উচ্চতর গণিত

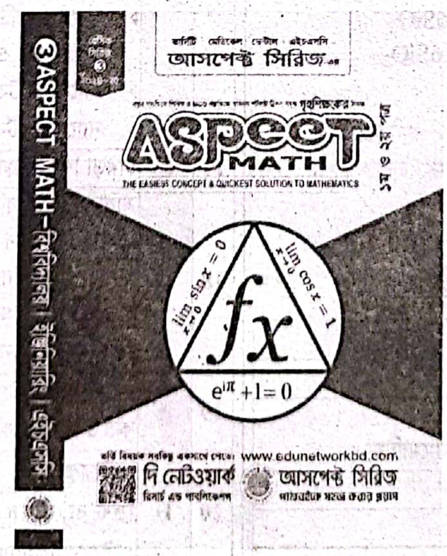
গুরুত্ব বুঝে অধ্যয়ন | অধ্যায়ভিত্তিক সূচিপত্র | নিত্য সবার প্রয়োজন

অধ্যায় ক্রমঃ	অধ্যায়ের নাম	পৃষ্ঠা নং
	উচ্চতর গণিত প্রথম পত্র	
অধ্যায় – ০১	ম্যাট্রিক্স ও নির্ণায়ক	৫৭৭
অধ্যায় – ০২	ভেক্টর	৫৮০
অধ্যায় – ০৩	সরলরেখা	৫৮৪
অধ্যায় – ০৪	বৃত্ত	৫৮৯
অধ্যায় – ০৫	বিন্যাস ও সমাবেশ	৫৯২
অধ্যায় – ০৬	ত্রিকোণমিতিক অনুপাত	৫৯৬
অধ্যায় – ০৭	সংযুক্ত কোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাত	৫৯৮
অধ্যায় – ০৮	ফাংশন ও ফাংশনের লেখচিত্র	৬০২
অধ্যায় – ০৯	অন্তরীকরণ	৬০৫
অধ্যায় – ১০	যোগজীকরণ	৬১০

অধ্যায় ক্রমঃ	অধ্যায়ের নাম	পৃষ্ঠা নং
	উচ্চতর গণিত দ্বিতীয় পত্র	
অধ্যায় – ০১	বাস্তব সংখ্যা ও অসমতা	৬১৬
অধ্যায় – ০২	যোগাশ্রয়ী প্রোগ্রাম	৬১৮
অধ্যায় – ০৩	জটিল সংখ্যা	৬২২
অধ্যায় – ০৪	বহুপদী ও বহুপদী সমীকরণ	৬২৫
অধ্যায় – ০৫	দ্বিপদী বিস্তৃতি	৬২৯
অধ্যায় – ০৬	কণিক	৬৩২
অধ্যায় – ০৭	বিপরীত ত্রিকোণমিতিক ফাংশন ও সমীকরণ	৬৩৭
অধ্যায় – ০৮	স্থিতিবিদ্যা	৬৪১
অধ্যায় – ০৯	সমতলে চলমান বস্তুর গতি	৬৪৪
অধ্যায় – ১০	বিস্তার পরিমাপ ও সম্ভাবনা	৬৪৮

জাতীয় বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি সহায়িকা বইটির উচ্চতর গণিত অংশের বিস্তারিত খুঁটিনাটি জানতে আসপেক্ট ম্যাথ বইটি দেখ!!!!!!

দেশের সবচেয়ে অভিজ্ঞ শিক্ষকবৃন্দের দীর্ঘদিনের অভিজ্ঞতায় দেশসেরা
আসপেক্ট সিরিজ-এর বইগুলো সর্বদাই অতুলনীয়



অধ্যায় ০৯

ম্যাট্রিক্স ও নির্ণায়ক

গণিত ১ম পত্র

TOPICS	সাজেশন্স	V.V.I RATE
TOPIC-01	ম্যাট্রিক্সের প্রকারভেদ ও মান নির্ণয় সংক্রান্ত	★★★
TOPIC-02	ম্যাট্রিক্সের বৈশিষ্ট্য [Properties of Matrics]	★★
TOPIC-03	ম্যাট্রিক্সের মাত্রা, যোগ, বিয়োগ, গুণ ও সমতা	★★
TOPIC-04	ব্যতিক্রমী ম্যাট্রিক্স [Singular]	★★★
TOPIC-05	Adjoint অনুবন্ধী ম্যাট্রিক্স এবং বিপরীত ম্যাট্রিক্স	★★★
TOPIC-06	অনুরাশি বা Minor ও সহগুনক [Co-factor] নির্ণয়	★★★
TOPIC-07	নির্ণায়কের মান নির্ণয়	★★★
TOPIC-08	একটি অজানা চলক থাকলে মান নির্ণয়	★★
TOPIC-09	সবগুলো অজানা চলক থাকলে মান নির্ণয়	★★

এক নজরে গুরুত্বপূর্ণ সূত্রাবলি

■ ম্যাট্রিক্স: সংখ্যা বা বীজগাণিতীয় রাশির আয়তাকার বা বর্গাকারে সাজানো ব্যবস্থাই হলো ম্যাট্রিক্স। ম্যাট্রিক্সকে সাধারণত [ ] বা ( ) বা || || দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

$$A=\begin{bmatrix}a & b & c\\ p & q & r\\ x & y & z\end{bmatrix} \text{ বা } \begin{pmatrix}a & b & c\\ p & q & r\\ x & y & z\end{pmatrix} \text{ বা, } \begin{Vmatrix}a & b & c\\ p & q & r\\ x & y & z\end{Vmatrix}$$

■ নির্ণায়ক (Determinant): $A=\begin{bmatrix}a_{11} & a_{12}\\ a_{21} & a_{22}\end{bmatrix}$ বর্গ ম্যাট্রিক্সের নির্ণায়ক হচ্ছে $|A| = \begin{vmatrix}a_{11} & a_{12}\\ a_{21} & a_{22}\end{vmatrix}$ এবং এর মান $a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12}$ অর্থাৎ, কতগুলি সংখ্যাকে বর্গাকারে সাজিয়ে উভয় পাশে | | দ্বারা আবদ্ধ করে নির্ণায়ক উৎপন্ন হয়।

$\begin{vmatrix}a_{11} & a_{12} & a_{13}\\ a_{21} & a_{22} & a_{23}\\ a_{31} & a_{32} & a_{33}\end{vmatrix}$ একটি তৃতীয় ক্রমের নির্ণায়ক। ইহা একটি নির্দিষ্ট মান।

- A এর মাত্রা $m \times n$ হলে A^T এর মাত্রা $n \times m$
- কোনো ম্যাট্রিক্স A এর বিপরীত ম্যাট্রিক্সের ট্রেস, $tr(A^{-1}) = \frac{tr(A)}{|A|}$

■ গাণিতিক সমস্যাসমূহ সমাধানের জন্য প্রয়োজনীয় সূত্র ও প্রক্রিয়াসমূহ:

ম্যাট্রিক্সের যোগ, বিয়োগ ও গুণ	01. দুটি ম্যাট্রিক্স A ও B এর গুণফল AB নির্ণয় করা যাবে যদি A ম্যাট্রিক্সের কলাম সংখ্যা B ম্যাট্রিক্সের সারি সংখ্যার সমান হয়। ∴ $A = [a_{ij}]_{m\times n}$ এবং $B = [b_{ij}]_{n\times r}$ হলে যদি $AB = [ab_{ij}]_{m\times r}$ হয় তবে AB ম্যাট্রিক্সের মাত্রা $m \times r$ হবে। 02. ম্যাট্রিক্সের যোগ ও বিয়োগের নিয়ম : দুটি ম্যাট্রিক্সের মাত্রা সমান না হলে যোগ বা বিয়োগ করা যায় না। সমান মাত্রার ম্যাট্রিক্সদ্বয় একই অবস্থানের ভুক্তিসমূহ যোগ বা বিয়োগ করে ম্যাট্রিক্সের যোগ বা বিয়োগফল বের করা হয়। যেমন : $A=\begin{bmatrix}a & b\\ e & f\end{bmatrix}$, $B=\begin{bmatrix}m & n\\ p & q\end{bmatrix}$ হলে, $A \pm B = \begin{bmatrix}a\pm m & b\pm n\\ e\pm m & f\pm n\end{bmatrix}$ হবে। 03. ম্যাট্রিক্স গুণনের ক্ষেত্রে যেকোনো একটি সারি বা কলাম এর গুণ বের করে দেখলেই Ans. অপশনে পাওয়া যায়।
নির্ণায়কের মান নির্ণয়	কোন নির্ণায়কের যে কোন সারি বা কলামের এর উপাদানসমূহ ও তাদের নিজ নিজ সহরাশির গুণফলের সমষ্টিই নির্ণায়কের মান। $\begin{vmatrix}a_1 & b_1 & c_1\\ a_2 & b_2 & c_2\\ a_3 & b_3 & c_3\end{vmatrix}$ নির্ণায়কের a_1, a_2, a_3 এর সহগুণক যথাক্রমে A_1, A_2, A_3 হলে নির্ণায়কের মান হবে, $a_1A_1 + a_2A_2 + a_3A_3$ $= a_1\begin{vmatrix}b_2 & c_2\\ b_3 & c_3\end{vmatrix} + a_2 \times -\begin{vmatrix}b_1 & c_1\\ b_3 & c_3\end{vmatrix} + a_3\begin{vmatrix}b_1 & c_1\\ b_2 & c_2\end{vmatrix}$
অনুরাশি নির্ণয়	Step-1: যে রাশি বা সংখ্যার অনুরাশি বের করতে বলবে ঠিক সেই রাশি বরাবর Row এবং Column বাদ দাও। Step-2: বাকি উপাদান গুলো দিয়ে নির্ণায়ক গঠন কর। সেটিই অনুরাশি। Step-3: মান বের করতে বললে সাধারণ নিয়মে নির্ণায়কের মান বের করতে হবে।
সহগুনক	Step-1: অনুরাশি বের করার পদ্ধতি অবলম্বন করে প্রথমে অনুরাশি বের কর। Step-2: অনুরাশি সামনে $(-1)^{R+C}$ সূত্র ব্যবহার করে যথাযথ চিহ্ন বসাও। সেটিই সহগুণক। যেখানে, R = সারি, C = কলাম অর্থাৎ, অনুরাশিকে উক্ত উপাদানের চিহ্ন দিয়ে গুণ করলে সহগুণক পাওয়া যায়।
অনুবন্ধী ম্যাট্রিক্স এবং বিপরীত ম্যাট্রিক্স	কোন বর্গ ম্যাট্রিক্স A এর নির্ণায়ক |A| এর সহগুণক দ্বারা গঠিত ম্যাট্রিক্সের (ভুক্তিগুলোর ক্রম অনুসারে) Transpose ম্যাট্রিক্সকে প্রদত্ত ম্যাট্রিক্স A এর Adjoint matrix বলা হয়। এটিকে সূচিত করা হয় Adj (A) $A=\begin{bmatrix}a & b\\ c & d\end{bmatrix}$ এর অনুবন্ধী ম্যাট্রিক্স বা $Adj(A)=\begin{bmatrix}d & -b\\ -c & a\end{bmatrix}$ A ম্যাট্রিক্সের বিপরীত বা Inverse ম্যাট্রিক্স $A^{-1} = \frac{1}{Det(A)}$ Adj (A) $= \frac{1}{ad-bc}\begin{bmatrix}d & -b\\ -c & a\end{bmatrix}$ [প্রাইমারি কর্ণের উপাদানগুলোর স্থান পরিবর্তন এবং সেকেন্ডারি কর্ণের উপাদানগুলোর চিহ্ন পরিবর্তন করলে যা পাওয়া যায় তাই Adjoint]

জাতীয় বিশ্ববিদ্যালয়ের জন্য কমনউপযোগী গুরুত্বপূর্ণ প্রশ্ন

01. $\begin{bmatrix}1 & 3 & 1\\ 4 & 4 & 4\\ 3 & 1 & 3\end{bmatrix}$ ম্যাট্রিক্সটির ট্রেস কোনটি? [JU-A. 19-20]

A. 5 B. 12 C. 8 D. 7

S Ⓒ WhY ম্যাট্রিক্সের ট্রেস = মুখ্য কর্ণের উপাদান গুলোর যোগফল

∴ ট্রেস = 1 + 4 + 3 = 8

02. $A=\begin{pmatrix}2 & -2\\ -2 & 2\end{pmatrix}$ এবং $B=\begin{pmatrix}2 & 2\\ 3 & 3\end{pmatrix}$, AB = ? [DU. 14-15; RU. 18-19 ; JU-A, Set-R. 22-23]

A. $\begin{pmatrix}-2 & 2\\ -2 & 2\end{pmatrix}$ B. $\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$ C. $\begin{pmatrix}0 & 0\\ 3 & 0\end{pmatrix}$ D. $\begin{pmatrix}-2 & -2\\ 2 & 2\end{pmatrix}$

S Ⓓ WhY $AB=\begin{pmatrix}2 & -2\\ -2 & 2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2 & 2\\ 3 & 3\end{pmatrix}$

$=\begin{pmatrix}2.2+(-2).3 & 2.2+(-2).3\\ (-2).2+2.3 & (-2).2+2.3\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}4-6 & 4-6\\ -4+6 & -4+6\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-2 & -2\\ 2 & 2\end{pmatrix}$

03. A, B এবং C ম্যাট্রিক্সগুলির আকার যথাক্রমে 4 × 5, 5 × 4 এবং 4 × 2 হলে $(A^T + B)C$ ম্যাট্রিক্সের আকার কত হবে? [JU-A, Set-K. 2023-24, DU-20-21; CU-D, Set-1. 20-21; DU-7Clg. 19-20; BUET. 10-11; IU.16-17; BRU-E. 19-20; MBSTU-C. 19-20; ববি. ২০১৯]

A. 5 × 4 B. 4 × 2 C. 5 × 2 D. 2 × 5

S Ⓒ WhY $(A^T + B)$ এর মাত্রা 5 × 4 ; C এর মাত্রা 4 × 2

∴ $(A^T + B)$ C এর মাত্রা = $(A^T + B)$ এর মাত্রা × C এর মাত্রা

= (5 × [4) × (4] × 2) = 5 × 2

04. A ম্যাট্রিক্সের ক্রম 2 × 3 এবং B ম্যাট্রিক্সের ক্রম 3 × 2 হলে AB এর ক্রম কোনটি? [JU-A, Set-N. 22-23]

A. 2 × 2 B. 2 × 3 C. 3 × 2 D. 3 × 3

S Ⓐ WhY AB এর মাত্রা = A এর মাত্রা × B এর মাত্রা

= 2 × [3 × 3] × 2 = 2 × 2

CamScanner

05. $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$ এবং $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$ হলে $A + B = ?$ [JU-A, Set-F, 2021-22]

A. $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 3 \\ 6 & 8 & 6 \\ 11 & 13 & 9 \end{pmatrix}$ B. $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 7 & 9 \\ 7 & 12 & 14 \end{pmatrix}$ C. $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 6 & 8 \\ 7 & 8 \end{pmatrix}$ D. অসম্ভব

S Ⓓ WhY A এর মাত্রা 3×3 এবং B এর মাত্রা 3 × 2। যেহেতু মাত্রা সমান নয় তাই যোগ করা অসম্ভব।

06. $\begin{bmatrix} 8 & x \\ y-2 & 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 & 2+y \\ 4 & 6 \end{bmatrix}$ হলে (x,y) কোনটি? [RU-C, শিফট-৩, 2023-24]

A. (8, 2) B. (6, 2) C. (6, 8) D. (8, 6)

S Ⓓ WhY $\begin{bmatrix} 8 & x \\ y-2 & 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 & 2+y \\ 4 & 6 \end{bmatrix}$

ম্যাট্রিক্সের সমতা অনুসারে,

$y - 2 = 4 \Rightarrow y = 6$

এবং, $x = 2 + y \Rightarrow x = 2 + 6 \Rightarrow x = 8$

$\therefore (x,y) = (8,6)$

07. নিচের কোনটি সমঘাতি ম্যাট্রিক্স? [RU, Astrazeneca, Set-1, 20-21]

A. $\begin{bmatrix} -2 & 1 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}$ B. $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}$ C. $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$ D. $\begin{bmatrix} -2 & -1 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}$

S Ⓑ WhY $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -2 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}$ [$A^2 = A$ হলে সমঘাতি]

08. যদি $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ হয়, তবে $A^T = ?$ [JKKNIU, 19-20]

A. $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ B. $\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$ C. $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ D. $\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$

S Ⓐ WhY $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ $\therefore A^T = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$

09. $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$ নির্ণায়কটির '6' এর সহগুণক কত? [DU, 95-96]

A. $\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 7 & 8 \end{vmatrix}$ B. $\begin{vmatrix} 7 & 8 \\ -1 & -2 \end{vmatrix}$ C. $\begin{vmatrix} -1 & -2 \\ 7 & 8 \end{vmatrix}$ D. $\begin{vmatrix} -1 & -2 \\ -7 & -8 \end{vmatrix}$

S Ⓒ WhY '6' এর সহগুণক $= -\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 7 & 8 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -1 & -2 \\ 7 & 8 \end{vmatrix}$

10. $\begin{vmatrix} 5 & 0 & 3 \\ -2 & 1 & 4 \\ 7 & 2 & 7 \end{vmatrix}$ এ 4 অনুরাশি কোনটি? [JU-A, 17-18]

A. 10 B. −10 C. 8 D. 5

S Ⓐ WhY 4 এর অনুরাশি $= \begin{vmatrix} 5 & 0 \\ 7 & 2 \end{vmatrix} = (10 - 0) = 10$

11. $\begin{vmatrix} 10 & 20 & 30 \\ 40 & 50 & 60 \\ 50 & 70 & 90 \end{vmatrix}$ নির্ণায়কটির মান কত? [DU, 96-97]

A. 0 B. 100 C. −100 D. 140

S Ⓐ WhY $\begin{vmatrix} 10 & 20 & 30 \\ 40 & 50 & 60 \\ 50 & 70 & 90 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -10 & -10 & 30 \\ -10 & -10 & 60 \\ -20 & -20 & 90 \end{vmatrix} = 0$ $\begin{bmatrix} c_1' = c_1 - c_2 \\ c_2' = c_2 - c_3 \end{bmatrix}$

[পাশাপাশি দুইটি কলামের উপাদান একই।]

12. $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 4 & K \end{vmatrix}$ নির্ণায়কের মান 2 হলে, K এর মান কত? [JU-A, Set-F, 2021-22]

A. 9 B. 8 C. 7 D. 6

S Ⓐ WhY $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 4 & K \end{vmatrix} = 2 \Rightarrow 1(2K - 12) - 1(K - 3) + 1(4 - 2) = 2$

$\Rightarrow 2K - 12 - K + 3 + 2 = 2$

$\Rightarrow K = 9$

13. $\begin{bmatrix} x+2 & 2 \\ 8 & x-4 \end{bmatrix}$ একটি ব্যতিক্রমী ম্যাট্রিক্স হলে x এর মান [illegible]

A. −6, 4 B. −4, 6 C. 4, 6 D. −6, −4

S Ⓑ WhY $\begin{vmatrix} x+2 & 2 \\ 8 & x-4 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow (x+2)(x-4) - 16 = 0$

$\Rightarrow x^2 + 2x - 4x - 8 - 16 = 0 \Rightarrow x^2 - 2x - 24 = 0$

$\Rightarrow x^2 - 6x + 4x - 24 = 0 \Rightarrow (x-6)(x+4) = 0 \therefore x = -4, 6$

14. নিচের কোনটি ব্যতিক্রমী ম্যাট্রিক্স? [illegible]

A. $\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ B. $\begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$

C. $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ D. $\begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 6 \end{pmatrix}$ Ⓓ

15. $A = \begin{bmatrix} 8 & -5 \\ -6 & 4 \end{bmatrix}$ হলে $A^{-1} = $ কত? [illegible]

A. $-\frac{1}{2}\begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 6 & 8 \end{bmatrix}$ B. $\frac{1}{2}\begin{bmatrix} 8 & 5 \\ 6 & 4 \end{bmatrix}$ C. $\frac{1}{2}\begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 6 & 8 \end{bmatrix}$ D. $\frac{1}{2}\begin{bmatrix} 4 & -6 \\ -5 & 8 \end{bmatrix}$

S Ⓒ WhY $|A| = \begin{vmatrix} 8 & -5 \\ -6 & 4 \end{vmatrix} = 32 - 30 = 2$

$\therefore A^{-1} = \frac{Adj(A)}{|A|} = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 6 & 8 \end{bmatrix}$

16. যদি $A = \begin{bmatrix} -1 & -3 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$ হয়, তাহলে |Adj(A)| কত হবে? [illegible] 22, A, 2018-19; DU, 96-97; RU, 15-16, 12-13, 18-19; SUST, 96-97]

A. 10 B. 1000 C. 100 D. 110

S Ⓐ WhY $A = \begin{bmatrix} -1 & -3 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$ হলে Adj $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -4 & -1 \end{bmatrix}$

$\therefore |AdjA| = (-2 + 12) = 10$

17. $\begin{bmatrix} m-2 & 6 \\ 2 & m-3 \end{bmatrix}$ ম্যাট্রিক্সটির বিপরীত ম্যাট্রিক্স বিদ্যমান না থাকলে m = কত? [RU-C, Feldoper-1, 22-23]

A. −1, 6 B. 1, −6 C. 6, −1 D. −1, −6

S ⒶⒸ WhY $\begin{vmatrix} m-2 & 6 \\ 2 & m-3 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow m^2 - 3m - 2m + 6 - 12 = 0$

$\Rightarrow m^2 - 5m - 6 = 0 \Rightarrow (m-6)(m+1) = 0 \therefore m = 6, -1$

18. $\begin{vmatrix} 1 & 2 & a \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$; a এর মান কত হলে নির্ণায়কটি singular হবে? [CU, 10-11]

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4 E. 5

S Ⓒ WhY নির্ণায়কটি Singular হলে নির্ণায়কের মান শূন্য হবে

$\therefore 1(45 - 48) - 2(36 - 42) + a(32 - 35) = 0$

$\Rightarrow -3 + 12 - 3a = 0 \Rightarrow a = 3$

19. $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x & a & b \\ x^2 & a^2 & b^2 \end{vmatrix} = 0, x = ?$ [DU, 03, 04; CU, 02-03]

A. − a বা b B. a বা − b C. − a বা − b D. a বা b

S Ⓓ WhY $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x & a & b \\ x^2 & a^2 & b^2 \end{vmatrix} = 0$

$\Rightarrow \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ x-a & a-b & b \\ x^2-a^2 & a^2-b^2 & b^2 \end{vmatrix} = 0$ $\begin{bmatrix} c_1' = c_1 - c_2 \\ c_2' = c_2 - c_3 \end{bmatrix}$

$\Rightarrow (x-a)(a-b)\begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & b \\ x+a & a+b & b^2 \end{vmatrix} = 0$

$\Rightarrow (x-a)(a-b)(a+b-x-a) = 0$

$\Rightarrow (x-a)(a-b)(b-x) = 0 \quad \therefore x = a, b$

Aspect Special: x = a হলে নির্ণায়কের ১ম ও ২য় কলাম দুটি একই হয় এবং নির্ণায়কের মান শূন্য হয়। অনুরূপ ভাবে x = b হলে ১ম ও ৩য় কলাম দুটি একই হয় এবং নির্ণায়কের মান শূন্য হবে। ∴ x = a, b

CamScanner

20. $\begin{vmatrix} \alpha & \alpha & x \\ \beta & \beta & \beta \\ \theta & x & \theta \end{vmatrix} = 0$ হলে, x এর মান কোনটি? [JU-A, Set-O. 2023-24; DU. 14-15]

A. α, β, θ B. α, θ
C. β, θ D. α, β

S Ⓑ Why $\begin{vmatrix} \alpha & \alpha & x \\ \beta & \beta & \beta \\ \theta & x & \theta \end{vmatrix} = 0$

$\Rightarrow \begin{vmatrix} 0 & \alpha & x \\ 0 & \beta & \beta \\ \theta - x & x & \theta \end{vmatrix} = 0; [c'_1 = c_1 - c_2]$

$\Rightarrow (\theta - x)(\alpha\beta - \beta x) = 0$

$\Rightarrow x = \theta, \alpha$

Aspect Special: যে কোন নির্ণায়কের দুটি সারি বা কলাম অভিন্ন হলে নির্ণায়কের মান শূন্য হবে। $x = \alpha$ বা $x = \theta$ হলে নির্ণায়কের দুটি সারি অভিন্ন হবে এবং নির্ণায়কের মান শূন্য হবে।

PRIME TEST

01. কোন ম্যাট্রিক্সের সারিগুলোকে কলামে এবং কলামগুলোর সারিতে পরিবর্তন করলে যে ম্যাট্রিক্স পাওয়া যায় তাকে — বলে।

Ⓐ সারি ম্যাট্রিক্স Ⓑ কলাম ম্যাট্রিক্স
Ⓒ বর্গ ম্যাট্রিক্স Ⓓ রূপান্তরিত ম্যাট্রিক্স

02. $A = \begin{bmatrix} a & 2 & 5 \\ -2 & b & -3 \\ -5 & 3 & c \end{bmatrix}$ একটি বক্র প্রতিসম ম্যাট্রিক্স হলে a, b, c এর মানগুলো-

Ⓐ −2, −5, 3 Ⓑ 0, 0, 0 Ⓒ 1, 1, 1 Ⓓ 2, 5, 3

03. নিচের কোনটি সমঘাতি ম্যাট্রিক্স?

Ⓐ $\begin{bmatrix} 2 & -2 & -4 \\ -1 & 3 & 4 \\ 1 & -2 & -3 \end{bmatrix}$ Ⓑ $\begin{bmatrix} 2 & -2 & 4 \\ -1 & 3 & 4 \\ 1 & -2 & -3 \end{bmatrix}$

Ⓒ $\begin{bmatrix} 2 & -2 & 5 \\ -1 & 3 & 4 \\ 1 & -2 & -3 \end{bmatrix}$ Ⓓ $\begin{bmatrix} 2 & -2 & -4 \\ -1 & 3 & 4 \\ 1 & -2 & 3 \end{bmatrix}$

04. $\begin{bmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 4 & 4 & 4 \\ 3 & 1 & 3 \end{bmatrix}$ ম্যাট্রিক্সটির ট্রেস কোনটি?

Ⓐ 5 Ⓑ 12 Ⓒ 8 Ⓓ 7

05. ম্যাট্রিক্স M এর আকার 4×3 এবং N এর আকার 3×5 হলে MN এর আকার কোনটি?

Ⓐ 4×4 Ⓑ 4×5 Ⓒ 3×5 Ⓓ 3×4

06. তিনটি ম্যাট্রিক্স A, B ও C এর order যথাক্রমে 2×3, 4×2, 5×4 হলে, CBA ম্যাট্রিক্সটির order কত হবে?

Ⓐ 5×3 Ⓑ 5×4 Ⓒ 2×5 Ⓓ 4×3

07. বর্গাকার কোন ম্যাট্রিক্স A-এর ক্ষেত্রে যদি $A^2 = A$ হয়, তবে সেই ম্যাট্রিক্সটি-

Ⓐ সমঘাতি Ⓑ প্রতিসম Ⓒ পর্যায়বৃত্ত Ⓓ অভেদঘাতি

08. যদি ম্যাট্রিক্স $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ এবং ম্যাট্রিক্স $AB = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ হয়, তবে ম্যাট্রিক্স B কোনটি?

Ⓐ $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ Ⓑ $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ Ⓒ $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ Ⓓ $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}$

09. $A = \begin{bmatrix} 1 & i \\ -i & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} i & -1 \\ -1 & -i \end{bmatrix}$ এবং $i = \sqrt{-1}$ হলে AB এর মান হবে-

Ⓐ $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ Ⓑ $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ Ⓒ $\begin{bmatrix} i & 0 \\ 0 & i \end{bmatrix}$ Ⓓ $\begin{bmatrix} i & 1 \\ 1 & i \end{bmatrix}$

10. $\begin{pmatrix} m-2 & 6 \\ 2 & m-3 \end{pmatrix}$ ম্যাট্রিক্সটি ব্যতিক্রমী হবে যদি m এর মান−

Ⓐ 6, −1 Ⓑ −4, 6 Ⓒ −6, 4 Ⓓ 1, −6

11. যদি $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ হয় তবে A^{-1}

Ⓐ $\frac{1}{2}\begin{pmatrix} 4 & -3 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$ Ⓑ $\frac{1}{2}\begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$ Ⓒ $-\frac{1}{2}\begin{pmatrix} 4 & -3 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$ Ⓓ $-\frac{1}{2}\begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$

12. কোন ম্যাট্রিক্সটির বিপরীত ম্যাট্রিক্স নেই-

Ⓐ $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ Ⓑ $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$ Ⓒ $\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$ Ⓓ $\begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 4 & 4 \end{pmatrix}$

13. $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 4 & k \end{vmatrix}$ নির্ণায়কটির মান 2; k এর মান কত?

Ⓐ 9 Ⓑ 8 Ⓒ 7 Ⓓ 6

14. $\begin{vmatrix} 3 & x \\ 2 & 1 \end{vmatrix}$ নির্ণায়কটির মান (−1) হলে x এর মান কত?

Ⓐ −2 Ⓑ 0z Ⓒ 2 Ⓓ 4

15. $\begin{vmatrix} a & 1 & b+c \\ b & 1 & c+a \\ c & 1 & a+b \end{vmatrix}$ এর মান কত?

Ⓐ abc Ⓑ 0
Ⓒ abc (a+b) (b+c) (c+a) Ⓓ (a+b) (b+c) (c+a)

16. $\begin{vmatrix} p & 2 & q+r \\ q & 2 & r+p \\ r & 2 & p+q \end{vmatrix}$ নির্ণয়কটির মান কত?

Ⓐ 0 Ⓑ 1 Ⓒ pqr Ⓓ p + q + r

17. $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$ নির্ণাকের 6 এর সহগুণক কোনটি?

Ⓐ $\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 7 & 8 \end{vmatrix}$ Ⓑ $\begin{vmatrix} 7 & 8 \\ 1 & -2 \end{vmatrix}$ Ⓒ $\begin{vmatrix} -1 & -2 \\ 7 & 8 \end{vmatrix}$ Ⓓ $\begin{vmatrix} -1 & -2 \\ -7 & -8 \end{vmatrix}$

18. কোন নির্ণায়কের দুটি সারি বা কলাম সদৃশ হলে, ঐ নির্ণায়কের মান হবে-

Ⓐ 1 Ⓑ 0 Ⓒ 2 Ⓓ 3

19. $3.\begin{vmatrix} 1 & 1 & y+z \\ 1 & 1 & z+x \\ 1 & 1 & x+y \end{vmatrix}$ নির্ণয়কটি মান কত?

Ⓐ 3+x+y+z Ⓑ 3 (x+y+z) Ⓒ 3 Ⓓ কোনটিই নয়

20. $A = \begin{vmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 4 & 5 & 9 \\ 6 & 7 & 8 \end{vmatrix}$ হলে, 7 উপাদানটির অনুরাশি কোনটি?

Ⓐ −4 Ⓑ 14 Ⓒ −15 Ⓓ 32

☺ Answer Analysis ☺

প্রশ্ন	উত্তর	ব্যাখ্যা
01	D	ম্যাট্রিক্সের সারিগুলোকে কলামে এবং কলামগুলোর সারিতে পরিবর্তন করলে যে ম্যাট্রিক্স পাওয়া যায় তাকে বিম্ব বা রূপান্তরিত ম্যাট্রিক্স বলে।
02	B	যদি $A^T = -A$ হয় তখন তাকে বক্র প্রতিসম ম্যাট্রিক্স বলে। যে কোন ম্যাট্রিক্সের বক্র প্রতিসম ম্যাট্রিক্স পেতে হলে মুখ্য কর্ণ বরাবর উপাদানগুলো সব শূন্য হতে হবে। সুতরাং $a = 0, b = 0$ এবং $c = 0$।
03	A	সমঘাতি ম্যাট্রিক্সের ক্ষেত্রে $A^2 = A$ হতে হয়। option (A) এর ক্ষেত্রে $\begin{bmatrix} 2 & -2 & -4 \\ -1 & 3 & 4 \\ 1 & -2 & -3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 2 & -2 & -4 \\ -1 & 3 & 4 \\ 1 & -2 & -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -2 & -4 \\ -1 & 3 & 4 \\ 1 & -2 & -3 \end{bmatrix}$

CamScanner

প্রশ্ন	উত্তর	ব্যাখ্যা
04	C	ম্যাট্রিক্সের ট্রেস = প্রাইমারি কর্ণের উপাদান গুলোর যোগফল $\therefore$ ট্রেস $= 1+4+3=8$
05	B	$M \rightarrow 4\times3 \quad 3\times5 \leftarrow N$ MN এর আকার 4×5
06	A	C B A $5\times4\ \ 4\times2\ \ 2\times3$ 5×3
07	A	বর্গাকার ম্যাট্রিক্স A এর ক্ষেত্রে $A^2=A$ হলে A একটি সমঘাতি ম্যাট্রিক্স।
08	D	অপশন টেস্ট করলেই হবে। অর্থাৎ যে অপশনের সাথে A ম্যাট্রিক্স গুণ করলে AB ম্যাট্রিক্স পাওয়া যায় সে অপশনটিই সঠিক ।
09	B	$AB=\begin{bmatrix}1 & i\\-i & 1\end{bmatrix}\times\begin{bmatrix}i & -1\\-1 & -i\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}i-i & -1-i^2\\-i^2-1 & i-i\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & 0\\0 & 0\end{bmatrix}$
10	A	$\begin{pmatrix}m-2 & 6\\2 & m-3\end{pmatrix}=0$ $\Rightarrow m^2-3m-2m+6=0$ $\Rightarrow m^2-5m-6=0$ $\Rightarrow (m-6)(m+1)=0$ $\therefore m=6,-1$
11	D	$A=\begin{bmatrix}1 & 2\\3 & 4\end{bmatrix}$ $\therefore A^{-1}=\frac{1}{Det(A)}adj(A)$ $=\frac{1}{4-6}\begin{bmatrix}4 & -2\\-3 & 1\end{bmatrix}=-\frac{1}{2}\begin{bmatrix}4 & -2\\-3 & 1\end{bmatrix}$
12	B	Singular matrix does not have any inverse matrix.
13	A	$\begin{vmatrix}1 & 1 & 1\\1 & 2 & 3\\1 & 4 & k\end{vmatrix}=2$ $\Rightarrow 1(2k-12)-\ \ -3)+1(4-2)=2 \therefore k=9$
14	C	$\begin{vmatrix}3 & x\\2 & 1\end{vmatrix}=-1$ Or, $3-2x=-1$ Or, $2x=4$ Or, $x=2$
15	B	$a=1, b=2, c=3$ হলে $\Delta=0$
16	A	$p=1, q=2, r=3$ $\begin{vmatrix}1 & 2 & 5\\2 & 2 & 4\\3 & 2 & 3\end{vmatrix}=1(6-8)-2(6-12)+5(4-6)=-2+12-10=0$
17	C	6 এর সহগুণক $=-\begin{vmatrix}1 & 2\\7 & 8\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}-1 & -2\\7 & 8\end{vmatrix}$
18	B	কোন নির্ণায়কের দুটি সারি বা কলাম সদৃশ হলে ঐ নির্ণায়কের মান শূন্য।
19	D	$3.\begin{vmatrix}1 & 1 & y+z\\1 & 1 & z+x\\1 & 1 & x+y\end{vmatrix}=0$ [যেহেতু নির্ণায়কের পাশাপাশি দুইটি কলামের উপাদান একই।]
20	B	7 এর অনুরাশি $=\begin{vmatrix}2 & 1\\4 & 9\end{vmatrix}=18-4=14$

অধ্যায় ০২ ভেক্টর

গণিত ১ম পত্র

TOPICS	সাজেশনস্	V.V.I RATE
TOPIC-01	ভেক্টর রাশির যোগ-বিয়োগ এবং মান নির্ণয় সংক্রান্ত	★
TOPIC-02	দুটি ভেক্টরের গুণন (ডট গুণন ও ক্রস গুণন) সম্পর্কিত গাণিতিক প্রয়োগ	★
TOPIC-03	দুটি ভেক্টরের মধ্যবর্তী কোণ নির্ণয় সম্পর্কিত গাণিতিক প্রয়োগ	★
TOPIC-04	অভিক্ষেপ এবং উপাংশ নির্ণয় সম্পর্কিত গাণিতিক প্রয়োগ	★★
TOPIC-05	ক্ষেত্রফল নির্ণয় সম্পর্কিত গাণিতিক প্রয়োগ	★★
TOPIC-06	তিনটি ভেক্টর এক সমতলীয় হওয়া সম্পর্কিত গাণিতিক প্রয়োগ	★★★
TOPIC-07	সমান্তরাল একক ভেক্টর ও লম্ব একক ভেক্টর নির্ণয়	★

এক নজরে গুরুত্বপূর্ণ সূত্রাবলি

☐ গাণিতিক সমস্যাসমূহ সমাধানের জন্য প্রয়োজনীয় সূত্র ও প্রক্রিয়াসমূহ:

মান নির্ণয়	$\vec{A}=A_x\hat{i}+A_y\hat{j}+A_z\hat{k}$ হলে A ভেক্টরের মান, $\lvert\vec{A}\rvert=A=\sqrt{A_x^2+A_y^2+A_z^2}$
$\vec{A}=A_x\hat{i}+A_y\hat{j}+A_z\hat{k}$ এবং $\vec{B}=B_x\hat{i}+B_y\hat{j}+B_z\hat{k}$ ভেক্টর রাশির যোগ-বিয়োগ এবং গুণন নির্ণয় সংক্রান্ত	• $\vec{A}+\vec{B}=(A_x+B_x)\hat{i}+(A_y+B_y)\hat{j}+(A_z+B_z)\hat{k}$ • $\vec{A}-\vec{B}=(A_x-B_x)\hat{i}+(A_y-B_y)\hat{j}+(A_z-B_z)\hat{k}$ • $\vec{A}.\vec{B}=\lvert\vec{A}\rvert\lvert\vec{B}\rvert\cos\theta=AB\cos\theta$ $=A_xB_x+A_yB_y+A_zB_z$ • $\vec{A}\times\vec{B}=\hat{n}\lvert\vec{A}\rvert\lvert\vec{B}\rvert\sin\theta=\hat{n}AB\sin\theta=\begin{vmatrix}\hat{i} & \hat{j} & \hat{k}\\A_x & A_y & A_z\\B_x & B_y & B_z\end{vmatrix}$
দুটি ভেক্টরের মধ্যবর্তী কোণ নির্ণয়	$\vec{A}$ ও $\vec{B}$ এর মধ্যবর্তী কোণ θ হলে, $\theta=\cos^{-1}\left(\frac{\vec{A}.\vec{B}}{AB}\right)$
$\vec{A}=A_x\hat{i}+A_y\hat{j}+A_z\hat{k}$ ভেক্টর ও একটি অক্ষের মধ্যবর্তী কোণ নির্ণয়	• x অক্ষের সাথে যে কোণ উৎপন্ন করে $\theta_x=\cos^{-1}\left(\frac{\hat{i}\text{ এর সহগ}}{\sqrt{A_x^2+A_y^2+A_z^2}}\right)$ • y অক্ষের সাথে যে কোণ উৎপন্ন করে $\theta_y=\cos^{-1}\left(\frac{\hat{j}\text{ এর সহগ}}{\sqrt{A_x^2+A_y^2+A_z^2}}\right)$ • z অক্ষের সাথে যে কোণ উৎপন্ন করে $\theta_z=\cos^{-1}\left(\frac{\hat{k}\text{ এর সহগ}}{\sqrt{A_x^2+A_y^2+A_z^2}}\right)$
দুটি ভেক্টর পরস্পর লম্ব এবং সমান্তরাল হওয়ার শর্ত সংক্রান্ত	• দুটি ভেক্টর পরস্পর লম্ব হলে $\vec{A}.\vec{B}=0$ $\Rightarrow A_xB_x+A_yB_y+A_zB_z=0$ হবে। • দুটি ভেক্টর সমান্তরাল হলে $\vec{A}\times\vec{B}=0$ or, $\frac{A_x}{B_x}=\frac{A_y}{B_y}=\frac{A_z}{B_z}$ হবে।
$\vec{A}$ ও $\vec{B}$ ভেক্টরদ্বয় ক্ষেত্রফল নির্ণয় সংক্রান্ত	• সামান্তরিকের সন্নিহিত বাহু ধরে ক্ষেত্রফল $=\lvert\vec{A}\times\vec{B}\rvert$ • সামান্তরিকের কর্ণ ধরে ক্ষেত্রফল $=\frac{1}{2}\lvert\vec{A}\times\vec{B}\rvert$ • ত্রিভুজের সন্নিহিত বাহু ধরে ক্ষেত্রফল $=\frac{1}{2}\lvert\vec{A}\times\vec{B}\rvert$ • রম্বসের কর্ণ ধরে ক্ষেত্রফল $=\frac{1}{2}\lvert\vec{A}\times\vec{B}\rvert$

CamScanner

সমান্তরাল ও লম্ব একক ভেক্টর সংক্রান্ত	$\bar{A}$ ও $\bar{B}$ ভেক্টরদ্বয়ের লব্ধি বরাবর একক ভেক্টর $\hat{\eta} = \frac{\bar{A}+\bar{B}}{\lvert \bar{A}+\bar{B} \rvert}$
	$\bar{A}$ ও $\bar{B}$ ভেক্টরদ্বয়ের যেই সমতলে অবস্থিত তার লম্ব বরাবর একক ভেক্টর, $\hat{\eta} = \pm\frac{\bar{A}\times\bar{B}}{\lvert \bar{A}\times\bar{B} \rvert}$
অভিক্ষেপ ও উপাংশ নির্ণয় সংক্রান্ত	$\bar{A}$ ভেক্টর বরাবর $\bar{B}$ ভেক্টরের অভিক্ষেপ $B\cos\theta = \frac{\bar{A}.\bar{B}}{\lvert\bar{A}\rvert}$
	$\bar{A}$ ভেক্টর বরাবর $\bar{B}$ ভেক্টরের উপাংশ $\frac{\bar{A}.\bar{B}}{\lvert\bar{A}\rvert}\hat{a}$
	$\bar{B}$ ভেক্টর বরাবর $\bar{A}$ ভেক্টরের অভিক্ষেপ $A\cos\theta = \frac{\bar{A}.\bar{B}}{\lvert\bar{B}\rvert}$
	$\bar{B}$ ভেক্টর বরাবর $\bar{A}$ ভেক্টরের উপাংশ $\frac{\bar{A}.\bar{B}}{\lvert\bar{B}\rvert}\hat{b}$
তিনটি ভেক্টর এক সমতলীয় হওয়া সম্পর্কিত গাণিতিক প্রয়োগ	$\bar{A} = A_x\hat{i}+A_y\hat{j}+A_z\hat{k}$, $\bar{B} = B_x\hat{i}+B_y\hat{j}+B_z\hat{k}$ এবং $\bar{C} = C_x\hat{i}+C_y\hat{j}+C_z\hat{k}$ ভেক্টরত্রয় একই সমতলে থাকার শর্ত: $\begin{vmatrix} A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \\ C_x & C_y & C_z \end{vmatrix} = 0$.
	$\vec{A}.(\vec{B}\times\vec{C}) = \vec{B}.(\vec{C}\times\vec{A}) = \vec{C}.(\vec{A}\times\vec{B}) = 0$ হয়।

জাতীয় বিশ্ববিদ্যালয়ের জন্য কমনউপযোগী গুরুত্বপূর্ণ প্রশ্ন

01. $\vec{a} = t\hat{i}+2\hat{j}+3\hat{k}$ এবং $\lvert\vec{a}\rvert = 7$ হলে t এর মান কত? [JU. 14-15]

A. 4 B. −3
C. 6 D. $\frac{3}{4}$

S C WhY $\lvert\vec{a}\rvert = \sqrt{t^2+2^2+3^2} = 7$
$\Rightarrow t^2+13 = 49 \Rightarrow t^2 = 36 \Rightarrow t = 6$

02. $\overrightarrow{OA} = 5\hat{i}-2\hat{j}+6\vec{k}$ এবং $\overrightarrow{OB} = 7\hat{i}-5\hat{j}+8\vec{k}$ $\overrightarrow{AB}$ কত? [CU. 18-19]

A. $12\hat{i}-7\hat{j}+6\vec{k}$ B. $-2\hat{i}+3\hat{j}-2\vec{k}$
C. $2\hat{i}-3\hat{j}+2\vec{k}$ D. $12\hat{i}-3\hat{j}-14\vec{k}$

S C WhY $\overrightarrow{OA} = 5\hat{i}-2\hat{j}+6\vec{k}$
$\overrightarrow{OB} = 7\hat{i}-5\hat{j}+8\vec{k}$; $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OA} = 2\hat{i}-3\hat{j}+2\vec{k}$

03. ভেক্টর $\overrightarrow{OA} = 2\hat{i}+3\hat{j}-4\hat{k}$ এবং ভেক্টর $\overrightarrow{OB} = 4\hat{i}-3\hat{j}+2\hat{k}$ হলে, $\lvert\overrightarrow{AB}\rvert$ এর মান- [JnU. 09-10; DU-7Clg. 19-20; CU-F. 12-13]

A. $4\sqrt{19}$ B. 2
C. $2\sqrt{19}$ D. $4\sqrt{29}$ C

04. $\vec{P} = a\hat{i}-2\hat{j}+\hat{k}$ এবং $\vec{Q} = 2a\hat{i}-a\hat{j}-4\hat{k}$ পরস্পর লম্ব হলে, a-এর মান কত? [DU-A. 22-23; RU. Astrazeneca, Set-1. 20-21; CU-A, Set-3. 20-21; CU. 16-17, 15-16, 11-12; MBSTU. 11-12; BSMRSTU. 11-12; PUST 11-12; NSTU. 19-20]

A. 1, 2 B. −1, 2 C. 1, −2 D. −1, −2

S C WhY $\vec{P}.\vec{Q} = 0 \Rightarrow a.2a+(-2)(-a)+1(-4) = 0$
$\Rightarrow 2a^2+2a-4 = 0 \Rightarrow a^2+a-2 = 0$
$\Rightarrow a^2+2a-a-2 = 0 \Rightarrow a(a+2)-1(a+2) = 0$
$\Rightarrow (a-1)(a+2) = 0 \Rightarrow a = 1, -2$

05. $\vec{P} = (2\hat{i}-\hat{j}+3\hat{k})$ এবং $\vec{Q} = (6\hat{i}-3\hat{j}+m\hat{k})$ ভেক্টরদ্বয়ের জন্য m এর মান কত হলে $\vec{P}$ এবং $\vec{Q}$ পরস্পর সমান্তরাল হবে? [JU-A, 19-20]

A. m = 3 B. m = −9 C. m = −3 D. m = 9

S D WhY দুটি ভেক্টর সমান্তরাল হলে, $\frac{A_x}{B_x} = \frac{A_y}{B_y} = \frac{A_z}{B_z}$
$\therefore \frac{2}{6} = \frac{3}{m} \Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{3}{m} \Rightarrow m = 9$

06. 5 একক এবং 6 একক মানের দুটি ভেক্টর কোন বিন্দুতে 60° কোণে ক্রিয়াশীল। A . B কত? [JU, 17-18]

A. 15 B. 20 C. 25 D. 35

S A WhY $A.B = AB\cos\theta = 5.6.\cos60° = 15$

07. মান শূন্য নয় এমন দুটি ভেক্টরের ডট গুণফল শূন্য হলে ভেক্টরদ্বয় পরস্পর- [JU, 11-12]

A. লম্ব B. সমান্তরাল C. সমান D. কোনটিই নয়

S A WhY ভেক্টরদ্বয় পরস্পর লম্ব হলে এদের ডট গুণফল শূন্য হয়

08. $\vec{P} = 6\hat{i}$ এবং $\vec{Q} = 7\hat{i}$ হলে $\vec{P}$ ও $\vec{Q}$ এর মধ্যবর্তী কোণ কত? [JU-C, [illegible] 22-23]

A. 180° B. 120° C. 90° D. 0°

S D WhY $\vec{P} = 6\hat{i}$ ও $\vec{Q} = 7\hat{i}$
$\cos\theta = \frac{\vec{P}.\vec{Q}}{\lvert\vec{Q}\rvert.\lvert\vec{Q}\rvert} = \frac{6\hat{i}.7\hat{i}}{6.7} \Rightarrow \cos\theta = 1 \Rightarrow \theta = \cos^{-1}(1) \Rightarrow \theta = 0°$

09. $a\hat{i}-3a\hat{j}-4\hat{k}$ এবং $a\hat{i}+2\hat{j}-2\hat{k}$ ভেক্টরদ্বয় পরস্পর লম্ব হলে a এর মান- [JU-C, 19-20]

A. 1, 1 B. 2, 3 C. 1, 4 D. 2, 4

S D WhY ভেক্টরদ্বয় পরস্পর লম্ব হলে, $a^2-6a+8 = 0$
$\Rightarrow a^2-4a-2a+8 = 0 \Rightarrow a(a-4)-2(a-4) = 0 \therefore a = 4, 2$

10. $\vec{A} = 3\hat{i}+\hat{j}-2\vec{k}$, $\vec{B} = 2\hat{i}-2\hat{j}+\vec{k}$ এবং $\vec{C} = \hat{i}+3\hat{j}-2\vec{k}$ হলে, $\vec{B}.(\vec{C}+\vec{A})$ এর মান কত? [JU, 09-10]

A. 5 B. 3 C. 1 D. 0

S D WhY $\vec{C} = \hat{i}+3\hat{j}-2\vec{k}$;
$\vec{A} = 3\hat{i}+\hat{j}-2\vec{k}$; $\vec{C}+\vec{A} = 4\hat{i}+4\hat{j}-4\vec{k}$
$B = 2\hat{i}-\hat{j}+\vec{k}$; $\vec{B}(\vec{C}+\vec{A}) = 8-4-4 = 8-8 = 0$

11. $2\hat{i}+2\hat{j}$ ভেক্টরটি x-অক্ষের সাথে কত ডিগ্রী কোণ তৈরি করে? [JU-A, Set-B, 20-21]

A. 30° B. 45° C. 90° D. 180°

S B WhY x অক্ষের সাথে উৎপন্ন কোণ, $= \cos^{-1}\frac{2}{\sqrt{2^2+2^2}} = \cos^{-1}\frac{2}{2\sqrt{2}} = 45°$

12. দুটি ভেক্টর $\vec{a}$ ও $\vec{b}$ এর স্কেলার গুণফল ধনাত্মক হলে ভেক্টর দুটির মধ্যবর্তী কোণ। [JU, 09-10]

A. সূক্ষ্মকোণ B. স্থূলকোণ C. সমকোণ D. কোনটিই নয়

S A WhY $\vec{a}.\vec{b} = \vec{a}.\vec{b}\cos\theta$ বা $\cos\theta = \frac{a.b}{ab}$
$\vec{a}.\vec{b} = 0$ হলে $\cos\theta > 0$ ∴ সূক্ষ্মকোণ।

13. $2\hat{i}-\hat{j}+2\hat{k}$ ভেক্টরটি y-অক্ষের সাথে যে কোণ তৈরী করে তার মান হলো- [JU, 16-17; KU, 12-13]

A. $\cos^{-1}\left(\frac{2}{3}\right)$ B. $\cos^{-1}\left(-\frac{1}{3}\right)$ C. $\cos^{-1}\left(\frac{-2}{3}\right)$ D. $\cos^{-1}\left(\frac{1}{3}\right)$

S B WhY $2\hat{i}-\hat{j}+2\hat{k}$ ভেক্টরটি y অক্ষের সাথে θ কোণ করলে,
$\theta = \cos^{-1}\frac{\hat{j} \text{ এর সহগ}}{\text{ভেক্টরটির মান}} = \cos^{-1}\left(\frac{-1}{\sqrt{2^2+(-1)^2+2^2}}\right) = \cos^{-1}\left(\frac{-1}{3}\right)$

CamScanner

14. যদি $\vec{A} = \hat{i} + 2\hat{j} + p\hat{k}$ এবং $\vec{B} = 3\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}$ হয় এবং $(\vec{A}+\vec{B})$ এবং $(\vec{A}-\vec{B})$ ভেক্টর দুইটি পরস্পর লম্ব হলে নিচের কোনটি সত্য? [CU-D, Set-2, 20-21]

A. $p = -3$ B. $p = 2$ C. $p = 9$ D. $p = -5$

S Ⓐ Why $|\vec{A}| = \sqrt{1+4+p^2} = \sqrt{p^2+5}$

$|\vec{B}| = \sqrt{9+1+4} = \sqrt{14}$

যেহেতু $(\vec{A}+\vec{B}) \perp (\vec{A}-\vec{B})$ $\therefore (\vec{A}+\vec{B}).(\vec{A}-\vec{B}) = 0$

$\Rightarrow |\vec{A}|^2 - |\vec{B}|^2 = 0 \Rightarrow (p^2+5) - 14 = 0 \quad \therefore p = \pm 3$

15. $\bar{B} = 6\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k}$ ভেক্টরের উপর $\bar{A} = 2\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$ ভেক্টরের অভিক্ষেপ- [RU. 16-17; DU. 09-10; KU. 13-14; CU. 10-11; JUST-A. 15-16]

A. $\frac{8}{7}$ B. $\frac{7}{8}$ C. $\frac{8}{5}$ D. $\frac{5}{8}$

S Ⓐ Why অভিক্ষেপ $= \frac{\vec{A}.\vec{B}}{B} = \frac{6.2 - 3.2 + 2.1}{\sqrt{6^2 + (-3)^2 + 2^2}} = \frac{8}{7}$

16. $\vec{B} = 2\hat{i} + 10\hat{j} - 11\hat{k}$ ভেক্টর বরাবর $\vec{A} = 2\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$ ভেক্টরের উপাংশের মান? [CU. 07-08; MBSTU. 13-14]

A. $\frac{13}{15}$ B. $\frac{12}{15}$ C. $\frac{13}{14}$ D. $\frac{12}{14}$

S Ⓐ Why $\vec{B}$ বরাবর $\vec{A}$ ভেক্টরের উপাংশ

$= \frac{\vec{A}.\vec{B}}{|\vec{B}|} = \frac{4+20-11}{\sqrt{(2)^2 + (10)^2 + (-11)^2}} = \frac{13}{15}$

17. $\vec{a} = 2\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k}$ ভেক্টর বরাবর $\vec{b} = 3\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}$ ভেক্টরের অংশক- [IU. 17-18]

A. $\frac{1}{3}(2\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k})$ B. $\frac{1}{6}(2\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k})$

C. $\frac{1}{9}(2\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k})$ D. $\frac{1}{12}(2\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k})$

S Ⓒ Why $\vec{a} = 2\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}$; $\vec{b} = 3\hat{i} - 3\hat{j} + \hat{k}$

$\vec{a}$ ভেক্টর বরাবর $\vec{b}$ ভেক্টরের অংশক $= \frac{\vec{a}.\vec{b}}{|\vec{a}|}.\hat{a}$

$= \frac{\vec{a}.\vec{b}}{|\vec{a}|}.\frac{\vec{a}}{|\vec{a}|} = \frac{(6-3-2)}{\sqrt{9}}.\frac{2\hat{i}+\hat{j}-2\hat{k}}{\sqrt{9}} = \frac{1}{9}(2\hat{i}+\hat{j}-2\hat{k})$

18. $\vec{a} = 2\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}$ ভেক্টর বরাবর $\vec{b} = 2\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k}$ ভেক্টরের উপাংশ হবে- [KU. 14-15]

A. $\vec{a}$ B. $\frac{1}{\vec{a}}$ C. $\frac{1}{2}\vec{a}$ D. কোনটিই নয়

S Ⓐ Why উপাংশ $= \frac{\vec{a}.\vec{b}}{a}\hat{a} = \frac{10-3-4}{\sqrt{4+1+4}}.\hat{a} = \frac{3}{3}.\hat{a} = \hat{a}$

19. কোন সামান্তরিকের কর্ণদ্বয় $3\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}$ এবং $\hat{i} - 3\hat{j} + 4\hat{k}$ দ্বারা সূচিত হলে সামান্তরিকটির ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক? [RU. 16-17]

A. $5\sqrt{3}$ B. $4\sqrt{3}$ C. $3\sqrt{3}$ D. $2\sqrt{3}$

S Ⓐ Why ধরি, $\vec{A} = 3\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}$; $\vec{B} = \hat{i} - 3\hat{j} + 4\hat{k}$

$$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 3 & 1 & -2 \\ 1 & -3 & 4 \end{vmatrix}$$

$= \hat{i}(4-6) - \hat{j}(12+2) + \hat{k}(-9-1) = -2\hat{i} - 14\hat{j} - 10\hat{k}$

$|\vec{A} \times \vec{B}| = \sqrt{(-2)^2 + (-14)^2 + (-10)^2} = \sqrt{300} = 10\sqrt{3}$

$\vec{A}$ ও $\vec{B}$ ভেক্টর দুটি সামান্তরিকের কর্ণ হলে সামান্তরিক এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}|\vec{A} \times \vec{B}| = \frac{1}{2} \times 10\sqrt{3} = 5\sqrt{3}$

20. তিনটি ভেক্টর $\bar{A}$, $\bar{B}$ এবং $\bar{C}$ সমতলীয় হওয়ার শর্ত হল- [RU. ...]

A. $\bar{A}.(\bar{B} \times \bar{C}) = 0$ B. $\bar{A}.\bar{B}.\bar{C} = 0$ C. $\bar{A} \times (\bar{B} \times \bar{C}) = 0$ D. $(\bar{A}.\bar{B}) \times \bar{C} = ...$

S Ⓐ Why তিনটি ভেক্টর সমতলীয় হওয়ার শর্ত হচ্ছে যেকোন দুটি ভেক্টর এর ক্রস গুণন এর সাথে অপর ভেক্টরের ডট গুণন করলে শূন্য হবে।

21. $a\hat{i} + \frac{1}{2}\hat{j} + \frac{1}{3}\hat{k}$ ভেক্টরটি একক ভেক্টর হলে a এর মান কত? [RU. ...]

A. $\pm\frac{6}{5}$ B. $\pm\frac{6}{\sqrt{23}}$ C. $\pm\frac{\sqrt{11}}{6}$ D. $\pm\frac{\sqrt{23}}{6}$

S Ⓓ Why $a\hat{i} + \frac{1}{2}\hat{j} + \frac{1}{3}\hat{k}$ একটি একক ভেক্টর,

$\therefore \sqrt{a^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{3}\right)^2} = 1 \Rightarrow a^2 + \frac{1}{4} + \frac{1}{9} = 1 \Rightarrow a^2 = 1 - \frac{1}{4} - \frac{1}{9}$

$\Rightarrow a^2 = \frac{36-9-4}{36} = \frac{23}{36} \quad \therefore a = \pm\frac{\sqrt{23}}{6}$

PRIME TEST

01. $\vec{A} = \hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$ ভেক্টরটির $\vec{B} = \hat{i} + \hat{j}$ ভেক্টর অভিমুখে অংশক কত?

Ⓐ 3 Ⓑ 6 Ⓒ $\frac{3}{\sqrt{2}}$ Ⓓ $\sqrt{\frac{7}{2}}$

02. যে ভেক্টরের মডুলাস ও দিক স্থির অথচ অবস্থান স্থির নয় তাকে বলা হয়-

Ⓐ সমান ভেক্টর Ⓑ বিপরীত ভেক্টর Ⓒ শূন্য ভেক্টর Ⓓ মুক্ত ভেক্টর

03. ভেক্টর $\vec{OA} = 2i + 3j - 4k$ এবং ভেক্টর $\vec{OB} = 4i - 3j + 2k$ হলে $|\vec{AB}|$ এর মান-

Ⓐ $4\sqrt{19}$ Ⓑ 2 Ⓒ $2\sqrt{19}$ Ⓓ $4\sqrt{29}$

04. $\vec{OA} = 5\hat{i} - 2\hat{j} + 6\hat{k}$ এবং $\vec{OB} = 7\hat{i} - 5\hat{j} + 8\hat{k}$ $\vec{AB}$ কত?

Ⓐ $12\hat{i} - 7\hat{j} + 6\hat{k}$ Ⓑ $-2\hat{i} + 3\hat{j} - 2\hat{k}$ Ⓒ $2\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k}$ Ⓓ $12\hat{i} - 3\hat{j} - 14\hat{k}$

05. ভেক্টর $\vec{r} = 3\hat{i} + 4\hat{j} + \sqrt{11}\hat{k}$ এর মান (magnitude) কত?

Ⓐ 10 Ⓑ 18 Ⓒ 12 Ⓓ 6

06. তিনটি ভেক্টর $2\hat{i} - 3\hat{j}$, $-9\hat{i} - 5\hat{j}$ এবং $4\hat{i} + 8\hat{j}$ এর লব্ধি ভেক্টরের দিক কোনটি?

Ⓐ +x বরাবর Ⓑ −x বরাবর Ⓒ −y বরাবর Ⓓ +y বরাবর

07. $\vec{A} = 3\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$ এবং $\vec{B} = \hat{i} - 3\hat{j} + 5\hat{k}$ হলে $\vec{A}.\vec{B} = ?$

Ⓐ 11 Ⓑ 12 Ⓒ 13 Ⓓ 14

08. ভেক্টর $\vec{u} = \vec{i} + \vec{j}$ ও $\vec{v} = \vec{j} + \vec{k}$ এর অন্তর্ভুক্ত কোণ-

Ⓐ $\cos^{-1}(1/\sqrt{3})$ Ⓑ $\cos^{-1}(1/3)$ Ⓒ $\cos^{-1}(1/2)$ Ⓓ $\cos^{-1}(1/\sqrt{2})$

09. যদি ভেক্টর $A = 3\hat{i} - 5\hat{j} + \sqrt{2}\hat{k}$ হয় তাহলে x অক্ষ এবং ভেক্টরটির মধ্যবর্তী কোণ কত?

Ⓐ 60° Ⓑ 30° Ⓒ 90° Ⓓ 0°

10. $2\hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k}$ এবং $4\hat{i} - 2\hat{j} + 6\hat{k}$ ভেক্টরদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণ কত?

Ⓐ 45° Ⓑ 90° Ⓒ 180° Ⓓ 0°

CS CamScanner

11. p-এর মান কত হলে $\vec{A} = p\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$ এবং $2p\hat{i} - p\hat{j} - 4\hat{k}$ এই দুইটি ভেক্টর পরস্পর লম্ব হবে।
Ⓐ (−2, 1) Ⓑ (2, 3) Ⓒ (−3, 5) Ⓓ (4, 6)

12. λ-এর কোন মানের জন্য $2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$, $\hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k}$ এবং $4\hat{i} - \hat{j} + \lambda\hat{k}$ ভেক্টর তিনটি সমতলীয় হবে?
Ⓐ 5 Ⓑ 3 Ⓒ $\frac{5}{3}$ Ⓓ $\frac{3}{5}$

13. $\vec{b} = 6\hat{i} + 7\hat{j} - 6\hat{k}$ ভেক্টর বরাবর $\vec{a} = 2\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$ ভেক্টরের উপাংশ হলো-
Ⓐ $\frac{8}{121}\vec{b}$ Ⓑ $\frac{-8}{121}\vec{b}$ Ⓒ $\frac{8}{121}\vec{a}$ Ⓓ $\frac{-8}{121}\vec{a}$

14. $\vec{P} = 5\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k}$ ভেক্টরের উপর $\vec{Q} = 2\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}$ ভেক্টরের অভিক্ষেপ-
Ⓐ $\frac{5}{\sqrt{38}}$ Ⓑ $\frac{3}{\sqrt{38}}$ Ⓒ $\frac{2}{\sqrt{38}}$ Ⓓ $\frac{1}{\sqrt{38}}$

15. $\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ বরাবর একক ভেক্টর কোনটি?
Ⓐ $\frac{\hat{i}+\hat{j}+\hat{k}}{\sqrt{3}}$ Ⓑ $\frac{\hat{i}-\hat{j}+\hat{k}}{3}$ Ⓒ $\hat{i}-\hat{j}+\hat{k}$ Ⓓ $\frac{\hat{i}-\hat{j}+\hat{k}}{\sqrt{3}}$

16. $\vec{a} = 4\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k}$ ও $\vec{b} = 2\hat{i} - 3\hat{j} + 4\hat{k}$ ভেক্টর দুইটি যে সামান্তরিকের সন্নিহিত বাহু তার ক্ষেত্রফল হবে-
Ⓐ $3\sqrt{3}$ sq units Ⓑ $6\sqrt{3}$ sq units Ⓒ $6\sqrt{6}$ sq units Ⓓ $3\sqrt{6}$ sq units

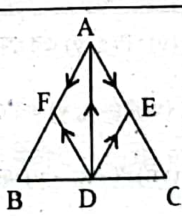
17. a এর মান কত হবে $\frac{1}{2}\hat{i} + \frac{1}{2}\hat{j} + a\hat{k}$ ভেক্টরটি একটি একক ভেক্টর হবে-
Ⓐ $\pm\frac{2}{3}$ Ⓑ $\pm\frac{\sqrt{15}}{6}$ Ⓒ $\pm\frac{7}{6}$ Ⓓ $\pm\frac{1}{\sqrt{2}}$

18. অন্তর্ভুক্ত কোণের মান $\cos^{-1}\left(-\frac{\sqrt{13}}{2\sqrt{7}}\right)$ হলে তা নিচের কোন ভেক্টরদ্বয়ের জন্য সত্য?
Ⓐ $(2\hat{i}-3\hat{j}-\hat{k})$ এবং $(\hat{i}+4\hat{j}+3\hat{k})$ Ⓑ $(2\hat{i}+3\hat{j}-3\hat{k})$ এবং $(\hat{i}+4\hat{j}+3\hat{k})$
Ⓒ $(2\hat{i}-3\hat{j}-3\hat{k})$ এবং $(\hat{i}+4\hat{j}-3\hat{k})$ Ⓓ $(2\hat{i}+3\hat{j}-\hat{k})$ এবং $(\hat{i}-4\hat{j}-3\hat{k})$

19. $\bar{i} \times \bar{k}$ = কোনটি?
Ⓐ $\bar{j}$ Ⓑ $\bar{i}$ Ⓒ $-\bar{k}$ Ⓓ $-\bar{j}$

20. ABC ত্রিভুজের BC, CA, এবং AB বাহুর মধ্যবিন্দুগুলো যথাক্রমে D, E এবং F হলে-
Ⓐ $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$ Ⓑ $\overrightarrow{DA} = \overrightarrow{DF} + \overrightarrow{DE}$
Ⓒ $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ Ⓓ $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{CF}$

☺ Answer Analysis ☺

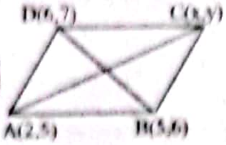
প্রশ্ন	উত্তর	ব্যাখ্যা
01	C	$\vec{A} = \hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$ এবং $\vec{B} = \hat{i} + \hat{j}$ ∴ $\vec{A}$ ভেক্টরের $\vec{B}$ ভেক্টরের অভিমুখে অংশক $= \frac{1.1 + 2.1 + 0.1}{\sqrt{1^2 + 1^2}} = \frac{3}{\sqrt{2}}$
02	D	যে ভেক্টরের মডুলাস ও দিক স্থির অথচ অবস্থান স্থির নয় তাকে মুক্ত ভেক্টর বলে।
03	C	
04	C	$\overrightarrow{OA} = 5\hat{i} - 2\hat{j} + 6\hat{k}$; $\overrightarrow{OB} = 7\hat{i} - 5\hat{j} + 8\hat{k}$ $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = 2\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k}$
05	D	$\lvert\vec{r}\rvert = \sqrt{(3)^2 + (4)^2 + (\sqrt{11})^2} = \sqrt{36} = 6$
06	B	লব্ধি ভেক্টর $= 2\hat{i} - 3\hat{j} - 9\hat{i} - 5\hat{j} + 4\hat{i} + 8\hat{j} = -3\hat{i}$ (−x বরাবর)
07	D	$\vec{A}.\vec{B} = 3 + 6 + 5 = 14$
08	C	অন্তর্ভুক্ত কোণ $\alpha = \cos^{-1}\left(\frac{\vec{u}.\vec{v}}{uv}\right) = \cos^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}\right) = \cos^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$
09	A	$\theta = \cos^{-1}\left(\frac{3}{\sqrt{3^2 + 5^2 + \sqrt{2}^2}}\right) = \cos^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) = 60°$
10	D	
11	A	ভেক্টর দ্বয় পরস্পর লম্ব। তাই তাদের ডটগুণন = শূন্য ∴ $2p^2 + 2p - 4 = 0$ বা, $p^2 + p - 2 = 0$ বা, $p^2 + 2p - p - 2 = 0$ বা, $p(p+2) - 1(p+2) = 0$ বা, $(p+2)(p-1) = 0$ ∴ $p = 1, -2$
12	D	
13	B	$\vec{b} = 6\hat{i} + 7\hat{j} - 6\hat{k}$; $\vec{a} = 2\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$ $\vec{b}$ ভেক্টর বরাবর $\vec{a}$ ভেক্টরের উপাংশ $= \frac{\bar{a}.\bar{b}}{\lvert\bar{b}\rvert}.\hat{b} = \frac{\bar{a}.\bar{b}}{\lvert\bar{b}\rvert}.\frac{\bar{b}}{\lvert\bar{b}\rvert} = \frac{-8}{\sqrt{121}}.\frac{\bar{b}}{\sqrt{121}} = \frac{-8}{121}.\bar{b}$
14	B	$Q\cos\theta = \frac{\vec{P}.\vec{Q}}{P} = \frac{10 - 3 - 4}{\sqrt{5^2 + (-3)^2 + 2^2}} = \frac{3}{\sqrt{38}}$
15	D	ধরি, $\bar{A} = \hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ ∴ $\lvert\bar{A}\rvert = \sqrt{1^2 + (-1)^2 + 1^2} = \sqrt{3}$ ∴ $\hat{a} = \frac{\bar{A}}{\lvert\bar{A}\rvert} = \frac{\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}}{\sqrt{3}}$
16	C	$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 4 & -3 & 2 \\ 2 & -3 & 4 \end{vmatrix}$ $= \hat{i}(-12 + 6) - \hat{j}(16 - 4) + \hat{k}(-12 + 6) = -6\hat{i} - 12\hat{j} - 6\hat{k}$ ∴ ক্ষেত্রফল $= \lvert\vec{a} \times \vec{b}\rvert = \sqrt{36 + 144 + 36} = \sqrt{216}$ $= \sqrt{36 \times 6} = 6\sqrt{6}$ sq. units
17	D	প্রদত্ত ভেক্টরের মান $= \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{1}{9} + a^2}$ শর্তমতে, $\sqrt{\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + a^2} = 1 \Rightarrow \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + a^2 = 1$ ∴ $a = \pm\frac{1}{\sqrt{2}}$
18	A	অপশন (A) হতে, $\cos\theta = \frac{(2\hat{i} - 3\hat{j} + \hat{k}).(\hat{i} + 4\hat{j} + 3\hat{k})}{\sqrt{2^2 + 3^2 + 1^2}.\sqrt{1^2 + 4^2 + 3^2}} = \frac{2 - 12 - 3}{\sqrt{14}.\sqrt{26}}$ ∴ $\theta = \cos^{-1}\left(-\frac{\sqrt{13}}{2\sqrt{7}}\right)$
19	D	$\hat{i} \times \hat{k} = -\hat{j}$
20	B	$2\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ $\Rightarrow \overrightarrow{AD} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AF} + \overrightarrow{AE}$ $\Rightarrow \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{FA} + \overrightarrow{EA} = \overrightarrow{DE} + \overrightarrow{DF}$ ∴ $\overrightarrow{DA} = \overrightarrow{DE} + \overrightarrow{DF}$ 

CamScanner

11. যদি A(2, 5), B(5, 6) এবং D(6, 7) বিন্দুগুলো ABCD রম্বসের তিনটি শীর্ষবিন্দু হয়, তবে C এর স্থানাঙ্ক কোনটি? [RU-C, Quartz-2, 22-23; DU. 17-18; KU. 14-15]

A. (8, 9) B. (9, 8) C. (4, 6) D. (6, 4)

[S](B)WhY



শর্তমতে, $2 + x = 6 + 5 \Rightarrow x = 9 \therefore (x, y) = 9, 8$ | আবার, $5 + y = 6 + 7 \Rightarrow y = 8$

12. x-অক্ষ এবং (2, 2) বিন্দু হতে (5, k) বিন্দুটির দূরত্ব সমান হলে k এর মান কত? [JU-A, Set-F, 2021-22]

A. 4/13 B. 4/7 C. 7/4 D. 13/4

[S](D)WhY x অক্ষ হতে (5, k) এর দূরত্ব = |k|

(2, 2) বিন্দু হতে (5, k) এর দূরত্ব $= \sqrt{(5-2)^2 + (k-2)^2}$
$= \sqrt{9 + k^2 - 4k + 4}$

শর্তমতে, $|k| = \sqrt{9 + k^2 - 4k + 4} \Rightarrow k^2 = 9 + k^2 - 4k + 4 \Rightarrow 13/4 = k$

13. (5, 6) বিন্দু হতে 4 একক দূরত্বে অবস্থিত বিন্দুর কোটি 6 হলে ভুজ কত? [CU-A, Set-1, 20-21]

A. 9 অথবা 1 B. 1 অথবা 2 C. 9 অথবা 2 D. 7 অথবা 1

[S](A)WhY (5, 6) বিন্দু হতে 4 একক দূরত্বে অবস্থিত বিন্দুর কোটি 6 হলে, ভুজ $= 5 \pm 4 = 9, 1$

14. ত্রিভুজের বাহুত্রয়ের সমদ্বিখণ্ডকত্রয়ের ছেদবিন্দুকে কি বলা হয়? [KU. 16-17]

A. অন্তকেন্দ্র B. পরিকেন্দ্র C. ভরকেন্দ্র D. লম্বকেন্দ্র

[S](B)WhY ত্রিভুজের বাহুত্রয়ের সমদ্বিখণ্ডকত্রয়ের ছেদবিন্দুকে পরিকেন্দ্র বলে।

15. $y = -5x + 9$ রেখার সাথে লম্ব রেখার ঢাল কোনটি? [JU-A, Set-M, 2023-24; DU. 14-15; JU-A, Set-S, 22-23]

A. 5 B. −5 C. $\frac{1}{5}$ D. $-\frac{1}{5}$

[S](C)WhY $y = -5x + 9$ রেখার ঢাল $m = -5$

$\therefore$ লম্ব রেখার ঢাল $= -\frac{1}{m} = \frac{1}{5}$

16. (2,1) এবং (5,3) বিন্দুগামী সরলরেখার সমান্তরাল সরলরেখার ঢাল কোনটি? [RU-C, যমুনা-৩, 2023-24]

A. $\frac{2}{3}$ B. $-\frac{3}{2}$ C. $\frac{3}{5}$ D. $\frac{5}{3}$

[S](A)WhY (2,1) এবং (5,3) বিন্দুগামী রেখার ঢাল $= \frac{1-3}{2-5}$

$\therefore$ সমান্তরাল সরলরেখার ঢাল $= \frac{2}{3}$

17. $5x + 4y - 6 = 0$ এবং $2x - ky + 6 = 0$ সরলরেখা দুটি পরস্পর লম্ব হলে, k-এর মান কোনটি? [JU-A, Set-N, 22-23]

A. $-\frac{2}{5}$ B. $-\frac{8}{5}$ C. $\frac{5}{2}$ D. $\frac{2}{5}$

[S](C)WhY দুইটি রেখা পরস্পর লম্ব হলে $m_1m_2 = -1$

$\Rightarrow \left(-\frac{5}{4}\right)\frac{2}{k} = -1 \Rightarrow k = \frac{5}{2}$

18. k-এর মান কত হলে, $3x - 4y + 1 = 0$ এবং $6x + ky + 2 = 0$ রেখা দুটি পরস্পর সমান্তরাল হবে? [JU-D, 19-20]

A. $\frac{-9}{2}$ B. − 8 C. $\frac{9}{2}$ D. 8

[S](B)WhY দুইটি রেখা সমান্তরাল হলে $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2}$ হবে, $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2}$

$\Rightarrow \frac{3}{6} = \frac{-4}{k} \Rightarrow k = -8$

19. $2x + 3y + 4 = 0$ এবং $x + my + 4 = 0$ দ্বারা নির্দেশিত দুটো সরল রেখা পরস্পর লম্ব হলে m এর মান– [CU-C, 15-16]

A. $-\frac{2}{3}$ B. $-\frac{3}{2}$ C. $\frac{3}{2}$
D. $\frac{2}{3}$ E. $-\frac{1}{3}$

[S](A)WhY দুইটি রেখা লম্ব হলে $m_1 \times m_2 = -1$ হবে

$\therefore -\frac{2}{3} \times -\frac{1}{m} = -1 \therefore m = -\frac{2}{3}$

20. $3x+7y-2 = 0$ সরলরেখার উপর লম্ব এবং (2, 1) বিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ- [DU. 11-12, 07-08; JnU. 07-08; RU. 18-19; NSTU. 19-20]

A. $3x + 7y - 13 = 0$ B. $7x - 3y - 11 = 0$
C. $7x + 3y - 17 = 0$ D. $7x - 3y - 2 = 0$

[S](B)WhY $3x + 7y - 2 = 0$ রেখার ঢাল $= -\frac{3}{7}$

$\therefore$ $3x+7y-2= 0$ রেখার উপর লম্ব রেখার ঢাল $= \frac{7}{3}$

$\therefore$ লম্ব রেখার সমীকরণ: $y - 1 = \frac{7}{3}(x - 2) \Rightarrow 3y - 3 = 7x - 14 \therefore 7x - 3y - 11 = 0$

21. $2x - 6y + 4 = 0$ রেখার উপর লম্ব রেখার সমীকরণ নিচের কোনটি যা (1, 1) বিন্দুগামী? [JU-A, Set-O, 2021-22; JnU. 17-18]

A. $3x + y - 4 = 0$ B. $3x - y + 4 = 0$
C. $6x + 2y - 4 = 0$ D. $6x + 6y + 4 = 0$

[S](A)WhY $2x - 6y + 4 = 0$ রেখার লম্বরেখা

$6x + 2y + K = 0$ যা (1,1) বিন্দুগামী $\therefore 6 + 2 + K = 0 \Rightarrow K = -8$

$\therefore$ সমীকরণ, $6x + 2y - 8 = 0 \Rightarrow 3x + y - 4 = 0$

22. মূলবিন্দু হতে কোন সরলরেখার লম্বের দৈর্ঘ্য 4 একক এবং অক্ষের সাথে ঐ লম্বের নতি 120° হলে ঐ সরলরেখার সমীকরণ হবে- [IU. 11-12]

A. $x - \sqrt{3}y + 8 = 0$ B. $x - \sqrt{3}y + 4 = 0$
C. $x - \sqrt{3}y + 5 = 0$ D. $x - \sqrt{3}xy + 8 = 0$

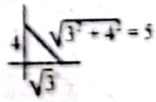
[S](A)WhY $x \cos120^\circ + y \sin120^\circ = 4$

$\Rightarrow x\left(-\frac{1}{2}\right) + y\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 4 \Rightarrow -x + \sqrt{3}y = 8 \Rightarrow x - \sqrt{3}y + 8 = 0$

23. অক্ষদ্বয় দ্বারা $4x + 3y = 12$ সরলরেখার ছেদিত অংশের দৈর্ঘ্য কোনটি? [JU-A, Set-H, 22-23; DU. 03-04; JU. 09-10]

A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

[S](D)WhY $4x + 3y = 12 \Rightarrow \frac{x}{3} + \frac{y}{4} = 1$



$\therefore$ ছেদিত অংশের দৈর্ঘ্য $= \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$ একক

24. $2y-x-6 = 0$ রেখাটির দ্বারা y অক্ষের ছেদাংশ কত? [RU. 09-10]

A. 6 B. 7 C. 3 D. 4

[S](C)WhY $2y - x - 6 = 0 \Rightarrow -x + 2y = 6$

$\Rightarrow \frac{x}{-6} + \frac{y}{3} = 1 \therefore$ y অক্ষের ছেদাংশ = 3

25. A(2, 1) ও B(5, 2) বিন্দু দুইটির সংযোগ রেখাংশের লম্ব সমদ্বিখণ্ডকের সমীকরণ কোনটি? [RU-C, Jupitar-1, Set-1, 2021-22]

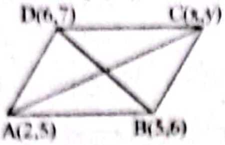
A. $3x + 2y = 12$ B. $3x + y = 12$
C. $6x + 2y = 12$ D. $3x - y = 12$

[S](B)WhY AB এর মধ্যবিন্দু $\left(\frac{7}{2}, \frac{3}{2}\right)$

AB এর সমীকরণ, $y - 1 = \frac{1-2}{2-5}(x - 2) \Rightarrow y - 1 = \frac{1}{3}(x - 2)$

$\Rightarrow x - 3y = -1 \therefore$ লম্বদ্বিখণ্ডকের সমীকরণ $3x+y = 3\left(\frac{7}{2}\right) + \frac{3}{2} \Rightarrow 3x + y = 12$

11. যদি A(2, 5), B(5, 6) এবং D(6, 7) বিন্দুরা ABCD রম্বসের তিনটি শীর্ষবিন্দু হয়, তবে C এর স্থানাঙ্ক কোনটি?
[RU-C, Quartz-2, 22-23; DU. 17-18; KU. 14-15]
A. (8, 9) B. (9, 8) C. (4, 6) D. (6, 4)



S (B) Why শর্তমতে, $2 + x = 6 + 5$ $\Rightarrow x = 9$ $\therefore (x, y) = 9, 8$ | থাকবে, $5 + y = 6 + 7 \Rightarrow y = 8$

12. x-অক্ষ এবং (2, 2) বিন্দু হতে (5, k) বিন্দুটির দূরত্ব সমান হলে k এর মান কত?
[JU-A, Set-F, 2021-22]
A. 4/13 B. 4/7 C. 7/4 D. 13/4

S (D) Why x অক্ষ হতে (5, k) এর দূরত্ব = |k|
(2, 2) বিন্দু হতে (5, k) এর দূরত্ব $= \sqrt{(5-2)^2 + (k-2)^2}$
$= \sqrt{9 + k^2 - 4k + 4}$
শর্তমতে, $|k| = \sqrt{9 + k^2 - 4k + 4} \Rightarrow k^2 = 9 + k^2 - 4k + 4 \Rightarrow 13/4 = k$

13. (5, 6) বিন্দু হতে 4 একক দূরত্বে অবস্থিত বিন্দুর কোটি 6 হলে ভুজ কত?
[CU-A, Set-1, 20-21]
A. 9 অথবা 1 B. 1 অথবা 2 C. 9 অথবা 2 D. 7 অথবা 1

S (A) Why (5, 6) বিন্দু হতে 4 একক দূরত্বে অবস্থিত বিন্দুর কোটি 6 হলে, ভুজ $= 5 \pm 4 = 9, 1$

14. ত্রিভুজের বাহুত্রয়ের সমদ্বিখণ্ডকত্রয়ের ছেদবিন্দুকে কি বলা হয়? [KU. 16-17]
A. অন্তকেন্দ্র B. পরিকেন্দ্র C. ভরকেন্দ্র D. লম্বকেন্দ্র

S (B) Why ত্রিভুজের বাহুত্রয়ের সমদ্বিখণ্ডকত্রয়ের ছেদবিন্দুকে পরিকেন্দ্র বলে।

15. $y = -5x + 9$ রেখার সাথে লম্ব রেখার ঢাল কোনটি?
[JU-A, Set-M, 2023-24; DU. 14-15; JU-A, Set-S, 22-23]
A. 5 B. −5 C. $\frac{1}{5}$ D. $-\frac{1}{5}$

S (C) Why $y = -5x + 9$ রেখার ঢাল $m = -5$
$\therefore$ লম্ব রেখার ঢাল $= -\frac{1}{m} = \frac{1}{5}$

16. (2,1) এবং (5,3) বিন্দুগামী সরলরেখার সমান্তরাল সরলরেখার ঢাল কোনটি?
[RU-C, যমুনা-৩, 2023-24]
A. $\frac{2}{3}$ B. $-\frac{3}{2}$ C. $\frac{3}{5}$ D. $\frac{5}{3}$

S (A) Why (2,1) এবং (5,3) বিন্দুগামী রেখার ঢাল $= \frac{1-3}{2-5}$
$\therefore$ সমান্তরাল সরলরেখার ঢাল $= \frac{2}{3}$

17. $5x + 4y - 6 = 0$ এবং $2x - ky + 6 = 0$ সরলরেখা দুটি পরস্পর লম্ব হলে, k-এর মান কোনটি?
[JU-A, Set-N, 22-23]
A. $-\frac{2}{5}$ B. $-\frac{8}{5}$ C. $\frac{5}{2}$ D. $\frac{2}{5}$

S (C) Why দুইটি রেখা পরস্পর লম্ব হলে $m_1m_2 = -1$
$\Rightarrow \left(-\frac{5}{4}\right)\frac{2}{k} = -1 \Rightarrow k = \frac{5}{2}$

18. k-এর মান কত হলে, $3x - 4y + 1 = 0$ এবং $6x + ky + 2 = 0$ রেখা দুটি পরস্পর সমান্তরাল হবে?
[JU-D, 19-20]
A. $\frac{-9}{2}$ B. −8 C. $\frac{9}{2}$ D. 8

S (B) Why দুইটি রেখা সমান্তরাল হলে $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2}$ হবে, $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2}$
$\Rightarrow \frac{3}{6} = \frac{-4}{k} \Rightarrow k = -8$

19. $2x + 3y + 4 = 0$ এবং $x + my + 4 = 0$ দ্বারা নির্দেশিত দুটো সরল রেখা পরস্পর লম্ব হলে m এর মান−
[CU-C₁, 15-16]
A. $-\frac{2}{3}$ B. $-\frac{3}{2}$ C. $\frac{3}{2}$
D. $\frac{2}{3}$ E. $-\frac{1}{3}$

S (A) Why দুইটি রেখা লম্ব হলে $m_1 \times m_2 = -1$ হবে
$\therefore -\frac{2}{3} \times -\frac{1}{m} = -1 \therefore m = -\frac{2}{3}$

20. $3x+7y-2 = 0$ সরলরেখার উপর লম্ব এবং (2, 1) বিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ-
[DU. 11-12, 07-08; JnU. 07-08; RU. 18-19; NSTU. 19-20]
A. $3x + 7y - 13 = 0$ B. $7x - 3y - 11 = 0$
C. $7x + 3y - 17 = 0$ D. $7x - 3y - 2 = 0$

S (B) Why $3x + 7y - 2 = 0$ রেখার ঢাল $= -\frac{3}{7}$
$\therefore$ $3x+7y-2= 0$ রেখার উপর লম্ব রেখার ঢাল $= \frac{7}{3}$
$\therefore$ লম্ব রেখার সমীকরণ: $y - 1 = \frac{7}{3}(x-2) \Rightarrow 3y - 3 = 7x - 14 \therefore 7x - 3y - 11 = 0$

21. $2x - 6y + 4 = 0$ রেখার উপর লম্ব রেখার সমীকরণ নিচের কোনটি যা (1, 1) বিন্দুগামী?
[JU-A, Set-O, 2021-22; JnU. 17-18]
A. $3x + y - 4 = 0$ B. $3x - y + 4 = 0$
C. $6x + 2y - 4 = 0$ D. $6x + 6y + 4 = 0$

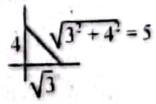
S (A) Why $2x - 6y + 4 = 0$ রেখার লম্বরেখা
$6x + 2y + K = 0$ যা (1,1) বিন্দুগামী $\therefore 6 + 2 + K = 0 \Rightarrow K = -8$
$\therefore$ সমীকরণ, $6x + 2y - 8 = 0 \Rightarrow 3x + y - 4 = 0$

22. মূলবিন্দু হতে কোন সরলরেখার লম্বের দৈর্ঘ্য 4 একক এবং অক্ষের সাথে ঐ লম্বের নতি 120° হলে ঐ সরলরেখার সমীকরণ হবে-
[IU. 11-12]
A. $x - \sqrt{3}y + 8 = 0$ B. $x - \sqrt{3}y + 4 = 0$
C. $x - \sqrt{3}y + 5 = 0$ D. $x - \sqrt{3}xy + 8 = 0$

S (A) Why $x\cos120° + y\sin120° = 4$
$\Rightarrow x\left(-\frac{1}{2}\right) + y\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 4 \Rightarrow -x + \sqrt{3}y = 8 \Rightarrow x - \sqrt{3}y + 8 = 0$

23. অক্ষদ্বয় দ্বারা $4x + 3y = 12$ সরলরেখার ছেদিত অংশের দৈর্ঘ্য কোনটি?
[JU-A, Set-H, 22-23; DU. 03-04; JU. 09-10]
A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

S (D) Why $4x + 3y = 12 \Rightarrow \frac{x}{3} + \frac{y}{4} = 1$



$\therefore$ ছেদিত অংশের দৈর্ঘ্য $= \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$ একক

24. $2y - x - 6 = 0$ রেখাটির দ্বারা y অক্ষের ছেদাংশ কত? [RU. 09-10]
A. 6 B. 7 C. 3 D. 4

S (C) Why $2y - x - 6 = 0 \Rightarrow -x + 2y = 6$
$\Rightarrow \frac{x}{-6} + \frac{y}{3} = 1 \therefore$ y অক্ষের ছেদাংশ = 3

25. A(2, 1) ও B(5, 2) বিন্দু দুইটির সংযোগ রেখাংশের লম্ব সমদ্বিখণ্ডকের সমীকরণ কোনটি?
[RU-C, Jupitar-1, Set-1, 2021-22]
A. $3x + 2y = 12$ B. $3x + y = 12$
C. $6x + 2y = 12$ D. $3x - y = 12$

S (B) Why AB এর মধ্যবিন্দু $\left(\frac{7}{2}, \frac{3}{2}\right)$
AB এর সমীকরণ, $y - 1 = \frac{1-2}{2-5}(x-2) \Rightarrow y - 1 = \frac{1}{3}(x-2)$
$\Rightarrow x - 3y = -1 \therefore$ লম্বদ্বিখণ্ডকের সমীকরণ $3x + y = 3\left(\frac{7}{2}\right) + \frac{3}{2} \Rightarrow 3x + y = 12$

CamScanner

26. $x - y - 2 = 0$ এবং $2x - 2y + 4 = 0$ রেখাদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব- [JU-A, Set-K. 2023-24]

A. $3\sqrt{2}$ B. $\frac{3}{\sqrt{2}}$ C. $2\sqrt{2}$ D. $\sqrt{2}$

S Ⓒ Why ১ম রেখা, $x - y - 2 = 0$
২য় রেখাটি, $2x - 2y + 4 = 0 \Rightarrow x - y + 2 = 0$

$\therefore$ রেখাদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব $= \left|\frac{2+2}{\sqrt{1^2+1^2}}\right| = \frac{4}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$

27. (3, 2) বিন্দু থেকে $4x - 3y + 7 = 0$ রেখার লম্ব দূরত্ব কত? [CU-C_3. 15-16]

A. -1 B. 1 C. $-\frac{12}{7}$
D. $\frac{12}{7}$ E. $\frac{13}{5}$

S Ⓔ Why লম্ব দূরত্ব $= \frac{|4.3 - 3.2 + 7|}{\sqrt{4^2+3^2}} = \frac{13}{5}$

28. $5x - 5\sqrt{3}y + 2 = 0$ এবং $3\sqrt{3}x + 3y - 4 = 0$ রেখা দুটির অন্তর্ভুক্ত কোণ কোনটি? [JU-A, Set-R. 22-23]

A. 30° B. 45° C. 60° D. 90°

S Ⓓ Why $5x - 5\sqrt{3}y + 2 = 0$ | $3\sqrt{3}x + 3y - 4 = 0$

$\therefore m_1 = \frac{1}{\sqrt{3}}$ | $\therefore m_2 = -\sqrt{3}$

$$\therefore \tan\theta = \left|\frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 m_2}\right| = \left|\frac{\frac{1}{\sqrt{3}} + \sqrt{3}}{1 + \frac{1}{\sqrt{3}}(-\sqrt{3})}\right| = \infty \Rightarrow \theta = 90°$$

29. $x + y = 0$ সরলরেখাটি x-অক্ষের সাথে কত কোণ উৎপন্ন করে? [JKKNIU. 19-20]

A. 35° B. 45° C. 115° D. 135°

S Ⓓ Why $x + y = 0$ রেখার ঢাল $\tan\theta = -1$
$\therefore$ রেখাটি x অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে,
$\theta = \tan^{-1}(-1) = 135°$ কোণ উৎপন্ন করে।

30. (1, 2) বিন্দুগামী এবং x-অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে 45° কোণ উৎপন্ন করে এমন সরলরেখার সমীকরণ- [IU-A. 19-20]

A. $y = x - 1$ B. $y = x + 1$ C. $y = -x+1$ D. $y = x$

S Ⓑ Why $y - 2 = \tan45° (x - 1) \Rightarrow y - 2 = x - 1 \Rightarrow y = x + 1$

31. $3x + 5y = 2,\ 2x + 3y = 0,\ ax + by + 1 = 0$ সমবিন্দুগামী হলে a এবং b এর সম্পর্ক- [DU. 14-15]

A. $4a - 6b = 1$ B. $4a - 6b = 2$ C. $6a - 4b = 1$ D. $6a - 4b = 2$

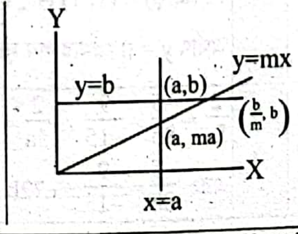
S Ⓒ Why $\begin{vmatrix} 3 & 5 & -2 \\ 2 & 3 & 0 \\ a & b & 1 \end{vmatrix} = 0$

$\Rightarrow 3(3 - 0) - 5(2 - 0) - 2(2b - 3a) = 0 \therefore 6a - 4b = 1$

32. $x = a,\ y = b,\ y = mx$ রেখা তিনটি যে ত্রিভুজ গঠন করে তার ক্ষেত্রফল কোনটি? [CU-A, Set-1. 20-21]

A. $\frac{1}{2}(b - ma)^2$ B. $\frac{1}{2m}(b - ma)^2$
C. $\frac{1}{2m}(ma - b)$ D. $\frac{1}{2m}(b - ma)$

S Ⓑ Why ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল
$= \frac{1}{2}\left|(b - ma)\left(\frac{b}{m} - a\right)\right|$
$= \frac{1}{2|m|}(b - ma)^2$



PRIME TEST

01. $2r\sin^2(\theta/2) = 1$ এর কার্তেসীয় সমীকরণ-
Ⓐ $y^2 = 1 + 2x$ Ⓑ $y^2 = 4(1 - x)$
Ⓒ $y^2 = 4(1+x)$ Ⓓ $x^2 = 4(1+ y)$

02. (2, 270°) বিন্দুটির কার্তেসীয় স্থানাংক কত?
Ⓐ (–2, 0) Ⓑ (0,–2) Ⓒ (2, –2) Ⓓ (0, 0)

03. $(\sqrt{3}, 1)$ বিন্দুটির পোলার স্থানাংক কত?
Ⓐ $\left(2, \frac{5\pi}{3}\right)$ Ⓑ $\left(2, \frac{\pi}{6}\right)$ Ⓒ $\left(\sqrt{2}, \frac{\pi}{3}\right)$ Ⓓ $\left(2, -\frac{\pi}{3}\right)$

04. x-অক্ষের উপর অবস্থিত p বিন্দু থেকে (0, 2) ও (6, 4) বিন্দু দুইটি সমদূরবর্তী হলে p বিন্দুর স্থানাঙ্ক কত?
Ⓐ (2, 0) Ⓑ (0, 2) Ⓒ (4, 0) Ⓓ (0, 4)

05. (1, 1) বিন্দুর সাপেক্ষে (3, 4) বিন্দুর প্রতিবিম্ব কোনটি?
Ⓐ (–2, –3) Ⓑ (–1, –2)
Ⓒ (–3, –4) Ⓓ (–2, 3)

06. (1, 4) এবং (9, 12) বিন্দুদ্বয়ের সংযোজক রেখা যে বিন্দুতে 3:5 অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত হয়, তার স্থানাঙ্ক-
Ⓐ (7, 4) Ⓑ (4, 7) Ⓒ (5, 8) Ⓓ (8, 5)

07. (1, –1) এবং (2, 4) বিন্দুদ্বয়ের সংযোজক সরল রেখার লম্ব সমদ্বিখণ্ডকের সমীকরণ-
Ⓐ $x + 3y - 6 = 0$ Ⓑ $x + 5y - 9 = 0$
Ⓒ $x - 3y - 6 = 0$ Ⓓ $x - 5y - 6 = 0$

08. y-অক্ষের সমান্তরাল এবং $2x - 7y + 11 = 0$ ও $x + 3y = 8$ রেখাদ্বয়ের ছেদবিন্দু দিয়ে অতিক্রমকারী সরলরেখার সমীকরণ-
Ⓐ $13x - 23 = 0$ Ⓑ $3x - 7 = 0$
Ⓒ $7x - 3 = 0$ Ⓓ $23x - 13 = 0$

09. $y = x + 4$ এবং $y = x$ রেখাদ্বয়ের লম্ব দূরত্ব-
Ⓐ 4 একক Ⓑ $2\sqrt{2}$ একক
Ⓒ 2 একক Ⓓ $4\sqrt{2}$ একক

10. α সূক্ষ্ম কোণ হলে, $x\cos\alpha + y\sin\alpha = 4$ এবং $4x + 3y = 5$ সমান্তরাল রেখাদ্বয়ের দূরত্ব-
Ⓐ –1 unit Ⓑ 3 units Ⓒ 1 unit Ⓓ 9 units

11. $4x–3y+2=0$ এবং $8x–6y–9=0$ সমান্তরাল রেখাদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব কোনটি?
Ⓐ $\frac{15}{10}$ Ⓑ $\frac{11}{9}$
Ⓒ $\frac{14}{9}$ Ⓓ $\frac{13}{10}$

12. (4, –2) বিন্দু থেকে $5x + 12y = 3$ রেখার উপর অঙ্কিত লম্বের দৈর্ঘ্য-
Ⓐ $-\frac{7}{13}$ Ⓑ $\frac{8}{9}$
Ⓒ $-\frac{8}{9}$ Ⓓ $\frac{7}{13}$

13. $y = b$ এবং $\sqrt{3}x - y + 1 = 0$ রেখাদ্বয়ের অন্তর্ভুক্ত সূক্ষ্মকোণের মান-
Ⓐ 30° Ⓑ 45°
Ⓒ 60° Ⓓ 90°

14. $x = \alpha$ এবং $\sqrt{3}x - y + 1 = 0$ রেখাদ্বয়ের মধ্যবর্তী সূক্ষকোণের মান-
Ⓐ 30° Ⓑ 45°
Ⓒ 60° Ⓓ 75°

15. একটি সরলরেখা অক্ষদ্বয় হতে সমান অংশ ছেদ করে এবং (α, β) বিন্দু দিয়ে যায়, রেখাটির সমীকরণ নীচের কোনটি?
Ⓐ $x + y = \alpha + \beta$ Ⓑ $x - y = \alpha + \beta$
Ⓒ $x - y = \alpha - \beta$ Ⓓ $x + y = \alpha - \beta$

CamScanner

16. k-এর মান কত হলে, $2x - y + 7 = 0$ এবং $3x + ky - 5 = 0$ রেখা দুটি পরস্পর লম্ব হবে?

Ⓐ 6 Ⓑ 8 Ⓒ 10 Ⓓ 12

17. m এর মান কত হলে, $y = mx + 1$ রেখাটি x অক্ষের সাথে 60° কোণ উৎপন্ন করবে?

Ⓐ 1 Ⓑ $\frac{1}{\sqrt{3}}$ Ⓒ $\frac{1}{5}$ Ⓓ $\sqrt{3}$

18. $(-1, 2)$ বিন্দু হতে $4x-3y-5=0$ রেখাটির লম্ব দূরত্ব কত?

Ⓐ 5 একক Ⓑ 3 একক Ⓒ 7 একক Ⓓ 4 একক

19. মূলবিন্দুটি $(-2, -2)$ এবং (a, b) বিন্দুদ্বয়ের সংযোগ রেখাংশের একটি সমত্রিখণ্ডক হলে (a, b) বিন্দু থেকে x-অক্ষের উপর অঙ্কিত লম্বের দৈর্ঘ্য কত?]

Ⓐ 2 Ⓑ 1 Ⓒ 1/3 Ⓓ 3

20. $2x - 5y + 9 = 0$ ও $5ax + 8by = 15$ একই সরলরেখা নির্দেশ করলে a ও b এর মান কত?

Ⓐ $a = -\frac{2}{3}, b = \frac{25}{24}$ Ⓑ $a = \frac{2}{3}, b = \frac{25}{24}$ Ⓒ $a = \frac{3}{2}, b = -\frac{25}{24}$ Ⓓ $a = -\frac{3}{2}, b = \frac{25}{24}$

☺ Answer Analysis ☺

প্রশ্ন	উত্তর	ব্যাখ্যা
01	A	$2r\sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right) = 1 \Rightarrow r(1-\cos\theta) = 1$ $\Rightarrow r = 1 + r\cos\theta \Rightarrow \sqrt{x^2+y^2} = 1 + x$ $\Rightarrow x^2+y^2 = 1+2x+x^2 \quad \therefore y^2 = 1+2x$
02	B	$x = r\cos\theta = 2\cos(270°) = 2\cos(90° \times 3 + 0) = 2\sin 0° = 0$ $y = r\sin\theta = 2\sin(270°) = 2\sin(90 \times 3 + 0) = -2\cos 0° = -2$ ∴ কার্তেশীয় স্থানাংক $(0, -2)$
03	B	$r = \sqrt{(\sqrt{3})^2 + 1^2} = \sqrt{3+1} = \sqrt{4} = 2$ $\theta = \tan^{-1}\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\pi}{6}$; $(\sqrt{3}, 1)$ বিন্দুটির পোলার স্থানাংক $\left(2, \frac{\pi}{6}\right)$
04	C	ধরি, x-অক্ষে p বিন্দুর স্থানাঙ্ক $p(x, 0)$; প্রশ্নমতে, $\sqrt{(x-0)^2+(0-2)^2} = \sqrt{(x-6)^2+(0-4)^2}$ $\Rightarrow x^2+4 = x^2-12x+36+16$ $\Rightarrow 12x = 48$ $\therefore x = 4$ ∴ p বিন্দুর স্থানাঙ্ক $(4, 0)$
05	B	$1 = \frac{3+x}{2}$ $\quad 1 = \frac{4+x}{2}$ $\Rightarrow x = -1$ $\quad \Rightarrow y = -2$
06	B	নির্ণেয় বিন্দুর স্থানাংক: $\left(\frac{3.9+5.1}{3+5}, \frac{3.12+5.4}{3+5}\right) = \left(\frac{32}{8}, \frac{56}{8}\right) = (4,7)$
07	B	$(1, -1)$ এবং $(2, 4)$ বিন্দুদ্বয়ের সংযোগ সরলরেখার ঢাল $m_1 = 5$ ∴ বিন্দুদ্বয়ের সংযোগ রেখার লম্ব সমদ্বিখণ্ডকের ঢাল, $m_2 = -\frac{1}{m_1} = -\frac{1}{5}$ Option → B তে $x + 5y - 9 = 0$ রেখার ঢাল $= -\frac{1}{5}$
08	A	প্রদত্ত রেখাদ্বয়ের ছেদবিন্দু $\left(\frac{23}{13}, \frac{27}{13}\right)$ আমরা জানি, y অক্ষের সমান্তরাল রেখার সমীকরণ, $x = a$; রেখাটি ছেদবিন্দুগামী বলে, $x = \frac{23}{13}$ ∴ নির্ণেয় রেখার সমীকরণ, $x = \frac{23}{13}$ বা, $13x - 23 = 0$
09	B	$y = x + 4 \Rightarrow x - y + 4 = 0$ এবং $y = x \Rightarrow x - y = 0$ ∴ রেখাদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব $= \left\lvert\frac{4-0}{\sqrt{1^2+(-1)^2}}\right\rvert = \left\lvert\frac{4}{\sqrt{2}}\right\rvert = 2\sqrt{2}$
10	B	নির্ণেয় দূরত্ব $= \left\lvert\frac{0.\cos\alpha + 0.\sin\alpha - 4}{\sqrt{\cos^2\alpha + \sin^2\alpha}}\right\rvert - \left\lvert\frac{4.0+3.0-5}{\sqrt{4^2+3^2}}\right\rvert$ $= \lvert-4\rvert - \lvert-1\rvert = 3$
11	D	$4x - 3y + 2 = 0$ ...... (i) $8x - 6y - 9 = 0 \Rightarrow 4x - 3y - \frac{9}{2} = 0$ .... (ii) (i) ও (ii) নং রেখাদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব $= \left\lvert\frac{2-\left(-\frac{9}{2}\right)}{\sqrt{4^2+(-3)^2}}\right\rvert = \left\lvert\frac{\frac{13}{2}}{5}\right\rvert = \frac{13}{10}$
12	D	লম্বের দৈর্ঘ্য, $d = \left\lvert\frac{5.4+12.(-2)-3}{\sqrt{5^2+12^2}}\right\rvert = \frac{7}{13}$ unit
13	C	$\sqrt{3}x - y + 1 = 0$ রেখার ঢাল $\sqrt{3}$ ∴ $\tan\theta = \sqrt{3} \Rightarrow \theta = 60°$ তাই রেখাটি x অক্ষ বা x অক্ষের সমান্তরাল রেখা $y = b$ এর সাথে 60° কোণ উৎপন্ন করে।
14	A	$x=\alpha$ রেখাটি y অক্ষের সমান্তরাল যা x অক্ষের সাথে 90° কোণ উৎপন্ন করে আবার, $\sqrt{3}x-y+1=0$ রেখার ঢাল $= \sqrt{3}$ ∴ $\tan\theta = \sqrt{3} \Rightarrow \theta = 60°$ অর্থাৎ রেখাটি x অক্ষের সাথে 60° কোণ তৈরি করে। ∴ প্রদত্ত রেখাদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণ $= 90° - 60° = 30°$
15	A	$\frac{x}{a} + \frac{y}{a} = 1 \Rightarrow x + y = a$ .... (i) যা (α, β) বিন্দুগামী $\therefore \alpha + \beta = a \therefore x + y = \alpha + \beta$
16	A	লম্ব হলে, $a_1a_2 + b_1b_2 = 0 \Rightarrow 6 - k = 0 \therefore k = 6$
17	D	$y = mx+1 \Rightarrow \frac{dy}{dx} = m \Rightarrow m = \tan 60° \therefore m = \sqrt{3}$
18	B	$(-1, 2)$ হতে $4x - 3y - 5 = 0$ এর লম্ব দূরত্ব $= \frac{\lvert 4\times-1-3\times2-5\rvert}{\sqrt{4^2+(-3)^2}} = \frac{\lvert-4-6-5\rvert}{\sqrt{16+9}} = \frac{15}{5} = 3$ একক
19	B	(x_1, y_1) এবং (x_2, y_2) বিন্দুদ্বয়ের সংযোগরেখার সমত্রিখণ্ডন বিন্দুর স্থানাংক (x, y) হলে $x = \frac{x_1+2x_2}{3}$ এবং $y = \frac{y_1+2y_2}{3}$ $\therefore 0 = \frac{-2+2a}{3}$ এবং $0 = \frac{-2+26}{3}$ $\Rightarrow a = 1$ $\quad \Rightarrow b = 1$ ∴ $(a, b) \equiv (1, 1)$ বিন্দু থেকে x অক্ষ অর্থাৎ $y = 0$ রেখার লম্ব দূরত্ব $= \left\lvert\frac{1}{\sqrt{1}}\right\rvert = 1$
20	A	$\frac{2}{5a} = \frac{-5}{8b} = \frac{9}{-15} \therefore \frac{2}{5a} = \frac{9}{-15} \Rightarrow \frac{2}{a} = \frac{9}{-3} \Rightarrow a = -\frac{2}{3}$ এবং $\frac{-5}{8b} = \frac{9}{-15} \Rightarrow 72b = 75 \Rightarrow b = \frac{75}{72} = \frac{25}{24}$

অধ্যায় ০৪ বৃত্ত

গণিত ১ম পত্র

TOPICS	সাজেশন্স	V.V.I RATE
TOPIC-01	বৃত্তের সমীকরণের বৈশিষ্ট্য	★★
TOPIC-02	বৃত্তের কেন্দ্র, ব্যাসার্ধ, ক্ষেত্রফল এবং অক্ষ দ্বারা খণ্ডিত অংশের দৈর্ঘ্য নির্ণয়	★★
TOPIC-03	বৃত্ত কোন অক্ষকে স্পর্শ করলে অজানা মান নির্ণয় ও উভয় অক্ষকে স্পর্শকারী বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় সম্পর্কিত গাণিতিক প্রয়োগ	★★★
TOPIC-04	কেন্দ্র এবং ব্যাসার্ধ থেকে বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় সম্পর্কিত গাণিতিক প্রয়োগ ও (h, k) কেন্দ্র বিশিষ্ট একটি বৃত্ত x বা y অক্ষকে স্পর্শ করলে তার সমীকরণ নির্ণয় সম্পর্কিত গাণিতিক প্রয়োগ	★★★
TOPIC-05	নির্দিষ্ট কেন্দ্র এবং অপর কোন বিন্দুগামী বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় ও কোন বৃত্তের সাথে এককেন্দ্রিক এবং কোন নির্দিষ্ট বিন্দুগামী বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় সম্পর্কিত গাণিতিক প্রয়োগ	★★
TOPIC-06	দুটি বিন্দুর সংযোগ রেখাকে ব্যাস ধরে অংকিত বৃত্তের সমীকরণ	★★★
TOPIC-07	তিন বিন্দুগামী বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় সম্পর্কিত গাণিতিক প্রয়োগ ও ছেদবিন্দুগামী বৃত্তের সমীকরণ সম্পর্কিত গাণিতিক প্রয়োগ	★★
TOPIC-08	একটি সরলরেখা একটি বৃত্তকে স্পর্শ করার শর্ত সম্পর্কিত গাণিতিক প্রয়োগ	★★
TOPIC-09	স্পর্শক ও অভিলম্বের সমীকরণ নির্ণয়	★★★
TOPIC-10	স্পর্শকের দৈর্ঘ্য নির্ণয়	★★
TOPIC-11	কোন বৃত্ত অপর একটি বৃত্তকে অন্তঃস্থভাবে বা বহিঃস্থভাবে স্পর্শ করা সংক্রান্ত	★
TOPIC-12	বৃত্তের সাপেক্ষে কোন বিন্দুর অবস্থান নির্ণয়	★★
TOPIC-13	সাধারণ জ্যা এর সমীকরণ ও দৈর্ঘ্য নির্ণয় সংক্রান্ত	★★★
TOPIC-14	বৃত্তের জ্যা কোন বিন্দুতে সমদ্বিখণ্ডিত হলে, জ্যা এর সমীকরণ ও দৈর্ঘ্য নির্ণয় সংক্রান্ত	★
TOPIC-15	বৃত্তের জ্যা কর্তৃক কেন্দ্রে উৎপন্ন কোণ নির্ণয় সংক্রান্ত গাণিতিক প্রয়োগ	★
TOPIC-16	বৃত্তের প্রতিবিম্ব নির্ণয় সংক্রান্ত	★★

এক নজরে গুরুত্বপূর্ণ সূত্রাবলি

❑ গাণিতিক সমস্যাসমূহ সমাধানের জন্য প্রয়োজনীয় সূত্র ও প্রক্রিয়াসমূহ:

$x^2+y^2+2gx+2fy+c=0$ বৃত্তের জন্য

(i) কেন্দ্র $(-g, -f)$

(vi) x-অক্ষকে স্পর্শ করলে, $c=g^2$

(ix) y-অক্ষ থেকে ছেদিত জ্যা'র দৈর্ঘ্য $=2\sqrt{f^2-c}$

(ii) ব্যাসার্ধ $=\sqrt{g^2+f^2-c}$

(vii) y-অক্ষকে স্পর্শ করলে, $c=f^2$

(x) x, y উভয় অক্ষকে স্পর্শ করলে, $c=g^2=f^2$

(iii) কেন্দ্র y-অক্ষের উপর হলে $g=0$

(viii) x-অক্ষ থেকে ছেদিত জ্যা'র দৈর্ঘ্য $=2\sqrt{g^2-c}$

(x) Area $=\pi r^2$

(iv) কেন্দ্র x-অক্ষের উপর হলে $f=0$

কেন্দ্র (h, k) বিশিষ্ট একটি বৃত্ত x বা y অক্ষকে স্পর্শ করলে তার সমীকরণ

x অক্ষকে স্পর্শ করলে, i. ব্যাসার্ধ = বৃত্তের কেন্দ্রের কোটি $=k$
ii. সমীকরণ, $(x-h)^2+(y-k)^2=k^2$; যেখানে, $k=$ ব্যাসার্ধ

y অক্ষকে স্পর্শ করলে, i. ব্যাসার্ধ = বৃত্তের কেন্দ্রের ভুজ $=h$
ii. সমীকরণ, $(x-h)^2+(y-k)^2=h^2$; যেখানে, $h=$ ব্যাসার্ধ

একটি সরলরেখা একটি বৃত্তকে স্পর্শ করার শর্ত

i. বৃত্তের ব্যাসার্ধ = কেন্দ্র থেকে রেখার উপর অংকিত লম্বদূরত্ব
$\therefore ax+by+c=0$ সরলরেখা $x^2+y^2+2gx+2fy+c=0$ বৃত্তকে স্পর্শ করার শর্ত: $\sqrt{g^2+f^2-c}=\left|\frac{-ag-bf+c}{\sqrt{a^2+b^2}}\right|$

ii. $y=mx+c$ রেখাটি $x^2+y^2=a^2$ বৃত্তের স্পর্শক হলে, $c=\pm a\sqrt{1+m^2}$

স্পর্শকের দৈর্ঘ্য

i. (x_1, y_1) বিন্দু হতে $x^2+y^2=a^2$ বৃত্তে অংকিত $\sqrt{x_1^2+y_1^2-a^2}$

ii. (x_1, y_1) বিন্দু হতে $x^2+y^2+2gx+2fy+c=0$ বৃত্তে অংকিত স্পর্শকের দৈর্ঘ্য, $PT=\sqrt{x_1^2+y_1^2+2gx_1+2fy_1+c}$

iii. মূলবিন্দু (0, 0) হতে কোন বৃত্তের স্পর্শকের দৈর্ঘ্য $=\sqrt{\text{ধ্রুবক}}$

বৃত্তের সাপেক্ষে কোন বিন্দুর অবস্থান নির্ণয়

বিন্দুর অবস্থান	(x_1, y_1) বিন্দুটি $x^2+y^2+2gx+2fy+c=0$ বৃত্তের
বাইরে হলে	$x_1^2+y_1^2+2gx_1+2fy_1+c>0$
বৃত্তের (পরিধির) উপর হলে	$x_1^2+y_1^2+2gx_1+2fy_1+c=0$
ভিতরে হলে	$x_1^2+y_1^2+2gx_1+2fy_1+c<0$

বৃত্তের জ্যা কর্তৃক কেন্দ্রে উৎপন্ন কোণ, $\theta=2\sin^{-1}\left(\frac{\text{জ্যা এর দৈর্ঘ্য}}{\text{ব্যাস}}\right)$

জ্যা এর দৈর্ঘ্য $l=2\sqrt{r^2-d^2}$

জাতীয় বিশ্ববিদ্যালয়ের জন্য কমনউপযোগী গুরুত্বপূর্ণ প্রশ্ন

01. $kx^2+2y^2-4x-12y+11=0$ সমীকরণটি বৃত্ত নির্দেশ করলে k এর মান কত? [SUST. 17-18]
A. −2 B. 0 C. 2 D. 4
S Ⓒ Why $kx^2+2y^2-4x-12y+11=0$
$k=2$ হলে বৃত্ত নির্দেশ করবে। কারণ x^2 ও y^2 এর সহগ অভিন্ন হলে বৃত্ত হবে।

02. $x^2+y^2+6x-4y-12=0$ বৃত্তের কেন্দ্র ও ব্যাসার্ধ কত? [JU: 15-16, 11-12, 10-11; CU. 17-18, 16-17]
A. (−3, 2), 5 B. (−6, 4), 4
C. (3, −2), 5 D. (−3, −2), 5
S Ⓐ Why $x^2+y^2+6x-4y-12=0$
$\Rightarrow x^2+y^2+2(3)x+2(-2)y-12=0$
কেন্দ্র (−3, 2) ব্যাসার্ধ $=\sqrt{9+4+12}=5$

03. $x^2+y^2=4$ বৃত্ত দ্বারা গঠিত ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কত? [CU-A, Shift-2, 22-23]
A. π B. 2π C. 4π D. কোনটিই নয়
S Ⓒ Why প্রদত্ত বৃত্তের ব্যাসার্ধ, $r=2$
$\therefore$ বৃত্তের ক্ষেত্রফল $=\pi r^2=\pi 2^2=4\pi$ বর্গ একক

04. $x^2+y^2-4x-6y+c=0$ বৃত্তটি x অক্ষকে স্পর্শ করে। c এর মান কত? [JU. 13-14, 09-10; CU. 15-16, 09-10; RU. 08-09, 07-08, DU. 01-02, 00-01; BUTex. 16-17; DU-7Clg. 19-20; গুচ্ছ. ২০২১]
A. 2 B. 4 C. 6 D. 8
S Ⓑ Why $x^2+y^2-4x-6y+c=0$
বৃত্তটি x অক্ষকে স্পর্শ করে তাই $c=g^2=(-2)^2$ [∵ $g=-2$] $=4$

CamScanner

05. $r = 2a\cos\theta$ বৃত্তের কেন্দ্র কোনটি? [RU. 17-18]

A. (a, 0) B. (−a, 0)
C. (−a, a) D. (0, 0)

S Ⓐ Why $r = 2a\cos\theta \Rightarrow r^2 = 2a.r\cos\theta$
$\Rightarrow x^2 + y^2 = 2ax$ ∴ কেন্দ্র (a, 0)

06. (1, 2) কেন্দ্র বিশিষ্ট বৃত্ত x অক্ষকে স্পর্শ করে। উক্ত বৃত্তটি y অক্ষকে কি পরিমাণে ছেদ করে? [RU. 08-09]

A. $3\sqrt{2}$ একক B. $2\sqrt{3}$ একক C. $5\sqrt{2}$ একক D. $2\sqrt{5}$ একক

S Ⓑ Why যেহেতু (1, 2) কেন্দ্র বিশিষ্ট বৃত্ত x অক্ষকে স্পর্শ করে
$\therefore c = g^2 = (-1)^2 = 1$
∴ বৃত্তটি y অক্ষকে ছেদ করে $= 2\sqrt{f^2 - c} = 2\sqrt{(-2)^2 - 1} = 2\sqrt{3}$ একক

07. $x^2 + y^2 - 4x - 6y + 4 = 0$ বৃত্তটি x অক্ষকে স্পর্শ করে। স্পর্শ বিন্দুর স্থানাঙ্ক [JNU. 07-08]

A. (2, 0) B. (3, 0) C. (6, 6) D. (4, 1)

S Ⓐ Why যেহেতু বৃত্তটি অক্ষকে স্পর্শ করে সেহেতু স্পর্শ বিন্দুর কোটি y = 0
$\therefore x^2 + 0 - 4x - 0 + 4 = 0 \Rightarrow$ স্পর্শ বিন্দুর স্থানাঙ্ক ≡ (2, 0)

08. নিম্নের কোন বৃত্তটি x-অক্ষকে স্পর্শ করে- [DU. 14-15; NSTU. 19-20]

A. $x^2 + y^2 - 2x + 6y + 4 = 0$ B. $x^2 + y^2 - 4x + 6y + 5 = 0$
C. $x^2 + y^2 - 2x + 6y + 1 = 0$ D. $2x^2 + 2y^2 - 2x + 6y + 3 = 0$

S Ⓒ Why বৃত্তের স্পর্শক x অক্ষ হওয়ার শর্ত $g^2 = c$
∴ নির্ণেয় সমীকরণ, $x^2 + y^2 - 2x + 6y + 1 = 0$

09. (−9, 9) ও (5, 5) বিন্দুদ্বয়ের সংযোজক রেখাকে ব্যাস ধরে অংকিত বৃত্তের সমীকরণ- [DU. 05-06, DU. 02-03; RU. 06-07; NU: 02-03]

A. $x^2 + y^2 + 4x + 14y = 0$ B. $x^2 + y^2 + 4x - 14y = 0$
C. $x^2 + y^2 - 4x + 14y = 0$ D. $x^2 + y^2 - 4x - 14y = 0$ Ⓑ

10. 3x + y = 14, 2x + 5y = 18 রেখাদুটির ছেদ বিন্দুগামী বৃত্তের কেন্দ্রবিন্দু (1, −2) হলে বৃত্তটির ব্যাসার্ধ কত? [CU. 11-12]

A. 5 B. 6 C. 14
D. 18 E. 4

S Ⓐ Why 3x + y = 14 এবং 2x + 5y = 18 রেখাদুটির ছেদ বিন্দু (4, 2)
∴ বৃত্তটির ব্যাসার্ধ $= \sqrt{(4-1)^2 + (2+2)^2} = 5$

11. 3x − 4y = k রেখাটি $x^2 + y^2 - 8y = 0$ বৃত্তকে স্পর্শ করলে k এর ধনাত্মক মান কোনটি? [JU. 13-14]

A. 4 B. 42 C. 8 D. 35

S Ⓐ Why $x^2 + y^2 - 8y = 0$ বৃত্তের কেন্দ্র (0, 4) এবং ব্যাসার্ধ = 4
শর্তমতে, $\left|\frac{3.0 - 4.4 - k}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}}\right| = 4 \Rightarrow \left|\frac{-(k+16)}{5}\right| = 4 \Rightarrow k + 16 = 20; k = 4$

12. y = x + c রেখাটি $x^2 + y^2 = 4^2$ বৃত্তের স্পর্শক হওয়ার শর্ত হবে- [RU. 12-13, 10-11]

A. $c = \pm\sqrt{2}$ B. $c = \pm\sqrt{8}$ C. $c = \pm 4\sqrt{2}$ D. c = 0

S Ⓒ Why $c = \pm a\sqrt{1 + m^2} = \pm 4\sqrt{1 + 1^2} = \pm 4\sqrt{2}$

13. $x^2 + y^2 - 2x - 4y + 4 = 0$ বৃত্তের (0, 2) বিন্দুতে স্পর্শকের সমীকরণ- [JU-A, Set-K. 2023-24]

A. x = 0 B. x = 2 C. y = 0 D. y = 2

S Ⓐ Why (0, 2) বিন্দুতে স্পর্শকের সমীকরণ:
$xx_1 + yy_1 - 2\left(\frac{x + x_1}{2}\right) - 4\left(\frac{y + y_1}{2}\right) + 4 = 0$
$\Rightarrow x.0 + y.2 - (x + 0) - 2(y + 2) + 4 = 0$
$\Rightarrow 2y - x - 2y - 4 + 4 = 0 \therefore x = 0$

14. $x^2 + y^2 = a^2$ বৃত্তের উপর (3, 4) বিন্দুতে স্পর্শকের সমীকরণ- [RU-C. 14-15]

A. $3x + 4y = a^2$ B. 6x + 8y = a
C. $4x + 3y = a^2$ D. 3x + 4y = a

S Ⓐ Why $x^2 + y^2 = a^2$ বৃত্তের (3, 4) বিন্দুতে স্পর্শকের সমীকরণ,
$3.x + 4.y = a^2 \Rightarrow 3x + 4y = a^2$

15. (1, − 1) বিন্দু থেকে $2x^2 + 2y^2 - x + 3y + 1 = 0$ বৃত্তে অঙ্কিত স্পর্শকের দৈর্ঘ্য কত একক? [JU-A, Set-R. 22-23; RU. Moderna, Set-2. 20-21, KU. 15-16, 14-15, RU-C. 14-15, 13-14, 09-10, 08-09, IU. 12-13, 08-09; JKKNIU. 19-20]

A. $\sqrt{2}$ B. $\sqrt{3}$ C. $2\sqrt{2}$ D. $\frac{1}{\sqrt{2}}$

S Ⓓ Why $2x^2 + 2y^2 - x + 3y + 1 = 0 \Rightarrow x^2 + y^2 - \frac{x}{2} + \frac{3}{2}y + \frac{1}{2} = 0$
∴ (1, − 1) বিন্দু হতে বৃত্তে অঙ্কিত স্পর্শকের দৈর্ঘ্য
$= \sqrt{(1)^2 + (-1)^2 - \frac{1}{2} + \frac{3}{2}(-1) + \frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$ একক

16. (1, 3) বিন্দু থেকে $2x^2 + 2y^2 = 9$ বৃত্তে অঙ্কিত স্পর্শকের দৈর্ঘ্য কত? [CU-A, Set-2. 20-21, CU-C_1. 11-12]

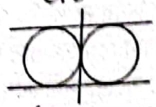
A. $\sqrt{7}$ B. $\sqrt{\frac{11}{12}}$ C. $\sqrt{\frac{7}{2}}$ D. $\sqrt{\frac{10}{11}}$

S ⊗ Why (1, 3) বিন্দু হতে $2x^2 + 2y^2 - 9 = 0$
বৃত্তের অংকিত স্পর্শকের দৈর্ঘ্য $= \sqrt{1^2 + 3^2 - \frac{9}{2}} = \sqrt{\frac{11}{2}}$

17. দুটি বৃত্ত পরস্পরকে বহিঃস্থভাবে স্পর্শ করলে তাদের কয়টি সাধারণ স্পর্শক বিদ্যমান? [RU-H. 16-17]

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

S Ⓒ Why



18. (4, 3) বিন্দুকে কেন্দ্র করে কত ব্যাসার্ধের বৃত্ত অংকন করলে $x^2 + y^2 = 4$ বৃত্তকে স্পর্শ করবে? [SUST. 11-12, IU. 07-08]

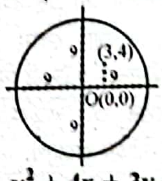
A. 3 B. 2 C. 5
D. 1 E. 7

S Ⓐ Why $x^2 + y^2 = 4$ বৃত্তের কেন্দ্র (0, 0) এবং ব্যাসার্ধ = 2
ধরি, (4, 3) কেন্দ্র বিশিষ্ট বৃত্তের ব্যাসার্ধ = r
দুটি বৃত্ত পরস্পরকে বহিঃস্থ ভাবে স্পর্শ করলে কেন্দ্রদ্বয়ে দূরত্ব = ব্যাসার্ধ দ্বয়ের সমষ্টির সমান। ∴ $\sqrt{(4-0)^2 + (3-0)^2} = r + 2 \Rightarrow 5 = r + 2$ ∴ r = 3

19. (3, 4) বিন্দুটি $x^2 + y^2 = 81$ বৃত্তের- [JU. 09-10]

A. অন্তঃস্থ B. বহিঃস্থ C. উপরিস্থ D. কোনটিই না

S Ⓐ Why (3, 4) বিন্দুটি,
$x^2 + y^2 = 81$ বৃত্তের অন্তঃস্থ



20. $x^2 + y^2 + 2x + 3y + 11 = 0$ এবং $x^2 + y^2 + 4x + 3y + 12 = 0$ বৃত্ত দুটির সাধারণ জ্যা এর সমীকরণ নিচের কোনটি? [CU-A, Set-1 2023-24]

A. 2x + 1 = 0 B. 2x + y = 0 C. x + y = 0 D. x + 2y = 0

S Ⓐ Why সাধারণ জ্যা, $S_1 - S_2 = 0$
$\Rightarrow x^2 + y^2 + 2x + 3y + 11 - (x^2 + y^2 + 4x + 3y + 12) = 0$
$\Rightarrow -2x - 1 = 0 \Rightarrow 2x + 1 = 0$

21. $x^2 + y^2 = 1$ বৃত্তে x + y − 1 = 0 সরলরেখা দ্বারা খণ্ডিত জ্যাকে ব্যাস ধরে অংকিত বৃত্তের সমীকরণ কোনটি? [RU. Sinovac, Set-1. 20-21]

A. $x^2 + y^2 - x - y = 0$ B. $x^2 + y^2 - x - y - 1 = 0$
C. $x^2 + y^2 + x + y = 0$ D. $x^2 + y^2 + x + y + 1 = 0$

S Ⓐ Why $x^2 + y^2 = 1$ বৃত্ত এবং x + y = 1 সরলরেখার ছেদবিন্দু (0, 1) এবং (1, 0)
∴ নির্ণেয় বৃত্তের সমীকরণ, x(x − 1) + y(y − 1) = 0
$\therefore x^2 + y^2 - x - y = 0$

22. $x^2 + y^2 = 9$ বৃত্তের একটি জ্যা (2, −3) বিন্দুতে সমদ্বিখণ্ডিত হলে, ঐ জ্যা-এর সমীকরণ- [IU. 17-18]

A. 2x − 3y = −1 B. 3x − 2y = 1 C. 2x − 3y = 13 D. 3x − 2y = 13 Ⓒ

CS CamScanner

23. 2 একক দৈর্ঘ্যের একটি জ্যা কোনো বৃত্তের কেন্দ্রে $\frac{\pi}{2}$ কোণ উৎপন্ন করে। বৃত্তটির ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক? [JU-A, Set-R. 22-23]

A. $\frac{5\pi}{2}$ B. 2π C. $\frac{3\pi}{2}$ D. π

S(B) Why বৃত্তের জ্যা কর্তৃক কেন্দ্রে উৎপন্ন কোণ,

$\theta = 2\sin^{-1}\left(\frac{\text{জ্যা এর দৈর্ঘ্য}}{\text{ব্যাস}}\right)$

$\therefore \frac{\pi}{2} = 2\sin^{-1}\left(\frac{2}{2r}\right) \Rightarrow \sin\frac{\pi}{4} = \frac{1}{r} \Rightarrow r = \sqrt{2}$

$\therefore$ বৃত্তের ক্ষেত্রফল $= \pi r^2 = \pi(\sqrt{2})^2 = 2\pi$ বর্গ একক

24. $(x-3)^2 + (y-4)^2 = 36$ বৃত্তের একটি জ্যা কেন্দ্রে $60°$ কোণ উৎপন্ন করে। জ্যা এর দৈর্ঘ্য কত? [RU-H. 16-17]

A. 5 একক B. 6 একক
C. 8 একক D. 4 একক

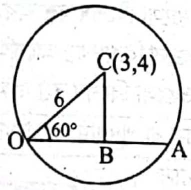
S(B) Why বৃত্তের কেন্দ্র (3, 4) এবং ব্যাসার্ধ = 6

কেন্দ্র $60°$ কোণ উৎপন্ন করে

$\therefore \cos 60° = \frac{OB}{OC}$

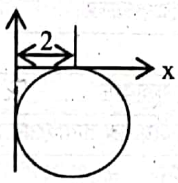
$\Rightarrow OB = 6\cos 60° = 3$

$\therefore OA = 2 \times 3 = 6$



PRIME TEST

01. চিত্রের বৃত্তটি x ও y অক্ষকে স্পর্শ করে। y হতে স্পর্শ বিন্দুর দূরত্ব 2 একক হলে কেন্দ্রের স্থানাংক কত?



(A) (2, –2) (B) (4, 2)
(C) (2, 4) (D) (±2, –2)

02. বৃত্তের উৎকেন্দ্রিকতা কত?
(A) 0 (B) ∞ (C) 45° (D) 1

03. একক ব্যাসার্ধের বৃত্তে অন্তর্লিখিত একটি সমবাহু ত্রিভুজের বাহু দৈর্ঘ্য-
(A) $\frac{3}{2}$ units (B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ units (C) $\sqrt{3}$ units (D) 1 unit

04. $3x^2 + 3y^2 + 6x - 12y - 15 = 0$ সমীকরণ দ্বারা বর্ণিত বৃত্তের কেন্দ্র কি?
(A) (–3, 6) (B) (1, –2) (C) (–1, 2) (D) (6, –12)

05. $2x^2 + 2y^2 + 6x + 10y - 1 = 0$ বৃত্তের ব্যাসার্ধ r হলে, r = ?
(A) 1 (B) 3 (C) $\sqrt{6}$ (D) $\sqrt{3}$

06. $x^2 + y^2 - 8x + 6y + 16 = 0$ সমীকরণ বিশিষ্ট বৃত্তের ক্ষেত্রফল কত?
(A) 9.43 sq unit (B) 9π sq unit
(C) 1620 sq unit (D) 4π sq unit

07. $x^2 + y^2 - 6x - 4y + c = 0$ বৃত্তটি y অক্ষকে স্পর্শ করে, c এর মান-
(A) 11 (B) 7 (C) 5 (D) 4

08. (2, 4) কেন্দ্রবিশিষ্ট ও x-অক্ষকে স্পর্শ করে এমন বৃত্তের সমীকরণ
(A) $x^2 + y^2 - 4x - 8y + 16 = 0$ (B) $x^2 + y^2 - 4x - 8y + 4 = 0$
(C) $x^2 + y^2 - 8x - 4y + 16 = 0$ (D) $x^2 + y^2 - 8x - 4y + 4 = 0$

09. (4, 5) কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্ত, যা $x^2 + y^2 + 4x + 6y - 12 = 0$ বৃত্তের কেন্দ্র দিয়ে গমন করে, তার সমীকরণ-
(A) $x^2 + y^2 - 8x + 10y + 59 = 0$ (B) $x^2 + y^2 - 8x - 10y + 59 = 0$
(C) $x^2 + y^2 + 8x + 10y - 59 = 0$ (D) $x^2 + y^2 - 8x - 10y - 59 = 0$

10. (3, –1) বিন্দুগামী এবং $x^2 + y^2 - 6x + 8y = 0$ বৃত্তের সাথে এককেন্দ্রিক বৃত্তের সমীকরণ-
(A) $x^2 + y^2 + 6x - 8y + 16 = 0$ (B) $x^2 + y^2 - 6x - 8y - 16 = 0$
(C) $x^2 + y^2 - 6x + 8y + 16 = 0$ (D) $x^2 + y^2 - 6x - 8y + 16 = 0$

11. (–4, 3) এবং (12, –1) বিন্দুদ্বয়ের সংযোগ রেখাংশকে ব্যাস ধরে অংকিত বৃত্তের সমীকরণ-
(A) $x^2 + y^2 + 8x - 2y + 51 = 0$ (B) $x^2 + y^2 - 8x - 2y + 51 = 0$
(C) $x^2 + y^2 + 8x + 2y - 51 = 0$ (D) $x^2 + y^2 - 8x - 2y - 51 = 0$

12. (4, 3) কেন্দ্র বিশিষ্ট এবং $5x - 12y + 3 = 0$ সরল রেখাকে স্পর্শ করে এমন বৃত্তের সমীকরণ কোনটি?
(A) $x^2 + y^2 + 8x - 6y + 24 = 0$ (B) $x^2 + y^2 - 8x - 6y + 24 = 0$
(C) $x^2 + y^2 + 8x + 6y + 24 = 0$ (D) $x^2 + y^2 - 8x - 6y - 24 = 0$

13. (1, –1) বিন্দু হতে $2x^2 + 2y^2 - x + 3y + 1 = 0$ বৃত্তের স্পর্শকের দৈর্ঘ্য কত?
(A) 1 (B) $\frac{1}{2}$
(C) 2 (D) $\frac{1}{\sqrt{2}}$

14. দুটি বৃত্ত পরস্পরকে বহিঃস্থভাবে স্পর্শ করলে তাদের কয়টি সাধারণ স্পর্শক বিদ্যমান?
(A) 1 (B) 2
(C) 3 (D) 4

15. $x^2 + y^2 - 6x + 4y - 12 = 0$ হলে নীচের কোন বিন্দুটি বৃত্তের বাইরে অবস্থিত?
(A) (1, 1) (B) (–2, 2)
(C) (3, 3) (D) (7, –5)

16. $x^2 + y^2 - 5x - 3y + 16 = 0$ বৃত্তের সাপেক্ষে (1, 2) বিন্দু অবস্থান-
(A) ভিতরে (B) বাইরে
(C) মধ্যবর্তী (D) কোনটিই নয়

17. $x^2 + y^2 + 6x + 2y + 6 = 0$ এবং $x^2 + y^2 + 8x + y + 10 = 0$ বৃত্ত দুটির সাধারণ জ্যা এর সমীকরণ কোনটি?
(A) 2x+y+4=0 (B) 2x–y–4=0
(C) 2x–y+4=0 (D) 2x+y–4=0

18. $3x - 4y = k$ রেখাটি $x^2 + y^2 - 8y = 0$ বৃত্তকে স্পর্শ করলে k এর ধনাত্মক মান কোনটি?
(A) 4 (B) 42
(C) 8 (D) 35

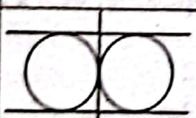
19. 2 একক বাহু বিশিষ্ট OABC একটি বর্গ; OA ও OC-কে অক্ষ ধরে অঙ্কিত পরিবৃত্তের ব্যাসার্ধ-
(A) $\sqrt{2}$ (B) $2\sqrt{2}$ (C) 2 (D) $4\sqrt{2}$

20. k এর কোন মানের জন্য $(x-y+3)^2 + (kx+2)(y-1) = 0$ সমীকরণটি একটি বৃত্ত নির্দেশ করে?
(A) 1 (B) –1 (C) 2 (D) –2

☺ Answer Analysis ☺

প্রশ্ন	উত্তর	ব্যাখ্যা
01	A	যেহেতু বৃত্তটি x ও y অক্ষকে স্পর্শ করে সেহেতু y অক্ষ হতে বিন্দুর দূরত্ব = x হতে স্পর্শ বিন্দুর দূরত্ব = 2 একক। চিত্রমতে, x-অক্ষে স্পর্শ বিন্দু ≡ (2, 0) এবং y-অক্ষে স্পর্শ বিন্দু ≡ (0, –2) $\therefore$ কেন্দ্রের স্থানাংক ≡ (2, –2)
02	A	বৃত্তের উৎকেন্দ্রিকতা, e = 0
03	C	$\frac{a}{\sin A} = 2R \Rightarrow a = 2R\sin A = 2 \times 1 \times \sin 60° = 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$ units
04	C	$3x^2 + 3y^2 + 6x - 12y - 15 = 0$ $\Rightarrow x^2 + y^2 + 2x - 4y - 5 = 0$ $\therefore$ বর্ণিত বৃত্তের কেন্দ্র ≡ (–1, 2)

CamScanner

প্রশ্ন	উত্তর	ব্যাখ্যা
05	B	$2x^2+2y^2+6x+10y-1=0 \Rightarrow x^2+y^2+3x+5y-\frac{1}{2}=0$ ∴ বর্ণিত বৃত্তের ব্যাসার্ধ $r=\sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2+\left(\frac{5}{2}\right)^2-\left(-\frac{1}{2}\right)}=3$
06	B	বৃত্তের ব্যাসার্ধ, $r=\sqrt{(-4)^2+3^2-16}=3$ ∴ বৃত্তের ক্ষেত্রফল $=\pi r^2=\pi.3^2=9\pi$ sq.unit
07	D	যেহেতু বৃত্তটি y-অক্ষকে স্পর্শ করে সেহেতু, $c=f^2=(-2)^2=4$
08	B	x-অক্ষকে স্পর্শ করে বলে $c=g^2=4$ এখন c = 4 যুক্ত একাধিক option থাকায় (2, 4) কেন্দ্রবিশিষ্ট Option B হবে সঠিক উত্তর।
09	D	$x^2+y^2+4x+6y-12=0$ বৃত্তের কেন্দ্র = (–2, –3) ∴ নির্ণেয় বৃত্তের ব্যাসার্ধ $=\sqrt{(4+2)^2+(5+3)^2}=10$ ∴ নির্ণেয় বৃত্তের সমীকরণ $(x-4)^2+(y-5)^2=(10)^2$ $\Rightarrow x^2+y^2-8x-10y-59=0$
10	C	(3, –1) বিন্দু দিয়ে সিদ্ধ হবে যার কেন্দ্র (3, –4)
11	D	নির্ণেয় বৃত্তের সমীকরণ, $(x+4)(x-12)+(y-3)(y+1)=0$ $\Rightarrow x^2-12x+4x-48+y^2+y-3y-3=0$ $\Rightarrow x^2+y^2-8x-2y-51=0$
12	B	বৃত্তের কেন্দ্র (4, 3) এবং 5x – 12y+3 = 0 রেখাকে বৃত্তটি স্পর্শ করে। $\therefore r=\left\|\frac{5.4-12.3+3}{\sqrt{5^2+12^2}}\right\|=\left\|\frac{13}{13}\right\|=1$ ∴ বৃত্তের সমীকরণ : $(x-4)^2+(y-3)^2=1^2$ $\Rightarrow x^2+y^2-8x-6y+24=0$
13	D	$2x^2+2y^2-x+3y+1=0 \Rightarrow x^2+y^2-\frac{1}{2}+\frac{3}{2}y+\frac{1}{2}=0$ ∴ স্পর্শকের দৈর্ঘ্য $=\sqrt{1^2+(-1)^2-\frac{1}{2}+\frac{3}{2}(-1)+\frac{1}{2}}=\frac{1}{\sqrt{2}}$
14	C	
15	B	(1, 1) বিন্দুটি → $1^2+1^2-6.1+4.1-12=-12<0$ যা বৃত্তের ভিতরে অবস্থিত (–2, 2) বিন্দুটি → $(-2)^2+2^2-6(-2)+4(2)+4(2)-12=16>0$ যা বৃত্তের বাহিরে অবস্থিত একই ভাবে, (3, 3) এবং (7, –5) বিন্দুদ্বয় ও বৃত্তের ভিতরে অবস্থিত।
16	B	$1^2+2^2-5\times1-3\times2+16=10>0$ ∴ বিন্দুটি বৃত্তের বাইরে অবস্থিত।
17	C	বৃত্তদ্বয়ের সাধারণ জ্যা এর সমীকরণ, $(x^2+y^2+6x+2y+6)-(x^2+y^2+8x+y+10)=0$ বা, $-2x+y-4=0$ ∴ $2x-y+4=0$
18	A	$x^2+y^2-8y=0$ বৃত্তের কেন্দ্র (0, 4) এবং ব্যাসার্ধ = 4 শর্তমতে, $\left\|\frac{3.0-4.4-k}{\sqrt{3^2+(-4)^2}}\right\|=4 \Rightarrow \left\|\frac{-(k+16)}{5}\right\|=4$ $\Rightarrow k+16=20$; $k=4$
19	A	অঙ্কিত পরিবৃত্তের ব্যাসার্ধ = $\frac{\text{lenght of squire side}}{\sqrt{2}}=\frac{2}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}$ units
20	C	$(x-y+3)^2+(kx+2)(y-1)=0$ $\Rightarrow x^2+y^2+9-2xy+6x-6y+kxy-kx+2y-2=0$ $\Rightarrow x^2+y^2+(k-2)xy+(6-k)x-4y+7=0$ xy এর সহগ শূন্য বলে, $k-2=0 \Rightarrow k=2$

অধ্যায় ০৫

বিন্যাস ও সমাবেশ

গণিত ১ম পত্র

TOPICS	সাজেশন্স	V.V.I RATE
TOPIC-01	বিন্যাসের ধর্ম [Basic properties of permutation]	★★
TOPIC-02	বিন্যাসের সাধারণ সূত্রাবলী	★★
TOPIC-03	কিছু বর্ণ/বস্তু একত্রে/পাশাপাশি রেখে বিন্যাস	★★
TOPIC-04	কিছু বর্ণ/বস্তু পাশাপাশি বা একত্রে না রেখে বিন্যাস	★★
TOPIC-05	(i) কিছু বর্ণ/বস্তুর কোন দুটিকে পাশাপাশি বা একত্রে না রেখে বিন্যাস (ii) কতগুলো বস্তু যা কখনোই থাকবে না (iii) কতগুলো বস্তু যা অবশ্যই থাকবে	★★
TOPIC-06	কতগুলো বিশেষ বস্তু কিছু বিশেষ স্থানে থাকবেই	★★
TOPIC-07	(i) কতগুলো বিশেষ বস্তুর কিছু থাকবে কিছু থাকবে না (ii) কতগুলো বিশেষ বস্তু অবস্থান পরিবর্তন করবে না (iii) কতগুলো বিশেষ বস্তু আপেক্ষিক অবস্থান পরিবর্তন করবে না (iv) কতগুলো বিশেষ বস্তু ক্রম পরিবর্তন করবে না	★★
TOPIC-08	পুনর্বিন্যাস বা পুনরায় সাজানো	★★
TOPIC-09	চক্র বিন্যাস	★★★
TOPIC-10	শূন্য বিহীন সংখ্যার বিন্যাস	★★
TOPIC-11	শূন্যযুক্ত সংখ্যার বিন্যাস	★
TOPIC-12	পুনরাবৃত্তিমূলক বিন্যাস	★★★
TOPIC-13	যোগফল ও গড় নির্ণয় সংক্রান্ত	★
TOPIC-14	সমাবেশের ধর্ম	★★
TOPIC-15	সমাবেশের সাধারণ সূত্রাবলী	★★
TOPIC-16	সমজাতীয়/ ভিন্ন জাতীয় বস্তু বাছাইয়ের ক্ষেত্রে	★★
TOPIC-17	কমিটি গঠন/দল গঠন	★
TOPIC-18	জ্যামিতিক চিত্র গঠন সংক্রান্ত	★★
TOPIC-19	দলে বা গ্রুপে বিভক্তকরণ	★
TOPIC-20	বিন্যাস ও সমাবেশের মিশ্রিত সমস্যা সংক্রান্ত	★

এক নজরে গুরুত্বপূর্ণ সূত্রাবলি

❑ গাণিতিক সমস্যাসমূহ সমাধানের জন্য প্রয়োজনীয় সূত্র ও প্রক্রিয়াসমূহ:

বিন্যাস
n সংখ্যক ভিন্ন জিনিস হতে n সংখ্যক নিয়ে, ${}^nP_n=n!$
n সংখ্যক বিভিন্ন জিনিস থেকে r সংখ্যক জিনিস নিয়ে বিন্যাস, ${}^nP_r=\frac{\lfloor n}{\lfloor n-r}$; [n ≥ r]
n সংখ্যক বিভিন্ন জিনিস থেকে সবগুলি নিয়ে বিন্যাস, ${}^nP_n=\lfloor n$
n সংখ্যক বিভিন্ন জিনিসের মধ্যে p একজাতীয়, q সংখ্যক অন্য এক জাতীয়, r সংখ্যক আর এক জাতীয় হলে সবগুলো নিয়ে বিন্যাস, $\frac{\lfloor n}{\lfloor p \lfloor q \lfloor r}$

কিছু বর্ণ বা বস্তু একত্রে রেখে বিন্যাস
i) r সংখ্যক নির্দিষ্ট জিনিস একত্রে রেখে n সংখ্যক বিভিন্ন জিনিস একসাথে নিয়ে বিন্যাস = $(n-r+1)!\times r!$
ii) একত্রে না রেখে বিন্যাস = সবগুলো নিয়ে বিন্যাস – একত্রে রেখে বিন্যাস

CamScanner

চক্র বিন্যাস

n সংখ্যক মানুষ নিয়ে চক্রাকারে বৈঠক করা যাবে (n – 1) উপায়ে

আসন সংখ্যা স্বতন্ত্র উল্লেখ থাকলে n! উপায়ে

মালা, পুথি, তজবি, এরূপ জিনিসের বিন্যাস $\frac{(n-1)!}{2}$ উপায়ে

দুটি গ্রুপের ক্ষেত্রে একই গ্রুপের সদস্যদের পাশাপাশি না রেখে চক্রাকারে বৈঠক করার ক্ষেত্রে (n – 1)! উপায়ে

n সংখ্যক বিভিন্ন ঘটনা/বস্তু থেকে সংখ্যক ঘটনা/বস্তু দ্বারা পুনরাবৃত্তিমূলক বিন্যাস যাহা অবশ্যই ব্যবহার করতে হবে

01. ভোট দেওয়ার ক্ষেত্রে = $(\text{প্রার্থী})^{\text{ভোটার}}$

02. চিঠি পোষ্ট বাক্সে ফেলার ক্ষেত্রে = $(\text{পোষ্ট বক্স})^{\text{চিঠি}}$

03. ফোন করার ক্ষেত্রে = $(10)^{\text{ডিজিট}}$

04. বন্ধু নির্বাচনের ক্ষেত্রে = $2^n - 1$

Magic: $(\text{একাধিক নিতে পারে})^{\text{একাধিক দিতে পারে}}$ অথবা, $\text{Optional}^{\text{compulsary}}$

সংখ্যার বিন্যাস

সংখ্যা গঠনের অংক :

01. যত অংকের সংখ্যা ততটা ঘর বানাব।
02. যতটা অংক দেওয়া আছে প্রথম ঘরে তত বসাব।
03. পুনরাবৃত্তি ছাড়া হলে 1, 1 করে কমাবো।
04. পুনরাবৃত্তিসহ হলে কমাবো না।
05. কোন বিশেষ শর্ত থাকলে নিদিষ্ট ঘরে ফিক্সড করে দিব।
06. প্রথম ঘরে শূন্য বসার সম্ভবনা থাকলে বিয়োগ করতে হবে।
07. ঘরে বসানো সংখ্যাগুলোর গুণ করব।

সমাবেশ

n সংখ্যক বিভিন্ন জিনিস থেকে r সংখ্যক জিনিস নিয়ে বাছাই বা সমাবেশ,

$^nC_r = \frac{\lfloor n}{\lfloor r \lfloor n-r}$; [n ≥ r]

n সংখ্যক বিভিন্ন বস্তু হতে প্রতিবারে r সংখ্যক বস্তু নিয়ে গঠিত যে সমস্ত সমাবেশে p সংখ্যক নির্দিষ্ট বস্তু সর্বদাই থাকবে, তার সংখ্যা $^{n-p}C_{r-p}$ [p + r ≤ n]

n সংখ্যক বিভিন্ন বস্তু হতে r সংখ্যক বস্তু নিয়ে গঠিত যে সমস্ত সমাবেশে p সংখ্যক নির্দিষ্ট বস্তু কখনোই থাকবে না, তার সংখ্যা $^{n-p}C_r$ [p + r ≤ n]

n সংখ্যক বিন্দু দ্বারা গঠিত

সরলরেখাকে সংখ্যা $^nC_2$	চতুর্ভুজের সংখ্যা $^nC_4$
ত্রিভুজের সংখ্যা $^nC_3$	কর্ণের সংখ্যা $^nC_2 - n$

কমিটি বা দল গঠন

m সংখ্যক বিভিন্ন বস্তু হতে p আবার n সংখ্যক বিভিন্ন বস্তু হতে q সংখ্যক করে নিয়ে (m + n) সংখ্যক বস্তু হতে (p + q) সংখ্যক বস্তু নির্বাচন করা যাবে $^mC_p \times {^nC_q}$ উপায়ে। আবার এর সাথে s সংখ্যক বস্তু t সংখ্যক বস্তু নির্বাচন হবে $^mC_p \times {^nC_q} \times {^sC_t}$ উপায়ে।

সমজাতীয়/ ভিন্ন জাতীয় বস্তু বাছাইয়ের ক্ষেত্রে

সমজাতীয়/ভিন্ন বস্তু বাছাইয়ের অংক করতে গেলে সমজাতীয় বা ভিন্ন জাতীয় বস্তুর সংখ্যা গুলোকে আলাদা করে বাছাই করতে হবে আর আমরা জানি যে একজাতীয় n সংখ্যক বস্তু হতে প্রতি বারে যতগুলোই বাছাই করা হোক না কেন তার বিন্যাস/সমাবেশ সবসময় 1।

জাতীয় বিশ্ববিদ্যালয়ের জন্য কমনউপযোগী গুরুত্বপূর্ণ প্রশ্ন

01. সব অক্ষর নিয়ে RAJSHAHI শব্দটির অক্ষরগুলোকে কত প্রকারে সাজানো যায়? [RU. Sinovac, Set-1. 20-21]
A. 4032 B. 8062 C. 2016 D. 1008
S ⊗ Why নির্ণেয় উপায় = $\frac{8!}{2! \times 2!} = 10080$

02. $^{2n}P_3 = 2 \times {^nP_4}$ হয়, তাহলে n এর মান নির্ণয় কর? [RU. 18-19; BRU-D, 19-20; RU. 18-19, 14-15; JU. 13-14; CU-C₃. 16-17]
A. 8 B. 6 C. 4 D. 2
S Ⓐ Why $^{2n}P_3 = 2 \times {^nP_4}$
$\Rightarrow 2n(2n-1)(2n-2) = 2n(n-1)(n-2)(n-3)$
$\Rightarrow (2n-1)\,2(n-1) = (n-1)(n-2)(n-3)$
$\Rightarrow 2(2n-1) = n^2 - 2n - 3n + 6 \Rightarrow n^2 - 9n + 8 = 0$
$\Rightarrow n^2 - 8n - n + 8 = 0 \Rightarrow n(n-8) - 1(n-8) = 0 \quad \therefore n = 1, 8$

03. যদি $^nP_r = 336$ এবং $^nC_r = 56$ হয় তবে, n = ? [CU-A, Set-1. 20-21]
A. 3 B. 6 C. 8 D. 10
S Ⓒ Why $^nP_r = 336, {^nC_r} = 56$; $r! = \frac{^nP_r}{^nC_r} = \frac{336}{56} = 6 = 3!$
$\therefore r = 3 \quad \therefore {^nP_3} = 336 \Rightarrow n(n-1)(n-2) = 336 \quad \therefore n = 8$

04. CLOSE শব্দটির বর্ণগুলি নিয়ে কতগুলি বিন্যাস করা যায়? [JU-H. 14-15]
A. 240 B. 48 C. 120 D. 100
S Ⓒ Why CLOSE শব্দটিতে মোট অক্ষর = 5টি
সাজানো যাবে = 5! = 120

05. APPLIED শব্দটির বর্ণগুলোকে কত প্রকারে সাজানো যায়? [RU. 08-09]
A. 1260 B. 2520 C. 2540 D. 5040
S Ⓑ Why APPLIED শব্দটিতে মোট বর্ণ 7টি যাতে P আছে দুইটি করে।
∴ APPLIED শব্দটির সবগুলি বর্ণ নিয়ে বিন্যাস সংখ্যা হবে = $\frac{7!}{2!} = 2520$

06. BANGLADESH শব্দটিতে কত ভাবে সাজানো যায় যেন "BANGLA" শব্দটি একত্রে থাকে? [RU. 18-19]
A. 43200 B. 8640 C. 5040 D. 120
S Ⓓ Why 'BANGLA' শব্দটির বর্ণগুলোকে 1টি ধরে 'BANGLADESH' শব্দটির বিন্যাস = (1 + 4)! = 5! = 120

07. স্বরবর্ণগুলোকে পৃথক না রেখে 'INSURANCE' শব্দটির অক্ষরগুলোকে একত্রে নিয়ে যত প্রকারে সাজানো যায় তা হলো– [CU-C₃. 09-10]
A. 8460 B. 8640 C. 8630
D. 6840 E. 4860
S Ⓑ Why INSURANCE শব্দটিতে– I, U, A, E = 4টি স্বরবর্ণ
N, S, R, N, C = 5টি ব্যঞ্জনবর্ণ যেখানে 2টি N
স্বরবর্ণ 4টিকে 1টি বর্ণ ধরলে মোট বর্ণ (5 + 1) = 6টি
∴ স্বরবর্ণগুলোকে একত্রে রেখে বিন্যাস সংখ্যা = $\frac{6!}{2!} \times 4! = 8640$

08. PEOPLE শব্দটির অক্ষরগুলি একত্রে নিয়ে কতগুলি শব্দ পাওয়া যাবে যাদের মধ্যে দুইটি P পাশাপাশি থাকবে না? [RU. 09-10]
A. 180 B. 160 C. 120 D. 60
S Ⓒ Why "PEOPLE" শব্দটিতে মোট বর্ণ 6 যাতে E, P আছে দুইটি করে। যেহেতু, 2টি P একত্রে থাকবে, সেহেতু, বর্ণ 2টিকে একটি মাত্র বর্ণ ধরে মোট বর্ণসংখ্যা 5টি।
এই 5টি বর্ণকে নিজেদের মধ্যে সাজানো যায় = $\frac{5!}{2!}$ উপায়ে। 2টি P নিজেদের মধ্যে সাজানো যায় = $\frac{2!}{2!} = 1$ভাবে।
∴ দুইটি P পাশাপাশি রেখে PEOPLE শব্দটির অক্ষরগুলোকে সাজানো সংখ্যা $= \frac{5!}{2!} \times 1 = \frac{5!}{2!}$
∴ দুইটি P পাশাপাশি না রেখে মোট সাজানো সংখ্যা = $\frac{6!}{2!\,2!} - \frac{5!}{2!} = 120$

09. 222334 দ্বারা ছয় অঙ্কের কতগুলো বিভিন্ন সংখ্যা তৈরী করা যেতে পারে? [RU-C. 13-14]
A. 120 B. 30 C. 720 D. 60
S Ⓓ Why সংখ্যার সংখ্যা = $\frac{6!}{2!\,3!} = 60$

CamScanner

10. প্রতিবার প্রথমে ও শেষে U রেখে "CALCULUS" শব্দটির অক্ষরগুলোকে নিয়ে কতভাবে সাজানো যায়? [DU. 11-12; JnU 15-16, 11-12; JU. 15-16; RU. 08-09; SUST 04-05]

A. 90 B. 180 C. 280 D. 360

SⒷWhY "CALCULUS" শব্দটিতে মোট অক্ষর 8টি, যাতে C, U, L আছে দুটি অক্ষর করে। প্রথম ও শেষ অক্ষর U হবে বিধায় প্রথম ও শেষ স্থান দুটিতে U এর বিন্যাস = 1; অবশিষ্ট 6টি অক্ষরের বিন্যাস 6!

কিন্তু ইহাতে 2টি C ও দুইটি L থাকায় বিন্যাস হবে = $\frac{6!}{2!\,2!} = 180$

∴ নির্ণেয় বিন্যাস $= 1 \times 180 = 180$

11. যদি Ride শব্দটির অক্ষরগুলিকে পুর্নবিন্যাস করা হয় তবে কতগুলি বিন্যাস স্বরবর্ণ দ্বারা শুরু হবে? [IU-A. 17-18]

A. 6 B. 11 C. 12 D. 24

SⒸWhY RIDE শব্দটিতে মোট অক্ষর = 4টি ; স্বরবর্ণ = I, E = 2টি

∴ স্বরবর্ণ দ্বারা শুরু হবে এরূপ বিন্যাস = $\frac{4!}{4} \times 2 = 12$

12. যদি "TIME" শব্দটির অক্ষর গুলোকে পুণর্বিন্যাস করা হয়, তবে কতগুলো বিন্যাস স্বরবর্ণ দ্বারা শুরু হয়? [DU. 98-99]

A. 6 B. 216 C. 12 D. 60

SⒸWhY TIME শব্দটিতে মোট বর্ণ 4টি। স্বরবর্ণ 2টি, ব্যঞ্জনবর্ণ 2টি।

প্রথম স্থানে স্বরবর্ণকে বসানো উপায় = ${}^2P_1 = 2$

অবশিষ্ট 3টি স্থানে অবশিষ্ট 3টি বর্ণ বসানোর উপায় = ${}^3P_3 = 6$

স্বরবর্ণকে প্রথমে রেখে বিন্যাস $= 2 \times 6 = 12$

স্বরবর্ণ দ্বারা শুরু হয়ে TIME শব্দটির পুনর্বিন্যাস = 12 [যেহেতু স্বরবর্ণ দ্বারা শুরু হলে TIME শব্দটি পাওয়া যায় না, সেহেতু পুনর্বিন্যাস বলা হলেও 1 বিয়োগ হবে না]

13. 0, 1, 2, 3, 4, 5 সংখ্যাগুলো দ্বারা ছয় অংক বিশিষ্ট কতটি অর্থপূর্ণ সংখ্যা গঠন করা যায়? [RU-H. 16-17; C₃. 14-15

A. 610 টি B. 720 টি C. 560 টি D. 600 টি

SⒹWhY নির্ণেয় অর্থপূর্ণ সংখ্যা = ${}^6P_6 - {}^5P_5 = 600$

14. কোন অংকের পুনরাবৃত্তি না করে 0, 3, 5, 6, 8 অংকগুলো দ্বারা 4000 এর চেয়ে বড় কতগুলো সংখ্যা গঠন করা যায়? [KU. 13-14]

A. 168 B. 186 C. 268 D. 286

SⒶWhY 4000 এর চেয়ে বড় চার অংকবিশিষ্ট সংখ্যা হল = ${}^4p_3 \times 3 = 72$

আবার, পাঁচ অংকবিশিষ্ট সংখ্যা = ${}^5p_5 - {}^4p_4 = 96$

∴ মোট সংখ্যা = 72 + 96 168টি

15. পরস্পর 4টি ফুটবল ম্যাচের ফলাফল কেমন হতে পারে? [RU-F. 14-15]

A. 2^4 B. 3^4 C. 2^3 D. 4^3

SⒷWhY মোট ফলাফল = $3^{\text{ম্যাচ}} = 3^4$

16. 5 টি মুদ্রা 4টি দানবক্সে কতভাবে ফেলা যায়? [JKNIU. 18-19]

A. 4^4 B. 4^5 C. 5^4 D. 5^5

SⒷWhY $(\text{দানবক্স})^{\text{মুদ্রা}} = (4)^5$

17. একটি পদে ৩ জন প্রার্থী এবং ৫ জন লোকের ভোটে নির্বাচিত হবে। কত প্রকারে ভোট দেয়া যেতে পারে? [KU. 12-13]

A. 243 B. 245 C. 244 D. 10

SⒶWhY $(\text{প্রার্থী})^{\text{ভোট}} = 3^5 = 243$

18. ${}^{2n}C_r = {}^{2n}C_{r+2}$ হলে 'r' এর মান কত? [CU-A, Set-3. 20-21]

A. n–2 B. n–1 C. n+2 D. n+1

SⒷWhY ${}^{2n}C_r = {}^{2n}C_{r+2}$ ∴ $r + r + 2 = 2n$ ∴ $r = n - 1$

19. যদি ${}^nC_{r-1} = 36, {}^nC_r = 84$ এবং ${}^nC_{r+1} = 36$ হয়, তবে r এর মান কত? [CU-D, Set-1. 20-21]

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

SⒸWhY ${}^nC_{r-1} = 36, {}^nC_r = 84, {}^nC_{r+1} = 126$

এখন ${}^nC_{r-1} = {}^9C_2, {}^nC_r = {}^9C_3, {}^nC_{r+1} = {}^9C_4$ ∴ $r = 3$

20. যদি ${}^nC_r = {}^nC_8$ তবে, তবে n এর মান কত? [JnU. 12-13, JU. 09-10]

A. 12 B. 14 C. 20 D. 18

SⒷWhY ${}^nC_6 = {}^nC_8$ ∴ $n = 6 + 8 = 14$

21. 6 জন বালক এবং 5 জন বালিকা থেকে কত উপায়ে 3 জন বালক এবং 2 জন বালিকার একটি দল গঠন করা যাবে? [RU. Astrazeneca, Set-1. 20-21]

A. 100 B. 150 C. 200 C. 50

SⒸWhY নির্ণেয় দল গঠন = ${}^6C_3 \times {}^5C_2 = 200$

22. এক ব্যক্তির 6 জন বন্ধু আছে। তিনি কত প্রকারে একজন বা একাধিক বন্ধুকে দাওয়াত করতে পারেন- [KU 14-15, RU 13-14, CU 02-03]

A. 36 B. 63 C. 73 D. 93

SⒷWhY একজন বা একাধিক বন্ধুকে দাওয়াত করার সংখ্যা = $2^n - 1 = 2^6 - 1 = 63$

23. "EQUATION" শব্দটির বর্ণগুলো থেকে তিনটি করে বর্ণ একত্রে নিয়ে কয়টি শব্দ বানানো যায়? [JU. 09-10]

A. 48 B. 68 C. 84 D. 56

SⒹWhY নির্ণেয় বাছাই সংখ্যা = ${}^8C_3 = 56$

24. একটি স্কুল ম্যানেজমেন্ট কমিটিতে 4 জন পুরুষ ও 3 জন মহিলা সদস্য আছেন। শুধু পুরুষ বা শুধু মহিলা নিয়ে 2 সদস্য বিশিষ্ট কতগুলো উপ-কমিটি হবে? [JU. 12-13]

A. 6 B. 3 C. 9 D. 12

SⒸWhY নির্ণেয় উপ-কমিটি সংখ্যা = ${}^4C_2 + {}^3C_2 = 9$

25. একটি ষড়ভূজে কয়টি কর্ণ আঁকা যায়? [JU. 17-18]

A. 6 B. 9 C. 4 D. 12

SⒷWhY কর্ণের সংখ্যা = ${}^6C_2 - 6 = 9$

26. অসমান্তরাল ও অসমবিন্দু 10টি সরল রেখা দ্বারা কয়টি ত্রিভুজ গঠন করা যাবে? [KU 09-10]

A. 130 B. 120 C. 124 D. 121

SⒷWhY ত্রিভূজ সংখ্যা = ${}^{10}C_3 = 120$

27. AMERICA শব্দটির বর্ণগুলোকে একত্রে নিয়ে কত প্রকারে সাজানো যায়? [JU-H. 17-18]

A. 2250 B. 2520 C. 5520 D. 2200

SⒷWhY AMERICA শব্দটিতে মোট অক্ষর, n = 7টি, A = 2টি

∴ সাজানো যাবে = $\frac{7!}{2!} = 2520$

PRIME TEST

01. ${}^{2n}P_3 = 2 \times {}^nP_4$ হয়, তাহলে n এর মান নির্ণয় কর?

Ⓐ 8 Ⓑ 6 Ⓒ 4 Ⓓ 2

02. ${}^nP_r : {}^nC_r = k : 1$ হলে k এর মান কত?

Ⓐ n Ⓑ r Ⓒ n! Ⓓ r!

03. 6 জন বালক 4 আসনের একটি বেঞ্চে কতভাবে বসতে পারে?

Ⓐ 6! Ⓑ 4! Ⓒ ${}^6C_4$ Ⓓ ${}^6P_4$

04. APPLIED শব্দটির বর্ণগুলোকে কত প্রকারে সাজানো যায়?

Ⓐ 1260 Ⓑ 2520 Ⓒ 2540 Ⓓ 5040

05. 'ASSASSINATION' শব্দটির অক্ষরগুলো দিয়ে কতটি বিন্যাস তৈরি করা যায় তার সংখ্যা নিরুপণ কর?

Ⓐ 13! Ⓑ $\frac{13}{3!}$ Ⓒ $\frac{13}{3}$ Ⓓ $\frac{13!}{36 \times 16}$

06. DEVASTATION শব্দটির বর্ণগুলো থেকে প্রতিবার 8টি করে বর্ণ যদি এমনভাবে বাছাই করা হয় যে, দুটি বর্ণ এক জাতীয় ও অপর দুটি বর্ণ অন্য এক জাতীয় তাহলে সাজানোর সংখ্যা কত হবে?

Ⓐ 1 Ⓑ 2 Ⓒ 4 Ⓓ 6

07. 'ENGINEERING' শব্দের সকল E গুলো একসঙ্গে রেখে সকল অক্ষরগুলোর বিন্যাসের সংখ্যা-

Ⓐ 1680 Ⓑ 15120 Ⓒ 277200 Ⓓ 1512

08. 3টি স্বরবর্ণযুক্ত করে 7 অক্ষর বিশিষ্ট একটি শব্দে স্বরবর্ণগুলোকে পাশাপাশি না রেখে মোট বিন্যাস সংখ্যা হবে-

Ⓐ 5040 Ⓑ 1440 Ⓒ 3200 Ⓓ 3600

09. LOVE শব্দটি স্বরবর্ণগুলি পাশাপাশি না রেখে কত ভাবে সাজানো যায়-

Ⓐ 24 Ⓑ 18 Ⓒ 12 Ⓓ 6

CS CamScanner

10. 1, 2, 4, 6, 8, 9 অঙ্কগুলি পুনরাবৃত্তি সহ ব্যবহার করে তিন অঙ্কের কতগুলো সংখ্যা তৈরী করা যাবে?
Ⓐ 120　Ⓑ 216　Ⓒ 2　Ⓓ 60

11. SCHOOL শব্দটি হতে তিনটি অক্ষর নিয়ে পৃথকভাবে সাজানো সংখ্যা-
Ⓐ 10　Ⓑ 14　Ⓒ 4　Ⓓ 15

12. THESIS শব্দটির বর্ণগুলো হতে 4 টি নিয়ে মোট সমাবেশ সংখ্যা হল-
Ⓐ 14　Ⓑ 12　Ⓒ 15　Ⓓ 11

13. চারজন মহিলা ও ছয়জন পুরুষের মধ্য হতে চার সদস্য বিশিষ্ট একটি উপকমিটি কত প্রকারে গঠন করা যাবে, যাতে একজন নির্দিষ্ট পুরুষ সর্বদাই অন্তর্ভুক্ত হবে-
Ⓐ 504　Ⓑ 210　Ⓒ 126　Ⓓ 84

14. 9 ব্যক্তির একটি দল দুটি যানবাহনে ভ্রমণ করে, যার একটিতে সাত জনের বেশি এবং অন্যটিতে চার জনের বেশি ধরে না। দলটি কত প্রকারে ভ্রমণ করতে পারে?
Ⓐ 246　Ⓑ 105　Ⓒ 126　Ⓓ 335

15. বারটি বইয়ের মধ্যে পাঁচটি বই কত প্রকারে বাছাই করা যায়, যাতে নির্দিষ্ট দুইটি বই সর্বদা বাদ থাকে?
Ⓐ 120　Ⓑ 225　Ⓒ 252　Ⓓ 128

16. একটি 15 ভুজ ক্ষেত্রের 15টি শীর্ষ বিন্দু দ্বারা গঠিত কর্ণের সংখ্যা কত?
Ⓐ 80　Ⓑ 85　Ⓒ 90　Ⓓ 105

17. টেলিফোন ডায়ালে 0 হতে 9 পর্যন্ত লেখা থাকে। যদি সাভারের টেলিফোনগুলো 5 অঙ্ক বিশিষ্ট হয়, তবে সাভারে কত টেলিফোন সংযোগ করা যাবে?
Ⓐ 9×10^5　Ⓑ 10^5　Ⓒ 10^6　Ⓓ 10^7

18. একটি সভা শেষে সভাপতি ব্যতীত প্রত্যেকে প্রত্যেকের সাথে করমর্দন করলে করমর্দনের সংখ্যা 21টি হয়, কতজন লোক সভায় উপস্থিত ছিলেন?
Ⓐ 5　Ⓑ 8　Ⓒ 6　Ⓓ 7

19. If $^nC_{12} = {}^nC_8$, then $^{22}C_n = ?$
Ⓐ 231　Ⓑ 321　Ⓒ 123　Ⓓ 132

20. LOGARITHMS শব্দটির বর্ণগুলি থেকে তিনটি ব্যঞ্জনবর্ণ ও দুটি স্বরবর্ণ কত প্রকারে বাছাই করা যায়?
Ⓐ 120　Ⓑ 100　Ⓒ 105　Ⓓ 125

☺ Answer Analysis ☺

<table>
<tr><th>প্রশ্ন</th><th>উত্তর</th><th>ব্যাখ্যা</th></tr>
<tr><td>01</td><td>A</td><td>$^nP_3 = 2\times {}^nP_4$
$\Rightarrow 2n(2n-1)(2n-2)$
$= 2n(n-1)(n-2)(n-3)$
$\Rightarrow (2n-1)\,2(n-1)$
$= (n-1)(n-2)(n-3)$
$\Rightarrow 2(2n-1) = n^2-2n-3n+6$</td></tr>
<tr><td>02</td><td>D</td><td>$\frac{^nP_r}{^nC_r} = k$
$\Rightarrow \frac{^nC_r\times r!}{^nC_r} = k$
$\Rightarrow k = r!$</td></tr>
<tr><td>03</td><td>D</td><td>$^nP_r = {}^6P_4$</td></tr>
<tr><td>04</td><td>B</td><td>APPLIED শব্দটিতে মোট বর্ণ 7টি যাতে P আছে দুইটি করে।
$\therefore$ APPLIED শব্দটির সবগুলি বর্ণ নিয়ে বিন্যাস সংখ্যা হবে $= \frac{7!}{2!} = 2520$</td></tr>
<tr><td>05</td><td>D</td><td>ASSASSINATION শব্দটিতে মোট অক্ষর = 13
A = 3টি, S = 4টি, I = 2টি, N = 2টি
$\therefore$ বিন্যাস $= \frac{13!}{3!4!2!2!} = \frac{13!}{36\times16}$</td></tr>
<tr><td>06</td><td>D</td><td>এখানে, দুটি T, দুটি A রয়েছে,
$\therefore$ মোট সাজানোর সংখ্যা $= \frac{4!}{2!\times2!} = 6$</td></tr>
<tr><td>07</td><td>B</td><td>'ENGINEERING' শব্দটিতে মোট বর্ণ 11টি যাতে E ও N আছে তিনটি করে এবং I ও G আছে দুইটি করে। যেহেতু, E 3টি একত্রে থাকবে, সেহেতু, E তিনটিকে একটি মাত্র বর্ণ ধরে মোট বর্ণসংখ্যা 9টি।
$\therefore$ E গুলো একসঙ্গে রেখে সকল অক্ষরগুলোর বিন্যাসের সংখ্যা $= \frac{9!}{3!\,2!\,2!} = 15120$</td></tr>
<tr><td>08</td><td>B</td><td>স্বরবর্ণ = 3টি, ব্যঞ্জনবর্ণ = 4
ব্যঞ্জনবর্ণ 4টি দ্বারা 4টি স্থান পূর্ণ করা যায় $= 4p_4 = 4! = 24$ উপায়ে
ভিতরের 3টি ও বাহিরের 2টি সহ মোট 5টি স্থান পূর্ণ করা যায় $= 5p_3 = 60$ উপায়ে
মোট বিন্যাস $= 24\times60 = 1440$</td></tr>
<tr><td>09</td><td>C</td><td>সাজানো সংখ্যা $= 4! - 3!\times2! = 12$</td></tr>
<tr><td>10</td><td>B</td><td>এখানে, মোট অঙ্ক 6টি। $\therefore n=6, r=3$ $\therefore$ নির্ণেয় বিন্যাস সংখ্যা $= 6^3 = 216$</td></tr>
<tr><td>11</td><td>B</td><td>SCHOOL শব্দটিতে মোট 6 টি বর্ণ আছে এবং এর মধ্যে 2টি 'O'
সুতরাং প্রতিবারে 3টি করে বর্ণ নিয়ে নিম্নবর্ণিতভাবে বাছাই করা যেতে পারে:
(i) 2টি বর্ণ অভিন্ন এবং অপর 1টি ভিন্ন। এক্ষেত্রে বাছাই সংখ্যা $= 1\times{}^4C_1 = 4$
(ii) 3টি বর্ণই ভিন্ন। এক্ষেত্রে বাছাই সংখ্যা $= {}^5C_3 = 10$
$\therefore$ বর্ণগুলো বাছাইয়ের মোট সংখ্যা = 4+10=14
N.B: প্রশ্নটির বাংলা অংশে ভুল ছিল। সাজানোর পরিবর্তে বাছাই হবে।</td></tr>
<tr><td>12</td><td>D</td><td>2টি s ও 2টি ভিন্ন নিয়ে বাছাই $= 1\times{}^4C_2 = 6$
সব ভিন্ন নিয়ে বাছাই $= {}^5C_4 = 5$
$\therefore$ নির্ণেয় সমাবেশ $= 5+6 = 11$ $\therefore$ মোট বাছাই $= 6+5 = 11$</td></tr>
<tr><td>13</td><td>D</td><td>কমিটি গঠনের সম্ভাব্য উপায়গুলো নিম্নরূপ:
[একজন নির্দিষ্ট পুরুষ সর্বদাই অন্তর্ভুক্ত]
<table>
<tr><th>উপায়</th><th>পুরুষ (6)</th><th>মহিলা (4)</th></tr>
<tr><td>(i)</td><td>4</td><td>0</td></tr>
<tr><td>(ii)</td><td>3</td><td>1</td></tr>
<tr><td>(iii)</td><td>2</td><td>2</td></tr>
<tr><td>(iv)</td><td>1</td><td>3</td></tr>
</table>
$\therefore$ কমিটি গঠনের উপায় $= {}^5C_3\times{}^4C_0 + {}^5C_2\times{}^4C_1 + {}^5C_1\times{}^4C_2 + {}^5C_0\times{}^4C_3$
$= 10+40+30+4 = 84$</td></tr>
<tr><td>14</td><td>A</td><td>দলটির ভ্রমনের সম্ভাব্য উপায়গুলো নিম্নরূপ:
<table>
<tr><th>উপায়</th><th>১ম যানবাহন</th><th>২য় যানবাহন</th></tr>
<tr><td>(i)</td><td>7</td><td>2</td></tr>
<tr><td>(ii)</td><td>6</td><td>3</td></tr>
<tr><td>(iii)</td><td>5</td><td>4</td></tr>
</table>
$\therefore$ প্রথম যানবাহনে ভ্রমনের উপায়
$= {}^9C_7 + {}^9C_6 + {}^9C_5 = 36+84+126 = 246$
দ্বিতীয় যানবাহনের জন্য লোক বাছাই করলেও ফলাফল একই হবে।</td></tr>
<tr><td>15</td><td>C</td><td>যেহেতু, নির্দিষ্ট দুইটি বই সর্বদা বাদ থাকে।
$\therefore$ নির্ণেয় বাছাই সংখ্যা $= {}^{10}C_5 = 252$</td></tr>
<tr><td>16</td><td>C</td><td>15 ভুজ ক্ষেত্রের 15টি শীর্ষ বিন্দু দ্বারা গঠিত কর্ণের সংখ্যা $= {}^{15}C_2 - 15 = 90$</td></tr>
<tr><td>17</td><td>B</td><td>10টি অঙ্ক 5 অঙ্কের সংখ্যায় বসানো যাবে $= 10^5$ প্রকার
$\therefore$ টেলিফোন সংযোগ যাবে $= 10^5$
10　10　10　10　10</td></tr>
<tr><td>18</td><td>D</td><td>মনে করি, লোকসংখ্যা n, তাহলে $^nC_2 = 21$
$\Rightarrow \frac{n(n-1)}{2} = 21 \Rightarrow n^2-n = 42 \Rightarrow n^2-n-42 = 0$
$\Rightarrow (n-7)(n+6) = 0 \Rightarrow n = 7, n\neq-6 \therefore n = 7$</td></tr>
<tr><td>19</td><td>A</td><td>$^nC_{12} = {}^nC_8$ $\therefore$ n=12+8=20 $\therefore {}^{22}C_n = {}^{22}C_{20} = 231$</td></tr>
<tr><td>20</td><td>A</td><td>$^nC_{12} = {}^nC_8$ $\therefore$ n=12+8=20 $\therefore {}^{22}C_n = {}^{22}C_{20} = 231$</td></tr>
</table>

CamScanner

অধ্যায় ০৬ ত্রিকোণমিতিক অনুপাত

গণিত ১ম পত্র

TOPICS	সাজেশন্স	V.V.I RATE
TOPIC-01	বিভিন্ন ত্রিকোণমিতিক কোণের মধ্যে সম্পর্ক	★
TOPIC-02	বৃত্তের ব্যাসার্ধ, চাপ ও উৎপন্ন কোণের সম্পর্ক	★★
TOPIC-03	ত্রিকোণমিতিক ফাংশনের পর্যায়কাল বা মৌলিক ব্যবধান নির্ণয় সংক্রান্ত	★★★
TOPIC-04	সর্বোচ্চ মান ও সর্বনিম্ন মান নির্ণয় সংক্রান্ত	★★
TOPIC-05	ত্রিকোণমিতিক রাশির মান নির্ণয় সংক্রান্ত	★
TOPIC-06	ঘড়ির কাঁটার মধ্যবর্তী কোণ সংক্রান্ত	★★

এক নজরে গুরুত্বপূর্ণ সূত্রাবলি

❑ গাণিতিক সমস্যাসমূহ সমাধানের জন্য প্রয়োজনীয় সূত্র ও প্রক্রিয়াসমূহ:

বৃত্তের ব্যাসার্ধ, চাপ ও উৎপন্ন কোণের সম্পর্ক

(i) r ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট যে কোন বৃত্তে যে কোন চাপ S যদি কেন্দ্রে θ^c কোণ উৎপন্ন করে তবে, উৎপন্ন কোণ $= \frac{\text{চাপ}}{\text{ব্যাসার্ধ}}$ or, $\theta^c = \frac{S}{r}$

$\therefore$ $\theta°$ কোণ উৎপন্ন করলে ক্ষেত্রফল $= \frac{\pi r^2}{360°}\theta° = \frac{1}{2}\times\frac{\pi\theta°}{180}\times r^2 = \frac{1}{2}r^2\theta^c$

মৌলিক পর্যায়/নিয়মিত ব্যবধান/মৌলিক ব্যবধান

sin, cos, sec, cosec এর ক্ষেত্রে-,

♦ Power বিজোড় হলে পর্যায়কাল $= \frac{2\pi}{\text{চলকের সহগ}}$

♦ Power জোড় হলে পর্যায়কাল $= \frac{\pi}{\text{চলকের সহগ}}$

tan, cot এর ক্ষেত্রে-,

♦ Power যাই হোক পর্যায়কাল $= \frac{\pi}{\text{চলকের সহগ}}$

সর্বোচ্চ মান ও সর্বনিম্ন মান নির্ণয় সংক্রান্ত

(a) একটি রাশি $a\sin x + b\cos x + c$ এর সর্বোচ্চ ও সর্বনিম্ন মান বের করতে হবে।

$$a\sin x + b\cos x + c = \sqrt{a^2+b^2}\left(\frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}\sin x + \frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}\cos x\right) + c$$
$$= \sqrt{a^2+b^2}\,(\sin x\cos\theta + \cos x\sin\theta) + c$$
$$= \sqrt{a^2+b^2}\,\sin(x+\theta) + c$$

এখন, $-1 \le \sin(x+\theta) \le 1$

$\therefore$ রাশির সর্বোচ্চ মান $= \sqrt{a^2+b^2} + c$

$\therefore$ রাশির সর্বনিম্ন মান $= -\sqrt{a^2+b^2} + c$

(b) ভিন্ন কোণ যুক্ত ত্রিকোণমিতিক ফাংশনের ক্ষেত্রে মান সর্বোচ্চ হবে যখন প্রতিটি পদের মান পৃথক পৃথক ভাবে সর্বোচ্চ হবে এবং মান সর্বনিম্ন হবে যখন প্রতিটি পদের মান পৃথক পৃথক সর্বনিম্ন হবে।

জাতীয় বিশ্ববিদ্যালয়ের জন্য কমনউপযোগী গুরুত্বপূর্ণ প্রশ্ন

01. $\sin\theta$ অনুপাতের নিয়মিত ব্যবধান কোনটি? [JU. 17-18]

A. $\frac{\pi}{2}$ B. π C. 0 D. 2π

S Ⓓ Why $\sin\theta$ অনুপাতের নিয়মিত ব্যবধান $= 2\pi$

02. 1 রেডিয়ান সমান কত? [JU. 09-10]

A. 2π সমকোণ B. $\frac{2}{\pi}$ সমকোণ C. 2 সমকোণ D. π সমকোণ

S Ⓑ Why 1 রেডিয়ান $= \frac{2}{\pi}$ সমকোণ

03. $\frac{7\pi}{20}$ রেডিয়ান = কত ডিগ্রী? [CU. 15-16]

A. 73° B. 85° C. 64° D. 63° E. 90°

S Ⓓ Why $\frac{7\times180°}{20} = 63°$

04. 5 সে.মি. ব্যাসার্ধবিশিষ্ট বৃত্তের একটি চাপ 40° কোণ উৎপন্ন করলে ঐ চাপের দৈর্ঘ্য কত সে. মি.? [GST-A, Set-4 2023-24]

A. 3.641 B. 3.491 C. 3.520 D. 4.20

S Ⓑ Why $S = r\theta = 5\times\frac{40\times\pi}{180} = 3.49$

05. কোট্যানজেন্ট ফাংশনের মৌলিক পর্যায় কত? [RU. C: 14-15, IU- 18-19]

A. 2π B. π C. $\frac{\pi}{2}$ D. $\frac{3\pi}{2}$

S Ⓑ Why cot এর মৌলিক পর্যায়কাল $= \pi$

06. $\tan\frac{3x}{2}$ এর মৌলিক পর্যায় কোনটি? [JKKNIU. 19-20]

A. $\frac{\pi}{3}$ B. $\frac{2\pi}{3}$ C. π D. $\frac{3\pi}{2}$

S Ⓑ Why $\tan\frac{3x}{2}$ এর মৌলিক পর্যায় $= \frac{\pi}{\text{চলকের সহগ}} = \frac{\pi}{\frac{3}{2}} = \frac{2\pi}{3}$

07. tan x এর পর্যায়কাল- [JNU. 09-10]

A. 2π B. π C. 3π D. 4π

S Ⓑ Why tan/cot এর পর্যায়কাল $= \pi$

08. $5\sin(x+30°) - 2$ এর সর্বোচ্চ মান- [JU. 09-10]

A. 5 B. 3 C. –5 D. 7

S Ⓑ Why রাশিটির মান সর্বোচ্চ হবে যদি $\sin(x+30°)$ এর মান সর্বোচ্চ হয়। $\sin(x+30°)$ এর সর্বোচ্চ মান = 1

$\therefore 5\sin(x+30°) - 2 = 5 - 2 = 3$

09. $\sin\theta$ ও $\cos\theta$ এর মান সব সময়- [IU. 17-18; SAU. 05-06]

A. –1 থেকে 0 B. 0 থেকে 1 C. –1 থেকে 1 D. $-\infty$ থেকে ∞

S Ⓒ Why $\sin\theta, \cos\theta$ এর রেঞ্জ $[-1, 1]$

10. বিকাল 5 টায় ঘণ্টার ও মিনিটের কাঁটার মধ্যে কোণের পরিমাণ- [JU: 11-12]

A. 150° B. 120° C. 180° D. কোনটিই নয়

S Ⓐ Why ঘণ্টার ও মিনিটের কাটার মধ্যবর্তী কোণ,

$\theta = \left|\frac{11}{2}M - 30H\right| = \left|\frac{11}{2}\times0 - 30\times5\right| = 150°$

PRIME TEST

01. $5\sin(x+30°) - 2$ এর সর্বোচ্চ মান-

Ⓐ 5 Ⓑ 3 Ⓒ –5 Ⓓ 7

02. $\tan\theta$ এর রেঞ্জ কোনটি?

Ⓐ $(-\infty, 0)$ Ⓑ $(0, \infty)$ Ⓒ $[-1, 1]$ Ⓓ $(-\infty, \infty)$

03. $\sec\theta$ ফাংশনটির বিস্তার কত?

Ⓐ $[-1, 1]$ Ⓑ $\mathbb{R}$ Ⓒ $\mathbb{R} - (-1, 1)$ Ⓓ কোনটিই নয়

04. $\frac{7\pi}{20}$ রেডিয়ান = কত ডিগ্রী?

Ⓐ 73° Ⓑ 85° Ⓒ 64° Ⓓ 63°

CamScanner

05. $\sin(4x+1)$ এর পর্যায় কত?
Ⓐ 4π Ⓑ π Ⓒ 2π Ⓓ $\frac{\pi}{2}$

06. $\tan x$ এর পর্যায়কাল-
Ⓐ 2π Ⓑ π Ⓒ 3π Ⓓ 4π

07. $\tan\frac{3x}{2}$ এর মৌলিক পর্যায় কোনটি?
Ⓐ $\frac{\pi}{3}$ Ⓑ $\frac{2\pi}{3}$ Ⓒ π Ⓓ $\frac{3\pi}{2}$

08. $\sec\frac{x}{4}$ এর মৌলিক পর্যায় কত?
Ⓐ $\frac{\pi}{2}$ Ⓑ 2π Ⓒ 4π Ⓓ 8π

09. $\sin(1110^\circ)$ এর মান কত?
Ⓐ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ Ⓑ $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ Ⓒ $-\frac{1}{2}$ Ⓓ $\frac{1}{2}$

10. 8টা 30 মিনিটে ঘন্টার কাঁটা ও মিনিটের কাঁটার মধ্যবর্তী কোণ কত?
Ⓐ 60° Ⓑ 75° Ⓒ 90° Ⓓ 105°

11. $\tan(-1125^\circ) = ?$
Ⓐ 1 Ⓑ -1 Ⓒ 0 Ⓓ $\frac{1}{2}$

12. ত্রিকোণমিতিক ফাংশন sine এ θ কোণ 270^0 থেকে বেড়ে 360^0 হলে, $\sin\theta$ এর মান-1 থেকে বেড়ে কত হবে?
Ⓐ 0 Ⓑ 1 Ⓒ -1 Ⓓ -2

13. $\frac{7\pi}{15}$ রেডিয়ান কোণের ষাটমূলক পদ্ধতিতে মান কত?
Ⓐ 80° Ⓑ 81° Ⓒ 82° Ⓓ 84°

14. বিকাল 5 টার ঘন্টার ও মিনিটের কাটার মধ্যে কোণের পরিমাণ-
Ⓐ 150° Ⓑ 120°
Ⓒ 180° Ⓓ কোনটিই নয়

15. $\sin\theta$ অনুপাতের নিয়মিত ব্যবধান কোনটি?
Ⓐ $\frac{\pi}{2}$ Ⓑ π
Ⓒ 0 Ⓓ 2π

16. কোন বৃত্ত এর ব্যাসার্ধের সমান দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট চাপ কেন্দ্রে যে কোণ ধারণ করে তাকে বলে-
Ⓐ এক ডিগ্রি Ⓑ এক সেকেন্ড
Ⓒ ষাটমূলক Ⓓ এক রেডিয়ান

17. 20° = কত রেডিয়ান?
Ⓐ 0.35^c Ⓑ $28^\circ27'$
Ⓒ $12^\circ63'$ Ⓓ 160°

18. কোনটি জ্যামিতিক কোণ?
Ⓐ $-\frac{\pi}{3}$ Ⓑ $\frac{4\pi}{3}$
Ⓒ $-\frac{4\pi}{3}$ Ⓓ 3π

19. একটি ত্রিভুজের দুইটি কোণ 70° ও 90°। অপর কোণটির মান রেডিয়ানে কত?
Ⓐ 20° Ⓑ $\frac{\pi}{6}$
Ⓒ $\frac{\pi}{9}$ Ⓓ $\frac{\pi}{12}$

20. একটি বৃত্তচাপ কেন্দ্রে 60° কোণ উৎপন্ন করে। বৃত্তটির ব্যাসার্ধ 3cm হলে, বৃত্তকলার ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক?
Ⓐ $\frac{2\pi}{3}$ Ⓑ $\frac{\pi}{2}$ Ⓒ $\frac{3\pi}{2}$ Ⓓ কোনোটিই নয়

Answer Analysis

প্রশ্ন	উত্তর	ব্যাখ্যা
01	B	রাশিটির মান সর্বোচ্চ হবে যদি $\sin(x+30^\circ)$ এর মান সর্বোচ্চ হয় $\sin(x+30^\circ)$ এর সর্বোচ্চ মান = 1 $\therefore 5\sin(x+30^\circ)-2=5-2=3$
02	D	
03	C	
04	D	$\frac{7\times180}{20}=63^\circ$
05	D	কোন ত্রিকোণমিতিক ফাংশনের পর্যায়কাল বের করতে হলে তার মৌলিক পর্যায়কালকে প্রদত্ত ত্রিকোণমিতিক ফাংশনের কোণের x-এর সহগ দ্বারা ভাগ করতে হয়। এক্ষেত্রে, x-এর সহগ = 4 এবং sine-ফাংশনের মৌলিক পর্যায় = 2π $\therefore \sin(4x+1)$ এর পর্যায়কাল = $\frac{2\pi}{4}=\frac{\pi}{2}$
06	B	tan/cot এর পর্যায়কাল = π
07	B	$\tan\frac{3x}{2}$ এর মৌলিক পর্যায় = $\frac{\pi}{\text{চলকের সহগ}}=\frac{\pi}{\frac{3}{2}}=\frac{2\pi}{3}$
08	D	$\sec x=\sec(2\pi+x)=\sec(4\pi+x)=\sec(6\pi+x)$ অতএব $\sec x$ এর পর্যায় মৌলিক পর্যায়কাল = 2π $\sec\frac{x}{4}$ এর মৌলিক পর্যায়কাল = $4\times2\pi=8\pi$
09	D	$\sin(1110^\circ)=\sin(3\times360+30^\circ)=\sin30^\circ=\frac{1}{2}$
10	B	8 টা 30 মি. ঘন্টার কাটার অবস্থান নির্ণেয় মধ্যবর্তী কোণ = $\left\lvert\frac{60H-11M}{2}\right\rvert^\circ$ $=\left\lvert\frac{60.8-11.30}{2}\right\rvert^\circ=\left\lvert\frac{480-330}{2}\right\rvert^\circ=\left\lvert\frac{150}{2}\right\rvert^\circ=75^\circ$
11	B	$\tan(-1125^\circ)=-\tan(3\times360+45^\circ)=-\tan45^\circ=-1$
12	A	sine এ θ কোন 270 থেকে বেড়ে 360 হলে, $\sin\theta$ এর মান -1 থেকে বেড়ে 0 হবে।
13	D	$\frac{7\times180}{15}=84^\circ$
14	A	ঘন্টার ও মিনিটের কাটার মধ্যবর্তী কোণ, $\theta=\left\lvert\frac{11}{2}M-30H\right\rvert=\left\lvert\frac{11}{2}\times0-30\times5\right\rvert=150^\circ$
15	D	$\sin\theta$ অনুপাতের নিয়মিত ব্যবধান = 2π
16	D	কোন বৃত্ত এর ব্যাসার্ধের সমান চাপ কেন্দ্রে যে কোণ ধারণ করে তাকে বলে এক রেডিয়ান।
17	A	$\cos^2x$ এর বৃহত্তম মান 1 এবং ক্ষুদ্রতম মান 0
18	B	জ্যামিতিক কোণ কখনো ঋণাত্মক হতে পারে না এবং এর মান 0° থেকে 360° এর মধ্যে সীমাবদ্ধ।
19	C	তৃতীয় কোণটির মান $=180^\circ-(70^\circ+90^\circ)=$ $20^\circ=20\times\frac{\pi}{180}=\frac{\pi}{9}$ রেডিয়ান
20	C	Area = $\frac{\theta}{2}r^2$ $=\frac{\pi}{6}\times(3)^2=\frac{3\pi}{2}$ বর্গ একক

CamScanner

অধ্যায় ০৭ সংযুক্ত কোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাত

গণিত ১ম পত্র

TOPICS	সাজেশন্স	V.V.I RATE
TOPIC-01	$\sin^2\theta$ ও $\cos^2\theta$ এর ধারার মান নির্ণয় সম্পর্কিত গাণিতিক প্রয়োগ	★★
TOPIC-02	সহগুণিতক কোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাত সংক্রান্ত	★
TOPIC-03	জানা কোণের ত্রিকোণমিতিক রাশির মান নির্ণয় সম্পর্কিত গাণিতিক প্রয়োগ	★★
TOPIC-04	অজানা কোণের ত্রিকোণমিতিক রাশির মান নির্ণয় সম্পর্কিত গাণিতিক প্রয়োগ	★★
TOPIC-05	কোন পূর্ণ সংখ্যা (N) এর ধনিষ্ক আকারে থাকলে ত্রিকোণমিতিক রাশির মান নির্ণয় সম্পর্কিত গাণিতিক প্রয়োগ	★★
TOPIC-06	ত্রিকোণমিতিক অভেদাবলী	★
TOPIC-07	ত্রিভুজের sin ও cosine সূত্রের ব্যবহার	★★
TOPIC-08	ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় সংক্রান্ত	★★
TOPIC-09	তথ্য দেওয়া না থাকলে ত্রিভুজের রাশিমালার মান নির্ণয় সংক্রান্ত	★

এক নজরে গুরুত্বপূর্ণ সূত্রাবলি

❑ গাণিতিক সমস্যাসমূহ সমাধানের জন্য প্রয়োজনীয় সূত্র ও প্রক্রিয়াসমূহ:

sin/cos এর যৌগিক কোণের সূত্র
$\sin(A \pm B) = \sin A\cos B \pm \cos A\sin B$
$\cos(A \pm B) = \cos A\cos B \mp \sin A\sin B$
$2\sin A\cos B = \sin(A+B) + \sin(A-B)$
$2\cos A\sin B = \sin(A+B) - \sin(A-B)$
$2\cos A\cos B = \cos(A+B) + \cos(A-B)$
$2\sin A\sin B = \cos(A-B) - \cos(A+B)$
$\sin C + \sin D = 2\sin\frac{C+D}{2}\cos\frac{C-D}{2}$
$\sin C - \sin D = 2\cos\frac{C+D}{2}\sin\frac{C-D}{2}$
$\cos C + \cos D = 2\cos\frac{C+D}{2}\cos\frac{C-D}{2}$
$\cos C - \cos D = 2\sin\frac{C+D}{2}\sin\frac{D-C}{2}$
$\sin(A+B)\sin(A-B) = \sin^2A - \sin^2B = \cos^2B - \cos^2A$
$\cos(A+B)\cos(A-B) = \cos^2A - \sin^2B = \cos^2B - \sin^2A$
$\sin3A = 3\sin A - 4\sin^3A \Rightarrow \sin^3A = \frac{1}{4}(3\sin A - \sin3A)$
$\cos3A = 4\cos^3A - 3\cos A \Rightarrow \cos^3A = \frac{1}{4}(\cos3A + 3\cos A)$
$\sin2A = 2\sin A\cos A$
$\cos2A = \cos^2A - \sin^2A$
$\cos2A = 1 - 2\sin^2A;\ 2\sin^2A = 1 - \cos2A$
$\cos2A = 2\cos^2A - 1;\ 2\cos^2A = 1 + \cos2A$
$\sin2A = \frac{2\tan A}{1+\tan^2A}$
$\cos2A = \frac{1-\tan^2A}{1+\tan^2A}$

tan/cot এর যৌগিক কোণের সূত্র
$\tan(A \pm B) = \frac{\tan A \pm \tan B}{1 \mp \tan A\tan B}$
$\cot(A \pm B) = \frac{\cot A\cot B \mp 1}{\cot B \pm \cot A}$
$\tan2A = \frac{2\tan A}{1-\tan^2A}$
$\cot3A = \frac{\cot^3A - 3\cot A}{3\cot^2A - 1}$
$\tan3A = \frac{3\tan A - \tan^3A}{1 - 3\tan^2A}$
$\tan^2A = \frac{1-\cos2A}{1+\cos2A}$

ত্রিভুজের সূত্র সমূহ
ত্রিভুজের sine এর সূত্র
ত্রিভুজের cosine এর সূত্র
$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$ [R = পরিব্যাসার্ধ]
1. $\cos A = \frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$ 2. $\cos B = \frac{c^2+a^2-b^2}{2ac}$ 3. $\cos C = \frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}$
ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল, $\frac{1}{2} \times$ বাহুদ্বয়ের গুণফল $\times$ বাহুদ্বয়ের অন্তর্ভুক্ত কোণের sin

ত্রিভুজের অর্ধ পরিসীমা
একটি ত্রিভুজের অর্ধ পরিসীমা $= \frac{a+b+c}{2}$
ত্রিভুজের পরিব্যাসার্ধ $R = \frac{abc}{4\Delta}$
ক্ষেত্রফল $\Delta = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$
ত্রিভুজের অন্তর্ব্যাসার্ধ $r = \frac{\Delta}{s}$
অভিক্ষেপ- সূত্র: i) $a = b\cos C + c\cos B$ ii) $b = c\cos A + a\cos C$ iii) $c = a\cos B + b\cos C$

$\sin^2\theta$ ও $\cos^2\theta$ এর ধারা থাকলে মান নির্ণয়

ধারার সমষ্টির ক্ষেত্রে $\sin^2\theta$ এবং $\cos^2\theta$ এর জন্য আগে পদ সংখ্যা বের করতে হবে। পদ সংখ্যা $= \frac{\text{শেষ পদ} - \text{১ম পদ}}{\text{ব্যবধান}} + 1$

(i) পদ সংখ্যা জোড় হলে Answer $= \frac{n}{2}$ (ii) পদ সংখ্যা বিজোড় হ

Answer $= \frac{n-1}{2} + (\sin^2 0 / \sin^2 90 / \cos^2 0 / \cos^2 90)$

Note:

(i) পদ সংখ্যা বিজোড় হলে $\sin^2 0 / \sin^2 90 / \cos^2 0 / \cos^2 90$ এই চারটি প
যে কোনো একটি পদ প্রশ্নে থাকবে এবং সেটি থাকবে তার মান যোগ করতে হবে।

(ii) পদ সংখ্যা বিজোড় হলে এবং $\sin^2 0 / \sin^2 90 / \cos^2 0 / \cos^2 90$ এই চা
পদের কোনোটি না থাকলে $\frac{1}{2}$ যোগ করতে হবে।

[অর্থাৎ পদসংখ্যা বিজোড় হলে মধ্যপদ আলাদা করে নিয়ে এর সাথে বাকি অংশের সমষ্টি যোগ করতে হবে]

CamScanner

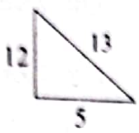
জাতীয় বিশ্ববিদ্যালয়ের জন্য কমনউপযোগী গুরুত্বপূর্ণ প্রশ্ন

01. $\sec\theta = \frac{13}{5}$ হলে $\tan\theta$ এর মান কত? [JU. 19-20]

A. $\frac{5}{12}$ B. $\frac{5}{13}$ C. $\frac{12}{5}$ D. $\frac{1}{12}$

S(C) Why $\sec\theta = \frac{13}{5}$

$\therefore \tan\theta = \frac{12}{5}$



02. $\tan\theta = \frac{1}{7}$ হলে, $\cos2\theta$ এর মান কত? [JU- 18-19]

A. $\frac{24}{25}$ B. $\frac{23}{25}$ C. $\frac{21}{25}$ D. $\frac{19}{25}$

S(A) Why $\cos2\theta = \frac{1-\tan^2\theta}{1+\tan^2\theta} = \frac{1-\frac{1}{49}}{1+\frac{1}{49}} = \frac{48}{50} = \frac{24}{25}$

03. $\tan\theta = \frac{3}{4}$ হলে, $\frac{\sin\theta - \cos\theta}{\sin\theta + \cos\theta}$ এর মান কত? [JU. 15-16]

A. 7 B. $\frac{1}{7}$ C. $-\frac{1}{7}$ D. -7

S(C) Why $\frac{\sin\theta-\cos\theta}{\sin\theta+\cos\theta} = \frac{\tan\theta-1}{\tan\theta+1} = \frac{\frac{3}{4}-1}{\frac{3}{4}+1} = \frac{-\frac{1}{4}}{\frac{7}{4}} = -\frac{1}{7}$

04. $\sec\theta + \tan\theta = \frac{1}{7}$ হলে $\sec\theta - \tan\theta$ এর মান কোনটি? [RU-C, মেকআপ-৩ 2023-24]

A. 7 B. $\frac{1}{7}$ C. $\frac{3}{7}$ D. -7

S(A) Why $\sec^2\theta - \tan^2\theta = 1$

$\Rightarrow (\sec\theta + \tan\theta)(\sec\theta - \tan\theta) = 1$

$\Rightarrow \frac{1}{7}(\sec\theta - \tan\theta) = 1 \quad \therefore \sec\theta - \tan\theta = 7$

05. $\cot A = \frac{12}{5}$ হলে $\sin A + \cos A$ এর মান কত? [RU. 18-19, DU. প্রযুক্তি. 19-20; JnU. 15-16]

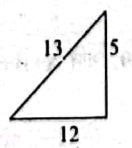
A. $\frac{13}{17}$ B. $-\frac{7}{13}$ C. $\frac{17}{13}$ D. $-\frac{13}{17}$

S(C) Why দেওয়া আছে, $\cot A = \frac{12}{5}$

$\therefore$ পাশের চিত্র হতে পাই,

$\sin A = \frac{5}{13}$ এবং $\cos A = \frac{12}{13}$

$\therefore \sin A + \cos A = \frac{5}{13} + \frac{12}{13} = \frac{17}{13}$



06. $\tan36° + \tan9° + \tan36° \tan9° = ?$ [JU-H. 19-20; IU. 19-20]

A. 0 B. -1 C. 1 D. কোনোটিই নয়

S(C) Why $\tan 45° = \tan(36° + 9°)$

$\Rightarrow 1 = \frac{\tan 36° + \tan 9°}{1 - \tan 36° \tan 9°}$

$\Rightarrow \tan 36° + \tan 9° = 1 - \tan 36° \tan 9°$

$\therefore \tan 36° + \tan 9° + \tan 36° \tan 9° = 1$

07. $\frac{\cos27° - \cos63°}{\cos27° + \cos63°} = ?$ [JU: H: 14-15; RUET. 10-11]

A. $\cot 18°$ B. $\sin 18°$ C. $\cos 18°$ D. $\tan 18°$

S(D) Why $\frac{\cos27° - \cos63°}{\cos27° + \cos63°} = \frac{\cos27° - \sin27°}{\cos27° + \sin27°}$

$= \tan(45° - 27°) = \tan 18°$

08. $\frac{1+\tan25°}{1-\tan25°}$ এর মান কত? [RU. 17-18]

A. $\tan 50°$ B. $\tan 70°$ C. $\cot 50°$ D. $\cot 70°$

S(B) Why $\frac{1+\tan25°}{1-\tan25°} = \frac{\tan45° + \tan25°}{1 - \tan45° \tan25°} = \tan(45° + 25°) = \tan70°$

09. $\cos 75°$ এর সঠিক মান- [CU-A, Set-2. 20-21; DU: 07-08; CU 14-15, CU: 08-09; রা.বো. ২০১৯]

A. $\frac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$ C. $\frac{-\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$ D. $\frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}}$

S(D) Why $\cos 75° = \cos(45° + 30°)$

$= \cos 45° . \cos 30° - \sin 45° . \sin 30°$

$= \frac{1}{\sqrt{2}} . \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{\sqrt{2}} . \frac{1}{2} = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}\right) = \frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}}$

10. $\cos^2 0° + \cos^2 10° + \cos^2 20° + ... + \cos^2 90°$ এর মান- [DU: 08-09]

A. 6 B. 3 C. 5 D. 4

S(C) Why এখানে, পদসংখ্যা $= \frac{90-0}{10} + 1 = 10$ অর্থাৎ 5 জোড়া পদ।

$\therefore$ রাশিটির মান = 5

11. $\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}}}$ এর মান কত? [RU: F: 15-16]

A. $\cos\frac{2\pi}{32}$ B. $\cos\frac{\pi}{32}$ C. $\cos\frac{\pi}{16}$ D. $\cos\frac{3\pi}{15}$

S(B) Why $\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}}} = \sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2.2\cos^2\frac{\pi}{4}}}}$

$= \sqrt{2+\sqrt{2+2\cos\frac{\pi}{4}}} = \sqrt{2+2\cos\frac{\pi}{16}} = \cos\frac{\pi}{32}$

12. $A + B = \frac{\pi}{2}$ হলে $\cos^2 A - \cos^2 B$ এর মান- [DU 17-18]

A. $\sin(A - B)$ B. $\sin(B - A)$ C. $\cos(B - A)$ D. $-\cos(A - B)$

S(B) Why $\cos^2 A - \cos^2 B = 1 - \sin^2 A - 1 + \sin^2 B$

$= \sin^2 B - \sin^2 A = \sin(B + A).\sin(B - A)$

$= \sin\left(\frac{\pi}{2}\right).\sin(B-A) = 1.\sin(B - A) = \sin(B - A)$

13. $\sin A + \cos A = \sin B + \cos B$ হলে $(A + B)$ এর মান কোনটি? [JU-A, Set-H. 22-23; RU 17-18, 16-17, 12-13, 11-12, DU 15-16, 13-14, IU 11-12]

A. $\frac{\pi}{2}$ B. π C. 2π D. $\frac{\pi}{4}$

S(A) Why $\sin A + \cos A = \sin B + \cos B$

$\Rightarrow \sin A - \sin B = \cos B - \cos A$

$\Rightarrow 2\cos\frac{A+B}{2}\sin\frac{A-B}{2} = 2\sin\frac{B+A}{2}\sin\frac{A-B}{2}$

$\Rightarrow \cos\frac{A+B}{2} = \sin\frac{A+B}{2}$

$\Rightarrow \cos^2\left(\frac{A+B}{2}\right) - \sin^2\left(\frac{A+B}{2}\right) = 0 \Rightarrow \cos 2.\frac{A+B}{2} = 0$

$\Rightarrow \cos(A+B) = 0 = \cos\frac{\pi}{2} \Rightarrow A + B = \frac{\pi}{2}$

CamScanner

14. $\sin A + \cos A = \sin B + \cos B$ ও $A = \frac{\pi}{9}$ হলে $B = ?$ [JU: H: 14-15]

A. $\frac{7\pi}{18}$ B. $\frac{7\pi}{9}$ C. $\frac{5\pi}{9}$ D. $\frac{5\pi}{18}$

S Ⓐ WhY $\sin A + \cos A = \sin B + \cos B$ হলে, $A + B = \frac{\pi}{2}$

$\Rightarrow B = \frac{\pi}{2} - A \Rightarrow B = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{9} = \frac{7\pi}{18}$

15. $\sin(2n\pi+\theta)$-এর মান কত? [CU 13-14]

A. $\sin\theta$ B. $\cos\theta$ C. $-\cos\theta$
D. $-\sin\theta$ E. $\sin 2n\pi$

S Ⓐ WhY $\sin(2n\pi + \theta) = \sin\theta$

16. যদি $\alpha + \beta + \gamma = \pi$ হয়, তবে $\tan\alpha + \tan\beta + \tan\gamma = ?$ [JU-H. 19-20]

A. $\tan\alpha + \tan\beta\tan\gamma$ B. $\tan\alpha + \tan\beta + \tan\gamma$
C. $\tan\alpha - \tan\beta - \tan\gamma$ D. 1

S ⓧ WhY $\alpha + \beta = \pi - \gamma \Rightarrow \tan(\alpha + \beta) = \tan(\pi - \gamma)$

$\Rightarrow \frac{\tan\alpha + \tan\beta}{1 - \tan\alpha\tan\beta} = -\tan\gamma$

$\Rightarrow \tan\alpha + \tan\beta = -\tan\gamma + \tan\alpha\tan\beta\tan\gamma$

$\Rightarrow \tan\alpha + \tan\beta + \tan\gamma = \tan\alpha\tan\beta\tan\gamma$

17. একটি ত্রিভুজের কোণগুলোর অনুপাত 1:2:3 হলে বাহুগুলোর অনুপাত হচ্ছে- [BRU: 15-16; MBSTU: 14-15]

A. 2:3:1 B. $\sqrt{3}$:2:1 C. 2: $\sqrt{3}$:1 D. 1: $\sqrt{3}$:2

S Ⓓ WhY কোণ গুলোর অনুপাত 1:2:3

$\Rightarrow A:B:C = 30^\circ:60^\circ:90^\circ$

$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$

$\Rightarrow \frac{a}{\sin 30^\circ} = \frac{b}{\sin 60^\circ} = \frac{c}{\sin 90^\circ}$

$\Rightarrow \frac{a}{\frac{1}{2}} = \frac{b}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{c}{1} \Rightarrow a:b:c = 1:\sqrt{3}:2$

18. একটি ত্রিভুজের বাহুত্রয় 5, 12 এবং 13 সে.মি. হলে ত্রিভুজটি হবে- [JU-A, Set-M. 2023-24]

A. স্থুলকোণী B. সূক্ষ্মকোণী
C. সমকোণী D. কোনটিই নয়

S Ⓒ WhY (বৃহত্তম বাহু)^2 = অপর দুই বাহুর বর্গের সমষ্টি

19. একটি ত্রিভুজের বাহুর দৈর্ঘ্য 9,40 এবং 41। এর পরাবৃত্তের ব্যাসার্ধ- [RU-C, সুরমা-৩. 2023-24]

A. 24.5 B. 25.5
C. 20.5 D. 25.0

S Ⓒ WhY পরিবৃত্তের ব্যাসার্ধ $= \frac{abc}{4\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}}$

দেওয়া আছে, $a = 9$, $b = 40$, $c = 41$ | $s = \frac{9+40+41}{2} = 45$

$\therefore r = \frac{9 \times 40 \times 41}{4\sqrt{45 \times 36 \times 5 \times 4}} = 20.5$

20. একটি ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $\frac{15\sqrt{3}}{4}$ বর্গ সে.মি. এবং উহার দুইটি বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 3 সে.মি. ও 5 সে.মি.। উক্ত বাহু দুইটির অন্তর্গত কোণ কত? [CU. 08-09]

A. 30° B. 60° C. 120°
D. 135° E. 40°

S Ⓑ WhY $\frac{15\sqrt{3}}{4} = \frac{1}{2} \times 3 \times 5 \times \sin\theta = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \theta = 60^\circ$

21. যদি কোন ত্রিভুজে $A = 60^\circ$ হয়, তবে $b + c =$ কত? [RU 09-10]

A. $2a\cos\frac{B-C}{2}$ B. $2a\cos\frac{B+C}{2}$
C. $a\cos\frac{B-C}{2}$ D. $2a\cos B$

S Ⓐ WhY $b + c = 2R\sin B + 2R\sin C$

$= (2R).2\sin\frac{B+C}{2}\cos\frac{B-C}{2} = (2R)2\sin\left(\frac{\pi}{2} - \frac{A}{2}\right)\cos\frac{B-C}{2}$

$= (2R).2\cos\frac{A}{2}\cos\frac{B-C}{2} = \frac{a}{\sin A}.2\cos\frac{A}{2}\cos\frac{B-C}{2}$

$= \frac{1}{\sin 60^\circ}.2\cos 30^\circ\cos\frac{B-C}{2} = \frac{a}{\frac{\sqrt{3}}{2}}.2.\frac{\sqrt{3}}{2}.\cos\frac{B-C}{2} = 2a\cos\frac{B-C}{2}$

PRIME TEST

01. $\sin\{(2n+1)\pi + \alpha\} = ?$

Ⓐ $-\sin\alpha$ Ⓑ $\sin\alpha$ Ⓒ $\sin \pi/2$ Ⓓ $\cos\alpha$

02. $\cos 75^\circ$ এর সঠিক মান-

Ⓐ $\frac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}}$ Ⓑ $\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$ Ⓒ $\frac{-\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$ Ⓓ $\frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}}$

03. $\sin(780^\circ)\cos(390^\circ) - \sin(330^\circ)\cos(-300^\circ)$ এর মান-

Ⓐ 0 Ⓑ −1 Ⓒ 1 Ⓓ $\frac{1}{2}$

04. $\tan 54^\circ - \tan 36^\circ$ এর মান-

Ⓐ $2\tan 18^\circ$ Ⓑ $2\cot 27^\circ$
Ⓒ $-2\tan 81^\circ$ Ⓓ $-2\tan 72^\circ$

05. $\sin 65^\circ + \cos 65^\circ$ এর মান কত হবে?

Ⓐ $\sqrt{2}\cos 20^\circ$ Ⓑ $\sqrt{2}\cos 60^\circ$
Ⓒ $\sqrt{2}\sin 20^\circ$ Ⓓ $\sqrt{2}$

06. $\cos(-4380^\circ) = ?$

Ⓐ $\frac{1}{2}$ Ⓑ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ Ⓒ 0 Ⓓ $\frac{1}{\sqrt{2}}$

07. $\frac{\sin 75^\circ - \sin 15^\circ}{\sin 75^\circ + \sin 15^\circ}$ এর মান-

Ⓐ $\sqrt{3}$ Ⓑ $\frac{1}{\sqrt{3}}$ Ⓒ $-\frac{1}{\sqrt{3}}$ Ⓓ $-\sqrt{3}$

08 ABC একটি সমকোণী ত্রিভুজ হলে $\cos^2 A + \cos^2 B + \cos^2 C = ?$

Ⓐ $\frac{1}{2}$ Ⓑ 1 Ⓒ 0 Ⓓ −1

09. যদি A+B+C=π হয় তবে $\sin^2\frac{A}{2} + \sin^2\frac{B}{2} + \sin^2\frac{C}{2}$ সমান-

Ⓐ $1-2\sin\frac{A}{2}\sin\frac{B}{2}\sin\frac{C}{2}$ Ⓑ $1+2\sin\frac{A}{2}\sin\frac{B}{2}\sin\frac{C}{2}$
Ⓒ $1-\sin\frac{A}{2}\sin\frac{B}{2}\sin\frac{C}{2}$ Ⓓ $1+\sin\frac{A}{2}\sin\frac{B}{2}\sin\frac{C}{2}$

10. $f(\theta) = \cos\theta - \sin\theta$ হলে θ এর কোন মানের জন্য $f(\theta) = 0$

Ⓐ π/2 Ⓑ π/4 Ⓒ π Ⓓ π/6

11. $\frac{1+\cos 2\theta}{\sin 2\theta} = ?$

Ⓐ $\cot\theta$ Ⓑ $\tan\theta$
Ⓒ $\sec\theta$ Ⓓ $\mathrm{cosec}\theta$

CamScanner

12. $p\sin\theta = \sqrt{3}$ এবং $p\cos\theta = 1$ হলে θ-এর মান কত?

Ⓐ 45° Ⓑ 60°
Ⓒ 30° Ⓓ 90°

13. যদি $\tan\theta = \frac{a}{b}$ হয় তবে $\frac{a\sin\theta - b\cos\theta}{a\sin\theta + b\cos\theta}$ এর মান কত?

Ⓐ $\frac{a^2 - b^2}{a^2 + b^2}$ Ⓑ $\frac{2a^2 - b^2}{a^2 + b^2}$
Ⓒ $\frac{a^2 + 2b^2}{a^2 - b^2}$ Ⓓ $\frac{3a^2 - b^2}{2a^2 + b^2}$

14. ABC ত্রিভুজে a:b:c = 3:7:5 হলে ∠B = ?

Ⓐ 60° Ⓑ 30°
Ⓒ 90° Ⓓ 120°

15. কোন ত্রিভুজের বাহুত্রয় 13, 14, 15 হলে ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল কত?

Ⓐ 82 Ⓑ 83
Ⓒ 84 Ⓓ 85

16. $\frac{1+\cos2\theta}{\sin2\theta}$ এর মান কত?

Ⓐ tanθ Ⓑ cotθ
Ⓒ secθ Ⓓ cosecθ

17. $\frac{\tan^2\left(\alpha+\frac{\pi}{4}\right)-1}{\tan^2\left(\alpha+\frac{\pi}{4}\right)+1} = ?$

Ⓐ sin2α Ⓑ sinα
Ⓒ $\tan\frac{\pi}{4}$ Ⓓ 1

18. যদি cosecx+cotx = $\sqrt{3}$ হয়, তবে x এর মান কত?

Ⓐ $2n\pi + \frac{\pi}{3}$ Ⓑ $n\pi + \frac{\pi}{6}$
Ⓒ $n\pi + \frac{\pi}{4}$ Ⓓ nπ

19. tan20° + tan25° + tan20° tan25° = ?

Ⓐ 0 Ⓑ 1
Ⓒ −1 Ⓓ কোনটিই নয়

20. $\cos^2 0° + \cos^2 10° + \cos^2 20° + ... + \cos^2 90°$ এর মান-

Ⓐ 6 Ⓑ 3
Ⓒ 5 Ⓓ 4

Answer Analysis

প্রশ্ন	উত্তর	ব্যাখ্যা
01	A	প্রশ্নে n থাকলে n = 0 বসিয়ে যেই মান পাওয়া যায় সেই মানটি Answer হবে। $\sin\{(2n+1)\pi+\alpha\}$ $=\sin(\pi+\alpha)$ [n = 0 বসিয়ে] $= -\sin\alpha$
02	D	$\cos75° = \cos(45° + 30°)$ $= \cos45°.\cos30° - \sin45°.\sin30°$ $= \frac{1}{\sqrt{2}}.\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{\sqrt{2}}.\frac{1}{2} = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}\right) = \frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}}$
03	C	$\sin(780°)\cos(390°) - \sin(330°)\cos(-300°)$ $= \frac{\sqrt{3}}{2}\times\frac{\sqrt{3}}{2} - \left(-\frac{1}{2}\right)\times\frac{1}{2} = \frac{3}{4} + \frac{1}{4} = 1$
04	A	$\tan70° - \tan20° = 2\tan(70° - 20°) = 2\tan50°$
05	A	$\sin65° + \cos65° = \sqrt{2}\cos(65° - 45°) = \sqrt{2}\cos20°$
06	A	$\cos(-4380°) = \cos(4380°)$ $= \cos(12\times360° + 60°) = \cos60° = \frac{1}{2}$
07	B	$\frac{\sin75° - \sin15°}{\sin75° + \sin15°} = \cot(45° + 15°) = \cot60° = \frac{1}{\sqrt{3}}$
08	B	A = 90°, B = 60° এবং C = 30° ধরে প্রদত্ত রাশিতে মান বসিয়ে, $\cos^2(90°) + \cos^2(60°) + \cos^2(30°)$ $= 0 + \frac{1}{4} + \frac{3}{4} = 1$
09	A	A = B = C = 60° বিবেচনা করে প্রদত্ত রাশিটির মান $= \frac{3}{4}$ Option থেকে A = B = C = 60° বসালে, $1 - 2\sin\frac{A}{2}\sin\frac{B}{2}\sin\frac{C}{2} = \frac{3}{4}$ হয়।
10	B	$\because f(\theta) = 0 \therefore \cos\theta - \sin\theta = 0 \Rightarrow \tan\theta = 1 \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{4}$
11	A	$\frac{1+\cos2\theta}{\sin2\theta} = \frac{2\cos^2\theta}{2\sin\theta.\cos\theta} = \frac{\cos\theta}{\sin\theta} = \cot\theta$
12	B	$\frac{p\sin\theta}{p\cos\theta} = \frac{\sqrt{3}}{1} \Rightarrow \tan\theta = \sqrt{3} \Rightarrow \theta = 60°$
13	A	$\tan\theta = \frac{a}{b}$ ধরি, $a = \sqrt{3}$ এবং $b = 1$ $\therefore \tan\theta = \frac{\sqrt{3}}{1}$ এবং $\theta = 60$ $\therefore \frac{\sqrt{3}\sin60 - \cos60}{\sqrt{3}\sin60 + \cos60} = \frac{1}{2}$ From Option A, $\frac{(\sqrt{3})^2 - (1)^2}{(\sqrt{3})^2 + 1} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$
14	D	$\angle B = \cos^{-1}\left(\frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}\right) = \cos^{-1}\left(\frac{3^2 + 5^2 - 7^2}{2.3.5}\right)$ $= \cos^{-1}\left(\frac{-15}{30}\right) = \cos^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right) = 120°$
15	C	$S = \frac{13 + 14 + 15}{2} = 21 \therefore$ ক্ষেত্রফল $= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ $= \sqrt{21(21-13)(21-14)(21-15)} = 84$
16	B	$\frac{1+\cos2\theta}{\sin2\theta} = \frac{2\cos^2\theta}{2\sin\theta\cos\theta} = \frac{\cos\theta}{\sin\theta} = \cot\theta$
17	A	$\frac{\tan^2\left(\alpha+\frac{\pi}{4}\right)-1}{\tan^2\left(\alpha+\frac{\pi}{4}\right)+1} = -\cos2\left(\alpha+\frac{\pi}{4}\right) = -\cos\left(2\alpha+\frac{\pi}{2}\right)$ $= -(-\sin2\alpha) = \sin2\alpha$
18	A	$\text{cosec}x + \cot x = \sqrt{3}$ Option A Test করি $\text{cosec}\left(2n\pi+\frac{\pi}{3}\right) + \cot\left(2n\pi+\frac{\pi}{3}\right)$
19	B	tanA + tanB + tanA tanB = 1
20	C	এখানে, পদসংখ্যা $= \frac{90-0}{10} + 1 = 10$ অর্থাৎ 5 জোড়া পদ। ∴ রাশিটির মান = 5

অধ্যায় ০৮ ফাংশন ও ফাংশনের লেখচিত্র

গণিত ১ম পত্র

TOPICS	সাজেশন্স	V.V.I RATE
TOPIC-01	গ্রাফ-এর সাহায্যে ফাংশন ও এক-এক ফাংশন নির্ণয়	★
TOPIC-02	ফাংশনের মান নির্ণয়	★
TOPIC-03	ফাংশনের ডোমেন ও রেঞ্জ নির্ণয়	★★★
TOPIC-04	ফাংশনের প্রকৃতি নির্ণয়	★★
TOPIC-05	বিপরীত ফাংশন নির্ণয়	★★★
TOPIC-06	সংযোজিত ফাংশন নির্ণয় সম্পর্কিত	★★★

এক নজরে গুরুত্বপূর্ণ সূত্রাবলি

□ গাণিতিক সমস্যাসমূহ সমাধানের জন্য প্রয়োজনীয় সূত্র ও প্রক্রিয়াসমূহ:

ডোমেন রেঞ্জ নির্ণয়

$f(x)=ax+b$ আকৃতির ফাংশনের ক্ষেত্রে
Technic: $D_f = R$ এবং $R_f = R$

$f(x)=\frac{a}{bx+c}$ আকৃতির ফাংশনে ক্ষেত্রে
Technique: $Df = R - \left\{-\frac{c}{b}\right\}$ এবং $R_f = R - \{0\}$

$f(x)=\frac{ax}{bx+c}$ আকৃতির ফাংশনে ক্ষেত্রে
Technique: $D_f = R - \left\{-\frac{c}{b}\right\}$ এবং $R_f = R - \left\{\frac{a}{b}\right\}$

$f(x)=\frac{ax+b}{cx+d}$ আকৃতির ফাংশনে ক্ষেত্রে
Technique: $D_f = R - \left\{\frac{-d}{c}\right\}$ এবং $R_f = R - \left\{\frac{a}{c}\right\}$

$f(x)=\frac{x^n-a^n}{x-a}$ আকৃতির ফাংশনে ক্ষেত্রে
Technique: $D_f = R-\{a\}$ এবং $R_f = R-\{na^{n-1}\}$

$f(x)=\sqrt{x^2-a^2}$ আকৃতির ফাংশনের ক্ষেত্রে ডোমেন
Technique: $x\le -a$ or $x\ge a$ $\therefore$ রেঞ্জ $R_f=[0,\infty)$

$f(x)=\sqrt{a^2-x^2}$ আকৃতির ফাংশনের ক্ষেত্রে ডোমেন
Technique: D_f $-a\le x\le a$ বা $|x|\le a$ এবং $R_f=[0,a]$

$f(x)=\log(a+bx)$ আকৃতির ফাংশনের ক্ষেত্রে log এর ভেতরের রাশিটি 0 অপেক্ষা বড় হবে
Technique: ডোমেন, $a+bx>0 \Rightarrow x>\frac{-a}{b}$ এবং রেঞ্জ $R_f=R$

$f(x)=e^x$ আকৃতির ফাংশনের ক্ষেত্রে
Technique: $D_f=(-\infty,\infty)$ এবং $R_f=(0,\infty)$

লব দ্বিঘাত ও হর এক ঘাত বিশিষ্ট $f(x)=\left[\frac{ax^2+b}{cx+d}\right]$ ফাংশনের ক্ষেত্রে
Technique: রেঞ্জ = R − {2 × x এর যে মানের জন্য হর শূন্য হয়}

বর্গমূল যুক্ত ফাংশনের $\left[f(x)=\sqrt{ax+b}\right]$ ক্ষেত্রে
Technique: ডোমেন = $ax+b\ge0$ ধরে প্রাপ্ত x এর মান, রেঞ্জ = $[0,\infty)$

বিপরীত ফাংশন নির্ণয় সংকেত

যদি $f(x)=ax+c$ হয় তবে $f^{-1}(x)=\frac{x-c}{a}$

যদি $f(x)=\frac{ax+b}{cx+d}$ হয় তবে, $f^{-1}(x)=\frac{-dx+b}{cx-a}$

$f(x)=ax^n+c$ হলে $f^{-1}(x)=\sqrt[n]{\frac{x-c}{a}}$

যদি $f(x)=\frac{a}{bx-c}$ হয় তবে, $f^{-1}(x)=\frac{a+cx}{bx}$

$f(x)=ax^2+c$ হলে $f^{-1}(x)=\frac{\sqrt{x-c}}{\sqrt{a}}$

জাতীয় বিশ্ববিদ্যালয়ের জন্য কমনউপযোগী গুরুত্বপূর্ণ প্রশ্ন

01. যদি $f(x)=\sin x$ হয় তবে f একটি- [IU: 12-13]
A. এক-এক ফাংশন
B. জোড় ফাংশন
C. বিজোড় ফাংশন
D. কোনটিই নয়
S(C) Why $f(x)=\sin x$ হয় তবে f একটি বিজোড় ফাংশন।

02. $f(x)=\ln x$ হলে, $f\left(\frac{1}{a}\right)=$ কত? [JU: 09-10; KUET: 05-06; PUST. 13-14]
A. $f(a)$ B. $-f(a)$ C. 0 D. 1
S(B) Why $f(x)=\ln x$ $\therefore f\left(\frac{1}{a}\right)=\ln\left(\frac{1}{a}\right)=\ln(1)-\ln(a)=-\ln(a)=-f(a)$

03. $5^{3x+1}=(\sqrt{5})^{x+4}$ হলে x এর মান কত? [CU-A. 11-12]
A. 5 B. $\frac{5}{2}$ C. $\frac{2}{5}$
D. $\frac{3}{4}$ E. $\frac{5}{4}$
S(C) Why $(\sqrt{5})^{x+4} \Rightarrow 5^{3x+1}=5^{\frac{x+4}{2}} \Rightarrow 3x+1=\frac{x+4}{2}$
$\Rightarrow 6x+2=x+4 \Rightarrow 5x=2 \therefore x=\frac{2}{5}$

04. $y=(x+5)^2+4$ ফাংশনটির সর্বনিম্ন মান কত? [JSTU. 18-19]
A. 10 B. 23 C. 4 D. 0
S(C) Why $y=(x+5)^2+4$
$(x+5)^2$ এর মান সর্বদা ধনাত্মক (বর্গাকারে রয়েছে)
$(x+5)^2$ এর মান সর্বনিম্ন হলে $(x+5)^2+2^2$ রাশিটির মান সর্বনিম্ন হবে।
$x+5=0$ তখন $R_{min}=4$

05. যদি $f(x)=\frac{2x+1}{x-3}$ হয়, তবে $f^{-1}(x)$ এর কোডোমেন কোনটি? [DU-A. 22-23]
A. $\mathbb{R}$ B. $(3,\infty)$ C. $(-\infty,3)$ D. $\mathbb{R}-\{3\}$
S(D) Why f(x) এর ডোমেন এবং $f^{-1}(x)$ এর কোডোমেন একই।
$f(x)=\frac{2x+1}{x-3}$ $\therefore$ f(x) বাস্তব হতে হলে, $x-3\neq0 \Rightarrow x\neq3$
$\therefore$ f(x) এর ডোমেন $=\mathbb{R}-\{3\}=f^{-1}(x)$ এর কোডোমেন

06. $y=\frac{1}{\sqrt{4-x}}$ ফাংশনটির ডোমেন এবং রেঞ্জ- [DU. 15-16; JUST. 19-20]
A. $-\infty<x\le4; 0\le y<\infty$
B. $-\infty<x<4; 0<y<\infty$
C. $-\infty<x<4; 0\le y<\infty$
D. $-\infty<x\le4; 0<y<\infty$
S(B) Why ডোমেনের জন্য, $4-x>0$
$\Rightarrow x<4 \therefore$ ডোমেন, $-\infty<x<4$
রেঞ্জ নির্ণয়: $x=4$ বসালে $f(x)=\infty$ এবং $x=-\infty$ বসালে $f(x)$ এর মান 0 এর খুব কাছাকাছি হয়। $\therefore$ রেঞ্জ, $0<y<\infty$

CamScanner

07. $f(x)=\frac{1}{\sqrt{4-x^2}}$ বাস্তব ফাংশনটির ডোমেন এবং রেঞ্জ- [DU 14-15; MBSTU. A-19-20]

A. $x<-2, y>\frac{1}{2}$ B. $-2<x<2, y\geq\frac{1}{2}$
C. $-2\leq x\leq 2, y<\frac{1}{2}$ D. $-x<-2$ & $x>2, -2<y<2$

S Ⓑ Why ডোমেনের জন্য, $4-x^2>0$
$\Rightarrow -x^2>-4 \Rightarrow x^2<4$
$\Rightarrow x<\pm 2 \Rightarrow -2<x<2$ ∴ ডোমেন, $-2<x<2$
রেঞ্জ নির্ণয়: $x=-2$ বা 2 বসালে $f(x)=\infty$ $x=0$ বসালে, $f(x)=\frac{1}{2}$
∴ রেঞ্জ, $y\geq\frac{1}{2}$

08. $f(x)=\sqrt{4-x^2}$ ফাংশনটির ডোমেন কত? [RU. 16-17, 15-16; SUST. 11-12; BSMRSTU. 19-20, 17-18]

A. $-4\leq x\leq 0$ B. $-2\leq x\leq 0$
C. $-2\leq x\leq 2$ D. $0\leq x\leq 2$

S Ⓒ Why $f(x)=\sqrt{4-x^2}$
$D_f=4-x^2\geq 0\Rightarrow 4\geq x^2 \Rightarrow x^2\leq 4\Rightarrow -2\leq x\leq 2$

09. $f(x)=[\sin x]$ ফাংশনের রেঞ্জ কত? [CU-A, Shift-2, 22-23]

A. [-1, 1] B. [0, 1]
C. [-∞, ∞] D. কোনটিই নয়

S Ⓐ Why $f(x)=\sin x$ এর রেঞ্জ $[-1,1]$

10. $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ কে $f(x)=5x-3$ দ্বারা সংজ্ঞায়িত করা হলে $f^{-1}(3)$ এর মান? [JU- 18-19, 15-16]

A. 12 B. –12
C. 6/5 D. –6/5

S Ⓒ Why $5x-3=3 \Rightarrow x=\frac{6}{5}$ ∴ $f^{-1}(3)=\frac{6}{5}$

11. $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ ফাংশনটি $f(x)=x^2$ দ্বারা সংজ্ঞায়িত। $f^{-1}(25)$ এর মান কোনটি? [RU 14-15]

A. [–5,5] B. (–5,5)
C. {–5,5} D. ∅

S Ⓒ Why $y=x^2 \Rightarrow x=\pm\sqrt{y}$
∴ $f^{-1}(x)=\pm\sqrt{x}$ ∴ $f^{-1}(25)=\pm\sqrt{25}=\pm 5=\{-5,5\}$

12. $f(x)=x^2-7$ হলে $f^{-1}(2)$ এর মান কোনটি? [KU. 19-20]

A. –3 B. 3 C. {3, –3} D. (3, –3)

S Ⓒ Why $f(x)=x^2-7$; $f^{-1}(x)=\sqrt{\frac{x+7}{1}}$
$f^{-1}(2)=\sqrt{2+7}=\pm 3$ ∴ $f^{-1}(2)=\{-3,3\}$

13. যদি $f(x)=x^2-2|x|$ এবং $g(x)=x^2+1$ হয়, তাহলে $g(f(-2))$ এর মান কত? [DU. 19-20; 06-07; JU. 10-11; CU. 09-10; JUST. 15-16; HSTU. 12-13, 14-15; PUST. 13-14; NSTU. 05-06; SUST. 16-17]

A. 0 B. 1 C. –1 D. 5

S Ⓑ Why $f(-2)=(-2)^2-2|-2|=0$
$g(f(-2))=g(0)=0+1=1$

14. $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ কে $f(x)=5x-4$ দ্বারা সংজ্ঞায়িত করা হলে $f(f(x))$ এর মান কত? [JU: A. 12-13]

A. $24x-25$ B. $5x-4$ C. $25x-20$ D. $25x-24$

S Ⓓ Why $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ কে $f(x)=5x-4$
$f(f(x))=f(5x-4)=5(5x-4)-4=25x-24$

15. $f(x)=x^2+3x+1$ এবং $g(x)=2x-3$ হলে (fog) এর মান কত? [RU 11-12, 08-09, IU 16-17, 06-07, 04-05]

A. $4x^2+6x+1$ B. $4x^2-6x+1$
C. $6x^2-4x+1$ D. $6x^2+4x-1$

S Ⓑ Why $f(x)=x^2+3x+1$; $g(x)=2x-3$
$fog(x)=f(g(x))=f(2x-3)=(2x-3)^2+3(2x-3)+1$
$=4x^2-12x+9+6x-9+1=4x^2-6x+1$

16. $f(x)=x^2+4$ এবং $g(x)=2x-1$ হলে, $g(f(x))$ হয়- [CU-A, Set-3, 20-21; DU: 07-08, 05-06; JnU: 10-11, 05-06; IU, 11-12; HSTU, 12-13, 11-12; NSTU, 05-06]

A. $2x^2+7$ B. $7x^2+2$
C. x^2+2x-1 D. x^2-2x+3

S Ⓐ Why $g(f(x))=g(x^2+4)=2(x^2+4)-1=2x^2+7$

17. যদি $f(x)=x+1$ এবং $g(x)=2x$ হয় তবে, $(fog^{-1})(3)$ এর মান কত? [IU: 17-18]

A. $\frac{5}{2}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $-\frac{5}{2}$ D. $-\frac{1}{2}$

S Ⓐ Why $f(x)=x+1$ এবং $g(x)=2x$
∴ $g(x)=2x\Rightarrow g\left(\frac{y}{2}\right)=y \Rightarrow g^{-1}(y)=\frac{y}{2}\Rightarrow g^{-1}(3)=\frac{3}{2}$
∴ $fog^{-1}(3)=f(g^{-1}(3)) \Rightarrow fog^{-1}(3)=f\left(\frac{3}{2}\right)=\frac{3}{2}+1=\frac{5}{2}$

18. $f(x)=x^2+3|x|$ এবং $g(x)=1+x^2$ হলে, $(gof)(2)=$? [HSTU: 16-17]

A. 101 B. 100
C. 110 D. 40

S Ⓐ Why $f(x)=x^2+|x|$ এবং $g(x)=1+x^2$
∴ $gof(2)=g(2^2+3|2|)=g(10)=1+10^2=101$

19. $f(x)=x^2+3|x|-5$ এবং $g(x)=x^2+2x-3$ হলে $g(f(-1))=$? [MBSTU: 12-13]

A. 2 B. –3
C. –4 D. 5

S Ⓒ Why $f(x)=x^2+3|x|-5$ এবং $g(x)=x^2+2x-3$
∴ $g(f(-1))=g((-1)^2+3|-1|-5)=g(1+3-5)$
$=g(-1)=(-1)^2+2(-1)-3=1-2-3=-4$

PRIME TEST

01. যদি $\frac{x+2}{y-3}=0$ হয় তাহলে কোনটি সত্য?

Ⓐ $x=2$ এবং $y=3$ Ⓑ $x=2$ এবং $y\neq 3$
Ⓒ $x=0$ এবং $y=0$ Ⓓ $x=-2$ এবং $y\neq 3$

02. $f(x)=1+\sqrt{\sin^2x+1}$ ফাংশনের সর্বোচ্চ মান কত হবে?

Ⓐ $1+\sqrt{1^2+1}$ Ⓑ 2 Ⓒ $1+\sqrt{2}$ Ⓓ $3\sqrt{3}$

03. যদি $f(x)=\frac{3-\frac{1}{2x}}{1+\frac{1}{x}}$ হয় তবে $f\left(\frac{1}{2}\right)$ এর মান হবে-

Ⓐ $\frac{2}{3}$ Ⓑ $\frac{3}{2}$ Ⓒ $\frac{-3}{2}$ Ⓓ $\frac{5}{2}$

04. যদি $f(x)=x^2-2(x)$ এবং $g(x)=x^2+1$ হয় তবে $fog(2)$ এর মান হবে-

Ⓐ 0 Ⓑ 15 Ⓒ 25 Ⓓ 5

05. $f(x)=\sqrt{2-\sqrt{2-x}}$ এর ডোমেন হলো-

Ⓐ $(-\infty, 2)$ Ⓑ $(-\infty,\infty)$ Ⓒ $(-2,\infty)$ Ⓓ $[-2, 2]$

06. $f(x)=\sqrt{x+4}$ ফাংশনটির রেঞ্জ (Range) কত?

Ⓐ $(0,\infty)$ Ⓑ $[0,\infty)$ Ⓒ $[0, 4)$ Ⓓ $[0, 4]$

07. $f(x)=|2x-5|$ এর ডোমেন এবং রেঞ্জ কত?

Ⓐ R; $[0,\infty)$ Ⓑ $\{0,\infty\}$; $\left\{\frac{5}{2},\infty\right\}$ Ⓒ R; R Ⓓ $\{0,\infty\}$; $\left\{\frac{5}{2},\infty\right\}$

08. $f(x)=\sqrt{x^2-2x+5}$ ফাংশনটির ডোমেন–

Ⓐ $[0,\infty)$ Ⓑ $[2,\infty)$ Ⓒ $(-\infty,\infty)$ Ⓓ $[2,\infty)$

CamScanner

09. $f(x) = \sqrt{9-x^2}$ ফাংশনের ডোমেন এবং রেঞ্জ যথাক্রমে- কত?
Ⓐ $\{x\in R: x> 3\}$ Ⓑ $\{x\in R : x\neq -3\}$
Ⓒ $\{x\in R: x \neq 3\}$ Ⓓ $\{x\in R: -3 \leq x \leq 3\}$

10. $f(x) = \ln\frac{n+x}{n-x}$ ফাংশনটি-
Ⓐ যুগ্ম Ⓑ অযুগ্ম
Ⓒ উভয়ই Ⓓ কোনটিই নয়

11. $f(x) = \sqrt{x-1}$ হলে $f^{-1}(2)$ এর মান-
Ⓐ -1 Ⓑ 3 Ⓒ 1 Ⓓ 5

12. $f(x) = \frac{5x+3}{4x-5}$ হলে $f^{-1}(x)$
Ⓐ $\frac{5x+3}{4x-5}$ Ⓑ $\frac{4x-5}{5x+3}$ Ⓒ $\frac{5x-3}{4x-5}$ Ⓓ $\frac{5x+3}{4x+5}$

13. $f: \Re\rightarrow\Re$ ফাংশনটি $f(x) = x^2$ দ্বারা সংজ্ঞায়িত। $f^{-1}(25)$ এর মান কোনটি?
Ⓐ $[-5,5]$ Ⓑ $(-5,5)$
Ⓒ $\{-5,5\}$ Ⓓ $\varnothing$

14. যদি $f(x) = x^2-2|x|$ এবং $g(x) = x^2+1$ হয়, তাহলে $g(f(-2))$ এর মান কত?
Ⓐ 0 Ⓑ 1
Ⓒ -1 Ⓓ 5

15. $f(x) = \sin x$, $g(x) = x^2$ হলে $f\left(g\left(\frac{\sqrt{\pi}}{2}\right)\right)$ এর মান-
Ⓐ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ Ⓑ $\frac{\sqrt{3}}{2}$
Ⓒ $\frac{1}{2}$ Ⓓ 1

16. $f(x) = \log_e x$ ফাংশনটির রেঞ্জ কোনটি?
Ⓐ $(-\infty, 0)$ Ⓑ $[0, \infty)$
Ⓒ $(0, \infty)$ Ⓓ $(-\infty, \infty)$

17. $R-\{n\pi : n\in Z\}$ এবং রেঞ্জ $= R - (-1, 1)$ এটি কার ডোমেন?
Ⓐ $\tan\theta$ Ⓑ $\cot\theta$
Ⓒ $\cos\theta$ Ⓓ $\mathrm{cosec}\theta$

18. $f(x) = 2x-1$ এবং $g(x) = \frac{4}{x-1}$ হলে $(fog)(2)$ এর মান কোনটি?
Ⓐ 3 Ⓑ 4 Ⓒ 7 Ⓓ কোনটিই নয়

19. $f(x) = 2\cos x$ এর রেঞ্জ কত?
Ⓐ $-1 \leq f(x) \leq 1$ Ⓑ $-2 \leq f(x) \leq 2$
Ⓒ $0 \leq f(x) \leq 2$ Ⓓ $-2 \leq f(x) \leq 0$

20. $f(x) = \frac{x}{1+x}$ হলে, $f(2/3) \div f(3/2)$ সমান-
Ⓐ $\frac{2}{3}$ Ⓑ 3 Ⓒ 2 Ⓓ $\frac{3}{2}$

☺ Answer Analysis ☺

প্রশ্ন	উত্তর	ব্যাখ্যা
01	D	$x+2=0 \Rightarrow x=-2$ এবং $y\neq 3$
02	C	$f(x) = 1+\sqrt{\sin^2 x+1} = 1+\sqrt{1^2+1}$ [$\because$ sinx এর সর্বোচ্চ মান 1] $= 1+\sqrt{2}$
03	A	$f(x) = \frac{3-\frac{1}{2x}}{1+\frac{1}{x}}$ $\therefore f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{3-1}{1+2} = \frac{2}{3}$
04	B	$fog(2) = f(g(2)) = f(2^2+1) = f(5) = 5^2-2.5 = 15$
05	D	$f(x) = \sqrt{2-\sqrt{2-x}}$ $\therefore 2-\sqrt{2-x} \geq 0$ এবং $2-x\geq 0$ $\Rightarrow 2 \geq \sqrt{2-x}$ $\Rightarrow 2\geq x$ $\Rightarrow 4 \geq 2-x$ $\Rightarrow x\leq 2$ $\Rightarrow 2\geq -x$ $\Rightarrow -2\leq x$ $\therefore$ ডোমেন : $-2\leq x$ এবং $x\leq 2$ $\Rightarrow -2\leq x\leq 2$ $\Rightarrow [-2, 2]$
06	B	$f(x) = \sqrt{x+4}$ ফাংশনটিতে ফলাফল হিসেবে কখনোই ঋণাত্মক মান আসবে না, কিন্তু 0 আসবে। তাই, $R_f = [0, \infty)$
07	A	$f(x) = \|2x-5\|$; ফাংশনটি x এর সকল মানের জন্য সংজ্ঞায়িত $\therefore D_f = (-\infty, \infty) = R$ এবং ফাংশনটিতে x এর মান বসিয়ে f(x) এর মান $[0, \infty)$ হবে। $\therefore R_f = [0, \infty)$
08	C	$f(x) = \sqrt{x^2-2x+5}$ এর ডোমেন $(-\infty, \infty)$ কারণ x এর কোন মানের জন্য f(x) ফাংশনটির বাধা প্রাপ্ত হয় না।
09	D	$f(x) = \sqrt{9-x^2}$ ফাংশনের ডোমেন হবে $9-x^2\geq 0$ হলে। অর্থাৎ $x\leq \pm 3$ হলে। ফাংশনের ডোমেন $= -3\leq x\leq 3$
10	B	$f(x) = \ln\frac{n+x}{n-x}$; $f(-x) = \ln\left(\frac{n+x}{n-x}\right)^{-1} = -\ln\left(\frac{n+x}{n-x}\right)$ $\therefore$ ফাংশনটি অযুগ্ম।
11	D	ধরি, $y=f(x)=\sqrt{x-1}$ বা, $y^2=x-1$ বা, $x=y^2+1$ $\therefore f^{-1}(y)=y^2+1$ $\therefore f^{-1}(2) = 2^2+1 = 5$
12	A	$\because f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ হলে $f^{-1}(x) = \frac{-dx+b}{cx-a}$ $\therefore f^{-1}(x) = \frac{-(-5)x+3}{4x-5} = \frac{5x+3}{4x-5}$
13	C	$y=x^2 \Rightarrow x=\pm\sqrt{y}$ $\therefore f^{-1}(x) = \pm\sqrt{x}$ $\therefore f^{-1}(25) = \pm\sqrt{25} = \pm 5 = \{-5, 5\}$
14	B	$f(-2) = (-2)^2-2\|-2\| = 0$ $g(f(-2)) = g(0) = 0+1 = 1$
15	A	$f(g(x)) = f(x^2) = \sin x^2$ $\therefore f\left(g\left(\frac{\sqrt{\pi}}{2}\right)\right) = \sin\frac{\pi}{4} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$
16	B	e^x, e^{3x}, e^{-x} ইত্যাদি সকল ক্ষেত্রে রেঞ্জ হবে $[0, \infty)$
17	D	$R = \{n\pi : n\in Z\}$ এবং রেঞ্জ $= R - (-1, 1)$ θ এর যেকোন মানের জন্য cosecθ এর মান (-1, 1) হবে না। কারণ $-1\leq \sin\theta\leq 1$ হবে।
18	C	$f(x) = 2x-1$ এবং $g(x) = \frac{4}{x-1}$ $\therefore (fog)(2) = f\left(\frac{4}{2-1}\right) = f(4) = 2\times 4-1 = 7$
19	B	$f(x) = 2\cos x$ cosx এর রেঞ্জ $-1\leq \cos x\leq 1$ $\therefore$ 2cosx এর রেঞ্জ $-2\leq 2\cos x\leq 2$ $\therefore -2\leq f(x)\leq 2$
20	A	$f\left(\frac{2}{3}\right)\div f\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{\frac{2}{3}}{1+\frac{2}{3}}\times\frac{1+\frac{3}{2}}{\frac{3}{2}} = \frac{2}{3}\times\frac{3}{5}\times\frac{5}{2}\times\frac{2}{3} = \frac{2}{3}$

CamScanner

অধ্যায় ০৯

অন্তরীকরণ

গণিত ১ম পত্র

TOPICS	আলোচ্যসমূহ	VOCI RATE
TOPIC-41	লিমিটের মান নির্ণয় সংক্রান্ত	***
TOPIC-42	'π' মান নির্ণয় সংক্রান্ত	**
TOPIC-43	Logarithmic ও Exponential ফাংশন সংক্রান্ত সমস্যা	**
TOPIC-44	ত্রিকোণমিতিক ফাংশন সংক্রান্ত	***
TOPIC-45	মূল নিয়ম	*
TOPIC-46	ফাংশনের অবিচ্ছিন্নতা (Continuity of Function)	*
TOPIC-47	Basic Formula সংক্রান্ত	***
TOPIC-48	$(Constant)^{function}$ এই ধরনের Problem	***
TOPIC-49	লগারিদম সম্পর্কিত	***
TOPIC-50	সাধারণ ত্রিকোণমিতিক ফাংশন (Normal function) এবং অন্তরীকরণের সাধারণ সূত্রের প্রয়োগ	***
TOPIC-51	দুটি ফাংশন গুণ বা ভাগ আকারে থাকলে	**
TOPIC-52	$\{f(x)\}^{g(x)}$ এই আকারের অন্তরীকরণ	**
TOPIC-53	অব্যক্ত ফাংশন [Implicit Function]	***
TOPIC-54	পরামিতিক ফাংশন [Parametric Function]	**
TOPIC-55	একটি ফাংশনের সাপেক্ষে অপর ফাংশনের অন্তরীকরণ	***
TOPIC-56	পর্যায়ক্রমিক অন্তরীকরণ	*
TOPIC-57	অন্তরীকরণের প্রয়োগ	*
TOPIC-58	ক্রমবর্ধমান ও ক্রমহ্রাসমান ফাংশনের ক্ষেত্রে অন্তরীকরণ	**
TOPIC-59	চরম মান বা গুরু মান (গুরুমান ও লঘু মান)	***
TOPIC-60	স্পর্শক ও অভিলম্বের ঢাল ও সমীকরণ নির্ণয় সংক্রান্ত	*

এক নজরে গুরুত্বপূর্ণ সূত্রাবলি

❑ Important Formula of Limit:

$\lim_{x\to0}\frac{\sin x}{x}=\lim_{x\to0}\frac{x}{\sin x}=1$	[RUET: 05-06; কুয়েট-২৮]
$\lim_{x\to0}\frac{\tan x}{x}=\lim_{x\to0}\frac{x}{\tan x}=1$	
$\lim_{x\to0}(1+x)^{1/x}=e$	[BUTex: 12-13]
$\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^x=e$	[SUST: 11-12; CU: 11-12]
$\lim_{x\to0}\frac{a^x-1}{x}=\ln a$	[RU: 02-03; 07-08]
$\lim_{x\to0}\frac{\sin^{-1}x}{x}=\lim_{x\to0}\frac{x}{\sin^{-1}x}=1$	[RU: 07-08; 08-09][SUST: 08-09]
$\lim_{x\to0}\frac{x}{\tan^{-1}x}=\lim_{x\to0}\frac{\tan^{-1}x}{x}=1$	[JU: 09-10; DU: 05-06; JU: 15-16; CU: 14-15]
$\lim_{x\to0}\frac{e^x-1}{x}=1$	[RUET: 08-09; JU: 17-18, 09-10; DU: 12-13, 16-17]
$\lim_{x\to0}\frac{\ln(1+x)}{x}=1$	[RUET: 08-09; JU: 09-10; DU: 12-13; JU: 17-18]
$\lim_{x\to0}\frac{(1\pm x)^n-1}{x}=\pm n$	
$\lim_{x\to a}\frac{x^n-a^n}{x-a}=na^{n-1}$	

বীজগাণিতিক ফাংশনের লিমিট x→∞ হলে

লবের সর্বোচ্চ Power < হরের সর্বোচ্চ Power
∴ Ans: 0

লবের সর্বোচ্চ Power > হরের সর্বোচ্চ Power
∴ Ans: ∞

লবের হর এবং লবের সর্বোচ্চ Power সমান
∴ Ans: $\frac{\text{লবের সর্বোচ্চ Power যুক্ত x এর সহগ}}{\text{হরের সর্বোচ্চ Power যুক্ত x এর সহগ}}$

$\lim_{x\to\infty}\frac{a^x-a^{-x}}{a^x+a^{-x}}$ এই আকারে থাকলে
Ans: a^x এর সহগের অনুপাত

বর্গমূল সংক্রান্ত ফাংশন

$\lim_{x\to0}\frac{\sqrt{a+x}-\sqrt{a-x}}{x}$ এই আকারের প্রশ্নে
Ans: $\frac{1}{\sqrt{a}}$

$\lim_{x\to0}\frac{\sqrt{a+bx}-\sqrt{a-dx}}{x}$ এই আকারের প্রশ্নে
Ans: $\frac{b+d}{2\sqrt{a}}$

সূচকীয় আকার সংক্রান্ত

$\lim_{x\to0}(1+ax)^{\frac{b}{x}}=e^{a\cdot b}=e^{ab}$

$\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{a}{x}\right)^{bx}=\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{a}{x}\right)^{\frac{x}{a}\times\frac{a}{x}\times bx}=e^{ab}$

$\lim_{x\to a}\frac{x^n-a^n}{x-a}$ আকারে থাকলে Ans. $=na^{n-1}$ হয়।

$\frac{d}{dx}(x^n)=nx^{n-1}$	$\frac{d}{dx}(cx^n)=cnx^{n-1}$
$\frac{d}{dx}(e^x)=e^x$	$\frac{d}{dx}(\log_e x)$ or, $\frac{d}{dx}(\ln x)=\frac{1}{x}$
$\frac{d}{dx}(\sin x)=\cos x$	$\frac{d}{dx}(\cos x)=-\sin x$
$\frac{d}{dx}(\cot x)=-\operatorname{cosec}^2x$	$\frac{d}{dx}(\operatorname{cosec}x)=-\operatorname{cosec}x\cot x$
$\frac{d}{dx}(\tan^{-1}x)=\frac{1}{1+x^2}$	$\frac{d}{dx}(\cot^{-1}x)=-\frac{1}{1+x^2}$
$\frac{d}{dx}(U\pm V)=\frac{dU}{dx}\pm\frac{dV}{dx}$	$\frac{d}{dx}(UV)=U\frac{dV}{dx}+V\frac{dU}{dx}$
$\frac{d}{dx}(\sqrt{x})=\frac{1}{2\sqrt{x}}$	$\frac{d}{dx}(c)=0$
$\frac{d}{dx}(\log_a x)=\frac{1}{x}\log_a e=\frac{1}{x\ln a}$	$\frac{d}{dx}(a^x)=a^x\log_e a=a^x\ln a$
$\frac{d}{dx}(\tan x)=\sec^2x$	$\frac{d}{dx}(\sec x)=\sec x\tan x$
$\frac{d}{dx}(\sin^{-1}x)=\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$\frac{d}{dx}(\cos^{-1}x)=\frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\frac{d}{dx}(\sec^{-1}x)=\frac{1}{x\sqrt{x^2-1}}$	$\frac{d}{dx}(\operatorname{cosec}^{-1}x)=-\frac{1}{x\sqrt{x^2-1}}$
$\frac{d}{dx}(UVW)=VW\frac{dU}{dx}+UW\frac{dV}{dx}+UV\frac{dW}{dx}$	$\frac{d}{dx}\left(\frac{U}{V}\right)=\frac{V\frac{dU}{dx}-U\frac{dV}{dx}}{V^2}$

CamScanner

☐ গাণিতিক সমস্যাসমূহ সমাধানের জন্য প্রয়োজনীয় সূত্র ও প্রক্রিয়াসমূহ:

$(\text{Constant})^{\text{function}}$ এই ধরনের Problem	i. $(\text{Constant})^{\text{function}}$ এই ধরনের Problem Solve করার জন্য $\frac{d}{dx}(a^x) = a^x \ln a$ এই সূত্র ব্যবহার করতে হবে। ii. $(\text{Exponential})^{\text{function}}$ এই ধরনের Problem Solve করার জন্য $\frac{d}{dx}(e^x) = e^x$ এই সূত্র ব্যবহার করতে হবে।
	iii. $(\text{Function})^{\text{Constant}}$ এই ধরনের Problem Solve করার জন্য $\frac{d}{dx}(x^n) = nx^{n-1}$ এই সূত্র ব্যবহার করতে হবে। **Note:** যেকোনো ধরনের অন্তরীকরণ করতে গেলে প্রথমে প্রশ্নের x এর জায়গায় যা থাকবে তাকে x ধরে সূত্র প্রয়োগ করতে হবে। তারপর যাকে x ধরা হলো তার অন্তরীকরণ করতে হবে। সবশেষে দুই অন্তরীকরণ গুণ করতে হবে।
$\{f(x)\}^{g(x)}$ আকারের Problem	i. $Y = \{f(x)\}^{g(x)}$ এই আকারের Problem Solve করতে হবে, $\frac{d}{dx}\{f(x)^{g(x)}\}$ $= \{f(x)\}^{g(x)} \frac{d}{dx}\{g(x)\ln(f(x))\}$ সূত্রের সাহায্যে ii. $\{f(x)\}^{g(x)}$ এই আকারের Problem উভয় পক্ষে ln নিয়েও Solve করা যায়।
অব্যক্ত ফাংশন [Implicit Function]	**Implicit function** চেনার উপায়: (সমীকরণ আকারে থাকবে এবং সমীকরণের একই পাশে একাধিক চলক বিদ্যমান থাকবে)। **Technique:** $\frac{dy}{dx} = -\frac{x \text{ এর সাপেক্ষে Differentiate } (Y \to \text{constant})}{y \text{ এর সাপেক্ষে Differentiate } (X \to \text{constant})}$
পরামিতিক ফাংশন	**Parametric Function** চেনার উপায়: x ও y এর মান তৃতীয় অন্য একটি চলকের মাধ্যমে দেয়া থাকবে এবং তৃতীয় চলকটিকে বলে পরামিতি। **Technique:** $\frac{dy}{dx} = \frac{\text{পরামিতির সাপেক্ষ } y \text{ এর diff}}{\text{পরামিতির সাপেক্ষে } x \text{ এর diff}}$ $= \frac{dy/d\theta}{dx/d\theta}$ [θ পরামিতি]
চরম মান বা সন্ধি মান (গুরুমান ও লঘু মান)	**Step-1:** দেওয়া ফাংশনটিকে $y = f(x)$ ধরতে হবে। **Step-2:** $f'(x)$ এবং $f''(x)$ নির্ণয় করতে হবে। **Step-3:** $f'(x) = 0$ ধরে x এর মান (ধরি x এর মানগুলি a,b,c ইত্যাদি) নির্ণয় করতে হবে। **Step-4:** $x = a$ এর জন্য $f''(a)$ বের করতে হবে। যদি $f''(a) > 0$ হয় তবে $x = a$ এর জন্য $f(x)$ এর সর্বনিম্ন মান বা লঘুমান থাকবে এবং যদি $f''(x) < 0$ হয় তবে $x = a$ এর জন্য $f(x)$ এর সর্বোচ্চ মান বা গুরুমান থাকবে। **Step-5:** অনুরূপভাবে x = b, c ইত্যাদির জন্য চরম মান নির্ণয় করতে হবে। **Note:** (i) $f'(x)$ ফাংশনের সর্বোচ্চ বা সর্বনিম্ন মান থাকবে যদি $f'(x) = 0$ হয়। (ii) $f''(x) = 0$ হলে ফাংশনের কোন চরমমান থাকবে না। $f''(a) = 0$ হলে পরবর্তী পর্যায়ে অন্তরক সহগ নির্ণয় করে ফাংশনের চরম মান নির্ণয় করা যায়। (iii) কোনো বিন্দুতে ফাংশনের সর্বোচ্চ মান অপর একটি বিন্দুর সর্বনিম্ন মান অপেক্ষা ক্ষুদ্রতম হতে পারে।
স্পর্শক ও অভিলম্ব	• $y = f(x)$ বক্ররেখার ঢাল $m = \frac{dy}{dx}$ = নতি = স্পর্শকের ঢাল • $y = f(x)$ বক্ররেখার (x, y) বিন্দুতে অভিলম্বের ঢাল $= \frac{-1}{\text{স্পর্শকের ঢাল}}$ • $y = f(x)$ বক্ররেখার (x, y) বিন্দুতে স্পর্শকটি x অক্ষের সমান্তরাল হলে $\frac{dy}{dx} = \tan 0° = 0$ • $y = f(x)$ বক্ররেখার (x, y) বিন্দুতে স্পর্শকটি y অক্ষের সমান্তরাল হলে, $\frac{dy}{dx} = \tan 90° = \infty$
	• $y = f(x)$ এর উপরস্থ (x_1, y_1) বিন্দুতে স্পর্শকের সমীকরণ $(y - y_1) = \frac{dy}{dx}(x - x_1)$ • $y = f(x)$ এর উপরস্থ (x_1, y_1) বিন্দুতে অভিলম্বের সমীকরণ $(x - x_1) + \frac{dx}{dy}(y - y_1) = 0$ • $\frac{dy}{dx} > 0$ সম্পর্ক x অক্ষের সাথে সূক্ষ্মকোণ উৎপন্ন করে। • $\frac{dy}{dx} < 0$ সম্পর্ক x অক্ষের সাথে স্থূলকোণ উৎপন্ন করে। • $y = f(x)$ বক্ররেখার (x, y) বিন্দুতে স্পর্শকটি x অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে 45° কোণ বা সমান সমান কোণ উৎপন্ন করলে $\frac{dy}{dx} = \tan 45° = 1$ • মূল বিন্দুতে স্পর্শকের ক্ষেত্রে কোনো ধ্রুবকের মান চাইলে, ধ্রুবক = tanθ

জাতীয় বিশ্ববিদ্যালয়ের জন্য কমনউপযোগী গুরুত্বপূর্ণ প্রশ্ন

01. $\lim_{x \to 0} \frac{a^x - 1}{x}$ এর মান কত? [RU. Sinovac, Set-1. 20-21; KU: 10-11; SUST: 05-06; RU. 07-08, 02-03; CU. 06-07; HSTU 07-08; KU 12-13; RU 07-08, 02-03; IU 04-05]

A. $\ln a$ B. $\ln \frac{a}{2}$
C. $\ln \frac{2}{a}$ D. $\ln \frac{a^2}{2}$

S Ⓐ Why $\underset{x \to 0}{\text{Lt}} \frac{a^x - 1}{x} = \frac{a^x \ln a}{1} = \ln a$ [Using L. Hospital]

02. $\lim_{x \to 2} \frac{2x^2 - 8}{x - 2}$ এর মান কোনটি? [CU: H, 11-12; RU: 07-08; CoU. 19-20]

A. 0 B. 8 C. 2
D. 4 E. α

S Ⓑ Why $\lim_{x \to 2} \frac{2x^2 - 8}{x - 2} = \frac{4x}{1}$ [Using L. Hospital] $= 4 \times 2 = 8$

03. $\lim_{x \to \infty} \frac{2x^2 + 3x + 5}{3x^2 + 5x - 6}$ এর মান- [DU 17-18; CU. 15-16, 11-12]

A. $\frac{3}{5}$ B. $-\frac{5}{6}$
C. $\frac{2}{3}$ D. $-\frac{2}{3}$

S Ⓒ Why $\lim_{x \to \infty} \frac{2x^2 + 3x + 5}{3x^2 + 5x - 6} = \frac{2}{3}$

[সর্বোচ্চ ঘাতযুক্ত x এর সহগের অনুপাত]

CamScanner

04. $\lim_{x\to a}\frac{x^{\frac{5}{2}}-a^{\frac{5}{2}}}{\sqrt{x}-\sqrt{a}}$ = কত? [PUST: [illegible], 16-17]

A. $5a^4$ B. $4a^2$
C. $3a$ D. $5a^2$

SOLVE $\lim_{x\to a}\frac{x^{\frac{5}{2}}-a^{\frac{5}{2}}}{\sqrt{x}-\sqrt{a}}=\frac{\frac{5}{2}}{\frac{1}{2}}a^{\frac{5}{2}-\frac{1}{2}}=5a^2$

05. $\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{3+x}-\sqrt{3-x}}{x}$ এর মান- [DU: 04-05; JnU: 05-06]

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{\sqrt{2}}$ D. $\frac{1}{\sqrt{3}}$

SOLVE Using technique: $\frac{1}{\sqrt{3}}$

06. $\lim_{x\to 0}\frac{e^{\cos x}}{\cos x}$ এর মান- [DU: 16-17]

A. e B. 1 C. $\frac{1}{e}$ D. 0

SOLVE $\lim_{x\to 0}\frac{e^{\cos x}}{\cos x}=\frac{e^1}{1}=e$

07. $\lim_{x\to 0}(1+x)^{\frac{1}{x}}$ এর মান কোনটি? [JU-A, Set-M, 2023-24]

A. 1 B. 0 C. e D. $-\frac{1}{e}$

SOLVE $\lim_{x\to 0}(1+ax)^{\frac{b}{x}}=e^{ab}$ $\therefore \lim_{x\to 0}(1+x)^{\frac{1}{x}}=e$

08. $\lim_{x\to 0}\left(\frac{\tan^{-1}2x}{x}\right)$ এর মান কোনটি? [JU-A, Set-G, 22-23; RU-C, Feldspar-1, 22-23; DU: 05-06; IU 15-16, CU: 14-15, JU: 09-10]

A. 1 B. 0 C. 2 D. $\frac{1}{2}$

SOLVE $\lim_{x\to 0}\left(\frac{\tan^{-1}2x}{x}\right)=2\times\lim_{2x\to 0}\left(\frac{\tan^{-1}2x}{2x}\right)=2\times 1=2$

09. $\lim_{x\to 0}\frac{\cos 7x-\cos 9x}{\cos 3x-\cos 5x}$ = কত? [RU, Astraneous, Set-1, 21-22]

A. 1 B. $\frac{1}{2}$ C. 2 D. 0

SOLVE $\underset{x\to 0}{Lt}\frac{\cos 7x-\cos 9x}{\cos 3x-\cos 5x}=\frac{9^2-7^2}{5^2-3^2}=2$

10. $\lim_{x\to 0}\frac{x}{|x|}$ এর মান কোনটি? [CU-D, 20-21]

A. –1 B. 1 C. ∞ D. বিদ্যমান নয়

SOLVE $x>0$ হলে, $\lim_{x\to 0}\frac{x}{|x|}=1$

$x<0$ হলে, $\lim_{x\to 0}\frac{x}{-x}=-1$ $\therefore \lim_{x\to 0}\frac{x}{|x|}$ বিদ্যমান নয়।

11. $\frac{d}{dx}(\cos^2(\ln x))$ = ? [DU, 20-21]

A. $-\frac{\sin(2\ln x)}{2}$ B. $-\frac{2\cos(\ln x)}{x}$
C. $-\frac{\sin(2\ln x)}{x}$ D. $-2x\cos(\ln x)\sin(\ln x)$

SOLVE $\frac{d}{dx}\{\cos^2(\ln x)\}=-2\cos(\ln x)\sin(\ln x)\frac{1}{x}$

$=-\frac{\sin(2\ln x)}{x}$

12. $\frac{d}{dx}(\sqrt{\cos 2x})$ = কত? [JU-A, Set-M, 2021-22; 19-20; DU: 02-03, 05-06; RU: 05-06; [illegible]: 01-02]

A. $-\frac{\sin 2x}{\sqrt{\cos 2x}}$ B. $\frac{\cos 2x}{\sqrt{\cos 2x}}$ C. $\frac{2\sin 2x}{\sqrt{\tan x}}$ D. $\frac{\sin 2x}{\sqrt{\tan 2x}}$

SOLVE ধরি, $y=\sqrt{\cos 2x}$

$\therefore \frac{dy}{dx}=\frac{1}{2\sqrt{\cos 2x}}.(-\sin 2x).2=\frac{-\sin 2x}{\sqrt{\cos 2x}}$

13. $\sqrt{\sin x}$ এর অন্তরজ সহগ নির্ণয় কর। [JU: 10-11]

A. $\frac{\cos x}{6\sqrt{\sin x}}$ B. $\frac{\sin x}{6\sqrt{\sin x}}$ C. $\frac{\cos x}{6\sqrt{\cos x}}$ D. $\frac{\cos x}{2\sqrt{\sin x}}$

SOLVE ধরি, $y=\sqrt{\sin x}$

$\therefore \frac{dy}{dx}=\frac{1}{2\sqrt{\sin x}}\cos x=\frac{\cos x}{2\sqrt{\sin x}}$

14. $y=e^{\sqrt{x}}$ হলে $\frac{dy}{dx}$ এর মান কোনটি? [JU-A, Set-B, 22-23; A, Set-M, 2021-22; DU: 01-02; RU: 22-23, 06-07; JU: 11-12; JnU: 10-11; BRU: 13-14]

A. $e^{\sqrt{x}}$ B. $2\sqrt{x}e^{\sqrt{x}}$ C. $\frac{e^{\sqrt{x}}}{2\sqrt{x}}$ D. $\frac{\sqrt{x}e^{\sqrt{x}}}{2}$

SOLVE $y=e^{\sqrt{x}}$ $\Rightarrow \frac{dy}{dx}=e^{\sqrt{x}}\frac{d}{dx}(\sqrt{x})=e^{\sqrt{x}}.\frac{1}{2\sqrt{x}}=\frac{e^{\sqrt{x}}}{2\sqrt{x}}$

15. $y=100^x$ হলে $\frac{dy}{dx}$ = কত? [CU: 13-14, 11-12]

A. 100^x B. $x100^{x-1}$ C. 2.100^x
D. 2.10^x E. 100^{x-1}

SOLVE $y=100^x$ $\therefore \frac{d}{dx}=100^x\log 100=100^x\log 10^2=2.100^x$

16. $\frac{d}{dx}(\ln\cos x)$ = ? [CU-A, Set-2, 20-21; 18-19]

A. $-\tan x$ B. $-\sin x$ C. $-\cot x$ D. $-\mathrm{cosec}\,x$

SOLVE $\frac{d}{dx}(\ln\cos x)=\frac{-\sin x}{\cos x}=-\tan x$

17. যদি $y=e^{\tan^{-1}x}$ হয়, তবে $\frac{dy}{dx}$ এর মান কোনটি? [JU-A, Set-R, 22-23; RU 15-16, 06-07; DU 00-01]

A. $e^{\tan^{-1}x}$ B. $e^{\tan^{-1}x}(1+x^2)$ C. $\frac{e^{\tan^{-1}x}}{1+x^2}$ D. $\frac{1}{1+x^2}$

SOLVE $y=e^{\tan^{-1}x}\Rightarrow\frac{dy}{dx}=e^{\tan^{-1}x}.\frac{d}{dx}(\tan^{-1}x)=\frac{e^{\tan^{-1}x}}{1+x^2}$

18. $f(x)=3\sin^2x+4\cos^2x; 0\le x\le\frac{\pi}{2}$ হলে, $f'(x)$ = কত? [RU-C, Corundum-1, 22-23]

A. $\frac{1}{2}\sin 2x$ B. $7\sin 2x$
C. $-2\sin 2x$ D. $-\sin 2x$

SOLVE $f(x)=3\sin^2x+4\cos^2x$
$=3\sin^2x+4(1-\sin^2x)=3\sin^2x+4-4\sin^2x=4-\sin^2x$
$f'(x)=0-2\sin x.\cos x=-\sin 2x$

19. $y=\tan^{-1}\frac{1+x}{1-x}$ হলে, $\frac{dy}{dx}$ = কত? [RU, Muderna, Set-2, 20-21; CU: 02-03; JnU: 02-03; [illegible]]

A. $\frac{1}{1-x^2}$ B. $\frac{1}{1+x^2}$ C. $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ D. $-\frac{1}{1+x^2}$

SOLVE $y=\tan^{-1}\frac{1+x}{1-x}=\frac{\pi}{4}+\tan^{-1}x$ $\therefore \frac{dy}{dx}=\frac{1}{1+x^2}$

CamScanner

20. $y = \tan^{-1}\frac{a+bx}{b-ax}$ হলে $\frac{dy}{dx} = ?$ [CU 14-15, 02-03, RU 13-14, 08-09; BUET. 09-10; JUST. 11-12]

A. $\frac{1}{1+x^2}$ B. $\frac{1}{1-x^2}$ C. $1+x^2$ D. $1-x^2$ Ⓐ

21. $y = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}$ হলে, $\frac{dy}{dx} = ?$ [DU: 00-01]

A. $\frac{1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)}$ B. $\frac{-1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)^2}$ C. $\frac{1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)^2}$ D. $\frac{-1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)^2}$

S Ⓓ WhY মনে করি, $y = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}$

$$\therefore \frac{dy}{dx} = \frac{(\sqrt{x}-1)\frac{d}{dx}(\sqrt{x}+1) - (\sqrt{x}+1)\frac{d}{dx}(\sqrt{x}-1)}{(\sqrt{x}-1)^2}$$

$$= \frac{(\sqrt{x}-1)\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}+0\right) - (\sqrt{x}+1)\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}-0\right)}{(\sqrt{x}-1)^2}\left[\because \frac{d}{dx}(\sqrt{x}) = \frac{1}{2\sqrt{x}}\right]$$

$$= \frac{\frac{1}{2}-\frac{1}{2\sqrt{x}}-\frac{1}{2}-\frac{1}{2\sqrt{x}}}{(\sqrt{x}-1)^2} = \frac{-\frac{1}{\sqrt{x}}}{(\sqrt{x}-1)^2} \therefore \frac{dy}{dx}\left\{\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}\right\} = \frac{-1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)^2}$$

22. $x^2 + y^2 = 25$ হলে, $(3, -4)$ বিন্দুতে $\frac{dy}{dx}$ কত? [DU: 01-02; CU: 06-07; JnU. 06-07; NSTU. 07-08; JU. 09-10]

A. $-\frac{3}{4}$ B. $\frac{3}{4}$ C. $-\frac{4}{5}$ D. $\frac{7}{5}$

S Ⓑ WhY $\frac{d}{dx}(x^2+y^2) = \frac{d}{dx}(25) \Rightarrow 2x + 2y\frac{dy}{dx} = 0$

$\therefore \frac{dy}{dx} = -\frac{x}{y}$ $\therefore (3, -4)$ বিন্দুতে $\frac{dy}{dx} = \frac{3}{4}$

23. $x^2 + xy + y^2 = 2$ হলে $(3, -4)$, বিন্দুতে $\frac{dy}{dx}$ এর মান- [RU 15-16; DU 09-10; PUST. 13-14; SUST. 09-10; JnU. 11-12; JU. 13-14; HSTU. 08-09]

A. $\frac{2}{5}$ B. $\frac{5}{2}$ C. $\frac{3}{8}$ D. $\frac{8}{3}$

S Ⓐ WhY $\frac{d}{dx}(x^2+xy+y^2) = \frac{d}{dx}(2) \Rightarrow 2x + x\frac{dy}{dx} + y.1 + 2y\frac{dy}{dx} = 0$

$\therefore \frac{dy}{dx} = \frac{-(2x+y)}{(x+2y)} = -\frac{2x+y}{x+2y}$ $\therefore (3, -4)$ বিন্দুতে $\frac{dy}{dx} = -\frac{2\times3-4}{3+2\times(-4)} = \frac{2}{5}$

24. $\sin x = \frac{2t}{1+t^2}$, $\tan y = \frac{2t}{1-t^2}$, হলে $\frac{dy}{dx} = ?$ [RU-C, Jupitar-1, Set-1. 2021-22; RU 17-18, 14-15; KU 14-15, JNU 10-11, JU 06-07, KU 09-10; SUST. 04-05; BSMRSTU. 2019-20]

A. 2t B. 2 C. 1 D. $1+t^2$

S Ⓒ WhY $\sin x = \frac{2t}{1+t^2}$ | এবং $\tan y = \frac{2t}{1-t^2}$

$x = \sin^{-1}\left(\frac{2t}{1+t^2}\right) = 2\tan^{-1}t$ | $y = \tan^{-1}\left(\frac{2t}{1-t^2}\right) = 2\tan^{-1}(t)$

$\therefore \frac{dx}{dt} = \frac{2}{1+t^2}$ .... (i) | $\frac{dy}{dt} = \frac{2}{1+t^2}$ .... (ii)

$\therefore$ (ii) ÷ (i) $\Rightarrow \frac{dy}{dx} = 1$

25. X-এর সাপেক্ষে $ln(e^x + e^{-x})$ অন্তরজ কত? [JU- 18-19]

A. $\frac{1}{e^x+e^{-x}}$ B. $\frac{e^{2x}}{e^x+e^{-x}}$ C. $\frac{e^{-x}-e^x}{e^x+e^{-x}}$ D. $\frac{e^x-e^{-x}}{e^x+e^{-x}}$

S Ⓓ WhY $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{e^x+e^{-x}} \times \frac{d}{dx}(e^x+e^{-x}) = \frac{e^x-e^{-x}}{e^x+e^{-x}}$

26. যদি $y = x^3 - 5x$ হয়, তবে $\frac{d^3y}{dx^3}$ এর মান কত? [JU: 09-10]

A. 3x B. 6x C. 6 D. 5

S Ⓒ WhY $y = x^3 - 5x$, $y_3 = 3! = 6$

27. যদি $y = a^x$ হয়, তবে $\frac{d^3y}{dx^3}$ এর মান কত? [JUST- 18-19]

A. $a^x\ln a$ B. $(a^x\ln a)^3$ C. $a^{3x}(\ln a)^3$ D. $a^x(\ln a)^3$

S Ⓓ WhY $y = a^x$ $\therefore \frac{dy}{dx} = a^x \ln a$

$\Rightarrow \frac{d^2y}{dx^2} = 0 + (\ln a)^2 . a^x$ $\Rightarrow \frac{d^3y}{dx^3} = a^x(\ln a)^3$

28. একটি গাড়ি t সেকেন্ড সময়ে $3t + t^2/8$ সে.মি. দূরত্ব অতিক্রম করে। 2 সেকেন্ড পর এর বেগ কত? [JU 09-10]

A. 9/8 B. 7/2 C. 7/4 D. 17/8

S Ⓑ WhY ধরি, $s = 3t + \frac{t^2}{8}$ $\therefore v = \frac{ds}{dt} = 3 + \frac{t}{4}$

$\therefore$ 2 সেকেন্ড পর এর বেগ, $v = 3 + \frac{2}{4} = \frac{7}{2} ms^{-1}$

29. $f(x) = 3x^3 - 9x^2 - 27x + 15$ এর সর্বোচ্চ মান কত? [RU-C, Quartz-2. 22-23]

A. 10 B. 20 C. 0 D. 30

S Ⓓ WhY $y = 3x^3 - 9x^2 - 27x + 15$

সর্বোচ্চ মানের জন্য, $y_1 = 9x^2 - 18x - 27$

$y_2 = 18x - 18$

শর্তমতে, $9x^2 - 18x - 27 = 0$

$\Rightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \Rightarrow x^2 - 3x + x - 3 = 0$

$\Rightarrow x(x-3) + 1(x-3) = 0$ $\therefore x = -1, 3$

এখন, $x = -1$ হলে, $y_2 = -36 < 0$ অর্থাৎ, গুরুমান থাকবে

$\therefore$ সর্বোচ্চ মান $f(-1) = 3\times(-1)^3 - 9(-1)^2 - 27(-1) + 15$

$= -3 - 9 + 27 + 15 = 30$

30. (4, 3) বিন্দুতে $3x^2 - 4y^2 = 12$ অধিবৃত্তের স্পর্শকের ঢালের মান- [DU. 17-18]

A. −1 B. 1 C. $\frac{3}{4}$ D. $\frac{4}{3}$

S Ⓑ WhY $\frac{dy}{dx} = \frac{6x}{8y} = \frac{3x}{4y}$ $\therefore$ (4, 3) বিন্দুতে স্পর্শকের ঢাল $= \frac{3.4}{4.3} = 1$

31. $y = x^3 - 2x^2 + 4$ বক্ররেখার (2,4) বিন্দুতে অঙ্কিত স্পর্শক এর সমীকরণ নিচের কোনটি? [JU-A, Set-F. 2021-22; RU. 18-19, 08-09; চ.বো. ২০১৪, ০৮; য.বো. ২০০৩; সি.বো. ২০১১]

A. $4x - y - 4 = 0$ B. $x + 4y - 18 = 0$

C. $4x - y + 4 = 0$ D. $x + 4y + 18 = 0$

S Ⓐ WhY $y = x^3 - 2x^2 + 4$

এখন, $\frac{dy}{dx} = 3x^2 - 4x$

(2,4) বিন্দুতে, $\frac{dy}{dx} = 3\times4 - 4\times2 = 12 - 8 = 4$

$\therefore$ সমীকরণ, $y - 4 = 4(x-2)$ $\Rightarrow y - 4 = 4x - 8 \Rightarrow 4x - y - 4 = 0$

32. a এর কোন মানের জন্য $y = ax(1-x)$ বক্ররেখার মূলবিন্দুতে স্পর্শকটি x-অক্ষের সাথে 60° কোণ উৎপন্ন করবে? [RU-C, Corundum-1. 22-23; DU: 15-16, 05-06; KU 14-15, RU: 08-09; IU: 15-16, 05-06; HSTU. 18-19, 16-17, 14-15, 13-14; JnU. 13-14; BU. 11-12; BSMRSTU. 18-19]

A. 0 B. $\sqrt{3}$ C. $-\sqrt{3}$ D. 1

S Ⓑ WhY $y = ax - ax^2$

$\therefore \frac{dy}{dx} = a - 2ax$ এখন, মূলবিন্দু (0, 0) তে $\frac{dy}{dx} = a - 2a.0 = a$

$\therefore$ মূলবিন্দুতে স্পর্শকটি x-অক্ষের সাথে 60° কোণ উৎপন্ন করে,

$\therefore \frac{dy}{dx} = \tan 60° = \sqrt{3}$ $\therefore a = \sqrt{3}$

CamScanner

PRIME TEST

01. $\lim_{x\to 0}\frac{a^x+1}{x}$ এর মান কত?

Ⓐ a
Ⓑ 0
Ⓒ 2
Ⓓ $\log_e^a$

02. $\lim_{x\to a}\frac{x^{\frac{5}{2}}-a^{\frac{5}{2}}}{\sqrt{x}-\sqrt{a}}$ এর মান কত হবে?

Ⓐ $-5a^2$ Ⓑ $5a^2$ Ⓒ $\frac{a^2}{5}$ Ⓓ $\sqrt{5}a$

03. $\lim_{x\to\infty}\frac{2x^2+3x+5}{3x^2+5x-6}$ এর মান-

Ⓐ $\frac{3}{5}$ Ⓑ $-\frac{5}{6}$ Ⓒ $\frac{2}{3}$ Ⓓ $-\frac{2}{3}$

04. $\lim_{x\to 1}\left(1+\frac{1}{x}\right)^x$ এর মান কত?

Ⓐ 2 Ⓑ 3 Ⓒ π Ⓓ e

05. $\lim_{x\to -1}\frac{\sqrt{x^2+8}-3}{x+1}$ এর মান হবে-

Ⓐ $\frac{1}{3}$ Ⓑ $-\frac{1}{3}$ Ⓒ $\frac{1}{6}$ Ⓓ 1

06. $\lim_{x\to 5}\frac{x+2}{x-5}=?$

Ⓐ $+\infty$
Ⓑ $-\infty$
Ⓒ 7
Ⓓ অস্তিত্ব নেই

07. $\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{3+x}-\sqrt{3-x}}{x}$ এর মান-

Ⓐ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ Ⓑ $\frac{1}{2}$ Ⓒ $\frac{1}{\sqrt{2}}$ Ⓓ $\frac{1}{\sqrt{3}}$

08. $\lim_{x\to 0}\frac{e^{\cos x}}{\cos x}$ এর মান-

Ⓐ e
Ⓑ 1
Ⓒ $\frac{1}{e}$
Ⓓ 0

09. $\lim_{x\to 0}\frac{(e^x-e^{-x})}{2x}$ এর মান-

Ⓐ 0
Ⓑ 1
Ⓒ 1/2
Ⓓ Does not exist

10. $\lim_{x\to 0}\frac{e^x-e^{-x}}{x}=$ কত?

Ⓐ 0
Ⓑ ∞
Ⓒ 2
Ⓓ অনির্ণীত

11. $\frac{d}{dx}(\cos\sqrt{x})$ এর মান কোনটি?

Ⓐ $-\sin\sqrt{x}$
Ⓑ $-\frac{\sin\sqrt{x}}{2\sqrt{x}}$
Ⓒ $-\frac{\sin\sqrt{x}}{\sqrt{x}}$
Ⓓ $\frac{\sin\sqrt{x}}{2\sqrt{x}}$

12. If $x^n+y^n=a^n$ then $\frac{dy}{dx}=?$

Ⓐ $\left(\frac{x}{y}\right)^n$ Ⓑ $\left(-\frac{x}{y}\right)^n$ Ⓒ $\left(\frac{x}{y}\right)^{n-1}$ Ⓓ $-\left(\frac{x}{y}\right)^{n-1}$

13. যদি $x^2+3xy+5y^2=1$ হয়, $\frac{dy}{dx}$ সমান-

Ⓐ $\frac{2x+3y}{3x+10y}$
Ⓑ $\frac{2x-3y}{3x+10y}$
Ⓒ $\frac{2x+3y}{3x-10y}$
Ⓓ $-\frac{2x+3y}{3x+10y}$

14. $xy+x^3y^3-5=0$ হলে $\frac{dy}{dx}$ এর মান-

Ⓐ $\frac{y}{x}$
Ⓑ $\frac{2x}{y}$
Ⓒ $\frac{2y}{x}$
Ⓓ $-\frac{y}{x}$

15. $y=x^2\log_e x$ হলে $\frac{d^3y}{dx^3}$ এর মান কত?

Ⓐ $-\frac{x}{2}$ Ⓑ $\frac{x}{2}$ Ⓒ $\frac{-x}{2}$ Ⓓ $\frac{2}{x}$

16. যদি $y=e^{\tan^{-1}x}$ হয়, তবে $\frac{dy}{dx}$ এর মান কোনটি?

Ⓐ $e^{\tan^{-1}x}$
Ⓑ $e^{\tan^{-1}x}(1+x^2)$
Ⓒ $\frac{e^{\tan^{-1}x}}{1+x^2}$
Ⓓ $\frac{1}{1+x^2}$

17. $\frac{d}{dx}(\sqrt[3]{x^2})$ এর মান কোনটি?

Ⓐ $\frac{3}{2}x^{\frac{1}{2}}$ Ⓑ $\frac{2}{3}x^{-\frac{1}{2}}$ Ⓒ $\frac{1}{3}x^{-\frac{1}{3}}$ Ⓓ $\frac{2}{3}x^{-\frac{1}{3}}$

18. $y=e^{ax}\sin^2x$ হলে $\frac{dy}{dx}$ এর মান কত?

Ⓐ $e^{ax}\sin x(\cos x+a\sin x)$
Ⓑ $e^{ax}\sin x\,(2\cos x+a\sin x)$
Ⓒ $e^{ax}\sin x\,(2\cos x+\sin x)$
Ⓓ কোনটিই নয়

19. $y=x(3-x^2)$ এবং $\frac{dy}{dx}=0$ হলে x এর মান কত?

Ⓐ 1
Ⓑ – 1
Ⓒ ± 1
Ⓓ 0

20. $\frac{d}{dx}(x^2+7)(x^2-7)$ অন্তরকের মান কত?

Ⓐ $7x^2$
Ⓑ $4x^2$
Ⓒ $4x^3$
Ⓓ $7x^3$

☺ Answer Analysis ☺

প্রশ্ন	উত্তর	ব্যাখ্যা
01	D	$\lim_{x\to 0}\frac{a^x+1}{x}=\frac{a^x\log_e a}{1}$ [Hospital's Law প্রয়োগে] $=a^0\log_e a=\log_e a$
02	B	$\lim_{x\to a}\frac{x^{\frac{5}{2}}-a^{\frac{5}{2}}}{\sqrt{x}-\sqrt{a}}=\frac{\frac{5}{2}}{\frac{1}{2}}a^{\frac{5}{2}-\frac{1}{2}}=5a^2$
03	C	$\lim_{x\to\infty}\frac{2x^2+3x+5}{3x^2+5x-6}=\frac{2}{3}$ [সর্বোচ্চ ঘাতযুক্ত x এর সহগের অনুপাত]
04	A	$\lim_{x\to 1}\left(1+\frac{1}{x}\right)^x=\left(1+\frac{1}{1}\right)^1=(1+1)^1=2$

CS CamScanner

প্রশ্ন	উত্তর	ব্যাখ্যা
05	B	$\lim_{x\to-1}\frac{\sqrt{x^2+8}-3}{x+1}=\lim_{x\to-1}\frac{\frac{2x}{2\sqrt{x^2+8}}}{1}$ (H.L) $=\lim_{x\to-1}\frac{x}{\sqrt{x^2+8}}=\frac{-1}{\sqrt{(-1)^2+8}}=-\frac{1}{3}$
06	A	$\lim_{x\to5}\frac{x+2}{x-5}=\frac{7}{0}=+\infty$
07	D	Using technique: $\frac{1}{\sqrt{3}}$
08	A	$\lim_{x\to0}\frac{e^{\cos x}}{\cos x}=\frac{e^1}{1}=e$
09	B	[Using L'Hopital Rule] $\lim_{x\to0}\frac{(e^x-e^{-x})}{2x}=\lim_{x\to0}\frac{(e^x+e^{-x})}{2}=\frac{e^0+e^0}{2}=\frac{1+1}{2}=1$
10	C	$\lim_{x\to0}\frac{e^x-e^{-x}}{x}\Rightarrow\lim_{x\to0}\frac{e^x-e^{-x}(-1)}{1}=e^x+e^{-x}=2$
11	B	$\frac{d}{dx}(\cos\sqrt{x})=-\sin\sqrt{x}\cdot\frac{d}{dx}(\sqrt{x})=-\frac{\sin\sqrt{x}}{2\sqrt{x}}$
12	D	$\frac{dy}{dx}=-\frac{mx^{m-1}}{my^{m-1}}=-\left(\frac{x}{y}\right)^{m-1}$ [∵ This is an implicit function]
13	D	$\frac{d}{dx}(x^2+3xy+5y^2)=\frac{d}{dx}(1)$ $\Rightarrow 2x+3x\frac{dy}{dx}+3y.1+10y\frac{dy}{dx}=0$ $\therefore\frac{dy}{dx}=\frac{-(2x+3y)}{(3x+10y)}=-\frac{2x+3y}{3x+10y}$
14	D	$\frac{d}{dx}(xy+x^3y^3-5)=\frac{d}{dx}(0)$ $\Rightarrow x\frac{dy}{dx}+y.1+x^3 3y^2\frac{dy}{dx}+y^3 3x^2=0$ $\therefore\frac{dy}{dx}=\frac{-(3x^2y^3+y)}{(3x^3y^2+x)}=-\frac{y}{x}$
15	D	$y_1=2x\log x+x,\ y_2=2\log x+2+1\ \therefore y_3=\frac{2}{x}$
16	C	$y=e^{\tan^{-1}x}\Rightarrow\frac{dy}{dx}=\frac{d}{dx}(e^{\tan^{-1}x})=e^{\tan^{-1}x}\cdot\frac{1}{1+x^2}=\frac{e^{\tan^{-1}x}}{1+x^2}$
17	D	$\frac{d}{dx}(\sqrt[3]{x^2})=\frac{d}{dx}\left(x^{\frac{2}{3}}\right)=\frac{2}{3}x^{\frac{2}{3}-1}=\frac{2}{3}x^{\frac{-1}{3}}$
18	B	$y=e^{ax}\sin^2x$ $\therefore\frac{dy}{dx}=e^{ax}2\sin x.\cos x+\sin^2x.e^{ax}a=e^{ax}\sin x(2\cos x+a\sin x)$
19	C	$\frac{dy}{dx}=\frac{d}{dx}(3x-x^3)=3-3x^2$ $\because\frac{dy}{dx}=0\Rightarrow3-3x^2=0$ $\Rightarrow3(1-x^2)=0\Rightarrow1-x^2=0\Rightarrow x=\pm1$
20	C	$\frac{d}{dx}(x^2+7)(x^2-7)=\frac{d}{dx}(x^4-49)=4x^3$

অধ্যায় ১০ যোগজীকরণ

গণিত ১ম পত্র

TOPICS	সাজেশন্স	V.V.I RATE
TOPIC-01	Basic Formula সংক্রান্ত	★★★
TOPIC-02	প্রতিস্থাপন পদ্ধতি [Method of Substitution]	★★★
TOPIC-03	বিশেষ আকারের যোগজ	★★
TOPIC-04	Some Special Formula	★★
TOPIC-05	Integration by parts সংক্রান্ত	★★★
TOPIC-06	Integration Using Partial Fraction	★★
TOPIC-07	Definite Integrals of Algebric Function	★★
TOPIC-08	Definite Integrals of Trigonometric Function	★★
TOPIC-09	যুগ্ম ও অযুগ্ম ফাংশনের ক্ষেত্রে	★★
TOPIC-10	পরমমান বিশিষ্ট Definite Integration এর মান নির্ণয়	★
TOPIC-11	Some Special Definite Integrals	★
TOPIC-12	একটি বক্ররেখা ও এক/দুই সরলরেখা দ্বারা আবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় সংক্রান্ত	★★
TOPIC-13	Some Special Applications of Integration	★★

এক নজরে গুরুত্বপূর্ণ সূত্রাবলি

Required Formulas for Integration

$\int x^n dx=\frac{x^{n+1}}{n+1}+c,\ n\neq-1$	$\int\frac{dx}{1+x^2}=\tan^{-1}x+c$
$\int\frac{1}{x}dx=\ln\lvert x\rvert+c$	$\int\frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}=\sin^{-1}x+c$
$\int uvdx=u\int vdx-\int[\frac{d}{dx}(u)\int vdx]dx$	$\int\frac{dx}{x^2-a^2}=\frac{1}{2a}\ln\left\lvert\frac{x-a}{x+a}\right\rvert+c$
$\int\sec^2x\,dx=\tan x+c$	$\int\frac{dx}{\sqrt{x^2-a^2}}=\ln\left(x+\sqrt{x^2-a^2}\right)+c$
$\int\frac{f'(x)}{\sqrt{f(x)}}dx=2\sqrt{f(x)}+c$	$\int\frac{1}{\sqrt{x}}dx=2\sqrt{x}+c$
$\int\frac{dx}{a^2+x^2}=\frac{1}{a}\tan^{-1}\frac{x}{a}+c$	$\int e^xdx=e^x+c$
$\int\frac{dx}{\sqrt{a^2-x^2}}=\sin^{-1}\frac{x}{a}+c$	$\int\cos xdx=\sin x+c$
$\int\frac{dx}{a^2-x^2}=\frac{1}{2a}\ln\left\lvert\frac{a+x}{a-x}\right\rvert+c$	$\int\sec x\tan x\,dx=\sec x+c$
$\int\frac{dx}{\sqrt{x^2+a^2}}=\ln\left(x+\sqrt{x^2+a^2}\right)+c$	$\int\frac{1}{2\sqrt{x}}dx=\sqrt{x}+c$
$\int\frac{1}{x^n}dx=-\frac{1}{(n-1)x^{n-1}}$	$\int(u\pm v)dx=\int udx\pm\int vdx$
$\int a^xdx=\frac{a^x}{\ln a}+c\ [a>0,\ a\neq1]$	$\int\mathrm{cosec}^2xdx=-\cot x+c$
$\int\sin xdx=-\cos x+c$	$\int\frac{f'(x)}{f(x)}dx=\ln\lvert f(x)\rvert+c$

CamScanner

Required Formulas for Integration

$\int \operatorname{cosec}x\cot x\,dx = -\operatorname{cosec}x + c$
$\int \tan x\,dx = -\ln(\cos x) + c = \ln(\sec x) + c$
$\int \sec x\,dx = \ln\tan\left[\frac{\pi}{4}+\frac{x}{2}\right] + c = \ln\lvert\sec x + \tan x\rvert + c$
$\int \cot x\,dx = \ln(\sin x) + c = -\ln(\operatorname{cosec}x) + c$
$\int \operatorname{cosec}x\,dx = \ln\lvert\tan\frac{x}{2}\rvert + c = -\ln(\operatorname{cosec}x + \cot x) + c$
$\int\sqrt{\frac{a+x}{a-x}}\,dx = a\sin^{-1}\frac{x}{a} - \sqrt{a^2-x^2} + c$
$\int\sqrt{\frac{a-x}{a+x}}\,dx = a\sin^{-1}\frac{x}{a} + \sqrt{a^2-x^2} + c$
$\int\frac{dx}{a^2+(mx)^2} = \frac{1}{am}\tan^{-1}\frac{mx}{a} + c$
$\int\frac{dx}{(mx)^2-a^2} = \frac{1}{2am}\log\frac{mx-a}{mx+a} + c$
$\int\frac{dx}{\sqrt{a^2-(mx)^2}} = \frac{1}{m}\sin^{-1}\frac{mx}{a} + c$
$\int\frac{dx}{a^2-(mx)^2} = \frac{1}{2am}\log\frac{a+mx}{a-mx} + c$

❑ গাণিতিক সমস্যাসমূহ সমাধানের জন্য প্রয়োজনীয় সূত্র ও প্রক্রিয়াসমূহ:

➤ প্রতিস্থাপন পদ্ধতি:

অংকটি পরীক্ষার হলে কিভাবে চিনবে	মুখে মুখে করার Technique
• অংকের দুটি অংশ দেওয়া থাকবে। • অংশ দুটির যে কোন একটিকে বা এর কোন অংশ বিশেষকে $\frac{d}{dx}$ করলে অন্য অংশটি হুবহু কিংবাসামান্য পরিবর্তিত রূপে হিসেবে ঐ অংকে গুন অবস্থায় থাকবে।	**Step-01:** সুবিধাজনক অংশকে Z ধর। মনে মনে $\frac{d}{dx}$ কর। **Step-02:** দেখ অংকটিতে Complete result আছে কিনা। Complete result থাকলে তা অংক হতে বাদ দাও। না থাকলে ∫Operator এর ভেতরে-বাইরে চিহ্ন বা সংখ্যা Input Output করে Complete result বানিয়ে নাও (অবশ্যই প্রশ্নপত্রে অংকের ভাকের মধ্যেই), তারপর তা বাদ দাও। **Step-03:** অতঃপর তুমি যেভাবে Integration এর প্রাথমিক সূত্র শিখেছ সেভাবে সূত্র দেখ ।

❑ কোনো ফাংশন f(x) এর ঘাত এবং তার সাথে f′(x) গুণিতক আকারের থাকলে নিম্নোক্ত সূত্রসমূহ দ্বারা সহজে সমাধান করা যায়।

01. $\int\frac{f'(x)}{f(x)}dx = \ln\lvert f(x)\rvert + c$

02. $\int\{f(x)\}^n \cdot f'(x)\,dx = \frac{\{f(x)\}^{n+1}}{n+1} + c$

03. $\int\frac{f'(x)}{\sqrt{f(x)}}dx = 2\sqrt{f(x)} + c$

04. $\int e^{f(x)} \cdot f'(x)\,dx = e^{f(x)} + c$

❑ নির্দিষ্ট যোগজ এর প্রয়োগ:

■ y এর একটি মান থাকলে ক্ষেত্রফল $= \int_a^b y\,dx$

■ y এর দুটি মান থাকলে ক্ষেত্রফল $= \int_a^b (y_1 - y_2)\,dx$ [যেখানে a ও b হলো x এর Value]

■ বৃত্তের সমীকরণ $x^2+y^2=a^2$ দ্বারা আবদ্ধ- (i) মোট ক্ষেত্রফল $= \pi a^2$ (ii) একটি চতুর্ভাগের আবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= \frac{\pi a^2}{4}$

■ উপবৃত্তের সমীকরণ $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ দ্বারা আবদ্ধ (যেখানে $a > b$) (i) মোট ক্ষেত্রফল $= \pi ab$ (ii) একটি চতুর্ভাগের আবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= \frac{\pi ab}{4}$

■ $y^2 = 4ax$ পরাবৃত্ত ও $y = mx$ দ্বারা আবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= \frac{8a^2}{3m^3}$

■ দুটি পরাবৃত্তের a সমান হলে ক্ষেত্রফল $= \frac{16}{3}a^2$

জাতীয় বিশ্ববিদ্যালয়ের জন্য কমনউপযোগী গুরুত্বপূর্ণ প্রশ্ন

01. $\int\sqrt{e^x}\,dx = ?$ [CU-A, Shift-2, 22-23, DU. 18-19]

A. $\frac{2}{3}(e^x)^{\frac{3}{2}} + c$ B. $\frac{1}{2}\sqrt{e^x} + c$
C. $2e^{\frac{x}{2}} + c$ D. $-e^{\frac{x}{2}} + c$

S(C)Why $\int\sqrt{e^x}\,dx = \int e^{\frac{x}{2}}dx = \frac{e^{\frac{x}{2}}}{\frac{1}{2}} + c\left[\because \int e^{mx}dx = \frac{e^{mx}}{m} + c\right]$

$= 2e^{\frac{x}{2}} + c$

02. $\int\tan x\,dx = ?$ [JU-D. 19-20]

A. $\ln\lvert\cos x\rvert + c$ B. $\ln\lvert\sec x\rvert + c$ C. $\ln\lvert\sin x\rvert + c$ D. $\ln\cos x + c$

S(B)Why $\int\tan x\,dx = \ln\lvert\sec x\rvert + c$

03. $\int\frac{dx}{e^x+e^{-x}}$ এর মান কত? [DU-A. 22-23, 17-18, 09-10, 97-98; RU-C, Corundum-1. 22-23; JU 17-18, 06-07; IU 17-18, KU 16-17, 19-20, 15-16; CU 04-05]

A. $\tan^{-1}(e^{-x})$ B. $\tan(e^{-x})$
C. $\tan^{-1}(e^x)$ D. $\tan(e^x)$

S(C)Why $\int\frac{dx}{e^x+e^{-x}} = \int\frac{dx}{e^x+\frac{1}{e^x}}$

$= \int\frac{e^x\,dx}{(e^x)^2+1} = \int\frac{dz}{z^2+1}$ [Let, $e^x = z \Rightarrow e^x dx = dz$]

$= \tan^{-1}(z) + c = \tan^{-1}(e^x) + c$

04. $\int\frac{dx}{\sqrt{2-x}} = ?$ [JU:18-19,A]

A. $2\sqrt{2-x}$ B. $\frac{\sqrt{2-x}}{2}$ C. $-2\sqrt{2-x}$ D. $-\frac{1}{2\sqrt{2-x}}$

S(C)Why $\int\frac{dx}{\sqrt{2-x}}$

$= -\int\frac{dz}{\sqrt{z}} = -2\sqrt{z} + c = -2\sqrt{2-x} + c$ | যদি, $2 - x = z \Rightarrow -dx = dz$

05. $\int \frac{\sin x}{3+4\cos x}dx =$ কত? [RU-C, Topaz-3, 22-23]

A. $-\frac{1}{4}\ln(3+4\cos x)+c$ B. 0
C. $-\frac{3}{4}\ln(3+3\cos x)+c$ D. $-\frac{1}{4}\ln\sin x + c$

S Ⓐ Why $\int \frac{\sin x}{3+4\cos x}dx = -\frac{1}{4}\int \frac{4\sin x}{3+4\cos x}dx$

$= -\frac{1}{4}\int \frac{d(3+4\cos x)}{3+4\cos x} = -\frac{1}{4}\ln(3+4\cos x)+c$

06. $\int x^2 e^{-x^3}dx = ?$ [BRU:13-14,E; JUST:14-15,A]

A. $\frac{e^{-x^3}}{3}$ B. $\frac{-e^{-x^3}}{3}$
C. $\frac{xe^{-x^3}}{3}$ D. $-\frac{xe^{-x^3}}{3}$

S Ⓑ Why $\int x^2 e^{-x^3}dx = -\frac{1}{3}\int(-3x^2e^{-x^3})dx = \frac{-e^{-x^3}}{3}$

07. $\int \frac{\sin x+\cos x}{\sqrt{1+\sin 2x}}dx =$ কত?
[RU-C, Corundum-1. 22-23, IU: 18-19; RU: 09-10]

A. x^2+c B. $x+c$
C. $2x+c$ D. c

S Ⓑ Why $\int \frac{\sin x+\cos x}{\sqrt{1+\sin 2x}}dx = \int\frac{\sin x+\cos x}{\sqrt{(\sin x+\cos x)^2}}dx$

$= \int \frac{\sin x+\cos x}{\sin x+\cos x}dx = \int(1)\,dx = x+c$

08. $\int \frac{x^2-1}{x^2-4}dx$ এর মান কোনটি?
[KU:16-17; সি.বো:০৩, ০৫, ১২; ঢা.বো:১১; কু.বো:০১; ০৯; য.বো:০৯]

A. $x+\frac{3}{4}\ln\left|\frac{x+2}{x-2}\right|+c$ B. $x+\frac{3}{4}\ln\left|\frac{x-2}{x+2}\right|+c$
C. $x+\frac{3}{2}\ln\left|\frac{x-2}{x+2}\right|+c$ D. $x+\frac{3}{2}\ln\left|\frac{x+2}{x-2}\right|+c$
E. $x+\frac{1}{2}\ln\left|\frac{x-2}{x+2}\right|+c$

S Ⓑ Why $\int\frac{x^2-1}{x^2-4}dx = \int\frac{x^2-4+3}{x^2-4}dx = \int dx + 3\int\frac{dx}{x^2-4}$

$= x+\frac{3}{2.2}\ln\left|\frac{x-2}{x+2}\right|+c = x+\frac{3}{4}\ln\left|\frac{x-2}{x+2}\right|+c$

09. $\int e^x(\tan x - \ln\cos x)\,dx =$ কত? [RU-Uranus-1, Set-1. 21-22]

A. $e^x\sec^2 x+\frac{1}{\cos x}+c$ B. $e^x\sec^2 x-\tan x+c$
C. $e^x\ln|\sec x|+c$ D. কোনটিই নয়

S Ⓒ Why $\int e^x(\tan x - \ln|\cos x|)\,dx$

$= -\int e^x(\ln|\cos x| - \tan x)\,dx = -e^x\ln|\cos x| + c = e^x\ln|\sec x|+c$

10. $\int e^x\left\{f(x)+\frac{d}{dx}(f(x))\right\}dx$

[JnU. 09-10; KU. 18-19; JU. 13-14; CU. 12-13; HSTU. 09-10; PUST. 09-10]

A. e^x+c B. $e^x f(x)+c$
C. $f(x)+c$ D. $e^x/f(x)+c$

S Ⓑ Why $\int e^x\left\{f(x)+\frac{d}{dx}(f(x))\right\}dx = e^x f(x)+c$

11. $\int(\ln x)^2dx =$ কত? [RU-C, Feldspar-1, 22-23]

A. $x(\ln x)^2+2x\ln x+2x+c$ B. $x(\ln x)^2+2x\ln x-2x+c$
C. $x(\ln x)^2-2x\ln x-2x+c$ D. $x(\ln x)^2-2x\ln x+2x+c$

S Ⓓ Why $\int(\ln x)^2dx = (\ln x)^2\int dx - \int\left[\frac{d}{dx}(\ln x)^2\int dx\right]dx$

$= x(\ln x)^2 - \int\left[2\ln x.\frac{1}{x}.x\right]dx = x(\ln x)^2 - 2\int\ln x\,dx$

$= x(\ln x)^2 - 2\left[\ln x\int dx - \int\left\{\frac{d}{dx}(\ln x)\int dx\right\}dx\right]$

$= x(\ln x)^2 - 2x\ln x + 2\int\left(\frac{1}{x}.x\right)dx = x(\ln x)^2 - 2x\ln x + 2x + c$

12. $\int\sin^5 x\cos x\,dx = f(x)+c$ যেখানে c একটি ধ্রুবক, তবে $f(x) = ?$
[DU: 98-99; JU: 09-10; CU. 12-13]

A. $\frac{1}{6}\cos^6 x$ B. $\frac{1}{6}\sin^6 x$ C. $\cos^5 x\sin x$ D. $-\frac{1}{6}\cos^6 x$

S Ⓑ Why $\int\sin^5 x\cos x\,dx = \int(\sin x)^5\cos x\,dx$

$= \frac{1}{6}\sin^6 x + c\left[\because \int\{f(x)\}^n.f'(x)\,dx = \frac{\{f(x)\}^{n+1}}{n+1}+c\right]$

$\because \int\sin^5 x\cos x\,dx = f(x)+c$

$\therefore f(x) = \frac{1}{6}\sin^6 x$

13. $\int_0^1\frac{\ln(x+1)}{x+1}dx = ?$ [DU 14-15]

A. $\frac{1}{2}(\ln 2)^2$ B. $\frac{1}{2}\ln 2$ C. ∞ D. 0

S Ⓐ Why $\int_0^1\frac{\ln(x+1)}{x+1}dx$

$= \int_0^{\ln 2} z\,dz = \left[\frac{z^2}{2}\right]_0^{\ln 2}$

$= \frac{1}{2}[(\ln 2)^2 - 0] = \frac{1}{2}(\ln 2)^2$

ধরি, $\ln(x+1) = z$

$\Rightarrow \frac{1}{x+1} = \frac{dz}{dx} \Rightarrow \frac{dx}{x+1} = dz$

x	0	1
z	0	ln2

14. $\int_1^e\log_e x\,dx = ?$

[DU: 02-03, 97-98; CU: 11-12, JNU: 05-06; BUET. 04-05; RU. 18-19; MBSTU. 11-12; SUST. 13-14; DU.7Clg. 19-20]

A. e B. 1 C. $-e$ D. -1

S Ⓑ Why $\int_1^e\log_e x\,dx$

$= [x\log_e x - x]_1^e = [(e\log_e e - e) - (\log_e 1 - 1)] = 1$

15. $\int_0^1\frac{dx}{\sqrt{4-3x^2}}$ এর মান কোনটি? [JU-A, Set-H. 22-23; BU. 13-14]

A. $\frac{\pi}{3\sqrt{3}}$ B. $\frac{\pi}{\sqrt{3}}$ C. $\frac{\pi}{2\sqrt{3}}$ D. $\frac{\pi}{2}$

S Ⓐ Why $\int_0^1\frac{dx}{\sqrt{4-3x^2}} = \frac{1}{\sqrt{3}}\left[\sin^{-1}\frac{\sqrt{3}x}{2}\right]_0^1$

$= \frac{1}{\sqrt{3}}\left[\sin^{-1}\frac{\sqrt{3}}{2} - \sin^{-1}0\right] = \frac{1}{\sqrt{3}}\left[\frac{\pi}{3}-0\right] = \frac{\pi}{3\sqrt{3}}$

CamScanner

16. $\int_0^{\ln 2} \frac{e^x}{1+e^x} dx$ এর মান কত? [JU-A, Set-Q, 2021-22, SUST 14-15, MBSTU 18-19]

A. $\ln\frac{2}{3}$ B. $\ln\frac{4}{3}$ C. $\ln\frac{1}{3}$ D. $\ln\frac{3}{2}$ E. 1

S D Why $\int_0^{\ln 2} \frac{e^x}{1+e^x} dx = [\ln(1+e^x)]_0^{\ln 2} = \ln 3 - \ln 2 = \ln\frac{3}{2}$

17. $\int e^{2x+e^{2x}} dx$ এর মান কোনটি? [RU-C, সুবর্ণ-৩, 2023-24]

A. $2e^{e^{2x}}+c$ B. $e^{2x+1}+c$ C. $\frac{1}{2}e^{2x}+c$ D. $\frac{1}{2}e^{e^{2x}}+c$

S D Why $\int e^{2x+e^{2x}} dx$

$= \int e^{2x}.e^{e^{2x}} = \frac{1}{2}\int e^z dz$

$= \frac{1}{2}e^z + c = \frac{1}{2}e^{e^{2x}} + c$

ধরি, $e^{2x} = z$

$\therefore 2e^{2x} dx = dz$

$\Rightarrow e^{2x} dx = \frac{1}{2} dz$

18. $\int_0^{\pi} (\sin x + 2\cos x) dx$ এর মান কত? [RU-Uranus-1, Set-1, 21-22]

A. 1 B. −2 C. 2 D. −1

S C Why $\int_0^{\pi} (\sin x + 2\cos x) dx = [-\cos x + 2\sin x]_0^{\pi}$

$= [-(-1) - 0] - [-2 + 0] = 2$

19. $\int_0^2 \frac{dx}{\sqrt{4x+1}}$ এর মান নির্ণয় কর। [RU, Astrazeneca, Set-1, 20-21]

A. $\frac{3}{2}$ B. 6 C. $\frac{2}{3}$ D. 9

S A Why $\int_0^2 \frac{dx}{\sqrt{4x+1}} = \frac{2}{4}[\sqrt{4x+1}]_0^2 = \frac{2}{3}$

20. $\int_0^4 \sqrt{16-x^2 dx} = ?$ [RU 15-16, 08-09; PUST. 16-17; IU. 16-17; JKKNIU. 18-19; KU:10-11; NUST:13-14; BU:09-10; JUST:13-14;রা.বো:11]

A. 4π B. 16π C. 8π D. 2π

S A Why $\int_0^4 \sqrt{16-x^2 dx} = \left[\frac{x\sqrt{4^2-x^2}}{2} + \frac{4^2}{2}\sin^{-1}\frac{x}{4}\right]_0^4 = \frac{4^2}{2}.\frac{\pi}{2} = 4\pi$

Aspect Special: এরকম Math থাকলে $\frac{\pi}{4}$ এর সাথে const. অংশ গুণন করতে হবে। $\therefore \frac{\pi}{4} \times \text{const.} = \frac{\pi}{4} \times 16 = 4\pi$

21. $\int_{\log a}^{\log b} e^x dx$ এর মান কোনটি? [CU:16-17,G2]

A. −b + a B. b − a C. a + b D. −a − b

S B Why $\int_{\log a}^{\log b} e^x dx = [e^x]_{\log a}^{\log b} = e^{\log_e b} - e^{\log_e a} = b - a$

22. $\int_0^4 \sqrt{3x+4}\, dx$ এর মান হয়- [CU. 13-14]

A. 56 B. $\frac{112}{3}$ C. $\frac{124}{9}$ D. $\frac{112}{9}$

S D Why $\int_0^4 \sqrt{3x+4}\, dx = \left[\frac{(3x+4)^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}}.\frac{1}{3}\right]_0^4$

$= \frac{2}{9}\left[(3x+4)^{\frac{3}{2}}\right]_0^4 = \frac{2}{9}\left[(16)^{\frac{3}{2}} - (4)^{\frac{3}{2}}\right] = \frac{2}{9}(64-8) = \frac{2}{9} \times 56 = \frac{112}{9}$

23. $\int_0^2 \frac{x}{\sqrt{9-2x^2}} dx = ?$ [IU. 17-18; BUET. 09-10; BRU. 12-13]

A. 1 B. 4 C. 3 D. 0

S A Why $\int_0^2 \frac{x}{\sqrt{9-2x^2}} dx = -\frac{1}{4}\int_0^2 \frac{-4x}{\sqrt{9-2x^2}} dx$

$= -\frac{1}{4}.2[\sqrt{9-2x^2}]_0^2 = -\frac{1}{2}(1-3) = 1$

24. $\int_0^5 \frac{x dx}{1-x^2} = ?$ [SUST'10-11]

A. $1-2\sqrt{6}i$ B. $-1-\sqrt{6}i$ C. $1-2\sqrt{6}$ D. $-1-2\sqrt{6}$

S ⊗ Why Note: সঠিক উত্তর নাই। Ans. $\ln\left(\frac{1}{2\sqrt{6}i}\right)$

25. $\int_0^1 \frac{\cos^{-1}x}{\sqrt{1-x^2}} dx$ এর মান- [DU: 09-10, 05-06; JNU: 12-13, 08-09, 05-06; PUST. 11-12; চ.বো. ২০১৯]

A. $\frac{\pi^2}{8}$ B. $\frac{\pi}{2}$ C. $\frac{\pi}{8}$ D. $\frac{\pi}{4}$

S A Why $\int_0^1 \frac{\cos^{-1}x}{\sqrt{1-x^2}} dx = -\int_0^1 (\cos^{-1}x)\left(\frac{1}{-\sqrt{1-x^2}}\right)dx$

$= \left[\frac{(\cos^{-1}x)^2}{2}\right]_0^1 = -\left[0 - \frac{\pi^2}{8}\right] = \frac{\pi^2}{8}$

26. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{1+\cos x}$ এর মান কোনটি? [JU-A, Set-G. 22-23; CU- 18-19, 14-15; RU. 07-08; JU. 18-19; NU. 13-14]

A. 1 B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{3}$ D. 2

S A Why $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{1+\cos x} = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{2\cos^2\frac{x}{2}} = \frac{1}{2}\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sec^2\frac{x}{2} dx$

$= \frac{1}{2} \times 2\left[\tan\frac{x}{2}\right]_0^{\frac{\pi}{2}} = \left[\tan\frac{\pi}{4} - \tan 0\right] = [1-0] = 1$

27. $\int_0^{10} |x-5|\, dx = ?$ [DU 15-16]

A. $\frac{25}{2}$ B. 25 C. 50 D. 5

S B Why $\int_0^{10} |x-5|\, dx = \int_{-5}^{5} |z|\, dz$

$= -\int_{-5}^{0} z\, dz + \int_0^5 z\, dz = -\left[\frac{z^2}{2}\right]_{-5}^{0} + \left[\frac{z^2}{2}\right]_0^5$

$= -\frac{1}{2}(0-(-5)^2) + \frac{1}{2}(5^2-0) = \frac{25}{2} + \frac{25}{2} = 25$

ধরি, $x - 5 = z$

$\Rightarrow dx = dz$

x	0	10
z	−5	5

28. $y = x^2$ এবং $y = 2x$ দ্বারা আবদ্ধ এলাকার ক্ষেত্রফল- [DU: 06-07, SUST: 12-13; PUST. 14-15]

A. $\frac{4}{3}$ unit^2 B. $\frac{3}{4}$ unit^2 C. 4 unit^2 D. 3 unit^2

S A Why $y = x^2$ এবং $y = 2x$ দ্বারা আবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= \frac{8}{3}a^2m^3$

$= \frac{8}{3}.\left(\frac{1}{4}\right)^2.2^3\left[a = \frac{1}{4}, m = 2\right] = \frac{4}{3}$

CS CamScanner

অধ্যায় ০৯ বাস্তব সংখ্যা ও অসমতা

গণিত ২য় পত্র

TOPICS	সাজেশন্স	V.V.I RATE
TOPIC-01	সংখ্যার প্রাথমিক আলোচনা	★★
TOPIC-02	মূলদ, অমূলদ সংখ্যা নির্ণয়	★★★
TOPIC-03	মান নির্ণয় ও পরমমানের ধর্ম সংক্রান্ত	★★
TOPIC-04	পরমমান আকারে প্রকাশ	★
TOPIC-05	(<) বা (≤) যুক্ত অসমতার সমাধান	★★★
TOPIC-06	> বা ≥ যুক্ত অসমতার সমাধান	★★★
TOPIC-07	লব এবং হর বিশিষ্ট অসমতার সমাধান যখন হবে চলকযুক্ত পরমমান থাকবে	★★★
TOPIC-08	পরমমানের দুই দিকে অসমতা থাকলে সমাধান	★★
TOPIC-09	দ্বিঘাত অসমতার সমাধান	★★
TOPIC-10	বাস্তব সংখ্যার সম্পূর্ণতা ধর্ম	★

এক নজরে গুরুত্বপূর্ণ সূত্রাবলি

□ গাণিতিক সমস্যাসমূহ সমাধানের জন্য প্রয়োজনীয় সূত্র ও প্রক্রিয়াসমূহ:

$\|ax+b\| \le c$ আকারের অসমতার সমাধান	**Step-1:** অংকের ডাকটিকে প্রথমে $-c \le ax+b \le +c$ আকারে লিখ **Step-2:** মড়ুলাসের ভেতরে যে Constant সংখ্যাটি থাকে তার বিপরীত চিহ্নযুক্ত সংখ্যা নিয়ে Step-1 এর তিনটি অংশের সাথেই যোগ কর। অর্থাৎ, $-c-b \le ax+b-b \le c-b$ বা $-c-b \le ax \le c-b$ আকারে লিখ। **Step-3:** x কে a মুক্ত কর। অর্থাৎ, $\frac{-c-b}{a} \le x \le \frac{c-b}{a}$ **Step-4:** x এর সামনে ঋণাত্মক চিহ্ন থাকলে (−1) দ্বারা গুন করে অসমতার চিহ্নটি উল্টে দাও।আবার ধনাত্মক চিহ্ন থাকলে কিছু করার দরকার নেই।
$\|ax+b\| \ge c$ আকারের অসমতার সমাধান	**Step-1:** অংকের ডাকটিকে প্রথমে $-c \ge ax+b \ge +c$ আকারে লিখ। **Step-2:** মড়ুলাসের ভেতরে যে Constant সংখ্যাটি থাকে তার বিপরীত চিহ্নযুক্ত সংখ্যা নিয়ে Step-1 এর তিনটি অংশের সাথেই যোগ কর। অর্থাৎ, $-c-b \ge ax+b-b \ge c-b$ বা $-c-b \ge ax \ge c-b$ আকারে লিখ **Step-3:** x কে a মুক্ত কর। অর্থাৎ, $\frac{-c-b}{a} \ge x \ge \frac{c-b}{a}$

পরমমান আকারে প্রকাশ

$a \le bx+c \le d$ হলে প্রত্যেক অংশ হতে a, b এর বীজগাণিতিক গড় বিয়োগ করতে হবে অর্থাৎ,

$$a-\frac{a+d}{2} \le bx+c-\frac{a+d}{2} \le d-\frac{a+d}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{a-d}{2} \le bx+k \le \frac{d-a}{2} \left[k=c-\frac{a+d}{2} \text{ ধরে}\right]$$

$$\Rightarrow -\frac{d-a}{2} \le bx+k \le \frac{d-a}{2}$$

$\therefore |bx+k| \le \frac{d-a}{2}$ লিখতে হবে।

জাতীয় বিশ্ববিদ্যালয়ের জন্য কমনউপযোগী গুরুত্বপূর্ণ প্রশ্ন

01. N, Z, Q ও R যথাক্রমে সকল স্বাভাবিক সংখ্যা, পূর্ণ সংখ্যা, মূলদ সংখ্যা এবং বাস্তব সংখ্যার সেট হলে এদের মধ্যে সঠিক সম্পর্ক– [JU. 16-17, 05-06; BSMRSTU. 19-20]

A. $N \subset Q \subset Z \subset R$ B. $N \subset Z \subset Q \subset R$
C. $Q \subset N \subset Z \subset R$ D. $R \subset Q \subset Z \subset N$

S(B) Why $N \subset Z \subset Q \subset R$

02. ধনাত্মক বাস্তব সংখ্যা $a < b$ এর জন্য নিচের কোনটি সত্য? [PSTU-A/A₂, 17-18]

A. $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ B. $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$ C. $\frac{1}{a} = \frac{1}{b}$ D. কোনটিই নয়

S(B) Why $a < b$ বা, $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$ [Inverse করে দিলে অসমতার চিহ্ন পরিবর্তন হয়]

03. কোনটি অমূলদ সংখ্যা নয়? [RU. 15-16; DU. 04-05]

A. 0.1010010001....... B. 0.101101101........
C. $\sqrt{11}$ D. π

S(B) Why 0.101101101 .... কে পৌনঃপুনিকে প্রকাশ করা যাবে। তাই সংখ্যাটি অমূলদ নয়।

04. $|\sqrt{10}-4|$ কে পরম মান চিহ্ন ব্যতিত লিখলে দাঁড়ায়- [JU. 09-10]

A. $\sqrt{10}-4$ B. $4-\sqrt{10}$ C. $\sqrt{10}-4$ D. $\sqrt{10}$

S(B) Why $\sqrt{10}-4 = -0.8377$

$\therefore |\sqrt{10}-4|$ কে পরম মান চিহ্ন ব্যতিত লিখলে দাঁড়ায় $= 4-\sqrt{10}$

05. $a, b \in \mathbb{R}$ এর জন্য কোনটি সঠিক নয়? [RU. 15-16]

A. $|a|+|b| \ge |a+b|$ B. $|ab| = |a||b|$
C. $|a-c|+|c-b| > |a-b|$ D. $|a|-|b| < |a-b|$

S(D) Why পরম মানের ধর্ম:

(i) $|a|+|b| > |a+b|$ (ii) $|ab| = |a|\,|b|$
(iii) $|a|-|b| \le |a-b|$ (iv) $|a-c|+|c-b| > |a-b|$

06. $-4 \le x \le 2$ কে পরমমান চিহ্নের মাধ্যমে প্রকাশ করলে নিম্নের কোনটি সঠিক? [JU-H. 19-20]

A. $|x+1| \le 3$ B. $|x+1| \le 1$ C. $|x+1| \le 5$ D. $|x+1| \le 2$

S(A) Why $-4 \le x \le 2 \Rightarrow -4+1 \le x+1 \le 2+1$

$\Rightarrow -3 \le x+1 \le 3 \quad \therefore |x+1| \le 3$

07. $-1 < 2x-3 < 5$ কে পরমমান চিহ্নের সাহায্যে কোন প্রকারে লেখা যায়? [MBSTU. 17-18; BUET. 10-11; দি.বো. ২০০৫, ১৪; চ.বো. ২০০৬, ১৩; দি.বো. ২০০৯, ১৪; য.বো. ২০১০, ১৪; ব.বো. ২০১১]

A. $|2x-3| < 3$ B. $|2x-5| < 3$ C. $|x-3| < 3$ D. $|x| < 3$

S(B) Why $-1 < 2x-3 < 5$ $\left[-\frac{-1+5}{2} = -2\right]$

$-1-2 < 2x-3-2 < 5-2$

$\Rightarrow -3 < 2x-5 < 3 \therefore |2x-5| < 3$

$\Rightarrow -3 < 2x-5 < 3 \Rightarrow |2x-5| < 3$

08. $|2x-7| < 5$ অসমতাটির বাস্তব সংখ্যার সমাধান কি? [DU. 00-01; CU. 12-13; RU. 06-07; JnU. 00-01]

A. $x > 1$ B. $x < 6$
C. $x > 1$ অথবা $x < 6$ D. $x > 1$ এবং $x < 6$

S(D) Why $|2x-7| < 5 \Rightarrow -5 < 2x-7 < 5$

$\Rightarrow 2 < 2x < 12 \Rightarrow 1 < x < 6$

$\therefore$ অসমতাটির সমাধান $= x > 1$ এবং $x < 6$

09. $|2x+3| < 7$ এর সমাধান সেট কোনটি? [JU. 13-14, RU. 08-09; RU-C. 15-16, 14-15]

A. $-3 < x < 6$ B. $5 < x < 7$
C. $-2 < x < 5$ D. $-5 < x < 2$

S(D) Why $|2x+3| < 7 \Rightarrow -7 < 2x+3 < 7$

$\Rightarrow -10 < 2x < 4 \Rightarrow -5 < x < 2 \quad \therefore$ অসমতাটির সমাধান $= -5 < x < 2$

CamScanner

10. নিচের কোন অসমতাটি $|x-2|<5$ এর সমতুল্য? [DU. 18-19; MBSTU-A. 19-20]
A. $-5<x<5$ B. $-3<x<5$ C. $-3<x<7$ D. $5<x<7$
S Ⓒ WhY $|x-2|<5 \Rightarrow -5<x-2<5$
$\Rightarrow -5+2<x<5+2 \therefore -3<x<7$

11. $|2x-5|<3$ এর সমাধান কোনটি? [CU-A, Set-3, 20-21]
A. $-1<x<4$ B. $1<x<4$ C. $1<x<3$ D. $-4<x<1$
S Ⓑ WhY $|2x-5|<3 \Rightarrow -3<2x-5<3 \therefore 1<x<4 \therefore x \in (1,4)$

12. অসমতা $|5-2x| \geq 4$ এর সমাধান সেট- [DU. 17-18, 03-04; JUST-C. 19-20; BSFMSTU. 19-20]
A. $\left[\frac{1}{2},\frac{9}{2}\right]$ B. $\left(-\infty,\frac{1}{2}\right]\cup\left[\frac{9}{2},\infty\right)$
C. $\left[-\infty,\frac{1}{2}\right]$ D. $\left[\frac{1}{2},\frac{9}{2}\right]\cup\left[\frac{27}{2},\infty\right)$ **Ⓑ**

13. $|2x-7|>5$ অসমতাটির সমাধান কোনটি? [JU. 18-19; DU. 01-02; IU. 16-17]
A. $x<1$ B. $x>6$
C. $x>6$ অথবা $x<1$ D. $x>6$ এবং $x<1$
S Ⓒ WhY $|2x-7|>5 \Rightarrow -5>2x-7>5$
$\Rightarrow 2>2x>12 \Rightarrow 1>x>6 \Rightarrow x<1$ অথবা $x>6$

14. $\frac{1}{|2x-3|}>5$ অসমতাটির সমাধান কোনটি? [JU. 18-19; DU. 12-13, 09-10]
A. $\left(\frac{7}{5},\frac{2}{3}\right)$ B. $\left(\frac{3}{2},\frac{8}{5}\right)$
C. $\left(\frac{7}{5},\frac{3}{2}\right)\cup\left(\frac{3}{2},\frac{8}{5}\right)$ D. $\left(\frac{7}{5},\frac{8}{5}\right)$
S Ⓒ WhY $\frac{1}{|2x-3|}>5 \Rightarrow -5>\frac{1}{2x-3}>5 \Rightarrow -\frac{1}{5}<2x-3<\frac{1}{5}$
$\Rightarrow -\frac{1}{5}+3<2x-3+3<\frac{1}{5}+3 \Rightarrow \frac{14}{5}<2x<\frac{16}{5}$
$\Rightarrow \frac{7}{5}<x<\frac{8}{5}$ এবং $2x-3\neq 0 \Rightarrow x\neq\frac{3}{2} \Rightarrow \left(\frac{7}{5},\frac{3}{2}\right)\cup\left(\frac{3}{2},\frac{8}{5}\right)$

15. $8x+3<3x^2$ হলে x এর মান? [CU. 18-19]
A. $x>3$ or $x<-\frac{1}{3}$ B. $x<3$ C. $x>8$ D. $-\frac{1}{3}<x<3$
S Ⓐ WhY $8x+3<3x^2 \Rightarrow 3x^2-8x-3>0$
$\Rightarrow \left(x+\frac{1}{3}\right)(x-3)>0 \Rightarrow x<-\frac{1}{3}$ or $x>3$

16. $S=\{x\in\mathbb{R}: x\leq 1\}$ হলে S এর লঘিষ্ঠ ঊর্ধ্বসীমা কোনটি? [JU. 17-18]
A. 1 B. 0 C. −1 D. $\frac{1}{2}$
S Ⓐ WhY $S=\{x\in R: x\leq 1\}$
S এর ঊর্ধ্বসীমা = 1, 2, 3, ... ; S এর লঘিষ্ঠ ঊর্ধ্বসীমা = 1

PRIME TEST

01. $|\sqrt{10}-4|$ কে পরম মান চিহ্ন ব্যতিত লিখলে দাঁড়ায়-
Ⓐ $\sqrt{10}-4$ Ⓑ $4-\sqrt{10}$ Ⓒ $\sqrt{10}-4$ Ⓓ $\sqrt{10}$

02. $a>b$ এবং $c<0$ হলে নিচের কোনটি সঠিক?
Ⓐ $ac<bc$ Ⓑ $\frac{c}{a}<\frac{c}{b}$ Ⓒ $\frac{a}{c}<\frac{b}{c}$ Ⓓ $ac>bc$

03. $5\sqrt{5}$ এর $\sqrt{5}\%=?$
Ⓐ 0.05 Ⓑ 0.25 Ⓒ 0.5 Ⓓ 2.5

04. কোনটি অমূলদ সংখ্যা নয়?
Ⓐ 0.1010010001....... Ⓑ 0.101101101........
Ⓒ $\sqrt{11}$ Ⓓ π

05. যদি $A>B$, $C<B$ এবং $A<D$ হয়, তবে নিচের কোনটি সত্য?
Ⓐ $C<B<D$ Ⓑ $C<B<A$
Ⓒ $D>C>A$ Ⓓ $A>C>D$

06. $a,b\in R$ এর জন্য কোনটি সঠিক নয়?
Ⓐ $|a|+|b|\geq|a+b|$ Ⓑ $|ab|=|a||b|$
Ⓒ $|a-c|+|c-b|\geq|a-b|$ Ⓓ $|a|-|b|>|a-b|$

07. $|5x+7|=3$ হলে x এর মান কত?
Ⓐ $\frac{3}{4},\frac{3}{2}$ Ⓑ $\frac{4}{5},2$
Ⓒ $\frac{-4}{5},-2$ Ⓓ $\frac{4}{3},\frac{2}{3}$

08. $x\leq\frac{1}{2}$ বা $x\geq\frac{9}{2}$ কে পরমমান আকারে প্রকাশ করলে হবে-
Ⓐ $|2x-5|\leq 4$ Ⓑ $|5-2x|\geq 4$
Ⓒ $|5-2x|\leq 4$ Ⓓ $|5-2x|\leq\frac{1}{4}$

09. $-3<x<9$ হলে, নিচের কোনটি সত্য?
Ⓐ $|x-9|<12$ Ⓑ $|x+3|<6$
Ⓒ $|x-3|<6$ Ⓓ $|x+9|<12$

10. $4<x<10$ অসমতাকে পরমমান চিহ্ন দ্বারা প্রকাশ করলে হবে-
Ⓐ $|x-4|<10$ Ⓑ $|10-x|<4$
Ⓒ $|x-7|>4$ Ⓓ $|x-7|<3$

11. $\left|3-\frac{1}{x}\right|<\frac{1}{2}$ অসমতাটির সমাধান সেট-
Ⓐ $\frac{2}{7}<x<\frac{2}{5}$ Ⓑ $-\frac{4}{7}<x<-\frac{2}{5}$ Ⓒ $\frac{1}{8}<x<\frac{1}{7}$ Ⓓ $\frac{1}{5}<x<\frac{1}{7}$

12. নিচের কোন অসমতাটি $|x-2|<5$ এর সমতুল্য?
Ⓐ $-5<x<5$ Ⓑ $-3<x<5$ Ⓒ $-3<x<7$ Ⓓ $-5<x<7$

13. বাস্তব সংখ্যায় $|3-2x|\leq 1$ অসমতাটির সমাধান-
Ⓐ $1<x<2$ Ⓑ $1\leq x\leq 2$ Ⓒ $x\leq 1$, or $x\geq 2$ Ⓓ $1<x\leq 2$

14. $|3x+2|<7$ এর সমাধান হচ্ছে-
Ⓐ $-4<x<\frac{5}{4}$ Ⓑ $-2<x<\frac{3}{2}$ Ⓒ $-3<x<\frac{5}{3}$ Ⓓ $-4<x<\frac{7}{4}$

15. বাস্তব সংখ্যার উপসেট $S=\{x: x^2-3x+2<0\}$ এর বৃহত্তম নিম্নসীমা ও ক্ষুদ্রতম ঊর্ধ্বসীমা হবে-
Ⓐ $2<x<1$ Ⓑ $1<x<2$
Ⓒ $-3<x<2$ Ⓓ $2<x<3$

16. বাস্তব সংখ্যায় $|2x-3|\leq 1$ অসমতাটির সমাধান কোনটি?
Ⓐ $1\leq x\leq 2$ Ⓑ $1<x<2$
Ⓒ $x\leq 1$ অথবা $x\geq 2$ Ⓓ $-2, x\leq 2$

17. বাস্তব সংখ্যার উপসেট $S=\{x: 5x^2-16x+3<0\}$ এর বৃহত্তম ও ক্ষুদ্রতম সীমা কত?
Ⓐ 3, 5 Ⓑ 1/3,5
Ⓒ 1/3, 1/5 Ⓓ 3,1/5

18. যদি x এবং y উভয়েই স্বাভাবিক Prime number হয় এবং $x, y\leq 70$ হয়, তাহলে x এবং y এর জন্য নীচের কোন পার্থক্যটি সঠিক নয়?
Ⓐ 2 Ⓑ 4
Ⓒ 5 Ⓓ 6

19. মান নির্ণয় কর: $13+|-1-4|-3-|-8|-1-1-1$
Ⓐ 6 Ⓑ 5
Ⓒ 4 Ⓓ 10

20. N, Z, Q ও R যথাক্রমে সকল স্বাভাবিক সংখ্যা, পূর্ণ সংখ্যা, মূলদ সংখ্যা এবং বাস্তব সংখ্যার সেট হলে এদের মধ্যে সঠিক সম্পর্ক-
Ⓐ $N\subset Q\subset Z\subset R$ Ⓑ $N\subset Z\subset Q\subset R$
Ⓒ $Q\subset N\subset Z\subset R$ Ⓓ $R\subset Q\subset Z\subset N$

CamScanner

☺ Answer Analysis ☺

প্রশ্ন	উত্তর	ব্যাখ্যা
01	B	$\because \sqrt{10}-4=-0.8377$ $\therefore \left\|\sqrt{10}-4\right\|$ কে পরম মান চিহ্ন ব্যতিত লিখলে দাঁড়ায় $=4-\sqrt{10}$
02	A	a, b, c ∈ ℝ হলে, $a>b$ এবং $c<0$ হলে $ac<bc$
03	B	$5\sqrt{5}\times\frac{\sqrt{5}}{100}=0.25$
04	B	0.101101101 .... কে পৌনঃপুণিকে প্রকাশ করা যাবে। তাই সংখ্যাটি অমূলদ নয়।
05	B	$D>A>B>C \therefore C<B<A$ ∴ অসমতাটি সত্য।
06	D	**পরম মানের ধর্ম:** (i) $\|a\|+\|b\|>\|a+b\|$ (ii) $\|ab\|=\|a\|\,\|b\|$ (iii) $\|a\|-\|b\|\le\|a-b\|$ (iv) $\|a-c\|+\|c-b\|>\|a-b\|$
07	C	$\|5x+7\|=3 \Rightarrow 5x+7=\pm3 \Rightarrow 5x=\pm3-7 \Rightarrow x=-2, \frac{-4}{5}$
08	B	$x\le\frac{1}{2}$ বা $x\ge\frac{9}{2}\Rightarrow 2x\le1$ বা $2x\ge9$ $\therefore \frac{1+9}{2}=5$ $\Rightarrow 2x-5\le1-5$ বা $2x-5\ge9-5$ $\Rightarrow 2x-5\le-4$ বা $2x-5\ge4 \Rightarrow \|2x-5\|\ge4$
09	C	$\frac{-3+9}{2}=3 \quad \therefore -3<x<9 \Rightarrow -3-3<x-3<9-3$ $\Rightarrow -6<x-3<6 \Rightarrow \|x-3\|<6$
10	D	$\frac{4+10}{2}=7 \quad \therefore 4-7<x-7<10-7$ $\Rightarrow -3<x-7<3 \Rightarrow \|x-7\|<3$
11	A	$\left\|3-\frac{1}{x}\right\|<\frac{1}{2} \Rightarrow \left\|\frac{1}{x}-3\right\|<\frac{1}{2}\Rightarrow -\frac{1}{2}<\frac{1}{x}-3<\frac{1}{2}$ $\Rightarrow -\frac{1}{2}+3<\frac{1}{x}<\frac{1}{2}+3 \Rightarrow \frac{5}{2}<\frac{1}{x}<\frac{7}{2}$ $\Rightarrow \frac{2}{5}>x>\frac{2}{7} \Rightarrow \frac{2}{7}<x<\frac{2}{5}$
12	C	$\|x-2\|<5$ $\Rightarrow -5<x-2<5 \Rightarrow -5+2<x<5+2 \therefore -3<x<7$
13	C	$\|3-2x\|\le1 \Rightarrow \|2x-3\|\le1 \Rightarrow -1\le2x-3\le1$ $\Rightarrow -1+3\le2x\le1+3 \Rightarrow 2\le2x\le4 \Rightarrow 1\le x\le2$
14	C	$\|3x+2\|<7 \Rightarrow -7<3x+2<7 \Rightarrow -9<3x<5$ $\Rightarrow -3<x<\frac{5}{3}$ ∴ অসমতাটির সমাধান $=-3<x<\frac{5}{3}$
15	B	$S=\{x: x^2-3x+2<0\}, =\{x: x^2-2x-x+2<0\}$ $=\{x: x(x-2)-1(x-2)<0\}$ $=\{x: (x-2)(x-1)<0\}=\{x: 1<x<2\}$
16	A	$\|2x-3\|\le1 \Rightarrow -1\le2x-3\le1$ $\Rightarrow 2\le2x\le4 \Rightarrow 1\le x\le2$
17	D	$S=\{x: 5x^2-16x+3<0\}=\{x: (5x-1)(x-3)<0\}$ $=\{x: \frac{1}{5}<x<3\}$ ∴ বৃহত্তম সীমা = 3 ও ক্ষুদ্রতম সীমা = 1/5
18	C	যেহেতু, 2 ব্যতিত অপর সকল মৌলিক সংখ্যা বিজোড়, সেহেতু এদের পার্থক্য 5 হতে পারে না।
19	C	$13+\|-1-4\|-3-\|-8\|-1-1-1=13+5-3-8-1-1-1=4$
20	B	$\mathbb{N}\subset\mathbb{Z}\subset\mathbb{Q}\subset\mathbb{R}$

অধ্যায় ০২ যোগাশ্রয়ী প্রোগ্রাম

গণিত ২য় পত্র

TOPICS	সাজেশন্স	V.V.I RATE
TOPIC-01	সর্বোচ্চ ও সর্বনিম্নকরণ	★
TOPIC-02	সর্বোচ্চ ও সর্বনিম্নকরণ এর ব্যবহারিক প্রয়োগ সংক্রান্ত	★

এক নজরে গুরুত্বপূর্ণ সূত্রাবলি

□ গাণিতিক সমস্যাসমূহ সমাধানের জন্য প্রয়োজনীয় সূত্র ও প্রক্রিয়াসমূহ:

সর্বোচ্চ ও সর্বনিম্নকরণ	প্রথমে প্রদত্ত শর্তগুলো থেকে প্রাপ্ত সমীকরণের রেখা অঙ্কন করতে হবে। তারপর অসমতার দিক নির্ধারণ করতে হবে। প্রাপ্ত অভীষ্ট এলাকা চিহ্নিত করে বিন্দুগুলো বের করতে হবে। তারপর উক্ত বিন্দুগুলোর জন্য অভিষ্ট ফাংশনের মান বের করে সর্বোচ্চ ও সর্বনিম্নমান বের করা যাবে। অক্ষের বিন্দুতে থাকে সর্বনিম্ন মান এবং Peak বা শেষ বিন্দুতে সর্বোচ্চ মান।
সর্বোচ্চ ও সর্বনিম্নকরণ এর ব্যবহারিক প্রয়োগ সংক্রান্ত	একটি সমস্যা থেকে কিভাবে যোগাশ্রয়ী এর মডেল তৈরি করতে হয় তার এ্যালগরিদম: ধাপ-১ : প্রদত্ত সমস্যাটি পর্যালোচনা করে কি নির্ণয় করতে হবে তা নির্ণয় করা। ধাপ-২ : যা নির্ণয় করতে হবে তার জন্য চলক নির্ধারণ করা। ধাপ-৩ : চলকগুলির মান ধনাত্মক বা শূন্য অর্থাৎ চলক ≥ 0 শর্ত আরোপ করা যাতে ঐ অবস্থানে বাস্তব সমাধান পাওয়া যায়। ধাপ-৪ : চলকের মাধ্যমে মোট লাভ বা মোট খরচ নির্ণয় করা এবং ইহাকে উদ্দেশ্য ফাংশন বা অভিষ্ট ফাংশন (Objective function) আকারে প্রকাশ করা, যার সর্বোচ্চকরণ বা সর্বনিম্নকরণ করতে হবে। ধাপ-৫ : শর্তগুলিকে অসমতা বা সমীকরণ আকারে প্রকাশ করা। ধাপ-৬ : উদ্দেশ্য ফাংশন (ধাপ-৪ থেকে প্রাপ্ত) এবং শর্তের অসমতা বা সমীকরণ (ধাপ-৫ ও ধাপ-৩ থেকে প্রাপ্ত) কে যোগাশ্রয়ী প্রোগ্রাম এর মডেল আকারে প্রকাশ করা।

জাতীয় বিশ্ববিদ্যালয়ের জন্য কমনউপযোগী গুরুত্বপূর্ণ প্রশ্ন

01. $x+y<1, y<1, x, y>0$ শর্তবলী সাপেক্ষে $2x+y$ এর সর্বোচ্চ মান কত? [JKKNIU. 19-20]

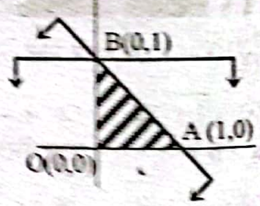
A. 1 B. 2 C. 3 D. 5

S Ⓑ Why $x+y\le1$

$y\le1, x, y\ge0$

অসমতাগুলোর সমীকৃত রূপ:

$\frac{x}{1}+\frac{y}{1}=1$ .... (i) এবং $y=1$ .... (ii)



O(0,0) বিন্দুতে $z=2.0+0=0$

A(1, 0) বিন্দুতে $2=2.1+0=2$

B(0, 1) বিন্দুতে $z=2.0+1=1$

$\therefore Z_{max}=2$

02. দুটি সংখ্যার যোগফল 24 সংখ্যাদ্বয়ের গরিষ্ঠ গুণফল কত? [JnU. 09-10]

A. 144 B. 140 C. 280 D. 288

S Ⓐ Why দুটি সংখ্যার যোগফল 24

গরিষ্ঠ মান পাওয়ার ক্ষেত্রে সংখ্যাটিকে সমান দু'ভাগে ভাগ করতে হবে।

$\therefore 24=12+12$ ∴ গুণফল $=12\times12=144$

CamScanner

03. $x + 2y \le 10, x + y \le 6, x \le 4, x, y \ge 0$ শর্তাধীনে $z = 2x + 3y$ এর সর্বোচ্চ মান– [DU-A. 17-18]

A. 14 B. 15 C. 16 D. 18

S@Why $x + 2y \le 10 \Rightarrow \frac{x}{10} + \frac{y}{5} = 1$

$x + y \le 6 \Rightarrow \frac{x}{6} + \frac{y}{6} = 1$ এবং $x \le 4 \Rightarrow x = 4$

এখন, $x + y = 6$ ও $x = 4$-এর ছেদবিন্দু (4, 2)

এবং $x + 2y = 10$ ও $x + y = 6$-এর ছেদবিন্দু (2, 4)

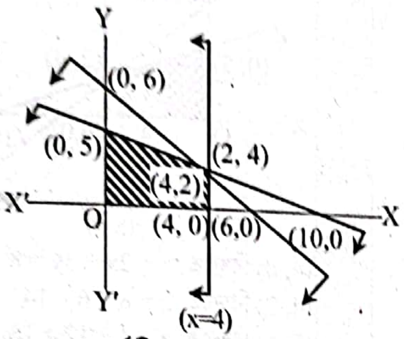
(4, 0) বিন্দুতে, $z = 2x + 3y = 8$

(4, 2) বিন্দুতে, $z = 8 + 6 = 14$

(2, 4) বিন্দুতে, $z = 4 + 12 = 16$

(0, 5) বিন্দুতে, $z = 0 + 15 = 15$

∴ সর্বোচ্চমান = 16



04. $x + y \ge 6, 2x + y \ge 8, x \ge 0, y \ge 0$ শর্তাধীনে $z = 3x + 2y$ এর সর্বনিম্ন মান কত? [MBSTU-C. 19-20]

A. 8 B. 12 C. 14 D. 15

S@Why $x + y \ge 6$,

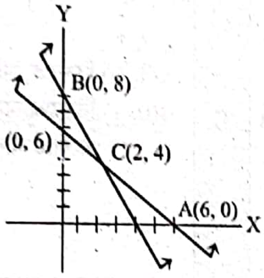
$2x + y \ge 8, x \ge 0, y \ge 0$

সমীকৃত রূপ: $x + y = 6$

$\Rightarrow \frac{x}{6} + \frac{y}{6} = 1$ .... (i)

এবং $2x + y = 8 \Rightarrow \frac{x}{4} + \frac{y}{8} = 1$ ..... (ii)

(i) ও (ii) নং এর ছেদবিন্দু (2, 4)



A(6, 0) বিন্দুতে $z = 3 \times 6 + 0 = 18$

B(0, 8) বিন্দুতে $z = 0 + 2 \times 8 = 16$

C(2, 4) বিন্দুতে $z = 3 \times 2 + 2 \times 4 = 14$

$\therefore Z_{min} = 14$

05. Feasible Region/ সম্ভাব্য সমাধান এলাকা কোন চতুর্ভাগে অবস্থান করে? [BSMRSTU. 18-19]

A. ১ম B. ২য়
C. ৩য় D. যেকোনো চতুর্ভাগে

S@Why সম্ভাব্য সমাধান এলাকা, ১ম চতুর্ভাগে অবস্থান করবে।

06. A ও B প্রকার যন্ত্র তৈরীতে যথাক্রমে 15 ও 5 একক সময় এবং 5 ও 10 একক কাঁচামাল লাগে। 105 একক সময় ও 60 একক কাঁচামাল দিয়ে সর্বোচ্চ যে লাভ হবে (যখন A এর প্রতি এককে লাভ 50 টাকা এবং তা B এর জন্য 30 টাকা) তা হলো: [JU. 16-17; KU-A. 12-13; KUET. 13-14, 12-13]

A. 390 টাকা B. 420 টাকা
C. 380 টাকা D. 400 টাকা

S@Why $15x + 5y \le 105 \Rightarrow \frac{x}{7} + \frac{y}{21} \le 1$ .... (i)

$5x + 10y \le 60 \Rightarrow \frac{x}{12} + \frac{y}{6} \le 1$ .... (ii)

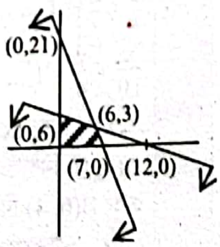
(i) ও (ii) নং ছেদবিন্দু (6, 3)

লাভ, $z = 50x + 30y$

(7, 0) বিন্দুতে, $z = 350$

(0, 6) বিন্দুতে, $z = 180$

(6, 3) বিন্দুতে, $z = 300 + 90 = 390$



07. একজন ছাত্র 5 টাকা দরে xটি পেন্সিল এবং 10 টাকা দরে x + 5টি খাতা অনূর্ধ্ব 125 টাকায় ক্রয় করলে ঐ ছাত্র সর্বাধিক কয়টি পেন্সিল ক্রয় করেছেন? [CoU. 19-20]

A. $x \le 5$ B. $x \ge 5$
C. $x = 6$ D. $x > 6$

S@Why $5x + 10(x + 5) \le 125$

$\Rightarrow x + 2(x + 5) \le 25 \Rightarrow x + 2x + 10 \le 25$

$\Rightarrow 3x \le 15 \Rightarrow x \le 5$

08. এক ব্যক্তি 10kg চাল বিক্রি করে 3 কেজি চিনি কেনার পর তার হাতে 550 টাকা থাকলো। অন্য ব্যক্তি 5 কেজি চাল বিক্রি করে 7 কেজি চিনি কেনার পর তার হাতে কোনো টাকা থাকলো না। প্রতি কেজি চিনির দাম কত? [SUST-A. 17-18]

A. 30 B. 40 C. 50
D. 60 E. 70

S©Why ধরি, 1 kg চালের দাম = x টাকা এবং 1 kg চিনির দাম = y টাকা

১ম শর্ত মতে পাই, $10x - 3y = 550$ .... (i)

২য় শর্ত মতে পাই, $5x - 7y = 0$

$\Rightarrow 10x - 14y = 0$ (ii) × 2........ (ii)

(i) – (ii) $\Rightarrow 11y = 550$

$\Rightarrow y = 50$ ∴ প্রতি kg চিনির দাম = 50 টাকা।

PRIME TEST

01. 100 রুই মাছের পোনার দাম 60 টাকা এবং 100 কাতলা মাছের পোনার দাম 30 টাকা হলে, এক ব্যক্তি 1200 টাকায় কতগুলো রুই মাছের পোনা কিনতে পারবেন? যখন মোট ক্রয়কৃত মাছের সংখ্যা সর্বাধিক 3000 হবে।

Ⓐ 500 Ⓑ 1000
Ⓒ 1500 Ⓓ 2000

02. $x + 2y \le 10, x + y \le 6, x \le 4, x, y \ge 0$ শর্তাধীনে $z = 2x + 3y$ এর সর্বোচ্চ মান–

Ⓐ 14 Ⓑ 15
Ⓒ 16 Ⓓ 18

03. $x_1 + x_2 \le 1; x_2 \le 1; x_1, x_2 \ge 0$ শর্তাবলি সাপেক্ষে $3x_1 + 7x_2$ এর সর্বোচ্চ মান–

Ⓐ 3 Ⓑ 7
Ⓒ 20 Ⓓ 28

04. $x \ge 0, y \ge 0, x + y \le 5, x + 2y \ge 8$ শর্তানুসারে $z = 2x - y$ এর সর্বনিম্ন মান–

Ⓐ 1 Ⓑ –1
Ⓒ –4 Ⓓ –5

05. যোগাশ্রয়ী প্রোগ্রামের মূল উদ্দেশ্য কোনটি?

Ⓐ যোগাশ্রয়ী সমীকরণ জোট সমাধান Ⓑ সর্বনিম্ন বিনিয়োগ ও সর্বোচ্চ লাভ
Ⓒ অসমতার সমাধান সেট নির্ণয় Ⓓ অসমতার লেখচিত্র অংকন

06. $x \ge 0, y \ge 0, x + y = 5, x \ge 2, y \le 4$ শর্তসমূহ সাপেক্ষে $z = 6x + 2y$ রাশিটির সর্বোচ্চ মান–

Ⓐ 32 Ⓑ 20
Ⓒ 18 Ⓓ 30

07. যোগাশ্রয়ী প্রোগ্রাম মডেল তৈরি করেন–

Ⓐ L.V. Kantorovich Ⓑ A.C. Das
Ⓒ Arionarayan Ⓓ Bartrand Russell

08. যোগাশ্রয়ী প্রোগ্রাম উদ্ভাবনকারী গণিতবিদ L.V. Kantorvich কোন দেশের নাগরিক–

Ⓐ Australia Ⓑ USA
Ⓒ Russia Ⓓ Denmark

09. নিম্নের লিনিয়ার প্রোগ্রামিং সমস্যার সমাধান কর: গরিষ্ঠকরণ কর $z = 3x + 4y$ শর্ত হচ্ছে $x + y \le 7, 2x + 5y \le 20, x \ge 0$।

Ⓐ (5, 2) Ⓑ (7, 0)
Ⓒ (10, 0) Ⓓ (0, 7)

CamScanner

10. $x + y < 1, y < 1, x, y > 0$ শর্তবলী সাপেক্ষে $2x + y$ এর সর্বোচ্চ মান কত?
Ⓐ 1 Ⓑ 2
Ⓒ 3 Ⓓ 5

11. $5x_1 + 10x_2 \le 50, x_1 + x_2 \ge 1, x_2 \le 4, x_1 \ge 0, x_2 \ge 0$ শর্তাবলী সাপেক্ষে $2x_1+7x_2$ এর লঘিষ্ঠমান-
Ⓐ 2 Ⓑ 7
Ⓒ 20 Ⓓ 28

12. $x + y \ge 6, 2x + y \ge 8, x, y \ge 0$ শর্তসমূহ সাপেক্ষে $z = 2x + 3y$ রাশিটির সর্বনিম্ন মান নির্ণয় কর।
Ⓐ 16 Ⓑ 10
Ⓒ 12 Ⓓ 14

13. $x+y \le 8, x \ge 4, y \le 4$ শর্তে $z = x+2y$ এর সর্বোচ্চ মান-
Ⓐ 4 Ⓑ 8
Ⓒ 12 Ⓓ 16

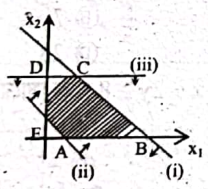
14. $x + y \ge 6, 2x + y \ge 8, x \ge 0, y \ge 0$ শর্তাধীনে $z = 3x + 2y$ এর সর্বনিম্ন মান কত?
Ⓐ 8 Ⓑ 12
Ⓒ 14 Ⓓ 15

15. Feasible Region/ সম্ভাব্য সমাধান এলাকা কোন চতুর্ভাগে অবস্থান করে?
Ⓐ ১ম Ⓑ ২য়
Ⓒ ৩য় Ⓓ যেকোনো চতুর্ভাগে

16. $x, y \ge 0, x + 2y \le 10, x+y \le 6$ শর্তসাপেক্ষে $z = 2x+5y$ এর সর্বনিম্ন মান কত?
Ⓐ 24 Ⓑ 16
Ⓒ 12 Ⓓ 10

17. $2x + y \le 8, 2x + 3y \le 12, x \ge 0, y \ge 0$ শর্ত সাপেক্ষে $z = 4x + 3y$ এর সর্বোচ্চ মান কোনটি?
Ⓐ 12 Ⓑ 16
Ⓒ 17 Ⓓ 18

18. কোন কারখানায় পুরুষ ও মহিলা কর্মী যথাক্রমে x ও y। পুরুষ ও মহিলা কর্মী একত্রে অনধিক 500। আবার দ্বিগুণ মহিলা ও পুরুষ কর্মী একত্রে অনধিক 700। উক্ত শর্তগুলিকে গাণিতিক আকারে প্রকাশ করলে দাঁড়ায়-

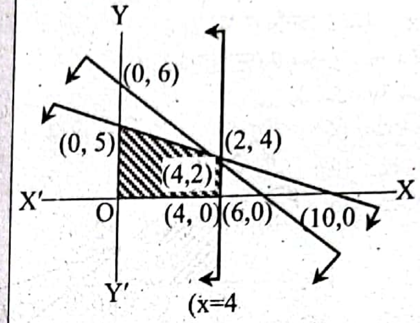
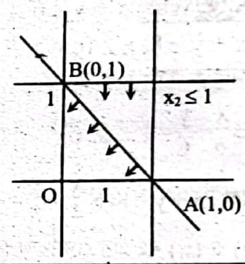
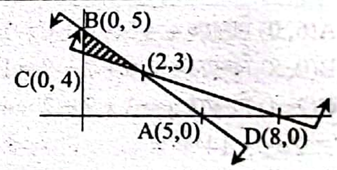
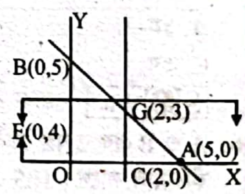
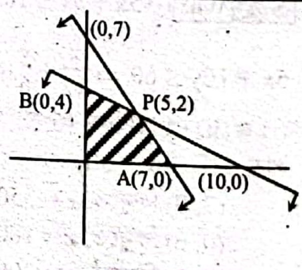


Ⓐ $x = y \ge 500, x + 2y \le 700$
Ⓑ $x + y \ge 500, x + 2y \le 700$
Ⓒ $x + y \le 500, x + 2y \le 700$
Ⓓ $x + y \ge 500, x + 2y \le 700$

19. A ও B প্রকার খেলনা তৈরীতে যথাক্রমে 5 ও 3 একক শ্রম এবং 3 ও 4 একক কাঁচামাল লাগে। A প্রকারের প্রতিটি থেকে 10 টাকা ও B প্রকারের প্রতিটি থেকে 12 টাকা লাভ করা সম্ভব হয় এবং কোম্পানিটি 165 একক শ্রম ও 132 একক কাঁচামাল যোগান দিতে পারে, তবে সর্বোচ্চ যে লাভ হবে তা হলো-
Ⓐ 330 taka Ⓑ 360taka
Ⓒ 420 taka Ⓓ 448aka

20. $z = x + y$ সীমাবদ্ধতা: $12x + 8y \le 100, x \ge 1, y \le 8, y \ge 0$ হলে-
Ⓐ $x = 1, y = 8$ Ⓑ $x = 3, y = 8$
Ⓒ $x = 8, y = 1$ Ⓓ $x = 8, y = 3$

☺ Answer Analysis ☺

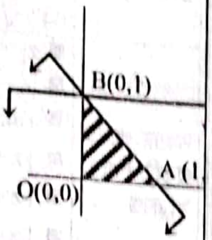
প্রশ্ন	উত্তর	ব্যাখ্যা
01	D	$0.6x + 0.3y \le 1200; x + y \le 3000;$ Solving, $x = 1000, y = 2000$
02	C	$x + 2y \le 10 \Rightarrow \frac{x}{10} + \frac{y}{5} = 1; x + y \le 6 \Rightarrow \frac{x}{6} + \frac{y}{6} = 1$ এবং $x \le 4 \Rightarrow x = 4$ এখন, $x + y = 6$ ও $x = 4$-এর ছেদবিন্দু (4, 2) এবং $x + 2y = 10$ ও $x + y = 6$-এর ছেদবিন্দু (2, 4)  (4, 0) বিন্দুতে, $z = 2x + 3y = 8$ (4, 2) বিন্দুতে, $z = 8 + 6 = 14$ (2, 4) বিন্দুতে, $z = 4 + 12 = 16$ (0, 5) বিন্দুতে, $z = 0 + 15 = 15 \therefore$ সর্বোচ্চমান = 16
03	B	$x_1 + x_2 \le 1 \Rightarrow \frac{x_1}{1} + \frac{x_2}{1} = 1$ $x_2 \le 1$ A(1, 0) বিন্দুতে, মান = 3 B(0, 1) বিন্দুতে, মান = 7 সর্বোচ্চ মান = 7 
04	D	$\frac{x}{5} + \frac{y}{5} = 1; \frac{x}{8} + \frac{y}{4} = 1$ (2, 3), $z = 4 - 3 = 1$ (0, 4), $z = 0 - 4 = -4$ (0, 5), $z = 0 - 5 = -5$ 
05	B	সর্বনিম্ন বিনিয়োগ ও সর্বোচ্চ লাভ।
06	D	$x + y = 5$ ... ... (i) $x = 2$ ... ... (ii) $y = 4$ ... ... (iii) (i) ও (ii) থেকে পাই, $y = 5 - 2 = 3 \therefore G \equiv (2, 3)$  $G \equiv (2, 3)$ বিন্দুতে, $z = 6 \times 2 + 2 \times 3 = 18$ $A \equiv (5, 0)$ বিন্দুতে, $z = 6 \times 5 + 2 \times 0 = 30$ $\therefore$ A(5, 0) বিন্দুতে অভিষ্ট ফাংশনটির সর্বোচ্চ মান 30
07	A	
08	C	
09	A	$\frac{x}{7} + \frac{y}{7} = 1$ ... ... (i) $\frac{x}{10} + \frac{y}{4} = 1$ ... ... (ii) $\therefore$ ছেদ বিন্দু (x, y) = 5, 2) A(7, 0) বিন্দুতে $z = 3 \times 7 = 21$ এবং B(0, 4) বিন্দুতে $z = 4 \times 4 = 16$ $\therefore z_{max} = 23$ যেখানে, $(x,y) = (5,2)$ 

CamScanner

প্রশ্ন	উত্তর	ব্যাখ্যা

10 — B

$x + y \leq 1;$
$y \leq 1, x;$
$y \geq 0$
অসমতাগুলোর সমীকৃত রূপ:
$\frac{x}{1} + \frac{y}{1} = 1$ .... (i)
এবং $y = 1$ .... (ii)
O(0,0) বিন্দুতে $z = 2.0 + 0 = 0$
A(1, 0) বিন্দুতে $2 = 2.1 + 0 = 2$
B(0, 1) বিন্দুতে $z = 2.0 + 1 = 1$
$\therefore Z_{max} = 2$

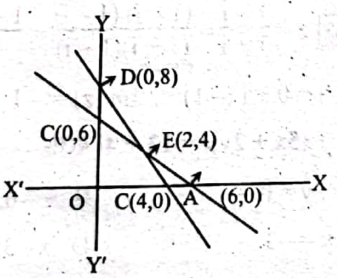


11 — A

$\frac{x_1}{10} + \frac{x_2}{5} = 1$ .... (i)
$\frac{x_1}{1} + \frac{x_2}{1} = 1$ .... (ii)
$x_2 = 4$ .... (iii)
(i) ও (iii) ছেদ বিন্দু C
$\therefore x_1 = \frac{50-40}{5} = 2 \therefore C \equiv (2, 4)$
At A (1, 0) : $2.1 + 7.0 = 2$
B (10, 0) : $2.10 + 7.0 = 20$
C (2, 4) : $2.2 + 7.4 = 32$
D (0, 4) : $2.0 + 7.4 = 28$
E (0, 1) : $2.0 + 7.1 = 7$
সুতরাং A (1, 0) বিন্দুতে অভিষ্ট ফাংশনটির সর্বনিম্ন মান 2

12 — C

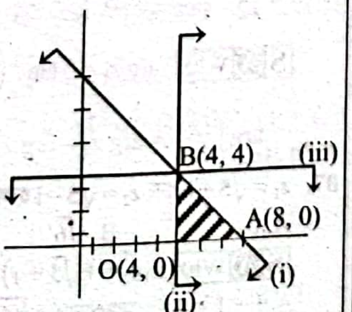
$x + y \geq 6$
$\Rightarrow \frac{x}{6} + \frac{y}{6} = 1;$
$2x + y \geq 8$
$\Rightarrow \frac{x}{4} + \frac{y}{8} = 1$



রেখাদ্বয়ের ছেদবিন্দু (2, 4)
A(6, 0) বিন্দুতে, $z = 2 \times 6 + 3 \times 0 = 12$ সর্বনিম্ন।
E(2, 4) বিন্দুতে, $z = 2 \times 2 + 3 \times 4 = 16$
D(0, 8) বিন্দুতে, $z = 2 \times 0 + 3 \times 8 = 24$

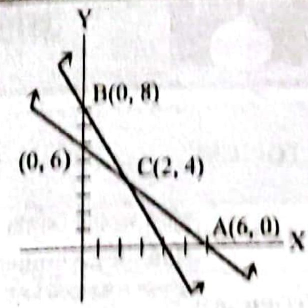
13 — C

$x + y \leq 8; x \geq 4, y \leq 4$
অসমতাগুলোর সমীকৃত রূপ:
$\frac{x}{8} + \frac{y}{8} = 1$ ....(i)
$x = 4$ ....(ii)
$y = 4$ ....(iii)
A(8, 0) বিন্দুতে z=8+2.0=8
B(4, 4) বিন্দুতে z=4+2.4=12
c(4, 0) বিন্দুতে z=4+2.0=4
$\therefore Z_{max} = 12$



14 — C

$x + y \geq 6,$
$2x + y \geq 8, x \geq 0, y \geq 0$
সমীকৃত রূপ: $x + y = 6$
$\Rightarrow \frac{x}{6} + \frac{y}{6} = 1$ .... (i)
এবং $2x + y = 8$
$\Rightarrow \frac{x}{4} + \frac{y}{8} = 1$ .... (ii)
(i) ও (ii) নং এর ছেদবিন্দু (2, 4)
A(6, 0) বিন্দুতে $z = 3 \times 6 + 0 = 18$
B(0, 8) বিন্দুতে $z = 0 + 2 \times 8 = 16$
C(2, 4) বিন্দুতে $z = 3 \times 2 + 2 \times 4 = 14$
$\therefore Z_{min} = 14$

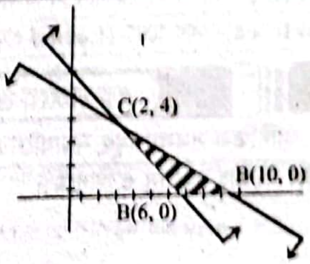


15 — A

সম্ভাব্য সমাধান এলাকা, ১ম চতুর্ভাগে অবস্থান করবে।

16 — C

$x + 2y \leq 10$
$\Rightarrow \frac{x}{10} + \frac{y}{5} = 1$ .... (i)
এবং $x + y \leq 6$
$\frac{x}{6} + \frac{y}{6} = 1$ .... (ii)
(i) ও (ii) নং এর ছেদবিন্দু
(2, 4)
A(6, 0) বিন্দুতে $z = 2 \times 6 + 0 = 12$
C(2, 4) বিন্দুতে $z = 2 \times 2 + 5 \times 4 = 24$
B(10, 0) বিন্দুতে $z = 2 \times 10 + 0 = 20$
$\therefore$ সর্বনিম্ন মান = 12



17 — D

O(0, 0) বিন্দুতে, Z = 0;
A(4, 0) বিন্দুতে, Z = 16
B(3, 2) বিন্দুতে, Z = 18;
C(0, 4) বিন্দুতে, Z = 12
$\therefore Z_{max} = 18$

18 — C

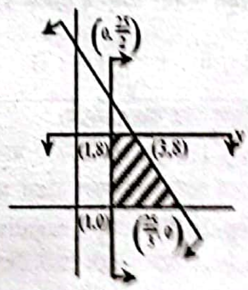
কোন কারখানায় পুরুষ ও মহিলা কর্মী যথাক্রমে x ও y। পুরুষ ও মহিলা কর্মী একত্রে অনধিক 500
$\therefore x + y \leq 500$
দ্বিগুণ মহিলা ও পুরুষ কর্মী একত্রে অনধিক 700
$\therefore x + 2y \leq 700$

19 — C

ধরি, যথাক্রমে x ও y একক A ও B খেলনা তৈরি করতে হবে
$5x + 3y \leq 165;$
$3x + 4y \leq 132$
$\Rightarrow (x, y) = (24,15)$
$\therefore Z_{max} = 10x+12y = 240+180 = 420$ taka

20 — B

$12x + 8y \leq 100$
$\Rightarrow \frac{x}{\frac{100}{12}} + \frac{y}{\frac{100}{8}} = 1 \Rightarrow \frac{x}{\frac{25}{3}} + \frac{y}{\frac{25}{2}} = 1$
এবং $x \geq 1 \Rightarrow x = 1$
$y \leq 8 \Rightarrow y = 8$
$y = 8$ ও $12x + 8y = 100$



এর ছেদ বিন্দু x = 3, y = 8

CamScanner

অধ্যায় [illegible] জটিল সংখ্যা

TOPICS	প্যাকেজসমূহ	V.V.I RATE
TOPIC-01	জটিল সংখ্যার বৈশিষ্ট্য সংক্রান্ত (Properties of Complex Number)	**
TOPIC-02	মডুলাস ও আর্গুমেন্ট নির্ণয় সংক্রান্ত (Absolute value (modulus) & slope (argument) of complex numbers)	**
TOPIC-03	A + iB এ পোলার আকারে প্রকাশ করে মান নির্ণয় সংক্রান্ত	**
TOPIC-04	i এর ঘাত (Powers of i) সংক্রান্ত গাণিতিক প্রয়োগ	*
TOPIC-05	বিভিন্ন প্রকার রুট নির্ণয় সংক্রান্ত	**
TOPIC-06	এককের ঘনমূল (Cubic roots of unity) সংক্রান্ত	**
TOPIC-07	জটিল রাশির মান নির্ণয় সম্পর্কিত গাণিতিক প্রয়োগ	**
TOPIC-08	সঞ্চারপথের (Locus) প্রকৃতি নির্ণয় সংক্রান্ত	**

এক নজরে গুরুত্বপূর্ণ সূত্রাবলি

গাণিতিক সমস্যাসমূহ সমাধানের জন্য প্রয়োজনীয় সূত্র ও প্রক্রিয়াসমূহ:

জটিল সংখ্যার মডুলাস ও আর্গুমেন্ট

01. $Z = x + iy$ এর মডুলাস $|z| = r = \sqrt{x^2 + y^2}$, $\theta = \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right)$

02. $Z = -x + iy$ এর মডুলাস $|z| = r = \sqrt{x^2 + y^2}$, $\theta = \pi - \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right)$

03. $Z = -x - iy$ জটিল সংখ্যার মডুলাস $|z| = r = \sqrt{x^2 + y^2}$, $\theta = \pi + \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right)$

04. $Z = x - iy$ এর মডুলাস $|z| = r = \sqrt{x^2 + y^2}$, $\theta = 2\pi - \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right)$
$= -\tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right)$

মান নির্ণয় সম্পর্কিত: $\Rightarrow i^2 = -1$ $\Rightarrow i^3 = i^2 i = -i$
$\Rightarrow i^4 = i^2 i^2 = 1$ $\therefore i^{4n+3} = i^{4n} i^3 = 1(-i) = -i$
$i^n + i^{n+1} + i^{n+2} + i^{n+3} = 0$ [যেখানে n যেকোন পূর্ণ সংখ্যা]

এককের ঘনমূল:

- এককের ঘনমূল তিনটি $1, \omega, \omega^2$ $\omega = \frac{-1 + \sqrt{-3}}{2}, \omega^2 = \frac{-1 - \sqrt{-3}}{2}$
- এককের ঘনমূল গুলোর একটি বাস্তব এবং অপর দুটি কাল্পনিক
- এককের কাল্পনিক মূলদ্বয়ের যোগফল $= -1$
- এককের কাল্পনিক মূলদ্বয়ের গুণফল $= 1$
- এককের ঘনমূল গুলোর যোগফল $= 0$, $\omega^n + \omega^{n+1} + \omega^{n+2} = 0$ [যেখানে n যেকোন পূর্ণ সংখ্যা]
- $\omega^3 = 1 \Rightarrow \omega^{3n+2} = \omega^{3n}\omega^2 = \omega^2$

বর্গমূল নির্ণয়: অতিসহজ টেকনিক (Shortcut solution)

(i) $\sqrt{xi} = \pm\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{2}}(1 + i)$ (ii) $\sqrt{-xi} = \pm\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{2}}(1 - i)$

বর্গমূল বের করার নিয়ম:

Step-1: i যুক্ত পদটিকে 2 দ্বারা গুণ ও ভাগ করে এবং 2টি উৎপাদক তৈরি করতে হবে। বাস্তব রাশি অপরিবর্তিত রাখতে হবে।

Step-2: বাস্তব অংশ negative হলে i হবে বড় উৎপাদকের সাথে। বাস্তব অংশ positive হলে i হবে ছোট উৎপাদকের সাথে।

Step-3: বর্গমূলের আকারে লিখে হলে প্রদত্ত জটিল সংখ্যার বর্গমূল অংশের নিচের হবে।

ঘনমূল, 4-তম মূল ও 6-তম মূল	01. $\sqrt[3]{-x^3} = -x, -x\omega, -x\omega^2$ 02. $\sqrt[3]{x^3} = x, x\omega, x\omega^2$ 03. $\sqrt[4]{-x^4} = x\sqrt{\frac{1}{2}}(1 \pm i)$ 04. $\sqrt[6]{-x^6} = \pm\sqrt[6]{x}\,i, \pm\sqrt[6]{x}\,i\omega, \pm\sqrt[6]{x}\,i\omega^2$	
সঞ্চার পথের প্রকৃতি নির্ণয় সংক্রান্ত	■ $\lvert z\rvert = k$ এর সঞ্চার পথ বৃত্ত নির্দেশ করে ■ $\lvert z - k_1\rvert = k_2$ হলে এর সঞ্চার পথ বৃত্ত নির্দেশ করে ■ $\lvert az + k_1\rvert = \lvert bz + k_2\rvert$ এর সঞ্চার পথ বৃত্ত নির্দেশ করে ■ $\lvert z + k_1\rvert = \lvert z + k_2\rvert$ এর সঞ্চার পথ সরলরেখা নির্দেশ করে ■ $\lvert z + k_1\rvert - \lvert z + k_2\rvert = k_3$ এর সঞ্চার পথ অধিবৃত্ত নির্দেশ করে ■ $\lvert z + k_1\rvert + \lvert z + k_2\rvert = k_3$ এর সঞ্চার পথ উপবৃত্ত নির্দেশ করে ■ $\lvert z + k_1\rvert = x$ বা y এর সঞ্চার পথ পরাবৃত্ত নির্দেশ করে	

বিগত বিশ্ববিদ্যালয়ের ভর্তি পরীক্ষার গুরুত্বপূর্ণ প্রশ্ন

01. $x = 3 + 2i$ এবং $y = 3 - 2i$ হলে $x^2 + xy + y^2$ এর মান কোনটি? [illegible]
A. 0 B. 23 C. 28 D. 29
Sol: $x = 3 + 2i$; $y = 3 - 2i$
$xy = (3 + 2i)(3 - 2i) = (3)^2 - (2i)^2 = 9 + 4 = 13$
$x + y = 6$ $\therefore x^2 + xy + y^2 = (x + y)^2 - xy = (6)^2 - 13 = 23$

02. $i^2 = -1$ হলে $\frac{1 + i^{[illegible]}}{1 - i}$ এর মান কোনটি? [illegible]
A. 2 B. $-2i$ C. 0 D. $2i$
Sol: $\frac{1 + i^{[illegible]}}{1 - i} = \frac{[illegible]}{[illegible]} = \frac{-1 + 1}{-1 - 1} = 0$

03. $x - 1 = i$ হলে $2x^2$ এর মান কত? [illegible]
A. $\sqrt{2}$ B. $\sqrt{3}$ C. $4i$ D. $-4i$
Sol: $x - 1 = i$ হলে, $x^2 = (1 + i)^2$
$= 1 + 2i + i^2 = 1 + 2i - 1$ $[i^2 = -1] = 2i$ $\therefore 2x^2 = 2 \times 2i = 4i$

04. $z = \frac{1 - i}{1 + i}$ হলে Im (z) = কোনটি? [illegible]
A. 0 B. $-i$ C. -1 D. 1
Sol: $z = \frac{1 - i}{1 + i} = \frac{(1 - i)(1 - i)}{(1 + i)(1 - i)} = \frac{1 - 2i + i^2}{1 - i^2}$
$= \frac{-2i}{2} = -i = 0 + i(-1)$ $\therefore$ Im (z) $= -1$

05. $(2x - 3y) + (5x + 2y)i = 13 + 4i$ হলে, [illegible]
A. $x = \frac{13}{2}, y = 0$ B. $x = 0, y = -\frac{13}{3}$
C. $x = 2, y = -3$ D. $x = 3, y = -2$
E. $x = 3, y = 2$
Sol: $2x - 3y = 13$ and $5x + 2y = 4$
By solve we get, $x = 2$ and $y = -3$

06. যদি $z_1 = 1 - i$, $z_2 = \sqrt{3} + i$ হয়, তবে $\frac{z_2}{z_1}$ এর নতি। [illegible]
A. $\frac{5\pi}{12}$ B. $\frac{\pi}{6}$ C. $\frac{\pi}{4}$ D. $\frac{7\pi}{12}$
Sol: arg $z_1 = -\tan^{-1}\left(\frac{1}{1}\right) = -\frac{\pi}{4}$ এবং arg $z_2 = \tan^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) = \frac{\pi}{6}$
$\therefore$ arg $\left(\frac{z_2}{z_1}\right)$ = arg z_2 − arg z_1 $= \frac{\pi}{6} - \left(-\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{4} = \frac{2\pi + 3\pi}{12} = [illegible]$

07. $z_1 = \sqrt{5} + i$ এবং $z_2 = \sqrt{5} - i$ হলে z_1z_2 এর মডুলাস কত? [illegible]
A. 6 B. $\sqrt{6}$ C. $2\sqrt{6}$ D. [illegible]
Sol: $z_1z_2 = (\sqrt{5} + i)(\sqrt{5} - i) = 5 - (i)^2$
$= 5 + 1 = 6$ মডুলাস $= \sqrt{(6)^2} = 6$

08. $-1+i$ এর আর্গুমেন্ট কোনটি? [JU-A, Set-O, 2023-24; JU-A, Set-R, 22-23; JU. 18-19, 14-15; RU. 18-19; NSTU. 19-20; BSFMSTU. 19-20]

A. $\frac{\pi}{8}$ B. $\frac{3\pi}{4}$ C. 4π D. $\frac{\pi}{2}$

[S Ⓑ Why] $z = -1+i;\ \theta = \pi - \tan^{-1}\left|\frac{1}{-1}\right| = \frac{3\pi}{4}$

09. $-2i$ জটিল সংখ্যাটির আর্গুমেন্ট হবে- [RU-C. 19-20]

A. 90° B. 270° C. 120° D. 300°

[S Ⓑ Why] $-2i$ এর আর্গুমেন্ট,

$2\pi - \tan^{-1}\left(\frac{2}{0}\right) = 2\pi - \frac{\pi}{2} = 360^\circ - 90^\circ = 270^\circ$

10. $(3+4i)$ ও $(-3-4i)$ জটিল সংখ্যাদ্বয়ের মডুলাসের পার্থক্য হবে- [JU. 14-15]

A. 1 B. 0 C. 6 D. 8

[S Ⓑ Why] $3+4i$ এর মডুলাস $=\sqrt{3^2+4^2}=5$

এবং $-3-4i$ এর মডুলাস $=\sqrt{(-3)^2+(-4)^2}=5$

$\therefore$ মডুলাসের পার্থক্য $=5-5=0$

11. $8+4\sqrt{5}i$ এর বর্গমূল হবে- [RU-F. 13-14]

A. $\pm(3-2i)$ B. $\pm(\sqrt{10}+\sqrt{2}i)$ C. $\pm(\sqrt{10}-\sqrt{2}i)$ D. $\pm(3+2i)$

[S Ⓑ Why] $8+4\sqrt{5}i$ অপশন (B) হতে, $2\times\sqrt{10}\times\sqrt{2}i = 4\sqrt{5}i$

12. যদি $C^2 = 5+12i$ হয় তবে C এর মান কত? [CU-G. 15-16]

A. $\pm 4i$ B. $\pm(1-2i)$ C. $7i$

D. $2-3i$ E. $\pm(3+2i)$

[S Ⓔ Why] $C^2 = 5+12i$

$\Rightarrow C = \sqrt{5+12i} = \sqrt{9+12i-4} = \sqrt{(3+2i)^2} = \pm(3+2i)$

13. $2i$ এর বর্গমূল- [JnU. 17-18; RU. 16-17; SUST. 06-07; CU. 06-07; দি.বো. ২০১৬]

A. $\pm(1+i)$ B. $1-i$ C. -1 D. $-1+i$

[S Ⓐ Why] $2i = 1-1+2i = 1+i^2+2i = (1+i)^2$

$\therefore 2i$ এর বর্গমূল $=\pm(1+i)$

14. $\sqrt[3]{-64}$ এর ঘনমূল হবে- [CU-F. 11-12]

A. -8 B. 4 C. $i2$ D. -4 E. $-i2$

[S Ⓓ Why] $\sqrt[3]{-64} = \sqrt[3]{(-4)^3} = -4, -4\omega, -4\omega^2$

15. $\sqrt[4]{-256} = ?$ [RU. 13-14]

A. $4i$ B. $4(1\pm i)$ C. $2\sqrt{2}(1\pm i)$ D. কোনটিই নয়

[S Ⓒ Why] $\sqrt[4]{-256} = \sqrt[4]{-16^2} = \pm\sqrt{\frac{16}{2}}(1\pm i) = \pm 2\sqrt{2}(1\pm i)$

16. যদি ω এককের একটি কাল্পনিক জটিল ঘনমূল হয়, তবে $(1-\omega+\omega^2)^2 + (1+\omega-\omega^2)^2 = ?$ [DU. 11-12, 05-06, 01-02, 97-98; JU-A, Set-G. 22-23; JU. 16-17, 05-06, JnU. 08-09, CU. 07-08; DU-7Clg. 19-20;]

A. -4 B. 4 C. -3 D. 3

[S Ⓐ Why] $(1-\omega+\omega^2)^2 + (1+\omega-\omega^2)^2$

$=(-\omega-\omega)^2 + (-\omega^2-\omega^2)^2 = 4\omega^2+4\omega^4 = 4\omega^2+4\omega = 4(\omega+\omega^2) = -4$

17. এককের কাল্পনিক ঘনমূলদ্বয়ের একটি ω হলে, $\omega^{16}+\omega^{32}$ এর মান কত? [RU. 11-12]

A. 1 B. 2 C. -1 D. -2

[S Ⓒ Why] $\omega^{16}+\omega^{32} = \omega+\omega^2 = -1$

18. এককের একটি কাল্পনিক ঘনমূল ω হলে $(1+\omega)(1+\omega^2)(1+\omega^4)(1+\omega^8)$ এর মান- [JnU. 07-08]

A. -1 B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{10}$ D. 1

[S Ⓓ Why] $(1+\omega)(1+\omega^2)(1+\omega^4)(1+\omega^8)$

$=(1+\omega)(1+\omega^2)(1+\omega)(1+\omega^2) = (-\omega^2)(-\omega)(-\omega^2)(-\omega) = 1$

19. $\sqrt[3]{x+iy} = a+ib$ হলে $\frac{x}{a}+\frac{y}{b} = ?$ [DU. 18-19; KUET. 15-16, 16-17, 08-09, 11-12; BUTex. 05-06; BIT. 02-03; রা.বো. ১৬; ...]

A. a^2-b^2 B. $0.5(a^2-b^2)$ C. $4(a^2-b^2)$ D. $4(a^2+b^2)$

[S Ⓒ Why] $\sqrt[3]{x+iy} = a+ib$

উভয়পক্ষকে ঘন করে, $x+iy = (a+ib)^3 = a^3+3a^2ib+3ai^2b^2+i^3b^3$

$\Rightarrow x+iy = a^3-3ab^2+i(3a^2b-b^3)$

উভয়পক্ষ থেকে বাস্তব ও কাল্পনিক অংশের সমতা বিধান করে পাই,

$x = a^3-ab^2$ এবং $y = 3a^2b-b^3$

অতএব, $\frac{x}{a}+\frac{y}{b} = a^2-3b^2+3a^2-b^2 = 4(a^2-b^2)$

20. $z = 1+2i$ হলে $|z|$ হচ্ছে- [CU-C3. 14-15]

A. স্বাভাবিক সংখ্যা B. পূর্ণ সংখ্যা C. অমূলদ সংখ্যা

D. ভগ্নাংশ E. কোনটিই নয়

[S Ⓒ Why] $|z| = \sqrt{1^2+2^2} = \sqrt{5}$ অমূলদ সংখ্যা।

21. $z = x+iy$ হলে $|z-5|+|z+5| = 16$ নির্দেশ করে- [DU. 16-17]

A. Circle B. Parabola C. Hyperbola D. Ellipse

[S Ⓓ Why] $|z\pm a|+|z\pm b| = c$ উপবৃত্তের সমীকরণ নির্দেশ করে তাহলে,

$|z-5|+|z+5| = 16$ উপবৃত্ত নির্দেশ করে।

22. $z = x+iy$ হলে, $|z+8|+|z-8| = 20$ এর ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক? [RU-C, Quarts-2. 22-23]

A. 60π B. 10π C. π D. 4π

[S Ⓐ Why] $|z+8|+|z-8| = 20$

একটি উপবৃত্তের সমীকরণ যার কার্তেসীয় রূপ: $\frac{x^2}{100}+\frac{y^2}{36} = 1$

$\Rightarrow \frac{x^2}{10^2}+\frac{y^2}{6^2} = 1 \therefore$ ক্ষেত্রফল $=\pi ab = \pi\times 10\times 6 = 60\pi$

PRIME TEST

01. যদি $x = \sqrt[3]{1}$ তাহলে নীচের কোন উক্তিটি সত্য?

Ⓐ Only one root: x = 1 Ⓑ Two different roots

Ⓒ Three different roots Ⓓ Solution not possible

02. $\frac{1+i}{1-i}$ এর পরম মান হলো—

Ⓐ 0 Ⓑ 1 Ⓒ $\sqrt{2}$ Ⓓ i

03. যদি $z_1 = 1-i$, $z_2 = \sqrt{3}+i$ হয়, তবে $\frac{z_2}{z_1}$ এর নতি-

Ⓐ $\frac{5\pi}{12}$ Ⓑ $\frac{\pi}{6}$ Ⓒ $-\frac{\pi}{4}$ Ⓓ $-\frac{5\pi}{12}$

04. $\frac{i-i^{-1}}{i+2i^{-1}}$ এর মান এবং নতি হবে যথাক্রমে-

Ⓐ 0, 0 Ⓑ $-2i, \frac{-\pi}{2}$ Ⓒ $2i, \frac{\pi}{2}$ Ⓓ $-2, \pi$

05. $z_1 = 1+i$ এবং $z_2 = 1-i$ হলে, z_1z_2 এর মান কেমন হবে?

Ⓐ বাস্তব সংখ্যা Ⓑ জটিল সংখ্যা Ⓒ অবাস্তব সংখ্যা Ⓓ কাল্পনিক সংখ্যা

06. $\sqrt{-2}.\sqrt{-1}$ এর মান কত?

Ⓐ $-\sqrt{2}$ Ⓑ $\sqrt{2}$ Ⓒ $\pm\sqrt{2}$ Ⓓ $i\sqrt{2}$

06. $\frac{1+i}{1-i}$ জটিল সংখ্যাটির আর্গুমেন্ট হবে-

Ⓐ $\frac{\pi}{2}$ Ⓑ 0 Ⓒ π Ⓓ $\frac{2\pi}{3}$

08. $z = (-4+3i)/i$ এর কাল্পনিক অংশ-

Ⓐ 3 Ⓑ 4 Ⓒ -4 Ⓓ -3

CamScanner

09. $\frac{2+3i}{2-i}=P+iQ$, P ও Q বাস্তব সংখ্যা হলে, Q = ?

Ⓐ $\frac{4}{5}$ Ⓑ $\frac{8}{3}$ Ⓒ $\frac{8}{5}$ Ⓓ $\frac{7}{5}$

10. যদি $a=\frac{1+i}{\sqrt{2}}$ হয়, তবে $a^6=$?

Ⓐ 1 Ⓑ −1 Ⓒ i Ⓓ −i

11. i^{999} এর মান কত? [এখানে i কাল্পনিক সংখ্যা]

Ⓐ i Ⓑ −i Ⓒ 1 Ⓓ −1

12. $i^2=1$ হলে $i+i^2+i^3+\dots\dots\dots+i^{23}=$?

Ⓐ i Ⓑ −i Ⓒ −1 Ⓓ 0

13. $-8-6\sqrt{-1}$ এর বর্গমূল হলো-

Ⓐ ±(1 + i) Ⓑ ±(1 − i) Ⓒ ±(1 + 4i) Ⓓ ±(1 − 3i)

14. এককের একটি কাল্পনিক ঘনমূল ω হলে $(1-\omega)(1-\omega^2)(1-\omega^4)(1-\omega^8)$ এর মান-

Ⓐ 18 Ⓑ 6 Ⓒ −9 Ⓓ 9

15. ω যদি এককের একটি জটিল (কাল্পনিক) ঘনমূল হয়, তবে $(1-\omega+\omega^2)(1-\omega^2+\omega^4)$ এর মান-

Ⓐ 4 Ⓑ 6 Ⓒ 3 Ⓓ 2

16. $\frac{1}{\omega^{2015}}+\frac{1}{\omega^{2016}}+\frac{1}{\omega^{2017}}$ এর মান কোনটি?

Ⓐ $-2\omega^2$ Ⓑ -2ω Ⓒ 0 Ⓓ 3

17. ω যদি এককের একটি জটিল ঘনমূল হয়, তবে $(1-\omega)^2(1-\omega^2)^2=$?

Ⓐ 1 Ⓑ 3 Ⓒ ω^3 Ⓓ 9

18. $\sqrt{2+8\sqrt{5}i}=$?

Ⓐ $\pm(\sqrt{10}+\sqrt{8i})$ Ⓑ $\pm(\sqrt{8}+\sqrt{10i})$

Ⓒ $\pm(\sqrt{10}+\sqrt{2i})$ Ⓓ $\pm(\sqrt{10}+\sqrt{4i})$

19. $3a+i(b-5)=9-5bi$ হলে a ও b এর মান যথাক্রমে কত?

Ⓐ (3, 5) Ⓑ $\left(\frac{5}{6},3\right)$ Ⓒ $\left(3,\frac{5}{6}\right)$ Ⓓ $\left(2,\frac{5}{6}\right)$

20. $x=3+2i$ এবং $y=3-2i$ হলে $x^2+xy+y^2=$ কত?

Ⓐ 20 Ⓑ 23 Ⓒ 26 Ⓓ 29

☺ Answer Analysis ☺

প্রশ্ন	উত্তর	ব্যাখ্যা
01	C	$x=\sqrt[3]{1}=1,\omega,\omega^2$ ∴ তিনটি ভিন্ন মূল রয়েছে।
02	B	$\frac{1+i}{1-i}$ এর পরম মান $=\left\|\frac{1+i}{1-i}\right\|=\frac{\|1+i\|}{\|1-i\|}=\frac{\sqrt{1^2+1^2}}{\sqrt{1^2+1^2}}=1$ **ASPECT SUPER TRICKS:** পরস্পর অনুবন্ধী দুটি জটিল সংখ্যার ভাগ ফলের মডুলাস = 1
03	A	$\arg z_1=-\tan^{-1}\left(\frac{1}{1}\right)=-\frac{\pi}{4}$ এবং $\arg z_2=\tan^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)=\frac{\pi}{6}$ ∴ $\arg\left(\frac{z_2}{z_1}\right)=\arg z_2-\arg z_1=\frac{\pi}{6}-\left(-\frac{\pi}{4}\right)=\frac{\pi}{6}+\frac{\pi}{4}=\frac{2\pi+3\pi}{12}=\frac{5\pi}{12}$
04	D	$\frac{i-i^{-1}}{i+2i^{-1}}=\frac{i^2-1}{i^2+2}=\frac{-1-1}{-1+2}=-2$ ∴ $\frac{i-i^{-1}}{i+2i^{-1}}$ এর মান −2 এবং নতি, $\tan^{-1}\frac{0}{-2}=\pi$
05	A	$z_1z_2=(1+i)(1-i)=1-i^2=1+1\in R$
06	A	$\sqrt{-2}\times\sqrt{-1}=-\sqrt{2}$
07	A	$\frac{1+i}{1-i}=\frac{(1+i)^2}{(1-i)(1+i)}=\frac{1+2i-1}{1+1}=i$ ∴ জটিল সংখ্যাটির আর্গুমেন্ট $=\tan^{-1}\left(\frac{1}{0}\right)=\frac{\pi}{2}$
08	B	$z=\frac{-4+3i}{i}\Rightarrow\frac{-4}{i}+3=\frac{4i^2}{i}+3=4i+3$ ∴ কাল্পনিক অংশ = 4
09	C	$\frac{2+3i}{2-i}=\frac{2+3i}{2-i}\times\frac{2+i}{2+i}=\frac{4+8i+3i^2}{4-i^2}=\frac{1+8i}{5}=\frac{1}{5}+i\frac{8}{5}$ ∴ $\frac{2+3i}{2-i}=P+iQ=\frac{1}{5}+i\frac{8}{5}$ ∴ $Q=\frac{8}{5}$
10	D	$a=\frac{1+i}{\sqrt{2}}\Rightarrow a^2=\frac{(1+i)^2}{2}\Rightarrow a^2=\frac{1+2i+i^2}{2}=i$ ∴ $a^6=(a^2)^3=(i)^3=-i$
11	B	$i^{999}=i^{249\times4+3}=i^{249\times4}.i^3=1.i^3=-i$
12	C	$i+i^2+1^3+\dots\dots\dots+i^{23}$ এখানে ১ম পদ $a=i$, অনুপাতে, $r=\frac{i^2}{i}=i$ ∴ $S_{23}=i\frac{1-i^{23}}{1-i}=i\frac{1+i}{1-i}=\frac{i-1}{1-i}=-\frac{(1-i)}{1-i}=-1$
13	D	$-8-6\sqrt{-1}=-8-i6=1-9-i6$ $=1^2+(3i)^2-2.1.3i=(1-3i)^2$ ∴ $-8-6\sqrt{-1}$ এর বর্গমূল $=\pm(1-3i)$
14	D	$(1-\omega)(1-\omega^2)(1-\omega^4)(1-\omega^8)$ $=(1-\omega)(1-\omega^2)(1-\omega)(1-\omega^2)=(1-\omega)^2(1-\omega^2)^2$ $=(1+\omega^2-2\omega)(1+\omega^4-2\omega^2)=(-\omega-2\omega)(-\omega^2-2\omega^2)$ $=-3\omega(-3\omega^2)=9$
15	A	$(1-\omega+\omega^2)(1-\omega^2+\omega^4)=(1-\omega+\omega^2)(1-\omega^2+\omega)$ $=(-2\omega)(-2\omega^2)=4\omega^3=4$
16	C	যেহেতু $\omega^3=1$ ∴ $\frac{1}{\omega^{2015}}+\frac{1}{\omega^{2016}}+\frac{1}{\omega^{2017}}$ $=\frac{1}{\omega^2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{\omega}=\frac{1+\omega^2+\omega}{\omega^2}=\frac{0}{\omega^2}=0$
17	D	$(1-\omega)^2(1-\omega^2)^2=(1+\omega^2-2\omega)(1+\omega^4-2\omega^2)$ $=(-\omega-2\omega)(-\omega^2-2\omega^2)=(-3\omega)(-3\omega^2)=9$
18	A	Option, A $=\left(\pm(\sqrt{10}+\sqrt{8i})\right)^2=(\sqrt{10})^2+2.\sqrt{10}.\sqrt{8i}+(\sqrt{8i})^2$ $=10+2\sqrt{80}i-8=2+8\sqrt{5}i$
19	C	$3a+i(b-5)=9-5bi$ ∴ $3a=9\Rightarrow a=3$ এবং $b-5=-5b$ $\Rightarrow 6b=5\Rightarrow b=\frac{5}{6}$ ∴ $\left(3,\frac{5}{6}\right)$
20	B	$x^2+xy+y^2=(3+2i)^2+(3+2i)(3-2i)+(3-2i)^2$ $=9+12i-4+9+6i-6i+4+9-12i-4=23$

CS CamScanner

অধ্যায় ০৪

বহুপদী ও বহুপদী সমীকরণ

গণিত ২য় পত্র

TOPICS	সাজেশন্স	V.V.I RATE
TOPIC-01	আদর্শ দ্বিঘাত সমীকরণের বৈশিষ্ট্য	★
TOPIC-02	দ্বিঘাত সমীকরণে নিশ্চায়কের ব্যবহার	★
TOPIC-03	মূল ও অজানা মান নির্ণয় সংক্রান্ত গাণিতিক প্রয়োগ	★
TOPIC-04	মূল থেকে সমীকরণ নির্ণয়	★★
TOPIC-05	সমীকরণের মূল থেকে সমীকরণ নির্ণয় সংক্রান্ত	★★
TOPIC-06	দ্বিঘাত সমীকরণের সর্বোচ্চ বা সর্বনিম্ন মান সংক্রান্ত	★★★
TOPIC-07	ভাগশেষ উপপাদ্য সংক্রান্ত	★★
TOPIC-08	আংশিক ভগ্নাংশ সংক্রান্ত	★★
TOPIC-09	শর্তমূলক গাণিতিক প্রয়োগ	★

এক নজরে গুরুত্বপূর্ণ সূত্রাবলি

গাণিতিক সমস্যাসমূহ সমাধানের জন্য প্রয়োজনীয় সূত্র ও প্রক্রিয়াসমূহ:

আদর্শ দ্বিঘাত সমীকরণের বৈশিষ্ট্য

আদর্শ দ্বিঘাত সমীকরণ: $ax^2 + bx + c = 0$

i. দ্বিঘাত হবার শর্ত $a \neq 0$

ii. $b = 0$ এবং $c < 0$ হলে মূলদ্বয় সমান কিন্তু বিপরীত চিহ্নযুক্ত হয় এবং a ও c একই চিহ্নের হলে মূলদ্বয় জটিল, বিপরীত চিহ্নের হলে মূলদ্বয় বাস্তব হয়।

iii. $c = 0$ হলে সমীকরণটির একটি মূল শূন্য হয়।

iv. $b = c = 0$ হলে সমীকরণটির দুটি মূলই সমান এবং শূন্য।

v. $c = a$ হলে সমীকরণটির একটি মূল অপরটির উল্টা।

vi. a ও c ধনাত্মক এবং b ঋণাত্মক হলে সমীকরণটির দুটি মূলই যোগবোধক হয়।

vii. a ও c ঋণাত্মক এবং b ধনাত্মক হলে সমীকরণটির দুটি মূলই বিয়োগবোধক হয়।

viii. $a + b + c = 0$ হলে একটি মূল 1 এবং অন্যটি c/a হবে।

দ্বিঘাত সমীকরণে নিশ্চায়কের ব্যবহার

দ্বিঘাত সমীকরণ $ax^2 + bx + c = 0$ এর নিশ্চায়ক/পৃথায়ক/নিরূপক $(b^2 - 4ac)$ কে D দ্বারা সূচীত করা হয়।

দ্বিঘাত সমীকরণের মূলদ্বয়ের প্রকৃতি D এর উপর নির্ভর করে।

i. $D = 0$ হলে মূলদ্বয় বাস্তব, সমান, মূলদ এবং সমান মূলদ্বয় $= -\frac{b}{2a}$

ii. $D > 0$ হলে মূলদ্বয় বাস্তব ও অসমান হয়।

iii. D পূর্ণবর্গ হলে মূলদ্বয় মূলদ ও অসমান হয়।

iv. $D < 0$ হলে মূলদ্বয় অবাস্তব/জটিল/কাল্পনিক, অসমান ও পরস্পরের অনুবন্ধী জটিল সংখ্যা হয়।

v. $D = 0$ হলে $ax^2 + bx + c$ দ্বিঘাত রাশিটি পূর্ণবর্গ হবে।

মূল ও অজানা মান নির্ণয় সংক্রান্ত গাণিতিক প্রয়োগ

$ax^2 + bx + c = 0$ দ্বিঘাত সমীকরণের মূলদ্বয় α, β হলে $\alpha + \beta = -\frac{b}{a}$ এবং $\alpha\beta = \frac{c}{a}$; মূলদ্বয়ের অন্তর, $|\alpha - \beta| = \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{\alpha}$

$ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ ত্রিঘাত সমীকরণের মূল তিনটি α, β, γ হলে,

$\sum \alpha = \alpha + \beta + \gamma = -\frac{b}{a}$

$\sum \alpha\beta = \alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = \frac{c}{a}$ $\quad \sum \alpha\beta\gamma = \alpha\beta\gamma = -\frac{d}{a}$

মূল থেকে সমীকরণ নির্ণয়

■ দ্বিঘাত সমীকরণের মূল দুটি α, β হলে সমীকরণটি:
$(x - \alpha)(x - \beta) = 0 \Rightarrow x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha\beta = 0$

■ ত্রিঘাত সমীকরণের মূল তিনটি α, β, γ হলে সমীকরণটি:
$(x - \alpha)(x - \beta)(x - \gamma) = 0$
$\Rightarrow x^3 - (\alpha + \beta + \gamma)x^2 + (\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha)x - \alpha\beta\gamma = 0$

■ ত্রিঘাত সমীকরণের মূল তিনটি α, β, γ হলে সমীকরণটি: (x− একটি মূল) (অপর মূলদ্বয় বিশিষ্ট দ্বিঘাত সমীকরণ) = 0

দ্বিঘাত সমীকরণের সর্বোচ্চ বা সর্বনিম্ন মান সংক্রান্ত

■ $ax^2 + bx + c = 0$ রাশির সর্বোচ্চ বা সর্বনিম্ন মান $= c - \frac{b^2}{4a}$

i. $a > 0$(x^2 এর সহগ ধনাত্মক) হলে মান সর্বনিম্ন

ii. $a < 0$(x^2 এর সহগ ঋণাত্মক) হলে মান সর্বোচ্চ

■ সর্বোচ্চ বা সর্বনিম্ন মানের ক্ষেত্রে, $x = -\frac{b}{2a}$ হবে

ভাগশেষ উপপাদ্য সংক্রান্ত

■ ভাগশেষ উপপাদ্য (Remainder Theorem): কোন বহুপদী f(x) কে (x − a) দ্বারা ভাগ করলে ভাগশেষ হবে f(a) অর্থাৎ x এর পরিবর্তে a বসিয়ে যে মান পাওয়া যায় তাই ভাগশেষ।

■ উৎপাদক উপপাদ্য (Factor theorem): x চলকযুক্ত কোন বহুপদী রাশিতে x এর স্থানে a বসালে যদি মান শূন্য হয় তবে x−a ঐ রাশিটির একটি উৎপাদক হবে।

শর্তমূলক গাণিতিক প্রয়োগ

■ **যা সরাসরি মনে রাখাই ভালো:**

i. $x^2 - px + q$ ও $x^2 - qx + p$ রাশিদ্বয়ের একটি সাধারণ উৎপাদক থাকার শর্ত, $p + q + 1 = 0$

ii. $a_1x^2 + b_1x + c_1 = 0$ এবং $a_2x^2 + b_2x + c_2 = 0$ সমীকরণ দু'টির দু'টি মূলই সাধারণ হওয়ার শর্ত- $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$

iii. $x^2 - px + q = 0$ ও $x^2 - qx + p = 0$ সমীকরণের একটি সাধারণ মূল থাকার শর্ত, $p + q + 1 = 0$

iv. $x^2 - bx + c = 0$ ও $x^2 - cx + b = 0$ এর মূলদ্বয়ের পার্থক্য একটি ধ্রুব রাশি হবার শর্ত, $b + c + 4 = 0$

v. $x^2 - px + q = 0$ সমীকরণের মূল দুইটির পার্থক্য 1 হলে, $p^2 = 1 + 4q$ হবে।

vi. $ax^2 + bx + b = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয়ের অনুপাত m : n হলে,

$$\sqrt{\frac{m}{n}} + \sqrt{\frac{n}{m}} + \sqrt{\frac{b}{a}} = 0$$

জাতীয় বিশ্ববিদ্যালয়ের জন্য কমনউপযোগী গুরুত্বপূর্ণ প্রশ্ন

01. $ax^2 + bx + c = 0$ এর একটি মূল শূন্য হলে c এর মান- [JU. 10-11]

A. 0 B. −1
C. 1 D. কোনটিই নয়

S Ⓐ Why $ax^2 + bx + c = 0$ এর একটি মূল শূন্য হলে, $c = 0$

02. দ্বিঘাত সমীকরণ $bx^2 + cx - d = 0$ এর দুটি মূল সমান ও বিপরীত চিহ্ন বিশিষ্ট হবে যদি- [CU. 09-10]

A. $b = 0$ B. $d = 0$ C. $c = 1$
D. $c = 0$ E. $b = d$

S Ⓓ Why দ্বিঘাত সমীকরণ এর দুটি মূল সমান ও বিপরীত চিহ্ন বিশিষ্ট হলে মূলদ্বয়ের যোগফল= 0 হবে।

$\therefore -\frac{c}{b} = 0$

$\Rightarrow c = 0$

CamScanner

03. k-এর মান কত হবে $x^2 - 6x - 1 + k(2x + 1) = 0$ সমীকরণটির মূল দুইটি সমান হবে? [JU. 16-17, 09-10; CU. 14-15, 12-13, 09-10, 07-08, 03-04, 02-03; KU. 09-10, 05-06, 03-04; RU. 17-18, 12-13, 06-07; BRU. 15-16]

A. 5 অথবা 2 B. 15 অথবা 12
C. 16 অথবা 12 D. 6 অথবা 2

S(A) Why $x^2 - 6x - 1 + k(2x + 1) = 0$
বা, $x^2 + 2x(k - 3) + (k - 1) = 0$.......... (i)
(i) এর মূলদ্বয় পরস্পর সমান।
$\therefore \{2(k-3)\}^2 = 4(k-1)$
বা, $(k-3)^2 = (k-1)$ বা, $k^2 - 6k + 9 - k + 1 = 0$
বা, $k^2 - 7k + 10 = 0$ বা, $k^2 - 2k - 5k + 10 = 0$
বা, $k(k-2) - 5(k-2) = 0$
বা, $(k-2)(k-5) = 0 \therefore k = 2, 5$

04. $ax^2 + bx + c = 0$ দ্বিঘাত সমীকরণের মূল দুটি সমান হবে যদি- [RU. 18-19]

A. $b^2 = 4ac$ B. $b^2 > 4ac$
C. $b^2 < 4ac$ D. $b = 0$

S(A) Why মূলদ্বয় সমান হলে $b^2 = 4ac$ হয়।

05. $2x^2 - 5x + 4 = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় হবে- [RU. 18-19, 17-18]

A. বাস্তব ও অসমান B. বাস্তব ও সমান
C. জটিল ও অসমান D. জটিল ও সমান

S(C) Why নিশ্চায়ক, $b^2 - 4ac = (-5)^2 - 4.2.4 = -7 < 0$
$\therefore$ মূলদ্বয় জটিল ও অসমান

06. k এর কোন মানের জন্য $x^2 + kx + 1 = 0$ সমীকরণটির মূল দুটি জটিল হবে? [CU-A, Set-1 2023-24]

A. $-2 < k \le 2$ B. $-2 \le k \le 2$
C. $-2 < k < 2$ D. $-2 \le k < 2$

S(C) Why জটিল হওয়ার শর্ত, $D < 0 \Rightarrow k^2 - 4.1.1 < 0$
$\Rightarrow k^2 < 4 \quad \therefore |k| < 2 \quad \Rightarrow -2 < k < 2$

07. কোন দ্বিঘাত সমীকরণের নিশ্চায়কের মান ঋণাত্মক উক্ত সমীকণের মূলদ্বয়- [IU-A. 19-20]

A. জটিল ও সমান B. মূলদ ও সমান
C. বাস্তব ও অসমান D. জটিল ও অসমান

S(D) Why দ্বিঘাত সমীকরনের নিশ্চায়কের মান ঋণাত্বক হলে মূলদ্বয় জটিল ও অসমান হবে।

08. 'a' এর মান কত হলে, $(a - 1) x^2 - (a + 2) x + 4 = 0$ সমীকরনের মূলগুলো বাস্তব ও সমান- [BU. 12-13; IU. 11-12]

A. 1, 2 B. 2, 10 C. 1, 10 D. None

S(B) Why $(a-1)x^2 - (a+2)x + 4 = 0$
সমীকরনের মূলদ্বয় বাস্তব ও সমান। $\{-(a+2)\}^2 = 4.4.(a-1)$
বা, $a^2 + 4a + 4 - 16a + 16 = 0$ বা, $a^2 - 12a + 20 = 0$ বা, $a = 2, 10$

09. $3x^2 - kx + 4 = 0$ সমীকরণ একটি মূল অপরটির 3 গুণ হলে k এর মান- [DU. 14-15; CoU. 19-20; RU-H. 13-14; JUST-A. 19-20]

A. 8 B. –8 C. $\sqrt{8}$ D. ± 8

S(D) Why মূলদ্বয় α ও 3 α
$\therefore \alpha + 3\alpha = \frac{k}{3} \Rightarrow \alpha = \frac{k}{12}$
এবং মূলদ্বয়ের গুণফল, $3\alpha^2 = \frac{4}{3} \Rightarrow \alpha^2 = \frac{4}{9} \Rightarrow \frac{k^2}{12^2} = \frac{4}{9}$
$\Rightarrow k^2 = 64 \Rightarrow k = \pm 8$

10. $3x^2 - 2x + 1 = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয়ের বর্গের সমষ্টি কত? [DU. 98-99; CU. 06-07, IU. 04-05; JUST-C. 19-20; JU. 12-13, 11-12; HSTU. 06-07, 05-06; RU. 18-19, 08-09; MBSTU. 14-15; JUST. 14-15]

A. $\frac{2}{3}$ B. $\frac{2}{9}$
C. $-\frac{2}{3}$ D. $\frac{-2}{9}$

S(B) Why $3x^2 - 2x + 1 = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় α এবং β হলে
$\alpha + \beta = \frac{2}{3}$ এবং $\alpha\beta = \frac{1}{3}$
$\therefore$ মূলদ্বয়ের বর্গের সমষ্টি
$= \alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = \left(\frac{2}{3}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\right) = \frac{2}{9}$

11. $6x^2 - 5x + 3 = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় α ও β হলে, $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}$ এর মান কোনটি? [JU-A, Set-N. 22-23, Set-O. 2021-22]

A. $-\frac{5}{3}$ B. $-\frac{5}{12}$
C. $\frac{5}{12}$ D. $\frac{5}{3}$

S(D) Why $6x^2 - 5x + 3 = 0$; α & β
$\therefore \alpha + \beta = \frac{5}{6}$ এবং $\alpha\beta = \frac{3}{6}$
$\therefore \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\beta + \alpha}{\alpha\beta} = \frac{\frac{5}{6}}{\frac{3}{6}} = \frac{5}{3}$

12. $2x^2 - 5x + 2 = 0$ সমীকরণের একটি মূল 2 হলে অপর মূলটি কত? [JU-A, Set-Q. 2021-22]

A. $\frac{1}{2}$ B. 3 C. –2 D. 1

S(A) Why $2x^2 - 5x + 2 = 0$ এর মূলদ্বয় 2 এবং α
$\therefore \alpha + 2 = \frac{5}{2} \therefore \alpha = \frac{5}{2} - 2 = \frac{1}{2}$
Aspect Special: $\alpha\beta = \frac{2}{2} \Rightarrow \beta = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

13. k এর কোন মানের জন্য $2x^2 - kx + 1 = 0$ সমীকরণের একটি মূল অপর মূলের বর্গের চারগুণের সমান হবে? [CU-A, Shift-2. 22-23; DU-A. 2021-22]

A. $\frac{1}{2}$ B. 3 C. 1 D. – 3

S(B) Why শর্তমতে, $\beta = 4\alpha^2$
$\therefore$ ধরি, $2x^2 - kx + 1 = 0$ এর মূলদ্বয় $\alpha, 4\alpha^2$
$\therefore \alpha \times 4\alpha^2 = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha^3 = \frac{1}{8} \quad \therefore \alpha = \frac{1}{2}$
আবার, $\alpha + 4\alpha^2 = \frac{k}{2} \Rightarrow \frac{1}{2} + 4 \times \frac{1}{4} = \frac{k}{2}$
$\Rightarrow \frac{1}{2} + 1 = \frac{k}{2} \Rightarrow \frac{3}{2} = \frac{k}{2} \quad \therefore k = 3$

14. $3x^3 - 1 = 0$ এর মূলগুলি α, β, γ হলে $\alpha^3 + \beta^3 + \gamma^3$ এর মান- [DU. 16-17; RU. 18-19; BSFMSTU. 19-20]

A. –1 B. 0 C. $\frac{1}{3}$ D. 1

S(D) Why $3x^3 - 1 = 0$
$\therefore \alpha + \beta + \gamma = 0$;
$\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = 0$ and $\alpha\beta\gamma = -\frac{-1}{3} = \frac{1}{3}$
$\therefore \alpha^3 + \beta^3 + \gamma^3 - 3\alpha\beta\gamma = (\alpha + \beta + \gamma)(\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 - \alpha\beta - \beta\gamma - \gamma\alpha)$
$= 0(0 - 0) = 0$
$\therefore \alpha^3 + \beta^3 + \gamma^3 = 3\alpha\beta\gamma = 3.\frac{1}{3} = 1$
Aspect Special: $\Sigma\alpha^3 = (\Sigma\alpha)^3 + 3(\alpha\beta\gamma - \Sigma\alpha.\Sigma\alpha\beta)$
$= 0^3 + 3\left(\frac{1}{3} - 0.0\right) = 1$

CamScanner

15. $3x^2 + 7x - 2 = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয়ের যোগফল ও গুণফলের সমষ্টি কোনটি? [RU-C, সুরমা-৩. 2023-24; JU-A 20-21, 14-15]

A. 5 B. – 3 C. $-\frac{5}{3}$ D. $\frac{4}{3}$

S(B) Why $3x^2 + 7x - 2 = 0$;

মূলদ্বয় α ও β $\therefore \alpha + \beta = \frac{-7}{3}$

এবং $\alpha\beta = \frac{-2}{3}$ $\therefore \alpha + \beta + \alpha\beta = \frac{-7}{3} - \frac{2}{3} = -3$

16. $2x^3 + 5x^2 + 5x + 2 = 0$ সমীকরণের মূলগুলি α, β ও γ হলে $\Sigma\alpha\beta$ এর মান কত? [JU-A, Set-I. 2021-22]

A. 5/2 B. – 5/2 C. 1 D. – 1

S(A) Why $\Sigma\alpha\beta = \alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha$

এখন $2x^3 + 5x^2 + 5x + 2 = 0$ এর জন্য $\Sigma\alpha\beta = \frac{5}{2}$

17. $x^2 - 10x + 34 = 0$ সমীকরণের মূলগুলো হলো– [JU. 14-15]

A. $3 + i$ B. $5 \pm i$ C. $5 + 2i$ D. $5 \pm 3i$

S(D) Why $x^2 - 10x + 34 = 0$

$\Rightarrow x = \frac{10 \pm \sqrt{100 - 136}}{2} = 5 \pm 3i$

18. $x^3 + x^2 + 4x + 4 = 0$ সমীকরণের একটি মূল 2i হলে, অপর মূলদ্বয় কত? [RU-C, Quartz-2. 22-23]

A. –2i, –1 B. –2i, 1 C. 2i, 1 D. –2i, –2

S(A) Why একটি মূল 2i অপর একটি মূল হবে – 2i

$x^3 + x^2 + 4x + 4 = 0$; মূলত্রয় হলো 2i,(– 2i) ও γ

$\therefore 2i - 2i + \gamma = -\frac{1}{1} \Rightarrow \gamma = -1$ ∴ অপর মূলদ্বয় – 2i, – 1

19. $x^3 - 1 = 0$ সমীকরণের মূলগুলির যোগফল কত? [SUST. 17-18]

A. 0 B. – 1 C. 2 D. – 2

S(A) Why $1 + \omega + \omega^2 = 0$

20. একটি দ্বিঘাত সমীকরণের একটি মূল 1 + i হলে, অপর মূল কোনটি হবে? [JU-A, Set-R. 22-23; BU. 11-12, 09-10]

A. 1 + i B. – 1 + i C. – 1 – i D. 1 – i

S(D) Why একটি মূল 1 + i হলে অপর মূলটি হবে 1 – i। কারণ জটিল মূলদ্বয় যুগলরূপে থাকে।

21. নিচের কোন সমীকরণটি মূল –3 এবং 2 + 3i ? [RU-Uranus-1, Set-1. 21-22]

A. $x^3 - x^2 - x + 39 = 0$ B. $x^3 + x^2 = x + 30 = 0$ C. $x^3 + x^2 - x - 39 = 0$ D. $x^3 - x^2 + x + 39 = 0$

S(D) Why দেওয়া আছে,

মূলদ্বয় – 3 এবং 2 + 3i

∴ ৩য় মূল হবে 2 – 3i

এখন, $\alpha + \beta + \gamma = 2 + 3i + 2 - 3i - 3 = 1$

$\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = -6 - 9i - 6 + 9i + 4 + 9 = 1$

এবং $\alpha\beta\gamma = -3(4 + 9) = -39$

∴ সমীকরণ $x^3 - x^2 + x + 39 = 0$

22. $x^2 - 7x + 2 = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় হতে 2 কম মূলবিশিষ্ট সমীকরণটি- [DU. 18-19, 11-12, 07-08; IU. 15-16]

A. $x^2 - 4x + 6 = 0$ B. $x^2 - 3x - 8 = 0$ C. $x^2 - 11x + 8 = 0$ D. $x^2 - 3x + 8 = 0$

S(B) Why $x^2 - 7x + 2 = 0$

$\therefore (x + 2)^2 - 7(x + 2) + 2 = 0$

$\Rightarrow x^2 + 4x + 4 - 7x - 14 + 2 = 0 \Rightarrow x^2 - 3x - 8 = 0$

23. $x^2 + qx + r = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় α, β হলে α – 2, β – 2 মূলদ্বয় বিশিষ্ট সমীকরণ কোনটি? [CU. 14-15]

A. $(x+q)^2 + qx - r + 2 = 0$ B. $x^2 + (q+2)x + r - 6 = 0$ C. $x^2 + (q+4)x + 2q + r + 4 = 0$ D. $rx^2 + (q-2)x + 3 = 0$ E. কোনটিই নয়

S(C) Why নির্ণেয় সমীকরণ, $(x + 2)^2 + q(x + 2) + r = 0$

$\Rightarrow x^2 + 4x + 4 + qx + 2q + r = 0$

$\Rightarrow x^2 + (q + 4)x + 2q + r + 4 = 0$

24. x বাস্তব হলে $5 - 4x - x^2$ রাশিটির সর্বোচ্চ মান কোনটি? [JU-A, Set-K. 2023-24]

A. 9 B. –2 C. 2 D. –9

S(A) Why সর্বোচ্চ মান $= c - \frac{b^2}{4a} = 5 + \frac{16}{4} = 9$

25. $x^{18} + 5x^6 + 2$ রাশিকে (x – 1) দ্বারা ভাগ করলে ভাগশেষ কোনটি? [RU-C, মেঘনা-৩. 2023-24]

A. 2 B. – 8 C. 3 D. 8

S(D) Why $x^{18} + 5x^6 + 2$ রাশিকে (x – 1) দ্বারা ভাগ করলে ভাগশেষ $= (1)^{18} + 5(1)^6 + 2 = 1 + 5 + 2 = 8$

26. m এর কিরূপ মানের জন্য $1 + mx + x^2 = 0$ সমীকরণটির মূলদ্বয় জটিল হবে? [RU-C, সুরমা-৩. 2023-24]

A. $0 \le m < 2$ B. $-2 \le m \le 2$ C. $0 \le m \le 2$ D. $-2 < m < 2$

S(D) Why $1 + mx + x^2 = 0 \Rightarrow x^2 + mx + 1 = 0$

সমীকরণের মূলদ্বয় জটিল হলে, নিশ্চায়ক < 0

$\therefore m^2 - 4 < 0 \Rightarrow (m + 2)(m - 2) < 0 \Rightarrow -2 < m < 2$

PRIME TEST

01. $ax^2 + bx + c = 0$ এর একটি মূল শূন্য হলে c এর মান-

Ⓐ 0 Ⓑ –1 Ⓒ 1 Ⓓ কোনটিই নয়

02. $(k + 3)x^2 + (6 - 2k)x + (k - 1) = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় একটি অপরটির সমান কিন্তু বিপরীত চিহ্ন যুক্ত হলে, k = ?

Ⓐ 1 Ⓑ 2 Ⓒ 3 Ⓓ 4

03. k এর মান কত হলে $(k^2 - 3)x^2 + 3kx + (3k + 1) = 0$ সমীকরণের মূল দুইটি পরস্পর উল্টো হবে?

Ⓐ 4, – 1 Ⓑ – 4,1 Ⓒ 4, 2 Ⓓ 1, 4

04. $2x^2 + 2x - k = 0$ রাশিটির পূর্ণবর্গ হবে যখন k এর মান-

Ⓐ $\frac{2}{3}$ Ⓑ $-\frac{2}{3}$ Ⓒ $\frac{1}{2}$ Ⓓ $-\frac{1}{2}$

05. $(a+1)x^3 - 2x^2 + x + a = 0$ সমীকরণটির দুটি মূল সমান হলে 'a' এর মান কত?

Ⓐ 2 Ⓑ –1 Ⓒ 3 Ⓓ 0

06. $3x^2 - 5x + k = 0$ সমীকরণে k এর মান কত হলে মূলদ্বয় সমান হবে?

Ⓐ 0 Ⓑ $\frac{25}{12}$ Ⓒ $\frac{5}{3}$ Ⓓ 25

07. $3x^3 - 1 = 0$ এর মূলগুলি α, β, γ হলে $\alpha^3 + \beta^3 + \gamma^3$ এর মান-

Ⓐ –1 Ⓑ 0 Ⓒ $\frac{1}{3}$ Ⓓ 1

08. $x^2 - 5x + c = 0$ সমীকরণের একটি মূল 4 হলে অপর মূলটি-

Ⓐ – 5 Ⓑ – 4 Ⓒ 4 Ⓓ 1

09. $3x^2 - 2x + 1 = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয়ের বর্গের সমষ্টি কত?

Ⓐ $\frac{2}{3}$ Ⓑ $\frac{2}{9}$ Ⓒ $-\frac{2}{3}$ Ⓓ $\frac{-2}{9}$

CamScanner

10. যদি $x^2+x+2=0$ সমীকরণের মূলদ্বয় α এবং β হয়, তবে $\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}=?$

Ⓐ $\frac{2}{3}$ Ⓑ $-\frac{1}{2}$ Ⓒ $-\frac{2}{3}$ Ⓓ $\frac{-2}{9}$

11. কোনো দ্বিঘাত সমীকরণের একটি মূল $\frac{1}{1+i}$ হলে সমীকরণটি হবে-

Ⓐ $x^2-x+1=0$ Ⓑ $2x^2-2x+1=0$
Ⓒ $x^2+x+1=0$ Ⓓ $2x^2+2x+1=0$

12. $x^3-3x^2+4x-10$ কে $x+2$ দ্বারা ভাগ করলে ভাগশেষ-

Ⓐ –48 Ⓑ –54 Ⓒ –28 Ⓓ –18

13. $6x^2-5x+1=0$ সমীকরণের মূলদ্বয় α, β হলে, $\frac{1}{\alpha},\frac{1}{\beta}$ মূল বিশিষ্ট সমীকরণটি হবে-

Ⓐ $x^2-5x+6=0$ Ⓑ $3x^2-2x+5=0$
Ⓒ $x^2-6x+5=0$ Ⓓ $5x^2+2x-6=0$

14. $5-3x-x^2$ এর সর্বোচ্চ মান কত?

Ⓐ 3 Ⓑ 5 Ⓒ $\frac{47}{4}$ Ⓓ $\frac{29}{4}$

15. x এর মান বাস্তব হলে $-9x^2+6px+q^2$ এর সর্বোচ্চ মান কত?

Ⓐ p^2+q^2 Ⓑ p^2-q^2 Ⓒ p^2-q^2 Ⓓ x^2-p^2

16. $5x^3-2x^2+3x+10$ কে $(x+2)$ দ্বারা ভাগ করলে ভাগশেষ হবে-

Ⓐ –44 Ⓑ 48 Ⓒ 0 Ⓓ 16

17. $ax^2+bx+c=0$ সমীকরণের নিশ্চায়কের মান পূর্ণসংখ্যা ও ধনাত্মক এবং a, b, c মূলদ হলে উক্ত সমীকরণের মূলদ্বয়-

Ⓐ মূলদ ও সমান Ⓑ মূলদ ও অসমান Ⓒ জটিল Ⓓ বাস্তব ও জটিল

18. $x^3-5x^2+6=0$ সমীকরণের মূলত্রয় a, b, c হলে, $\frac{1}{abc}$ এর মান কোনটি?

Ⓐ –6 Ⓑ $\frac{-1}{6}$ Ⓒ 0 Ⓓ $\frac{1}{5}$

19. যদি polynomial ফাংশন $x^3-3x^2+4x-10$ কে $(x-1)$ দিয়ে ভাগ করা হয়, তাহলে ভাগশেষ হবে-

Ⓐ –8 Ⓑ 0 Ⓒ 8 Ⓓ 2

20. $ax^2+bx+c=0$ সমীকরণের মূলদ্বয় শুন্য হওয়ার শর্ত কোনটি?

Ⓐ b = 0 Ⓑ c = 0 Ⓒ b = 0 = c Ⓓ c ≠ 0

☺ Answer Analysis ☺

প্রশ্ন	উত্তর	ব্যাখ্যা
01	A	$ax^2+bx+c=0$ এর একটি মূল শূন্য হলে, c = 0
02	C	যেহেতু সমীকরণের মূলদ্বয় একটি অপরটির সমান কিন্তু বিপরীত চিহ্নযুক্ত তাই, $6-2k=0 \Rightarrow k=3$
03	A	$(k^2-3)x^2+3kx+(3k+1)=0$ সমীকরণের মূলদ্বয়ের গুণফল = $\frac{3k+1}{k^2-3}$ [যেহেতু সমীকরণের মূল দুইটি পরস্পর বিপরীত] $\frac{3k+1}{k^2-3}=1$ $\Rightarrow k^2-3=3k+1 \Rightarrow k^2-3k-4=0$ $\Rightarrow (k-4)(k+1)=0$ $\therefore k=4$ or -1
04	D	$b^2-4ac=0$ $\Rightarrow 4-4.2(-k)=0$ $\Rightarrow k=\frac{-4}{8}=\frac{-1}{2}$
05	D	$(a+1)x^3-2x^2+x+a=0$ a = 0 হলে, $x^3-2x^2+x=0 \Rightarrow x(x-2)^2=0$ $\therefore x=0, 1, 1$ অর্থাৎ দুটি মূল সমান
06	B	$3x^2-5x+k=0$ .... (i) (i) এর মূলদ্বয় সমান : $b^2=4ca$ বা, $(-5)^2=4.k.3$ বা, $K=\frac{25}{12}$
07	D	$\Sigma\alpha^2=(\Sigma\alpha)^3+3(\alpha\beta\gamma-\Sigma\alpha.\Sigma\alpha\beta)=0^3+3\left(\frac{1}{3}-0.0\right)=1$
08	D	$x^2-5x+c=0$ সমীকরণের মূলদ্বয়ের যোগফল = 5; একটি মূল 4 হলে অপর মূলটি = 5 – 4 = 1
09	D	$3x^2-2x+1=0$ সমীকরণের মূলদ্বয় α এবং β হলে $\alpha+\beta=\frac{2}{3}$ এবং $\alpha\beta=\frac{1}{3}$ ∴ মূলদ্বয়ের বর্গের সমষ্টি = $\alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta$ $=\left(\frac{2}{3}\right)^2-2\left(\frac{1}{3}\right)=-\frac{2}{9}$
10	B	$x^2+x+2=0$ সমীকরণের মূলদ্বয় α এবং β হলে, $\alpha+\beta=-1$ এবং $\alpha\beta=2$ ∴ $\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}=\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}=-\frac{1}{2}$
11	B	ধরি, $x=\frac{1}{1+i}$ বা, $x+xi=1$ বা, $x-1=-xi$ বা, $(x-1)^2=(-xi)^2$ বা, $x^2-2x+1=-x^2$ বা, $2x^2-2x+1=0$
12	B	$f(x)=x^3-3x^2+4x-10$ f(x) কে x + 2 দ্বারা ভাগ করলে ভাগশেষ, f(–2) $\therefore f(-2)=3(-2)^3-3(-2)^2+4(-2)-10$ $=-24-12-8-10=-54$
13	A	$f\left(\frac{1}{x}\right)=0$ ∴ $6\left(\frac{1}{x}\right)^2-5\left(\frac{1}{x}\right)+1=0$ $\Rightarrow \frac{6-5x+x^2}{x^2}=0$ $\therefore x^2-5x+6=0$
14	D	$\left(c-\frac{b^2}{4a}\right)=5-\frac{(-3)^2}{4\times(-1)}=\frac{29}{4}$
15	A	$-ax^2+bx+c$ রাশিটির সর্বোচ্চ মান = $c+\frac{b^2}{4a}$ ∴ $-9x^2+6px+q^2$ এর সর্বোচ্চ মান = $q^2+\frac{(6p)^2}{4.9}=p^2+q^2$
16	A	$x=-2$ বসিয়ে, $5(-2)^3-2(-2)^2+3(-2)+10$ $=-40-8-6+10=-44$
17	B	$ax^2+bx+c=0$ সমীকরণের নিশ্চায়কের মান পূর্ণসংখ্যা ও ধনাত্মক $\therefore b^2-4ac>0$ $b^2-4ac>0$ হলে মূলদ্বয় মূলদ ও অসমান।
18	B	$abc=-6$ ∴ $\frac{1}{abc}=\frac{1}{-6}$
19	A	(x – 1) দ্বারা ভাগ করলে (x – 1) ফাংশনের একটি উৎপাদক হবে অর্থাৎ x = 1 দ্বারা ফাংশনটি সিদ্ধ হবে। $\therefore f(1)=1^3-3(1)^2+4.1-10=-8$ ∴ ভাগশেষ = –8
20	C	$ax^2+bx+c=0$ সমীকরণের উভয় মূল শূন্য হওয়ার শর্ত b = c = 0

CamScanner

অধ্যায় ০৫ দ্বিপদী বিস্তৃতি

গণিত ২য় পত্র

TOPICS	সাজেশন্স	V.V.I RATE
TOPIC-01	দ্বিপদী ও বহুপদীর ধনাত্মক সূচকের বিস্তৃতির পদ সংখ্যা ও প্যাসকেলের ত্রিভুজ সংক্রান্ত	★★
TOPIC-02	দ্বিপদী বিস্তৃতির ধ্রুবপদ ও সংখ্যামূলক বৃহত্তম পদ নির্ণয়	★
TOPIC-03	মধ্যপদ সংক্রান্ত	★★
TOPIC-04	n ধনাত্মক পূর্ণ সংখ্যা হলে x এর ঘাত সম্বলিত পদ, x^r এর সহগ এবং x বর্জিত পদ নির্ণয়	★★★
TOPIC-05	দ্বিপদীর অসীম বিস্তৃতি থেকে n তম পদ, x^r এর সহগ, সহগের সমষ্টি নির্ণয়, ও বিস্তৃতি বৈধ হওয়া সম্পর্কিত গাণিতিক প্রয়োগ	★★
TOPIC-06	আংশিক ভগ্নাংশের মাধ্যমে বিস্তৃতি সংক্রান্ত	★
TOPIC-07	অসীম বিস্তৃতির বিবিধ প্রমান	★

এক নজরে গুরুত্বপূর্ণ সূত্রাবলি

❑ গাণিতিক সমস্যাসমূহ সমাধানের জন্য প্রয়োজনীয় সূত্র ও প্রক্রিয়াসমূহ:

n ধনাত্মক পূর্ণ সংখ্যা হলে x এর ঘাত সম্বলিত পদ, x^r এর সহগ এবং x বর্জিত পদ নির্ণয়

i. $(ax^p + bx^q)^n$ এর বিস্তৃতিতে (r + 1) তম পদে x^m বিদ্যমান থাকলে, $r = \frac{p.n - m}{p - q}$

ii. যদি বিস্তৃতিতে x মুক্তপদ নির্ণয় করতে বলে তবে m = 0 ধরে নিতে হবে

মধ্যপদ নির্ণয়: $(a + x)^n$-এর বিস্তৃতিতে-

01. n জোড় হলে মধ্যপদ 1টি এবং তা $\left(\frac{n}{2} + 1\right)$ তম পদ

02. n বিজোড় হলে মধ্যপদ 2টি এবং মধ্যপদদ্বয় $\left(\frac{n+1}{2} + 1\right)$ তম এবং $\left(\frac{n-1}{2} + 1\right)$ তম পদ

03. মধ্যপদের সহগই বৃহত্তম সহগ

পদ সংখ্যা নির্ণয়: $(a + b + c)^n$ আকৃতির বিস্তৃীর পদ সংখ্যা = $^{n+r-1}C_{r-1}$ [যেখানে r = বিস্তৃতির চলক সংখ্যা]

$(1 + ax)^n$ এর বিস্তৃতিতে x^r এবং x^{r+1} এর সহগ পরস্পর সমান হলে $a = \frac{r+1}{r-1}$ এবং $(1 + ax)^n$ এর বিস্তৃতিতে r ও r + 1 তম পদ পরস্পর সমান হলে চলরশি $x = \frac{r}{n-(r-1)} = \frac{\text{ছোটতম পদ}}{n - (\text{ছোটতম পদ} - 1)}$

$(a + x)^n$ বিস্তৃতিতে r ও r + 1 তমপদে অনুপাত, $\frac{T_{r+1}}{T_r} = \frac{n - r + 1}{r} \times \frac{x}{a}$

জাতীয় বিশ্ববিদ্যালয়ের জন্য কমনউপযোগী গুরুত্বপূর্ণ প্রশ্ন

01. $\left(x - \frac{1}{9x}\right)^7$ এর বিস্তৃতিতে মোট পদের সংখ্যা কয়টি? [CU-A, Set-3. 20-21]

A. 6　B. 7　C. 8　D. 9

S(C) Why $\left(x - \frac{1}{9x}\right)^7$ এর বিস্তারে মোট পদসংখ্যা = 8।

02. $\left(x - \frac{1}{x}\right)^{16}$ এর বিস্তৃতিতে মধ্যপদটি হবে- [DU. 17-18]

A. 12780　B. 12708　C. 12870　D. 12807

S(C) Why বিস্তৃতির ঘাত জোড় সংখ্যা বলে মধ্যপদ একটি।

∴ মধ্যপদটি = $\left(\frac{n}{2} + 1\right) = \left(\frac{16}{2} + 1\right) = 9$ তম পদ।

∴ মধ্যপদের মান = $^{16}C_8.(x)^{16-8}.\left(-\frac{1}{x}\right)^8 = 12870$

03. $\left(x + \frac{1}{x}\right)^8$ এর বিস্তৃতিতে মধ্যপদটি কত? [RU. 08-09, 07-08; CU. 11-12, 07-08; BRU. 19-20]

A. 50　B. 60　C. 207　D. 70

S(D) Why বিস্তৃতির ঘাত জোড় সংখ্যা বলে একটি মধ্যপদ আছে।

∴ মধ্যপদটি = $\left(\frac{n}{2} + 1\right) = \left(\frac{8}{2} + 1\right) = 5$-তম পদ।

∴ মধ্যপদটির মান, $T_{4+1} = {^8C_4}x^{8-4}\left(\frac{1}{x}\right)^4 = 70$

04. $\left(\frac{a}{x} - bx\right)^{12}$ এর বিস্তৃতিতে মধ্যপদ কত? [IU-A, 19-20; KU. 18-19]

A. $^{12}C_6a^6b^5$　B. $^{12}C_6a^6b^6$　C. $^{11}C_6a^6b^6$　D. $^6C_3a^6b^6$

S(B) Why $\left(\frac{a}{x} - bx\right)^{12}$ এর বিস্তৃতিতে মধ্যপদ = $^{12}C_6\left(\frac{a}{x}\right)^{12-6}.(-bx)^6$

$= {^{12}C_6}\left(\frac{a}{x}\right)^6.(bx)^6 = {^{12}C_6}a^6b^6$

05. $(1 + x)^7(1 - x)^8$ এর বিস্তৃতিতে x^7 এর সহগ হলো- [DU. 20-21]

A. 15　B. 25　C. 30　D. 35

S(D) Why $(1 + x)^7(1 - x)^8 = (1 - x)(1 - x^2)^7$

$= (1-x)(1 - {^7C_1}x^2 + {^7C_2}x^4 - {^7C_3}x^6 + ...)$ ∴ x^7 এর সহগ $= {^7C_3} = 35$

06. $|x| < 1$ শর্তে $\frac{1+2x}{1-x}$ এর বিস্তৃতিতে x^9 এর সহগ- [DU. 14-15]

A. 1　B. 5　C. 2　D. 3

S(D) Why $\frac{1+2x}{1-x} = (1+2x)(1-x)^{-1}$

$= (1+2x)(1 + x + x^2 + x^3 + ... + x^8 + x^9 + ...)$

∴ x^9 এর সহগ = (1 + 2) = 3

07. $|2x| < 1$ এর জন্য x এর ঘাতের উর্ধ্বক্রমে $\log_e(1+2x)$ এর বিস্তৃতিতে x^4 এর সহগ কত? [DU. 97-98]

A. 4　B. $\frac{1}{4}$　C. −4　D. $-\frac{1}{4}$

S(C) Why $\log(1 + 2x) = 2x - \frac{(2x)^2}{2} + \frac{(2x)^3}{3} - \frac{(2x)^4}{4} + ...$

∴ $\log_e(1+2x)$ এর বিস্তৃতিতে x^4 এর সহগ $= -\frac{2^4}{4} = -4$

08. $\left(\frac{1}{x^2} - x\right)^9$ এর বিস্তৃতিতে ধ্রুব পদটি বের কর- [RU. Astrazeneca, Set-1. 20-21]

A. 8-তম　B. 9-তম　C. 7-তম　D. 5-তম

S(C) Why $\left(\frac{1}{x^2} - x\right)^9$; ধ্রুবপদ = $\left(\frac{9\times2}{2+1} + 1\right)$ তম = 7 পদ

09. $\left(x^2 - 2 + \frac{1}{x^2}\right)^6$ এর সম্প্রসারণে x-বর্জিত পদটির মান কত? [RU. Sinovac, Set-1. 20-21, RU. 17-18, 14-15, 12-13, 09-10; CU. 16-17, 07-08; JU. 15-16, 06-07; NSTU. 19-20]

A. 294　B. 942　C. 702　D. 924

S(D) Why $\left(x^2 - 2 + \frac{1}{x^2}\right)^6 = \left(x - \frac{1}{x}\right)^{12}$ ∴ x বর্জিত পদ $= {^{12}C_6} = 924$

10. $\left(3x - \frac{2}{x^2}\right)^{15}$ এর বিস্তৃতিতে কত তম পদ x বর্জিত? [RU. 16-17, 09-10; CU. 13-14, 12-13, 09-10; MBSTU-A. 19-20; JUST. 18-19; JKKNIU. 19-20, 18-19; KU. 15-16; IU. 16-17; ব.বো. ২০০৬; রা.বো. ২০১৬; সি.বো. ২০০৬; দি.বো. ১০]

A. 3　B. 5　C. 6　D. 10

S(C) Why $r = \frac{15 \times 1 - 0}{1 - (-2)} = 5$ ∴ x বর্জিত পদ = (5+1) = 6 তম পদ

CamScanner

11. $(1+x)^{\frac{1}{2}}$ এর বিস্তৃতিতে x^3 এর সহগ কত? [JU-D. 19-20]

A. $\frac{1}{12}$ B. $\frac{1}{13}$ C. $\frac{1}{15}$ D. $\frac{1}{16}$

S Ⓓ WhY $(1+x)^{\frac{1}{2}}$ এর বিস্তৃতিতে x^3 এর সহগ

$=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}-1\right)\left(\frac{1}{2}-2\right).\frac{1}{3!}=\frac{1}{2}\times\left(-\frac{1}{2}\right)\times\left(-\frac{3}{2}\right)\times\frac{1}{3\times2}=\frac{1}{16}$

12. $(a+2x)^5$ এর বিস্তৃতিতে x^3 এর সহগ 320 হলে, a এর মান কত? [CU-A, Set-2. 20-21, RU. 17-18, 13-14; JU. 16-17, 14-15; IU. 06-07]

A. ±3 B. ±2 C. ±4 D. ±8

S Ⓑ WhY $(a+2x)^5$ এর বিস্তৃতিতে x^3 এর সহগ, ${}^5c_3\,a^2 2^3=320$

$\Rightarrow 80\,a^2=320 \quad \therefore a=\pm2$

13. $\left(x^4-\frac{1}{x^3}\right)^{15}$ এর বিস্তৃতিতে x^{32} এর সহগ কোনটি? [CU-D, Set-2. 20-21]

A. 1365 B. 4 C. 635 D. 1653

S Ⓐ WhY $\left(x^4-\frac{1}{x^3}\right)^{15}$ বিস্তৃতিতে x^{32} এর সহগ $={}^{15}C_{\frac{60-32}{7}}={}^{15}C_4=1365$

14. $(3+kx)^9$ এর বিস্তৃতিতে x^3 এবং x^4 এর সহগ দুটি সমান হলে, k এর মান কত? [CU. 17-18]

A. 3 B. 2 C. 7 D. 5

S Ⓑ WhY $(3+kx)^9$ এর বিস্তৃতিতে x^3 এর সহগ $={}^9C_3 3^6.k^3$

$(3+kx)^9$ এর বিস্তৃতিতে x^4 এর সহগ $={}^9C_4.3^5.k^4$

$\therefore {}^9C_3.3^6.k^3={}^9C_4.3^5.k^4 \Rightarrow k=\frac{3\times{}^9C_3}{{}^9C_4}=2$

15. $(1+x+x^3)^9$ এর বিস্তৃতিতে x^5 এর সহগ কত? [CU-C₃. 08-09]

A. 55 B. 462
C. 378 D. 56 E. 252

S Ⓒ WhY $(1+x+x^3)^9=(1+x)^9+{}^9C_1(1+x)^8x^3+{}^9C_2(1+x)^7.x^6+x^5$ যুক্ত পদ $={}^9C_5\,x^5+{}^9C_1.{}^8C_2\,x^2.x_3=378\,x^5$

$\therefore x^5$ এর সহগ = 378

16. $(1+x)^{44}$ এর বিস্তৃতিতে 21 তম পদ ও 22 তম পদ দুইটি সমান হলে, x এর মান কত? [IU. 17-18; KU. 11-12; CU. 11-12; JU. 05-06; ঢা.বো. ১৩; ১০; দি.বো. ১৩; ০৯; য.বো. ১৩, ১১, ০৮, ০৫; য.বো. ১৩; কু.বো. ১৬, ০৫; চ.বো. ১৪, ১২, ০৮, ০৫; রা.বো. ০৫; সি.বো. ১৪, ০৭]

A. $\frac{7}{8}$ B. $\frac{1}{8}$ C. $\frac{6}{7}$ D. $\frac{1}{7}$

S Ⓐ WhY $(1+x)^{44}$ এর বিস্তৃতিতে r ও (r+1)তম পদ পরস্পর সমান হলে,

$x=\frac{r}{n-(r-1)}=\frac{21}{44-(21-1)}=\frac{21}{24}=\frac{7}{8}$

17. $\left(x+\frac{1}{x^3}\right)^{20}$ এর বিস্তৃতিতে x বর্জিত পদের মান কত? [BSFMSTU. 19-20]

A. 484.5 B. 6 C. 242.5 D. কোনোটিই নয়

S Ⓓ WhY ধরি, $\left(x+\frac{1}{x^3}\right)^{20}$ এর বিস্তৃতিতে (r + 1) তম পদটি x বর্জিত।

$r=\frac{1\times20-0}{1-(-3)}=5 \quad \therefore$ x বর্জিত পদের মান $={}^{20}C_5=15504$

18. $\left(px+\frac{q}{x}\right)^{12}$; $p>0, q>0$ এর বিস্তৃতিতে x বর্জিত পদ কোনটি? [BSMRSTU. 18-19]

A. ${}^{12}C_6p^6q^6$ B. ${}^{12}C_5p^5q^5$ C. ${}^{12}C_{5\sqrt{pq}}$ D. ${}^{12}C_6p^6q^5$

S Ⓐ WhY $\left(px+\frac{q}{x}\right)^{12}$ এর বিস্তৃতিতে (r + 1) তম x বর্জিত।

$\therefore r=\frac{12}{1+1}=\frac{12}{2}=6$ মান $={}^{12}C_6(p)^{12-6}q^6={}^{12}C_6\,p^6q^6$

19. $|x|<1$ শর্তে $\frac{1+3x}{1-x}$ এর বিস্তৃতিতে x^8 এর সহগ? [RU. Sinovac, Set-1. 20-21]

A. 5 B. 4 C. 3 D. 2

S Ⓑ WhY $|x|<1$ শর্তাধীনে, $\frac{1+3x}{1-x}=1+4x(1-x)^{-1}$

$=1+4x+4x^2+\ldots\ldots+4x^8+\ldots\ldots$

$\therefore x^8$ এর সহগ = 4

20. যদি $y=x-x^2+x^3-x^4+\ldots\infty$ হয়, তাহলে নিচের কোনটি সত্য? [RU. 15-16]

A. $x=y+y^2+y^3+y^4+\ldots$ B. $x=y-y^2+y^3-y^4+\ldots$
C. $x=1+y+y^2+y^3+\ldots$ D. $x=(1+y)^{-1}$

S Ⓐ WhY $y=x-x^2+x^3-x^4+\ldots\ldots\infty$

$\Rightarrow 1-y=1-x+x^2-x^3+x^4\ldots\ldots\infty$

$\Rightarrow (1-y)=(1+x)^{-1} \Rightarrow (1+x)=(1-y)^{-1}$

$\Rightarrow 1+x=1+y+y^2+y^3+\ldots\ldots\infty$

$\Rightarrow x=y+y^2+y^3+\ldots\ldots\infty$

PRIME TEST

01. x এর কোন মানের জন্য $\left(1-\frac{x}{8}\right)^{-1/2}$ এর বিস্তৃতি সবসময় সম্ভব যখন-

Ⓐ $|x|\le1$ Ⓑ $|x|<1$ Ⓒ $|x|\le8$ Ⓓ $|x|<8$

02. $\left(\frac{1}{x^2}-x\right)^{18}$ এর বিস্তৃতিতে কততম পদটি ধ্রুব?

Ⓐ 11 তম Ⓑ 12 তম Ⓒ 10 তম Ⓓ 13 তম

03. $\left(x-\frac{1}{x}\right)^{16}$ এর বিস্তৃতিতে মধ্যপদটি হবে-

Ⓐ 12780 Ⓑ 12708
Ⓒ 12870 Ⓓ 12807

04. $\left(2x+\frac{1}{8x}\right)^8$ এর বিস্তৃতিতে x বর্জিত পদের মান হলো–

Ⓐ $\frac{70}{81}$ Ⓑ 520 Ⓒ $\frac{35}{128}$ Ⓓ $\frac{7}{512}$

05. $\left(x^2+\frac{2}{x}\right)^6$ এর বিস্তৃতিতে x-মুক্ত পদ-

Ⓐ 204 Ⓑ 240 Ⓒ 402 Ⓓ 420

06. $\left(2x^3+\frac{1}{6x}\right)^{12}$ এর বিস্তৃতিতে (expansion) x বর্জিত পদ কোনটি?

Ⓐ 10 তম Ⓑ 8 তম Ⓒ 7 তম Ⓓ 9 তম

07. $(a+2x)^5$-এর বিস্তৃতিতে x^3-এর সহগ 320 হলে, a-এর মান কত?

Ⓐ ± 2 Ⓑ ± 1 Ⓒ ± 3 Ⓓ ± 4

08. $\left(x^4-\frac{1}{x^3}\right)^{11}$ বিস্তৃতিতে সপ্তম রাশিটি কত?

Ⓐ $402x^6$ Ⓑ $-462x^9$ Ⓒ $462x^2$ Ⓓ $-462x^2$

09. $(1+x)^{20}$ এর বিস্তৃতিতে x^r এর সহগ x^{r-1} এর সহগের দ্বিগুণ হলে r = ?

Ⓐ 7 Ⓑ 8 Ⓒ 9 Ⓓ 10

10. n∈N হলে $(1+x)^n$ এর বিস্তৃতিতে (r+1) তম ও r তম পদের সহগের অনুপাত কত?

Ⓐ $\frac{n-r-1}{r}$ Ⓑ $\frac{n-r}{r}$ Ⓒ $\frac{n-r+1}{r}$ Ⓓ $\frac{{}^nC_r+1}{{}^nC_r}$

11. $\left(2x+\frac{1}{2x}\right)^5$ এর বিস্তৃতিতে x এর সর্বোচ্চ ঘাতের সহগ কত?

Ⓐ 2 Ⓑ 2° Ⓒ 2^5 Ⓓ -2^5

12. $(1-2x+3x^2)(1+x)^{11}$ এর বিস্তৃতিতে x^{11} এর সহগ ..... ।

Ⓐ 165 Ⓑ 140 Ⓒ 160 Ⓓ 144

13. e^{3x} এর বিস্তৃতিতে x^7 এর সহগ কত?

Ⓐ $\frac{3^7}{7!}x^7$ Ⓑ 3^7 Ⓒ $\frac{1}{7!}$ Ⓓ $\frac{3^7}{7!}$

CamScanner

14. $1^2-2^2+3^2-4^2+5^2-6^2+\cdots$ এর n সংখ্যক উপাদানের যোগফল কত? (n একটি জোড় সংখ্যা)–

Ⓐ $-\frac{n}{2}(n+1)$ Ⓑ $\frac{n}{2}(n+1)$ Ⓒ $-n(n+1)$ Ⓓ $\frac{n(n+1)}{4}$

15. $\frac{1}{(1-x)(3-x)}$ এর বিস্তৃতিতে x^{10} এর সহগ হবে-

Ⓐ $\frac{1}{2}(1+3^{-11})$ Ⓑ $\frac{1}{2}(1-3^{-11})$ Ⓒ $\frac{1}{2}(1-3^{10})$ Ⓓ $\frac{1}{2}(1+3^{10})$

16. $(1+x^2)^7$ বিস্তৃতিতে x^6 এর সহগ কত?

Ⓐ 35 Ⓑ 30 Ⓒ 25 Ⓓ 20

17. a এর কোন মানের জন্য $(1+ax)^8$ এর বিস্তৃতিতে x এবং x^2 এর সহগদ্বয় পরস্পর সমান হবে?

Ⓐ $\frac{7}{2}$ Ⓑ $\frac{2}{7}$ Ⓒ $\frac{1}{7}$ Ⓓ $\frac{1}{2}$

18. $(1+ax)^8$ এর বিস্তৃতিতে x^3 এবং x^4 এর সহগ পরস্পর সমান হলে a = কত?

Ⓐ $\frac{5}{4}$ Ⓑ $\frac{4}{5}$ Ⓒ $\frac{16}{5}$ Ⓓ $\frac{5}{16}$

19. $(1-x)^8$ এর বিস্তৃতিতে x^5 এর সহগ কোনটি?

Ⓐ −49 Ⓑ 56 Ⓒ 64 Ⓓ −56

20. $\left(2x^2+\frac{1}{x^2}-2\sqrt{2}\right)^{12}$ এর বিস্তৃতিতে ধ্রুবক পদটি কত?

Ⓐ 1 Ⓑ $^{24}C_{12}\,2^{12}$ Ⓒ $^{12}C_6\,2^6$ Ⓓ $^{24}C_{12}\,2^6$

☺ Answer Analysis ☺

প্রশ্ন	উত্তর	ব্যাখ্যা
01	D	$\left\|\frac{x}{8}\right\|<1 \Rightarrow \|x\|<8$
02	D	ধরি, $\left(\frac{1}{x^2}-x\right)^{18}$ এর বিস্তৃতিতে (r + 1) তম পদটি ধ্রুব পদ। $\therefore r=\frac{18(-2)-0}{-2-1}=\frac{-36}{-3}=12$ ∴ (12+1)তম 13 তম পদটি ধ্রুবক
03	C	বিস্তৃতির ঘাত জোড় সংখ্যা বলে মধ্যপদ একটি। ∴ মধ্যপদটি $=\left(\frac{n}{2}+1\right)=\left(\frac{16}{2}+1\right)=9$ তম পদ। ∴ মধ্যপদের মান $={}^{16}C_8.(x)^{16-8}.\left(-\frac{1}{x}\right)^8=12870$
04	C	ধরি, $\left(2x+\frac{1}{8x}\right)^8$ এর বিস্তৃতিতে (r + 1) তম পদটি x বর্জিত $r=\frac{1\times8-0}{1-(-1)}=4$ ∴ x বর্জিত পদের মান $={}^8C_4\,2^4.8^{-4}$ $={}^8C_4\,2^4.2^{-12}={}^8C_4\,2^{-8}=\frac{35}{128}$
05	B	$r=\frac{12-0}{3}=4 \quad \therefore {}^6C_4\times(2)^4=\frac{6\times5}{2\times1}\times16=240$
06	A	$r=\frac{12\times3-0}{3-(-1)}=9$ ∴ x বর্জিত পদ = (9+1) = 10 তম
07	A	x^3 যুক্ত পদ $={}^5C_3.a^{5-3}.(2x)^3={}^5C_3.a^2.8.x^3$ প্রশ্নমতে, ${}^5C_3.a^2.8=320 \Rightarrow a^2=4 \therefore a=\pm2$
08	C	$\left(x^4-\frac{1}{x^3}\right)^{11}$ এর বিস্তৃতিতে সপ্তম পদ $={}^{11}C_6(x^4)^{11-6}\left(-\frac{1}{x^3}\right)^6=462x^2$
09	A	$(1+x)^n$ এর বিস্তৃতিতে x^p এর সহগ x^q এর সহগের K গুণ হলে অর্থাৎ K : 1 হলে K + P + 1 × q = n হবে। 2 × r + 1 × (r − 1) = 20 ⇒ 3r = 21 ⇒ r = 7
10	C	সরাসরি সূত্র।
11	C	$\left(2x+\frac{1}{2x}\right)^5=(2x)^5+{}^5c_1(2x)^4\left(\frac{1}{2x}\right)+{}^5c_2(2x)^3\left(\frac{1}{2x}\right)^2 ......+\left(\frac{1}{2x}\right)^5$ $\therefore \left(2x+\frac{1}{2x}\right)^5$ এর বিস্তৃতিতে x এর সর্বোচ্চ ঘাতক সহগ = 2^5
12	D	$(1-2x+3x^2)(1+x)^{11}$ $=(1-2x+3x^2)(1+{}^{11}C_1x+{}^{11}C_2X^2+...+{}^{11}C_9x^9+{}^{11}C_{10}x^{10}+x^{11})$ ∴ x^{11} এর সহগ $=3\times{}^{11}C_9-2\times{}^{11}C_{10}+1=165-22+1=144$
13	D	$e^{3x}=1+\frac{3x}{1!}+\frac{(3x)^2}{2!}+.......+\frac{(3x)^7}{7!}+......$ ∴ e^{3x} এর বিস্তৃতিতে x^7 এর সহগ $=\frac{3^7}{7!}$
14	A	প্রথম 2টি পদের যোগফল –3; এবার Option→A তে n = 2 বসিয়ে পাই – 3
15	B	$\frac{1}{(1-x)(3-x)}=\frac{1}{3(1-x)\left(1-\frac{x}{3}\right)}$ ∴ x^{10} এর সহগ $=\frac{1}{3}.\frac{1^{10+1}-\left(\frac{1}{3}\right)^{10+1}}{1-\frac{1}{3}}=\frac{1}{3}.\frac{1-\frac{1}{3^{11}}}{\frac{2}{3}}=\frac{1}{2}\left(1-\frac{1}{3^{11}}\right)$
16	A	$(1+x^2)^7=1+{}^7C_1x^2+{}^7C_2(X^2)^2+{}^7C_3(x^2)^3$ $=1+{}^7C_1x^2+{}^7C_2x^4+{}^7C_3x^6+...$ ∴ এর সহগ $={}^7C_3=\frac{7\times6\times5}{3!}=35$
17	B	যেহেতু, $(1+ax^8)$ এর বিস্তৃতিতে x এবং x^2 এর সহগদ্বয় সমান ∴ a = $\frac{\text{বড় পাওয়ার}}{\text{n − ছোট পাওয়ার}}=\frac{2}{8-1}=\frac{2}{7}$
18	B	$(1+ax)^8$ এর বিস্তৃতিতে x^3 এর সহগ $={}^8c_3 1^5.a^3={}^8c_3.a^3$ $(1+ax)^8$ এর বিস্তৃতিতে x^4 এর সহগ $={}^8c_4.1^4.a^4={}^8c_4.a^4$ $\therefore {}^8c_4a^4={}^8c_3.a^3 \Rightarrow a=\frac{{}^8c_3}{{}^8c_3}=\frac{4}{5}$
19	D	$(1-x)^8$ এর বিস্তৃতিতে x^5 এর সহগ $={}^8C_5(-1)^5=-56$
20	D	$(2x^2+\frac{1}{x^2}-2\sqrt{2})^{12}=\left\{(\sqrt{2}\,x)^2-2\sqrt{2}.x.\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}\right\}^{12}$ $=\left\{\left(\sqrt{2}x-\frac{1}{x}\right)^2\right\}^{12}=\left(\sqrt{2}x-\frac{1}{x}\right)^{24}$ এর বিস্তৃতিতে (r + 1) তম পদটি ধ্রুব পদ অর্থাৎ x বর্জিত। $\therefore r=\frac{24}{1+1}=12$ ∴ ধ্রুবপদটি $={}^{24}C_{12}\left(\sqrt{2}\right)^{12}={}^{24}C_{12}2^6$

CS CamScanner

অধ্যায় ০৬ কনিক

গণিত ২য় পত্র

TOPICS	সাজেশন্স	V.V.I RATE
TOPIC-01	সমীকরণের জ্যামিতিক প্রকৃতি নির্ণয় সংক্রান্ত	★★
TOPIC-02	পরাবৃত্তের সমীকরণ হতে বিভিন্ন Parameter নির্ণয় সংক্রান্ত	★
TOPIC-03	পরাবৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় সম্পর্কিত	★★
TOPIC-04	পরাবৃত্তের স্পর্শক ও স্পর্শ বিন্দু নির্ণয়	★★★
TOPIC-05	উপকেন্দ্রিক দূরত্ব সম্পর্কিত গাণিতিক প্রয়োগ	★★
TOPIC-06	সমীকরণ থেকে লেখচিত্র অংকন সংক্রান্ত	★
TOPIC-07	সমীকরণ থেকে উপবৃত্তের বিভিন্ন উপাদান বের করা সংক্রান্ত	★
TOPIC-08	উপবৃত্তের পরামিতিক স্থানাঙ্ক সংক্রান্ত	★
TOPIC-09	বিভিন্ন উপাদান থেকে উপবৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় সংক্রান্ত	★★
TOPIC-10	উপকেন্দ্র ও দিকাক্ষের দূরত্ব সংক্রান্ত	★★★
TOPIC-11	স্পর্শক সম্পর্কিত	★★
TOPIC-12	জ্যা এর সমীকরণ নির্ণয় সংক্রান্ত	★★
TOPIC-13	সমীকরণ থেকে অধিবৃত্তের বিভিন্ন উপাদান নির্ণয় করা সংক্রান্ত	★
TOPIC-14	অধিবৃত্তের পরামিতিক স্থানাঙ্ক সংক্রান্ত	★★
TOPIC-15	বিভিন্ন উপাদান থেকে অধিবৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় করা সংক্রান্ত	★

এক নজরে গুরুত্বপূর্ণ সূত্রাবলি

সঞ্চারপথের আকৃতি	উৎকেন্দ্রিকতা e এর মান
বৃত্ত	$e=0$
উপবৃত্ত	$0<e<1$
পরাবৃত্ত	$e=1$
অধিবৃত্ত	$e>1$

সাধারণ দ্বিঘাত সমীকরণ $ax^2+bxy+cy^2+dx+ey+f=0$ সমীকরণটিতে -

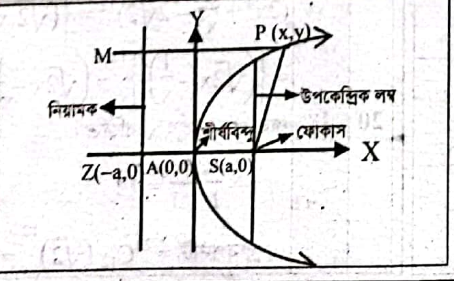
b^2-4ac

- <0
  - $b=0;\ a=c;$ বৃত্ত (Circle)
  - $b=0;\ a\neq c;$ উপবৃত্ত (Ellipse)
- $=0$ পরাবৃত্ত (Prabola)
- >0 অধিবৃত্ত (Hyperbola)

Note: এই পদ্ধতি ব্যবহার করেও সমীকরণের জ্যামিতিক প্রকৃতি নির্ণয়।

☐ **গাণিতিক সমস্যাসমূহ সমাধানের জন্য প্রয়োজনীয় সূত্র ও প্রক্রিয়াসমূহ:**

Required Formulas for Parabola:

Parameter	$y^2=4ax$ আকারের পরাবৃত্ত
চিত্র	
1. শীর্ষবিন্দু	(0, 0)
2. উপকেন্দ্র/ফোকাস	(a, 0)
3. অক্ষরেখার সমীকরণ	$y=0$
4. নিয়ামক/দিকাক্ষের সমীকরণ	$x+a=0$
5. উপকেন্দ্রিক লম্বের সমীকরণ	$x-a=0$
6. উপকেন্দ্রিক লম্ব/ নাভিলম্বের দৈর্ঘ্য	$\|4a\|$
7. উপকেন্দ্রিক লম্বের প্রান্ত বিন্দুদ্বয়ের স্থানাঙ্ক	(a, 2a) এবং (a, −2a)
8. উপকেন্দ্রিক/ ফোকাস দূরত্ব	$\|a+x\|$
9. পরাবৃত্তের স্পর্শক ও স্পর্শ বিন্দু নির্ণয়	i) স্পর্শক $y=mx+c$ হলে $c=\frac{a}{m}$ ii) (x_1, y_1) বিন্দুতে স্পর্শকের সমীকরণ $y.y_1=2a(x+x_1)$ iii) স্পর্শক, $y=mx+c$ হলে স্পর্শ বিন্দু $\left(\frac{a}{m^2}, \frac{2a}{m}\right)$

☐ **বিশেষ দ্রষ্টব্য:**

i. শীর্ষবিন্দু (0, 0) বলতে বুঝায় $x=0$ ও $y=0$
ii. উপকেন্দ্র/ফোকাস (a, 0) বলতে বুঝায়, $x=a$ ও $y=0$
iii. উপকেন্দ্র/ফোকাস (0, a) বলতে বুঝায়, $x=0$ ও $y=a$
iv. প্রথমে সূত্র লিখতে হবে তারপর সূত্রের x/y/a এর জায়গায় প্র... সমীকরণের x/y/a বসাতে হবে।

[উপবৃত্তের সূত্র]

Parameter	$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1; a>b$	$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1; b>$
01. কেন্দ্র	(0, 0)	(0, 0)
02. বৃহৎ অক্ষের দৈর্ঘ্য/ শীর্ষদ্বয়ের দূরত্ব	2a	2b
03. ক্ষুদ্র অক্ষের দৈর্ঘ্য	2b	2a
04. বৃহৎ অক্ষের সমীকরণ	$y=0$	$x=0$
05. ক্ষুদ্র অক্ষের সমীকরণ	$x=0$	$y=0$
06. বৃহৎ অক্ষের প্রান্তবিন্দু/শীর্ষবিন্দু	(± a, 0)	(0, ± b)
07. ক্ষুদ্র অক্ষের প্রান্তবিন্দু	(0, ± b)	(±a, 0)
08. বিকেন্দ্রকতা/উৎকেন্দ্রতা	$e=\sqrt{1-\frac{b^2}{a^2}}$	$e=\sqrt{1-\frac{a^2}{b^2}}$
09. উপকেন্দ্র/ফোকাস	(± ae, 0)	(0, ± be)
10. উ. লম্বের দৈর্ঘ্য	$2b^2/a$	$2a^2/b$
11. উ. লম্বের সমীকরণ	$x=\pm ae$	$y=\pm be$
12. ফোকাসদ্বয়ের দূরত্ব	2ae	2be
13. দিকাক্ষ/নিয়ামকের সমীকরণ	$x=\pm a/e$	$y=\pm b/e$

[অধিবৃত্তের সূত্র]

Parameter	$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$	$\frac{y^2}{b^2}-\frac{x^2}{a}$
01. কেন্দ্র	(0, 0)	(0, 0)
02. শীর্ষবিন্দু	(± a, 0)	(0, ± b)

CamScanner

CS CamScanner

Parameter	$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$	$\frac{y^2}{b^2}-\frac{x^2}{a^2}=1$
03. আড় অক্ষের দৈর্ঘ্য/ শীর্ষদ্বয়ের দূরত্ব	2a	2b
04. অনুবন্ধী অক্ষের দৈর্ঘ্য	2b	2a
05. বিকেন্দ্রিকতা/ উৎকেন্দ্রিকতা	$e=\sqrt{1+\frac{b^2}{a^2}}$	$e=\sqrt{1+\frac{a^2}{b^2}}$
06. উপকেন্দ্র/ ফোকাস	(± ae, 0)	(0, ± be)
07. দিকাক্ষ/নিয়ামকের সমীকরণ	$x=\pm\frac{a}{e}$	$y=\pm\frac{b}{e}$
08. উ. লম্বের দৈর্ঘ্য	$\frac{2b^2}{a}$	$\frac{2a^2}{b}$
09. উ. লম্বের সমীকরণ	x = ± ae	y = ± be
10. উপকেন্দ্রদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব	2ae	2be

বিশেষ দ্রষ্টব্য : "মনে রাখতে হবে, কখনো কখনো xy = 1 বা xy = 2 অধিবৃত্তের সমীকরণ হয়।"

জাতীয় বিশ্ববিদ্যালয়ের জন্য কমনউপযোগী গুরুত্বপূর্ণ প্রশ্ন

01. $3x^2+4y^2-6x=9$ সমীকরণটি কী বর্ণনা করে? [RU-C. 19-20]

A. এক জোড়া সরলরেখা B. পরাবৃত্ত C. উপবৃত্ত D. অধিবৃত্ত

S Ⓒ Why x^2 ও y^2 এর সহগ ভিন্ন কিন্তু একই চিহ্ন বিশিষ্ট তাই সমীকরণটি উপবৃত্ত।

02. $4x^2+py^2=80$ কিসের সমীকরণ? [RU. 15-16]

A. বৃত্ত B. উপবৃত্ত C. অধিবৃত্ত D. পরাবৃত্ত

S Ⓑ Why $4x^2+py^2=80$; এটি একটি উপবৃত্তের সমীকরণ কারণ x^2 ও y^2 উভয়ের সহগ ভিন্ন কিন্তু একই চিহ্ন বিশিষ্ট।

03. $y=a^2x$ সমীকরণটা জ্যামিতিতে নির্দেশ করে– [CU-C₃. 14-15]

A. একটি প্যারাবোলা B. একটি সরল রেখা C. ইলিপস D. এক জোড়া সরল রেখা E. পূর্ববর্তী কোনটিই নয়

S Ⓑ Why $y=a^2x$ সমীকরণটি একটি সরলরেখার সমীকরণ।

04. $y^2=8x+2y-9$ পরাবৃত্তটির উপকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক কত? [DU-A. 2021-22]

A. (3, 1) B. (3, 0) C. (– 1, 1) D. (2, 0)

S Ⓐ Why $y^2=8x+2y-9 \Rightarrow y^2-2y=8x-9$

$\Rightarrow y^2-2.y.1+1^2=8x-9+1^2 \Rightarrow (y-1)^2=8(x-1)$

$\Rightarrow (y-1)^2=4.2(x-1)$ ... (i)

(i) নং কে $Y^2=4aX$ এর সাথে তুলনা করে পাই, উপকেন্দ্র (X, Y) = (a, 0)

$\therefore X=a \Rightarrow (x-1)=2 \Rightarrow x=3$ | $\therefore Y=0 \Rightarrow y-1=0 \Rightarrow y=1$

$\therefore (x,y)=(3,1)$

05. $5x^2+15x-10y-4=0$ পরাবৃত্তটির নিয়ামকের সমীকরণ কোনটি? [JU-A, Set-H, 22-23; DU. 14-15]

A. 40x + 81 = 0 B. 40y + 81 = 0 C. 40y + 41 = 0 D. 40x + 41 = 0

S Ⓑ Why $5x^2+15x-10y-4=0 \Rightarrow 5x^2+15x=10y+4$

$\Rightarrow 5\left(x^2+3x+\frac{9}{4}\right)=10y+4+\frac{45}{4} \Rightarrow 5\left(x+\frac{3}{2}\right)^2=10\left(y+\frac{61}{40}\right)$

$\Rightarrow \left(x+\frac{3}{2}\right)^2=4.\frac{1}{2}\left(y+\frac{61}{40}\right)$

$\therefore$ নিয়ামকের সমীকরণ, $y+\frac{61}{40}=-\frac{1}{2}$

$\Rightarrow y=-\frac{1}{2}-\frac{61}{40}=\frac{-20-61}{40} \Rightarrow 40y+81=0$

06. $y^2=4x+8y$ পরাবৃত্তটির শীর্ষবিন্দুর স্থানাংক কোনটি? [JU-A, Set-S. 22-23; DU. 09-10, 01-02, 99-00; JU-A. 16-17; BSMRSTU. 18-19]

A. (4, 0) B. (0, 4) C. (–4, 0) D. (–4, 4)

S Ⓓ Why $y^2-8y=4x \Rightarrow y^2-2.y.4+(4)^2=4x+16$

$\Rightarrow (y-4)^2=4.1(x+4) \Rightarrow Y^2=4.1.X$

$\therefore$ শীর্ষবিন্দু: (X, Y) = (0, 0)

$\therefore X=0 \Rightarrow x+4=0 \Rightarrow x=-4$

$\therefore Y=0 \Rightarrow y-4=0 \Rightarrow y=4$

07. $y^2-6x+4y+10=0$ পরাবৃত্তের অক্ষের সমীকরণ কোনটি? [JU. 17-18; JKKNIU. 19-20; NSTU. 19-20]

A. x = 1 B. x + 1 = 0 C. y = 0 D. y + 2 = 0

S Ⓓ Why $y^2-6x+4y+10=0$

বা, $y^2+2.y.2+2^2=6x-10+4$

বা, $(y+2)^2=6(x-1)=4.\frac{3}{2}(x-1)$ $\therefore$ অক্ষের সমীকরণ, y + 2 = 0

08. $3y^2=4x$ পরাবৃত্তের উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য– [JU. 09-10]

A. 4 B. 1 C. $\frac{4}{3}$ D. $\frac{3}{4}$

S Ⓒ Why উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য, $4a=4\frac{1}{3}=\frac{4}{3}$

09. একটি পরাবৃত্তের শীর্ষ থেকে নিয়ামকের উপর লম্ব দূরত্ব 3 একক হলে এর উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য কত একক হবে? [RU. Moderna, Set-2. 20-21]

A. 3 B. 6 C. 9 D. 12

S Ⓓ Why উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য = 4 × শীর্ষ থেকে নিয়ামকের উপর লম্ব দূরত্ব = 4 × 3 = 12 একক

10. একটি পরাবৃত্তের শীর্ষবিন্দু (0, 2), অক্ষরেখা y অক্ষের সমান্তরাল এবং যা (1, 5) বিন্দু দিয়ে অতিক্রম করে, তার সমীকরণটি নিচের কোনটি? [RU. Moderna, Set-2. 20-21]

A. $3x^2=12(y-2)$ B. $4x^2=3(y-2)$ C. $3x^2=(y-2)$ D. $3x^2=4(y-2)$

S Ⓒ Why পরাবৃত্তের সমীকরণ, $\frac{x^2}{y-2}=\frac{1^2}{5-2}$

$\Rightarrow 3x^2=y-2$

Aspect Special: পরাবৃত্তটি (1, 5) বিন্দুগামী

$\therefore 3x^2=(y-2) \Rightarrow 3.1^2=(5-2) \Rightarrow 3=3$

11. $6x-y+k=0$ রেখাটি $y^2=12x$ পরাবৃত্তের স্পর্শক হলে k-এর মান কত? [JU-A, Set-O. 2023-24]

A. $\frac{1}{2}$ B. 3 C. 6 D. 2

S Ⓐ Why $y^2=4.3x$

a = 3

আবার, $6x-y+k=0$

$\therefore y=6x+k$

যেখানে, c = k

m = 6

স্পর্শক হওয়ার শর্ত, $c=\frac{a}{m}$

$\therefore k=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$

12. $y^2=9x$ পরাবৃত্তের (4, 6) বিন্দুতে অঙ্কিত স্পর্শকের সমীকরণ কোনটি? [JU-A, Set-G. 22-23]

A. 3x + 4y + 12 = 0 B. 3x – 4y + 12 = 0 C. 3x – 4y + 6 = 0 D. 3x + 4y + 11 = 0

S Ⓑ Why $y^2=9x=4\left(\frac{9}{4}\right)x$ $\therefore a=\frac{9}{4}$

(4, 6) বিন্দুগামী স্পর্শকের সমীকরণ, $yy_1=4a.\frac{x+x_1}{2}$

$\Rightarrow 6y=9.\frac{x+4}{2} \Rightarrow 4y=3x+2 \Rightarrow 3x-4y+12=0$

CamScanner

13. $y = 4x + c$ রেখাটি $y^2 = 32x$ পরাবৃত্তকে স্পর্শ করলে c এর মান- [RU-C, মেঘনা-৩. 2023-24]

A. 2 B. – 128 C. 128 D. $\frac{1}{2}$

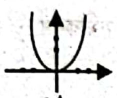
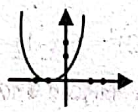
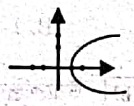
S(A) Why $c = \frac{a}{m} \Rightarrow c = \frac{8}{4} = 2$

14. $y^2 = 4x$ পরাবৃত্তের উপরিস্থিত P বিন্দুর কোটি 6 হলে ঐ বিন্দুর উপকেন্দ্রিক দূরত্ব কত? [JU-A, Set-N. 22-23]

A. $3\sqrt{2}$ B. $2\sqrt{3}$
C. 10 D. $3\sqrt{5}$

S(C) Why $y^2 = 4.1.x \therefore a = 1$
কোটি $= 6 \therefore 6^2 = 4x \therefore x = 9$
উপকেন্দ্রিক দূরত্ব, $SP = a + x = 1 + 9 = 10$

15. $y= (x+1)^2$ সমীকরণের লেখ কোনটি? [DU. 98-99]

A.  B. 
C. D. 

S(B) Why $y = (x + 1)^2$
পরাবৃত্তটির শীর্ষ $= (-1, 0)$ এবং $x^2 = 4ay$ আকারের

16. $25x^2 +16y^2 = 400$ এর উৎকেন্দ্রিকতা হবে- [DU. 19-20, 17-18; JU. 12-13, 09-10; BSFMSTU. 19-20; DU. 11-12, 07-08, 05-06, 97-98; CoU. 08-09, 07-08; JU. 18-19]

A. $\frac{3}{5}$ B. $\frac{3}{4}$ C. $\frac{4}{5}$ D. $\frac{2}{3}$

S(A) Why দেওয়া আছে, $25x^2 + 16y^2 = 400$
বা, $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{25} = 1 \therefore e = \sqrt{1 - \frac{16}{25}} = \frac{3}{5}$

17. $4x^2 + y^2=2$ উপবৃত্তটির বৃহৎ ও ক্ষুদ্র অক্ষের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে- [DU. 16-17]

A. 4 and 2 B. 2 and 4
C. $\sqrt{2}$ and $2\sqrt{2}$ D. $2\sqrt{2}$ and $\sqrt{2}$

S(D) Why $4x^2 + y^2 = 2$
বা, $\frac{x^2}{\frac{1}{2}} + \frac{y^2}{2} = 1; a = \frac{1}{\sqrt{2}}; b = \sqrt{2} \therefore b > a$
$\therefore$ বৃহদাক্ষ $= 2b = 2\sqrt{2}$, ক্ষুদ্রাক্ষ $= 2a = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$

18. $16x^2 + 25y^2 = 400$ উপবৃত্তের উপকেন্দ্রিকতা কোনটি? [JU-A, Set-O. 2021-22]

A. $\frac{1}{25}$ B. $\frac{1}{5}$ C. $\frac{13}{25}$ D. $\frac{3}{5}$

S(D) Why $16x^2 + 25y^2 = 400 \Rightarrow \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1 \therefore e = \sqrt{1 - \frac{16}{25}} = \frac{3}{5}$

19. $9x^2+16y^2 = 144$ উপবৃত্তের নিয়ামক রেখাদ্বয়ের সমীকরণ কোনটি? [JU. 15-16]

A. $\sqrt{3}x = \sqrt{4}y$ B. $\sqrt{7}x = \pm 12$
C. $\sqrt{7}x = \pm 9$ D. $\sqrt{7}x = \pm 16$

S(D) Why $9x^2 + 16y^2 = 144 \Rightarrow \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$
উৎকেন্দ্রিকতা, $e = \sqrt{1 - \frac{9}{16}} = \frac{\sqrt{7}}{4}$
নিয়ামক $x = \pm a/e \Rightarrow x = \pm \frac{4}{\frac{\sqrt{7}}{4}} = \pm \frac{16}{\sqrt{7}} \Rightarrow x = \pm \frac{16}{\sqrt{7}} \Rightarrow \sqrt{7}x = \pm 16$

20. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{m} = 1$ উপবৃত্তটি (4,6) বিন্দু দিয়ে অতিক্রম করলে উৎকেন্দ্রিকতা কোনটি? [RU-C, পদ্মা-২, 2023-24]

A. $\frac{2}{\sqrt{3}}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $\sqrt{3}$ D. $\sqrt{2}$

S(B) Why $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{m} = 1$ উপবৃত্তটি (4,6)বিন্দুগামী বলে, $\frac{4^2}{25} + \frac{6^2}{m} = 1$
$\Rightarrow m = \frac{6^2}{1 - \frac{4^2}{25}} = 100 \therefore \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{100} = 1$ উপবৃত্তের উৎকেন্দ্রিকতা
$e = \sqrt{1 - \frac{25}{100}} = \sqrt{1 - \frac{1}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

21. $4x^2 + py^2 = 80$ উপবৃত্তটি (0, ±4) বিন্দু দিয়ে অতিক্রম করলে, ইহার উৎকেন্দ্রিকতা কোনটি?[CU-A, Set-3. 20-21, JU. 18-19, KU. 03-04; PUST. 11-12; রা.বো. ২০১০; য.বো. ২০০৮]

A. 1/5 B. 1/3 C. $1/\sqrt{5}$ D. $1/\sqrt{3}$

S(C) Why $4x^2 + py^2 = 80$ উপবৃত্তটি (0, ±4) বিন্দু সমী হলে, $p(\pm 4)^2 = 80$
$\therefore p = 5 \therefore 4x^2 + 5y^2 = 80 \Rightarrow \frac{x^2}{20} + \frac{y^2}{16} = 1 \therefore e = \sqrt{\frac{20 - 16}{20}} = \frac{1}{\sqrt{5}}$

22. $2x^2 + y^2 - 8x - 2y + 1 = 0$ উপবৃত্তটির কেন্দ্রের স্থানাঙ্ক কোনটি? [GST-A. 22-23]

A. (2, 1) B. (–2, 1)
C. (1, 2) D. (1, –2)

S(A) Why $2x^2 + y^2 - 8x - 2y + 1 = 0$
$\Rightarrow 2x^2 - 8x = -(y^2 - 2y + 1) = -(y - 1)^2$
$\Rightarrow 2(x^2 - 4x + 4) + (y - 1)^2 = 8$
$\Rightarrow \frac{(x-2)^2}{4} + \frac{(y-1)^2}{8} = 1 \therefore$ কেন্দ্র $= (2, 1)$

Aspect Special: কেন্দ্র $= \left(\frac{x \text{ এর সহগ}}{(-2) \times x^2 \text{ এর সহগ}}, \frac{y \text{ এর সহগ}}{(-2) \times y^2 \text{ এর সহগ}}\right)$
$= \left(\frac{-8}{(-2) \times 2}, \frac{-2}{(-2) \times 1}\right) \equiv (2, 1)$

23. $\frac{(x+4)^2}{100} + \frac{(y-2)^2}{64} = 1$ উপবৃত্তটির উৎকেন্দ্রিকতা কোনটি? [CU-A, Shift-2. 22-23]

A. 1 B. $\frac{3}{5}$ C. $\frac{5}{4}$ D. $\frac{4}{5}$

S(B) Why এখানে, $a = 10, b = 8$, এখানে, $a > b$
$\therefore e = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}} = \sqrt{1 - \frac{8^2}{10^2}} = \frac{3}{5}$

24. একটি উপবৃত্তের উপকেন্দ্রিক লম্ব ক্ষুদ্র অক্ষের অর্ধেক; e এর মান কোনটি? [JU. 17-18; CU. 11-12; RU. 08-09; BU. 18-19]

A. $\frac{2}{\sqrt{3}}$ B. $\frac{1}{\sqrt{3}}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{3}{\sqrt{2}}$

S(C) Why $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$
উপবৃত্তের উপকেন্দ্রিক লম্ব $= \frac{2b^2}{a}$ এবং ক্ষুদ্র অক্ষ $= 2b$;
প্রশ্নমতে, $\frac{2b^2}{a} = b \therefore \frac{b}{a} = \frac{1}{2} \therefore e = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}} = \sqrt{1 - \frac{1}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

25. $y = 2x + c$ রেখাটি $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$ উপবৃত্তের স্পর্শক হলে, c এর মান কত? [RU-Neptune-2, Set-1. 21-22]

A. ± 19 B. – 19 C. 19 D. $\pm\sqrt{19}$

S(D) Why শর্তমতে, $c^2 = a^2 m^2 + b^2$
$\Rightarrow c^2 = 4 \times 2^2 + 3 \Rightarrow c^2 = 19 \therefore c = \pm\sqrt{19}$

26. $y^2 - x^2 = 1$ অধিবৃত্তটির শীর্ষবিন্দু দুইটির স্থানাঙ্ক কত? [JU-A, Set-F, 2021-22]
A. $(0, \pm 1)$ B. $(\pm 1, 0)$
C. $(0, \pm 2)$ D. $(\pm 2, 0)$

S Ⓐ Why? $y^2 - x^2 = 1$; শীর্ষবিন্দু $(x,y) = (0, \pm b) = (0, \pm 1)$

27. $9x^2 - 4y^2 + 36 = 0$ অধিবৃত্তের উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য- [RU-C, শাখা-৩, 2023-24]
A. $\frac{9}{2}$ B. 9 C. $\frac{8}{3}$ D. $\frac{4}{3}$

S Ⓒ Why? $9x^2 - 4y^2 + 36 = 0$
$\Rightarrow 4y^2 - 9x^2 = 36 \Rightarrow \frac{y^2}{9} - \frac{x^2}{4} = 1$
∴ উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য $= \frac{2a^2}{b} = \frac{2 \times 4}{3} = \frac{8}{3}$ একক

28. $9x^2 - 4y^2 + 36 = 0$ অধিবৃত্তের উৎকেন্দ্রিকতা কত? [RU, Sinovac, Set-1, 20-21]
A. $\frac{3}{\sqrt{13}}$ B. $\frac{\sqrt{13}}{3}$ C. $\frac{\sqrt{10}}{4}$ D. $\frac{4}{\sqrt{10}}$

S Ⓑ Why? $9x^2 - 4y^2 + 36 = 0 \Rightarrow \frac{y^2}{3^2} - \frac{x^2}{2^2} = 1$
$\therefore e = \sqrt{\frac{9+4}{9}} = \frac{\sqrt{13}}{3}$

29. $x^2 - 8y^2 = 2$ অধিবৃত্তের উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য কত? [CU-A, Set-3, 20-21, CU, 15-16; RU, 09-10]
A. 4 B. $\frac{1}{2\sqrt{2}}$ C. $\frac{2}{\sqrt{3}}$ D. $\sqrt{3}$

S Ⓑ Why? $x^2 - 8y^2 = 2$ অধিবৃত্তের উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য $= \frac{2 \times \frac{1}{4}}{\sqrt{2}} = \frac{1}{2\sqrt{2}}$

30. $2x^2 - 3y^2 = 6$ এর উৎকেন্দ্রিকতা- [DU-7clg, 22-23]
A. $\sqrt{\frac{3}{2}}$ B. $\sqrt{\frac{5}{3}}$ C. $\frac{\sqrt{13}}{3}$ D. $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}}$

S Ⓑ Why? $2x^2 - 3y^2 = 6 \Rightarrow \frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{2} = 1$
$\Rightarrow \frac{x^2}{(\sqrt{3})^2} - \frac{y^2}{(\sqrt{2})^2} = 1 \therefore e = \sqrt{1 + \frac{2}{3}} = \sqrt{\frac{5}{3}}$

31. $9x^2 - 16y^2 - 18x - 64y - 199 = 0$ অধিবৃত্তের অসীমতটদ্বয়ের ছেদবিন্দুর স্থানাঙ্ক কত? [RU, Moderna, Set-2, 20-21]
A. (2, 1) B. (1, 2) C. (1, −2) D. (−2, 1)

S Ⓑ Why? অধিবৃত্তের অসীমতট দ্বয়ের ছেদবিন্দু = অধিবৃত্তের কেন্দ্র = (1, 2)

32. $4x^2 - 9y^2 - 8x + 18y - 41 = 0$ কনিকের অসীমতটদ্বয়ের ঢালের গুণফল কত? [SUST 19-20]
A. $-\frac{4}{9}$ B. −1 C. $\frac{4}{9}$ D. $\frac{3}{2}$

S Ⓒ Why? অধিবৃত্তের সমীকরণে x^2 এর সহগ = 4 এবং y^2 এর সহগ = −9
∴ অসীমতটদ্বয়ের ঢালের গুণফল $= \frac{x^2 \text{ এর সহগ}}{y^2 \text{ এর সহগ}} = \frac{4}{-9} = -\frac{4}{9}$

PRIME TEST

01. $9x^2 + 16y^2 = 144$ উপবৃত্তের নিয়ামক রেখাদ্বয়ের সমীকরণ কোনটি?
Ⓐ $\sqrt{3}x = \sqrt{4}y$ Ⓑ $\sqrt{7}x = \pm 12$
Ⓒ $\sqrt{7}x = \pm 9$ Ⓓ $\sqrt{7}x = \pm 16$

02. $2x^2 - 4xy + 3y^2 - x + y - 1 = 0$ সমীকরণের জ্যামিতিক রূপ কোনটি?
Ⓐ অধিবৃত্ত Ⓑ পরাবৃত্ত
Ⓒ উপবৃত্ত Ⓓ বৃত্ত

03. $x^2 + 4xy + 4y^2 + 2x + 4y + 1 = 0$ কীসের সমীকরণ?
Ⓐ যুগল সরলরেখা Ⓑ বৃত্ত
Ⓒ উপবৃত্ত Ⓓ পরাবৃত্ত

04. $y^2 + 4x + 2y - 8 = 0$ পরাবৃত্তের শীর্ষবিন্দু হবে-
Ⓐ $\left(\frac{9}{4}, -1\right)$ Ⓑ $\left(-\frac{9}{4}, 1\right)$ Ⓒ (0, 2) Ⓓ (2, 0)

05. $x^2 + 4x + 2y = 0$ পরাবৃত্তের শীর্ষ বিন্দু-
Ⓐ (−2, 2) Ⓑ (2, −2) Ⓒ (−2, 3/2) Ⓓ (3/2, 2)

06. $3x^2 - 4y + 6x - 5 = 0$ পরাবৃত্তের দিকাক্ষের সমীকরণ নির্ণয় কর-
Ⓐ $3y + 7 = 0$ Ⓑ $x = -7$ Ⓒ $x + y = 0$ Ⓓ $x = y - 3$

07. $3y^2 = 7x$ পরাবৃত্তের নিয়ামক বা দিকাক্ষের সমীকরণ কত?
Ⓐ $3x - 7 = 0$ Ⓑ $12x + 7 = 0$
Ⓒ $3x + 7 = 0$ Ⓓ $3x + 7 = 0$

08. $y = 2x + b$ রেখাটি $y^2 = 16x$ প্যারাবোলাকে স্পর্শ করে, তবে b = ?
Ⓐ −2 Ⓑ 2 Ⓒ −1 Ⓓ 1

09. $y = x + 3$ রেখাটি $y^2 = 4ax$ পরাবৃত্তকে স্পর্শ করলে পরাবৃত্তের উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য-
Ⓐ 3 Ⓑ 4 Ⓒ 12 Ⓓ 16

10. $x^2 - 4x + 12y - 40 = 0$ পরাবৃত্তের উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য-
Ⓐ 12 Ⓑ 8 Ⓒ 6 Ⓓ 4

11. $25x^2 + 16y^2 = 400$ এর উৎকেন্দ্রিকতা হবে-
Ⓐ $\frac{3}{5}$ Ⓑ $\frac{3}{4}$ Ⓒ $\frac{4}{5}$ Ⓓ $\frac{2}{3}$

12. $4x^2 + y^2 = 2$ উপবৃত্তটির বৃহৎ ও ক্ষুদ্র অক্ষের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে-
Ⓐ 4 and 2 Ⓑ 2 and 4 Ⓒ $\sqrt{2}$ and $2\sqrt{2}$ Ⓓ $2\sqrt{2}$ and $\sqrt{2}$

13. $2x^2 + 3y^2 = 1$ উপবৃত্তের (ellipse) উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য কত?
Ⓐ $\frac{\sqrt{2}}{3}$ Ⓑ $\frac{2}{\sqrt{3}}$ Ⓒ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ Ⓓ $\frac{2\sqrt{2}}{3}$

14. $(x^2/25) + (y^2/9) = 1$ উপবৃত্তের দিকাক্ষের সমীকরণ-
Ⓐ $4p = \pm 25$ Ⓑ $y = 4ax$
Ⓒ $5y = \pm 16$ Ⓓ $4x = \pm 25$

15. $2x^2 + 3y^2 = 1$ উপবৃত্তের উপকেন্দ্র-
Ⓐ $\left(\frac{1}{2}, 0\right)$ Ⓑ $\left(\frac{1}{3}, 0\right)$ Ⓒ $\left(\frac{1}{\sqrt{2}}, 0\right)$ Ⓓ $\left(\pm\frac{1}{\sqrt{6}}, 0\right)$

16. $9x^2 + 5y^2 = 45$ উপবৃত্তের উপকেন্দ্রদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব কত?
Ⓐ 5 Ⓑ 4
Ⓒ 6 Ⓓ 3

17. $x^2 - y^2 = 2$ অধিবৃত্তের ফোকাসদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব কোনটি?
Ⓐ 2 Ⓑ $2\sqrt{2}$
Ⓒ 4 Ⓓ $4\sqrt{2}$

18. $x^2 + 4y^2 = 1$ উপবৃত্তটির উৎকেন্দ্রিকতা কত?
Ⓐ 3 Ⓑ $\frac{\sqrt{3}}{2}$
Ⓒ $\frac{1}{\sqrt{3}}$ Ⓓ $\frac{1}{\sqrt{2}}$

19. $y = 3x + 1$ রেখাটি $y^2 = 4ax$ পরাবৃত্তের স্পর্শ করে তবে উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য কত?
Ⓐ 8 Ⓑ 10
Ⓒ 12 Ⓓ 12.5

20. $y^2 - 4y - x^2 + 6x = 12$ সমীকরণটি কোন ধরনের কণিক?
Ⓐ বৃত্ত (Circle) Ⓑ উপবৃত্ত (Ellipse)
Ⓒ পরাবৃত্ত (Parabola) Ⓓ অধিবৃত্ত (Hyperbola)

CamScanner

Answer Analysis

প্রশ্ন	উত্তর	ব্যাখ্যা
01	D	$9x^2+16y^2=144 \Rightarrow \frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1$ উৎকেন্দ্রিকতা, $e=\sqrt{1-\frac{9}{16}}=\frac{\sqrt{7}}{4}$ নিয়ামক $x=\pm a/e \Rightarrow x=\pm\frac{4}{\frac{\sqrt{7}}{4}}=\pm\frac{16}{\sqrt{7}} \Rightarrow x=\pm\frac{16}{\sqrt{7}} \Rightarrow \sqrt{7}x=\pm16$
02	C	$2x^2-4xy+3y^2-x+y-1=0$ কে $ax^2+bxy+cy^2+dx+ey+f=0$ এর সাথে তুলনা করে পাই, $a=2$ $b=-4; c=3$; $b^2-4ac=(-4)^2-4.2.3=16-24=-8<0$ এখানে $b^2-4ac<0$ এবং $a\neq c$ ∴ সমীকরণটি উপবৃত্তের
03	D	$ax^2+bxy+cy^2+dx+ey+f=0$ এর সাথে তুলনা করে পাই, $a=1; b=4; c=4$ ∴ $b^2-4ac=4^2-4.1.4=0$ ∴ সমীকরণটি পরাবৃত্ত।
04	A	$y^2+4x+2y-8=0 \Rightarrow y^2+2y=8-4x$ $\Rightarrow y^2+2.1.y+1=8-4x+1 \Rightarrow (y+1)^2=-4\left(x-\frac{9}{4}\right)$ ∴ শীর্ষবিন্দু $\left(\frac{9}{4},-1\right)$
05	A	$x^2+4x+2y=0 \Rightarrow x^2+4x+4=-2y+4$ $\Rightarrow (x+2)^2=-2(y-2)$ ∴ শীর্ষ বিন্দু $(-2,2)$
06	A	$3x^2-4y+6x-5=0$ ∴ $x^2-\frac{4}{3}y=2x-\frac{5}{3}=0$ $\Rightarrow x^2+2x=\frac{4y+5}{3} \Rightarrow (x^2+2x+1)=\frac{4y+5}{3}+1$ $\Rightarrow (x+1)^2=\frac{4y+8}{3} \Rightarrow (x+1)^2=\frac{4}{3}(y+2)$ ∴ দিকাক্ষ $y+a=0$ $y=y+2$ $\Rightarrow y+2+\frac{1}{3}=0$ $a=\frac{1}{3}$ ∴ $3y+7=0$
07	B	$3y^2=7x \Rightarrow y^2=4.\frac{7}{12}x$ ∴ দিকাক্ষের সমীকরণ, $x+\frac{7}{12}=0 \Rightarrow 12x+7=0$
08	B	$y=mx+c$ রেখাটি $y^2=4ax$ প্যারাবোলাকে স্পর্শ করার শর্ত: $c=\frac{a}{m}$ ∴ $b=\frac{4}{2}=2$
09	C	$y=x+3$ রেখাটি $y^2=4ax$ পরাবৃত্তকে স্পর্শ করলে $3=\frac{a}{1}$ হবে ∴ $y^2=4.3.x=12x$ ∴ উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য = 12
10	A	$x^2-4x+12y-40=0$ $\Rightarrow (x-2)^2=-12y+40+4=-12y+44$ $\Rightarrow (x-2)^2=-12(y-\frac{11}{3})=4.(-3).(y-\frac{11}{3})$ ∴ উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য $=\|4a\|=\|4.(-3)\|=12$
11	A	দেওয়া আছে, $25x^2+16y^2=400$ বা, $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{25}=1$ ∴ $e=\sqrt{1-\frac{16}{25}}=\frac{3}{5}$

প্রশ্ন	উত্তর	ব্যাখ্যা
12	C	$4x^2+y^2=2$ বা, $\frac{x^2}{\frac{1}{2}}+\frac{y^2}{2}=1; a=\frac{1}{\sqrt{2}}; b=\sqrt{2}$ ∴ $b>a$ ∴ বৃহদাক্ষ $=2b=2\sqrt{2}$, ক্ষুদ্রাক্ষ $=2a=\frac{2}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}$
13	D	$2x^2+3y^2=1$বা, $\frac{x^2}{\frac{1}{2}}+\frac{y^2}{\frac{1}{3}}=1\ (a>b)$ ∴ উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য $=\frac{2b^2}{a}=\frac{2.\frac{1}{3}}{\frac{1}{\sqrt{2}}}=\frac{2.\sqrt{2}}{3}$
14	D	$e=\sqrt{1-\frac{b^2}{a^2}}=\sqrt{1-\frac{9}{25}}=\frac{4}{5}$ ∴ দিকাক্ষের সমীকরণ, $x=\pm\frac{a}{e}=\pm\frac{5}{\frac{4}{5}}=\pm\frac{25}{4} \Rightarrow 4x=\pm25$
15	D	$2x^2+3y^2=1 \Rightarrow \frac{x^2}{\frac{1}{2}}+\frac{y^2}{\frac{1}{3}}=1$ উৎকেন্দ্রিকতা $e=\sqrt{1-\frac{\frac{1}{3}}{\frac{1}{2}}}=\sqrt{1-\frac{2}{3}}=\frac{1}{\sqrt{3}}$ উপকেন্দ্রের স্থানাংক $(\pm ae, 0)=\left(\pm\frac{1}{\sqrt{2}}.\frac{1}{\sqrt{3}},0\right)=\left(\pm\frac{1}{\sqrt{6}},0\right)$
16	B	$9x^2+5y^2=45 \Rightarrow \frac{x^2}{5}+\frac{y^2}{9}=1$ Here, $a=\sqrt{5}, b=3$ and $e=\sqrt{1-\frac{a^2}{b^2}}=\sqrt{1-\frac{5}{9}}=\frac{2}{3}$ ∴ উপবৃত্তের উপকেন্দ্রদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব $=2be=2\times3\times\frac{2}{3}=4$
17	C	$x^2-y^2=2 \Rightarrow \frac{x^2}{2}-\frac{y^2}{2}=1$ ∴ $a\sqrt{2}, b=\sqrt{2}$ $e=\sqrt{\frac{a^2+b^2}{b^2}}=\sqrt{\frac{2+2}{2}}=\sqrt{2}$ ∴ ফোকাসদ্বয়ের দূরত্ব $=2ae=2(\sqrt{2})\sqrt{2}=4$
18	B	$x^2+4y^2=1 \Rightarrow \frac{x^2}{1}+\frac{y^2}{\frac{1}{4}}=1$ ∴ উৎকেন্দ্রিকতা, $e=\sqrt{1-\frac{\frac{1}{4}}{1}}=\sqrt{1-\frac{1}{4}}=\sqrt{\frac{3}{4}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$
19	C	$y=mx+c$ রেখাটি $y^2=4ax$ পরাবৃত্তকে স্পর্শ করা সত্ত্বেও $c=\frac{a}{m}$ ∴ $1=\frac{a}{3} \Rightarrow a=3$ সুতরাং উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য $=\|4a\|=4\times3=12$
20	D	x^2 ও y^2 এর সহগ ও চিহ্ন ভিন্ন এবং xy পদ অনুপস্থিত ∴ কণিকটি অধিবৃত্ত।

CamScanner

অধ্যায় ০৭ বিপরীত ত্রিকোণমিতিক ফাংশন ও সমীকরণ

গণিত ২য় পত্র

TOPICS	সাজেশন্‌স	V.V.I RATE
TOPIC-01	বিপরীত বৃত্তীয় ফাংশনের সূত্রাবলী সংক্রান্ত গাণিতিক প্রয়োগ	★★
TOPIC-02	বিপরীত বৃত্তীয় ফাংশনের রূপান্তর করে মান নির্ণয় সংক্রান্ত	★★
TOPIC-03	বিপরীত ত্রিকোণমিতিক সমীকরণ সংক্রান্ত সমাধান	★★★
TOPIC-04	বিপরীত ত্রিকোণমিতিক সমীকরণের প্রমাণ সংক্রান্ত সমস্যা	★★
TOPIC-05	সাধারণ সূত্রাবলী সংক্রান্ত সমস্যা	★★
TOPIC-06	$a\cos\theta + b\sin\theta = c$ [where $\lvert c\rvert \le \sqrt{a^2+b^2}$] আকৃতির ত্রিকোণমিতিক সমীকরণ সংক্রান্ত সমস্যা	★★
TOPIC-07	cot, tan, sec, cosec বিশিষ্ট ত্রিকোণমিতিক সমীকরণ সংক্রান্ত সমস্যা	★
TOPIC-08	sin, cos বিজোড় সংখ্যক সমীকরণ সংক্রান্ত সমস্যা	★★
TOPIC-09	কতগুলো ত্রিকোণমিতিক অনুপাত গুণ আকারে থাকলে	★
TOPIC-10	sin, cos, tan, sec এর দ্বিঘাতরাশি সম্বলিত পদ থাকলে	★

এক নজরে গুরুত্বপূর্ণ সূত্রাবলি

বিপরীত বৃত্তীয় ফাংশনের প্রয়োজনীয় সূত্রাবলী:

প্রয়োজনীয় সূত্র
$\sin^{-1}x \pm \sin^{-1}y = \sin^{-1}\left\{x\sqrt{1-y^2} \pm y\sqrt{1-x^2}\right\}$
$\cos^{-1}x \pm \cos^{-1}y = \cos^{-1}\left\{xy \mp \sqrt{(1-x^2)(1-y^2)}\right\}$
ii. $\tan^{-1}x + \tan^{-1}y = \tan^{-1}\frac{x+y}{1-xy}$
v. $\tan^{-1}x - \tan^{-1}y = \tan^{-1}\frac{x-y}{1+xy}$
$\tan^{-1}x + \tan^{-1}y + \tan^{-1}z = \tan^{-1}\frac{x+y+z-xyz}{1-yz-zx-xy}$
$\tan^{-1}x = \tan^{-1}\frac{2x}{1-x^2} = \sin^{-1}\frac{2x}{1+x^2} = \cos^{-1}\frac{1-x^2}{1+x^2}$
$\sin^{-1}x + \cos^{-1}x = \frac{\pi}{2}$ ii. $\tan^{-1}x + \cot^{-1}x = \frac{\pi}{2}$
ii. $\sec^{-1}x + \mathrm{cosec}^{-1}x = \frac{\pi}{2}$
$n^{-1}x = \cos^{-1}\sqrt{1-x^2} = \tan^{-1}\frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$
$2\sin^{-1}x = \sin^{-1}\left(2x\sqrt{1-x^2}\right)$
. $2\cos^{-1}x = \cos^{-1}(2x^2-1)$
$3\sin^{-1}x = \sin^{-1}(3x-4x^3)$ ii. $3\cos^{-1}x = \cos^{-1}(4x^3-3x)$
. $3\tan^{-1}x = \tan^{-1}\frac{3x-x^3}{1-3x^2}$
$n\theta = \sin\alpha \Leftrightarrow \theta = n\pi + (-1)^n\alpha$
$s\theta = \cos\alpha \Leftrightarrow \theta = 2n\pi \pm \alpha$
$n\theta = \tan\alpha \Leftrightarrow \theta = n\pi + \alpha$
$n\theta = 0 \Leftrightarrow \theta = n\pi$
$s\theta = 0 \Leftrightarrow \theta = (2n+1)\frac{\pi}{2}$
$n\theta = 0 \Leftrightarrow \theta = n\pi$

প্রয়োজনীয় সূত্র
$\sin\theta = 1 \Leftrightarrow \theta = (4n+1)\frac{\pi}{2}$
$\sin\theta = -1 \Leftrightarrow \theta = (4n-1)\frac{\pi}{2}$
$\cos\theta = 1 \Leftrightarrow \theta = 2n\pi$
$\cos\theta = -1 \Leftrightarrow \theta = (2n+1)\pi$

জাতীয় বিশ্ববিদ্যালয়ের জন্য কমনউপযোগী গুরুত্বপূর্ণ প্রশ্ন

01. $\sin^{-1}x + \sin^{-1}y = \frac{\pi}{2}$ হলে কোনটি সঠিক? [DU. 17-18; KU. 17-18; IU. 14-15, 07-08, 04-05; RU. 12-13, 06-07; CoU. 18-19; BUET. 10-11]

A. $x^2+y^2=1$ B. $x^2-y^2=1$ C. $x+y=1$ D. $x-y=1$

S Ⓐ Why $\sin^{-1}x + \sin^{-1}y = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \sin^{-1}x = \frac{\pi}{2} - \sin^{-1}y$

$\Rightarrow x = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \sin^{-1}y\right) = \cos(\sin^{-1}y) \Rightarrow x = \cos, \cos^{-1}\sqrt{1-y^2}$

$\Rightarrow x = \sqrt{1-y^2} \Rightarrow x^2 = 1-y^2 \therefore x^2+y^2=1$

02. $\cos^{-1}x$ এর রেঞ্জ কোনটি? [JU-A, Set-O, 2023-24]

A. $(-1, 1)$ B. $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ C. $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ D. $[0, \pi]$

S Ⓓ Why সরাসরি সূত্র।

03. $\tan\left(\tan^{-1}\frac{1}{3} + \tan^{-1}\frac{1}{2}\right)$ এর মান কোনটি? [JU-A, Set-R. 22-23; JU-A, Set-M. 2021-22, JU. 18-19; DU. 12-13; RU. 17-18, 13-14]

A. $\frac{\pi}{4}$ B. 1 C. $\frac{5}{6}$ D. $-\frac{5}{6}$

S Ⓑ Why $\tan\left(\tan^{-1}\frac{1}{3} + \tan^{-1}\frac{1}{2}\right) = \tan\left(\tan^{-1}\frac{\frac{1}{3}+\frac{1}{2}}{1-\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}}\right)$

$= \tan(\tan^{-1}1) = \tan\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1$

04. $\tan^{-1}\frac{1}{3} + \frac{1}{2}\tan^{-1}\frac{1}{7}$ এর মান কোনটি? [RU-C, স্মৃতি-৩, 2023-24]

A. $\frac{\pi}{4}$ B. $\frac{\pi}{8}$ C. $\tan^{-1}\frac{13}{16}$ D. $\frac{1}{2}\tan^{-1}\frac{13}{16}$

S Ⓑ Why $\tan^{-1}\frac{1}{3} + \frac{1}{2}\tan^{-1}\frac{1}{7} = \frac{1}{2}\times 2\tan^{-1}\frac{1}{3} + \frac{1}{2}\tan^{-1}\frac{1}{7}$

$= \frac{1}{2}\times\tan^{-1}\frac{2\times\frac{1}{3}}{1-\frac{1}{9}} + \frac{1}{2}\tan^{-1}\frac{1}{7} = \frac{1}{2}\times\tan^{-1}\frac{3}{4} + \frac{1}{2}\tan^{-1}\frac{1}{7}$

$= \frac{1}{2}\left(\tan^{-1}\frac{3}{4} + \tan^{-1}\frac{1}{7}\right) = \frac{1}{2}\tan^{-1}\frac{\frac{3}{4}+\frac{1}{7}}{1-\frac{3}{4}\times\frac{1}{7}} = \frac{1}{2}\tan^{-1}(1) = \frac{1}{2}\times\frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{8}$

05. $\sec^2(\cot^{-1}3) + \mathrm{cosec}^2(\tan^{-1}2) = ?$ [DU. 15-16]

A. $\frac{85}{36}$ B. $\frac{36}{85}$ C. $\frac{10}{9}$ D. $\frac{9}{10}$

S Ⓐ Why $\sec^2(\cot^{-1}3) + \mathrm{cosec}^2(\tan^{-1}2)$

$= \sec^2\left(\tan^{-1}\frac{1}{3}\right) + \mathrm{cosec}^2\left(\cot^{-1}\frac{1}{2}\right)$

$= 1 + \tan^2\left(\tan^{-1}\frac{1}{3}\right) + 1 + \cot^2\left(\tan^{-1}\frac{1}{3}\right) = 1 + \frac{1}{9} + 1 + \frac{1}{4} = \frac{85}{36}$

CamScanner

06. $\sin(2\sin^{-1}x)$ এর মান কত? [RU. 18-19]

A. $\sqrt{1-x^2}$ B. $2x\sqrt{1-x^2}$
C. $2x$ D. $-2x\sqrt{1-x^2}$

S(B) Why $\sin(2\sin^{-1}x) = \sin\sin^{-1}(2x\sqrt{1-x^2}) = 2x\sqrt{1-x^2}$

07. $\tan^{-1}7 - \tan^{-1}\frac{3}{4} = ?$ [CU. 14-15, 07-08; RU. 10-11]

A. $\frac{\pi}{2}$ B. π C. $\frac{\pi}{4}$
D. $\frac{\pi}{3}$ E. $\frac{\pi}{6}$

S(C) Why $\tan^{-1}7 - \tan^{-1}\frac{3}{4} = \tan^{-1}\frac{7-\frac{3}{4}}{1+7.\frac{3}{4}} = \tan^{-1}\frac{25}{25} = \frac{\pi}{4}$

08. $\sec^2(\cot^{-1}3) + \text{cosec}^2(\tan^{-1}2)$ এর মান কত? [JU-A, Set-Q, 2021-22, KUET. 14-15]

A. $2\frac{13}{36}$ B. $3\frac{11}{13}$ C. $5\frac{7}{9}$ D. $5\frac{12}{13}$

S(A) Why $\sec^2(\cot^{-1}3) + \text{cosec}^2(\tan^{-1}2)$

$= \sec^2\left(\tan^{-1}\frac{1}{3}\right) + \text{cosec}^2\left(\cot^{-1}\frac{1}{2}\right) = 1 + \tan^2\left(\tan^{-1}\frac{1}{3}\right) + 1 + \cot^2\left(\cot^{-1}\frac{1}{2}\right)$

$= 1 + \left(\frac{1}{3}\right)^2 + 1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 1 + \frac{1}{9} + 1 + \frac{1}{4} = \frac{85}{36} = 2\frac{13}{36}$

09. $\sec^2(\tan^{-1}4) + \tan^2(\sec^{-1}3) = ?$ [JU-H. 19-20; CUET. 10-11; IU. 16-17; JU. 06-07]

A. 7 B. 9 C. 25 D. 12

S(C) Why $\sec^2(\tan^{-1}4) + \tan^2(\sec^{-1}3)$ | $\because \sec^2\theta - \tan^2\theta = 1$

$= 1 + \tan^2(\tan^{-1}4) + \sec^2(\sec^{-1}3) - 1$

$= 1 + 4^2 + 3^2 - 1 = 25$

10. $\cot\cos^{-1}\sin\tan^{-1}\frac{3}{4} =$ কোনটি? [RU-C, গুচ্ছ-৩, 2023-24]

A. $\frac{4}{3}$ B. $\frac{3}{16}$ C. $\frac{9}{4}$ D. $\frac{3}{4}$

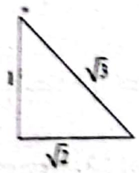
S(D) Why $\cot\cos^{-1}\sin\tan^{-1}\frac{3}{4} = \cot\cos^{-1}\sin\sin^{-1}\frac{3}{5}$

$= \cot\cos^{-1}\frac{3}{5} = \cot\cot^{-1}\frac{3}{4} = \frac{3}{4}$

11. যদি $x = \sqrt{2}$ হয়, তবে $\cos\sin^{-1}\tan\sin^{-1}\frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$ এর মান কত? [SUST-B. 19-20]

A. $\frac{1}{\sqrt{3}}$ B. 0 C. $\sqrt{2}$
D. 1 E. $\frac{1}{\sqrt{2}}$

S(E) Why $\cos\sin^{-1}\tan\sin^{-1}\frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$



$= \cos\sin^{-1}\tan\sin^{-1}\frac{1}{\sqrt{3}}\ [\because x = \sqrt{2}]$

$= \cos\sin^{-1}\tan\tan^{-1}\frac{1}{\sqrt{2}} = \cos\sin^{-1}\frac{1}{\sqrt{2}} = \cos\frac{\pi}{4} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

12. $\tan^{-1}\frac{2x}{1-x^2} = \sin^{-1}\frac{2a}{1+a^2} + \cos^{-1}\frac{1-b^2}{1+b^2}$ সমীকরণে $x = ?$ [RU-C, শুচ্ছ-২, 2023-24]

A. $\frac{a-b}{1+ab}$ B. $\frac{a+b}{1-ab}$ C. $\frac{2ab}{1+ab}$ D. $\frac{2ab}{1-ab}$

S(D) Why $\tan^{-1}\frac{2x}{1-x^2} = \sin^{-1}\frac{2a}{1+a^2} + \cos^{-1}\frac{1-b^2}{1+b^2}$

$\Rightarrow 2\tan^{-1}x = 2\tan^{-1}a + 2\tan^{-1}b \Rightarrow \tan^{-1}x = \tan^{-1}a + \tan^{-1}b$

$\Rightarrow \tan^{-1}x = \tan^{-1}\frac{a+b}{1-ab}\ \therefore x = \frac{a+b}{1-ab}$

13. যদি $A + B + C = \pi$, $\tan^{-1}2 = A$ এবং $\tan^{-1}3 = B$ হয়, তবে $C = ?$ [RU. 11-12, 06-07; IU. 04-05; CU. 06-07]

A. 1 B. 2 C. $\frac{\pi}{2}$
D. $\frac{\pi}{4}$ E. $\frac{2\pi}{3}$

S(D) Why $\tan^{-1}2 = A \Rightarrow \tan A = 2$ এবং $\tan^{-1}3 = B \Rightarrow \tan B = 3$

$A + B + C = \pi \Rightarrow A + B = \pi - C \Rightarrow \tan(A+B) = \tan(\pi - C)$

$\Rightarrow \frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A.\tan B} = -\tan C \Rightarrow \frac{2+3}{1-2.3} = -\tan C \Rightarrow \tan C = 1\ \therefore C = \frac{\pi}{4}$

14. যদি $\tan^{-1}2 + \tan^{-1}3 + \tan^{-1}4 = \theta$ হয়, $\tan\theta = ?$ [NSTU. 19-20; PSTU. 19-20, SUST. 08-09]

A. 9 B. $\frac{7}{2}$ C. $\frac{3}{5}$ D. $\frac{4}{5}$

S(C) Why $\tan^{-1}2 + \tan^{-1}3 + \tan^{-1}4 = \theta$

$\Rightarrow \tan^{-1}\frac{2+3+4-2.3.4}{1-2.3-3.4-4.2} = \theta \Rightarrow \tan^{-1}\frac{9-24}{1-6-12-8} = \theta$

$\Rightarrow \tan^{-1}\frac{-15}{-25} = \theta\ \therefore \tan\theta = \tan\left(\tan^{-1}\frac{3}{5}\right) = \frac{3}{5}$

15. $\sin\theta = \sin\frac{\pi}{4}$ হলে θ এর সাধারণ মান কত? [RU. 12-13]

A. $n\pi + \frac{\pi}{2}$ B. $n\pi + (-1)^n\frac{\pi}{4}$ C. $(2n+1)\frac{\pi}{4}$ D. কোনটিই নয়

S(B) Why As a formula.

16. $\cos\theta + \sin\theta = \sqrt{2}$ হলে, θ এর মান কোনটি? [JU-A, Set-G. 22-23; JU. 18-19; JnU. 07-08; RU. 16-17, 09-10, 06-07, 05-06; CU. 08-09; IU. 05-06, 04-05; CUET. 10-11; BUET. 02-03; SUST. 03-04; JUST. 18-19]

A. $2n\pi$ B. $(2n+1)\pi$ C. $2n\pi + \frac{\pi}{4}$ D. $(2n-1)\pi$

S(C) Why $\cos\theta + \sin\theta = \sqrt{2} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}\cos\theta + \frac{1}{\sqrt{2}}\sin\theta = 1$

$\Rightarrow \cos\left(\theta - \frac{\pi}{4}\right) = 1\ \therefore \theta - \frac{\pi}{4} = 2n\pi\quad \therefore \theta = 2n\pi + \frac{\pi}{4}$

17. $0 \le x \le \frac{\pi}{2}$ হলে, $\sqrt{3}\cos x + \sin x = 1$ এর সমাধান কোনটি? [RU-C, Feldspar-1. 22-23]

A. $x = 0$ B. $x = \frac{\pi}{6}$ C. $x = \frac{-3\pi}{2}$ D. $x = \frac{\pi}{2}$

S(D) Why $\sqrt{3}\cos x + \sin x = 1$

$\Rightarrow \sqrt{3}\cos x = 1 - \sin x \Rightarrow 3\cos^2x = 1 - 2\sin x + \sin^2x$

$\Rightarrow 3 - 3\sin^2x = 1 - 2\sin x + \sin^2x$

$\Rightarrow 4\sin^2x - 2\sin x - 2 = 0 \Rightarrow 4\sin^2x - 4\sin x + 2\sin x - 2 = 0$

$\Rightarrow 4\sin x(\sin x - 1) + 2(\sin x - 1) = 0$

$\Rightarrow (\sin x - 1)(4\sin x + 2) = 0$

হয়, $\sin x - 1 = 0$ অথবা, $4\sin x + 2 = 0$

$\Rightarrow \sin x = 1 = \sin\frac{\pi}{2}$ $\Rightarrow \sin x = -\frac{1}{2} = \sin\left(\frac{-\pi}{6}\right)$

$\Rightarrow x = \frac{\pi}{2}$ $\Rightarrow x = -\frac{\pi}{6}$

যেহেতু, $0 \le x \le \frac{\pi}{2}$ সুতরাং, $x = \frac{\pi}{2}$

CamScanner

18. $5\tan^2\theta - \sec^2\theta = 11\ (\pi < \theta < 2\pi)$ সমীকরণ $\theta = ?$ [RU-C, শান্তা-২, 2023-24]

A. $\frac{7\pi}{3}$ B. $\frac{2\pi}{3}$ C. $\frac{4\pi}{3}$ D. $\frac{\pi}{3}$

SⒹWhY $5\tan^2\theta - \sec^2\theta = 11 \Rightarrow 4\tan^2\theta - 1 = 11$

$\Rightarrow \tan^2\theta = 3 \Rightarrow \tan\theta = \sqrt{3} \Rightarrow \tan\theta = \tan\frac{\pi}{3} \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{3}$

19. $\sin x = \cos x$ হলে, x এর মান কোনটি? [JU. 14-15; CU. 9-10]

A. $\frac{\pi}{3}$ B. $\frac{5\pi}{4}$ C. $\frac{5\pi}{6}$ D. $\frac{\pi}{2}$

SⒷWhY [Option B এর মান x এর পরিবর্তে বসালে সমীকরণ সিদ্ধ হয়]

20. $\cot\theta - \tan\theta = \frac{6}{5}$ হলে, নিচের কোনটি সঠিক? [RU-C, Quartz-2. 22-23]

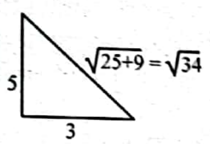
A. $\theta = \frac{1}{2}\cos^{-1}\left(\frac{5}{\sqrt{34}}\right)$ B. $\theta = \frac{1}{2}\cos^{-1}\left(\frac{3}{\sqrt{34}}\right)$

C. $\theta = \frac{1}{2}\cos^{-1}\left(\frac{10}{\sqrt{34}}\right)$ D. $\theta = \frac{1}{5}\cos^{-1}\left(\frac{3}{\sqrt{34}}\right)$

SⒷWhY $\cot\theta - \tan\theta = \frac{6}{5} \Rightarrow \frac{\cos\theta}{\sin\theta} - \frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{6}{5} \Rightarrow \frac{\cos^2\theta - \sin^2\theta}{\sin\theta\cos\theta} = \frac{6}{5}$

$\Rightarrow \frac{\cos 2\theta}{\frac{1}{2}\sin 2\theta} = \frac{6}{5} \Rightarrow \cot 2\theta = \frac{3}{5}$

$\Rightarrow \tan 2\theta = \frac{5}{3} \therefore 2\theta = \tan^{-1}\frac{5}{3} = \frac{1}{2}\cos^{-1}\left(\frac{3}{\sqrt{34}}\right)$



21. $\sin\theta\cos\theta = \frac{1}{4}$ হলে, θ এর মান কত? [CU-A, Set-1. 20-21]

A. π/3 B. π/6 C. π/12 D. π/16

SⒸWhY $\sin\theta\cos\theta = \frac{1}{4} \Rightarrow \sin 2\theta = \frac{1}{2} = \sin\frac{\pi}{6} \quad \therefore \theta = \frac{\pi}{12}$

22. $\tan 2x \tan x = 1$ সমীকরণে x এর কোন দু'টি মানই সঠিক নয়? [SUST. 11-12; BUTex. 13-14]

A. $\frac{7\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}$ B. $\frac{13\pi}{6}, \frac{15\pi}{6}$ C. $\frac{8\pi}{6}, \frac{9\pi}{6}$

D. $\frac{13\pi}{6}, \frac{11\pi}{6}$ E. $\frac{19\pi}{6}, \frac{17\pi}{6}$

SⒸWhY $\tan 2x \cdot \tan x = 1 \Rightarrow \frac{2\tan x}{1 - \tan^2 x} \cdot \tan x = 1$

$\Rightarrow 2\tan^2 x = 1 - \tan^2 x \Rightarrow 3\tan^2 x = 1$

$\therefore \tan x = \pm\frac{1}{\sqrt{3}} = \tan\left(\pm\frac{\pi}{6}\right) \quad x = n\pi \pm \frac{\pi}{6}$

এখানে, $n \in \mathbb{Z}$ ∴অপশন C এর মানগুলো $n \in \mathbb{Z}$ কে সমর্থন করে না।

23. $2\sin^2 x + 3\cos x - 3 = 0;\ 0 < x < \pi$ হলে, x এর মান কত? [RU-C, Jupitar-1, Set-1. 2021-22]

A. $\frac{5\pi}{6}$ B. $\frac{2\pi}{3}$ C. $\frac{\pi}{2}$ D. $\frac{\pi}{3}$

SⒹWhY $2\sin^2 x + 3\cos x - 3 = 0$

$\Rightarrow 2(1 - \cos^2 x) + 3\cos x - 3 = 0$

$\Rightarrow 2 - 2\cos^2 x + 3\cos x - 3 = 0$

$\Rightarrow 2\cos^2 x - 3\cos x + 1 = 0$

$\Rightarrow 2\cos^2 x - 2\cos x - \cos x + 1 = 0$

$\Rightarrow 2\cos x(\cos x - 1) - 1(\cos x - 1) = 0$

$\Rightarrow (\cos x - 1)(2\cos x - 1) = 0$

হয়, $\cos x - 1 = 0$ অথবা, $2\cos x - 1 = 0$

$\Rightarrow \cos x = 1 \therefore x = 0$ $\Rightarrow \cos x = \frac{1}{2} \therefore x = \frac{\pi}{3}$

24. $2\cos^2\theta + 2\sqrt{2}\cdot\sin\theta = 3$ হলে θ এর মান- [CU. 16-17; DU. 07-08; RU. 06-07; JnU. 08-09]

A. 30° B. 45° C. 60° D. 120°

SⒷWhY [Option এর মান θ এর পরিবর্তে বসিয়ে সিদ্ধ করে পাই।]

25. $2\cos^2\theta + 2\sqrt{2}\sin\theta = 3$ হলে θ এর মান- [JnU. 08-09; DU. 07-08; NSTU. 07-08; RU. 06-07; BUET. 08-09]

A. $2n\pi \pm \frac{\pi}{3}$ B. $n\pi \pm \frac{\pi}{4}$ C. $2n\pi \pm \frac{\pi}{2}$ D. $n\pi \pm \frac{\pi}{6}$

SⒷWhY $2\cos 2\theta + 2\sqrt{2}\sin\theta = 3$

এখানে θ এর পরিবর্তে অপশনের মান বসানোর পর যেটি দ্বারা সিদ্ধ হবে সেটি হবে সঠিক উত্তর।

θ = 45° বসালে ডান পক্ষের সমান মান অর্থাৎ 3 পাওয়া যায়।

PRIME TEST

01. $\sin^{-1}x + \sin^{-1}y = \frac{\pi}{2}$ হলে কোনটি সঠিক?

Ⓐ $x^2 + y^2 = 1$ Ⓑ $x^2 - y^2 = 1$ Ⓒ $x + y = 1$ Ⓓ $x - y = 1$

02. $\tan^{-1}6 + \tan^{-1}\frac{7}{5}$ এর মান-

Ⓐ $\frac{\pi}{2}$ Ⓑ $\frac{3\pi}{2}$ Ⓒ $\frac{3\pi}{4}$ Ⓓ $\frac{\pi}{3}$

03. $\tan^{-1}1 + \tan^{-1}\frac{1}{2} + \tan^{-1}\frac{1}{3}$ এর মান-

Ⓐ $\frac{\pi}{3}$ Ⓑ $\frac{3\pi}{2}$ Ⓒ π Ⓓ $\frac{\pi}{2}$

04. $\tan\left(\sin^{-1}\frac{1}{2} + \cos^{-1}\frac{1}{2}\right) = ?$

Ⓐ 0 Ⓑ $\frac{1}{2}$ Ⓒ $-\infty$ Ⓓ অসংজ্ঞায়িত

05. $\cot\left(\sin^{-1}\frac{1}{2}\right) = ?$

Ⓐ $\frac{1}{\sqrt{3}}$ Ⓑ $\frac{2}{\sqrt{3}}$ Ⓒ $\sqrt{3}$ Ⓓ $\frac{\sqrt{3}}{2}$

06. $\tan^{-1}\frac{2}{3} + \cos^{-1}\frac{2}{\sqrt{13}} = ?$

Ⓐ $\tan^{-1}(5/9)$ Ⓑ $\tan^{-1}(3/7)$

Ⓒ π/2 Ⓓ π/4

07. $\cos\tan^{-1}\cot\sin^{-1}x = ?$

Ⓐ $\sqrt{x}$ Ⓑ x Ⓒ $\sqrt{1-x^2}$ Ⓓ $\frac{\sqrt{1-x^2}}{x}$

08. $\tan^{-1}x + \cot^{-1}x = ?$

Ⓐ $\frac{\pi}{4}$ Ⓑ π Ⓒ $\frac{\pi}{3}$ Ⓓ $\frac{\pi}{2}$

09. $\sin\cos^{-1}x$ এর মান কত?

Ⓐ $\sqrt{1-x^2}$ Ⓑ $\pi - x$ Ⓒ $2\pi - x$ Ⓓ $\sqrt{x^2-1}$

10. $2\cos 2\theta + 2\sqrt{2}\sin\theta = 3$ হলে θ এর মান-

Ⓐ $2n\pi \pm \frac{\pi}{3}$ Ⓑ $n\pi \pm \frac{\pi}{4}$ Ⓒ $2n\pi \pm \frac{\pi}{2}$ Ⓓ $n\pi \pm \frac{\pi}{6}$

11. $\cot x - \tan x = 2$ সমীকরণের সাধারণ সমাধান-

Ⓐ $\frac{n\pi}{4}$ Ⓑ $\frac{n\pi}{2}$ Ⓒ $\frac{(4n+1)\pi}{8}$ Ⓓ $\frac{(4n+1)\pi}{2}$

12. $0<\theta<90$-তে $\tan\theta+\cot\theta=2$ হলে θ এর মান কত?
Ⓐ 30° Ⓑ 60°
Ⓒ 45° Ⓓ কোনটিই নয়

13. $\cot^2\theta-2\sqrt{2}\operatorname{cosec}\theta+3=0$ হলে, θ এর মান কত?
Ⓐ 45^0 Ⓑ $\pm135^0$
Ⓒ 135^0 Ⓓ None of these

14. $0\le\theta\le360°$ হলে, সমাধান কর: $4\cos\theta+6=5(\cos\theta+1)$
Ⓐ 0° Ⓑ 90°
Ⓒ 180° Ⓓ 270°

15. tan2x tan x=1 সমীকরণে x এর কোন দু'টি মানই সঠিক নয়?
Ⓐ $\frac{7\pi}{6},\frac{5\pi}{6}$ Ⓑ $\frac{13\pi}{6},\frac{15\pi}{6}$
Ⓒ $\frac{8\pi}{6},\frac{9\pi}{6}$ Ⓓ $\frac{13\pi}{6},\frac{11\pi}{6}$

16. $4(\sin^2\theta+\cos\theta)=5$ সমীকরণের সাধারণ সমাধান-
Ⓐ $2n\pi\pm\pi/2$ Ⓑ $2n\pi\pm\pi/3$
Ⓒ $2n\pi\pm\pi/4$ Ⓓ $2n\pi\pm\pi/5$

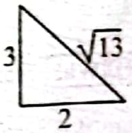
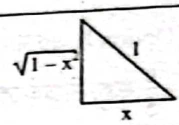
17. $\sin\theta=\frac{1}{\sqrt{2}}$ হলে θ = কত?
Ⓐ $n\pi+(-1)^n\frac{\pi}{4}$ Ⓑ $2n\pi\pm\frac{\pi}{3}$
Ⓒ $n\pi-\frac{\pi}{4}$ Ⓓ $2n\pi\pm\frac{\pi}{4}$

18. $\cos\theta=-1/2$, 450° θ < 540° হলে θ এর মান হলো-
Ⓐ 460° Ⓑ 530° Ⓒ 480° Ⓓ 470°

19. $\cos\theta+\sqrt{3}\sin\theta=2,\theta(0°<\theta<360°)$ এর মান কত?
Ⓐ 45° Ⓑ 60° Ⓒ 90° Ⓓ 120°

20. sinx = cosx হলে, x এর মান কোনটি?
Ⓐ $\frac{\pi}{3}$ Ⓑ $\frac{5\pi}{4}$ Ⓒ $\frac{5\pi}{6}$ Ⓓ $\frac{\pi}{2}$

☺ Answer Analysis ☺

প্রশ্ন	উত্তর	ব্যাখ্যা
01	A	$\sin^{-1}x+\sin^{-1}y=\frac{\pi}{2}\Rightarrow\sin^{-1}x=\frac{\pi}{2}-\sin^{-1}y$ $\Rightarrow x=\sin\left(\frac{\pi}{2}-\sin^{-1}y\right)=\cos(\sin^{-1}y)$ $\Rightarrow x=\cos\cos^{-1}\sqrt{1-y^2}\Rightarrow x=\sqrt{1-y^2}\Rightarrow x^2=1-y^2$ $\therefore x^2+y^2=1$
02	C	$\tan^{-1}6+\tan^{-1}\frac{7}{5}=\tan^{-1}\frac{6+\frac{7}{5}}{1-6.\frac{7}{5}}=\tan^{-1}\frac{37}{-37}=-\frac{\pi}{4}=\pi-\frac{\pi}{4}=\frac{3\pi}{4}$
03	D	$\tan^{-1}1+\tan^{-1}\frac{\frac{1}{2}+\frac{1}{3}}{1-\frac{1}{2}.\frac{1}{3}}=\frac{\pi}{4}+\tan^{-1}\frac{5}{5}=\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{4}=\frac{\pi}{2}$
04	D	$\tan.\frac{\pi}{2}\Rightarrow\infty$
05	C	$\cot\left(\sin^{-1}\frac{1}{2}\right)=\cot(30°)=\sqrt{3}$
06	C	$\tan^{-1}\frac{2}{3}+\cos^{-1}\frac{2}{\sqrt{13}}\Rightarrow\tan^{-1}\frac{2}{3}+\tan^{-1}\frac{3}{2}$ $\Rightarrow\tan^{-1}\frac{2}{3}+\cot^{-1}\frac{2}{3}=\frac{\pi}{2}$ 
07	B	$\cos\tan^{-1}\cot\sin^{-1}x=x$
08	D	$\tan^{-1}x+\cot^{-1}x=\frac{\pi}{2}$
09	A	$\sin\cos^{-1}x$ $=\sin\sin^{-1}\frac{\sqrt{1-x^2}}{1}=\sqrt{1-x^2}$ 
10	B	$2\cos2\theta+2\sqrt{2}\sin\theta=3$ এখানে θ এর পরিবর্তে অপশনের মান বসানোর পর যেটি দ্বারা সিদ্ধ হবে সেটি হবে সঠিক উত্তর। θ = 45° বসালে ডান পক্ষের সমান মান অর্থাৎ 3 পাওয়া যায়।
11	C	$\frac{1}{\tan x}-\tan x=2$ বা, $1-\tan^2x=2\tan x$ বা, $\frac{2\tan x}{1-\tan^2x}=1$ বা, $\tan 2x=1=\tan\frac{\pi}{4}\therefore 2x=n\pi+\frac{\pi}{4}\therefore x=\frac{(4n+1)\pi}{8};n\in Z$
12	C	$\tan\theta+\cot\theta=2\Rightarrow\tan\theta+\frac{1}{\tan\theta}=2$ বা, $\tan^2\theta+1=2\tan\theta$ বা, $\frac{2\tan\theta}{1+\tan^2\theta}=1$ বা, $\sin2\theta=1=\sin90°\ \therefore2\theta=90°\Rightarrow\theta=45°$
13	A	θ = 45° হলে, $\cot^2\theta-2\sqrt{2}\operatorname{cosec}\theta+3=0$ সমীকরণটি সিদ্ধ হয়।
14	A	Option Test
15	C	$\tan2x.\tan x=1\Rightarrow\frac{2\tan x}{1-\tan^2x}.\tan x=1$ $\Rightarrow2\tan^2x=1-\tan^2x\Rightarrow3\tan^2x=1$ $\therefore\tan x=\pm\frac{1}{\sqrt{3}}=\tan\left(\pm\frac{\pi}{6}\right)$ $x=n\pi\pm\frac{\pi}{6}$
16	B	$4\sin^2\theta+4\cos\theta-5=0$ বা, $4-4\cos^2\theta+4\cos\theta-5=0$ বা, $4\cos^2\theta-4\cos\theta+1=0$ বা, $(2\cos\theta-1)^2=0$ বা, $\cos\theta=\frac{1}{2}=\cos\frac{\pi}{3}$ $\therefore\theta=2n\pi\pm\frac{\pi}{3};n\in Z$
17	A	$\sin\theta=\frac{1}{\sqrt{2}}=\sin\frac{\pi}{4}$ $\therefore\theta=n\pi+(-1)^n\frac{\pi}{4}$
18	C	$\cos\theta=-\frac{1}{2}\Rightarrow\theta=\cos^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right)=120°$ যেহেতু θ এর মানের শর্ত 450° <θ < 540° দেওয়া আছে তাই উক্ত মানের সাথে 360° যোগ করতে হবে। $\therefore120°+360°=480°$
19	B	উভয় পক্ষকে $\sqrt{1^2+(\sqrt{3})^2}=\sqrt{4}=2$ দ্বারা ভাগ করে পাই, $\therefore\frac{1}{2}\cos\theta+\frac{\sqrt{3}}{2}\sin\theta=1$ বা, $\cos\frac{\pi}{3}\cos\theta+\sin\frac{\pi}{3}\sin\theta=1$ বা, $\cos\left(\theta-\frac{\pi}{3}\right)=1\ \therefore\theta-\frac{\pi}{3}=2n\pi\ \therefore\theta=2n\pi+\frac{\pi}{3};n\in Z$ $\therefore n=0$ ধরে $0<\theta<360^0$ এর মধ্যে পাই, $\theta=60^0$ Ans.
20	B	[Option B এর মান x এর পরিবর্তে বসালে সমীকরণ সিদ্ধ হয়

CamScanner

অধ্যায় ০৮

স্থিতিবিদ্যা

গণিত ২য় পত্র

TOPICS	সাজেশন্স	V.V.I RATE
TOPIC-01	সামান্তরিক সূত্র সংক্রান্ত গাণিতিক প্রয়োগ	★
TOPIC-02	লম্বাংশ উপপাদ্য সংক্রান্ত	★★
TOPIC-03	লামির উপপাদ্য সংক্রান্ত	★★★
TOPIC-04	তিনটি বল সাম্যাবস্থায় থাকার শর্ত সংক্রান্ত সমস্যা	★★
TOPIC-05	ত্রিভুজ সূত্রের বিপরীত সূত্রের গাণিতিক প্রয়োগ:	★
TOPIC-06	সদৃশ সমান্তরাল বলের ক্ষেত্রে লব্ধি ও লব্ধির ক্রিয়াবিন্দু নির্ণয় সংক্রান্ত গাণিতিক প্রয়োগ	★
TOPIC-07	বিসদৃশ সমান্তরাল বলের ক্ষেত্রে লব্ধি ও লব্ধির ক্রিয়াবিন্দু নির্ণয় সংক্রান্ত গাণিতিক প্রয়োগ	★
TOPIC-08	ত্রিভুজ সংক্রান্ত গাণিতিক প্রয়োগ	★
TOPIC-09	বলের ভ্রামক ও যুগলের ধারণা সংক্রান্ত গাণিতিক প্রয়োগ	★

এক নজরে গুরুত্বপূর্ণ সূত্রাবলি

❑ গাণিতিক সমস্যাসমূহ সমাধানের জন্য প্রয়োজনীয় সূত্র ও প্রক্রিয়াসমূহ:

দুটি বলের ক্ষেত্রে ও লব্ধির মান ও দিক নির্ণয়

লব্ধি $R=\sqrt{P^2+Q^2+2PQ\cos\alpha}$

বলদ্বয়ের অর্ন্তগত কোণ α $\therefore \tan\theta=\frac{Q\sin\alpha}{P+Q\cos\alpha}$

দুটি সমমানের বলের ক্ষেত্রে লব্ধির মান ও লব্ধির দিক নির্ণয়

P ও Q সমান হলে, লব্ধি $R=2P\cos\frac{\alpha}{2}$ এবং লব্ধির দিক $\theta=\frac{\alpha}{2}$

দুটি বল লম্ব বরাবর ক্রিয়াশীল হলে লব্ধির মান ও লব্ধির দিক নির্ণয়

লব্ধি, $R=\sqrt{P^2+Q^2}$ এবং লব্ধির দিক, $\theta=\tan^{-1}\frac{Q}{P}$

লব্ধি ছোট বলের সাথে লম্ব বরাবর ক্রিয়াশীল হলে লব্ধির মান ও বলদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণ নির্ণয়

লব্ধি, $R=\sqrt{P^2-Q^2}$; যেখানে $(P>Q)$; $\tan 90°=\frac{Q\sin\alpha}{P+Q\cos\alpha}$

$\therefore P+Q\cos\alpha=0$; লদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণ α হলে,

$\cos\alpha=-\frac{\text{ক্ষুদ্রতম বল}}{\text{বৃহত্তম বল}} \Rightarrow \alpha=\cos^{-1}\left(-\frac{P}{Q}\right)$

Note: i) $\alpha=0°$ হলে, $R_{max}=P+Q$ ii) $\alpha=180°$ হলে, $R_{min}=P\sim Q$

iii) $\alpha=90°$ হলে, $R^2=P^2+Q^2$

iv) দুইটি বলের লব্ধি (R) বৃহত্তম বল (P) এর সাথে যে কোণ উৎপন্ন করে, বৃহত্তম বলটিকে দ্বিগুন করায় যদি উক্ত কোণটি অর্ধেক হয়ে যায় তবে P ও Q এর মধ্যবর্তী কোণ $\alpha=120°$

v) দুইটি বল P ও Q এর লব্ধি R হলে এবং P ও Q এর মধ্যবর্তী কোণ α হলে,
⇒ একটি বল অপরটির দ্বিগুণ এবং লব্ধি লম্ব বরাবর ক্রিয়ারত হলে, $\alpha=120°$
⇒ একটি বল অপরটির দ্বিগুণ হলে, $\alpha=120°$ ⇒ দুইটি সমান বলের লব্ধি শূন্য হলে, $\alpha=180°$

তিনটি বল সাম্যাবস্থায় থাকার শর্ত সংক্রান্ত সমস্যা

01. বলের ত্রিভুজ সূত্র: একটি বিন্দুতে ক্রিয়ারত তিনটি বলকে কোন ত্রিভুজের তিনটি বাহু দ্বারা একইক্রমে মানে ও দিকে সূচিত করা গেলে বলত্রয় সাম্যাবস্থার সৃষ্টি করে।
Note: একটি ত্রিভুজের তিনটি বাহু দ্বারা তিনটি বলকে দিকে, মানে ও একই ক্রমে প্রকাশ করতে হলে যে কোন দু'টি বলের যোগফল তৃতীয়টি অপেক্ষা বৃহত্তর হতে হয়।

02. কতগুলো বল সমান্তর ধারা তৈরি করলে বা ত্রিভুজের তিন বাহুতে অবস্থান করলে তাদের লব্ধি হবে: $\sqrt{\text{বলের সংখ্যা}}\times$ বলদ্বয়ের সাধারণ অন্তর

03. যেকোনো সংখ্যক বল সাম্যবস্থায় থাকলে তাদের লব্ধি শূন্য হবে।

জাতীয় বিশ্ববিদ্যালয়ের জন্য কমনউপযোগী গুরুত্বপূর্ণ প্রশ্ন

01. কোন বিন্দুতে 60° কোণে ক্রিয়ারত দুইটি সমান বলকে একই বিন্দুতে ক্রিয়ারত 9N বলের সাহায্যে ভারসাম্য রাখলে সমান বলদ্বয়ের প্রতিটির মান- [DU. 08-09]

A. $2\sqrt{3}$N B. 3N C. $3\sqrt{3}$ D. 9N

S Ⓒ Why মনেকরি, বলদ্বয় P, P
$\therefore 9^2=P^2+P^2+2P\,P\cos 60° \Rightarrow 81=2P^2+P^2$
$\Rightarrow 3P^2=81 \Rightarrow P^2=27$
$\therefore P=3\sqrt{3}N$ ∴ বলদ্বয় $3\sqrt{3}$ N এবং $3\sqrt{3}$ N

02. কোন বিন্দুতে ক্রিয়ারত দুইটি বলের একটির মান অপরটির দ্বিগুণ হলে এবং তাদের লব্ধি ক্ষুদ্রতরটির উপর লম্ব হলে বলদ্বয়ের অন্তর্ভুক্ত কোণ হবে- [DU. 07-08; JnU. 08-09; RU. 18-19 17-18; SUST. 04-05]

A. 60° B. 120° C. 90° D. 210°

S Ⓑ Why মনে করি, একটি বল P, তাহলে, অপরটি 2P, বলদ্বয়ের অন্তর্গত কোণ α

প্রশ্নমতে, $\tan 90°=\frac{2P\sin\alpha}{P+2P\cos\alpha} \Rightarrow P+2P\cos\alpha=0$

$\Rightarrow \cos\alpha=-\frac{1}{2}=\cos 120°$ $\therefore \alpha=120°$

03. কোন বিন্দুতে দুইটি বল 120° কোণে ক্রিয়াশীল। বৃহত্তর বলটির মান 10N এবং তাদের লব্ধি ক্ষুদ্রতর বলের সাথে সমকোণ উৎপন্ন করলে ক্ষুদ্রতর বলের মান- [DU. 06-07, 03-04; RU. 05-06]

A. 4N B. 5N C. 6N D. 8N

S Ⓑ Why লব্ধি ছোট বলের সাথে সমকোণ উৎপন্ন করলে-

$\cos\alpha=-\frac{\text{ছোট বল}}{\text{বড় বল}} \Rightarrow \cos 120°=-\frac{\text{ছোট বল}}{10N} \Rightarrow -\frac{1}{2}=-\frac{\text{ছোট বল}}{10}$

∴ ছোট বলটির মান = 5N

04. P এবং 2P সমবিন্দু বলের প্রথমটি দ্বিগুণ করলে এবং দ্বিতীয়টির সাথে 8 একক বৃদ্ধি করলে এদের লব্ধির দিক অপরিবর্তিত থাকে। P এর মান কত একক। [JU-A, Set-I. 2021-22, DU. 13-14; RU. 14-15; KU. 12-13, 09-10 ; CUET. 11-12]

A. 4 B. 8 C. 12 D. 16

S Ⓐ Why ধরি, P ও 2P মানের দুইটি বলের মধ্যবর্তী কোণ α এবং লব্ধি, P এর দিকের সাথে θ কোণ উৎপন্ন করে।

∴ প্রশ্নমতে, $\tan\theta=\frac{2P\sin\alpha}{P+2P\cos\alpha}$ এবং $\tan\theta=\frac{(2P+8)\sin\alpha}{2P+(2P+8)\cos\alpha}$

$\therefore \frac{2P\sin\alpha}{P+2P\cos\alpha}=\frac{(2P+8)\sin\alpha}{2P+(2P+8)\cos\alpha} \Rightarrow \frac{1}{1+2\cos\alpha}=\frac{4}{P+8\cos\alpha}$

∴ P = 4 একক

Aspect Special: P এবং Q মানের দুইটি বল α কোণে ক্রিয়াশীল এবং P ও Q এর পরিবর্তে P' ও Q' বলদ্বয় ক্রিয়া করলে যদি লব্ধির দিক অপরিবর্তিত থাকে তাহলে $\frac{P}{Q}=\frac{P'}{Q'}$

$\frac{P}{2P}=\frac{2P}{2P+8}$ ∴ P = 4 একক

05. সমমানের দুইটি বলের লব্ধির বর্গ বলদ্বয়ের গুণফলের তিনগুণ। এদের মধ্যবর্তী কোণ কত? [JU-A, Set-Q. 2021-22, JU-A, Set-M. 2021-22]

A. 0° B. 45° C. 60° D. 90°

S Ⓒ Why ধরি, বলদ্বয় P, P লব্ধি বল R হলে এবং এদের মধ্যবর্তী কোণ α
প্রশ্নমতে, $R^2=3P^2$ $\therefore 3P^2=P^2+P^2+2P^2\cos\alpha$

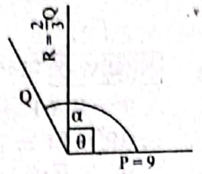
$\Rightarrow 2P^2\cos\alpha=P^2 \Rightarrow \cos\alpha=\frac{1}{2}$ $\therefore \alpha=60°$

CamScanner

06. যদি 9 একক বিশিষ্ট একটি বল ও অজানা একটি বল একই বিন্দুতে এমনভাবে ক্রিয়া করে যে তাদের লব্ধি অজানা বলের দুই-তৃতীয়াংশ এবং জানা বলের উপর লম্ব হয়, তবে অজানা বলের মান কত একক? [RU-C, Jupitar-1, Set-1. 2021-22]

A. $\frac{27}{\sqrt{2}}$ B. $\frac{27}{\sqrt{5}}$ C. $\frac{18}{\sqrt{2}}$ D. $\frac{19}{\sqrt{5}}$

S Ⓑ Why সূত্রমত, $\tan 90° = \frac{Q \sin\alpha}{P + Q\cos\alpha}$



$\therefore \frac{1}{0} = \frac{Q\sin\alpha}{P + Q\cos\alpha}$

$\Rightarrow P + Q\cos\alpha = 0$

$\Rightarrow \cos\alpha = -\frac{9}{Q}$

আবার, লব্ধির জন্য, $\left(\frac{2}{3}Q\right)^2 = 9^2 + Q^2 + 2.9.Q \times \left(-\frac{9}{Q}\right)$

$\Rightarrow \frac{4}{9}Q^2 = 81 + Q^2 - 162 \Rightarrow 4Q^2 = 729 + 9Q^2 - 1458$

$\Rightarrow -5Q^2 = -729 \Rightarrow Q^2 = \frac{729}{5} \therefore Q = \frac{27}{\sqrt{5}}$

07. একটি কণার উপর ক্রিয়াশীল দুইটি বলের লব্ধি একটি বলের উপর লম্ব এবং এর মান অপরটির অর্ধেকের সমান। তাদের মধ্যবর্তী কোণ কত? [RU. 17-18]

A. 60° B. 90° C. 120° D. 150°

S Ⓒ Why ক্ষুদ্রতম বল = P; বৃহত্তম বল = 2P; $\alpha = \cos^{-1}\left(-\frac{P}{2P}\right) = 120°$

08. কোন বিন্দুতে দুটি বল 120° কোণে ক্রিয়াশীল। বৃহত্তর উপাংশ 10N এবং তাদের লব্ধি ক্ষুদ্রতর উপাংশের সাথে সমকোণ উৎপন্ন কর। ক্ষুদ্রতর উপাংশ P এবং লব্ধি R হলে ক্ষুদ্রতর উপাংশ ও লব্ধির নীচের কোন সমীকরণ দ্বারা সম্পর্কিত- [JU. 09-10]

A. $P + 10\cos120° = R\cos90°$ B. $P + 5\cos60° = R\sin90°$

C. $R + 10\cos120° = P\cos90°$ D. $P + 10\cos120° = P\cos45°$

S Ⓐ Why $P\cos0° + 10\cos120° = R\cos90°$

$\Rightarrow P + 10\cos120° = R\cos90°$

09. কোন বিন্দুতে 60° কোণে ক্রিয়ারত দুইটি সমান বলকে একই বিন্দুতে ক্রিয়ারত 15N বলের সাহায্যে ভারসাম্যে রাখলে বলের মান কোনটি? [RU-C, সুরমা-৩. 2023-24]

A. $5\sqrt{2}$N B. $5\sqrt{3}$N C. $2\sqrt{2}$N D. $3\sqrt{2}$N

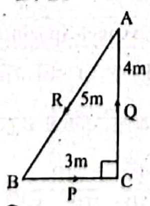
S Ⓑ Why $R = 2P\cos\frac{\alpha}{2} \Rightarrow 15 = 2P\cos\frac{60°}{2} \Rightarrow P = \frac{15}{\sqrt{3}} = 5\sqrt{3}N$

10. P, Q, R সুস্থিত তিনটি বলের ক্রিয়ারেখা যথাক্রমে ABC ত্রিভুজের BC, CA, AB বাহুর সমান্তরাল। বাহু তিনটির দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 3 মিটার, 4 মিটার এবং 5 মিটার। P ও Q বলের সমষ্টি 28 নিউটন। R বলটির মান কত নিউটন। [RU. Moderna, Set-2. 20-21]

A. 10 B. 12 C. 15 D. 20

S Ⓓ Why $\frac{P}{3} = \frac{Q}{4} = \frac{R}{5}$

$= \frac{P+Q}{7} = \frac{28}{7}$



$\therefore \frac{R}{5} = 4 \Rightarrow R = 20$

11. সমমানের দুটি বলের লব্ধির বর্গ বলদ্বয়ের গুণফলের তিনগুণ হলে তাদের মধ্যবর্তী কোণের মান কত হবে? [CU-A, Set-1 2023-24]

A. 120° B. 45° C. 60° D. 90°

S Ⓒ Why ধরি, বলদ্বয় P, P লব্ধি বল R হলে এবং এদের মধ্যবর্তী কোণ α

প্রশ্নমতে, $R^2 = 3P^2$

$\therefore 3P^2 = P^2 + P^2 + 2P^2\cos\alpha$

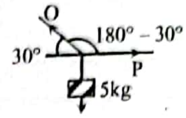
$\Rightarrow 2P^2\cos\alpha = P^2 \Rightarrow \cos\alpha = \frac{1}{2} \therefore \alpha = 60°$

12. 5kg ওজনের একটি বস্তুকে দুটি বল দ্বারা টেনে রাখা হয়েছে। একটি আনুভূমিক এবং অপরটি আনুভূমিকের সাথে 30° কোণ উৎপন্ন করলে বলদ্বয় কত? [IU. 14-15]

A. 10, $5\sqrt{3}$ B. 10, $\sqrt{3}$ C. 5, $2\sqrt{3}$ D. 5, $5\sqrt{3}$

S Ⓐ Why $\frac{P}{\sin(90° + 30°)} = \frac{Q}{\sin 90°} = \frac{5kg}{\sin(180° - 30)}$

$\Rightarrow \frac{P}{\cos 30°} = \frac{Q}{1} = \frac{5}{\sin30°}$



$P = \frac{5\cos 30°}{\sin 30°} = \frac{5.\sqrt{3}/2}{1/2}$

$= 5\sqrt{3}$ kg wt, $Q = \frac{5}{1/2} = 10$ kg wt.

13. ABC ত্রিভুজের তিনটি কৌণিক বিন্দুতে 2, 2 ও P মানের তিনটি সদৃশ সমান্তরাল বল ক্রিয়া করছে। এদের লব্ধি ত্রিভুজের ভরকেন্দ্রগামী হলে, P-এর মান কত? [RU. 17-18]

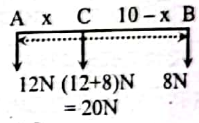
A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

S Ⓐ Why তিনটি সদৃশ সমান্তরাল বল P, Q, R ত্রিভুজের তিনটি কৌণিক বিন্দুতে ক্রিয়ারত হলে এবং লব্ধি ভরকেন্দ্রগামী হলে, $P = Q = R \Rightarrow P = 2 \therefore P = 2$

14. 12 N ও 8N দুটি সমান্তরাল বল 10 মিটার লম্বা একটি হালকা দন্ডের দুটি প্রান্তে কার্যকর হলে বৃহত্তর বল হতে লব্ধি যতদূরে ক্রিয়া করে- [IU. 19-20]

A. 2 মিটার B. 4 মিটার C. 6 মিটার D. 8 মিটার

S Ⓑ Why চিত্রে হতে পাই; 12.AC = 8.BC



$\Rightarrow 12.x = 8(10 - x)$

$\Rightarrow 12x + 8x = 80$

$\Rightarrow 20x = 8 = 0 \Rightarrow x = 4$ মি.

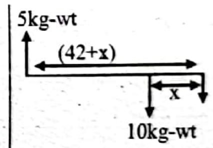
15. 42 সে.মি ব্যবধানে দুইটি বিন্দুতে 10 kg ও 5 kg ওজনের দুইটি অসদৃশ সামান্তরাল বল ক্রিয়া করে। এদের লব্ধি বৃহত্তম বল থেকে কত সে.মি. দূরে ক্রিয়া করবে? [RU-C, Topaz-3. 22-23]

A. 24 B.84 C. 39 D. 42

S Ⓓ Why $10x = 5(42 + x)$

$\Rightarrow 5x = 210$

$\Rightarrow x = \frac{210}{5} = 42$ cm



16. ABC ত্রিভুজের AB, BC বাহুদ্বারা দুইটি বলের মান, দিক ও ভাব সূচীতে হলে তাদের লব্ধি ত্রিভুজটির পরিকেন্দ্রগামী হলে, ত্রিভুজটি কেমন হবে? [RU-14-15]

A. সমবাহু B. সমদ্বিবাহু C. বিষমবাহু D. কোনটিই নয়

S Ⓓ Why $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$

∵ $\overrightarrow{AC}$, পরিকেন্দ্র O বিন্দুগামী ∴ ∠ABC = 90°

∴ ΔABC সমকোণী।

17. কোন একটি বিন্দুতে ক্রিয়ারত তিনটি বল ভারসাম্য সৃষ্টি করেছে, যেখানে ১ম ও ২য় বলের অন্তর্গত কোণ 90° এবং ২য় ও ৩য় বলের অন্তর্গত কোণ 120°। তাহলে বল তিনটির অনুপাত কত? [KU. 14-15]

A. P:Q:R = $\sqrt{2}$:1:2 B. P:Q:R =2:1: $\sqrt{2}$

C. P:Q:R = 3:1: $\sqrt{2}$ D. P:Q:R = $\sqrt{3}$:1:2

S Ⓓ Why $\frac{P}{\sin120°} = \frac{Q}{\sin(90° + 60°)} = \frac{R}{\sin90°}$

$\Rightarrow \frac{P}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{Q}{\cos60} = \frac{R}{1} \Rightarrow \frac{P}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{Q}{\frac{1}{2}} = \frac{R}{1} \therefore P:Q:R = \frac{\sqrt{3}}{2}:\frac{1}{2}:1 = \sqrt{3}:1:2$

18. কোন বিন্দু বা রেখার চতুর্দিকে কোন বলের মোমেন্ট সমান? [JU. 11-12]

A. ভর × লম্ব দূরত্ব B. ভর × বল

C. বল × লম্ব দূরত্ব D. বল × ত্বরণ

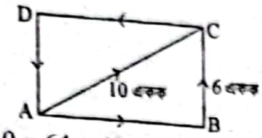
S Ⓒ Why কোন বিন্দু বা রেখার চতুর্দিকে কোন বলের মোমেন্ট = বল × লম্ব দূরত্ব

CamScanner

19. ABCD আয়তক্ষেত্রের AB, BC, CD, DA এবং AC রেখা বরাবর যথাক্রমে 3,8,7,11 ও 5 একক বলসমূহ কার্যরত আছে। যদি AC = 10 একক ও BC = 6 একক হয় তবে বলগুলো দ্বারা সৃষ্ট যুগলের ভ্রামক এর মান কত হবে? [CUET. 15-16]

A. None of them B. $35\frac{1}{3}$ unit C. 53 unit D. 106 unit

SOWhy AB = 8 একক
A বিন্দুর সাপেক্ষে ভ্রামক নিয়ে



$= AB.0 + BC.8 + CD.6 = DA.0 + AC.0 = 64 + 42 = 106$ unit

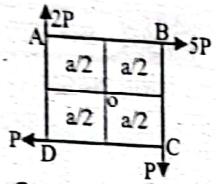
20. একটি বর্গক্ষেত্রের চারবাহু $\overrightarrow{AB} = 5P$, $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{CD} = P$ এবং $\overrightarrow{DA} = 2P$ বরাবর বলগুলো ক্রিয়ারত। বলগুলোর লব্ধি নির্ণয় কর। [CKRUET 2021-22]

A. 9P unit B. $\sqrt{45}P$ unit C. $4\sqrt{2P}$ unit
D. 5P unit E. $5\sqrt{2}P$ unit

SOWhy ধরি, বর্গের বাহু a ∴ O হতে প্রতি বাহুর দূরত্ব $= \frac{a}{2}$

∴ মোমেন্টের সূত্র হতে, $Fr \times \frac{a}{2}$

$= 5p\frac{a}{2} + P \times \frac{a}{2} + Px\frac{a}{2} + 2P\frac{a}{2}$



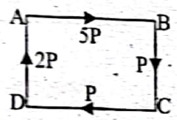
$Fr = 5P + P + P + 2P \Rightarrow Fr = 9P$ ∴ লব্ধি বল হবে 9P

* যদি প্রশ্নে ভেক্টর মতে উল্লেখ থাকতো তবে নিম্নের নিয়ম অনুসারে উত্তর হতো:

∴ লব্ধি $= 2P\hat{j} + 5P\hat{i} - P\hat{j} - P\hat{i} = P\hat{j} + 4P\hat{i}$

$= (\hat{j} + 4P\hat{i})P$

∴ লব্ধির মান $= (\sqrt{1^2 + 4^2})P = \sqrt{17}$ P



PRIME TEST

01. কোন বিন্দু বা রেখার চতুর্দিকে কোন বলের মোমেন্ট সমান?
Ⓐ ভর × লম্ব দূরত্ব Ⓑ ভর × বল Ⓒ বল × লম্ব দূরত্ব Ⓓ বল × ত্বরণ

02. 2N এবং 5N মানের দুইটি বল একই রেখায় একই দিকে ক্রিয়ারত। উহাদের সর্বনিম্ন লব্ধি হবে-
Ⓐ 7N Ⓑ 3N Ⓒ $\sqrt{29}$ N Ⓓ 5N

03. $\sqrt{3}$ এককের দুইটি সমান বল 120° কোণে এক বিন্দুতে কাজ করে। তাদের লব্ধির মান-
Ⓐ $\sqrt{3}$ units Ⓑ $4\sqrt{3}$ units Ⓒ 3 units Ⓓ $2\sqrt{3}$ units

04. কোন বিন্দুতে ক্রিয়ারত দুইটি বলের একটির মান অপরটির দ্বিগুণ হলে এবং তাদের লব্ধি ক্ষুদ্রতরটির উপর লম্ব হলে বলদ্বয়ের অন্তর্ভুক্ত কোণ হবে-
Ⓐ 60° Ⓑ 120° Ⓒ 90° Ⓓ 210°

05. 4N এবং 5N বল দুইটির মধ্যবর্তী কোণ কত হলে লব্ধি 9N হবে?
Ⓐ 45° Ⓑ 0° Ⓒ 30° Ⓓ 60°

06. সমকোণে ক্রিয়াশীল দুটি সমান বলের লব্ধির মান যে কোন একটি বলের-
Ⓐ 2 গুণ Ⓑ $\sqrt{2}$ গুণ Ⓒ সমান Ⓓ কোনটিই নয়

07. কোন সমবাহু ত্রিভুজের এক কৌণিক বিন্দুতে দুই বাহু বরাবর দুটি বল P এবং 2P ক্রিয়া করে। বল দুটির লব্ধি কত?
Ⓐ $\sqrt{7}P, \tan^{-1}\sqrt{3}/2$ Ⓑ $\sqrt{5}P, \tan^{-1}2/3$
Ⓒ $\sqrt{7}P, \tan^{-1}1/2$ Ⓓ $\sqrt{5}P, \tan^{-1}2$

08. দুটি সমান বলের লব্ধি বলদ্বয়ের গুণফলের বর্গমূল হলে বলদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণ-
Ⓐ 0° Ⓑ 30° Ⓒ 60° Ⓓ 120°

09. একটি সমবাহু ত্রিভুজের বাহুত্রয়ের সমান্তরালে একইক্রমে সমবিন্দুতে কার্যরত 6, 10, 14 একক মানের তিনটি বেগের লব্ধির মান হবে-
Ⓐ $4\sqrt{3}$ units Ⓑ $7\sqrt{3}$ units Ⓒ $10\sqrt{3}$ units Ⓓ $15\sqrt{3}$ units

10. 2 lb-wt. 4 lb-wt এবং 6 lb-wt মানের তিনটি বল একটি বিন্দুতে পরস্পর 120° কোণে ক্রিয়াশীল হলে তাদের লব্ধির মান-
Ⓐ $2\sqrt{3}$ lb-wt Ⓑ $3\sqrt{2}$ lb-wt
Ⓒ 2 lb-wt Ⓓ $5\sqrt{2}$ lb-wt

11. একটি লোক লাঠির একপ্রান্তে বাঁধা একটি বোঝা কাঁধে বহন করছে। বোঝাটির ওজন w এবং লোকটির কাঁধ হতে বোঝাটির ও লোকটির হাতের দূরত্ব যথাক্রমে 1m এবং 0.5m, লোকটির কাঁধের উপর চাপ কত?
Ⓐ 3W Ⓑ W
Ⓒ 1.5W Ⓓ 2W

12. নিম্নের কোন বলত্রয় ত্রিভুজের বাহু দ্বারা দিকে, মানে ও একই ক্রমে প্রকাশ করলে স্থিতাবস্থায় থাকবে?
Ⓐ 1N, 2N, 4N Ⓑ 3N, 4N, 5N
Ⓒ 10N, 20N, 50N Ⓓ 5N, 20N, 50N

13. কোন তিনটি বল একটি বিন্দুতে ক্রিয়া করলে সাম্যবস্থা সৃষ্টি করতে পারে?
Ⓐ 3N, 4N, 5N Ⓑ 6N, 8N, 12N
Ⓒ 3N, 4N, 6N Ⓓ A ও B উভয়ই

14. 2টি বলের একই তলে অবস্থিত কোন বিন্দুতে মোমেন্টের বীজগণিতীয় যোগফল ঐ বিন্দুতে তাদের লব্ধির মোমেন্টের-
Ⓐ দ্বিগুণ Ⓑ সমান
Ⓒ অর্ধেক Ⓓ সমান্তরাল

15. কোন বস্তুর A ও B বিন্দুতে যথাক্রমে 5 একক ও 3 একক মানের দুইটি সদৃশ সমান্তরাল বল ক্রিয়ারত। যদি বলদ্বয় পরস্পরের অবস্থান বিনিময় করে, তবে লব্ধির ক্রিয়াবিন্দু AB রেখা বরাবর কতদূর সরে যাবে?
Ⓐ $\frac{AB}{3}$ Ⓑ $\frac{AB}{4}$
Ⓒ $\frac{AB}{2}$ Ⓓ $\frac{AB}{5}$

16. কোন একটি বিন্দুতে 2P এবং P মানের দুটি বল ক্রিয়ারত। প্রথমটিকে তিনগুণ করলে এবং দ্বিতীয়টির মান 12 একক বৃদ্ধি করলে লব্ধির দিক অপরিবর্তিত থাকে। P এর মান হবে-
Ⓐ 6 Ⓑ 12
Ⓒ 16 Ⓓ 36

17. একই বিন্দুতে ক্রিয়াশীল দুটি সমান বলের লব্ধি তাদের অন্তর্গত কোণকে-
Ⓐ সমদ্বিখণ্ডিত করে Ⓑ বল সংযোজন Ⓒ বল বিয়োজন Ⓓ কোনটিই নয়

18. ABC ত্রিভুজের অন্তঃকেন্দ্র I বিন্দুতে IA, IB, IC বরাবর P, Q, R বল তিনটি ক্রিয়ারত আছে। তারা ভারসাম্য সৃষ্টি করলে কোণ A ও B সমান কত?
Ⓐ 90° + B/2 Ⓑ 90° = B/2
Ⓒ 90° − C/2 Ⓓ 90° + C/2

19. কোন কণার উপর একই দিকে ক্রিয়াশীল দুইটি বেগের লব্ধি তাদের-
Ⓐ যোগফলের সমান Ⓑ বিয়োগফলের সমান
Ⓒ গুণফলের সমান Ⓓ বিয়োগফলের দ্বিগুণ

20. কোন একটি বিন্দুতে ক্রিয়ারত $\vec{P}$ ও $2\vec{P}$ বলদ্বয়ের লব্ধি $\sqrt{7}\vec{P}$ হলে তাদের মধ্যবর্তী কোণ কত?
Ⓐ 180° Ⓑ 90°
Ⓒ 60° Ⓓ 30°

☺ Answer Analysis ☺

প্রশ্ন	উত্তর	ব্যাখ্যা
01	C	কোন বিন্দু বা রেখার চতুর্দিকে কোন বলের মোমেন্ট = বল × লম্ব দূরত্ব
02	A	একই দিকে ক্রিয়াশীল হলে লব্ধি হয় বলদ্বয়ের যোগফল। ∴ লব্ধি = 2N + 5N = 7N
03	A	লব্ধির মান, $R = \sqrt{(\sqrt{3})^2 + (\sqrt{3})^2 + 2.(\sqrt{3})(\sqrt{3})\cos 120^\circ} = \sqrt{3}$ units

12. একটি ট্রেন 12 সেকেন্ড [illegible] 56 কিলোমিটার [illegible] 92 কিলোমিটার [illegible] অতিক্রান্ত দূরত্ব কত? [illegible]

A. 800 মি.মি. B. 500 মি.মি. C. 555 মি.মি. D. কোনোটিই নয়

S [illegible] $S = \bar{v}t = \frac{92 + 56}{2} \times 12 = 888\ Km$

13. h [illegible] একটি কুয়ার [illegible] 1টি পাথর [illegible] শব্দ [illegible] v [illegible] মোট সময় কত? [CU-A, Shift-2, 22-23]

A. $h + v$ B. $h - v$ C. $\sqrt{\frac{2h}{g}} + \frac{h}{v}$ D. কোনোটিই নয়

S [illegible]

[illegible]

কুয়াতে পাথর পড়ে [illegible] শব্দ [illegible] মোট সময়,

$T = t_1 + t_2 = \sqrt{\frac{2h}{g}} + \frac{h}{v}$

14. একটি গাড়ি স্থিরাবস্থা হতে সমত্বরণে চলা শুরু করে 5 সেকেন্ডে 180 কি./সে. [illegible] হয়। গাড়িটির ত্বরণ- [CS: 15-16, [illegible]]

A. $36\ m/sec^2$ B. $32\ m/sec^2$ C. $30\ m/sec^2$ D. $40\ m/sec^2$

S [illegible] এখানে, $u = 0\ m/s$, $v = 180\ m/s$, $t = 5\ s$

$\therefore a = \frac{v - u}{t} = \frac{180}{5} = 36\ m/s^2$

15. [illegible] 64 মিটার [illegible] 20 মিটার/সে. [illegible] 2 মিটার/সে.^{2} [illegible] [illegible]

A. 5 সেকেন্ড পর B. 6 সেকেন্ড পর C. 8 সেকেন্ড পর D. 7 সেকেন্ড পর

S [illegible] [illegible]

দূরত্ব $= vt = 20t$ এবং [illegible] দূরত্ব $= \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2} \times 2 \times t^2 = t^2$;

প্রশ্নমতে, $t^2 = 64 + 20t$ $\therefore t = 4s, 16s$

16. একটি গাড়ি 5 m/s বেগে [illegible] 100 m দূরত্ব অতিক্রম করার পর বেগ 25 m/s হলে, গাড়িটির ত্বরণ হবে- [illegible]

A. $1.5\ m/s^2$ B. $2\ m/s^2$ C. $3\ m/s^2$ D. $4\ m/s^2$

S [illegible] $v^2 = u^2 + 2as \Rightarrow a = \frac{v^2 - u^2}{2s} = \frac{25^2 - 5^2}{2 \times 100} = 3ms^{-2}$

17. h উচ্চতা হতে [illegible] [illegible]

A. $\sqrt{g}$ B. $\sqrt{gh}$ C. $\sqrt{\frac{gh}{2}}$ D. $\sqrt{2gh}$

S [illegible] [illegible]

$\frac{1}{2}mv^2 = mgh \Rightarrow v = \sqrt{2gh}$

18. একটি বুলেট [illegible] 2 ইঞ্চি [illegible] [illegible]

[illegible]

A. 2^n B. $\left(\frac{4}{3}\right)^n$ C. 1^n D. $\left(\frac{1}{5}\right)^n$

S [illegible] $\frac{1}{4} = \frac{1}{3}$ [illegible] $A = \frac{a}{a^2 - 1} = \frac{2}{2^2 - 1} = \left(\frac{2}{3}\right)^n$

19. [illegible] [illegible]

A. 3 B. 9 C. 12 D. 18

S [illegible]

20. ভূমি হতে v বেগে খাড়া উপরের দিকে নিক্ষিপ্ত বস্তুর সর্বোচ্চ উচ্চতা [illegible]

A. $\frac{v}{g}$ B. $\frac{v}{2g}$ C. $\frac{v^2}{g}$ D. $\frac{v^2}{2g}$

S [illegible] আমরা জানি, $H = \frac{u^2}{2g}$ $\therefore H = \frac{v^2}{2g}$

21. একটি বস্তুকে u m/sec আদিবেগে আনুভূমিক রেখার সাথে 30° [illegible] করা হল। বস্তুটির সর্বোচ্চ উচ্চতা কত m? [JU-A, [illegible]]

A. $\frac{u^2}{2g}$ B. $\frac{u^2}{4g}$ C. $\frac{u^2}{8g}$ D. $\frac{u^2}{2g}$

S [illegible] সর্বোচ্চ উচ্চতা $H = \frac{u^2\sin^2\theta}{2g} = \frac{u^2\sin^2 30°}{2g} = \frac{u^2}{8g}$

22. 19.6 ms^{-1} আদিবেগে ও আনুভূমিকের সাথে 30° কোণে একটি [illegible] নিক্ষেপ করা হলো। বস্তুটির মোট বিচরণ কাল কত? [RU: [illegible]]

A. 4 s B. 2 s C. 1 s D. কোনোটিই নয়

S [illegible] $T = \frac{2u\sin\theta}{g} = \frac{2 \times 19.6 \times \sin 30°}{9.8} = 2\ sec$

23. 32 ft s^{-1} আদিবেগে ভূমির সাথে 30° কোণে প্রক্ষিপ্ত বস্তুর আনুভূমিক [illegible] [illegible]

A. $8\sqrt{3}$ ft B. $16\sqrt{3}$ ft C. 16 ft D. $\frac{8}{\sqrt{3}}$ ft

S [illegible] $R = \frac{v^2\sin 2\theta}{g} = \frac{32^2 \times \sin 60°}{32} = 16\sqrt{3}$ ft

24. যদি একটি বস্তু V বেগে নিক্ষিপ্ত হয় এবং এর আনুভূমিক পাল্লা [illegible] [illegible] হয়, তাহলে নিক্ষেপণ কোণের মান কত? [illegible]

A. 30° B. 45° C. 60° D. 90°

S [illegible] $\tan\theta = \frac{4H}{R} = \frac{4H}{4H} = 1 \Rightarrow \theta = \tan^{-1}(1) = 45°$

25. কত কোণে 400 m/s বেগে নিক্ষেপ করলে একটি বস্তুর পাল্লা [illegible] 8 km (g = 10 m/s^2)? [illegible]

A. $\frac{\pi}{12}$ B. $\frac{\pi}{6}$ C. $\frac{\pi}{4}$ D. $\frac{2\pi}{3}$

S [illegible] $R = \frac{u^2\sin 2\alpha}{g} \Rightarrow 8000 = \frac{400^2\sin 2\alpha}{10}$

$\Rightarrow \sin 2\alpha = \frac{1}{2} \Rightarrow 2\alpha = \frac{\pi}{6}$ $\therefore \alpha = \frac{\pi}{12}$

26. একটি বস্তুকণা u বেগে এবং α কোণে প্রক্ষিপ্ত হলে উহার সর্বোচ্চ [illegible] পাল্লা এর মান কত? [illegible]

A. $\frac{u^2}{g}\sin\alpha$ B. $\frac{u^2}{g}\sin 2\alpha$ C. $\frac{u^2}{g}$ D. $u^2\sin$ [illegible]

S [illegible] $R = \frac{u^2\sin 2\alpha}{g}$

$\alpha = 45°$ হলে $R = R_{max}$ $\therefore R_{max} = \frac{u^2\sin(2 \times 45°)}{g} = \frac{u^2}{g}$

27. মিনারের শীর্ষ থেকে 19.5 m/sec বেগে খাড়া উপরে নিক্ষিপ্ত [illegible] সময় নিচে পড়লে মিনারের উচ্চতা কত? [illegible]

A. 18 m B. 10 m C. 25 m D. 40 m

S [illegible] $h = -ut + \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow h = -19.5 \times 5 + \frac{1}{2} \times 9.8 \times 5^2$

28. একটি বস্তু স্থির হতে মুক্তভাবে 4 সেকেন্ডে ভূমিতে পতিত হয় [illegible] বস্তুটি কত দূরত্ব অতিক্রম করে। [illegible]

A. 128 ফুট B. 16 ফুট C. 96 ফুট D. [illegible]

S [illegible] শেষ 2 সেকেন্ডে দূরত্ব $= \frac{1}{2} \times 32(4^2 - 2^2) = 192$ ফুট

29. একটি মানুষ একটি পাথরকে ঠিক 392 ফুট ছুড়তে পারে তবে নিক্ষেপের গতি কোনটি? [CU. 11-12]

A. 112 ফুট B. 211 ফুট C. 212 ফুট
D. 110 ফুট E. 121 ফুট

S Ⓐ WhY $R_{max} = \frac{u^2}{g}$

$\therefore u = \sqrt{R_{max} \times g} = \sqrt{392 \times 32} = 112$ ফুট

30. একটি বস্তু বিনা বাধায় শুধুমাত্র মধ্যাকর্ষনের প্রভাবে খাড়া নিচের দিকে নামা অবস্থায় 128ft দূরত্বে অবস্থিত দুইটি বিন্দু 2 সেকেন্ড অতিক্রম করে। উপরের বিন্দু হতে কত উচ্চতায় বস্তু নিচের দিকে নামা শুরু করেছিল? [CKRuet. 20-21]

A. 13ft B. 19ft C. 21ft
D. 27ft E. 16ft

S Ⓔ WhY $h = ut + \frac{1}{2}gt^2$

$\Rightarrow 128 = u \times 2 + \frac{1}{2} \times 32 \times 2^2$ [$g = 32$ fts^{-2}]

$\Rightarrow 128 = 2u + 64 \Rightarrow u = 32$fts^{-1};
উপরের বিন্দুতে বেগ ছিল 32 fts^{-1}।
বস্তুটি উপরের বিন্দু থেকে h′ উচ্চতায় নামা শুরু করলে, $u^2 = 2gh'$

$\Rightarrow h' = \frac{u^2}{2g} = \frac{32^2}{2 \times 32} = 16$ft.

31. 0.25 Kg এবং 0.50 Kg ভরের দুইটি বস্তু যথাক্রমে h_1 এবং h_2 উচ্চতা হতে মুক্তভাবে পড়ে একই সমান গতিশক্তিতে ভূপৃষ্ঠে পড়ল। h_1/h_2 এর মান নির্ণয় কর। [KUET. 13-14]

A. $\frac{3}{5}$ B. $\frac{11}{15}$ C. $\frac{3}{7}$ D. $\frac{2}{1}$

S Ⓓ WhY $E = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m \times 2gh = mgh$

$E \propto mh \;\therefore m_1h_1 = m_2h_2 \Rightarrow \frac{h_1}{h_2} = \frac{m_2}{m_1} = \frac{0.50}{0.25} = \frac{2}{1}$

32. কোন স্তম্ভের শীর্ষ হতে 19.5m/sec বেগে খাড়া উপরের দিকে প্রক্ষিপ্ত কোন কণা 5 sec পরে স্তম্ভের পাদদেশে পতিত হলে স্তম্ভের উচ্চতা- [DU. 11-12, 07-08, 05-06; JnU. 06-07]

A. 25 m B. 50 m C. 20 m D. 30 m

S Ⓐ WhY এক্ষেত্রে, $u = 19.5$ m/s, $t = 5$ s, $g = 9.8$ m/s^2

$\therefore h = -u + \frac{1}{2}gt^2 = -19.5 \times 5 + \frac{1}{2} \times 9.8 \times 5^2 = 25$ m

[∵ স্তম্ভের শীর্ষ হতে বস্তু খাড়া উপরে প্রক্ষিপ্ত হয়]

PRIME TEST

01. একটি ক্রিকেট বলকে 40m/sec বেগে এবং ভূমির সাথে 60° কোণে ব্যাট দ্বারা আঘাত করলে সর্বোচ্চ উচ্চতায় বলটির বেগ কত?
Ⓐ 0 Ⓑ 20m/sec
Ⓒ 30m/sec Ⓓ 40m/sec

02. একটি গাড়ী স্থিরাবস্থা থেকে সমত্বরণে চলা শুরু করে 5 sec এ 80 m/s গতিপ্রাপ্ত হল। গাড়ীটির ত্বরণ–
Ⓐ 15 m/s^2 Ⓑ 20 m/s^2
Ⓒ 16 m/s^2 Ⓓ 30 m/s^2

03. $s = 6 + 4t - t^2$ হলে 2 সে. পর এর ত্বরণ কত হবে?
Ⓐ 4m/s^2 Ⓑ −4m/s^2 Ⓒ 2m/s^2 Ⓓ −2m/s^2

04. কোন গাড়ী ঘন্টায় 45 মাইল বেগে চলে; 2 মিনিট 20 সেকেন্ডে ইহা কত মাইল যাবে?
Ⓐ $1\frac{1}{5}$ Ⓑ $1\frac{2}{5}$ Ⓒ $1\frac{3}{4}$ Ⓓ $1\frac{3}{5}$

05. একটি বুলেট কোন দেয়ালের ভিতর 5 cm ঢুকবার পর এক তৃতীয়াংশ বেগ হারায়। বুলেটটি দেয়ালের মধ্যে আর কতটুকু ঢুকবে?
Ⓐ 5 cm Ⓑ 4 cm Ⓒ $\frac{10}{3}$ cm Ⓓ 3 cm

06. যদি u বেগে অনুভূমিকের সাথে α কোণে প্রক্ষিপ্ত বস্তু T সময়ে তার গতিপথের সর্বোচ্চ উচ্চতা H এ পৌঁছায়, তবে $\frac{H}{T^2}$ হবে।
Ⓐ $\frac{2}{g}$ Ⓑ $\frac{g}{2}$ Ⓒ g Ⓓ $\frac{1}{g}$

07. 32 ft/sec আদিবেগে এবং ভূমির সাথে 30° কোণে একটি বস্তু নিক্ষেপ করা হলো। ইহার আনুভূমিক পাল্লা-
Ⓐ 16 ft Ⓑ $32\sqrt{3}$ Ⓒ 32 ft Ⓓ $16\sqrt{3}$ ft

08. বায়ুশূন্য স্থানে প্রক্ষিপ্ত বস্তুকণার গতিপথ একটি-
Ⓐ বৃত্ত Ⓑ অধিবৃত্ত Ⓒ পরাবৃত্ত Ⓓ সরলরেখা

09. একটি বস্তু 39.2 মি:/সে: বেগে ভূমির সাথে 30° কোণে নিক্ষিপ্ত হলে কত সময় পড়ে বস্তুটি নিক্ষেপের দিকের সাথে লম্বভাবে চলবে?
Ⓐ 10 সে: Ⓑ 8 সে: Ⓒ 6 সে: Ⓓ 4 সে:

10. আনুভূমিক তলের পাল্লা সর্বোচ্চ পাল্লার অর্ধেক হলে প্রক্ষিপ্ত কোন কত?
Ⓐ 15^0 Ⓑ 30^0 Ⓒ 45^0 Ⓓ 60^0

11. $\frac{u}{\sqrt{3}}$ বেগে 30° কোণে প্রক্ষিপ্ত কণার সর্বোচ্চ উচ্চতায় বেগ কত একক/সে.?
Ⓐ $\frac{2u}{\sqrt{3}}$ Ⓑ $\frac{u}{\sqrt{3}}$ Ⓒ $\frac{u}{2}$ Ⓓ $\frac{u}{2\sqrt{2}}$

12. ভূমি হতে 19.6 m/sec বেগে খাড়া উপরের দিকে কোন বস্তু নিক্ষিপ্ত হলে কতক্ষণ পরে ভূমিতে পতিত হবে?
Ⓐ 3 sec Ⓑ 4 sec Ⓒ 5 sec Ⓓ 6 sec

13. 64 ft/sec বেগে খাড়া উপরের দিকে উৎক্ষিপ্ত একটি বস্তুর সর্বোচ্চ উচ্চতা কত?
Ⓐ 32 ft Ⓑ 48 ft Ⓒ 64 ft Ⓓ 80 ft

14. কোন স্তম্ভের শীর্ষ হতে 19.5m/sec বেগে খাড়া উপরের দিকে প্রক্ষিপ্ত কোন কণা 5 sec পরে স্তম্ভের পাদদেশে পতিত হলে স্তম্ভের উচ্চতা–
Ⓐ 25 m Ⓑ 50 m Ⓒ 20 m Ⓓ 30 m

15. একটি শূন্য কূপের মধ্যে একখণ্ড পাথরের টুকরা ছেড়ে দেয়ার পর তা 19.6 মি./সে. বেগে কূপের তলদেশে পতিত হয়। কূপের গভীরতা কত মিটার?
Ⓐ 9.8 Ⓑ 32.0 Ⓒ 16.5 Ⓓ 19.6

16. একটি বাঘ 20 মিটার দূরে একটি হরিণকে দেখতে পেয়ে স্থির অবস্থান হতে 3m/sec^2 ত্বরণে হরিণটির পশ্চাতে দৌড়াল। হরিণটি 13m/sec সমবেগে দৌড়াতে থাকলে কতক্ষণ পরে বাঘটি হরিণকে ধরতে পারবে?
Ⓐ 2sec Ⓑ 12 sec Ⓒ 10 sec Ⓓ 20 sec

17. 49 মিটার উঁচু দালানের ছাদ হতে একখণ্ড পাথর ছেড়ে দিলে ভূমিতে পড়তে কত সময় লাগবে?
Ⓐ $\sqrt{5}$ sec Ⓑ 10 sec
Ⓒ $\sqrt{10}$ sec Ⓓ 15 sec

18. একটি বুলেট একটি লক্ষ্য বস্তুতে 3 cm ভেদ করে এর অর্ধেক বেগ হারায়। বুলেটটি আরও কতটা ভেদ করবে?
Ⓐ 1 cm Ⓑ 1.5 cm Ⓒ 2 cm Ⓓ 3 cm

19. কত ডিগ্রী কোণে নিক্ষিপ্ত বস্তুর পাল্লা সর্বাধিক?
Ⓐ 30° Ⓑ 45° Ⓒ 25° Ⓓ 90°

20. একটি বস্তুকণা 35 সে.মি. ব্যাসার্ধবিশিষ্ট বৃত্তের পরিধি বরাবর 10 সেকেন্ডে একটি ব্যাসের এক প্রান্ত থেকে অপর প্রান্তে যায়। বস্তুকণাটির গড়বেগ কত?
Ⓐ 5 সে.মি./সে. Ⓑ 7 সে.মি./সে.
Ⓒ 9 সে.মি./সে. Ⓓ 11 সে.মি./সে.

CS CamScanner

13. একটি নিটোল মুদ্রা ও একটি নিটোল ছক্কা একত্রে নিক্ষেপ করা হলো। একই সঙ্গে মুদ্রাটির মাথা ও ছক্কাটির জোড় সংখ্যা সম্ভাবনা: [DU. 11-12]

A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{1}{5}$

S Ⓒ Why একটি নিটোল মুদ্রা ও একটি নিটোল ছক্কা একত্রে নিক্ষেপ করা হলে মোট ফলাফল = 2

মুদ্রাটির মাথা ও ছক্কাটির জোড় সংখ্যা আছে ৩টিঃ {2H, 4H, 6H}

$\therefore$ সম্ভাবনা $= \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$

14. একটি ছক্কা নিক্ষেপে 2 দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যা উঠার সম্ভাবনা কত? [JU-D. 19-20]

A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{6}$ D. $\frac{2}{3}$ Ⓐ

15. একটি ছক্কাকে নিক্ষেপ করা হলো। 3 বা 4 পাওয়ার সম্ভাবনা- [DU-7Clg. 18-19]

A. 1.6 B. 1/3 C. 5/6 D. 1

S Ⓑ Why $P(3 \cup 4) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

16. একটি তাসের প্যাকেট. হতে দৈবভাবে একটি তাস নিলে তা হরতনের টেক্কা হবার সম্ভাবনা কত? [JU. 09-10]

A. $\frac{1}{13}$ B. $\frac{4}{13}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{1}{52}$ Ⓓ

17. একটি বাক্সে 3 টি লাল, 5টি কালো এবং 7টি সাদা বল আছে। এলোমেলোভাবে একসাথে দুটি বল তুলে নেয়া হলো। বল দুটির একটি লাল ও অপরটি কালো হওয়ার সম্ভাবনা কত? [JU-H. 19-20]

A. 8/105 B. 3/105 C. 3/7 D. 1/7

S Ⓓ Why লাল = 3টি, কালো = 5টি, সাদা = 7টি

মোট = 3 + 5 + 7 = 15টি

দুইটি উঠালে একটি লাল এবং অপরটি কালো হওয়ার সম্ভাবনা= $\frac{{}^3C_1 \times {}^5C_1}{{}^{15}C_2} = \frac{1}{7}$

18. একটি বাক্সে 7টি লাল ও 6 টি কালো বল আছে। এটি হতে দৈবভাবে 6টি বল উঠানো হলে, 4টি কালো ও 2টি লাল বল পাওয়ার সম্ভাবনা- [RU. 08-09]

A. 0.3875 B. 0.1836 C. 0.2567 D. কোনটি নয়

S Ⓑ Why 4টি কালো ও 2টি লাল বল পাওয়ার সম্ভাবনা

$= \frac{{}^6C_4 \times {}^7C_2}{{}^{13}C_6} = \frac{105}{572} = 0.183566$

19. একটি ঝুড়িতে সম আকারের 6টি কালো, 5টি সাদা ও 4টি লাল মার্বেল আছে। ঝুড়ি হতে দৈবক্রমে একটি মার্বেল নেয়া হলে মার্বেলটি কালো বা লাল হওয়ার সম্ভাবনা — [CU. 15-16]

A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{2}{3}$ C. 1

D. $\frac{2}{5}$ E. $\frac{3}{5}$

S Ⓑ Why কাল ও লাল মার্বেল = 6 + 4 = 10 ;

মোট মার্বেল = 6 + 4 + 5 = 15 $\therefore$ নির্ণেয় সম্ভাব্যতা $= \frac{10}{15} = \frac{2}{3}$

20. একটি বাক্সে 10টি নীল ও 15টি লাল মার্বেল আছে। একটি বালক যেমন খুশি টেনে প্রতিবারে একটি করে পর পর দুইটি মার্বেল উঠালে দুটি একই রংয়ের মার্বেল হবার সম্ভাবনা- [DU. 05-06; JnU. 06-07]

A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{4}{5}$ C. $\frac{3}{20}$ D. $\frac{7}{20}$

S Ⓐ Why 2টি একই রংয়ের মার্বেল পাবার অর্থ: 2টি নীল অথবা 2টি লাল।

$\therefore$ P (2টি একই রংয়ের মার্বেল) = P (2টি নীল অথবা 2টি লাল মার্বেল)

= P (2টি নীল মার্বেল) + P (2টি লাল মার্বেল)

= P (১মটি নীল ও ২য়টি নীল) + P (১মটি লাল ও ২য়টি লাল)

পরপর উত্তোলনে মার্বেল দু'টি একই রংয়ের হওয়ার সম্ভাবনা

$= \frac{10}{25} \times \frac{9}{24} + \frac{15}{25} \times \frac{14}{24} = \frac{300}{600} = \frac{1}{2}$

21. একটি বাক্সে 4টি সাদা ও 6টি কালো বল আছে। বাক্স হতে দৈবচয়নভাবে দুইটি বল একসাথে তুলে নিলে, বল দুইটি ভিন্ন রঙের হওয়ার সম্ভাবনা কত? [JU. 15-16]

A. $\frac{3}{15}$ B. $\frac{1}{3}$

C. $\frac{7}{15}$ D. $\frac{8}{15}$

S Ⓓ Why ভিন্ন রং হওয়ার সম্ভাবনা $= \frac{{}^4C_1 \times {}^6C_1}{{}^{10}C_2} = \frac{24}{45} = \frac{8}{15}$

22. কোন বাক্সে 6টি লাল ও 4টি সাদা বল আছে। পুনঃস্থাপন না করে 2টি বল নেয়া হলে বল দুইটি সাদা হওয়ার সম্ভাবনা হবে- [JUST-A. 14-15]

A. $\frac{2}{15}$ B. $\frac{7}{15}$ C. $\frac{8}{15}$

D. $\frac{1}{15}$ E. $\frac{4}{15}$

S Ⓐ Why লাল বল = 6

সাদা বল = 4

মোট বল = 10

$\therefore$ বল দুইটি সাদা হবার সম্ভাবনা $= \frac{{}^4C_2}{{}^{10}C_2} = \frac{2}{15}$

PRIME TEST

01. 4, 2, 5, 7 সংখ্যাসমূহের জ্যামিতিক গড় কত?

Ⓐ 9 Ⓑ 12 Ⓒ 8 Ⓓ $\sqrt[4]{280}$

02. তোমার 15 জন বন্ধুর বয়সের গড় ও পরিমিত ব্যবধান যথাক্রমে 10 ও 2 হলে বয়সের বিভেদাঙ্ক কত?

Ⓐ 5% Ⓑ 10% Ⓒ 15% Ⓓ 20%

03. প্রথম 10টি সংখ্যার পরিমিত ব্যবধান-

Ⓐ 2.87 Ⓑ 3.50 Ⓒ 4.27 Ⓓ 4.89

04. Geometric mean, arithmitic mean থেকে সবসময়-

Ⓐ ছোট হবে Ⓑ বড় হবে

Ⓒ সমান হবে Ⓓ ছোট বড় দুই রকমের হতে পারে

05. প্রথম 7টি স্বাভাবিক সংখ্যার পরিমিত ব্যবধান হবে-

Ⓐ 2 Ⓑ 2.5 Ⓒ 1.9 Ⓓ 3

06. 2, 5, 4, 9, 7, 13 সংখ্যাগুলির মধ্যমা হবে-

Ⓐ 4 Ⓑ 8 Ⓒ 10 Ⓓ 6

07. 1 থেকে 21 পর্যন্ত সংখ্যা হতে যেকোনো একটিকে দৈবচয়নের মাধ্যেমে নিলে সেই সংখ্যাটি 3 বা 7 এর গুণিতক হবার সম্ভাবনা কত?

Ⓐ $\frac{8}{21}$ Ⓑ $\frac{3}{7}$ Ⓒ $\frac{10}{21}$ Ⓓ $\frac{11}{21}$

08. 10 জন ব্যক্তির একটি গ্রুপে 4 জন হলো পুরুষ। দৈবচয়ন ভিত্তিতে 2 জনকে বাছাই করলে উভয়ই পুরুষ হওয়ার সম্ভাবনা কত?

Ⓐ $\frac{1}{15}$ Ⓑ $\frac{1}{5}$ Ⓒ $\frac{2}{15}$ Ⓓ $\frac{4}{15}$

09. 40 হতে 50 সংখ্যাগুলি থেকে দৈবচয়ন পদ্ধতিতে একটি সংখ্যা নেয়া হল। সংখ্যাটি মৌলিক না হওয়ার সম্ভাব্যতা কত?

Ⓐ $\frac{8}{11}$ Ⓑ $\frac{5}{11}$ Ⓒ $\frac{3}{11}$ Ⓓ $\frac{1}{11}$

10. 0, 1, 2 দ্বারা গঠিত তিন অঙ্কবিশিষ্ট একটি সংখ্যাকে 10 দ্বারা বিভাজ্য হওয়ার সম্ভাবনা হবে-

Ⓐ $\frac{1}{2}$ Ⓑ $\frac{1}{3}$ Ⓒ $\frac{2}{9}$ Ⓓ $\frac{1}{6}$

11. একটি ছক্কাকে নিক্ষেপ করা হলো। 3 বা 4 পাওয়ার সম্ভাবনা-

Ⓐ 1.6 Ⓑ 1/3

Ⓒ 5/6 Ⓓ 1

CS CamScanner