট হিসাবে গ্রুপ করা হলো। বড় গ্রুপে 150 জন, মাঝারী গ্রুপে 325 জন, ছোট গ্রুপে 175 জন আছে। এখান থেকে একজনকে দৈবভাবে নির্বাচন করা হলো।**

ক. কিভাবে তুমি দৈবভাবে একজনকে নির্বাচন করবে? ২
খ. নির্বাচিত শিক্ষার্থী বড় গ্রুপের হবার সম্ভাবনা বের কর। ৪
গ. নির্বাচিত শিক্ষার্থী কোন গ্রুপের হওয়ার সম্ভাবনা বেশি? ৪

৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক আমরা জানি যখন কোনো পরীক্ষার সম্ভাব্য ফলাফল আগে থেকে জানা থাকে কিন্তু পরীক্ষাটিতে কোনো একটা চেষ্টায় কি ফলাফল আসবে তা নিশ্চিত করে বলা যায় না তাকে দৈব পরীক্ষা বলে। প্রত্যেক শিক্ষার্থীর নাম একটা ছোট কাগজে লিখে একটা বক্সের মধ্যে ফেলে বাক্সকে ভালভাবে ঝাকিয়ে বাক্স থেকে একটা ছোট কাগজ তুলবো। তাহলেই দৈবভাবে একজন নির্বাচিত হবে।

খ **নির্বাচিত শিক্ষার্থী বড় গ্রুপের হবার সম্ভাবনা নির্ণয় :**
এখানে মোট শিক্ষার্থীর সংখ্যা = 150 + 325 + 175 = 650 জন
আমরা জানি,
কোন ঘটনা ঘটার সম্ভাবনা = $\frac{\text{উক্ত ঘটনার অনুকূল ফলাফল}}{\text{সমগ্র সম্ভাব্য ফলাফল}}$
এখানে,
বড় গ্রুপের অনুকূল ফলাফল = 150
সমগ্র সম্ভাব্য ফলাফল = 650
সুতরাং বড় গ্রুপের হবার সম্ভাবনা = $\frac{150}{650} = \frac{3}{13}$ (Ans.)

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

গ **নির্বাচিত শিক্ষার্থী কোন গ্রুপের হবার সম্ভাবনা বেশি:**
এখানে মোট শিক্ষার্থীর সংখ্যা = 150 + 325 + 175 = 650 জন
বড় গ্রুপে শিক্ষার্থীর সংখ্যা = 150 জন
মাঝারি গ্রুপের শিক্ষার্থীর সংখ্যা = 325 জন
ছোট গ্রুপের শিক্ষার্থীর সংখ্যা = 175 জন
সুতরাং, বড় গ্রুপের হওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{150}{650}$ ...... (i)
মাঝারি গ্রুপের হওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{325}{650}$ ...... (ii)
ছোট গ্রুপের হওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{175}{650}$ ...... (iii)
(i), (ii) ও (iii) হতে দেখা যাচ্ছে যে, $\frac{325}{650} > \frac{175}{650} > \frac{150}{650}$
নির্বাচিত শিক্ষার্থী মাঝারি গ্রুপের হওয়ার সম্ভাবনা বেশি। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৮ **শিক্ষাসফরের একটা গ্রুপে দুই জন শিক্ষক ও ছয় জন ছাত্র আছে। ছাত্রদের ইচ্ছা তারা প্রত্যেকে শিক্ষকের সাথে একক ছবি তুলবে।**

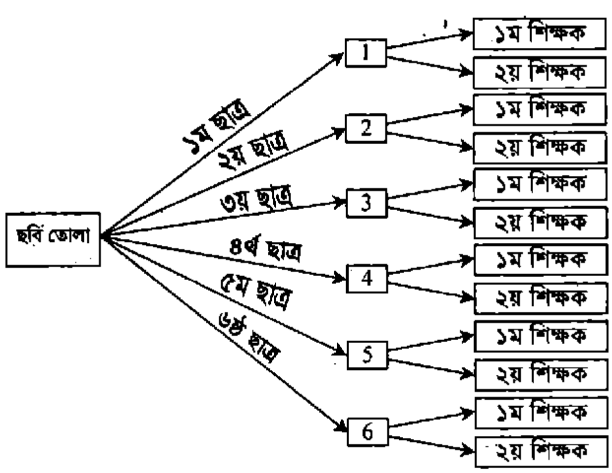
ক. মোট কতটি ছবি তুলতে হবে? ২
খ. ছবি তোলার বিষয়টি একটি নিরপেক্ষ ছক্কা ও একটি মুদ্রা একবার নিক্ষেপের সাথে তুলনা কর? ৪
গ. ছবি তোলার ক্ষেত্রে সম্ভাবনা Tree তৈরী করে দেখাও। ৪

৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক মনে করি, শিক্ষা সফরে দুই জন শিক্ষক = অ, আ
এবং ছয়জন ছাত্র যথাক্রমে = ক, খ, গ, ঘ, ঙ, চ
স্বাভাবিকভাবে একজন শিক্ষক ছয় ছাত্রের সাথে ছয়টি ছবি তুলবে তাহলে দুইজন শিক্ষকের সাথে মোট 12 টি ছবি তুলতে হবে।

খ একটা নিরপেক্ষ ছক্কা ও একটা মুদ্রা একবার নিক্ষেপ পরীক্ষাকে দুই ধাপ হিসাবে বিবেচনা করি। প্রথম ধাপে ছক্কা নিক্ষেপে 6টি ফলাফল {1, 2, 3, 4, 5, 6} আসতে পারে। দ্বিতীয় ধাপে মুদ্রা নিক্ষেপে 2টি ফলাফল {H, T} আসতে পারে।
অনুরূপভাবে,
ছয়জন ছাত্র ও দুইজন শিক্ষকের একবার করে ছবি তোলার পরীক্ষাকে দুই ধাপ হিসাবে বিবেচনা করি। প্রথম ধাপে ছাত্রের 6টি ফলাফল { ক, খ, গ, ঘ, ঙ, চ } আসতে পারে। দ্বিতীয় ধাপে শিক্ষকের 2টি ফলাফল { অ, আ } আসতে পারে।

গ **ছবি তোলার সম্ভাবনা Tree :**



প্রশ্ন ▶ ৯ **ঈদের ছুটিতে সুমন তার দাদার বাড়ী বেড়াতে গেছে। সেখানে নতুন পুকুর খোড়া হয়েছে। সুমনের দাদা বলল এই পুকুরে তিনি 13 টি রুই, 7টি মৃগেল, 10টি কাতল মাছ ছেড়েছেন। মাছগুলো একটু বড় হয়েছে। সুমন ছিপ নিয়ে মাছ ধরতে পুকুরে গেছে এবং দৈবভাবে 1টি মাছ ধরেছে।** [ময়মনসিংহ জিলা স্কুল, ময়মনসিংহ]

ক. সম্ভাব্য কি কি ঘটনা ঘটতে পারে? ঘটনাগুলো পরস্পর কি ধরনের ঘটনা? ২
খ. মাছটি কাতল হবার সম্ভাবনা কত? ৪
গ. ১ম যদি কাতল হয় আর দৈবভাবে আরেকটি মাছ ধরা হলে সেই মাছটি কাতল হবার সম্ভাবনা বের কর? ৪

৯ নং প্রশ্নের সমাধান

ক পুকুরে তিন ধরনের মাছ আছে। দৈবভাবে একটি মাছ ধরলে তিন ধরনের ঘটনা ঘটতে পারে। হয় মাছটি রুই হবে নতুবা মৃগেল হবে নতুবা কাতল হবে। যেহেতু একটা ঘটনা ঘটলে অপরটি ঘটে না সেহেতু ঘটনাগুলো পরস্পর বিচ্ছিন্ন ঘটনা।

খ **মাছটি কাতল হবার সম্ভাবনা নির্ণয়:**
পুকুরে মোট মাছের সংখ্যা = 13 + 07 + 10 = 30 টি
দৈবভাবে একটা মাছ ধরা হলে 30টি মাছের যে কোন একটি আসতে পারে। সুতরাং সমগ্র সম্ভাব্য ফলাফল = 30
ধরি মাছটি কাতল হবার ঘটনা K। পুকুরে মোট 10টি কাতল মাছ আছে। এদের যে কোন একটি ধরা পড়লেই সেটা কাতল মাছ হবে। সুতরাং কাতল মাছের অনুকূল ফলাফল = 10
কাতল মাছ হবার সম্ভাবনা, $P(K) = \frac{10}{30} = \frac{1}{3}$ **(Ans.)**

গ **১ম মাছটি যদি কাতল হয় তবে ২য় মাছ কাতল হবার সম্ভাবনা নির্ণয়:** দৈবভাবে প্রথমটি কাতল মাছ ধরার পরে পুকুরে মোট মাছের সংখ্যা দাঁড়াবে = 13 + 7 + 9 = 29টি
দৈবভাবে একটা মাছ ধরা হলে 29টি মাছের যে কোন একটি আসতে পারে। সুতরাং সমগ্র সম্ভাব্য ফলাফল = 29।
ধরি, মাছটি কাতল হবার ঘটনা M। এখন পুকুরে মোট 9টি কাতল মাছ আছে। এদের যে কোনো একটি ধরা পড়লেই সেটা কাতল মাছ হবে। সুতরাং কাতল মাছের অনুকূল ফলাফল = 9
২য় মাছটি কাতল মাছ হবার সম্ভাবনা, $P(M) = \frac{9}{29}$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ১০ **আজাদের ক্লাসে 15 জন ছাত্র ও 10 জন ছাত্রী আছে। ক্লাস শিক্ষক দৈবভাবে একজনকে ক্লাস ক্যাপ্টেন বানাবেন।**

ক. এখানে দৈবভাবে বলতে কি বলা হয়েছে? ২
খ. ক্লাস ক্যাপ্টেন ছাত্র হবার সম্ভাবনা কত? ৪
গ. আজাদের ক্যাপ্টেন হবার সম্ভাবনা কত? ৪

১০ নং প্রশ্নের সমাধান

ক আমরা জানি, যখন কোনো পরীক্ষায় সম্ভাব্য সকল ফলাফল আগে থেকে জানা থাকে কিন্তু পরীক্ষাটিতে কোনো একটা নির্দিষ্ট চেষ্টায় কি ফলাফল আসবে তা নিশ্চিত করে বলা যায় না, তাকে দৈব পরীক্ষা বলে। এখানে 15 জন ছাত্র 10 জন ছাত্রীর মধ্য থেকেই যে কোনো একজন ক্যাপ্টেন হতে পারবে। কিন্তু কে ক্যাপ্টেন হবে তা নিশ্চিতভাবে বলা যায় না বলে একে দৈব পরীক্ষা বলা হয়েছে।

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

খ ক্লাস ক্যাপ্টেন ছাত্র হবার সম্ভাবনা নির্ণয়: ক্লাসে মোট শিক্ষার্থীর সংখ্যা = 15 + 10 = 25 জন।

দৈবভাবে একজনকে ক্যাপ্টেন করা হলে 25 জনের যে কোন একজন ক্যাপ্টেন হতে পারবে। সুতরাং সমগ্র সম্ভাব্য ফলাফল = 25।

ধরি, ক্লাস ক্যাপ্টেন ছাত্র হবার ঘটনা S। ক্লাসে মোট 15 জন ছাত্র আছে। এদের যে কেউ ক্যাপ্টেন হলেই সে ছাত্র হবে।

সুতরাং ছাত্র হবার অনুকূল ফলাফল = 15

∴ ক্লাস ক্যাপ্টেন ছাত্র হবার সম্ভাবনা $P(S) = \frac{15}{25} = \frac{3}{5}$ **(Ans.)**

খ আজাদের ক্যাপ্টেন হবার সম্ভাবনা নির্ণয়:

ধরি, আজাদের ক্লাস ক্যাপ্টেন হবার ঘটনা C

ক্লাসে মোট শিক্ষার্থীর সংখ্যা = 15 + 10 = 25 জন।

আজাদের ক্যাপ্টেন হবার অনুকূল ফলাফল = 1

সুতরাং আজাদের ক্যাপ্টেন হবার সম্ভাবনা $P(C) = \frac{1}{25}$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ১১ দুটি সুষম ছক্কাকে একত্রে নিক্ষেপ করা হল।

ক. দুটি ছক্কায় একত্রে 6 ওঠার সম্ভাবনা কত? ২

খ. যে কোন একটি ছক্কায় 6 ওঠার সম্ভাবনা কত? ৪

গ. দুই ছক্কা মিলে যোগফল ছয় হওয়ার সম্ভাবনা নির্ণয় কর। ৪

১১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক একটি ছক্কা নিক্ষেপ করা হলে সম্ভাব্য ঘটনা 6টি।

দুটি ছক্কা একত্রে নিক্ষেপ করা হলে সমগ্র সম্ভাব্য ঘটনা 6 × 6 = 36টি।

∴ ছক্কা দুটিতে ৬ ওঠার সম্ভাব্য ঘটনা = 1

∴ দুটি ছক্কায় একত্রে 6 ওঠার সম্ভাবনা $= \frac{\text{অনুকূল সম্ভাব্য ফলাফল}}{\text{সমগ্র সম্ভাব্য ফলাফল}}$

$= \frac{1}{36}$ **(Ans.)**

খ দুটি ছক্কা একত্রে নিক্ষেপ করলে

প্রথমটিতে 6 উঠতে পারে 5 বার

দ্বিতীয়টিতে 6 উঠতে পারে 5 বার

দুটি ছক্কায় একত্রে 6 উঠতে পারে 1 বার

∴ যে কোন একটিতে 6 উঠতে পারে = (5 + 5 + 1) বার

= 11 বার

∴ দুটি ছক্কাকে একত্রে নিক্ষেপ করলে যেকোনো একটি ছক্কায় 6 ওঠার সম্ভাবনা $= \frac{\text{অনুকূল সম্ভাব্য ফলাফল}}{\text{সমগ্র সম্ভাব্য ফলাফল}}$

$= \frac{11}{36}$ **(Ans.)**

গ দুটি ছক্কা একত্রে নিক্ষেপ করা হলে, প্রাপ্ত ফলাফলের যোগফল 6 হওয়ার সম্ভাব্য ঘটনাগুলো হলো–

1 + 5 = 6
2 + 4 = 6
3 + 3 = 6
4 + 2 = 6
5 + 1 = 6

সুতরাং যোগফল 6 হওয়ার অনুকূল সম্ভাব্য ফলাফল = 5টি।

∴ যোগফল 6 হওয়ার সম্ভাবনা $= \frac{\text{অনুকূল সম্ভাব্য ফলাফল}}{\text{সমগ্র সম্ভাব্য ফলাফল}}$

$= \frac{5}{36} = 0.14$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ১২ গ্রীষ্মের ছুটিতে জহির ঢাকা হতে খুলনায় ফারুকের দাদার বাড়ী হয়ে রাজশাহীতে মামার বাড়ী যাবে। ঢাকা হতে খুলনায় বাসে যাওয়ার সম্ভাবনা $\frac{3}{5}$। খুলনা হতে রাজশাহীতে ট্রেনে না যাওয়ার সম্ভাবনা $\frac{5}{6}$।

ক. জহিরের বাসে যাওয়া ও বাসে না যাওয়ার ঘটনাগুলো পরস্পর কোন ধরনের ঘটনা? ২

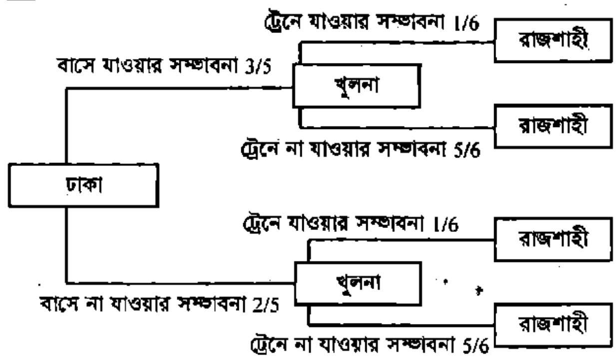
খ. সম্ভাবনা ট্রি (Tree) মাধ্যমে উপস্থাপন কর। ৪

গ. জহিরের ঢাকা হতে খুলনায় বাসে না যাওয়া ও খুলনা হতে রাজশাহীতে ট্রেনে যাওয়ার সম্ভাবনা কত? ৪

১২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক কোন পরীক্ষায় যদি একটা ঘটনা ঘটলে অন্যটা অথবা অন্য ঘটনা গুলো না ঘটতে পারে, তবে উক্ত ঘটনাগুলোকে পরস্পর বিচ্ছিন্ন ঘটনা বলে। উপরের ঘটনাগুলো পরস্পর বিচ্ছিন্ন ঘটনা। কারণ বাসে যাওয়া ও বাসে না যাওয়ার ঘটনা এবং ট্রেনে যাওয়া ও ট্রেনে না যাওয়ার ঘটনা এক সাথে ঘটতে পারে না।

খ সম্ভাবনা ট্রি (Tree) মাধ্যমে উপস্থাপন:



খ জহিরের ঢাকা হতে খুলনায় বাসে না যাওয়া ও খুলনা হতে রাজশাহীতে ট্রেনে যাওয়ার সম্ভাবনা নির্ণয়:

আমরা জানি, কোন ঘটনা ঘটা ও না ঘটার সম্ভাবনার যোগফল 1।

এখন,

ঢাকা হতে খুলনায় বাসে যাওয়ার সম্ভাবনা $= \frac{3}{5}$

ঢাকা হতে খুলনায় বাসে না যাওয়ার সম্ভাবনা $= 1 - \frac{3}{5} = \frac{2}{5}$

খুলনা হতে রাজশাহীতে ট্রেনে না যাওয়ার সম্ভাবনা $= \frac{5}{6}$

খুলনা হতে রাজশাহীতে ট্রেনে যাওয়ার সম্ভাবনা $= 1 - \frac{5}{6} = \frac{1}{6}$

সুতরাং জহিরের ঢাকা হতে খুলনায় বাসে না যাওয়া ও খুলনা হতে রাজশাহীতে ট্রেনে যাওয়ার সম্ভাবনা = P [খুলনায় বাসে না যাওয়া ও রাজশাহীতে ট্রেনে যাওয়া] $= \frac{2}{5} \times \frac{1}{6}$

$= \frac{2}{30}$

$= \frac{1}{15}$ **(Ans.)**

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

প্রশ্ন ▶ ১৩ M_1 ও M_2 মেশিনদ্বয় একত্রে 5000 বস্তু উৎপাদন করে। প্রায় সময় তারা ত্রুটি পূর্ণ দ্রব্য উৎপাদন করে। M_1 ও M_2 মেশিনের অংশে ত্রুটির সম্ভাবনা যথাক্রমে 15% ও 30%। M_2 মেশিন মোট বস্তুর 20% উৎপাদন করে। [মাতৃপীঠ সরকারী বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, চাঁদপুর]

ক. M_1 ও M_2 মেশিনের অংশে ত্রুটিপূর্ণ না হবার সম্ভাবনা কত? ২

খ. M_1 মেশিন কর্তৃক উৎপাদিত ভাল বস্তুর সংখ্যা কত? ৪

গ. উভয়ের সমন্বয়ে কোনো দ্রব্য ত্রুটিপূর্ণ না হবার সম্ভাবনা কত? ৪

১৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে M_1 ও M_2 মেশিনের অংশে ত্রুটির সম্ভাবনা যথাক্রমে 15% ও 30%।

তাহলে, M_1 মেশিনের অংশে ত্রুটিপূর্ণ না হবার সম্ভাবনা

$= 100\% - 15\% = 85\%$ **(Ans.)**

M_2 মেশিনের অংশে ত্রুটিপূর্ণ না হবার সম্ভাবনা

$= 100\% - 30\%$

$= 70\%$ **(Ans.)**

খ ধরি,

ঘটনা B = M_2 মেশিন কর্তৃক উৎপাদিত বস্তু

$\therefore P(B) = 20\% = \frac{20}{100}$ [দেওয়া আছে]

এখন, এখানে মোট বস্তু $n(S) = 5000$

সম্ভাবনার সংজ্ঞানুসারে

$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)}$

বা, $\frac{20}{100} = \frac{n(B)}{5000}$

বা, $n(B) = \frac{20 \times 5000}{100}$

বা, $n(B) = 1000$

$\therefore$ M_1 মেশিন কর্তৃক উৎপাদিত মোট বস্তু $= (5000 - 1000)$

$= 4000$

এখন, M_1 মেশিন কর্তৃক উৎপাদিত ভাল বস্তুর সংখ্যা

$= 85\% \times 4000$

$= \frac{85}{100} \times 4000$

$= 3400$ **(Ans.)**

গ উভয়ের সমন্বয়ে কোন দ্রব্য ত্রুটিপূর্ণ না হবার সম্ভাবনা নির্ণয়:

$P(S) = M_1$ মেশিনের অংশ ত্রুটিপূর্ণ না হওয়ার সম্ভাবনা

$P(K) = M_2$ মেশিনের অংশ ত্রুটিপূর্ণ না হওয়ার সম্ভাবনা

আমরা জানি, কোন ঘটনা ঘটা ও না ঘটার সম্ভাবনার যোগফল 1।

এখন,

M_1 মেশিনের অংশে ত্রুটিপূর্ণ হবার সম্ভাবনা $= 15\% = \frac{15}{100}$

M_1 মেশিনের অংশে ত্রুটিপূর্ণ না হবার সম্ভাবনা,

$$P(S) = 1 - \frac{15}{100} = \frac{85}{100} = \frac{17}{20}$$

M_2 মেশিনের অংশে ত্রুটিপূর্ণ হবার সম্ভাবনা $= 30\% = \frac{30}{100}$

M_2 মেশিনের অংশে ত্রুটিপূর্ণ না হবার সম্ভাবনা $P(K) = 1 - \frac{30}{100}$

$= \frac{70}{100} = \frac{7}{10}$

P[M_1 মেশিনের অংশে ত্রুটিপূর্ণ না হওয়া ও M_2 মেশিনের অংশে ত্রুটিপূর্ণ না হওয়া] $= P(S) \times P(K)$

$= \frac{17}{20} \times \frac{7}{10}$

$= \frac{119}{200}$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ১৪ 10টি একই রকম কার্ডে 1 থেকে 10 পর্যন্ত নাম্বারিং করে উল্টিয়ে এলোমেলোভাবে রেখে একটি বালককে কার্ড তুলতে বলা হল। নিয়ম হল বালকটি যদি 10 লেখা কার্ডটি তুলতে পারে তাহলে তাকে 10 টাকা দেওয়া হবে।

ক. বালকটির টাকা পাওয়ার সম্ভাবনা কত? ২

খ. বালকটি যদি পর পর দুইবার ট্রায়াল দেয় তাহলে প্রাপ্ত কার্ড নম্বরের যোগফল 10 হওয়ার সম্ভাবনা কত? ৪

গ. দুইবার ট্রায়াল দিলে কমপক্ষে একবার টাকা পাওয়ার সম্ভাবনা, দুইবারই টাকা পাওয়ার সম্ভাবনা এবং টাকা না পাওয়ার সম্ভাবনা বের কর। ৪

১৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক বালকটি 10 লেখা কার্ড তুললে 10 টাকা পাবে।

10 লেখা কার্ড ওঠার অনুকূল ফলাফল = 1

সমগ্র সম্ভাব্য ফলাফল = 10

$\therefore$ সম্ভাবনা, $P(10) = \frac{\text{10 ওঠার অনুকূল ফলাফল}}{\text{সমগ্র সম্ভাব্য ফলাফল}}$

$= \frac{1}{10}$ **(Ans.)**

খ পরপর দুইবার ট্রায়াল দিলে সম্ভাব্য ফলাফল $= 10^2 = 100$টি

প্রাপ্ত কার্ড নাম্বারের যোগফল 10 হওয়ার সম্ভাব্য সমাবেশ হল

a) $1 + 9 = 10$
b) $2 + 8 = 10$
c) $3 + 7 = 10$
d) $4 + 6 = 10$
e) $5 + 5 = 10$
f) $6 + 4 = 10$
g) $7 + 3 = 10$
h) $8 + 2 = 10$
i) $9 + 1 = 10$

সুতরাং যোগফল 10 হওয়ার অনুকূল ফলাফল = 9

যোগফল 10 হওয়ার সম্ভাবনা

$= \frac{\text{যোগফল 10 হওয়ার অনুকূল ফলাফল}}{\text{সমগ্র সম্ভাব্য ফলাফল}}$

$= \frac{9}{100}$ **(Ans.)**

গ দুইবার ট্রায়াল দিলে, মনে করি, প্রথম বার টাকা পাওয়ার অনুকূল ফলাফল n(F), দ্বিতীয়বার টাকা পাওয়ার অনুকূল ফলাফল n(S). দুইবারই টাকা পাওয়ার অনুকূল ফলাফল $n(F \cup S)$

$\therefore n(F) = 10$

$n(S) = 10$

এবং $n(F \cap S) = 1$ [$\because$ দুইবারই টাকা পাওয়ার অনুকূল ফলাফল 1]

$\therefore$ কমপক্ষে একবার টাকা অনুকূল ফলাফল পাওয়ার,

$n(F \cup S) = n(F) + n(S) - n(F \cap S)$.

$\therefore n(F \cup S) = 10 + 10 - 1$

$= 19$

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

∴ কমপক্ষে একবার টাকা পাওয়ার সম্ভাবনা

$= \frac{\text{একবার টাকা পাওয়ার অনুকূল ফলাফল}}{\text{সমগ্র সম্ভাব্য ফলাফল}}$

$= \frac{19}{100}$

∴ দুইবার টাকা পাওয়ার সম্ভাবনা $= \frac{\text{দুইবার টাকা পাওয়ার অনুকূল ফলাফল}}{\text{সমগ্র সম্ভাব্য ফলাফল}}$

$= \frac{1}{100}$

∴ টাকা না পাওয়ার সম্ভাবনা = 1 – কমপক্ষে একবার টাকা পাওয়ার সম্ভাবনা $= 1 - \frac{19}{100}$

$= \frac{100-19}{100} = \frac{81}{100}$ (Ans.)

প্রশ্ন ব্যাংক উত্তরসহ সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

প্রশ্ন ▶ ১৫ দুটি ছক্কা একত্রে নিক্ষেপ করা হলে,

ক. নমুনা ক্ষেত্রটি লিখ। ২

খ. (i) উভয় ছক্কায় মৌলিক সংখ্যা পড়ার সম্ভাবনা কত?

(ii) উভয় ছক্কার মানের গুণফল 4 এর কম তার সম্ভাবনা কত? ৪

গ. Probability Tree এর সাহায্যে সম্ভাব্য ফলাফলগুলো দেখাও। ৪

উত্তর: ক. নমুনা বিন্দু হবে 36 টি; **খ.** (i) $\frac{1}{4}$; (ii) $\frac{5}{36}$

প্রশ্ন ▶ ১৬ একটি নিরপেক্ষ ছক্কা নিক্ষেপ করা হলে,

ক. সম্ভাব্য ফলাফলগুলো লিখ। ২

খ. (i) 3 অথবা 3 এর বেশি সংখ্যা আসার সম্ভাবনা নির্ণয় কর।

(ii) মৌলিক সংখ্যা আসার সম্ভাবনা বের কর। ৪

গ. একটির পরিবর্তে দুটি ছক্কা নিক্ষেপ করা হলে উভয় পিঠের যোগফল 7 হওয়ার সম্ভাবনা কত? ৪

উত্তর: খ. (i) $\frac{2}{3}$; (ii) $\frac{1}{2}$; **গ.** $\frac{1}{6}$

প্রশ্ন ▶ ১৭ একটি থলেতে 4টি কালো, 5টি লাল ও 6টি নীল বল বল আছে। থলে হতে একটি বল দৈবভাবে নেয়া হলো।

ক. কত উপায়ে বলটি নেয়া যায়? ২

খ. নির্বাচিত বলটি

(i) হলুদ হওয়ার সম্ভাবমা কত?

(ii) নীল অথবা লাল হওয়ার সম্ভাবনা কত? ৪

গ. নির্বাচিত বলটি–

(i) কালো হওয়ার সম্ভাবনা কত?

(ii) কালো অথবা লাল হওয়ার সম্ভাবনা কত? ৪

উত্তর: ক. 15; **খ.** (i) 0; (ii) $\frac{11}{15}$; **গ.** (i) $\frac{4}{15}$; (ii) $\frac{3}{5}$

প্রশ্ন ▶ ১৭ চারটি মুদ্রা একত্রে নিক্ষেপ করা হলো।

ক. সম্ভাব্য ফলাফলগুলো Probability Tree এর সাহায্যে লিখ। ২

খ. (i) নমুনা ক্ষেত্রটি লিখ।

(ii) মুদ্রা চারটিতে একই পিঠ পড়ার সম্ভাবনা নির্ণয় কর। ৪

গ. (i) বড়জোর 3টি H পড়ার সম্ভাবনা নির্ণয় কর।

(ii) কমপক্ষে 3T পড়ার সম্ভাবনা নির্ণয় কর। ৪

উত্তর: ক. মোট সম্ভাব্য ফলাফল হবে 16টি;

খ. (ii) $\frac{1}{8}$ **গ.** (i) $\frac{15}{16}$; (ii) $\frac{5}{16}$

প্রশ্ন ▶ ১৯ কোনো বিদ্যালয়ের বিগত বছরের এসএসসি পরীক্ষার্থীদের কে ফলাফলের ভিত্তিতে নিম্নলিখিত ভাবে শ্রেণিকৃত করা যায় :

গ্রেড	পরীক্ষার্থী সংখ্যা
A^+	200
A	50
A^-	60
B	45
C	05
D	10
F	30

যেকোনো একজন শিক্ষার্থীকে দৈবভাবে চয়ন করা হলে, শিক্ষার্থীর

ক. F গ্রেড পাওয়ার সম্ভাবনা নির্ণয় কর। ২

খ. বড়জোর B গ্রেড পাওয়ার সম্ভাবনা নির্ণয় কর। ৪

গ. A^+ অথবা A গ্রেড পাওয়ার সম্ভাবনা নির্ণয় কর। ৪

উত্তর: ক. $\frac{3}{40}$; **খ.** $\frac{9}{40}$; **গ.** $\frac{5}{8}$

প্রশ্ন ▶ ২০ একটি বাক্সে 3 জোড়া লাল, 2 জোড়া কাল এবং 5 জোড়া সাদা হাত-মোজা আছে। দৈবভাবে একটি মোজা তোলা হল।

ক. মোজাটি ডান হাতের মোজা হওয়ার সম্ভাবনা কত? ২

খ. মোজাটি লাল হওয়ার সম্ভাবনা কত? ৪

গ. মোজাটি সাদা বা কালো হওয়ার সম্ভাবনা কত? ৪

উত্তর: ক. $\frac{1}{2}$; **খ.** $\frac{3}{10}$; **গ.** $\frac{7}{10}$।

প্রশ্ন ▶ ২১ রঞ্জন ও হাসান বাগান থেকে কিছু কাঁচা আম কুড়িয়ে সেগুলি একটি ব্যাগের মধ্যে রাখছে। এ পর্যন্ত তারা 13টি ফজলি, 9টি ল্যাংড়া, 7টি আম্রপালি ও 10টি রাজভোগ আম কুড়িয়েছে। হঠাৎ আম খেতে ইচ্ছে হওয়ায় রঞ্জন ব্যাগের মধ্যে হাত ঢুকিয়ে দৈবভাবে একটি আম বের করে খেয়ে ফেলল। এরপর হাসানও একটি আম নেওয়ার জন্য ব্যাগে হাত দিল।

ক. দৈব পরীক্ষা বলতে কী বুঝায়? ২

খ. রঞ্জনের খাওয়া আমটি ফজলি হবার সম্ভাবনা কত? ৪

গ. রঞ্জনের খাওয়া আমটি ফজলি হলে হাসানের হাতে কী ধরনের আম ওঠার সম্ভাবনা সবচেয়ে বেশি তা নির্ণয় কর। ৪

উত্তর: খ. $\frac{1}{3}$; **গ.** ফজলি $\frac{6}{19}$।

প্রশ্ন ▶ ২১ 1টি মুদ্রা 1টি ছক্কা একবার নিক্ষেপ করা হল।

[এ কে উচ্চ বিদ্যালয়, দনিয়া, ঢাকা]

ক. দৈব পরীক্ষা কী? ২

খ. সম্ভাব্য ঘটনার Probability tree অঙ্কন কর এবং নমুনা ক্ষেত্রটি লিখ। ৪

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

গ. নমুনাক্ষেত্র হতে হেড ও জোড় সংখ্যার সম্ভাবনার মান নির্ণয় কর এবং টেল 3 দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যার সম্ভাবনা কত? ৪

উত্তর: খ. {1H, 1T, 2H, 2T, 3H, 3T, 4H, 4T, 5H, 5T, 6H, 6T}; **গ.** $\frac{3}{12}, \frac{2}{12}$

প্রশ্ন ▶ ২৩ **একটি মুদ্রা ও একটি ছক্কা একত্রে নিক্ষেপ করা হলো।**

[চট্টগ্রাম সরকারী উচ্চ বিদ্যালয়, চট্টগ্রাম]

ক. সম্ভাব্য ঘটনার Probability Tree অংকন কর। ২

খ. নমুনা ক্ষেত্রটি লিখ এবং মুদ্রার মাথা ও ছক্কায় জোড় সংখ্যা পাবার সম্ভাবনা নির্ণয় কর। ৪

গ. যদি মুদ্রা বাদে শুধু ছক্কাটি 3 বার নিক্ষেপ করা হয় তবে উপরের পিঠে একই সংখ্যা আসার সম্ভাবনা কত? ৪

উত্তর: খ. $\frac{3}{12}$; **গ.** $\frac{1}{36}$

প্রশ্ন ▶ ২৪ **একটি মুদ্রা তিনবার নিক্ষেপ করা হলো।**

[সরকারী জুবিলী উচ্চ বিদ্যালয়, সুনামগঞ্জ]

ক. নমুনা ক্ষেত্রটি লিখ। ২

খ. সম্ভাব্য ঘটনার Probability tree অংকন কর এবং কমপক্ষে একটি টেল পাওয়ার সম্ভাবনা বের কর। ৪

গ. কেবল একটা হেড পাওয়ার সম্ভাবনা কত? দেখাও যে, মুদ্রাটি n সংখ্যক বার নিক্ষেপ করলে সংঘটিত ঘটনা 2^n কে সমর্থন করে। ৪

উত্তর: ক. {HHH, HHT, HTH, HTT, THH, THT, TTH, TTT}; **খ.** $\frac{7}{8}$; **গ.** $\frac{3}{8}$

internet linked

প্রশ্ন ব্যাংকের আরও প্রশ্ন ও উত্তরের জন্যে নিচের ওয়েব অ্যাড্রেসটি টাইপ করুন

ssc.panjeree.com/hmt/hm14qbs.pdf

REVISION

এ অংশে অধ্যায়ের গুরুত্বপূর্ণ তথ্য ও সূত্র, পরীক্ষার আগে যার উপর চোখ বুলিয়ে নেওয়া প্রয়োজন বা অবশ্যই মনে রাখতে হবে এমন বিষয়সমূহ একনজরে উল্লেখ করা হয়েছে। পরীক্ষার আগে এ বিষয়গুলো রিভিশন দিলে পরীক্ষায় নির্ভুলভাবে অঙ্ক সমাধান করতে পারবে।

এক নজরে এ অনুশীলনীতে ব্যবহৃত সূত্রসমূহ

- যখন কোনো পরীক্ষার সম্ভাব্য সকল ফলাফল আগে থেকে জানা থাকে কিন্তু পরীক্ষাটিতে কোনো একটা নির্দিষ্ট চেষ্টায় কী ফলাফল আসবে তা নিশ্চিত করে বলা যায় না তাকে দৈব পরীক্ষা বলে।
- কোনো পরীক্ষার ফলাফল বা ফলাফলের সমাবেশকে ঘটনা বলে।
- কোনো পরীক্ষার ঘটনাগুলো ঘটার সম্ভাবনা সমান হয় অর্থাৎ যদি একটি অপরটির চেয়ে বেশি বা কম সম্ভাব্য না হয় তবে ঘটনাগুলোকে সমসম্ভাব্য বলে।
- কোনো পরীক্ষায় যদি একটা ঘটনা ঘটলে অন্যটা অথবা অন্য ঘটনাগুলো না ঘটতে পারে তবে উক্ত ঘটনাগুলোকে পরস্পর বিচ্ছিন্ন ঘটনা বলে।
- কোনো পরীক্ষায় একটা ঘটনার স্বপক্ষের ফলাফলকে উক্ত ঘটনার অনুকূল ফলাফল বলে। যেমন, একটি ছক্কা নিক্ষেপ করলে বিজোড় সংখ্যা হওয়ার অনুকূল ফলাফল 3টি।
- কোনো দৈব পরীক্ষার সম্ভাব্য সকল ফলাফর নিয়ে গঠিত সেটকে নমুনাক্ষেত্র বলে। নমুনাক্ষেত্রের প্রত্যেকটি ফলাফল হল এক একটি নমুনা বিন্দু।
- কোনো ঘটনা ঘটার সম্ভাবনা = $\frac{\text{উক্ত ঘটনার অনুকূল ফলাফল}}{\text{সমগ্র সম্ভাব্য ফলাফল}}$
- কোনো ঘটনা ঘটা এবং না ঘটার সম্ভাবনার যোগফল 1।
- যেকোনো ঘটনার সম্ভবনা 0 থেকে 1 এর মধ্যে থাকবে।
- A ঘটনাটি ঘটার সম্ভাবনা P(A) হলে $O < P(A) < A$
- যদি কোনো একটি পরীক্ষণের মোট সম্ভাব্য ফলাফল A এবং অপর একটি পরীক্ষণের মোট সম্ভাব্য ফলাফল B হয় তাহলে পরীক্ষা দুইটি একত্রে সংঘটিত হলে মোট সম্ভাব্য ফলাফল = $A \times B$.
- নমুনাক্ষেত্রের আকার বেশ বড় হলে Probability tree এর সাহায্যে নমুনাক্ষেত্র তৈরি করা যায় এবং বিভিন্ন ঘটনার সম্ভাবনা নির্ণয় করা যায়।

SUGGESTION

এখানে অধ্যায়টির অনুশীলনী, বহুনির্বাচনি ও সৃজনশীল প্রশ্নগুলো বিশ্লেষণ করে স্টার মার্কসহ সাজেশন দেওয়া হয়েছে। পরীক্ষার আগে অবশ্যই এ অঙ্কগুলো সমাধান করবে। তাহলে পরীক্ষায় যেকোনো অঙ্কের সমাধান সহজেই করতে পারবে।

সাজেশন | বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

	প্রশ্ন নম্বর
★★★	১, ৬, ৭, ৮, ১১, ১২, ১৩, ১৫, ১৯, ২০, ২২, ২৩, ২৪, ২৫, ৩০, ৩১, ৩৪, ৩৭, ৩৮, ৩৯, ৪১, ৪৩, ৫০, ৫১, ৫২, ৫৩, ৫৪, ৫৫, ৬০, ৬৪, ৬৫, ৭১, ৭২, ৭৩, ৭৪
★★	৪, ৫, ১০, ১৬, ১৮, ২১, ২৬, ২৭, ২৮, ২৯, ৪২, ৫৬, ৫৭, ৫৮, ৫৯, ৬২, ৬৭, ৬৮, ৬৯, ৭০

সাজেশন | সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

	প্রশ্ন নম্বর
★★★	১, ২, ৩, ৬, ৯, ১১, ১২, ১৩
★★	৫, ৭, ৮, ১০

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

সমন্বিত অধ্যায়ের সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান

শিখন শেখানো প্রক্রিয়ার একটি গুরুত্বপূর্ণ দিক হচ্ছে মূল্যায়ন। মূল্যায়নের মাধ্যমে শিক্ষাক্রমের উদ্দেশ্যের ভিত্তিতে শিক্ষার্থীর অগ্রগতি, সফলতা ও ব্যর্থতা যাচাই করা হয়। মূল্যায়নের জন্যই মূলত পরীক্ষা নেওয়া হয়। বর্তমানে শিক্ষার্থীদের অর্জন উপযোগী দক্ষতা ও যোগ্যতা পরিমাপে সৃজনশীল প্রশ্নপদ্ধতির ভিত্তিতে পরীক্ষা নেওয়া হয়। সৃজনশীল প্রশ্ন পদ্ধতির প্রধান উদ্দেশ্য হলো জ্ঞানের বাস্তব প্রয়োগ ঘটানো। এ লক্ষ্যকে বাস্তবায়িত করার জন্য অধ্যায়ভিত্তিক সৃজনশীল প্রশ্নের পাশাপাশি কয়েকটি অধ্যায়ের সমন্বয়েও প্রশ্ন হতে পারে। ইতোপূর্বে অনুষ্ঠিত এসএসসি পরীক্ষায় অন্যান্য বিষয়ের প্রশ্নপত্রে এ বিষয়টি লক্ষ করা গেছে। এ ধরনের প্রশ্নের প্র্যাকটিসের সুবিধার্থে এ অংশে যুক্ত করা হয়েছে সমন্বিত অধ্যায়ের প্রশ্ন ও সমাধান।

- সৃজনশীল পরীক্ষা পদ্ধতিতে বোর্ড পরীক্ষায় একাধিক অধ্যায়ের সমন্বয়েও প্রশ্ন হতে পারে।
- পরীক্ষা প্রস্তুতির জন্য এখানে সমন্বিত অধ্যায়ের এরূপ ২০টি সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান দেয়া হলো।
- প্রশ্নপত্র প্রণয়নে একাধিক অধ্যায়ের সম্পর্কযুক্ত শিখনফলগুলোকে প্রাধান্য দেয়া হয়েছে।
- এ প্রশ্ন ও সমাধানগুলোর অনুশীলন তোমার পরীক্ষা প্রস্তুতিকে সম্পূর্ণ করবে।

বীজগণিত

অধ্যায়-১ ও ২ মিলে প্রশ্ন

প্রশ্ন ▶ ১ $f : \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}_+, f(x) = \frac{x^2}{3x-2}$ একটি ফাংশন যার চলক x।

ক. $f\left(\frac{3}{2}\right)$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. $f(g(x)) = g(x)$ হলে $g(2)$ এর মান কত? ৪

গ. $\frac{1}{f(x)-g(x)}$ নির্ণয় করে আংশিক ভগ্নাংশে প্রকাশ কর। ৪

১নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $f(x) = \frac{x^2}{3x-2}$

বা, $f\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{\left(\frac{3}{2}\right)^2}{3\left(\frac{3}{2}\right)-2}$

বা, $f\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{\frac{9}{4}}{\frac{9}{2}-2}$

বা, $f\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{\frac{9}{4}}{\frac{5}{2}}$

বা, $f\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{9}{4} \times \frac{2}{5}$

$\therefore f\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{9}{10}$ **(Ans.)**

খ আবার দেওয়া আছে, $f(g(x)) = g(x)$

মনে করি, $g(x) = p$

$\therefore f(p) = p$

বা, $\frac{p^2}{3p-2} = p$

বা, $p^2 = 3p^2 - 2p$

বা, $2p^2 - 2p = 0$

বা, $2p(p-1) = 0$

হয়, $p = 0$ অথবা, $p = 1$

যেহেতু $f : \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}_+ \therefore f(x) \neq 0$

$\therefore p \neq 0$

অতএব, $p = g(x) = 1$

$\therefore g(2) = 1$ **(Ans.)**

গ এখানে, $\frac{1}{f(x)-g(x)} = \frac{1}{\frac{x^2}{3x-2} - 1} = \frac{1}{\frac{x^2-3x+2}{3x-2}}$

$= \frac{3x-2}{x^2-3x+2} = \frac{3x-2}{x^2-2x-x+2}$

$= \frac{3x-2}{x(x-2)-1(x-2)} = \frac{3x-2}{(x-2)(x-1)}$

ধরি, $\frac{3x-2}{(x-2)(x-1)} \equiv \frac{A}{x-2} + \frac{B}{x-1}$ ……… (i)

(i) নং সমীকরণের উভয় পক্ষে $(x-2)(x-1)$ গুণ করে পাই,

$3x - 2 = A(x-1) + B(x-2)$

$x = 1$ হলে, $B = -1$

$x = 2$ হলে, $A = 4$

(i) নং সমীকরণ থেকে পাই,

$\frac{3x-2}{(x-2)(x-1)} = \frac{4}{x-2} - \frac{1}{x-1}$

$\therefore \frac{1}{f(x)-g(x)} = \frac{4}{x-2} - \frac{1}{x-1}$

যা নির্ণেয় আংশিক ভগ্নাংশে প্রকাশ। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ২ $f, g \in \mathbb{R}$ এবং $f(x) = x^2 + 2x - 3$ এবং $g(x) = 3x^2 - 4$

ক. $f(g(x)) =$ কত? ২

খ. $f^{-1}(0)$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. $\frac{g(x)}{f(x)}$ কে আংশিক ভগ্নাংশে প্রকাশ কর। ৪

২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $g(x) = 3x^2 - 4$

এবং $f(x) = x^2 + 2x - 3$

$\therefore f(g(x)) = (3x^2-4)^2 + 2(3x^2-4) - 3$

$= 9x^4 - 24x^2 + 16 + 6x^2 - 8 - 3$

$= 9x^4 - 18x^2 + 5$

$\therefore f(g(x)) = 9x^4 - 18x^2 + 5$

খ $f(x) = x^2 + 2x - 3$

ধরি, $f(x) = y$ তাহলে $x = f^{-1}(y)$

$\therefore y = x^2 + 2x - 3$

$= x^2 + 2x + 1 - 4$

$= (x+1)^2 - 4$

বা, $(x+1)^2 = y + 4$

বা, $x + 1 = \pm\sqrt{y+4}$

বা, $x = \pm\sqrt{y+4} - 1$

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

$\therefore f^{-1}(y) = \pm\sqrt{y+4} - 1$

$\therefore f^{-1}(0) = \pm\sqrt{0+4} - 1$

$\therefore f^{-1}(0) = \pm 2 - 1 = 1$ এবং -3 **(Ans.)**

গ $\dfrac{g(x)}{f(x)} = \dfrac{3x^2 - 4}{x^2 + 2x - 3}$

$= \dfrac{3(x^2 + 2x - 3) - 6x + 5}{x^2 + 2x - 3}$

$= 3 - \dfrac{6x - 5}{x^2 + 2x - 3} = 3 - \dfrac{6x - 5}{(x+3)(x-1)}$

এখন ধরি, $\dfrac{6x - 5}{(x+3)(x-1)} = \dfrac{A}{x+3} + \dfrac{B}{x-1}$ ...... (i)

(i) এর উভয়পক্ষে $(x + 3)(x - 1)$ গুণ করে পাই,

$6x - 5 = A(x - 1) + B(x + 3)$

$x = 1$ বসালে $6 - 5 = B(1 + 3)$ বা, $1 = 4B$

$\therefore B = \dfrac{1}{4}$

$x = -3$ বসালে $-18 - 5 = A(-3 - 1)$ বা, $-23 = -4A$

$A = \dfrac{23}{4}$

$\therefore \dfrac{6x + 5}{(x+3)(x-1)} = \dfrac{\frac{23}{4}}{x+3} + \dfrac{\frac{1}{4}}{x-1} = \dfrac{23}{4(x+3)} + \dfrac{1}{4(x-1)}$

$\therefore \dfrac{g(x)}{f(x)} = 3 - \dfrac{6x - 5}{(x+3)(x-1)}$

$= 3 - \dfrac{23}{4(x+3)} - \dfrac{1}{4(x-1)}$ **(Ans.)**

অধ্যায়-১ ও ৫ মিলে প্রশ্ন

প্রশ্ন ▶ ৩ একটি ফাংশনকে $f(x) = \dfrac{1}{x^2(x^2+1)}$ দ্বারা সূচিত করা হলো।

ক. $f(2)$ নির্ণয় কর। ২

খ. $f(x)$ কে আংশিক ভগ্নাংশে পরিণত কর। ৪

গ. $f(x)$ এর মান $\frac{1}{4}$ হলে x এর একটি চতুর্ঘাত সমীকরণ নির্ণয় করে এর বাস্তব মূল নির্ণয় কর। ৪

৩নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $f(x) = \dfrac{1}{x^2(x^2+1)}$

$f(2) = \dfrac{1}{2^2(2^2+1)} = \dfrac{1}{4 \times 5} = \dfrac{1}{20}$ **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে, $f(x) = \dfrac{1}{x^2(x^2+1)}$

মনে করি, $\dfrac{1}{x^2(x^2+1)} = \dfrac{Ax + B}{x^2} + \dfrac{Cx + D}{x^2 + 1}$ .... (1)

উভয়পক্ষে $x^2(x^2 + 1)$ গুণ করে পাই,

$1 \equiv (Ax + B).(x^2 + 1) + (Cx + D).x^2$ .... (2)

(2) নং সমীকরণে $x = 0$ বসিয়ে পাই,

$1 = B.(1)$

$B = 1$

সুতরাং (2)-নং সমীকরণটি দাঁড়ায়,

$1 = (Ax + 1).(x^2 + 1) + (Cx + D).x^2$ .... (3)

(3)- নং সমীকরণে $x = 1$ বসিয়ে পাই,

$1 = (A + 1).(1 + 1) + (C + D)$

বা, $2A + C + D = -1$ .... (4)

(3) নং সমীকরণে $x = -1$ বসিয়ে পাই,

$1 = (-A + 1).(1 + 1) + (-C + D)$

বা, $-2A - C + D = -1$ .... (5)

(4) ও (5)-নং সমীকরণ যোগ করে পাই,

$2D = -2 \therefore D = -1$

সুতরাং $1 = (Ax + 1).(x^2 + 1) + (Cx - 1).x^2$ .... (6)

(6)-নং সমীকরণে $x = 2$ বসিয়ে পাই,

$1 = (2A + 1).(4 + 1) + (2C - 1).4$

$10A + 8C = 0$

$C = -\dfrac{5A}{4}$

C ও D-এর মান (4)-নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$2A - \dfrac{5A}{4} - 1 = -1$

$\therefore A = 0$

$\therefore C = 0$

(1)-নং সমীকরণ থেকে পাই,

$\dfrac{1}{x^2(x^2+1)} = \dfrac{1}{x^2} - \dfrac{1}{x^2+1}$

ইহাই নির্ণেয় আংশিক ভগ্নাংশে প্রকাশ। **(Ans.)**

গ আবার, $f(x) = \dfrac{1}{4}$

বা, $\dfrac{1}{x^2(x^2+1)} = \dfrac{1}{4}$

বা, $x^2(x^2 + 1) = 4$

বা, $x^4 + x^2 = 4$

বা, $x^4 + x^2 - 4 = 0$

ইহাই নির্ণেয় চতুর্ঘাত সমীকরণ।

$(x^2)^2 + x^2 - 4 = 0$

দ্বিঘাত সমীকরণের মূল নির্ণয়ের সূত্র প্রয়োগ করে পাই,

$x^2 = \dfrac{-1 \pm \sqrt{1 - 4.(-4).1}}{2}$

বা, $x^2 = \dfrac{-1 \pm \sqrt{17}}{2}$

এখানে $x^2 \neq \dfrac{-1 - \sqrt{17}}{2}$ কারণ বর্গসংখ্যা ঋণাত্মক হতে পারে না।

$\therefore x^2 = \dfrac{-1 + \sqrt{17}}{2}$

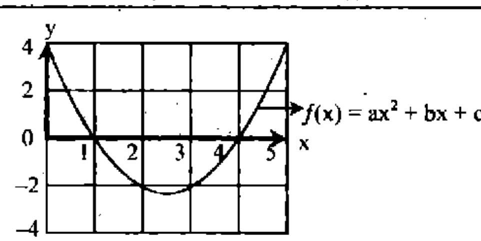
বা, $x^2 = 1.56$

$\therefore x = \pm 1.25$

সমাধান, $x = 1.25, -1.25$ **(Ans.)**

অধ্যায়-১, ২ ও ৫ মিলে প্রশ্ন

প্রশ্ন ▶ ৪



এখানে a, b, c বাস্তব সংখ্যা।

ক. $f(x)$ ফাংশনের ডোমেন নির্ণয় কর। ২

খ. a, b এবং c এর মান নির্ণয় করে ফাংশনটিকে পুনরায় লেখ। ৪

গ. $f(x)$ এর মান সর্বনিম্ন কত হতে পারে? ৪

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $f(x) = ax^2 + bx + c$

a, b, c বাস্তব সংখ্যা হলে,

x-এর যেকোন বাস্তব মানের জন্য $f(x)$-এর একটি বাস্তব মান পাওয়া যাবে।

সুতরাং $f(x)$-ফাংশনের ডোমেন হলো সকল বাস্তব সংখ্যার সেট = $\mathbb{R}$ **(Ans.)**

খ প্রদত্ত লেখ থেকে পাই,

$\therefore f(1) = 0$

$\therefore a + b + c = 0$ ……… (1)

আবার, $f(4) = 0$

$\therefore 16a + 4b + c = 0$ ……… (2)

এবং $f(0) = 4$

$\therefore c = 4$

সুতরাং (1)-নং সমীকরণ থেকে পাই,

$a + b + 4 = 0$

$b = -4 - a$ ……… (3)

b ও c- এর মান (2)-নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$16a + 4(-4 - a) + 4 = 0$

বা, $16a - 16 - 4a + 4 = 0$

বা, $12a - 12 = 0$

বা, $a = \frac{12}{12}$ $\therefore a = 1$

এখন (3)নং সমীকরণ থেকে পাই,

$b = -4 - 1 = -5$

$\therefore$ নির্ণেয় ফাংশন, $f(x) = x^2 - 5x + 4$ **(Ans.)**

গ মনে করি, $f(x) = y$

বা, $x^2 - 5x + 4 = y$

বা, $x^2 - 5x + 4 - y = 0$

দ্বিঘাত সমীকরণের মূল নির্ণয়ের সূত্র প্রয়োগ করে পাই,

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{(-5)^2 - 4(4 - y).1}}{2.1}$$

বা, $x = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 16 + 4y}}{2}$

বা, $x = \frac{5 \pm \sqrt{9 + 4y}}{2}$

সুতরাং, $f^{-1}(x) = \frac{5 \pm \sqrt{9 + 4x}}{2}$

এখানে, $f^{-1}(x)$ বাস্তব হবে যদি $9 + 4x \geq 0$ হয়,

$\therefore x \geq -\frac{9}{4}$

সুতরাং $f(x)$ এর রেঞ্জ = $\left\{x : x \in \mathbb{R}, x \geq -\frac{9}{4}\right\}$

অতএব, $f(x)$ এর সর্বনিম্ন মান = $-\frac{9}{4}$ **(Ans.)**

অধ্যায়-১ ও ১০ মিলে প্রশ্ন

প্রশ্ন ▶ ৫ $f(x) = (1 - x)^7 (1 + x)^8$ **একটি ফাংশন।**

ক. $f(x)$ কে প্রথম তিন পদ পর্যন্ত বিস্তৃত কর। ২

খ. বিস্তৃতিতে x^{10} এর সহগ নির্ণয় কর। ৪

গ. x এর মান যথেষ্ট ছোট হওয়ায় x^3 এবং তার ঊর্ধ্ব ঘাতের মান উপেক্ষা করে $f(x)$ নির্ণয় কর। $f(x)$ এর রেঞ্জ নির্ণয় করে দেখাও যে এর সর্বোচ্চ মান $\frac{29}{28}$। ৪

৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,

$f(x) = (1 - x)^7 (1 + x)^8$

$= (1 - x^2)^7 (1 + x)$

$= ({}^7C_0.1^7.(-x^2)^0 + {}^7C_1.1^6.(-x^2)^1 + {}^7C_2.1^5.(-x^2)^2 + {}^7C_3.1^4.(-x^2)^3 + \ldots\ldots)(1 + x)$

$= (1 - 7x^2 + 21x^4 - 35x^6 + \ldots\ldots\ldots)(1 + x)$

$= 1 + x - 7x^2 + 7x^3 + \ldots\ldots$

প্রথম তিন পদ পর্যন্ত বিস্তৃতি হল, $f(x) = 1 + x - 7x^2$ ....

খ $f(x)$ এর x^{10} এর সহগ হবে $(1 - x^2)^7$ এ x^{10} এর সহগ।

$(1 - x^2)^7 = {}^7C_0.1^7.(-x^2)^0 + {}^7C_1.1^6.(-x^2)^1 + {}^7C_2.1^5.(-x^2)^2 + {}^7C_3.1^4.(-x^2)^3 + {}^7C_4.1^3.(-x^2)^4 + {}^7C_5.1^2.(-x^2)^5 + {}^7C_6.1^1.(-x^2)^6 + {}^7C_7.1^0(-x^2)^7$

$= {}^7C_0.1^7 - {}^7C_1.1^6.x^2 + {}^7C_2.1^5.x^4 - {}^7C_3.1^4.x^6 + {}^7C_4.1^3.x^8 - {}^7C_5.1^2.x^{10} + {}^7C_6.1^1.x^{12} - {}^7C_7.1^0x^{14}$

সুতরাং, $(1 - x^2)^7$ এর বিস্তৃতিতে x^{10} এর সহগ $= -{}^7C_5.1^2$

$= -21$ **(Ans.)**

গ x এর মান যথেষ্ট ছোট হওয়ায় x^3 এবং তার ঊর্ধ্ব ঘাতের মান উপেক্ষা করে পাই,

$f(x) = 1 + x - 7x^2$

মনে করি, $f(x) = y$

$1 + x - 7x^2 = y$

$7x^2 - x + y - 1 = 0$

দ্বিঘাত সমীকরণের মূল নির্ণয়ের সূত্র প্রয়োগ করে পাই,

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{1^2 - 4(y - 1).7}}{2.7}$$

সুতরাং, $f^{-1}(x) = \frac{1 \pm \sqrt{-28x + 29}}{14}$

$f^{-1}(x)$ এর বাস্তব মান পাওয়া যাবে যদি

$-28x + 29 \geq 0$ হয় $x \leq \frac{29}{28}$

$\therefore f(x)$ ফাংশনের রেঞ্জ = $\left\{x : x \in \mathbb{R}, x \leq \frac{29}{28}\right\}$

অতএব, $f(x)$-এর মান $\frac{29}{28}$ অপেক্ষা বেশি হতে পারে না।

$\therefore f(x)$ এর সর্বোচ্চ মান $\frac{29}{28}$ **(Ans.)**

অধ্যায়-২ ও ৬ মিলে প্রশ্ন

প্রশ্ন ▶ ৬ একটি কারখানা স্থাপনের জন্য একখণ্ড আয়তাকার জমি কেনার সিদ্ধান্ত নেওয়া হলো। জমির ক্ষেত্রফল 300 বর্গ মি. এবং পরিসীমা সর্বোচ্চ 70 মি.।

ক. জমির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থের সাহায্যে একটি অসমতা নির্ণয় কর। ২

খ. অসমতাটিকে একটি ছক কাগজে স্থাপন করে এর সমাধান অংশ চিহ্নিত কর। ৪

গ. জমিটির কর্ণ 25 মি. হলে দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্ণয় করে দেখাও যে, তা অসমতাটিকে সিদ্ধ করে। ৪

৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক মনে করি, জমিটির দৈর্ঘ্য = x মি., জমিটির প্রস্থ = y মি.

$\therefore$ জমিটির পরিসীমা = $2(x + y)$

$\therefore$ শর্তমতে, $2(x + y) \leq 70$

$x + y \leq 35$

ইহাই নির্ণেয় অসমতা। **(Ans.)**

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

খ 'ক' হতে পাই, $x + y \le 35$ বা, $y \le 35 - x$

প্রথমে $y = 35 - x$ সমীকরণের লেখচিত্র অঙ্কন করি।

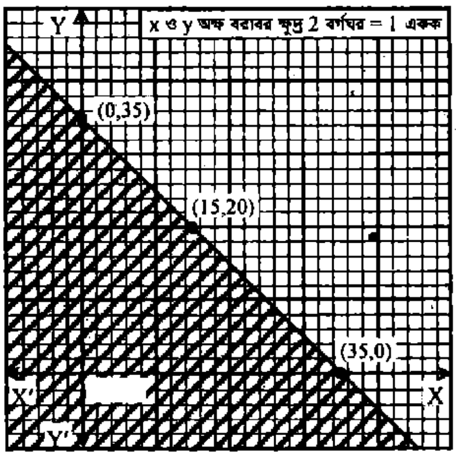
লেখস্থিত কয়েকটি বিন্দু

x	35	15	0
y	0	20	35

ছক কাগজে ক্ষুদ্রতম 2 বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরে (35, 0), (15, 20) (0, 35) বিন্দুগুলো স্থাপন করে $y = 35 - x$ এর লেখচিত্র পাওয়া যায়।

এখন, মূলবিন্দুতে $x + y - 35$ রাশির মান $-35 < 0$

∴ লেখ-রেখার যে পাশে মূলবিন্দু সেই পাশের সকল বিন্দু (লেখ-রেখার উপরস্থ বিন্দুগুলোসহ) প্রদত্ত অসমতার সমাধান সেটের অন্তর্ভুক্ত। নিচে সমাধান সেটের লেখচিত্র দেখানো হলো (লেখ রেখাসহ চিহ্নিত অংশ)।



গ মনে করি, জমির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ যথাক্রমে x ও y.

কর্ণের দৈর্ঘ্য $= \sqrt{x^2 + y^2}$

∴ $x^2 + y^2 = 25^2 = 625$ .... (1)

আবার ক্ষেত্রফল = xy

∴ $xy = 300$ .... (2)

$y = \frac{300}{x}$ .... (3)

y- এর মান (1)নং সমীকরণ বসিয়ে পাই,

$x^2 + \left(\frac{300}{x}\right)^2 = 625$

বা, $x^2 + \frac{90000}{x^2} = 625$

বা, $x^4 - 625x^2 + 90000 = 0$

বা, $x^4 - 400x^2 - 225x^2 + 90000 = 0$

বা, $x^2(x^2 - 400) - 225(x^2 - 400) = 0$

বা, $(x^2 - 400)(x^2 - 225) = 0$

হয় $x^2 - 400 = 0$ অথবা, $(x^2 - 225) = 0$

∴ $x^2 = 400$ অথবা, $x^2 = 225$

∴ $x = \pm 20$ অথবা, $x = \pm 15$

দৈর্ঘ্য কখনো ঋণাত্মক হতে পারে না।

∴ $x = 20$ অথবা, 25

x-এর মান (3)-নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$y = \frac{300}{20} = 15$ বা, $y = \frac{300}{15} = 20$

সুতরাং আয়তাকার জমির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ যথাক্রমে 20 মিটার ও 15 মিটার।

∴ পরিসীমা $= 2 \times (20 + 15) = 70$ যা অসমতাকে সিদ্ধ করে।

(দেখানো হলো)

অধ্যায়-২ ও ৭ মিলে প্রশ্ন

প্রশ্ন ▶ ৭ **নিচের ধারাটি একটি গুণোত্তর ধারা।**

$S = (x+1)^2 + 1 + \frac{1}{(x+1)^2} + \ldots\ldots\ldots$

ক. সাধারণ অনুপাত নির্ণয় কর। ২

খ. ধারাটির প্রথম 10 পদের সমষ্টি এবং অসীমতক সমষ্টি S_∞ নির্ণয় কর। ৪

গ. অসীমতক সমষ্টি S_∞ কে আংশিক ভগ্নাংশে প্রকাশ কর। ৪

৭নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত ধারা, $S = (x+1)^2 + 1 + \frac{1}{(x+1)^2} + \ldots\ldots$

ধারাটির প্রথম পদ, $a = (x+1)^2$

ধারাটির দ্বিতীয় পদ, $ar = 1$

সাধারণ অনুপাত, $r = \frac{1}{(x+1)^2}$ **(Ans.)**

খ আমরা জানি, ধারার প্রথম n- পদের সমষ্টি $= \frac{a(1-r^n)}{1-r}$

প্রথম 10-পদের সমষ্টি $= \dfrac{(x+1)^2\left\{1 - \left(\frac{1}{(x+1)^2}\right)^{10}\right\}}{1 - \frac{1}{(x+1)^2}}$

$= \dfrac{(x+1)^4 . \left(1 - \frac{1}{(x+1)^{20}}\right)}{(x+1)^2 - 1}$

$= \dfrac{(x+1)^4 . ((x+1)^{20} - 1)}{x(x+2).(x+1)^{20}}$

$= \dfrac{(x+1)^{20} - 1}{x(x+2)(x+1)^{16}}$

অসীমতক সমষ্টি, $S_\infty = \dfrac{(x+1)^2}{1 - \frac{1}{(x+1)^2}}$ $\left[\because S_\infty = \frac{a}{1-r}\right]$

$= \dfrac{(x+1)^4}{x(x+2)}$

$= \dfrac{(x+1)^4}{x(x+2)}$ **(Ans.)**

গ দ্বিপদী উপপাদ্যের সাহায্যে $(x+1)^4$- কে বিস্তৃত করে পাই,

$(x+1)^4 = 4c_0x^4 + 4c_1x^3 + 4c_1x^3 + 4c_2x^2 + 4c_3x^1 + 4c_4x^0$

$(x+1)^4 = x^4 + 4x^3 + 6x^2 + 4x + 1$

এখন, $S_\infty = \dfrac{(x+1)^4}{x(x+2)}$

$= \dfrac{x^4 + 4x^3 + 6x^2 + 4x + 1}{x(x+2)}$

$= \dfrac{x^4 + 2x^3 + 2x^3 + 4x^2 + 2x^2 + 4x + 1}{x(x+2)}$

$= \dfrac{x^3(x+2) + 2x^2(x+2) + 2x(x+2) + 1}{x(x+2)}$

$= x^2 + 2x + 2 + \dfrac{1}{x(x+2)}$

মনে করি, $\frac{1}{x(x+2)} \equiv \frac{A}{x} + \frac{B}{x+2}$ .... (1)

উভয় পক্ষে $x(x+2)$ গুণ করে পাই,

$1 = A(x+2) + Bx$

$x = 0$ হলে, $1 = 2A$

$A = \frac{1}{2}$

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

$x = -2$ হলে, $1 = -2B$

$$B = -\frac{1}{2}$$

(1)-নং সমীকরণ থেকে পাই,

$$\frac{1}{x(x+2)} = \frac{1}{2x} - \frac{1}{2(x+2)}$$

সুতরাং, $S_x = x^2 + 2x + 2 + \frac{1}{2x} - \frac{1}{2(x+2)}$

যা নির্ণেয় আংশিক ভগ্নাংশে প্রকাশ। **(Ans.)**

অধ্যায়-২, ৯ ও ১০ মিলে প্রশ্ন

প্রশ্ন ▶৮ একটি তেলের খনির মাটির গভীরতাকে x দ্বারা সূচিত করলে, গভীরতার সাপেক্ষে তেলের প্রাপ্যতাকে একটি ফাংশন, $f(x) = 16(x+1)^4 - (2x-a)^4$ দ্বারা সম্পর্কিত করা যায়। এখানে a হলো একটি ধ্রুব ধনাত্মক বাস্তব সংখ্যা।

ক. $f(0) = 0$ হলে a নির্ণয় কর। ২

খ. দ্বিপদী উপপাদ্যের সাহায্যে বিস্তৃত করে, $f(x)$-কে সরল আকারে প্রকাশ কর। ৪

গ. মাটি খননের হার y হলে, তেলের প্রাপ্যতার ফাংশন $f(x)$ কে $f(y) = 2^{3y+7} + 2^{y+7}$ দ্বারা বর্ণনা করা যায়। x ও y এর মধ্যে একটি লগারিদমিক সম্পর্ক নির্ণয় কর। ৪

৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $f(x) = 16(x+1)^4 - (2x-a)^4$

আবার, $f(0) = 16(0+1)^4 - (2 \times 0 - a)^4$
$= 16 - a^4$

সুতরাং, $16 - a^4 = 0$

বা, $a^4 = 16$

$\therefore a = 2$ **(Ans.)**

খ অতএব, আমরা পাই, $f(x) = 16(x+1)^4 - (2x-2)^4$

দ্বিপদী উপপাদ্যের সাহায্যে,

$$(x+1)^4 = 4_{C_0}x^4 + 4_{C_1}x^3 + 4_{C_2}x^2 + 4_{C_3}x + 4_{C_4}$$
$$= x^4 + 4x^3 + 6x^2 + 4x + 1$$

অনুরূপভাবে,

$$(2x-2)^4 = 4_{C_0}(2x)^4 - 4_{C_1}(2x)^3.2^1 + 4_{C_2}(2x)^2.2^2 - 4_{C_3}2x.2^3 + 4_{C_4}2^4$$
$$= 16x^4 - 64x^3 + 96x^2 - 64x + 16$$

$$\therefore f(x) = 16(x^4 + 4x^3 + 6x^2 + 4x + 1) - (16x^4 - 64x^3 + 96x^2 - 64x + 16)$$
$$= 16x^4 + 64x^3 + 96x^2 + 64x + 16 - 16x^4 + 64x^3 - 96x^2 + 64x - 16$$
$$= 128x^3 + 128x \text{ (Ans.)}$$

গ দেওয়া আছে,

$f(y) = 2^{3y+7} + 2^{y+7}$

বা, $f(y) = 2^{3y}.2^7 + 2^y.2^7$

বা, $f(y) = 128.(2^y)^3 + 128.2^y$

আবার, $f(x) = 128x^3 + 128x$

সমীকরণ দুটিকে তুলনা করে পাই,

$2^y = x$

ইহাদের মধ্যে লগারিদমিক সম্পর্ক প্রয়োগ করে পাই,

$y = \log_2 x$

ইহাই নির্ণেয় লগারিদমিক সম্পর্ক **(Ans.)**

অধ্যায়-৫ ও ৭ মিলে প্রশ্ন

প্রশ্ন ▶৯ একটি গুণোত্তর ধারার প্রথম পদ একটি বর্গ সংখ্যা এবং দ্বিতীয় পদ ঐ সংখ্যার বর্গমূল। দুই অঙ্কবিশিষ্ট প্রথম পদটিকে তার অঙ্কদ্বয়ের গুণফল দ্বারা ভাগ করলে ভাগফল হয় 2। সংখ্যাটির সাথে 27 যোগ করলে যোগফল সংখ্যাটির অঙ্কদ্বয়ের স্থান বিনিময়কৃত সংখ্যার সমান হয়।

ক. ধারাটির প্রথম পদ p^2 হলে ধারাটি লেখ। ২

খ. p এর উপর কি শর্ত আরোপ করলে ধারাটির একটি অসীমতক সমষ্টি পাওয়া যাবে? সেই শর্ত সাপেক্ষে ধারাটির অসীমতক সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

গ. p এর মান নির্ণয় করে দেখাও যে এই মান ব্যবহার করে যে নতুন ধারাটি তৈরি হয় সেটির অসীমতক সমষ্টি নির্ণয় করা সম্ভব। ৪

৯ নং প্রশ্নের সমাধান

ক ধারাটির প্রথম পদ $= p^2$

দ্বিতীয় পদ $= p$

সাধারণ অনুপাত $= \frac{1}{p}$

$\therefore$ তৃতীয় পদ $= 1$

ধারাটি হল, $p^2 + p + 1 + \ldots\ldots$ **(Ans.)**

খ আমরা জানি, কোন ধারার অসীমতক সমষ্টি থাকবে যদি এর সাধারণ অনুপাত, $|r| < 1$

এখানে সাধারণ অনুপাত, $r = \frac{1}{p}$

সুতরাং $\left|\frac{1}{p}\right| < 1$

$$-1 < \frac{1}{p} < 1$$

নির্ণেয় শর্ত, $p > 1$ or $p < -1$

আমরা জানি,

অসীমতক সমষ্টি, $S_x = \frac{a}{1-r}$

এখানে, $a = p^2$

$r = \frac{1}{p}$

$S_x = \frac{p^2}{1 - \frac{1}{p}} = \frac{p^3}{p-1}$ যখন, $p > 1$ অথবা $p < -1$ **(Ans.)**

গ মনে করি, দুই অঙ্কবিশিষ্ট প্রথম পদটি হলো, $p^2 = 10x + y$

শর্তমতে, $\frac{10x+y}{xy} = 2$ .... (1)

আবার, $10x + y + 27 = 10y + x$

$9x - 9y + 27 = 0$

$y = \frac{9x+27}{9}$

y- এর মান (1)-নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$$10x + \frac{9x+27}{9} = 2x \times \frac{9x+27}{9}$$

বা, $\frac{90x + 9x + 27}{9} = \frac{18x^2 + 54x}{9}$

বা, $99x + 27 = 18x^2 + 54x$

বা, $18x^2 - 45x - 27 = 0$

বা, $2x^2 - 5x - 3 = 0$

বা, $2x^2 - 6x + x - 3 = 0$

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

বা, $2x(x-3)+(x-3)=0$

বা, $(x-3)(2x+1)=0$

হয়, $x=3$ অথবা, $x=-\frac{1}{2}$

কিন্তু এখানে, $x \neq -\frac{1}{2}$ কারণ, x হল একটি অঙ্ক।

$\therefore y=\frac{9\times 3+27}{9}$

$y=6$

সুতরাং নতুন ধারাটির প্রথম পদ = 36

দ্বিতীয় পদ, $p=6$

এখানে, $p>1$ যা প্রদত্ত শর্ত মেনে চলে

সুতরাং $p=6$ এর জন্য ধারাটির অসীমতক সমষ্টি নির্ণয় করা সম্ভব।

(দেখানো হলো)

অধ্যায়-৬ ও ৯ মিলে প্রশ্ন

প্রশ্ন ▶১০ দুইটি ভিন্ন তেজস্ক্রিয় মৌলের একটি নির্দিষ্ট পরিমাণ বিভিন্ন পরিবেশে ক্ষয় হতে সময় লাগে যথাক্রমে x ও y মিনিট। মৌলদুটির পরিমাণ C_x এবং C_y হলে, এদেরকে $x=\log_2 C_x$ এবং $y=\log_3 C_y$ দ্বারা সম্পর্কিত করা যায়। একটি তেজস্ক্রিয় বিদ্যুৎ উৎপাদন কেন্দ্রে মৌলদুইটিকে একত্রে মিশিয়ে উত্তেজিত করা হলে উৎপাদিত শক্তির পরিমাণ যে সম্পর্কটি মেনে চলে সেটি হল মোট শক্তি

$f(x, y)=5.2^x+3^{y+1}$.

ক. দেখাও যে, $\log_5 5^5=5$ ২

খ. মৌল দুইটিকে $C_x=4$ এবং $C_y=9$ একক পরিমাণে ব্যবহার করলে উৎপাদিত মোট শক্তির পরিমাণ নির্ণয় কর। ৪

গ. বিদ্যুৎ উৎপাদন কেন্দ্রটি দৈনিক 121 একক শক্তির কম শক্তি উৎপাদন করলে বিদ্যুতের চাহিদা পূরণ হয় না। চাহিদা পূরণের শর্তে মৌলদুইটির প্রয়োজনীয় পরিমাণকে একটি অসমতায় প্রকাশ কর এবং লেখচিত্রের সাহায্যে সমাধান অংশ চিহ্নিত কর। ৪

১০ নং প্রশ্নের সমাধান

ক বামপক্ষ $=\log_5 5^5$

$=5\log_5 5$ [যেহেতু $\log_a(M)^N=N\log_a M$]

$=5\times 1$ [যেহেতু, $\log_a a=1$]

$=5=$ ডানপক্ষ

$\therefore \log_5 5^5=5$ **(দেখানো হলো)**

খ এখানে, $x=\log_2 C_x$

$C_x=4$ হলে, $x=\log_2 4=\log_2 2^2=2\log_2 2=2$

আবার, $y=\log_3 C_y$

$C_y=9$ হলে, $y=\log_3 9=\log_3 3^2=2\log_3 3=2$

মোট শক্তি, $f(x, y)=5.2^x+3^{y+1}$

$f(2, 2)=5.2^2+3^{2+1}$

$=5.4+3^3=20+27=47$ **(Ans.)**

গ বিদ্যুৎ উৎপাদন কেন্দ্রের মোট শক্তি $=5.2^x+3^{y+1}$

শর্তমতে, $5.2^X+3^{y+1}\geq 121$ .... (1)

কিন্তু $x=\log_2 C_x$ থেকে পাই, $C_x=2^x$

এবং $y=\log_3 C_y$ থেকে পাই, $C_y=3^y$

(1)-নং সমীকরণ থেকে পাই,

$5.2^x+3.3^y\geq 121$

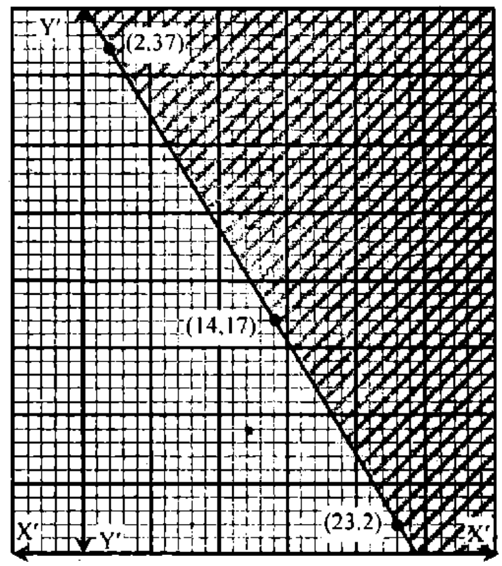
$5.C_x+3.C_y\geq 121$

প্রথমে $5.C_x+3.C_y=121$ সমীকরণটির লেখচিত্র অঙ্কন করি,

সমীকরণটি থেকে পাওয়া যায়, $C_y=\frac{121-5C_x}{3}$

এ লেখচিত্রস্থিত কয়েকটি বিন্দুর স্থানাংক,

C_x	2	14	23
C_y	37	17	2



স্থানাঙ্কায়িত ছক কাগজের ক্ষুদ্রতম বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরে (2,37), (14,17) এবং (23,2) বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করে সমীকরণটির লেখচিত্র অঙ্কন করি।

এখন মূলবিন্দু (0, 0) তে $5.C_x+3.C_y>121$ সিদ্ধ হয় না। সুতরাং লেখচিত্র রেখাটির যে পাশে মূল বিন্দু রয়েছে তার বিপরীত পাশের সকল বিন্দুর জন্যই $5.C_x+3.C_y>121$

অতএব, $5.C_x+3.C_y\geq 121$ অসমতার সমাধান সেট

$5.C_x+3.C_y=121$ সমীকরণের সকল বিন্দু এবং লেখচিত্রের যে পাশে মূলবিন্দু আছে তার বিপরীত পাশের সকল বিন্দুর সমন্বয়ে গঠিত।

কিন্তু এখানে মৌলের পরিমাণ কখনো ঋণাত্মক হতে পারে না। তাই সমাধান অংশে x- অক্ষের নিচে এবং y-অক্ষের বামের অংশ বাদ যাবে।

জ্যামিতি

অধ্যায়-৩ ও ৪ মিলে প্রশ্ন

প্রশ্ন ▶১১ $2\sqrt{27}$ বর্গ সে.মি. ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট একটি ত্রিভুজের ভূমির দৈর্ঘ্য 8 সে.মি., ভূমি সংলগ্ন কোণ 60° এবং অপর দুই বাহুর সমষ্টি 10 সে.মি.।

ক. শীর্ষ থেকে ভূমির লম্বদূরত্ব নির্ণয় কর। ২

খ. শুধুমাত্র রুলার এবং পেন্সিল কম্পাস ব্যবহার করে ত্রিভুজটি অঙ্কন কর এবং অঙ্কনের বিবরণ দাও। ৪

গ. ত্রিভুজটির পরিবৃত্তের ব্যাস নির্ণয় কর। ৪

১১ নং প্রশ্নের সমাধান

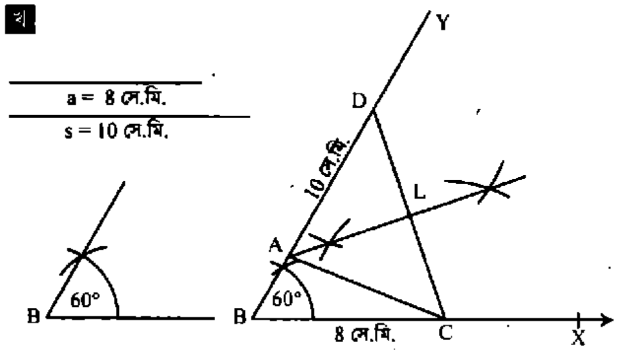
ক আমরা জানি, ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $=\frac{1}{2}\times$ ভূমি $\times$ উচ্চতা

সুতরাং $\frac{1}{2}\times 8\times$ উচ্চতা $=2\sqrt{27}$

উচ্চতা $=\frac{\sqrt{27}}{2}$ সে.মি.

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

খ



দেওয়া আছে, ভূমি BC = ৪ সে.মি. অপর দুই বাহুর সমষ্টি AB + AC = 10 সে.মি. এবং $\angle ABC = 60°$। ΔABC অঙ্কন করতে হবে। [উপাত্তসমূহ রুলার ও পেন্সিল কম্পাসের সাহায্যে অঙ্কিত]

অঙ্কনের ধাপসমূহ:

ধাপ-১: যেকোনো রশ্মি BX থেকে BC = ৪ সে.মি. কেটে নিই।

ধাপ-২: $\angle XBY = 60°$ আঁকি

ধাপ-৩: BY রশ্মি থেকে BD = 10 সে.মি. কেটে লই।

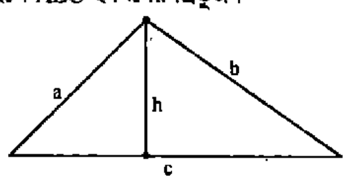
ধাপ-৪: C, D যোগ করি

ধাপ-৫: CD রেখার লম্বদ্বিখণ্ডক আঁকি যা BD কে A বিন্দুতে ছেদ করে।

ধাপ-৬: A, C যোগ করি।

তাহলে ABC-ই নির্ণেয় ত্রিভুজ।

গ



মনে করি, ত্রিভুজের বাহুগুলোর দৈর্ঘ্য a, b ও c এবং উচ্চতার দৈর্ঘ্য h

$\therefore \quad a + b = 10$

$b = 10 - a$ .... (i)

আবার, $c = \sqrt{a^2 - h^2} + \sqrt{b^2 - h^2}$

বা, $8 = \sqrt{a^2 - \left(\frac{\sqrt{27}}{2}\right)^2} + \sqrt{b^2 - \left(\frac{\sqrt{27}}{2}\right)^2}$ [∵ h = উচ্চতা]

বা, $8 = \sqrt{a^2 - \frac{27}{4}} + \sqrt{b^2 - \frac{27}{4}}$

বা, $16 = \sqrt{4a^2 - 27} + \sqrt{4b^2 - 27}$

বা, $16 - \sqrt{4a^2 - 27} = \sqrt{4b^2 - 27}$

বা, $\left(16 - \sqrt{4a^2 - 27}\right)^2 = 4b^2 - 27$

বা, $256 - 2.16.\sqrt{4a^2 - 27} + 4a^2 - 27 = 4b^2 - 27$

বা, $256 + 4a^2 - 4b^2 = 32\sqrt{4a^2 - 27}$

বা, $64 + a^2 - b^2 = 8\sqrt{4a^2 - 27}$

বা, $64 + a^2 - (10 - a)^2 = 8\sqrt{4a^2 - 27}$ [(i) নং থেকে]

বা, $64 + a^2 - 100 + 20a - a^2 = 8\sqrt{4a^2 - 27}$

বা, $20a - 36 = 8\sqrt{4a^2 - 27}$

বা, $5a - 9 = 2\sqrt{4a^2 - 27}$

বা, $25a^2 - 90a + 81 = 16a^2 - 108$

বা, $9a^2 - 90a + 189 = 0$

বা, $a^2 - 10a + 21 = 0$

$\therefore \quad a = 7$ বা, $a = 3$

বাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্য = 7 সে.মি. ও 3 সে.মি.

মনে করি, পরিবৃত্তের ব্যাস = d সে.মি.

ব্রহ্মা গুপ্তের উপপাদ্য থেকে পাই,

$a.b = d.h$

বা, $d = \frac{a.b}{h} = \frac{7.3}{\sqrt{27}} \times 2 = \frac{42}{\sqrt{27}}$

নির্ণেয় ব্যাস = $\frac{42}{\sqrt{27}}$ সে.মি. **(Ans.)**

অধ্যায়-৩, ৪ ও ১১ মিলে প্রশ্ন

প্রশ্ন ▶১২ কোনো সমতলে B ও C দুইটি নির্দিষ্ট বিন্দু MQ সরলরেখার একই পাশে অবস্থিত। M ও Q বিন্দুর স্থানাঙ্ক যথাক্রমে (9, 2) এবং (4, 14).

ক. MQ রেখার ঢাল নির্ণয় কর। ২

খ. শুধুমাত্র পেন্সিল ও কম্পাস ব্যবহার করে এমনএকটি বৃত্ত অঙ্কন কর যা B ও C বিন্দু দিয়ে যায় এবং কেন্দ্র MQ রেখার উপর অবস্থিত। অঙ্কনের ধাপসমূহ লেখ। ৪

গ. MQ রেখাটি যদি বৃত্তটিকে A ও D বিন্দুতে ছেদ করে এবং BC বৃত্তের জ্যা হয়, তবে প্রমাণ কর, AC.BD = AB.CD + BC.AD. ৪

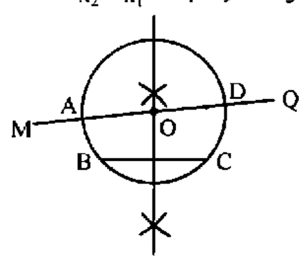
১২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক M বিন্দুর স্থানাঙ্ক = (9, 2)

Q বিন্দুর স্থানাঙ্ক = (4, 14)

আমরা জানি, ঢাল = $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{14 - 2}{4 - 9} = \frac{12}{-5} = -\frac{12}{5}$ **(Ans.)**

খ



দেওয়া আছে, B ও C দুইটি নির্দিষ্ট বিন্দু এবং MQ একটি নির্দিষ্ট সরলরেখা। এমন একটি বৃত্ত অঙ্কন করতে হবে যা B ও C বিন্দু দিয়ে যায় এবং যার কেন্দ্র MQ সরলরেখার উপর অবস্থান করে।

অঙ্কনের বিবরণ:

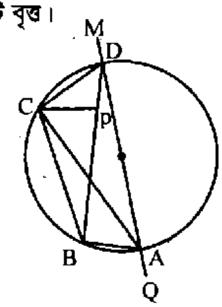
ধাপ–১: B, C যোগ করি।

ধাপ-২: BC রেখাংশের সমদ্বিখণ্ডক আঁকি যা CQ কে O বিন্দুতে ছেদ করে।

ধাপ-৩: O কে কেন্দ্র করে OC বা MB এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে বৃত্ত আঁকি যা MQ কে A ও D বিন্দুতে ছেদ করে।

তাহলে ABCD উদ্দিষ্ট বৃত্ত।

গ



বিশেষ নির্বচন: মনে করি, বৃত্তের অন্তর্লিখিত ABCD চতুর্ভুজের বিপরীত বাহুগুলো যথাক্রমে AB ও CD এবং BC ও AD। AC ও BD চতুর্ভুজটির দুইটি কর্ণ।

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

প্রমাণ করতে হবে যে, AC.BD = AB.CD + BC.AD.

অঙ্কন: ∠BCA কে ∠ACD এর ছোট ধরে C বিন্দুতে CD রেখাংশের সাথে ∠DCP আঁকি যেন CP রেখা BD কর্ণকে P বিন্দুতে ছেদ করে।

প্রমাণ: অঙ্কনানুসারে, ∠ACB = ∠DCP

উভয়পক্ষে ∠ACP যোগ করে পাই,

∠BCP = ∠ACD

এখন, ΔBCP ও ΔACD এর মধ্যে,

∠BCP = ∠ACD

∠CBP = ∠CAD [একই চাপ CD এর অন্তঃস্থ কোণ]

অবশিষ্ট ∠CPB = অবশিষ্ট ∠ADC

∴ ΔBCP ও ΔACD পরস্পর সদৃশ।

$\therefore \frac{BP}{AD} = \frac{BC}{AC}$

অর্থাৎ BC.AD = AC.BP .... (i)

আবার, ΔCDP এবং ΔABC এর মধ্যে

∠ACB = ∠PCD [অঙ্কানুসারে]

∠BAC = ∠CDP [একই বৃত্তাংশস্থিত কোণ]

অবশিষ্ট ∠CPD = অবশিষ্ট ∠ABC

$\frac{PD}{AB} = \frac{CD}{AC}$

অর্থাৎ AB.CD = AC.PD .... (ii)

(i) ও (ii) নং সমীকরণ যোগ করে পাই,

BC.AD + AB.CD = AC.BP + AC.PD

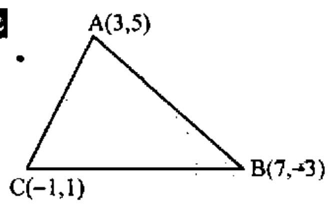
AB.CD + BC.AD = AC.(BP + PD)

AB.CD + BC.AD = AC.BD

∴ AC.BD = AB.CD + BC.AD **(প্রমাণিত)**

অধ্যায়-৩ ও ১১ মিলে প্রশ্ন

প্রশ্ন ▶ ১৩



ক. $AB^2 + BC^2 + CA^2$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. ত্রিভুজটির মধ্যমাত্রয় G বিন্দুতে মিলিত হলে অ্যাপোলোনিয়াসের উপপাদ্য প্রয়োগ করে দেখাও যে,
$AB^2 + BC^2 + CA^2 = 3(GA^2 + GB^2 + GC^2)$ ৪

গ. G-বিন্দুর স্থানাঙ্ক (3y, y) হলে y নির্ণয় কর। ৪

১৩ নং প্রশ্নের সমাধান

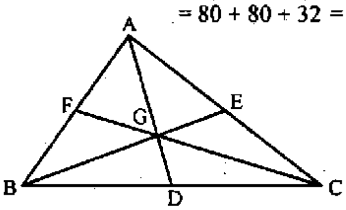
ক AB বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(7-3)^2 + (-3-5)^2} = \sqrt{80}$

BC বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(-1-7)^2 + (+1+3)^2} = \sqrt{80}$

CA বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(3+1)^2 + (5-1)^2} = \sqrt{32^2}$

$\therefore AB^2 + BC^2 + CA^2 = (\sqrt{80})^2 + (\sqrt{80})^2 + (\sqrt{32})^2$
$= 80 + 80 + 32 = 192$

খ



মনে করি, ΔABC ত্রিভুজের মধ্যমাত্রয় পরস্পর G বিন্দুতে মিলিত হয়েছে।

প্রমাণ করতে হবে যে, $AB^2 + BC^2 + CA^2 = (GA^2 + GB^2 + GC^2)$

প্রমাণ: আমরা জানি, যে কোন ত্রিভুজের মধ্যমাত্রয় পরস্পরকে 2 ঃ 1 অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত করে।

এখানে AD, BE এবং CF মধ্যমাত্রয় G বিন্দুতে 2 ঃ 1 অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত হয়েছে।

সুতরাং $AD = \frac{3}{2}GA$

$BE = \frac{3}{2}GB$ এবং $CF = \frac{3}{2}GC$

আবার, ΔABC-এ অ্যাপোলোনিয়াসের উপপাদ্য প্রয়োগ করে পাই,

$AB^2 + BC^2 = 2(BE^2 + CE^2)$

$= 2BE^2 + 2\left(\frac{CA}{2}\right)^2$ [∵ E বিন্দু AC এর মধ্যবিন্দু]

$= 2\left(\frac{3}{2}GB\right)^2 + 2.\frac{CA^2}{4}$

$\therefore AB^2 + BC^2 = \frac{9}{2}GB^2 + \frac{1}{2}CA^2$ .... (i)

অনুরূপভাবে, $BC^2 + CA^2 = \frac{9}{2}GC^2 + \frac{1}{2}AB^2$ .... (ii)

এবং $CA^2 + AB^2 = \frac{9}{2}GA^2 + \frac{1}{2}BC^2$ .... (iii)

(i), (ii) এবং (iii) নং সমীকরণ যোগ করে পাই,

$2(AB^2+BC^2+CA^2) = \frac{9}{2}(GA^2+GB^2+GC^2) + \frac{1}{2}(AB^2+BC^2+CA^2)$

বা, $\frac{3}{2}(AB^2 + BC^2 + CA^2) = \frac{9}{2}(GA^2 + GB^2 + GC^2)$

$\therefore AB^2 + BC^2 + CA^2 = 3(GA^2 + GB^2 + GC^2)$. **(দেখানো হলো)**

গ এখানে, $GA^2 = (3y-3)^2 + (y-5)^2$
$= 9y^2 - 18y + 9 + y^2 - 10y + 25$
$= 10y^2 - 28y + 34$

আবার, $GC^2 = (3y+1)^2 + (y-1)^2$
$= 9y^2 + 6y + 1 + y^2 - 2y + 1$
$= 10y^2 + 4y + 2$

আবার, $GB^2 = (3y-7)^2 + (y+3)^2$
$= 9y^2 - 42y + 49 + y^2 + 6y + 9$
$= 10y^2 - 36y + 58$

সুতরাং $GA^2 + GB^2 + GC^2 = (10y^2 - 28y + 34)$
$+ (10y^2 + 4y + 2) + (10y^2 - 36y + 58)$
$= 30y^2 - 60y + 94$

আবার, $AB^2 + BC^2 + CA^2 = 3(GA^2 + GB^2 + GC^2)$

বা, $192 = 3(30y^2 - 60y + 94)$

বা, $30y^2 - 60y + 94 = 64$

বা, $30y^2 - 60y + 30 = 0$

বা, $y^2 - 2y + 1 = 0$

বা, $(y-1)^2 = 0$

বা, $y - 1 = 0$

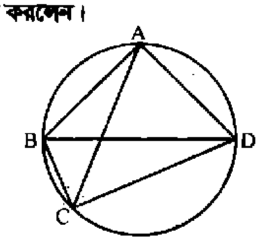
∴ $y = 1$

নির্ণেয় y এর মান = 1 **(Ans.)**

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

অধ্যায়-৩ ও ১২ মিলে প্রশ্ন

প্রশ্ন ▶ ১৪ **ক্লোডিয়াস টলেমী (Claudius Ptolemy) ছিলেন প্রাচীন গ্রীসের একজন নাম করা গণিতবিদ, জ্যোতির্বিদ এবং ভূতত্ত্ববিদ। সে সময় মানুষজন বৃত্ত এবং বৃত্ত সংক্রান্ত বিষয়াবলি নিয়ে অনেক বেশি আগ্রহ নিয়ে ভাবনা-চিন্তা করত। কারণ তারা ভাবত, পৃথিবী গোলাকার এবং এটি যে কক্ষপথে পরিভ্রমণ করে সেটিও বৃত্তাকার। একদিন টলেমী বৃত্ত নিয়ে ভাবতে ভাবতে কাগজের উপর নিম্নের চিত্রের মত একটি চিত্র অঙ্কন করলেন।**



ক. তিনি যে উপপাদ্যটি বিবৃত করেন তা গাণিতিক সমীকরণের সাহায্যে লেখ। ২

খ. প্রদত্ত চিত্রের সাহায্যে উপপাদ্যটি প্রমাণ কর। ৪

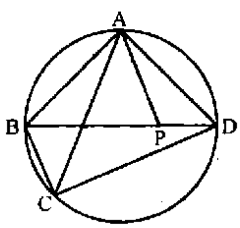
গ. ভেক্টর পদ্ধতিতে প্রমাণ কর যে AB, BC, CD ও AD এর মধ্যবিন্দুগুলোর সংযোগ একটি সামান্তরিক। ৪

১৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক টলেমী যে উপপাদ্যটি বিবৃত করেন তা হল, বৃত্তে অন্তর্লিখিত কোনো চতুর্ভুজের কর্ণদ্বয়ের অন্তর্গত আয়তক্ষেত্র ঐ চতুর্ভুজের বিপরীত বাহুদ্বয়ের অন্তর্গত আয়তক্ষেত্রের সমষ্টির সমান।

গাণিতিক প্রকাশ AC. BD = AB.CD + AD.BC

খ



বিশেষ নির্বচন: মনে করি বৃত্তে অন্তর্লিখিত ABCD চতুর্ভুজের বিপরীত বাহুগুলো যথাক্রমে AB ও CD এবং BC ও AD। AC এবং BD চতুর্ভুজটির দুইটি কর্ণ। প্রমাণ করতে হবে যে,

AC.BD = AB.CD + BC.AD

অঙ্কন: ∠BAC কে ∠DAC এর ছোট ধরে নিয়ে A বিন্দুতে AD রেখাংশের সাথে ∠BAC এর সমান করে ∠DAP আঁকি যেন AP রেখা BD কর্ণকে P বিন্দুতে ছেদ করে।

প্রমাণ: অঙ্কন অনুসারে ∠BAC = ∠DAP

উভয়পক্ষে ∠CAP যোগ করে পাই,

∠BAC + ∠CAP = ∠DAP + ∠CAP

অর্থাৎ ∠BAP = ∠CAD

এখন ΔABP ও ΔACD এর মধ্যে

∠ABD = ∠ACD [একই বৃত্তাংশস্থিত কোণ সমান বলে]

বা, ∠ABP = ∠ACD

∠BAP = ∠CAD এবং অবশিষ্ট ∠APB = অবশিষ্ট ∠ADC

ΔABP ও ΔACD সদৃশকোণী।

$\therefore \frac{BP}{CD} = \frac{AB}{AC}$

অর্থাৎ AC . BP = AB.CD .... (i)

আবার, ΔABC ও ΔAPD এর মধ্যে

∠BAC = ∠PAD [অঙ্কন অনুসারে]

∠ADP = ∠ACB [একটি বৃত্তাংশস্থিত কোণ সমান বলে]

এবং অবশিষ্ট ∠ABC = অবশিষ্ট ∠APD

∴ ΔABC ও ΔAPD সদৃশকোণী।

$\therefore \frac{AD}{AC} = \frac{PD}{BC}$

অর্থাৎ AC.PD = BC.AD .... (ii)

এখন সমীকরণ (i) ও (ii) যোগ করে পাই,

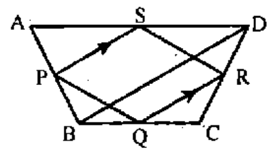
AC.BP + AC.PD = AB.CD + BC.AD

বা, AC(BP + PD) = AB.CD + BC.AD

অর্থাৎ AC.BD = AB.CD + BC.AD [যেহেতু BP + PD = BD]

(প্রমাণিত)

গ মনে করি AB, BC, CD ও AD এর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে P, Q, R ও S। প্রমাণ করতে হবে যে, PQRS একটি সামান্তরিক।



A, B, C এবং D বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর যথাক্রমে $\underline{a}$, $\underline{b}$, $\underline{c}$ এবং $\underline{d}$.

∴ P বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর $= \frac{1}{2}(\underline{a} + \underline{b})$

Q বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর $= \frac{1}{2}(\underline{b} + \underline{c})$

R বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর $= \frac{1}{2}(c + \underline{d})$

S বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর $= \frac{1}{2}(\underline{d} + \underline{a})$

$\therefore PQ = \frac{1}{2}(\underline{b} + \underline{c}) - \frac{1}{2}(\underline{a} + \underline{b}) = \frac{1}{2}(\underline{b} + \underline{c} - \underline{a} - \underline{b}) = \frac{1}{2}(\underline{c} - \underline{a})$

অনুরূপভাবে, $\overrightarrow{QR} = \frac{1}{2}(\underline{d} - \underline{b})$

$\overrightarrow{RS} = \frac{1}{2}(\underline{a} - \underline{c})$

$\overrightarrow{SP} = \frac{1}{2}(\underline{b} - \underline{d})$

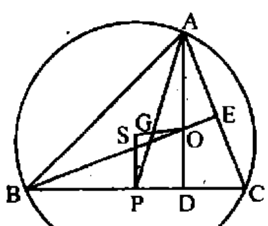
কিন্তু $\overrightarrow{PQ} = \frac{1}{2}(\underline{c} - \underline{a}) = -\frac{1}{2}(\underline{a} - \underline{c}) = -\overrightarrow{RS} = \overrightarrow{SR}$.

∴ PQ এবং SR সমান ও সমান্তরাল।

অনুরূপভাবে, QR ও PS সমান ও সমান্তরাল।

∴ PQRS একটি সামান্তরিক **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▶ ১৫



চিত্রে S, G ও O যথাক্রমে ত্রিভুজটির পরিকেন্দ্র, ভরকেন্দ্র এবং লম্ববিন্দু।

ক. ΔABC ত্রিভুজের সাপেক্ষে একটি নববিন্দু বৃত্ত আঁকা হলে সেটি চিত্রে প্রদর্শিত কোন কোন বিন্দু দিয়ে অতিক্রম করবে? ২

খ. প্রমাণ কর যে, ΔABC ত্রিভুজের পরিকেন্দ্র, ভরকেন্দ্র এবং লম্ববিন্দু সমরেখ। ৪

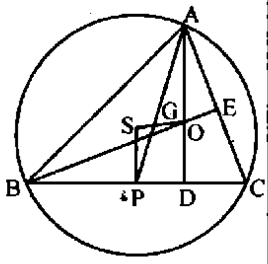
গ. ভেক্টরের সাহায্যে প্রমাণ কর যে, $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 2(3\overrightarrow{SP} - \overrightarrow{SQ})$ ৪

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

১৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক আমরা জানি কোন ত্রিভুজের বাহুগুলোর মধ্যবিন্দুত্রয়, শীর্ষগুলো থেকে বিপরীত বাহুত্রয়ের উপর অঙ্কিত লম্বত্রয়ের পাদবিন্দুত্রয় এবং শীর্ষবিন্দু ও লম্ব বিন্দুর সংযোজক সরলরেখাত্রয়ের মধ্যবিন্দুত্রয় এই নয়টি বিন্দু একটি একটি বৃত্তের উপর অবস্থিত এবং বৃত্তটিকে নববিন্দু বৃত্ত বলে।
এখানে, D ও E হল শীর্ষ থেকে বিপরীত বাহুর উপর অঙ্কিত লম্বের পাদবিন্দু। এবং P হল BC এর মধ্যবিন্দু।
সুতরাং নির্ণেয় বিন্দুগুলো হলো D, E ও P.

খ **বিশেষ নির্বচন:** দেওয়া আছে, ΔABC এর লম্ব বিন্দু O, পরিকেন্দ্র S এবং AP একটি মধ্যমা। লম্ব বিন্দু O এবং পরিকেন্দ্র S এর সংযোগ রেখা AP মধ্যমাকে G বিন্দুতে ছেদ করে এবং SP রেখা BC এর উপর লম্ব। তাহলে G বিন্দুটি ΔABC এর ভরকেন্দ্র এটি প্রমাণ করাই যথেষ্ট হবে।



প্রমাণ: আমরা জানি, কোন ত্রিভুজের লম্ব বিন্দু থেকে শীর্ষের দূরত্ব ত্রিভুজের পরিকেন্দ্র থেকে ঐ শীর্ষের বিপরীত বাহুর দূরত্বের দ্বিগুণ। ΔABC এর লম্ব বিন্দু O থেকে A শীর্ষের দূরত্ব OA এবং পরিকেন্দ্র S থেকে A শীর্ষের বিপরীত বাহু BC এর দূরত্ব SP.

$\therefore$ OA = 2SP .... (i)

এখন যেহেতু AD ও SP উভয়ই BC এর উপর লম্ব সেহেতু AD || SP.

এখন AD || SP এবং AP এদের ছেদক।

$\therefore \angle PAD = \angle APS$ [একান্তর কোণ]

অর্থাৎ $\angle OAG = \angle SPG$

এখন, ΔAGO এবং ΔPGS এর মধ্যে

$\angle AGO = \angle PGS$ [বিপ্রতীপ কোণ]

$\angle OAG = \angle SPG$ [একান্তর কোণ]

$\therefore$ অবশিষ্ট $\angle AOG$ = অবশিষ্ট $\angle PSG$

$\therefore \Delta AGO$ এবং ΔPGS সদৃশকোণী।

সুতরাং $\frac{AG}{GP} = \frac{OA}{SP}$

বা, $\frac{AG}{GP} = \frac{OA}{SP}$

বা, $\frac{AG}{GP} = \frac{2SP}{SP}$ [(i) নং হতে]

বা, $\frac{AG}{GP} = \frac{2}{1}$

$\therefore$ AG ∶ GP = 2 ∶ 1

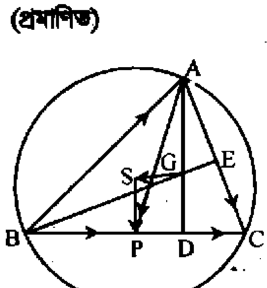
অর্থাৎ G বিন্দু AP মধ্যমাকে 2 ∶ 1 অনুপাতে বিভক্ত করেছে।

$\therefore$ G বিন্দু ΔABC এর ভরকেন্দ্র **(প্রমাণিত)**

গ P বিন্দু BC এর মধ্যবিন্দু।

সুতরাং $\overrightarrow{BP} = \overrightarrow{PC}$

ΔABP এবং ΔACP-এ ভেক্টর যোগের ত্রিভুজবিধি প্রয়োগ করে পাই,



$\overrightarrow{BP} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AP}$

এবং $\overrightarrow{PC} = \overrightarrow{PA} + \overrightarrow{AC}$

$\therefore \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AP} = \overrightarrow{PA} + \overrightarrow{AC}$ বা, $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{AP} - \overrightarrow{PA}$

বা, $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AP}$ .... (i)

আবার, G বিন্দু ΔABC এর ভরকেন্দ্র।

$\therefore$ AP মধ্যমা G বিন্দুতে 2 ∶ 1 অনুপাতে বিভক্ত হয়।

$\therefore$ AP = 3GP

এখন ΔSGP-এ ভেক্টর যোগের ত্রিভুজ বিধি প্রয়োগ করে পাই,

$\overrightarrow{GP} = \overrightarrow{GS} + \overrightarrow{SP}$

আবার, ΔSGP এবং ΔOAG পরস্পর সদৃশ [পূর্বে প্রমাণিত]

$\therefore \frac{GP}{AG} = \frac{SG}{GO} = \frac{SP}{AO} = \frac{1}{2}$

$\therefore GS = \frac{1}{3}OS$

$\therefore \overrightarrow{GP} = \frac{1}{3}\overrightarrow{OS} + \overrightarrow{SP}$

$\therefore \overrightarrow{AP} = 3\left(\frac{1}{3}\overrightarrow{OS} + \overrightarrow{SP}\right) = \overrightarrow{OS} + 3\overrightarrow{SP}$

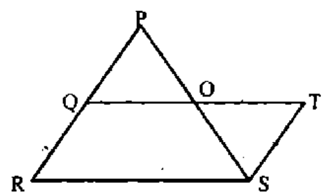
(i) নং থেকে,

$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 2(\overrightarrow{OS} + 3\overrightarrow{SP})$

$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 2(3\overrightarrow{SP} - \overrightarrow{SO})$ **(প্রমাণিত)**

অধ্যায়-৩, ১২ ও ১৩ মিলে প্রশ্ন

প্রশ্ন ▶১৬ **নিচের চিত্রে, 4 সে.মি. উচ্চতাবিশিষ্ট QRST সামান্তরিকের ভূমির দৈর্ঘ্য 12 সে.মি.।**



ক. O বিন্দু QT এর মধ্যবিন্দু হলে OQRS ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ২

খ. ΔPRS-এ, O বিন্দু PS এর মধ্যবিন্দু হলে, ভেক্টরের সাহায্যে প্রমাণ কর যে, Q বিন্দু PR এর মধ্যবিন্দু। ৪

গ. ΔOPQ একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ হলে এটিকে ভূমি ধরে 4 সে.মি. উচ্চতা বিশিষ্ট একটি পিরামিডের আয়তন নির্ণয় কর। ৪

১৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক QRST সামান্তরিকের বিপরীত বাহু, RS = QT = 12 সে.মি.
O বিন্দু QT এর মধ্যবিন্দু।

$\therefore QO = OT = \frac{1}{2}QT = \frac{1}{2}RS = \frac{1}{2} \times 12 = 6$ সে.মি.

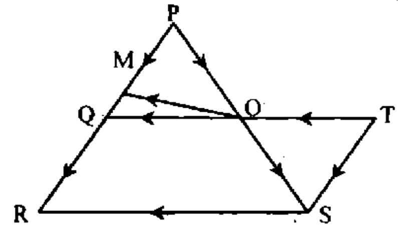
$\therefore$ আমরা জানি,

ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2}$×(সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের যোগফল)×উচ্চতা

OQRS ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2} \times (6 + 12) \times 4$

= 36 বর্গ সে.মি. **(Ans.)**

খ



www.bdniyog.com

www.pathagar.com

দেওয়া আছে PRS ত্রিভুজে O বিন্দু PS এর মধ্যবিন্দু এবং OQ, PR কে Q বিন্দুতে ছেদ করেছে। প্রমাণ করতে হবে যে, Q বিন্দু PR এর মধ্যবিন্দু।

মনে করি, Q, PR এর মধ্যবিন্দু না হলে, M, PR এর মধ্যবিন্দু। O, M যোগ করি।

সুতরাং Δ PRS- এ, OM রেখাংশ PS ও PR এর মধ্যবিন্দুর সংযোজক রেখাংশ।

$\therefore \overrightarrow{OM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{SR}$ .... (i)

আবার, 'ক' হতে পাই,

O বিন্দু, QT এর মধ্যবিন্দু।

$\therefore \overrightarrow{TO} = \overrightarrow{OQ} = \frac{1}{2}\overrightarrow{TQ}$

কিন্তু QRST সামান্তরিক হওয়ায়, $\overrightarrow{TQ} = \overrightarrow{SR}$

$\therefore \overrightarrow{OQ} = \frac{1}{2}\overrightarrow{SR}$ $[\because \overrightarrow{TQ} = \overrightarrow{SR}]$ ... ... (ii)

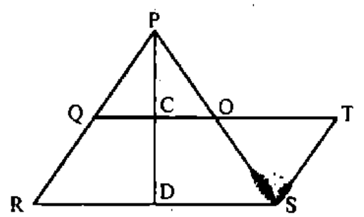
(i) নং ও (ii) নং হতে পাই,

$\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OQ}$ বা, $|\overrightarrow{OM}| = |\overrightarrow{OQ}|$ বা, OM = OQ

আবার, O বিন্দুগামী $\overrightarrow{OM}$ ও $\overrightarrow{OQ}$ ভেক্টরদ্বয়ের ধারকরেখা একই হবে। ফলে OM, OQ এর উপর সমপতিত হবে। এবং OM = OQ হওয়ায় M বিন্দু Q এর উপর পড়বে।

∴ Q, PR এর মধ্যবিন্দু হবে। **(প্রমাণিত)**

গ



দেওয়া আছে, ΔOPQ একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ।

এখন, P বিন্দু থেকে RS এর উপর একটি লম্ব PD আঁকি যা QT কে C বিন্দুতে ছেদ করে।

তখন, ΔPQC এবং ΔPRD পরস্পর সদৃশ

কারণ, ∠PQC = ∠PRD [অনুরূপ কোণ]

∠PCQ = ∠PDR [এক সমকোণ]

∠P সাধারণ কোণ

$\therefore PQ = \frac{1}{2}PR$ ['খ' হতে]

$\therefore PC = \frac{1}{2}PD$

$\therefore PC = CD = \frac{1}{2}PD$

কিন্তু CD = 4 সে.মি. [QRST সামান্তরিকের উচ্চতা দেওয়া আছে]

∴ PC = 4 সে.মি. [যা ΔOPQ এর উচ্চতা]

$\therefore$ ΔOPQ এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times QO \times PC$

$= \frac{1}{2} \times 6 \times 4 = 12$ বর্গ সে.মি.

আবার, পিরামিডের আয়তন $= \frac{1}{3} \times$ ভূমির ক্ষেত্রফল $\times$ উচ্চতা

$= \frac{1}{3} \times 12 \times 4$ ঘন সে.মি.

= 16 ঘন সে.মি. **(Ans.)**

অধ্যায়-৩, ৪ ও ১৩ মিলে প্রশ্ন

প্রশ্ন ▶ ১৭ একটি নির্দিষ্ট ত্রিভুজের উচ্চতা 3 মিটার, ভূমির উপর মধ্যমা 3.5 মিটার এবং ভূমি সংলগ্ন একটি কোণের মান 45°।

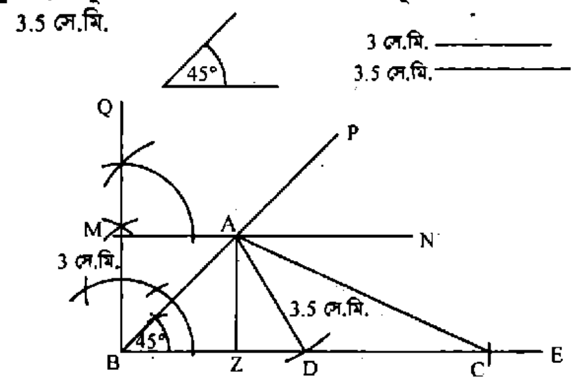
ক. শুধুমাত্র পেন্সিল এবং কম্পাস ব্যবহার করে আনুপাতিক ত্রিভুজটি অঙ্কন করে দেখাও। ২

খ. ত্রিভুজটির অন্তঃবৃত্তের ব্যাসার্ধ নির্ণয় কর। ৪

গ. ত্রিভুজক্ষেত্রটিকে ভূমি ধরে একটি পিরামিড গঠন করা হল যার শীর্ষ অন্তঃবৃত্তের কেন্দ্র বরাবর 4 মিটার উচ্চতায় অবস্থিত। পিরামিডটির সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল ও আয়তন নির্ণয় কর। ৪

১৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক ধরি, ত্রিভুজটির উচ্চতা = 3 সে.মি. এবং ভূমির উপর মধ্যমা = 3.5 সে.মি.



খ দেওয়া আছে, AZ = 3 মিটার, AD = 3.5 মিটার

এবং কোণ ∠ABC = 45°

যেহেতু AZ ⊥ BC সুতরাং ΔABZ হতে ∠BAZ = 45°

∴ ΔABZ একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ।

∴ AZ = BZ = 3 মিটার

এখন, ΔABZ সমকোণী ত্রিভুজ বলে, $AB^2 = AZ^2 + BZ^2 = 3^2 + 3^2$

∴ AB = 4.2 মিটার

আবার, ΔADZ সমকোণী ত্রিভুজ বলে, $DZ^2 = AD^2 - AZ^2 = 3.5^2 - 3^2$

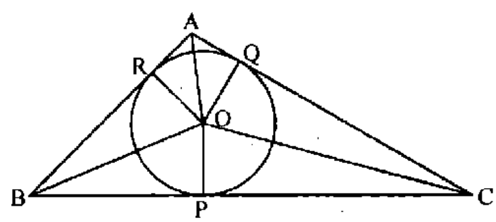
DZ = 1.8 মিটার

∴ BD = BZ + ZD = 3 + 1.8 = 4.8 মিটার

BC = 2BD = 2 × 4.8 = 9.6 মিটার

আবার, ΔACZ সমকোণী ত্রিভুজ বলে, $AC^2 = AZ^2 + ZC^2$

$AC = \sqrt{3^2 + (1.8 + 4.8)^2} = 7.2$ মিটার



মনে করি, অন্তঃবৃত্তের ব্যাসার্ধ = r

তাহলে, ΔABC = ΔOBC + ΔOAC + ΔOAB

$\therefore \frac{1}{2} \times BC \times AZ = \frac{1}{2} \times BC \times OP + \frac{1}{2} \times AC \times OQ + \frac{1}{2} \times AB \times OR$

বা, $\frac{1}{2} \times 9.6 \times 3 = \frac{1}{2} \times (AB + BC + CA) \times r$

বা, 28.8 = (4.2 + 9.6 + 7.2)r

∴ r = 1.37 মিটার (প্রায়) **(Ans.)**

গ মনে করি, পিরামিডের শীর্ষবিন্দুটি X বিন্দুতে অবস্থিত।

সুতরাং সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল

= ΔABC + ΔXAB + ΔXBC + ΔXAC

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

ΔABC এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times BC \times AD$

$= \frac{1}{2} \times 9.6 \times 3$ বর্গ মিটার $= 14.4$ বর্গ মিটার

ΔXAB এর হেলানো উচ্চতা $= \sqrt{r^2 + h^2}$

$= \sqrt{(1.37)^2 + 4^2}$ মিটার

$= 4.23$ মিটার

অনুরূপভাবে, ΔXBC ও ΔXAC এর হেলানো উচ্চতা $= 4.24$ মিটার

$\therefore$ পিরামিডের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল = ভূমির ক্ষেত্রফল $+ \frac{1}{2} \times$ ভূমির পরিধি $\times$ হেলানো উচ্চতা

$= 14.4 + \frac{1}{2} \times (4.2 + 9.6 + 7.2) \times 4.23$ বর্গমিটার

$= 58.82$ বর্গমিটার

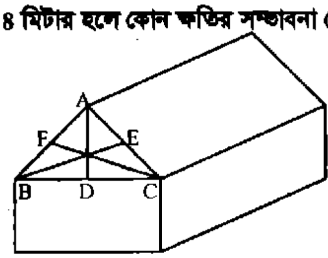
পিরামিডের আয়তন $= \frac{1}{3} \times$ ভূমির ক্ষেত্রফল $\times$ উচ্চতা

$= \frac{1}{3} \times 14.4 \times 4$ ঘনমিটার

$= 19.2$ ঘনমিটার। **(Ans.)**

অধ্যায়-৩ ও ১৩ মিলে প্রশ্ন

প্রশ্ন ▶ ১৮ বঙ্গোপসাগরের উপকূলে 6250 ঘনমিটার ধারণ ক্ষমতা বিশিষ্ট একটি দোচালা গুদাম ঘর প্রস্তুত করা হবে যার শুধুমাত্র আয়তাকার ঘনক অংশটি পণ্য ধারণ করতে সক্ষম। উপকূলে বাতাসের বেগ হিসাব করে দেখা গেল গুদাম ঘরটি দৈর্ঘ্যে 50 মিটার এবং উচ্চতায় 8 মিটার হলে কোন ক্ষতির সম্ভাবনা নেই।



এখানে, BE, CF ও AD হল ΔABC এর মধ্যমা।

ক. আয়তাকার ঘনক অংশের উচ্চতা 5 মিটার হলে, গুদাম ঘরের প্রস্থ কত? ২

খ. অ্যাপোলোনিয়াসের উপপাদ্যের সাহায্যে দেখাও যে, ΔABC-এ $BE^2 = \frac{AB^2 + 2BC^2}{4}$. ৪

গ. চালা দুটিকে ধরে রাখার জন্য BE, CF ও AD বরাবর মোট কত দৈর্ঘ্যের কাঠের বার ব্যবহার করতে হবে? ৪

১৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,

গুদাম ঘরের ধারণ ক্ষমতা = 6250 ঘনমিটার।

সুতরাং আয়তাকার ঘনক অংশের আয়তন = 6250 ঘনমিটার।

গুদাম ঘরের দৈর্ঘ্য = 50 মিটার।

আয়তাকার ঘনক অংশের উচ্চতা = 5 মিটার

মনে করি, আয়তাকার ঘনক অংশের প্রস্থ = x.

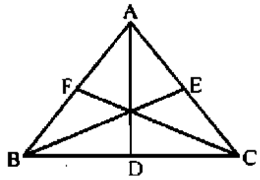
সুতরাং আয়তন = দৈর্ঘ্য × প্রস্থ × উচ্চতা

$6250 = 50 \times x \times 5$

$\therefore x = 25$ মিটার **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে,

ΔABC ত্রিভুজে মধ্যমাত্রয় AD, BE এবং CF.



দোচালা ঘরের চালাদ্বয় সমান দৈর্ঘ্য বিশিষ্ট হয়।

সুতরাং $AB = AC$ .... (i)

অ্যাপোলোনিয়াসের উপপাদ্য হতে পাই,

$AB^2 + BC^2 = 2(BE^2 + AE^2)$

বা, $AB^2 + BC^2 = 2BE^2 + 2\left(\frac{1}{2}AC\right)^2$

বা, $AB^2 + BC^2 = 2BE^2 + \frac{1}{2}AC^2$

বা, $AB^2 + BC^2 = 2BE^2 + \frac{1}{2}AB^2$ [(i) নং হতে]

বা, $2AB^2 + 2BC^2 - AB^2 = 4BE^2$

বা, $4BE^2 = AB^2 + 2BC^2$

$\therefore BE^2 = \frac{AB^2 + 2BC^2}{4}$ **(দেখানো হলো)**

গ ΔABC একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ।

$\therefore$ মধ্যমা BE = CF

এখানে, BC = 25 মিটার [BC = আয়তাকার ঘনকের প্রস্থ]

মধ্যমা, AD = 8 − 5 = 3 মিটার

[কারণ সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের সমান বাহুদ্বয়ের শীর্ষ থেকে বিপরীত বাহুর উপর অঙ্কিত মধ্যমা ঐ বাহুর উপর লম্ব]

সুতরাং ΔABD একটি সমকোণী ত্রিভুজ।

$BD = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2} \times 25 = 12.5$ মিটার

পিথাগোরাসের উপপাদ্য থেকে পাই,

$AB^2 = AD^2 + BD^2$

$AB^2 = 3^2 + 12.5^2 = 165.25$

আবার, আমরা পাই,

$BE^2 = \frac{AB^2 + 2BC^2}{4}$ ['খ' হতে]

$BF^2 = \frac{165.25 + 2 \times 25^2}{4}$

$BE = 18.8$ মিটার

সুতরাং মোট কাঠের বার লাগবে = BE + CF + AD

= (18.8 + 18.8 + 3) মিটার

= 40.6 মিটার **(Ans.)**

অধ্যায়-৪, ১১ ও ১৩ মিলে প্রশ্ন

প্রশ্ন ▶ ১৯ X ও Y দুটি নির্দিষ্ট বিন্দু যাদের স্থানাঙ্ক যথাক্রমে (3, 2) এবং (0, 6)।

ক. XY রেখার দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ২

খ. শুধুমাত্র পেন্সিল এবং কম্পাস ব্যবহার করে এমন একটি বৃত্ত অঙ্কন কর যার ব্যাসার্ধ সে.মি. এককে XY এর দৈর্ঘ্যের সমান এবং যা দুটি নির্দিষ্ট বিন্দু A ও B দিয়ে গমন করে। অঙ্কনের ধাপসমূহ লিখ। ৪

গ. বৃত্তটির উপর সমান কত উচ্চতাবিশিষ্ট একটি সিলিন্ডার বা কোণক স্থাপন করা যাবে, যাতে কোণক এবং সিলিন্ডারের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফলের অনুপাত 2 : 3 হয়। ৪

১৯ নং প্রশ্নের সমাধান

ক x এবং y বিন্দুর স্থানাঙ্ক যথাক্রমে (3, 2) এবং (0, 6)।

XY রেখার দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(3-0)^2 + (2-6)^2}$

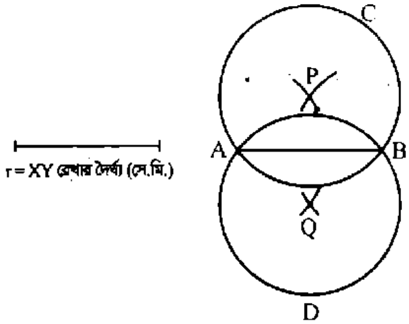
$= \sqrt{9 + 16}$

$= \sqrt{25}$

$= 5$ একক **(Ans.)**

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

খ



A ও B দুইটি নির্দিষ্ট বিন্দু এবং r = XY = 5 সে.মি. রেখাংশের দৈর্ঘ্য। এমন একটি বৃত্ত অঙ্কন করতে হবে যা A ও B বিন্দু দিয়ে যায় এবং যার ব্যাসার্ধ r এর সমান।

অঙ্কনের ধাপসমূহ:

১. A ও B যোগ করি।

২. A ও B কে কেন্দ্র করে r এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে AB এর উভয় পাশে দুইটি করে বৃত্তচাপ আঁকি। এক পাশের বৃত্তচাপ দুইটি পরস্পরকে P বিন্দুতে এবং অপর পাশের বৃত্তচাপ দুইটি পরস্পরকে Q বিন্দুতে ছেদ করে।

৩. P কে কেন্দ্র করে PA ব্যাসার্ধ নিয়ে ABC বৃত্ত অঙ্কন করি।

৪. আবার Q কে কেন্দ্র করে QA ব্যাসার্ধ নিয়ে ABD বৃত্ত অঙ্কিত হলো।

তাহলে ABC ও ABD বৃত্ত দুইটির প্রত্যেকটিই নির্ণেয় বৃত্ত।

গ এখানে, বৃত্তটির ব্যাসার্ধ, r = 5 একক।

মনে করি, উচ্চতা = h.

আমরা জানি, কোণকের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল = $2\pi r^2 + 2\pi rh$

এবং সিলিন্ডারের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল = $\pi r(r + l)$

এখানে, $l = \sqrt{r^2 + h^2}$

শর্তমতে, $\frac{2\pi r^2 + 2\pi rh}{\pi r(r + l)} = \frac{3}{2}$

বা, $\frac{2\pi r(r + h)}{\pi r(r + l)} = \frac{3}{2}$

বা, $\frac{2(r + h)}{(r + l)} = \frac{3}{2}$

বা, $4r + 4h = 3r + 3l$

বা, $r + 4h = 3l$

বা, $r + 4h = 3\sqrt{r^2 + h^2}$

বা, $r^2 + 8rh + 16h^2 = 9(r^2 + h^2)$

বা, $r^2 + 8rh + 16h^2 = 9r^2 + 9h^2$

বা, $7h^2 + 8rh - 8r^2 = 0$

বা, $7h^2 + 8.5h - 8.5^2 = 0$

বা, $7h^2 + 40h - 200 = 0$

দ্বিঘাত সমীকরণের মূল নির্ণয়ের সূত্র প্রয়োগ করে পাই,

$$h = \frac{-40 \pm \sqrt{(40)^2 - 4(-200).7}}{2.7} = \frac{-40 \pm \sqrt{7200}}{14}$$

h = 3.2 বা, h ≠ – 8.9 [∵ দৈর্ঘ্য ঋণাত্মক হতে পারে না]

∴ নির্ণেয় উচ্চতা = 3.2 একক। **(Ans.)**

অধ্যায়-১১ ও ১৩ মিলে প্রশ্ন

প্রশ্ন ▶ ২০ একটি ছক কাগজে পাঁচটি বিন্দু (2, 3), (5, 1), (7, 4), (6, 6) এবং (3, 6) রয়েছে। এই বিন্দুগুলো দ্বারা আবদ্ধ পঞ্চভুজের উপর 3.6 একক উচ্চতাবিশিষ্ট একটি প্রিজম তৈরি করা হল।

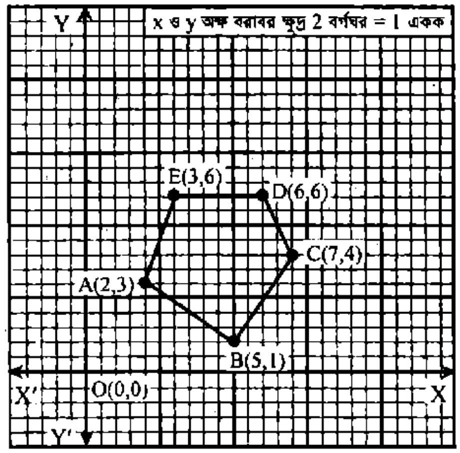
ক. বিন্দুগুলোকে একটি ছক কাগজে স্থাপন করে পঞ্চভুজটি অঙ্কন কর। ২

খ. পঞ্চভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

গ. প্রিজমের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল এবং আয়তন নির্ণয় কর। ৪

২০ নং প্রশ্নের সমাধান

ক পঞ্চভুজটি একটি ছক কাগজে দেখানো হলো—



খ প্রদত্ত বিন্দুগুলোকে ঘড়ির কাটার বিপরীত দিকে বিবেচনা করে,

পঞ্চভুজটির ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} 2 & 5 & 7 & 6 & 3 & 2 \\ 3 & 1 & 4 & 6 & 6 & 3 \end{vmatrix}$

$= \frac{1}{2}\{(2 + 20 + 42 + 36 + 9) - (15 + 7 + 24 + 18 + 12)\}$

$= \frac{1}{2}(109 - 76)$

$= \frac{33}{2} = 16.5$ বর্গ একক।

গ **সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল নির্ণয়:** বিন্দুগুলোকে, A, B, C, D এবং E দ্বারা চিহ্নিত করি,

AB বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(2 - 5)^2 + (3 - 1)^2} = \sqrt{13} = 3.6$

BC বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(5 - 7)^2 + (1 - 4)^2} = \sqrt{13} = 3.6$

CD বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(7 - 6)^2 + (4 - 6)^2} = \sqrt{5} = 2.2$

DE বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(6 - 3)^2 + (6 - 6)^2} = \sqrt{9} = 3$

EA বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(3 - 2)^2 + (6 - 3)^2} = \sqrt{10} = 3.2$

সুতরাং পঞ্চভুজটির পরিসীমা = AB + BC + CD + DE + EA

= 3.6 + 3.6 + 2.2 + 3 + 3.2

= 15.6

এখানে, উচ্চতা = 3.6 একক

ভূমির ক্ষেত্রফল = 16.5 বর্গ একক ['খ' হতে]

ভূমির পরিসীমা = 15.6 একক

পার্শ্বতলের ক্ষেত্রফল = ভূমির পরিসীমা × উচ্চতা

= (15.6 × 3.6) বর্গ একক

= 56.14 বর্গ একক।

আমরা জানি,

প্রিজমের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল = 2(ভূমির ক্ষেত্রফল) + পার্শ্বতলের ক্ষেত্রফল

= (2 × 16.5 + 56.14) বর্গ একক

= 89.14 বর্গ একক **(Ans.)**

আয়তন নির্ণয়: আমরা জানি,

প্রিজমের আয়তন = ভূমির ক্ষেত্রফল × উচ্চতা

= (16.5 × 3.6) ঘন একক

= 59.4 ঘন একক। **(Ans.)**

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

শ্রেণির কাজ

- শ্রেণির কাজ হলো টেক্সট বইয়ের বিভিন্ন অধ্যায়ে দেয়া অনুশীলনমূলক কাজ।
- এ কাজগুলো একক বা দলীয়ভাবে করে রিপোর্ট আকারে শ্রেণি শিক্ষকের কাছে জমা দিতে হবে। অথবা শ্রেণি শিক্ষক ক্লাশেই কাজটি করে দেখাবেন।
- এ অংশে টেক্সট বইয়ের সবগুলো কাজ পৃষ্ঠা নম্বর উল্লেখ করে সমাধান দেয়া হয়েছে।

২০১৩ সাল থেকে প্রবর্তিত শিক্ষা পদ্ধতিতে একক কাজ/ দলীয় কাজ অন্তর্ভুক্তির মাধ্যমে দলগত সহযোগিতামূলক শিক্ষা পদ্ধতি প্রবর্তন করা হয়েছে। এ পদ্ধতিতে একই বয়সের শিক্ষার্থীরা পরস্পরের মধ্যে জ্ঞান/ দক্ষতা আদান-প্রদানের মাধ্যমে শিক্ষা লাভ করে। টেক্সট বইয়ের বিভিন্ন অধ্যায়ে 'কাজ' শিরোনামে যে অনুশীলনগুলো আছে সেগুলো আসলে শ্রেণির কাজ। এ কাজগুলো শ্রেণি শিক্ষক শিক্ষার্থীদের সাথে আলোচনা করবেন। অথবা, শ্রেণি শিক্ষক ক্লাসেই কাজটি করে দেখাবেন। অথবা, একক বা দলীয়ভাবে শিক্ষার্থীদের করতে বলবেন এবং রিপোর্ট আকারে জমা দিতে বলবেন। পাঠের সাথে বাস্তবতার মিলের নিরিখে এ কাজগুলোর ওপর প্রতিটি অধ্যায়ে সৃজনশীল প্রশ্ন ও উত্তর দেয়া হয়েছে। এখানে অধ্যায়ভিত্তিক কাজগুলোর উত্তর রিপোর্ট আকারে দেয়া হয়েছে। তোমরা এ কাজগুলো মনোযোগসহকারে অনুশীলন করো।

অনুশীলনী-১.১ ▶ সেট ও ফাংশন

কাজ: তালিকা পদ্ধতিতে লেখ: ◀ **Text পৃষ্ঠা-১**

(ক) বছরের ইংরেজি মাসগুলোর সেট।
(খ) দক্ষিণ এশিয়ার দেশগুলোর সেট।
(গ) স্বাভাবিক সংখ্যার সেট।
(ঘ) বাংলাদেশের সরকারি পার্কগুলোর সেট।

সমাধান:

(ক) ইংরেজি বছরের মাস নিয়ে গঠিত সেটকে Y দ্বারা প্রকাশ করলে Y = {জানুয়ারি, ফেব্রুয়ারি, মার্চ, এপ্রিল, মে, জুন, জুলাই, আগস্ট, সেপ্টেম্বর, অক্টোবর, নভেম্বর, ডিসেম্বর} এই সেটের মোট 12টি সদস্য, এটি একটি সসীম সেট।

(খ) দক্ষিণ এশিয়ার দেশের সংখ্যা 8টি তাদেরকে নিয়ে গঠিত সেটকে S দ্বারা প্রকাশ করলে
S = {বাংলাদেশ, ভারত, পাকিস্তান, নেপাল, ভুটান, মালদ্বীপ, শ্রীলঙ্কা, আফগানিস্তান} এটি একটি সসীম সেট।

(গ) আন্তর্জাতিকভাবে স্বাভাবিক সংখ্যার সেটকে $\mathbb{N}$ দ্বারা প্রকাশ করা হয় $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, ...\}$ এটি একটি অসীম সেট।

(ঘ) বাংলাদেশের সরকারি পার্কগুলোর সেটকে P দ্বারা প্রকাশ করলে
P = {রমনা পার্ক, বলধা গার্ডেন, বোটানিক্যাল গার্ডেন, ভাওয়াল জাতীয় পার্ক, হিমছড়ি জাতীয় পার্ক, কাপ্তাই জাতীয় পার্ক, রামসাগর জাতীয় পার্ক, ডুলাহাজরা সাফারি পার্ক, সীতাকুণ্ড ইকোপার্ক, সাতছড়ি জাতীয় পার্ক, লাউয়াছড়া জাতীয় পার্ক}
এটি একটি সসীম সেট।

কাজ: ১. দেওয়া আছে $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ ◀ **Text পৃষ্ঠা-৩**
নিচের সেটগুলো তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ কর :
(a) $A = \{x : x \in U, 5x > 37\}$
(b) $B = \{x : x \in U, x + 5 < 12\}$
(c) $C = \{x : x \in U, 6 < 2x < 17\}$
(d) $D = \{x : x \in U, x^2 < 37\}$

সমাধান : দেওয়া আছে, $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$
(a) $A = \{x : x \in U, 5x > 37\} = \{8, 9, 10\}$
(b) $B = \{x : x \in U, x + 5 < 12\} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
(c) $C = \{x : x \in U, 6 < 2x < 17\} = \{4, 5, 6, 7, 8\}$
(d) $D = \{x : x \in U, x^2 < 37\} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

কাজ: ২. দেওয়া আছে $U = \{x : x \in Z^+, 1 \le x \le 20\}$ ◀ **Text পৃষ্ঠা-৩**
নিচের সেটগুলো তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ কর :
(a)A = {x : x, 2 এর গুণিতক}
(b)B = {x : x, 5 এর গুণিতক}
(c)C = {x : x, 10 এর গুণিতক}

প্রদত্ত তথ্যের আলোকে নিচের কোনগুলো সত্য বা মিথ্যা বল
$C \subset A, B \subset A, C \subset B$

সমাধান: দেওয়া আছে, $U = \{x : 1 \le x \le 20, x \in Z^+\}$
(a) A = {x : x, 2 এর গুণিতক} = {2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20}
(b) B = {x : x, 5 এর গুণিতক} = {5, 10, 15, 20}
(c) C = {x : x, 10 এর গুণিতক} = {10, 20}
$C \subset A$ সত্য; $B \subset A$ মিথ্যা; $C \subset B$ সত্য।

কাজ: ৩. যদি $A = \{a, b, c, d, e\}$ হয়, তবে P(A) নির্ণয় কর। ◀ **Text পৃষ্ঠা-৩**

সমাধান দেওয়া আছে, $A = \{a, b, c, d, e\}$
$\therefore$ $P(A) = \{\varnothing, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{d\}, \{e\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{a, d\}, \{a, e\}, \{b, c\}, \{b, d\}, \{b, e\}, \{c, d\}, \{c, e\}, \{d, e\}, \{a, b, c\}, \{a, b, d\}, \{a, b, e\}, \{a, c, d\}, \{a, c, e\}, \{a, d, e\}, \{b, c, d\}, \{b, c, e\}, \{b, d, e\}, \{c, d, e\}, \{a, b, c, d\}, \{a, b, c, e\}, \{a, b, d, e\}, \{a, c, d, e\}, \{b, c, d, e\}, \{a, b, c, d, e\}\}$

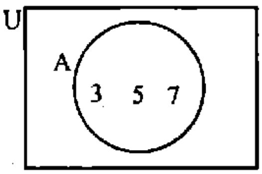
কাজ: ১. দেওয়া আছে যে, $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ এবং A = {x : x, 3 এর গুণিতক}। দেখাও যে, ◀ **Text পৃষ্ঠা-৯**
(a) $A \cup A' = U$ **(b)** $A \cap A' = \varnothing$

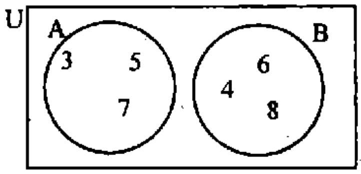
সমাধান : দেওয়া আছে, $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ এবং
A = {x : x, 3 এর গুণিতক} = {3, 6, 9}
(a) $A \cup A' = U$
এখানে, $A' = U - A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\} - \{3, 6, 9\}$
$= \{1, 2, 4, 5, 7, 8\}$
$A \cup A' = \{3, 6, 9\} \cup \{1, 2, 4, 5, 7, 8\}$
$= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\} = U$
$\therefore A \cup A' = U$ **(দেখানো হলো)**
(b) $A \cap A' = \{3, 6, 9\} \cap \{1, 2, 4, 5, 7, 8\}$
$\therefore A \cap A' = \varnothing$ **(দেখানো হলো)**

কাজ: ২. দেওয়া আছে $U = \{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$
A = {x : x মৌলিক সংখ্যা} এবং B = {x : x জোড় সংখ্যা} ভেনচিত্রের সাহায্যে সেট A এবং $A \cap B$ এর উপাদানগুলোর তালিকা তৈরি কর। দেখাও যে, ◀ **Text পৃষ্ঠা-৯**
(a) $A' \cap B' = \{9\}$; **(b)** $A \subseteq B'$ **এবং** $A \subseteq A'$

সমাধান : দেওয়া আছে, $U = \{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$
A = {x : x মৌলিক সংখ্যা} = {3, 5, 7}
B = {x : x জোড় সংখ্যা} = {4, 6, 8}
$A' = U - A = \{4, 6, 8, 9\}$

www.bdniyog.com
www.pathagar.com





ভেন চিত্র থেকে $A = \{3, 5, 7\}$ এবং $A \cap B = \varnothing$

এখন, $B' = U - B = \{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\} - \{4, 6, 8\}$
$= \{3, 5, 7, 9\}$

(a) $\therefore A' \cap B' = \{4, 6, 8, 9\} \cap \{3, 5, 7, 9\} = \{9\}$

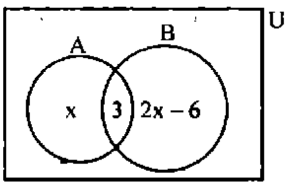
(b) $A \subseteq B'$ এবং $A \not\subset A'$

[বি.দ্র. পাঠ্যবইয়ে প্রশ্নে ভুল আছে।]

কাজ: ৩. ভেনচিত্রে A ও B সেটের উপাদানগুলো দেখানো হলো। দেওয়া আছে, $n(A) = n(A' \cap B)$ তাহলে ◀ **Text পৃষ্ঠা-৯**

(a) x এর মান নির্ণয় কর।

(b) n(A) ও n(B)-এর মান নির্ণয় কর।



সমাধান : সৃজনশীল রচনামূলক অংশের শ্রেণির কাজের ওপর প্রশ্ন ও সমাধান এর প্রশ্ন ২(ক) ও (খ) নং দেখো। পৃষ্ঠা-১৪

কাজ: ৪. $U = \{p, q, r, s, t, u, v, w\}$,
$A = \{p, q, r, s\}, B = \{r, s, t\}$ এবং $C = \{s, t, u, v, w\}$ ◀ **Text পৃষ্ঠা-৯**

(a) $n(A \cup B)$ = কত?

(b) $(A \cup B)'$ এবং $A \cup B \cup C$ এর উপাদানগুলোর তালিকা তৈরি কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, $U = \{p, q, r, s, t, u, v, w\}$,
$A = \{p, q, r, s\}, B = \{r, s, t\}, C = \{s, t, u, v, w\}$

(a) $A \cup B = \{p, q, r, s\} \cup \{r, s, t\}$
$= \{p, q, r, s, t\}$

$A \cup B$ এর উপাদান সংখ্যা = 5

$\therefore n(A \cup B) = 5$

উত্তর : 5

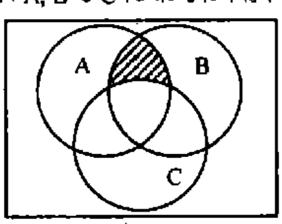
(b) $(A \cup B)' = U - (A \cup B)$
$= \{p, q, r, s, t, u, v, w\} - \{p, q, r, s, t\}$
$= \{u, v, w\}$

এবং $A \cup B \cup C = (A \cup B) \cup C$
$= \{p, q, r, s, t\} \cup \{s, t, u, v, w\}$
$= \{p, q, r, s, t, u, v, w\}$

কাজ: ৫. ভেনচিত্রে গাঢ় (Shade) করে দেখাও: ◀ **Text পৃষ্ঠা-৯**

(a) $(A \cap B) \cap C'$ (b) $(A \cap B') \cup C$

সমাধান : (a) এখানে A, B ও C তিনটি সেট মিলে সার্বিক সেট।



ভেনচিত্রে গাঢ় চিহ্নিত অংশ দ্বারা $(A \cap B) \cap C'$ বোঝানো হয়েছে।

(b) সৃজনশীল রচনামূলক অংশের শ্রেণির কাজের ওপর প্রশ্ন ও সমাধান এর প্রশ্ন ৩(গ) নং দেখো। পৃষ্ঠা-১৪

কাজ: ১. $A \cup B$ নির্ণয় কর যখন
$A = \{x \mid x$ পূর্ণসংখ্যা, $-2 \le x < 1\}$ এবং
$B = \{x \mid x$ মৌলিক সংখ্যা, $24 \le x \le 28\}$ ◀ **Text পৃষ্ঠা-১১ ও ১২**

সমাধান : দেওয়া আছে,
$A = \{x \mid x$ পূর্ণ সংখ্যা, $-2 \le x < 1\} = \{-2, -1, 0\}$ এবং
$B = \{x \mid x$ মৌলিক সংখ্যা, $24 \le x \le 28\} = \varnothing$

$\therefore A \cup B = \{-2, -1, 0\} \cup \varnothing$
$= \{-2, -1, 0\}$

উত্তর : $\{-2, -1, 0\}$

কাজ: ২. $A \cup U$ নির্ণয় কর যেখানে $U = \{x \mid x$ পূর্ণসংখ্যা, $-2 < x < 3\}$ এবং $A = \{x \mid x \in Z, -1 < x \le 1\}$ ◀ **Text পৃষ্ঠা-১১ ও ১২**

সমাধান : দেওয়া আছে, $U = \{x \mid x$ পূর্ণ সংখ্যা, $-2 < x < 3\}$
$= \{-1, 0, 1, 2\}$

$A = \{x \mid x \in Z, -1 < x \le 1\}$
$= \{0, 1\}$

$\therefore A \cup U = \{0, 1\} \cup \{-1, 0, 1, 2\}$
$= \{-1, 0, 1, 2\}$

কাজ: ৩. যদি $A = \{2, 3, 5\}, B = \{a, b, c\}, C = \{2, 3, 5, 7\}$ এবং $D = \{a, b, c, d\}$ হয়, তবে প্রমাণ কর যে, $(A \cup B) \subset (C \cup D)$ ◀ **Text পৃষ্ঠা-১১ ও ১২**

সমাধান : সৃজনশীল রচনামূলক অংশের শ্রেণির কাজের ওপর প্রশ্ন ও সমাধান এর প্রশ্ন ৫(খ) নং দেখো। পৃষ্ঠা-১৫

কাজ: ৪. $A = \{a, b, c\}$ এবং $B = \{b, c, d\}$ এর জন্য যাচাই কর $A \cap B = B \cap A$. ◀ **Text পৃষ্ঠা-১১ ও ১২**

সমাধান : দেওয়া আছে, $A = \{a, b, c\}, B = \{b, c, d\}$

$\therefore A \cap B = \{a, b, c\} \cap \{b, c, d\}$
$= \{b, c\}$

এবং $B \cap A = \{b, c, d\} \cap \{a, b, c\}$
$= \{b, c\}$

$\therefore A \cap B = B \cap A$. **(যাচাই করা হলো)**

কাজ: ৫. যদি $A = \{1, 3, 5, 7\}, B = \{3, 7, 8\}$ এবং $C = \{7, 8, 9\}$ হয়, তবে দেখাও যে, $(A \cap B) \cap C = (B \cap C) \cap A$. ◀ **Text পৃষ্ঠা-১১ ও ১২**

সমাধান : দেওয়া আছে, $A = \{1, 3, 5, 7\}, B = \{3, 7, 8\}$, এবং $C = \{7, 8, 9\}$

$\therefore A \cap B = \{1, 3, 5, 7\} \cap \{3, 7, 8\} = \{3, 7\}$
$B \cap C = \{3, 7, 8\} \cap \{7, 8, 9\} = \{7, 8\}$

এখন, $(A \cap B) \cap C = \{3, 7\} \cap \{7, 8, 9\} = \{7\}$

এবং $(B \cap C) \cap A = \{7, 8\} \cap \{1, 3, 5, 7\} = \{7\}$

$\therefore (A \cap B) \cap C = (B \cap C) \cap A$ **(দেখানো হলো)**

কাজ: ◀ **Text পৃষ্ঠা-১২**

(i) বন্টন বিধির সূত্রটি প্রমাণ কর। যেখানে $A = \{1, 2, 3, 6\}$, $B = \{2, 3, 4, 5\}$ এবং $C = \{3, 5, 6, 7\}$.

(ii) প্রমাণটি ভেনচিত্রের মাধ্যমে দেখাও।

সমাধান : বন্টন বিধি A, B, C যেকোনো সেট হলে:

(i) $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

(ii) $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

(i) দেওয়া আছে, $A = \{1, 2, 3, 6\}, B = \{2, 3, 4, 5\}, C = \{3, 5, 6, 7\}$

$\therefore A \cup B = \{1, 2, 3, 6\} \cup \{2, 3, 4, 5\}$
$= \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

$A \cap B = \{1, 2, 3, 6\} \cap \{2, 3, 4, 5\}$
$= \{2, 3\}$

www.bdniyog.com

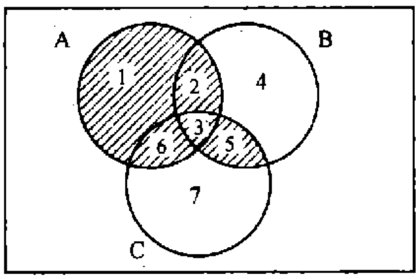
www.pathagar.com

$A \cup C = \{1, 2, 3, 6\} \cup \{3, 5, 6, 7\}$
$= \{1, 2, 3, 5, 6, 7\}$
$A \cap C = \{1, 2, 3, 6\} \cap \{3, 5, 6, 7\}$
$= \{3, 6\}$
$B \cup C = \{2, 3, 4, 5\} \cup \{3, 5, 6, 7\}$
$= \{2, 3, 4, 5, 6, 7\}$
$B \cap C = \{2, 3, 4, 5\} \cap \{3, 5, 6, 7\}$
$= \{3, 5\}$

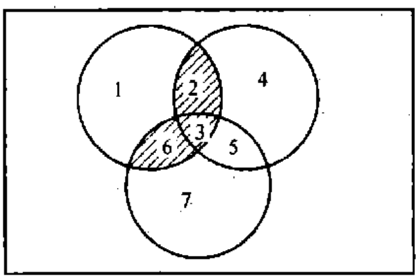
এখন, $A \cup (B \cap C) = \{1, 2, 3, 6\} \cup \{3, 5\}$
$= \{1, 2, 3, 5, 6\}$
এবং $(A \cup B) \cap (A \cup C) = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \cap \{1, 2, 3, 5, 6, 7\}$
$= \{1, 2, 3, 5, 6\}$
$\therefore A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$ **(প্রমাণিত)**

আবার, $A \cap (B \cup C) = \{1, 2, 3, 6\} \cap \{2, 3, 4, 5, 6, 7\}$
$= \{2, 3, 6\}$
এবং $(A \cap B) \cup (A \cap C) = \{2, 3\} \cup \{3, 6\}$
$= \{2, 3, 6\}$
$\therefore A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$ **(প্রমাণিত)**

(ii)



$A \cup (B \cap C) = \{1, 2, 3, 5, 6\}$



$A \cap (B \cup C) = \{2, 3, 6\}$

কাজ: প্রতিজ্ঞার প্রমাণ: ◄ Text পৃষ্ঠা-১৪

সেট সংক্রান্ত আরো কতিপয় প্রতিজ্ঞা

(ক) A যে কোনো সেট হলে $A \subset A$

সমাধান: মনে করি, $x \in A$
যেহেতু, $x \in A$ হলে অবশ্যই $x \in A$
সুতরাং উপসেটের সংজ্ঞানুসারে $A \subset A$

(গ) A ও B যে কোনো সেট হলে A = B হবে যদিও কেবল যদি $A \subset B$ এবং $B \subset A$ হয়।

সমাধান : প্রথমে মনে করি $A \subset B$ এবং $B \subset A$। $A \subset B$ হওয়ায় উপসেটের সংজ্ঞানুসারে, A এর সকল সদস্য B এর সদস্য। একইভাবে $B \subset A$ হওয়ায় B এর সকল সদস্য A এরও সদস্য। সুতরাং সমান সেটের সংজ্ঞানুসারে $A = B$.
এখন মনে করি, $A = B$, তাহলে সমান সেটের সংজ্ঞানুসারে A এর সকল সদস্য B এর সদস্য এবং B এর সকল সদস্য A এর সদস্য। সুতরাং উপসেটের সংজ্ঞানুসারে $A \subset B$ এবং $B \subset A$.

(ঙ) যদি $A \subset B$ এবং $B \subset C$ তবে, $A \subset C$.

সমাধান : মনে করি, $x \in A$ তাহলে $x \in B$ $[\because A \subset B]$
$\therefore x \in C$ $[\because B \subset C]$.
সুতরাং, $A \subset C$.

(চ) A ও B যে কোনো সেট হলে $A \cap B \subset A$ এবং $A \cap B \subset B$

সমাধান: মনে করি, $x \in A \cap B$
তাহলে ছেদের সংজ্ঞানুসারে $x \in A$ এবং $x \in B$
সুতরাং উপসেটের সংজ্ঞানুযায়ী $A \cap B \subset A$ এবং $A \cap B \subset B$.

কাজ: দেখাও যে: ১. $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap (A \cap C)$ ◄ Text পৃষ্ঠা-১৪ ও ১৫

[এখানে, সকল সেট সার্বিক সেট U এর উপসেট বিবেচনা করতে হবে]

সমাধান: ধরি, $x \in A \cap (B \cap C)$
$\Rightarrow x \in A$ এবং $x \in (B \cap C)$
$\Rightarrow x \in A$ এবং ($x \in B$ এবং $x \in C$)
$\Rightarrow$ ($x \in A$ এবং $x \in B$) এবং ($x \in A$ এবং $x \in C$)
$\Rightarrow x \in (A \cap B)$ এবং $x \in (A \cap C)$
$\Rightarrow x \in (A \cap B) \cap (A \cap C)$
$\therefore A \cap (B \cap C) \subset (A \cap B) \cap (A \cap C)$
আবার ধরি, $x \in (A \cap B) \cap (A \cap C)$
$\Rightarrow x \in (A \cap B)$ এবং $x \in (A \cap C)$
$\Rightarrow$ ($x \in A$ এবং $x \in B$) এবং ($x \in A$ এবং $x \in C$)
$\Rightarrow x \in A$ এবং ($x \in B$ এবং $x \in C$)
$\Rightarrow x \in A$ এবং $x \in (B \cap C)$
$\Rightarrow x \in A \cap (B \cap C)$
$\therefore (A \cap B) \cap (A \cap C) \subset A \cap (B \cap C)$
সুতরাং, $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap (A \cap C)$ **(দেখানো হলো)**

কাজ: ২. দেখাও যে, $A \subset B$ হবে যদি এবং কেবল যদি নিম্নোক্ত যে কোনো একটি শর্ত খাটে: (ক) $A \cap B = A$ (খ) $A \cup B = B$ (গ) $B' \subset A'$ (ঘ) $A \cap B' = \varnothing$ (ঙ) $B \cup A' = U$ ◄ Text পৃষ্ঠা-১৪ ও ১৫

সমাধান:

(ক) ধরি, $x \in A \cap B$
তাহলে, $x \in A$ এবং $x \in B$
$\therefore A \cap B \subset A$
আবার ধরি, $x \in A$
তাহলে, $x \in A$ এবং $x \in B$ $[\because A \subset B]$
$\Rightarrow x \in A \cap B$
$\therefore A \subset A \cap B$
সুতরাং, $A \cap B = A$
$\therefore A \subset B$ হবে যদি এবং কেবল যদি $A \cap B = A$ **(দেখানো হলো)**

(খ) $A \cup B = B$
A ও B সেটদ্বয়ের সদস্যদের সংযোগ সেট B সেটের সমান হবে যদি ও কেবল যদি A সেটের সকল সদস্য B সেটেরও সদস্য হয়। অর্থাৎ যখন $A \subset B$ হবে তখন $A \cup B = B$. **(দেখানো হলো)**

(গ) ধরি, $x \in B'$
$\Rightarrow x \notin B$
$\because A \subset B$
$\therefore x \notin A$
$\Rightarrow x \in A'$
$\therefore B' \subset A'$
$\therefore A \subset B$ হবে যদি এবং কেবল যদি $B' \subset A'$ হয়।
আবার, ধরি, $x \in A'$
তাহলে, $x \in U \setminus A$
$\Rightarrow x \in U$ এবং $x \notin A$
$\Rightarrow x \in U$ এবং $x \in A'$

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

$\therefore A' \subset U$
আবার ধরি, $x \in B'$
তাহলে, $x \in U \setminus B$
$\Rightarrow x \in U$ এবং $x \notin B$
$\Rightarrow x \in U$ এবং $x \in B'$
$\therefore B' \subset U$
$\therefore A \subset B$ হবে যদি এবং কেবল যদি $B' \subset A'$ হয়। **(দেখানো হলো)**
***বি:দ্র:** পাঠ্যবইয়ে $B' \subset A$ স্থলে $B' \subset A'$ হবে।*

(ঘ) ধরি, $x \in A \cap B'$
তাহলে, $x \in A$ এবং $x \in B'$
$\Rightarrow x \in A$ এবং $x \in A'$ $[\because B' \subset A']$
$\Rightarrow x \in A$ এবং $x \notin A$
$\Rightarrow x \in A \setminus A$
$\Rightarrow x \in \varnothing$
$\therefore A \cap B' \subset \varnothing$
আবার ধরি, $x \in \varnothing$
তাহলে $x \in A \setminus A$
$\Rightarrow x \in A$ এবং $x \notin A$
$\Rightarrow x \in A$ এবং $x \in A'$
$\Rightarrow x \in A$ এবং $x \in B'$ $[\because B' \subset A']$
$\Rightarrow x \in A \cap B'$
$\therefore \varnothing \subset A \cap B'$
$\therefore A \cap B' = \varnothing$
$\therefore A \subset B$ হবে যদি এবং কেবল যদি $A \cap B' = \varnothing$ **(দেখানো হলো)**

(ঙ) সৃজনশীল রচনামূলক অংশের শ্রেণির কাজের ওপর প্রশ্ন ও সমাধান এর প্রশ্ন ৮(ক) নং দেখো। পৃষ্ঠা-১৬

কাজ: ৩. দেখাও যে,
(ক) $A \setminus B \subset A \cup B$
(খ) $A' \setminus B' = B \setminus A$
(গ) $A \setminus B \subset A$
(ঘ) $A \subset B$ হলে, $A \cup (B \setminus A) = B$
(ঙ) $A \cap B = \varnothing$ হলে, $A \subset B'$, $A \cap B' = A$ এবং $A \cup B' = B'$

◀ **Text পৃষ্ঠা-১৪ ও ১৫**

সমাধান:

(ক) ধরি, $x \in A \setminus B$
তাহলে, $x \in A$ এবং $x \notin B$
$\Rightarrow x \in A$
যেহেতু, $A \subset A \cup B$ $\therefore x \in A \cup B$
$\therefore A \setminus B \subset A \cup B$ **(দেখানো হলো)**

(খ) সৃজনশীল রচনামূলক অংশের শ্রেণির কাজের ওপর প্রশ্ন ও সমাধান এর প্রশ্ন ৭(খ) নং দেখো। পৃষ্ঠা-১৬

(গ) ধরি, $x \in A \setminus B$
তাহলে, $x \in A$ এবং $x \notin B$
$\Rightarrow$ $x \in A$ এবং $x \in B'$
$\Rightarrow$ $x \in A$
$\therefore A \setminus B \subset A$ **(দেখানো হলো)**

(ঘ) ধরি, $x \in A \cup (B \setminus A)$
তাহলে, $x \in A$ অথবা $x \in (B \setminus A)$
$\Rightarrow x \in A$ অথবা ($x \in B$ এবং $x \notin A$)
$\Rightarrow x \in B$ $[\because A \subset B]$
$\therefore A \cup (B \setminus A) \subset B$
আবার ধরি, $x \in B$
অথবা $x \in B \setminus A$ $[\because A \subset B]$
$\Rightarrow x \in A \cup (B \setminus A)$
$\therefore B \subset A \cup (B \setminus A)$
$\therefore A \subset B$ হলে, $A \cup (B \setminus A) = B$. **(দেখানো হলো)**

(ঙ) দেওয়া আছে, $A \cap B = \varnothing$
$\therefore A = B'$
এখন ধরি, $x \in A$
$\Rightarrow x \in B'$ $[\because A = B']$
$\therefore A \subset B'$ **(দেখানো হলো)**
ধরি, $x \in A \cap B'$
$\Rightarrow x \in A$ এবং $x \in B'$
$\Rightarrow x \in A$ এবং $x \in A$ $[\because A = B']$
$\Rightarrow x \in A \cap A$
$\Rightarrow x \in A$
$\therefore A \cap B' \subset A$
আবার ধরি, $x \in A$
$\Rightarrow x \in A \cap A$
$\Rightarrow x \in A$ এবং $x \in A$
$\Rightarrow x \in A$ এবং $x \in B'$
$\Rightarrow x \in A \cap B'$
$\therefore A \subset A \cap B'$
$\therefore A \cap B' = A$ **(দেখানো হলো)**
এবং ধরি, $x \in A \cup B'$
$\Rightarrow x \in A$ অথবা $x \in B'$
$\Rightarrow x \in B'$ অথবা $x \in B'$ $[\because A = B']$
$\Rightarrow x \in B' \cup B'$
$\Rightarrow x \in B'$
$\therefore A \cup B' \subset B'$
আবার, ধরি, $x \in B'$
$\Rightarrow x \in B' \cup B'$
$\Rightarrow x \in B'$ অথবা $x \in B'$
$\Rightarrow x \in A$ অথবা $x \in B'$
$\Rightarrow x \in A \cup B'$
$\therefore B' \subset A \cup B'$
$\therefore A \cup B' = B'$ **(দেখানো হলো)**

কাজ: ৪. দেখাও যে; (ক) $(A \cap B)' = A' \cup B'$
(খ) $(A \cup B \cup C)' = A' \cap B' \cap C'$
(গ) $(A \cap B \cap C)' = A' \cup B' \cup C'$

◀ **Text পৃষ্ঠা-১৪ ও ১৫**

সমাধান:

(ক) সৃজনশীল রচনামূলক অংশের শ্রেণির কাজের ওপর প্রশ্ন ও সমাধান এর প্রশ্ন ৭(গ) নং দেখো। পৃষ্ঠা-১৬

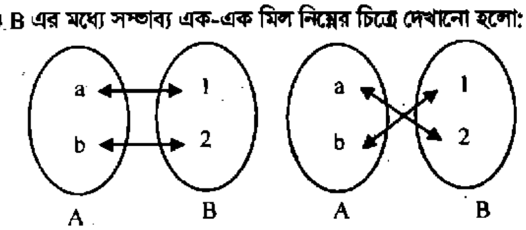
(খ) সৃজনশীল রচনামূলক অংশের শ্রেণির কাজের ওপর প্রশ্ন ও সমাধান এর প্রশ্ন ৮(খ) নং দেখো। পৃষ্ঠা-১৬

(গ) সৃজনশীল রচনামূলক অংশের শ্রেণির কাজের ওপর প্রশ্ন ও সমাধান এর প্রশ্ন ৮(গ) নং দেখো। পৃষ্ঠা-১৬

কাজ: ১. নিম্নোক্ত প্রত্যেক ক্ষেত্রে A ও B এর মধ্যে সম্ভাব্য সকল এক-এক মিল বর্ণনা কর: ◀ **Text পৃষ্ঠা-১৯**

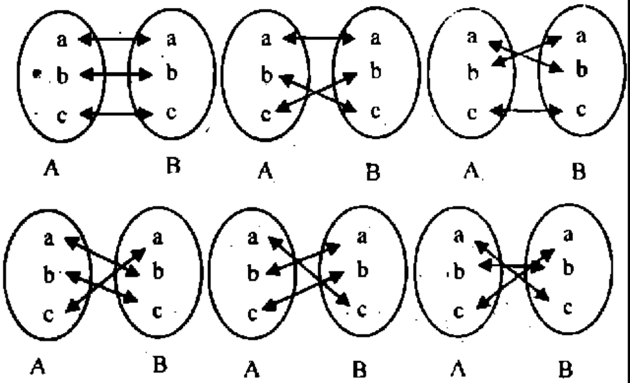
(ক) $A = \{a, b\}, B = \{1, 2\}$
(খ) $A = \{a, b, c\}, B = \{a, b, c\}$

সমাধান: (ক) দেওয়া আছে, $A = \{a, b\}$; $B = \{1, 2\}$
A ও B এর মধ্যে সম্ভাব্য এক-এক মিল নিম্নের চিত্রে দেখানো হলো:



www.bdniyog.com
www.pathagar.com

(খ) দেওয়া আছে, A = {a, b, c}, B = {a, b, c}
A ও B এর মধ্যে সম্ভাব্য এক-এক মিল নিম্নে চিত্রে দেখানো হলো :



কাজ: ২. উপরের প্রশ্নে বর্ণিত প্রত্যেক এক-এক মিলকরণের জন্য $F = \{(x, y) : x \in A, y \in B\}$ এবং $x \leftrightarrow y$ সেটটি তালিকা পদ্ধতিতে বর্ণনা কর। ◄ Text পৃষ্ঠা-১৯

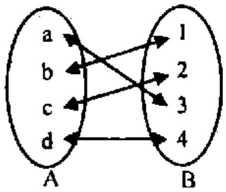
সমাধান: দেওয়া আছে, $F = \{(x,y) : x \in A, y \in B, x \leftrightarrow y\}$

(ক) এক্ষেত্রে A ও B এর মধ্যে দুইটি এক-এক মিল স্থাপন করা যায়। চিত্র থেকে আমরা F সেটটি তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ করতে পারি।
প্রথম এক-এক মিলের জন্য, $F_1 = \{(a, 1), (b, 2)\}$
দ্বিতীয় এক-এক মিলের জন্য, $F_2 = \{(a, 2), (b, 1)\}$

(খ) এক্ষেত্রে A ও B এর মধ্যে এক-এক মিলের সংখ্যা 6। চিত্র থেকে আমরা F সেটটি তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ করতে পারি।
প্রথম এক-এক মিলের জন্য $F_1 = \{(a,a), (b, b), (c, c)\}$
দ্বিতীয় এক-এক মিলের জন্য $F_2 = \{(a, a), (b, c), (c, b)\}$
তৃতীয় এক-এক মিলের জন্য $F_3 = \{(a, b), (b, a), (c, c)\}$
চতুর্থ এক-এক মিলের জন্য $F_4 = \{(a, b), (b, c), (c, a)\}$
পঞ্চম এক-এক মিলের জন্য $F_5 = \{(a, c), (b, a), (c, b)\}$
ষষ্ঠ এক-এক মিলের জন্য $F_6 = \{(a, c), (b, b), (c, a)\}$

কাজ: ৩. মনে করি, A = {a, b, c, d} এবং B = {1, 2, 3, 4}। $A \times B$ এর একটি উপসেট F বর্ণনা কর। যার অন্তর্ভুক্ত ক্রমজোড়গুলোর প্রথম পদের সঙ্গে দ্বিতীয় পদের মিল করা হলে, A ও B এর একটি এক-এক মিল স্থাপিত হয়, যেখানে, $a \leftrightarrow 3$। ◄ Text পৃষ্ঠা-১৯

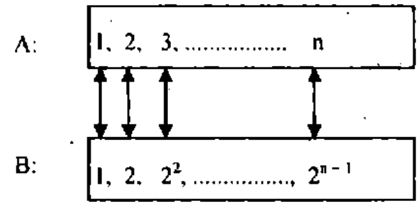
সমাধান: দেওয়া আছে, A = {a, b, c, d} এবং B = {1, 2, 3, 4}
$\therefore A \times B = \{(a, 1), (a, 2), (a, 3), (a, 4), (b, 1), (b, 2), (b, 3), (b, 4), (c, 1), (c, 2), (c, 3), (c, 4), (d, 1) (d, 2), (d, 3), (d, 4)\}$
$A \times B$ এর উপসেট F অর্থাৎ $F \subset A \times B$ বলে,
F = {(a, 1), (b, 2), (c, 3), (d, 4)} হওয়াই স্বাভাবিক
[∵ ১ম পদের সাথে ২য় পদের এক-এক মিল থাকবে]
কিন্তু দেওয়া আছে, $a \leftrightarrow 3$
∴ এক্ষেত্রে F এর অন্তর্ভুক্ত ক্রমজোড় গুলো চিত্রে দেখানো হলো:



∴ F = {(a, 3), (b, 1), (c, 2), (d, 4)}

কাজ: ৪. দেখাও যে, A = {1, 2, 3, ..., n} এবং $B = \{1, 2, 2^2, ...2^{n-1}\}$ সেট দুইটি সমতুল। ◄ Text পৃষ্ঠা-১৯

সমাধান: দেওয়া আছে, A = {1, 2, 3,........, n}
এবং $B = \{1, 2, 2^2, ...2^{n-1}\}$
A ও B সেটদ্বয়ের মধ্যে একটি এক-এক মিল নিম্নে দেখানো হলো:



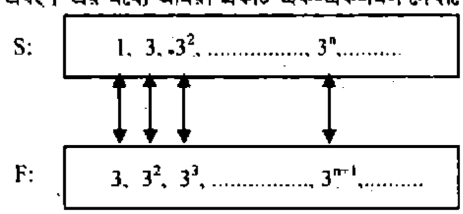
সুতরাং সেটদ্বয় সমতুল।
সেটদ্বয়ের এই মিলনকে $A \leftrightarrow B: k \leftrightarrow 2^{k-1}, k \leftrightarrow A$ দ্বারা বর্ণনা করা যায়।

কাজ: ৫. দেখাও যে, $S = \{3^n : n = 0$ অথবা $n \in \mathbb{N}\}$ সেটটি $\mathbb{N}$ এর সমতুল। ◄ Text পৃষ্ঠা-১৯

সমাধান: সৃজনশীল রচনামূলক অংশের শ্রেণির কাজের ওপর প্রশ্ন ও সমাধান এর প্রশ্ন ৯(খ) নং দেখো। পৃষ্ঠা-১৬

কাজ: ৬. উপরের প্রশ্নে বর্ণিত S সেটের একটি প্রকৃত উপসেট বর্ণনা কর যা S এর সমতুল। ◄ Text পৃষ্ঠা-১৯

সমাধান: উপরের প্রশ্নে উল্লেখিত সেট $S = \{1, 3, 3^2, ..., 3^n, ...\}$
এখন আমরা একটি সেট F লিখি নিম্নোক্তভাবে, $F = \{3k : k \in S\}$
[অর্থাৎ F এর একটি উপাদান S এর অনুরূপ উপাদানের 3 গুণ]
অর্থাৎ, $F = \{3, 3^2, 3^3, ..., 3^{n+1}, ...\}$
এই সেটের প্রত্যেকটি সদস্যই S সেটে আছে।
এখন S এবং F এর মধ্যে আমরা একটি এক-এক-মিল দেখাতে পারি।



যেহেতু F এর প্রত্যেকটি সদস্যই S সেটে আছে এবং S এর অন্তত একটি সদস্য আছে যা F এ নেই, অর্থাৎ 1, তাহলে বলা যায় F, S–এর প্রকৃত উপসেট এবং S এর সমতুল।

কাজ: ৭. দেখাও যে, সকল বিজোড় স্বাভাবিক সংখ্যার সেট A = {1, 3, 5, 7,......} ইত্যাদি অনন্ত সেট। ◄ Text পৃষ্ঠা-১৯

সমাধান: সৃজনশীল রচনামূলক অংশের শ্রেণির কাজের ওপর প্রশ্ন ও সমাধান এর প্রশ্ন ৯(গ) নং দেখো। পৃষ্ঠা-১৬

কাজ: ১. যদি A = {1, 2, 3}, B = {1, 2}, C = {2, 3} এবং D = {1, 3} হয়, তবে দেখাও যে, $P(A) = \{A, B, C, D, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \varnothing\}$. ◄ Text পৃষ্ঠা-২০

সমাধান: দেওয়া আছে, A = {1, 2, 3}, B = {1, 2}, C = {2, 3} এবং D = {1, 3}
$\therefore \quad P(A) = \{\{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}, \{1, 2, 3\}, \varnothing\}$
$= \{\{1\}, \{2\}, \{3\}, B, D, C, A, \varnothing\}$
$\therefore \quad P(A) = \{A, B, C, D, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \varnothing\}$ **(দেখানো হলো)**

কাজ: ২. যদি A = {1, 2} এবং B = {2, 5} হয়, তবে দেখাও যে,
P(A) = {A, B, {1}, {2}, {3}, Q} ◄ Text পৃষ্ঠা-২০
(i) $P(A) \cap P(B) = P(A \cap B)$
(ii) $P(A) \cup P(B) \neq P(A \cup B)$.

সমাধান: সৃজনশীল রচনামূলক অংশের শ্রেণির কাজের ওপর প্রশ্ন ও সমাধান এর প্রশ্ন ১১(ক), (খ), (গ) নং দেখো। পৃষ্ঠা-১৭

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

কাজ: ১. কোনো শ্রেণির 30 জন ছাত্রের 20 জন ফুটবল এবং 15 জন ক্রিকেট পছন্দ করে। প্রত্যেক ছাত্র দুইটি খেলার যেকোনো একটি খেলা পছন্দ করে। কতজন ছাত্র দুইটি খেলাই পছন্দ করে? ◀ **Text পৃষ্ঠা-২৩**

সমাধান: সৃজনশীল রচনামূলক অংশের শ্রেণির কাজের ওপর প্রশ্ন ও সমাধান এর প্রশ্ন ১৩(ক, খ ও গ) নং দেখো। পৃষ্ঠা-১৮

কাজ: ২. কিছু সংখ্যক লোকের মধ্যে 50 জন বাংলা, 20 জন ইংরেজি এবং 10 জন বাংলা ও ইংরেজি বলতে পারে। দুইটি ভাষার অন্তত একটি ভাষা কত জন বলতে পারে? ◀ **Text পৃষ্ঠা-২৩**

সমাধান: ধরি, দুইটি ভাষার অন্তত একটি ভাষা বলতে পারে এমন লোকের সেট S এবং তাদের মধ্যে যারা বাংলা বলতে পারে তাদের সেট B ও ইংরেজি বলতে পারে তাদের সেট E।

তাহলে প্রশ্নানুসারে,

$n(B) = 50, n(E) = 20, n(B \cap E) = 10$

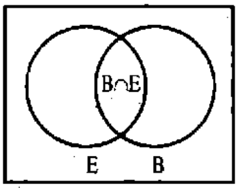
আবার, $n(S) = n(B \cup E)$

এখন, $n(S) = n(B \cup E)$

$= n(B) + n(E) - n(B \cap E)$

$= 50 + 20 - 10$

$= 70 - 10 = 60$



∴ দুইটি ভাষার অন্তত একটি বলতে পারে 60 জন।

উত্তর: 60 জন।

কাজ: ৩. ঢাকা বিশ্ববিদ্যালয়ের আধুনিক ভাষা ইনস্টিটিউটের 100 জন শিক্ষার্থীর মধ্যে 42 জন ফ্রেঞ্চ, 30 জন জার্মান, 28 জন স্প্যানিশ নিয়েছে। 10 জন নিয়েছে ফ্রেঞ্চ ও স্প্যানিশ, 8 জন নিয়েছে জার্মান ও স্প্যানিশ, 5 জন নিয়েছে জার্মান ও ফ্রেঞ্চ, 3 জন তিনটি ভাষাই নিয়েছে। ◀ **Text পৃষ্ঠা-২৩**

(১) কতজন শিক্ষার্থী ঐ তিনটি ভাষার একটিও নেয়নি?

(২) কতজন শিক্ষার্থী ঐ তিনটি ভাষার কেবল একটি ভাষা নিয়েছে?

(৩) কতজন শিক্ষার্থী ঐ তিনটি ভাষার কেবল দুইটি ভাষা নিয়েছে?

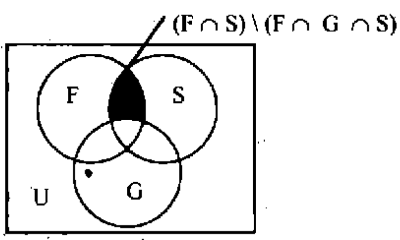
সমাধান: ধরি, সকল শিক্ষার্থীর সেট U, ফ্রেঞ্চ নেওয়া শিক্ষার্থীর সেট F, জার্মান নেওয়া শিক্ষার্থীর সেট G, স্প্যানিশ নেওয়া শিক্ষার্থীর সেট S.

$n(U) = 100, \ n(F) = 42, \ n(G) = 30, \ n(S) = 28,$

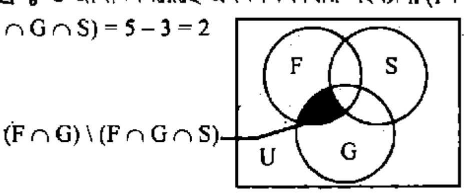
$n(F \cap S) = 10, \ n(G \cap S) = 8, \ n(G \cap F) = 5, n(S \cap G \cap F) = 3$

(১) ও (২) : সৃজনশীল রচনামূলক অংশের শ্রেণির কাজের ওপর প্রশ্ন ও সমাধান এর প্রশ্ন ১২ দেখো। পৃষ্ঠা-১৭

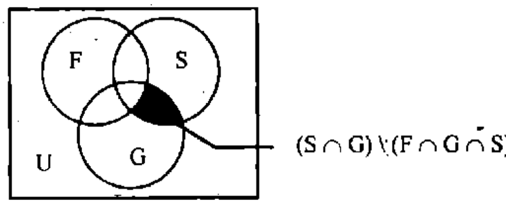
(৩) শুধু ফ্রেঞ্চ ও স্প্যানিশ নিয়েছে এমন শিক্ষার্থীর সংখ্যা $n(F \cap S) - n(F \cap G \cap S) = 10 - 3 = 7$



শুধু ফ্রেঞ্চ ও জার্মান নিয়েছে এমন শিক্ষার্থীর সংখ্যা $n(F \cap G) - n(F \cap G \cap S) = 5 - 3 = 2$



শুধু জার্মান ও স্প্যানিশ নিয়েছে এমন শিক্ষার্থীর সংখ্যা $n(G \cap S) - n(F \cap G \cap S) = 8 - 3 = 5$



∴ কেবল দুইটি ভাষা নিয়েছে $(7 + 2 + 5)$ জন = 14 জন

উত্তর: 14 জন।

কাজ: ৪. কোনো স্কুলের নবম শ্রেণির মানবিক শাখার 50 জন শিক্ষার্থীর মধ্যে 29 জন পৌরনীতি, 24 জন ভূগোল এবং 11 জন পৌরনীতি ও ভূগোল উভয় বিষয়ই নিয়েছে। কত জন শিক্ষার্থী পৌরনীতি বা ভূগোল বিষয় দুইটির কোনটিই নেয়নি? ◀ **Text পৃষ্ঠা-২৩**

সমাধান: মনে করি, মোট শিক্ষার্থীর সেট S,

পৌরনীতি নেওয়া শিক্ষার্থীর সেট C,

ভূগোল নেওয়া শিক্ষার্থীর সেট G।

দুইটি বিষয়ের যে কোন একটি বিষয় নিয়েছে এমন শিক্ষার্থীর সেট $= C \cup G$

প্রশ্নমতে, $n(S) = 50, n(C) = 29, n(G) = 24$

এবং $n(C \cap G) = 11$

আমরা জানি, $n(C \cup G) = n(C) + n(G) - n(C \cap G)$

$= 29 + 24 - 11$

$= 53 - 11$

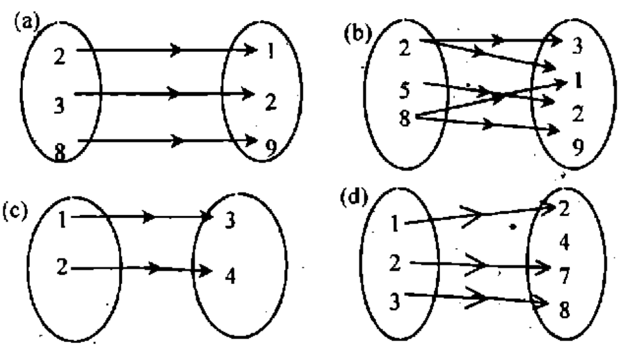
$= 42$

দুইটি বিষয়ের কোনোটিই নেয়নি এমন শিক্ষার্থীর সংখ্যা,

$n(S) - n(C \cup G) = 50 - 42 = 8$ **(উত্তর)**

অনুশীলনী-১.২ ▶ সেট ও ফাংশন

কাজ: ১. নিচের কোন অন্বয়টি ফাংশন নয়? যুক্তি দাও। ◀ **Text পৃষ্ঠা-৩০ ও ৩১**



সমাধান: (b) সম্পর্কটি ফাংশন নয় কারণ

চিত্র থেকে দেখি $2 \to 3, 2 \to 1$ এবং $8 \to 1, 8 \to 9$. একই উপাদানের দুইটি করে ইমেজ। (b) নং সম্পর্কটি ফাংশন নয়।

কাজ: ২. $f : x \to 4x + 2$ দ্বারা বর্ণিত ফাংশন যার ডোমেন $D = \{-1, 3, 5\}$ তাহলে ফাংশনটির ইমেজ সেট নির্ণয় কর। ◀ **Text পৃষ্ঠা-৩০ ও ৩১**

সমাধান: f এর অধীনে -1 এর ইমেজ $-1 \to 4(-1) + 2$

$\Rightarrow f(-1) = -2$

f এর অধীনে 3 এর ইমেজ $3 \to 4.3 + 2$

$\Rightarrow f(3) = 14$

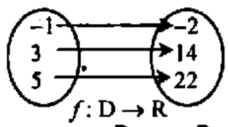
f এর অধীনে 5 এর ইমেজ $5 \to 4.5 + 2$

$\Rightarrow f(5) = 22$

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

$\therefore$ ফাংশনটির ইমেজ সেট = {−2, 14, 22}

অর্থাৎ D R



কাজ: ৩. প্রদত্ত S অন্বয়টিকে তালিকা পদ্ধতিতে বর্ণনা কর এবং কোনগুলো ফাংশন তা নির্ধারণ কর। ডোম S ও রেঞ্জ S নির্ণয় কর। যেখানে, A = {−2, −1, 0, 1, 2} ◄ **Text পৃষ্ঠা-৩০ ও ৩১**

(ক) $S = \{(x, y) : x \in A, y \in A$ **এবং** $x + y = 1\}$

(খ) $S = \{(x, y) : x \in A, y \in A$ **এবং** $x - y = 1\}$

(গ) $S = \{(x, y) : x \in A, y \in A$ **এবং** $y = x^2\}$

(ঘ) $S = \{(x, y) : x \in A, y \in A$ **এবং** $y^2 = x\}$

সমাধান:

(ক) এখানে, প্রদত্ত অন্বয়

$S = \{(x, y) : x \in A, y \in A$ এবং $x + y = 1\}$;

যেখানে A = {−2, −1, 0, 1, 2}

এখন, $x + y = 1$ বা, $y = 1 - x$

প্রত্যেক $x \in A$ এর জন্য $y = 1 - x$ এর মান নির্ণয় করি:

x	−2	−1	0	1	2
y = 1 − x	3	2	1	0	−1

কিন্তু $3 \notin A$

$\therefore (-2, 3) \notin S$

$\therefore S = \{(x, y) : x \in A, y \in A$ এবং $x + y = 1\}$

$= \{(-1, 2), (0, 1), (1, 0), (2, -1)\}$

সুতরাং ডোম S = {−1, 0, 1, 2} এবং রেঞ্জ S = {2, 1, 0, −1}

(খ) সৃজনশীল রচনামূলক অংশের শ্রেণির কাজের ওপর প্রশ্ন ও সমাধান এর প্রশ্ন ১(ক), (খ) নং দেখো। পৃষ্ঠা-৩৪

(গ) এখানে, প্রদত্ত অন্বয় $S = \{(x, y) : x \in A, y \in A$ এবং $y = x^2\}$;

যেখানে A = {−2, −1, 0, 1, 2}

এখন প্রত্যেক $x \in A$ এর জন্য $y = x^2$ এর মান নির্ণয় করি:

x	−2	−1	0	1	2
$y = x^2$	4	1	0	1	4

কিন্তু $4 \notin A$

$\therefore (-2, 4) \notin S$ এবং $(2, 4) \notin S$

$\therefore S = \{(x, y) : x \in A, y \in A$ এবং $y = x^2\}$

$= \{(-1, 1), (0, 0) (1, 1)\}$

সুতরাং ডোম S = {−1, 0, 1} এবং রেঞ্জ S = {1, 0}

(ঘ) সৃজনশীল রচনামূলক অংশের শ্রেণির কাজের ওপর প্রশ্ন ও সমাধান এর প্রশ্ন ২(ক), (খ) নং দেখো। পৃষ্ঠা-৩৫

কাজ: ৪. $F(x) = 2x - 1$ দ্বারা বর্ণিত ফাংশনের জন্য- ◄ **Text পৃষ্ঠা-৩০ ও ৩১**

(ক) **F(−2), F(0) এবং F(2) নির্ণয় কর।**

(খ) $F\left(\frac{a+1}{2}\right)$ **নির্ণয় কর, যেখানে** $a \in \mathbb{R}$

(গ) $F(x) = 5$ **হলে, x নির্ণয় কর।**

(ঘ) $F(x) = y$ **হলে, x নির্ণয় কর যেখানে** $y \in \mathbb{R}$

সমাধান:

(ক) দেওয়া আছে, $F(x) = 2x - 1$

$F(-2) = 2(-2) - 1 = -5$

$F(0) = 2.0 - 1 = -1$

$F(2) = 2.2 - 1 = 4 - 1 = 3$

উত্তর: −5, −1, 3

(খ) এখানে, $F(x) = 2x - 1$

$\therefore F\left(\frac{a+1}{2}\right) = 2\left(\frac{a+1}{2}\right) - 1$

$= a + 1 - 1 = a$

উত্তর: a

(গ) দেওয়া আছে, $F(x) = 2x - 1$ এবং $F(x) = 5$

$\therefore 2x - 1 = 5$

বা, $2x = 5 + 1$

বা, $2x = 6$

$\therefore x = \frac{6}{2} = 3$

উত্তর: 3

(ঘ) দেওয়া আছে, $F(x) = 2x - 1$ এবং $F(x) = y$

$\therefore 2x - 1 = y$

বা, $2x = y + 1$

$\therefore x = \frac{y+1}{2}$

উত্তর: $\frac{y+1}{2}$

কাজ: ১. নিম্নের প্রতিটি এক-এক ফাংশনের সংশ্লিষ্ট f^{-1} নির্ণয় কর। ◄ **Text পৃষ্ঠা-৩৫ ও ৩৬**

(ক) $y = (x + 5)^{\frac{1}{3}}$ **(খ)** $f(x) = \frac{3}{x-1}, x \neq 1$

(গ) $f(x) = \frac{2x}{x-2}, x \neq 2$ **(ঘ)** $f : x \to \frac{2x+3}{2x-1}, x \neq \frac{1}{2}$

সমাধান:

(ক) সৃজনশীল রচনামূলক অংশের শ্রেণির কাজের ওপর প্রশ্ন ও সমাধান এর প্রশ্ন ৬(খ) নং দেখো। পৃষ্ঠা-৩৬

বিকল্প পদ্ধতি :

ধরি, $y = f(x) = (x + 5)^{\frac{1}{3}}$

সুতরাং $y = (x + 5)^{\frac{1}{3}}$

বা, $y^3 = \{(x + 5)^{\frac{1}{3}}\}^3$ [ঘন করে]

বা, $y^3 = x + 5$

বা, $x + 5 = y^3$

বা, $x = y^3 - 5$

বা, $f^{-1}(y) = y^3 - 5$ $\{\because f^{-1}(y) = x]$

$\therefore f^{-1}(x) = x^3 - 5$ [y এর স্থলে x স্থাপন করে]

(খ) ধরি, $y = f(x) = \frac{3}{x-1}, x \neq 1$

বা, $y = \frac{3}{x-1}$

বা, $xy - y = 3$

বা, $xy = 3 + y$

বা, $x = \frac{3+y}{y}$

$f^{-1}(y) = \frac{3+y}{y}$ $[\because y = f(x) \therefore f^{-1}(y) = x]$

$f^{-1}(x) = \frac{3+x}{x};\ x \neq 0$

(গ) ধরি, $y = f(x) = \frac{2x}{x-2}, x \neq 2$

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

বা, $y = \frac{2x}{x-2}$

বা, $xy - 2y = 2x$

বা, $xy - 2x = 2y$

বা, $x(y-2) = 2y$

বা, $x = \frac{2y}{y-2}$

$\therefore f^{-1}(y) = \frac{2y}{y-2}$ $[\because y = f(x) \therefore f^{-1}(y) = x]$

$\therefore f^{-1}(x) = \frac{2x}{x-2}$; $x \neq 2$

(ঘ) ধরি, $y = f(x)$

তাহলে, $y = \frac{2x+3}{2x-1}, x \neq \frac{1}{2}$

বা, $2xy - y = 2x + 3$

বা, $2xy - 2x = 3 + y$

বা, $x(2y - 2) = 3 + y$

বা, $x = \frac{y+3}{2y-2}$

বা, $f^{-1}(y) = \frac{y+3}{2y-2}$ $[\because y = f(x) \therefore f^{-1}(y) = x]$

$f^{-1}(x) = \frac{x+3}{2x-2}; x \neq 1$

কাজ: ২. বর্ণিত ফাংশন $f(x) = \frac{4x-9}{x-2}, x \neq 2$ এর ক্ষেত্রে

◄ **Text পৃষ্ঠা-৩৫ ও ৩৬**

(ক) $f^{-1}(-1)$ এবং $f^{-1}(1)$ নির্ণয় কর।

(খ) x এর মান নির্ণয় কর যেন $4f^{-1}(x) = x$

সমাধান:

(ক) সৃজনশীল রচনামূলক অংশের শ্রেণির কাজের ওপর প্রশ্ন ও সমাধান এর প্রশ্ন ৩(খ) নং দেখো। পৃষ্ঠা-৩৫

(খ) সৃজনশীল রচনামূলক অংশের শ্রেণির কাজের ওপর প্রশ্ন ও সমাধান এর প্রশ্ন ৩(গ) নং দেখো। পৃষ্ঠা-৩৫

কাজ: ৩. বর্ণিত ফাংশন $f(x) = \frac{2x+2}{x-1}, x \neq 1$ এর জন্য

◄ **Text পৃষ্ঠা-৩৫ ও ৩৬**

(ক) $f^{-1}(3)$ নির্ণয় কর।

(খ) দেওয়া আছে $f^{-1}(p) = kp$, p এর সাপেক্ষে k কে প্রকাশ কর।

সমাধান:

(ক) সৃজনশীল রচনামূলক অংশের শ্রেণির কাজের ওপর প্রশ্ন ও সমাধান এর প্রশ্ন ৫(খ) নং দেখো। পৃষ্ঠা-৩৬

(খ) সৃজনশীল রচনামূলক অংশের শ্রেণির কাজের ওপর প্রশ্ন ও সমাধান এর প্রশ্ন ৫(গ) নং দেখো। পৃষ্ঠা-৩৬

কাজ: ৪. নিম্নোক্ত প্রত্যেক ক্ষেত্রে প্রদত্ত সম্পর্ক F একটি ফাংশন কিনা তা নির্ণয় কর। F ফাংশন হলে উহার ডোমেন এবং রেঞ্জ নির্ণয় কর, উহা এক-এক কিনা তাও নির্ধারণ কর: ◄ **Text পৃষ্ঠা-৩৫ ও ৩৬**

(ক) $F\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y = x\}$

(খ) $F\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y = x^2\}$

(গ) $F\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y^2 = x\}$

(ঘ) $F\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y = \sqrt{x}\}$

সমাধান:

(ক) $F = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y = x\}$

$= \{(1, 1), \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right), (3, 3), (-4, -4), \ldots\ldots\}$

$\therefore$ F একটি ফাংশন। কারণ এদের কোনটিতেই একই প্রথম উপাদান বিশিষ্ট দুইটি ভিন্ন ক্রমজোড় নেই।

ডোম $F = \mathbb{R}$

রেঞ্জ $F = \mathbb{R}$

উপরের অন্বয়টির একই দ্বিতীয় উপাদান বিশিষ্ট একাধিক ক্রমজোড় নেই।

সুতরাং এটি এক-এক ফাংশন।

(খ) সৃজনশীল রচনামূলক অংশের শ্রেণির কাজের ওপর প্রশ্ন ও সমাধান এর প্রশ্ন ৪(ক), (খ) নং দেখো। পৃষ্ঠা-৩৫

(গ) $F = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y^2 = x\}$

$= \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y = \pm\sqrt{x}\}$

$= \{(1, 1), (1, -1), (4, 2), (4, -2), \ldots\ldots\}$

এখানে, F অন্বয়টি ফাংশন নয়। কারণ একই প্রথম উপাদানের জন্য ভিন্ন ভিন্ন দ্বিতীয় উপাদান আছে। যেমন: (1, 1), (1, −1), (4, 2), (4, −2) ইত্যাদি।

অর্থাৎ $(1, 1) \in F$ হলে $(1, -1) \in F$.

সুতরাং F অন্বয়টি ফাংশন নয়।

ডোম $F = \mathbb{R}^+$

রেঞ্জ $F = \mathbb{R}$.

(ঘ) সৃজনশীল রচনামূলক অংশের শ্রেণির কাজের ওপর প্রশ্ন ও সমাধান এর প্রশ্ন ৭(ক), (খ) নং দেখো। পৃষ্ঠা-৩৭

কাজ: ৫. (a) যদি $f : \{-2, -1, 0, 1, 2\} \rightarrow \{-8, -1, 0, 1, 8\}$ ফাংশনটি $f(x) = x^3$ দ্বারা সংজ্ঞায়িত হয়, তবে দেখাও যে, f এক-এক এবং অনটু। ◄ **Text পৃষ্ঠা-৩৫ ও ৩৬**

সমাধান:

(a) সৃজনশীল রচনামূলক অংশের শ্রেণির কাজের ওপর প্রশ্ন ও সমাধান এর প্রশ্ন ৮(খ) নং দেখো। পৃষ্ঠা-৩৭

কাজ: (b) $f : \{1, 2, 3, 4\} \rightarrow \mathbb{R}$ একটি ফাংশন যা $f(x) = 2x + 1$ দ্বারা সংজ্ঞায়িত, দেখাও যে, f এক-এক ফাংশন কিন্তু অনটু ফাংশন নয়। ◄ **Text পৃষ্ঠা-৩৫ ও ৩৬**

সমাধান:

(b) $f : \{1, 2, 3, 4\} \rightarrow \mathbb{R}$

মনে করি, $A = \{1, 2, 3, 4\}$

দেওয়া আছে, $f(x) = 2x + 1$

$f(1) = 2.1 + 1 = 3$

$f(2) = 2.2 + 1 = 5$

$f(3) = 2.3 + 1 = 7$

$f(4) = 2.4 + 1 = 9$

সুতরাং দেখা যায় যে, x-এর ভিন্ন ভিন্ন মানের জন্য ভিন্ন ভিন্ন ইমেজ পাওয়া যায়।

$\therefore$ F এক-এক ফাংশন। কিন্তু f অন-টু ফাংশন নয়।

কারণ $f(A) \neq \mathbb{R}$ এবং $f(A) \subset \mathbb{R}$

সুতরাং f এক-এক ফাংশন কিন্তু অনটু ফাংশন নয়। **(দেখানো হলো)**

কাজ: ১. নিম্নের ফাংশনের সাধারণ রূপ (Standard Form) লিখ:

◄ **Text পৃষ্ঠা-৩৮**

(ক) $y - 2 = 3(x - 5)$ **(খ) $y - 2 = \frac{1}{2}(x + 3)$**

(গ) $y - (5) = -2(x + 1)$ **(ঘ) $y - 5 = \frac{4}{3}(x - 3)$**

সমাধান: (ক) $y - 2 = 3(x - 5)$

বা, $y - 2 = 3x - 15$

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

বা, $y = 3x - 15 + 2$

$\therefore$ $y = 3x - 13$

$\therefore$ ফাংশনটির সাধারণ রূপ : $f(x) = 3x - 13$

(খ) $y - 2 = \frac{1}{2}(x + 3)$

বা, $y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2} + 2$

বা, $y = \frac{1}{2}x + \frac{3+4}{2}$

$\therefore$ $y = \frac{1}{2}x + \frac{7}{2}$

$\therefore$ ফাংশনটির সাধারণ রূপ: $f(x) = \frac{1}{2}x + \frac{7}{2}$

(গ) $y - 5 = -2(x + 1)$

বা, $y = -2x - 2 + 5$

বা, $y = (-2)x + 3$

$\therefore$ ফাংশনটির সাধারণ রূপ : $f(x) = 3 - 2x$

(ঘ) $y - 5 = \frac{4}{3}(x - 3)$

বা, $y = \frac{4}{3}x - 4 + 5$

$y = \frac{4}{3}x + 1$

$\therefore$ ফাংশনটির সাধারণ রূপ: $f(x) = \frac{4}{3}x + 1$

কাজ: ২. লেখচিত্র অঙ্কন কর: ◄ Text পৃষ্ঠা-৩৮

(ক) $y = 3x - 1$ **(খ)** $x + y = 3$

(গ) $x^2 + y^2 = 9$ **(ঘ)** $y = \frac{1}{3}x + 1$

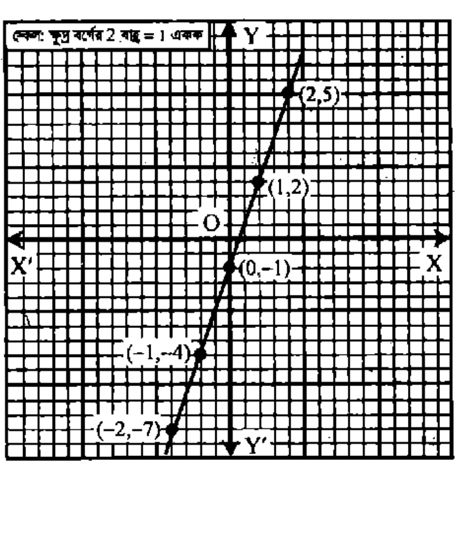
সমাধান:

(ক) ধরি, $y = f(x) = 3x - 1$

x এর –2 থেকে +2 এর মধ্যে কয়েকটি মান নিচে সংশ্লিষ্ট y এর মান নিম্নের ছকে দেখানো হলো-

x	–2	–1	0	1	2
y	–7	–4	–1	2	5

এখন, ছক কাগজে সুবিধামত x-অক্ষ XOX′ এবং y-অক্ষ YOY′ আঁকি। x-অক্ষ ও y-অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম 2 বর্গঘর = 1 একক ধরে (x, y) বিন্দুগুলো পাতন করি। বিন্দুগুলোকে সহজভাবে বক্ররেখায় যুক্ত করে y = f(x) এর লেখ পাওয়া যায় যা নিম্নে দেখানো হলো-

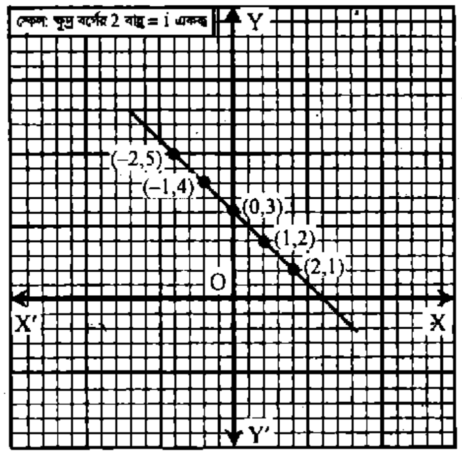


(খ) ধরি, $y = f(x) = 3 - x$

x এর –2 থেকে +2 এর মধ্যে কয়েকটি মান নিচে সংশ্লিষ্ট y এর মান নিম্নের ছকে দেখানো হলো–

x	–2	–1	0	1	2
y	5	4	3	2	1

এখন, ছক কাগজে সুবিধামত x-অক্ষ XOX′ এবং y-অক্ষ YOY′ আঁকি। x-অক্ষ ও y-অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম 2 বর্গঘর = 1 একক ধরে (x, y) বিন্দুগুলো পাতন করি। বিন্দুগুলোকে সহজভাবে বক্ররেখায় যুক্ত করে y = f(x) এর লেখ পাওয়া যায় যা নিম্নে দেখানো হলো–



(গ) সৃজনশীল রচনামূলক অংশের শ্রেণির কাজের ওপর প্রশ্ন ও সমাধান এর প্রশ্ন ১০(গ) নং দেখো। পৃষ্ঠা-৩৮

(ঘ) সৃজনশীল রচনামূলক অংশের শ্রেণির কাজের ওপর প্রশ্ন ও সমাধান এর প্রশ্ন ৯(গ) নং দেখো। পৃষ্ঠা-৩৮

অনুশীলনী-২ ▶ বীজগাণিতিক রাশি

কাজ: ১. নিচের কোনটি বহুপদী নির্ণয় কর: ◄ Text পৃষ্ঠা-৪৩ ও ৪৪

(ক) $2x^3$

সমাধান : এখানে, x^3 এর সহগ, $c = 2$

এবং x এর ঘাত, $p = 3$ যা অঋণাত্মক পূর্ণসংখ্যা।

সুতরাং, রাশিটি cx^p আকারের একটি রাশি।

$\therefore$ প্রদত্ত রাশিটি বহুপদী।

উত্তর : বহুপদী।

(খ) $7 - 3a^2$

সমাধান : $7 - 3a^2 = -3a^2 + 7$ এখানে, রাশিটির প্রথম পদ $= -3a^2$, যার সহগ $c = -3$ এবং a এর ঘাত, $p = 2$ যা অঋণাত্মক পূর্ণ সংখ্যা। যাহা cx^p আকারের একটি রাশি এবং অপর পদটি একটি ধ্রুবপদ।

সুতরাং, প্রদত্ত রাশিটি বহুপদী

উত্তর : বহুপদী।

(গ) $x^3 + x^{-2}$

সমাধান : $x^3 + x^{-2}$ এখানে, প্রথম পদ x^3 এর সহগ, $c = 1$.

x এর ঘাত, $p = 3$ যাহা অঋণাত্মক পূর্ণসংখ্যা।

$\therefore$ x^3 পদটি cx^p আকারের একটি পদ।

দ্বিতীয় পদ x^{-2} সহগ, $c = 1$.

দ্বিতীয় পদের ঘাত, $p = -2$ যা অঋণাত্মক সংখ্যা নয়।

$\therefore$ x^{-2} পদটি cx^p আকারের পদ নয়।

সুতরাং প্রদত্ত রাশিটি বহুপদী নয়।

উত্তর: বহুপদী নয়।

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

(ঘ) $\frac{a^2+a}{a^3-a}$

সমাধান : $\frac{a^2+a}{a^3-a}=\frac{a(a+1)}{a(a^2-1)}=\frac{a+1}{(a+1)(a-1)}=\frac{1}{a-1}=\frac{1}{a-1}, a\neq 1$

যাহা cx^p আকারের একটি রাশি নয়।

সুতরাং প্রদত্ত রাশিটি বহুপদী নয়।

উত্তর : বহুপদী নয়।

(ঙ) $5x^2-2xy+3y^2$

সমাধান : $5x^2-2xy+3y^2$

এখানে, রাশিটি cx^py^q আকারের রাশি

সুতরাং প্রদত্ত রাশিটি একটি বহুপদী নয়।

উত্তর : বহুপদী।

(চ) $6a+3b$

সমাধান : $6a+3b$

এ রাশিটি cx^py^q আকারের রাশি

সুতরাং প্রদত্ত রাশিটি বহুপদী

উত্তর : বহুপদী।

(ছ) $C^2+\frac{2}{0}-3$

সমাধান : প্রদত্ত রাশিটি অসংজ্ঞায়িত। কারণ কোনো কিছুকে শূন্য দ্বারা ভাগ করা যায় না।

সুতরাং রাশিটি বহুপদী নয়।

উত্তর: বহুপদী নয়।

(জ) $3\sqrt{n-4}$

সমাধান : $3\sqrt{n-4}=\sqrt{9(n-4)}=\sqrt{9n-36}$

এখানে, রাশিটি cx^p আকারের রাশি নয়।

সুতরাং, প্রদত্ত রাশিটি বহুপদী নয়।

উত্তর : বহুপদী নয়।

(ঝ) $2x(x^2+3y)$

সমাধান : $2x(x^2+3y)=2x^3+6xy$

এখানে, রাশিটি cx^py^q আকারের রাশি।

সুতরাং প্রদত্ত রাশিটি বহুপদী।

উত্তর : বহুপদী।

(ঞ) $3x-(2y+4z)$

সমাধান : $3x-(2y+4z)=3x-2y-4z$

এখানে, রাশিটি $cx^py^qz^r$ আকারের রাশি।

সুতরাং প্রদত্ত রাশিটি বহুপদী।

উত্তর : বহুপদী।

(ট) $\frac{6}{x}+2y$

সমাধান : $\frac{6}{x}+2y=6x^{-1}+2y$

এখানে, রাশিটি cx^py^q আকারের রাশি নয়। কারণ x এর মাত্রা অঋণাত্মক সংখ্যা নয়।

সুতরাং প্রদত্ত রাশিটি বহুপদী নয়।

উত্তর : বহুপদী নয়।

(ঠ) $\frac{3}{4}x-2y$

সমাধান : $\frac{3}{4}x-2y$ এখানে, রাশিটি cx^py^q আকারের রাশি

সুতরাং, প্রদত্ত রাশিটি বহুপদী।

উত্তর : বহুপদী।

কাজ: ২. প্রতিপদের সংখ্যা অনুযায়ী বহুপদী চিহ্নিত কর:

◀ Text পৃষ্ঠা-৪৩ ও ৪৪

(ক) $x^2+10x+5$

সমাধান : $x^2+10x+5$ হলো x চলকের বহুপদী, যার পদ সংখ্যা 3

(খ) $3a+2b$

সমাধান : $3a+2b$ হলো a ও b দুই চলকের বহুপদী, যার পদ সংখ্যা 2

(গ) $4xyz$

সমাধান : $4xyz$ হলো x, y ও z তিন চলকের বহুপদী, যার পদ সংখ্যা 1

(ঘ) $2m^2n-mn^2$

সমাধান : $2m^2n-mn^2$ হলো m ও n দুই চলকের বহুপদী, যার পদ সংখ্যা 2

(ঙ) $7a+b-2$

সমাধান : $7a+b-2$ হলো a ও b দুই চলকের বহুপদী, যার পদ সংখ্যা 3

(চ) $6a^2b^2c^2$

সমাধান : $6a^2b^2c^2$ হলো a, b ও c তিন চলকের বহুপদী, যার পদ সংখ্যা হলো 1

কাজ: ৩. নিচের বহুপদীগুলোর প্রত্যেকটি (i) x চলকের বহুপদীর আদর্শ রূপ তা বর্ণনা কর এবং x চলকের বহুপদী রূপে এর মাত্রা, মুখ্য সহগ ও ধ্রুব পদ নির্ণয় কর। (ii) y চলকের বহুপদীর আদর্শ আকারে বর্ণনা কর এবং y চলকের বহুপদীরূপে এর মাত্রা, মুখ্য সহগ ও ধ্রুব পদ নির্ণয় কর। ◀ Text পৃষ্ঠা-৪৩ ও ৪৪

(ক) $3x^2-y^2+x-3$; **(খ)** $x^2-x^6+x^4+3$;

(গ) $5x^2y-4x^4y^4-2$; **(ঘ)** $x+2x^2+3x^3+6$;

(ঙ) $3x^3y+2xyz-x^4$

সমাধান :

(ক) (i) $3x^2-y^2+x-3=3x^2+x-y^2-3$

যাহা x চলকের একটি বহুপদীর আদর্শ রূপ

এখানে, বহুপদীর মাত্রা $=2$

মুখ্য সহগ $=3$

এবং ধ্রুব পদ $=-y^2-3$

উত্তর : $3x^2+x-y^2-3$, মাত্রা 2, মুখ্য সহগ 2, ধ্রুবপদ $-y^2-3$.

(ii) প্রদত্ত রাশি $=3x^2-y^2+x-3$

x-কে ধ্রুবক বিবেচনা করে y কে চলক ধরলে প্রদত্ত রাশিটি হবে

$-y^2+(3x^2+x-3)y^0$

এটি y চলকের বহুপদীর আদর্শ আকার

এখানে, y চলকের মাত্রা $=2$

মুখ্য সহগ $=-1$

ধ্রুব পদ $=3x^2+x-3$

উত্তর: $-y^2+(3x^2+x-3)y^0$; মাত্রা 2, মুখ্য সহগ -1; ধ্রুবপদ $(3x^2+x-3)$.

(খ) (i) $x^2-x^6+x^4+3=-x^6+x^4+x^2+3$

যাহা x চলকের একটি বহুপদীর আদর্শ রূপ

এখানে, বহুপদীর মাত্রা $=6$

মুখ্য সহগ $=-1$

এবং ধ্রুব পদ $=3$

উত্তর : $-x^6+x^4+x^2+3$, মাত্রা 6, মুখ্য সহগ -1, ধ্রুবপদ 3.

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

(ii) প্রদত্ত রাশি $= x^2 - x^6 + x^4 + 3 = -x^6 + x^4 + x^2 + 3$

x-কে ধ্রুবক বিবেচনা করে y কে চলক ধরলে প্রদত্ত রাশিটি হবে

$(-x^6 + x^4 + x^2 + 3)y^0$

এটি y চলকের বহুপদীর আদর্শ আকার

এখানে, y চলকের মাত্রা = 0

মুখ্য সহগ $= -x^6 + x^4 + x^2 + 3$

ধ্রুব পদ = 0

উত্তর: $(-x^6 + x^4 + x^2 + 3)y^0$; মাত্রা 0;

মুখ্য সহগ $(-x^6 + x^4 + x^2 + 3)$; ধ্রুবপদ 0

(গ) (i) $5x^2y - 4x^4y^4 - 2$

$= -4x^4y^4 + 5x^2y - 2$

যাহা x চলকের একটি বহুপদীর আদর্শ রূপ

এখানে, বহুপদীর মাত্রা = 4

মুখ্য সহগ $= -4y^4$

এবং ধ্রুব পদ = −2

উত্তর: $-4x^4y^4 + 5x^2y - 2$, মাত্রা 4, মুখ্য সহগ $-4y^4$, ধ্রুবপদ −2

(ii) প্রদত্ত রাশি $= 5x^2y - 4x^4y^4 - 2$

x-কে ধ্রুবক বিবেচনা করে y কে চলক ধরলে প্রদত্ত রাশিটি হবে

$(-4x^4)y^4 + (5x^2)y - 2$

এটি y চলকের বহুপদীর আদর্শ রূপ

এখানে, y চলকের মাত্রা = 4

মুখ্য সহগ $= -4x^4$

ধ্রুব পদ = −2

উত্তর: $(-4x^4)y^4 + (5x^2)y - 2$; মাত্রা 4; মুখ্য সহগ $-4x^4$; ধ্রুবপদ −2

(ঘ) (i) $x + 2x^2 + 3x^3 + 6$

$= 3x^3 + 2x^2 + x + 6$

যাহা x চলকের একটি বহুপদীর আদর্শ রূপ

সুতরাং বহুপদীর মাত্রা = 3

মুখ্য সহগ = 3

এবং ধ্রুব পদ = 6

উত্তর : $3x^3 + 2x^2 + x + 6$, মাত্রা 3, মুখ্য সহগ 3, ধ্রুবপদ 6.

(ii) প্রদত্ত রাশি $= x + 2x^2 + 3x^3 + 6$

$= 3x^3 + 2x^2 + x + 6$

x-কে ধ্রুবক ধরে, y কে চলক ধরলে প্রদত্ত রাশিটি হবে

$(3x^3 + 2x^2 + x + 6)y^0$

এটি y চলকের বহুপদীর আদর্শ আকার

এখানে, y চলকের মাত্রা = 0

মুখ্য সহগ $= 3x^3 + 2x^2 + x + 6$

ধ্রুব পদ = 0

উত্তর: $(3x^3 + 2x^2 + x + 6)y^0$; মাত্রা 0; মুখ্য সহগ $(3x^3 + 2x^2 + x + 6)$; ধ্রুবপদ 0

(ঙ) (i) $3x^3y + 2xyz - x^4$

$= -x^4 + 3x^3y + 2xyz$

যা x চলকের একটি বহুপদীর আদর্শ রূপ

সুতরাং বহুপদীর মাত্রা = 4

মুখ্য সহগ = −1

এবং ধ্রুব পদ = 0

উত্তর: $-x^4 + 3x^3y + 2xyz$, মাত্রা = 4; মুখ্য সহগ = −1, ধ্রুবপদ = 0

(ii) প্রদত্ত রাশি $= 3x^3y + 2xyz - x^4$

$= (3x^3 + 2xz)y - x^4$

x-কে ধ্রুবক ধরে y কে চলক ধরলে প্রদত্ত বহুপদীর আদর্শ আকার হবে

$(3x^3 + 2xz)y - x^4$

এখানে, y চলকের মাত্রা = 1

মুখ্য সহগ $= 3x^3 + 2xz$

ধ্রুব পদ $= -x^4$

উত্তর: $(3x^3 + 2xz)y - x^4$; মাত্রা 1; মুখ্য সহগ $3x^3 + 2xz$; ধ্রুবপদ $-x^4$.

কাজ: ৪. যদি $P(x) = 2x^2 + 3$ হয়, তবে $P(5), P(6), P\left(\frac{1}{2}\right)$ এর মান নির্ণয় কর। ◀ **Text পৃষ্ঠা-৪৩ ও ৪৪**

সমাধান : দেওয়া আছে, $P(x) = 2x^2 + 3$

$\therefore\ P(5) = 2.5^2 + 3 = 53$

$P(6) = 2.6^2 + 3 = 75$

এবং $P\left(\frac{1}{2}\right) = 2.\left(\frac{1}{2}\right)^2 + 3$

$= 2.\frac{1}{4} + 3$

$= \frac{1}{2} + 3 = \frac{7}{2}$

উত্তর : $53, 75, \frac{7}{2}$

কাজ: ১. যদি $P(x) = 2x^4 - 6x^3 + 5x - 2$ হয়, তবে P(x) কে নিম্নলিখিত বহুপদী দ্বারা ভাগ করে ভাগশেষ নির্ণয় কর। ◀ **Text পৃষ্ঠা-৪৯ ও ৫০**

(i) x − 1 (ii) x − 2 (iii) x + 2 (iv) x + 3 (v) 2x − 1 (vi) 2x + 1

সমাধান: দেওয়া আছে, $p(x) = 2x^4 - 6x^3 + 5x - 2$

(i) P(x) কে x − 1 দ্বারা ভাগ করি,

$x - 1)2x^4 - 6x^3 + 5x - 2(2x^3 - 4x^2 - 4x + 1$

$2x^4 - 2x^3$

$-4x^3 + 5x$

$-4x^3 + 4x^2$

$-4x^2 + 5x - 2$

$-4x^2 + 4x$

$x - 2$

$x - 1$

-1

$\therefore$ নির্ণেয় ভাগশেষ = −1

(ii) P(x) কে x − 2 দ্বারা ভাগ করি,

$x - 2)2x^4 - 6x^3 + 5x - 2(2x^3 - 2x^2 - 4x - 3$

$2x^4 - 4x^3$

$-2x^3 + 5x$

$-2x^3 + 4x^2$

$-4x^2 + 5x$

$-4x^2 + 8x$

$-3x - 2$

$-3x + 6$

-8

$\therefore$ নির্ণেয় ভাগশেষ = −8

(iii) P(x) কে x + 2 দ্বারা ভাগ করি,

$x + 2)2x^4 - 6x^3 + 5x - 2(2x^3 - 10x^2 + 20x - 35$

$2x^4 + 4x^3$

$-10x^3 + 5x$

$-10x^3 - 20x^2$

$20x^2 + 5x$

$20x^2 + 40x$

$-35x - 2$

$-35x - 70$

68

$\therefore$ নির্ণেয় ভাগশেষ = 68

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

(iv) P(x) কে x + 3 দ্বারা ভাগ করি,

$x + 3)2x^4 - 6x^3 + 5x - 2(2x^3 - 12x^2 + 36x - 103$

$\underline{2x^4 + 6x^3}$

$-12x^3 + 5x$

$\underline{-12x^3 - 36x^2}$

$36x^2 + 5x$

$\underline{36x^2 + 108x}$

$-103x - 2$

$\underline{-103x - 309}$

307

∴ নির্ণেয় ভাগশেষ = 307

(v) P(x) কে 2x − 1 দ্বারা ভাগ করি,

$2x - 1)2x^4 - 6x^3 + 5x - 2\ (x^3 - \frac{5}{2}x^2 - \frac{5}{4}x + \frac{15}{8}$

$\underline{2x^4 - x^3}$

$-5x^3 + 5x$

$\underline{-5x^3 + \frac{5}{2}x^2}$

$-\frac{5}{2}x^2 + 5x$

$\underline{-\frac{5}{2}x^2 + \frac{5}{4}x}$

$\frac{15}{4}x - 2$

$\underline{\frac{15}{4}x - \frac{15}{8}}$

$-\frac{1}{8}$

∴ নির্ণেয় ভাগশেষ $= -\frac{1}{8}$

(vi) সৃজনশীল রচনামূলক অংশের শ্রেণির কাজের ওপর প্রশ্ন ও সমাধান এর প্রশ্ন ২(খ) নং দেখো। পৃষ্ঠা-৫৯

কাজ: ২. ভাগশেষ উপপাদ্যের সাহায্য ভাগশেষ নির্ণয় কর।

◀ **Text পৃষ্ঠা-৪৯ ও ৫০**

(i) ভাজ্য : $4x^3 - 7x + 10$, ভাজক : $x - 2$

(ii) ভাজ্য: $5x^3 - 11x^2 - 3x + 4$, ভাজক : $x + 1$

(iii) ভাজ্য: $2y^3 - y^2 - y - 4$, ভাজক : $y + 3$

(iv) ভাজ্য: $2x^3 + x^2 - 18x + 10$, ভাজক : $2x + 1$

সমাধান: (i) দেওয়া আছে,

ভাজ্য : $4x^3 - 7x + 10$,

ভাজক : $x - 2$

মনে করি, $p(x) = 4x^3 - 7x + 10$

ভাগশেষ উপপাদ্য অনুসারে ভাগশেষ হবে p(2)

∴ $p(2) = 4.2^3 - 7.2 + 10$

$= 32 - 14 + 10$

$= 28$

∴ নির্ণেয় ভাগশেষ = 28

(ii) দেওয়া আছে,

ভাজ্য : $5x^3 - 11x^2 - 3x + 4$

ভাজক : $x + 1 = x - (-1)$

মনে করি, $p(x) = 5x^3 - 11x^2 - 3x + 4$

সুতরাং, ভাগশেষ উপপাদ্য অনুসারে ভাগশেষ হবে p(−1)

∴ $p(-1) = 5.(-1)^3 - 11.(-1)^2 - 3.(-1) + 4$

$= -5 - 11 + 3 + 4$

$= -16 + 7$

$= -9$

নির্ণেয় ভাগশেষ = −9

(iii) দেওয়া আছে,

ভাজ্য : $2y^3 - y^2 - y - 4$

ভাজক : $y + 3 = y - (-3)$

মনে করি, $p(y) = 2y^3 - y^2 - y - 4$

সুতরাং ভাগশেষ উপপাদ্য অনুসারে ভাগশেষ হবে p(−3)

∴ $p(-3) = 2.(-3)^3 - (-3)^2 - (-3) - 4$

$= -54 - 9 + 3 - 4$

$= -67 + 3$

$= -64$

∴ নির্ণেয় ভাগশেষ = −64

(iv) দেওয়া আছে,

ভাজ্য : $2x^3 + x^2 - 18x + 10$

ভাজক : $2x + 1 = 2\left(x + \frac{1}{2}\right) = 2\left\{x - \left(-\frac{1}{2}\right)\right\}$

মনে করি, $p(x) = 2x^3 + x^2 - 18x + 10$

সুতরাং, ভাগশেষ উপপাদ্য অনুসারে ভাগশেষ হবে $p\left(-\frac{1}{2}\right)$

$p\left(-\frac{1}{2}\right) = 2.\left(-\frac{1}{2}\right)^3 + \left(-\frac{1}{2}\right)^2 - 18.\left(-\frac{1}{2}\right) + 10$

$= 2.-\frac{1}{8} + \frac{1}{4} + 18.\frac{1}{2} + 10$

$= -\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + 9 + 10$

$= 19$

∴ নির্ণেয় ভাগশেষ = 19

কাজ: ৩. দেখাও যে, $3x^3 - 4x^2 + 4x - 3$ এর একটি উৎপাদক (x − 1).

◀ **Text পৃষ্ঠা-৪৯ ও ৫০**

সমাধান: দেখাতে হবে যে, $3x^3 - 4x^2 + 4x - 3$ এর একটি উৎপাদক (x − 1)।

ধরি, $p(x) = 3x^3 - 4x^2 + 4x - 3$

এখন, $p(1) = 3.(1)^3 - 4(1)^2 + 4.1 - 3$

$= 3 - 4 + 4 - 3$

$= 7 - 7$

$= 0$

∴ উৎপাদক উপপাদ্য অনুসারে (x − 1), p(x) এর একটি উৎপাদক।

(দেখানো হলো)

কাজ: ৪. যদি $2x^3 + x^2 + ax - 9$, বহুপদীর একটি উৎপাদক x + 3 হলে a এর মান নির্ণয় কর। ◀ **Text পৃষ্ঠা-৪৯ ও ৫০**

সমাধান: ধরি, $p(x) = 2x^3 + x^2 + ax - 9$

(x + 3), p(x) এর একটি উৎপাদক হলে, p(−3) = 0

বা, $2.(-3)^3 + (-3)^2 + a.(-3) - 9 = 0$

বা, $-54 + 9 - 3a - 9 = 0$

বা, $-3a = 54$

বা, $a = \frac{54}{-3}$

∴ $a = -18$

∴ নির্ণেয় মান = −18

কাজ: ৫. দেখাও যে, $x^3 - 4x^2 + 4x - 3$ বহুপদীর একটি উৎপাদক x − 3.

◀ **Text পৃষ্ঠা-৪৯ ও ৫০**

সমাধান: দেখাতে হবে যে, $x^3 - 4x^2 + 4x - 3$ এর একটি উৎপাদক (x − 3)।

ধরি, $p(x) = x^3 - 4x^2 + 4x - 3$

এখানে, $p(3) = 3^3 - 4.3^2 + 4.3 - 3$

$= 27 - 4.9 + 4.3 - 3$

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

$= 27 - 36 + 12 - 3$
$= -39 + 39$
$= 0$

উৎপাদক উপপাদ্য অনুসারে $(x - 3)$, $p(x)$ এর একটি উৎপাদক।

(দেখানো হলো)

কাজ: ৬. যদি $P(x) = 2x^3 - 5x^2 + 7x - 8$ হয়, তবে $P(x)$ কে $x - 2$ দ্বারা ভাগ করলে যে ভাগশেষ থাকে একে ভাগশেষ উপপাদ্যের সাহায্যে নির্ণয় কর। ◀ **Text পৃষ্ঠা-৪৯ ও ৫০**

সমাধান: দেওয়া আছে, $P(x) = 2x^3 - 5x^2 + 7x - 8$

ভাগশেষ উপপাদ্য অনুসারে $P(x)$ কে $(x - 2)$ দ্বারা ভাগ করলে ভাগশেষ হবে $P(2)$

$\therefore P(2) = 2\cdot(2)^3 - 5(2)^2 + 7(2) - 8$
$= 16 - 20 + 14 - 8 = 2$

উত্তর: 2

কাজ: ৭. দেখাও যে, $4x^3 - 5x^2 + 5x - 2$ বহুপদীর $x + 1$ এবং $x - 1$ সাধারণ উৎপাদক। ◀ **Text পৃষ্ঠা-৪৯ ও ৫০**

সমাধান: প্রশ্নটি অসম্পূর্ণ।

কাজ: ৮. উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর: ◀ **Text পৃষ্ঠা-৪৯ ও ৫০**

(i) $x^3 + 2x^2 - 5x - 6$;

সমাধান: সৃজনশীল রচনামূলক অংশের শ্রেণির কাজের ওপর প্রশ্ন ও সমাধান এর প্রশ্ন ৪(গ) নং দেখো। পৃষ্ঠা-৬০

(ii) $x^3 + 4x^2 + x - 6$

সমাধান: ধরি, $f(x) = x^3 + 4x^2 + x - 6$

$\therefore f(1) = (1)^3 + 4(1)^2 + 1 - 6 = 1 + 4 + 1 - 6 = 0$

$\therefore (x - 1)$, $f(x)$ এর একটি উৎপাদক।

এখন, $x^3 + 4x^2 + x - 6$
$= x^3 - x^2 + 5x^2 - 5x + 6x - 6$
$= x^2(x - 1) + 5x(x - 1) + 6(x - 1)$
$= (x - 1)(x^2 + 5x + 6)$
$= (x - 1)(x^2 + 3x + 2x + 6)$
$= (x - 1)\{x(x + 3) + 2(x + 3)\}$
$= (x - 1)(x + 2)(x + 3)$

উত্তর: $(x - 1)(x + 2)(x + 3)$

(iii) $a^3 - a^2 - 10a - 8$

সমাধান: মনে করি, $f(a) = a^3 - a^2 - 10a - 8$

$\therefore f(-1) = (-1)^3 - (-1)^2 - 10(-1) - 8$
$= -1 - 1 + 10 - 8 = 0$

$\therefore \{a - (-1)\}$

অর্থাৎ $(a + 1)$, $f(a)$ এর একটি উৎপাদক।

এখন, $a^3 - a^2 - 10a - 8$
$= a^3 + a^2 - 2a^2 - 2a - 8a - 8$
$= a^2(a + 1) - 2a(a + 1) - 8(a + 1)$
$= (a + 1)(a^2 - 2a - 8)$
$= (a + 1)(a^2 - 4a - 2a - 8)$
$= (a + 1)\{a(a - 4) + 2(a - 4)\}$
$= (a + 1)(a - 4)(a + 2)$ **(Ans.)**

(iv) $x^4 + 3x^3 + 5x^2 + 8x + 5$

সমাধান: ধরি, $f(x) = x^4 + 3x^3 + 5x^2 + 8x + 5$

$\therefore f(-1) = (-1)^4 + 3(-1)^3 + 5(-1)^2 + 8(-1) + 5$
$= 1 - 3 + 5 - 8 + 5$
$= 0$

$\therefore \{x - (-1)\}$ অর্থাৎ $(x + 1)$, $f(x)$ এর একটি উৎপাদক।

এখন, $x^4 + 3x^3 + 5x^2 + 8x + 5$
$= x^4 + x^3 + 2x^3 + 2x^2 + 3x^2 + 3x + 5x + 5$
$= x^3(x + 1) + 2x^2(x + 1) + 3x(x + 1) + 5(x + 1)$
$= (x + 1)(x^3 + 2x^2 + 3x + 5)$

উত্তর: $(x + 1)(x^3 + 2x^2 + 3x + 5)$

কাজ: ১. উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর: ◀ **Text পৃষ্ঠা-৫৪ ও ৫৫**

(ক) $a(b^2 - c^2) + b(c^2 - a^2) + c(a^2 - b^2)$

(খ) $a^2(b - c) + b^2(c - a) + c^2(a - b)$

(গ) $a(b - c)^3 + b(c - a)^3 + c(a - b)^3$

(ঘ) $bc(b^2 - c^2) + ca(c^2 - a^2) + ab(a^2 - b^2)$

(ঙ) $a^4(b - c) + b^4(c - a) + c^4(a - b)$

(চ) $a^2(b - c)^3 + b^2(c - a)^3 + c^2(a - b)^3$

(ছ) $x^4(y^2 - z^2) + y^4(z^2 - x^2) + z^4(x^2 - y^2)$

(জ) $a^3(b - c) + b^3(c - a) + c^3(a - b)$

সমাধান:

(ক) $a(b^2 - c^2) + b(c^2 - a^2) + c(a^2 - b^2)$
$= ab^2 - c^2a + bc^2 - a^2b + c(a + b)(a - b)$
$= -a^2b + ab^2 - c^2a + bc^2 + (ca + bc)(a - b)$
$= -ab(a - b) - c^2(a - b) + (ca + bc)(a - b)$
$= (a - b)(-ab - c^2 + ca + bc)$
$= (a - b)\{-a(b - c) + c(b - c)\}$
$= (a - b)(b - c)(c - a)$

উত্তর: $(a - b)(b - c)(c - a)$

(খ) $a^2(b - c) + b^2(c - a) + c^2(a - b)$
$= a^2b - ca^2 + b^2c - ab^2 + c^2(a - b)$
$= a^2b - ab^2 - ca^2 + b^2c + c^2(a - b)$
$= ab(a - b) - c(a^2 - b^2) + c^2(a - b)$
$= (a - b)\{ab - c(a + b) + c^2\}$
$= (a - b)(ab - ca - bc + c^2)$
$= (a - b)\{a(b - c) - c(b - c)\}$
$= (a - b)(b - c)(a - c)$
$= -(a - b)(b - c)(c - a)$

উত্তর: $-(a - b)(b - c)(c - a)$

(গ) $a(b - c)^3 + b(c - a)^3 + c(a - b)^3$
$= a(b - c)^3 + b(c - a)^3 + c(a - b)^3$
$= a(b^3 - 3b^2c + 3bc^2 - c^3) + b(c^3 - 3c^2a + 3ca^2 - a^3) + c(a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3)$
$= ab^3 - 3ab^2c + 3abc^2 - c^3a + bc^3 - 3abc^2 + 3a^2bc - a^3b + ca^3 - 3a^2bc + 3ab^2c - b^3c$
$= ab^3 - c^3a + bc^3 - a^3b + ca^3 - b^3c$
$= -a^3b + ab^3 - c^3a + bc^3 + ca^3 - b^3c$
$= -ab(a^2 - b^2) - c^3(a - b) + c(a^3 - b^3)$
$= -ab(a - b)(a + b) - c^3(a - b) + c(a - b)(a^2 + ab + b^2)$
$= (a - b)\{-ab(a + b) - c^3 + c(a^2 + ab + b^2)\}$
$= (a - b)(-a^2b - ab^2 - c^3 + ca^2 + abc + b^2c)$
$= (a - b)(-a^2b + ca^2 - ab^2 + abc + b^2c - c^3)$
$= (a - b)\{-a^2(b - c) - ab(b - c) + c(b^2 - c^2)\}$
$= (a - b)\{-a^2(b - c) - ab(b - c) + c(b + c)(b - c)\}$
$= (a - b)(b - c)(-a^2 - ab + bc + c^2)$
$= (a - b)(b - c)(bc - ab + c^2 - a^2)$
$= (a - b)(b - c)\{b(c - a) + (c - a)(c + a)\}$
$= (a - b)(b - c)(c - a)(a + b + c)$

উত্তর: $(a - b)(b - c)(c - a)(a + b + c)$

(ঘ) $bc(b^2 - c^2) + ca(c^2 - a^2) + ab(a^2 - b^2)$
$= b^3c - bc^3 + c^3a - ca^3 + ab(a^2 - b^2)$
$= c^3a - bc^3 - ca^3 + b^3c + ab(a^2 - b^2)$
$= c^3(a - b) - c(a^3 - b^3) + ab(a^2 - b^2)$
$= (a - b)\{c^3 - c(a^2 + ab + b^2) + ab(a + b)\}$
$= (a - b)(c^3 - ca^2 - abc - b^2c + a^2b + ab^2)$
$= (a - b)(a^2b - ca^2 + ab^2 - abc - b^2c + c^3)$
$= (a - b)\{a^2(b - c) + ab(b - c) - c(b^2 - c^2)\}$
$= (a - b)(b - c)\{a^2 + ab - c(b + c)\}$
$= (a - b)(b - c)(a^2 + ab - bc - c^2)$

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

$= (a-b)(b-c)(a^2-c^2+ab-bc)$
$= (a-b)(b-c)\{(a+c)(a-c)+b(a-c)\}$
$= (a-b)(b-c)(a-c)(a+b+c)$
$= -(a-b)(b-c)(c-a)(a+b+c)$

উত্তর: $-(a-b)(b-c)(c-a)(a+b+c)$

(ঙ) $a^4(b-c)+b^4(c-a)+c^4(a-b)$
$= a^4b-ca^4+b^4c-ab^4+c^4(a-b)$
$= a^4b-ab^4-ca^4+b^4c+c^4(a-b)$
$= ab(a^3-b^3)-c(a^4-b^4)+c^4(a-b)$
$= ab(a-b)(a^2+ab+b^2)-c(a+b)(a-b)(a^2+b^2)+c^4(a-b)$
$= (a-b)\{ab(a^2+ab+b^2)-c(a+b)(a^2+b^2)+c^4\}$
$= (a-b)(a^3b+a^2b^2+ab^3-ca^3-ab^2c-a^2bc-b^3c+c^4)$
$= (a-b)(a^3b-ca^3+ab^3-ab^2c+a^2b^2-a^2bc-b^3c+c^4)$
$= (a-b)\{a^3(b-c)+ab^2(b-c)+a^2b(b-c)-c(b^3-c^3)\}$
$= (a-b)(b-c)(a^3+ab^2+a^2b-b^2c-c^3-bc^2)$
$= (a-b)(b-c)(a^3-c^3+ab^2-b^2c+a^2b-bc^2)$
$= (a-b)(b-c)\{(a-c)(a^2+ac+c^2)+b^2(a-c)+b(a^2-c^2)\}$
$= (a-b)(b-c)(a-c)\{a^2+ac+c^2+b^2+b(a+c)\}$
$= -(a-b)(b-c)(c-a)(a^2+b^2+c^2+ab+bc+ca)$

উত্তর: $-(a-b)(b-c)(c-a)(a^2+b^2+c^2+ab+bc+ca)$

(চ) $a^2(b-c)^3+b^2(c-a)^3+c^2(a-b)^3$
$= a^2(b^3-3b^2c+3bc^2-c^3)+b^2(c^3-3c^2a+3ca^2-a^3)+c^2(a^3-3a^2b+3ab^2-b^3)$
$= a^2b^3-3a^2b^2c+3a^2bc^2-c^3a^2+b^2c^3-3b^2c^2a+3a^2b^2c-a^3b^2+c^2a^3-3a^2bc^2+3ab^2c^2-b^3c^2$
$= a^2b^3-c^3a^2+b^2c^3-a^3b^2+c^2a^3-b^3c^2$
$= a^2b^3-c^3a^2-a^3b^2+c^2a^3-b^3c^2+b^2c^3$
$= a^2(b^3-c^3)-a^3(b^2-c^2)-b^2c^2(b-c)$
$= a^2(b-c)(b^2+bc+c^2)-a^3(b-c)(b+c)-b^2c^2(b-c)$
$= (b-c)(a^2b^2+a^2bc+c^2a^2-a^3b-ca^3-b^2c^2)$
$= (b-c)(a^2bc-a^3b-b^2c^2+a^2b^2+c^2a^2-ca^3)$
$= (b-c)\{a^2b(c-a)-b^2(c^2-a^2)+ca^2(c-a)\}$
$= (b-c)(c-a)(a^2b-b^2c-ab^2+ca^2)$
$= (b-c)(c-a)(a^2b-ab^2+ca^2-b^2c)$
$= (b-c)(c-a)\{ab(a-b)+c(a-b)(a+b)\}$
$= (b-c)(c-a)(a-b)(ab+ca+bc)$
$= (a-b)(b-c)(c-a)(ab+bc+ca)$

উত্তর: $(a-b)(b-c)(c-a)(ab+bc+ca)$

(ছ) $x^4(y^2-z^2)+y^4(z^2-x^2)+z^4(x^2-y^2)$
$= x^4y^2-z^2x^4+y^4z^2-x^2y^4+z^4(x^2-y^2)$
$= x^4y^2-x^2y^4-z^2x^4+y^4z^2+z^4(x^2-y^2)$
$= x^2y^2(x^2-y^2)-z^2(x^4-y^4)+z^4(x^2-y^2)$
$= (x^2-y^2)\{x^2y^2-z^2(x^2+y^2)+z^4\}$
$= (x^2-y^2)(x^2y^2-z^2x^2-y^2z^2+z^4)$
$= (x^2-y^2)\{x^2(y^2-z^2)-z^2(y^2-z^2)\}$
$= (x^2-y^2)(y^2-z^2)(x^2-z^2)$
$= -(x^2-y^2)(y^2-z^2)(z^2-x^2)$
$= -(x+y)(x-y)(y+z)(y-z)(z+x)(z-x)$
$= -(x-y)(y-z)(z-x)(x+y)(y+z)(z+x)$

উত্তর: $-(x-y)(y-z)(z-x)(x+y)(y+z)(z+x)$

(জ) সৃজনশীল রচনামূলক অংশের শ্রেণির কাজের ওপর প্রশ্ন ও সমাধান এর প্রশ্ন ৬(খ) নং দেখো। পৃষ্ঠা-৬০

কাজ: ২. যদি $\frac{x^2-yz}{a}=\frac{y^2-zx}{b}=\frac{z^2-xy}{c}\neq 0$ হয়, তবে দেখাও যে, $(a+b+c)(x+y+z)=ax+by+cz.$ ◄ **Text পৃষ্ঠা-৫৪ ও ৫৫**

সমাধান: ধরি, $\frac{x^2-yz}{a}=\frac{y^2-zx}{b}=\frac{z^2-xy}{c}=\frac{1}{k}$

$\therefore a=k(x^2-yz)$ ……… (i)
$b=k(y^2-zx)$ ……… (ii)
$c=k(z^2-xy)$ ……… (iii)

বামপক্ষ $=(a+b+c)(x+y+z)$
$=\{k(x^2-yz)+k(y^2-zx)+k(z^2-xy)\}(x+y+z)$
$=k(x+y+z)(x^2+y^2+z^2-xy-yz-zx)$
$=k(x^3+y^3+z^3-3xyz)$

ডানপক্ষ $=ax+by+cz$
$=k(x^2-yz)x+k(y^2-zx)y+k(z^2-xy)z$
$=k(x^3-xyz+y^3-xyz+z^3-xyz)$
$=k(x^3+y^3+z^3-3xyz)$

$\therefore$ বামপক্ষ = ডানপক্ষ

অর্থাৎ $(a+b+c)(x+y+z)=ax+by+cz$ **(দেখানো হলো)**

কাজ: ৩. যদি $(a+b+c)(ab+bc+ca)=abc$ হয়, তবে দেখাও যে, $(a+b+c)^3=a^3+b^3+c^3$ ◄ **Text পৃষ্ঠা-৫৪ ও ৫৫**

সমাধান: বামপক্ষ $=(a+b+c)^3$
$=(a+b+c)^3-3abc+3abc$
$=(a+b+c)^3-3(a+b+c)(ab+bc+ca)+3abc$ $[\because abc=(a+b+c)(ab+bc+ca)]$
$=(a+b+c)\{(a+b+c)^2-3(ab+bc+ca)\}+3abc$
$=(a+b+c)(a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ca-3ab-3bc-3ca)+3abc$
$=(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)+3abc$
$=a^3+b^3+c^3-3abc+3abc$ $[\because (a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)=a^3+b^3+c^3-3abc]$
$=a^3+b^3+c^3$
= ডানপক্ষ

$\therefore (a+b+c)^3=a^3+b^3+c^3$ **(দেখানো হলো)**

কাজ: সরল কর: ◄ **Text পৃষ্ঠা-৫৭**

১. $\frac{b+c}{(a-b)(a-c)}+\frac{c+a}{(b-c)(b-a)}+\frac{a+b}{(c-a)(c-b)}$

সমাধান: প্রদত্ত রাশি

$=\frac{b+c}{(a-b)(a-c)}+\frac{c+a}{(b-c)(b-a)}+\frac{a+b}{(c-a)(c-b)}$

$=\frac{b+c}{-(a-b)(c-a)}+\frac{c+a}{-(b-c)(a-b)}+\frac{a+b}{-(c-a)(b-c)}$

$=\frac{(b+c)(b-c)+(c+a)(c-a)+(a+b)(a-b)}{-(a-b)(b-c)(c-a)}$

$=\frac{b^2-c^2+c^2-a^2+a^2-b^2}{-(a-b)(b-c)(c-a)}$

$=\frac{0}{-(a-b)(b-c)(c-a)}$

$=0$

উত্তর: 0

২. $\frac{a^3-1}{(a-b)(a-c)}+\frac{b^3-1}{(b-c)(b-a)}+\frac{c^3-1}{(c-a)(c-b)}$

সমাধান: প্রদত্ত রাশি =

$\frac{a^3-1}{(a-b)(a-c)}+\frac{b^3-1}{(b-c)(b-a)}+\frac{c^3-1}{(c-a)(c-b)}$

$=\frac{a^3-1}{-(a-b)(c-a)}+\frac{b^3-1}{-(b-c)(a-b)}+\frac{c^3-1}{-(c-a)(b-c)}$

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

$$= \frac{(a^3-1)(b-c)+(b^3-1)(c-a)+(c^3-1)(a-b)}{-(a-b)(b-c)(c-a)}$$

$$= \frac{\{a^3(b-c)+b^3(c-a)+c^3(a-b)\}-(b-c+c-a+a-b)}{-(a-b)(b-c)(c-a)}$$

$$= \frac{-(a-b)(b-c)(c-a)(a+b+c)-0}{-(a-b)(b-c)(c-a)}$$

$= a+b+c$

উত্তর: $a+b+c$

৩. $\frac{bc(a+d)}{(a-b)(a-c)}+\frac{ca(b+d)}{(b-c)(b-a)}+\frac{ab(c+d)}{(c-a)(c-b)}$

সমাধান: প্রদত্ত রাশি

$$= \frac{bc(a+d)}{(a-b)(a-c)}+\frac{ca(b+d)}{(b-c)(b-a)}+\frac{ab(c+d)}{(c-a)(c-b)}$$

$$= \frac{bc(a+d)}{-(a-b)(c-a)}+\frac{ca(b+d)}{-(b-c)(a-b)}+\frac{ab(c+d)}{-(c-a)(b-c)}$$

$$= \frac{bc(a+d)(b-c)+ca(b+d)(c-a)+ab(c+d)(a-b)}{-(a-b)(b-c)(c-a)}$$

$$= \frac{abc(b-c)+abc(c-a)+abc(a-b)+d\{bc(b-c)+ca(c-a)+ab(a-b)\}}{-(a-b)(b-c)(c-a)}$$

কিন্তু এর লব, $abc(b-c)+abc(c-a)+abc(a-b) = 0$

['খ' থেকে পাই]

এবং $bc(b-c)+ca(c-a)+ab(a-b) = -(a-b)(b-c)(c-a)$

$\therefore$ প্রদত্ত রাশি $= \frac{0+d\{-(a-b)(b-c)(c-a)\}}{-(a-b)(b-c)(c-a)}$

$= \frac{-d(a-b)(b-c)(c-a)}{-(a-b)(b-c)(c-a)}$

$= d$

উত্তর: d

৪. $\frac{a^3+a^2+1}{(a-b)(a-c)}+\frac{b^3+b^2+1}{(b-c)(b-a)}+\frac{c^3+c^2+1}{(c-a)(c-b)}$

সমাধান: সৃজনশীল রচনামূলক অংশের শ্রেণির কাজের ওপর প্রশ্ন ও সমাধান এর প্রশ্ন ৬(গ) নং দেখো। পৃষ্ঠা-৬০

৫. $\frac{a^2+bc}{(a-b)(a-c)}+\frac{b^2+ca}{(b-c)(b-a)}+\frac{c^2+ab}{(c-a)(c-b)}$

সমাধান:

প্রদত্ত রাশি $= \frac{a^2+bc}{(a-b)(a-c)}+\frac{b^2+ca}{(b-c)(b-a)}+\frac{c^2+ab}{(c-a)(c-b)}$

$$= \frac{a^2+bc}{-(a-b)(c-a)}+\frac{b^2+ca}{-(b-c)(a-b)}+\frac{c^2+ab}{-(c-a)(b-c)}$$

$$= \frac{(a^2+bc)(b-c)+(b^2+ca)(c-a)+(c^2+ab)(a-b)}{-(a-b)(b-c)(c-a)}$$

$$= \frac{\{a^2(b-c)+b^2(c-a)+c^2(a-b)\}+\{bc(b-c)+ca(c-a)+ab(a-b)\}}{-(a-b)(b-c)(c-a)}$$

কিন্তু লব, $a^2(b-c)+b^2(c-a)+c^2(a-b) = -(a-b)(b-c)(c-a)$

['খ' থেকে পাই]

এবং $bc(b-c)+ca(c-a)+ab(a-b) = -(a-b)(b-c)(c-a)$

$\therefore$ প্রদত্ত রাশি $= \frac{-(a-b)(b-c)(c-a)-(a-b)(b-c)(c-a)}{-(a-b)(b-c)(c-a)}$

$= \frac{-2(a-b)(b-c)(c-a)}{-(a-b)(b-c)(c-a)}$

$= 2$

উত্তর: 2

কাজ: আংশিক ভগ্নাংশে প্রকাশ কর ◄ Text পৃষ্ঠা-৬১

১. $\frac{x^2+x-1}{x^3+x^2-6x}$

সমাধান সৃজনশীল রচনামূলক অংশের শ্রেণির কাজের ওপর প্রশ্ন ও সমাধান এর প্রশ্ন ৭(খ) নং দেখো। পৃষ্ঠা-৬১

২. $\frac{x^2}{x^4+x^2-2}$

সমাধান: $\frac{x^2}{x^4+x^2-2} = \frac{x^2}{x^4+2x^2-x^2-2}$

$= \frac{x^2}{x^2(x^2+2)-1(x^2+2)}$

$= \frac{x^2}{(x^2-1)(x^2+2)}$

$= \frac{x^2}{(x+1)(x-1)(x^2+2)}$

ধরি, $\frac{x^2}{(x+1)(x-1)(x^2+2)} \equiv \frac{A}{x+1}+\frac{B}{x-1}+\frac{Cx+D}{x^2+2}$ ......(1)

(1) এর উভয় পক্ষকে $(x+1)(x-1)(x^2+2)$ দ্বারা গুণ করে পাই,

$x^2 \equiv A(x-1)(x^2+2)+B(x+1)(x^2+2)$
$+(Cx+D)(x+1)(x-1)$.....(2)

(2) এ $x = 1$ বসাইয়া পাই,

$1 = B(1+1)(1+2)$

বা, $6B = 1$ $\therefore B = \frac{1}{6}$

(2) এ $x = -1$ বসাইয়া পাই,

$1 = A(-1-1)(1+2)$

বা, $-6A = 1$

$\therefore A = -\frac{1}{6}$

(2)-এর x^3, x^2 এর সহগ সমীকৃত করিয়া পাই,

$A+B+C = 0$

$-A+B+D = 1$

$A+B+C = 0$ তে $A = \frac{1}{6}, B = -\frac{1}{6}$ বসিয়ে পাই ;

$C = 0.$

$-A+B+D = 1$ তে $A = -\frac{1}{6}$, $B = \frac{1}{6}$ বসিয়ে পাই ;

$\frac{1}{6}+\frac{1}{6}+D = 1.$

বা, $D = 1-\frac{1}{6}-\frac{1}{6}$

বা, $D = \frac{6-1-1}{6}$

বা, $D = \frac{4}{6}$

$\therefore D = \frac{2}{3}$

এখন, A, B, C ও D এর মান (1)-এ বসিয়ে পাই,

$$\frac{x^2}{(x+1)(x-1)(x^2+2)} = \frac{\frac{-1}{6}}{x+1}+\frac{\frac{1}{6}}{x-1}+\frac{C.0+\frac{2}{3}}{x^2+2}$$

$$= -\frac{1}{6(x+1)}+\frac{1}{6(x-1)}+\frac{2}{3(x^2+2)}$$

যা নির্ণেয় আংশিক ভগ্নাংশ।

উত্তর : $-\frac{1}{6(x+1)}+\frac{1}{6(x-1)}+\frac{2}{3(x^2+2)}$

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

৩. $\frac{x^3}{x^4+3x^2+2}$

সমাধান: $\frac{x^3}{x^4+3x^2+2} = \frac{x^3}{x^4+x^2+2x^2+2}$

$= \frac{x^3}{x^2(x^2+1)+2(x^2+1)}$

$= \frac{x^3}{(x^2+1)(x^2+2)}$.

ধরি, $\frac{x^3}{(x^2+1)(x^2+2)} \equiv \frac{Ax+B}{x^2+1} + \frac{Cx+D}{x^2+2}$ ....(1)

(1)-এর উভয় পক্ষকে $(x^2+1)(x^2+2)$ দ্বারা গুণ করে পাই,

$x^3 = (Ax+B)(x^2+2) + (Cx+D)(x^2+1)$ ....(2)

x^3, x^2, x. ও ধ্রুব পদ সমীকৃত করিয়া পাই,

$A + C = 1$

$B + D = 0$

$2A + C = 0$

$2B + D = 0$

এখন, $2B + D = 0$

$\underline{B + D = 0}$

(–) করে $\therefore B = 0$

আবার, $2A + C = 0$

$\underline{A + C = 1}$

(–) করে, $A = -1$

$\therefore D = 0 \quad \therefore C = 2$

A, B, C ও D এর মান (1) এ বসাইয়া পাই,

$\frac{x^3}{(x^2+1)(x^2+2)} = \frac{-x}{x^2+1} + \frac{2x}{x^2+2}$

যা নির্ণেয় আংশিক ভগ্নাংশ।

উত্তর : $\frac{-x}{x^2+1} + \frac{2x}{x^2+2}$

৪. $\frac{x^2}{(x-1)^3(x-2)}$

সমাধান: সৃজনশীল রচনামূলক অংশের শ্রেণির কাজের ওপর প্রশ্ন ও সমাধান এর প্রশ্ন ৮(গ) নং দেখো। পৃষ্ঠা-৬২

৫. $\frac{1}{1-x^3}$

সমাধান: প্রদত্ত রাশি, $\frac{1}{1-x^3} = \frac{1}{(1-x)(1+x+x^2)}$

ধরি, $\frac{1}{(1-x)(1+x+x^2)} \equiv \frac{A}{1-x} + \frac{Bx+C}{1+x+x^2}$ ....(i)

(i) এর উভয় পক্ষকে $(1-x)(1+x+x^2)$ দ্বারা গুণ করে পাই,

$1 \equiv A(1+x+x^2) + (Bx+C)(1-x)$ ....(ii)

(ii) এ $x = 1$ বসাইয়া পাই,

$1 = A(1+1+1)$

বা, $3A = 1$

$\therefore A = \frac{1}{3}$

x^2, x এর সহগ সমীকৃত করিয়া পাই,

$A - B = 0$

$A + B - C = 0$

$A - B = 0$ তে $A = \frac{1}{3}$ বসাই, $B = \frac{1}{3}$

$A + B - C = 0$ তে, $A = \frac{1}{3}, B = \frac{1}{3}$ বসাই,

$\frac{1}{3} + \frac{1}{3} - C = 0$

বা, $\frac{2}{3} = C$

$\therefore C = \frac{2}{3}$.

A, B ও C এর মান (i) এ বসাইয়া পাই,

$\frac{1}{(1-x)(1+x+x^2)} = \frac{\frac{1}{3}}{1-x} + \frac{\frac{1}{3}x+\frac{2}{3}}{1+x+x^2}$

$= \frac{1}{3(1-x)} + \frac{\frac{x+2}{3}}{1+x+x^2}$

$= \frac{1}{3(1-x)} + \frac{x+2}{3(1+x+x^2)}$

যা নির্ণেয় আংশিক ভগ্নাংশ

উত্তর : $\frac{1}{3(1-x)} + \frac{x+2}{3(1+x+x^2)}$

৬. $\frac{2x}{(x+1)(x^2+1)^2}$

সমাধান: ধরি, $\frac{2x}{(x+1)(x^2+1)^2} \equiv \frac{A}{x+1} + \frac{Bx+C}{x^2+1} + \frac{Dx+E}{(x^2+1)^2}$ .....(1)

(1) এর উভয় পক্ষকে $(x+1)(x^2+1)^2$ দ্বারা গুণ করে পাই,

$2x \equiv A(x^2+1)^2 + (Bx+C)(x+1)(x^2+1) + (Dx+E)(x+1)$ ......(2)

(2) এ $x = -1$ সবাই,

$2.(-1) = A(1+1)^2$

বা, $-2 = A.4$

বা, $A = -\frac{2}{4}$

$\therefore A = -\frac{1}{2}$

x^4, x^3, x^2 ও x এর সহগ সমীকৃত করিয়া পাই,

$A + B = 0$

বা, $-\frac{1}{2} + B = 0 \; [\because A = -\frac{1}{2}]$

$\therefore B = \frac{1}{2}$

$B + C = 0$

বা, $\frac{1}{2} + C = 0 \; \therefore C = -\frac{1}{2}$

$2A + B + C + D = 0$

বা, $2.\left(-\frac{1}{2}\right) + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} + D = 0$

বা, $-1 + D = 0$

$\therefore D = 1$.

$B + C + D + E = 2$

বা, $\frac{1}{2} - \frac{1}{2} + 1 + E = 2$

বা, $E = 2 - 1$

$\therefore E = 1$.

এখন, A, B, C, D ও E এর মান (1) এ বসিয়ে পাই;

$\frac{2x}{(x+1)(x^2+1)^2} = \frac{-\frac{1}{2}}{x+1} + \frac{\frac{1}{2}x-\frac{1}{2}}{x^2+1} + \frac{x+1}{(x^2+1)^2}$

$= -\frac{1}{2(x+1)} + \frac{x-1}{2(x^2+1)} + \frac{x+1}{(x^2+1)^2}$

যা নির্ণেয় আংশিক ভগ্নাংশ।

উত্তর: $-\frac{1}{2(x+1)} + \frac{x-1}{2(x^2+1)} + \frac{x+1}{(x^2+1)^2}$

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

অনুশীলনী-৪ ▶ জ্যামিতিক অঙ্কন

কাজ: ১. একটি ত্রিভুজের পরিসীমা এবং ভূমি সংলগ্ন কোণদ্বয় দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি অঙ্কন কর। ◀Text পৃষ্ঠা-৮৬

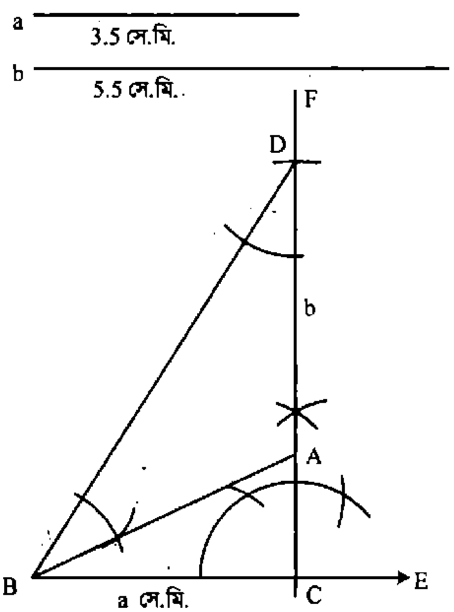
সমাধান : সৃজনশীল রচনামূলক অংশের শ্রেণির কাজের ওপর প্রশ্ন ও সমাধান এর প্রশ্ন ১(ক) ও (খ) নং দেখো। পৃষ্ঠা-১১৫

কাজ: ২. ত্রিভুজের ভূমি BC = 4.6 সে.মি., $\angle B = 45°$ এবং AB + CA = 8.2 সে.মি. দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে। ◀Text পৃষ্ঠা-৮৬

সমাধান : সৃজনশীল রচনামূলক অংশের শ্রেণির কাজের ওপর প্রশ্ন ও সমাধান এর প্রশ্ন ২(ক) ও (খ) নং দেখো। পৃষ্ঠা-১১৬

কাজ: ৩. সমকোণী ত্রিভুজের এক বাহুর দৈর্ঘ্য 3.5 সে.মি., অপর বাহু এবং অতিভুজের দৈর্ঘ্য 5.5 সে.মি. দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে। ◀Text পৃষ্ঠা-৮৬

সমাধান :



বিশেষ নির্বচন: একটি সমকোণী ত্রিভুজের এক বাহুর দৈর্ঘ্য a = 3.5 সে.মি., অপর বাহু ও অতিভুজের দৈর্ঘ্য b = 5.5 সে.মি. দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।

অঙ্কনের বিবরণ :

ধাপ-১: যে কোনো রশ্মি BE থেকে BC = a = 3.5 সে.মি. কেটে নিই।

ধাপ-২: BC-এর C বিন্দুতে CF লম্ব আঁকি।

ধাপ-৩: CF থেকে CD = b = 5.5 সে.মি. কেটে নিই।

ধাপ-৪: B,D যোগ করি।

ধাপ-৫: BD রশ্মির B বিন্দুতে $\angle BDC$-এর সমান করে $\angle DBA$ আঁকি।

ধাপ-৬: BA, CD কে A বিন্দুতে ছেদ করে। তাহলে Δ ABC-ই উদ্দিষ্ট সমকোণী ত্রিভুজ।

কাজ: ৪. ΔABC-এর BC= 4.5 সে.মি., $\angle B = 45°$, AB – AC = 2.5 সে.মি. দেওয়া আছে। ΔABC- অঙ্কন করতে হবে। ◀Text পৃষ্ঠা-৮৬

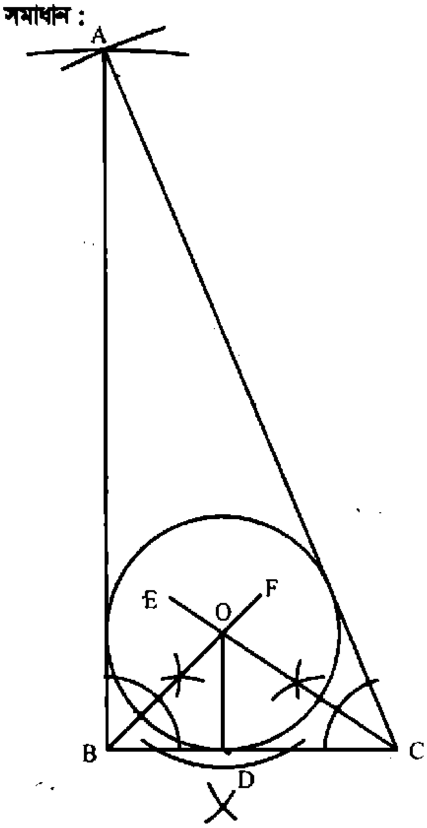
সমাধান: সৃজনশীল রচনামূলক অংশের শ্রেণির কাজের ওপর প্রশ্ন ও সমাধান এর প্রশ্ন ২(গ) নং দেখো। পৃষ্ঠা-১১৬

কাজ: ৫. ΔABC-এর পরিসীমা 12 সে.মি., $\angle B = 60°$ এবং $\angle C = 45°$ দেওয়া আছে। ΔABC আঁকতে হবে। ◀Text পৃষ্ঠা-৮৬

সমাধান : সৃজনশীল রচনামূলক অংশের শ্রেণির কাজের ওপর প্রশ্ন ও সমাধান এর প্রশ্ন ১(গ) নং দেখো। পৃষ্ঠা-১১৬

কাজ: ১. 5 সে.মি., 12 সে.মি. ও 13 সে.মি. বাহুবিশিষ্ট একটি ত্রিভুজের অন্তঃবৃত্ত অঙ্কন করে এর ব্যাসার্ধ নির্ণয় কর। ◀Text পৃষ্ঠা-৯০

সমাধান :



বিশেষ নির্বচন: দেওয়া আছে, ΔABC এর BC বাহু = 5 সে.মি, AB-বাহু = 12 সে.মি. এবং AC বাহু = 13 সে.মি.। ΔABC-এর অন্তর্বৃত্ত এঁকে এর ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য নির্ণয় করতে হবে।

অঙ্কনের বিবরণ :

ধাপ-১: ΔABC-এর $\angle B$ এর সমদ্বিখণ্ডক BF এবং $\angle C$-এর সমদ্বিখণ্ডক CE আঁকি।

ধাপ-২: BF ও CE, O বিন্দুতে ছেদ করে।

ধাপ-৩: O থেকে BC এর উপর OD লম্ব আঁকি।

ধাপ-৪: এখন, O কে কেন্দ্র করে OD ব্যাসার্ধ নিয়ে অঙ্কিত বৃত্তই ΔABC এর অন্তর্বৃত্ত। OD এর ব্যাসার্ধ। OD = 2 সে.মি.।

ব্যাসার্ধ নির্ণয়: হেরন (Heron) এর সূত্র হতে আমরা জানি, কোনো ত্রিভুজের তিনবাহুর দৈর্ঘ্য a, b ও c একক হলে

উক্ত ত্রিভুজের অন্তর্বৃত্তের ব্যাসার্ধ

$$r = \sqrt{\frac{(s-a)(s-b)(s-c)}{s}}$$

যেখানে, s = অর্ধপরিসীমা $= \frac{1}{2}(a+b+c)$

এখন ত্রিভুজ ABC-এর a = BC = 5 সে.মি., b = AC = 13 সে.মি. ও c = AB = 12 সে.মি.

$\therefore$ অর্ধপরিসীমা $S = \frac{5+13+12}{2}$ সে.মি. = 15 সে.মি.

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

∴ ABC ত্রিভুজের অন্তর্বৃত্তের ব্যাসার্ধ r হলে

$r = \sqrt{\frac{(s-a)(s-b)(s-c)}{s}}$

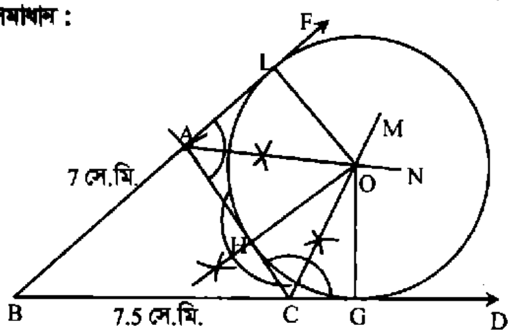
$= \sqrt{\frac{(15-5)(15-13)(15-12)}{15}}$

$= \sqrt{\frac{10 \times 2 \times 3}{15}} = \sqrt{4} = 2$ সে.মি.

কাজ: ২. 6.5 সে.মি., 7 সে.মি. এবং 7.5 সে.মি. বাহু বিশিষ্ট একটি ত্রিভুজের বহিঃবৃত্ত অঙ্কন করে এর ব্যাসার্ধ নির্ণয় কর।

◀ Text পৃষ্ঠা-৯০

সমাধান :



বিশেষ নির্বচন: দেওয়া আছে, ΔABC-এর বাহু তিনটির দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 6.5 সে.মি., 7 সে.মি. এবং 7.5 সে.মি.। ΔABC-এর বহিঃবৃত্ত এঁকে এর ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য নির্ণয় করতে হবে।

অঙ্কনের বিবরণ : ধাপ-১: BA এবং BC বাহুদ্বয়কে যথাক্রমে F এবং D পর্যন্ত বর্ধিত করি।

ধাপ-২: ∠ACD এবং ∠CAF -এর সমদ্বিখণ্ডক যথাক্রমে CM এবং AN আঁকি।

ধাপ-৩: এরা পরস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করে।

ধাপ-৪: O বিন্দু হতে OH ⊥ AC আঁকি।

ধাপ-৫: এখন O বিন্দুকে কেন্দ্র করে OH ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্ত আঁকি। তাহলে এরূপে অঙ্কিত বৃত্তই নির্ণেয় বৃত্ত।

ব্যাসার্ধ নির্ণয়: হেরন (Heron) এর সূত্র হতে আমরা জানি, কোনো ত্রিভুজের তিনবাহুর দৈর্ঘ্য a, b ও c একক হলে

এর b বাহুকে স্পর্শ করে অঙ্কিত বহিঃবৃত্তের ব্যাসার্ধ

$r_b = \sqrt{\frac{s(s-a)(s-c)}{s-b}}$ একক।

যেখানে, s = অর্ধপরিসীমা $= \frac{1}{2}(a+b+c)$

এখন, ত্রিভুজ ABC-এর a = BC = 7.5 সে.মি., b = AC = 6.5 সে.মি. ও c = AB = 7 সে.মি.

∴ অর্ধপরিসীমা $s = \frac{7.5 + 6.5 + 7}{2}$ সে.মি. = 10.5 সে.মি.

∴ ABC ত্রিভুজের AC বাহুকে স্পর্শ করে অঙ্কিত বহিঃবৃত্তের ব্যাসার্ধ

$r_b = \sqrt{\frac{s(s-a)(s-c)}{s-b}}$

$= \sqrt{\frac{10.5(10.5-7.5)(10.5-7)}{(10.5-6.5)}}$

$= \sqrt{\frac{10.5 \times 3 \times 3.5}{4}}$

$= \sqrt{\frac{110.25}{4}}$

$= \sqrt{27.5625}$

= 5.25 সে.মি. (প্রায়)

অনুশীলনী-৫.১ ▶ সমীকরণ

কাজ: ◀ Text পৃষ্ঠা-৯৪

$x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ .... (ii)

$x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ .... (iii)

উপরের (ii) ও (iii) নং সূত্রের সাহায্যে $ax^2 + bx + c = 0$ হতে x_1 এবং x_2 এর মান নির্ণয় কর যখন

(i) b = 0 (ii) c = 0 (iii) b = c = 0 (iv) a = 1 এবং (v) a = 1, b = c = 2p

সমাধান: সূত্রের সাহায্যে $ax^2 + bx + c = 0$ হতে পাই,

$x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

এবং $x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

(i) এখন b = 0 হলে,

$x_1 = \frac{\sqrt{-4ac}}{2a}$ এবং $x_2 = \frac{-\sqrt{-4ac}}{2a}$

(ii) এখন c = 0 হলে,

$x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4.a.0}}{2a}$ এবং $x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4.a.0}}{2a}$

$= \frac{-b + b}{2a}$ $\qquad = \frac{-b - b}{2a}$

$= 0$ $\qquad = -\frac{b}{a}$

(iii) এখন b = c = 0 হলে,

$x_1 = \frac{-0 + \sqrt{0^2 - 4.a.0}}{2a}$ এবং $x_2 = \frac{-0 - \sqrt{0^2 - 4.a.0}}{2a}$

$= 0$ $\qquad = 0$

(iv) এখন a = 1 হলে,

$x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4.1.c}}{2.1}$ এবং $x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4.1.c}}{2.1}$

$= \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4c}}{2}$ $\qquad = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4c}}{2}$

(v) এখন a = 1, b = c = 2p হলে,

$x_1 = \frac{-2p + \sqrt{(2p)^2 - 4.1.2p}}{2.1}$

$= \frac{-2p + \sqrt{4p^2 - 8p}}{2}$

$= \frac{-2p + \sqrt{4(p^2 - 2p)}}{2}$

$= \frac{-2p + 2\sqrt{p^2 - 2p}}{2}$

$= -p + \sqrt{p^2 - 2p}$

এবং $x_2 = \frac{-2p - \sqrt{(2p)^2 - 4.2p.1}}{2p.1}$

$= \frac{-2p - \sqrt{4p^2 - 8p}}{2}$

$= \frac{-2p - \sqrt{4(p^2 - 2p)}}{2}$

$= \frac{-2p - 2\sqrt{p^2 - 2p}}{2}$

$= -p - \sqrt{p^2 - 2p}$

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

অনুশীলনী-৫.২ ▶ সমীকরণ

কাজ: $p = \sqrt{\frac{x}{x+16}}$ ধরে $\sqrt{\frac{x}{x+16}} + \sqrt{\frac{x+16}{x}} = \frac{25}{12}$

সমীকরণটির সমাধান করে শুদ্ধি পরীক্ষা কর। ◀ **Text পৃষ্ঠা-৯৫**

সমাধান : সৃজনশীল রচনামূলক অংশের শ্রেণির কাজের ওপর প্রশ্ন ও সমাধান এর প্রশ্ন ১(ক), (খ) ও (গ) নং দেখো। পৃষ্ঠা-১৩৭

অনুশীলনী-৫.৩ ▶ সমীকরণ

কাজ: ১. 4096 কে $\frac{1}{2}$, 2, 4, 8, 16, $2\sqrt{2}$, $\sqrt[3]{4}$ এর সূচকে প্রকাশ কর। ◀ **Text পৃষ্ঠা-৯৮**

সমাধান:

2	4096
2	2048
2	1024
2	512
2	256
2	128
2	64
2	32
2	16
2	8
2	4
	2

$4096 = 2\times2\times2\times2\times2\times2\times2\times2\times2\times2\times2\times2 = 2^{12}$

$4096 = \left(\frac{1}{2}\right)^{-12}$

$4096 = 2^{12}$

$4096 = 2^{12} = (2^2)^6 = 4^6$

$4096 = 2^{12} = (2^3)^4 = 8^4$

$4096 = 2^{12} = (2^4)^3 = 16^3$

$4096 = 2^{12} = (2^3)^4 = 8^4 = \left(8^{\frac{1}{2}}\right)^{2\times4} = (2\sqrt{2})^8$

$4096 = 4^6 = \left(4^{\frac{1}{3}}\right)^{3\times6} = \left(\sqrt[3]{4}\right)^{18}$

কাজ: ২. 729 কে 3, 9, 27, 16, $\sqrt[5]{9}$ এর সূচকে লিখ। ◀ **Text পৃষ্ঠা-৯৮**

সমাধান:

3	729
3	243
3	81
3	27
3	9
	3

$729 = 3\times3\times3\times3\times3\times3 = 3^6$

$729 = 3^6 = (3^2)^3 = 9^3$

$729 = 3^6 = (3^3)^2 = 27^2$

729 = 16 এর সূচকে প্রকাশ সম্ভব নয়।

$729 = 9^3 = \left(9^{\frac{1}{5}}\right)^{5\times3} = \left(\sqrt[5]{9}\right)^{15}$

কাজ: ৩. $\frac{64}{729}$ কে $\frac{3}{2}$, $\sqrt[3]{\frac{3}{2}}$ এর সূচকে প্রকাশ কর। ◀ **Text পৃষ্ঠা-৯৮**

সমাধান:

2	64
2	32
2	16
2	8
2	4
	2

এবং

3	729
3	243
3	81
3	27
3	9
	3

$\therefore 64 = 2\times2\times2\times2\times2\times2 = 2^6$

$\therefore 729 = 3\times3\times3\times3\times3\times3 = 3^6$

$\therefore \frac{64}{729} = \frac{2^6}{3^6} = \left(\frac{2}{3}\right)^6 = \left(\frac{3}{2}\right)^{-6}$

$\frac{64}{729} = \left(\frac{3}{2}\right)^{-6} = \left\{\left(\frac{3}{2}\right)^{\frac{1}{3}}\right\}^{-6\times\frac{1}{3}} = \left(\sqrt[3]{\frac{3}{2}}\right)^{-2}$

অনুশীলনী-৫.৪ ▶ সমীকরণ

কাজ: ◀ **Text পৃষ্ঠা-১০৩**

উদাহরণ-২. সমাধান কর: $x^2 = 3x + 6y,\ xy = 5x + 4y$

উদাহরণ-৩. সমাধান কর: $x^2 + y^2 = 61,\ xy = -30$

উদাহরণ-২ এবং উদাহরণ-৩ এর সমাধান বিকল্প পদ্ধতিতে নির্ণয় কর।

উদাহরণ-২ এর বিকল্প সমাধান :

$x^2 = 3x + 6y$ .... (i)

এবং $xy = 5x + 4y$ .... (ii)

(ii) নং হতে পাই, $xy - 4y = 5x$

বা, $y(x-4) = 5x$

$\therefore y = \frac{5x}{x-4}$ .... (iii)

(i) নং এ $y = \frac{5x}{x-4}$ বসিয়ে পাই,

$x^2 = 3x + 6\left(\frac{5x}{x-4}\right)$

বা, $x^2 = \frac{3x(x-4)+30x}{x-4}$

বা, $x^3 - 4x^2 = 3x^2 - 12x + 30x$

বা, $x^3 - 4x^2 - 3x^2 - 18x = 0$

বা, $x^3 - 7x^2 - 18x = 0$

বা, $x(x^2 - 7x - 18) = 0$

বা, $x(x^2 - 9x + 2x - 18) = 0$

বা, $x(x^2 - 7x - 18) = 0$

বা, $x\{x(x-9) + 2(x-9)\} = 0$

বা, $x(x-9)(x+2) = 0$

$\therefore x = 0, -2, 9$

(iii) নং হতে পাই,

যখন $x = 0$, তখন $y = 0$

যখন $x = -2$, $y = \frac{5(-2)}{-2-4} = \frac{-10}{-6} = \frac{5}{3}$

এবং যখন $x = 9$, $y = \frac{5.9}{9-4} = \frac{45}{5} = 9$

উদাহরণ-৩ এর বিকল্প সমাধান :

সৃজনশীল রচনামূলক অংশের শ্রেণির কাজের ওপর প্রশ্ন ও সমাধান এর প্রশ্ন ১(ক), (খ) নং দেখো। পৃষ্ঠা-১৫৬

অনুশীলনী-৬.১ ▶ অসমতা

কাজ: ১. তোমাদের শ্রেণির যে সকল ছাত্র-ছাত্রীর উচ্চতা 5 ফুটের চেয়ে বেশি এবং 5 ফুটের চেয়ে কম তাদের উচ্চতা অসমতার মাধ্যমে প্রকাশ কর। ◀ **Text পৃষ্ঠা-১১৪**

সমাধান: মনে করি, x সংখ্যক ছাত্র-ছাত্রীর প্রত্যেকের উচ্চতা 5 ফুটের চেয়ে বেশি এবং y সংখ্যক ছাত্র-ছাত্রীর প্রত্যেকের উচ্চতা 5 ফুটের চেয়ে কম।

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

∴ x জন ছাত্র-ছাত্রীর মোট উচ্চতা > 5x

y জন ছাত্র-ছাত্রীর মোট উচ্চতা < 5y

কাজ: ২. কোনো পরীক্ষার মোট নম্বর 1000 হলে, একজন পরীক্ষার্থীর প্রাপ্ত নম্বর অসমতার মাধ্যমে প্রকাশ কর। ◀ **Text পৃষ্ঠা-১১৪**

সমাধান: মনে করি, একজন পরীক্ষার্থীর প্রাপ্ত নম্বর x. একজন পরীক্ষার্থীর প্রাপ্ত নম্বর সর্বনিম্ন শূন্য ও সর্বোচ্চ 1000 হতে পারে।

∴ প্রাপ্ত নম্বরের অসমতা: $0 \le x \le 1000$

অনুশীলনী-৬.২ ▶ অসমতা

কাজ: 140 টাকা কেজি দরে ডেভিড x কেজি আপেল কিনলেন। তিনি বিক্রেতাকে 1000 টাকার একখানা নোট দিলেন। বিক্রেতা 50 টাকার x খানা নোটসহ বাকী টাকা ফেরত দিলেন। সমস্যাটিকে অসমতার মাধ্যমে প্রকাশ কর এবং x এর সম্ভাব্য মান নির্ণয় কর। ◀ **Text পৃষ্ঠা-১১৬**

সমাধান: সৃজনশীল রচনামূলক অংশের শ্রেণির কাজের ওপর প্রশ্ন ও সমাধান এর প্রশ্ন ১(খ) ও (গ) নং দেখো। পৃষ্ঠা-২০২

অনুশীলনী-৭ ▶ অসীম ধারা

কাজ: ১. নিচের অনুক্রমগুলোর সাধারণ পদ নির্ণয় কর: ◀ **Text পৃষ্ঠা-১২৬**

(i) $\frac{1}{2}, -\frac{2}{3}, \frac{3}{4}, -\frac{4}{5}, \ldots\ldots$

সমাধান:

$\frac{1}{2}, -\frac{2}{3}, \frac{3}{4}, -\frac{4}{5}, \ldots\ldots$

অনুক্রমের সাধারণ পদ

$= (-1)^{n+1} \cdot \frac{n}{n+1}$, যেখানে $n = 1, 2, 3, \ldots\ldots$।

(ii) $\frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{5}{6}, \frac{7}{8}, \ldots\ldots$

সমাধান: $\frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{5}{6}, \frac{7}{8}, \ldots\ldots$

অনুক্রমের সাধারণ পদ $= \frac{2n-1}{2n}$; যেখানে $n = 1, 2, 3, \ldots\ldots$।

(iii) $\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{3}{2^3}, \frac{4}{2^4}, \ldots\ldots$

সমাধান: $\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{3}{2^3}, \frac{4}{2^4}, \ldots\ldots$

অনুক্রমের সাধারণ পদ

$= \frac{n}{2^n}$, যেখানে $n = 1, 2, 3, \ldots\ldots$।

(iv) $1, \sqrt{2}, \sqrt{3}, 2, \ldots\ldots$

সমাধান: $1, \sqrt{2}, \sqrt{3}, 2, \ldots\ldots$

অনুক্রমের সাধারণ পদ $= \sqrt{n}$,

যেখানে $n = 1, 2, 3, \ldots\ldots$।

কাজ: ২. প্রদত্ত সাধারণ পদ হতে নিচের অনুক্রমগুলো লেখ: ◀ **Text পৃষ্ঠা-১২৬**

(i) $1 + (-1)^n$

সমাধান: অনুক্রমের সাধারণ পদ $= 1 + (-1)^n$,

যেখানে $n = 1, 2, 3, \ldots\ldots$

∴ অনুক্রমটি হলো $1 + (-1)^1, 1 + (-1)^2, 1 + (-1)^3, 1 + (-1)^4, \ldots\ldots$

বা, $0, 2, 0, 2, \ldots\ldots$

(ii) $1 - (-1)^n$

সমাধান: অনুক্রমের সাধারণ পদ $= 1 - (-1)^n$,

যেখানে $n = 1, 2, 3, \ldots\ldots$

∴ অনুক্রমটি হলো $1 - (-1)^1, 1 - (-1)^2, 1 - (-1)^3, 1 - (-1)^4, \ldots\ldots$

বা, $2, 0, 2, 0, \ldots\ldots$

(iii) $1 + \left(-\frac{1}{2}\right)^n$

সমাধান: অনুক্রমের সাধারণ পদ $= 1 + \left(-\frac{1}{2}\right)^n$,

যেখানে $n = 1, 2, 3, \ldots\ldots$

∴ অনুক্রমটি হলো, $1 + \left(-\frac{1}{2}\right)^1, 1 + \left(-\frac{1}{2}\right)^2, 1 + \left(-\frac{1}{2}\right)^3, 1 + \left(-\frac{1}{2}\right)^4, \ldots\ldots$

বা, $\frac{1}{2}, \frac{5}{4}, \frac{7}{8}, \frac{17}{16}, \ldots\ldots$

(iv) $\frac{n^2}{\sqrt[n]{\pi}}$

সমাধান: অনুক্রমের সাধারণ পদ $= \frac{n^2}{\sqrt[n]{\pi}}$ বা, $\frac{n^2}{\pi^{\frac{1}{n}}}$,

যেখানে $n = 1, 2, 3, \ldots\ldots$

∴ অনুক্রমটি হলো, $\frac{1^2}{\pi^{\frac{1}{1}}}, \frac{2^2}{\pi^{\frac{1}{2}}}, \frac{3^2}{\pi^{\frac{1}{3}}}, \frac{4^2}{\pi^{\frac{1}{4}}}, \ldots\ldots$

বা, $\frac{1}{\pi}, \frac{4}{\pi^{\frac{1}{2}}}, \frac{9}{\pi^{\frac{1}{3}}}, \frac{16}{\pi^{\frac{1}{4}}}, \ldots\ldots$

(v) $\frac{\ln n}{n}$

সমাধান: অনুক্রমের সাধারণ পদ $= \frac{\ln n}{n}$,

যেখানে $n = 1, 2, 3, \ldots\ldots$

∴ অনুক্রমটি হলো, $\frac{\ln 1}{1}, \frac{\ln 2}{2}, \frac{\ln 3}{3}, \frac{\ln 4}{4}, \ldots\ldots$

বা, $0, \frac{\ln 2}{2}, \frac{\ln 3}{3}, \frac{\ln 4}{4}, \ldots\ldots$

(vi) $\cos\left(\frac{n\pi}{2}\right)$

সমাধান: অনুক্রমের সাধারণ পদ $= \cos\left(\frac{n\pi}{2}\right)$, যেখানে $n = 1, 2, 3, \ldots\ldots$

∴ অনুক্রমটি হলো, $\cos\left(\frac{1.\pi}{2}\right), \cos\left(\frac{2\pi}{2}\right), \cos\left(\frac{3\pi}{2}\right), \cos\left(\frac{4\pi}{2}\right), \cos\frac{5\pi}{2}, \cos\frac{6\pi}{2}, \ldots\ldots$

বা, $0, -1, 0, 1, 0, -1 \ldots\ldots$

কাজ: ৩. তোমরা প্রত্যেকে একটি করে অনুক্রমের সাধারণ পদ লিখে অনুক্রমটি লেখ। ◀ **Text পৃষ্ঠা-১২৬**

সমাধান: নিচে কয়েকটি অনুক্রমের সাধারণ পদ লিখে অনুক্রমটি লিখা হলো।

(i) সাধারণ পদ $= n^2$, যেখানে $n = 1, 2, 3, 4, \ldots\ldots$ এবং অনুক্রমটি হলো $1, 4, 9, 16, \ldots\ldots$

(ii) সাধারণ পদ $= \frac{1}{2^n}$, যেখানে $n = 1, 2, 3, 4, \ldots\ldots$ এবং অনুক্রমটি হলো $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}, \ldots\ldots$

(iii) সাধারণ পদ $= (-1)^n \cdot 2n$, যেখানে $n = 1, 2, 3, \ldots\ldots$ এবং অনুক্রমটি হলো $-2, 4, -6, 8, \ldots\ldots$

এভাবে আরো অসংখ্য অনুক্রম তৈরি করা যাবে।

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

কাজ: ১. নিচের প্রত্যেক ক্ষেত্রে একটি অসীম গুণোত্তর ধারার প্রথম পদ a এবং সাধারণ অনুপাত r দেওয়া আছে। ধারাটি লেখ এবং যদি এর অসীমতক সমষ্টি থাকে তা-ও নির্ণয় কর: ◀ Text পৃষ্ঠা-১২৯

(i) $a = 4, r = \frac{1}{2}$

সমাধান: প্রথম পদ, $a = 4$ এবং সাধারণ অনুপাত, $r = \frac{1}{2}$

∴ অসীম গুণোত্তর ধারাটি হলো,

$a + ar + ar^2 + ar^3 + \ldots\ldots$

$= 4 + 4.\frac{1}{2} + 4.\left(\frac{1}{2}\right)^2 + 4.\left(\frac{1}{2}\right)^3 + \ldots\ldots$

$= 4 + 2 + 1 + \frac{1}{2} + \ldots\ldots$

যেহেতু $|r| = |\frac{1}{2}| < 1$, সুতরাং উল্লিখিত ধারাটির অসীমতক সমষ্টি বিদ্যমান।

∴ ধারাটির অসীমতক সমষ্টি, $S_\infty = \frac{a}{1-r} = \frac{4}{1-\frac{1}{2}} = \frac{4}{\frac{1}{2}} = 8.$

(ii) $a = 2, r = -\frac{1}{3}$

সমাধান: প্রথম পদ, $a = 2$ এবং সাধারণ অনুপাত, $r = -\frac{1}{3}$

∴ অসীম গুণোত্তর ধারাটি হলো,

$a + ar + ar^2 + ar^3 + \ldots\ldots$

$= 2 + 2.\left(-\frac{1}{3}\right) + 2.\left(-\frac{1}{3}\right)^2 + 2.\left(-\frac{1}{3}\right)^3 + \ldots\ldots$

$= 2 - \frac{2}{3} + \frac{2}{3^2} - \frac{2}{3^3} + \ldots\ldots$

এখানে, $|r| = |-\frac{1}{3}| < 1$, সুতরাং ধারাটির অসীমতক সমষ্টি বিদ্যমান।

∴ ধারাটির অসীমতক সমষ্টি, $S_\infty = \frac{a}{1-r} = \frac{2}{1-(-\frac{1}{3})}$

$= \frac{2}{1+\frac{1}{3}}$

$= \frac{2}{\frac{4}{3}} = 2 \times \frac{3}{4} = \frac{3}{2}$

(iii) $a = \frac{1}{3}, r = 3$

সমাধান: প্রথম পদ, $a = \frac{1}{3}$ এবং সাধারণ অনুপাত, $r = 3$

∴ অসীম গুণোত্তর ধারাটি হলো,

$a + ar + ar^2 + ar^3 + \ldots\ldots$

$= \frac{1}{3} + \frac{1}{3}.3 + \frac{1}{3}.3^2 + \frac{1}{3}.3^3 + \ldots\ldots$

$= \frac{1}{3} + 1 + 3 + 3^2 + \ldots\ldots$

এখানে $|r| = |3| > 1$, সুতরাং ধারাটির অসীমতক সমষ্টি নেই।

(iv) $a = 5, r = \frac{1}{10^2}$

সমাধান: প্রথম পদ, $a = 5$ এবং সাধারণ অনুপাত, $r = \frac{1}{10^2}$

∴ অসীম গুণোত্তর ধারাটি হলো,

$a + ar + ar^2 + ar^3 + \ldots\ldots$

$= 5 + 5.\frac{1}{10^2} + 5.\left(\frac{1}{10^2}\right)^2 + 5.\left(\frac{1}{10^2}\right)^3 + \ldots\ldots$

$= 5\left(1 + \frac{1}{10^2} + \frac{1}{10^4} + \frac{1}{10^6} + \ldots\ldots\right)$

এখানে $|r| = |\frac{1}{10^2}| < 1$, সুতরাং ধারাটির অসীমতক সমষ্টি বিদ্যমান।

∴ ধারাটির অসীমতক সমষ্টি $= \frac{a}{1-r} = \frac{5}{1-\frac{1}{10^2}}$

$= \frac{5}{1-\frac{1}{100}} = \frac{5}{\frac{99}{100}}$

$= 5 \times \frac{100}{99} = \frac{500}{99}$

(v) $a = 1, r = -\frac{2}{7}$

সমাধান: সৃজনশীল রচনামূলক অংশের শ্রেণির কাজের ওপর প্রশ্ন ও সমাধান এর প্রশ্ন ৩(ক) ও (গ) দেখো। পৃষ্ঠা-২৩৬

(vi) $a = 81, r = -\frac{1}{3}$

সমাধান: প্রথম পদ, $a = 81$ এবং সাধারণ অনুপাত, $r = -\frac{1}{3}$

∴ অসীম গুণোত্তর ধারাটি হলো,

$a + ar + ar^2 + ar^3 + \ldots\ldots$

$= 81 + 81.\left(-\frac{1}{3}\right) + 81.\left(-\frac{1}{3}\right)^2 + 81.\left(-\frac{1}{3}\right)^3 + \ldots\ldots$

$= 81 - 27 + 9 - 3 + \ldots\ldots$

এখানে $|r| = |-\frac{1}{3}| < 1$, সুতরাং ধারাটির অসীমতক সমষ্টি বিদ্যমান।

∴ ধারাটির অসীমতক সমষ্টি $= \frac{a}{1-r} = \frac{81}{1-\left(-\frac{1}{3}\right)}$

$= \frac{81}{1+\frac{1}{3}} = \frac{81}{\frac{4}{3}}$

$= 81 \times \frac{3}{4} = \frac{243}{4}$

কাজ: ২. তোমরা প্রত্যেকে একটি করে অসীম গুণোত্তর ধারা লেখ। ◀ Text পৃষ্ঠা-১২৯

সমাধান: দুইটি অসীম গুণোত্তর ধারা লিখে নিচে দেখানো হলো:

(i) $\frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \ldots\ldots$

(ii) $1 + \sqrt{2} + 2 + 2\sqrt{2} + 4 + \ldots\ldots$

এভাবে আরো অসংখ্য গুণোত্তর ধারা তৈরি করা যায়।

অনুশীলনী-৮.১ ▶ ত্রিকোণমিতি

কাজ: 330°, 535°, 777° ও 1045° কোণসমূহ কোন চতুর্ভাগে অবস্থান করে তা চিত্রসহ দেখাও। ◀ Text পৃষ্ঠা-১৩৬

সমাধান :

❒ 330°

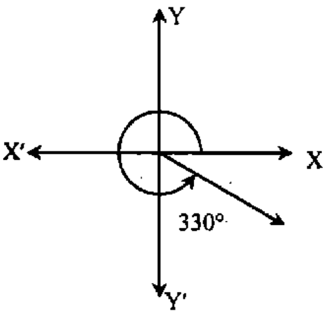
$= 270° + 60°$

$= 3 \times 90° + 60°$

এখানে, 330° কোণটি ধনাত্মক এবং 3 সমকোণ অপেক্ষা বৃহত্তর কিন্তু 4 সমকোণ অপেক্ষা ক্ষুদ্রতর। 330° কোণটি উৎপন্ন করতে ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে কোনো রশ্মিকে 3 সমকোণ ঘুরার পর আরও 60° বেশি ঘুরতে হয়েছে।

www.bdniyog.com

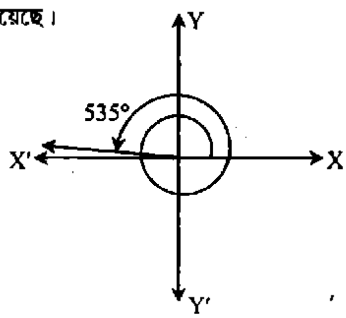
www.pathagar.com



সুতরাং, 330° কোণটি চতুর্থ চতুর্ভাগে অবস্থান করে।

❒ $535° = 450° + 85° = 5 \times 90° + 85°$

এখানে, 535° কোণটি ধনাত্মক এবং 5 সমকোণ অপেক্ষা বৃহত্তর কিন্তু 6 সমকোণ অপেক্ষা ক্ষুদ্রতর। 535° কোণটি উৎপন্ন করতে ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে কোনো রশ্মিকে 5 সমকোণ বা একবার সম্পূর্ণ ঘুরে আদি অবস্থানে আসার পর আরো এক সমকোণের চেয়ে 85° বেশি ঘুরতে হয়েছে।



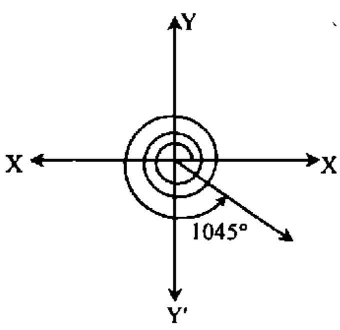
সুতরাং, 535° কোণটি দ্বিতীয় চতুর্ভাগে অবস্থান করে।

❒ $777° = 720° + 57° = 8 \times 90° + 57°$

সমাধান: সৃজনশীল রচনামূলক অংশের শ্রেণির কাজের ওপর প্রশ্ন ও সমাধান এর প্রশ্ন ১(খ) দেখো। পৃষ্ঠা-২৫৫

❒ $1045° = 990° + 55° = 11 \times 90° + 55°$

এখানে, 1045° কোণটি ধনাত্মক এবং 11 সমকোণ অপেক্ষা বৃহত্তর কিন্তু 12 সমকোণ অপেক্ষা ক্ষুদ্রতর। 1045° কোণটি উৎপন্ন করতে ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে কোনো রশ্মিকে 11 সমকোণ বা দুইবার সম্পূর্ণ ঘুরে আদি অবস্থানে আসার পর আরও তিন সমকোণের চেয়ে 55° বেশি ঘুরতে হয়েছে।



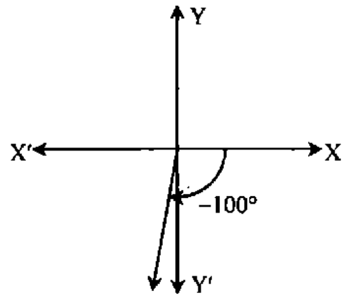
সুতরাং, 1045° কোণটি চতুর্থ চতুর্ভাগে অবস্থান করে।

কাজ: – 100°, – 365°, – 720° ও 1320° কোণসমূহ কোন চতুর্ভাগে আছে, চিত্রসহ নির্ণয় কর। ◂**Text পৃষ্ঠা-১৩৬**

সমাধান:

❒ $-100° = -90° - 10° = -1 \times 90° - 10°$

এখানে, –100° কোণটি ঋণাত্মক এবং ঘড়ির কাঁটার দিকে এক সমকোণ ঘুরার পর একই দিকে আরও 10° ঘুরতে হয়েছে।



সুতরাং, –100° কোণটির অবস্থান তৃতীয় চতুর্ভাগে।

❒ –365°

সমাধান: সৃজনশীল রচনামূলক অংশের শ্রেণির কাজের ওপর প্রশ্ন ও সমাধান এর প্রশ্ন ১(খ) দেখো। পৃষ্ঠা-২৫৫

❒ –720°

সমাধান: সৃজনশীল রচনামূলক অংশের শ্রেণির কাজের ওপর প্রশ্ন ও সমাধান এর প্রশ্ন ১(খ) দেখো। পৃষ্ঠা-২৫৫

❒ 1320°

সমাধান: সৃজনশীল রচনামূলক অংশের শ্রেণির কাজের ওপর প্রশ্ন ও সমাধান এর প্রশ্ন ১(খ) দেখো। পৃষ্ঠা-২৫৫

অনুশীলনী-৮.২ ▶ ত্রিকোণমিতি

কাজ: ABC একটি সমকোণী ত্রিভুজ এবং $\sin\theta = \frac{2}{\sqrt{5}}$। অন্য ত্রিকোণমিতিক অনুপাতসমূহ নির্ণয় কর। ◂**Text পৃষ্ঠা-১৪৭**

সমাধান: সৃজনশীল রচনামূলক অংশের শ্রেণির কাজের ওপর প্রশ্ন ও সমাধান এর প্রশ্ন ১(ক) ও (খ) দেখো। পৃষ্ঠা-২৭১

কাজ: প্রমাণ কর যে, (চিত্রের সাহায্যে) : ◂**Text পৃষ্ঠা-১৫০**

(i) $\sec^2\theta - \tan^2\theta = 1$

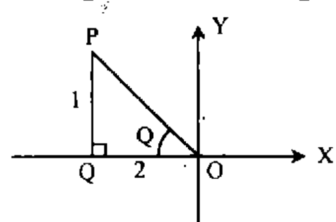
(ii) $\text{cosec}^2\theta - \cot^2\theta = 1$

সমাধান: (i) সৃজনশীল রচনামূলক অংশের শ্রেণির কাজের ওপর প্রশ্ন ও সমাধান এর প্রশ্ন ২(ক) ও (খ) দেখো। পৃষ্ঠা-২৭২

(ii) সৃজনশীল রচনামূলক অংশের শ্রেণির কাজের ওপর প্রশ্ন ও সমাধান এর প্রশ্ন ২(গ) প্রথম অংশ দেখো। পৃষ্ঠা-২৭২

কাজ: θ স্থূলকোণ $\left(\frac{\pi}{2} < \theta < \pi\right)$ এবং $\tan\theta = -\frac{1}{2}$ হলে, অপর ত্রিকোণমিতিক অনুপাতসমূহ সমকোণী ত্রিভুজ এবং ত্রিকোণমিতিক অভেদ এর সাহায্যে নির্ণয় কর। ◂**Text পৃষ্ঠা-১৫৮**

সমাধান: দেওয়া আছে, $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$ এবং $\tan\theta = \frac{-1}{2}$



আমরা জানি, $\tan\theta = \frac{\text{লম্ব}}{\text{ভূমি}}$

উপরের চিত্রে সমকোণী ত্রিভুজ POQ হতে পাই,

$OP^2 = PQ^2 + OQ^2 = 1^2 + 2^2$

বা, $OP = \sqrt{1 + 4} = \sqrt{5}$ একক

এখানে যেহেতু θ ২য় চতুর্ভাগে অবস্থিত এবং ২য় চতুর্ভাগে sin, cosec ধনাত্মক এবং tan, cot, cos ও sec ঋণাত্মক,

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

$\therefore \sin\theta = \frac{\text{লম্ব}}{\text{অতিভুজ}} = \frac{PQ}{OP} = \frac{1}{\sqrt{5}}$

$\text{cosec}\theta = \frac{\text{অতিভুজ}}{\text{লম্ব}} = \frac{OP}{PQ} = \frac{\sqrt{5}}{1}$

$\cos\theta = \frac{\text{ভূমি}}{\text{অতিভুজ}} = \frac{OQ}{OP} = \frac{-2}{\sqrt{5}}$

$\sec\theta = \frac{\text{অতিভুজ}}{\text{ভূমি}} = \frac{OP}{OQ} = \frac{-\sqrt{5}}{2}$

এবং $\cot\theta = \frac{\text{ভূমি}}{\text{লম্ব}} = \frac{OQ}{PQ} = \frac{-2}{1} = -2$

কাজ: ১. $\sin^2\frac{\pi}{4}\cos^2\frac{\pi}{3} + \tan^2\frac{\pi}{6}\sec^2\frac{\pi}{3} + \cot^2\frac{\pi}{3}\text{cosec}^2\frac{\pi}{4}$ এর মান নির্ণয় কর। ◀ **Text পৃষ্ঠা-১৫৯**

সমাধান: সৃজনশীল রচনামূলক অংশের শ্রেণির কাজের ওপর প্রশ্ন ও সমাধান এর প্রশ্ন ৩(খ) দেখো। পৃষ্ঠা-২৭৩

কাজ: ২. সরল কর:

$$\frac{\sin^2\frac{\pi}{3} + \sin\frac{\pi}{3}\cos\frac{\pi}{3} + \cos^2\frac{\pi}{3}}{\sin\frac{\pi}{3} + \cos\frac{\pi}{3}} - \frac{\sin^2\frac{\pi}{3} - \sin\frac{\pi}{3}\cos\frac{\pi}{3} + \cos^2\frac{\pi}{3}}{\sin\frac{\pi}{3} - \cos\frac{\pi}{3}}$$

◀ **Text পৃষ্ঠা-১৫৯**

সমাধান: প্রথম অংশ $= \frac{\sin^2\frac{\pi}{3} + \sin\frac{\pi}{3}\cos\frac{\pi}{3} + \cos^2\frac{\pi}{3}}{\sin\frac{\pi}{3} + \cos\frac{\pi}{3}}$

$= \frac{\sin^2\frac{\pi}{3} + \cos^2\frac{\pi}{3} + \cos\frac{\pi}{3}\sin\frac{\pi}{3}}{\sin\frac{\pi}{3} + \cos\frac{\pi}{3}}$

$= \frac{1 + \sin\frac{\pi}{3}\cos\frac{\pi}{3}}{\sin\frac{\pi}{3} + \cos\frac{\pi}{3}}$ $[\because \sin^2\theta + \cos^2\theta = 1]$.

$= \frac{1 + \frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}}$

$= \frac{1 + \frac{\sqrt{3}}{4}}{\frac{\sqrt{3}+1}{2}}$

$= \frac{\frac{4+\sqrt{3}}{4}}{\frac{\sqrt{3}+1}{2}}$

$= \frac{4+\sqrt{3}}{4} \times \frac{2}{\sqrt{3}+1}$

$= \frac{4+\sqrt{3}}{2(\sqrt{3}+1)}$

দ্বিতীয় অংশ $= \frac{\sin^2\frac{\pi}{3} - \sin\frac{\pi}{3}\cos\frac{\pi}{3} + \cos^2\frac{\pi}{3}}{\sin\frac{\pi}{3} - \cos\frac{\pi}{3}}$

$= \frac{\sin^2\frac{\pi}{3} + \cos^2\frac{\pi}{3} - \sin\frac{\pi}{3}\cos\frac{\pi}{3}}{\sin\frac{\pi}{3} - \cos\frac{\pi}{3}}$

$= \frac{1 - \sin\frac{\pi}{3}\cos\frac{\pi}{3}}{\sin\frac{\pi}{3} - \cos\frac{\pi}{3}}$ $[\because \sin^2\theta + \cos^2\theta = 1]$

$= \frac{1 - \frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}}$

$= \frac{1 - \frac{\sqrt{3}}{4}}{\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}}$

$= \frac{\frac{4-\sqrt{3}}{4}}{\frac{\sqrt{3}-1}{2}}$

$= \frac{4-\sqrt{3}}{4} \times \frac{2}{\sqrt{3}-1}$

$= \frac{4-\sqrt{3}}{2(\sqrt{3}-1)}$

প্রদত্ত রাশি,

$\frac{\sin^2\frac{\pi}{3} + \sin\frac{\pi}{3}\cos\frac{\pi}{3} + \cos^2\frac{\pi}{3}}{\sin\frac{\pi}{3} + \cos\frac{\pi}{3}} - \frac{\sin^2\frac{\pi}{3} - \sin\frac{\pi}{3}\cos\frac{\pi}{3} + \cos^2\frac{\pi}{3}}{\sin\frac{\pi}{3} - \cos\frac{\pi}{3}}$

$= \frac{4+\sqrt{3}}{2(\sqrt{3}+1)} - \frac{4-\sqrt{3}}{2(\sqrt{3}-1)}$

$= \frac{(4+\sqrt{3})(\sqrt{3}-1) - (4-\sqrt{3})(\sqrt{3}+1)}{2(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)}$

$= \frac{4\sqrt{3} - 4 + 3 - \sqrt{3} - 4\sqrt{3} - 4 + 3 + \sqrt{3}}{2\{(\sqrt{3})^2 - 1^2\}}$

$= \frac{-8+6}{2(3-1)}$

$= \frac{-2}{2\times 2} = -\frac{1}{2}$

$\therefore$ নির্ণেয় সরলমান $= -\frac{1}{2}$ **(দেখানো হলো)**

কাজ: $A = \frac{\pi}{3}$ ও $B = \frac{\pi}{6}$ এর জন্য নিম্নোক্ত অভেদসমূহ প্রমাণ কর:

◀ **Text পৃষ্ঠা-১৬১**

(i) sin (A – B) = sin A cosB – cosA sinB

সমাধান: 'ক' থেকে পাই, $\sin(A - B) = \frac{1}{2}$

এখন, $\sin A\cos B - \cos A\sin B = \sin\frac{\pi}{3}\cos\frac{\pi}{6} - \cos\frac{\pi}{3}\sin\frac{\pi}{6}$

$= \frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}$

$= \frac{3}{4} - \frac{1}{4}$

$= \frac{3-1}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

$\therefore \sin(A - B) = \sin A\cos B - \cos A\sin B$ **(প্রমাণিত)**

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

(ii) $\cos(A+B) = \cos A \cos B - \sin A \sin B$.

সমাধান: সৃজনশীল রচনামূলক অংশের শ্রেণির কাজের ওপর প্রশ্ন ও সমাধান এর প্রশ্ন ৪(খ) (i) দেখো। পৃষ্ঠা-২৭৩

(iii) $\cos(A-B) = \cos A \cos B + \sin A \sin B$

সমাধান: সৃজনশীল রচনামূলক অংশের শ্রেণির কাজের ওপর প্রশ্ন ও সমাধান এর প্রশ্ন ৪(খ) (ii) দেখো। পৃষ্ঠা-২৭৩

(iv) $\tan(2B) = \frac{2\tan B}{1-\tan^2 B}$

সমাধান: সৃজনশীল রচনামূলক অংশের শ্রেণির কাজের ওপর প্রশ্ন ও সমাধান এর প্রশ্ন ৫(গ) দেখো। পৃষ্ঠা-২৭৪

অনুশীলনী-৮.৩ ▶ ত্রিকোণমিতি

কাজ: $\sec\left(\frac{3\pi}{4}\right)$, $\text{cosec}\left(\frac{5\pi}{6}\right)$ এবং $\cot\left(\frac{2\pi}{3}\right)$ এর মান নির্ণয় কর।

◀ Text পৃষ্ঠা-১৬৬

সমাধান: $\sec\left(\frac{3\pi}{4}\right) = \sec\left(\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{4}\right) = -\text{cosec}\frac{\pi}{4} = -\sqrt{2}$

$\therefore$ নির্ণেয় মান $= -\sqrt{2}$.

$\text{cosec}\left(\frac{5\pi}{6}\right) = \text{cosec}\left(\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{3}\right) = \sec\frac{\pi}{3} = 2$

$\therefore$ নির্ণেয় মান $= 2$

$\cot\left(\frac{2\pi}{3}\right) = \cot\left(\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{6}\right) = -\tan\frac{\pi}{6} = -\frac{1}{\sqrt{3}}$

$\therefore$ নির্ণেয় মান $= -\frac{1}{\sqrt{3}}$

কাজ: $\sec\left(\frac{4\pi}{3}\right)$, $\text{cosec}\left(\frac{5\pi}{4}\right)$ এবং $\cot\left(\frac{7\pi}{6}\right)$ এর মান নির্ণয় কর।

◀ Text পৃষ্ঠা-১৬৭

সমাধান: $\sec\left(\frac{4\pi}{3}\right) = \sec\left(\pi+\frac{\pi}{3}\right) = -\sec\frac{\pi}{3} = -2$

$\therefore$ নির্ণেয় মান $= -2$

$\text{cosec}\left(\frac{5\pi}{4}\right) = \text{cosec}\left(\pi+\frac{\pi}{4}\right) = -\text{cosec}\frac{\pi}{4} = -\sqrt{2}$

$\therefore$ নির্ণেয় মান $= -\sqrt{2}$

$\cot\left(\frac{7\pi}{6}\right) = \cot\left(\pi+\frac{\pi}{6}\right) = \cot\frac{\pi}{6} = \sqrt{3}$

$\therefore$ নির্ণেয় মান $= \sqrt{3}$

কাজ: $\text{cosec}\left(\frac{3\pi}{4}\right)$, $\sec\left(\frac{5\pi}{6}\right)$ এবং $\cot\left(\frac{2\pi}{3}\right)$ এর মান নির্ণয় কর।

◀ Text পৃষ্ঠা-১৬৮

সমাধান: $\text{cosec}\left(\frac{3\pi}{4}\right) = \text{cosec}\left(\pi-\frac{\pi}{4}\right) = \text{cosec}\frac{\pi}{4} = \sqrt{2}$

$\therefore$ নির্ণেয় মান $= \sqrt{2}$

$\sec\left(\frac{5\pi}{6}\right) = \sec\left(\pi-\frac{\pi}{6}\right) = -\sec\frac{\pi}{6} = -\frac{2}{\sqrt{3}}$

$\therefore$ নির্ণেয় মান $= -\frac{2}{\sqrt{3}}$

$\cot\left(\frac{2\pi}{3}\right) = \cot\left(\pi-\frac{\pi}{3}\right) = -\cot\frac{\pi}{3} = -\frac{1}{\sqrt{3}}$

$\therefore$ নির্ণেয় মান $= -\frac{1}{\sqrt{3}}$

কাজ: $\sin\left(\frac{11\pi}{2}\pm\theta\right)$, $\cos(11\pi\pm\theta)$, $\tan\left(\frac{17\pi}{2}\pm\theta\right)$, $\cot(18\pi\pm\theta)$, $\sec\left(\frac{19\pi}{2}\pm\theta\right)$ এবং $\text{cosec}(8\pi\pm\theta)$ অনুপাতসমূহকে θ কোণের অনুপাতে প্রকাশ কর।

◀ Text পৃষ্ঠা-১৭১

সমাধান: ☐ $\sin\left(\frac{11\pi}{2}\pm\theta\right)$ এর ক্ষেত্রে,

n = 11 বিজোড় সংখ্যা। তাই sin পরিবর্তিত হয়ে cos হবে।

আবার, $\left(11.\frac{\pi}{2}+\theta\right)$ চতুর্থ চতুর্ভাগে থাকে ফলে sin এর চিহ্ন ঋণাত্মক হবে।

$\therefore \sin\left(11.\frac{\pi}{2}+\theta\right) = -\cos\theta$

আবার, $\left(11.\frac{\pi}{2}-\theta\right)$ তৃতীয় চতুর্ভাগে থাকে ফলে sin এর চিহ্ন ঋণাত্মক হবে।

$\therefore \sin\left(11.\frac{\pi}{2}-\theta\right) = -\cos\theta$.

☐ $\left(22.\frac{\pi}{2}+\theta\right)$ তৃতীয় চতুর্ভাগে থাকে ফলে cos এর চিহ্ন ঋণাত্মক হবে।

$\therefore \cos\left(22.\frac{\pi}{2}+\theta\right) = -\cos\theta$.

$\cos\left(22.\frac{\pi}{2}\pm\theta\right)$ এর ক্ষেত্রে n = 22 জোড় সংখ্যা। তাই cos অপরিবর্তিত থাকবে।

আবার, $\left(22.\frac{\pi}{2}-\theta\right)$ দ্বিতীয় চতুর্ভাগে থাকে ফলে cos এর চিহ্ন ঋণাত্মক হবে।

$\therefore \cos\left(22.\frac{\pi}{2}-\theta\right) = -\cos\theta$.

☐ $\tan\left(17.\frac{\pi}{2}\pm\theta\right)$ এর ক্ষেত্রে n = 17 বিজোড় সংখ্যা। তাই tan পরিবর্তিত হয়ে cot হবে।

এখানে, $\left(17.\frac{\pi}{2}+\theta\right)$ দ্বিতীয় চতুর্ভাগে থাকে ফলে tan ঋণাত্মক হবে এবং $\left(17.\frac{\pi}{2}-\theta\right)$ প্রথম চতুর্ভাগে থাকে ফলে tan ধনাত্মক হবে।

$\therefore \tan\left(17.\frac{\pi}{2}+\theta\right) = -\cot\theta$

এবং $\tan\left(17.\frac{\pi}{2}-\theta\right) = \cot\theta$

☐ $\cot(18\pi\pm\theta) = \cot\left(36.\frac{\pi}{2}\pm\theta\right)$ এর ক্ষেত্রে n = 36 জোড় সংখ্যা। তাই cot অপরিবর্তিত থাকবে। এখানে, $\left(36.\frac{\pi}{2}+\theta\right)$ প্রথম চতুর্থভাগে থাকে ফলে cot ধনাত্মক হবে।

আবার, $\left(36.\frac{\pi}{2}-\theta\right)$ চতুর্থ চতুর্ভাগে থাকে বলে cot ঋণাত্মক হবে।

$\therefore \cot\left(36.\frac{\pi}{2}+\theta\right) = \cot\theta$.

এবং $\cot\left(36.\frac{\pi}{2}-\theta\right) = -\cot\theta$.

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

❒ $\sec\left(\frac{19\pi}{2} \pm \theta\right) = \sec\left(19.\frac{\pi}{2} \pm \theta\right)$ এর ক্ষেত্রে, n = 19 বিজোড় সংখ্যা। তাই sec পরিবর্তিত হয়ে cosec হবে। এখানে, $\left(19.\frac{\pi}{2} + \theta\right)$ চতুর্থ চতুর্ভাগে থাকে ফলে sec ধনাত্মক হবে।

আবার, $\left(19.\frac{\pi}{2} - \theta\right)$ তৃতীয় চতুর্ভাগে থাকে ফলে sec ঋণাত্মক হবে।

$\therefore \sec\left(19.\frac{\pi}{2} + \theta\right) = \text{cosec}\theta.$

এবং $\sec\left(19.\frac{\pi}{2} - \theta\right) = -\text{cosec}\theta.$

❒ $\text{cosec}(8\pi \pm \theta) = \text{cosec}\left(16.\frac{\pi}{2} \pm \theta\right)$ এর ক্ষেত্রে, n = 16, জোড় সংখ্যা। তাই cosec অপরিবর্তিত থাকবে। এখানে, $\left(16.\frac{\pi}{2} + \theta\right)$ প্রথম চতুর্ভাগে থাকে ফলে cosec ধনাত্মক হবে।

আবার, $\left(16.\frac{\pi}{2} - \theta\right)$ চতুর্থ চতুর্ভাগে থাকে বলে cosec ঋণাত্মক হবে।

$\therefore \text{cosec}\left(16.\frac{\pi}{2} + \theta\right) = \text{cosec}\theta.$

এবং $\text{cosec}\left(16.\frac{\pi}{2} - \theta\right) = -\text{cosec}\theta$

অনুশীলনী-৯.১ ▶ সূচকীয় ও লগারিদমীয় ফাংশন

কাজ: ১. গাণিতিক আরোহ পদ্ধতিতে দেখাও যে, $(a^m)^n = a^{mn}$; যেখানে $a \in \mathbb{R}$ এবং $n \in \mathbb{N}$. ◀ **Text পৃষ্ঠা-১৮৫**

সমাধান: সৃজনশীল রচনামূলক অংশের শ্রেণির কাজের ওপর প্রশ্ন ও সমাধান এর প্রশ্ন ১(ক) ও (খ) দেখো। পৃষ্ঠা-৩২২

কাজ: ২. গাণিতিক আরোহ পদ্ধতিতে দেখাও যে, $(a.b)^n = a^n.b^n$ যেখানে $a, b \in \mathbb{R}$ এবং $n \in \mathbb{N}$. ◀ **Text পৃষ্ঠা-১৮৫**

সমাধান: সৃজনশীল রচনামূলক অংশের শ্রেণির কাজের ওপর প্রশ্ন ও সমাধান এর প্রশ্ন ২(ক) ও (খ) দেখো। পৃষ্ঠা-৩২২

কাজ: ৩. গাণিতিক আরোহ পদ্ধতিতে দেখাও যে, $\left(\frac{1}{a}\right)^n = \frac{1}{a^n}$, যেখানে a > 0 এবং $n \in \mathbb{N}$। অতঃপর $(ab)^n = a^nb^n$ সূত্র ব্যবহার করে দেখাও যে, $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$ যেখানে, $a, b \in \mathbb{R}$, $b > 0$ এবং $n \in \mathbb{N}$. ◀ **Text পৃষ্ঠা-১৮৫**

সমাধান: সৃজনশীল রচনামূলক অংশের শ্রেণির কাজের ওপর প্রশ্ন ও সমাধান এর প্রশ্ন ৩(ক), (খ) ও (গ) দেখো। পৃষ্ঠা-৩২২

কাজ: ৪. মনে কর, $a \neq 0$, এবং $m, n \in \mathbb{Z}$ ধনাত্মক পূর্ণ সাংখ্যিক সূচকের জন্য $a^m.a^n = a^{m+n}$ সূত্রটির সত্যতা স্বীকার করে দেখাও যে, $a^m.a^n = a^{m+n}$ যখন (i) $m > 0$ এবং $n < 0$, (ii) $m < 0$ এবং $n < 0$। ◀ **Text পৃষ্ঠা-১৮৫**

সমাধান: সৃজনশীল রচনামূলক অংশের শ্রেণির কাজের ওপর প্রশ্ন ও সমাধান এর প্রশ্ন ৪(গ) দেখো। পৃষ্ঠা-৩২৩

কাজ: ১. মান নির্ণয় কর : ◀ **Text পৃষ্ঠা-১৯২ ও ১৯৩**

(i) $\frac{5^{n+2} + 35 \times 5^{n-1}}{4 \times 5^n}$

সমাধান: $\frac{5^{n+2} + 35 \times 5^{n-1}}{4 \times 5^n}$

$= \frac{5^n.5^2 + 35.\frac{5^n}{5}}{4 \times 5^n}$

$= \frac{5^n.5^2 + 7.5^n}{4 \times 5^n}$

$= \frac{5^n(5^2 + 7)}{4 \times 5^n}$

$= \frac{25 + 7}{4}$

$= \frac{32}{4} = 8$

$\therefore$ নির্ণেয় মান = 8

(ii) $\frac{3^4.3^8}{3^{14}}$

সমাধান: $\frac{3^4.3^8}{3^{14}}$

$= \frac{3^4.3^8}{3^{14}} = \frac{3^{4+8}}{3^{14}}$

$= \frac{3^{12}}{3^{14}} = 3^{12-14}$

$= 3^{-2} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}$

$\therefore$ নির্ণেয় মান $= \frac{1}{9}$

কাজ: ২. দেখাও যে,

$\left(\frac{p^a}{p^b}\right)^{a^2+ab+b^2} \times \left(\frac{p^b}{p^c}\right)^{b^2+bc+c^2} \times \left(\frac{p^c}{p^a}\right)^{c^2+ca+a^2} = 1$ ◀ **Text পৃষ্ঠা-১৯২ ও ১৯৩**

সমাধান: সৃজনশীল রচনামূলক অংশের শ্রেণির কাজের ওপর প্রশ্ন ও সমাধান এর প্রশ্ন ৫ (খ) দেখো। পৃষ্ঠা-৩২৩

কাজ: ৩. যদি $a = xy^{p-1}$, $b = xy^{q-1}$ এবং $c = xy^{r-1}$ হয়, তবে দেখাও যে, $a^{q-r}.b^{r-p}.c^{p-q} = 1$ ◀ **Text পৃষ্ঠা-১৯২ ও ১৯৩**

সমাধান: সৃজনশীল রচনামূলক অংশের শ্রেণির কাজের ওপর প্রশ্ন ও সমাধান এর প্রশ্ন ৬(ক) ও (খ) দেখো। পৃষ্ঠা-৩২৪

কাজ: ৪. সমাধান কর: (i) $4^x - 3^{x-\frac{1}{2}} = 3^{x+\frac{1}{2}} - 2^{2x-1}$

(ii) $9^{2x} = 3^{x+1}$; (iii) $2^{x+3} + 2^{x+1} = 320$ ◀ **Text পৃষ্ঠা-১৯২ ও ১৯৩**

সমাধান: সৃজনশীল রচনামূলক অংশের শ্রেণির কাজের ওপর প্রশ্ন ও সমাধান এর প্রশ্ন ৭(ক) ও (খ) দেখো। পৃষ্ঠা-৩২৪

কাজ: ৫. সরল কর: ◀ **Text পৃষ্ঠা-১৯২ ও ১৯৩**

(i) $\sqrt[12]{(a^8)\sqrt{(a^6)\sqrt{a^4}}}$

সমাধান: সৃজনশীল রচনামূলক অংশের শ্রেণির কাজের ওপর প্রশ্ন ও সমাধান এর প্রশ্ন ৮(ক) দেখো। পৃষ্ঠা-৩২৫

(ii) $[1 - 1\{1 - (1 - x^3)^{-1}\}^{-1}]^{-1}$

সমাধান: $[1 - 1\{1 - (1 - x^3)^{-1}\}^{-1}]^{-1}$

$= \left[1 - 1\left\{1 - \frac{1}{1 - x^3}\right\}^{-1}\right]^{-1}$

$= \left[1 - 1\left\{\frac{1 - x^3 - 1}{1 - x^3}\right\}^{-1}\right]^{-1}$

$= \left[1 - 1\left\{\frac{-x^3}{1 - x^3}\right\}^{-1}\right]^{-1}$

$= \left[1 - \left(\frac{1 - x^3}{-x^3}\right)\right]^{-1}$

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

$= \left[1 + \frac{1 - x^3}{x^3}\right]^{-1}$

$= \left[\frac{x^3 + 1 - x^3}{x^3}\right]^{-1}$

$= \left[\frac{1}{x^3}\right]^{-1}$

$= x^3$

∴ নির্ণেয় সরল মান $= x^3$

কাজ: ৬. যদি $\sqrt[x]{a} = \sqrt[y]{b} = \sqrt[z]{c}$ এবং abc = 1 হয়, তবে প্রমাণ কর, $x + y + z = 0$ ◀ **Text পৃষ্ঠা-১৯২ ও ১৯৩**

সমাধান: ধরি, $\sqrt[x]{a} = \sqrt[y]{b} = \sqrt[z]{c} = k$

বা, $a^{\frac{1}{x}} = b^{\frac{1}{y}} = c^{\frac{1}{z}} = k$

বা, $a^{\frac{1}{x}} = k$; $b^{\frac{1}{y}} = k$; $c^{\frac{1}{z}} = k$

∴ $a = k^x, b = k^y, c = k^z$

দেওয়া আছে,

abc = 1

বা, $k^x k^y k^z = 1$

বা, $k^{x+y+z} = k^0$

∴ $x + y + z = 0$ **(প্রমাণিত)**

কাজ: ৭. যদি $a^m.a^n = (a^m)^n$ হয়, তবে প্রমাণ কর যে, $m(n - 2) + n(m - 2) = 0$ ◀ **Text পৃষ্ঠা-১৯২ ও ১৯৩**

সমাধান: দেওয়া আছে,

$a^m.a^n = (a^m)^n$

বা, $a^{m+n} = a^{mn}$

∴ $m+n = mn$

এখন, বামপক্ষ $= m(n - 2) + n(m - 2)$

$= mn - 2m + mn - 2n$

$= 2mn - 2(m + n)$

$= 2mn - 2mn$; [∵ $m + n = mn$]

$= 0$

= ডানপক্ষ

∴ $m(n - 2) + n(m - 2) = 0$ **(প্রমাণিত)**

অনুশীলনী-৯.২ ▶ সূচকীয় ও লগারিদমীয় ফাংশন

কাজ: ১. যদি $\frac{\log a}{b - c} = \frac{\log b}{c - a} = \frac{\log c}{a - b}$ হয়, তাহলে $a^a.b^b.c^c$ এর মান নির্ণয় কর। ◀ **Text পৃষ্ঠা-১৯৮ ও ১৯৯**

সমাধান: সৃজনশীল রচনামূলক অংশের শ্রেণির কাজের ওপর প্রশ্ন ও সমাধান এর প্রশ্ন ১(ক) ও (খ) দেখো। পৃষ্ঠা-৩৪৬

কাজ: ২. যদি a, b, c পরপর তিনটি ধনাত্মক অখণ্ড সংখ্যা হয়, তবে প্রমাণ কর যে, $\log(1 + ac) = 2\log b$ ◀ **Text পৃষ্ঠা-১৯৮ ও ১৯৯**

সমাধান: a, b, c পরপর তিনটি ধনাত্মক অখণ্ড সংখ্যা।

ধরি, $a < b < c$

∴ $a = b - 1$ এবং $c = b + 1$

$\frac{a}{b - 1} = \frac{b + 1}{c}$; [∵ $\frac{a}{b - 1} = \frac{a}{a} = \frac{b + 1}{c} = \frac{c}{c} = 1$]

বা, $ac = (b + 1)(b - 1)$

বা, $ac = b^2 - 1$

বা, $ac + 1 = b^2$

বা, $\log(ac + 1) = \log b^2$; [উভয় পাশে log নিয়ে]

∴ $\log(1 + ac) = 2\log b$ **(প্রমাণিত)**

কাজ: ৩. যদি $a^2 + b^2 = 7ab$ হয়, তবে দেখাও যে,

$\log\left(\frac{a + b}{3}\right) = \frac{1}{2}\log(ab) = \frac{1}{2}(\log a + \log b)$

◀ **Text পৃষ্ঠা-১৯৮ ও ১৯৯**

সমাধান : দেওয়া আছে,

$a^2 + b^2 = 7ab$

বা, $a^2 + b^2 + 2ab = 7ab + 2ab$ [উভয় পক্ষে 2ab যোগ করে]

বা, $(a + b)^2 = 9ab$

বা, $\frac{(a + b)^2}{9} = ab$

বা, $\left(\frac{a + b}{3}\right)^2 = ab$

বা, $\log\left(\frac{a + b}{3}\right)^2 = \log(ab)$

বা, $2\log\left(\frac{a + b}{3}\right) = \log(ab)$

$\log\left(\frac{a + b}{3}\right) = \frac{1}{2}\log(ab) = \frac{1}{2}(\log a + \log b)$

[∵ $\log(M \times N) = \log M + \log N$]

∴ $\log\left(\frac{a + b}{3}\right) = \frac{1}{2}\log(ab) = \frac{1}{2}(\log a + \log b)$ **(দেখানো হলো)**

কাজ: ৪. যদি $\log\left(\frac{x + y}{3}\right) = \frac{1}{2}(\log x + \log y)$ হয়, তবে দেখাও যে, $\frac{x}{y} + \frac{y}{x} = 7$ ◀ **Text পৃষ্ঠা-১৯৮ ও ১৯৯**

সমাধান: দেওয়া আছে,

$\log\left(\frac{x + y}{3}\right) = \frac{1}{2}(\log x + \log y)$

বা, $2\log\left(\frac{x + y}{3}\right) = \log x + \log y$

[উভয় পক্ষকে 2 দ্বারা গুণ করে]

বা, $\log\left(\frac{x + y}{3}\right)^2 = \log(xy)$; [∵ $\log M + \log N = \log(MN)$]

বা, $\left(\frac{x + y}{3}\right)^2 = xy$

বা, $\frac{(x + y)^2}{9} = xy$

বা, $(x + y)^2 = 9xy$

বা, $x^2 + y^2 + 2xy = 9xy$

বা, $x^2 + y^2 = 9xy - 2xy$

বা, $x^2 + y^2 = 7xy$

বা, $\frac{x^2 + y^2}{xy} = 7$ [উভয় পক্ষকে xy দ্বারা ভাগ করে]

বা, $\frac{x^2}{xy} + \frac{y^2}{xy} = 7$

$\frac{x}{y} + \frac{y}{x} = 7$ **(দেখানো হলো)**

কাজ: ৫. যদি $x = 1 + \log_a bc$, $y = 1 + \log_b ca$ এবং $z = 1 + \log_c ab$ হয়, তবে প্রমাণ কর যে, $xyz = xy + yz + zx$

◀ **Text পৃষ্ঠা-১৯৮ ও ১৯৯**

সমাধান: সৃজনশীল রচনামূলক অংশের শ্রেণির কাজের ওপর প্রশ্ন ও সমাধান এর প্রশ্ন ৩(ক) ও (খ) দেখো। পৃষ্ঠা-৩৪৬

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

কাজ: ৬. ◀ Text পৃষ্ঠা-১৯৮ ও ১৯৯

(ক) যদি $2\log_8 A = p$, $2\log_2 2A = q$ এবং $q - p = 4$ হয়, তবে A এর মান নির্ণয় কর।

(খ) যদি $\log x^y = 6$ এবং $\log 14x^{8y} = 3$ হয়, তবে x এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান :

(ক) দেওয়া আছে,

$2\log_8 A = p$

বা, $\log_8 A^2 = p$

বা, $A^2 = 8^p$

$\therefore$ $A^2 = 2^{3p}$ .... (i)

আবার,

$2\log_2 2A = q$

বা, $\log_2(2A)^2 = q$

বা, $(2A)^2 = 2^q$

বা, $A^2 = \frac{2^q}{2^2}$

$\therefore$ $A^2 = 2^{q-2}$ .... (ii)

এবং

$q - p = 4$

$\therefore$ $q = 4 + p$ .... (iii)

(i) ও (ii) নং হতে পাই,

$2^{3p} = 2^{q-2}$

বা, $3p = q - 2$

বা, $3p = 4 + p - 2$ [(iii) নং হতে পাই]

বা, $2p = 2$

$\therefore$ $p = 1$

$\therefore$ $q = 4 + 1 = 5$ [(iii) নং হতে]

(i) নং এ p এর মান বসাই

$A^2 = 2^{3.1}$

বা, $A^2 = 2^3$

$A = 2^{\frac{3}{2}}$

উত্তর : $A = 2^{\frac{3}{2}}$

(খ) দেওয়া আছে,

$\log x^y = 6$ .... (i)

$\log 14x^{8y} = 3$ .... (ii)

(i) নং হতে, $\log x^y = 6$

বা, $y \log x = 6$

বা, $y = \frac{6}{\log x}$ .... (iii)

(ii) নং হতে,

$\log 14x^{8y} = 3$

বা, $\log(14) + \log x^{8y} = 3$

বা, $\log x^{8y} = 3 - \log 14$

বা, $8y = \frac{3 - \log 14}{\log x}$ .... (iv)

(iii) ও (iv) হতে,

$\frac{6}{\log x} = \frac{3 - \log 14}{8 \log x}$

বা, $48 \log x = (3 - \log 14) \log x$

বা, $\log x \{48 - (3 - \log 14)\} = 0$

$\therefore \log x = 0$ [$\because 48 - (3 - \log 14) \neq 0$]

বা, $\log x = \log 1$

$\therefore x = 1$

কাজ: ৭. লগ সারণি (মাধ্যমিক বীজগণিত পুস্তক দ্রষ্টব্য) ব্যবহার করে P এর আসন্ন মান নির্ণয় কর যেখানে, ◀ **Text পৃষ্ঠা-১৯৮ ও ১৯৯**

(ক) $P = (0.087721)^4$

(খ) $P = \sqrt[3]{30.00618}$

সমাধান: (ক) $P = (0.087721)^4$

বা, $\log P = \log (0.087721)^4$ [log নিয়ে]

বা, $\log P = 4 \log 0.087721$

বা, $\log P = 4(\bar{2}.9431)$ [log সারণি থেকে]

বা, $\log P = -8 + 4 \times 0.9431$

বা, $\log P = -8 + 3.7724$

বা, $\log P = -4.2276$

বা, $P = \text{antilog}(-4.2276)$

$= 5.92 \times 10^{-5}$

উত্তর: 5.92×10^{-5}

(খ) $P = \sqrt[3]{30.00618}$

বা, $\log P = \log \sqrt[3]{30.00618}$ [উভয়পক্ষে log নিয়ে]

বা, $\log P = \frac{1}{3} \log 30.00618$

বা, $\log P = \frac{1}{3} \times 1.47721$ [log সারণি হতে]

বা, $\log P = 0.49240$

$\therefore$ $P = \text{antilog } 0.49240 = 3.10745$ (প্রায়)

উত্তর: 3.10745 (প্রায়)

কাজ: ◀ **Text পৃষ্ঠা-১৯৯**

নিচের ছকে বর্ণিত সূচক ফাংশন লেখ:

১.	x	−2	−1	0	1	2
	y	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4

২.	x	-1	0	1	2	3
	y	−3	0	3	6	9
৩.	x	1	2	3	4	5
	y	4	16	64	256	1024

৪.	x	−3	−2	−1	0	1
	y	0	1	2	3	4

৫.	x	−2	−1	0	1	2
	y	$\frac{1}{25}$	$\frac{1}{5}$	1	5	25

৬.	x	1	2	3	4	5
	y	5	10	15	20	25

সমাধান : টেবিল-১ এ বর্ণিত (x, y) ক্রমজোড়ের মানগুলো $y = 2^x$ দ্বারা বর্ণনা করা যায়, যেখানে x বাস্তব সংখ্যা।

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

টেবিল-২ এ বর্ণিত (x, y) ক্রমজোড়ের মানগুলো $y = 3x$ দ্বারা বর্ণনা করা যায়, যেখানে x বাস্তব সংখ্যা।

টেবিল-৩ এ বর্ণিত (x, y) ক্রমজোড়ের মানগুলো $y = 4^x$ দ্বারা বর্ণনা করা যায়, যেখানে x বাস্তব সংখ্যা।

টেবিল-৪ এ বর্ণিত (x, y) ক্রমজোড়ের মানগুলো $y = x + 3$ দ্বারা বর্ণনা করা যায়, যেখানে x বাস্তব সংখ্যা।

টেবিল-৫ এ বর্ণিত (x, y) ক্রমজোড়ের মানগুলো $y = 5^x$ দ্বারা বর্ণনা করা যায়, যেখানে x বাস্তব সংখ্যা।

টেবিল-৬ এ বর্ণিত (x, y) ক্রমজোড়ের মানগুলো $y = 5x$ দ্বারা বর্ণনা করা যায়, যেখানে x বাস্তব সংখ্যা।

এখন, সূচক ফাংশনের সংজ্ঞা হতে আমরা জানি, সূচক ফাংশন হলো $f(x) = a^x$ আকারের ফাংশন যা সকল বাস্তব সংখ্যা x এর জন্য সংজ্ঞায়িত, যেখানে $a > 0$ এবং $a \neq 1$.

তাহলে আমরা বলতে পারি টেবিল-১, টেবিল-৩ ও টেবিল-৫ এর ক্রমজোড়গুলো যথাক্রমে সূচক ফাংশন $f(x) = 2^x$, $f(x) = 4^x$ ও $f(x) = 5^x$ দ্বারা সংজ্ঞায়িত।

কাজ: নিচের কোনটি সূচক ফাংশন নির্দেশ করে: ◀ **Text পৃষ্ঠা-১৯৯**

৭. $y = -3^x$ **৮.** $y = 3x$ **৯.** $y = -2x - 3$ **১০.** $y = 5 - x$ **১১.** $y = x^2 + 1$ **১২.** $y = 3x^2$

সমাধান : সূচক ফাংশনের সংজ্ঞা হতে আমরা জানি, সূচক ফাংশন হলো $f(x) = a^x$ আকারের ফাংশন, যা সকল বাস্তব সংখ্যা x এর জন্য সংজ্ঞায়িত, যেখানে $a > 0$ এবং $a \neq 1$.

তাহলে, আমরা বলতে পারি প্রশ্নে প্রদত্ত ফাংশনগুলোর মধ্যে ৭ নং ফাংশন $y = f(x) = -3^x$ হলো একমাত্র সূচক ফাংশন।

কাজ: লেখচিত্র অঙ্কন কর যেখানে $-3 \leq x \leq 3$ ◀ **Text পৃষ্ঠা-২০০**

১. $y = 2^{-x}$

সমাধান : সৃজনশীল রচনামূলক অংশের শ্রেণির কাজের ওপর প্রশ্ন ও সমাধান এর প্রশ্ন ৭(ক) ও (খ) দেখো। পৃষ্ঠা-৩৪৮

২. $y = 4^x$

সমাধান: সৃজনশীল রচনামূলক অংশের শ্রেণির কাজের ওপর প্রশ্ন ও সমাধান এর প্রশ্ন ১০(ক) ও (খ) দেখো। পৃষ্ঠা-৩৫০

৩. $y = 2^{\frac{x}{2}}$

সমাধান: সৃজনশীল রচনামূলক অংশের শ্রেণির কাজের ওপর প্রশ্ন ও সমাধান এর প্রশ্ন ৬(ক) ও (খ) দেখো। পৃষ্ঠা-৩৪৮

৪. $y = \left(\frac{3}{2}\right)^x$

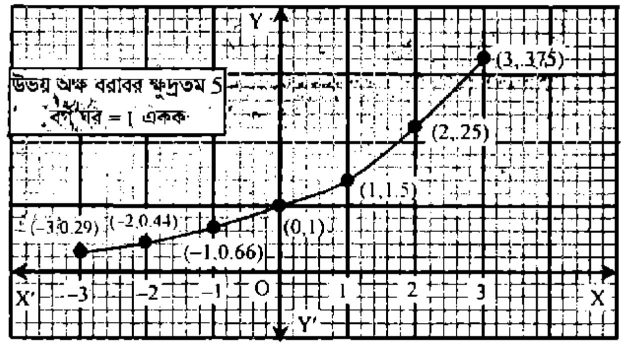
সমাধান: ধরি, $y = f(x) = \left(\frac{3}{2}\right)^x$

x এর –3 থেকে 3 এর মধ্যে কয়েকটি মান নিয়ে সংশ্লিষ্ট y এর মান নিম্নের ছকে দেখানো হলো–

x	–3	–2	–1	0	1	2	3
y	0.29	0.44	0.66	1	1.5	2.25	3.375

এখন, ছক কাগজে সুবিধামত x-অক্ষ XOX′ এবং y-অক্ষ YOY′ আঁকি। x-অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম 5 বর্গঘর = 1 একক এবং y-অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম 5 বর্গঘর = 1 একক ধরে (x, y) বিন্দুগুলো পাতন করি। বিন্দুগুলোকে সহজভাবে বক্ররেখার যুক্ত করে $y = f(x)$ এর লেখ পাওয়া যায়।

যা নিম্নে দেখানো হলো–



কাজ: লেখচিত্র অঙ্কন কর এবং এদের বিপরীত ফাংশন নির্ণয় কর : ◀ **Text পৃষ্ঠা-২০১**

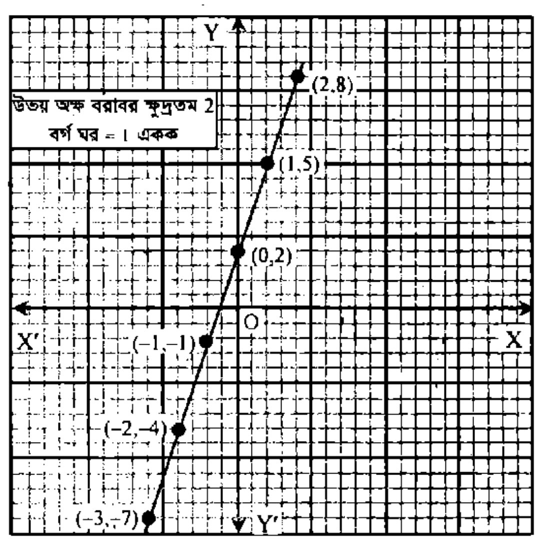
১. $y = 3x + 2$

সমাধান : ধরি, $y = f(x) = 3x + 2$

$f(x)$ ফাংশনের লেখচিত্র অঙ্কনের জন্য x এবং y এর মানগুলোর তালিকা প্রস্তুত করি।

x	–3	–2	–1	0	1	2
y	–7	–4	–1	2	5	8

ছক কাগজে মানগুলো স্থাপন করলে নিম্নরূপ লেখচিত্র পাওয়া যায়–



বিপরীত ফাংশন নির্ণয়-:

দেওয়া আছে, $y = 3x + 2$

বা, $3x = y - 2$

$\therefore \quad x = \frac{1}{3}(y - 2)$

বিপরীত ফাংশন $f^{-1} : y \rightarrow x$ যেখানে, $x = \frac{1}{3}(y - 2)$

বা, $f^{-1} : y \rightarrow \frac{1}{3}(y - 2)$

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

y এর স্থলে x স্থাপন করে পাই,

$$f^{-1} : x \to \frac{1}{3}(x-2)$$

$$f^{-1}(x) = \frac{1}{3}(x-2)$$

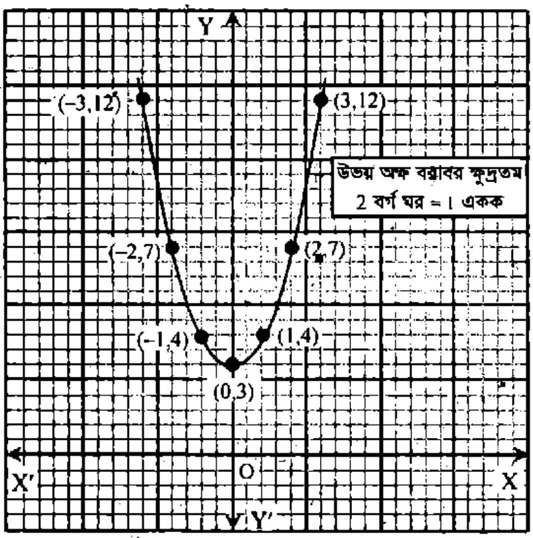
২. $y = x^2 + 3$

সমাধান: ধরি, $y = f(x) = x^2 + 3$

প্রদত্ত ফাংশন f(x) এর লেখচিত্র অঙ্কনের জন্য x এবং y এর মানগুলোর তালিকা প্রস্তুত করি।

x	–3	–2	–1	0	1	2	3
y	12	7	4	3	4	7	12

ছক কাগজে মানগুলো স্থাপন করলে নিম্নরূপ লেখচিত্র পাওয়া যায়–



বিপরীত ফাংশন নির্ণয়:

$y = f(x) = x^2 + 3$

এখন, $y = x^2 + 3$

বা, $x^2 = y - 3$

বা, $x = \pm\sqrt{y-3}$

বিপরীত ফাংশন $f^{-1} : y \to x$ যেখানে, $x = \pm\sqrt{y-3}$

বা, $f^{-1} : y \to \pm\sqrt{y-3}$

y এর স্থলে x স্থাপন করে পাই,

$$f^{-1} : x \to \pm\sqrt{x-3}$$

$$f^{-1}(x) = \pm\sqrt{x-3}$$

৩. $y = x^3 - 1$

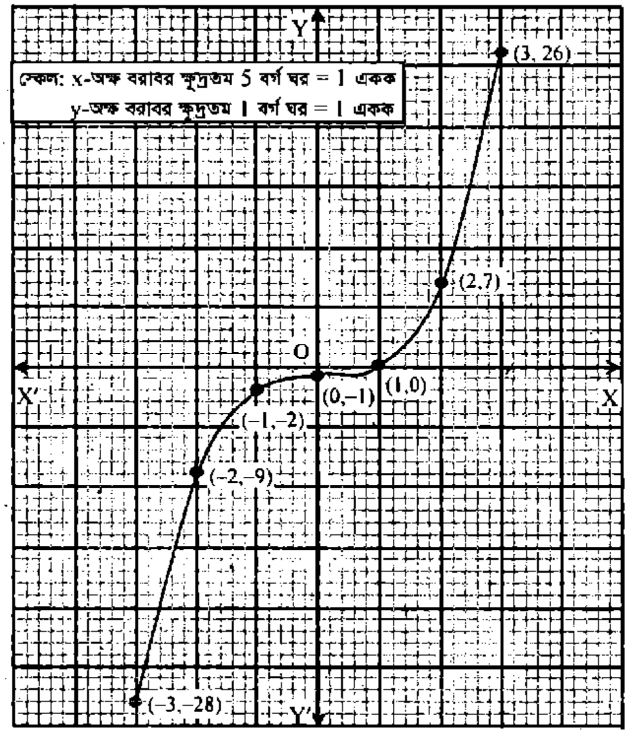
সমাধান : ধরি, $y = f(x)$

$= x^3 - 1$

প্রদত্ত ফাংশন $f(x)$ এর লেখচিত্র অঙ্কনের জন্য x এবং y এর মানগুলোর তালিকা প্রস্তুত করি।

x	–3	–2	–1	0	1	2	3
y	–28	–9	–2	–1	0	7	26

ছক কাগজে মানগুলো স্থাপন করলে নিম্নরূপ লেখচিত্র পাওয়া যায়–



বিপরীত ফাংশন নির্ণয়:

$y = f(x) = x^3 - 1$

এখন, $y = x^3 - 1$

বা, $x^3 = y + 1$

$\therefore x = \pm(y+1)^{\frac{1}{3}}$

বিপরীত ফাংশন f^{-1} :

$y \to x$ যেখানে, $x = \pm(y+1)^{\frac{1}{3}}$

বা, $f^{-1} : y \to \pm(y+1)^{\frac{1}{3}}$

y এর স্থলে x স্থাপন করে পাই,

$$f^{-1} : x \to \pm(x+1)^{\frac{1}{3}}$$

$$f^{-1}(x) = \pm(x+1)^{\frac{1}{3}}$$

৪. $y = \frac{4}{x}$

সমাধান: সৃজনশীল রচনামূলক অংশের শ্রেণির কাজের ওপর প্রশ্ন ও সমাধান এর প্রশ্ন ৮(ক), (খ) ও (গ) দেখো। পৃষ্ঠা-৩৪৯

৫. $y = 3x$

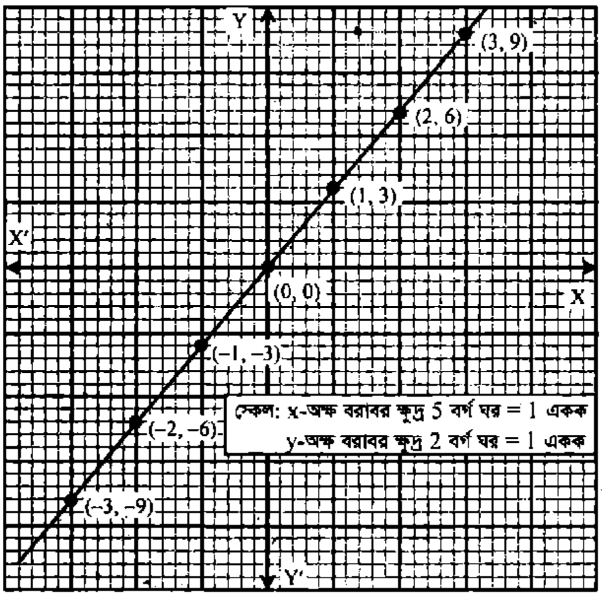
সমাধান : ধরি, $y = f(x) = 3x$

প্রদত্ত ফাংশন $f(x)$ এর লেখচিত্র অঙ্কনের জন্য x এবং y এর মানগুলোর তালিকা প্রস্তুত করি।

x	–3	–2	–1	0	1	2	3
y	–9	–6	–3	0	3	6	9

ছক কাগজে মানগুলো স্থাপন করলে নিম্নরূপ লেখচিত্র পাওয়া যায়–

www.bdniyog.com
www.pathagar.com



বিপরীত ফাংশন নির্ণয়: $y = f(x) = 3x$

এখন, $y = 3x \therefore x = \frac{y}{3}$

বিপরীত ফাংশন $f^{-1} : y \rightarrow x$ যেখানে $x = \frac{y}{3}$

বা, $f^{-1} : y \rightarrow \frac{y}{3}$

y এর স্থলে x স্থাপন করে পাই,

$f^{-1} : x \rightarrow \frac{x}{3} \quad \therefore f^{-1}(x) = \frac{x}{3}$

৬. $y = \frac{2x+1}{x-1}$

সমাধান: সৃজনশীল রচনামূলক অংশের শ্রেণির কাজের ওপর প্রশ্ন ও সমাধান এর প্রশ্ন ৯(ক), (খ) ও (গ) দেখো। পৃষ্ঠা-৩৪৯

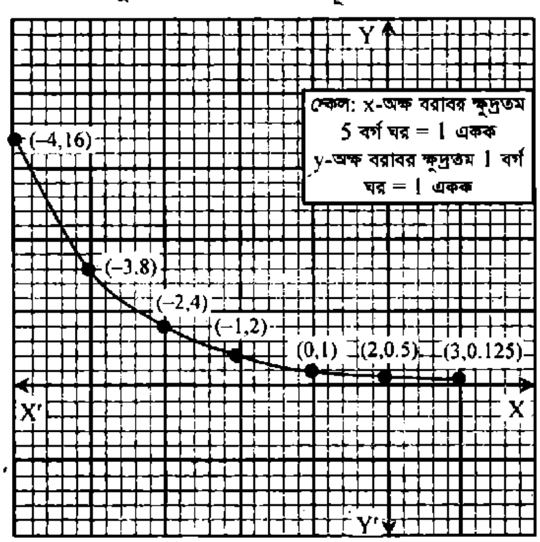
৭. $y = 2^{-x}$

সমাধান : ধরি, $y = f(x) = 2^{-x}$

প্রদত্ত ফাংশন $f(x)$ এর লেখচিত্র অঙ্কনের জন্য x এবং y এর মানগুলোর তালিকা প্রস্তুত করি।

x	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3
y	16	8	4	2	1	0.5	0.25	0.125

ছক কাগজে মানগুলো স্থাপন করলে নিম্নরূপ লেখচিত্র পাওয়া যায়–



বিপরীত ফাংশন নির্ণয়: $y = f(x) = 2^{-x}$

এখন, $y = 2^{-x}$

বা, $\log_2 y = -x$

বা, $x = -\log_2 y$

বা, $x = \log_2 y^{-1}$

$x = \log_2\left(\frac{1}{y}\right)$

বিপরীত ফাংশন $f^{-1} : y \rightarrow x$ যেখানে, $x = \log_2\left(\frac{1}{y}\right)$

বা, $f^{-1} : y \rightarrow \log_2\left(\frac{1}{y}\right)$

y এর স্থলে x স্থাপন করে পাই,

$f^{-1} : x \rightarrow \log_2\left(\frac{1}{x}\right)$

$f^{-1}(x) = \log_2\left(\frac{1}{x}\right)$

৮. $y = 4^x$

সমাধান: সৃজনশীল রচনামূলক অংশের শ্রেণির কাজের ওপর প্রশ্ন ও সমাধান এর প্রশ্ন ১০(ক), (খ) ও (গ) দেখো। পৃষ্ঠা-৩৫০

কাজ: নিচের ফাংশনের ডোমেন ও রেঞ্জ নির্ণয় কর: ◀ **Text পৃষ্ঠা-২০২**

১. $y = \ln\frac{2+x}{2-x}$

সমাধান : ধরি,

$y = f(x) = \ln\frac{2+x}{2-x}$

যেহেতু লগারিদম শুধুমাত্র ধনাত্মক বাস্তব সংখ্যার জন্য সংজ্ঞায়িত হয়।

$\therefore \frac{2+x}{2-x} > 0$ যদি (i) $2 + x > 0$ এবং $2 - x > 0$ হয়

অথবা, (ii) $2 + x < 0$ এবং $2 - x < 0$ হয়

(i) নং হতে পাই, $x > -2$ এবং $-x > -2$

বা, $x > -2$ এবং $x < 2$

ডোমেন $= \{x : -2 < x\} \cap \{x : x < 2\}$

$= (-2, \infty) \cap (-\infty, 2)$

$= (-2, 2)$

(ii) নং হতে পাই, $x < -2$ এবং $-x < -2$

বা, $x < -2$ এবং $x > 2$

ডোমেন $= \{x : x < -2\} \cap \{x : x > 2\}$

$= \varnothing$

প্রদত্ত ফাংশনের ডোমেন

D_f = (i) ও (ii) এ প্রাপ্ত ডোমেনের সংযোগ

$= (-2, 2) \cup \varnothing = (-2, 2)$

রেঞ্জ : $y = f(x) = \ln\frac{2+x}{2-x}$

বা, $e^y = \frac{2+x}{2-x}$

বা, $2 + x = 2e^y - xe^y$

বা, $x(1 + e^y) = 2(e^y - 1)$

বা, $x = \frac{2(e^y - 1)}{e^y + 1}$

y এর সকল বাস্তব মানের জন্য x-এর মান বাস্তব হয়।

$\therefore$ প্রদত্ত ফাংশনের রেঞ্জ $R_f = \mathbb{R}$

উত্তর: প্রদত্ত ফাংশনের ডোমেন $D_f = (-2, 2)$ এবং রেঞ্জ $R_f = \mathbb{R}$

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

২. $y = \ell n \frac{3+x}{3-x}$

সমাধান : ধরি, $y = f(x) = \ell n \frac{3+x}{3-x}$

যেহেতু লগারিদম শুধুমাত্র ধনাত্মক বাস্তব সংখ্যার জন্য সংজ্ঞায়িত হয়।

$\therefore \frac{3+x}{3-x} > 0$ যদি (i) $3 + x > 0$ এবং $3 - x > 0$ হয়

অথবা (ii) $3 + x < 0$ এবং $3 - x < 0$ হয়,

(i) নং হতে পাই, $x > -3$ এবং $-x > -3$

বা, $x > -3$ এবং $x < 3$

$\therefore$ ডোমেন $= \{x : -3 < x\} \cap \{x : x < 3\}$
$= (-3, \infty) \cap (-\infty, 3)$
$= (-3, 3)$

(ii) নং হতে পাই, $x < -3$ এবং $-x < -3$

বা, $x < -3$ এবং $x > 3$

ডোমেন $= \{x : x < -3\} \cap \{x : x > 3\}$
$= \varnothing$

প্রদত্ত ফাংশনের ডোমেন

D_f = (i) ও (ii) এ ক্ষেত্রে প্রাপ্ত ডোমেনের সংযোগ
$= (-3, 3) \cup \varnothing = (-3, 3)$

রেঞ্জ : $y = f(x) = \ell n \frac{3+x}{3-x}$

বা, $e^y = \frac{3+x}{3-x}$

বা, $3 + x = 3e^y - xe^y$

বা, $x(1 + e^y) = 3(e^y - 1)$

বা, $x = \frac{3(e^y - 1)}{e^y + 1}$

y এর সকল বাস্তব মানের জন্য x এর মান বাস্তব হয়।

$\therefore$ প্রদত্ত ফাংশনের রেঞ্জ $R_f = \mathbb{R}$

উত্তর: প্রদত্ত ফাংশনের ডামেন $R_f = (-3, 3)$ এবং রেঞ্জ $R_f = \mathbb{R}$

৩. $y = \ell n \frac{4+x}{4-x}$

সমাধান : ধরি, $y = f(x) = \ell n \frac{4+x}{4-x}$

যেহেতু লগারিদম শুধুমাত্র ধনাত্মক বাস্তব সংখ্যার জন্য সংজ্ঞায়িত হয়।

$\therefore \frac{4+x}{4-x} > 0$ যদি (i) $4 + x > 0$ এবং $4 - x > 0$ হয়

অথবা (ii) $4 + x < 0$ এবং $4 - x < 0$ হয়

(i) নং হতে পাই, $x > -4$ এবং $-x > -4$

বা, $x > -4$ এবং $x < 4$

$\therefore$ ডোমেন $= \{x : -4 < x\} \cap \{x : x < 4\}$
$= (-4, \infty) \cap (\infty, 4)$
$= (-4, 4)$

(ii) নং হতে পাই, $x < -4$ এবং $-x < -4$

বা, $x < -4$ এবং $x > 4$

ডোমেন $= \{x : x < -4\} \cap \{x : x > 4\} = \varnothing$

প্রদত্ত ফাংশনের ডোমেন

D_f = (i) ও (ii) এ প্রাপ্ত ডোমেনের সংযোগ
$= (-4, 4) \cup \varnothing = (-4, 4)$

রেঞ্জ : $y = f(x)\ \ \ell n \frac{4+x}{4-x}$

বা, $e^y = \frac{4+x}{4-x}$

বা, $4 + x = 4e^y - xe^y$

বা, $x(1 + e^y) = 4(e^y - 1)$

বা, $x = \frac{4(e^y - 1)}{e^y + 1}$

y এর সকল বাস্তব মানের জন্য x এর মান বাস্তব হয়।

$\therefore$ প্রদত্ত ফাংশনের রেঞ্জ $R_f = \mathbb{R}$

উত্তর: প্রদত্ত ফাংশনের ডোমেন $D_f = (-4, 4)$ এবং রেঞ্জ $R_f = \mathbb{R}$

৪. $y = \ell n \frac{5+x}{5-x}$

সমাধান: সৃজনশীল রচনামূলক অংশের শ্রেণির কাজের ওপর প্রশ্ন ও সমাধান এর প্রশ্ন ১১(খ) ও (গ) দেখো। পৃষ্ঠা-৩৫০

কাজ: নিচের ফাংশনগুলোর লেখচিত্র অঙ্কন কর এবং ডোমেন ও রেঞ্জ নির্ণয় কর: ◄ Text পৃষ্ঠা-২০৪

(i) $f(x) = 2^x$

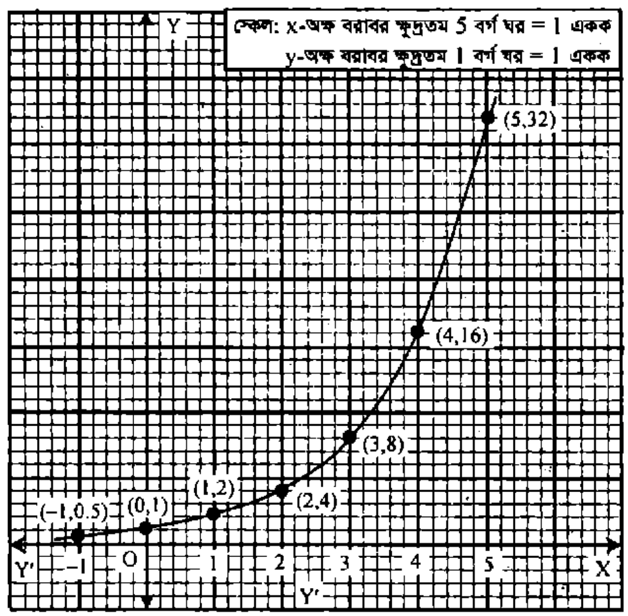
সমাধান: ধরি, $y = f(x) = 2^x$

x এর কয়েকটি মান নিয়ে সংশ্লিষ্ট y এর মান নিম্নের ছকে দেখানো হলো–

x	−1	0	1	2	3	4	5
y	0.5	1	2	4	8	16	32

এখন, ছক কাগজে সুবিধামত x-অক্ষ XOX′ এবং y-অক্ষ YOY′ আঁকি। x-অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম 5 বর্গঘর = 1 একক এবং y-অক্ষ, বরাবর ক্ষুদ্রতম 1 বর্গঘর = 1 একক ধরে (x, y) বিন্দুগুলো পাতন করি। বিন্দুগুলোকে সহজভাবে বক্ররেখায় যুক্ত করে $y = f(x)$ এর লেখ পাওয়া যায়।

যা নিম্নে দেখানো হলো–



আবার, x এর সকল বাস্তব মানের জন্য প্রদত্ত ফাংশনটি সজ্ঞায়িত হবে।

$\therefore$ ফাংশনের ডোমেন $D_f = \mathbb{R}$

এবং x যখন $-\infty$ এর কাছাকাছি হয় তখন $f(x)$ এর মান শূন্যের কাছাকাছি হয় এবং x এ মান বৃদ্ধি পেলে $f(x)$, ∞ অসীমের কাছাকাছি হয়।

$\therefore$ ফাংশনের রেঞ্জ $R_f = (0, \infty)$

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

(ii) $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$

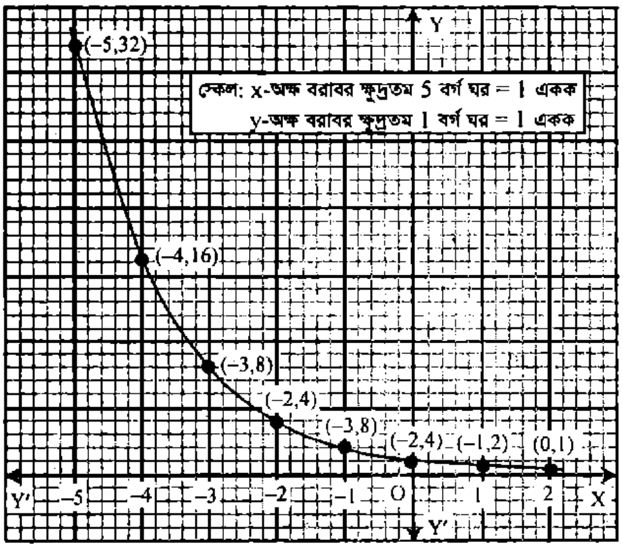
সমাধান : ধরি, $y = f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$

x এর কয়েকটি মান নিচে সংশ্লিষ্ট y এর মান নিম্নের ছকে দেখানো হলো–

x	0	–1	–2	–3	–4	–5
y	1	2	4	8	16	32

এখন, ছক কাগজে সুবিধামত x-অক্ষ XOX′ এবং y-অক্ষ YOY′ আঁকি। x-অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম 5 বর্গঘর = 1 একক এবং y-অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম 1 বর্গঘর = 1 একক ধরে (x, y) বিন্দুগুলো পাতন করি। বিন্দুগুলোকে সহজভাবে বক্ররেখায় যুক্ত করে $y = f(x)$ এর লেখ পাওয়া যায়।

যা নিম্নে দেখানো হলো–



এখন, x এর সকল বাস্তব মানের জন্য প্রদত্ত ফাংশনটি সংজ্ঞায়িত

∴ ফাংশনের ডোমেন $D_f = \mathbb{R}$

এবং x যখন – ∞ এর কাছাকাছি হয় তখন $f(x)$ এর মান শূন্যের কাছাকাছি হয় এবং x এর মান বৃদ্ধির সাথে সাথে $f(x)$ মান বৃদ্ধি পায়।

∴ ফাংশনের রেঞ্জ $R_f = (0, \infty)$

(iii) $f(x) = e^x, 2 < e < 3$

সমাধান: সৃজনশীল রচনামূলক অংশের শ্রেণির কাজের ওপর প্রশ্ন ও সমাধান এর প্রশ্ন ১২(ক) ও (খ) দেখো। পৃষ্ঠা-৩৫১

(iv) $f(x) = e^{-x}, 2 < e < 3$

সমাধান: সৃজনশীল রচনামূলক অংশের শ্রেণির কাজের ওপর প্রশ্ন ও সমাধান এর প্রশ্ন ১৩(ক), (খ) ও (গ) ডোমেন ও রেঞ্জ পর্যন্ত দেখো। পৃষ্ঠা-৩৫১

(v) $f(x) = 3^x$

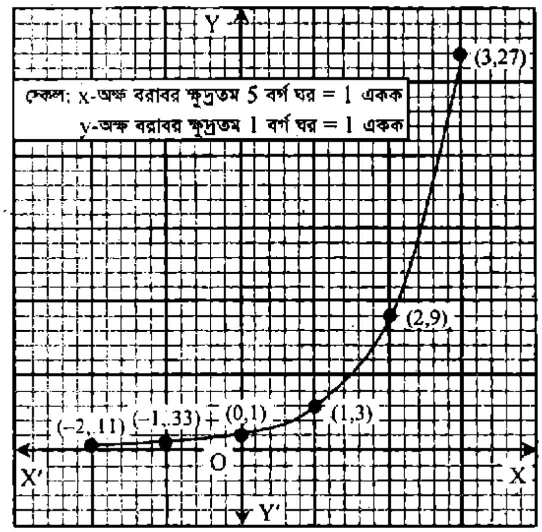
সমাধান: ধরি, $y = f(x) = 3^x$

x এর –2 থেকে 3 এর মধ্যে কয়েকটি মান নিয়ে সংশ্লিষ্ট y এর মান নিম্নের ছকে দেখানো হলো–

x	– 2	– 1	0	1	2	3
y	0.11	0.33	1	3	9	27

এখন, ছক কাগজে সুবিধামত x-অক্ষ XOX′ এবং y-অক্ষ YOY′ আঁকি। x-অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম 5 বর্গঘর = 1 একক এবং y-অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম 1 বর্গঘর = 1 একক একক ধরে (x, y) বিন্দুগুলো পাতন করি। বিন্দুগুলোকে সহজভাবে বক্ররেখার যুক্ত করে $y = f(x)$ এর লেখ পাওয়া যায়।

যা নিম্নে দেখানো হলো–



এখন, x এর সকল বাস্তব মানের জন্য প্রদত্ত ফাংশন $f(x)$ সংজ্ঞায়িত।

∴ ফাংশনটির ডোমেন $D_f = \mathbb{R}$

আবার, x এর মান যখন – ∞ এর কাছাকাছি হয় তখন $f(x)$ এর মান শূন্যের কাছাকাছি হয় এবং x এর মান বৃদ্ধির সাথে সাথে $f(x)$ এর মান অসীমের (+ ∞) দিকে বৃদ্ধি পায়।

∴ প্রদত্ত ফাংশনের রেঞ্জ $R_f = (0, \infty)$

কাজ: টেবিলে উল্লেখিত x ও y এর মান নিয়ে $y = \log_{10}x$ এর লেখচিত্র অঙ্কন কর।

x	0.5	1	2	3	4	5	10	12
y	–0.3	0	0.3	0.5	0.60	0.70	1	1.07

◄ Text পৃষ্ঠা-২০৫

সমাধান : $y = \log_{10}x$ এর লেখচিত্র অঙ্কন :

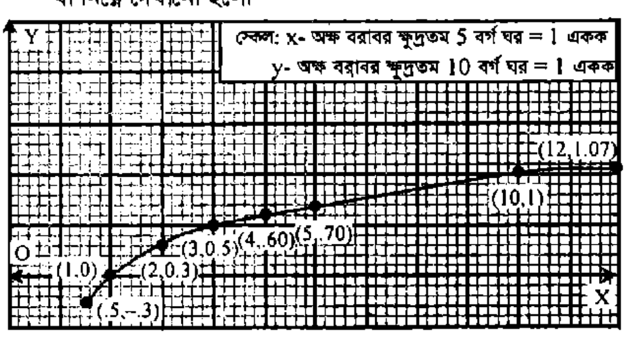
ধরি, $y = f(x) = \log_{10}x$

x এর 0.5 থেকে 12 এর মধ্যে কয়েকটি মান নিয়ে সংশ্লিষ্ট y এর মান নিম্নের ছকে দেখানো হলো–

x	0.5	1	2	3	4	5	10	12
y	–0.3	0	0.3	0.5	0.60	0.70	1	1.07

এখন, ছক কাগজে সুবিধামত x-অক্ষ XOX′ এবং y-অক্ষ YOY′ আঁকি। x-অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম 5 বর্গঘর = 1 একক এবং y-অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম 10 বর্গঘর = 1 একক ধরে (x, y) বিন্দুগুলো পাতন করি। বিন্দুগুলোকে সহজভাবে বক্ররেখার যুক্ত করে $y = f(x)$ এর লেখা পাওয়া যায়।

যা নিম্নে দেখানো হলো–



[**বি:দ্র:** পাঠ্যবইয়ে x = 4, 12 এর জন্য y এর মান সঠিক নয়।]

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

কাজ: $y = \log_e x$ এর লেখচিত্র অঙ্কনের জন্য ১ এর ন্যায় x ও y এর মান নিয়ে টেবিল তৈরি কর এবং লেখচিত্র আঁক। ◄Text পৃষ্ঠা-২০৫

সমাধান: $y = \log_e x$ এর লেখচিত্র অঙ্কন :

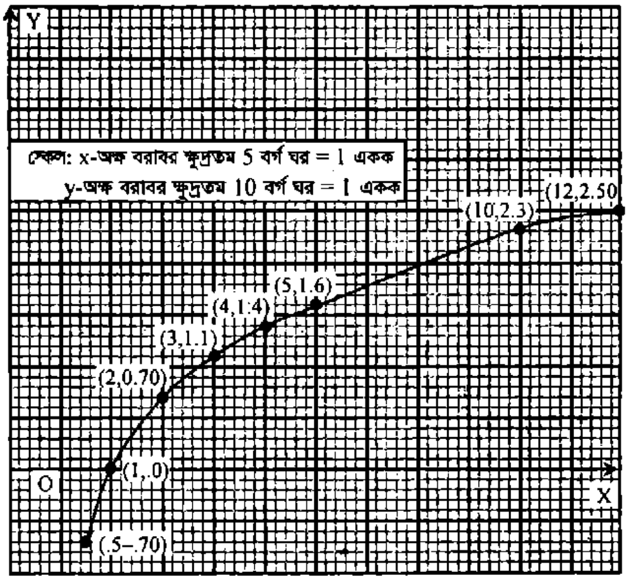
ধরি, $y = f(x) = \log_e x$

x এর 0.5 থেকে 12 এর মধ্যে কয়েকটি মান নিয়ে সংশ্লিষ্ট y এর মান নিম্নের ছকে দেখানো হলো–

x	0.5	1	2	3	4	5	10	12
y	–0.70	0	0.70	1.1	1.4	1.6	2.3	2.50

এখন, ছক কাগজে সুবিধামত x-অক্ষ XOX′ এবং y-অক্ষ YOY′ আঁকি। x-অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম 5 বর্গঘর = 1 একক এবং y-অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম 10 বর্গঘর = 1 একক ধরে (x, y) বিন্দুগুলো পাতন করি। বিন্দুগুলোকে সহজভাবে বক্ররেখায় যুক্ত করে $y = f(x)$ এর লেখ পাওয়া যায়।

যা নিম্নে দেখানো হলো–



অনুশীলনী-১০.১ ▶ দ্বিপদী বিস্তৃতি

কাজ: নিম্নোক্ত বিস্তৃতিসমূহ নির্ণয় কর: (উপরের বিস্তৃতিসমূহের সাহায্য নাও): ◄Text পৃষ্ঠা-২১১

$(1 + y)^8 =$

$(1 + y)^9 =$

$(1 + y)^{10} =$

সমাধান: প্যাসকেলের ত্রিভুজ থেকে আমরা দেখতে পাই এর বাম ও ডান দিকে আছে '1'। ত্রিভুজের মাঝখানের সংখ্যাগুলোর প্রত্যেকটি ঠিক উপরের দুইটি সংখ্যার যোগফল।

n = 5 এর জন্যে দ্বিপদী সহগ হলো: 1 5 10 10 5 1

n = 6 এর জন্যে সহগগুলো হবে নিম্নরূপ:

n = 5 1 5 10 10 5 1

n = 6 6 15 20 15 6

n = 0   1
n = 1   1 1
n = 2   1 2 1
n = 3   1 3 3 1
n = 4   1 4 6 4 1
n = 5   1 5 10 10 5 1

$\therefore (1 + y)^5 = 1 + 5y + 10y^2 + 10y^3 + 5y^4 + y^5$

$\therefore (1 + y)^6 = 1 + 6y + 15y^2 + 20y^3 + 15y^4 + 6y^5 + y^6$

এবং $(1 + y)^7 = 1 + 7y + 21y^2 + 35y^3 + 35y^4 + 21y^5 + 7y^6 + y^7$

$(1 + y)^8 = 1 + 8y + 28y^2 + 56y^3 + 70y^4 + 56y^5 + 28y^6 + 8y^7 + y^8$

$\therefore (1 + y)^9 = 1 + 9y + 36y^2 + 84y^3 + 126y^4 + 126y^5 + 84y^6 + 36y^7 + 9y^8 + y^9$

$\therefore (1 + y)^{10} = 1 + 10y + 45y^2 + 120y^3 + 210y^4 + 252y^5 + 210y^6 + 120y^7 + 45y^8 + 10y^9 + y^{10}$

কাজ: $(1 + 2x^2)^7$ এবং $(1 - 2x^2)^7$ কে বিস্তৃত কর। ◄Text পৃষ্ঠা-২১৪

সমাধান: প্যাসকেলের ত্রিভুজের সাহায্যে–

$(1 + 2x^2)^7 = 1 + 7(2x^2) + 21(2x^2)^2 + 35(2x^2)^3 + 35(2x^2)^4 + 21(2x^2)^5 + 7(2x^2)^6 + (2x^2)^7$

দ্বিপদী উপপাদ্যের সাহায্যে-

1
1 1
1 2 1
1 3 3 1
1 4 6 4 1
1 5 10 10 5 1
1 6 15 20 15 6 1
1 7 21 35 35 21 7 1
1 8 28 56 70 56 28 8 1

$(1 + 2x^2)^7 = \binom{7}{0}(2x^2)^0 + \binom{7}{1}(2x^2)^1 + \binom{7}{2}(2x^2)^2 + \binom{7}{3}(2x^2)^3 + \binom{7}{4}(2x^2)^4 + \binom{7}{5}(2x^2)^2 + \binom{7}{6}(2x^2)^2 + \binom{7}{7}(2x^2)^7$

$= 1.1 + \frac{7}{1}(2x^2) + \frac{7.6}{1.2}(2x^2)^2 + \frac{7.6.5}{1.2.3}(2x^2)^3 + \frac{7.6.5.4}{1.2.3.4}(2x^2)^4 + \frac{7.6.5.4.3}{1.2.3.4.5}(2x^2)^5 + \frac{7.6.5.4.3.2}{1.2.3.4.5.6}(2x^2)^6 + 1.(2x^2)^7$

$= 1 + 14x^2 + 21.4x^4 + 35.8x^6 + 35.16x^8 + 21.32x^{10} + 7.64x^{12} + 128x^{14}$

$= 1 + 14x^2 + 84x^4 + 280x^6 + 560x^8 + 672x^{10} + 448x^{12} + 128x^{14}$

প্যাসকেলের ত্রিভুজের সাহায্যে

$(1 - 2x^2)^7 = \{1 + (-2x^2)\}^7$

$= 1 + 7(-2x^2) + 21.(-2x^2)^2 + 35(-2x^2)^3 + 35(-2x^2)^4 + 21(-2x^2)^5 + 7(-2x^2)^6 + (-2x^2)^7$

$= 1 - 7.2x^2 + 21.4x^4 - 35.8x^6 + 35.16x^8 - 21.32x^{10} + 7.64x^{12} - 128x^{14}$

$= 1 - 14x^2 + 84x^4 - 280x^6 + 560x^8 - 672x^{10} + 448x^{12} - 128x^{14}$

দ্বিপদী উপপাদ্যের সাহায্যে-

$(1 - 2x^2)^7 = \{1 + (-2x^2)\}^7$

$= \binom{7}{0}(-2x^2)^0 + \binom{7}{1}(-2x^2) + \binom{7}{2}(-2x^2)^2 + \binom{7}{3}(-2x^2)^3 + \binom{7}{4}(-2x^2)^4 + \binom{7}{5}(-2x^2)^5 + \binom{7}{6}(-2x^2)^6 + \binom{7}{7}(-2x^2)^7$

$= 1.1 + \frac{7}{1}(-2x^2) + \frac{7.6}{1.2}(4x^4) + \frac{7.6.5}{1.2.3}(-8x^6) + \frac{7.6.5.4}{1.2.3.4}(16x^8) + \frac{7.6.5.4.3}{1.2.3.4.5}(-32x^{10}) + \frac{7.6.5.4.3.2}{1.2.3.4.5.6}(64x^{12}) + 1.(-128x^{14})$

কাজ: প্যাসকেলের ত্রিভুজের সাহায্যে উদাহরণ ৪ এর সত্যতা যাচাই কর। ◄Text পৃষ্ঠা-২১৫

সমাধান:

1
1 1
1 2 1
1 3 3 1
1 4 6 4 1
1 5 10 10 15 1
1 6 15 20 15 6 1
1 7 21 35 35 21 7 1
1 8 28 56 70 56 28 8 1

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

প্যাসকেলের ত্রিভুজের সাহায্যে পাই,

$\left(1-\frac{x^2}{4}\right)^8 = 1 + 8\left(-\frac{x^2}{4}\right) + 28\left(\frac{-x^2}{4}\right)^2 + 56\left(-\frac{x^2}{4}\right)^3 + 70\left(\frac{-x^2}{4}\right)^4 + ...$

$= 1 - 2x^2 + \frac{7}{4}x^4 - \frac{7}{8}x^6 + \frac{35}{128}x^8 - ....$

$\therefore \left(1-\frac{x^2}{4}\right)^8$ এর বিস্তৃতিতে x^3 এর সহগ 0 এর x^6 এর সহগ $-\frac{7}{8}$.

$\therefore$ প্যাসকেলের ত্রিভুজের সাহায্যে সত্যতা যাচাই করা হলো।

কাজ: প্যাসকেলের ত্রিভুজের মাধ্যমে বিস্তৃতিটি যাচাই কর।

◄ **Text পৃষ্ঠা-২১৭**

সমাধান:

1
1 1
1 2 1
1 3 3 1
1 4 6 4 1
1 5 10 10 5 1
1 6 15 20 15 6 1
1 7 21 35 35 21 7 1
1 8 28 56 70 56 28 8 1

প্যাসকেলের ত্রিভুজ ব্যবহার করে পাই–

$(2-x)\left(1+\frac{1}{2}x\right)^8$

$= (2-x)\left[1 + 8\left(\frac{1}{2}x\right) + 28\left(\frac{1}{2}x\right)^2 + 56\left(\frac{1}{2}x\right)^3 + 70\left(\frac{1}{2}x\right)^4 + ...\right]$

$= (2-x)\left[1 + \frac{8}{2}x + \frac{28}{4}x^2 + \frac{56}{8}x^3 + \frac{70}{16}x^4 + ...\right]$

$= (2-x)\left(1 + 4x + 7x^2 + 7x^3 + \frac{35}{8}x^4 + ...\right)$

$= \left(2 + 8x + 14x^2 + 14x^3 + \frac{35}{4}x^4 ....\right) - \left(x + 4x^2 + 7x^3 + 7x^4 + \frac{35}{8}x^5 + ...\right)$

$= 2 + 7x + 10x^2 + 7x^3 + \frac{7}{4}x^4 + ...$ যা দ্বিপদী উপপাদ্য ব্যবহার করে পাওয়া বিস্তৃতির অনুরূপ।

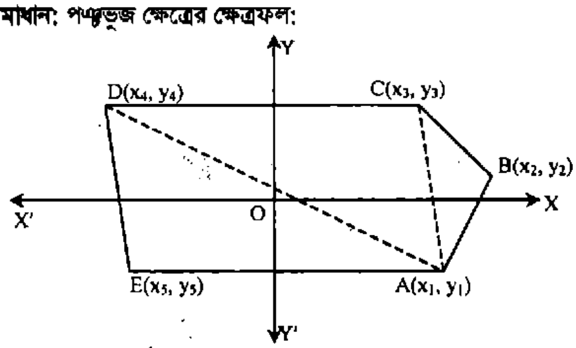
$\therefore$ প্যাসকেলের ত্রিভুজের সাহায্যে বিস্তৃতিটি যাচাই করা হলো।

অনুশীলনী-১১.২ ▶ স্থানাঙ্ক জ্যামিতি

কাজ: চতুর্ভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয়ের পদ্ধতির সাহায্যে পঞ্চভুজ ও ষড়ভুজ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয়ের সূত্র প্রতিপাদন কর।

◄ **Text পৃষ্ঠা-২৪২**

সমাধান: পঞ্চভুজ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল:



চিত্রে ABCD একটি পঞ্চভুজ। পঞ্চভুজটির পাঁচটি শীর্ষ যথাক্রমে $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$, $D(x_4, y_4)$ এবং $E(x_5, y_5)$ এবং A, B, C, D, E কে ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিক অনুসারে সাজানো হয়েছে।

এখন, পঞ্চভুজক্ষেত্র ABCDE এর ক্ষেত্রফল

= ত্রিভুজক্ষেত্র ABC এর ক্ষেত্রফল + ত্রিভুজক্ষেত্র ACD এর ক্ষেত্রফল + ত্রিভুজক্ষেত্র ADE এর ক্ষেত্রফল

$= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_1 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_1 \end{vmatrix} + \frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & x_3 & x_4 & x_1 \\ y_1 & y_3 & y_4 & y_1 \end{vmatrix} + \frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & x_4 & x_5 & x_1 \\ y_1 & y_4 & y_5 & y_1 \end{vmatrix}$

$= \frac{1}{2}(x_1y_2 + x_2y_3 + x_3y_1 - x_2y_1 - x_3y_2 - x_1y_3)$

$+ \frac{1}{2}(x_1y_3 + x_3y_4 + x_4y_1 - x_3y_1 - x_4y_3 - x_1y_4)$

$+ \frac{1}{2}(x_1y_4 + x_4y_5 + x_5y_1 - x_4y_1 - x_5y_4 - x_1y_5)$

$= \frac{1}{2}(x_1y_2 + x_2y_3 + x_3y_4 + x_4y_5 + x_5y_1 - x_2y_1 - x_3y_2 - x_4y_3 - x_5y_4 - x_1y_5)$

$= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 & x_1 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_4 & y_5 & y_1 \end{vmatrix}$

ষড়ভুজ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল:

সমাধান: সৃজনশীল রচনামূলক অংশের শ্রেণির কাজের ওপর প্রশ্ন ও সমাধান এর প্রশ্ন ১(গ) দেখো। পৃষ্ঠা-৪০৫

অনুশীলনী-১২ ▶ সমতলীয় ভেক্টর

কাজ: ◄ **Text পৃষ্ঠা-২৫৭**

১. **তোমার বাড়ি হতে স্কুল সোজা দক্ষিণে 3 কি.মি. দূরে অবস্থিত। বাড়ি হতে হেঁটে স্কুলে যেতে এক ঘণ্টা সময় লাগলে তোমার গতিবেগ কত?**

২. **স্কুল ছুটির পর সাইকেলে 20 মিনিটে বাড়ি এলে এক্ষেত্রে তোমার গতিবেগ কত?**

সমাধান: সৃজনশীল রচনামূলক অংশের শ্রেণির কাজের ওপর প্রশ্ন ও সমাধান এর প্রশ্ন ১(ক) ও (খ) দেখো। পৃষ্ঠা-৪৫৫

কাজ: m ও n এর বিভিন্ন প্রকার সাংখ্যিক মান নিয়ে $\underline{u}$ ভেক্টরের জন্য $(m + n)\underline{u} = m\underline{u} + n\underline{u}$ সূত্রটি যাচাই কর। ◄ **Text পৃষ্ঠা-২৬৩**

সমাধান: সৃজনশীল রচনামূলক অংশের শ্রেণির কাজের ওপর প্রশ্ন ও সমাধান এর প্রশ্ন ২(ক) দেখো। পৃষ্ঠা-৪৫৫

কাজ: তোমার খাতায় একটি বিন্দুকে মূলবিন্দু 0 ধরে বিভিন্ন অবস্থানে আরও পাঁচটি বিন্দু নিয়ে 0 বিন্দুর সাপেক্ষে এগুলোর অবস্থান ভেক্টর চিহ্নিত কর। ◄ **Text পৃষ্ঠা-২৬৪**

সমাধান: সৃজনশীল রচনামূলক অংশের শ্রেণির কাজের ওপর প্রশ্ন ও সমাধান এর প্রশ্ন ৩(ক) দেখো। পৃষ্ঠা-৪৫৬

অনুশীলনী-১৩ ▶ ঘন জ্যামিতি

কাজ: তোমরা প্রত্যেকে একটি করে সুষম ঘনবস্তু ও বিষম ঘনবস্তুর নাম লিখ। ◄ **Text পৃষ্ঠা-২৭৪**

সমাধান: সুষম ঘনবস্তু: একটি বাক্স।

বিষম ঘনবস্তু: একখন্ড পাথর

কাজ: তোমার উল্লেখিত ঘনবস্তুগুলোর কয়েকটি ব্যবহার লিখ।

◄ **Text পৃষ্ঠা-২৭৪**

সমাধান: সুষম ঘনবস্তুর ব্যবহার :

(i) মালামাল পরিবহনে।

(ii) ঔষধের প্যাকেটে ঔষধের বোতল রাখতে।

(iii) বইয়ের বাক্স-বই রাখতে

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

বিষম ঘনবস্তুর ব্যবহার :

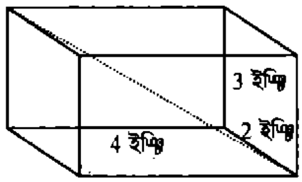
(i) ঘর নির্মাণে

(ii) রাস্তাঘাট নির্মাণে

(iii) রেল লাইনের স্থিতিশীলতার জন্য।

কাজ: পিজবোর্ডের একটি ছোট বাক্স (কার্টুন অথবা ঔষধের বোতলের প্যাকেট) এর দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা মেপে তার আয়তন, ছয়টি তলের ক্ষেত্রফল ও কর্ণের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ◄ **Text পৃষ্ঠা-২৭৫**

সমাধান: মেপে দেখলাম, পিজবোর্ডের একটি ছোট বাক্সের দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা যথাক্রমে 4 ইঞ্চি, 3 ইঞ্চি এবং 2 ইঞ্চি



$\therefore$ বাক্সটির ছয়টি তলের ক্ষেত্রফল = 2(4.3 + 3.2 + 2.4)

= 2(12 + 6 + 8) = 52 বর্গ ইঞ্চি

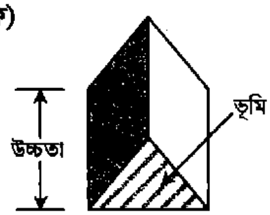
আয়তন = $(4 \times 3 \times 2)$ ঘন ইঞ্চি = 24 ঘন ইঞ্চি

এবং কর্ণের দৈর্ঘ্য = $\sqrt{4^2+3^2+2^2} = \sqrt{16+9+4} = \sqrt{29}$ ইঞ্চি

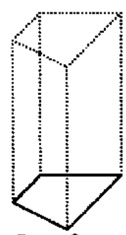
কাজ: তোমরা প্রত্যেকে একটি করে সুষম ও একটি করে বিষম (ক) প্রিজম ও (খ) পিরামিড আঁক। ◄ **Text পৃষ্ঠা-২৭৮**

সমাধান:

(ক)

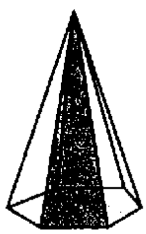


(i) সুষম প্রিজম

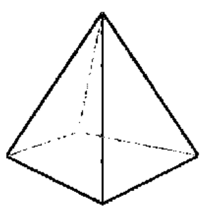


(ii) বিষম প্রিজম

(খ)



(i) সুষম পিরামিড



(ii) বিষম পিরামিড

কাজ: যেক্ষেত্রে সম্ভব, তোমার অঙ্কিত ঘনবস্তুটির সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল এবং আয়তন নির্ণয় কর। ◄ **Text পৃষ্ঠা-২৭৮**

সমাধান: বিষম প্রিজমের সংজ্ঞা হতে আমরা জানি, যে প্রিজমের ভূমি সুষম নয় তাকে বিষম প্রিজম বলে। ১নং প্রশ্নে উল্লেখিত চতুর্ভুজাকৃতির প্রিজমের ভূমি চতুর্ভুজটি সুষম নয়। তাই পাঠ্যবইয়ে প্রদত্ত সূত্র ব্যবহার করে এই প্রিজমের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল এবং আয়তন নির্ণয় করা সম্ভব নয়।

মেপে দেখলাম, সুষম ত্রিভুজাকার প্রিজমের ভূমি ত্রিভুজের বাহুর দৈর্ঘ্য 13, 12 ও 5 সে.মি. এবং উচ্চতা 10 সে.মি.

আমরা জানি,

ত্রিভুজাকার প্রিজমের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল = 2 (ভূমির ক্ষেত্রফল) + $\frac{1}{2}$ $\times$ ভূমির পরিসীমা $\times$ উচ্চতা

এবং প্রিজমের আয়তন = ভূমির ক্ষেত্রফল $\times$ উচ্চতা

প্রিজমের ভূমির বাহুগুলোর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 13, 12 ও 5 সে.মি. যেহেতু $12^2 + 5^2 = 13^2$, সুতরাং প্রিজমটির ভূমি একটি সমকোণী ত্রিভুজ যার ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2} \times 12 \times 5$ ব.সে.মি. = 30 ব.সে.মি.

$\therefore$ প্রিজমটির সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল

$= \left\{2 \times 30 + \frac{1}{2}(13+12+5) \times 10\right\}$ ব.সে.মি.

$= \left(60 + \frac{1}{2} \times 30 \times 10\right)$ ব.সে.মি.

= (60 + 150) ব.সে.মি. = 210 ব.সে.মি.

$\therefore$ প্রিজমের আয়তন = (30×10) ঘন সে.মি. = 300 ঘন সে.মি.

আবার, ১নং প্রশ্নে উল্লেখিত চতুর্ভুজাকৃতি বিষম পিরামিডের ভূমি সুষম চতুর্ভুজ নয়। তাই, পাঠ্যবইয়ে প্রদত্ত সূত্র ব্যবহার করে বিষম পিরামিডের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল এবং আয়তন নির্ণয় করা সম্ভব নয়। মেপে দেখলাম, সুষম ষড়ভুজাকার পিরামিডের ভূমি ষড়ভুজের প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য 2 সে.মি. এবং হেলানো উচ্চতা 8 সে.মি.

আমরা জানি,

পিরামিডের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল = ভূমির ক্ষেত্রফল + $\frac{1}{2}$ (ভূমির পরিধি $\times$ হেলানো উচ্চতা)

এবং পিরামিডের আয়তন = $\frac{1}{3} \times$ ভূমির ক্ষেত্রফল $\times$ উচ্চতা

পিরামিডের ভূমি ষড়ভুজের ক্ষেত্রফল = $\frac{na^2}{4}\cot\left(\frac{180°}{n}\right)$

যেখানে n = বাহুর সংখ্যা

এবং a = প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য

$= \frac{6.(2)^2}{4}\cot\left(\frac{180°}{6}\right)$

$= 6 \cot 30°$

$= 6\sqrt{3}$ ব.সে.মি. [$\because \cot 30° = \sqrt{3}$]

$\therefore$ পিরামিডের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল

$= \left\{6\sqrt{3} + \frac{1}{2}(6 \times 2 \times 8)\right\}$ ব.সি.মি.

$= (6\sqrt{3} + 48)$ বর্গ সে.মি.

= (10.392 + 48) বর্গ সে.মি.

= 58.392 বর্গ সে.মি. (প্রায়)

$\therefore$ পিরামিডের আয়তন = $\left(\frac{1}{3} \times 6\sqrt{3} \times 8\right)$ ঘন সে.মি.

$= \frac{\overset{16}{\cancel{48}}\sqrt{3}}{\cancel{3}}$ ঘন সে.মি.

$= (16\sqrt{3})$ ঘন সে.মি.

= 27.713 ঘন সে.মি. (প্রায়) **(উত্তর)**

কাজ: জন্মদিনে বা অন্যান্য আনন্দ উৎসবে ব্যবহৃত কোণক আকৃতির একটি ক্যাপ সংগ্রহ করে তার বক্রতলের ক্ষেত্রফল ও আয়তন নির্ণয় কর। ◄ **Text পৃষ্ঠা-২৭৯**

সমাধান: আমি জন্মদিন বা অন্যান্য আনন্দ উৎসবে ব্যবহৃত কোণক আকৃতির একটি ক্যাপ সংগ্রহ করলাম। পরিমাপ করে দেখলাম ক্যাপটির উচ্চতা h = 12 সে.মি., ভূমির ব্যাস 2r = 10 সে.মি. অর্থাৎ ব্যাসার্ধ r = 5 সে.মি.

হেলানো উচ্চতা $\ell = \sqrt{h^2 + r^2} = \sqrt{12^2 + 5^2} = 13$ সে.মি.

বক্রতলের ক্ষেত্রফল $= \pi r \ell = 3.1416 \times 5 \times 13$

= 204.204 বর্গ সে.মি. (প্রায়)

আয়তন $= \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3} \times 3.1416 \times (5)^2 \times 12 = 314.16$ ঘন সে.মি.

উত্তর: বক্রতলের ক্ষেত্রফল 204.204 বর্গ সে.মি. (প্রায়)

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

এবং আয়তন 314.16 ঘন সে.মি.

কাজ: একটি খেলনা বল বা ফুটবল নিয়ে তার ব্যাসার্ধ নির্ণয় কর। অতঃপর এর আয়তনও বের কর। ◀ Text পৃষ্ঠা-২৮০

সমাধান: আমি একটি খেলনা বল কিনে এনে পরিমাপ করে দেখলাম বলটির ব্যাস, $2r = 20$ সে.মি.

অর্থাৎ বলটির ব্যাসার্ধ $r = \frac{20}{2} = 10$ সে.মি.

$\therefore$ বলের আয়তন $= \frac{4}{3}\pi r^3$

$= \frac{4}{3} \times 3.1416 \times (10)^3$ ঘন সে.মি.

$= \frac{4}{3} \times 3.1416 \times 1000$ ঘন সে.মি.

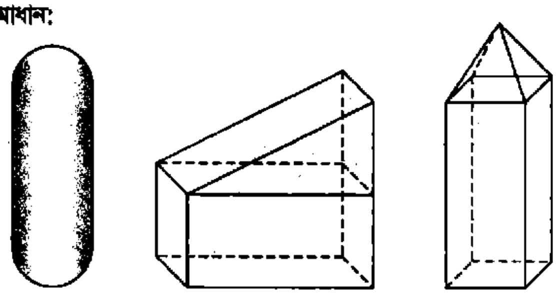
$= 4188.8$ ঘন সে.মি. (প্রায়)

উত্তর: ব্যাসার্ধ 10 সে.মি.

এবং আয়তন 4188.8 ঘন সে.মি. (প্রায়)

কাজ: তোমরা প্রত্যেকে একটি করে যৌগিক ঘনবস্তু অঙ্কন কর ও ইহার বর্ণনা দাও। সম্ভব হলে ইহার তলসমূহের ক্ষেত্রফল ও আয়তন নির্ণয়ের সূত্র লেখ। ◀ Text পৃষ্ঠা-২৮২

সমাধান:



চিত্র-1 চিত্র-2 চিত্র-3

চিত্র-1: ইহা একটি ক্যাপসুল যা দুটি অর্ধ-গোলক এবং একটি সিলিন্ডার নিয়ে গঠিত।

অর্ধ-গোলকের পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times 4\pi r^2$ বর্গ একক

,, আয়তন $= \frac{1}{2} \times \frac{4}{3}\pi r^3$ ঘন একক

সিলিন্ডারের পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল $= 2\pi rh$ বর্গ একক

,, আয়তন $= \pi r^2 h$ ঘন একক

চিত্র-2: ইহা ত্রিভুজাকার প্রিজম (উপরের অংশ) এবং আয়তাকার ঘনবস্তু (নিচের অংশ) দ্বারা গঠিত।

প্রিজমের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল = 2(ভূমির ক্ষেত্রফল) + ভূমির পরিসীমা × উচ্চতা

প্রিজমের আয়তন = ভূমির ক্ষেত্রফল × উচ্চতা

চিত্র-3: ইহা একটি পিরামিড (উপরের অংশ) এবং আয়তাকার ঘনবস্তু (নিচের অংশ) দ্বারা গঠিত।

পিরামিডের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল = ভূমির ক্ষেত্রফল + $\frac{1}{2}$ (ভূমির পরিধি × হেলানো উচ্চতা)

পিরামিডের আয়তন = $\frac{1}{3}$ × ভূমির ক্ষেত্রফল × উচ্চতা

আয়তাকার ঘনবস্তুর সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল = 2(দৈর্ঘ্য × প্রস্থ + প্রস্থ × উচ্চতা + উচ্চতা × দৈর্ঘ্য) বর্গ একক

আয়তাকার ঘনবস্তুর আয়তন = (দৈর্ঘ্য × প্রস্থ × উচ্চতা) ঘন একক

অনুশীলনী-১৪ ▶ সম্ভাবনা

কাজ: একটি নিরপেক্ষ ছক্কা নিক্ষেপ করা হলো, নিম্নলিখিত সম্ভাবনাগুলো বের কর।

(i) 4 আসা (ii) বিজোড় সংখ্যা আসা (iii) 4 অথবা 4 এর বেশি সংখ্যা আসা (iv) 5 এর কম সংখ্যা আসা ◀ Text পৃষ্ঠা-২৮৯

সমাধান: সৃজনশীল রচনামূলক অংশের শ্রেণির কাজের ওপর প্রশ্ন ও সমাধান এর প্রশ্ন ১(ক), (খ) ও (গ) দেখো। পৃষ্ঠা-৫০৩

কাজ: একটি থলেতে একই ধরণের ৬টি কালো, ৫টি লাল, ৪টি সাদা মার্বেল আছে। থলে হতে একটি মার্বেল দৈবভাবে নির্বাচন করা হলো। নির্বাচিত মার্বেলটি– (i) লাল (ii) কালো (iii) হলুদ (iv) কালো নয় সম্ভাবনাগুলো নির্ণয় কর। ◀ Text পৃষ্ঠা-২৮৯

সমাধান: থলেতে মোট মার্বেলের সংখ্যা = 6 + 5 + 8 = 19টি। দৈবভাবে একটা মার্বেল নেয়া হলে 19টি মার্বেলের যেকোনো একটি আসতে পারে। সুতরাং সমগ্র সম্ভাব্য ফলাফল = 19.

(i) ধরি, লাল মার্বেল হওয়ার ঘটনা A। থলেতে মোট 5টি লাল মার্বেল আছে। সুতরাং, লাল মার্বেলের অনুকূল ফলাফল = 5

$P(A) = \frac{5}{19}$.

(ii) ধরি, কালো মার্বেল হওয়ার ঘটনা B। থলেতে মোট 6টি কালো মার্বেল আছে।

সুতরাং, কালো মার্বেলের অনুকূল ফলাফল = 6

$P(B) = \frac{6}{19}$.

(iii) যেহেতু, এখানে থলেতে কোনো হলুদ বল নেই সুতরাং হলুদ বল এর অনুকূল ফলাফল = 0

$\therefore$ হলুদ বল হওয়ার সম্ভাবনা $= \frac{0}{19} = 0$

(iv) ধরি, মার্বেলটি কালো না হওয়ার ঘটনা C।

থলেতে মোট 19টি মার্বেলের মধ্যে কালো মার্বেল 6টি।

$\therefore$ কালো নয় এমন মার্বেল $(19 - 6) = 13$টি।

সুতরাং, কালো নয় এমন মার্বেলের অনুকূল ফলাফল = 13.

$P(C) = \frac{13}{19}$

উত্তর : (i) $\frac{5}{19}$; (ii) $\frac{6}{19}$; (iii) 0; (iv) $\frac{13}{19}$

কাজ: একটি জরিপে দেখা গেল কোনো এক বিশ্ববিদ্যালয়ে ১ম বর্ষে 284 জন ছাত্র অর্থনীতিতে, 106 জন ইতিহাসে, 253 জন ছাত্র সমাজবিজ্ঞানে, 169 জন ছাত্র ইংরেজিতে ভর্তি হয়েছে। একজন ছাত্রকে দৈবভাবে নির্বাচিত করলে নির্বাচিত ছাত্রটি সমাজবিজ্ঞানের ছাত্র হবে না এর সম্ভাবনা কত? ◀ Text পৃষ্ঠা-২৯০

সমাধান: সৃজনশীল রচনামূলক অংশের শ্রেণির কাজের ওপর প্রশ্ন ও সমাধান এর প্রশ্ন ৩(ক) ও (খ) (i) দেখো। পৃষ্ঠা-৫০৪

কাজ: Probability tree এর সাহায্যে তিনবার মুদ্রা নিক্ষেপে সকল সম্ভাব্য ফলাফল লেখ এবং নমুনা ক্ষেত্রটি তৈরি কর। এখান হতে (i) মুদ্রা 3টিতে একই ফলাফল (ii) কমপক্ষে 2T (iii) বড়জোড় 2T আসার সম্ভাবনা নির্ণয় কর। ◀ Text পৃষ্ঠা-২৯২

সমাধান: সৃজনশীল রচনামূলক অংশের শ্রেণির কাজের ওপর প্রশ্ন ও সমাধান এর প্রশ্ন ৪(ক), (খ) ও (গ) দেখো। পৃষ্ঠা-৫০৪

কাজ: একটি ছক্কা ও 2টি মুদ্রা নিক্ষেপ ঘটনার Probability tree তৈরি কর। ◀ Text পৃষ্ঠা-২৯২

সমাধান: সৃজনশীল রচনামূলক অংশের শ্রেণির কাজের ওপর প্রশ্ন ও সমাধান এর প্রশ্ন ৫(ক) দেখো। পৃষ্ঠা-৫০৫

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

মাধ্যমিক উচ্চতর গণিত সৃজনশীল

মডেল টেস্ট ও উত্তর

নবম-দশম শ্রেণি

সূচিপত্র

মডেল নং	মডেল প্রশ্ন: সেরা স্কুলের সেরা প্রশ্ন ও উত্তর	পৃষ্ঠা
১	গভর্ণমেন্ট ল্যাবরেটরি হাই স্কুল, ঢাকা	৫৬২
২	কুমিল্লা জিলা স্কুল, কুমিল্লা	৫৬২
৩	রাজশাহী কলেজিয়েট স্কুল, রাজশাহী	৫৬৩
৪	কাদিরাবাদ ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল, নাটোর	৫৬৪
৫	হরিমোহন সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, ঝালকাঠি	৫৬৫
৬	সিলেট সরকারি পাইলট উচ্চ বিদ্যালয়, সিলেট	৫৬৬
৭	ফেনী সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, ফেনী	৫৬৭
৮	খুলনা জিলা স্কুল, খুলনা	৫৬৭
৯	আইডিয়াল স্কুল এন্ড কলেজ, মতিঝিল, ঢাকা	৫৬৮
১০	রাজউক উত্তরা মডেল কলেজ, ঢাকা	৫৬৯
১১	ময়মনসিংহ জিলা স্কুল, ময়মনসিংহ	৫৭১
১২	ইস্পাহানি পাবলিক স্কুল এন্ড কলেজ, চট্টগ্রাম	৫৭২
১৩	পটুয়াখালী সরকারি জুবিলী উচ্চ বিদ্যালয়, পটুয়াখালী	৫৭৪
১৪	ব্লু-বার্ড উচ্চ বিদ্যালয়, সিলেট	৫৭৫
১৫	লক্ষ্মীপুর আদর্শ সামাদ সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, লক্ষ্মীপুর	৫৭৭
১৬	কক্সবাজার সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, কক্সবাজার	৫৭৮
১৭-২০	**মডেল টেস্ট: পূর্ণাঙ্গ প্রস্তুতি**	**৭৮০**

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

মডেল প্রশ্ন : সেরা স্কুলের সেরা প্রশ্ন ও উত্তর

স্কুলের অর্ধ-বার্ষিক ও বার্ষিক পরীক্ষার বহুনির্বাচনি ও সৃজনশীল প্রশ্নের সঠিক ধারণা লাভ ও প্রস্তুতির জন্য এ অংশে সেরা স্কুলের প্রশ্ন উত্তরসহ দেয়া হলো। এগুলো অনুশীলনের মাধ্যমে তুমি স্কুলের অর্ধ-বার্ষিক ও বার্ষিক পরীক্ষার প্রশ্নের ধরন ও প্রস্তুতি সম্বন্ধে পূর্ণ ধারণা পাবে।

মডেল-১

গভর্ণমেন্ট ল্যাবরেটরি হাই স্কুল, ঢাকা

উচ্চতর গণিত (অর্ধ-বার্ষিক) বিষয় কোড | ১ | ২ | ৬ |

সময় — ২ ঘণ্টা **সৃজনশীল** পূর্ণমান — ৪০

[বি: দ্র: প্রতি বিভাগ থেকে ন্যূনতম একটি করে মোট চারটি প্রশ্নের উত্তর দাও।]

ক-বিভাগ

১. $A = \{x : x \in \mathbb{R}$ **এবং** $(x-a)(x-b) = 0\}$
$B = \{1, 3\}$ **এবং** $C = \{3, 4, 5\}$

ক. $P(A)$ নির্ণয় কর। ২
খ. দেখাও যে, $P(B \cap C) = P(B) \cap P(C)$ ৪
গ. প্রমাণ কর যে, $A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$ ৪

২. x চলকের একটি বহুপদী $P(x) = ax^5 + bx^4 + cx^3 + cx^2 + bx + a$

ক. $P(x)$ এর মাত্রা, ধ্রুবপদ, মুখ্যপদ ও মুখ্য সহগ নির্ণয় কর। ২
খ. $x - 1$ দ্বারা $P(x)$-কে ভাগ করলে ভাগশেষ নির্ণয় কর এবং দেখাও যে, $x + 1$, $P(x)$ এর একটি উৎপাদক। ৪
গ. দেখাও যে, $(x - d)$, $P(x)$ এর একটি উৎপাদক হলে $(dx - 1)$ ও $P(x)$ এর একটি উৎপাদক হবে। ৪

খ-বিভাগ

৩. ΔABC **এর** $\angle C$ **একটি সূক্ষ্মকোণ এবং BC এর উপর AC এর লম্ব অভিক্ষেপ CD.**

ক. উপরোক্ত তথ্যকে জ্যামিতিক চিত্রে সংক্ষিপ্ত বিবরণসহ প্রকাশ কর। ২
খ. প্রমাণ কর যে, $AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2BC.CD$ ৪
গ. $\angle C = 60°$ হলে প্রমাণ কর যে, $AB^2 = AC^2 + BC^2 \quad AC.BC.$ ৪

৪. ΔABC **এর BC এর মধ্যবিন্দু D এবং AD, BC এর মধ্যমা।**

ক. উপরের তথ্যের আলোকে সূক্ষ্মভাবে চিত্র অঙ্কন কর ও চিহ্নিত কর। ২
খ. প্রমাণ কর যে, $AB^2 + AC^2 = 2(BD^2 + AD^2)$. ৪
গ. $\angle C = 90°$ হলে প্রমাণ কর যে, $AB^2 = AD^2 + 3BD^2$ ৪

গ-বিভাগ

৫. একটি বালক সাইকেলে চড়ে বৃত্তাকার পথে 2 সেকেন্ডে একটি বৃত্তচাপ অতিক্রম করে।

ক. যদি বৃত্তের সম্পূর্ণ পরিধি একবার ঘুরে আসতে 12 সেকেন্ড সময় লাগে তবে 2 সেকেন্ড অতিক্রান্ত চাপটি কত কোণ উৎপন্ন করে? ২
খ. যদি চাপটি কেন্দ্রে 28° কোণ উৎপন্ন করে এবং বৃত্তের ব্যাস 180 মিটার হয়, তবে বালকটির গতিবেগ কত? ৪
গ. যদি চাপটি কেন্দ্রে 30° কোণ উৎপন্ন করে এবং 1 কিলোমিটার পথ যেতে সাইকেলের চাকাটি 318 বার ঘুরে তবে চাকারটির ব্যাস কত? ৪

৬. $A(7, 2), B(-4, 2), C(-4, -3), D(7, -3)$ **চারটি বিন্দু।**

ক. সমতল বিন্দু চারটির অবস্থান দেখাও এবং চতুর্ভুজ অঙ্কন কর। ২
খ. বিন্দুগুলো দ্বারা গঠিত চতুর্ভুজের পরিসীমা নির্ণয় কর। ৪
গ. দেখাও যে, বিন্দু চারটি আয়তক্ষেত্রের শীর্ষবিন্দু। ৪

উত্তরমালা

১. ক. $\{\{a\}, \{b\}, \{a, b\}\ \phi\}$
২. ক. মাত্রা 5, ধ্রুবপদ a, মুখ্যপদ ax^5, মুখ্য সহগ a
খ. $2(a + b + c)$
৫. ক. 60° খ. 21.99 মিটার/সেকেন্ড
গ. 1 মিটার
৬. খ. 32 একক।

মডেল-২

কুমিল্লা জিলা স্কুল, কুমিল্লা

উচ্চতর গণিত (অর্ধ-বার্ষিক) বিষয় কোড | ১ | ২ | ৬ |

সময় — ২ ঘণ্টা **সৃজনশীল** পূর্ণমান — ৪০

[বি: দ্র: প্রতি বিভাগ থেকে ন্যূনতম একটি করে মোট চারটি প্রশ্নের উত্তর দাও।]

ক-বিভাগ (বীজগণিত)

১. $U = \{x \in \mathbb{N} : x < 7\}$
$A = \{x \in \mathbb{N} : x < 6$ **এবং x বিজোড় সংখ্যা**$\}$
$B = \{x \in \mathbb{N} : x < 7$ **এবং x জোড় সংখ্যা**$\}$
এবং $C = \{x \in \mathbb{N} : 1 < x < 6\}$ **হলে**

ক. A ও B কে তালিকা পদ্ধতিতে বর্ণনা কর। ২
খ. দেখাও যে, $(A \cup B)' = A' \cap B'$ ৪
গ. প্রমাণ কর যে, $A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$ ৪

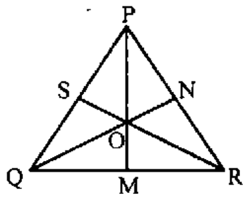
২. $ax^2 + bx + c = 0$ **একটি দ্বিঘাত সমীকরণের আদর্শরূপে, যেখানে a, b ও c বাস্তব সংখ্যা এবং** $a \neq 0$.

ক. $c = 0$ হলে উল্লেখিত সমীকরণটির মূলদ্বয়ের ধরণ ও প্রকৃতি কিরূপ হবে লিখ। ২
খ. সমীকরণটি সমাধান করে দেখাও যে, $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ ৪
গ. $x^2 - 2x - 2 = 0$ সমীকরণটিকে উল্লেখিত সমীকরণের সাথে তুলনা করে সমাধান কর। ৪

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

খ-বিভাগ (জ্যামিতি ও ভেক্টর)

৩. ΔPQR-এ PM, QN ও RS মধ্যমাত্রয় O বিন্দুতে ছেদ করেছে।

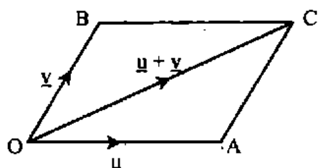


ক. চিত্রসহ লম্ব অভিক্ষেপ কাকে বলে লিখ। ২

খ. ΔPQR হতে $PQ^2 + PR^2 = 2(PM^2 + QM)^2$ সম্পর্কটি প্রতিষ্ঠিত কর। ৪

গ. ΔPQR ত্রিভুজের ক্ষেত্রে দেখাও যে, $PQ^2 + QR^2 + PR^2 = 3(PO^2 + QO^2 + RO^2)$ ৪

৪. কোন সামান্তরিকের দুইটি সন্নিহিত বাহু দ্বারা দুটি ভেক্টর $\underline{u}$ ও $\underline{v}$ এর মান ও দিক সূচীত হলে, ঐ সামান্তরিকের যে কর্ণ $\underline{u}$ ও $\underline{v}$ ভেক্টরদ্বয়ের সূচক রেখার ছেদবিন্দুগামী তা দ্বারা $\underline{u} + \underline{v}$ ভেক্টরের মান ও দিক সূচিত হয়।



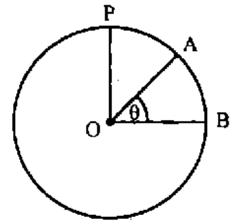
ক. সমান ভেক্টর কাকে বলে চিত্রসহ লিখ। ২

খ. উল্লেখিত চিত্রের সাহায্যে ভেক্টর যোগের সামান্তরিক বিধি চিত্রসহ ব্যাখ্যা কর। ৪

গ. উল্লেখিত তথ্যের ভিত্তিতে ভেক্টর যোগের বিনিময় বিধি চিত্রসহ ব্যাখ্যা কর। ৪

গ-বিভাগ (ত্রিকোণমিতি ও ঘন জ্যামিতি)

৫. যদি কোন বৃত্তের ব্যাসার্ধ r, চাপ দৈর্ঘ্য s হয়, তবে ব্যাসার্ধের সাথে চাপ দৈর্ঘ্য কেন্দ্রে θ কোণ উৎপন্ন করলে চিত্র নিম্নরূপ হয়।

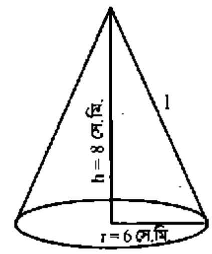


ক. 75°30′ কে রেডিয়ানে প্রকাশ কর। ২

খ. উল্লেখিত চিত্রের সাহায্যে $s = r\theta$ সম্পর্কটি প্রতিষ্ঠিত কর। ৪

গ. উল্লেখিত বৃত্তের ব্যাসার্ধ যদি একটি গাড়ীর চাকার ব্যাসার্ধ 0.42 মিটার এর সমান হয় এবং উক্ত গাড়ীর চাকাটি যদি প্রতি সেকেন্ডে 6 বার ঘুরে তবে গাড়ীটির গতিবেগ কত? ৪

৬. একটি সমবৃত্তভূমিক কোণকের উচ্চতা ৪ সে.মি. এবং ভূমির ব্যাসার্ধ 6 সে.মি. চিত্রের সাহায্যে দেখানো হলো।



ক. কোণকের হেলান তলের দৈর্ঘ্য নির্ণয়ের সূত্র লিখ এবং হেলান তলের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ২

খ. উল্লেখিত তথ্যের ভিত্তিতে কোণকের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

গ. চিত্রে উল্লেখিত কোণকের ভূমির ব্যাসার্ধ যদি একটি গোলকের ব্যাসার্ধের সমান হয়, সে ক্ষেত্রে গোলকের আয়তন কত হবে? ৪

উত্তরমালা

১. ক. A = {1, 3, 5}, B = {2, 4, 6}

২. গ. $x = 1 + \sqrt{3}, 1 - \sqrt{3}$

৫. ক. 1.317 রেডিয়ান (প্রায়) খ. 57 কি.মি./ঘণ্টা (প্রায়)

৬. ক. 10 সে.মি. খ. 301.5936 বর্গ সে.মি. গ. 904.7808 ঘন সে.মি.

মডেল-৩

রাজশাহী কলেজিয়েট স্কুল, রাজশাহী

উচ্চতর গণিত (অর্ধ-বার্ষিক)

বিষয় কোড | ১ | ২ | ৬ |

সৃজনশীল

সময় — ২ ঘণ্টা ১০ মিনিট পূর্ণমান — ৬০

[বি: দ্র: প্রত্যেক বিভাগ থেকে একটি করে মোট ছয়টি প্রশ্নের উত্তর দিতে হবে। প্রত্যেক প্রশ্নের মান সমান।]

ক-বিভাগ

**১. $A = \{x : x \in \mathbb{R}$ এবং $x^2 - 6x + 8 = 0\}$
$B = \{2, 3\}$ এবং $C = \{3, 4, 5\}$**

ক. A সেটটিকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ কর। ২

খ. দেখাও যে, $P(B \cap C) = P(B) \cap P(C)$. ৪

গ. A, B, C যে কোন সেট হলে সেটের বণ্টন বিধি প্রয়োগ করে দেখাও যে, $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$. ৪

২. $F(x) = \sqrt{1 - x}$

ক. F-এর ডোমেন নির্ণয় কর। ২

খ. F এক-এক ফাংশন কিনা তা নির্ধারণ কর। ৪

গ. $F(-3), F(0), F\left(\frac{1}{2}\right), F(2)$ এর মধ্যে কোনগুলো সংজ্ঞায়িত এবং কোনগুলো সংজ্ঞায়িত নয় তা নির্ণয় কর। ৪

৩. x চলকের একটি বহুপদী $P(x) = x^3 + 5x^2 + 6x + 8$

ক. P(x) কে (x + 1) দ্বারা ভাগ করলে ভাগশেষ কত হবে? ২

খ. P(x) কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর। ৪

গ. যদি P(a) = P(b) হয়, তবে দেখাও যে, $a^2 + b^2 + ab + 5a + 5b + 6 = 0$ যেখানে $a \neq b$. ৪

**৪. $\left(\sqrt[5]{4}\right)^{4x+7} = \left(\sqrt[11]{64}\right)^{2x+7}$
এবং $\sqrt{2x^2 + 5x - 2} - \sqrt{2x^2 + 5x - 9} = 1$, দুইটি সমীকরণ।**

ক. ১ম সমীকরণটিকে $a^m = a^n$ আকারে প্রকাশ কর। ২

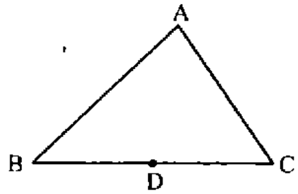
খ. ২য় সমীকরণটিকে সমাধান কর। ৪

গ. সমীকরণদ্বয়ের কোন সাধারণ মূল আছে কিনা তা নির্ধারণ কর। ৪

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

খ-বিভাগ

৫.



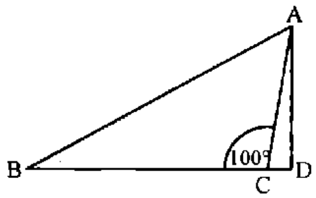
চিত্র D, BC-এর মধ্যবিন্দু

ক. এ্যাপোলোনিয়াসের উপপাদ্যটি বিবৃত কর। ২

খ. এ্যাপোলোনিয়াসের উপপাদ্যটি প্রমাণ কর। ৪

গ. যদি AB = AC হয় এবং D, BC-এর মধ্যবিন্দু না হয়, তবে প্রমাণ কর যে, $AB^2 - AD^2 = BD.DC$। ৪

৬.



চিত্রে AD, BC-এর বর্ধিতাংশের উপর লম্ব

ক. ∠CAD এর পরিমাণ নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $AB^2 = AC^2 + BC^2 + 2BC.CD$ ৪

গ. ∠B = 60° হলে প্রমাণ কর যে, $AC^2 = AB^2 + BC^2 - AB.BC$ ৪

৭. ΔABC এর শিরঃকোণ ∠A = 45° এবং BC = 4 সে.মি.।

ক. পেন্সিল কম্পাস ব্যবহার করে 45° কোণ আঁক। ২

খ. AB + AC = 8 সে.মি. হলে, ত্রিভুজটি আঁক। [অঙ্কনের চিহ্ন ও বিববরণ আবশ্যক।] ৪

গ. AB − AC = 2.5 সে.মি. হলে, ত্রিভুজটি আঁক। [অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ দাও] ৪

গ-বিভাগ

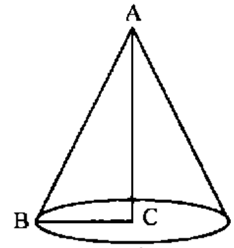
৮. মনে করি, পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6440 কি.মি.। রাজশাহী ও চট্টগ্রাম পৃথিবীর কেন্দ্রে 5°6′36″ কোণ উৎপন্ন করে। রাফি একটি মাইক্রো বাস ভাড়া করে রাজশাহী হতে চট্টগ্রামে সরাসরি পৌঁছালো। গাড়িটির চাকার ব্যাস 0.42 মিটার।

ক. 5°6′36″ কোণকে রেডিয়ানে প্রকাশ কর। ২

খ. রাজশাহী হতে চট্টগ্রামের দূরত্ব নির্ণয় কর। ৪

গ. রাজশাহী হতে চট্টগ্রাম যেতে গাড়িটির চাকা কতবার ঘুরবে? ৪

৯.



চিত্রে AC = 8 সে.মি. এবং BC = 6 সে.মি.

ক. হেলানো তলের দৈর্ঘ্য কত? ২

খ. কোণকটির ভূমির ক্ষেত্রফল ও আয়তন নির্ণয় কর। ৪

গ. মোটা কাপড় দ্বারা কোণকটি তৈরি করতে কি পরিমাণ কাপড় লাগবে? ৪

উত্তরমালা

১. ক. {2, 4}

২. ক. ডোম F = {x ∈ ℝ : x ≤ 1} খ. এক-এক ফাংশন।
গ. F(−3), F(0), $F\left(\frac{1}{2}\right)$ সংজ্ঞায়িত, F(2) সংজ্ঞায়িত নয়।

৩. ক. 6 খ. $(x + 4)(x^2 + x + 2)$

৪. ক. $4^{\frac{4x+7}{5}} = 4^{\frac{6x+21}{11}}$ খ. $2, -\frac{9}{2}$ গ. 2

৬. ক. 10°

৮. ক. 0.0892 রেডিয়ান খ. 574.36 কি.মি. গ. 435297 বার

৯. ক. 10 সে.মি. খ. 113.1 বর্গ সে.মি. (প্রায়), 188.496 ঘন সে.মি.
গ. 301.59 বর্গ সে.মি.

মডেল-৪

কাদিরাবাদ ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল, নাটোর

উচ্চতর গণিত গণিত (অর্ধ-বার্ষিক)

বিষয় কোড | ১ | ২ | ৬ |

সৃজনশীল

সময় — ২ ঘণ্টা পূর্ণমান — ৪০

[বি: দ্র: প্রতি বিভাগ থেকে ন্যূনতম একটি করে মোট চারটি প্রশ্নের উত্তর দাও।]

ক-বিভাগ

১. x, y ও z এর একটি বহুপদী হল,
$$F(x, y, z) = x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz$$

ক. F(a, b, c) নির্ণয় কর এবং দেখাও যে, এটি একটি চক্রক্রমিক ও প্রতিসম রাশি। ২

খ. দেখাও যে, $F(a, b, c) = \frac{1}{2}(a + b + c)\{(a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2\}$ ৪

গ. যদি a = y + z − x, b = x + z − y, c = x + y − z হয় তবে দেখাও যে, F(a, b, c) = 4F(x, y, z) ৪

২. দেওয়া আছে, $(a + 2x)^5$

ক. a = 1 হলে, প্যাসকেলের ত্রিভুজের সাহায্যে বিস্তৃতিটি নির্ণয় কর। ২

খ. প্রদত্ত দ্বিপদী এর বিস্তৃতিতে x^3 এর সহগ 320 হলে a এর মান কত হবে? ৪

গ. 'খ' হতে প্রাপ্ত a এর ধনাত্মক মান বসিয়ে দ্বিপদীটির মধ্যপদ নির্ণয় কর। ৪

খ-বিভাগ

৩. পিথাগোরাসের উপপাদ্যের উপর ভিত্তি করে এ্যাপোলোনিয়াস একটি গুরুত্বপূর্ণ উপপাদ্য বর্ণনা করেন যা এ্যাপোলোনিয়াসের উপপাদ্য নামে পরিচিত।

ক. চিত্রসহ এ্যাপোলোনিয়াসের উপপাদ্যের বর্ণনা দাও এবং বর্ণনাটি সমীকরণের মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২

খ. উপপাদ্যটির প্রমাণ দাও। ৪

গ. প্রমাণ কর যে, ত্রিভুজের তিন বাহুর উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রত্রয়ের সমষ্টির তিনগুণ, মধ্যমাত্রয়ের উপর অঙ্কিত বর্গ ক্ষেত্রত্রয়ের সমষ্টির চারগুণের সমান। ৪

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

৪. ΔABC এর BC, CA এবং AB মধ্যবিন্দু যথাক্রমে D, E ও F.

ক. প্রদত্ত বর্ণনা অনুসারে ১টি দিক নির্দেশক চিত্র অঙ্কন কর। ২

খ. $\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{BE}$ ও $\overrightarrow{CF}$ ভেক্টরগুলোকে $\overrightarrow{AB}$ ও $\overrightarrow{AC}$ ভেক্টরের মাধ্যমে প্রকাশ কর। ৪

গ. $\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{AD}$ ও $\overrightarrow{CF}$ কে $\overrightarrow{AB}$ ও $\overrightarrow{BE}$ এর মাধ্যমে প্রকাশ কর এবং দেখাও যে, $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{CF} = 0$ ৪

গ-বিভাগ

৫. রিজভি ঘণ্টায় 10 কি.মি. বেগে দৌড়ে 5 মিনিটে একটি বৃত্তাকার মাঠের চার দিকে ঘুরে এলো।

ক. বৃত্তাকার মাঠের ব্যাসার্ধ নির্ণয় কর। ২

খ. রিজভি 30 সেকেন্ড দৌড়ে বৃত্তাকার মাঠের কেন্দ্রে যে কোণ উৎপন্ন করে তা নির্ণয় কর। ৪

গ. রিজভি ও সামি যদি একই সাথে দৌড়ায় এবং সামির বেগ ঘণ্টায় 15 কিঃমিঃ হয়, তবে 1 মিনিট পরে তাদের দূরত্ব কেন্দ্রে কত ডিগ্রি কোণ উৎপন্ন করবে? ৪

৬. একটি বাক্সে 3টি সাদা বল, 4টি লাল বল ও 2টি সবুজ বল আছে। উহা হতে 1টি বল দৈবভাবে নেওয়া হলো।

ক. নিশ্চিত ঘটনা ও অসম্ভব ঘটনা বলতে কী বুঝ? ২

খ. বলটি লাল অথবা সবুজ হওয়ার সম্ভাবনা কত হবে তা বের কর। ৪

গ. বলটি সাদা কিন্তু লাল না হওয়ার সম্ভাবনা নির্ণয় কর। ৪

উত্তরমালা

১. ক. $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$

২. ক. $1 + 10x + 40x^2 + 80x^3 + 80x^4 + 32x^5$ খ. $a = \pm 2$

গ. মধ্যপদ $320x^2, 320x^3$

৪. খ. $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{BE} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB},$

$\overrightarrow{CF} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$

গ. $\overrightarrow{AC} = 2(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BE}), \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{BE}, \overrightarrow{AD} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BE},$

$\overrightarrow{CF} = -\frac{3}{2}\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{BE}$

৫. ক. 132.62 মিটার খ. 36° গ. 36°

৬. খ. $\frac{2}{3}$

মডেল-৫

হরিমোহন সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, ঝালকাঠি

উচ্চতর গণিত (অর্ধ-বার্ষিক)

বিষয় কোড | ১ | ২ | ৬ |

সময় — ২ ঘণ্টা **সৃজনশীল** পূর্ণমান — ৪০

ক-বিভাগ (যেকোনো দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও)

১. A = {−3, −2, −1, 0, 1}, B = {−2, 1, 2, 7} এবং A সেটে অন্বয় $S = \{(x, y) : x \in A, y \in B$ এবং $y = x^2 - 2\}$

ক. A থেকে B এ অন্বয় বের কর। ২

খ. S অন্বয়কে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ কর। ৪

গ. S ও S^{-1} এর ডোমেন ও রেঞ্জ নির্ণয় কর এবং S^{-1} ফাংশন কিনা তা যুক্তি দিয়ে বুঝাও। ৪

২. $P(x) = 2x - 1, Q(x) = x^3 - x^2 - 5x - 3$

ক. P(x) কে (x + 2) দ্বারা ভাগ করলে ভাগশেষ কত হবে তা ভাগশেষ উপপাদ্যের সাহায্যে বের কর। ২

খ. Q(x) কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর এবং উৎপাদক উপপাদ্যের সাহায্যে দেখাও যে, Q(x) এর একটি উৎপাদক (x − 3) ৪

গ. $\frac{P(x)}{Q(x)}$ কে আংশিক ভগ্নাংশে প্রকাশ কর। ৪

৩. P = {3, 6, 7, 12}, Q = {3, 5, 7, 10} এবং R = {3, 5, 6, 11, 15}

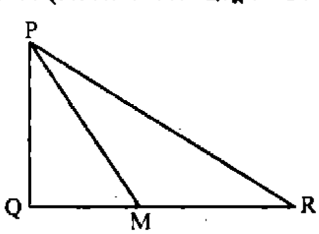
ক. P, Q ও R সেট তিনটিকে ভেনচিত্রে দেখাও। ২

খ. P ও R সেটের ক্ষেত্রে প্রমাণ কর যে, $n(P \cup R) = n(P) + n(R) - n(P \cap R)$ ৪

গ. উপরোক্ত সেটগুলির ক্ষেত্রে একটি বণ্টন বিধি (Distributive Law) লিখে তা প্রমাণ কর। ৪

খ-বিভাগ (যেকোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও)

৪.



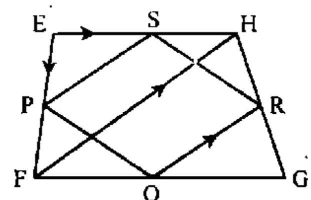
সমকোণী ΔPQR এর মধ্যমা PM। PM = 10 সে.মি. এবং QR = 16 সে.মি.।

ক. QR এর উপর PM এর লম্ব অভিক্ষেপের দৈর্ঘ্য বের কর। ২

খ. লম্ব অভিক্ষেপের সূত্র ব্যবহার করে PQ ও PR বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৪

গ. অ্যাপোলোনিয়াসের সূত্র ব্যবহার করে ত্রিভুজটির অপর মধ্যমাদ্বয়ের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৪

৫.



P, Q, R, S বিন্দুগুলি EFGH চতুর্ভুজের বাহুসমূহের মধ্যবিন্দু।

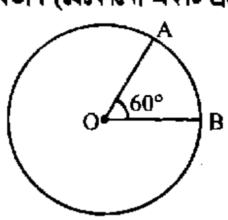
ক. $\overrightarrow{QR}$ ভেক্টরকে $\overrightarrow{FE}$ ও $\overrightarrow{EH}$ ভেক্টরদ্বয়ের মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২

খ. দেখাও যে, $\overrightarrow{QR}$ ভেক্টরটি $\overrightarrow{FH}$ ভেক্টরের সমান্তরাল। ৪

গ. প্রমাণ কর যে, PQRS একটি সামান্তরিক। ৪

গ-বিভাগ (যেকোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও)

৬.



176 মিটার পরিধি বিশিষ্ট বৃত্তাকার মাঠটির B বিন্দু থেকে পরিধি বরাবর দৌড়িয়ে একজন বালক 7 সেকেন্ডে A বিন্দুতে পৌছালো। AB চাপ দ্বারা মাঠের কেন্দ্রে উৎপন্ন কোণ 60°।

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

ক. মাঠটির ব্যাস বের কর। ২
খ. বালকটি কত বেগে দৌড়াচ্ছিল তা নির্ণয় কর। ৪
গ. মাঠটির ক্ষেত্রফল আরও 500 বর্গমিটার বেশি হলে পরিধি বরাবর মাঠটিকে সম্পূর্ণ প্রদক্ষিণ করতে বালকটির কত সময় লাগতো নির্ণয় কর। ৪

৭. $5\sin^2\theta - 4\cos^2\theta = 1, 1 < \theta < \frac{3\pi}{2}$

ক. ($-750°$) কোণটি কোন চতুর্ভুজে অবস্থিত তা চিত্রে দেখাও। ২
খ. $\sin\theta$ এর মান নির্ণয় কর। ৪
গ. উপরোক্ত তথ্য থেকে $\sec^2\theta = 1 + \tan^2\theta$ অভেদটির যথার্থতা প্রমাণ কর। ৪

উত্তরমালা

১. ক. $A \times B = \{(-3, -2), (-3, 1), (-3, 2), (-3, 7), (-2, -2), (-2, 1), (-2, 2), (-2, 7), (-1, -2), (-1, 1), (-1, 2), (-1, 7), (0, -2), (0, 1), (0, 2), (0, 7), (1, -2), (1, 1), (1, 2), (1, 7)\}$
খ. $S = \{(-3, 7), (-2, 2), (0, -2)\}$
গ. ডোম $S = \{-3, -2, 0\}$ এবং রেঞ্জ $S = \{7, 2, -2\}$
ডোম $S^{-1} = \{7, 2, -2\}$ এবং রেঞ্জ $S^{-1} = \{-3, -2, 0\}$
S^{-1} একটি ফাংশন।

২. ক. -5 খ. $(x + 1)(x + 1)(x - 3)$
গ. $\frac{P(x)}{Q(x)} = -\frac{5}{16(x+1)} + \frac{3}{4(x+1)^2} + \frac{5}{16(x-3)}$

৩. ক. প্রথম অধ্যায় দ্রষ্টব্য।

৪. ক. 16 সে.মি. খ. PQ = 6 সে.মি. PR = $2\sqrt{73}$ সে.মি.
গ. $\sqrt{73}$ সে.মি., $\sqrt{265}$ সে.মি.

৫. দ্বাদশ অধ্যায়।

৬. ক. 56.02 মিটার (প্রায়)। খ. 4.19 মিটার/সে. (প্রায়)।
গ. 46 সে. (প্রায়)।

৭. খ. $\sin\theta = -\sqrt{\frac{5}{9}}$

মডেল-৬

সিলেট সরকারি পাইলট উচ্চ বিদ্যালয়, সিলেট

উচ্চতর গণিত (বার্ষিক)

বিষয় কোড | ১ | ২ | ৬ |

সময় — ২ ঘণ্টা **সৃজনশীল** পূর্ণমান — ৪০

[বি: দ্র: ডান পাশের সংখ্যা প্রশ্নের পূর্ণমান জ্ঞাপক। প্রতিটি বিভাগ থেকে ন্যূনতম একটি করে মোট চারটি প্রশ্নের উত্তর দিতে হবে। ধারাবাহিকভাবে প্রশ্নের উত্তর লিখা বাঞ্ছনীয়।]

ক-বিভাগ (বীজগণিত)

১. $f(x) = \frac{x^3 - 2x + 1}{x^2 - 2x - 3}$

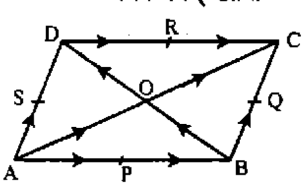
ক. $f(-1)$ নির্ণয় কর। ২
খ. $f(x)$ কে আংশিক ভগ্নাংশে প্রকাশ কর। ৪
গ. $f(x) = 0$ হলে x এর মান নির্ণয় কর। ৪

২. $3^x = 9^y$ .... (i)
$25^{xy} = 5^{x+y+1}$ .... (ii)

ক. i ও ii নং সমীকরণকে শুধুমাত্র x ও y চলক বিশিষ্ট সমীকরণে প্রকাশ কর। ২
খ. উদ্দীপকে উল্লেখিত সমীকরণদ্বয় সমাধান করে শুদ্ধতা যাচাই কর। ৪
গ. x ও y চলকের মান যদি কোন আয়তক্ষেত্রের সন্নিহিত বাহুর দৈর্ঘ্য হয় তবে উক্ত আয়তক্ষেত্রের কর্ণ ও পরিসীমা নির্ণয় কর। ৪

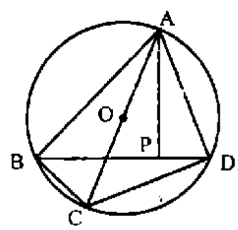
খ-বিভাগ (জ্যামিতি ও ভেক্টর)

৩.



ক. ভেক্টরের ত্রিভুজ বিধির সংজ্ঞা চিত্রসহ ব্যাখ্যা কর। ২
খ. প্রমাণ কর যে, ABCD চতুর্ভুজের $\overrightarrow{AC}$ ও $\overrightarrow{BD}$ কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমদ্বিখণ্ডিত করলে তা একটি সামান্তরিক হবে। [ভেক্টরের বিধি প্রযোজ্য] ৪
গ. উদ্দীপকে উল্লেখিত চতুর্ভুজের $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{AC}$ এবং $\overrightarrow{AD}$ এর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে P, Q, R এবং S হলে প্রমাণ কর যে, PQRS একটি সামান্তরিক হবে। ৪

৪.



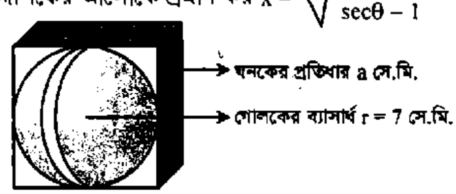
ক. টলেমি'র উপপাদ্যটি লিখ এবং চিত্রের আলোকে ব্যাখ্যা কর। ২
খ. উদ্দীপকের আলোকে উপপাদ্যটি প্রমাণ কর। ৪
গ. উদ্দীপকে উল্লেখিত ত্রিভুজ ABD এ যদি $AP \perp BD$ হয় এবং AC উক্ত পরিবৃত্তের ব্যাস হয় তবে প্রমাণ কর $AB.AD = AC.AP$ ৪

গ-বিভাগ (ত্রিকোণমিতি ও ঘন জ্যামিতি)

৫. $\operatorname{cosec}\theta = x - \cot\theta$ যেখানে θ সূক্ষ্মকোণ।

ক. $\operatorname{cosec}\theta - \cot\theta$ এর মান x এর মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২
খ. প্রমাণ কর যে, $\sec\theta = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1}$ ৪
গ. উদ্দীপকের আলোকে প্রমাণ কর $x = \sqrt{\frac{\sec\theta + 1}{\sec\theta - 1}}$ ৪

৬.



ক. গোলকের সংজ্ঞা দাও এবং এর পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফলের মান কত? ২
খ. উদ্দীপকে উল্লেখিত বাক্সটির অনধিকৃত অংশের আয়তন নির্ণয় কর। ৪
গ. যদি উক্ত গোলককে গলিয়ে 3 সে.মি. ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট একটি সমবৃত্তভূমিক কোণক তৈরি করা হতো হবে কোণকটির উচ্চতা নির্ণয় কর। ৪

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

উত্তরমালা

২. ক. $x = 2y, x + y + 1 = 2xy$ খ. $(x, y) = (2, 1), \left(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}\right)$

গ. কর্ণ $\sqrt{5}$ একক, পরিসীমা 6 একক

৫. ক. $\frac{1}{x}$

৬. ক. গোলক: কোনো অর্ধবৃত্ত ক্ষেত্রের ব্যাসকে অক্ষ ধরে ঐ ব্যাসের চতুর্দিকে অর্ধবৃত্ত ক্ষেত্রকে একবার ঘুরিয়ে আনলে যে ঘনবস্তু উৎপন্ন তাকে গোলক বলে। 615.7536 বর্গ সে.মি.

খ. 1307.2416 ঘন সে.মি. গ. 152.44 সে.মি. (প্রায়)

মডেল-৭

ফেনী সরকারী বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, ফেনী

উচ্চতর গণিত (বার্ষিক)

বিষয় কোড ১ ২ ৬

সময় — ২ ঘণ্টা ১০ মিনিট

সৃজনশীল

পূর্ণমান — ৬০

[বি: দ্র: প্রত্যেক বিভাগ থেকে একটি করে মোট ছয়টি প্রশ্নের উত্তর দিতে হবে। প্রত্যেক প্রশ্নের মান সমান।]

বীজগণিত

১. পুত্রের বয়স মায়ের বয়সের এক তৃতীয়াংশ। পিতা মায়ের চেয়ে 6 বছরের বড়। তিনজনের বয়সের সমষ্টি অনূর্ধ্ব 90 বছর।

ক. পিতার বয়স x বছর হলে মায়ের ও পুত্রের বয়স কত? ২

খ. তথ্যগুলোকে অসমতার মাধ্যমে প্রকাশ কর এবং পিতার বয়স অসমতার মাধ্যমে প্রকাশ কর। ৪

গ. মায়ের ও পুত্রের বয়স অসমতার সাহায্যে প্রকাশ কর এবং পুত্রের বয়স সংখ্যা রেখায় দেখাও। ৪

২. নিচের ধারাটি লক্ষ কর:

$$\frac{1}{(3x-1)} + \frac{1}{(3x-1)^2} + \frac{1}{(3x-1)^3} + \ldots\ldots$$

ক. $x = 1$ হলে ধারাটি নির্ণয় কর। প্রাপ্ত ধারাটির অনুপাত কত? ২

খ. প্রাপ্ত ধারাটির 15 তম পদ এবং প্রথম 15টি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

গ. প্রদত্ত ধারাটি x এর উপর কী শর্ত আরোপ করলে ধারাটির (অসীমতক) সমষ্টি থাকবে এবং সেই সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

৩. দেওয়া আছে, $y = 1 - 2^{-x}$

ক. প্রদত্ত ফাংশনের ডোমেন ও রেঞ্জ নির্ণয় কর। ২

খ. ফাংশনটির লেখচিত্র অঙ্কন কর এবং এর বৈশিষ্ট্যগুলো লিখ। ৪

গ. ফাংশনটির বিপরীত ফাংশন নির্ণয় করে তা এক-এক কিনা তা নির্ধারণ কর এবং বিপরীত ফাংশনটির লেখচিত্র আঁক। ৪

ত্রিকোণমিতি

৪. ত্রিকোণমিতিক অভেদ সমূহের ক্ষেত্রে—

ক. secA ও tanA এর অভেদসমূহ লেখ। ২

খ. দেখাও যে, $\sqrt{\frac{1-\sin A}{1+\sin A}} = \sec A - \tan A$ ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $\sqrt{\frac{1-\sin A}{1+\sin A}}\left(\frac{\sin A + 1 - \cos A}{\sin A - 1 + \cos A}\right) = 1$ ৪

জ্যামিতি

৫. সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ভূমি 5 সে.মি. এবং সমান সমান বাহুর দৈর্ঘ্য 6 সে.মি.।

ক. ত্রিভুজটি অঙ্কন কর। ২

খ. ত্রিভুজটির পরিবৃত্ত অঙ্কন করে ব্যাসার্ধ নির্ণয় কর। ৪

গ. এমন একটি বৃত্ত অঙ্কন কর যা পূর্বে, অঙ্কিত পরিবৃত্তের ব্যাসার্ধের সমান একটি বৃত্তকে P বিন্দুতে স্পর্শ করে এবং বৃত্তের বহিঃস্থ কোন বিন্দু Q দিয়ে যায়। ৪

৬. $A = (1-x)\left(1+\frac{x}{6}\right)^6 \ldots\ldots\ldots (i)$

$B = \left(p - \frac{1}{2}x\right)^6 \ldots\ldots\ldots\ldots (ii)$

ক. (i) কে x^2 পর্যন্ত বিস্তৃত করলে যদি $1 + mx^2$ পাওয়া যায় তবে m এর মান কত? ২

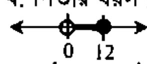
খ. যদি $B = r - 96x + sx^2 + \ldots\ldots$ হয়, তবে, p, r এবং s এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. যদি (ii) এর বিস্তৃতি x^5 এর সহগ -33 হয় তবে p এর মান কত? ৪

উত্তরমালা

১. ক. $x - 6$ বছর, $\frac{1}{3}(x-6)$; খ. পিতার বয়স ≤ 42 বছর

গ. পুত্রের বয়স ≤ 12 বছর



২. ক. $\frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \ldots\ldots; \frac{1}{2}$ খ. $\frac{1}{2^{15}}; 1 - \frac{1}{2^{15}}$ 0

গ. শর্ত: $x < 0$ এবং $x > \frac{2}{3}$, সমষ্টি $\frac{1}{3x-2}$

৩. ক. ডোমেন R এবং রেঞ্জ $(-\infty, 1)$

গ. $f^{-1}(x) = \frac{-\log(1-x)}{\log 2}$, এক-এক।

৫. খ. 3.3 সে.মি. (প্রায়)।

৬. ক. $\frac{-7}{12}$ খ. $p = 2, r = 64, s = 60$ গ. $p = 176$

মডেল-৮

খুলনা জিলা স্কুল, খুলনা

উচ্চতর গণিত (বার্ষিক)

বিষয় কোড ১ ২ ৬

সময় — ২ ঘণ্টা

সৃজনশীল

পূর্ণমান — ৪০

[বি: দ্র: প্রত্যেক বিভাগ থেকে একটি করে মোট ছয়টি প্রশ্নের উত্তর দিতে হবে। প্রত্যেক প্রশ্নের মান সমান।]

ক-বিভাগ

১. $7 + 77 + 777 + \ldots\ldots\ldots$

ক. অনুক্রম কাকে বলে? ২

খ. উপরে প্রদত্ত ধারার প্রথম n সংখ্যক পদের যোগফল নির্ণয় কর। ৪

গ. প্রদত্ত ধারাটির অসীমতক সমষ্টি থাকা সম্ভব কিনা তা ব্যাখ্যা কর। ৪

২. (i) $\frac{1}{x^b + x^{-c} + 1} + \frac{1}{x^c + x^{-a} + 1} + \frac{1}{x^a + x^{-b} + 1}$

(ii) $P = \log_a(bc), q = \log_b(ca), r = \log_c(ab)$

ক. পরমমান ফাংশন এর সংজ্ঞা দাও। ২

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

খ. যদি a + b + c = 0 হয় তবে দেখাও যে, (i) এ বর্ণিত রাশিগুলির যোগফল 1। ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $\frac{1}{p+1} + \frac{1}{q+1} + \frac{1}{r+1} = 1$ ৪

খ-বিভাগ

৩. একটি বৃত্তের কেন্দ্র c এবং ব্যাসার্ধ 3 সে.মি.

ক. উপরের তথ্যানুসারে বৃত্তটি আঁক। ২

খ. সংক্ষিপ্ত বর্ণনাসহ এমন একটি বৃত্ত আঁক যেন তা C কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তকে P বিন্দুতে স্পর্শ করে এবং বৃত্তের বহিঃস্থ কোন বিন্দু Q দিয়ে যায়। ৪

গ. সংক্ষিপ্ত বর্ণনাসহ C কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের বহিঃস্থ কোন বিন্দু M থেকে এই বৃত্তে দুটি স্পর্শক অংকন কর। ৪

৪. একটি ত্রিভুজের ভূমির দৈর্ঘ্য 5 সে.মি., ভূমি সংলগ্ন কোণ 60° এবং অপর দুটি বাহুর সমষ্টি 8 সে.মি.।

ক. সংক্ষিপ্ত বিবরণসহ তথ্যগুলি চিত্রিত কর। ২

খ. সংক্ষিপ্ত বর্ণনাসহ উদ্দীপকে বর্ণিত ত্রিভুজটি আঁক। ৪

গ. 'খ' এ অংকিত ত্রিভুজটির অন্তর্বৃত্ত অংকন কর এবং অংকনের বিবরণ দাও। ৪

গ-বিভাগ

৫. θ একটি ঋণাত্মক সূক্ষ্মকোণ

ক. $\theta = \frac{\pi}{3}$ হলে $\cos\theta = ?$ ২

খ. $15\cos^2\theta + 2\sin\theta = 7$ হলে $\cot\theta$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. $\tan\theta + \sec\theta = x$ হলে দেখাও যে, $\sin\theta = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$ ৪

৬. (i) $\cos\theta - \sin\theta = \sqrt{2}\sin\theta$

(ii) $a\cos A - b\sin A = C$

ক. θ সূক্ষ্মকোণ, $\cos\theta = \frac{4}{5}$ হলে $\sin\theta = ?$ ২

খ. (i) হতে প্রমাণ কর যে, $\cos\theta + \sin\theta = \sqrt{2}\cos\theta$ ৪

গ. (ii) এর আলোকে দেখাও যে,
$a\sin A + b\cos A = \pm\sqrt{a^2 + b^2 - c^2}$ ৪

উত্তরমালা

১. খ. $\frac{7}{9}\left\{\frac{10}{9}(10^n - 1) - n\right\}$

৫. ক. $\frac{1}{2}$ খ. $\frac{3}{5}$

৬. ক. $\frac{3}{5}$

মডেল-৯

আইডিয়াল স্কুল এন্ড কলেজ, মতিঝিল, ঢাকা

উচ্চতর গণিত (অর্ধ-বার্ষিক)

বিষয় কোড: ১ ২ ৬

বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

সময় — ৪০ মিনিট পূর্ণমান — ৪০

[দ্রষ্টব্য: নৈর্ব্যক্তিক অভীক্ষার উত্তরপত্রে প্রশ্নের ক্রমিক নম্বরের বিপরীতে প্রদত্ত বর্ণসম্বলিত বৃত্তসমূহ হতে সঠিক/ সর্বোৎকৃষ্ট উত্তরের বৃত্তটি (●) বল পয়েন্ট কলম দ্বারা সম্পূর্ণ ভরাট কর। প্রতিটি প্রশ্নের মান ১।]

১. $ax^2 + bx + c = 0$ এবং a, b, c বাস্তব সংখ্যা হলে $3 - 5x^2 = 0$ সমীকরণে b এর মান নিচের কোনটি?
ⓚ 0 ⓛ 1
ⓜ 3 ⓝ −5

২. $x^3 - 4x^2 + 4x - 3$ বহুপদীর ধ্রুব পদের উৎপাদকের সেট নিচের কোনটি?
ⓚ {−3, 3} ⓛ {−3}
ⓜ {−1, 1} ⓝ {−1, 1, −3, 3}

৩. $ax^2 + bx + c = 0$ এবং a, b, c বাস্তব সংখ্যা। সমীকরণটির নিশ্চায়ক $b^2 - 4ac > 0$ কিন্তু পূর্ণবর্গ না হলে মূলদ্বয় হবে—
ⓚ বাস্তব, অসমান ও মূলদ
ⓛ বাস্তব, অসমান ও অমূলদ
ⓜ বাস্তব ও পরস্পর সমান
ⓝ অবাস্তব

৪. $ax^2 + bx + c = 0$ দ্বিঘাত সমীকরণের মূলদ্বয় বাস্তব হলে—
i. $b^2 - 4ac > 0$
ii. $b^2 - 4ac = 0$
iii. $b^2 - 4ac < 0$
নিচের কোনটি সঠিক?
ⓚ i ও ii ⓛ ii ও iii
ⓜ i ও iii ⓝ i, ii ও iii

৫. i. $4^x = \frac{1}{2}$ হলে $x = -\frac{1}{2}$
ii. $5^x = 1$ হলে x = 1
iii. $9^x = 3$ হলে $x = \frac{1}{2}$
উপরের তথ্যের আলোকে নিচের কোনটি সঠিক?
ⓚ i ও ii ⓛ i ও iii
ⓜ ii ও iii ⓝ i, ii ও iii

৬. $3^x.9^y = 27$ সমীকরণটি থেকে পাওয়া যায়—
i. x + 2y = 3
ii. x − 2y = 3
iii. x + 2y − 3 = 0
উপরের তথ্যের আলোকে নিচের কোনটি সঠিক?
ⓚ i ও ii ⓛ i ও iii
ⓜ ii ও iii ⓝ i, ii ও iii

৭. $\sqrt[3]{1+x} = 2$ হলে x এর মান কত?
ⓚ 1 ⓛ 2
ⓜ 3 ⓝ 7

৮. $\left(\frac{5b}{a}\right)^{2x-6} = 1$ হলে x এর মান কত?
ⓚ 1 ⓛ 2
ⓜ 3 ⓝ 0

৯. $4^x = 32$ হলে x = কত?
ⓚ 5 ⓛ $\frac{5}{2}$
ⓜ 3 ⓝ $\frac{3}{2}$

১০. প্রত্যেক ধনাত্মক বাস্তব সংখ্যা a এর একটি অনন্য ধনাত্মক n তম মূল রয়েছে। একে নিচের কোন প্রতীকটি দ্বারা প্রকাশ করা হয়?
ⓚ $\sqrt[n]{a}$ ⓛ $\sqrt[a]{n}$
ⓜ $\sqrt{a^n}$ ⓝ a^n

১১. $a \in \mathbb{R}$ এবং $n \in \mathbb{N}$ হলে a^{n+1} = কত?
ⓚ $a^n + a$ ⓛ $a^n - a$
ⓜ $a^n.a$ ⓝ $\frac{a^n}{a}$

১২. $a \in \mathbb{R}$ এবং $a \neq 0$ হলে—
i. $a^0 = 1$
ii. $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$
iii. $a^{-n}.a^n = 1$
নিচের কোনটি সঠিক?
ⓚ i ও ii ⓛ ii ও iii
ⓜ i ও iii ⓝ i, ii ও iii

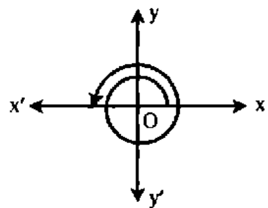
১৩. − 27 এর ঘন মূল কত?
ⓚ 3 ⓛ − 3
ⓜ $\frac{1}{3}$ ⓝ $-\frac{1}{3}$

১৪. $a^x = b^y = c^z$ হলে—
i. $a = b^{\frac{y}{x}}$
ii. $b = c^{\frac{y}{z}}$
iii. $c = b^{\frac{y}{z}}$
নিচের কোনটি সঠিক?
ⓚ i ও ii ⓛ ii ও iii
ⓜ i ও iii ⓝ i, ii ও iii

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

১৫. সমতল জ্যামিতিতে কোণের আলোচনা কত সরলকোণ পর্যন্ত সীমিত রাখা হয়?
ⓚ 1 ⓚ 2
ⓖ 3 ⓖ 4

১৬.



উপরের চিত্রে কত ডিগ্রি কোণ উৎপন্ন হয়েছে?
ⓚ 0° ⓚ 180°
ⓖ 450° ⓖ 540°

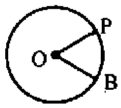
১৭. ষাটমূলক পদ্ধতিতে কোণ পরিমাপের একক নিচের কোনটি?
ⓚ ডিগ্রী ⓚ সমকোণ
ⓖ রেডিয়ান ⓖ মিনিট

১৮. – 520° কোণটি কোন চতুর্ভাগে অবস্থিত?
ⓚ প্রথম ⓚ দ্বিতীয়
ⓖ তৃতীয় ⓖ চতুর্থ

১৯. একটি চাকার ব্যাসার্ধ 50 সে.মি.। চাকাটি একবার ঘুরলে কত সে.মি. দূরত্ব অতিক্রম করবে?
ⓚ 50π ⓚ 25π
ⓖ 100π ⓖ 75π

২০. সকাল 6 টায় ঘড়ির ঘন্টার কাঁটা এবং মিনিটের কাঁটার অন্তর্গত কোণ কত?
ⓚ $\frac{\pi^c}{25}$ ⓚ $\frac{\pi^c}{3}$
ⓖ $\frac{3\pi^c}{2}$ ⓖ π^c

নিচের উদ্দীপকটি পড়ে ২১-২৩ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের ব্যাসার্ধ OB = 4 সে.মি. ∠POB = 1 রেডিয়ান।

২১. চাপ PB = কত সে.মি.?
ⓚ 2 ⓚ 4
ⓖ 8 ⓖ 16

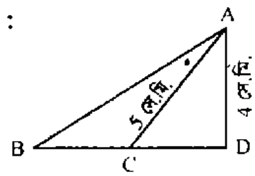
২২. বৃত্তটির ব্যাস কত সে.মি.?
ⓚ 2 ⓚ 4
ⓖ 8 ⓖ 16

২৩. বৃত্তের পরিধি কত সে.মি.?
ⓚ 8 সে.মি. ⓚ 16 সে.মি.
ⓖ 25.133 সে.মি. ⓖ 50.226 সে.মি.

২৪. একটি আয়তাকার ঘনবস্তুর মাত্রাগুলো 5 সে.মি., 4 সে.মি. ও 3 সে.মি. হলে এর কর্ণের সমান ধার বিশিষ্ট ঘনকের সমগ্র তলের ক্ষেত্রফল কত বর্গ সে.মি.?
ⓚ 300 ⓚ $\sqrt{50}$
ⓖ $300\sqrt{50}$ ⓖ $6\sqrt{50}$

২৫. $\underline{u}$ যে কোন ভেক্টর এবং m যে কোন বাস্তব সংখ্যা m > 0 হলে—
i. $m\underline{u} \neq 0$
ii. $m\underline{u}$ এর দিক $\underline{u}$ এর দিকের সঙ্গে একমুখী
iii. $m\underline{u}$ এর দিক $\underline{u}$ এর দিকের সঙ্গে বিপরীতমুখী
নিচের কোনটি সঠিক?
ⓚ i ও ii ⓚ i ও iii
ⓖ ii ও iii ⓖ i, ii ও iii

নিচের তথ্যের আলোকে ২৬ ও ২৭ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



চিত্রে AC = 5 সে.মি. AD = 4 সে.মি. এবং BD = 10 সে.মি.।

২৬. AC এর লম্ব অভিক্ষেপ নিচের কোনটি?
ⓚ BC ⓚ AD
ⓖ BD ⓖ CD

২৭. AB = কত সে.মি.?
ⓚ $\sqrt{75}$ ⓚ $\sqrt{116}$
ⓖ 74 ⓖ 110

২৮. নিচের কোন সেটটির একটিমাত্র উপসেট রয়েছে?
ⓚ {2} ⓚ {0}
ⓖ ∅ ⓖ {2, 3}

২৯. B = {1, 3, 5} এবং D = {1, 3, 5, 7} দুইটি সেট হলে—
i. $B \in D$
ii. $B \subset D$
iii. $x \in B \Rightarrow x \in D$
নিচের কোনটি সঠিক?
ⓚ i ও ii ⓚ i ও iii
ⓖ ii ও iii ⓖ i, ii ও iii

৩০. $A = \{x \in \mathbb{N} : 3x < 13\}$ সেটটি তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ করলে নিচের কোনটি সঠিক?
ⓚ {0, 1, 2, 3} ⓚ {2, 3}
ⓖ {2, 3, 4} ⓖ {1, 2, 3, 4}

৩১. $B = \{x \in \mathbb{N} : 2x < 9\}$ সেটটির P(B) এর উপাদান সংখ্যা কত?
ⓚ 2^2 ⓚ 2^3
ⓖ 2^4 ⓖ $2^3 + 1$

৩২. $\frac{y^3}{y^2 - 25}$ ভগ্নাংশটির সমান নিচের কোনটি?
ⓚ $\frac{25}{y^2 - 25}$ ⓚ $y + \frac{y}{y^2 - 25}$
ⓖ $y + \frac{25}{y^2 - 25}$ ⓖ $y + \frac{25y}{y^2 - 25}$

৩৩. যদি কোনো ভগ্নাংশের লব এর মাত্রা হর এর মাত্রার সমান অথবা তা অপেক্ষা বড় হয় তবে তাকে — ভগ্নাংশ বলে।
ⓚ প্রকৃত ⓚ অমূলদ
ⓖ অপ্রকৃত ⓖ বহুপদী

৩৪. $3x^4 - 5x^3 + 7x^2 - 4a$ একটি x চলকের বহুপদী।
i. এর মুখ্য পদ $3x^4$
ii. x^3 এর সহগ –5
iii. ধ্রুব পদ নেই
নিচের কোনটি সঠিক?
ⓚ i ও ii ⓚ i ও iii
ⓖ ii ও iii ⓖ i, ii ও iii

৩৫. $a(b^2 - c^2) + b(c^2 - a^2) + c(a^2 - b^2)$ রাশিটি—
i. সমমাত্রিক
ii. চক্রক্রমিক
iii. প্রতিসম
নিচের কোনটি সঠিক?
ⓚ i ও ii ⓚ i ও iii
ⓖ ii ও iii ⓖ i, ii ও iii

উত্তরমালা

১	ক	২	ঘ	৩	ক	৪	ক	৫	খ	৬	খ	৭	ঘ	৮	গ	৯	খ	১০	ক	১১	গ	১২	ঘ	১৩	খ	১৪	গ	১৫	খ	১৬	ঘ
১৭	খ	১৮	গ	১৯	গ	২০	ঘ	২১	খ	২২	গ	২৩	গ	২৪	ক	২৫	খ	২৬	ঘ	২৭	খ	২৮	গ	২৯	গ	৩০	ঘ	৩১	গ	৩২	ঘ
৩৩	গ	৩৪	ঘ	৩৫	ঘ																										

রাজউক উত্তরা মডেল কলেজ, ঢাকা

উচ্চতর গণিত (অর্ধ-বার্ষিক)

বিষয় কোড: ১ ২ ৬

সময় — ৩৫ মিনিট **বহুনির্বাচনি প্রশ্ন** পূর্ণমান — ৩৫

[দ্রষ্টব্য: নৈর্ব্যক্তিক অভীক্ষার উত্তরপত্রে প্রশ্নের ক্রমিক নম্বরের বিপরীতে প্রদত্ত বর্ণসম্বলিত বৃত্তসমূহ হতে সঠিক/ সর্বোৎকৃষ্ট উত্তরের বৃত্তটি (●) বল পয়েন্ট কলম দ্বারা সম্পূর্ণ ভরাট কর। প্রতিটি প্রশ্নের মান ১।]

১. যদি n(A) = p, n(B) = q এবং $A \cap B = \varnothing$ হয়, তবে—
i. $n(A \cup B) = p + q$
ii. $n(A \cup B) = p - q$
iii. $n(A \cap B) = p + q$
নিচের কোনটি সঠিক?
ⓚ i ⓚ ii
ⓖ i ও ii ⓖ i, ii ও iii

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

২. যদি A, B এর প্রকৃত উপসেট হয়, তবে নিম্নের কোনটি সঠিক প্রকাশ?
ⓚ $A \supset B$ এবং $A \neq B$
ⓛ $A \subset B$ এবং $A \neq B$
ⓜ $A \in B$ এবং $A \not\subset B$
ⓝ $x \in A$ এবং $x \notin B$

৩. যদি $U = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ এবং $A = \{x : x$ একটি মৌলিক সংখ্যা$\}$ হয়, তবে A = ?
ⓚ $\{3, 5, 7, 9\}$ ⓛ $\{3, 5, 7\}$
ⓜ $\{1, 2, 3, 5, 7\}$ ⓝ $\{2, 3, 5, 7\}$

৪. যদি $A = [-4, 4]$, $B =]2, 6[$
$C = [0, 2]$ বাস্তব সংখ্যা $\mathbb{R}$ এর কয়েকটি ব্যবধি হয়, তবে $A \cup C$ = ?
ⓚ $[-4, 4[$ ⓛ $[2, 6]$
ⓜ $[-4, 4]$ ⓝ $]-4, 4]$

নিচের তথ্যের আলোকে ৫ ও ৬ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :
প্রত্যেক $n \in \mathbb{N}$ এর জন্য $A_n = \{n, 2n, 3n, ...\}$

৫. $A_1 \cap A_2$ এর মান কোনটি?
ⓚ A_1 ⓛ A_2
ⓜ A_3 ⓝ A_4

৬. নিচের কোনটি $A_2 \cap A_3$ এর পরিবর্তে লিখা যায়?
ⓚ A_3 ⓛ A_4
ⓜ A_5 ⓝ A_6

৭. $2x^6 - 3x^5 + x^4 + 2x - 8$ রাশিটি x চলকের একটি বহুপদী যার—
i. মাত্রা-6
ii. মুখ্য পদ $2x^6$
iii. ধ্রুব পদ 8
নিচের কোনটি সঠিক?
ⓚ i ও ii ⓛ i ও iii
ⓜ ii ও iii ⓝ i, ii ও iii

৮. যদি x – a, p(x) এর একটি উৎপাদক হয়, তবে নিম্নের কোনটি সঠিক?
ⓚ $p(a) = 0$ ⓛ $p(a) > 0$
ⓜ $p(a) < 0$ ⓝ $p(a)$ = ধ্রুবক

৯. যদি $y^3 - 6y^2 + 6y + 40$ কে $y + 2$ দ্বারা ভাগ করা হয়, তবে উহার ভাগশেষ কত?
ⓚ 6 ⓛ 8
ⓜ – 4 ⓝ 54

১০. নিম্নের কোনটি প্রতিসম রাশি?
ⓚ $x + y + z$ ⓛ $2a + 4b + 3c$
ⓜ $xy + yz - zx$ ⓝ $2x^2 - 5yz - z^2$

১১. যদি $x - 1$, $x^4 - 5x^3 + 7x^2 - a$ এর একটি উৎপাদক হয়, তবে a এর মান কত?
ⓚ 4 ⓛ – 3
ⓜ – 4 ⓝ 3

১২. $(x - y)^3 + (y - z)^3 + (z - x)^3$ এর উৎপাদক কোনটি?
ⓚ $(x - y)(y - z)(z - x)$
ⓛ $3(z + y + z)$
ⓜ $3(x - y)(y - z)(z - x)$
ⓝ $3(x - y - z)$

যদি $\frac{4x + 2}{(x + 2)(2x - 1)} = \frac{A}{x + 2} + \frac{B}{2x - 1}$ হয় তবে নিম্নের ১৩ ও ১৪ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

১৩. যদি $x = \frac{1}{2}$ হয়, তবে B এর মান কত?
ⓚ $\frac{8}{5}$ ⓛ $\frac{3}{5}$
ⓜ $\frac{2}{5}$ ⓝ $\frac{5}{8}$

১৪. নিম্নের কোনটি উপরের ভগ্নাংশের আংশিক ভগ্নাংশে নির্দেশ করে?
ⓚ $\frac{6}{5(x + 2)} + \frac{8}{5(2x - 1)}$
ⓛ $\frac{8}{5(x + 2)} + \frac{6}{5(2x - 1)}$
ⓜ $\frac{6}{5(x + 2)} - \frac{8}{5(2x - 1)}$
ⓝ $\frac{1}{2(x + 2)} + \frac{8}{2x - 1}$

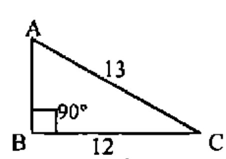
১৫. $bx^2 + cx + a = 0$ সমীকরণের নিশ্চায়ক কোনটি?
ⓚ $b^2 - 4ac$ ⓛ $\sqrt{b^2 - 4ac}$
ⓜ $c^2 - 4ab$ ⓝ $4ac - b^2$

১৬. $ax^2 + bx + c = 0$ সমীকরণের নিশ্চায়কের মান শূন্য হলে, উহার মূলগুলো কি হবে?
ⓚ $-\frac{b}{2a}, \frac{b}{2a}$ ⓛ $-\frac{b}{2a}, -\frac{b}{2a}$
ⓜ 2b ⓝ – 2ab

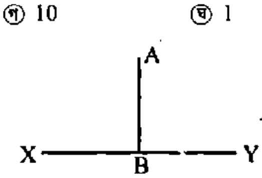
১৭. $(1 - x)^{\frac{1}{3}} = 2$ হলে x এর মান কত?
ⓚ 7 ⓛ –1
ⓜ 1 ⓝ – 7

১৮. 729 কে $\sqrt[5]{9}$ এর সূচকে প্রকাশ করলে হয়—
ⓚ $\left(\sqrt[5]{9}\right)^{-15}$ ⓛ $\left(\sqrt[5]{9}\right)^{15}$
ⓜ 9^3 ⓝ $\left(\sqrt[5]{9}\right)^{3}$

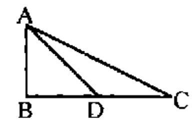
১৯. i. $3(a^2 + b^2 + c^2) = 4(d^2 + e^2 + f^2)$ যেখানে a, b, c ত্রিভুজের বাহু এবং d, e, f ত্রিভুজের মধ্যমা
ii. ত্রিভুজের মধ্যমাত্রয়ের ছেদবিন্দু যে কোন মধ্যমাকে 2 : 1 অনুপাতে বিভক্ত করে
iii. সদৃশকোণী ত্রিভুজের অনুরূপ বাহুগুলো সমানুপাতিক
নিচের কোনটি সঠিক?
ⓚ i ও ii ⓛ ii ও iii
ⓜ i ও iii ⓝ i, ii ও iii

২০.


চিত্রে AB এর দৈর্ঘ্য কত একক?
ⓚ 5 ⓛ 25
ⓜ 10 ⓝ 1

২১.


চিত্রে $AB \perp XY$, XY বরাবর AB এর লম্ব অভিক্ষেপের দৈর্ঘ্য কত?
ⓚ AB ⓛ BY
ⓜ AY ⓝ 0

নিচের তথ্যের আলোকে ২২ ও ২৩ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :


চিত্রে $AB \perp BC$; D, BC এর মধ্যবিন্দু এবং BD = 2 সে.মি., AD = 3 সে.মি.

২২. BC এর উপর AC এর লম্ব অভিক্ষেপ কোনটি?
ⓚ AB ⓛ BC
ⓜ BD ⓝ CD

২৩. $AB^2 + AC^2$ = কত বর্গ সে.মি.?
ⓚ 26 ⓛ 13
ⓜ 5 ⓝ 25

২৪. $\angle x = 60°$ হলে $\angle x$ এর সম্পূরক কোণের অর্ধেকের মান কত?
ⓚ 15° ⓛ 30°
ⓜ 60° ⓝ 120°

২৫. ত্রিভুজের ভূমি, শিরঃকোণ ও অপর বাহুদ্বয়ের সমষ্টি দেওয়া থাকলে কয়টি ত্রিভুজ অঙ্কন করা যায়?
ⓚ 2 ⓛ 1
ⓜ 4 ⓝ অসংখ্য

২৬. কোন সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজভিন্ন অপর বাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্য 4 সে.মি. এবং 3 সে.মি.। ত্রিভুজটিকে বৃহত্তর বাহুর চতুর্দিকে ঘোরালে—
i. উৎপন্ন ঘনবস্তুটি একটি সমবৃত্তভূমিক কোণক হবে
ii. ঘনবস্তুটি একটি সমবৃত্তভূমিক সিলিন্ডার হবে
iii. উৎপন্ন ঘনবস্তুটির ভূমির ক্ষেত্রফল হবে 9π বর্গ সে.মি.
নিচের কোনটি সঠিক?
ⓚ i ⓛ ii
ⓜ i ও iii ⓝ ii ও iii

২৭. নিচের কোনটি ত্রিমাত্রিক?
ⓚ রেখা ⓛ বইয়ের পৃষ্ঠা
ⓜ ফুটবল ⓝ বৃত্ত

২৮. কোন ঘনকের পৃষ্ঠতলের কর্ণের দৈর্ঘ্য $6\sqrt{2}$ সে.মি. হলে ধার কত সে.মি.?
ⓚ 6 ⓛ 16
ⓜ 18 ⓝ 12

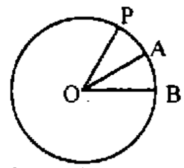
নিচের তথ্যের ভিত্তিতে ২৯ ও ৩০ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :
6 সে.মি. ব্যাসবিশিষ্ট একটি ধাতব কঠিন গোলককে গলিয়ে 3 সে.মি. ব্যাসার্ধবিশিষ্ট একটি সমবৃত্তভূমিক সিলিন্ডার তৈরি করা হলো।

২৯. উৎপন্ন সিলিন্ডারটির উচ্চতা কত?
ⓚ 4 সে.মি. ⓛ 6 সে.মি.
ⓜ 8 সে.মি. ⓝ 12 সে.মি.

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

৩০. সিলিন্ডারটির বক্রতলের ক্ষেত্রফল কত বর্গ সে.মি.?
ⓚ 24π ⓚ 42π
ⓖ 72π ⓖ 96π

৩১.



চিত্রে OB = PB হলে—
i. $\angle AOB = 1°$
ii. $\angle POB = \pi^c$
iii. $\frac{AB}{PB} = \frac{\angle AOB}{\angle POB}$
নিচের কোনটি সঠিক?
ⓚ i ⓚ ii
ⓖ i ও iii ⓖ ii ও iii

৩২. –260° কোণটি কোন চতুর্থভাগে থাকবে?
ⓚ প্রথম ⓚ দ্বিতীয়
ⓖ তৃতীয় ⓖ চতুর্থ

৩৩. ষাটমূলক ও বৃত্তীয় পদ্ধতিতে একটি কোণের পরিমাপ যথাক্রমে D° ও R^c হলে, নিচের কোন সম্পর্কটি সঠিক?
ⓚ $\frac{180}{D} = \frac{R}{\pi}$ ⓚ $\frac{D}{180} = \frac{R}{\pi}$
ⓖ $\frac{D}{90} = \frac{R}{\pi}$ ⓖ $\frac{2D}{90} = \frac{R}{\pi}$

নিম্নের তথ্যের ভিত্তিতে ৩৪ ও ৩৫ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :
একটি ত্রিভুজের কোণ তিনটির অনুপাত 2 : 5 : 3। অনুপাতের সাধারণ রাশি x।

৩৪. x এর মান কত?
ⓚ 18 ⓚ 15
ⓖ 12 ⓖ 30

৩৫. বৃহত্তম কোণটি কত ডিগ্রি?
ⓚ 75° ⓚ 90°
ⓖ 120° ⓖ 54°

উত্তরমালা

১	ক	২	খ	৩	ঘ	৪	গ	৫	খ	৬	ঘ	৭	ক	৮	ক	৯	গ	১০	ক	১১	ঘ	১২	গ	১৩	ক	১৪	ক	১৫	গ	১৬	খ
১৭	ঘ	১৮	খ	১৯	ঘ	২০	ক	২১	ঘ	২২	খ	২৩	ক	২৪	গ	২৫	খ	২৬	গ	২৭	গ	২৮	ক	২৯	ক	৩০	ক	৩১	ঘ	৩২	খ
৩৩	খ	৩৪	ক	৩৫	খ																										

মডেল-১১

ময়মনসিংহ জিলা স্কুল, ময়মনসিংহ

উচ্চতর গণিত (অর্ধ-বার্ষিক)

বিষয় কোড: | ১ | ২ | ৬ |

বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

সময় — ৩৫ মিনিট পূর্ণমান — ৩৫

[দ্রষ্টব্য: নৈর্ব্যক্তিক অভীক্ষার উত্তরপত্রে প্রশ্নের ক্রমিক নম্বরের বিপরীতে প্রদত্ত বর্ণসম্বলিত বৃত্তসমূহ হতে সঠিক/ সর্বোৎকৃষ্ট উত্তরের বৃত্তটি (●) বল পয়েন্ট কলম দ্বারা সম্পূর্ণ ভরাট কর। প্রতিটি প্রশ্নের মান ১।]

১. i. কোন সেটের সদস্য সংখ্যা n হলে, এর প্রকৃত উপসেটের সংখ্যা 2^n
ii. A ও B পরস্পর নিশ্চেদ সেট হলে, $n(A \cup B) = n(A) + n(B)$
iii. যে কোনো শান্ত সেট A ও B এর জন্য, $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$
নিচের কোনটি সঠিক?
ⓚ i ও ii ⓚ ii ও iii
ⓖ i ও iii ⓖ i, ii ও iii

$U = \{x \in \mathbb{Z} : x^2 < 8\}$, $A = \{-1, 0, 1\}$, $B = \{-2\ 0\}$ এবং $C = \{1, 2\}$ তিনটি সেট।
উপরের তথ্যের আলোকে (২ - ৪) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

২. A' সেটটি নিচের কোনটি?
ⓚ $\{-2, 2\}$ ⓚ $\{-2, 1\}$
ⓖ $\{0, 2\}$ ⓖ $\{-1, 0\}$

৩. $(A' \cap B)$ সেটটি নিচের কোনটি?
ⓚ $\{0\}$ ⓚ $\{\}$
ⓖ $\{2\}$ ⓖ $\{-2\}$

৪. $C' - (A \cap B)$ সেটটি নিচের কোনটি?
ⓚ $\{-2, -1\}$ ⓚ $\{-1, 0\}$
ⓖ $\{-2, 0\}$ ⓖ $\{0\}$

৫. কোন সেটের উপাদান সংখ্যা 3 হল, সেটটির প্রকৃত উপসেটের সংখ্যা কত?
ⓚ 8 ⓚ 6
ⓖ 5 ⓖ 7

৬. নিচের কোনটি এক এক ফাংশন?
ⓚ $F(x) = |x|$ ⓚ $F(x) = e^x$
ⓖ $F(x) = \sqrt{1 - x^2}$ ⓖ $F(x) = x^2$

৭. $f(x) = \frac{x}{x - 2}$, $x \neq 2$ হলে, $f^{-1}(2)$ এর মান কত?
ⓚ 4 ⓚ 0
ⓖ 1 ⓖ 2

৮. $f(x) = x + 5$ এবং $g(x) = x - 5$ হলে, $f\{g(x)\}$ কত?
ⓚ 2x ⓚ 0
ⓖ x ⓖ 10

৯. $Q(y) = y^2 - 5y + 6$ হলে, y এর কোন মানের জন্য $Q(y) = 2$ হবে?
ⓚ 4 ⓚ 2
ⓖ 5 ⓖ 6

১০. নিচের কোন রাশিটি প্রতিসম?
ⓚ $2x^2 + 3xy + y^2$
ⓚ $x^2 + 3xy + 2y^2$
ⓖ $4x^2 + xy + 3y^2$
ⓖ $2x^2 + 2xy + 2y^2$

১১. $P(x) = ax^2 + bx + c$ বহুপদীর একটি উৎপাদক $(x + 1)$ হলে, নিচের কোনটি সঠিক?
ⓚ $a + b + c = 0$ ⓚ $a - b + c = 0$
ⓖ $a + b - c = 0$ ⓖ $a - b - c = 0$

১২. ΔABC এর বাহুত্রয় যথাক্রমে 3, 3.5 এবং 4 সে.মি. হলে মধ্যমাত্রয়ের বর্গের সমষ্টি কত বর্গ সে.মি.
ⓚ 83.81 ⓚ 6.98
ⓖ 111.76 ⓖ 27.94

১৩. সমকোণী ত্রিভুজের মধ্যমাত্রয় যথাক্রমে 6, 7 এবং 8 একক হলে, অতিভুজের দৈর্ঘ্য কত একক?
ⓚ 9 ⓚ 14.2
ⓖ 9.97 ⓖ 14.95

১৪. একটি সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ $\sqrt{41}$ একক হলে, মধ্যমাত্রয়ের বর্গের সমষ্টি কত বর্গ একক?
ⓚ 2521.5 ⓚ 3362
ⓖ 5043 ⓖ 10086

১৫. কোনো ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দু দিয়ে অঙ্কিত বৃত্ত ঐ ত্রিভুজের—
ⓚ পরিবৃত্ত ⓚ অন্তঃবৃত্ত
ⓖ বহিঃবৃত্ত ⓖ নববিন্দু বৃত্ত

১৬. 5 সে.মি. ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট এবং দুইটি নির্দিষ্ট বিন্দু দিয়ে যায় এরূপ কয়টি বৃত্ত আঁকা যাবে?
ⓚ 4টি ⓚ 10টি
ⓖ 2টি ⓖ 6টি

সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ভূমি 5 সে.মি. এবং সমান সমান বাহুর দৈর্ঘ্য 6 সে.মি.
উপরের তথ্যের আলোকে ১৭-১৯ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

১৭. ত্রিভুজটির শীর্ষবিন্দু থেকে ভূমির উপর অঙ্কিত লম্বের দৈর্ঘ্য কত সে.মি.?
ⓚ 3 ⓚ 5.46
ⓖ 6.5 ⓖ 30

১৮. ত্রিভুজটির পরিবৃত্তের ব্যাসার্ধ কত সে.মি.?
ⓚ 6.6 ⓚ 11
ⓖ 30 ⓖ 3.3

১৯. ত্রিভুজটির পরিবৃত্তের ক্ষেত্রফল কত বর্গ সে.মি.?
ⓚ 34.21 ⓚ 10.37
ⓖ 6.6 ⓖ 18.85

২০. নিচের কোনটি $x^2 - 4x + 1 = 0$ সমীকরণের মূল?
ⓚ $-2\sqrt{3}$ ⓚ $-2 + \sqrt{3}$
ⓖ $2 \pm \sqrt{3}$ ⓖ $2 + 2\sqrt{3}$

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

২১. $2x^2 - 11x + 9 = 0$ সমীকরণের—
i. একটি মূল 1
ii. নিশ্চায়ক 49
iii. মূলগুলো মূলদ
নিচের কোনটি সঠিক?
ক i ও ii খ i ও iii
গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

২২. দ্বিঘাত সমীকরণের মূলদ্বয় সমান হলে, নিচের কোনটি সঠিক?
ক নিশ্চায়ক > 0 খ নিশ্চায়ক = 0
গ নিশ্চায়ক < 0 ঘ নিশ্চায়ক ≠ 0

২৩. $7x - 2 - 3x^2 = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয়ের প্রকৃতি নিচের কোনটি?
ক সমান খ জটিল
গ অমূলদ ঘ মূলদ

২৪. $\sqrt{8x+9} - \sqrt{2x+15} = \sqrt{2x-6}$ সমীকরণের একটি মূল নিচের কোনটি?
ক –5 খ 0
গ 5 ঘ 6

২৫. $\sqrt{x^2+4} = 2\sqrt{x}$ হলে—
i. $x = -2$
ii. $x = 2$
iii. $(x-2)^2 = 0$
নিচের কোনটি সঠিক?
ক i ও ii খ i ও iii
গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

২৬. $(1+x)^{\frac{1}{3}} = 2$ হলে, x এর মান কত?
ক 1 খ 2
গ 3 ঘ

২৭. $b^2 - 4ac > 0$ এবং পূর্ণবর্গ হলে, সমীকরণটির মূলদ্বয় হবে—
ক বাস্তব খ সমান
গ অমূলদ ঘ কাল্পনিক

২৮. 1° = কত রেডিয়ান?
ক 0.01475^c খ 0.01574^c
গ 0.01745^c ঘ 0.1745^c

২৯. সকাল 9:15 মিনিটের সময় ঘড়ির ঘণ্টার কাঁটা ও মিনিটের কাঁটার অন্তর্গত কোণ কত ডিগ্রি?
ক 172.5° খ 180°
গ 150° ঘ 110°

৩০. একটি চাকার ব্যাস 0.84 মিটার এবং চাকাটি প্রতি সেকেন্ডে 6 বার ঘুরে—
i. চাকার পরিধি 2.64 মিটার (প্রায়)
ii. প্রতি সেকেন্ডে চাকাটি 15.83 মিটার দূরত্ব অতিক্রম করে
iii. চাকাটির গতিবেগ ঘণ্টায় 15.83 মিটার
নিচের কোনটি সঠিক?
ক i ও ii খ ii ও iii
গ i ও iii ঘ i, ii ও iii

৩১. যদি দুইটি ভেক্টরের দৈর্ঘ্য সমান, ধারক রেখা একই বা সমান্তরাল এবং দিক একই হয়, তাকে কী বলে?
ক সমান ভেক্টর খ সদৃশ ভেক্টর
গ বিপরীত ভেক্টর ঘ একক ভেক্টর

৩২. ভেক্টর রাশিকে স্কেলার রাশি দ্বারা গুণ করলে, গুণফল হয়—
ক স্কেলার
খ ভেক্টর
গ কখনও স্কেলার কখনও ভেক্টর
ঘ ধ্রুবক

৩৩. যে ভেক্টরের কোনো নির্দিষ্ট দিক ও ধারক রেখা নেই তা কী?
ক একক ভেক্টর খ শূন্য ভেক্টর
গ বিপরীত ভেক্টর ঘ অবস্থান ভেক্টর

৩৪. ইংরেজি বর্ণমালা হইতে একটি বর্ণ নিলে উহা Vowel হবার সম্ভাবনা কত?
ক $\frac{5}{26}$ খ $\frac{21}{26}$
গ $\frac{1}{26}$ ঘ $\frac{3}{26}$

৩৫. একটি অধিবর্ষে 53টি শুক্রবার থাকার সম্ভাবনা কত?
ক $\frac{1}{7}$ খ $\frac{2}{7}$
গ $\frac{3}{7}$ ঘ $\frac{31}{32}$

উত্তরমালা

১	খ	২	ক	৩	ঘ	৪	ক	৫	ঘ	৬	খ	৭	ক	৮	গ	৯	ক	১০	ঘ	১১	খ	১২	ঘ	১৩	গ	১৪	ক	১৫	ক	১৬	গ
১৭	খ	১৮	ঘ	১৯	ক	২০	গ	২১	ঘ	২২	খ	২৩	ঘ	২৪	গ	২৫	গ	২৬	ঘ	২৭	ক	২৮	গ	২৯	ক	৩০	ক	৩১	ক	৩২	খ
৩৩	খ	৩৪	ক	৩৫	খ																										

মডেল-১২

ইস্পাহানি পাবলিক স্কুল এন্ড কলেজ, চট্টগ্রাম

উচ্চতর গণিত (অর্ধ-বার্ষিক)

বিষয় কোড: ১ ২ ৬

বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

সময় — ৪০ মিনিট পূর্ণমান — ৪০

[দ্রষ্টব্য: নৈর্ব্যক্তিক অভীক্ষার উত্তরপত্রে প্রশ্নের ক্রমিক নম্বরের বিপরীতে প্রদত্ত বর্ণসম্বলিত বৃত্তসমূহ হতে সঠিক/ সর্বোৎকৃষ্ট উত্তরের বৃত্তটি (●) বল পয়েন্ট কলম দ্বারা সম্পূর্ণ ভরাট কর। প্রতিটি প্রশ্নের মান ১।]

১. $ax^2 + bx + c$ বহুপদীটির মাত্রা কত?
ক 1 খ 2
গ 3 ঘ 4

২. চলক বর্জিত পদকে কী বলা হয়?
ক ধ্রুব পদ খ মুখ্যসহগ
গ গৌণ সহগ ঘ উৎপাদক

৩. $P(x) = x^4 - 2x^3 + 3x^2 - 4x + 5$ হলে P(0) এর মান কত?
ক 3 খ 4
গ 5 ঘ 2

৪. $P(a, b, c) = a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$ হলে P(1, 2, 3) এর মান কত?
ক 3 খ 12
গ 16 ঘ 18

৫. $3x^6 + 5x^5 + 6x^4 + 3x^3 + 3x - 8$ রাশিটি x চলকের একটি বহুপদী, যার—
i. মাত্রা 6
ii. মুখ্যপদ $3x^6$
iii. ধ্রুবপদ 8
নিচের কোনটি সঠিক?
ক i ও ii খ ii ও iii
গ i ও iii ঘ i, ii ও iii

৬. i. $x^2 + y^2 + z^2 + xy + yz + zx$
ii. $x^2(y-z) + y^2(z-x) + z^2(x-y)$
iii. $\frac{x}{y} + \frac{y}{z} + \frac{z}{x}$
উপরের কোনটি চক্র ক্রমিক রাশি?
ক i খ ii
গ iii ঘ i, ii ও iii

৭. নিচের কোনটি $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$ এর উৎপাদকে বিশ্লেষিত রূপ?
ক $(a+b+c)(a+b)(b+c)(c+a)$
খ $(a+b+c)(a^2+b^2+c^2+ab+bc+ca)$
গ $\frac{1}{2}(a+b+c)\{(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2\}$
ঘ $(a+b+c)(ab+bc+ca)$

$P(x) = x^3 + 6x^2 + 11x + 6$
উপরের তথ্যের ভিত্তিতে ৮-১০ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

৮. প্রদত্ত বহুপদীর ধ্রুবপদ কত?
ক 2 খ 11
গ –6 ঘ 6

৯. $x = -1$ হলে, P(x) = কত?
ক 0 খ 1
গ – 1 ঘ 24

১০. প্রদত্ত বহুপদীর উৎপাদকে বিশ্লেষিত রূপ কোনটি?
ক $(x-1)(x+2)(x+3)$
খ $(x+1)(x+2)(x+3)$
গ $(x+1)(x+2)(x-3)$
ঘ $(x+1)(x-2)(x+3)$

$ax^2 + bx + c = 0$ একটি দ্বিঘাত সমীকরণ।
উপরের বর্ণনা হতে ১১ এবং ১২ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

১১. সমীকরণটির কয়টি মূল থাকে?
ক চারটি খ তিনটি
গ একটি ঘ দুইটি

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

১২. $a = 2, b = 7, c = 3$ হলে সমীকরণটি কী হবে?
(ক) $2x^2 + 7x + 3 = 0$ (খ) $3x^2 + 2x + 7 = 0$
(গ) $7x^2 + 3x + 2 = 0$ (ঘ) $2x^2 + 3x + 7 = 0$

১৩. $\sqrt{x^2 - 9} = 4$ সমীকরণটির মূলগুলো কী কী?
(ক) 4, –4 (খ) 5, –5
(গ) 4, 4 (ঘ) 5, 5

১৪. i. $x = 1$
ii. $x = 5$
iii. $x = 6$
$\sqrt{x^2 - 6x + 15} + \sqrt{x^2 - 6x + 13} = \sqrt{10} + \sqrt{8}$ সমীকরণের সমাধান কোনটি?
নিচের কোনটি সঠিক?
(ক) i ও ii (খ) ii ও iii
(গ) i ও iii (ঘ) i, ii ও iii

১৫. $3^{x+3} = 81$ সমীকরণের মূল নিচের কোনটি?
(ক) 4 (খ) 3
(গ) 2 (ঘ) 1

নিচের তথ্যের ভিত্তিতে ১৬-১৮ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:
$2^{x+7} = 4^{x+2}$ একটি সূচক সমীকরণ

১৬. সমীকরণটির ডানপক্ষের 2 এর সূচক কোনটি?
(ক) 2x + 4 (খ) 2x + 2
(গ) x + 4 (ঘ) x + 8

১৭. উপরোক্ত সমীকরণের সমাধান কোনটি?
(ক) 2 (খ) 3
(গ) – 2 (ঘ) – 3

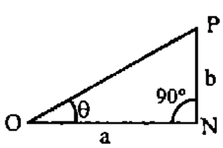
১৮. $2^x = a$ ধরে সমীকরণটিকে a এর মাধ্যমে প্রকাশ কর।
(ক) $64a = 16a^2$ (খ) $128a = 8a^2$
(গ) $128a = 16a^2$ (ঘ) $32a = 64a^2$

১৯. $P(x) = x^3 - 8x^2 + 6x + 52$ বহুপদীকে $(x + 2)$ দ্বারা ভাগ করলে ভাগশেষ কত হবে?
(ক) 8 (খ) 6
(গ) 4 (ঘ) 0

২০. নিচের কোনটি প্রতিসম রাশি নয়?
(ক) $\frac{x}{y} + \frac{y}{z} + \frac{z}{x}$
(খ) $a + b + c$
(গ) $ab + bc + ca$
(ঘ) $a^2 + b^2 + c^2 + ab + bc + ca$

২১. $\sin\theta = \frac{3}{5}$ হলে $\cos\theta$ = কত? [θ সূক্ষ্মকোণ]
(ক) $\frac{4}{5}$ (খ) $\frac{4}{7}$
(গ) $\frac{3}{8}$ (ঘ) $\frac{5}{3}$

২২. $\sin\theta = \frac{5}{12}$ এবং $\cos\theta = \frac{13}{12}$ হলে $\tan\theta$ = কত?
(ক) $\frac{12}{13}$ (খ) $\frac{5}{12}$
(গ) $\frac{5}{13}$ (ঘ) $\frac{13}{12}$

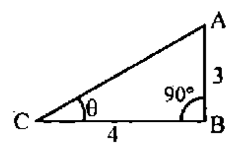
২৩.


চিত্রে $\sec\theta$ এর মান কোনটি?
(ক) $\frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ (খ) $\frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}$
(গ) $\frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{a}$ (ঘ) $\frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{b}$

২৪. i. $\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$
ii. $\sec\theta = \frac{1}{\sin\theta}$
iii. $\sec^2\theta - \tan^2\theta = 1$
নিচের কোনটি সঠিক?
(ক) i ও ii (খ) ii ও iii
(গ) i ও iii (ঘ) i, ii ও iii

২৫. $\sin\theta = \frac{1}{2}$ এবং θ সূক্ষ্মকোণ হলে,
i. $\cos\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$
ii. $\tan\theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$
iii. $\sin\theta = \frac{2}{\sqrt{3}}$
নিচের কোনটি সঠিক?
(ক) i ও ii (খ) ii ও iii
(গ) i ও iii (ঘ) i, ii ও iii

২৬. i. $1 - \sin^2\frac{\pi}{4} = \frac{1}{2}$
ii. $1 - \cos^2\frac{\pi}{4} = \frac{1}{2}$
iii. $1 + \tan^2\frac{\pi}{4} = \frac{1}{2}$
নিচের কোনটি সঠিক?
(ক) i ও ii (খ) ii ও iii
(গ) i ও iii (ঘ) i, ii ও iii

নিচের চিত্র হতে ২৭-২৯ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :


২৭. চিত্রে AC রেখার দৈর্ঘ্য কোনটি?
(ক) 7 (খ) 5
(গ) $\sqrt{7}$ (ঘ) 6

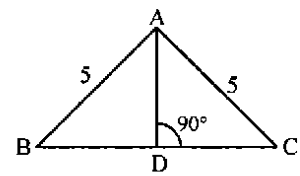
২৮. চিত্র থেকে $\cot\theta$ এর মান কত হবে?
(ক) $\frac{4}{3}$ (খ) $\frac{3}{4}$
(গ) $\frac{4}{5}$ (ঘ) $\frac{3}{5}$

২৯. চিত্র থেকে $\operatorname{cosec}\theta$ এর মান কত হবে?
(ক) $\frac{3}{4}$ (খ) $\frac{4}{5}$
(গ) $\frac{5}{4}$ (ঘ) $\frac{5}{3}$

৩০. $\cos A = -\frac{1}{2}$ এবং cosA ও sinA একই চিহ্ন বিশিষ্ট হলে tanA এর মান কোনটি?
(ক) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ (খ) $-\sqrt{3}$
(গ) $\sqrt{3}$ (ঘ) $-\frac{1}{\sqrt{3}}$

৩১. একটি সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজের উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল অপর দুই বাহুর উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রদ্বয়ের ক্ষেত্রফলের সমান' – উপপাদ্যটি কি নামে পরিচিত?
(ক) টলেমির উপপাদ্য
(খ) পীথাগোরাসের উপপাদ্য
(গ) ব্রহ্মগুপ্তের উপপাদ্য
(ঘ) এ্যাপোলোনিয়াসের উপপাদ্য

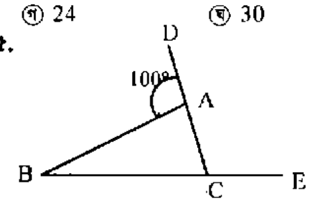
৩২. i. পীথাগোরাসের জন্ম খ্রিস্টের জন্মের প্রায় 600 বছর আগে
ii. পীথাগোরাসের উপপাদ্য সমকোণী ত্রিভুজের ক্ষেত্রে প্রযোজ্য নয়
iii. পীথাগোরাসের উপপাদ্য সূক্ষ্মকোণী ত্রিভুজের ক্ষেত্রে প্রযোজ্য নয়
নিচের কোনটি সঠিক?
(ক) i ও ii (খ) ii ও iii
(গ) i ও iii (ঘ) i, ii ও iii



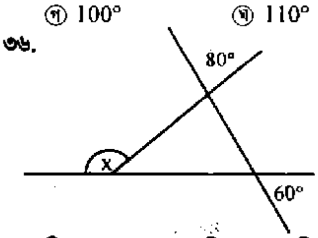
ΔABC এর AB = AC = 5, BC = 6 এবং AD ⊥ BC.
উপরের তথ্যের আলোকে ৩৩ ও ৩৪ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

৩৩. AD এর মান কত একক?
(ক) 3 (খ) $\sqrt{15}$
(গ) 4 (ঘ) 6

৩৪. ΔABC এর ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক?
(ক) 12 (খ) 16
(গ) 24 (ঘ) 30

৩৫.


ΔABC এ AB = BC হলে ∠ACE এর মান কোনটি?
(ক) 70° (খ) 80°
(গ) 100° (ঘ) 110°

৩৬.


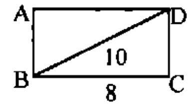
চিত্রে ∠X এর মান নিচের কোনটি?
(ক) 100° (খ) 110°
(গ) 120° (ঘ) 140°

৩৭. সমকোণী ত্রিভুজের শিরঃকোণ 60° হলে অপর কোণটি কত হবে?
(ক) 90° (খ) 60°
(গ) 30° (ঘ) 45°

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

৩৮. i. সমবাহু ত্রিভুজের প্রত্যেকটি কোণের মান 60°
ii. সমবাহু ত্রিভুজের তিনটি বাহু পরস্পর সমান
iii. বাহুভেদে ত্রিভুজ তিন প্রকার
নিচের কোনটি সঠিক?
ⓚ i, ii ও iii ⓚ i ও ii
ⓖ ii ও iii ⓖ i ও iii

৩৯. 50° কোণের সম্পূরক কোণের অর্ধেক নিচের কোনটি?
ⓚ 60° ⓚ 65°
ⓖ 70° ⓖ 75°

৪০. 

ABCD একটি আয়তক্ষেত্র হলে এর ক্ষেত্রফল নিচের কোনটি?
ⓚ 80 বর্গ একক ⓚ 40 বর্গ একক
ⓖ 48 বর্গ একক ⓖ 24 বর্গ একক

উত্তরমালা

১	খ	২	ক	৩	গ	৪	ঘ	৫	ক	৬	খ	৭	গ	৮	ঘ	৯	ক	১০	গ	১১	ঘ	১২	ক	১৩	খ	১৪	ক	১৫	ঘ	১৬	ক
১৭	খ	১৮	গ	১৯	ঘ	২০	ক	২১	ক	২২	গ	২৩	গ	২৪	গ	২৫	ক	২৬	গ	২৭	খ	২৮	ক	২৯	ঘ	৩০	গ	৩১	খ	৩২	গ
৩৩	গ	৩৪	ক	৩৫	গ	৩৬	ঘ	৩৭	গ	৩৮	ক	৩৯	খ	৪০	গ																

মডেল-১৩

পটুয়াখালী সরকারি জুবিলী উচ্চ বিদ্যালয়, পটুয়াখালী

উচ্চতর গণিত (অর্ধ-বার্ষিক)

বিষয় কোড: | ১ | ২ | ৬ |

বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

সময় — ৩৫ মিনিট পূর্ণমান — ৩৫

[দ্রষ্টব্য: নৈর্ব্যক্তিক অভীক্ষার উত্তরপত্রে প্রশ্নের ক্রমিক নম্বরের বিপরীতে প্রদত্ত বর্ণসম্বলিত বৃত্তসমূহ হতে সঠিক/ সর্বোৎকৃষ্ট উত্তরের বৃত্তটি (●) বল পয়েন্ট কলম দ্বারা সম্পূর্ণ ভরাট কর। প্রতিটি প্রশ্নের মান ১।]

১. যদি সেট C কে সেট D এর প্রকৃত উপসেট বলা হয় তাহলে নিচের কোন প্রকাশটি সঠিক?
ⓚ $C \supset D$ এবং $C \neq D$
ⓚ $C \subset D$ এবং $C \neq D$
ⓖ $C \in D$ এবং $C \not\subset D$
ⓖ $x \in C$ এবং $x \neq D$

২. যদি $A \subset \varnothing$ হয় তাহলে কোনটি সঠিক?
ⓚ $A \neq \varnothing$ ⓚ $A \not\subset \varnothing$
ⓖ $A \in \varnothing$ ⓖ $A = \varnothing$

৩. প্রত্যেক অন্বয় এক বা একাধিক কিসের সেট?
ⓚ ডোমেনের ⓚ রেঞ্জের
ⓖ কোডোমেনের ⓖ ক্রমজোড়ের

৪. $5x + 7y^2 + 70$ বীজগণিত রাশির নিচের কোনটি একটি পদ?
ⓚ $5xy^2$ ⓚ $7y^2$
ⓖ $35xy^2$ ⓖ $22xy^2$

৫. ফাঁকা সেটকে কী সেট বলা হয়?
ⓚ অসীম সেট ⓚ সসীম সেট
ⓖ সান্ত সেট ⓖ কোনটিই নয়

$2x^7 - \sqrt{3}x^4 - x^3 + \frac{1}{cx} - 1$, x চলকের একটি বহুপদী। উপরের বর্ণনা হতে ৬ ও ৭ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

৬. বহুপদীটির মাত্রা কত?
ⓚ 1 ⓚ 5
ⓖ 7 ⓖ 4

৭. বহুপদীটির মুখ্যপদ কোনটি?
ⓚ $\frac{1}{cx}$ ⓚ $2x^7$
ⓖ −1 ⓖ $\sqrt{x}.x^5$

৮. সমদ্বিবাহু সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ সংলগ্ন কোণদ্বয়ের অনুপাত কোনটি হবে?
ⓚ 2 : 1 ⓚ 3 : 2
ⓖ 3 : 1 ⓖ 1 : 1

৯. কোন নির্দিষ্ট রেখাংশের সমান্তরাল রেখাংশের লম্ব অভিক্ষেপ ঐ রেখাংশের—
ⓚ সমানুপাতিক ⓚ সমান
ⓖ অসমান ⓖ ব্যাস্তানুপাতিক

১০. দুইটি ঘনবস্তুর সমন্বয়ে গঠিত ঘনবস্তুকে কী বলে?
ⓚ কোণক ⓚ সরল ঘনবস্তু
ⓖ যৌগিক ঘনবস্তু ⓖ কোনটিই নয়

নিম্নের তথ্যের আলোকে ১১ ও ১২ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :
2 সে.মি. ব্যাসবিশিষ্ট একটি গোলক আকৃতির বল একটি সিলিন্ডার আকৃতির বাক্সে ঠিকভাবে এঁটে যায়।

১১. সিলিন্ডারের আয়তন কত?
ⓚ 2π ঘন সে.মি. ⓚ 3π ঘন সে.মি.
ⓖ 6π ঘন সে.মি. ⓖ 4π ঘন সে.মি.

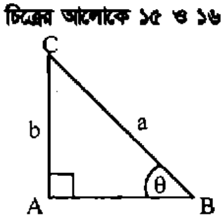
১২. সিলিন্ডারটির অনধিকৃত অংশের আয়তন কত?
ⓚ $\frac{\pi}{3}$ ঘন সে.মি. ⓚ $\frac{2\pi}{3}$ ঘন সে.মি.
ⓖ $\frac{4\pi}{3}$ ঘন সে.মি. ⓖ $\frac{3\pi}{4}$ ঘন সে.মি.

নিম্নের তথ্যের আলোকে ১৩ ও ১৪ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :
চট্টগ্রাম আবহাওয়া অফিসের রিপোর্ট অনুযায়ী ২০১২ সালের জুলাই মাসের ১ম সপ্তাহে বৃষ্টি হয়েছে মোট 5 দিন।

১৩. সোমবার বৃষ্টি হওয়ার সম্ভাবনা কত?
ⓚ $\frac{1}{7}$ ⓚ $\frac{2}{7}$
ⓖ $\frac{5}{7}$ ⓖ 1

১৪. সোমবার বৃষ্টি না হওয়ার সম্ভাবনা কত?
ⓚ $\frac{1}{7}$ ⓚ $\frac{2}{7}$
ⓖ $\frac{5}{7}$ ⓖ 1

নিচের চিত্রের আলোকে ১৫ ও ১৬ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



১৫. sinB + cosC = কত?
ⓚ $\frac{2b}{a}$ ⓚ $\frac{2a}{b}$
ⓖ $\frac{a^2+b^2}{ab}$ ⓖ $\frac{ab}{a^2+b^2}$

১৬. tanB এর মান কোনটি?
ⓚ $\frac{a}{a^2-b^2}$ ⓚ $\frac{b}{a^2-b^2}$
ⓖ $\frac{a}{\sqrt{a^2-b^2}}$ ⓖ $\frac{b}{\sqrt{a^2-b^2}}$

১৭. i. ত্রিভুজের মধ্যমাত্রয়ের ছেদ বিন্দুকে ভরকেন্দ্র বলে
ii. ভরকেন্দ্র যে কোন মধ্যমাকে 3 : 1 অনুপাতে বিভক্ত করে
iii. সদৃশকোণী ত্রিভুজের অনুরূপ বাহুগুলো সমানুপাতিক
নিচের কোনটি সঠিক?
ⓚ i ও ii ⓚ ii ও iii
ⓖ i ও iii ⓖ i, ii ও iii

১৮. i. $\overrightarrow{AB}$ এর দিক বলতে B থেকে A
ii. $\overrightarrow{BA}$ এর দিকে বলতে B থেকে A
iii. $\overrightarrow{AB}$ ও $\overrightarrow{BA}$ রেখাংশের দৈর্ঘ্য ও ধারক রেখা একই হলেও দিক একই নয়
নিচের কোনটি সঠিক?
ⓚ i ও ii ⓚ ii ও iii
ⓖ i ও iii ⓖ i, ii ও iii

১৯. সমজাতীয় এবং সমমানের দুইটি ভেক্টরের দিক যদি পরস্পর বিপরীতমুখী হয় তাহলে এদের একটিকে অপরটি কোন ভেক্টর বলে?
ⓚ বিপরীত ⓚ শূন্য
ⓖ অবস্থান ⓖ একক

২০. দুইটি ত্রিভুজ সদৃশকোণী হলে তারা কী হবে?
ⓚ সদৃশ ⓚ অসদৃশ
ⓖ সর্বসম ⓖ বিসদৃশ

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

২১. ত্রিভুজ ABC এর জন্য কোনটি প্রযোজ্য?
ক) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CA}=0$
খ) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CB}=0$
গ) $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{CA}=0$
ঘ) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{CA}=0$

২২. 3.1416 রেডিয়ান = কত ডিগ্রী?
ক) 100° (প্রায়) খ) 90° (প্রায়)
গ) 360° (প্রায়) ঘ) 180° (প্রায়)

২৩. 60° কে রেডিয়ানে প্রকাশ করলে নিচের কোনটি হবে?
ক) 1.047 খ) 2.047
গ) 3.1416 ঘ) 2.1416

২৪. নিচের কোনটি সঠিক?
ক) $-\sqrt{3} \le \tan\theta \le \sqrt{3}$
খ) $-2 < \tan\theta < -2$
গ) $-1 \le \tan\theta \le 1$
ঘ) $-\infty < \tan\theta < \infty$

২৫. i. 2 তম মূলকে বর্গমূল বলে
ii. −27 এর ঘনমূল 3
iii. 0 এর n তম মূল 0
নিচের কোনটি সঠিক?
ক) i ও ii খ) i ও iii
গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii

২৬. $\left\{(2a)-1\sqrt[3]{\sqrt{a^2}}\right\}^6$ **= কত?**
ক) $\frac{1}{64a^2}$ খ) $\frac{a^3}{64}$
গ) $\frac{a}{64}$ ঘ) $\frac{64}{a^2}$

২৭. $f(x) = ex; 2 < e < 3$ হবে—
i. রেখাটি (1, 0) বিন্দুগামী
ii. x-এর ঋণাত্মক মানের জন্য y এর মান ক্রমাগত হ্রাস পাবে
iii. ফাংশনটির রেঞ্জ $(0, \infty)$
নিচের কোনটি সঠিক?
ক) i ও ii খ) i ও iii
গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii

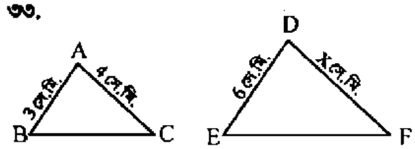
২৮. $\overrightarrow{AB} = m.\overrightarrow{CD}$ এবং $m > 0$ হলে, $\overrightarrow{AB}$ ও $\overrightarrow{CD}$ সম্পর্ককে নিচের কোনটি সঠিক?
ক) $\overrightarrow{AB}$ ও $\overrightarrow{CD}$ সমান ভেক্টর
খ) $\overrightarrow{AB}$ ও $\overrightarrow{CD}$ বিপরীত ভেক্টর
গ) $\overrightarrow{AB}$ ও $\overrightarrow{CD}$ বিপরীতমুখী ভেক্টর
ঘ) $=\overrightarrow{AB}$ ও $\overrightarrow{CD}$ সমমুখী ভেক্টর

২৯. সমতল বা বক্রতল দ্বারা বেষ্টিত শূন্যের কিছুটা স্থান দখল করে থাকলে তাকে কি বলে?
ক) ঘনক খ) কোণক
গ) গোলক ঘ) ঘনবস্তু

৩০. সুষম চতুস্তলকের সমবাহু ত্রিভুজ কয়টি?
ক) তিনটি খ) চারটি
গ) দুইটি ঘ) ছয়টি

৩১. একটি ঘনকের পৃষ্ঠতলের কর্ণের দৈর্ঘ্য $6\sqrt{2}$ সে.মি. হলে ধার কত সে.মি.?
ক) 6 খ) 12
গ) 16 ঘ) 18

৩২. একটি সুষম পিরামিডের—
i. ভূমি বর্গাকার
ii. পার্শ্বতলগুলো সমবাহু ত্রিভুজ
iii. পার্শ্বতলগুলো সর্বসম ত্রিভুজ
নিচের কোনটি সঠিক?
ক) i ও ii খ) i ও iii
গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii

৩৩.


উপরের চিত্রে ΔABC ও ΔDEF সদৃশ এবং ∠A = ∠D হলে, x = কত সে.মি.?
ক) 4 খ) 6
গ) 8 ঘ) 10

৩৪. $a^x = y$ হলে নিচের কোনটি সঠিক?
ক) $a = \log_x y$ খ) $y = \log_a x$
গ) $x = \log_a y$ ঘ) $x = \log_y a$

৩৫. একটি ত্রিভুজ অংকন করে দেখা গেল যে, এর ক্ষেত্রফল 72 বর্গ সে.মি. এবং উচ্চতা 8 সে.মি. হয়েছে, ত্রিভুজটির ভূমির দৈর্ঘ্য কত সে.মি.?
ক) 9 খ) 18
গ) 36 ঘ) 72

উত্তরমালা

১	খ	২	ঘ	৩	ঘ	৪	খ	৫	খ	৬	গ	৭	খ	৮	ঘ	৯	খ	১০	গ	১১	ক	১২	খ	১৩	গ	১৪	খ	১৫	ক	১৬	ঘ
১৭	গ	১৮	খ	১৯	ক	২০	ক	২১	ক	২২	ঘ	২৩	ক	২৪	ঘ	২৫	খ	২৬	ঘ	২৭	গ	২৮	ঘ	২৯	ঘ	৩০	ঘ	৩১	ক	৩২	ঘ
৩৩	গ	৩৪	গ	৩৫	খ																										

মডেল-১৪

ব্লু-বার্ড উচ্চ বিদ্যালয়, সিলেট

উচ্চতর গণিত (বার্ষিক)

বিষয় কোড: ১ ২ ৬

বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

সময় — ৪০ মিনিট পূর্ণমান — ৪০

[দ্রষ্টব্য: নৈর্ব্যক্তিক অভীক্ষার উত্তরপত্রে প্রশ্নের ক্রমিক নম্বরের বিপরীতে প্রদত্ত বর্ণসম্বলিত বৃত্তসমূহ হতে সঠিক/ সর্বোৎকৃষ্ট উত্তরের বৃত্তটি (●) বল পয়েন্ট কলম দ্বারা সম্পূর্ণ ভরাট কর। প্রতিটি প্রশ্নের মান ১।]

১. যদি A = ∅ (ফাঁকা সেট) হয় তবে নিচের কোনটি সঠিক?
ক) $A \subset \varnothing$ খ) $\phi \not\subset A$
গ) $A \not\subset \varnothing$ ঘ) কোনটিই নয়

২. A, B যেকোন সেট হলে এবং n(A) = 20, n(B) = 15 এবং n(A ∪ B) = 30 হলে n(A ∩ B) মান কোনটি?
ক) 10 খ) 2
গ) 5 ঘ) 7

৩. যদি $F(x) = \sqrt{x-1}$ হয় তাহলে ফাংশনটির ডোমেন নিচের কোনটি?
ক) ডোম $F = \{x \in \mathbb{R} : x \ne 1\}$
খ) ডোম $F = \{x \in \mathbb{R} : x \ge 1\}$
গ) ডোম $F = \{x \in \mathbb{R} : x \le 1\}$
ঘ) ডোম $F = \{x \in \mathbb{R} : x > 1\}$

৪. $S = \{(x, y) : \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{25} = 1\}$ অন্বয়টির লেখচিত্র নিচের কোনটি?
ক) বৃত্ত খ) সরলরেখা
গ) পরাবৃত্ত ঘ) উপবৃত্ত

৫. $x^y = y^x$ এবং $x = 2y$ সমীকরণ জোটের সমাধান (x, y) = কত?
ক) (4, 2) খ) (0, 0)
গ) (−2, 4) ঘ) (−4, −2)

৬. $3^{x+2} = 81$ হলে x এর মান কত?
ক) 3 খ) 2
গ) 4 ঘ) 9

৭. বহুপদী $x^3 + px^2 - x - 7$ এর একটি উৎপাদক x + 7 হলে p এর মান কত?
ক) −7 খ) 7
গ) $\frac{51}{7}$ ঘ) $\frac{47}{7}$

৮. নিচের কোন রাশিটি x, y ও z চলকের চক্রক্রমিক রাশি নয়?
ক) $x^2y + y^2z + z^2x$
খ) $x^2 - y^2 + z^2$
গ) $\frac{x}{y} + \frac{y}{z} + \frac{z}{x}$
ঘ) $x^2(y - z) + y^2(z - x) + z^2(x - y)$

৯. F : A → B দ্বারা কী বুঝায়?
ক) F একটি ফাংশন
খ) F একটি ফাংশন যার ডোমেন A এবং রেঞ্জ B এর উপসেট
গ) F একটি ফাংশন যার ডোমেন A এবং রেঞ্জ B
ঘ) সবগুলো

১০. নিচের কোন রাশিটি প্রতিসম?
ক) a + b + c খ) xy − yz + zx
গ) $x^2 - y^2 + z^2$ ঘ) $2a^2 - 5bc - c^2$

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

১১. P(x) বহুপদীকে (x − a) দ্বারা ভাগ করলে ভাগশেষ কী হবে?

ক P(a) খ a
গ $\frac{1}{a}$ ঘ কোনটিই নয়

১২. নিচের কোনটি মূলদীয় ভগ্নাংশ?

ক $\frac{x}{(x-1)(x-5)}$
খ $\frac{x^2+1}{(x+8)(x^2+5x+6)}$
গ $\frac{x^2}{(x+a)(x+b)(x+c)}$
ঘ সবগুলো

১৩. $16^x = 4^{x+1}$ সমীকরণটির সমাধান কোনটি?

ক 2 খ 0
গ 4 ঘ 1

১৪. দুইটি পূর্ণসংখ্যার বর্গের অন্তর 11 এবং গুণফল 30 হলে সংখ্যা দুইটির বর্গের সমষ্টি কত?

ক 1 খ 5
গ 41 ঘ 61

১৫. $ax^2 + bx + c = 0$ সমীকরণের নিশ্চায়ক $b^2 - 4ac > 0$ এবং পূর্ণবর্গ সংখ্যা হলে মূলদ্বয়ের প্রকৃতি হবে নিচের কোনটি?

ক বাস্তব, অসমান, মূলদ
খ বাস্তব, অসমান, অমূলদ
গ বাস্তব ও সমান
ঘ সবগুলো

১৬. $x \neq 0$ হলে x^0 এর মান নিচের কোনটি?

ক 0 খ অনির্ণেয়
গ −1 ঘ 1

১৭. $x^2 - x^6 + x^4 + 3$ বহুপদীর মুখ্য সহগ কত?

ক 1 খ 3
গ − 1 ঘ কোনটিই নয়

১৮. a, b ∈ ℝ এবং a < b হলে a থেকে b পর্যন্ত খোলা ব্যবধি কোনটি?

ক]a, b[খ [a, b[
গ]a, b] ঘ [a, b]

১৯. x = 8 হলে $\sqrt{2x+9} - \sqrt{x-4} = ?$

ক $\sqrt{x+1}$ খ $\sqrt{x-1}$
গ $\sqrt{2x+6}$ ঘ কোনটিই নয়

২০. $F(x) = (x-1)^2$ এর ডোমেন কোনটি?

ক ℝ খ ℤ
গ ℕ ঘ সবগুলো

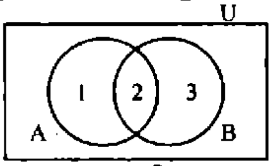
২১. F : A → B এক-এক ফাংশন এবং যেকোনো x_1, x_2 ∈ ডোম F এর জন্য $F(x_1) = F(x_2)$ হলে নিচের কোনটি সঠিক?

ক $x_1 \neq x_2$ খ $x_1 > x_2$
গ $x_1 < x_2$ ঘ $x_1 = x_2$

২২. A সেটের সদস্য সংখ্যা nটি হলে তার প্রকৃত উপসেটের সংখ্যা নিচের কোনটি?

ক 2^{n+1} খ 2^{n-1}
গ 2^n ঘ $2^n - 1$

২৩.

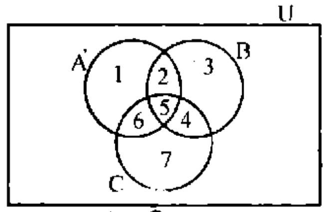


ভেনচিত্র

উপরোক্ত চিত্রের আলোকে (A − B) ∪ (B − A) সেট কোনটি?

ক {1, 2} খ {1, 2, 3}
গ {2} ঘ {1, 3}

২৪.

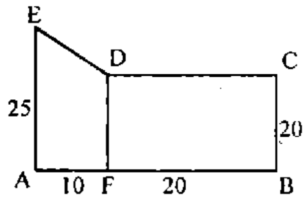


ভেনচিত্র

উপরোক্ত চিত্রের আলোকে (A ∪ B ∪ C)′ সেট কোনটি?

ক {5} খ {1, 2, 3, 4}
গ {1, 3, 7} ঘ {8}

২৫.



উপরোক্ত চিত্রে ED এর মান কত?

ক 10 খ $5\sqrt{5}$
গ $2\sqrt{10}$ ঘ 20

২৬. ABC ত্রিভুজের ক্ষেত্রে—

i. ∠C স্থূলকোণ হলে, $AB^2 > BC^2 + CA^2$
ii. ∠C সমকোণ হলে, $AB^2 = BC^2 + CA^2$
iii. ∠C সূক্ষ্মকোণ হলে, $AB^2 < BC^2 + CA^2$

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i খ ii
গ i ও ii ঘ i, ii ও iii

২৭. কোনো ত্রিভুজের বাহুত্রয়ের দৈর্ঘ্য $x^2 + 1$, $x^2 - 1$ ও 2x যেখানে, x > 1, ত্রিভুজটি কিরূপ হবে?

ক স্থূলকোণী
খ সূক্ষ্মকোণী
গ সমকোণী
ঘ সমদ্বিবাহু সমকোণী

২৮. $\overline{AB} = \overline{CD}$ হলে

i. $\overline{AB}$ ও $\overline{CD}$ এর ধারকরেখা একই বা সমান্তরাল
ii. $\overline{AB}$ ও $\overline{CD}$ এর দৈর্ঘ্য সমান ও দিক একই
iii. $\overline{AB}$ ও $\overline{CD}$ এর দৈর্ঘ্য সমান ও দিক বিপরীত

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i খ ii
গ i ঘ i ও iii

২৯. A, B ও C বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর যথাক্রমে $\underline{a}$, $\underline{b}$ এবং $\underline{c}$ যেখানে AB রেখাংশ C বিন্দুতে m : n অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত হলে নিচের কোনটি সঠিক?

ক $C = \frac{na+mb}{2}$ খ $\frac{na-mb}{m-n}$
গ $\frac{na+mb}{m+n}$ ঘ $C = \frac{a+b}{2}$

৩০. একটি আয়তাকার ঘনবস্তুর দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা যথাক্রমে 6 সে.মি., 3 সে.মি. এবং 6 সে.মি.। ঘনবস্তুটির কর্ণের দৈর্ঘ্য কত?

ক $6\sqrt{2}$ সে.মি. খ $6\sqrt{3}$ সে.মি.
গ 8 সে.মি. ঘ 9 সে.মি.

৩১. একটি সমবৃত্তভূমিক কোণকের ভূমির ব্যাসার্ধ 5 সে.মি., হেলানো উচ্চতা 13 সে.মি. হলে বক্রতলের ক্ষেত্রফল কত?

ক 204 সে.মি.^{2} (প্রায়)
খ 208 সে.মি.^{2} (প্রায়)
গ 282 সে.মি.^{2} (প্রায়)
ঘ 314 সে.মি.^{2} (প্রায়)

৩২. $\sin A = \frac{3}{5}$ এবং A সূক্ষ্মকোণ হলে cotA এর মান কত?

ক $\frac{5}{12}$ খ $\frac{4}{3}$
গ $\frac{12}{5}$ ঘ $\frac{5}{3}$

৩৩. tan(−1575°) এর মান কত?

ক 0 খ $\frac{1}{\sqrt{3}}$
গ $\frac{2}{\sqrt{3}}$ ঘ 1

৩৪. sinθ এবং cosθ এর মান—

i. $-\frac{1}{2}$ থেকে $\frac{1}{2}$ এর মধ্যে বিদ্যমান
ii. −2 থেকে 2 এর মধ্যে বিদ্যমান
iii. −1 থেকে 1 এর মধ্যে বিদ্যমান

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i খ i ও iii
গ iii ঘ কোনটিই নয়

৩৫. $\tan\theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$ হলে θ এর মান কত?

ক 30° খ 60°
গ 45° ঘ 90°

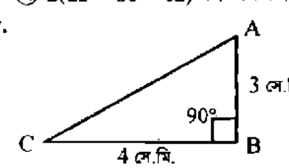
৩৬. $\cos A = -\frac{1}{2}$ হলে A এর মান কত?

ক 60° খ − 60°
গ 120° ঘ 150°

৩৭. আয়তাকার ঘনবস্তুর মাত্রা তিনটি a, b, c একক হলে সমগ্র তলের ক্ষেত্রফল কোনটি?

ক (ab + bc + ca) বর্গ একক।
খ abc ঘন একক।
গ $(a^2 + b^2 + c^2)$ বর্গ একক।
ঘ 2(ab + bc + ca) বর্গ একক।

৩৮.



ABC সমকোণী ত্রিভুজে BC = 4 সে.মি. AB = 3 সে.মি. হলে AC এর মান কত?

ক 5 সে.মি. খ 1 সে.মি.
গ 7 সে.মি. ঘ $\sqrt{7}$ সে.মি.

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

৩৯. যে বৃত্তের ব্যাসার্ধ r সে.মি. সেই বৃত্তের পরিধি কত?
ⓚ πr^2 সে.মি. ⓚ $2\pi r$ সে.মি.
ⓖ $\pi^2 r$ সে.মি. ⓖ সবগুলো

৪০. i. বৃত্তের পরিধি ও ব্যাসের অনুপাত সর্বদা ধ্রুবসংখ্যা
ii. এই ধ্রুবসংখ্যাকে গ্রিক অক্ষর π (পাই) দ্বারা সূচিত করা হয়
iii. π একটি অমূলদ সংখ্যা যার মূলদ আসন্ন মান হিসেবে $\frac{22}{7}$ ব্যবহৃত হয়
উপরের তথ্যের আলোকে নিচের কোনটি সঠিক?
ⓚ i ⓚ i ও ii
ⓖ iii ⓖ সবগুলো

উত্তরমালা

১	ক	২	গ	৩	খ	৪	ঘ	৫	ক	৬	খ	৭	খ	৮	খ	৯	খ	১০	ক	১১	ক	১২	ঘ	১৩	ঘ	১৪	ঘ	১৫	ক	১৬	ঘ
১৭	গ	১৮	ক	১৯	ঘ	২০	ঘ	২১	ঘ	২২	গ	২৩	ঘ	২৪	ঘ	২৫	খ	২৬	খ	২৭	গ	২৮	গ	২৯	গ	৩০	ঘ	৩১	ক	৩২	খ
৩৩	ঘ	৩৪	গ	৩৫	ক	৩৬	গ	৩৭	ঘ	৩৮	ক	৩৯	খ	৪০	ঘ																

মডেল-১৫

লক্ষ্মীপুর আদর্শ সামাদ সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, লক্ষ্মীপুর

উচ্চতর গণিত (অর্ধ-বার্ষিক)

বিষয় কোড: | ১ | ২ | ৬ |

সময় — ৩৫ মিনিট

বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

পূর্ণমান — ৩৫

[দ্রষ্টব্য: সৈর্ব্যক্তিক অভীক্ষার উত্তরপত্রে প্রশ্নের ক্রমিক নম্বরের বিপরীতে প্রদত্ত বর্ণসম্বলিত বৃত্তসমূহ হতে সঠিক/ সর্বোৎকৃষ্ট উত্তরের বৃত্তটি (●) বল পয়েন্ট কলম দ্বারা সম্পূর্ণ ভরাট কর। প্রতিটি প্রশ্নের মান ১।]

১. i. কোন সেটের সদস্য সংখ্যা 2n হলে এর উপসেট সংখ্যা 4^n
ii. সকল মূলদ সংখ্যা সেট
$$Q = \left\{\frac{p}{q} : p, q \in \mathbb{Z}, q \neq 0\right\}$$
iii. $a, b \in \mathbb{R} : [a, b] = \{x : x \in \mathbb{R}$ এবং $a < x < b\}$
নিচের কোনটি সঠিক?
ⓚ i ও ii ⓚ i ও iii
ⓖ ii ও iii ⓖ i, ii ও iii

২. **নিচের কোন রাশিটি প্রতিসম?**
ⓚ $a + b + c$ ⓚ $xy + yz + zx$
ⓖ $x^2 - y^2 + z^2$ ⓖ $2a^2 - 5bc - c^2$

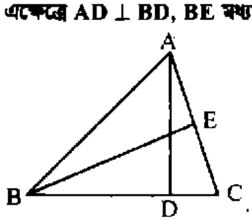
নিচের তথ্যের আলোকে (৩-৫) নং প্রশ্নের উত্তর দাও :
$F(x) = \sqrt{x - 1}$

৩. **F(10) = কত?**
ⓚ 9 ⓚ 3
ⓖ – 3 ⓖ $\sqrt{10}$

৪. **F(x) = 5 হলে x এর মান কত?**
ⓚ 5 ⓚ 24
ⓖ 25 ⓖ 26

৫. **ফাংশনটির ডোমেন নিচের কোনটি?**
ⓚ ডোম $F = \{x \in \mathbb{R} : x \neq 1\}$
ⓚ ডোম $F = \{x \in \mathbb{R} : x \geq 1\}$
ⓖ ডোম $F = \{x \in \mathbb{R} : x \leq 1\}$
ⓖ ডোম $F = \{x \in \mathbb{R} : x > 1\}$

পার্শ্বের চিত্রের আলোকে (৬-৮)নং প্রশ্নের উত্তর দাও। এক্ষেত্রে AD ⊥ BD, BE মধ্যমা



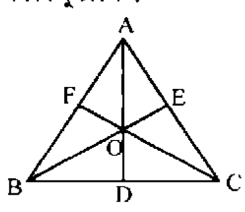
৬. **নিচের কোনটি সঠিক?**
ⓚ $AD^2 + DC^2 = 4AE^2$
ⓚ $AD^2 + DC^2 = 2AC^2$
ⓖ $AD^2 + DC^2 = BE^2$
ⓖ $AD^2 + DC^2 = AB^2$

৭. **AD = BD হলে নিচের কোনটি সঠিক?**
ⓚ $AB^2 = AD^2 + BE^2$
ⓚ $AB^2 = AD^2 + BD^2$
ⓖ $AB^2 = BD^2 + DC^2$
ⓖ $AB^2 = AC^2 + BC^2$

৮. **নিচের কোন সম্পর্কটি যথার্থ?**
ⓚ $AB^2 + BC^2 = 2(AE^2 + BE^2)$
ⓚ $AB^2 + BC^2 = 2BE^2$
ⓖ $AB^2 + BC^2 = 2AD^2$
ⓖ $AB^2 + AC^2 = BC^2$

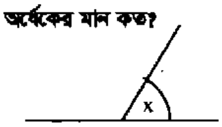
৯. **i. ত্রিভুজের মধ্যমাত্রয়ের ছেদ বিন্দুকে ভরকেন্দ্র বলে**
ii. ভরকেন্দ্র যে কোন মধ্যমাকে 2 : 1 অনুপাতে বিভক্ত করে
iii. সদৃশ কোণী ত্রিভুজের অনুরূপ বাহুগুলো সমানুপাতিক
নিচের কোনটি সঠিক?
ⓚ i ও ii ⓚ ii ও iii
ⓖ i ও iii ⓖ i, ii ও iii

১০. **চিত্রে লম্ব বিন্দু কোনটি?**



ⓚ E ⓚ F
ⓖ D ⓖ O

১১. **∠x = 60° হলে ∠x এর সম্পূরক কোণের অর্ধেকের মান কত?**



ⓚ 30° ⓚ 60°
ⓖ 120° ⓖ 180°

১২. **$ax^2 + bx + c = 0$ সমীকরণে a, b, c বাস্তব সংখ্যা হলে $x^2 - 5x - 14 = 0$ সমীকরণে b এর মান কোনটি?**
ⓚ x ⓚ – 5
ⓖ 5 ⓖ 14

১৩. **$y^x = 9$, $y^2 = 3^x$ হলে সঠিক সমাধান কোনটি?**
ⓚ $(2, 3), \left(-2, \frac{1}{9}\right)$
ⓚ $(2, -2), \left(3, \frac{1}{9}\right)$
ⓖ $\left(2, \frac{1}{9}\right), (-2, 3)$
ⓖ $\left(-2, -\frac{1}{3}\right), (2, 3)$

১৪. **1, 3, 5, 7 অনুক্রমের 12তম পদ কোনটি?**
ⓚ 12 ⓚ 13
ⓖ 23 ⓖ 25

১৫. **কোন অনুক্রমের nতম পদ $\frac{1-(-1)^n}{2}$ হলে 20তম পদ কোনটি?**
ⓚ 0 ⓚ 1
ⓖ –1 ⓖ 2

১৬. **$4 + \frac{4}{3} + \frac{4}{9} + \ldots\ldots\ldots$ ধারার অসীমতক সমষ্টি কত?**
ⓚ 0 ⓚ 5
ⓖ 6 ⓖ 7

১৭. **$\sin A = \frac{1}{\sqrt{2}}$ হলে sin2A এর মান নিচের কোনটি?**
ⓚ $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ⓚ $\frac{1}{2}$
ⓖ 1 ⓖ $\sqrt{2}$

১৮. **$a^x = y$ হলে নীচের কোনটি সঠিক?**
ⓚ $a = \log_x y$ ⓚ $x = \log_a y$
ⓖ $y = \log_a x$ ⓖ $x = \log_{10} y$

১৯. **log 100 = x হলে x এর মান কত?**
ⓚ $\frac{1}{4}$ ⓚ 2
ⓖ 3 ⓖ 4

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

২০. $a^b = b^a$ হলে $\left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{a}{b}}$ = কত?

ⓚ $a^{\frac{a}{b}+1}$ ⓚh $b^{\frac{a}{b}-1}$
ⓖ $b^{\frac{a}{b}-1}$ ⓖh $a^{\frac{a}{b}-1}$

২১. $(x + y)^4$ এর বিস্তৃতিতে সহগগুলো হল—
ⓚ 1, 4, 6, 4, 1 ⓚh 1, 6, 4, 6, 1
ⓖ 1, 4, 1 ⓖh 1, 6, 6, 2, 1

২২. ^nC_r = কত?

ⓚ $\frac{\lfloor n}{\lfloor r}$ ⓚh $\frac{\lfloor n}{\lfloor n-r}$
ⓖ $\frac{\lfloor n}{\lfloor r \lfloor n-r}$ ⓖh $\frac{\lfloor r}{\lfloor n-r}$

২৩. i. $(1-x)^5$ এর বিস্তৃতিতে x এর সহগ 10
ii. $(3+2x)^5$ এর বিস্তৃতিতে x^4 এর সহগ 720
iii. $(1 + y)^n$ এর বিস্তৃতিতে (n + 1) সংখ্যক পদ আছে

নিচের কোনটি সঠিক?
ⓚ i ও ii ⓚh ii ও iii
ⓖ i ও iii ⓖh i, ii ও iii

ΔABC এর শীর্ষত্রয় A(–2, 0), B(5, 0), C(1, 4) এ তথ্য হতে (২৪-২৬) নং প্রশ্নের উত্তর দাও।

২৪. AB বাহুর দৈর্ঘ্য কত?
ⓚ 4 একক ⓚh 5 একক
ⓖ 6 একক ⓖh 7 একক

২৫. ΔABC এর পরিসীমা কত একক?
ⓚ 17.65 ⓚh 15.56
ⓖ 18.07 ⓖh 17.56

২৬. ΔABC এর ক্ষেত্রফল কোনটি?
ⓚ 12 বর্গ একক ⓚh 13 বর্গ একক
ⓖ 14 বর্গ একক ⓖh 15 বর্গ একক

২৭. একটি আয়তাকার ঘনবস্তুর দৈর্ঘ্য প্রস্থ ও উচ্চতা যথাক্রমে a, b, c হলে সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল কোনটি?
ⓚ abc ⓚh a + b + c
ⓖ $a^2 + b^2 + c^2$ ⓖh 2(ab + bc + ca)

২৮. ঘনকের ধার a হলে ঘনকের কর্ণের দৈর্ঘ্য কোনটি?
ⓚ $4\sqrt{a}$ ⓚh 4a
ⓖ $a\sqrt{2}$ ⓖh $a\sqrt{3}$

২৯. সিলিন্ডারের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক?
ⓚ $2\pi r^2h$ ⓚh $2\pi r(h + r)$
ⓖ πr^2h ⓖh $\pi r l$

৩০. একটি কোণকের ভূমির ব্যাসার্ধ r, উচ্চতা h এবং কোণ ∝ হলে এর আয়তন নিচের কোনটি?
ⓚ $\frac{1}{3}\pi h^2\tan^3\propto$ ⓚh $\frac{1}{3}\pi r^3\tan\propto$
ⓖ $\pi h^3\text{tran}^2\propto$ ⓖh $\frac{1}{3}\frac{\pi r^3}{\tan\propto}$

৩১. একটি আয়তাকার ঘনবস্তুর দৈর্ঘ্য 8 সে.মি. প্রস্থ 4 সে.মি. উচ্চতা 3 সে.মি. হলে এর কর্ণের দৈর্ঘ্য কত সে.মি.?
ⓚ $86\sqrt{2}$ ⓚh $85\sqrt{2}$
ⓖ $\sqrt{85}$ ⓖh $\sqrt{89}$

৩২. A ও B যে কোন সেট হলে A ∪ B = কত?
ⓚ {x : x ∈ A এবং x ∈ B}
ⓚh {x : x ∈ A অথবা x ∈ B}
ⓖ ={x : x ∈ A এবং x ∉ B}
ⓖh ={x : x ∉ A এবং x ∉ B}

৩৩. $4x^4 - 12x^3 + 7x^2 + 3x - 2$ এর একটি উৎপাদক 2x + 1 হলে $p\left(-\frac{1}{2}\right)$ = কত?
ⓚ – 2 ⓚh – 1
ⓖ $\frac{1}{2}$ ⓖh 0

৩৪. $x^2 - 5x + 4 = 0$ সমীকরণের নিশ্চায়কের মান কত?
ⓚ – 9 ⓚh 1
ⓖ 4 ⓖh 9

৩৫. a > 0, a ≠ 1 হলে—
i. $\log_a M^r = r\log_a M$
ii. $\log MN = \log_a M + \log_a M$
iii. $\log_a = \log_b M \times \log_a b$

নিচের কোনটি সঠিক?
ⓚ i ও ii ⓚh i ও iii
ⓖ ii ও iii ⓖh i, ii ও iii

উত্তরমালা

১	ঘ	২	ক	৩	খ	৪	ঘ	৫	খ	৬	ক	৭	খ	৮	ক	৯	ঘ	১০	ঘ	১১	খ	১২	খ	১৩	ঘ	১৪	গ	১৫	ক	১৬	গ
১৭	গ	১৮	খ	১৯	খ	২০	ঘ	২১	ঘ	২২	গ	২৩	খ	২৪	ঘ	২৫	ক	২৬	গ	২৭	ঘ	২৮	ঘ	২৯	খ	৩০	ঘ	৩১	ঘ	৩২	খ
৩৩	ঘ	৩৪	ঘ	৩৫	ক																										

মডেল-১৬

কক্সবাজার সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, কক্সবাজার

উচ্চতর গণিত (বার্ষিক)

বিষয় কোড: ১ ২ ৬

বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

সময় — ৪০ মিনিট পূর্ণমান — ৪০

[দ্রষ্টব্য: নৈর্ব্যক্তিক অভীক্ষার উত্তরপত্রে প্রশ্নের ক্রমিক নম্বরের বিপরীতে প্রদত্ত বর্ণসম্বলিত বৃত্তসমূহ হতে সঠিক/ সর্বোৎকৃষ্ট উত্তরের বৃত্তটি (●) বল পয়েন্ট কলম দ্বারা সম্পূর্ণ ভরাট কর। প্রতিটি প্রশ্নের মান ১।]

১. পূর্ণবর্গ নয় এমন যে কোন স্বাভাবিক সংখ্যার বর্গমূল কোন সংখ্যা?
ⓚ মূলদ সংখ্যা ⓚh অমূলদ সংখ্যা
ⓖ পূর্ণসংখ্যা ⓖh স্বাভাবিক সংখ্যা

২. নিচের কোনটি $\sqrt{3}$ এবং 2 এর মধ্যে একটি অমূলদ সংখ্যা?
ⓚ 2.10101..... ⓚh 1.90909......
ⓖ 1.601010..... ⓖh 1.410101....

৩. $\sqrt{361}$ কোন ধরনের সংখ্যা?
ⓚ অমূলদ সংখ্যা ⓚh অবাস্তব সংখ্যা
ⓖ ধনাত্মক সংখ্যা ⓖh মূলদ সংখ্যা

৪. $f(x) = x^7 + 9x^4 + 11kx + 5k$ হলে k এর কোন মানের জন্য f(–1) = 0 হবে?
ⓚ $\frac{3}{4}$ ⓚh $\frac{5}{3}$
ⓖ $\frac{3}{5}$ ⓖh $\frac{4}{3}$

৫. যদি C = {5, 6}, D = {4, 6} এবং C ও D এর উপাদানগুলোর মধ্যে x = y + 1 সম্পর্কটি বিবেচনায় আনা হয় তবে অন্বয়টি কত হবে?
ⓚ {(6, 4), (5, 6)} ⓚh {(5,4), (5, 6)}
ⓖ {(5, 4)} ⓖh {(4, 5)}

৬. $f(b) = \frac{5b+1}{5b-1}$ হলে, $\frac{f(b)-1}{f(b)+1}$ এর মান কত?
ⓚ 10b ⓚh 5b
ⓖ $\frac{1}{10b}$ ⓖh $\frac{1}{5b}$

৭. $x + y = 2$, $x^2 + y^2 = 4$ হলে, $x^6 + y^6$ এর মান কত?
ⓚ 58 ⓚh 60
ⓖ 64 ⓖh 74

৮. $a^3 - b^3 = 513$ এবং a – b = 3 হলে, ab এর মান কত?
ⓚ 54 ⓚh 60
ⓖ 64 ⓖh 70

৯. x টাকার x% হার সরল মুনাফায় 4 বছরে মুনাফা x টাকা হলে, x এর মান নির্ণয় কর।
ⓚ 16 টাকা ⓚh 25 টাকা
ⓖ 30 টাকা ⓖh 32 টাকা

১০. বার্ষিক 5% হারে 750 টাকার 5 বছরের মুনাফা কত?
ⓚ 150 টাকা ⓚh 180.50 টাকা
ⓖ 185.50 টাকা ⓖh 187.50 টাকা

১১. $\log_x \frac{1}{9} = -2$ হলে, x এর মান কত?
ⓚ 2 ⓚh 3
ⓖ 4 ⓖh 9

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

১২. $\log_{16}4$ এর মান কত?
ক $\frac{1}{2}$ খ 1
গ 4 ঘ 16

১৩. i. $x^2 + 6x + 7 = 0$ সমীকরণ একটি দ্বিঘাত সমীকরণ
ii. $2x^2 - 4ax = 0$ সমীকরণে x এর মান 2a, 0
iii. $2x^2 - 5x + 6 = 0$ সমীকরণে x এর সহগ 5
উপরের তথ্যের ভিত্তিতে নিচের কোনটি সঠিক?
ক i ও iii খ iii
গ i ও ii ঘ i, ii ও iii

১৪. দুই অঙ্কবিশিষ্ট একটি সংখ্যার একক স্থানীয় অঙ্ক দশক স্থানীয় অঙ্কের তিনগুণ এবং দশক স্থানীয় অঙ্ক x হলে, সংখ্যাটি কত হবে?
ক 3x খ 4x
গ 13x ঘ 31x

১৫. একটি শ্রেণিতে যতজন ছাত্র-ছাত্রী পড়ে প্রত্যেকে তার সহপাঠীর সংখ্যার সমান টাকা চাঁদা দেওয়ায় মোট 420 টাকা চাঁদা উঠল। ঐ শ্রেণির ছাত্র-ছাত্রীর সংখ্যা কত?
ক 20 খ 21
গ 30 ঘ 70

১৬. কোন সংখ্যা এবং ঐ সংখ্যার গুণাত্মক বিপরীত সংখ্যার সমষ্টি 2 হলে, সংখ্যাটি কত?
ক −1 খ $-\frac{1}{2}$
গ $\frac{1}{2}$ ঘ 1

১৭. x : y = 2 : 1 এবং y : z = 2 : 1 হলে,
i. x, y, z ক্রমিক সমানুপাতী
ii. z : x = 1 : 4
iii. $y^2 + zx = 4yz$
নিচের কোনটি সঠিক?
ক i ও ii খ i ও iii
গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

১৮. একটি বর্গক্ষেত্র 3 সে.মি. ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট একটি বৃত্তে অন্তর্লিখিত হলে—
i. বর্গক্ষেত্রের বাহু ও কর্ণের দৈর্ঘ্যের অনুপাত $1 : \sqrt{2}$
ii. বৃত্তের ক্ষেত্রফল 9π বর্গ সে.মি.
iii. বৃত্ত ও বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের অনুপাত π : 2
নিচের কোনটি সঠিক?
ক i ও ii খ i ও iii
গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

১৯. 2 − 2 + 2 − 2 + ... ধারাটির (2n − 2) সংখ্যক পদের সমষ্টি কত?
ক 0 খ 1
গ 2 ঘ 4

২০. ব্যাস এবং বৃত্তের পরিধির অনুপাত কত?
ক 3 : 1 খ 22 : 7
গ 25 : 7 ঘ 7 : 22

২১. 2y + x − 3 = 0 সমীকরণটির লেখচিত্র কেমন হবে?
ক বৃত্ত খ বক্ররেখা
গ সরলরেখা ঘ অর্ধবৃত্ত

২২. আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য x প্রস্থ y এবং কর্ণ 15 মিটার হলে, নিচের কোনটি সঠিক?
ক $\sqrt{x^2+y^2} = 5$ খ $\sqrt{x^2-y^2} = 30$
গ $\sqrt{x^2+y^2} = 10$ ঘ $\sqrt{x^2+y^2} = 15$

২৩. 4, 1, 6, 3, 8, 7, 2 সংখ্যাগুলোর মধ্যক নিচের কোনটি?
ক 3 খ 4
গ 6 ঘ 8

২৪. 6, 1, 7, 2, 3, 7, 8, 10 সংখ্যাগুলোর মধ্যক নিচের কোনটি?
ক 2.5 খ 3
গ 6.5 ঘ 7

২৫. শ্রেণির শ্রেণি সাধারণ মান 104, 114, 124, 134 হলে ১ম শ্রেণির নিম্নসীমা কত?
ক 99 খ 104
গ 109 ঘ 114

২৬. যদি কোন বৃত্তের ক্ষেত্রফল 16π হয়, তবে তার পরিধি কত?
ক 2π খ 4π
গ 8π ঘ 16π

২৭. একটি বৃত্তের ব্যাস ও পরিধির পার্থক্য 50 সে.মি. হলে এর ব্যাস কত সে.মি.?
ক 5.84 খ 11.67
গ 25 ঘ 50

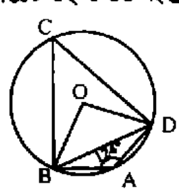
২৮. $\sec^2 45° - \tan^2 45°$ = কত?
ক 0 খ 1
গ $\frac{1}{2}$ ঘ $\frac{1}{\sqrt{3}}$

২৯. cosθ − sinθ = 1 হলে θ এর মান নিচের কোনটি?
ক 0° খ 30°
গ 45° ঘ 90°

৩০. $3\cot\frac{2\pi}{3}$ = কত?
ক 0 খ $\frac{1}{\sqrt{3}}$
গ 1 ঘ $\sqrt{3}$

৩১. বৃত্তের ব্যাস 10 মি. হলে বৃত্তের পরিসীমা কত?
ক 2π খ 5π
গ 10π ঘ 20π

নিচের তথ্যের ভিত্তিতে ৩২ ও ৩৩ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



৩২. চিত্রে ∠BCD কোণের মান কত?
ক 56° খ 60°
গ 62° ঘ 124°

৩৩. ∠OBD এর মান কত?
ক 26° খ 28°
গ 30° ঘ 34°

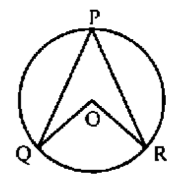
৩৪. বৃত্তে অন্তর্লিখিত সামন্তরিক একটি—
ক বর্গক্ষেত্র খ আয়তক্ষেত্র
গ রম্বস ঘ ট্রাপিজিয়াম

৩৫. বৃত্তস্থ ট্রাপিজিয়ামের তির্যক বাহুদ্বয়—
ক বড় খ ছোট
গ সমান ঘ সমান নয়

৩৬. বৃত্তের কোন চাপে অন্তর্লিখিত একটি কোণ হচ্ছে সেই কোণ যার শীর্ষবিন্দু ঐ চাপের একটি—
ক অন্তঃস্থ বিন্দু খ বহিঃস্থ বিন্দু
গ সমবৃত্ত বিন্দু ঘ প্রান্ত বিন্দু

৩৭. একটি বৃত্তের কেন্দ্রস্থ কোণ (x + 90°) এবং বৃত্তস্থ কোণ (x + 20°) হলে x এর মান কত?
ক 50° খ 60°
গ 70° ঘ 80°

নিচের চিত্র হতে ৩৮-৪০ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



৩৮. O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে PQ ও PR জ্যা দুইটি P বিন্দুগামী ব্যাসার্ধের সাথে সমান কোণ উৎপন্ন করে। অতএব—
ক PQ = PR খ PQ = OQ
গ PR = OR ঘ PQ = OP

৩৯. চিত্রে O বৃত্তের কেন্দ্র এবং জ্যা PQ = জ্যা PR তাহলে—
ক ∠QPO > ∠RPO
খ ∠QPO < RPO
গ ∠QPO = ∠RPO
ঘ ∠QPO ≠ ∠RPO

৪০. চিত্রে O বৃত্তের কেন্দ্র এবং জ্যা PQ = জ্যা PR এবং OQ = OR, OP সাধারণ বাহু। তাহলে—
ক ΔPOQ > ΔPOR
খ ΔPOQ < ΔPOR
গ ΔPOQ ≅ ΔPOR
ঘ ΔPOQ = ΔPOR

উত্তরমালা

১	খ	২	গ	৩	গ	৪	ঘ	৫	গ	৬	ঘ	৭	গ	৮	ক	৯	খ	১০	ঘ	১১	খ	১২	ক	১৩	গ	১৪	গ	১৫	খ	১৬	ঘ
১৭	ক	১৮	ঘ	১৯	ক	২০	ঘ	২১	গ	২২	ঘ	২৩	খ	২৪	গ	২৫	খ	২৬	গ	২৭	গ	২৮	খ	২৯	ক	৩০	গ	৩১	গ	৩২	ক
৩৩	ঘ	৩৪	খ	৩৫	গ	৩৬	ক	৩৭	ক	৩৮	ক	৩৯	গ	৪০	গ																

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

মডেল টেস্ট : পূর্ণাঙ্গ প্রস্তুতি

ইতোমধ্যে তোমরা অধ্যায়ভিত্তিক বহুনির্বাচনি ও সৃজনশীল অংশের প্র্যাকটিস সম্পন্ন করেছ। এবার এসএসসি পরীক্ষার প্রশ্নপত্রের অনুরূপ মডেল প্রশ্নপত্র তোমাদের প্র্যাকটিসের জন্য দেওয়া হলো। এ মডেল প্রশ্নপত্রগুলো তোমরা নিজেরা ঘড়ি ধরে উত্তর করার চেষ্টা করো। উত্তরপত্রগুলো শিক্ষক বা অভিভাবকদের দিয়ে মূল্যায়ন করাও। যে ভুলগুলো পাওয়া গেছে সেগুলো পুনরায় প্র্যাকটিস করো।

মডেল-১৭

উচ্চতর গণিত বিষয় কোড | ১ | ২ | ৬ |

সময় — ২ ঘণ্টা **সৃজনশীল** পূর্ণমান — ৪০

[বি.দ্র. : প্রত্যেক বিভাগ থেকে ন্যূনতম ১টি করে মোট ৪টি প্রশ্নের উত্তর দাও।]

'ক' বিভাগ (বীজগণিত)

প্রশ্ন ▶১. $f : \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}_+, f(x) = \frac{x^2}{3x-2}$ **একটি ফাংশন যার চলক x।**

ক. $f\left(\frac{3}{2}\right)$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. $f(g(x)) = g(x)$ হলে $g(2)$ এর মান কত? ৪

গ. $\frac{1}{f(x) - g(x)}$ নির্ণয় করে আংশিক ভগ্নাংশে প্রকাশ কর। ৪

প্রশ্ন ▶২. একটি তেলের খনির মাটির গভীরতাকে x দ্বারা সূচিত করলে, গভীরতার সাপেক্ষে তেলের প্রাপ্যতাকে একটি ফাংশন, $f(x) = 16(x+1)^4 - (2x-a)^4$ দ্বারা সম্পর্কিত করা যায়। এখানে a হল একটি ধ্রুব ধনাত্মক বাস্তব সংখ্যা।

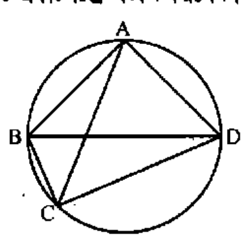
ক. $f(0) = 0$ হলে a নির্ণয় কর। ২

খ. দ্বিপদী উপপাদ্যের সাহায্যে বিস্তৃত করে, $f(x)$-কে সরল আকারে প্রকাশ কর। ৪

গ. মাটি খননের হার y হলে, তেলের প্রাপ্যতার ফাংশন $f(x)$ কে $f(y) = 2^{3y+7} + 2^{y+7}$ দ্বারা বর্ণনা করা যায়। x ও y এর মধ্যে একটি লগারিদমিক সম্পর্ক নির্ণয় কর। ৪

'খ' বিভাগ (জ্যামিতি, স্থানাঙ্ক জ্যামিতি, ঘন জ্যামিতি ও ভেক্টর)

প্রশ্ন ▶৩. ক্লোডিয়াস টলেমী (Claudius Ptolemy) ছিলেন প্রাচীন গ্রীসের একজন নাম করা গণিতবিদ, জ্যোতির্বিদ এবং ভূতত্ত্ববিদ। সে সময় মানুষজন বৃত্ত এবং বৃত্ত সংক্রান্ত বিষয়াবলি নিয়ে অনেক বেশি আগ্রহ নিয়ে ভাবনা-চিন্তা করত। কারণ তারা ভাবত, পৃথিবী গোলাকার এবং এটি যে কক্ষপথে পরিভ্রমণ করে সেটিও বৃত্তাকার। একদিন টলেমী বৃত্ত নিয়ে ভাবতে ভাবতে কাগজের উপর নিম্নের চিত্রের মত একটি চিত্র অঙ্কন করলেন।



ক. তিনি যে উপপাদ্যটি বিবৃত করেন তা গাণিতিক সমীকরণের সাহায্যে লেখ। ২

খ. প্রদত্ত চিত্রের সাহায্যে উপপাদ্যটি প্রমাণ কর। ৪

গ. ভেক্টর পদ্ধতিতে প্রমাণ কর যে AB, BC, CD ও AD এর মধ্যবিন্দুগুলোর সংযোগ একটি সামান্তরিক। ৪

প্রশ্ন ▶৪. একটি ছক কাগজে পাঁচটি বিন্দু (2, 3), (5, 1), (7, 4), (6, 6) এবং (3, 6) রয়েছে। এই বিন্দুগুলো দ্বারা আবদ্ধ পঞ্চভুজের উপর 3.6 একক উচ্চতাবিশিষ্ট একটি প্রিজম তৈরি করা হল।

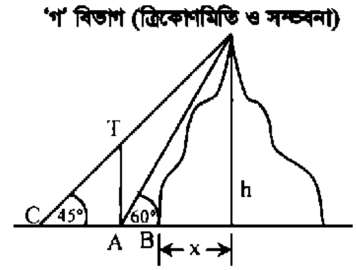
ক. বিন্দুগুলোকে একটি ছক কাগজে স্থাপন করে পঞ্চভুজটি অঙ্কন কর। ২

খ. পঞ্চভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

গ. প্রিজমের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল এবং আয়তন নির্ণয় কর। ৪

'গ' বিভাগ (ত্রিকোণমিতি ও সম্ভাবনা)

প্রশ্ন ▶৫.



পর্বতের পাদবিন্দু B হতে 400 ফুট দূরে A তে অবস্থিত একজন ব্যক্তি পরিমাপ করে দেখলেন যে, পর্বতের চূড়া ভূমির সাথে 60° কোণ উৎপন্ন করে। তিনি A বিন্দু থেকে সোজা 500 ফুট দূরে C তে গিয়ে পরিমাপ করে দেখলেন যে, পর্বতের চূড়া কর্তৃক ভূমিতে উৎপন্ন কোণ 45°.

ক. 60°45′ কে রেডিয়ানে প্রকাশ কর। ২

খ. পর্বতের উচ্চতা h নির্ণয় কর। ৪

গ. A বিন্দুতে একটি টাওয়ার AT অবস্থিত যার শীর্ষবিন্দুতে পর্বতের চূড়া কর্তৃক আনুভূমিকের সাথে উৎপন্ন কোণ, C বিন্দুতে পর্বতের চূড়া কর্তৃক ভূমিতে উৎপন্ন কোণের সমান হলে AT টাওয়ারের উচ্চতা নির্ণয় কর। ৪

প্রশ্ন ▶৬. ঈদের ছুটিতে সুমন তার দাদার বাড়ী বেড়াতে গেছে। সেখানে নতুন পুকুর খোড়া হয়েছে। সুমনের দাদা বলল এই পুকুরে তিনি 13 টি রুই, 7টি মৃগেল, 10টি কাতল মাছ ছেড়েছেন। মাছগুলো একটু বড় হয়েছে। সুমন ছিপ নিয়ে মাছ ধরতে পুকুরে গেছে এবং দৈবভাবে 1টি মাছ ধরেছে।

ক. সম্ভাব্য কি কি ঘটনা ঘটতে পারে? ঘটনাগুলো পরস্পর কি ধরনের ঘটনা? ২

খ. মাছটি কাতল হবার সম্ভাবনা কত? ৪

গ. ১ম যদি কাতল হয় আর দৈবভাবে আরেকটি মাছ ধরা হলে সেই মাছটি কাতল হবার সম্ভাবনা বের কর? ৪

উচ্চতর গণিত বিষয় কোড | ১ | ২ | ৬ |

সময় — ৩৫ মিনিট **বহুনির্বাচনি অভীক্ষা** পূর্ণমান — ৩৫

[বিশেষ দ্রষ্টব্য: সরবরাহকৃত বহুনির্বাচনি অভীক্ষার উত্তরপত্রে প্রশ্নের ক্রমিক নম্বরের বিপরীতে প্রদত্ত বর্ণসম্বলিত বৃত্তসমূহ হতে সঠিক/সর্বোৎকৃষ্ট উত্তরের বৃত্তটি বল পয়েন্ট কলম দ্বারা সম্পূর্ণ ভরাট করো। প্রতিটি প্রশ্নের মান ১।]

১. **{1, 2, 3, 5}, {2, 4, 6} ও {1, 2, 4, 5, 6} সেট তিনটির সার্বিক সেট নিচের কোনটি?**
ⓚ {1, 2, 3, 5} ⓛ {2, 4, 6}
ⓜ {1, 2, 3, 4, 5, 6} ⓝ {1, 2, 4, 5, 6}

২. **$F(x) = |x|$ বর্ণিত ফাংশনের জন্য —**
i. $F(x) = 4$ হলে, $x = \pm 4$
ii. $F(x) = 0$ হলে, $x = 1$
iii. $F(x) = y$ হলে $x = \pm y$

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

৩. $P(x, y, z) = x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz$ হলে, $P(1, 1, -2) =$ কত?

ক −1 খ 0 গ 1 ঘ 2

৪. ΔABC-এর AD মধ্যমা BC বাহুকে সমদ্বিখণ্ডিত করলে নিচের কোনটি এ্যাপোলোনিয়াসের উপপাদ্য?

ক $AB^2 + AC^2 = 2AD^2$

খ $AB^2 + AC^2 = 2(AD^2 + BD^2)$

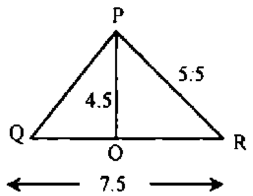
গ $2(AB^2 + AC^2) = AD^2 + BD^2$

ঘ $AB^2 + AC^2 = AD^2 + BD^2$

৫. ABC ত্রিভুজের মধ্যমা AD = 5 সে.মি. এবং BC = 6 সে.মি. হলে, $AB^2 + AC^2$ কত বর্গ সে.মি.?

ক 34 খ 68 গ 78 ঘ 122

৬.



উপরের চিত্রে PO মধ্যমা হলে PQ এর মান কত?

ক 5.5 খ 6.0 গ 6.1 ঘ 6.2

৭. $a \neq 0$ এবং a, b, c বাস্তব সংখ্যা হলে, $ax^2 + bx + c = 0$ সমীকরণের নিশ্চায়ক নিচের কোনটি?

ক $b^2 - 4ac$ খ $b^2 + 4ac$

গ $4ac$ ঘ $4ac - b^2$

৮. $a^x = a^m$ হলে—

i. x = 1 এর জন্য m = 2 হবে।

ii. x = m হবে।

iii. $a^{x-m} = 1$।

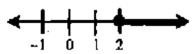
নিচের কোনটি সঠিক?

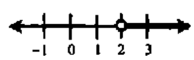
ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

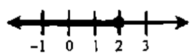
৯. $3^{3y-1} = 9^{x+y}$ হলে, y = কত?

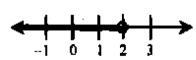
ক x + 1 খ 2x − 1 গ 2x + 1 ঘ 4x + 1

১০. $y + 3 \leq 5$ অসমতার সংখ্যারেখা নিচের কোনটি?

ক 

খ 

গ 

ঘ 

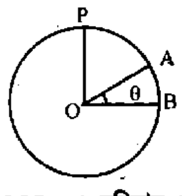
১১. তানভীর 13 বছরে জে.এস.সি পরীক্ষা দিয়েছিল এবং 16 বছরে এস.এস.সি পরীক্ষা দিবে। তার বর্তমান বয়সের অসমতার রূপ নিচের কোনটি?

ক 16 < x খ x < 16 গ x > 13 ঘ 13 < x < 16

১২. অসীম গুণোত্তর ধারার $|r| < 1$ হলে, $S_\infty =$ কত?

ক $\frac{1-r}{a}$ খ $\frac{2a}{1-r}$ গ $a\frac{r^n-1}{r-1}$ ঘ $\frac{a}{1-r}$

১৩.



চিত্রে, ∠POB = 1 রেডিয়ান, PB = 5 একক, চাপ AB = 2 একক হলে θ এর মান কত রেডিয়ান?

ক 0.4 খ 2.5 গ 5 ঘ 10

১৪. কোন বৃত্তের ব্যাসার্ধ 7 সে.মি., এর 11 সে.মি. দীর্ঘ চাপের কেন্দ্রস্থ সম্মুখ কোণের পরিমাপ কত ডিগ্রি?

ক 45 খ 60 গ 80 ঘ 90

১৫. ${}^5C_3 \times {}^8C_4 =$ কত?

ক 70 খ 100 গ 700 ঘ 750

১৬. জাফর পরীক্ষা দেওয়ার সময় প্রশ্নটি না পড়েই চারটির মধ্যে তিন নম্বর অপশনে টিক চিহ্ন দিল। তার উত্তরটি সঠিক হওয়ার সম্ভাবনা কত?

ক $\frac{1}{4}$ খ $\frac{1}{2}$ গ $\frac{3}{4}$ ঘ 1

১৭. $\log_2 \log_2 2^{2^{2^{2^3}}}$ এর মান কত?

ক 3 খ 8 গ 64 ঘ 256

১৮. যদি $Q(x) = 5x^3 + 6x^2 - bx + 6$ কে x + 2 দ্বারা ভাগ করলে ভাগশেষ 6 হয় তবে b এর মান কত?

ক 5 খ 8 গ 32 ঘ 35

নিচের তথ্যের আলোকে (১৯ ও ২০) নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

x ও y চলক দুটিকে যোগ করে 12 মাত্রার একটি দ্বিপদী রাশিতে বিস্তৃত করা হলো।

১৯. বিস্তৃতিতে কতগুলো পদ পাওয়া যাবে?

ক 6 খ 12 গ 13 ঘ 14

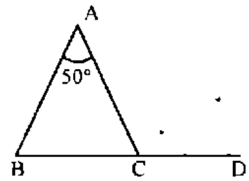
২০. $y = \frac{1}{x}$ হলে কততম পদ চলকমুক্ত হবে?

ক 1 খ 6 গ 7 ঘ 14

২১. (−5, 4) ও (0, 8) বিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ কোনটি?

ক $4x + 5y + 20 = 0$ খ $4x - 5y + 40 = 0$

গ $4x + 5y - 20 = 0$ ঘ $4x - 5y - 40 = 0$



২২. $x^2 - 7x + 6 = 0$ সমীকরণ মূলদ্বয়—

i. অসমান

ii. অমূলদ

iii. পূর্ণসংখ্যা

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

২৩. $8^x \cdot 2^{xy} = \frac{1}{32}$ হলে নিচের কোন সম্পর্কটি সঠিক?

ক $3x - xy = 5$ খ $3x + xy = 5$

গ $3x + xy = -5$ ঘ $3x - xy = -5$

২৪. $\frac{3\pi^c}{2}$ কোণটির ডিগ্রি পরিমাপ কত?

ক 90° খ 120° গ 135° ঘ 270°

২৫. (0, 0), (0, 4) ও (6, 0) বিন্দুগুলো—

ক একই সরলরেখায় অবস্থিত

খ একটি সমকোণী ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দু

গ একটি সূক্ষ্মকোণী ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দু

ঘ একটি স্থূলকোণী ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দু

২৬. $y = \ln(x - 2)$ হলে নিচের কোনটি সঠিক?

ক $(x-2)^e = y$ খ $e^y = x - 2$

গ $e^{x-2} = y$ ঘ $y^e = x - 2$

নিচের তথ্যের ভিত্তিতে (২৭-২৯) নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

রাজাপুর স্কুলের ছাত্ররা তাদের বার্ষিক ক্রীড়ানুষ্ঠানের জন্য বিদ্যালয়ের মাঠের 10 মিটার ব্যাসার্ধের জায়গা কোণকাকৃতির একটি তাবু দিয়ে ঢাকল।

২৭. মাঠে তাবু দ্বারা ঘেরা অংশটির পরিধি কত?

ক 20 মিটার খ 31.42 মিটার

গ 62.83 মিটার ঘ 314.8 মিটার

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

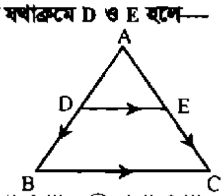
২৮. যদি তাবুটির উচ্চতা 6.633 মিটার হয় তবে কতটুকু ক্যানভাস প্রয়োজন হয়েছে?
ক 3146 বর্গমিটার খ 376.99 বর্গমিটার
গ 691.15 বর্গমিটার ঘ 1256.64 বর্গমিটার

২৯. ঐ তাবুর পরিধির সমান পরিধিবিশিষ্ট একটি বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কত হবে?
ক 60.60 বর্গ মিটার খ 246.73 বর্গ মিটার
গ 251.32 বর্গ মিটার ঘ 986.90 বর্গ মিটার

৩০. $(1 + 5x)^{2n}$ যেখানে $n \in \mathbb{N}$ এর বিস্তৃতিতে—
i. ১ম পদ 1
ii. সমমাত্রিক বহুপদী পাওয়া যাবে
iii. সর্বদা বিজোড় সংখ্যক পদ পাওয়া যাবে
নিচের কোনটি সঠিক?
ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

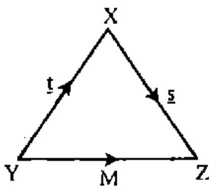
৩১. $y = 2x + 1$ রেখার ঢাল কত?
ক 0 খ 1 গ 2 ঘ 5

৩২. ΔABC এর $\overrightarrow{AB}$ ও $\overrightarrow{AC}$ এর মধ্যবিন্দুদ্বয় যথাক্রমে D ও E হলে—



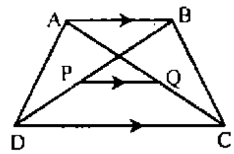
i. $DE \parallel BC$
ii. $DE = \frac{1}{2} BC$
iii. $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DE}$
নিচের কোনটি সঠিক?
ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

৩৩.



YZ এর মধ্যবিন্দু M হলে $\overrightarrow{YM}$ = কত?
ক $\frac{1}{2}(\underline{t} + \underline{s})$ খ $\frac{1}{2}(\underline{t} - \underline{s})$ গ $(\underline{t} + \underline{s})$ ঘ $(\underline{t} - \underline{s})$

৩৪.



ABCD ট্রাপিজিয়ামের $\overrightarrow{AC}$ ও $\overrightarrow{BD}$ কর্ণের মধ্যবিন্দু যথাক্রমে P ও Q হলে $\overrightarrow{PQ}$ = কত?
ক $\frac{1}{2}(\overrightarrow{DC} - \overrightarrow{AB})$ খ $\frac{1}{2}(\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{AB})$
গ $\frac{1}{2}(\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC})$ ঘ $\frac{1}{2}(\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{BC})$

৩৫. যদি P(A) = 0 হয়, তাহলে A ঘটনাটি কী ঘটনা?
ক নিশ্চিত খ স্বাধীন গ অসম্ভব ঘ শর্তাধীন

মডেল-১৮

উচ্চতর গণিত বিষয় কোড | ১ | ২ | ৬ |

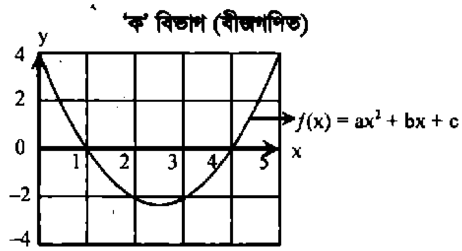
সৃজনশীল

সময় — ২ ঘণ্টা পূর্ণমান — ৪০

[বি.দ্র. : প্রত্যেক বিভাগ থেকে ন্যূনতম ১টি করে মোট ৪টি প্রশ্নের উত্তর দাও।]

'ক' বিভাগ (বীজগণিত)

প্রশ্ন ▶ ১.

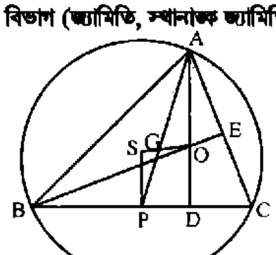


এখানে a, b, c বাস্তব সংখ্যা।
ক. $f(x)$ ফাংশনের ডোমেন নির্ণয় কর। ২
খ. a, b এবং c এর মান নির্ণয় করে ফাংশনটিকে পুনরায় লেখ। ৪
গ. $f(x)$ এর মান সর্বনিম্ন কত হতে পারে? ৪

প্রশ্ন ▶ ২. যদি $\frac{\log_k a}{y - z} = \frac{\log_k b}{z - x} = \frac{\log_k c}{x - y} = m$ হয় তাহলে,
ক. দেখাও, $\log_k a^{y+z} = m(y^2 - z^2)$ এবং $\log_k a^{y^2+yz+z^2} = m(y^3 - z^3)$ ২
খ. দেখাও যে, $a^{y+z}.b^{z+x}.c^{x+y} = 1$ ৪
গ. দেখাও যে, $a^{y^2+yz+z^2}.b^{z^2+zx+x^2}.c^{x^2+xy+y^2} = a^{y+z}.b^{z+x}.c^{x+y}$ ৪

'খ' বিভাগ (জ্যামিতি, স্থানাঙ্ক জ্যামিতি, ঘন জ্যামিতি ও ভেক্টর)

প্রশ্ন ▶ ৩.

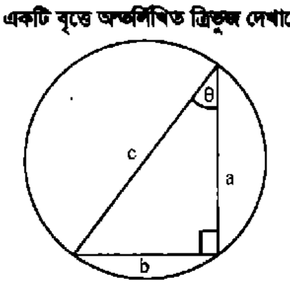


চিত্রে S, G ও O যথাক্রমে ত্রিভুজটির পরিকেন্দ্র, ভরকেন্দ্র এবং লম্ববিন্দু।
ক. ΔABC ত্রিভুজের সাপেক্ষে একটি নববিন্দু বৃত্ত আঁকা হলে সেটি চিত্র প্রদর্শিত কোন কোন বিন্দু দিয়ে অতিক্রম করবে? ২
খ. প্রমাণ কর যে, ΔABC ত্রিভুজের পরিকেন্দ্র, ভরকেন্দ্র এবং লম্ববিন্দু সমরেখ। ৪
গ. ভেক্টরের সাহায্যে প্রমাণ কর যে, $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 2(3\overrightarrow{SP} - \overrightarrow{SO})$ ৪

প্রশ্ন ▶ ৪. একটি আইসক্রীম কোম্পানী প্রতিদিন 5000টি কোণ আইসক্রীম তৈরি করে। প্রতিটি কোণ আইসক্রীমের উপরের অংশটি অর্ধগোলক এবং নিচের অংশ কোণক আকৃতির। প্রতিটির দৈর্ঘ্য 12 সে.মি.
ক. অর্ধগোলক আকৃতি অংশের উচ্চতা 4 সে.মি. হলে কোণকের হেলানো তলের উচ্চতা কত? ২
খ. সম্পূর্ণ একটি আইসক্রীমের পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল কত? ৪
গ. কোম্পানীর প্রতিদিন আইসক্রীম উৎপাদনের জন্য কয়টি 50 সে.মি. ধারবিশিষ্ট আইসকিউব লাগবে? ৪

'গ' বিভাগ (ত্রিকোণমিতি ও সম্ভবনা)

প্রশ্ন ▶ ৫. নিম্নে একটি বৃত্তে অন্তর্লিখিত ত্রিভুজ দেখানো হয়েছে।



www.bdniyog.com
www.pathagar.com

ক. θ-কোণের tangent এবং secant কে বাহুগুলির অনুপাত আকারে লেখ। ২

খ. ত্রিভুজের বাহুগুলিকে $b + c = a\sqrt{3}$ দ্বারা সম্পর্কিত করা হলে θ নির্ণয় কর। ৪

গ. a-এর মান 1 মিটার হলে, a দ্বারা খণ্ডিত চাপের দৈর্ঘ্য কত হবে? ৪

প্রশ্ন ▶ ৬. একটি থলেতে একই ধরনের ৫টি কালো, ৫টি লাল ও ৪টি সাদা মার্বেল আছে। থলে হতে একটি মার্বেল দৈবভাবে নির্বাচন করা হলো।

ক. কত উপায়ে মার্বেলটি নির্বাচন করা যায়? ২

খ. মার্বেলটি (i) লাল হওয়ার সম্ভাবনা কত?
(ii) কালো না হওয়ার সম্ভাবনা কত? ৪

গ. মার্বেলটি,
(i) হলুদ হওয়ার সম্ভাবনা নির্ণয় কর।
(ii) কালো অথবা সাদা হওয়ার সম্ভাবনা বের কর। ৪

উচ্চতর গণিত

বিষয় কোড | ১ | ২ | ৬ |

বহুনির্বাচনি অভীক্ষা

সময় — ৩৫ মিনিট পূর্ণমান — ৩৫

[বিশেষ দ্রষ্টব্য: সরবরাহকৃত বহুনির্বাচনি অভীক্ষার উত্তরপত্রে প্রশ্নের ক্রমিক নম্বরের বিপরীতে প্রদত্ত বর্ণসম্বলিত বৃত্তসমূহ হতে সঠিক/সর্বোৎকৃষ্ট উত্তরের বৃত্তটি বল পয়েন্ট কলম দ্বারা সম্পূর্ণ ভরাট করো। প্রতিটি প্রশ্নের মান ১।]

১. নিচের কোন সেটটির একটি মাত্র উপসেট রয়েছে?
ⓚ {0} ⓚ {1} ⓖ { } ⓘ {1, 2}

২. A সেট এর ক্ষেত্রে —
i. $A' = A$.
ii. $A\backslash A = \varnothing$
iii. $A\backslash(A\backslash A) = A$.
নিচের কোনটি সঠিক?
ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

৩. $F(x) = \sqrt{1-x}$; $x \in \mathbb{R}$, নিচের কোনটির জন্য F(x) অসংজ্ঞায়িত?
ক $x = 2$ খ $x \le -1$
গ $x \le 1$ ঘ $x = 1$

৪. $f(x) = \frac{x}{x-2}, x \neq 2$ হলে $f^{-1}(2)$ এর মান কত?
ক 4 খ 2 গ 1 ঘ 0

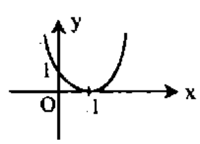
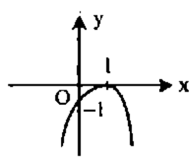
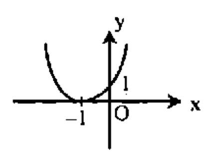
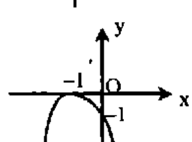
৫. $2(1+2x)(1-2x)$ বহুপদীর চলকের মুখ্য সহগ কত?
ক −8 খ 2 গ 4 ঘ 8

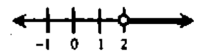
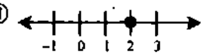
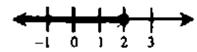
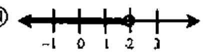
৬. ΔABC-এর AD মধ্যমা BC বাহুকে সমদ্বিখণ্ডিত করলে নিচের কোনটি এ্যাপোলোনিয়াসের উপপাদ্য?
ক $AB^2 + AC^2 = 2AD^2$
খ $AB^2 + AC^2 = 2(AD^2 + BD^2)$
গ $2(AB^2 + AC^2) = AD^2 + BD^2$
ঘ $AB^2 + AC^2 = AD^2 + BD^2$

৭. $ax^2 + bx + c = 0$, দ্বিঘাত সমীকরণের মূলদ্বয় বাস্তব হলে—
i. $b^2 - 4ac > 0$।
ii. $b^2 - 4ac = 0$।
iii. $b^2 - 4ac < 0$।
নিচের কোনটি সঠিক?
ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

৮. $(\sqrt{5})^{x+1} = 125$ সমীকরণের সমাধান নিচের কোনটি?
ক 2 খ 3 গ 5 ঘ 10

৯. $a^{x+2}.a^{2y+1} = a^{10}, (a \neq 1)$ হলে নিচের কোন সম্পর্কটি সঠিক?
ক $2x + y = 7$ খ $x + 2y = 7$
গ $x - 2y = 7$ ঘ $x = 2y - 7$

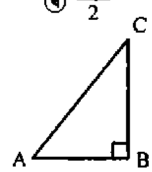
১০. $y = (x-1)^2$ সমীকরণের লেখচিত্র নিচের কোনটি?
ক 
খ 
গ 
ঘ 

১১. $5x - 2 < 8$ অসমতাটির সমাধান সংখ্যারেখায় নিচের কোনটি হবে?
ক 
খ 
গ 
ঘ 

১২. নিচের কোন বিন্দুটি $x + y - 3 > 0$ অসমতাটির উপরিস্থিত?
ক (0, 0) খ (1, 0) গ (0, 2) ঘ (2, 2)

১৩. $\frac{1}{2}, -\frac{2}{3}, \frac{3}{4}, -\frac{4}{5}$, ... অনুক্রমটির সাধারণ পদ কোনটি?
ক $\frac{(-n)n+1}{(-1)^n}$ খ $\frac{(-1)^{n+1}n}{n+1}$
গ $\frac{-(-1)^n.n}{n+1}$ ঘ $\frac{(-1)^n.n}{n+1}$

১৪. ধারাটি $81 - 27 + 9 - 3 + 1 - .....$ হলে অসীমতক সমষ্টি কত?
ক $\frac{241}{2}$ খ $\frac{442}{2}$ গ $\frac{243}{4}$ ঘ $\frac{212}{5}$

১৫.


$\tan\frac{A+C}{2}$ = কত?
ক 0 খ 1 গ $\sqrt{3}$ ঘ $\frac{1}{\sqrt{3}}$

১৬. $A = \frac{\pi}{6}$ এবং $B = \frac{\pi}{4}$ হলে —
i. $\cos^2A + \cos^2B = \frac{5}{4}$
ii. $2\sin A \cos B = \frac{1}{\sqrt{2}}$
iii. $\tan^2 B = 1$
নিচের কোনটি সঠিক ?
ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

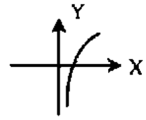
১৭. $\sin\left(2\pi + \frac{\pi}{6}\right)$ এর মান কত?
ক $-\frac{1}{2}$ খ $-\frac{1}{\sqrt{2}}$ গ $\frac{1}{2}$ ঘ $\frac{1}{\sqrt{2}}$

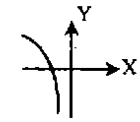
১৮. log 3.2 এর মান নিচের কোনটি?
ক log2 − log3 + log5 খ 2log5 − log2
গ 4log2 − log5 ঘ log32 − log5

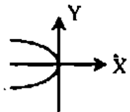
১৯. $f(x) = 2^x$ হলে—
i. $f(x)$ এর ডোমেন $= (-\infty, \infty)$।
ii. $f(x)$ এর রেঞ্জ $= (0, \infty)$।
iii. $f^{-1}(x) = \log_2 x$।
নিচের কোনটি সঠিক?
ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

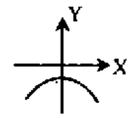
www.bdniyog.com
www.pathagar.com

২০. নিচের কোনটি ln x এর লেখচিত্র?

ক 

খ 

গ 

ঘ 

২১. $\left(\frac{1}{x^2} - x\right)^6$ এর বিস্তৃতিতে –

i. মধ্যপদ থাকবে ৷টি।
ii. ধ্রুবক পদটি = $^6C_1 (-1)^r$.
iii. 4-তম পদ হলো মধ্যপদ।

নিচের কোনটি সঠিক ?

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

নিচের তথ্যের আলোকে (২২ ও ২৪) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

$\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^{2n}$ যেখানে n একটি ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা।

২২. প্রদত্ত বিস্তৃতিতে সাধারণ পদ কোনটি?

ক $^{2n}C_r x^{4(n-r)}$ খ $^{n}C_{r-1} x^{n-r}$ গ $^{2n}C_r x^{2(n+r)}$ ঘ $^{2n}C_r x^{4(n+r)}$

২৩. n-এর কোন মানের জন্য x মুক্ত পদ থাকবে?

ক 0 খ 1 গ −r ঘ r

২৪. x মুক্ত পদের মান কোনটি?

ক 0 খ $^{2n}C_1$ গ $^{2n}C_r$ ঘ $^{2n}C_n$

২৫. A(−a, 0), B(0, −a), C(a, 0) হলে ΔABC এর ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক?

ক 2a খ $a^2\sqrt{2}$ গ a^2 ঘ $2\sqrt{a}$

নিচের তথ্যের ভিত্তিতে (২৬ ও ২৭) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

A(1, −1), B(2, 2) এবং C(4, t) একই সমতলে অবস্থিত তিনটি সমরেখ বিন্দু।

২৬. AB রেখার ঢাল এর মান কত?

ক 3 খ 0 গ −1 ঘ −3

২৭. t এর মান নিচের কোনটি?

ক 2 খ 4 গ 6 ঘ 8

নিচের তথ্যের আলোকে (২৮ ও ২৯) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

A (3, 4) ও B(6, 7) একই সমতলে অবস্থিত দুটি বিন্দু।

২৮. AB সরলরেখার ঢাল m এর মান কত?

ক −2 খ −1 গ 1 ঘ 3

২৯. AB সরলরেখার সমীকরণ নিচের কোনটি?

ক x = y + 1 খ y = x + 1
গ x + y = 1 ঘ x + y + 1 = 0

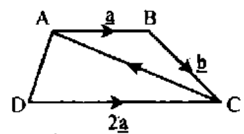
৩০. $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{QR}$ হলে $\overrightarrow{BC}$ ও $\overrightarrow{QR}$ এর—

i. ধারক রেখা একই বা সমান্তরাল।
ii. দৈর্ঘ্য সমান ও দিক একই।
iii. দৈর্ঘ্য অসমান ও দিক বিপরীত।

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i ও ii খ ii ও iii গ ii ও iii ঘ i,ii ও iii

৩১.



চিত্র হতে, $\overrightarrow{CA}$ = কত?

ক $\underline{a} - \underline{b}$ খ $\underline{a} + \underline{b}$ গ $-\underline{a} + \underline{b}$ ঘ $-\underline{a} - \underline{b}$

৩২. গোলকের h উচ্চতায় তলচ্ছেদে উৎপন্ন বৃত্তের ব্যাসার্ধ কত?

ক $\sqrt{r-h}$ খ $\sqrt{r^2+h^2}$
গ $\sqrt{(r+h)(r-h)}$ ঘ $r^2 - h^2$

৩৩. একটি সুষম পিরামিডের —

i. ভূমি বর্গাকার
ii. পার্শ্বতলগুলো সমবাহু ত্রিভুজ
iii. পার্শ্বতলগুলো সর্বসম ত্রিভুজ

নিচের কোনটি সঠিক ?

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

৩৪. যদি P(A) = 0.75 এবং P(B) = $\frac{3}{4}$ হয় তবে A ও B ঘটনাদ্বয়—

ক নিশ্চিত ঘটনা খ অসম্ভব ঘটনা
গ সমসম্ভাব্য ঘটনা ঘ বিচ্ছিন্ন ঘটনা

৩৫. যদি কোন পরীক্ষায় n হল সমগ্র সম্ভাব্য ফলাফল এবং m হল A ঘটনার অনুকূল ফলাফল তাহলে।

ক $P(A) = \frac{n}{m}$ খ $P(A) = \frac{m}{n}$
গ $P(A) = \frac{m}{m+n}$ ঘ $P(A) = \frac{(m-n)}{n}$

মডেল-১৯

উচ্চতর গণিত বিষয় কোড | ১ | ২ | ৬ |

সময় — ২ ঘণ্টা **সৃজনশীল** পূর্ণমান — ৪০

[বি.দ্র. : প্রত্যেক বিভাগ থেকে ন্যূনতম ১টি করে মোট৪টি প্রশ্নের উত্তর দাও।]

'ক' বিভাগ (বীজগণিত)

প্রশ্ন ▶১. $f(x) = (1-x)^7 (1+x)^8$ একটি ফাংশন।

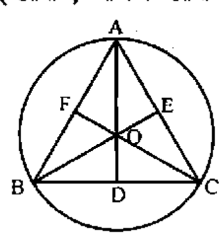
ক. $f(x)$ কে প্রথম তিন পদ পর্যন্ত বিস্তৃত কর। ২
খ. বিস্তৃতিতে x^{10} এর সহগ নির্ণয় কর। ৪
গ. x এর মান যথেষ্ট ছোট হওয়ায় x^3 এবং তার ঊর্ধ্ব ঘাতের মান উপেক্ষা করে $f(x)$ নির্ণয় কর। $f(x)$ এর রেঞ্জ নির্ণয় করে দেখাও যে এর সর্বোচ্চ মান $\frac{29}{28}$। ৪

প্রশ্ন ▶২. x, y ও z এর একটি বহুপদী হল,
$F(x, y, z) = x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz$.

ক. F(a, b, c) নির্ণয় কর এবং দেখাও যে, এটি একটি চক্রক্রমিক ও প্রতিসম রাশি। ২
খ. দেখাও যে, $F(a, b, c) = \frac{1}{2}(a+b+c)\{(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2\}$ ৪
গ. যদি a = y + z − x, b = z + x − y, c = x + y − z হয়, তবে দেখাও যে, F(a, b, c) = 4F(x, y, z) ৪

'খ' বিভাগ (জ্যামিতি, স্থানাঙ্ক জ্যামিতি, ঘন জ্যামিতি ও ভেক্টর)

প্রশ্ন ▶৩.

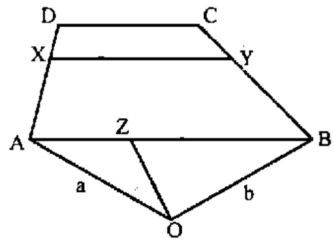


O পরিকেন্দ্রবিশিষ্ট ABC সমবাহু ত্রিভুজে A, B ও C হতে বিপরীত বাহুর উপর লম্ব যথাক্রমে AD, BE ও CF.

ক. AD এর দৈর্ঘ্য, OD এর কত গুণ? ২
খ. ত্রিভুজটির পরিবৃত্তের ব্যাসার্ধ 4 সে.মি. হলে ত্রিভুজটির বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৪
গ. প্রমাণ কর যে, $AB^2 = OA^2 + OB^2 + OC^2$. ৪

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

প্রশ্ন ▶ ৪. চিত্রে ABCD একটি ট্রাপিজিয়াম। X, Y ও Z বিন্দু তিনটি AD, BC এবং BA-এর প্রত্যেকে 2 : 1 অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত করে। O বিন্দুর সাপেক্ষে A, B, C ও D এর অবস্থান ভেক্টর যথাক্রমে $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ ও $\vec{d}$।



ক. $\overrightarrow{AB}$ কে অবস্থান ভেক্টর $\vec{a}$ ও $\vec{b}$ এর মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২

খ. Z বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর নির্ণয় কর। ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $\overrightarrow{XY} = \frac{\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{DC}}{3}$ ৪

'গ' বিভাগ (ত্রিকোণমিতি ও সম্ভাবনা)

প্রশ্ন ▶ ৫. $\operatorname{cosec}\theta \cot\theta = 2\sqrt{3}$ $[0° < \theta < 90°]$ একটি ত্রিকোণমিতিক সমীকরণ।

ক. দেখাও যে, $\cos\theta = 2\sqrt{3}\sin^2\theta$ ২

খ. θ এর মান বের কর। ৪

গ. একটি বালক বৃত্তাকার পথে 2 সেকেন্ডে θ কোণের একটি বৃত্তচাপ অতিক্রম করে। বৃত্তের ব্যাস 180 মিটার হলে চাপের দৈর্ঘ্য ও পরিধি কত? ৪

প্রশ্ন ▶ ৬. একটি জরিপে দেখা গেল কোনো এক বিশ্ববিদ্যালয়ে ১ম বর্ষে 284 জন ছাত্র অর্থনীতিতে, 106 জন ছাত্র ইতিহাসে, 253 জন ছাত্র সমাজবিজ্ঞানে, 169 জন ছাত্র ইংরেজিতে ভর্তি হয়েছে। একজন ছাত্রকে দৈবভাবে নির্বাচিত করা হলো–

ক. 1 জন ছাত্রকে কত উপায়ে নির্বাচিত করা যায়। ২

খ. নির্বাচিত ছাত্রটির
(i) সমাজবিজ্ঞানের না হওয়ার সম্ভাবনা কত?
(ii) পরিসংখ্যানের হওয়ার সম্ভাবনা কত? ৪

গ. নির্বাচিত ছাত্রটির –
(i) অর্থনীতির হওয়ার সম্ভাবনা কত?
(ii) অর্থনীতি অথবা ইংরেজিতে হওয়ার সম্ভাবনা কত? ৪

উচ্চতর গণিত

বিষয় কোড | ১ | ২ | ৬ |

বহুনির্বাচনি অভীক্ষা

সময় — ৩৫ মিনিট পূর্ণমান — ৩৫

[বিশেষ দ্রষ্টব্য: সরবরাহকৃত বহুনির্বাচনি অভীক্ষার উত্তরপত্রে প্রশ্নের ক্রমিক নম্বরের বিপরীতে প্রদত্ত বর্ণসম্বলিত বৃত্তসমূহ হতে সঠিক/সর্বোৎকৃষ্ট উত্তরের বৃত্তটি বল পয়েন্ট কলম দ্বারা সম্পূর্ণ ভরাট করো। প্রতিটি প্রশ্নের মান ১।]

১. **A = {1, 2, 3} হলে, P(A)-তে A সেটের উপসেট কয়টি?**
ক 4 খ 6 গ 8 ঘ 12

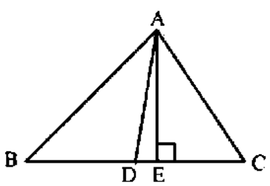
২. **A = {1, 2}, B = {3, 4} এবং C = {5, 6} হলে $n(A \cup B \cup C)$ কত?**
ক 6 খ 7 গ 8 ঘ 9

৩. **$F(x) = \sqrt{1-x}$; $x \in \mathbb{R}$, ফাংশনের ক্ষেত্রে x এর কোন মানটি ডোমেনের বহির্ভূত?**
ক 2 খ 1 গ 0 ঘ –3

৪. **$f(x) = x + 5$ এবং $g(x) = x - 5$ হলে $f(g(x))$ সমান কত?**
ক 2x খ x গ 10 ঘ 0.

৫. **যদি $p(x) = 3x^3 - 4x^2 + 4x - 3$ হয়, তবে p(x) কে (x – 2) দ্বারা ভাগ করলে ভাগশেষ নিচের কোনটি?**
ক p(1) খ p(2) গ p(3) ঘ p(4)

৬.



ΔABC-এ AD মধ্যমা হলে —
i. $AB^2 = AE^2 + (BD + DE)^2$.
ii. $AB^2 + AC^2 = BE^2 + CE^2$.
iii. $AB^2 + AC^2 = 2(AD^2 + BD^2)$.
নিচের কোনটি সঠিক?
ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

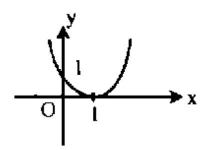
৭. **$4x^2 + 4x + 1 = 0$, দ্বিঘাত সমীকরণের মূলগুলো—**
i. বাস্তব।
ii. সমান।
iii. অমূলদ।
নিচের কোনটি সঠিক?
ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

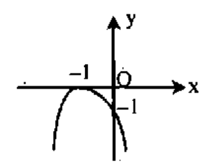
৮. **$\sqrt[11]{64} = 2^x$ হলে, x = কত?**
ক $\frac{11}{6}$ খ $\frac{6}{11}$ গ $\frac{-11}{6}$ ঘ $-\frac{6}{11}$

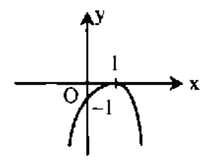
৯. **$3^{3y-1} = 9^{x+y}$ হলে নিচের কোন সম্পর্কটি সঠিক?**
ক $3y - 1 = 2(x + y)$ খ $3y - 1 = x + y$
গ $(3y + 1) = 2(x + y)$ ঘ $3y - 1 = x - y$

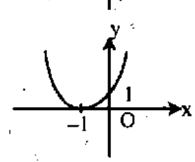
১০. **$y = ax^2 + bx + c$ সমীকরণটি x-অক্ষকে ছেদ বা স্পর্শ না করলে এর মূল কীরূপ?**
ক অমূলদ খ বাস্তব গ অবাস্তব ঘ নেই

১১. **$y = -(x-1)^2$ সমীকরণের লেখচিত্র নিচের কোনটি?**

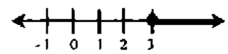
ক 

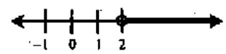
খ 

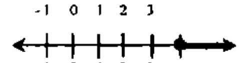
গ 

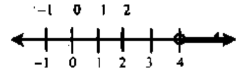
ঘ 

১২. **$3x - 6 \geq 6$ অসমতাটির সমাধানের সংখ্যারেখা নিচের কোনটি?**

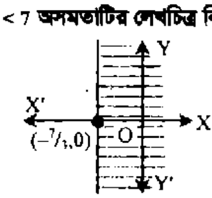
ক 

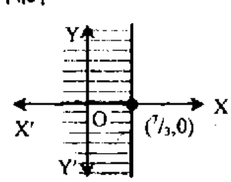
খ 

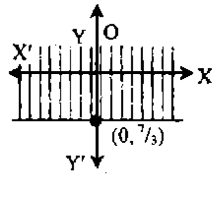
গ 

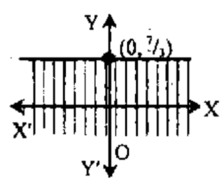
ঘ 

১৩. **$3x < 7$ অসমতাটির লেখচিত্র নিচের কোনটি?**

ক 

খ 

গ 

ঘ 

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

১৪. কোনো একটি ধারার অসীমতক সমষ্টি থাকবে কোন শর্তে?

(ক) $r > 1$ (খ) $r = 1$ (গ) $-1 < r < 1$ (ঘ) $r = 0$

নিচের তথ্যের আলোকে (১৫ ও ১৬) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6440 কিলোমিটার। ঢাকা ও জামালপুর কেন্দ্রে $2°$ কোণ উৎপন্ন করে।

১৫. $2° =$ কত রেডিয়ান?

(ক) $\frac{\pi}{45}$ (খ) $\frac{\pi}{90}$ (গ) $\frac{\pi}{180}$ (ঘ) $\frac{\pi}{360}$

১৬. ঢাকা ও জামালপুরের দূরত্ব কত কি.মি.?

(ক) 112.4 (খ) 224.8 (গ) 324.8 (ঘ) 424.8

১৭. $\operatorname{cosec}A = \frac{a}{b}$ (যেখানে $a > b > 0$) হলে—

i. $\tan A = \frac{b}{\sqrt{a^2 - b^2}}$

ii. $\cot A = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{b}$

iii. $\tan A = \frac{\pm b}{a^2 - b^2}$

নিচের কোনটি সঠিক ?

(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

১৮. $A = \frac{\pi}{3}$ হলে —

i. $\operatorname{cosec}^2 A = \frac{4}{3}$

ii. $\cot^2 \frac{\pi}{3} = \frac{1}{3}$

iii. $\sec^2 A - \tan^2 A = 1$

নিচের কোনটি সঠিক ?

(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

১৯. $\cos\left(2\pi + \frac{\pi}{6}\right)$ এর মান কত?

(ক) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ (খ) $-\frac{1}{\sqrt{3}}$ (গ) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (ঘ) $\frac{1}{\sqrt{2}}$

২০. $\theta = \frac{3\pi}{2}$ হলে $1 + \sin^2\theta$ এর মান কত?

(ক) -1 (খ) 0 (গ) $\sqrt{2}$ (ঘ) 2

২১. $f(x) = \frac{|x|}{x}$; ফাংশনের রেঞ্জ কত?

(ক) $(-1, 0)$ (খ) $\{-1, 1\}$ (গ) $\{0, 1\}$ (ঘ) $(0, 1)$

২২. $y = \ln x$ ফাংশনটি —

i. একটি লগারিদমিক ফাংশন।

ii. এর লেখচিত্র $(1, 0)$ বিন্দুগামী।

iii. $x \to \infty$ হলে $y \to 0$ হবে।

নিচের কোনটি সঠিক ?

(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

২৩. $0! =$ কত?

(ক) 0 (খ) $\frac{1}{2}$ (গ) 1 (ঘ) 2

২৪. $A(-a, 0), B(0, -a), C(a, 0), D(0, a)$ শীর্ষবিশিষ্ট ABCD চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক?

(ক) $2a^2$ (খ) a^2 (গ) $a^2\sqrt{2}$ (ঘ) $a\sqrt{3}$

নিচের তথ্যের ভিত্তিতে (২৫-২৬) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

$A(-3, 2)$ এবং $B(3, -2)$ একই সমতলে অবস্থিত দুটি বিন্দু।

২৫. AB রেখার ঢাল m এর মান নিচের কোনটি?

(ক) $-\frac{3}{2}$ (খ) $-\frac{2}{3}$ (গ) 1 (ঘ) $\frac{1}{3}$

২৬. AB রেখা x-অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে যে কোণ তৈরি করে তার নাম কী?

(ক) সূক্ষ্মকোণ (খ) সমকোণ
(গ) স্থূলকোণ (ঘ) প্রবৃদ্ধ কোণ

২৭. x-অক্ষের সমান্তরাল সরলরেখার সমীকরণ নিচের কোনটি?

(ক) $x = a$ (খ) $y = b$ (গ) $x = 0$ (ঘ) $y = 0$

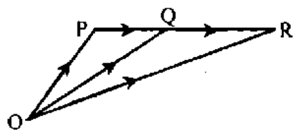
২৮. $\underline{a} + 5\underline{b} = 0$ হলে $\underline{a}$ ও $\underline{b}$ ভেক্টরদ্বয় কীরূপ?

(ক) লম্ব (খ) সমান
(গ) সমান্তরাল ও দিক একই (ঘ) সমান্তরাল ও বিপরীতমুখী

২৯. A, B ও C বিন্দুত্রয়ের অবস্থান ভেক্টর যথাক্রমে $\underline{a}$, $\underline{b}$ এবং $\underline{c}$. C বিন্দুতে AB রেখা 5 : 2 অনুপাতে বহির্বিভক্ত হলে C এর অবস্থান ভেক্টর কী হবে?

(ক) $\frac{2\underline{b} + 5\underline{a}}{3}$ (খ) $\frac{5\underline{a} + 2\underline{b}}{3}$ (গ) $\frac{5\underline{a} - 2\underline{b}}{3}$ (ঘ) $\frac{5\underline{b} - 2\underline{a}}{3}$

৩০.



চিত্র হতে, $\overrightarrow{PQ}$ এর অবস্থান ভেক্টর কোনটি?

(ক) $\overrightarrow{OQ} + \overrightarrow{OP}$ (খ) $\overrightarrow{OQ} - \overrightarrow{OP}$
(গ) $\overrightarrow{OR} - \overrightarrow{OQ}$ (ঘ) $\overrightarrow{OR} + \overrightarrow{OQ}$

নিচের তথ্য অবলম্বনে (৩১-৩৩) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

কোন আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য 10 সে.মি. ও প্রস্থ 3 সে.মি.। একে বৃহত্তর বাহুর চতুর্দিকে ঘোরালে একটি ঘনবস্তু উৎপন্ন হয়।

৩১. উৎপন্ন ঘনবস্তুটির নাম কী?

(ক) কোণক (খ) গোলক (গ) ঘনক (ঘ) সিলিন্ডার

৩২. ঘনবস্তুটির বক্রতলের ক্ষেত্রফল কত বর্গ সে.মি.

(ক) 188.496 (খ) 94.248 (গ) 62.832 (ঘ) 18.8496

৩৩. ঘনবস্তুটির আয়তন কত ঘন সে.মি.?

(ক) 162.832 (খ) 194.248
(গ) 282.744 (ঘ) 298.2744

৩৪. একটি নিরপেক্ষ মুদ্রা নিক্ষেপ করলে —

i. $S = \{H, T\}$ এটি মুদ্রাটির নমুনাক্ষেত্র।

ii. H ও T প্রত্যেকেই নমুনাবিন্দু।

iii. এটি একটি দৈব পরীক্ষা।

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

৩৫. 10টি লাল বল ও 3টি কালো বল হতে দৈবভাবে একটি বল নির্বাচন করা হলো —

i. বলটি লাল হবার সম্ভাবনা $\frac{10}{13}$।

ii. বলটি কালো হবার সম্ভাবনা $\frac{7}{13}$।

iii. বলটি কালো না হবার সম্ভাবনা $\frac{10}{13}$।

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

internet-linked
আরও মডেল টেস্টের জন্যে নিচের ওয়েব অ্যাড্রেসটি টাইপ করো
ssc.panjeree.com/hmt/hmtmtq.pdf

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

মডেল টেস্টের উত্তরমালা

মডেল-১৭

সৃজনশীল

১. অনুশীলনী-(সমন্বিত) এর সৃজনশীল প্রশ্ন ১ নং এর উত্তর দেখো।
২. অনুশীলনী-(সমন্বিত) এর সৃজনশীল প্রশ্ন ৮ নং এর উত্তর দেখো।
৩. অনুশীলনী-(সমন্বিত) এর সৃজনশীল প্রশ্ন ১৪ নং এর উত্তর দেখো।
৪. অনুশীলনী-(সমন্বিত) এর সৃজনশীল প্রশ্ন ২০ নং এর উত্তর দেখো।
৫. অনুশীলনী-৮.৩ এর সৃজনশীল প্রশ্ন ১৬ নং এর উত্তর দেখো।
৬. অনুশীলনী-১৪ এর সৃজনশীল প্রশ্ন ৯ নং এর উত্তর দেখো।

বহুনির্বাচনি

১	গ	২	খ	৩	খ	৪	খ	৫	খ	৬	ঘ	৭	ক	৮	গ	৯	গ	১০	গ	১১	ঘ	১২	ঘ	১৩	ক	১৪	ঘ	১৫	গ	১৬	ক
১৭	ঘ	১৮	খ	১৯	গ	২০	গ	২১	খ	২২	খ	২৩	গ	২৪	ঘ	২৫	খ	২৬	খ	২৭	গ	২৮	খ	২৯	খ	৩০	খ	৩১	গ	৩২	ঘ
৩৩	ক	৩৪	ক	৩৫	গ																										

মডেল-১৭

সৃজনশীল

১. অনুশীলনী-(সমন্বিত) এর সৃজনশীল প্রশ্ন ৪ নং এর উত্তর দেখো।
২. অনুশীলনী-৯.২ এর সৃজনশীল প্রশ্নের প্রশ্ন ২০ নং এর উত্তর দেখো।
৩. অনুশীলনী-(সমন্বিত) এর সৃজনশীল প্রশ্ন ১৫ নং এর উত্তর দেখো।
৪. অনুশীলনী-১৩ এর সৃজনশীল প্রশ্ন ১৫ নং এর উত্তর দেখো।
৫. অনুশীলনী-৮.৩ এর সৃজনশীল প্রশ্ন ১১ নং এর উত্তর দেখো।
৬. অনুশীলনী-১৪ এর সৃজনশীল প্রশ্ন ২ নং এর উত্তব দেখো।

বহুনির্বাচনি

১	গ	২	গ	৩	ক	৪	ক	৫	ক	৬	খ	৭	ক	৮	গ	৯	খ	১০	ক	১১	ঘ	১২	ঘ	১৩	খ	১৪	গ	১৫	খ	১৬	ঘ
১৭	গ	১৮	গ	১৯	ঘ	২০	ক	২১	ঘ	২২	ক	২৩	ঘ	২৪	ঘ	২৫	গ	২৬	ক	২৭	ঘ	২৮	গ	২৯	খ	৩০	ক	৩১	ঘ	৩২	গ
৩৩	খ	৩৪	গ	৩৫	খ																										

মডেল-১৭

সৃজনশীল

১. অনুশীলনী-(সমন্বিত) এর সৃজনশীল প্রশ্ন ৫ নং এর উত্তর দেখো।
২. অনুশীলনী-২ এর সৃজনশীল প্রশ্ন ৯ নং এর উত্তর দেখো।
৩. অনুশীলনী-৩.২ এর সৃজনশীল প্রশ্ন ১০ নং এর উত্তর দেখো।
৪. অনুশীলনী-১২ এর সৃজনশীল প্রশ্ন ৫ নং এর উত্তর দেখো।
৫. অনুশীলনী-৮.৩ এর সৃজনশীল প্রশ্ন ১৮ নং এর উত্তর দেখো।
৬. অনুশীলনী-১৪ এর অনুশীলনীর প্রশ্ন ৮ নং এর উত্তর দেখো।

বহুনির্বাচনি

১	গ	২	ক	৩	ক	৪	খ	৫	খ	৬	খ	৭	ক	৮	খ	৯	ক	১০	গ	১১	গ	১২	গ	১৩	খ	১৪	গ	১৫	খ	১৬	খ
১৭	ক	১৮	ঘ	১৯	গ	২০	ঘ	২১	খ	২২	ক	২৩	গ	২৪	ক	২৫	খ	২৬	গ	২৭	খ	২৮	ঘ	২৯	ঘ	৩০	খ	৩১	ঘ	৩২	ক
৩৩	গ	৩৪	ঘ	৩৫	খ																										

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

ব্যবহারিক অংশ

মানবণ্টন

■ **ব্যবহারিক অংশ (একটি পরীক্ষা)** — **নম্বর**

• পরীক্ষণ: উপকরণ সংযোজন ও ব্যবহার/সঠিক প্রক্রিয়া অনুসরণ/উপাত্ত সংগ্রহ ও প্রক্রিয়াকরণ/পর্যবেক্ষণ/অঙ্কন/শনাক্তকরণ/অনুশীলন	১৫
• ব্যাখ্যাসহ ফলাফল উপস্থাপন	৫
• মৌখিক অভীক্ষা	৫
মোট	২৫

সূচিপত্র

■ **প্রারম্ভিক আলোচনা** ৫৯০

■ **পরীক্ষণ** ৫৯১-৬১৭

পরীক্ষণ নং-১.১: $y = 3x + 1$ ফাংশনের লেখচিত্র অঙ্কন কর। ৫৯১

পরীক্ষণ নং-১.২: $4x + 9y = 10$ ফাংশনটির লেখচিত্র অঙ্কন কর। ৫৯১

পরীক্ষণ নং-১.৩: $y = 3x - 1$ ফাংশনের লেখচিত্র অঙ্কন কর। ৫৯১

পরীক্ষণ নং-১.৪: $y - 2 = 3(x - 5)$ ফাংশনের সাধারণ রূপ (Standard Form) লিখ এবং লেখচিত্র আঁক। ৫৯২

পরীক্ষণ নং-১.৫: $3x^2 + 3x + 1 = 0$ দ্বিঘাত ফাংশনের লেখচিত্র অঙ্কন কর। ৫৯২

পরীক্ষণ নং-১.৬: $x^2 + 9y^2 = 144$ বা, $\frac{x^2}{144} + \frac{y^2}{16} = 1$ ফাংশনের লেখচিত্র আঁক। ৫৯৩

পরীক্ষণ নং-১.৭: $x^2 + y^2 = 9$ সমীকরণের লেখচিত্র আঁক। ৫৯৪

পরীক্ষণ নং-১.৮: $x^2 + y^2 - 6x + 10y - 47 = 0$ দ্বিঘাত ফাংশনের লেখচিত্র অঙ্কন কর। ৫৯৪

পরীক্ষণ নং-১.৯: $x + y = 3$ ফাংশনের সাধারণ রূপ ও এর লেখচিত্র অঙ্কন কর। ৫৯৪

পরীক্ষণ নং-৪.১: 6.5 সে.মি., 7 সে.মি. এবং 7.5 সে.মি. বাহুবিশিষ্ট একটি ত্রিভুজের বহিঃবৃত্ত অঙ্কন করে এর ব্যাসার্ধ নির্ণয় কর। ৫৯৫

পরীক্ষণ নং-৪.২: 5 সে.মি., 12 সে.মি. ও 13 সে.মি. বাহুবিশিষ্ট একটি ত্রিভুজের অন্তর্বৃত্ত অঙ্কন করে এর ব্যাসার্ধ নির্ণয় কর। ৫৯৬

পরীক্ষণ নং-৪.৩: সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ভূমি 5 সে.মি. এবং সমান সমান বাহুর দৈর্ঘ্য 6 সে.মি.। ক. ত্রিভুজটি অঙ্কন কর। খ. ত্রিভুজটির পরিবৃত্ত অঙ্কন করে ব্যাসার্ধ নির্ণয় কর। গ. এমন একটি বৃত্ত অঙ্কন কর যা পূর্বে অঙ্কিত পরিবৃত্তের ব্যাসার্ধের সমান একটি বৃত্তকে P বিন্দুতে স্পর্শ করে এবং বৃত্তের বহিঃস্থ কোন বিন্দু Q দিয়ে যায়। ৫৯৬

পরীক্ষণ নং-৪.৪: একটি ত্রিভুজের পরিসীমা এবং ভূমি সংলগ্ন কোণদ্বয় দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি অঙ্কন কর। ৫৯৭

পরীক্ষণ নং-৪.৫: ত্রিভুজের ভূমি $BC = 4.6$ সে.মি., $\angle B = 45°$ এবং $AB + CA = 8.2$ সে.মি. দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁক। ৫৯৮

পরীক্ষণ নং-৪.৬: সমকোণী ত্রিভুজের এক বাহুর দৈর্ঘ্য 3.5 সে.মি., অপর বাহু এবং অতিভুজের দৈর্ঘ্য 5.5 সে.মি. দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁক। ৫৯৮

পরীক্ষণ নং-৪.৭: ΔABC-এর $BC = 4.5$ সে.মি., $\angle B = 45°$, $AB - AC = 2.5$ সে.মি. দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি অঙ্কন কর। ৫৯৮

পরীক্ষণ নং-৪.৮: ΔABC-এর পরিসীমা 12 সে.মি.। $\angle B = 60°$ এবং $\angle C = 45°$ দেওয়া আছে। ΔABC আঁক। ৫৯৯

পরীক্ষণ নং-৫.১: লেখচিত্রের সাহায্যে $3x^2 + 3x + 1 = 0$ সমীকরণের সমাধান নির্ণয় কর। ৫৯৯

পরীক্ষণ নং-৫.২: লেখচিত্রের সাহায্যে $x^2 - 5x + 3 = 0$ সমীকরণের সমাধান নির্ণয় কর। ৬০০

পরীক্ষণ নং-৫.৩: লেখচিত্রের সাহায্যে $-x^2 + 3x - 2 = 0$ সমীকরণের সমাধান নির্ণয় কর। ৬০২

পরীক্ষণ নং-৫.৪: $x^2 - 2x - 1 = 0$ সমীকরণের লেখচিত্রের মাধ্যমে সমাধান নির্ণয় কর। ৬০২

পরীক্ষণ নং-৮.১: কোণের $(n \times \frac{\pi}{2} \pm \theta)$ ত্রিকোণমিতিক অনুপাতসমূহ নির্ণয় কর যেখানে $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$। ৬০৩

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

পরীক্ষণ নং-৮.২: যেকোনো কোণের অর্থাৎ, $\left(n\times\frac{\pi}{2}\pm\theta\right)$ কোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাতসমূহ নির্ণয়ের পদ্ধতি $\left(0<\theta<\frac{\pi}{2}\right)$। ৬০৪

পরীক্ষণ নং-৯.১: $y = x^3 - 1$ ফাংশনের লেখচিত্র অঙ্কন এবং বিপরীত ফাংশন নির্ণয় কর। ৬০৪

পরীক্ষণ নং-৯.২: $y = 4^x$ সমীকরণের লেখচিত্র অঙ্কন ও এর বিপরীত ফাংশন নির্ণয় করতে হবে। ৬০৫

পরীক্ষণ নং-৯.৩: $f(x) = 3^x$ সূচকীয় ফাংশনের লেখচিত্র আঁকতে হবে। ৬০৬

পরীক্ষণ নং-৯.৪: $y = e^x$, $2 < e < 3$ এর লেখ অঙ্কন করে লেখের বৈশিষ্ট্য নির্ণয় করতে হবে। যেখানে, $x \in \mathbf{R}$। ৬০৬

পরীক্ষণ নং-৯.৫: $y = e^{-x}$, $2 < e < 3$ এর লেখ অঙ্কন করে লেখের বৈশিষ্ট্য নির্ণয় করতে হবে। ৬০৭

পরীক্ষণ নং-৯.৬: $y = \left(\frac{3}{2}\right)^x$ ফাংশনের লেখচিত্র অঙ্কন কর। ৬০৭

পরীক্ষণ নং-৯.৭: $y = 2^{\frac{x}{2}}$ ফাংশনের লেখচিত্র অঙ্কন কর। ৬০৮

পরীক্ষণ নং-৯.৮: $y = 2^{-x}$ সূচকীয় ফাংশনের লেখচিত্র আঁক। ৬০৮

পরীক্ষণ নং-৯.৯: $y = x^2 + 3$ ফাংশনের লেখচিত্র অঙ্কন এবং বিপরীত ফাংশন নির্ণয় কর। ৬০৯

পরীক্ষণ নং-৯.১০: $y = \frac{4}{x}$ ফাংশনের লেখচিত্র অঙ্কন এবং এর বিপরীত ফাংশন নির্ণয় কর। ৬০৯

পরীক্ষণ নং-১১.১: সাধারণ সূত্রের সাহায্যে A(2, 3), B(5, 6) ও C(−1, 4) শীর্ষবিশিষ্ট ত্রিভুজ অঙ্কন ও এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ... ৬১০

পরীক্ষণ নং-১১.২: A(2, 5), B(− 1, 1) এবং C(2, 1) একটি ত্রিভুজের তিনটি শীর্ষবিন্দু। ত্রিভুজটির চিত্র এঁকে পরিসীমা ও বাহুর দৈর্ঘ্যের মাধ্যমে ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ত্রিভুজটি কোন ধরনের ত্রিভুজ চিত্র দেখে আন্দাজ কর এবং তার স্বপক্ষে যুক্তি দাও। ৬১১

পরীক্ষণ নং-১১.৩: A(2, − 3), B(3, − 1), C(2, 0), D(− 1, 1) এবং E(− 2, − 1) শীর্ষবিশিষ্ট বহুভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করতে হবে। ৬১১

পরীক্ষণ নং-১১.৪: একটি চতুর্ভুজের ৪টি শীর্ষ যথাক্রমে A(1, 0), B(0, 1), C(−1, 0) এবং D(0, − 1)। চতুর্ভুজটির চিত্র আঁক এবং যেকোনো দুই বাহু ও কর্ণের দৈর্ঘ্য নির্ণয়ের মাধ্যমে এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর এবং মন্তব্য কর। ৬১২

পরীক্ষণ নং-১১.৫: (2, 0), (3, 6), (4, 2), (−1, 0), (−1, 5) ও (−3, 2) শীর্ষবিশিষ্ট ষড়ভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৬১২

পরীক্ষণ নং-১১.৬: চারটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক যথাক্রমে A(2, − 3), B(3, 0), C(0, 1) এবং D(− 1, − 2)। ABCD এর চিত্র অঙ্কন কর। (a) দেখাও যে, ABCD একটি রম্বস। (b) AC ও BD এর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর এবং ABCD একটি বর্গ কিনা যাচাই কর। (c) ত্রিভুজক্ষেত্রের মাধ্যমে চতুর্ভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৬১৩

পরীক্ষণ নং-১৩.১: একটি আয়তাকার ঘনবস্তুর দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা মেপে তার আয়তন, ছয়টি তলের ক্ষেত্রফল ও কর্ণের দৈর্ঘ্য নির্ণয় করতে হবে। ৬১৪

পরীক্ষণ নং-১৩.২: একটি প্রিজমের সমগ্র তলের ক্ষেত্রফল এবং আয়তন নির্ণয় কর। ৬১৪

পরীক্ষণ নং-১৩.৩: একটি প্রিজমের সমগ্র তলের ক্ষেত্রফল এবং আয়তন নির্ণয় কর, যার ভূমি আয়তাকার। ৬১৫

পরীক্ষণ নং-১৩.৪: জন্মদিনে বা অন্যান্য আনন্দ উৎসবে ব্যবহৃত কোণক আকৃতির একটি ক্যাপ সংগ্রহ করে তার বক্রতলের ক্ষেত্রফল এবং আয়তন বের কর। ৬১৫

পরীক্ষণ নং-১৩.৫: একটি পিরামিডের সমগ্র তলের ক্ষেত্রফল এবং আয়তন নির্ণয় কর। (যার ভূমি বর্গাকার) ৬১৬

পরীক্ষণ নং-১৩.৬: একটি খেলনা বা ফুটবল নিয়ে এর পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল, ব্যাসার্ধ এবং আয়তন নির্ণয় কর। ৬১৬

পরীক্ষণ নং-১৩.৭: 6 সে.মি. বাহুবিশিষ্ট সুষম, ষড়ভুজের উপর অবস্থিত একটি পিরামিডের উচ্চতা 10 সে.মি.। ইহার সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল ও আয়তন বের কর। ৬১৭

■ **মৌখিক পরীক্ষার গুরুত্বপূর্ণ প্রশ্ন ও উত্তর** ৬১৮

■ **মৌখিক পরীক্ষার জন্য মডেল টেস্ট** ৬২৪

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

প্রারম্ভিক আলোচনা

সূচনা

উচ্চতর গণিত পাঠ্যক্রমেও বিজ্ঞানের অন্যান্য শাখার মতো দুটি অংশ রয়েছে। একটি হলো তাত্ত্বিক এবং অপরটি ব্যবহারিক। ব্যবহারিক জ্ঞান ছাড়া বিজ্ঞান শিক্ষা কখনও পূর্ণতা লাভ করতে পারে না। উচ্চতর গণিতে ব্যবহারিক ক্লাস, তাত্ত্বিক বিষয়সমূহকে হাতে-কলমে পরীক্ষা ও পর্যবেক্ষণের মাধ্যমে আমাদের দক্ষতার সাথে অভিজ্ঞতা অর্জনে সাহায্য করে যা বাস্তব জীবনে প্রতি পদক্ষেপে আমাদের প্রয়োজন হতে পারে। সুতরাং একথা বলা যায় যে, বিজ্ঞানের ক্ষেত্রে তাত্ত্বিক জ্ঞান ও ব্যবহারিক জ্ঞান একটি অন্যটির পরিপূরক।

ব্যবহারিক কাজের উদ্দেশ্য

- বাস্তব জীবনে উচ্চতর গণিতে ব্যবহারিক শিক্ষার অনেক উদ্দেশ্য রয়েছে। যেমন–
  - i. পরীক্ষা ও পর্যবেক্ষণের মাধ্যমে বৈজ্ঞানিক পদ্ধতি সম্পর্কে প্রশিক্ষণ লাভ।
  - ii. পরীক্ষার ফলাফল সঠিক হলে, পরীক্ষার্থী মন্তব্য প্রকাশে আত্মবিশ্বাসী হয়ে ওঠে। ফলে শিক্ষার্থী পরবর্তীতে গবেষণা ক্ষেত্রে উৎসাহ পায়। সুতরাং শিক্ষার্থীকে গবেষণা কাজে উৎসাহ প্রদান ব্যবহারিক শিক্ষার আরেকটি উদ্দেশ্য।
  - iii. বাস্তব জীবনে বিভিন্ন ক্ষেত্রে নিজেকে সহজেই অভিযোজিত করার লক্ষ্যে ব্যবহারিক শিক্ষার যথেষ্ট গুরুত্ব বা উদ্দেশ্য রয়েছে।

ব্যবহারিক পরীক্ষায় পূর্ণ নম্বর পাওয়া প্রসঙ্গে কিছু কথা

তত্ত্বীয় পরীক্ষা শেষ হওয়ার কিছুদিন পরই শুরু হয় ব্যবহারিক পরীক্ষা। এ সময় প্রত্যেক পরীক্ষার্থীকে ২৫ নম্বরের চূড়ান্ত ব্যবহারিক পরীক্ষা দিতে হয়। শুরু থেকেই প্রতিটি পরীক্ষার্থীকে ব্যবহারিক পরীক্ষায় পূর্ণ ২৫ নম্বর পাওয়ার জন্য বিশেষ প্রস্তুতি নিতে হয় এবং নিম্নলিখিত বিষয়গুলো অনুসরণ করতে হয়।

- i. নিয়মিত ব্যবহারিক ক্লাসে উপস্থিত থাকা এবং মনোযোগ দিয়ে পরীক্ষা চালানো।
- ii. সুষ্ঠু ও সুন্দরভাবে পরীক্ষা শেষ করা।
- iii. পরীক্ষালব্ধ ফলাফলসহ নিয়মিত ব্যবহারিক খাতা লেখা।
- iv. সুন্দর ও পরিচ্ছন্ন চিহ্নিত চিত্র অঙ্কন করা।
- v. শিক্ষকদের সঙ্গে সুসম্পর্ক রাখা।
- vi. মৌখিক পরীক্ষায় প্রতিটি প্রশ্নের নির্ভুল উত্তর দেয়া।

- ব্যবহারিক পরীক্ষার উদ্দেশ্যে প্রস্তুতির সময় যেগুলো অবশ্যই লক্ষ করতে হয়–
  - i. প্রবেশপত্র
  - ii. ব্যবহারিক খাতা
  - iii. প্রয়োজনীয় যন্ত্রপাতি
  - iv. কলম, পেন্সিল, রাবার, স্কেল ইত্যাদি।
- ব্যবহারিক পরীক্ষা শুরু হওয়ার সঙ্গে সঙ্গে নিচের এ গুরুত্বপূর্ণ কাজ দুটো শেষ করতে হয়–
  - i. পরীক্ষার খাতায় রোল নং– এবং
  - ii. রেজিস্ট্রেশন নং– পূর্ণ করা।
- ব্যবহারিক পরীক্ষার সময়সীমা ২ ঘণ্টা থাকে। এ সময়ের মধ্যে দুটো পরীক্ষা এবং তার ধারাবাহিক বর্ণনা ছবিসহ পরীক্ষার খাতায় লিখতে হয়। ফলে প্রতিটা পরীক্ষা শেষ করার জন্য নিজেকে একটা সময় নির্দিষ্ট করে সেই সময়ের মধ্যে শেষ করার চেষ্টা করতে হয়। পরীক্ষার খাতাটা সবশেষে রিভিশন করার জন্য কিছুটা সময় রাখতে হয়, এতে যদি কোনো ভুল থাকে তবে এ সময় সেগুলো সংশোধন করা যায়।
- মৌখিক পরীক্ষায় ভালো করতে হলে 'টেক্সট বুক' ভালোভাবে পড়তে হবে, তবে মৌখিক পরীক্ষার উপযোগী করে প্রশ্ন ও তার সংক্ষিপ্ত সঠিক উত্তর সংযোজন করা হয়েছে 'পাঞ্জেরী মাধ্যমিক সৃজনশীল উচ্চতর গণিত' গাইডের ব্যবহারিক অংশে যা মৌখিক পরীক্ষার পূর্ণ প্রস্তুতির নিশ্চয়তা প্রদান করে।

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

প্রথম অধ্যায় ▶ সেট ও ফাংশন

প্রশ্ন-১.১: $y = 3x + 1$ ফাংশনের লেখচিত্র অঙ্কন কর।

সমাধান:

সমস্যা নং–১.১	**কাজের নাম:** প্রদত্ত ফাংশনের লেখচিত্র অঙ্কন।	তারিখ ... ...

সমস্যা: $y = 3x + 1$ ফাংশনের লেখচিত্র অঙ্কন করতে হবে।

পর্যবেক্ষণ: লক্ষ করি যে,

১. প্রদত্ত ফাংশনে x ও y উভয় চলকই একঘাতবিশিষ্ট হওয়ায় ফাংশনের লেখচিত্র সরলরেখা হবে।

২. x এর একটি মানের জন্য y এর একটি মান পাওয়া যায়।

উপকরণ: স্কেল, কলম, পেন্সিল, রবার, ছক কাগজ, ক্যালকুলেটর।

কাজের ধারা:

১. প্রদত্ত সমীকরণ থেকে x এর ভিন্ন ভিন্ন মানের জন্য y এর মান নির্ণয় করি।

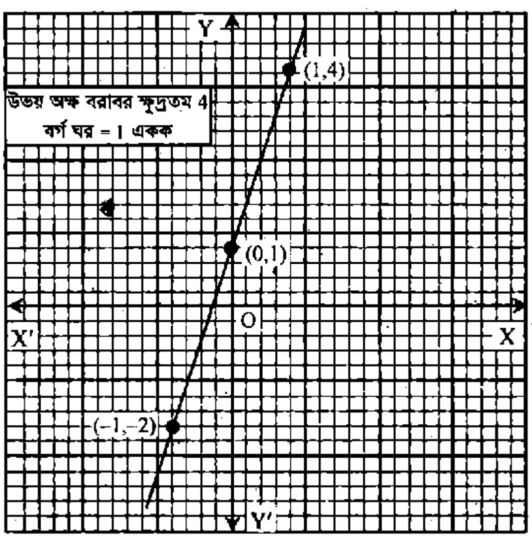
২. ছক কাগজে x-অক্ষ XOX' এবং y-অক্ষ YOY' এঁকে সুবিধামত একক (এক্ষেত্রে উভয় অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম 4 বর্গঘর = 1 একক) নিয়ে নির্ণীত (x, y) বিন্দুগুলো স্থাপন করি।

৩. স্থাপিত বিন্দুগুলো সংযোগ করে লেখচিত্র আঁকি।

বিন্দু নির্ণয়: প্রদত্ত ফাংশন: $y = 3x + 1$

x	–1	0	1
y	–2	1	4

ছক কাগজে মানগুলো স্থাপন করলে নিম্নরূপ লেখচিত্র পাওয়া যায়–



ফলাফল: $y = 3x + 2$ ফাংশনের লেখ একটি সরলরেখা।

সতর্কতা:

১. চিত্র অঙ্কনের পূর্বে পেন্সিল শার্প করে নিতে হবে।

২. সতর্কতার সাথে বিন্দুগুলো স্থাপন করে সরলরেখা আঁকতে হবে।

৩. ক্যালকুলেটর ব্যবহার করে y এর আসন্ন মান নির্ণয় করতে হবে।

প্রশ্ন-১.২: $4x + 9y = 10$ ফাংশনটির লেখচিত্র অঙ্কন কর।

সমাধান:

সমস্যা নং–১.২	**কাজের নাম:** প্রদত্ত ফাংশনটির লেখচিত্র অঙ্কন।	তারিখ ... ...

সমস্যা: $4x + 9y = 10$ ফাংশনের লেখচিত্র অঙ্কন করতে হবে।

তত্ত্ব: $4x + 9y = 10$ ফাংশনের লেখচিত্রটি একটি সরলরেখা। (0, 0) বিন্দুতে $10 - 4x - 9y$ এর মান $1 > 0$ হওয়ায় রেখাটি মূলবিন্দুতে ছেদ করে না। ফাংশনটি $10 - 4x - 9y = 0$ হওয়ায় শুধুমাত্র লেখস্থিত সকলবিন্দু লেখচিত্রের অন্তর্ভুক্ত। সুতরাং শুধুমাত্র রেখাটি প্রদত্ত ফাংশনের লেখচিত্র।

উপকরণ: স্কেল, পেন্সিল, রাবার, ছক কাগজ, ক্যালকুলেটর ইত্যাদি।

কাজের ধারা: প্রদত্ত ফাংশন $4x + 9y = 10$

বা, $9y = 10 - 4x$

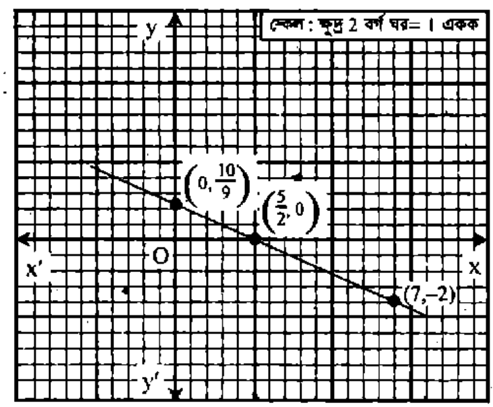
$$y = \frac{10 - 4x}{9}$$

১. $y = \frac{10 - 4x}{9}$ ফাংশনটিতে x এর ভিন্ন ভিন্ন মানের জন্য y এর মান নির্ণয় করি।

x	0	7	$\frac{5}{2}$
$y = \frac{10-4x}{9}$	$\frac{10}{9}$	–2	0

২. ছক কাগজে x-অক্ষ XOX' এবং y-অক্ষ YOY' একে সুবিধাজনক (2 বর্গঘর = 1 একক) নিয়ে বিন্দুগুলো স্থাপন করি।

৩. বিন্দুগুলো যোগ করে সরলরেখাটি অঙ্কন করি।



ফলাফল: প্রদত্ত ফাংশনের লেখচিত্র একটি সরলরেখা।

সতর্কতা:

১. চিত্র অঙ্কনের পূর্বে পেন্সিল শার্প করে নিতে হবে।

২. সতর্কতার সাথে বিন্দুগুলো স্থাপন করে সরলরেখা টানতে হবে।

৩. ক্যালকুলেটর ব্যবহার করে y এর আসন্ন মান নির্ণয় করতে হবে।

প্রশ্ন-১.৩: $y = 3x - 1$ ফাংশনের লেখচিত্র অঙ্কন কর।

সমাধান:

সমস্যা নং-১.৩	**কাজের নাম:** প্রদত্ত ফাংশনের লেখচিত্র অঙ্কন।	তারিখ ... ...

সমস্যা: $y = 3x - 1$ ফাংশনের লেখচিত্র অঙ্কন করতে হবে।

তত্ত্ব: $y = 3x - 1$ ফাংশনের লেখচিত্র একটি সরলরেখা। (0, 0) বিন্দুতে $y - 3x + 1$ এর মান $1 > 0$ হওয়ায় রেখাটি মূলবিন্দুতে ছেদ করে না এবং ফাংশনটি $y - 3x + 1 = 0$ হওয়ায় শুধুমাত্র লেখস্থিত সকল বিন্দু লেখচিত্রের অন্তর্ভুক্ত। সুতরাং শুধুমাত্র রেখাটি প্রদত্ত ফাশনের লেখচিত্র।

উপকরণ: স্কেল, কলম, পেন্সিল, রাবার, ছক কাগজ, ক্যালকুলেটর ইত্যাদি।

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

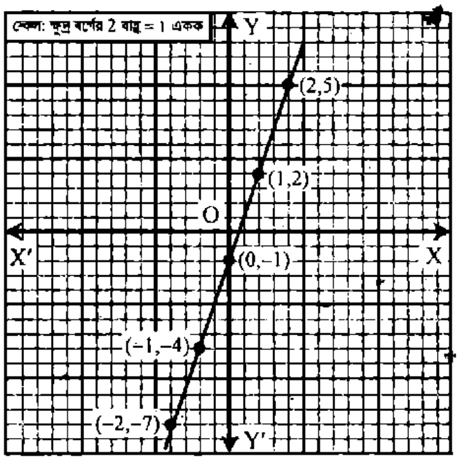
কাজের ধারা:

১. $y = 3x - 1$ ফাংশনের x এর কয়েকটি মানের জন্য y এর মান বের করি।

x	−2	−1	0	1	2
y	−7	−4	−1	2	5

২. ছক কাগজে x-অক্ষ XOX′ ও y-অক্ষ YOY′ এঁকে সুবিধাজনক একক ক্ষুদ্রতম 2 বর্গঘর = 1 একক নিয়ে বিন্দুগুলো স্থাপন করি।

৩. বিন্দুগুলো যোগ করে সরলরেখাটি অঙ্কন করি।



ফলাফল: ছক কাগজে অঙ্কিত সরলরেখাটি প্রদত্ত সমীকরণের লেখচিত্র।

সতর্কতা:

১. নির্ভুল লেখচিত্র পাবার জন্য সরু করে কাটা পেন্সিল ব্যবহার করতে হবে।

২. বিন্দুগুলো সংযোজন করার সময় সাবধানতা অবলম্বন করতে হবে।

৩. ক্যালকুলেটর ব্যবহার করে y এর আসন্ন মান নির্ণয় করতে হবে।

প্রশ্ন-১.৪: $y - 2 = 3(x - 5)$ ফাংশনের সাধারণ রূপ (Standard Form) লিখ এবং লেখচিত্র আঁক।

সমাধান:

সমস্যা নং–১.৪	**কাজের নাম:** প্রদত্ত ফাংশনের সাধারণ রূপ নির্ণয় এবং এর লেখচিত্র অঙ্কন।	তারিখ ... ...

সমস্যা: $y - 2 = 3(x - 5)$ ফাংশনের সাধারণ রূপ নির্ণয় এবং এর লেখচিত্র অঙ্কন করতে হবে।

তত্ত্ব: প্রদত্ত ফাংশন: $y - 2 = 3(x - 5)$ এ x ও y উভয়ই একঘাতবিশিষ্ট হওয়ায় ফাংশনের লেখচিত্র একটি সরলরেখা। (0, 0) বিন্দুতে ফাংশনের মান $-13 < 0$ বলে ফাংশনটির লেখ মূলবিন্দুতে ছেদ করে না। কেবলমাত্র লেখস্থিত বিন্দুগুলো প্রদত্ত ফাংশনের লেখচিত্রের অন্তর্ভুক্ত।

উপকরণ: স্কেল, কলম, পেন্সিল, রাবার, ছক কাগজ, ক্যালকুলেটর।

সাধারণ রূপ নির্ণয়:

প্রদত্ত ফাংশন: $y - 2 = 3(x - 5)$

বা, $y - 2 = 3x - 15$

বা, $y = 3x - 15 + 2$

$\therefore y = 3x - 13$

$\therefore$ ফাংশনটির সাধারণ রূপ: $f(x) = 3x - 13$

কাজের ধারা:

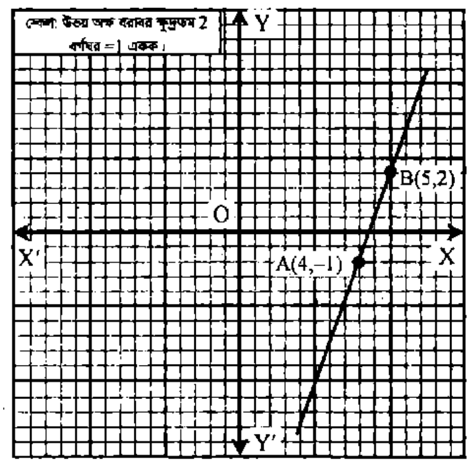
১. $y = 3x - 13$ ফাংশনের দুইটি বিন্দু

x	4	5
$y = 3x - 13$	− 1	2

A(4, 1) এবং B(5, 2) নির্ণয় কর।

২. ছক কাগজে x-অক্ষ XOX′ ও y-অক্ষ YOY′ এঁকে সুবিধাজনক একক (এক্ষেত্রে উভয় অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম 2 বর্গঘর = 1 একক) নিয়ে A(4, −1) ও B(5, 2) বিন্দু দুটি চিহ্নিত করি এবং AB সরলরেখাটি আঁকি।

৩. AB রেখাটি গাঢ়ভাবে চিহ্নিত করি।



ফলাফল: প্রদত্ত ফাংশনের সাধারণ রূপ: $f(x) = 3x - 13$ এবং ফাংশনের লেখচিত্র একটি সরলরেখা।

সতর্কতা:

১. চিত্র অঙ্কনের পূর্বে পেন্সিল শার্প করে নিতে হবে।

২. সতর্কতার সাথে বিন্দুগুলো স্থাপন করে সরলরেখা টানতে হবে।

৩. ক্যালকুলেটর ব্যবহার করে y এর আসন্ন মান নির্ণয় করতে হবে।

প্রশ্ন-১.৫: $3x^2 + 3x + 1 = 0$ দ্বিঘাত ফাংশনের লেখচিত্র অঙ্কন কর।

সমাধান:

সমস্যা নং–১.৫	**কাজের নাম:** প্রদত্ত দ্বিঘাত ফাংশনের লেখচিত্র অঙ্কন।	তারিখ ... ...

সমস্যা: $3x^2 + 3x + 1 = 0$ দ্বিঘাত ফাংশনের লেখচিত্র অঙ্কন করতে হবে।

তত্ত্ব: সমীকরণের $3x^2 + 3x + 1 = 0$ একটি দ্বিঘাত সমীকরণ। এর লেখচিত্রটি x-অক্ষকে যে বিন্দুতে ছেদ করে সে বিন্দুর ভুজ হবে সমীকরনের বীজ। দ্বিঘাত সমীকরণের দুটি মূল বিধায় এর লেখচিত্রটি x-অক্ষকে দুটি বিন্দুতে ছেদ করে।

আবার, সমীকরণটি লেখচিত্র x অক্ষকে ছেদ করলে মূলদ্বয় সমান হবে এবং x অক্ষকে স্পর্শ না করলে মূলগুলো অবাস্তব হবে।

পর্যবেক্ষণ: লক্ষ করি যে,

১. ধরি, $y = 3x^2 + 3x + 1 = 3(x^2 + 2.\frac{1}{2}.x + \frac{1}{4}) + 1 - \frac{3}{4}$

বা, $y = 3\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{4}$

অর্থাৎ x এর যেকোনো বাস্তব মানের জন্য $y > 0$, সুতরাং লেখটি x-অক্ষকে স্পর্শ বা ছেদ করবে না। তাই সমীকরণের কোনো বাস্তব সমাধান নেই এবং লেখচিত্রটি সম্পূর্ণরূপে x অক্ষের ঊর্ধ্ব-উপরিতলে অবস্থিত।

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

২. x এর মান $-\frac{1}{2} = -0.5$ অপেক্ষা যত ছোট বা বড় হবে y এর মান অসীমের দিকে বৃদ্ধি পাবে।

উপকরণ: কাগজ, কলম, পেন্সিল, ছক কাগজ, ক্যালকুলেটর ইত্যাদি।

কাজের ধারা:

১. $x = 0, \pm1, \pm2$ এর জন্য y এর মান নির্ণয় করি।

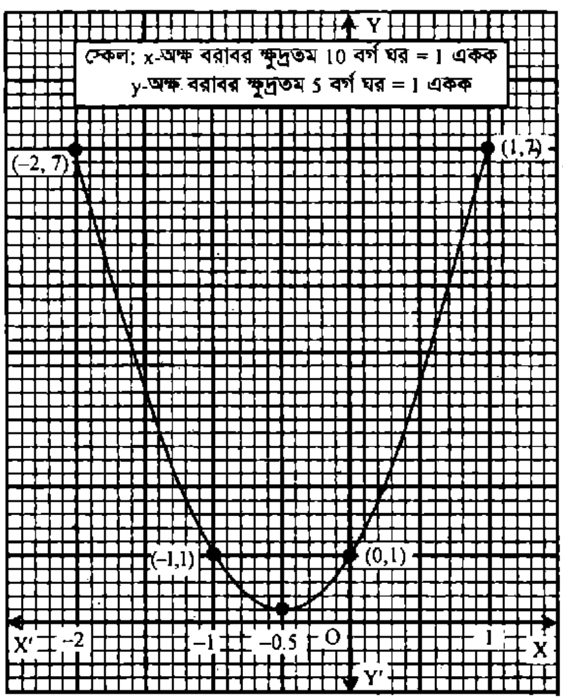
২. ছক কাগজে x-অক্ষ XOX′ ও y-অক্ষ YOY′ এঁকে সুবিধামত একক (x অক্ষে ক্ষুদ্রতম 10 বর্গঘর = 1 একক এবং y অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম 5 বর্গঘর = 1 একক) নিয়ে নির্ণীত বিন্দুগুলো স্থাপন করি।

৩. স্থাপিত বিন্দুগুলো দিয়ে সুষমভাবে বক্ররেখা টেনে লেখচিত্র অঙ্কন করি।

বিন্দু নির্ণয়: ধরি, $y = 3x^2 + 3x + 1$

ক্যালকুলেটর ব্যবহার করে নিচের ছক পূরন করে পাই,

x	−2	−1	−0.5	0	1
$y = 3x^2+3x+1$	7	1	0.25	1	7



সতর্কতা:

১. সরু করে কাঁটা HB পেন্সিল ব্যবহার করতে হবে।

২. বিন্দুগুলো নির্ণয় ও সংযোগ করার সময় সাবধানতা অবলম্বন করতে হবে।

৩. ক্যালকুলেটর ব্যবহার করে y এর আসন্ন মান নির্ণয় করতে হবে।

প্রশ্ন-১.৬: $x^2 + 9y^2 = 144$ বা, $\frac{x^2}{144} + \frac{y^2}{16} = 1$ ফাংশনের লেখচিত্র আঁক।

সমাধান:

সমস্যা নং–১.৬	**কাজের নাম:** প্রদত্ত ফাংশনের লেখচিত্র অঙ্কন	তারিখ … …

সমস্যা: $x^2 + 9y^2 = 144$ বা, $\frac{x^2}{144} + \frac{y^2}{16} = 1$ ফাংশনের লেখচিত্র আঁকতে হবে।

তত্ত্ব: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ আকারের ফাংশনের লেখ একটি উপবৃত্ত এবং শুধুমাত্র এই উপবৃত্তের অভ্যন্তরস্থ (x, y) বিন্দুসমূহের জন্য $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} < 1$

পর্যবেক্ষণ: লক্ষ করি যে,

১. প্রদত্ত ফাংশনের x এর স্থলে x এবং y এর স্থলে y বসালে সমীকরণটির কোনো পরিবর্তন হয় না। সুতরাং লেখচিত্রটি y অক্ষের সাপেক্ষে এবং x অক্ষের সাপেক্ষে প্রতিসম।

২. প্রদত্ত সমীকরণে $\frac{x^2}{144} \le 1$ অর্থাৎ $-12 \le x \le 12$ এবং $\frac{y^2}{16} \le 1$ অর্থাৎ $-4 \le y \le 4$। সুতরাং ফাংশনের সমাধান সেট
$S = \{(x, y) : -12 \le x \le 12, -4 \le y \le 4\}$

উপকরণ: পেন্সিল, ছক কাগজ, ক্যালকুলেটর, কাগজ ইত্যাদি।

কাজের ধারা:

১. প্রদত্ত ফাংশন থেকে x এর $x \le 12$ এর ভিন্ন ভিন্ন মানের y এর মান নির্ণয় করি।

২. ছক কাগজে x-অক্ষ ও y-অক্ষ এঁকে সুবিধামতো একক (এক্ষেত্রে 2 বর্গঘর = 1 একক) নিয়ে নির্ণীত (x, y) বিন্দুগুলো স্থাপন করি।

৩. বিন্দুগুলো দিয়ে সুষমভাবে বক্ররেখা টেনে লেখচিত্রের x-অক্ষের উপরের ও নিচের অংশ এঁকে লেখচিত্রটি সম্পূর্ণ করি।

বিন্দু নির্ণয়: প্রদত্ত সমীকরণ থেকে পাই,

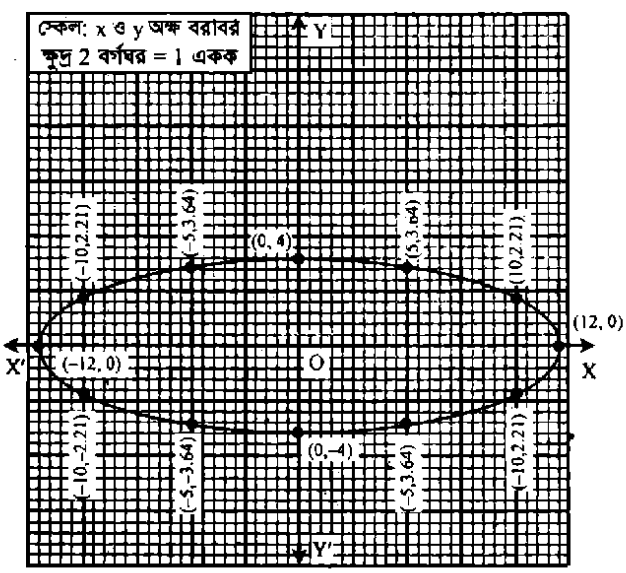
$x^2 + 9y^2 = 144$ বা, $9y^2 = 144 - x^2$

বা, $y^2 = \frac{1}{9}(144 - x^2)$

$\therefore y = \pm\frac{1}{3}\sqrt{144 - x^2}$

ক্যালকুলেটর ব্যবহার করে নিচের ছক তৈরি করে পাই,

x	0	5	−5	10	−10	12	−12
y	± 4	± 3.64	± 3.64	± 2.21	± 2.21	0	0



ফলাফল: লেখচিত্রটি একটি উপবৃত্ত।

সতর্কতা:

১. নির্ভুল লেখচিত্র পাবার জন্য সরু পেন্সিল ব্যবহার করতে হবে।

২. ছক কাগজে সতর্কতার সাথে বিন্দুগুলো স্থাপন করে অত্যন্ত সাবলীলভাবে বক্ররেখা টানতে হবে, তা না হলে লেখচিত্রটি (উপবৃত্ত) সঠিক হবে না।

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

৩. x-অক্ষে এবং y-অক্ষে প্রতিবিম্বিত করে খুব সূক্ষ্মভাবে বক্ররেখা আঁকতে হবে।

৪. ক্যালকুলেটর ব্যবহার করে y এর আসন্ন মান নির্ণয় করতে হবে।

প্রশ্ন-১.৭: $x^2 + y^2 = 9$ সমীকরণের লেখচিত্র আঁক।

সমাধান:

সমস্যা নং–১.৭	**কাজের নাম:** প্রদত্ত সমীকরণের লেখচিত্র অঙ্কন।	তারিখ ... ...

সমস্যা: $x^2 + y^2 = 9$ সমীকরণের লেখচিত্র আঁকতে হবে।

তত্ত্ব: $x^2 + y^2 = 9$ বা $(x - 0)^2 + (y - 0)^2 = 3^2$ সমীকরণের লেখ একটি বৃত্ত যার কেন্দ্র (0, 0) এবং ব্যাসার্ধ 3 একক। শুধুমাত্র এই বৃত্তের পরিধিস্থ (x, y) বিন্দুসমূহের জন্য $x^2 + y^2 = 9$।

পর্যবেক্ষণ: লক্ষ করি যে,

প্রদত্ত সমীকরণের x এর স্থলে –x এবং y এর স্থলে –y বসালে সমীকরণটির কোনো পরিবর্তন হয় না। সুতরাং লেখচিত্র y-অক্ষের সাপেক্ষে এবং x-অক্ষের সাপেক্ষে প্রতিসম।

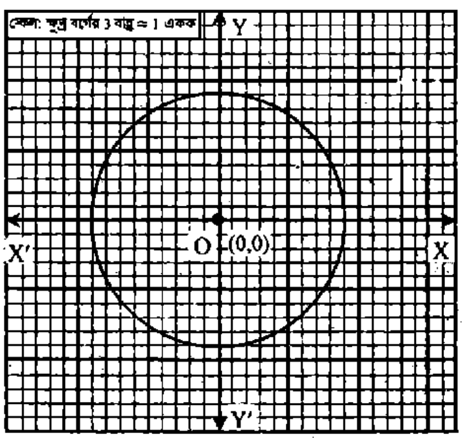
কাজের ধারা:

১. $x^2 + y^2 = 9$ সমীকরণটিকে $(x - 0)^2 + (y - 0)^2 = 3^2$ আকারে রূপান্তরিত করে দেখি যে সমীকরণটির লেখ একটি বৃত্ত যার কেন্দ্র (0, 0) ও ব্যাসার্ধ 3।

২. ছক কাগজে x-অক্ষ ও y-অক্ষ আঁকি এবং সুবিধামত একক (এক্ষেত্রে ক্ষুদ্রতম 3 বর্গঘর = 1 একক) নিয়ে O(0, 0) বিন্দুটি চিহ্নিত করি।

৩. O কে কেন্দ্র করে 3 একক ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্ত আঁকি।

৪. বৃত্তটির পরিধিস্থ সকল বিন্দুর জন্য প্রদত্ত সমীকরণের লেখ সত্য।



ফলাফল: লেখ থেকে দেখা যায় $x^2 + y^2 = 9$ সমীকরণের লেখটি একটি বৃত্ত। যার কেন্দ্র (0, 0) ব্যাসার্ধ 3 একক।

সতর্কতা:

১. নির্ভুল লেখচিত্র পাবার জন্য সরু করে কাটা পেন্সিল ব্যবহার করতে হবে।

২. সাবধানতার সাথে ব্যাসার্ধ নিয়ে বৃত্তটি অঙ্কন করতে হবে।

প্রশ্ন-১.৮: $x^2 + y^2 - 6x + 10y - 47 = 0$ দ্বিঘাত ফাংশনের লেখচিত্র অঙ্কন কর।

সমাধান:

সমস্যা নং–১.৮	**কাজের নাম:** প্রদত্ত দ্বিঘাত ফাংশনের লেখচিত্র অঙ্কন।	তারিখ ... ...

সমস্যা: $x^2 + y^2 - 6x + 10y - 47 = 0$ দ্বিঘাত ফাংশনের লেখচিত্র অঙ্কন।

তত্ত্ব: প্রদত্ত দ্বিঘাত ফাংশন

$x^2 + y^2 - 6x + 10y - 47 = 0$

বা, $x^2 - 2x3 + 3^2 + y^2 + 2.y.5 + 5^2 - 47 - 9 - 25 = 0$

বা, $(x - 3)^2 + (y + 5)^2 = 9^2$

∴ প্রদত্ত ফাংশন একটি বৃত্তের সমীকরণ যার কেন্দ্র (3, –5) এবং ব্যাসার্ধ 9 একক। শুধুমাত্র এই বৃত্তের পরিধিস্থ (x, y) বিন্দুসমূহের জন্য $(x - 3)^2 + (y + 5)^2 = 81$.

পর্যবেক্ষণ:

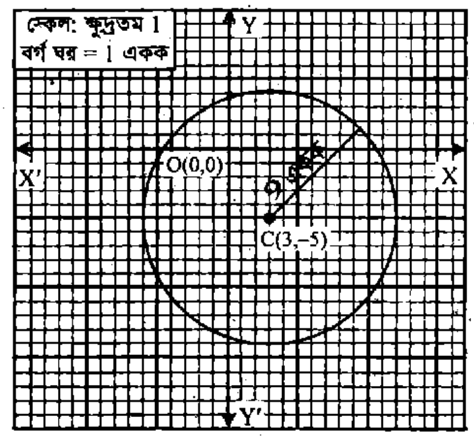
প্রদত্ত দ্বিঘাত ফাংশনটির x এর স্থলে –x এবং y এর স্থলে –y বসালে ফাংশনটির কোনো পরিবর্তন হয় না। সুতরাং লেখচিত্রটি উভয় অক্ষের সাপেক্ষে প্রতিসম।

প্রয়োজনীয় উপকরণ: ছক কাগজ, স্কেল, পেন্সিল, কম্পাস, ইরেজার ইত্যাদি।

কাজের ধারা:

১. ছক কাগজে x-অক্ষ ও y-অক্ষ এঁকে সুবিধামতো একক (এক্ষেত্রে ক্ষুদ্রতম 1 বর্গ ঘর = 1 একক) নিয়ে C(3, –5) বিন্দুটি স্থাপন করি।

২. C(3, – 5) কে কেন্দ্র করে 9 একক ব্যাসার্ধ নিয়ে ছক কাগজে একটি বৃত্ত অঙ্কন করি।



ফলাফল: লেখচিত্রটি একটি বৃত্ত যার কেন্দ্র C(3, –5) এবং ব্যাসার্ধ 9 একক।

সতর্কতা:

১. নির্ভুল লেখচিত্র পাবার জন্য সরু পেন্সিল ব্যবহার করতে হবে।

২. ছক কাগজে সতর্কতার সাথে বিন্দুটি স্থাপন করে অত্যন্ত সাবলীলভাবে বিন্দুটিকে কেন্দ্র করে কম্পাসের সাহায্যে বৃত্ত আঁকতে হবে, তা না হলে লেখচিত্রটি (বৃত্ত) সঠিক হবে না।

৩. সতর্কতার সাথে বৃত্তের কেন্দ্র ও ব্যাসার্ধ নির্ণয় করতে হবে।

প্রশ্ন-১.৯: x + y = 3 ফাংশনের সাধারণ রূপ ও এর লেখচিত্র অঙ্কন কর।

সমাধান:

সমস্যা নং–১.৯	**কাজের নাম:** x + y = 3 ফাংশনের সাধারণ রূপ ও এর লেখচিত্র অঙ্কন।	তারিখ... ...

সমস্যা: x + y = 3 ফাংশনের সাধারণ রূপ ও এর লেখচিত্র অঙ্কন করতে হবে

সূত্র: x + y = 3 ফাংশনের x ও y উভয়ই একঘাত বিশিষ্ট। তাই প্রদত্ত ফাংশনের লেখচিত্র একটি সরলরেখা এবং (0, 0) বিন্দুর জন্য ফাংশনের মান 3 হওয়ায় লেখ মূলবিন্দুতে ছেদ করে না।

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

লেখস্থিত সকল বিন্দুর জন্য x + y = 3 ফাংশনের লেখচিত্র গঠিত।

উপকরণ: স্কেল, কলম, পেন্সিল, রাবার, ছক কাগজ, ক্যালকুলেটর ইত্যাদি।

রূপান্তর:

প্রদত্ত ফাংশন: $x + y = 3$

বা, $y = 3 - x$

$\therefore$ ফাংশনটির সাধারণ রূপ, $f(x) = 3 - x$

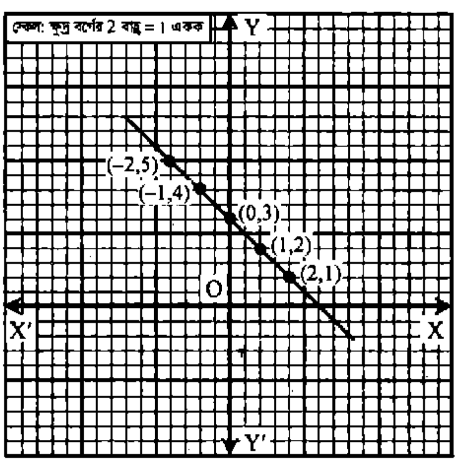
কার্যপদ্ধতি:

১. $y = 3 - x$ ফাংশনে x এর ভিন্ন ভিন্ন মানের জন্য y এর মান নির্ণয় করি।

x	−2	−1	0	1	2
y	5	4	3	2	1

২. ছক কাগজে x-অক্ষ XOX′ ও y-অক্ষ YOY′ এঁকে সুবিধাজনক একক (এক্ষেত্রে ক্ষুদ্রতম 2 বর্গঘর = 1 একক) নিয়ে বিন্দুগুলো স্থাপন করি।

৩. বিন্দুগুলো যোগ করে সরলরেখাটি অঙ্কন করি।



ফলাফল: প্রদত্ত ফাংশনের সাধারণ রূপ, $f(x) = 3 - x$ এবং ফাংশনের লেখচিত্র একটি সরলরেখা।

সতর্কতা:

১. নির্ভুল লেখচিত্র পাবার জন্য সরু করে কাটা পেন্সিল ব্যবহার করতে হবে।

২. বিন্দুগুলো সংযোজন করার সময় সাবধানতা অবলম্বন করতে হবে।

৩. ক্যালকুলেটর ব্যবহার করে y এর আসন্ন মান নির্ণয় করতে হবে।

চতুর্থ অধ্যায় ▶ জ্যামিতিক অঙ্কন

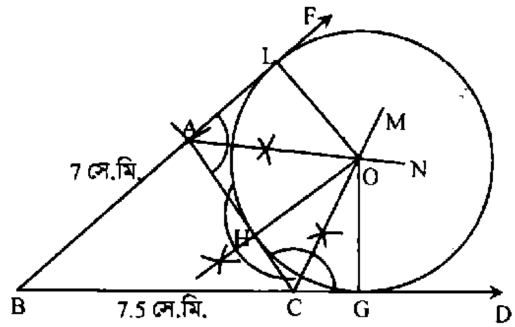
প্রশ্ন-৪.১: 6.5 সে.মি., 7 সে.মি. এবং 7.5 সে.মি. বাহুবিশিষ্ট একটি ত্রিভুজের বহিঃবৃত্ত অঙ্কন করে এর ব্যাসার্ধ নির্ণয় কর।

সমাধান:

সমস্যা নং-৪.১	**কাজের নাম:** প্রদত্ত তথ্য অবলম্বনে অঙ্কিত ত্রিভুজের বহিঃবৃত্ত অঙ্কন ও বহিঃবৃত্তের ব্যাসার্ধ নির্ণয়।	**তারিখ:** ....

সমস্যা: 6.5 সে.মি., 7 সে.মি. এবং 7.5 সে.মি. বাহুবিশিষ্ট একটি ত্রিভুজের বহিঃবৃত্ত অঙ্কন করে এর ব্যাসার্ধ নির্ণয় করতে হবে।

উপকরণ: স্কেল, পেন্সিল, রাবার, কলম, চাঁদা, ক্যালকুলেটর।



কাজের ধারা:

১. যেকোনো রশ্মি BD থেকে BC = 7.5 সে.মি. কেটে নিই।

২. BC রেখাংশের B ও C বিন্দুতে যথাক্রমে 7 সে.মি ও 6.5 সে.মি. এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একই পার্শ্বে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি এবং বৃত্তচাপদ্বয়ের ছেদ বিন্দুকে A দ্বারা চিহ্নিত করি।

৩. B, A ও C, A যোগ করে ABC ত্রিভুজটি আঁকি।

৪. BA বাহুকে F পর্যন্ত বর্ধিত করি।

৫. ∠ACD এবং ∠CAF-এর সমদ্বিখণ্ডক যথাক্রমে CM এবং AN আঁকি।

৬. এরা পরস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করে।

৭. O বিন্দু হতে OH ⊥ AC আঁকি।

৮. এখন, O বিন্দুকে কেন্দ্র করে OH ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্ত আঁকি। তাহলে এরূপে অঙ্কিত বৃত্তই নির্ণেয় বৃত্ত।

ব্যাসার্ধ নির্ণয়:

হেরন (Heron) এর সূত্র হতে আমরা জানি, কোনো ত্রিভুজের তিনবাহুর দৈর্ঘ্য a, b ও c একক হলে

এর b বাহুকে স্পর্শ করে অঙ্কিত বহিঃবৃত্তের ব্যাসার্ধ

$r_b = \sqrt{\frac{s(s-a)(s-c)}{s-b}}$ একক।

যেখানে, s = অর্ধপরিসীমা $= \frac{1}{2}(a + b + c)$

এখন, ত্রিভুজ ABC-এর $a = BC = 7.5$ সে.মি.

$b = AC = 6.5$ সে.মি.

ও $c = AB = 7$ সে.মি.

$\therefore$ অর্ধপরিসীমা $s = \frac{7.5 + 6.5 + 7}{2}$ সে.মি.

$= 10.5$ সে.মি.

$\therefore$ ABC ত্রিভুজের AC বাহুকে স্পর্শ করে অঙ্কিত বহিঃবৃত্তের ব্যাসার্ধ

$$r_b = \sqrt{\frac{s(s-a)(s-c)}{s-b}}$$

$$= \sqrt{\frac{10.5(10.5 - 7.5)(10.5 - 7)}{(10.5 - 6.5)}}$$

$$= \sqrt{\frac{10.5 \times 3 \times 3.5}{4}}$$

$$= \sqrt{\frac{110.25}{4}}$$

$$= \sqrt{27.5625}$$

$= 5.25$ সে.মি. (প্রায়)

ফলাফল: অঙ্কিত ত্রিভুজটির 6.5 সে.মি. দৈর্ঘ্যের বাহুকে স্পর্শ করে অঙ্কিত বহিঃবৃত্তের ব্যাসার্ধ = 5.25 সে.মি. (প্রায়)

সতর্কতা:

১. সরু করে কাটা HB পেন্সিল ব্যবহার করে ত্রিভুজ ও বহিঃবৃত্ত আঁকতে হবে।

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

২. অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ স্পষ্ট ও যথাযথভাবে লিখতে হবে।
৩. ব্যাসার্ধ নির্ণয়ের সময় সতর্কতার সাথে হিসাব করতে হবে।

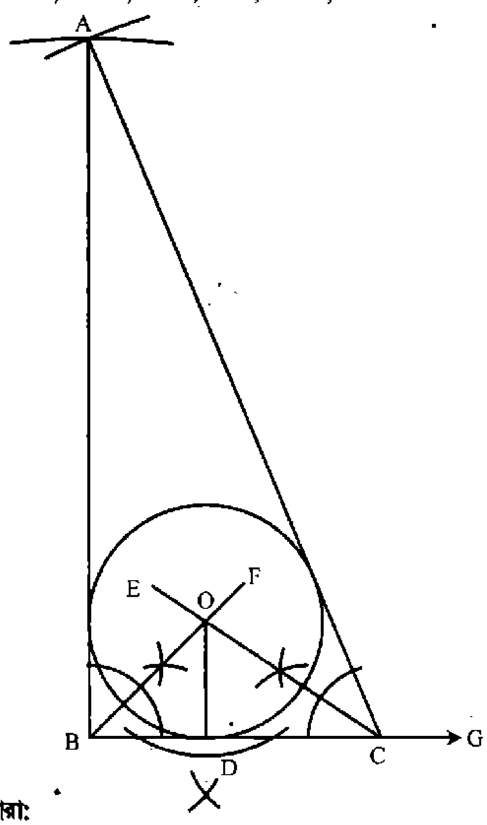
প্রশ্ন-৪.২: 5 সে.মি., 12 সে.মি. ও 13 সে.মি. বাহুবিশিষ্ট একটি ত্রিভুজের অন্তর্বৃত্ত অঙ্কন করে এর ব্যাসার্ধ নির্ণয় কর।

সমাধান:

সমস্যা নং-৪.২	**কাজের নাম:** প্রদত্ত তথ্য অবলম্বনে অঙ্কিত ত্রিভুজের অন্তর্বৃত্ত অঙ্কন করে এর ব্যাসার্ধ নির্ণয়।	**তারিখ:** ....

সমস্যা: 5 সে.মি., 12 সে.মি. ও 13 সে.মি. বাহুবিশিষ্ট একটি ত্রিভুজের অন্তর্বৃত্ত অঙ্কন করে এর ব্যাসার্ধ নির্ণয় করতে হবে।

উপকরণ: স্কেল, পেন্সিল, রাবার, কলম, পেন্সিল, কম্পাস।



কাজের ধারা:

১. যেকোনো রশ্মি BG থেকে BC = 5 সে.মি. কেটে নিই।
২. BC রেখাংশের B ও C বিন্দুতে যথাক্রমে 12 সে.মি ও 13 সে.মি. এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একই পার্শ্বে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি এবং বৃত্তচাপদ্বয়ের ছেদ বিন্দুকে A দ্বারা চিহ্নিত করি।
৩. B, A ও C, A যোগ করে ABC ত্রিভুজটি আঁকি।
৪. ΔABC-এর $\angle B$ এর সমদ্বিখণ্ডক BF এবং $\angle C$-এর সমদ্বিখণ্ডক CE আঁকি।
৫. BF ও CE পরস্পর O বিন্দুতে ছেদ করে।
৬. O থেকে BC এর উপর OD লম্ব আঁকি।
৭. এখন, O কে কেন্দ্র করে OD ব্যাসার্ধ নিয়ে অঙ্কিত বৃত্তই ΔABC এর অন্তর্বৃত্ত।

ব্যাসার্ধ নির্ণয়:

হেরন (Heron) এর সূত্র হতে আমরা জানি, কোনো ত্রিভুজের তিনবাহুর দৈর্ঘ্য a, b ও c একক হলে

উক্ত ত্রিভুজের অন্তর্বৃত্তের ব্যাসার্ধ $r = \sqrt{\frac{(s-a)(s-b)(s-c)}{s}}$

যেখানে, s = অর্ধপরিসীমা $= \frac{1}{2}(a+b+c)$

এখন ত্রিভুজ ABC-এর $a = BC = 5$ সে.মি., $b = AC = 13$ সে.মি. ও $c = AB = 12$ সে.মি.

$\therefore$ অর্ধপরিসীমা $S = \frac{5+13+12}{2}$ সে.মি.

$= 15$ সে.মি.

$\therefore$ ABC ত্রিভুজের অন্তর্বৃত্তের ব্যাসার্ধ r হলে

$$r = \sqrt{\frac{(s-a)(s-b)(s-c)}{s}}$$
$$= \sqrt{\frac{(15-5)(15-13)(15-12)}{15}}$$
$$= \sqrt{\frac{10 \times 2 \times 3}{15}}$$
$$= \sqrt{4}$$
$= 2$ সে.মি.

ফলাফল: অঙ্কিত ত্রিভুজটির অন্তর্বৃত্তের ব্যাসার্ধ $r = 2$ সে.মি.

সতর্কতা: ১. সরু করে কাটা HB পেন্সিল ব্যবহার করে ত্রিভুজ ও অন্তর্বৃত্ত আঁকতে হবে।
২. অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ স্পষ্ট ও যথাযথভাবে লিখতে হবে।
৩. ব্যাসার্ধ নির্ণয়ের সময় সতর্কতার সাথে হিসাব করতে হবে।

প্রশ্ন-৪.৩: সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ভূমি 5 সে.মি. এবং সমান সমান বাহুর দৈর্ঘ্য 6 সে.মি.।

ক. ত্রিভুজটি অঙ্কন কর।

খ. ত্রিভুজটির পরিবৃত্ত অঙ্কন করে ব্যাসার্ধ নির্ণয় কর।

গ. এমন একটি বৃত্ত অঙ্কন কর যা পূর্বে অঙ্কিত পরিবৃত্তের ব্যাসার্ধের সমান একটি বৃত্তকে P বিন্দুতে স্পর্শ করে এবং বৃত্তের বহিঃস্থ কোন বিন্দু Q দিয়ে যায়।

সমাধান :

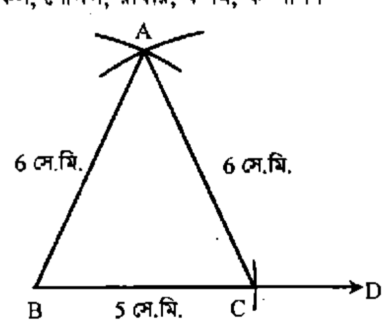
সমস্যা নং-৪.৩	**কাজের নাম:** সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ভূমি 5 সে.মি. এবং সমান সমান বাহুর দৈর্ঘ্য 6 সে.মি.।	তারিখ ... ...

সমস্যা: সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ভূমি 5 সে.মি. এবং সমান সমান বাহুর দৈর্ঘ্য 6 সে.মি.।

ক. ত্রিভুজটি অঙ্কন কর।
খ. ত্রিভুজটির পরিবৃত্ত অঙ্কন করে ব্যাসার্ধ নির্ণয় কর।
গ. এমন একটি বৃত্ত অঙ্কন কর যা পূর্বে অঙ্কিত পরিবৃত্তের ব্যাসার্ধের সমান একটি বৃত্তকে P বিন্দুতে স্পর্শ করে এবং বৃত্তের বহিঃস্থ কোন বিন্দু Q দিয়ে যায়।

উপকরণ: স্কেল, পেন্সিল, রাবার, কলম, কম্পাস।

(ক)



www.bdniyog.com
www.pathagar.com

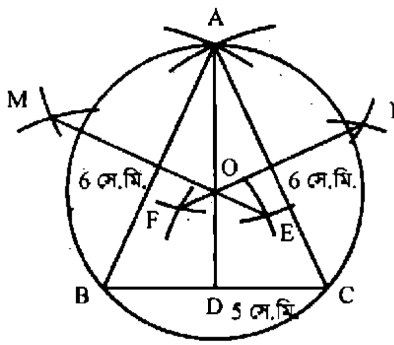
কাজের ধারা:

১. যেকোনো রশ্মি BD থেকে BC = 5 সে.মি. কেটে নিই।

২. BC রেখাংশের B ও C বিন্দুকে কেন্দ্র করে 6 সে.মি এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে BC এর একই পার্শ্বে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি এবং বৃত্তচাপদ্বয়ের ছেদ বিন্দুকে A দ্বারা চিহ্নিত করি।

৩. A, B ও A, C যোগ করি। তাহলে ABC ই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ যার ভূমি BC = 5 সে.মি. এবং সমান সমান বাহুদ্বয় AB = AC = 6 সে.মি.

(খ)



কাজের ধারা:

১. AB ও AC রেখাংশের লম্ব সমদ্বিখণ্ডক যথাক্রমে EM ও FN রেখাংশ আঁকি। মনে করি, তারা পরস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করে।

২. A, O যোগ করি। O কে কেন্দ্র করে OA এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্ত আঁকি।

তাহলে, বৃত্তটি A, B ও C বিন্দুগামী হবে এবং এই বৃত্তটিই ΔABC এর নির্ণেয় পরিবৃত্ত।

পরিবৃত্তের ব্যাসার্ধ নির্ণয়:

ABC ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দু থেকে BC এর উপর AD লম্ব আঁকি।

এখন, ΔABD-এ

$AD^2 + BD^2 = AB^2$ [পীথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে]

বা, $AD^2 = AB^2 - BD^2 = AB^2 - \left(\frac{BC}{2}\right)^2$

$= 6^2 - (2.5)^2$

$= 36 - 6.25$

$= 29.75$

$\therefore AD = 5.45$

ΔABC এর পরিবৃত্তের ব্যাসার্ধ R হলে,

$AB.AC = 2R.AD$ [ব্রহ্মগুপ্তের উপপাদ্য অনুসারে]

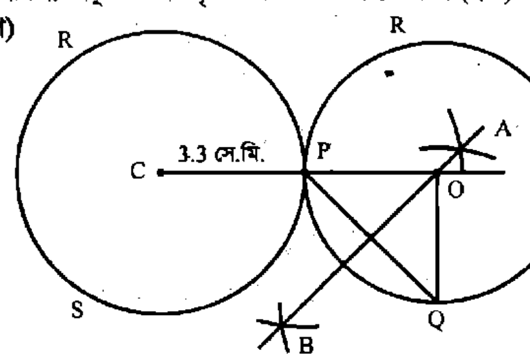
বা, $2R \times 5.45 = 6 \times 6$

বা, $R = \frac{36}{10.9}$

$\therefore R = 3.3$ সে.মি. (প্রায়)

ফলাফল: ত্রিভুজটির পরিবৃত্তের ব্যাসার্ধ R = 3.3 সে.মি. (প্রায়)

(গ)



১. 'খ' থেকে পাই বৃত্তের ব্যাসার্ধ 3.3 সে.মি.।

২. 3.3 সে.মি. ব্যাসার্ধ নিয়ে C কে কেন্দ্র করে PRS একটি বৃত্ত অঙ্কন করি। যার উপর P একটি বিন্দু।

৩. বৃত্তের বহিঃস্থ যেকোনো বিন্দু Q।

৪. P, Q যোগ করি এবং PQ এর লম্বদ্বিখণ্ডক AB অঙ্কন করি।

৫. C, P যোগ করে বর্ধিত করি। CP রেখার বর্ধিতাংশ AB কে O বিন্দুতে ছেদ করে।

৬. O কে কেন্দ্র করে OP ব্যাসার্ধ নিয়ে অঙ্কিত বৃত্তই উদ্দিষ্ট বৃত্ত।

সতর্কতা:

১. সরু করে কাটা HB পেন্সিল ব্যবহার করে ত্রিভুজ ও পরিবৃত্ত আঁকতে হবে।

২. অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ স্পষ্ট ও যথাযথভাবে লিখতে হবে।

৩. ব্যাসার্ধ নির্ণয়ের সময় সতর্কতার সাথে হিসাব করতে হবে।

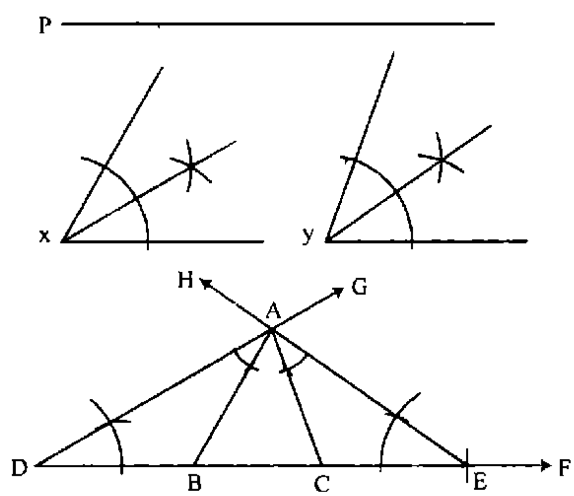
প্রশ্ন-৪.৪: একটি ত্রিভুজের পরিসীমা এবং ভূমি সংলগ্ন কোণদ্বয় দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি অঙ্কন কর।

সমাধান:

সমস্যা নং-৪.৪	**কাজের নাম:** প্রদত্ত তথ্য অবলম্বনে ত্রিভুজের চিত্র অঙ্কন।	তারিখ ... ...

সমস্যা: একটি ত্রিভুজের পরিসীমা এবং ভূমি সংলগ্ন কোণদ্বয় দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।

উপকরণ: স্কেল, কলম, পেন্সিল, রাবার, পেন্সিল-কম্পাস, চাঁদা।



কাজের ধারা:

১. মনে করি, ত্রিভুজটির পরিসীমা P এবং ভূমি সংলগ্ন কোণ দুইটি যথাক্রমে $\angle x$ ও $\angle y$।

২. যে কোনো রশ্মি DF থেকে DE = P কেটে নিই।

৩. D ও E বিন্দুতে DE এর একই পাশে $\frac{1}{2}\angle x$ ও $\frac{1}{2}\angle y$ করে যথাক্রমে $\angle EDG$ এবং $\angle DEH$ আঁকি।

৪. DG ও EH পরস্পর A বিন্দুতে ছেদ করে।

৫. A বিন্দুতে $\angle DAB = \frac{1}{2}\angle x$ এবং $\angle EAC = \frac{1}{2}\angle y$ আঁকি।

৬. AB ও AC, DE কে B ও C বিন্দুতে ছেদ করে। তাহলে ABC-ই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ।

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

সতর্কতা:

১. সরু করে কাটা HB পেন্সিল ব্যবহার করতে হবে।

২. অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ স্পষ্ট ও যথাযথভাবে লিখতে হবে।

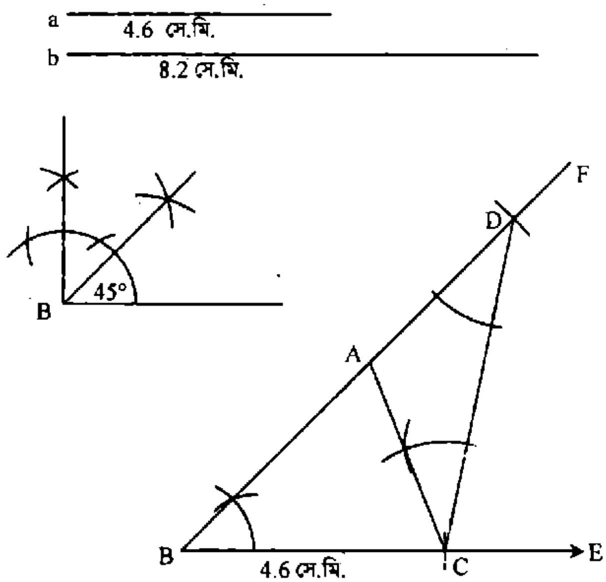
প্রশ্ন-৪.৫: ত্রিভুজের ভূমি BC = 4.6 সে.মি., ∠B = 45° এবং AB + CA = 8.2 সে.মি. দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁক।

সমাধান :

সমস্যা নং-৪.৫	**কাজের নাম:** প্রদত্ত তথ্য অবলম্বনে ABC ত্রিভুজটি অঙ্কন।	তারিখ ... ...

সমস্যা: ত্রিভুজের ভূমি BC = 4.6 সে.মি., ∠B = 45° এবং AB + CA = 8.2 সে.মি. দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।

উপকরণ: স্কেল, কলম, পেন্সিল, রাবার, পেন্সিল-কম্পাস, চাঁদা।



কাজের ধারা:

১. উপাত্ত হতে ABC ত্রিভুজটির ভূমি BC = 4.6 সে.মি., ∠B = 45° এবং AB + CA = 8.2 সে.মি.।

২. যে কোনো রশ্মি BE থেকে BC = a = 4.6 সে.মি. কেটে নিই।

৩. BC-এর B বিন্দুতে ∠CBF = 45° আঁকি।

৪. BF থেকে BD = b = 8.2 সে.মি. কেটে নিই।

৫. C, D যোগ করি।

৬. CD রশ্মির C বিন্দুতে ∠DCA = ∠BDC আঁকি।

৭. CA, BD কে A বিন্দুতে ছেদ করে। তাহলে ΔABC-ই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ।

সতর্কতা:

১. সরু করে কাটা HB পেন্সিল ব্যবহার করতে হবে।

২. অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ স্পষ্ট ও যথাযথভাবে লিখতে হবে।

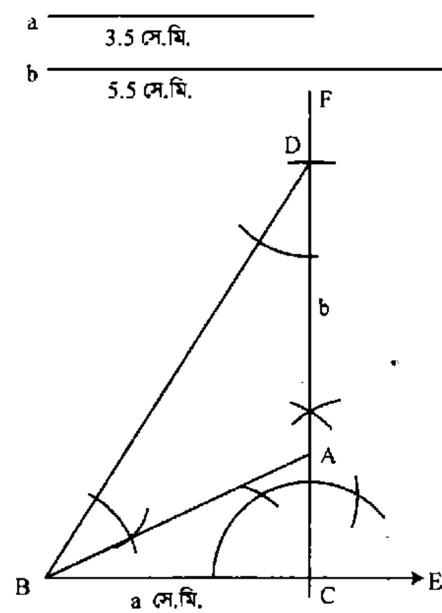
প্রশ্ন-৪.৬: সমকোণী ত্রিভুজের এক বাহুর দৈর্ঘ্য 3.5 সে.মি., অপর বাহু এবং অতিভুজের দৈর্ঘ্য 5.5 সে.মি. দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁক।

সমাধান:

সমস্যা নং –৪.৬	**কাজের নাম:** প্রদত্ত তথ্য অবলম্বনে ABC ত্রিভুজটি অঙ্কন।	তারিখ ... ...

উপকরণ: স্কেল, কলম, পেন্সিল, রাবার, পেন্সিল-কম্পাস, চাঁদা।

সমস্যা: সমকোণী ত্রিভুজের এক বাহুর দৈর্ঘ্য 3.5 সে.মি., অপর বাহু এবং অতিভুজের দৈর্ঘ্য 5.5 সে.মি. দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।



কাজের ধারা:

১. এক বাহুর দৈর্ঘ্য a = 3.5 সে.মি., অপর বাহু ও অতিভুজের দৈর্ঘ্য b = 5.5 সে.মি.।

২. যে কোনো রশ্মি BE থেকে BC = a = 3.5 সে.মি. কেটে নিই।

৩. BC-এর C বিন্দুতে CF লম্ব আঁকি।

৪. CF থেকে CD = b = 5.5 সে.মি. কেটে নিই।

৫. B,D যোগ করি।

৬. BD রশ্মির B বিন্দুতে ∠BDC-এর সমান করে ∠DBA আঁকি।

৭. BA, CD কে A বিন্দুতে ছেদ করে। তাহলে ΔABC-ই উদ্দিষ্ট সমকোণী ত্রিভুজ।

সতর্কতা:

১. সরু করে কাটা HB পেন্সিল ব্যবহার করতে হবে।

২. অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ স্পষ্ট ও যথাযথভাবে লিখতে হবে।

প্রশ্ন-৪.৭: ΔABC-এর BC= 4.5 সে.মি., ∠B = 45°, AB – AC = 2.5 সে.মি. দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি অঙ্কন কর।

সমাধান:

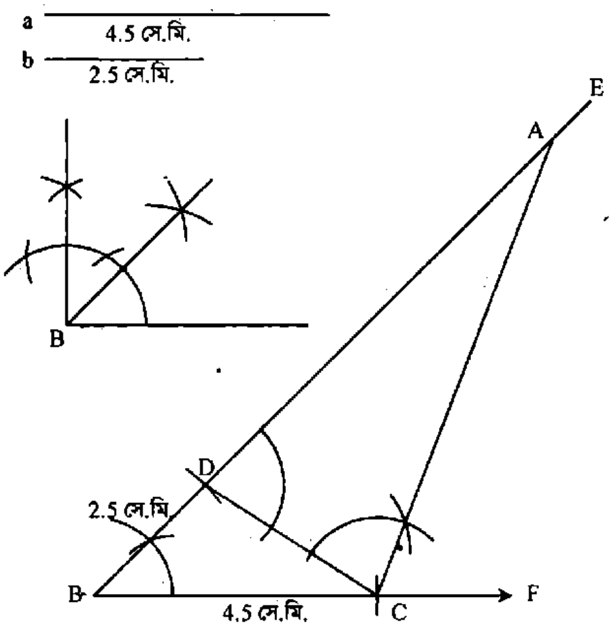
সমস্যা নং-৪.৭	**কাজের নাম:** প্রদত্ত তথ্য অবলম্বনে ABC ত্রিভুজটি অঙ্কন।	তারিখ ... ...

উপকরণ: স্কেল, কলম, পেন্সিল, রাবার, পেন্সিল-কম্পাস, চাঁদা।

সমস্যা: ΔABC-এর BC= 4.5 সে.মি., ∠B = 45°, AB – AC = 2.5 সে.মি. দেওয়া আছে। ΔABC-টি অঙ্কন করতে হবে।

www.bdniyog.com

www.pathagar.com



কাজের ধারা:

১. ABC ত্রিভুজের ভূমি BC = a = 4.5 সে.মি., ভূমি সংলগ্ন ∠B = 45° এবং AB – AC = b = 2.5 সে.মি.।

২. যে কোনো রশ্মি BF থেকে BC = a = 4.5 সে.মি. কেটে নিই।

৩. BC-এর B বিন্দুতে ∠CBE = 45° আঁকি।

৪. BE থেকে BD = b = 2.5 সে.মি. কেটে নিই।

৫. C, D যোগ করি।

৬. CD রশ্মির C বিন্দুতে ∠DCA = ∠EDC আঁকি।

৭. CA, DE কে A বিন্দুতে ছেদ করে।

তাহলে, ΔABC-ই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ।

সতর্কতা:

১. সরু করে কাটা HB পেন্সিল ব্যবহার করতে হবে।

২. অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ স্পষ্ট ও যথাযথভাবে লিখতে হবে।

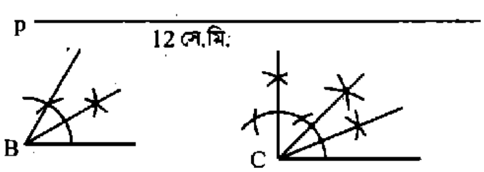
প্রশ্ন-৪.৮: ΔABC-এর পরিসীমা 12 সে.মি.। ∠B = 60° এবং ∠C = 45° দেওয়া আছে। ΔABC আঁক।

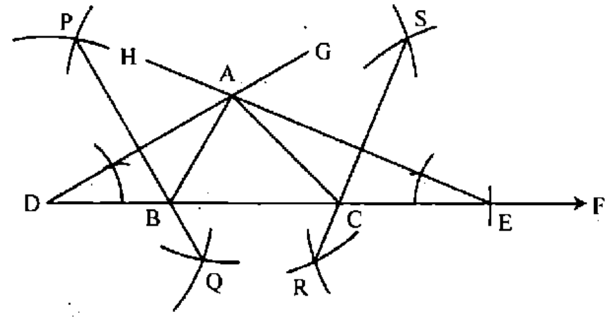
সমাধান:

সমস্যা নং –৪.৮	**কাজের নাম:** প্রদত্ত তথ্য অবলম্বনে ABC ত্রিভুজটি অঙ্কন।	তারিখ ... ...

উপকরণ: স্কেল, কলম, পেন্সিল, রাবার, পেন্সিল-কম্পাস, চাঁদা।

সমস্যা: ΔABC-এর পরিসীমা 12 সে.মি.। ∠B = 60° এবং ∠C = 45° দেওয়া আছে। ΔABC আঁকতে হবে।





কাজের ধারা:

১. ΔABC এর পরিসীমা P = 12 সে.মি., ∠B = 60° এবং ∠C = 45°।

২. D বিন্দুতে $\frac{1}{2}$∠B = 30° এর সমান করে ∠EDG এবং E বিন্দুতে $\frac{1}{2}$∠C = $22\frac{1}{2}^\circ$ এর সমান করে ∠DEH আঁকি।

৩. DG ও EH: A বিন্দুতে ছেদ করে।

৪. AD এর লম্ব সমদ্বিখণ্ডক PQ এবং AE-এর লম্বসমদ্বিখণ্ডক SR আঁকি।

৫. PQ, DE-কে B বিন্দুতে এবং SR, DE কে C বিন্দুতে ছেদ।

৬. A, B এবং A, C যোগ করি। তাহলে ΔABC-ই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ।

সতর্কতা:

১. সরু করে কাটা HB পেন্সিল ব্যবহার করতে হবে।

২. অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ স্পষ্ট ও যথাযথভাবে লিখতে হবে।

পঞ্চম অধ্যায় ▶ সমীকরণ

প্রশ্ন-৫.১: লেখচিত্রের সাহায্যে $3x^2 + 3x + 1 = 0$ সমীকরণের সমাধান নির্ণয় কর।

সমাধান:

সমস্যা নং–৫.১	**কাজের নাম:** লেখচিত্রের সাহায্যে প্রদত্ত সমীকরণের সমাধান নির্ণয়।	তারিখ ... ...

সমস্যা: লেখচিত্রের সাহায্যে $3x^2 + 3x + 1 = 0$ সমীকরণের সমাধান করতে হবে।

কাজের নাম: লেখচিত্রের সাহায্যে দ্বিঘাত সমীকরণের সমাধান।

তত্ত্ব: সমীকরণের লেখচিত্র x অক্ষকে যে বিন্দুতে ছেদ করে সে বিন্দুর ভুজ সমীকরণের সমাধান বা বীজ। দ্বিঘাত সমীকরণের দুইটি মূল বিধায় এর লেখচিত্র x অক্ষকে দুইটি বিন্দুতে ছেদ করে। লেখচিত্র x অক্ষকে স্পর্শ করলে মূলদ্বয় সমান হয় এবং x অক্ষকে স্পর্শ বা ছেদ না করলে মূলগুলো অবাস্তব হবে।

পর্যবেক্ষণ: লক্ষ করি যে,

১. প্রদত্ত সমীকরণের সর্বোচ্চ ঘাত দুই। তাই সমীকরণের দুইটি মূল বিদ্যমান।

২. ধরি, $y = 3x^2 + 3x + 1$

$$= 3(x^2 + 2.\frac{1}{2}.x + \frac{1}{4}) + 1 - \frac{3}{4}$$

বা, $y = 3\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{4}$

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

অর্থাৎ x এর যেকোনো বাস্তব মানের জন্য $y > 0$. সুতরাং লেখটি x অক্ষকে স্পর্শ বা ছেদ করবে না। তাই সমীকরণের কোনো বাস্তব সমাধান নেই এবং লেখচিত্রটি সম্পূর্ণরূপে x অক্ষের অর্ধ-উপরিতলে অবস্থিত।

৩. x এর মান $-\frac{1}{2} = -0.5$ অপেক্ষা যত ছোট বা বড় হবে y এর মান অসীমের দিকে বৃদ্ধি পাবে।

উপকরণ: কাগজ, কলম, পেন্সিল, ছক কাগজ, ক্যালকুলেটর ইত্যাদি।

কাজের ধারা:

১. $x = 0, \pm1, \pm2$ এর জন্য y এর মান নির্ণয় করি।

২. ছক কাগজে x-অক্ষ ও y-অক্ষ এঁকে সুবিধামত একক (x-অক্ষে ক্ষুদ্রতম 10 বর্গঘর = 1 একক এবং y-অক্ষে 5 বর্গঘর = 1 একক) নিয়ে নির্ণীত বিন্দুগুলো স্থাপন করি।

৩. স্থাপিত বিন্দুগুলো দিয়ে সুষমভাবে বক্ররেখা টেনে লেখচিত্র অঙ্কন করি।

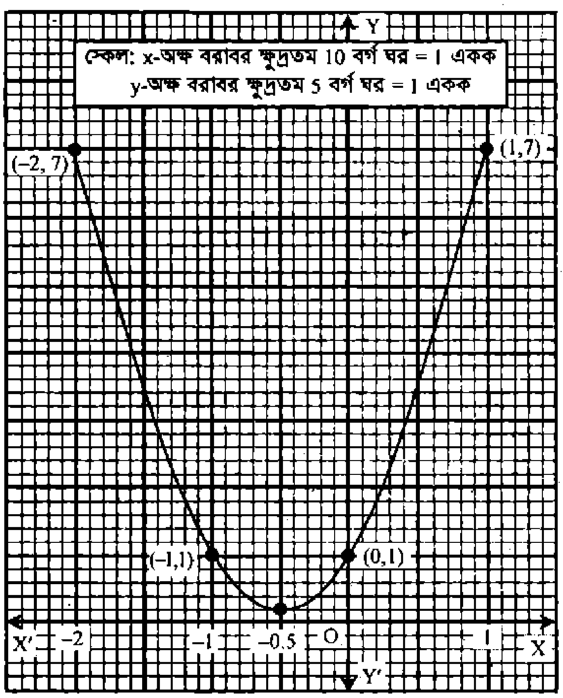
৪. সমীকরণের লেখচিত্র থেকে এর সমাধান বের করি।

বিন্দু নির্ণয়:

ধরি, $y = 3x^2 + 3x + 1$

ক্যালকুলেটর ব্যবহার করে নিচের ছক পূরন করে পাই,

x	−2	−1	−0.5	0	1
$y = 3x^2+3x+1$	7	1	0.25	1	7



ফলাফল সংকলন: লেখ থেকে দেখা যায় যে, এটি x-অক্ষের অর্ধ-উপরিতলে অবস্থিত এবং x-অক্ষকে কখনোই স্পর্শ বা ছেদ করে না। $3x^2 + 3x + 1 = 0$; সমীকরণকে সিদ্ধ করে x এর এমন কোনো বাস্তব মান নেই। সুতরাং সমীকরণের মূলদ্বয় অবাস্তব।

ফলাফল: প্রদত্ত সমীকরণের মূলগুলো অবাস্তব।

সতর্কতা:

১. সরু করে কাঁটা HB পেন্সিল ব্যবহার করতে হবে।

২. বিন্দুগুলো নির্ণয় ও সংযোগ করার সময় সাবধানতা অবলম্বন করতে হবে।

৩. ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সতর্কতার সাথে y এর আসন্ন মান নির্ণয় করতে হবে।

প্রশ্ন-৫.২: লেখচিত্রের সাহায্যে $x^2 - 5x + 3 = 0$ সমীকরণের সমাধান নির্ণয় কর।

সমাধান:

সমস্যা নং–৫.২	**কাজের নাম:** লেখচিত্রের সাহায্যে প্রদত্ত সমীকরণের সমাধান নির্ণয়।	তারিখ ... ...

সমস্যা: লেখচিত্রের সাহায্যে $x^2 - 5x + 3 = 0$ সমীকরণের সমাধান করতে হবে।

কাজের নাম: লেখচিত্রের সাহায্যে দ্বিঘাত সমীকরণের সমাধান।

তত্ত্ব: সমীকরণের লেখচিত্র x-অক্ষকে যে বিন্দুতে ছেদ করে সে বিন্দুর ভুজ সমীকরণের সমাধান বা বীজ। দ্বিঘাত সমীকরণের দুইটি মূল বিধায় এর লেখচিত্র x অক্ষকে সর্বোচ্চ দুইবার ছেদ করে। লেখচিত্র x অক্ষকে স্পর্শ করলে মূলদ্বয় সমান হবে। লেখচিত্র x-অক্ষকে স্পর্শ বা ছেদ না করলে মূলদ্বয় অবাস্তব।

পর্যবেক্ষণ:

ধরি, $y = x^2 - 5x + 3$

১. প্রদত্ত সমীকরণের সর্বোচ্চ ঘাত দুই। তাই সমীকরণের লেখ একটি বক্ররেখা এবং x অক্ষকে সর্বোচ্চ দুইবার ছেদ করবে।

২. x এর সকল বাস্তব মানের জন্য y এর মান পাওয়া যায় তাই সমীকরণের লেখ একটি অবিচ্ছিন্ন বক্ররেখা।

৩. $y = x^2 - 5x + 3 = x^2 - 2.\frac{5}{2}x + \frac{25}{4} + 3 - \frac{25}{4} = \left(x - \frac{5}{2}\right)^2 - \frac{13}{4}$

$\therefore x = \frac{5}{2}$ এর জন্য y এর মান সর্বনিম্ন হবে এবং তা $-\frac{13}{4}$

$y = -3.25$ এবং x এর মান 2.5 অপেক্ষা যত ছোট বা বড় হবে y এর মান অসীমের দিকে বৃদ্ধি পাবে।

উপকরণ: কাগজ, কলম, ক্যালকুলেটর, পেন্সিল, রবার।

কাজের ধারা:

১. x এর বিভিন্ন মানের জন্য y এর মান নির্ণয় করি।

২. ছক কাগজে x-অক্ষ XOX′ ও y-অক্ষ YOY′ এঁকে সুবিধামত একক (x অক্ষের ক্ষুদ্রতম 10 বর্গঘর = 1 একক এবং y অক্ষে 5 বর্গঘর = 1 একক) নিয়ে নির্ণীত বিন্দুগুলো স্থাপন করি।

৩. অতঃপর সমীকরণের লেখচিত্র থেকে এর সমাধান বের করি।

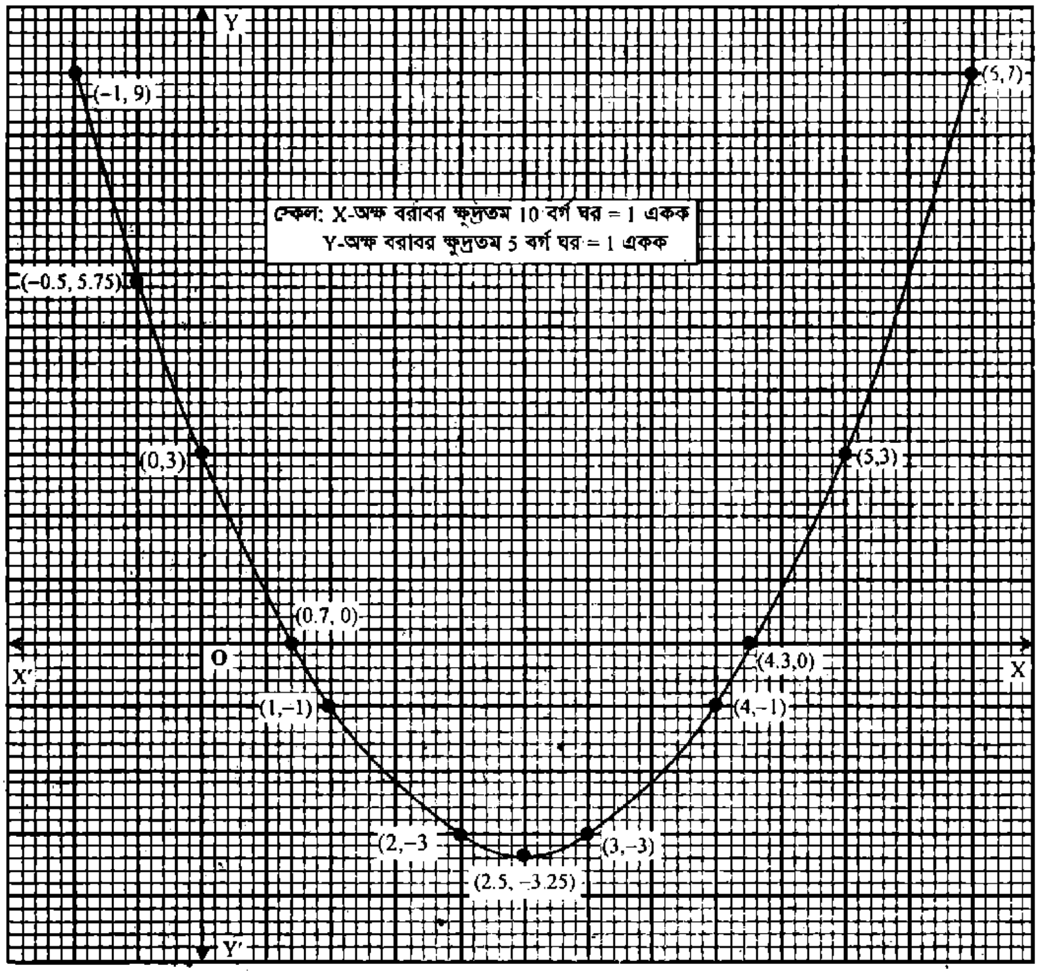
৪. $ax^2 + bx + c = 0$ সমীকরণের সমাধান $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ সূত্র ব্যবহার করে, লেখচিত্র থেকে প্রাপ্ত সমাধানের সত্যতা যাচাই করি।

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

বিন্দু নির্ণয়: ধরি, $y = x^2 - 5x + 3$

ক্যালকুলেটর ব্যবহার করে x এর বিভিন্ন মানের জন্য y এর আসন্ন মান বের করি।

x	−1	−0.5	0	1	2	2.5	3	4	5	6
$y = x^2 - 5x + 3$	9	5.75	3	−1	−3	−3.25	−3	−1	3	9



ফল সংকলন: চিত্র থেকে মোটামুটিভাবে দেখা যায় যে, প্রদত্ত সমীকরণের লেখ x অক্ষকে (0.7, 0) ও (4.30, 0) বিন্দুতে ছেদ করেছে। সুতরাং বিন্দুগুলোর ভুজ 0.7 ও 4.30 প্রদত্ত সমীকরণের সমাধান বা বীজ।

সত্যতা যাচাই:

$x^2 - 5x + 3 = 0$ সমীকরণকে $ax^2 + bx + c = 0$ এর সাথে তুলনা করে পাই, $a = 1, b = -5$ ও $c = 3$

$$\therefore x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4.1.3}}{2.1}$$

$$= \frac{5 \pm \sqrt{25 - 12}}{2}$$

$$= \frac{5 \pm \sqrt{13}}{2}$$

$$= \frac{5 + \sqrt{13}}{2} \text{ এবং } \frac{5 - \sqrt{13}}{2}$$

= 4.30 (প্রায়) এবং 0.7 (প্রায়)

ফলাফল: প্রদত্ত সমীকরণের সমাধান 0.7 (প্রায়) ও 4.30 (প্রায়)

সতর্কতা:

১. নির্ভুল লেখচিত্র পাওয়ার জন্য সরু করে কাটা HB পেন্সিল ব্যবহার করতে হবে।

২. বিন্দুগুলো নির্ণয় ও সংযোগে সাবধানতা অবলম্বন করতে হবে।

৩. ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সতর্কতার সাথে y এবং ফলাফলের আসন্ন মান নির্ণয় করতে হবে।

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

প্রশ্ন-৫.৩: লেখচিত্রের সাহায্যে $-x^2 + 3x - 2 = 0$ সমীকরণের সমাধান নির্ণয় কর।

সমাধান:

সমস্যা নং-৫.৩	**কাজের নাম:** লেখচিত্রের সাহায্যে প্রদত্ত সমীকরণের সমাধান নির্ণয়।	তারিখ ... ...

সমস্যা: লেখচিত্রের সাহায্যে $-x^2 + 3x - 2 = 0$ সমীকরণের সমাধান নির্ণয় করতে হবে।

কাজের নাম: লেখচিত্রের সাহায্যে দ্বিঘাত সমীকরণের সমাধান।

তত্ত্ব: সমীকরণের লেখচিত্র x-অক্ষকে যে বিন্দুতে ছেদ করে সে বিন্দুর ভুজ সমীকরণের সমাধান বা বীজ। দ্বিঘাত সমীকরণের দুইটি মূল বিধায় এর লেখচিত্র x-অক্ষকে সর্বোচ্চ দুইবার ছেদ করে। আবার, লেখচিত্র x-অক্ষকে স্পর্শ করলে সমীকরণের মূলদ্বয় সমান হবে। লেখচিত্র x-অক্ষকে স্পর্শ বা ছেদ না করলে মূলদ্বয় অবাস্তব।

পর্যবেক্ষণ: ধরি, $y = -x^2 + 3x - 2$

১. প্রদত্ত সমীকরণের সর্বোচ্চ ঘাত দুই। তাই সমীকরণের লেখ একটি বক্ররেখা এবং x-অক্ষকে সর্বোচ্চ দুইবার ছেদ করবে।

২. x এর সকল বাস্তব মানের জন্য y এর মান পাওয়া যায় তাই সমীকরণের লেখ একটি অবিচ্ছিন্ন বক্ররেখা।

৩. সমীকরণের লেখের বিস্তৃতি অসীম।

উপকরণ: কাগজ, কলম, ক্যালকুলেটর, পেন্সিল, রাবার।

কাজের ধারা:

ধরি, $y = -x^2 + 3x - 2$

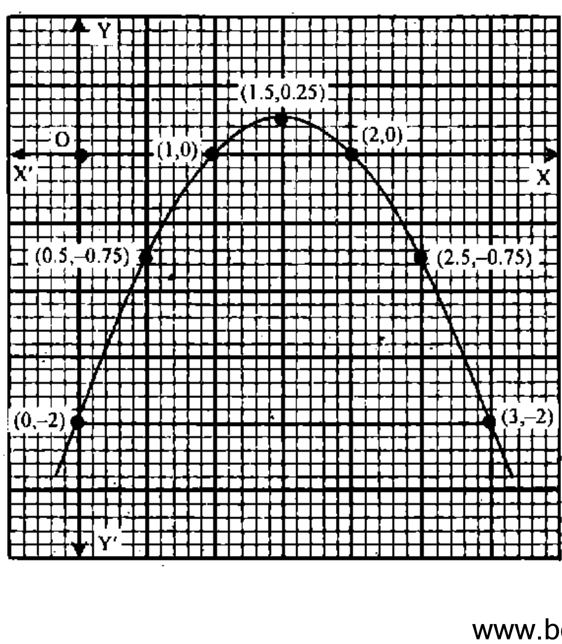
১. x এর বিভিন্ন মানের জন্য $y = -x^2 + 3x - 2$ সমীকরণ থেকে y এর মান নির্ণয় করি।

২. ছক কাগজে x-অক্ষ XOX' ও y-অক্ষ YOY' এঁকে সুবিধামত একক (উভয়অক্ষে ক্ষুদ্রতম 10 বর্গঘর = 1 একক) নিয়ে নির্ণীত (x, y) বিন্দুগুলো স্থাপন করি।

৩. স্থাপিত বিন্দুগুলো দিয়ে সুষমভাবে বক্ররেখা টেনে লেখচিত্র আঁকি।

বিন্দু নির্ণয়: $y = -x^2 + 3x - 2$ সমীকরণে x এর কয়েকটি মানের জন্য y এর মান নির্ণয় করি।

x	0	0.5	1	1.5	2	2.5	3
y	−2	−0.75	0	0.25	0	−0.75	−2



ফল সংকলন: লেখচিত্রটি x-অক্ষকে (1, 0) ও (2, 0) বিন্দুতে ছেদ করেছে। সুতরাং বিন্দুগুলোর ভুজ 1 ও 2 প্রদত্ত সমীকরণের সমাধান।

ফলাফল: সমীকরণটির সমাধান $x = 1$ ও $x = 2$

সতর্কতা:

১. নির্ভুল লেখচিত্র পাওয়ার জন্য সরু করে কাটা HB পেন্সিল ব্যবহার করতে হবে।

২. বিন্দুগুলো স্থাপনে সতর্কতা অবলম্বন করতে হবে।

প্রশ্ন-৫.৪: $x^2 - 2x - 1 = 0$ সমীকরণের লেখচিত্রের মাধ্যমে সমাধান নির্ণয় কর।

সমাধান:

সমস্যা নং-৫.৪	**কাজের নাম:** লেখচিত্রের সাহায্যে প্রদত্ত সমীকরণের সমাধান নির্ণয়।	তারিখ ... ...

সমস্যা: $x^2 - 2x - 1 = 0$ সমীকরণের লেখচিত্রের মাধ্যমে সমাধান নির্ণয় করতে হবে।

কাজের নাম: লেখচিত্রের সাহায্যে দ্বিঘাত সমীকরণের সমাধান।

তত্ত্ব: সমীকরণের লেখচিত্র x অক্ষকে যে বিন্দুতে ছেদ করে সে বিন্দুর ভুজ সমীকরণের সমাধান বা বীজ। দ্বিঘাত সমীকরণের দুইটি মূল বিধায় এর লেখচিত্র x অক্ষকে সর্বোচ্চ দুইবার ছেদ করে। আবার লেখচিত্র x অক্ষকে স্পর্শ করলে মূলদ্বয় সমান হবে। লেখচিত্র x অক্ষকে স্পর্শ বা ছেদ না করলে মূলদ্বয় অবাস্তব।

পর্যবেক্ষণ: ধরি, $y = x^2 - 2x - 1$

১. প্রদত্ত সমীকরণের সর্বোচ্চ ঘাত দুই। তাই সমীকরণের লেখ একটি বক্ররেখা এবং x অক্ষকে সর্বোচ্চ দুইবার ছেদ করবে।

২. x এর সকল বাস্তব মানের জন্য y এর মান পাওয়া যায়। তাই সমীকরণের লেখ একটি অবিচ্ছিন্ন বক্ররেখা।

৩. $y = x^2 - 2x - 1 = x^2 - 2x + 1 - 1 - 1 = (x - 1)^2 - 2$

$\therefore$ x = 1 এর জন্য y এর মান সবনিম্ন এবং তা −2

৪. x এর মান −2 অপেক্ষা যত বড় বা ছোট হবে y এর মান ততই বৃদ্ধি পাবে। সুতরাং সমীকরণের লেখের বিস্তৃতি অসীম।

উপকরণ: কাগজ, কলম, ক্যারকুলেটর, পেন্সিল, রাবার, ছক কাগজ।

কাজের ধারা:

ধরি, $y = x^2 - 2x - 1$

১. x এর বিভিন্ন মানের জন্য y এর মান নির্ণয় করি।

২. ছক কাগজে x-অক্ষ XOX' ও y-অক্ষ YOY' এঁকে সুবিধাজনক একককে (উভয় অক্ষে ক্ষুদ্রতম 10 বর্গঘর = 1 একক) ধরে বিন্দুগুলো স্থাপন করি।

৩. নির্ণীত বিন্দুগুলো স্থাপন করে বক্ররেখা টেনে লেখচিত্র আঁকি।

৪. লেখ থেকে সমীকরণের সমাধান নির্ণয় করি।

৫. $ax^2 + bx + c = 0$ এর সমামাধান $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ সূত্রের সাহায্য নিয়ে প্রাপ্ত সমাধানের সত্যতা যাচাই করি।

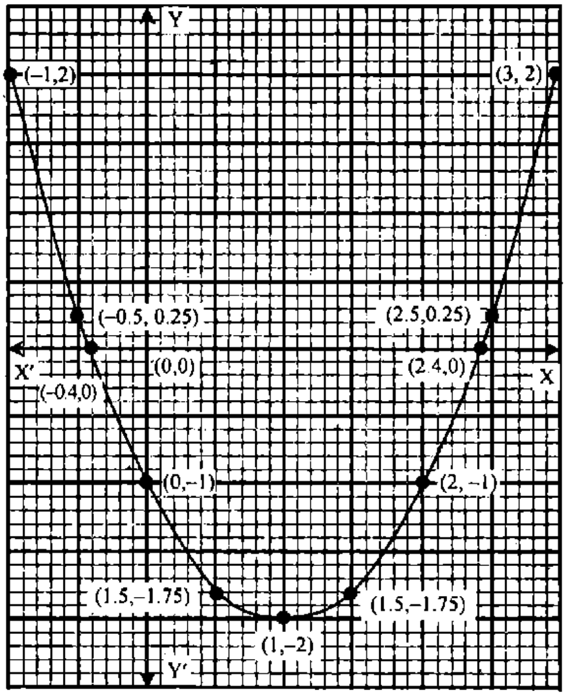
বিন্দু নির্ণয় : প্রদত্ত সমীকরণ: $x^2 - 2x - 1 = 0$

সমীকরণের লেখ অঙ্কনের জন্য x এর কয়েকটি মানের জন্য y এর মান নির্ণয় করি।

x	−1	−0.5	0	0.5	1	1.5	2	2.5	3
y	2	0.25	−1	−1.75	−2	−1.75	−1	0.25	2

www.bdniyog.com

www.pathagar.com



ফল সংকলন: দেখা যায় যে, লেখচিত্র x অক্ষকে মোটামুটিভাবে (−0.4, 0) ও (2.4, 0) বিন্দুতে ছেদ করেছে। বিন্দুগুলোর ভুজের মান − 0.4 ও 2.4 প্রদত্ত সমীকরণের সমাধান।

সত্যতা যাচাই: $x = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4.1.(-1)}}{2.1}$

$= \frac{2 \pm \sqrt{4+4}}{2.1}$

$= \frac{2+\sqrt{8}}{2}$ ও $\frac{2-\sqrt{8}}{2}$

= 2.4 (আসন্ন) ও −0.4 (আসন্ন)

ফলাফল: সমীকরণটির সমাধান x = −0.4 (আসন্ন) বা x = 2.4 (আসন্ন)

সতর্কতা: ১. বিন্দুগুলো স্থাপনে সতর্কতা অবলম্বন করেছি।

২. সরু করে কাটা HB পেন্সিল ব্যবহার করেছি।

৩. ক্যালকুলেটর ব্যবহার করে y এর আসন্ন মান নির্ণয় করি।

অষ্টম অধ্যায় ▶ ত্রিকোণমিতি

প্রশ্ন-৮.১: কোণের $(n \times \frac{\pi}{2} \pm \theta)$ ত্রিকোণমিতিক অনুপাতসমূহ নির্ণয় কর যেখানে $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ ।

সমস্যা নং- ৮.১	**কাজের নাম:** প্রদত্ত তথ্য অবলম্বনে ত্রিকোণমিতিক অনুপাতসমূহ নির্ণয়।	তারিখ: ....

সমস্যা: $\sin\left(\frac{11\pi}{2} \pm \theta\right)$, $\cos\ (11\pi \pm \theta)$, $\tan\ \left(\frac{17\pi}{2} \pm \theta\right)$, অনুপাতসমূহকে θ কোণের অনুপাতে প্রকাশ করতে হবে।

তত্ত্ব: যে কোনো সংযুক্ত কোণের ক্ষেত্রে প্রদত্ত কোণকে $(n \times \frac{\pi}{2} \pm \theta)$ আকারে প্রকাশ করতে হবে। n এর মান জোড় হলে অনুপাত অপরিবর্তিত থাকবে এবং বিজোড় হলে পরিবর্তিত হবে। অন্যান্য কোণের ক্ষেত্রে একই নিয়ম খাটবে। চিহ্নের ক্ষেত্রে চৌকণের অবস্থান নিরূপণ করে চৌকণ নিয়ম ব্যবহার করতে হবে।

উপকরণ: কাগজ, কলম, ক্যালকুলেটর।

কাজের ধারা:

১. প্রথমে প্রদত্ত কোণকে দুইভাগে ভাগ করতে হবে যার একটি অংশ $\frac{\pi}{2}$ বা $\frac{\pi}{2}$ এর n গুণিতক এবং অপরটি সূক্ষ্মকোণ। অর্থাৎ প্রদত্ত কোণকে $\left(n \times \frac{\pi}{2} \pm \theta\right)$ আকারে প্রকাশ করতে হবে।

২. n জোড় সংখ্যা হলে অনুপাতের ধরণ একই থাকবে অর্থাৎ sine অনুপাত sine থাকবে, cos ine অনুপাত cos ine থাকবে ইত্যাদি। n বিজোড় হলে sine, tan gent ও secant অনুপাতগুলো cosine, cotangent ও cosecant এ পরিবর্তিত হবে। একইভাবে, cosine, cotangent ও cosecant যথাক্রমে sine, tangent ও secant এ পরিবর্তিত হবে।

৩. $\left(n \times \frac{\pi}{2} \pm \theta\right)$ কোণের অবস্থান কোন চতুর্ভাগে সেটা জানার পর ঐ চতুর্ভাগে প্রদত্ত অনুপাতের যে চিহ্ন সেই চিহ্ন ধাপ-২ থেকে নিরূপিত অনুপাতের পূর্বে বসাতে হবে।

ফল সংকলন: $\sin\left(\frac{11\pi}{2} \pm \theta\right)$ এর ক্ষেত্রে,

n = 11 বিজোড় সংখ্যা। তাই sin পরিবর্তিত হয়ে cos হবে।

আবার, $\left(11.\frac{\pi}{2} + \theta\right)$ চতুর্থ চতুর্ভাগে থাকে ফলে sin এর চিহ্ন ঋণাত্মক হবে।

$\therefore \sin\left(11.\frac{\pi}{2} + \theta\right) = -\cos\theta$

আবার, $\left(11.\frac{\pi}{2} - \theta\right)$ তৃতীয় চতুর্ভাগে থাকে ফলে sin এর চিহ্ন ঋণাত্মক হবে।

$\therefore \sin\left(11.\frac{\pi}{2} - \theta\right) = -\cos\theta.$

$\cos\left(22.\frac{\pi}{2} \pm \theta\right)$ এর ক্ষেত্রে n = 22 জোড় সংখ্যা। তাই cos অপরিবর্তিত থাকবে।

আবার, $\left(22.\frac{\pi}{2} + \theta\right)$ তৃতীয় চতুর্ভাগে থাকে ফলে cos এর চিহ্ন ঋণাত্মক হবে।

$\therefore \cos\left(22.\frac{\pi}{2} + \theta\right) = -\cos\theta.$

আবার, $\left(22.\frac{\pi}{2} - \theta\right)$ দ্বিতীয় চতুর্ভাগে থাকে ফলে cos এর চিহ্ন ঋণাত্মক হবে।

$\therefore \cos\left(22.\frac{\pi}{2} - \theta\right) = -\cos\theta.$

$\tan\left(17.\frac{\pi}{2} \pm \theta\right)$ এর ক্ষেত্রে n = 17 বিজোড় সংখ্যা। তাই tan পরিবর্তিত হয়ে cot হবে।

এখানে, $\left(17.\frac{\pi}{2} + \theta\right)$ দ্বিতীয় চতুর্ভাগে থাকে ফলে tan ঋণাত্মক হবে এবং $\left(17.\frac{\pi}{2} - \theta\right)$ প্রথম চতুর্ভাগে থাকে ফলে tan ধনাত্মক হবে।

$\therefore \tan\left(17.\frac{\pi}{2} + \theta\right) = -\cot\theta$

এবং $\tan\left(17.\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \cot\theta$

ফলাফল: $\sin\left(\frac{11\pi}{2} \pm \theta\right) = -\cos\theta$

$\cos(11\pi \pm \theta) = -\cos\theta$

$\tan\left(\frac{17\pi}{2} \pm \theta\right) = \pm\cot\theta$

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

সতর্কতা:

১. কোণের অবস্থান নির্ণয়ে সতর্কতা অবলম্বন করতে হবে।

২. চৌকণ নিয়ম ও ত্রিকোণমিতিক অনুপাতের চিহ্ন নির্ণয়ে সতর্ক থাকতে হবে।

৩. n এর মানের জন্য অনুপাতগুলোর পরিবর্তনে সাবধানতা থাকতে হবে।

প্রশ্ন-৮.২: যেকোনো কোণের অর্থাৎ, $\left(n \times \frac{\pi}{2} \pm \theta\right)$ কোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাতসমূহ নির্ণয়ের পদ্ধতি $\left(0 < \theta < \frac{\pi}{2}\right)$।

সমস্যা নং- ৮.২	**কাজের নাম:** প্রদত্ত তথ্য অবলম্বনে কোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাতসমূহ নির্ণয়।	তারিখ: ......

সমস্যা: $\cot(18\pi \pm \theta)$, $\sec\left(19\frac{\pi}{2} \pm \theta\right)$ এবং $\text{cosec}\ (8\pi \pm \theta)$ অনুপাতসমূহকে θ কোণের অনুপাতে প্রকাশ করতে হবে।

তত্ত্ব: যে কোনো সংযুক্ত কোণের ক্ষেত্রে প্রদত্ত কোণকে $\left(n\frac{\pi}{2} \pm \theta\right)$ আকারে প্রকাশ করতে হবে। n এর মান জোড় হলে অনুপাত অপরিবর্তিত থাকবে এবং বিজোড় হলে পরিবর্তিত হবে। অন্যান্য কোণের ক্ষেত্রে একই নিয়ম খাটবে। চিহ্নের ক্ষেত্রে চৌকণের অবস্থান নিরূপণ করে চৌকণ নিয়ম ব্যবহার করতে হবে।

উপকরণ: কাগজ, কলম, ক্যালকুলেটর।

কাজের ধারা:

১. প্রথমে প্রদত্ত কোণকে দুইভাগে ভাগ করতে হবে যার একটি অংশ $\frac{\pi}{2}$ বা $\frac{\pi}{2}$ এর n গুণিতক এবং অপরটি সূক্ষ্মকোণ। অর্থাৎ প্রদত্ত কোণকে $\left(n \times \frac{\pi}{2} \pm \theta\right)$ আকারে প্রকাশ করতে হবে।

২. n জোড় সংখ্যা হলে অনুপাতের ধরণ একই থাকবে অর্থাৎ sine অনুপাত sine থাকবে, cosine অনুপাত cosine থাকবে ইত্যাদি। n বিজোড় হলে sine, tangent ও secant অনুপাতগুলো cosine, cotangent ও cosecant এ পরিবর্তিত হবে। একইভাবে, cosine, cotangent ও cosecant যথাক্রমে sine, tangent ও secant এ পরিবর্তিত হবে।

৩. $\left(n \times \frac{\pi}{2} \pm \theta\right)$ কোণের অবস্থান কোন চতুর্ভাগে সেটা জানার পর ঐ চতুর্ভাগে প্রদত্ত অনুপাতের যে চিহ্ন সেই চিহ্ন ধাপ-২ থেকে নিরূপিত অনুপাতের পূর্বে বসাতে হবে।

ফলসংকলন: $\cot(18\pi \pm \theta) = \cot\left(36.\frac{\pi}{2} \pm \theta\right)$ এর ক্ষেত্রে n = 36 জোড় সংখ্যা। তাই cot অপরিবর্তিত থাকবে। এখানে, $\left(36.\frac{\pi}{2} + \theta\right)$ প্রথম চতুর্ভাগে থাকে ফলে cot ধনাত্মক হবে।

আবার, $\left(36.\frac{\pi}{2} - \theta\right)$ চতুর্থ চতুর্ভাগে থাকে বলে cot ঋণাত্মক হবে।

$\therefore \cot\left(36.\frac{\pi}{2} + \theta\right) = \cot\theta.$

এবং $\cot\left(36.\frac{\pi}{2} - \theta\right) = -\cot\theta.$

$\sec\left(\frac{19\pi}{2} \pm \theta\right) = \sec\left(19.\frac{\pi}{2} \pm \theta\right)$ এর ক্ষেত্রে, n = 19 বিজোড় সংখ্যা। তাই sec পরিবর্তিত হয়ে cosec হবে। এখানে, $\left(19.\frac{\pi}{2} + \theta\right)$ চতুর্থ চতুর্ভাগে থাকে ফলে sec ধনাত্মক হবে।

আবার, $\left(19.\frac{\pi}{2} - \theta\right)$ তৃতীয় চতুর্ভাগে থাকে ফলে sec ঋণাত্মক হবে।

$\therefore \sec\left(19.\frac{\pi}{2} + \theta\right) = \text{cosec}\theta.$

এবং $\sec\left(19.\frac{\pi}{2} - \theta\right) = -\text{cosec}\theta.$

$\text{cosec}\ (8\pi \pm \theta) = \text{cosec}\left(16.\frac{\pi}{2} \pm \theta\right)$ এর ক্ষেত্রে, n = 16, জোড় সংখ্যা। তাই cosec অপরিবর্তিত থাকবে। এখানে, $\left(16.\frac{\pi}{2} + \theta\right)$ প্রথম চতুর্ভাগে থাকে ফলে cosec ধনাত্মক হবে।

আবার, $\left(16.\frac{\pi}{2} - \theta\right)$ চতুর্থ চতুর্ভাগে থাকে বলে cosec ঋণাত্মক হবে।

$\therefore \text{cosec}\left(16.\frac{\pi}{2} + \theta\right) = \text{cosec}\theta.$

এবং $\text{cosec}\left(16.\frac{\pi}{2} - \theta\right) = -\text{cosec}\theta$

ফলাফল: $\cot(18\pi \pm \theta) = \pm\cot\theta$

$\sec(\frac{19\pi}{2} \pm \theta) = \pm\text{cosec}\theta$

$\text{cosec}(8\pi \pm \theta) = \pm\text{cosec}\theta$

সতর্কতা:

১. কোণের অবস্থান নির্ণয়ে সতর্কতা অবলম্বন করতে হবে।

২. চৌকণ নিয়ম ও ত্রিকোণমিতিক অনুপাতের চিহ্ন নির্ণয়ে সতর্ক থাকতে হবে।

৩. n এর মানের জন্য অনুপাতগুলোর পরিবর্তনে সাবধান থাকতে হবে।

নবম অধ্যায় ▶ সূচকীয় ও লগারিদমীয় ফাংশন

প্রশ্ন-৯.১: $y = x^3 - 1$ ফাংশনের লেখচিত্র অঙ্কন এবং বিপরীত ফাংশন নির্ণয় কর।

সমাধান:

সমস্যা নং—৯.১	**কাজের নাম:** প্রদত্ত ফাংশনের লেখচিত্র অঙ্কন এবং বিপরীত ফাংশন নির্ণয়।	তারিখ ... ...

সমস্যা: $y = x^3 - 1$ ফাংশনের লেখচিত্র অঙ্কন এবং বিপরীত ফাংশন নির্ণয় করতে হবে।

পর্যবেক্ষণ: লক্ষ করি যে,

১. প্রদত্ত ফাংশনে x = 0 এর জন্য y = – 1 এবং x = 1 এর জন্য y = 0 সুতরাং লেখটি কখনই মূলবিন্দুতে ছেদ করবে না এবং (0, – 1) ও (1, 0) বিন্দুগামী।

২. প্রদত্ত ফাংশনটি x এর সকল বাস্তব মানের জন্য সংজ্ঞায়িত। তাই ফাংশনের লেখ একটি অবিচ্ছিন্ন বক্ররেখা।

৩. x এর যেকোনো বাস্তব মানের জন্য y এর বাস্তব মান পাওয়া যায় এবং $x \to \pm\infty$ এর জন্য $y \to \pm\infty$ হওয়ায় ফাংশনটির বিস্তৃতি অসীম।

উপকরণ: স্কেল, কলম, পেন্সিল, রবার, ছক কাগজ, ক্যালকুলেটর।

কাজের ধারা:

১. $x = 0, \pm1, \pm2, \pm3$ এর জন্য ফাংশন থেকে y এর মান নির্ণয় করি।

২. ছক কাগজে x-অক্ষ এবং y-অক্ষ এঁকে সুবিধামত একক (x-অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম 5 বর্গঘর = 1 একক এবং y-অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম 1 বর্গঘর = 1 একক) নিয়ে নির্ণীত (x, y) বিন্দুগুলো স্থাপন করি।

www.bdniyog.com

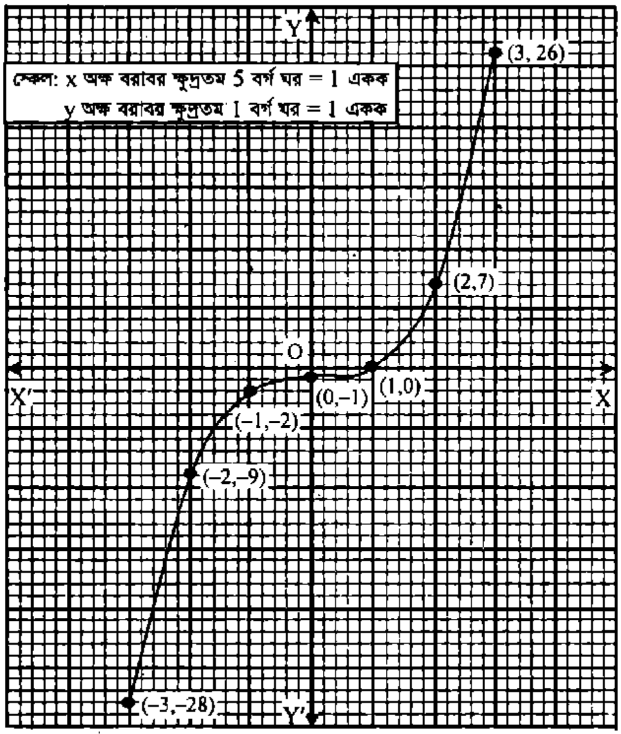
www.pathagar.com

৩. স্থাপিত বিন্দুগুলো দিয়ে সুষমভাবে বক্ররেখা টেনে লেখচিত্র আঁকি।

বিন্দু নির্ণয়: প্রদত্ত ফাংশন, $y = x^3 - 1$

x	–3	–2	–1	0	1	2	3
y	–28	–9	–2	–1	0	7	26

ছক কাগজে মানগুলো স্থাপন করলে নিম্নরূপ লেখচিত্র পাওয়া যায়–



বিপরীত ফাংশন নির্ণয়: ধরি, $y = f(x) = x^3 - 1$

এখন, $y = x^3 - 1$

বা, $x^3 = y + 3$

$\therefore x = \pm (y + 1)^{\frac{1}{3}}$

বিপরীত ফাংশন $f^{-1} : y \to x$ যেখানে, $x = \pm (y + 1)^{\frac{1}{3}}$

বা, $f^{-1} : y \to \pm (y + 1)^{\frac{1}{3}}$

y এর স্থলে x স্থাপন করে পাই,

$f^{-1} : x \to \pm(x + 1)^{\frac{1}{3}}$

$\therefore f^{-1}(x) = \pm (x + 1)^{\frac{1}{3}}$

ফলাফল: লেখ থেকে দেখা যায় যে, $x^3 - 1$ ফাংশনের লেখ খোলা বক্ররেখা ও এর বিস্তৃতি অসীম।

বিপরীত ফাংশন: $f^{-1}(x) = \pm(x + 1)^{\frac{1}{3}}$

সতর্কতা:

১. ছক কাগজে সতর্কতার সাথে বিন্দুগুলো স্থাপন করে সাবলীলভাবে বক্ররেখা টানতে হবে।

২. চিত্র অঙ্কনের পূর্বে পেন্সিল শার্প করে নিতে হবে।

৩. বিন্দুগুলোর মান সতর্কতার সাথে বের করতে হবে।

প্রশ্ন-৯.২: $y = 4^x$ সমীকরণের লেখচিত্র অঙ্কন ও এর বিপরীত ফাংশন নির্ণয় করতে হবে।

সমাধান:

সমস্যা নং–৯.২	**কাজের নাম:** প্রদত্ত সূচকীয় ফাংশনের লেখচিত্র অঙ্কন ও বিপরীত ফাংশন নির্ণয়।	তারিখ … …

সমস্যা: $y = 4^x$ সমীকরণের লেখচিত্র ও এর বিপরীত ফাংশন নির্ণয় করতে হবে।

পর্যবেক্ষণ: লক্ষ করি যে,

১. প্রদত্ত ফাংশনে $x = 0$ বসালে $y = 1$ পাওয়া যায় এবং x এর যে কোনো বাস্তব মানের জন্য $y > 0$। সুতরাং ফাংশনের লেখচিত্র (0, 1) বিন্দুগামী এবং এটি সম্পূর্ণরূপে x অক্ষের উপরে অর্ধসমতলে অবস্থান করবে এবং খোলা বক্ররেখা হবে।

২. x এর যেকোনো ধনাত্মক মানের জন্য y এর মান ক্রমান্বয়ে ডানদিকে (উপরের) বৃদ্ধি পেতে থাকে। অর্থাৎ $x \to \infty, y \to \infty$

৩. x এর ঋণাত্মক মানের জন্য y এর মান কোনো সময় 0 (শূন্যের) খুব কাছাকাছি পৌঁছায় অর্থাৎ $x \to -\infty, y \to 0^+$। তাই ফাংশনের লেখচিত্র অসীম বিন্দুতে x অক্ষকে স্পর্শ করে।

উপকরণ: স্কেল, কলম, পেন্সিল, রাবার, ছক কাগজ, ক্যালকুলেটর।

কাজের ধারা:

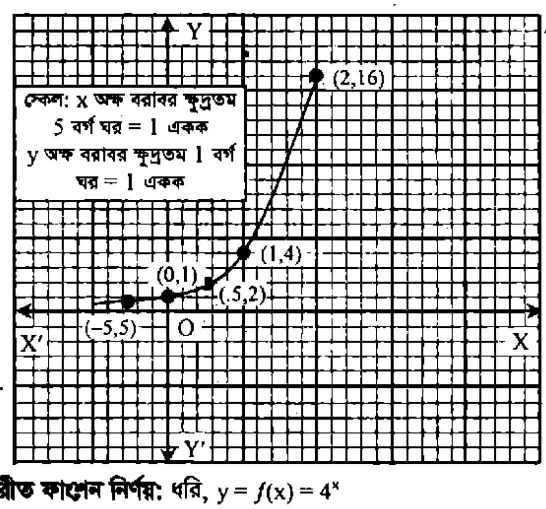
১. প্রদত্ত ফাংশন থেকে x এর মান ± 0.5, 0, 1 ও 2 এর জন্য y এর মান নির্ণয় করি।

২. ছক কাগজে x-অক্ষ XOX' ও y-অক্ষ YOY' এঁকে সুবিধামত একক (এক্ষেত্রে x-অক্ষ বরাবর 5 বর্গঘর = 1 একক এবং y-অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম 1 বর্গঘর = 1 একক) ধরে নির্ণীত (x, y) বিন্দুগুলো দিয়ে সুষমভাবে বক্ররেখা টেনে লেখচিত্র আঁকি।

বিন্দু নির্ণয়: ফাংশনটি $y = 4^x$

ক্যালকুলেটর ব্যবহার করে নিচের ছক তৈরি করে পাই,

x	– 0.5	0	0.5	1	2
y	0.5	1	2	4	16



বিপরীত ফাংশন নির্ণয়: ধরি, $y = f(x) = 4^x$

এখন $y = 4^x$

বা, $\log_4 y = x$

$\therefore x = \log_4 y$

বিপরীত ফাংশন $f^{-1} : y \to x$ যেখানে $x = \log_4 y$

বা, $f^{-1} : y \to \log_4 y$

y এর স্থলে x স্থাপন করে পাই

$f^{-1} : x \to \log_4 x$

$\therefore f^{-1}(x) = \log_4 x$

ফলাফল: লেখ থেকে দেখা যায় যে, $y = 4^x$ ফাংশনের লেখ একটি বক্ররেখা যা সম্পূর্ণরূপে x অক্ষের অর্ধ উপরিতলে অবস্থিত। বিপরীত ফাংশন: $f^{-1}(x) = \log_4 x$

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

সতর্কতা:

১. সরু করে কাটা HB পেনসিল ব্যবহার করতে হবে।

২. বিন্দুগুলো সংযোগ করার সময় সাবধানতা অবলম্বন করতে হবে।

৩. ক্যালকুলেটরের সাহায্যে y এর মান নির্ণয় কর।

মন্তব্য: লেখটি y অক্ষের ধনাত্মক দিকে এবং x অক্ষের ঊর্ধ্ব উপরিতলে অবস্থিত।

সমস্যা-৯.৩: $f(x) = 3^x$ সূচকীয় ফাংশনের লেখচিত্র আঁকতে হবে।

সমাধান:

সমস্যা নং–৯.৩	**কাজের নাম:** প্রদত্ত সূচকীয় ফাংশনের লেখচিত্র অঙ্কন।	তারিখ ... ...

সমস্যা: $f(x) = 3^x$ সূচকীয় ফাংশনের লেখচিত্র আঁকতে হবে।

পর্যবেক্ষণ: লক্ষ করি যে,

১. প্রদত্ত ফাংশনে $x = 0$ বসালে $y = 1$ পাওয়া যায় এবং x এর যে কোনো বাস্তব মানের জন্য $y > 0$। সুতরাং ফাংশনের লেখচিত্র (0, 1) বিন্দুগামী এবং এটি সম্পূর্ণরূপে x-অক্ষের উপরে অর্ধসমতলে অবস্থান করবে এবং খোলা বক্ররেখা হবে।

২. x এর যেকোনো ধনাত্মক মানের জন্য y এর মান ক্রমান্বয়ে ডানদিকে (উপরে) বৃদ্ধি পেতে থাকে। অর্থাৎ $x \to \infty, y \to \infty$

৩. x এর ঋণাত্মক মানের জন্য y এর মান কোনো সময় 0 (শূন্যের) খুব কাছাকাছি পৌঁছায় অর্থাৎ $x \to -\infty, y \to 0^+$। তাই ফাংশনের লেখচিত্র অসীমে x-অক্ষকে স্পর্শ করে।

উপকরণ: স্কেল, কলম, পেন্সিল, রাবার, ছক কাগজ, ক্যালকুলেটর।

কাজের ধারা:

১. প্রদত্ত ফাংশন থেকে x এর বিভিন্ন মানের জন্য y এর মান নির্ণয় করি।

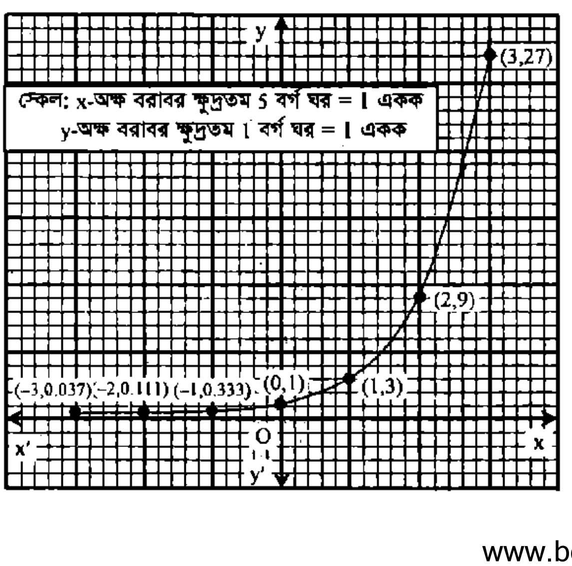
২. ছক কাগজে x-অক্ষ ও y-অক্ষ এঁকে সুবিধামতো একক (এক্ষেত্রে x-অক্ষ বরাবর 5 বর্গ ঘর = 1 একক এবং y-অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম 1 বর্গ ঘর = 1 একক) ধরে নির্ণীত (x, y) বিন্দুগুলো স্থাপন করি।

৩. স্থাপিত বিন্দুগলো দিয়ে সুষমভাবে বক্ররেখা টেনো লেখচিত্র আঁকি।

বিন্দু নির্ণয়: ফাংশনটি $y = f(x) = 3^x$

ক্যালকুলেটর ব্যবহার করে নিচের ছক তৈরি করে পাই,

x	–3	–2	–1	0	1	2	3
y	0.037	0.111	0.333	1	3	9	27



ডোমেন ও রেঞ্জ নির্ণয়: প্রদত্ত ফাংশন $y = 3^x$

ফাংশনটি x এর সকল বাস্তব মানের জন্য সংজ্ঞায়িত।

সুতরাং ডোমেন হবে বাস্তব সংখ্যার সেট। ∴ ডোমেন = $\mathbb{R}$

x এর যে কোনো বাস্তব মানের জন্য y এর মান সর্বদা ধনাত্মক।

∴ রেঞ্জ = $\mathbb{R}_+$

ফলাফল: লেখ থেকে দেখা যায় যে, $y = 3^x$ ফাংশনের লেখ একটি বক্ররেখা যা সম্পূর্ণরূপে x অক্ষের ঊর্ধ্ব উপরিতলে অবস্থিত।

সতর্কতা:

১. সরু করে কাটা HB পেন্সিল ব্যবহার করতে হবে।

২. বিন্দুগুলো সংযোগ করার সময় সাবধানতা অবলম্বন করতে হবে।

মন্তব্য: লেখটি y-অক্ষের ধনাত্মক দিকে এবং x-অক্ষের ঊর্ধ্ব উপরিতলে অবস্থিত।

প্রশ্ন-৯.৪: $y = e^x$, $2 < e < 3$ এর লেখ অঙ্কন করে লেখের বৈশিষ্ট্য নির্ণয় করতে হবে। যেখানে, $x \in \mathbb{R}$।

সমাধান:

সমস্যা নং–৯.৪	**কাজের নাম:** প্রদত্ত ফাংশনের লেখ অঙ্কন এবং লেখের বৈশিষ্ট্য নির্ণয়।	তারিখ ... ...

সমস্যা : $y = e^x$, $2 < e < 3$ এর লেখ অঙ্কন করে লেখের বৈশিষ্ট্য নির্ণয় করতে হবে। যেখানে, $x \in \mathbb{R}$।

তত্ত্ব : $y = e^x$, $2 < e < 3$, $e = 2.7182818$ .... e একটি অমূলদ সংখ্যা; $x \in \mathbb{R}$ হলে y এর মান সর্বদা ধনাত্মক হবে।

প্রয়োজনীয় উপকরণ :

(i) সরু শিষযুক্ত পেন্সিল (ii) স্কেল (iii) ইরেজার (iv) Scientific ক্যালকুলেটর ও (v) ছক কাগজ।

কার্যপদ্ধতি :

1. x এর বিভিন্ন বাস্তব মানের জন্য y এর প্রতিসঙ্গী মান নির্ণয় করি।

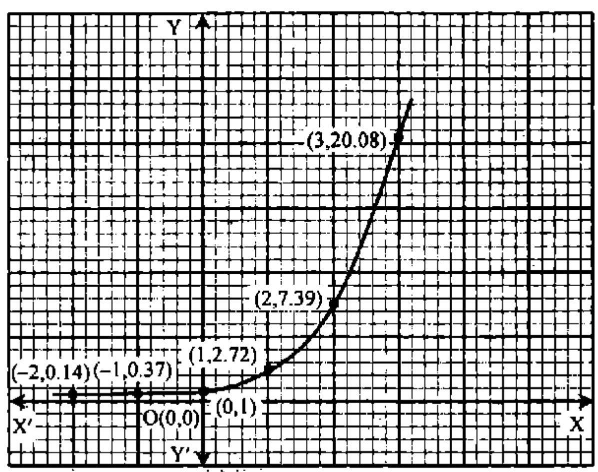
2. XOX' এবং YOY' কে যথাক্রমে x-অক্ষ ও y-অক্ষ ধরি।

3. ছক কাগজের x-অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গের 5 বাহু = 1 একক এবং y-অক্ষ বরাবর বর্গের 1 বাহু = 1একক ধরে প্রাপ্ত বিন্দুগুলোকে ছক কাগজে স্থাপন করি।

4. একটি সরু শিষযুক্ত পেন্সিল দিয়ে ছক কাগজের বিন্দুগুলো যোগ করে ফাংশনটির লেখচিত্র অঙ্কন করি।

ফল সংকলন : ক্যালকুলেটরের ব্যবহার করে নিচের ছক তৈরি করি

x	–3	–2	–1	0	1	2	3
y	0.05	0.14	0.37	1	2.72	7.39	20.08



উপরি-উক্ত ছক থেকে প্রাপ্ত ক্রমজোড়গুলো (–3, 0.05), (–2, 0.14), (–1, 0.37), (0, 1), (1, 2.72), (2, 7.39), (3, 20.08) ... ... প্রভৃতি।

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

লেখচিত্রের বৈশিষ্ট্য :

(i) সম্পূর্ণ লেখটি x-অক্ষের উপরিভাগে অবস্থিত। কেননা $x \in R$ হলে $e^x > 0$

(ii) $y \to \infty$ যখন $x \to \infty$ এবং $y \to 0$ যখন $x \to -\infty$ অর্থাৎ লেখটি x-অক্ষের ধনাত্মক ও ঋণাত্মক উভয় দিকে অসীমে বিস্তৃত এবং y-অক্ষকে (0, 1) বিন্দুতে ছেদ করে।

(iii) $y \to 0$ যখন $x \to -\infty$ অর্থাৎ লেখের ও X -অক্ষের লম্ব দূরত্ব ক্রমশ: শূন্যের সন্নিকটবর্তী হয়।

সতর্কতা:

১. ছক কাগজে সতর্কতার সাথে বিন্দুগুলো স্থাপন করে সাবলীলভাবে বক্ররেখা টানতে হবে।

২. চিত্র অঙ্কনের পূর্বে পেন্সিল শার্প করে নিতে হবে।

৩. বিন্দুগুলোর মান সতর্কতার সাথে বের করতে হবে।

প্রশ্ন-৯.৫: $y = e^{-x}$, $2 < e < 3$ এর লেখ অঙ্কন করে লেখের বৈশিষ্ট্য নির্ণয় করতে হবে।

সমাধান:

সমস্যা নং–৯.৫	**কাজের নাম:** প্রদত্ত ফাংশনের লেখ অঙ্কন এবং লেখের বৈশিষ্ট্য নির্ণয়।	তারিখ ... ...

সমস্যা: $y = e^{-x}$, $2 < e < 3$ এর লেখ অঙ্কন করে লেখের বৈশিষ্ট্য নির্ণয় করতে হবে যেখানে $x \in \mathbf{R}$।

তত্ত্ব: $y = e^{-x}$, $2 < e < 3$, $e = 2.7182818$.........

e একটি অমূলদ সংখ্যা। $x = 0$ হলে $y = 1$ এবং $x \in \mathbf{R}$ হলে y এর মান সর্বদা ধনাত্মক হবে।

প্রয়োজনীয় উপকরণ: কাগজ, সরু শিষযুক্ত পেন্সিল, স্কেল, রাবার, Scientific ক্যালকুলেটর, ছক কাগজ।

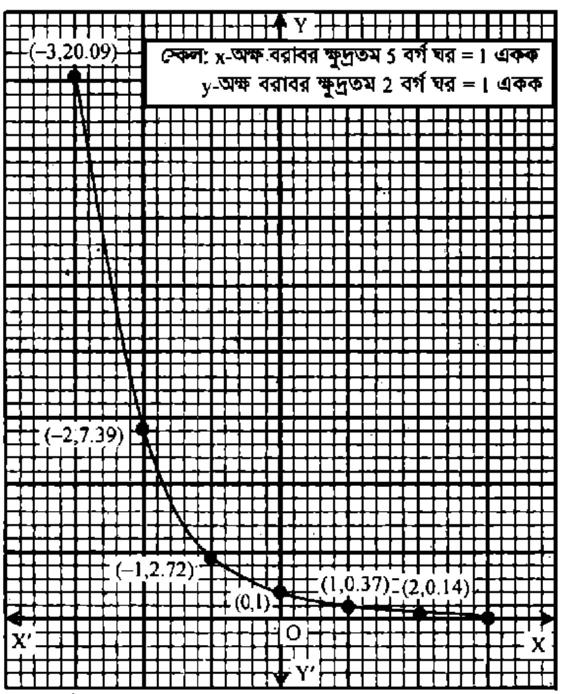
কাজের ধারা:

১. x এর বিভিন্ন বাস্তব মানের জন্য y এর প্রতিসঙ্গী মান নির্ণয় করি।

২. XOX′ ও YOY′ কে যথাক্রমে x অক্ষ ও y অক্ষ ধরি।

৩. ছক কাগজের x-অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম 5 বর্গঘর = 1 একক এবং y-অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম 2 বর্গঘর = 1 একক ধরে প্রাপ্ত বিন্দুগুলোকে ছক কাগজে স্থাপন করি।

৪. একটি সরু শিষযুক্ত পেন্সিল দিয়ে ছক কাগজের বিন্দুগুলো যোগ করে ফাংশনটির লেখচিত্র অঙ্কন করি।



ফল সংকলন: ক্যালকুলেটরের সাহায্যে নিচের ছক তৈরি করি।

x	–3	–2	–1	0	1	2	3
y	20.09	7.39	2.72	1	0.37	0.14	0.05

উপরিউক্ত ছক থেকে প্রাপ্ত ক্রমজোড়গুলো (–3, 20.09), (–2, 7.39), (–1, 2.72), (0, 1), (1,0.37), (3, 0.05) .... প্রভৃতি।

লেখচিত্রের বৈশিষ্ট্য:

১. সম্পূর্ণ লেখটি x অক্ষের উপরিভাগে অবস্থিত। কেননা $x \in \mathbf{R}$ হলে $e^{-x} > 0$

২. $y \to 0$ যখন $x \to +\infty$ এবং $y \to +\infty$ যখন $x \to -\infty$ অর্থাৎ লেখটি x-অক্ষের ধনাত্মক ও ঋণাত্মক উভয় দিকে অসীমে বিস্তৃত এবং y-অক্ষকে (0, 1) বিন্দুতে ছেদ করে।

৩. $y \to 0$ যখন $x \to \infty$ অর্থাৎ লেখের ও x অক্ষের লম্ব দূরত্ব ক্রমশঃ শূন্যের নিকটবর্তী হয়।

সতর্কতা:

১. সরু করে কাটা HB পেন্সিল ব্যবহার করতে হবে।

২. বিন্দুগুলো সংযোগ করার সময় সাবধানতা অবলম্বন করতে হবে।

৩. ক্যালকুলেটরের সাহায্যে y এর আসন্ন মান নির্ণয় করতে হবে।

প্রশ্ন-৯.৬: $y = \left(\frac{3}{2}\right)^x$ ফাংশনের লেখচিত্র অঙ্কন কর।

সমাধান:

সমস্যা নং–৯.৬	**কাজের নাম:** প্রদত্ত ফাংশনের লেখচিত্র অঙ্কন।	তারিখ ... ...

সমস্যা: $y = \left(\frac{3}{2}\right)^x$ ফাংশনের লেখচিত্র অঙ্কন করতে হবে।

পর্যবেক্ষণ: লক্ষ করি যে,

১. প্রদত্ত ফাংশনে $x = 0$ বসালে $y = 1$ পাওয়া যায়। x এর যেকোনো বাস্তব মানের জন্য $y > 0$। তাই লেখচিত্রটি (0, 1) বিন্দুগামী এবং সম্পূর্ণরূপে x-অক্ষের অর্ধ উপরিতলে অবস্থিত।

২. x এর মান বৃদ্ধির সাথে সাথে y এর মান বৃদ্ধি পায়।

৩. $x \to -\infty$ হলে $y \to 0$ হয়, তাই লেখচিত্রটি অসীমে x-অক্ষকে স্পর্শ করে।

উপকরণ: ক্যালকুলেটর, রাবার, সার্পনার, ছক কাগজ, সরু করে কাটা HB পেন্সিল, খাতা, কলম ইত্যাদি।

কার্যপদ্ধতি:

১. x এর মান 0, ±1, ±2 ও ±3 এর জন্য $y = \left(\frac{3}{2}\right)^x$ ফাংশন থেকে y এর মান নির্ণয় করি।

২. ছক কাগজে x-অক্ষ এবং y-অক্ষ এঁকে সুবিধা মতো একক (এক্ষেত্রে উভয় অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম 5 বর্গঘর = 1 একক) নিয়ে নির্ণীত বিন্দুগুলো স্থাপন করি।

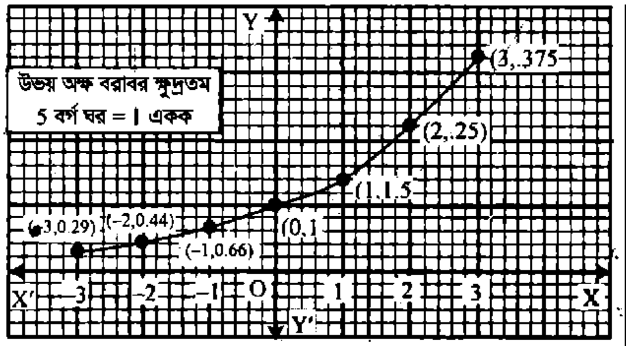
৩. স্থাপিত বিন্দুগুলো দিয়ে সুষম বক্ররেখা টেনে লেখচিত্র আঁকি।

বিন্দু নির্ণয়: ফাংশন থেকে পাই $y = \left(\frac{3}{2}\right)^x$; $-3 \le x \le 3$

ক্যালকুলেটর ব্যবহার করে নিচের ছক পূরণ করে পাই,

x	–3	–2	–1	0	1	2	3
y	0.29	0.44	0.66	1	1.5	2.25	3.375

www.bdniyog.com
www.pathagar.com



ফলাফল: লেখ থেকে দেখা যায় যে, $y = \left(\frac{3}{2}\right)^x$ ফাংশনের লেখচিত্র একটি বক্ররেখা যা সম্পূর্ণরূপে x অক্ষের অর্ধ-উপরিতলে অবস্থিত।

সতর্কতা:

১. নির্ভুল লেখচিত্র পাবার জন্য সরু করে কাঁটা পেন্সিল ব্যবহার করতে হবে।

২. বিন্দুগুলো সংযোজন করার সময় সাবধানতা অবলম্বন করতে হবে।

প্রশ্ন-৯.৭: $y = 2^{\frac{x}{2}}$ ফাংশনের লেখচিত্র অঙ্কন কর।

সমাধান:

সমস্যা নং–৯.৭	**কাজের নাম:** প্রদত্ত ফাংশনের লেখচিত্র অঙ্কন।	তারিখ ... ...

সমস্যা: $y = 2^{\frac{x}{2}}$ ফাংশনের লেখচিত্র অঙ্কন করতে হবে।

যেখানে $-3 \le x \le 3$

পর্যবেক্ষণ: লক্ষ করি যে,

১. প্রদত্ত ফাংশনে $x = 0$ বসালে $y = 1$ পাওয়া যায়। x এর যেকোনো বাস্তব মানের জন্য $y > 0$। তাই লেখচিত্রটি (0, 1) বিন্দুগামী এবং সম্পূর্ণরূপে x-অক্ষের অর্ধ উপরিতলে অবস্থিত।

২. x এর মান বৃদ্ধির সাথে সাথে y এর মান বৃদ্ধি পায়।

৩. $x \to -\infty$ হলে $y \to 0$ হয়, তাই লেখচিত্রটি অসীমে x-অক্ষকে স্পর্শ করে।

উপকরণ: স্কেল, ক্যালকুলেটর, রাবার, সার্পনার, ছক কাগজ, সরু করে কাটা HB পেন্সিল, খাতা, কলম ইত্যাদি।

কাজের ধারা:

১. x এর মান 0, ±1, ±2 ও ±3 এর জন্য $y = 2^{\frac{x}{2}}$ ফাংশন থেকে y এর মান নির্ণয় করি।

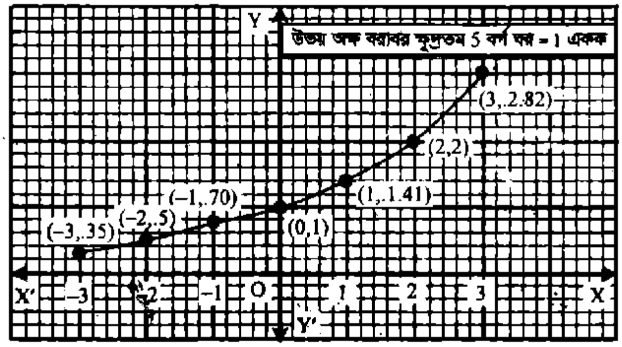
২. ছক কাগজে x-অক্ষ XOX' এবং y-অক্ষ YOY' এঁকে সুবিধা মতো একক (এক্ষেত্রে উভয় অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম 5 বর্গঘর = 1 একক) নিয়ে নির্ণীত (x, y) বিন্দুগুলো স্থাপন করি।

৩. স্থাপিত বিন্দুগুলো দিয়ে সুষম বক্ররেখা টেনে লেখচিত্র আঁকি।

বিন্দু নির্ণয়: ফাংশন থেকে পাই, $y = 2^{\frac{x}{2}}$; $-3 \le x \le 3$

ক্যালকুলেটর ব্যবহার করে নিচের ছক পূরণ করে পাই,

x	−3	−2	−1	0	1	2	3
y	0.35	0.5	0.70	1	1.41	2	2.82



ফলাফল: লেখ থেকে দেখা যায় যে, $y = 2^{\frac{x}{2}}$ ফাংশনের লেখচিত্র একটি বক্ররেখা যা সম্পূর্ণরূপে x অক্ষের অর্ধ-উপরিতলে অবস্থিত।

সতর্কতা:

১. নির্ভুল লেখচিত্র পাবার জন্য সরু করে কাঁটা পেন্সিল ব্যবহার করতে হবে।

২. বিন্দুগুলো সংযোজন করার সময় সাবধানতা অবলম্বন করতে হবে।

প্রশ্ন-৯.৮: $y = 2^{-x}$ সূচকীয় ফাংশনের লেখচিত্র আঁক।

সমাধান:

সমস্যা নং–৯.৮	**কাজের নাম:** প্রদত্ত সূচকীয় ফাংশনের লেখচিত্র অঙ্কন।	তারিখ ... ...

সমস্যা: $y = 2^{-x}$ সূচকীয় ফাংশনের লেখচিত্র আঁকতে হবে;

যেখানে $-3 \le x \le 3$

পর্যবেক্ষণ: লক্ষ করি যে,

১. প্রদত্ত ফাংশনে $x = 0$ বসালে $y = 1$ পাওয়া যায়। x এর যেকোনো বাস্তব মানের জন্য $y > 0$। তাই লেখচিত্রটি সম্পূর্ণভাবে x অক্ষের উপরে অর্ধসমতলে অবস্থান করবে এবং তা খোলা বক্ররেখা হবে এবং অসীমভাবে বিস্তৃত হবে কিন্তু $-3 \le x \le 3$ হওয়ায় এটি সসীম বক্ররেখা।

উপকরণ: স্কেল, ক্যালকুলেটর, রাবার, সার্পনার, ছক কাগজ, সরু করে কাটা HB পেন্সিল, খাতা, কলম ইত্যাদি।

কাজের ধারা:

১. প্রদত্ত ফাংশন থেকে x এর মান ($-3 \le x \le 3$) প্রত্যেক মানের জন্য y এর মান যথেষ্ট সংখ্যাক নির্ণয় করি।

২. ছক কাগজে x অক্ষ এবং y অক্ষ এঁকে সুবিধা মতো একক (এক্ষেত্রে উভয় অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম 5 বর্গঘর = 1 একক) নিয়ে নির্ণীত (x, y) বিন্দুগুলো স্থাপন করি।

৩. স্থাপিত বিন্দুগুলো দিয়ে সুষমভাবে বক্ররেখা টেনে লেখচিত্র আঁকি।

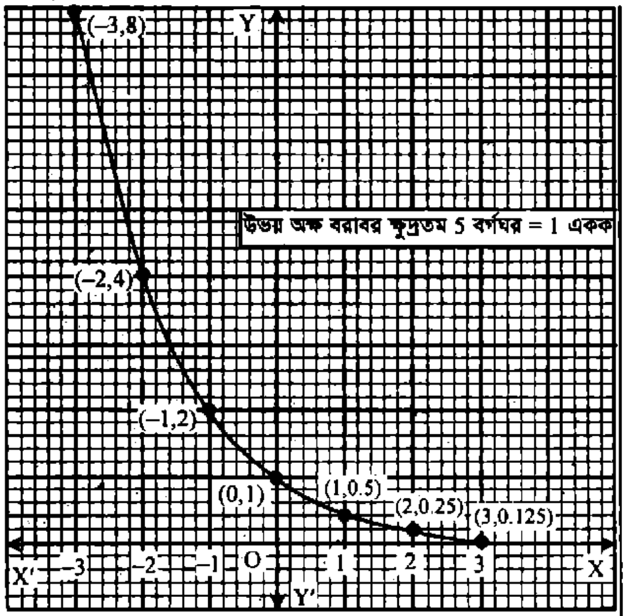
বিন্দু নির্ণয়: ফাংশনটি $y = 2^{-x}$

ক্যালকুলেটর ব্যবহার করে নিচের ছক পূরণ করে পাই,

x	−3	−2	−1	0	1	2	3
y	8	4	2	1	0.5	0.25	0.125

www.bdniyog.com

www.pathagar.com



সিদ্ধান্ত: লেখচিত্র একটি বক্ররেখা যা সম্পূর্ণরূপে x অক্ষের ঊর্ধ্ব-উপরিতলে অবস্থিত।

সতর্কতা:

১. ছক কাগজে সতর্কতার সাথে বিন্দুগুলো স্থাপন করে অত্যন্ত সাবলীলভাবে বক্ররেখা টানতে হবে।

২. ক্যালকুলেটর ব্যবহার করে x এর আসন্ন মান বের করতে হবে।

৩. সরু করে কাটা HB পেন্সিল ব্যবহার করতে হবে।

প্রশ্ন-৯.৯: $y = x^2 + 3$ ফাংশনের লেখচিত্র অঙ্কন এবং বিপরীত ফাংশন নির্ণয় কর।

সমাধান:

সমস্যা নং–৯.৯	**কাজের নাম:** প্রদত্ত ফাংশনের লেখচিত্র অঙ্কন এবং বিপরীত ফাংশন নির্ণয়।	তারিখ ... ...

সমস্যা: $y = x^2 + 3$ ফাংশনের লেখচিত্র অঙ্কন এবং বিপরীত ফাংশন নির্ণয়

পর্যবেক্ষণ: লক্ষ করি যে,

১. প্রদত্ত ফাংশন: $y = x^2 + 3$ এ $x = 0$ বসালে $y = 3$ পাওয়া যায় এবং x এর যেকোনো বাস্তব মানের জন্য y এর মান ধনাত্মক। তাই ফাংশনের লেখ (0, 3) বিন্দুগামী এবং খোলা বক্ররেখা যা সম্পূর্ণরূপে x অক্ষের ঊর্ধ্ব-উপরিতলে অবস্থিত।

২. প্রদত্ত ফাংশনে x এর স্থলে − x বসালে সমীকরণটির কোনো পরিবর্তন হয় না। সুতরাং লেখচিত্রটি y অক্ষের সাপেক্ষে প্রতিসম।

৩. ফাংশনে $x \to \infty$ এর জন্য $y \to \infty$ হওয়ায় ফাংশনটি অসীমভাবে বিস্তৃত হবে।

উপকরণ: স্কেল, কলম, পেন্সিল, রাবার, ছক কাগজ, ক্যালকুলেটর।

কাজের ধারা:

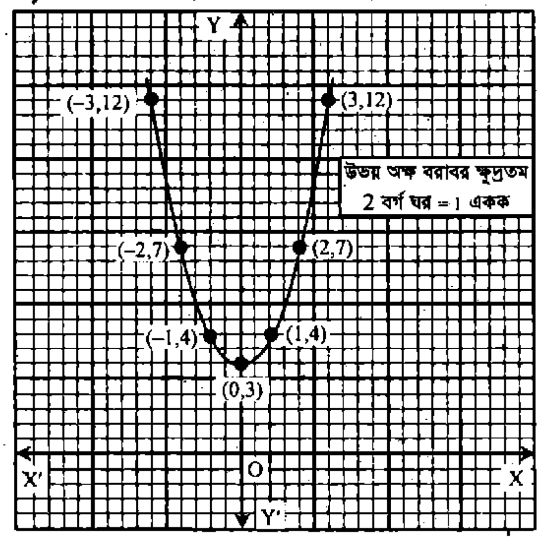
১. x এর মান $0, \pm1, \pm2, \pm3$ এর জন্য $y = x^2 + 3$ ফাংশন থেকে y এর মান নির্ণয় করি।

২. ছক কাগজে x অক্ষ ও y অক্ষ সুবিধামত একক (এক্ষেত্রে উভয় অক্ষ বরাবর) ক্ষুদ্রতর 2 বর্গঘর = 1 একক) নিয়ে নির্ণীত (x, y) বিন্দুগুলো স্থাপন করি।

৩. স্থাপিত বিন্দুগুলো দিয়ে সুষমভাবে বক্ররেখা টেনে লেখচিত্র আঁকি।

বিন্দু নির্ণয়: প্রদত্ত ফাংশন: $y = x^2 + 3$

x	−3	−2	−1	0	1	2	3
y	12	7	4	3	4	7	12



বিপরীত ফাংশন নির্ণয়:

ধরি, $y = f(x) = x^2 + 3$

এখন, $y = x^2 + 3$

বা, $x^2 = y - 3$

$\therefore x = \pm\sqrt{y-3}$

বিপরীত ফাংশন $f^{-1} : y \to x$ যেখানে $x = \pm\sqrt{y-3}$

বা, $f^{-1} : y \to \pm\sqrt{y-3}$

y এর স্থলে x স্থাপন করে পাই,

$f^{-1} : x \pm \sqrt{x-3}$

$\therefore f^{-1}(x) = \pm\sqrt{x-3}$

ফলাফল: লেখ থেকে দেখা যায় যে, $y = x^2 + 3$ ফাংশনের লেখ একটি সুষম বক্ররেখা এবং বিপরীত ফাংশন: $f^{-1}(x) = \pm\sqrt{x-3}$

সতর্কতা:

১. নির্ভুল লেখচিত্র পাওয়ার জন্য সরু করে কাটা পেন্সিল ব্যবহার করতে হবে।

২. বিন্দুগুলো সংযোজন করার সময় সাবধানতা অবলম্বন করতে হবে।

প্রশ্ন-৯.১০: $y = \frac{4}{x}$ ফাংশনের লেখচিত্র অঙ্কন এবং এর বিপরীত ফাংশন নির্ণয় কর।

সমাধান:

সমস্যা নং–৯.১০	**কাজের নাম:** প্রদত্ত ফাংশনের লেখচিত্র অঙ্কন এবং বিপরীত ফাংশন নির্ণয়।	তারিখ ... ...

সমস্যা: $y = \frac{4}{x}$ ফাংশনের লেখচিত্র অঙ্কন এবং এর বিপরীত ফাংশন নির্ণয় করতে হবে।

পর্যবেক্ষণ: লক্ষ্য করি যে,

১. $x \to \infty$ যখন $y \to 0$ এবং $y \to \infty$ যখন $x \to 0$
সুতরাং ফাংশনটি লেখ অসীমে বিস্তৃত।

২. $x = 0$ এর জন্য ফাংশনটি অসংজ্ঞায়িত। তাই ফাংশনের লেখ বিচ্ছিন্ন বক্ররেখা।

৩. x এর ধনাত্মক মানের জন্য y এর মান ধনাত্মক এবং ঋণাত্মক মানের জন্য y এর মান ঋণাত্মক হওয়ায় ফাংশনের লেখ শুধু ১ম ও ৩য় চতুর্ভাগে অবস্থান করবে।

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

কাজের ধারা:

১. $x = 0, \pm0.5, \pm1, \pm2, \pm4$ এর জন্য ফাংশন থেকে y এর মান নির্ণয় করি।

২. ছক কাগজে x-অক্ষ এবং y-অক্ষ এঁকে সুবিধামত একক x-অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম 5 বর্গ ঘর = 1 একক y-অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম 2 বর্গ ঘর = 1 একক নিয়ে নির্ণীত (x, y) বিন্দুগুলো স্থাপন করি।

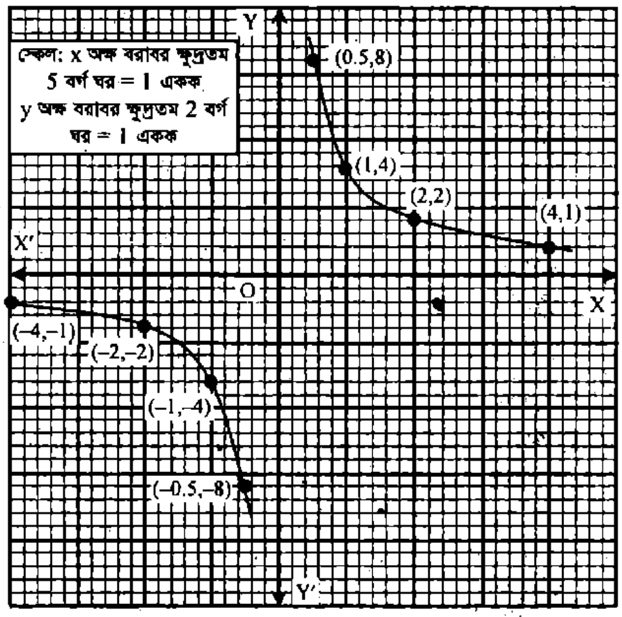
৩. স্থাপিত বিন্দুগুলো দিয়ে সুষমভাবে বক্ররেখা টেনে লেখচিত্রের প্রথম চতুর্ভাগের অবস্থিত অংশ আঁকি এবং প্রথম অংশে প্রতিবিম্ব করে লেখচিত্রটির তৃতীয় চতুর্ভাগে অবস্থিত অংশ আঁকি।

বিন্দু নির্ণয়: প্রদত্ত ফাংশন, $y = \frac{4}{x}$

এখন, ক্যালকুলেটর ব্যবহার করে নিচের ছক পূরণ করি।

x	−4	−2	−1	−0.5	0	0.5	1	2	4
y	−1	−2	−4	−8	অসংজ্ঞায়িত	8	4	2	1

ছক কাগজে মানগুলো স্থাপন করলে নিম্নরূপ লেখচিত্র পাওয়া যায়—



বিপরীত ফাংশন নির্ণয়:

ধরি, $y = f(x) = \frac{4}{x}$

এখন, $y = \frac{4}{x}$

$\therefore x = \frac{4}{y}$

বিপরীত ফাংশন: $f^{-1} : y \rightarrow x$ যেখানে, $x = \frac{4}{y}$

বা, $f^{-1} : y \rightarrow \frac{4}{y}$

y এর স্থলে x স্থাপন করে পাই,

$f^{-1} : x \rightarrow \frac{4}{x}$

$\therefore f^{-1}(x) = \frac{4}{x}$

ফলাফল: লেখ থেকে দেখা যায় যে, ফাংশনের লেখ বিচ্ছিন্ন বক্ররেখা এবং বিপরীত ফাংশন $f^{-1}(x) = \frac{4}{x}$

সতর্কতা:

১. নির্ভুল লেখচিত্র পাওয়ার জন্য সরু করে কাটা পেন্সিল ব্যবহার করতে হবে।

২. বিন্দুগুলো সংযোজন করার সময় সতর্কতা অবলম্বন করতে হবে।

একাদশ অধ্যায় ▶ স্থানাঙ্ক জ্যামিতি

প্রশ্ন-১১.১: সাধারণ সূত্রের সাহায্যে A(2, 3), B(5, 6) ও C(−1, 4) শীর্ষবিশিষ্ট ত্রিভুজ অঙ্কন ও এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

সমাধান:

সমস্যা নং- ১১.১	**কাজের নাম:** সাধারণ সূত্রের মাধ্যমে ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয়।	তারিখ: ....

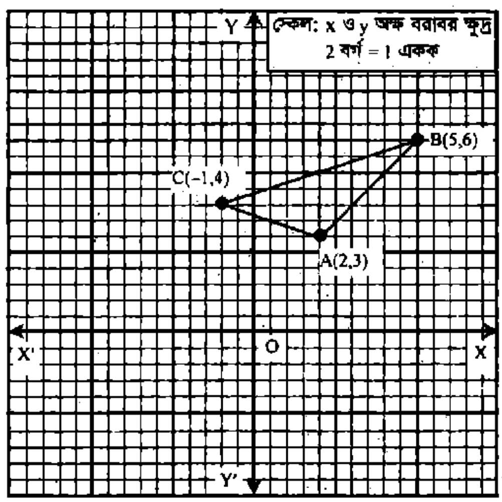
সমস্যা: সাধারণ সূত্রের সাহায্যে A(2, 3), B(5, 6) ও C(−1, 4) শীর্ষবিশিষ্ট ত্রিভুজ অঙ্কন ও এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

তত্ত্ব: ABC ত্রিভুজের তিনটি শীর্ষবিন্দুর স্থানাঙ্ক $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ এবং $C(x_3, y_3)$ হয় তবে

$$\Delta ABC \text{ এর ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_1 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_1 \end{vmatrix}$$

$$= \frac{1}{2}(x_1y_2 + x_2y_3 + x_3y_1 - x_2y_1 - x_3y_2 - x_1y_3)$$

উপকরণ: কাগজ, কলম, পেন্সিল, রাবার, ছক কাগজ।



কাজের ধারা :

১. A(2, 3), B(5, 6) ও C(−1, 4) শীর্ষ তিনটিকে ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে নিই।

২. বিন্দুগুলোকে সুবিধামত এককে (উভয় অক্ষে ক্ষুদ্রতম 2 বর্গঘর = 1 একক) নিয়ে ছক কাগজে স্থাপন করি।

৩. বিন্দুগুলো যোগ করে ABC ত্রিভুজ অঙ্কন করি।

৪. বাহুগুলোর দৈর্ঘ্য নির্ণয় করে এর পরিসীমা ও ক্ষেত্রফল বের করি।

ফল সংকলন:

$$\Delta ABC \text{ এর ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} 2 & 5 & -1 & 2 \\ 3 & 6 & 4 & 3 \end{vmatrix} \text{ বর্গ একক}$$

$$= \frac{1}{2}(12 + 20 - 3 - 15 + 6 - 8) \text{ বর্গ একক}$$

$$= \frac{1}{2}(12) \text{ বর্গ একক}$$

$$= 6 \text{ বর্গ একক}$$

ফলাফল: ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল 6 বর্গ একক

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

সতর্কতা:

১. ছক কাগজে বিন্দুগুলো সতর্কতার সাথে স্থাপন করে সংযোগ করতে হবে।

২. শীর্ষবিন্দুগুলো ঘড়ির কাটার বিপরীত দিকে সাজাতে হবে অন্যথায় ক্ষেত্রফলের সঠিক মান পাওয়া সম্ভব নয়।

প্রশ্ন-১১.২: A(2, 5), B(− 1, 1) এবং C(2, 1) একটি ত্রিভুজের তিনটি শীর্ষবিন্দু। ত্রিভুজটির চিত্র এঁকে পরিসীমা ও বাহুর দৈর্ঘ্যের মাধ্যমে ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ত্রিভুজটি কোন ধরনের ত্রিভুজ চিত্র দেখে আন্দাজ কর এবং তার স্বপক্ষে যুক্তি দাও।

সমাধান:

সমস্যা নং-১১.২	**কাজের নাম:** ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল ও পরিসীমা নির্ণয়।	তারিখ: ... ...

সমস্যা: A(2, 5), B(− 1, 1) এবং C(2, 1) একটি ত্রিভুজের তিনটি শীর্ষবিন্দু। ত্রিভুজটির চিত্র এঁকে পরিসীমা ও বাহুর দৈর্ঘ্যের মাধ্যমে ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ত্রিভুজটি কোন ধরনের ত্রিভুজ চিত্র দেখে আন্দাজ কর এবং তার স্বপক্ষে যুক্তি দাও।

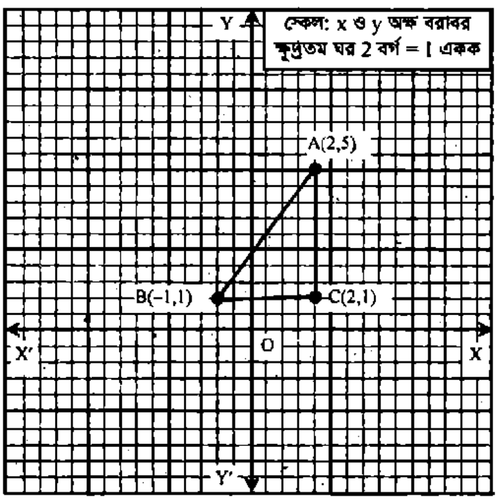
তত্ত্ব: ত্রিভুজ ABC এর AB বাহুর দৈর্ঘ্য 'c', BC বাহুর দৈর্ঘ্য 'a' এবং CA বাহুর দৈর্ঘ্য 'b' হলে

ত্রিভুজের পরিসীমা $2s = (a + b + c)$ একক

অর্থাৎ পরিসীমা = বাহু তিনটির দৈর্ঘ্যের সমষ্টি

এবং ΔABC এর ক্ষেত্রফল $= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ বর্গ একক

উপকরণ: কাগজ, কলম, পেন্সিল, রাবার, ছককাগজ, ক্যালকুলেটর।



কাজের ধারা:

১. ছক কাগজে A(2,5), B(−1, 1) ও C(2, 1) বিন্দুগুলো স্থাপন করে ABC ত্রিভুজ অঙ্কন করি।

২. সূত্রের মাধ্যমে ABC ত্রিভুজের AB, BC ও CA বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয় করি।

৩. বাহুর দৈর্ঘ্যের সাহায্যে ABC ত্রিভুজের পরিসীমা ও ক্ষেত্রফল বের করি।

৪. অঙ্কিত ত্রিভুজে $\angle ACB$ এর মান প্রায় 90° মনে হচ্ছে। ত্রিভুজটি সমকোণী হতে পারে।

ফল সংকলন

AB বাহুর দৈর্ঘ্য, c	$\sqrt{(-1-2)^2+(1-5)^2} = \sqrt{9+16} = 5$ একক
BC বাহুর দৈর্ঘ্য, a	$\sqrt{(2+1)^2+(1-1)^2} = \sqrt{9+0} = 3$ একক
AC বাহুর দৈর্ঘ্য, b	$\sqrt{(2-2)^2+(1-5)^2} = \sqrt{0+16} = 4$ একক
পরিসীমা, 2s	$5 + 3 + 4 = 12$ একক
অর্ধপরিসীমা, s	$\frac{12}{2} = 6$ একক
ক্ষেত্রফল	$\sqrt{6(6-5)(6-3)(6-4)} = \sqrt{6.1.3.2}$ $= \sqrt{36} = 6$ বর্গ একক
$c^2 = 5^2 = 25$ এবং $a^2 + b^2 = 3^2 + 4^2 = 25$ অর্থাৎ $c^2 = a^2 + b^2$ ∴ ত্রিভুজটি সমকোণী	

ফলাফল: ত্রিভুজের পরিসীমা 12 একক, ক্ষেত্রফল 6 বর্গএকক এবং ত্রিভুজটি সমকোণী।

সতর্কতা:

১. ছক কাগজে বিন্দুগুলো সতর্কতার সাথে স্থাপন করে সংযোগ করতে হবে।

২. বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয়ে সতকর্তা অবলম্বন করতে হবে।

৩. পরিসীমা ও ক্ষেত্রফল নির্ণয়ের সূত্র ঠিক করে নিতে হবে।

প্রশ্ন-১১.৩: A(2, − 3), B(3, − 1), C(2, 0), D(− 1, 1) এবং E(− 2, − 1) শীর্ষবিশিষ্ট বহুভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করতে হবে।

সমাধান:

সমস্যা নং-১১.৩	**কাজের নাম:** ক্ষেত্রফল নির্ণয়ের পদ্ধতির সাহায্যে পঞ্চভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয়।	তারিখ: ....

সমস্যা: A(2, − 3), B(3, − 1), C(2, 0), D(− 1, 1) এবং E(− 2, − 1) শীর্ষবিশিষ্ট বহুভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করতে হবে।

তত্ত্ব: একটি পঞ্চভুজ ABCDE এর শীর্ষবিন্দুগুলো যদি $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$, $D(x_4, y_4)$ ও $E(x_5, y_5)$ হয় এবং শীর্ষগুলো যদি ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে হয়, তবে ত্রিভুজক্ষেত্র ও চতুর্ভুজক্ষেত্রের ঠিক অনুরূপভাবে পঞ্চভুজক্ষেত্র ABCDE এর ক্ষেত্রফল

$$= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 & x_1 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_4 & y_5 & y_1 \end{vmatrix}$$

উপকরণ: কাগজ, কলম, ক্যালকুলেটর

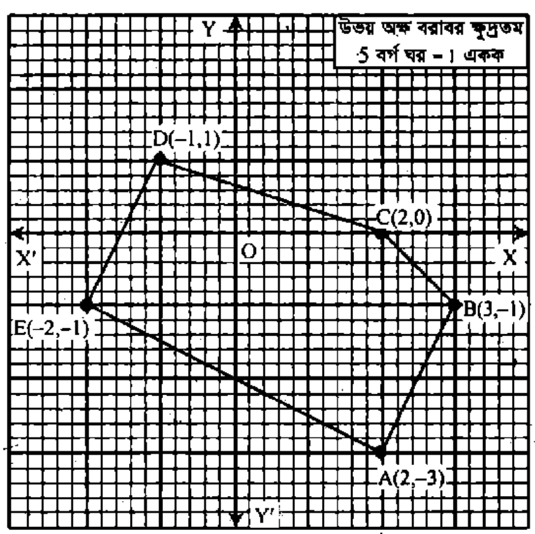
কাজের ধারা:

১. ছক কাগজের উভয় অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম 5 বর্গঘর = 1 একক ধরে প্রদত্ত বিন্দুগুলোকে A(2, −3), B(3, −1), C(2, 0), D(−1, 1) এবং E(−2, −1) ছক কাগজে স্থাপন করি।

২. বিন্দুগুলোকে ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে ক্রমান্বয়ে সাজানো বিবেচনা করি।

৩. বিন্দুগুলোকে যোগ করে ABCDE পঞ্চভুজ আঁকি।

৪. সূত্র প্রয়োগ করে পঞ্চভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কির।



www.bdniyog.com
www.pathagar.com

ফল সংকলন:

প্রদত্ত বিন্দুগুলো A(2, – 3), B(3, – 1), C(2, 0), D(–1, 1) এবং E(–2, –1) শীর্ষবিন্দু বিশিষ্ট বহুভুজটি পঞ্চভুজ ABCDE এর শীর্ষবিন্দু।

∴ বিন্দুসমূহকে ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে নিয়ে পঞ্চভুজ ABCDE এর ক্ষেত্রফল

$=\frac{1}{2}\begin{vmatrix} 2 & 3 & 2 & -1 & -2 & 2 \\ -3 & -1 & 0 & 1 & -1 & -3 \end{vmatrix}$ বর্গ একক

$=\frac{1}{2}\{-2+0+2+1+6-(-9)-(-2)-0-(-2)-(-2)\}$ বর্গ একক

$=\frac{1}{2}(-2+0+2+1+6+9+2+0+2+2)$ বর্গ একক

$=\frac{1}{2}(22)$ বর্গ একক

$= 11$ বর্গ একক

ফলাফল: ABCDE পঞ্চভুজের ক্ষেত্রফল = 11 বর্গএকক

সতর্কতা:

১. বিন্দুগুলোকে সতর্কতার সাথে ছক কাগজে স্থাপন করতে হবে।
২. বিন্দুগুলো ঘড়ির কাটার বিপরীত দিক থেকে সাজিয়ে নিতে হবে।
৩. সতর্কতার সাথে সূত্র প্রয়োগ ও হিসাব করতে হবে।
৪. হিসাব করার সময় চিহ্নের ব্যাপারে সতর্কতা অবলম্বন করতে হবে।

প্রশ্ন-১১.৪: একটি চতুর্ভুজের ৪টি শীর্ষ যথাক্রমে A(1, 0), B(0, 1), C(–1, 0) এবং D(0, – 1)। চতুর্ভুজটির চিত্র আঁক এবং যেকোনো দুই বাহু ও কর্ণের দৈর্ঘ্য নির্ণয়ের মাধ্যমে এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর এবং মন্তব্য কর।

সমাধান:

সমস্যা নং-১১.৪	**কাজের নাম:** চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয়।	তারিখ: ....

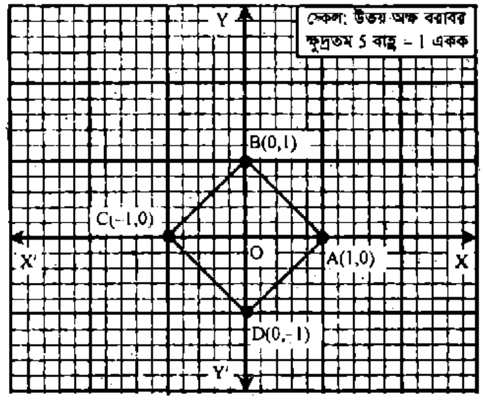
সমস্যা: একটি চতুর্ভুজের ৪টি শীর্ষ যথাক্রমে A(1, 0), B(0, 1), C(–1, 0) এবং D(0, – 1)। চতুর্ভুজটির চিত্র আঁক এবং যেকোনো দুই বাহু ও কর্ণের দৈর্ঘ্য নির্ণয়ের মাধ্যমে এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর এবং মন্তব্য কর।

তত্ত্ব: চতুর্ভুজের চারটি বাহুর দৈর্ঘ্য বা দুইটি সন্নিহিত বাহুর দৈর্ঘ্য ও কর্ণের দৈর্ঘ্য পরিমাপ করে চতুর্ভুজের প্রকৃতি নির্ণয় করতে হবে। অতঃপর চতুর্ভুজের প্রকৃতি অনুসারে ক্ষেত্রফলের সূত্র প্রয়োগ করে ক্ষেত্রফলের মান বের করা যায়।

উপকরণ: কাগজ, কলম, রাবার, পেন্সিল, ছক কাগজ।

কাজের ধারা:

১. চতুর্ভুজের শীর্ষবিন্দুগুলোকে ঘড়ির কাটার বিপরীত দিকে বিবেচনা করি।
২. বিন্দুগুলোকে সুবিধামত এককে (উভয় অক্ষে 5 বর্গঘর = 1 একক) নিয়ে ছক কাগজে স্থাপন করি।
৩. বিন্দুগুলো যোগ করে ABCD চতুর্ভুজ অঙ্কন করি।
৪. বাহুগুলোর দৈর্ঘ্য নির্ণয় করে এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় করি।



ফল সংকলন: চিত্রে বিন্দু পাতনের মাধ্যমে ABCD চতুর্ভুজটি দেখানো হলো। AB, BC, CD এবং DA চতুর্ভুজটির চারটি বাহু এবং AC ও BD চতুর্ভুজটির দুইটি কর্ণ।

বাহু $AB = c = \sqrt{(1-0)^2+(0-1)^2} = \sqrt{2}$ একক

বাহু $BC = a = \sqrt{(0+1)^2+(1-0)^2} = \sqrt{1^2+1^2} = \sqrt{2}$ একক

কর্ণ $AC = b = \sqrt{(1+1)^2+(0-0)^2} = \sqrt{2^2} = 2$ একক

$\therefore AC^2 = 4$

বাহু $CD = c = \sqrt{(-1-0)^2+(0-1)^2} = \sqrt{2}$ একক

বাহু $DA = \sqrt{(0-1)^2+(-1-0)^2} = \sqrt{2}$ একক

দেখা যাচ্ছে, $AB = BC = CD = DA = \sqrt{2}$ একক

∴ চতুর্ভুজটি একটি বর্গ।

∴ ABCD বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = AB^2 বর্গএকক।

$= (\sqrt{2})^2$ বর্গ একক।

$= 2$ বর্গএকক।

ফলাফল: চতুর্ভুজক্ষেত্র ABCD এর ক্ষেত্রফল 2 বর্গএকক।

সতর্কতা:

১. ছক কাগজে বিন্দুগুলো ঘড়ির কাটার বিপরীত দিক থেকে চিহ্নিত করতে হবে।
২. বাহুর দৈর্ঘ্য ও ক্ষেত্রফল সতর্কতার সাথে নির্ণয় করতে হবে।

প্রশ্ন-১১.৫: (2, 0), (3, 6), (4, 2), (–1, 0), (–1, 5) ও (–3, 2) শীর্ষবিশিষ্ট ষড়ভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

সমাধান:

সমস্যা নং–১১.৫	**কাজের নাম:** প্রদত্ত শীর্ষবিশিষ্ট ষড়ভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয়	তারিখ ... ...

সমস্যা: (2, 0), (3, 6), (4, 2), (–1, 0), (–1, 5) ও (–3, 2) শীর্ষবিশিষ্ট ষড়ভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করতে হবে।

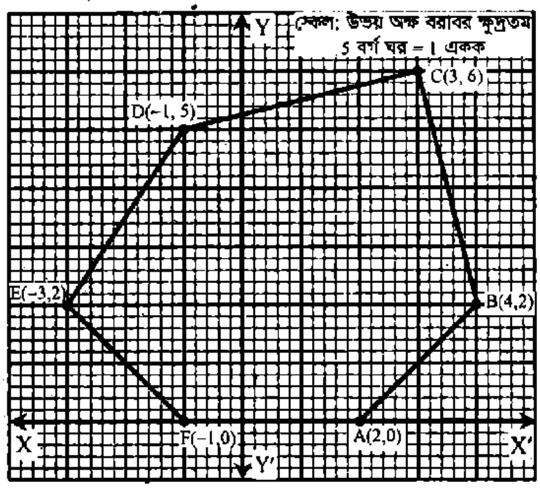
তত্ত্ব: ABCDEF ষড়ভুজের ছয়টি শীর্ষ যথাক্রমে $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$, $D(x_4, y_4)$, $E(x_5, y_5)$ ও $F(x_6, y_6)$ এবং শীর্ষগুলো যদি ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিক অনুসারে সাজানো থাকলে ষড়ভুজক্ষেত্র ABCDEF এর ক্ষেত্রফল

$=\frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 & x_6 & x_1 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_4 & y_5 & y_6 & y_1 \end{vmatrix}$ বর্গ একক

$=\frac{1}{2}(x_1y_2 + x_2y_3 + x_3y_4 + x_4y_5 + x_5y_6 + x_6y_1 - x_2y_1 - x_3y_2 - x_4y_3 - x_5y_4 - x_6y_5 - x_1y_6)$ বর্গ একক

উপকরণ: পেন্সিল, রাবার, স্কেল, ছক কাগজ, কলম, ক্যালকুলেটর।

www.bdniyog.com
www.pathagar.com



কাজের ধারা:

১. ছক কাগজের উভয় অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম পাঁচ বর্গঘর = 1 একক ধরে প্রদত্ত (2, 0), (3, 6), (4, 2), (−1, 5), (−1, 0) ও (−3, 2) বিন্দুগুলোকে ছক কাগজে স্থাপন করি।

২. (2, 0) বিন্দুকে A দ্বারা চিহ্নিত করি।

৩. A বিন্দু থেকে যাত্রা শুরু করে ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে (4, 2), (3, 6), (−1, 5), (−3, 2) ও (−1, 0) বিন্দুগুলোকে যথাক্রমে B, C, D, E ও F দ্বারা চিহ্নিত করি।

৪. সূত্র প্রয়োগ করে ষড়ভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় করি।

ফল সংকলন: ABCDEF ষড়ভুজটির ক্ষেত্রফল

$=\frac{1}{2}\begin{vmatrix}2 & 4 & 3 & -1 & -3 & -1 & 2\\ 0 & 2 & 6 & 5 & 2 & 0 & 0\end{vmatrix}$ বর্গ একক

$=\frac{1}{2}\{2\times2+4\times6+3\times5+(-1)\times2+(-3)\times0+(-1)\times0-4\times0-3\times2-(-1)\times6-(-3)\times5-(-1)\times2-2\times0\}$ বর্গ একক

$=\frac{1}{2}(4+24+15-2+0+0-6+6+15+2-0)$ বর্গ একক

$=\frac{1}{2}(66-8)$ বর্গ একক

$=\frac{1}{2}\times58$ বর্গ একক

= 29 বর্গ একক

ফলাফল: (2, 0), (3, 6), (4, 2), (−1, 0), (−1, 5) ও (−3, 2) শীর্ষবিশিষ্ট ABCDEF ষড়ভুজটির ক্ষেত্রফল = 29 বর্গ একক।

সতর্কতা:

১. বিন্দুগুলোকে সতর্কতার সাথে ছক কাগজে স্থাপন করতে হবে।

২. বিন্দুগুলোকে ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে সাজানোর সময় সতর্কতার সাথে সাজাতে হবে।

৩. বিন্দুগুলো ষড়ভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয়ের সূত্রে অত্যন্ত সতর্কতার সাথে বসাতে হবে।

৪. হিসাব করার সময় চিহ্নের ব্যাপারে সতর্কতা অবলম্বন করতে হবে।

প্রশ্ন-১১.৬: চারটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক যথাক্রমে A(2, − 3), B(3, 0), C(0, 1) এবং D(− 1, − 2)। ABCD এর চিত্র অঙ্কন কর।

(a) দেখাও যে, ABCD একটি রম্বস।

(b) AC ও BD এর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর এবং ABCD একটি বর্গ কিনা যাচাই কর।

(c) ত্রিভুজক্ষেত্রের মাধ্যমে চতুর্ভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

সমস্যা নং-১১.৬	**কাজের নাম:** চতুর্ভুজের প্রকৃতি ও ত্রিভুজক্ষেত্রের মাধ্যমে এর ক্ষেত্রফল নির্ণয়।	**তারিখ:** ....

সমস্যা: চারটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক যথাক্রমে A(2, − 3), B(3, 0), C(0, 1) এবং D(− 1, − 2)। ABCD এর চিত্র অঙ্কন কর।

(a) দেখাও যে, ABCD একটি রম্বস।

(b) AC ও BD এর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর এবং ABCD একটি বর্গ কিনা যাচাই কর।

(c) ত্রিভুজক্ষেত্রের মাধ্যমে চতুর্ভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

তত্ত্ব: যে চতুর্ভুজের চারটি বাহুর দৈর্ঘ্য সমান তা রম্বস। আবার চারটি বাহুর দৈর্ঘ্য সমান ও একটি কোণ সমকোণ হলে তা বর্গ। কর্ণ দ্বারা রম্বস বা বর্গ দুইটি সমান ত্রিভুজে বিভক্ত হয়। সুতরাং বাহুর দৈর্ঘ্য দ্বারা একটি ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করা যায় এবং চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল হবে ত্রিভুজের ক্ষেত্রফলের দ্বিগুণ। ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল, $\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ বর্গ একক যেখানে s অর্ধপরিসীমা এবং চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল = (2 × ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল) বর্গ একক

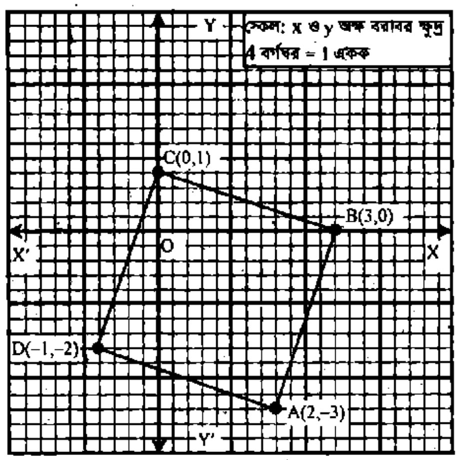
কাজের ধারা:

১. বিন্দুগুলোকে ঘড়ির কাটার বিপরীত দিকে বিবেচনা করি।

২. ছক কাগজে সুবিধামত (উভয় অক্ষে 4 বর্গঘর = 1 একক) এককে বিন্দুগুলো স্থাপন করে ABCD চতুর্ভুজ অঙ্কন করি।

৩. বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয়ের মাধ্যমে ABCD এর প্রকৃতি যাচাই করি।

৪. অতঃপর সূত্র প্রয়োগ করে ABCD এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় করি।



ফল সংকলন:

(a) ধরি a, b, c, d যথাক্রমে AB, BC, CD এবং DA বাহুর দৈর্ঘ্য এবং কর্ণ AC = e ও কর্ণ BD = f.

তাহলে, $a=\sqrt{(3-2)^2+(0+3)^2}=\sqrt{1^2+3^2}=\sqrt{10}$ একক

$b=\sqrt{(0-3)^2+(1-0)^2}=\sqrt{3^2+1^2}=\sqrt{10}$ একক

$c=\sqrt{(-1-0)^2+(-2-1)^2}=\sqrt{1^2+3^2}=\sqrt{10}$ একক

$d=\sqrt{(2+1)^2+(-3+2)^2}=\sqrt{3^2+1^2}=\sqrt{10}$ একক

যেহেতু $a=b=c=d=\sqrt{10}$ একক

∴ ABCD একটি রম্বস।

(b) কর্ণ AC = $e=\sqrt{(0-2)^2+(1+3)^2}=\sqrt{4+16}=\sqrt{20}$ একক

এবং কর্ণ BD = $f=\sqrt{(-1-3)^2+(-2-0)^2}$

$=\sqrt{4^2+2^2}$

$=\sqrt{20}$ একক

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

∴ দেখা যাচ্ছে AC = BC অর্থাৎ, কর্ণদ্বয় সমান

$AC^2 = (\sqrt{20})^2 = 20$

$AB^2 + BC^2 = (\sqrt{10})^2 + (\sqrt{10})^2 = 10 + 10 = 20$

$AC^2 = AB^2 + BC^2$.

∴ পীথাগোরাসের উপপাদ্য অনুযায়ী ∠ABC সমকোণ।

∴ চতুর্ভুজটি একটি বর্গ।

∴ ABCD একটি বর্গ।

চতুর্ভুজ ABCD এর ক্ষেত্রফল = 2 × ত্রিভুজ ABC এর ক্ষেত্রফল

এখানে ΔABC এর ক্ষেত্রে

$s = \frac{a+b+c}{2} = \frac{\sqrt{10}+\sqrt{10}+\sqrt{20}}{2} = \frac{2\sqrt{10}+2\sqrt{5}}{2}$

$= \sqrt{10}+\sqrt{5}$ একক।

∴ ΔABC এর ক্ষেত্রফল $= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

$= \sqrt{(\sqrt{10}+\sqrt{5})(\sqrt{10}+\sqrt{5}-\sqrt{10})(\sqrt{10}+\sqrt{5}-\sqrt{10})(\sqrt{10}+\sqrt{5}-\sqrt{20})}$ বর্গ একক

$= \sqrt{(\sqrt{10}+\sqrt{5}).\sqrt{5}.\sqrt{5}.(\sqrt{10}-\sqrt{5})}$ বর্গ একক

$= \sqrt{5\{(\sqrt{10})^2-(\sqrt{5})^2\}} = \sqrt{5}\,(10-5)$ বর্গ একক

$= \sqrt{5.5} = 5$ বর্গ একক

∴ ABCD বর্গের ক্ষেত্রফল = 2 × 5 বর্গ একক = 10 বর্গ একক

ফলাফল: ABCD একটি রম্বস বা বর্গ (দেখানো হয়েছে)। এবং এর ক্ষেত্রফল = 10 বর্গ একক।

সতর্কতা:

১. বিন্দুগুলো সঠিকভাবে ছক কাগজে স্থাপন করতে হবে।

২. চতুর্ভুজের প্রকৃতি নির্ণয়ে সতর্কতা অবলম্বন করতে হবে।

ত্রয়োদশ অধ্যায় ▶ ঘন জ্যামিতি

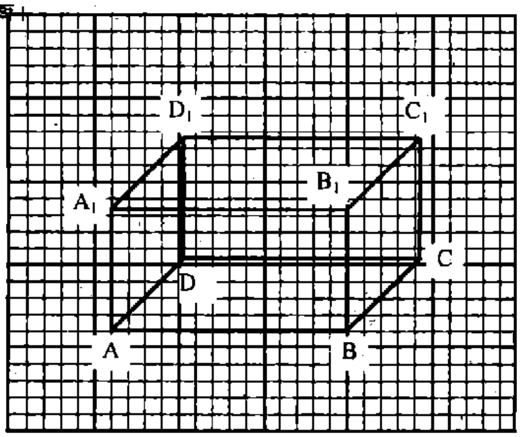
প্রশ্ন-১৩.১: একটি আয়তাকার ঘনবস্তুর দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা মেপে তার আয়তন, ছয়টি তলের ক্ষেত্রফল ও কর্ণের দৈর্ঘ্য নির্ণয় করতে হবে।

সমস্যা নং-১৩.১	**কাজের নাম:** একটি আয়তাকার ঘনবস্তুর দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা মেপে তার আয়তন, ছয়টি তলের ক্ষেত্রফল ও কর্ণের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।	তারিখ: ....

সমস্যা: একটি আয়তাকার ঘনবস্তুর দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা মেপে তার আয়তন, ছয়টি তলের ক্ষেত্রফল ও কর্ণের দৈর্ঘ্য নির্ণয় করতে হবে।

তত্ত্ব: একটি আয়তাকার ঘনবস্তুর দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা যথাক্রমে a একক, b একক ও c একক হলে, এর আয়তন = abc ঘন একক, কর্ণের দৈর্ঘ্য $= \sqrt{a^2+b^2+c^2}$ একক এবং ছয়টি তলের ক্ষেত্রফল অর্থাৎ সমগ্র পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল = 2(ab + bc + ca) একক।

উপকরণ: একটি ইট, স্কেল, কলম, পেন্সিল, রাবার, ক্যালকুলেটর, ছক কাগজ।



কাজের ধারা:

১. মিটার স্কেল ব্যবহার করে ইটটির দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা পরিমাপ পেলাম যথাক্রমে 25 সে.মি., 12.5 সে.মি. ও 5 সে.মি.

২. তত্ত্বে উল্লেখিত সূত্র ব্যবহার করে ইটটির আয়তন, ছয়টি পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল ও কর্ণের দৈর্ঘ্য নির্ণয় করলাম।

ফল সংকলন: প্রদত্ত ইটটির দৈর্ঘ্য a = 25 সে.মি.

প্রস্থ b = 12.5 সে.মি. ও উচ্চতা c = 5 সে.মি.

∴ ইটটির আয়তন = 25 × 12.5 × 5

= 1562.5 ঘন সে.মি.

ছয়টি তলের ক্ষেত্রফল = 2(25 × 12.5 + 12.5 × 5 + 5 × 25) বর্গ সে.মি.

= 2 × 500 বর্গ সে.মি.

= 1000 বর্গ সে.মি.

ও কর্ণের দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(25)^2 + (12.5)^2 + 5^2}$

$= \sqrt{625 + 156.25 + 25}$

$= \sqrt{806.25}$

= 28.4 সে.মি. (প্রায়)

ফলাফল: ইটটির আয়তন = 1562.5 ঘন সে.মি.

ছয়টি তলের ক্ষেত্রফল = 1000 বর্গ সে.মি.

ও কর্ণের দৈর্ঘ্য = 28.4 সে.মি. (প্রায়)

সতর্কতা:

১. চিত্র অঙ্কনের পূর্বে পেন্সিল শার্প করে নিতে হবে।

২. অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ অবশ্যই স্পষ্ট এবং যথাযথ হতে হবে।

প্রশ্ন-১৩.২: একটি প্রিজমের সমগ্র তলের ক্ষেত্রফল এবং আয়তন নির্ণয় কর।

সমাধান:

সমস্যা নং– ১৩.২	**কাজের নাম:** প্রিজমের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল এবং আয়তন নির্ণয়।	তারিখ... ...

সমস্যা: একটি প্রিজমের সমগ্র তলের ক্ষেত্রফল এবং আয়তন নির্ণয় করতে হবে।

তত্ত্ব: যে ঘনবস্তুর দুই প্রান্ত সর্বসম ও সমান্তরাল বহুভুজ দ্বারা আবদ্ধ এবং অন্যান্য তলগুলো সামান্তরিক তাকে প্রিজম বলে।

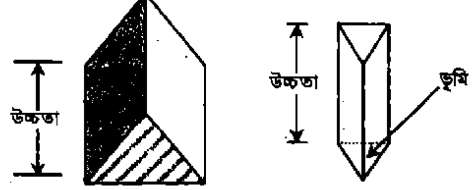
প্রিজমের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল

= 2 (ভূমির ক্ষেত্রফল) + পার্শ্বতলগুলোর ক্ষেত্রফল

= 2 (ভূমির ক্ষেত্রফল) + ভূমির পরিসীমা × উচ্চতা

এবং আয়তন = ভূমির ক্ষেত্রফল × উচ্চতা

উপকরণ: পেন্সিল, রাবার, মিটার স্কেল, ক্যালকুলেটর ও প্রিজম।



কাজের ধারা:

১. প্রিজমটির ভূমির প্রতিটি বাহুর দৈর্ঘ্য স্লাইড ক্যালিপার্স দিয়ে পরিমাপ করি।

২. প্রিজমটির উচ্চতা মিটার স্কেল দিয়ে নির্ণয় করি।

ফল সংকলন: স্লাইড ক্যালিপার্স দিয়ে পরিমাপ করে পেলাম প্রিজমটির ভূমির প্রতিটি বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে a = 3 সে.মি. b = 4 সে.মি. ও c = 6 সে.মি. এবং উচ্চতা h = 10 সে.মি.

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

সুতরাং, প্রিজমটির ভূমির পরিসীমা

$2s = a + b + c = (3 + 4 + 6)$ সে.মি. $= 13$ সে.মি.

$\therefore$ প্রিজমটির ভূমির অর্ধপরিসীমা $s = \frac{13}{2} = 6.5$ সে.মি.

$\therefore$ প্রিজমটির ভূমির ক্ষেত্রফল $= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ বর্গ একক

$= \sqrt{6.5(6.5-3)(6.5-4)(6.5-6)}$ বর্গ সে.মি.

$= \sqrt{6.5 \times 3.5 \times 2.5 \times 0.5}$ বর্গ সে.মি.

$= \sqrt{28.4375}$ বর্গ সে.মি.

$= 5.33$ বর্গ সে.মি. (প্রায়)

$\therefore$ প্রিজমটির সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল

$= 2$ (ভূমির ক্ষেত্রফল) + ভূমির পরিসীমা $\times$ উচ্চতা

$= (2 \times 5.33 + 13 \times 10)$ বর্গ সে.মি.

$= (10.66 + 130)$ বর্গ সে.মি.

$= 140.66$ বর্গ সে.মি.

এবং আয়তন = ভূমির ক্ষেত্রফল $\times$ উচ্চতা ঘন একক

$= 5.33 \times 10$ ঘন সে.মি.

$= 53.3$ ঘন সে.মি.

ফলাফল: প্রদত্ত প্রিজমটির সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল $= 140.66$ বর্গ সে.মি. (প্রায়) এবং আয়তন $= 53.3$ ঘন সে.মি.

সতর্কতা:

১. দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতার পরিমাপ সঠিকভাবে করতে হবে।

২. হিসাব করার সময় সতর্কতা অবলম্বন করতে হবে।

৩. একক ব্যবহারে সতর্কতা অবলম্বন করতে হবে।

প্রশ্ন-১৩.৩: একটি প্রিজমের সমগ্র তলের ক্ষেত্রফল এবং আয়তন নির্ণয় কর, যার ভূমি আয়তাকার।

সমাধান:

সমস্যা নং-- ১৩.৩	**কাজের নাম:** প্রিজমের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল এবং আয়তন নির্ণয়।	তারিখ ... ...

সমস্যা: একটি প্রিজমের সমগ্র তলের ক্ষেত্রফল এবং আয়তন নির্ণয় করতে হবে।

তত্ত্ব: যে ঘনবস্তুর দুই প্রান্ত সর্বসম ও সমান্তরাল বহুভুজ দ্বারা আবদ্ধ এবং অন্যান্য তলগুলো সামান্তরিক তাকে প্রিজম বলে।

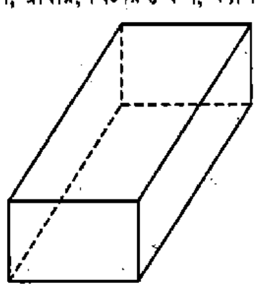
প্রিজমের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল

$= 2$ (ভূমির ক্ষেত্রফল) + পার্শ্বতলগুলোর ক্ষেত্রফল

$= 2$ (ভূমির ক্ষেত্রফল) + ভূমির পরিসীমা $\times$ উচ্চতা

এবং আয়তন = ভূমির ক্ষেত্রফল $\times$ উচ্চতা

উপকরণ: পেন্সিল, রাবার, মিটার স্কেল, ক্যালকুলেটর ও প্রিজম।



কাজের ধারা:

১. প্রিজমটির ভূমির প্রতিটি বাহুর দৈর্ঘ্য স্লাইড ক্যালিপার্স দিয়ে পরিমাপ করি।

২. প্রিজমটির উচ্চতা স্লাইড ক্যালিপার্স নিয়ে নির্ণয় করি।

ফল সংকলন: স্লাইড ক্যালিপার্স দিয়ে পরিমাপ করে পেলাম প্রিজমটির আয়তাকার ভূমির $a = 4$ সে.মি. এবং প্রস্থ $b = 3$ সে.মি. এবং উচ্চতা $h = 8$ সে.মি.

সুতরাং, প্রিজমটির ভূমির পরিসীমা $= 2(a + b)$

$= 2(4 + 3)$ সে.মি.

$= 14$ সে.মি.

$\therefore$ প্রিজমটির ভূমির ক্ষেত্রফল $= a \times b$

$= 4 \times 3$ বর্গ সে.মি.

$= 12$ বর্গ সে.মি.

$\therefore$ প্রিজমটির সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল

$= 2$ (ভূমির ক্ষেত্রফল) + ভূমির পরিসীমা $\times$ উচ্চতা

$= (2 \times 12 + 14 \times 8)$ বর্গ সে.মি.

$= (24 + 112)$ বর্গ সে.মি.

$= 136$ বর্গ সে.মি.

এবং আয়তন = ভূমির ক্ষেত্রফল $\times$ উচ্চতা

$= 12 \times 8$ ঘন সে.মি.

$= 96$ ঘন সে.মি.

ফলাফল: প্রদত্ত প্রিজমটির সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল $= 136$ বর্গ সে.মি. এবং আয়তন $= 96$ ঘন সে.মি.

সতর্কতা:

১. দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতার পরিমাপ সঠিকভাবে করতে হবে।

২. হিসাব করার সময় সতর্কতা অবলম্বন করতে হবে।

৩. একক ব্যবহারে সতর্কতা অবলম্বন করতে হবে।

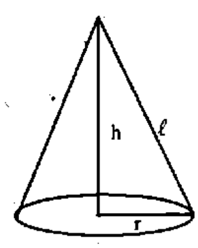
প্রশ্ন-১৩.৪: জন্মদিনে বা অন্যান্য আনন্দ উৎসবে ব্যবহৃত কোণক আকৃতির একটি ক্যাপ সংগ্রহ করে তার বক্রতলের ক্ষেত্রফল এবং আয়তন বের কর।

সমাধান:

সমস্যা নং-১৩.৪	**কাজের নাম:** জন্মদিনে বা অন্যান্য আনন্দ উৎসবে ব্যবহৃত কোণক আকৃতির একটি ক্যাপ সংগ্রহ করে তার বক্রতলের ক্ষেত্রফল এবং আয়তন নির্ণয়।	তারিখ ......

সমস্যা: **কাজের নাম:** জন্মদিনে বা অন্যান্য আনন্দ উৎসবে ব্যবহৃত কোণক আকৃতির একটি ক্যাপ সংগ্রহ করে তার বক্রতলের ক্ষেত্রফল এবং আয়তন নির্ণয় করতে হবে।

তত্ত্ব: কোনো কোণকের হেলানো তলের উচ্চতা ℓ একক ও ব্যাসার্ধ r একক হলে, উক্ত কোণকের উচ্চতা $h = \sqrt{\ell^2 - r^2}$ একক এবং বক্রতলের ক্ষেত্রফল $= \pi r \ell$ বর্গ একক ও আয়তন $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$ ঘন একক।



উপকরণ: জন্মদিনের ক্যাপ, মিটার স্কেল, রাবার, পেন্সিল, ক্যালকুলেটর, পেন্সিল কম্পাস, কলম।

কাজের ধারা:

১. কোণক আকৃতির ক্যাপটিকে এর প্রতিসম রেখার সাপেক্ষে ভাঁজ করি।

২. ভাঁজ খুলে ভাঁজ করা রেখা বরাবর মিটার স্কেল বসিয়ে কোণকটির ব্যাস নির্ণয় করি।

৩. নির্ণয়কৃত ব্যাসের পরিমাপকে 2 দ্বারা ভাগ করে কোণকটির ব্যাসার্ধ নির্ণয় করি।

৪. কোণকের শীর্ষ হতে হেলান তল বরাবর মিটার স্কেল বসিয়ে এর হেলান তলের উচ্চতা নির্ণয় করি।

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

৫. $h=\sqrt{\ell^2-r^2}$ সূত্র ব্যবহার করে কোণকের উচ্চতা নির্ণয় করি।
৬. অতঃপর বক্রতলের ক্ষেত্রফলের সূত্র ও আয়তন নির্ণয়ের সূত্র ব্যবহার করে কোণক আকৃতির ক্যাপটির বক্রতলের ক্ষেত্রফল ও আয়তন নির্ণয় করি।

ফল সংকলন: মিটার স্কেল দিয়ে মেপে দেখলাম ক্যাপটির ব্যাস $d = 14$ সে.মি. এবং হেলানো উচ্চতা $h = 20$ সে.মি.।

$\therefore$ ক্যাপটির ব্যাসার্ধ $r=\frac{d}{2}=\frac{14}{2}$ সে.মি. $= 7$ সে.মি.

এবং উচ্চতা $h=\sqrt{\ell^2-r^2}$

$=\sqrt{(20)^2-(7)^2}$

$=\sqrt{400-49}$

$=\sqrt{351}=18.73$ সে.মি. (প্রায়)

সুতরাং ক্যাপটির বক্রতলের ক্ষেত্রফল $=\pi r\ell$ বর্গ একক

$= 3.14 \times 7 \times 20$ বর্গ সে.মি.

$= 439.6$ বর্গ সে.মি. (প্রায়)

এবং ক্যাপটির আয়তন $=\frac{1}{3}\pi r^2h$ ঘন একক

$=\frac{1}{3}\times 3.14\times 7^2\times 18.73$ ঘন সে.মি.

$= 960.60$ ঘন সে.মি. (প্রায়)

$= 960.60$ ঘন সে.মি. (প্রায়)

ফলাফল: কোণক আকৃতির জন্মদিনের ক্যাপটির বক্রতলের ক্ষেত্রফল $= 439.6$ বর্গ সে.মি. (প্রায়)

ও আয়তন $= 960.60$ ঘন সে.মি. (প্রায়)

সতর্কতা:
১. চিত্র অঙ্কনের পূর্বে পেন্সিল শার্প করে নিতে হবে।
২. অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ অবশ্যই স্পষ্ট এবং যথাযথ হতে হবে।

প্রশ্ন-১৩.৫: একটি পিরামিডের সমগ্র তলের ক্ষেত্রফল এবং আয়তন নির্ণয় কর। (যার ভূমি বর্গাকার)

সমাধান:

সমস্যা নং–১৩.৫	**কাজের নাম:** একটি পিরামিডের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল এবং আয়তন নির্ণয়। (যার ভূমির বর্গাকার)	তারিখ ... ...

সমস্যা: একটি পিরামিডের সমগ্র তলের ক্ষেত্রফল এবং আয়তন নির্ণয় করতে হবে।

তত্ত্ব: বহুভুজের উপর অবস্থিত যে ঘনবস্তুর একটি শীর্ষবিন্দু থাকে এবং যার পার্শ্বতলগুলোর প্রত্যেকটি ত্রিভুজাকার তাকে পিরামিড বলে। বর্গাকার পিরামিডের ভূমির কেন্দ্র বিন্দু হতে যে কোনো বাহুর লম্ব দূরত্ব হলো বর্গের বাহুর অর্ধেক।

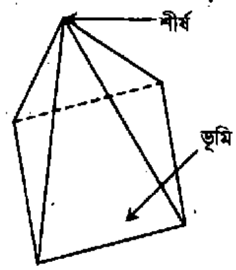
পিরামিডের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল

= ভূমির ক্ষেত্রফল + পার্শ্বতলগুলোর ক্ষেত্রফল

এবং আয়তন $=\frac{1}{3}\times$ ভূমির ক্ষেত্রফল $\times$ উচ্চতা

উপকরণ: পিরামিড, স্লাইড ক্যালিপার্স, রাবার, পেন্সিল, স্কেল, কলম, ক্যালকুলেটর।

কাজের ধারা:
১. মিটার স্কেল এর সাহায্যে পিরামিডটির ভূমির বাহুর দৈর্ঘ্য a নির্ণয় করি।
২. পিরামিডটির উচ্চতা h নির্ণয় করি।
৩. ভূমির কেন্দ্র বিন্দু হতে যে কোনো বাহুর লম্ব দূরত্ব $r=\frac{a}{2}$ একক নির্ণয় করি।
৪. পিরামিডটির পার্শ্বতলের হেলানো উচ্চতা $\ell=\sqrt{h^2+r^2}$ নির্ণয় করি।



ফল সংকলন: মেপে দেখলাম পিরামিডটির বর্গাকার ভূমির বাহুর দৈর্ঘ্য $a = 10$ সে.মি.

এবং উচ্চতা $h = 12$ সে.মি.

$\therefore$ পিরামিডটির ভূমির কেন্দ্রবিন্দু হতে যেকোনো বাহুর লম্ব দূরত্ব

$r=\frac{a}{2}=\frac{10}{2}$ সে.মি. $= 5$ সে.মি.

$\therefore$ পিরামিডটির যেকোনো পার্শ্বতলের হেলানো উচ্চতা

$\ell=\sqrt{h^2+r^2}=\sqrt{12^2+5^2}=\sqrt{144+25}$

$=\sqrt{169}=13$ সে.মি.

$\therefore$ পিরামিডটির সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল

= ভূমির ক্ষেত্রফল + পার্শ্বতলগুলোর ক্ষেত্রফল

= ভূমির ক্ষেত্রফল + পার্শ্বতলের সবগুলো ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল

= ভূমির ক্ষেত্রফল + $4\times$ পার্শ্বতলের একটি ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল

= (ভূমির বাহু)$^2 + 4\times\frac{1}{2}\times$ (ত্রিভুজের ভূমি $\times$ উচ্চতা)

= (ভূমির বাহু)$^2 + 4\times\frac{1}{2}\times$ (ত্রিভুজের ভূমি $\times$ পিরামিডের হেলানো উচ্চতা)

$=(10)^2+4\times\frac{1}{2}\times 10\times 13$ বর্গ সে.মি.

$= 100 + 260$ বর্গ সে.মি.

$= 360$ বর্গ সে.মি.

এবং পিরামিডটির আয়তন $=\frac{1}{3}\times$ ভূমির ক্ষেত্রফল $\times$ উচ্চতা

$=\frac{1}{3}\times(10)^2\times 12$ ঘন সে.মি.

$=\frac{1}{3}\times 100\times 12$ ঘন সে.মি.

$= 400$ ঘন সে.মি.

ফলাফল: পিরামিডটির সমগ্র তলের ক্ষেত্রফল $= 360$ বর্গ সে.মি. এবং আয়তন $= 400$ ঘন সে.মি.

সতর্কতা: ১. দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতার পরিমাপ সঠিকভাবে করতে হবে।
২. হিসাব করার সময় সতর্কতা অবলম্বন করতে হবে।
৩. একক ব্যবহারে সতর্কতা অবলম্বন করতে হবে।

প্রশ্ন-১৩.৬: একটি খেলনা বা ফুটবল নিয়ে এর পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল, ব্যাসার্ধ এবং আয়তন নির্ণয় কর।

সমাধান:

সমস্যা নং-১৩.৬	কাজের নাম: একটি খেলনা বা ফুটবল নিয়ে এর পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল, ব্যাসার্ধ এবং আয়তন নির্ণয়।	তারিখ ......

সমস্যা: একটি খেলনা বা ফুটবল নিয়ে এর পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল, ব্যাসার্ধ এবং আয়তন নির্ণয় করতে হবে।

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

তত্ত্ব: খেলনা ফুটবল হলো একটি গোলক। r একক ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট একটি গোলকের পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল $4\pi r^2$ বর্গ একক এবং আয়তন $\frac{4}{3}\pi r^3$ ঘন একক এবং ফুটবলের পরিধি p হলে ব্যাসার্ধ $r = \frac{p}{2\pi}$ ।

উপকরণ: খেলনা ফুটবল, সুতা, মিটার স্কেল, পেন্সিল, রাবার, স্কেল, ক্যালকুলেটর।

কাজের ধারা:

১. সুতা দিয়ে ফুটবলটির পরিধি পরিমাপ করি।
২. মিটার স্কেল দিয়ে সুতার দৈর্ঘ্য নির্ণয় করি।
৩. সুতার দৈর্ঘ্যই ফুটবলটির পরিধি।

ফল সংকলন: মিটার স্কেল দিয়ে মেপে পাই, ফুটবলের পরিধি 37.7 সে.মি.।

$\therefore$ ফুটবলটির ব্যাসার্ধ $r = \frac{\text{পরিধি}}{2\pi} = \frac{37.7}{2\pi} = \frac{37.7}{2 \times 3.14} = 6$ সে.মি. (প্রায়)

ফুটবলের পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল $= 4\pi r^2$ বর্গ একক।
$= 4 \times 3.14 \times 6^2$ বর্গ সে.মি.
$= 452.16$ বর্গ সে.মি. (প্রায়)

এবং আয়তন $= \frac{4}{3}\pi r^3$ ঘন একক
$= \frac{4}{3} \times 3.14 \times 6^3$ ঘন সে.মি.
$= 904.32$ ঘন সে.মি. (প্রায়)

ফলাফল: খেলনা ফুটবলটির ব্যাসার্ধ = 6 সে.মি. (প্রায়)
পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল = 452.16 বর্গ সে.মি. (প্রায়)
আয়তন = 904.32 ঘন সে.মি. (প্রায়)

সতর্কতা:

১. চিত্র অঙ্কনের পূর্বে পেন্সিল শার্প করে নিতে হবে।
২. অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ অবশ্যই স্পষ্ট এবং যথাযথ হতে হবে।

প্রশ্ন-১৩.৭: 6 সে.মি. বাহুবিশিষ্ট সুষম, ষড়ভুজের উপর অবস্থিত একটি পিরামিডের উচ্চতা 10 সে.মি.। ইহার সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল ও আয়তন বের কর।

সমাধান:

সমস্যা নং– ১৩.৭	**কাজের নাম:** প্রদত্ত তথ্য অবলম্বনে পিরামিডটির সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল ও আয়তন নির্ণয়।	তারিখ ... ...

সমস্যা: 6 সে.মি. বাহুবিশিষ্ট সুষম, ষড়ভুজের উপর অবস্থিত একটি পিরামিডের উচ্চতা 10 সে.মি.। ইহার সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল ও আয়তন বের করতে হবে।

তত্ত্ব: বহুভুজের উপর অবস্থিত যে ঘনবস্তুর একটি শীর্ষবিন্দু থাকে এবং যার পার্শ্বতলগুলোর প্রত্যেকটি ত্রিভুজাকার তাকে পিরামিড বলে।

পিরামিডের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল

= ভূমির ক্ষেত্রফল + পার্শ্বতলগুলোর ক্ষেত্রফল

পিরামিডের উচ্চতা h, ভূমিক্ষেত্রের অন্তর্বৃত্তের ব্যাসার্ধ r এবং হেলানো উচ্চতা l হলে, $l = \sqrt{h^2 + r^2}$ আয়তন $= \frac{1}{3} \times$ ভূমির ক্ষেত্রফল $\times$ উচ্চতা

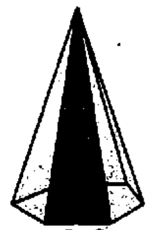
n বাহুবিশিষ্ট সুষম বহুভুজের ক্ষেত্রফল $= n \times \frac{a^2}{4} \cot\left(\frac{180^\circ}{n}\right)$ বর্গ একক [যেখানে a = বাহুর দৈর্ঘ্য]

প্রয়োজনীয় উপকরণ: রাবার, পেন্সিল, কলম, স্কেল।

কাজের ধারা:

১. আনুপাতিক চিত্র অঙ্কন করি।
২. সূত্র ব্যবহার করে ভূমির ক্ষেত্রফল ও ভূমির পরিসীমা নির্ণয় করি।
৩. পিথাগোরাসের উপপাদ্য ব্যবহার করে পিরামিডের ভূমির কেন্দ্রবিন্দু হতে যেকোনো বাহুর লম্ব দূরত্ব এবং এর যেকোনো পার্শ্বতলের হেলানো উচ্চতা নির্ণয় করি।

ফল সংকলন : দেওয়া আছে, পিরামিডের ভূমি সুষম ষড়ভুজ যার প্রতিটি বাহুর দৈর্ঘ্য 6 সে.মি. এবং পিরামিডের উচ্চতা, h = 10 সে.মি.

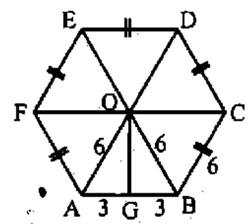


সুষম পিরামিড

$\therefore$ পিরামিডের ভূমির ক্ষেত্রফল $= 6 \times \frac{6^2}{4}\cot\left(\frac{180^\circ}{6}\right)$ বর্গ সে.মি. $[\because n = 6]$
$= 6 \times 9 \times \cot 30^\circ$ বর্গ সে.মি.
$= 93.53$ বর্গ সে.মি.

প্রিজমটির ভূমির পরিসীমা $= (6 \times 6)$ সে.মি. [$\because$ বাহুর দৈর্ঘ্য = 6 সে.মি.]
$= 36$ সে.মি.

আমরা জানি,
সুষম পিরামিডের কেন্দ্র হতে যে কোনো শীর্ষবিন্দুর দূরত্ব = বাহুর দৈর্ঘ্য



$\therefore OA = 6$ সে.মি.

এবং $AG = \frac{6}{2} = 3$ সে.মি.

এখন, পিরামিডের ভূমির কেন্দ্রবিন্দু হতে যেকোনো বাহুর লম্ব দূরত্ব r হলে
$r^2 = OG^2 = 6^2 - 3^2 = 27$

অতএব, ইহার যেকোনো পার্শ্বতলের হেলানো উচ্চতা
$= \sqrt{h^2 + r^2}$ একক
$= \sqrt{10^2 + 27}$ সে.মি.
$= 11.27$ সে.মি. (প্রায়)

আমরা জানি, পিরামিডের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল
$=$ ভূমির ক্ষেত্রফল $+ \frac{1}{2}$ (ভূমির পরিসীমা $\times$ হেলানো উচ্চতা)
$= \{93.53 + \frac{1}{2}(36 \times 11.27)\}$ বর্গ সে.মি.
$= \{93.53 + 202.86\}$ বর্গ সে.মি.
$= 296.39$ বর্গ সে.মি. (প্রায়)

পিরামিডের আয়তন $= \frac{1}{3} \times$ ভূমির ক্ষেত্রফল $\times$ উচ্চতা
$= \frac{1}{3} \times 93.53 \times 10$ ঘন সে.মি.
$= 311.77$ ঘন সে.মি. (প্রায়)

ফলাফল: পিরামিডের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল = 296.39 বর্গ সে.মি. (প্রায়) এবং আয়তন = 311.77 ঘন সে.মি.

সতর্কতা:

১. দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতার পরিমাপ সঠিকভাবে করতে হবে।
২. হিসাব করার সময় সতর্কতা অবলম্বন করতে হবে।
৩. একক ব্যবহারে সতর্কতা অবলম্বন করতে হবে।

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

মৌখিক পরীক্ষার গুরুত্বপূর্ণ প্রশ্ন ও উত্তর

মৌখিক পরীক্ষার জন্য প্রয়োজনীয় নির্দেশাবলি

মৌখিক পরীক্ষার জন্য নিজেকে আগে থেকেই প্রস্তুত রাখতে হবে। নিচে এগুলি উল্লেখ করা হলো।

দৈহিক সাজসজ্জার প্রস্তুতি

১. হালকা রঙের পরিষ্কার পোশাক পরিধান করা।
২. জামার বুকের বোতাম খোলা না রাখা।
৩. অশোভন কোনো কিছু পরিধান না করা।
৪. মাথার চুল সুন্দর পরিপাটি করে কাটা।
৫. উগ্র সুবাসিত তেল ব্যবহার না করা।
৬. অতিরিক্ত প্রসাধনী ব্যবহার না করা।

ভাইভা বোর্ডের সামনে পরীক্ষার্থীর যা করণীয়

১. কক্ষে ঢুকে পরীক্ষক/পরীক্ষকগণের সামনে দাঁড়িয়ে সালাম / আদাব/ নমস্কার দিবে।
২. পরীক্ষক বসার অনুমতি দিলে নির্দিষ্ট স্থানে সোজা হয়ে বসবে।
৩. অনুমতি না পেলে কিছুক্ষণ পর বসার জন্য অনুমতি প্রার্থনা করতে হবে।
৪. বিনয় সহকারে প্রতিটি প্রশ্নের উত্তর দিবে।
৫. কোনো প্রশ্নের উত্তর না জানা থাকলে অযথা দেরী না করে পারছি না / জানা নেই বলে স্বীকার করবে।
৬. কোনো প্রশ্ন নিয়ে তাদের সঙ্গে তর্ক বা চ্যালেঞ্জ করবে না।
৭. কোনো প্রশ্নের উত্তর না পারলে ঘাবড়ে যাবে না, মনে রাখবে মৌখিক পরীক্ষায় সকল প্রশ্নের উত্তর দেয়া সম্ভব নয়।
৮. মৌখিক পরীক্ষা সমাপ্ত হলে চলে আসার সময় পুনরায় সালাম / আদাব/ নমস্কার দিবে।

মৌখিক পরীক্ষার জন্য যেসব বিষয়ে পড়াশুনা করতে হবে

১. প্রতিটি পরীক্ষণ সম্পর্কে ভালো ধারণা থাকতে হবে।
২. প্রতিটি পরীক্ষণের সঙ্গে সম্পর্কিত তোমার পাঠ্য বইয়ের সংক্ষিপ্ত প্রশ্নোত্তর শিখতে হবে।

প্রথম অধ্যায় ▶ সেট ও ফাংশন

১. সেট কী?
উত্তর: বাস্তব জগত বা চিন্তা জগতের বস্তুর যেকোনো সুনির্ধারিত সংগ্রহকে সেট বলা হয়।

২. সার্বিক সেট কী?
উত্তর: আলোচনাধীন সকল সেট কোনো নির্দিষ্ট সেটের উপসেট হয়, এই নির্দিষ্ট সেটকে সার্বিক সেট বলা হয়।

৩. উপসেট কী?
উত্তর: কোনো সেট থেকে যতগুলো সেট গঠন করা যায়, এদের প্রত্যেকটি সেটকে ঐ সেটের উপসেট বলা হয়।

৪. ভেনচিত্র কী?
উত্তর: সেট ও সেটের উপাদানগুলোকে বিভিন্ন জ্যামিতিক চিত্রের মাধ্যমে প্রকাশই ভেনচিত্র।

৫. কার নাম অনুসারে ভেনচিত্রের নামকরণ করা হয়?
উত্তর: বিখ্যাত ইংরেজ তর্কশাস্ত্রবিদ জন্ ভেন এর নামানুসারে ভেনচিত্রের নামকরণ করা হয়।

৬. $A \cap B$ কিভাবে পড়তে হয়?
উত্তর: A ছেদ B বা A intersection B বা A cap B.

৭. $A \cup B$ কিভাবে পড়তে হয়?
উত্তর: A সংযোগ B বা A union B বা A cup B.

৮. অন্বয় কী?
উত্তর: যদি A ও B দুইটি সেট হয় তবে সেটদ্বয়ের কার্তেসীয় গুণজ $A \times B$ সেটের অন্তর্গত ক্রমজোড়গুলোর অশূন্য উপসেট R-কে A সেট হতে B সেটের একটি অন্বয় বলা হয়।

৯. অন্বয়ের ডোমেন কী?
উত্তর: কোনো অন্বয়ের ক্রমজোড়গুলোর প্রথম উপাদানসমূহের সেটকে উক্ত অন্বয়ের ডোমেন বলা হয়।

১০. অন্বয়ের রেঞ্জ কী?
উত্তর: কোনো অন্বয়ের ক্রমজোড়গুলোর দ্বিতীয় উপাদানসমূহের সেটকে অন্বয়ের রেঞ্জ বলা হয়।

১১. ফাংশন কী?
উত্তর: x ও y যেকোনো দুইটি সেট। x সেটের প্রতিটি সদস্য, y সেটের একটি মাত্র সদস্যের সাথে সম্পর্কিত হলে, এ সম্পর্ককে ফাংশন বলে।

১২. ফাংশনকে কী দ্বারা নির্দেশ করা হয়?
উত্তর: ফাংশনকে সাধারণত ইংরেজি ছোট হাতের অক্ষর f, g, h ইত্যাদি দ্বারা নির্দেশ করা হয়।

১৩. কখন একটি অন্বয় ফাংশন হয়?
উত্তর: অন্বয়ের ক্রমজোড়গুলোর প্রথম উপাদান ভিন্ন ভিন্ন হলে অন্বয়টি ফাংশন হয়।

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

১৪. এক-এক ফাংশন কী?

উত্তর: কোনো ফাংশনের অধীনে এর ডোমেনের ভিন্ন ভিন্ন সদস্যের ছবি সর্বদা ভিন্ন হলে ঐ ফাংশনটি হবে এক-এক ফাংশন।

১৫. কোন ফাংশনের বিপরীত অন্বয় কী সর্বদা ফাংশন হবে?

উত্তর: কোনো ফাংশনের বিপরীত অন্বয় সর্বদা ফাংশন নাও হতে পারে।

১৬. সার্বিক ফাংশন বা অনটু ফাংশন কী?

উত্তর: একটি ফাংশন $f : A \rightarrow B$ কে সার্বিক ফাংশন বা অনটু ফাংশন বলা হবে যদি $f(A) = B$ হয়।

১৭. বিপরীত ফাংশন কী?

উত্তর: $f : A \rightarrow B$ একটি এক-এক এবং সার্বিক ফাংশন হলে f^{-1} কে বিপরীত ফাংশন বলা হবে যদি $f^{-1} : B \rightarrow A$ এ বিদ্যমান থাকা প্রত্যেক $b \in B$ এর জন্য একটি অনন্য $f^{-1}(b) \in A$ বিদ্যমান থাকে।

১৮. দ্বিঘাত ফাংশনের বৈশিষ্ট্য কী?

উত্তর: দ্বিঘাত ফাংশনের বৈশিষ্ট্য হল–

১. পরাবৃত্ত আকার।

২. Y অক্ষ বরাবর প্রতিসাম্য বিন্দু পাওয়া যায়।

৩. একটি বিন্দুতে ফাংশনটির মান ক্ষুদ্রতর বা বৃহত্তর হবে।

১৯. লেখচিত্র কী?

উত্তর: ফাংশনের চিত্ররূপকে লেখচিত্র বলা হয়।

২০. স্থানাঙ্ক বলতে কী বুঝ?

উত্তর: দুইটি অক্ষের সমতলে অবস্থিত কোনো বিন্দু থেকে অক্ষদ্বয়ের লম্ব দূরত্বের যথাযথ চিহ্নযুক্ত সংখ্যাকে ঐ বিন্দুর স্থানাঙ্ক বলা হয়।

২১. একঘাত বিশিষ্ট সমীকরণের লেখ সর্বদা কিরূপ হয়?

উত্তর: সরলরেখা।

২২. দ্বিঘাত বিশিষ্ট সমীকরণের লেখ সর্বদা কীরূপ হয়?

উত্তর: বক্ররেখা।

চতুর্থ অধ্যায় ▶ জ্যামিতিক অঙ্কন

১. ত্রিভুজের ভূমি বলতে কী বুঝ?

উত্তর: যে রেখাংশের উপর ত্রিভুজ দণ্ডায়মান তাকে ত্রিভুজের ভূমি বলা হয়।

২. কখন ত্রিভুজ আঁকা সম্ভব নয়?

উত্তর: ত্রিভুজের যেকোনো দুই বাহুর সমষ্টি এর তৃতীয় বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর না হলে।

৩. ত্রিভুজের শির:কোণ বলতে কী বুঝ?

উত্তর: ত্রিভুজের ভূমির বিপরীত শীর্ষ বিন্দুতে উৎপন্ন কোণকে শির:কোণ বলা হয়।

৪. ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি কত?

উত্তর: 180°

৫. দুইটি ত্রিভুজ কখন সদৃশকোণী হয়?

উত্তর: দুইটি ত্রিভুজের দুইটি কোণ পরস্পর সমান হলে ত্রিভুজ দুইটি সদৃশকোণী হয়। প্রকৃতপক্ষে ত্রিভুজ দুইটির তিনটি কোণই পরস্পর সমান।

৬. দুইটি ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল কখন সমান হয়?

উত্তর: ত্রিভুজদ্বয়ের ভূমি ও উচ্চতা সমান হলে।

৭. অতিভুজ বলতে কী বুঝ?

উত্তর: সমকোণী ত্রিভুজের সমকোণের বিপরীত বাহুকে অতিভুজ বলে।

৮. বৃত্ত কী?

উত্তর: একটি নির্দিষ্ট বিন্দুকে কেন্দ্র করে সমদূরবর্তী সকল বিন্দুর সঞ্চারপথকে বৃত্ত বলে।

৯. বৃত্তের পরিধিস্থ যেকোনো দুইটি বিন্দুর সংযোজক রেখাকে কী বলে?

উত্তর: জ্যা।

১০. বৃত্তের পরিধিস্থ যেকোনো দুইটি বিন্দুর সংযোজক রেখা যদি বৃত্তের কেন্দ্র দিয়ে যায় তাহলে উক্ত সরলরেখাকে কী বলে?

উত্তর: ব্যাস।

১১. কোনো সরলরেখা একটি বৃত্তকে একটি মাত্র বিন্দুতে স্পর্শ করলে উক্ত সরলরেখাকে কী বলা হয়?

উত্তর: স্পর্শক।

১২. কোনো বৃত্তের বহি:স্থ কোনো বিন্দু থেকে ঐ বৃত্তে কয়টি স্পর্শক আঁকা সম্ভব?

উত্তর: দুইটি।

১৩. কোনো বৃত্তের বহি:স্থ কোনো বিন্দু থেকে ঐ বৃত্তের অঙ্কিত স্পর্শক দুইটির মধ্যে সম্পর্ক কী?

উত্তর: স্পর্শক দুইটি পরস্পর সমান।

১৪. কোনো সরলরেখা একটি বৃত্তকে দুইটি বিন্দুতে ছেদ করলে তাকে কী বলে?

উত্তর: ছেদক।

১৫. বৃত্তের কেন্দ্রে উৎপন্ন কোণের পরিমাণ কত?

উত্তর: 360°

১৬. এককেন্দ্রিক বৃত্ত বলতে কী বুঝ?

উত্তর: একই বিন্দু একাধিক বৃত্তের কেন্দ্র হলে বৃত্তগুলোকে এককেন্দ্রিক বৃত্ত বলা হয়।

পঞ্চম অধ্যায় ▶ সমীকরণ

১. এক চলক সমন্বিত দ্বিঘাত সমীকরণের আদর্শরূপ কী?

উত্তর: $ax^2 + bx + c = 0$, এখানে a, b, c বাস্তব সংখ্যা এবং a এর মান কখনই শূন্য হতে পারবে না।

২. সমীকরণ কাকে বলে?

উত্তর: কোনো অজ্ঞাত রাশি বা রাশিমালা যখন নির্দিষ্ট সংখ্যার বা মানের সমান লেখা হয় তখন তাকে সমীকরণ বলে।

৩. $ax^2 + bx + c = 0$ সমীকরণের নিশ্চায়কের মান কত?

উত্তর: $b^2 - 4ac$

৪. কোনো সমীকরণের মূল বা বীজ বলতে কী বুঝ?

উত্তর: চলকের যে মান বা মানগুলোর জন্য সমীকরণের উভয়পক্ষ সমান হয়, ঐ মান বা মানগুলোই সমীকরণের মূল বা বীজ।

৫. কখন একটি দ্বিঘাত সমীকরণের মূলদ্বয় সমান হয়?

উত্তর: যখন নিশ্চায়কের মান শূন্য হয়।

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

৬. সূচক সমীকরণ বলতে কী বুঝ?
উত্তর: যে সমীকরণে অজ্ঞাত চলক সূচকরূপে থাকে, তাকে সূচক সমীকরণ বলে।

৭. একটি দ্বিঘাত সমীকরণের সমাধান করলে কয়টি মূল পাওয়া যায়।
উত্তর: দুইটি।

৮. একটি দ্বিঘাত সমীকরণ x-অক্ষকে সর্বোচ্চ কতবার ছেদ করে?
উত্তর: দুইবার।

৯. লেখচিত্রের সাহায্যে কিভাবে x-চলক বিশিষ্ট দ্বিঘাত সমীকরণের সমাধান নির্ণয় করা হয়?
উত্তর: লেখচিত্রটি x-অক্ষকে যে দুইটি বিন্দুতে ছেদ করে উক্ত বিন্দুদ্বয়ের x-অক্ষের স্থানাঙ্কই উক্ত দ্বিঘাত সমীকরণের সমাধান।

অষ্টম অধ্যায় ▶ ত্রিকোণমিতি

১. ধনাত্মক ও ঋণাত্মক কোণ বলতে কি বুঝ?
উত্তর: কোনো রশ্মিকে ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে ঘুরালে উৎপন্ন কোণকে ধনাত্মক কোণ এবং ঘড়ির কাঁটার দিকে ঘুরালে উৎপন্ন কোণকে ঋণাত্মক কোণ বলা হয়।

২. 430° ও 545° কোণদ্বয়ের অবস্থান কোণ চতুর্ভাগে?
উত্তর: $430° = 4 \times 90° + 70°$; 4 সমকোণ অপেক্ষা বড় কিন্তু 5 সমকোণ অপেক্ষা ছোট অর্থাৎ একবার সম্পূর্ণ ঘুরার পর আরও 70° ঘুরতে হয়েছে। তাই 430° কোণটি ১ম চতুর্ভাগে।
$545° = 6 \times 90° + 5°$ অর্থাৎ 6 সমকোণের চেয়ে 5° বেশি ঘুরলে কোণটির অবস্থান তৃতীয় চতুর্ভাগে।

৩. কোণ পরিমাপের পদ্ধতিগুলো বল?
উত্তর: ষাটমূলক পদ্ধতি ও বৃত্তীয় পদ্ধতি।

৪. ষাটমূলক পদ্ধতিতে কোণ পরিমাপের একক কি?
উত্তর: ষাটমূলক পদ্ধতিতে সমকোণকে কোণ পরিমাপের একক ধরা হয়।

৫. এক সমকোণ সমান কত ডিগ্রী?
উত্তর: এক সমকোণ = 90°

৬. 1 ডিগ্রী কত মিনিটের সমান?
উত্তর: 60′ (মিনিট) = 1° (ডিগ্রী)

৭. রেডিয়ান কোণ কি?
উত্তর: কোনো বৃত্তের ব্যাসার্ধের সমান চাপ ঐ বৃত্তের কেন্দ্রে যে কোণ উৎপন্ন করে সেই কোণকে এক রেডিয়ান কোণ বলে।

৮. বৃত্তীয় পদ্ধতিতে কোণ পরিমাপের একক কী?
উত্তর: বৃত্তীয় পদ্ধতিতে এক রেডিয়ান কোণকে কোণ পরিমাপের একক ধরা হয়।

৯. ডিগ্রী ও রেডিয়ান পরিমাপের সম্পর্ক বল?
উত্তর: $90° = 1$ সমকোণ $= \frac{\pi}{2}$ রেডিয়ান $= \left(\frac{\pi}{2}\right)^c$
অর্থাৎ $180° = 2$ সমকোণ $= \pi$ রেডিয়ান $= \pi^c$

১০. ষাটমূলক ও বৃত্তীয় পদ্ধতির কোণ পরিমাপের সম্পর্ক কী?
উত্তর: ষাটমূলক ও বৃত্তীয় পদ্ধতিতে একটি কোণের পরিমাপ D° ও R^c হলে $\frac{D}{180} = \frac{R}{\pi}$

১১. 30° কোণ = কত রেডিয়ান?
উত্তর: $30° = \left(30 \times \frac{\pi}{180}\right)^c = \left(\frac{\pi}{6}\right)^c$

১২. $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$ এ সূত্রে θ এর মান কিরূপ?
উত্তর: θ এর মান সূক্ষ্মকোণ অর্থাৎ $0° < \theta < 90°$

১৩. ত্রিকোণমিতিক অনুপাতের একক কী?
উত্তর: ত্রিকোণমিতিক অনুপাতের কোনো একক নেই।

১৪. ত্রিকোণমিতিক অনুপাতের একক নেই কেন?
উত্তর: ত্রিকোণমিতিক অনুপাতগুলো একই জাতীয় দুইটি রাশির অনুপাত। যেমন $\sin\theta = \frac{\text{লম্ব}}{\text{অতিভুজ}}$, $\tan\theta = \frac{\text{লম্ব}}{\text{ভূমি}}$।
তাই ত্রিকোণমিতিক অনুপাতের কোনো একক নেই।

১৫. চারটি চতুর্ভাগে ত্রিকোণমিতিক অনুপাতের চিহ্নগুলো বল?
উত্তর: ১ম চতুর্ভাগ : সকল অনুপাত ধনাত্মক
২য় চতুর্ভাগ : sine ও cosecant অনুপাত ধনাত্মক
৩য় চতুর্ভাগ : tangent ও cotangent অনুপাত ধনাত্মক
৪র্থ চতুর্ভাগ : cosecant ও secant অনুপাত ধনাত্মক।

১৬. tan90° এর মান কত?
উত্তর: অসংজ্ঞায়িত।

১৭. cot0° এর মান কত?
উত্তর: অসংজ্ঞায়িত।

১৮. sinθ ও cosθ এর সর্বোচ্চ ও সর্বনিম্ন মান কত?
উত্তর: sinθ ও cosθ এর মান − 1 অপেক্ষা ছোট এবং + 1 অপেক্ষা বড় নয়। অর্থাৎ সর্বোচ্চ মান + 1 এবং সর্বনিম্ন মান − 1

১৯. tanθ ও cotθ এর মানের বিস্তৃতি বল?
উত্তর: tanθ ও cotθ এর মানের বিস্তৃতি $(-\infty, \infty)$

২০. sinθ, cosθ ও tanθ এর ত্রিকোণমিতিক অনুপাতসমূহ বল?
উত্তর: $\sin\theta = \frac{\text{লম্ব}}{\text{অতিভুজ}}$, $\cos\theta = \frac{\text{ভূমি}}{\text{অতিভুজ}}$, $\tan\theta = \frac{\text{লম্ব}}{\text{ভূমি}}$।

২১. $\left(n.\frac{\pi}{2} \pm \theta\right)$ আকারে প্রকাশ করলে θ কোণের প্রকৃতি কিরূপ হয়?
উত্তর: θ কোণের প্রকৃতি সাধারণত সূক্ষ্মকোণ।

২২. $\left(n.\frac{\pi}{2} \pm \theta\right)$ আকারে প্রকাশ করলে n এর মানের প্রভাব কি?
উত্তর: n এর মান জোড় হলে অনুপাতের ধরন একই থাকবে এবং বিজোড় হলে অনুপাতের ধরন পরিবর্তিত হবে।

২৩. n এর মান বিজোড় হলে অনুপাতের ধরনগুলো কিরূপে পরিবর্তিত হয়?
উত্তর: n বিজোড় হলে sine, tangent ও secant অনুপাতগুলো cosine, cotangent ও cosecant এ পরিবর্তিত হয় এবং বিপরীতক্রমে একই ঘটনা ঘটে।

২৪. দুইটি কোণ পরিপূরক হলে এদের ত্রিকোণমিতিক অনুপাতগুলোর সম্পর্ক কী হবে?
উত্তর: দুইটি পরস্পর পূরক কোণের একটির sine অপরটির cosine একটি tangent অপরটির cotangent এবং একটি secant অপরটির cosecant এর সমান হবে।

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

নবম অধ্যায় ▶ সূচকীয় ও লগারিদম ফাংশন

১. সকল স্বাভাবিক সংখ্যার সেটকে কী দ্বারা প্রকাশ করা হয়?
উত্তর: $\mathbb{N}$

২. যেকোনো অখণ্ড সংখ্যা বা ভগ্নাংশে a এবং একটি ধনাত্মক অখণ্ড সংখ্যা n হলে a কে n বার গুণ করলে গুণফলটি কী হবে?
উত্তর: a^n

৩. সূচকে a^n কে কিভাবে পড়া হয়?
উত্তর: a এর n ঘাত।

৪. $\left(\frac{3}{5}\right)^7$ এর ক্ষেত্রে ভিত্তি ও সূচক কী?
উত্তর: ভিত্তি $\frac{3}{5}$ এবং সূচক 7।

৫. সূচকের মৌলিক সূত্র কোনটি?
উত্তর: $a^m.a^n = a^{m+n}$ যেখানে $m, n \in \mathbb{N}$ এবং $a \in \mathbb{R}$

৬. $\frac{5^7}{5^5}$ এর মান কত?
উত্তর: 5^2 বা 25

৭. $\left(-\frac{3}{4}\right)^0$ এর মান কত?
উত্তর: 1

৮. a-এর n-তম মূল x-হলে তা কিভাবে লিখা হয়?
উত্তর: $x^n = a$

৯. – 27-এর ঘনমূল কত?
উত্তর: – 3

১০. – 9-এর বর্গমূল কত?
উত্তর: বর্গমূল নেই। কারণ ঋণাত্মক সংখ্যার বর্গমূল অবাস্তব।

১১. 0-এর n-তম মূল কত?
উত্তর: শূন্য।

১২. যদি $a^x = 1$ হয় যেখানে $a > 0$ এবং $a \neq 1$ তাহলে x = কত?
উত্তর: শূন্য।

১৩. লগারিদম বলতে কী বুঝ?
উত্তর: যদি $a^x = b$ হয়, যেখানে $a > 0$ এবং $a \neq 1$, তবে x-কে b-এর a ভিত্তিক লগারিদম বলা হয়। অর্থাৎ $x = \log_a b$

১৪. যদি $x = \log_a b$ হয়, যেখানে $a > 0$ এবং $a \neq 1$ তাহলে b = কত?
উত্তর: $b = a^x$ অথবা, $b = \text{antilog}_a x$

১৫. log1-এর মান কত?
উত্তর: শূন্য।

১৬. $\log_3 27$ এর মান কত?
উত্তর: 3

১৭. $\log_2 5 + \log_2 7$ এর মান কত?
উত্তর: $\log_2 35$

১৮. $\log_{\sqrt{2}} x = 2$ হলে x-এর মান কত?
উত্তর: $x = 2$

১৯. $y = |x|$ ফাংশনটির ডোমেন কত?
উত্তর: $\mathbb{R}$

২০. $y = |x|$ ফাংশনটির রেঞ্জ কত?
উত্তর: $[0, \infty]$

২১. $y = \log_2 x$ এর বিপরীত ফাংশন কী?
উত্তর: $y = 2^x$

একাদশ অধ্যায় ▶ স্থানাঙ্ক জ্যামিতি

১. বিন্দুর স্থানাঙ্ক সূচক (x, y) বলতে কি বোঝ?
উত্তর: বিন্দুর স্থানাঙ্ক সূচক (x, y) একটি ক্রমজোড় বুঝায় যার প্রথমটি ভুজ এবং দ্বিতীয়টি কোটি নির্দেশ করে।

২. আয়তাকার কার্তেসীয় স্থানাঙ্ক কাকে বলে?
উত্তর: পরস্পর সমকোণে ছেদ করে এরূপ একজোড়া অক্ষের সাপেক্ষে কোনো বিন্দুর স্থানাঙ্ককে আয়তাকার কার্তেসীয় স্থানাঙ্ক বলা হয়।

৩. ভুজ ও কোটির মান শূন্য হবে কোথায়?
উত্তর: x অক্ষের ওপর কোটি শূন্য এবং y অক্ষের ওপর ভুজ শূন্য হবে।

৪. দুইটি বিন্দুর মধ্যবর্তী দূরত্ব বা লম্ব দূরত্বের সূত্রটি বল?
উত্তর: দুইটির বিন্দুর মধ্যবর্তী দূরত্ব
$= \sqrt{(\text{ভুজদ্বয়ের অন্তর})^2 + (\text{কোটিদ্বয়ের অন্তর})^2}$
অর্থাৎ $P(x_1, y_1)$ ও $Q(x_2, y_2)$ এর মধ্যবর্তী দূরত্ব,
$PQ = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$

৫. মূলবিন্দুর স্থানাঙ্ক কত?
উত্তর: (0, 0)

৬. একটি চতুর্ভুজ কোন শর্তে সামান্তরিক বা আয়ত হবে?
উত্তর: চতুর্ভুজের বিপরীত বাহুগুলোর দৈর্ঘ্য সমান হলে তা সামান্তরিক এবং একটি কোণ সমকোণ হলে তা আয়ত।

৭. কোন শর্তে তিনটি বিন্দু দ্বারা ত্রিভুজ গঠন সম্ভব নয়?
উত্তর: বিন্দুগুলোকে ঘড়ির কাটার বিপরীত দিকে বিবেচনা করে বিন্দুগুলোর পারস্পরিক দূরত্ব বের করতে হবে।
ত্রিভুজ গঠন সম্ভব হবে না যদি
(১) যে কোন দুই বাহুর সমষ্টি তৃতীয় বাহুর সমান বা ছোট হয়।
(২) বিন্দু তিনটি একই সরলরেখায় অবস্থান করে।

৮. ত্রিভুজ বা চতুর্ভুজের পরিসীমা হচ্ছে বলতে কি বুঝ?
উত্তর: ত্রিভুজ বা চতুর্ভুজের পরিসীমা হচ্ছে বাহুগুলোর দৈর্ঘ্যের সমষ্টি।

৯. যে কোনো ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল কোন সূত্রের মাধ্যমে নির্ণয় করা সম্ভব?
উত্তর: **ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল** $= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ যেখানে, $s = \frac{a+b+c}{2}$ এবং a, b, c যথাক্রমে ত্রিভুজের তিন বাহুর দৈর্ঘ্য।

১০. কোন শর্তে একটি চতুর্ভুজ রম্বস বা বর্গ হবে?
উত্তর: চতুর্ভুজের চারটি বাহু সমান হলে তা বর্গ বা রম্বস হবে এবং চারটি বাহু সমান ও প্রতিটি কোণ সমকোণ হলে তা বর্গ।

১১. স্থানাঙ্কের মাধ্যমে ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয়ের সূত্রটি কী?
উত্তর: ত্রিভুজের তিনটি শীর্ষের স্থানাঙ্ক $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ ও $C(x_3, y_3)$ হলে ΔABC এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_1 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_1 \end{vmatrix}$

১২. চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয়ের সাধারণ সূত্রটি কী?
উত্তর: ABCD চতুর্ভুজের শীর্ষবিন্দুগুলো $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$ ও $D(x_4, y_4)$ হলে চতুর্ভুজের ABCD এর ক্ষেত্রফল =
$\frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_1 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_4 & y_1 \end{vmatrix}$

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

১৩. পিথাগোরাসের সূত্রটি বল?

উত্তর: পিথাগোরাসের সূত্র: (অতিভুজ)^2 = (লম্ব)^2 + (ভূমি)^2

১৪. কী কী পদ্ধতিতে ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করা যায়?

উত্তর: (ক) তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য এবং পরিসীমার সাহায্যে ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করা যায়।

(খ) ত্রিভুজের প্রকৃতি নির্ধারণ করে সূত্রের মাধ্যমে এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় করা যায়।

(গ) তিনটি শীর্ষবিন্দুর স্থানাঙ্কের সাহায্যে ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করা যায়।

১৫. চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফলের নির্ণয়ের পদ্ধতিগুলো বল?

উত্তর: (ক) চারটি শীর্ষবিন্দুর স্থানাঙ্কের মাধ্যমে চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করা যায়।

(খ) চতুর্ভুজের প্রকৃতি নির্ধারণ করে সূত্রের সাহায্যে এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় করা যায়।

১৬. সামান্তরিক, আয়ত ও বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয়ের সূত্র কী?

উত্তর: (ক) সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল = ভূমি × উচ্চতা

(খ) আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = দৈর্ঘ্য × প্রস্থ

(গ) বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = (যে কোন এক বাহুর দৈর্ঘ্য)^2

১৭. সমকোণী ত্রিভুজের ক্ষেত্রফলের সূত্রটি বল?

উত্তর: সমকোণী ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times$ লম্ব $\times$ ভূমি

১৮. ত্রিভুজের ক্ষেত্রফলের সূত্রটি কী?

উত্তর: ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times$ ভূমি $\times$ উচ্চতা

১৯. পঞ্চভুজ ও ষড়ভুজ ক্ষেত্রফল নির্ণয় সূত্রটি লিখ?

উত্তর: ABCDE পঞ্চভুজের শীর্ষবিন্দুগুলো যদি $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$, $D(x_4, y_4)$ ও $E(x_5, y_5)$ হয় তাহলে

পঞ্চভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 & x_1 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_4 & y_5 & y_1 \end{vmatrix}$

অনুরূপভাবে ষড়ভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 & x_6 & x_1 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_4 & y_5 & y_6 & y_1 \end{vmatrix}$

২০. সরলরেখার ঢাল বলতে কী বোঝ? ঢাল নির্ণয়ের সূত্রটি বল।

উত্তর: ঢাল হলো কোনো সরলরেখা দ্বারা x অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে উৎপন্ন কোণের tangent অনুপাত। উৎপন্ন কোণ θ হলে ঢাল $m = \tan\theta$।

ঢাল নির্ণয়ের সূত্র: $\frac{\text{কোটিদ্বয়ের অন্তর}}{\text{ভুজদ্বয়ের অন্তর}}$

২১. (x, y) বিন্দুটির x অক্ষ ও y অক্ষ হতে দূরত্ব কত?

উত্তর: x অক্ষ হতে (x, y) বিন্দুর দূরত্ব = বিন্দুর কোটি = y এবং y অক্ষ হতে (x, y) বিন্দুর দূরত্ব = বিন্দুর ভুজ = x

২২. দুইটি বিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণটি বল?

উত্তর: $A(x_1, y_1)$ ও $B(x_2, y_2)$ বিন্দুগামী

AB সরলরেখার সমীকরণ: $\frac{x - x_1}{x_1 - x_2} = \frac{y - y_1}{y_1 - y_2}$

ত্রয়োদশ অধ্যায় ▶ ঘন জ্যামিতি

১. বস্তুর মাত্রা কাকে বলে?

উত্তর: বস্তুর দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা প্রত্যেকটিকে ঐ বস্তুর মাত্রা বলা হয়।

২. বিন্দুর মাত্রা সম্পর্কে ধারণা দাও।

উত্তর: বিন্দুর দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা নেই। সুতরাং বিন্দুর কোনো মাত্রা নেই। তাই বিন্দু শূন্য মাত্রিক।

৩. ঘনবস্তু কাকে বলে, এর মাত্রা কত?

উত্তর: যে বস্তুর দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা আছে তাকে ঘনবস্তু বলা হয়। ঘনবস্তু ত্রিমাত্রিক।

৪. ঘন জ্যামিতি কাকে বলে?

উত্তর: গণিত শাস্ত্রের যে শাখার সাহায্যে ঘনবস্তু এবং তল, রেখা ও বিন্দুর ধর্ম জানা যায়, তাকে ঘন জ্যামিতি বলা হয়। একে ত্রিমাত্রিক জ্যামিতিও বলা হয়।

৫. তিনটি সুষম ঘনবস্তুর উদাহরণ দাও?

উত্তর: একখানা বই, একটি বাক্স, একখানা ইট বা একটি গোলাকার বল সুষম ঘনবস্তুর উদাহরণ।

৬. বিষম ঘনবস্তুর উদাহরণ দাও।

উত্তর: একখন্ড পাথর বা কাঠ, ইটের খন্ড, কয়লার টুকরা, মাটির শুকনা খন্ড ইত্যাদি বিষম ঘনবস্তুর উদাহরণ।

৭. আয়তাকার ঘনবস্তু কাকে বলে?

উত্তর: যে সামান্তরিক ঘনবস্তুর পৃষ্ঠতলগুলো আয়তক্ষেত্র, তাকে আয়তাকার ঘনবস্তু বলা হয়। আয়তাকার ঘনবস্তুর পৃষ্ঠতলগুলো বর্গক্ষেত্র হলে একে ঘনক বলে।

৮. সংক্ষেপে প্রিজমের বর্ণনা দাও।

উত্তর: যে ঘনবস্তুর দুই প্রান্ত সর্বসম ও সমান্তরাল বহুভুজ দ্বারা আবদ্ধ এবং অন্যান্য তলগুলো সামান্তরিক তাকে প্রিজম বলে। প্রিজমের দুই প্রান্তকে ভূমি এবং অন্যান্য তলগুলোকে পার্শ্বতল বলে। সবগুলো পার্শ্বতল আয়তাকার হলে প্রিজমটিকে খাড়া প্রিজম এবং অন্যক্ষেত্রে প্রিজমটিকে তীর্যক প্রিজম বলা হয়। ভূমির তলের নামের উপর নির্ভর করে প্রিজমের নামকরণ করা হয়। যেমন, ত্রিভুজাকার প্রিজম, চতুর্ভুজাকার প্রিজম, পঞ্চভুজাকার প্রিজম ইত্যাদি।

ভূমি সুষম বহুভুজ হলে প্রিজমকে সুষম প্রিজম এবং সুষম না হলে ইহাকে বিষম প্রিজম বলা হয়। সংজ্ঞানুসারে আয়তাকার ঘনবস্তু ও ঘনক উভয়কেই প্রিজম বলা হয়।

৯. প্রিজমের একটি ব্যবহার লিখ?

উত্তর: কাঁচের তৈরি খাড়া ত্রিভুজাকার প্রিজম আলোক রশ্মির বিচ্ছুরণের জন্য ব্যবহৃত হয়।

১০. সংক্ষেপে পিরামিডের বর্ণনা দাও।

উত্তর: বহুভুজের উপর অবস্থিত যে ঘনবস্তুর একটি শীর্ষবিন্দু থাকে এবং যার পার্শ্বতলগুলোর প্রত্যেকটি ত্রিভুজাকার তাকে পিরামিড বলে। ভূমি সুষম বহুভুজ এবং পার্শ্বতলগুলো সর্বসম ত্রিভুজ হলে তাকে সুষম পিরামিড বলা হয়। সাধারণত পিরামিড বলতে চারটি সর্বসম ত্রিভুজ দ্বারা বেষ্টিত ঘনবস্তুকেই বুঝানো হয়।

১১. সুষম চতুস্তলক কী?

উত্তর: চারটি সমবাহু ত্রিভুজ দ্বারা বেষ্টিত ঘনবস্তুকে সুষম চতুস্তলক বলে যা একটি পিরামিড। এই পিরামিডের 3 + 3 = 6টি ধার ও 4টি কৌণিক বিন্দু আছে।

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

১২. সমবৃত্তভূমিক কোণক বলতে কী বোঝ?

উত্তর: কোনো সমকোণী ত্রিভুজের সমকোণ সংলগ্ন একটি বাহুকে অক্ষ ধরে তার চতুর্দিকে ত্রিভুজটিকে একবার ঘুরিয়ে আনলে যে ঘনবস্তু উৎপন্ন হয়, তাকে সমবৃত্তভূমিক কোণক বলা হয়।

১৩. গোলকের সংজ্ঞা দাও।

উত্তর: কোনো অর্ধবৃত্ত ক্ষেত্রের ব্যাসকে অক্ষ ধরে ঐ ব্যাসের চতুর্দিকে অর্ধবৃত্ত ক্ষেত্রকে একবার ঘুরিয়ে আনলে যে ঘনবস্তু উৎপন্ন হয় তাকে গোলক বলে। অর্ধবৃত্তটির কেন্দ্রই গোলকের কেন্দ্র। এই ঘূর্ণনের ফলে অর্ধবৃত্ত যে তল উৎপন্ন করে তাই হলো গোলকের তল।

১৪. যৌগিক ঘনবস্তু বলতে কী বুঝ?

উত্তর: দুইটি ঘনবস্তুর সমন্বয়ে গঠিত ঘনবস্তুকে যৌগিক ঘনবস্তু বলে।

যৌগিক ঘনবস্তুর কয়েকটি উদাহরণ:

(১) কেটি আয়তাকার ঘনবস্তুর উপরের তল যদি একটি খাড়া প্রিজমের কোনও একটি তলের সমান হয়, তবে ঘনবস্তুর উপর মিলিয়ে প্রিজমটি বসালে একটি যৌগিক ঘনবস্তু হয়।

(২) একটি প্রিজমের ভূমি ও একটি চতুস্তলকের ভূমি সর্বসম হলে এবং চতুস্তলকটিকে প্রিজমের উপর বসালে একটি যৌগিক ঘনবস্তু হয়।

(৩) একটি গোলকের ব্যাসার্ধ ও একটি সমবৃত্তভূমিক কোণকের ভূমির ব্যাসার্ধ সমান হলে এবং কোণকটিকে গোলকের উপর বসালে একটি নতুন ঘনবস্তু সৃষ্ট হয়।

(৪) দুইটি অর্ধগোলক ও একটি সমবৃত্তভূমিক সিলিন্ডারের সমন্বয়ে গঠিত যৌগিক ঘনবস্তুকে ক্যাপসুল বলা যেতে পারে।

১৫. কোনো আয়তকার ঘনবস্তুর দৈর্ঘ্য, প্রস্থ, উচ্চতা যথাক্রমে a, b, c একক হলে (i) সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল = কত ? (ii) আয়তাকার ঘনবস্তুর কর্ণ = কত ?

উত্তর: (i) সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল $= 2(ab + bc + ca)$ বর্গ একক;

(ii) কর্ণ $= \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$ একক

১৬. সমবৃত্তভূমিক সিলিন্ডারের ভূমির ব্যাসার্ধ r এবং উচ্চতা h হলে–

(ক) বক্রতলের ক্ষেত্রফল = কত ?

(খ) ভূমির ক্ষেত্রফল = কত ?

(গ) আয়তন = কত ?

(ঘ) সমগ্র পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল = কত ?

উত্তর: (ক) বক্রতলের ক্ষেত্রফল $= 2\pi rh$ বর্গএকক

(খ) ভূমির ক্ষেত্রফল $= \pi r^2$ বর্গ একক

(গ) আয়তন $= \pi r^2 h$ ঘন একক

(ঘ) সমগ্র পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল $= 2\pi r(r+h)$ বর্গ একক।

১৭. সমবৃত্তভূমিক কোণকের ভূমির ব্যাসার্ধ r এবং উচ্চতা h হলে তার–

(ক) হেলানো উচ্চতা = কত ?

(খ) বক্রতলের ক্ষেত্রফল = কত ?

(গ) সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল = কত ?

(ঘ) আয়তন = কত ?

উত্তর: (ক) হেলানো উচ্চতা $\ell = \sqrt{h^2 + r^2}$ একক

(খ) বক্রতলের ক্ষেত্রফল $= \pi r\ell$ বর্গ একক

(গ) সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল $= \pi r\ell + \pi r^2 = \pi r(\ell + r)$ বর্গ একক

(ঘ) আয়তন $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$ ঘন একক

১৮. বেলনের ভূমির ব্যাসার্ধ r ও উচ্চতা h হলে,

(ক) বক্রপৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল = কত?

(খ) সমগ্রপৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল = কত?

(গ) আয়তন = কত?

উত্তর: (ক) বক্রপৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল $= 2\pi rh$ বর্গ একক।

(খ) সমগ্রপৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল $= 2\pi r(h + r)$ বর্গ একক।

(গ) আয়তন $= \pi r^2 h$ ঘন একক।

১৯. গোলকের ব্যাসার্ধ r হলে, তার–

(ক) আয়তন = কত ?

(খ) বক্রতলের ক্ষেত্রফল = কত ?

উত্তর: (ক) আয়তন $= \frac{4}{3}\pi r^3$ ঘন একক

(খ) বক্রতলের ক্ষেত্রফল $= 4\pi r^2$ বর্গ একক

২০. ঘনকের বাহু a একক হলে,

(ক) কর্ণ = কত?

(খ) সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল = কত?

উত্তর: (ক) কর্ণ $= a\sqrt{3}$ একক।

(খ) সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল $= 6a^2$ বর্গ একক।

২১. প্রিজমের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফলের সূত্রটি লিখ?

উত্তর: প্রিজমের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল

= 2 (ভূমির ক্ষেত্রফল) + পার্শ্বতলগুলোর ক্ষেত্রফল।

= 2 (ভূমির ক্ষেত্রফল) + ভূমির পরিসীমা × উচ্চতা

এবং আয়তন = ভূমির ক্ষেত্রফল × উচ্চতা

২২. পিরামিডের উচ্চতা h, ভূমিক্ষেত্রের অর্ন্তবৃত্তের ব্যাসার্ধ r এবং হেলানো উচ্চতা ℓ হলে

(ক) হেলানো উচ্চতা = কত?

(খ) সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল = কত?

(গ) আয়তন = কত?

উত্তর: (ক) হেলানো উচ্চতা $\ell = \sqrt{h^2 + r^2}$

(খ) সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল = ভূমির ক্ষেত্রফল + পার্শ্বতলগুলোর ক্ষেত্রফল।

কিন্তু পার্শ্বতলগুলো সর্বসম ত্রিভুজ হলে,

পিরামিডের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল = ভূমির ক্ষেত্রফল

$+ \frac{1}{2} \times$ (ভূমির পরিধি × হেলানো উচ্চতা)

(গ) আয়তন $= \frac{1}{3} \times$ ভূমির ক্ষেত্রফল × উচ্চতা

www.bdniyog.com
www.pathagar.com

মৌখিক পরীক্ষার জন্য মডেল টেস্ট

মডেল নং–১

পরীক্ষার্থী : আস্‌সালামু আলাইকুম স্যার।

পরীক্ষক : উত্তর দিয়ে বসতে বলবেন। (না বললে অল্প সময় দাঁড়িয়ে থাকলেই বসতে বলবেন। শিক্ষক বসতে না বললে বসা যাবে না।)

পরীক্ষক : তোমার নাম কী ? পিতার নাম, পিতার পেশা, বাড়ী কোথায় ?

পরীক্ষার্থী : উত্তর দিবে (খুব বিনয়ের সাথে)।

পরীক্ষক : অন্বয়ের রেঞ্জ কী?

পরীক্ষার্থী : কোনো অন্বয়ের ক্রমজোড়গুলোর দ্বিতীয় উপাদানসমূহের সেটকে অন্বয়ের রেঞ্জ বলা হয়।

পরীক্ষক : কোনো সরলরেখা একটি বৃত্তকে একটি মাত্র বিন্দুতে স্পর্শ করলে উক্ত সরলরেখাকে কী বলা হয়?

পরীক্ষার্থী : স্পর্শক।

পরীক্ষক : কোনো বৃত্তের বহি:স্থ কোনো বিন্দু থেকে ঐ বৃত্তে কয়টি স্পর্শক আঁকা সম্ভব?

পরীক্ষার্থী : দুইটি।

পরীক্ষক : কোনো সমীকরণের মূল বা বীজ বলতে কী বুঝ?

পরীক্ষার্থী : চলকের যে মান বা মানগুলোর জন্য সমীকরণের উভয়পক্ষ সমান হয়, ঐ মান বা মানগুলোই সমীকরণের মূল বা বীজ।

পরীক্ষক : ডিগ্রী ও রেডিয়ান পরিমাপের সম্পর্ক বল?

পরীক্ষার্থী : $90° = 1$ সমকোণ $= \frac{\pi}{2}$ রেডিয়ান $= \left(\frac{\pi}{2}\right)^c$

অর্থাৎ $180° = 2$ সমকোণ $= \pi$ রেডিয়ান $= \pi^c$

পরীক্ষক : কোন শর্তে একটি চতুর্ভুজ রম্বস বা বর্গ হবে?

পরীক্ষার্থী : চতুর্ভুজের চারটি বাহু সমান হলে তা বর্গ বা রম্বস হবে এবং চারটি বাহু সমান ও প্রতিটি কোণ সমকোণ হলে তা বর্গ।

পরীক্ষক : সরলরেখার ঢাল বলতে কী বোঝ? ঢাল নির্ণয়ের সূত্রটি বল।

পরীক্ষার্থী : ঢাল হলো কোনো সরলরেখা দ্বারা x অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে উৎপন্ন কোণের tangent অনুপাত। উৎপন্ন কোণ θ হলে ঢাল $m = \tan\theta$।

ঢাল নির্ণয়ের সূত্র: $\frac{\text{কোটিদ্বয়ের অন্তর}}{\text{ভুজদ্বয়ের অন্তর}}$

পরীক্ষক : সমবৃত্তভূমিক কোণকের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল = কত ?

পরীক্ষার্থী : সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল $= \pi r\ell + \pi r^2 = \pi r(\ell + r)$ বর্গ একক

পরীক্ষার্থী : সমবৃত্তভূমিক কোণকের আয়তন = কত ?

পরীক্ষার্থী : আয়তন $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$ ঘন একক

পরীক্ষক : ঠিক আছে তুমি এবার যাও।

পরীক্ষার্থী : ধন্যবাদ স্যার। আস্‌সালামু আলাইকুম স্যার।

মডেল নং–২

পরীক্ষার্থী : আস্‌সালামু আলাইকুম স্যার।

পরীক্ষক : উত্তর দিয়ে বসতে বলবেন। (না বললে অল্প সময় দাঁড়িয়ে থাকলেই বসতে বলবেন। শিক্ষক বসতে না বললে বসা যাবে না।)

পরীক্ষক : তোমার নাম কী ? পিতার নাম, পিতার পেশা, বাড়ী কোথায় ?

পরীক্ষার্থী : উত্তর দিবে (খুব বিনয়ের সাথে)।

পরীক্ষক : অন্বয় কী?

পরীক্ষার্থী : যদি A ও B দুইটি সেট হয় তবে সেটদ্বয়ের কার্তেসীয় গুণজ $A \times B$ সেটের অন্তর্গত ক্রমজোড়গুলোর অশূন্য উপসেট R-কে A সেট হতে B সেটের একটি অন্বয় বলা হয়।

পরীক্ষক : কখন একটি অন্বয় ফাংশন হয়?

পরীক্ষার্থী : অন্বয়ের ক্রমজোড়গুলোর প্রথম উপাদান ভিন্ন ভিন্ন হলে অন্বয়টি ফাংশন হয়।

পরীক্ষক : বিপরীত ফাংশন কী?

পরীক্ষার্থী : $f : A \to B$ একটি এক-এক এবং সার্বিক ফাংশন হলে f^{-1} কে বিপরীত ফাংশন বলা হবে যদি $f^{-1} : B \to A$ এ বিদ্যমান থাকা প্রত্যেক $b \in B$ এর জন্য একটি অনন্য $f^{-1}(b) \in A$ বিদ্যমান থাকে।

পরীক্ষক : বৃত্তের কেন্দ্রে উৎপন্ন কোণের পরিমাণ কত?

পরীক্ষার্থী : 360°

পরীক্ষক : $ax^2 + bx + c = 0$ সমীকরণের নিশ্চায়কের মান কত?

পরীক্ষার্থী : $b^2 - 4ac$

পরীক্ষক : রেডিয়ান কোণ কি?

পরীক্ষার্থী : কোনো বৃত্তের ব্যাসার্ধের সমান চাপ ঐ বৃত্তের কেন্দ্রে যে কোণ উৎপন্ন করে সেই কোণকে এক রেডিয়ান কোণ বলে।

পরীক্ষক : দুইটি বিন্দুর মধ্যবর্তী দূরত্ব বা লম্ব দূরত্বের সূত্রটি বল?

পরীক্ষার্থী : দুইটির বিন্দুর মধ্যবর্তী দূরত্ব

$= \sqrt{(\text{ভুজদ্বয়ের অন্তর})^2 + (\text{কোটিদ্বয়ের অন্তর})^2}$

অর্থাৎ $P(x_1, y_1)$ ও $Q(x_2, y_2)$ এর মধ্যবর্তী দূরত্ব,

$PQ = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$

পরীক্ষক : চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয়ের সাধারণ সূত্রটি কী?

পরীক্ষার্থী : ABCD চতুর্ভুজের শীর্ষবিন্দুগুলো $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$ ও $D(x_4, y_4)$ হলে চতুর্ভুজের ABCD এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_1 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_4 & y_1 \end{vmatrix}$

পরীক্ষক : দুইটি বিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণটি বল?

পরীক্ষার্থী : $A(x_1, y_1)$ ও $B(x_2, y_2)$ বিন্দুগামী

AB সরলরেখার সমীকরণ: $\frac{x - x_1}{x_1 - x_2} = \frac{y - y_1}{y_1 - y_2}$

পরীক্ষক : সমবৃত্তভূমিক সিলিন্ডারের আয়তন = কত ?

পরীক্ষার্থী : আয়তন $= \pi r^2 h$ ঘন একক

পরীক্ষক : সমবৃত্তভূমিক সিলিন্ডারের সমগ্র পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল = কত ?

পরীক্ষার্থী : সমগ্র পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল $= 2\pi r(r + h)$ বর্গ একক।

পরীক্ষক : ঠিক আছে তুমি এবার যাও।

পরীক্ষার্থী : ধন্যবাদ স্যার। আস্‌সালামু আলাইকুম স্যার।

www.bdniyog.com

www.pathagar.com

www.bdniyog.com