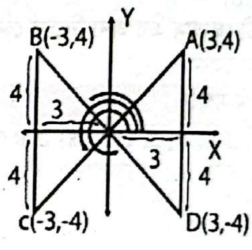
দ্বিতীয় পত্র অধ্যায় ০৩

জটিল সংখ্যা (COMPLEX NUMBERS)

কি পড়ব ? কেন পড়ব ? SURVEY TABLE কতটুকু পড়ব ? কিভাবে পড়ব ?

টপিক নং	বিগত বছরে যে সকল টপিকস্ থেকে প্রশ্ন এসেছে	RATINGS [কেন পড়ব]
01	i এর পরিচিতি ও ঘাত সংক্রান্ত গাণিতিক প্রয়োগ	★
02	মডুলাস ও আর্গুমেন্ট নির্ণয় সংক্রান্ত	★★
03	এককের ঘনমূল (Cubic roots of unit) সংক্রান্ত	★★★
04	জটিল সংখ্যার বৈশিষ্ট্য ও মান নির্ণয় সংক্রান্ত	★★★

টপিক আলোচনা

সূত্রের নাম	সূত্রের বর্ণনা
01. জটিল সংখ্যার বৈশিষ্ট্য	01. x+iy এই আকারের সংখ্যাকে বলে জটিল সংখ্যা 02. x+iy=0 হলে x = 0 এবং y = 0 হবে 03. $\sqrt{-a}\sqrt{-b} = -\sqrt{ab}$ 04. z = x+iy এর অনুবন্ধী বা মিথুন রাশি $\bar{Z} = x - iy$ 05. অনুবন্ধী দুটি জটিল সংখ্যার যোগফল ও গুণফল বাস্তব 06. $x + iy = a + ib$ হলে $x = a$ এবং $y = b$ হবে 07. $\sqrt{i} + \sqrt{-i} = \sqrt{2}$ 08. $\sqrt[3]{i} + \sqrt[3]{-i} = 0$
02. জটিল সংখ্যার মডুলাস ও আর্গুমেন্ট	01. $Z = x + iy$ এর মডুলাস $\lvert z\rvert = r = \sqrt{x^2 + y^2}$, $\theta = \tan^{-1}(\frac{y}{x})$ 02. $Z = -x + iy$ এর মডুলাস $\lvert z\rvert = r = \sqrt{x^2 + y^2}$, $\theta = \pi - \tan^{-1}(\frac{y}{x})$ 03. $Z = -x - iy$ জটিল সংখ্যা মডুলাস $\lvert z\rvert = r = \sqrt{x^2 + y^2}$, $\theta = \pi + \tan^{-1}(\frac{y}{x})$ 04. $Z = x - iy$ এর মডুলাস $\lvert z\rvert = r = \sqrt{x^2 + y^2}$, $\theta = 2\pi - \tan^{-1}(\frac{y}{x}) = -\tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right)$ 
03. মান নির্ণয় সম্পর্কিত	$\Rightarrow i^2 = -1 \Rightarrow i^3 = i^2.i = -i \Rightarrow i^4 = i^2.i^2 = 1 \therefore i^{4n+3} = i^{4n}.i^3 = 1.(-i) = -i$ $i^n + i^{n+1} + i^{n+2} + i^{n+3} = 0$ [যেখানে n যেকোন পূর্ণ সংখ্যা]
04. এককের ঘনমূল	■ এককের ঘনমূল তিনটি $1, \omega, \omega^2$ $\omega = \frac{-1+\sqrt{-3}}{2}$; $\omega^2 = \frac{-1-\sqrt{-3}}{2}$ ■ এককের ঘনমূল গুলোর একটি বাস্তব এবং অপর দুটি কাল্পনিক ■ এককের কাল্পনিক মূলগুলোর যোগফল = −1 ■ এককের কাল্পনিক মূলগুলোর গুণফল = 1 ■ এককের ঘনমূল গুলোর যোগফল = 0; (i) $1 + \omega + \omega^2 = 0$ (ii) $\omega^n + \omega^{n+1} + \omega^{n+2} = 0$ [যেখানে n যেকোনো পূর্ণ সংখ্যা] ■ $\omega^3 = 1 \Rightarrow \omega^{3n+2} = \omega^{3n}.\omega^2 = \omega^2$
05. বর্গমূল নির্ণয়	(i) $\sqrt{ni} = \pm\frac{\sqrt{n}}{\sqrt{2}}(1 + i)$ (ii) $\sqrt{-ni} = \pm\frac{\sqrt{n}}{\sqrt{2}}(1 - i)$ **বর্গমূল বের করার নিয়ম:** **Step-1:** i যুক্ত পদটিকে 2 দ্বারা ভাগ করে এমন 2টি উৎপাদক তৈরি করতে হবে। যাদের বর্গের অন্তরফল বাস্তব অংশ। **Step-2:** বাস্তব অংশ negative হলে i হবে বড় উৎপাদকের সাথে। বাস্তব অংশ positive হলে i হবে ছোট উৎপাদকের সাথে। **Step-3:** বর্গমূলের মাঝখানের চিহ্ন হবে প্রদত্ত জটিল সংখ্যার অবাস্তব অংশের চিহ্নের মতো।
06. ঘনমূল; 4-তম মূল ও 6-তম মূল	01. $\sqrt[3]{-a^3} = -a, -a\omega, -a\omega^2 = -a, -a(\frac{-1+\sqrt{-3}}{2}), -a(\frac{-1-\sqrt{-3}}{2})$ 02. $\sqrt[3]{a^3} = a, a\omega, a\omega^2 = a, a\left(\frac{-1+\sqrt{-3}}{2}\right), a\left(\frac{-1-1\sqrt{-3}}{2}\right)$ 03. $\sqrt[4]{-a^2} = \pm\sqrt{\frac{a}{2}}(1 \pm i)$ 04. $\sqrt[6]{-a^2} = \pm\sqrt[3]{a}i, \pm\sqrt[3]{a}\,i\omega, \pm\sqrt[3]{n}\,i\omega^2$

CamScanner

সূত্রের নাম	সূত্রের বর্ণনা	
গ. সঞ্চার পথের প্রকৃতি নির্ণয় সংক্রান্ত	■ $\|z\|=k$ এর সঞ্চার পথ বৃত্ত নির্দেশ করে ■ $\|az+k_1\|=\|bz+k_2\|$ এর সঞ্চার পথ বৃত্ত নির্দেশ করে ■ $\|z+k_1\|-\|z+k_2\|=k_3$ এর সঞ্চার পথ অধিবৃত্ত নির্দেশ করে ■ $\|z+k_1\|=x$ বা y এর সঞ্চার পথ পরাবৃত্ত নির্দেশ করে	■ $\|z-k_1\|=k_2$ হলে এর সঞ্চার পথ বৃত্ত নির্দেশ করে ■ $\|z+k_1\|=\|z+k_2\|$ এর সঞ্চার পথ সরলরেখা নির্দেশ করে ■ $\|z+k_1\|+\|z+k_2\|=k_3$ এর সঞ্চার পথ উপবৃত্ত নির্দেশ করে

গুরুত্বপূর্ণ গাণিতিক সমস্যা সমূহ

MEx 01 $\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\ldots}}}}$ এর সবচেয়ে কাছাকাছি মান-

Solve ধরি, $x=\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\ldots}}}}$

$\Rightarrow x^2=2+\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\ldots}}}$

MEx 02 $3-5i$ এর মডুলাস কত?

Solve মডুলাস $=\sqrt{3^2+(-5)^2}=\sqrt{9+25}=\sqrt{34}$

MEx 03 $12+5i$ জটিল সংখ্যার মডুলাস ও আর্গুমেন্ট হবে-

Solve $12+5i$ এর মডুলাস $=\sqrt{12^2+5^2}=13$

MEx 04 $\omega^{3n+4}=?$

Solve $\omega^{3n+4}=\omega^{3n}.\omega^4=\omega^4=\omega$

আর্গুমেন্ট, $\tan\theta=\frac{5}{12}$ $\therefore \theta=\tan^{-1}\frac{5}{12} \Rightarrow x^2=2+x \Rightarrow x^2-x-2=0$

MEx 05 $\sqrt[6]{-64}$ এর সম্ভাব্য মান কত?

Solve $\sqrt[6]{-64}=\sqrt[6]{-8^2}=\pm\sqrt[3]{8}i; \pm\sqrt[3]{i}(1); \pm\sqrt[3]{8}i\,\omega^2$

$=\pm 2i; \pm 2i\left(\frac{-1+\sqrt{3}i}{2}\right); \pm 2i\left(\frac{-1-\sqrt{3}i}{2}\right)$

$=\pm 2i; \pm i\pm\sqrt{3}; \pm i\pm\sqrt{3}=\pm 2i; \pm(\sqrt{3}\pm i)$

MEx 06 $\sqrt{i}+\sqrt{-i}=?$

Solve $\sqrt{i}+\sqrt{-i}=\sqrt{\frac{1}{2}.2i}+\sqrt{\frac{1}{2}.(-2i)}$

$=\sqrt{\frac{1}{2}.(1^2+i^2+2.1.i)}+\sqrt{\frac{1}{2}.(1^2+i^2-2.1.i)}$

$=\sqrt{\frac{1}{2}.(1+i)^2}+\sqrt{\frac{1}{2}.(1-i)^2}=\frac{1}{\sqrt{2}}(1+i+1-i)=\frac{2}{\sqrt{2}}$

$\therefore \sqrt{i}+\sqrt{-i}=\sqrt{2}$

MEx 07 $-8-6\sqrt{-1}$ এর বর্গমূল হলো-

Solve $-8-6\sqrt{-1}=-8-6i=1-9-6i=1^2+(3i)^2-2.1.3i=(1-3i)^2$

$\therefore -8-6\sqrt{-1}$ এর বর্গমূল $=\pm(1-3i)$

MEx 08 $z=x+iy$ হলে $|z-3|=9$ দ্বারা নির্দেশিত সঞ্চারপথটি হবে-

Solve $|z-3|=9, \Rightarrow |x+iy-3|=9, \Rightarrow \sqrt{(x-3)^2+y^2}=81$

$\Rightarrow x^2+y^2-6x-72=0$

MEx 09 এককের একটি কাল্পনিক ঘনমূল ω হলে $(1+\omega-\omega^2)^4+(1-\omega+\omega^2)^4$ এর মান-

Solve $(-2\omega^2)^4+(-2\omega)^4=16\omega^2+16\omega=16(\omega^2+\omega)=-16$

MEx 10 $x=\frac{1}{\sqrt{2}}(1+\sqrt{-1})$ হলে, $x^6+x^4+x^2+1$ এর মান নির্ণয় কর।

Solve দেওয়া আছে, $x=\frac{1}{\sqrt{2}}\left(1+\sqrt{-1}\right)=\frac{1}{\sqrt{2}}(1+i)$

$\therefore x^2=\frac{1}{2}(1+i)^2=\frac{1}{2}(1+2i+i^2)=\frac{1}{2}.2i=i$

$\therefore x^6+x^4+x^2+1 =(x^2)^3+(x^2)^2+x^2+1=i^3+i^2+i+1$

$=-i-1+i+1=0$

PYQ — PREVIOUS YEARS' QUESTIONS

01. $\left|\frac{3-i}{1-2i}\right|=?$ [DU-7Clg. 2023-24]

A. 2 B. $\sqrt{2}$ C. $\frac{1}{2}$ D. 1

(B) Explanation $\left|\frac{3-i}{1-2i}\right|=\frac{\sqrt{3^2+1}}{\sqrt{1+4}}=\sqrt{\frac{10}{5}}=\sqrt{2}$

02. $x+\frac{1}{x}=0$ সমীকরণটির মূল– [DU-7Clg. 2023-24]

A. i B. −i C. ±2i D. (A) and (B)

(D) Explanation $x+\frac{1}{x}=0 \Rightarrow \frac{x^2+1}{x}=0 \Rightarrow x^2=-1 \therefore x=\pm i$

03. $\left|\frac{1+3i}{1-2i}\right|=?$ [DU-7Clg: 2022-23]

A. 1 B. $\frac{3}{2}$ C. $\sqrt{\frac{3}{2}}$ D. $\sqrt{2}$

(D) Explanation $\left|\frac{1+3i}{1-2i}\right|=\frac{|1+3i|}{|1-2i|}=\frac{\sqrt{1^2+3^2}}{1^2+(-2)^2}=\frac{\sqrt{10}}{\sqrt{5}}=\sqrt{2}$

04. $-3-3i$ এর আর্গুমেন্ট- [DU-7Clg: 2022-23]

A. $\frac{\pi}{4}$ B. $\frac{3\pi}{3}$ C. $\frac{5\pi}{4}$ D. $\frac{\pi}{3}$

(C) Explanation $-3-3i$

আর্গুমেন্ট, $\theta=\pi+\tan^{-1}\left|\frac{-3}{-3}\right|=\pi+\frac{\pi}{4}=\frac{5\pi}{4}$

05. $(2-i)/i=x+iy$ হলে $x-iy=?$ [DU-7Clg: 2020-21]

A. $1-2i$ B. $-1-2i$ C. $1+2i$ D. $-1+2i$

(D) Explanation $\frac{2-i}{i}=x+iy \Rightarrow 2-i=ix+i^2y \Rightarrow 2-i=ix-y$

এখন, $x=-1$ এবং $y=-2$ $\therefore x-iy=-1+2i$

06. ω এককের একটি কাল্পনিক ঘনমূল হলে, $(1-\omega+\omega^2)^2+(1+\omega-\omega^2)^2$ এর মান কত? [DU-7Clg. 2019-20]

A. 3 B. −3 C. 4 D. −4

(D) Explanation $(1-\omega+\omega^2)^2+(1+\omega-\omega^2)^2$

$=(-2\omega)^2+(-2\omega^2)^2=4\omega^2+4\omega^4=4\omega^2+4\omega=4(\omega^2+\omega)=4(-1)=-4$

07. $\frac{4-3i}{4-i}=A+iB$ (A, B বাস্তব সংখ্যা) হলে $B=?$ [DU-7Clg. 2019-20]

A. $\frac{8}{17}$ B. $\frac{-8}{17}$ C. $\frac{19}{17}$ D. $\frac{-19}{17}$

(B) Explanation $\frac{4-3i}{4-i}=A+iB \Rightarrow \frac{(4-3i)(4+i)}{4^2-i^2}=A+iB$

$\Rightarrow \frac{16-12i+4i-3i^2}{17}=A+iB \Rightarrow \frac{19-8i}{17}=A+iB \therefore B=-\frac{8}{17}$

08. $\sqrt{3}+i$ এর আর্গুমেন্ট [DU-7Clg. 2018-19]

A. 45° B. 60° C. 30° D. 40°

(C) Explanation $\sqrt{3}+i$ এর আর্গুমেন্ট $=\tan^{-1}\left|\frac{1}{\sqrt{3}}\right|=30°$

CS CamScanner

09. $(1-i)^4$ এর মান কত? [DU-7Clg. 2017-18]

A. $-2i$ B. $2i$ C. -4 D. 4

(C) Explanation: $(1-i)^4=((1-i)^2)^2=(1-2i+i^2)^2$
$=(-2i)^2=4i^2=-4$

IQA — IMPORTANT QUESTION FOR DU-7 CLG ADMISSION

01. $z=(-4+3i)/i$ এর কাল্পনিক অংশ-

A. 3 B. 4 C. −4 D. −3

(B) Explanation: $z=\frac{-4+3i}{i}\Rightarrow\frac{-4}{i}+3=\frac{4i^2}{i}+3=4i+3=4$

02. $x=\frac{1}{2}(-1+\sqrt{-3})$ এবং $y=\frac{1}{2}(-1-\sqrt{-3})$ হলে x^2+xy+y^2 এর মান-

A. 0 B. 2 C. $1+\sqrt{2}$ D. 1

(A) Explanation: $x=\frac{1}{2}(-1+\sqrt{-3})$; $y=\frac{1}{2}(-1-\sqrt{-3})$
$x=\omega$, $\omega^2=y$
$\therefore \omega^2+\omega\omega^2+\omega^4=\omega^2+\omega^3+\omega \Rightarrow 1+\omega+\omega^2=0$

03. এককের একটি কাল্পনিক ঘনমূল ω হলে $(1-\omega)(1-\omega^2)(1-\omega^4)(1-\omega^8)$ এর মান-

A. 18 B. 6 C. −9 D. 9

(D) Explanation: $(1-\omega)(1-\omega^2)(1-\omega^4)(1-\omega^8)$
$=(1-\omega)(1-\omega^2)(1-\omega)(1-\omega^2)=(1-\omega)^2(1-\omega^2)^2$
$=(1+\omega^2-2\omega)(1+\omega^4-2\omega^2)=(-\omega-2\omega)(-\omega^2-2\omega^2)$
$=-3\omega(-3\omega^2)=9$

04. $\frac{1}{\alpha+i}=\frac{i}{\alpha-i}$ হলে α এর মান-

A. 1 B. $\frac{i}{2}$ C. −1 D. $-\frac{i}{2}$

(C) Explanation: $\frac{1}{\alpha+i}=\frac{i}{\alpha-i}$
$\Rightarrow \alpha-i=\alpha i+i^2 \Rightarrow \alpha-i=-1+\alpha i \quad \therefore \alpha=-1$

05. $z=x+iy$ হলে $|z-5|+|z+5|=16$ নির্দেশ করে-

A. Circle B. Parabola C. Hyperbola D. Ellipse

(D) Explanation: $|z\pm a|+|z\pm b|=c$
উপবৃত্তের সমীকরণ নির্দেশ করে তাহলে,
$|z-5|+|z+5|=16$ উপবৃত্ত নির্দেশ করে।

PRIME TEST

01. $\frac{1+i}{1-i}$ এর পরম মান হলো –

A. 0 B. 1 C. $\sqrt{2}$ D. i

02. এককের একটি কাল্পনিক ঘনমূল ω হলে $(1-\omega)(1-\omega^2)(1-\omega^4)(1-\omega^8)$ এর মান-

A. 18 B. 6 C. −9 D. 9

03. $i+i^2+i^3+i^4$ এর মান কোনটি?

A. 0 B. 1 C. −1 D. i

04. $a^3+b^3+c^3-3abc$ এর সঠিক উৎপাদক বিশ্লেষণ কোনটি?

A. $(a+b+c)(a+b\omega+c\omega^2)(a+b\omega^2+c\omega)$
B. $(a+b+c)(a-b\omega+c\omega^2)(a+b\omega^2+c\omega)$
C. $(a+b+c)(a+b\omega+c\omega^2)(a+b\omega^2+c\omega)$
D. $(a+b+c)(a+b\omega+c\omega^2)(a+b\omega^2-c\omega)$

05. যদি $x=\frac{1}{2}(-1+\sqrt{-3})$ এবং $y=\frac{1}{2}(-1-\sqrt{-3})$ হয় হবে $(1-x-y+xy)$ এর মান হবে-

A. 3 B. −2 C. −3 D. 2

06. যদি $\frac{2+3i}{2-i}=A+iB$ এবং A ও B বাস্তব সংখ্যা হয় তাহলে B এর মান ক

A. $\frac{3}{5}$ B. $\frac{4}{5}$ C. $\frac{7}{5}$ D. $\frac{8}{5}$

07. i^{-40} এর মান কত?

A. −1 B. 1 C. i D. −1

08. $-2\sqrt{3}+6i$ এর আর্গুমেন্ট কোনটি?

A. $-\frac{\pi}{3}$ B. $\frac{\pi}{3}$ C. $\frac{2\pi}{3}$ D. $-\frac{2\pi}{3}$

09. $(-1+\sqrt{-3})^4+(-1-\sqrt{-3})^4$ এর মান কত?

A. 16 B. −16 C. 15 D. ±16

10. 9+40 i এর বর্গমূল কত?

A. ± (1+4i) B. ± (3-4i) C. ± (5+4i) D. ± (4+5i)

OMR SHEET

01. Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ	04. Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ	07. Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ
02. Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ	05. Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ	08. Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ
03. Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ	06. Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ	09. Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ
		10. Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ

ANS ANALYSIS

প্রশ্ন	উত্তর	ব্যাখ্যা
01	B	$\frac{1+i}{1-i}$ এর পরম মান $=\left\|\frac{1+i}{1-i}\right\|=\frac{\|1+i\|}{\|1-i\|}=\frac{\sqrt{1^2+1^2}}{\sqrt{1^2+1^2}}=1$ **FINIX SUPER TRICKS:** পরস্পর অনুবন্ধী দুটি জটিল সংখ্যার ভাগ ফলের মডুলাস = 1
02	D	$(1-\omega)(1-\omega^2)(1-\omega^4)(1-\omega^8)$ $=(1-\omega)(1-\omega^2)(1-\omega)(1-\omega^2)=(1-\omega)^2(1-\omega^2)^2$ $=(1+\omega^2-2\omega)(1+\omega^4-2\omega^2)=(-\omega-2\omega)(-\omega^2-2\omega^2)$ $=-3\omega(-3\omega^2)=9$
03	A	$i+i^2+i^3+i^4=i-1-i+1=0$
04	A	$a^3+b^3+c^3-3abc=(a+b+c)(a+b\omega+c\omega^2)(a+b\omega^2+c\omega)$
05	A	$x=\frac{1}{2}(-1+\sqrt{-3})=\omega$ তবে $y=\frac{1}{2}(-1-\sqrt{-3})=\omega^2$, $1-x-y+xy$ $=1-\omega-\omega^2+\omega\omega^2=2-(\omega+\omega^2)=2-(-1)=3$
06	D	$\frac{2+3i}{2-i}=A+iB \Rightarrow \frac{(2+3i)(2+i)}{(2-i)(2+i)}=A+iB$ $\Rightarrow \frac{4+6i+2i+3i^2}{2^2-i^2}=A+iB \Rightarrow \frac{4+8i-3}{4+1}=A+iB$ $\Rightarrow \frac{1}{5}+\frac{8}{5}i=A+iB \therefore B=\frac{8}{5}$
07	B	$i^{-40}=\frac{1}{i^{4.10}}=\frac{1}{1}=1 \because i^{4n}=1$
08	C	$-2\sqrt{3}+6i$ এর আর্গুমেন্ট $\theta=\pi-\tan^{-1}\frac{6}{2\sqrt{3}}=\pi-\tan^{-1}\sqrt{3}=\pi-\frac{\pi}{3}=\frac{2\pi}{3}$
09	B	$(-1+\sqrt{-3})^4+(-1-\sqrt{-3})^4$ $=2^4\left\{\left(\frac{-1+\sqrt{3}}{2}\right)^4+\left(\frac{-1-\sqrt{-3}}{2}\right)^4\right\}$ $=16(\omega^4+\omega^8)=16\{\omega+\omega^2\}=16(-1)=-16$
10	C	$\{\pm(5+4i)\}^2=25-16+2\times5\times4i=9+40i$ $\therefore$ 9 + 40i-এর বর্গমূল $=\pm(5+4i)$

CamScanner

সেন্ট্রালনলেজ

দ্বিতীয় পত্র অধ্যায় ০৪

বহুপদী ও বহুপদী সমীকরণ
(POLYNOMIAL AND POLYNOMIAL EQUATIONS)

কি পড়বে ? কেন পড়বে ? SURVEY TABLE কতটুকু পড়বে ? কিভাবে পড়বে ?

টপিক নং	বিগত বছরে যে সকল টপিকস্ থেকে প্রশ্ন এসেছে	RATINGS [কেন পড়বে?]
01	দ্বিঘাত সমীকরণে নিশ্চায়কের ব্যবহার	★★
02	মূল ও অজানা মান নির্ণয় সংক্রান্ত গাণিতিক প্রয়োগ	★★
03	মূল থেকে সমীকরণ নির্ণয়	★★★
04	সমীকরণের মূল থেকে সমীকরণ নির্ণয় সংক্রান্ত	★★★
05	দ্বিঘাত সমীকরণের সর্বোচ্চ বা সর্বনিম্ন মান সংক্রান্ত	★★★

টপিক আলোচনা

সূত্রের নাম	সূত্রের বর্ণনা
01. আদর্শ দ্বিঘাত সমীকরণের বৈশিষ্ট্য	■ আদর্শ দ্বিঘাত সমীকরণ: $ax^2 + bx + c = 0$ i. দ্বিঘাত হবার শর্ত $a \neq 0$ ii. $b = 0$ এবং $c < 0$ হলে মূলদ্বয় সমান কিন্তু বিপরীত চিহ্নযুক্ত হয় এবং a ও c একই চিহ্নের হলে মূলদ্বয় জটিল, বিপরীত চিহ্নের হলে মূলদ্বয় বাস্তব হয়। iii. $c = 0$ হলে সমীকরণটির একটি মূল শূন্য হয়। iv. $b = c = 0$ হলে সমীকরণটির দুটি মূলই সমান এবং শূন্য। v. $c = a$ হলে সমীকরণটির একটি মূল অপরটির উল্টা। vi. a ও c ধনাত্মক এবং b ঋণাত্মক হলে সমীকরণটির দুটি মূলই যোগবোধক হয়। vii. a ও c ঋণাত্মক এবং b ধনাত্মক হলে সমীকরণটির দুটি মূলই বিয়োগবোধক হয়। viii. $a + b + c = 0$ হলে একটি মূল 1 এবং অন্যটি c/a হবে।
02. দ্বিঘাত সমীকরণে নিশ্চায়কের ব্যবহার	■ দ্বিঘাত সমীকরণ $ax^2 + bx + c = 0$ এর নিশ্চায়ক/পৃথায়ক/নিরূপক $(b^2 - 4ac)$ কে D দ্বারা সূচীত করা হয়। দ্বিঘাত সমীকরণের মূলদ্বয়ের প্রকৃতি D এর উপর নির্ভর করে। i. $D = 0$ হলে মূলদ্বয় বাস্তব, সমান, মূলদ এবং সমান মূলদ্বয় $= -b/2a$ ii. $D > 0$ হলে মূলদ্বয় বাস্তব ও অসমান হয়। iii. D পূর্ণবর্গ হলে মূলদ্বয় মূলদ ও অসমান হয়। iv. $D < 0$ হলে মূলদ্বয় অবাস্তব/জটিল/কাল্পনিক, অসমান ও পরস্পরের অনুবন্ধী জটিল সংখ্যা হয়। v. $D = 0$ হলে $ax^2 + bx + c$ দ্বিঘাত রাশিটি পূর্ণবর্গ হবে।
03. মূল ও অজানা মান নির্ণয় সংক্রান্ত গাণিতিক প্রয়োগ	■ $ax^2 + bx + c = 0$ দ্বিঘাত সমীকরণের মূলদ্বয় α, β হলে $\alpha + \beta = -\frac{b}{a}$ এবং $\alpha\beta = \frac{c}{a}$; মূলদ্বয়ের অন্তর, $\|\alpha - \beta\| = \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{\alpha}$ ■ $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ ত্রিঘাত সমীকরণের মূল তিনটি α, β, γ হলে, $\sum\alpha = \alpha + \beta + \gamma = -\frac{b}{a}$ $\sum\alpha\beta = \alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = \frac{c}{a}$ $\sum\alpha\beta\gamma = \alpha\beta\gamma = -\frac{d}{a}$
04. মূল থেকে সমীকরণ নির্ণয়	■ দ্বিঘাত সমীকরণের মূল দুটি α, β হলে সমীকরণটি: $(x - \alpha)(x - \beta) = 0 \Rightarrow x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha\beta = 0$ ■ ত্রিঘাত সমীকরণের মূল তিনটি α, β, γ হলে সমীকরণটি: $(x - \alpha)(x - \beta)(x - \gamma) = 0$ $\Rightarrow x^3 - (\alpha + \beta + \gamma)x^2 + (\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha)x - \alpha\beta\gamma = 0$ ■ ত্রিঘাত সমীকরণের মূল তিনটি α, β, γ হলে সমীকরণটি: (x– একটি মূল) (অপর মূলদ্বয় বিশিষ্ট দ্বিঘাত সমীকরণ) = 0
05. সমীকরণের মূল থেকে সমীকরণ নির্ণয় সংক্রান্ত	■ $f(x) = 0$ সমীকরণের মূলগুলো α, β, γ হলে- i. $-\alpha, -\beta, -\gamma$ মূল বিশিষ্ট সমীকরণ $f(-x) = 0$ ii. $\frac{n}{\alpha}, \frac{n}{\beta}, \frac{n}{\gamma}$ মূল বিশিষ্ট সমীকরণ $f\left(\frac{n}{x}\right) = 0$ iii. $-\frac{n}{\alpha}, -\frac{n}{\beta}, -\frac{n}{\gamma}$ মূল বিশিষ্ট সমীকরণ $f\left(-\frac{n}{x}\right) = 0$ iv. $n\alpha, n\beta, n\gamma$ মূল বিশিষ্ট সমীকরণ $f\left(\frac{x}{n}\right) = 0$ v. $(\alpha+h), (\beta+h), (\gamma+h)$ মূল বিশিষ্ট সমীকরণ $f(x-h)=0$ vi. $(\alpha - h), (\beta - h), (\gamma - h)$ মূল বিশিষ্ট সমীকরণ $f(x+h) = 0$ vii. α^2, β^2 মূল বিশিষ্ট সমীকরণ $f(\pm\sqrt{x}) = 0$ viii. $(\alpha + \beta)$ এবং $\alpha\beta$ মূলবিশিষ্ট সমীকরণ $x^2 - \{(\alpha + \beta) + \alpha\beta\}x + (\alpha + \beta)\alpha\beta = 0$

CamScanner

সূত্রের নাম	সূত্রের বর্ণনা
06. দ্বিঘাত সমীকরণের সর্বোচ্চ বা সর্বনিম্ন মান সংক্রান্ত	■ $ax^2+bx+c=0$ রাশির সর্বোচ্চ বা সর্বনিম্ন মান $= c-\frac{b^2}{4a}$ i. $a>0$(x^2 এর সহগ ধনাত্মক) হলে মান সর্বনিম্ন ii. $a<0$(x^2 এর সহগ ঋণাত্মক) হলে মান সর্বোচ্চ ■ সর্বোচ্চ বা সর্বনিম্ন মানের ক্ষেত্রে, $x=-\frac{b}{2a}$ হবে
07. ভাগশেষ উপপাদ্য সংক্রান্ত	■ ভাগশেষ উপপাদ্য (Remainder Theorem): কোন বহুপদী f(x) কে (x − a) দ্বারা ভাগ করলে ভাগশেষ হবে f(a) অর্থাৎ x এর পরিবর্তে a বসিয়ে যে মান পাওয়া যায় তাই ভাগশেষ। ■ উৎপাদক উপপাদ্য (Factor theorem): x চলকযুক্ত কোন বহুপদী রাশিতে x এর স্থানে a বসালে যদি মান শূন্য হয় তবে x−a ঐ রাশিটির একটি উৎপাদক হবে।
08. শর্তমূলক গাণিতিক প্রয়োগ	■ যা সরাসরি মনে রাখাই ভালো: i. x^2-px+q ও x^2-qx+p রাশিদ্বয়ের একটি সাধারণ উৎপাদক থাকার শর্ত, $p+q+1=0$ ii. $a_1x^2+b_1x+c_1=0$ এবং $a_2x^2+b_2x+c_2=0$ সমীকরণ দু'টির দু'টি মূলই সাধারণ হওয়ার শর্ত- $\frac{a_1}{a_2}=\frac{b_1}{b_2}=\frac{c_1}{c_2}$ iii. $x^2-px+q=0$ ও $x^2-qx+p=0$ সমীকরণের একটি সাধারণ মূল থাকার শর্ত, $p+q+1=0$ iv. $x^2-bx+c=0$ ও $x^2-cx+b=0$ এর মূলদ্বয়ের পার্থক্য একটি ধ্রুব রাশি হবার শর্ত, $b+c+4=0$ v. $x^2-px+q=0$ সমীকরণের মূল দুইটির পার্থক্য 1 হলে, $p^2=1+4q$ হবে। vi. $ax^2+bx+b=0$ সমীকরণের মূলদ্বয়ের অনুপাত m : n হলে $\sqrt{\frac{m}{n}}+\sqrt{\frac{n}{m}}+\sqrt{\frac{b}{a}}=0$

গুরুত্বপূর্ণ গাণিতিক সমস্যা সমূহ

MEx 01 $x^2+kx+1=0$ সমীকরণের k এর মান কত হলে মূলদ্বয় জটিল হবে?

Solve $x^2+kx+1=0$

জটিল হবে যখন, $k^2-4.1.1<0$

$\Rightarrow k^2<4 \Rightarrow -2<k<2$

MEx 02 পূর্ণসংখ্যা সহগসহ দ্বিমাত্রিক সমীকরণ, যার একটি মূল $\sqrt{-5}-1$

Solve ধরি, $x=\sqrt{-5}-1 \Rightarrow x+1=\sqrt{-5}$

$\Rightarrow (x+1)^2=(\sqrt{-5})^2$

$\Rightarrow x^2+2x+1=-5 \Rightarrow x^2+2x+6=0$

MEx 03 $3x^2-2x+1=0$ সমীকরণের মূলদ্বয়ের বর্গের সমষ্টি কত?

Solve $3x^2-2x+1=0$ সমীকরণের মূলদ্বয় α এবং β হলে

$\alpha+\beta=\frac{2}{3}$ এবং $\alpha\beta=\frac{1}{3}$

∴ মূলদ্বয়ের বর্গের সমষ্টি $=\alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta$

$=\left(\frac{2}{3}\right)^2-2\left(\frac{1}{3}\right)=-\frac{2}{9}$

MEx 04 k-এর মান কত হলে $x^2-3x+2+k=0$ সমীকরণের (x−3) একটি উৎপাদক হবে?

Solve $x^2-3x+2+k=0$ এর একটি উৎপাদক (x − 3) হলে, সমীকরণটিতে x = 3 বসালে, k এর মান পাওয়া যাবে।

$3^2-3\times3+2+k=0$

$\therefore k=-2$

MEx 05 $ax^2+bx+c=0$ এর একটি মূল অপরটির উল্টা এবং বিপরীত চিহ্নযুক্ত হবে যদি-

Solve $ax^2+bx+c=0$ সমীকরণের মূলদ্বয়ের গুণফল $=\frac{c}{a}$

যেহেতু একটি মূল অপরটির উল্টা এবং বিপরীত চিহ্নযুক্ত $\therefore \frac{c}{a}=-1$

MEx 06 $x^2-7x+2=0$ সমীকরণের মূলদ্বয় হতে 2 কম মূলবিশিষ্ট সমীকরণটি-

Solve $x^2-7x+2=0 \therefore (x+2)^2-7(x+2)+2=0$

$\Rightarrow x^2+4x+4-7x-14+2=0$

$\Rightarrow x^2-3x-8=0$

MEx 07 x^2-3x+5 এর ন্যূনতম মান-

Solve ax^2+bx+c রাশিটির ক্ষুদ্রতম মান বা লঘু মান $=c-\frac{b^2}{4a}$

∴ x^2-3x+5 এর ন্যূনতম মান $=5-\frac{(-3)^2}{4.1}=\frac{11}{4}$

MEx 08 $6x^2-5x+1=0$ সমীকরণের মূলদ্বয় α, β হলে, $\frac{1}{\alpha},\frac{1}{\beta}$ মূল বিশিষ্ট সমীকরণটি হবে-

Solve $f\left(\frac{1}{x}\right)=0 \therefore 6\left(\frac{1}{x}\right)^2-5\left(\frac{1}{x}\right)+1=0 \Rightarrow \frac{6-5x+x^2}{x^2}=0$

$\therefore x^2-5x+6=0$

MEx 09 px^2+qx+1, qx^2+px+1 রাশি দুটির একটি সাধারণ উৎপাদক থাকতে পারে যদি-

Solve px^2+qx+1, qx^2+px+1 রাশি দুটির একটি সাধারণ উৎপাদক থাকার শর্ত $p+q+1=0$

PYQ PREVIOUS YEARS' QUESTIONS

01. $3x^2-kx+4=0$ সমীকরণের একটি মূল অপরটির তিনগুণ হলে k এর মান কত? [DU-7Clg: 2021-22]

A. ±8 B. 8 C. 64 D. 1/12

A Explanation মূলদ্বয় α ও 3α. $\therefore \alpha+3\alpha=\frac{k}{3} \Rightarrow \alpha=\frac{k}{12}$

এবং মূলদ্বয়ের গুণফল, $3\alpha^2=\frac{4}{3}\Rightarrow \alpha^2=\frac{4}{9}\Rightarrow \frac{k^2}{12^2}=\frac{4}{9}$

$\Rightarrow k^2=\frac{4}{9}\times144=64 \Rightarrow k=\pm8$

02. $9x^2-12x+4=0$ দ্বিঘাত সমীকরণটির মূলদ্বয় α, β হলে মূলদ্বয়ের অনুপাত কোনটি? [DU-7Clg: 2020-21]

A. 4 : 9 B. 3 : 2 C. 1 : 1 D. 4 : 3

C Explanation $9x^2-12x+4=0$

$\Rightarrow (3x-2)^2=0 \Rightarrow (3x-2)(3x-2)=0$

$\Rightarrow x=\frac{2}{3},\frac{2}{3} \Rightarrow \alpha=\beta=\frac{2}{3} \quad \therefore \alpha:\beta=\frac{2}{3}:\frac{2}{3}=1:1$

CamScanner

03. $y = 5 + 3x - x^2$ এর সর্বোচ্চ মান হবে- [DU-7Clg. 2019-20]

A. 3 B. $\frac{11}{4}$ C. $\frac{29}{4}$ D. $\frac{27}{4}$

C Explanation $y = 5 + 3x - x^2$ এর সর্বোচ্চ মান $= 5 - \frac{3^2}{4(-1)} = \frac{29}{4}$

04. $x^2 - 5x + c = 0$ এর একটি মূল 4 হলে অপর মূলটি কত? [DU-7Clg. 2019-20]

A. −5 B. −4 C. 4 D. 1

D Explanation $x^2 - 5x + c = 0$ এর একটি মূল 4

ধরি, অপর মূলটি α $\therefore 4 + \alpha = -\frac{-5}{1} = 5 \Rightarrow \alpha = 1$

05. $x^2 - 5x + c = 0$ সমীকরণের একটি মূল −3 হলে c এর মান [DU-7Clg. 2018-19]

A. − 6 B. 6 C. − 24 D. 24

B Explanation একটি মূল − 3 হলে

$3^2 - 5(3) + c = 0 \Rightarrow c = 6$

IQA IMPORTANT QUESTION FOR DCU ADMISSION

01. $3x^3 - 1 = 0$ এর মূলগুলি α, β, γ হলে $\alpha^3 + \beta^3 + \gamma^3$ এর মান-

A. −1 B. 0 C. $\frac{1}{3}$ D. 1

D Explanation $3x^3 - 1 = 0$

$\therefore \alpha + \beta + \gamma = 0$; $\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = 0$ and $\alpha\beta\gamma = -\frac{-1}{3} = \frac{1}{3}$

$\therefore \alpha^3 + \beta^3 + \gamma^3 - 3\alpha\beta\gamma$
$= (\alpha + \beta + \gamma)(\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 - \alpha\beta - \beta\gamma - \gamma\alpha) = 0(0 - 0) = 0$

$\therefore \alpha^3 + \beta^3 + \gamma^3 = 3\alpha\beta\gamma = 3.\frac{1}{3} = 1$

02. কোনো দ্বিঘাত সমীকরণের একটি মূল $\frac{1}{1+i}$ হলে সমীকরণটি হবে-

A. $x^2 - x + 1 = 0$ B. $2x^2 - 2x + 1 = 0$
C. $x^2 + x + 1 = 0$ D. $2x^2 + 2x + 1 = 0$

B Explanation ধরি, $x = \frac{1}{1+i}$ বা, $x + xi = 1$

বা, $x - 1 = -xi$ বা, $(x - 1)^2 = (-xi)^2$

বা, $x^2 - 2x + 1 = -x^2$ বা, $2x^2 - 2x + 1 = 0$

03. $x^2 - 7x + 2 = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় হতে 2 কম মূলবিশিষ্ট সমীকরণটি-

A. $x^2 - 4x + 6 = 0$ B. $x^2 - 3x - 8 = 0$
C. $x^2 - 11x + 8 = 0$ D. $x^2 - 3x + 8 = 0$

B Explanation $x^2 - 7x + 2 = 0 \therefore (x + 2)^2 - 7(x + 2) + 2 = 0$

$\Rightarrow x^2 + 4x + 4 - 7x - 14 + 2 = 0 \Rightarrow x^2 - 3x - 8 = 0$

04. $\frac{3x - 1}{(x+1)(x^2+1)} = \frac{A}{x+1} + \frac{Bx+1}{x^2+1}$ অভেদে (A, B) এর মান হবে-

A. (−2, −2) B. (−2, 2) C. (2, −2) D. (2, 2)

B Explanation $\frac{3x - 1}{(x+1)(x^2+1)} = \frac{A}{x+1} + \frac{Bx+1}{x^2+1}$

বা, $3x - 1 = A(x^2 + 1) + (Bx+1)(x + 1)$ .... (i)

$x = -1$ হলে, $(-3 - 1) = 2A + (-B + 1)(0)$ $\therefore A = -2$

(i) এ x-এর সহগ সমীকৃত করে পাই, $3 = B + 1$ $\therefore B = 2 \therefore (A, B) = (-2, 2)$

PRIME TEST

01. $x^2 + qx + r = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় α, β হলে α − 2, β − 2 মূলদ্বয় বিশিষ্ট সমীকরণ কোন্‌টি?

A. $(x+q)^2 + qx - r + 2 = 0$ B. $x^2 + (q+2)x + r - 6 = 0$
C. $x^2 + (q+4)x + 2q + r + 4 = 0$ D. $rx^2 + (q-2)x + 3 = 0$

02. k এর মান কত হলে $(k^2 - 3)x^2 + kx + (3k + 1) = 0$ সমীকরণটির মূলগুলি পরস্পরের উল্টা হবে?

A. 3, 11 B. 4, − 1 C. 4, − 7 D. 5, − 3

03. $ax^2 + bx + c = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় α,β হলে $\frac{1}{\alpha}, \frac{1}{\beta}$ মূলদ্বয় দ্বারা গঠিত সমীকরণ কোনটি?

A. $cx^2 - bx + a = 0$ B. $cx^2 + bx - a = 0$
C. $cx^2 - bx - a = 0$ D. $cx^2 + bx + a = 0$

04. $3 + x + x^2$ এর সর্বনিম্ন মান-

A. $\frac{4}{2}$ B. $\frac{15}{8}$ C. $\frac{11}{4}$ D. $\frac{11}{2}$

05. $x^2 - 4x + 4 = 0$ এর বীজদ্বয় α এবং β হলে, $\alpha^3 + \beta^3$ এর মান কত?

A. 24 B. 32 C. 16 D. 8

06. $2x^2 + 2x - k = 0$ রাশিটির পূর্ণবর্গ হবে যখন k এর মান-

A. $\frac{2}{3}$ B. $-\frac{2}{3}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $-\frac{1}{2}$

07. একটি দ্বিঘাত সমীকরণের একটি মূল i হলে, সমীকরণ হবে-

A. $x^2 + x + 1 = 0$ B. $x^2 - 1 = 0$
C. $x^2 - 2x + 1 = 0$ D. $x^2 + 1 = 0$

08. $ax^2 + 1 = 0$ এর মূল জটিল হওয়ার শর্ত হচ্ছে-

A. $a > 0$ B. $a < 0$ C. $a = \pm x$ D. $a = \pm 1$

09. $x^4 + 5x^3 + 3x + 9 = 0$ সমীকরণের মূলগুলো α, β, γ, δ হলে $\Sigma\alpha\beta\gamma$ নির্ণয় কর?

A. 0 B. −1 C. −2 D. −3

10. যদি দুটি সংখ্যার যোগফল 7 এবং গুণফল 10 হয়, তবে সংখ্যা দুটির মধ্যে বড় সংখ্যাটি কত?

A. −2 B. 2 C. 3 D. 5

OMR SHEET		
	04. Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ	08. Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ
01. Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ	05. Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ	09. Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ
02. Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ	06. Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ	10. Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ
03. Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ	07. Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ	

ANS ANALYSIS

প্রশ্ন	উত্তর	ব্যাখ্যা
01	C	নির্ণেয় সমীকরণ, $(x+2)^2 + q(x+2) + r = 0$ $\Rightarrow x^2 + 4x + 4 + qx + 2q + r = 0 \Rightarrow x^2 + (q+4)x + 2q + r + 4 = 0$
02	B	ধরি, মূলগুলি $\alpha, \frac{1}{\alpha}$ $\therefore \alpha \times \frac{1}{\alpha} = \frac{3k+1}{k^2 - 3} \Rightarrow k^2 - 3 = 3k + 1$ $\Rightarrow k^2 - 3k - 4 = 0 \Rightarrow k = 4, -1$
03	D	$\alpha + \beta = -\frac{b}{a}, \alpha\beta = \frac{c}{a}$
04	C	$3 + x + x^2$ সর্বনিম্ন মান $= \frac{4.3.1 - (1)^2}{4.1} = \frac{11}{4}$
05	C	$x^2 - 4x + 4 = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় α এবং β হলে $\alpha + \beta = 4$ এবং $\alpha\beta = 4$ $\therefore \alpha^3 + \beta^3 = (\alpha + \beta)^3 - 3\alpha\beta(\alpha + \beta) = 4^3 - 3\times4\times4 = 16$
06	D	$b^2 - 4ac = 0 \Rightarrow 4 - 4.2(-k) = 0 \Rightarrow k = \frac{-4}{8} = \frac{-1}{2}$
07	D	Option D হতে Ñ $x^2 + 1 = i^2 + 1 = -1 + 1 = 0$
08	A	$ax^2 + 1 = 0 \Rightarrow x = \sqrt{-\frac{1}{a}}$; $a > 0$ হলে, x এর মান জটিল হবে।
09	D	$\Sigma\alpha\beta\gamma = \frac{x^1 \text{ এর সহগ}}{x^4 \text{ এর সহগ}} = \frac{-3}{1} = -3$
10	D	$x^2 - 7x + 10 = 0 \Rightarrow x = 5, 2$

দ্বিতীয় পত্র অধ্যায় ০৫

দ্বিপদী বিস্তৃতি
(BINOMIAL EXPANSIONS)

কি পড়ব ? কেন পড়ব ? SURVEY TABLE কতটুকু পড়ব ? কিভাবে পড়ব ?

টপিক নং	বিগত বছরে যে সকল টপিকস্ থেকে প্রশ্ন এসেছে	RATINGS [কেন পড়ব?]
01	দ্বিপদী বিস্তৃতির ধ্রুবপদ ও সংখ্যামূলক বৃহত্তম পদ নির্ণয়	★★★
02	মধ্যপদ সংক্রান্ত	★★
03	n ধনাত্মক পূর্ণ সংখ্যা হলে x এর ঘাত সম্বলিত পদ, x^r এর সহগ এবং x বর্জিত পদ নির্ণয়	★★★
04	দ্বিপদীর অসীম বিস্তৃতি থেকে n তম পদ, x^r এর সহগ, সহগের সমষ্টি নির্ণয় ও বিস্তৃতি বৈধ হওয়া সম্পর্কিত গাণিতিক প্রয়োগ	★★★
05	আংশিক ভগ্নাংশের মাধ্যমে বিস্তৃতি সংক্রান্ত	★★

টপিক আলোচনা

সূত্রের নাম	সূত্রের বর্ণনা
01. n ধনাত্মক পূর্ণ সংখ্যা হলে x এর ঘাত সম্বলিত পদ, x^r এর সহগ এবং x বর্জিত পদ নির্ণয়	i. $(ax^p + bx^q)^n$ এর বিস্তৃতিতে (r + 1) তম পদে x^m বিদ্যমান থাকলে, $r = \frac{p.n - m}{p - q}$ ii. যদি বিস্তৃতিতে x মুক্তপদ নির্ণয় করতে বলে তবে m = 0 ধরে নিতে হবে = 3003
02. মধ্যপদ নির্ণয়	$(a + x)^n$-এর বিস্তৃতিতে- 01. n জোড় হলে মধ্যপদ 1টি এবং তা $\left(\frac{n}{2}+1\right)$ তম পদ 02. n বিজোড় হলে মধ্যপদ 2টি এবং মধ্যপদদ্বয় $\left(\frac{n+1}{2}+1\right)$ তম এবং $\left(\frac{n-1}{2}+1\right)$ তম পদ 03. মধ্যপদের সহগই বৃহত্তম সহগ
03. পদ সংখ্যা নির্ণয়	$(a + b + c)^n$ আকৃতির বিস্তৃর পদ সংখ্যা = ${}^{n+r-1}C_{r-1}$ [যেখানে r = বিস্তৃতির চলক সংখ্যা]
04. $(1 + ax)^n$ এর বিস্তৃতিতে x^r এবং x^{r+1} এর সহগ পরস্পর সমান হলে	$a = \frac{r+1}{r-1}$ এবং $(1 + ax)^n$ এর বিস্তৃতিতে r ও r + 1 তম পদ পরস্পর সমান হলে চলরাশি $x = \frac{r}{n-(r-1)} = \frac{\text{ছোটতম পদ}}{n-(\text{ছোটতম পদ}-1)}$
05. $(a + x)^n$ বিস্তৃতিতে r ও r + 1 তমপদে অনুপাত	$\frac{T_{r+1}}{T_r} = \frac{n-r+1}{r} \times \frac{x}{a}$

গুরুত্বপূর্ণ গাণিতিক সমস্যা সমূহ

MEx 01 $(1 - x)^{-2}$ এর বিস্তৃতিতে x^3 এর সহগ কত?

Solve $(1-x)^{-2} = 1 + 2x + 3x^2 + 4x^3$ ∴ x^3 এর সহগ = 4

MEx 02 $\left(x - \frac{1}{x}\right)^{16}$ এর বিস্তৃতিতে মধ্যপদটি হবে-

Solve বিস্তৃতির ঘাত জোড় সংখ্যা বলে মধ্যপদ একটি।

∴ মধ্যপদটি = $\left(\frac{n}{2}+1\right) = \left(\frac{16}{2}+1\right) = 9$ তম পদ।

∴ মধ্যপদের মান = ${}^{16}C_8.(x)^{16-8}.\left(-\frac{1}{x}\right)^8 = 12870$

MEx 03 $(1+x)^{44}$ এর বিস্তৃতিতে 21তম এবং 22তম পদ সমান হলে x এর মান কত?

Solve $x = \frac{21}{44-(21-1)} = \frac{21}{44-20} = \frac{21}{24} = \frac{7}{8}$

MEx 04 $\left(x^3 + \frac{1}{x^6}\right)^{15}$ এর বিস্তৃতিতে x-বর্জিত পদটি কত হবে?

Solve ধরি, $\left(x^3 + \frac{1}{x^6}\right)^{15}$ এর বিস্তৃতিতে (r + 1) তম পদটি x বর্জিত

∴ $r = \frac{45}{9} = 5$ ∴ x বর্জিত পদের মান = ${}^{15}c_5$

MEx 05 |x| < 1 হলে $(1 - x)^{-3}$ এর বিস্তৃতিতে (r + 1) পদ কত?

Solve $(1-x)^{-3} = 1+3x+6x^2+10x^3+ .... + 1/2(r+1)(r+2)x^r+....$ সাধারণ পদ = $1/2\,(r+1)(r+2)x^r$

MEx 06 n∈N হলে $(1+x)^n$ এর বিস্তৃতিতে (r+1) তম ও r তম পদের সহগের অনুপাত কত?

Solve $\frac{T_{r+1}}{T_r} = \frac{n-r+1}{r}$

MEx 07 $(a + b + c)^{10}$ এর বিস্তৃতিতে পদ সংখ্যা কতটি?

Solve ${}^{10+3-1}C_2 = 66$

MEx 08 $\left(2x - \frac{1}{4x^2}\right)^{12}$ এর বিস্তৃতিতে x^3 এর সহগ-

Solve $r = \frac{1\times12-3}{1-(-2)} = 3$ ∴ ${}^{12}C_3.(2x)^{12-3}.\left(-\frac{1}{4x^2}\right)^3 = -1760x^3$ সহগ = –1760

MEx 09 $\frac{1+x}{1-x}$ এর বিস্তৃতিতে x^n এর সহগ কোনটি?

Solve হর (1– x) হলে x = 1 বসালে x^n এর সহগ পাওয়া যাবে।
$(1 + x)(1 + x + x^2 + ... + x^{n-1} + x^4 ....)$ ∴ x^n এর সহগ 1 + 1 = 2

PYQ PREVIOUS YEARS' QUESTIONS

01. $x^2 + px - 4 = 0$ সমীকরণটির মূল দুইটির যোগফল 3 হলে p = ? [DU-7Clg. 2023-24]

A. 2 B. – 1 C. – 3 D. 1

Explanation $x^2 + px - 4 = 0;$
ধরি, মূলদ্বয় α, 3 – α
∴ α + 3 – α = – p ⇒ p = – 3

CamScanner

02. $1+2+3+\cdots\cdots n = ?$ [DU-7Clg. 2018-19]

A. $\{n(n+1)/2\}^2$ B. $n(n+1)/2$ C. $n(n+1)/4$ D. $n^2(n+1)/4$

Ans B Why $1+2+3+4+\ldots\ldots+n = n(n+1)/2$

03. $\left(x+\frac{1}{x}\right)^4$ এর বিস্তৃতিতে x = মুক্ত পদ [DU-7Clg. 2018-19]

A. 12 B. 8 C. 9 D. 6

Ans D Why $r = \frac{1\times4-0}{1-(-1)} = 2$

$\therefore$ x মুক্ত পদ $(2+1)$ তম = ৩য় পদ এবং এর মান $= {}^4C_2 = 6$

IQA IMPORTANT QUESTION FOR DCU ADMISSION

01. $\left(x-\frac{1}{x}\right)^{16}$ এর বিস্তৃতিতে মধ্যপদটি হবে-

A. 12780 B. 12708 C. 12870 D. 12807

C Explanation বিস্তৃতির ঘাত জোড় সংখ্যা বলে মধ্যপদ একটি।

$\therefore$ মধ্যপদটি $= \left(\frac{n}{2}+1\right) = \left(\frac{16}{2}+1\right) = 9$ তম পদ।

$\therefore$ মধ্যপদের মান $= {}^{16}C_8.(x)^{16-8}.\left(-\frac{1}{x}\right)^8 = 12870$

02. $\left(2x+\frac{1}{8x}\right)^8$ এর বিস্তৃতিতে x বর্জিত পদের মান হলো–

A. $\frac{70}{81}$ B. 520 C. $\frac{35}{128}$ D. $\frac{7}{512}$

C Explanation ধরি, $\left(2x+\frac{1}{8x}\right)^8$ এর বিস্তৃতিতে $(r+1)$ তম পদটি x বর্জিত

$r = \frac{1\times8-0}{1-(-1)} = 4$

$\therefore$ x বর্জিত পদের মান $= {}^8C_4\,2^4.8^{-4} = {}^8C_4\,2^4.2^{-12} = {}^8C_4\,2^{-8} = \frac{35}{128}$

03. $\left(2x-\frac{1}{4x^2}\right)^{12}$ এর বিস্তৃতিতে x^3 এর সহগ-

A. 495 B. 4223 C. −1760 D. 1760

C Explanation $(ax^p+bx^q)^n$ এর বিস্তৃতিতে

$r = \frac{np-m}{p-q}$ এবং x^m এর সহগ $= {}^nC_r.a^{n-r}.b^r$

$\therefore r = \frac{1\times12-3}{1-(-2)} = 3$ $\therefore$ x^3 এর সহগ $= {}^{12}C_3\times(2)^{12-3}\times\left(-\frac{1}{4}\right)^3 = -1760$

04. $\frac{1}{2}(e^x-e^{-x})$ ধারাটির বিস্তৃতি কি?

A. $x-\frac{x^3}{3!}+\frac{x^5}{5!}-\ldots$ B. $x+\frac{x^3}{3!}+\frac{x^5}{5!}+\ldots$

C. $1+x+\frac{x^3}{3!}+\frac{x^5}{5!}+\ldots$ D. $-x-\frac{x^3}{3!}-\frac{x^5}{5!}-\ldots$

B Explanation $\frac{1}{2}(e^x-e^{-x}) = x+\frac{x^3}{3!}+\frac{x^5}{5!}+\ldots\ldots\ldots\ldots\infty$

PRIME TEST

01. $\frac{1+x}{(1-x)^3}$ এর বিস্তৃতিতে x^{10} এর সহগ কত?

A. 121 B. 221 C. 212 D. 211

02. দ্বিপদী বিস্তৃতি $(3+tx)^9$ এ x^3 এবং x^4 এর সহগ এর মান সমান হলে t এর মান কত?

A. 3 B. 5 C. 7 D. 2

03. $\left(\frac{a}{x}+\frac{x}{a}\right)^{10}$ এর বিস্তৃতিতে মধ্যপদ কোনটি?

A. ${}^{10}C_0$ B. ${}^{10}C_4$ C. ${}^{10}C_5$ D. ${}^{10}C_6$

04. $\left(3x-\frac{2}{x^2}\right)^{15}$ এর বিস্তৃতিতে কত তমপদে x থাকবে না?

A. 8 B. 6 C. 9 D. 12

05. $(1+x)^{44}$ এর বিস্তৃতিতে 21 তম ও 22 তম পদদ্বয় সমান হলে x এর মান কত?

A. $\frac{7}{8}$ B. $\frac{6}{7}$ C. $\frac{8}{7}$ D. $\frac{7}{6}$

06. $(1+x)^{-3}$ এর বিস্তৃতিতে x^3 এর সহগকোনটি?

A. −10 B. 6 C. −6 D. 10

07. $(a+b)^n$ এর বিস্তারে, যেখানে n একটি ধনাত্মক পূর্ণ সংখ্যা, সাধারণ পদটি হবে-

A. ${}^nC_r\,a^{n-r}\,b^n$ B. ${}^{n+1}C_r^{\,n-r}\,b^r$ C. ${}^nC_r\,a^{n-r}\,b^r$ D. ${}^{n-1}C_r\,a^{n-r}\,b^r$

08. $(1-ax)^7$ এর বিস্তৃতিতে a এর কোন মানের জন্য এর তৃতীয় পদের সহগ 84 হবে?

A. ±2 B. ±3 C. ±4 D. ±5

09. $\left(3x^2-\frac{1}{3x}\right)^5$ এর বিস্তৃতিতে x-এর সহগ কোনটি?

A. $\frac{3}{10}$ B. $-\frac{3}{10}$ C. $-\frac{10}{3}$ D. $\frac{10}{3}$

10. $(1-2x)^{-4}$ দ্বিপদী রাশিটির বিস্তৃতিতে x^4 এর সহগ কত?

A. 460 B. 240 C. 80 D. None

OMR SHEET		
	04. Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ	08. Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ
01. Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ	05. Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ	09. Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ
02. Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ	06. Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ	10. Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ
03. Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ	07. Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ	

ANS ANALYSIS

প্রশ্ন	উত্তর	ব্যাখ্যা
01	A	$\frac{1+x}{(1-x)^3} = (1+x)(1-x)^{-3} = (1+x)(1+3x+6x^2+\ldots+55x^9+66x^{10}+\ldots)$ $\therefore$ x^{10} এর সহগ = 66+55=121
02	D	x^3 এবং x^4 এর সহগদ্বয় সমান হওয়ায় ${}^9C_6\,3^6\,t^3 = {}^9C_5\,3^5\,t^4$ $\Rightarrow 84\times729 = 126\times243t \Rightarrow t=2$
03	C	$\left(\frac{10}{2}+1\right)$ or 5 + 1 তম পদটি মধ্যপদ। $\therefore$ $(5+1)$ তম পদ $= {}^{10}C_5\left(\frac{a}{x}\right)^{10-5}.\left(\frac{x}{a}\right)^5 = {}^{10}C_5$
04	B	$r = \frac{15-0}{1+2} = 5$ $\therefore$ 5+1=6 তম পদে x থাকবে না
05	A	$x = \frac{\text{ছোটতম পদ}}{n-(\text{ছোটতম পদ}-1)} \Rightarrow x = \frac{21}{44-(21-1)} \Rightarrow x = \frac{21}{24} = \frac{7}{8}$
06	D	$(1-x)^{-3} = 1+3x+6x^2+10x^3\ldots$ x^3 এর সহগ = 10 Tech $\rightarrow \frac{1}{2}(r+1)(r+2)\times(-1)^r$
07	C	${}^nc_r$ (১ম পদ)$^{n-r}$ (২য় পদ)^r $= {}^nc_r\,a^{n-r}.b^r$
08	A	$(1-ax)^7$ এর বিস্তৃতিতে $(2+1)$ তম পদ $= {}^7C_2(-ax)^2$ শর্তানুসারে, ${}^7C_2a^2 = 84$ বা, $a^2 = \frac{84}{21} = 4$ বা, $a = \pm2$
09	C	$r = \frac{5\times2-1}{2-(-1)} = 3$ $\therefore$ x বর্জিত পদ $= {}^5C_3\times(3)^{5-3}\left(-\frac{1}{3}\right)^3 = -\frac{10}{3}$
10	D	$(1-2x)^{-4}$ এর বিস্তৃতিতে x^4 এর সহগ $= \frac{(-4)(-5)(-6)(-7)(-2)^4}{4!} = \frac{4\times5\times6\times7\times2^4}{4\times3\times2\times1} = 560$

CamScanner

দ্বিতীয় পত্র অধ্যায় ০৬

কণিক (CONICS)

কি পড়ব ? কেন পড়ব ? SURVEY TABLE কতটুকু পড়ব ? কিভাবে পড়ব ?

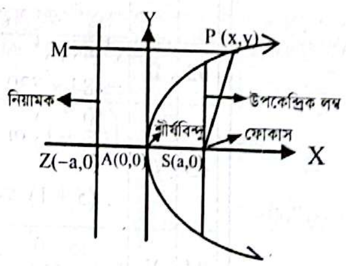
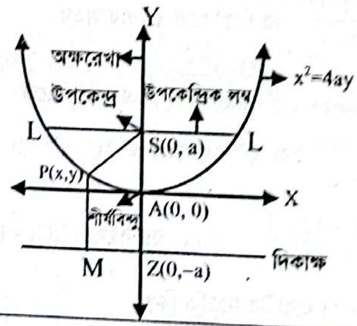
টপিক নং	বিগত বছরে যে সকল টপিকস্ থেকে প্রশ্ন এসেছে	RATINGS [কেন পড়বো]
01	সমীকরণ ও উৎকেন্দ্রিকতা থেকে কণিকের জ্যামিতিক প্রকৃতি নির্ণয় সংক্রান্ত	★★
02	পরাবৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় সম্পর্কিত	★★
03	পরাবৃত্তের স্পর্শক ও স্পর্শ বিন্দু নির্ণয়	★★★
04	উপকেন্দ্রিক/ফোকাস দূরত্ব সম্পর্কিত গাণিতিক প্রয়োগ	★★★
05	উপবৃত্তের পরামিতিক সমীকরণ সংক্রান্ত	★★★
06	বিভিন্ন উপাদান থেকে উপবৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় সংক্রান্ত	★★
07	উপবৃত্তের স্পর্শক সম্পর্কিত ও জ্যা এর সমীকরণ নির্ণয় সংক্রান্ত	★★★
08	অধিবৃত্তের পরামিতিক সমীকরণ সংক্রান্ত	★
09	বিভিন্ন উপাদান থেকে অধিবৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় করা সংক্রান্ত	★★★
10	অধিবৃত্তের স্পর্শক সংক্রান্ত	★★

টপিক আলোচনা

সঞ্চারপথের আকৃতি	উৎকেন্দ্রিকতা e এর মান	সঞ্চারপথের আকৃতি	উৎকেন্দ্রিকতা e এর মান
বৃত্ত	$e = 0$	পরাবৃত্ত	$e = 1$
উপবৃত্ত	$0 < e < 1$	অধিবৃত্ত	$e > 1$

TOPIC 01 পরাবৃত্ত

■ **Required Formulas for Parabola:**

Parameter	$y^2 = 4ax$ আকারের পরাবৃত্ত	$x^2 = 4ay$ আকারের পরাবৃত্ত
চিত্র		
1. শীর্ষবিন্দু	(0, 0)	(0, 0)
2. উপকেন্দ্র/ফোকাস	(a, 0)	(0,a)
3. অক্ষরেখার সমীকরণ	$y = 0$	$x = 0$
4. নিয়ামক/দিকাক্ষের সমীকরণ	$x + a = 0$	$y + a = 0$
5. উপকেন্দ্রিক লম্বের সমীকরণ	$x - a = 0$	$y - a = 0$
6. উপকেন্দ্রিক লম্ব/নাভিলম্বের দৈর্ঘ্য	$\|4a\|$	$\|4a\|$
7. উপকেন্দ্রিক লম্বের প্রান্ত বিন্দুদ্বয়ের স্থানাঙ্ক	(a, 2a) এবং (a, −2a)	(2a, a) এবং (−2a, a)
8. উপকেন্দ্রিক/ ফোকাস দূরত্ব	$\|a+x\|$	$\|a+y\|$
9. পরাবৃত্তের স্পর্শক ও স্পর্শ বিন্দু নির্ণয়	i) স্পর্শক $y = mx + c$ হলে $c = \frac{a}{m}$ ii) (x_1, y_1) বিন্দুতে স্পর্শকের সমীকরণ $y.y_1 = 2a(x + x_1)$ iii) স্পর্শক, $y = mx + c$ হলে স্পর্শ বিন্দু $\left(\frac{a}{m^2}, \frac{2a}{m}\right)$	i) (x_1, y_1) বিন্দুতে স্পর্শকের সমীকরণ $x.x_1 = 2a(y + y_1)$ ii) স্পর্শক $y = mx + c$ হলে $c = -am^2$ এবং স্পর্শবিন্দু $(2am, am^2)$ iii) একটি সরলরেখা একটি বক্ররেখাকে স্পর্শ করলে সরলরেখার সমীকরণ হতে যে কোন একটি চলকের মান বক্ররেখার সমীকরণে বসিয়ে প্রাপ্ত দ্বিঘাত সমীকরণটির নিশ্চায়কের মান শূন্য হয়।

CamScanner

■ **বিশেষ দ্রষ্টব্য:**

i. শীর্ষবিন্দু (0, 0) বলতে বুঝায় x = 0 ও y = 0

ii. উপকেন্দ্র/ফোকাস (a, 0) বলতে বুঝায়, x = a ও y = 0

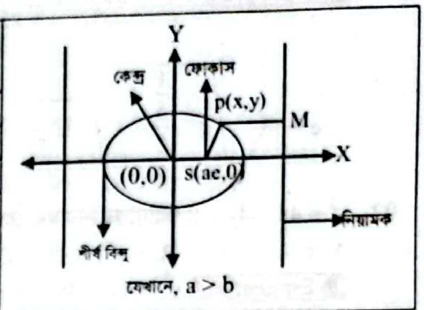
iii. উপকেন্দ্র/ফোকাস (0, a) বলতে বুঝায়, x = 0 ও y = a

iv. প্রথমে সূত্র লিখতে হবে তারপর সূত্রের x/y/a এর জায়গায় প্রশ্নের সমীকরণের x/y/a বসাতে হবে।

TOPIC 02 উপবৃত্ত

FORMULA $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1; a>b$ হলে,

01. কেন্দ্র	(0, 0)	08. বিকেন্দ্রকতা/উৎকেন্দ্রতা	$e=\sqrt{1-\frac{b^2}{a^2}}$
02. বৃহৎ অক্ষের দৈর্ঘ্য/শীর্ষদ্বয়ের দূরত্ব	2a	09. উপকেন্দ্র/ফোকাস	$(\pm ae, 0)$
03. ক্ষুদ্র অক্ষের দৈর্ঘ্য	2b	10. উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য	$2b^2/a$
04. বৃহৎ অক্ষের সমীকরণ	y = 0	11. উপকেন্দ্রিক লম্বের সমীকরণ	$x=\pm ae$
05. ক্ষুদ্র অক্ষের সমীকরণ	x = 0	12. ফোকাসদ্বয়ের দূরত্ব	2ae
06. বৃহৎ অক্ষের প্রান্তবিন্দু/ শীর্ষবিন্দু	$(\pm a, 0)$	13. দিকাক্ষ/নিয়ামকের সমীকরণ	$x=\pm a/e$
07. ক্ষুদ্র অক্ষের প্রান্তবিন্দু	$(0, \pm b)$	14. উপবৃত্তের ক্ষেত্রফল	πab

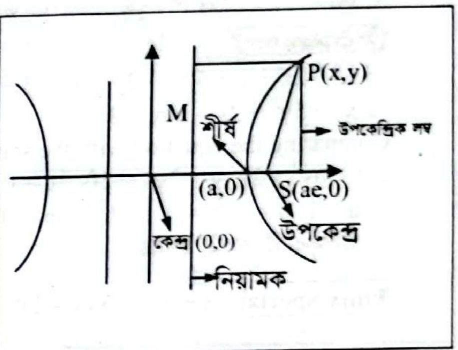


Note: b > a হলে স্থানাঙ্কগুলো পরিবর্তন ঘটে।

TOPIC 03 অধিবৃত্ত

FORMULA $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ a > b হলে,

01. কেন্দ্র	(0, 0)	06. উপকেন্দ্র/ ফোকাস	$(\pm ae, 0)$
02. শীর্ষবিন্দু	$(\pm a, 0)$	07. দিকাক্ষ/নিয়ামকের সমীকরণ	$x=\pm\frac{a}{e}$
03. আড় অক্ষের দৈর্ঘ্য/শীর্ষদ্বয়ের দূরত্ব	2a	08. উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য	$\frac{2b^2}{a}$
04. অনুবন্ধী অক্ষের দৈর্ঘ্য	2b	09. উপকেন্দিক লম্বের সমীকরণ	$x=\pm ae$
05. বিকেন্দ্রিকতা/ উৎকেন্দ্রিকতা	$e=\sqrt{1+\frac{b^2}{a^2}}$	10. উপকেন্দ্রদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব	2ae



গুরুত্বপূর্ণ গাণিতিক সমস্যা সমূহ

MEx 01 $9x^2-16y^2-36x-32y-124=0$ **সমীকরণ দ্বারা সূচিত কণিকটি কি নির্দেশ করে?**

Solve $9x^2-16y^2-36x-32y-124=0$

x^2 এবং y^2 এর সহগ ভিন্ন এবং বিপরীত চিহ্নযুক্ত তাই সমীকরণটি একটি অধিবৃত্ত।

MEx 02 **e > 1 হলে চলমান বিন্দুর সঞ্চার পথ কি হবে?**

Solve অধিবৃত্তের উৎকেন্দ্রিকতা, 0 < e > 1

MEx 03 $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}=1$ **অধিবৃত্ত এর নিয়ামক রেখা এর সমীকরণ কোনটি?**

Solve $e=\sqrt{1+\frac{9}{16}}=\frac{5}{4}$ ∴ নিয়ামকের সমীকরণ, $x=\pm\frac{a}{e}=\pm\frac{4}{\frac{5}{4}}$

$\Rightarrow x=\pm\frac{16}{5}\Rightarrow 5x=\pm 16$

MEx 04 **y = kx সরলরেখাটি $y=x^2+4$ বক্ররেখার স্পর্শক হলে k এর একটি মান-**

Solve $y=kx$ এবং $y=x^2+4$ ∴ $kx=x^2+4$

$\Rightarrow x^2-kx+4=0$ ∴ স্পর্শক হলে স্পর্শ $k^2=4.1.4$ ∴ $k=\pm 4$

MEx 05 $3y^2=5x$ **পরাবৃত্তের উপকেন্দ্রিক লম্ব এবং উপকেন্দ্রের স্থানাংক হলো-**

$\Rightarrow y^2=\frac{5}{3}x\Rightarrow y^2=4\left(\frac{5}{12}\right)x$ কে পরাবৃত্তের সমীকরণ $y^2=4ax$ এর সমীকরণের সাথে তুলনা করে পাই, $a=\frac{5}{12}$ ∴ উপকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক ≡ (a, 0)

$\equiv\left(\frac{5}{12},0\right)$ এবং উপকেন্দ্রিক লম্ব = 4a = $4.\frac{5}{12}=\frac{5}{3}$

MEx 06 $y^2-4y=8x-8$ **পরাবৃত্তের উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য কত?**

Solve $y^2-4y=8x-8$

$\Rightarrow (y-2)^2=4.2.\left(x-\frac{1}{2}\right)$

পরাবৃত্তের উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য = 4a = 4.2 = 8

MEx 07 $y^2+4x=0$ **পরাবৃত্তের উপকেন্দ্রিক লম্ব এবং নিয়ামকের মধ্যবর্তী লম্বদূরত্ব কোনটি?**

Solve **Finix Shortcut,** $\frac{\text{x এর সহগ}}{2}=4/2=2$

MEx 08 $25x^2+16y^2=400$ **উপবৃত্তের উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য কত হবে?**

Solve $25x^2+16y^2=400\Rightarrow\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{25}=1$

$\Rightarrow$ উপবৃত্তের লম্বের দৈর্ঘ্য = $\frac{2a^2}{b}[\because b>a]=\frac{2\times16}{5}=\frac{32}{5}$

MEx 09 $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1$ **উপবৃত্তটি ক্ষুদ্র অক্ষের দৈর্ঘ্য কত?**

Solve ক্ষুদ্র অক্ষের দৈর্ঘ্য = 2b = 2 × 3 = 6

MEx 10 $9x^2+16y^2=144$ **বক্ররেখা দ্বারা আবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কত?**

Solve $\frac{x^2}{4^2}+\frac{y^2}{3^2}=1$

∴ $\pi\times4\times3=12\pi$

PYQ PREVIOUS YEARS' QUESTIONS

01. $3x^2 + 5y^2 = 1$ এর উৎকেন্দ্রিকতা– [DU-7Clg. 2023-24]

A. $\frac{4}{5}$ B. $\sqrt{\frac{2}{5}}$ C. $\frac{2}{5}$ D. $\frac{2}{\sqrt{5}}$

(B) Explanation: $3x^2 + 5y^2 = 1 \Rightarrow \frac{x^2}{\frac{1}{3}} + \frac{y^2}{\frac{1}{5}} = 1$

$\therefore e = \sqrt{1 - \frac{\frac{1}{5}}{\frac{1}{3}}} = \sqrt{1 - \frac{3}{5}} = \sqrt{\frac{2}{5}}$

02. $y^2 = 4x + 4y - 8$ পরাবৃত্তের নিয়ামক রেখার সমীকরণ– [DU-7Clg. 2023-24]

A. $x - 1 = 0$ B. $x + 1 = 0$ C. $x = 0$ D. $x + 1 = -1$

(C) Explanation: $y^2 = 4x + 4y - 8 \Rightarrow y^2 - 4y = 4x - 8$
$\Rightarrow y^2 - 2.y.2 + 4 = 4x - 8 + 4 \Rightarrow (y-2)^2 = 4(x-1)$
$\therefore (y-2)^2 = 4.1(x-1)$
নিয়ামকের সমীকরণ, $X = -a \Rightarrow x - 1 = -1 \therefore x = 0$

03. $(x+1)^2 + 5(y-1)^2 = 3$ সমীকরণটি কি নির্দেশ করে? [DU-7Clg: 2022-23]

A. বৃত্ত B. পরাবৃত্ত C. উপবৃত্ত D. অধিবৃত্ত

(C) Explanation: $(x+1)^2 + 5(y-1)^2 = 3$
$\Rightarrow x^2 + 2x + 1 + 5(y^2 - 2y + 1) - 3 = 0$
$\Rightarrow x^2 + 5y^2 + 2x - 10y + 3 = 0$
Comparing the equation with the standard equation,
$ax^2 + by^2 + 2hxy + 2gx + 2fy + c = 0$
$\therefore a = 1; b = 5; h = 0 \quad \therefore h^2 - ab = 0 - (1 \times 5) = -5 < 0$
$\therefore$ সমীকরণটি একটি উপবৃত্ত।

Finix Special: $(x+1)^2 + 5(y-1)^2 = 3 \Rightarrow \frac{(x+1)^2}{(\sqrt{3})^2} + \frac{(y-1)^2}{(\sqrt{\frac{3}{5}})^2} = 1$

যা মূলত $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ আকৃতির উপবৃত্তের সমীকরণ।

04. $2x^2 - 3y^2 = 6$ এর উৎকেন্দ্রিকতা- [DU-7Clg: 2022-23]

A. $\sqrt{\frac{3}{2}}$ B. $\sqrt{\frac{5}{3}}$ C. $\frac{\sqrt{13}}{3}$ D. $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}}$

(B) Explanation: $2x^2 - 3y^2 = 6 \Rightarrow \frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{2} = 1$

$\Rightarrow \frac{x^2}{(\sqrt{3})^2} - \frac{y^2}{(\sqrt{2})^2} = 1$ যেহেতু $a > b$,

উৎকেন্দ্রিকতা $e = \sqrt{1 + \frac{b^2}{a^2}} = \sqrt{1 + \frac{2}{3}} = \sqrt{\frac{5}{3}}$

05. $y^2 = -4x$ পরাবৃত্তে $(2, 4)$ বিন্দুটির ফোকাস দূরত্ব হবে- [DU-7Clg: 2022-23]

A. 5 B. 3 C. 2 D. 6

(B) Explanation: $y^2 = -4x \therefore a = -1$
$(2, 4)$ বিন্দুটির ফোকাস দূরত্ব $= |x + |a|| = |2 + |-1|| = 3$

06. $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{7} = 1$ উপবৃত্তটির উৎকেন্দ্রিকতা কত? [DU-7Clg: 2021-22]

A. $\frac{3}{2}$ B. $\frac{3}{4}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{3}$

(B) Explanation: $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{7} = 1; a = 4, b = \sqrt{7} \therefore a > b$

উৎকেন্দ্রিকতা $e = \sqrt{\frac{a^2 - b^2}{a^2}} = \sqrt{\frac{16-7}{16}} = \sqrt{\frac{9}{16}} = \frac{3}{4}$

07. $2x^2 + 3y^2 - 4x - 12y + 8 = 0$ সমীকরণটি কি প্রকাশ করে? [DU-7Clg: 2021-22]

A. বৃত্ত B. পরাবৃত্ত C. অধিবৃত্ত D. উপবৃত্ত

(D) Explanation: x^2 ও y^2 এর চিহ্ন একই কিন্তু সহগ ভিন্ন এবং xy সম্বলিত পদ নেই। তাই এটি উপবৃত্ত।

08. $y^2 = 4x + 8y$ পরাবৃত্তটির শীর্ষবিন্দুর স্থানাঙ্ক- [DU-7Clg: 2021-22]

A. $(-4, 4)$ B. $(4, 4)$ C. $(-4, -4)$ D. $(4, -4)$

(A) Explanation: $y^2 = 4x + 8y$
$\Rightarrow y^2 - 8y = 4x \Rightarrow y^2 - 2.y.4 + 4^2 = 4x + 4^2$
$\Rightarrow (y-4)^2 = 4(x+4) \Rightarrow (y-4)^2 = 4.1(x+4)$
$\therefore$ শীর্ষবিন্দু: $x + 4 = 0 \Rightarrow x = -4 \mid y - 4 = 0 \Rightarrow y = 4$
শীর্ষবিন্দুর স্থানাঙ্ক, $(x, y) = (-4, 4)$

09. $x^2 - 8y^2 = 2$ অধিবৃত্তের উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য কত? [DU-7Clg: 2020-21]

A. $2/\sqrt{3}$ B. $1/2\sqrt{2}$ C. $3/2$ D. $2\sqrt{2}$

(B) Explanation: $x^2 - 8y^2 = 2 \Rightarrow \frac{x^2}{2} - 4y^2 = 1 \Rightarrow \frac{x^2}{(\sqrt{2})^2} - \frac{y^2}{\left(\frac{1}{2}\right)^2} = 1$

$\therefore$ উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য $= \frac{2b^2}{a} = \frac{2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2}{\sqrt{2}} = \frac{1}{2\sqrt{2}}$

10. $3x^2 + 2ax + 2by = c$ সমীকরণটি কী নির্দেশ করে? [DU-7Clg: 2020-21]

A. উপবৃত্ত B. অধিবৃত্ত C. পরাবৃত্ত D. বৃত্ত

(C) Explanation: $3x^2 + 2ax + 2by = c \Rightarrow 3\left(x^2 + \frac{2}{3}ax\right) = c - 2by$

$\Rightarrow 3\left(x^2 + 2.x.\frac{a}{3} + \left(\frac{a}{3}\right)^2\right) = \frac{a^2}{3} + c - 2by$ [উভয়পক্ষে $\frac{a^2}{3}$ যোগ করে]

$\Rightarrow \left(x + \frac{a}{3}\right)^2 = \frac{a^2}{9} + \frac{c}{3} - \frac{2}{3}by$ যা পরাবৃত্তের সমীকরণ।

11. $9x^2 + 25y^2 = 225$ উপবৃত্তের উৎকেন্দ্রিকতা নিচের কোনটি? [DU-7Clg. 2019-20]

A. $\frac{4}{5}$ B. $\frac{3}{5}$ C. $\frac{5}{4}$ D. $\frac{-4}{5}$

(A) Explanation: $9x^2 + 25y^2 = 225 \Rightarrow \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$

$\therefore$ উৎকেন্দ্রিকতা, $e = \sqrt{1 - \frac{9}{25}} = \frac{4}{5}$

12. $4x^2 + 3y^2 = 12$ উপবৃত্তের উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য [DU-7Clg. 2018-19]

A. 3 B. 9 C. $2\sqrt{2}$ D. 6

(A) Explanation: $4x^2 + 3y^2 = 12 \Rightarrow \frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{4} = 1$

$\therefore$ উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য $= \frac{2a^2}{b} = 2.\frac{3}{2} = 3$

13. কোন শর্তে কনিককে উপবৃত্ত হিসেবে গণ্য করা যায়? [DU-7Clg. 2018-19]

A. $0 < e < 1$ B. $e = 1$ C. $e > 1$ D. $e = 0$

(A) Explanation: উপবৃত্তের উৎকেন্দ্রিকতা $0 < e < 1$

14. $y^2 - 2x^2 = 2$ অধিবৃত্তের উৎকেন্দ্রিকতা কত? [DU-7Clg. 2017-18]

A. $\sqrt{\frac{3}{2}}$ B. 2 C. $\sqrt{5}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

(A) Explanation: $y^2 - 2x^2 = 2 \Rightarrow \frac{y^2}{2} - \frac{x^2}{1} = 1$

উৎকেন্দ্রিকতা $e = \sqrt{1 + \frac{a^2}{b^2}} = \sqrt{1 + \frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{3}{2}}$

CamScanner

IQA — IMPORTANT QUESTION FOR DCU ADMISSION

01. $2x^2 - 8y^2 = 2$ অধিবৃত্তের উৎকেন্দ্রিকতার মান-

A. $3/(2\sqrt{2})$ B. $3/2$ C. $\sqrt{5}/2$ D. $\sqrt{5/2}$

C Explanation $2x^2 - 8y^2 = 2$

$\therefore \frac{x^2}{1^2} - \frac{y^2}{\left(\frac{1}{2}\right)^2} = 1 \quad \therefore e = \sqrt{\frac{1^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2}{1}} = \sqrt{\frac{5}{4}} = \frac{\sqrt{5}}{2}$

02. $25x^2+16y^2=400$ এর উৎকেন্দ্রিকতা হবে-

A. $\frac{3}{5}$ B. $\frac{3}{4}$ C. $\frac{4}{5}$ D. $\frac{2}{3}$

A Explanation দেওয়া আছে, $25x^2 + 16y^2 = 400$

বা, $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{25} = 1 \quad \therefore e = \sqrt{1 - \frac{16}{25}} = \frac{3}{5}$

03. $4x^2 + y^2=2$ উপবৃত্তটির বৃহৎ ও ক্ষুদ্র অক্ষের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে-

A. 4 and 2 B. 2 and 4 C. $\sqrt{2}$ and $2\sqrt{2}$ D. $2\sqrt{2}$ and $\sqrt{2}$

C Explanation $4x^2 + y^2 = 2$

বা, $\frac{x^2}{\frac{1}{2}} + \frac{y^2}{2} = 1; a = \frac{1}{\sqrt{2}}; b = \sqrt{2} \quad \therefore b > a$

$\therefore$ বৃহদাক্ষ $= 2b = 2\sqrt{2}$, ক্ষুদ্রাক্ষ $= 2a = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$

04. $y = kx$ সরলরেখাটি $y = x^2 + 4$ বক্ররেখার স্পর্শক হলে k এর একটি মান-

A. 1 B. $2\sqrt{2}$ C. 3 D. 4

D Explanation $y = kx$ এবং $y = x^2 + 4 \quad \therefore kx = x^2 + 4$

$\Rightarrow x^2 - kx + 4 = 0 \quad \therefore$ স্পর্শক হলে স্পর্শ $k^2 = 4.1.4 \quad \therefore k = \pm 4$

05. $y^2+4x+2y-8=0$ পরাবৃত্তের শীর্ষবিন্দু হবে-

A. $\left(\frac{9}{4}, -1\right)$ B. $\left(-\frac{9}{4}, 1\right)$ C. (0, 2) D. (2, 0)

A Explanation $y^2 + 4x + 2y - 8 = 0 \Rightarrow y^2 + 2y = 8 - 4x$

$\Rightarrow y^2 + 2.1.y + 1 = 8 - 4x + 1 \Rightarrow (y+1)^2 = -4\left(x - \frac{9}{4}\right)$

$\therefore$ শীর্ষবিন্দু $\left(\frac{9}{4}, -1\right)$

06. $y^2 - 4y - x^2 + 6x = 12$ সমীকরণটি কোন ধরনের কণিক?

A. বৃত্ত B. উপবৃত্ত C. পরাবৃত্ত D. অধিবৃত্ত

D Explanation x^2 ও y^2 এর সহগ ও চিহ্ন ভিন্ন এবং xy পদ অনুপস্থিত

$\therefore$ কণিকটি অধিবৃত্ত।

PRIME TEST

01. $25x^2+16y^2 = 400$ এর উৎকেন্দ্রিকতা হবে-

A. $\frac{3}{5}$ B. $\frac{3}{4}$ C. $\frac{4}{5}$ D. $\frac{2}{3}$

02. $y^2 - 4y - x^2 + 6x = 12$ সমীকরণটি কোন ধরনের কণিক?

A. বৃত্ত (Circle) B. উপবৃত্ত (Ellipse)
C. পরাবৃত্ত (Parabola) D. অধিবৃত্ত (Hyperbola)

03. $x^2 + 4x + 2y = 0$ পরাবৃত্তের শীর্ষ বিন্দু-

A. (−2, 2) B. (2, −2) C. (−2, 3/2) D. (3/2, 2)

04. যে পরাবৃত্তের উপকেন্দ্রের স্থানাংক (4, 0) এবং নিয়ামক (দিকাক্ষ) $x + 2 = 0$, তার সমীকরণ-

A. $y^2 = 4(x-1)$ B. $y^2 = 6(x-2)$
C. $y^2 = 10(x-3)$ D. $y^2 = 12(x-1)$

05. $y = 2x+b$ রেখাটি $y^2=16x$ প্যারাবোলাকে স্পর্শ করে, তবে b = ?

A. −2 B. 2 C. −1 D. 1

06. $y^2-x^2 = 4$ হাইপারবোলার শীর্ষবিন্দুর স্থানাঙ্ক-

A. (0, ±2) B. (0, ±1) C. (±2, 0) D. (±1, 0)

07. $y^2 - 6x+4y+11 = 0$ পরাবৃত্তের অক্ষের সমীকরণ কোনটি?

A. $y = 0$ B. $y + 2 = 0$ C. $6x - 7 = 0$ D. $x = 0$

08. $3x^2 + 4y + 6x - 5 = 0$ পরাবৃত্তের উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য কত হবে?

A. $\frac{2}{3}$ B. $\frac{3}{4}$ C. $\frac{3}{2}$ D. $\frac{4}{3}$

09. $x^2 + 4x + 2y = 0$ পরাবৃত্তের শীর্ষবিন্দু কোনটি?

A. (−1,1) B. (−2, 2) C. (1,1) D. (2,2.)

10. $4y^2 = 5x$ পরাবৃত্তের উপকেন্দ্র ও শীর্ষ বিন্দুর মধ্যবর্তী দূরত্ব কত?

A. $\frac{5}{4}$ B. $\frac{5}{2}$ C. $\frac{5}{16}$ D. $\frac{5}{9}$

OMR SHEET	04. Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ	08. Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ
01. Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ	05. Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ	09. Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ
02. Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ	06. Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ	10. Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ
03. Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ	07. Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ	[illegible]

ANS ANALYSIS

প্রশ্ন	উত্তর	ব্যাখ্যা
01	A	দেওয়া আছে, $25x^2 + 16y^2 = 400$ বা, $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{25} = 1 \quad \therefore e = \sqrt{1 - \frac{16}{25}} = \frac{3}{5}$
02	D	x^2 ও y^2 এর সহগ ও চিহ্ন ভিন্ন এবং xy পদ অনুপস্থিত $\therefore$ কণিকটি অধিবৃত্ত।
03	A	$x^2 + 4x + 2y = 0 \Rightarrow x^2 + 4x + 4 = -2y + 4$ $\Rightarrow (x+2)^2 = -2(y-2) \quad \therefore$ শীর্ষ বিন্দু (−2, 2)
04	D	ধরি, পরাবৃত্তের উপর P(x, y) যে কোন বিন্দু এবং উপকেন্দ্র S = (4, 0) $\therefore SP = \sqrt{(x-4)^2 + y^2}$ এবং P হতে দিকাক্ষের দূরত্ব $= \lvert x+2 \rvert$ পরাবৃত্তের সংজ্ঞানুসারে, $(x-4)^2 + y^2 = \frac{(x+2)^2}{1^2+0^2}$ $\Rightarrow x^2 - 8x + 16 + y^2 = x^2 + 4x + 4$ $\therefore y^2 - 12x + 12 = 0 \quad \therefore y^2 = 12(x-1)$
05	B	$y = mx+c$ রেখাটি $y^2 = 4ax$ প্যারাবোলাকে স্পর্শ করার শর্ত: $c = \frac{a}{m} \quad \therefore b = \frac{4}{2} = 2$
06	A	$y^2 - x^2 = 4 \Rightarrow \frac{y^2}{4} - \frac{x^2}{4} = 1$
07	B	$y^2 - 6x + 4y + 11 = 0 \Rightarrow y^2 + 4y + 4 = 6x - 7$ $\Rightarrow (y+2)^2 = 6\left(x - \frac{7}{6}\right) \therefore$ অক্ষরেখার সমীকরণ: $y + 2 = 0$
08	D	$3x^2+6x+3=4y+8 \Rightarrow 3(x^2+2x+1)=4(y+2)$ $\Rightarrow (x+1)^2 = \frac{4}{3}(y+2) \quad \therefore 4a = \frac{4}{3}$
09	B	$(x+2)^2 = -2(y-2) \quad \therefore$ শীর্ষবিন্দু −2, 2
10	C	$4y^2 = 5x \Rightarrow y^2 = \frac{5}{4}x \Rightarrow y^2 = 4.\frac{5}{16}x$ শীর্ষবিন্দু (0,0), উপকেন্দ্র $\left(\frac{5}{16}, 0\right) \quad \therefore$ বিন্দুদ্বয়ের দূরত্ব $= \frac{5}{16} - 0 = 5/16$

CS CamScanner

দ্বিতীয় পত্র অধ্যায় ০৭

বিপরীত ত্রিকোণমিতিক ফাংশন
(INVERSE TRIGONOMETRIC FUNCTIONS)

কি পড়ব ? কেন পড়ব ? **SURVEY TABLE** কতটুকু পড়ব ? কিভাবে পড়ব ?

টপিক নং	বিগত বছরে যে সকল টপিকস্ থেকে প্রশ্ন এসেছে	RATINGS [কেন পড়ব?]
01	বিপরীত বৃত্তীয় ফাংশনের সূত্রাবলী সংক্রান্ত গাণিতিক প্রয়োগ	★★
02	বিপরীত বৃত্তীয় ফাংশনের রূপান্তর করে মান নির্ণয় সংক্রান্ত	★★
03	বিপরীত ত্রিকোণমিতিক সমীকরণ সংক্রান্ত সমাধান	★★
04	$a\cos\theta + b\sin\theta = c$ [where $\lvert c\rvert \le \sqrt{a^2+b^2}$] আকৃতির ত্রিকোণমিতিক সমীকরণ সংক্রান্ত সমস্যা	★★
05	cot, tan, sec, cosec বিশিষ্ট ত্রিকোণমিতিক সমীকরণ সংক্রান্ত সমস্যা	★★
06	sin, cos বিজোড় সংখ্যক সমীকরণ সংক্রান্ত সমস্যা	★★★
07	কতগুলো ত্রিকোণমিতিক অনুপাত গুণ আকারে থাকলে	★★
08	sin, cos, tan, sec এর দ্বিঘাতরাশি সম্বলিত পদ থাকলে	★★

টপিক আলোচনা

■ **Technique:** বিপরীত বৃত্তীয় ফাংশনের প্রয়োজনীয় সূত্রাবলী:

প্রয়োজনীয় সূত্র	প্রয়োজনীয় সূত্র	প্রয়োজনীয় সূত্র
$\sin^{-1}x \pm \sin^{-1}y = \sin^{-1}\{x\sqrt{1-y^2} \pm y\sqrt{1-x^2}\}, xy \le 1$	$\sec^{-1}x + \text{cosec}^{-1}x = \frac{\pi}{2}$	$3\tan^{-1}x = \tan^{-1}\frac{3x-x^3}{1-3x^2}$
$\cos^{-1}x \pm \cos^{-1}y = \cos^{-1}\{xy \mp \sqrt{(1-x^2)(1-y^2)}\}$ $xy \le 1$	$2\tan^{-1}x = \tan^{-1}\frac{2x}{1-x^2}$	$3\cos^{-1}x = \cos^{-1}(4x^3-3x)$
$\tan^{-1}x \pm \tan^{-1}y = \tan^{-1}\frac{x \pm y}{1 \mp xy}$ $xy \le 1$	$2\cos^{-1}x = \cos^{-1}(2x^2-1)$	$3\sin^{-1}x = \sin^{-1}(3x-4x^3)$
$\tan^{-1}x + \tan^{-1}y + \tan^{-1}z = \tan^{-1}\frac{x+y+z-xyz}{1-yz-zx-xy}$, $yz+zx+xy \le 1$		$2\sin^{-1}x = \sin^{-1}(2x\sqrt{1-x^2})$

বিপরীত বৃত্তীয় ফাংশনের রূপান্তর

বিপরীত বৃত্তীয় ত্রিকোণমিতিক ফাংশনবিশিষ্ট সংযোজিত রাশির মান বের করতে হলে যদি দেখা যায় যে কোন problem-এ প্রথমে ও শেষে যথাক্রমে sin ও $\cos^{-1}$ অথবা cos ও $\sin^{-1}$ থাকে, এবং তারপর ভিতরে যথাক্রমে $\cot^{-1}$ ও tan অথবা, $\tan^{-1}$ ও cot থাকে, তাহলে শেষে যে রাশিটি থাকবে, তাই উত্তর হবে। অনুরূপভাবে, যদি কোন problem-এ প্রথমে এবং শেষে যথাক্রমে tan ও $\cot^{-1}$ অথবা cot ও $\tan^{-1}$ থাকে, এবং তারপর ভিতরে যথাক্রমে $\sin^{-1}$ ও cos অথবা $\cos^{-1}$ ও sin থাকে, তাহলে শেষে যে রাশিটি থাকবে, তাই উত্তর হবে।

(i) $\sin\cot^{-1}\tan\cos^{-1}x$ এর মান-	Ans. x	(iii) $\tan\sin^{-1}\cos\cot^{-1}\sqrt{x}$ এর মান-	Ans. $\sqrt{x}$
(ii) $\cos\tan^{-1}\cot\sin^{-1}\sqrt{1-x^2}$ এর মান-	Ans. $\sqrt{1-x^2}$	(iv) $\cot\cos^{-1}\sin\tan^{-1}\frac{1}{x}$ এর মান-	Ans. $\frac{1}{x}$

ত্রিকোণমিতিক সমীকরণ সমাধানের সহজ উপায়

$a\cos\theta + b\sin\theta = c$ আকৃতির ত্রিকোণমিতিক সমীকরণ	$\sqrt{a^2+b^2}$ দ্বারা ভাগ করে $\cos(A \pm B)$ এর সূত্র প্রয়োগ করাই উত্তম।
sin, cos বিজোড় সংখ্যক সমীকরণ সংক্রান্ত সমস্যা	যখন সমীকরণে sin এবং cos কোণের বিজোড় সংখ্যক পদ থাকে তখন $\sin A \pm \sin B$, $\cos A \pm \cos B$ এর সূত্র ব্যবহার করলে সহজ হবে।

■ **ত্রিকোণমিতিক সমীকরণ সমাধানের জন্য প্রয়োজনীয় সাধারণ সূত্রাবলী:**

01. $\sin\theta = \sin\alpha \Leftrightarrow \theta = n\pi + (-1)^n\alpha$
02. $\cos\theta = \cos\alpha \Leftrightarrow \theta = 2n\pi \pm \alpha$
03. $\tan\theta = \tan\alpha \Leftrightarrow \theta = n\pi + \alpha$
04. $\sin\theta = 0 \Leftrightarrow \theta = n\pi$
05. $\cos\theta = 0 \Leftrightarrow \theta = (2n+1)\frac{\pi}{2}$
06. $\tan\theta = 0 \Leftrightarrow \theta = n\pi$
07. $\sin\theta = 1 \Leftrightarrow \theta = (4n+1)\frac{\pi}{2}$
08. $\sin\theta = -1 \Leftrightarrow \theta = (4n-1)\frac{\pi}{2}$
09. $\cos\theta = 1 \Leftrightarrow \theta = 2n\pi$
10. $\cos\theta = -1 \Leftrightarrow \theta = (2n+1)\pi$

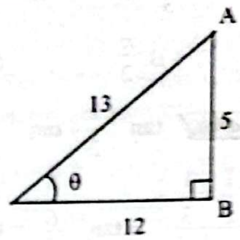
CamScanner

■ বিপরীত বৃত্তীয় ফাংশনের রূপান্তর করে মান নির্ণয় সংক্রান্ত: এক্ষেত্রে সঠিকভাবে চিত্র এঁকে একটি অনুপাত থেকে অপর অনুপাতে রূপান্তর করে মান বের করতে হবে।

ধরি, $\tan^{-1}\frac{5}{12}$ দেওয়া আছে। $\tan^{-1}\frac{5}{12}=\theta \Rightarrow \tan\theta=\frac{5}{12}$

এখন, $\tan\theta=\frac{5}{12}$ এর জন্য ত্রিভুজ চিত্র আমরা পাই, $AB^2+BC^2=AC^2$

বা, $AC^2=5^2+12^2$ বা, $AC^2=169$ বা, $AC=13$



এখন, প্রয়োজন মতো পাশের ত্রিভুজ চিত্র থেকে যে কোন ত্রিকোণমিতিক অনুপাত আমরা বের করতে পারি।

যেমন: $\sin\theta=\frac{5}{13} \Rightarrow \theta=\sin^{-1}\frac{5}{13}$; $\cos\theta=\frac{12}{13} \Rightarrow \theta=\cos^{-1}\frac{12}{13}$ প্রভৃতি।

গুরুত্বপূর্ণ গাণিতিক সমস্যা সমূহ

MEx 01 $\sin^2(\cos^{-1}\frac{1}{3})$ এর মান কত?

Solve $\sin^2(\cos^{-1}\frac{1}{3})=1-\cos^2(\cos^{-1}\frac{1}{3})=1-\frac{1}{9}=\frac{8}{9}$

MEx 02 $\tan^{-1}(2x+3)+\cot^{-1}(2x+3)$ এর মান কত?

Solve সূত্র, $\tan^{-1}x+\cot^{-1}x=\frac{\pi}{2}$

$\therefore \tan^{-1}(2x+3)+\cot^{-1}(2x+3)=\frac{\pi}{2}$

MEx 03 $\sin(2\tan^{-1}x)$ এর মান কোনটি?

Solve $\sin(2\tan^{-1}x)=\sin(\sin^{-1}\frac{2x}{1+x^2})=\frac{2x}{1+x^2}$

MEx 04 $\tan^2\theta=\frac{1}{3}$ হলে θ এর সাধারণ মান কোনটি?

Solve $\tan^2\theta=\frac{1}{3} \Rightarrow \tan\theta=\pm\frac{1}{\sqrt{3}}=\tan\left(\pm\frac{\pi}{6}\right)$

$\therefore \theta=n\pi\pm\frac{\pi}{6}$ [$\tan\theta=\tan\alpha$ হলে $\theta=n\pi\pm\alpha$]

MEx 05 $\sin^{-1}x+\sin^{-1}y=\frac{\pi}{2}$ হলে কোনটি সঠিক?

Solve $\sin^{-1}x+\sin^{-1}y=\frac{\pi}{2} \Rightarrow \sin^{-1}x=\frac{\pi}{2}-\sin^{-1}y$

$\Rightarrow x=\sin\left(\frac{\pi}{2}-\sin^{-1}y\right)=\cos(\sin^{-1}y)$

$\Rightarrow x=\cos\cos^{-1}\sqrt{1-y^2} \Rightarrow x=\sqrt{1-y^2} \Rightarrow x^2=1-y^2$

$\therefore x^2+y^2=1$

MEx 06 $\tan(\tan^{-1}3-\tan^{-1}2)$ এর মান হবে কোনটি?

Solve $\tan(\tan^{-1}3-\tan^{-1}2)=\tan\tan^{-1}\frac{3-2}{1+3.2}=\frac{1}{7}$

MEx 07 n-পূর্ণ সংখ্যা হলে $\sin 3\theta=\frac{1}{2}$ এর সাধারণ সমাধান কোনটি?

Solve $\sin 3\theta=\frac{1}{2}=\sin\frac{\pi}{6}$

$\Rightarrow 3\theta=n\pi+(-1)^n\frac{\pi}{6}$

$\therefore \theta=\frac{1}{3}\{n\pi+(-1)^n\frac{\pi}{6}\}$

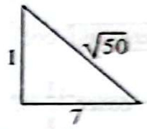
MEx 08 $\cot^{-1}x=\sin^{-1}y$ হলে y এর মান কোনটি?

Solve $\cot^{-1}x=\sin^{-1}y \Rightarrow \sin^{-1}\frac{1}{\sqrt{1+x^2}}=\sin^{-1}y$

$\Rightarrow y=\frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$

MEx 09 $x=\tan^{-1}\frac{1}{7}$ হলে sinx এর মান কোনটি?

Solve $\sin x=\frac{1}{\sqrt{50}}$



MEx 10 $\sin\cot^{-1}\tan\cos^{-1}(2x^2)=1$, x এর মান কত?

Solve $\sin\cot^{-1}\tan\cos^{-1}(2x^2)=1 \Rightarrow 2x^2=1$

$\therefore x=\pm\frac{1}{\sqrt{2}}$

PYQ PREVIOUS YEARS' QUESTIONS

01. $\sin^{-1}x+\sin^{-1}y=\frac{\pi}{2}$ হলে x^2+y^2 এর মান কত? [DU-7Clg: 2023-24]

A. 1 B. 2
C. 3 D. 4

A Explanation $\sin^{-1}x+\sin^{-1}y=\frac{\pi}{2}$

$\Rightarrow \sin^{-1}x=\frac{\pi}{2}-\sin^{-1}y \Rightarrow x=\sin\left(\frac{\pi}{2}-\sin^{-1}y\right)=\cos(\sin^{-1}y)$

$\Rightarrow x=\cos.\cos^{-1}\sqrt{1-y^2}$

$\Rightarrow x=\sqrt{1-y^2} \Rightarrow x^2=1-y^2$

$\therefore x^2+y^2=1$

02. $\sin\cos^{-1}\sin x=?$ [DU-7Clg: 2022-23]

A. cosx B. sinx C. x D. $\frac{\sqrt{x^2+1}}{x}$

A Explanation $\sin\cos^{-1}\sin x=\sin\cos^{-1}\cos\sqrt{1-x^2}$

$=\sin\sqrt{1-x^2}=\cos\sqrt{1-(\sqrt{1-x^2})^2}=\cos\sqrt{1-1+x^2}=\cos x$

03. $\cos^2\left(\sin^{-1}\frac{1}{\sqrt{3}}\right)=?$ [DU-7Clg: 2021-22]

A. 0 B. $\frac{4}{3}$ C. $\frac{3}{2}$ D. $\frac{2}{3}$

D Explanation $\cos^2\left(\sin^{-1}\frac{1}{\sqrt{3}}\right)=1-\sin^2\left(\sin^{-1}\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$

$=1-\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2=1-\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$

CamScanner

04. $\tan^{-1}\frac{1}{2}+\tan^{-1}\frac{1}{3}=?$ [DU-7Clg: 2021-22]

A. $\frac{\pi}{4}$ B. $\frac{\pi}{2}$ C. $\frac{\pi}{3}$ D. $\frac{2\pi}{3}$

(A) Explanation $\tan^{-1}\frac{1}{2}+\tan^{-1}\frac{1}{3}$

$= \tan^{-1}\frac{\frac{1}{2}+\frac{1}{3}}{1-\frac{1}{2}.\frac{1}{3}} = \tan^{-1}\frac{\frac{5}{6}}{\frac{5}{6}} = \tan^{-1}1 = \frac{\pi}{4}$

05. cot ($\cos^{-1}$ (1 / 2)) এর মান নিচের কোনটি? [DU-7Clg: 2020-21]

A. $1/\sqrt{3}$ B. $2/\sqrt{3}$
C. $-1/\sqrt{3}$ D. $\sqrt{3}/2$

(A) Explanation $\cot\left(\cos^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)\right) = \cot 60° = \frac{1}{\sqrt{3}}$

06. $\cot^{-1}\left(\sin^{-1}\frac{1}{2}\right)$ এর মান হবে- [DU-7Clg. 2019-20]

A. $\frac{2}{\sqrt{3}}$ B. $\frac{1}{\sqrt{3}}$ C. $\sqrt{3}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

(C) Explanation $\cot^{-1}\left(\sin^{-1}\frac{1}{2}\right) = \cot^{-1}(30) = \sqrt{3}$

07. $\cos^{-1}x + \text{cosec}^{-1}\frac{1}{x} = ?$ [DU-7Clg. 2018-19]

A. $x+\left(\frac{1}{x}\right)$ B. $x\sqrt{1-x^2}$
C. $\frac{\pi}{3}$ D. $\frac{\pi}{2}$

(D) Explanation $\cos^{-1}x + \text{cosec}^{-1}\left(\frac{1}{x}\right)$

$= \cos^{-1}x + \sin^{-1}x = \frac{\pi}{2}$

08. $\sin\theta = -1$ হলে θ এর মান [DU-7Clg. 2018-19]

A. $\pi(n+1)$ B. $(4n+1)\frac{\pi}{2}$
C. $(4n-1)\frac{\pi}{2}$ D. $2n\pi$

(C) Explanation $\sin\theta = -1$ হলে, $\theta = (4n-1)\frac{\pi}{2}$ [সূত্র]

09. $\sin^2\frac{\pi}{8}+\sin^2\frac{5\pi}{8}$ এর মান কত? [DU-7Clg. 2017-18]

A. 0 B. 1 C. 2 D. 1/2

(B) Explanation $\sin^2\frac{\pi}{8}+\sin^2\frac{5\pi}{8} = 1$

10. $\cos\theta = 1$ হলে, θ এর মান কত? [DU-7Clg. 2017-18]

A. $(2n+1)\pi$ B. $2n\pi$
C. $\frac{1}{2}n\pi$ D. $n\pi$

(B) Explanation $\cos\theta = 1$ হলে $\theta = 2n\pi$ [সূত্র]

11. $\sin\left(\frac{\pi}{2}-\cos^{-1}x\right)$ কত? [DU-7Clg. 2017-18]

A. $1-x$ B. x C. $1+x$ D. sinx

(B) Explanation $\sin\left(\frac{\pi}{2}-\cos^{-1}x\right) = \sin(\sin^{-1}x) = x$

IQA IMPORTANT QUESTION FOR DCU ADMISSION

01. $\sin^{-1}x+\sin^{-1}y=\frac{\pi}{2}$ হলে কোনটি সঠিক?

A. $x^2+y^2=1$ B. $x^2-y^2=1$
C. $x+y=1$ D. $x-y=1$

(A) Explanation $\sin^{-1}x+\sin^{-1}y=\frac{\pi}{2} \Rightarrow \sin^{-1}x = \frac{\pi}{2}-\sin^{-1}y$

$\Rightarrow x = \sin\left(\frac{\pi}{2}-\sin^{-1}y\right) = \cos(\sin^{-1}y) \Rightarrow x = \cos\cos^{-1}\sqrt{1-y^2}$

$\Rightarrow x = \sqrt{1-y^2} \Rightarrow x^2 = 1-y^2$

$\therefore x^2+y^2=1$

02. $\tan^{-1}\left(x+\frac{1}{3}\right)+\tan^{-1}\left(x-\frac{1}{3}\right)=\tan^{-1}2$ হলে, x এর মান-

A. $-\frac{5}{6}$ B. $-\frac{1}{3}$
C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{2}{3}$

(D) Explanation $\tan^{-1}\left(x+\frac{1}{3}\right)+\tan^{-1}\left(x-\frac{1}{3}\right)=\tan^{-1}2$

$\Rightarrow \tan^{-1}\frac{x+\frac{1}{3}+x-\frac{1}{3}}{1-\left(x+\frac{1}{3}\right)\left(x-\frac{1}{3}\right)} = \tan^{-1}2 \Rightarrow \frac{2x}{1-\left(x^2-\frac{1}{9}\right)} = 2$

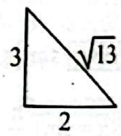
$\Rightarrow 2x = 2-2x^2+\frac{2}{9}$

$\Rightarrow x^2+x = \frac{10}{9} \therefore x = -\frac{5}{3}, \frac{2}{3}$

03. $\tan^{-1}\frac{2}{3}+\cos^{-1}\frac{2}{\sqrt{13}} = ?$

A. $\tan^{-1}(5/9)$ B. $\tan^{-1}(3/7)$
C. $\pi/2$ D. $\pi/4$

(A) Explanation $\tan^{-1}\frac{2}{3}+\cos^{-1}\frac{2}{\sqrt{13}}$



$\Rightarrow \tan^{-1}\frac{2}{3}+\tan^{-1}\frac{3}{2}$

$\Rightarrow \tan^{-1}\frac{2}{3}+\cot^{-1}\frac{2}{3}=\frac{\pi}{2}$

04. $\tan^{-1}\frac{1}{7}+\tan^{-1}\frac{1}{8}+\tan^{-1}\frac{1}{18} = ?$

A. $\cot^{-1}\frac{1}{3}$ B. $\cos^{-1}3$ C. $\tan^{-1}\frac{1}{3}$ D. $\sin^{-1}3$

(C) Explanation $\tan^{-1}\frac{1}{7}+\tan^{-1}\frac{1}{8}+\tan^{-1}\frac{1}{18}$

$= \tan^{-1}\frac{\frac{1}{7}+\frac{1}{8}+\frac{1}{18}-\frac{1}{7}.\frac{1}{8}.\frac{1}{18}}{1-\frac{1}{7}.\frac{1}{8}-\frac{1}{8}.\frac{1}{18}-\frac{1}{18}.\frac{1}{7}} = \tan^{-1}\frac{\frac{1}{7}+\frac{1}{8}+\frac{1}{18}-\frac{1}{1008}}{1-\frac{1}{56}-\frac{1}{144}-\frac{1}{126}}$

$= \tan^{-1}\frac{\frac{144+126+56-1}{1008}}{\frac{1008-18-7-8}{1008}} = \tan^{-1}\frac{325}{975} = \tan^{-1}\frac{1}{3}$

05. $\cot\left(\sin^{-1}\frac{1}{2}\right) = ?$

A. $\frac{1}{\sqrt{3}}$
B. $\frac{2}{\sqrt{3}}$
C. $\sqrt{3}$
D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

Ⓒ Explanation $\cot\left(\sin^{-1}\frac{1}{2}\right) = \cot(30°) = \sqrt{3}$

06. $\tan^{-1}6 + \tan^{-1}\frac{7}{5}$ এর মান-

A. $\frac{\pi}{2}$
B. $\frac{3\pi}{2}$
C. $\frac{3\pi}{4}$
D. $\frac{\pi}{3}$

Ⓒ Explanation $\tan^{-1}6 + \tan^{-1}\frac{7}{5} = \tan^{-1}\frac{6+\frac{7}{5}}{1-6.\frac{7}{5}} = \tan^{-1}\frac{37}{-37}$

$= -\frac{\pi}{4} = \pi - \frac{\pi}{4} = \frac{3\pi}{4}$ Ans.

07. $\sec^2(\cot^{-1}3) + \mathrm{cosec}^2(\tan^{-1}2) = ?$

A. $\frac{85}{36}$
B. $\frac{36}{85}$
C. $\frac{10}{9}$
D. $\frac{9}{10}$

Ⓐ Explanation $\sec^2(\cot^{-1}3) + \mathrm{cosec}^2(\tan^{-1}2)$

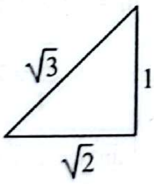
$= \sec^2\left(\tan^{-1}\frac{1}{3}\right) + \mathrm{cosec}^2\left(\cot^{-1}\frac{1}{2}\right)$

$= 1 + \tan^2\left(\tan^{-1}\frac{1}{3}\right) + 1 + \cot^2\left(\cot^{-1}\frac{1}{2}\right) = 1 + \frac{1}{9} + 1 + \frac{1}{4} = \frac{85}{36}$

08. $\arctan\left\{\sin\left(\arccos\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)\right\}$ সমান-

A. $\frac{\pi}{2}$
B. $\frac{\pi}{3}$
C. $\frac{\pi}{4}$
D. $\frac{\pi}{6}$

Ⓓ Explanation $\arctan\left\{\sin\left(\arccos\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)\right\}$



$= \tan^{-1}\left\{\sin\left(\cos^{-1}\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)\right\}$

$= \tan^{-1}\left\{\sin\left(\sin^{-1}\frac{1}{\sqrt{3}}\right)\right\} = \tan^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) = \frac{\pi}{6}$

09. যদি $\sin^{-1}x = \theta$ হয়, তবে $\cos\theta$-এর মান কত?

A. $1-x^2$
B. $\sqrt{1-x^2}$
C. $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
D. $\frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$

Ⓑ Explanation $\sin^{-1}x = \theta \Rightarrow x = \sin\theta$

$\therefore \cos\theta = \sqrt{1-\sin^2\theta} = \sqrt{1-x^2}$

10. $0 \le x \le 90°$ হলে $\sin 3x = \cos x$ সমীকরণের সমাধান হবে-

A. 0°, 45°
B. 0°, 22.5°
C. 45°, 45°
D. 22.5°, 45°

Ⓓ Explanation Option Test করলে Option C ও D দ্বারা প্রশ্নটি সিদ্ধ হয়। যেহেতু Option D থেকে একাধিক উপাত্ত আছে

11. $\cot^2\theta - (\sqrt{3}+1)\cot\theta + \sqrt{3} = 0, 0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ হলে, $\theta = ?$

A. $\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}$
B. $\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}$
C. $\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{5}$
D. $\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}$

Ⓓ Explanation $\cot^2\theta - (\sqrt{3}+1)\cot\theta + \sqrt{3} = 0$

$\Rightarrow \cot^2\theta - \sqrt{3}\cot\theta - \cot\theta + \sqrt{3} = 0$

$\Rightarrow \cot\theta(\cot\theta - \sqrt{3}) - 1(\cot\theta - \sqrt{3}) = 0$

$\Rightarrow (\cot\theta - \sqrt{3})(\cot\theta - 1) = 0$

$\therefore \cot\theta - \sqrt{3} = 0$

বা, $\cot\theta = \sqrt{3}$ বা, $\theta = \frac{\pi}{6}$

আবার, $\cot\theta - 1 = 0$ বা, $\cot\theta = 1$ বা, $\theta = \frac{\pi}{4}$

$\therefore \theta = \frac{\pi}{6}$ এবং $\frac{\pi}{4}$

$\Rightarrow \tan\theta = \pm\frac{1}{\sqrt{3}} = \tan\left(\pm\frac{\pi}{6}\right)$

$\therefore \theta = n\pi \pm \frac{\pi}{6}$

$\therefore n = 0$ এবং 1 ধরে $0 < \theta < \pi$ এর মধ্যে পাই, $\theta = \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}$

12. $\cot\theta \cot3\theta = 1$ সমীকরণের সাধারণ সমাধান-

A. $(2n+1)\pi/4$
B. $(2n+1)\pi/8$
C. $n\pi/4$
D. $(2n-1)\pi/2$

Ⓑ Explanation $\cot\theta\cot3\theta = 1$ $\tan\theta\tan3\theta = 1$

$\Rightarrow \frac{\sin\theta\sin3\theta}{\cos\theta\cos3\theta} = 1 \Rightarrow \cos\theta\cos3\theta - \sin\theta\sin3\theta$

$\Rightarrow \cos(\theta + 3\theta) = 0$

$\therefore \cos4\theta = 0$

$\therefore 4\theta = (2n+1)\frac{\pi}{2} \Rightarrow \theta = (2n+1)\frac{\pi}{8}$

13. সমাধান কর: $\sec^2\theta + \tan^2\theta = \frac{5}{3}, 0 < \theta < \pi$

A. $-\frac{\pi}{6}, -\frac{5\pi}{6}$
B. $-\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}$
C. $\frac{\pi}{6}, -\frac{5\pi}{6}$
D. $\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}$

Ⓓ Explanation $\sec^2\theta + \tan^2\theta = \frac{5}{3}$

$\Rightarrow \tan^2\theta + 1 + \tan^2\theta = \frac{5}{3}$

$\Rightarrow 2\tan^2\theta = \frac{5}{3} - 1 = \frac{2}{3}$

$\Rightarrow \tan^2\theta = \frac{1}{3}$

CS CamScanner

PRIME TEST

01. $\sin(\tan^{-1}\frac{1}{2}+\cot^{-1}3)$ এর মান হবে কোনটি?

A. $\frac{1}{\sqrt{3}}$ B. $\frac{1}{4}$
C. $\frac{1}{\sqrt{2}}$ D. $\frac{3}{4}$

02. $\arctan\left\{\sin\left(\arccos\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)\right\}$ সমান-

A. $\frac{\pi}{2}$ B. $\frac{\pi}{3}$
C. $\frac{\pi}{4}$ D. $\frac{\pi}{6}$

03. $\tan^{-1}\frac{2}{3}+\cos^{-1}\frac{2}{\sqrt{13}}=?$

A. $\tan^{-1}(5/9)$ B. $\tan^{-1}(3/7)$
C. $\pi/2$ D. $\pi/4$

04. $\text{cosec}^{-1}(5/4)+\sec^{-1}(5/4)$ এর মান কত?

A. $-\pi/4$ B. $-\pi/2$
C. $\pi/2$ D. $\pi/4$

05. $\sin^2 2\theta - 3\cos^2\theta = 0$ সমীকরণের সাধারণ সমাধান-

A. $2n\pi\pm\frac{\pi}{3}$ B. $n\pi\pm\frac{\pi}{3}$
C. $n\pi\pm\frac{\pi}{6}$ D. $2n\pi\pm\frac{\pi}{6}$

06. $\cos(\sin^{-1}\frac{1}{2}+\cos^{-1}\frac{1}{2})$ এর মান-

A. $\frac{\pi}{2}$ B. 0
C. α D. 1/2

07. $\tan^2x+\cot^2x=2$ এর সমাধান হবে-

A. $n\pi\pm\frac{\pi}{4}$ B. $n\pi+\frac{\pi}{3}$
C. $n\pi\pm\frac{\pi}{2}$ D. $n\pi+\frac{\pi}{2}$

08. $\tan\cot^{-1}\sin\text{cosec}^{-1}\frac{1}{\sqrt{x}}$ এর মান কোনটি?

A. $\frac{1}{x}$ B. $\sqrt{x}$
C. $\frac{1}{\sqrt{x}}$ D. কোনটিই নয়

09. $\cos\theta=-1$ হলে θ এর সাধারণ মান কোনটি?

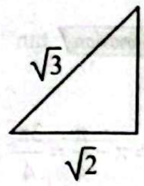
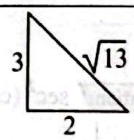
A. $2n\pi$ B. $(2n+1)\pi$
C. $(2n-1)\pi$ D. কোনটিই নয়

10. $\tan^2x+\sec^2x=3$ হলে x এর মান-

A. $n\pi\pm\frac{1}{4\pi}$ B. $n\pi\pm\frac{\pi}{2}$
C. $n\pi\pm\frac{\pi}{3}$ D. $2n\pi\pm\frac{1}{4\pi}$

OMR SHEET	04. Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ	08. Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ
01. Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ	05. Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ	09. Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ
02. Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ	06. Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ	10. Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ
03. Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ	07. Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ	

ANS ANALYSIS

প্রশ্ন	উত্তর	ব্যাখ্যা
01	C	$\sin\left(\tan^{-1}\frac{1}{2}+\cot^{-1}3\right)=\sin\left(\tan^{-1}\frac{1}{2}+\tan^{-1}\frac{1}{3}\right)$ $=\sin.\tan^{-1}\left(\frac{\frac{1}{2}+\frac{1}{3}}{1-\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}}\right)=\sin.\tan^{-1}\left(\frac{\frac{5}{6}}{\frac{5}{6}}\right)=\sin\tan^{-1}(1)$ $=\sin\left(\frac{\pi}{4}\right)=\frac{1}{\sqrt{2}}$
02	D	$\arctan\left\{\sin\left(\arccos\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)\right\}$  $=\tan^{-1}\left\{\sin\left(\cos^{-1}\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)\right\}$ $=\tan^{-1}\left\{\sin\left(\sin^{-1}\frac{1}{\sqrt{3}}\right)\right\}=\tan^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)=\frac{\pi}{6}$
03	C	$\tan^{-1}\frac{2}{3}+\cos^{-1}\frac{2}{\sqrt{13}}$  $\Rightarrow\tan^{-1}\frac{2}{3}+\tan^{-1}\frac{3}{2}$ $\Rightarrow\tan^{-1}\frac{2}{3}+\cot^{-1}\frac{2}{3}=\frac{\pi}{2}$
04	C	$\text{cosec}^{-1}\left(\frac{5}{4}\right)+\sec^{-1}\left(\frac{5}{4}\right)=\frac{\pi}{2}$
05	A	A অপশনে $\theta=\frac{\pi}{3}$ বসিয়ে পাই $\sin^2 2.\frac{\pi}{3}-3\cos^2\frac{\pi}{3}=\frac{3}{4}-\frac{3}{4}=0$
06	B	আমরা জানি, $\sin^{-1}x+\cos^{-1}x=\frac{\pi}{2}$ $\therefore\cos(\sin^{-1}\frac{1}{2}+\cos^{-1}\frac{1}{2})=\cos\frac{\pi}{2}=0$
07	A	n = 0 হলে Option A = $\frac{\pi}{4}$ $\therefore x=\frac{\pi}{4}$ বসিয়ে পাই, $\tan^2x+\cot^2x=\tan^2\frac{\pi}{4}+\cot^2\frac{\pi}{4}=1+1=n\pi\pm\frac{\pi}{4}$
08	C	$\tan\cot^{-1}\sin\text{cosec}^{-1}\frac{1}{\sqrt{x}}=\tan\cot^{-1}\sin\sin^{-1}\sqrt{x}$ $=\tan\cot^{-1}\sqrt{x}=\tan\tan^{-1}\frac{1}{\sqrt{x}}=\frac{1}{\sqrt{x}}$
09	B	$\cos\theta=-1$ হলে θ এর সাধারণ মান $=(2n+1)\pi$ [$\cos\theta=-1$ হলে $\theta=(2n+1)\pi$]
10	A	$\tan^2x+1+\tan^2x=3\Rightarrow\tan^2x=1$ $\Rightarrow\tan x=\pm1\Rightarrow x=n\pi\pm\frac{1}{4\pi}$

CamScanner

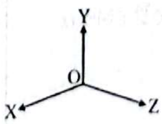
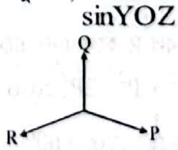
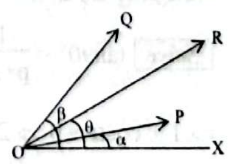
দ্বিতীয় পত্র অধ্যায় ০৮

স্থিতিবিদ্যা (STATICS)

কি পড়ব ? কেন পড়ব ? **SURVEY TABLE** কতটুকু পড়ব ? কিভাবে পড়ব ?

টপিক নং	বিগত বছরে যে সকল টপিকস্ থেকে প্রশ্ন এসেছে	RATINGS [কেন পড়ব?]
01	সামান্তরিক সূত্র সংক্রান্ত গাণিতিক প্রয়োগ	★★
02	তিনটি বল সাম্যাবস্থায় থাকার শর্ত সংক্রান্ত সমস্যা	★★
03	সদৃশ সমান্তরাল বলের ক্ষেত্রে লব্ধি ও লব্ধির ক্রিয়াবিন্দু নির্ণয় সংক্রান্ত গাণিতিক প্রয়োগ	★★
04	বিসদৃশ সমান্তরাল বলের ক্ষেত্রে লব্ধি ও লব্ধির ক্রিয়াবিন্দু নির্ণয় সংক্রান্ত গাণিতিক প্রয়োগ	★★
05	ত্রিভুজ সংক্রান্ত গাণিতিক প্রয়োগ	★★

টপিক আলোচনা

সূত্রের নাম	সূত্রের বর্ণনা
01. দুটি বলের ক্ষেত্রে ও লব্ধির মান ও দিক নির্ণয়	লব্ধি $R=\sqrt{P^2+Q^2+2PQ\cos\alpha}$; বলদ্বয়ের অন্তর্গত কোণ α $\therefore \tan\theta=\dfrac{Q\sin\alpha}{P+Q\cos\alpha}$
02. দুটি সমমানের বলের ক্ষেত্রে লব্ধির মান ও লব্ধির দিক নির্ণয়	P ও Q সমান হলে, লব্ধি $R=2P\cos\dfrac{\alpha}{2}$ এবং লব্ধির দিক $\theta=\dfrac{\alpha}{2}$
03. দুটি বল লম্ব বরাবর ক্রিয়াশীল হলে লব্ধির মান ও লব্ধির দিক নির্ণয়	লব্ধি, $R=\sqrt{P^2+Q^2}$ এবং লব্ধির দিক, $\theta=\tan^{-1}\dfrac{Q}{P}$
04. লব্ধি ছোট বলের সাথে লম্ব বরাবর ক্রিয়াশীল হলে লব্ধির মান ও বলদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণ নির্ণয়	লব্ধি, $R=\sqrt{P^2-Q^2}$; যেখানে $(P>Q)$; $\tan 90°=\dfrac{Q\sin\alpha}{P+Q\cos\alpha}$ $\therefore P+Q\cos\alpha=0$ বলদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণ α হলে, $\cos\alpha=-\dfrac{\text{ক্ষুদ্রতম বল}}{\text{বৃহত্তম বল}}$ $\Rightarrow \alpha=\cos^{-1}\left(-\dfrac{P}{Q}\right)$ **Note:** i) $\alpha=0°$ হলে, $R_{max}=P+Q$ ii) $\alpha=180°$ হলে, $R_{min}=P\sim Q$ iii) $\alpha=90°$ হলে, $R^2=P^2+Q^2$ iv) দুইটি বলের লব্ধি (R) বৃহত্তম বল (P) এর সাথে যে কোণ উৎপন্ন করে, বৃহত্তম বলটিকে দ্বিগুন করায় যদি উক্ত কোণটি অর্ধেক হয়ে যায় তবে P ও Q এর মধ্যবর্তী কোণ $\alpha=120°$ v) দুইটি বল P ও Q এর লব্ধি R হলে এবং P ও Q এর মধ্যবর্তী কোণ α হলে, $\Rightarrow$ একটি বল অপরটির দ্বিগুণ এবং লব্ধি লম্ব বরাবর ক্রিয়ারত হলে, $\alpha=120°$ $\Rightarrow$ একটি বল অপরটির দ্বিগুণ হলে, $\alpha=120°$ $\Rightarrow$ দুইটি সমান বলের লব্ধি শূন্য হলে, $\alpha=180°$
05. লামির উপপাদ্য সংক্রান্ত	এক বিন্দুতে ভিন্ন রেখা বরাবর ক্রিয়ারত তিনটি একতলীয় বল সাম্যাবস্থায় থাকলে, প্রত্যেকটি বলের মান অপর দু'টি বলের অন্তর্ভুক্ত কোণের সাইনের সমানুপাতিক। পাশের চিত্রের ক্ষেত্রে, লামির উপপাদ্য অনুসারে, $\dfrac{P}{\sin YOZ}=\dfrac{Q}{\sin ZOX}=\dfrac{R}{\sin XOY}$  আবার, যেকোনো বলের মান অপর বল দুটির লব্ধির মানের সমান হবে। যেমন- $Q=\sqrt{P^2+R^2+2PR\cos\beta}$; $P=\sqrt{Q^2+R^2+2QR\cos\alpha}$
06. লম্বাংশ উপপাদ্য সংক্রান্ত	লম্বাংশ উপপাদ্য (**Resolved part's Theorem**): একটি বিন্দুতে কোন নির্দিষ্ট দিকে দুই বা, ততোধিক বলের লম্বাংশের বীজগাণিতিক যোগফল একই দিক বরাবর তাদের লব্ধির লম্বাংশের সমান। P ও Q এর লব্ধি বল R হলে, লম্বাংশ উপপাদ্য অনুসারে, $R\cos\theta=P\cos\alpha+Q\cos\beta$  **Note:** i. দুই এর অধিক বলের লব্ধি নির্ণয়ের ক্ষেত্রে লম্বাংশ উপপাদ্য ব্যবহার করতে হবে। ii. P, Q, R মানের তিনটি সমতলীয় বল একটি বিন্দুতে ক্রিয়া করে। P ও Q, Q ও R এবং R ও P এর মধ্যবর্তী কোণ যথাক্রমে α,β এবং γ হলে বলত্রয়ের লব্ধি, $F=\sqrt{P^2+Q^2+R^2+2PQ\cos\alpha+2QR\cos\beta+2PR\cos\gamma}$ iii. বলত্রয় সমান্তর ধারায় এবং সমান কোণে ক্রিয়ারত থাকলে লব্ধি $R=\sqrt{3}\times$ সমান্তর ধারায় সাধারণ অন্তর।

CamScanner

সূত্রের নাম	সূত্রের বর্ণনা
	iv. তিনটি সমমানের বল এমনভাবে ক্রিয়া করে যেন যে কোন দুইটি বলের মধ্যবর্তী কোণ 120° হয়, তবে লব্ধি শূন্য। v. চারটি সমমানের বল কোন বিন্দুতে এমন ভাবে ক্রিয়া করে যেন পর পর দুইটি বলের মধ্যবর্তী কোণ $\frac{360°}{4} = 90°$ হয় তবে লব্ধি শূন্য।
07. তিনটি বল সাম্যাবস্থায় থাকার শর্ত সংক্রান্ত সমস্যা	01. বলের ত্রিভুজ সূত্র (Triangle of forces): একটি বিন্দুতে ক্রিয়ারত তিনটি বলকে কোন ত্রিভুজের তিনটি বাহু দ্বারা একইক্রমে মানে ও দিকে সূচিত করা গেলে বলত্রয় সাম্যাবস্থার সৃষ্টি করে। Note: একটি ত্রিভুজের তিনটি বাহু দ্বারা তিনটি বলকে দিকে, মানে ও একই ক্রমে প্রকাশ করতে হলে যে কোন দু'টি বলের যোগফল তৃতীয়টি অপেক্ষা বৃহত্তর হতে হয়। 02. কতগুলো বল সমান্তর ধারা তৈরি করলে বা ত্রিভুজের তিন বাহুতে অবস্থান করলে তাদের লব্ধি হবে: $\sqrt{\text{বলের সংখ্যা}}$ × বলদ্বয়ের সাধারণ অন্তর 03. যেকোনো সংখ্যক বল সাম্যবস্থায় থাকলে তাদের লব্ধি শূন্য হবে।

গুরুত্বপূর্ণ গাণিতিক সমস্যা সমূহ

MEx 01 কোন একটি বিন্দুতে ক্রিয়ারত তিনটি বল ভারসাম্য সৃষ্টি করেছে, যেখানে ১ম ও ২য় বলের অন্তর্গত কোণ 90° এবং ২য় ও ৩য় বলের অন্তর্গত কোণ 120°। তাহলে বল তিনটির অনুপাত কত?

Solve $\frac{P}{\sin(120°)} = \frac{Q}{\sin(150°)} = \frac{R}{\sin(90°)} \Rightarrow \frac{P}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{Q}{\frac{1}{2}} = \frac{R}{1} \Rightarrow \frac{P}{\sqrt{3}} = 03$

MEx 02 একটি বলের অনুভূমিক ও উলম্ব উপাংশের মান যথাক্রমে 6N ও 8N হলে বলটির মান কোনটি?

Solve বলটির মান $= \sqrt{6^2 + 8^2} = 10$

MEx 03 কোন বিন্দুতে ক্রিয়ারত P, Q বলের লব্ধির মান R, Q বলকে দ্বিগুণ করলে নতুন লব্ধি P বলের ক্রিয়া রেখার উপর লম্ব হয়। তাহলে বলগুলোর মধ্যে সম্পর্ক কি হবে?

Solve $R = Q$

MEx 04 3P, 6P, 9P মানের তিনটি বল ত্রিভুজের তিন বাহু বরাবর ক্রিয়ারত থাকলে তাদের লব্ধি কত?

Solve $\sqrt{3} \times 3P = 3\sqrt{3}P$

MEx 05 3N এবং 7N মানের দুইটি বল একই রেখার একই দিকে ক্রিয়ারত। তাদের সর্বাধিক লব্ধি কত?

Solve $R = \sqrt{3^2 + 7^2 + 2.3.7.\cos0°} = 10$

MEx 06 3P এবং 5P মানের দুইটি বল পরস্পর লম্বভাবে ক্রিয়া করে। তাদের লব্ধির মান কত?

Solve লব্ধির মান R হলে, $R^2 = (3P)^2 + (5P)^2 \Rightarrow R^2 = 34P^2 \therefore R = P\sqrt{34}$

MEx 07 সমমানের দুইটি বলের লব্ধির বর্গ বলদ্বয়ের গুণফলের তিনগুণ। এদের মধ্যবর্তী কোণ কত?

Solve ধরি, বলদ্বয় P, P লব্ধি বল R হলে এবং এদের মধ্যবর্তী কোণ α

প্রশ্নমতে, $R^2 = 3P^2 \quad \therefore 3P^2 = P^2 + P^2 + 2P^2\cos\alpha$

বা, $2P^2\cos\alpha = P^2$ বা, $\cos\alpha = \frac{1}{2} \quad \therefore \alpha = 60°$

MEx 08 কোন বিন্দুতে α কোণে ক্রিয়ারত P ও 2P বলদ্বয়ের লব্ধি P বলের উপর লম্ব হলে α এর মান-

Solve $\tan90° = \frac{P\sin\alpha}{p + 2P\cos\alpha} = \frac{2\sin\alpha}{1 + 2\cos\alpha} \Rightarrow \frac{1}{0} = \frac{2\sin\alpha}{1 + 2\cos\alpha}$

$\Rightarrow 1 + \cos\alpha = 0 \Rightarrow 2\cos\alpha = -1 \Rightarrow \cos\alpha = -\frac{1}{2} \quad \therefore \alpha = 120^0$

MEx 09 দুটি সমবিন্দু বলের বৃহত্তম ও ক্ষুদ্রতম লব্ধি যথাক্রমে 17 ও 7 একক। বলদ্বয় 90^0 কোণে ক্রিয়াশীল হলে এদের লব্ধি কত?

Solve $P + Q = 17; P - Q = 7$ $P = 12, Q = 5$

$\therefore R = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{5^2 + 12^2} = 13$

MEx 10 দুটি বলে লব্ধির সর্বোচ্চ ও সর্বনিম্ন মান যথাক্রমে 8 এবং 4 হলে বল দুটির মান হবে-

Solve $R_{max} = P + Q = 8$ ... (i), $R_{min} = P - Q = 4$ ... (ii) সমীকরণ দুটি যোগ বিয়োগ করে পাই

$P = 6$ এবং $Q = 2$; $\frac{Q}{1} = \frac{R}{2} \quad \therefore P:Q:R = \sqrt{3}:1:2$

PYQ PREVIOUS YEARS' QUESTIONS

01. 3N এবং 4N বল দুইটি একটি বিন্দুতে 120° কোণে ক্রিয়ারত। উহাদের লব্ধি কত? [DU-7Clg. 2023-24]

A. 7N B. $\sqrt{13}$N C. $\sqrt{2}$N D. $\sqrt{3}$N

(B) Explanation $R = \sqrt{9 + 16 + 2 \times 3 \times 4\cos120°} = \sqrt{25 - 12} = \sqrt{13}$

02. কোন বিন্দুতে 5N এবং 3N বলদ্বয় 120° কোণ কার্যরত। লব্ধির মান কত? [DU-7Clg: 2022-23]

A. 7N B. $\sqrt{13}$N C. $\sqrt{19}$N D. 13N

(C) Explanation $R = \sqrt{5^2 + 3^2 + 2.5.3.\cos120°} = \sqrt{19}$

03. 3P এবং 2P বলদ্বয়ের লব্ধি R। প্রথম বল দ্বিগুণ করলে লব্ধির পরিমাণ 3 গুণ হয়। [DU-7Clg: 2021-22]

A. 120° B. 60° C. 130° D. 30°

(A) Explanation ১ম ক্ষেত্রে,

$R^2 = 3^2 + 2^2 + 2 \times 3 \times 2\cos\alpha$ (ধরি মধ্যবর্তী কোণ α) এবং P = 1

$\therefore R^2 = 13 + 12\cos\alpha$ .... (i)

২য় ক্ষেত্রে, $(2R)^2 = 6^2 + 2^2 + 2 \times 6 \times 2\cos\alpha$

$\Rightarrow 4R^2 = 40 + 24\cos\alpha \Rightarrow R^2 = 10 + 6\cos\alpha$ .... (ii)

$\therefore$ (i) নং এবং (ii) নং হতে, $13 + 12\cos\alpha = 10 + 6\cos\alpha$

$\Rightarrow \cos\alpha = -\frac{1}{2} = \cos120° \quad \therefore \alpha = 120°$

04. কোনো বিন্দুতে 3N এবং 4N মানের দুইট বল লম্বভাবে ক্রিয়ারত হলে, এদের লব্ধির মান কত? [DU-7Clg: 2020-21]

A. 5 N B. 3 N C. 2 N D. 6 N

(A) Explanation $R = \sqrt{3^2 + 4^2 + 2.3.4\cos90°} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5N$

05. 3P ও 2P বল দুইটির লব্ধি R। যদি প্রথম বলকে দ্বিগুণ করা হয় তবে লব্ধিও দ্বিগুণ হয়। বলদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণ হবে। [DU-7Clg. 2019-20]

A. 30° B. 60° C. 90° D. 120°

(D) Explanation

১ম ক্ষেত্রে, $R^2 = (3P)^2 + (2P)^2 + 12P^2\cos\alpha = 13P^2 + 12P^2\cos\alpha$

২য় ক্ষেত্রে, $4R^2 = (6P)^2 + (2P)^2 + 2.6P.2P\cos\alpha = 40P^2 + 24P^2\cos\alpha$

$\therefore \frac{R^2}{4R^2} = \frac{13P^2 + 12P^2\cos\alpha}{40P^2 + 24P^2\cos\alpha} \Rightarrow \frac{1}{4} = \frac{13 + 12\cos\alpha}{40 + 24\cos\alpha}$

$\therefore \cos\alpha = -\frac{1}{2}; \alpha = 120$

FINIX SUPER TRICKS : একটি বলের সাথে যদি লব্ধি ও সমহার বৃদ্ধি পায় তাহলে, মধ্যবর্তী কোণ = 120°

06. 3P ও 4P মানের বলদ্বয় 90° কোণে ক্রিয়ারত হলে তাদের লব্ধি [DU-7Clg. 2018-19]

A. 4P B. 5P C. 7P D. 10P

Ⓑ Explanation: $R = \sqrt{(3P)^2 + (4P)^2} = \sqrt{25P^2} = 5P$

07. $x^2 + x + c = 0$ সমীকরণের একটি মূল শূন্য হওয়ার শর্তে কোনটি? [DU-7Clg. 2017-18]

A. $c = 0$ B. $c > 1/4$ C. $c < 1/4$ D. $c = 4$

Ⓐ Explanation: $ax^2 + bx + c = 0$ সমীকরণের একটি মূল শূন্য হওয়ার শর্ত $c = 0$

IQA IMPORTANT QUESTION FOR DCU ADMISSION

01. কোন একটি বিন্দুতে ক্রিয়ারত $\vec{P}$ ও $2\vec{P}$ বলদ্বয়ের লব্ধি $\sqrt{7}\vec{P}$ হলে তাদের মধ্যবর্তী কোণ কত?

A. 180° B. 90° C. 60° D. 30°

Ⓒ Explanation: ধরি, বলদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণ α

$\therefore (\sqrt{7}P)^2 = P^2 + (2P)^2 + 2.P.2P\cos\alpha \Rightarrow 7P^2 = 5P^2 + 4P^2\cos\alpha$

$\Rightarrow 4P^2\cos\alpha = 2P^2 \Rightarrow \cos\alpha = \frac{1}{2} \therefore \alpha = 60°$

02. দুইটি সমান মানের বল P এর সর্বনিম্ন লব্ধির মান কত?

A. 2P B. 0 C. P D. P/2

Ⓑ Explanation: $R_{min} = p \sim p = 0$

03. 2N এবং 5N মানের দুইটি বল একই রেখায় একই দিকে ক্রিয়ারত। উহাদের সর্বাধিক লব্ধি হবে-

A. 7N B. 3N C. $\sqrt{29}$ N D. 5N

Ⓐ Explanation: একই দিকে ক্রিয়াশীল হলে লব্ধি হয় বলদ্বয়ের যোগফল।

$\therefore$ লব্ধি $= 2N + 5N = 7N$

04. একটি সমবাহু ত্রিভুজের বাহুত্রয়ের সমান্তরালে একইক্রমে সমবিন্দুতে কার্যরত 6, 10, 14 একক মানের তিনটি বেগের লব্ধির মান হবে-

A. $4\sqrt{3}$ units B. $7\sqrt{3}$ units C. $10\sqrt{3}$ units D. $15\sqrt{3}$ units

Ⓐ Explanation: 6, 10, 14 একক মানের বেগগুলো সমান্তর ধারা গঠন করে যার সাধারণ অন্তর 4 একক।

$\therefore$ লব্ধি $= \sqrt{3} \times$ বেগগুলোর সাধারণ অন্তর $= \sqrt{3} \times 4 = 4\sqrt{3}$ একক

PRIME TEST

01. একজন লোক তাঁর কাঁধে অনুভূমিকভাবে স্থাপিত 6 ফুট দীর্ঘ একটি লাঠির প্রান্তে হাত রেখে অপর প্রান্তে W ওজনের একটি বস্তু বহন করছে। কাঁধের উপর চাপের পরিমাণ বস্তুটির ওজনের তিন গুণ হলে কাঁধ হতে হাতের দূরত্ব হবে-

A. 3 feet B. 4 feet C. 2 feet D. 1 feet

02. কোন বিন্দুতে ক্রিয়ারত দুইটি বলের একটির মান অপরটির দ্বিগুণ হলে এবং তাদের লব্ধি ক্ষুদ্রতরটির উপর লম্ব হলে বলদ্বয়ের অন্তর্ভুক্ত কোণ হবে-

A. 60° B. 120° C. 90° D. 210°

03. নিচে কোন বলত্রয় ত্রিভুজের বাহু দ্বারা দিকে, মানে ও একই ক্রমে প্রকাশ করলে স্থিরাবস্থায় থাকবে?

A. 1N, 2N, 4N B. 3N, 4N, 5N

C. 10N, 20N, 50N D. 5N, 20N, 50N

04. কোন সমবাহু ত্রিভুজের এক কৌণিক বিন্দুতে দুই বাহু বরাবর দুটি বল P এবং 2P ক্রিয়া করে। বল দুটির লব্ধি কত?

A. $\sqrt{7}P, \tan^{-1}\sqrt{3}/2$ B. $\sqrt{5}P, \tan^{-1}2/3$

C. $\sqrt{7}P, \tan^{-1}1/2$ D. $\sqrt{5}P, \tan^{-1}2$

05. একটি বিন্দুতে 7N, 13N, 19N বলত্রয় একই ক্রমে পরস্পর 120° কোণে ক্রিয়া করে। বলত্রয়ের লব্ধির মান কত?

A. -9N B. $-3\sqrt{3}$N C. $6\sqrt{3}$N D. $\sqrt{3}$N

06. লামির উপপাদ্য কোনটি?

A. $\frac{P}{\sin\alpha} = \frac{Q}{\sin\beta} = \frac{R}{\sin\gamma}$ B. $P^2 + Q^2 = R^2$

C. $S = ut + \frac{1}{2}ft^2$ D. $\sin^2\alpha + \sin^2\beta = \sin^2\gamma$

07. কোন তিনটি বল একটি বিন্দুতে ক্রিয়া করলে সাম্যবস্থা সৃষ্টি করতে পারে?

A. 3N, 4N, 5N B. 6N, 8N, 12N

C. 3N, 4N, 6N D. A ও B উভয়ই

08. ABC ত্রিভুজের অন্তঃকেন্দ্র I বিন্দুতে IA, IB, IC বরাবর P, Q, R বল তিনটি ক্রিয়ারত আছে। তারা ভারসাম্য সৃষ্টি করলে কোণ A ও B সমান কত?

A. 90° + B/2 B. 90° − B/2 C. 90° − C/2 D. 90° + C/2

09. কোন কণার উপর একই দিকে ক্রিয়াশীল দুইটি বেগের লব্ধি তাদের-

A. যোগফলের সমান B. বিয়োগফলের সমান

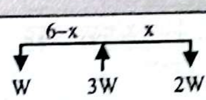
C. গুণফলের সমান D. বিয়োগফলের দ্বিগুণ

10. কোন বস্তুর A ও B বিন্দুতে যথাক্রমে 5 একক ও 3 একক মানের দুইটি সদৃশ সমান্তরাল বল ক্রিয়ারত। যদি বলদ্বয় পরস্পরের অবস্থান বিনিময় করে, তবে লব্ধির ক্রিয়াবিন্দু AB রেখা বরাবর কতদূর সরে যাবে?

A. $\frac{AB}{3}$ B. $\frac{AB}{4}$ C. $\frac{AB}{2}$ D. $\frac{AB}{5}$

OMR SHEET	04. Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ	08. Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ
01. Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ	05. Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ	09. Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ
02. Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ	06. Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ	10. Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ
03. Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ	07. Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ	

ANS ANALYSIS

প্রশ্ন	উত্তর	ব্যাখ্যা
01	C	ধরি, কাঁধ হতে হাতের দূরত্ব, x $W.(6-x) = 2w.x \Rightarrow 6-x = 2x$ $\Rightarrow 6 = 3x \quad \therefore x = 2$ 
02	B	মনে করি, একটি বল P, তাহলে, অপরটি 2P, বলদ্বয়ের অন্তর্গত কোণ α প্রশ্নমতে, $\tan 90° = \frac{2P\sin\alpha}{P + 2P\cos\alpha}$ বা, $P + 2P\cos\alpha = 0$ বা, $\cos\alpha = -\frac{1}{2} = \cos 120° \therefore \alpha = 120°$
03	B	একটি ত্রিভুজের তিনটি বাহু দ্বারা তিনটি বলকে দিকে, মানে ও একই ক্রমে প্রকাশ করতে হলে যে কোন দু'টি বলের যোগফল তৃতীয়টি অপেক্ষা বৃহত্তর হতে হয়।
04	A	$R = \sqrt{P^2 + Q^2 + 2PQ\cos\alpha} = \sqrt{P^2 + 4P^2 + 2.P.2P\cos 60°} = \sqrt{7}P$ Unit $\tan\theta = \frac{2P\sin 60°}{P + 2P\cos 60°} = \frac{\sqrt{3}P}{P + P} \quad \therefore \theta = \tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$
05	C	7, 13, 19 একক মানের বলগুলো সমান্তর ধারা গঠন করে যার সাধারণ অন্তর 6 N $\therefore$ লব্ধি $= \sqrt{3} \times$ বেগগুলোর সাধারণ অন্তর $= \sqrt{3} \times 6 = 6\sqrt{3}$N
06	A	লামির উপপাদ্য $\frac{P}{\sin\alpha} = \frac{Q}{\sin\beta} = \frac{R}{\sin\gamma}$
07	D	$3 + 4 = 7 > 5 \quad \therefore$ 3N, 4N, 5N বল তিনটি সাম্যাবস্থা সৃষ্টি করবে। $6 + 8 = 14 > 12 \therefore$ 6N, 8N, 12N বল তিনটি সাম্যাবস্থা সৃষ্টি করবে। $3 + 4 = 7 > 6 \quad \therefore$ 3N, 4N, 6N বল তিনটি সাম্যাবস্থা সৃষ্টি করবে। সঠিক উত্তর হবে: A, B, C
08	D	$\angle AIB = 180° - \left(\frac{A}{2} + \frac{B}{2}\right) = 180° - \left(90° + \frac{C}{2}\right)$
09	A	কোন কণার উপর একই দিকে ক্রিয়াশীল দুইটি বেগের লব্ধি তাদের যোগফলের সমান।
10	B	$S = \frac{P - Q}{P + Q}AB = \frac{5-3}{5+3}AB = \frac{2}{8}AB = \frac{AB}{4}$

CamScanner

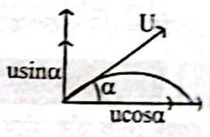
দ্বিতীয় পত্র | অধ্যায় ০৯

সমতলে চলমান বস্তুর গতি
(MOTION OF PARTICLES IN A PLANE)

কি পড়ব ? কেন পড়ব ? | **SURVEY TABLE** | কতটুকু পড়ব ? কিভাবে পড়ব ?

টপিক নং	বিগত বছরে যে সকল টপিকস্ থেকে প্রশ্ন এসেছে	RATING [কেন পড়ব]
01	বেগের সামান্তরিক সূত্র সংক্রান্ত সমস্যাবলী	★★
02	নৌকা, নদী ও স্রোত সংক্রান্ত	★★
03	গতির সাধারণ সূত্রাবলীর ব্যবহার সংক্রান্ত	★★★
04	তীর্যকভাবে নিক্ষিপ্ত/প্রাসের গতিসংক্রান্ত সমস্যাবলী	★★
05	উল্লম্বে নিক্ষিপ্ত/পড়ন্ত বস্তুর গতি বিষয়ক	★★★
06	h-উচ্চতা হতে উর্ধ্বে নিক্ষিপ্ত বস্তুর গতি	★★★

টপিক আলোচনা

সূত্রের নাম	সূত্রের বর্ণনা
01. গতিবেগ ও দ্রুতি	i. $V_{max}^2+V_{min}^2=2v^2$ ii. $V_{min}=u-v$ iii. $V=\sqrt{u^2+v^2}$ গড় বেগ নির্ণয়: কোন স্থানে যাবার বেগ = u, আসার বেগ = v হলে গড় বেগ $=\frac{2uv}{u+v}$
02. নিক্ষিপ্ত/পড়ন্ত বস্তুর গতি	i. ভূমির উর্ধ্বে h উচ্চতা হতে u বেগে উলম্বভাবে উপরে নিক্ষিপ্ত একটি বস্তু কণা t সময়ে ভূমিতে v বেগে পতিত হলে- $h=-ut+\frac{1}{2}gt^2$ (ii) $v=-u+gt$ ii. পড়ন্ত বস্তু পতনের শেষ t sec এ h দূরত্ব অতিক্রম করলে পতনের মোট সময় $=\left(\frac{t}{2}+\frac{h}{gt}\right)$ sec
03. প্রক্ষেপক	i. সর্বোচ্চ উচ্চতা, $H=\frac{u^2\sin^2\alpha}{2g}$ ii. অনুভূমিক দূরত্ব $d=u\cos\alpha.t$ iii. উলম্ব দূরত্ব, $h=u\sin\alpha.t-\frac{1}{2}gt^2$ iv. পতনকাল বা উত্থানকাল, $t=\frac{u\sin\alpha}{g}$ v. ভ্রমনকাল, $T=\frac{2u\sin\alpha}{g}$ vi. আনুভূমিক পাল্লা, $R=\frac{u^2\sin2\alpha}{g}$ vii. সর্বাধিক আনুভূমিক পাল্লা, $R_{max}=\frac{u^2}{g}$ viii. $\frac{4H}{R}=\tan\alpha$ 
04. স্রোত সংক্রান্ত সমস্যাবলী	i. স্রোতের অনুকূলে বেগ = u+v ii. ন্যূনতম দূরত্বে নদী পার হতে লব্ধি বেগ= $\sqrt{u^2+v^2}$ iii. নদী পার হতে সময় $t=\frac{s}{\sqrt{u^2+v^2}}$ iv. তীরের সাথে সাঁতারু বা নৌকার বেগের মধ্যবর্তী কোণ $\alpha=\cos^{-1}\frac{\text{স্রোতের বেগ}}{\text{সাঁতারুর বেগ}}$ v. স্রোতের প্রতিকূলে বেগ = u − v vi. স্বল্পতম সময়ে নদী পার হওয়ার সময়, $t=\frac{s}{u\sin\alpha}$
05. তক্তা সংক্রান্ত সমস্যাবলী	বেগের মান = $\sqrt{\text{ভেদকৃত তক্তার সংখ্যা}}$: i. যখন হারানো বেগ $=\frac{1}{2}$ বা আদিবেগের অর্ধেক তখন দূরত্ব বা সরণ $=\frac{S}{3}$ [S = আদি সরণ] ii. যখন হারানো বেগ $=\frac{1}{n}$ অংশ। তখন দূরত্ব/সরণ $=\frac{S(n-1)^2}{2n-1}$ [S = আদি সরণ]
06. আপেক্ষিক বেগ সংক্রান্ত	i. দুটি বস্তু যখন একই দিকে গমন করে, তখন A বস্তুর সাপেক্ষে B বস্তুর আপেক্ষিক বেগ = V_B-V_A এবং B বস্তুর সাপেক্ষে A বস্তুর আপেক্ষিক বেগ = V_A-V_B ii. দুটি বস্তু যখন পরস্পর বিপরীত দিকে গমন করে, তখন- A বস্তুর সাপেক্ষে B বস্তুর আঃ বেগ = V_A+V_B ; B বস্তুর সাপেক্ষে A বস্তুর আঃবেগ = V_A+V_B hr

CamScanner

গুরুত্বপূর্ণ গাণিতিক সমস্যা সমূহ

MEx 01 একটি কণার উপর সেকেন্ডে 2, 3 এবং 5 মিটার/সে. মানের তিনটি বেগ বিভিন্ন দিক হতে কার্যরত থাকলেও কণাটি স্থিতিশীল রয়েছে। ক্ষুদ্রতর দুইটি বেগের মধ্যবর্তী কোনের পরিমান-

Solve $5^2 = 2^2 + 3^2 + 2.2.3\cos\theta$ বা, $12 = 12\cos\theta$ বা, $\cos\theta = 1 \therefore \theta = 0°$

MEx 02 একটি ট্রেন অচল অবস্থা থেকে 4 ft/sec² ত্বরনে চলতে শুরু করার পর ঘন্টায় 30 মাইল বেগ পেতে তার কত সময় লাগবে?

Solve এখানে ট্রেনের আদিবেগ, $u = 0$; ত্বরণ $a = 4$ ft/sec^2 ;

শেষ বেগ $v = 30$ মাইল/ঘন্টা $= 30 \times \frac{22}{15} = 44$ ft/সে.

$\therefore V = u + at$ বা, $t = \frac{v}{a} = \frac{44}{4} = 11$ সে.

MEx 03 কোন গাড়ী ঘন্টায় 45 মাইল বেগে চলে 2 মিনিট 20 সেকেন্ডে উহা কত মাইল যাবে?

Solve দূরত্ব $d = \frac{45}{60} \times \frac{7}{3} = \frac{7}{4} = 1\frac{3}{4}$

MEx 04 একটি বল 2 kg ভরের বস্তুর উপর ক্রিয়া করে 2 সেকেন্ড পর বস্তুটিকে 4m দূরে সরিয়ে দেয় বলের মান কত?

Solve $F = \frac{m \times 2s}{t^2} = \frac{2 \times 4 \times 2}{2^2} = 4N$

MEx 05 কোন স্তম্ভের শীর্ষ হতে 19.5m/sec বেগে খাড়া উপরের দিকে নিক্ষিপ্ত বস্তু কণা 5 সেকেন্ড পর স্তম্ভের পাদদেশে পতিত হলে স্তম্ভের উচ্চতা কত?

Solve $h = -ut + \frac{1}{2}gt^2 = -19.5 \times 5 + \frac{1}{2} \times 9.8 \times 5^2$

$= -97.5 + 122.5$ বা, $h = 25m$

MEx 06 স্রোতের বেগ 10 km/hr এবং নৌকার বেগ 5 km/hr নৌকাটি স্রোতের বিপরীত দিকে চালালে স্রোতের সাপেক্ষে নৌকাটির আপেক্ষিক বেগ কত?

Solve স্রোতের বেগ, $V_A = 10$ km/hr, নৌকার বেগ, $V_B = 5$ km/hr

$\therefore$ স্রোতের সাপেক্ষে নৌকাটির আপেক্ষিক বেগ $= V_A + V_B = 10 + 5 = 15$

MEx 07 19.6m/sec বেগে খাড়া উপরের দিকে একটি বস্তু নিক্ষেপ করলে উহার সর্বোচ্চ উচ্চতা হবে?

Solve $H = \frac{u^2}{2g} = \frac{19.6 \times 19.6}{2 \times 9.8} = 19.6m$

MEx 08 একটি বস্তুকে 19.6 ms^{-1} বেগে খাড়া উপরের দিকে নিক্ষেপ করা হলো। 2 সে. পর বস্তুটির বেগ কত হবে?

Solve $v = u - gt = 19.6 - 9.8 \times 2 = 0$

MEx 09 একটি শূন্য কূপে ছোড়া পাথর পতনের শব্দ 3.5 সে. পরে শোনা গেল। শব্দের বেগ 327m/s ও $g = 9.81 m/s^2$ হলে, কূপের গভীরতা কত?

Solve $h = \frac{gt^2}{2(1+\frac{gt}{v})} = \frac{9.81 \times (3.5)^2}{1(1+\frac{9.81 \times 3.5}{327})}$

$= \frac{9.81 \times 12.25}{2 \times 1.105} = 54.3m$

MEx 10 একটি প্রক্ষেপকের সর্বাধিক উচ্চতায় পৌছবার সময়কাল কত?

Solve $\frac{u\sin\alpha}{g}$

PYQ — PREVIOUS YEARS' QUESTIONS

01. একটি বস্তু ভূমি হতে 45° কোণে $\sqrt{2}$m/s বেগে নিক্ষিপ্ত হলে বস্তুটির সর্বাধিক উচ্চতা কত? [DU-7Clg. 2023-24]

A. $\frac{1}{g}$ B. $\frac{2}{g}$ C. $\frac{1}{2g}$ D. $\frac{\sqrt{2}}{g}$

(C) Explanation $H_{max} = \frac{u^2\sin^2\alpha}{2g} = \frac{2 \times \sin^2 45°}{2 \times g} = \frac{\frac{1}{2}}{g} = \frac{1}{2g}$

02. একটি বস্তুকণা u বেগে এবং α কোণে প্রক্ষিপ্ত হলে ইহার সর্বাধিক আনুভূমিক পাল্লা এর মান কত? [DU-7Clg: 2022-23;18-19]

A. $\frac{u^2}{g}\sin\alpha$ B. $\frac{u^2}{g}\sin 2\alpha$ C. $\frac{u^2}{g}$ D. $u^2\sin 2\alpha$

(C) Explanation আনুভূমিক পাল্লার সমীকরণ, $R = \frac{u^2\sin 2\alpha}{g}$

$\sin 2\alpha$ এর সর্বোচ্চ হলে R এর মান সর্বোচ্চ হবে। $\sin 2\alpha$ (বা, $\sin\theta$) এর সর্বোচ্চ মান 1।

$\sin 2\alpha = 1 = \sin 90° \Rightarrow 2\alpha = 90° \Rightarrow \alpha = 45°$

$R = R_{max} \therefore R_{max} = \frac{u^2\sin(2 \times 45°)}{g} = \frac{u^2}{g}$

03. একটি বস্তু 32 ft/s আদিবেগে এবং ভূমির সাথে 30° কোণে নিক্ষেপ করা হলে। বস্তুটির ভ্রমণকাল কত? [DU-7Clg: 2020-21]

A. 1/2 s B. 1 s C. 3/2 s D. 2 s

(B) Explanation ভ্রমণকাল, $T = \frac{2u\sin\alpha}{g} = \frac{2 \times 32 \times \sin 30°}{32}$

$= 2\sin 30° = 2 \times \frac{1}{2} = 1$ sec

04. একটি গাড়ি স্থিরাবস্থা থেকে যাত্রা শুরু করে ৫ সেকেণ্ডে ৫০ মি./সে. গতি প্রাপ্ত হলে গাড়িটির গড় ত্বরণ- [DU-7Clg. 2018-19]

A. 10 মি./সে^{2}. B. 25 মি./সে^{2}. C. 15 মি./সে^{2}. D. 5 মি./সে.

(A) Explanation $a = \frac{v}{t} = \frac{50}{5} = 10$ মি./সে^{2}

05. একটি চলন্ত ট্রেনকে ব্রেক করে 10 সেকেন্ডে থামিয়ে দওয়া হল। ট্রেনটির গড় মন্দন 100 মিটার/ সেকেন্ড^2 হলে, এর গতিবেগ কত ছিল? [DU-7Clg. 2017-18]

A. 200m/sec B. 400m/sec C. 500m/sec D. 1000m/sec

(D) Explanation $V = u - at \Rightarrow o = u - 100 \times 10 \Rightarrow u = 1000$ m/sec

06. U বেগে আনুভূমিকের সাথে α কোণে প্রক্ষিপ্ত বস্তুর সর্বোচ্চ উচ্চতা কত? [DU-7Clg. 2017-18]

A. $\frac{U^2\sin^2\alpha}{2g}$ B. $\frac{U^2\tan^2\alpha}{2g}$ C. $\frac{U^2\sin^2\alpha}{g}$ D. $\frac{U^2\sin^2\alpha}{g}$ **Ans A**

IQA — IMPORTANT QUESTION FOR DCU ADMISSION

01. একটি চলন্ত ট্রেন ব্রেক করে 10 সেকেন্ডে থামিয়ে দেওয়া হলো। ট্রেনটির গড় মন্দন 70 m/sec^2 হলে এর গতিবেগ কত ছিল?

A. 1000 m/sec B. 800 m/sec C. 700 m/sec D. 500 m/sec

(C) Explanation শেষ $v = u + at \Rightarrow 0 = u + (-70).10 \Rightarrow u = 700$ m/sec

02. যদি u বেগে অনুভূমিকের সাথে α কোণে প্রক্ষিপ্ত বস্তু T সময়ে তার গতিপথের সর্বোচ্চ উচ্চতা H এ পৌছায়, তবে $\frac{H}{T^2}$ হবে।

A. $\frac{2}{g}$ B. $\frac{g}{2}$ C. g D. $\frac{1}{g}$

(B) Explanation উত্থানকাল t এবং সর্বোচ্চ উচ্চতা H হলে

$t = \frac{u}{g}$ এবং $H = \frac{u^2}{2g}$ [সর্বোচ্চ উচ্চতার ক্ষেত্রে] $\therefore \frac{H}{t^2} = \frac{u^2}{2g} \times \frac{g^2}{u^2} = \frac{g}{2}$

CamScanner

03. 32 ft/s আদিবেগে এবং ভূমির সাথে 30° কোণে একটি বস্তু নিক্ষেপ করা হলো। ইহার উড্ডয়নকাল-

A. 0.5 s B. 1 s C. 1.5 s D. 2 s

(B) Explanation: উড্ডয়নকাল, $T = \frac{2u\sin\alpha}{g} = \frac{2.32.\sin30^\circ}{32} = 1s$

PRIME TEST

01. একটি কণার উপর 2m/sec, 3m/sec. ও 5m/sec. মানের তিনটি বেগ এমন তিনটি দিকে আরোপ করা হলো যেন কণাটি স্থিতিশীল থাকে। ক্ষুদ্রতর মানের বেগ দুটির মধ্যবর্তী কোণের পরিমাণ কত?

A. 30° B. 180°
C. 0° D. 90°

02. একটি বস্তুকণা খাড়া উপরের দিকে প্রক্ষেপ করলে নির্দিষ্ট বিন্দু P-তে পৌঁছাতে t_1 সময় লাগে। যদি আরও t_2 সময় পর বস্তুটি ভূমিতে পতিত হয় তবে কণাটির সর্বোচ্চ উচ্চতা হবে-

A. $\frac{1}{2}g(t_1+t_2)^2$ B. $\frac{1}{8}g(t_1+t_2)^2$
C. $\frac{1}{2}g(t_1^2+t_2^2)$ D. $\frac{1}{8}g(t_1^2+t_2^2)$

03. স্রোত না থাকলে একটি ছেলে 5 মিনিটে সাঁতার কেটে সোজাসুজিভাবে 80 মিটার প্রশস্ত একটি খাল পার হতে পারে এবং স্রোত থাকলে তার দ্বিগুণ সময় লাগে। স্রোতের বেগ-

A. 15 m/min B. 12 m/min
C. 16.5 m/min D. 13.86 m/min

04. 10kg ভরের একটি বস্তু 9.81 মিটার উচ্চতা হতে পতিত হয়ে মাটির মধ্যে 1.962 মি. প্রবেশ করে স্থির হয়। মাটির প্রতিরোধ বল এর মান কত?

A. 588.60N B. 298.30N
C. 2452.50 N D. 4905 N

05. একটি বস্তু কণার $3ms^{-1}$, $7ms^{-1}$ এবং $8ms^{-1}$ বেগ ক্রিয়া করে সাম্যাবস্থা রক্ষা করে। বৃহত্তম ও ক্ষুদ্রতম বেগ দুইটির অন্তর্ভুক্ত কোণ নির্ণয় কর।

A. 90° B. 180° C. 160° D. 120°

06. একজন সাঁতারু নদীর স্রোতের সাথে সমকোণে যাত্রা শুরু করে অপর পাড়ে বিপরীত বিন্দু হতে 500m দূরে পৌঁছালো। স্রোতের বেগ u সাঁতারুর বেগ 2u হলে নদীর প্রস্থ কত?

A. 1 km B. 2km C. 3 km D. 4 km

07. একটি গাড়ি 8 kmh^{-1} বেগে চলছে। গাড়ি থেকে 16kmh^{-1} বেগে একটি বস্তু কোন দিকে নিক্ষেপ করলে বস্তুটি গাড়ির বেগের সাথে সমকোণে চলবে?

A. 120° B. 150°
C. 135° D. 90°

08. একটি কণা যদি একাদশ সেকেন্ডে 720 সে.মি. এবং পঞ্চদশ সেকেন্ডে 960 সে.মি. দূরত্ব অতিক্রম করে তবে কণাটির ত্বরণ কত?

A. 30 cm/s^2 B. 40 cm/s^2
C. 50 cm/s^2 D. 60 cm/s^2

09. একটি বুলেট কোন দেয়ালের মধ্যে 2 ইঞ্চি ঢুকার পর উহার অর্ধেক বেগ হারায়। বুলেটটি দেয়ালের মধ্যে আরও কত দূর ঢুকবে?

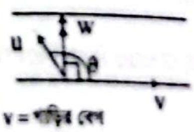
A. 2" B. $\left(\frac{2}{3}\right)$" C. 1" D. $\left(\frac{1}{2}\right)$"

10. একটি শূন্য কূপের মধ্যে একখণ্ড পাথরের টুকরা ছেড়ে দেয়ার পর তা 19.6 মি./সে. বেগে কূপের তলদেশে পতিত হয়। কূপের গভীরতা কত মিটার?

A. 9.8 B. 32.0
C. 16.5 D. 19.6

OMR SHEET		
	04. Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ	08. Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ
01. Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ	05. Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ	09. Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ
02. Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ	06. Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ	10. Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ
03. Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ	07. Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ	মোট ক্লিক

ANS ANALYSIS

প্রশ্ন	উত্তর	ব্যাখ্যা [MCQ]
01	C	ক্ষুদ্রবেগ দুটির মধ্যবর্তী কোণ α হলে, $5^2 = 2^2 + 3^2 + 2.2.3\cos\alpha$ $\Rightarrow 12\cos\alpha = 12 \Rightarrow \cos\alpha = 1$ $\therefore \alpha = \cos^{-1}(1) = 0°$
02	B	এখানে, $T = t_1 + t_2 = \frac{2u}{g} \Rightarrow u = \frac{(t_1+t_2)g}{2}$ $\therefore$ সর্বোচ্চ উচ্চতা, $H = \frac{u^2}{g} = \frac{(t_1+t_2)^2g^2}{4.2g} = \frac{(t_1+t_2)^2g}{8}$
03	D	মনে করি, ছেলের বেগ u এবং স্রোতের বেগ v $\therefore$ স্রোত থাকলে ছেলের লব্ধি বেগ= $\sqrt{u^2-v^2}$ $\therefore u = \frac{80}{5} = 16 m/min$ প্রশ্নমতে, $\sqrt{u^2-v^2} \times 10 = 80$ $\Rightarrow \sqrt{16^2-v^2} \times 10 = 80$ $\therefore$ স্রোতের বেগ, v = 13.86 m/min
04	A	$mg(h+x) = Fx$ $\Rightarrow 10 \times 9.81 \times (9.81 + 1.962) = F \times 1.962 \Rightarrow F = 588.6N$
05	D	যেহেতু বেগত্রয় সাম্যাবস্থা সৃষ্টি করে, এদের দ্বারা একটি ত্রিভুজ গঠন সম্ভব। $\cos\alpha = \frac{3^2+8^2-7^2}{2.3.8} = \frac{1}{2}$ $\Rightarrow \alpha = 60°$ $\therefore \theta = 180° - \alpha = 180° - 60° = 120°$
06	A	$s = vt \Rightarrow 0.5 = u \times t \Rightarrow t$ $\therefore d = 2ut = 2u \times \frac{0.5}{u} = 1$ km
07	A	এই অঙ্কের চিত্র নদী-নৌকা অঙ্কের মত  v = গাড়ির বেগ u = বস্তু নিক্ষেপের বেগ $\alpha = u^\wedge v$ সমকোণে চলতে v বরাবর লম্বাংশ $v + u\cos\alpha = 0$ $\Rightarrow \cos\alpha = -\frac{v}{u} \Rightarrow \cos\alpha = -\frac{8}{16}$ $\Rightarrow \alpha = 120°$
08	D	$a = \frac{960-720}{15-11} = \frac{240}{4} = 60 cm/sec^2$
09	B	এক্ষেত্রে, $\frac{1}{n} = \frac{1}{2} \therefore n = 2, s = 2"$ $\therefore x = \frac{s}{n^2-1} = \frac{2}{2^2-1} = \left(\frac{2}{3}\right)"$
10	D	$v^2 = u^2 + 2gh$ $\Rightarrow (19.6)^2 = 0 + 2 \times 9.8 \times h$ $\Rightarrow h = 19.6$ m

অধ্যায় ১০

বিস্তার পরিমাপ ও সম্ভাবনা

(MEASURES OF DISPERSIONS & PROBABILITY)

কি পড়ব ? কেন পড়ব ? | SURVEY TABLE | কতটুকু পড়ব ? কিভাবে পড়ব ?

টপিক নং	বিগত বছরে যে সকল টপিকস্ থেকে প্রশ্ন এসেছে	RATINGS [কেন পড়ব?]
০১	সংখ্যা সংক্রান্ত গাণিতিক প্রয়োগ	★★
০২	ছক্কা এবং মুদ্রা সংক্রান্ত গাণিতিক প্রয়োগ	★★★
০৩	পুনঃস্থাপন করে/পুনঃস্থাপন না করা সংক্রান্ত গাণিতিক প্রয়োগ	★★
০৪	সম্ভাবনার তথ্যভিত্তিক গাণিতিক প্রয়োগ	★★

টপিক আলোচনা

■ সম্ভাবনার কিছু মৌলিক তথ্য:

i. সম্ভাবনা = $\frac{\text{অনুকূল ঘটনা}}{\text{মোট ঘটনা}}$, একটু সহজ করে বললে, সম্ভাবনা = $\frac{\text{যা চাওয়া হয়}}{\text{মোট জিনিস}}$

ii. সম্ভাবনার সর্বোচ্চ মান = 1

iii. সম্ভাবনার সর্বনিম্ন মান = 0

iv. প্রশ্নের মধ্যে বা/ অথবা থাকলে যোগ করতে হয়

v. প্রশ্নের মধ্যে উভয়/ এবং থাকলে গুণ করতে হয়

vi. না হওয়ার সম্ভাবনা = 1 – হওয়ার সম্ভাবনা

vii. একাধিক সম্ভাবনার মধ্যে একই ঘটনার পুনরাবৃত্তি ঘটলে, পুনরাবৃত্তির সম্ভাবনা বিয়োগ করতে হবে

viii. একটি ঘটনা ঘটা ও না ঘটার যোগফল সবসময় 1 হয়। অর্থাৎ $P(A) + P(A') = 1$

সূত্রের নাম	সূত্রের বর্ণনা
০১. সম্ভাবনার মৌলিক সূত্রের সম্পর্কিত সমস্যা	সম্ভাবনার মৌলিক সূত্রাবলী: i. $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ ii. $P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$ iii. $P(B/A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$ iv. $P(A') = 1 - P(A)$ বিদ্র.: i. A ও B স্বাধীন বা অবর্জনশীল হলে, $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$ ii. A ও B স্বাধীন না বা বর্জনশীল হলে, $P(A \cap B) = 0$
০২. সংখ্যা সংক্রান্ত গাণিতিক প্রয়োগ	■ মৌলিক সংখ্যা: যে সকল স্বাভাবিক সংখ্যাকে 1 এবং ঐ সংখ্যা ছাড়া অন্য কোন সংখ্যা দিয়ে নিঃশেষে ভাগ করা যায় না তাদেরকে মৌলিক সংখ্যা বলে। মনে রাখবে, পৃথিবীর একমাত্র জোড় এবং ছোট মৌলিক সংখ্যা 2। ■ 1 থেকে 100 পর্যন্ত মৌলিক সংখ্যা মনে রাখার সহজ উপায় (44-22-322-321) মোট = 25টি। ■ মৌলিক সংখ্যা: 1 হতে 10 পর্যন্ত মৌলিক সংখ্যা 4টি (2, 3, 5, 7) 11 হতে 20 পর্যন্ত মৌলিক সংখ্যা 4টি (11, 13, 17, 19) 21 হতে 30 পর্যন্ত মৌলিক সংখ্যা 2টি (23, 29) 31 হতে 40 পর্যন্ত মৌলিক সংখ্যা 2টি (31, 37) 41 হতে 50 পর্যন্ত মৌলিক সংখ্যা 3টি (41, 43, 47) 51 হতে 60 পর্যন্ত মৌলিক সংখ্যা 2টি (53, 59) 61 হতে 70 পর্যন্ত মৌলিক সংখ্যা 2টি (61, 67) 71 হতে 80 পর্যন্ত মৌলিক সংখ্যা 3টি (71, 73, 79) 81 হতে 90 পর্যন্ত মৌলিক সংখ্যা 2টি (83, 89) 91 হতে 100 পর্যন্ত মৌলিক সংখ্যা 1টি (97) ■ মোট সংখ্যা = (শেষ – শুরু) + 1। যেমন- যদি বলি, 30-40 এদের মধ্যে মোট কয়টি সংখ্যা আছে? উপরের টেকনিক অনুসারে, (40-30) + 1 = 10 + 1 = 11টি।
০৩. ছক্কা এবং মুদ্রা সংক্রান্ত গাণিতিক প্রয়োগ	**Technique:** ছক্কায় ৬টি পৃষ্ঠ থাকে। পৃষ্ঠগুলোতে 1,2,3,4,5,6 মুদ্রিত থাকে। মুদ্রায় 2টি পৃষ্ঠ থাকে। পৃষ্ঠগুলোতে Head (H); Tail (T) মুদ্রিত থাকে। (i) একটি মুদ্রা n বার বা n টি মুদ্রা 1 বার নিক্ষেপ করলে মোট নমুনা ক্ষেত্রের সংখ্যা = 2^n (ii) একটি ছক্কা m বার বা m টি মুদ্রা 1 বার নিক্ষেপ করলে মোট নমুনা ক্ষেত্রের সংখ্যা = 6^m (iii) ছক্কা ও মুদ্রা একত্রে নিক্ষেপের ক্ষেত্র মোট নমুনা ক্ষেত্রের সংখ্যা = $2^n \times 6^m$

CamScanner

সূত্রের নাম	সূত্রের বর্ণনা
04. তাস/কার্ড সম্পর্কিত গাণিতিক প্রয়োগ	কার্ড/ তাস (52টি) → লাল কার্ড (26টি): হরতন (13টি) [A, K, Q, J, 2-10], রুইতন (13টি) [A, K, Q, J, 2-10]; কালো কার্ড (26টি): চিরতন (13টি) [A, K, Q, J, 2-10], ইস্কাপন (13টি) [A, K, Q, J, 2-10] ■ মোট টেক্কা = 4টি, মোট রাজা = 4টি, মোট রাণী = 4টি, মোট গোলাম = 4টি। যেহেতু রঙের দিক থেকে তাস দুই ভাবে বিভক্ত লাল ও কালো। তাহলে, লাল টেক্কা = 2টি, লাল রাজা = 2টি ইত্যাদি।
05. বল এবং মার্বেল সম্পর্কিত গাণিতিক প্রয়োগ	■ n সংখ্যক জিনিস থেকে r সংখ্যক নিয়ে বাছাই = $^nc_r = \frac{n!}{r!\times(n-r)!}$। যেমন- 10টি সাদা বল থকে 3টি সাদা বল বাছাই করার উপায় = $^{10}c_3$

গুরুত্বপূর্ণ গাণিতিক সমস্যা সমূহ

MEx 01 উদাহরণঃ 3, 4, 5, 6, 9, 8, 9, 7, 9, 5, 5 তথ্য সারির প্রচুরক কত?

Solve এখানে তথ্যসংখ্যা n = 11, এখানে তথ্যগুলোর মধ্যে সবচেয়ে বেশিবার উল্লেখ আছে 9, 5 ∴ তথ্যগুলোর প্রচুরক হচ্ছে 9,5

MEx 02 P(A) = 1/2, P(B) = 1/5 এবং P(A/B) = 3/8 হলে P(B/A) কত?

Solve $P(A)\times P\left(\frac{B}{A}\right)=P(B)\times P\left(\frac{A}{B}\right)$

$\Rightarrow P\left(\frac{B}{A}\right)=\frac{P(B)}{P(A)}\times P\left(\frac{A}{B}\right)=\frac{1/5}{1/2}\times\frac{3}{8}=\frac{3}{20}$

MEx 03 বর্জনশীল ঘটনার জন্য শর্ত কী?

Solve বর্জনশীল ঘটনার শর্ত: $P(A\cap B)=0$

MEx 04 দুটি ছক্কা একই সঙ্গে নিক্ষেপ করা হলে 7 পাবার সম্ভাবনা কোনটি?

Solve $7=1+6=2+5=3+4$ ∴ $P=\frac{3\times 2}{6\times 6}=\frac{1}{6}$ ∴ সম্ভাব্যতা $=\frac{4+4}{12}=\frac{2}{3}$

MEx 05 4 থেকে 15 পর্যন্ত সংখ্যা হতে যে কোনো একটিকে দৈবচয়নের মাধ্যমে নিলে সেই সংখ্যাটি মৌলিক অথবা 3 এর গুণিতক হওয়ার সম্ভাবনা কত?

Solve (4-15) পর্যন্ত মৌলিক সংখ্যা = (5, 7, 11, 13) = 4টি

(4-15) পর্যন্ত গুণিতক সংখ্যা = (6, 9, 12, 15) = 4টি

MEx 06 1টি বাক্সে 5টি লাল, 10টি কালো এবং 6টি সাদা বল আছে। বাক্স থেকে দৈবভাবে 1টি বল নেয়া হলো। বলটি কালো বা লাল হবার সম্ভাবনা কত?

Solve মোট বল = 5 + 10 + 6 = 21টি

∴ 1টি বল উত্তোলন করলে বলটি কালো বা লাল হওয়ার সম্ভাবনা $=\frac{10}{21}+\frac{5}{21}=\frac{15}{21}$

MEx 07 52 খানা তাসের প্যাকেট. 4টি টেক্কা আছে। নিরপেক্ষভাবে যে কোন একটি তাস টেনে টেক্কা না পাবার সম্ভবনা-

Solve টেক্কা পাওয়ার সম্ভাবনা $=\frac{4}{52}$

∴ তাস টেনে টেক্কা না পাওয়ার সম্ভাবনা $=1-\frac{4}{52}=\frac{12}{13}$

MEx 08 দুইটি ছক্কা একই সঙ্গে নিক্ষেপ করা হলে প্রাপ্ত বিন্দুগুলোর সমষ্টি 7 হওয়ার সম্ভাবনা কত?

Solve একটি নিটোল ছক্কার মুখের ফোটাগুলোর যোগফল সাত হওয়ার সম্ভাবনা $=\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$

MEx 09 দুটি ছক্কা একত্রে নিক্ষেপ করা হলে ছক্কা দুটিতে একই সংখ্যা উঠার সম্ভাবনা কত?

Solve মোট ক্ষেত্র $=6^2=36$, একই সংখ্যা আসে 6টি

∴ সম্ভাব্যতা $=\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$

MEx 10 দুই অঙ্ক বিশিষ্ট সংখ্যাগুলি হতে দৈবচয়ন প্রক্রিয়ায় একটি সংখ্যা তুললে 5 দ্বারা বিভাজ্য জোড়সংখ্যা হওয়ার সম্ভাবনা-

Solve দুই অঙ্ক বিশিষ্ট 5 দ্বারা বিভাজ্য জোড় সংখ্যা = 9 টি

∴ সম্ভাব্যতা $=\frac{9}{90}=\frac{1}{10}$

PYQ PREVIOUS YEARS' QUESTIONS

01. দুইটি ছক্কা একই সঙ্গে নিক্ষেপ করা হলে প্রাপ্ত সংখ্যা দুইটির সমষ্টি 7 হবার সম্ভাবনা কত? [DU-7Clg: 2020-21]

A. 1/6 B. 1/36 C. 5/36 D. 7/36

(A) Explanation দুটি ছক্কা নিক্ষেপ প্রাপ্ত সংখ্যায় যোগফল 7 হওয়ার মতো নমানুক্ষেত্রঃ $6+1=7, 1+6=7, 5+2=7, 2+5=7, 4+3=7, 3+4=7$ মোট 6 ভাবে

∴ নমুনাক্ষেত্র $=6^2$ ∴ নির্ণেয় সম্ভাবনা $=\frac{6}{6^2}=\frac{1}{6}$

02. $P(A\cap B)=\frac{1}{3}, P(A\cup B)=\frac{5}{6}, P(A)=\frac{1}{2}$ হলে P(B) কত? [DU-7Clg. 2019-20]

A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{3}{5}$ D. $\frac{5}{6}$

(B) Explanation $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$

$\Rightarrow\frac{5}{6}=\frac{1}{2}+P(B)-\frac{1}{3}\Rightarrow P(B)=\frac{5}{6}-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}=\frac{5-3+2}{6}=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$

03. কোন একটি অসম্ভব ঘটনার সম্ভাবনা কত? [DU-7Clg. 2019-20]

A. 0 B. 1 C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{3}$

(A) Explanation কোন একটি অসম্ভব ঘটনা ঘটার সম্ভাবনা = 0

04. একটি ছক্কাকে নিক্ষেপ করা হলো। 3 বা 4 পাওয়ার সম্ভাবনা- [DU-7Clg. 2018-19]

A. 1.6 B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{5}{6}$ D. 1

(B) Explanation একটি ছক্কা একবার নিক্ষেপ করা হলে 3 বা 4 পাওয়ার সম্ভাবনা $=\frac{1}{6}+\frac{1}{6}=\frac{1}{3}$

05. একটি মুদ্রাকে নিক্ষেপ করা হলে। হেড বা টেইল পাওয়ার সম্ভবনা? [DU-7Clg. 2017-18]

A. 0 B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{1}{2}$ D. 1

(D) Explanation একটি মুদ্রা একবার নিক্ষেপ করা হলে হেড বা টেল পাওয়ার সম্ভাবনা 1.

CamScanner

IQA — IMPORTANT QUESTION FOR DCU ADMISSION

01. 4 থেকে 15 পর্যন্ত সংখ্যা হতে যে কোনো একটিকে দৈবচয়নের মাধ্যমে নিলে সেই সংখ্যাটি মৌলিক অথবা 3 এর গুণিতক হওয়ার সম্ভাবনা কত?

A. 6/7 B. 5/12
C. 2/3 D. 7/12

Explanation (4-15) পর্যন্ত মৌলিক সংখ্যা = (5, 7, 11, 13) = 4টি
(4-15) পর্যন্ত গুণিতক সংখ্যা = (6, 9, 12, 15) = 4টি ∴ সম্ভাব্যতা $= \frac{4+4}{12} = \frac{2}{3}$

02. 1 হতে 99 পর্যন্ত সংখ্যাগুলি থেকে দৈবচয়ন পদ্ধতিতে একটি সংখ্যা নেয়া হলে সেটি বর্গ হওয়ার সম্ভাবনা হবে-

A. $\frac{1}{9}$ B. $\frac{2}{9}$ C. $\frac{1}{11}$ D. $\frac{2}{11}$

Explanation 1 থেকে 99 পর্যন্ত বর্গসংখ্যা 9টি এবং মোট সংখ্যা 99টি।
∴ একটি সংখ্যা দৈবচয়ন করা হলে সেটি বর্গসংখ্যা হওয়ার সম্ভাবনা $= \frac{9}{99} = \frac{1}{11}$

03. একটি বাক্সে 3টি লাল, 3টি সবুজ ও 2টি নীল বল আছে। দৈবভাবে 3টি বল তোলা হলে 2টি বল সবুজ হবার সম্ভাবনা কত?

A. $\frac{15}{56}$ B. $\frac{3}{7}$ C. $\frac{28}{65}$ D. $\frac{13}{22}$

Explanation দুটি বল সবুজ হওয়ার সম্ভাবনা

$$= \frac{\text{২টি সবুজ তোলার উপায়} \times \text{বাকি ৫টি ভিন্ন রং থেকে ১টি তোলার উপায়}}{\text{যে কোন উপায়ে ৩টি বল তোলার উপায়}}$$

$$= \frac{{}^3C_2 \times {}^5C_1}{{}^8C_3} = \frac{15}{56}$$

PRIME TEST

01. 5, 7, 3, 1 সংখ্যাগুলোর ভেদাংক কোনটি?

A. 5 B. 15 C. 4 D. $\sqrt{5}$

02. একটি পাত্রে 8টি লাল, 4টি কালো এবং 3টি সাদা বল আছে। 3টি বল দৈবভাবে নেয়া হলে এর মধ্যে কমপক্ষে 2টি লাল বল হবার সম্ভাব্যতা কত?

A. $\frac{1}{15}$ B. $\frac{36}{65}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{8}{15}$

03. দুইটি ছক্কা পাশাপাশি নিক্ষেপ করলে যদি 2টা সংখ্যার যোগফল 6 পাওয়ার সম্ভাবনা P_1 এবং 2 টা সংখ্যার যোগফল 7 পাওয়ার সম্ভাবনা P_2 হয়, তাহলে $P_1 + P_2$ এর মান কত?

A. $\frac{11}{36}$ B. $\frac{13}{36}$ C. $\frac{17}{36}$ D. $\frac{19}{36}$

04. 1 থেকে 520 পর্যন্ত সংখ্যাগুলি থেকে দৈবচয়ন পদ্ধতিতে একটি সংখ্যা চয়ন করা হলে সংখ্যাটি অযুগ্ম ঘনসংখ্যা হওয়ার সম্ভাবনা-

A. $\frac{1}{65}$ B. $\frac{2}{65}$ C. $\frac{1}{130}$ D. $\frac{1}{64}$

05. একটি মুদ্রাকে দুইবার নিক্ষেপ করলে উভয় ক্ষেত্রে হেড পাবার সম্ভাবনা কত?

A. 1/2 B. 1 C. 1/3 D. 1/4

06. একটি পাত্রে 5টি লাল, 4টি সাদা এবং 2টি কাল বল আছে। 3টি বল দৈবভাবে নেয়া হল। বলগুলো একই রঙের হবার সম্ভাবনা কত?

A. $\frac{10}{165}$ B. $\frac{12}{165}$ C. $\frac{14}{165}$ D. $\frac{16}{165}$

07. তোমার 15 জন বন্ধুর বয়সের গড় ও পরিমিত ব্যবধান যথাক্রমে 10 ও 2 হলে বয়সের বিভেদাঙ্ক কত?

A. 5% B. 10% C. 15% D. 20%

08. কোন বাক্সে 6টি লাল ও 4টি সাদা বল আছে। পুনঃস্থাপন না করে 2টি বল নেয়া হলে বল দুইটি সাদা হওয়ার সম্ভাবনা হবে-

A. $\frac{2}{15}$ B. $\frac{7}{15}$ C. $\frac{8}{15}$ D. $\frac{1}{15}$

09. একটি থলেতে 4টি লাল, 3টি সবুজ এবং 5টি কালো বল রয়েছে। ঐ থলে থেকে একটি বল দৈবভাবে বের করলে, বলটির লাল হবার সম্ভাব্যতা কত?

A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{5}$

10. 1 থেকে 99 পর্যন্ত সংখ্যাগুলি থেকে দৈবচয়ন পদ্ধতিতে একটি সংখ্যা নেওয়া হল। সংখ্যাটি বর্গসংখ্যা না হওয়ার সম্ভাবনা কত?

A. $\frac{9}{10}$ B. $\frac{1}{10}$ C. $\frac{9}{11}$ D. $\frac{10}{11}$

OMR SHEET	04. Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ	08. Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ
01. Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ	05. Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ	09. Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ
02. Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ	06. Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ	10. Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ
03. Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ	07. Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ	সেট ① ৪০

ANS ANALYSIS

প্রশ্ন	উত্তর	ব্যাখ্যা
01	A	গড় $= \frac{5+7+3+1}{4} = 4$ ∴ ভেদাঙ্ক $= \frac{(5-4)^2 + (7-4)^2 + (3-4)^2 + (1-4)^2}{4} = 5$
02	B	মোট বল = 8 + 4 + 3 = 15 কমপক্ষে 2টি লাল বল হওয়ার অর্থ: 2টি লাল বা ১টি ভিন্ন এবং তিনটিই লাল। ∴ নির্ণেয় সম্ভাব্যতা $= \frac{{}^8C_2 \times {}^7C_1}{{}^{15}C_3} + \frac{{}^8C_3}{{}^{15}C_3} = \frac{28 \times 7 + 56}{455} = \frac{36}{65}$
03	A	$6 = 1+5 = 2+4 = 3+3 = 4+2 = 5+1.\ P_1 = \frac{5}{36}$ $7 = 1+6 = 2+5 = 3+4 = 4+3 = 5+2 = 6+1.\ P_2 = \frac{6}{36}$ ∴ $P_1 + P_2 = \frac{11}{36}$
04	C	ধরি, 1 থেকে 520 পর্যন্ত একটি সংখ্যা অযুগ্ম ঘনসংখ্যা হওয়ার ঘটনা A ∴ A = {1, 27, 125, 343} ∴ $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{4}{520} = \frac{1}{130}$
05	D	একটি মুদ্রাকে দুইবার নিক্ষেপ করলে নমুনাক্ষেত্র S = {HH, HT, TH, TT} ∴ n(S) = 4 ∴ উভয় ক্ষেত্রে হেড পাবার সম্ভাবনা $= \frac{1}{4}$
06	C	মোট বল = 5 + 4 + 2 = 11টি ∴ 3টি বল উত্তোলন করলে বলগুলো একই রঙের হওয়ার সম্ভাবনা $= \frac{{}^5C_3}{{}^{11}C_3} + \frac{{}^4C_3}{{}^{11}C_3} = \frac{14}{165}$
07	D	গড়, $\bar{x} = 10$; পরিমিত ব্যবধান, $\delta = 2$ বিভেদাংক $= \frac{\delta}{\bar{x}} \times 100\% = \frac{2}{10} \times 100\% = 20\%$
08	A	লাল বল = 6 সাদা বল = 4 মোট বল = 10 ∴ বল দুইটি সাদা হবার সম্ভাবনা $= \frac{{}^4C_2}{{}^{10}C_2} = \frac{2}{15}$
09	B	4টি লাল, 3টি সবুজ, 5টি কালো ∴ মোট বল = 12 ∴ একটি বল দৈবভাবে বের করলে লাল হওয়ার সম্ভাব্যতা $= \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$
10	D	1 থেকে 99 পর্যন্ত বর্গ হয় এরূপ $= \sqrt{99} = 9.94 = 9$টি ∴ সংখ্যাটি বর্গ না হবার সম্ভাবনা $= 1 - \frac{9}{99} = 1 - \frac{1}{11} = \frac{10}{11}$

CamScanner