গণিত ১ম পত্র

অধ্যায় ১

ম্যাট্রিক্স ও নির্ণায়ক

Part 1

প্রয়োজনীয় সূত্রাবলি

MCQ Technique

(i) প্রতিসম ম্যাট্রিক্সের ক্ষেত্রে- (i, j) ও (j, i) তম ভুক্তিদ্বয় পরস্পর সমান ও সমচিহ্নযুক্ত হবে যেখানে $i \neq j$। অর্থাৎ মুখ্য কর্ণ বরাবর একটি সরলরেখা কল্পনা করলে তার উপর লম্ব বরাবর ভুক্তিসমূহ সমান হবে।

(ii) বিপ্রতিসম ম্যাট্রিক্সের ক্ষেত্রে- মুখ্যকর্ণের ভুক্তিগুলো শূন্য হয় এবং (i, j) ও (j, i) তম ভুক্তিদ্বয় পরস্পর সমান কিন্তু বিপরীত চিহ্ন যুক্ত হয় যেখানে $i \neq j$। অর্থাৎ মুখ্য কর্ণ বরাবর একটি সরলরেখা কল্পনা করলে তার উপর লম্ব বরাবর ভুক্তিসমূহ সমান কিন্তু বিপরীত চিহ্ন যুক্ত হবে।

(iii) AB নির্ণয়যোগ্য হলে AB ম্যাট্রিক্সের ক্রম
= A ম্যাট্রিক্সের সারি সংখ্যা × B ম্যাট্রিক্সের কলাম সংখ্যা।

(iv) (AB)C নির্ণয়যোগ্য হলে (AB)C ম্যাট্রিক্সের ক্রম = AB ম্যাট্রিক্সের সারি সংখ্যা × C ম্যাট্রিক্সের কলাম সংখ্যা।

(v) A এর মাত্রা $m \times n$ হলে A^T এর মাত্রা $n \times m$।

(vi) $AI^3 = AI = A$. $A \pm I$ এর ক্ষেত্রে এর মুখ্য কর্ণের ভুক্তির সাথে 1 করে যথাক্রমে যোগ ও বিয়োগ করতে হবে। যেকোনো ক্রমের একক ম্যাট্রিক্স I এর বিপরীত ম্যাট্রিক্স I.

(vii) $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ ব্যতিক্রমী হলে, ad = bc এবং অব্যতিক্রমী হলে, ad/bc তবে,

$$\text{Adj}(A) = \begin{bmatrix} d & -c \\ -b & a \end{bmatrix},$$

$$A^{-1} = \frac{1}{ad - bc}\begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$

(viii) $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ একটি সমঘাতি ম্যাট্রিক্স হবে, যদি $c = c(a + d)$
i.e. $a + d = 1 \ (c \neq 0)$, $bc = a - a^2 = d - d^2$ হয়।

(ix) $A = \begin{bmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 \\ 0 & 0 & c \end{bmatrix}$ হলে $A^2 = \begin{bmatrix} a^2 & 0 & 0 \\ 0 & b^2 & 0 \\ 0 & 0 & c^2 \end{bmatrix}$

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} 1/a & 0 & 0 \\ 0 & 1/b & 0 \\ 0 & 0 & 1/c \end{bmatrix}$$

(x) A একটি 3×3 ম্যাট্রিক্স হলে $|\lambda A| = \lambda^3 |A|$.

(xi) $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ হলে $A^n = \begin{bmatrix} 1 & n \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

(xii) $A = \begin{bmatrix} \cos x & \sin x \\ -\sin x & \cos x \end{bmatrix}$ হলে $A^n = \begin{bmatrix} \cos nx & \sin nx \\ -\sin nx & \cos nx \end{bmatrix}$

(xiii) A একটি $n \times n$ ক্রমের ম্যাট্রিক্স হলে,
$\text{Adj}(\text{Adj}A) = |A|^{n-2}A$, $|\text{Adj}(\text{Adj}A)| = A^{(n-1)^2}$

(xiv) কর্ণ ম্যাট্রিক্স $\begin{bmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{bmatrix}$ এর বিপরীত ম্যাট্রিক্স $\begin{bmatrix} 1/a & 0 \\ 0 & 1/b \end{bmatrix}$

(xv) $AB = C$ হলে, $A = B^{-1}C$ এবং $B = A^{-1}C$

(xvi) $P = \begin{bmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 \\ 0 & 0 & c \end{bmatrix}$ হলে $|P|$ এর মান $= abc$

❑ **মুখ্য কর্ণ ও মাধ্যমিক কর্ণ:** উপরের নির্ণায়ক লক্ষ্য করলে দেখা যায় a_1, b_2 ও c_3 উপাদানগুলো একটি কর্ণ এবং a_3, b_2 ও c_1 উপাদানগুলো অপর একটি কর্ণ গঠন করে। প্রথম কর্ণকে মুখ্য কর্ণ এবং দ্বিতীয় কর্ণকে মাধ্যমিক কর্ণ বলা হয়। মুখ্যকর্ণের উপাদানগুলোর গুণফল (a_1, b_2, c_3) কে মুখ্যপদ এবং মাধ্যমিক কর্ণের উপাদানগুলোর গুণফলকে (a_3, b_2, c_1) মাধ্যমিক পদ বলে।

❑ **আনুপাতিক বা অনুরাশি (Mirror):** যদি একটি নির্ণায়কের যে কোনো উপাদানের মধ্য দিয়ে একটি খাড়া ও একটি অনুভূমিক সরলরেখা টানা যায়, তাহলে, বাকী উপাদানগুলো দ্বারা গঠিত নির্ণায়ককে ঐ উপাদানের আনুপাতিক বা অনুরাশি বলে।

❑ **সহগুণক (Co-factor):** নির্ণায়কের কোন উপাদানের আনুপাতিকের অনুরাশির পূর্বে যথাযথ চিহ্ন বসালে তাকে ঐ উপাদানের সহগুণক বলে।

❑ **সহগুণকের চিহ্ন সনাক্তকরণ:** কোন নির্ণায়কের যে উপাদানের সহগুণক বের করতে হবে উক্ত উপাদানটি যত নং কলাম ও যত নং সারিতে আছে তাদের যোগফল জোড় সংখ্যা হলে, সহগুণকের চিহ্ন ধনাত্মক (+ve) হবে এবং যোগফল বিজোড় হলে, চিহ্ন ঋণাত্মক (–ve) হবে। অর্থাৎ i-সারি ও যে কলামের ভুক্তির সহগুণকের চিহ্ন $(-1)^{i+j}$ হবে।

❑ **নির্ণায়কের মৌলিক ধর্মসমূহ:**

01. যদি কোন নির্ণায়কের কোন সারির (কলামের) উপাদানগুলো শূন্য হয় তবে নির্ণায়কের মান শূন্য হয়।

02. নির্ণায়কের সারি এবং কলাম সমূহ পরস্পর স্থান বিনিময় করলে নির্ণায়কের মানের কোন পরিবর্তন হয় না।

03. নির্ণায়কের পাশাপাশি বা যে কোন দুইটি কলাম (সারি) পরস্পর স্থান বিনিময় করলে নির্ণায়কের চিহ্ন পরিবর্তিত হয় কিন্তু সংখ্যামান অপরিবর্তিত থাকে।

04. যদি কোন নির্ণায়কের দুইটি কলাম (সারি) অভিন্ন হয় তাহলে, নির্ণায়কের মান শূন্য হবে।

05. কোন নির্ণায়কের যে কোন সারি (কলাম)-এর উপাদান গুলোকে তাদের নিজ নিজ সহগুণক দ্বারা গুণ করে গুণফলগুলোর সমষ্টি নিলে নির্ণায়কের মান পাওয়া যায়।

06. যদি নির্ণায়কের কোন সারি (কলাম)-এর উপাদান গুলোকে অপর একটি সারি (কলাম)-এর অনুরূপ উপাদানের সহগুণক দ্বারা গুণ করা হয়, তাহলে, গুণফলগুলোর সমষ্টি শূন্য হবে।

07. নির্ণায়কের কোন সারি (কলাম)-এর প্রত্যেকটি উপাদানকে কোন স্থির সংখ্যা দ্বারা গুণ করলে, নির্ণায়কের মানকেও সেই স্থির সংখ্যা দ্বারা গুণ করা হয়।

08. নির্ণায়কের কোন সারি(কলাম)-এর উপাদানগুলো অন্য একটি সারি(কলাম)-এর অনুরূপ উপাদানগুলোর m গুণের সমান হলে, নির্ণায়কের মান শূন্য হবে।

09. যদি কোন নির্ণায়কের কোন সারি (কলাম)-এর প্রতিটি উপাদান দুটি পদ নিয়ে গঠিত হয়, তাহলে, নির্ণায়কটি অপর দুইটি নির্ণায়কের সমষ্টিরূপে প্রকাশ করা যাবে।

10. নির্ণায়কের কোন সারি (কলাম)-এর প্রতিটি উপাদান অন্য একটি সারি (কলাম)-এর অনুরূপ উপাদানের একই গুণিতক দ্বারা বৃদ্ধি বা হ্রাস করা হলে, নির্ণায়কের মানের কোন পরিবর্তন হয় না।

CamScanner

Part 2 গাণিতিক সমস্যা ও সমাধান

01. $A=\begin{bmatrix}1&-2&2\\4&5&6\end{bmatrix}$ এবং $B=\begin{bmatrix}3&0&2\\-7&1&8\end{bmatrix}$ হলে, A + B ও A − B নির্ণয় কর।

Sol : $A+B=\begin{bmatrix}1&-2&2\\4&5&6\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}3&0&2\\-7&1&8\end{bmatrix}$

$=\begin{bmatrix}1+3&-2+0&2+2\\4-7&5+1&6+8\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}4&-2&4\\-3&6&14\end{bmatrix}$

আবার, $A-B=\begin{bmatrix}1&-2&2\\4&5&6\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}3&0&2\\-7&1&8\end{bmatrix}$

$=\begin{bmatrix}1-3&-2-0&2-2\\4-(-7)&5-1&6-8\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-2&-2&0\\11&4&-2\end{bmatrix}$

02. যদি $R=\begin{bmatrix}1&2\\3&4\end{bmatrix}$ হয়, তবে $R^{-1}=?$

Sol : এখানে $R^T=\begin{bmatrix}1&3\\2&4\end{bmatrix}\ \therefore Adj(R)=\begin{bmatrix}4&-2\\-3&1\end{bmatrix}$,

আবার, $|R|=(4-6)=-2$

$\therefore R^{-1}=\dfrac{Adj(R)}{|R|}=\dfrac{1}{-2}\begin{bmatrix}4&-2\\-3&1\end{bmatrix}$

03. যদি $\begin{bmatrix}x-y&1\\7&x+y\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}8&1\\7&2\end{bmatrix}$ হয়, তবে (x, y) = ?

Sol : ম্যাট্রিক্সদ্বয় সমান হওয়াতে $x-y=8$ এবং $x+y=2$

$\therefore 2x=10\Rightarrow x=5$

আবার, $x-y=8\Rightarrow y=-3\ \ \therefore (x,y)=(5,-3)$

04. $\begin{pmatrix}\alpha+2&2\\8&\alpha-4\end{pmatrix}$ ম্যাট্রিক্সটি ব্যতিক্রমী হবে যদি α এর মান কত?

Sol : $\therefore \begin{vmatrix}\alpha+2&2\\8&\alpha-4\end{vmatrix}=0$

$\Rightarrow(\alpha+2)(\alpha-4)-16=0\Rightarrow \alpha^2-4\alpha+2\alpha-8-16=0$

$\Rightarrow\alpha^2-2\alpha-24=0\Rightarrow\alpha^2-6\alpha+4\alpha-24=0$

$\Rightarrow\alpha(\alpha-6)+4(\alpha-6)=0\Rightarrow(\alpha-6)(\alpha+4)=0\ \therefore\alpha=-4,6$

05. $M=\begin{bmatrix}2&2&-1\\5&b&6\\-4&8&-5\end{bmatrix}$ এর Trace, মুখ্যকর্ণ, মুখ্যপদ, মাধ্যমিক কর্ণ, মাধ্যমিক পদ কত?

(i) Trace-এর মান 1 হলে b = ?
(ii) মুখ্যপদের মান −20 হলে, b = ?
(iii) মাধ্যমিক পদের মান 8 হলে b = ?

Sol : Trace $=2+b-5=b-3$

(i) শর্তমতে, $b-3=1\Rightarrow b=4$

(ii) মুখ্যকর্ণ 2, b, −5 দিয়ে অংকিত কর্ণ।
মুখ্যপদ $=2\times b(-5)=-10b$;
শর্তমতে, $-10b=-20\Rightarrow b=2$

(iii) মাধ্যমিক কর্ণ −4, b, −1 দিয়ে অংকিত কর্ণ।
মাধ্যমিক পদ $=(-4)b(-1)=4b$;
শর্তমতে, $4b=8\Rightarrow b=2$

06. $\begin{vmatrix}1&2&3\\-4&5&6\\7&-8&9\end{vmatrix}$ হলে, 5 এর অনুরাশি কত?

Sol : 5 উপাদানটি ২য় কলাম ও ২য় সারিতে অবস্থিত বলে ২য় সারি ও ২য় কলাম বাদ দিয়ে বাকীদের দ্বারা গঠিত নির্ণায়ক হল অনুরাশি।

$=\begin{vmatrix}1&3\\7&9\end{vmatrix}=9-21=-12$

07. $A=\begin{bmatrix}1&2\\3&-4\end{bmatrix}$ হয় তবে দেখাও যে, $A^2+3A-10I=$

যেখানে $I=\begin{bmatrix}1&0\\0&1\end{bmatrix}$

Sol : $A^2=\begin{bmatrix}1&2\\3&-4\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1&2\\3&-4\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}7&-6\\-9&22\end{bmatrix}$

$\therefore A^2+3A-10I=\begin{bmatrix}7&-6\\-9&22\end{bmatrix}+3\begin{bmatrix}1&2\\3&-4\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}10&0\\0&10\end{bmatrix}$

$=\begin{bmatrix}7&-6\\-9&22\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}3&6\\9&-12\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}10&0\\0&10\end{bmatrix}$

$=\begin{bmatrix}7&-6\\-9&22\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}-7&6\\9&-22\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0&0\\0&0\end{bmatrix}=0$

08. $\begin{vmatrix}1&x&y+z\\1&y&z+x\\1&z&x+y\end{vmatrix}$ নির্ণায়কটির মান নির্ণয় কর।

Sol : $\begin{vmatrix}1&x&y+z\\1&y&z+x\\1&z&x+y\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}1&x&x+y+z\\1&y&x+y+z\\1&z&x+y+z\end{vmatrix}\ [c'_3=c_2+c_3]$

$=(x+y+z)\begin{vmatrix}1&x&1\\1&y&1\\1&z&1\end{vmatrix}=(x+y+z)\times0=0$

09. x এর মান বের কর: $\begin{vmatrix}x+4&3&3\\3&x+4&5\\5&5&x+1\end{vmatrix}=0$

Sol : $\begin{vmatrix}x+1&3&3\\-x-1&x+4&5\\0&5&x+1\end{vmatrix}=0\ [c_1'=c_1-c_2]$

$\Rightarrow(x+1)\begin{vmatrix}1&3&3\\-1&x+4&5\\0&5&x+1\end{vmatrix}=0\Rightarrow(x+1)\begin{vmatrix}1&3&3\\0&x+7&8\\0&5&x+1\end{vmatrix}=0\ [r_2'=r_1+r$

$\Rightarrow(x+1)\{(x+7)(x+1)-40\}=0$

$\Rightarrow(x+1)\ (x+11)(x-3)=0\ \therefore x=-1,-11,3$

10. যদি $A=\begin{pmatrix}3&-2\\1&-2\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}1&2&3\\0&1&5\end{pmatrix}$ এবং $C=\begin{pmatrix}2\\-3\\0\end{pmatrix}$ হয়, তবে দেখাও

(AB) C = A(BC).

Sol :

$AB=\begin{pmatrix}3&-2\\1&-2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&2&3\\0&1&5\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3-0&6-2&9-10\\1-0&2-2&3-10\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3&4&-\\1&0&-\end{pmatrix}$

$BC=\begin{pmatrix}1&2&3\\0&1&5\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2\\-3\\0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2-6+0\\0-3+0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-4\\-3\end{pmatrix}$

বামপক্ষ $=(AB)C=\begin{pmatrix}3&4&-1\\1&0&-7\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2\\-3\\0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}6-12-0\\2-0-0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-6\\2\end{pmatrix}$

ডানপক্ষ $=A(BC)=\begin{pmatrix}3&-2\\1&-2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-4\\-3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-12+6\\-4+6\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-6\\2\end{pmatrix}$

$\therefore$ (AB) C = A(BC) (দেখানো হলো)

CamScanner

11. $4x+3y-2=0, 3x+2y-4=0$ সমীকরণের সমাধান কত?

Sol : $D=\begin{vmatrix}4 & 3\\3 & 2\end{vmatrix}=8-9=-1$ এবং $D_x=\begin{vmatrix}2 & 3\\4 & 2\end{vmatrix}=-12+4=-8$

$\therefore x=\frac{D_x}{D}=\frac{-8}{-1}=8$ আবার, $D_y=\begin{vmatrix}4 & 2\\3 & 4\end{vmatrix}=16-6=10$

$\therefore y=\frac{D_y}{D}=\frac{10}{-1}=-10 \therefore (x, y)=(8,-10)$

12. $A=\begin{pmatrix}3 & -4 & 2\\-2 & 1 & 0\\-1 & -1 & 1\end{pmatrix}$ এবং $B=\begin{pmatrix}1 & 2 & -2\\2 & 5 & -4\\3 & 7 & -5\end{pmatrix}$ হলে, AB এর মান নির্ণয় কর।

Sol : $AB=\begin{pmatrix}3 & -4 & 2\\-2 & 1 & 0\\-1 & -1 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & 2 & -2\\2 & 5 & -4\\3 & 7 & -5\end{pmatrix}$

$=\begin{pmatrix}3-8+6 & 6-20+14 & -6+16-10\\-2+2+0 & -4+5+0 & 4-4+0\\-1-2+3 & -2-5+7 & 2+4-5\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\0 & 1 & 0\\0 & 0 & 1\end{pmatrix}$

13. $A=\begin{pmatrix}8 & 4 & -1\\0 & 1 & 3\\5 & 4 & 8\end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix}-4 & 6 & 2\\1 & 3 & 7\\5 & 4 & 1\end{pmatrix}$ হলে, 3A – 5B নির্ণয় কর।

Sol : $3A-5B=3\begin{pmatrix}8 & 4 & -1\\0 & 1 & 3\\5 & 4 & 8\end{pmatrix}-5\begin{pmatrix}-4 & 6 & 2\\1 & 3 & 7\\5 & 4 & 1\end{pmatrix}$

$=\begin{pmatrix}24 & 12 & -3\\0 & 3 & 9\\15 & 12 & 24\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}-20 & 30 & 10\\5 & 15 & 35\\25 & 20 & 5\end{pmatrix}$

$=\begin{pmatrix}24+20 & 12-30 & -3-10\\0-5 & 3-15 & 9-35\\15-25 & 12-20 & 24-5\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}44 & -18 & -13\\-5 & -12 & -26\\-10 & -8 & 19\end{pmatrix}$

14. দেখাও যে, $A=\begin{bmatrix}2 & 0 & -4\\3 & 0 & 0\\1 & 0 & -2\end{bmatrix}$ একটি শূন্যঘাতি ম্যাট্রিক্স এবং শূন্যঘাতির সূচক নির্ণয় কর।

Sol : $A^2=A.A=\begin{bmatrix}2 & 0 & -4\\3 & 0 & 0\\1 & 0 & -2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}2 & 0 & -4\\3 & 0 & 0\\1 & 0 & -2\end{bmatrix}$

$=\begin{bmatrix}4+0-4 & 0+0+0 & -8+0+8\\6+0+0 & 0+0+0 & -12+0+0\\2+0-2 & 0+0+0 & -4+0+4\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & 0 & 0\\6 & 0 & -12\\0 & 0 & 0\end{bmatrix}$

$A^3=A^2.A=\begin{bmatrix}0 & 0 & 0\\6 & 0 & -12\\0 & 0 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}2 & 0 & -4\\3 & 0 & 0\\1 & 0 & -2\end{bmatrix}$

$=\begin{bmatrix}0+0+0 & 0+0+0 & 0+0+0\\12+0-12 & 0+0+0 & -24+0+24\\0+0+0 & 0+0+0 & 0+0+0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & 0 & 0\\0 & 0 & 0\\0 & 0 & 0\end{bmatrix}=0$

$\therefore A^3=0$ অর্থাৎ A ম্যাট্রিক্সটি শূন্যঘাতি এবং শূন্যঘাতির সূচক = 3

15. ম্যাট্রিক্সের সাহায্যে নিচের তথ্য তালিকা থেকে বিক্রিত বইয়ের মোট লাভ নির্ণয় কর।

	গণিত	পদার্থ	রসায়ন
বইয়ের সংখ্যা	100	125	110
প্রতি বইয়ের ক্রয়মূল্য (টাকায়)	60.00	90.00	85.00
প্রতি বইয়ের বিক্রয়মূল্য (টাকায়)	70.00	102.00	96.00

Sol : মনে করি, P ও Q যথাক্রমে বইয়ের সংখ্যার ম্যাট্রিক্স ও লাভ ম্যাট্রিক্স। তাহলে, $P=[100 \quad 125 \quad 110]$,

$Q=\begin{bmatrix}70.00-60.00\\102.00-90.00\\96.00-85.00\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}10.00\\12.00\\11.00\end{bmatrix}$

এখন, $PQ=[100 \quad 125 \quad 110]\begin{bmatrix}10.00\\12.00\\11.00\end{bmatrix}$

$=[1000.00+1500.00+1210.00]=[3710.00]$

$\therefore$ মোট লাভ = 3710.00 টাকা

16. যদি $A=\begin{bmatrix}4 & 3\\2 & 1\end{bmatrix}$ এবং $AB=\begin{bmatrix}10 & 17\\4 & 7\end{bmatrix}$ হয়, তবে B ম্যাট্রিক্স নির্ণয় কর।

Sol : $|A|=4-6=-2$

$A^{-1}=\frac{1}{-2}\begin{bmatrix}1 & -3\\-2 & 4\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-\frac{1}{2} & \frac{3}{2}\\1 & -2\end{bmatrix}$ $AB=\begin{bmatrix}10 & 17\\4 & 7\end{bmatrix}$

$\Rightarrow B=A^{-1}\begin{bmatrix}10 & 17\\4 & 7\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-\frac{1}{2} & \frac{3}{2}\\1 & -2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}10 & 17\\4 & 7\end{bmatrix} \therefore B=\begin{bmatrix}1 & 2\\2 & 3\end{bmatrix}$

17. If $\begin{bmatrix}1 & 0\\-1 & 2\\2 & 0\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}2 & 1\\0 & 1\\2 & -3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}x & -1\\-1 & z\\y & -3\end{bmatrix}$ then x = ?, y = ?, z = ?

Sol : দেওয়া আছে,

$\begin{bmatrix}1 & 0\\-1 & 2\\2 & 0\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}2 & 1\\0 & 1\\2 & -3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}x & -1\\-1 & z\\y & -3\end{bmatrix}$

$\Rightarrow\begin{bmatrix}1+2 & 0+1\\-1+0 & 2+1\\2+2 & 0-3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}x & -1\\-1 & z\\y & -3\end{bmatrix}\Rightarrow\begin{bmatrix}x & -1\\-1 & z\\y & -3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}3 & 1\\-1 & 3\\4 & -3\end{bmatrix}$

$\therefore x=3, z=3, y=4.$

$\therefore$ Ans. $x=3, y=4, z=3$

For Practiec

01. বিপরীত ম্যাট্রিক্সের সাহায্যে সমাধান কর :
$x+y+z=6, x-2y+2z=3, 2x+y-z=1$ **Ans:** $(x,y,z)=(1,2,3)$

02. A ও B ম্যাট্রিক্সদ্বয়ের মাত্রা যথাক্রমে $m\times p$ এবং $p\times n$ হলে, AB ম্যাট্রিক্সের মাত্রা কত হবে? **Ans:** $m\times n$

03. $A=\begin{bmatrix}1 & -2 & 1\\2 & 3 & -1\\5 & 2 & 1\end{bmatrix}, B=\begin{bmatrix}-1 & 3 & 2\\4 & -2 & 5\\6 & 1 & -3\end{bmatrix}$ হলে প্রমাণ কর, $(AB)'=B'A'$

04. একটি বই-এর দোকানে 10 ডজন গণিতের বই, 4 ডজন পদার্থ বিদ্যার বই এবং 5 ডজন রসায়ন বিদ্যার বই আছে। যদি তাদের বিক্রয় মূল্য যথাক্রমে প্রতিটি 8.30 টাকা, 3.45 টাকা ও 4.50 টাকা। সব বই বিক্রয় হলে, মোট মূল্য কত হবে? **Ans.** 133.10 টাকা

05. $\begin{pmatrix}p+4 & 8\\2 & p-2\end{pmatrix}$ ম্যাট্রিক্সটি ব্যতিক্রমী হয় যদি p এর মান নির্ণয় কর। **Ans:** – 6, 4

06. $A=\begin{bmatrix}1 & 3 & 2\\2 & 0 & 3\\1 & -1 & 1\end{bmatrix}$ হলে, A^3-2A^2+A-2I নির্ণয় কর।

Ans: $\begin{bmatrix}5 & 15 & 10\\10 & 0 & 15\\5 & -5 & 5\end{bmatrix}$

07. যদি $A=\begin{bmatrix}2 & -3\\4 & -1\end{bmatrix}$ হয়, তবে $A^{-1}=?$ **Ans:** $\frac{1}{10}\begin{bmatrix}-1 & 3\\-4 & 2\end{bmatrix}$

08. $\begin{bmatrix}1 & 0\\-1 & 2\\2 & 0\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}2 & 1\\0 & 1\\2 & -3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}x & 1\\-1 & z\\y & -3\end{bmatrix}$ হলে, (x, y, z) = ? **Ans:** (3, 4, 3)

09. যদি $A=\begin{bmatrix}3 & 2\\5 & -1\end{bmatrix}$ হয়, তবে $A^2-5A+6I$ নির্ণয় কর, যেখানে $I=\begin{bmatrix}1 & 0\\0 & 1\end{bmatrix}$

Ans: $\begin{bmatrix}10 & -6\\-15 & 22\end{bmatrix}$

10. প্রমাণ কর যে,

$\begin{vmatrix}a+b+2c & a & b\\c & b+c+2a & b\\c & a & c+a+2b\end{vmatrix}=2(a+b+c)^3$

11. A একটি 2×2 ক্রমের ম্যাট্রিক্স এবং det(A) বা |A| = – 2 হয়, তবে $\det(2A^{-1})$ বা $|2A^{-1}|$ = কত? **Ans:** – 2

CamScanner

Part 3 অধ্যায়ভিত্তিক গুরুত্বপূর্ণ MCQ প্রশ্নোত্তর

01. A একটি 3×3 ক্রমের ম্যাট্রিক্স এবং $\det(-2A) = 4$ হয়, তবে $\det A =$ কত?
Ⓐ 8 Ⓑ $\frac{1}{2}$ Ⓒ -2 Ⓓ $-\frac{1}{2}$ **Ans** Ⓓ

02. যদি $\begin{bmatrix} 2 & x \\ y-1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 3+y \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$ তবে $(x, y) = ?$
Ⓐ $(8, 5)$ Ⓑ $(-6, 3)$ Ⓒ $(-8, 5)$ Ⓓ $(6, 3)$ **Ans** Ⓐ

03. A ও B একটি 2×2 ক্রমের ম্যাট্রিক্স এবং $\det(A) = 3$, $\det(B) = -8$ হয়, তবে $\det(\frac{1}{2}AB^TA^{-1}) =$ কত?
Ⓐ -4 Ⓑ $-\frac{1}{16}$ Ⓒ -2 Ⓓ -1 **Ans** Ⓒ

04. A, B, C ম্যাট্রিক্সগুলোর মাত্রা যথাক্রমে 4×5, 5×4 এবং 4×2 হলে, $(A^T + B)C$ ম্যাট্রিক্সের মাত্রা হবে -
Ⓐ 5×4 Ⓑ 4×2 Ⓒ 5×2 Ⓓ 2×5 **Ans** Ⓒ

05. $\begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$ ম্যাট্রিক্সটির বিপরীত ম্যাট্রিক্স এর ট্রেস কোনটি?
Ⓐ $\frac{9}{8}$ Ⓑ $\frac{8}{9}$ Ⓒ 8 Ⓓ 9 **Ans** Ⓐ

06. $\begin{bmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 4 & 4 & 4 \\ 3 & 1 & a \end{bmatrix}$ ম্যাট্রিক্সটির ট্রেস (Trace) এর মান 8 হলে, a এর মান কোনটি?
Ⓐ 5 Ⓑ 3 Ⓒ 2 Ⓓ 4 **Ans** Ⓑ

07. $A = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ এবং $B = (2 \ 3 \ 4)$ হলে, AB কত?
Ⓐ $\begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 4 & 6 & 8 \\ 6 & 9 & 12 \end{pmatrix}$ Ⓑ $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ Ⓒ (20) Ⓓ AB অসম্ভব **Ans** Ⓐ

08. নিচের কোনটি শূন্যঘাতি ম্যাট্রিক্স?
Ⓐ $\begin{bmatrix} -4 & 2 \\ 8 & -4 \end{bmatrix}$ Ⓑ $\begin{bmatrix} 4 & 2 \\ -4 & -2 \end{bmatrix}$ Ⓒ $\begin{bmatrix} 4 & 2 \\ -8 & -4 \end{bmatrix}$ Ⓓ $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$ **Ans** Ⓒ

09. $P = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -5 \end{bmatrix}$ হলে, $P^2 =$ কত?
Ⓐ $\begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 9 & 25 \end{bmatrix}$ Ⓑ $\begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 6 & -10 \end{bmatrix}$
Ⓒ $\begin{bmatrix} 7 & -3 \\ -9 & 28 \end{bmatrix}$ Ⓓ $\begin{bmatrix} 7 & -3 \\ -9 & -16 \end{bmatrix}$ **Ans** Ⓒ

10. $[1 \ 3]\begin{bmatrix} y & x \\ 5 & x \end{bmatrix} = [12 \ 4]$ হলে $(x, y) =$ কত?
Ⓐ $(-3, 1)$ Ⓑ $\left(\frac{1}{3}, 11\right)$
Ⓒ $\left(-\frac{1}{3}, 11\right)$ Ⓓ $(1, -3)$ **Ans** Ⓓ

11. যদি $B = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$ হয়, তবে B^{-1} নিচের কোনটি?
Ⓐ $\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ Ⓑ $\begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 0 \\ \frac{1}{4} & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$ Ⓒ $\begin{bmatrix} 8 & 0 \\ -4 & 8 \end{bmatrix}$ Ⓓ $\begin{bmatrix} 8 & 0 \\ 4 & 8 \end{bmatrix}$ **Ans** Ⓑ

12. $\begin{bmatrix} a+4 & 5 \\ -4 & a-5 \end{bmatrix}$ ব্যতিক্রমী হলে a এর মান কত?
Ⓐ 0, 1 Ⓑ 1 Ⓒ 0, 9 Ⓓ 0, -1 **Ans** Ⓐ

13. $A = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 3 & -4 \end{bmatrix}$ এবং $\lambda A = \begin{bmatrix} 0 & 3a \\ 2b & 24 \end{bmatrix}$ হলে $(\lambda, a, b) =$ কত?
Ⓐ $(-6, -4, -8)$ Ⓑ $(-6, 4, -9)$
Ⓒ $(-6, -4, 9)$ Ⓓ $(-6, -4, -9)$ **Ans** Ⓓ

14. x এর কোন মানের জন্য $\begin{bmatrix} 2 & 4 & x \\ 4 & 7 & 5 \\ 6 & 5 & 3 \end{bmatrix}$ ম্যাট্রিক্সটি প্রতিসম হবে?
Ⓐ -6 Ⓑ 2 Ⓒ 6 Ⓓ 7 **Ans** Ⓒ

15. $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$ এবং $B = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ \frac{3}{-2} & -2 \end{bmatrix}$ হলে $A + 2B =$ কত?
Ⓐ $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ Ⓑ $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \frac{3}{2} & 2 \end{bmatrix}$ Ⓒ $\begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ Ⓓ $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 6 & 2 \end{bmatrix}$ **Ans** Ⓐ

16. $A = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{bmatrix}$ এবং $B = \begin{bmatrix} -1 & -4 \\ -5 & -4 \end{bmatrix}$ হলে $(A + B)$ ম্যাট্রিক্সটি কি ধরনের ম্যাট্রিক্স?
Ⓐ অভেদক Ⓑ বিপ্রতিসম Ⓒ স্কেলার Ⓓ সমঘাতি **Ans** Ⓒ

17. $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ এবং $C = \begin{bmatrix} -2 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix}$ হলে (AB)C ম্যাট্রিক্সটির ক্রম কত?
Ⓐ 2×1 Ⓑ 1×2 Ⓒ 2×2 Ⓓ 3×2 **Ans** Ⓐ

18. $A = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 2 & -5 \end{bmatrix}$ হলে $A^2 - 2I$ এর ম্যাট্রিক্সটি কোনটি?
Ⓐ $\begin{bmatrix} 3 & -12 \\ -12 & 27 \end{bmatrix}$ Ⓑ $\begin{bmatrix} 3 & 12 \\ -12 & 27 \end{bmatrix}$ Ⓒ $\begin{bmatrix} 3 & 12 \\ 12 & 27 \end{bmatrix}$ Ⓓ $\begin{bmatrix} 3 & -12 \\ 12 & 27 \end{bmatrix}$ **Ans** Ⓐ

19. $A = \begin{bmatrix} -5 & 4 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ হলে $\text{adj}A =$ কত?
Ⓐ $\begin{bmatrix} 2 & -4 \\ -3 & -5 \end{bmatrix}$ Ⓑ $\begin{bmatrix} 2 & -3 \\ -4 & -5 \end{bmatrix}$
Ⓒ $\begin{bmatrix} -5 & 4 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$ Ⓓ $\begin{bmatrix} 2 & -4 \\ 3 & -5 \end{bmatrix}$ **Ans** Ⓐ

20. $2A + B = \begin{bmatrix} 5 & 4 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$ এবং $A - B = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 7 \end{bmatrix}$ হলে $A =$ কত?
Ⓐ $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ Ⓑ $\begin{bmatrix} 6 & 3 \\ 3 & 6 \end{bmatrix}$ Ⓒ $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -5 \end{bmatrix}$ Ⓓ $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ **Ans** Ⓐ

21. কোনটি সমঘাতি ম্যাট্রিক্স?
Ⓐ $\begin{bmatrix} 6 & 6 \\ -5 & -5 \end{bmatrix}$ Ⓑ $\begin{bmatrix} 6 & 5 \\ -6 & 1 \end{bmatrix}$ Ⓒ $\begin{bmatrix} 4 & 12 \\ -3 & -1 \end{bmatrix}$ Ⓓ $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ **Ans** Ⓐ

22. নিচের কোনটি অভেদঘাতি ম্যাট্রিক্স?
Ⓐ $\begin{bmatrix} -2 & -3 \\ -1 & -2 \end{bmatrix}$ Ⓑ $\begin{bmatrix} 5 & -8 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$ Ⓒ $\begin{bmatrix} -2 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ Ⓓ $\begin{bmatrix} 5 & -8 \\ 3 & -5 \end{bmatrix}$ **Ans** Ⓓ

23. নিচের কোনটি বিপ্রতিসম ম্যাট্রিক্স?
Ⓐ $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 5 \\ 3 & 5 & 6 \end{bmatrix}$ Ⓑ $\begin{bmatrix} 0 & 1 & -4 \\ -1 & 0 & 3 \\ 4 & -3 & 0 \end{bmatrix}$
Ⓒ $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ Ⓓ $\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}$ **Ans** Ⓑ

24. $\begin{bmatrix} 2 & 5 & 7 \\ 6 & 8 & -9 \\ 4 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -6 & 8 & -x \\ 2 & y & -9 \\ 1 & z & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 & 13 & 7 \\ 8 & 8 & -18 \\ 5 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ হলে x, y ও z এর মান কত?
Ⓐ $-7, -18, 5$ Ⓑ 0, 0, 0 Ⓒ 0, 0, 2 Ⓓ 7, -8, 0 **Ans** Ⓑ

25. $A + B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$, $A - B = \begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{bmatrix}$ হলে, $A =$ কত?
Ⓐ $\begin{bmatrix} -3 & -4 \\ -5 & -6 \end{bmatrix}$ Ⓑ $\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 5 & 6 \end{bmatrix}$ Ⓒ $\begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{bmatrix}$ Ⓓ $\begin{bmatrix} -5 & -6 \\ -7 & -8 \end{bmatrix}$ **Ans** Ⓒ

26. $\begin{bmatrix} 3 \\ 9 \\ 0 \end{bmatrix}[1 \ 2 \ 5] =$ কত
Ⓐ $\begin{bmatrix} 3 & 6 & 15 \\ 9 & 18 & 45 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ Ⓑ $\begin{bmatrix} 24 \\ 72 \\ 0 \end{bmatrix}$ Ⓒ [21] Ⓓ অনির্ণেয় **Ans** Ⓐ

CamScanner

JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS

গণিত ১ম পত্র অধ্যায় ২

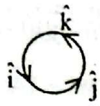
ভেক্টর

Part 1 প্রয়োজনীয় সূত্রাবলি

- স্কেলার গুণনের ক্ষেত্রে:

(i) $\hat{i}.\hat{j}=\hat{j}.\hat{k}=\hat{k}.\hat{i}=0$; [যেহেতু, $\theta=90^0$]

$\hat{i}.\hat{i}=\hat{j}.\hat{j}=\hat{k}.\hat{k}=1$; [যেহেতু, $\theta=0^0$]



(ii) ভেক্টর গুণনের ক্ষেত্রে:

$\hat{i}\times\hat{i}=\hat{j}\times\hat{j}=\hat{k}\times\hat{k}=0$ [যেহেতু, $\theta=0^0$]

$\hat{i}\times\hat{j}=\hat{k},\hat{j}\times\hat{k}=\hat{i},\hat{k}\times\hat{i}=\hat{j}$.; [যেহেতু, $\theta=90^0$]

$\hat{j}\times\hat{i}=-\hat{k},\hat{k}\times\hat{j}=-\hat{i},\hat{i}\times\hat{k}=-\hat{j}$.

- দুইটি ভেক্টর $\vec{A}$ ও $\vec{B}$ সংক্রান্ত বিভিন্ন রাশি :

$\vec{A}=A_x\hat{i}+A_y\hat{j}+A_z\hat{k}$ $\vec{B}=B_x\hat{i}+B_y\hat{j}+B_z\hat{k}$

i. A ভেক্টরের মান, $|\vec{A}|=A=\sqrt{A_x^2+A_y^2+A_z^2}$

ii. B এর মান, $|\vec{B}|=B=\sqrt{B_x^2+B_y^2+B_z^2}$

iii. $\vec{A}+\vec{B}=(A_x+B_x)\hat{i}+(A_y+B_y)\hat{j}+(A_z+B_z)\hat{k}$

$\vec{A}-\vec{B}=(A_x-B_x)\hat{i}+(A_y-B_y)\hat{j}+(A_z-B_z)\hat{k}$

- স্কেলার গুণনের ভিন্নরূপ :

যদি $\vec{A}=A_x\hat{i}+A_y\hat{j}+A_z\hat{k}$ এবং $\vec{B}=B_x\hat{i}+B_y\hat{j}+B_z\hat{k}$ হয়, তবে

$\vec{A}.\vec{B}=A_xB_x+A_yB_y+A_zB_z$

- ভেক্টর রাশির গুণনের ভিন্নরূপ :

যদি $\vec{A}=A_x\hat{i}+A_y\hat{j}+A_z\hat{k}$ এবং $\vec{B}=B_x\hat{i}+B_y\hat{j}+B_z\hat{k}$ হয়, তবে

$$\vec{A}\times\vec{B}=\begin{vmatrix}\hat{i} & \hat{j} & \hat{k}\\ A_x & A_y & A_z\\ B_x & B_y & B_z\end{vmatrix}$$

$=\hat{i}(A_yB_z-B_yA_z)-\hat{j}(A_xB_z-A_zB_x)+\hat{k}(A_xB_y-A_yB_x)$

- (i) $\vec{a}$ ভেক্টরের উপর $\vec{b}$ ভেক্টরের অভিক্ষেপ, $b\cos\theta=\dfrac{\vec{a}.\vec{b}}{|\vec{a}|}$

(ii) $\vec{b}$ ভেক্টরের উপর $\vec{a}$ ভেক্টরের অভিক্ষেপ, $a\cos\theta=\dfrac{\vec{a}.\vec{b}}{|\vec{b}|}$.

- $\vec{a}$ ভেক্টর বরাবর একক ভেক্টর, $\hat{a}=\dfrac{\vec{a}}{|\vec{a}|}$

- (i) $\vec{a}$ ভেক্টর বরাবর $\vec{b}$ ভেক্টরের উপাংশ $=\dfrac{\vec{a}.\vec{b}}{|\vec{a}|}\hat{a}$.

(যে ভেক্টর বরাবর বলবে তাহা নিচে হবে)

(ii) $\vec{b}$ ভেক্টর বরাবর $\vec{a}$ ভেক্টরের উপাংশ $=\dfrac{\vec{a}.\vec{b}}{|\vec{b}|}\hat{b}$

- দু'টি ভেক্টর লম্ব হওয়ার শর্ত: $\vec{a}.\vec{b}=0$.
- দু'টি ভেক্টর সমান্তরাল হওয়ার শর্ত: $\vec{a}\times\vec{b}=0$.
- দু'টি ভেক্টরের মধ্যবর্তী কোণ θ হলে, $\theta=\cos^{-1}\dfrac{\vec{a}.\vec{b}}{|\vec{a}||\vec{b}|}$

- $A(\vec{a})$ এবং $B(\vec{b})$ বিন্দুদ্বয়ের সংযোজকরেখাংশ $R(\vec{r})$ বিন্দুতে m:n অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত করলে $R(\vec{r})$ -এর অবস্থান ভেক্টর $=\dfrac{n\vec{a}+m\vec{b}}{m+n}$

- $A(\vec{a})$ এবং $B(\vec{b})$ বিন্দুদ্বয়ের সংযোজকরেখাংশ $R(\vec{r})$ বিন্দুতে m:n অনুপাতে বহিঃবিভক্ত করলে $R(\vec{r})$ -এর অবস্থান ভেক্টর $=\dfrac{n\vec{a}-m\vec{b}}{m-n}$

- $A(\vec{a})$ এবং $B(\vec{b})$ ভেক্টরদ্বয়ের সংযোগ রেখাংশের মধ্যবিন্দু $R(\vec{r})$ -এর অবস্থান ভেক্টর $\dfrac{\vec{a}+\vec{b}}{2}$

- $A(\vec{a})$, $B(\vec{b})$, $C(\vec{c})$ ΔABC এর শীর্ষ বিন্দু হলে এর ভরকেন্দ্র G $\left(\dfrac{\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}}{3}\right)$ হবে।

Part 2 গাণিতিক সমস্যা ও সমাধান

01. P(1, 1, 1) এবং Q(3, 2, – 1) দুইটি বিন্দু হলে, $\overrightarrow{PQ}$ ভেক্টর এর সমান্তরালে একক ভেক্টর নির্ণয় কর।

Sol : $\overrightarrow{PQ}=(3-1)\hat{i}+(2-1)\hat{j}+(-1-1)\hat{k}=2\hat{i}+\hat{j}-2\hat{k}$

$|\overrightarrow{PQ}|=\sqrt{4+1+4}=3$

$\overrightarrow{PQ}$ ভেক্টরের সমান্তরাল একক ভেক্টর $=\dfrac{\overrightarrow{PQ}}{|\overrightarrow{PQ}|}$

$=\dfrac{2\hat{i}+\hat{j}-2\hat{k}}{3}$

$=\dfrac{2\hat{i}}{3}+\dfrac{\hat{j}}{3}-\dfrac{2\hat{k}}{3}$

02. $\vec{a}=2\hat{i}-3\hat{j}+\hat{k}$ এবং $\vec{b}=\hat{i}+2\hat{j}+5\hat{k}$ হলে, $\vec{a}.\vec{b}$ এবং $\vec{a}\times\vec{b}$ এর মান কত?

Sol : $\vec{a}.\vec{b}=(2.1)+(-3.2)+(1.5)$

$=2-6+5=1$

$$\vec{a}\times\vec{b}=\begin{vmatrix}\hat{i} & \hat{j} & \hat{k}\\ 2 & -3 & 1\\ 1 & 2 & 5\end{vmatrix}$$

$=\hat{i}(-15-2)-\hat{j}(10-1)+\hat{k}(4+3)$

$=-17\hat{i}-9\hat{j}+7\hat{k}$

JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS

CamScanner

03. $5\hat{i}-3\hat{j}+n\hat{k}$ এবং $2\hat{i}+m\hat{j}-\hat{k}$ ভেক্টরদ্বয় পরস্পর সমান্তরাল হলে (m, n) = ?

Sol : যেহেতু ভেক্টরদ্বয় সমান্তরাল, অতএব শর্তমতে $\frac{5}{2}=\frac{-3}{m}=\frac{n}{-1}$

$\Rightarrow 5m=-6 \Rightarrow m=-\frac{6}{5}$ এবং $\frac{5}{2}=\frac{n}{-1}$

$\Rightarrow 2n=-5 \Rightarrow n=-\frac{5}{2} \quad \therefore (m,n)=\left(-\frac{6}{5},\frac{-5}{2}\right)$

04. $\hat{i}+2\hat{j}+3\hat{k}$ এবং $2\hat{i}+m\hat{j}-4\hat{k}$ ভেক্টরদ্বয় পরস্পর লম্ব হলে, m এর মান কত?

Sol : $(\hat{i}+2\hat{j}+3\hat{k}).(2\hat{i}+m\hat{j}-4\hat{k})=0 \Rightarrow (1.2)+(2.m)+(3.-4)=0$

$\Rightarrow 2+2m-12=0 \Rightarrow 2m=10 \Rightarrow m=5$

05. $\vec{a}=2\hat{i}-3\hat{j}+\hat{k}$ এবং $\vec{b}=\hat{i}+2\hat{j}+5\hat{k}$ হলে, $\vec{a}$ এর উপর $\vec{b}$ এর অভিক্ষেপ কত? $\vec{b}$ এর উপর $\vec{a}$ এর অভিক্ষেপ কত?

Sol : $\vec{a}.\vec{b}=(2\hat{i}-3\hat{j}+\hat{k}).(\hat{i}+2\hat{j}+5\hat{k})=1$

$|\vec{a}|=\sqrt{(2)^2+(-3)^2+(1)^2}=\sqrt{14}$

$|\vec{b}|=\sqrt{(1)^2+(2)^2+(5)^2}=\sqrt{30}$

এখন, $\vec{a}$ এর উপর $\vec{b}$ এর অভিক্ষেপ $=\frac{\vec{a}.\vec{b}}{|\vec{a}|}=\frac{1}{\sqrt{14}}$

আবার, $\vec{b}$ এর উপর $\vec{a}$ এর অভিক্ষেপ $=\frac{\vec{a}.\vec{b}}{|\vec{b}|}=\frac{1}{\sqrt{30}}$

06. $\vec{a}=\hat{i}+3\hat{j}-2\hat{k}$ ভেক্টর বরাবর $\vec{b}=5\hat{i}-6\hat{j}+7\hat{k}$ ভেক্টরের উপাংশ কত?

Sol : $\vec{a}$ ভেক্টর বরাবর $\vec{b}$ ভেক্টরের উপাংশ

$$=\frac{\vec{a}.\vec{b}}{|\vec{a}|}\hat{a}=\frac{\vec{a}.\vec{b}}{|\vec{a}|}\frac{\vec{a}}{|\vec{a}|}=\frac{(\vec{a}.\vec{b})}{|\vec{a}|^2}\vec{a}$$

$$=\frac{(\hat{i}+3\hat{j}-2\hat{k})(5\hat{i}-6\hat{j}+7\hat{k})}{\left\{\sqrt{1^2+3^2+(-2)^2}\right\}^2}(\hat{i}+3\hat{j}-\hat{k})$$

$$=\frac{5-18-14}{1+9+4}(\hat{i}+3\hat{j}-2\hat{k})=\frac{-27}{14}(\hat{i}+3\hat{j}-2\hat{k})$$

07. $\vec{P}=\hat{i}+\hat{j}+\hat{k}$ এবং $Q=3\hat{i}+2\hat{j}-k$ কোন ভেক্টর সমতলে দুটি ভেক্টর হলে $\vec{PQ}$ ভেক্টরের সমান্তরালে একক ভেক্টর কি হবে?

Sol : এখানে, $\vec{PQ}=(3-1)\hat{i}+(2-1)\hat{j}+(-1-1)\hat{k}=2\hat{i}+\hat{j}-2\hat{k}$

$\therefore \vec{PQ}$ ভেক্টরের সমান্তরাল একক ভেক্টর $=\frac{2\hat{i}+\hat{j}-2\hat{k}}{\sqrt{4+1+4}}=\frac{2\hat{i}+\hat{j}-2\hat{k}}{3}$

08. $\vec{A}=2\hat{i}+\hat{j}$ এবং $\vec{B}=3\hat{i}-\hat{j}+5\hat{k}$ ভেক্টরদ্বয় সামন্তরিকের দুটি সন্নিহিত বাহু হলে, ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

Sol : সামন্তরিকের ক্ষেত্রফল $=|\vec{A}\times\vec{B}|$

এখন $\vec{A}\times\vec{B}=\begin{vmatrix}\hat{i}&\hat{j}&\hat{k}\\2&1&0\\3&-1&5\end{vmatrix}$

$=\hat{i}(5-0)-\hat{j}(10-0)+\hat{k}(-2-3)=5\hat{i}-10\hat{j}-5\hat{k}$

$\therefore$ ক্ষেত্রফল $=|\vec{A}\times\vec{B}|=\sqrt{5^2+(-10)^2+(-5)^2}$
$=\sqrt{150}=5\sqrt{6}$

09. ধ্রুবক a এর মান নির্ণয় কর, যেন $2\hat{i}+\hat{j}-\hat{k}$, $3\hat{i}-2\hat{j}+4\hat{k}$ এবং $\hat{i}-3\hat{j}+a\hat{k}$ এ তিনটি ভেক্টর একই সমতলে থাকে।

Sol : শর্তমতে, $\begin{vmatrix}2&1&-1\\3&-2&4\\1&-3&a\end{vmatrix}=0$

$\Rightarrow 2(-2a+12)-1(3a-4)-1(-9+2)=0$

$\Rightarrow -4a+24-3a+4+7=0 \Rightarrow a=5$

10. $2\hat{i}-\hat{j}+2\hat{k}$ ভেক্টরটি y অক্ষের সাথে যে কোণ তৈরি করে তা নির্ণয় কর।

Sol: $\theta=\cos^{-1}\left(\frac{-1}{\sqrt{2^2+(-1)^2+2^2}}\right)$

$=\cos^{-1}\left(\frac{-1}{\sqrt{9}}\right)=\cos^{-1}\left(\frac{-1}{3}\right)$

For Practiec

01. $\vec{P}=5\hat{i}-3\hat{j}+2\hat{k}$ ভেক্টরের উপর $\vec{Q}=2\hat{i}+\hat{j}-2\hat{k}$ ভেক্টরের অভিক্ষেপ নির্ণয় কর। **Ans:** $\frac{3}{\sqrt{38}}$

02. $2\hat{i}+\hat{j}-\hat{k}$, $3\hat{i}-2\hat{j}+4\hat{k}$ এবং $\hat{i}-3\hat{j}+a\hat{k}$ ভেক্টর তিনটি সমতলীয় হলে a এর মান কত? **Ans:5**

03. $3\hat{i}+2\hat{j}+\lambda k$ এবং $4\hat{i}-3\hat{j}+\hat{k}$ ভেক্টরদ্বয় পরস্পর লম্ব হলে λ এর মান কত? **Ans:– 6**

04. $\vec{A}=\hat{i}-2\hat{j}+3\hat{k}$ এবং $\vec{B}=2\hat{i}+\hat{j}-\hat{k}$ হলে $\vec{A}.\vec{B}=$? **Ans:–3**

05. যদি $\vec{AB}=2\hat{i}+\hat{j}$ এবং $\vec{AC}=3\hat{i}-\hat{j}+5\hat{k}$ হয়, তবে AB ও AC কে সন্নিহিত বাহু ধরে অঙ্কিত সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল কত? **Ans:** $5\sqrt{6}$

Part 3 অধ্যায়ভিত্তিক গুরুত্বপূর্ণ MCQ প্রশ্নোত্তর

01. $\vec{P}=5\hat{i}-2\hat{j}+3\hat{k}$ এবং $\vec{Q}=2\hat{i}-4\hat{j}+5\hat{k}$ হলে $|\vec{PQ}|$ এর মান কত?
Ⓐ $\sqrt{17}$ Ⓑ $\sqrt{33}$
Ⓒ 0 Ⓓ 33
Ans Ⓐ

02. α এর মান কত হলে $\alpha\hat{i}-2\hat{j}+\hat{k}$ এবং $2\alpha\hat{i}-\alpha\hat{j}-4\hat{k}$ পরস্পর লম্ব হবে?
Ⓐ –2, 1 Ⓑ 2, –1 Ⓒ 2, 1 Ⓓ –2, –1 **Ans Ⓐ**

03. $\vec{a}=2\hat{i}+6\hat{j}+3\hat{k}$ ভেক্টরের উপর $\vec{b}=\lambda\hat{i}+\hat{j}+4\hat{k}$ ভেক্টরের অভিক্ষেপ এর মান 4 একক হলে, λ এর মান বের কর।
Ⓐ 1 Ⓑ 2 Ⓒ 5 Ⓓ 4 **Ans Ⓒ**

04. $a\hat{i}+\frac{1}{2}\hat{j}+\frac{1}{3}\hat{k}$ ভেক্টরটি একক ভেক্টর হলে a এর মান কত?
Ⓐ $\pm\frac{6}{5}$ Ⓑ $\pm\frac{4}{3}$
Ⓒ $\pm\frac{\sqrt{23}}{6}$ Ⓓ $\pm\frac{23}{6}$
Ans Ⓒ

05. $2\hat{i}-\hat{j}+\hat{k}$ এবং $\hat{i}+3\hat{j}-2\hat{k}$ ভেক্টরদ্বয় কোন সামান্তরিকের দুটি সন্নিহিত বাহু নির্দেশ করলে, তার ক্ষেত্রফল কত হবে?
Ⓐ $3\sqrt{3}$ Ⓑ $5\sqrt{3}$ Ⓒ $5\sqrt{5}$ Ⓓ $3\sqrt{5}$ **Ans Ⓑ**

CamScanner

06. যদি $\vec{A} = 2\hat{i} + 4\hat{j} + 5\hat{k}$ এবং $\vec{B} = \hat{i} - \lambda\hat{j} + 10\hat{k}$ ভেক্টরদ্বয় পরস্পর লম্ব হয় তবে λ এর মান কত?
Ⓐ -13 Ⓑ -12 Ⓒ 12 Ⓓ 13 Ans D

07. $\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$, $\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ এবং $-\hat{i} + \hat{j} + a\hat{k}$ ভেক্টর তিনটি একই সমতলে অবস্থিত হলে ধ্রুবক a এর মান কত?
Ⓐ -2 Ⓑ -1 Ⓒ 0 Ⓓ 2 Ans B

08. $\bar{A} = 2\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}$ ভেক্টরটি Z অক্ষের সাথে যে কোণ উৎপন্ন করে তা হলো-
Ⓐ $\cos^{-1}\left(-\frac{2}{3}\right)$ Ⓑ $\cos^{-1}\left(-\frac{2}{9}\right)$
Ⓒ $\cos^{-1}\left(\frac{2}{3}\right)$ Ⓓ $\cos^{-1}\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)$ Ans C

09. $\bar{a} = 2\hat{i} + 4\hat{j} - \hat{k}$ ভেক্টরের দিক বরাবর $\bar{b} = \hat{i} + \hat{j} + 3\hat{k}$ এর অংশক কত?
Ⓐ $\frac{3}{21}\hat{a}$ Ⓑ $-\frac{3}{21}\hat{a}$ Ⓒ $-\frac{3}{\sqrt{21}}\hat{a}$ Ⓓ $\frac{3}{\sqrt{21}}\hat{a}$ Ans D

10. $\vec{P} = 3\hat{i} + 2\hat{j} - 2\hat{k}$ এবং $\vec{Q} = -\hat{i} + \hat{j} - 6\hat{k}$ হলে $\vec{P}$ ও $\vec{Q}$ এর লব্ধি ভেক্টর কোনটি?
Ⓐ $-2\hat{i} + 3\hat{j} + 4\hat{k}$ Ⓑ $2\hat{i} + 3\hat{j} - 8\hat{k}$
Ⓒ $4\hat{i} + \hat{j} + 4\hat{k}$ Ⓓ $4\hat{i} + \hat{j} - 4\hat{k}$ Ans B

11. $\vec{a} = \hat{i} + \hat{k}$, $b = 3\hat{j} - 2\hat{k}$ হলে, $\vec{a}.\vec{b}$ এর মান কত?
Ⓐ -2 Ⓑ 2 Ⓒ 4 Ⓓ 8 Ans A

12. $\vec{A} = \hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ এবং $\vec{B} = \hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$ হলে $\vec{B} \times \vec{A}$ নিচের কোনটি?
Ⓐ $\hat{i} - 2\hat{j} - 3\hat{k}$ Ⓑ $3\hat{i} - 2\hat{j} + 3\hat{k}$
Ⓒ $-\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$ Ⓓ $-\hat{i} - 2\hat{j} + 3\hat{k}$ Ans A

13. $\vec{A} = \hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ এবং $\vec{B} = \hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$ হলে $\overrightarrow{AB}$ এর মান কত?
Ⓐ $\sqrt{5}$ Ⓑ $\sqrt{9}$ Ⓒ $\sqrt{13}$ Ⓓ $\sqrt{17}$ Ans C

14. $\vec{A} = \hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ এবং $\vec{B} = -3\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$ হলে তাদের অন্তর্গত কোণ কোনটি?
Ⓐ $\cos^{-1}\left(\frac{-6}{\sqrt{42}}\right)$ Ⓑ $\cos^{-1}\left(\frac{6}{\sqrt{42}}\right)$
Ⓒ $\cos^{-1}\left(\frac{4}{\sqrt{42}}\right)$ Ⓓ $\cos^{-1}\left(\frac{-4}{\sqrt{42}}\right)$ Ans D

15. $\underline{a} = \hat{i} - 2\hat{j} + 2\hat{k}$ এবং $\underline{b} = 2\hat{i} + 3\hat{j} - 6\hat{k}$ হলে $\underline{b}$ এর উপর $\underline{a}$ এর অভিক্ষেপ কত?
Ⓐ $\frac{8}{3}$ Ⓑ $\frac{8}{7}$ Ⓒ $\frac{20}{3}$ Ⓓ $\frac{20}{7}$ Ans B

16. $\bar{P} = \sqrt{2}\hat{i} + a\hat{j}$ এবং $\bar{Q} = \hat{i} + \sqrt{2}\hat{j}$ ভেক্টরদ্বয় পরস্পর সমান্তরাল হলে a এর মান কত হবে?
Ⓐ -2 Ⓑ -1 Ⓒ $\sqrt{2}$ Ⓓ 2 Ans D

17. $\hat{i} + \lambda\hat{j} + 2\hat{k}$ এবং $2\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}$ ভেক্টরদ্বয় পরস্পর লম্ব হলে λ এর মান কোনটি?
Ⓐ -6 Ⓑ -2 Ⓒ 0 Ⓓ 2 Ans D

18. $\frac{1}{2}\hat{i} + \frac{1}{3}\hat{j} + \hat{k}$ এর মান কোনটি?
Ⓐ $\frac{7}{6}$ Ⓑ $\frac{49}{36}$ Ⓒ $\frac{11}{6}$ Ⓓ $\sqrt{\frac{11}{6}}$ Ans A

19. $\bar{A} = \hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ এবং $\bar{B} = 3\hat{i} - 2\hat{j} + 3\hat{k}$ দুটি ভেক্টর হলে-
i. $\bar{A}$ ভেক্টরের মান $\sqrt{3}$
ii. $\bar{A}$ ভেক্টরের উপর ভেক্টরের $\bar{B}$ ভেক্টরের অভিক্ষেপ $\frac{8}{\sqrt{3}}$
iii. ভেক্টর দুটির অন্তর্গত কোণ $\cos^{-1}\frac{8}{\sqrt{66}}$
নিচের কোনটি সঠিক?
Ⓐ i ও ii Ⓑ i ও iii Ⓒ ii ও iii Ⓓ i, ii ও iii Ans D

20. $\bar{a} = \hat{i} + 2\hat{j}$, $\bar{b} = -\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k}$ ভেক্টর দুটি কোনো সামান্তরিকের দুটি সন্নিহিত বাহু নির্দেশ করে। সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক?
Ⓐ 30 Ⓑ 15 Ⓒ $\frac{1}{2}\sqrt{30}$ Ⓓ $\sqrt{30}$ Ans D

21. $\bar{a} = \hat{i} + 2\hat{j}$, $\bar{b} = -\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k}$ ভেক্টর দুটি কোনো সামান্তরিকের দুটি সন্নিহিত বাহু নির্দেশ করে। সামান্তরিকের কর্ণের সমান্তরাল একক ভেক্টর কোনটি?
Ⓐ $\frac{1}{26}(5\hat{j} + \hat{k})$ Ⓑ $\frac{1}{\sqrt{26}}(5\hat{j} + \hat{k})$
Ⓒ $\frac{1}{\sqrt{3}}(\hat{i} + 2\hat{j})$ Ⓓ $\frac{1}{\sqrt{11}}(-\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k})$ Ans B

গণিত ১ম পত্র
অধ্যায় ৩

সরলরেখা

প্রয়োজনীয় সূত্রাবলি

Part 1

➢ **বিন্দুর অবস্থান নির্দেশ:** কার্তেসীয় স্থানাঙ্ক ব্যবস্থায় কোন বিন্দুর অবস্থানকে (x, y) এবং পোলার স্থানাঙ্ক ব্যবস্থায় (r, θ) দ্বারা প্রকাশ করা হয়। r কে ব্যাসার্ধ ভেক্টর (Radius Vector) এবং θ কে ভেক্টোরিয়াল কোণ বলে।

❑ **পোলার স্থানাঙ্ক ও কার্তেসীয় স্থানাঙ্কের মধ্যে সম্পর্ক:**
কার্তেসীয় স্থানাঙ্ক (x, y) এবং পোলার স্থানাঙ্ক (r, θ) হলে, আমরা পাই,
$x = r\cos\theta$ এবং $y = r\sin\theta$ $\therefore r = \sqrt{x^2 + y^2}$ এবং $\tan\theta = \frac{y}{x}$

❑ **সঞ্চারপথ:** কোন সমতলে যদি একটি বিন্দু এক বা একাধিক প্রদত্ত শর্ত মেনে চলে, তবে বিন্দুটি যে পথে চলতে থাকে তাকে বিন্দুটির সঞ্চারপথ বলে এবং ঐ বিন্দুকে চলমান বিন্দু বলে।

➢ $A(x_1, y_1)$ এবং $B(x_2, y_2)$ বিন্দুদ্বয়ের সংযোজক সরলরেখাকে C(x, y) বিন্দুটি $m_1 : m_2$ অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত করলে-
$x = \frac{m_1x_2 + m_2x_1}{m_1 + m_2}$ এবং $y = \frac{m_1y_2 + m_2y_1}{m_1 + m_2}$

➢ $A(x_1, y_1)$ এবং $B(x_2, y_2)$ বিন্দুদ্বয়ের সংযোজক সরলরেখাকে C(x, y) বিন্দুটি $m_1 : m_2$ অনুপাতে বহির্বিভক্ত করলে-
$x = \frac{m_1x_2 - m_2x_1}{m_1 - m_2}$ এবং $y = \frac{m_1y_2 - m_2y_1}{m_1 - m_2}$

➢ $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$ বিন্দুত্রয় দ্বারা গঠিত ত্রিভুজের।

➢ ভরকেন্দ্র $= \left(\frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}, \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3}\right)$

➢ অন্তঃকেন্দ্র $= \left(\frac{ax_1 + bx_2 + cx_3}{a+b+c}, \frac{ay_1 + by_2 + cy_3}{a+b+c}\right)$
যেখানে a,b,c Δ ABC এর বাহুত্রয়।

CamScanner

➢ পরিব্যাসার্ধ, $R = \frac{abc}{4\Delta}$

➢ অন্তঃব্যাসার্ধ, $R = \frac{2\Delta}{a+b+c} = \frac{\Delta}{s}$

➢ সরলরেখার আদর্শ সমীকরণ, $ax + by + c = 0$ যার ঢাল $= -\frac{a}{b}$

➢ ছেদ আকৃতির সরলরেখার সমীকরণ: $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ যেখানে,
$a = x$ অক্ষের ছেদকৃত অংশ ও $b = y$ অক্ষের ছেদকৃত অংশ

➢ x-অক্ষের সমীকরণ, $y = 0$ এবং y অক্ষের সমীকরণ, $x = 0$

➢ x-অক্ষের সমান্তরাল রেখার সমীকরণ, $y = b$
এবং y-অক্ষের সমান্তরাল রেখার সমীকরণ, $x = a$
[এখানে a ও b যথাক্রমে x ও y অক্ষ হতে রেখাটির দূরত্ব]

➢ ঢাল: একটি সরলরেখা x-অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে যে কোণ উৎপন্ন করে তার tangent কে ঢাল বলে। অর্থাৎ ঢাল $m = \tan\theta$

➢ ঢাল আকৃতির সরলরেখার আদর্শ সমীকরণ,
$y = mx + c$ [এখানে $c = y$ অক্ষের ছেদকৃত অংশ]

➢ একটি সরলরেখার ঢাল m এবং রেখাটি (x_1, y_1) বিন্দুগামী হলে, তার সমীকরণ: $y - y_1 = m(x - x_1)$.

➢ (x_1, y_1) ও (x_2, y_2) বিন্দুগামী সরলরেখার ঢাল
$= \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$ বা $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ এবং এর লম্বের ঢাল $= -\frac{x_1 - x_2}{y_1 - y_2}$

➢ (x_1, y_1) ও (x_2, y_2) বিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ:
$(x-x_1)(y_1-y_2) - (y-y_1)(x_1-x_2) = 0$
বা, $\frac{x - x_1}{x_1 - x_2} = \frac{y - y_1}{y_1 - y_2}$

➢ মূলবিন্দু (0, 0) ও (x_1, y_1) বিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ $y = \frac{y_1}{x_1}x$।

❑ **লম্ব আকৃতির সরলরেখার সমীকরণ:** $x\cos\alpha + y\sin\alpha = P$
যেখানে P = মূলবিন্দু হতে রেখাটির লম্ব দূরত্ব
α = লম্বটির x অক্ষের সাথে উৎপন্ন কোণ

➢ $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ এবং $a_2x + b_2y + c_2 = 0$
রেখাদ্বয় একই সরলরেখা নির্দেশ করলে $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$ হবে।

➢ $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ এবং $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ রেখাদ্বয়ের ছেদ বিন্দুর স্থানাঙ্ক: $\left(\frac{b_1c_2 - b_2c_1}{a_1b_2 - a_2b_1}, \frac{c_1a_2 - c_2a_1}{a_1b_2 - a_2b_1}\right)$

➢ $y = m_1x + c_1$, $y = m_2x + c_2$ রেখাদ্বয়ের অন্তর্ভুক্ত কোণ θ হলে, $\tan\theta = \pm\frac{m_1 - m_2}{1 + m_1m_2}$; tanθ এর মান ধনাত্মক ও ঋণাত্মক হলে θ কোণ যথাক্রমে সূক্ষ্মকোণ ও স্থূলকোণ হবে।

➢ $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ এবং $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ রেখাদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণ θ হলে, $\tan\theta = \pm\frac{a_2b_1 - a_1b_2}{a_1a_2 + b_1b_2}$; রেখাদ্বয় সমান্তরাল হবে যখন $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2}$
অথবা $m_1 = m_2$ হয়, লম্ব হবে যখন $a_1a_2 + b_1b_2 = 0$ অথবা $m_1m_2 = -1$

➢ $ax + by + c = 0$ রেখার সমান্তরাল সরলরেখার সমীকরণ
$ax + by + k = 0$ যেখানে k একটি ধ্রুবক। সমান্তরাল (α, β) বিন্দুগামী সরলরেখা $a(x - \alpha) + b(y - \beta) = 0$

➢ $ax + by + c = 0$ সরলরেখার লম্ব রেখার সমীকরণ,
$bx - ay + k = 0$ যেখানে k একটি ধ্রুবক। লম্ব (α, β) বিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরন, $b(x - \alpha) - a(y - \beta) = 0$

➢ $a_1x + b_1y + c_1 = 0$, $a_2x + b_2y + c_2 = 0$, $a_3x + b_3y + c_3 = 0$ রেখাত্রয় সমবিন্দু হওয়ার শর্ত: $\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = 0$

➢ $a_1x + b_1y + c_1 = 0$, $a_2x + b_2y + c_2 = 0$, $a_3x + b_3y + c_3 = 0$
রেখাত্রয় দ্বারা গঠিত ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{D^2}{2C_1C_2C_3}$,
যেখানে, $D = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$ এবং C_1, C_2, C_3 তৃতীয় কলামের সহগুণক।

➢ $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ রেখা ও অক্ষদ্বয় দ্বারা গঠিত ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}ab$

➢ (x_1, y_1) বিন্দু হতে $ax + by + c = 0$ রেখার উপর লম্ব দূরত্ব $d = \left|\frac{ax_1 + by_1 + c}{\sqrt{a^2 + b^2}}\right|$

➢ $ax + by + c_1 = 0$ এবং $ax + by + c_2 = 0$ সমান্তরাল রেখাদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব $= \left|\frac{c_1 - c_2}{\sqrt{a^2 + b^2}}\right|$

MCQ Technique

❑ রেখার সাপেক্ষে রেখার প্রতিবিম্ব: $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ রেখার

i) x অক্ষের সাপেক্ষে প্রতিবিম্ব, $a_1x - b_1y + c_1 = 0$

ii) y অক্ষের সাপেক্ষে প্রতিবিম্ব, $-a_1x + b_1y + c_1 = 0$

iii) $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ রেখার সাপেক্ষে প্রতিবিম্ব
$(a_1x+b_1y+c_1)(a_2^2+b_2^2) - 2(a_1a_2+b_1b_2)(a_2x+b_2y+c_2) = 0$

(iv) $A(x_1, y_1)$; $B(x_2, y_2)$ বিন্দুদ্বয়ের সংযোজক রেখার লম্বদ্বিখণ্ডকের সমীকরণ
$(x_1 - x_2)x + (y_1 - y_2)y = \frac{1}{2}(x_1^2 + y_1^2 - x_2^2 - y_2^2)$

(v) $A(x_1, y_1)$; $B(x_2, y_2)$; $C(x_3, y_3)$, $D(x_4, y_4)$ হলে, CD কে AB রেখাটি K : 1 অনুপাতে বিভক্ত করলে
$K = \frac{x_1y_2 + x_2y_3 + x_3y_1 - x_1y_3 - x_3y_2 - x_2y_1}{x_1y_4 + x_2y_1 + x_4y_2 - x_2y_4 - x_1y_2 - x_4y_1}$

(vi) $A(x_1, y_1)$; $B(x_2, y_2)$ বিন্দুদ্বয়ের সংযোজক রেখাকে $C(x, y)$, $m_1 : m_2$ অনুপাতে বিভক্ত করলে $\frac{m_1}{m_2} = \frac{x_1 - x}{x - x_2} = \frac{y_1 - y}{y - y_2}$

(vii) $a_1x + b_1y + c_1 = 0$; $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ রেখাদ্বয়ের ছেদবিন্দু এবং মূল বিন্দুগামী রেখার সমীকরণ:
$c_2(a_1x + b_1y + c_1) - c_1(a_2x + b_2y + c_2) = 0$

(viii) $a_1x + b_1y + c_1 = 0$; $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ রেখাদ্বয়ের অন্তর্ভুক্ত কোণ
$\theta = \tan^{-1}\left(\pm\frac{a_2b_1 - a_1b_2}{a_1a_2 + b_1b_2}\right)$, (+) হলে সূক্ষ্মকোণ, (–) হলে স্থূলকোণ

(ix) একটি সরলরেখা অক্ষদ্বয়ের মধ্যবর্তী অংশ (a, b) বিন্দুতে সমদ্বিখণ্ডিত হলে সরলরেখাটির সমীকরণ, $bx + ay - 2ab = 0$

CS CamScanner

Part 2

গাণিতিক সমস্যা ও সমাধান

01. কোন বিন্দুর কার্তেসীয় স্থানাঙ্ক $(\sqrt{3}, 3)$ হলে, ঐ বিন্দুর পোলার স্থানাঙ্ক কত?

Sol: আমরা জানি, $r = \sqrt{x^2+y^2} = \sqrt{(\sqrt{3})^2+(3)^2} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$

এবং $\theta = \tan^{-1}\frac{y}{x} = \tan^{-1}\frac{3}{\sqrt{3}} = \tan^{-1}\sqrt{3} = \frac{\pi}{3}$

$\therefore$ পোলার স্থানাঙ্ক $\left(2\sqrt{3}, \frac{\pi}{3}\right)$

02. $(x_1, -6)$ এবং $(5, -3)$ বিন্দুদ্বয়ের মধ্যকার দূরত্ব 5 একক হলে, x_1 এর মান কত?

Sol: $\sqrt{(x_1-5)^2+(-6+3)^2} = 5 \Rightarrow x_1^2 - 10x_1 + 25 + 9 = 25$

$\Rightarrow x_1^2 - 10x_1 + 9 = 0 \Rightarrow (x_1-9)(x_1-1) = 0 \Rightarrow x_1 = 9$ অথবা 1

03. কোন শর্তাধীনে A(x, y) বিন্দুটি P(2, 8) ও Q(5, –1) বিন্দুদ্বয় হতে সমদূরবর্তী হবে?

Sol: শর্তমতে, $AP = AQ$

$\sqrt{(x-2)^2+(y-8)^2} = \sqrt{(x-5)^2+(y+1)^2}$

$\Rightarrow x^2 - 4x + 4 + y^2 - 16y + 64 = x^2 - 10x + 25 + y^2 + 2y + 1$

$\Rightarrow 6x - 18y + 42 = 0$

$\Rightarrow x - 3y + 7 = 0$

04. (–1, 2) এবং (4, –5) বিন্দুদ্বয়ের সংযোগ রেখাংশকে যে বিন্দু 2 : 3 অনুপাতে বহির্বিভক্ত করে তার স্থানাঙ্ক কত?

Sol: মনে করি, বিন্দুটি (x, y)

$\therefore x = \frac{2.4-3(-1)}{2-3} = \frac{8+3}{-1} = -11$

$y = \frac{2(-5)-3.2}{2-3} = \frac{-10-6}{-1} = 16$

05. (5, 2) ও (3, –2) বিন্দুদ্বয়ের মধ্যবর্তী বিন্দুর স্থানাঙ্ক কত?

Sol: মধ্যবিন্দু $= \left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right) = \left(\frac{5+3}{2}, \frac{2+(-2)}{2}\right) = (4,0)$

06. x এর মান কত হলে (– x, 2), (3, – 2) ও (2 – x, 3) বিন্দুত্রয় সমরেখ হবে?

Sol: বিন্দু তিনটি সমরেখ হবে যদি,

১ম ও ২য় বিন্দুর ঢাল = ২য় ও ৩য় বিন্দুর ঢাল

$\Rightarrow \frac{2+2}{-x-3} = \frac{-2-3}{3-2+x}$

$\Rightarrow \frac{4}{-x-3} = \frac{-5}{x+1} \Rightarrow x = -11$

07. তিনটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক যথাক্রমে (3, 4), (0, 0) এবং (–3, 4)। বিন্দু তিনটি দ্বারা গঠিত ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল কত?

Sol: ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}(x_1y_2 - x_2y_1) = \frac{1}{2}(3\times4-(-3)\times4)$

$= \frac{1}{2}\times24 = 12$ বর্গ একক।

08. ΔABC এর A(3, 0), B(–3, 0) ও C(0, 4) হলে, ত্রিভুজটির ভরকেন্দ্র ও অন্তঃকেন্দ্র নির্ণয় কর।

Sol: ভরকেন্দ্র $\equiv \left(\frac{3-3+0}{3}, \frac{0+0+4}{3}\right) = \left(0, \frac{4}{3}\right)$

$BC = a = \sqrt{9+16} = 5$, $CA = b = \sqrt{9+16} = 5$

$AB = c = \sqrt{36+0} = 6$

অন্তঃকেন্দ্র, $I = \left(\frac{5.3+5(-3)+6.0}{5+5+6}, \frac{5.0+5.0+6.4}{5+5+6}\right) = \left(0, \frac{3}{2}\right)$

09. (1,3), (5,0), (2,–4), (–2,–1) বিন্দুগুলো সংযোজন করে প্রায় চতুর্ভুজের প্রকৃতি কি হবে?

Sol: বিন্দুগুলো যথাক্রমে A, B, C, D হলে,

$AC = \sqrt{(1-2)^2+(3+4)^2} = \sqrt{50}$

$BD = \sqrt{(5+2)^2+(0+1)^2} = \sqrt{50}$

$M_{AC}\times M_{BD} = \frac{3+4}{1-2}\times\frac{0+1}{5+2} = -1$ $\therefore$ চতুর্ভুজটি বর্গ।

10. চতুর্ভুজের শীর্ষবিন্দুসমূহ (4, 2), (9,0), (8,3) ও (2, –1) হয়, তবে ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

Sol: ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}\begin{vmatrix}4 & 2\\ 9 & 0\\ 8 & 3\\ 2 & -1\\ 4 & 2\end{vmatrix} = \frac{1}{2}\{(0+27-8+4)-(18+6-4)\}$

$= \frac{1}{2}(23-20) = \frac{3}{2}$ বর্গ একক

11. ABCD আয়তের তিনটি শীর্ষবিন্দুর স্থানাঙ্ক যথাক্রমে A(3, 2), B(2, – 1), C(8, – 3) এর চতুর্থ শীর্ষবিন্দু D-এর স্থানাঙ্ক কত?

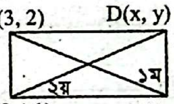
Sol: মনে করি, চতুর্থ শীর্ষবিন্দু D = (x, y)

AC কর্ণের ভুজদ্বয়ের যোগফল = BD কর্ণের ভুজদ্বয়ের যোগফল

$\therefore 8+3 = x+2 \Rightarrow x = 9$

আবার, $2+(-3) = y-1 \Rightarrow y = 0$

চতুর্থ শীর্ষবিন্দু D = (9, 0)



12. ABCD সামান্তরিকের A, B ও C বিন্দুর স্থানাঙ্ক যথাক্রমে (3, 2), (5, 1) ও (0, 1) হলে, সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল কত?

Sol: ABCD সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল = 2 × ΔABC এর ক্ষেত্রফল

$= 2\times\frac{1}{2}\begin{vmatrix}3 & 2\\ 5 & 1\\ 0 & 1\\ 3 & 2\end{vmatrix} = (3+5+0)-(10+0+3) = 8-13 = -5$

$\therefore$ ABCD সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল = 5 বর্গ একক।

13. x অক্ষ এবং (2, –3) বিন্দু হতে (5, k) বিন্দুটির দূরত্ব সমান হলে, k এর মান কত?

Sol: x অক্ষ থেকে (5, k) বিন্দুর দূরত্ব = k একক,

(2, –3) বিন্দু হতে (5, k) বিন্দুর দূরত্ব $= \sqrt{(2-5)^2+(-3-k)^2}$

শর্তমতে, $k = \sqrt{(2-5)^2+(-3-k)^2} \Rightarrow k^2 = 18 + k^2 + 6k$

$\Rightarrow (k+3) = 0 \Rightarrow k = -3$

14. y অক্ষ ও (7, 2) বিন্দু থেকে (a, 5) বিন্দুটির দূরত্ব সমান হলে a এর মান কত?

Sol: y অক্ষ হতে (a, 5) এর দূরত্ব = a

প্রশ্নমতে, $a = \sqrt{(a-7)^2+(5-2)^2} \Rightarrow a^2 = (a-7)^2 + 9$

$\Rightarrow a^2 = a^2 - 14a + 49 + 9 \Rightarrow 14a = 58 \Rightarrow a = \frac{29}{7}$

15. কোন সরলরেখার ঢাল $\frac{1}{\sqrt{3}}$ হলে রেখাটি x অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে কত ডিগ্রি কোণ উৎপন্ন করে।

Sol: $\therefore \frac{1}{\sqrt{3}} = \tan\theta \Rightarrow \theta = \tan^{-1}\frac{1}{\sqrt{3}} = 30°$

16. x অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে 60° কোণ উৎপন্ন করে এবং রেখাটি মূলবিন্দুগামী, রেখাটির সমীকরণ নির্ণয় কর।

Sol: ঢাল, $m = \tan 60° = \sqrt{3}$ $\therefore$ সরলরেখার সমীকরণ $y = \sqrt{3}x$

CamScanner

17. y অক্ষের সমান্তরাল এবং (2, 3) বিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর।

Sol : y অক্ষের সমান্তরাল রেখার সমীকরণ $x = a$

$\therefore$ নির্ণেয় সরলরেখার সমীকরণ, $x = 2$ [যেহেতু, $a = 2$]

18. কোন সরলরেখা কর্তৃক x অক্ষ ও y অক্ষ থেকে ছেদকৃত অংশ যথাক্রমে 5 এবং –10 হলে, রেখাটির সমীকরণ কী?

Sol : রেখাটির সমীকরণ, $\frac{x}{5} + \frac{y}{-10} = 1 \Rightarrow 2x - y = 10$

19. 2x + 5y + 4 = 0 রেখাটি দ্বারা অক্ষদ্বয় থেকে ছেদিত অংশ নির্ণয় কর।

Sol : x অক্ষ হতে ছেদিত অংশ $= -\frac{c}{a} = -\frac{4}{2} = -2$ একক

y অক্ষ হতে ছেদিত অংশ $= -\frac{c}{b} = -\frac{4}{5}$ একক

20. 2x – 3y – 6 = 0 রেখা দ্বারা অক্ষদ্বয়ের সান্নিধ্যে গঠিত ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল কত?

Sol : $2x - 3y - 6 = 0 \Rightarrow 2x - 3y = 6 \Rightarrow \frac{x}{3} - \frac{y}{2} = 1 \therefore a = 3, b = -2$

$\therefore$ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}|ab| = \frac{1}{2}|-6| = 3$ বর্গ একক।

21. মূলবিন্দু থেকে কোন সরলরেখার উপর অঙ্কিত লম্বের দৈর্ঘ্য 5 একক এবং লম্বটি x অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে 30° কোণ উৎপন্ন করলে সরলরেখাটির সমীকরণ নির্ণয় কর।

Sol : সরলরেখাটির সমীকরণ, $x\cos\alpha + y\sin\alpha = p$

$\Rightarrow x\cos30° + y\sin30° = 5 \Rightarrow x \times \frac{\sqrt{3}}{2} + y \times \frac{1}{2} = 5$

$\Rightarrow \sqrt{3}x + y = 10 \Rightarrow \sqrt{3}x + y - 10 = 0$

22. (1, –1) এবং (2, 4) বিন্দুদ্বয়ের সংযোজক সরলরেখার লম্ব সমদ্বিখণ্ডকের সমীকরণ কী?

Sol : লম্ব সমদ্বিখণ্ডকের সমীকরণ,

$(x_1 - x_2)x + (y_1 - y_2)y = \frac{1}{2}(x_1^2 + y_1^2 - x_2^2 - y_2^2)$

$\Rightarrow (1-2)x + (-1-4)y = \frac{1}{2}\{1^2 + (-1)^2 - 2^2 - 4^2\}$

$\Rightarrow -x - 5y = -9 \Rightarrow x + 5y - 9 = 0$

23. 2x + 3y – 8 = 0 এবং 4x + 6y – 2 = 0 রেখাদ্বয় কী সমান্তরাল?

Sol : ১ম রেখার ঢাল, $m_1 = -\frac{2}{3}$

এবং ২য় রেখার ঢাল, $m_2 = -\frac{4}{6} = -\frac{2}{3} = m_1$

$\therefore$ সরলরেখা দুটি সমান্তরাল।

24. (2, 0) বিন্দুগামী এবং 3x + 5y + 8 = 0 রেখার সমান্তরাল সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর।

Sol : $3x + 5y + 8 = 0$ রেখার সমান্তরাল সরলরেখা $3x + 5y + k = 0$ .... (i)

এখন (i) রেখাটি (2, 0) বিন্দুগামী।

$\therefore 3 \times 2 + 5 \times 0 + k = 0 \Rightarrow k = -6$

$\therefore$ নির্ণেয় সরলরেখা, $3x + 5y - 6 = 0$

বিকল্প: $3(x-2) + 5(y-0) = 0 \Rightarrow 3x + 5y - 6 = 0$

25. যদি x – 3y + 2 = 0 এবং 2x – 6y + k = 0 রেখাদ্বয় একই সরলরেখা নির্দেশ করে তবে k এর মান কত?

Sol : এখানে, $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$

$\Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{-3}{-6} = \frac{2}{k} \Rightarrow k = 4$

26. 2x + 3y + 4 = 0, 4x + 3y + 2 = 0 এবং x + py = 0 রেখাত্রয় সমবিন্দুগামী হলে, p এর মান কত?

Sol : $\begin{vmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 4 & 3 & 2 \\ 1 & p & 0 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow 2(0 - 2p) - 3(0 - 2) + 4(4p - 3) = 0$

$\Rightarrow 12p - 6 = 0 \Rightarrow p = \frac{1}{2}$

27. (3, 5) বিন্দু হতে 3x + 5y – 2 = 0 রেখার লম্ব দূরত্ব কত?

Sol : দূরত্ব $= \left|\frac{3\times3 + 5\times5 - 2}{\sqrt{9+25}}\right| = \left|\frac{32}{\sqrt{34}}\right| = \frac{32}{\sqrt{34}}$ একক।

28. 3x + 2y – 16 = 0 এবং 3x + 2y – 20 = 0 রেখাদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব কত?

Sol : মধ্যবর্তী দূরত্ব $= \left|\frac{-16-(-20)}{\sqrt{9+4}}\right| = \left|\frac{4}{\sqrt{13}}\right| = \frac{4}{\sqrt{13}}$

29. (1, – 2) বিন্দু হতে $7\frac{1}{2}$ একক দূরবর্তী এবং 3x + 4y = 7 রেখার সমান্তরাল (Parallel) রেখাসমূহের সমীকরণ নির্ণয় কর।

সমাধান : প্রদত্ত রেখার সমীকরণ, $3x + 4y - 7 = 0$ .... (i)

ধরি, (i) নং রেখার সমান্তরাল রেখার সমীকরণ

$3x + 4y + k = 0$ .... (ii)

এখন (1, –2) বিন্দু হতে (ii) নং রেখার লম্ব দূরত্ব

$= \left|\frac{3.1 + 4(-2) + k}{\sqrt{3^2 + 4^2}}\right| = \left|\frac{k-5}{5}\right|$

প্রশ্নমতে, $\left|\frac{k-5}{5}\right| = 7\frac{1}{2} \Rightarrow k - 5 = \pm\frac{75}{2}$

(+) ধরে, $k - 5 = \pm\frac{75}{2} \Rightarrow k = \frac{85}{2}$

(–) ধরে, $k - 5 = -\frac{75}{2} \Rightarrow k = -\frac{65}{2}$

k- এর মান (ii) এ বসিয়ে

$k = \frac{85}{2}$ হলে, $3x + 4y + \frac{85}{2} = 0 \therefore 6x + 8y + 85 = 0$

$k = -\frac{65}{2}$ হলে, $3x + 4y - \frac{65}{2} = 0 \therefore 6x + 8y - 65 = 0$

For Practiec

01. কোন বিন্দুর কার্তেসীয় স্থানাঙ্ক $(-1, \sqrt{3})$ হলে বিন্দুটির পোলার স্থানাঙ্ক কত? **Ans.** (2, 120°)

02. $r(1 + \cos\theta) = 2$ কে কার্তেসীয় আকারে প্রকাশ কর। **Ans.** $y^2 = -4(x-1)$

03. দুটি বিন্দুর পোলার স্থানাঙ্ক $(2\sqrt{3}, 90°)$ এবং $(2\sqrt{5}, 180°)$ হলে, বিন্দু দুটির দূরত্ব কত? **Ans:** $4\sqrt{2}$

04. (1, 4) এবং (9,– 12) বিন্দু দুইটির সংযোগ রেখাংশকে যে বিন্দুটি 5:3 অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত করে তার স্থানাংক কত? **Ans.** (6, –6)

05. P $(a + a\cos\theta, a\sin\theta)$ বিন্দুটির সঞ্চারপথের সমীকরণ নির্ণয় কর। **Ans :** $(x-a)^2 + y^2 = a^2$

06. ত্রিভুজের তিনটি শীর্ষবিন্দুর স্থানাংক (3, 5), (– 3, 3) এবং (– 1, – 1) হলে, ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল কত? **Ans :** 14

07. কোন ত্রিভুজের কৌণিক বিন্দুত্রয় A, B, C এর স্থানাঙ্ক (6, 3), (–3, 5), (4, –2) এবং D, E, F বিন্দু যথাক্রমে BC, CA, AB কে 3:1 অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত করে। দেখাও যে, ΔABC ও ΔDEF এর অনুপাত 16:7 হবে।

08. x + 4 = 0, y – 3 = 0 এবং 3x – 4y + 12 = 0 রেখাত্রয় দ্বারা গঠিত ত্রিভুজের অন্তঃকেন্দ্র নির্ণয় কর। **Ans.** (–3, 2)

CS CamScanner

JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS

9. $(-k, 2), (0, -5)$, ও $(2-k, 3)$ বিন্দুত্রয় সমরেখ হলে, k এর মান কত? **Ans:** -14

10. $(6-8)$ বিন্দু সাপেক্ষে $(5, 7)$ বিন্দুর প্রতিবিম্ব নির্ণয় কর। **Ans.** $(4, 22)$

11. x অক্ষ ও $(-5, -7)$ থেকে $(4, k)$ বিন্দুটির দূরত্ব সমান হলে, k এর মান নির্ণয় কর। **Ans :** $-\frac{65}{7}$

12. $2y + x - 5 = 0$, $y + 2x - 7 = 0$ এবং $x - y + 1 = 0$ রেখাত্রয় দ্বারা গঠিত ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। **Ans.** $\frac{3}{2}$ বর্গ একক।

13. y অক্ষের সমান্তরাল এবং $2x - 7y + 11 = 0$ ও $x + 3y - 8 = 0$ রেখা দুটির ছেদবিন্দু দিয়ে যায় এরূপ সরলরেখার সমীকরণ? **Ans.** $13x - 23 = 0$

14. দুটি সরলরেখা $(6, -7)$ বিন্দু দিয়ে যায় এবং তারা $y + \sqrt{3}x - 1 = 0$ রেখার সাথে $60°$ কোণ উৎপন্ন করে। রেখা দুটির সমীকরণ নির্ণয় কর। **Ans:** $y + 7 = 0$; $y + 7 = \sqrt{3}(x - 6)$

15. দুটি সরলরেখা $(5,4)$ বিন্দু দিয়ে যায় এবং তারা $5x + 9y = 27$ রেখার সাথে $45°$ কোণ উৎপন্ন করে। রেখা দুটির সমীকরণ নির্ণয় কর। **Ans:** $2x - 7y + 18 = 0$; $7x + 2y - 43 = 0$

Part 3 অধ্যায়ভিত্তিক গুরুত্বপূর্ণ MCQ প্রশ্নোত্তর

1. $2r\sin^2\frac{\theta}{2} = 1$ এর কার্তেসীয় সমীকরণ-
Ⓐ $y^2 = 1 + 2x$ Ⓑ $y^2 = 4(1 - x)$ Ⓒ $y^2 = 4(1 + x)$ Ⓓ $x^2 = 4(1 + y)$ **Ans** Ⓐ

2. P(2, 5), Q(5, 9) এবং S(6, 8) বিন্দুত্রয় PQRS রম্বসের শীর্ষবিন্দু হলে R এর স্থানাঙ্ক-
Ⓐ $(12, 9)$ Ⓑ $\left(\frac{7}{2}, 7\right)$ Ⓒ $\left(4, \frac{13}{2}\right)$ Ⓓ $(9, 12)$ **Ans** Ⓓ

3. (x, y), $(2, 2)$ এবং $(3, 3)$ বিন্দু তিনটি একই সরলরেখায় অবস্থিত হলে-
Ⓐ $x - 2y + 1 = 0$ Ⓑ $x - y = 0$ Ⓒ $2x - y + 3 = 0$ Ⓓ $x - y + 1 = 0$ **Ans** Ⓑ

4. x অক্ষ ও $(-5, -7)$ থেকে $(4, k)$ বিন্দুটির দূরত্ব সমান হলে, k এর মান –
Ⓐ $-\frac{65}{7}$ Ⓑ $\frac{65}{7}$ Ⓒ 20 Ⓓ -130 **Ans** Ⓐ

5. একটি ত্রিভুজের তিনটি শীর্ষ $\left(2, \frac{\pi}{6}\right)$, $\left(1, \frac{2\pi}{3}\right)$ ও $\left(\sqrt{3}, \frac{3\pi}{2}\right)$ হলে, ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক?
Ⓐ $\frac{1}{4}(\sqrt{3} + 10)$ Ⓑ $\frac{1}{4}(-\sqrt{3} + 10)$ Ⓒ $\frac{1}{2}(\sqrt{3} + 10)$ Ⓓ $\frac{1}{2}(5 + \sqrt{3})$ **Ans** Ⓐ

6. $(3, -1)$ এবং $(5, 2)$ বিন্দুদ্বয়ের সংযোগকারী সরলরেখাকে $3 : 4$ অনুপাতে বহিঃস্থভাবে বিভক্তকারী বিন্দুর স্থানাঙ্ক-
Ⓐ $\left(\frac{14}{3}, 3\right)$ Ⓑ $\left(\frac{27}{7}, \frac{2}{7}\right)$ Ⓒ $\left(\frac{27}{4}, \frac{4}{3}\right)$ Ⓓ কোনোটিই নয় **Ans** Ⓓ

7. a এর মান কত হলে $(2, -1)$, $(a + 1, a - 3)$ এবং $(a + 2, a)$ বিন্দুত্রয় সমরেখ হবে?
Ⓐ $\frac{1}{2}$ Ⓑ $\frac{1}{3}$ Ⓒ 2 Ⓓ $-\frac{1}{2}$ **Ans** Ⓐ

8. $(3, \sqrt{2})$ বিন্দু হতে 9 একক দূরত্বে অবস্থিত বিন্দুর কোটি $\sqrt{2}$ হলে তার ভুজ কত?
Ⓐ 12 অথবা 6 Ⓑ -12 অথবা -6 Ⓒ 12 অথবা -6 Ⓓ -12 অথবা 6 **Ans** Ⓒ

9. $(1, 4)$ ও $(9, 12)$ বিন্দুদ্বয়ের সংযোগকারী সরলরেখা যে বিন্দুতে 5:3 অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত হয় তার স্থানাঙ্ক-
Ⓐ $(5, 8)$ Ⓑ $(6, 9)$ Ⓒ $(6, 6)$ Ⓓ $(9, 9)$ **Ans** Ⓑ

10. $(3, -2)$ এবং $(6, 4)$ বিন্দুদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব কত?
Ⓐ $\sqrt{65}$ Ⓑ $3\sqrt{5}$ Ⓒ $\sqrt{6}$ Ⓓ $3\sqrt{2}$ **Ans** Ⓑ

11. কোন বিন্দুর পোলার স্থানাঙ্ক $(3, 90°)$ হলে কার্তেসীয় স্থানাঙ্ক কত?
Ⓐ $(3, 0)$ Ⓑ $(3, 3)$ Ⓒ $(0, 3)$ Ⓓ $(0, 0)$ **Ans** Ⓒ

12. $(4, -5)$ ও $(6, 8)$ বিন্দু দুইটির সংযোগ রেখাংশকে যে বিন্দুটি 4:3 অনুপাতে বহির্বিভক্ত করে তার স্থানাঙ্ক কত?
Ⓐ $(47,12)$ Ⓑ $(12,47)$ Ⓒ $(-12, 47)$ Ⓓ $(12, -47)$ **Ans** Ⓑ

13. $(-2, 4 + 2\sqrt{3})$ বিন্দুর পোলার স্থানাঙ্ক কত?
Ⓐ $(2, 120°)$ Ⓑ $(3, 150°)$ Ⓒ $(4, 210°)$ Ⓓ $(7.73, 105°)$ **Ans** Ⓓ

14. একটি ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দুসমূহের পোলার স্থানাংক যথাক্রমে পোল, $\left(\sqrt{2}, \frac{\pi}{4}\right)$ ও $\left(2, \frac{\pi}{3}\right)$ হলে, ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল বর্গ এককে হবে-
Ⓐ $1 + \sqrt{3}$ Ⓑ $\left(\frac{1 + \sqrt{3}}{2}\right)$ Ⓒ $1 - \sqrt{3}$ Ⓓ $\left(\frac{\sqrt{3} - 1}{2}\right)$ **Ans** Ⓓ

15. $(a\sqrt{3}, -2)$ বিন্দুর পোলার স্থানাঙ্ক $(4, 210°)$ হলে a এর মান কত?
Ⓐ $-\sqrt{3}$ Ⓑ $\sqrt{3}$ Ⓒ -2 Ⓓ 2 **Ans** Ⓒ

16. $x - 3y - 2 = 0$ রেখার উপর P একটি বিন্দু এবং তা $(2, 3)$ ও $(6, -5)$ বিন্দু দুটি হতে সমদূরবর্তী। P বিন্দুটির স্থানাঙ্ক হল-
Ⓐ$(12, 4)$ Ⓑ$(14, 2)$ Ⓒ$(14, 4)$ Ⓓ$(16, 4)$ **Ans** Ⓒ

17. $(-3, -8)$ বিন্দু হতে $(k, 5)$ বিন্দুর দূরত্ব 85 একক হলে, k এর মান কত?
Ⓐ 81 Ⓑ 84 Ⓒ 78 Ⓓ 79 **Ans** Ⓐ

18. $\left(\sqrt{3}, \frac{\pi}{3}\right)$ বিন্দুটির কার্তেসীয় স্থানাঙ্ক কত হবে?
Ⓐ $(3, \sqrt{3})$ Ⓑ $(2, \sqrt{2})$ Ⓒ $\left(\frac{2}{3}, \frac{2}{\sqrt{3}}\right)$ Ⓓ $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{3}{2}\right)$ **Ans** Ⓓ

19. একটি ত্রিভুজের ভরকেন্দ্র $(3, 2)$ এবং শীর্ষবিন্দু দুইটির স্থানাঙ্ক $(4, 14)$ ও $(12, 2)$ হলে অপর শীর্ষবিন্দুর স্থানাঙ্ক কত হবে?
Ⓐ $(-7, -10)$ Ⓑ $(7, 14)$ Ⓒ $(14, 7)$ Ⓓ $(-14, -7)$ **Ans** Ⓐ

20. $(-2, 3)$ ও $(4, -7)$ বিন্দুদ্বয়ের সংযোগ রেখাংশকে x-অক্ষ কত অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত করে?
Ⓐ $1 : 2$ Ⓑ $2 : 1$ Ⓒ $3 : 7$ Ⓓ $7 : 3$ **Ans** Ⓒ

21. $y = 2x$, $y = 5x$ এবং $y = b$ রেখাত্রয় গঠিত ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল হবে।
Ⓐ $\frac{3b^2}{20}$ Ⓑ $\frac{b^2}{20}$ Ⓒ $\frac{5b^2}{20}$ Ⓓ $\frac{3b}{20}$ **Ans** Ⓐ

22. P(1, 2) বিন্দু হতে $2x - y + 5 = 0$ ও $x + y - 4 = 0$ রেখার উপর যথাক্রমে PQ ও PR লম্ব টানা হলো। ΔPQR এর ক্ষেত্রফল হলো-
Ⓐ $\frac{3}{2}$ Ⓑ $\frac{5}{2}$ Ⓒ $\frac{3}{4}$ Ⓓ $\frac{5}{4}$ **Ans** Ⓒ

23. $y = b$ এবং $\sqrt{3}x - y + 1 = 0$ রেখাদ্বয়ের অন্তর্ভুক্ত সূক্ষ্মকোণের মান-
Ⓐ $30°$ Ⓑ $45°$ Ⓒ $60°$ Ⓓ $90°$ **Ans** Ⓒ

24. $x = a$ এবং $\sqrt{3}x - y + 1 = 0$ রেখাদ্বয়ের মধ্যবর্তী সূক্ষ্মকোণের মান -
Ⓐ$30°$ Ⓑ$45°$ Ⓒ$60°$ Ⓓ$75°$ **Ans** Ⓐ

JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS

CamScanner

গণিত ১ম পত্র

অধ্যায় ৪ — বৃত্ত

Part 1 — প্রয়োজনীয় সূত্রাবলি

➤ **সাধারণ দ্বিঘাত সমীকরণ:** $ax^2 + 2hxy + by^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ এই সমীকরণটি বিভিন্ন শর্তে বিভিন্ন রেখা প্রকাশ করে শর্তগুলো নিম্নরূপ-

i. $\Delta = \begin{vmatrix} a & h & g \\ h & b & f \\ g & f & c \end{vmatrix} = 0$ হলে জোড়া সরলরেখা।

ii. $a = b$ এবং $h = 0$ হলে বৃত্ত

➤ **বৃত্তের কতিপয় সাধারণ সমীকরণ:**

(a) $x^2 + y^2 = a^2$; কেন্দ্র $(0,0)$, ব্যাসার্ধ $= a$

(b) $(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$; কেন্দ্র (h, k), ব্যাসার্ধ r

i) বৃত্তটি x-অক্ষকে স্পর্শ করলে, $r = |k|$

ii) বৃত্তটি y-অক্ষকে স্পর্শ করলে, $r = |h|$

iii) উভয় অক্ষকে স্পর্শ করলে, $r = h = k$

এবং এক্ষেত্রে বৃত্তের সমীকরণ- $x^2 + y^2 - 2h(x + y) + h^2 = 0$

(c) $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$;

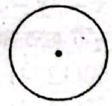
বৃত্তের কেন্দ্র $(-g, -f)$, ব্যাসার্ধ $= \sqrt{g^2 + f^2 - c}$

➤ (x_1, y_1) বিন্দু $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ বৃত্তের-

i. বাইরে হলে $x_1^2 + y_1^2 + 2gx_1 + 2fy_1 + c > 0$

ii. ভিতরে হলে $x_1^2 + y_1^2 + 2gx_1 + 2fy_1 + c < 0$

iii. পরিধিতে হলে $x_1^2 + y_1^2 + 2gx_1 + 2fy_1 + c = 0$



➤ দুটি বৃত্ত, $S_1 = x^2 + y^2 + 2g_1x + 2f_1y + c_1 = 0$ এবং $S_2 = x^2 + y^2 + 2g_2x + 2f_2y + c_2 = 0$ এর ছেদবিন্দুগামী বৃত্তের সমীকরণ:

$S_1 + k(S_1 - S_2) = 0$ [k একটি ধ্রুবক]

বা, $x^2+y^2+2g_1x+2f_1y+c_1+k\{2(g_1-g_2)x+2(f_1-f_2)y+(c_1-c_2)\}=0$

➤ একটি বৃত্ত $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$, এবং $ax + by + c = 0$ এর ছেদবিন্দুগামী বৃত্তের সমীকরণ,

$x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c + k(ax + by + c) = 0$

➤ $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ বৃত্তের

(a) x-অক্ষের ছেদাংশ $= 2\sqrt{g^2 - c}$

(b) y-অক্ষের ছেদাংশ $= 2\sqrt{f^2 - c}$

(c) বৃত্তটি x-অক্ষকে স্পর্শ করলে, $g^2 = c$ [স্পর্শ বিন্দু $(-g, 0)$]

(d) বৃত্তটি y-অক্ষকে স্পর্শ করলে, $f^2 = c$ [স্পর্শ বিন্দু $(0, -f)$]

(e) উভয় অক্ষকে স্পর্শ করলে, $g^2 = f^2 = c$

(f) মূলবিন্দু দিয়ে গেলে, $c = 0$

➤ (x_1, y_1) ও (x_2, y_2) কোন বৃত্তের একই ব্যাসের দুইটি প্রান্তবিন্দু হলে বৃত্তের সমীকরণ, $(x - x_1)(x - x_2) + (y - y_1)(y - y_2) = 0$

Part 2 — গাণিতিক সমস্যা ও সমাধান

01. $(x - y + 2)^2 + (2kx + 1)(3y - 2) = 0$ একটি বৃত্তের সমীকরণ নির্দেশ করলে $k = ?$

Sol: আমরা জানি, বৃত্তে xy সংবলিত কোন পদ থাকে না। তাই এক্ষেত্রে xy সংবলিত পদের সহগ শূন্য হবে। অর্থাৎ $-2xy + 6kxy = 0$

বা, $k = \frac{1}{3}$

02. বৃত্তের কেন্দ্র (2, 4) এবং ব্যাসার্ধ 3 হলে সমীকরণ কী?

Sol: সমীকরণ, $(x-2)^2 + (y - 4)^2 = 3^2$

বা, $x^2 - 4x + 4 + y^2 - 8y + 16 = 9$

বা, $x^2 + y^2 - 4x - 8y + 11 = 0$

03. $x^2 + y^2 + 4x + 5y + 3 = 0$ বৃত্তের কেন্দ্র ও ব্যাসার্ধ নির্ণয় কর।

Sol: বৃত্তটির সমীকরণ, $x^2 + y^2 + 4x + 5y + 3 = 0$

$\Rightarrow x^2 + y^2 + 2 \times 2x + 2 \times \frac{5}{2} \times y + 3 = 0$

$\therefore$ কেন্দ্র $\left(-2, -\frac{5}{2}\right)$ এবং

ব্যাসার্ধ $= \sqrt{g^2 + f^2 - c} = \sqrt{2^2 + \left(\frac{5}{2}\right)^2 - 3} = \sqrt{4 + \frac{25}{4} - 3} = \sqrt{\frac{29}{4}}$

04. $x^2 + y^2 - 8x + 6y + 16 = 0$ বৃত্তটি কোন অক্ষকে স্পর্শ করে? এবং স্পর্শবিন্দু নির্ণয় কর।

Sol: এখানে $g = -4$ এবং $f = 3$, $c = 16$

যেহেতু $g^2 = (-4)^2 = 16 = c$, অতএব বৃত্তটি x-অক্ষকে স্পর্শ করে।

আবার স্পর্শবিন্দু $\equiv (-g, 0) = (-(-4), 0) = (4, 0)$

05. $2x^2 + 2y^2 - 4x + 8y - 2 = 0$ বৃত্তটির x-অক্ষ এবং y-অক্ষ থেকে কর্তিত অংশের পরিমাণ নির্ণয় কর।

Sol: বৃত্তের সমীকরণ, $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 1 = 0$

অতএব $g = -1$, $f = 2$ এবং $c = -1$

তাহলে x অক্ষ থেকে কর্তিত অংশ $= 2\sqrt{(-1)^2 - (-1)}$

$= 2\sqrt{1 + 1} = 2\sqrt{2}$

এবং y অক্ষ থেকে কর্তিত অংশ $= 2\sqrt{2^2 - (-1)} = 2\sqrt{5}$

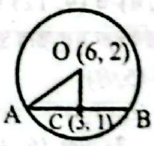
06. একটি বৃত্তের ব্যাসার্ধ 10, কেন্দ্রের স্থানাঙ্ক (6, 2); এর যে জ্যাটি (3, 1) বিন্দুতে সমদ্বিখণ্ডিত হয় তার দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

Sol: $OA = 10$, $OC = \sqrt{(6-3)^2 + (2-1)^2} = \sqrt{10}$

$AC = \sqrt{10^2 - 10} = 3\sqrt{10}$

$AB = 2AC = 6\sqrt{10}$

Or. $d = \sqrt{(6-3)^2 + (2-1)^2} = \sqrt{10}$



জ্যা এর দৈর্ঘ্য $= 2\sqrt{r^2 - d^2} = 2\sqrt{10^2 - (\sqrt{10})^2} = 6\sqrt{10}$

07. (2, 4) বিন্দুটি $x^2 + y^2 + 4x + 8y + 4 = 0$ বৃত্তের সাপেক্ষে কোথায় অবস্থান করে?

Sol: প্রদত্ত বৃত্ত, $x^2 + y^2 + 4x + 8y + 4 = 0$

এখন (2, 4) বিন্দুতে $2^2 + 4^2 + 4.2 + 8.4 + 4$

$= 4 + 16 + 8 + 32 + 4 = 64 > 0$

সুতরাং বিন্দুটি বৃত্তের বাহিরে অবস্থিত।

CamScanner

08. $x^2 + y^2 = 9$ এবং $x^2 + y^2 - 6x - 8y + 21 = 0$ বৃত্তদ্বয় একে অপরকে কিভাবে স্পর্শ করে?

Sol: প্রথম বৃত্তের কেন্দ্র $c_1 \equiv (0, 0)$ এবং ব্যাসার্ধ $r_1 = 3$

দ্বিতীয় বৃত্তের কেন্দ্র $c_2 \equiv (-g, -f) = (3, 4)$

এবং ব্যাসার্ধ $r_2 = \sqrt{g^2 + f^2 - c}$

$= \sqrt{(-3)^2 + (-4)^2 - 21} = 2$

এখন $c_1c_2 = \sqrt{(3-0)^2 + (4-0)^2}$

$= \sqrt{9+16} = 5 = 3 + 2 = r_1 + r_2$

∴ বৃত্তদ্বয় পরস্পরকে বহিঃস্থভাবে স্পর্শ করে।

09. $x^2 + y^2 = 3^2$ বৃত্তে (2, 4) বিন্দুতে স্পর্শকের সমীকরণ নির্ণয় কর।

Sol: স্পর্শকের সমীকরণ, $x \times 2 + y \times 4 - 3^2 = 0$

$\Rightarrow 2x + 4y - 9 = 0$

10. $x^2 + y^2 + 4x + 5y + 6 = 0$ এবং $2x^2 + 2y^2 + 4y + 6 = 0$ বৃত্তদ্বয়ের সাধারণ জ্যা এর সমীকরণ নির্ণয় কর।

Sol: দ্বিতীয় বৃত্তের সমীকরণকে 2 দ্বারা ভাগ করে পাই,

$x^2 + y^2 + 2y + 3 = 0$

এখন বৃত্তদ্বয়ের সাধারণ জ্যা,

$(x^2 + y^2 + 4x + 5y + 6) - (x^2 + y^2 + 2y + 3) = 0$

$\Rightarrow 4x + 3y + 3 = 0$

11. $x^2 + y^2 + 10x + 6y + 25 = 0$ বৃত্তের (3, 4) বিন্দুতে অভিলম্বের সমীকরণ নির্ণয় কর।

Sol: $x^2 + y^2 + 2.5.x + 2.3.y + 25 = 0$

∴ $g = 5, f = 3$ এবং $(x_1, y_1) = (3, 4)$

∴ অভিলম্বের সমীকরণ,

$(3+5)y - (4+3)x + (3 \times 3 - 5 \times 4) = 0$

$\Rightarrow 7x - 8y + 11 = 0$

12. কোন ত্রিভুজের শীর্ষ বিন্দু (2, 1), (10, 1), (2, –5) হলে, উক্ত বিন্দুত্রয় দিয়ে যায় এমন বৃত্তের সমীকরণ, কেন্দ্র ও ব্যাসার্ধ নির্ণয় কর।

Sol:

(2, 1), (10, 1) ও (2, –5) বিন্দুগামী বৃত্তের সমীকরণ,

$$\frac{(x-2)(x-10)+(y-1)(y-1)}{(x-2)(1-1)-(y-1)(2-10)} = \frac{(2-2)(2-1)+(-5-1)(-5-1)}{(2-2)(1-1)-(-5-1)(2-10)}$$

$$\Rightarrow \frac{x^2-12x+20+y^2-2y+1}{8y-8} = \frac{36}{-48}$$

$\Rightarrow x^2 + y^2 - 12x + 4y + 15 = 0$

∴ বৃত্তটির কেন্দ্র অর্থাৎ পরিকেন্দ্র (6, – 2)

এবং ব্যাসার্ধ অর্থাৎ পরিব্যাসার্ধ = 5

13. (4, –2) বিন্দুগামী একটি বৃত্ত (i) x অক্ষরেখাকে (3, 0) বিন্দুতে (ii) y অক্ষরেখাকে (0, 1) বিন্দুতে স্পর্শ করে। বৃত্তটির সমীকরণ?

Sol: i) x অক্ষরেখা $y = 0$

বৃত্তটির সমীকরণ $(x-3)^2 + y^2 + k(y) = 0$

ইহা (4, –2) বিন্দুগামী বলে-

$(4-3)^2 + (-2)^2 + k(-2) = 0 \Rightarrow k = 5/2$

∴ বৃত্তটির সমীকরণ: $x^2 + y^2 - 6x + 9 + \frac{5}{2}y = 0$

$\Rightarrow 2x^2 + 2y^2 - 12x + 5y + 18 = 0$

14. $x^2 + y^2 - 4x + 6y + 1 = 0$ বৃত্তটি দ্বারা x অক্ষের খণ্ডিতাংশের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

Sol: $x^2 + y^2 - 4x + 6y + 1 = 0$

$\Rightarrow x + y^2 + 2(-2)x + 2(3)y + 1 = 0; g = -2, c = 1$

∵ বৃত্তটি দ্বারা x অক্ষের খণ্ডিতাংশ $= 2\sqrt{g^2 - c} = 2\sqrt{(-2)^2 - 1} = 2\sqrt{3}$

For Practiec

01. $2x - 3y + 1 = 0$ রেখার সাপেক্ষে $x^2 + y^2 + 2x - 8y - 19 = 0$ বৃত্তের প্রতিবিম্বের সমীকরণ নির্ণয় কর। Ans. $x^2 + y^2 - 6x + 4y - 23 = 0$

02. k এর কোন মানের জন্য $(x - y + 3)^2 + (kx + 2)(y - 1) = 0$ সমীকরণটি একটি বৃত্ত নির্দেশ করে? Ans: 2

03. $r^2 - r\sqrt{3}r \cos\theta - 4r\sin\theta + 15 = 0$ বৃত্তের কেন্দ্র, ও ব্যাসার্ধ নির্ণয় কর। Ans: কেন্দ্র $\left(4, \frac{\pi}{3}\right)$, ব্যাসার্ধ = 1 একক

04. $x^2 + y^2 - 4x - 6y = 3$ বৃত্তের কেন্দ্র এবং ব্যাসার্ধ কত? Ans. (2, 3) এবং 4

05. $x^2 + y^2 - 4x - 6y + c = 0$ বৃত্তটি x-অক্ষকে স্পর্শ করলে c এর মান কত? Ans. 4

06. মূলবিন্দুগামী একটি বৃত্ত ধনাত্মক x অক্ষ হতে 4 একক এবং ধনাত্মক y অক্ষ হতে 2 একক ছেদক কর্তন করলে, এর সমীকরণ হবে- Ans: $x^2 + y^2 - 4x - 2y = 0$

07. $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 12 = 0$ বৃত্তের পরিধিস্থ (6, – 6) বিন্দুতে অভিলম্বের সমীকরণ নির্ণয় কর। Ans: $3x + 4y + 6 = 0$

08. $x^2 + y^2 + 6x + 2y + 6 = 0$ এবং $x^2 + y^2 + 8x + y + 10 = 0$ বৃত্তদ্বয়ের সাধারণ জ্যা যে বৃত্তের ব্যাস তার সমীকরণ নির্ণয় কর। Ans: $5(x^2 + y^2) + 26x + 12y + 22 = 0$

09. (–6, 5), (–3, – 4) ও (2, 1) বিন্দুগামী বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর। Ans. $x^2 + y^2 + 6x - 2y - 15 = 0$

10. একটি বৃত্তের পরামিতিক স্থানাঙ্ক, $x = -5 - 6\cos\theta$ এবং $y = 6 - 6\sin\theta$। বৃত্তের সমীকরণ, কেন্দ্র ও ব্যাসার্ধ নির্ণয় কর। Ans: $(x+5)^2 + (y-6)^2 = 6^2$, কেন্দ্র ≡ (– 5, 6) এবং ব্যাসার্ধ, r = 6

11. $3x - 4y - k = 0$ রেখাটি $x^2 + y^2 - 8x = 0$ বৃত্তকে স্পর্শ করলে, k এর মান কত হবে? Ans: – 8,32

Part 3 অধ্যায়ভিত্তিক গুরুত্বপূর্ণ MCQ প্রশ্নোত্তর

01. একটি বৃত্ত (2, 1), (– 6, 5) ও (– 3, – 4) বিন্দুত্রয় দিয়ে অতিক্রম করলে বৃত্তটির কেন্দ্র কোনটি?

Ⓐ (–3, 1) Ⓑ (1, –3) Ⓒ (1, 3) Ⓓ (–1, 3) **Ans Ⓐ**

02. $3x + ky - 1 = 0$ রেখাটি $x^2 + y^2 - 8x - 2y + 4 = 0$ বৃত্তকে স্পর্শ করে, k এর মান নির্ণয় কর।

Ⓐ $2, \frac{1}{6}$ Ⓑ $-2, \frac{1}{6}$ Ⓒ $2, -\frac{1}{6}$ Ⓓ $-2, -\frac{1}{6}$ **Ans Ⓒ**

03. $x^2 + y^2 - 3kx + y - 4 = 0$ বৃত্তের একটি ব্যাসের সমীকরণ $x + 2y - 3 = 0$ হলে k এর মান কত?

Ⓐ $-\frac{8}{3}$ Ⓑ $\frac{-4}{3}$ Ⓒ $\frac{8}{3}$ Ⓓ $\frac{4}{3}$ **Ans Ⓒ**

04. (–2, 1) বিন্দু হতে $x^2 + y^2 - 8x - 3y - 6 = 0$ বৃত্তের অঙ্কিত স্পর্শকের দৈর্ঘ্য কত?

Ⓐ $2\sqrt{3}$ Ⓑ $3\sqrt{2}$ Ⓒ $2\sqrt{6}$ Ⓓ 2 **Ans Ⓐ**

CamScanner

05. একটি বৃত্তের কেন্দ্র (4, 3) যা $x^2 + y^2 = 9$ বৃত্তকে বহিঃস্থভাবে স্পর্শ করে, বৃত্তটির ব্যাসার্ধ কত?
Ⓐ 2 Ⓑ 5
Ⓒ 8 Ⓓ 3 Ans Ⓐ

06. (3, –1) বিন্দুগামী বৃত্তটি $x^2 + y^2 - 6x + 8y = 0$ বৃত্তের সাথে এককেন্দ্রিক হলে বৃত্তটির ব্যাসার্ধ কত?
Ⓐ 3 Ⓑ $\sqrt{61}$
Ⓒ $3\sqrt{10}$ Ⓓ $9\sqrt{2}$ Ans Ⓐ

07. $x + y = 4$ রেখাটি $x^2 + y^2 - 12x - 8y + 34 = 0$ বৃত্তকে স্পর্শ করলে স্পর্শ বিন্দু কত?
Ⓐ (1, 3) Ⓑ (3, 1)
Ⓒ (3, 2) Ⓓ (2, 5) Ans Ⓑ

08. $x^2 + y^2 - 4x + 8y + m = 0$ বৃত্তের ব্যাসার্ধ 2 হলে m এর মান কত?
Ⓐ 0 Ⓑ 12 Ⓒ 16 Ⓓ 24 Ans Ⓒ

09. (– 4, 3) বিন্দুতে $x^2 + y^2 = 25$ বৃত্তের স্পর্শকের সমীকরণ কোনটি?
Ⓐ $-2x + 3y = 5$ Ⓑ $-4x + 3y = 5$
Ⓒ $-2x + 3y = 25$ Ⓓ $-4x + 3y = 25$ Ans Ⓓ

10. (1, – 2) বিন্দুটি $x^2 + y^2 + 4x - 6y + 3 = 0$ বৃত্তের কোথায় অবস্থিত?
Ⓐ ভেতরে Ⓑ বাইরে
Ⓒ উপরে Ⓓ কেন্দ্রে Ans Ⓑ

11. (4, 2) কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের ব্যাসের একটি প্রান্তবিন্দু (5, 2) হলে অপর প্রান্তবিন্দু স্থানাঙ্ক কত?
Ⓐ (3, 2) Ⓑ (2, 3)
Ⓒ (–2, 3) Ⓓ (–3, 2) Ans Ⓐ

12. (1, 2) কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্ত এবং $x^2 + y^2 + 4x + 4 = 0$ বৃত্তের কেন্দ্রদ্বয়ের দূরত্ব কত?
Ⓐ $\sqrt{12}$ Ⓑ 12
Ⓒ $\sqrt{13}$ Ⓓ 13 Ans Ⓒ

13. $\frac{1}{2}(x^2 + y^2) = 10$ বৃত্তের 2 ভুজবিশিষ্ট বিন্দুতে স্পর্শকের একটি সমীকরণ কত?
Ⓐ $x - 2y + 10 = 0$ Ⓑ $x + 2y - 10 = 0$
Ⓒ $x + 2y + 10 = 0$ Ⓓ $2x - y - 10 = 0$ Ans Ⓑ

14. (3, 4) কেন্দ্রবিশিষ্ট একটি বৃত্ত $x^2 + y^2 = 144$ বৃত্তকে অন্তঃস্থভাবে স্পর্শ করলে প্রথম বৃত্তের ব্যাসার্ধ কত?
Ⓐ 17 Ⓑ 12
Ⓒ 7 Ⓓ 6 Ans Ⓒ

15. মূলবিন্দু দিয়ে যায় এবং x ও y অক্ষের ধনাত্মক দিক থেকে যথাক্রমে 3 ও 5 একক অংশ কর্তন করে এমন বৃত্তের সমীকরণ কোনটি?
Ⓐ $x^2 + y^2 - 3x - 5y = 0$ Ⓑ $x^2 + y^2 + 3x + 5y = 0$
Ⓒ $x^2 + y^2 + 3x - 5y = 0$ Ⓓ $x^2 + y^2 - 3x + 5y = 0$ Ans Ⓐ

16. মূলবিন্দুতে কোনো বৃত্তের কেন্দ্র অবস্থিত হলে এবং এটি x-অক্ষকে (± 2, 0) বিন্দুতে ছেদ করলে বৃত্তের ব্যাসার্ধ কোনটি হবে?
Ⓐ – 2 Ⓑ ± 2
Ⓒ 2 Ⓓ 4 Ans Ⓒ

17. একটি বৃত্ত $x = 0, y = 0$ এবং $x = b$ রেখাত্রয়কে স্পর্শ করলে বৃত্তের ব্যাসার্ধ কত?
Ⓐ $\frac{b}{2}$ Ⓑ b Ⓒ $\frac{b}{4}$ Ⓓ $\frac{b^2}{4}$ Ans Ⓐ

18. $x^2 + y^2 - 2x + 3y = 0$ বৃত্ত এবং $x - y = 1$ সরলরেখার ছেদবিন্দু দিয়ে যায় এমন একটি বৃত্তের সমীকরণ কোনটি?
Ⓐ $x^2 + y^2 - x + 2y - 1 = 0$
Ⓑ $x^2 + y^2 - 3x + 4y + 1 = 0$
Ⓒ $x^2 + y^2 - 2x + 3y + k(x - y - 1) = 0$
Ⓓ $x^2 + y^2 - x + y - 1 = 0$ Ans Ⓒ

19. (2, 2) এবং (3, 3) বিন্দুদ্বয়ের সংযোজক রেখাকে ব্যাস ধরে অঙ্কিত বৃ... সমীকরণ কোনটি?
Ⓐ $x^2 + y^2 - 5x - 5y + 6 = 0$
Ⓑ $x^2 + y^2 - 5x + 5y + 12 = 0$
Ⓒ $x^2 + y^2 - 5x - 5y - 12 = 0$
Ⓓ $x^2 + y^2 - 5x - 5y + 12 = 0$ Ans

20. কোন বৃত্তের দুটি সমান্তরাল স্পর্শকের সমীকরণ $2x + 3y + 2 = 0$ এবং $4x + 6y + 8 = 0$ হলে বৃত্তের ব্যাসার্ধ কত?
Ⓐ $\frac{1}{2\sqrt{13}}$ Ⓑ $\frac{3}{2\sqrt{13}}$
Ⓒ $\frac{2}{\sqrt{13}}$ Ⓓ $\frac{1}{\sqrt{13}}$ Ans

21. $x^2 + y^2 - 2x - 4y + 4 = 0$ বৃত্তের (0, 2) বিন্দুতে স্পর্শকের সমীকরণ
Ⓐ $x = 0$ Ⓑ $x = 2$
Ⓒ $y = 0$ Ⓓ $y = 2$ Ans

22. $x^2 + y^2 + 2x + 4y - 1 = 0$ বৃত্ত দ্বারা y অক্ষের খণ্ডিতাংশের দৈর্ঘ্য কত?
Ⓐ $2\sqrt{2}$ Ⓑ $\sqrt{5}$
Ⓒ $2\sqrt{5}$ Ⓓ $\sqrt{2}$ Ans

23. $x^2 + y^2 = 20$ বৃত্তের (2, 4) বিন্দুতে স্পর্শকের সমীকরণ কোনটি?
Ⓐ $x + 2y - 10 = 0$ Ⓑ $2x + y - 10 = 0$
Ⓒ $2x - y + 10 = 0$ Ⓓ $2x - y - 10 = 0$ Ans

24. $x^2 + y^2 = 2$ বৃত্তের (4, 2) বিন্দু থেকে অঙ্কিত স্পর্শকের দৈর্ঘ্য কত একক?
Ⓐ $4\sqrt{3}$ Ⓑ $3\sqrt{2}$
Ⓒ $2\sqrt{3}$ Ⓓ $2\sqrt{5}$ Ans

25. একটি বৃত্ত (3, 5) ও (4, 6) বিন্দু দিয়ে অতিক্রম করে এবং এর কেন্দ্র x-অক্ষের ওপর অবস্থিত। বৃত্তটির সমীকরণ কোনটি?
Ⓐ $x^2 + y^2 - 4y + 11 = 0$ Ⓑ $x^2 + y^2 - 3y + 9 = 0$
Ⓒ $x^2 + y^2 + 5y = 0$ Ⓓ $x^2 + y^2 - 18x + 20 = 0$ Ans

26. $x^2 + y^2 + 4x + 5y + 6 = 0$ এবং $2x^2 + 2y^2 + 4y + 6 = 0$ বৃত্তের সাধারণ জ্যা এর সমীকরণ কোনটি?
Ⓐ $4x + 3y + 3 = 0$ Ⓑ $4x - 3y - 3 = 0$
Ⓒ $3x - 4y + 3 = 0$ Ⓓ $4x + y = 0$ Ans Ⓐ

27. $x^2 + y^2 + 8x - 3y + 7 = 0$ এবং $3x^2 + 3y^2 + 12y + 15 = 0$ বৃত্তের সাধারণ জ্যা এর সমীকরণ কোনটি?
Ⓐ $8x - 7y + 2 = 0$ Ⓑ $4x - 3y + 2 = 0$
Ⓒ $8x + 7y + 2 = 0$ Ⓓ $7x - 8y + 2 = 0$ Ans Ⓐ

28. (–2, 3) বিন্দুটি $x^2 + y^2 - 8x - 10y + c = 0$ বৃত্তের ওপর অবস্থিত হলে c এর মান কত?
Ⓐ – 1 Ⓑ – 12
Ⓒ 1 Ⓓ 12 Ans Ⓒ

29. $x^2 + y^2 + 2x - 4y + 3 = 0$ ও $x^2 + y^2 - 4x + 6y + 1 = 0$ বৃত্তদ্বয়ের কেন্দ্রদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব কত একক?
Ⓐ $\sqrt{34}$ Ⓑ 9
Ⓒ 25 Ⓓ 34 Ans Ⓐ

30. $r = 2a\cos\theta$ বৃত্তের কেন্দ্র কোনটি?
Ⓐ (–a, 0) Ⓑ (a, 0)
Ⓒ (0, a) Ⓓ (0, –a) Ans Ⓑ

31. $x + y = 4$ রেখাটি $x^2 + y^2 - 12x - 8y + 34 = 0$ বৃত্তকে স্পর্শ করে। স্পর্শ বিন্দু কোনটি?
Ⓐ (1, 1) Ⓑ (3, 1)
Ⓒ (3, 2) Ⓓ (2, 5) Ans Ⓑ

CamScanner

গণিত ১ম পত্র

অধ্যায় ৫

বিন্যাস ও সমাবেশ

Part 1

প্রয়োজনীয় সূত্রাবলি

❑ **বিন্যাস সংখ্যা (Number of Permutation):** কয়েকটি জিনিস থেকে কিছু সংখ্যক জিনিস নিয়ে বা সবকয়টি জিনিস নিয়ে যত রকমে সাজানো যায় সেই সংখ্যাকে বিন্যাস সংখ্যা বলে।

❑ **বিন্যাস সংখ্যার প্রতীক:** n সংখ্যক বিভিন্ন জিনিস হতে r সংখ্যক নিয়ে যত প্রকারে সাজানো যায় সেই সংখ্যাকে ^nP_r বা $P(n, r)$ বা, P^n_r দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

এখানে- $n, r \in N$ এবং $n > r$, $\quad ^nP_r = \frac{n!}{(n-r)!}$

❑ **গৌণিক n বা Factorial n এর কয়েকটি ধর্ম:**

1) $n! = n(n-1)(n-2) \ldots\ldots 3.2.1$
$= 1.2.3 \ldots\ldots\ldots\ldots (n-2)(n-1)n$
$= n(n-1)!$

2) $0! = 1$ $\quad$ 3) $\frac{1}{(-n)!} = 0, \ \frac{k}{(-n)!} = 0$ [n অখণ্ড ধনাত্মক সংখ্যা]

❑ **বিন্যাসের ধর্ম (Propertion of Permutation ; ^nP_r):**

1) $^nP_n = n(n-1)(n-2) \ldots\ldots 3.2.1 = n!$
$= n(n-1)! = n(n-1)(n-2)!$ ইত্যাদি

2) $^nP_{n-1} = n!$ $\quad$ 3) $^nP_1 = n$ $\quad$ 4) $^nP_0 = 1$

5) $^nP_r = {}^{n-1}P_r + r \times {}^{n-1}P_{r-1}$

❑ **বিন্যাসের সমতা ও বৃহত্তম মান:**

(1) ^nP_r এর মান বৃহত্তম হবে $r = n$ বা $r = n-1$ হলে

(2) $^nP_r = {}^nP_s$ হবে যখন $r = s$ হবে

❑ **বিন্যাসের প্রকারভেদ:** বিন্যাস সাধারণত দুই প্রকারের। যথা-

i. সারি বিন্যাস (Linear Permutation)

ii. চক্রাকার বিন্যাস (Circular Permutation)

i. **সারি বিন্যাস:** কতগুলো বস্তুকে যখন সারি বা সরলরেখা বরাবর সাজানো হয় তাকে সারি বিন্যাস বলে।

ii. **চক্রবিন্যাস (Circular Permutation):** কতগুলো জিনিসকে যখন বৃত্তাকারে সাজানো হয় তখন ঐ বিন্যাসকে চক্রাকার/বৃত্তাকার বিন্যাস বলে।

❑ **পুনরাবৃত্তিমূলক বিন্যাস:** কোন বিন্যাসের কোন অক্ষর/অংক প্রদত্ত শব্দ বা সংখ্যায় ঐ অক্ষর যতবার আছে তার চেয়ে অধিকবার থাকলে ঐ বিন্যাসকে পুনরাবৃত্তিমূলক বিন্যাস বলে। পুনরাবৃত্তিমূলক বিন্যাসের সংখ্যার মধ্যে সারি বিন্যাসের সংখ্যা অন্তর্ভুক্ত থাকে।

পুনরাবৃত্তিমূলক বিন্যাস = সারি বিন্যাস + একই অক্ষর/অংক একাধিকবার আছে এমন বিন্যাস।

❑ একই অঙ্ক একাধিকবার আছে এমন বিন্যাস = (পুনরাবৃত্তিমূলক – সারি) বিন্যাস।

❑ পুনরাবৃত্তিকমূলক বিন্যাস নির্ণয়ের জন্য n^r সূত্র ব্যবহার করতে হয়।

❑ **কখন পুনরাবৃত্তিমূলক বিন্যাস করতে হয়:** নিম্নোক্ত ক্ষেত্রে-

(১) কোন অঙ্ক/অক্ষরকে যতবার ইচ্ছা ততবার নিয়ে

(২) কোন অঙ্ক/অক্ষর প্রদত্ত শব্দে যতবার আছে তার চেয়ে অধিক বার নিয়ে

(৩) খেলার ফলাফল $\quad$ (৪) ভোট দেবার উপায়

(৫) তালার রিং এর বিন্যাস $\quad$ (৬) বাক্সে চিঠি ফেলা

(৭) যে কোন নম্বর (মোবাইল, টাকা, লটারি, লাইসেন্স ইত্যাদি) পুনরাবৃত্তিমূলক বিন্যাস করতে হয়।

❑ **পুনর্বিন্যাস:** মোট বিন্যাসের মধ্যে প্রদত্ত বিন্যাসও একটি বিন্যাস হতে পারে(শর্তসাপেক্ষে)। তাই পুনর্বিন্যাস বলতে মোট বিন্যাস হতে একটি বিন্যাস বাদ দিতে হয়। অর্থাৎ পুনর্বিন্যাস = মোট বিন্যাস –1

❑ **বিন্যাসের ক্ষেত্র:** নিম্নোক্ত ক্ষেত্রে বিন্যাস করতে হবে-
সাজানো, বিন্যাস করা, বিন্যস্ত করা, শব্দ গঠন, সংখ্যাগঠন, সংকেত গঠন, মন্ত্রীসভা গঠন, টেলিফোন সংযোগ, মালা/হার গাথা, আসন গ্রহণ, ভোট দেয়া, খেলার ফলাফল, নিমন্ত্রণের উপায়, পুরস্কার প্রদান করা ইত্যাদি বলা থাকলে বিন্যাস করতে হয়।

➤ **সমাবেশ সংখ্যা:** কতগুলো জিনিস হতে কয়েকটি করে নিয়ে বা সবগুলো একত্রে নিয়ে যত প্রকারে দল গঠন করা যায় সেই সংখ্যাকে সমাবেশ সংখ্যা বলে।
n সংখ্যক বিভিন্ন জিনিস হতে r সংখ্যক জিনিস নিয়ে গঠিত সমাবেশ সংখ্যাকে ^nC_r, C^n_r, $C(n, r)$ দ্বারা প্রকাশ করা হয়। $^nC_r = \frac{n!}{r!(n-r)!}$; $n, r \in N$ এবং $n > r$.

➤ **আবিষ্কার:** 1540 সালে বাকলেই সর্বপ্রথম ^nC_r সূত্রটি ব্যবহার করেন।

➤ **বিন্যাস ও সমাবেশের মধ্যে পার্থক্য:**

01. বিন্যাসে জিনিসগুলোর ক্রম বিবেচনা করা হয় কিন্তু সমাবেশে জিনিসগুলোর ক্রম বিবেচনা করা হয় না। যেমন :a,b,c জিনিস তিনটি হতে দুইটি করে নিয়ে গঠিত দলগুলো হল : ab, bc, ca ; এখানে ba,ab দুইটি দল নয়, কিন্তু দুটি বিন্যাস।

02. $^nP_r > {}^nC_r$; $(n > r > 1)$.

03. $^nP_r = {}^nC_r$ হবে যদি $r = 1$ হয়। $\quad$ 04. $^nP_r = {}^nC_r \times r!$

➤ **^nC_r এর ধর্মাবলী (অনুসিদ্ধান্ত):** $^nC_0 = 1$, $^nC_1 = n$, $^nC_n = 1$.

➤ **^nC_r এর বৃহত্তম মান নির্ণয়:**

01. n জোড় হলে ^nC_r এর মান বৃহত্তর হবে যদি $r = \frac{n}{2}$ হয়

02. n বিজোড় হলে ^nC_r বৃহত্তম হবে যদি $r = \frac{n \pm 1}{2}$ হবে

অর্থাৎ $r = \frac{n-1}{2}$ বা $r = \frac{n+1}{2}$ হয়।

➤ **Properties of Combination :**

1. $^nC_r = {}^nC_{n-r}$ কে পরস্পর সম্পূরক সমাবেশ বলে।

2. $a \times {}^nC_x = b \times {}^nC_y$ হলে $\frac{a}{x!(n-x)!} = \frac{b}{y!(n-y)!}$ হবে।

3. $^nC_x = {}^nC_y$ হলে Either $x = y$ or $x + y = n$ হবে,

4. $^nC_r + {}^nC_{r-1} = {}^{n+1}C_r$; $(n > r > 1)$

5. $\frac{^nC_r}{^nC_{r+1}} = \frac{r+1}{n-r}$ $\quad$ 6. $\frac{^nC_r}{^nC_{r-1}} = \frac{n-r+1}{r}$

➤ **সমাবেশের ক্ষেত্র:** কখন সমাবেশ করতে হয়-
প্রশ্নে নিম্নলিখিত কথা উল্লেখ থাকলে সমাবেশ করতে হয়-

i) বেছে নেয়া	vi) টিম গঠন	xi) প্রার্থী নির্বাচন
ii) বাছাই করা	vii) ক্ষেত্র গঠন	xii) সরলরেখা বা কর্ণের সংখ্যা
iii) দল গঠন	viii) বিনিময় করা	xiii) সংকেত তৈরি
iv) কমিটি গঠন	ix) নিমন্ত্রণ করা	xiv) ভাগ করে দেয়া
v) উপকমিটি গঠন	x) ভ্রমণ করা	xv) উৎপাদক সংখ্যা

CamScanner

Part 2 গাণিতিক সমস্যা ও সমাধান

01. EQUATION শব্দটি হতে সবগুলো অক্ষর নিয়ে স্বরবর্ণগুলো একত্রে রেখে অথবা একত্রে না রেখে বিন্যাস নির্ণয় কর।

Sol : i. স্বরবর্ণগুলো একত্রে নিয়ে বিন্যাস $= (8-5+1)! \times 5!$
$= 4! \times 5! = 2880$

ii. স্বরবর্ণগুলো একত্রে না রেখে বিন্যাস $= 8! - (8-5+1)! \times 5!$
$= 37440$

02. ALGEBRA শব্দটির অক্ষরগুলো থেকে প্রত্যেকবার তিনটি করে অক্ষর নিয়ে কতগুলো শব্দ গঠন করা যায়?

Sol : শব্দটিতে মোট অক্ষর = 7টি, A = 2টি, প্রতিবারে নিতে হবে = 3টি

(i) 2টি A থেকে 1টি A এবং অন্য 5টি অক্ষর
অর্থাৎ মোট ভিন্ন অক্ষর = 5 + 1 = 6টি হতে প্রতিবারে 3টি নিয়ে পাই,
∴ বিন্যাস $= {}^6P_3 = 120$

(ii) প্রতি বারে 2টি A নিয়ে এবং বাকী অক্ষর 5টি থেকে 1টি নিয়ে
বিন্যাস $= {}^5P_1 \times \frac{3!}{2!} = 15$

∴ মোট শব্দ = 120 + 15 = 135

03. EQUATION শব্দটি হতে প্রতিবারে 5টি বর্ণ নিয়ে কতগুলো শব্দ গঠন করা যায় যাতে (i) n তৃতীয় স্থানে থাকবে.
(ii) t প্রথমে এবং n শেষে থাকবে
(iii) t ও n প্রথমে বা শেষে থাকবে।

Sol : (i) 5টি স্থানের মধ্যে 1টি n জন্য fixed রেখে, অবশিষ্ট 4টি স্থানে অবশিষ্ট 7টি বর্ণ সাজানো যায় $= {}^7P_4 = 840$ উপায়ে।

(ii) t প্রথমে এবং n শেষে রেখে সাজানো যায় $= {}^6P_3 = 120$ উপায়ে।

(iii) t ও n প্রথমে বা শেষে রেখে সাজানো যায় $= {}^2P_2 \times {}^6P_3 = 240$ উপায়ে।

04. DIRECTOR শব্দটির স্বরবর্ণ ও ব্যঞ্জনবর্ণের আপেক্ষিক অবস্থান পরিবর্তন না করে বর্ণগুলোকে কতভাবে সাজানো যাবে?

Sol : DIRECTOR শব্দটিতে মোট বর্ণ সংখ্যা = 8টি যার মধ্যে স্বরবর্ণ 3টি ও ব্যঞ্জনবর্ণ 5টি (যার মধ্যে r আছে 2টি)।

আপেক্ষিক অবস্থায় পরিবর্তন না করে সাজানোর উপায় $= \frac{5!}{2!} \times 3! = 360$

05. 12 জন লোক একটি গোলটেবিলে বৈঠক করবেন; কত উপায়ে আসন গ্রহণ করবেন?

Sol : ∴ বিন্যাস সংখ্যা = 11!

06. 15 জন শিক্ষক কতভাবে চক্রাকারে বসতে পারবেন?

Sol : নির্ণেয় উপায় = (n – 1)! = (15 – 1)! = 14!

07. 5টি চিঠি 3টি বাক্সে ফেলার উপায় কত?

Sol : নির্ণেয় উপায় $= 3^5$

08. যে কোন অংককে যে কোন সংখ্যক বার নিয়ে 1, 2, 3, 4, 5, 6 অঙ্কগুলো দ্বারা 4 অঙ্কের বেশি নয় এমন কতগুলো সংখ্যা গঠন করা যায়?

Sol : সংখ্যা গঠন করা যায় $= 6^1 + 6^2 + 6^3 + 6^4 = \frac{6(6^4-1)}{6-1} = 1554$

09. 1, 2, 3, 4, 5, 6 অংকগুলো প্রত্যেক সংখ্যায় কেবলমাত্র একবার ব্যবহার করে 5000 ও 6000 এর মধ্যবর্তী কতগুলো সংখ্যা গঠন করা যেতে পারে?

Sol : 5000 ও 6000 এর মধ্যবর্তী সংখ্যা পাওয়ার জন্য ১ম সংখ্যাটি 5 দ্বারা শুরু হবে। বাকী (6 – 1) বা 5টি অংক থেকে 3টি অংক দ্বারা (যেহেতু সংখ্যাটি চার অংক বিশিষ্ট হবে) গঠিত মোট সংখ্যাই নির্ণেয় সংখ্যা অর্থাৎ

${}^5P_3 = \frac{5!}{(5-3)!} = 60$

10. ঢাকা হতে চট্টগ্রামে প্রতিদিন 6টি ট্রেন যাতায়াত করে। একজন ব্যক্তি কতভাবে এক ট্রেনে ঢাকা হতে চট্টগ্রামে গিয়ে অপর ট্রেনে ফিরে আসতে পারে।

Sol : এক ট্রেনে ঢাকা হতে চট্টগ্রামে গিয়ে অপর ট্রেনে ফিরে আসার উপায় = n × (n – 1) = 6 × 5 = 30টি

11. $^nC_2 = \frac{2}{5} \times {}^nC_4$ হলে n এর মান নির্ণয় কর:

Sol : $^nC_2 = \frac{2}{5} \times {}^nC_4 \Rightarrow 5.\,{}^nC_2 = 2 \times {}^nC_4$

$\Rightarrow \frac{5n!}{2!(n-2)!} = \frac{2n!}{4!(n-4)!}$

$\Rightarrow \frac{5}{2(n-2)(n-3)(n-4)!} = \frac{2}{24(n-4)!}$

$\Rightarrow (n-2)(n-3) = 30$

$\Rightarrow n^2 - 5n + 6 - 30 = 0 \Rightarrow n^2 - 5n - 24 = 0$

$\Rightarrow (n-8)(n+3) = 0 \quad \therefore n = 8 \; [n \neq -3]$

12. $^nP_r = 240$ ও $^nC_r = 120$ হলে n ও r এর মান নির্ণয় কর।

Sol : $^nP_r = 240 \Rightarrow {}^nC_r \times r! = 240 \Rightarrow 120 \times r! = 240$

$\Rightarrow r! = 2! \therefore r = 2$

আবার, $^nP_r = 240$

$\Rightarrow \frac{n!}{(n-2)!} = 240 \Rightarrow n(n-1) = 240 \Rightarrow n^2 - n - 240 = 0$

$\Rightarrow (n-16)(n+15) = 0 \therefore n = 16 \; [\because n \neq -15]$

নির্ণেয় মান: n = 16, r = 2

13. 20টি বাহু বিশিষ্ট একটি সমতল ক্ষেত্রের কৌণিক বিন্দুগুলো সংযোজন করে কতগুলো a) সরলরেখা b) ত্রিভুজ c) চতুর্ভুজ d) কর্ণ পাওয়া যাবে?

Sol : a) একটি সরলরেখার জন্য বিন্দুর প্রয়োজন 2টি

∴ সরলরেখার সংখ্যা $= {}^{20}C_2 = 190$

b) ত্রিভুজ সংখ্যা $= {}^{20}C_3 = 1140$

c) চতুর্ভুজ সংখ্যা $= {}^{20}C_4 = 4845$

d) কর্ণের সংখ্যা $= {}^{20}C_2 - 20 = 170$

14. দু'জন লোকের যথাক্রমে 10 খানা ও 12 খানা পুস্তক আছে। কত রকমে এগুলোকে বিনিময় করা যেতে পারে a) যদি একখানার পরিবর্তে একখানা b) দুইখানার পরিবর্তে দুইখানা পুস্তক দেয়া হয়।

Sol : প্রথম ব্যক্তি 10 খানা হতে 1খানা বাছাই করবে $= {}^{10}C_1$ উপায়ে

২য় ব্যক্তি 12 খানা হতে 1খানা বাছাই করবে $= {}^{12}C_1$ উপায়ে

a) নির্ণেয় বিনিময়ের উপায় $= {}^{10}C_1 \times {}^{12}C_1 = 120$

b) নির্ণেয় বিনিময়ের উপায় $= {}^{10}C_2 \times {}^{12}C_2 = 2970$

15. EQUATION শব্দটি হতে প্রতিবারে 5টি অক্ষর নিয়ে কত ভাবে বাছাই করা যায় যাতে ব্যঞ্জনবর্ণ তিনটি সর্বদাই থাকবে?

Sol : মোট 8টি হতে ব্যঞ্জনবর্ণ 3টি ও 5টি হতে 3টি বাদ দেই,

∴ বাছাই করার উপায় $= {}^{8-3}C_{5-3} = {}^5C_2 = 10$

16. EQUATION শব্দটি হতে প্রতিবারে 5টি বর্ণ নিয়ে সমাবেশ নির্ণয় কর যাতে Q, N থাকবে কিন্তু E, T থাকবে না।

Sol : E, T কে মোট সংখ্যা হতে বাদ দেই অর্থাৎ বর্ণ থাকে 6টি, অতঃপর 6টি হতে 5টি নিব যাতে 2টি (Q, N) থাকবে, তাই 6টি হতে 2টি ও 5টি হতে দুটি বাদ দেই। ∴ নির্ণেয় সমাবেশ $= {}^{6-2}C_{5-2} = {}^4C_3 = 4$

17. একটি থলিতে 1টাকার 2টি, 5টাকার 3টি এবং 2টাকার 5টি মুদ্রা আছে, এক বা একাধিক মুদ্রা কতভাবে তোলা সম্ভব?

Sol : নির্ণেয় উপায় $= (2+1)(3+1)(5+1)2^0 - 1 = 71$

CamScanner

18. একটি কলেজের অধ্যাপকের 3টি খালি পদের জন্য 10 জন প্রার্থী আছেন। খালি পদের চেয়ে বেশি নয় এরূপ যে কোন সংখ্যক প্রার্থীকে নির্বাচিত করা যেতে পারে, কত প্রকারে প্রার্থী নির্বাচন করা যায়?

Sol : নির্ণেয় উপায় $= {}^{10}C_1 + {}^{10}C_2 + {}^{10}C_3 = 175$

19. 6 জন ভদ্রলোক ও 4জন ভদ্রমহিলা থেকে 4 সদস্য বিশিষ্ট একটি কমিটি কতভাবে গঠন করা যাবে যাতে -

a) সর্বদাই/ঠিক 2জন মহিলা **b) বড় জোড় 2জন মহিলা**

c) অন্তত 2 জন মহিলা থাকবে?

Sol : a. নির্ণেয় উপায় সংখ্যা $= {}^4C_2 \times {}^6C_2 = 90$

ⓑ

	ভদ্রমহিলা(4)	ভদ্রলোক(6)	সমাবেশ সংখ্যা
i)	0	4	${}^4C_0 \times {}^6C_4 = 15$
ii)	1	3	${}^4C_1 \times {}^6C_3 = 80$
iii)	2	2	${}^4C_2 \times {}^6C_2 = 90$
			মোট সংখ্যা = 185

ⓒ

	ভদ্রমহিলা (4)	ভদ্রলোক(6)	সমাবেশ সংখ্যা
i)	4	0	${}^4C_4 \times {}^6C_0 = 1$
ii)	3	1	${}^4C_3 \times {}^6C_1 = 24$
iii)	2	2	${}^4C_2 \times {}^6C_2 = 90$
			মোট সংখ্যা = 115

20. PROFESSOR শব্দটির অক্ষরগুলো হতে প্রতিবারে 4টি করে বর্ণ নিয়ে কতভাবে বাছাই করা যাবে?

Sol : PROFESSOR শব্দটিতে মোট বর্ণ 9টি, o আছে 2টি, r আছে 2টি, s আছে 2টি, অবশিষ্ট তিনটি ভিন্ন, মোট ভিন্ন বর্ণ = 6টি।

নিম্নোক্ত উপায়ে বাছাই করা যায়-

i) 3জোড়া হতে 2জোড়া এরূপ ক্ষেত্রে সমাবেশ $= {}^3C_2 = 3$

ii) 3জোড়া হতে 1জোড়া ও 5টি হতে 2টি $= {}^3C_1 \times {}^5C_2 = 30$

[3জোড়া হতে 1জোড়া নিলে 2জোড়া থাকে অর্থাৎ 2টি ভিন্ন বর্ণ থাকে এই দুটি ও ভিন্ন 3টি মোট 5টি বিভিন্ন]

iii) সবগুলোই ভিন্ন $= {}^6C_4 = 15$

∴ মোট বাছাই সংখ্যা $= 3 + 30 + 15 = 48$

21. THESIS শব্দটি হতে প্রতিবারে 4টি করে অক্ষর নিয়ে কতভাবে বাছাই করা যাবে?

Sol : THESIS শব্দটি S আছে দুটি বাকি 4টি ভিন্ন, নিম্নোক্ত উপায়ে বাছাই করা যাবে-

i) 2টি S ও অপর দুটি ভিন্ন এরূপ বাছাই সংখ্যা $= 1 \times {}^4C_2 = 6$

ii) 1টি S ও অপর তিনটি ভিন্ন এরূপ বাছাই সংখ্যা $= 1 \times {}^4C_3 = 4$

iii) S বাদে সবগুলোই ভিন্ন এরূপ বাছাই সংখ্যা $= {}^4C_4 = 1$

মোট বাছাই সংখ্যা =11

22. 52 খানা তাস কতভাবে সমান ভাগে ভাগ করে দেয়া যাবে a) দুটি ভাগে/দলে b) দুজন ব্যক্তির মধ্যে c) 4টি দলে d) 4 ব্যক্তির মধ্যে?

Sol : a) দুটি দলে ভাগ করার উপায় $= \frac{52!}{2!\,(26!)^2}$

b) দু'জন ব্যক্তির মধ্যে $= \frac{52!}{(26!)^2}$

c) সমান 4টি দলে ভাগ করার উপায় $= \frac{52!}{4!\,(13!)^4}$

d) চারজন ব্যক্তির মধ্যে সমান ভাগে $= \frac{52!}{(13!)^4}$

23. টেলিফোন ডায়ালে 0 থেকে 9 পর্যন্ত লেখা থাকে। যদি কক্সবাজার শহরের টেলিফোন নম্বরগুলো 6 অঙ্ক বিশিষ্ট হয়, তাহলে ঐ শহরের মোট সংযোগ দেয়া যাবে?

Sol : $10^n \rightarrow n = 6;\ 10^6 = 1000000$ টি সংযোগ দেয়া যাবে।

24. EXAMINATION শব্দটি হতে প্রতিবারে 4টি বর্ণ নিয়ে কতভাবে শব্দ গঠন করা যাবে?

Sol: EXAMINATION শব্দটিতে, মোট বর্ণ = 11টি EX(AA)M(II)(NN)TO

A আছে 2টি, I আছে 2টি, N আছে 2টি, বাকি 5টি ভিন্ন

নির্বাচনের ভিত্তি	সমাবেশ	বিন্যাস
3 জোড়া হতে 2 জোড়া	${}^3C_2 = 3$	$3 \times \frac{4!}{2!2!} = 18$
3 জোড়া হতে 1 জোড়া ও বাকি দুটি ভিন্ন	${}^3C_1 \times {}^7C_2 = 63$	$63 \times \frac{4!}{2!} = 756$
সবগুলোই ভিন্ন (3 জোড়ার 3টি ও ভিন্ন 5টি)	${}^8C_4 = 70$	$70 \times 4! = 1680$
	মোট = 136	মোট = 2454

For Practiec

01. 6 টি চিঠি 6 টি ভুল ঠিকানায় পোস্ট করার উপায় বের কর। **Ans: 265**
02. 1, 2, 4, 6, 8 অঙ্কগুলো হতে প্রতিবারে সবগুলো নিয়ে যে সংখ্যাগুলো গঠন করা যায় তাদের যোগফল কত? **Ans: 5599944**
03. দিনাজপুর পার্বতীপুর রেলপথে 6টি ষ্টেশন আছে। শোভন শ্রেণীর মোট কত প্রকারের টিকেট ছাপতে হবে যাতে যে কোন এক ষ্টেশন হতে অপর ষ্টেশনে যাওয়া যায়? Ans. 30
04. যে কোন অঙ্ককে যে কোন সংখ্যক বার নিয়ে 1 হতে 9 পর্যন্ত অঙ্কগুলো দ্বারা সর্বোচ্চ তিন অঙ্কর কতগুলো সংখ্যা গঠন করা যায়? **Ans: 819**
05. একটি পদে 3 জন প্রার্থী এবং 5 জন লোকের ভোটে নির্বাচিত হবে। কত প্রকারে ভোট দেয়া যেতে পারে? **Ans:243**
06. 15 জন শিক্ষক কতভাবে চক্রাকারে বসতে পারেন? **Ans:14!**
07. COMPOSER শব্দটিকে কতভাবে সাজানো যায়। যখন স্বরবর্ণ ও ব্যঞ্জনবর্ণের আপেক্ষিক অবস্থান অপরিবর্তিত থাকে। **Ans: 360**
08. SECOND শব্দটির অক্ষরগুলো থেকে তিন অক্ষর বিশিষ্ট কতগুলো শব্দ গঠন করা যায় যাতে স্বরবর্ণ সর্বদা মধ্যম স্থান দখল করে। **Ans. 24**
09. DEPRESSION শব্দটির অক্ষরগুলোকে কতভাবে সাজানো যাবে যাতে স্বরবর্ণগুলো একত্রে থাকবে? **Ans: 30240**
10. দেখাও যে, AMERICA শব্দটির বর্ণগুলোর বিন্যাস সংখ্যা, CALCUTTA শব্দটির বর্ণগুলোর বিন্যাস সংখ্যার 21 গুণ।
11. 10টি বইয়ের মধ্যে 4টি বই কত প্রকারে বাছাই করা যায়, যাতে নির্দিষ্ট 2টি বই সর্বদা বাদ থাকে? **Ans:70**
12. NAMITA শব্দটির অক্ষরগুলো হতে প্রতিবার চারটি করে নিয়ে কত ভাবে বাছাই করা যায়? **Ans:11**
13. রংপুর শহরে টেলিফোন নম্বর 72,73 বা 76 দিয়ে শুরু এবং 6 অংক বিশিষ্ট হলে মোট সম্ভাব্য সংযোগ সংখ্যা কত? **Ans: 3×10^4**
14. EXPRESSION শব্দটির অক্ষরগুলো হতে প্রত্যেকবার 4টি অক্ষর নিয়ে সমাবেশ ও বিন্যাস সংখ্যা নির্ণয় কর। **Ans: 2190**
15. DETERMINANT শব্দটির অক্ষরগুলো হতে প্রত্যেকবার 6টি অক্ষর নিয়ে সমাবেশ ও বিন্যাস সংখ্যা নির্ণয় কর। **Ans: 179,66150**
16. GOVERNMENT শব্দ থেকে বর্ণ নিয়ে 5 বর্ণের কতগুলো শব্দ গঠন করা যায় যাতে দুইটি n সর্বদা অন্তর্ভুক্ত থাকে? **Ans: 4380**
17. EQUATION শব্দটির বর্ণগুলো থেকে 2টি স্বরবর্ণ ও 1টি ব্যঞ্জনবর্ণ নিয়ে কতগুলো শব্দ গঠন করা যাবে যেখানে স্বরবর্ণগুলোর ক্রম পরিবর্তন হবে না? **Ans: 90**

CamScanner

Part 3 অধ্যায়ভিত্তিক গুরুত্বপূর্ণ MCQ প্রশ্নোত্তর

01. যদি $^nP_5 = 60 \times {}^{n-1}P_3$ হয়, তাহলে n এর মান কত?
Ⓐ 10 Ⓑ 6
Ⓒ 12 Ⓓ কোনোটিই নয় **Ans Ⓐ**

02. PARALLEL শব্দটির বর্ণগুলো সবগুলো একত্রে নিয়ে কত প্রকারে সাজানো যায়?
Ⓐ 3630 Ⓑ 3560
Ⓒ 3360 Ⓓ 3300 **Ans Ⓒ**

03. $^nP_3 \times 5 = {}^nP_4$ হলে, n এর মান কত?
Ⓐ 8 Ⓑ 6
Ⓒ 10 Ⓓ 18 **Ans Ⓐ**

04. 'SCIENCE' শব্দটির সবকটি বর্ণকে কতভাবে সাজানো যায়?
Ⓐ 120 Ⓑ 1260
Ⓒ 5040 Ⓓ 20160 **Ans Ⓑ**

05. EXIT এর অক্ষরগুলোকে কত প্রকারে বিন্যাস করা যায়, যাতে শুরুতে স্বরবর্ণ থাকে?
Ⓐ 24 Ⓑ 12
Ⓒ 6 Ⓓ 16 **Ans Ⓑ**

06. স্বরবর্ণগুলিকে বিজোড় স্থানে রেখে ARTICLE শব্দটির অক্ষরগুলোকে কত প্রকারে সাজানো যায়?
Ⓐ 676 Ⓑ 576
Ⓒ 776 Ⓓ 570 **Ans Ⓑ**

07. COURAGE শব্দটির বর্ণগুলো নিয়ে কতগুলি বিন্যাস সংখ্যা নির্ণয় করা যায় যেন প্রত্যেক বিন্যাসের প্রথমে একটি স্বরবর্ণ থাকে-
Ⓐ 720 Ⓑ 2880
Ⓒ 180 Ⓓ 5040 **Ans Ⓑ**

08. "PERMUTATION" শব্দটির বর্ণগুলোর মধ্যে স্বরবর্ণের অবস্থান পরিবর্তন না করে বর্ণগুলোকে কত রকমে পুনরায় সাজানো যাবে?
Ⓐ 360 Ⓑ 460
Ⓒ 459 Ⓓ 359 **Ans Ⓓ**

09. দুই জন কলা বিভাগের ছাত্রকে একত্রে না বসিয়ে 5 জন বিজ্ঞানের ছাত্র ও 5 জন কলা বিভাগের ছাত্র কত রকমে একটি গোল টেবিলের পাশে আসন নিতে পারে?
Ⓐ 1480 Ⓑ 2880
Ⓒ 3880 Ⓓ 2480 **Ans Ⓑ**

10. ABSCISSA শব্দটির অক্ষরগুলিকে কতভাবে পুনর্বিন্যাস করা যায়?
Ⓐ 719 Ⓑ 3359
Ⓒ 3360 Ⓓ 20159 **Ans Ⓑ**

11. BANANA শব্দটির সবগুলি বর্ণ ব্যবহার করে কতগুলি শব্দ গঠন করা যায়?
Ⓐ 720 Ⓑ 120
Ⓒ 60 Ⓓ 4 **Ans Ⓒ**

12. AMERICA শব্দটির সবগুলো অক্ষর একত্রে নিয়ে কত প্রকারে পুনর্বিন্যাস করা যায়?
Ⓐ 2519 Ⓑ 2520
Ⓒ 5039 Ⓓ 5040 **Ans Ⓐ**

13. SESIP শব্দটির সবগুলো বর্ণ ব্যবহার করে কতগুলো বিন্যাস সংখ্যা পাওয়া যায়?
Ⓐ 60 Ⓑ 24
Ⓒ 120 Ⓓ 240 **Ans Ⓐ**

14. ALGEBRA শব্দটির স্বরবর্ণগুলোকে একত্রে নিয়ে কত প্রকারে বিন্যাস করা যায়?
Ⓐ 2520 Ⓑ 720
Ⓒ 360 Ⓓ 120 **Ans Ⓒ**

15. COMBINATION শব্দটির স্বরবর্ণের অবস্থান পরিবর্তন না করে পুনর্বিন্যাস সংখ্যা কত?
Ⓐ 720 Ⓑ 719
Ⓒ 360 Ⓓ 359 **Ans Ⓓ**

16. DESTINATION শব্দটির বর্ণগুলোকে কত প্রকারে সাজানো যায়?
Ⓐ 6652800 Ⓑ 4989600
Ⓒ 5040 Ⓓ 6720 **Ans Ⓑ**

17. 6 জন বালক 4 আসনের একটি বেঞ্চে কতভাবে বসতে পারে?
Ⓐ 6! Ⓑ 4!
Ⓒ $^6P_4$ Ⓓ $^6C_4$ **Ans Ⓒ**

18. 0, 1, 2 অঙ্কগুলির প্রত্যেকটি প্রতি সংখ্যায় একবারমাত্র ব্যবহার করে তিন অঙ্কবিশিষ্ট কতগুলি অর্থপূর্ণ সংখ্যা গঠন করা যায়।
Ⓐ 2 Ⓑ 3
Ⓒ 4 Ⓓ 6 **Ans Ⓒ**

19. KOMILLA শব্দের অক্ষরগুলিকে কত প্রকারে সাজানো যায়?
Ⓐ 5250 Ⓑ 5040
Ⓒ 2520 Ⓓ 2502 **Ans Ⓒ**

20. স্বরবর্ণগুলোর স্থান পরিবর্তন না করে DIFFERENT শব্দটির বর্ণগুলো দ্বারা পুনর্বিন্যাসের সঠিক সংখ্যা কোনটি ?
Ⓐ 719 Ⓑ 360
Ⓒ 359 Ⓓ 720 **Ans Ⓒ**

21. $^nC_{12} = {}^nC_8$ হয়, তবে $^{22}C_n$ এর মান কত?
Ⓐ 228 Ⓑ 229
Ⓒ 230 Ⓓ 231 **Ans Ⓓ**

22. $^{16}C_r = {}^{16}C_{r+2}$ হলে; r এর মান কত?
Ⓐ 2 Ⓑ 5
Ⓒ 7 Ⓓ 8 **Ans Ⓒ**

23. EQUATION শব্দটি হতে প্রতিবারে 3 টি স্বরবর্ণ ও 2 টি ব্যঞ্জনবর্ণ নিয়ে কতগুলো শব্দ গঠন করা যায়-
Ⓐ 360 Ⓑ 5040
Ⓒ 3600 Ⓓ 720 **Ans Ⓒ**

24. একজন পরীক্ষার্থীকে 12টি প্রশ্ন থেকে 6টি প্রশ্নের উত্তর দিতে হবে। তাকে প্রথম 5 টি প্রশ্ন হতে ঠিক 4টি প্রশ্ন বাছাই করতে হলে, সে কত প্রকারে প্রশ্নগুলি বাছাই করতে পারবে?
Ⓐ 210 Ⓑ $^7C_2$
Ⓒ 105 Ⓓ $^7C_2 + {}^5C_2$ **Ans Ⓒ**

25. SCHOOL শব্দটি হতে তিনটি অক্ষর নিয়ে পৃথকভাবে সাজানো সংখ্যা-
Ⓐ 10 Ⓑ 14
Ⓒ 4 Ⓓ 15 **Ans Ⓑ**

CamScanner

JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS

গণিত ১ম পত্র

অধ্যায় ৬

ত্রিকোণমিতিক অনুপাত

Part 1 — প্রয়োজনীয় সূত্রাবলি

❑ ত্রিকোণমিতিক কোণ পরিমাপের তিনটি পদ্ধতি:
i. ষাটমূলক পদ্ধতি (Sexagesimal System)
ii. শতমূলক পদ্ধতি (Centesimal System)
iii. বৃত্তীয় পদ্ধতি (Circular System)

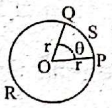
❑ বৃত্তীয় ও ষাটমূলক পদ্ধতির কোণের রূপান্তর:

$\pi^c = 180° \Rightarrow 1 \text{ rad} = \frac{180°}{\pi} = \frac{2\times 90°}{\pi} = \frac{2}{\pi}$ এক সমকোণ

আবার, $1° = \frac{\pi}{180}$ রেডিয়ান $= \frac{\pi^c}{180}$

❑ চাপের সাথে ব্যাসার্ধ ও উৎপন্ন কোণের সম্পর্ক:
r ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট কোন বৃত্তে যে কোন চাপ s যদি কেন্দ্রে θ কোণ উৎপন্ন করে তবে এদের মাঝের সম্পর্কটি নিম্নের সূত্রের সাহায্যে প্রকাশ করা যায়, $s = r\theta$, যেখানে θ অবশ্যই রেডিয়ানে প্রকাশ করতে হবে।

➤ বৃত্তকলার ক্ষেত্রফল: $A = \frac{1}{2}r^2\theta$



❑ ত্রিকোণমিতিক অনুপাতের মান নির্ণয়:

θ	0°	30°	45°	60°	90°	180°	270°
sinθ	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	−1
cosθ	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0	−1	0
tanθ	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	∞	0	∞
cotθ	∞	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0	∞	0
secθ	1	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	$\sqrt{2}$	2	∞	−1	∞
cosecθ	∞	2	$\sqrt{2}$	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	1	∞	−1

Part 2 — গাণিতিক সমস্যা ও সমাধান

01. 16°36′46″ কে বৃত্তীয় পদ্ধতিতে প্রকাশ কর/রেডিয়ানে প্রকাশ কর।

Sol: $16°36'46'' = (16 + \frac{36}{60} + \frac{46}{60\times 60}) = 16.6127$ ডিগ্রি

$1° = \frac{\pi}{180}$ রেডিয়ান $\therefore\ 16.6127° = \frac{\pi}{180}\times 16.6127 = 0.28995$ রেডিয়ান

02. কোন বৃত্তের চাপ 5 মিটার এবং চাপ দ্বারা উৎপন্ন কোণ 36° 45′ হলে, বৃত্তের ব্যাসার্ধ কত?

Sol: আমরা জানি, $s = r\theta$

$\Rightarrow r = \frac{s}{\theta} = \frac{5}{(0.641409)^c} \Rightarrow r = 7.8$ মি.

$\theta = 36°\,45' = 36° + \left(\frac{45}{60}\right)°$
$= 36.75°$
$= \left(36.75\times\frac{\pi}{180}\right)^C$

03. একটি বৃত্তের ব্যাসার্ধ 5 সে.মি. এবং একটি বৃত্তচাপ কেন্দ্রে 40° কোণ উৎপন্ন করে। বৃত্তকলার ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

Sol^n: $\theta = 40° = 40\times\frac{\pi}{180} = \frac{2\pi}{9}$ রেডিয়ান।

$\therefore$ বৃত্তকলার ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}r^2\theta = \frac{1}{2}\times 5^2\times\frac{2\pi}{9} = 8.73$ বর্গ সে.মি.

04. ঘড়িতে সময় 2টা 30 মিনিট হলে, ঘণ্টা ও মিনিটের কাটার মধ্যবর্তী কোণ কত ডিগ্রি?

Sol: $\theta = \left|\frac{11}{2}\times 30 - 30\times 2\right| = 105°$

05. sin(3x + 5) এর পর্যায় কাল কত?

Sol: sin(3x + 5) ফাংশনটির x এর সহগ 3

এবং sinx এর পর্যায় 2π $\therefore$ sin (3x + 5) মৌলিক $= \frac{2\pi}{3}$

06. $y = \sin\frac{x}{3} + \cos\frac{x}{2}$ ফাংশনটির পর্যায়কাল কত?

Sol: $\sin\frac{x}{3}$ এর পর্যায় $= \frac{2\pi}{\frac{1}{3}} = 6\pi$; $\cos\frac{x}{2}$ এর পর্যায় $= \frac{2\pi}{\frac{1}{2}} = 4\pi$

$\therefore 6\pi$ ও 4π এর ল.সা.গু $= 12\pi$ $\therefore \sin\frac{x}{3} + \cos\frac{x}{2}$ এর পর্যায় $= 12\pi$

07. যদি $\cot\theta = \frac{12}{5}$ এবং $\left(\pi < \theta < \frac{3\pi}{2}\right)$ হয়, তবে secθ এর মান বের কর।

Sol: $\cot\theta = \frac{12}{5} \Rightarrow \tan\theta = \frac{5}{12} \Rightarrow \tan^2\theta = \frac{25}{144}$

$\Rightarrow \sec^2\theta - 1 = \frac{25}{144}$

$\Rightarrow \sec^2\theta = 1 + \frac{25}{144} \Rightarrow \sec^2\theta = \frac{169}{144}$

$\Rightarrow \sec\theta = \pm\frac{13}{12}$ $\because \pi < \theta < \frac{3\pi}{2}$ অর্থাৎ তৃতীয় চতুভাগ

তৃতীয় চতুর্ভাগে, secθ, ঋণাত্মক $\therefore \sec\theta = -\frac{13}{12}$ **(Ans.)**

For Practiec

01. $\frac{1}{2}\cos\frac{2\theta}{3}$ এর পর্যায় কত? Ans: $\frac{3\pi}{2}$

02. বিকাল 4টার সময় ঘণ্টার কাঁটা ও মিনিটের কাঁটার মধ্যে ছোট কোণটির পরিমাণ কত? Ans: 120°

03. একটি বৃত্তচাপ 20 m ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট একটি বৃত্তের কেন্দ্রে 60° কোণ উৎপন্ন করে। বৃত্তকলার ক্ষেত্রফল কত বর্গ মিটার? Ans. 209.3

04. একটি বৃত্তের ব্যাসার্ধ 12 সেমি এবং বৃত্তচাপের দৈর্ঘ্য 14 সেমি। বৃত্তচাপটি কেন্দ্রে যে কোণ উৎপন্ন করে তা র্ণিণয় কর। Ans. 66.85° (প্রায়)

05. $(a^2 - b^2)\sin\theta + 2ab\cos\theta = a^2 + b^2$ হলে, দেখাও যে, $\tan\theta = \frac{a^2 - b^2}{2ab}$

06. $\tan\theta = \frac{4}{5}$ হলে, $\frac{5\sin\theta - 3\cos\theta}{\sin\theta + 2\cos\theta}$ এর মান কত? Ans: $\frac{5}{14}$

07. 54° কোণকে এমন তিনটি অংশে ভাগ কর যেন রেডিয়ানে প্রকাশিত প্রথম ও দ্বিতীয় কোণটির অন্তর $\frac{\pi}{10}$ এবং দ্বিতীয় ও তৃতীয় কোণ দুইটির যোগফল 27° Ans: 27°, 9°, 18°

08. $\sin\theta + 16\text{cosec}\theta = 8$ হলে, প্রমাণ কর যে, $\sin^n\theta + \text{cosec}^n\theta = 2$

JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS

CamScanner

Part 3 অধ্যায়ভিত্তিক গুরুত্বপূর্ণ MCQ প্রশ্নোত্তর

01. $\cot A = \frac{12}{5}$ হলে, $\sin A + \cos A$ এর মান কত?
Ⓐ $\frac{13}{17}$ Ⓑ $-\frac{13}{17}$ Ⓒ $\frac{17}{13}$ Ⓓ $-\frac{7}{13}$ Ans Ⓒ

02. ABC একটি সমকোণী ত্রিভুজ হলে, $\cos^2 A + \cos^2 B + \cos^2 C = ?$
Ⓐ $\frac{1}{2}$ Ⓑ 1 Ⓒ 0 Ⓓ −1 Ans Ⓑ

03. $\sin\theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$ হলে, $\sec\theta$ এর মান কত?
Ⓐ 0 Ⓑ $\frac{1}{2}$ Ⓒ $\sqrt{2}$ Ⓓ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ Ans Ⓒ

04. $\sin\theta = \frac{3}{5}$ হলে, $\frac{1+\tan\theta}{1-\tan\theta}$ এর মান কত?
Ⓐ −7 Ⓑ 7 Ⓒ $\frac{4}{7}$ Ⓓ $\frac{-1}{7}$ Ans Ⓑ

05. $\sin^2 A + \sin^4 A = 1$ হলে নিচের কোনটি সত্য?
Ⓐ $\tan^2 A + \tan^4 A = 1$ Ⓑ $\tan^3 A - \tan^2 A = 1$
Ⓒ $\tan^3 A + \tan^2 A = 1$ Ⓓ $\tan^4 A - \tan^2 A = 1$ Ans Ⓓ

06. $\sqrt{3}\sin\theta + \cos\theta$ এর সর্বোচ্চ মান কত?
Ⓐ $\sqrt{3}+1$ Ⓑ 2 Ⓒ $\sqrt{3}$ Ⓓ $\sqrt{3}-1$ Ans Ⓑ

07. $y = \tan^2 x$ ফাংশনের পিরিয়ড –
Ⓐ π Ⓑ $\frac{\pi}{2}$
Ⓒ $\frac{3\pi}{2}$ Ⓓ $\frac{\pi}{8}$ Ans Ⓐ

08. $\sin(4x+1)$ এর পর্যায় কত?
Ⓐ 4π Ⓑ π Ⓒ 2π Ⓓ $\frac{\pi}{2}$ Ans Ⓓ

09. $\cos\left(\frac{x}{3}+\frac{\pi}{4}\right)$ এর পর্যায় কোনটি?
Ⓐ 6π Ⓑ 3π Ⓒ $\frac{\pi}{3}$ Ⓓ $\frac{\pi}{6}$ Ans Ⓐ

10. $\sin 2\theta$ এর রেঞ্জ কোনটি?
Ⓐ (−1, 1) Ⓑ [−2, 2] Ⓒ [−1, 1] Ⓓ (−2, 2) Ans Ⓒ

11. $\sin 3x$ এর পর্যায় কত?
Ⓐ $\frac{2\pi}{3}$ Ⓑ 3π Ⓒ $\frac{\pi}{3}$ Ⓓ 2π Ans Ⓐ

12. $f(x) = \sin x$ ফাংশনটির-
i. ডোমেন = R ii. রেঞ্জ = [−1, 1]
iii. লেখচিত্র y-অক্ষের সাপেক্ষে প্রতিসম
নিচের কোনটি সঠিক?
Ⓐ i ও ii Ⓑ ii ও iii Ⓒ i ও iii Ⓓ i, ii ও iii Ans Ⓐ

13. $\tan 2x$ এর মৌলিক পর্যায় কত?
Ⓐ $\frac{\pi}{2}$ Ⓑ $\frac{3\pi}{2}$ Ⓒ π Ⓓ 2π Ans Ⓐ

14. $\sec\frac{x}{4}$ এর মৌলিক পর্যায় কত?
Ⓐ $\frac{\pi}{2}$ Ⓑ 2π Ⓒ 4π Ⓓ 8π Ans Ⓓ

15. $\cot x = \frac{5}{4}$ এবং $\pi < x < \frac{3\pi}{2}$ হলে $\sin x$ এর মান কত?
Ⓐ $-\frac{\sqrt{41}}{4}$ Ⓑ $\frac{\sqrt{41}}{4}$ Ⓒ $-\frac{4}{\sqrt{41}}$ Ⓓ $\frac{5}{\sqrt{4}}$ Ans Ⓒ

16. $f(x) = \sin x$ ফাংশনটি নিচের কোন বিন্দুতে ক্রমবর্ধমান?
Ⓐ $x = \frac{\pi}{4}$ Ⓑ $x = \frac{\pi}{2}$ Ⓒ π Ⓓ $\frac{5\pi}{4}$ Ans Ⓐ

17. $\frac{\pi}{2} < 0 < \pi$ এবং $\sin\theta = \frac{3}{5}$ হলে-
i. $\cos\theta = \frac{2}{5}$ ii. $\tan^2\theta = \frac{9}{16}$ iii. $\sec\theta.\tan\theta = \frac{15}{16}$
নিচের কোনটি সঠিক?
Ⓐ i ও ii Ⓑ ii ও iii Ⓒ i ও iii Ⓓ i, ii ও iii Ans Ⓑ

18. $f(x) = \sin x$ এর রেঞ্জ কোনটি?
Ⓐ [−1, 1) Ⓑ (−1, 1] Ⓒ [−1, 1] Ⓓ (−1, 1) Ans Ⓒ

19. $\cot\theta = \frac{12}{5}$ এবং $\pi < \theta < \frac{3\pi}{2}$ হলে $\sin\theta$ এর মান কত?
Ⓐ $\frac{5}{13}$ Ⓑ $\frac{-5}{13}$ Ⓒ $\frac{12}{13}$ Ⓓ $\frac{-12}{13}$ Ans Ⓑ

গণিত ১ম পত্র অধ্যায় ৭

সংযুক্ত কোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাত

Part 1 প্রয়োজনীয় সূত্রাবলি

- $\sin(-\theta) = -\sin\theta$, $\text{cosec}(-\theta) = -\text{cosec}\theta$
  $\cos(-\theta) = \cos\theta$, $\sec(-\theta) = \sec\theta$
  $\tan(-\theta) = -\tan\theta$, $\cot(-\theta) = -\cot\theta$

01. ত্রিভুজের sine সূত্র: $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$

02. ত্রিভুজের cosine সূত্র: (i) $\cos A = \frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$

(ii) $\cos B = \frac{c^2+a^2-b^2}{2ca}$

(iii) $\cos C = \frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}$

03. ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল:

(i) $\Delta = \frac{1}{2}ab\sin C = \frac{1}{2}bc\sin A = \frac{1}{2}ca\sin B = \frac{abc}{4R}$

যেখানে, পরিব্যাসার্ধ $R = \frac{abc}{4\Delta}$

(ii) $\Delta = \frac{1}{4}(2a^2b^2 + 2b^2c^2 + 2c^2a^2 - a^4 - b^4 - c^4)^{1/2}$

(iii) ত্রিভুজের অন্তঃব্যাসার্ধ $r = 4R\sin\frac{A}{2}\sin\frac{B}{2}\sin\frac{C}{2}$

$\Rightarrow r = \frac{2\Delta}{a+b+c} \Rightarrow rs = \Delta$ (iv) $\Delta = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

CamScanner

04. অভিক্ষেপ সূত্র:

(i) $a = b\cos C + c\cos B$ (ii) $b = c\cos A + a\cos C$
(iii) $c = a\cos B + b\cos A$

05. ত্রিভুজের পরিসীমা ও এর সংক্রান্ত সূত্র:

কোন ত্রিভুজের পরিসীমাকে 2s দ্বারা প্রকাশ করা হয় এবং $2s = a + b + c$

$\therefore$ অর্ধ পরিসীমা, $s = \frac{a+b+c}{2}$

(i) $\sin\frac{A}{2} = \sqrt{\frac{(s-b)(s-c)}{bc}}$ (ii) $\sin\frac{B}{2} = \sqrt{\frac{(s-c)(s-a)}{ca}}$

(iii) $\sin\frac{C}{2} = \sqrt{\frac{(s-a)(s-b)}{ab}}$ (iv) $\cos\frac{A}{2} = \sqrt{\frac{s(s-a)}{bc}}$

(v) $\cos\frac{B}{2} = \sqrt{\frac{s(s-b)}{ca}}$ (vi) $\cos\frac{C}{2} = \sqrt{\frac{s(s-c)}{ab}}$

(vii) $\tan\frac{A}{2} = \sqrt{\frac{(s-b)(s-c)}{s(s-a)}}$ (viii) $\tan\frac{B}{2} = \sqrt{\frac{(s-c)(s-a)}{s(s-b)}}$

(ix) $\tan\frac{C}{2} = \sqrt{\frac{(s-a)(s-b)}{s(s-c)}}$ (x) $\cot\frac{A}{2} = \frac{s(s-a)}{\Delta}$

(xi) $\cot\frac{B}{2} = \frac{s(s-b)}{\Delta}$ (xii) $\cot\frac{C}{2} = \frac{s(s-c)}{\Delta}$

(xiii) $\sin A = \frac{2\Delta}{bc}$, $\sin B = \frac{2\Delta}{ca}$, $\sin C = \frac{2\Delta}{ab}$

(xiv) $\sin A + \sin B + \sin C = \frac{s}{R}$

06. Tangent Rule : Napier's Analogy

(i) $\tan\frac{B-C}{2} = \frac{b-c}{b+c}\cot\frac{A}{2}$ (ii) $\tan\frac{C-A}{2} = \frac{c-a}{c+a}\cot\frac{B}{2}$

(iii) $\tan\frac{A-B}{2} = \frac{a-b}{a+b}\cot\frac{C}{2}$

☐ **কোণ এর tangent কে শুধুমাত্র বাহু ও ত্রিভুজের ক্ষেত্রফলের মাধ্যমে প্রকাশ করণ:**

(i) $\tan A = \frac{abc}{R}\cdot\frac{1}{b^2+c^2-a^2} = \frac{4\Delta}{b^2+c^2-a^2}$

(ii) $\tan B = \frac{abc}{R}\cdot\frac{1}{c^2+a^2-b^2} = \frac{4\Delta}{a^2-b^2+c^2}$

(iii) $\tan C = \frac{abc}{R}\cdot\frac{1}{a^2+b^2-c^2} = \frac{4\Delta}{a^2+b^2-c^2}$

A. sin/cos এর যৌগিক কোণের সূত্র:

- $\sin(A \pm B) = \sin A\cos B \pm \cos A\sin B$
- $\cos(A \pm B) = \cos A\cos B \mp \sin A\sin B$

B. tan/cot এর যৌগিক কোণের সূত্র:

- $\tan(A \pm B) = \frac{\tan A \pm \tan B}{1 \mp \tan A\tan B}$
- $\cot(A \pm B) = \frac{\cot A\cot B \mp 1}{\cot B \pm \cot A}$

C. sin/cos এর গুণকে যোগ ও বিয়োগ আকারে প্রকাশ:

- $2\sin A\cos B = \sin(A+B) + \sin(A-B)$
- $2\cos A\sin B = \sin(A+B) - \sin(A-B)$
- $2\cos A\cos B = \cos(A+B) + \cos(A-B)$
- $2\sin A\sin B = \cos(A-B) - \cos(A+B)$
- $\sin(A+B)\sin(A-B) = \sin^2A - \sin^2B$ $= \cos^2B - \cos^2A$
- $\cos(A+B)\cos(A-B) = \cos^2A - \sin^2B$ $= \cos^2B - \sin^2A$

D. sin/cos এর যোগ ও বিয়োগকে গুণ আকারে প্রকাশ:

- $\sin C + \sin D = 2\sin\frac{C+D}{2}\cos\frac{C-D}{2}$
- $\sin C - \sin D = 2\cos\frac{C+D}{2}\sin\frac{C-D}{2}$
- $\cos C + \cos D = 2\cos\frac{C+D}{2}\cos\frac{C-D}{2}$
- $\cos C - \cos D = 2\sin\frac{C+D}{2}\sin\frac{D-C}{2}$

➤ $1 - \cos 2A = 2\sin^2A$ ➤ $1 + \cos 2A = 2\cos^2A$

➤ $\frac{1-\cos 2A}{1+\cos 2A} = \tan^2 A$

E. গুণিতক কোণের sin/cos এর সূত্র:

➤ $\sin 2A = 2\sin A\cos A = \frac{2\tan A}{1+\tan^2 A}$

➤ $\cos 2A = \cos^2A - \sin^2A = 1 - 2\sin^2A = 2\cos^2A - 1 = \frac{1-\tan^2A}{1+\tan^2A}$

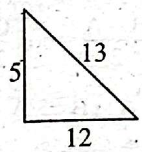
F. গুণিতক কোণের tan/cot এর সূত্র: $\tan 2A = \frac{1-\cos 2A}{1+\cos 2A} = \frac{2\tan A}{1-\tan^2 A}$

Part 2 গাণিতিক সমস্যা ও সমাধান

01. $\sin\theta = \frac{5}{13}$ এবং θ সূক্ষ্মকোণ হলে, $\tan\theta + \sec(-\theta)$ এর মান কত?

Sol : $\sin\theta = \frac{5}{13}$

$\therefore \tan\theta = \frac{5}{12}$, $\sec\theta = \frac{13}{12}$



এখন, $\tan\theta + \sec(-\theta) = \tan\theta + \sec\theta$

$= \frac{5}{12} + \frac{13}{12} = \frac{18}{12} = \frac{3}{2}$

02. যদি $\tan\theta = \frac{y}{x}$ হয়, তবে $x\cos 2\theta + y\sin 2\theta$ = কত?

Sol : $x\cos 2\theta + y\sin 2\theta = x(1 - 2\sin^2\theta) + y.\ 2\sin\theta\cos\theta$

$= x - 2x\sin^2\theta + 2\sin\theta.\ y\cos\theta = x - 2x\sin^2\theta + 2x\sin^2\theta$

$\therefore x\cos 2\theta + y\sin 2\theta = x$

03. যদি $\cos\alpha + \sec\alpha = \frac{5}{2}$ হয়, তবে $\cos^n\alpha$ = কত?

Sol : $\cos\alpha + \sec\alpha = \frac{5}{2}$

$\Rightarrow \cos\alpha + \frac{1}{\cos\alpha} = \frac{5}{2} \Rightarrow \frac{\cos^2\alpha + 1}{\cos\alpha} = \frac{5}{2}$

$\Rightarrow 2\cos^2\alpha - 5\cos\alpha + 2 = 0$

$\Rightarrow (2\cos\alpha - 1)(\cos\alpha - 2) = 0$

$\Rightarrow 2\cos\alpha - 1 = 0, \cos\alpha - 2 = 0$

কিন্তু $\cos\alpha - 2 \neq 0$

$\therefore \cos\alpha = \frac{1}{2}$

$\therefore \cos^n\alpha = \frac{1}{2^n} = 2^{-n}$

CamScanner

04. যদি $\cos\alpha + \sin\alpha = \sqrt{2}\cos\alpha$ হয়, তবে $\cos\alpha - \sin\alpha$ এর মান কত?

Sol : $\cos\alpha + \sin\alpha = \sqrt{2}\cos\alpha$

$\Rightarrow \sin\alpha = (\sqrt{2}-1)\cos\alpha \Rightarrow \cos\alpha = \dfrac{\sin\alpha}{\sqrt{2}-1}$

$\Rightarrow \cos\alpha = \dfrac{(\sqrt{2}+1)\sin\alpha}{2-1} \Rightarrow \cos\alpha = \sqrt{2}\sin\alpha + \sin\alpha$

$\Rightarrow \cos\alpha - \sin\alpha = \sqrt{2}\sin\alpha$

05. $\dfrac{\sin75° + \sin15°}{\sin75° - \sin15°} = ?$

Sol : $\dfrac{2\sin\dfrac{75°+15°}{2}\cos\dfrac{75°-75°}{2}}{2\cos\dfrac{75°+15°}{2}\sin\dfrac{75°+15°}{2}}$

$= \dfrac{\sin 45^0 \cos 30^0}{\cos 45^0 \sin 30^0} = \tan45^0 \cot30^0 = 1\times\sqrt{3} = \sqrt{3}$

06. $\sin 780° \cos 390° - \sin 330° \cos(-300°) = ?$

Sol : $\sin 780° \cos 390° - \sin 330° \cos(-300°)$

$= \sin 780° \cos 390° - \sin 330° \cos300°$

$[\because \cos(-\theta) = \cos\theta]$

$= \sin(8\times90° + 60°)\cos(4\times90° + 30°) - \sin(3\times90° + 60°)\cos(3\times90°+30°)$

$= \sin60° \cos30° - (-\cos60°)\sin30°$

$= \sin60° \cos30° + \cos60° \sin30° = \dfrac{\sqrt{3}}{2}\times\dfrac{\sqrt{3}}{2} + \dfrac{1}{2}\times\dfrac{1}{2} = 1$

07. $\cot(-1575°)$ এর মান নির্ণয় কর।

Sol : $\cot(-1575°) = -\cot(1575°)$

$= -\cot(360°\times4 + 135°) = -\cot(135°)$

$= -\cot(180° - 45°) = -(-\cot45°) = 1$

08. $\sin^2 10^0 + \sin^2 20^0 + \sin^2 30^0 + ... + \sin^2 90^0$ এর মান কত?

Sol : $(\sin^2 10^0 + \sin^2 80^0) + (\sin^2 20^0 + \sin^2 70^0) + (\sin^2 30^0 + \sin^2 60^0) + (\sin^2 40^0 + \sin^2 50^0) + \sin^2 90^0$

$= [\sin^2 10^0 + \{\sin^2(90^0-10^0)\}] + [\sin^2 20^0 + \{\sin^2(90^0-20^0)\}] + [\sin^2 30^0 + \{\sin^2(90^0-30^0)\}] + [\sin^2 40^0 + \{\sin^2(90^0-40^0)\}] + 1$

$= (\sin^2 10^0 + \cos^2 10^0) + (\sin^2 20^0 + \cos^2 20^0) + (\sin^2 30^0 + \cos^2 30^0) + (\sin^2 40^0 + \cos^2 40^0) + 1$

$= 1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 5$

09. $\cos^2(A - 120°) + \cos^2 A + \cos^2(A + 120°) = ?$

Sol : $\cos^2(A-120°) + \cos^2 A + \cos^2(A + 120°)$

$= \dfrac{1}{2}\{2\cos^2(A - 120°) + 2\cos^2 A + 2\cos^2(A + 120°)\}$

$= \dfrac{1}{2}\{1 + \cos 2(A-120°) + 1 + \cos2A + 1 + \cos 2(A + 120°)\}$

$= \dfrac{1}{2}\{3 + \cos 2A + \cos(2A - 240°) + \cos(2A + 240°)\}$

$= \dfrac{1}{2}(3 + \cos 2A + 2\cos 2A \cos 240°)$

$= \dfrac{1}{2}(3 + \cos 2A - \cos 2A) = \dfrac{3}{2}$

10. ত্রিভুজের বাহুগুলো a = 5, b = 7, c = 8 হলে, ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল কত?

Sol : $2s = a + b + c = 5 + 7 + 8 = 20 \Rightarrow s = 10$

$\therefore$ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \sqrt{10(10-5)(10-7)(10-8)}$

$= \sqrt{10\times5\times3\times2} = \sqrt{300}$ বর্গ একক

11. $(a + b + c)(b + c - a) = 3bc$ হলে, $\angle A = ?$

Sol : $\dfrac{a+b+c}{2} = s$ এখন $(a + b + c)(b + c - a) = 3bc$

$\Rightarrow 2s(a + b + c - a - a) = 3bc \Rightarrow 2s(2s - 2a) = 3bc$

$\Rightarrow \dfrac{s(s-a)}{bc} = \dfrac{3}{4} \Rightarrow \cos^2\dfrac{A}{2} = \dfrac{3}{4}$

$\Rightarrow \cos\dfrac{A}{2} = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \dfrac{A}{2} = 30° \therefore A = 60°$

12. যদি $a^4 + b^4 + c^4 = 2c^2(a^2 + b^2)$ হয়, তবে $\angle C = ?$

Sol : $a^4 + b^4 + c^4 = 2c^2(a^2 + b^2)$

$\Rightarrow a^4 + b^4 + c^4 - 2c^2(a^2 + b^2) = 0 \Rightarrow (a^2 + b^2 - c^2)^2 = 2a^2b^2$

$\Rightarrow \dfrac{a^2+b^2-c^2}{2ab} = \pm\dfrac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \cos C = \pm\dfrac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow C = 45°$ ও $135°$

13. $a^2(\sin^2B - \sin^2C) + b^2(\sin^2C - \sin^2A) + c^2(\sin^2A - \sin^2B)$ এর মান কত?

Sol : $a^2(\sin^2B - \sin^2C) + b^2(\sin^2C - \sin^2A) + c^2(\sin^2A - \sin^2B)$

$= a^2\left(\dfrac{b^2}{4R^2} - \dfrac{c^2}{4R^2}\right) + b^2\left(\dfrac{c^2}{4R^2} - \dfrac{a^2}{4R^2}\right) + c^2\left(\dfrac{a^2}{4R^2} - \dfrac{b^2}{4R^2}\right)$

$= \dfrac{1}{4R^2}(a^2b^2 - c^2a^2 + b^2c^2 - a^2b^2 + c^2a^2 - b^2c^2) = 0$

14. যদি $A + B = \dfrac{\pi}{4}$ হয়, তবে $(1 + \tan A)(1 + \tan B)$ এর মান নির্ণয় কর।

Sol : $A + B = \dfrac{\pi}{4} \Rightarrow \tan(A + B) = \tan\dfrac{\pi}{4}$

$\Rightarrow \dfrac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \tan B} = 1 \Rightarrow \tan A + \tan B + \tan A \tan B = 1$

$\Rightarrow (1 + \tan A) + \tan B(1 + \tan A) = 1 + 1$

$\Rightarrow (1 + \tan A)(1 + \tan B) = 2 \therefore (1 + \tan A)(1 + \tan B) = 2$ **(Ans.)**

15. যদি $\cos x + \cos y = p$ এবং $\sin x + \sin y = q$ হয়, তবে $\tan\dfrac{x+y}{2} = ?$

Sol : $\cos x + \cos y = p \Rightarrow 2\cos\dfrac{x+y}{2}\cos\dfrac{x-y}{2} = p$.......(i)

আবার, $\sin x + \sin y = q \Rightarrow 2\sin\dfrac{x+y}{2}\cos\dfrac{x-y}{2} = q$........(ii)

$(ii) \div (i) \Rightarrow \tan\dfrac{x+y}{2} = \dfrac{q}{p}$

16. ΔABC এ $\cos A + \cos B = \sin C$ হলে, ত্রিভুজটির নাম কী?

Sol : $\cos A + \cos B = \sin C \Rightarrow 2\cos\dfrac{A+B}{2}\cos\dfrac{B-A}{2} = 2\sin\dfrac{C}{2}\cos\dfrac{C}{2}$

$\Rightarrow \cos\left(\dfrac{\pi}{2} - \dfrac{C}{2}\right)\cos\dfrac{B-A}{2} = \sin\dfrac{C}{2}\cos\dfrac{C}{2}$

$\Rightarrow \sin\dfrac{C}{2}\cos\dfrac{B-A}{2} = \sin\dfrac{C}{2}\cos\dfrac{C}{2}$ $[\because \sin\dfrac{C}{2} \neq 0]$

$\Rightarrow \cos\dfrac{B-A}{2} = \cos\dfrac{C}{2} \Rightarrow B - A = C$

$\Rightarrow C + A = B \Rightarrow A + B + C = 2B \Rightarrow \pi = 2B \Rightarrow B = \dfrac{\pi}{2}$

$\therefore$ ত্রিভুজটি সমকোণী

17. $\cos15°$ এর মান নির্ণয় কর।

Sol : $\cos15° = \dfrac{1}{\sqrt{2}}.\sqrt{2\cos^2 15°} = \dfrac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{1 + \cos(2\times15°)}$

$= \dfrac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{1 + \cos30°} = \dfrac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{1 + \dfrac{\sqrt{3}}{2}} = \dfrac{1}{2}\sqrt{2 + \sqrt{3}}$

CamScanner

For Practiec

01. কোন ত্রিভুজের বাহুগুলো 13, 14, 15 হলে ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল কত? Ans: 84 sq. unit

02. কোন ত্রিভুজের বাহুগুলোর দৈর্ঘ্য 5,6,7 একক হলে অন্তঃব্যাসার্ধ ও পরিব্যাসার্ধ নির্ণয় কর। Ans : অন্তঃব্যাসার্ধ $r = \frac{2\sqrt{6}}{3}$ একক, পরিব্যাসার্ধ $= \frac{35}{4\sqrt{6}}$ একক।

03. Δ ABC এর প্রমাণ কর যে, $a \sin\left(\frac{A}{2} + C\right) = (b + c) \sin\frac{A}{2}$

04. ΔABC-এ প্রমাণ কর যে, $\sin\frac{A}{2} \sin\frac{B}{2} \sin\frac{C}{2} = \frac{\Delta^2}{abcs}$

05. যদি $yz + zx + xy = 1$ হয়, তবে প্রমাণ কর যে, $\frac{(x^2-1)(y^2-1)}{xy} + \frac{(y^2-1)(z^2-1)}{yz} + \frac{(z^2-1)(x^2-1)}{zx} = 4$

06. $A + B + C = \pi$ হলে, প্রমাণ কর যে, $\sin^2\frac{A}{2} + \sin^2\frac{B}{2} + \sin^2\frac{C}{2} = 1 - 2\sin\frac{A}{2}\sin\frac{B}{2}\sin\frac{C}{2}$.

07. $\tan 40° \tan 50° \tan 60°$ এর মান কত? Ans: $\sqrt{3}$

08. $\sin\alpha - \sin\beta = 2$ এবং $\cos\alpha + \cos\beta = 3$ হলে, $\cos(\alpha - \beta)$ এর মান কত? Ans: $\frac{5}{13}$

09. যদি $\sin x + \sin y = a$ এবং $\cos x + \cos y = b$ হয়; তবে দেখাও যে, $\sin\frac{1}{2}(x - y) = \pm\frac{1}{2}\sqrt{4 - a^2 - b^2}$

10. $\sin x \sin(x + 30°) + \cos x \sin(x + 120°)$ এর মান কত? Ans: $\frac{\sqrt{3}}{2}$

11. মান নির্ণয় কর : $\sin^2\frac{17\pi}{18} + \sin^2\frac{5\pi}{8} + \sin^2\frac{37\pi}{18} + \sin^2\frac{3\pi}{8}$. Ans: 2

12. $n \in Z$ হলে, $\cos\{n\pi + (-1)^n\frac{\pi}{4}\}$ এর মান কত? Ans: $\pm\frac{1}{\sqrt{2}}$

13. $\frac{\cos 8° + \sin 8°}{\cos 8° - \sin 8°}$ এর মান কত? Ans. tan53°

14. $\cos 675^0 + \sin(-1395^0)$ এর মান কত? Ans: $\sqrt{2}$

15. $\sin\theta = \frac{12}{13}$ এবং θ স্থূলকোণ হলে, $\frac{\tan\theta + \sec(-\theta)}{\cot\theta + \text{cosec}(-\theta)} = ?$ Ans: $\frac{10}{3}$

Part 3 — অধ্যায়ভিত্তিক গুরুত্বপূর্ণ MCQ প্রশ্নোত্তর

01. $\sin A + \cos A = \sin B + \cos B$ হলে, $A + B = ?$
Ⓐ π Ⓑ $\frac{\pi}{2}$ Ⓒ 2π Ⓓ $\frac{\pi}{4}$ Ans B

02. $\cos^2(60° + A) + \cos^2(60° - A)$ এর মান-
Ⓐ $1 - \frac{1}{2}\cos 2A$ Ⓑ $1 + \sin 2A$ Ⓒ $1 + 3\cos 2A$ Ⓓ $1 + \frac{1}{2}\cos 2A$ Ans A

03. $A + B = \frac{\pi}{2}$ হলে, $\cos^2 A - \cos^2 B$ এর মান -
Ⓐ $\sin(A - B)$ Ⓑ $\sin(B - A)$ Ⓒ $\cos(B - A)$ Ⓓ $-\cos(A - B)$ Ans B

04. tan 22.5 এর মান কত?
Ⓐ $-1 + \sqrt{2}$ Ⓑ $1 - \sqrt{2}$ Ⓒ $1 + \sqrt{2}$ Ⓓ $-1 - \sqrt{2}$ Ans A

05. যদি $\tan A = \frac{3}{4}$ হয়, তবে sec2A এর মান কত?
Ⓐ $-\frac{25}{7}$ Ⓑ $-\frac{7}{5}$ Ⓒ $\frac{7}{5}$ Ⓓ $\frac{25}{7}$ Ans D

06. $\frac{\tan 68°35' - \cot 66°25'}{1 + \tan 68°35' \cot 66°25'}$ এর মান কত?
Ⓐ $\frac{1}{\sqrt{3}}$ Ⓑ 1 Ⓒ $\sqrt{3}$ Ⓓ 0 Ans B

07. যদি একটি ত্রিভুজের বাহুসমূহ যথাক্রমে m, n এবং $\sqrt{m^2 + mn + n^2}$ একক হয় তবে ত্রিভুজটির বৃহত্তম কোণ এর মান কত?
Ⓐ 60° Ⓑ 90° Ⓒ 120° Ⓓ 150° Ans C

08. যেকোনো ΔABC এ $\tan\frac{A}{2}.\tan\frac{B}{2} + \tan\frac{B}{2}.\tan\frac{C}{2} + \tan\frac{C}{2}.\tan\frac{A}{2} =$ কত?
Ⓐ $\tan(A + B + C)$ Ⓑ $\tan\left(\frac{A + B + C}{2}\right)$ Ⓒ 1 Ⓓ 0 Ans C

09. কোন ত্রিভুজের একটি কোণ 60°, কোণ সংলগ্ন একটি বাহু 4 একক এবং অর্ধপরিসীমা 10 একক হলে, ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক?
Ⓐ 0 Ⓑ 3 Ⓒ 14.844 Ⓓ 12 Ans C

10. $1 + \cot\alpha \tan\beta = 0$ হলে, $\cos\alpha \cos\beta =$ কত?
Ⓐ $1 + \sin\alpha \sin\beta$ Ⓑ $1 - \sin\alpha \sin\beta$ Ⓒ $\sin\alpha \sin\beta - 1$ Ⓓ $\sin\alpha \sin\beta$ Ans A

11. ΔABC এর তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে a = 7 একক, b = $\sqrt{57}$ একক এবং c = 8 একক হলে, B এর মান কত?
Ⓐ 30° Ⓑ 45° Ⓒ 60° Ⓓ 90° Ans C

12. $\cos\left(2n\pi \pm \frac{\pi}{4}\right)$ এর মান নিচের কোনটি?
Ⓐ $\frac{1}{\sqrt{2}}$ Ⓑ $-\frac{1}{\sqrt{2}}$ Ⓒ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ Ⓓ $\frac{-\sqrt{3}}{2}$ Ans A

13. $1 + \tan 2A \tan A =$ কত?
Ⓐ secA Ⓑ cos2A Ⓒ sec2A Ⓓ cosec2A Ans C

14. $\sin^2 10° + \sin^2 20° + \sin^2 30° + ... + \sin^2 90° =$ কত?
Ⓐ 4 Ⓑ 5 Ⓒ 3 Ⓓ 4.5 Ans B

15. $C + D = \frac{\pi}{4}$ হলে $(1 + \tan C)(1 + \tan D) =$ কত?
Ⓐ 2 Ⓑ $\frac{1}{2}$ Ⓒ 4 Ⓓ $\frac{3}{4}$ Ans A

16. $2\cos\frac{\pi}{16}$ এর মান কত?
Ⓐ $\sqrt{2 + \sqrt{2 - \sqrt{2}}}$ Ⓑ $\sqrt{2 + \sqrt{2 - \sqrt{2}}}$ Ⓒ $\sqrt{2 - \sqrt{2 - \sqrt{2}}}$ Ⓓ $\sqrt{2 - \sqrt{2 + \sqrt{2}}}$ Ans B

17. $\frac{\tan(x - y) + \tan y}{1 - \tan(x - y)\tan y} =$ কত?
Ⓐ $-\tan x$ Ⓑ $\tan x$ Ⓒ $-\tan y$ Ⓓ $\tan y$ Ans B

18. কোন ত্রিভুজের দুটি বাহু 4 একক ও 3 একক এবং ক্ষেত্রফল 3 বর্গ একক হলে অন্তর্ভুক্ত কোণের পরিমাণ কত?
Ⓐ 15° Ⓑ 30° Ⓒ 45° Ⓓ 60° Ans B

19. n যেকোনো ধনাত্মক বিজোড় সংখ্যা হলে $\sin\left\{n\pi + (-1)^n\frac{\pi}{3}\right\}$ এর মান কত?
Ⓐ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ Ⓑ $\frac{-\sqrt{3}}{2}$ Ⓒ $\pm\frac{\sqrt{3}}{2}$ Ⓓ $\frac{2}{\sqrt{3}}$ Ans A

CamScanner

20. $\dfrac{\cos9^\circ + \sin9^\circ}{\cos9^\circ - \sin9^\circ}$ = কত?
Ⓐ $\tan45^\circ$ Ⓑ $\tan54^\circ$ Ⓒ $\tan42^\circ$ Ⓓ $\tan24^\circ$ Ans Ⓑ

21. যদি $\tan A = \dfrac{3}{11}$ এবং $\tan B = \dfrac{5}{23}$ হয় তবে $\tan(A+B)$ এর মান কত?
Ⓐ $\dfrac{25}{238}$ Ⓑ $\dfrac{24}{236}$ Ⓒ $\dfrac{62}{118}$ Ⓓ $\dfrac{62}{119}$ Ans Ⓓ

22. ΔABC তে, $\cos A + \cos C = \sin B$ হলে, $\angle C$ এর মান কত?
Ⓐ $\dfrac{\pi}{2}$ Ⓑ $\dfrac{\pi}{3}$ Ⓒ $\dfrac{\pi}{4}$ Ⓓ $\dfrac{\pi}{6}$ Ans Ⓐ

23. $\sin\theta - \sqrt{1+\sin2\theta}$ এর মান কত?
Ⓐ $-\sin\theta$ Ⓑ $-\cos\theta$ Ⓒ $\sin\theta$ Ⓓ $\cos\theta$ Ans Ⓑ

24. $\mathrm{cosec}(105^\circ)$ এর মান কত?
Ⓐ $\dfrac{4}{\sqrt6-\sqrt2}$ Ⓑ $\dfrac{\sqrt6-\sqrt2}{4}$ Ⓒ $\dfrac{4}{\sqrt6+\sqrt2}$ Ⓓ $\dfrac{\sqrt6+\sqrt2}{4}$ Ans Ⓒ

25. $\cot\theta = 3$ হলে $\sin4\theta$ এর মান কত?
Ⓐ $\dfrac{3}{5}$ Ⓑ $\dfrac{4}{5}$ Ⓒ $\dfrac{23}{25}$ Ⓓ $\dfrac{24}{25}$ Ans Ⓓ

26. $\tan A + \tan B + \tan A . \tan B = 1$ হলে, $A + B$ এর মান কত?
Ⓐ $\dfrac{\pi}{6}$ Ⓑ $\dfrac{\pi}{8}$ Ⓒ $\dfrac{\pi}{4}$ Ⓓ $\dfrac{\pi}{3}$ Ans Ⓒ

27. $\cos^2\theta - \sin^2\theta$ এর মান কোনটি?
Ⓐ $\cos2\theta$ Ⓑ $\sin2\theta$ Ⓒ $\cos^2\theta$ Ⓓ $-\sin^2\theta$ Ans Ⓐ

28. যদি $\sin\theta = \dfrac{4}{5}$ এবং $\dfrac{\pi}{2} < \theta < \pi$ হয়, তবে $\dfrac{\tan\theta + \sec(-\theta)}{\cot\theta + \mathrm{cosec}(-\theta)}$ = কত?
Ⓐ $\dfrac{5}{2}$ Ⓑ $\dfrac{3}{2}$ Ⓒ -3 Ⓓ -6 Ans Ⓑ

29. $\cos A = \dfrac{1}{2}$ এবং $\sin B = \dfrac{1}{\sqrt2}$ হলে, $\sin(A+B).\sin(A-B)$ = কত?
Ⓐ $\dfrac{1}{4}$ Ⓑ $\dfrac{1}{\sqrt2}$ Ⓒ $\dfrac{\sqrt3}{2}$ Ⓓ 1 Ans Ⓐ

30. $\dfrac{1+\tan25^\circ}{1-\tan25^\circ}$ এর মান কত?
Ⓐ $\tan50^\circ$ Ⓑ $\tan70^\circ$ Ⓒ $\cot50^\circ$ Ⓓ $\cot70^\circ$ Ans Ⓑ

গণিত ১ম পত্র
অধ্যায় ৮

ফাংশন ও ফাংশনের লেখচিত্র

Part 1 প্রয়োজনীয় সূত্রাবলি

❑ ডোমেন ও রেঞ্জ নির্ণয় (Short Technic):

Technic-01 $f(x) = c$ আকৃতির ফাংশনের ক্ষেত্রে, $D_f = \mathbf{R}$ এবং $R_f = \{C\}$

Technic-02 $f(x) = ax + b$ আকৃতির ফাংশনের ক্ষেত্রে $D_f = \mathbf{R}$ এবং $R_f = \mathbf{R}$

Technic-03 $f(x) = ax^2 + bx + c$ আকৃতির ফাংশনের ক্ষেত্রে, $D_f = \mathbf{R}$
$R_f = \left[c - \dfrac{b^2}{4a}, \infty\right)$ যখন $a > 0$; $\left(-\infty, c - \dfrac{b^2}{4a}\right]$ যখন, $a < 0$

Technic-04 $f(x) = \dfrac{a}{bx+c}$ আকৃতির ফাংশনের ক্ষেত্রে
$D_f = \mathbf{R} - \left\{-\dfrac{c}{b}\right\}$ এবং $R_f = \mathbf{R} - \{0\}$

Technic-05 $f(x) = \dfrac{ax}{bx+c}$ আকৃতির ফাংশনের ক্ষেত্রে
$D_f = \mathbf{R} - \left\{-\dfrac{c}{b}\right\}$ এবং $R_f = \mathbf{R} - \left\{\dfrac{a}{b}\right\}$

Technic-06 $f(x) = \dfrac{ax+b}{cx+d}$ আকৃতির ফাংশনের ক্ষেত্রে
$D_f = \mathbf{R} - \left\{-\dfrac{d}{c}\right\}$ এবং $R_f = \mathbf{R} - \left\{\dfrac{a}{c}\right\}$

Technic-07 $f(x) = \dfrac{x^2-a^2}{x-a}$ আকৃতির ফাংশনের ক্ষেত্রে
$D_f = \mathbf{R} - \{a\}$ এবং $R_f = \mathbf{R} - \{2a\}$

Technic-08 $f(x) = \dfrac{x^2-a^2}{x+a}$ আকৃতির ফাংশনের ক্ষেত্রে
$D_f = \mathbf{R} - \{-a\}$ এবং $R_f = \mathbf{R} - \{-2a\}$

Technic-09 $\dfrac{x-a}{x^2-a^2}$ আকৃতির ফাংশনের ক্ষেত্রে,
$D_f = \mathbf{R} - \{-a, a\}$; $R_f = \mathbf{R} - \left\{0, \dfrac{1}{2a}\right\}$

Technic-10 লব দ্বিঘাত এবং হর একঘাত এরূপ ভগ্নাংশের ক্ষেত্রে:
$f(x) = \dfrac{ax^2+b}{cx+d}$ ফাংশনের
ডোমেন = $\mathbf{R}$ − {x এর যে মানের জন্য হর শূন্য হয় সেই মান}
∴ ডোমেন, $D_f = \mathbf{R} - \left\{-\dfrac{d}{c}\right\}$ এবং
রেঞ্জ = $\mathbf{R}$ − {x এর যে মানের জন্য হর শূন্য হয় সেই মানকে দ্বিগুণ করতে হবে} ∴ রেঞ্জ, $R_f = \mathbf{R} - \left\{-\dfrac{2d}{c}\right\}$

Technic-11 $f(x) = \dfrac{x^n - a^n}{x - a^{n-1}}$, ডোমেন = $\mathbf{R} - \{A\}$ এবং রেঞ্জ = $\{na^{n-1}\}$

Technic-12 $f(x) = \sqrt{ax+b}$, $a > 0$ আকৃতির ক্ষেত্রে, $D_f = \{x \in \mathbf{R} : x \geq -\dfrac{b}{a}\}$ এবং $R_f = \{y \in \mathbf{R} : y \geq 0\}$

Technic-13 $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{ax+b}}$, $a \neq 0$ আকৃতির ফাংশনের ক্ষেত্রে,
$D_f = \{x \in \mathbf{R} > -\dfrac{b}{a}\}$, $a > 0$ এবং $R_f = \{y \in \mathbf{R}: y < 0\}$

Technic-14 $f(x) = \sqrt{x^2 - a^2}$ আকৃতির ফাংশনের ক্ষেত্রে ডোমেন $x \leq -a$ or $x \geq a$ এবং $R_f = [0, \infty)$

Technic-15 $f(x) = \sqrt{a^2 - x^2}$ আকৃতির ফাংশনের ক্ষেত্রে ডোমেন $-a \leq x \leq a$ বা $|x| \leq a$ এবং $R_f = [0, a]$

Technic-16 $f(x) = \log(a+bx)$ আকৃতির ফাংশনের ক্ষেত্রে log এর ভেতরের রাশিটি শূন্য অপেক্ষা বড় হবে।
∴ ডোমেন, $D_f : x > -\dfrac{a}{b}$ বা $(-\dfrac{a}{b}, \infty)$ এবং রেঞ্জ $R_f = \mathbf{R}$

CamScanner

Technic-17 $f(x) = e^x$ আকৃতির ফাংশনের ক্ষেত্রে, $D_f = \mathbf{R}$ এবং $R_f = (0, \infty)$

Technic-18 $f(x) = a^{mx}$ আকৃতির ফাংশনের ক্ষেত্রে, $D_f = \mathbf{R}$ এবং $R_f = \{y \in \mathbf{R}: y > 0\}$

Technic-19 $f(x) = \log_a x$ আকৃতির ফাংশনের ক্ষেত্রে, $D_f = \{x \in \mathbf{R}: x > 0\}$ এবং $R_f = \mathbf{R}$

Technic-20 $f(x) = \sin(ax + b)$ এবং $f(x) = \cos(ax + b)$ আকৃতির ফাংশনের ক্ষেত্রে, $D_f = \mathbf{R}$; $R_f = \{y \in \mathbf{R}: -1 \le y \le 1\}$

Technic-21 $f(x) = \frac{x^n - a^n}{x - a}$ আকৃতির ফাংশনের ক্ষেত্রে,
$D_f = \mathbf{R} - \{a\}$, $R_f = \{na^{n-1}\}$

Technic-22 লগারিদম ফাংশনের ডোমেন এবং রেঞ্জ

➤ $f(x) = \log(ax + b)$ হয় তবে, $ax + b > 0 \Rightarrow x > -\frac{b}{a}$

∴ ডোমেন $\left(-\frac{b}{a}, \infty\right)$ এবং রেঞ্জ সর্বদা = $\mathbf{R}$

Technic-23 $f(x) = \frac{1}{\sqrt{|ax + b|}}$

∴ $D_f = \mathbf{R} - \left\{-\frac{b}{a}\right\}$, $R_s = (0, \infty)$

Technic-24 $f(x) = \frac{1}{\sqrt{a^2 - x^2}}$

∴ $D_f = (-a, 0)$; $R_f = \left[\frac{1}{a}, \infty\right)$

Technic-25 $f(x) = \sqrt{(x - a)(x - b)}$
$D_f = \{x \in \mathbf{R} : x \le a$ অথবা $x \ge b\}$ ∴ $R_f = \{y \in \mathbf{R} : y \ge 0\}$

Technic-26 $f(x) = \frac{a + x}{a - x}$, যেখানে $a \in N$, $a + x > 0$ এবং $a - x > 0$ হলে, অথবা, $a + x < 0$ এবং $a - x < 0$ হলে,
$D_f = (-a, a)$, $R_f = \mathbf{R}$ হবে

❑ **বিপরীত ফাংশন নির্ণয়:**

Technic-01 x এর পরিবর্তে $f^{-1}(x)$ বসিয়ে $f^{-1}(x)$ নির্ণয় করা যায়।

Technic-02 $f(x) = ax + b$ হলে, $f^{-1}(x) = \frac{x - b}{a}$

Technic-03 $f(x) = \frac{a}{bx + c}$ হলে, $f^{-1}(x) = \frac{a - cx}{bx}$

Technic-04 $f(x) = \frac{ax}{bx + c}$ হলে, $f^{-1}(x) = \frac{cx}{a - bx}$

Technic-05 $f(x) = \frac{ax + b}{cx + d}$ হলে, $f^{-1}(x) = \frac{-dx + b}{cx - a}$

Technic-06 $f(x) = \frac{ax^n + b}{cx^n + d}$ হলে, $f^{-1}(x) = -\sqrt[n]{\frac{-dx + b}{cx - a}}$

সংযোজিত ফাংশনের ডোমেন ও রেঞ্জ নির্ণয় :

Step-1: $g(x)$ ফাংশনটি $f(x)$ এর সাথে সংযোজিত হয়ে $fog(x)$ সংযোজিত ফাংশন সৃষ্টি করে। যার ডোমেন $D_{fog} \subseteq D_g$ এবং রেঞ্জ $R_{fog} \subseteq R_f$

Step-2: $f(x)$ ফাংশনটি $g(x)$ এর সাথে সংযোজিত হয়ে $gof(x)$ সংযোজিত ফাংশন সৃষ্টি করে। যার ডোমেন $D_{gof} \subseteq D_f$ এবং রেঞ্জ $R_{gof} \subseteq R_g$

Part 2 গাণিতিক সমস্যা ও সমাধান

01. $f(x) = \sqrt{x}$ ও $g(x) = x^2 - 1$ হলে, $gof(x)$ এবং $fog(x)$ নির্ণয় কর এবং প্রত্যেক ক্ষেত্রে সংযোজিত ফাংশনের ডোমেন ও রেঞ্জ নির্ণয় কর।

Sol: $gof(x) = g(f(x)) = g(\sqrt{x}) = x - 1$
এখানে ফাংশনটির ডোমেন, $D_f = [0, \infty)$
$f(x)$ এর ডোমেনের জন্য $gof(x)$ সংজ্ঞায়িত।
সুতরাং ফাংশনটির ডোমেন $D_{gof} = [0, \infty)$
$gof(x)$ এর ডোমেনের সকল মানের জন্য $gof(x) \ge -1$
এবং $gof(x)$ এর রেঞ্জ, $R_{gof} = [-1, \infty)$, যা $g(x)$ রেঞ্জের অন্তর্ভুক্ত।
$fog(x) = f(g(x)) = f(x^2 - 1) = \sqrt{x^2 - 1}$
এখানে $g(x)$ ফাংশনটি $f(x)$ এর সাথে সংযোজিত হয়েছে।
অতএব, $g(x)$ এর ডোমেন $D_g = \mathbf{R}$ যা fog এর ডোমেন নয়।
কারণ, $-1 < x < 1$ ব্যবধির যেকোনো বাস্তব মানের জন্য fog ফাংশনটির মান অবাস্তব। এক্ষেত্রে $g(x)$ এর ডোমেন এর মধ্যে এমন বাস্তব মান নির্ণয় করতে হবে যার জন্য fog সংজ্ঞায়িত হয়। fog সংজ্ঞায়িত হবে, যদি
$x^2 - 1 \ge 0 \Rightarrow x^2 \ge 1 \Rightarrow |x|^2 \ge 1 \Rightarrow |x| \ge 1$
∴ $x \le -1$ অথবা, $x \ge 1$
$fog(x)$ এর ডোমেন, $D_{fog} = (-\infty, -1] \cup [1, \infty)$, যা $g(x)$ ফাংশনটির ডোমেনের অন্তর্ভুক্ত। আবার, $fog(x)$ এর রেঞ্জ, $R_{fog} = [0, \infty)$

02. $f(x) = \frac{x^2 + 9}{x - 5}$ এর রেঞ্জ কত?

Sol: $R_f = R - \{x$ এর যে মানের জন্য হর শূন্য হয় তার দ্বিগুণ$\}$
∴ $R_f = R - \{2 \times 5\} = R - \{10\}$

03. $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ ফাংশনটি $f(x) = 2x + 1$ দ্বারা সংজ্ঞায়িত হলে, দেখাও যে, এটি এক-এক ও সার্বিক।

Sol: এক-এক কি'না তা যাচাই:
ধরি, $x_1, x_2 \in R$; $f(x_1) = f(x_2)$ হলে, $2x_1 + 1 = 2x_2 + 1 \Rightarrow x_1 = x_2$
∴ এটি এক-এক ফাংশন।

04. $f(x) = \sqrt{4 - x^2}$ এর রেঞ্জ কত?

Sol: $f(x) = \sqrt{\text{ধ্রুবক} - x^2}$ ফাংশনের রেঞ্জ = $[0, \sqrt{\text{ধ্রুবক}}]$
∴ প্রদত্ত ফাংশনের রেঞ্জ = $[0, \sqrt{4}] = [0, 2]$

05. $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(x) = 2x - 3$ হলে, $f^{-1}(x) = ?$

Sol: প্রদত্ত ফাংশনের জন্য $f^{-1}(x) = \frac{x - (-3)}{2} = \frac{x + 3}{2}$

06. যদি f এবং g ফাংশন দুটি যথাক্রমে $f(x) = x^2 + 2x - 3$ এবং $g(x) = 3x - 4$ হয়, তবে $gof(2)$ এবং $fog(2)$ এর মান কত?

Sol: $f(2) = 2^2 + 2.2 - 3 = 5$
∴ $gof(2) = 3(5) - 4 = 11$
এবং $g(2) = 2$
∴ $fog(2) = 2^2 + 2 \times 2 - 3 = 5$

07. $f(x) = \cos x + x^2$ হলে, $f(x)$ কি ধরনের ফাংশন?

Sol: $f(-x) = \cos(-x) + (-x)^2 = \cos x + x^2 = f(x)$
∴ $f(x) = \cos x + x^2$ একটি যুগ্ম ফাংশন।

For Practiec

01. $f(x) = \frac{x}{|x|}$ ফাংশনের বিস্তার কত ($f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$)? **Ans:** $\{-1, 1\}$

02. একটি ফাংশন $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ কে $f(x) = x^4 + 1$ দ্বারা সংজ্ঞায়িত করা হলে, ফাংশন কী হবে? **Ans:** এক-এক নয়

03. $f(x) = 5x - 3$, $(x \in \mathbf{R})$, হলে $f^{-1}(3)$ এর মান কত? **Ans:** $\frac{6}{5}$

04. যদি $f(x) = x^2 + 1$ হয় জন্যে $f(f(f(-1)))$ বা $f^3(-1)$ বা $(fof\ of)(-1)$ এর মান নির্ণয় কর। **Ans:** 1

05. $f(x) = \ln\frac{a + x}{a - x}$ কোন ধরনের ফাংশন? **Ans:** অযুগ্ম বা বিজোড়।

06. $f(x) = x^2 - 4$ কোন ধরনের ফাংশন? **Ans:** যুগ্ম বা জোড়।

CamScanner

Part 3 অধ্যায়ভিত্তিক গুরুত্বপূর্ণ MCQ প্রশ্নোত্তর

01. 120 জন ছাত্রের মধ্যে 75 জন ক্রিকেট খেলে এবং 65 জন ফুটবল খেলে। কতজন উভয় খেলাই খেলে?
Ⓐ 10 Ⓑ 20 Ⓒ 30 Ⓓ 45 Ans Ⓑ

02. $P = \{1, 2, 3, 4\}$ এবং $Q = \{x: x \in N$ এবং x বিজোড় সংখ্যা$\}$ উক্ত সেটদ্বয়ের $P \cap Q$ = কত?
Ⓐ $\{1, 2, 3, 4\}$ Ⓑ $\{1, 3\}$ Ⓒ $\{2, 4, 6, ...\}$ Ⓓ $\varnothing$ Ans Ⓑ

03. $S = \{x:x^2-5x+6=0\}$ এবং $T = \{x:x^2-11x+24=0\}$ হলে, $S \cap T$ এবং $T - S$ এর মান যথাক্রমে
Ⓐ $\{2,3\}$ এবং (8) Ⓑ $\{3\}$ এবং $\{2\}$
Ⓒ $\{3\}$ এবং $\{8\}$ Ⓓ $\{8\}$ এবং $\{3\}$ Ans Ⓒ

04. $f(x) = \cos x$ হলে $f(\cot^{-1}\frac{3}{4})$ এর মান কত?
Ⓐ $\frac{4}{3}$ Ⓑ $\frac{3}{5}$ Ⓒ $\frac{4}{5}$ Ⓓ $\frac{3}{4}$ Ans Ⓑ

05. যদি $f(x) = x^2 - x$ হয়, তবে $f(x+1) = ?$
Ⓐ $f(x)$ Ⓑ $f(-x)$
Ⓒ $2f(x)$ Ⓓ 1 Ans Ⓑ

06. যদি $f(x) = \log\left(\frac{x+1}{x-1}\right)$ হয়, তাহলে $f\left(\frac{1}{x}\right)$ = কত?
Ⓐ $\log\frac{1+x}{1-x}$ Ⓑ $\log\frac{x-1}{x+1}$
Ⓒ $\log\frac{x+1}{x-1}$ Ⓓ $\log\frac{1-x}{1+x}$ Ans Ⓐ

07. $f(x) = \begin{cases} 3x-1, & x>3 \\ x^2-2, & -2 \le x \le 3 \end{cases}$ হলে, $f(6) = ?$
Ⓐ 12 Ⓑ 11 Ⓒ 17 Ⓓ 34 Ans Ⓒ

08. $f(x) = \log x$ হলে নিচের কোনটি সত্য?
Ⓐ $f^{-1}(x) = e^x$ Ⓑ $f^{-1}(x) = 10^x$
Ⓒ $f^{-1}(x) = a^x$ Ⓓ $f^{-1}(x) = \ln x$ Ans Ⓑ

09. $f(x) = e^x$ হলে, $f^{-1}(x)$ এর মান কত?
Ⓐ $\ln x$ Ⓑ e^{-x} Ⓒ $\ln\frac{1}{x}$ Ⓓ $\log x$ Ans Ⓐ

10. যদি $f : R - \{3\} \rightarrow R - \{1\}$ ফাংশনটি $f(x) = \frac{x-2}{x-3}$ দ্বারা সংজ্ঞায়িত হ[য়] তবে $f^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$ = কত?
Ⓐ -2 Ⓑ 2 Ⓒ -1 Ⓓ 1 Ans

11. যদি $f(x) = x^2 + x$ হয়, তবে $f(x-1) = ?$
Ⓐ 1 Ⓑ $f(x)$ Ⓒ $f(-x)$ Ⓓ $f(x+1)$ Ans

12. $f(x) = \sqrt{x-2}$ হলে, $f^{-1}(3)$ এর মান কত?
Ⓐ 9 Ⓑ 10 Ⓒ 11 Ⓓ 12 Ans

13. যদি $f(x) = x^2 - 2|x|$ এবং $g(x) = x^2 + 1$ হয়, তাহলে $g(f(-2))$ এর মান কত?
Ⓐ 0 Ⓑ 1 Ⓒ -1 Ⓓ 5 Ans

14. $f(x) = 2x - 1$ এবং $g(x) = x^2 - 1$ হলে, $g(f(3))$ এর মান কত?
Ⓐ 24 Ⓑ 15 Ⓒ 5 Ⓓ 4 Ans

15. $f(x) = x^2 + 4$ এবং $g(x) = 2x - 1$ হলে, $g(f(x)) = ?$
Ⓐ x^2+3 Ⓑ x^2+7 Ⓒ $2x^2+3$ Ⓓ $2x^2+7$ Ans

16. $f(x) = 3x - 2, g(x) = 2x + 5$ হলে, $(gof)(-2) = ?$
Ⓐ -11 Ⓑ 1 Ⓒ 13 Ⓓ 25 Ans

17. $f(x) = \sqrt{3 - \sqrt{x-2}}$ ফাংশনটির ডোমেন কত?
Ⓐ $x \le 3$ Ⓑ $x \ge 2$ Ⓒ $2 \le x \le 11$ Ⓓ $2 \le x \le 3$ Ans

18. $A, B \subset R, B = R - \left\{\frac{1}{3}\right\}, g : A \rightarrow B, g(x) = \frac{x-5}{3x+1}$ এবং $h(x) = x^2 +$ হলে $f(x) = \frac{x^2-3}{x-\sqrt{3}}$ ফাংশনের রেঞ্জ কত?
Ⓐ রেঞ্জ $f = R - \{2\sqrt{5}\}$ Ⓑ রেঞ্জ $f = R - \{2\}$
Ⓒ রেঞ্জ $f = R - \{\sqrt{3}\}$ Ⓓ রেঞ্জ $f = R - \{2\sqrt{3}\}$ Ans

19. $f(x) = \log\sqrt{x^2 - 49}$ ফাংশন এর ডোমেন কোনটি? যেখানে x একটি ধনাত্মক সং[খ্যা]
Ⓐ $[7, \infty]$ Ⓑ $(7, \infty)$ Ⓒ $[49; 0]$ Ⓓ $(-\infty, 7]$ Ans

20. $y = |x^2 - 3x - 10|$ ফাংশনের ডোমেন কোনটি?
Ⓐ $[0, \infty)$ Ⓑ $(-\infty, 0]$
Ⓒ $(-\infty, \infty)$ Ⓓ $\left[\frac{3}{2}, \frac{49}{4}\right]$ Ans

গণিত ১ম পত্র
অধ্যায় ৯

অন্তরীকরণ

Part 1 প্রয়োজনীয় সূত্রাবলি

➢ $\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x} = 1 = \lim_{x\to 0}\frac{x}{\sin x}$ $[x > 90^0]$

➢ $\lim_{x\to 0}\frac{\sin^{-1}x}{x} = 1 = \lim_{x\to 0}\frac{x}{\sin^{-1}x}$

➢ $\lim_{x\to 0}\frac{\tan x}{x} = 1 = \lim_{x\to 0}\frac{x}{\tan x}$ $[x > 90^0]$

➢ $\lim_{x\to 0}\left(\frac{\sin x}{x}\right)^n = \lim_{x\to 0}\left(\frac{x}{\sin x}\right)^n$

$= \lim_{x\to 0}\left(\frac{\tan x}{x}\right)^n = \lim_{x\to 0}\left(\frac{x}{\tan x}\right)^n = 1$

➢ $\lim_{x\to 0}\frac{\tan^{-1}x}{x} = 1 = \lim_{x\to 0}\frac{x}{\tan^{-1}x}$

➢ $\lim_{x\to 0}\frac{e^x - 1}{x} = 1$

➢ $\lim_{x\to 0}\frac{\ln(1+x)}{x} = 1$ ➢ $\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^x = e$ ➢ $\lim_{x\to\infty}\frac{(1+x)^n - 1}{x} = n$

➢ $\lim_{x\to\infty}\frac{x^n}{n!} = 0$ ➢ $\lim_{x\to\infty}\frac{a}{x^n} = 0$ ➢ $\lim_{x\to a}\frac{x^n - a^n}{x - a} = na^{n-1}$

➢ $\lim_{x\to 0}\frac{a^x - 1}{x} = \ln a$ ➢ $\lim_{x\to 0}\frac{\sin x^\circ}{x} = \frac{\pi}{180}$ ➢ $\lim_{x\to 0}\cos x = 1$

➢ $\lim_{x\to a}\sin^{-1}x = \sin^{-1}a, |a| \le 1$

➢ $\lim_{x\to a}\cos^{-1}x = \cos^{-1}a, |a| \le 1$

➢ $\lim_{x\to a}\tan^{-1}x = \tan^{-1}a, -\infty < a < \infty$ ➢ $\lim_{x\to 0}(1+x)^{\frac{1}{x}} = e$

➢ $\lim_{x\to\infty}\frac{\sin x}{x} = \lim_{x\to\infty}\frac{\cos x}{x} = 0$ ➢ $\lim_{x\to 0}\frac{e^x - e^{-x}}{x} = 2$

CS CamScanner

01. $\frac{d}{dx}(c) = 0$ 02. $\frac{d}{dx}cf(x) = c\frac{d}{dx}f(x)$

02. (a) $\frac{d}{dx}(cx^n) = c.\frac{d}{dx}(x^n) = cnx^{n-1}$

(b) $\frac{d}{dx}\left(\frac{c}{x^n}\right) = -c\frac{n}{x^{n+1}}$ (c) $\frac{d}{dx}\left(\sqrt{x}\right) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$.

03. $\frac{d}{dx}(\sin x) = \cos x$ 04. $\frac{d}{dx}(\cos x) = -\sin x$

05. $\frac{d}{dx}(\tan x) = \sec^2 x$ 06. $\frac{d}{dx}(\cot x) = -\text{cosec}^2 x$

07. $\frac{d}{dx}(\sec x) = \sec x \tan x$ 08. $\frac{d}{dx}(\text{cosec} x) = -\text{cosec} x. \cot x$

09. $\frac{d}{dx}(e^x) = e^x$ 10. $\frac{d}{dx}(\ln x) = \frac{1}{x}$

11. $\frac{d}{dx}(a^x) = a^x \ln a$ 12. $\frac{d}{dx}(e^{nx}) = ne^{nx}$

13. $\frac{d}{dx}(u \pm v) = \frac{du}{dx} \pm \frac{dv}{dx}$ 14. $\frac{d}{dx}(uv) = u\frac{dv}{dx} + v\frac{du}{dx}$

15. $\frac{d}{dx}(uvw) = vw\frac{du}{dx} + uw\frac{dv}{dx} + uv\frac{dw}{dx}$.

16. $\frac{d}{dx}\left(\frac{u}{v}\right) = \frac{v\frac{du}{dx} - u\frac{dv}{dx}}{v^2}$ 17. $\frac{d}{dx}(u^v) = u^v\frac{d}{dx}(v\ln u)$

18. $\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dz} \times \frac{dz}{dx}$ 19. $\frac{d}{dx}(\sin^{-1} x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

20. $\frac{d}{dx}(\cos^{-1} x) = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ 21. $\frac{d}{dx}(\tan^{-1} x) = \frac{1}{1+x^2}$

22. $\frac{d}{dx}(\cot^{-1} x) = -\frac{1}{1+x^2}$ 23. $\frac{d}{dx}(\sec^{-1} x) = \frac{1}{x\sqrt{x^2-1}}$

24. $\frac{d}{dx}(\text{cosec}^{-1} x) = -\frac{1}{x\sqrt{x^2-1}}$ 24. $\frac{d}{dx}(\log_a x) = \frac{1}{x}.\log_a e$

25. $\frac{d}{dx}(\sin mx) = m \cos mx$

26. যদি $f(x,y) = 0$ হয় যা অব্যক্ত ফাংশন তাহলে,

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{f_x}{f_y} = \frac{y \text{ ধ্রুবরেখে } x \text{ এর সাপেক্ষে অন্তরীকরণ}}{x \text{ ধ্রুবরেখে } y \text{ এর সাপেক্ষে অন্তরীকরণ}}$$

❑ **মূল নিয়মে অন্তরীকরণ:**

$y = f(x)$ হলে, $\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}\{f(x)\} = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$

যে কোন বিন্দুতে $x = a$ হলে, $f'(a) = \lim_{h \to 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$

❑ প্রথম অন্তরক সাধারণত x এর একটি ফাংশন x এর এই নতুন ফাংশনের অন্তরককে f(x) এর দ্বিতীয় অন্তরক বলা হয়।

দ্বিতীয় অন্তরককে $\frac{d^2y}{dx^2}$, $f''(x)$, y_2 বা y'' দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

❑ অনুরূপভাবে f(x) এর n তম অন্তরক $\frac{d^ny}{dx^n}$, $f^n(x)$ বা y_n প্রতীক দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

কতগুলো বিশেষ ফাংশনের n তম অন্তরক :

(i) $y = x^n \quad \therefore y_n = n! \therefore y_{n+1} = 0, y_{n+2} = 0$

(ii) $y = (ax+b)^m \therefore y_n = \frac{m!}{(m-n)!} a^n (ax+b)^{m-n} \; [\because m > n]$

$m = n$ হলে, $y_n = n!\, a^n$, $m < n$ হলে, $y_n = 0$

(iii) $y = e^{ax} \quad \therefore y_n = a^n e^{ax}$

(iv) $y = a^{mx}$ হলে $y_n = (m\ln a)^n.a^{mx}$

(v) $y = \frac{1}{x+a} \quad \therefore y_n = \frac{(-1)^n n!}{(x+a)^{n+1}}$

(vi) $y = \ln(x+a) \therefore y_n = \frac{(-1)^{n-1}(n-1)!}{(x+a)n}$

(vii) $y = \ln(ax+b) \therefore y_n = \frac{(-1)^{n-1}(n-1)!a^n}{(ax+b)^n}$

(viii) $y = \sin(ax+b) \quad \therefore y_n = a^n \sin\left(\frac{n\pi}{2} + ax + b\right)$

(ix) $y = \cos(ax+b) \quad \therefore y_n = a^n \cos\left(\frac{n\pi}{2} + ax + b\right)$

(x) $y = x^n \ln x$ হলে, $y_{n+1} = \frac{n!}{x}$

➢ $y = f(x)$ বক্ররেখার উপরস্থ (x, y) বিন্দুতে অংকিত স্পর্শকের ঢাল $\frac{dy}{dx} = \tan\theta$ যা ঐ বিন্দুতে অন্তরকের মান নির্দেশ করে।

➢ স্পর্শক x অক্ষের সাথে 45° কোণ উৎপন্ন করলে $\frac{dy}{dx} = 1$ হবে।

➢ অক্ষদ্বয়ের সাথে সমান সমান কোণ উৎপন্ন করলে $\frac{dy}{dx} = \pm 1$।

➢ স্পর্শক x অক্ষের সমান্তরাল হলে, অর্থাৎ y অক্ষের উপর লম্ব হলে, $\frac{dy}{dx} = 0$ হবে।

➢ স্পর্শক x অক্ষের উপর লম্ব বা y অক্ষের সমান্তরাল হলে, $\frac{dx}{dy} = 0$ হবে।

❑ $y = f(x)$ বক্ররেখার উপরস্থ $p(x_1, y_1)$ বিন্দুতে স্পর্শকের সমীকরণ $(y - y_1) = f'(x)(x - x_1)$

➢ $p(x_1, y_1)$ বিন্দুতে অভিলম্বের সমীকরণ, $f'(x)(y - y_1) + (x - x_1) = 0$

❑ **গুরুমান ও লঘুমান নির্ণয়ের নিয়ম:** মনে করি, $y = f(x)$ একটি ফাংশন।

(i) গুরুমান ও লঘুমান নির্ণয় করার জন্য $\frac{dy}{dx}$ বের করে $\frac{dy}{dx} = 0$ বসাতে হবে এবং এখান থেকে x এর মানগুলি নির্ণয় করতে হবে। এ সমস্ত মানগুলোকে সংকটবিন্দু/সন্ধিবিন্দু (critical point) বলে।

(ii) $\frac{d^2y}{dx^2}$ নির্ণয় করে তাতে x এর মানগুলো বসাতে হবে। এ থেকে নিম্নোক্ত সিদ্ধান্তে উপনীত হওয়া যাবে। যদি $\frac{d^2y}{dx^2} > 0$ হয় তবে x এর ঐ মানের জন্য f(x) ফাংশনের লঘুমান পাওয়া যাবে। এবং যদি $\frac{d^2y}{dx^2} < 0$ হয় তবে x এর ঐ মানের জন্য f(x) ফাংশনের গুরুমান পাওয়া যাবে।

(iii) x এর মানগুলো $y = f(x)$ এ বসিয়ে গুরুমান এবং লঘুমান নির্ণয় করা যাবে।

❑ **ম্যাকলরিনের উপপাদ্য সংক্রান্ত তথ্য:** f(x) যদি x এর এমন একটি ফাংশন হয়, যাকে x এর ধনাত্মক পূর্ণসাংখ্যিক, ক্রমবর্ধমান শক্তির একটি অসীম সিরিজে বিস্তৃত করা যায় এবং যদি ঐ বিস্তৃতির প্রতিটি পদ যেকোন সংখ্যকবার অন্তরীকরণযোগ্য হয়, তাহলে,

$$f(x) = f(0) + xf'(0) + \frac{x^2}{2!}f''(0) + \frac{x^3}{3!}f'''(0) + \ldots + \frac{x^n}{n!}f^n(0) + \ldots$$

CamScanner

Part 2 গাণিতিক সমস্যা ও সমাধান

01. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos ax}{1-\cos bx}=?$

Sol : এখানে, $x\to 0$ বসালে আমরা $\frac{0}{0}$ আকারে পাই, যা অসম্ভব

$$\therefore \lim_{x\to 0}\frac{\frac{d}{dx}(1-\cos ax)}{\frac{d}{dx}(1-\cos bx)}=\lim_{x\to 0}\frac{a\sin ax}{b\sin bx}$$

আবার, $x\to 0$ বসালে $\frac{0}{0}$ আকারে আসে এজন্য আবার আমরা Differentiate করবো।

$$\lim_{x\to 0}\frac{a.a\cos ax}{b.b\cos bx}=\frac{a^2.1}{b^2.1}=\frac{a^2}{b^2}$$

02. $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{(\sqrt{x})^9-(\sqrt{a})^9}{\sqrt{x}-\sqrt{a}}=?$

Sol : $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{(\sqrt{x})^9-(\sqrt{a})^9}{\sqrt{x}-\sqrt{a}}=9(\sqrt{a})^{9-1}=9(\sqrt{a})^8=9a^4$

03. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{\sin x}-1}{\sin x}=?$

Sol: $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\frac{d}{dx}(e^{\sin x}-1)}{\frac{d}{dx}(\sin x)}=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{\sin x}.\cos x-0}{\cos x}=\dfrac{e^{\sin 0}.\cos 0}{\cos 0}=\dfrac{e^0.1}{1}=1$

04. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{1+3x}-\sqrt{1-4x}}{x}$

Sol : প্রদত্ত সূত্রানুসারে এর মান হবে $\dfrac{3+4}{2}=\dfrac{7}{2}$

05. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 5x}{7x}$

Sol : $\dfrac{1}{7}\lim\limits_{x\to 0}5.\dfrac{\sin 5x}{5x}=\dfrac{5}{7}\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 5x}{5x}=\dfrac{5}{7}$

অথবা, L' Hospitals rule use করে পাই,

$$\lim_{x\to 0}\frac{\frac{d}{dx}\sin 5x}{\frac{d}{dx}(7x)}=\lim_{x\to 0}\frac{5.\cos 5x}{7}=\frac{5}{7}.1=\frac{5}{7}$$

06. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x^2-4x+5}{12x^2+x-3}$

Sol : $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\frac{3x^2}{x^2}-\frac{4x}{x^2}+\frac{5}{x^2}}{\frac{12x^2}{x^2}+\frac{x}{x^2}-\frac{3}{x^2}}=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-\frac{4}{x}+\frac{5}{x^2}}{12+\frac{1}{x}-\frac{3}{x}}=\dfrac{3}{12}=\dfrac{1}{4}$

07. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{5^x-5^{-x}}{5^x+5^{-x}}=?$

Sol : এখানে, 5^x এর সহগ 1 এবং হরের 5^x এর সহগ 1।

$\therefore$ প্রদত্ত লিমিটের মান $=\dfrac{1}{1}=1$

08. $y=5x-10x^2$ হলে, x এর মান কত? যখন $\dfrac{dy}{dx}=2$

Sol : $y=5x-10x^2\Rightarrow\dfrac{dy}{dx}=5-20x$

$\Rightarrow 2=5-20x\Rightarrow 20x=3\Rightarrow x=\dfrac{3}{20}$

09. $\dfrac{d(\sin^2\theta)}{d(\tan\theta)}=?$

Sol : $\dfrac{2\sin\theta.\cos\theta}{\sec^2\theta}=2\sin\theta.\cos^3\theta$

10. $\tan y=\dfrac{2t}{1-t^2}$ এবং $\sin x=\dfrac{2t}{1+t^2}$ হলে, $\dfrac{dy}{dx}$ এর মান কত?

Sol : $\tan y=\dfrac{2t}{1-t^2}\Rightarrow y=\tan^{-1}\dfrac{2t}{1-t^2}=2\tan^{-1}t$ .... (i)

এবং $\sin x=\dfrac{2t}{1+t^2}\ \therefore x=\sin^{-1}\dfrac{2t}{1+t^2}=2\tan^{-1}t$ .... (ii)

(i) এবং (ii) থেকে, $x=y\ \therefore\dfrac{dy}{dx}=1$

11. $y=\tan^{-1}\dfrac{4\sqrt{x}}{1-4x}$ এর অন্তরক কত?

Sol : $y=\tan^{-1}\dfrac{4\sqrt{x}}{1-4x}$

$\Rightarrow y=\tan^{-1}\dfrac{2.2\sqrt{x}}{1-(2\sqrt{x})^2}\Rightarrow y=2\tan^{-1}(2\sqrt{x})$

$\therefore\dfrac{dy}{dx}=2\dfrac{1}{1+(2\sqrt{x})^2}\dfrac{d}{dx}(2\sqrt{x})=\dfrac{2}{1+4x}\times 2\dfrac{1}{2\sqrt{x}}=\dfrac{2}{\sqrt{x}(1+}$

12. $\dfrac{d}{dx}\left(\sin^{-1}\dfrac{2x}{1+x^2}\right)=?$

Sol : $\dfrac{d}{dx}\left(\sin^{-1}\dfrac{2x}{1+x^2}\right)=\dfrac{d}{dx}(2\tan^{-1}x)=\dfrac{2}{1+x^2}$

13. $y=\cos^{-1}(2x\sqrt{1-x^2})$ হলে, $\dfrac{dy}{dx}=?$

Sol : ধরি, $x=\sin\theta\ \therefore\theta=\sin^{-1}x$

$\therefore y=\cos^{-1}(2\sin\theta\sqrt{1-\sin^2\theta})$

$=\cos^{-1}(2\sin\theta\cos\theta)=\cos^{-1}(\sin 2\theta)$

$=\cos^{-1}\cos(\pi/2-2\theta)=\pi/2-2\theta=\pi/2-2\sin^{-1}x$

$\therefore\dfrac{dy}{dx}=-\dfrac{2}{\sqrt{1-x^2}}$

14. $x^4+x^2y^2+y^4=0$ হলে, $\dfrac{dy}{dx}$ এর মান কত?

Sol : $4x^3+2x.y^2+x^2.2y.\dfrac{dy}{dx}+4y^3.\dfrac{dy}{dx}=0$

$\Rightarrow\dfrac{dy}{dx}(2x^2y+4y^3)=-(4x^3+2xy^2)\ \therefore\dfrac{dy}{dx}=-\dfrac{x}{y}\left(\dfrac{2x^2+y^2}{x^2+2y^2}\right.$

15. $y=10e^{9x}$ হলে, $y_6=?$

Sol : 10.9^6e^{9x}

16. $y=\sin 5x$ হলে, $y_6=?$

Sol : এখানে, $m=5$, এবং $n=6$

$\therefore y_6=5^6\sin\left(\dfrac{6\pi}{2}+5x\right)=5^6\sin(3\pi+5x)$

17. $y=\cos 4x$ হলে, $y_2=?$

Sol : এখানে, $m=4$ এবং $n=2$

$\therefore y_2=4^2.\cos\left(\dfrac{2\pi}{2}+4x\right)\ \therefore y_2=16\cos(\pi+4x)$

CamScanner

JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS

18. $y = e^x \sin x$ হলে, $y_2 = ?$

Sol : $y_1 = e^x \sin x + e^x \cos x = e^x (\sin x + \cos x)$

$\Rightarrow y_2 = e^x (\sin x + \cos x) + e^x (\cos x - \sin x)$

$= e^x (\sin x + \cos x + \cos x - \sin x) = 2e^x . \cos x$

19. $y = \log_e (\cos x)$ হলে, $y_3 = ?$

Sol : এখানে, $n = 3$

$\therefore y_3 = (-1)^{3-1} (3-1)! (\cos x)^{-3} . \frac{d}{dx} (\cos x)$

$= -2 \frac{1}{\cos^3 x} . \sin x = -2 \frac{\sin x}{\cos^3 x}$

20. $y = \frac{1}{mx + n}$ হলে, $y_3 = ?$

Sol : $y_3 = (-1)^3 . 3! . (mx + n)^{-4} . m^3$

21. $y = \frac{\ln(x)}{x}$ হলে, $y_2 = ?$

Sol : $y = \frac{\ln(x)}{x} \Rightarrow y_1 = \frac{x.\frac{1}{x} - \ln x}{x^2} \Rightarrow y_1 = \frac{1 - \ln x}{x^2}$

$\Rightarrow y_2 = \frac{x^2 \frac{d}{dx}(1-\ln x) - (1-\ln x)\frac{d}{dx}x^2}{x^4} = \frac{x^2\left(-\frac{1}{x}\right) - (1-\ln x)2x}{x^4}$

$= \frac{-x - 2x + 2x\ln x}{x^4} = \frac{-3x + 2x\ln x}{x^4} = \frac{2\ln x - 3}{x^3}$

22. $y = x^3 - 2x^2 + 4$ বক্ররেখার (2, 4) বিন্দুতে স্পর্শক ও অভিলম্বের সমীকরণ বের কর।

Sol : $y = x^3 - 2x^2 + 4 \Rightarrow \frac{dy}{dx} = 3x^2 - 4x$

$\therefore$ (2, 4) বিন্দুতে $\frac{dy}{dx} = 3 \times 4 - 4 \times 2 = 4$

$\therefore$ (2, 4) বিন্দুতে স্পর্শকের সমীকরণ,

$(y - 4) = 4 (x - 2) \Rightarrow 4x - y - 4 = 0$

অভিলম্বের সমীকরণ, $(y - 4) = -\frac{1}{4}(x - 2) \Rightarrow x + 4y - 18 = 0$

23. $y = 3x^3 + 2x^2 - 10x + 5$ বক্ররেখার মূলবিন্দুতে ঢাল বা নতির পরিমাণ কত?

Sol: $y = 3x^3 + 2x^2 - 10x + 5 \Rightarrow \frac{dy}{dx} = 9x^2 + 4x - 10$

$\therefore$ মূলবিন্দুতে ঢাল, $\frac{dy}{dx} = -10$ **Ans.**

24. $y = 2x^3 - 15x^2 + 34x - 20$ বক্ররেখার যেসব বিন্দুতে স্পর্শক $y + 2x = 0$ সরলরেখার সমান্তরাল সেসব বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর।

Sol : $y = 2x^3 - 15x^2 + 34x - 20 \Rightarrow \frac{dy}{dx} = 6x^2 - 30x + 34$

$\therefore$ স্পর্শকগুলো $y + 2x = 0$ রেখার সমান্তরাল $\therefore$ স্পর্শকের ঢাল $= -2$

$\therefore 6x^2 - 30x + 34 = -2 \Rightarrow x^2 - 5x + 6 = 0 \quad \therefore x = 3, 2$

$\therefore x = 3$ হলে, $y = 2 \times 3^3 - 15 \times 3^2 + 34 \times 3 - 20 = 1$

এবং $x = 2$ হলে, $y = 2 \times 2^3 - 15 \times 2^2 + 34 \times 2 - 20 = 4$

$\therefore$ বিন্দুগুলোর স্থানাঙ্ক (3, 1) এবং (2, 4)

25. $f(x) = \frac{x}{\ln x}$ এর সর্বনিম্ন মান কত?

Sol : $f(x) = \frac{x}{\ln x} \Rightarrow f'(x) = \frac{\ln x . 1 - x\frac{1}{x}}{(\ln x)^2} = \frac{\ln x - 1}{(\ln x)^2}$

$\therefore f'(x) = 0 \Rightarrow \frac{\ln x - 1}{(\ln x)^2} = 0 \Rightarrow \ln x - 1 = 0 \Rightarrow \ln x = 1 \Rightarrow x = e$

$\therefore$ সর্বনিম্ন মান $= \frac{e}{\ln e} = \frac{e}{1} = e$ **Ans.**

26. m এর মান কত হলে, $y = mx(1 - x)$ বক্ররেখার মূলবিন্দুতে স্পর্শকটি x অক্ষের সাথে 60^0 কোণ উৎপন্ন করবে।

Sol : $y = mx - mx^2 \Rightarrow \frac{dy}{dx} = m - 2mx$

মূলবিন্দুতে $\frac{dy}{dx} = m - 2m \times 0 = m$

শর্তমতে, $\frac{dy}{dx} = \tan 60° \Rightarrow \tan 60° = m \Rightarrow \sqrt{3} = m$

27. $x^y = e^{x-y}$ হতে $\frac{dy}{dx}$ নির্ণয় কর।

Sol : $x^y = e^{x-y} \Rightarrow y\ln x = x - y$

$\Rightarrow y.\frac{1}{x} + \ln x \frac{dy}{dx} = 1 - \frac{dy}{dx} \Rightarrow \ln x . \frac{dy}{dx} + \frac{dy}{dx} = 1 - \frac{y}{x}$

$\Rightarrow \frac{dy}{dx}(1 + \ln x) = \frac{x - y}{x} \quad \therefore \frac{dy}{dx} = \frac{x - y}{x(1 + \ln x)}$ **(Ans.)**

28. $y = \cos(m \sin^{-1}x)$ হলে প্রমাণ কর যে, $(1-x^2) y_2 - xy_1 + m^2y = 0$.

Sol : $y = \cos(m \sin^{-1}x) \Rightarrow y_1 = -\sin(m \sin^{-1}x) . m . \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

$\Rightarrow y_1^2 = m^2 \sin^2(m \sin^{-1}x) . \frac{1}{1-x^2}$

$\Rightarrow y_1^2(1-x^2) = m^2(1 - \cos^2(m \sin^{-1}x)) \Rightarrow y_1^2(1-x^2) = m^2(1-y^2)$

$\Rightarrow (1-x^2) . 2y_1y_2 + y_1^2(-2x) = m^2(-2yy_1)$

$\Rightarrow (1-x^2)y_2 - xy_1 + m^2y = 0$ **(Proved)**

29. যদি $y = x^2 \log x$ হয়, y_3 এর মান কত?

Sol : $y = x^2\log x \Rightarrow y_1 = x^2.\frac{1}{x} + 2x.\log x$

$\Rightarrow y_1 = x + 2x\log x \Rightarrow y_2 = 1 + 2x.\frac{1}{x} + 2.\log x$

$\Rightarrow y_2 = 3 + 2\log x \Rightarrow y_3 = 0 + \frac{2}{x} \Rightarrow y_3 = \frac{2}{x}$ **(Ans.)**

30. যদি $y^x = x^y$ হয় তাহলে $\frac{dy}{dx}$ এর মান নির্ণয় কর।

Sol : দেওয়া আছে, $y^x = x^y$

$\ln y^x = \ln x^y \Rightarrow x \ln y = y \ln x$ ....(i)

x এর সাপেক্ষে উভয় পক্ষকে অন্তরীকরণ করে পাই,

$\frac{d}{dx}(x \ln y) = \frac{d}{dx}(y \ln x)$

$\Rightarrow x\frac{d}{dx}(\ln y) + \ln y \frac{d}{dx}(x) = y\frac{d}{dx}(\ln x) + \ln x \frac{d}{dx}(y)$

$\Rightarrow x.\frac{1}{y}\frac{dy}{dx} + \ln y = y.\frac{1}{x} + \ln x \frac{dy}{dx}$

$\Rightarrow \frac{x}{y}\frac{dy}{dx} - \ln x . \frac{dy}{dx} = \frac{y}{x} - \ln y \Rightarrow \frac{dy}{dx}\left(\frac{x}{y} - \ln x\right) = \frac{y}{x} - \ln y$

$\Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{\frac{y}{x} - \ln y}{\frac{x}{y} - \ln x} = \frac{\frac{y - x\ln y}{x}}{\frac{x - y\ln x}{y}} = \frac{y}{x} . \frac{(x \ln y - y)}{(y \ln x - x)}$ **(Ans.)**

For Practiec

01. $\lim_{x \to \infty} \frac{3.5^x - 9.5^{-x}}{7.5^x - 6.5^{-x}} = ?$ **Ans:** $\frac{3}{7}$

02. $\lim_{x \to -\infty} \frac{8 - 4x^2}{9x^2 + 5x} = ?$ **Ans:** $-\frac{4}{9}$

03. $\lim_{x \to \infty} \frac{3^{x+1}}{4.3^x - 3^{-x}} = ?$ **Ans:** $\frac{3}{4}$

JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS

CamScanner

04. $\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{1+2x}-\sqrt{1-3x}}{x}=?$ Ans: $\frac{5}{2}$

05. $\lim_{x\to 0}\frac{e^x+e^{-x}-2}{x}=?$ Ans: 0

06. $\lim_{x\to 0}\frac{\cos ax-\cos bx}{x^2}=?$ Ans: $\frac{1}{2}(b^2-a^2)$

07. মূল নিয়মে x এর সাপেক্ষে অন্তরজ নির্ণয় কর: a^x Ans: $a^x \ln a$

08. $y = x\tan^{-1}x$ হলে, $\frac{dy}{dx}=?$ Ans : $x.\frac{1}{1+x^2}+\tan^{-1}x$

09. $y=(\frac{\sin 2x}{1+\cos 2x})^2$ হলে, $\frac{dy}{dx}$ এর মান কত? Ans: $2\tan x\sec^2 x$

10. $y=\sin^2[\ln(\sec x)]$ হলে, $\frac{dy}{dx}=?$ Ans : $\sin 2[\ln(\sec x)]\tan x$

11. $x=a\sec^3\theta,\ y=a\tan^3\theta$ হলে, $\frac{dy}{dx}=?$ Ans : $\sin\theta$

12. $x^2-xy+y^2=3$ হলে, $\frac{dy}{dx}=?$ Ans : $\frac{2x-y}{x-2y}$

13. $y=\sqrt{(\sin x)+\sqrt{(\sin x)+\sqrt{(\sin x)+\ldots\ldots\infty}}}$ হলে, দেখাও যে, $\frac{dy}{dx}=\frac{\cos x}{2y-1}$

14. $y=5^x$ হলে, $y_n=?$ Ans: $y_n=5^x(\log_e 5)^n$

15. $y=\tan x+\sec x$ হলে, দেখাও যে, $\frac{d^2y}{dx^2}=\frac{\cos x}{(1-\sin x)^2}$

16. $y=e^x\cos x$ হলে, $y_2=?$ Ans: $-2e^x\sin x$

17. $y=x^2\ln x$ হলে, $\frac{d^3y}{dx^3}=$ কত? Ans: $\frac{2}{x}$

18. $\frac{1}{x}$ এর n তম অন্তরক কত? Ans: $\frac{(-1)^n n!}{x^{n+1}}$

19. $y=\frac{e^x}{x+1}$ হলে, $y_2=?$ Ans. $\frac{e^x(1+x^2)}{(x+1)^3}$

20. $y=\sqrt{4+3\sin x}$ হলে, প্রমাণ কর যে, $2y\frac{d^2y}{dx^2}+2\left(\frac{dy}{dx}\right)^2+y^2=4$

21. $3x^2-7y^2+4xy-8x=0$ বক্ররেখাটির (–1, 1) বিন্দুতে অঙ্কিত স্পর্শকের ঢাল- Ans: $-\frac{5}{9}$

22. $3x^2+7y^2+4xy-8x=0$ বক্ররেখাটির (–1, 1) বিন্দুতে অঙ্কিত স্পর্শকের ঢাল- Ans:1

23. $y=4x^2$ পরাবৃত্তের (–1, 4) বিন্দুতে স্পর্শক এবং অভিলম্বের সমীকরণ নির্ণয় কর। Ans. $8x+y+4=0$ (স্পর্শক); $8y-x-33=0$ (অভিলম্ব)

24. $y=x(1-x)$ বক্ররেখার যে বিন্দুতে স্পর্শক x অক্ষের সমান্তরাল তার স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর। Ans: $\left(\frac{1}{2},\frac{1}{4}\right)$

25. $f(x)=x\ln x$ এর সর্বনিম্ন মান কত? Ans: $-\frac{1}{e}$

26. $x=1$ বিন্দুতে $f(x)=x^3-3x^2+x$ ফাংশনটির প্রকৃতি নির্ণয় কর। Ans: ক্রমহ্রাসমান

27. t সময়ে কোন কণার দ্বারা অতিক্রান্ত দূরত্ব $s=t^3-12t^2+6t+8$ যখন কণাটির ত্বরণ শূন্য তখন এর বেগ কত? Ans: –42

28.] 0, 4 [ব্যবধিতে $f(x)=(x-1)(x-2)(x-3)$ ফাংশনের জন্য ল্যাগ্রাঞ্জের গড় মান উপপাদ্যের সত্যতা যাচাই কর।

Part 3 অধ্যায়ভিত্তিক গুরুত্বপূর্ণ MCQ প্রশ্নোত্তর

01. $\lim_{x\to 0}\frac{10^x-2^x-5^x+1}{x\tan x}=?$
Ⓐ ln5 Ⓑ ln5(ln2) Ⓒ ln2 Ⓓ ln10 Ans Ⓑ

02. $\lim_{x\to\infty}\frac{3x^2\ \sin 2x}{x^2+5}=?$
Ⓐ 0 Ⓑ 3 Ⓒ 1 Ⓓ 4 Ans Ⓑ

03. $\lim_{x\to 2}\frac{x^{10}-1024}{x^5-32}=?$
Ⓐ 0 Ⓑ 64 Ⓒ 2 Ⓓ 32 Ans Ⓑ

04. $\lim_{x\to 0}\frac{\ln(5+x)-\ln(5-x)}{x}=?$
Ⓐ $\frac{5}{7}$ Ⓑ $\frac{2}{5}$ Ⓒ 1 Ⓓ 5 Ans Ⓑ

05. $\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{\tan^{-1}(3x)}=?$
Ⓐ 0 Ⓑ $\frac{1}{3}$ Ⓒ 1 Ⓓ 3 Ans Ⓑ

06. $\lim_{x\to\infty}\frac{2x^2+3x+5}{3x^2+5x-6}$ এর মান -
Ⓐ $\frac{3}{5}$ Ⓑ $-\frac{5}{6}$ Ⓒ $\frac{2}{3}$ Ⓓ $-\frac{2}{3}$ Ans Ⓒ

07. $\lim_{x\to 0}\frac{e^{\cos x}}{\cos x}$ এর মান -
Ⓐ e Ⓑ 1 Ⓒ $\frac{1}{e}$ Ⓓ 0 Ans Ⓐ

08. $\lim_{x\to 0}\frac{\sin 7x-\sin x}{\sin 6x}=?$
Ⓐ $\frac{7}{6}$ Ⓑ $-\frac{7}{6}$ Ⓒ 1 Ⓓ –1 Ans Ⓒ

09 $f(x)=\frac{|x|}{x}$ ফাংশনটি $x=0$ তে-
Ⓐ অসীম Ⓑ অবিচ্ছেদ্য Ⓒ বিচ্ছেদ্য Ⓓ কোনোটিই নয় Ans Ⓒ

10. $\lim_{x\to 0}\frac{\cos x-1}{x^2}$ এর মান কত?
Ⓐ 1 Ⓑ –1 Ⓒ $\frac{1}{2}$ Ⓓ $-\frac{1}{2}$ Ans Ⓓ

11. $\lim_{x\to 0}\frac{\sin(2x)^2}{x}=?$
Ⓐ 1 Ⓑ 2 Ⓒ $\frac{1}{2}$ Ⓓ 0 Ans Ⓓ

12. $\lim_{x\to\pi}\frac{\sin x}{\pi-x}$ সমান কত?
Ⓐ π Ⓑ ∞ Ⓒ 1 Ⓓ 0 Ans Ⓒ

13. $\lim_{x\to 0}(\sec x)^x=$ কোনটি?
Ⓐ 0 Ⓑ 1 Ⓒ –1 Ⓓ অসংজ্ঞায়িত Ans Ⓑ

14. $\lim_{x\to -2}\frac{x^3+8}{x+2}$ এর মান –
Ⓐ 12 Ⓑ 21 Ⓒ 14 Ⓓ 15 Ans Ⓐ

CamScanner

JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS

15. $\lim_{x\to 0}\frac{1-\cos 2x}{x}$ এর মান কত?
Ⓐ 0 Ⓑ 1 Ⓒ 2 Ⓓ 4 Ans Ⓐ

16. $\lim_{x\to\infty}\frac{x^2-4}{2+x-4x^2}$ এর মান কত?
Ⓐ -2 Ⓑ $\frac{-1}{4}$ Ⓒ $\frac{1}{2}$ Ⓓ 1 Ans Ⓑ

17. $\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{1+2x}-\sqrt{1-3x}}{x}=?$
Ⓐ $\frac{11}{2}$ Ⓑ $\frac{1}{2}$ Ⓒ $\frac{5}{2}$ Ⓓ $\frac{11}{32}$ Ans Ⓒ

18. $\lim_{x\to\frac{\pi}{2}}\frac{1-\sin x}{\left(\frac{\pi}{2}-x\right)^2}=?$
Ⓐ 2 Ⓑ 0.5 Ⓒ 1 Ⓓ 0 Ans Ⓑ

19. $\lim_{x\to 0}\frac{1-\cos x}{\sin x}$ কত?
Ⓐ 1 Ⓑ -1 Ⓒ 0 Ⓓ 2 Ans Ⓒ

20. $\lim_{x\to 2}\frac{x-2}{x^2-5x+6}$ এর মান কোনটি?
Ⓐ 0 Ⓑ -1
Ⓒ অসংজ্ঞায়িত Ⓓ কোনোটিই নয় Ans Ⓑ

21. $\lim_{x\to 0}\frac{\sin ax}{\sin bx}$ এর মান কত?
Ⓐ $\frac{a}{b}$ Ⓑ $\frac{b}{a}$ Ⓒ ab Ⓓ কোনটিই নয় Ans Ⓐ

22. $\lim_{x\to 2}\frac{x^2-3x+2}{x-2}$ এর মান কত?
Ⓐ 0 Ⓑ -1 Ⓒ 1 Ⓓ ∞ Ans Ⓒ

23. $\lim_{x\to 0}(1+ax)^{\frac{bx+c}{x}}=$ কত?
Ⓐ ac Ⓑ bc Ⓒ e^{ac} Ⓓ 0 Ans Ⓒ

24. $\lim_{x\to 0}\frac{\sin x^\circ}{x}=$ কত?
Ⓐ 1 Ⓑ 0 Ⓒ $\frac{\pi}{180}$ Ⓓ $\frac{180}{\pi}$ Ans Ⓒ

25. $\lim_{y\to 0}(1+xy)^{\frac{1}{y}}=$ কত?
Ⓐ e Ⓑ e^{-x} Ⓒ e^x Ⓓ lnx Ans Ⓒ

26. $\lim_{x\to 0}\frac{3^x-3^{-x}}{3^x+3^{-x}}=?$
Ⓐ 0 Ⓑ 3 Ⓒ 9 Ⓓ 4 Ans Ⓐ

27. $\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{3+x}-\sqrt{3-x}}{x}$ এর মান কত?
Ⓐ $\frac{1}{2\sqrt{3}}$ Ⓑ $\frac{1}{\sqrt{3}}$ Ⓒ $2\sqrt{3}$ Ⓓ ∞ Ans Ⓑ

28. $\lim_{x\to a}\frac{x^{\frac{7}{2}}-a^{\frac{7}{2}}}{\sqrt{x}-\sqrt{a}}$ এর মান কত?
Ⓐ $7a^2$ Ⓑ $7a^4$ Ⓒ $7a^3$ Ⓓ $7a^6$ Ans Ⓒ

29. $\lim_{x\to 0}\frac{x}{\sin 2x}$ এর মান কত?
Ⓐ $\frac{1}{2}$ Ⓑ 1 Ⓒ 2 Ⓓ ∞ Ans Ⓐ

30. $\lim_{x\to\infty}\frac{x^2+3x}{1+2x^2}$ এর মান কত?
Ⓐ 2 Ⓑ 1 Ⓒ $\frac{1}{2}$ Ⓓ ∞ Ans Ⓒ

31. $\lim_{x\to 0}\frac{e^{mx}-1}{2x}$ এর মান কত?
Ⓐ m Ⓑ $\frac{m}{2}$ Ⓒ $\frac{1}{2}$ Ⓓ 1 Ans Ⓑ

32. $\lim_{x\to 2}\frac{x^3-8}{x^2-4}=$ কত?
Ⓐ 0 Ⓑ 1 Ⓒ 2 Ⓓ 3 Ans Ⓓ

33. $\frac{d}{dx}\left(\frac{1}{\sqrt{x^{-3}}}\right)=$ কত?
Ⓐ $-\frac{3}{2}x^{-\frac{5}{2}}$ Ⓑ $\frac{3}{2}x^{-\frac{1}{3}}$ Ⓒ $\frac{3}{2}\frac{1}{\sqrt{x}}$ Ⓓ $\frac{3}{2}\sqrt{x}$ Ans Ⓓ

34. $y=\cot^{-1}\sqrt{\frac{1+\cos x}{1-\cos x}}$ হলে $\frac{dy}{dx}=$ কত?
Ⓐ $\frac{1}{4}$ Ⓑ $\frac{1}{2}$ Ⓒ $\frac{3}{4}$ Ⓓ 1 Ans Ⓑ

35. $y=\sec^{-1}\frac{1+x^2}{1-x^2}$ হলে $\frac{dy}{dx}=$ কত?
Ⓐ $\frac{1}{1+x^2}$ Ⓑ $-\frac{1}{1+x^2}$ Ⓒ $\frac{2}{1+x^2}$ Ⓓ $\frac{-2}{1+x^2}$ Ans Ⓒ

36. $(x+y)^2-xy=1$ হলে $\frac{dy}{dx}=$ কত?
Ⓐ $\frac{x+2y}{y+2x}$ Ⓑ $\frac{2x+y}{x+2y}$ Ⓒ $\frac{-2x-y}{x+2y}$ Ⓓ $\frac{-x-2y}{y+2x}$ Ans Ⓒ

37. $y=\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}$ হলে, $\frac{dy}{dx}=?$
Ⓐ $\frac{1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)^2}$ Ⓑ $\frac{-1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)^2}$
Ⓒ $\frac{1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)^2}$ Ⓓ $\frac{-1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)^2}$ Ans Ⓓ

38. $\frac{d}{dx}(x^2\ln x+x^4e^x)=$ কত?
Ⓐ $2x+4x^3e^x$ Ⓑ $x+2x\ln x+x^3e^x$
Ⓒ $x+2x\ln x+x^3e^x(x+4)$ Ⓓ $x(1+2\ln x)+e^x(x+4)$ Ans Ⓒ

39. θ এর সাপেক্ষে $\frac{1-\tan\theta}{1+\tan\theta}$ এর অন্তরক কোনটি?
Ⓐ $\frac{2\sec^2\theta}{(1-\tan\theta)^2}$ Ⓑ $\frac{-2\sec^2\theta}{(1+\tan\theta)^2}$
Ⓒ $\frac{-2\sec^2\theta}{(1-\tan\theta)^2}$ Ⓓ $\frac{-(1+\tan\theta)^2}{2\sec^2\theta}$ Ans Ⓑ

40. $f(x)=2e^x-3x+1$ হলে $f'(0)=$ কত?
Ⓐ 0 Ⓑ 1 Ⓒ -1 Ⓓ 2 Ans Ⓒ

41. $y=5x^{-3}e^x$ হলে $y_1=$ কত?
Ⓐ $5x^{-4}e^x$ Ⓑ $5x^{-2}e^x$
Ⓒ $-15x^{-4}e^x+5x^{-3}e^x$ Ⓓ $15x^{-4}e^x-5x^{-3}e^x$ Ans Ⓒ

42. $h(x)=\ln(e^{mx}+e^{-mx})$ হলে $h'(0)=$ কত?
Ⓐ 0 Ⓑ m Ⓒ $\frac{m}{2}$ Ⓓ $\frac{1}{2}$ Ans Ⓐ

43. যদি $x=t^3-t$ এবং $y=\sqrt{3t+1}$ হয় তবে $\left.\frac{dy}{dx}\right|_{t=1}=$ কত?
Ⓐ $\frac{1}{8}$ Ⓑ $\frac{2}{8}$ Ⓒ $\frac{8}{3}$ Ⓓ $\frac{3}{4}$ Ans Ⓑ

JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS
CamScanner

For Practiec

01. $\int\left(\sqrt[3]{x}+\frac{1}{\sqrt{x}}\right)dx = ?$ Ans: $\frac{3}{4}x^{\frac{4}{3}}+2x^{\frac{1}{2}}+c$

02. $\int\frac{\tan^{-1}x\,dx}{1+x^2} = ?$ Ans: $\frac{(\tan^{-1}x)^2}{2}+c$

03. $\int\sin^2x\cos2x\,dx = ?$ Ans: $\frac{1}{4}\left(\sin2x-x-\frac{1}{4}\sin4x\right)+c$

04. $\int\frac{1}{9-4x^2}dx = ?$ Ans: $\frac{1}{12}\ln\frac{3+2x}{3-2x}+c$

05. $\int x^2\cos x^3\,dx = ?$ Ans: $\frac{1}{3}\sin x^3+c$

06. $\int\frac{dx}{e^x+e^{-x}} = ?$ Ans: $\tan^{-1}(e^x)+c$

07. $\int_0^{\ln2}\frac{e^x-e^{-x}}{e^x+e^{-x}}dx = ?$ Ans: $\ln\frac{5}{4}$

08. $\int_0^{\frac{\pi}{4}}\frac{dx}{1+\cos2x} = ?$ Ans: $\frac{1}{2}$

09. $\int_0^1\sin^{-1}x\,dx = ?$ Ans: $\frac{\pi}{2}-1$

10. $\int_0^{\frac{\pi}{2}}e^x(\sin x+\cos x)\,dx$ Ans: $e^{\pi/2}$

11. $\int_0^5\sqrt{25-x^2}\,dx = ?$ Ans: $\frac{25\pi}{4}$

12. $\int_0^1 x^3(1-x)^5\,dx = ?$ Ans: $\frac{1}{420}$

13. যদি $f(x) = -f(-x)$ হয়, তবে $\int_{-a}^{a}f(x)dx =$ কত? Ans: 0

14. যদি $\int_0^{2\pi}h(x)\,dx = 6\pi$ হয়, তবে $\int_0^{\pi}h(2x)\,dx = ?$ Ans: 3π

15. $\int_{-5}^{5}|x-5|\,dx$ এর মান কত? Ans: 50

16. x এর মান কত হলে, $F(x) = \int_0^x\frac{t-4}{9-t^2}dt$ ফাংশনটির মান বৃহত্তম হবে? Ans: 3

17. যদি $\int_0^1 h(x)\,dx = 5$ হয়, তবে $\int_1^3[h(x)+kx^2]\,dx = 31$ হলে, k এর মান কত? Ans: 3

18. $\int_{-5}^{5}|x+2|\,dx$ এর মান কত? Ans: 29

19. $x^2+y^2=1$ এবং $y^2=1-x$ দ্বারা সীমাবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। Ans: $2\left(\frac{\pi}{4}-\frac{4}{3}\right)$

20. $x=y^2$ এবং $y=x-2$ রেখাদ্বয় দ্বারা আবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। Ans: $\frac{9}{2}$

21. দেখাও যে, $y^2=4x$ পরাবৃত্ত এবং $y=2x-4$ সরলরেখা দ্বারা আবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল 9 বর্গ একক।

22. $x^2+y^2=1$ এবং $y^2=1-x$ বক্ররেখাদ্বয় দ্বারা আবদ্ধ ক্ষুদ্রতর ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। Ans: $\frac{\pi}{2}-\frac{4}{3}$

23. $y^2=16x$ এবং এর উপকেন্দ্রিক লম্ব দ্বারা সীমাবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। Ans: $\frac{128}{3}$

24. $y=x$, $y=0$ রেখাদ্বয় এবং $x^2+y^2=16$ বৃত্ত দ্বারা প্রথম চতুর্ভাগে আবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কত? Ans: 2π sq.units

25. $y^2=16x$ এবং $y=4x$ দ্বারা আবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কত? Ans: $\frac{2}{3}$ unit^2

26. $y^2=4ax$ এবং $x^2=4ay$ পরাবৃত্ত দুটি দ্বারা আবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক? Ans: $\frac{16a^2}{3}$

27. $y=4x-x^2$ বক্ররেখা এবং x অক্ষ দ্বারা বেষ্টিত ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কত? Ans: $\frac{32}{3}$ বর্গএকক

28. $y=x^2$ বক্ররেখা, x অক্ষ এবং $x=1$, $x=7$ রেখাদ্বয় দ্বারা সীমাবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কত? Ans: $\frac{342}{3}$

Part 3 অধ্যায়ভিত্তিক গুরুত্বপূর্ণ MCQ প্রশ্নোত্তর

01. $\int\frac{dx}{\cos^2x\sqrt{\tan x}} = ?$
Ⓐ $\tan x+c$ Ⓑ $2\sqrt{\tan x}+c$
Ⓒ $\sqrt{\sin x}+c$ Ⓓ $2\sqrt{\sin x}+c$
Ans Ⓑ

02. $\int\frac{e^x-e^{-x}}{e^x+e^{-x}}dx =$ কত?
Ⓐ $\ln|e^x-e^{-x}|+c$ Ⓑ $\ln|e^x+e^{-x}|+c$
Ⓒ $\ln|e^{-x}-e^x|+c$ Ⓓ $\ln|e^{2x}|+c$
Ans Ⓑ

03. $\int e^x(\tan x+\sec^2x)\,dx =$ কত?
Ⓐ $e^x\tan x+c$ Ⓑ $e^x\sec^2x+c$
Ⓒ $-e^x\tan x+c$ Ⓓ $-e^x\sec^2x+c$
Ans Ⓐ

04. $\int\frac{x^2}{x^2-4}dx =$ কত?
Ⓐ $\ln\left|\frac{x-2}{x+2}\right|+c$ Ⓑ $\ln\left|\frac{x+2}{x-2}\right|-5x+c$
Ⓒ $x+\ln\left|\frac{x-2}{x+2}\right|+c$ Ⓓ $2x+\ln\left|\frac{x+2}{x-2}\right|+c$
Ans Ⓒ

05. $\int 11^z\,dz =$ কত?
Ⓐ $z11^{z+1}+c$ Ⓑ $\frac{11^z}{ln11}+c$
Ⓒ $z11^{z-1}+c$ Ⓓ $\frac{z}{11}+c$
Ans Ⓑ

06. $\frac{dy}{dx}=\frac{2}{1+x^2}$ হয় তবে y এর মান কোনটি?
Ⓐ $\cos^{-1}\frac{1-x^2}{1+x^2}+c$ Ⓑ $\sin^{-1}\frac{2x}{1+x^2}+c$
Ⓒ $\frac{-1}{1+x^2}+c$ Ⓓ $2\tan^{-1}x+c$
Ans Ⓓ

07. $\int\frac{dx}{1+\cos2x} =$ কত?
Ⓐ $\sec\frac{x}{2}+C$ Ⓑ $\frac{1}{2}\tan x+C$
Ⓒ $\sec x+C$ Ⓓ $\tan x+C$
Ans Ⓑ

CamScanner

08. $\int \frac{\cos\sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$ = কত?
Ⓐ $-2\sin\sqrt{x}$ Ⓑ $-\sin\sqrt{x} + c$
Ⓒ $\sin\sqrt{x} + c$ Ⓓ $2\sin\sqrt{x} + c$ Ans D

09. $\int \sin x^\circ \, dx$ = কত?
Ⓐ $\cos x^\circ + c$ Ⓑ $-\cos x + c$
Ⓒ $-\frac{180}{\pi}\cos\frac{\pi x}{180} + c$ Ⓓ $\frac{180}{\pi}\cos\frac{\pi x}{180} + c$ Ans C

10. $\int \frac{ln(\sec^{-1}x)}{x\sqrt{x^2-1}} dx = f(x) + c$ হলে, f(x) এর মান কত?
Ⓐ $\frac{(\sec^{-1}x)^2}{2}$ Ⓑ $\sec^{-1}x[ln|\sec^{-1}x| - 1]$
Ⓒ $ln|\sec^{-1}x| - 1$ Ⓓ $\frac{1}{\sec^{-1}x} - x$ Ans B

11. $\int e^x(\sin x + \cos x)dx$ = কত?
Ⓐ $-e^x \sin x + c$ Ⓑ $-e^x\cos x + c$
Ⓒ $e^x\sin x + c$ Ⓓ $e^x\cos x + c$ Ans C

12. $\int x^3e^x dx = f(x) + c$ হয় তবে f(x) = কত?
Ⓐ $\frac{1}{3}e^x(3x^2 - 6x + 6)$ Ⓑ $\frac{1}{3}e^x(x^3 - 3x^2 + 6x - 6)$
Ⓒ $e^x(x^4 - 5x^3 + 3x^2 - 6x + 6)$ Ⓓ $e^x(x^3 - 3x^2 + 6x - 6)$ Ans D

13. $\frac{x-3}{(1-2x)(1+x)} = \frac{A}{1-2x} + \frac{B}{1+x}$ হলে, A ও B এর মান কত হবে?
Ⓐ $\frac{5}{3}, \frac{4}{3}$ Ⓑ $-\frac{5}{3}, \frac{4}{3}$
Ⓒ $\frac{5}{3}, \frac{-4}{3}$ Ⓓ $\frac{-5}{3}, \frac{4}{3}$ Ans D

14. $\int \frac{dx}{2x^2 + x + 1}$ = কত?
Ⓐ $\frac{2}{\sqrt{7}}\tan^{-1}\frac{4x+1}{\sqrt{7}} + c$ Ⓑ $\frac{2}{\sqrt{7}} ln \frac{4x+1}{\sqrt{7}} + c$
Ⓒ $\tan^{-1}\frac{x+1}{2} + c$ Ⓓ $\frac{2}{\sqrt{7}}\tan^{-1}\frac{4x+1}{7} + c$ Ans A

15. $\int xe^{x^2} dx$ = কত?
Ⓐ $e^{x^2} + c$ Ⓑ $\frac{1}{2}e^x + c$
Ⓒ $\frac{1}{2}e^{x^2} + c$ Ⓓ $e^x + c$ Ans C

16. $\int \frac{(\sec^{-1}x)^5}{x\sqrt{x^2-1}} dx$ = কত?
Ⓐ $\frac{1}{5}(\sec^{-1}x)^5 + c$ Ⓑ $\frac{1}{6}(\sec^{-1}x)^6 + c$
Ⓒ $\frac{1}{4}(\sec^{-1}x)^4 + c$ Ⓓ $(\sec^{-1}x)^6 + c$ Ans B

17. $\int \frac{dx}{1 - \sin x}$ এর মান কত?
Ⓐ $\tan x + \sec x + c$ Ⓑ $\tan x - \sec x + c$
Ⓒ $-\tan x + \sec x + c$ Ⓓ $-\tan x - \sec x + c$ Ans A

18. $\int \frac{2}{\sqrt{1-4x^2}} dx$ = কত?
Ⓐ $\sin^{-1}2x + c$ Ⓑ $\cos^{-1}2x + c$
Ⓒ $-\sin^{-1}2x + c$ Ⓓ $-\cos^{-1}2x + c$ Ans A

19. $\int \sqrt{e^x}\, dx$ = ?
Ⓐ $\frac{2}{3}(e^x)^{3/2} + c$ Ⓑ $\frac{1}{2}\sqrt{e^x} + c$
Ⓒ $2e^{x/2} + c$ Ⓓ $e^{x/2} + c$ Ans C

20. $\int \frac{\tan(\sin^{-1}x)}{\sqrt{1-x^2}} dx$ = ?
Ⓐ $\sec^2(\sin^{-1}x) + c$ Ⓑ $\sec(\sin^{-1}x) + c$
Ⓒ $ln|\sec(\sin^{-1}x)| + c$ Ⓓ $ln|\tan(\sin^{-1}x)| + c$ Ans C

21. $\int \frac{xe^x}{(x+1)^2} dx$ = ?
Ⓐ $\frac{x}{(x+1)^2} + C$ Ⓑ $\frac{e^x}{(x+1)^2} + C$
Ⓒ $\frac{x}{x+1} + C$ Ⓓ $\frac{e^x}{x+1} + C$ Ans D

22. $\int \frac{e^x(1+x)}{\cos^2(xe^x)} dx = f(x) + c$; f(x) = ?
Ⓐ $\sin(xe^x)$ Ⓑ $\tan(xe^x)$
Ⓒ $\cot(xe^x)$ Ⓓ $\sec(xe^x)$ Ans B

23. $\int xe^x dx$ = ?
Ⓐ $xe^x - e^x$ Ⓑ xe^x
Ⓒ e^x Ⓓ $xe^x + e^x$ Ans A

24. $\int x\cos x dx = f(x) + c$ হয় তবে f(x) = ?
Ⓐ $x\sin x + \cos x$ Ⓑ $x\sin x - \cos x$
Ⓒ $\frac{x^2}{2}\sin x$ Ⓓ $\frac{x^2}{2}\cos x + x\sin x$ Ans A

25. $\int e^{2x} dx$ এর মান কত?
Ⓐ $\frac{1}{2}e^{2x} + c$ Ⓑ $e^{2x} + c$
Ⓒ $\frac{1}{2}e^x + c$ Ⓓ $2e^{2x} + c$ Ans A

26. $\int \frac{\cos\left(\frac{1}{x}\right)}{x^2} dx$ = কোনটি?
Ⓐ $\cos\left(\frac{1}{x}\right) + C$ Ⓑ $\sin\left(\frac{1}{x}\right) + C$
Ⓒ $-\sin\left(\frac{1}{x}\right) + C$ Ⓓ $\cos\left(\frac{1}{x^2}\right) + C$ Ans C

27. $\int_0^1 \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx$ এর মান কোনটি?
Ⓐ $2e^{-1}$ Ⓑ $\frac{2}{e} - 1$
Ⓒ $2(e-1)$ Ⓓ $1 - \frac{1}{e}$ Ans C

28. $\int_0^1 \frac{\tan^{-1}x}{1+x^2} dx$ এর মান কোনটি?
Ⓐ $\frac{\pi}{32}$ Ⓑ $\frac{\pi}{16}$
Ⓒ $\frac{\pi^2}{32}$ Ⓓ $\frac{\pi^2}{16}$ Ans C

29. $\int_{-1}^1 |x+1|\, dx$ এর মান কোনটি হবে?
Ⓐ −1 Ⓑ 0 Ⓒ 1 Ⓓ 2 Ans D

CamScanner