গণিত ২য় পত্র

অধ্যায় ১ বাস্তব সংখ্যা ও অসমতা

Part 1 প্রয়োজনীয় সূত্রাবলি

01. সকল বাস্তব সংখ্যার সেট, $R = (-\infty, \infty)$

02. মূলদ সংখ্যার সেট, $Q = \{\frac{p}{q}: p, q \in Z; q \neq 0\}$

03. অমূলদ সংখ্যার সেট, Q' বা $Q^c = \{x : x \in R, x \notin Q\} = R - Q$

04. সকল পূর্ণ সংখ্যার সেট, Z বা $I = \{0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, ...\}$

05. সকল স্বাভাবিক সংখ্যা বা ধনাত্মক পূর্ণ সংখ্যার সেট, N বা I^+ বা $Z^+ = \{1, 2, 3, 4......\}$

06. সকল অঋণাত্মক পূর্ণসংখ্যার সেট $\{0, 1, 2, 3, 4......\}$

07. ঋণাত্মক পূর্ণসংখ্যার সেট, Z^- বা $I^- = \{-\infty, ..., -10, ..., -2, -1\}$

□ R বাস্তব সংখ্যার সেট হলে, $N \subset Z \subset Q \subset R, Q \cup Q' = R, Q \cap Q' = \varnothing$ (ফাকা সেট)

□ বাস্তব সংখ্যার সেট R এর স্বীকার্য ভিত্তিক ধর্ম :

(1) **আবদ্ধতা (Closure) :** সকল $a, b \in R$ এর জন্য $a + b \in R$ [যোগের আবদ্ধতা] এবং $ab \in R$ [গুণনের আবদ্ধতা]

(2) **বিনিময় যোগ্যতা (Commutativity) :** $a, b \in R$ হলে, $a + b = b + a$ [যোগের বিনিময় যোগ্যতা] এবং $ab = ba$ [গুণনের বিনিময় যোগ্যতা]

(3) **সংযোজন যোগ্যতা (Associativity) :** $a, b, c \in R$ এর জন্য $a + (b + c) = (a + b) + c$ [যোগের সংযোজন যোগ্যতা] এবং $a(bc) = (ab)c$ [গুণনের সংযোজন যোগ্যতা]

(4) **বন্টন যোগ্যতা (distributivity) :** সকল $a, b, c \in R$ এর জন্য $a(b + c) = ab + ac$ অথবা $(b + c)a = ba + ca$

(5) **অভেদক (Identity) :** $a \in R$ এর জন্য i) $a + 0 = 0 + a = a$ [যোগের অভেদক] ii) $a.1 = 1.a = a$ [গুণনের অভেদক]

(6) **বিপরীতক (Inverse):** $a \in R$ এর জন্য i) $a + (-a) = (-a) + a = 0$ [যোগের বিপরীতক] ii) $a.a^{-1} = a^{-1}.a = 1$ [গুণনের বিপরীতক]

(7) **অনন্যতা (Uniqueness):** $a, b, c, d \in R$ হলে, এবং $a = b, c = d$ হলে, $a + c = b + d$ [যোগের অনন্যতা] এবং $ac = bd$ [গুণের অনন্যতা] অর্থাৎ, উভয় পাশে একই রাশি যোগ করা যোগের অনন্যতা, গুণ করা গুণের অনন্যতা।

□ **সীমিত সেট (Bounded সেট):** ধরি, S একটি বাস্তব সংখ্যার সেট। S সেটটি সীমিত সেট হবে যদি এটি উর্ধ্বসীমিত সেট এবং নিম্নসীমিত সেট হয়। অর্থাৎ S সেটটি সীমিত হবে, যদি দুইটি বাস্তব সংখ্যা k এবং K এরূপ হয় যেন, $k \leq x \leq K, \forall x \in S$.

□ **উর্ধ্বসীমা (Upper bound):** যদি S, বাস্তব সংখ্যার সেট R এর একটি উপসেট এবং সকল $x \in S$ এর জন্য একটি বাস্তব সংখ্যা M বিদ্যমান থাকে যেন $x \leq M$ হয়, তবে M কে S সেটের একটি উর্ধ্বসীমা বলা হয় এবং S হলো একটি উর্ধ্বসীমিত (Upper bounded) সেট।

□ **লঘিষ্ঠ উর্ধ্বসীমা বা সুপ্রিমাম (Least upper bound/ Supremum):** কোন সেটের উর্ধ্বসীমাগুলির মধ্যে সবচেয়ে ছোট অর্থাৎ, ক্ষুদ্রতম সংখ্যাকে ঐ সেটের সুপ্রিমাম (লঘিষ্ঠ উর্ধ্বসীমা) বলা হয়। কোন সেট S এর সুপ্রিমাম বা লঘিষ্ঠ উর্ধ্বসীমাকে Sup S দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

□ **নিম্নসীমা (Lower bound):** যদি S, বাস্তব সংখ্যার সেট R এর একটি উপসেট এবং সকল $x \in S$ এর জন্য একটি বাস্তব সংখ্যা m বিদ্যমান থাকে যেন $m \leq x$ হয়, তবে m কে S সেটের একটি নিম্নসীমা বলা হয় এবং S হলো একটি নিম্নসীমিত সেট।

□ **ইনফিমাম বা গরিষ্ঠ নিম্নসীমা (Infimum/Greatest lower bound):** কোনো সেটের নিম্নসীমাগুলির মধ্যে সবচেয়ে বড় অর্থাৎ বৃহত্তম সংখ্যাকে ঐ সেটের ইনফিমাম (গরিষ্ঠ নিম্নসীমা) বলা হয়। কোন সেট S এর ইনফিমাম Inf S দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

□ **পরমমান (Absolute value):** সকল বাস্তব সংখ্যার সেটকে R দ্বারা প্রকাশ করা হলে, যদি $x \in R$ হয় তাহলে x এর পরমমান $|x|$ (পড়তে হয়, Modulus of x) দ্বারা সূচিত করা হয়।

এর সংজ্ঞা নিম্নরূপ: $|x| = \begin{cases} x \text{ যখন } x \geq 0 \\ -x \text{ যখন } x < 0 \end{cases}$

□ **পরমমানের ধর্ম:**

(1) $a \in R$ এর জন্য $|a| \geq a$

(2) $x \in R$ এর জন্য (i) $|x| \leq a \Rightarrow -a \leq x \leq a$
(ii) $|a| > |b| \Rightarrow a^2 > b^2$

(3) $a, b \in R$ এর জন্য (i) $|a|^2 = a^2 = |-a|^2$
(ii) $|ab| = |a| |b|$
(iii) $|abc| = |a| |b| |c|$

(4) $a, b \in R$ এর জন্য $\left|\frac{a}{b}\right| = \frac{|a|}{|b|} (b \neq 0)$

(5) $a, b \in R$ এর জন্য (i) $|a| + |b| \geq |a+b|$ (ii) $|a| + |b| > |a-b|$

(6) $a, b \in R$ এর জন্য $|a| - |b| \leq |a-b|$

Part 2 গাণিতিক সমস্যা ও সমাধান

01. $|3x + 2| < 7$ অসমতাটির সমাধান কি?

Sol: $|3x + 2| < 7 \Rightarrow -7 < 3x + 2 < 7 \Rightarrow -9 < 3x < 5 \Rightarrow -3 < x < 5/3$

02. $-7 \leq x \leq -1$ কে পরমমানের সাহায্যে প্রকাশ কর।

Sol: $-7 \leq x \leq -1 \Rightarrow -7 + 4 \leq x + 4 \leq -1 + 4$
$\Rightarrow -3 \leq x + 4 \leq 3 \quad \therefore |x + 4| \leq 3$

03. $|-5| + 2 - 3 + |-5| - 3 = ?$

Sol: $|-5| + 2 - 3 + |-5| - 3 = 5 - 1 + 5 - 3 = 6$

04. $2 \leq |x - 4| \leq 9$ অসমতাটির সমাধান সেট কি?

Sol: $(x - 4)$ অঋণাত্মক হলে, $2 \leq x - 4 \leq 9 \Rightarrow 6 \leq x \leq 13$
$(x - 4)$ ঋণাত্মক হলে, $2 \leq -(x - 4) \leq 9 \Rightarrow -2 \geq x - 4 \geq -9$
$\Rightarrow 2 \geq x \geq -5 \Rightarrow -5 \leq x \leq 2 \therefore [6, 13] \cup [-5, 2]$

05. $S = \{x : 5x^2 - 16x + 3 < 0\}$ হলে, Sup S, Inf S কত?

Sol: $S = \{x : 5x^2 - 16x + 3 < 0\} = \{x : (5x - 1)(x - 3) < 0\}$
$= \{x : \frac{1}{5} < x < 3\} \quad \therefore$ Sup S = 3 এবং Inf S = $\frac{1}{5}$

06. সমাধান কর: $4x - 1 > 2x + 3$

Sol: $4x - 1 > 2x + 3 \Rightarrow 4x - 1 - 2x > 2x + 3 - 2x$
$\Rightarrow 2x - 1 > 3 \Rightarrow 2x - 1 + 1 > 3 + 1 \Rightarrow 2x > 4 \Rightarrow \frac{2x}{2} > \frac{4}{2} \quad \therefore x > 2$

07. $[-3, 2) \cup (2, 5]$ ব্যবধিটি কে সেট আকারে প্রকাশ কর।

Sol: $[-3, 2) \cup (2, 5] = \{x \in R: -3 \leq x < 2$ অথবা $2 < x \leq 5\}$
$= \{x \in R: -3 \leq x \leq 5, x \neq 2\}$

08. $|x - 1| = |3x - 4|$ এর সমাধান নির্ণয় কর।

Sol: $|x - 1| = |3x - 4| \Rightarrow |3x - 4| = |x - 1| \Rightarrow 3x - 4 \pm (x - 1)$
(+) বোধক ধরে, $3x - 4 = x - 1 \Rightarrow 2x = -1 + 4 \Rightarrow 2x = 3 \therefore x = \frac{3}{2}$
(−) বোধক ধরে, $3x - 4 = -x + 1 \Rightarrow 4x = 5 \Rightarrow x = \frac{5}{4} \therefore x = \frac{3}{2}, \frac{5}{4}$

CamScanner

For Practice

01. পরমমান ব্যতিত প্রকাশ কর: $|2x+3|<7$ Ans: $-5<x<2$

02. পরমমানের সাহায্যে প্রকাশ কর: $-1<2x-3<5$ Ans: $|2x-5|<3$

03. $f(x)=ax+by+c$, $a=1$, $b=c=0$ এবং $|f(x)-1|<\frac{1}{11}$ হলে প্রমাণ কর যে, $|\{f(x)\}^2-1|<\frac{23}{121}$

04. মান নির্ণয় কর: $|13+|-1-4|-3-|-8||$ Ans: 7

05. $S=\left\{\frac{3n+2}{2n+1}: n\in N\right\}$ এর InfS এবং SupS নির্ণয় কর। Ans: $\frac{3}{2}, \frac{5}{3}$

06. সমাধান কর: $x<\frac{1}{2}x+1$ Ans: $x\leq 2$

07. $(-\infty, 1]\cup[3, \infty)$ ব্যবধিকে সেট আকারে প্রকাশ কর।
Ans: $\{x\in R: x\leq 1$ অথবা $x\geq 3\}$

08. কোন স্কুলে 120 জন ছাত্রের মধ্যে 75 জন বাংলা ভাষায় এবং 60 জন ইংরেজি ভাষায় কথা বলতে পারে। কতজন উভয় ভাষায় কথা বলতে পারে? Ans: 15

09. $|x-5|=|2x-3|$ এর সমাধান কর? Ans: $\{-2, \frac{8}{3}\}$

Part 3 জাতীয় বিশ্ববিদ্যালয় বিগত প্রশ্নোত্তর

01. $|5-2x|\geq 4$ অসমতাটির সমাধান সেট– [NU-Science : 14-15]
Ⓐ $\frac{9}{2}\leq x\leq\frac{1}{2}$
Ⓑ $-\infty<x\leq\frac{1}{2}$ or $\frac{9}{2}\leq x<\infty$
Ⓒ $x\leq\frac{1}{2}$
Ⓓ $\frac{1}{2}\leq x\leq\frac{9}{2}$ or $x\geq\frac{27}{2}$
Ans A

02. $|3-6x|<9$ অসমতার সমাধান– [NU-Science : 11-12]
Ⓐ $-1<x<2$
Ⓑ $3<x<9$
Ⓒ $x>2$
Ⓓ $x<-1$
Ans A

03. বাস্তব সংখ্যায় $|5-2x|\geq 4$ অসমতাটির সমাধান– [NU-Science : 10-11]
Ⓐ $\frac{9}{2}\leq x\leq\frac{1}{2}$
Ⓑ $-\infty<x\leq\frac{1}{2}$
Ⓒ $x\leq\frac{1}{2}$
Ⓓ $-\infty<x\leq\frac{1}{2}\cup\frac{9}{2}\leq x<\infty$
Ans A

04. মনে কর $S=\{1, 2\}$ S-এর শক্তিসেট সদস্যসংখ্যা কয়টি? [NU-Science : 06-07]
Ⓐ 1
Ⓑ 2
Ⓒ 3
Ⓓ 4
Ans D

05. $\ln 5-2\ln 2+\frac{3}{2}\ln 16=$ কত? [NU-Science : 05-06]
Ⓐ ln80
Ⓑ 12
Ⓒ 2ln10
Ⓓ 0
Ans A

06. $-5<2x\leq 4$ হলে, x-এর বৃহত্তম পূর্ণ সংখ্যা হবে– [NU-Science : 04-05]
Ⓐ 1
Ⓑ 2
Ⓒ 3
Ⓓ 4
Ans B

Part 4 জাতীয় বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার উপযোগী বিভিন্ন বিশ্ববিদ্যালয়ের গুরুত্বপূর্ণ বিগত প্রশ্নোত্তর

01. R এর একটি উপসেট $S=\left\{\frac{1}{n}: n\in N\right\}$ এর বৃহত্তম নিম্নসীমা কত? [GST-A : 20-21]
Ⓐ -1
Ⓑ 0
Ⓒ 1
Ⓓ ∞
Ans B

02. বাস্তব সংখ্যায় $|x-1|\geq 1$ অসমতার সমাধান সেট কোনটি? [GST-A : 20-21]
Ⓐ $[-1, 1]$
Ⓑ $[-\infty, -1]\cup[1, \infty)$
Ⓒ $(-\infty, 0]\cup[2, \infty)$
Ⓓ $[0, 2]$
Ans C

03. বাস্তব সংখ্যায় $|3-2x|\leq 1$ অসমতাটির সমাধান– [CoU-A : 18-19]
Ⓐ $1<x<2$
Ⓑ $1\leq x\leq 2$
Ⓒ $x\leq 1, x\geq 2$
Ⓓ $1<x\geq 2$
Ans B

04. $|2x-5|<1$ এর সমাধান সেট– [JU-D : 19-20]
Ⓐ $\{x\in R: 2<x<5\}$
Ⓑ $\{x\in R: -2<x<5\}$
Ⓒ $2<x<3$
Ⓓ $5<x<2$
Ans C

05. $|x-1|=|3x-4|$ এর সমাধান– [JU-D : 19-20]
Ⓐ $\frac{3}{2}, \frac{5}{6}$
Ⓑ $\frac{3}{2}, \frac{5}{4}$
Ⓒ $\frac{5}{4}, \frac{3}{4}$
Ⓓ $\frac{2}{3}, \frac{4}{3}$
Ans B

06. (1, 2) ব্যবধির মধ্যে সবচেয়ে বড় সংখ্যা কোনটি? [JKKNIU-B : 19-20]
Ⓐ 1
Ⓑ 2
Ⓒ 1.99
Ⓓ কোনোটিই নয়
Ans C

07. যদি $x-5=\sqrt{2x^2-18x+37}$ হয়, তবে $x=$? [BRUR-E : 19-20]
Ⓐ 2
Ⓑ 3
Ⓒ 4
Ⓓ 6
Ans D

08. $\frac{1}{2}\log_2 36-\log_2 3$ এর মান– [BRUR-E : 19-20]
Ⓐ 3
Ⓑ 1
Ⓒ 0
Ⓓ 6
Ans B

09. যদি $mn<0$ এবং $np>0$ হয়, তবে– [BRUR-E : 19-20]
Ⓐ $mp=0$
Ⓑ $mp>0$
Ⓒ $mp<0$
Ⓓ $mp=1$
Ans C

Part 5 সম্ভাব্য MCQ

01. $|5-2x|\leq 4$ অসমতাটির সমাধান–
Ⓐ $-1\leq x\leq 9$
Ⓑ $\frac{1}{2}\leq x\leq\frac{9}{2}$
Ⓒ $x\leq-\frac{1}{2}$ or $x\geq\frac{9}{2}$
Ⓓ $-\frac{1}{2}<x<\frac{9}{2}$
Ans B

02. $|2x-5|<3$ অসমতাটির সমাধান কোনটি?
Ⓐ $3<x<5$
Ⓑ $1<x<4$
Ⓒ $1<x<2$
Ⓓ $2>x>1$
Ans B

03. $-7<x<-1$ কে পরমমানের সাহায্যে লিখলে দাঁড়ায়–
Ⓐ $|x+3|<4$
Ⓑ $|x+1|<3$
Ⓒ $|x+4|<3$
Ⓓ $|x-4|<1$
Ans C

04. $-4\leq x\leq 2$ কে পরমমান চিহ্নের মাধ্যমে প্রকাশ করলে নিচের কোনটি ঠিক?
Ⓐ $|x+1|\leq 3$
Ⓑ $|x+1|\leq 1$
Ⓒ $|x+1|\leq 5$
Ⓓ $|x+1|\leq 2$
Ans A

05. বাস্তব সংখ্যায় $0<|x-3|<4$ অসমতাটির সমাধান সেট?
Ⓐ $\{x: -1<x<7\}$
Ⓑ $\{x: -1\leq x<7\}$
Ⓒ $\{x: -1<x<3\}\cap\{x: 3<x<7\}$
Ⓓ $\{x: -1<x<3\}\cup\{x: 3<x<7\}$
Ans D

06. $||-16+3|+|-1-4|-3-|-1-7||$ এর মান কত?
Ⓐ -7
Ⓑ 11
Ⓒ 7
Ⓓ -11
Ans C

07. অসমতা $\frac{x(x+1)}{x-2}>0$ এর সমাধান সেট হলো–
Ⓐ $x<-1$
Ⓑ $x>1$
Ⓒ $0\leq x<2$
Ⓓ $-1<x<0, x>2$
Ans D

08. বাস্তব সংখ্যার উপসেট $S=\{x: 5x^2-16x+3\leq 0\}$ এর লঘিষ্ঠ ঊর্ধ্বসীমা কোনটি?
Ⓐ -5
Ⓑ -3
Ⓒ 3
Ⓓ 5
Ans C

09. $\frac{1}{|3x-1|}>1$ এর সমাধান হলো–
Ⓐ $\left(-\infty, \frac{1}{3}\right)\cup(1, \infty)$
Ⓑ $x>\frac{1}{3}$
Ⓒ $0<x<\frac{2}{3}$
Ⓓ $\left(0, \frac{1}{3}\right)\cup\left(\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right)$
Ans D

10. বাস্তব সংখ্যায় $|x+2|<|4x+1|$ এর সমাধান সেট কোনটি?
Ⓐ $\left(-\infty, -\frac{3}{5}\right]\cup\left(\frac{1}{3}, \infty\right)$
Ⓑ $\left(-\infty, -\frac{3}{5}\right)\cup\left[\frac{1}{3}, \infty\right)$
Ⓒ $\left(-\infty, -\frac{3}{5}\right)\cup\left(\frac{1}{3}, \infty\right)$
Ⓓ $\left(-\frac{3}{5}, \frac{1}{3}\right)$
Ans C

CamScanner

JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS

অধ্যায় ২ যোগাশ্রয়ী প্রোগাম

Part 1 প্রয়োজনীয় সূত্রাবলি

❑ **যোগাশ্রয়ী প্রোগ্রামের মৌলিক ধারণা:** ১৯৩৯ সালে রাশিয়ার গণিতবিদ এল. ভি. ক্যান্ট্রোভিচ (Kantorovich) সর্বপ্রথম ব্যবসা প্রতিষ্ঠানের সমস্যাকে গাণিতিকভাবে সংজ্ঞায়িত করে যোগাশ্রয়ী প্রোগ্রামের একটি মডেল তৈরি করেন। কোন ব্যবসা প্রতিষ্ঠানের সমস্যাকে তার সীমাবদ্ধতা ও শর্ত সাপেক্ষে একাধিক স্বাধীন চলকের রৈখিক অসমতা ও একটি অভিষ্ঠ ফাংশন গঠনই হল যোগাশ্রয়ী প্রোগ্রাম।

যোগাশ্রয়ী শব্দের অর্থ রৈখিক (linear) এবং প্রোগ্রাম শব্দের অর্থ পরিকল্পনা, যা দ্বারা কোন কর্মসম্পাদনের বিভিন্ন উপায়ের মধ্য হতে একটি উৎকৃষ্ট উপায় নির্ধারণ করা বুঝায়। ব্যক্তিগত জীবনে আমরা কাঙ্খিত লক্ষ্য অর্জনের জন্য পরিকল্পনা করি। বৃহৎ শিল্প প্রতিষ্ঠান এবং উৎপাদন কারখানাগুলোতেও সুপরিকল্পনা দ্বারা সর্বনিম্ন বিনিয়োগ করে সর্বোচ্চ মুনাফা অর্জন করা সম্ভব। কোন উৎপাদন কারখানায় পুঁজি, শ্রম, কাঁচামাল, যন্ত্রপাতি ইত্যাদির কোনটি কি পরিমাণ সমাবেশ ঘটালে সীমিত ব্যয়ে সর্বোচ্চ উৎপাদন সম্ভব হতে পারে তা নিরূপণ করা যোগাশ্রয়ী প্রোগ্রামের উদ্দেশ্য।

যোগাশ্রয়ী প্রোগ্রাম স্বল্প ব্যয়ে উৎপাদিত পণ্যের পরিমাণ, আকৃতি ও গুণগত মান নির্ধারণ করে।

❑ **যোগাশ্রয়ী প্রোগ্রামের সমস্যা গঠন:** নিম্নলিখিত ধাপগুলো অনুসরণ করে যোগাশ্রয়ী প্রোগ্রামের সমস্যা গঠন করা হয়।

প্রথম ধাপ: সিদ্ধান্তকারীকে সঠিক সিদ্ধান্ত গ্রহণ এবং এর সাথে সম্পর্কযুক্ত চলকগুলো চিহ্নিত করে সমস্যাটিকে চলকের মাধ্যমে প্রকাশ করা। যেমন- দুইটি দ্রব্যের কোনটি কি পরিমাণ উৎপাদন করলে সর্বোচ্চ মুনাফা হবে তা x, y চলক দ্বারা প্রকাশ করা।

দ্বিতীয় ধাপ: যার পরিমাণকে সর্বোচ্চ অথবা সর্বনিম্ন করতে হবে তাকে উপরোক্ত চলক দ্বারা, গাণিতিক ফাংশনে প্রকাশ করা, যাকে অভীষ্ট ফাংশন (objective function) বলে।

তৃতীয় ধাপ: সীমাবদ্ধতাগুলো চিহ্নিত করে তাদেরকে চলকের মাধ্যমে রৈখিক সমীকরণ বা অসমতা আকারে প্রকাশ করা। এগুলোকে সীমাবদ্ধতার (constraints) সেট বলে।

চতুর্থ ধাপ: রৈখিক সমীকরণগুলোর লেখ অঙ্কন করে এদের সমাধান এলাকা বা অনুকূল এলাকা (Feasible Region যা ছায়া ঘেরা ক্ষেত্র) চিহ্নিত করা।

পঞ্চম ধাপ: ছায়া ঘেরা ক্ষেত্রের কৌণিক বিন্দুগুলোর স্থানাঙ্ক অভীষ্ট ফাংশনে বসিয়ে এর সর্বোচ্চ অথবা সর্বনিম্ন মান নির্ণয় করা।

❑ **যোগাশ্রয়ী প্রোগ্রাম এর শর্তাবলি:** কতকগুলো শর্তপূরণ সাপেক্ষে যে কোন সমস্যার (সর্বোচ্চ বা সর্বনিম্ন মান নির্ণয় করণ) সমাধান করার জন্য যোগাশ্রয়ী প্রোগ্রাম প্রয়োগ করা হয়। নিম্নে শর্তগুলো উল্লেখ করা হল-

i) সমস্যার একটি অভীষ্ট ফাংশন (Objective function) যেমন- মুনাফা বা উৎপাদন ব্যয়, অবশ্যই থাকতে হবে যার সর্বোচ্চ বা সর্বনিম্ন মান নির্ণয় করতে হবে এবং তাকে সিদ্ধান্ত চলকের রৈখিক অপেক্ষক হিসেবে প্রকাশ করা যাবে।

ii) সমস্যার অবশ্যই বিকল্প পদ্ধতির কার্যক্রম এর ব্যবস্থা থাকতে হবে। যেমন- একটি দ্রব্য দুইটি মেশিনে প্রস্তুত হতে পারে। এরূপক্ষেত্রে সমস্যা হবে কোন মেশিনে কত একক দ্রব্য প্রস্তুত হবে তা নির্ণয় করা।

iii) সমস্যার জন্য অবশ্যই সীমিত সম্পদ থাকতে হবে। যেমন, একটি উৎপাদন কারখানায় কাঁচা মালের যোগাড় সীমিত হতে বাধ্য।

iv) প্রতিষ্ঠানের প্রদত্ত সীমাবদ্ধতা ও শর্তগুলো একাধিক রৈখিক অসমতায় প্রকাশযোগ্য হবে।

v) সিদ্ধান্ত চলকগুলো অবশ্যই পরস্পর সম্পর্কযুক্ত ও অঋণাত্মক হতে হবে। যেমন, দুই প্রকার দ্রব্যের একটি x একক এবং অন্যটি y একক প্রস্তুত করা হলে x ও y অঋণাত্মক হবে অর্থাৎ $x \geq 0, y \geq 0$.

❑ **যোগাশ্রয়ী প্রোগ্রাম এর সুবিধা:** যোগাশ্রয়ী প্রোগ্রামের উদ্দেশ্য সর্বনিম্ন বিনিয়োগ ও সর্বোচ্চ লাভ। এর সুবিধাগুলো নিম্নরূপ:

i) উৎপাদন যোগ্য চলকের কাঙ্ক্ষিত মান নির্ধারণে সহায়ক। যেমন, প্রাতিষ্ঠানিক লোকবল, যন্ত্রপাতি এবং কাঁচামালের ন্যূনতম ব্যবহার করে লক্ষ্যমাত্রার পণ্য উৎপাদন সম্ভব।

ii) ভবিষ্যতকালের ব্যবস্থাপকের উৎপাদনের জ্ঞান ও দক্ষতা বৃদ্ধি করে।

iii) সকল প্রতিবন্ধকের সাথে পরিচিত হওয়া সম্ভব হয় এবং কাঙ্ক্ষিত পরিমাণ পণ্য উৎপাদন ও বিতরণের স্বল্প ব্যয় নিশ্চিত করা যায়।

iv) অনাকাঙ্ক্ষিত প্রতিবন্ধকতা ও শর্ত হ্রাস পায়, যার ফলে সিদ্ধান্তের মাত্রা বৃদ্ধি করা সম্ভব হয়।

v) বৃহৎ শিল্প কারখানায় উৎপাদিত পণ্যের আকৃতি ও গুণগত মান নির্ধারণে এবং সামরিক কার্যক্রমে যোগাশ্রয়ী প্রোগ্রামের ভূমিকা অপরিসীম।

Part 2 গাণিতিক সমস্যা ও সমাধান

01. সর্বোচ্চ ও সর্বনিম্নকরণ কর। $Z = 2x - y$

শর্তসমূহ $x + 2y \leq 8; 4x + 3y \geq 12; x + y \leq 5; x, y \geq 0$

Sol : অসমতাসমূহ: $x + 2y \leq 8; 4x + 3y \geq 12; x + y \leq 5; x, y \geq 0$

অসমতাগুলোকে সমীকরণ আকারে প্রকাশ করে পাই,

$x + 2y = 8 \Rightarrow \frac{x}{8} + \frac{y}{4} = 1$ .... (i)

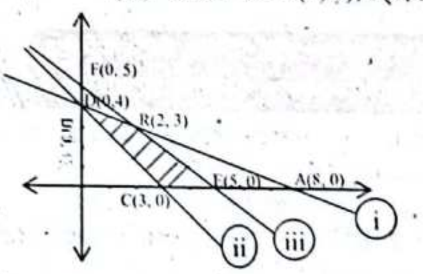
আবার, $4x + 3y = 12 \Rightarrow \frac{x}{3} + \frac{y}{4} = 1$ .... (ii)

আবার, $x + y = 5 \Rightarrow \frac{x}{5} + \frac{y}{5} = 1$ .... (iii)

বিন্দুসমূহ- (i) নং রেখা হতে A(8, 0), B(0, 4)

(ii) নং রেখা হতে C(3, 0), D(0, 4)

(iii) নং রেখা হতে E(5, 0), F(0, 5)



(i) ও (iii) নং রেখার ছেদাংশ R(2, 3)

শর্তাধীন বিন্দুসমূহ : C(3, 0), B(0, 4), E(5, 0) ও R(2, 3)

C(3, 0) বিন্দুতে $Z = 6$

B(0, 4) বিন্দুতে $Z = -4$

E(5, 0) বিন্দুতে $Z = 10$

R(2, 3) বিন্দুতে $Z = 1$

$Z_{min} = -4$ যেখানে $x = 0$ এবং $y = 4$

$Z_{max} = 10$ যেখানে $x = 5$ এবং $y = 0$

JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS

CamScanner

02. একটি বাগানে সর্বোচ্চ 23 বর্গমিটার জমিতে পেয়ারা এবং সুপারির চারা লাগাতে হবে। একটি পেয়ারার জন্য 2 বর্গমিটার এবং একটি সুপারির জন্য 1 বর্গমিটার জায়গা বরাদ্দ। প্রতি পেয়ারার মূল্য 0.4 টাকা এবং প্রতি সুপারির মূল্য 1.20 টাকা। যদি মোট 11.60 টাকার বেশি ব্যয় না হয়, তবে সর্বোচ্চ কত সংখ্যক গাছ লাগানো যাবে?

Sol: মনে করি, পেয়ারার চারার সংখ্যা x এবং সুপারির চারার সংখ্যা y।
তাহলে $Z = x + y$; $2x + y \le 23$; $40x + 120y \le 1160$;
$x, y \ge 0$
∴ মনে করি, $2x + y = 23$ .... (i)
এবং $40x + 120y = 1160$ .... (ii)
(i) ও (ii) নং সমাধান করে; $x = 8$ এবং $y = 7$
∴ পেয়ারার চারার সংখ্যা 8 টি এবং সুপারির চারার সংখ্যা 7 টি

For Practice

01. $Z = 3x + y$ যখন $2x + y \le 8$, $2x + 3y \le 12$, $x \ge 0$, $y \ge 0$. শর্তাধীনে লঘিষ্ঠ ও গরিষ্ঠ মান নির্ণয় কর। Ans: $Z_{max} = 12$, $Z_{min} = 4$.

02. একজন ব্যবসায়ী তার দোকানের জন্য রেডিও এবং টেলিভিশন মিলে 100 সেট কিনতে পারেন। রেডিও ও টেলিভিশন প্রতিটির ক্রয়মূল্য যথাক্রমে 40 ডলার ও 120 ডলার। প্রতি রেডিও এবং টেলিভিশন সেটে লাভ যথাক্রমে 12 এবং 24 ডলার। সর্বোচ্চ 10400 ডলার বিনিয়োগ করে তিনি সর্বোচ্চ কত লাভ করতে পারেন। Ans: 2160 ডলার।

03. একজন ব্যবসায়ী তার দোকানের জন্য রেডিও এবং টেলিভিশন মিলে 100 সেট কিনতে পারেন। রেডিও সেট এবং টেলিভিশন সেট প্রত্যেকটির ক্রয়মূল্য যথাক্রমে 40 ও 120 ডলার। প্রতি রেডিও এবং টেলিভিশন সেটে লাভ যথাক্রমে 15 ও 30 ডলার। সর্বোচ্চ 10800 ডলার বিনিয়োগ করে তিনি সর্বোচ্চ কত লাভ করতে পারেন? Ans: 2775 ডলার

04. $Z = 3x + y$ যখন $2x + y \le 8$, $2x + 3y \le 12$, $x \ge 0$, $y \ge 0$. Ans: $Z_{max} = 12$, $Z_{min} = 4$

05. $x + y \le 5$, $x + y \ge 8$, $x, y \ge 0$ শর্তে $2x - y$ রাশিটির সর্বনিম্ন মান কত? Ans: -8

06. আধুনিক উৎপাদন ও বণ্টন ব্যবস্থায় যোগাশ্রয়ী প্রোগ্রাম একটি অপরিহার্য হাতিয়ার - ব্যাখ্যা কর।

07. সর্বোচ্চকরণ কর : $Z = 2x + 3y$ শর্তসমূহ: $x + 2y \le 10$; $x + y \le 6$; $x \le 4$, $x, y \ge 0$ Ans : 16

08. $x + y \le 5$, $x + 2y \ge 4$, $2x + y \ge 4$, $x, y \ge 0$ শর্তে $3x + 2y$ রাশিটির সর্বনিম্ন মান কত? Ans: 6.67

Part 3 জাতীয় বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার উপযোগী বিভিন্ন বিশ্ববিদ্যালয়ের গুরুত্বপূর্ণ বিগত প্রশ্নোত্তর

01. $x + y \le 2$, $x + 4y \le 4$, $x, y > 0$ শর্তসাপেক্ষে $z = 3x + 6y$ এর সর্বোচ্চ মান কোনটি? [CoU-A : 19-20]
Ⓐ 8 Ⓑ 10 Ⓒ 12 Ⓓ 18 Ans Ⓐ

02. $z = 3x + 4y$, $x + y \le 7$, $2x + 5y \le 20$, $x, y \ge 0$ যোগাশ্রয়ী প্রোগ্রামটির সর্বোচ্চ মান কত? [CoU-A : 18-19]
Ⓐ 30 Ⓑ 21 Ⓒ 23 Ⓓ 16 Ans Ⓒ

03. একজন ছাত্র 5 টাকা দরে x টি পেন্সিল এবং 10 টাকা দরে x + 5 টি খাতা অনূর্ধ্ব 125 টাকায় ক্রয় করলে ঐ ছাত্র সর্বাধিক কয়টি পেন্সিল ক্রয় করেছেন? [CoU-A : 19-20]
Ⓐ $x \le 5$ Ⓑ $x \ge 5$ Ⓒ $x = 6$ Ⓓ $x > 6$ Ans Ⓐ

04. $x + y \le 1$, $y \le 1$, $x, y \ge 0$ শর্তাবলী সাপেক্ষে $2x + y$ এর সর্বোচ্চ মান কত? [JKKNIU-B : 19-20]
Ⓐ 1 Ⓑ 2 Ⓒ 3 Ⓓ 5 Ans Ⓑ

05. $x + y \ge 6$, $2x + y \ge 8$, $x \ge 0$, $y \ge 0$ শর্তাধীনে $Z = 3x + 2y$ এর সর্বনিম্ন মান কত? [MBSTU-C : 19-20]
Ⓐ 8 Ⓑ 12 Ⓒ 14 Ⓓ 15 Ans Ⓒ

Part 4 সম্ভাব্য MCQ

01. $x + 2y \le 30$, $2x + y \le 24$, $x, y \ge 0$ শর্তে অভীষ্ট ফাংশন $z = 6x + 8y$ এর সর্বোচ্চ মান হলো–
Ⓐ 135 Ⓑ 132 Ⓒ 126 Ⓓ 120 Ans Ⓑ

02. একটি ক্লাসে ছাত্রের সংখ্যা B এবং ছাত্রীর সংখ্যা G, মোট শিক্ষার্থীর সংখ্যা অনধিক 100 জন। আবার ছাত্রের সংখ্যা তিনগুণ এবং ছাত্রীর সংখ্যা চারগুণ করা হলে তা অনধিক 200 জন হয়। উক্ত শর্তগুলির গাণিতিক প্রকাশ কিভাবে করা যায়?
Ⓐ $B + G \ge 100$, $3B + 4G \ge 200$
Ⓑ $B + G \ge 100$, $3B + 4G \ge 200$, $B > 0$, $G > 0$
Ⓒ $B + G > 100$, $3B + 4G < 200$, $B > 0$, $G > 0$
Ⓓ কোনোটিই নয় Ans Ⓓ

03. $5x_1 + 10x_2 \le 50$, $x_1 + x_2 \ge 1$, $x_2 \le 4$, $x_1 \ge 0$, $x_2 \ge 0$ শর্তাবলী সাপেক্ষে $2x_1 + 7x_2$ এর লঘিষ্ঠমান-
Ⓐ 2 Ⓑ 7 Ⓒ 20 Ⓓ 28 Ans Ⓐ

04. যদি দুইটি পণ্যের একটি X একক এবং অন্যটি Y একক প্রস্তুত করা হয়, তবে যোগাশ্রয়ী প্রোগ্রামে নিচের কোন শর্তটি পূরণ করা জরুরী?
Ⓐ X ও Y সমান হবে Ⓑ X ও Y শূন্য হবে
Ⓒ X ও Y অঋণাত্মক হবে Ⓓ X ও Y ধনাত্মক হবে Ans Ⓒ

05. A ও B প্রকার যন্ত্র তৈরীতে যথাক্রমে 15 ও 5 একক সময় এবং 5 ও 10 একক কাঁচামাল লাগে। 105 একক সময় ও 60 একক কাঁচামাল দিয়ে সর্বোচ্চ যে লাভ হবে (যখন A এর প্রতি এককে লাভ 50 টাকা এবং তা B এর জন্য 30 টাকা) তা হলো :
Ⓐ 390 টাকা Ⓑ 420 টাকা Ⓒ 380 টাকা Ⓓ 400 টাকা Ans Ⓐ

06. কোন দেশের গণিতবিদ যোগাশ্রয়ী প্রোগ্রামের প্রথম মডেল উদ্ভাবন করেন?
Ⓐ জার্মানি Ⓑ আমেরিকা Ⓒ গ্রীস Ⓓ রাশিয়া Ans Ⓓ

07. কোনো ছাত্র 300 টাকা ব্যয় করে কয়েকটি খাতা x ও কলম y কিনতে চায়। প্রতিটি খাতার দাম 25 টাকা ও কলমের দাম 10 টাকা। 9টির বেশি খাতা ও কমপক্ষে 3টি কলম সে ক্রয় করবে। কোন প্রকারের কতগুলি জিনিস ক্রয় করলে সে সর্বোচ্চ সংখ্যক জিনিস ক্রয় করতে পারবে?
নিচের কোনটি সঠিক?
Ⓐ $25x + 10y \le 300$, $x > 9$, $y \ge 3$
Ⓑ $25x + 10y \le 300$, $x \ge 9$, $y \ge 3$
Ⓒ $25x + 10y \le 300$, $x < 9$, $y < 3$
Ⓓ $25x + 10y \le 300$, $x \le 9$, $y \le 3$ Ans Ⓐ

08. $z = 2x + 7y$, $x + y \le 9$, $x + 2y \le 12$, $x, y \ge 0$ z এর সর্বোচ্চ মান কত?
Ⓐ 0 Ⓑ 18 Ⓒ 33 Ⓓ 42 Ans Ⓓ

09. $2x + y \le 8$, $2x + 3y \le 12$, $x \ge 0$, $y \ge 0$ শর্ত সাপেক্ষে $z = 4x + 3y$ এর সর্বোচ্চ মান কোনটি?
Ⓐ 12 Ⓑ 16 Ⓒ 17 Ⓓ 18 Ans Ⓓ

10. যোগাশ্রয়ী প্রোগ্রাম সমস্যা গঠনে-
i. সসীম সম্পদ থাকতে হবে ii. সিদ্ধান্ত চলক থাকতে হবে
iii. সিদ্ধান্ত চলক ধনাত্মক হতে পারে না
নিচের কোনটি সঠিক?
Ⓐ i ও ii Ⓑ ii ও iii
Ⓒ i ও iii Ⓓ i, ii ও iii Ans Ⓐ

11. $x + y \le 2$, $x + 4y \le 4$, $x > 0$, $y > 0$ শর্ত সাপেক্ষে $z = 3x + 6y$ এর সর্বনিম্ন মান কোনটি?
Ⓐ 8 Ⓑ 10 Ⓒ 12 Ⓓ 18 Ans Ⓐ

12. অভীষ্ট ফাংশন : $z = x + 2y$ শর্ত : $2x + 3y \le 6$, $x \ge 0$, $y \ge 0$
নিচের কোনটি অভীষ্ট ফাংশনের সর্বোচ্চ মান?
Ⓐ 3 Ⓑ 4 Ⓒ 6 Ⓓ 7 Ans Ⓑ

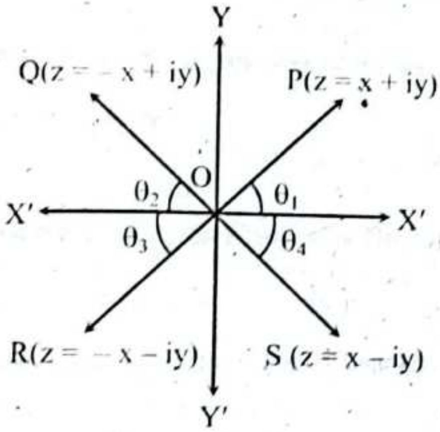
JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS
CamScanner

অধ্যায় ৩ জটিল সংখ্যা

Part 1 প্রয়োজনীয় সূত্রাবলি

- **জটিল রাশি:** $x, y \in R$ এ থাকলে $x + iy$ কে জটিল সংখ্যা (Complex number) বলা হয় এবং z বা C দ্বারা সূচিত করা হয়। $y = 0$ হলে, সংখ্যাটি বাস্তব এবং $x = 0$ হলে, সংখ্যাটি কাল্পনিক। x কে z এর বাস্তব অংশ [Real part of z = Re (z)] এবং y কে z এর কাল্পনিক অংশ [Imaginary part of z = Im (z)] বলা হয়।
- $x^2 + 1 = 0$ এবং $x^2 - 2x + 3 = 0$ সমীকরণদ্বয়ের কোন বাস্তব সমাধান নেই। ঐতিহাসিকভাবে এ ধরণের সমীকরণের অস্তিত্বের জন্য কাল্পনিক সংখ্যা বা জটিল সংখ্যার ধারণা সৃষ্টি করা হয়েছে। বিশিষ্ট গণিতবিদ অয়লার (Leonhard Euler:1707–1783) এমন একটি প্রতীক ব্যবহার করেন যার বর্গ –1 হবে। এই প্রতীকটিকে i দ্বারা সূচীত করা হয়; অর্থাৎ $i^2 = -1$, i কে imaginary number নাম দেওয়া হয়। অবশ্য ইটালীয় গণিত শাস্ত্রবিদ কার্ডানোর অবদানের কথাও এখানে উল্লেখ্য। কার্ডানো i কে 'Fictitious' or 'Sophistic' সংখ্যা নামে অভিহিত করেন।
- i এর একটি জ্যামিতিক ব্যাখ্যা আছে। জার্মান গণিতবিদ, গাউস প্রথমে এই ব্যাখ্যা দেন, i কে সংঘটন হিসাবে বিবেচনা করে এটি x অক্ষের উপর সংঘটিত করলে, x অক্ষের ধনাত্মক দিকে (Anti Clockwise) 90° কোণে আবর্তিত হয় এবং –i ঋণাত্মক দিকে 90° কোণে আবর্তিত হয়।

চতুর্ভাগ অনুযায়ী জটিল সংখ্যার আর্গুমেন্ট নির্ণয়:



i. $z = x + iy$ এর জন্য অর্থাৎ ১ম চতুর্ভাগের বিন্দু (x, y)

$$\theta_1 = \tan^{-1}\left|\frac{y}{x}\right|;\ -\pi \le \theta_1 \le \pi,\ 0 \le \theta_1 \le 2\pi$$

ii. $z = -x + iy$ এর জন্য অর্থাৎ, ২য় চতুর্ভাগের বিন্দু (– x, y)

$$\theta_2 = \pi - \tan^{-1}\left|\frac{y}{x}\right|;\ -\pi \le \theta_2 \le \pi, 0 \le \theta_2 \le 2\pi$$

iii. $z = -x - iy$ এর জন্য অর্থাৎ, ৩য় চতুর্ভাগের বিন্দু (– x, – y)

$$\theta_3 = \pi + \tan^{-1}\left|\frac{y}{x}\right|;\ [0 < \theta_3 < 2\pi]$$

$$= -\pi + \tan^{-1}\left|\frac{y}{x}\right|;[-\pi < \theta_3 \le \pi]$$

iv. $z = x - iy$ এর জন্য অর্থাৎ, ৪র্থ চতুর্ভাগের বিন্দু (x, – y)

$$\theta_4 = 2\pi - \tan^{-1}\left|\frac{y}{x}\right|;\ [0 \le \theta_4 < 2\pi] = -\tan^{-1}\left|\frac{y}{x}\right|;[-\pi < \theta_4 \le \pi]$$

- যদি $z = x + iy$ একটি জটিল সংখ্যা হয়, তবে সংখ্যাটির পোলার আকার হবে $z = r\cos\theta + i\, r\sin\theta$, যেখানে r এবং θ যথাক্রমে সংখ্যাটির মডুলাস এবং আর্গুমেন্ট।

- **De Moiver's Formula:** $z^n = r^n e^{in\theta} = r^n(\cos n\theta + i\sin n\theta)$

  $\therefore (\cos\theta + i\sin\theta)^n = \cos n\theta + i\sin n\theta$

  সুতরাং, $z = x + iy$ এর মডুলাস $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ হলে,

  $z^n = (x + iy)$ এর মডুলাস হবে $(\sqrt{x^2 + y^2})^n$। আর্গুমেন্ট হবে nθ।

- জটিল রাশির ধর্ম:

1) $a + ib = 0$ হলে, $a = 0, b = 0$
2) $a + ib = c + id$ হলে, $a = c$ এবং $b = d$
3) $a + ib$ রাশির অনুবন্ধী বা নিপুন (Conjugate) রাশি $a - ib$। জটিল রাশিকে z দ্বারা প্রকাশ করা হলে অনুবন্ধী জটিল রাশিকে $\bar{z}$ দ্বারা প্রকাশ করা হয়।
   $-3 - i5$ এর অনুবন্ধী $-3 + i5$
4) অনুবন্ধী দুটি জটিল রাশির যোগফল এবং গুণফল বাস্তব হয়।
   যেমন- $(a + ib) + (a - ib) = 2a$; বাস্তব।
   $(a + ib).(a - ib) = a^2 - i^2b^2 = a^2 + b^2$; বাস্তব।
5) অনুবন্ধী নয় এরূপ দুটি জটিল রাশির যোগফল, বিয়োগফল, গুণফল এবং ভাগফল প্রত্যেকটিই জটিল হয়।
6) কোন ধনাত্মক অখণ্ড সূচকবিশিষ্ট জটিল সংখ্যা একটি জটিল সংখ্যা।
   যেমন- $(a + ib)^n$ = একটি জটিল সংখ্যা।
7) কোন জটিল সংখ্যার মূল একটি জটিল সংখ্যা।
   যেমন- $\sqrt[n]{a + ib}$ একটি জটিল সংখ্যা।
8) সকল বাস্তব সংখ্যা এক প্রকার জটিল সংখ্যা। কারণ যে কোন বাস্তব সংখ্যা x কে $x \mp i.0$ আকারে প্রকাশ করা যায়।

Part 2 গাণিতিক সমস্যা ও সমাধান

01. 4 + 3i এর মডুলাস ও আর্গুমেন্ট নির্ণয় কর।

Sol: মডুলাস, $r = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$; আর্গুমেন্ট, $\theta = \tan^{-1}\left(\frac{3}{4}\right)$

02. $|a - ib|$ = ?

Sol: $|a - ib| = \sqrt{a^2 + (-b)^2} = \sqrt{a^2 + b^2}$

03. $z_1 = \sqrt{5} + i$ এবং $z_2 = \sqrt{5} - i$ হলে, $z_1 z_2$ এর মডুলাস কত?

Sol: $|z_1| = \sqrt{5^2 + 1^2} = \sqrt{26}$; $|z_2| = \sqrt{5^2 + (-1)^2} = \sqrt{26}$

$\therefore z_1 z_2$ এর মডুলাস, $|z_1 z_2| = |z_1| \times |z_2| = \sqrt{26} \times \sqrt{26} = 26$

04. $(\sqrt{3} + i)^{10}$ কে পোলার আকৃতিতে প্রকাশ কর।

Sol: $r = \sqrt{3 + 1} = 2,\ \theta = \tan^{-1}\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\pi}{6}$

$$\therefore (\sqrt{3} + i)^{10} = \left\{2\left(\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6}\right)\right\}^{10} = 2^{10}\left(\cos\frac{10\pi}{6} + i\sin\frac{10\pi}{6}\right)$$

[By De Moivre's Formula]

05. $\frac{5 - i}{2 - 3i} = A + iB$ হলে, A ও B এর মান কত?

Sol: $A + iB = \frac{5 - i}{2 - 3i} = \frac{(5 - i)(2 + 3i)}{(2 - 3i)(2 + 3i)} = \frac{10 + 15i - 2i - 3i^2}{4 + 9}$

$= \frac{13 + 13i}{13} = 1 + i \therefore A = 1$ ও $B = 1$

06. $-7 + 24i$ এর বর্গমূল কত?

Sol: $-7 + 24i = -7 + 2.3.4i = 3^2 + 2.3.4i + (4i)^2 = (3 + 4i)^2$

$\therefore \sqrt{-7 + 24i} = \pm(3 + 4i)$

CamScanner

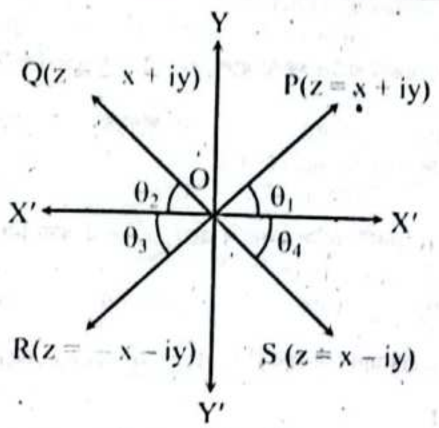
গণিত ২য় পত্র

অধ্যায় ৩ জটিল সংখ্যা

Part 1 প্রয়োজনীয় সূত্রাবলি

- জটিল রাশি: $x, y \in R$ এ থাকলে $x + iy$ কে জটিল সংখ্যা (Complex number) বলা হয় এবং z বা C দ্বারা সূচিত করা হয়। $y = 0$ হলে, সংখ্যাটি বাস্তব এবং $x = 0$ হলে, সংখ্যাটি কাল্পনিক। x কে z এর বাস্তব অংশ [Real part of z = Re (z)] এবং y কে z এর কাল্পনিক অংশ [Imaginary part of z = Im (z)] বলা হয়।
- $x^2 + 1 = 0$ এবং $x^2 - 2x + 3 = 0$ সমীকরণদ্বয়ের কোন বাস্তব সমাধান নেই। ঐতিহাসিকভাবে এ ধরণের সমীকরণের অস্তিত্বের জন্য কাল্পনিক সংখ্যা বা জটিল সংখ্যার ধারণা সৃষ্টি করা হয়েছে। বিশিষ্ট গণিতবিদ অয়লার (Leonhard Euler: 1707–1783) এমন একটি প্রতীক ব্যবহার করেন যার বর্গ -1 হবে। এই প্রতীকটিকে i দ্বারা সূচীত করা হয়; অর্থাৎ $i^2 = -1$. i কে imaginary number নাম দেওয়া হয়। অবশ্য ইটালীয় গণিত শাস্ত্রবিদ কার্ডানোর অবদানের কথাও এখানে উল্লেখ্য। কার্ডানো i কে 'Fictitious' or 'Sophistic' সংখ্যা নামে অভিহিত করেন।
- i এর একটি জ্যামিতিক ব্যাখ্যা আছে। জার্মান গণিতবিদ গাউস প্রথমে এই ব্যাখ্যা দেন, i কে সংঘটন হিসাবে বিবেচনা করে এটি x অক্ষের উপর সংঘটিত করলে, x অক্ষের ধনাত্মক দিকে (Anti Clockwise) $90°$ কোণে আবর্তিত হয় এবং $-i$ ঋণাত্মক দিকে $90°$ কোণে আবর্তিত হয়।

চতুর্ভাগ অনুযায়ী জটিল সংখ্যার আর্গুমেন্ট নির্ণয়:



i. $z = x + iy$ এর জন্য অর্থাৎ ১ম চতুর্ভাগের বিন্দু (x, y)

$\theta_1 = \tan^{-1}\left|\frac{y}{x}\right|;\ -\pi \le \theta_1 \le \pi,\ 0 \le \theta_1 \le 2\pi$

ii. $z = -x + iy$ এর জন্য অর্থাৎ, ২য় চতুর্ভাগের বিন্দু $(-x, y)$

$\theta_2 = \pi - \tan^{-1}\left|\frac{y}{x}\right|;\ -\pi \le \theta_2 \le \pi, 0 \le \theta_2 \le 2\pi$

iii. $z = -x - iy$ এর জন্য অর্থাৎ, ৩য় চতুর্ভাগের বিন্দু $(-x, -y)$

$\theta_3 = \pi + \tan^{-1}\left|\frac{y}{x}\right|; [0 < \theta_3 < 2\pi]$

$= -\pi + \tan^{-1}\left|\frac{y}{x}\right|; [-\pi < \theta_3 \le \pi]$

iv. $z = x - iy$ এর জন্য অর্থাৎ, ৪র্থ চতুর্ভাগের বিন্দু $(x, -y)$

$\theta_4 = 2\pi - \tan^{-1}\left|\frac{y}{x}\right|, [0 \le \theta_4 < 2\pi] = -\tan^{-1}\left|\frac{y}{x}\right|; [-\pi < \theta_4 \le \pi]$

- যদি $z = x + iy$ একটি জটিল সংখ্যা হয়, তবে সংখ্যাটির পোলার আকার হবে $z = r\cos\theta + i\, r\sin\theta$, যেখানে r এবং θ যথাক্রমে সংখ্যাটির মডুলাস এবং আর্গুমেন্ট।

- De Moivre's Formula: $z^n = r^n e^{in\theta} = r^n(\cos n\theta + i\sin n\theta)$

  $\therefore (\cos\theta + i\sin\theta)^n = \cos n\theta + i\sin n\theta$

  সুতরাং, $z = x + iy$ এর মডুলাস $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ হলে,

  $z^n = (x + iy)$ এর মডুলাস হবে $(\sqrt{x^2 + y^2})^n$। আর্গুমেন্ট হবে $n\theta$।

- জটিল রাশির ধর্ম:

1) $a + ib = 0$ হলে, $a = 0, b = 0$
2) $a + ib = c + id$ হলে, $a = c$ এবং $b = d$
3) $a + ib$ রাশির অনুবন্ধী বা মিশুল (Conjugate) রাশি $a - ib$। জটিল রাশিকে z দ্বারা প্রকাশ করা হলে অনুবন্ধী জটিল রাশিকে $\bar{z}$ দ্বারা প্রকাশ করা হয়। $-3 - i5$ এর অনুবন্ধী $-3 + i5$
4) অনুবন্ধী দুটি জটিল রাশির যোগফল এবং গুণফল বাস্তব হয়।
   যেমন- $(a + ib) + (a - ib) = 2a$; বাস্তব।
   $(a + ib).(a - ib) = a^2 - i^2b^2 = a^2 + b^2$; বাস্তব।
5) অনুবন্ধী নয় এরূপ দুটি জটিল রাশির যোগফল, বিয়োগফল, গুণফল এবং ভাগফল প্রত্যেকটিই জটিল হয়।
6) কোন ধনাত্মক অখণ্ড সূচকবিশিষ্ট জটিল সংখ্যা একটি জটিল সংখ্যা।
   যেমন- $(a + ib)^n$ = একটি জটিল সংখ্যা।
7) কোন জটিল সংখ্যার মূল একটি জটিল সংখ্যা।
   যেমন- $\sqrt[n]{a + ib}$ একটি জটিল সংখ্যা।
8) সকল বাস্তব সংখ্যা এক প্রকার জটিল সংখ্যা। কারণ যে কোন বাস্তব সংখ্যা x কে $x \mp i.0$ আকারে প্রকাশ করা যায়।

Part 2 গাণিতিক সমস্যা ও সমাধান

01. $4 + 3i$ এর মডুলাস ও আর্গুমেন্ট নির্ণয় কর।

Sol: মডুলাস, $r = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$; আর্গুমেন্ট, $\theta = \tan^{-1}\left(\frac{3}{4}\right)$

02. $|a - ib| = ?$

Sol: $|a - ib| = \sqrt{a^2 + (-b)^2} = \sqrt{a^2 + b^2}$

03. $z_1 = \sqrt{5 + i}$ এবং $z_2 = \sqrt{5 - i}$ হলে, $z_1 z_2$ এর মডুলাস কত?

Sol: $|z_1| = \sqrt{5^2 + 1^2} = \sqrt{26}$; $|z_2| = \sqrt{5^2 + (-1)^2} = \sqrt{26}$

$\therefore z_1 z_2$ এর মডুলাস, $|z_1 z_2| = |z_1| \times |z_2| = \sqrt{26} \times \sqrt{26} = 26$

04. $\left(\sqrt{3} + i\right)^{10}$ কে পোলার আকৃতিতে প্রকাশ কর।

Sol: $r = \sqrt{3 + 1} = 2$, $\theta = \tan^{-1}\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\pi}{6}$

$$\therefore \left(\sqrt{3} + i\right)^{10} = \left\{2\left(\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6}\right)\right\}^{10} = 2^{10}\left(\cos\frac{10\pi}{6} + i\sin\frac{10\pi}{6}\right)$$

[By De Moivre's Formula]

05. $\frac{5 - i}{2 - 3i} = A + iB$ হলে, A ও B এর মান কত?

Sol: $A + iB = \frac{5 - i}{2 - 3i} = \frac{(5 - i)(2 + 3i)}{(2 - 3i)(2 + 3i)} = \frac{10 + 15i - 2i - 3i^2}{4 + 9}$

$= \frac{13 + 13i}{13} = 1 + i \therefore A = 1$ ও $B = 1$

06. $-7 + 24i$ এর বর্গমূল কত?

Sol: $-7 + 24i = -7 + 2.3.4i = 3^2 + 2.3.4i + (4i)^2 = (3 + 4i)^2$

$\therefore \sqrt{-7 + 24i} = \pm(3 + 4i)$

CamScanner

07. $2i$ এর বর্গমূল নির্ণয় কর।

Sol: $2i = 2.1.i = (1)^2 + 2.1.i + (i)^2 = (1+i)^2 \therefore \sqrt{2i} = \pm(1+i)$

08. $1 - \cfrac{1}{1 - \cfrac{1}{1+i}}$ এর মান কত?

Sol: $1 - \cfrac{1}{1 - \cfrac{1}{1+i}} = 1 - \cfrac{1}{\cfrac{1+i-1}{1+i}} = 1 - \cfrac{i(1+i)}{i} = 1 - (1+i) = -i$

09. $p = \dfrac{1+\sqrt{-1}}{\sqrt{2}}$ হলে, $p^6 + p^4 + p^2 + 1$ এর মান কত?

Sol: $p = \dfrac{1+\sqrt{-1}}{\sqrt{2}} \Rightarrow p^2 = \dfrac{1+2i+i^2}{2} = i$

$\therefore p^6 + p^4 + p^2 + 1 = i^3 + i^2 + i + 1 = 0$

10. এককের একটি জটিল ঘনমূল ω হলে, মান নির্ণয় কর.

(i) $(1-\omega+\omega^2)^2 + (1+\omega-\omega^2)^2$

Sol: $(1-\omega+\omega^2)^2 + (1+\omega-\omega^2)^2$

$= (-2\omega)^2 + (-2\omega^2)^2 = 4(\omega^2+\omega) = -4$

(ii) $(1-\omega)(1-\omega^2)(1-\omega^4)(1-\omega^8)$

Sol: $(1-\omega)(1-\omega^2)(1-\omega^4)(1-\omega^8)$

$= (1-\omega)^2(1-\omega^2)^2 = \{(1-\omega)(1-\omega^2)\}^2$

$= (1-\omega-\omega^2+\omega^3)^2 = 9$

(iii) $(1+\omega^2-\omega)^3 - (1-\omega^2+\omega)^3$

Sol: $(1+\omega^2-\omega)^3 - (1-\omega^2+\omega)^3$

$= (-2\omega)^3 - (-2\omega^2)^3 = -8\omega^3 + 8\omega^6 = 0$

(iv) $(a+b)^2 + (a\omega+b\omega^2)^2 + (a\omega^2+b\omega)^2$

Sol: $(a+b)^2 + (a\omega+b\omega^2)^2 + (a\omega^2+b\omega)^2$

$= a^2(1+\omega^2+\omega^4) + b^2(1+\omega^4+\omega^2) + 2ab(1+\omega^3+\omega^3)$

$= 2ab.3 = 6ab$

(v) $\left(-1+\sqrt{-3}\right)^4 + \left(-1-\sqrt{-3}\right)^4$

Sol: $\left(-1+\sqrt{-3}\right)^4 + \left(-1-\sqrt{-3}\right)^4$

$= 2^4\left\{\left(\dfrac{-1+\sqrt{-3}}{2}\right)^4 + \left(\dfrac{-1-\sqrt{-3}}{2}\right)^4\right\} = 2^4(\omega^4+\omega^8) = -16$

11. $z = x + iy$ হলে, $|2z - 3| = y$ সমীকরণটি কি নির্দেশ করে?

Sol: $|2z-3| = y \Rightarrow \sqrt{(2x-3)^2 + (2y)^2} = y$

$\Rightarrow 4x^2 - 12x + 9 + 4y^2 = y^2 \Rightarrow 4x^2 - 12x + 3y^2 + 9 = 0$

যা উপবৃত্ত নির্দেশ করে।

12. এককের ঘনমূল তিনটি লিখ এবং দেখাও যে কাল্পনিক ঘনমূল দুইটি একটি অপরটির বর্গ।

Sol:

এককের ঘনমূল তিনটি হচ্ছে, $1, \dfrac{-1+\sqrt{-3}}{2}, \dfrac{-1-\sqrt{-3}}{2}$

এখ আবার:

$\left(\dfrac{-1+\sqrt{-3}}{2}\right)^2 = \dfrac{(1)^2 + 2(-1)(\sqrt{-3}) + (\sqrt{-3})^2}{4} = \dfrac{1-2\sqrt{-3}-3}{4}$

$= \dfrac{-2-2\sqrt{-3}}{4} = \dfrac{-1-\sqrt{-3}}{2}$

আবার, $\left(\dfrac{-1-\sqrt{-3}}{2}\right)^2 = \dfrac{1+2\sqrt{-3}-3}{4} = \dfrac{-1+\sqrt{-3}}{2}$

অতএব, যদি একটি কাল্পনিক ঘনমূল ω হয় তাহলে অপরটি হবে ω^2. (Showed)

For Practice

01. $\dfrac{\sqrt{3}-i\sqrt{2}}{3\sqrt{2}-i\sqrt{3}}$ কে A + iB আকারে প্রকাশ কর। **Ans:** $\dfrac{57}{65} - \dfrac{56}{65}i$

02. $-8-6\sqrt{-1}$ এর বর্গমূল নির্ণয় কর। **Ans:** $\pm(1-3i)$

03. $(1+i)^8 + (1-i)^8 = ?$ **Ans:** 32

04. $\sqrt{2}x = -1+i$ হলে, $x^6 + x^4 + x^2 + 1$ এর মান কত? **Ans:** 0

05. $(1-\omega+\omega^2)(1-\omega^2+\omega^4)(1-\omega^4+\omega^8)(1-\omega^8+\omega^{16})$ এর মান কত? **Ans:** 16

06. $x = \dfrac{-1+\sqrt{-3}}{2}$ এবং $y = \dfrac{-1-\sqrt{-3}}{2}$ হলে, x^2+xy+y^2 এর মান কত? **Ans:** 0

07. $\sqrt[4]{-81}$ এর মান কত? **Ans:** $\pm\dfrac{3}{\sqrt{2}}(1\pm i)$

08. যদি $z = x + iy$ হয়, তবে $|2z-1| = |z-2|$ দ্বারা নির্দেশিত সঞ্চার পথের সমীকরণ হবে? **Ans:** একক বৃত্ত

09. $-4-3i$ এর মডুলাস ও আর্গুমেন্ট নির্ণয় কর। **Ans:** $5, -\pi + \tan^{-1}\dfrac{3}{4}$

10. $\sqrt[3]{a+ib} = x + iy$ হলে, প্রমাণ কর যে, $4(x^2-y^2) = \dfrac{a}{x} + \dfrac{b}{y}$

Part 3 জাতীয় বিশ্ববিদ্যালয় বিগত প্রশ্নোত্তর

01. $\dfrac{(1+i)^2 + (1-i)^2}{(1+i)^2 - (1-i)^2}$ এর মান- [NU Science: 14-15]

Ⓐ 1 Ⓑ -1 Ⓒ 0 Ⓓ i **Ans: Ⓒ**

02. ω এককের একটি কাল্পনিক ঘনমূল হলে, $(1-\omega+\omega^2)^2 + (1+\omega-\omega^2)^2$ এর মান- [NU Science: 13-14]

Ⓐ 4 Ⓑ 9 Ⓒ -5 Ⓓ -4 **Ans: Ⓓ**

03. $z = x + iy$ একটি জটিল সংখ্যা হলে, $|z-2| = 5$ দ্বারা নির্দেশিত ক্ষেত্রটি একটি- [NU Science: 12-13]

Ⓐ সরলরেখা Ⓑ বৃত্ত Ⓒ অধিবৃত্ত Ⓓ উপবৃত্ত **Ans: Ⓑ**

04. i^{33} এর মান- [NU Science: 11-12]

Ⓐ 1 Ⓑ -1 Ⓒ i Ⓓ $-i$ **Ans: Ⓒ**

05. $z = x + iy$ একটি জটিল চলরাশি হলে, $z\bar{z} = 4$ দ্বারা নির্দেশিত ক্ষেত্রটি একটি- [NU Science: 11-12]

Ⓐ সরলরেখা Ⓑ বৃত্ত Ⓒ পরাবৃত্ত Ⓓ উপবৃত্ত **Ans: Ⓑ**

06. $\cfrac{i}{1-\cfrac{1}{1-\cfrac{1}{i}}}$ এর মান (যেখানে $i^2 = -1$): [NU Science: 08-09]

Ⓐ $1+i$ Ⓑ $1-i$ Ⓒ $2i$ Ⓓ $-1+i$ **Ans: Ⓐ**

Part 4 জাতীয় বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার উপযোগী বিভিন্ন বিশ্ববিদ্যালয়ের গুরুত্বপূর্ণ বিগত প্রশ্নোত্তর

01. $i = \sqrt{-1}$ হলে $1 + i + i^2 + i^3 + ____ + i^{99}$ এর মান কত? [GST-A: 23-24]

Ⓐ 1 Ⓑ -1 Ⓒ 0 Ⓓ i **Ans: Ⓒ**

02. $1 + \omega^{1999} + \omega^{1998} = ?$ [GST-A: 23-24]

Ⓐ 0 Ⓑ 1 Ⓒ $1+2\omega$ Ⓓ $2+\omega$ **Ans: Ⓓ**

03. $(3\sqrt{3}-3i)(-3\sqrt{3}+9i)$ এর মডুলাস = ? [GST-A: 22-23]

Ⓐ $54\sqrt{3}$ Ⓑ $27\sqrt{3}$ Ⓒ $36\sqrt{3}$ Ⓓ $45\sqrt{3}$ **Ans: Ⓒ**

04. যদি $\alpha = \dfrac{-1+\sqrt{-3}}{2}$ এবং $\beta = \dfrac{-1-\sqrt{-3}}{2}$ হয়, তবে এদের সম্পর্ক কী? [GST-A: 21-22]

Ⓐ $\alpha = -\beta^3$ Ⓑ $\alpha = \beta^2$

Ⓒ $\alpha^3 = 1 - \beta^3$ Ⓓ $\alpha^3 = 1 + \beta^3$ **Ans: Ⓑ**

CamScanner

JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS

05. অসমান x ও y এর যে কোন একটির বর্গ অপরটির সমান হলে সম্পর্কটি-[GST-A : 21-22]
Ⓐ $x = y - 1$ Ⓑ $x = y + 2$ Ⓒ $x = -y + 2$ Ⓓ $x = -y - 1$ Ans Ⓓ

06. $\sqrt{p + 4i} = q + i$ হলে, $p - q$ এর মান কত? [GST-A : 20-21]
Ⓐ 0 Ⓑ 1 Ⓒ 3 Ⓓ 5 Ans Ⓑ

07. যদি $z = x + iy$ হয়, তবে $|2z - 1| = |z - 2|$ দ্বারা নির্দেশিত সঞ্চার পথের সমীকরণ হবে কোনটি? [KU-A : 19-20]
Ⓐ অধিবৃত্ত Ⓑ উপবৃত্ত Ⓒ একক বৃত্ত Ⓓ পরাবৃত্ত Ans Ⓒ

08. $-2i$ জটিল সংখ্যাটির বর্গমূল কত? [KU-A : 19-20]
Ⓐ $\pm(1 - i)$ Ⓑ $\pm(2 - i)$ Ⓒ $\pm(1 + i)$ Ⓓ $\pm(2 + i)$ Ans Ⓐ

09. $\frac{3 + 2i}{3 - i} = a + ib$ হলে, $b =$ কত? [CoU-A : 19-20]
Ⓐ $\frac{8}{5}$ Ⓑ $\frac{9}{10}$ Ⓒ $-\frac{8}{5}$ Ⓓ $-\frac{9}{10}$ Ans Ⓑ

10. $i^2 = -1$ হলে, $\frac{i - i^{-1}}{i - 2i^{-1}}$ এর মান কত? [CoU-A : 19-20]
Ⓐ $\frac{1}{2}$ Ⓑ $2i$ Ⓒ $-2i$ Ⓓ $\frac{2}{3}$ Ans Ⓓ

Part 5 সম্ভাব্য MCQ

01. $x = \frac{1 + i}{\sqrt{2}}$ হলে, x^8 এর মান কোনটি?
Ⓐ i Ⓑ $-i$ Ⓒ 1 Ⓓ -1 Ans Ⓒ

02. $z = \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{2}{\sqrt{3}} i$ হলে, $z\bar{z}$ এর মান কোনটি?
Ⓐ $-\frac{5}{3}$ Ⓑ $-\frac{3}{5}$ Ⓒ $\frac{3}{5}$ Ⓓ $\frac{5}{3}$ Ans Ⓓ

03. $z = x + iy$ হলে $|z + 1| - |z - 1| = 0$ সমীকরণটি কোনটি নির্দেশ করে?
Ⓐ x অক্ষরেখা Ⓑ y অক্ষরেখা Ⓒ বৃত্ত Ⓓ উপবৃত্ত Ans Ⓑ

04. $i + i^2 + i^3 + \dots\dots + i^{25}$ এর মান নিম্নের কোনটি?
Ⓐ -1 Ⓑ $-i$ Ⓒ 1 Ⓓ i Ans Ⓓ

05. 64 এর কাল্পনিক ঘনমূল কয়টি?
Ⓐ 0 Ⓑ 1 Ⓒ 2 Ⓓ 3 Ans Ⓒ

06. $x = 3 + 2i$ এবং $y = 3 - 2i$ হলে, $x^2 + xy + y^2$ এর মান কোনটি?
Ⓐ 21 Ⓑ 23 Ⓒ 27 Ⓓ 29 Ans Ⓑ

07. $\frac{1}{1 + \cos\theta - i\sin\theta}$ এর কাল্পনিক অংশ নিম্নের কোনটি?
Ⓐ $-\frac{1}{2}\tan\frac{\theta}{2}$ Ⓑ $\frac{1}{2}\cot\frac{\theta}{2}$ Ⓒ $\frac{1}{2}\tan\frac{\theta}{2}$ Ⓓ $2\tan\frac{\theta}{2}$ Ans Ⓒ

08. এককের একটি কাল্পনিক ঘনমূল ω হলে ω^{242} এর মান নিম্নের কোনটি?
Ⓐ 0 Ⓑ 1 Ⓒ ω Ⓓ ω^2 Ans Ⓓ

09. $z = \cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4}$ জটিল সংখ্যার মডুলাস কোনটি?
Ⓐ 1 Ⓑ -1 Ⓒ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ Ⓓ $\frac{2}{\sqrt{3}}$ Ans Ⓐ

10. এককের একটি কাল্পনিক ঘনমূল ω হলে, $(1 + \omega - \omega^2) \times (1 - \omega + \omega^2)$ এর মান কোনটি?
Ⓐ 1 Ⓑ 2 Ⓒ 4 Ⓓ 8 Ans Ⓒ

11. $z = x + iy$ জটিল সংখ্যার মুখ্য আর্গুমেন্ট θ হলে, θ এর সীমাবদ্ধতা নিম্নের কোনটি?
Ⓐ $-\pi < \theta \le \pi$ Ⓑ $0 < \theta < \pi$ Ⓒ $-\pi < \theta < \frac{\pi}{2}$ Ⓓ $0 < \theta < 2\pi$ Ans Ⓐ

12. $z = x + iy$ হলে $|z + 1| = 5$ সমীকরণটি কোনটি নির্দেশ করে?
Ⓐ উপবৃত্ত Ⓑ পরাবৃত্ত Ⓒ অধিবৃত্ত Ⓓ বৃত্ত Ans Ⓓ

13. $-1 - i\sqrt{3}$ এর আর্গুমেন্ট কত?
Ⓐ $-\frac{\pi}{6}$ Ⓑ $\frac{-2\pi}{3}$ Ⓒ $\frac{\pi}{3}$ Ⓓ $\frac{3\pi}{3}$ Ans Ⓑ

14. $|x + iy - 5| = 3$ দ্বারা নির্দেশিত সঞ্চারপথের সমীকরণ কোনটি?
Ⓐ সরলরেখা Ⓑ বৃত্ত Ⓒ অধিবৃত্ত Ⓓ উপবৃত্ত Ans Ⓑ

15. $2i$ জটিল সংখ্যার বর্গমূল কোনটি?
Ⓐ $\pm(1 - i)$ Ⓑ $(1 - i)$ Ⓒ $\pm(1 + i)$ Ⓓ $(1 \pm i)$ Ans Ⓒ

16. ω এককের কাল্পনিক ঘনমূল হলে $(1 - \omega^2)(1 - \omega^4)(1 - \omega^8)(1 - \omega^{10}) =$ কত?
Ⓐ 6 Ⓑ 7 Ⓒ 9 Ⓓ 12 Ans Ⓒ

17. $\frac{1}{3 + i}$ জটিল সংখ্যার $A + iB$ আকার কোনটি?
Ⓐ $\frac{1}{10} + i\frac{3}{10}$ Ⓑ $\frac{i}{3} + 1$ Ⓒ $\frac{1}{10} + i\frac{(-3)}{10}$ Ⓓ $\frac{1}{4} + i\frac{3}{4}$ Ans Ⓐ

18. $|2 - 3i| =$ কত?
Ⓐ $\sqrt{5}$ Ⓑ $\sqrt{13}$ Ⓒ $2\sqrt{13}$ Ⓓ 5 Ans Ⓑ

19. $z_1 = 2 + i$ এবং $z_2 = 3 + i$ হলে $z_1\bar{z}_2$ এর মডুলাস কত?
Ⓐ 6 Ⓑ 7 Ⓒ $5\sqrt{2}$ Ⓓ $5\sqrt{3}$ Ans Ⓒ

20. $-5i - 4$ জটিল সংখ্যার ক্রমজোড় কোনটি?
Ⓐ $(-5, -4)$ Ⓑ $(-5, 4)$ Ⓒ $(-4, -5)$ Ⓓ $(-4, 5)$ Ans Ⓒ

21. $x - iy = -1 - i$ হলে y এর মান কত?
Ⓐ -1 Ⓑ 1 Ⓒ i Ⓓ $-i$ Ans Ⓑ

22. $1 + i$ জটিল সংখ্যার পরমমান কত?
Ⓐ -1 Ⓑ 0 Ⓒ 1 Ⓓ $\sqrt{2}$ Ans Ⓓ

23. $z = -i + 1$ হলে $\bar{z} = ?$
Ⓐ $-i, -1$ Ⓑ $i + 1$ Ⓒ $i - 1$ Ⓓ $-i + 1$ Ans Ⓑ

24. কোন জটিল সংখ্যা ও তার অনুবন্ধী জটিল সংখ্যার সমষ্টি কিরূপ সংখ্যা?
Ⓐ কাল্পনিক Ⓑ জটিল Ⓒ বাস্তব Ⓓ অবাস্তব Ans Ⓒ

25. $\sqrt{i} =$ কত?
Ⓐ $\frac{1}{\sqrt{2}}(-1 - i)$ Ⓑ $\frac{1}{2}(-1 - i)$ Ⓒ $\frac{1}{\sqrt{2}}(1 - i)$ Ⓓ $\frac{1}{2}(1 - i)$ Ans Ⓐ

26. $x = 1 + i$ হলে x^2 এর মান কত?
Ⓐ $-2i$ Ⓑ 0 Ⓒ $2i$ Ⓓ $2 + 2i$ Ans Ⓒ

27. $1 \pm i$ এর বর্গমূল কিরূপ সংখ্যা?
Ⓐ জটিল Ⓑ বাস্তব Ⓒ কাল্পনিক Ⓓ অমূলদ Ans Ⓐ

28. $x + iy = i^2$ হলে $\frac{x}{y}$ এর মান কত?
Ⓐ i Ⓑ -1 Ⓒ 0 Ⓓ অসংজ্ঞায়িত Ans Ⓓ

29. $1 + \sqrt{2}i$ জটিল সংখ্যাটির অবস্থান কাল্পনিক অক্ষ হতে কত দূরে?
Ⓐ 1 Ⓑ $\sqrt{2}$ Ⓒ i Ⓓ $1 + \sqrt{2}$ Ans Ⓐ

30. $\bar{z} = -1 + 2i$ হলে, $|-z|$ এর মান কত?
Ⓐ $-\sqrt{5}$ Ⓑ $\sqrt{5}$ Ⓒ $\sqrt{5}i$ Ⓓ 5 Ans Ⓑ

31. $x = \sqrt[3]{1}$ সমীকরণের মূল তিনটির গুণফল কত?
Ⓐ -1 Ⓑ 0 Ⓒ 1 Ⓓ $1 + i$ Ans Ⓒ

32. $z = x + iy$ হলে $|z - 5| + |z + 5| = 16$ নির্দেশ করে -
Ⓐ বৃত্ত Ⓑ পরাবৃত্ত Ⓒ অধিবৃত্ত Ⓓ উপবৃত্ত Ans Ⓓ

33. $\frac{1}{a + i} = \frac{i}{a - i}$ হলে a এর মান -
Ⓐ 1 Ⓑ $\frac{i}{2}$ Ⓒ -1 Ⓓ $-\frac{i}{2}$ Ans Ⓒ

34. $(1 + i)^4$ এর মান কত?
Ⓐ $-2i$ Ⓑ $2i$ Ⓒ -4 Ⓓ 4 Ans Ⓒ

35. $z = 1 - \frac{i}{1 - \frac{1}{1 + i}}$ জটিল সংখ্যাটির মডুলাস ও আর্গুমেন্ট-
Ⓐ $1, 0$ Ⓑ $1, \frac{\pi}{2}$ Ⓒ $1, \pi$ Ⓓ $1, \frac{3\pi}{2}$ Ans Ⓓ

JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS
CamScanner

অধ্যায় 8 বহুপদী ও বহুপদী সমীকরণ

Part 1 প্রয়োজনীয় সূত্রাবলি

□ **মূল সহগ সম্পর্ক:** যদি বহুপদী সমীকরণ-

$f(x) = P_0x^n + P_1x^{n-1} + P_2x^{n-2} + \ldots + P_n = 0$ এর n সংখ্যক মূলগুলো যথাক্রমে $a_1, a_2, a_3, \ldots a_n$ হয় তাহলে-

(i) সব মূলগুলোর যোগফল, অর্থাৎ $\sum a_1 = -\frac{P_1}{P_0}$

(ii) মূলগুলোর দু'টি করে নিয়ে সম্ভাব্য সকল জোড়ার গুণফলের যোগফল, অর্থাৎ $\sum a_1 a_2 = (-1)^2 \frac{P_2}{P_0}$

(iii) মূলগুলোর তিনটি করে নিয়ে সম্ভাব্য সকল জোড়ার গুণফলের যোগফল, অর্থাৎ $\sum a_1 a_2 a_3 = (-1)^3 \frac{P_3}{P_0}$

(iv) সব মূলগুলোর গুণফল, অর্থাৎ $a_1 a_2 a_3 \ldots a_n = (-1)^n \frac{P_n}{P_0}$

□ **দ্বিঘাত সমীকরণের মূল:** দ্বিঘাত সমীকরণের আদর্শ রূপ

$ax^2 + bx + c = 0$ এর মূল দু'টি হল $\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ এবং এদেরকে α ও β দ্বারা সূচিত করা হলে,

(i) $\alpha + \beta = \frac{-b}{a}$ (ii) $\alpha\beta = \frac{c}{a}$

(iii) $\alpha - \beta = \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{a}$

□ **দ্বিঘাত সমীকরণটির বৈশিষ্ট্য:**

01. a = 0 হলে, সমীকরণটি একঘাত হয়।
দ্বিঘাত সূচিত করার শর্ত $a \neq 0$.
02. b = 0 এবং c < 0 হলে, মূলদ্বয় সমান কিন্তু বিপরীত চিহ্ন যুক্ত হয়।
03. c = 0 হলে, একটি মূল শূন্য।
04. b = c = 0 হলে, উভয় মূলই শূন্য।
05. c = a হলে, সমীকরণটির একটি মূল অপরটির উল্টা।
06. a ও c ধনাত্মক এবং b ঋণাত্মক হলে সমীকরণটির দুটি মূলই যোগবোধক হয়।
07. a ও c ঋণাত্মক এবং b ধনাত্মক হলে সমীকরণটির দুটি মূলই বিয়োগবোধক হয়।
08. a + b + c = 0 হলে একটি মূল 1 এবং অন্যটি $\frac{c}{a}$ হবে।

□ **নিশ্চায়ক ও তার বৈশিষ্ট্য:**

$ax^2 + bx + c = 0$ সমীকরণের নিরূপক/ পৃথায়াক/ নিশ্চায়ক $b^2 - 4ac$ একে D দ্বারা প্রকাশ করা হয়। দ্বিঘাত সমীকরণের মূলদ্বয়ের প্রকৃতি D এর উপর নির্ভর করে।

01. D = 0 হলে, মূল দুটি বাস্তব, মূলদ ও সমান এবং মূলদ্বয় $-\frac{b}{2a}$
02. D > 0 হলে, মূলদ্বয় বাস্তব ও অসমান হয়।
03. D পূর্ণ বর্গ হলে, মূলদ্বয় মূলদ ও অসমান হয়।
04. D < 0 হলে, মূলদ্বয় অবাস্তব, অসমান ও পরস্পরের অনুবন্ধী জটিল সংখ্যা হয়।

□ **সমীকরণ গঠন:**

(i) একটি দ্বিঘাত সমীকরণের মূলদ্বয় α, β হলে, দ্বিঘাত সমীকরণটি
$(x - \alpha)(x - \beta) = 0 \Rightarrow x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha\beta = 0$
$\Rightarrow x^2 -$ (মূলদ্বয়ের যোগফল) x + মূলদ্বয়ের গুণফল = 0

(ii) α, β, γ মূলবিশিষ্ট ত্রিঘাত সমীকরণ $(x - \alpha)(x - \beta)(x - \gamma) = 0$
$\Rightarrow x^3 - (\alpha + \beta + \gamma)x^2 + (\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha)x - \alpha\beta\gamma = 0$

(iii) $a_1x^2 + b_1x + c_1 = 0$ এবং $a_2x^2 + b_2x + c_2 = 0$ সমীকরণদ্বয়ের একটি সাধারণ মূল থাকার শর্ত, $(a_1b_2 - a_2b_1)(b_1c_2 - b_2c_1) = (c_1a_2 - c_2a_1)^2$

দুইটি সাধারণ মূল থাকার শর্ত $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$

□ **বহুপদী সমীকরণের বিশেষ মূল:** অমূলদ ও জটিল মূল যুগলরূপে আসে-

1. একটি মূল a + ib হলে, অপর একটি a − ib হবে।
2. একটি মূল $a + \sqrt{b}$ হলে, অপর একটি $a - \sqrt{b}$ হবে।
3. মূলগুলো সমান্তর ধারা গঠন করলে মূলগুলো-
i) ত্রিঘাতের ক্ষেত্রে a − b, a, a + b
4. মূলগুলো গুণোত্তর ধারা গঠন করলে মূলগুলো-
i) ত্রিঘাতের ক্ষেত্রে ar^{-1}, a, ar

□ **ত্রিঘাত সমীকরণ:**

$ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ এর মূলগুলো α, β, γ হলে,

$\alpha + \beta + \gamma = -\frac{b}{a}$, $\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = \frac{c}{a}$, $\alpha\beta\gamma = -\frac{d}{a}$

Shortcut Technique only for MCQ

Technique 01: $ax^2 + bx + c$ রাশির সর্বোচ্চ বা সর্বনিম্ন মানের ক্ষেত্রে $x = -\frac{b}{2a}$

এবং গরিষ্ঠ/সর্বোচ্চ মান অথবা লঘিষ্ঠ/ সর্বনিম্ন মান $= c - \frac{b^2}{4a}$

Note: a > 0 হলে, $ax^2 + bx + c$ রাশির সর্বনিম্ন মান এবং a < 0 হলে সর্বোচ্চ মান পাওয়া যায়।

Ex- 01 x এর কোন মানের জন্য $7x^2 - 8x + 1$ রাশিটির মান সর্বনিম্ন হবে?

Sol: $x = -\frac{b}{2a} = -\frac{(-8)}{2 \times 7} = \frac{4}{7}$

Ex- 02 $3 + 2x - x^2$ এর সর্বোচ্চ মান কত?

Sol: সর্বোচ্চ মান $= c - \frac{b^2}{4a} = 3 - \frac{2^2}{4(-1)} = 3 + 1 = 4$

Technique 02: $ax^2 + bx + c = 0$ এর মূলদ্বয় পরস্পর উল্টা(গৌণিক বিপরীত) হলে a = c.

Ex- 01 $(m^2 - 4)x^2 + 4mx + (4m + 1) = 0$ সমীকরণটির মূলগুলো পরস্পর গৌণিক বিপরীত হলে m এর মান কত?

Sol: $a = m^2 - 4, b = 4m, c = 4m + 1$

মূলগুলো গৌণিক বিপরীত হওয়ায়, a = c

$\Rightarrow m^2 - 4 = 4m + 1 \Rightarrow m^2 - 4m - 5 = 0 \Rightarrow m^2 - 5m + m - 5 = 0$
$\Rightarrow m(m - 5) + 1(m - 5) = 0 \Rightarrow (m + 1)(m - 5) = 0$
$\therefore m = -1, 5$

CS CamScanner

04. $x^2 - 2ax + a^2 - b^2 = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় α, β হলে, যে সমীকরণের মূলদ্বয় $(\alpha + \beta)$ ও $(\alpha - \beta)$ তা নির্ণয় কর।

Sol: $\alpha + \beta = 2a$ এবং $\alpha\beta = a^2 - b^2$

নির্ণেয় সমীকরণ: $x^2 - \{(\alpha + \beta) + (\alpha - \beta)\}x + (\alpha + \beta)(\alpha - \beta) = 0$

$\Rightarrow x^2 - \{(\alpha + \beta) + \sqrt{(\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta}\}x + (\alpha + \beta)\sqrt{(\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta} = 0$

$\Rightarrow x^2 - 2(a + b)x + 4ab = 0$

05. $6x^2 + bx + c = 0$ এবং $12x^2 + 6x + 4 = 0$ সমীকরণ দুটির মূল সমান হওয়ার শর্ত কোনটি?

Sol: আমরা জানি, মূল সমান হওয়ার শর্ত, $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$

$\Rightarrow \frac{6}{12} = \frac{b}{6} = \frac{c}{4} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{c}{4} \Rightarrow c = 2$

আবার, $\frac{1}{2} = \frac{b}{6} \Rightarrow b = 3$

06. $2x^2 + 3x + 7$ রাশিটির সর্বনিম্ন মান কত?

Sol: সর্বনিম্ন মান $= \frac{4ac - b^2}{4a} = \frac{4ac - b^2}{4a} = \frac{4 \times 7 \times 2 - 3^2}{4 \times 2} = \frac{47}{8}$ Ans.

07. $3x^2 - bx - 12 = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয়ের অন্তর 4 হলে $b = ?$

Sol: শর্তমতে, $\frac{\sqrt{b^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-12)}}{3} = 4 \Rightarrow b^2 + 144 = 12^2 \Rightarrow b = 0$

For Practice

01. $(a^2 - bc)x^2 + 2(b^2 - ca)x + c^2 - ab$ সমীকরণটির মূলদ্বয় সমান হলে দেখাও যে, (i) $b = 0$ অথবা $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$
(ii) $a + b + c = 0$ অথবা $a = b = c$

02. $ax^2 + bx + c = 0$ এবং $cx^2 + bx + a = 0$ সমীকরণদ্বয়ের একটি সাধারণ মূল থাকলে দেখাও যে, $c + a = \pm b$

03. যদি $ax^2+bx+c=0$ সমীকরণের মূল দুটির অনুপাত $a_1x^2+b_1x+c_1=0$ সমীকরণের মূল দুটির অনুপাতের সমান হয় তবে দেখাও যে, $\frac{b^2}{b_1^2} = \frac{ac}{a_1c_1}$

04. $x^2 + kx - 6k = 0$ এবং $x^2 - 2x - k = 0$ সমীকরণদ্বয়ের একটি সাধারণ মূল আছে। k এর মান নির্ণয় কর। Ans: 0, 3, 8

05. $5 + 3x - x^2$ এর গরিষ্ঠ মান কত? Ans: 29/4

06. $f(x) = x^3 - 3x^2 + 4x - 10$ কে $(x - 1)$ দ্বারা ভাগ করলে ভাগশেষ কত হবে তা নির্ণয় কর। Ans: −8

07. $x^4 + 4x^3 + 6x^2 + 4x + 5 = 0$ সমীকরণটির একটি মূল $\sqrt{-1}$; সমীকরণটি সমাধান কর। Ans: $\pm\sqrt{-1}, -2 \pm \sqrt{-1}$

08. $x^3 + qx + r = 0$ সমীকরণের মূলগুলো α, β, γ হলে $\Sigma(\alpha - \beta)^2$ এর মান নির্ণয় কর। Ans: −6q

Part 3 জাতীয় বিশ্ববিদ্যালয় বিগত প্রশ্নোত্তর

01. একটি দ্বিঘাত সমীকরণের একটি মূল $\frac{1}{1-i}$ হলে, সমীকরণটি- [NU: Science: 14-15]
ক $x^2 - x + 1 = 0$ খ $x^2 + x + 1 = 0$
গ $2x^2 - 2x - 1 = 0$ ঘ $2x^2 - 2x + 1 = 0$ Ans: ঘ

02. $(k + 1)x^2 + 2(k + 3)x + 2k + 3$ রাশিটি পূর্ণবর্গ হলে, k এর মান- [NU: Science: 13-14]
ক 3 খ 2 গ 3 ঘ 7 Ans: গ

03. $y = x^2 + 2x + 6$ অপেক্ষকের সর্বনিম্ন মান- [NU: Science: 13-14]
ক 3 খ 4 গ 5 ঘ 6 Ans: গ

04. $kx^2 + 3x + 4 = 0$ সমীকরণের মূল দুটি সমান হলে, k এর মান কত? [NU: Science: 12-13]
ক $\frac{9}{16}$ খ $\frac{16}{9}$ গ 9 ঘ 16 Ans: ক

05. $f(x) = (x - 2)^2 + 6$ এর সর্বনিম্ন মান- [NU: Science: 12-13]
ক 2 খ 4 গ 8 ঘ 6 Ans: ঘ

06. $16x^2 + kx + 25 = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় সমান হলে, k এর মান- [NU: Science: 11-12]
ক ±16 খ ±20 গ ±25 ঘ ±40 Ans: ঘ

07. $5 - 3x - x^2$ রাশিটির গরিষ্ঠ মান- [NU: Science: 11-12]
ক 3 খ 6 গ $\frac{45}{4}$ ঘ $\frac{29}{4}$ Ans: ঘ

08. p এর কোন মানের জন্য $x^2 + px + 1 = 0$ সমীকরণটির মূলদ্বয় জটিল হবে? [NU: Science: 10-11]
ক $-2 \le p \le 2$ খ $-4 < p < 4$
গ $-2 < p < 2$ ঘ $-4 \le p \le 4$ Ans: গ

09. সমীকরণ $(k + 1)x^2 + 4(k - 2)x + 2k = 0$ এর মূল দুটি সমান হলে k এর মান- [NU: Science: 09-10]
ক 4 খ 8 গ 2 ঘ 1 Ans: খ

10. $x^2 - 3x + 5$ এর ন্যূনতম মান কত? [NU: Science: 09-10]
ক 3 খ 5 গ $\frac{15}{4}$ ঘ $\frac{11}{4}$ Ans: ঘ

11. একটি দ্বিঘাত সমীকরণের একটি মূল $1 + i$ হলে, অপর মূলটি- [NU: Science: 08-09]
ক i খ −i গ 1 − i ঘ 1 Ans: গ

12. $y = x^2$ সমীকরণের মূলদ্বয়- [NU: Science: 07-08]
ক 0, 1 খ 0, −1 গ 1, 1 ঘ 0, 0 Ans: ঘ

13. $x^3 - 3x^2 + 2x - 6$ এর একটি উৎপাদক হবে- [NU: Science: 06-07]
ক x − 3 খ x − 2 গ x − 4 ঘ x + 3 Ans: ক

14. যদি $px^2 + qx + 1 = 0$ এবং $qx^2 + px + 1 = 0$ সমীকরণ দুটির একটিমাত্র সাধারণ মূল থাকে, তবে $p + q + 1$ এর মান কত? [NU: Science: 06-07]
ক 1 খ 2 গ 0 ঘ 3 Ans: গ

15. $x^2 - 5x + c = 0$ সমীকরণের একটি মূল 4 হলে, অপর মূলটি কত? [NU: Science: 05-06]
ক 1 খ 2 গ 3 ঘ 4 Ans: ক

16. $2x^2 - 2x + 4 = 0$ এর সমীকরণের মূলদ্বয় α ও β হলে, $\alpha^2 + \beta^2$ এর মান কত? [NU: Science: 03-04]
ক −9 খ 63 গ $\frac{9}{8}$ ঘ −3 Ans: ঘ

17. যদি $x^3 + 5x - 2$ কে $(x - 1)$ দ্বারা ভাগ করা হয় তবে ভাগশেষ হবে- [NU: Science: 02-03]
ক 4 খ 12x − 8 গ 12x ঘ 0 Ans: ক

Part 4 জাতীয় বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার উপযোগী বিভিন্ন বিশ্ববিদ্যালয়ের গুরুত্বপূর্ণ বিগত প্রশ্নোত্তর

01. যদি $x^2 - bx + c = 0$ এর মূলদ্বয় ক্রমিক পূর্ণসংখ্যা হয়, তবে $b^2 - 4c$ এর মান কত? [KU: A: 23-24]
ক 1 খ 2 গ 3 ঘ 4 Ans: ক

02. $x^2 - 11x + a = 0$ ও $x^2 - 14x + 2a = 0$ সমীকরণদ্বয়ের একটি সাধারণ মূল থাকলে, a = ? [KU: A: 23-24]
ক 0, 24 খ 0, −24 গ 1, −1 ঘ −2, 1 Ans: ক

CamScanner

03. k এর কোন মানের জন্য $x^2 + kx + 3 = 0$ এর মূলদ্বয় বাস্তব ও অসমান হবে? [GST-A 22-23]
Ⓐ $(-2\sqrt{3}, 2\sqrt{3})$ Ⓑ $(-\infty, -2\sqrt{3})$
Ⓒ $(-\infty, -2\sqrt{3}) \cup (2\sqrt{3}, \infty)$ Ⓓ $(2\sqrt{3}, \infty)$ Ans Ⓒ

04. কোন সমীকরণের একটি মূল $2 + i\sqrt{3}$? [GST-A 21-22]
Ⓐ $x^2 + 4x - 7 = 0$ Ⓑ $x^2 - 3x + 2 = 0$
Ⓒ $x^2 - 4x + 7 = 0$ Ⓓ $x^2 - 4x - 7 = 0$ Ans Ⓒ

05. k এর মান কত হলে $(k + 1)x^2 + (k + 1)x + 1 = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় কাল্পনিক হবে? [GST-A 21-22]
Ⓐ $-1 < k < 3$ Ⓑ $-3 < k < 1$
Ⓒ $-1 \le k \le 3$ Ⓓ $1 < k < 3$ Ans Ⓐ

06. কোন শর্তে $x^3 - mx^2 + nx + r = 0$ সমীকরণের দুইটি মূলের সমষ্টি শূন্য হবে? [GST-A 20-21]
Ⓐ $mn - r = 0$ Ⓑ $mn + r = 0$
Ⓒ $mr + n = 0$ Ⓓ $mr - n = 0$ Ans Ⓑ

07. $(k + 3)x^2 + (6 - 2k)x + (k - 1) = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় একটি অপরটির সমান কিন্তু বিপরীত চিহ্ন যুক্ত হলে, k = ? [KU-A 19-20]
Ⓐ 1 Ⓑ 2 Ⓒ 3 Ⓓ 4 Ans Ⓒ

08. $3x^2 - kx + 4 = 0$ সমীকরণের মূল একটি অপরটির 3 গুণ হলে, k = ? [CoU-A 19-20]
Ⓐ 8 Ⓑ −8 Ⓒ $\pm\sqrt{8}$ Ⓓ ±8 Ans Ⓓ

09. $x^2 + 6x + r = 0$ সমীকরণের দুটি মূলই −3 হলে, r এর মান- [BU-D 19-20]
Ⓐ 6 Ⓑ 9 Ⓒ 12 Ⓓ 18 Ans Ⓑ

10. $3x^3 - 2x + 27 = 0$ এর তিনটি মূল α, β ও γ হলে, αβγ এর মান- [BU-D 19-20]
Ⓐ 27 Ⓑ 24 Ⓒ −12 Ⓓ −9 Ans Ⓓ

Part 5 সম্ভাব্য MCQ

01. $x^2 - 4x + 1 = 0$ দ্বিঘাত সমীকরণের মূলদ্বয় কোন ধরনের?
Ⓐ বাস্তব ও সমান Ⓑ বাস্তব ও মূলদ
Ⓒ অসমান ও জটিল Ⓓ বাস্তব ও অমূলদ Ans Ⓓ

02. $x^2 - 2x + 3 = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় α এবং β হলে α + 1 এবং β + 1 মূলবিশিষ্ট দ্বিঘাত সমীকরণ কোনটি?
Ⓐ $x^2 + 4x - 6 = 0$ Ⓑ $x^2 - 4x - 6 = 0$
Ⓒ $x^2 - 4x + 6 = 0$ Ⓓ $x^2 + 4x + 6 = 0$ Ans Ⓒ

03. $x^3 - 5x^2 + 17x - 13 = 0$ সমীকরণের একটি মূল 1 হলে, অপর মূল কোন দুইটি?
Ⓐ $2 - 3i, 2 + 3i$ Ⓑ $-2 + 3i, 2 + 3i$
Ⓒ $-2 + 3i, -2 - 3i$ Ⓓ $-2 - 3i, 2 + 3i$ Ans Ⓐ

04. $(k + 1)x^2 + 2(k + 3)x + k - 1$ রাশিটির পূর্ণবর্গ হলে, k এর মান কোনটি?
Ⓐ $\frac{5}{3}$ Ⓑ $-\frac{5}{3}$ Ⓒ $\frac{3}{5}$ Ⓓ $-\frac{3}{5}$ Ans Ⓑ

05. $2x^2 + ax + 6 = 0$ সমীকরণের মূল দুইটির যোগফল 5 হলে, a এর মান কোনটি?
Ⓐ 10 Ⓑ −10 Ⓒ $\frac{6}{5}$ Ⓓ $-\frac{6}{5}$ Ans Ⓑ

06. $x^2 + 2x + 4 = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় α এবং β হলে, $\frac{1}{\alpha^3} + \frac{1}{\beta^3}$ এর মান নিচের কোনটি?
Ⓐ $\frac{1}{2}$ Ⓑ $\frac{1}{4}$ Ⓒ $-\frac{1}{4}$ Ⓓ $-\frac{1}{8}$ Ans Ⓑ

07. $12x^2 + mx + 5 = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয়ের অনুপাত 2 : 3 হলে m এর মান কোনটি?
Ⓐ $\pm 6\sqrt{10}$ Ⓑ $\pm 5\sqrt{15}$ Ⓒ $\pm 3\sqrt{10}$ Ⓓ $\pm 5\sqrt{10}$ Ans Ⓓ

08. $\alpha + \beta = 4$ এবং $\alpha^3 + \beta^3 = 44$ হলে α এবং β যে সমীকরণের মূল সেই সমীকরণ নিচের কোনটি?
Ⓐ $3x^2 + 9x + 11 = 0$ Ⓑ $3x^2 - 12x + 5 = 0$
Ⓒ $3x^2 + 12x + 5 = 0$ Ⓓ $4x^2 - 22x + 15 = 0$ Ans Ⓑ

09. 1, −1, −2 মূলবিশিষ্ট ত্রিঘাত সমীকরণ নিচের কোনটি?
Ⓐ $x^3 - 2x^2 - x - 2 = 0$ Ⓑ $x^3 + 2x^2 + x + 2 = 0$
Ⓒ $x^3 + 2x^2 - x - 2 = 0$ Ⓓ $x^3 + 2x^2 - x + 2 = 0$ Ans Ⓒ

10. কোন দ্বিঘাত সমীকরণের একটি মূল 2 + 3i হলে, দ্বিঘাত সমীকরণ নিচের কোনটি?
Ⓐ $x^2 - 4x - 13 = 0$ Ⓑ $x^2 + 4x + 13 = 0$
Ⓒ $x^2 - 4x + 13 = 0$ Ⓓ $x^2 + 4x - 13 = 0$ Ans Ⓒ

11. $2x^2 - 7x + k = 0$ সমীকরণের মূল দুটির অন্তর $\frac{1}{2}$ হলে, k এর মান কোনটি?
Ⓐ 6 Ⓑ $\frac{7}{2}$ Ⓒ $\frac{5}{2}$ Ⓓ 8 Ans Ⓐ

12. $2x^2 - 6x + 4 = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় α, β হলে $\frac{1}{\alpha}$ ও $\frac{1}{\beta}$ মূলবিশিষ্ট সমীকরণ কোনটি?
Ⓐ $3x^2 - 2x + 1 = 0$ Ⓑ $2x^2 + 3x - 1 = 0$
Ⓒ $2x^2 - 3x + 1 = 0$ Ⓓ $2x^2 - 2x + 1 = 0$ Ans Ⓒ

13. $x^2 - 6x + a = 0$ সমীকরণের একটি মূল 4 হলে, a এর মান কত?
Ⓐ 4 Ⓑ 6 Ⓒ 8 Ⓓ 12 Ans Ⓒ

14. $kx^2 + 5x - 1 = 0$ সমীকরণের পৃথায়ক 57 হলে, k = কত?
Ⓐ 5 Ⓑ 7 Ⓒ 8 Ⓓ 10 Ans Ⓒ

15. মূলদ সহগবিশিষ্ট একটি দ্বিঘাত সমীকরণের একটি মূল $1 + \sqrt{2}$ হলে সমীকরণ নিচের কোনটি?
Ⓐ $x^2 - 2x + 1 = 0$ Ⓑ $x^2 - 2x - 1 = 0$
Ⓒ $x^2 - 2\sqrt{2}x + 1 = 0$ Ⓓ $x^2 - 2\sqrt{2}x - 1 = 0$ Ans Ⓑ

16. একটি সহগ বিশিষ্ট একটি দ্বিঘাত সমীকরণের অবাস্তব মূল 2 + 2i হলে সমীকরণ নিচের কোনটি?
Ⓐ $x^2 - 4x + 8 = 0$ Ⓑ $x^2 - 4x - 8 = 0$
Ⓒ $x^2 + 4x - 8 = 0$ Ⓓ $x^2 - 8x + 4 = 0$ Ans Ⓐ

17. $x^2 + 4x + k = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় সমান হলে k এর মান কোনটি?
Ⓐ −4 Ⓑ −1 Ⓒ 1 Ⓓ 4 Ans Ⓓ

18. (5 + 3i) মূল বিশিষ্ট দ্বিঘাত সমীকরণটি হবে-
Ⓐ $x^2 - 10x + 34 = 0$ Ⓑ $x^2 - 5x - 34 = 0$
Ⓒ $x^2 + 5x - 34 = 0$ Ⓓ $x^2 + 5x + 34 = 0$ Ans Ⓐ

19. কোনো দ্বিঘাত সমীকরণের একটি মূল $\frac{1}{1 + i}$ হলে সমীকরণটি হবে-
Ⓐ $x^2 - x + 1 = 0$ Ⓑ $2x^2 - 2x + 1 = 0$
Ⓒ $x^2 + x + 1 = 0$ Ⓓ $2x^2 + 2x + 1 = 0$ Ans Ⓑ

20. $3x^3 - 1 = 0$ এর মূলগুলি α, β, γ হলে $\alpha^3 + \beta^3 + \gamma^3$ এর মান -
Ⓐ −1 Ⓑ 0 Ⓒ $\frac{1}{3}$ Ⓓ 1 Ans Ⓓ

21. $x^2 - 4x + 4 = 0$ এর মূলদ্বয় α এবং β হলে, $\alpha^3 + \beta^3$ এর মান কত?
Ⓐ 24 Ⓑ 32 Ⓒ 16 Ⓓ 4 Ans Ⓒ

22. $5x^2 - 7x + 10 = 0$ সমীকরণটির মূলদ্বয় α ও β হলে, −α ও −β মূলদ্বয় বিশিষ্ট সমীকরণ কোনটি?
Ⓐ $5x^2 + 7x + 10 = 0$ Ⓑ $5x^2 - 7x - 10 = 0$
Ⓒ $x^2 - 7x + 10 = 0$ Ⓓ $x^2 + 7x + 10 = 0$ Ans Ⓐ

গণিত ২য় পত্র

অধ্যায় ৫ দ্বিপদী বিস্তৃতি

Part 1 প্রয়োজনীয় সূত্রাবলি

- **দ্বিপদী উপপাদ্য (Binomial Theorem):** যে বীজগাণিতীয় সূত্রের সাহায্যে একটি দ্বিপদ রাশির যে কোন শক্তি বা মূলকে একটি ধারায় প্রকাশ করা যায় তাকে দ্বিপদী উপপাদ্য বলা হয়। ইহাকে নিম্নরূপে প্রকাশ করা যায়। $(a+x)^n$
$= a^n + {}^nC_1a^{n-1}x + {}^nC_2a^{n-2}x^2 + \ldots\ldots + {}^nC_ra^{n-r}x^r + \ldots + x^n$.
$= a^n + na^{n-1}x + \frac{n(n-1)}{2!}a^{n-2}x^2 + \ldots\ldots$
$+ \frac{n(n-1)\ldots(n-r+1)}{r!}a^{n-r}x^r + \ldots + x^n;\ n \in N$

- **সাধারণ পদ:** $(a+x)^n$ এর বিস্তৃতিতে $(r+1)$ তম পদকে সাধারণ পদ বলা হয়। একে T_{r+1} দ্বারা প্রকাশ করা হয়। এখানে
$T_{r+1} = {}^nC_ra^{n-r}x^r = \frac{n(n-1)\ldots(n-r+1)}{r!}a^{n-r}x^r = \frac{n!}{r!\,(n-r)!}a^{n-r}x^r$

- n একটি বিয়োগবোধক পূর্ণসংখ্যা অথবা ভগ্নাংশ এবং $|x| < |a|$ হলে,
$(a+x)^n = a^n + na^{n-1}x + \frac{n(n-1)}{2!}a^{n-2}x^2 \ldots\ldots$
$+ \frac{n(n-1)\ldots\ldots(n-r+1)}{r!}a^{n-r}x^r + \ldots\ldots + \infty$
এ বিস্তৃতিতে পদের সংখ্যা অসীম হবে।

- $(1+x)^n = 1 + nx + \frac{n(n-1)}{2!}x^2 + \frac{n(n-1)(n-2)}{3!}x^3 + \ldots\ldots$
$+ \frac{n(n-1)(n-2)\ldots(n-r+1)}{r!}x^r + \ldots\ldots\infty$ যখন $|x| < 1$

- n জোড় সংখ্যা হলে মধ্যপদ হবে $(\frac{n}{2}+1)$ তম পদ

- n বিজোড় সংখ্যা হলে মধ্যপদ হবে $(\frac{n+1}{2})$ এবং $(\frac{n+1}{2}+1)$ তম পদ

Shortcut Technique only for MCQ

Technique 01: $(ax^p + bx^q)^n$ এর বিস্তৃতিতে $(r+1)$ তম পদে x^m এর সহগ থাকলে, $r = \frac{np-m}{p-q}$ এবং x^m এর সহগ $= {}^nC_r\, a^{n-r}b^r$

Ex-01 $\left(3x^2 - \frac{1}{3x}\right)^9$ এর বিস্তৃতিতে x মুক্তপদ এবং পদের মান কত?

Sol: $r = \frac{np-m}{p-q} = \frac{9\times2-0}{2-(-1)} = \frac{18}{3} = 6$
$6+1 = 7$ তম পদটি x মুক্তপদ।
$\therefore$ পদের মান $= {}^9C_6\, 3^{9-6}\left(-\frac{1}{2}\right)^6 = \frac{567}{16}$

Ex-02 $\left(x^4 - \frac{1}{x^3}\right)^8$ এর বিস্তৃতিতে x^{11} সহগ কত?

Sol: $r = \frac{np-m}{p-q} = \frac{8\times4-11}{4-(-3)} = \frac{21}{7} = 3$
$3+1 = 4$ তম পদটিতে x^{11} এর সহগ আছে।
$\therefore$ পদের মান $= {}^8C_3\, 1^{8-3}(-1)^3 = -56$

Technique 02: $(1+ax)^n$ এর বিস্তৃতিতে r এবং $(r+1)$ তম পদ পরস্পর সমান হলে, $x = \frac{r}{a(n-r+1)}$

Ex-01 $(1+x)^{44}$ এর বিস্তৃতিতে 21 এবং 22 তম পদ পরস্পর সমান হলে, x এর মান কত?

Sol: $r = 21, a = 1, n = 44$
$x = \frac{r}{a(n-r+1)} = \frac{21}{1(44-21+1)} = \frac{21}{24} = \frac{7}{8}$

Technique 03: $(1+ax)^n$ এর বিস্তৃতিতে x^r এবং $x^{(r+1)}$ এর সহগ পরস্পর সমান হলে, $a = \frac{r+1}{n-r}$

Ex-01 $\left(3+\frac{x}{2}\right)^n$ এর বিস্তৃতিতে x^7 এবং x^8 এর সহগ পরস্পর সমান হলে, n এর মান কত?

Sol: $\left(3+\frac{x}{2}\right)^n = 3^n\left(1+\frac{x}{6}\right)^n \Rightarrow a = \frac{r+1}{n-r} \Rightarrow \frac{1}{6} = \frac{7+1}{n-7}$
$\Rightarrow n - 7 = 48 \therefore n = 55$

Technique 04: $(1+x)^n$ এর বিস্তৃতিতে l তম পদ এবং m তম পদ এর সহগ পরস্পর সমান হলে, $l + m = n + 2$

Ex-01 $(1+x)^{20}$ এর বিস্তৃতিতে r তম পদ এবং $(r+4)$ তম পদ এর সহগ পরস্পর সমান হলে, r এর মান কত?

Sol: $l = r, m = r+4, n = 20$
$\therefore l + m = n + 2 \Rightarrow r + r + 4 = 20 + 2 \Rightarrow 2r = 18 \therefore r = 9$

Technique 05: $\frac{x}{(1-ax)(1-bx)}$ এর বিস্তৃতিতে x^n এর সহগ $= \frac{a^n - b^n}{a-b}$

Ex-01 $\frac{x}{(1-4x)(1-5x)}$ এর বিস্তৃতিতে x^4 সহগ কত?

Sol: $\frac{x}{(1-4x)(1-5x)}$ এর বিস্তৃতিতে x^4 এর সহগ $= \frac{4^4-5^4}{4-5} = 369$

Technique 06: $\frac{1}{(1-ax)(1-bx)}$ এর বিস্তৃতিতে x^n এর সহগ $= \frac{a^{n+1}-b^{n+1}}{a-b}$

Ex-01 $\frac{1}{(1-x)(3-x)}$ এর বিস্তৃতিতে x^{10} এর সহগ কত?

Sol: $\frac{1}{(1-x)(3-x)} = \frac{1}{3}\cdot\frac{1}{(1-x)\left(1-\frac{x}{3}\right)}$

$\therefore x^{10}$ এর সহগ $= \frac{1}{3}\frac{1^{10+1}-\left(\frac{1}{3}\right)^{10+1}}{1-\frac{1}{3}} = \frac{1}{3}\cdot\frac{1-\left(\frac{1}{3^{11}}\right)}{\frac{2}{3}} = \frac{1}{2}(1-3^{-11})$

Technique 07: $\left(\frac{1+x}{1-x}\right)^2$ এর বিস্তৃতিতে x^n এর সহগ $= 4n$

Ex-01 $\left(\frac{1+x}{1-x}\right)^2$ এর বিস্তৃতিতে x^{10} এর সহগ কত?

Sol: x^{10} এর সহগ $= 4n = 4\times10 = 40$

CamScanner

Technique 08: $\frac{1+x}{(1-x)^2}$ এর বিস্তৃতিতে x^n এর সহগ $= 2n + 1$

Ex- 01 $\frac{1+x}{(1-x)^2}$ এর বিস্তৃতিতে x^{10} এর সহগ কত?

Sol: x^{10} এর সহগ $= 2n + 1 = 2 \times 10 + 1 = 21$

Technique 09: $\frac{1+x}{(1-x)^3}$ এর বিস্তৃতিতে x^n এর সহগ $= (n+1)^2$

Ex- 01 $\frac{1+x}{(1-x)^3}$ এর বিস্তৃতিতে x^{10} এর সহগ কত?

Sol: x^{10} এর সহগ $= (n+1)^2 = (10+1)^2 = 121$

Technique 10: $\frac{1+x}{1-x}$ এর বিস্তৃতিতে x^n এর সহগ $= 2$

Ex- 01 $\frac{1+x}{1-x}$ এর বিস্তৃতিতে x^7 এর সহগ কত?

Sol: x^7 এর সহগ $= 2$

Technique 11: $\frac{(1+x)^n}{1-x}$ এর বিস্তৃতিতে x^n এর সহগ $= 2^n$

Ex- 01 $\frac{(1+x)^7}{1-x}$ এর বিস্তৃতিতে x^7 এর সহগ কত?

Sol: x^7 এর সহগ $= 2^7$

Technique 12: $\frac{1-x}{1+x}$ এর বিস্তৃতিতে x^n এর সহগ $= 2(-1)^n$

Ex- 01 $\frac{1-x}{1+x}$ এর বিস্তৃতিতে x^n এর সহগ কত?

Sol: x^n এর সহগ $= 2(-1)^n = -2$

Part 2 গাণিতিক সমস্যা ও সমাধান

01. $\left(x^2+\frac{2}{x}\right)^6$ এর সম্প্রসারণে x মুক্ত পদটি-

Sol : $(r+1)$ তম পদ $= {}^6C_r(x^2)^{6-r}\left(\frac{2}{x}\right)^r$

$= {}^6C_r \times x^{12-2r} \times x^{-r} \times 2^r = {}^6C_r \times 2^r \times x^{12-3r}$

প্রশ্নমতে, $x^{12-3r} = x^0 \Rightarrow 12 - 3r = 0 \Rightarrow r = 4$

$\therefore$ 5 তম পদটি x বর্জিত

নির্ণেয় x বর্জিত পদটির মান $= {}^6C_4 \times 2^4 = 240$

02. $\left(x^4-\frac{1}{x^3}\right)^8$ এর বিস্তৃতিতে x^{11} এর সহগ কত?

Sol : $r+1$ তম পদ $= (-1)^r.\ {}^8C_r.\ (x^4)^{8-r}\left(\frac{1}{x^3}\right)^r$

$= (-1)^r.\ {}^8C_r.\ x^{32-4r-3r} = (-1)^r.\ {}^8C_r.\ x^{32-7r}$

প্রশ্নমতে, $x^{32-7r} = x^{11} \Rightarrow 32 - 7r = 11 \Rightarrow 7r = 21$

$\Rightarrow r = 3 \quad \therefore x^{11}$ এর সহগ $= (-1)^3.{}^8C_3 = -56$

03. $\frac{x}{(1-4x)(1-5x)}$ এর বিস্তৃতিতে x^4 এবং x^n এর সহগ কত হবে?

Sol : $\frac{x}{(1-4x)(1-5x)} = \frac{x}{(1-5x)(1-4x)}$

এখানে, a = 5, b = 4, n = 4

$\therefore x^4$ এর সহগ $= \frac{a^n - b^n}{a-b} = \frac{5^4-4^4}{5-4} = 625 - 256 = 369$

আবার, x^n এর সহগ $= \frac{5^n-4^n}{5-4} = 5^n - 4^n$

04. $(1+x)^{44}$-এর বিস্তৃতিতে 21 তম ও 22 তম পদ দুটি সমান হলে x =?

Sol : এখানে, r = 21 এবং n = 44

$\therefore x = \frac{r}{n-(r-1)} = \frac{21}{44-(21-1)} = \frac{21}{24} = \frac{7}{8}$

05. $\left(x^4-\frac{1}{x^3}\right)^{11}$ এর বিস্তৃতিতে মধ্যপদ দুটির মান কত?

Sol : মধ্যপদ দুটি হল $\left(\frac{11+1}{2}\right)$ তম ও $\left(\frac{11+1}{2}+1\right)$ তম = 6 তম ও 7 তম পদ।

$\therefore$ 6 তম = (5 + 1) তম পদ $= {}^{11}C_5(x^4)^6\left(-\frac{1}{x^3}\right)^5 = -462x^9$

7 তম = (6 + 1) তম পদ $= {}^{11}C_6(x^4)^5\left(\frac{-1}{x^3}\right)^6 = 462x^2$

06. $x = \frac{2}{3}$ হলে $(1+x)^{\frac{21}{2}}$ এর বিস্তৃতিতে সংখ্যামান বৃহত্তম পদটি নির্ণয় কর।

Sol: এখানে, $n = \frac{21}{2}$, $x = \frac{2}{3}$, a = 1, $(1+x)^{\frac{21}{2}}$ এর বিস্তৃতিতে সংখ্যামান বৃহত্তম পদ

$\therefore T_{max} = \frac{(n+1)x}{a+x} = \frac{\left(\frac{21}{2}+1\right)\frac{2}{3}}{1+\frac{2}{3}} = \frac{\frac{23}{2}\times\frac{2}{3}}{\frac{5}{3}} = \frac{23}{5} = 4.6$

$\therefore T_{max}$ = 4.6 ভগ্নাংশ যুক্ত। $\therefore$ বৃহত্তম মান = 4 + 1 = 5 তম পদ।

07. $(1-x)^8(1+x)^7$ এর বিস্তৃতি থেকে x^7 এর সহগ নির্ণয় কর।

Sol : $(1-x)(1-x)^7(1+x)^7 = (1-x)(1-x^2)^7$

$= (1-x)\{1+{}^7C_1(-x^2)+{}^7C_2(-x^2)^2+{}^7C_3(-x^2)^3+....\}$

$\therefore x^7$ এর সহগ $= {}^7C_3 = 35$

08. যদি $y = x - x^2 + x^3 - x^4 + ... \infty$ হয়, তবে x কে y এর শক্তির ঊর্ধ্বক্রম ধারায় প্রকাশ কর।

Sol : $y = x - x^2 + x^3 - x^4 + ...$

$\Rightarrow -y = -x + x^2 - x^3 + x^4 - ....$

$\Rightarrow 1 - y = 1 - x + x^2 - x^3 + x^4 ....$

$\Rightarrow 1 - y = (1+x)^{-1}$

$\Rightarrow 1 - y = \frac{1}{1+x} \Rightarrow 1 + x = \frac{1}{1-y}$

$\Rightarrow 1 + x = (1-y)^{-1}$

$\Rightarrow 1 + x = 1 + y + y^2 + y^3 + y^4 + ...$

$\Rightarrow x = y + y^2 + y^3 + y^4 + ...$

09. $(1+x)^n$ এর বিস্তৃতিতে S_1 বিজোড় এবং S_2 জোড় স্থানীয় পদের সমষ্টি হলে, দেখাও যে, $(1-x^2)^n = S_1^2 - S_2^2$

Sol : $(1+x)^n = 1 + 4x + C_2x^2 + C_3x^3 + C_4x^4 + ...$

$= (1 + C_2x^2 + C_4x^4 + ...) + (C_1x + C_3x^3 + ...)$

$= S_1 + S_2$

আবার, $(1-x)^n = 1 - C_1x + C_2x^2 - C_3x^3 + C_4x^4 ....$

$= (1 + C_2x^2 + C_4x^4 + ...) - (C_1x + C_3x^3 + ...)$

$= S_1 - S_2$

এখন, $(1+x)^n(1-x)^n = (S_1+S_2)(S_1-S_2)$

$\therefore (1-x^2)^n = S_1^2 - S_2^2$ **(Showed)**

CamScanner

10. $\frac{14}{1.4.2.5}+\frac{68}{4.7.5.8}+\frac{158}{7.10.8.11}$ —— n তম পদ পর্যন্ত যোগফল নির্ণয় কর।

Sol: $U_n = \frac{(3n-2)(3n+1)+(3n-1)(3n+2)}{(3n-2)(3n+1)(3n-1)(3n+2)}$

$=\frac{1}{(3n-2)(3n+1)}+\frac{1}{(3n-1)(3n+2)}$

$\therefore S_n = C - \frac{1}{3(3n-2)} - \frac{1}{3(3n+2)}$

$S_n = S_1 = \frac{14}{1.4.2.5} = \frac{7}{20} \therefore n = 1$ হলে, $\frac{7}{20} = C - \frac{1}{5.3} - \frac{1}{3}$

$\Rightarrow C = \frac{7}{20}+\frac{1}{15}+\frac{1}{3}=\frac{3}{4} \therefore S_n = \frac{3}{4} - \frac{1}{3(3n+2)} - \frac{1}{3(3n-2)}$

For Practice

01. $\left(\frac{1}{x^2}-x\right)^{18}$ এর বিস্তৃতি থেকে x বর্জিত পদের মান নির্ণয় কর। Ans. 18564

02. $(a+3x)^n$ এর বিস্তৃতিতে প্রথম তিনটি পদ b, $\frac{21}{2}x$ ও $\frac{189}{4}bx^2$ হয় তাহলে a,b ও n এর মান বের কর। Ans. a = 2; n = 7; b = 2^7

03. 1. 3. 5 .... (2n − 1) =? Ans. $\frac{(2n)!}{2^n(n!)}$

04. $(1+x)^n$ এর বিস্তৃতিতে তিনটি ক্রমিক পদের অনুপাত 1:7:42 হলে n এর মান নির্ণয় কর। Ans: r = 6 এবং n = 55

05. $\left(2x+\frac{1}{6x}\right)^{10}$ এর বিস্তৃতিতে x বর্জিত পদটি নির্ণয় কর। Ans: $\frac{28}{27}$

06. $\left(x^2+\frac{1}{x^3}\right)^7$ এর বিস্তৃতি থেকে মধ্যপদ নির্ণয় কর। Ans. $\frac{35}{x}$ এবং $\frac{35}{x^6}$

07. $(3-4x)\left(\frac{2-x}{2}\right)^7$ এর বিস্তৃতিতে x^3 এর সহগের মান কত? Ans: $\frac{-273}{8}$

08. $1+\frac{1}{3}+\frac{1.3}{3.6}+\frac{1.3.5}{3.6.9}+\frac{1.3.5.7}{3.6.9.12}+$ .... ∞ ধারাটির যোগফল কত? Ans: $\sqrt{3}$

Part 3 জাতীয় বিশ্ববিদ্যালয় বিগত প্রশ্নোত্তর

01. $\left(2-\frac{x}{4}\right)^{10}$ এর সম্প্রসারণের x^2 এর সহগ− [NU-Science : 14-15]
Ⓐ 480 Ⓑ 360 Ⓒ 1024 Ⓓ 720 Ans Ⓓ

02. $(1-x)^{-1}$ বিস্তৃতিতে x^{100} এর সহগ− [NU-Science : 13-14]
Ⓐ −1 Ⓑ 1 Ⓒ −100 Ⓓ 100 Ans Ⓑ

03. একটি গুণোত্তর প্রগমনের চতুর্থ পদ 9 এবং নবম পদ 2187 হলে, প্রগমনটির সাধারণ অনুপাত− [NU-Science : 11-12]
Ⓐ 7 Ⓑ 9 Ⓒ 3 Ⓓ 27 Ans Ⓒ

04. সমান্তর প্রগমন 6, 13, 20, 27, ... এর কোন পদের মান 111? [NU-Science : 10-11]
Ⓐ 16 তম Ⓑ 12 তম Ⓒ 14 তম Ⓓ 15 তম Ans Ⓐ

05. $\left(2-\frac{x}{4}\right)^{10}$ এর সম্প্রসারণে x^2 এর সহগ− [NU-Science : 10-11]
Ⓐ 480 Ⓑ 360 Ⓒ 1024 Ⓓ 720 Ans Ⓓ

06. $\left(x^2+\frac{2}{x}\right)^6$ এর সম্প্রসারণে x মুক্ত পদ− [NU-Science : 09-10, 08-09]
Ⓐ 448 Ⓑ 120 Ⓒ 240 Ⓓ 3000 Ans Ⓒ

07. দ্বিপদী উপপাদ্যের উদ্ভাবক কে? [NU-Science : 07-08]
Ⓐ পিথাগোরাস Ⓑ আল-বেরুনী
Ⓒ স্যার আইজাক নিউটন Ⓓ আলবার্ট আইনস্টাইন Ans Ⓐ

08. $(a+b)^2$ কত? [NU-Science : 06-07]
Ⓐ a^2+b^2+2ab Ⓑ $a\times a+b\times b+a\times b+b\times a$
Ⓒ a^2+b^2+2ab Ⓓ $a^2+b^2+2.ab$ Ans Ⓐ

09. $a+\frac{1}{a}=1$ (a বাস্তব সংখ্যা) হলে, $a^2+\frac{1}{a^2}=1$ এর মান কত? [NU-Science : 06-07]
Ⓐ −1 Ⓑ 1 Ⓒ 0 Ⓓ ≥ 0 Ans Ⓐ

10. $\left(2x^2-\frac{1}{4x}\right)^{11}$ এর বিস্তৃতিতে x^7 এর সহগ কত? [NU-Science : 06-07]
Ⓐ 231 Ⓑ $-\frac{231}{8}$ Ⓒ $\frac{231}{4}$ Ⓓ $\frac{231}{8}$ Ans Ⓑ

11. যদি $x^2+y^2=2$ এবং $x^2-y^2=2$ হয় তবে $x^4-y^4=$ কত? [NU-Science : 05-06]
Ⓐ 0 Ⓑ 2 Ⓒ 4 Ⓓ 8 Ans Ⓒ

12. $\log_a\sqrt{2}=\frac{1}{6}$ হলে, a এর মান কত? [NU-Science : 01-02]
Ⓐ 9 Ⓑ 2 Ⓒ 8 Ⓓ 12 Ans Ⓒ

Part 4 জাতীয় বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার উপযোগী বিভিন্ন বিশ্ববিদ্যালয়ের গুরুত্বপূর্ণ বিগত প্রশ্নোত্তর

01. $y=x-x^2+x^3-x^4+$ ...... ∞ হলে x = ? [GST-A : 22-23]
Ⓐ $\frac{y}{1-y}$ Ⓑ $\frac{y}{1+y}$ Ⓒ $\frac{-y}{1+y}$ Ⓓ $\frac{y}{y-1}$ Ans Ⓐ

02. $\sqrt[3]{2-5x}$ দ্বিপদী রাশিটির বিস্তৃতি কোন ব্যবধিতে অভিসৃত? [GST-A : 21-22]
Ⓐ $-\frac{2}{5}<x<\frac{2}{5}$ Ⓑ $2<x<5$
Ⓒ $-2<x<5$ Ⓓ $-\frac{5}{2}<x<\frac{5}{2}$ Ans Ⓐ

03. $x>0$ এর জন্য $1+2\frac{x}{1+x}+3\left(\frac{x}{1+x}\right)^2+4\left(\frac{x}{1+x}\right)^3+$ ....? [GST-A : 20-21]
Ⓐ $\frac{1}{\sqrt{1+x}}$ Ⓑ $\frac{1}{1+x}$ Ⓒ $\frac{1}{(1+x)^2}$ Ⓓ $(1+x)^2$ Ans Ⓓ

04. $\left(x^3-3x+\frac{3}{x}-\frac{1}{x^3}\right)^2$ এর বিস্তৃতিতে x বর্জিত পদটি কত? [GST-A : 20-21]
Ⓐ −20 Ⓑ −6 Ⓒ 6 Ⓓ 20 Ans Ⓐ

05. $(1+x)^{19}$ এর বিস্তৃতিতে (r + 1)তম পদ এবং (2r − 1)তম পদদ্বয়ের সহগের মান সমান হলে, r এর মান কোনটি? [KU-A : 19-20]
Ⓐ 2 Ⓑ 5 Ⓒ 7 Ⓓ 19 Ans Ⓒ

06. $(1-ax)^7$ এর বিস্তৃতিতে a এর কোন মানের জন্য এর তৃতীয় পদের সহগ 84 হবে? [CoU-A : 19-20]
Ⓐ ± 2 Ⓑ ± 3 Ⓒ ± 4 Ⓓ ± 5 Ans Ⓐ

07. $(1+x)^{20}$ এর বিস্তৃতিতে r তম পদের সহগ ও (r + 4)তম পদের সহগ সমান হলে, r এর মান কত? [CoU-A : 18-19]
Ⓐ 9 Ⓑ 10 Ⓒ 11 Ⓓ 15 Ans Ⓐ

08. যদি $y=x-x^2+x^3-x^4+$ ....∞ হয়, তবে x কে y এর শক্তির ঊর্ধ্বক্রম ধারায় প্রকাশ করলে হবে− [CoU-A : 18-19]
Ⓐ $1+y+y^2+y^3+$ .... Ⓑ $1-y+y^2-y^3+$ .....
Ⓒ $y-y^2+y^3-y^4+$ ... Ⓓ $y+y^2+y^3+y^4+$ ...... Ans Ⓓ

CamScanner

09. $\frac{1}{(1-x)(3-x)}$ এর বিস্তৃতিতে x^n এর সহগ হবে- [DU: R-E : 19-20]

Ⓐ $\frac{1}{2}(1+3^{-n})$ Ⓑ $\frac{1}{2}(1-3^{-n-1})$

Ⓒ $\frac{1}{2}(1-3^{n})$ Ⓓ $\frac{1}{2}(1+3^{n})$ Ans B

10. $(1+x)^{10}$ এর বিস্তৃতিতে 7-তম ও 8-তম পদের পরস্পর সমান হলে, x এর মান কোনটি? [JKKNIU-B : 19-20]

Ⓐ $\frac{3}{8}$ Ⓑ $\frac{4}{7}$ Ⓒ $\frac{7}{4}$ Ⓓ $\frac{8}{3}$ Ans C

11. $(2x+\frac{1}{6x})^6$ এর বিস্তৃতি কোন পদটি x বর্জিত? [JKKNIU-B : 19-20]

Ⓐ 4th Ⓑ 5^{th} Ⓒ 6th Ⓓ 8th Ans A

Part 5 সহায়ক MCQ

01. $(1+x)^7(1-x)^8$ এর বিস্তৃতিতে x^7 এর সহগ হলো-

Ⓐ 15 Ⓑ 25 Ⓒ 30 Ⓓ 35 Ans D

02. $(2y+3)^{11}$ এর বিস্তৃতিতে y^8 এর সহগ কত?

Ⓐ 1013680 Ⓑ 1180980 Ⓒ 270 Ⓓ 1 Ans A

03. $(1-x+x^2)^{-1}$ এর বিস্তৃতিতে x^{12} এর সহগ কত?

Ⓐ −1 Ⓑ 1 Ⓒ 2 Ⓓ −2 Ans B

04. $\frac{(1+x)^2}{(1-x)^3}$ এর বিস্তৃতিতে x^r এর সহগ কত?

Ⓐ $2r^2-2r+1$ Ⓑ $2r^2+2r+1$

Ⓒ $2r^2+2r-1$ Ⓓ $2r^2+2r$ Ans B

05. $(\alpha-\frac{x}{3})^7$ এর বিস্তৃতিতে α^3 এর সহগ 560 হলে, x এর মান কত?

Ⓐ ±3 Ⓑ 4 Ⓒ ±6 Ⓓ 5 Ans C

06. x এর আরোহী শক্তিতে $(2+3x)^5(1-2x)^6$ এর সম্প্রসারণে x^3 এর সহগ কোনটি?

Ⓐ 32 Ⓑ 344 Ⓒ 1920 Ⓓ 1720 Ans D

07. $(x-\frac{k}{x})^5$ এর বিস্তৃতিতে x এর সহগ 120 হলে, k এর মান কত?

Ⓐ 12 Ⓑ $-3\sqrt{2}$ Ⓒ $3\sqrt{2}$ Ⓓ $\pm\sqrt{12}$ Ans D

08. $\frac{(1+x)^n}{1-x}$ এর বিস্তৃতিতে x^n এর সহগ কত?

Ⓐ 2^{n-1} Ⓑ 2^n Ⓒ 2^{4n} Ⓓ 2^nx^n Ans B

09. $\frac{x}{(1-4x)(1-5x)}$ এর বিস্তৃতিতে x^r এর সহগ (5^r+k4^r) হলে k এর মান কত?

Ⓐ 1 Ⓑ −1 Ⓒ $\frac{1}{2}$ Ⓓ $-\frac{1}{2}$ Ans B

10. $(2x+\frac{1}{6x})^{10}$ এর বিস্তৃতিতে x বর্জিত পদটি–

Ⓐ $\frac{27}{28}$ Ⓑ $\frac{580}{243}$ Ⓒ 0 Ⓓ $\frac{28}{27}$ Ans D

11. $(\frac{2}{3}x^2+\frac{1}{3x})^9$ এর বিস্তৃতিতে x বর্জিত পদ হল-

Ⓐ $\frac{224}{3^8}$ Ⓑ $-\frac{224}{3^8}$ Ⓒ $\frac{242}{3^8}$ Ⓓ $-\frac{242}{3^8}$ Ans A

12. $(x+\frac{1}{x})^{18}$ এর বিস্তৃতিতে x^0 এর সহগ কত?

Ⓐ 48620 Ⓑ 38620 Ⓒ 48640 Ⓓ 48720 Ans C

13. $(2x^2-\frac{1}{x^2})^6$ এর বিস্তৃতি থেকে x বর্জিত পদটি কোনটি?

Ⓐ −180 Ⓑ 160 Ⓒ −160 Ⓓ 420 Ans C

14. $(3x-\frac{2}{x^2})^{15}$ এর বিস্তৃতিতে x বর্জিত পদ কোনটি এবং উহা +ve না -ve?

Ⓐ 8^{th}; −ve Ⓑ 7^{th}; +ve

Ⓒ 6^{th}; −ve Ⓓ 6^{th}; +ve Ans C

15. $(x+\frac{1}{x^3})^8$ এর বিস্তৃতে ধ্রুব পদটি কত?

Ⓐ 7 Ⓑ 14 Ⓒ 21 Ⓓ 28 Ans D

16. $|x|<1$ শর্তে $\frac{1-x}{1+x}$ এর বিস্তৃতিতে x^2 এর সহগ কত?

Ⓐ 2 Ⓑ −1 Ⓒ −2 Ⓓ 1 Ans D

17. a এর কোন মানের জন্য $(a+2x)^{10}$ এর বিস্তৃতিতে x^5 এবং x^6 এর সহগদ্বয় পরস্পর সমান হবে?

Ⓐ $\frac{1}{3}$ Ⓑ $\frac{3}{5}$ Ⓒ $\frac{5}{3}$ Ⓓ $\frac{3}{2}$ Ans C

18. $(1+ax)^8$ এর বিস্তৃতিতে x^3 এবং x^4 এর সহগ পরস্পর সমান হলে a = কত?

Ⓐ $\frac{5}{4}$ Ⓑ $\frac{4}{5}$ Ⓒ $\frac{16}{5}$ Ⓓ $\frac{5}{16}$ Ans B

19. যদি $(1+x)^{20}$ এর বিস্তৃতিতে x^r এর সহগ x^{r-1} এর সহগের দ্বিগুণ হয়, তবে r এর মান কত?

Ⓐ 7 Ⓑ 5 Ⓒ 1 Ⓓ 0 Ans A

20. $-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{2^2}+\frac{1}{2^3}-\frac{1}{2^4}+\frac{1}{2^5}-$ .... to infinity =?

Ⓐ $\frac{1}{3}$ Ⓑ $-\frac{2}{3}$ Ⓒ $\frac{4}{5}$ Ⓓ 2 Ans B

21. $1+(1+2)+(1+2+3)+$ .... $+$ n তম পদ পর্যন্ত = ?

Ⓐ $\frac{1}{6}n(n+1)(2n+1)$ Ⓑ $\frac{1}{2}n(n+1)(n+2)$

Ⓒ $\frac{1}{6}n(n+1)(n+2)$ Ⓓ $\frac{1}{6}n(n+1)(n+2)(n+3)$ Ans C

22. $1^3+2^3+3^3+$ .... $+n^3=225$ হলে, n এর মান হবে-

Ⓐ 10 Ⓑ 11 Ⓒ 5 Ⓓ 9 Ans C

23. একটি জ্যামিতিক প্রগমন এর প্রথম তিনটি রাশির গুণফল 1 হলে তৃতীয়, চতুর্থ ও পঞ্চম রাশির গুণফল $11\frac{25}{64}$ জ্যামিতিক প্রগমনটির পঞ্চম রাশিটি কত?

Ⓐ $3\frac{13}{8}$ Ⓑ $\pm3\frac{3}{8}$ Ⓒ $\pm3\frac{13}{8}$ Ⓓ $3\frac{5}{64}$ Ans B

24. $1+2+3+.....+n=91$ হলে, n = ?

Ⓐ 10 Ⓑ 13 Ⓒ 11 Ⓓ 12 Ans B

25. যদি $1^3+2^3+3^3+...+n^3=1296$ হয় তাহলে n এর মান কত?

Ⓐ 7 Ⓑ 8 Ⓒ 9 Ⓓ 10 Ans B

26. $(x-\frac{1}{x})^{16}$ এর বিস্তৃতির মধ্যপদটি হবে-

Ⓐ 12780 Ⓑ 12708 Ⓒ 12870 Ⓓ 12807 Ans C

JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS

▶ অধিবৃত্তের ক্ষেত্রে :

আদর্শ সমীকরণ	$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$	$\frac{y^2}{b^2}-\frac{x^2}{a^2}=1$
1 কেন্দ্র	(0, 0)	(0, 0)
2 শীর্ষবিন্দু	(± a, 0)	(0, ± b)
3 বৃহৎ অক্ষের দৈর্ঘ্য	2a	2b
4 ক্ষুদ্র অক্ষের দৈর্ঘ্য	2b	2a
5 উপকেন্দ্র / ফোকাস	(± ae, 0)	(0, ± be)
6 বৃহৎ অক্ষের সমীকরণ	y = 0	x = 0
7 ক্ষুদ্র অক্ষের সমীকরণ	x = 0	y = 0
8 দিকাক্ষ/নিয়ামকের সমীকরণ	$x = \pm a/e$	$y = \pm b/e$
9 উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য	$2b^2/a$	$2a^2/b$
10 উপকেন্দ্রিক লম্বের সমীকরণ	x = ± ae	y = ± be
11 বিকেন্দ্রিকতা/ উৎকেন্দ্রিকতা	$e=\sqrt{\frac{a^2+b^2}{a^2}}$ $=\sqrt{1+b^2/a^2}$	$e=\sqrt{\frac{a^2+b^2}{b^2}}$ $=\sqrt{a^2/b^2+1}$

Part 2 গাণিতিক সমস্যা ও সমাধান

01. $y^2-4x-2y-7=0$ এই পরাবৃত্তের শীর্ষবিন্দু এবং উপকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর।

Sol : প্রথমে সমীকরণটিকে আদর্শ সমীকরণে রূপান্তরিত করতে হবে।

$y^2-4x-2y-7=0$

$\Rightarrow (y^2-2y+1)=4x+8$

$\Rightarrow (y-1)^2=4.1.(x+2)$

$\Rightarrow a=1$

শীর্ষবিন্দুর স্থানাঙ্ক: (0, 0)

অর্থাৎ, X = 0 এবং Y = 0

$\therefore x+2=0 \quad \therefore y-1=0$

$\Rightarrow x=-2 \Rightarrow y=1$

∴ শীর্ষবিন্দু (−2, 1)

উপকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক: (a, 0)

অর্থাৎ, X = a এবং Y = 0

$\therefore x+2=1 \quad \therefore y-1=0$

$\Rightarrow x=-1 \Rightarrow y=1$

∴ উপকেন্দ্র (−1, 1)

02. $y^2-4y=4x-16$ পরাবৃত্তের উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য এবং উপকেন্দ্রিক লম্বের প্রান্ত বিন্দুদ্বয়ের স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর।

Sol : $(y-2)^2=4(x-3)$

উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য $=4a=4.1=4$

ঋণাত্মক দিকের প্রান্তবিন্দু, $x-3=1 \Rightarrow x=4$

$y-2=-2$

$\Rightarrow y=0$

ধনাত্মক দিকের প্রান্তবিন্দু, $x-3=1$

$\Rightarrow x=4$

$y-2=2 \Rightarrow y=4$

∴ প্রান্ত বিন্দুদ্বয়, (4, 0) এবং (4, 4)

03. $4y^2-20x-8y+39=0$ পরাবৃত্তের অক্ষ ও দিকাক্ষের সমীকরণ নির্ণয় কর।

Sol : $4y^2-20x-8y+39=0$

$\Rightarrow (y-1)^2=5\left(x-\frac{7}{4}\right)=4\times\frac{5}{4}\left(x-\frac{7}{4}\right) \Rightarrow a=\frac{5}{4}$

অতএব, অক্ষরেখার সমীকরণ, $Y=0 \Rightarrow y-1=0$

দিকাক্ষের সমীকরণ, $X+a=0 \Rightarrow x-\frac{7}{4}+\frac{5}{4}=0 \Rightarrow x-\frac{1}{2}=0$

04. একটি পরাবৃত্তের শীর্ষবিন্দু (3, 2) এবং এর দিকাক্ষ x = 1 হলে পরাবৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর।

Sol : যেহেতু দিকাক্ষ x = 1, অর্থাৎ y অক্ষের সমান্তরাল, তাই পরাবৃত্তটির অক্ষরেখা x অক্ষের সমান্তরাল

∴ পরাবৃত্তের সমীকরণ, $(y-2)^2=4a(x-3)$

এখানে a = শীর্ষ হতে উপকেন্দ্রের দূরত্ব

= শীর্ষ হতে দিকাক্ষের দূরত্ব = 3 − 1 = 2

∴ পরাবৃত্তের সমীকরণ, $(y-2)^2=8(x-3)$

05. $(y+3)^2=16(x-2)$ পরাবৃত্তের শীর্ষবিন্দুতে অঙ্কিত স্পর্শকের সমীকরণ।

Sol : প্রদত্ত পরাবৃত্ত, $(y+3)^2=4\times4(x-2)$

শীর্ষবিন্দুতে অঙ্কিত স্পর্শক, X = 0, এক্ষেত্রে $\Rightarrow x-2=0$

06. $y=3x+b$ রেখাটি $y^2=8x$ পরাবৃত্তকে স্পর্শ করলে b এর মান কত?

Sol : $y=mx+c$ রেখাটি $y^2=4ax$ পরাবৃত্তকে স্পর্শ করার শর্ত $c=\frac{a}{m}$

এখানে, c = b, m = 3 এবং a = 2 ∴ $b=\frac{2}{3}$

07. (2, 4) বিন্দুতে $y^2=8x$ পরাবৃত্তের স্পর্শকের সমীকরণ নির্ণয় কর।

Sol : প্রদত্ত পরাবৃত্ত, $y^2=8x=4\times2\times x$

∴ (2, 4) বিন্দুতে স্পর্শক, $y\times4=2\times2(x+2)$

$\Rightarrow 4y=4x+8 \quad \Rightarrow 4x-4y+8=0$

08. যদি $y^2=18x$ কোন পরাবৃত্ত হয়, তাহলে p(2, 4) বিন্দুর ফোকাস দূরত্ব নির্ণয় কর।

Sol : প্রদত্ত পরাবৃত্ত $y^2=18x=4\times\frac{18}{4}\times x \quad \therefore a=\frac{18}{4}$

সুতরাং p(2, 4) বিন্দুর ফোকাস দূরত্ব $=\frac{18}{4}+2=\frac{26}{4}$

09. একটি উপবৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর যার উপকেন্দ্র (1, −1) এবং নিয়ামকের সমীকরণ $x-y+2=0$ এবং $e=\frac{1}{\sqrt{2}}$

Sol : উপবৃত্তের সমীকরণ SP = e PM

$\Rightarrow (x-1)^2+(y+1)^2=\frac{1}{2}\times\frac{(x-y+2)^2}{1^2+(-1)^2}$

$\Rightarrow (x-1)^2+(y+1)^2=\frac{(x-y+2)^2}{4}$

10. $4x^2+5y^2-16x+10y+1=0$ উপবৃত্তের উৎকেন্দ্রিকতা, কেন্দ্র এবং উপকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর।

Sol : $4x^2+5y^2-16x+10y+1=0$

$\Rightarrow \frac{(x-2)^2}{5}+\frac{(y+1)^2}{4}=1 \Rightarrow \frac{(x-2)^2}{(\sqrt{5})^2}+\frac{(y+1)^2}{2^2}=1$

এখানে, $x=x-2$, $y=y+1$ এবং $a=\sqrt{5}$, $b=2$; অর্থাৎ $a>b$

(i) উৎকেন্দ্রিকতা $e=\sqrt{1-\frac{b^2}{a^2}}=\frac{1}{\sqrt{5}}$

(ii) কেন্দ্র: (0, 0)

অর্থাৎ, X = 0 এবং, Y = 0

$\Rightarrow x-2=0 \quad \Rightarrow y+1=0$

$\Rightarrow x=2 \quad \Rightarrow y=-1$

অতএব কেন্দ্রের স্থানাঙ্ক (2, −1)

(iii) উপকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক: (± ae, 0)

অর্থাৎ, $X=\pm ae \Rightarrow x-2=\pm\sqrt{5}\times\frac{1}{\sqrt{5}} \Rightarrow x=\pm1+2$

এবং, $Y=0 \Rightarrow y+1=0 \Rightarrow y=-1$

$\Rightarrow x=3$ এবং 1

সুতরাং উপকেন্দ্রদ্বয়ের স্থানাঙ্ক (3, −1) এবং (1, −1)

JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS

CamScanner

11. $4x^2 + 5y^2 - 16x + 10y + 1 = 0$ উপবৃত্তের অক্ষ, ক্ষুদ্র অক্ষ, দ্বিকাক্ষ এবং উপকেন্দ্রিক লম্বের সমীকরণ নির্ণয় কর।

Sol : প্রদত্ত উপবৃত্ত, $4x^2 + 5y^2 - 16x + 10y + 1 = 0$

$$\Rightarrow \frac{(x-2)^2}{(\sqrt{5})^2} + \frac{(y+1)^2}{2^2} = 1$$

সুতরাং $X = x - 2$, $Y = y + 1$, $a = \sqrt{5}$, $b = 2$ এবং $e = \frac{1}{\sqrt{5}}$

(i) আমরা জানি বৃহৎ অক্ষের সমীকরণ $Y = 0 \Rightarrow y + 1 = 0$

(ii) ক্ষুদ্র অক্ষের সমীকরণ, $X = 0 \Rightarrow x - 2 = 0$

(iii) দ্বিকাক্ষের সমীকরণ, $X = \pm\frac{a}{e} \quad \Rightarrow x - 2 = \pm\frac{\sqrt{5}}{\frac{1}{\sqrt{5}}} = \pm 5$

$\Rightarrow x = 7$ এবং $x = -3$ হল দ্বিকাক্ষের সমীকরণ।

(iv) উপকেন্দ্রিক লম্বের সমীকরণ, $X = \pm ae$

$\Rightarrow x - 2 = \pm\sqrt{5} \times \frac{1}{\sqrt{5}} = \pm 1$

$\Rightarrow x = 3$ এবং $x = 1$ হল উপকেন্দ্রিক লম্বের সমীকরণ।

12. $9x^2 + 4y^2 = 36$ উপবৃত্তটির উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য কত?

Sol : প্রদত্ত উপবৃত্ত, $9x^2 + 4y^2 = 36 \Rightarrow \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$

অতএব, $a^2 = 4, b^2 = 9$

সুতরাং, উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য $= \frac{2a^2}{b} = \frac{2 \times 4}{3} = \frac{8}{3}$

13. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ উপবৃত্তের ফোকাসদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব কত?

Sol : $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1 \Rightarrow \frac{x^2}{3^2} + \frac{y^2}{2^2} = 1 \therefore a = 3$ এবং $b = 2$ তাহলে

$$e = \sqrt{\frac{a^2 - b^2}{a^2}} = \sqrt{\frac{9-4}{9}} = \sqrt{\frac{5}{9}}$$

ফোকাসদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব $= 2ae = 2 \times 3 \times \sqrt{\frac{5}{9}} = 2\sqrt{5}$

14. $y = 2x + c$ রেখাটি $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$ উপবৃত্তের স্পর্শক হলে c এর মান নির্ণয় কর।

Sol : $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1 \Rightarrow 3x^2 + 4y^2 = 12$

$\Rightarrow 3x^2 + 4(4x^2 + 4cx + c^2) = 12$

$\Rightarrow 19x^2 + 16cx + 4c^2 - 12 = 0$

এখন, নিশ্চায়ক $= 0$

$\Rightarrow (16c)^2 - 4 \times 19 \times (4c^2 - 12) = 0$

$\Rightarrow 64c^2 - 76c^2 + 228 = 0$

$\Rightarrow c^2 = 19 \Rightarrow c = \sqrt{19}$

15. $\frac{x^2}{4^2} + \frac{y^2}{2^2} = 1$ উপবৃত্তের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

Sol : প্রদত্ত উপবৃত্তের ক্ষেত্রে, $a = 4$ এবং $b = 2$

$\therefore$ উপবৃত্তের ক্ষেত্রফল $= \pi ab = \pi \times 4 \times 2 = 8\pi$

16. $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} = 1$ অধিবৃত্তের অসীমতটের সমীকরণ নির্ণয় কর।

Sol: এখানে, $a = 3, b = 2$

$\therefore$ অসীমতটের সমীকরণ, $y = \pm\frac{2}{3}x$

17. $9x^2 - 16y^2 - 18x - 64y - 199 = 0$ অধিবৃত্তের উৎকেন্দ্রিকতা, উপকেন্দ্র, শীর্ষবিন্দু নির্ণয় কর।

Sol : অধিবৃত্তের সমীকরণটিকে আদর্শ রূপে নিতে হবে।

$9x^2 - 16y^2 - 18x - 64y - 199 = 0$

$\Rightarrow 9(x^2 - 2x + 1) - 16(y^2 + 4y + 4) - 144 = 0$

$$\Rightarrow \frac{(x-1)^2}{4^2} - \frac{(y+2)^2}{3^2} = 1$$

সুতরাং এক্ষেত্রে, $X = x - 1$, $Y = y + 2$ এবং $a = 4, b = 3$

(i) উৎকেন্দ্রিকতা: $e = \sqrt{1 + \frac{b^2}{a^2}} = \sqrt{1 + \frac{9}{16}} = \sqrt{\frac{25}{16}} = \frac{5}{4}$

(ii) উপকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক: $(\pm ae, 0)$

অর্থাৎ, $X = \pm ae$ এবং $\quad Y = 0$

$\Rightarrow x - 1 = \pm 4 \times \frac{5}{4}$ এবং $\quad \Rightarrow y + 2 = 0$

$\Rightarrow x = 6$ এবং -4 এবং $\quad \Rightarrow y = -2$

$\therefore$ উপকেন্দ্রদ্বয় $(6, -2)$ এবং $(-4, -2)$

(ii) শীর্ষবিন্দুর স্থানাঙ্ক: $(\pm a, 0)$

অর্থাৎ, $X = \pm a$, এবং $Y = 0$

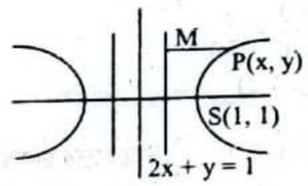
$\Rightarrow x - 1 = \pm 4$ এবং $\Rightarrow y + 2 = 0$

$\Rightarrow x = 5$ এবং -3 এবং $\Rightarrow y = -2$

$\therefore$ শীর্ষবিন্দুর স্থানাঙ্ক $(5, -2)$ এবং $(-3, -2)$

18. একটি অধিবৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর যার উপকেন্দ্র (1,1), উৎকেন্দ্রতা $\sqrt{3}$ এবং নিয়ামকের সমীকরণ $2x + y = 1$.

Sol :



অধিবৃত্তের সংজ্ঞানুসারে, $SP = e. PM$

$$\Rightarrow \sqrt{(x-1)^2 + (y-1)^2} = \sqrt{3}\left|\frac{2x + y - 1}{\sqrt{2^2 + 1^2}}\right|$$

$$\Rightarrow (x-1)^2 + (y-1)^2 = 3\frac{(2x + y - 1)^2}{5}$$

$\Rightarrow 5(x^2 + y^2 - 2x - 2y + 2) = 3(4x^2 + 4xy + y^2 - 4x - 2y + 1)$

$\therefore 7x^2 - 2y^2 + 12xy - 2x + 4y - 7 = 0$

For Practiec

01. $y = 2x + 2$ সরলরেখাটি $y^2 = 4ax$ বক্ররেখার স্পর্শক হলে a এর মান, উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য ও স্পর্শ বিন্দু নির্ণয় কর। **Ans:** 4 ; 16; (1,4)

02. $y^2 = 8x$ পরাবৃত্তের উপরিস্থিত কোন বিন্দুর উপকেন্দ্রিক দূরত্ব 8 হলে ঐ বিন্দুর স্থানাঙ্ক কত? **Ans.** $(6, \pm 4\sqrt{3})$

03. $x^2 + 4x + 2y = 0$ পরাবৃত্তের উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য কত? **Ans.** 2

04. $y^2 = 9x$ পরাবৃত্তের নিয়ামক রেখার সমীকরণ কত? **Ans.** $4x + 9 = 0$

05. একটি পরাবৃত্তের অক্ষ x অক্ষ এবং তা (3, 2) ও (–2, – 1) বিন্দুগামী। পরাবৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর। **Ans.** $5y^2 = 3x + 11$

06. $y^2 + 8x - 2y - 23 = 0$ পরাবৃত্তের শীর্ষবিন্দু ও উপকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর। **Ans.** (3, 1), (1, 1)

07. $(y + \sqrt{3})^2 = 8(x + 3)$ পরাবৃত্তের উপকেন্দ্রের পোলার স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর। **Ans:** $\left(2, \frac{4\pi}{3}\right)$

08. $11x^2 + 14y^2 - 4xy - 48x - 24y + 66 = 0$ সমীকরণটি কী নির্দেশ করে? **Ans:** উপবৃত্ত

CamScanner

JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS

09. $x = 2\cos\phi + 1,\ 2y = \sin\phi + 2$ উপবৃত্তের ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক? Ans: π

10. $25x^2 + 16y^2 = 400$ উপবৃত্তটির অক্ষদ্বয়ের সমীকরণ, বৃহৎ অক্ষ, ক্ষুদ্র অক্ষ ও উপকেন্দ্রদ্বয়ের স্থানাঙ্ক এবং উৎকেন্দ্রিকতা নির্ণয় কর।

Ans: $x = 0,\ y = 0$; 10 ; 8; $(0, \pm 3)$; $\frac{3}{5}$

11. $25x^2 + 16y^2 = 400$ উপবৃত্তের উৎকেন্দ্রিকতা কত? Ans: $\frac{3}{5}$

12. k এর মান কত হলে, $y = -x + k$ সরলরেখাটি $\frac{x^2}{20} + \frac{y^2}{5} = 1$ উপবৃত্তের স্পর্শক হবে। Ans: ± 5

13. $4x^2 + y^2 = 2$ উপবৃত্তটির বৃহৎ ও ক্ষুদ্র অক্ষের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

Ans: $2\sqrt{2}$ and $\sqrt{2}$

14. একটি উপবৃত্তের উপরস্থ কোনো বিন্দুর পরামিতিক স্থানাঙ্ক $(2\cos\theta, 5\sin\theta)$ হলে তার প্রমিত সমীকরণ নির্ণয় কর। Ans: $25x^2 + 4y^2 = 100$

15. $x^2 - y^2 = 1$ অধিবৃত্তের অসীমতট নির্ণয় কর। Ans: $y = \pm x$

Part 3 জাতীয় বিশ্ববিদ্যালয় বিগত প্রশ্নোত্তর

01. $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$ উপবৃত্ত দ্বারা আবদ্ধক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল– [NU-Science : 13-14]
Ⓐ 4π বর্গ একক Ⓑ 9π বর্গ একক
Ⓒ 36π বর্গ একক Ⓓ 6π বর্গ একক Ans Ⓓ

02. $(y + 1)^2 = x$ লেখচিত্র প্রকাশ করে একটি- [NU-Science : 08-09]
Ⓐ বৃত্ত Ⓑ পরাবৃত্ত Ⓒ উপবৃত্ত Ⓓ অধিবৃত্ত Ans Ⓑ

03. $4x^2 + 9y^2 = 36$ সমীকরণের লেখচিত্র একটি– [NU-Science : 07-08]
Ⓐ সরলরেখা Ⓑ বৃত্ত Ⓒ পরাবৃত্ত Ⓓ উপবৃত্ত Ans Ⓓ

04. $y = ax^2 + bx + c(a \neq 0)$ সমীকরণের লেখচিত্র- [NU-Science : 06-07]
Ⓐ সরলরেখা Ⓑ বৃত্ত Ⓒ পরাবৃত্ত Ⓓ উপবৃত্ত Ans Ⓒ

Part 4 জাতীয় বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার উপযোগী বিভিন্ন বিশ্ববিদ্যালয়ের গুরুত্বপূর্ণ বিগত প্রশ্নোত্তর

01. $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ অধিবৃত্তের পরামিতিক সমীকরণ কোনটি? [GST-A: 23-24]
Ⓐ $x = a\tan\theta,\ y = b\sec\theta$ Ⓑ $x = b\tan\theta,\ y = a\sec\theta$
Ⓒ $x = a\sec\theta,\ y = b\tan\theta$ Ⓓ $x = b\sec\theta,\ y = a\tan\theta$ Ans Ⓒ

02. $x^2 - 8x + 4y - 4 = 0$ কনিকটির দিকাক্ষের পাদবিন্দুর স্থানাঙ্ক–[GST-A : 22-23]
Ⓐ $(4, 6)$ Ⓑ $(4, -6)$ Ⓒ $(-4, -6)$ Ⓓ $(6, 4)$ Ans Ⓐ

03. $2x^2 + y^2 - 8x - 2y + 1 = 0$ উপবৃত্তটির কেন্দ্রের স্থানাঙ্ক কোনটি? [GST-A : 22-23]
Ⓐ $(2, 1)$ Ⓑ $(-2, 1)$ Ⓒ $(1, 2)$ Ⓓ $(1, -2)$ Ans Ⓐ

04. যে কনিকের প্যারামিতিক সমীকরণ $x = 3 + at^2, y = 2at$ সেটার শীর্ষবিন্দুর স্থানাঙ্ক– [GST-A : 22-23]
Ⓐ $(0,0)$ Ⓑ $(2,0)$ Ⓒ $(3,0)$ Ⓓ $(2,3)$ Ans Ⓒ

05. $\frac{x^2}{30} + \frac{y^2}{14} = 1$ উপবৃত্তের নিয়ামক রেখাদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব কত একক? [GST-A : 22-23]
Ⓐ 7 Ⓑ 14 Ⓒ 15 Ⓓ 30 Ans Ⓒ

06. $2x^2 + 3y^2 - 12x + 12y + 29 = 0$ কনিকটির উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য কত? [GST-A : 21-22]
Ⓐ $\frac{\sqrt{2}}{3}$ Ⓑ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ Ⓒ $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ Ⓓ $2\sqrt{\frac{2}{3}}$ Ans Ⓒ

07. $y^2 = 3x$ এবং $x^2 = 3y$ পরাবৃত্তদ্বয়ের ছেদবিন্দু দিয়ে গমনকারী সরলরেখার ঢাল কত? [GST-A : 21-22]
Ⓐ -1 Ⓑ 1 Ⓒ 2 Ⓓ 3 Ans Ⓑ

08. $(y + \sqrt{3})^2 = 8(x + 3)$ পরাবৃত্তের উপকেন্দ্রের পোলার স্থানাঙ্ক কোনটি? [GST-A : 20-21]
Ⓐ $\left(2, -\frac{\pi}{3}\right)$ Ⓑ $\left(2\sqrt{3}, \frac{\pi}{3}\right)$ Ⓒ $\left(2, \frac{4\pi}{3}\right)$ Ⓓ $\left(2\sqrt{3}, \frac{\pi}{6}\right)$ Ans Ⓒ

09. $y^2 = 4P(x - 2)$ পরাবৃত্তটি $(3, -4)$ বিন্দু দিয়ে অতিক্রম করলে P এর মান কত? [KU-A : 19-20]
Ⓐ -4 Ⓑ 1 Ⓒ 2 Ⓓ 4 Ans Ⓓ

10. কোন পরাবৃত্তের উপকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক $(4, 0)$ এবং দিকাক্ষের সমীকরণ $x + 2 = 0$ হলে, পরাবৃত্তটির সমীকরণ কোনটি? [CoU-A : 18-19]
Ⓐ $y^2 = 4(x - 1)$ Ⓑ $y^2 = 6(x - 2)$
Ⓒ $y^2 = 10(x - 3)$ Ⓓ $y^2 = 12(x - 1)$ Ans Ⓓ

11. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$; $(a < b)$ উপবৃত্তের ক্ষুদ্র অক্ষের দৈর্ঘ্য- [BU-D : 19-20]
Ⓐ 2a Ⓑ 2b Ⓒ a Ⓓ b Ans Ⓐ

12. $x^2 = 4ay, (a > 0)$ পরাবৃত্তের উপকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক- [BU-D : 19-20]
Ⓐ (a, a) Ⓑ $(0, 0)$ Ⓒ $(a, 0)$ Ⓓ $(0, a)$ Ans Ⓓ

13. $\frac{y^2}{b^2} - \frac{x^2}{a^2} = 1$ অধিবৃত্তের অসীমতট রেখার দৈর্ঘ্য- [BU-D : 19-20]
Ⓐ $x = \pm\frac{b}{a}y$ Ⓑ $x = \pm\frac{a}{b}y$ Ⓒ $y = \pm\frac{b}{a}x$ Ⓓ $y = \pm\frac{a}{b}$ Ans Ⓒ

14. $y^2 - 9x = 0$ পরাবৃত্তের নিয়ামক রেখার সমীকরণ কোনটি? [JKKNIU-B : 19-20]
Ⓐ $4x + 9 = 0$ Ⓑ $4x - 9 = 0$
Ⓒ $x + 9 = 0$ Ⓓ $2x + 3 = 0$ Ans Ⓐ

15. $2x^2 - y^2 = 4$ অধিবৃত্তের উৎকেন্দ্রিকতা কত? [JKKNIU-B : 19-20]
Ⓐ 4 Ⓑ 3 Ⓒ $\sqrt{3}$ Ⓓ 5 Ans Ⓒ

16. $y^2 - 6x + 4y + 11 = 0$ পরাবৃত্তের অক্ষের সমীকরণ কোনটি? [JKKNIU-B : 19-20]
Ⓐ $y = 0$ Ⓑ $y + 2 = 0$ Ⓒ $6x - 7 = 0$ Ⓓ $x = 0$ Ans Ⓑ

Part 5 সম্ভাব্য MCQ

01. $\left(x + \frac{3}{2}\right)^2 = 2\left(y + \frac{61}{40}\right)$ পরাবৃত্তের শীর্ষবিন্দু কোনটি?
Ⓐ $\left(-\frac{3}{2}, -\frac{61}{40}\right)$ Ⓑ $\left(\frac{1}{2}, 0\right)$ Ⓒ $(2, 0)$ Ⓓ $\left(\frac{3}{2}, \frac{61}{40}\right)$ Ans Ⓐ

02. $y + 2 = 0$ নিয়ামক রেখা এবং $(0, 2)$ ফোকাস বিশিষ্ট পরাবৃত্তের সমীকরণ কোনটি?
Ⓐ $x^2 = 4y$ Ⓑ $y^2 = 4x$ Ⓒ $x^2 = 8y$ Ⓓ $y^2 = 8x$ Ans Ⓒ

03. $(3, 4)$ উপকেন্দ্র ও $(0, 0)$ শীর্ষবিশিষ্ট পরাবৃত্তের নিয়ামক রেখার সমীকরণ কোনটি?
Ⓐ $3x + 4y - 25 = 0$ Ⓑ $3x - 4y + 25 = 0$
Ⓒ $3x + 4y + 25 = 0$ Ⓓ $3x - 4y - 25 = 0$ Ans Ⓒ

04. $x^2 = -10y$ পরাবৃত্তের উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য কত?
Ⓐ $\frac{5}{2}$ Ⓑ 5 Ⓒ 10 Ⓓ 20 Ans Ⓒ

05. $y^2 = 4(x - 2)$ পরাবৃত্তটির নিয়ামক রেখার সমীকরণ কোনটি?
Ⓐ $x = 1$ Ⓑ $x = 2$ Ⓒ $x = -1$ Ⓓ $x = -2$ Ans Ⓐ

06. পরাবৃত্ত ও এর অক্ষরেখার ছেদবিন্দুকে কী বলা হয়?
Ⓐ পরাবৃত্তের উপকেন্দ্র Ⓑ পরাবৃত্তের শীর্ষবিন্দু
Ⓒ পরাবৃত্তের কেন্দ্র Ⓓ উপকেন্দ্রিক লম্বের প্রান্তবিন্দু Ans Ⓑ

07. $y^2 = 2(x + 3)$ পরাবৃত্তের শীর্ষবিন্দুর স্থানাঙ্ক কোনটি?
Ⓐ $(3, 0)$ Ⓑ $(0, 3)$ Ⓒ $(-3, 0)$ Ⓓ $(0, -3)$ Ans Ⓒ

08. $x^2 = 6ky$ পরাবৃত্তটি $(9, 2)$ বিন্দুগামী হলে, পরাবৃত্তটির উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য কত?
Ⓐ $\frac{81}{2}$ Ⓑ $\frac{81}{8}$ Ⓒ $\frac{27}{4}$ Ⓓ $\frac{27}{2}$ Ans Ⓐ

09. $y^2 - 4y - 4x + 16 = 0$ পরাবৃত্তটির উপকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক কোনটি?
Ⓐ $(-4, -2)$ Ⓑ $(-2, -4)$ Ⓒ $(4, 2)$ Ⓓ $(2, 4)$ Ans Ⓒ

10. $y^2 - 4y - 4x + 16 = 0$ পরাবৃত্তের অক্ষরেখার সমীকরণ কোনটি?
Ⓐ $x - 3 = 0$ Ⓑ $y - 2 = 0$ Ⓒ $x = 0$ Ⓓ $y = 0$ Ans Ⓑ

11. $x^2 + 8x + 12y + 4 = 0$ পরাবৃত্তটির শীর্ষবিন্দুর স্থানাঙ্ক কোনটি?
Ⓐ $(-4, 1)$ Ⓑ $(4, -1)$ Ⓒ $(-4, -1)$ Ⓓ $(4, 1)$ Ans Ⓐ

12. $x^2 + 8x + 12y + 4 = 0$ পরাবৃত্তের উপকেন্দ্রিক লম্বের সমীকরণ?
Ⓐ $y - 4 = 0$ Ⓑ $y + 2 = 0$
Ⓒ $x + 7 = 0$ Ⓓ $x + 1 = 0$ Ans Ⓑ

JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS

CamScanner

JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS

13. $3x^2 + 15x - 10y - 4 = 0$ পরাবৃত্তের নিয়ামকের সমীকরণ-
(A) $40x + 81 = 0$ (B) $2x + 3 = 0$
(C) $40y + 81 = 0$ (D) $40y + 41 = 0$ Ans(C)

14. $x^2 - 4x + 12y - 40 = 0$ পরাবৃত্তের উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য-
(A) 12 (B) 8 (C) 6 (D) 4 Ans(A)

15. কোন উপবৃত্তের উৎকেন্দ্রিকতা e হলে-
(A) $e = 1$ (B) $e = 0$ (C) $e > 1$ (D) $e < 1$ Ans(D)

16. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} = 1$ উপবৃত্তের বৃহৎ অক্ষের দৈর্ঘ্য-
(A) 3 (B) 4 (C) 6 (D) 8 Ans(D)

17. $5x^2 - 12xy + 5y^2 + 22x - 20y + 29 = 0$ সমীকরণ যুক্তি কনিকটি কী নির্দেশ করে?
(A) পরাবৃত্ত (B) উপবৃত্ত (C) অধিবৃত্ত (D) বৃত্ত Ans(B)

18. $\frac{4x^2}{81} + \frac{y^2}{18} = 1$ উপবৃত্তের নিয়ামকের সমীকরণ কোনটি?
(A) $x = \pm\frac{27}{2}$ (B) $x = \pm\frac{25}{2}$ (C) $x = \pm\frac{9}{2}$ (D) $x = \pm\frac{91}{2}$ Ans(A)

19. $9x^2 + 16y^2 = 144$ উপবৃত্ত দ্বারা আবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কোনটি?
(A) 6π (B) 12π (C) 8π (D) 3π Ans(B)

20. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{m} = 1$ উপবৃত্তটি (4, 6) বিন্দু দিয়ে অতিক্রম করলে উৎকেন্দ্রিকতা -
(A) $\frac{2}{\sqrt{3}}$ (B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (C) $\sqrt{3}$ (D) $\sqrt{2}$ Ans(B)

21. $9x^2 - 4y^2 + 36 = 0$ একটি অধিবৃত্তের সমীকরণ। অধিবৃত্তটির উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য কত?
(A) $\frac{9}{2}$ (B) 9 (C) $\frac{8}{3}$ (D) $\frac{4}{3}$ Ans(C)

22. অধিবৃত্তের পরামিতিক স্থানাঙ্ক $\left(\frac{4}{\cos\theta}, \frac{6}{\cot\theta}\right)$ হলে, অধিবৃত্তের সমীকরণ কোনটি হবে?
(A) $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{36} = 1$ (B) $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{25} = 1$ (C) $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{5} = 1$ (D) $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{25} = 1$ Ans(A)

23. যদি কোনো অধিবৃত্তের অসীমতট রেখার সমীকরণ $y = \pm\frac{2}{3}x$ হয়, তবে অধিবৃত্তের পরামিতিক সমীকরণ নিচের কোনটি?
(A) $x = 3\sec\theta, y = 2\tan\theta$ (B) $x = 2\tan\theta, y = 3\sec\theta$
(C) $x = 3\tan\theta, y = 2\sec\theta$ (D) $x = 2\sec\theta, y = 3\tan\theta$ Ans(A)

24. $x^2 - y^2 = 1$ অধিবৃত্তের অসীমতট কোনটি?
(A) $y = \pm x$ (B) $y = \pm\frac{1}{2}x$ (C) $y = \pm 2x$ (D) $y = 0$ Ans(A)

25. আড় অক্ষের দৈর্ঘ্য 8 এবং (±12, 0) উপকেন্দ্রদ্বয় বিশিষ্ট অধিবৃত্তের উৎকেন্দ্রিকতা হচ্ছে-
(A) 3 (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{1}{2}$ (D) 2 Ans(A)

26. $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ও $\frac{x^2}{144} - \frac{y^2}{81} = \frac{1}{25}$ এর উপকেন্দ্র একই হলে, b^2 এর মান কোনটি?
(A) 7 (B) 1 (C) 5 (D) 9 Ans(A)

27. $y^2 - 4x^2 = 4$ অধিবৃত্তের শীর্ষবিন্দুদ্বয়ের স্থানাঙ্ক হবে-
(A) $(0, \pm 2)$ (B) $(\pm 2, 0)$ (C) $(0, \pm 1)$ (D) $(\pm 1, 0)$ Ans(A)

28. একটি অধিবৃত্ত (6, 4) এবং (−3, 1) বিন্দুগামী। এর কেন্দ্র মূল বিন্দুতে এবং x-অক্ষ বরাবর এর আড় অক্ষ (অনুবন্ধী অক্ষের দৈর্ঘ্য কত) অবস্থিত।
(A) $\frac{36}{\sqrt{5}}$ (B) 8 (C) 2 (D) 4 Ans(D)

29. $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{7} = 1$ এর উৎকেন্দ্রিকতা কত হবে?
(A) $\frac{9}{7}$ (B) $\frac{7}{9}$ (C) $\frac{4}{3}$ (D) $\frac{3}{4}$ Ans(C)

30. $7x^2 - 9y^2 - 14x - 36y - 92 = 0$ সমীকরণটি কি নির্দেশ করে?
(A) বৃত্ত (B) পরাবৃত্ত (C) উপবৃত্ত (D) অধিবৃত্ত Ans(D)

31. $2x^2 - y^2 = 4$ অধিবৃত্তের উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য কোনটি?
(A) 4 (B) $4\sqrt{2}$ (C) $\sqrt{2}$ (D) $\sqrt{3}$ Ans(B)

32. $2x^2 + 3y^2 = 1$ উপবৃত্তের উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য কত?
(A) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (B) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ (C) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ (D) $\frac{2\sqrt{3}}{2}$ Ans(C)

33. $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{25} = 1$ উপবৃত্তের ফোকাসদ্বয় ও $2x^2 + 2y^2 + 12x - 16y - 13 = 0$ বৃত্তের কেন্দ্র দ্বারা গঠিত ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল কত?
(A) 6 sq units (B) 9 sq units
(C) 12 sq units (D) 18 sq units Ans(B)

34. $4x^2 + y^2 = 2$ উপবৃত্তটির বৃহৎ ও ক্ষুদ্র অক্ষের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে -
(A) 4 , 2 (B) 2 , 4
(C) $\sqrt{2}, 2\sqrt{2}$ (D) $2\sqrt{2}, \sqrt{2}$ Ans(D)

35. একটি উপবৃত্তের উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য বৃহদাক্ষের দৈর্ঘ্যের অর্ধেক, উপবৃত্তটির উৎকেন্দ্রিকতা কত?
(A) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ (B) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (C) $\frac{2}{\sqrt{3}}$ (D) $\frac{2}{3}$ Ans(B)

36. $\frac{y^2}{4} - \frac{x^2}{5} = 1$ অধিবৃত্তটির উপকেন্দ্র দুইটির স্থানাঙ্ক কত?
(A) $(\pm 3, 0)$ (B) $(\pm 5, 0)$ (C) $(0, \pm 3)$ (D) $(0, \pm 5)$ Ans(C)

37. $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} = 1$ অধিবৃত্তটির শীর্ষবিন্দু দুইটির স্থানাঙ্ক কত?
(A) $(0, \pm 2)$ (B) $(\pm 2, 0)$ (C) $(0, \pm 3)$ (D) $(\pm 3, 0)$ Ans(B)

38. $9x^2 - 4y^2 + 36 = 0$ অধিবৃত্তের উৎকেন্দ্রিকতা কত?
(A) $\frac{3}{\sqrt{13}}$ (B) $\frac{\sqrt{13}}{3}$ (C) $\frac{\sqrt{10}}{4}$ (D) $\frac{4}{\sqrt{10}}$ Ans(B)

39. $4x^2 - 9y^2 - 16x + 18y - 29 = 0$ অধিবৃত্তটির অসীমতটদ্বয়ের ছেদবিন্দুর স্থানাঙ্ক কত?
(A) (1, 2) (B) (−2, 1) (C) (2, −1) (D) (2, 1) Ans(D)

40. $px^2 + 4y^2 = 1$ উপবৃত্তটি (±1, 0) বিন্দু দিয়ে যায়। উপবৃত্তটির অক্ষ দুটির দৈর্ঘ্য কত?
(A) 4 ও 1 (B) 2 ও 1 (C) 8 ও 2 (D) 4 ও 2 Ans(B)

41. একটি উপবৃত্তের অক্ষদ্বয়ের স্থানাঙ্ক অক্ষদ্বয়ের উপর অবস্থিত উপবৃত্তটি $\frac{x}{5} + \frac{y}{2} = 1$ রেখাকে x অক্ষের উপরে এবং $\frac{x}{2} + \frac{y}{6} = 1$ রেখাকে y অক্ষের উপরে ছেদ করে। উপবৃত্তটির উৎকেন্দ্রিকতা কোনটি?
(A) $\frac{\sqrt{7}}{6}$ (B) $\frac{\sqrt{11}}{6}$ (C) $\frac{\sqrt{13}}{6}$ (D) $\frac{\sqrt{5}}{6}$ Ans(B)

42. $9(x - 2)^2 + 25(y - 3)^2 = 225$ উপবৃত্তের ফোকাসদ্বয় ও মূলবিন্দু দিয়ে গঠিত ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল নিচের কোনটি?
(A) 11 বর্গ একক (B) 12 বর্গ একক
(C) 13 বর্গ একক (D) 14 বর্গ একক Ans(B)

43. $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ অধিবৃত্তের সমীকরণটির অনুবন্ধী অক্ষের দৈর্ঘ্য কত?
(A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 8 Ans(C)

44. অধিবৃত্তের পরামিতিক স্থানাঙ্ক $(4\sec\theta, 6\tan\theta)$ হলে অধিবৃত্তের সমীকরণ নিচের কোনটি?
(A) $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{16} = 1$ (B) $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} = 1$
(C) $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} = 1$ (D) $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{36} = 1$ Ans(D)

JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS

CamScanner

05. $\sin^{-1}\frac{2a}{1+a^2} - \cos^{-1}\frac{1-b^2}{1+b^2} = 2\tan^{-1}x$ **হলে $x = ?$**

Sol: $\sin^{-1}\frac{2a}{1+a^2} - \cos^{-1}\frac{1-b^2}{1+b^2} = 2\tan^{-1}x$

$\Rightarrow 2\tan^{-1}a - 2\tan^{-1}b = 2\tan^{-1}x$

$\Rightarrow \tan^{-1}\frac{a-b}{1+ab} = \tan^{-1}x \Rightarrow x = \frac{a-b}{1+ab}$

06. $\tan^{-1}\frac{1-x}{1+x} = \frac{1}{2}\tan^{-1}x$ **হলে, $x = ?$**

Sol: $\tan^{-1}\frac{1-x}{1+x} = \frac{1}{2}\tan^{-1}x \Rightarrow 2\tan^{-1}\frac{1-x}{1+x} = \tan^{-1}x$

$\Rightarrow \tan^{-1}\frac{2\left(\frac{1-x}{1+x}\right)}{1-\frac{(1-x)^2}{(1+x)^2}} = \tan^{-1}x$

$\Rightarrow \frac{2(1-x^2)}{4x} = x \Rightarrow x = \pm\frac{1}{\sqrt{3}}$

07. $\tan^{-1}\frac{3x}{2} = \frac{\pi}{4}$ **হলে, $\cot^{-1}\frac{3x}{2}$ এবং x এর মান কত?**

Sol: $\tan^{-1}\frac{3x}{2} + \cot^{-1}\frac{3x}{2} = \frac{\pi}{2}$

$\Rightarrow \frac{\pi}{4} + \cot^{-1}\frac{3x}{2} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \cot^{-1}\frac{3x}{2} = \frac{\pi}{4}$

আবার, $\tan^{-1}\frac{3x}{2} = \frac{\pi}{4} \Rightarrow \frac{3x}{2} = 1 \Rightarrow x = \frac{2}{3}$

08. $2\cos^2\theta + 2\sqrt{2}\sin\theta = 3$

Sol: $2(1-\sin^2\theta) + 2\sqrt{2}\sin\theta = 3$

$\Rightarrow 2 - 2\sin^2\theta + 2\sqrt{2}\sin\theta = 3$

$\Rightarrow -2\sin^2\theta + 2\sqrt{2}\sin\theta - 1 = 0$

$\Rightarrow 2\sin^2\theta - 2\sqrt{2}\sin\theta + 1 = 0$

$\Rightarrow \left(\sqrt{2}\sin\theta\right)^2 - 2.\sqrt{2}\sin\theta.1 + (1)^2 = 0$

$\Rightarrow \left(\sqrt{2}\sin\theta - 1\right)^2 = 0$

$\Rightarrow \sqrt{2}\sin\theta = 1 \Rightarrow \sin\theta = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \sin\theta = \sin\frac{\pi}{4}$

$\therefore \theta = n\pi + (-1)^n\frac{\pi}{4}; n\in Z$

09. $\cos^{-1}x + \cos^{-1}y + \cos^{-1}z = \pi$ **হলে, $x^2 + y^2 + 2xyz$ এর মান কত?**

Sol: সাধারণ সূত্রের সাহায্যে, $\cos^{-1}x + \cos^{-1}y = \pi - \cos^{-1}z$

$\Rightarrow \cos^{-1}(xy - \sqrt{1-x^2}.\sqrt{1-y^2}) = \pi - \cos^{-1}z$

$\Rightarrow xy - \sqrt{1-x^2}\sqrt{1-y^2} = \cos(\pi - \cos^{-1}z)$

$\Rightarrow xy - \sqrt{1-x^2}\sqrt{1-y^2} = z \Rightarrow \sqrt{1-x^2}\sqrt{1-y^2} = zy - z$

$\Rightarrow (1-x^2)(1-y^2) = x^2y^2 - 2xyz + z^2$ [বর্গ করে]

$\Rightarrow 1 + x^2 + y^2 + x^2y^2 = x^2y^2 - 2xyz + z^2$

$\Rightarrow x^2 + y^2 + z^2 + 2xyz = 1$

10. প্রমাণ কর : $\tan^{-1}\frac{a^2-b^2}{1+a^2b^2} + \tan^{-1}\frac{b^2-c^2}{1+b^2c^2} + \tan^{-1}\frac{c^2-a^2}{1+c^2a^2} = 0$

Sol: $\tan^{-1}\frac{a^2-b^2}{1+a^2b^2} + \tan^{-1}\frac{b^2-c^2}{1+b^2c^2} + \tan^{-1}\frac{c^2-a^2}{1+c^2a^2}$

$= (\tan^{-1}a^2 - \tan^{-1}b^2) + \tan^{-1}b^2 - \tan^{-1}c^2) + (\tan^{-1}c^2 - \tan^{-1}a^2)$

$= \tan^{-1}a^2 - \tan^{-1}b^2 + \tan^{-1}b^2 - \tan^{-1}c^2 + \tan^{-1}c^2 - \tan^{-1}a^2$

$= 0$ *(Proved)*

11. সমাধান কর : $\tan^{-1}x + 2\cot^{-1}x = \frac{2\pi}{3}$

Sol: $\tan^{-1}x + 2\cot^{-1}x = \frac{2\pi}{3} \Rightarrow \tan^{-1}x + \cot^{-1}x + \cot^{-1}x = \frac{2\pi}{3}$

$\Rightarrow \frac{\pi}{2} + \cot^{-1}x = \frac{2\pi}{3} \Rightarrow \cot^{-1}x = \frac{\pi}{6} \Rightarrow x = \cot\frac{\pi}{6} = \sqrt{3}$

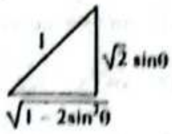
12. দেখাও যে, $\sin^{-1}(\sqrt{2}\sin\theta) - \cos^{-1}(\sqrt{\cos 2\theta}) = 0$

Sol: $\sin^{-1}(\sqrt{2}\sin\theta) - \cos^{-1}(\sqrt{\cos 2\theta})$

$= \sin^{-1}(\sqrt{2}\sin\theta) - \cos^{-1}(\sqrt{1-2\sin^2\theta})$

$= \sin^{-1}(\sqrt{2}\sin\theta) - \sin^{-1}(\sqrt{2}\sin\theta)$

$= 0$ (Showed)



13. সমাধান কর : $\tan^{-1}\frac{x-1}{x-2} + \tan^{-1}\frac{x+1}{x+2} = \frac{\pi}{4}$

Sol: $\tan^{-1}\frac{x-1}{x-2} + \tan^{-1}\frac{x+1}{x+2} = \frac{\pi}{4} \Rightarrow \tan^{-1}\frac{\frac{x-1}{x-2}+\frac{x+1}{x+2}}{1-\frac{x-1}{x-2}.\frac{x+1}{x+2}} = \frac{\pi}{4}$

$\Rightarrow \frac{(x-1)(x+2)+(x-2)(x+1)}{(x-2)(x+2)-(x-1)(x+1)} = \tan\frac{\pi}{4}$

$\Rightarrow \frac{2x^2-4}{-3} = 1 \Rightarrow 2x^2 = 1 \therefore x = \pm\frac{1}{\sqrt{2}}$

14. $4\sin\theta\cos\theta = 1 - 2\sin\theta + 2\cos\theta$ **হলে, $\theta = ?$**

Sol: $4\sin\theta\cos\theta + 2\sin\theta - 1 - 2\cos\theta = 0$

$\Rightarrow 2\sin\theta(2\cos\theta + 1) - 1(2\cos\theta + 1) = 0$

$\Rightarrow (2\sin\theta - 1)(2\cos\theta + 1) = 0 \Rightarrow \sin\theta = \frac{1}{2} \therefore \theta = n\pi + (-1)^n\frac{\pi}{6}$

$\cos\theta = -\frac{1}{2} \therefore \theta = 2\pi n \pm \frac{2\pi}{3}$ [যেখানে $n \in Z$]

15. সমাধান কর: $\cos 9x \cos 7x = \cos 5x \cos 3x$

Sol: $\cos 9x.\cos 7x = \cos 5x \cos 3x$

$\Rightarrow \cos 16x + \cos 2x = \cos 8x + \cos 2x$

$\Rightarrow \cos 8x - \cos 16x = 0 \Rightarrow 2\sin 12x \sin 4x = 0$

$\therefore \sin 12x = 0 \Rightarrow x = \frac{n\pi}{12}$ অথবা $\sin 4x = 0 \Rightarrow x = \frac{n\pi}{4}$

16. সমাধান কর : $\sin 2x - \sin 4x + \sin 6x = 0$

Sol: $\sin 2x - \sin 4x + \sin 6x = 0 \Rightarrow \sin 4x - \sin 2x - \sin 6x = 0$

$\Rightarrow 2\cos\frac{4x+2x}{2}\sin\frac{4x-2x}{2} - 2\sin 3x\cos 3x = 0$

$\Rightarrow 2\cos 3x \sin x - 2\sin 3x \cos 3x = 0 \Rightarrow 2\cos 3x(\sin x - \sin 3x) = 0$

$\Rightarrow \cos 3x = 0 \Rightarrow 3x = (2n+1)\frac{\pi}{2} \therefore x = (2n+1)\frac{\pi}{6}$

অথবা, $\sin 3x - \sin x = 0$

$\Rightarrow 2\cos\frac{3x+x}{2}\sin\frac{3x-x}{2} = 0 \Rightarrow \cos 2x \sin x = 0$

$\Rightarrow \cos 2x = 0 \Rightarrow 2x = (2n+1)\frac{\pi}{2} \therefore x = (2n+1)\frac{\pi}{4}$

অথবা, $\sin x = 0 \therefore x = n\pi$

Ans: $(2n+1)\frac{\pi}{6}, (2n+1)\frac{\pi}{4}$ এবং $n\pi$

17. সমাধান কর : $2\sin\theta\tan\theta + 1 = \tan\theta + 2\sin\theta$

Sol: $2\sin\theta\tan\theta + 1 = \tan\theta + 2\sin\theta$

$\Rightarrow 2\sin\theta\tan\theta - 2\sin\theta = \tan\theta - 1$

$\Rightarrow 2\sin\theta(\tan\theta - 1) - 1(\tan\theta - 1) = 0$

$\Rightarrow (\tan\theta - 1)(2\sin\theta - 1) = 0$

$\therefore$ হয় $\tan\theta = 1 = \tan\frac{\pi}{4} \quad \therefore \theta = n\pi + \frac{\pi}{4}$

অথবা $\sin\theta = \frac{1}{2} = \sin\frac{\pi}{6} \quad \therefore \theta = n\pi + (-1)^n\frac{\pi}{6}$, [যেখানে $n \in Z$]

CamScanner

For Practice

01. $\tan^{-1}\frac{2}{3}+\cos^{-1}\frac{2}{\sqrt{13}}=?$ Ans: $\frac{\pi}{2}$

02. দেখাও যে, $\cot^{-1}(1-a+a^2)=\tan^{-1}a-\tan^{-1}(a-1)$

03. দেখাও যে, $\tan^{-1}(1+a)-\tan^{-1}a=\cot^{-1}(1+a+a^2)$ ইহার সাহায্যে দেখাও যে, $\cot^{-1}3+\cot^{-1}7+\cot^{-1}13+\cot^{-1}21=\cot^{-1}\frac{3}{2}$

04. প্রমাণ কর যে, $\tan^{-1}x=2\tan^{-1}[\operatorname{cosec}\tan^{-1}x-\tan\cot^{-1}x]$

05. $2\tan^{-1}\frac{1}{5}+\tan^{-1}\frac{1}{7}+2\tan^{-1}\frac{1}{8}=?$ Ans: $\frac{\pi}{4}$

06. প্রমাণ কর যে, $\tan^{-1}\frac{3}{4}-2\tan^{-1}\frac{1}{5}=\cos^{-1}\frac{63}{65}$

07. প্রমাণ কর যে, $\frac{1}{2}\sin^{-1}\frac{12}{13}+\sin^{-1}\frac{3}{5}=\cot^{-1}2+\cot^{-1}\frac{29}{28}$

08. $\sin^{-1}(\sqrt{2}\sin\theta)+\sin^{-1}(\sqrt{\cos2\theta})=\frac{\pi}{2}$ প্রমাণ কর।

09. $\sec^2(\cot^{-1}3)+\operatorname{cosec}^2(\tan^{-1}2)=?$ Ans: $2\frac{13}{36}$

10. সমাধান কর : $\sec^{-1}\frac{x}{2}-\sec^{-1}\frac{x}{3}=\sec^{-1}3-\sec^{-1}2$ Ans: 6

11. $\sin^{-1}x+\tan^{-1}x+\cot^{-1}x+\cos^{-1}x$ এর মান কত? Ans: π

12. সমাধান কর: $\tan2\theta.\tan\theta=1$ Ans: $n\pi\pm\frac{\pi}{6}$

Part 3 জাতীয় বিশ্ববিদ্যালয় বিগত প্রশ্নোত্তর

01. $\sin^{-1}\frac{4}{5}+\sin^{-1}\frac{5}{13}+\sin^{-1}\frac{16}{65}$ এর মান — [NU-Science : 14-15]
Ⓐ $\frac{\pi}{4}$ Ⓑ $\frac{\pi}{3}$ Ⓒ $\frac{\pi}{2}$ Ⓓ π Ans Ⓒ

02. $\operatorname{cosec}\theta+\cot\theta=\sqrt{3}$, $0<\theta<360°$ হলে, θ এর মান– [NU-Science : 13-14]
Ⓐ 60° Ⓑ 120° Ⓒ 45° Ⓓ 30° Ans Ⓐ

03. $\tan^{-1}1+\tan^{-1}2+\tan^{-1}3$ এর মান- [NU-Science : 12-13, 10-11]
Ⓐ $\frac{\pi}{4}$ Ⓑ $\frac{\pi}{2}$ Ⓒ π Ⓓ 2π Ans Ⓒ

04. $\tan^{-1}x+\cot^{-1}x=$ কত? [NU-Science : 04-05]
Ⓐ $\frac{\pi}{4}$ Ⓑ π Ⓒ 1 Ⓓ $\frac{\pi}{2}$ Ans Ⓓ

Part 4 জাতীয় বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার উপযোগী বিভিন্ন বিশ্ববিদ্যালয়ের গুরুত্বপূর্ণ বিগত প্রশ্নোত্তর

01. $\sin^{-1}p+\sin^{-1}q=\frac{\pi}{2}$ হলে $p\sqrt{1-q^2}+q\sqrt{1-p^2}$ এর মান কত? [GST-A: 23-24]
Ⓐ −1 Ⓑ 0 Ⓒ 1 Ⓓ 2 Ans Ⓒ

02. $\sin\left[\frac{\pi}{3}-\sin^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right)\right]=?$ [GST-A: 23-24]
Ⓐ $\frac{1}{2}$ Ⓑ $\frac{1}{3}$ Ⓒ −1 Ⓓ 1 Ans Ⓓ

03. যদি $\tan(\sin^{-1}\sqrt{1-x^2})=\sin\left(\cos^{-1}\frac{1}{\sqrt{5}}\right)$ হয় তাহলে $x=?$ [GST-A : 22-23]
Ⓐ $\pm\frac{\sqrt{5}}{3}$ Ⓑ $\frac{\sqrt{5}}{3}$ Ⓒ $-\frac{\sqrt{5}}{3}$ Ⓓ $\frac{5}{3}$ Ans Ⓐ

04. $2\cos^2x+3\cos x=2$, $0<\theta<2\pi$ এর সমাধান সেট– [GST-A : 22-23]
Ⓐ $\left\{\frac{\pi}{3},\frac{5\pi}{3}\right\}$ Ⓑ $\left\{\frac{\pi}{3},\pi\right\}$ Ⓒ $\left\{\frac{\pi}{3},\frac{2\pi}{3}\right\}$ Ⓓ $\left\{\frac{\pi}{2},\frac{5\pi}{3}\right\}$ Ans Ⓐ

05. $[-\pi,2\pi]$ ব্যবধিতে $\cos\theta+1=0$ এর সমাধান সেট কোনটি? [GST-A : 21-22]
Ⓐ $\{-\pi,\pi\}$ Ⓑ $\{\pi,2\pi\}$ Ⓒ $\left\{\pi,\frac{3\pi}{2}\right\}$ Ⓓ $\left\{-\pi,\frac{3\pi}{2}\right\}$ Ans Ⓐ

06. $\cos^3(\cot^{-1}(\cot(\cos^{-1}\frac{\sqrt{3}}{2})))=$ কত? [GST-A : 21-22]
Ⓐ $\frac{1}{8}$ Ⓑ $\frac{3\sqrt{3}}{8}$ Ⓒ $\frac{\sqrt{3}}{8}$ Ⓓ $3\frac{\sqrt{3}}{8}$ Ans Ⓑ

07. যদি $\sec^{-1}3=\tan^{-1}x$ হয়, তবে x এর মান কত? [GST-A : 20-21]
Ⓐ 3 Ⓑ $\sqrt{3}$ Ⓒ $\sqrt{2}$ Ⓓ $2\sqrt{2}$ Ans Ⓓ

08. $2\sin^{-1}x=\sin^{-1}y$ সমীকরণে $x=\frac{\sqrt{3}}{2}$ হলে, y এর মান কত? [KU-A : 19-20]
Ⓐ $\frac{1}{2}$ Ⓑ $\frac{1}{\sqrt{2}}$ Ⓒ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ Ⓓ 1 Ans Ⓒ

09. নিচের কোন সম্পর্কটি সত্য নয়? [CoU-A : 19-20]
Ⓐ $\sin^2x=(\sin x)^2$ Ⓑ $\sin\theta=\sin(2n\pi+\theta)$
Ⓒ $\sin(\sin^{-1}x)=x$ Ⓓ $\sin^{-1}x=(\sin x)^{-1}$ Ans Ⓓ

10. $\sin^{-1}x+\sin^{-1}y=\frac{\pi}{2}$ হলে, x^2+y^2 এর মান কত? [CoU-A : 18-19]
Ⓐ 1 Ⓑ 2 Ⓒ $\frac{1}{2}$ Ⓓ 0 Ans Ⓐ

Part 5 সম্ভাব্য MCQ

01. $\tan^{-1}7$ ও $\tan^{-1}\frac{4}{3}$ এর মুখ্যমানের সমষ্টি কত?
Ⓐ $-\frac{\pi}{4}$ Ⓑ $-\frac{3\pi}{4}$ Ⓒ $\frac{\pi}{4}$ Ⓓ $\frac{3\pi}{4}$ Ans Ⓓ

02. $\cot\cos^{-1}\frac{1}{2}$ এর মান কত?
Ⓐ 0 Ⓑ $\frac{1}{2}$ Ⓒ $\frac{1}{\sqrt{3}}$ Ⓓ $\sqrt{3}$ Ans Ⓒ

03. $\sin\cot^{-1}\tan\cos^{-1}\frac{3}{4}$ এর মান নিচের কোনটি?
Ⓐ $\frac{3}{4}$ Ⓑ $\frac{\sqrt{7}}{3}$ Ⓒ $\frac{4}{3}$ Ⓓ $\frac{3}{\sqrt{2}}$ Ans Ⓐ

04. $\theta=\sin^{-1}\left(\frac{3}{5}\right)$ হলে, $\tan\theta=?$
Ⓐ $\frac{5}{4}$ Ⓑ $\frac{4}{5}$ Ⓒ $\frac{3}{5}$ Ⓓ $\frac{3}{4}$ Ans Ⓓ

05. $\frac{1}{2}\cos^{-1}\frac{4}{5}+\cot^{-1}x=\frac{\pi}{2}$ হলে $x=$ কত?
Ⓐ $\frac{1}{3}$ Ⓑ $\frac{4}{3}$ Ⓒ $\frac{4}{5}$ Ⓓ $\frac{3}{4}$ Ans Ⓐ

06. $\sin\left[\cos^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right)+\tan^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)\right]$ এর মান কত?
Ⓐ 1 Ⓑ $\frac{1}{2}$ Ⓒ $\frac{1}{\sqrt{2}}$ Ⓓ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ Ans Ⓑ

07. $\tan^{-1}\sin\tan^{-1}x=\cos^{-1}\sqrt{\frac{3}{5}}$ সমীকরণের সমাধান কোনটি?
Ⓐ $\frac{1}{\sqrt{2}}$ Ⓑ $\sqrt{2}$ Ⓒ $\frac{1}{\sqrt{3}}$ Ⓓ $\sqrt{3}$ Ans Ⓑ

08. $\sin\cot^{-1}\tan\cos^{-1}x$ এর মান কত?
Ⓐ 2x Ⓑ x^2 Ⓒ x Ⓓ $\frac{1}{2}x$ Ans Ⓒ

09. $\sin^{-1}(-\cos x)+\sin^{-1}(\cos3x)=$ কত?
Ⓐ −2x Ⓑ −3x Ⓒ 2x Ⓓ 3x Ans Ⓐ

CamScanner

10. $\tan\left(\tan^{-1}\frac{1}{3}+\tan^{-1}\frac{1}{2}\right)$ এর মান কত?
Ⓐ $\frac{\pi}{4}$ Ⓑ 1 Ⓒ $\frac{5}{6}$ Ⓓ $-\frac{5}{6}$ Ans Ⓑ

11. $\cos\left(\cot^{-1}\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$ এর মান কত?
Ⓐ 0 Ⓑ $\frac{1}{2}$ Ⓒ $\frac{1}{\sqrt{2}}$ Ⓓ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ Ans Ⓑ

12. $\cos^{-1}(-1)$ এর মুখ্যমান কত?
Ⓐ $\frac{-\pi}{2}$ Ⓑ $\frac{-\pi}{3}$ Ⓒ π Ⓓ 2π Ans Ⓒ

13. $y=\tan^{-1}x$ এর মুখ্যমানের ব্যবধি কোনটি?
Ⓐ $(-\infty,\infty)$ Ⓑ $-\pi, 0)$ Ⓒ $(0,\pi)$ Ⓓ $\left(\frac{-\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)$ Ans Ⓓ

14. $2\sin^{-1}x=\sin^{-1}y$ সমীকরণে $x=\frac{\sqrt{3}}{2}$ হলে y এর মান কোনটি?
Ⓐ $\frac{1}{2}$ Ⓑ $\frac{1}{\sqrt{2}}$ Ⓒ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ Ⓓ 1 Ans Ⓒ

15. $n\tan^{-1}x=\tan^{-1}\frac{nx-x^n}{1-nx^2}$ হলে n এর মান কোনটি?
Ⓐ 1 Ⓑ 2 Ⓒ 3 Ⓓ 4 Ans Ⓒ

16. $\tan^{-1}\frac{3}{2}+\cot^{-1}\frac{3}{2}$ এর মান কোনটি?
Ⓐ 0 Ⓑ $\frac{\pi}{4}$ Ⓒ $\frac{\pi}{2}$ Ⓓ $\frac{3}{2}$ Ans Ⓒ

17. $\sec^2(\tan^{-1}4)+\tan^2(\sec^{-1}3)$ এর মান নিচের কোনটি?
Ⓐ $\sqrt{7}$ Ⓑ 5 Ⓒ 12 Ⓓ 25 Ans Ⓓ

18. $\sin^{-1}\frac{4}{5}+\sin^{-1}\frac{3}{5}=\sin^{-1}\left(A+\frac{9}{25}\right)$ হলে A এর মান কত?
Ⓐ $\frac{3}{5}$ Ⓑ $\frac{4}{5}$ Ⓒ $\frac{9}{25}$ Ⓓ $\frac{16}{25}$ Ans Ⓓ

19. $\sec^2(\cot^{-1}3)+\operatorname{cosec}^2(\tan^{-1}2)=?$
Ⓐ $\frac{85}{36}$ Ⓑ $\frac{36}{85}$ Ⓒ $\frac{10}{9}$ Ⓓ $\frac{9}{10}$ Ans Ⓐ

20. $\tan^{-1}6+\tan^{-1}\frac{7}{5}$ এর মান কত?
Ⓐ $\frac{\pi}{2}$ Ⓑ $\frac{3\pi}{2}$ Ⓒ $\frac{3\pi}{4}$ Ⓓ $\frac{\pi}{3}$ Ans Ⓒ

21. $\cos\left(\sin^{-1}\frac{1}{4}+\cos^{-1}\frac{1}{4}\right)$ এর মান কত?
Ⓐ 1 Ⓑ $\frac{\pi}{4}$ Ⓒ $\frac{\pi}{2}$ Ⓓ 0 Ans Ⓓ

22. $4\left(\sin^{-1}\frac{1}{\sqrt{5}}+\cot^{-1}3\right)=$ কত?
Ⓐ $\frac{\pi}{4}$ Ⓑ $\frac{\pi}{2}$ Ⓒ π Ⓓ 4π Ans Ⓒ

23. $5\tan^2\theta-\sec^2\theta=11\ (\pi<\theta<2\pi)$ সমীকরণে θ এর মান কোনটি?
Ⓐ $\frac{7\pi}{3}$ Ⓑ $\frac{2\pi}{3}$ Ⓒ $\frac{4\pi}{3}$ Ⓓ $\frac{\pi}{3}$ Ans Ⓒ

24. $2(\cos x+\sec x)=5$ সমীকরণের সাধারণ সমাধান কোনটি?
Ⓐ $n\pi\pm\frac{\pi}{3}$ Ⓑ $2n\pi\pm\frac{\pi}{3}$ Ⓒ $2n\pi\pm\frac{\pi}{6}$ Ⓓ $n\pi\pm\frac{\pi}{6}$ Ans Ⓑ

25. $\sec^2\theta+\tan^2\theta=\frac{5}{3}, 0<\theta<\pi$ এর সমাধান কোনটি?
Ⓐ $-\frac{\pi}{6},-\frac{5\pi}{6}$ Ⓑ $-\frac{\pi}{6},\frac{5\pi}{6}$ Ⓒ $\frac{\pi}{6},-\frac{5\pi}{6}$ Ⓓ $\frac{\pi}{6},\frac{5\pi}{6}$ Ans Ⓓ

26. $\cos\theta+\sin\theta=\sqrt{2}$ হলে θ এর মান কোনটি?
Ⓐ $2n\pi$ Ⓑ $(2n+1)\pi$ Ⓒ $2n\pi+\frac{\pi}{4}$ Ⓓ $(2n-1)\pi$ Ans Ⓒ

27. $\sin\theta-2=\cos2\theta, -\pi\le\theta\le\pi$ এর সমাধান–
Ⓐ $\frac{\pi}{4}$ Ⓑ $\frac{\pi}{3}$ Ⓒ $\frac{\pi}{2}$ Ⓓ π Ans Ⓒ

28. $\sqrt{3}\sin y-\cos y=2\ (0<y<2\pi)$ সমীকরণে y এর মান কোনটি?
Ⓐ $\frac{\pi}{3}$ Ⓑ π Ⓒ $\frac{4\pi}{3}$ Ⓓ $\frac{2\pi}{3}$ Ans Ⓓ

29. $\tan\theta+\cot\theta=2$ হলে, θ এর মান কোনটি?
Ⓐ 30° Ⓑ 60° Ⓒ 45° Ⓓ 35° Ans Ⓒ

30. $\sin^22\theta-3\cos^2\theta=0$ সমীকরণের সাধারণ সমাধান কোনটি?
Ⓐ $2n\pi\pm\frac{\pi}{3}$ Ⓑ $n\pi\pm\frac{\pi}{3}$ Ⓒ $n\pi\pm\frac{\pi}{6}$ Ⓓ $2n\pi\pm\frac{\pi}{6}$ Ans Ⓑ

31. $\cot x-\tan x=2$ সমীকরণের সাধারণ সমাধান কোনটি?
Ⓐ $\frac{n\pi}{4}$ Ⓑ $\frac{n\pi}{2}$ Ⓒ $\frac{(4n+1)\pi}{8}$ Ⓓ $\frac{(4n+1)\pi}{2}$ Ans Ⓒ

32. $0\le x\le90°$ হলে $\sin3x=\cos x$ সমীকরণের সমাধান কোনটি?
Ⓐ 0°, 45° Ⓑ 0°, 22.5° Ⓒ 45°, 45° Ⓓ 22.5°, 45° Ans Ⓓ

33. $\cos3\theta=\cos2\theta$ হলে, $\theta=?$
Ⓐ $n\pi$ বা $2n\pi$ Ⓑ $\frac{2}{5}n\pi$ বা $2n\pi$
Ⓒ $(2n+1)\frac{\pi}{2}$ বা $n\pi$ Ⓓ $(4n+1)\frac{\pi}{2}$ বা $n\pi$ Ans Ⓑ

34. $\cot^2\theta-(\sqrt{3}+1)\cot\theta+\sqrt{3}=0, 0<\theta<\frac{\pi}{2}$ হলে, $\theta=?$
Ⓐ $\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{3}$ Ⓑ $\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{3}$ Ⓒ $\frac{\pi}{3},\frac{\pi}{5}$ Ⓓ $\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{4}$ Ans Ⓓ

35. $\tan^2x+\sec^2x=3$ হলে, x এর মান কোনটি?
Ⓐ $n\pi$ Ⓑ $n\pi\pm\frac{\pi}{4}$ Ⓒ $\frac{\pi}{2}$ Ⓓ π Ans Ⓑ

36. $2(\sin\theta\cos\theta+\sqrt{3})=\sqrt{3}\cos\theta+4\sin\theta; 0<\theta<\frac{\pi}{2}$ এর সমাধান কোনটি?
Ⓐ $\frac{\pi}{3}$ Ⓑ $\frac{\pi}{6}$ Ⓒ $\frac{\pi}{2}$ Ⓓ $\frac{\pi}{4}$ Ans Ⓐ

37. $\cos^3x-\frac{1}{2}\sin2x=1+\sin^3x$ এর সাধারণ সমাধান কত?
Ⓐ $2n\pi, (4n+1)\frac{\pi}{2}$ Ⓑ $2n\pi, (4n-1)\frac{\pi}{2}$
Ⓒ $2n\pi, (2n-1)\frac{\pi}{2}$ Ⓓ $2n\pi, (2n+1)\frac{\pi}{2}$ Ans Ⓑ

38. $\sqrt{3}\cos\theta-\sin\theta=2$ হলে, $\theta=$ কত?
Ⓐ $2n\pi$ Ⓑ $2n\pi+\frac{\pi}{6}$ Ⓒ $2n\pi-\frac{\pi}{6}$ Ⓓ $2n\pi\pm\frac{\pi}{6}$ Ans Ⓒ

39. $\sqrt{2}\sec x+\tan x=1$ এর সমাধান কোনটি?
Ⓐ $2n\pi-\frac{\pi}{4}$ Ⓑ $2n\pi$ Ⓒ $2n\pi+\frac{\pi}{2}$ Ⓓ 0 Ans Ⓐ

40. $\sin\theta+\cos\theta=\sqrt{2}$ হলে, $0\le\theta\le\frac{\pi}{2}$ ব্যবধিতে θ এর মান কোনটি?
Ⓐ $\frac{\pi}{6}$ Ⓑ $\frac{\pi}{4}$ Ⓒ $\frac{\pi}{3}$ Ⓓ $\frac{\pi}{2}$ Ans Ⓑ

41. $\cos\theta+\sqrt{3}\sin\theta=2$ সমীকরণের সাধারণ সমাধান কোনটি?
Ⓐ $\theta=2n\pi-\frac{\pi}{3}$ Ⓑ $\theta=2n\pi+\frac{\pi}{6}$ Ⓒ $\theta=2n\pi+\frac{\pi}{3}$ Ⓓ $\theta=2n\pi-\frac{\pi}{4}$ Ans Ⓒ

CamScanner

গণিত ২য় পত্র

অধ্যায় ৮ স্থিতিবিদ্যা

Part 1 প্রয়োজনীয় সূত্রাবলি

❑ লম্বাংশক: দুইটি অংশক বলের মধ্যবর্তী কোণ 90° হলে তাদেরকে লম্বাংশক বলে।

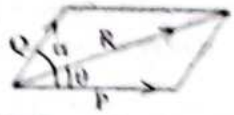
P এর লম্বাংশক $= R\cos\theta$

Q এর লম্বাংশক $= R\sin\theta$

➤ বলের সামান্তরিকের সূত্রানুযায়ী-

$R^2 = P^2 + Q^2 + 2PQ\cos\alpha$

$\therefore \alpha = \cos^{-1}\dfrac{R^2 - P^2 - Q^2}{2PQ}$



(i) $\alpha = 0^\circ$ হলে লব্ধির মান সর্বোচ্চ হয় এবং $R_{max} = P + Q$

(ii) $\alpha = 60^\circ$ হলে, $R = \sqrt{P^2 + Q^2 + PQ}$

(iii) $\alpha = 90^\circ$ হলে, $R = \sqrt{P^2 + Q^2}$, $\tan\theta = \dfrac{Q}{P}$

(iv) $\alpha = 120^\circ$ হলে, $R = \sqrt{P^2 + Q^2 - PQ}$

(v) $\alpha = 180^\circ$ হলে লব্ধির মান সর্বনিম্ন মান $R_{min} = \pm(P - Q)$

(vi) $P = 2Q$ এবং লব্ধি লম্ব বরাবর ক্রিয়া করলে $\alpha = 120^\circ$

(vii) $P = Q$ এবং $\alpha = 90^\circ$ হলে $R = \sqrt{2}P = \sqrt{2}Q$

(viii) $P = Q$ এবং $\alpha = 120^\circ$ হলে $R = P = Q$

(ix) $P = Q$ হলে $R = 2P\cos\dfrac{\alpha}{2}$ এবং $\tan\theta = \tan\dfrac{\alpha}{2}$ $\therefore \theta = \dfrac{\alpha}{2}$

➤ P ও Q বলদ্বয় $(P > Q)$ α কোণে ক্রিয়ারত। P কে যদি m দিয়ে গুণ করা হয় এবং লব্ধি যদি m গুণ হয়, তাহলে, $\cos\alpha = -\dfrac{(m+1)Q}{2mP}$

আবার, Q কে m গুণ করায় লব্ধি m গুণ হলে, $\cos\alpha = -\dfrac{(m+1)P}{2mQ}$

➤ দুইটি বলের লব্ধি বৃহত্তম বলটির সাথে যে কোণ উৎপন্ন করে, বৃহত্তম বলটিকে দ্বিগুণ করায় আগের কোণটি অর্ধেক হলে, বলদ্বয়ের অন্তর্ভুক্ত কোণ 120°।

➤ বলদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণ α হলে, $\cos\alpha = -\dfrac{Q}{P} = -\dfrac{\text{ক্ষুদ্রতম বল}}{\text{বৃহত্তম বল}}$

❑ বলের অংশক সূত্রের সাহায্যে সমতলীয় বল জোটের লব্ধি নির্ণয়:

$R\cos\theta = P_1\cos\theta_1 + P_2\cos\theta_2 + \cdots + P_n\cos\theta_n = X$

$R\sin\theta = P_1\sin\theta_1 + P_2\sin\theta_2 + \cdots + P_n\sin\theta_n = Y$

$\therefore R = \sqrt{X^2 + Y^2}$, $\theta = \tan^{-1}\left(\dfrac{Y}{X}\right)$

❑ লামীর উপপাদ্য: কোন বিন্দুতে কার্যরত তিনটি একতলীয় বল সাম্যাবস্থায় থাকিলে, ইহাদের প্রত্যেকটি বল অপর দুইটি বলের ক্রিয়া রেখার মধ্যবর্তী কোণের সাইনের সমানুপাতিক হবে।

❑ সদৃশ সমান্তরাল বলের ক্ষেত্রে-

➤ P, Q, R বল তিনটি যথাক্রমে ABC ত্রিভুজের BC, CA ও AB বাহু বরাবর ক্রিয়া করলে তাদের লব্ধির ক্রিয়ারেখা ত্রিভুজের-

(i) অন্তঃকেন্দ্র দিয়ে গেলে, $P + Q + R = 0$

(ii) ভরকেন্দ্র " " $\dfrac{P}{\sin A} + \dfrac{Q}{\sin B} + \dfrac{R}{\sin C} = 0$

(iii) পরিকেন্দ্র " " $P\cos A + Q\cos B + R\cos C = 0$

(iv) লম্বকেন্দ্র " " $\dfrac{P}{\cos A} + \dfrac{Q}{\cos B} + \dfrac{R}{\cos C} = 0$

Part 2 গাণিতিক সমস্যা ও সমাধান

01. $\sqrt{3}N$, 2N এবং 1N তিনটি সমবিন্দু বল সাম্যাবস্থায় আছে। প্রথম দুইটির অন্তর্ভুক্ত কোণ কত?

Sol: যেহেতু সমবিন্দুগামী তিনটি বল সাম্যাবস্থায় থাকলে যেকোন একটি বল অপর দুইটি বলের লব্ধির সমান হয়।

$\therefore \sqrt{(\sqrt{3})^2 + 2^2 + 2\times\sqrt{3}\times 2\cos\theta} = 1 \Rightarrow 3 + 4 + 4\sqrt{3}\cos\theta = 1$

$\Rightarrow 4\sqrt{3}\cos\theta = -6 \Rightarrow \cos\theta = -\dfrac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \theta = 150^\circ$

02. কোন বিন্দুতে দুইটি বল 120° কোণে ক্রিয়াশীল। বৃহত্তর উপাংশ 10N এবং তাদের লব্ধি ক্ষুদ্রতর উপাংশের সাথে সমকোণ উৎপন্ন করে। ক্ষুদ্রতর উপাংশ ও লব্ধি নির্ণয় কর।

Sol: $\cos\alpha = -\dfrac{Q}{P} = -\dfrac{\text{ছোট বল}}{\text{বড় বল}}$

$\Rightarrow Q = -P\cos\alpha \Rightarrow Q = -10\cos 120^\circ = 5$

$\therefore R = \sqrt{P^2 - Q^2} \Rightarrow R = \sqrt{100 - 25} = 5\sqrt{3}N$

03. ABC একটি সমবাহু ত্রিভুজ এবং 3P, 7P ও 11P মানের তিনটি বলের দিক যথাক্রমে AB, BC ও CA এর দিকে। বল তিনটির লব্ধির মান কত?

Sol: যেহেতু 3P, 7P ও 11P বলত্রয় সমান্তর ধারা গঠন করে যার সাধারণ অন্তর 4P

সেহেতু বল তিনটির লব্ধি $= \sqrt{\text{বাহুর সংখ্যা}} \times$ বলের পার্থক্য

$= \sqrt{3} \times 4P = 4\sqrt{3}P$.

04. কোন বিন্দুতে একই সময়ে P ও 2P একক্রমে বলদ্বয় 30° কোণে ক্রিয়ারত হলে লব্ধির দিক নির্ণয় কর।

Sol: $\theta = \tan^{-1}\dfrac{2P\sin 30^\circ}{P + 2P\cos 30^\circ} = \tan^{-1}\dfrac{P}{P + 2P.\frac{\sqrt{3}}{2}} = \tan^{-1}\dfrac{1}{(1+\sqrt{3})} = 20^\circ$

05. কোন বিন্দুতে ক্রিয়ারত তিনটি বল ভারসাম্য সৃষ্টি করে। তাদের প্রথমটিও দ্বিতীয়টির মধ্যে কোণ 90° এবং দ্বিতীয়টি ও তৃতীয়টি মধ্যে 120° হলে বলগুলোর অনুপাত কত।

Sol: $\dfrac{P}{\sin 120^\circ} = \dfrac{Q}{\sin(360 - 210^\circ)} = \dfrac{R}{\sin 90}$

$\Rightarrow \dfrac{P}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \dfrac{Q}{\frac{1}{2}} = \dfrac{R}{1}$ $\therefore P : Q : R = \sqrt{3} : 1 : 2$

06. 5, 5 এবং 8 ফুট দীর্ঘ বাহুবিশিষ্ট কোন ত্রিভুজের বাহুগুলি দ্বারা দিকে, মানে এবং একইক্রমে সূচিত বলত্রয়ের লব্ধি হয়-

Sol: $R\cos\theta = 5\cos 0^\circ + 5\cos 120^\circ + 8\cos 240^\circ$

$\therefore R\sin\theta = 5\sin 0^\circ + 5\sin 120^\circ + 8\sin 240^\circ$

$\therefore R = 3$ ft/lb

07. কোন বিন্দুতে ক্রিয়ারত P ও Q মানের দুটি বলের লব্ধি, তাদের অন্তর্গত কোণকে এক তৃতীয়াংশে বিভক্ত করে। তাদের অন্তর্গত কোণের মান কত?

Sol: মনে করি অন্তর্গত কোণ $= 3\alpha$

বলের উপাংশের সাইন এর সূত্র মতে, $\dfrac{P}{\sin 2\alpha} = \dfrac{Q}{\sin\alpha} = \dfrac{R}{\sin 3\alpha}$

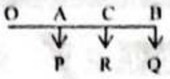
$\therefore \dfrac{P}{2\sin\alpha.\cos\alpha} = \dfrac{Q}{\sin\alpha} \Rightarrow \cos\alpha = \dfrac{P}{2Q}$

$\Rightarrow \alpha = \cos^{-1}\dfrac{P}{2Q}$ $\therefore 3\alpha = 3\cos^{-1}\dfrac{P}{2Q}$

CamScanner

08. একটি দণ্ডের একপ্রান্ত হতে 2, 8, 6 মিটার দূরত্বে অবস্থিত তিনটি বিন্দুতে যথাক্রমে P, Q, R মানের তিনটি সমান্তরাল বল ক্রিয়া করছে। দণ্ডটি সাম্যাবস্থায় থাকলে শর্ত কোনটি?

Sol : এখানে, OA = 2m; OB = 8m; OC = 6m



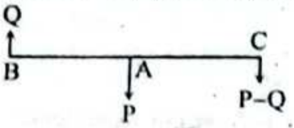
$\therefore \frac{P}{BC} = \frac{Q}{AC} = \frac{R}{AB}$

$\Rightarrow \frac{P}{8-6} = \frac{Q}{6-2} = \frac{R}{8-2} \Rightarrow \frac{P}{2} = \frac{Q}{4} = \frac{R}{6}$

$\therefore P : Q : R = 1 : 2 : 3$

09. দুইটি বিপরীতমুখী সমান্তরাল বলের লব্ধি 12 ডাইন তাদের একটি হতে 3 cm ও অপরটি হতে 4 cm দূরে ক্রিয়া করে। বলদ্বয়ের মান কত?

Sol : $P - Q = 12$
$BC = 4$
$AC = 3$

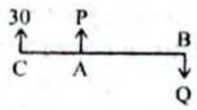


এখন, $P.AC = Q.BC \Rightarrow 3P = 4Q \Rightarrow \frac{4Q}{3} - Q = 12$

$\therefore Q = 36$ এবং $P = 48$

10. 12 cm ব্যবধানে ক্রিয়াশীল দুইটি বিপরীতমুখী সমান্তরাল বলের লব্ধি 30kg ওজনের সমতুল্য, যা বৃহত্তম বল থেকে 6 cm দূরে ক্রিয়া করে। বল দুটি নির্ণয় কর।

Sol : এখানে, AB = 12 cm; AC = 6 cm



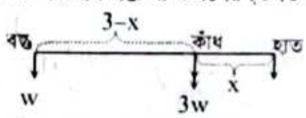
$\therefore \frac{P}{BC} = \frac{Q}{AC} = \frac{30}{AB}$

$\Rightarrow \frac{P}{18} = \frac{Q}{6} = \frac{30}{12}$

$\therefore P = 45kg, Q = 15kg$ Ans.

11. একজন লোক তার কাঁধে অনুভূমিকভাবে স্থাপিত 3m দীর্ঘ একটি লাঠির একপ্রান্ত হাতে রেখে অপর প্রান্তে w ওজনের বস্তু বহন করছে। কাঁধের উপর চাপের পরিমাণ বস্তুটির ওজনের তিনগুণ হলে কাঁধ হতে বস্তুর দূরত্ব কত?

Sol :



ধরি, কাঁধ হতে হাতের দূরত্ব, b = x m

$\therefore$ কাঁধ হতে বস্তুর দূরত্ব, a = (3 – x) m

$\therefore$ কাঁধের উপর প্রযুক্ত বল $= \frac{w(a+b)}{b}$

$\Rightarrow 3w = \frac{w(3-x+x)}{x} \Rightarrow x = 1 \therefore a = 3 - 1 = 2$ m

$\therefore$ কাঁধ হতে বস্তুর দূরত্ব 2 মিটার।

12. 16N ও 11N বিসদৃশ সমান্তরাল বলদ্বয় 5m দূরত্বে অবস্থিত। যদি পরবর্তীতে 18N ও 13N হয়, তাহলে লব্ধির সরণ কত?

Sol : d = 5m বৃদ্ধি, x = 2N; P = 16N; Q = 11N

$\therefore$ লব্ধির সরণ, $x = \frac{5 \times 2}{5} = 2$m

For Practice

01. কোন বিন্দুতে ক্রিয়ারত P ও Q মানের দুইটি বলের লব্ধি P বলের দিকের সাথে 60° কোণ উৎপন্ন করে P বলটিকে দ্বিগুন করলে উক্ত কোণ 30° হয়। P ও Q এর অন্তর্গত কোণ নির্ণয় কর। Ans. 120

02. কোন বিন্দুতে ক্রিয়ারত দুইটি বলের বৃহত্তম ও ক্ষুদ্রতম বলের লব্ধির মান F ও G। প্রমাণ কর যে, বলদ্বয়ের ক্রিয়ারেখার মধ্যবর্তী কোণ α হলে তাদের লব্ধির মান $\sqrt{F^2\cos^2\frac{\alpha}{2} + G^2\sin^2\frac{\alpha}{2}}$ হবে।

03. ΔABC-এর ∠A=90°; এর AB ও AC বরাবর দুটি বল $\frac{K}{AB}$ এবং $\frac{K}{AC}$ কার্যরত। দেখাও যে,এদের লব্ধি A হতে BC-এর উপর অংকিত লম্ব AD বরাবর কার্যরত এবং এর মান $\frac{K}{AD}$।

04. একজন লোক তার কাঁধে অনুভূমিকভাবে স্থাপিত 9 ফুট দীর্ঘ একটি লাঠির প্রান্তে হাত রেখে অপর প্রান্তে W ওজনের একটি বস্তু বহন করছেন। কাঁধের উপর চাপের পরিমান বস্তুটির ওজনের তিনগুণ হলে কাঁধ থেকে হাতের দূরত্ব কত? Ans. 3 ফুট

05. 30 cm ব্যবধানে দুইটি বিন্দুতে 16 kg এবং 10 kg ওজনের দুইটি সমান্তরাল বল কার্যরত আছে। এদের লব্ধি ও তার প্রয়োগ বিন্দু নির্ণয় কর, যখন বল দুইটি বিসদৃশ। Ans: লব্ধির ক্রিয়া বিন্দু ক্ষুদ্রতম ওজন হতে 80 cm বাইরে।

06. 16 cm ব্যবধানে ক্রিয়াশীল দুইটি বিপরীতমুখী সমান্তরাল বলের লব্ধি 32 kg-wt,যা বৃহত্তম বল থেকে 8 cm দূরে ক্রিয়া করে। বল দুটি নির্ণয় কর। Ans: 48 kg-wt , 16 kg-wt

07. 12N ও 9N বিসাদৃশ সমান্তরাল বলদ্বয় 4m দূরত্বে অবস্থিত। যদি পরবর্তীতে 15N ও 12N হয়, তাহলে লব্ধির সরণ কত? Ans: 4m

08. ABC ত্রিভুজের অন্ত : কেন্দ্র I বিন্দুতে IA, IB, IC বরাবর P, Q, R বল তিনটি ক্রিয়ারত হয়ে ভারসাম্য সৃষ্টি করলে প্রমাণ কর যে,
$P^2 : Q^2 : R^2 = a(b+c-a) : b(c+a-b) : c(a+b-c)$

Part 3 জাতীয় বিশ্ববিদ্যালয় বিগত প্রশ্নোত্তর

01. কোন বিন্দুতে দুইটি বল 120° কোণে ক্রিয়াশীল। বৃহত্তর বলটির মান 10 N এবং তাদের লব্ধি ক্ষুদ্রতর বলের সাথে সমকোণ উৎপন্ন করলে ক্ষুদ্রতর বলের মান- [NU-Science : 08-09]

Ⓐ 4N Ⓑ 5N Ⓒ 6N Ⓓ 8N **Ans Ⓑ**

02. একই বিন্দুতে ক্রিয়ারত 2 একক ও 3 একক মানছ দুইটি বলের লব্ধির মান 4 একক। বল দুইটির অন্তর্ভুক্ত কোণ কত? [NU-Science : 02-03]

Ⓐ $\cos^{-1}\frac{1}{4}$ Ⓑ $\cos^{-1}\frac{1}{2}$ Ⓒ $\cos^{-1}\frac{1}{3}$ Ⓓ $\cos^{-1}\frac{1}{8}$ **Ans Ⓐ**

03. সমমানের দুটি বলের লব্ধির বর্গ বলদ্বয়ের গুণফলের তিনগুণ। এদের মধ্যবর্তী কোণ কত? [NU-Science : 01-02]

Ⓐ 45° Ⓑ 0° Ⓒ 60° Ⓓ 90° **Ans Ⓒ**

Part 4 জাতীয় বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার উপযোগী বিভিন্ন বিশ্ববিদ্যালয়ের গুরুত্বপূর্ণ বিগত প্রশ্নোত্তর

01. তিনটি বল P, $\sqrt{3}$P এবং P সাম্যাবস্থায় থাকলে প্রথম দুইটি বলের মধ্যবর্তী কোণ কত? [GST-A: 23-24]

Ⓐ 60° Ⓑ 90° Ⓒ 120° Ⓓ 150° **Ans Ⓓ**

02. কোনো বিন্দুতে 3P এবং 2P দুইটি বলের লব্ধি R; প্রথম বলটির মান দ্বিগুণ করলে লব্ধির মানও দ্বিগুণ হয়। বলদ্বয়ের অন্তর্গত কোণ কত হবে? [GST-A: 23-24]

Ⓐ $\frac{\pi}{3}$ Ⓑ $\frac{\pi}{6}$ Ⓒ $\frac{2\pi}{3}$ Ⓓ $\frac{5\pi}{6}$ **Ans Ⓒ**

03. তিনটি সমতলীয় বল P, Q এবং R কোনো বিন্দুতে ক্রিয়া করে সাম্যাবস্থায় আছে। যদি P এবং Q এর মান যথাক্রমে $5\sqrt{3}$N ও 5N এবং তাদের মধ্যবর্তী কোণ $\frac{\pi}{2}$ হয়, তাহলে R, Q এর সঙ্গে কত কোণ তৈরি করবে? [GST-A : 22-23]

Ⓐ $\frac{\pi}{4}$ Ⓑ $\frac{\pi}{3}$ Ⓒ $\frac{2\pi}{3}$ Ⓓ $\frac{3\pi}{4}$ **Ans Ⓒ**

04. F এবং 2F মানের দুটি সমবিন্দু বলের লব্ধির ক্রিয়া দিক এবং একই বিন্দুতে ক্রিয়ারত 2F এবং 2F + 2 মানের বলদ্বয়ের লব্ধির ক্রিয়া দিক একই হলে F এর মান কত একক? [GST-A : 21-22]

Ⓐ $\frac{1}{2}$ Ⓑ 1 Ⓒ 2 Ⓓ 4 **Ans Ⓑ**

CamScanner

JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS

০৫. 16N ও 11N বিপরীতমুখী সমান্তরাল বলদ্বয় 5m দূরত্বে অবস্থিত। যদি পরবর্তীতে বলদ্বয় 18N ও 13N হয়, তাহলে লব্ধির সরণ কত m? [KU-A : 19-20]
Ⓐ 1 Ⓑ 2 Ⓒ 3 Ⓓ 4 Ans Ⓑ

০৬. ত্রিভুজের বাহুত্রয়ের লম্ব সমদ্বিখণ্ডকত্রয়ের ছেদ বিন্দুকে বলে- [RU-D : 19-20]
Ⓐ পরিকেন্দ্র Ⓑ অন্তঃকেন্দ্র Ⓒ ভরকেন্দ্র Ⓓ লম্বকেন্দ্র Ans Ⓐ

০৭. দুটি সমান বলের লব্ধি বলদ্বয়ের গুণফলের বর্গমূল হলে বলদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণ- [RU-D : 19-20]
Ⓐ 0° Ⓑ 30° Ⓒ 60° Ⓓ 120° Ans Ⓓ

০৮. একটি সমবাহু ত্রিভুজের একটি কৌণিক বিন্দুতে P ও 2P মানের দুটি বল ক্রিয়া করে। এদের লব্ধি হবে- [BRUR-E : 19-20]
Ⓐ $P\sqrt{7}$ Ⓑ 7P Ⓒ $P\sqrt{5}$ Ⓓ 9P Ans Ⓐ

০৯. কোনো এক বিন্দুতে 45° কোণে ক্রিয়াশীল p ও $\sqrt{2}N$ বলের লব্ধি $\sqrt{10}N$ হলে, p এর মান কত? [JKKNIU-B : 19-20]
Ⓐ 3N Ⓑ 2N Ⓒ 5N Ⓓ 7N Ans Ⓑ

১০. 13cm ব্যবধানে দুইটি বিন্দুতে 12N এবং 8N দুইটি বল সমান্তরালে কার্যকর আছে। এদের লব্ধি কত হবে যখন বল দুইটি বিসদৃশ? [JKKNIU-B : 19-20]
Ⓐ 12N Ⓑ 8N Ⓒ 20N Ⓓ 4N Ans Ⓓ

Part 5 সম্ভাব্য MCQ

০১. কোন বস্তুর A ও B বিন্দুতে যথাক্রমে 5 একক ও 3 একক মানের দুইটি সদৃশ সমান্তরাল বল ক্রিয়ারত। যদি বলদ্বয় পরস্পরের অবস্থান বিনিময় করে, তবে লব্ধির ক্রিয়াবিন্দু AB রেখা বরাবর কতদূর সরে যাবে?
Ⓐ $\frac{AB}{3}$ Ⓑ $\frac{AB}{4}$ Ⓒ $\frac{AB}{2}$ Ⓓ $\frac{AB}{5}$ Ans Ⓑ

০২. 2N এবং 5N মানের দুইটি বল একই রেখায় একই দিকে ক্রিয়ারত। উহাদের সর্বনিম্ন লব্ধি হবে -
Ⓐ 7N Ⓑ 3N Ⓒ $\sqrt{29}$ N Ⓓ 5N Ans Ⓐ

০৩. একটি সমবাহু ত্রিভুজের বাহুত্রয়ের সমান্তরালে একইক্রমে সমবিন্দুতে কার্যরত 6, 10, 14 একক মানের তিনটি বলের লব্ধির মান হবে -
Ⓐ $4\sqrt{3}$ units Ⓑ $7\sqrt{3}$ units
Ⓒ $10\sqrt{3}$ units Ⓓ $15\sqrt{3}$ units Ans Ⓐ

০৪. কোন বিন্দুতে P এবং 2P মানের দুইটি বল ক্রিয়াশীল। প্রথমটিকে দ্বিগুণ করে দ্বিতীয়টির মান 8 একক বৃদ্ধি করলে লব্ধির দিক অপরিবর্তিত থাকে। P এর মান কত?
Ⓐ 1 Ⓑ 2 Ⓒ 4 Ⓓ কোনোটিই নয় Ans Ⓒ

০৫. নিচের কোন তিনটি বল কখনো সাম্যাবস্থা সৃষ্টি করবে না?
Ⓐ 3, 3, 6 Ⓑ 3, 4, 7 Ⓒ 2, 3, 5 Ⓓ 2, 3, 6 Ans Ⓓ

০৬. 7N, 13N ও 19N এর তিনটি বল পরস্পরের সাথে 120° কোণ উৎপন্ন করে। 7N বলের দিকে লব্ধির লম্বাংশ কত?
Ⓐ −9 Ⓑ 0 Ⓒ 4 Ⓓ 9 Ans Ⓐ

০৭. P, Q যখন P = 1, Q = 2 দুইটি সমবিন্দু বলের লব্ধি R। P এর দিকে R এর লম্বাংশ Q। বলদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণ কোনটি?
Ⓐ 60° Ⓑ 30° Ⓒ 120° Ⓓ 150° Ans Ⓐ

০৮. 4 মিটার দীর্ঘ এবং 15 কেজি ওজনের একটি সুষম তক্তা দুইটি খুঁটির উপর অনুভূমিকভাবে স্থির আছে। একটি খুঁটি A প্রান্ত এবং অন্যটি B প্রান্ত হতে 0.5 মিটার ভিতরে অবস্থিত। একটি বালক তক্তাটিকে না উল্টিয়ে এর উপর দিয়ে B প্রান্তে পৌঁছাতে সক্ষম হলে বালকটির ওজন কত?
Ⓐ 35 কেজি Ⓑ 45 কেজি Ⓒ 55 কেজি Ⓓ 65 কেজি Ans Ⓑ

০৯. $\sqrt{2}$ মানের দুইটি সমান বল 150° কোণে এক বিন্দুতে ক্রিয়া করে। এদের লব্ধির মান কোনটি?
Ⓐ $\sqrt{4+2\sqrt{3}}$ Ⓑ $\sqrt{6}$ Ⓒ $\sqrt{3}-1$ Ⓓ $\sqrt{2+2\sqrt{3}}$ Ans Ⓒ

১০. পরস্পর লম্বভাবে অবস্থিত দুটি সুতা একটি বস্তুকে ধরে রাখলে এবং তাদের একটি খাড়া রেখার সাথে 30° কোণ উৎপন্ন করলে সুতাদ্বয়ের টানের অনুপাত কত?
Ⓐ $\sqrt{2}:1$ Ⓑ $\sqrt{3}:1$ Ⓒ $\sqrt{3}:\sqrt{2}$ Ⓓ $1:\sqrt{4}$ Ans Ⓑ

11. 3P ও 4P মানের দুইটি বল একটি কণার উপর α কোণে ক্রিয়া করে। তাদের লব্ধি $\sqrt{13}P$ হলে α এর মান কত?
Ⓐ 30° Ⓑ 60° Ⓒ 120° Ⓓ 150° Ans Ⓒ

12. দুইটি বলের লব্ধি 40N যা ক্ষুদ্রতর বলটির উপর লম্ব। ক্ষুদ্রতর বলটি 30N হলে এদের বৃহত্তম বলটি কত?
Ⓐ 60N Ⓑ 70N Ⓒ 50N Ⓓ 85N Ans Ⓒ

13. এক ফেরিওয়ালা 8 ফুট দীর্ঘ হাল্কা রডের প্রান্তে দুইটি পাত্রের একটিতে 10 কেজি এবং অন্য পাত্রে 6 কেজি ফল রেখে বহন করছে। ভারী পাত্র থেকে রডের কোন স্থানে কাঁধ দিলে সে উহা আনুভূমিকভাবে সহজে বহন করতে পারবে?
Ⓐ 2 ফুট Ⓑ 3 ফুট Ⓒ 4 ফুট Ⓓ 2.5 ফুট Ans Ⓑ

14. 3N ও 4N মানের দুইটি বল এক বিন্দুতে পরস্পর বিপরীত দিকে ক্রিয়া করলে এদের লব্ধির মান কোনটি?
Ⓐ 1N Ⓑ 5N Ⓒ 7N Ⓓ 25 Ans Ⓐ

15. AB একটি দণ্ডের A ও B প্রান্তে যথাক্রমে 10 এবং 6 কেজি ওজন স্থাপন করলে তা C বিন্দুতে আনুভূমিকভাবে স্থির থাকে। যদি A প্রান্তে 75 কেজি ওজন রাখা হয় তবে B প্রান্তে কত ওজন দিলে দণ্ডটি পূর্বের ন্যায় স্থির থাকবে?
Ⓐ 30 kg Ⓑ 40 kg Ⓒ 45 kg Ⓓ 48 kg Ans Ⓒ

16. দুইটি বল P ও 2P একটি বস্তুর উপর ক্রিয়াশীল। যদি বল দুইটি 2P ও 2P + 6 পরিমাণ বৃদ্ধি করা হয়, তাহলেও লব্ধির দিক অপরিবর্তিত থাকে তবে P এর মান কোনটি?
Ⓐ 3 Ⓑ 4 Ⓒ 6 Ⓓ 8 Ans Ⓐ

17. কোনো বিন্দুতে 7N এবং 8N মানের দুইটি বল পরস্পর 60° কোণে কার্যরত হলে এদের লব্ধির মান কোনটি?
Ⓐ $\sqrt{137}$ Ⓑ $113+56\sqrt{3}$ Ⓒ 13 Ⓓ $\sqrt{57}$ Ans Ⓒ

18. $\sqrt{3}$ ও 1 মানের বল দুইটি সমকোণে কার্যরত হলে ১ম বলটি লব্ধির সাথে কি পরিমাণ কোণ উৎপন্ন করবে?
Ⓐ $\sin^{-1}\frac{1}{\sqrt{3}}$ Ⓑ $\cos^{-1}\frac{1}{\sqrt{3}}$ Ⓒ $\frac{\pi}{3}$ Ⓓ $\frac{\pi}{6}$ Ans Ⓓ

19. 6N ও 4N বলদ্বয়ের লব্ধি 2N হলে বলদ্বয়ের অন্তর্ভুক্ত কোণ কোনটি?
Ⓐ 60° Ⓑ 90° Ⓒ 120° Ⓓ 180° Ans Ⓓ

20. কোন ত্রিভুজের অন্তস্থ কোণত্রয়ের সমদ্বিখণ্ডকত্রয়ের ছেদবিন্দুকে কি বলে?
Ⓐ অন্তঃকেন্দ্র Ⓑ পরিকেন্দ্র Ⓒ লম্বকেন্দ্র Ⓓ ভরকেন্দ্র Ans Ⓐ

21. 3N ও 5N মানের বল দুইটি পরস্পর লম্ব। তাদের লব্ধির মান কোনটি?
Ⓐ 5N Ⓑ 6N Ⓒ $\sqrt{34}$N Ⓓ $\sqrt{31}$N Ans Ⓒ

22. দুইটি সমমুখী সমান্তরাল বলের লব্ধি 12 ডাইন, তাদের একটি হতে 1 সে.মি. ও অপরটি হতে 2 সে.মি. দূরে ক্রিয়া করে। বলদ্বয়ের মান কত?
Ⓐ 2, 4 Ⓑ 4, 2 Ⓒ 4, 8 Ⓓ 8, 4 Ans Ⓓ

23. 10N ও 6N দুইটি সমমুখী সমান্তরাল বল একটি ওজনহীন দণ্ডের এক প্রান্ত থেকে যথাক্রমে 2 সে.মি. এবং 18 সে.মি. দূরত্বে ক্রিয়া করে। লব্ধির ক্রিয়াবিন্দু দণ্ডটির প্রান্ত বিন্দু থেকে কত দূর ক্রিয়া করবে?
Ⓐ 2 Ⓑ 8 Ⓒ 12 Ⓓ 18 Ans Ⓑ

24. কোন ত্রিভুজের কৌণিক বিন্দুতে ক্রিয়ারত তিনটি সমান সমমুখী সমান্তরাল বল এর লব্ধি ঐ ত্রিভুজের কোন বিন্দুতে ক্রিয়া করে?
Ⓐ লম্ববিন্দু Ⓑ ভরকেন্দ্র Ⓒ পরিকেন্দ্র Ⓓ অন্তঃকেন্দ্র Ans Ⓑ

25. 5N, 7N ও 8N বলত্রয় ভিন্ন ভিন্ন রেখায় ক্রিয়ারত থেকে একটি বস্তুকে সাম্যাবস্থায় রাখলে—
i. বল তিনটির লব্ধির মান শূন্য ii. প্রথম বল দুইটির লব্ধির মান তৃতীয় বলটির সমান
iii. ১ম ও ২য় বলদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণ 120°
নিচের কোনটি সঠিক?
Ⓐ i ও ii Ⓑ ii ও iii Ⓒ i ও iii Ⓓ i, ii ও iii Ans Ⓐ

26. 8N এবং 3N বল দুইটি মধ্যবর্তী কোণ কত হলে লব্ধি 11N হবে?
Ⓐ 0° Ⓑ 30° Ⓒ 60° Ⓓ 90° Ans Ⓐ

27. দুইটি সমান বলের লব্ধি বলদ্বয়ের সমান হলে বলদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণ কত?
Ⓐ 0° Ⓑ 30° Ⓒ 60° Ⓓ 120° Ans Ⓓ

JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS

CamScanner

অধ্যায় ৯ সমতলে বস্তুকণার গতি

Part 1 প্রয়োজনীয় সূত্রাবলি

➤ প্রয়োজনীয় সমীকরণ: ধরি, আদি বেগ = u, শেষ বেগ = v, সময় = t, দূরত্ব = s, এবং ত্বরণ = a

(i) $v = u \pm at$

(ii) $s = ut \pm \frac{1}{2}at^2$

(iii) $v^2 = u^2 \pm 2as$.

(iv) $s = \left(\frac{u+v}{2}\right) \times t$

(v) t-তম সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূরত্ব $s_t = u + \frac{1}{2}f(2t-1)$.

(vi) সমবেগের ক্ষেত্রে, অতিক্রান্ত দূরত্ব $s = vt$

(vii) ত্বরণ = $\frac{\text{শেষবেগ-আদিবেগ}}{\text{সময়}}$

∴ অর্থাৎ, $f = \frac{v-u}{t}$

➤ একটি বস্তু আদিবেগসহ t তম সেকেন্ডে St_{th} এবং n তম সেকেন্ডে Sn_{th} দূরত্ব অতিক্রম করলে, ত্বরণ, $f = \frac{St_{th} - Sn_{th}}{t-n}$

➤ বন্দুকের গুলি x দূরত্ব প্রবেশ করার পর বেগ অর্ধেক হলে, এটি আরও $\frac{x}{3}$ দূরত্ব প্রবেশ করবে।

❒ উচ্চ স্থান হতে অভিকর্ষের অধীনে পড়ন্ত বস্তু :

i. $v = u + gt$ ii. $h = ut + \frac{1}{2}gt^2$ iii. $v^2 = u^2 + 2gh$

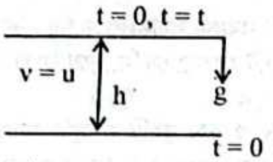
iv. $h_{th} = u + \frac{1}{2}g(2t-1) = v - \frac{g}{2}$

❒ খাড়াভাবে উর্ধ্বে নিক্ষিপ্ত বস্তুর গতি:

i. $v = u - gt$;

ii. $h = ut - \frac{1}{2}gt^2$;

iii. $v^2 = u^2 - 2gh$



iv. t তম second এ সরণ, $h_{th} = u - \frac{1}{2}g(2t-1)$

$= v + \frac{g}{2}$

v. সর্বাধিক উচ্চতা, $H = \frac{u^2}{2g}$ vi. উত্থানকাল বা পতনকাল, $t = \frac{u}{g}$

vii. বিচরণকাল, $T = \frac{2u}{g}$

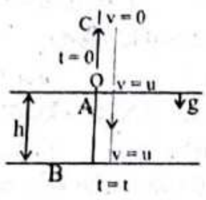
h উচ্চতা হতে উর্ধ্বে নিক্ষিপ্ত বস্তুর গতি:

i. $h = -ut + \frac{1}{2}gt^2$

ii. $v = -u + gt$

iii. $h_{th} = -u + \frac{1}{2}g(2t-1)$

$= v - \frac{g}{2}$



❒ বেগের সামান্তরিক সূত্র : α কোণে আনত u ও v মানের দুটি সমবিন্দু বেগের লব্ধি w হলে, $w = \sqrt{u^2 + v^2 + 2uv\cos\alpha}$ এবং v বেগের সাথে w এর আনতি θ হলে, $\tan\theta = \frac{v\sin\alpha}{u + v\cos\alpha}$

❒ $\alpha = 0°$ হলে, $R = R_{max} = u + v$

$\alpha = 180°$ হলে, $R_{min} = u \sim v$

$\alpha = 90°$ হলে, $R = \sqrt{u^2 + v^2}$ এবং $\tan\theta = \frac{u}{v}$

❒ কোন বস্তুকে u আদিবেগে অনুভূমিক তলের সহিত α কোণে নিক্ষিপ্ত করা হইল-

(i) সর্বোচ্চ উচ্চতা, $H = \frac{u^2\sin^2\alpha}{2g}$

(ii) অনুভূমিক দূরত্ব, $d = u\cos\alpha.t$

(iii) উলম্ব দূরত্ব, $h = u\sin\alpha.t - \frac{1}{2}gt^2$

(iv) সর্বোচ্চ উচ্চতায় পৌঁছানোর সময়, $t = \frac{u\sin\alpha}{g}$

(v) ভ্রমণকাল/বিচরণকাল/উড্ডয়নকাল,

$T = 2 \times$ বৃহত্তম উচ্চতায় পৌঁছানোর সময় $= \frac{2u\sin\alpha}{g}$

(vi) অনুভূমিক পাল্লা, $R = \frac{u^2\sin2\alpha}{g}$

(vii) সর্বাধিক অনুভূমিক পাল্লা, $R_{max} = \frac{u^2}{g}$

❒ দুইটি ভিন্ন পৃষ্ঠে পাল্লার ক্ষেত্রে পাই

i. $\frac{R_1}{R_2} = \frac{g_1}{g_2}$

ii. $\tan\alpha = \frac{4H}{R} = \frac{gT^2}{2R} = \frac{g(2t)^2}{2R} = \frac{2gt^2}{R}$

iii. $R = u\cos\alpha.T$

iv. $R_{max} = R\sin2\alpha$, যখন $\alpha = 45°$

v. একই অনুভূমি পাল্লা ও একই আদিবেগের জন্য দুইটি প্রক্ষেপকের একটি নিক্ষেপণ কোণ α হলে, অপরটি $\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)$ হবে।

Part 2 গাণিতিক সমস্যা ও সমাধান

01. স্থির অবস্থা হতে $5\ ms^{-2}$ ত্বরণে চলমান বস্তুটি 3 সেকেন্ডে কত দূরত্ব অতিক্রম করবে?

Sol : $S = ut + \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2} \times 5 \times 9 = 22.5$ m

02. 60 ft/sec গতিবেগে চলন্ত একটি গাড়িকে 5 ft/sec² মন্দন সৃষ্টি করে স্টেশনে থামানো হল। ব্রেক প্রয়োগের স্থান হতে স্টেশনের দূরত্ব-

Sol : $v^2 = u^2 - 2as$ [∵ v = 0] ∴ $s = \frac{u^2}{2a} = 360$ ft

03. একটি বস্তু স্থির অবস্থা থেকে চলতে আরম্ভ করে 625m দূরত্ব অতিক্রম করে বস্তুটির ত্বরণ $12.5ms^{-2}$ এ পৌঁছালে, বস্তুটির বেগ কত?

Sol : $v^2 = u^2 + 2as$

$v^2 = 2as = 2 \times 12.5 \times 625 \Rightarrow v = 125ms^{-1}$

CamScanner

04. একটি বিমান প্রতি ঘণ্টায় 300km বেগে মাটি স্পর্শ করে 114m দূরত্ব অতিক্রম করে থেমে যায়। মন্দনের ক্রিয়াকাল কত?

Sol : $a = \frac{v^2 - u^2}{2s} = -30.45 ms^{-2}$

$\therefore t = \frac{v-u}{a} = \frac{0 - \frac{300 \times 1000}{3600}}{-30.45} = 2.73s$

05. একটি বুলেট একটি তক্তা ভেদ করতে তার বেগের $\frac{1}{20}$ অংশ হারায়। থেমে যাওয়ার পূর্বে কতগুলো তক্তা ভেদ করতে পারবে?

Sol : সূত্র : ভেদকৃত তক্তা

$= \frac{(\text{শেষ বেগের হর})^2}{(\text{শেষ বেগের হর})^2 - (\text{শেষ বেগের লব})^2}$

প্রদত্ত সমস্যায়, বুলেটের আদি বেগ 1 অংশ, শেষ বেগ $= 1 - \frac{1}{20} = \frac{19}{20}$

$\therefore$ ভেদকৃত তক্তা $= \frac{(20)^2}{(20)^2 - (19)^2} = 10$টি

06. একটি গাড়ী সমত্বরণে 30 km/hour আদিবেগ 100km পথ অতিক্রম করে 50 km/hour চূড়ান্ত বেগ প্রাপ্ত হয়। গাড়ীটির ত্বরণ-

Sol : আমরা জানি, $v^2 = u^2 + 2as$

$\Rightarrow a = \frac{v^2 - u^2}{2s} \Rightarrow a = \frac{50^2 - 30^2}{2 \times 100} \quad \therefore a = 8 \text{ km/h}^2$

07. একটি বিন্দু সমত্বরণে সরলরেখা বরাবর চলে 12 তম সেকেন্ডে 72 cm এবং 20 তম সেকেন্ডে 120 cm দূরত্ব অতিক্রম করে। বিন্দুটির ত্বরণ কত?

Sol : আদিবেগ সহ কোন বস্তু সমত্বরণে m তম সেকেণ্ডে S_m ও n তম সেকেণ্ডে S_n দূরত্ব অতিক্রম করলে, ত্বরণ $a = \frac{S_m - S_n}{t_m - t_n} = \frac{120-72}{20-12} = 6 \text{ cm/s}^2$

08. একটি বুলেট একটি নির্দিষ্ট পুরুত্বের তক্তা ভেদ করতে পারে। যদি 49টি তক্তা ভেদ করতে পারে তবে তার বেগ কত গুণ করতে হবে?

Sol : বেগের মান $= \sqrt{\text{ভেদকরা তক্তার সংখ্যা}} = \sqrt{49} = 7$

09. একটি রাইফেলের গুলি 15m দেয়াল ভেদ করার পর তার বেগ অর্ধেক হল। কতদূর অতিক্রম করার পর তার বেগ শূন্য হবে?

Sol : সরণ $= S' = \frac{S(n-1)^2}{2n-1} = \frac{15(2-1)^2}{2.2-1} = 5m$

অথবা, সরণ $= S' = \frac{S}{3} = \frac{15}{3} = 5m$

10. রহিম ঢাকা থেকে সাভারে 20km/hr বেগে গেল এবং 40 km/hr বেগে পুনরায় ঢাকায় পৌঁছাল। তার গড় বেগ কত?

Sol : গড় বেগ $= \frac{\text{বেগের সংখ্যা}}{\frac{1}{\text{১ম বেগ}} + \frac{1}{\text{২য় বেগ}}} = \frac{2}{\frac{1}{20} + \frac{1}{40}} = \frac{80}{3}$ km/hr

11. স্রোতের বেগ 10 km/h^{-1} এবং নৌকার বেগ 5 km/h^{-1} নৌকাটি স্রোতের বিপরীত দিকে চালালে স্রোতের সাপেক্ষে নৌকাটির আপেক্ষিক বেগ কত?

Sol : স্রোতের বেগ, $V_A = 10$ km/h^{-1}, নৌকার বেগ, $V_B = 5$ km/h^{-1}

$\therefore$ স্রোতের সাপেক্ষে নৌকাটির আপেক্ষিক বেগ $= V_A + V_B$
$= 10 + 5 = 15$

12. 15ms^{-1} বেগে খাড়া উপরের দিকে চলন্ত একটি রকেট থেকে একখণ্ড বস্তু ফেলে দেওয়া হল। বস্তুটি যদি 20s পর ভূমিতে পতিত হয় তাহলে বস্তুটি ফেলার সময় রকেটটি কত উচ্চতায় ছিল?

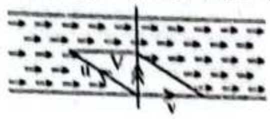
Sol : উচ্চতা, $h = -ut + \frac{1}{2}gt^2 = -15 \times 20 + \frac{1}{2} \times 9.8 \times 20^2 = 1660m$

13. খাড়া উপরের দিকে নিক্ষিপ্ত একটি পাথরখণ্ড 3 ও 8 সেকেণ্ড পরে একটি ভবনের সমান উচ্চতায় পৌঁছে। ভবনের উচ্চতা কত?

Sol : $h = \frac{1}{2}gt_1t_2 = \frac{1}{2} 9.8 \times 3 \times 8 = 117.6$ m

14. স্রোতহীন অবস্থায় 100m প্রশস্ত একটি নদী একজন সাঁতারু 4 মিনিটে সোজাসুজি নদী পার হতে পারে। কিন্তু স্রোত থাকলে ঐ একই পথে তিনি নদীটি 5 মিনিটে অতিক্রম করতে পারেন। স্রোতের গতিবেগ নির্ণয় কর?

Sol :



মনে করি, ব্যক্তির বেগ $u = \frac{100}{4} = 25$ m/min

স্রোতের বেগ = v; লব্ধি বেগ $V = \frac{100}{5} = 20$ m/min

$\therefore$ স্রোতের বেগ $v = \sqrt{u^2 - V^2} = \sqrt{25^2 - 20^2} = 15$m/min

15. একটি বলকে খাড়া 40m উর্ধ্বে নিক্ষেপ করা হল। শূন্যে বলটির বিচরণকাল কত?

Sol : বিচরণকাল, $T = \frac{2u}{g}$

আবার, $v^2 = u^2 - 2gh \quad \Rightarrow u^2 = 2gh \quad [\because v = 0]$

$\Rightarrow u = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \times 40 \times 9.8} = 28 \text{ ms}^{-1}$

$\therefore T = \frac{2 \times 28}{9.8} = 5.71$ s

16. একটি কূপে একটি পাথরের টুকরা ফেলা হলো। 3.5 s পরে কূপের তলদেশে টুকরাটির পতনের শব্দ শোনা গেলো। শব্দের বেগ 327 ms^{-1} এবং g = 9.81 ms^{-2} হলে কূপের গভীরতা কত?

Sol : গভীরতা, $h = \frac{gt^2}{2\left(1 + \frac{gt}{v}\right)} = \frac{9.8 \times (3.5)^2}{2\left(1 + \frac{9.8 \times 3.5}{327}\right)} = 54.3$ m

17. কোন উচ্চস্থান থেকে 19.5 ms^{-1} বেগে খাড়া উপরে নিক্ষিপ্ত কোন বস্তু 4sec পর কত বেগে মাটিতে পড়বে?

Sol : আমরা জানি, পতনবেগ $v = -u + gt$

$= -19.5 + 9.8 \times 4 = 19.7 \text{ ms}^{-1}$

18. একটি প্রক্ষেপক 21 মি/সে. বেগে এবং অনুভূমিকের সাথে 30° কোণে শূন্যে প্রক্ষেপ করা হল। এর পাল্লা, সর্বাধিক উচ্চতা এবং শূন্যে বিচরণকাল নির্ণয় কর।

Sol : $R = \frac{21^2 \times \sin 60°}{9.8} = 38.97$ m

সর্বোচ্চ অনুভূমিক পাল্লা $= \frac{21^2}{9.8} = 45$ [যখন $\alpha = 45°$]

$H = \frac{21^2 \sin^2 30°}{2 \times 9.8} = 5.625$ m, $T = \frac{2 \times 21 \sin 30°}{9.8} = 2.14$ sec

19. একটি পাহাড়ের চূড়া থেকে 60ms^{-1} বেগে অনুভূমিক দিকে নিক্ষিপ্ত একখণ্ড পাথর পাহাড়ের পাদদেশ হতে 45m দূরত্বে মাটিতে পড়ে। পাহাড়ের উচ্চতা কত?

Sol : পাহাড়ের উচ্চতা, h

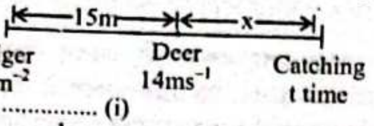
অনুভূমিক দূরত্ব, $d = ut \Rightarrow 45 = 60t \Rightarrow t = \frac{45}{60} = 0.75$ s

পাহাড়ের উচ্চতা, $h = \frac{1}{2}gt^2 = \frac{1}{2} \times 9.8 \times (0.75)^2 = 2.75625$ m

CamScanner

20. একটি বাঘ এর সম্মুখে 15m দূরত্বে একটি হরিণ দেখতে পেয়ে তাকে ধরার জন্য $2ms^{-2}$ সমত্বরণে দৌড়াতে শুরু করল। হরিণটি $14ms^{-1}$ সমবেগে সরলপথে চলতে থাকলে কোথায় এবং কখন বাঘটি হরিণটিকে ধরতে পারবে?

Sol :



$x = 14t$ .... (i)

$x + 15 = 0 + \frac{1}{2}2t^2$ .... (ii)

(ii) – (i)

$t^2 - 14t - 15 = 0 \Rightarrow t = 15, t = -1$

$t \neq -1$

$x = 14 \times 15 = 210m$

$x + 15 = 210 + 15 = 225m$ $\therefore$ 15s পর এবং 225 m দূরে।

For Practice

01. একটি বাস স্থির অবস্থা থেকে $6ms^{-2}$ সুষম ত্বরণে সরল পথে যাত্রা করার সাথে সাথে এর 40 m পিছন হতে 23 ms^{-1} সমবেগে একজন সাইকেল চালক বাসটির দিকে চলতে শুরু করল। কখন এরা মিলিত হবে? Ans. 5s, $\frac{8}{3}$ s

02. একটি কণার উপর ক্রিয়াশীল দুইটি বলের লব্ধি একটি বলের উপর লম্ব এবং এর মান অপরটির অর্ধেকের সমান। তাদের মধ্যবর্তী কোণ কত? Ans:120°

03. একটি বাস 40 km/h বেগে পূর্বদিকে এবং আরেকটি বাস 30 km/h বেগে উত্তর দিকে চলছে। প্রথম বাসের যাত্রী দ্বিতীয় বাসটি কত বেগে চলছে মনে করবে? Ans:50km/h

04. স্রোত না থাকলে একটি ছেলে 5 মিনিটে সাঁতার কেটে সোজাসুজিভাবে 80 মিটার প্রশস্থ একটি খাল পার হতে পারে এবং স্রোত থাকলে তার দ্বিগুণ সময় লাগে। স্রোতের বেগ? Ans:13.86 m/min

05. একটি ক্রিকেট বলকে 40 m/sec বেগে এবং ভূমির সাথে 60° কোণে ব্যাট দ্বারা আঘাত করা হলো। সর্বোচ্চ উচ্চতায় বলটির বেগ কত? Ans:20 m/sec

06. একটি ট্রেন স্থিরাবস্থা হতে $4ft/sec^2$ ত্বরণে চলা শুরু করার পর ঘন্টায় 30 মাইল বেগে যেতে তার কত second লাগবে? Ans:11

07. একটি বুলেট কোন দেয়ালের ভিতর 2 ইঞ্চি ঢুকবার পর উহার অর্ধেক বেগ হারায়। বুলেটটির দেয়ালের ভিতর আরো কত ইঞ্চি ঢুকবে? Ans:2/3

08. একটি গাড়ী সমত্বরণে 30 km/hour আদিবেগে 100km পথ অতিক্রম করে 50 km/hour চূড়ান্ত বেগ প্রাপ্ত হয়। গাড়ীটির ত্বরণ– Ans:8 km/h^2

09. বিল্ডিং এর ছাদের উপর থেকে একটি পাথর ফেলা হল এবং 3.5 সেকেন্ড পর পাথরটি ভূমিতে পড়ার শব্দ শোনা গেল। বিল্ডিংটির উচ্চতা কত? (g = 9.8 মি./সে², শব্দের বেগ 327 মি./সে) । Ans:54.5 মি

10. একটি কপিকলের উপর দিয়ে একটি রশির দুইপ্রান্তে সংযুক্ত দুইটি বস্তুর মধ্যে m ভরের বৃহত্তরটি f ত্বরণে নিচে নামে। একই ত্বরণে ঐ বস্তুকে উর্ধ্বগামী করতে হলে দেখাও যে তার ভর $\frac{4fmg}{(f+g)^2}$ পরিমাণে কমাতে কমাতে হবে।

Part 3 জাতীয় বিশ্ববিদ্যালয় বিগত প্রশ্নোত্তর

01. নিক্ষেপণ বেগ 240 ফুট/সে. এবং নিক্ষেপণ কোণ 30° হলে 3 সেকেন্ড পরে ইহার উচ্চতা- [NU-Science : 14-15]
Ⓐ 180 ft Ⓑ 240 ft Ⓒ 216 ft Ⓓ 300 ft Ans Ⓒ

02. একটি বস্তুকে 240 ফুট/সেকেন্ড বেগে নিক্ষেপ করলে এবং নিক্ষেপণ কোণ 30° হলে, 3 সেকেন্ড পর এর উচ্চতা হবে– [NU-Science : 10-11]
Ⓐ 180 ফুট Ⓑ 240 ফুট Ⓒ 216 ফুট Ⓓ 300 ফুট Ans Ⓒ

03. একটি দালানের ছাদ হতে এক ব্যক্তি একটি m ভর বিশিষ্ট বস্তু মাথায় নিয়ে লাফিয়ে পড়ল। শূন্যে অবস্থানকালে মাথায় কতখানি চাপ পড়বে? [NU-Science : 02-03]
Ⓐ mg Ⓑ g Ⓒ 0 Ⓓ m Ans Ⓒ

04. একটি কণা স্থিরাবস্থা হতে সমত্বরণে এক সরল রেখায় চলে 2 সেকেন্ডে 1 মিটার দূরত্ব অতিক্রম করার পর সমবেগে চলতে থাকে। পরবর্তী 1 মিটার যেতে কণাটির কত সময় লাগবে? [NU-Science : 01-02]
Ⓐ 1.5 সেকেন্ড Ⓑ 1 সেকেন্ড Ⓒ 1.6 সেকেন্ড Ⓓ 3 সেকেন্ড Ans Ⓑ

Part 4 জাতীয় বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার উপযোগী বিভিন্ন বিশ্ববিদ্যালয়ের গুরুত্বপূর্ণ বিগত প্রশ্নোত্তর

01. যদি একটি কণা V বেগে নিক্ষিপ্ত হয় এবং এর আনুভূমিক পাল্লা সর্বোচ্চ উচ্চতার 4 গুণ হয়, তাহলে প্রক্ষেপণ কোণের মান কত? [GST-A: 23-24]
Ⓐ 30° Ⓑ 45° Ⓒ 60° Ⓓ 90° Ans Ⓑ

02. 20 ms^{-1} বেগে ও 4 ms^{-2} সমত্বরণে চলমান বস্তুকণার ৫-তম সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূরত্ব কত হবে? [GST-A: 23-24]
Ⓐ 36 m Ⓑ 38 m Ⓒ 42 m Ⓓ 48 m Ans Ⓑ

03. ভূমি থেকে শূন্যে নিক্ষিপ্ত একটি বল 100 মিটার দূরে ভূমিতে ফিরে আসে। সেটার বিচরণপথের সর্বাধিক উচ্চতা $\frac{75}{4}$ মিটার হলে নিক্ষেপণ কোণ কত? [GST-A : 22-23]
Ⓐ $\tan^{-1}\left(\frac{4}{3}\right)$ Ⓑ $\cos^{-1}\left(\frac{4}{5}\right)$ Ⓒ $\sin^{-1}\left(\frac{5}{3}\right)$ Ⓓ $\sin^{-1}\left(\frac{3}{4}\right)$ Ans Ⓑ

04. 64 মিটার উঁচু দালানের ছাদ থেকে একটি পাথর ছেড়ে দিলে ভূমিতে পড়তে কত সময় লাগবে? [KU-A : 19-20]
Ⓐ 3.5 sec Ⓑ 3.6 sec Ⓒ 3.7 sec Ⓓ 3.8 sec Ans Ⓑ

05. একটি বুলেট কোন দেওয়ালের মধ্যে 2 ইঞ্চি ঢুকার পর উহার অর্ধেক বেগ হারায়। বুলেটটি দেওয়ালের মধ্যে আরও কতটুকু ঢুকবে? [CoU-A : 18-19]
Ⓐ (2)″ Ⓑ $\left(\frac{2}{3}\right)''$ Ⓒ 1″ Ⓓ $\left(\frac{1}{2}\right)''$ Ans Ⓑ

06. কোন বস্তুকণা O বিন্দু হতে u আদিবেগে অনুভূমিকের সাথে θ কোণে প্রক্ষিপ্ত হলে এবং অভিকর্ষজ ত্বরণ g হলে এর মোট বিচরণকাল- [IU-D : 19-20]
Ⓐ $\frac{u}{g}\sin^2\theta$ Ⓑ $\frac{u^2}{g}\sin\theta$ Ⓒ $\frac{u}{2g}\sin\theta$ Ⓓ $\frac{2u}{g}\sin\theta$ Ans Ⓓ.

07. বায়ুশূন্য অবস্থায় উল্লম্ব তলে প্রক্ষিপ্ত বস্তুকণার গতিপথ একটি- [IU-D : 19-20]
Ⓐ বৃত্ত Ⓑ অধিবৃত্ত Ⓒ পরাবৃত্ত Ⓓ সরলরেখা Ans Ⓒ

08. একটি গাড়ি 5 m/s বেগে সুষম ত্বরণে সোজা পথে চলে 100 m দূরত্ব অতিক্রম করার পর বেগ 25 m/s হলে, গাড়িটির ত্বরণ হবে – [MBSTU-C : 19-20]
Ⓐ 1.5 m/s^2 Ⓑ 2 m/s^2 Ⓒ 3 m/s^2 Ⓓ 4 m/s^2 Ans Ⓒ

09. ভূমি হতে u আদি বেগে একটি বস্তু উলম্বভাবে উপরের দিকে নিক্ষেপ করলে বস্তুটি সর্বাধিক কত উপরে উঠবে? [NSTU-B : 19-20]
Ⓐ $\frac{u^2}{g}$ Ⓑ $\frac{u^2}{2g}$ Ⓒ $\frac{u}{g}$ Ⓓ $\frac{2u}{g}$ Ans Ⓑ

10. 100 মিটার উঁচু পাহাড় থেকে একটি পাথর ছেড়ে দিলে ভূমিতে পড়তে কত সময় লাগবে? [NSTU-A : 19-20]
Ⓐ 3.19 Ⓑ 3.91 Ⓒ 4.25 Ⓓ 4.52 Ans Ⓓ

Part 5 সম্ভাব্য MCQ

01. 32m উঁচু একটি টাওয়ার হতে একটি বল ফেলা হল। একই সময় অপর একটি বল ভূমি হতে খাড়া উপরের দিকে $8ms^{-1}$ বেগে নিক্ষেপ করা হল। বল দুইটি কতক্ষণ পর মিলিত হবে?
Ⓐ 4s Ⓑ 6s Ⓒ 8s Ⓓ 16s Ans Ⓐ

02. একজন সাইকেল আরোহী সমতলে রাস্তার উপর দিয়ে কত বেগে চললে 6 মি./সে. বেগে খাড়াভাবে পড়ন্ত বৃষ্টি তার গায়ে উলম্বের সাথে 30° কোণে পড়বে?
Ⓐ $2\sqrt{3}$ মি./সে. Ⓑ $6\sqrt{3}$ মি./সে. Ⓒ 3.5 মি./সে. Ⓓ $8\sqrt{3}$ মি./সে. Ans Ⓐ

03. 1.5 মি/সে² মন্দনে সরল পথে চলন্ত একটি গাড়ি 150 মিটার দূরত্বে থেমে গেলে আদিবেগ কত মি/সে?
Ⓐ $10\sqrt{2}$ Ⓑ $15\sqrt{2}$ Ⓒ $20\sqrt{2}$ Ⓓ $25\sqrt{2}$ Ans Ⓑ

CamScanner

04. একটি কণার একাদশ ও পঞ্চদশ সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূরত্ব যথাক্রমে 720 সে.মি. ও 960 সে.মি. হলে ত্বরণ কত সে.মি./সে.^{2}?
Ⓐ $\frac{24}{5}$ Ⓑ 30 Ⓒ 50 Ⓓ 60 Ans Ⓓ

05. অসম ত্বরণের ক্ষেত্রে বেগ বনাম সময় লেখ এর প্রকৃতি কিরূপ?
Ⓐ বক্ররেখা Ⓑ পরাবৃত্ত Ⓒ উপবৃত্ত Ⓓ অধিবৃত্ত Ans Ⓐ

06. কত মি./সে. বেগে বস্তুকে নিক্ষেপ করলে অভিকর্ষজ ত্বরণের মানের দ্বিগুণ উচ্চতায় উঠবে?
Ⓐ 4.9 Ⓑ 9.8 Ⓒ 14.7 Ⓓ 19.6 Ans Ⓓ

07. $s = ut + \frac{1}{2}ft^2$-এই সমীকরণে s বনাম t লেখচিত্রের প্রকৃতি কিরূপ?
Ⓐ উপবৃত্ত Ⓑ অধিবৃত্ত Ⓒ সরলরেখা Ⓓ পরাবৃত্ত Ans Ⓓ

08. একটি প্রক্ষেপককে আনুভূমিকের সাথে 30° কোণে $\sqrt{8g}$ মি./সে. বেগে নিক্ষেপ করা হলে তার সর্বোচ্চ উচ্চতা হবে কত মিটার?
Ⓐ 4 Ⓑ 6 Ⓒ 1 Ⓓ 10 Ans Ⓒ

09. 15 মি./সে. বেগে খাড়া উপরের দিকে চলন্ত একটি রকেট থেকে একখণ্ড বস্তু ফেলে দেওয়া হলো। বস্তুটি যদি 20 সেকেন্ড পরে ভূমিতে পতিত হয় তাহলে বস্তুটি ফেলার সময় রকেটটি কত মিটার উচ্চতায় ছিল?
Ⓐ 1230 Ⓑ 1420 Ⓒ 1660 Ⓓ 1820 Ans Ⓒ

10. 3 এবং 4 একক বেগের লব্ধি বেগ 5 একক হলে বেগদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণ কত?
Ⓐ 0° Ⓑ 30° Ⓒ 45° Ⓓ 90° Ans Ⓓ

11. 12 সে.মি./সে. বেগে গতিশীল একটি বস্তু আনুভূমিকের সাথে 30° কোণ উৎপন্ন করে। উক্ত বেগের উলম্ব অংশক কত?
Ⓐ $\frac{1}{6}$ Ⓑ $\frac{6}{\sqrt{3}}$ Ⓒ 6 Ⓓ $6\sqrt{3}$ Ans Ⓒ

12. কোন সাইকেল আরোহী কত বেগে চললে 45° কোণে 8 মি./সে. বেগে পড়ন্ত বৃষ্টির ফোটা তার গায়ে খাড়াভাবে পড়বে?
Ⓐ 7 Ⓑ $\frac{8}{\sqrt{2}}$ Ⓒ $7\sqrt{2}$ Ⓓ $8\sqrt{2}$ Ans Ⓑ

13. পূর্বদিকে 20 কি.মি./ঘণ্টা বেগে চলমান গাড়ির চালক 60° কোণে চলন্ত একটি ট্রাককে $20\sqrt{3}$ কি.মি./ঘণ্টা বেগে উত্তর দিকে চলতে দেখল। ট্রাকটির প্রকৃত বেগ কত ছিল?
Ⓐ 40 Ⓑ 47.88 Ⓒ 69.28 Ⓓ 80 Ans Ⓐ

14. 10 মি./সে. বেগে চলমান একজন লোককে 10 মি./সে. বেগে খাড়া নিচের দিকের বৃষ্টি হতে রক্ষা পেতে আনুভূমিকের সাথে কত কোণে ছাতা ধরতে হবে?
Ⓐ 30° Ⓑ 45° Ⓒ 60° Ⓓ 90° Ans Ⓑ

15. স্থির অবস্থা হতে একটি কণা 3 মি./সে.^{2} সমত্বরণে চললে 15 সে. পর বেগ কত মি./সে. হবে?
Ⓐ 5 Ⓑ 15 Ⓒ 30 Ⓓ 45 Ans Ⓓ

16. 29.4 মি./সে. বেগে একটি বল খাড়া উপরের দিকে নিক্ষেপ করলে সর্বোচ্চ কত উপরে উঠবে?
Ⓐ 4.41 মি. Ⓑ 8.82 মি. Ⓒ 44.1 মি. Ⓓ 88.2 মি. Ans Ⓒ

17. কোন কণা আনুভূমিকের সাথে 30° কোণে 78.4 মি./সে. বেগে নিক্ষেপ করা হলে এর উত্থানকাল কত?
Ⓐ 2 Ⓑ 4 Ⓒ 8 Ⓓ 16 Ans Ⓑ

18. যাত্রাপথের প্রথম অংশ $4ms^{-2}$ সমত্বরণে এবং দ্বিতীয় অংশ $3ms^{-2}$ সমমন্দনে চলে 100m পথ পাড়ি দিতে কত সময় লাগবে?
Ⓐ 9.5s Ⓑ 10.8 Ⓒ 11.42 Ⓓ 12.37 Ans Ⓑ

19. $15ms^{-1}$ বেগে ও অনুভূমিকের সাথে 37° কোণে নিক্ষিপ্ত বস্তুর বেগ কত সময় পর আদিবেগের সাথে সমকোণে থাকবে?
Ⓐ 2.54 Ⓑ 3.29 Ⓒ 4.2 Ⓓ 5.17 Ans Ⓐ

20. একটি খাড়া দেওয়ালের পাদদেশ হতে ভূমি বরাবর 15m দূরত্বে 45° কোণে একটি বস্তু নিক্ষেপ করা হল। তা দেওয়ালের ঠিক উপর দিয়ে গিয়ে দেওয়ালের অপর পাশে 20 মিটার দূরে ভূমিতে পড়ে। দেওয়ালের উচ্চতা কত মিটার?
Ⓐ 5.137 Ⓑ 6.02 Ⓒ 7.17 Ⓓ 8.57 Ans Ⓓ

21. একই অনুভূমিক পাল্লার জন্য দুটি বিচরণপথের সর্বাধিক উচ্চতা 28 মিটার ও 35 মিটার হলে পাল্লা কত মিটার?
Ⓐ $14\sqrt{5}$ Ⓑ $29\sqrt{5}$ Ⓒ $42\sqrt{5}$ Ⓓ $56\sqrt{5}$ Ans Ⓓ

22. একটি প্রক্ষেপক নিক্ষেপ করার 3s পর একটি খুঁটির ঠিক উপর দিয়ে অতিক্রম করে এবং পরবর্তী 5s পর ভূমিতে পতিত হয়। খুঁটির দৈর্ঘ্য কত মিটার?
Ⓐ 73.5 Ⓑ 85.5 Ⓒ 107.5 Ⓓ 147 Ans Ⓐ

23. নিক্ষেপ কোণ কত সর্বাধিক উচ্চতা আনুভূমিক পাল্লার সমান হবে?
Ⓐ 71.34° Ⓑ 73.74° Ⓒ 75.96° Ⓓ 78.54° Ans Ⓒ

24. এক ব্যক্তি 100 মিটার চওড়া একটি স্রোতহীন খাল সাঁতার দিয়ে ঠিক সোজাসুজিভাবে 5 মিনিটে পার হলে সাঁতারুর বেগ কত কি.মি./ঘণ্টা?
Ⓐ 1 Ⓑ 1.2 Ⓒ 1.4 Ⓓ 1.8 Ans Ⓑ

25. একজন সাইকেল আরোহী সমতল রাস্তার ওপর দিয়ে কত মিটার/সেকেন্ড বেগে চললে 30° কোণে 5 মিটার/সেকেন্ড বেগে পড়ন্ত বৃষ্টির ফোঁটা তার গায়ে খাড়াভাবে পড়বে?
Ⓐ 2.5 Ⓑ $\frac{5}{\sqrt{3}}$ Ⓒ $5\sqrt{3}$ Ⓓ $6\sqrt{3}$ Ans Ⓐ

26. একটি গাড়ি স্থিরাবস্থা থেকে 3 মিটার/সেকেন্ড^2 সমত্বরণে চললে 5 সেকেন্ড পর বেগ কত মিটার/সেকেন্ড হবে?
Ⓐ 10 Ⓑ 15 Ⓒ 20 Ⓓ 25 Ans Ⓑ

27. একটি বস্তুকণা স্থিরাবস্থা হতে প্রথম সেকেন্ডে 16 মিটার দূরত্ব অতিক্রম করলে ত্বরণ কত মিটার/ সেকেন্ড^2 হবে?
Ⓐ 8 Ⓑ 12 Ⓒ 16 Ⓓ 32 Ans Ⓓ

28. নৌকার বেগ 8 কিলোমিটার/ঘণ্টা এবং নদীর স্রোতের বেগ 4 কিলোমিটার/ঘণ্টা হলে নদীর তীর হতে সোজাসুজি অপর পাড়ে যেতে নৌকাটি স্রোতের সাথে কত কোণে যাত্রা শুরু করবে?
Ⓐ 30° Ⓑ 60° Ⓒ 90° Ⓓ 120° Ans Ⓓ

29. একটি বস্তু 9 মিটার/সেকেন্ড বেগে 5 মিটার/সেকেন্ড^2 সমত্বরণে চলে 10 সেকেন্ডে কত দূরত্ব অতিক্রম করে?
Ⓐ 300 Ⓑ 320 Ⓒ 340 Ⓓ 350 Ans Ⓒ

30. 49 মিটার উঁচু দালানের ছাদ হতে একখণ্ড পাথর ছেড়ে দিলে ভূমিতে পড়তে কত সেকেন্ড সময় লাগবে?
Ⓐ $\sqrt{5}$ Ⓑ $\sqrt{10}$ Ⓒ 5 Ⓓ 101 Ans Ⓑ

31. একটি শূন্য কূপের মধ্যে একটি পাথরের টুকরা ছেড়ে দেয়ার পর তা 19.6 মি/সে. বেগে কূপের তলদেশে পতিত হয়। পাথর খণ্ডটি ছেড়ে দেওয়ার $2\frac{2}{35}$ সেকেন্ড পরে পতনের শব্দ শোনা গেলে শব্দের বেগ কত মিটার/সেকেন্ড হবে?
Ⓐ 343 Ⓑ 350 Ⓒ 360 Ⓓ 400 Ans Ⓐ

32. একটি বস্তুকে 29.4 মিটার/সেকেন্ড আদিবেগে আনুভূমিকের সাথে 30° কোণে শূন্যে নিক্ষেপ করা হলে সর্বাধিক কত মিটার উচ্চতায় উঠবে?
Ⓐ 10 Ⓑ 11.025 Ⓒ 12 Ⓓ 15 Ans Ⓑ

33. একটি ক্রিকেট বলকে 40 মিটার/সেকেন্ড বেগে ভূমি হতে 60° কোণে ব্যাট দ্বারা আঘাত করলে ক্রিকেট বলটির বিচরণ কাল কত সেকেন্ড হবে?
Ⓐ 5 Ⓑ 6 Ⓒ 7 Ⓓ 8 Ans Ⓒ

34. একটি চলন্ত ট্রেনকে ব্রেক করে 10 সেকেন্ড থামিয়ে দেওয়া হলো। ট্রেনটির গড় মন্দন 70 m/sec^2 হলে, এর গতিবেগ কত ছিল?
Ⓐ 1000 m/sec Ⓑ 800 m/sec
Ⓒ 700 m/sec Ⓓ 500 m/sec Ans Ⓒ

CS CamScanner