গণিত

গণিত-১ম পত্র

অধ্যায়-০১ : ম্যাট্রিক্স ও নির্ণায়ক

একনজরে কিছু গুরুত্বপূর্ণ গাণিতিক সূত্রাবলি

⊙ **শূন্য ম্যাট্রিক্স (Zero Matrix) :** যে ম্যাটিক্সের সকল উপাদান শূন্য তাকে শূন্য ম্যাট্রিক্স বলে। যথা : $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

⊙ **বিম্ব ম্যাট্রিক্স (Transpose of a Matrix) :** কোনো ম্যাট্রিক্সের সারি গুলোকে কলামে এবং কলাম গুলোকে সারিতে পরিনত করলে যে নতুন ম্যাট্রিক্স পাওয়া যায় তাকে বিম্ব ম্যাট্রিক্স বলে। যথা : $A = \begin{bmatrix} a & b & c \\ p & q & r \\ x & y & z \end{bmatrix}$ হলে এর বিম্ব ম্যাট্রিক্স $A^t = A^T = A' = \begin{bmatrix} a & p & x \\ b & q & y \\ c & r & z \end{bmatrix}$.

⊙ **সমান ম্যাট্রিক্স (Equal Matlx) :** যদি এবং কেবল মাত্র যদি দুটি ম্যাট্রিক্সের মাত্রা বা Order সমান হয় এবং একটির উপাদান অপরটির অনুরূপ উপাদানের সমান হয় তাকে সমান ম্যাট্রিক্স বলে। যথা : $\begin{bmatrix} x & y \\ u & v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$ ম্যাট্রিক্সদ্বয়কে দুটি সমান ম্যাট্রিক্স বলা হবে যদি $x = 2, y = 3, u = -1$ $v = 4$ হয়।

⊙ **কর্ণ ম্যাট্রিক্স (Diagonal Matrix) :** কোনো বর্গ ম্যাট্রিক্সের প্রধান কর্ণের উপাদান গুলো শূন্য নয় কিন্তু প্রধান কর্ণ বাদে অন্য সকল উপাদান শূন্য হলে তাকে কর্ণ ম্যাট্রিক্স বলে। যথা : $\begin{bmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 \\ 0 & 0 & c \end{bmatrix}$ একটি কর্ণ ম্যাট্রিক্স।

⊙ **ম্যাট্রিক্সের মান :** ম্যাট্রিক্সের মান বলতে ম্যাট্রিক্সের নির্ণায়কের মান বুঝায় যা শুধুমাত্র বর্গ ম্যাট্রিক্সের ক্ষেত্রে সম্ভব।

⊙ **ম্যাট্রিক্সের ট্রেস :** কোনো বর্গ ম্যাট্রিক্সের মুখ্য কর্ণের উপাদানের যোগফলকে ম্যাট্রিক্সের ট্রেস বলে। যথা : $\begin{bmatrix} 1 & 5 & 3 \\ 0 & 7 & 6 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ ম্যাট্রিক্সের ট্রেস হলো $(1 + 7 + 1) = 0$.

⊙ **ইনভার্স ম্যাট্রিক্সের মান বের করার পদ্ধতি** $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ হলে $A^{-1} = \frac{1}{ad - bc}\begin{bmatrix} b & -d \\ -c & a \end{bmatrix}$.

⊙ **ব্যতিক্রমী ম্যাট্রিক্স :** যে ম্যাট্রিক্সের মান শূণ্য তাকে ব্যতিক্রমী ম্যাট্রিক্স বলে।

⊙ **অভেদক ম্যাট্রিক্স (identity Matrix) :** যে বর্গ ম্যাট্রিক্সের প্রধান কর্ণের সকল উপাদান I এবং অন্য সকল উপাদান শূন্য তাকে অভেদক ম্যাট্রিক্স বলে। যথা : $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ একটি অভেদক ম্যাট্রিক্স।

⊙ **প্রতিসম ম্যাট্রিক্স :** কোনো বর্গ ম্যাট্রিক্সকে বিম্ব ম্যাট্রিক্সে পরিনত করলে যদি ম্যাট্রিক্সটি অপরিবর্তিত থাকে তবে তাকে প্রতিসম ম্যাট্রিক্স বলে। যথা: A প্রতিসম হবে যদি $A = A^t$ হয়।

⊙ **অপ্রতিসম ম্যাট্রিক্স :** কোনো বর্গ ম্যাট্রিক্সের কর্ণেরউপাদান গুলো শূন্য এবং $A^t = -A$ হলে A কে অপ্রতিসম ম্যাট্রিক্স বলে। যথা : $A = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 3 \\ -2 & 0 & 5 \\ -3 & -5 & 0 \end{bmatrix}$ একটি অপ্রতিসম ম্যাট্রিক্স

⊙ নির্ণায়ক হলো বিশেষ আকারে লিখিত নির্দিষ্ট এক প্রকারের রাশি। যেমন : $\begin{bmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{bmatrix}$ একটি নির্ণায়ক। এখানে a_1, b_1, c_1 ইত্যাদি বর্ণগুলিকে নির্ণায়কের উপাদান বলে। এখানে, a_1, b_2, c_3 উদাহরণগুলি হলো নির্ণায়ক গঠনকারী উপাদান।

⊙ **নির্ণায়কের মৌলিক গুনাবলী :**

(i) কোন নির্ণায়কের অনুরূপ সারি এবং কলামসমূহ পরস্পর স্থান বিনিময় করিলে ইহার মানের কোন পরিবর্তন হয় না। যেমন $\begin{bmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix}$ এখানে ১ম, ২য় ও ৩য় কলাম যথাক্রম ১ম, ২য় ও ৩য় সারিতে স্থান বিনিময় করেছে।

(ii) যদি কোন নির্ণায়কের দুইটি পাশাপাশি কলাম বা সারি পরস্পর স্থান বিনিময় করে তাকে নির্ণায়কের চিহ্ন বদলাইয়া যায় কিন্তু ইহার সংখ্যামান অপরিবর্তিত থাকে। যেমন : $\begin{bmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 & a_1 & c_1 \\ b_2 & a_2 & c_2 \\ b_3 & a_3 & c_3 \end{bmatrix}$ এখানে ১ম এবং ২য় কলাম স্থান বিনিময় করেছে। এক্ষেত্রে শিক্ষার্থীদের মনে রাখতে হবে যে, পাশাপাশি না হয়েও যদি যেকোন দুটি কলাম বা দুটি সারি পরস্পর স্থান বিনিময় করে তবুও নির্ণায়কের চিহ্ন পরিবর্তিত হয়।

(iii) যদি নির্ণায়কের দুইটি কলাম বা সারি ঠিক একই রকম হয় তবে নির্ণায়কের মান শূন্য হইবে। যেমন: $\begin{bmatrix} a_1 & a_1 & a_2 \\ b_1 & b_1 & b_2 \\ c_1 & c_1 & c_2 \end{bmatrix} = 0$ [কারণ পাশাপাশি দুটো কলাম একই।]

(iv) কোন নির্ণায়কের যেকোন সারি বা কলামের অনুরূপ উপাদানগুলো পরস্পরের সমানুপাতিক হলে, ঐ নির্ণায়কের মান শূন্য হবে। যেমন : $\begin{bmatrix} ma_1 & mb_1 \\ c_1 & d_1 \end{bmatrix} = m\begin{bmatrix} a_1 & b_1 \\ c_1 & d_1 \end{bmatrix}$

(v) কোন নির্ণায়কের যেকোন দুইটি সারি বা কলামের অনুরূপ উপাদানগুলো পরস্পরের সমানুপাতিক হলে, ঐ নির্ণায়কের মান শূন্য হবে। যেমন : $\begin{bmatrix} ma_1 & ma_1 & mc_1 \\ a_2 & a_2 & c_2 \\ a_3 & a_3 & c_3 \end{bmatrix} = 0$

⊙ **অনুরাশি ও সহগুনক :** যদি একটি নির্ণায়কের যেকোন উপাদানের মধ্যদিয়ে একটি খাড়া ও একটি আনুভূমিক সরলরেখা টানা যায়, তাহা হইলে বাকী উপাদানগুলি দ্বারা গঠিত নির্ণায়ককে ঐ উপাদানের অনুরাশি বলে। যেমন : $\begin{bmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{bmatrix}$ এই নির্ণায়কে a_1, b_1, c_1 এর অনুরাশি যথাক্রমে $\begin{vmatrix} b_2 & c_2 \\ b_3 & c_3 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} a_2 & c_2 \\ a_3 & c_3 \end{vmatrix}$ ও $\begin{vmatrix} a_2 & b_2 \\ a_3 & b_3 \end{vmatrix}$ আর কোন উপাদানের অনুরাশির পূর্বে যথাক্রমে চিহ্ন বসাইলে উহাকে ঐ উপাদনের সহগুণক বলা হয়। যেমন উপরোক্ত নির্ণয়েকে a_1, b_1 ও c_1 এর সহগুণক যথাক্রমে, $\begin{vmatrix} b_2 & c_2 \\ b_3 & c_3 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} a_2 & c_2 \\ a_3 & c_3 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} a_2 & b_2 \\ a_3 & b_3 \end{vmatrix}$

⊙ **নির্ণায়কের বিস্তৃতি তথা মান নির্ণয় :** ৩য় মাত্রার $\begin{bmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{bmatrix}$ এই নির্ণায়কের ১ম সারি বিয়োগ করে পাই $= a_1\begin{vmatrix} b_2 & b_3 \\ c_2 & c_3 \end{vmatrix} - b_1\begin{vmatrix} a_2 & a_3 \\ c_2 & c_3 \end{vmatrix} - c_1\begin{vmatrix} a_2 & a_3 \\ b_2 & b_3 \end{vmatrix}$

$= a_1(b_2c_3 - b_3c_2) - b_1(a_2c_3 - a_3c_2) + c_1(a_2b_3 - a_3b_2)$

$= (a_1b_2c_3 + a_3b_1c_2 + a_2b_3c_1) - (a_1b_3c_2 + a_2b_1c_3 + a_3b_2c_1)$

একইভাবে নির্ণায়কের ২য় ও ৩য় সারি অথবা ১ম, ২য় ও ৩য় কলাম বিবেচনা করেও নির্ণায়কের বিস্তৃতি তথা মান নির্ণয় করা যায়।

d. $a_1x + b_1v + c_1z = d_1$; $a_2x + b_2y + c_2z = d_2$ এবং $a_3x + b_3y + c_3z = d_3$ হলে $\frac{x}{D_x} = \frac{y}{D_y} = \frac{z}{D_z} = \frac{1}{D} \Rightarrow x = \frac{Dx}{D}, y = \frac{Dy}{D}$ এবং $\frac{Dz}{D}$

যেখানে, $D = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$ এবং $D_x = \begin{vmatrix} d_1 & b_1 & c_1 \\ d_2 & b_2 & c_2 \\ d_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$

$D_y = \begin{vmatrix} a_1 & d_1 & c_1 \\ a_2 & d_2 & c_2 \\ a_3 & d_3 & c_3 \end{vmatrix}$ এবং $D_z = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & d_1 \\ a_2 & b_2 & d_2 \\ a_3 & b_3 & d_3 \end{vmatrix}$

যে অঙ্ক সমূহ অতীতে এসেছিল, বর্তমানে আসছে এবং ভবিষ্যতে আসতে পারে বা একই নিয়মের অন্য অঙ্কও আসতে পারে। যা প্রদত্ত অঙ্কসমূহ করা শিখলে সেগুলো অনায়াসে পারবে।

☑ গুরুত্বপূর্ণ MCQ প্রশ্নোত্তর

১. A, B, C ম্যাট্রিক্সগুলোর মাত্রা যথাক্রমে 4 × 5, 5 × 4 এবং 4 × 2 হলে, $(A^T + B)$ C ম্যাট্রিক্সের মাত্রা হবে–

ⓚ 5 × 4 ⓛ 4 × 2 ⓖ 5 × 2 ⓘ 2 × 5

২. A একটি 2 × 3 ম্যাট্রিক্স এবং B একটি 3 × 2 ম্যাট্রিক্স তাহলে BA ম্যাট্রিক্সের অর্ডার হবে–

ⓚ 2 × 3 ⓛ 2 × 2
ⓖ 3 × 2 ⓘ 3 × 3

৩. $A = (a_{ij})_{m \times n}$ ও $B = (B_{ij})_{n \times n}$ হলে, AB এর কলাম সংখ্যা কত?

ⓚ m ⓛ n
ⓖ m + n ⓘ কোনোটিই নয়

৪. $A = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ এবং B = (2 3 4) হলে, AB কত?

ⓚ $\begin{pmatrix} 2 & 2 & 4 \\ 4 & 6 & 8 \\ 6 & 9 & 12 \end{pmatrix}$ ⓛ $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$
ⓖ (20) ⓘ AB অসম্ভব

৫. $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 4 & 5 & 9 \\ 6 & 7 & 8 \end{bmatrix}$ হলে 7 উপাদানটির অনুরাশি কোনটি?

ⓚ –4 ⓛ 14 ⓖ –15 ⓘ 32

৬. $x = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & -2 & 3 \end{bmatrix}$ হলে x এর (3, 2) তম সহগুণক কত?

ⓚ 0 ⓛ –2 ⓖ 2 ⓘ –3

৭. $\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}$ এর বিপরীত ম্যাট্রিক্স নির্ণয় কর।

ⓚ $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ⓛ $\begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$
ⓖ $\begin{bmatrix} -\frac{5}{2} & \frac{3}{2} \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$ ⓘ কোনোটিই নয়

৮. নিচের কোন ম্যাট্রিক্সের বিপরীত ম্যাট্রিক্স নেই?

ⓚ $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ ⓛ $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$
ⓖ $\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$ ⓘ $\begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 4 & 4 \end{bmatrix}$

৯. যদি A একটি বর্গ ম্যাট্রিক্স হয়, তবে IAI = ?

ⓚ I ⓛ A
ⓖ A^{-1} ⓘ IA

১০. তিন চলক বিশিষ্ট সমীকরণ জোটের সমাধানের জন্য ব্যবহৃত প্রক্রিয়াকে কী বলে?

ⓚ মাত্রিক প্রক্রিয়া ⓛ নিউটন প্রক্রিয়া
ⓖ ক্রেমারের প্রক্রিয়া ⓘ থমসন প্রক্রিয়া

১১. ক্রেমারের প্রক্রিয়ায় সমীকরণজোটটির সমাধান করলে Δx এর মান কত হবে? সমীকরণজোট : 2x + 3y = 5, 5x – 2y = 3.

ⓚ –19 ⓛ 19 ⓖ 15 ⓘ –15

১২. যদি $A = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 6 \\ 1 \end{bmatrix}, X = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$ এবং AX = B হয়, তাহলে ক্রেমারের সূত্র মতে x ও y এর মান কত?

ⓚ 2, – 1 ⓛ 3, – 1
ⓖ – 1, 3 ⓘ – 1, 1

১৩. নির্ণায়কের সারি ও কলামসমূহ পরস্পর স্থান বিনিময় করলে নির্ণায়কের মান–

ⓚ শূন্য হবে ⓛ পরিবর্তন হবে না
ⓖ পরিবর্তন হবে ⓘ বিপরীত চিহ্নবিশিষ্ট হবে

১৪. $\begin{vmatrix} 6 & 5 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 2 & 4 & 3 \end{vmatrix}$ নির্ণায়কের মান কোনটি?

ⓚ 1 ⓛ 6
ⓖ 0 ⓘ 22

উত্তরপত্র

১. গ | ২. ঘ | ৩. খ | ৪. ক | ৫. খ | ৬. গ | ৭. গ | ৮. খ | ৯. খ | ১০. গ | ১১. ক | ১২. ক | ১৩. খ | ১৪. গ

CS CamScanner

১৫. $\begin{vmatrix} 0 & 3 & 2x+7 \\ 2 & 7x & 9+5x \\ 0 & 0 & 2x+5 \end{vmatrix} = 0$ হলে, x এর মান কত?

ক 0 খ $\frac{7}{2}$ গ $\frac{5}{2}$ ঘ $-\frac{5}{2}$

১৬. $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 4 & k \end{vmatrix}$ নির্ণায়কটির মান 2;, k এর মান কত?

ক 9 খ 8 গ 7 ঘ 6

১৭. $M = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ এবং $N = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$ হলে $(MN)^{-1}$ এর মান :

ক $N^{-1}M^{-1}$ খ $M^{-1}N^{-1}$ গ MN ঘ নেই

১৮. $A = \begin{bmatrix} -\frac{5}{2} & 2 \\ \frac{3}{2} & -1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$ হলে, AB = ?

ক 0 খ 1 গ −1 ঘ 2

১৯. $\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$ নির্ণায়কটির ২য় সারির উপাদানগুলোর সহগুণক যথাক্রমে A_2, B_2 এবং C_2 হলে, $a_3A_2 + b_3B_2 + c_3C_2 = ?$

ক −1 খ 1 গ 0 ঘ 2

২০. $\begin{vmatrix} 2 & 3 & x \\ 0 & 4 & x \\ 1 & 3 & 1-x \end{vmatrix}$ নির্ণায়ের (2, 1) তম ভুক্তির সহগুণক 9 হলে x এর মান কোনটি?

ক $\frac{1}{2}$ খ $\frac{3}{2}$ গ 2 ঘ 0

জাতীয় বিশ্ববিদ্যালয়ের ভর্তি পরীক্ষার প্রশ্নোত্তর রিচার্স

২১. $\begin{vmatrix} 1 & a & 2a \\ 1 & a & 2a \\ 1 & a & 2a \end{vmatrix}$ এর মান— [N.U. 13-14]

ক a খ 2a গ 1 ঘ 0

২২. A একটি 3 × 4 ম্যাট্রিক্স এবং B একটি 4 × 2 ম্যাট্রিক্স হলে, AB ম্যাট্রিক্সটির আকার হবে — [N.U. 12-13]

ক 2 × 3 খ 3 × 2 গ 2 × 4 ঘ 4 × 3

২৩. $\begin{vmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 2 \\ 3 & 0 & 6 \end{vmatrix}$ নির্ণায়কটির মান — [N.U. 12-13]

ক 0 খ 5
গ 8 ঘ 12

২৪. যদি ম্যাট্রিক্স $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ হয়, তবে AB সমান— [N.U. 11-12]

ক $\begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$ খ $\begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 10 & 5 \end{pmatrix}$

গ $\begin{pmatrix} 6 & 0 \\ 2 & 6 \end{pmatrix}$ ঘ $\begin{pmatrix} 8 & 1 \\ 12 & 5 \end{pmatrix}$

২৫. $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ হলে A^2 এর সমান— [N.U. 10-11]

ক $\begin{pmatrix} 9 & 4 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$ খ $\begin{pmatrix} 13 & -1 \\ -1 & 5 \end{pmatrix}$

গ $\begin{pmatrix} 13 & -3 \\ -1 & 5 \end{pmatrix}$ ঘ $\begin{pmatrix} 3 & -4 \\ -2 & 6 \end{pmatrix}$

Note : *সঠিক উত্তর* $\begin{pmatrix} 7 & -10 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}$

২৬. দুটি ম্যাট্রিক্স, P = [4, 5, 6] এবং $Q = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix}$ হলে, QP-এর মাত্রা কত? [N.U. 09-10]

ক 1 × 1 খ 1 × 3
গ 3 × 1 ঘ 3 × 3

২৭. একটি 3 × 2 ম্যাট্রিক্সের সারিতে কয়টি পদ থাকে? [N.U. 06-07]

ক 3 খ 2
গ 6 ঘ 3^2

২৮. যদি $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & a & a \\ x & a^2 & b^2 \end{vmatrix} = 0$ হয়, তবে x =? [N.U. 03-04]

ক − a বা b খ a বা − b
গ − a বা − b ঘ a বা b

২৯. $\begin{vmatrix} 12 & 20 & 30 \\ 40 & 50 & 60 \\ 50 & 70 & 90 \\ 10 & 20 & 30 \\ 40 & 50 & 60 \\ 50 & 70 & 90 \end{vmatrix}$ নির্ণায়কটির মান কত? [N.U. 01-02]

ক 100 খ 0
গ −100 ঘ 140

উত্তরপত্র
১৫. ঘ
১৬. ক
১৭. ক
১৮. ক
১৯. গ
২০. গ
২১. ঘ
২২. খ
২৩. ক
২৪. খ
২৫. Note
২৬. ক
২৭. খ
২৮. ঘ
২৯. খ

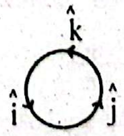
অধ্যায়-০২ : ভেক্টর

একনজরে কিছু গুরুত্বপূর্ণ গাণিতিক সূত্রাবলি

⊙ স্কেলার গুণনের ক্ষেত্রে :

(i) $\hat{i}.\hat{j} = \hat{j}.\hat{k} = \hat{k}.\hat{i} = 0$: [যেহেতু, θ = 90°]

$\hat{i}.\hat{i} = \hat{j}.\hat{j} = \hat{k}.\hat{k} = 1$: [যেহেতু, θ = 0°]



(ii) ভেক্টর গুণনের ক্ষেত্রে :

$\hat{i} \times \hat{i} = \hat{j} \times \hat{j} = \hat{k} \times \hat{k} = 0$ [যেহেতু, θ = 0°]

$\hat{i} \times \hat{j} = \hat{k}, \hat{j} \times \hat{k} = \hat{i}, \hat{k} \times \hat{i} = \hat{j}$.; [যেহেতু, θ = 90°]

$\hat{j} \times \hat{i} = -\hat{k}, \hat{k} \times \hat{j} = -\hat{i}, \hat{i} \times \hat{k} = -\hat{j}$.

CamScanner

⊙ **দুইটি ভেক্টর $\vec{A}$ ও $\vec{B}$ সংক্রান্ত বিভিন্ন রাশি :**

$\vec{A} = A_x\hat{i} + A_y\hat{j} + A_z\hat{k}$, $\vec{B} = B_x\hat{i} + B_y\hat{j} + B_z\hat{k}$

(i) A ভেক্টরের মান, $|\vec{A}| = A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}$

(ii) B এর মান, $|\vec{B}| = B = \sqrt{B_x^2 + B_y^2 + B_z^2}$

(iii) $\vec{A} + \vec{B} = (A_x - B_x)\hat{i} + (A_y + B_y)\hat{j} + (A_z + B_z)\hat{k}$

$\vec{A} - \vec{B} = (A_x - B_x)\hat{i} + (A_y - B_y)\hat{j} + (A_z - B_z)\hat{k}$

⊙ **স্কেলার গুণনের ভিন্নরূপঃ**

যদি $\vec{A} = A_x\hat{i} + A_y\hat{j} + A_z\hat{k}$ এবং $\vec{B} = B_x\hat{i} + B_y\hat{j} + B_z\hat{k}$ হয়, তবে $\vec{A}.\vec{B} = A_xB_x + A_yB_y + A_zB_z$

⊙ **ভেক্টর রাশির গুণনের ভিন্নরূপ :**

যদি $\vec{A} = A_x\hat{i} + A_y\hat{j} + A_z\hat{k}$ এবং $\vec{B} = B_x\hat{i} + B_y\hat{j} + B_z\hat{k}$ হয়, তবে

$$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$$

$= \hat{i}(A_yB_z - B_yA_z) - \hat{j}(A_xB_z - A_zB_x) + \hat{k}(A_xB_y - A_yB_x)$

⊙ (i) $\vec{a}$ ভেক্টরের উপর $\vec{b}$ ভেক্টরের অভিক্ষেপ, $b\cos\theta = \frac{\vec{a}.\vec{b}}{|\vec{a}|}$

(ii) $\vec{b}$ ভেক্টরের উপর $\vec{a}$ ভেক্টরের অভিক্ষেপ, $a\cos\theta = \frac{\vec{a}.\vec{b}}{|\vec{b}|}$

⊙ $\vec{a}$ ভেক্টর বরাবর একক ভেক্টর, $\hat{a} = \frac{\vec{a}}{|\vec{a}|}$

⊙ (i) $\vec{a}$ ভেক্টর বরাবর $\vec{b}$ ভেক্টরে উপাংশ $= \frac{\vec{a}.\vec{b}}{|\vec{a}|}\hat{a}$

(যে ভেক্টর বরাবর বলবে তাহা নিচে হবে)

(ii) $\vec{b}$ ভেক্টর বরাবর $\vec{a}$ ভেক্টরের উপাংশ $= \frac{\vec{a}.\vec{b}}{|\vec{a}|}\hat{b}$.

⊙ দু'টি ভেক্টর লম্ব হওয়ার শর্ত : $\vec{a}.\vec{b} = 0$.

⊙ দু'টি ভেক্টর সমান্তরাল হওয়ার শর্ত : $\vec{a} \times \vec{b} = 0$.

⊙ দু'টি ভেক্টর মধ্যবর্তী কোণ θ হলে, $\theta = \cos^{-1}\frac{\vec{a}.\vec{b}}{|\vec{a}||\vec{b}|}$

⊙ $A(\vec{a})$ এবং $B(\vec{b})$ বিন্দুদ্বয়ের সংযোজক রেখাংশ $R(\vec{r})$ বিন্দুতে m:n অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত করলে $R(\vec{r})$-এর অবস্থান ভেক্টর $= \frac{n\vec{a} + m\vec{b}}{m + n}$

⊙ $A(\vec{a})$ এবং $B(\vec{b})$ ভেক্টরদ্বয়ের সংযোগ রেখাংশের মধ্যবিন্দু $R(\vec{r})$-এর অবস্থান ভেক্টর $\frac{\vec{a}+\vec{b}}{2}$

⊙ $A(\vec{a})$, $B(\vec{b})$, $C(\vec{c})$ ΔABC এর শীর্ষ বিন্দু হবে এর ভরকেন্দ্র $G\left(\frac{\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}}{3}\right)$ হবে।

উত্তরপত্র

১. খ
২. ক
৩. ঘ
৪. ক
৫. ক
৬. ক
৭. খ
৮. গ
৯. গ
১০. খ
১১. ক
১২. ঘ

☑ গুরুত্বপূর্ণ MCQ প্রশ্নোত্তর

১. $\vec{OA} = \hat{i}$ এবং $\vec{OB} = \hat{i} + \hat{j}$ হলে, $\vec{AB}$ কত?

ক $\hat{i}$ খ $\hat{j}$ গ $\hat{i} + \hat{j}$ ঘ $\hat{i} - \hat{j}$

২. $p = \hat{i} - a\hat{j} + 2\hat{k}$ এবং $|p| = \sqrt{5}$ হলে, a এর মান-

ক 0 খ 2 গ 4 ঘ 5

৩. 4 একক এবং 2 একক মানের দুইটি ভেক্টর $\vec{P}$ এবং $\vec{Q}$ পরস্পর 120° কোণে ক্রিয়াশীল হলে, $\vec{P}.\vec{Q} = ?$

ক 8 খ −8 গ 4 ঘ −4

৪. দুইটি ভেক্টর পরস্পর লম্ব হওয়ার শর্ত কি?

ক তাদের ডট গুণন শূন্য হয় খ তাদের ক্রস গুণন শূন্য হয়
গ তাদের ডট গুণন এক হয় ঘ তাদের ক্রস গুণন এক হয়

৫. α এর মান কত হলে $\alpha\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$ এবং $2\alpha\hat{i} - \alpha\hat{j} - 4\hat{k}$ পরস্পর লম্ব হবে?

ক −2 এবং 1 খ 2 এবং −1
গ 2 এবং 1 ঘ −2 এবং −1

৬. $9\hat{i} + \hat{j} + 6\hat{k}$ এবং $4\hat{i} - 6\hat{j} - 5\hat{k}$ ভেক্টরদ্বয় পরস্পরের সাথে-

ক লম্ব খ সমান্তরাল
গ 30° কোণে আনত ঘ 45° কোণে আনত

৭. $\vec{OA} = 2\hat{i} + 3\hat{j} - 4\hat{k}$ এবং $\vec{OB} = 4\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k}$ হলে, $|\vec{AB}|$ নির্ণয় কর।

ক $\sqrt{19}$ খ $2\sqrt{19}$ গ $\sqrt{2}$ ঘ $4\sqrt{19}$

৮. ভেক্টর $\vec{u} = \hat{i} + \hat{j}$ ও $\vec{v} = \hat{j} + \hat{k}$ এর অন্তর্গত কোণ-

ক $\cos^{-1}\frac{1}{\sqrt{3}}$ খ $\cos^{-1}\frac{1}{3}$ গ $\cos^{-1}\frac{1}{2}$ ঘ $\cos^{-1}\frac{1}{\sqrt{2}}$

৯. $\vec{A} = \hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ এবং $\vec{B} = -\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}$ ভেক্টরদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণের পরিমাণ কত?

ক 0° খ 45° গ 90° ঘ 180°

১০. $\vec{a} = \hat{i} + \hat{j}$ এবং $\vec{b} = 3\hat{i} + 3\hat{j}$ হলে, $\vec{a}$ ভেক্টরের উপর $\vec{b}$ ভেক্টরের অভিক্ষেপ কত?

ক $\frac{1}{\sqrt{2}}$ খ $3\sqrt{2}$ গ $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ঘ $3\sqrt{3}$

১১. $\vec{B} = 6\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k}$ ভেক্টরের উপর $\vec{A} = 2\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$ ভেক্টরের অভিক্ষেপ-

ক $\frac{8}{7}$ খ $\frac{7}{8}$ গ $\frac{8}{5}$ ঘ $\frac{5}{8}$

১২. $\vec{b} = 2\hat{i} - 3\hat{j} + 6\hat{k}$ ভেক্টর বরাবর $\vec{a} = \hat{i} + 2\hat{j} + 2\hat{k}$ ভেক্টরের উপাংশ হলো-

ক $\frac{8}{9}\hat{a}$ খ $\frac{8}{7}\hat{b}$ গ $\frac{8}{9}\hat{b}$ ঘ $\frac{8}{7}\hat{a}$

১৩. $\hat{i} \times \hat{k} =$ কোনটি?

ক $\hat{j}$ খ $\hat{i}$ গ $-\hat{k}$ ঘ $-\hat{j}$

১৪. $(\hat{j} \times \hat{k}).\ \hat{i} =$ কত?

ক -1 খ 0 গ 1 ঘ $\hat{i}$

১৫. $\vec{P} = 5\hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k};\ \vec{Q} = \hat{k}$ হলে, $\vec{P} \times \vec{Q} =$ কত?

ক $-\hat{i} - 5\hat{j}$ খ $\hat{i} - 5\hat{j}$

গ $\hat{i} + 5\hat{j}$ ঘ 0

১৬. যদি $\vec{P} = 4\hat{i} - 2\hat{j} + 4\hat{k}$ এবং $\vec{Q} = 4\hat{i} - 2\hat{j} - \hat{k}$ হয়, তাহলে $\vec{P}$ এবং $\vec{Q}$ এর মধ্যবর্তী কোণ কোনটি?

ক $\cos^{-1}\left(\frac{8\sqrt{21}}{63}\right)$ খ $\cos^{-1}\left(\frac{\sqrt{21}}{63}\right)$

গ $\cos^{-1}\left(\frac{5\sqrt{21}}{63}\right)$ ঘ $\sin^{-1}\left(\frac{8\sqrt{21}}{63}\right)$

১৭. $\vec{A} = \hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k}$ এবং $\vec{B} = 3\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}$ হলে, $\vec{A} + \vec{B}$ এবং $\vec{A} - \vec{B}$ ভেক্টরদ্বয়ের অন্তর্ভুক্ত কোণের মান–

ক $60°$ খ $90°$ গ $180°$ ঘ $0°$

১৮. $\vec{A} = \hat{i} - 2\hat{j} + 3\hat{k}$ এবং $\vec{B} = 2\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$ হলে, $\vec{A}.\vec{B} = ?$

ক 3 খ 2 গ -2 ঘ -3

১৯. $\vec{a} = 2\hat{i} + \hat{j} + \hat{k},\ \vec{b} = \hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ এবং $\vec{c} = \hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$ হলে, $\vec{a}.\vec{b} + \vec{b}.\vec{c} + \vec{c}.\vec{a} = ?$

ক 0 খ 1 গ 2 ঘ 3

২০. তিনটি ভেক্টর $\vec{A}$, $\vec{B}$ এবং $\vec{C}$ সমতলীয় হওয়ার শর্ত হলো–

ক $\vec{A}.(\vec{B} \times \vec{C}) = 0$ খ $\vec{A}.\vec{B}.\vec{C} = 0$

গ $\vec{A} \times (\vec{B} \times \vec{C}) = 0$ ঘ $(\vec{A}.\vec{B}) \times \vec{C} = 0$

জাতীয় বিশ্ববিদ্যালয়ের ভর্তি পরীক্ষার প্রশ্নোত্তর রিচার্স

২১. $\vec{A} = 2\hat{i} - 3\hat{j} + 6\hat{k}$ এর সমান্তরাল একক ভেক্টর —[N.U. 14-15]

ক $\frac{2}{5}\hat{i} - \frac{3}{5}\hat{j} + \frac{6}{5}\hat{k}$ খ $\frac{2}{11}\hat{i} - \frac{3}{11}\hat{j} + \frac{6}{11}\hat{k}$

গ $\frac{2}{7}\hat{i} - \frac{3}{7}\hat{j} + \frac{6}{7}\hat{k}$ ঘ $\frac{2}{7}\hat{i} - \frac{3}{7}\hat{j} + \frac{6}{7}\hat{k}$

২২. $\vec{a} = 3\hat{i} + 2\hat{j} - 6\hat{k}$ এবং $\vec{b} = 4\hat{i} - 3\hat{j} + \hat{k}$ ভেক্টর দুইটি পরস্পর — [N.U. 12-13]

ক সমান্তরাল খ লম্ব

গ $30°$ কোণে আনত ঘ $60°$ কোণে আনত

২৩. $\vec{u} = 2\hat{i} + \hat{j} - 3\hat{k}$ এবং $\vec{v} = 3\hat{i} - 2\hat{j} - \hat{k}$ এর অন্তর্ভুক্ত কোণ— [N.U. 11-12]

ক $30°$ খ $45°$ গ $60°$ ঘ $90°$

২৪. $\vec{u} = 2\hat{i} + 5\hat{j} - 3\hat{k}$ এবং $\vec{v} = \hat{i} + \lambda\hat{j} + 4\hat{k}$ পরস্পর লম্ব হলে λ এর মান— [N.U. 10-11]

ক 0 খ 1 গ 2 ঘ 5

২৫. ভেক্টর $\vec{u} = 2\hat{i} + \hat{j} - 3\hat{k}$ এবং $\vec{v} = 3\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$ এর অন্তর্ভুক্ত কোণের পরিমাণ– [N.U. 09-10]

ক $38°$ খ $45°$ গ $60°$ ঘ $90°$

অধ্যায়-০৩ : সরলরেখা

☑ একনজরে কিছু গুরুত্বপূর্ণ গাণিতিক সূত্রাবলি

- **বিন্দুর অবস্থান নির্দেশ :** কার্তেসীয় স্থানাঙ্ক ব্যবস্থায় কোন বিন্দুর অবস্থানকে (x, y) এবং পোলার স্থানাঙ্ক ব্যবস্থায় (r, θ) দ্বারা প্রকাশ করা হয়। r কে ব্যাসার্ধ ভেক্টর (Radius Vector) এবং θ কে ভেক্টোরিয়াল কোণ বলে।

পোলার স্থানাঙ্ক ও কার্তেসীয় স্থানাঙ্কের মধ্যে সম্পর্ক :

কার্তেসীমা স্থানাঙ্ক (x, y) এবং পোলার স্থানাঙ্ক (r, θ) হলে, আমরা পাই,

$x = y\cos\theta$ এবং $y = r\sin\theta \therefore r = \sqrt{x^2 + y^2}$ এবং $\tan\theta = \frac{y}{x}$

সঞ্চারপথ : কোনো সমতলে যদি একটি বিন্দু এক বা একাধিক প্রদত্ত শর্ত মেনে চলে, তবে বিন্দুটি যে পথে চলতে থাকে তাকে বিন্দুটির সঞ্চারপথ বলে এবং ঐ বিন্দুকে চলমান বিন্দু বলে।

- $A(x_1, y_1)$ এবং $B(x_2, y_2)$ বিন্দুদ্বয়ের সংযোজক সরলরেখাকে $C(x,y)$ বিন্দুটি $m_1 : m_2$ অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত করলে-

$x = \frac{m_1x_2 + m_2x_1}{m_1 + m_2}$ এবং $y = \frac{m_1y_2 + m_2y_1}{m_1 + m_2}$

- $A(x_1, y_1)$ এবং $B(x_2, y_2)$ বিন্দুদ্বয়ের সংযোজক সরলরেখাকে $C(x, y)$ বিন্দুটি $m_1 : m_2$ অনুপাতে বহির্বিভক্ত করলে-

$x = \frac{m_1x_2 - m_2x_1}{m_1 - m_2}$ এবং $y = \frac{m_1y_2 - m_2y_1}{m_1 - m_2}$

- $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2), C(x_3, y_3)$ বিন্দুত্রয় দ্বারা গঠিত ত্রিভুজের।
- **ভরকেন্দ্র** $= \left(\frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}, \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3}\right)$
- অন্তঃকেন্দ্র $= \left(\frac{ax_1 + bx_2 + cx_3}{a + b + c}, \frac{ay_1 + by_2 + cy_3}{a + b + c}\right)$

যেখানে a, b, c ΔABC এর বাহুত্রয়।

- **পরিব্যাসার্ধ,** $R = \frac{abc}{4\Delta}$
- **অন্তঃব্যাসার্ধ,** $R = \frac{2\Delta}{a + b + c} = \frac{\Delta}{s}$
- সরলরেখার আদর্শ সমীকরণ, $ax + by + c = 0$ যার ঢাল $= -\frac{a}{b}$
- ছেদ আকৃতির ছেদকৃত সরলরেখার সমীকরণ : $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$

যেখানে, $a = x$ অক্ষের ছেদকৃত অংশ ও $b = y$ অক্ষের ছেদকৃত অংশ।

উত্তরপত্র

১৩. ঘ
১৪. গ
১৫. ক
১৬. ঘ
১৭. খ
১৮. ঘ
১৯. ঘ
২০. ক
২১. ঘ
২২. খ
২৩. গ
২৪. গ
২৫. গ

১৩. $\hat{i}\times\hat{k}$ = কোনটি?

(ক) $\hat{j}$ (খ) $\hat{i}$ (গ) $-\hat{k}$ (ঘ) $-\hat{j}$

১৪. $(\hat{j}\times\hat{k}).\hat{i}$ = কত?

(ক) -1 (খ) 0 (গ) 1 (ঘ) $\hat{i}$

১৫. $\vec{P}=5\hat{i}-\hat{j}+3\hat{k}$; $\vec{Q}=\hat{k}$ হলে, $\vec{P}\times\vec{Q}$ = কত?

(ক) $-\hat{i}-5\hat{j}$ (খ) $\hat{i}-5\hat{j}$

(গ) $\hat{i}+5\hat{j}$ (ঘ) 0

১৬. যদি $\vec{P}=4\hat{i}-2\hat{j}+4\hat{k}$ এবং $\vec{Q}=4\hat{i}-2\hat{j}-\hat{k}$ হয়, তাহলে $\vec{P}$ এবং $\vec{Q}$ এর মধ্যবর্তী কোণ কোনটি?

(ক) $\cos^{-1}\left(\frac{8\sqrt{21}}{63}\right)$ (খ) $\cos^{-1}\left(\frac{\sqrt{21}}{63}\right)$

(গ) $\cos^{-1}\left(\frac{5\sqrt{21}}{63}\right)$ (ঘ) $\sin^{-1}\left(\frac{8\sqrt{21}}{63}\right)$

১৭. $\vec{A}=\hat{i}+2\hat{j}-3\hat{k}$ এবং $\vec{B}=3\hat{i}-\hat{j}+2\hat{k}$ হলে, $\vec{A}+\vec{B}$ এবং $\vec{A}-\vec{B}$ ভেক্টরদ্বয়ের অন্তর্ভুক্ত কোণের মান–

(ক) 60° (খ) 90° (গ) 180° (ঘ) 0°

১৮. $\vec{A}=\hat{i}-2\hat{j}+3\hat{k}$ এবং $\vec{B}=2\hat{i}+\hat{j}-\hat{k}$ হলে, $\vec{A}.\vec{B}$ = ?

(ক) 3 (খ) 2 (গ) -2 (ঘ) -3

১৯. $\vec{a}=2\hat{i}+\hat{j}+\hat{k}$, $\vec{b}=\hat{i}-\hat{j}+\hat{k}$ এবং $\vec{c}=\hat{i}+\hat{j}-\hat{k}$ হলে, $\vec{a}.\vec{b}+\vec{b}.\vec{c}+\vec{c}.\vec{a}$ = ?

(ক) 0 (খ) 1 (গ) 2 (ঘ) 3

২০. তিনটি ভেক্টর $\vec{A}$, $\vec{B}$ এবং $\vec{C}$ সমতলীয় হওয়ার শর্ত হলো–

(ক) $\vec{A}.(\vec{B}\times\vec{C})=0$ (খ) $\vec{A}.\vec{B}.\vec{C}=0$

(গ) $\vec{A}\times(\vec{B}\times\vec{C})=0$ (ঘ) $(\vec{A}.\vec{B})\times\vec{C}=0$

জাতীয় বিশ্ববিদ্যালয়ের ভর্তি পরীক্ষার প্রশ্নোত্তর রিচার্স

২১. $\vec{A}=2\hat{i}-3\hat{j}+6\hat{k}$ এর সমান্তরাল একক ভেক্টর — [N.U. 14-15]

(ক) $\frac{2}{5}\hat{i}-\frac{3}{5}\hat{j}+\frac{6}{5}\hat{k}$ (খ) $\frac{2}{11}\hat{i}-\frac{3}{11}\hat{j}+\frac{6}{11}\hat{k}$

(গ) $\frac{2}{7}\hat{i}-\frac{3}{7}\hat{j}+\frac{6}{7}\hat{k}$ (ঘ) $\frac{2}{7}\hat{i}-\frac{3}{7}\hat{j}+\frac{6}{7}\hat{k}$

২২. $\vec{a}=3\hat{i}+2\hat{j}-6\hat{k}$ এবং $\vec{b}=4\hat{i}-3\hat{j}+\hat{k}$ ভেক্টর দুইটি পরস্পর — [N.U. 12-13]

(ক) সমান্তরাল (খ) লম্ব

(গ) 30° কোণে আনত (ঘ) 60° কোণে আনত

২৩. $\vec{u}=2\hat{i}+\hat{j}-3\hat{k}$ এবং $\vec{v}=3\hat{i}-2\hat{j}-\hat{k}$ এর অন্তর্ভুক্ত কোণ— [N.U. 11-12]

(ক) 30° (খ) 45° (গ) 60° (ঘ) 90°

২৪. $\vec{u}=2\hat{i}+5\hat{j}-3\hat{k}$ এবং $\vec{v}=\hat{i}+\lambda\hat{j}+4\hat{k}$ পরস্পর লম্ব হলে λ এর মান— [N.U. 10-11]

(ক) 0 (খ) 1 (গ) 2 (ঘ) 5

২৫. ভেক্টর $\vec{u}=2\hat{i}+\hat{j}-3\hat{k}$ এবং $\vec{v}=3\hat{i}+2\hat{j}-\hat{k}$ এর অন্তর্ভুক্ত কোণের পরিমাণ– [N.U. 09-10]

(ক) 38° (খ) 45° (গ) 60° (ঘ) 90°

অধ্যায়-০৩ : সরলরেখা

☑ একনজরে কিছু গুরুত্বপূর্ণ গাণিতিক সূত্রাবলি

⊙ **বিন্দুর অবস্থান নির্দেশ :** কার্তেসীয় স্থানাঙ্ক ব্যবস্থায় কোন বিন্দুর অবস্থানকে (x, y) এবং পোলার স্থানাঙ্ক ব্যবস্থায় (r, θ) দ্বারা প্রকাশ করা হয়। r কে ব্যাসার্ধ ভেক্টর (Radius Vector) এবং θ কে ভেক্টোরিয়াল কোণ বলে।

পোলার স্থানাঙ্ক ও কার্তেসীয় স্থানাঙ্কের মধ্যে সম্পর্ক :

কার্তেসীমা স্থানাঙ্ক (x, y) এবং পোলার স্থানাঙ্ক (r, θ) হলে, আমরা পাই,

$x = r\cos\theta$ এবং $y = r\sin\theta$ $\therefore r=\sqrt{x^2+y^2}$ এবং $\tan\theta=\frac{y}{x}$

সঞ্চারপথ : কোনো সমতলে যদি একটি বিন্দু এক বা একাধিক প্রদত্ত শর্ত মেনে চলে, তবে বিন্দুটি যে পথে চলতে থাকে তাকে বিন্দুটির সঞ্চারপথ বলে এবং ঐ বিন্দুকে চলমান বিন্দু বলে।

⊙ $A(x_1, y_1)$ এবং $B(x_2, y_2)$ বিন্দুদ্বয়ের সংযোজক সরলরেখাকে $C(x,y)$ বিন্দুটি $m_1 : m_2$ অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত করলে-

$x=\frac{m_1x_2+m_2x_1}{m_1+m_2}$ এবং $y=\frac{m_1y_2+m_2y_1}{m_1+m_2}$

⊙ $A(x_1, y_1)$ এবং $B(x_2, y_2)$ বিন্দুদ্বয়ের সংযোজক সরলরেখাকে $C(x, y)$ বিন্দুটি $m_1 : m_2$ অনুপাতে বহির্বিভক্ত করলে-

$x=\frac{m_1x_2-m_2x_1}{m_1-m_2}$ এবং $y=\frac{m_1y_2-m_2y_1}{m_1-m_2}$

⊙ $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2), C(x_3, y_3)$ বিন্দুত্রয় দ্বারা গঠিত ত্রিভুজের।

⊙ **ভরকেন্দ্র** $=\left(\frac{x_1+x_2+x_3}{3}, \frac{y_1+y_2+y_3}{3}\right)$

⊙ **অন্তঃকেন্দ্র** $=\left(\frac{ax_1+bx_2+cx_3}{a+b+c}, \frac{ay_1+by_2+cy_3}{a+b+c}\right)$

যেখানে a, b, c Δ ABC এর বাহুত্রয়।

⊙ **পরিব্যাসার্ধ,** $R=\frac{abc}{4\Delta}$

⊙ **অন্তঃব্যাসার্ধ,** $R=\frac{2\Delta}{a+b+c}=\frac{\Delta}{s}$

⊙ সরলরেখার আদর্শ সমীকরণ, $ax+by+c=0$ যার ঢাল $=-\frac{a}{b}$

⊙ ছেদ আকৃতির ছেদকৃত সরলরেখার সমীরকণ : $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$

যেখানে, a = x অক্ষের ছেদকৃত অংশ ও b = y অক্ষের ছেদকৃত অংশ।

উত্তরমালা

১৩. ঘ
১৪. গ
১৫. ক
১৬. ঘ
১৭. খ
১৮. ঘ
১৯. ঘ
২০. ক
২১. ঘ
২২. খ
২৩. গ
২৪. গ
২৫. গ

CamScanner

- x-অক্ষের সমীকরণ, $y = 0$ এবং y অক্ষের সমীকরণ, $x = 0$
- x-অক্ষের সমান্তরাল রেখার সমীকরণ, $y = b$ এবং y-অক্ষের সমান্তরাল রেখার সমীকরণ, $x = a$ [এখানে a ও b যথাক্রমে x ও yঅক্ষ হতে রেখাটির দূরত্ব]
- ঢাল : একটি সরলরেখা x-অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে যে কোন উৎপন্ন করে তার tangent কে ঢাল বলে। অর্থাৎ ঢাল $m = \tan\theta$
- ঢাল আকৃতির সরলরেখার আদর্শ সমীকরণ, $y = mx + c$ [এখানে c = y অক্ষের ছেদকৃত অংশ]
- একটি সরলরেখার ঢাল m এবং রেখাটি (x_1, y_1) বিন্দুগামী হলে, তার সমীরকণ : $y - y_1 = m(x - x_1)$
- (x_1, y_1) ও (x_2, y_2) বিন্দুগামী সরলরেখার ঢাল $= \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$ বা $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ এবং এর লম্বের ঢাল $= -\frac{x_1 - x_2}{y_1 - y_2}$
- (x_1, y_1) ও (x_2, y_2) বিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ : $(x - x_1)(y_1 - y_2) - (y - y_1)(x_1 - x_2) = 0$ বা, $\frac{x - x_1}{x_1 - x_2} = \frac{y - y_1}{y_1 - y_2}$
- মূলবিন্দু (0, 0) ও (x_1, y_1) বিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ $y = \frac{y_1}{x_1}x$ ।

লম্ব আকৃতির সরলরেখার সমীকরণ : $x\cos\alpha + y\sin\alpha = P$ যেখানে P = মূলবিন্দু হতে রেখাটির লম্ব দূরত্ব α = লম্বটির x অক্ষের সাথে উৎপন্ন কোণ।

- $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ এবং $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ রেখাদ্বয়ের একই সরলরেখা নির্দেশ করলে $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$ হবে।
- $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ এবং $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ রেখাদ্বয় ছেদ বিন্দুর স্থানাঙ্ক : $\left(\frac{b_1c_2 - b_2c_1}{a_1b_2 - a_2b_1}, \frac{c_1a_2 - c_2a_1}{a_1b_2 - a_2b_1}\right)$
- $y = m_1x + c_1$, $y = m_2x + c_2$ রেখাদ্বয়ের অন্তর্ভূক্ত কোণ θ হলে, $\tan\theta = \pm\frac{m_1 - m_2}{1 + m_1m_2}$; tanθ এর মান ধনাত্মক ও ঋণাত্মক হলে θ কোণ যথাক্রমে সূক্ষ্মকোণ ও স্থূলকোণ হবে।
- $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ এবং $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ রেখাদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণ θ হলে, $\tan\theta = \pm\frac{a_2b_1 - a_1b_2}{a_1a_2 + b_1b_2}$; রেখাদ্বয় সমান্তরাল হবে যখন $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2}$ অথবা, $m_1 = m_2$ হয়, লম্ব হবে যখন $a_1a_2 + b_1b_2 = 0$ অথবা $m_1m_2 = -1$.
- $ax + by + c = 0$ রেখার সমান্তরাল সরলরেখার সমীকরণ $ax + by + k = 0$ যেখানে k একটি ধ্রুবক। সমান্তরাল (α, β) বিন্দুগামী সরলরেখা $a(x - \alpha) + b(y - \beta) = 0$.
- $ax + by + c = 0$ সরলরেখার লম্ব রেখার সমীকরণ, $bx - ay + k = 0$ যেখানে k একটি ধ্রুবক। লম্ব (α, β) বিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ, $b(x - \alpha) - a(y - \beta) = 0$
- $a_1x + b_1y + c = 0$, $a_2x + b_2y + c_2 = 0$, $a_3x + b_3y + c_3 = 0$ রেখাত্রয় সমবিন্দু হওয়ার শর্ত : $\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = 0$
- $a_1x + b_1y + c_1 = 0$, $a_2x + b_2y + c_2 = 0$, $a_3x + b_3y + c_3 = 0$ রেখাত্রয় দ্বারা গঠিত ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{D^2}{2C_1C_2C_3}$.
  যেখানে, $D = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$ এবং C_1, C_2, C_3 তৃতীয় কলামের সহগুণক।
- $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ রেখা ও অক্ষদ্বয় দ্বারা গঠিত ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}ab$
- (x_1, y_1) বিন্দু হতে $ax + by + c = 0$ রেখার উপর লম্ব দূরত্ব $d = \left|\frac{ax_1 + by_1 + c}{\sqrt{a^2 + b^2}}\right|$
- $ax + by + c_1 = 0$ এবং $ax + by + c_2 = 0$ সমান্তরাল রেখাদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব $= \left|\frac{c_1 - c_2}{\sqrt{a^2 + b^2}}\right|$

☑ গুরুত্বপূর্ণ MCQ প্রশ্নোত্তর

১. (3, –2) এবং (6,4) বিন্দুদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব কত?
ক $\sqrt{65}$ খ $3\sqrt{5}$ গ $\sqrt{6}$ ঘ $3\sqrt{2}$

২. ABC সমবাহু ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দু তিনটি যথাক্রমে A (0, 4), B(0, – 4) ও C হলে, AC = ?
ক 8 খ 6 গ 5 ঘ 3

৩. (–2, 4) ও (4, – 2) বিন্দুদ্বয়ের সংযোগ রেখাংশকে x অক্ষরেখা কী অনুপাতে বিভক্ত করে?
ক 2 : 1 খ 1 : 2 গ 3 : 4 ঘ 4 : 3

৪. P (1, – 1) এবং Q(8, 6) বিন্দুদ্বয়ের সংযোগ রেখাকে যে বিন্দুটি 3 : 4 অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত করবে তার স্থানাঙ্ক–
ক (4, 2) খ (2, 4) গ (– 2, 4) ঘ (4, – 2)

৫. P (3, 4) এবং Q(5, 9) বিন্দুদ্বয়ের সংযোগ রেখাংশকে যে বিন্দুটি 2 : 3 অনুপাতে বহির্বিভক্ত করে এর স্থানাঙ্ক–
ক (1, – 6) খ (– 1, 6) গ (– 1, – 6) ঘ (1, 6)

৬. (3, 4) এবং (5, 9) বিন্দুদ্বয়ের সংযোগ রেখাংশকে (–1, – 6) বিন্দুটি কোন অনুপাতে বিভক্ত করে?
ক 2 : 3 অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত খ 3 : 2 অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত
গ 3 : 2 অনুপাতে বহির্বিভক্ত ঘ 2 : 3 অনুপাতে বহির্বিভক্ত

৭. ত্রিভুজের ভরকেন্দ্র প্রত্যেক মধ্যমাকে কত অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত করে?
ক 1 : 3 খ 2 : 1 গ 2 : 3 ঘ 3 : 4

৮. ABC ত্রিভুজের A(8,2) এবং BC বাহুর মধ্যবিন্দু D(5, 2) হলে ত্রিভুজটির ভরকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক কত?
ক (2, 6) খ (6, 2) গ (6, 3) ঘ (3, 6)

উত্তরপত্র
১. খ
২. ক
৩. ক
৪. ক
৫. গ
৬. ঘ
৭. খ
৮. খ

৯. একটি ত্রিভুজের ভরকেন্দ্র (2, 0) এবং এর দুটি শীর্ষবিন্দুর স্থানাঙ্ক (1, 2) ও (3, – 1) হলে, তৃতীয় শীর্ষবিন্দুর স্থানাঙ্ক কত?
(ক) (2, – 9) (খ) (2, – 1) (গ) (3, 6) (ঘ) (2, – 3)

১০. (0, 0), (3, 3), (3, – 5) বিন্দুগুলো দ্বারা গঠিত ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল কোনটি?
(ক) 10 (খ) 11 (গ) 12 (ঘ) 13

১১. ত্রিভুজের তিনটি শীর্ষবিন্দুর স্থানাঙ্ক (3, 5), (– 3, 3) এবং (– 1, – 1) হলে, ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক?
(ক) 20 (খ) 18 (গ) 14 (ঘ) 12

১২. একটি সেটের বিন্দুসমূহ (4, 0) বিন্দু থেকে সর্বদা 3 একক দূরত্বে অবস্থান করে। ঐ সেটটি দ্বারা সৃষ্ট সঞ্চারপথের সমীকরণ কোনটি?
(ক) $x^2 + y^2 - 8x + 7 = 0$ (খ) $x^2 + 2y^2 + 4x + 12 = 0$
(গ) $x^2 + y^2 = 3$ (ঘ) $x^2 + y^2 = 4^2$

১৩. (2, 0) এবং (0, 2) বিন্দু হতে একটি সেটের যেকোনো বিন্দুর দূরত্বের বর্গের অন্তর 2 হলে, সঞ্চারপথটির সমীকরণ–
(ক) $x + 2 = \pm 1$ (খ) $2x - 2y = \pm 1$
(গ) $2x + 2y = 0$ (ঘ) $2x - y = 0$

১৪. P(2, 7) ও Q (6, – 3) বিন্দুগামী সরলরেখার ঢাল কত?
(ক) 0.4 (খ) – 2.5 (গ) 2.5 (ঘ) – 0.4

১৫. মূলবিন্দুগামী কোনো সলেরেখার উপরস্থ একটি বিন্দু (10, 5) হলে, রেখাটির ঢাল কত?
(ক) $\frac{1}{10}$ (খ) $\frac{1}{5}$ (গ) $\frac{1}{2}$ (ঘ) 1

১৬. x অক্ষের সমান্তরাল ও (–3, 3) বিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ–
(ক) x = y (খ) x = – 3 (গ) y = – 3 (ঘ) y = 3

১৭. x-অক্ষের সাথে লম্বভাবে অবস্থিত এবং (3, – 3) বিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ–
(ক) x + 3 = 0 (খ) x – 3 = 0
(গ) y – 3 = 0 (ঘ) y + 3 = 0

১৮. (4, –5) বিন্দুগামী x-অক্ষের উপর লম্ব সরলরেখার সমীকরণ–
(ক) y + 5 = 0 (খ) x – 4 = 0
(গ) y – 5 = 0 (ঘ) x + 4 = 0

১৯. 2y = 6x + 3 রেখাটির ঢাল (slope) কত?
(ক) 6 (খ) 2 (গ) 3 (ঘ) $\frac{3}{2}$

২০. $x + y - \sqrt{3} = 0$ সরলরেখার x অক্ষের ধনাত্মক দিকে উৎপন্ন কোণ–
(ক) 180° – 60° (খ) 180° – 40°
(গ) 180° – 45° (ঘ) 180° – 20°

জাতীয় বিশ্ববিদ্যালয়ের ভর্তি পরীক্ষার প্রশ্নোত্তর রিচার্স

২১. x অক্ষ, y-অক্ষ এবং x + y = a দ্বারা আবদ্ধ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল— [N.U. 14-15]
(ক) $\frac{a^2}{4}$ বর্গ একক (খ) $\frac{a^2}{3}$ বর্গ একক
(গ) $\frac{a^2}{2}$ বর্গ একক (ঘ) a^2 বর্গ একক

২২. y = ax + b এবং y = – ax + c রেখাদ্বয় পরস্পর লম্ব হলে 'a' এর মান— [N.U. 13-14]
(ক) 2, – 2 (খ) 3, – 3
(গ) – 1, 1 (ঘ) উপরের কোনোটিই নয়

২৩. z = x + iy একটি জটিল সংখ্যা হলে, |z – 2| = 5 দ্বারা নির্দেশিত রেখাটি একটি — [N.U. 12-13]
(ক) সরলরেখা (খ) বৃত্ত (গ) অধিবৃত্ত (ঘ) উপবৃত্ত

২৪. (2, 4) বিন্দুগামী ও x-অক্ষের উপর লম্ব সরলরেখার সমীকরণ— [N.U. 11-12]
(ক) x = 2 (খ) y = 4 (গ) x = 4 (ঘ) y = 2

২৫. 3x + 4y – 12 = 0 সরলরেখার অক্ষদ্বয়ের মধ্যবর্তী খণ্ডিত অংশের দৈর্ঘ্য— [N.U. 10-11]
(ক) 7 (খ) 5 (গ) 9 (ঘ) 8

২৬. (3, 0) বিন্দুগামী এবং 5x – y = 4 সরলরেখার উপর লম্ব সরলরেখার সমীকরণ– [N.U. 09-10]
(ক) 5x – y = 3 (খ) y = 5
(গ) x + 5y = 3 (ঘ) 5x + y = 3

২৭. x = 4 সরলরেখার উপর অবস্থিত বিন্দুটির স্থানাঙ্ক— [N.U. 07-08]
(ক) (– 4, 4) (খ) (4, 0) (গ) (2, 0) (ঘ) (0, 4)

২৮. 5x + 12y + 1 = 0 এবং 5x + 12y + 19 = 0 সামান্তরাল রেখাদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব– [N.U. 07-08]
(ক) –18 (খ) 18 (গ) $-\frac{18}{13}$ (ঘ) $\frac{18}{13}$

২৯. (1, – 1) বিন্দুগামী এবং 2x – 3y + 6 = 0 সরলরেখার উপর লম্ব রেখার সমীকরণ কোনটি? [N.U. 02-03]
(ক) 3y – 2x = – 5 (খ) 2x + 3y = –1
(গ) 2y – 3x = – 5 (ঘ) 2x + 3y = 1

৩০. 2x – 5y + 10 = 0 দ্বারা নির্দেশিত সরল রেখা এবং অক্ষদ্বয় দ্বারা বেষ্টিত ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল কত? [N.U. 01-02]
(ক) 10 বর্গ একক (খ) 2 বর্গ একক
(গ) 5 বর্গ একক (ঘ) 20 বর্গ একক

উত্তরপত্র

৯. খ	১০. গ
১১. গ	১২. ক
১৩. খ	১৪. খ
১৫. গ	১৬. ঘ
১৭. খ	১৮. খ
১৯. গ	২০. গ
২১. গ	২২. গ
২৩. ক	২৪. ক
২৫. খ	২৬. গ
২৭. খ	২৮. ঘ
২৯. গ	৩০. গ

অধ্যায়-০৪ : বৃত্ত

একনজরে কিছু গুরুত্বপূর্ণ গাণিতিক সূত্রাবলি

- সাধারণ দ্বিঘাত সমীকরণ : $ax^2 + 2hxy + by^2 + 2gx + 2fy + c = 0$এর সমীকরণ বিভিন্ন শর্তে বিভিন্ন রেখা প্রকাশ করে শর্তগুলো নিম্নরূপ–

(i) $\Delta = \begin{vmatrix} a & h & g \\ h & b & f \\ g & f & c \end{vmatrix} = 0$ হলে জোড়া সরলরেখা।

(ii) a = b এবং h = 0 হলে বৃত্ত

- বৃত্তের কতিপয় সাধারণ সমীকরণ :

(a) $x^2 + y^2 = a^2$; কেন্দ্র (0, 0), ব্যাসার্ধ = a

(b) $(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$; কেন্দ্র (h, k), ব্যাসার্ধ r

(i) বৃত্তটি x-অক্ষকে স্পর্শ করলে, r = | k |

(ii) বৃত্তটি y-অক্ষকে স্পর্শ করলে r = | h |

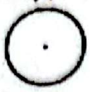
(iii) উভয় অক্ষকে স্পর্শ করলে, r = h = k

এবং এক্ষেত্রে বৃত্তের সমীকরণ- $x^2 + y^2 - 2h(x + y) + h^2 = 0$

(c) $x^2 + y^2 = 2gx + 2fy + c = 0$;

বৃত্তের কেন্দ্র (–g, –f), ব্যাসার্ধ = $\sqrt{g^2 + f^2 - c}$

⊙ (x_1, y_1) বিন্দু $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ বৃত্তের-
(i) বাইরে হলে $x_1^2 + y_1^2 + 2gx_1 + 2fy_1 + c > 0$
(ii) ভিতরে হলে $x_1^2 + y_1^2 + 2gx_1 + 2fy_1 + c < 0$
(iii) পরিধিতে হলে $x_1^2 + y_1^2 + 2gx_1 + 2fy_1 + c = 0$



⊙ **দুটি বৃত্ত, $s_1 = x^2 + y^2 + 2g_1x + 2f_1y + c_1 = 0$ এবং $s_2 = x^2 + y^2 + 2g_2x + 2f_2y + c_2 = 0$ এর ছেদবিন্দুগামী বৃত্তের সমীকরণ :** $s_1 + k(s_1 - s_2) = 0$ [k একটি ধ্রুবক]
বা, $x^2 + y^2 + 2g_1x + 2f_1y + c_1 + k\{2(g_1 - g_2)x + 2(f_1 - f_2)y + (c_1 - c_2)\} = 0$

⊙ একটি বৃত্ত $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$,
এবং $ax + by + c = 0$এর ছেদবিন্দুগামী বৃত্তের সমীকরণ,
$x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c + k(ax + by + c) = 0$

⊙ **$x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ বৃত্তের**
(a) x-অক্ষের ছেদাংশ $= 2\sqrt{g^2 - c}$
(b) y-অক্ষের ছেদাংশ $= 2\sqrt{f^2 - c}$
(c) বৃত্তটি x-অক্ষকে স্পর্শ করলে, $g^2 = c$ [স্পর্শ বিন্দু $(-g, 0)$]
(d) বৃত্তটি y-অক্ষকে স্পর্শ করলে, $f^2 = f^2 = c$ [স্পর্শ বিন্দু $(0, -f)$]
(e) উভয় অক্ষকে স্পর্শ করলে $g^2 - f^2 = c$
(f) মূলবিন্দু দিয়ে গেলে, $c = 0$

⊙ (x_1, y_1) ও (x_2, y_2) কোন বৃত্তের একই ব্যাসের দুইটি প্রান্তবিন্দু হলে বৃত্তের সমীকরণ, $(x - x_1)(x - x_2) + (y - y_1)(y - y_2) = 0$

☑ গুরুত্বপূর্ণ MCQ প্রশ্নোত্তর

১. $4x^2 + 4y^2 = 1$ দ্বারা আবদ্ধ ক্ষেত্রের কেন্দ্র হতে পরিধির উপর দূরত্ব কত একক?
ⓚ $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ⓛ 1 ⓖ $\sqrt{2}$ ⓘ $\frac{1}{2}$

২. $x^2 + y^2 - 6x = 0$ এবং $x^2 + y^2 - 8y = 0$ বৃত্তদ্বয়ের কেন্দ্র দুইটির মধ্যবর্তী দূরত্ব কত?
ⓚ 3 ⓛ 5 ⓖ 7 ⓘ 1

৩. $x^2 + y^2 - 2x - 4y - 4 = 0$ বৃত্তটির কেন্দ্রের স্থানাঙ্ক এবং ব্যাসার্ধ কত?
ⓚ (1,2),3 ⓛ (4, 2), 4 ⓖ (2, 4), 4 ⓘ (1, 2), 9

৪. $x^2 + y^2 - x + 2y + 1 = 0$ বৃত্তটির ব্যাসার্ধ কত?
ⓚ 2 ⓛ $\frac{3}{2}$ ⓖ 1 ⓘ $\frac{1}{2}$

৫. $2x^2 + 2y^2 - 3x + 4y = 0$ বৃত্তের ব্যাসার্ধ কত?
ⓚ $\frac{5}{4}$ ⓛ $\frac{4}{5}$ ⓖ 0 ⓘ 1

৬. $x^2 + y^2 - 8x - 12y + p = 0$ বৃত্তটি x-অক্ষকে স্পর্শ করলে p এর মান কোনটি?
ⓚ 16 ⓛ – 18 ⓖ – 16 ⓘ 18

৭. বৃত্তের সাধারণ সমীকরণের ক্ষেত্রে, x-অক্ষ দ্বারা ছেদিত জ্যা এর দৈর্ঘ্যের অর্ধেক-
ⓚ $\sqrt{g^2 - c}$ ⓛ $2\sqrt{g^2 - c}$ ⓖ $\sqrt{f^2 - c}$ ⓘ $\sqrt{f^2 - c}$

৮. $x^2 + y^2 - 4x - 10y = 0$ বৃত্তটি x-অক্ষকে ছেদ করে, উৎপন্ন জ্যা-এর দৈর্ঘ্য কত?
ⓚ 2.171 ⓛ 1 ⓖ 4 ⓘ 3.75

৯. (1, 2) কেন্দ্রবিশিষ্ট একটি বৃত্ত x-এর অক্ষকে স্পর্শ করে। y-অক্ষ হতে বৃত্তটি দ্বারা খণ্ডিত অংশের দৈর্ঘ্য হবে–
ⓚ $\sqrt{3}$ ⓛ $2\sqrt{2}$ ⓖ $2\sqrt{3}$ ⓘ 3

১০. কোন শর্ত সাপেক্ষে (– 1, 2) বিন্দুটি $x^2 + y^2 - 2x + 2y + c = 0$ বৃত্তের ভিতরে অবস্থান করবে?
ⓚ $c = 11$ ⓛ $c = 0$ ⓖ $c = -11$ ⓘ $c < -11$

১১. (0, 9) বিন্দুটি (1, – 4) কেন্দ্র ও 6 ব্যাসার্ধবিশিষ্ট বৃত্তের–
ⓚ অন্তঃস্থ ⓛ বহিঃস্থ ⓖ উপরিঃস্থ ⓘ কোনোটিই নয়

১২. $x^2 + y^2 - 24 = 0$ বৃত্তের বাহিরে অবস্থিত বিন্দুটির মান–
ⓚ (2, 5) ⓛ (1, 3) ⓖ (2, 3) ⓘ (2, 1)

১৩. $r = \sin\theta$ বৃত্তের কেন্দ্র ও ব্যাসার্ধ কত হবে?
ⓚ $\left(\frac{1}{2}, 0\right), \frac{1}{2}$ ⓛ $(0,2), \frac{1}{2}$ ⓖ $\left(0, \frac{1}{2}\right), 2$ ⓘ $\left(0, \frac{1}{2}\right), \frac{1}{2}$

১৪. পোলার স্থানাঙ্কে $r^2 - 2r\sin\theta = 3$ একটি বৃত্তের সমীকরণ। বৃত্তটির ব্যাসার্ধ হবে–
ⓚ 2 ⓛ 3 ⓖ 4 ⓘ 6

১৫. $r^2 + 2r\cos\theta = 3$ বৃত্তটির কেন্দ্রের স্থানাঙ্ক নিচের কোনটি?
ⓚ (– 2, 0) ⓛ (– 2, 1) ⓖ (– 1, 0) ⓘ (0, – 1)

১৬. $x^2 + y^2 - by = 0$ বৃত্ত এর সমীকরণ পোলার স্থানাঙ্ক এর মাধ্যমে প্রকাশ করলে সমীকরণটি হবে–
ⓚ $x = y\sin\theta$ ⓛ $r = b$ ⓖ $r = b\sin\theta$ ⓘ $r = b\cos\theta$

১৭. $x = 3y + 10$ রেখাটি $x^2 + y^2 = 20$ বৃত্তকে A ও B বিন্দুতে ছেদ করে। A ও B এর স্থানাঙ্ক কত?
ⓚ (2, – 4) এবং (4, – 2) ⓛ (– 2, – 4) এবং (4, – 2) ⓖ (– 2, – 4) এবং (4, 2) ⓘ (– 2, – 4) এবং (– 4, – 2)

১৮. $x^2 + y^2 = a^2$ বৃত্তের উপর (3,4) বিন্দুতে স্পর্শকের সমীকরণ–
ⓚ $3x + 4y = a^2$ ⓛ $6x + 8y = a$ ⓖ $4x + 3y = a^2$ ⓘ $3x + 4y = a$

১৯. (1, 3) বিন্দু হতে $2x^2 + 2y^2 = 9$ স্পর্শকের দৈর্ঘ্য কত?
ⓚ $\frac{11}{2}$ ⓛ $\sqrt{\frac{11}{2}}$ ⓖ $\frac{\sqrt{10}}{2}$ ⓘ $\frac{\sqrt{12}}{2}$

২০. (1, – 1) বিন্দু থেকে $2x^2 + 2y^2 - x + 3y + 1 = 0$ বৃত্তের উপর স্পর্শকের দৈর্ঘ্য কত?
ⓚ $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ⓛ $\frac{1}{\sqrt{3}}$ ⓖ $\sqrt{2}$ ⓘ $\sqrt{3}$

📖 জাতীয় বিশ্ববিদ্যালয়ের ভর্তি পরীক্ষার প্রশ্নোত্তর রিচার্স

২১. বৃত্ত $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 12 = 0$ এর স্পর্শকের সমীকরণ বিন্দু (– 4, – 2) তে– *[N.U. 14-15]*
ⓚ $y + 4 = 0$ ⓛ $x + 4 = 0$ ⓖ $x - y = 4$ ⓘ $x + y = 4$

উত্তরমালা
১. ঘ ২. খ ৩. ক ৪. ঘ ৫. ক ৬. ক ৭. ক ৮. গ ৯. গ ১০. ঘ ১১. খ ১২. ক ১৩. ঘ ১৪. ক ১৫. গ ১৬. গ ১৭. খ ১৮. ক ১৯. খ ২০. ক ২১. খ

CS CamScanner

২২. $3x^2+3y^2-5x-6y+4=0$ বৃত্তটির কেন্দ্র— [N.U. 13-14]

ক $\left(\frac{5}{6}, 1\right)$ খ $\left(\frac{5}{8}, 1\right)$
গ $\left(\frac{5}{3}, 1\right)$ ঘ $\left(-\frac{5}{6}, -1\right)$

২৩. $(-3, -4)$ কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তটি x-অক্ষকে স্পর্শ করলে বৃত্তটির ব্যাসার্ধ— [N.U. 12-13]

ক 5 খ 3 গ 7 ঘ 4

২৪. $(2, 3)$ কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তটি x-অক্ষকে স্পর্শ করলে বৃত্তটির ব্যাসার্ধ— [N.U. 11-12]

ক 3 খ 2 গ 5 ঘ $\sqrt{13}$

২৫. বৃত্ত $x^2+y^2-24x+10y=0$-এর ব্যাসার্ধ— [N.U. 10-11]

ক 7 খ 5 গ 13 ঘ 12

২৬. $x^2+y^2=a^2-2ab+b^2$ বৃত্তের ব্যাসার্ধ— [N.U. 08-09]

ক $a+b$ খ $|b-a|$ গ ab ঘ $a-b$

২৭. OX, OY অক্ষদ্বয় স্পর্শকারী a ব্যাসার্ধবিশিষ্ট বৃত্তের সমীকরণ— [N.U. 07-08]

ক $x^2+y^2+2ax-2ay-a^2=0$
খ $x^2+y^2+2ax+2ay+a^2=0$
গ $x^2+y^2-2ax-2ay+a^2=0$
ঘ $x^2+y^2+2ax+2ay-a^2=0$

২৮. $x^2+y^2-4x+12y+6=0$ বৃত্তটির ব্যাসার্ধ হচ্ছে— [N.U. 05-06]

ক $\sqrt{31}$ খ $\sqrt{34}$ গ 6 ঘ 4

২৯. $x^2+y^2-4x-6y+c=0$ বৃত্তটি x অক্ষকে স্পর্শ করে। c এর মান কত? [N.U. 05-06]

ক 4 খ 3 গ 5 ঘ 2

৩০. $x^2+y^2+4x+y=0$ বৃত্তের $(0, 0)$ বিন্দুতে স্পর্শকের সমীকরণ— [N.U. 04-05]

ক $4x-y=0$ খ $4x+y=1$
গ $x+4y=0$ ঘ $4x+y=0$

৩১. $3x^2+3y^2-5x-6y+4=0$ বৃত্তটির কেন্দ্রের স্থানাঙ্ক কত? [N.U. 04-05]

ক $\left(\frac{5}{3}, 1\right)$ খ $\left(\frac{5}{6}, 1\right)$
গ $\left(\frac{5}{8}, 1\right)$ ঘ $(1, 0)$

৩২. $(-1, 9)$ বিন্দুগামী বৃত্ত $(2, 0)$ বিন্দুতে x = অক্ষকে স্পর্শ করলে তার সমীকরণ হবে— [N.U. 03-04]

ক $x^2+y^2-10x-4y+4=0$
খ $2(x^2+y^2)-8x-20y+4=0$
গ $x^2+y^2-4x-10y+4=0$
ঘ $x^2+y^2-10x-4y-4=0$

৩৩. $(-9, 9)$ ও $(5, 5)$ বিন্দুদ্বয়ের সংযোজক রেখাকে ব্যাস ধরে অংকিত বৃত্তের সমীকরণ হবে— [N.U. 02-03]

ক $x^2+y^2-4x+14y=0$
খ $x^2+y^2-4x+14y=0$
গ $x^2+y^2+4x+14y=0$
ঘ $x^2+y^2+4x-14y=0$

৩৪. k-এর কোন মানের জন্য $\{(x-y)+(3)^2\}+(kx+2)(y-1)=0$ সমীকরণটি একটি বৃত্ত নির্দেশ করে? [N.U. 01-02]

ক -1 খ -1 গ -2 ঘ 2

অধ্যায়-০৫ : বিন্যাস ও সমাবেশ

☑ একনজরে কিছু গুরুত্বপূর্ণ গাণিতিক সূত্রাবলি

⊙ **বিন্যাস সংখ্যা (Number of Permutation) :** কয়েকটি জিনিস থেকে কিছু সংখ্যক জিনি নিয়ে বা সবকয়টি জিনিস নিয়ে যত রকমে সাজানো যায় সেই সংখ্যাকে বিন্যাস সংখ্যা বলে।

⊙ **বিন্যাস সংখ্যার প্রতীক :** n সংখ্যক বিভিন্ন জিনিস হতে r সংখ্যক নিয়ে যত প্রকারে সাজানো যায় সেই সংখ্যাকে ^np_r বা $p(n, r)$ বা, p_r^n দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

এখানে- $n, r \in N$ এবং $n > r$, $^np_r = \frac{n!}{(n-r)!}$

⊙ **গৌণিক n বা factorial n এর কয়েকটি ধর্ম :**

(1) $n! = n(n-1)(n-2) \ldots\ldots 3.2.1$
$= 1.2.3 \ldots\ldots\ldots\ldots (n-2)(n-1)n$
$= n(n-1)!$

(2) $0! = 1$ (3) $\frac{1}{(-n)!} = 0, \frac{k}{(-n)!} = 0$ [n অখণ্ড ধনাত্মক সংখ্যা]

⊙ **বিন্যাস ধর্ম (Proportion of Permutation ; ^np_r) :**

(1) $^np_n = n(n-1)(n-2) \ldots\ldots 3.2.1 = n!$
$= n(n-1)! = n(n-1)(n-2)!$ ইত্যাদি

(2) $^np_{n-1} = n!$ (3) $^np_1 = n$ (4) $^np_0 = 1$

(5) $^np_r = {}^{n-1}p_r + r \times {}^{n-1}p_{r-1}$

⊙ **বিন্যাসের সমতা ও বৃহত্তম মান :**

(1) ^np_r এর মান বৃহত্তম হবে $r = n$ বা $r = n-1$ হলে

(2) $^np_r = {}^np_s$ হবে যখন $r = s$ হবে

⊙ **বিন্যাসের প্রকারভেদ :** বিন্যাস সাধারণত দুই প্রকারের। যথা–

(i) সারি বিন্যাস (Linear Permutation)-

(ii) চক্রাকার বিন্যাস (Circular Permutation)

(i) **সারি বিন্যাস :** কতগুলো বস্তুকে যখন সারি বা সরলরেখা বরবার সাজানো হয় তাকে সারি বিন্যাস বলে।

(ii) **চক্রাকার বিন্যাস :** কতগুলো জিনিসকে যখন বৃত্তাকারে সাজানো হয় তখন ঐ বিন্যাসকে চক্রাকার/বৃত্তাকার বিন্যাস বলে।

⊙ **পুনরাবৃত্তিমূলক বিন্যাস :** কোন বিন্যাসের কোন অক্ষর/অংক প্রদত্ত শব্দ বা সংখ্যায় ঐ অক্ষর যতবার আছে তার চেয়ে অধিকবার থাকরে ঐ বিন্যাসকে পুনরাবৃত্তিকে বিন্যাস বলে। পুনরাবৃত্তিমূলক বিন্যাসের সংখ্যার মধ্যে সারি বিন্যাসের সংখ্যা অন্তর্ভুক্ত থাকে।

পুনরাবৃত্তিমূলক বিন্যাস = সারি বিন্যাস + একই অক্ষর/অংশ একাধিকবার আছে এমন বিন্যাস।

⊙ একই অঙ্ক একাধিকবার আছে এমন বিন্যাস = (পুনরাবৃত্তিমূলক – সারি) বিন্যাস।

⊙ পুনরাবৃত্তিমূলক বিন্যাস নির্ণয়ের জন্য n^r সূত্র ব্যবহার করতে হয়।

উত্তরমালা

২২. ক
২৩. ঘ
২৪. ক
২৫. গ
২৬. খ
২৭. গ
২৮. খ
২৯. ক
৩০. ঘ
৩১. খ
৩২. গ
৩৩. ঘ
৩৪. ঘ

CamScanner

⊙ কখন পুনরাবৃত্তিমূলক বিন্যাস করতে হয় : নিম্নোক্ত ক্ষেত্রে-

(১) কোন অঙ্ক/অক্ষরকে যতবার ইচ্ছা ততবার নিয়ে

(২) কোন অঙ্ক/অক্ষর প্রদত্ত শব্দে যতবার আছে তার চেয়ে অধিক বার নিয়ে

(৩) খেলার ফলাফল

(৪) ভোট দেবার উপায়

(৫) তালার রিং এর বিন্যাস

(৬) বাক্সে চিঠি ফেলা

(৭) যে কোন নম্বর (মোবাইল, টাকা, লটরি, লাইসেন্স ইত্যাদি) পুনরাবৃত্তিমূলক বিন্যাস করতে হয়।

⊙ **পুনর্বিন্যাস :** মোট বিন্যাসের মধ্যে প্রদত্ত বিন্যাস ও একটি বিন্যাস হতে পারে(শর্তসাপেক্ষে)। তাই পুনর্বিন্যাস বলতে মোট বিন্যাস হতে একটি বিন্যাস বাদ দিতে হয়। অর্থাৎ পুনর্বিন্যাস = মোট বিন্যাস – 1

⊙ **বিন্যাসের ক্ষেত্রে :** নিম্নোক্ত ক্ষেত্রে বিন্যাস করতে হবে- সাজানো, বিন্যাস করা, বিন্যস্ত করা, শব্দ গঠন, সংখ্যা গঠন, সংকেত গঠন, মন্ত্রীসভা গঠন, টেলিফোন সংযোগ, মালা/হার গাথা, আসন গ্রহণ, ভোট দেয়া, খেলার ফলাফল, নিমন্ত্রণের উপায়, পুরষ্কার প্রদান করা ইত্যাদি বলা থাকলে বিন্যাস করতে হয়।

⊙ **সমাবেশ সংখ্যা :** কতগুলো জিনিস হতে কয়েকটি করে নিয়ে বা সবগুলো একত্রে নিয়ে যত প্রকারে দল গঠন করা যায় সেই সংখ্যাকে সমাবেশ সংখ্যা বলে।

n সংখ্যক বিভিন্ন জিনিস হতে r সংখ্যক জিনিস নিয়ে গঠিত সমাবেশ সংখ্যাকে

${}^nC_r$, C^n_r, c(n, r) দ্বারা প্রকাশ করা হয়। ${}^nC_r = \frac{n!}{r!(n-r)!}$; $n, r \in N$ এবং $n > r$.

⊙ **আবিষ্কার :** 1540 সালে বাকলেই সর্বপ্রথম ${}^nC_r$ সূত্রটি ব্যবহার করেন।

⊙ **বিন্যাস ও সমাবেশের মধ্যে পার্থক্য :**

(1) বিন্যাসে জিনিসগুলোর ক্রম বিবেচনা করা হয় সমাবেশে জিনিসগুলোর ক্রম বিবেচনা করা হয় না। যেমন : a, b, c জিনিস তিনটি হতে দুইটি করে নিয়ে গঠিত দলগুলো হলো : ab, bc, ca ; এখানে ba, ab দুইটি দল নয়, কিন্তু দুটি বিন্যাস।

(2) ${}^np_r > {}^nC_r$; $(n > r > 1)$.

(3) ${}^np_r = {}^nC_r$ হবে যদি $r = 1$ হয়।

(4) ${}^np_r = {}^nc_r \times r!$

⊙ **${}^nC_r$ এর ধর্মাবলী (অনুসিদ্ধান্ত) :** ${}^nC_0 = 1, {}^nC_1 = n, {}^nC_n = 1$.

⊙ **${}^nC_r$ এর বৃহত্তম মান নির্ণয় :**

(1) n জোড় হলে ${}^nC_r$ এর মান বৃহত্তর হবে যদি $r = \frac{n}{2}$ হয়

(2) n বিজোড় হলে ${}^nC_r$ বৃহত্তম হবে যদি $r = \frac{n \pm 1}{2}$ হবে

অর্থাৎ $r = \frac{n-1}{2}$ বা $r = \frac{n+1}{2}$ হয়।

⊙ **Properties of Combination :**

(1) ${}^nC_r = {}^nC_{n-r}$ কে পরস্পর সম্পূরক সমাবেশ বলে।

(2) $a \times {}^nC_x = b \times {}^nC_y$ হলে $\frac{a}{x!(n-x)!} = \frac{b}{y!(n-y)!}$ হবে।

(3) ${}^nC_x = {}^nC_y$ হলে Either $x = y$ or $x + y = n$ হবে,

(4) ${}^nC_r + {}^nC_{r-1} = {}^{n+1}C_r$; $(n > r > 1)$

(5) $\frac{{}^nC_r}{{}^nC_{r+1}} = \frac{r+1}{n-r}$

(6) $\frac{{}^nC_r}{{}^nC_{r-1}} = \frac{n-r+1}{r}$

⊙ **সমাবেশের ক্ষেত্র :** কখন সমাবেশ করতে হয়- প্রশ্নে নিম্নলিখিত কথা উল্লেখ থাকলে সমাবেশ করতে হয়-

(i) বেছে নেয়া	(ix) নিমন্ত্রণ করা
(ii) বাছাই করা	(x) ভ্রমণ করা
(iii) দল গঠন	(xi) প্রার্থী নির্বাচন
(iv) কমিটি গঠন	(xii) সরলরেখা বা কর্ণের সংখ্যা
(v) উপকমিটি গঠন	(xiii) সংকেত তৈরি
(vi) টিম গঠন	(xiv) ভাগ করে দেয়া
(vii) ক্ষেত্র গঠন	(xv) উৎপাদক সংখ্যা
(viii) বিনিময় করা	

☑ গুরুত্বপূর্ণ MCQ প্রশ্নোত্তর

১. ${}^nP_r$ এর জন্য কোনটি সঠিক?
ⓚ $r \geq n$ ⓚh $r \leq n$ ⓖ $n > r$ ⓖh $n < r$

২. ${}^nP_2 = 42$ হলে n এর মান কত?
ⓚ 5 ⓚh 6 ⓖ 7 ⓖh 8

৩. ${}^{2n+1}P_{n-1} : {}^{2n-1}P_n = 3 : 5$ হলে, n এর মান কত?
ⓚ 1 ⓚh 3 ⓖ 4 ⓖh 2

৪. COURAGE শব্দটির বর্ণগুলো নিয়ে কতগুলো বিন্যাস সংখ্যা নির্ণয় করা যায় যেন প্রত্যেক বিন্যাসের প্রথমে একটি স্বরবর্ণ থাকে–
ⓚ ৭২০ ⓚh ২৮৮০ ⓖ ১৮০ ⓖh ৫০৪০

৫. EXAMINATION শব্দটির সব অক্ষরগুলোকে নিয়ে কতটি বিন্যাস করা যায়?
ⓚ 498960 ⓚh 39916800
ⓖ 4989600 ⓖh 40329

৬. CRITICAL শব্দটির সবগুলো বর্ণ ব্যবহার করে কতগুলো বিন্যাস পাওয়া যায়?
ⓚ 40320 ⓚh 20160 ⓖ 10080 ⓖh 70

৭. PARALLEL শব্দটির বর্ণগুলো সবগুলো একত্রে নিয়ে কত প্রকারে সাজানো যায়?
ⓚ 3630 ⓚh 3560 ⓖ 3360 ⓖh 3300

৮. 7টি সবুজ, 4টি নীল এবং 2টি লাল কমলা এক সারিতে কত রকমে সাজানো যেতে পারে?
ⓚ 27504 ⓚh 25704 ⓖ 24750 ⓖh 25740

৯. কতভাবে 7 জন লোক একটি গোল টেবিলে আসন গ্রহণ করতে পারে?
ⓚ 2520 ⓚh 2519 ⓖ 720 ⓖh 2521

উত্তরপত্র
১. খ | ২. গ | ৩. গ | ৪. খ | ৫. গ | ৬. গ | ৭. গ | ৮. ঘ | ৯. গ

CamScanner

১০. একটি প্রতিষ্ঠানের দশজন কর্মী মিটিং-এর সময় প্রধান কর্মকর্তার আসনটি নির্দিষ্ট রেখে একটি গোল টেবিলের চারপাশে কতভাবে বসতে পারে?
ⓚ 3625900 ⓛ 3628800
ⓜ 1814400 ⓝ 1815400

১১. আটটি ভিন্ন ধরনের মুক্তা কত রকমে একটি ব্যান্ডে লাগিয়ে একটি হার তৈরি করা যেতে পারে?
ⓚ 7! ⓛ 8! ⓜ 7!2 ⓝ 7!2

১২. $^nC_3 = 10$ হলে, n এর মান কত?
ⓚ 4 ⓛ 5 ⓜ 6 ⓝ 7

১৩. $^nP_3 = 2 \times {}^nC_4$ হলে, n এর মান কত?
ⓚ 14 ⓛ 15 ⓜ 16 ⓝ 13

১৪. $^nC_3 = \frac{3}{5}\ {}^nC_4$ হলে, n এর মান কত?
ⓚ 3 ⓛ 5 ⓜ 7 ⓝ 9

১৫. 10টি বইয়ের মধ্যে 4টি বই কত প্রকারে বাছাই করা যায়, যাতে নির্দিষ্ট 2টি বই সর্বদা থাকে?
ⓚ 220 ⓛ 28 ⓜ 70 ⓝ 45

১৬. 15টি বই থেকে 5টি বই কত প্রকারে বাছাই করা যায়, যেখানে ২টি বই সবসময়ই থাকবে?
ⓚ $^{13}C_3$ ⓛ $^{15}C_3$ ⓜ $^{13}C_5$ ⓝ $^{13}C_2$

১৭. p সংখ্যক নির্দিষ্ট বস্তু সর্বদাই অন্তর্ভুক্ত না করে n সংখ্যক ভিন্ন ভিন্ন বস্তু থেকে প্রতিবার r সংখ্যক বস্তু নিয়ে গঠিত সমাবেশ সংখ্যা কত?
ⓚ ^rC_n ⓛ $^{n-p}C_n$ ⓜ $^{n-p}C_r$ ⓝ $^rC_{n-p}$

১৮. 10 টি বইয়ের মধ্যে 4 টি বই কত প্রকারে বাছাই করা যায়, যাতে নির্দিষ্ট 2 টি বই সর্বদা বাদ থাকে?
ⓚ 70 ⓛ 45 ⓜ 28 ⓝ 210

১৯. 12 টি বইয়ের মধ্যে 5 টি বই কত প্রকারে বাছাই করা যায় যাতে নির্দিষ্ট 2 টি বই সর্বদা বাদ থাকে?
ⓚ 120 ⓛ 225 ⓜ 252 ⓝ 128

২০. একজন মানুষের 6 জন বন্ধু আছে। কত প্রকারে সে তার এক অথবা একাধিক বন্ধুকে দাওয়াত দিতে পারে?
ⓚ $6^2 - 1$ ⓛ $5^2 - 1$ ⓜ $2^6 - 1$ ⓝ $2^5 - 1$

জাতীয় বিশ্ববিদ্যালয়ের ভর্তি পরীক্ষার প্রশ্নোত্তর বিচার্য

২১. 12 খানা বইয়ের মধ্যে 5 খানা কত প্রকারে বাছাই করা যায়, যাতে দু'খানা নির্দিষ্ট বই সর্বদা বাদ থাকে? [N.U. 14-15]
ⓚ 120 ⓛ 225 ⓜ 252 ⓝ 128

২২. $(1 - x)^{-1}$ বিস্তৃতিতে (The co-efficient of) x^{100}-এর সহগ— [N.U. 13-14]
ⓚ −1 ⓛ 1 ⓜ −100 ⓝ 100

২৩. 'equation' শব্দটির সবগুলো অক্ষর ব্যবহার করে যতগুলো শব্দ গঠন করা যাবে, তা হলো — [N.U. 12-13]
ⓚ 40320 ⓛ 2560 ⓜ 3420 ⓝ 2880

২৪. $^5C_2 + {}^5C_3 = ?$
ⓚ $^6C_3$ ⓛ $^5C_5$ ⓜ $^5C_1$ ⓝ $^{10}C_3$

২৫. 1″, 2″ ও 3″ বিশিষ্ট তিনটি কাঠি দিয়ে যে ত্রিভুজ আঁকা যায় তা— [N.U. 08-09]
ⓚ বিষমবাহু ত্রিভুজ ⓛ সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ
ⓜ সমবাহু ত্রিভুজ ⓝ ত্রিভুজ আঁকা যায় না

অধ্যায়-০৬ : ত্রিকোণমিতিক অনুপাত

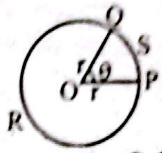
এক নজরে কিছু গুরুত্বপূর্ণ গাণিতিক সূত্রাবলি

⊙ ত্রিকোণমিতিক কোণ পরিমাপের তিনটি পদ্ধতি :
(i) ষাটমূলক পদ্ধতি (Sexagesimal System)
(ii) শতমূলক পদ্ধতি (Centesimal System)
(iii) বৃত্তীয় পদ্ধতি (Circular System)

⊙ বৃত্তীয় ও ষাটমূলক পদ্ধতির কোণের রূপান্তর :
$\pi^c = 180^\circ \Rightarrow 1\ rad = \frac{180^\circ}{\pi} = \frac{2 \times 90^\circ}{\pi} = \frac{2}{\pi}$ এক সমকোণ
আবার, $1^\circ = \frac{\pi}{180}$ রেডিয়ান $= \frac{\pi^c}{180}$

⊙ চাপের সাথে ব্যাসার্ধ ও উৎপন্ন কোণের সম্পর্ক :
r ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট কোন বৃত্তে যে কোন চাপ s যদি কেন্দ্রে θ কোণ উৎপন্ন করে তবে এদের মাঝের সম্পর্কটি নিম্নের সূত্রের সাহায্যে প্রকাশ করা যায়, $s = r\theta$, যেখানে θ অবশ্যই রেডিয়ানে প্রকাশ করতে হবে।

⊙ বৃত্তকলার ক্ষেত্রফল : $A = \frac{1}{2} r^2\theta$



⊙ ত্রিকোণমিতিক অনুপাতের মান নির্ণয় :

θ	0°	30°	45°	60°	90°	180°	270°
sinθ	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	−1
cosθ	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0	−1	0
tanθ	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	নাই	0	নাই
cotθ	নাই	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0	নাই	0
secθ	1	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	$\sqrt{2}$	2	নাই	−1	নাই
cosec θ	নাই	2	$\sqrt{2}$	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	1	নাই	−1

গুরুত্বপূর্ণ MCQ প্রশ্নোত্তর

১. ত্রিকোণমিতিতে কোণের পরিমাপের জন্য সাধারণত কয় প্রকার পদ্ধতি ব্যবহার করা হয়?
ⓚ 2 ⓛ 3
ⓜ 4 ⓝ 5

২. বৃত্তের কেন্দ্রে কত রেডিয়ান কোণ বৃত্তের ব্যাসের সমান বৃত্তচাপ সৃষ্টি করে?
ⓚ 1 ⓛ 2
ⓜ $\frac{\pi}{3}$ ⓝ $\frac{\pi}{2}$

উত্তর
১০. খ
১১. গ
১২. ঘ
১৩. ঘ
১৪. গ
১৫. ঘ
১৬. ক
১৭. গ
১৮. ক
১৯. গ
২০. গ
২১. গ
২২. ঘ
২৩. ক
২৪. ক
২৫. ঘ
❖
১. খ
২. খ

৩. বৃত্তীয় পদ্ধতিতে 1 রেডিয়ান সমান কত?
(ক) π সমকোণ (খ) 2 সমকোণ
(গ) $\frac{\pi}{2}$ সমকোণ (ঘ) $\frac{2}{\pi}$ সমকোণ

৪. $\frac{7\pi}{15}$ রেডিয়ানকে ষাটমূলক পদ্ধতিতে প্রকাশ করলে কত হবে?
(ক) 84° (খ) 85° (গ) 86° (ঘ) 87°

৫. 450°কে রেডিয়ানে প্রকাশ করলে কত হবে?
(ক) $\frac{5\pi}{4}$ (খ) $\frac{5\pi}{2}$ (গ) $\frac{3\pi}{4}$ (ঘ) $\frac{7\pi}{4}$

৬. 50°37'30'-এর বৃত্তীয় মান কত?
(ক) $\frac{5\pi}{32}$ (খ) $\frac{7\pi}{32}$ (গ) $\frac{9\pi}{32}$ (ঘ) $\frac{11\pi}{32}$

৭. একটি ত্রিভুজের দুইটি কোণ যথাক্রমে 72°53'51" এবং 37°6'9" হলে তৃতীয় কোণটির মান রেডিয়ানে কত?
(ক) $\frac{\pi}{18}$ (খ) $\frac{5\pi}{18}$ (গ) $\frac{7\pi}{18}$ (ঘ) $\frac{11\pi}{18}$

৮. বৃত্তের পরিধি ও ব্যাসের অনুপাত কোনটি?
(ক) বহুভুজের পরিসীমা (খ) ধ্রুবক
(গ) বৃত্তের ব্যাস (ঘ) ব্যস্তানুপাতিক

৯. বৃত্তের যেকোনো চাপ এবং এর ব্যাসার্ধের অনুপাত হলো বৃত্তের কেন্দ্রে সেই চাপ দ্বারা উৎপন্ন কোণের–
(ক) π গুণ বড় (খ) π গুণ ছোট
(গ) সমান (ঘ) অসমান

১০. কোণ উৎপন্নকারী চাপের দৈর্ঘ্য ঠিক রেখে বৃত্তের ব্যাসার্ধ বৃদ্ধি করলে রেডিয়ান কোণের মান–
(ক) বাড়বে (খ) কমবে
(গ) একই থাকবে (ঘ) কোনোটিই নয়

১১. 5cm ব্যাসার্ধবিশিষ্ট বৃত্তের একটি চাপ কেন্দ্রে 40° কোণ উৎপন্ন করলে ঐ চাপের দৈর্ঘ্য কত cm?
(ক) 3.491 (খ) 3.520 (গ) 3.641 (ঘ) 4.00

১২. পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6000 km। ঢাকা এবং রাজশাহী পৃথিবীর কেন্দ্রে $\frac{\pi}{60}$ রেডিয়ান কোণ উৎপন্ন করলে ঢাকা এবং রাজশাহী দূরত্ব কত?
(ক) 314.2 km (খ) 325.5 km
(গ) 337.5 km (ঘ) 347.5 km

১৩. একটি বৃত্তচাপ 30 মিটার ব্যাসার্ধবিশিষ্ট একটি বৃত্তের কেন্দ্রে 60° কোণ উৎপন্ন করে? বৃত্তচাপটির দৈর্ঘ্য কত মিটার?
(ক) 30.42 (খ) 30.44 (গ) 30.45 (ঘ) 31.42

১৪. 12 m একটি বৃত্তচাপ 18m ব্যাসার্ধের একটি বৃত্তের কেন্দ্রে কত কোণ উৎপন্ন করে?
(ক) 120° (খ) 90° (গ) 0° (ঘ) 38.19°

১৫. একটি বৃত্তচাপ কেন্দ্রে 28° কোণ উৎপন্ন করে। যদি বৃত্তের ব্যাস 49 মিটার হয় তবে বৃত্তকলার ক্ষেত্রফল কত?
(ক) 125.72 বর্গমিটার (খ) 124.72 বর্গমিটার
(গ) 123.72 বর্গমিটার (ঘ) 122.72 বর্গমিটার

১৬. সন্ধ্যা 7 টায় ঘণ্টার কাঁটা ও মিনিটের কাঁটার মধ্যবর্তী কোণের পরিমাণ কত?
(ক) 130° (খ) 210° (গ) 420° (ঘ) 150°

১৭. বিকাল 5 টায় ঘণ্টার কাঁটা ও মিনিটের কাঁটার মধ্যে কোণের পরিমাণ–
(ক) 150° (খ) 120° (গ) 180° (ঘ) কোনোটিই নয়

১৮. ত্রিভুজের লম্ব ও ভূমি উভয়ের মান 9 হলে, $\tan\theta = ?$
(ক) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (খ) 1 (গ) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ (ঘ) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

১৯. $\cos\theta = \frac{3}{5}$ হলে, ত্রিভুজের লম্ব ও ভূমির অনুপাত কত?
(ক) 5 : 4 (খ) 3 : 4 (গ) 4 : 5 (ঘ) 4 : 3

২০. $\tan\theta = \frac{3}{7}$ হলে $\sin\theta$ এর মান কোনটি?
(ক) $\frac{5}{\sqrt{61}}$ (খ) $\frac{3}{\sqrt{58}}$ (গ) $\frac{7}{\sqrt{61}}$ (ঘ) $\frac{1}{\sqrt{61}}$

২১. $\cot A = \frac{12}{5}$ হলে, $\sin A + \cos A$ এর মান কত?
(ক) $\frac{13}{17}$ (খ) $-\frac{13}{17}$ (গ) $\frac{17}{13}$ (ঘ) $-\frac{7}{13}$

জাতীয় বিশ্ববিদ্যালয়ের ভর্তি পরীক্ষার প্রশ্নোত্তর রিচার্স

২২. $5\tan\theta = 4$ হলে, $\frac{5\sin\theta - 3\cos\theta}{\sin\theta + 2\cos\theta}$ এর মান– [N.U. 14-15]
(ক) $\frac{5}{14}$ (খ) $\frac{14}{5}$ (গ) $\frac{3}{14}$ (ঘ) $\frac{14}{3}$

২৩. $\operatorname{cosec}\theta + \cot\theta = \sqrt{3}, 0 < \theta < 360°$ হলে, θ-এর মান– [N.U. 13-14]
(ক) 60° (খ) 120° (গ) 45° (ঘ) 30°

২৪. $\sin A = \frac{4}{5}, \cos B = \frac{5}{13}$ হলে, $\tan(A+B)$ এর মান — [N.U. 12-13]
(ক) $\frac{10}{13}$ (খ) $\frac{4}{5}$ (গ) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (ঘ) $-\frac{56}{33}$

২৫. যদি $\cos 2A = \frac{119}{169}$ হয়, $\tan A$ সমান— [N.U. 11-12]
(ক) $\frac{12}{13}$ (খ) $\frac{5}{13}$ (গ) $\frac{7}{13}$ (ঘ) $\frac{9}{13}$

> **Note :** *প্রশ্নটির উত্তরের অপশনে সঠিক উত্তর নাই। অর্থাৎ, ত্রুটিপূর্ণ। এই প্রশ্নটির সঠিক উত্তর হবে :*
> *∴ নির্ণেয়, $\tan A = \frac{5}{12}$*
> [*Ref* : অধ্যাপক হারুন-অর-রশিদ, সংস্করণ-২০১৪]

২৬. $\sin 3\theta = ?$ [N.U. 03-04]
(ক) $3\sin\theta\cos^2\theta - \sin^3\theta$ (খ) $\cos^3\theta - 3\sin\theta\cos^2\theta$
(গ) $3\sin^3\theta - \sin\theta\sin^2\theta$ (ঘ) $3\sin^2\theta\cos\theta - \sin^3 A$

> **Note :** প্রশ্নটির উত্তরের অপশনে ভুল আছে। এই প্রশ্নটির সঠিক উত্তর হবে : $\sin 3\theta = 3\sin\theta - 4\sin^3\theta$
> [*Ref* : অধ্যাপক হারুন-অর-রশিদ, সংস্করণ-২০১৪]

২৭. $\frac{2\tan\theta}{1+\tan^2\theta}$ এর মান কত? [N.U. 02-03]
(ক) $\sin 2\theta$ (খ) $\tan 2\theta$ (গ) $\cos 2\theta$ (ঘ) $2\sin^2\frac{\theta}{2}$

উত্তরপত্র

৩. ঘ | ৪. ক | ৫. খ | ৬. গ | ৭. গ | ৮. খ | ৯. গ | ১০. খ | ১১. ক | ১২. ক | ১৩. ঘ | ১৪. ঘ | ১৫. ক | ১৬. ঘ | ১৭. ক | ১৮. খ | ১৯. ঘ | ২০. খ | ২১. গ | ২২. ক | ২৩. ক | ২৪. ঘ | ২৫. Note | ২৬. Note | ২৭. ক

CamScanner

অধ্যায়-০৭ : সংযুক্ত ও যৌগিক কোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাত

একনজরে কিছু গুরুত্বপূর্ণ গাণিতিক সূত্রাবলি

- $\sin(-\theta) = -\sin\theta$, $\operatorname{cosec}(-\theta) = -\operatorname{cosec}\theta$
  $\cos(-\theta) = \cos\theta$, $\sec(-\theta) = \sec\theta$
  $\tan(-\theta) = -\tan\theta$, $\cot(-\theta) = -\cot\theta$

01. ত্রিভুজের sine সূত্র : $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$

02. ত্রিভুজের cosine সূত্র :
(i) $\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$
(ii) $\cos B = \frac{c^2 + a^2 - b^2}{2ca}$
(iii) $\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$

03. ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল :
(i) $\Delta = \frac{1}{2} ab \sin C = \frac{1}{2} bc \sin A = \frac{1}{2} ca \sin B = \frac{abc}{4R}$
যেখানে, পরিব্যাসার্ধ $R = \frac{abc}{4\Delta}$
(ii) $\Delta = \frac{1}{4}(2a^2b^2 + 2b^2c^2 + 2c^2a^2 - a^4 - b^4 - c^4)^{1/2}$
(iii) ত্রিভুজের অন্তঃব্যাসার্ধ $r = 4R \sin\frac{A}{2} \sin\frac{B}{2} \sin\frac{C}{2} \Rightarrow r = \frac{2\Delta}{a+b+c} \Rightarrow rs = \Delta$
(iv) $\Delta = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

04. অভিক্ষেপ সূত্র :
(i) $a = b\cos C + c\cos B$
(ii) $b = c\cos A + a\cos C$
(iii) $c = a\cos B + b\cos A$

05. ত্রিভুজের পরিসীমা ও এ সংক্রান্ত সূত্র :
কোন ত্রিভুজের পরিসীমাকে 2s দ্বারা প্রকাশ করা হয় এবং $2s = a + b + c$
∴ অর্ধ পরিসীমা, $s = \frac{a+b+c}{2}$
(i) $\sin\frac{A}{2} = \sqrt{\frac{(s-b)(s-c)}{bc}}$
(ii) $\sin\frac{B}{2} = \sqrt{\frac{(s-c)(s-a)}{ca}}$
(iii) $\sin\frac{C}{2} = \sqrt{\frac{(s-a)(s-b)}{ab}}$
(iv) $\cos\frac{A}{2} = \sqrt{\frac{s(s-a)}{bc}}$
(v) $\cos\frac{B}{2} = \sqrt{\frac{s(s-b)}{ca}}$
(vi) $\cos\frac{C}{2} = \sqrt{\frac{s(s-c)}{ab}}$
(vii) $\tan\frac{A}{2} = \sqrt{\frac{(s-b)(s-c)}{s(s-a)}}$
(viii) $\tan\frac{B}{2} = \sqrt{\frac{(s-c)(s-a)}{s(s-b)}}$
(ix) $\tan\frac{C}{2} = \sqrt{\frac{(s-a)(s-b)}{s(s-c)}}$
(x) $\cot\frac{A}{2} = \frac{s(s-a)}{\Delta}$
(xi) $\cot\frac{B}{2} = \sqrt{\frac{s(s-b)}{\Delta}}$
(xii) $\cot\frac{C}{2} = \frac{s(s-c)}{\Delta}$
(xiii) $\sin A = \frac{2\Delta}{bc}$, $\sin B = \frac{2\Delta}{ca}$, $\sin C = \frac{2\Delta}{ab}$
(xiv) $\sin A + \sin B + \sin C = \frac{s}{R}$

06. **Tangent Rule :** Napier's Analogy
(i) $\tan\frac{B-C}{2} = \frac{b-c}{b+c}\cot\frac{A}{2}$
(ii) $\tan\frac{C-A}{2} = \frac{c-a}{c+a}\cot\frac{B}{2}$
(iii) $\tan\frac{A-B}{2} = \frac{a-b}{a+b}\cot\frac{C}{2}$

- **কোণ এর tangent কে শুধুমাত্র বাহু ও ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল মাধ্যমে প্রকাশ করণ :**
(i) $\tan A = \frac{abc}{R} \cdot \frac{1}{b^2 + c^2 - a^2} = \frac{4\Delta}{b^2 + c^2 + - a^2}$
(ii) $\tan B = \frac{abc}{R} \cdot \frac{1}{c^2 + a^2 - b^2} = \frac{4\Delta}{a^2 - b^2 + c^2}$
(iii) $\tan C = \frac{abc}{R} \cdot \frac{1}{a^2 + b^2 - c^2} = \frac{4\Delta}{a^2 + b^2 - c^2}$

A. **sin/cos এর যৌগিক কোণের সূত্র :**
- $\sin(A \pm B) = \sin A\cos B \pm \cos A\sin B$
- $\cos(A \pm B) = \cos A\cos B \mp \sin A\sin B$

B. **tan/cot এর যৌগিক কোণের সূত্র :**
- $\tan(A \pm B) = \frac{\tan A \pm \tan B}{1 \mp \tan A\tan B}$
- $\cot(A \pm B) = \frac{\cot A\cot B \mp 1}{\cot B \pm \cot A}$

C. **sin/cos এর গুণকে যোগ ও বিয়োগ আকারে প্রকাশ :**
- $2\sin A\cos B = \sin(A+B) + \sin(A-B)$
- $2\cos A\sin B = \sin(A+B) - \sin(A-B)$
- $2\cos A\cos B = \cos(A+B) + \cos(A-B)$
- $2\sin A\sin B = \cos(A-B) - \cos(A+B)$
- $\sin(A+B)\sin(A-B) = \sin^2 A = \cos^2 B - \cos^2 A$
- $\cos(A+B)\cos(A-B) = \cos^2 A - \sin^2 B = \cos^2 B - \sin^2 A$

D. **sin/cos এর যোগ ও বিয়োগকে গুণ আকারে প্রকাশ :**
- $\sin C + \sin D = 2\sin\frac{C+D}{2}\cos\frac{C-D}{2}$
- $\sin C - \sin D = 2\cos\frac{C+D}{2}\sin\frac{C-D}{2}$
- $\cos C + \cos D = 2\cos\frac{C+D}{2}\cos\frac{C-D}{2}$
- $\cos C + \cos D = 2\sin\frac{C+D}{2}\sin\frac{D-C}{2}$

CamScanner

- $1 - \cos 2A = 2\sin^2 A$
- $1 + \cos 2A = 2\cos^2 A$
- $\frac{1 - \cos 2A}{1 + \cos 2A} = \tan^2 A$

E. গুণিতক কোণের sin/cos এর সূত্র :

- $\sin 2A = 2\sin A \cos A = \frac{2\tan A}{1 + \tan^2 A}$
- $\cos 2A = \cos^2 A - \sin^2 A = 1 - 2\sin^2 A$
  $= 2\cos^2 A - 1 = \frac{1 - \tan^2 A}{1 + \tan^2 A}$

F. গুণিতক কোণের tan/cot এর সূত্র :

$\tan 2A = \frac{1 - \cos 2A}{1 + \cos 2A} = \frac{2\tan A}{1 - \tan^2 A}$

☑ গুরুত্বপূর্ণ MCQ প্রশ্নোত্তর

১. $\tan 75° = ?$

ⓚ $\frac{1 - \sqrt{3}}{1 + \sqrt{3}}$ ⓚ $\frac{\sqrt{3} + 1}{\sqrt{3} - 1}$ ⓖ $\frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{3} + 1}$ ⓘ $\frac{1 + \sqrt{3}}{1 - \sqrt{3}}$

২. $A + B = \frac{\pi}{4}$ হলে, $(1 + \tan A)(1 + \tan B)$ এর মান কত?

ⓚ -2 ⓚ -1 ⓖ 1 ⓘ 2

৩. $\cos^2\frac{\pi}{7} + \cos^2\frac{5\pi}{14} + \cos^2\frac{8\pi}{7} + \cos^2\frac{9\pi}{14} = ?$

ⓚ 0 ⓚ 1 ⓖ 2 ⓘ 3

৪. $\frac{1}{\sin 10°} - \frac{\sqrt{3}}{\cos 10°} = ?$

ⓚ 2 ⓚ 3 ⓖ 4 ⓘ $\sqrt{2}$

৫. $b = 2, B = 45°, C = 60°, a = ?$

ⓚ $\frac{\sqrt{3} - 1}{2}$ ⓚ $\frac{\sqrt{3} + 1}{2}$ ⓖ $\sqrt{3} - 1$ ⓘ $\sqrt{3} + 1$

৬. $\cos a + \cos b = x$ এবং $\sin a + \sin b = y$ হলে, $\tan^2\left(\frac{a - b}{2}\right) = ?$

ⓚ $\frac{2}{x^2 + y^2}$ ⓚ $\frac{2}{x^2 - y^2}$

ⓖ 0 ⓘ $\frac{4}{x^2 + y^2} - 1$

৭. $\sin 15° + \cos 15°$ এর মান কোনটি?

ⓚ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ⓚ $\sqrt{\frac{3}{2}}$ ⓖ $\sqrt{\frac{2}{3}}$ ⓘ কোনোটিই নয়

৮. যদি $\cos\theta = \frac{1}{2}\left(x + \frac{1}{x}\right)$ হয়, তবে $\cos 2\theta$ = কত?

ⓚ $-\frac{1}{2}\left(x + \frac{1}{x^2}\right)$ ⓚ $\frac{1}{2}\left(x - \frac{1}{x^2}\right)$

ⓖ $\frac{1}{2}\left(\frac{1}{x^2} - x\right)$ ⓘ $\frac{1}{2}\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)$

৯. যদি $\tan 2\theta \tan\theta = 1, 0 \le \theta < \frac{\pi}{2}$ হয়, $\theta = ?$

ⓚ 0° ⓚ 30° ⓖ 45° ⓘ 60°

১০. $\tan 36° + \tan 9° + \tan 36° \tan 9°$ = কত?

ⓚ 0 ⓚ $\sqrt{3}$ ⓖ $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ⓘ 1

১১. $\cos\theta = \frac{5}{12}$ এবং $\theta < 90°$ হলে, $\tan 2\theta$ এর মান কত?

ⓚ $\frac{5\sqrt{119}}{47}$ ⓚ $\frac{-5\sqrt{119}}{47}$

ⓖ $\frac{5\sqrt{119}}{27}$ ⓘ $\frac{-5\sqrt{119}}{72}$

১২. $\sin 2040°$ এর মান কত?

ⓚ $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ ⓚ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ⓖ $\frac{2}{\sqrt{3}}$ ⓘ $-\frac{2}{\sqrt{3}}$

১৩. যদি $(a + b + c)(b + c - a) = 3bc$ হয়, তবে A কোণের মান কত?

ⓚ 60° ⓚ 50° ⓖ 55° ⓘ 40°

১৪. $\cos^2(60° + A) + \cos^2(60° - A)$ এর মান—

ⓚ $1 - \frac{1}{2}\cos 2A$ ⓚ $1 + \sin 2A$

ⓖ $1 + 3\cos 2A$ ⓘ $1 + \frac{1}{2}\cos 2A$

১৫. $\sin(a - 30°) + \sin(150° + A)$ এর মান—

ⓚ $-\frac{1}{2}\cos A$ ⓚ 0

ⓖ $\cos A$ ⓘ $\sin A$

১৬. $\cos^2 A + \cos^2\left(A + \frac{\pi}{3}\right) + \cos^2\left(A - \frac{\pi}{3}\right)$ এর মান কোনটি?

ⓚ $\frac{3}{2}$ ⓚ $\frac{3}{2} + 1$ ⓖ $\frac{3}{2} + 5$ ⓘ $\frac{5}{7}$

১৭. ABC ত্রিভুজে $a : b : c = 3 : 7 : 5$ হলে, $\angle B = ?$

ⓚ 60° ⓚ 30° ⓖ 90° ⓘ 120°

১৮. $\frac{\cos 27 - \cos 63}{\cos 27 + \cos 63}$ এর মান নির্ণয় কর।

ⓚ tan 8 ⓚ tan 18 ⓖ tan 27 ⓘ 2 tan 18

১৯. $\sin 3x + \sin 3y = 3$ এবং $\cos 3x + \cos 3y = 0$ হলে, x ও y এর মধ্যে কোন সম্পর্কটি সঠিক?

ⓚ $x + y = 0$ ⓚ $x + y = \frac{\pi}{2}$

ⓖ $x + y = \frac{3\pi}{2}$ ⓘ $x + y = \frac{\pi}{3}$

২০. $\tan\theta = \frac{1}{x}$ হলে, $\sin 2\theta$ = কোনটি?

ⓚ $\frac{2x}{1 - x^2}$ ⓚ $\frac{1 - x^2}{1 + x^2}$ ⓖ $\frac{1 + x^2}{1 - x^2}$ ⓘ $\frac{2x}{1 + x^2}$

জাতীয় বিশ্ববিদ্যালয়ের ভর্তি পরীক্ষার প্রশ্নোত্তর রিচার্স

২১. $\sin 240°$ -এর মান— [N.U. 09-10]

ⓚ $\frac{1}{2}$ ⓚ $-\frac{1}{2}$ ⓖ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ⓘ $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

২২. যদি $\tan A = p$ হয়, যেখানে A একটি সূক্ষ্মকোণ, তখন sin A সমান—. [N.U. 09-10]

ⓚ $\frac{1}{\sqrt{1 + p^2}}$ ⓚ $-\frac{1}{1 + p^2}$ ⓖ $\frac{p}{\sqrt{1 + p^2}}$ ⓘ $-\frac{p}{\sqrt{1 + p^2}}$

উত্তরপত্র

১.	খ
২.	ঘ
৩.	গ
৪.	ঘ
৫.	ঘ
৬.	ঘ
৭.	খ
৮.	ঘ
৯.	খ
১০.	ঘ
১১.	খ
১২.	ক
১৩.	ক
১৪.	ক
১৫.	খ
১৬.	ক
১৭.	খ
১৮.	খ
১৯.	ঘ
২০.	ঘ
২১.	ঘ
২২.	গ

২৩. $\sin^2 15° + \sin^2 75°$ এর মান কত? [N.U. 07-08]
ⓚ 0 ⓛ −1 ⓖ 1 ⓘ $\sqrt{2}$

২৪. $\sin A + \cos A = \sin B + \cos B$ হলে, $A + B =$ কত? [N.U. 06-07]
ⓚ π ⓛ 2π ⓖ $\frac{\pi}{2}$ ⓘ $\frac{\pi}{4}$

২৫. $\sin 65° + \cos 65°$ সমান— [N.U. 03-04]
ⓚ $\frac{\sqrt{3}}{2}\cos 40°$ ⓛ $\frac{1}{2}\sin 20°$
ⓖ $\sqrt{2}\cos 20°$ ⓘ $\frac{\sqrt{3}}{2}\sin 40°$

অধ্যায়-০৮ : ফাংশন ও ফাংশনের লেখচিত্র

☑ একনজরে কিছু গুরুত্বপূর্ণ গাণিতিক সূত্রাবলি

◎ **ফাংশন :** A এবং B যে কোন দুটি বাস্তব সংখ্যার সেট যেখানে A এর অন্তর্গত প্রত্যেক সদস্যর জন্য B সেটটির একটি মাত্র বিম্ব (Image) নির্ণীত হয় তখন A সেট থেকে B সেটে বর্ণিত বিষয়কে ফাংশন বলা হয় এবং একে $f : A \to B$ দ্বারা নির্দেশ করা হয়। $f : A \to B$ কে $A \to B$ (A) অথবা (B) → চিত্র দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

◎ **ডোমেন ও রেঞ্জ :** A ও B সেটদ্বয় নিয়ে ফাংশন গঠিত হলে, A সেটের সকল সদস্য নিয়ে গঠিত সেট হবে ফাংশনের ডোমেন D_f এবং A সেটের সদস্যদের সকল বিম্ব নিয়ে গঠিত সেট যা B সেটের অন্তর্গত তাকে ফাংশনের পাল্লা বা রেঞ্জ R_f বলে।
যেমন চিত্রানুসারে $D_f = \{a, b, c\}$, $R_f = \{3,9,2\}$ এবং কো-ডোমেন $B = \{3,5,9,2\} = Cot_f$

◎ **ফাংশনের প্রকার ভেদ :**

(ক) **এক-এক ফাংশন (One-One function) :** যদি A সেটের প্রত্যেক উপাদানের জন্য একটি এবং কেবলমাত্র একটি করে বিম্ব B সেট পাওয়া যায় কিন্তু দুটি উপাদানের একই বিম্ব বা প্রতিচ্ছবি থাকে না তখনি বর্ণিত সেট দ্বয়কে নিয়ে গঠিত ফাংশন কে এক-এক ফাংশন বলে। যথা: $A = \{1,2,3\}$, $B = \{2,4,6\}$ এবং $f : \{A \to B : f(x) = 2x\}$ হলে ফাংশটি এক-এক।

(খ) **সার্বিক বা সর্বগ্রাহী ফাংশন (On to function) :** $f : A \to B$ দ্বারা সূচিত ফাংশনকে ওপর বা সার্বিক বা সর্বগ্রাহী ফাংশন বলা হয়, যদি B সেটের প্রত্যেক উপাদান A সেটের উপাদানের বিম্ব হয়।

(গ) **ধ্রুবক ফাংশন (Cons tan t function) :** $f : A \to B$ দ্বারা সূচিত ফাংশনকে ধ্রুবক ফাংশন বলা হয় যদি A সেটের সকল উপাদানের বিম্ব একই হয় যা B সেটে বিদ্যমান।

(ঘ) **অভেদ-ফাংশন (Identify function) :** $f : A \to A$ দ্বারা সূচিত ফাংশনকে অভেদ ফাংশন বলা হয় যদি A সেটের প্রত্যেক উপাদানের বিম্ব ঐ উপাদান নিজেই হয়। যেমন $A = \{1,2,3\}$ হলে $f(1) = 1$, $f(2) = 2$ এবং $f(3) = 3$ অর্থ প্রত্যেক উপাদানের প্রতিবিম্ব উপাদানটা নিজেই।

(ঙ) **বিপরীত ফাংশন (Inverse function) :** $f^{-1} : B \to A$ ফাংশনকে বিপরীত ফাংশন বলা হয় যদি $f : A \to B$ দ্বারা একটি এক-এক এবং সার্বিক ফাংশন সূচিত হয়।

(চ) **সংযোজিত ফাংশন (Compositon of function) :** ধরি, f ও g দুটি ফাংশন দেয়া আছে। g এর সাথে f এর সংযোজিত ফাংশন যা fog দ্বারা এবং f এর সাথে g এর সংযোজিত ফাংশন যা gof দ্বারা সূচিত করা হয়। যথা :-
$(fog)(x) = f\{g(x)\}$ এবং $(gof)x = g\{f(x)\}$ দ্বারা সংজ্ঞায়িত হয়।

(ছ) **সূচক ফাংশন (Exponetial function) :** $a \in (0, \alpha) - \{1\}$ হলে $f(x) = a^x$ কে সূচক ফাংশন বলে। এখানে x এর সকল বাস্তব মানের জন্য $f(x)$ এর মান বিদ্যমান। সুতরাং $f(x) = a^x$ এর ডোমেন $D_f = \mathbb{R}$. আবার $y = f(x) = a^x \therefore x = \log_a y$ যেখানে $y > 0$ এর জন্য কেবলমাত্র x এর মান বিদ্যমান। সুতরাং $f(x)$ এর রেঞ্জ $R_f = \{y \in \mathbb{R} : y > 0\} = (0, \infty)$.

(জ) **পরম মান ফাংশন (Absolute Value function) :**
$$f(x) = |x| = \begin{cases} x, & x > 0 \\ 0, & x = 0 \\ -x, & x < 0 \end{cases}$$ কে পরম মান ফাংশন বলে।
এখানে $f(x)$, x এর সকল বাস্তব মানের জন্য বিদ্যমান।
$\therefore$ ডোমেন $D_f = \mathbb{R}$
আবার, $y = f(x)$ হলে, $x \in D_f$ এর জন্য $0 \le y < \alpha$ পাওয়া যায়।
$\therefore$ রেঞ্জ $R_f = [0, \alpha]$.

(ঝ) **অন্বয় এবং ফাংশনের মধ্যে সম্পর্ক :** সকল ফাংশনই অন্বয় কিন্তু সকল অন্বয় ফাংশন নয়।

(ঞ) **সূচক ফাংশন এবং লগারিদমিক ফাংশনের পার্থক্য :** সূচক ফাংশন ও লগারিদমিক ফাংশন পরস্পর বিপরীত ফাংশন। যেমন $y = a^x$ সূচক ফাংশন হলে $x = \log_a y$ হবে লগারিদমিক ফাংশন।

☑ গুরুত্বপূর্ণ MCQ প্রশ্নোত্তর

১. $g(x) = \frac{3x-1}{2x+9}$ হলে, $g(g(x)) = ?$
ⓚ $\frac{7x-12}{24x+79}$ ⓛ $\frac{9x-4}{6x+7}$
ⓖ $\frac{x-10}{21x+80}$ ⓘ $\frac{7x+6}{24x+79}$

২. যদি $f(x) = x + 1$ এবং $g(x) = 2x$ হয়, তবে $(fog^{-1})(2)$ এর মান কত?
ⓚ 2 ⓛ 3 ⓖ $\frac{1}{2}$ ⓘ 1

৩. $f(x) = \sqrt{3 - \sqrt{x-2}}$ ফাংশনটির ডোমেন কত?
ⓚ $x \le 3$ ⓛ $x \ge 2$
ⓖ $2 \le x \le 11$ ⓘ $2 \le x \le 3$

৪. $f(x) = \frac{1}{\sqrt{|x|}}$ এর ডোমেন—
ⓚ $[0, +\infty]$ ⓛ $(0, +\infty)$
ⓖ $(-\infty, +\infty)$ ⓘ $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$

৫. $f(x) = \sqrt{x-1}$ হলে, $f^{-1}(2)$ এর মান—
ⓚ −1 ⓛ 3 ⓖ 1 ⓘ 5

উত্তরপত্র
২৩. গ
২৪. গ
২৫. গ
❖
১. ক
২. ক
৩. গ
৪. ঘ
৫. ঘ

CS CamScanner

৬. $y=\frac{1}{\sqrt{4-x}}$ ফাংশনটির ডোমেন এবং রেঞ্জ—
(ক) $-\infty x \le 4; 0 \le y < \infty$ (খ) $-\infty < x < 4; 0 < y < \infty$
(গ) $-\infty < x < 4; 0 \le y < \infty$ (ঘ) $-\infty < x \le 4; 0 < y < \infty$

৭. $f(x)=\frac{x+5}{3}$ এবং $f^{-1}(x)=cx+d$ হলে, c ও d এর মান কত?
(ক) 3, −5 (খ) 3, 5 (গ) −3, −5 (ঘ) −3, 6

৮. $f(x)=\frac{3+x}{2}$ এবং $f^{-1}(x)$ নিম্নের কোনটি?
(ক) $3x+2$ (খ) $3x-2$ (গ) $2x+3$ (ঘ) $2x-3$

৯. $f(x)=x+3, g(x)=2x^2+3x+4$ হলে $fog(2)$এর মান—
(ক) 17 (খ) 27 (গ) 7 (ঘ) −10

১০. $f(x)=x+\frac{1}{x}$ হলে, $f(x)-f\left(\frac{1}{x}\right)=?$
(ক) 1 (খ) 0 (গ) x^2 (ঘ) $\frac{1}{x}$

১১. $h(x)=\sqrt{25-x^2)}$ ফাংশনটির ডোমেন নির্ণয় কর।
(ক) $-5 \le x \le 5$ (খ) $-5 \le x < -5$
(গ) $0 \le x < 5$ (ঘ) $-5 < x \le 5$

১২. যদি $f(x)=x+3$ এবং $f(x)=x^2+3x+4$ হয়, $f(g(2))$ এর মান নির্ণয় কর।
(ক) 12 (খ) 15 (গ) 17 (ঘ) 20

১৩. $A=\{-2, 0, 1, 2, 3\}, B=\{0, 1, 2, 3, 6, 9\}$ সেট দুইটির $f: A \to B$ এবং $f(x)=x^2$ হলে, ফাংশনটির রেঞ্জ কত?
(ক) $\{1, 2, 6, 9\}$ (খ) $\{0, 3, 4, 6\}$
(গ) $\{-1, 1, 4, 6, 9\}$ (ঘ) $\{0, 1, 4, 9\}$

১৪. $f(x)=\sqrt{4-x^2)}$ ফাংশনটির ডোমেন কত?
(ক) $-2<x<2$ (খ) $-2 \le x<2$
(গ) $-2 \le x \le 2$ (ঘ) $-2<x \le 2$

১৫. $\varphi(z)=y \sin z+v$ এবং $\psi(w)=\sin^{-1}(yw^2+y^2)^{-1}$ হলে $\varphi(\psi(u^2))$ এর মান কোনটি?
(ক) $(u^4+y)^{-1}+v$ (খ) $y\sin^{-1}(u^2+y)+v$
(গ) $(u^4+y)^{-2}+v$ (ঘ) $(u^2+y)^{-1}+v$

১৬. $\varphi(x)=\log_e(\cos x)$ হলে, $e^{2\varphi(x)}$ এর মান কোনটি?
(ক) $\frac{1}{2}(1-\cos 2x)$ (খ) $\frac{1}{2}(1+\cos 2x)$
(গ) $\frac{1}{3}(5-\cos 2x)$ (ঘ) $\frac{1}{3}(5+\cos 2x)$

১৭. ফাংশন $f(x)=\sqrt{9-x^2)}$ এর ডোমেন কোনটি?
(ক) $[3, +\infty)$ (খ) $[-3, 3]$
(গ) $(-\infty, -3]$ (ঘ) $[-3, 0]$

১৮. $y=f(x)=\frac{4x-7}{2x-4}$ যদি হয়, তবে $f(y)$ এর মান কত?
(ক) x (খ) $f(x)$ (গ) y (ঘ) $\frac{4y-7}{2y-4}$

১৯. $f(x)=\begin{cases}3x-1 & \text{যখন, } x>3\\ x^2-2 & \text{যখন } -2 \le x \le 3\end{cases}$ হলে, $f(6)=?$
(ক) 12 (খ) 11 (গ) 17 (ঘ) 34

২০. $f(x)=\frac{2x+1}{x-5}$ হলে, $f^{-1}(3)$ এর মান কত?
(ক) $-\frac{7}{2}$ (খ) 16 (গ) 7 (ঘ) $\frac{7}{2}$

উত্তরপত্র
৬. খ, ৭. ক, ৮. ঘ, ৯. ক, ১০. খ, ১১. ক, ১২. গ, ১৩. খ, ১৪. গ, ১৫. ক, ১৬. ক, ১৭. খ, ১৮. ক, ১৯. গ, ২০. খ, ২১. ঘ, ২২. খ, ২৩. ক, ২৪. ক, ২৫. খ, ২৬. খ, ২৭. ঘ, ২৮. Note, ২৯. ক, ৩০. ঘ, ৩১. খ

জাতীয় বিশ্ববিদ্যালয়ের ভর্তি পরীক্ষার প্রশ্নোত্তর বিচার্য

২১. $f(x)\frac{5}{\sqrt{1-x^2}}$ ফাংশনের ডোমেন— [N.U. 14-15]
(ক) $[1, \infty)$ (খ) $(-\infty, 1]$ (গ) $[-1, 1)$ (ঘ) $(-1, 1]$

২২. $f(x)=\frac{x^2}{x^2-1}-1$ হলে $f(-2)$ এর মান— [N.U. 13-14]
(ক) $\frac{1}{2}$ (খ) $\frac{1}{3}$ (গ) $\frac{1}{4}$ (ঘ) 0

২৩. $f(x)=x^2$ এবং $g(x)=\sqrt{x^3}$ হলে, $(fog)(x)$ — [N.U. 13-14]
(ক) x^3 (খ) x^2 (গ) x (ঘ) $x^{\frac{3}{2}}$

২৪. $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ কে $f(x)=\sqrt[3]{x+1}$ দ্বারা সংজ্ঞায়িত করা হলে, $f^{-1}(x)$ এর মান— [N.U. 13-14]
(ক) x^3-1 (খ) x^3+1 (গ) x^2-1 (ঘ) x^2+1

২৫. $y=x^2+2x+5$ ফাংশনের সর্বনিম্ন মান— [N.U. 13-14]
(ক) 3 (খ) 4 (গ) 5 (ঘ) 8

২৬. $f(x)=|x-3|$ ফাংশনটির রেঞ্জ — [N.U. 12-13]
(ক) $(3, \infty]$ (খ) $[0, \infty)$ (গ) $(0, 3]$ (ঘ) $[-\infty, 3)$

২৭. $f(x)=(x-2)^2+5$ এর সর্বনিম্ন মান— [N.U. 12-13]
(ক) 2 (খ) 4 (গ) 8 (ঘ) 5

২৮. $f(x)=\frac{x^2-9}{x-3}$ এর ডোমেন হলো— [N.U. 10-11]
(ক) $\mathbb{R}$ (খ) $\mathbb{R}-\{0\}$
(গ) $\mathbb{R}-\{9\}$ (ঘ) $\mathbb{R}-\{3\}$

> **Note** : প্রশ্নটির উত্তরের অপশনে সঠিক উত্তর নাই। অর্থাৎ, ত্রুটিপূর্ণ। এই প্রশ্নটির সঠিক উত্তর হবে : $x \in \mathbb{R}, x \neq 3$

২৯. $f(x)=\sqrt{x+4}$ ফাংশনটির ডোমেন— [N.U. 09-10]
(ক) $[-4, \infty)$ (খ) $[4, \infty)$ (গ) $[0, 4)$ (ঘ) $[-4, 4)$

৩০. $y^2=4x$ সমীকরণের লেখচিত্রের যেকোনো বিন্দুতে $\frac{dy}{dx}$ সমান— [N.U. 07-08]
(ক) $\frac{x}{2}$ (খ) $\frac{2}{x}$ (গ) $\frac{y}{2}$ (ঘ) $\frac{2}{y}$

৩১. f একক ফাংশন হয়, যখন— [N.U. 06-07]
(ক) $f(x)=0$ (খ) $f(x)=1$ (গ) $f(x)=x$ (ঘ) $f(x)=\sqrt{x}$

অধ্যায়-০৯ : অন্তরীকরণ

একনজরে কিছু গুরুত্বপূর্ণ গাণিতিক সূত্রাবলি

- $\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}=1=\lim_{x\to 0}\frac{x}{\sin x}$ $[x > 90°]$
- $\lim_{x\to 0}\frac{\sin^{-1}x}{x}=1=\lim_{x\to 0}\frac{x}{\sin^{-1}x}$
- $\lim_{x\to 0}\frac{\tan x}{x}=1=\lim_{x\to 0}$ $[x > 90°]$
- $\lim_{x\to 0}\left(\frac{\sin x}{x}\right)^n=\lim_{x\to 0}\left(\frac{x}{\sin x}\right)^n=\lim_{x\to 0}\left(\frac{\tan x}{x}\right)^n=\lim_{x\to 0}\left(\frac{x}{\tan x}\right)^n=1$

- $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\tan^{-1}x}{x} = 1 = \lim\limits_{x\to 0}\frac{x}{\tan^{-1}x}$
- $\lim\limits_{x\to 0}\frac{e^x - 1}{x} = 1$
- $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\ln(1+x)}{x} = 1$
- $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^x = e$
- $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{(1+x)^n - 1}{x} = n$
- $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{x^n}{n!} = 0$
- $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{a}{x^n} = 0$
- $\lim\limits_{x\to a}\frac{x^n - a^n}{x-a} = n\,a^{n-1}$
- $\lim\limits_{x\to 0}\frac{a^x - 1}{x} = \ln a$
- $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin x^\circ}{x} = \frac{\pi}{180^\circ}$
- $\lim\limits_{x\to 0}\cos x = 1$
- $\lim\limits_{x\to a}\sin^{-1}x = \sin^{-1}a, |a| \le 1$
- $\lim\limits_{x\to a}\cos^{-1}x = \cos^{-1}a, |a| \le 1$
- $\lim\limits_{x\to a}\tan^{-1}x = \tan^{-1}a, -\infty < a < \infty$
- $\lim\limits_{x\to 0}(1+x)^{\frac{1}{x}} = e$
- $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{\sin x}{x} = \lim\limits_{x\to\infty}\frac{\cos x}{x} = 0$
- $\lim\limits_{x\to 0}\frac{e^x - e^{-x}}{x} = 2$

01. $\frac{d}{dx}(c) = 0$

02. $\frac{d}{dx}cf(x) = c\frac{d}{dx}f(x)$

03. $\frac{d}{dx}(\sin x) = \cos x$

04. $\frac{d}{dx}(\cos x) = -\sin x$

05. $\frac{d}{dx}(\tan x) = \sec^2 x$

06. $\frac{d}{dx}(\cot x) = -\operatorname{cosec}^2 x$

07. $\frac{d}{dx}(\sec x) = \sec x \tan x$

08. $\frac{d}{dx}(\operatorname{cosec} x) = -\operatorname{cosec} x.\cot x$

09. $\frac{d}{dx}(e^x) = e^x$

10. $\frac{d}{dx}(\ln x) = \frac{1}{x}$

11. $\frac{d}{dx}(a^x) = a^x \ln a$

12. $\frac{d}{dx}(e^{nx}) = ne^{nx}$

13. $\frac{d}{dx}(u \pm v) = \frac{du}{dx} \pm \frac{dv}{dx}$

14. $\frac{d}{dx}(uv) = u\frac{dv}{dx} + v\frac{du}{dx}$

15. $\frac{d}{dx}(uvw) = vw\frac{du}{dx} + uw\frac{dv}{dx} + uv\frac{dw}{dx}$

16. $\frac{d}{dx}\left(\frac{u}{v}\right) = \frac{v\frac{du}{dx} - u\frac{dv}{dx}}{v^2}$

17. $\frac{d}{dx}(u^v) = u^v\frac{d}{dx}(v\ln u)$

18. $\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dz} \times \frac{dz}{dx}$

19. $\frac{d}{dx}(\sin^{-1}x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

20. $\frac{d}{dx}(\cos^{-1}x) = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

21. $\frac{d}{dx}(\tan^{-1}x) = \frac{1}{1+x^2}$

22. $\frac{d}{dx}(\cot^{-1}x) = -\frac{1}{1+x^2}$

23. $\frac{d}{dx}(\sec^{-1}x) = \frac{1}{x\sqrt{x^2-1}}$

24. $\frac{d}{dx}(\log_a x) = \frac{1}{x}.\log_a e$

25. $\frac{d}{dx}(\sin mx) = m\cos mx$

26. যদি $f(x,y) = 0$ হয় যা অব্যক্ত ফাংশন তাহলে,

$$\frac{d}{dx}y = \frac{f_x}{f_y} = \frac{y \text{ ধ্রুবরেখে } x \text{ এর সাপেক্ষে অন্তরীকরণ}}{x \text{ ধ্রুবরেখে } y \text{ এর সাপেক্ষে অন্তরীকরণ}}$$

- **মূল নিয়মে অন্তরীকরণ :**

  $y = f(x)$ হলে, $\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}\{f(x)\} = \lim\limits_{x\to 0}\frac{f(x+h) - f(x)}{h}$

  যে কোন বিন্দুতে $x = a$ হলে, $f'(a) = \lim\limits_{x\to 0}\frac{f(a+h) - f(a)}{h}$

- প্রথম অন্তরক সাধারণত x এর একটি ফাংশন x এর একটি নতুন ফাংশনের অন্তরককে f(x) এর দ্বিতীয় অন্তরক বলা হয়। দ্বিতীয় অন্তরককে $\frac{d^2y}{dx^2}$, $f''(x)$, y_2 বা y'' দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

- অনরূপভাবে f(x) এর n তম অন্তরক $\frac{d^ny}{dx^n}$, $f^n(x)$ বা y_n প্রতীক দ্বারা প্রকাশ করা হয়। কতগুলো বিশেষ ফাংশনের n তম অন্তরক :

  (i) $y = x^n \therefore y_{n} = n! \therefore y_{n+1} = 0, y_{n+2} = 0$

  (ii) $y = (ax+b)^m \therefore y_n = \frac{m!}{(m-n)!}a^n(ax+b)^{m-n} [\therefore m > n]$

  $m = n$ হলে, $y_n = n!\,a^n$, $m < n$ হলে, $y_n = 0$

  (iii) $y = e^{ax} \therefore y_n = a^n e^{ax}$

  (iv) $y = a^{mx}$ হলে $y_n (m\ln a)^n.a^{mx}$

  (v) $y = \frac{1}{x+a} \therefore y_n = \frac{(-1)^n n!}{(x+a)^{n+1}}$

CamScanner

(vii) $y = \ln(x+a)$ ∴ $y_n = \frac{(-1)^{n-1}(n-1)!}{(x+a)^n}$

(viii) $y = \ln(ax+b)$ ∴ $y_n = \frac{(-1)^{n-1}(n-1)!\,a^n}{(ax+b)^n}$

(ix) $y = \sin(ax+b)$ ∴ $y_n = a^n \sin\left(\frac{n\pi}{2} + ax + b\right)$

(x) $y = \cos(ax+b)$ ∴ $y_n = a^n \cos\left(\frac{n\pi}{2} + ax + b\right)$

(xi) $y = x^n$ হলে, $y_n = n!$

- $y = f(x)$ বক্ররেখার উপরস্থ (x, y) বিন্দুতে স্পর্শকের ঢাল $\frac{dy}{dx} = \tan\theta$ বা ঐ বিন্দুতে অন্তরজের মান নির্দেশ করে।
- স্পর্শক x অক্ষের সাথে 45° কোণ উৎপন্ন করলে $\frac{dy}{dx} = 1$ হবে।
- অক্ষদ্বয়ের সাথে সমান সমান কোণ উৎপন্ন করলে $\frac{dy}{dx} = \pm 1$।
- স্পর্শক x অক্ষের সমান্তরাল হলে, অর্থাৎ y অক্ষের উপর লম্ব হলে, $\frac{dy}{dx} = 0$ হবে।
- স্পর্শক x অক্ষের উপর লম্ব বা y অক্ষের সমান্তরাল হলে, $\frac{dx}{dy} = 0$ হবে।

(ঙ) $y = f(x)$ বক্ররেখার উপরস্থ $P(x_1, y_1)$ বিন্দুতে স্পর্শকের সমীকরণ $(y - y_1) = f'(x_1)(x - x_1)$

- $P(x_1, y_1)$ বিন্দুতে অভিলম্বের সমীকরণ, $f'(x_1)(y - y_1) + (x - x_1) = 0$

(চ) **গুরুমান ও লঘুমান নির্ণয়ের নিয়ম :** মনে করি, $y = f(x)$ একটি ফাংশন।

(i) গুরুমান ও লঘুমান নির্ণয় করার জন্য $\frac{dy}{dx}$ বের করে $\frac{dy}{dx} = 0$ বসাতে হবে এবং এখান থেকে x এর মানগুলি নির্ণয় করতে হবে। এ সকল মানগুলোকে সংকটবিন্দু/প্রান্তিকবিন্দু (Critical point) বলে।

(ii) $\frac{d^2y}{dx^2}$ নির্ণয় করে তাতে x এর মানগুলো বসাতে হবে। এ থেকে নিম্নোক্ত সিদ্ধান্তে উপনীত হওয়া যাবে। যদি $\frac{d^2y}{dx^2} > 0$ হয় তবে x এর ঐ মানের জন্য $f(x)$ ফাংশনের লঘুমান পাওয়া যাবে। এবং যদি $\frac{d^2y}{dx^2} < 0$ হয় তবে x এর ঐ মানের জন্য $f(x)$ ফাংশনের গুরুমান পাওয়া যাবে।

(iii) x এর মানগুলো $y = f(x)$ এ বসিয়ে গুরুমান এবং লঘুমান নির্ণয় করা যাবে।

(ছ) **ম্যাকলরিনের উপপাদ্য:** $f(x)$ যদি x এর একটি ফাংশন হয়, যাকে x এর ঊর্ধ্বক্রমানুসারে পূর্ণসাংখ্যিক ঘাতবিশিষ্ট একটি অসীম ধারায় বিস্তৃত করা যায় এবং যদি ঐ বিস্তৃত ধারাটি পদ অনুসারে অন্তরীকরণযোগ্য হয়, তাহলে, $f(x) = f(0) + xf'(0) + \frac{x^2}{2!}f''(0) + \frac{x^3}{3!}f'''(0) + \ldots + \frac{x^n}{n!}f^n(0) + \ldots$

গুরুত্বপূর্ণ MCQ প্রশ্নোত্তর

১. $\lim\limits_{x \to 0} \frac{x}{|x|}$ এর মান কত?
ক −1 খ 1 গ 0 ঘ বিদ্যমান নেই

২. $\lim\limits_{x \to \infty} \frac{3x^2 + 4x + 1}{2x^2 - 1} = ?$
ক 1 খ $\frac{3}{2}$ গ $\frac{1}{2}$ ঘ ∞

৩. $\lim\limits_{x \to 0} \frac{\sqrt{1 - 2x} - 1}{x} =$ কত?
ক 1 খ −1 গ $\frac{1}{2}$ ঘ $-\frac{1}{2}$

৪. $\lim\limits_{x \to 9} \frac{\sqrt{x} - 3}{x - 9}$ এর মান কত?
ক $\frac{1}{6}$ খ 1 গ $-\frac{1}{6}$ ঘ $\frac{1}{3}$

৫. $\frac{d}{dx}\left(\frac{4}{\sqrt{x}}\right)$ এর মান কোনটি?
ক $\frac{1}{4}x^{\frac{3}{2}}$ খ $2x^{\frac{3}{2}}$ গ $2x^{-\frac{3}{2}}$ ঘ $\frac{1}{2}x^{-\frac{3}{2}}$

৬. $\frac{d}{dx}\left(\sqrt{\frac{1}{e^x}}\right) = ?$
ক $\frac{1}{2\sqrt{e^x}}$ খ $-\frac{1}{2\sqrt{e^x}}$
গ $\frac{1}{\sqrt{e^x}}$ ঘ $-\frac{1}{\sqrt{e^x}}$

৭. $\frac{d}{dx}(x^2 e^x)$ এর মান কোনটি?
ক $x^2e^x + 2xe^x$ খ $e^x + 2x$
গ $x^2 + xe^x$ ঘ $x^2e^x + 2e^x$

৮. x এর সাপেক্ষে $x^\circ \cos x^\circ$ এর অন্তরজ সহগ কোনটি?
ক 0 খ $x\sin x - \cos x$
গ $\frac{\pi}{180}\left(\cos\frac{\pi x}{180} - \frac{\pi x}{180}\sin\frac{\pi x}{180}\right)$
ঘ $\frac{\pi}{180}\left(\frac{\pi x}{180}\sin\frac{\pi x}{180} - \cos\frac{\pi x}{180}\right)$

৯. $y = \frac{\ln x}{x}$ হলে, $\frac{dy}{dx} = ?$
ক $\frac{1 - \ln x}{x^2}$ খ $\frac{x - \ln x}{x^2}$
গ $\frac{-\ln x}{x^2}$ ঘ $\frac{1 - \ln x}{x}$

১০. $y = \ln(2 - x)$ হলে $\frac{dy}{dx} = ?$
ক $\frac{1}{2 - x}$ খ $\frac{2}{2 - x}$ গ $\frac{x}{2 - x}$ ঘ $\frac{1}{x - 2}$

১১. x এর সাপেক্ষে $e^{\sin^2 x}$ এর অন্তরজ কোনটি?
ক $e^{\sin^2 x} \cdot \sin 2x$ খ $2e^{\sin^2 x} \cdot \sin x$
গ $-e^{\sin^2 x} \cdot \sin x$ ঘ $e^{\sin^2 x}$

১২. $y = \log \sin x^2$ হলে, $\frac{dy}{dx}$ এর মান কোনটি?

(ক) $2x \cot x^2$ (খ) $2x \cot x$ (গ) $\frac{1}{\sin x^2}$ (ঘ) $\frac{1}{\cos x^2}$

১৩. $y = \tan^{-1} x$ হলে $\frac{dy}{dx} = ?$

(ক) $\frac{1}{1-x^2}$ (খ) $\frac{1}{1+x^2}$ (গ) $1 - x^2$ (ঘ) $1 + x^2$

১৪. $\frac{d}{dx}\left(\tan^{-1}\frac{4x}{1-4x^2}\right) =$ কোনটি?

(ক) $\frac{4}{1+4x^2}$ (খ) $\frac{4}{1+2x^2}$ (গ) $\frac{2}{1+4x^2}$ (ঘ) $\frac{6}{1+4x^2}$

১৫. $y = \tan^{-1}\sqrt{\frac{1-x}{1+x}}$ হলে, $\frac{dy}{dx}$ এর মান কত?

(ক) $\frac{x}{2}$ (খ) $\frac{-1}{2\sqrt{1-x^2}}$ (গ) $1 + x^2$ (ঘ) 0

১৬. যদি $y = (x^2+1)^{\sin x}$ হয় তাহলে, $y'(0)$ হবে—

(ক) $\frac{1}{2}$ (খ) e^2 (গ) 0 (ঘ) $\frac{3}{2}$

১৭. $e^{xy-1} = 5$ হলে $\frac{dy}{dx} = ?$

(ক) $\frac{\ln 5}{xy}$ (খ) $\frac{\ln 5}{-x^2}$ (গ) $-\frac{y}{x}$ (ঘ) $\frac{\ln 5}{y}$

১৮. $x = e^t \cos t$ এবং $y = e^t \sin t$ হলে, $\frac{dy}{dx}$ এর মান কত?

(ক) $\frac{\sin t + \cos t}{\cos t - \sin t}$ (খ) $\frac{\sin t + \cos t}{\sin t - \cos t}$

(গ) $\frac{\sin t}{\cos t}$ (ঘ) $-\frac{\cos t}{\sin t}$

১৯. $f(x) = 2x^3 - 21x^2 + 36x - 20$ হলে, $f''(x) = ?$

(ক) $12x - 42$ (খ) $12x - 45$

(গ) $6x - 6$ (ঘ) 0

২০. $y = \log_e x$ হলে, $\frac{d^3y}{dx^3}$ এর মান কত?

(ক) 0 (খ) $\frac{-1}{x^3}$ (গ) $\frac{2}{x^3}$ (ঘ) $\frac{-2}{x^3}$

জাতীয় বিশ্ববিদ্যালয়ের ভর্তি পরীক্ষার প্রশ্নোত্তর রিচার্স

২১. $y = \tan^{-1}\frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$ হলে, $\frac{dy}{dx}$ এর মান — [N.U. 14-15]

(ক) $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ (খ) $\frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$

(গ) $\frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$ (ঘ) $\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$

২২. $\lim_{x \to 0} \frac{\sin x}{x}$ এর মান— [N.U. 13-14]

(ক) 0 (খ) α (গ) 1 (ঘ) None

২৩. $y = x^2 + \frac{1}{x^2}$ হলে, $x^2\frac{d^2y}{dx^2} + x\frac{dy}{dx} - 4y =$ কত হবে? [N.U. 13-14]

(ক) 2 (খ) ± 5 (গ) 1 (ঘ) 0

২৪. $\int e^x\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2}\right)dx$ এর মান— [N.U. 13-14]

(ক) $\frac{1}{x}e^x + C$ (খ) $-\frac{1}{x}e^x + C$

(গ) $\frac{1}{x^2}e^x + C$ (ঘ) $-\frac{1}{x^2}e^x + C$

২৫. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{1+\cos x}$ এর মান— [N.U. 13-14]

(ক) -1 (খ) 0 (গ) $\frac{1}{2}$ (ঘ) 1

২৬. যদি $y = 5^x$ হয়, তাহলে $\frac{dy}{dx}$ সমান— [N.U. 12-13]

(ক) 5^{x-1} (খ) $x5^{x-1}$ (গ) $5^x \ln 5$ (ঘ) $5^x \log_5 e$

২৭. $y = \tan^{-1}\frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$ হলে $\frac{dy}{dx}$ সমান— [N.U. 11-12]

(ক) $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ (খ) $\frac{1}{1-x^2}$ (গ) 0 (ঘ) 1

২৮. $y = \sqrt{\cos 2x}$ হলে, $\frac{dy}{dx}$ সমান— [N.U. 10-11]

(ক) $-\frac{\sin 2x}{\sqrt{\cos 2x}}$ (খ) $\frac{\cos 2x}{\sqrt{\sin 2x}}$

(গ) $\frac{2 \sin x}{\sqrt{\tan x}}$ (ঘ) $\frac{\tan 2x}{\sqrt{\sin 2x}}$

২৯. যদি $y = 5^x$ হয়, তাহলে $\frac{dy}{dx}$ সমান— [N.U. 09-10]

(ক) x^4 (খ) 5^{x-1} (গ) $5^x \log_e 5$ (ঘ) $\frac{5^x}{\log_e 5}$

Note : *প্রশ্নটির সঠিক উত্তর বিদ্যমান নাই। এই প্রশ্নটির সঠিক উত্তরটি হবে $\frac{dy}{dx} = 5^x \ln(5)$। তবুও অনুরূপ (ঘ) নং অপশনে কিছুটা মিল থাকায় (ঘ) নং কে উত্তর হিসাবে বিবেচনা করা যায়।*

৩০. $y = |\sin x|, \pi < x < 2\pi$ হলে, $\frac{dy}{dx}$ হবে— [N.U. 08-09]

(ক) $\sin x$ (খ) $\cos x$ (গ) $-\sin x$ (ঘ) $-\cos x$

৩১. যদি $y = ae^{mx} + be^{-mx}$ হয় তবে $y_2 =$ [N.U. 07-08]

(ক) my (খ) $-my$ (গ) m^2y (ঘ) $-m^2y$

৩২. $y = \sin^{-1}(\sin x)$ হলে $\frac{dy}{dx} = ?$ [N.U. 06-07]

(ক) 1 (খ) $\sin x$ (গ) $\cos x$ (ঘ) -1

৩৩. $y = x^2 + \frac{1}{x^2}$ হলে, $x^2\frac{d^2y}{dx^2} + x\frac{dy}{dx} - 4y =$ কত? [N.U. 06-07]

(ক) 2 (খ) $\pm\sqrt{5}$ (গ) 1 (ঘ) 0

৩৪. $\ln 5 - 2\ln 2 + \frac{3}{2}\ln 16 =$ কত? [N.U. 05-06]

(ক) $\ln 80$ (খ) 12 (গ) $2\ln 10$ (ঘ) 0

৩৫. যদি $y = \sin^{-1}(\sin x)$ হয়, তবে $\frac{dy}{dx} = ?$ [N.U. 05-06]

(ক) 1 (খ) $\sin x$ (গ) $\cos x$ (ঘ) $\tan x$

৩৬. $y = x \sin x$ হলে $\frac{d^2y}{dx^2} + y =$ কত? [N.U. 05-06]

(ক) $\cos x + \sin x$ (খ) $\sin x - \cos x$

(গ) $2 \sin x$ (ঘ) $2 \cos x$

উত্তরমালা

১২. ক, ১৩. খ, ১৪. ক, ১৫. খ, ১৬. গ, ১৭. গ, ১৮. ক, ১৯. ক, ২০. গ, ২১. ক, ২২. গ, ২৩. ঘ, ২৪. ক, ২৫. ঘ, ২৬. গ, ২৭. ক, ২৮. ক, ২৯. Note, ৩০. ঘ, ৩১. গ, ৩২. ক, ৩৩. ঘ, ৩৪. ক, ৩৫. ক, ৩৬. ঘ

CamScanner

৩৭. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \ln 2x\, dx$ এর মান— [N.U. 05-06]

ⓚ $\frac{\pi}{4}$ ⓛ $\frac{\pi}{2}$ ⓜ $-\frac{\pi}{2}$ ⓝ $-\frac{\pi}{4}$

৩৮. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x\, dx$ এর মান— [N.U. 05-06]

ⓚ $\frac{\pi}{4}$ ⓛ $\frac{\pi}{2}$ ⓜ $-\frac{\pi}{2}$ ⓝ $-\frac{\pi}{4}$

৩৯. $y = \cos(\sqrt{x})$ হলে $\frac{dy}{dx}$ হবে— [N.U. 04-05]

ⓚ $\sin(\sqrt{x})$ ⓛ $-\sin(\sqrt{x})$

ⓜ $-\frac{\sin(\sqrt{x})}{\sqrt{x}}$ ⓝ $-\frac{\sin(\sqrt{x})}{2(\sqrt{x})}$

৪০. $\frac{d}{dx}\left(\cos^{-1}\frac{1-x^2}{1+x^2}\right) = ?$ [N.U. 03-04]

ⓚ $-\frac{2}{\sqrt{1+x^2}}$ ⓛ $\frac{-2}{1+x^2}$

ⓜ $\frac{2}{\sqrt{1+x^2}}$ ⓝ $\frac{2}{1+x^2}$

৪১. $y = \cos\sqrt{x}$ হলে $\frac{dy}{dx} = ?$ [N.U. 02-03]

ⓚ $\sin\sqrt{x}$ ⓛ $-\frac{\sin\sqrt{x}}{2\sqrt{x}}$

ⓜ $-\sin\sqrt{x}$ ⓝ $-\frac{\sin\sqrt{x}}{\sqrt{x}}$

৪২. $x = \cos t$ এবং $y = 1 - \sin t$ হলে, $\frac{dy}{dx} = ?$ [N.U. 01-02]

ⓚ $-\cot t$ ⓛ $\cot t$ ⓜ $\tan t$ ⓝ $-\tan t$

৪৩. $\frac{1-\sin x}{\cos x}$ এর লিমিট কি যখন $x \to \frac{\pi}{2}$? [N.U. 01-02]

ⓚ $\frac{1}{2}$ ⓛ 0 ⓜ 2 ⓝ 1

উত্তরপত্র: ৩৭. ক ৩৮. ক ৩৯. ঘ ৪০. ঘ ৪১. খ ৪২. খ ৪৩. খ

অধ্যায়-১০ : যোগজীকরণ

☑ একনজরে কিছু গুরুত্বপূর্ণ গাণিতিক সূত্রাবলি

01. $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c$, যখন $n \neq -1$

02. $\int \frac{1}{x^n} dx = -\frac{n}{(n-1)x^{n-1}} + c$

03. $\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + c$

04. $\int e^x dx = e^x + c$

05. $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + c, [a > 0, a \neq 1]$

06. $\int \cos x\, dx = \sin x + c$

07. $\int \sin x\, dx = -\cos x + c$

08. $\int \sec^2 x\, dx = \tan x + c$ 09. $\int \mathrm{cosec}^2 x\, dx = -\cot x + c$

10. $\int \sec x \tan x\, dx = \sec x + c$ 11. $\int \mathrm{cosec}\, x \cot x\, dx = -\mathrm{cosec}\, x + c$

12. $\int \frac{1}{2\sqrt{x}} dx = \sqrt{x} + c$ 13. $\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx = \sin^{-1}x + c$

14. $\int -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}} = \cos^{-1}x + c$ 15. $\int \frac{1}{1+x^2} dx = \tan^{-1}x + c$

16. $\int \frac{1}{x\sqrt{x^2-1}} dx = \sec^{-1}x + c$

17. $\int -\frac{1}{x\sqrt{x^2-1}} dx = \mathrm{cosec}^{-1}x + c$

18. $\int \sqrt{\frac{a+x}{a-x}} dx = a\sin^{-1}\frac{x}{a} - \sqrt{a^2-x^2} + c$

19. $\int \sqrt{\frac{a-x}{a+x}} dx = a\sin^{-1}\frac{x}{a} + \sqrt{a^2-x^2} + c$

20. $\int g\{f(x)\} f'(x)\, dx = \int g\{f(x)\}\, d\{f(x)\} = F\{f(x)\} + c$

21. $\int \{f(x)\}^n f'(x)\, dx = \int \{f(x)\}^n d\{f(x)\} = \frac{\{f(x)\}^{n+1}}{n+1} + c$

22. $\int \frac{1}{\sqrt{f(x)}} f'(x)\, dx = \int \frac{d\{f(x)\}}{\sqrt{f(x)}} = 2\sqrt{f(x)} + c$

23. $\int \frac{f'(x)}{f(x)} dx = \int \frac{d\{f(x)\}}{f(x)} = \ln|f(x)| + c$

24. $\int e^{f(x)} f'(x)\, dx = e^{f(x)} + c$ 25. $\int \cos\{f(x)\} f'(x)\, dx = \sin\{f(x)\} + c$

26. $\int \sin\{f(x)\} f'(x)\, dx = -\cos\{f(x)\} + c$

27. $\int \frac{f'(x)\, dx}{a^2 + \{f(x)\}^2} = \frac{1}{a}\tan^{-1}\frac{f(x)}{a} + c$

28. $\int \frac{f'(x)\, dx}{f(x)\sqrt{\{f(x)\}^2 - 1}} = \sec^{-1}f(x) + c$

29. $\int \sec^2\{f(x)\} f'(x)\, dx = \tan\{f(x)\} + c$

30. $\int \mathrm{cosec}^2\{f(x)\} f'(x)\, dx = -\cot\{f(x)\} + c$

31. $\int \sec\{f(x)\}\tan\{f(x)\} f'(x) dx = \sec\{f(x)\} + c$

32. $\int \mathrm{cosec}\{f(x)\}\cot\{f(x)\} f'(x) dx = -\mathrm{cosec}\{f(x)\} + c$

33. $\int \tan x\, dx = -\ln(\cos x) + c = \ln(\sec x) + c$

34. $\int \sec x\, dx = \ln \tan\left(\frac{\pi}{4}+\frac{x}{2}\right) + c = \ln|\sec x + \tan x| + c$

35. $\int \cot x\, dx = \ln(\sin x) + c = -\ln \operatorname{cosec} x + c$

36. $\int \operatorname{cosec} x\, dx = \ln\left|\tan\frac{x}{2}\right| + c = \ln(\operatorname{cosec} x + \cot x) + c$

37. $\int \frac{dx}{a^2+x^2} dx = \frac{1}{a}\tan^{-1}\frac{x}{a} + c$

38. $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2-x^2}} = \sin^{-1}\frac{x}{a} + c$

39. $\int \frac{dx}{x\sqrt{x^2-a^2}} = \frac{1}{a}\sec^{-1}\frac{x}{a} + c$

40. $\int \frac{dx}{a^2-x^2} = \frac{1}{2a}\ln\left|\frac{a+x}{a-x}\right| + c$

41. $\int \frac{dx}{x^2-a^2} = \frac{1}{2a}\ln\left|\frac{x-a}{x+a}\right| + c$

42. $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2+a^2}} = \ln(x+\sqrt{x^2+a^2}) + c$

43. $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2-a^2}} = \ln(x+\sqrt{x^2-a^2}) + c$

44. $\int \sqrt{a^2+x^2}\, dx = \frac{x\sqrt{a^2+x^2}}{2} + \frac{a^2}{2}\ln(x+\sqrt{x^2+a^2}) + c$

গুরুত্বপূর্ণ MCQ প্রশ্নোত্তর

১. $\int 5^{7x} dx = ?$

ক $\frac{5^{7x}}{7\ln 5} + c$ খ $\frac{5^{7x}}{\ln 5} + c$

গ $5^{7x}\ln 5 + c$ ঘ $5^{7x}(7\ln 5) + c$

২. $\int \sin x^0\, dx = ?$

ক $\frac{-180}{\pi}\operatorname{cosec}\frac{\pi x}{180} + c$ খ $\frac{-180}{\pi}\sec\frac{\pi x}{180} + c$

গ $\frac{-180}{\pi}\sin\frac{\pi x}{180} + c$ ঘ $\frac{-180}{\pi}\cos\frac{\pi x}{180} + c$

৩. $\int \frac{dx}{1+\cos x}$ এর মান কোনটি?

ক $2\tan\frac{x}{2} + c$ খ $\frac{1}{2}\tan\frac{x}{2} + c$

গ $\tan\frac{x}{2} + c$ ঘ $\tan x + c$

৪. $\int \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} = $ কত?

ক $2e^{\sqrt{x}} + c$ খ $e^{\sqrt{x}} + c$

গ $\frac{1}{2}e^{\sqrt{x}} + c$ ঘ $e^{\frac{\sqrt{x}}{2}} + c$

৫. $\int \frac{\ln(\ln x)}{x} dx = ?$

ক $\ln x|\ln(\ln x) + 1|$ খ $\ln x|\ln(\ln x) - 1|$

গ $\ln x(\ln x) - 1$ ঘ $\ln x|\ln(\ln x)|$

৬. $\int e^{x+e^x} dx = ?$

ক $e^{e^x} + c$ খ $e^{x+e^x} + c$ গ $e^x + c$ ঘ $e^{x^2} + c$

৭. $\int \frac{e^x(1+x)}{xe^x} dx$ এর মান কত?

ক $xe^x + c$ খ $e^x(1+x) + c$

গ $\ln|e^x(1+x)| + c$ ঘ $\ln|xe^x| + c$

৮. $\int \sqrt{\frac{1+x}{1-x}} dx = $ কত?

ক $\sin^{-1}x + c$ খ $\sqrt{1-x^2} + c$

গ $-\sqrt{1-x^2} + c$ ঘ $\sin^{-1}x - \sqrt{1-x^2} + c$

৯. $\int \frac{dx}{\sqrt{9-16x^2}}$ এর মান–

ক $\frac{1}{4}\sin^{-1}\frac{3x}{4} + c$ খ $\frac{1}{4}\sin^{-1}\frac{4x}{3} + c$

গ $\frac{1}{3}\sin^{-1}\frac{4x}{4} + c$ ঘ $\frac{1}{3}\sin^{-1}\frac{3x}{4} + c$

১০. $\int \sqrt{\frac{1-x}{1+x}} dx$ এর মান হচ্ছে– ?

ক $\sin^{-1}x - \sqrt{1-x^2} + c$ খ $\sqrt{1-x^2} + c$

গ $\sin^{-1}x + c$ ঘ $\sin^{-1}x + \sqrt{1-x^2} + c$

১১. $\int \frac{dx}{\sqrt{2-x^2}} = ?$

ক $\sin^{-1}\frac{x}{\sqrt{2}} + c$ খ $\sin^{-1}\frac{x}{2} + c$

গ $\sin^{-1}\frac{x}{\sqrt{2}}$ ঘ $\sin^{-1}\frac{x}{2}$

১২. $\int x^9 e^{x^{10}} dx = ?$

ক $-\frac{1}{9}e^{x^{10}} + c$ খ $-\frac{1}{10}e^{x^{10}} + c$

গ $\frac{1}{9}e^{x^{10}} + c$ ঘ $\frac{1}{10}e^{x^{10}} + c$

১৩. $\int x\cos x\, dx$ এর মান হয় :

ক $x\sin x + 2\cos x + c$ খ $x\sin x + \cos x + c$

গ $x\sin x - \cos x + c$ ঘ $x\sin x + \sin x + c$

১৪. $\int e^x(\sec x + \sec x\tan x)\, dx$ এর মান কত?

ক $e^x\sec x + c$ খ $e^x\sec x\tan x + c$

গ $\sec x + \sec x\tan x + c$ ঘ $e^x(\sec^2 x + 1) + c$

১৫. $\int \frac{e^x(x+2)}{(x+3)^2} dx = ?$

ক $e^x + c$ খ $\frac{e^x+1}{x+2} + c$

গ $\frac{e^x}{x+3} + c$ ঘ কোনোটিই নয়

১৬. $y = x^2$, x-অক্ষ, $x = 3$ এবং $x = 5$ দ্বারা আবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কত?

ক $\frac{98}{3}$ খ 98 গ 16 ঘ 125

উত্তরপত্র

১. ক
২. ঘ
৩. গ
৪. ক
৫. খ
৬. ক
৭. ঘ
৮. ঘ
৯. খ
১০. ঘ
১১. ক
১২. ঘ
১৩. খ
১৪. ক
১৫. গ
১৬. ক

১৭. x অক্ষ এবং $y = \sin x$ বক্ররেখার একটি চাপ দ্বারা গঠিত ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কত হবে?

ⓚ 2 ⓚ 1 ⓖ 4 ⓖ 3

(ক) 2 (খ) 1 (গ) 4 (ঘ) 3

১৮. $x = y^2$ এবং $y = x - 2$ দ্বারা আবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল হবে–

(ক) $1\frac{1}{3}$ (খ) $3\frac{1}{6}$ (গ) $4\frac{1}{2}$ (ঘ) $4\frac{3}{4}$

১৯. $y^2 = x$ এবং $y = x^2$ বক্ররেখাদ্বয় দ্বারা আবদ্ধ এলাকার ক্ষেত্রফল–

(ক) $\frac{1}{12}$ বর্গ একক (খ) $\frac{1}{3}$ বর্গ একক

(গ) $\frac{1}{2}$ বর্গ একক (ঘ) $\frac{1}{6}$ বর্গ একক

২০. $x^2 + y^2 = 1$ এবং $y^2 = 1 - x$ বক্ররেখা দুটি দ্বারা আবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কত?

(ক) $\left(\frac{\pi}{4} - \frac{2}{3}\right)$ (খ) $\left(\frac{\pi}{4} + \frac{2}{3}\right)$ (গ) $2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{2}{3}\right)$ (ঘ) $4\left(\frac{\pi}{4} - \frac{1}{3}\right)$

জাতীয় বিশ্ববিদ্যালয়ের ভর্তি পরীক্ষার প্রশ্নোত্তর রিচার্স

২১. $\int \frac{dx}{e^x + e^{-x}}$ সমান — [N.U. 14-15]

(ক) $\frac{1}{2}\ln(c^{2x} + 1) + c$ (খ) $\frac{1}{2}\tan^{-1}(e^x + 1) + c$

(গ) $\frac{1}{2}\ln^{-1}(e^{2x} - 1) + c$ (ঘ) $\tan^{-1}(e^x) + c$

২২. $\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sin^3 x dx$ সমান (equals)– [N.U. 14-15]

(ক) $\frac{3\pi}{2}$ (খ) $\frac{\pi}{2}$ (গ) 0 (ঘ) – 1

২৩. 40 থেকে 50 পর্যন্ত স্বাভাবিক সংখ্যাগুলোর মধ্য থেকে দৈবচয়ন পদ্ধতিতে একটি সংখ্যা নেওয়া হলো। সংখ্যাটি মৌলিক হওয়ার সম্ভাবনা কত? [N.U. 12-13]

(ক) $\frac{2}{11}$ (খ) $\frac{3}{11}$ (গ) $\frac{1}{5}$ (ঘ) $\frac{3}{10}$

২৪. $\int \frac{xe^x}{(x+1)^2} dx$ সমান– [N.U. 11-12]

(ক) $\frac{x}{x+1} + c$ (খ) $\frac{x}{(x+1)^2}$

(গ) $\frac{e^x}{x+1} + c$ (ঘ) $\frac{4x}{(x+1)^2} + c$

২৫. $\frac{\tan^{-1}x}{1+x^2}$ এর একটি অনির্দিষ্ট যোগজ– [N.U. 10-11]

(ক) $\tan^{-1}x \ln(1 + x^2)$ (খ) $\frac{1}{2}(\tan^{-1}x)^2$

(গ) $\left(\frac{1}{2}\tan^{-1}x\right)^2$ (ঘ) $\frac{1}{2}\tan^{-1}x$.

> **Note :** *প্রশ্নটির উত্তরের অপশনে সঠিক উত্তর নাই। অর্থাৎ ত্রুটিপূর্ণ। এই প্রশ্নটির সঠিক উত্তর হবে :* $\frac{(\tan^{-1} x)^2}{2} + C$
> [*Ref :* আফসার-উজ-জামান, সংস্করণ– জুন, ২০০৮]

২৬. $\int_1^e \ln x\, dx$ এর মান– [N.U. 10-11, 12-13]

(ক) e (খ) e – 1 (গ) e + 1 (ঘ) 1

২৭. $\int \frac{dx}{1 + \cos 2x} = ?$ [N.U. 09-10]

(ক) $\log_e(1 + \cos 2x) + C$ (খ) $\frac{1}{2}\log_e(1 + \cos 2x) + C$

(গ) $\tan x + C$ (ঘ) $\frac{1}{2}\tan x + C$

২৮. $\int_1^e \ln x\, dx$-- এর মান– [N.U. 08-09]

(ক) 1 (খ) 0 (গ) – 1 (ঘ) e

২৯. $\int \frac{e^{\frac{x}{2}} - 1}{e^{\frac{x}{2}} + 1} dx$ = কত? [N.U. 07-08]

(ক) $e^{\frac{x}{2}} + e^{-\frac{x}{2}}$ (খ) $e^{\frac{x}{2}} - e^{-\frac{x}{2}}$ (গ) $2\log(e^2 + 1)$ (ঘ) $2\log\left(e^{\frac{x}{2}} + e^{-\frac{x}{2}}\right)$

> **Note :** প্রশ্নটির উত্তরের অপশনগুলো ত্রুটিপূর্ণ। প্রশ্নটির সঠিক উত্তর হবে : $2\log(e^{\frac{x}{2}} + 1)$ অথবা, $4\ln\left|e^{\frac{x}{2}} + 1\right| - x + c$
> [*Ref :* আফসার-উজ-জামান, সংস্করণ– জুন, ২০০৮]

৩০. $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{2x - x^2}}$ = কত? [N.U. 06-07]

(ক) $\frac{\pi}{2}$ (খ) 1 (গ) 0 (ঘ) $\frac{\pi}{4}$

৩১. $\int_1^e \ln x dx$ এর মান হবে– [N.U. 04-05]

(ক) e (খ) e – 1 (গ) e + 1 (ঘ) 1

৩২. $\int (1 + \sin x)^2 \cos x dx$ এর মান হবে– [N.U. 03-04]

(ক) $\frac{7}{3}$ (খ) $\frac{8}{3}$ (গ) $\frac{2}{7}$ (ঘ) $\frac{5}{8}$

> **Note :** প্রশ্নটির উত্তরের অপশনে ভুল আছে। এই প্রশ্নটির সঠিক উত্তর হবে : $\left[1 + \frac{\sin x}{3}\right] + c$
> [*Ref :* অধ্যাপক হারুন-অর-রশিদ, সংস্করণ-২০১৪]

৩৩. $\int \frac{\cos\sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx = ?$ [N.U. 03-04]

(ক) $2\sin\sqrt{x} + C$ (খ) $\frac{\sin\sqrt{x}}{2} + C$ (গ) $-2\sin\sqrt{x} + C$ (ঘ) $-\frac{\sin\sqrt{x}}{2}$

৩৪. $\int_1^e \log_e x\, dx = ?$ [N.U. 02-03]

(ক) e (খ) 1 (গ) e + 1 (ঘ) e – 1

৩৫. যদি $\int \frac{1}{e^x + e^{-x}} dx = f(x) + c$ হয় যেখানে c ধ্রুবক, তবে $f(x)$ =? [N.U. 01-02]

(ক) $\log_e(e^x + e^{-x})$ (খ) $\tan^{-1}(e^x)$ (গ) $e^x - e^{-x}$ (ঘ) $\frac{1}{e^x - e^{-x}}$

৩৬. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos\theta - \sin\theta}{\cos\theta + \sin\theta} d\theta$ এর মান– [N.U. 06-07]

(ক) 0 (খ) 1 (গ) – 1 (ঘ) $\frac{1}{2}$

উত্তরপত্র

১৭. ক	১৮. গ
১৯. খ	২০. গ
২১. ঘ	২২. গ
২৩. ক	২৪. গ
২৫. Note	২৬. ঘ
২৭. ঘ	২৮. ক
২৯. Note	৩০. ক
৩১. ঘ	৩২. Note
৩৩. ক	৩৪. খ
৩৫. খ	৩৬. ক

গণিত-২য় পত্র

অধ্যায়-০১ : বাস্তব সংখ্যা ও অসমতা

☑ একনজরে কিছু গুরুত্বপূর্ণ গাণিতিক সূত্রাবলি

01. সকল বাস্তব সংখ্যার সেট, $\mathbb{R} = (-\infty, \infty)$
02. মূলদ সংখ্যার সেট, $\hat{E} = \{\frac{p}{q}; p, q \in z; q \neq 0\}$
03. অমূলদ সংখ্যার সেট, $\hat{E}'$ বা $\hat{E}^c = \{x; x \in \mathbb{R}, x \notin \hat{E}\} = \mathbb{R} - \hat{E}$
04. সকল পূর্ণ সংখ্যার সেট $\mathbb{Z}$ বা $\mathbb{I} = \{0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, ...\}$
05. সকল স্বাভাবিক সংখ্যা বা ধনাত্মক পূর্ণ সংখ্যার সেট, $\mathbb{N}$ বা $\mathbb{I}^+$ বা $\mathbb{Z}^+ = \{1, 2, 3, 4......\}$
06. সকল অঋণাত্মক পূর্ণসংখ্যার সেট $= \{0, 1, 2, 3, 4......\}$
07. ঋণাত্মক পূর্ণসংখ্যার সেট, $\mathbb{Z}^-$ বা $\mathbb{I}^- = \{-\infty, ..., -10, ..., -2, -1\}$

⊙ $\mathbb{R}$ বাস্তব সংখ্যার সেট হলে, $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subseteq \mathbb{R}$, $\mathbb{Q} \cup \mathbb{Q}' = \mathbb{R}$, $\mathbb{Q} \cap \mathbb{Q}' = \varnothing$ (ফাঁকা সেট)

⊙ **বাস্তব সংখ্যার সেট $\mathbb{R}$ এর স্বীকার্য ভিত্তিক ধর্ম :**

01. **আবদ্ধ (Closure) :** সকল $a, b \in \mathbb{R}$ এর জন্য $a + b \in \mathbb{R}$ [যোগের আবদ্ধতা] এবং $ab \in \mathbb{R}$ [গুণনের আবদ্ধতা]
02. **বিনিময় যোগ্যতা (Commutativity) :** $a, b \in \mathbb{R}$ হলে, $a + b = b + a$ [যোগের বিনিময় যোগ্যতা] এবং $ab = ba$ [গুণনের বিনিময় যোগ্যতা]
03. **সংযোজন যোগ্যতা (Associativity) :** $a, b, c \in \mathbb{R}$ এর জন্য $a + (b + c) = (a + b) + c$ [যোগের সংযোজন যোগ্যতা] এবং $a(bc) = (ab)c$ [গুণনের সংযোজন যোগ্যতা]
04. **বন্টন যোগ্যতা (Distributivity) :** সকল $a, b, c \in \mathbb{R}$ এর জন্য $a(b + c) = ab + ac$ অথবা $(b + c)a = ba + ca$
05. **অভেদক (Identity) :** $a \in \mathbb{R}$ এর জন্য (i) $a + 0 = 0 + a = a$ [যোগের অভেদক] (ii) $a.1 = 1.a = a$ [গুণনের অভেদক]
06. **বিপরীতক (Inverse) :** $a \in \mathbb{R}$ এর জন্য (i) $a + (-a) = (-a) + a = 0$ [যোগের বিপরীতক] (ii) $a.a^{-1} = a^{-1}.a = 1$ [গুণনের বিপরীতক]
07. **অনন্যতা (Uniqueness) :** $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ হলে, এবং $a = b, c = d$ হলে, $a + c = b + d$ [যোগের অনন্যতা] এবং $ac = bd$ [গুণের অনন্যতা]

অর্থাৎ, উভয় পাশে একই রাশি যোগ করা যোগের অন্যন্যতা, গুণ করা গুণের অনন্যতা।

⊙ **সীমিত সেট (Bounded সেট) :** ধরি, $\mathbb{S}$ একটি বাস্তব সংখ্যার সেট। $\mathbb{S}$ সেটটি সীমিত সেট হবে যদি একট ঊর্ধ্বসীমিত সেট এবং নিম্নসীমিত সেট হয়। অর্থাৎ $\mathbb{S}$ সেটটি সীমিত হবে, যদি দুইটি বাস্তব সংখ্যা $\mathbb{K}$ এবং $\mathbb{K}$ এরূপ হয় যেন, $\mathbb{K} \leq x \leq \mathbb{K}, \forall x \in \mathbb{S}$.

⊙ **ঊর্ধ্বসীমা (Upper bound) :** যদি $\mathbb{S}$, বাস্তব সংখ্যার সেট $\mathbb{R}$ এর একটি উপসেট এবং সকল $x \in \mathbb{S}$ এর জন্য একটি বাস্তব সংখ্যা $\mathbb{M}$ বিদ্যমান থাকে যেন $x \leq \mathbb{M}$ হয, তবে $\mathbb{M}$ কে $\mathbb{S}$ সেটের একট ঊর্ধ্বসীমা বলা হয় এবং $\mathbb{S}$ হলো একটি ঊর্ধ্বসীমিত (Upper bounded) সেট।

⊙ **লঘিষ্ঠ ঊর্ধ্বসীমা বা সুপ্রিমাম (Least upper bound/Supremum) :** কোনো সেটের ঊর্ধ্বসীমাগুলির মধ্যে সবচেয়ে ছোটো অর্থাৎ, ক্ষুদ্রতম সংখ্যাকে ঐ সেটের সুপ্রিমাম (লঘিষ্ঠ ঊর্ধ্বসীমা) বলা হয়। কোনো সেট s এর সুপ্রিমাম বা লঘিষ্ঠ ঊর্ধ্বসীমা Sup S দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

⊙ **নিম্নসীমা (Lower bound) :** যদি S, বাস্তব সংখ্যার সেট $\mathbb{R}$ এর একটি উপসেট এবং সকল $x \in S$ এর জন্য একটি বাস্তব সংখ্যা m বিদ্যমান থাকে যেন $m \leq x$ হয়, তবে m কে S সেটের একটি নিম্নসীমা বলা হয় এবং S হলো একটি নিম্নসীমিত সেট।

⊙ **ইনফিমাম বা গরিষ্ঠ নিম্নসীমা (Infimum/Greatest lower bound) :** কোনো সেটের নিম্নসীমাগুলির মধ্যে সবচেয়ে বড়ো অর্থাৎ বৃহত্তম সংখ্যাকে ঐ সেটের ইনফিমাম (গরিষ্ঠ নিম্নসীমা) বলা হয়। কোন সেট S এর ইনফিমাম Inf S দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

⊙ **পরমমান (Absolute value) :** সকল বাস্তব সংখ্যার সেটকে $\mathbb{R}$ দ্বারা প্রকাশ করা হলে, যদি $x \in \mathbb{R}$ হয় তাহলে x এর পরমমান $|x|$ (পড়তে হয়, Modulus of x) দ্বারা সূচিত করা হয়।

এর সংজ্ঞা নিম্নরূপ : $|x| \begin{cases} x \text{ যখন } x \geq 0 \\ -x \text{ যখন } x < 0 \end{cases}$

⊙ **পরমমানের ধর্ম :**

(1) $a \in \mathbb{R}$ এর জন্য $|a| \geq a$

(2) $x \in \mathbb{R}$ এর জন্য (i) $|x| \leq a \Rightarrow -a \leq x \leq a$
(ii) $|a| > |b| \Rightarrow a^2 > b^2$

(3) $a, b \in \mathbb{R}$ এর জন্য (i) $|a|^2 = a^2 = |-a|^2$
(ii) $|ab| = |a|\,|b|$
(iii) $|abc| = |a|\,|b|\,|c|$

(4) $a, b \in \mathbb{R}$ এর জন্য $\left|\frac{a}{b}\right| = \frac{|a|}{|b|} \ (b \neq 0)$

(5) $a, b \in \mathbb{R}$ এর জন্য (i) $|a| + |b| \geq |a + b|$
(ii) $|a| + |b| > |a - b|$

(6) $a, b \in \mathbb{R}$ এর জন্য $|a| - |b| \leq |a - b|$

☑ গুরুত্বপূর্ণ MCQ প্রশ্নোত্তর

১. নিচের কোনটি মূলদ সংখ্যা?
ⓚ $\sqrt[3]{19}$ ⓛ $\sqrt[3]{87}$ ⓜ $\sqrt[3]{78}$ ⓝ $\sqrt[4]{81}$

(ক) $\sqrt[3]{19}$ (খ) $\sqrt[3]{87}$ (গ) $\sqrt[3]{78}$ (ঘ) $\sqrt[4]{81}$

২. বাস্তব সংখ্যায় $|x - 1| \geq 1$ অসমতার সমান সেট কোনটি?
(ক) $[-1, 1]$ (খ) $[-\infty, -1] \cup [1, \infty]$
(গ) $[-\infty, -0] \cup [2, \infty]$ (ঘ) $[0, 2]$

৩. বাস্তব সংখ্যায় $|2x - 3| \leq 1$ অসমতাটির সমাধান—
(ক) $1 < x < 2$ (খ) $1 \leq x \leq 2$
(গ) $x < 1$ or $x > 2$ (ঘ) $1 \geq x \geq 2$

৪. $\frac{x + 4}{x + 3} > \frac{x - 6}{x - 7}$ অসমতাটির সমাধান হলো–
(ক) $-4 < x < 6$ (খ) $-4 \leq x \leq 6$
(গ) $x < -3$ এবং $x > 6$ (ঘ) $-3 < x < 7$

উত্তরপত্র

১. ঘ
২. গ
৩. খ
৪. ঘ

CamScanner

৫. $|x^2+1| < 10$ এর সমাধান—
(ক) $-3<x<3$ (খ) $-3\le x<3$
(গ) $-3<x\le 3$ (ঘ) $-3\le x\le 3$

৬. $\left|5-\frac{2}{3x}\right|<1$ অসমতাটির সমাধান সেট—
(ক) $3<x<4$ (খ) $\frac{1}{9}>x>\frac{1}{10}$
(গ) $\frac{1}{9}<x<\frac{1}{6}$ (ঘ) $\frac{1}{3}<x<\frac{1}{2}$

৭. $|x+2|\le 2$ এর সমাধান কোনটি?
(ক) $4\le x\le 0$ (খ) $-4\le x\le 0$
(গ) $0\le x\le 4$ (ঘ) $0\le x\le -4$

৮. $|x-5|=5$ হলে, x এর মান কত?
(ক) 10 (খ) 0 (গ) 0, −10 (ঘ) 10, 0

৯. $8x+3<3x^2$ হলে, x এর মান নির্ণয় কর।
(ক) $x>3$ অথবা, $x<-\frac{1}{3}$ (খ) $x<3$
(গ) $x>8$ (ঘ) $-\frac{1}{3}<x<3$

১০. অসমতা $x^2-3x+2\le 0$ এর সমাধান হচ্ছে—
(ক) $(-\infty, 1)$ (খ) $(1, 2)$
(গ) $[1, 2]$ (ঘ) $[2, \infty)$

১১. অসমতা $(x-1)(x-3)\ge 0$ এর সমাধান সেট হয়—
(ক) $(-\infty, 1)$ (খ) $(3, +\infty)$
(গ) $(-\infty, 1]\cup(3, \infty)$ (ঘ) $(-\infty, 1]\cup(3, +\infty)$

১২. $\frac{x}{2}+\frac{x}{3}$ এর সরল মান $\frac{43}{60}$ অপেক্ষা বৃহত্তর হলে অসমতার রূপ কী?
(ক) $\frac{6x}{5}>\frac{43}{60}$ (খ) $\frac{5x}{6}>\frac{43}{60}$
(গ) $\frac{x}{6}>\frac{43}{60}$ (ঘ) $5x>\frac{43}{60}$

১৩. বাস্তব সংখ্যা $|3-2x|\le 1$ অসমতাটির সমাধান—
(ক) $1<x<2$ (খ) $1\le x\le 2$
(গ) $x\le 1$ অথবা $x\ge 2$ (ঘ) $1<x\le 2$

১৪. $5x-x^2-6>0$ হলে—
(ক) $x<2$ (খ) $2>x<3$
(গ) $2<x<3$ (ঘ) $x<3, x<2$

১৫. $|x-5|<4$ এর সমাধান কোনটি?
(ক) $1<x<3$ (খ) $x>2$
(গ) $1<x<9$ (ঘ) $-1<x<9$

১৬. $|2x+3|<7$ হলে—
(ক) $2<x<5$ (খ) $-5<x<2$
(গ) $3<x<7$ (ঘ) $2<x<7$

১৭. কোনটি অমূলদ নয়?
(ক) $\sqrt{4}$ (খ) $\sqrt{5}$ (গ) $\sqrt{3}$ (ঘ) $\sqrt{2}$

১৮. $x+2y\le 50$ এর সমাধান কোনটি?
(ক) (20, 25) (খ) (10, 50)
(গ) (50, 23) (ঘ) (10, 5)

১৯. সমাধান কর : $2x-3<5$
(ক) $x<-4$ (খ) $x>4$ (গ) $x<4$ (ঘ) $x>-4$

২০. কোনটি মূলদ সংখ্যা?
(ক) $\sqrt[3]{3}$ (খ) $\frac{1}{2}$ (গ) c (ঘ) π

জাতীয় বিশ্ববিদ্যালয়ের ভর্তি পরীক্ষার প্রশ্নোত্তর রিচার্স

২১. বাস্তব সংখ্যায় $|5-2x|\ge 4$ অসমতাটির সমাধান— [N.U. 10-11]
(ক) $\frac{1}{2}\le x\le\frac{9}{2}$ (খ) $-\infty<x\le\frac{1}{2}$
(গ) $x\le\frac{1}{2}$ (ঘ) $-\infty<x\le\frac{1}{2}\cup\frac{9}{2}\le x<\infty$

২২. $|5-2x|\ge 4$ অসমতাটির সমাধান সেট— [N.U. 14-15]
(ক) $\frac{1}{2}\le x\le\frac{9}{2}$ (খ) $-\alpha<x\le\frac{1}{2}$ অথবা $\frac{9}{2}\le x<\alpha$
(গ) $x\le\frac{1}{2}$ (ঘ) $\frac{1}{2}\le x\le\frac{9}{2}$ অথবা $x\ge\frac{27}{2}$

Note : *প্রশ্নটির উত্তরের অপশনে সঠিক উত্তর নাই। অর্থাৎ, ত্রুটিপূর্ণ। এই প্রশ্নটির সঠিক উত্তর হবে :*
∴ নির্ণেয় সমাধান : $x\le\frac{1}{2}$ অথবা $x\ge\frac{9}{2}$
∴ " " সেট : $S=\left\{x : x\in\mathbb{R}, x\le\frac{1}{2} \text{ অথবা } x\ge\frac{9}{2}\right\}$
[*Ref :* আফসার-উজ-জামান, সংস্করণ– জুন, ২০০৮]

২৩. $|3-6x|<9$ অসমতার সমাধান— [N.U. 11-12]
(ক) $-1<x<2$ (খ) $3<x<9$
(গ) $x>2$ (ঘ) $x<-1$

২৪. $-5<2x\le 2$ হলে x-এর মান বৃহত্তম পূর্ণসংখ্যা হবে— [N.U. 04-05]
(ক) 1 (খ) 2 (গ) 3 (ঘ) 4

অধ্যায়-০২ : যোগাশ্রয়ী প্রোগ্রাম

একনজরে কিছু গুরুত্বপূর্ণ গাণিতিক সূত্রাবলি

⊙ **যোগাশ্রয়ী প্রোগ্রামের মৌলিক ধারণা :** ১৯৩৯ সালে রাশিয়ার গণিতবিদ এল. ভি. ক্যান্টোভিচ (Kantorovich) সর্বপ্রথম ব্যবসা প্রতিষ্ঠানের সমস্যাকে গাণিতিকভাবে সংজ্ঞায়িত করে যোগাশ্রয়ী প্রোগ্রামের একটি মডেল তৈরি করেন। কোনো ব্যবসা প্রতিষ্ঠানের সমস্যাকে তার সীমাবদ্ধতা ও শর্ত সাপেক্ষে একাধিক স্বাধীন চলকের রৈখিক অসমতা ও একটি অভিষ্ট ফাংশন গঠনই হল যোগাশ্রয়ী প্রোগ্রাম।

যোগাশ্রয়ী শব্দের অর্থ রৈখিক (linear) এবং প্রোগ্রাম শব্দের অর্থ পরিকল্পনা, যা দ্বারা কোনো কর্মসম্পাদনের বিভিন্ন উপায়ের মধ্য হতে একটি উৎকৃষ্ট উপায় নির্ধারণ করা বুঝায়। ব্যক্তিগত জীবনে আমরা কাঙ্ক্ষিত লক্ষ্য অর্জনের জন্য পরিকল্পনা করি। বৃহৎ শিল্প প্রতিষ্ঠান এবং উৎপাদন কারখানাগুলোতেও সুপরিকল্পনা দ্বারা সর্বনিম্ন বিনিয়োগ করে সর্বোচ্চ মুনাফা অর্জন করা সম্ভব। কোন উৎপাদন কারখানায় পুঁজি, শ্রম, কাঁচামাল, যন্ত্রপাতি ইত্যাদির কোনটি কি পরিমাণ সমাবেশ ঘটালে সীমিত ব্যয়ে সর্বোচ্চ উৎপাদন সম্ভব হতে পারে তা নিরূপণ করা যোগাশ্রয়ী প্রোগ্রামের উদ্দেশ্য।

যোগাশ্রয়ী প্রোগ্রাম স্বল্প ব্যয়ে উৎপাদিত পণ্যের পরিমাণ, আকৃতি ও গুণগত মান নির্ধারণ করে।

⊙ **যোগাশ্রয়ী প্রোগ্রামের সমস্যা গঠন :** নিম্নলিখিত ধাপগুলো অনুসরণ করে যোগাশ্রয়ী প্রোগ্রামের সমস্যা গঠন করা হয়।

প্রথম ধাপ : সিদ্ধান্তকারীকে সঠিক সিদ্ধান্ত গ্রহণ এবং এর সাথে সম্পর্কযুক্ত চলকগুলো চিহ্নিত করে সমস্যাটিকে চলকের মাধ্যমে প্রকাশ করা। যেমন– দুইটি দ্রব্যের কোনটি কি পরিমাণ উৎপাদন করলে সর্বোচ্চ মুনাফা হবে তা x, y চলক দ্বারা প্রকাশ করা।

দ্বিতীয় ধাপ : যার পরিমাণকে সর্বোচ্চ অথবা সর্বনিম্ন করতে হবে তাকে উপরোক্ত চলক দ্বারা, গাণিতিক ফাংশনে প্রকাশ করে, যাকে অভিষ্ট ফাংশন (objective function) বলে।

তৃতীয় ধাপ : সীমাবদ্ধতাগুলো চিহ্নিত করে তাদেরকে চলকের মাধ্যমে রৈখিক সমীকরণ বা অসমতা আকারে প্রকাশ করা। এগুলোকে সীমাবদ্ধতার (Constraints) সেট বলে।

চতুর্থ ধাপ : রৈখিক সমীকরণগুলো লেখ। অঙ্কন কর এদের সমাধান এলাকা বা অনুকূল এলাকা (Feasible Region যা ছায়া ঘেরা ক্ষেত্র) চিহ্নিত করা।

পঞ্চম ধাপ : ছায়া ঘেরা ক্ষেত্রের কৌণিক বিন্দুগুলো স্থানাঙ্ক অভীষ্ট ফাংশনে বসিয়ে এর সর্বোচ্চ অথবা সর্বনিম্ন মান নির্ণয় করা।

⊙ **যোগাশ্রয়ী প্রোগ্রাম এর শর্তাবলি :** কতকগুলো শর্তপূরণ সাপেক্ষে যে কোনো সমস্যা (সবোচ্চ বা সর্বনিম্ন করণ) সমাধান করার জন্য যোগাশ্রয়ী প্রোগ্রাম প্রয়োগ করা হয়। নিম্নে শর্তগুলো উল্লেখ করা হলো–

(i) সমস্যার একটি অভীষ্ট ফাংশন (Objective function) যেমন- মুনাফা বা উৎপাদন ব্যয়, অবশ্যই থাকতে হবে যার সর্বোচ্চ বা সর্বনিম্ন মান নির্ণয় করতে হবে এবং তাকে সিদ্ধান্ত চলকের রৈখিক অপেক্ষক হিসেবে প্রকাশ করা যাবে।

(ii) সমস্যার অবশ্যই বিকল্প পদ্ধতির কার্যক্রম এর ব্যবস্থা থাকতে হবে। যেমন- একটি দ্রব্য দুইটি মেশিনে প্রস্তুত হতে পারে। এরূপক্ষেত্রে সমস্যা হবে কোন মেশিনে কত একক দ্রব্য প্রস্তুত হবে তা নির্ণয় করা।

(iii) সমস্যার জন্য অবশ্যই সীমিত সম্পদ থাকতে হবে। যেমন- একটি উৎপাদন কারখানায় কাঁচা মালের যোগাড় সীমিত হতে বাধ্য।

(iv) প্রতিষ্ঠানের প্রদত্ত সীমাবদ্ধতা ও শর্তগুলো একাধিক রৈখিক অসমতায় প্রকাশযোগ্য হবে।

(v) সিদ্ধান্ত চলকেগুলো অবশ্যই পরস্পর সম্পর্কযুক্ত ও অঋণাত্মক হতে হবে। যেমন- দুই প্রকার দ্রব্যের একটি x একক এবং অন্যটি y একক প্রস্তুত করা হলে x ও y অঋণাত্মক হবে অর্থাৎ $x \geq 0, y \geq 0$.

⊙ **যোগাশ্রয়ী প্রোগ্রাম এর সুবিধা :** যোগাশ্রয়ী প্রোগ্রামের উদ্দেশ্য সর্বনিম্ন বিনিয়োগ ও সর্বোচ্চ লাভ। এর সুবিধাগুলো নিম্নরূপ :

(i) উৎপাদন যোগ্য চলকের কাঙ্ক্ষিত মান নির্ধারণে সহায়ক। যেমন- প্রাতিষ্ঠানিক লোকবল, যন্ত্রপাতি এবং কাঁচামালের ন্যূনতম ব্যবহার করে লক্ষ্যমাত্রার পণ্য উৎপাদন সম্ভব।

(ii) ভবিষ্যতকালের ব্যবস্থাপকের উৎপাদনের জ্ঞান ও দক্ষতা বৃদ্ধি করে।

(iii) সকল প্রতিবন্ধকের সাথে পরিচিত হওয়া সম্ভব হয় এবং কাঙ্ক্ষিত পরিমাণ পণ্য উৎপাদন ও বিতরণের স্বল্প ব্যয় নিশ্চিত করা যায়।

(iv) অনাকাঙ্ক্ষিত প্রতিবন্ধকতা ও শর্ত হ্রাস পায়, যার ফলে সিদ্ধান্তের মাত্রা বৃদ্ধি করা সম্ভব হয়।

(v) বৃহৎ শিল্প কারখানায় উৎপাদিত পণ্যের আকৃতি ও গুণগত মান নির্ধারণে এবং সামরিক কার্যক্রমে যোগাশ্রয়ী প্রোগ্রামের ভূমিকা অপরিসীম।

☑ গুরুত্বপূর্ণ MCQ প্রশ্নোত্তর

১. নিম্নের লিনিয়ার প্রোগ্রামিং সমস্যার সমাধান কর : গরিষ্ঠকরণ কর $z = 3x + 4y$ শর্ত হচ্ছে $x + y \leq 7, 2x + 5y \leq 30, x \geq 0, y \geq 0.$

ⓚ (5, 2) ⓛ (7, 0) ⓖ (10, 0) ⓘ (0, 7)

২. $F = 3x + 4y$ এর সর্বোচ্চ মান কত যেখানে $x + y \leq 7, 2x + 5y \leq 30, x \geq 0,$ এবং $y \geq 0.$

ⓚ 16 ⓛ 23 ⓖ 18 ⓘ 14

৩. A ও B প্রকার যন্ত্র তৈরিতে যথাক্রমে 3 ও 4 একক সময় এবং 2 ও 1 একক কাঁচামাল লাগে। 45 একক সময় ও 20 একক কাঁচামাল দিয়ে সর্বোচ্চ যে লাভ হবে (যখন A এর প্রতি এককে লাভ 10 টাকা এবং তা B এর জন্য 12 টাকা) তা হলো–

ⓚ 100 টাকা ⓛ 135 টাকা

ⓖ 142 টাকা ⓘ 180 টাকা

৪. $x_1 + x_2 \leq 1; x_2 \leq 1; x_1, x_2 > 0$ শর্তাবলি সাপেক্ষে $3x_1 + 7x_2$ এর সর্বোচ্চ মান—

ⓚ 3 ⓛ 7 ⓖ 20 ⓘ 28

৫. $x \geq 0, y \geq 0, x + y \leq 5, x + 2y \geq 8$ শর্তানুসারে $z = 2x - y$ এর সর্বনিম্ন মান কত?

ⓚ 1 ⓛ – 1 ⓖ 4 ⓘ – 5

৬. দুই অঙ্ক বিশিষ্ট একটি সংখ্যা এমনভাবে গঠিত যেন অঙ্কদ্বয়ের যোগফল কমপক্ষে 12 হয়। আবার অঙ্কদ্বয়ের যে কোনটির সাথে 2 যোগ করলেও সেটি এক অঙ্ক বিশিষ্ট থাকে। এরূপ ক্ষুদ্রতম সংখ্যা নিচের কোনটি?

ⓚ 57 ⓛ 67 ⓖ 77 ⓘ 87

৭. $5x_1 + 10x_2 \leq 50, x_1 + x_2 \geq 1, x^2 \leq 4, x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$ শর্তাবলি সাপেক্ষে $2x_1 + 7x_2$ এর লঘিষ্ঠ মান—

ⓚ 2 ⓛ 7 ⓖ 20 ⓘ 1

৮. $x \geq 0, y \geq 0, x + y \leq 5, x \leq 2$ এবং $y \leq 4$ শর্তসাপেক্ষে $Z = 6x + 2y$ রাশিটির সর্বোচ্চ মান—

ⓚ 22 ⓛ 20 ⓖ 18 ⓘ 30

নিচের উদ্দেশ্য ফাংশন ও শর্তাগুলো লক্ষ কর :

উদ্দেশ্য ফাংশন : $Z = 2x - y$

শর্ত : $x + y \leq 5; x + 2y \geq 8; x, y \geq 0$

৯. সমাধান অঞ্চলের কৌণিক বিন্দুগুলো হবে—

ⓚ (0, 5), (8, 0), (2, 3) ⓛ (0, 4), (2, 3), (8, 0)

ⓖ (0, 5), (2, 3), (0, 4) ⓘ (0, 4), (8, 0), (2, 3)

১০. কোন বিন্দুতে সবর্নিম্ন মান পাওয়া যাবে?

ⓚ (5, 0) ⓛ (0, 4) ⓖ (4, 0) ⓘ (0, 5)

১১. সর্বনিম্ন মান হবে—

ⓚ – 8 ⓛ 0 ⓖ – 5 ⓘ 1

উত্তরপত্র

১.	ক
২.	খ
৩.	গ
৪.	খ
৫.	ঘ
৬.	ক
৭.	ক
৮.	ঘ
৯.	গ
১০.	ঘ
১১.	গ

CamScanner

১২. একটি ক্লাসে ছাত্রের সংখ্যা B এবং ছাত্রীর সংখ্যা G, মোট শিক্ষার্থীর সংখ্যা অনধিক 100 জন। আবার ছাত্রের সংখ্যা তিনগুণ এবং ছাত্রীর সংখ্যা চারগুণ করা হলে তা অনধিক 200 জন হয়। উক্ত শর্তগুলির গাণিতিক প্রকাশ কিভাবে করা যায়?

ⓚ $B + G \geq 100, 3B + 4G \geq 200$
ⓛ $B + G \geq 100, 3B + 4G \geq 200, B > 0, G > 0$
ⓜ $B + G \geq 100, 3B + 4G \leq 200, B > 0, G < 0$
ⓝ কোনোটিই নয়

১৩. একজন ছাত্র 5 টাকা দরে x টি পেন্সিল এবং 10 টাকা দরে x + 5 টি খাতা অনুর্ধ্ব 125 টাকায় ক্রয় করলে ঐ ছাত্র সর্বাধিক কয়টি পেন্সিল ক্রয় করেছেন?

ⓚ $x \leq 5$ ⓛ $x \geq 5$ ⓜ $x = 6$ ⓝ $x > 6$

১৪. $x + 2y \leq 30, 2x + y \leq 24, x, y \geq 0$ শর্তে অভিষ্ট ফাংশন $z = 6x + 8y$ এর সর্বোচ্চ মান হলো–

ⓚ 135 ⓛ 132 ⓜ 126 ⓝ 120

১৫. $x + y \geq 6, 2x + y \geq 8, x, y \geq 0$ শর্তসমূহ সাপেক্ষে $z = 2x + 3y$ রাশিটির সর্বনিম্ন মান নির্ণয় কর।

ⓚ 16 ⓛ 10 ⓜ 12 ⓝ 14

১৬. $x + y \leq 8, x \geq 4, y \leq 4$ শর্তে $z = x + 2y$ এর সর্বোচ্চ মান–

ⓚ 4 ⓛ 8 ⓜ 12 ⓝ 16

১৭. $2x + y \leq 8, 2x + 3y \leq 12, x \geq 0, y \geq 0$ শর্ত সাপেক্ষে $z = 4x + 3y$ এর সর্বোচ্চ মান কোনটি?

ⓚ 12 ⓛ 16 ⓜ 17 ⓝ 18

১৮. $z = 2x + 7y, x + y \leq 9, x + 2y \leq 12, x, y \geq 0$; z এর সর্বোচ্চ মান কত?

ⓚ 0 ⓛ 18 ⓜ 33 ⓝ 42

১৯. অভীষ্ট ফাংশন : $z = x + 2y$
শর্ত : $2x + 3y \leq 6, x \geq 0, y \geq 0$
নিচের কোনটি অভীষ্ট ফাংশনের সর্বোচ্চ মান?

ⓚ 3 ⓛ 4 ⓜ 6 ⓝ 7

২০. $x + y \leq 2, x + 4y \leq 4, x > 0, y > 0$ শর্ত সাপেক্ষে $z = 3x + 6y$ এর সর্বনিম্ন মান কোনটি?

ⓚ 8 ⓛ 10 ⓜ 12 ⓝ 18

জাতীয় বিশ্ববিদ্যালয়ের ভর্তি পরীক্ষার প্রশ্নোত্তর রিচার্স

২১. $5 - 3x - x^2$ রাশিটির সর্বোচ্চ মান— *[N.U. 11-12]*

ⓚ 3 ⓛ 6 ⓜ $\frac{48}{5}$ ⓝ $\frac{29}{4}$

২২. $x^2 - 3x + 5$ এর ন্যূনতম মান— *[N.U. 09-10]*

ⓚ 3 ⓛ 5 ⓜ $\frac{15}{4}$ ⓝ $\frac{11}{4}$

২৩. মনে কর, $S = \{1, 2\}$ S এর শক্তিসেটে পদসংখ্যা কয়টি? *[N.U. 06-07]*

ⓚ 1 ⓛ 2 ⓜ 3 ⓝ 4

উত্তরপত্র

১২. ঘ | ১৩. ক | ১৪. খ | ১৫. গ | ১৬. গ | ১৭. ঘ | ১৮. ঘ | ১৯. খ | ২০. ক | ২১. ঘ | ২২. ঘ | ২৩. ঘ

অধ্যায়-০৩ : জটিল সংখ্যা

একনজরে কিছু গুরুত্বপূর্ণ গাণিতিক সূত্রাবলি

⊙ **জটিল রাশি :** $x, y \in R$ এ থাকলে $x + iy$ কে জটিল সংখ্যা (Complex number) বলা হয় এবং z বা C দ্বারা সূচিত করা হয়। $y = 0$ হলে, সংখ্যাটি বাস্তব এবং $x = 0$ হলে, সংখ্যাটি কাল্পনিক। x কে z এর বাস্তব অংশ [Real part of z = Re (z)] এবং y কে z এর কাল্পনিক অংশ [Imaginary part of z = im (z)] বলা হয়।

⊙ $x^2 + 1 = 0$ এবং $x^2 - 2x + 3 = 0$ সমীকরণদ্বয়ের কোন বাস্তব সমাধান নেই। ঐতিহাসিকভাবে এ ধরনের সমীকরণের অস্তিত্বের জন্য কাল্পনিক সংখ্যা বা জটিল সংখ্যা ধারণা সৃষ্টি করা হয়েছে। বিশিষ্ট গণিতবিদ অয়লার (Leonhard Euler : 1707 – 1783) এমন একটি প্রতীক ব্যবহার করেন যার বর্গ –1 হবে। এই প্রতীকটিকে i দ্বারা সূচীত করা হয়; অর্থাৎ $i^2 = -1$. i কে imaginary number নাম দেওয়া হয়। অবশ্য ইটালির গণিত শাস্ত্রবিদ কার্ডানোর অবদানের কথাও এখানে উল্লেখ্য। কার্ডানো i কে 'Fictitious' or 'Sophistic' সংখ্যা নামে অভিহিত করেন।

⊙ i এর একটি জ্যামিতিক ব্যাখ্যা আছে। জার্মান গণিতবিদ গাউস প্রথমে এই ব্যাখ্যা দেন, i কে সংঘটন হিসেবে বিবেচনা করে এটি x অক্ষের উপর সংঘটিত করলে, x অক্ষের ধনাত্মক দিকে (Anti Clockwise) 90° কোণে আবর্তিত হয় এবং –i ঋণাত্মক দিকে 90° কোণে আবর্তিত হয়।

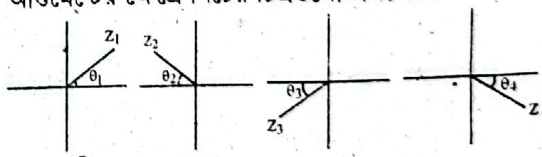
⊙ **জটিল রাশির জ্ঞাতব্য :**

(i) **কার্তেশীয় আকার,** $z = x + iy$

(ii) **মডুলাস,** $|z| = mod(z) = r = \sqrt{x^2 + y^2}$

(iii) **আর্গুমেন্ট,** $z = arg(z) = amp\ z = \theta =$ বিস্তার (Amplitude) $= \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right)$। সর্বদাই $-\pi \leq \theta \leq \pi$।

আর্গুমেন্টের ক্ষেত্রে নিচের চিত্রগুলো লক্ষ্য কর–



01 নং চিত্রে $Arg\ z_1$ বা $Arg\ z_1 = \theta_1$

02 নং চিত্রে $Arg\ z_2 = \pi - \theta_2$

03 নং চিত্রে $Arg\ z_3 = -\pi + \theta_3$

04 নং চিত্রে $Arg\ z_4 = -\theta_4$

(iv) যদি $z = x + iy$ একটি জটিল সংখ্যা হয়, তবে সংখ্যাটির পোলার আকার হবে $z = r\cos\theta + i\ r\sin\theta$, যেখানে r এবং θ যথাক্রমের সংখ্যাটির মডুলাস এবং আর্গুমেন্ট।

(v) **De moiver's Formula :** $z^n = r^n e^{in\theta} = r^n(\cos n\theta + i\sin n\theta)$

$\therefore (\cos\theta + i\sin\theta)^n = \cos n\theta + i\sin n\theta$

সুতরাং, $z = x + iy$ এর মডুলাস $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ হলে, $z^n = (x + iy)$ এর মডুলাস হবে $(\sqrt{x^2 + y^2})^n$। আর্গুমেন্ট হবে nθ।

⊙ **জটিল রাশির ধর্ম :**

(1) $a + ib = 0$ হলে, $a = 0, b = 0$

(2) $a + ib = c + id$ হলে, $a = c$ এবং $b = d$

(3) $a + ib$ রাশির অনুবন্ধী বা মিথুন (Conjugate) রাশি $a - ib$। জটিল রাশিকে z দ্বারা প্রকাশ করা হলে অনুবন্ধী জটিল রাশিকে $\bar{z}$ দ্বারা প্রকাশ করা হয়। $-3 - i5$ এর অনুবন্ধী $-3 + i5$

(4) অনুবন্ধী দুটি জটিল রাশির যোগফল এবং গুণফল বাস্তব হয়। যেমন- $(a + ib) + (a - ib) = 2a$; বাস্তব।
$(a + ib).(a - ib) = a^2 - i^2b^2 = a^2 + b^2$; বাস্তব।

(5) অনুবন্ধী নয় এরূপ দুটি জটিল রাশির যোগফল, বিয়োগফল, গুণফল এবং ভাগফল প্রত্যেকটিই জটিল হয়।

(6) কোন ধনাত্মক অখণ্ড সূচকবিশিষ্ট জটিল সংখ্যা একটি জটিল সংখ্যা। যেমন- $(a + ib)^n$ = একটি জটিল সংখ্যা।

(7) কোন জটিল সংখ্যার মূল একটি জটিল সংখ্যা।
যেমন- $\sqrt[n]{a + ib}$ একটি জটিল সংখ্যা।

(8) সকল বাস্তব সংখ্যা এক প্রকার জটিল সংখ্যা। কারণ যে কোন বাস্তব সংখ্যা x কে $x + i.0$ আকারে প্রকাশ করা যায়।

গুরুত্বপূর্ণ MCQ প্রশ্নোত্তর

১. $z = \frac{1 - i}{1 + i}$ হলে $Re(z)$ = কোনটি?
ⓚ 0 ⓛ $-i$ ⓖ -1 ⓘ 1

২. $i = \sqrt{2y} - 1$ হলে y^8 = কোনটি?
ⓚ i ⓛ $-i$ ⓖ -1 ⓘ 1

৩. $\sqrt{i} + \sqrt{-i}$ এর মান হবে–
ⓚ 2 ⓛ 1 ⓖ 0 ⓘ $\sqrt{2}$

৪. যদি $a = \frac{1 + i}{\sqrt{2}}$ হয়, তবে a^6 এর মান হবে–
ⓚ -1 ⓛ i ⓖ 1 ⓘ $-i$

৫. $\frac{1 + i}{1 - i}$ এর পরম মান হলো–
ⓚ 0 ⓛ 1 ⓖ $\sqrt{2}$ ⓘ i

৬. $z = \frac{(-4 + 3i)}{i}$ এর কাল্পনিক অংশ–
ⓚ 3 ⓛ -4 ⓖ 4 ⓘ -3

৭. $\frac{1}{a + i} = \frac{i}{a - i}$ হলে, a এর মান–
ⓚ 1 ⓛ $\frac{i}{2}$ ⓖ -1 ⓘ $-\frac{i}{2}$

৮. $z = x + iy$ হলে, $|2z - 1| = |z - 2|$ কি নির্দেশ করে?
ⓚ বৃত্ত ⓛ পরাবৃত্ত ⓖ উপবৃত্ত ⓘ অধিবৃত্ত

৯. জটিল সংখ্যা $\frac{3 + 4i}{4 - 3i}$ এর মান কত?
ⓚ 1 ⓛ -1 ⓖ i ⓘ $-2i$

১০. $(1 + i)^4$ এর মান কত?
ⓚ $-2n$ ⓛ 2i ⓖ -4 ⓘ 4

১১. $z_1 = 2 + i$ এবং $z_{22} = 3 + i$ হলে z_1z_2 এর মডুলাস–
ⓚ 6 ⓛ $5\sqrt{2}$ ⓖ 7 ⓘ $5\sqrt{3}$

১২. $i^2 = -1$ হলে, $\frac{i + i^{-1}}{i - i^{-1}}$ এর মান কত?
ⓚ 0 ⓛ $-2i$ ⓖ 2i ⓘ 2

১৩. এককের কাল্পনিক ঘনমূলদ্বয়ের গুণফল–
ⓚ 0 ⓛ $-i$ ⓖ -1 ⓘ 1

১৪. যদি ω এককের একটি কাল্পনিক ঘনমূল হয়, তবে $1 + \omega + \omega^2 = ?$
ⓚ 0 ⓛ ω^3 ⓖ 1 ⓘ ω

১৫. i কাল্পনিক সংখ্যা হলে, i^{51}-এর মান–
ⓚ 1 ⓛ -1 ⓖ i ⓘ $-i$

১৬. একের ঘনমূলগুলোর জটিল ঘনমূলদ্বয় যথাক্রমে a ও b হলে, $(1 - a)(1 - b)$ এর মান কত?
ⓚ 2 ⓛ 3 ⓖ 4 ⓘ 5

১৭. দুইটি অনুবন্ধী জটিল সংখ্যার সমষ্টি ও গুণফল উভয়ই–
ⓚ অবাস্তব সংখ্যা ⓛ বাস্তব সংখ্যা
ⓖ জটিল সংখ্যা ⓘ কোনোটিই নয়

১৮. একের কাল্পনিক ঘনমূল কয়টি?
ⓚ 1টি ⓛ 2টি ⓖ 3টি ⓘ 4টি

১৯. $\sqrt{3} + i$ জটিল সংখ্যাটির মডুলাস হবে–
ⓚ 2 ⓛ -2 ⓖ 3 ⓘ কোনোটিই নয়

২০. $4 + 3i$ জটিল সংখ্যার মডুলাস কত?
ⓚ 5 ⓛ 6 ⓖ 7 ⓘ 8

জাতীয় বিশ্ববিদ্যালয়ের ভর্তি পরীক্ষার প্রশ্নোত্তর রিচার্স

২১. ω এককের একটি কাল্পনিক ঘনমূল হলে, $(1 - \omega + \omega^2)^2 + (1 + \omega - \omega^2)^2$ এর মান— [N.U. 13-14]
ⓚ 4 ⓛ 9 ⓖ -5 ⓘ -4

২২. i^{-31} এর মান—
ⓚ 1 ⓛ -1 ⓖ i ⓘ $-i$

২৩. $z = x + iy$ একটি জটিল চলরাশি হলে $z\bar{z} = 4$ দ্বারা নির্দেশিত লেখচিত্রটি একটি— [N.U. 11-12]
ⓚ সরলরেখা ⓛ বৃত্ত ⓖ পরাবৃত্ত ⓘ উপবৃত্ত

২৪. $\frac{i}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{i}}}$ এর মান (যেখানে $i^2 = -1$) : [N.U. 08-09]
ⓚ $1 + i$ ⓛ $1 - i$ ⓖ 2i ⓘ $-1 + i$

২৫. $y = 2$ সরলরেখার উপর অবস্থান করে— [N.U. 06-07]
ⓚ $(-1, 0)$ বিন্দু ⓛ $(1, 0)$ বিন্দু
ⓖ $(2, 0)$ বিন্দু ⓘ $(2, 2)$ বিন্দু

২৬. $\frac{(1 + i)^2 + (1 - i)^2}{(1 + i)^2 - (1 - i)^2}$ এর মান—
ⓚ 1 ⓛ -1 ⓖ 0 ⓘ i

উত্তরপত্র

১. ক
২. ঘ
৩. ঘ
৪. ঘ
৫. খ
৬. গ
৭. গ
৮. ক
৯. গ
১০. গ
১১. খ
১২. ক
১৩. ঘ
১৪. ক
১৫. ঘ
১৬. খ
১৭. খ
১৮. খ
১৯. খ
২০. ক
২১. ঘ
২২. ঘ
২৩. খ
২৪. ক
২৫. ঘ
২৬. গ

অধ্যায়-০৪ : বহুপদী ও বহুপদী সমীকরণ

একনজরে কিছু গুরুত্বপূর্ণ গাণিতিক সূত্রাবলি

⊙ **মূল সহগ সম্পর্ক :** যদি বহুপদী সমীকরণ–
$f(x) = p_0x^n + p_1x^{n-1} + p_2x^{n-2} + ... + p_n = 0$ এর n সংখ্যক মূলগুলো যথাক্রমে $a_1, a_2, a_3, ... a_n$ হয় তাহলে-

(i) সব মূলগুলো যোগফল, অর্থাৎ $\sum a_1 = \frac{P_1}{P_0}$

CamScanner

(ii) মূলগুলোর দুটি করে নিয়ে সম্ভাব্য সকল জোড়ার গুণফলের যোগফল, অর্থাৎ $\sum a_1 a_2 = (-1)^2 \frac{P_2}{P_0}$

(iii) মূলগুলোর তিনটি করে নিয়ে সম্ভাব্য সকল জোড়ার গুণফলের যোগফল, অর্থাৎ $\sum a_1 a_2 a_3 = (-1)^3 \frac{P_3}{P_0}$

(iv) সব মূলগুলোর গুণফল, অর্থাৎ $\sum a_1 a_2 a_3 \ldots a_n = (-1)^n \frac{P_n}{P_0}$

⊙ **দ্বিঘাত সমীকরণের মূল :** দ্বিঘাত সমীকরণের আদর্শ রূপ $ax^2 + bx + c = 0$ এর মূল দুটি হলো $\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ এবং এদেরকে α ও β দ্বারা সূচিত করা হলে,

(i) $\alpha + \beta = \frac{-b}{a}$ (ii) $\alpha\beta = \frac{c}{a}$ (iii) $\alpha - \beta = \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{a}$

⊙ **দ্বিঘাত সমীকরণটির বৈশিষ্ট্য :**

01. $a = 0$ হলে, সমীকরণটি একঘাত হয়। দ্বিঘাত সূচিত করার শর্ত $a \neq 0$
02. $b = 0$ এবং $c < 0$ হলে, মূলদ্বয় সমান কিন্তু বিপরীত চিহ্ন যুক্ত হয়।
03. $c = 0$ হলে, একটি মূল শূন্য।
04. $b = c = 0$ হলে, উভয় মূলই শূন্য।
05. $c = a$ হলে, সমীকরণটির একটি মূল অপরটির উল্টা।
06. a ও c ধনাত্মক এবং b ঋণাত্মক হলে সমীকরণটির দুটি মূলই যোগবোধক হয়।
07. a ও c ঋণাত্মক এবং b ধনাত্মক হলে সমীকরণটির দুটি মূলই বিয়োগবোধক হয়।
08. $a + b + c = 0$ হলে একটি মূল 1 এবং অন্যটি $\frac{c}{a}$ হবে।

⊙ **নিশ্চায়ক ও তার বৈশিষ্ট্য :**

$ax^2 + bx + c = 0$ সমীকরণের নিরূপক/ পৃথক/ নিশ্চায়ক $b^2 - 4ac$ একে D দ্বারা প্রকাশ করা হয়। দ্বিঘাত সমীকরণের মূলদ্বয়ের প্রকৃতি D এর উপর নির্ভর করে।

01. $D = 0$ হলে, মূল দুটি বাস্তব, মূলদ ও সমান এবং মূলদ্বয় $-\frac{b}{2a}$
02. $D > 0$ হলে, মূলদ্বয় বাস্তব ও অসমান হয়।
03. D পূর্ণ বর্গ হলে, মূলদ্বয় মূলদ ও অসমান হয়।
04. $D > 0$ হলে, মূলদ্বয় অবাস্তব ও পরস্পরের অনুবন্ধী জটিল সংখ্যা হয়।

⊙ **সমীকরণ গঠন :**

(i) একটি দ্বিঘাত সমীকরণের মূলদ্বয় α, β হলে, দ্বিঘাত সমীকরণটি $(x-\alpha)(x-\beta) = 0 \Rightarrow x^2 - (\alpha+\beta)x + \alpha\beta = 0$ $\Rightarrow x^2 -$ (মূলদ্বয়ের যোগফল) $x +$ মূলদ্বয়ের গুণফল $= 0$

(ii) α, β, γ মূলবিশিষ্ট ত্রিঘাত সমীকরণ $(x-\alpha)(x-\beta)(x-\gamma) = 0 \Rightarrow x^3 - (\alpha+\beta+\gamma)x^2 + (\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha)x + \alpha\beta\gamma = 0$

(iii) $a_1x^2 + b_1x + c_1 = 0$ এবং $a_2x^2 + b_2x + c_2 = 0$ সমীকরণদ্বয়ের একটি সাধারণ মূল থাকার শর্ত, $(a_1b_2 - a_2b_1)(b_1c_2 - b_2c_1) = (c_1a_2 - c_2a_1)^2$ দুইটি সাধারণ মূল থাকার শর্ত $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$

⊙ বহুপদী সমীকরণের বিশেষ মূল : অমূলদ ও জটিল মূল যুগলরূপে আসে

1. একটি মূল $a + ib$ হলে, অপর একটি $a - ib$ হবে।
2. একটি মূল $a + \sqrt{b}$ হলে, অপর একটি $a - \sqrt{b}$ হবে।
3. মূলগুলো সমান্তর ধারা গঠন করলে মূলগুলো (i) ত্রিঘাতের ক্ষেত্রে $a - b, a, a + b$
4. মূলগুলো গুণোত্তর ধারা গঠন করলে মূলগুলো (i) ত্রিঘাতের ক্ষেত্রে ar^{-1}, a, ar

⊙ ত্রিঘাত সমীকরণ :

$ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ এর মূলগুলো α, β, γ হলে, $\alpha + \beta + \gamma = -\frac{b}{a}$, $\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = \frac{c}{a}$, $\alpha\beta\gamma = -\frac{d}{a}$

গুরুত্বপূর্ণ MCQ প্রশ্নোত্তর

১. $x^{19} - 6x^{11} + k$ রাশির একটি উৎপাদক $(x-1)$ হলে $k = ?$
ক 5 খ −5 গ 6 ঘ −6

২. $x^2 + 5x + a = 0$ সমীকরণের একটি মূল −2 হলে, অপর মূলটি–
ক 7 খ −7 গ −3 ঘ 3

৩. $3x^2 - kx + 4 = 0$ সমীকরণটির একটি মূল অপরটির 3 গুণ হলে k-এর মান–
ক 8 খ −8 গ $\sqrt{8}$ ঘ ±8

৪. $x^2 - 5x + c = 0$ সমীকরণের একটি মূল 4 হলে অপর মূলটি–
ক −5 খ −4 গ 4 ঘ 1

৫. $x^2 - 4x + 4 = 0$ এর মূলদ্বয় α, β হলে $\alpha^2 + \beta^2$ এর মান–
ক 24 খ 32 গ 16 ঘ 8

৬. $3x^2 - 2x + 1 = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয়ের বর্গের সমষ্টি–
ক $\frac{2}{3}$ খ $\frac{8}{9}$ গ $-\frac{2}{9}$ ঘ $\frac{2}{9}$

৭. $x^2 - 2x + 2 = 0$, হলে $x = ?$
ক $1 \pm i$ খ $1 \pm \sqrt{-1}$
গ 1 ঘ ক ও খ উভয়ই

৮. $(4-k)x^2 + (2k+4)x + 8k + 1 = 0$ এর মূলদ্বয় সমান হলে, k এর মান–
ক 2, 3 খ 3, 5 গ 3, 7 ঘ 0, 3

৯. দ্বিঘাত সমীকরণে কত সংখ্যক মূল থাকে?
ক 2 খ 1 গ 3 ঘ 4

১০. $(x-1)(x^2 + x + 1) = 0$ এর একটি মূল a হলে, নিচের কোনটি সত্য?
ক $a^2 = 1$ খ $a^2 = -1$ গ $a^3 = 1$ ঘ $a = i$

১১. বাস্তব সহগ বিশিষ্ট একটি বহুপদী সমীকরণের একটি মূল a − ib হলে, অপরটি হবে–
ক −a − ib খ −a + ib গ a + ib ঘ 0

১২. যদি $x^2 - 5x + k = 0$ সমীকরণটির একটি মূল 10 হয়, তবে k এর মান কত হবে?
ক 50 খ −50 গ 5 ঘ −5

১৩. $px^2 - xq = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় জটিল হলে, মূলদ্বয়ের যোগফল সংখ্যাটি হবে?
ক জটিল খ বাস্তব গ অমূলদ ঘ মূলদ

উত্তরপত্র

১. ক
২. গ
৩. ক
৪. ঘ
৫. গ
৬. গ
৭. ঘ
৮. ঘ
৯. ক
১০. গ
১১. গ
১২. ক
১৩. খ

১৪. $2x^2 - 3x + 1 = 0$ সমীকরণের মূল দুটির যোগফলের সাথে মূল দুটির গুণফল যোগ করলে কত হবে?
ⓚ 2 ⓚ 1 ⓖ 0 ⓘ 3

১৫. কি শর্তে $x^3 - px^2 + qx - r = 0$ সমীকরণের দুটি মূলের সমষ্টি শূন্য হবে?
ⓚ $pr = q$ ⓚ $pq = r$ ⓖ $qr = p$ ⓘ $p + q = r$

১৬. $2x^2 - 2(a + d)x + a^2 + d^2 = 0$ সমীকরণটির মূলদ্বয় বাস্তব হলে, কোনটি সত্য?
ⓚ $a\sqrt{2} = d$ ⓚ $a^2 = d$ ⓖ $a = d$ ⓘ $d = \sqrt{2a}$

১৭. সমীকরণের $2x^2 - 5x + 2 =$ এর একটি মূল 2 হলে, অপর মূলটি হবে–
ⓚ $\frac{1}{2}$ ⓚ 3 ⓖ −2 ⓘ 1

১৮. $5x^4 - 3x^3 + 2x^2 - 6x + 4$ কে $(x + 2)$ দ্বারা ভাগ করলে ভাগশেষ হবে–
ⓚ −2 ⓚ 128 ⓖ 80 ⓘ $(x - 2)$

১৯. p এর কোন মানের জন্য $x^2 - px + p + 3 = 0$ এর দুটি সমান মূল থাকবে?
ⓚ −2 ⓚ 6 বা −2
ⓖ 3 বা 6 ⓘ −3 বা −6

২০. $x^2 - 10x + 34 = 0$ সমীকরণের বাস্তব মূল কত?
ⓚ $5 + 3i$ ⓚ $5 - 3i$ ⓖ নাই ⓘ 5

জাতীয় বিশ্ববিদ্যালয়ের ভর্তি পরীক্ষার প্রশ্নোত্তর রিচার্স

২১. একটি দ্বিঘাত সমীকরণের একটি মূল $\frac{1}{1-i}$ হলে, সমীকরণটি — *[N.U. 14-15]*
ⓚ $x^2 - x + 1 = 0$ ⓚ $x^2 + x + 1 = 0$
ⓖ $2x^2 - 2x - 1 = 0$ ⓘ $2x^2 - 2x + 1 = 0$

২২. $(k + 1)x^2 + 2(k + 3)x + 2k + 3$ রাশিটি পূর্ণবর্গ হলে k-এর মান কত— *[N.U. 13-14]*
ⓚ −2 ⓚ −3 ⓖ 3 ⓘ 2

২৩. $Kx^2 + 3x + 4 = 0$ সমীকরণের মূল দুটি সমান হলে, K এর মান — *[N.U. 12-13]*
ⓚ $\frac{9}{16}$ ⓚ $\frac{16}{9}$ ⓖ 9 ⓘ 16

২৪. $16x^2 + kx + 25 = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় সমান হলে k-এর মান— *[N.U. 11-12]*
ⓚ ±16 ⓚ ±20 ⓖ ±25 ⓘ ±40

২৫. $x^2 + 4y^2 + 4x + 5y + 6 = 0$ দ্বারা নির্দেশিত লেখচিত্রটি একটি— *[N.U. 11-12]*
ⓚ বৃত্ত ⓚ উপবৃত্ত ⓖ পরাবৃত্ত ⓘ অধিবৃত্ত

২৬. একটি গুণোত্তর প্রগমনের চতুর্থ পদ 9 এবং নবম পদ 2187 হলে প্রগমনটির সাধারণ অনুপাত— *[N.U. 11-12]*
ⓚ 7 ⓚ 9 ⓖ 3 ⓘ 27

২৭. p এর কোন মানের জন্য $x^2 + px + 1 = 0$ সমীকরণটির মূলদ্বয় জটিল হবে? *[N.U. 10-11]*
ⓚ $-2 \le p \le 2$ ⓚ $-4 < p \le 4$
ⓖ $-2 < p < 2$ ⓘ $-4 \le p < 4$

২৮. সমান্তর প্রগমন 6, 13, 20, 27, ... এর কোন পদের মান 111? *[N.U. 10-11]*
ⓚ 16 তম ⓚ 12 তম ⓖ 18 তম ⓘ 15 তম

২৯. সমীকরণ $(k + 1)x^2 + 4(k - 2)x + 2k = 0$ এর দুটি বাস্তব মূল সমান হয় যখন k-এর মান— *[N.U. 09-10]*
ⓚ 4 ⓚ 8 ⓖ 2 ⓘ 1

> **Note :** *প্রশ্নটির সঠিক উত্তর ২টি হবে। (k = 8 অথবা k = 1 হলে সমীকরণটির দুটি বাস্তব মূল সমান হবে।)*
> *অতএব, প্রশ্নটির উত্তরের (খ) ও (ঘ) দুটি অপশন-ই সঠিক।*
> *[Ref : আফসার-উজ-জামান, সংস্করণ– জুন, ২০০৮]*

৩০. একটি দ্বিঘাত সমীকরণের একটি মূল $1 + i$ হলে অপর মূলটি– *[N.U. 09-10]*
ⓚ i ⓚ −i ⓖ $1 - i$ ⓘ 1

৩১. $x = x^2$ সমীকরণের মূলদ্বয়— *[N.U. 07-08]*
ⓚ 0, −1 ⓚ 0, 1 ⓖ 1, 1 ⓘ 0, 0

৩২. $(a + b)^2 =$ কত? *[N.U. 06-07]*
ⓚ $a^2 + b^2 + 2ab$ ⓚ $a^2 + b^2 + 2a.b$
ⓖ $a^2 + b^2 + 2a \times b$
ⓘ $a \times a + b \times b + a \times b + b \times a$

৩৩. $a + \frac{1}{a} = 1$ (a বাস্তব সংখ্যা) হলে $a^2 + \frac{1}{a^2}$ এর মান কত? *[N.U. 06-07]*
ⓚ −1 ⓚ 1 ⓖ 0 ⓘ ≥ 0

৩৪. $x^3 - 3x^2 + 2x - 6$ এর একটি উৎপাদক হবে— *[N.U. 05-06]*
ⓚ $x - 3$ ⓚ $x - 2$ ⓖ $x - 4$ ⓘ $x + 3$

৩৫. যদি $px^2 + qx + 1 = 0$ এবং $qx^3 + px + 1 = 0$ সমীকরণ দুইটির একটিমাত্র সাধারণ মূল থাকে, তবে $p + q + 1$ এর মান কত? *[N.U. 04-05]*
ⓚ 1 ⓚ 2 ⓖ 0 ⓘ 3

৩৬. $x^2 - 5x + c = 0$ সমীকরণের একটি মূল 4 হলে অপর মূলটি কত? *[N.U. 03-04]*
ⓚ 1 ⓚ 2 ⓖ 3 ⓘ 4

৩৭. $2x^2 - 2x + 4 = 0$ এর সমীকরণের বীজদ্বয় α ও β হলে $\alpha^2 + \beta^2$ এর মান কত? *[N.U. 03-04]*
ⓚ −9 ⓚ 63 ⓖ $\frac{99}{8}$ ⓘ $-\frac{45}{8}$

৩৮. যদি $x^3 + 5x - 2$ কে $(x - 1)(x - 2)$ দ্বারা ভাগ করা হয় তবে ভাগশেষ হবে– *[N.U. 02-03]*
ⓚ 4 ⓚ $12x - 8$ ⓖ $12x$ ⓘ 0

৩৯. $\log_a \sqrt{2} = \frac{1}{6}$ হলে a এর মান কত? *[N.U. 01-02]*
ⓚ 9 ⓚ 2 ⓖ 8 ⓘ 16

৪০. যদি $f(x) = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x & 1 & 2 \\ x^2 & 1 & 4 \end{vmatrix}$, তবে $f(x)$ এর উৎপাদক— *[N.U. 02-03]*
ⓚ $x + 1$ ⓚ $x - 1$
ⓖ $x - 2$ ⓘ $x + 2$

> **Note :** *প্রশ্নটির সঠিক উত্তর ২টি হবে। (x – 1) অথবা (x – 2)*
> *অতএব, প্রশ্নটির উত্তরের (খ) ও (গ) দুটি অপশন-ই সঠিক।*
> *[Ref : আফসার-উজ-জামান, সংস্করণ– জুন, ২০০৮]*

উত্তরমালা

১৪. ক
১৫. খ
১৬. গ
১৭. ক
১৮. খ
১৯. খ
২০. গ
২১. ঘ
২২. ক/গ
২৩. ক
২৪. খ
২৫. খ
২৬. গ
২৭. গ
২৮. ক
২৯. খ/ঘ
৩০. গ
৩১. খ
৩২. ক
৩৩. ক
৩৪. ক
৩৫. গ
৩৬. ক
৩৭. ঘ
৩৮. খ
৩৯. গ
৪০. খ/গ

অধ্যায়-০৫ : দ্বিপদী বিস্তৃতি

একনজরে কিছু গুরুত্বপূর্ণ গাণিতিক সূত্রাবলি

⊙ **দ্বিপদী উপপাদ্য (Binomial Theorem) :** যে বীজগাণিতীয় সূত্রের সাহায্যে একটি দ্বিপদ রাশির যে কোনো শক্তি বা মূলকে একটি ধারায় প্রকাশ করা যায় তাকে দ্বিপদী উপপাদ্য বলা হয়। ইহাকে নিম্নরূপে প্রকাশ করা যায়। $(a+x)^n$

$= a^n + {}^nC_1a^{n-1}x + {}^nC_2a^{n-2}x^2 + \ldots\ldots + {}^nC_ra^{n-r}x^r + \ldots\ldots + x^n.$

$= a^n + na^{n-1}x + \frac{n(n-1)}{2!}a^{n-2}x^2 + \ldots\ldots + \frac{n(n-1)\ldots(n-r+1)}{2!}a^{n-r}x^r + \ldots + x^n ; n \in N$

⊙ **সাধারণ পদ :** $(a+x)^n$ এর বিস্তৃতিতে $(r+1)$ তম পদকে সাধারণ পদ বলা হয়। একে T_{r+1} দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

এখানে $T_{r+1} = {}^nC_ra^{n-r}x^r = \frac{n(n-1)\ldots(n-r+1)}{r!}a^{n-r}x^r = \frac{r!}{r!\,(n-r)!}a^{n-r}x^r$

⊙ n একটি বিয়োগবোধক পূর্ণসংখ্যা অথবা ভগ্নাংশ এবং $|x| < |a|$ হলে,

$(a+x)^n = a^n + na^{n-1}x + \frac{n(n-1)}{2!}a^{n-2}x^2 \ldots\ldots + \frac{n(n-1)\ldots(n-r+1)}{r!}a^{n-r}x^r + \ldots\ldots\ldots + \infty$

এ বিস্তৃতিতে পদের সংখ্যা অসীম হবে।

⊙ $(1+x)^n = 1 + nx + \frac{n(n-1)}{2!}x^2 + \frac{n(n-1)(n-2)}{3!}x^3 + \ldots\ldots + \frac{n(n-1)(n-2)\ldots(n-r+1)}{r!}x^r + \ldots\ldots\ldots \infty$ যখন $|x| < 1$

⊙ n জোড় সংখ্যা হলে মধ্যপদ হবে $\left(\frac{n}{2}+1\right)$ তম পদ

⊙ n বিজোড় সংখ্যা হলে মধ্যপদ হবে $\left(\frac{n}{2}+1\right)$ এবং $\left(\frac{n+1}{2}+1\right)$ তম পদ।

গুরুত্বপূর্ণ MCQ প্রশ্নোত্তর

১. $\left(1-\frac{3}{2}x\right)^p$ এর বিস্তৃতিতে x এর সহগ – 24 হলে, p এর মান কত?
ⓚ 15 ⓚh 12 ⓖ 10 ⓖh 16

২. $(1-x)^6$ এর বিস্তৃতিতে x^5 এর সহগ কত?
ⓚ 6 ⓚh – 6 ⓖ 15 ⓖh – 15

৩. $|x| < 1$ শর্তে $\frac{1+3x}{1-x}$ এর বিস্তৃতিতে x^8 এর সহগ–
ⓚ 5 ⓚh 4 ⓖ 3 ⓖh 2

৪. $(1+x)^{2n+1}$ বিস্তৃতিতে x^r এবং x^{r+1} এর সহগ সমান হলে, r এর সঠিক মান কোনটি হবে?
ⓚ – n ⓚh 2n ⓖ $3n^2$ ⓖh n

৫. $(1+x)^7(1-x)^8$ এর বিস্তৃতিতে x^7 এর সহগ হলো–
ⓚ 15 ⓚh 25 ⓖ 30 ⓖh 35

৬. $(3+kx)^9$ এর বিস্তৃতিতে x^3 এবং x^4 এর সহগ দুটি সমান হলে, k এর মান কত?
ⓚ 3 ⓚh 2 ⓖ 7 ⓖh 5

৭. $\left(3x-\frac{2}{x^2}\right)$ এর বিস্তৃতিতে কত তম পদ x বর্জিত?
ⓚ 3 ⓚh 5 ⓖ 6 ⓖh 10

৮. $1+2+3+\ldots\ldots\ldots+n = 55$ হলে n এর মান কত?
ⓚ 10 ⓚh 15 ⓖ 20 ⓖh 11

৯. $(a+2x)^5$ এর বিস্তৃতিতে x^3 এর সহগ 320 হলে, a-এর মান কত?
ⓚ ± 2 ⓚh ± 1 ⓖ ± 3 ⓖh ± 4

১০. $(1-2x+3x^2)(1+x)^{11}$ এর বিস্তৃতিতে x^{11} এর সহগ–
ⓚ 165 ⓚh 140 ⓖ 144 ⓖh – 22

১১. $\left(2x^2-\frac{1}{2x^3}\right)^{10}$ এর বিস্তৃতিতে x বর্জিত পদের মান–
ⓚ 540 ⓚh 640 ⓖ 740 ⓖh 840

১২. $\left(a-\frac{1}{a}\right)^{18}$ এর বিস্তৃতিতে a^0 এর সহগ কত?
ⓚ 48620 ⓚh 38620 ⓖ 48640 ⓖh 48720

১৩. $\left(3x^2-\frac{1}{2x}\right)^9$ এর বিস্তৃতিতে কততম পদ 'x' বর্জিত?
ⓚ 7 ⓚh 9 ⓖ 8 ⓖh 5

১৪. $(a+b)^{15}$-এর 7 তম পদের সহগ কত?
ⓚ 5008 ⓚh 5005 ⓖ 7009 ⓖh 6007

১৫. $\left(x+\frac{1}{x}\right)^{18}$ এর বিস্তৃতিতে x বর্জিত পদ কোনটি?
ⓚ অষ্টম পদ ⓚh নবম পদ
ⓖ দশম পদ ⓖh সপ্তম পদ

১৬. $\left(x-\frac{1}{x^2}\right)^{12}$ এর সম্প্রসারণে কততম পদটি x বর্জিত?
ⓚ 12 ⓚh 5 ⓖ 7 ⓖh 10

১৭. $\left(x-\frac{1}{x}\right)^{16}$ এর বিস্তৃতিতে 9 তম পদের সহগ কোনটি?
ⓚ 12870 ⓚh 1480 ⓖ 1387 ⓖh 8712

১৮. $(1+x)^5$ এর বিস্তৃতিতে x^3 এর সহগ কত?
ⓚ 10 ⓚh – 10 ⓖ 9 ⓖh 11

১৯. $\left(x+\frac{1}{x}\right)^8$ এর বিস্তৃতিতে মধ্যপদের মান–
ⓚ 50 ⓚh 60 ⓖ 207 ⓖh 70

২০. $\left(x-\frac{1}{x}\right)^{16}$ এর বিস্তৃতিতে মধ্যপদটি কত হবে?
ⓚ 18270 ⓚh 12870 ⓖ 17820 ⓖh 12780

জাতীয় বিশ্ববিদ্যালয়ের ভর্তি পরীক্ষার প্রশ্নোত্তর রিচার্স

২১. $\left(2-\frac{x}{4}\right)^{10}$ এর সম্প্রসারণে x^2 এর সহগ—*[N.U. 10-11, 14-15]*
ⓚ 480 ⓚh 360 ⓖ 1024 ⓖh 720

২২. $\left(x^2+\frac{2}{x}\right)^6$-এর সম্প্রসারণে x-মুক্ত পদটির মান— *[N.U. 08-09, 09-10]*
ⓚ 448 ⓚh 120 ⓖ 240 ⓖh 3000

উত্তরপত্র

১. ঘ | ২. খ | ৩. খ | ৪. ঘ | ৫. ঘ | ৬. খ | ৭. খ | ৮. ক | ৯. ক | ১০. গ | ১১. ঘ | ১২. ক | ১৩. ক | ১৪. ক | ১৫. গ | ১৬. খ | ১৭. ক | ১৮. ক | ১৯. ঘ | ২০. খ | ২১. ঘ | ২২. গ

CS CamScanner

২৩. দ্বিপদী উপপাদ্যের উদ্ভাবক কে? [N.U. 07-08]
ক পিথাগোরাস খ আল-বেরুনী
গ স্যার আইজ্যাক নিউটন ঘ আলবার্ট আইনস্টাইন

২৪. $\left(2x^2-\frac{1}{4x}\right)^{11}$ এর বিস্তৃতিতে x^7 এর সহগ কত? [N.U. 06-07]
ক 231 খ $-\frac{231}{8}$ গ $\frac{231}{4}$ ঘ $\frac{230}{8}$

অধ্যায়-০৬ : কণিক

একনজরে কিছু গুরুত্বপূর্ণ গাণিতিক সূত্রাবলি

⊙ পরাবৃত্তের উপাদানের নাম :

আদর্শ সমীকরণ	$y^2=4ax$ আকারের পরাবৃত্ত	$x^2=4ay$ আকারের পরাবৃত্ত
01. শীর্ষ বিন্দুর স্থানাঙ্ক	(0, 0)	(0, 0)
02. উপকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক	(a, 0)	(0, a)
03. উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য	4a একক	4a একক
04. উপকেন্দ্রিক লম্বের সমীকরণ	$x-a=0$	$y-a=0$
05. অক্ষের সমীকরণ	$y=0$	$x=0$
06. শীর্ষে স্পর্শকের সমীকরণ	$x=0$	$y=0$
07. নিয়ামকের সমীকরণ	$x+a=0$	$y+a=0$
08. উপকেন্দ্রিক লম্বের ধনাত্মক দিকের প্রান্তবিন্দু	(a, 2a)	(2a, a)
09. উপকেন্দ্রিক লম্বের ঋণাত্মক দিকের প্রান্তবিন্দু	(a, – 2a)	(–2a, a)
10. অক্ষ ও দ্বিকাক্ষের ছেদবিন্দু	(–a, 0)	(0, –a)
11. নিয়ামক/দ্বিকাক্ষের সমীকরণ:	$x+a=0$	$y+a=0$
12. ফোকাস দূরত্ব, SP	$SP=x+a$	$SP=y+a$
13. উপকেন্দ্র ও শীর্ষের দূরত্ব	a	a

⊙ $y=ax^2+bx+c$, (a, b, c বাস্তব সংখ্যা এবং $a\neq 0$) সমীকরণটি পরাবৃত্ত নির্দেশ করে।

(i) এর শীর্ষের স্থানাঙ্ক $\left(-\frac{b}{2a}, -\frac{b^2-4ac}{4a}\right)$

(ii) উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য $\frac{1}{a}$

(iii) অক্ষরেখা Y অক্ষের সমান্তরাল।

⊙ $y^2=4ax$ পরাবৃত্তের (x_1, y_1) বিন্দুতে স্পর্শক $yy_1=2a(x+x_1)$।

⊙ $y=mx+c$ রেখাটি $y^2=4ax$ পরাবৃত্তকে স্পর্শ করলে $c=\frac{a}{m}$ হবে এবং স্পর্শবিন্দুর স্থানাঙ্ক $=\left(\frac{a}{m^2}, \frac{2a}{m}\right)$।

⊙ $y=mx+c$ রেখাটি $x^2=4ay$ পরাবৃত্তের স্পর্শক হবে যদি $c=-am^2$ এবং স্পর্শবিন্দু $(2am, am^2)$।

⊙ অক্ষরেখা হতে পরাবৃত্তের যে কোন বিন্দুর দূরত্বের বর্গের ও শীর্ষ স্পর্শক হতে ঐ বিন্দুর দূরত্বের অনুপাত উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্যের সমান।

অর্থাৎ $y^2=4ax$ পরাবৃত্তে $\frac{\text{অক্ষ হতে দূরত্ব}}{\text{শীর্ষে স্পর্শক হতে দূরত্ব}}=4|a|$

⊙ (x_1, y_1) বিন্দুটি $y^2=4ax$ পরাবৃত্তের বাইরে, উপরে বা ভিতরে অবস্থান করবে, যদি $y_1^2-4ax_1>0, =0$ বা <0 হয়।

⊙ ফোকাস (α, β), দ্বিকাক্ষ $ax+by+c=0$ এবং e উৎকেন্দ্রিকতা বিশিষ্ট উপবৃত্তের সমীকরণ, $(x-\alpha)^2+(y-\beta)^2=e^2\frac{(ax+by+c)^2}{a^2+b^2}$ ইহা উপবৃত্তের সাধারণ সমীকরণ।

⊙ উপবৃত্তের ক্ষেত্রে :

আদর্শ সমীকরণ	$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1; a>b$	$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1; b>a$
01. কেন্দ্র	(0, 0)	(0, 0)
02. বৃহৎ অক্ষের দৈর্ঘ্য	2a	2b
03. ক্ষুদ্র অক্ষের দৈর্ঘ্য	2b	2a
04. উপকেন্দ্র/ফোকাস	(±ae, 0)	(0, ± be)
05. বৃহৎ অক্ষের সমীকরণ	$y=0$	$x=0$
06. ক্ষুদ্র অক্ষের সমীকরণ	$x=0$	$y=0$
07. দ্বিকাক্ষ/নিয়ামকের সমীকরণ	$x=\pm\frac{a}{e}$	$y=\pm\frac{b}{e}$
08. উ. লম্বের দৈর্ঘ্য	$\frac{2b^2}{a}$	$\frac{2a^2}{b}$
09. উ. লম্বের সমীকরণ	$x=\pm ae$	$y=\pm be$
10. বকেন্দ্রিকতা/ উৎকেন্দ্রিতা	$e=\sqrt{1-\frac{b^2}{a^2}}$	$e=\sqrt{1-\frac{a^2}{b^2}}$
11. বৃহৎ অক্ষের প্রান্তবিন্দু	(±a, 0)	(0, ± a)
12. ক্ষুদ্র অক্ষের প্রান্তবিন্দু	(0, ± b)	(± b, 0)
13. ফোকাসদ্বয়ের দূরত্ব	2ae	2be
14. নিয়ামকদ্বয়ের দূরত্ব	$\frac{2a}{e}$	$\frac{2b}{e}$
15. ক্ষেত্রফল	π ab	π ab
16. উপকেন্দ্র ও অনুরূপ নিয়ামকের দূরত্ব-	$\frac{a}{e}-ae$	$\frac{b}{e}-be$
17. উপকেন্দ্রের প্রান্তবিন্দু	$\left(\pm ae, \pm\frac{b^2}{a}\right)$	$\left(\pm\frac{a^2}{b}, \pm be\right)$

⊙ (x_1, y_1) বিন্দুটি $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ উপবৃত্তের বাইরে বা উপরে বা ভিতরে থাকবে, যদি $\frac{x_1^2}{a^2}+\frac{y_1^2}{b^2}-1>0$ বা $=0$ বা <0 হয়।

⊙ উপবৃত্তের একটি দ্বিতীয় উপকেন্দ্র ও একটি দ্বিতীয় নিয়ামক আছে।

⊙ উপবৃত্তের উপরিস্থিত কোন বিন্দুর ফোকাস দূরত্বসমূহের সমষ্টি ধ্রুবক এবং তা বৃহৎ অক্ষের সমান। অর্থাৎ $SP+S'P=2a$

⊙ (α, β) কেন্দ্রবিশিষ্ট উপবৃত্তের সমীকরণ, $\frac{(x-\alpha)^2}{a^2}+\frac{(y-\beta)^2}{b^2}=1$

⊙ $y=mx\pm\sqrt{a^2m^2+b^2}$ সব সময় m এর সকল মানের জন্য উপবৃত্তের স্পর্শক নির্দেশ করে। স্পর্শবিন্দুর স্থানাঙ্ক $\left(\pm\frac{a^2m}{\sqrt{a^2m^2+b^2}}, \pm\frac{b^2m}{\sqrt{a^2m^2+b^2}}\right)$

উত্তরপত্র
২৩. গ
২৪. গ
২৫. ঘ

⊙ যদি, $y = mx + c$, $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ উপবৃত্তকে স্পর্শ করে তবে, $c = \pm\sqrt{a^2m^2+b^2}$

⊙ (x_1, y_1) বিন্দুর স্পর্শকের সমীকরণ, $\frac{xx_1}{a^2}+\frac{yy_1}{b^2}=1$

⊙ অধিবৃত্তের ক্ষেত্রে :

আদর্শ সমীকরণ	$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$	$\frac{y^2}{b^2}-\frac{x^2}{a^2}=1$
01. কেন্দ্র	(0, 0)	(0, 0)
02. শীর্ষবিন্দু	(± a, 0)	(0, ± b)
03. বৃহৎ অক্ষের দৈর্ঘ্য	2a	2b
04. ক্ষুদ্র অক্ষের দৈর্ঘ্য	2b	2a
05. উপকেন্দ্র/ফোকাস	(± ae, 0)	(0, ± be)
06. বৃহৎ অক্ষের সমীকরণ	$y = 0$	$x = 0$
07. ক্ষুদ্র অক্ষের সমীকরণ	$x = 0$	$y = 0$
08. দিকাক্ষ/নিয়ামকের সমীকরণ	$x = \pm\frac{a}{e}$	$y = \pm\frac{b}{e}$
09. উ. লম্বের দৈর্ঘ্য	$\frac{2b^2}{a}$	$\frac{2a^2}{b}$
10. উ. লম্বের সমীকরণ	$x = \pm ae$	$y = \pm be$
11. বিকেন্দ্রিকতা/ উৎকেন্দ্রিকতা	$e=\sqrt{\frac{a^2+b^2}{a^2}}=\sqrt{1+\frac{b^2}{a^2}}$	$e=\sqrt{\frac{a^2+b^2}{b^2}}=\sqrt{\frac{a^2}{b^2}+1}$

⊙ (h, k) কেন্দ্র বিশিষ্ট অধিবৃত্ত, $\frac{(x-h)^2}{a^2}-\frac{(y-k)^2}{b^2}=1$

⊙ (x_1, y_1) বিন্দুতে স্পর্শক, $\frac{xx_1}{a^2}-\frac{yy_1}{b^2}=1$

⊙ P(x, y) পরাবৃত্তের উপর যেকোন বিন্দু হলে এবং S ও S' যদি উপকেন্দ্র হয়, তবে $PS' - PS = 2a$

⊙ আয়তাকার অধিবৃত্তের উৎকেন্দ্রিকতা $e=\sqrt{2}$

⊙ $y = mx + c$ রেখাটি $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ অধিবৃত্তে স্পর্শক হবে– যদি $c=\sqrt{a^2m^2-b^2}$ হয়।

☑ গুরুত্বপূর্ণ MCQ প্রশ্নোত্তর

১. $y^2+4x+2y-8=0$ পরাবৃত্তের শীর্ষবিন্দু কত?
ক $\left(\frac{9}{4}, -1\right)$ খ $\left(-\frac{9}{4}, -1\right)$
গ (0,2) ঘ (2,0)

২. $y^2-\frac{x^2}{2}=1$ অধিবৃত্তের উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য কোনটি?
ক 2 খ 3 গ 4 ঘ $\sqrt{5}$

৩. $3x^2+5y^2=1$ এর উৎকেন্দ্রিকতা-
ক $\frac{4}{5}$ খ $\sqrt{\frac{2}{5}}$ গ $\frac{2}{5}$ ঘ $\frac{2}{\sqrt{5}}$

৪. $xy=1$ সমীকরণটি নির্দেশ করে একটি-
ক বৃত্ত খ পরাবৃত্ত গ অধিবৃত্ত ঘ উপবৃত্ত

৫. $y^2=12x$ পরাবৃত্তের কোনো বিন্দুর ফোকাস দূরত্ব 12, ঐ বিন্দুর স্থানাঙ্ক কত?
ক $(8, \pm 2\sqrt{3})$ খ $(6, \pm 6\sqrt{3})$
গ $(4, \pm 2\sqrt{3})$ ঘ $(9, \pm 6\sqrt{3})$

৬. অধিবৃত্তের অক্ষ অক্ষদ্বয় স্থানাঙ্কের অক্ষ বরাবর। উপকেন্দ্রদ্বয়ের দূরত্ব 10 একক। $e=\frac{5}{4}$ হলে, অধিবৃত্তের সমীকরণ–
ক $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}=1$ খ $\frac{x^2}{25}-\frac{y^2}{12}=1$
গ $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1$ ঘ কোনোটিই নয়।

৭. কোনো উপবৃত্তের একটি উপকেন্দ্র ও তার নিকটস্থ নিয়ামকের মধ্যবর্তী দূরত্ব 9 cm এবং উৎকেন্দ্রিকতা $\frac{4}{5}$ হলে তার বৃহৎ অক্ষ ও ক্ষুদ্র অক্ষ-এর দৈর্ঘ্য কত হবে?
ক 20 cm এবং 12 cm খ 30 cm এবং 24 cm
গ 15 cm এবং 12 cm ঘ 40 cm এবং 24 cm

৮. $2x=y^2+4y+22$ পরাবৃত্তটির শীর্ষবিন্দুর স্থানাঙ্ক
ক (3, −4) খ (−3, 4) গ (−3, −4) ঘ (3, 4)

৯. $3x^2+2ax+2by=c$ সমীকরণটি কী নির্দেশ করে?
ক উপবৃত্ত খ অধিবৃত্ত গ পরাবৃত্ত ঘ বৃত্ত

১০. $5y^2+2x=0$ পরাবৃত্তের নিয়ামকের সমীকরণ কোনটি?
ক $x=3$ খ $x=-3$
গ $y=3$ ঘ কোনোটিই নয়

১১. $y=3x+1$ রেখাটি $y^2=ax$ পরাবৃত্তকে স্পর্শ করে, স্পর্শবিন্দুর স্থানাঙ্ক কত?
ক $\left(\frac{1}{3}, 2\right)$ খ $\left(\frac{1}{3}, 1\right)$ গ $\left(\frac{2}{3}, 2\right)$ ঘ (3, 2)

১২. $\frac{(x-4)^2}{100}-\frac{(y-2)^2}{64}=1$ উপবৃত্তের উৎকেন্দ্রিকতা e হলে, e=?
ক $\frac{3}{5}$ খ $\frac{4}{5}$ গ $\frac{5}{3}$ ঘ 1

১৩. $9x^2+4y^2=36$ এর উপকেন্দ্র (foci) নির্ণয় কর।
ক $(\pm\sqrt{7}, 0)$ খ $(0, \pm\sqrt{3})$ গ $(0, \pm\sqrt{5})$ ঘ $(\pm\sqrt{5}, 0)$

১৪. $\frac{x^2}{\sqrt{2}}+\frac{y^2}{2}=2$ উপবৃত্তটির উপকেন্দ্রিক লম্ব কত?
ক $2\sqrt{2}$ খ $3\sqrt{2}$ গ $4\sqrt{3}$ ঘ 2

১৫. অক্ষ অক্ষের দৈর্ঘ্য এবং (± 12, 0) উপকেন্দ্রবিশিষ্ট অধিবৃত্তের উৎকেন্দ্রিকতা হবে-
ক 3 খ $\frac{1}{3}$ গ $\frac{1}{2}$ ঘ 2

১৬. $2x^2-y^2=4$ অধিবৃত্তের উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য কোনটি?
ক 4 খ $4\sqrt{2}$ গ $\sqrt{2}$ ঘ 2

১৭. $x=3\tan\theta, y=2\sec\theta$ অধিবৃত্তের কার্তেসীয় সমীকরণ হবে-
ক $x^2-y^2=1$ খ $\frac{y^2}{4}-\frac{x^2}{9}=1$
গ $\frac{y^2}{4}-\frac{x^2}{4}=1$ ঘ $\frac{y^2}{4}-\frac{x^2}{3}=1$

১৮. $4y^2-5x^2=21$ অধিবৃত্তের নিয়ামকের সমীকরণ কোনটি?
ক $3x=\pm 5$ খ $3x=\pm\frac{1}{5}$
গ $3y=\pm\frac{1}{5}$ ঘ $3y=\pm 5$

উত্তর: ১. ক ২. গ ৩. খ ৪. গ ৫. ঘ ৬. ক ৭. ঘ ৮. ক ৯. গ ১০. ঘ ১১. ক ১২. ক ১৩. গ ১৪. ক ১৫. ক ১৬. ঘ ১৭. ঘ ১৮. ঘ

১৯. $x^2 + 12x + 3y = 0$ পরাবৃত্তের শীর্ষবিন্দু কোনটি?
ক (−6, −12) খ (6, 12)
গ (−6, 12) ঘ (6, − 12)

২০. উপকেন্দ্রিক লম্ব ও বিকেন্দ্রিকতা যথাক্রমে ৪ ও $\frac{1}{\sqrt{2}}$ এবং যার অক্ষদ্বয় স্থানাঙ্কের অক্ষদ্বয়ের উপর অবস্থিত, এরূপ উপবৃত্তের সমীকরণ কোনটি?
ক $\frac{x^2}{32}\ \frac{y^2}{32}=1$ খ $\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{16}=1$
গ $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{16}=1$ ঘ $\frac{x^2}{32}+\frac{y^2}{64}=1$

জাতীয় বিশ্ববিদ্যালয়ের ভর্তি পরীক্ষার প্রশ্নোত্তর রিচার্জ

২১. $f(x) = -3x^2 - 2x + 1$ অধিবৃত্তের শীর্ষবিন্দুর স্থানাঙ্ক — [N.U. 12-13]
ক $\left(-\frac{1}{3}, \frac{4}{3}\right)$ খ $\left(\frac{1}{3}, \frac{4}{3}\right)$
গ $\left(\frac{1}{3}, -\frac{4}{3}\right)$ ঘ $\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right)$

২২. $f(x) = x^2, y = 0, x = 0$ ও $x = 3$ রেখা দ্বারা আবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল — [N.U. 12-13]
ক 3 খ 4 গ 6 ঘ 9

২৩. $y = -3x^2 - 2x + 1$ অধিবৃত্তের শীর্ষবিন্দুর স্থানাঙ্ক— [N.U. 09-10]
ক $\left(-\frac{1}{3}, \frac{4}{3}\right)$ খ $\left(\frac{1}{3}, \frac{4}{3}\right)$
গ $\left(\frac{1}{3}, -\frac{4}{3}\right)$ ঘ (0, 0)

২৪. $(y + 1)^2 = x$ লেখচিত্র প্রকাশ করে একটি— [N.U. 08-09]
ক বৃত্ত খ পরাবৃত্ত গ উপবৃত্ত ঘ অধিবৃত্ত

২৫. $4x^2 + 9y^2 = 39$ সমীকরণের লেখচিত্র একটি— [N.U. 07-08]
ক সরলরেখা খ বৃত্ত গ পরাবৃত্ত ঘ উপবৃত্ত

২৬. $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{9}=1$ উপবৃত্ত দ্বারা আবদ্ধক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল— [N.U. 13-14]
ক 4π বর্গ একক খ 9π বর্গ একক
গ 36π বর্গ একক ঘ 6π বর্গ একক

২৭. $y = ax^2 + bx + c(a \neq 0)$ সমীকরণের লেখচিত্র। [N.U. 06-07]
ক সরলরেখা খ বৃত্ত গ পরাবৃত্ত ঘ উপবৃত্ত

অধ্যায়-০৭ : বিপরীত ত্রিকোণমিতিক ফাংশন ও ত্রিকোণমিতিক সমীকরণ

একনজরে কিছু গুরুত্বপূর্ণ গাণিতিক সূত্রাবলি

- $\sin^{-1}x = \text{cosec}^{-1}\frac{1}{x}$
- $\cos^{-1}x = \sec^{-1}\frac{1}{x}$
- $\tan^{-1}x = \cot^{-1}\frac{1}{x}$
- $\sin^{-1}x \pm \sin^{-1}y = \sin^{-1}\left\{x\sqrt{1-y^2} \pm \sqrt{1-x^2}\right\}$
- $\cos^{-1}x \pm \cos^{-1}y = \cos^{-1}\left\{xy \pm \sqrt{(1-x^2)(1-y^2)}\right\}$
- $\tan^{-1}x + \tan^{-1}y = \tan^{-1}\frac{x+y}{1-xy}$
- $\tan^{-1}x - \tan^{-1}y = \tan^{-1}\frac{x-y}{1+xy}$

বি.দ্র: $\tan^{-1}x + \tan^{-1}y = \begin{cases} \tan^{-1}\frac{x+y}{1-xy}, & xy<1 \\ \pi + \tan^{-1}\frac{x+y}{1-xy}, & xy>1 \\ \frac{\pi}{2}, & xy = 1 \end{cases}$

- $\tan^{-1}x + \tan^{-1}y + \tan^{-1}z = \tan^{-1}\frac{x+y+z-xyz}{1-yz-zx-xy}$ যখন $xy + yz + zx < 1$ হয়।
- $2\tan^{-1}x = \tan^{-1}\frac{2x}{1-x^2} = \sin^{-1}\frac{2x}{1+x^2} = \cos^{-1}\frac{1-x^2}{1+x^2}$
- $\sin^{-1}x + \cos^{-1}x = \frac{\pi}{2}$
- $\sec^{-1}x + \text{cosec}^{-1} = \frac{\pi}{2}$
- $\sin^{-1}x + \cot^{-1}x = \frac{\pi}{2}$
- $2\sin^{-1}x = \sin^{-1}\left(2x\sqrt{1-x^2}\right)$
- $2\cos^{-1}x = \cos^{-1}(2x^2 - 1)$
- $2\tan^{-1}x = \tan^{-1}\frac{2x}{1-x^2}$
- $3\sin^{-1}x = \sin^{-1}(3x - 4x^3)$
- $3\cos^{-1}x = \cos^{-1}(4x^3 - 3x)$
- $3\tan^{-1}x = \tan^{-1}\frac{3x-x^3}{1-3x^2}$
- $\frac{1}{2}\tan^{-1}x = \tan^{-1}\frac{\sqrt{1+x^2}-1}{x}$
- $\frac{1}{2}\sin^{-1}x = \tan^{-1}\frac{-1\sqrt{1-x^2}}{x}$
- $\frac{1}{2}\cos^{-1}x = \cos^{-1}\sqrt{\frac{1+x}{2}}$
  $= \sin^{-1}\sqrt{\frac{1-x}{2}} = \tan^{-1}\sqrt{\frac{1-x}{1+x}}$
- $\cos^{-1}\frac{2x}{1+x^2} = \frac{\pi}{2} - 2\tan^{-1}x = \sec^{-1}\frac{1+x^2}{2x}$
- $\sin^{-1}\frac{1-x^2}{1+x^2} = \frac{\pi}{2} - 2\tan^{-1}x = \text{cosec}^{-1}\frac{1+x^2}{1-x^2}$
- $\cot^{-1}\frac{2x}{1-x^2} = \frac{\pi}{2} - 2\tan^{-1}x = \text{cosec}^{-1}\frac{1+x^2}{1-x^2}$
- $\cos^{-1}\left(2x\sqrt{1-x^2}\right) = \frac{\pi}{2} - 2\sin^{-1}x$
- $\sin\theta = 0$ হলে, $\theta = n\pi$
- $\tan\theta = 0$ হলে, $\theta = n\pi$
- $\cos\theta = 0$ হলে, $\theta = (2n + 1)\frac{\pi}{2}$
- $\cot\theta = 0$ হলে, $\theta = (2n + 1)\frac{\pi}{2}$

উত্তর
১৯. গ
২০. ঘ
২১. খ
২২. ঘ
২৩. খ
২৪. খ
২৫. ঘ
২৬. ঘ
২৭. গ

CamScanner

- $\sin\theta = \sin\alpha$ হলে, $\theta = n\pi + (-1)^n \alpha$
- $\cos\theta = 1$ হলে, $\theta = 2n\pi$
- $\cos\theta = -1$ হলে, $\theta = (2n+1)\pi$
- $\sin\theta = 1$ হলে, $\theta = (4n+1)\frac{\pi}{2}$
- $\sin\theta = -1$ হলে, $\theta = (4n-1)\frac{\pi}{2}$
- $\tan\theta = \tan\alpha$ হলে, $\theta = n\pi + \alpha$
- $\cos\theta = \cos\alpha$ হলে, $\theta = 2n\pi \pm \alpha$

[সকল ক্ষেত্রে n এর মান শূন্য (0) অথবা যেকোনো পূর্ণ সংখ্যা (n) অর্থাৎ $n \in \mathbb{Z}$]

☑ গুরুত্বপূর্ণ MCQ প্রশ্নোত্তর

১. $f(x) f(2x) = 1$ হলে x এর মান কত?

ⓚ $n\pi \pm \frac{\pi}{6}, n \in z$ ⓛ $n\pi \pm \frac{\pi}{3}, n \in z$ ⓜ $2n\pi \pm \frac{\pi}{3}, n \in z$ ⓝ $2n\pi \pm \frac{\pi}{6}, n \in z$

২. $\operatorname{cosec}\theta + \cot\theta = \sqrt{3}$ $(0 < \theta < \pi)$ হলে, θ এর মান কত?

ⓚ $\frac{\pi}{6}$ ⓛ $\frac{\pi}{4}$ ⓜ $\frac{\pi}{3}$ ⓝ $\frac{2\pi}{3}$

৩. যদি $\sec\theta = -2$ এবং $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$ হয়, তবে θ এর মান কত?

ⓚ $-\frac{2\pi}{3}$ ⓛ $\frac{2\pi}{3}$ ⓜ $-\pi$ ⓝ π

৪. $-\pi \le x \le \pi$ ব্যবধিতে $\sin x = -\frac{1}{2}$ সমীকরণের সমাধান—

ⓚ $-\frac{\pi}{6}, -\frac{5\pi}{6}$ ⓛ $-\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}$ ⓜ $\frac{\pi}{6}, -\frac{5\pi}{6}$ ⓝ $\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}$

৫. $\operatorname{cosec}\theta + \cot\theta = \sqrt{3}$ হলে θ এর মান কত? $(0 < \theta < 2\pi)$

ⓚ $\frac{\pi}{2}$ ⓛ $\frac{\pi}{4}$ ⓜ $\frac{\pi}{3}$ ⓝ $\frac{\pi}{6}$

৬. $\cot\theta = -\frac{1}{\sqrt{3}}$ হলে θ এর মান কত হবে? যখন $180° < \theta < 360°$

ⓚ 210° ⓛ 240° ⓜ 300° ⓝ 330°

৭. $2\tan^{-1}\frac{1}{2} + \tan^{-1}\frac{1}{7} = ?$

ⓚ $\frac{\pi}{4}$ ⓛ $\frac{\pi}{2}$ ⓜ 1 ⓝ 0

৮. $\tan^{-1}\frac{2x}{1-x^2} = \sin^{-1}\frac{2a}{1+a^2} + \cos^{-1}\frac{1-b^2}{1+b^2}$ সমীকরণে, x = ?

ⓚ $\frac{a-b}{1+ab}$ ⓛ $\frac{a+b}{1-ab}$ ⓜ $\frac{2ab}{1+ab}$ ⓝ $\frac{2ab}{1-ab}$

৯. $5\tan^2\theta - \sec^2\theta = 11$ $(\pi < \theta < 2\pi)$ সমীকরণে θ = ?

ⓚ $\frac{7\pi}{3}$ ⓛ $\frac{2\pi}{3}$ ⓜ $\frac{4\pi}{3}$ ⓝ $\frac{\pi}{3}$

১০. $\sin^{-1}\frac{4}{5} + \cos^{-1}\frac{2}{\sqrt{5}}$ এর মান কোনটি?

ⓚ $\tan^{-1}\frac{2}{11}$ ⓛ $\tan^{-1}\frac{32}{11}$ ⓜ $\tan^{-1}\frac{11}{2}$ ⓝ $-\tan^{-1}\frac{2}{11}$

১১. $\sin\left(\tan^{-1}\frac{1}{2} + \cot^{-1}3\right)$ এর মান কোনটি?

ⓚ $\frac{1}{\sqrt{3}}$ ⓛ $\frac{2}{\sqrt{3}}$ ⓜ $\frac{2}{\sqrt{2}}$ ⓝ $\frac{1}{\sqrt{2}}$

১২. $\sin\left[\frac{\pi}{3} - \sin^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right)\right] = ?$

ⓚ $\frac{1}{2}$ ⓛ $\frac{1}{3}$ ⓜ −1 ⓝ 1

১৩. $\operatorname{cosec}^{-1}\sqrt{14} + \cot^{-1}\left(\frac{5}{2}\right) = ?$

ⓚ $\cos^{-1}(0.66)$ ⓛ $\sec^{-1}(2)$ ⓜ $\tan^{-1}(0.76)$ ⓝ $\sin^{-1}(0.98)$

১৪. $\cos^3 x - \frac{1}{2}\sin 2x = 1 + \sin^3 x$ এর সাধারণ সমাধান কত?

ⓚ $2n\pi, (4n+1)\frac{\pi}{2}$ ⓛ $2n\pi, (4n-1)\frac{\pi}{2}$ ⓜ $2n\pi, (2n-1)\frac{\pi}{2}$ ⓝ $2n\pi, (2n+1)\frac{\pi}{2}$

১৫. $\sec^{-1}(x) = \cos^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right) + \sin^{-1}\left(\frac{5}{3\sqrt{3}}\right)$ সমীকরণটির সমাধান কোনটি?

ⓚ $\frac{18}{3-\sqrt{6}}$ ⓛ $\frac{8}{\sqrt{6}-3}$ ⓜ $\frac{\sqrt{6}+3}{18}$ ⓝ $-\frac{18}{15+\sqrt{6}}$

১৬. $\sin^{-1}x + \sin^{-1}y = \frac{\pi}{2}$ হলে, $x^2 + y^2$ এর মান—

ⓚ 1 ⓛ 2 ⓜ $\frac{1}{2}$ ⓝ 0

১৭. $\sqrt{2}\sec x + \tan x = 1$ সমীকরণের সমাধান কোনটি?

ⓚ $n\pi + \frac{\pi}{4}$ ⓛ $n\pi - \frac{\pi}{4}$ ⓜ $2n\pi - \pi$ ⓝ $2n\pi - \frac{\pi}{4}$

১৮. $\sec^2(\tan^{-1}2)\operatorname{cosec}^2(\cot^{-1}3)$ এর মান কত?

ⓚ 15 ⓛ 25 ⓜ 35 ⓝ 45

১৯. $2\tan^{-1}2$ = কত?

ⓚ $\tan^{-1}\left(-\frac{4}{3}\right)$ ⓛ $\tan^{-1}3$ ⓜ $\cot^{-1}\frac{1}{3}$ ⓝ $\tan^{-1}\frac{1}{3}$

২০. $\tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{1}{3}\right) = ?$

ⓚ $\frac{\pi}{4}$ ⓛ $\frac{\pi}{2}$ ⓜ $\frac{\pi}{3}$ ⓝ $\frac{2\pi}{3}$

জাতীয় বিশ্ববিদ্যালয়ের ভর্তি পরীক্ষার প্রশ্নোত্তর বিচার্য

২১. $f(x) = \frac{3+x}{1-2x}$ হলে $f^{-1}(x)$ হবে— [N.U. 08-09]

ⓚ $\frac{3-x}{1+2x}$ ⓛ $\frac{1-2x}{3+x}$ ⓜ $\frac{x-3}{2x+2x}$ ⓝ $\frac{x+3}{2x+1}$

উত্তরপত্র

১. ক, ২. গ, ৩. খ, ৪. ক, ৫. গ, ৬. গ, ৭. ক, ৮. খ, ৯. গ, ১০. গ, ১১. ঘ, ১২. ঘ, ১৩. গ, ১৪. খ, ১৫. ঘ, ১৬. ক, ১৭. ঘ, ১৮. খ, ১৯. ক, ২০. ক, ২১. ক

CamScanner

২২. $x = 0$ ও $y = x$ রেখাদ্বয়ের অন্তর্ভুক্ত কোণ— [N.U. 08-09]
ক $0°$ খ $30°$ গ $45°$ ঘ $90°$

২৩. $\cos\frac{\pi}{6} - \sin\frac{\pi}{6}$ = কত? [N.U. 05-06]
ক $\sqrt{3}$ খ $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$ গ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ঘ $\frac{1}{4}$

২৪. যদি $x^2 + y^2 = 2$ এবং $x^2 - y^2 = 2$ হয়, তবে $x^4 - y^4$ = কত? [N.U. 05-06]
ক 0 খ 2 গ 4 ঘ 8

২৫. $f(x) = \frac{1+x}{1-x}$ হলে $\left(\frac{1-x}{1+x}\right)$ = কত? [N.U. 04-05]
ক $\frac{1}{x}$ খ $\frac{1}{2x}$ গ $-\frac{1}{x}$ ঘ x

২৬. $\sin\frac{\pi}{12}\cos\frac{\pi}{12}$ = কত? [N.U. 04-05]
ক $\frac{1}{4}$ খ $\frac{1}{2}$ গ $\frac{\sqrt{3}}{4}$ ঘ $\frac{\sqrt{3}}{2}$

২৭. $\tan^{-1}x + \cot^{-1}x$ = কত? [N.U. 04-05]
ক $\frac{\pi}{4}$ খ π গ 1 ঘ $\frac{\pi}{2}$

২৮. $\sin^{-1}\frac{4}{5} + \sin^{-1}\frac{5}{13} + \sin^{-1}\frac{16}{65}$ এর মান — [N.U. 14-15]
ক $\frac{\pi}{4}$ খ $\frac{\pi}{3}$ গ $\frac{\pi}{2}$ ঘ π

২৯. $\tan^{-1}1 + \tan^{-1}2 + \tan^{-1}3$ এর মান— [N.U. 10-11, 12-13]
ক $\frac{\pi}{4}$ খ $\frac{\pi}{2}$ গ π ঘ 2π

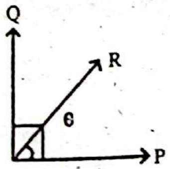
অধ্যায়-০৮ : স্থিতিবিদ্যা

একনজরে কিছু গুরুত্বপূর্ণ গাণিতিক সূত্রাবলি

⊙ লম্বাংশক: দুইটি অংশক বলের মধ্যবর্তী কোণ $90°$ হলে তাদেরকে লম্বাংশক বলে।

P এর লম্বাংশক = $R\cos\theta$

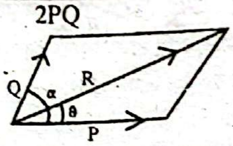
Q এর লম্বাংশক = $R\sin\theta$



⊙ বলের সামান্তরিকের সূত্রানুযায়ী-

$R^2 = P^2 + Q^2 + 2PQ\cos\alpha$

$\therefore \alpha = \cos^{-1}\frac{R^2 - P^2 - Q^2}{2PQ}$



(i) $\alpha = 0°$ হলে লব্ধির মান সর্বোচ্চ হয় এবং $R_{max} = P + Q$

(ii) $\alpha = 60°$ হলে, $R = \sqrt{P^2 + Q^2 + PQ}$

(iii) $\alpha = 90°$ হলে, $R = \sqrt{P^2 + Q^2}$, $\tan\theta = \frac{Q}{P}$

(iv) $\alpha = 120°$ হলে, $R = \sqrt{P^2 + Q^2 - PQ}$

(v) $\alpha = 180°$ হলে লব্ধির মান সর্বনিম্ন মান $R_{min} = \pm(P - Q)$

(vi) $P = 2Q$ এর লব্ধি লম্ব বরাবর ক্রিয়া করলে $\alpha = 120°$

(vii) $P = Q$ এবং $\alpha = 90°$ হলে $R = \sqrt{2}P = \sqrt{2}Q$

(viii) $P = Q$ এবং $\alpha = 120°$ হলে $R = P = Q$

(ix) $P = Q$ হলে $R = 2P\cos\frac{\alpha}{2}$ এবং $\tan\theta = \tan\frac{\alpha}{2}$ $\therefore \theta = \frac{\alpha}{2}$

⊙ P ও Q বলদ্বয় $(P > Q)$ α কোণে ক্রিয়ারত। P কে যদি m দিয়ে গুণ করা হয় এবং লব্ধি যদি m গুণ হয়, তাহলে, $\cos\alpha = -\frac{(m+1)Q}{2mP}$

আবার, Q কে m গুণ করায় লব্ধি m গুণ হলে, $\cos\alpha = \frac{(m+1)P}{2mQ}$

⊙ দুইটি বলের লব্ধি বৃহত্তম বলটির সাথে যে কোণ উৎপন্ন করে, বৃহত্তম বলটিকে দ্বিগুণ করায় আগের কোণটি অর্ধেক হলে, বলদ্বয়ের অন্তর্ভুক্ত কোণ $120°$।

⊙ বলদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণ α হলে, $\cos\alpha = -\frac{Q}{P} = -\frac{\text{ক্ষুদ্রতম বল}}{\text{বৃহত্তম বল}}$

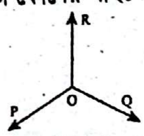
⊙ বলের অংশক সূত্রের সাহায্যে সমতলীয় বল জোটের লব্ধি নির্ণয় :

$R\cos\theta = P_1\cos\theta_1 + P_2\cos\theta_2 + \ldots\ldots + P_n\cos\theta_n = X$

$R\sin\theta = P_1\sin\theta_1 + P_2\sin\theta_2 + \ldots\ldots + P_n\sin\theta_n = Y$

$\therefore R = \sqrt{X^2 + Y^2}, \theta = \tan^{-1}\left(\frac{Y}{X}\right)$

⊙ লামী'র উপপাদ্য : কোন বিন্দুতে কার্যরত তিনটি একতলীয় বল সাম্যাবস্থায় থাকিলে, ইহাদের প্রত্যেকটি বল অপর দুইটি বলের ক্রিয়া রেখার মধ্যবর্তী কোণের সাইনের সমানুপাতিক হবে।



⊙ সম্মুখী সমান্তরাল বলের ক্ষেত্রে-

P, Q, R বল তিনটি যথাক্রমে ABC ত্রিভুজের BC, CA ও AB বাহু বরাবর ক্রিয়া করলে তাদের লব্ধির ক্রিয়ারেখা ত্রিভুজের-

(i) অন্তঃকেন্দ্র দিয়ে গেলে, $P + Q + R = 0$

(ii) ভরকেন্দ্র দিয়ে গেলে, $\frac{P}{\sin A} + \frac{Q}{\sin B} + \frac{R}{\sin C} = 0$

(iii) পরিকেন্দ্র দিয়ে গেলে, $P\cos A + Q\cos B + R\cos C = 0$

(iv) লম্বকেন্দ্র দিয়ে গেলে, $\frac{P}{\cos A} + \frac{Q}{\cos B} + \frac{R}{\cos C} = 0$

গুরুত্বপূর্ণ MCQ প্রশ্নোত্তর

১. দুইটি সমান বল কোনো একটি বস্তুর উপর ক্রিয়ারত। এদের লব্ধির বর্গ বল দুইটির গুণফলের তিন গুণের সমান হলে বলদ্বয়ের অন্তর্ভুক্ত কোণ কত হবে?
ক $60°$ খ $45°$ গ $30°$ ঘ $55°$

২. কোনো বিন্দুতে 3P এবং 2P দুইটি বলের লব্ধি R। প্রথম বলটির মান দ্বিগুণ করলে লব্ধির মানও দ্বিগুণ হয়। বলদ্বয়ের অন্তর্গত কোণ কত হবে?
ক $\frac{\pi}{3}$ খ $\frac{\pi}{6}$ গ $\frac{2\pi}{3}$ ঘ $\frac{5\pi}{6}$

৩. 6 N ওজনবিশিষ্ট বস্তুকে একটি আনুভূমিক বল ও অপরটি $30°$ কোণে ক্রিয়া করে সাম্যাবস্থায় থাকে। আনুভূমিক বলটি কত?
ক 18N খ 12N গ 6N ঘ $6\sqrt{3}$N

উত্তরপত্র

২২. গ
২৩. খ
২৪. গ
২৫. ক
২৬. ক
২৭. ঘ
২৮. গ
২৯. গ

১. ক
২. গ
৩. ঘ

CamScanner

৪. কোন বিন্দুতে ক্রিয়ারত দুইটি বলের লব্ধি তাদের একটির সাথে সমকোণ উৎপন্ন করে এবং অপরটির এক তৃতীয়াংশ। বলদ্বয়ের অনুপাত কোনটি?
ক $3 : 2\sqrt{2}$ খ $1 : 2$ গ $3 : 7$ ঘ $3\sqrt{2} : 5$

৫. দুটি সমান বলের লব্ধি বলদ্বয়ের গুণফলের বর্গমূল হলে বলদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণ–
ক $0°$ খ $30°$ গ $60°$ ঘ $120°$

৬. একটি বিন্দুতে ক্রিয়াশীল দুইটি বলের বৃহত্তম ও ক্ষুদ্রতম লব্ধির মান 8 ও 2 কেজি ওজন। যখন বলদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণ $60°$ তখন লব্ধির মান কত?
ক 5 kg-wt খ 7 kg-wt গ 3 kg-wt ঘ 9 kg-wt

৭. 8 ডাইন ও 3 ডাইন মানের দুটি বিপরীতমুখী সমান্তরাল বল একটি বারে 12 সেমি দূরত্বে অবস্থিত দুটি বিন্দুতে ক্রিয়া করছে। একটি মাত্র বলের ক্রিয়ার বারটিকে ভারসাম্যে রাখতে হলে, বারের ন্যূনতম দৈর্ঘ্য হবে–
ক $19\frac{1}{2}$ cm খ $19\frac{1}{5}$ cm গ $7\frac{1}{2}$ cm ঘ $7\frac{1}{5}$ cm

৮. ABC ত্রিভুজের A, B, C কৌণিক বিন্দুগুলো হতে যথাক্রমে বিপরীত বাহুর উপর লম্ব বরাবর ক্রিয়ারত P, Q, R বলত্রয় সাম্যাবস্থায় থাকলে P : Q : R এর মান কত?
ক a : b : c খ 2a : b : c
গ 2a : 3b : c ঘ a : b : 5c

৯. একটি সমবাহু ত্রিভুজের বাহুত্রয়ের সমান্তরালে একইক্রমে সমবিন্দুতে কার্যরত 6, 10, 14 একক মানের তিনটি বেগের লব্ধির মান হবে–
ক $4\sqrt{3}$ একক খ $7\sqrt{3}$ একক
গ $10\sqrt{3}$ একক ঘ $15\sqrt{3}$ একক

১০. একটি বিন্দুতে $120°$ কোণে ক্রিয়াশীল দুইটি বলের বৃহত্তম বলটির মান 10N এবং এদের লব্ধি ক্ষুদ্রতম বলটির উপর লম্ব। লব্ধির মান কত?
ক $3\sqrt{3}$ N খ $5\sqrt{2}$ N গ $5\sqrt{3}$ N ঘ 10 N

১১. S ও T (S > T) বলদ্বয়ের বৃহত্তম লব্ধি 8 N এবং ক্ষুদ্রতম লব্ধি 2 N হলে, S এর মান কত?
ক 2 N খ 5 N গ 6 N ঘ 8 N

১২. P এবং Q এক বিন্দুগামী দুইটি বলের লব্ধি R। যদি P = Q = R হয়, তাহলে বলদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণ কত?
ক $120°$ খ $90°$ গ $60°$ ঘ $45°$

১৩. ABC ত্রিভুজের তিনটি কৌণিক বিন্দু A, B, C তিনটি সদৃশ সমান্তরাল বল 2, 2, P ক্রিয়ারত। তাদের লব্ধি ত্রিভুজের ভারকেন্দ্রগামী হলে, P এর মান কত?
ক 2 খ 3 গ 6 ঘ 4

১৪. P, P সমবিন্দু দুইটি বলের লব্ধি P হলে, বল দুইটির মধ্যবর্তী কোণ–
ক $30°$ খ $60°$ গ $90°$ ঘ $120°$

১৫. কোনো বিন্দুতে P ও 2P মানের দুইটি বল ক্রিয়াশীল। প্রথমটিকে দ্বিগুণ করে দ্বিতীয়টির মান 8 একক বাড়ালে লব্ধির দিক অপরিবর্তিত থাকে, P এর মান কত?
ক 8 একক খ 2 একক
গ 4 একক ঘ 16 একক

১৬. একজন লোক তার কাঁধে অনুভূমিকভাবে স্থাপিত 6 ফুট দীর্ঘ একটি লাঠির এক প্রান্তে হাত রেখে অপর প্রান্তে W ওজনের এক বস্তু বহন করছে। কাঁধের উপর চাপের পরিমাণ বস্তুটির ওজনের তিনগুণ হলে কাঁধ হতে হাতের দূরত্ব হবে–
ক 3 ft খ 4 ft গ 2 ft ঘ 1 ft

১৭. একটি কণার উপর সেকেন্ডে 2, 3 এবং 5 মিটার/সে. মানের তিনটি বেগ বিভিন্ন দিক হতে কার্যকর থাকলেও কণাটি স্থিতিশীল রয়েছে। ক্ষুদ্রতর দুইটি বেগের মধ্যবর্তী কোণের পরিমাণ কত?
ক $30°$ খ $180°$ গ $0°$ ঘ $90°$

১৮. কোনো বিন্দুতে ক্রিয়ারত দুইটি বলের লব্ধি 17 N এবং তাদের অন্তর্গত কোণ এক সমকোণ হলে লব্ধি 13 N হয়। বলদ্বয় কত হবে?
ক 11 N ও 6 N খ 10 N ও 7 N
গ 12 N ও 5 N ঘ 9 N ও 8 N

১৯. একটি বিন্দুতে ক্রিয়ারত তিনটি বল যদি সাম্যবস্থায় থাকে তবে প্রতিটি বল অপর বল দুইটির অন্তর্গত কোণের sin এর–
ক ব্যস্তানুপাতিক খ সমানুপাতিক
গ বর্গানুপাতিক ঘ কোনোটিই নয়

২০. খাড়া উপরের দিকে ক্রিয়ারত বলের 12 N একটি অংশ আনুভূমিক দিকে 5 N হলে অপরটি কত?
ক 7 N খ 11 N গ 13 N ঘ 17 N

জাতীয় বিশ্ববিদ্যালয়ের ভর্তি পরীক্ষার প্রশ্নোত্তর রিচার্স

২১. একটি বস্তুকে 240 ফুট/সেকেন্ড বেগে নিক্ষেপ করলে এবং নিক্ষেপণ কোণ $30°$ হলে 3 সেকেন্ড পর এর উচ্চতা হবে– [N.U. 10-11]
ক 180 ফুট খ 240 ফুট
গ 216 ফুট ঘ 300 ফুট

২২. কোন বিন্দুতে দুইটি বল $120°$ কোণে ক্রিয়াশীল। বৃহত্তর বলটির মান 10 N এবং তাদের লব্ধি ক্ষুদ্রতর বলের সাথে সমকোণ উৎপন্ন করলে ক্ষুদ্রতর বলের মান— [N.U. 08-09]
ক 4 N খ 5 N গ 6 N ঘ 8 N

২৩. একই বিন্দুতে ক্রিয়ারত 2 একক ও 3 একক মানের দুইটি বলের মান 4 একক। বল দুইটির অন্তর্ভুক্ত কোণ কত? [N.U. 02-03]
ক $\cos^{-1}\left(\frac{1}{4}\right)$ খ $\cos^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$
গ $\cos^{-1}\left(\frac{1}{3}\right)$ ঘ $\cos^{-1}\left(\frac{1}{8}\right)$

অধ্যায়-০৯ : সমতলের বস্তুকণার গতি

একনজরে কিছু গুরুত্বপূর্ণ গাণিতিক সূত্রাবলি

⊙ প্রয়োজনীয় সমীকরণ: ধরি, আদি বেগ = u, শেষ বেগ = v, সময় = t, দূরত্ব = s, এবং ত্বরণ = a

(i) $v = u \pm at$

(ii) $s = ut \pm \frac{1}{2}at^2$

(iii) $v^2 = u^2 \pm 2as$.

(iv) $s = \left(\frac{u+v}{2}\right) \times t$

উত্তরপত্র

৪. ক | ৫. ঘ | ৬. খ | ৭. খ | ৮. ক | ৯. ক | ১০. গ | ১১. খ | ১২. ক | ১৩. ক | ১৪. ঘ | ১৫. গ | ১৬. গ | ১৭. গ | ১৮. গ | ১৯. খ | ২০. গ | ২১. গ | ২২. খ | ২৩. ক

(v) t-তম সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূরত্ব $s = u + \frac{1}{2}f(2t - 1)$

(vi) সমবেগের ক্ষেত্রে, অতিক্রান্ত দূরত্ব $S_t = vt$

(vii) ত্বরণ $= \frac{\text{শেষবেগ-আদিবেগ}}{\text{সময়}}$

∴ অর্থাৎ, $f = \frac{v - u}{t}$

⊙ একটি বস্তু আদিবেগসহ t তম সেকেন্ডে St_{th} এবং n তম সেকেন্ডে Sn_{th} দূরত্ব অতিক্রম করলে, ত্বরণ, $f = \frac{St_{th} - Sn_{th}}{t - n}$

⊙ বন্দুকের গুলি x দূরত্ব অতিক্রম করার পর বেগ অর্ধেক হলে, এটি আরও $\frac{x}{3}$ দূরত্ব অতিক্রম করবে।

⊙ **উচ্চ স্থান হতে অভিকর্ষের অধীনে পড়ন্ত বস্তু :**

(i) $v = u + gt$

(ii) $h = ut + \frac{1}{2}gt^2$

(iii) $v^2 = u^2 + 2gh$

(iv) $h_{th} = u + \frac{1}{2}g(2t - 1) = v - \frac{g}{2}$

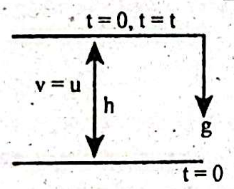
⊙ **খাড়াভাবে ঊর্ধ্বে নিক্ষিপ্ত বস্তুর গতি :**

(i) $v = u - gt;$

(ii) $h = ut - \frac{1}{2}gt^2;$

(iii) $v^2 = u^2 - 2gh$

(iv) t তম second এ সরণ, $h_{th} = u - \frac{1}{2}g(2t - 1) = v + \frac{g}{2}$



(v) সর্বাধিক উচ্চতা, $H = \frac{u^2}{2g}$

(vi) উত্থানকাল বা পতনকাল, $t = \frac{u}{g}$

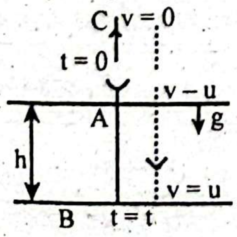
(vii) বিচরণকাল, $T = \frac{2u}{g}$

⊙ **h উচ্চতা হতে ঊর্ধ্বে নিক্ষিপ্ত বস্তুর গতি:**

(i) $h = -ut + \frac{1}{2}gt^2$

(ii) $v = -u + gt$

(iii) $h_{th} = -u + \frac{1}{2}g(2t - 1) = v - \frac{g}{2}$



⊙ **বেগের সামান্তরিক সূত্র :** α কোণে আনত u ও v মানের দুটি সমবিন্দু বেগের লব্ধি w হলে, $w = \sqrt{u^2 + v^2 + 2uv\cos\alpha}$ এবং v বেগের সাথে w এর আনতি θ হলে, $\tan\theta = \frac{v\sin\alpha}{u + v\cos\alpha}$

⊙ α = 0° হলে, $R_{max} = u + v$
α = 180° হলে, $R_{min} = u \sim v$
α = 90° হলে, $R = \sqrt{u^2 + v^2}$ এবং $\tan\theta = \frac{u}{v}$

⊙ কোন বস্তুকে u আদিবেগে অনুভূমিক তলের সহিত α কোণে নিক্ষিপ্ত করা হইল-

(i) সর্বোচ্চ উচ্চতা, $H = \frac{u^2\sin^2\alpha}{2g}$

(ii) অনুভূমিক দূরত্ব, $d = u\cos\alpha.t$

(iii) উলম্ব দূরত্ব, $h = u\sin\alpha.t - \frac{1}{2}gt^2$

(iv) সর্বোচ্চ উচ্চতায় পৌছানোর সময়, $t = \frac{u\sin\alpha}{g}$

(v) ভ্রমণকাল/বিচরণকাল/উড্ডয়নকাল, T = 2 × বৃহত্তম উচ্চতায় পৌছানোর সময় $= \frac{2u\sin\alpha}{g}$

(vi) অনুভূমিক পাল্লা, $R = \frac{u^2\sin2\alpha}{g}$0.

(vii) সর্বাধিক অনুভূমিক পাল্লা, $R_{max} = \frac{u^2}{g}$

⊙ দুইটি ভিন্ন পৃষ্ঠে পাল্লার ক্ষেত্রে পাই

(i) $\frac{R_1}{R_2} = \frac{g_1}{g_2}$

(ii) $\tan\alpha = \frac{4H}{R} = \frac{gT^2}{2R} = \frac{g(2t)^2}{2R} = \frac{2gt^2}{R}$

(iii) $R = u\cos\alpha.T$

(iv) $R_{max} = R\sin2\alpha$, যখন α = 45°

(v) একই অনুভূমি পাল্লা ও একই আদিবেগের জন্য দুইটি প্রক্ষেপণের একটি নিক্ষেপণ কোণ α হলে, অপরটি $\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)$ হবে।

☑ গুরুত্বপূর্ণ MCQ প্রশ্নোত্তর

১. মুক্তভাবে পড়ন্ত কোনো বস্তু চতুর্থ সেকেন্ডে কত মিটার দূরত্ব অতিক্রম করবে?
ⓚ 78.4 m ⓛ 44.1 m ⓖ 39.2 m ⓘ 34.3 m

২. একটি কণা v বেগে নিক্ষিপ্ত হলে, তার অনুভূমিক পাল্লা লব্ধি সর্বোচ্চ উচ্চতার 4 গুণ হয়। এক্ষেত্রে প্রক্ষেপণ কোণ হবে—
ⓚ 90° ⓛ 60° ⓖ 30° ⓘ 45°

৩. 32 ft/s আদিবেগে এবং ভূমির সাথে 30° কোণে একটি বস্তু নিক্ষেপ করা হলো। ইহার ভ্রমণকাল—
ⓚ 0.5 s ⓛ 1 s ⓖ 1.5 s ⓘ 2 s

৪. দুইটি নৌকা 5 km/hr বেগে চলে 3 km/hr বেগে প্রবাহিত 500 m চওড়া একটি নদী পাড়ি দিতে চায়। একটি নৌকা ন্যূনতম পথে ও অপরটি ন্যূনতম সময়ে নদীটি পাড়ি দিতে ইচ্ছুক। উভয় নৌকা একই সময়ে যাত্রা শুরু করলে তাদের অপর পাড়ে পৌছানোর সময়ের পার্থক্য কত হবে?
ⓚ 1 minute ⓛ 1.25 minute
ⓖ 1.5 minute ⓘ 1.75 minute

উত্তরপত্র
১. ঘ
২. ঘ
৩. খ
৪. গ

CS CamScanner

৫. স্রোতের বেগের দ্বিগুণ বেগে লম্ব বরাবর রওনা দিলে নৌকা ঠিক বিপরীত বিন্দু হতে 3.5 km দূরে পৌছায়। নদীর প্রস্থ কত?
ⓐ 3.5 km ⓑ 7 km ⓒ 8 km ⓓ 10.5 km

৬. আনুভূমিকের সাথে α কোণে u বেগে নিক্ষিপ্ত বস্তুর সর্বোচ্চ উচ্চতা কত?
ⓐ $\frac{u \sin \alpha}{2g}$ ⓑ $\frac{u^2 \sin^2 \alpha}{2g}$ ⓒ $\frac{u^2}{2g}$ ⓓ None

৭. একটি ক্রিকেট বলকে 40 m/sec বেগে এবং ভূমির সাথে 60° কোণে ব্যাট দ্বারা আঘাত করা হলো। সর্বোচ্চ উচ্চতায় বলটির বেগ কত?
ⓐ 0 ⓑ 20 m/sec
ⓒ 30 m/sec ⓓ 40 m/sec

৮. স্থির পানিতে নৌকার গতিবেগ 13 km/hr, যদি স্রোতের বেগ 4 km/hr হয়, তাহলে স্রোতের দিকে নৌকাটির 68 km অতিক্রম করতে কত সময় লাগবে?
ⓐ 2 hr ⓑ 3 hr ⓒ 4 hr ⓓ 5 hr

৯. একটি বস্তু উপর থেকে মুক্তভাবে 4 সেকেন্ডে পড়লো। বস্তুটি শেষের 2 সেকেন্ডে কত ফুট পড়েছিল?
ⓐ 128 ft ⓑ 16 ft ⓒ 96 ft ⓓ 192 ft

১০. 1200 kg ওজনের একটি গাড়িকে 150 N বলে ঠেলা হলো। গাড়িটি স্থির অবস্থান হতে $1\frac{1}{2}$ m s^{-1} গতি পেতে কত সময় লাগবে?
ⓐ 2.5 sec ⓑ 18 sec ⓒ 10 sec ⓓ 12 sec

১১. একটি পাথর 64 ft/sec বেগে ভূমি হতে খাড়া উপরের দিকে ছোড়া হলে, উহা কতক্ষণ ভূমির উপরে থাকবে?
ⓐ 4 সেকেন্ড ⓑ 5 সেকেন্ড
ⓒ 6 সেকেন্ড ⓓ 7 সেকেন্ড

১২. একটি বস্তুকে 30 মিটার উঁচু কোন কোন বিল্ডিং এর ছাদ থেকে ভূমির সমান্তরালে 10 m s^{-1} বেগে নিক্ষেপ করা হলো। বস্তুটি কতক্ষণ পর মাটিতে আঘাত করবে?
ⓐ 3 s ⓑ 10 s ⓒ 30 s ⓓ 2.4 s

১৩. 5 kg ভরের একটি বস্তু মাধ্যাকর্ষণ প্রভাবে 40 m/sec বেগে নিচে পড়ে। কি পরিমাণ সমবল তাকে 4 sec সময়ে থামিয়ে দিবে?
ⓐ 99.0 N ⓑ 99.2 N ⓒ 99.5 N ⓓ 99.4 N

১৪. মসৃণ পুলির উপর দিয়ে অতিক্রান্ত একটি সুতার একপ্রান্তে আটকানো 9 kg ভরের একটি বস্তু 6 kg ভরের একটি বস্তুকে টেনে উপরে তুলছে। বস্তু দুইটির সাধারণ ত্বরণ হবে–
ⓐ 1.66 m s^{-2} ⓑ 1.76 m s^{-2}
ⓒ 1.86 m s^{-2} ⓓ 1.96 m s^{-2}

১৫. একটি মসৃণ পুলির উপর দিয়ে গমনকারী একটি হাল্কা রশির প্রান্তদ্বয়ে সংযুক্ত বস্তুর সাধারণ ত্বরণ 54.5 cm/s^2 হলে, বস্তু দুটির ভরের অনুপাত হবে–
ⓐ 21 : 17 ⓑ 23 : 19 ⓒ 19 : 17 ⓓ 19 : 15

১৬. নদীর স্রোতের দ্বিগুণ বেগে ও স্রোতের সাথে লম্বভাবে একটি নৌকার দাঁড় টানা হচ্ছে। নৌকাটি অপর তীরে যাত্রা বিন্দুর ঠিক বিপরীত স্থান থেকে 2.5 কি. মি. ভাটিতে পৌছাল। নদীটির প্রস্থ কত?
ⓐ 2.5 km ⓑ 4 km ⓒ 3 km ⓓ 5 km

১৭. একটি বস্তু 39.2 m/sec বেগের ভূমির সাথে 30° কোণে নিক্ষিপ্ত হলো। কত সময় পরে বস্তুটি নিক্ষেপ দিকের সাথে লম্বভাবে থাকবে?
ⓐ 9 sec ⓑ 6 sec ⓒ 7 sec ⓓ 8 sec

উত্তরপত্র

৫. খ	৬. খ
৭. খ	৮. গ
৯. ঘ	১০. ঘ
১১. ক	১২. ঘ
১৩. ক	১৪. ঘ
১৫. গ	১৬. ঘ
১৭. ঘ	১৮. ক
১৯. খ	২০. খ
২১. গ	২২. গ
২৩. ঘ	২৪. খ
২৫. গ	

১৮. বন্দুক থেকে নিক্ষিপ্ত একটি গুলি নিক্ষেপণ বিন্দু থেকে 50 গজ দূরে এবং 75 ফুট উঁচু দেওয়ালের ঠিক উপর দিয়ে আনুভূমিকভাবে অতিক্রম করে। গুলির নিক্ষেপণ গতি ও নিক্ষেপণ দিক বের কর।
ⓐ 97.98 ft ps, 45° ⓑ 97.98 ft ps, 30°
ⓒ 9.798 ft ps, 45° ⓓ 9.798 ft ps, 60°

১৯. ভূমি হতে 100 মিটার উচ্চ কোনো স্থান থেকে অনুভূমিকে নিক্ষিপ্ত কোনো বস্তুকণার গতিপথ একটি–
ⓐ সরলরেখা ⓑ পরাবৃত্ত ⓒ উপবৃত্ত ⓓ অধিবৃত্ত

২০. একজন সাঁতারু নদীর স্রোতের সাথে সমকোণে যাত্রা করে অপর পাড়ে যাত্রাস্থানের বিপরীত বিন্দু হতে নদীর তীর বরাবর 500 মিটার দূরে পৌছে। সাঁতারুর বেগ স্রোতের বেগের দ্বিগুণ হলে, নদীর প্রস্থ কত?
ⓐ 0.5 কিমি ⓑ 1 কিমি ⓒ 2 কিমি ⓓ 4 কিমি

জাতীয় বিশ্ববিদ্যালয়ের ভর্তি পরীক্ষার প্রশ্নোত্তর রিচার্স

২১. নিক্ষেপণ বেগ 240 ফুট/সে. এবং নিক্ষেপণ কোণ 30° হলে 3 সেকেন্ড পরে ইহার উচ্চতা — [N.U. 14-15]
ⓐ 180 ft ⓑ 240 ft ⓒ 216 ft ⓓ 315 ft

২২. বক্ররেখা $y = x(3 - x)$ এবং x-অক্ষ দ্বারা আবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল– [N.U. 10-11]
ⓐ 3 ⓑ 9 ⓒ $\frac{9}{2}$ ⓓ $\frac{3}{2}$

২৩. তেলাপোকার মস্তকটি দেহের সাথে কিভাবে অবস্থিত? [N.U. 07-08]
ⓐ সরলকোণে ⓑ পূরক কোণে
ⓒ সমকোণ ⓓ বৃত্তাকার কোণে

২৪. একটি কণা স্থিরাবস্থা হতে সমত্বরণে এক সরল রেখায় চলে 2 সেকেন্ডে 1 মিটার দূরত্ব অতিক্রম করার পর সমবেগে চলতে থাকে। পরবর্তী 1 মিটার যেতে কণাটির কত সময় লাগবে? [N.U. 01-02]
ⓐ 1.5 সেকেন্ড ⓑ 1 সেকেন্ড
ⓒ 1.6 সেকেন্ড ⓓ 3 সেকেন্ড

২৫. সমমানের দুটি বলের লব্ধির বর্গ বলদ্বয়ের গুণফলের তিনগুণ। এদের মধ্যবর্তী কোণ কত? [N.U 01-02]
ⓐ 45° ⓑ 0° ⓒ 60° ⓓ 90°

অধ্যায়-১০ : বিস্তার পরিমাপ ও সম্ভাবনা

☑ একনজরে কিছু গুরুত্বপূর্ণ গাণিতিক সূত্রাবলি

⊙ পরিমিত ব্যবধান নির্ণয়:

অশ্রেণিকৃত উপাত্তের ক্ষেত্রে পরিমিত ব্যবধান
পরিমিত ব্যবধান $\sigma = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}$ (তাত্ত্বিক সূত্র)
$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2}$ (গণনা সূত্র)
শ্রেণিকৃত উপাত্তের ক্ষেত্রে পরিমিত ব্যবধান
পরিমিত ব্যবধান $\sigma = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{n} f_i(x_i - \bar{x})^2}$ (তাত্ত্বিক সূত্র)
$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{n} f_i x_i^2 - \left(\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{n} f_i x_i\right)^2}$ (গণনা সূত্র)

CS CamScanner

◎ **চতুর্থক ব্যবধান নির্ণয়:**

চতুর্থক ব্যবধান $QD = \left(\frac{Q_3 - Q_1}{2}\right)$

অশ্রেণিকৃত কোনো নিবেশনের i-তম চতুর্থক, $Q_i =$

$$\begin{cases} \dfrac{\left(\frac{N \times i}{4}\right)\text{তম পদ} + \left(\frac{N \times i}{4} + 1\right)\text{তম পদ}}{2}; & \text{যখন N জোড়} \\ \dfrac{(N+1) \times i \text{ তম পদ}}{4}; & \text{যখন N বিজোড়} \end{cases}$$

শ্রেণিকৃত কোনো নিবেশনের i-তম চতুর্থক, $Q_i = L_i + \dfrac{\frac{N \times i}{4} - f_c}{f_n} \times c$

যেখানে, L_i = i-তম চতুর্থক শ্রেণির নিম্নসীমা।

f_c = i-তম চতুর্থক শ্রেণির পূর্ব শ্রেণির ক্রমযোজিত গণসংখ্যা।

f_n = i-তম চতুর্থক শ্রেণির গণসংখ্যা।

C = চতুর্থক শ্রেণির শ্রেণি ব্যবধান।

◎ **পরিসরাঙ্ক নির্ণয়:**

অশ্রেণিকৃত উপাত্তের ক্ষেত্রে বৃহত্তম মান x_n এবং ক্ষুদ্রতম মান x_1 হলে পরিসরাঙ্ক, $CR = \left(\frac{x_n - x_1}{x_n + x_1}\right) \times 100$

আর, শ্রেণিকৃত উপাত্তের ক্ষেত্রে সর্বপ্রথম শ্রেণির নিম্নসীমা L_1 এবং সর্বশেষ শ্রেণির উচ্চসীমা L_n হলে পরিসরাঙ্ক, $CR = \frac{L_n - L_1}{L_n + L_1} \times 100$

◎ **বিভেদাঙ্ক বা ব্যবধানাঙ্ক নির্ণয়:**

বিভেদাঙ্ক $= \left(\frac{\sigma}{\bar{x}} \times 100\right)$ | $\bar{x}$ = গাণিতিক গড়, σ = পরিমিত ব্যবধান

◎ **চতুর্থক ব্যবধানাঙ্ক নির্ণয়:**

$CQD = \left(\frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1} \times 100\right)$ | Q_1 = প্রথম চতুর্থক। Q_3 = তৃতীয় চতুর্থক।

অশ্রেণিকৃত উপাত্তের ক্ষেত্রে পরিমিত ব্যবধান
ভেদাঙ্ক, $\sigma^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2$ (তাত্ত্বিক সূত্র)
ভেদাঙ্ক, $\sigma^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i^2 - \left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i\right)^2$ (গণনা সূত্র)
শ্রেণিকৃত উপাত্তের ক্ষেত্রে ভেদাঙ্ক
ভেদাঙ্ক, $\sigma^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}f_i(x_i - \bar{x})^2$ (তাত্ত্বিক সূত্র)
ভেদাঙ্ক, $\sigma^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}f_i x_i^2 - \left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}f_i x_i\right)^2$ (গণনা সূত্র)

◎ সপ্তদশ শতকে সম্ভাবনা তত্ত্বের উন্নতিশীল করে এর গাণিতিক ভিত্তি দেন প্যাসকেল গণিতবিদ।

◎ **বর্জনশীল ঘটনার ক্ষেত্রে সম্ভাব্যতার যোগসূত্র:**

$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

◎ **সম্ভাব্যতার গুণন সূত্র :** $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$

◎ **শর্তাধীন সম্ভাব্যতা :** কোন নমুনাজগত A ও B দু'টি ঘটনা এবং $P(B) > 0$ হলে B ঘটনাটি ঘটার শর্তাধীনে A ঘটনাটি ঘটার সম্ভাব্যতা : $P\left(\frac{A}{B}\right) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$

◎ কোন ঘটনা ঘটার সম্ভাব্যতা p এবং না ঘটার সম্ভাব্যতা q হলে, $p + q = 1$ হবে।

◎ **Card পরিচিতি:**

01. Total number of cards = 52
02. এদের চার শ্রেণী আছে
   - (i) হরতন → 13 → Heart
   - (ii) রুইতন → 13 → Diamond
   - (iii) ইস্কাপন → 13 → spade
   - (iv) চিরাতন → 13 → club
03. Colour : লাল → 26 কালো → 26

◎ একটি মুদ্রা n বার বা n টি মুদ্রা 1 বার নিক্ষেপ মোট নমুনা ক্ষেত্রের সংখ্যা $= 2^n$

◎ একটি মুদ্রা n বার নিক্ষেপ করলে P বার হেড পাওয়ার অনুকূল ঘটনা $= {}^nC_p$

◎ একটি মুদ্রা n বার নিক্ষেপ করলে P বার টেইল পাওয়ার অনুকূল ঘটনা $= {}^nC_p$

◎ ছক্কা ও মুদ্রা একত্রে নিক্ষেপের ক্ষেত্রে মোট নমুনা ক্ষেত্রের সংখ্যা $= 2^n \times 6^m$

◎ একটি ছক্কা m বার বা m টি ছক্কা 1 বার নিক্ষেপ করলে মোট নমুনা ক্ষেত্রের সংখ্যা $= 6^m$

◎ সম্ভাব্যতা $= \frac{\text{অনুকূল ঘটনা সংখ্যা}}{\text{মোট ঘটনা সংখ্যা}} = \frac{n(A)}{n(S)}$

◎ **বায়েসের সূত্র :** একটি ঘটনা X ঘটতে পারে যদি, n সংখ্যক পরস্পর পৃথক (Mutually exclusive) ও সম্পূর্ণ (Exhaustive) ঘটনা $A_1, A_2 \ldots\ldots A_n$, এর মধ্যে একটি ঘটে। ধরা যাক, $P(A_1), P(A_2), \ldots\ldots P(A_n)$ সম্ভাব্যতা সমূহ এবং $P\left(\frac{X}{A_1}\right), P\left(\frac{X}{A_2}\right), \ldots\ldots, P\left(\frac{X}{A_n}\right)$ শর্তাধীন সম্ভাবনাসমূহের মান জানা আছে। তাহলে X ঘটনা ঘটেছে এই শর্তে কোন A_i ঘটনার শর্তাধীন সম্ভাব্যতা বা $P\left(\frac{A_i}{X}\right)$ এর মান

নিম্নরূপ: $$P\left(\frac{A_i}{X}\right) = \frac{P(A_i)P\left(\frac{X}{A_i}\right)}{P(A_1)P\left(\frac{X}{A_1}\right) + P(A_2)P\left(\frac{X}{A_2}\right) + \ldots + P(A_n)P\left(\frac{X}{A_n}\right)}$$

[যেখানে $i = 1, 2 \ldots\ldots n$]

◎ **মৌলিক সংখ্যা : (1 থেকে 100 এর মধ্যে) 25টি**

মৌলিক সংখ্যা	0-10	11-20	21-30	31-40	41-50	51-60	61-70	71-80	81-90	91-100
	4	4	2	2	3	2	2	3	2	1

☑ গুরুত্বপূর্ণ MCQ প্রশ্নোত্তর

১. একটি লুডুর গুটি পরপর 3 বার নিক্ষেপ করা হলে 3 বারই ছয় উঠার সম্ভাবনা কত?

ক $\frac{1}{216}$ খ $\frac{1}{72}$ গ $\frac{1}{6}$ ঘ $\frac{1}{2}$

২. একটি ছক্কা নিক্ষেপে 2 দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যা উঠার সম্ভাবনা কত?

ক $\frac{1}{2}$ খ $\frac{1}{3}$ গ $\frac{1}{6}$ ঘ $\frac{2}{3}$

৩. একটি তাসের প্যাকেট হতে দৈবভাবে একটি তাস টেনে টেক্কা না পাওয়ার সম্ভাবনা কত?

ক $\frac{12}{13}$ খ $\frac{1}{26}$ গ $\frac{25}{26}$ ঘ $\frac{1}{3}$

উত্তরপত্র

১. ক
২. ক
৩. ক

CamScanner

৪. পুনরাবৃত্তি না ঘটিয়ে 2, 4, 7, 9, 3, 8 সংখ্যাগুলি ব্যবহার করে দুই অঙ্কবিশিষ্ট সংখ্যা লিখলে তা জোড় হবার সম্ভাবনা কত?
(ক) 0.5 (খ) 0.25 (গ) 0.75 (ঘ) 0.6

৫. তিনটি ছক্কা একবার নিক্ষেপ করা হলে তিনটিতেই একই সংখ্যা পাওয়ার সম্ভাবনা কত?
(ক) $\frac{1}{18}$ (খ) $\frac{1}{6}$ (গ) $\frac{1}{216}$ (ঘ) $\frac{1}{36}$

৬. একজন বন্দুক চালনাকারীর গুলি লক্ষ্যবস্তুতে আঘাত করার সম্ভাবনা 0.8। যদি সে পর পর তিনবার গুলি চালায় তবে পর্যায়ক্রমে সফলতা ও ব্যর্থতার (বা ব্যর্থতা ও সফলতার) সম্ভাবনা কত?
(ক) 0.56 (খ) 0.16 (গ) 0.20 (ঘ) 0.65

৭. একটি মুদ্রা পরপর তিনবার টস করা হলে, পর্যায়ক্রমে মুদ্রাটির হেড এবং টেইল পাবার সম্ভাব্যতা হবে।
(ক) $\frac{1}{4}$ (খ) $\frac{1}{2}$ (গ) $\frac{1}{8}$ (ঘ) None

৮. 10 থেকে 30 পর্যন্ত সংখ্যা হতে যেকোনো একটিকে ইচ্ছামতো নিলে সেই সংখ্যাটি মৌলিক সংখ্যা অথবা 5 এর গুণিতক হওয়ার সম্ভাব্যতা কোনটি?
(ক) $\frac{7}{15}$ (খ) $\frac{6}{21}$ (গ) $\frac{11}{21}$ (ঘ) $\frac{5}{21}$

৯. যদি $P(A) = \frac{1}{3}$, $P(B) = \frac{2}{3}$ এবং $P(A \cup B) = \frac{7}{8}$ হয়, তবে P(A/B) এর মান কত?
(ক) $\frac{3}{13}$ (খ) $\frac{13}{15}$ (গ) $\frac{13}{17}$ (ঘ) $\frac{3}{16}$

১০. একটি পাত্রে ৪টি লাল, ৪টি কালো এবং ৩টি সাদা বল আছে। ৩টি বল দৈবভাবে নেয়া হলে, এর মধ্যে কমপক্ষে ২টি লাল বল হবার সম্ভাব্যতা কত?
(ক) $\frac{1}{15}$ (খ) $\frac{36}{65}$ (গ) $\frac{1}{2}$ (ঘ) $\frac{8}{15}$

১১. 4 থেকে 15 পর্যন্ত সংখ্যা হতে যেকোনো একটিকে দৈবচয়নের মাধ্যমে নিলে সেই সংখ্যাটি মৌলিক অথবা 3 এর গুণিতক হওয়ার সম্ভাবনা কত?
(ক) $\frac{6}{7}$ (খ) $\frac{5}{12}$ (গ) $\frac{2}{3}$ (ঘ) $\frac{7}{12}$

১২. একটি বাক্সে ৩টি লাল, ৩টি সবুজ ও ২টি নীল বল আছে। দৈবভাবে ৩টি বল তোলা হলে, ২টি বল সবুজ হবার সম্ভাবনা কত?
(ক) $\frac{15}{56}$ (খ) $\frac{3}{7}$ (গ) $\frac{28}{65}$ (ঘ) $\frac{13}{22}$

১৩. 1, 2, 5, 9, 10, 15, 17, 19, 21 সংখ্যাগুলোর ভেদাঙ্ক কোনটি?
(ক) 46.66 (খ) 45.45 (গ) 44.67 (ঘ) 48.67

১৪. একটি ব্যাগে ৪টি সাদা ও ৫টি কালো বল আছে। ব্যাগটি হতে একই সাথে ৩টি বল উঠালে সবকটি কালো বল হওয়ার সম্ভাব্যতা কত?
(ক) $\frac{5}{42}$ (খ) $\frac{1}{3}$ (গ) $\frac{1}{21}$ (ঘ) $\frac{1}{7}$

১৫. 4, 2, 5, 7 সংখ্যাসমূহের জ্যামিতিক গড় কত?
(ক) 9 (খ) 12 (গ) 8 (ঘ) $\sqrt[4]{280}$

১৬. একটি ছক্কা পর পর দুইবার ছুড়লে কমপক্ষে একবার জোড় সংখ্যা পাওয়ার সম্ভাবনা কত?
(ক) $\frac{1}{2}$ (খ) $\frac{13}{36}$ (গ) $\frac{4}{3}$ (ঘ) $\frac{3}{4}$

১৭. দুইটি ছক্কা একই সঙ্গে নিক্ষেপ করলে প্রাপ্ত বিন্দুর সমষ্টি ৭ হওয়ার সম্ভাবনা কত?
(ক) $\frac{1}{6}$ (খ) $\frac{1}{36}$ (গ) $\frac{5}{36}$ (ঘ) $\frac{7}{36}$

১৮. 1, 0, 2 দ্বারা গঠিত তিন অঙ্কবিশিষ্ট সংখ্যাগুলো হতে দৈবচয়ন পদ্ধতিতে একটি সংখ্যা নেওয়া হলে সংখ্যাটি 10 দ্বারা বিভাজ্য হওয়ার সম্ভাবনা কত?
(ক) $\frac{1}{2}$ (খ) $\frac{1}{3}$ (গ) $\frac{2}{9}$ (ঘ) $\frac{1}{6}$

১৯. এক প্যাকেট তাস থেকে একটি তাস দৈবভাবে নেওয়া হলো। তাসটি হরতন বা চিরতন হওয়ার সম্ভাবনা কত?
(ক) $\frac{1}{2}$ (খ) 2 (গ) $\frac{4}{13}$ (ঘ) $\frac{1}{4}$

২০. একটি নিউট্রাল মুদ্রা ও একটি নিউট্রাল ছক্কা একত্রে নিক্ষেপ করা হলো। একই সঙ্গে মুদ্রাটির মাথা ও ছক্কাটির জোড় সংখ্যা আসার সম্ভাবনা—
(ক) $\frac{1}{2}$ (খ) $\frac{1}{3}$ (গ) $\frac{1}{4}$ (ঘ) $\frac{1}{5}$

জাতীয় বিশ্ববিদ্যালয়ের ভর্তি পরীক্ষার প্রশ্নোত্তর রিচার্স

২১. $P(A \cup B) = \frac{5}{6}$; $P(A \cap B) = \frac{1}{3}$; $P(A) = \frac{1}{2}$ হলে, P(B) = ? [N.U. 14-15]
(ক) $\frac{2}{3}$ (খ) $\frac{1}{3}$ (গ) $\frac{1}{4}$ (ঘ) $\frac{2}{5}$

২২. দুটি পাশা গড়াইলে দুটোর উপরে ফুটকি চিহ্নের সংখ্যার যোগফল 7 হওয়ার সম্ভাব্যতা— [N.U. 11-12]
(ক) $\frac{1}{7}$ (খ) $\frac{1}{6}$ (গ) $\frac{7}{36}$ (ঘ) $\frac{1}{36}$

২৩. 40 হতে 50 পর্যন্ত পূর্ণসংখ্যাগুলো থেকে দৈবচয়ন পদ্ধতিতে একটি পূর্ণসংখ্যা নেয়া হলো। পূর্ণসংখ্যাটি মৌলিক হওয়ার সম্ভাবনা কত? [N.U. 10-11]
(ক) $\frac{2}{11}$ (খ) $\frac{3}{11}$ (গ) $\frac{1}{5}$ (ঘ) $\frac{3}{10}$

২৪. দুটি পাশা গড়াইলে দুটোর উপরের ফুটকি চিহ্নের সংখ্যার যোগফল 7 হওয়ার সম্ভাব্যতা কত? [N.U. 09-10]
(ক) $\frac{1}{7}$ (খ) $\frac{1}{6}$ (গ) $\frac{7}{36}$ (ঘ) $\frac{1}{36}$

২৫. 0.9% = কত? [N.U. 05-06]
(ক) $\frac{9}{1000}$ (খ) $\frac{9}{100}$ (গ) $\frac{9}{10}$ (ঘ) 90

২৬. 28 এবং 56 এর মধ্যে পূর্ণসংখ্যা দৈবভাবে চয়ন করা হলো। সংখ্যাটি মৌলিক সংখ্যা হওয়ার সম্ভাবনা কত? [N.U. 03-04]
(ক) $\frac{1}{5}$ (খ) $\frac{1}{6}$ (গ) $\frac{1}{2}$ (ঘ) $\frac{1}{8}$

Note : প্রশ্নটির উত্তরের অপশনে ভুল আছে। এই প্রশ্নটির সঠিক উত্তর হবে : $\frac{7}{29} = 0.241 = 24.1\%$
[*Ref :* আফসারউজ-জামান, সংস্করণ-২০০৮]

২৭. 12 জন ছাত্রের মধ্য থেকে 2 জন নির্দিষ্ট ছাত্রকে সব দলে অন্তর্ভুক্ত করে পাঁচ জনের দল কতভাবে তৈরি করা যায়? [N.U. 02-03]
(ক) 792 (খ) 252 (গ) 120 (ঘ) 282

২৮. দশ জন বালক এবং আটজন বালিকা থেকে দুইজন বালিকা কত উপায়ে বেছে নেয়া যায়? [N.U. 01-02]
(ক) 75 (খ) 5060 (গ) 3060 (ঘ) 1260

উত্তরপত্র

৪.	ক
৫.	ঘ
৬.	খ
৭.	ক
৮.	গ
৯.	ঘ
১০.	খ
১১.	গ
১২.	ক
১৩.	ঘ
১৪.	ক
১৫.	ঘ
১৬.	ঘ
১৭.	ক
১৮.	ক
১৯.	ক
২০.	গ
২১.	খ
২২.	খ
২৩.	খ
২৪.	খ
২৫.	ক
২৬.	Note
২৭.	গ
২৮.	ঘ