

গণিত (১ম ও ২য় পত্র)

গণিত ১ম পত্র

অধ্যায় ১

Part 1

প্রয়োজনীয় সূত্রাবলি

MCQ Technique

- (i) প্রতিসম ম্যাট্রিক্সের ক্ষেত্রে- (i, j) ও (j, i) তম ভুক্তিদ্বয় পরস্পর সমান ও সমচিহ্নযুক্ত হবে যেখানে $i \neq j$ । অর্থাৎ মূখ্য কর্ণ বরাবর একটি সরলরেখা কল্পনা করলে তার উপর লম্ব বরাবর ভুক্তিসমূহ সমান হবে।
- (ii) ক্রান্তিসম ম্যাট্রিক্সের ক্ষেত্রে- মূখ্যকর্ণের ভুক্তিগুলো শূন্য হয় এবং (i, j) ও (j, i) তম ভুক্তিদ্বয় পরস্পর সমান কিন্তু বিপরীত চিহ্ন যুক্ত হয় যেখানে $i \neq j$ । অর্থাৎ মূখ্য কর্ণ বরাবর একটি সরলরেখা কল্পনা করলে তার উপর লম্ব বরাবর ভুক্তিসমূহ সমান কিন্তু বিপরীত চিহ্ন যুক্ত হবে।
- (iii) AB নির্ণয়যোগ্য হলে AB ম্যাট্রিক্সের ক্রম
 $= A$ ম্যাট্রিক্সের সারি সংখ্যা $\times B$ ম্যাট্রিক্সের কলাম সংখ্যা।
- (iv) (AB)C নির্ণয়যোগ্য হলে (AB)C ম্যাট্রিক্সের ক্রম $= AB$ ম্যাট্রিক্সের সারি সংখ্যা $\times C$ ম্যাট্রিক্সের কলাম সংখ্যা।
- (v) A এর মাত্রা $m \times n$ হলে A^T এর মাত্রা $n \times m$ ।
- (vi) $AI^T = AI = A$, $A \pm I$ এর ক্ষেত্রে এর মূখ্য কর্ণের ভুক্তির সাথে 1 করে যথাক্রমে যোগ ও বিয়োগ করতে হবে। যেকোনো ক্রমের একক ম্যাট্রিক্স I এর বিপরীত ম্যাট্রিক্স I।
- (vii) $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ ব্যতিক্রমী হলে, $ad = bc$ এবং অব্যতিক্রমী হলে, ad/bc তবে,
 $Adj(A) = \begin{bmatrix} d & -c \\ -b & a \end{bmatrix}$; $A^{-1} = \frac{1}{ad-bc} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$
- (viii) $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ একটি সমঘাতি ম্যাট্রিক্স হবে, যদি $c = c(a+d)$
 i.e. $a+d=1$ ($c \neq 0$), $bc = a-a^2 = d-d^2$ হয়।
- (ix) $A = \begin{bmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 \\ 0 & 0 & c \end{bmatrix}$ হলে $A^2 = \begin{bmatrix} a^2 & 0 & 0 \\ 0 & b^2 & 0 \\ 0 & 0 & c^2 \end{bmatrix}$; $A^{-1} = \begin{bmatrix} 1/a & 0 & 0 \\ 0 & 1/b & 0 \\ 0 & 0 & 1/c \end{bmatrix}$
- (x) A একটি 3×3 ম্যাট্রিক্স হলে $|\lambda A| = \lambda^3 |A|$ ।
- (xi) $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ হলে $A^n = \begin{bmatrix} 1 & n \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$
- (xii) $A = \begin{bmatrix} \cos x & \sin x \\ -\sin x & \cos x \end{bmatrix}$ হলে $A^n = \begin{bmatrix} \cos nx & \sin nx \\ -\sin nx & \cos nx \end{bmatrix}$
- (xiii) A একটি $n \times n$ ক্রমের ম্যাট্রিক্স হলে,
 $Adj(Adj A) = |A|^{n-2} A$, $Adj(Adj A) = A^{(n-1)^2}$
- (xiv) কর্ণ ম্যাট্রিক্স $\begin{bmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{bmatrix}$ এর বিপরীত ম্যাট্রিক্স $\begin{bmatrix} 1/a & 0 \\ 0 & 1/b \end{bmatrix}$
- (xv) $AB = C$ হলে, $A = B^{-1}C$ এবং $B = A^{-1}C$
- (xvi) $P = \begin{bmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 \\ 0 & 0 & c \end{bmatrix}$ হলে $|P|$ এর মান $= abc$

- মূখ্য কর্ণ ও মাধ্যমিক কর্ণ: উপরের নির্ণায়ক লক্ষ্য করলে দেখা যায় a_1, b_2 ও c_3 উপাদানগুলো একটি কর্ণ এবং a_3, b_2 ও c_1 উপাদানগুলো অপর একটি কর্ণ গঠন করে। প্রথম কর্ণকে মূখ্য কর্ণ এবং দ্বিতীয় কর্ণকে মাধ্যমিক কর্ণ বলা হয়। মূখ্যকর্ণের উপাদানগুলোর গুণফল (a_1, b_2, c_3) কে মূখ্যপদ এবং মাধ্যমিক কর্ণের উপাদানগুলোর গুণফলকে (a_3, b_2, c_1) মাধ্যমিক পদ বলে।

ম্যাট্রিক্স ও নির্ণায়ক

- আনুপাতিক বা অনুরাশি (Mirror): যদি একটি নির্ণায়কের যে কোনো উপাদানের মধ্য দিয়ে একটি খাড়া ও একটি অনুভূমিক সরলরেখা টানা যায়, তাহলে, বাকী উপাদানগুলো দ্বারা গঠিত নির্ণায়ককে ঐ উপাদানের আনুপাতিক বা অনুরাশি বলে।
- সহগুণক (Co-factor): নির্ণায়কের কোন উপাদানের আনুপাতিকের অনুরাশির পূর্বে যথাযথ চিহ্ন বসালে তাকে ঐ উপাদানের সহগুণক বলে।
- সহগুণকের চিহ্ন সনাক্তকরণ: কোন নির্ণায়কের যে উপাদানের সহগুণক বের করতে হবে উক্ত উপাদানটি যত নং কলাম ও যত নং সারিতে আছে তাদের যোগফল জোড় সংখ্যা হলে, সহগুণকের চিহ্ন ধনাত্মক (+ve) হবে এবং যোগফল বিজোড় হলে, চিহ্ন ঋণাত্মক (-ve) হবে। অর্থাৎ i-সারি ও j-কলামের ভুক্তির সহগুণকের চিহ্ন $(-1)^{i+j}$ হবে।
- নির্ণায়কের মৌলিক ধর্মসমূহ:
- যদি কোন নির্ণায়কের কোন সারির (কলামের) উপাদানগুলো শূন্য হয় তবে নির্ণায়কের মান শূন্য হয়।
 - নির্ণায়কের সারি এবং কলাম সমূহ পরস্পর স্থান বিনিময় করলে নির্ণায়কের মানের কোন পরিবর্তন হয় না।
 - নির্ণায়কের পাশাপাশি বা যে কোন দুইটি কলাম (সারি) পরস্পর স্থান বিনিময় করলে নির্ণায়কের চিহ্ন পরিবর্তিত হয় কিন্তু সংখ্যামান অপরিবর্তিত থাকে।
 - যদি কোন নির্ণায়কের দুইটি কলাম (সারি) অভিন্ন হয় তাহলে, নির্ণায়কের মান শূন্য হবে।
 - কোন নির্ণায়কের যে কোন সারি (কলাম)-এর উপাদান গুলোকে তাদের নিজ নিজ সহগুণক দ্বারা গুণ করে গুণফলগুলোর সমষ্টি নিলে নির্ণায়কের মান পাওয়া যায়।
 - যদি নির্ণায়কের কোন সারি (কলাম)-এর উপাদান গুলোকে অপর একটি সারি (কলাম)-এর অনুরূপ উপাদানের সহগুণক দ্বারা গুণ করা হয়, তাহলে, গুণফলগুলোর সমষ্টি শূন্য হবে।
 - নির্ণায়কের কোন সারি (কলাম)-এর প্রত্যেকটি উপাদানকে কোন স্থির সংখ্যা দ্বারা গুণ করলে, নির্ণায়কের মানকেও সেই স্থির সংখ্যা দ্বারা গুণ করা হয়।
 - নির্ণায়কের কোন সারি(কলাম)-এর উপাদানগুলো অন্য একটি সারি(কলাম)-এর অনুরূপ উপাদানগুলোর m গুণের সমান হলে, নির্ণায়কের মান শূন্য হবে।
 - যদি কোন নির্ণায়কের কোন সারি (কলাম)-এর প্রতিটি উপাদান দুটি পদ নিয়ে গঠিত হয়, তাহলে, নির্ণায়কটি অপর দুইটি নির্ণায়কের সমষ্টিরূপে প্রকাশ করা যাবে।
 - নির্ণায়কের কোন সারি (কলাম)-এর প্রতিটি উপাদান অন্য একটি সারি (কলাম)-এর অনুরূপ উপাদানের একই গুণিতক দ্বারা বৃদ্ধি বা হ্রাস করা হলে, নির্ণায়কের মানের কোন পরিবর্তন হয় না।

Part 2

গাণিতিক সমস্যা ও সমাধান

01. $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 2 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}$ এবং $B = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 2 \\ -7 & 1 & 8 \end{bmatrix}$ হলে, $A+B$ ও $A-B$ নির্ণয় কর।

Sol: $A+B = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 2 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 & 0 & 2 \\ -7 & 1 & 8 \end{bmatrix}$
 $= \begin{bmatrix} 1+3 & -2+0 & 2+2 \\ 4-7 & 5+1 & 6+8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & -2 & 4 \\ -3 & 6 & 14 \end{bmatrix}$
 আবার, $A-B = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 2 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3 & 0 & 2 \\ -7 & 1 & 8 \end{bmatrix}$
 $= \begin{bmatrix} 1-3 & -2-0 & 2-2 \\ 4-(-7) & 5-1 & 6-8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & -2 & 0 \\ 11 & 4 & -2 \end{bmatrix}$

02. যদি $R = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ হয়, তবে $R^{-1} = ?$

Sol: এখানে $R^T = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$ $\therefore \text{Adj}(R) = \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}$.

আবার, $|R| = (4 - 6) = -2$

$$\therefore R^{-1} = \frac{\text{Adj}(R)}{|R|} = \frac{1}{-2} \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}$$

03. যদি $\begin{bmatrix} x-y & 1 \\ 7 & x+y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 & 1 \\ 7 & 2 \end{bmatrix}$ হয়, তবে $(x, y) = ?$

Sol: মাত্রিক দুই সমান হওয়াতে $x - y = 8$ এবং $x + y = 2$

$$\therefore 2x = 10 \Rightarrow x = 5$$

$$\text{আবার, } x - y = 8 \Rightarrow y = -3 \therefore (x, y) = (5, -3)$$

04. $\begin{pmatrix} \alpha+2 & 2 \\ 8 & \alpha-4 \end{pmatrix}$ মাত্রিকটি ব্যতিক্রমী হবে যদি α এর মান কত?

Sol: $\therefore \begin{vmatrix} \alpha+2 & 2 \\ 8 & \alpha-4 \end{vmatrix} = 0$

$$\Rightarrow (\alpha + 2)(\alpha - 4) - 16 = 0 \Rightarrow \alpha^2 - 4\alpha + 2\alpha - 8 - 16 = 0$$

$$\Rightarrow \alpha^2 - 2\alpha - 24 = 0 \Rightarrow \alpha^2 - 6\alpha + 4\alpha - 24 = 0$$

$$\Rightarrow \alpha(\alpha - 6) + 4(\alpha - 6) = 0 \Rightarrow (\alpha - 6)(\alpha + 4) = 0 \therefore \alpha = -4, 6$$

05. $M = \begin{bmatrix} 2 & 2 & -1 \\ 5 & b & 6 \\ -4 & 8 & -5 \end{bmatrix}$ এর Trace, মুখ্যকর্ণ, মুখ্যপদ, মাধ্যমিক কর্ণ,

মাধ্যমিক পদ কত?

(i) Trace-এর মান 1 হলে $b = ?$

(ii) মুখ্যপদের মান -20 হলে, $b = ?$

(iii) মাধ্যমিক পদের মান 8 হলে $b = ?$

Sol: Trace $= 2 + b - 5 = b - 3$

(i) শর্তমতে, $b - 3 = 1 \Rightarrow b = 4$

(ii) মুখ্যকর্ণ 2, $b, -5$ দিয়ে অংকিত কর্ণ।

$$\text{মুখ্যপদ} = 2 \times b(-5) = -10b;$$

$$\text{শর্তমতে, } -10b = -20 \Rightarrow b = 2$$

(iii) মাধ্যমিক কর্ণ -4, $b, -1$ দিয়ে অংকিত কর্ণ।

$$\text{মাধ্যমিক পদ} = (-4)b(-1) = 4b;$$

$$\text{শর্তমতে, } 4b = 8 \Rightarrow b = 2$$

06. $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -4 \end{bmatrix}$ হয় তবে দেখাও যে, $A^2 + 3A - 10I = 0$

যেখানে $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

Sol: $A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & -6 \\ -9 & 22 \end{bmatrix}$

$$\therefore A^2 + 3A - 10I = \begin{bmatrix} 7 & -6 \\ -9 & 22 \end{bmatrix} + 3 \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 10 & 0 \\ 0 & 10 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 7 & -6 \\ -9 & 22 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 & 6 \\ 9 & -12 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 10 & 0 \\ 0 & 10 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 7 & -6 \\ -9 & 22 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -7 & 6 \\ 9 & -22 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = 0$$

07. $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -4 & 5 & 6 \\ 7 & -8 & 9 \end{vmatrix}$ হলে, 5 এর অনুরাশি কত?

Sol: 5 উপাদানটি 2য় কলাম ও 2য় সারিতে অবস্থিত বলে 2য় সারি ও 2য় কলাম বাদ দিয়ে বাকীদের দ্বারা গঠিত নির্ণায়ক হল অনুরাশি।

$$= \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 7 & 9 \end{vmatrix} = 9 - 21 = -12$$

08. $\begin{vmatrix} 1 & x & y+z \\ 1 & y & z+x \\ 1 & z & x+y \end{vmatrix}$ নির্ণায়কটির মান নির্ণয় কর।

Sol: $\begin{vmatrix} 1 & x & y+z \\ 1 & y & z+x \\ 1 & z & x+y \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & x & x+y+z \\ 1 & y & x+y+z \\ 1 & z & x+y+z \end{vmatrix} [c'_3 = c'_2 + c'_3]$

$$= (x + y + z) \begin{vmatrix} 1 & x & 1 \\ 1 & y & 1 \\ 1 & z & 1 \end{vmatrix} = (x + y + z) \times 0 = 0$$

09. x এর মান বের কর: $\begin{vmatrix} x+4 & 3 & 3 \\ 3 & x+4 & 5 \\ 5 & 5 & x+1 \end{vmatrix} = 0$

Sol: $\begin{vmatrix} x+1 & 3 & 3 \\ -x-1 & x+4 & 5 \\ 0 & 5 & x+1 \end{vmatrix} = 0 [c'_1 = c'_1 - c'_2]$

$$\Rightarrow (x+1) \begin{vmatrix} 1 & 3 & 3 \\ -1 & x+4 & 5 \\ 0 & 5 & x+1 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow (x+1) \begin{vmatrix} 1 & 3 & 3 \\ 0 & x+7 & 8 \\ 0 & 5 & x+1 \end{vmatrix} = 0 [r'_2 = r'_1 + r'_2]$$

$$\Rightarrow (x+1) \{(x+7)(x+1) - 40\} = 0$$

$$\Rightarrow (x+1)(x+11)(x-3) = 0 \therefore x = -1, -11, 3$$

10. যদি $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 5 \end{pmatrix}$ এবং $C = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 0 \end{pmatrix}$ হয়, তবে দেখাও যে,

$$(AB)C = A(BC).$$

Sol:

$$AB = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3-0 & 6-2 & 9-10 \\ 1-0 & 2-2 & 3-10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 4 & -1 \\ 1 & 0 & -7 \end{pmatrix}$$

$$BC = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2-6+0 \\ 0-3+0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ -3 \end{pmatrix}$$

$$\text{বামপক্ষ} = (AB)C = \begin{pmatrix} 3 & 4 & -1 \\ 1 & 0 & -7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6-12-0 \\ 2-0-0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\text{ডানপক্ষ} = A(BC) = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -4 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -12+6 \\ -4+6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$\therefore (AB)C = A(BC)$ (দেখানো হলো)

11. $4x + 3y - 2 = 0$, $3x + 2y - 4 = 0$ সমীকরণের সমাধান কর?

Sol: $D = \begin{vmatrix} 4 & 3 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = 8 - 9 = -1$ এবং $D_x = \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 2 \end{vmatrix} = -12 + 4 = -8$

$$\therefore x = \frac{D_x}{D} = \frac{-8}{-1} = 8 \text{ আবার, } D_y = \begin{vmatrix} 4 & 2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = 16 - 6 = 10$$

$$\therefore y = \frac{D_y}{D} = \frac{10}{-1} = -10 \therefore (x, y) = (8, -10)$$

12. $A = \begin{pmatrix} 3 & -4 & 2 \\ -2 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ এবং $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 5 & -4 \\ 3 & 7 & -5 \end{pmatrix}$ হলে, AB এর মান নির্ণয় কর।

Sol: $AB = \begin{pmatrix} 3 & -4 & 2 \\ -2 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 5 & -4 \\ 3 & 7 & -5 \end{pmatrix}$
 $= \begin{pmatrix} 3-8+6 & 6-20+14 & -6+16-10 \\ -2+2+0 & -4+5+0 & 4-4+0 \\ -1-2+3 & -2-5+7 & 2+4-5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

13. $A = \begin{pmatrix} 8 & 4 & -1 \\ 0 & 1 & 3 \\ 5 & 4 & 8 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -4 & 6 & 2 \\ 1 & 3 & 7 \\ 5 & 4 & 1 \end{pmatrix}$ হলে, $3A - 5B$ নির্ণয় কর।

Sol: $3A - 5B = 3 \begin{pmatrix} 8 & 4 & -1 \\ 0 & 1 & 3 \\ 5 & 4 & 8 \end{pmatrix} - 5 \begin{pmatrix} -4 & 6 & 2 \\ 1 & 3 & 7 \\ 5 & 4 & 1 \end{pmatrix}$
 $= \begin{pmatrix} 24 & 12 & -3 \\ 0 & 3 & 9 \\ 15 & 12 & 24 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -20 & 30 & 10 \\ 5 & 15 & 35 \\ 25 & 20 & 5 \end{pmatrix}$
 $= \begin{pmatrix} 24+20 & 12-30 & -3-10 \\ 0-5 & 3-15 & 9-35 \\ 15-25 & 12-20 & 24-5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 44 & -18 & -13 \\ -5 & -12 & -26 \\ -10 & -8 & 19 \end{pmatrix}$

14. দেখাও যে, $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -4 \\ 3 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -2 \end{pmatrix}$ একটি শূন্যঘাতি ম্যাট্রিক্স এবং শূন্যঘাতির সূচক নির্ণয় কর।

Sol: $A^2 = A.A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -4 \\ 3 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 0 & -4 \\ 3 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -2 \end{pmatrix}$
 $= \begin{pmatrix} 4+0-4 & 0+0+0 & -8+0+8 \\ 6+0+0 & 0+0+0 & -12+0+0 \\ 2+0-2 & 0+0+0 & -4+0+4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 6 & 0 & -12 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$
 $A^3 = A^2.A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 6 & 0 & -12 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 0 & -4 \\ 3 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -2 \end{pmatrix}$
 $= \begin{pmatrix} 0+0+0 & 0+0+0 & 0+0+0 \\ 12+0-12 & 0+0+0 & -24+0+24 \\ 0+0+0 & 0+0+0 & 0+0+0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = 0$
 $\therefore A^3 = 0$ অর্থাৎ A ম্যাট্রিক্সটি শূন্যঘাতি এবং শূন্যঘাতির সূচক = 3

15. ম্যাট্রিক্সের সাহায্যে নিচের তথ্য তালিকা থেকে বিক্রিত বইয়ের মোট লাভ নির্ণয় কর।

	গণিত	পদার্থ	রসায়ন
বইয়ের সংখ্যা	100	125	110
প্রতি বইয়ের ক্রয়মূল্য (টাকায়)	60.00	90.00	85.00
প্রতি বইয়ের বিক্রয়মূল্য (টাকায়)	70.00	102.00	96.00

Sol: মনে করি, P ও Q যথাক্রমে বইয়ের সংখ্যার ম্যাট্রিক্স ও লাভ ম্যাট্রিক্স।

তাহলে, $P = \begin{bmatrix} 100 & 125 & 110 \end{bmatrix}$,

$Q = \begin{bmatrix} 70.00 - 60.00 \\ 102.00 - 90.00 \\ 96.00 - 85.00 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10.00 \\ 12.00 \\ 11.00 \end{bmatrix}$

এখন, $PQ = \begin{bmatrix} 100 & 125 & 110 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 10.00 \\ 12.00 \\ 11.00 \end{bmatrix}$

$= [1000.00 + 1500.00 + 1210.00] = [3710.00]$

$\therefore$ মোট লাভ = 3710.00 টাকা

16. যদি $A = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ এবং $AB = \begin{bmatrix} 10 & 17 \\ 4 & 7 \end{bmatrix}$ হয়, তবে B ম্যাট্রিক্স নির্ণয় কর।

Sol: $|A| = 4 - 6 = -2$

$A^{-1} = \frac{1}{-2} \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ -2 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & \frac{3}{2} \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$ $AB = \begin{bmatrix} 10 & 17 \\ 4 & 7 \end{bmatrix}$

$\Rightarrow B = A^{-1} \begin{bmatrix} 10 & 17 \\ 4 & 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & \frac{3}{2} \\ 1 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 10 & 17 \\ 4 & 7 \end{bmatrix} \therefore B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$

17. If $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 1 \\ 2 & -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & -1 \\ -1 & z \\ y & -3 \end{bmatrix}$ then $x = ?$, $y = ?$, $z = ?$

Sol: দেওয়া আছে, $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 1 \\ 2 & -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & -1 \\ -1 & z \\ y & -3 \end{bmatrix}$

$\Rightarrow \begin{bmatrix} 1+2 & 0+1 \\ -1+0 & 2+1 \\ 2+2 & 0-3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & -1 \\ -1 & z \\ y & -3 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} x & -1 \\ -1 & z \\ y & -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 3 \\ 4 & -3 \end{bmatrix}$

$\therefore x = 3, z = 3, y = 4$

$\therefore$ Ans. $x = 3, y = 4, z = 3$



For Practice

01. বিপরীত ম্যাট্রিক্সের সাহায্যে সমাধান কর:

$x + y + z = 6, x - 2y + 2z = 3, 2x + y - z = 1$ Ans: $(x, y, z) = (1, 2, 3)$

02. A ও B ম্যাট্রিক্সদ্বয়ের মাত্রা যথাক্রমে $m \times p$ এবং $p \times n$ হলে, AB ম্যাট্রিক্সের মাত্রা কত হবে? Ans: $m \times n$

03. $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 2 & 3 & -1 \\ 5 & 2 & 1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} -1 & 3 & 2 \\ 4 & -2 & 5 \\ 6 & 1 & -3 \end{bmatrix}$ হলে প্রমাণ কর, $(AB)^T = B^T A^T$

04. একটি বই-এর দোকানে 10 ডজন গণিতের বই, 4 ডজন পদার্থ বিদ্যার বই এবং 5 ডজন রসায়ন বিদ্যার বই আছে। যদি তাদের বিক্রয় মূল্য যথাক্রমে প্রতিটি 8.30 টাকা, 3.45 টাকা ও 4.50 টাকা। সব বই বিক্রয় হলে, মোট মূল্য কত হবে? Ans: 133.10 টাকা

05. $\begin{pmatrix} p+4 & 8 \\ 2 & p-2 \end{pmatrix}$ ম্যাট্রিক্সটি ব্যতিক্রমী হয় যদি p এর মান নির্ণয় কর।

Ans: -6, 4

06. $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 2 & 0 & 3 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$ হলে, $A^3 - 2A^2 + A - 2I$ নির্ণয় কর।

Ans: $\begin{bmatrix} 5 & 15 & 10 \\ 10 & 0 & 15 \\ 5 & -5 & 5 \end{bmatrix}$

07. যদি $A = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 4 & -1 \end{bmatrix}$ হয়, তবে $A^{-1} = ?$

Ans: $\frac{1}{10} \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ -4 & 2 \end{bmatrix}$

08. $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 1 \\ 2 & -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & 1 \\ -1 & z \\ y & -3 \end{bmatrix}$ হলে, $(x, y, z) = ?$ Ans: (3, 4, 3)

09. যদি $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 5 & -1 \end{bmatrix}$ হয়, তবে $A^2 - 5A + 6I$ নির্ণয় কর, যেখানে $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

Ans: $\begin{bmatrix} 10 & -6 \\ -15 & 22 \end{bmatrix}$

10. প্রমাণ কর যে, $\begin{vmatrix} a+b+2c & a & b \\ c & b+c+2a & b \\ c & a & c+a+2b \end{vmatrix} = 2(a+b+c)^3$

11. A একটি 2×2 ক্রমের ম্যাট্রিক্স এবং $\det(A)$ বা $|A| = -2$ হয়, তবে $\det(2A^{-1})$ বা $|2A^{-1}| = ?$ কত? Ans: -2

Part 3

জাতীয় বিশ্ববিদ্যালয় বিগত প্রশ্নোত্তর

01. $\begin{vmatrix} 1 & a & 2a \\ 1 & a & 2a \\ 1 & a & 2a \end{vmatrix}$ এর মান- [NU-Science : 13-14]
 (A) a (B) 2a (C) 1 (D) 0 (Ans: D)
02. A একটি 3×4 ম্যাট্রিক্স এবং B একটি 4×2 ম্যাট্রিক্স হলে, AB ম্যাট্রিক্সটির আকার হবে- [NU-Science : 12-13]
 (A) 2×3 (B) 3×2 (C) 2×4 (D) 4×3 (Ans: B)
03. $\begin{vmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 2 \\ 3 & 0 & 6 \end{vmatrix}$ নির্ণায়কটির মান- [NU-Science : 12-13]
 (A) 0 (B) 5 (C) 8 (D) 12 (Ans: A)
04. যদি ম্যাট্রিক্স $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ হয়, AB সমান- [NU-Science : 11-12]
 (A) $\begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$ (B) $\begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 10 & 5 \end{pmatrix}$ (C) $\begin{pmatrix} 6 & 0 \\ 2 & 6 \end{pmatrix}$ (D) $\begin{pmatrix} 8 & 1 \\ 12 & 5 \end{pmatrix}$ (Ans: B)
05. $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ হলে, A^2 এর মান সমান- [NU-Science : 10-11]
 (A) $\begin{pmatrix} 9 & 4 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$ (B) $\begin{pmatrix} 13 & -1 \\ -1 & 5 \end{pmatrix}$ (C) $\begin{pmatrix} 7 & -10 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}$ (D) $\begin{pmatrix} 3 & -4 \\ -2 & 6 \end{pmatrix}$ (Ans: C)
06. দুটি ম্যাট্রিক্স, $P = [4 \ 5 \ 6]$ এবং $Q = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix}$ হলে, QP এর মাত্রা কত?
 [NU-Science : 09-10]
 (A) 1×1 (B) 1×3 (C) 3×1 (D) 3×3 (Ans: D)
07. একটি 3×2 ম্যাট্রিক্সের সারিতে কয়টি পদ থাকে? [NU-Science : 06-07]
 (A) 3 (B) 2 (C) 6 (D) 3^2 (Ans: B)
08. যদি $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x & a & b \\ x^2 & a^2 & b^2 \end{vmatrix} = 0$ হয়, তবে $x = ?$ [NU-Science : 03-04]
 (A) -a বা b (B) a বা b (C) -a বা -b (D) a বা b (Ans: D)
09. যদি $f(x) = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x & 1 & 2 \\ x^2 & 1 & 4 \end{vmatrix}$ হয়, তবে $f(x)$ এর উৎপাদক- [NU-Science : 02-03]
 (A) $x+1$ (B) $x-1$ (C) $x-2$ (D) $x+2$ (Ans: C)
10. $\begin{vmatrix} 10 & 20 & 30 \\ 40 & 50 & 60 \\ 70 & 80 & 90 \end{vmatrix}$ নির্ণায়কটির মান কত? [NU-Science : 01-02]
 (A) 100 (B) 0 (C) -100 (D) 140 (Ans: B)

Part 4

জাতীয় বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার উপযোগী বিভিন্ন বিশ্ববিদ্যালয়ের প্রকল্পগত বিগত প্রশ্নোত্তর

01. $\begin{vmatrix} 2 & 3 & x \\ 0 & 3 & x \\ 1 & 3 & 1-x \end{vmatrix}$ নির্ণায়কের (2, 1) তম ভুক্তির সহগ 9 হলে x -এর মান কত? [GST-A : 23-24]
 (A) 0.5 (B) 1.5 (C) 2 (D) 0 (Ans: C)
02. যদি $A = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$; $B = \begin{bmatrix} 6 \\ 1 \end{bmatrix}$; $X = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$ এবং $AX = B$ হয়, তাহলে ক্রমবর্ধমান সূত্র মতে x ও y এর মান কত? [GST-A : 23-24]
 (A) 2, -1 (B) 3, -1 (C) -1, 3 (D) -1, 1 (Ans: A)

03. A এবং $(A^T + B)$ C ম্যাট্রিক্স দুইটির ক্রম যথাক্রমে 4×5 এবং 5×2 হলে C ম্যাট্রিক্স এর ক্রম কী হবে? [GST-A : 22-23]
 (A) 4×2 (B) 4×3 (C) 4×4 (D) 4×5 (Ans: A)
04. 3×2 এবং 2×3 ক্রম বিশিষ্ট দুটি মেট্রিক্স যথাক্রমে A এবং B এর ভুক্তি 0 বা 1 হলে $\text{tr}(BA)$ এর সর্বোচ্চ মান হবে- [GST-A : 21-22]
 (A) 0 (B) 1 (C) 6 (D) 9 (Ans: C)
05. $i^2 = -1$ হলে, $\begin{vmatrix} 1 & i^3 & 1+i^3 \\ i^3 & i^5 & i^3+i^5 \\ i^5 & i^7 & i^5+i^7 \end{vmatrix} = ?$ [GST-A : 20-21]
 (A) -1 (B) 0 (C) 1 (D) i (Ans: B)
06. $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -3 \end{pmatrix}$ এবং $A^2 + 2A - 11I = 0$ হলে, X এর মান কত? [KU-A : 19-20]
 (A) $\begin{pmatrix} 11 & 0 \\ 0 & 11 \end{pmatrix}$ (B) $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ (C) $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ (D) $\begin{pmatrix} 13 & 0 \\ 0 & 13 \end{pmatrix}$ (Ans: B)
07. যদি $\begin{vmatrix} 2x-y & 5 \\ 3 & y \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 6 & 5 \\ 3 & 2 \end{vmatrix}$ হয়, তবে $x = ?$ [CoU-A : 18-19]
 (A) 4 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (Ans: A)
08. বক্র প্রতিসর ম্যাট্রিক্সের ক্ষেত্রে কোনটি সত্য? [CoU-A : 18-19]
 (A) $a_{ij} = a_{ji}$ (B) $a_{ij} = -a_{ji}$ (C) $a_{ii} = a_{jj}$ (D) $a_{ij} \neq a_{ji}$ (Ans: B)
09. যদি A ও B দুটি ম্যাট্রিক্স হয়, তবে $(AB)^T = ?$ [IU-D : 19-20]
 (A) AB (B) BA (C) $B^T A^T$ (D) $A^T B^T$ (Ans: C)
10. k-এর কোন মানের জন্য $\begin{pmatrix} \sqrt{k} & 2 \\ 8 & k\sqrt{k} \end{pmatrix}$ ম্যাট্রিক্সটি একটি বিপরীত ম্যাট্রিক্স- [IU-D : 19-20]
 (A) -4 (B) 4 (C) $\sqrt{2}$ (D) ± 4 (Ans: D)
11. $[x \ y]$, $\begin{bmatrix} a & h \\ h & b \end{bmatrix}$ এবং $\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$ ম্যাট্রিক্সগুলোর গুণফল হবে- [BRUR-E : 19-20]
 (A) $[x^2a + xyh \ xyh + y^2b]$ (B) $[x^2a + 2xyh + y^2b]$
 (C) $[x^2a + xyh \ xyh + y^2b]$ (D) $[2x^2a + xyh + 2y^2b]$ (Ans: B)
12. A, B এবং C ম্যাট্রিক্সগুলোর মাত্রা যথাক্রমে 4×5 , 5×4 এবং 4×2 হলে $(A^T + B)$ C ম্যাট্রিক্স এর মাত্রা হবে- [BRUR-E : 19-20]
 (A) 5×4 (B) 4×2 (C) 5×2 (D) 2×5 (Ans: C)
13. যদি A একটি 3×3 ম্যাট্রিক্স এবং $|A| = -7$ হয়, তাহলে $|(2A)^{-1}|$ এর মান- [BRUR-E : 19-20]
 (A) $-\frac{1}{14}$ (B) $-\frac{1}{56}$ (C) $-\frac{8}{7}$ (D) $-\frac{2}{7}$ (Ans: B)
14. $\begin{bmatrix} a+4 & 6 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$ একটি ব্যতিক্রমী ম্যাট্রিক্স হবে, যদি a এর মান — হয়। [JKKNIU-B : 19-20]
 (A) 3 (B) 4 (C) 8 (D) 10 (Ans: B)
15. যদি $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ হয়, তবে $A^{-1} = ?$ [JKKNIU-B : 19-20]
 (A) $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ (B) $\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$ (C) $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ (D) $\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$ (Ans: A)
16. নিম্নের কোন ম্যাট্রিক্সের বিপরীত ম্যাট্রিক্স নেই? [JKKNIU-B : 19-20]
 (A) $\begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 6 \end{bmatrix}$ (B) $\begin{bmatrix} 4 & -2 \\ -1 & 6 \end{bmatrix}$ (C) $\begin{bmatrix} 6 & 4 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ (D) $\begin{bmatrix} -3 & 1 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$ (Ans: C)
17. ক্রমবর্ধমান প্রক্রিয়ায় $2x + 3y = 5$ ও $5x - 2y = 3$ সমীকরণ জোড়ের সমাধান করতে Δx এর মান কত? [JKKNIU-B : 19-20]
 (A) -19 (B) 19 (C) 15 (D) -15 (Ans: A)
18. $\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$ মেট্রিক্সে a_{ij} এর সহগগুলক A_{ij} হলে, $a_{21}A_{11} + a_{22}A_{12} + a_{23}A_{13}$ এর মান কত? [SUST-B : 19-20]
 (A) $a_{22}a_{11}a_{33}$ (B) $a_{21}a_{12}a_{33}$ (C) $a_{23}a_{11}a_{32}$
 (D) 1 (E) 0 (Ans: E)

19. যদি মেট্রিক্স $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ এবং মেট্রিক্স $AB = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ হয়, তবে মেট্রিক্স B কোনটি? [SUST-A: 19-20]

- Ⓐ $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ Ⓑ $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ Ⓒ $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$
 Ⓓ $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ Ⓔ $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}$ [Ans: E]

20. P, Q, R ম্যাট্রিক্সগুলোর আকার 4×5 , 5×4 এবং 2×4 হলে $(P^T + Q)R^T$ ম্যাট্রিক্সের আকার কত হবে? [MBSTU-C: 19-20]

- Ⓐ 5×4 Ⓑ 5×2 Ⓒ 4×2 Ⓓ 4×5 [Ans: B]

21. ম্যাট্রিক্স $A = \begin{bmatrix} \lambda + 4 & 6 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$ এর বিপরীত ম্যাট্রিক্স থাকবে না, যদি λ এর মান হয়- [MBSTU-C: 19-20]

- Ⓐ 0 Ⓑ 4 Ⓒ -4 Ⓓ 12 [Ans: B]

22. P একটি 2×3 ম্যাট্রিক্স এবং Q একটি 3×4 ম্যাট্রিক্স হলে QP - [MBSTU-A: 19-20]

- Ⓐ 2×4 ম্যাট্রিক্স Ⓑ 4×2 ম্যাট্রিক্স
 Ⓒ 3×3 ম্যাট্রিক্স Ⓓ অগুণন যোগ্য [Ans: D]

23. $\begin{vmatrix} p-1 & 1 \\ 3 & p+1 \end{vmatrix} = 0$ হলে, p এর মান কত? [NSTU-A: 19-20]

- Ⓐ 0 Ⓑ 3 Ⓒ 2 Ⓓ ± 2 [Ans: D]

24. $\begin{pmatrix} p+4 & 8 \\ 2 & p-2 \end{pmatrix}$ ম্যাট্রিক্সটি ব্যতিক্রমী হয় তবে p এর মান কত? [BSMRSTU-B: 19-20]

- Ⓐ -6, 4 Ⓑ -4, 6 Ⓒ -4, 2 Ⓓ -2, 4 [Ans: A]

Part 5

সম্ভাব্য MCQ

01. A একটি 3×3 ক্রমের ম্যাট্রিক্স এবং $\det(-2A) = 4$ হয়, তবে $\det A =$ কত?

- Ⓐ 8 Ⓑ $\frac{1}{2}$ Ⓒ -2 Ⓓ $-\frac{1}{2}$ [Ans: D]

02. যদি $\begin{bmatrix} 2 & x \\ y-1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 3+y \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$ তবে $(x, y) =$

- Ⓐ (8, 5) Ⓑ (-6, 3) Ⓒ (-8, 5) Ⓓ (6, 3) [Ans: A]

03. A ও B একটি 2×2 ক্রমের ম্যাট্রিক্স এবং $\det(A) = 3$, $\det(B) = -8$ হয়, তবে $\det(\frac{1}{2}AB^T A^{-1}) =$ কত?

- Ⓐ -4 Ⓑ $-\frac{1}{16}$ Ⓒ -2 Ⓓ -1 [Ans: C]

04. $\begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$ ম্যাট্রিক্সটির বিপরীত ম্যাট্রিক্স এর ট্রেস কোনটি?

- Ⓐ $\frac{9}{8}$ Ⓑ $\frac{8}{9}$ Ⓒ 8 Ⓓ 9 [Ans: A]

05. $\begin{bmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 4 & 4 & 4 \\ 3 & 1 & a \end{bmatrix}$ ম্যাট্রিক্সটির ট্রেস (Trace) এর মান 8 হলে, a এর মান কোনটি?

- Ⓐ 5 Ⓑ 3 Ⓒ 2 Ⓓ 4 [Ans: B]

06. $A = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ এবং $B = (2 \ 3 \ 4)$ হলে, AB কত?

- Ⓐ $\begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 4 & 6 & 8 \\ 6 & 9 & 12 \end{pmatrix}$ Ⓑ $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ Ⓒ (20) Ⓓ AB অসম্ভব [Ans: A]

07. নিচের কোনটি শূন্যমাত্রি ম্যাট্রিক্স?

- Ⓐ $\begin{bmatrix} -4 & 2 \\ 8 & -4 \end{bmatrix}$ Ⓑ $\begin{bmatrix} 4 & 2 \\ -4 & -2 \end{bmatrix}$ Ⓒ $\begin{bmatrix} 4 & 2 \\ -8 & -4 \end{bmatrix}$ Ⓓ $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$ [Ans: C]

08. $P = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -5 \end{bmatrix}$ হলে, $P^2 =$ কত?

- Ⓐ $\begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 9 & 25 \end{bmatrix}$ Ⓑ $\begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 6 & -10 \end{bmatrix}$ Ⓒ $\begin{bmatrix} 7 & -3 \\ -9 & 28 \end{bmatrix}$ Ⓓ $\begin{bmatrix} 7 & -3 \\ -9 & -16 \end{bmatrix}$ [Ans: C]

09. $11 \ 3 \begin{bmatrix} y & x \\ 5 & x \end{bmatrix} = 112 \ 4$ হলে $(x, y) =$ কত?

- Ⓐ (-3, 1) Ⓑ $(\frac{1}{3}, 11)$ Ⓒ $(-\frac{1}{3}, 11)$ Ⓓ (1, -3) [Ans: D]

10. যদি $B = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$ হয়, তবে B^{-1} নিচের কোনটি?

- Ⓐ $\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ Ⓑ $\begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 0 \\ \frac{1}{4} & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$ Ⓒ $\begin{bmatrix} 8 & 0 \\ -4 & 8 \end{bmatrix}$ Ⓓ $\begin{bmatrix} 8 & 0 \\ 4 & 8 \end{bmatrix}$ [Ans: B]

11. $\begin{bmatrix} a+4 & 5 \\ -4 & a-5 \end{bmatrix}$ ব্যতিক্রমী হলে a এর মান কত?

- Ⓐ 0, 1 Ⓑ 1 Ⓒ 0, 9 Ⓓ 0, -1 [Ans: A]

12. $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$ হলে $\det(A)$ এর মান কত?

- Ⓐ -1 Ⓑ 1 Ⓒ 0 Ⓓ 9 [Ans: B]

13. যদি A একটি 3×3 ম্যাট্রিক্স এবং $|A| = 10$ হয়, তবে $|3A| =$?

- Ⓐ 30 Ⓑ 90 Ⓒ 270 Ⓓ 60 [Ans: C]

14. $A = \begin{pmatrix} 3 & -4 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$ হলে $\det(2A^{-1})$ এর মান হলো-

- Ⓐ $\frac{1}{4}$ Ⓑ -4 Ⓒ 4 Ⓓ $-\frac{1}{4}$ [Ans: B]

15. $A = \begin{vmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 4 & 5 & 9 \\ 6 & 7 & 8 \end{vmatrix}$ হলে, 7 উপাদানটির অনুরাশি কোনটি?

- Ⓐ -4 Ⓑ 14 Ⓒ -15 Ⓓ 32 [Ans: B]

16. $A = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}$ এবং $|A^2| = 1$ হলে θ এর মান কোনটি?

- Ⓐ $\theta = 0^\circ$ Ⓑ $\theta = 45^\circ$
 Ⓒ $\theta = 0^\circ, 45^\circ$ Ⓓ $\theta = 0^\circ, 60^\circ$ [Ans: C]

17. $\begin{vmatrix} 1 & -\omega & \omega^2 \\ -\omega & \omega^2 & 1 \\ \omega^2 & 1 & -\omega \end{vmatrix}$ নির্ণায়কটির মান কত?

- Ⓐ 4 Ⓑ 2 Ⓒ 3 Ⓓ -4 [Ans: D]

18. $\begin{vmatrix} -a^2 & ab & ac \\ ab & -b^2 & bc \\ ac & bc & -c^2 \end{vmatrix}$ এর মান কত?

- Ⓐ 4abc Ⓑ abc Ⓒ $4a^2b^2c^2$ Ⓓ $a^2b^2c^2$ [Ans: C]

19. $\begin{vmatrix} \ln x & \ln y & \ln z \\ \ln 2x & \ln 2y & \ln 2z \\ \ln 3x & \ln 3y & \ln 3z \end{vmatrix}$ এর মান কোনটি?

- Ⓐ 0 Ⓑ $\ln 6$ Ⓒ $\ln(6xyz)$ Ⓓ 1 [Ans: A]

20. x এর কোন মানের জন্য $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & x \\ 3 & 4 & 0 \end{vmatrix} = 0$ হবে?

- Ⓐ $-\frac{3}{5}$ Ⓑ $\frac{3}{5}$ Ⓒ -3 Ⓓ 3 [Ans: D]

21. $\begin{bmatrix} 5 & 6 & x \\ 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ ম্যাট্রিক্সটির নির্ণায়ক -4 হলে, x এর মান কত?

- Ⓐ 7 Ⓑ 6 Ⓒ 8 Ⓓ 1 [Ans: C]

22. $\begin{vmatrix} 13 & 16 & 19 \\ 14 & 17 & 20 \\ 15 & 18 & 21 \end{vmatrix}$ এর মান কত?

- Ⓐ -1 Ⓑ 0 Ⓒ 1 Ⓓ 2 [Ans: B]

23. $\begin{vmatrix} \alpha & \alpha & x \\ \beta & \beta & \beta \\ 0 & x & 0 \end{vmatrix} = 0$ হলে, x এর মান কোনটি?

- Ⓐ $\alpha, \beta, 0$ Ⓑ $\alpha, 0$ Ⓒ $\beta, 0$ Ⓓ α, β [Ans: B]

গণিত ১ম পত্র

অধ্যায় ২

ভেক্টর

Part 1

প্রয়োজনীয় সূত্রাবলি

□ স্কেলার গুণনের ক্ষেত্রে:

(i) $\hat{i} \cdot \hat{j} = \hat{j} \cdot \hat{k} = \hat{k} \cdot \hat{i} = 0$; [যেহেতু, $\theta = 90^\circ$]

$\hat{i} \cdot \hat{i} = \hat{j} \cdot \hat{j} = \hat{k} \cdot \hat{k} = 1$; [যেহেতু, $\theta = 0^\circ$]



(ii) ভেক্টর গুণনের ক্ষেত্রে:

$\hat{i} \times \hat{i} = \hat{j} \times \hat{j} = \hat{k} \times \hat{k} = 0$ [যেহেতু, $\theta = 0^\circ$]

$\hat{i} \times \hat{j} = \hat{k}, \hat{j} \times \hat{k} = \hat{i}, \hat{k} \times \hat{i} = \hat{j}$; [যেহেতু, $\theta = 90^\circ$]

$\hat{j} \times \hat{i} = -\hat{k}, \hat{k} \times \hat{j} = -\hat{i}, \hat{i} \times \hat{k} = -\hat{j}$

□ দুইটি ভেক্টর $\vec{A}$ ও $\vec{B}$ সংক্রান্ত বিভিন্ন রাশি:

$\vec{A} = A_x \hat{i} + A_y \hat{j} + A_z \hat{k}$ $\vec{B} = B_x \hat{i} + B_y \hat{j} + B_z \hat{k}$

i. A ভেক্টরের মান, $|\vec{A}| = A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}$

ii. B এর মান, $|\vec{B}| = B = \sqrt{B_x^2 + B_y^2 + B_z^2}$

iii. $\vec{A} + \vec{B} = (A_x + B_x)\hat{i} + (A_y + B_y)\hat{j} + (A_z + B_z)\hat{k}$

$\vec{A} - \vec{B} = (A_x - B_x)\hat{i} + (A_y - B_y)\hat{j} + (A_z - B_z)\hat{k}$

□ স্কেলার গুণনের ভিন্নরূপ:

যদি $\vec{A} = A_x \hat{i} + A_y \hat{j} + A_z \hat{k}$ এবং $\vec{B} = B_x \hat{i} + B_y \hat{j} + B_z \hat{k}$ হয়, তবে

$\vec{A} \cdot \vec{B} = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z$

□ ভেক্টর রাশির গুণনের ভিন্নরূপ:

যদি $\vec{A} = A_x \hat{i} + A_y \hat{j} + A_z \hat{k}$ এবং $\vec{B} = B_x \hat{i} + B_y \hat{j} + B_z \hat{k}$ হয়, তবে

$$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$$

$$= \hat{i}(A_y B_z - B_y A_z) - \hat{j}(A_x B_z - A_z B_x) + \hat{k}(A_x B_y - A_y B_x)$$

□ (i) $\vec{a}$ ভেক্টরের উপর $\vec{b}$ ভেক্টরের অভিক্ষেপ, $b \cos \theta = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}|}$

(ii) $\vec{b}$ ভেক্টরের উপর $\vec{a}$ ভেক্টরের অভিক্ষেপ, $a \cos \theta = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{b}|}$

□ $\vec{a}$ ভেক্টর বরাবর একক ভেক্টর, $\hat{a} = \frac{\vec{a}}{|\vec{a}|}$

□ (i) $\vec{a}$ ভেক্টর বরাবর $\vec{b}$ ভেক্টরের উপাংশ = $\frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}|} \hat{a}$

(যে ভেক্টর বরাবর বলবে তাহা নিচে হবে)

(ii) $\vec{b}$ ভেক্টর বরাবর $\vec{a}$ ভেক্টরের উপাংশ = $\frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{b}|} \hat{b}$

□ দুটি ভেক্টর লম্ব হওয়ার শর্ত: $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$

□ দুটি ভেক্টর সমান্তরাল হওয়ার শর্ত: $\vec{a} \times \vec{b} = 0$

□ দুটি ভেক্টরের মধ্যবর্তী কোণ θ হলে, $\cos \theta = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| |\vec{b}|}$

□ A ($\vec{a}$) এবং B ($\vec{b}$) বিন্দুদ্বয়ের সংযোজকরেখাংশ R ($\vec{r}$) বিন্দুতে m:n অনুপাতে

অন্তর্বিভক্ত করলে R ($\vec{r}$) -এর অবস্থান ভেক্টর = $\frac{n\vec{a} + m\vec{b}}{m+n}$

□ A ($\vec{a}$) এবং B ($\vec{b}$) বিন্দুদ্বয়ের সংযোজকরেখাংশ R ($\vec{r}$) বিন্দুতে m:n অনুপাতে

বহিঃবিভক্ত করলে R ($\vec{r}$) -এর অবস্থান ভেক্টর = $\frac{n\vec{a} - m\vec{b}}{m-n}$

□ A ($\vec{a}$) এবং B ($\vec{b}$) ভেক্টরদ্বয়ের সংযোগ রেখাংশের মধ্যবিন্দু R ($\vec{r}$) -এর অবস্থান

ভেক্টর $\frac{\vec{a} + \vec{b}}{2}$

□ A ($\vec{a}$), B ($\vec{b}$), C ($\vec{c}$) $\triangle ABC$ এর শীর্ষ বিন্দু হলে এর ভরকেন্দ্র G

$\left(\frac{\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}}{3} \right)$ হবে।

Part 2

গাণিতিক সমস্যা ও সমাধান

01. P(1, 1, 1) এবং Q(3, 2, -1) দুইটি বিন্দু হলে, $\overline{PQ}$ ভেক্টর এর সমান্তরালে একক ভেক্টর নির্ণয় কর।

Sol: $\overline{PQ} = (3-1)\hat{i} + (2-1)\hat{j} + (-1-1)\hat{k} = 2\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}$

$|\overline{PQ}| = \sqrt{4+1+4} = 3$

$\overline{PQ}$ ভেক্টরের সমান্তরাল একক ভেক্টর = $\frac{\overline{PQ}}{|\overline{PQ}|}$

$$= \frac{2\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}}{3} = \frac{2\hat{i}}{3} + \frac{\hat{j}}{3} - \frac{2\hat{k}}{3}$$

02. $\vec{a} = 2\hat{i} - 3\hat{j} + \hat{k}$ এবং $\vec{b} = \hat{i} + 2\hat{j} + 5\hat{k}$ হলে, $\vec{a} \cdot \vec{b}$ এবং $\vec{a} \times \vec{b}$ এর মান কত?

Sol: $\vec{a} \cdot \vec{b} = (2.1) + (-3.2) + (1.5)$

$$= 2 - 6 + 5 = 1$$

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 2 & -3 & 1 \\ 1 & 2 & 5 \end{vmatrix}$$

$$= \hat{i}(-15-2) - \hat{j}(10-1) + \hat{k}(4+3) = -17\hat{i} - 9\hat{j} + 7\hat{k}$$

03. $5\hat{i} - 3\hat{j} + n\hat{k}$ এবং $2\hat{i} + m\hat{j} - \hat{k}$ ভেক্টরদ্বয় পরস্পর সমান্তরাল হলে (m, n) = ?

Sol: যেহেতু ভেক্টরদ্বয় সমান্তরাল, অতএব শর্তমতে $\frac{5}{2} = \frac{-3}{m} = \frac{n}{-1}$

$$\Rightarrow 5m = -6 \Rightarrow m = -\frac{6}{5} \text{ এবং } \frac{5}{2} = \frac{n}{-1}$$

$$\Rightarrow 2n = -5 \Rightarrow n = -\frac{5}{2} \therefore (m, n) = \left(-\frac{6}{5}, -\frac{5}{2} \right)$$

04. $\vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k}$ এবং $2\vec{i} + m\vec{j} - 4\vec{k}$ ভেক্টরদ্বয় পরস্পর লম্ব হলে, m এর মান কত?

[Sol:] $(\vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k}) \cdot (2\vec{i} + m\vec{j} - 4\vec{k}) = 0$

$$\Rightarrow (1 \cdot 2) + (2 \cdot m) + (3 \cdot -4) = 0$$

$$\Rightarrow 2 + 2m - 12 = 0 \Rightarrow 2m = 10 \Rightarrow m = 5$$

05. $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}$ এবং $\vec{b} = \vec{i} + 2\vec{j} + 5\vec{k}$ হলে, $\vec{a}$ এর উপর $\vec{b}$ এর অভিক্ষেপ কত? $\vec{b}$ এর উপর $\vec{a}$ এর অভিক্ষেপ কত?

[Sol:] $\vec{a} \cdot \vec{b} = (2\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}) \cdot (\vec{i} + 2\vec{j} + 5\vec{k}) = 1$

$$|\vec{a}| = \sqrt{(2)^2 + (-3)^2 + (1)^2} = \sqrt{14}$$

$$|\vec{b}| = \sqrt{(1)^2 + (2)^2 + (5)^2} = \sqrt{30}$$

$$\text{এখন, } \vec{a} \text{ এর উপর } \vec{b} \text{ এর অভিক্ষেপ} = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}|} = \frac{1}{\sqrt{14}}$$

$$\text{আবার, } \vec{b} \text{ এর উপর } \vec{a} \text{ এর অভিক্ষেপ} = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{b}|} = \frac{1}{\sqrt{30}}$$

06. $\vec{a} = \vec{i} + 3\vec{j} - 2\vec{k}$ ভেক্টর দ্বারা $\vec{b} = 5\vec{i} - 6\vec{j} + 7\vec{k}$ ভেক্টরের উপাংশ কত?

[Sol:] $\vec{a}$ ভেক্টর দ্বারা $\vec{b}$ ভেক্টরের উপাংশ

$$= \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}|} = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{a}|} = \frac{(\vec{a} \cdot \vec{b})}{|\vec{a}|^2} \vec{a}$$

$$= \frac{(\vec{i} + 3\vec{j} - 2\vec{k}) \cdot (5\vec{i} - 6\vec{j} + 7\vec{k})}{\sqrt{1^2 + 3^2 + (-2)^2}} (\vec{i} + 3\vec{j} - 2\vec{k})$$

$$= \frac{5 - 18 - 14}{1 + 9 + 4} (\vec{i} + 3\vec{j} - 2\vec{k})$$

$$= \frac{-27}{14} (\vec{i} + 3\vec{j} - 2\vec{k})$$

07. $\vec{P} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$ এবং $\vec{Q} = 3\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$ কোন ভেক্টর সমতলে দুটি ভেক্টর হলে $\vec{PQ}$ ভেক্টরের সমান্তরালে একক ভেক্টর কি হবে?

[Sol:] এখানে, $\vec{PQ} = (3 - 1)\vec{i} + (2 - 1)\vec{j} + (-1 - 1)\vec{k} = 2\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k}$

$$\therefore \vec{PQ} \text{ ভেক্টরের সমান্তরাল একক ভেক্টর} = \frac{2\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k}}{\sqrt{4 + 1 + 4}} = \frac{2\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k}}{3}$$

08. $\vec{A} = 2\vec{i} + \vec{j}$ এবং $\vec{B} = 3\vec{i} - \vec{j} + 5\vec{k}$ ভেক্টরদ্বয় সামান্তরিকের দুটি সম্মিহিত বাহু হলে, ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

[Sol:] সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল $= |\vec{A} \times \vec{B}|$

$$\text{এখন } \vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & 1 & 0 \\ 3 & -1 & 5 \end{vmatrix}$$

$$= \vec{i}(5 - 0) - \vec{j}(10 - 0) + \vec{k}(-2 - 3) = 5\vec{i} - 10\vec{j} - 5\vec{k}$$

$$\therefore \text{ক্ষেত্রফল} = |\vec{A} \times \vec{B}| = \sqrt{5^2 + (-10)^2 + (-5)^2} = \sqrt{150} = 5\sqrt{6}$$

09. প্রদত্ত $\vec{a}$ এর মান নির্ণয় কর, যেন $2\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$, $3\vec{i} - 2\vec{j} + 4\vec{k}$ এবং $\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{a}\vec{k}$ এ তিনটি ভেক্টর একই সমতলে থাকে।

[Sol:] শর্তমতে, $\begin{vmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 3 & -2 & 4 \\ 1 & -3 & a \end{vmatrix} = 0$

$$\Rightarrow 2(-2a + 12) - 1(3a - 4) - 1(-9 + 2) = 0$$

$$\Rightarrow -4a + 24 - 3a + 4 + 7 = 0 \Rightarrow a = 5$$

10. $2\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}$ ভেক্টরটি y অক্ষের সাথে যে কোণ তৈরি করে তা নির্ণয় কর।

[Sol:] $\theta = \cos^{-1} \left(\frac{-1}{\sqrt{2^2 + (-1)^2 + 2^2}} \right) = \cos^{-1} \left(\frac{-1}{\sqrt{9}} \right) = \cos^{-1} \left(\frac{-1}{3} \right)$



For Practice

01. $\vec{P} = 5\vec{i} - 3\vec{j} + 2\vec{k}$ ভেক্টরের উপর $\vec{Q} = 2\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k}$ ভেক্টরের অভিক্ষেপ নির্ণয় কর।

$$\text{Ans: } \frac{3}{\sqrt{38}}$$

02. $2\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$, $3\vec{i} - 2\vec{j} + 4\vec{k}$ এবং $\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{a}\vec{k}$ ভেক্টর তিনটি সমতলীয় হলে $\vec{a}$ এর মান কত?

$$\text{Ans: } 5$$

03. $3\vec{i} + 2\vec{j} + \lambda\vec{k}$ এবং $4\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}$ ভেক্টরদ্বয় পরস্পর লম্ব হলে λ এর মান কত?

$$\text{Ans: } -6$$

04. $\vec{A} = \vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k}$ এবং $\vec{B} = 2\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$ হলে $\vec{A} \cdot \vec{B} = ?$

$$\text{Ans: } -3$$

05. যদি $\vec{AB} = 2\vec{i} + \vec{j}$ এবং $\vec{AC} = 3\vec{i} - \vec{j} + 5\vec{k}$ হয়, তবে $\vec{AB}$ ও $\vec{AC}$ কে সম্মিহিত বাহু ধরে অঙ্কিত সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল কত?

$$\text{Ans: } 5\sqrt{6}$$

Part 3

জাতীয় বিশ্ববিদ্যালয় বিগত প্রশ্নোত্তর

01. $\vec{A} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + 6\vec{k}$ এর সমান্তরাল একক ভেক্টর— [NU-Science : 14-15]

$$\text{A } \frac{2}{5}\vec{i} - \frac{3}{5}\vec{j} + \frac{6}{5}\vec{k}$$

$$\text{B } \frac{2}{11}\vec{i} - \frac{3}{11}\vec{j} + \frac{6}{11}\vec{k}$$

$$\text{C } \frac{2}{7}\vec{i} + \frac{3}{7}\vec{j} + \frac{6}{7}\vec{k}$$

$$\text{D } \frac{2}{7}\vec{i} - \frac{3}{7}\vec{j} + \frac{6}{7}\vec{k}$$

Ans: D

02. $\vec{A} = 3\vec{i} + 2\vec{j} - 6\vec{k}$ এবং $\vec{B} = 4\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}$ ভেক্টর দুটি পরস্পর— [NU-Science : 12-13]

A সমান্তরাল

B লম্ব

C 30° কোণে আনত

D 60° কোণে আনত

Ans: B

03. $\vec{u} = 2\vec{i} + \vec{j} - 3\vec{k}$ এবং $\vec{v} = 3\vec{i} - 2\vec{j} - \vec{k}$ এর অন্তর্ভুক্ত কোণ— [NU-Science : 11-12, 09-10]

A 30°

B 45°

C 60°

D 90°

Ans: C

04. $\vec{u} = 2\vec{i} + 5\vec{j} - 3\vec{k}$ এবং $\vec{v} = \vec{i} + \lambda\vec{j} + 4\vec{k}$ পরস্পর লম্ব হলে, λ এর মান— [NU-Science : 10-11]

A 0

B 1

C 2

D 5

Ans: C

05. দুটি ভেক্টরের ক্রস গুণফল শূন্য হলে, ভেক্টর দুটির মধ্যবর্তী কোণ হবে— [NU-Science : 06-07]

A 180°

B 120°

C 90°

D 0°

Ans: D

Part 4

জাতীয় বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার উপযোগী বিভিন্ন বিশ্ববিদ্যালয়ের চকুতুপূর্ণ বিগত প্রশ্নোত্তর

01. দুটি ভেক্টর $\vec{u}$ এবং $\vec{v}$ এর মধ্যবর্তী কোণ কত হলে $\vec{u} \cdot \vec{v} = 9$ এবং $|\vec{u} \times \vec{v}| = 3\sqrt{3}$ হবে? [GST-A : 20-21]

$$\text{A } \frac{\pi}{3}$$

$$\text{B } \frac{\pi}{4}$$

$$\text{C } \frac{\pi}{6}$$

$$\text{D } \frac{2\pi}{3}$$

Ans: C

02. $\vec{A} = \sqrt{3}\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$, $\vec{B} = \sqrt{3}\vec{i} + 3\vec{j} - 2\vec{k}$ হলে, $\vec{A}$ ভেক্টরের উপর $\vec{B}$ ভেক্টরের অভিক্ষেপ হবে কোনটি? [KU-A : 19-20]

$$\text{A } \frac{1}{2}$$

$$\text{B } 1$$

$$\text{C } \frac{4}{\sqrt{5}}$$

$$\text{D } \frac{\sqrt{5}}{4}$$

Ans: C

03. m এর মান কত হলে, $2\hat{i} + m\hat{j} - 3\hat{k}$ এবং $6\hat{i} - 3\hat{j} - 9\hat{k}$ পরস্পর সমান্তরাল হবে? [CoU-A : 19-20]

- (A) 1 (B) -1 (C) 3 (D) $\frac{2}{3}$ (Ans B)

04. $\vec{P} = \hat{i} - a\hat{j} + 2\hat{k}$ এবং $|\vec{P}| = \sqrt{5}$ হলে, a -এর মান- [IU-D : 19-20]

- (A) 0 (B) 2 (C) 4 (D) 5 (Ans A)

05. তিনটি ভেক্টর A , B ও C সমতলীয় না হওয়ার শর্ত- [IU-D : 19-20]

- (A) $(\vec{A} \times \vec{B}) \cdot \vec{C} = 0$ (B) $(\vec{B} \times \vec{C}) \cdot \vec{A} = 0$
(C) $(\vec{A} \times \vec{B}) \cdot \vec{C} = 0$ (D) $(\vec{C} \times \vec{A}) \cdot \vec{B} = 0$ (Ans A)

06. $\vec{P} = \hat{i} + 2\hat{j} - 2\hat{k}$ এবং $\vec{Q} = 3\hat{i} + 2\hat{j} - 2\sqrt{3}\hat{k}$ ভেক্টর দুইটি এক বিন্দুতে লম্বভাবে ক্রিয়াশীল। P এর সাথে এদের লব্ধি ভেক্টরের দিক- [BRUR-E : 19-20]

- (A) 25° (B) 59° (C) 65° (D) 70° (Ans B)

07. $\vec{A} = 2\hat{i} - 4\hat{j} + 6\hat{k}$ এবং $\vec{B} = 4\hat{i} + \alpha\hat{j} - 4\hat{k}$ । $\vec{A}$ ও $\vec{B}$ ভেক্টরদ্বয় পরস্পর লম্ব হলে, α এর মান কত? [JKKNIU-B : 19-20]

- (A) 4 (B) -4 (C) 8 (D) 7 (Ans B)

08. ভেক্টর $\vec{B} = 2\hat{i} - 3\hat{j} + \hat{k}$ বরাবর ভেক্টর $\vec{A} = -\hat{i} + 2\hat{k}$ এর উপাংশ কত? [SUST-B : 19-20]

- (A) 0 (B) 0 (C) 1
(D) $\frac{2\hat{i} - 3\hat{j} + \hat{k}}{\sqrt{14}}$ (E) $\frac{-\hat{i} + 2\hat{k}}{\sqrt{5}}$ (Ans B)

09. $\vec{A} = 4\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k}$ এবং $\vec{B} = 2\hat{i} - 3\hat{j} + 4\hat{k}$ ভেক্টর দুইটি যে সামান্তরিকের সন্নিহিত বাহু, তার ক্ষেত্রফল- [MBSTU-C : 19-20]

- (A) $\sqrt{3}$ (B) $6\sqrt{3}$ (C) $\sqrt{6}$ (D) $6\sqrt{6}$ (Ans D)

10. 4 একক এবং 2 একক মানের দুইটি ভেক্টর $\vec{P}$ এবং $\vec{Q}$ পরস্পর 120° কোণে ক্রিয়াশীল হলে, $\vec{P} \cdot \vec{Q} = ?$ [MBSTU-C : 19-20]

- (A) 8 (B) -8 (C) 4 (D) -4 (Ans D)

Part 5

সম্ভাব্য MCQ

01. $\vec{P} = 5\hat{i} - 2\hat{j} + 3\hat{k}$ এবং $\vec{Q} = 2\hat{i} - 4\hat{j} + 5\hat{k}$ হলে $|\vec{PQ}|$ এর মান কত? (A) $\sqrt{17}$ (B) $\sqrt{33}$ (C) 0 (D) 33 (Ans A)

02. α এর মান কত হলে $\alpha\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$ এবং $2\alpha\hat{i} - \alpha\hat{j} - 4\hat{k}$ পরস্পর লম্ব হবে? (A) -2, 1 (B) 2, -1 (C) 2, 1 (D) -2, -1 (Ans A)

03. $\vec{a} = 2\hat{i} + 6\hat{j} + 3\hat{k}$ ভেক্টরের উপর $\vec{b} = \lambda\hat{i} + \hat{j} + 4\hat{k}$ ভেক্টরের অভিক্ষেপ এর মান 4 একক হলে, λ এর মান বের কর।

- (A) 1 (B) 2 (C) 5 (D) 4 (Ans C)

04. $(\hat{j} \times \hat{i}) \cdot \hat{k} =$ কত?

- (A) -1 (B) 0 (C) 1 (D) k (Ans A)

05. $2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ এবং $\hat{i} + 3\hat{j} - 2\hat{k}$ ভেক্টরদ্বয় কোন সামান্তরিকের দুটি সন্নিহিত বাহু নির্দেশ করলে, তার ক্ষেত্রফল কত হবে?

- (A) $3\sqrt{3}$ (B) $5\sqrt{3}$ (C) $5\sqrt{5}$ (D) $3\sqrt{5}$ (Ans B)

06. যদি $\vec{A} = 2\hat{i} + 4\hat{j} + 5\hat{k}$ এবং $\vec{B} = \hat{i} - \lambda\hat{j} + 10\hat{k}$ ভেক্টরদ্বয় পরস্পর লম্ব হয় তবে λ এর মান কত?

- (A) -13 (B) -12 (C) 12 (D) 13 (Ans D)

07. $a\hat{i} + \frac{1}{2}\hat{j} + \frac{1}{3}\hat{k}$ ভেক্টরটি একক ভেক্টর হলে a এর মান কত?

- (A) $\pm \frac{6}{5}$ (B) $\pm \frac{4}{3}$ (C) $\pm \frac{\sqrt{23}}{6}$ (D) $\pm \frac{23}{6}$ (Ans C)

08. $\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$, $\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ এবং $-\hat{i} + \hat{j} + a\hat{k}$ ভেক্টর তিনটি একই সমতলে অবস্থিত হলে স্কেলার a এর মান কত?

- (A) -2 (B) -1 (C) 0 (D) 2 (Ans B)

09. $\vec{a} = \hat{i} + \hat{k}$, $\vec{b} = 3\hat{j} - 2\hat{k}$ হলে, $\vec{a} \cdot \vec{b}$ এর মান কত?

- (A) -2 (B) 2 (C) 4 (D) 8 (Ans A)

10. $\vec{A} = 2\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}$ ভেক্টরটি Z অক্ষের সাথে যে কোণ উৎপন্ন করে তা হলো-

- (A) $\cos^{-1}\left(-\frac{2}{3}\right)$ (B) $\cos^{-1}\left(-\frac{2}{9}\right)$ (C) $\cos^{-1}\left(\frac{2}{3}\right)$ (D) $\cos^{-1}\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)$ (Ans C)

11. $\vec{a} = 2\hat{i} + 4\hat{j} - \hat{k}$ ভেক্টরের দিক বরাবর $\vec{b} = \hat{i} + \hat{j} + 3\hat{k}$ এর অংশ কত?

- (A) $\frac{3}{21}\vec{a}$ (B) $-\frac{3}{21}\vec{a}$ (C) $-\frac{3}{\sqrt{21}}\vec{a}$ (D) $\frac{3}{\sqrt{21}}\vec{a}$ (Ans D)

12. $\vec{P} = 3\hat{i} + 2\hat{j} - 2\hat{k}$ এবং $\vec{Q} = -\hat{i} + \hat{j} - 6\hat{k}$ হলে $\vec{P}$ ও $\vec{Q}$ এর লব্ধি ভেক্টর কোনটি?

- (A) $-2\hat{i} + 3\hat{j} + 4\hat{k}$ (B) $2\hat{i} + 3\hat{j} - 8\hat{k}$
(C) $4\hat{i} + \hat{j} + 4\hat{k}$ (D) $4\hat{i} + \hat{j} - 4\hat{k}$ (Ans B)

13. $\vec{A} = \hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ এবং $\vec{B} = \hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$ হলে $\vec{B} \times \vec{A}$ নিচের কোনটি?

- (A) $\hat{i} - 2\hat{j} - 3\hat{k}$ (B) $3\hat{i} - 2\hat{j} + 3\hat{k}$
(C) $-\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$ (D) $-\hat{i} - 2\hat{j} + 3\hat{k}$ (Ans A)

14. $\vec{A} = \hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ এবং $\vec{B} = \hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$ হলে $\vec{AB}$ এর মান কত?

- (A) $\sqrt{5}$ (B) $\sqrt{9}$ (C) $\sqrt{13}$ (D) $\sqrt{17}$ (Ans C)

15. $\vec{A} = \hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ এবং $\vec{B} = -3\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$ হলে তাদের অন্তর্গত কোণ কোনটি?

- (A) $\cos^{-1}\left(\frac{-6}{\sqrt{42}}\right)$ (B) $\cos^{-1}\left(\frac{6}{\sqrt{42}}\right)$
(C) $\cos^{-1}\left(\frac{4}{\sqrt{42}}\right)$ (D) $\cos^{-1}\left(\frac{-4}{\sqrt{42}}\right)$ (Ans D)

16. $\vec{a} = \hat{i} - 2\hat{j} + 2\hat{k}$ এবং $\vec{b} = 2\hat{i} + 3\hat{j} - 6\hat{k}$ হলে $\vec{b}$ এর উপর $\vec{a}$ এর অভিক্ষেপ কত?

- (A) $\frac{8}{3}$ (B) $\frac{8}{7}$ (C) $\frac{20}{3}$ (D) $\frac{20}{7}$ (Ans B)

17. $\vec{P} = \sqrt{2}\hat{i} + a\hat{j}$ এবং $\vec{Q} = \hat{i} + \sqrt{2}\hat{j}$ ভেক্টরদ্বয় পরস্পর সমান্তরাল হলে a এর মান কত হবে?

- (A) -2 (B) -1 (C) $\sqrt{2}$ (D) $2\sqrt{2}$ (Ans D)

18. $\hat{i} + \lambda\hat{j} + 2\hat{k}$ এবং $2\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}$ ভেক্টরদ্বয় পরস্পর লম্ব হলে λ এর মান কোনটি?

- (A) -6 (B) -2 (C) 0 (D) 2 (Ans D)

19. $\frac{1}{2}\hat{i} + \frac{1}{3}\hat{j} + \hat{k}$ এর মান কোনটি?

- (A) $\frac{7}{6}$ (B) $\frac{49}{36}$ (C) $\frac{11}{6}$ (D) $\sqrt{\frac{11}{6}}$ (Ans A)

20. $\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ বরাবর একক ভেক্টর কোনটি?

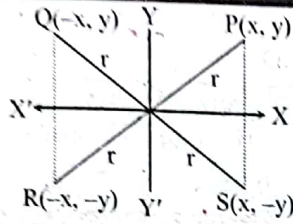
- (A) $\frac{\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}}{\sqrt{3}}$ (B) $\frac{\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}}{3}$ (C) $\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ (D) $\frac{\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}}{\sqrt{3}}$ (Ans D)

Part 1

প্রয়োজনীয় সূত্রাবলি

- বিশ্বুর অবস্থান নির্দেশ: কার্তেসীয় স্থানাঙ্ক ব্যবস্থায় কোন বিন্দুর অবস্থানকে (x, y) এবং পোলার স্থানাঙ্ক ব্যবস্থায় (r, θ) দ্বারা প্রকাশ করা হয়। r কে ব্যাসার্ধ ভেক্টর (Radius Vector) এবং θ কে ভেক্টোরিয়াল কোণ বলে।
- পোলার স্থানাঙ্ক ও কার্তেসীয় স্থানাঙ্কের মধ্যে সম্পর্ক:
- কার্তেসীয় স্থানাঙ্ক (x, y) হতে পোলার (r, θ) রূপান্তর, $x = r \cos \theta$, $y = r \sin \theta$ এবং পোলার থেকে কার্তেসীয় রূপান্তর: $r = \sqrt{x^2 + y^2}$, $\theta = \tan^{-1} \left(\frac{y}{x} \right)$

বিভিন্ন চতুর্ভাগে θ এর মান নির্ণয়:



- ১ম চতুর্ভাগের বিন্দু $P(x, y)$ এর জন্য, $\theta = \tan^{-1} \left| \frac{y}{x} \right|$; $0 \leq \theta \leq 2\pi$ অথবা, $-\pi < \theta \leq \pi$
- ২য় চতুর্ভাগের বিন্দু $Q(-x, y)$ এর জন্য, $\theta = \pi - \tan^{-1} \left| \frac{y}{x} \right|$; $0 \leq \theta \leq 2\pi$ অথবা, $-\pi < \theta \leq \pi$
- ৩য় চতুর্ভাগের বিন্দু $R(-x, -y)$ এর জন্য, $\theta = \pi + \tan^{-1} \left| \frac{y}{x} \right|$; $0 \leq \theta \leq 2\pi = -\pi + \tan^{-1} \left| \frac{y}{x} \right|$; $-\pi < \theta \leq \pi$
- ৪র্থ চতুর্ভাগের বিন্দু $S(x, -y)$ এর জন্য, $\theta = 2\pi - \tan^{-1} \left| \frac{y}{x} \right|$; $[0 \leq \theta < 2\pi] = -\tan^{-1} \left| \frac{y}{x} \right|$; $[-\pi < \theta \leq \pi]$
- সম্ভারপথ: কোন সমতলে যদি একটি বিন্দু এক বা একাধিক প্রদত্ত শর্ত মেনে চলে, তবে বিন্দুটি যে পথে চলতে থাকে তাকে বিন্দুটির সম্ভারপথ বলে এবং ঐ বিন্দুকে চলমান বিন্দু বলে।
- $A(x_1, y_1)$ এবং $B(x_2, y_2)$ বিন্দুদ্বয়ের সংযোজক সরলরেখাকে $C(x, y)$ বিন্দুটি $m_1 : m_2$ অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত করলে-
$$x = \frac{m_1 x_2 + m_2 x_1}{m_1 + m_2} \text{ এবং } y = \frac{m_1 y_2 + m_2 y_1}{m_1 + m_2}$$
- $A(x_1, y_1)$ এবং $B(x_2, y_2)$ বিন্দুদ্বয়ের সংযোজক সরলরেখাকে $C(x, y)$ বিন্দুটি $m_1 : m_2$ অনুপাতে বহির্বিভক্ত করলে-
$$x = \frac{m_1 x_2 - m_2 x_1}{m_1 - m_2} \text{ এবং } y = \frac{m_1 y_2 - m_2 y_1}{m_1 - m_2}$$
- $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$ বিন্দুত্রয় দ্বারা গঠিত ত্রিভুজের।
- ভরকেন্দ্র $= \left(\frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}, \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3} \right)$
- অঙ্গকেন্দ্র $= \left(\frac{ax_1 + bx_2 + cx_3}{a+b+c}, \frac{ay_1 + by_2 + cy_3}{a+b+c} \right)$
যেখানে a, b, c ΔABC এর বাহুদ্বয়।

- পরিব্যাসার্ধ, $R = \frac{abc}{4\Delta}$
- অঙ্গব্যাসার্ধ, $R = \frac{2\Delta}{a+b+c} = \frac{\Delta}{s}$
- সরলরেখার আদর্শ সমীকরণ, $ax + by + c = 0$ যার ঢাল $= -\frac{a}{b}$
- ছেদ আকৃতির সরলরেখার সমীকরণ: $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ যেখানে,
 $a = x$ অক্ষের ছেদকৃত অংশ ও $b = y$ অক্ষের ছেদকৃত অংশ
- x -অক্ষের সমীকরণ, $y = 0$ এবং y অক্ষের সমীকরণ, $x = 0$
- x -অক্ষের সমান্তরাল রেখার সমীকরণ, $y = b$
এবং y -অক্ষের সমান্তরাল রেখার সমীকরণ, $x = a$
[এখানে a ও b যথাক্রমে x ও y অক্ষ হতে রেখাটির দূরত্ব]
- ঢাল: একটি সরলরেখা x -অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে যে কোণ উৎপন্ন করে তার tangent কে ঢাল বলে। অর্থাৎ ঢাল $m = \tan \theta$
- ঢাল আকৃতির সরলরেখার আদর্শ সমীকরণ,
 $y = mx + c$ [এখানে $c = y$ অক্ষের ছেদকৃত অংশ]
- একটি সরলরেখার ঢাল m এবং রেখাটি (x_1, y_1) বিন্দুগামী হলে, তার সমীকরণ: $y - y_1 = m(x - x_1)$.
- (x_1, y_1) ও (x_2, y_2) বিন্দুগামী সরলরেখার ঢাল
$$= \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} \text{ বা } \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \text{ এবং এর লম্বের ঢাল } = -\frac{x_1 - x_2}{y_1 - y_2}$$
- (x_1, y_1) ও (x_2, y_2) বিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ:
 $(x - x_1)(y_1 - y_2) - (y - y_1)(x_1 - x_2) = 0$
বা, $\frac{x - x_1}{x_1 - x_2} = \frac{y - y_1}{y_1 - y_2}$
- মূলবিন্দু $(0, 0)$ ও (x_1, y_1) বিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ $y = \frac{y_1}{x_1} x$
- লম্ব আকৃতির সরলরেখার সমীকরণ: $x \cos \alpha + y \sin \alpha = P$
যেখানে $P =$ মূলবিন্দু হতে রেখাটির লম্ব দূরত্ব
 $\alpha =$ লম্বটির x অক্ষের সাথে উৎপন্ন কোণ
- $a_1 x + b_1 y + c_1 = 0$ এবং $a_2 x + b_2 y + c_2 = 0$
রেখাদ্বয় একই সরলরেখা নির্দেশ করলে $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$ হবে।
- $a_1 x + b_1 y + c_1 = 0$ এবং $a_2 x + b_2 y + c_2 = 0$ রেখাদ্বয়ের ছেদ বিন্দুর স্থানাঙ্ক: $\left(\frac{b_1 c_2 - b_2 c_1}{a_1 b_2 - a_2 b_1}, \frac{c_1 a_2 - c_2 a_1}{a_1 b_2 - a_2 b_1} \right)$
- $y = m_1 x + c_1$, $y = m_2 x + c_2$ রেখাদ্বয়ের অন্তর্ভুক্ত কোণ θ হলে, $\tan \theta = \pm \frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 m_2}$; $\tan \theta$ এর মান ধনাত্মক ও ঋণাত্মক হলে θ কোণ যথাক্রমে সূক্ষ্মকোণ ও স্থূলকোণ হবে।
- $a_1 x + b_1 y + c_1 = 0$ এবং $a_2 x + b_2 y + c_2 = 0$ রেখাদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণ θ হলে, $\tan \theta = \pm \frac{a_2 b_1 - a_1 b_2}{a_1 a_2 + b_1 b_2}$; রেখাদ্বয় সমান্তরাল হবে যখন $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2}$ অথবা $m_1 = m_2$ হয়, লম্ব হবে যখন $a_1 a_2 + b_1 b_2 = 0$ অথবা $m_1 m_2 = -1$

➤ $ax + by + c = 0$ রেখার সমান্তরাল সরলরেখার সমীকরণ
 $ax + by + k = 0$ যেখানে k একটি ধ্রুবক। সমান্তরাল (α, β) বিন্দুগামী সরলরেখা $a(x - \alpha) + b(y - \beta) = 0$

➤ $ax + by + c = 0$ সরলরেখার লম্ব রেখার সমীকরণ,
 $bx - ay + k = 0$ যেখানে k একটি ধ্রুবক। লম্ব (α, β) বিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ, $b(x - \alpha) - a(y - \beta) = 0$

➤ $a_1x + b_1y + c = 0, a_2x + b_2y + c_2 = 0, a_3x + b_3y + c_3 = 0$ রেখা ত্রয়

$$\text{সমবিন্দু হওয়ার শর্ত: } \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = 0$$

➤ $a_1x + b_1y + c_1 = 0, a_2x + b_2y + c_2 = 0, a_3x + b_3y + c_3 = 0$
 রেখা ত্রয় দ্বারা গঠিত ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{D^2}{2C_1C_2C_3}$

$$\text{যেখানে, } D = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} \text{ এবং } C_1, C_2, C_3 \text{ তৃতীয় কলামের সহগগুণক।}$$

➤ $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ রেখা ও অক্ষদ্বয় দ্বারা গঠিত ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} ab$

➤ (x_1, y_1) বিন্দু হতে $ax + by + c = 0$ রেখার উপর লম্ব দূরত্ব $d = \frac{|ax_1 + by_1 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

➤ $ax + by + c_1 = 0$ এবং $ax + by + c_2 = 0$ সমান্তরাল রেখাদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব $= \frac{|c_1 - c_2|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

MCQ Technique

□ রেখার সাপেক্ষে রেখার প্রতিবিম্ব: $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ রেখার

i) x অক্ষের সাপেক্ষে প্রতিবিম্ব, $a_1x - b_1y + c_1 = 0$

ii) y অক্ষের সাপেক্ষে প্রতিবিম্ব, $-a_1x + b_1y + c_1 = 0$

iii) $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ রেখার সাপেক্ষে প্রতিবিম্ব

$$(a_1x + b_1y + c_1)(a_2^2 + b_2^2) - 2(a_1a_2 + b_1b_2)(a_2x + b_2y + c_2) = 0$$

(iv) $A(x_1, y_1); B(x_2, y_2)$ বিন্দুদ্বয়ের সংযোজক রেখার লম্বদ্বিখণ্ডকের সমীকরণ

$$(x_1 - x_2)x + (y_1 - y_2)y = \frac{1}{2}(x_1^2 + y_1^2 - x_2^2 - y_2^2)$$

(v) $A(x_1, y_1); B(x_2, y_2); C(x_3, y_3); D(x_4, y_4)$ হলে, CD কে AB রেখাটি $K : 1$ অনুপাতে বিভক্ত করলে

$$K = \frac{x_1y_2 + x_2y_3 + x_3y_1 - x_1y_3 - x_2y_2 - x_3y_1}{x_1y_4 + x_2y_1 + x_4y_2 - x_2y_4 - x_1y_2 - x_4y_1}$$

(vi) $A(x_1, y_1); B(x_2, y_2)$ বিন্দুদ্বয়ের সংযোজক রেখাকে $C(x, y), m_1 : m_2$

$$\text{অনুপাতে বিভক্ত করলে } \frac{m_1}{m_2} = \frac{x_1 - x}{x - x_2} = \frac{y_1 - y}{y - y_2}$$

(vii) $a_1x + b_1y + c_1 = 0; a_2x + b_2y + c_2 = 0$ রেখাদ্বয়ের ছেদবিন্দু এবং মূল বিন্দুগামী রেখার সমীকরণ:

$$c_2(a_1x + b_1y + c_1) - c_1(a_2x + b_2y + c_2) = 0$$

(viii) $a_1x + b_1y + c_1 = 0; a_2x + b_2y + c_2 = 0$ রেখাদ্বয়ের অন্তর্ভুক্ত কোণ

$$\theta = \tan^{-1} \left(\pm \frac{a_2b_1 - a_1b_2}{a_1a_2 + b_1b_2} \right), (+) \text{ হলে সূক্ষ্মকোণ, } (-) \text{ হলে স্থূলকোণ}$$

(ix) একটি সরলরেখা অক্ষদ্বয়ের মধ্যবর্তী অংশ (a, b) বিন্দুতে সমদ্বিখণ্ডিত হলে সরলরেখাটির সমীকরণ, $bx + ay - 2ab = 0$

Part 2

গাণিতিক সমস্যা ও সমাধান

01. কোন বিন্দুর কার্ভেগীয় স্থানাঙ্ক $(\sqrt{3}, 3)$ হলে, ঐ বিন্দুর পোলার স্থানাঙ্ক কত?

Sol: আমরা জানি, $r = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(\sqrt{3})^2 + (3)^2} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$

$$\text{এবং } \theta = \tan^{-1} \frac{y}{x} = \tan^{-1} \frac{3}{\sqrt{3}} = \tan^{-1} \sqrt{3} = \frac{\pi}{3}$$

$$\therefore \text{পোলার স্থানাঙ্ক } \left(2\sqrt{3}, \frac{\pi}{3} \right)$$

02. $(x_1, -6)$ এবং $(5, -3)$ বিন্দুদ্বয়ের মধ্যকার দূরত্ব 5 একক হলে, x_1 এর মান কত?

Sol: $\sqrt{(x_1 - 5)^2 + (-6 + 3)^2} = 5 \Rightarrow x_1^2 - 10x_1 + 25 + 9 = 25$

$$\Rightarrow x_1^2 - 10x_1 + 9 = 0 \Rightarrow (x_1 - 9)(x_1 - 1) = 0 \Rightarrow x_1 = 9 \text{ অথবা } 1$$

03. কোন শর্তাধীনে $A(x, y)$ বিন্দুটি $P(2, 8)$ ও $Q(5, -1)$ বিন্দুদ্বয় হতে সমদূরবর্তী হবে?

Sol: শর্তমতে, $AP = AQ$

$$\sqrt{(x - 2)^2 + (y - 8)^2} = \sqrt{(x - 5)^2 + (y + 1)^2}$$

$$\Rightarrow x^2 - 4x + 4 + y^2 - 16y + 64 = x^2 - 10x + 25 + y^2 + 2y + 1$$

$$\Rightarrow 6x - 18y + 42 = 0 \Rightarrow x - 3y + 7 = 0$$

04. $(-1, 2)$ এবং $(4, -5)$ বিন্দুদ্বয়ের সংযোগ রেখাংশকে যে বিন্দু $2 : 3$ অনুপাতে বহির্বিভক্ত করে তার স্থানাঙ্ক কত?

Sol: মনে করি, বিন্দুটি (x, y)

$$\therefore x = \frac{2 \cdot 4 - 3(-1)}{2 - 3} = \frac{8 + 3}{-1} = -11$$

$$y = \frac{2(-5) - 3 \cdot 2}{2 - 3} = \frac{-10 - 6}{-1} = 16$$

05. $(5, 2)$ ও $(3, -2)$ বিন্দুদ্বয়ের মধ্যবর্তী বিন্দুর স্থানাঙ্ক কত?

Sol: মধ্যবিন্দু $= \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right) = \left(\frac{5 + 3}{2}, \frac{2 + (-2)}{2} \right) = (4, 0)$

06. x এর মান কত হলে $(-x, 2), (3, -2)$ ও $(2 - x, 3)$ বিন্দু ত্রয় সমরেখ হবে?

Sol: বিন্দু তিনটি সমরেখ হবে যদি,

$$1ম \text{ ও } 2য় \text{ বিন্দুর ঢাল} = 2য় \text{ ও } 3য় \text{ বিন্দুর ঢাল}$$

$$\Rightarrow \frac{2 + 2}{-x - 3} = \frac{-2 - 3}{3 - 2 + x} \Rightarrow \frac{4}{-x - 3} = \frac{-5}{x + 1} \Rightarrow x = -11$$

07. তিনটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক যথাক্রমে $(3, 4), (0, 0)$ এবং $(-3, 4)$ । বিন্দু তিনটি দ্বারা গঠিত ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল কত?

Sol: ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}(x_1y_2 - x_2y_1) = \frac{1}{2}(3 \times 4 - (-3) \times 4)$
 $= \frac{1}{2} \times 24 = 12$ বর্গ একক।

08. $\triangle ABC$ এর $A(3, 0), B(-3, 0)$ ও $C(0, 4)$ হলে, ত্রিভুজটির ভরকেন্দ্র ও অন্তঃকেন্দ্র নির্ণয় কর।

Sol: ভরকেন্দ্র $= \left(\frac{3 - 3 + 0}{3}, \frac{0 + 0 + 4}{3} \right) = \left(0, \frac{4}{3} \right)$

$$BC = a = \sqrt{9 + 16} = 5, CA = b = \sqrt{9 + 16} = 5$$

$$AB = c = \sqrt{36 + 0} = 6$$

$$\text{অন্তঃকেন্দ্র, } I = \left(\frac{5 \cdot 3 + 5(-3) + 6 \cdot 0}{5 + 5 + 6}, \frac{5 \cdot 0 + 5 \cdot 0 + 6 \cdot 4}{5 + 5 + 6} \right) = \left(0, \frac{3}{2} \right)$$

09. (1,3), (5,0), (2,-4), (-2,-1) বিন্দুগুলো সংযোজন করে প্রায় চতুর্ভুজের প্রকৃতি কি হবে?

Sol: বিন্দুগুলো যথাক্রমে A, B, C, D হলে,

$$AC = \sqrt{(1-2)^2 + (3+4)^2} = \sqrt{50}$$

$$BD = \sqrt{(5+2)^2 + (0+1)^2} = \sqrt{50}$$

$$M_{AC} \times M_{BD} = \frac{3+4}{1-2} \times \frac{0+1}{5+2} = -1 \therefore \text{চতুর্ভুজটি বর্গ।}$$

10. চতুর্ভুজের শীর্ষবিন্দু (4,2), (9,0), (8,3) ও (2,-1) হয়, তবে ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

Sol: ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2} \begin{vmatrix} 4 & 2 \\ 9 & 0 \\ 8 & 3 \\ 2 & -1 \\ 4 & 2 \end{vmatrix} = \frac{1}{2} \{(0+27-8+4) - (18+6-4)\}$

$$= \frac{1}{2} (23-20) = \frac{3}{2} \text{ বর্গ একক}$$

11. ABCD আয়তের তিনটি শীর্ষবিন্দুর স্থানাঙ্ক যথাক্রমে A(3,2), B(2,-1), C(8,-3) এর চতুর্থ শীর্ষবিন্দু D-এর স্থানাঙ্ক কত?

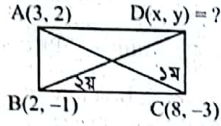
Sol: মনে করি, চতুর্থ শীর্ষবিন্দু D = (x, y)

AC কর্ণের ভূজঘরের যোগফল = BD কর্ণের ভূজঘরের যোগফল

$$\therefore 8+3 = x+2 \Rightarrow x=9$$

$$\text{আবার, } 2+(-3) = y-1 \Rightarrow y=0$$

$$\text{চতুর্থ শীর্ষবিন্দু D} = (9,0)$$



12. ABCD সামান্তরিকের A, B ও C বিন্দুর স্থানাঙ্ক যথাক্রমে (3,2), (5,1) ও (0,1) হলে, সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল কত?

Sol: ABCD সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল = $2 \times \Delta ABC$ এর ক্ষেত্রফল

$$= 2 \times \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 5 & 1 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = (3+5+0) - (10+0+3) = 8-13 = -5$$

$$\therefore \text{ABCD সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল} = 5 \text{ বর্গ একক।}$$

13. x অক্ষ এবং (2,-3) বিন্দু হতে (5,k) বিন্দুটির দূরত্ব সমান হলে, k এর মান কত?

Sol: x অক্ষ থেকে (5,k) বিন্দুর দূরত্ব = k একক,

$$(2,-3) \text{ বিন্দু হতে } (5,k) \text{ বিন্দুর দূরত্ব} = \sqrt{(2-5)^2 + (-3-k)^2}$$

$$\text{শর্তমতে, } k = \sqrt{(2-5)^2 + (-3-k)^2} \Rightarrow k^2 = 18 + k^2 + 6k$$

$$\Rightarrow (k+3) = 0 \Rightarrow k = -3$$

14. y অক্ষ ও (7,2) বিন্দু থেকে (a,5) বিন্দুটির দূরত্ব সমান হলে a এর মান কত?

Sol: y অক্ষ হতে (a,5) এর দূরত্ব = a

$$\text{প্রশ্নমতে, } a = \sqrt{(a-7)^2 + (5-2)^2} \Rightarrow a^2 = (a-7)^2 + 9$$

$$\Rightarrow a^2 = a^2 - 14a + 49 + 9 \Rightarrow 14a = 58 \Rightarrow a = \frac{29}{7}$$

15. কোন সরলরেখার ঢাল $\frac{1}{\sqrt{3}}$ হলে রেখাটি x অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে কত ডিগ্রি কোণ উৎপন্ন করে।

Sol: $\therefore \frac{1}{\sqrt{3}} = \tan \theta \Rightarrow \theta = \tan^{-1} \frac{1}{\sqrt{3}} = 30^\circ$

16. x অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে 60° কোণ উৎপন্ন করে এবং রেখাটি মূলবিন্দুগামী, রেখাটির সমীকরণ নির্ণয় কর।

Sol: ঢাল, $m = \tan 60^\circ = \sqrt{3} \therefore \text{সরলরেখার সমীকরণ } y = \sqrt{3}x$

17. y অক্ষের সমান্তরাল এবং (2,3) বিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর।

Sol: y অক্ষের সমান্তরাল রেখার সমীকরণ $x = a$

$$\therefore \text{নির্ণেয় সরলরেখার সমীকরণ, } x = 2 \text{ [যেহেতু, } a = 2]$$

18. কোন সরলরেখা কর্তৃক x অক্ষ ও y অক্ষ থেকে ছেদকৃত অংশ যথাক্রমে 5 এবং -10 হলে, রেখাটির সমীকরণ কী?

Sol: রেখাটির সমীকরণ, $\frac{x}{5} + \frac{y}{-10} = 1 \Rightarrow 2x - y = 10$

19. $2x + 5y + 4 = 0$ রেখাটি দ্বারা অক্ষদ্বয় থেকে ছেদিত অংশ নির্ণয় কর।

Sol: x অক্ষ হতে ছেদিত অংশ = $-\frac{c}{a} = -\frac{4}{2} = -2$ একক

$$y \text{ অক্ষ হতে ছেদিত অংশ} = -\frac{c}{b} = -\frac{4}{5} \text{ একক}$$

20. $2x - 3y - 6 = 0$ রেখা দ্বারা অক্ষদ্বয়ের সান্নিধ্যে গঠিত ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল কত?

Sol: $2x - 3y - 6 = 0 \Rightarrow 2x - 3y = 6 \Rightarrow \frac{x}{3} - \frac{y}{2} = 1 \therefore a = 3, b = -2$

$$\therefore \text{ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} |ab| = \frac{1}{2} |3 \times -2| = 3 \text{ বর্গ একক।}$$

21. মূলবিন্দু থেকে কোন সরলরেখার উপর অঙ্কিত লম্বের দৈর্ঘ্য 5 একক এবং লম্বটি x অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে 30° কোণ উৎপন্ন করলে সরলরেখাটির সমীকরণ নির্ণয় কর।

Sol: সরলরেখাটির সমীকরণ, $x \cos \alpha + y \sin \alpha = p$

$$\Rightarrow x \cos 30^\circ + y \sin 30^\circ = 5 \Rightarrow x \times \frac{\sqrt{3}}{2} + y \times \frac{1}{2} = 5$$

$$\Rightarrow \sqrt{3}x + y = 10 \Rightarrow \sqrt{3}x + y - 10 = 0$$

22. (1,-1) এবং (2,4) বিন্দুদ্বয়ের সংযোজক সরলরেখার লম্ব সমদ্বিখতকের সমীকরণ কী?

Sol: লম্ব সমদ্বিখতকের সমীকরণ,

$$(x_1 - x_2)x + (y_1 - y_2)y = \frac{1}{2} (x_1^2 + y_1^2 - x_2^2 - y_2^2)$$

$$\Rightarrow (1-2)x + (-1-4)y = \frac{1}{2} \{1^2 + (-1)^2 - 2^2 - 4^2\}$$

$$\Rightarrow -x - 5y = -9 \Rightarrow x + 5y - 9 = 0$$

23. $2x + 3y - 8 = 0$ এবং $4x + 6y - 2 = 0$ রেখাদ্বয় কী সমান্তরাল?

Sol: ১ম রেখার ঢাল, $m_1 = -\frac{2}{3}$

$$\text{এবং } ২য় \text{ রেখার ঢাল, } m_2 = -\frac{4}{6} = -\frac{2}{3} = m_1$$

$\therefore$ সরলরেখা দুটি সমান্তরাল।

24. (2,0) বিন্দুগামী এবং $3x + 5y + 8 = 0$ রেখার সমান্তরাল সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর।

Sol: $3x + 5y + 8 = 0$ রেখার সমান্তরাল সরলরেখা $3x + 5y + k = 0 \dots (i)$

এখন (i) রেখাটি (2,0) বিন্দুগামী।

$$\therefore 3 \times 2 + 5 \times 0 + k = 0 \Rightarrow k = -6$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় সরলরেখা, } 3x + 5y - 6 = 0$$

$$\text{বিকল্প: } 3(x-2) + 5(y-0) = 0 \Rightarrow 3x + 5y - 6 = 0$$

25. যদি $x - 3y + 2 = 0$ এবং $2x - 6y + k = 0$ রেখাদ্বয় একই সরলরেখা নির্দেশ করে তবে k এর মান কত?

Sol: এখানে, $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{-3}{-6} = \frac{2}{k} \Rightarrow k = 4$

- JOYKOY PUBLICATIONS • JOYKOY PUBLICATIONS • JOYKOY PUBLICATIONS
08. $x^2 + y^2 + 6x + 2y + 6 = 0$ এবং $x^2 + y^2 + 8x + y + 10 = 0$ বৃত্তদ্বয়ের
সাধারণ জ্যা যে বৃত্তের ব্যাস তার সমীকরণ নির্ণয় কর।

Ans: $5(x^2 + y^2) + 26x + 12y + 22 = 0$

Ans. $x^2 + y^2 + 6x - 2y - 15 = 0$

09. $(-6, 5), (-3, -4)$ ও $(2, 1)$ বিন্দুগামী বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর।

Ans. $x^2 + y^2 + 6x - 2y - 15 = 0$

10. একটি বৃত্তের পরামিতিক সমীকরণ $x = -5 - 6 \cos \theta$ এবং $y = 6 - 6 \sin \theta$ ।
বৃত্তের সমীকরণ, কেন্দ্র ও ব্যাসার্ধ নির্ণয় কর।

- Ans: $(x + 5)^2 + (y - 6)^2 = 6^2$, কেন্দ্র $= (-5, 6)$ এবং ব্যাসার্ধ, $r = 6$

11. $3x - 4y - k = 0$ রেখাটি $x^2 + y^2 - 8x = 0$ বৃত্তকে স্পর্শ করলে, k এর মান কত হবে? Ans: - 8, 32

Ans: - 8,32

Part 3 জাতীয় বিশ্ববিদ্যালয় বিগত প্রশ্নোত্তর

Part 3 **জাতীয় বিশ্ববিদ্যালয় বিগত প্রশ্নোত্তর**

Part 3 **জাতীয় বিশ্ববিদ্যালয় বিগত প্রশ্নোত্তর**

01. বৃত্ত $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 12 = 0$ এর স্পর্শকের সমীকরণ বিন্দু $(-4, -2)$

☞ [NU-Science : 14-15]

02. $3x^2 + 3y^2 - 5x - 6y + 4 = 0$ বৃত্তটির কেন্দ্র- [NU-Science : 13-14, 04-05]

Ⓐ $\left(\frac{5}{6}, 1\right)$ Ⓑ $\left(\frac{5}{8}, 1\right)$ Ⓒ $\left(\frac{5}{3}, 1\right)$ Ⓓ $\left(-\frac{5}{6}, -1\right)$ **Ans A**

03. $(-3, -4)$ কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তটি x -অক্ষকে স্পর্শ করলে বৃত্তটির ব্যাসার্ধ-
[NU-Science : 12-13]

04. (2,3) কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তটি x -অক্ষকে স্পর্শ করলে বৃত্তটির ব্যাসার্ধ- [NU-Science: 11-12]

- Ⓐ 3 Ⓑ 2 Ⓒ 5 Ⓓ $\sqrt{13}$ **Ans: Ⓐ**

05. $x^2 + y^2 + 4x + 5y + 6 = 0$ দ্বারা নির্দেশিত লেখচিত্রটি একটি- [NU-
Science: 11-12]

(A) বৃত্ত (B) উপবৃত্ত (C) পরাবৃত্ত (D) অধিবৃত্ত (Ans) (A)

06. $x^2 + y^2 - 24x + 10y = 0$ বৃত্তের ব্যাসার্ধ কত? [NU-Science : 10-11]

07. $\frac{2}{3} + \frac{2}{3} = \frac{2}{3} + \frac{2}{3} = \frac{4}{3}$ **(A) 7** **(B) 5** **(C) 13** **(D) 12** **Ans (C)**

07. $x + y = a - zab + b$ বৃত্তের ব্যাসার্ধ- [NU-Science : 08-09]
 (A) $a + b$ (B) $|b - a|$ (C) ab (D) $a - b$ (Ans: B)

08. OX, OY অক্ষের উপর অবস্থিত দুটি বিন্দু A ও B-এর স্থানাঙ্ক- [NU-Science: 07-08]

(A) $x^2 + y^2 + 2ax - 2ay - a^2 = 0$

(B) $x^2 + y^2 - 2ax + 2ay + a^2 = 0$

Ⓐ $x^2 + y^2 - 2ax + 2ay + a^2 = 0$
 Ⓑ $x^2 + y^2 - 2ax - 2ay + a^2 = 0$
 Ⓒ $x^2 + y^2 - 2ax + 2ay - a^2 = 0$
 Ⓓ $x^2 + y^2 + 2ax + 2ay - a^2 = 0$

09. $x^2 + y^2 - 4x + 12y + 6 = 0$ বৃত্তটির ব্যাসার্ধ হচ্ছে- [NU-Science : 05-06]

Ⓐ $\sqrt{31}$ Ⓑ $\sqrt{34}$ Ⓒ 6 Ⓓ 4 **Ans: Ⓑ**

10. $x^2 + y^2 - 4x - 6y + c = 0$ বৃত্তটি x অক্ষকে স্পর্শ করে। c -এর মান কত?
[NU-Science : 05-06]

11. $x^2 + y^2 + 4x + y = 0$ বৃত্তের $(0, 0)$ বিন্দুতে স্পর্শকের সমীকরণ-
 Dill Science 04.05.20



For Practice

- Ⓐ $4x - y = 0$ Ⓑ $4x + y = 1$

12. $(-1, 9)$ বিন্দুগামীবৃত্ত $(2, 0)$ বিন্দুতে x -অক্ষকে স্পর্শ করলে তার সমীকরণ হবে- [Nil-Science : 03.04]

④ $x^2 + y^2 - 10x - 4y + 4 = 0$ ⑤ $2(x^2 + y^2) - 8x - 20y + 4 = 0$
 ⑥ $x^2 + y^2 - 4x - 10y + 4 = 0$ ⑦ $x^2 + y^2 - 4x - 10y + 1 = 0$

13. $(-9, 9)$ ও $(5, 5)$ বিন্দুদ্বয়ের সংযোজক রেখাকে ব্যাস ধরে অঙ্কিত বৃত্তের সমীকরণ হবে- [NII Science-02-03]

④ $x^2 + y^2 - 4x + 14y = 0$ ⑤ $x^2 + y^2 - 4x - 14y = 0$
 ⑥ $x^2 + y^2 + 4x + 14 = 0$ ⑦ $x^2 + y^2 + 4x - 14 = 0$

14. k -এর কোন মানের জন্য $(x - y + 3)^2 + (kx + 2)(y - 1) = 0$ সমীকরণটি একটি বৃত্ত নির্দেশ করে? (Ans: D)

(A) -1 (B) 1 (C) -2 (D) 2

• JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS •

(Ans) D

JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS

Part 4

জাতীয় বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার উপযোগী বিভিন্ন
বিশ্ববিদ্যালয়ের গুরুত্বপূর্ণ বিগত প্রশ্নোত্তর

01. যদি $x^2 + y^2 = 9$ বৃত্তের স্পর্শক x -অক্ষের সাথে 45° কোণ উৎপন্ন করে, তাহলে উক্ত স্পর্শকের সমীকরণ কোনটি? [GST-A: 23-24]
 (A) $x + y \pm 3\sqrt{2} = 0$ (B) $x - y \pm 3\sqrt{2} = 0$ (C) $x + 2 \pm 2\sqrt{3} = 0$ (D) $x - y \pm 2\sqrt{3} = 0$ (Ans: B)
02. $r = 8 \cos \theta + 6 \sin \theta$ কণিক দ্বারা x -অক্ষের খণ্ডিত অংশের দৈর্ঘ্য কত একক? [GST-A: 22-23]
 (A) 8 (B) 6 (C) 4 (D) 3 (Ans: A)
03. $(x - 3)^2 + (y - 2)^2 = 25$ বৃত্তের একটি জ্যা কেন্দ্রে $\frac{\pi}{2}$ কোণ তৈরি করে। জ্যটির দৈর্ঘ্য কত একক? [GST-A: 22-23]
 (A) $5\sqrt{3}$ (B) $\frac{5\sqrt{3}}{2}$ (C) $5\sqrt{2}$ (D) $7\sqrt{3}$ (Ans: C)
04. (4, 3) কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের ব্যাসের এক প্রান্তের স্থানাঙ্ক (3, 1) হলে অপর প্রান্তের স্থানাঙ্ক কোনটি? [GST-A: 21-22]
 (A) (4, 0) (B) (5, -5) (C) (4, 7) (D) (5, 5) (Ans: D)
05. $\sqrt{3}$ একক দৈর্ঘ্যের একটি জ্যা বৃত্তের কেন্দ্রে $\frac{\pi}{3}$ কোণ উৎপন্ন করলে বৃত্তের ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক? [GST-A: 20-21]
 (A) π (B) 3π (C) $\frac{\pi}{3}$ (D) $\sqrt{3}\pi$ (Ans: B)
06. $x = a \sin \theta$, $y = a \cos \theta$ এটি কিসের সমীকরণ? [CoU-A: 19-20]
 (A) একটি বৃত্ত (B) একটি পরাবৃত্ত (C) একটি সরলরেখা (D) একটি উপবৃত্ত (Ans: A)
07. $x^2 + y^2 - 8x - 10y - 11 = 0$ বৃত্ত দ্বারা y অক্ষের খণ্ডিত অংশের দৈর্ঘ্য কোনটি? [CoU-A: 19-20]
 (A) 10 (B) 12 (C) 6 (D) 5 (Ans: B)
08. $x^2 + y^2 - 5x - 6y + 8 = 0$ বৃত্ত দ্বারা y অক্ষের খণ্ডিত অংশের পরিমাণ- [IU-D: 19-20]
 (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (Ans: B)

Part 5

সম্ভাব্য MCQ

01. একটি বৃত্ত (2, 1), (-6, 5) ও (-3, -4) বিন্দুদ্বয় দিয়ে অতিক্রম করলে বৃত্তটির কেন্দ্র কোনটি?
 (A) (-3, 1) (B) (1, -3) (C) (1, 3) (D) (-1, 3) (Ans: A)
02. $3x + ky - 1 = 0$ রেখাটি $x^2 + y^2 - 8x - 2y + 4 = 0$ বৃত্তকে স্পর্শ করে, k এর মান নির্ণয় কর।
 (A) $2, \frac{1}{6}$ (B) $-2, \frac{1}{6}$ (C) $2, -\frac{1}{6}$ (D) $-2, -\frac{1}{6}$ (Ans: C)
03. $x^2 + y^2 - 4x + 4y + 4 = 0$ বৃত্তটি কোথায় স্পর্শ করবে?
 (A) x -অক্ষে (B) y -অক্ষে (C) উভয় অক্ষে (D) মূলবিন্দুতে (Ans: C)
04. $x^2 + y^2 - 3kx + y - 4 = 0$ বৃত্তের একটি ব্যাসের সমীকরণ $x + 2y - 3 = 0$ হলে k এর মান কত?
 (A) $-\frac{8}{3}$ (B) $-\frac{4}{3}$ (C) $\frac{8}{3}$ (D) $\frac{4}{3}$ (Ans: C)
05. (-2, 1) বিন্দু হতে $x^2 + y^2 - 8x - 3y - 6 = 0$ বৃত্তের অঙ্কিত স্পর্শকের দৈর্ঘ্য কত?
 (A) $2\sqrt{3}$ (B) $3\sqrt{2}$ (C) $2\sqrt{6}$ (D) 2 (Ans: A)
06. একটি বৃত্তের কেন্দ্র (4, 3) যা $x^2 + y^2 = 9$ বৃত্তকে বহিঃস্থভাবে স্পর্শ করে, বৃত্তটির ব্যাসার্ধ কত?
 (A) 2 (B) 5 (C) 8 (D) 3 (Ans: A)
07. (3, -1) বিন্দুগামী বৃত্তটি $x^2 + y^2 - 6x + 8y = 0$ বৃত্তের সাথে এককেন্দ্রিক হলে বৃত্তটির ব্যাসার্ধ কত?
 (A) 3 (B) $\sqrt{61}$ (C) $3\sqrt{10}$ (D) $9\sqrt{2}$ (Ans: A)
08. $x + y = 4$ রেখাটি $x^2 + y^2 - 12x - 8y + 34 = 0$ বৃত্তকে স্পর্শ করলে স্পর্শ বিন্দু কত?
 (A) (1, 3) (B) (3, 1) (C) (3, 2) (D) (2, 5) (Ans: B)
09. $x^2 + y^2 - 4x + 8y + m = 0$ বৃত্তের ব্যাসার্ধ 2 হলে m এর মান কত?
 (A) 0 (B) 12 (C) 16 (D) 24 (Ans: C)
10. (-4, 3) বিন্দুতে $x^2 + y^2 = 25$ বৃত্তের স্পর্শকের সমীকরণ কোনটি?
 (A) $-2x + 3y = 5$ (B) $-4x + 3y = 5$ (C) $-2x + 3y = 25$ (D) $-4x + 3y = 25$ (Ans: B)
11. (1, -2) বিন্দুটি $x^2 + y^2 + 4x - 6y + 3 = 0$ বৃত্তের কোথায় অবস্থিত?
 (A) ভেতরে (B) বাইরে (C) উপরে (D) কেন্দ্রে (Ans: B)
12. (4, 2) কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের ব্যাসের একটি প্রান্তবিন্দু (5, 2) হলে অপর প্রান্তবিন্দু স্থানাঙ্ক কত?
 (A) (3, 2) (B) (2, 3) (C) (-2, 3) (D) (-3, 2) (Ans: A)
13. (1, 2) কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্ত এবং $x^2 + y^2 + 4x + 4 = 0$ বৃত্তের কেন্দ্রদ্বয়ের দূরত্ব কত?
 (A) $\sqrt{12}$ (B) 12 (C) $\sqrt{13}$ (D) 13 (Ans: C)
14. $\frac{1}{2}(x^2 + y^2) = 10$ বৃত্তের 2 ভূজবিশিষ্ট বিন্দুতে স্পর্শকের একটি সমীকরণ কত?
 (A) $x - 2y + 10 = 0$ (B) $x + 2y - 10 = 0$ (C) $x + 2y + 10 = 0$ (D) $2x - y - 10 = 0$ (Ans: B)
15. (3, 4) কেন্দ্রবিশিষ্ট একটি বৃত্ত $x^2 + y^2 = 144$ বৃত্তকে অন্তঃস্থভাবে স্পর্শ করলে প্রথম বৃত্তের ব্যাসার্ধ কত?
 (A) 17 (B) 12 (C) 7 (D) 6 (Ans: C)
16. মূলবিন্দু দিয়ে যায় এবং x ও y অক্ষের ধনাত্মক দিক থেকে যথাক্রমে 3 ও 5 একক অংশ কর্তন করে এমন বৃত্তের সমীকরণ কোনটি?
 (A) $x^2 + y^2 - 3x - 5y = 0$ (B) $x^2 + y^2 + 3x + 5y = 0$ (C) $x^2 + y^2 + 3x - 5y = 0$ (D) $x^2 + y^2 - 3x + 5y = 0$ (Ans: A)
17. মূলবিন্দুতে কোনো বৃত্তের কেন্দ্র অবস্থিত হলে এবং এটি x -অক্ষকে $(\pm 2, 0)$ বিন্দুতে ছেদ করলে বৃত্তের ব্যাসার্ধ কোনটি হবে?
 (A) -2 (B) ± 2 (C) 2 (D) 4 (Ans: C)
18. একটি বৃত্ত $x = 0$, $y = 0$ এবং $x = b$ রেখাদ্বয়কে স্পর্শ করলে বৃত্তের ব্যাসার্ধ কত?
 (A) $\frac{b}{2}$ (B) b (C) $\frac{b}{4}$ (D) $\frac{b^2}{4}$ (Ans: A)
19. $x^2 + y^2 - 2x + 3y = 0$ বৃত্ত এবং $x - y = 1$ সরলরেখার ছেদবিন্দু দিয়ে যায় এমন একটি বৃত্তের সমীকরণ কোনটি?
 (A) $x^2 + y^2 - x + 2y - 1 = 0$ (B) $x^2 + y^2 - 3x + 4y + 1 = 0$ (C) $x^2 + y^2 - 2x + 3y + k(x - y - 1) = 0$ (D) $x^2 + y^2 - x + y - 1 = 0$ (Ans: C)
20. (2, 2) এবং (3, 3) বিন্দুদ্বয়ের সংযোজক রেখাকে ব্যাস ধরে অঙ্কিত বৃত্তের সমীকরণ কোনটি?
 (A) $x^2 + y^2 - 5x - 5y + 6 = 0$ (B) $x^2 + y^2 - 5x + 5y + 12 = 0$ (C) $x^2 + y^2 - 5x - 5y - 12 = 0$ (D) $x^2 + y^2 - 5x - 5y + 12 = 0$ (Ans: D)
21. কোন বৃত্তের দুটি সমান্তরাল স্পর্শকের সমীকরণ $2x + 3y + 2 = 0$ এবং $4x + 6y + 8 = 0$ হলে বৃত্তের ব্যাসার্ধ কত?
 (A) $\frac{1}{2\sqrt{13}}$ (B) $\frac{3}{2\sqrt{13}}$ (C) $\frac{2}{\sqrt{13}}$ (D) $\frac{1}{\sqrt{13}}$ (Ans: D)
22. $x^2 + y^2 - 2x - 4y + 4 = 0$ বৃত্তের (0, 2) বিন্দুতে স্পর্শকের সমীকরণ-
 (A) $x = 0$ (B) $x = 2$ (C) $y = 0$ (D) $y = 2$ (Ans: A)
23. $x^2 + y^2 + 2x + 4y - 1 = 0$ বৃত্ত দ্বারা y অক্ষের খণ্ডিত অংশের দৈর্ঘ্য কত?
 (A) $2\sqrt{2}$ (B) $\sqrt{5}$ (C) $2\sqrt{5}$ (D) $\sqrt{2}$ (Ans: C)
24. (3, 2) ও (5, 2) বিন্দুদ্বয়ের সংযোগ রেখাকে ব্যাস ধরে অঙ্কিত বৃত্তের কেন্দ্র কোনটি?
 (A) (-4, -2) (B) (-4, 2) (C) (4, 2) (D) (2, 4) (Ans: C)
25. $x^2 + y^2 = 20$ বৃত্তের (2, 4) বিন্দুতে স্পর্শকের সমীকরণ কোনটি?
 (A) $x + 2y - 10 = 0$ (B) $2x + y - 10 = 0$ (C) $2x - y + 10 = 0$ (D) $2x - y - 10 = 0$ (Ans: A)

এক ট্রেনে ঢাকা হতে চট্টগ্রামে গিয়ে অপর ট্রেনে ফিরে আসতে পারে।

$$(n-1) = 6 \times 5 = 30$$

Sol: প্রথম ব্যক্তি 10 খানা হতে 1খানা বাছাই করবে = $^{10}C_1$ উপায়ে

b) নিম্নে বিনময়ের উদাহরণ = $C_2 \times C_2 = 2976$

$$\therefore \text{বাছাই করার উপায়} = {}^{8-3}C_{5-3} = {}^5C_2 = 10$$

হতে ৫টি নিব যাতে ২টি (O, N) থাকবে, তাই ৬টি হতে ২টি ও ৫টি হতে

বা একাধিক মুদ্রা কতভাবে তোলা সম্ভব?

যেতে পারে, কত প্রকারে প্রার্থী নির্বাচন করা যায়?

i) 2টি S ও অপর দুটি ভিন্ন একুপ বাছাই সংখ্যা $= {}^1 \times {}^4 C_2 = 6$

iii) S বাদে সবগুলোই ভিন্ন এরূপ বাছাই সংখ্যা $= {}^4C_1 = 1$

52 খানা তাস কতভাবে সমান ভাগে ভাগ করে দেয়া যাবে a) দুটি ভাগে/দলে

52!

1:] a) দুটি দলে ভাগ করার উপায় = $\frac{2!}{(26!)^2}$

521

b) দু'জন ব্যক্তির মধ্যে $= \frac{52!}{(2!)^{52}}$

$$(26!)^{-1}$$

c) সমান 4টি দলে ভাগ করার উপায় = $\frac{52!}{4!4!4!4!}$

$$4! (13!)^4$$

521

d) চারজন ব্যক্তির মধ্যে সমান ভাগে = $\frac{52!}{(13!)^4}$

(13!)

টেলিফোন ডায়ালে ০ থেকে ৯ পর্যন্ত লেখা থাকে। যদি কক্সবাজার শহরের টেলিফোন

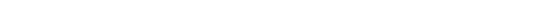
নম্বরগুলো 6 অঙ্ক বিশিষ্ট হয়, তাহলে ঐ শহরের মোট সংযোগ দেয়া যাবে?

∴ $10^n \rightarrow n = 6$; $10^6 = 1000000$ টি সংযোগ দেয়া যাবে।

JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS

LY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS

100



[View all posts by](#) [David](#)

CS CamScanner

© 2015 Pearson Education, Inc. or its affiliate(s). All rights reserved.

For Practice

01. 6 টি চিটি 6 টি ভুল ঠিকানায় পোস্ট করার উপায় বের কর। Ans: 265
02. 1, 2, 4, 6, 8 অঙ্কগুলো হতে প্রতিবারে সবগুলো নিয়ে যে সংখ্যাগুলো গঠন করা যায় তাদের যোগফল কত? Ans: 5599944
03. দিনাজপুর পার্বতীপুর রেলপথে 6 টি স্টেশন আছে। শোভন শ্রেণীর মোট কত প্রকারের টিকেট ছাপতে হবে যাতে যে কোন এক স্টেশন হতে অপর স্টেশনে যাওয়া যায়? Ans: 30
04. যে কোন অঙ্ককে যে কোন সংখ্যক বার নিয়ে 1 হতে 9 পর্যন্ত অঙ্কগুলো দ্বারা সর্বোচ্চ তিন অঙ্কর কতগুলো সংখ্যা গঠন করা যায়? Ans: 819
05. একটি পদে 3 জন প্রার্থী এবং 5 জন লোকের ভোটে নির্বাচিত হবে। কত প্রকারে ভোট দেয়া যেতে পারে? Ans: 243
06. 15 জন শিক্ষক কতভাবে চক্রাকারে বসতে পারেন? Ans: 14!
07. COMPOSER শব্দটিকে কতভাবে সাজানো যায়। যখন স্বরবর্ণ ও ব্যঞ্জনবর্ণের আপেক্ষিক অবস্থান অপরিবর্তিত থাকে। Ans: 360
08. SECOND শব্দটির অক্ষরগুলো থেকে তিন অক্ষর বিশিষ্ট কতগুলো শব্দ গঠন করা যায় যাতে স্বরবর্ণ সর্বদা মধ্যম স্থান দখল করে। Ans: 24
09. DEPRESSION শব্দটির অক্ষরগুলোকে কতভাবে সাজানো যাবে যাতে স্বরবর্ণগুলো একত্রে থাকবে? Ans: 30240
10. দেখাও যে, AMERICA শব্দটির বর্ণগুলোর বিন্যাস সংখ্যা, CALCUTTA শব্দটির বর্ণগুলোর বিন্যাস সংখ্যার 21 গুণ।
11. 10 টি বইয়ের মধ্যে 4 টি বই কত প্রকারে বাছাই করা যায়, যাতে নির্দিষ্ট 2 টি বই সর্বদা বাদ থাকে? Ans: 70
12. NAMITA শব্দটির অক্ষরগুলো হতে প্রতিবার চারটি করে নিয়ে কত ভাবে বাছাই করা যায়? Ans: 11

Part 3 জাতীয় বিশ্ববিদ্যালয় বিগত প্রশ্নোত্তর

01. 12 খানা বইয়ের মধ্যে 5 খানা কত প্রকারে বাছাই করা যায়, যাতে দু'খানা নির্দিষ্ট বই সর্বদা বাদ থাকে? [NU-Science : 14-15]
A) 120 B) 225 C) 252 D) 128 Ans: C
02. 'EQUATION' শব্দটির সবগুলো অক্ষর ব্যবহার করে যতগুলো শব্দ গঠন করা যাবে, তা হলো- [NU-Science : 12-13]
A) 40320 B) 2560 C) 3420 D) 2880 Ans: A
03. ${}^5C_2 + {}^5C_3 = ?$ [NU-Science : 09-10]
A) 6C_3 B) 5C_5 C) 5C_1 D) ${}^{10}C_3$ Ans: A
04. 1", 2" ও 3" বিশিষ্ট তিনটি কাঠি দিয়ে যে ত্রিভুজ আঁকা যায় তা- [NU-Science : 08-09]
A) বিষমবাহু ত্রিভুজ B) সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ
C) সমবাহু ত্রিভুজ D) ত্রিভুজ আঁকা যায় না Ans: D
05. 12 জন ছাত্রের মধ্যে থেকে 2 জন নির্দিষ্ট ছাত্রকে সব দলে অন্তর্ভুক্ত করে পাঁচ জনের দল কতভাবে তৈরি করা যায়? [NU-Science : 02-03]
A) 792 B) 252 C) 120 D) 282 Ans: C
06. দশ জন বালক এবং আটজন বালিকা থেকে দুইজন বালক এবং দুইজন বালিকা কত উপায়ে বেছে নেয়া যায়? [NU-Science : 01-02]
A) 75 B) 5060 C) 3060 D) 1260 Ans: D

Part 4 জাতীয় বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার উপযোগী বিভিন্ন বিশ্ববিদ্যালয়ের গুরুত্বপূর্ণ বিগত প্রশ্নোত্তর

01. k এর কোন মানের জন্য $P_r = k({}^{n+1}C_r - {}^nC_{r-1})$ হবে? [GST-A : 22-23]
A) r B) (r-1)! C) r! D) r-1 Ans: C
02. যদি ${}^nC_x = {}^nC_y$ হয়, যেখানে $x \neq y$, তবে কোন সম্পর্কটি সঠিক? [GST-A : 21-22]
A) $n = x - y$ B) $n = -x + y$
C) $n = x + y$ D) $n = -x - y$ Ans: C
03. ADMISSION শব্দটির A ও D কে দুই প্রান্তে রেখে কত প্রকারে সাজানো যেতে পারে? [KU-A : 19-20]
A) 2020 B) 2025 C) 2520 D) 2525 Ans: C

04. CRITICAL শব্দটির সবগুলো বর্ণ ব্যবহার করে কতগুলো বিন্যাস পাওয়া যায়? [CoU-A : 19-20]
A) 40320 B) 20160 C) 10080 D) 70 Ans: C
05. COURAGE শব্দটির বর্ণগুলো নিয়ে কতগুলো বিন্যাস সংখ্যা নির্ণয় করা যায় যেন প্রতিটি বিন্যাসের প্রথমে একটি স্বরবর্ণ থাকে? [CoU-A : 18-19]
A) 720 B) 2880 C) 719 D) 999 Ans: B
06. MATURITY শব্দটির সবগুলো বর্ণ একত্রে নিয়ে যতগুলো সাজানো সংখ্যা পাওয়া যায়- [IU-D : 19-20]
A) 20120 B) 20000 C) 20180 D) 20160 Ans: D
07. DIRECTOR শব্দটির সবগুলো বর্ণ একত্রে নিয়ে যতগুলো সংখ্যা পাওয়া যায়- [IU-D : 19-20]
A) 10280 B) 20160 C) 10380 D) 10480 Ans: B
08. যদি ${}^nC_4 + {}^nC_3 = 70$ হয়, তবে n = ? [BRUR-E : 19-20]
A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 Ans: D
09. 4 জন ছাত্রীসহ 10 শিক্ষার্থীর মধ্যে থেকে 5 জনের একটি কমিটি কত প্রকারে গঠন করা যেতে পারে যেন প্রতিটি কমিটিতে অন্ততপক্ষে 1 জন ছাত্রী থাকবে? [JKKNIU-B : 19-20]
A) 240 B) 246 C) 252 D) 120 Ans: B
10. ${}^6C_4 + {}^6C_3 + {}^7C_3$ এর মান কত? [JKKNIU-B : 19-20]
A) 56 B) 42 C) 30 D) 70 Ans: D
11. 6 জন ছাত্র এবং 5 জন ছাত্রী থেকে 5 জনের একটি কমিটি কত উপায়ে গঠন করা যায়, যাতে অন্তত একজন ছাত্র ও একজন ছাত্রী থাকে? [JKKNIU-B : 19-20]
A) 144 B) 360 C) 455 D) 720 Ans: C

Part 5

সম্ভাব্য MCQ

01. যদি ${}^nP_5 = 60 \times {}^{n-1}P_3$ হয়, তাহলে n এর মান কত?
A) 10 B) 6 C) 12 D) কোনোটিই নয় Ans: A
02. PARALLEL শব্দটির বর্ণগুলো সবগুলো একত্রে নিয়ে কত প্রকারে সাজানো যায়?
A) 3630 B) 3560 C) 3360 D) 3300 Ans: C
03. ${}^nP_3 \times 5 = {}^nP_4$ হলে, n এর মান কত?
A) 8 B) 6 C) 10 D) 18 Ans: A
04. 'SCIENCE' শব্দটির সবকটি বর্ণকে কতভাবে সাজানো যায়?
A) 120 B) 1260 C) 5040 D) 20160 Ans: B
05. EXIT এর অক্ষরগুলোকে কত প্রকারে বিন্যাস করা যায়, যাতে শুরুতে স্বরবর্ণ থাকে?
A) 24 B) 12 C) 6 D) 16 Ans: B
06. স্বরবর্ণগুলিকে বিজোড় স্থানে রেখে ARTICLE শব্দটির অক্ষরগুলোকে কত প্রকারে সাজানো যায়?
A) 676 B) 576 C) 776 D) 570 Ans: B
07. COURAGE শব্দটির বর্ণগুলো নিয়ে কতগুলি বিন্যাস সংখ্যা নির্ণয় করা যায় যেন প্রতিটি বিন্যাসের প্রথমে একটি স্বরবর্ণ থাকে-
A) 720 B) 2880 C) 180 D) 5040 Ans: B
08. "PERMUTATION" শব্দটির বর্ণগুলোর মধ্যে স্বরবর্ণের অবস্থান পরিবর্তন না করে বর্ণগুলোকে কত রকমে পুনরায় সাজানো যাবে?
A) 360 B) 460 C) 459 D) 359 Ans: D
09. ${}^nC_2 = \frac{3}{5} \times {}^nC_4$ হলে, n এর মান কত?
A) 3 B) 5 C) 7 D) 9 Ans: C
10. ${}^nC_2 = 10$ হলে, n এর মান কত?
A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 Ans: B
11. 1, 2, 3, 4, 5, 6 ও 7 থেকে পুনরাবৃত্তি ছাড়া তিন অঙ্কের সংখ্যা গঠন করলে কয়টি সংখ্যার মান 100 থেকে 500 এর মধ্যে হবে?
A) 240 B) 60 C) 120 D) 480 Ans: C
12. ${}^nC_{12} = {}^nC_8$ হয়, তবে ${}^{22}C_n$ এর মান কত?
A) 228 B) 229 C) 230 D) 231 Ans: D
13. 14 জন খেলোয়াড় থেকে 11 জনের একটি ক্রিকেট টিম কতভাবে গঠন করা যায়?
A) 340 B) 364 C) 375 D) 380 Ans: B
14. SCHOOL শব্দটি হতে তিনটি অক্ষর নিয়ে পৃথকভাবে সাজানো সংখ্যা-
A) 10 B) 14 C) 4 D) 15 Ans: B

Part 1

প্রয়োজনীয় সূত্রাবলি

- ত্রিকোণমিতিক কোণ পরিমাপের তিনটি পদ্ধতি:

- যাটমূলক পদ্ধতি (Sexagesimal System)
- শতমূলক পদ্ধতি (Centesimal System)
- বৃত্তীয় পদ্ধতি (Circular System)

- বৃত্তীয় ও যাটমূলক পদ্ধতির কোণের রূপান্তর:

$$\pi^{\circ} = 180^{\circ} \Rightarrow 1 \text{ rad} = \frac{180^{\circ}}{\pi} = \frac{2 \times 90^{\circ}}{\pi} = \frac{2}{\pi} \text{ এক সমকোণ}$$

$$\text{আবার, } 1^{\circ} = \frac{\pi}{180} \text{ রেডিয়ান} = \frac{\pi^{\circ}}{180}$$

- চাপের সাথে ব্যাসার্ধ ও উৎপন্ন কোণের সম্পর্ক:

r ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট কোন বৃত্তে যে কোন চাপ s যদি কেন্দ্রে O কোণ উৎপন্ন করে তবে এদের মাত্রার সম্পর্কটি নিম্নের সূত্রের সাহায্যে প্রকাশ করা যায়, $s = r\theta$, যেখানে θ অবশ্যই রেডিয়ানে প্রকাশ করতে হবে।

- বৃত্তকলার ক্ষেত্রফল: $A = \frac{1}{2} r^2 \theta$



- ত্রিকোণমিতিক অনুপাতের মান নির্ণয়:

θ	0°	30°	45°	60°	90°	180°	270°
$\sin \theta$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1
$\cos \theta$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0
$\tan \theta$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	∞	0	∞
$\cot \theta$	∞	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0	∞	0
$\sec \theta$	1	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	$\sqrt{2}$	2	∞	-1	∞
$\operatorname{cosec} \theta$	∞	2	$\sqrt{2}$	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	1	∞	-1

Part 2

গাণিতিক সমস্যা ও সমাধান

01. $16^{\circ}36'46''$ কে বৃত্তীয় পদ্ধতিতে প্রকাশ কর/রেডিয়ানে প্রকাশ কর।

$$\text{Sol: } 16^{\circ}36'46'' = (16 + \frac{36}{60} + \frac{46}{60 \times 60}) = 16.6127 \text{ ডিগ্রি}$$

$$1^{\circ} = \frac{\pi}{180} \text{ রেডিয়ান}$$

$$\therefore 16.6127^{\circ} = \frac{\pi}{180} \times 16.6127 = 0.28995 \text{ রেডিয়ান}$$

02. কোন বৃত্তের চাপ 5 মিটার এবং চাপ দ্বারা উৎপন্ন কোণ $36^{\circ}45'$ হলে, বৃত্তের ব্যাসার্ধ কত?

$$\text{Sol: } \text{আমরা জানি, } s = r\theta$$

$$\Rightarrow r = \frac{s}{\theta} = \frac{5}{(0.641409)^{\circ}} \Rightarrow r = 7.8 \text{ মি.}$$

$$\begin{aligned} \theta &= 36^{\circ}45' = 36^{\circ} + \left(\frac{45}{60}\right)^{\circ} \\ &= 36.75^{\circ} \\ &= \left(36.75 \times \frac{\pi}{180}\right)^{\circ} \end{aligned}$$

03. একটি বৃত্তের ব্যাসার্ধ 5 সে.মি. এবং একটি বৃত্তচাপ কেন্দ্রে 40° কোণ উৎপন্ন করে। বৃত্তকলার ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

$$\text{Sol: } \theta = 40^{\circ} = 40 \times \frac{\pi}{180} = \frac{2\pi}{9} \text{ রেডিয়ান।}$$

$$\therefore \text{বৃত্তকলার ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} r^2 \theta = \frac{1}{2} \times 5^2 \times \frac{2\pi}{9} = 8.73 \text{ বর্গ সে.মি.}$$

04. যদি তে সময় 2টা 30 মিনিট হলে, ঘণ্টা ও মিনিটের কাঁটার মধ্যবর্তী কোণ কত ডিগ্রি?

$$\text{Sol: } \theta = \left| \frac{11}{2} \times 30 - 30 \times 2 \right| = 105^{\circ}$$

05. $\sin(3x + 5)$ এর পর্যায় কাল কত?

$$\text{Sol: } \sin(3x + 5) \text{ ফাংশনের } x \text{ এর সহগ } 3$$

$$\text{এবং } \sin x \text{ এর পর্যায় } 2\pi \therefore \sin(3x + 5) \text{ সৌন্দিক} = \frac{2\pi}{3}$$

06. $y = \sin \frac{x}{3} + \cos \frac{x}{2}$ ফাংশনের পর্যায়কাল কত?

$$\text{Sol: } \sin \frac{x}{3} \text{ এর পর্যায়} = \frac{2\pi}{\frac{1}{3}} = 6\pi; \cos \frac{x}{2} \text{ এর পর্যায়} = \frac{2\pi}{\frac{1}{2}} = 4\pi$$

$$\therefore 6\pi \text{ ও } 4\pi \text{ এর ল.সা.গু} = 12\pi \therefore \sin \frac{x}{3} + \cos \frac{x}{2} \text{ এর পর্যায়} = 12\pi$$

07. যদি $\cot \theta = \frac{12}{5}$ এবং $(\pi < \theta < \frac{3\pi}{2})$ হয়, তবে $\sec \theta$ এর মান বের কর।

$$\text{Sol: } \cot \theta = \frac{12}{5} \Rightarrow \tan \theta = \frac{5}{12} \Rightarrow \tan^2 \theta = \frac{25}{144}$$

$$\Rightarrow \sec^2 \theta - 1 = \frac{25}{144} \Rightarrow \sec^2 \theta = 1 + \frac{25}{144} \Rightarrow \sec^2 \theta = \frac{169}{144}$$

$$\Rightarrow \sec \theta = \pm \frac{13}{12} \because \pi < \theta < \frac{3\pi}{2} \text{ অর্থাৎ তৃতীয় চতুর্ভাগ}$$

$$\text{তৃতীয় চতুর্ভাগে, } \sec \theta, \text{ ঋণাত্মক} \therefore \sec \theta = -\frac{13}{12} \text{ (Ans.)}$$



For Practice

01. $\frac{1}{2} \cos \frac{2\theta}{3}$ এর পর্যায় কত?

$$\text{Ans: } \frac{3\pi}{2}$$

02. বিকাল ৪টার সময় ঘণ্টার কাঁটা ও মিনিটের কাঁটার মধ্যে ছোট কোণটির পরিমাণ কত?

$$\text{Ans: } 120^{\circ}$$

03. একটি বৃত্তচাপ 20 m ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট একটি বৃত্তের কেন্দ্রে 60° কোণ উৎপন্ন করে। বৃত্তকলার ক্ষেত্রফল কত বর্গ মিটার?

$$\text{Ans: } 209.3$$

04. একটি বৃত্তের ব্যাসার্ধ 12 সেমি এবং বৃত্তচাপের দৈর্ঘ্য 14 সেমি। বৃত্তচাপটি কেন্দ্রে যে কোণ উৎপন্ন করে তা নির্ণয় কর।

$$\text{Ans: } 66.85^{\circ} \text{ (প্রায়)}$$

05. $(a^2 - b^2) \sin \theta + 2ab \cos \theta = a^2 + b^2$ হলে, দেখাও যে, $\tan \theta = \frac{a^2 - b^2}{2ab}$

06. $\tan \theta = \frac{4}{5}$ হলে, $\frac{5 \sin \theta - 3 \cos \theta}{\sin \theta + 2 \cos \theta}$ এর মান কত?

$$\text{Ans: } \frac{5}{14}$$

07. 54° কোণকে এমন তিনটি অংশে ভাগ কর যেন রেডিয়ানে প্রকাশিত প্রথম ও দ্বিতীয় কোণটির অন্তর $\frac{\pi}{10}$ এবং দ্বিতীয় ও তৃতীয় কোণ দুইটির যোগফল 27°

$$\text{Ans: } 27^{\circ}, 9^{\circ}, 18^{\circ}$$

08. $\sin \theta + 16 \operatorname{cosec} \theta = 8$ হলে, প্রমাণ কর যে, $\sin^8 \theta + \operatorname{cosec}^8 \theta = 2$

Part 2

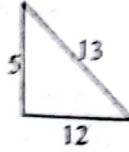
গাণিতিক সমস্যা ও সমাধান

01. $\sin \theta = \frac{5}{13}$ এবং θ সূক্ষ্মকোণ হলে, $\tan \theta + \sec (-\theta)$ এর মান কত?

Sol: $\sin \theta = \frac{5}{13} \therefore \tan \theta = \frac{5}{12}, \sec \theta = \frac{13}{12}$

এখন, $\tan \theta + \sec (-\theta) = \tan \theta + \sec \theta$

$= \frac{5}{12} + \frac{13}{12} = \frac{18}{12} = \frac{3}{2}$



02. যদি $\tan \theta = \frac{y}{x}$ হয়, তবে $x \cos 2\theta + y \sin 2\theta =$ কত?

Sol: $x \cos 2\theta + y \sin 2\theta = x(1 - 2\sin^2 \theta) + y \cdot 2\sin \theta \cos \theta$
 $= x - 2x \sin^2 \theta + 2\sin \theta \cdot y \cos \theta = x - 2x \sin^2 \theta + 2x \sin^2 \theta$
 $\therefore x \cos 2\theta + y \sin 2\theta = x$

03. যদি $\cos \alpha + \sec \alpha = \frac{5}{2}$ হয়, তবে $\cos^2 \alpha =$ কত?

Sol: $\cos \alpha + \sec \alpha = \frac{5}{2} \Rightarrow \cos \alpha + \frac{1}{\cos \alpha} = \frac{5}{2} \Rightarrow \frac{\cos^2 \alpha + 1}{\cos \alpha} = \frac{5}{2}$

$\Rightarrow 2 \cos^2 \alpha - 5 \cos \alpha + 2 = 0 \Rightarrow (2 \cos \alpha - 1)(\cos \alpha - 2) = 0$

$\Rightarrow 2 \cos \alpha - 1 = 0, \cos \alpha - 2 = 0$

কিন্তু $\cos \alpha - 2 \neq 0$

$\therefore \cos \alpha = \frac{1}{2} \therefore \cos^2 \alpha = \frac{1}{2^2} = 2^{-2}$

04. যদি $\cos \alpha + \sin \alpha = \sqrt{2} \cos \alpha$ হয়, তবে $\cos \alpha - \sin \alpha$ এর মান কত?

Sol: $\cos \alpha + \sin \alpha = \sqrt{2} \cos \alpha \Rightarrow \sin \alpha = (\sqrt{2} - 1) \cos \alpha$

$\Rightarrow \cos \alpha = \frac{\sin \alpha}{\sqrt{2} - 1} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{(\sqrt{2} + 1) \sin \alpha}{2 - 1}$

$\Rightarrow \cos \alpha = \sqrt{2} \sin \alpha + \sin \alpha \Rightarrow \cos \alpha - \sin \alpha = \sqrt{2} \sin \alpha$

05. $\frac{\sin 75^\circ + \sin 15^\circ}{\sin 75^\circ - \sin 15^\circ} = ?$

Sol: $\frac{2 \sin \frac{75^\circ + 15^\circ}{2} \cos \frac{75^\circ - 15^\circ}{2}}{2 \cos \frac{75^\circ + 15^\circ}{2} \sin \frac{75^\circ - 15^\circ}{2}} = \frac{\sin 45^\circ \cos 30^\circ}{\cos 45^\circ \sin 30^\circ}$

$= \tan 45^\circ \cot 30^\circ = 1 \times \sqrt{3} = \sqrt{3}$

06. $\sin 780^\circ \cos 390^\circ - \sin 330^\circ \cos (-300^\circ) = ?$

Sol: $\sin 780^\circ \cos 390^\circ - \sin 330^\circ \cos (-300^\circ)$

$= \sin 780^\circ \cos 390^\circ - \sin 330^\circ \cos 300^\circ$ [$\because \cos(-\theta) = \cos \theta$]

$= \sin(8 \times 90^\circ + 60^\circ) \cos(4 \times 90^\circ + 30^\circ) - \sin(3 \times 90^\circ + 60^\circ) \cos(3 \times 90^\circ + 30^\circ)$

$= \sin 60^\circ \cos 30^\circ - (-\cos 60^\circ) \sin 30^\circ$

$= \sin 60^\circ \cos 30^\circ + \cos 60^\circ \sin 30^\circ = \sin(60^\circ + 30^\circ) = \sin 90^\circ = 1$

07. $\cot(-1575^\circ)$ এর মান নির্ণয় কর।

Sol: $\cot(-1575^\circ) = -\cot(1575^\circ)$

$= -\cot(360^\circ \times 4 + 135^\circ) = -\cot(135^\circ)$

$= -\cot(180^\circ - 45^\circ) = -(-\cot 45^\circ) = 1$

08. $\sin^2 10^\circ + \sin^2 20^\circ + \sin^2 30^\circ + \dots + \sin^2 90^\circ$ এর মান কত?

Sol: $(\sin^2 10^\circ + \sin^2 80^\circ) + (\sin^2 20^\circ + \sin^2 70^\circ) + (\sin^2 30^\circ + \sin^2 60^\circ) + (\sin^2 40^\circ + \sin^2 50^\circ) + \sin^2 90^\circ$

$= [\sin^2 10^\circ + \{\sin^2(90^\circ - 10^\circ)\}] + [\sin^2 20^\circ + \{\sin^2(90^\circ - 20^\circ)\}] + [\sin^2 30^\circ + \{\sin^2(90^\circ - 30^\circ)\}] + [\sin^2 40^\circ + \{\sin^2(90^\circ - 40^\circ)\}] + 1$

$= (\sin^2 10^\circ + \cos^2 10^\circ) + (\sin^2 20^\circ + \cos^2 20^\circ) + (\sin^2 30^\circ + \cos^2 30^\circ) + (\sin^2 40^\circ + \cos^2 40^\circ) + 1$

$= 1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 5$

09. $\cos^2(A - 120^\circ) + \cos^2 A + \cos^2(A + 120^\circ) = ?$

Sol: $\cos^2(A - 120^\circ) + \cos^2 A + \cos^2(A + 120^\circ)$

$= \frac{1}{2} [2 \cos^2(A - 120^\circ) + 2 \cos^2 A + 2 \cos^2(A + 120^\circ)]$

$= \frac{1}{2} [1 + \cos 2(A - 120^\circ) + 1 + \cos 2A + 1 + \cos 2(A + 120^\circ)]$

$= \frac{1}{2} [3 + \cos 2A + \cos(2A - 240^\circ) + \cos(2A + 240^\circ)]$

$= \frac{1}{2} [3 + \cos 2A + 2 \cos 2A \cos 240^\circ]$

$= \frac{1}{2} [3 + \cos 2A - \cos 2A] = \frac{3}{2}$

10. ত্রিভুজের বাহুর দৈর্ঘ্য $a = 5, b = 7, c = 8$ হয়, ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল কত?

Sol: $2s = a + b + c = 5 + 7 + 8 = 20 \Rightarrow s = 10$

$\therefore$ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \sqrt{10(10-5)(10-7)(10-8)}$

$= \sqrt{10 \times 5 \times 3 \times 2} = \sqrt{300}$ বর্গ একক

11. $(a + b + c)(b + c - a) = 3bc$ হয়, $\angle A = ?$

Sol: $\frac{a+b+c}{2} = s$ এবং $(a+b+c)(b+c-a) = 3bc$

$\Rightarrow 2s(a+b+c-a-a) = 3bc \Rightarrow 2s(2s-2a) = 3bc$

$\Rightarrow \frac{s(s-a)}{bc} = \frac{3}{4} \Rightarrow \cos \frac{A}{2} = \frac{3}{4} \Rightarrow \cos \frac{A}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \frac{A}{2} = 30^\circ$

$\therefore A = 60^\circ$

12. $a^2(\sin^2 B - \sin^2 C) + b^2(\sin^2 C - \sin^2 A) + c^2(\sin^2 A - \sin^2 B)$ এর মান কত?

Sol: $a^2(\sin^2 B - \sin^2 C) + b^2(\sin^2 C - \sin^2 A) + c^2(\sin^2 A - \sin^2 B)$

$= a^2 \left(\frac{b^2}{4R^2} - \frac{c^2}{4R^2} \right) + b^2 \left(\frac{c^2}{4R^2} - \frac{a^2}{4R^2} \right) + c^2 \left(\frac{a^2}{4R^2} - \frac{b^2}{4R^2} \right)$

$= \frac{1}{4R^2} (a^2 b^2 - c^2 a^2 + b^2 c^2 - a^2 b^2 - c^2 a^2 - b^2 c^2) = 0$

13. যদি $A + B = \frac{\pi}{4}$ হয়, তবে $(1 + \tan A)(1 + \tan B)$ এর মান নির্ণয় কর।

Sol: $A + B = \frac{\pi}{4} \Rightarrow \tan(A + B) = \tan \frac{\pi}{4}$

$\Rightarrow \frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \tan B} = 1 \Rightarrow \tan A + \tan B + \tan A \tan B = 1$

$\Rightarrow (1 + \tan A) + \tan B(1 + \tan A) = 1 + 1$

$\Rightarrow (1 + \tan A)(1 + \tan B) = 2 \therefore (1 + \tan A)(1 + \tan B) = 2$ (Ans.)

14. যদি $a^4 + b^4 + c^4 = 2c^2(a^2 + b^2)$ হয়, তবে $\angle C = ?$

Sol: $a^4 + b^4 + c^4 = 2c^2(a^2 + b^2)$

$\Rightarrow a^4 + b^4 + c^4 - 2c^2(a^2 + b^2) = 0 \Rightarrow (a^2 + b^2 - c^2)^2 = 2a^2 b^2$

$\Rightarrow \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} = \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \cos C = \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow C = 45^\circ \text{ ও } 135^\circ$

15. যদি $\cos x + \cos y = p$ এবং $\sin x + \sin y = q$ হয়, তবে $\tan \frac{x+y}{2} = ?$

Sol: $\cos x + \cos y = p \Rightarrow 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2} = p$ (i)

আবার, $\sin x + \sin y = q \Rightarrow 2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2} = q$ (ii)

(ii) $\div$ (i) $\Rightarrow \tan \frac{x+y}{2} = \frac{q}{p}$

16. $\cos 15^\circ$ এর মান নির্ণয় কর।

Sol: $\cos 15^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{2 \cos^2 15^\circ} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{1 + \cos(2 \times 15^\circ)}$

$= \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{1 + \cos 30^\circ} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{1 + \frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{1}{2} \sqrt{2 + \sqrt{3}}$



For Practice

01. কোন ত্রিভুজের বাহুগুলো 13, 14, 15 হলে ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল কত?
 Ans: 84 sq. unit
02. কোন ত্রিভুজের বাহুগুলোর দৈর্ঘ্য 5, 6, 7 একক হলে অভ্যন্তরীণ ও পরিবাহার্ষী নির্ণয় কর।
 Ans: অভ্যন্তরীণ $r = \frac{2\sqrt{6}}{3}$ একক, পরিবাহার্ষী $R = \frac{35}{4\sqrt{6}}$ একক।
03. ΔABC এর প্রমাণ কর যে, $a \sin\left(\frac{A}{2} + C\right) = (b + c) \sin\frac{A}{2}$
04. ΔABC -এ প্রমাণ কর যে, $\sin\frac{A}{2} \sin\frac{B}{2} \sin\frac{C}{2} = \frac{\Delta^2}{abc}$
05. যদি $yz + zx + xy = 1$ হয়, তবে প্রমাণ কর যে,
 $\frac{(x^2-1)(y^2-1)}{xy} + \frac{(y^2-1)(z^2-1)}{yz} + \frac{(z^2-1)(x^2-1)}{zx} = 4$
06. $A + B + C = \pi$ হলে, প্রমাণ কর যে,
 $\sin^2\frac{A}{2} + \sin^2\frac{B}{2} + \sin^2\frac{C}{2} = 1 - 2 \sin\frac{A}{2} \sin\frac{B}{2} \sin\frac{C}{2}$.
07. $\tan 40^\circ \tan 50^\circ \tan 60^\circ$ এর মান কত?
 Ans: $\sqrt{3}$
08. $\sin \alpha - \sin \beta = 2$ এবং $\cos \alpha + \cos \beta = 3$ হলে, $\cos(\alpha - \beta)$ এর মান কত?
 Ans: $\frac{5}{13}$
09. যদি $\sin x + \sin y = a$ এবং $\cos x + \cos y = b$ হয়, তবে দেখাও যে,
 $\sin\frac{1}{2}(x-y) = \pm \frac{1}{2}\sqrt{4-a^2-b^2}$
10. $\sin x \sin(x+30^\circ) + \cos x \sin(x+120^\circ)$ এর মান কত?
 Ans: $\frac{\sqrt{3}}{2}$
11. মান নির্ণয় কর: $\sin^2\frac{17\pi}{18} + \sin^2\frac{5\pi}{8} + \sin^2\frac{37\pi}{18} + \sin^2\frac{3\pi}{8}$.
 Ans: 2
12. $n \in \mathbb{Z}$ হলে, $\cos\{n\pi + (-1)^n \frac{\pi}{4}\}$ এর মান কত?
 Ans: $\pm \frac{1}{\sqrt{2}}$
13. $\frac{\cos 8^\circ + \sin 8^\circ}{\cos 8^\circ - \sin 8^\circ}$ এর মান কত?
 Ans: $\tan 53^\circ$
14. $\cos 675^\circ + \sin(-1395^\circ)$ এর মান কত?
 Ans: $\sqrt{2}$
15. $\sin \theta = \frac{12}{13}$ এবং θ ফ্লাকোণ হলে, $\frac{\tan \theta + \sec(-\theta)}{\cot \theta + \operatorname{cosec}(-\theta)} = ?$
 Ans: $\frac{10}{3}$

Part 3

জাতীয় বিশ্ববিদ্যালয় বিগত প্রশ্নোত্তর

01. $5 \tan \theta = 4$ হলে, $\frac{5 \sin \theta - 3 \cos \theta}{\sin \theta + 2 \cos \theta}$ এর মান - [NU-Science : 14-15]
 (A) $\frac{5}{14}$ (B) $\frac{14}{5}$ (C) $\frac{3}{14}$ (D) $\frac{14}{3}$ (Ans: A)
02. $\sin A = \frac{4}{5}$, $\cos B = \frac{5}{13}$ হলে, $\tan(A+B)$ এর মান - [NU-Science : 12-13]
 (A) $\frac{10}{13}$ (B) $\frac{4}{5}$ (C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (D) $-\frac{56}{33}$ (Ans: D)
03. যদি $\cos 2A = \frac{119}{169}$ হয়, $\tan A$ সমান - [NU-Science : 11-12]
 (A) $\frac{12}{13}$ (B) $\frac{5}{12}$ (C) $\frac{7}{13}$ (D) $\frac{9}{13}$ (Ans: B)
04. $\sin 240^\circ$ এর মান - [NU-Science : 09-10]
 (A) $\frac{1}{2}$ (B) $-\frac{1}{2}$ (C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (D) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ (Ans: D)

05. যদি $\tan A = p$ হয়, যেখানে A একটি সূক্ষ্মকোণ, তখন $\sin A$ সমান -

[NU-Science : 09-10]

(A) $\frac{1}{\sqrt{1+p^2}}$ (B) $\frac{1}{\sqrt{1+p^2}}$ (C) $\frac{p}{\sqrt{1+p^2}}$ (D) $-\frac{p}{\sqrt{1+p^2}}$ (Ans: C)

06. $\sin^2 15^\circ + \sin^2 75^\circ$ এর মান কত? [NU-Science : 07-08]

(A) 0 (B) -1 (C) 1 (D) $\sqrt{2}$ (Ans: C)

07. $\sin A + \cos A = \sin B + \cos B$ হলে, $A + B =$ কত? [NU-Science : 06-07]

(A) π (B) 2π (C) $\pi/2$ (D) $\pi/4$ (Ans: C)

08. $\cos \frac{\pi}{6} - \sin \frac{\pi}{6} =$ কত? [NU-Science : 05-06]

(A) $\sqrt{3}$ (B) $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$ (C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (D) $\frac{1}{4}$ (Ans: B)

09. $\sin \frac{\pi}{12} \cos \frac{\pi}{12} =$ কত? [NU-Science : 04-05]

(A) $\frac{1}{4}$ (B) $\frac{1}{2}$ (C) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ (D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (Ans: A)

10. $\sin 65^\circ + \cos 65^\circ$ সমান - [NU-Science : 03-04]

(A) $\frac{\sqrt{3}}{2} \cos 40^\circ$ (B) $\frac{1}{2} \sin 20^\circ$ (C) $\sqrt{2} \cos 20^\circ$ (D) $\frac{\sqrt{3}}{2} \sin 40^\circ$ (Ans: C)

11. $\sin 3\theta = ?$ [NU-Science : 03-04]

(A) $3 \sin \theta - 4 \sin^3 \theta$ (B) $\cos^3 \theta - 3 \sin \theta \cos^2 \theta$
 (C) $3 \sin^3 \theta - \sin \theta \cos^2 \theta$ (D) $3 \sin^2 \theta \cos \theta - \sin^3 \theta$ (Ans: A)

12. $\frac{2 \tan \theta}{1 + \tan^2 \theta} = ?$ [NU-Science : 02-03]

(A) $\sin 2\theta$ (B) $\tan 2\theta$ (C) $\cos 2\theta$ (D) $2 \sin^2 \theta / 2$ (Ans: A)

Part 4

জাতীয় বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার উপযোগী বিভিন্ন বিশ্ববিদ্যালয়ের তত্ত্বগুণ বিগত প্রশ্নোত্তর

01. $\theta = \cos^{-1} \frac{4}{5}$ হলে $\frac{(1 - \tan^2 \theta)}{(1 + \tan^2 \theta)} = ?$ [GST-A: 23-24]
 (A) $\frac{16}{25}$ (B) $\frac{9}{25}$ (C) $\frac{8}{25}$ (D) $\frac{7}{25}$ (Ans: D)
02. $\sin\left(\alpha - \frac{\pi}{6}\right) + \sin\left(\alpha + \frac{5\pi}{6}\right)$ এর মান কত? [GST-A: 22-23]
 (A) -1 (B) 0 (C) $-\cos \alpha$ (D) $\sqrt{3} \sin \alpha$ (Ans: B)
03. যদি $\cos x + \cos y = p$ এবং $\sin x + \sin y = q$ হয়, তবে $\tan \frac{x+y}{2} = ?$ [GST-A: 20-21]
 (A) $\frac{p}{q}$ (B) $\frac{q}{p}$ (C) $\frac{p^2}{q^2}$ (D) $\frac{q^2}{p^2}$ (Ans: B)
04. $\tan \theta = \frac{3}{4}$ হলে, $\frac{\sin \theta - \cos \theta}{\sin \theta + \cos \theta}$ এর মান - [CoU-A: 19-20]
 (A) 7 (B) $\frac{1}{7}$ (C) $-\frac{1}{7}$ (D) -7 (Ans: C)
05. ΔABC এ $\cos A + \cos B = \sin C$ হলে, ত্রিভুজটির নাম কী? [KU-A: 19-20]
 (A) সূক্ষ্মকোণী (B) ফ্লাকোণী (C) সমকোণী (D) কোনোটিই নয় (Ans: C)
06. $\sin^2 2^\circ + \sin^2 7^\circ + \sin^2 12^\circ + \dots + \sin^2 147^\circ$ এর পদসংখ্যা কত? [CoU-A: 19-20]
 (A) 15 (B) 27 (C) 29 (D) 30 (Ans: D)
07. $\sin x \sin(x+30^\circ) + \cos x \sin(x+120^\circ)$ এর মান কত? [CoU-A: 18-19]
 (A) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (B) $\frac{1}{2}$ (C) $\frac{1}{2}$ (D) $\sqrt{3}$ (Ans: A)
08. $\cos \theta = \frac{12}{13}$ হলে, $\tan \theta$ এর মান - [IU-D: 19-20]
 (A) $\pm \frac{1}{2}$ (B) $\pm \frac{3}{4}$ (C) $\pm \frac{2}{3}$ (D) $\pm \frac{5}{12}$ (Ans: D)

০৯. যদি $\theta = \sin^{-1} \frac{3}{5}$ হয়, তাহলে $\frac{1 - \tan^2 \theta}{1 + \tan^2 \theta}$ এর মান- [BRUR-E: 19-20]

- Ⓐ $\frac{9}{25}$ Ⓑ $\frac{7}{25}$ Ⓒ $\frac{16}{27}$ Ⓓ $\frac{6}{25}$ (Ans B)

১০. $\sin 54^\circ = \frac{1}{4}(1 + \sqrt{5})$ হলে, $\cos 36^\circ$ এর মান- [BRUR-E: 19-20]

- Ⓐ $\frac{1}{4}(1 + \sqrt{5})$ Ⓑ $\frac{1}{4}(1 - \sqrt{5})$ Ⓒ $\frac{1}{4}(\sqrt{5} - 1)$ Ⓓ $\frac{1}{4}(-1 - \sqrt{5})$ (Ans A)

১১. যদি $A \neq B$ এবং $\sin A + \cos A = \sin B + \cos B$ হয়, তবে ত্রিভুজটি কী ধরনের হবে? [JKKNTU-B: 19-20]

- Ⓐ সমকোণী Ⓑ ছলকোণী Ⓒ সূক্ষকোণী Ⓓ কোনোটিই নয় (Ans A)

১২. ABC ত্রিভুজে $\cos A + \cos C = \sin B$ হলে, $\angle A$ এর মান কত হবে? [JKKNTU-B: 19-20]

- Ⓐ $\frac{\pi}{4}$ Ⓑ $\frac{\pi}{3}$ Ⓒ $\frac{\pi}{2}$ Ⓓ $\frac{\pi}{6}$ (Ans C)

১৩. $\cos x - \sec x = \frac{3}{2}$ হলে, $\cos^4 x + \sin^4 x$ এর মান কত? [SUST-A: 19-20]

- Ⓐ $\frac{5}{8}$ Ⓑ 25 Ⓒ $\frac{8}{5}$ Ⓓ 1 Ⓔ 0 (Ans A)

Part 5

সম্ভাব্য MCQ

০১. $\cos^2(60^\circ + A) + \cos^2(60^\circ - A)$ এর মান-

- Ⓐ $1 - \frac{1}{2} \cos 2A$ Ⓑ $1 + \sin 2A$ Ⓒ $1 + 3 \cos 2A$ Ⓓ $1 + \frac{1}{2} \cos 2A$ (Ans A)

০২. $A + B = \frac{\pi}{2}$ হলে, $\cos^2 A - \cos^2 B$ এর মান -

- Ⓐ $\sin(A - B)$ Ⓑ $\sin(B - A)$ Ⓒ $\cos(B - A)$ Ⓓ $-\cos(A - B)$ (Ans B)

০৩. $\tan 22.5^\circ$ এর মান কত?

- Ⓐ $-1 + \sqrt{2}$ Ⓑ $1 - \sqrt{2}$ Ⓒ $1 + \sqrt{2}$ Ⓓ $-1 - \sqrt{2}$ (Ans A)

০৪. যদি $\tan A = \frac{3}{4}$ হয়, তবে $\sec 2A$ এর মান কত?

- Ⓐ $-\frac{25}{7}$ Ⓑ $-\frac{7}{5}$ Ⓒ $\frac{7}{5}$ Ⓓ $\frac{25}{7}$ (Ans D)

০৫. $\frac{\tan 68^\circ 35' - \cot 66^\circ 25'}{1 + \tan 68^\circ 35' \cot 66^\circ 25'}$ এর মান কত?

- Ⓐ $\frac{1}{\sqrt{3}}$ Ⓑ 1 Ⓒ $\sqrt{3}$ Ⓓ 0 (Ans B)

০৬. যদি একটি ত্রিভুজের বাহুসমূহ যথাক্রমে m , n এবং $\sqrt{m^2 + mn + n^2}$ একক হয় তবে ত্রিভুজটির বৃহত্তম কোণ এর মান কত?

- Ⓐ 60° Ⓑ 90° Ⓒ 120° Ⓓ 150° (Ans C)

০৭. কোনো $\triangle ABC$ এ $\tan \frac{A}{2} \cdot \tan \frac{B}{2} + \tan \frac{B}{2} \cdot \tan \frac{C}{2} + \tan \frac{C}{2} \cdot \tan \frac{A}{2} =$ কত?

- Ⓐ $\tan(A + B + C)$ Ⓑ $\tan\left(\frac{A + B + C}{2}\right)$ Ⓒ 1 Ⓓ 0 (Ans C)

০৮. কোন ত্রিভুজের একটি কোণ 60° , কোণ সংলগ্ন একটি বাহু 4 একক এবং অপরদিকীয়া 10 একক হলে, ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক?

- Ⓐ 0 Ⓑ 3 Ⓒ 14.844 Ⓓ 12 (Ans C)

০৯. $1 + \cot \alpha \tan \beta = 0$ হলে, $\cos \alpha \cos \beta =$ কত?

- Ⓐ $1 + \sin \alpha \sin \beta$ Ⓑ $1 - \sin \alpha \sin \beta$ Ⓒ $\sin \alpha \sin \beta - 1$ Ⓓ $\sin \alpha \sin \beta$ (Ans A)

১০. $\triangle ABC$ এর তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে $a = 7$ একক, $b = \sqrt{57}$ একক এবং $c = 8$ একক হলে, B এর মান কত?

- Ⓐ 30° Ⓑ 45° Ⓒ 60° Ⓓ 90° (Ans C)

১১. $\cos\left(2n\pi \pm \frac{\pi}{4}\right)$ এর মান নিচের কোনটি?

- Ⓐ $\frac{1}{\sqrt{2}}$ Ⓑ $-\frac{1}{\sqrt{2}}$ Ⓒ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ Ⓓ $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ (Ans A)

১২. $1 + \tan 2A \tan A =$ কত?

- Ⓐ $\sec A$ Ⓑ $\cos 2A$ Ⓒ $\sec 2A$ Ⓓ $\operatorname{cosec} 2A$ (Ans C)

১৩. $\sin^2 10^\circ + \sin^2 20^\circ + \sin^2 30^\circ + \dots + \sin^2 90^\circ =$ কত?

- Ⓐ 4 Ⓑ 5 Ⓒ 3 Ⓓ 4.5 (Ans B)

১৪. $C + D = \frac{\pi}{4}$ হলে $(1 + \tan C)(1 + \tan D) =$ কত?

- Ⓐ 2 Ⓑ $\frac{1}{2}$ Ⓒ 4 Ⓓ $\frac{3}{4}$ (Ans A)

১৫. $2 \cos \frac{\pi}{16}$ এর মান কত?

- Ⓐ $\sqrt{2 + \sqrt{2 - \sqrt{2}}}$ Ⓑ $\sqrt{2 + \sqrt{2 - \sqrt{2}}}$ Ⓒ $\sqrt{2 - \sqrt{2 - \sqrt{2}}}$ Ⓓ $\sqrt{2 - \sqrt{2 + \sqrt{2}}}$ (Ans B)

১৬. $\frac{\tan(x - y) + \tan y}{1 - \tan(x - y)\tan y} =$ কত?

- Ⓐ $-\tan x$ Ⓑ $\tan x$ Ⓒ $-\tan y$ Ⓓ $\tan y$ (Ans B)

১৭. কোন ত্রিভুজের দুটি বাহু 4 একক ও 3 একক এবং ক্ষেত্রফল 3 বর্গ একক হলে অন্তর্ভুক্ত কোণের পরিমাণ কত?

- Ⓐ 15° Ⓑ 30° Ⓒ 45° Ⓓ 60° (Ans B)

১৮. n যেকোনো ধনাত্মক বিজোড় সংখ্যা হলে $\sin\left\{n\pi + (-1)^n \frac{\pi}{3}\right\}$ এর মান কত?

- Ⓐ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ Ⓑ $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ Ⓒ $\pm \frac{\sqrt{3}}{2}$ Ⓓ $\frac{2}{\sqrt{3}}$ (Ans A)

১৯. $\frac{\cos 9^\circ + \sin 9^\circ}{\cos 9^\circ - \sin 9^\circ} =$ কত?

- Ⓐ $\tan 45^\circ$ Ⓑ $\tan 54^\circ$ Ⓒ $\tan 42^\circ$ Ⓓ $\tan 24^\circ$ (Ans B)

২০. যদি $\tan A = \frac{3}{11}$ এবং $\tan B = \frac{5}{23}$ হয় তবে $\tan(A + B)$ এর মান কত?

- Ⓐ $\frac{25}{238}$ Ⓑ $\frac{24}{236}$ Ⓒ $\frac{62}{118}$ Ⓓ $\frac{62}{119}$ (Ans D)

২১. $\sin \theta - \sqrt{1 + \sin 2\theta}$ এর মান কত?

- Ⓐ $-\sin \theta$ Ⓑ $-\cos \theta$ Ⓒ $\sin \theta$ Ⓓ $\cos \theta$ (Ans B)

২২. $\operatorname{cosec}(105^\circ)$ এর মান কত?

- Ⓐ $\frac{4}{\sqrt{6} - \sqrt{2}}$ Ⓑ $\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$ Ⓒ $\frac{4}{\sqrt{6} + \sqrt{2}}$ Ⓓ $\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$ (Ans C)

২৩. $\cot \theta = 3$ হলে $\sin 4\theta$ এর মান কত?

- Ⓐ $\frac{3}{5}$ Ⓑ $\frac{4}{5}$ Ⓒ $\frac{23}{25}$ Ⓓ $\frac{24}{25}$ (Ans D)

২৪. $\tan A + \tan B + \tan A \cdot \tan B = 1$ হলে, $A + B$ এর মান কত?

- Ⓐ $\frac{\pi}{6}$ Ⓑ $\frac{\pi}{8}$ Ⓒ $\frac{\pi}{4}$ Ⓓ $\frac{\pi}{3}$ (Ans C)

২৫. $\cos^2 \theta - \sin^2 \theta$ এর মান কোনটি?

- Ⓐ $\cos 2\theta$ Ⓑ $\sin 2\theta$ Ⓒ $\cos^2 \theta$ Ⓓ $-\sin^2 \theta$ (Ans A)

২৬. যদি $\sin \theta = \frac{4}{5}$ এবং $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$ হয়, তবে $\frac{\tan \theta + \sec(-\theta)}{\cot \theta + \operatorname{cosec}(-\theta)} =$ কত?

- Ⓐ $\frac{5}{2}$ Ⓑ $\frac{3}{2}$ Ⓒ -3 Ⓓ -6 (Ans B)

গণিত ১ম পত্র

অধ্যায় ৮

ফাংশন ও ফাংশনের লেখচিত্র

Part 1

প্রয়োজনীয় সূত্রাবলি

□ ডোমেন ও রেঞ্জ নির্ণয় (Short Technic):

Technic-01 $f(x) = c$ আকৃতির ফাংশনের ক্ষেত্রে, $D_f = \mathbb{R}$ এবং $R_f = \{c\}$ **Technic-02** $f(x) = ax + b$ আকৃতির ফাংশনের ক্ষেত্রে $D_f = \mathbb{R}$ এবং $R_f = \mathbb{R}$ **Technic-03** $f(x) = ax^2 + bx + c$ আকৃতির ফাংশনের ক্ষেত্রে, $D_f = \mathbb{R}$

$$R_f = \left[c - \frac{b^2}{4a}, \infty \right) \text{ যখন } a > 0; \left(-\infty, c - \frac{b^2}{4a} \right] \text{ যখন } a < 0$$

Technic-04 $f(x) = \frac{a}{bx + c}$ আকৃতির ফাংশনের ক্ষেত্রে

$$D_f = \mathbb{R} - \left\{ -\frac{c}{b} \right\} \text{ এবং } R_f = \mathbb{R} - \{0\}$$

Technic-05 $f(x) = \frac{ax}{bx + c}$ আকৃতির ফাংশনের ক্ষেত্রে

$$D_f = \mathbb{R} - \left\{ -\frac{c}{b} \right\} \text{ এবং } R_f = \mathbb{R} - \left\{ \frac{a}{b} \right\}$$

Technic-06 $f(x) = \frac{ax + b}{cx + d}$ আকৃতির ফাংশনের ক্ষেত্রে

$$D_f = \mathbb{R} - \left\{ -\frac{d}{c} \right\} \text{ এবং } R_f = \mathbb{R} - \left\{ \frac{a}{c} \right\}$$

Technic-07 $f(x) = \frac{x^2 - a^2}{x - a}$ আকৃতির ফাংশনের ক্ষেত্রে

$$D_f = \mathbb{R} - \{a\} \text{ এবং } R_f = \mathbb{R} - \{2a\}$$

Technic-08 $f(x) = \frac{x^2 - a^2}{x + a}$ আকৃতির ফাংশনের ক্ষেত্রে

$$D_f = \mathbb{R} - \{-a\} \text{ এবং } R_f = \mathbb{R} - \{-2a\}$$

Technic-09 $\frac{x-a}{x^2-a^2}$ আকৃতির ফাংশনের ক্ষেত্রে,

$$D_f = \mathbb{R} - \{-a, a\}; R_f = \mathbb{R} - \left\{ 0, \frac{1}{2a} \right\}$$

Technic-10 লব দ্বিঘাত এবং হর একঘাত এরূপ ভগ্নাংশের ক্ষেত্রে:

$$f(x) = \frac{ax^2 + b}{cx + d} \text{ ফাংশনের}$$

ডোমেন = $\mathbb{R} - \{x \text{ এর যে মানের জন্য হর শূন্য হয় সেই মান}\}$

$$\therefore \text{ডোমেন, } D_f = \mathbb{R} - \left\{ -\frac{d}{c} \right\} \text{ এবং}$$

রেঞ্জ = $\mathbb{R} - \{x \text{ এর যে মানের জন্য হর শূন্য হয় সেই মানকে দ্বিগুণ করলে}$

$$\text{হবে}\}; \therefore \text{রেঞ্জ, } R_f = \mathbb{R} - \left\{ -\frac{2d}{c} \right\}$$

Technic-11 $f(x) = \frac{x^n - a^n}{x - a}$, ডোমেন = $\mathbb{R} - \{a\}$ এবং রেঞ্জ = $\{na^{n-1}\}$ **Technic-12** $f(x) = \sqrt{ax + b}$, $a > 0$ আকৃতির ক্ষেত্রে, $D_f = \{x \in \mathbb{R} : x \geq -\frac{b}{a}\}$ এবং $R_f = \{y \in \mathbb{R} : y \geq 0\}$ **Technic-13** $f(x) = \frac{1}{\sqrt{ax + b}}$, $a \neq 0$ আকৃতির ফাংশনের ক্ষেত্রে,

$$D_f = \{x \in \mathbb{R} : x > -\frac{b}{a}\}, a > 0 \text{ এবং } R_f = \{y \in \mathbb{R} : y < 0\}$$

Technic-14 $f(x) = \sqrt{x^2 - a^2}$ আকৃতির ফাংশনের ক্ষেত্রে ডোমেন $x \leq -a$ or $x \geq a$ এবং $R_f = [0, \infty)$ **Technic-15** $f(x) = \sqrt{a^2 - x^2}$ আকৃতির ফাংশনের ক্ষেত্রে ডোমেন $-a \leq x \leq a$ বা $|x| \leq a$ এবং $R_f = [0, a]$ **Technic-16** $f(x) = \log(a+bx)$ আকৃতির ফাংশনের ক্ষেত্রে $\log$ এর ক্ষেত্রে বার্ষিক শূন্য অবশ্যই বড় হবে।

$$\therefore \text{ডোমেন, } D_f : x > -\frac{a}{b} \text{ বা } \left(-\frac{a}{b}, \infty\right) \text{ এবং রেঞ্জ } R_f = \mathbb{R}$$

Technic-17 $f(x) = e^x$ আকৃতির ফাংশনের ক্ষেত্রে, $D_f = \mathbb{R}$ এবং $R_f = (0, \infty)$ **Technic-18** $f(x) = a^x$ আকৃতির ফাংশনের ক্ষেত্রে, $D_f = \mathbb{R}$ এবং $R_f = \{y \in \mathbb{R} : y > 0\}$ **Technic-19** $f(x) = \log_a x$ আকৃতির ফাংশনের ক্ষেত্রে, $D_f = \{x \in \mathbb{R} : x > 0\}$ এবং $R_f = \mathbb{R}$ **Technic-20** $f(x) = \sin(ax + b)$ এবং $f(x) = \cos(ax + b)$ আকৃতির ফাংশনের ক্ষেত্রে, $D_f = \mathbb{R}$; $R_f = \{y \in \mathbb{R} : -1 \leq y \leq 1\}$ **Technic-21** $f(x) = \frac{x^n - a^n}{x - a}$ আকৃতির ফাংশনের ক্ষেত্রে,

$$D_f = \mathbb{R} - \{a\}, R_f = \{na^{n-1}\}$$

Technic-22 লগারিথম ফাংশনের ডোমেন এবং রেঞ্জ

$$> f(x) = \log(ax + b) \text{ হয় তবে, } ax + b > 0 \Rightarrow x > -\frac{b}{a}$$

$$\therefore \text{ডোমেন } \left(-\frac{b}{a}, \infty\right) \text{ এবং রেঞ্জ সর্বদা } = \mathbb{R}$$

Technic-23 $f(x) = \frac{1}{\sqrt{ax + b}}$ $\therefore D_f = \mathbb{R} - \left\{ -\frac{b}{a} \right\}$, $R_f = (0, \infty)$ **Technic-24** $f(x) = \frac{1}{\sqrt{a^2 - x^2}}$ $\therefore D_f = (-a, a)$; $R_f = \left[\frac{1}{a}, \infty\right)$ **Technic-25** $f(x) = \sqrt{(x-a)(x-b)}$

$$D_f = \{x \in \mathbb{R} : x \leq a \text{ অথবা } x \geq b\}; R_f = \{y \in \mathbb{R} : y \geq 0\}$$

Technic-26 $f(x) = \frac{a+x}{a-x}$, যেখানে $a \in \mathbb{N}$, $a+x > 0$ এবং

$$a-x > 0 \text{ হলে, অথবা, } a+x < 0 \text{ এবং } a-x < 0 \text{ হলে,}$$

$$D_f = (-a, a), R_f = \mathbb{R} \text{ হবে}$$

□ বিপরীত ফাংশন নির্ণয়:

Technic-01 x এর পরিবর্তে $f^{-1}(x)$ বসিয়ে $f^{-1}(x)$ নির্ণয় করা যায়।**Technic-02** $f(x) = ax + b$ হলে, $f^{-1}(x) = \frac{x-b}{a}$ **Technic-03** $f(x) = \frac{a}{bx+c}$ হলে, $f^{-1}(x) = \frac{a-cx}{bx}$ **Technic-04** $f(x) = \frac{ax}{bx+c}$ হলে, $f^{-1}(x) = \frac{cx}{a-bx}$ **Technic-05** $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ হলে, $f^{-1}(x) = \frac{-dx+b}{cx-a}$ **Technic-06** $f(x) = \frac{ax^n+b}{cx^n+d}$ হলে, $f^{-1}(x) = \sqrt[n]{\frac{-dx+b}{cx-a}}$

03. $P = \{(x, y) : 0 < x < 2, 0 \leq y \leq 2\}$ এবং $Q = \{(x, y) : 1 < x < 3, 1 \leq y \leq 3\}$ হলে $P \cap Q = ?$ [GST-A : 21-22]

- (A) $\{(x, y) : 0 \leq x, y \leq 3\}$ (B) $\{(x, y) : 1 < x < 3, 1 \leq y \leq 3\}$
(C) $\{(x, y) : 1 < x < 2, 1 \leq y \leq 2\}$ (D) $\{(x, y) : 1 < x, y \leq 2\}$ (Ans C)

04. $f(x) = \ln(\sin x)$ ফাংশনটি কোন ব্যবধিতে সংজ্ঞায়িত? [GST-A : 20-21]

- (A) $\left(-\frac{\pi}{2}, 0\right)$ (B) $(0, \pi)$ (C) $\left(\frac{\pi}{2}, 2\pi\right)$ (D) $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ (Ans B)

05. $f(x) = x^2 - 7$ হলে, $f^{-1}(2)$ এর মান কোনটি? [KU-A : 19-20]

- (A) -3 (B) 3 (C) {3, -3} (D) (3, -3) (Ans C)

06. যদি $f(x) = \cos x$ এবং $g(x) = x^2$ হয়, তবে $\log\left(\frac{\sqrt{\pi}}{2}\right)$ এর মান- [CoU-A : 18-19]

- (A) $\cos x^2$ (B) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (C) 1 (D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (Ans B)

07. $f(x) = \ln x$ এবং $g(x) = x^n$ হলে, $f(g(x)) = ?$ [IU-D : 19-20]

- (A) $\ln f(x)$ (B) $n \ln f(x)$ (C) $x^n \ln x$ (D) x^n (Ans B)

08. $f(x) = x^2$, $g(x) = x^3 + 1$ এবং $h(x) = x + 2$ হলে $\text{hogof} = ?$ [IU-D : 19-20]

- (A) $x^6 + 3$ (B) $x^6 + 6$ (C) $x^6 + 8$ (D) $x^5 + 3$ (Ans A)

09. $f(x) = (x-2)(1-x)$ হলে, $f(f(3))$ এর মান কত? [JKKNIU-B : 19-20]

- (A) 9 (B) -12 (C) 12 (D) 8 (Ans B)

Part 5

সম্ভাব্য MCQ

01. 120 জন ছাত্রের মধ্যে 75 জন ক্রিকেট খেলে এবং 65 জন ফুটবল খেলে। কতজন উভয় খেলাই খেলে?

- (A) 10 (B) 20 (C) 30 (D) 45 (Ans B)

02. $P = \{1, 2, 3, 4\}$ এবং $Q = \{x : x \in N \text{ এবং } x \text{ বিজোড় সংখ্যা}\}$ উক্ত সেটের $P \cap Q =$ কত?

- (A) $\{1, 2, 3, 4\}$ (B) $\{1, 3\}$ (C) $\{2, 4, 6, \dots\}$ (D) $\emptyset$ (Ans B)

03. $S = \{x : x^2 - 5x + 6 = 0\}$ এবং $T = \{x : x^2 - 11x + 24 = 0\}$ হলে, $S \cap T$ এবং $T - S$ এর মান যথাক্রমে

- (A) $\{2, 3\}$ এবং $\{8\}$ (B) $\{3\}$ এবং $\{2\}$
(C) $\{3\}$ এবং $\{8\}$ (D) $\{8\}$ এবং $\{3\}$ (Ans C)

04. $f(x) = \cos x$ হলে $f(\cot^{-1} \frac{3}{4})$ এর মান কত?

- (A) $\frac{4}{3}$ (B) $\frac{3}{5}$ (C) $\frac{4}{5}$ (D) $\frac{3}{4}$ (Ans B)

05. যদি $f(x) = x^2 - x$ হয়, তবে $f(x+1) = ?$

- (A) $f(x)$ (B) $f(-x)$ (C) $2f(x)$ (D) 1 (Ans B)

06. যদি $f(x) = \log\left(\frac{x+1}{x-1}\right)$ হয়, তাহলে $f\left(\frac{1}{x}\right) =$ কত?

- (A) $\log \frac{1+x}{1-x}$ (B) $\log \frac{x-1}{x+1}$ (C) $\log \frac{x+1}{x-1}$ (D) $\log \frac{1-x}{1+x}$ (Ans A)

07. $f(x) = \begin{cases} 3x-1, & x > 3 \\ x^2-2, & -2 \leq x \leq 3 \end{cases}$ হলে, $f(6) = ?$

- (A) 12 (B) 11 (C) 17 (D) 34 (Ans C)

08. $f(x) = \log x$ হলে নিচের কোনটি সত্য?

- (A) $f^{-1}(x) = e^x$ (B) $f^{-1}(x) = 10^x$
(C) $f^{-1}(x) = a^x$ (D) $f^{-1}(x) = \ln x$ (Ans B)

09. $f(x) = e^x$ হলে, $f^{-1}(x)$ এর মান কত?

- (A) $\ln x$ (B) e^{-x} (C) $\ln \frac{1}{x}$ (D) $\log x$ (Ans A)

10. যদি $f : R - \{3\} \rightarrow R - \{1\}$ ফাংশনটি $f(x) = \frac{x-2}{x-3}$ দ্বারা সংজ্ঞায়িত হয়,

তবে $f^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) =$ কত?

- (A) -2 (B) 2 (C) -1 (D) 1 (Ans D)

11. যদি $f(x) = x^2 + x$ হয়, তবে $f(x-1) = ?$

- (A) 1 (B) $f(x)$ (C) $f(-x)$ (D) $f(x+1)$ (Ans C)

12. $f(x) = \sqrt{x-2}$ হলে, $f^{-1}(3)$ এর মান কত?

- (A) 9 (B) 10 (C) 11 (D) 12 (Ans C)

13. $f(x) = 2x-1$ এবং $g(x) = x^2-1$ হলে, $g(f(3))$ এর মান কত?

- (A) 24 (B) 15 (C) 5 (D) 4 (Ans A)

14. $f(x) = x^2 + 4$ এবং $g(x) = 2x-1$ হলে, $g(f(x)) = ?$

- (A) $x^2 + 3$ (B) $x^2 + 7$ (C) $2x^2 + 3$ (D) $2x^2 + 7$ (Ans D)

15. $f(x) = 3x-2$, $g(x) = 2x+5$ হলে, $(g \circ f)(-2) = ?$

- (A) -11 (B) 1 (C) 13 (D) 25 (Ans A)

16. $f(x) = \sqrt{3-\sqrt{x-2}}$ ফাংশনটির ডোমেন কত?

- (A) $x \leq 3$ (B) $x \geq 2$ (C) $2 \leq x \leq 11$ (D) $2 \leq x \leq 3$ (Ans C)

17. $A, B \subset R, B = R - \left\{\frac{1}{3}\right\}, g : A \rightarrow B, g(x) = \frac{x-5}{3x+1}$ এবং $h(x) = x^2 + 1$

হলে $f(x) = \frac{x^2-3}{x-\sqrt{3}}$ ফাংশনের রেঞ্জ কত?

- (A) রেঞ্জ $f = R - \{2\sqrt{5}\}$ (B) রেঞ্জ $f = R - \{2\}$
(C) রেঞ্জ $f = R - \{\sqrt{3}\}$ (D) রেঞ্জ $f = R - \{2\sqrt{3}\}$ (Ans D)

18. $f(x) = \log \sqrt{x^2-49}$ ফাংশন এর ডোমেন কোনটি? যেখানে x একটি ধনাত্মক সংখ্যা।

- (A) $[7, \infty]$ (B) $(7, \infty)$ (C) $[49, 0]$ (D) $(-\infty, 7]$ (Ans B)

19. $y = |x^2 - 3x - 10|$ ফাংশনের ডোমেন কোনটি?

- (A) $[0, \infty)$ (B) $(-\infty, 0]$ (C) $(-\infty, \infty)$ (D) $\left[\frac{3}{2}, \frac{49}{4}\right]$ (Ans C)

20. $f : R \rightarrow R$ এবং $f(x) = \frac{3x+2}{4x+5}$ হলে, $f^{-1}(x) = ?$

- (A) $\frac{5x+2}{4x+3}$ (B) $\frac{-5x+2}{4x-3}$ (C) $\frac{5x-2}{4x+3}$ (D) $\frac{5x-2}{4x-3}$ (Ans B)

21. $f(x) = 3x-2$ হলে, $f^{-1}(x) = ?$

- (A) $\frac{1}{2}x + 2$ (B) $\frac{1}{3}(x+2)$ (C) $\frac{1}{3}x - 2$ (D) $\frac{1}{3}(x-2)$ (Ans B)

22. $g(x) = \sqrt{225-x^2}$ ফাংশনটির রেঞ্জ কত?

- (A) $(0, 15)$ (B) $(0, \infty)$ (C) $[0, 15]$ (D) $[0, \infty)$ (Ans C)

23. $f(x) = \frac{1}{|x-1|}$ এর ডোমেন-

- (A) $(-\infty, 1) \cup (1, +\infty)$ (B) $(-\infty, 0) \cup (0, \infty)$
(C) $(-\infty, -1]$ (D) $[1, +\infty)$ (Ans A)

24. $f(x) = 21 \ln(\cos x)$ হলে, $e^{f(x)}$ এর মান নিচের কোনটি?

- (A) $2(1+\cos x)$ (B) $\frac{1}{2}(1+\cos 2x)$ (C) $\frac{1}{2}(1-\cos 2x)$ (D) $2(1-\cos x)$ (Ans B)

25. $f(x) = 21 \ln(\cos x)$, $g(x) = x^2 - 3$ হলে, $(g \circ f)(x) = ?$

- (A) $8 \ln(\cos x) - 3$ (B) $4 \ln(\cos x) - 3$
(C) $2 \ln(\cos x) - 3$ (D) $\ln(\cos x) - 3$ (Ans A)

26. $f(x) = \frac{x-4}{2x+1}$ এর ডোমেন কোনটি?

- (A) $R - \{4\}$ (B) $R - \left\{-\frac{1}{2}\right\}$ (C) $R - \{-4\}$ (D) $R - \left\{\frac{1}{2}\right\}$ (Ans B)

27. $y = x+3$ হলে $f^{-1}(-9)$ এর মান কত?

- (A) 12 (B) 6 (C) -6 (D) -12 (Ans D)

28. যদি $f(x) = \sin x$ হয় তবে $f(\cos^{-1} x)$ এর অন্তরজ কোনটি?

- (A) $\frac{1}{2\sqrt{1-x^2}}$ (B) $\frac{-1}{2\sqrt{1-x^2}}$ (C) $\frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$ (D) $\frac{-x}{\sqrt{1-x^2}}$ (Ans D)

29. $f(x) = x+3$ হলে $f(f(-3))$ এর মান কত?

- (A) -3 (B) 0 (C) 3 (D) 9 (Ans C)

30. $y = \sqrt{(x-1)(x-2)}$ ফাংশনটির ডোমেন কত?

- (A) $x < 1$ (B) $x > 2$ (C) $1 \leq x < 2$ (D) $R - (1, 2)$ (Ans D)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1 = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin x} \quad [x > 90^\circ]$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^{-1} x}{x} = 1 = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin^{-1} x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x} = 1 = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\tan x} \quad [x > 90^\circ]$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin x}{x} \right)^2 = \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x}{\sin x} \right)^2$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\tan x}{x} \right)^2 = \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x}{\tan x} \right)^2 = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan^{-1} x}{x} = 1 = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\tan^{-1} x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(1+x)^2 - 1}{x} = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{a}{x^2} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = \ln e$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \cos x = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \cos^{-1} x = \cos^{-1} a, \quad |a| \leq 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \tan^{-1} x = \tan^{-1} a, \quad -\infty < a < \infty$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin x}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\cos x}{x} = 0$$

$$01. \frac{d}{dx}(c) = 0$$

$$02. \frac{d}{dx} c f(x) = c \frac{d}{dx} f(x)$$

$$03. (a) \frac{d}{dx}(cx^2) = c \frac{d}{dx}(x^2) = 2cx^{2-1}$$

$$(b) \frac{d}{dx} \left(\frac{c}{x^2} \right) = -c \frac{n}{x^{n+1}} \quad (c) \frac{d}{dx} (\sqrt{x}) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$04. \frac{d}{dx}(\sin x) = \cos x$$

$$05. \frac{d}{dx}(\cos x) = -\sin x$$

$$06. \frac{d}{dx}(\tan x) = \sec^2 x$$

$$07. \frac{d}{dx}(\cot x) = -\operatorname{cosec}^2 x$$

$$08. \frac{d}{dx}(\operatorname{sech} x) = \operatorname{sech} x \tanh x$$

$$09. \frac{d}{dx}(\operatorname{cosech} x) = -\operatorname{cosech} x \coth x$$

$$10. \frac{d}{dx}(e^x) = e^x$$

$$11. \frac{d}{dx}(\ln x) = \frac{1}{x}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x} \right)^x = e$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^n}{n!} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^n - a^n}{x - a} = n a^{n-1}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x^2}{x} = \frac{\pi}{180}$$

$$\lim_{x \rightarrow a} \sin^{-1} x = \sin^{-1} a, \quad |a| \leq 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} = e$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{x} = 2$$

$$12. \frac{d}{dx}(a^x) = a^x \ln a$$

$$14. \frac{d}{dx}(u \pm v) = \frac{du}{dx} \pm \frac{dv}{dx}$$

$$16. \frac{d}{dx}(uvw) = vw \frac{du}{dx} + uw \frac{dv}{dx} + uv \frac{dw}{dx}$$

$$17. \frac{d}{dx} \left(\frac{u}{v} \right) = \frac{v \frac{du}{dx} - u \frac{dv}{dx}}{v^2}$$

$$18. \frac{d}{dx}(u^v) = u^v \frac{d}{dx} (v \ln u)$$

$$19. \frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dz} \times \frac{dz}{dx}$$

$$21. \frac{d}{dx}(\cos^{-1} x) = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \quad 22. \frac{d}{dx}(\tan^{-1} x) = \frac{1}{1+x^2}$$

$$23. \frac{d}{dx}(\cot^{-1} x) = -\frac{1}{1+x^2} \quad 24. \frac{d}{dx}(\sec^{-1} x) = \frac{1}{x\sqrt{x^2-1}}$$

$$25. \frac{d}{dx}(\operatorname{cosec}^{-1} x) = -\frac{1}{x\sqrt{x^2-1}} \quad 26. \frac{d}{dx}(\log_a x) = \frac{1}{x} \log_a e$$

$$27. \frac{d}{dx}(\sin mx) = m \cos mx$$

$$28. \text{ যদি } f(x, y) = 0 \text{ হয় বা অব্যক্ত কাংশন তাহলে,}$$

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{f_x}{f_y} = \frac{y \text{ প্রকাবে } x \text{ এর সাপেক্ষে অন্তরীকরণ}}{x \text{ প্রকাবে } y \text{ এর সাপেক্ষে অন্তরীকরণ}}$$

□ মূল নিয়মে অন্তরীকরণ:

$$y = f(x) \text{ হলে, } \frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx} \{f(x)\} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$$\text{যে কোন বিন্দুতে } x = a \text{ হলে, } f'(a) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

□ প্রথম অন্তরক সাধারণত x এর একটি কাংশন x এর এই নতুন কাংশনের অন্তরককে $f'(x)$ এর দ্বিতীয় অন্তরক বলা হয়।

দ্বিতীয় অন্তরককে $\frac{d^2y}{dx^2}$, $f''(x)$, y_2 বা y'' দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

□ অনুরূপভাবে $f(x)$ এর n তম অন্তরক $\frac{d^ny}{dx^n}$, $f^n(x)$ বা y_n প্রতীক দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

কতগুলো বিশেষ কাংশনের n তম অন্তরক :

$$(i) y = x^n \quad \therefore y_n = n! \quad \therefore y_{n+1} = 0, y_{n+2} = 0$$

$$(ii) y = (ax + b)^n \quad \therefore y_n = \frac{n!}{(m-n)!} a^n (ax+b)^{m-n} \quad [\therefore m > n]$$

$$m = n \text{ হলে, } y_n = n! a^n, \quad m < n \text{ হলে, } y_n = 0$$

$$(iii) y = e^{ax} \quad \therefore y_n = a^n e^{ax}$$

$$(iv) y = a^{mx} \text{ হলে } y_n = (m \ln a)^n \cdot a^{mx}$$

$$(v) y = \frac{1}{x+a} \quad \therefore y_n = \frac{(-1)^n n!}{(x+a)^{n+1}}$$

$$(vi) y = \ln(x+a) \therefore y_n = \frac{(-1)^{n-1}(n-1)!}{(x+a)^n}$$

$$(vii) y = \ln(ax+b) \therefore y_n = \frac{(-1)^{n-1}(n-1)!a^n}{(ax+b)^n}$$

$$(viii) y = \sin(ax+b) \therefore y_n = a^n \sin\left(\frac{n\pi}{2} + ax + b\right)$$

$$(ix) y = \cos(ax+b) \therefore y_n = a^n \cos\left(\frac{n\pi}{2} + ax + b\right)$$

$$(x) y = x^n \ln x \text{ হলে, } y_{n+1} = \frac{n!}{x}$$

➤ $y = f(x)$ বক্ররেখার উপরস্থ (x, y) বিন্দুতে অঙ্কিত স্পর্শকের ঢাল

$$\frac{dy}{dx} = \tan \theta \text{ যা ঐ বিন্দুতে অন্তরকের মান নির্দেশ করে।}$$

➤ স্পর্শক x অক্ষের সাথে 45° কোণ উৎপন্ন করলে $\frac{dy}{dx} = 1$ হবে।

➤ অক্ষের সাথে সমান সমান কোণ উৎপন্ন করলে $\frac{dy}{dx} = \pm 1$ ।

➤ স্পর্শক x অক্ষের সমান্তরাল হলে, অর্থাৎ y অক্ষের উপর লম্ব হলে, $\frac{dy}{dx} = 0$ হবে।

➤ স্পর্শক x অক্ষের উপর লম্ব বা y অক্ষের সমান্তরাল হলে, $\frac{dx}{dy} = 0$ হবে।

$$\square y = f(x) \text{ বক্ররেখার উপরস্থ } p(x_1, y_1) \text{ বিন্দুতে স্পর্শকের সমীকরণ}$$

$$(y - y_1) = f'(x)(x - x_1)$$

➤ $p(x_1, y_1)$ বিন্দুতে অভিলম্বের সমীকরণ, $f'(x)(y - y_1) + (x - x_1) = 0$

$\square$ গুরুমান ও লঘুমান নির্ণয়ের নিয়ম: মনে করি, $y = f(x)$ একটি ফাংশন।

(i) গুরুমান ও লঘুমান নির্ণয় করার জন্য $\frac{dy}{dx}$ বের করে $\frac{dy}{dx} = 0$ বসাতে হবে এবং

এখান থেকে x এর মানগুলি নির্ণয় করতে হবে। এ সমস্ত মানগুলোকে সংকটবিন্দু/সম্ভাব্যবিন্দু (critical point) বলে।

(ii) $\frac{d^2y}{dx^2}$ নির্ণয় করে তাতে x এর মানগুলো বসাতে হবে। এ থেকে নিম্নোক্ত সিদ্ধান্তে

উপনীত হওয়া যাবে। যদি $\frac{d^2y}{dx^2} > 0$ হয় তবে x এর ঐ মানের জন্য $f(x)$

ফাংশনের লঘুমান পাওয়া যাবে। এবং যদি $\frac{d^2y}{dx^2} < 0$ হয় তবে x এর ঐ মানের

জন্য $f(x)$ ফাংশনের গুরুমান পাওয়া যাবে।

(iii) x এর মানগুলো $y = f(x)$ এ বসিয়ে গুরুমান এবং লঘুমান নির্ণয় করা যাবে।

$\square$ ম্যাক্সারিনের উপপাদ্য সংক্রান্ত তথ্য: $f(x)$ যদি x এর এমন একটি ফাংশন হয়, যাকে x এর ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যিক, ক্রমবর্ধমান শক্তির একটি অসীম সিরিজে বিস্তৃত করা যায় এবং যদি ঐ বিস্তৃতির প্রতিটি পদ যেকোন সংখ্যকবার অন্তরীকরণযোগ্য হয়, তাহলে,

$$f(x) = f(0) + x f'(0) + \frac{x^2}{2!} f''(0) + \frac{x^3}{3!} f'''(0) + \dots + \frac{x^n}{n!} f^n(0) + \dots$$

Part 2

গাণিতিক সমস্যা ও সমাধান

$$01. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos ax}{1 - \cos bx} = ?$$

Sol: এখানে, $x \rightarrow 0$ বসালে আমরা $\frac{0}{0}$ আকারে পাই, যা অসম্ভব

$$\therefore \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{d}{dx}(1 - \cos ax)}{\frac{d}{dx}(1 - \cos bx)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{a \sin ax}{b \sin bx}$$

আবার, $x \rightarrow 0$ বসালে $\frac{0}{0}$ আকারে আসে এজন্য আবার আমরা Differentiate করবো।

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a \cdot a \cos ax}{b \cdot b \cos bx} = \frac{a^2 \cdot 1}{b^2 \cdot 1} = \frac{a^2}{b^2}$$

$$02. \lim_{x \rightarrow a} \frac{(\sqrt{x})^9 - (\sqrt{a})^9}{\sqrt{x} - \sqrt{a}} = ?$$

$$\text{Sol: } \lim_{x \rightarrow a} \frac{(\sqrt{x})^9 - (\sqrt{a})^9}{\sqrt{x} - \sqrt{a}} = 9(\sqrt{a})^{9-1} = 9(\sqrt{a})^8 = 9a^4$$

$$03. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\sin x} - 1}{\sin x} = ?$$

$$\text{Sol: } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{d}{dx}(e^{\sin x} - 1)}{\frac{d}{dx}(\sin x)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\sin x} \cdot \cos x - 0}{\cos x} = \frac{e^{\sin 0} \cdot \cos 0}{\cos 0} = \frac{e^0 \cdot 1}{1} = 1$$

$$04. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+3x} - \sqrt{1-4x}}{x}$$

$$\text{Sol: } \text{প্রদত্ত সূত্রানুসারে এর মান হবে } \frac{3+4}{2} = \frac{7}{2}$$

$$05. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{7x}$$

$$\text{Sol: } \frac{1}{7} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{5x} = \frac{1}{7} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{5x} = \frac{1}{7}$$

অথবা, L' Hospital's rule use করে পাই,

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{d}{dx} \sin 5x}{\frac{d}{dx} (7x)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{5 \cdot \cos 5x}{7} = \frac{5 \cdot 1}{7} = \frac{5}{7}$$

$$06. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 4x + 5}{12x^2 + x - 3}$$

$$\text{Sol: } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{3x^2}{x^2} - \frac{4x}{x^2} + \frac{5}{x^2}}{\frac{12x^2}{x^2} + \frac{x}{x^2} - \frac{3}{x^2}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3 - \frac{4}{x} + \frac{5}{x^2}}{12 + \frac{1}{x} - \frac{3}{x^2}} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$

$$07. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5^x - 5^{-x}}{5^x + 5^{-x}} = ?$$

Sol: এখানে, 5^x এর সহগ 1 এবং হরের 5^x এর সহগ 1।

$$\therefore \text{প্রদত্ত লিমিটের মান} = \frac{1}{1} = 1$$

JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS

08. $y = 5x - 10x^2$ হলে, x এর মান কত? যখন $\frac{dy}{dx} = 2$

Sol: $y = 5x - 10x^2 \Rightarrow \frac{dy}{dx} = 5 - 20x$
 $\Rightarrow 2 = 5 - 20x \Rightarrow 20x = 3 \Rightarrow x = \frac{3}{20}$

09. $\frac{d(\sin^2 \theta)}{d(\tan \theta)} = ?$

Sol: $\frac{2 \sin \theta \cos \theta}{\sec^2 \theta} = 2 \sin \theta \cos^3 \theta$

10. $\tan y = \frac{2t}{1-t^2}$ এবং $\sin x = \frac{2t}{1+t^2}$ হলে, $\frac{dy}{dx}$ এর মান কত?

Sol: $\tan y = \frac{2t}{1-t^2} \Rightarrow y = \tan^{-1} \frac{2t}{1-t^2} = 2 \tan^{-1} t \dots\dots (i)$

এবং $\sin x = \frac{2t}{1+t^2} \therefore x = \sin^{-1} \frac{2t}{1+t^2} = 2 \tan^{-1} t \dots\dots (ii)$

(i) এবং (ii) থেকে, $x = y \therefore \frac{dy}{dx} = 1$

11. $y = \tan^{-1} \frac{4\sqrt{x}}{1-4x}$ এর অন্তরক কত?

Sol: $y = \tan^{-1} \frac{4\sqrt{x}}{1-4x}$

$\Rightarrow y = \tan^{-1} \frac{2 \cdot 2\sqrt{x}}{1-(2\sqrt{x})^2} \Rightarrow y = 2 \tan^{-1}(2\sqrt{x})$

$\therefore \frac{dy}{dx} = 2 \frac{1}{1+(2\sqrt{x})^2} \frac{d}{dx}(2\sqrt{x}) = \frac{2}{1+4x} \times 2 \frac{1}{2\sqrt{x}} = \frac{2}{\sqrt{x}(1+4x)}$

12. $\frac{d}{dx} \left(\sin^{-1} \frac{2x}{1+x^2} \right) = ?$

Sol: $\frac{d}{dx} \left(\sin^{-1} \frac{2x}{1+x^2} \right) = \frac{d}{dx} (2 \tan^{-1} x) = \frac{2}{1+x^2}$

13. $y = \cos^{-1}(2x\sqrt{1-x^2})$ হলে, $\frac{dy}{dx} = ?$

Sol: ধরি, $x = \sin \theta \therefore \theta = \sin^{-1} x$

$\therefore y = \cos^{-1}(2 \sin \theta \sqrt{1-\sin^2 \theta})$

$= \cos^{-1}(2 \sin \theta \cos \theta) = \cos^{-1}(\sin 2\theta)$

$= \cos^{-1} \cos(\pi/2 - 2\theta) = \pi/2 - 2\theta = \pi/2 - 2 \sin^{-1} x$

$\therefore \frac{dy}{dx} = -\frac{2}{\sqrt{1-x^2}}$

14. $x^4 + x^2y^2 + y^4 = 0$ হলে, $\frac{dy}{dx}$ এর মান কত?

Sol: $4x^3 + 2xy^2 + x^2 \cdot 2y \cdot \frac{dy}{dx} + 4y^3 \cdot \frac{dy}{dx} = 0$

$\Rightarrow \frac{dy}{dx} (2x^2y + 4y^3) = -(4x^3 + 2xy^2)$

$\therefore \frac{dy}{dx} = -\frac{x}{y} \left(\frac{2x^2 + y^2}{x^2 + 2y^2} \right)$

15. $y = 10e^{9x}$ হলে, $y_6 = ?$

Sol: $10 \cdot 9^6 e^{9x}$

16. $y = \sin 5x$ হলে, $y_6 = ?$

Sol: এখানে, $m = 5$, এবং $n = 6$

$\therefore y_6 = 5^6 \sin \left(\frac{6\pi}{2} + 5x \right) = 5^6 \sin(3\pi + 5x)$

17. $y = \cos 4x$ হলে, $y_2 = ?$

Sol: এখানে, $m = 4$ এবং $n = 2$

$\therefore y_2 = 4^2 \cos \left(\frac{2\pi}{2} + 4x \right)$

$\therefore y_2 = 16 \cos(\pi + 4x)$

18. $y = e^x \sin x$ হলে, $y_2 = ?$

Sol: $y_1 = e^x \sin x + e^x \cos x = e^x (\sin x + \cos x)$

$\Rightarrow y_2 = e^x (\sin x + \cos x) + e^x (\cos x - \sin x)$

$= e^x (\sin x + \cos x + \cos x - \sin x) = 2e^x \cos x$

19. $y = \log_e(\cos x)$ হলে, $y_3 = ?$

Sol: এখানে, $n = 3$

$\therefore y_3 = (-1)^{3-1} (3-1)! (\cos x)^{-3} \cdot \frac{d}{dx}(\cos x)$

$= -2 \frac{1}{\cos^3 x} \cdot \sin x = -2 \frac{\sin x}{\cos^3 x}$

20. $y = \frac{1}{mx+n}$ হলে, $y_3 = ?$

Sol: $y_3 = (-1)^3 \cdot 3! \cdot (mx+n)^{-4} \cdot m^3$

21. $y = \frac{\ln(x)}{x}$ হলে, $y_2 = ?$

Sol: $y = \frac{\ln(x)}{x} \Rightarrow y_1 = \frac{x \cdot \frac{1}{x} - \ln x}{x^2} \Rightarrow y_1 = \frac{1 - \ln x}{x^2}$

$\Rightarrow y_2 = \frac{x^2 \frac{d}{dx}(1 - \ln x) - (1 - \ln x) \frac{d}{dx}x^2}{x^4} = \frac{x^2 \left(-\frac{1}{x} \right) - (1 - \ln x) 2x}{x^4}$

$= \frac{-x - 2x + 2x \ln x}{x^4} = \frac{-3x + 2x \ln x}{x^4} = \frac{2 \ln x - 3}{x^3}$

22. $y = x^3 - 2x^2 + 4$ বক্ররেখার (2, 4) বিন্দুতে স্পর্শক ও অভিলম্বের সমীকরণ বের কর।

Sol: $y = x^3 - 2x^2 + 4 \Rightarrow \frac{dy}{dx} = 3x^2 - 4x$

$\therefore (2, 4)$ বিন্দুতে $\frac{dy}{dx} = 3 \times 4 - 4 \times 2 = 4$

$\therefore (2, 4)$ বিন্দুতে স্পর্শকের সমীকরণ,

$(y - 4) = 4(x - 2) \Rightarrow 4x - y - 4 = 0$

অভিলম্বের সমীকরণ, $(y - 4) = -\frac{1}{4}(x - 2) \Rightarrow x + 4y - 18 = 0$

23. $y = 3x^3 + 2x^2 - 10x + 5$ বক্ররেখার মূলবিন্দুতে ঢাল বা নতির পরিমাণ কত?

Sol: $y = 3x^3 + 2x^2 - 10x + 5 \Rightarrow \frac{dy}{dx} = 9x^2 + 4x - 10$

$\therefore$ মূলবিন্দুতে ঢাল, $\frac{dy}{dx} = -10$ Ans.

24. $y = 2x^3 - 15x^2 + 34x - 20$ বক্ররেখার যেসব বিন্দুতে স্পর্শক $y + 2x = 0$ সরলরেখার সমান্তরাল সেসব বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর।

Sol: $y = 2x^3 - 15x^2 + 34x - 20 \Rightarrow \frac{dy}{dx} = 6x^2 - 30x + 34$

$\therefore$ স্পর্শকগুলো $y + 2x = 0$ রেখার সমান্তরাল $\therefore$ স্পর্শকের ঢাল $= -2$

$\therefore 6x^2 - 30x + 34 = -2 \Rightarrow x^2 - 5x + 6 = 0 \therefore x = 3, 2$

$\therefore x = 3$ হলে, $y = 2 \times 3^3 - 15 \times 3^2 + 34 \times 3 - 20 = 1$

এবং $x = 2$ হলে, $y = 2 \times 2^3 - 15 \times 2^2 + 34 \times 2 - 20 = 4$

$\therefore$ বিন্দুগুলোর স্থানাঙ্ক (3, 1) এবং (2, 4)

25. $f(x) = \frac{x}{\ln x}$ এর সর্বনিম্ন মান কত?

Sol: $f(x) = \frac{x}{\ln x} \Rightarrow f'(x) = \frac{\ln x - 1 - x \cdot \frac{1}{x}}{(\ln x)^2} = \frac{\ln x - 1}{(\ln x)^2}$

$\therefore f'(x) = 0 \Rightarrow \frac{\ln x - 1}{(\ln x)^2} = 0 \Rightarrow \ln x - 1 = 0 \Rightarrow \ln x = 1 \Rightarrow x = e$

$\therefore$ সর্বনিম্ন মান $= \frac{e}{\ln e} = \frac{e}{1} = e$ Ans.

26. m এর মান কত হলে, $y = \tan x(1 - x)$ বক্ররেখার মূলবিন্দুতে স্পর্শকটি x অক্ষের সাথে 60° কোণ উৎপন্ন করবে।

Sol: $y = \tan x - \tan x^2 \Rightarrow \frac{dy}{dx} = m - 2mx$

মূলবিন্দুতে $\frac{dy}{dx} = m - 2m \cdot 0 = m$

শর্তমতে, $\frac{dy}{dx} = \tan 60^\circ \Rightarrow \tan 60^\circ = m \Rightarrow \sqrt{3} = m$

27. $x^y = e^x \rightarrow$ হতে $\frac{dy}{dx}$ নির্ণয় কর।

Sol: $x^y = e^x \Rightarrow y \ln x = x - y$

$\Rightarrow y \cdot \frac{1}{x} + \ln x \frac{dy}{dx} = 1 - \frac{dy}{dx} \Rightarrow \ln x \frac{dy}{dx} + \frac{dy}{dx} = 1 - \frac{y}{x}$

$\Rightarrow \frac{dy}{dx} (1 + \ln x) = \frac{x - y}{x} \therefore \frac{dy}{dx} = \frac{x - y}{x(1 + \ln x)}$ (Ans.)

28. $y = \cos(m \sin^{-1} x)$ হলে প্রমাণ কর যে, $(1 - x^2)y_2 - xy_1 + m^2y = 0$.

Sol: $y = \cos(m \sin^{-1} x) \Rightarrow y_1 = -\sin(m \sin^{-1} x) \cdot m \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - x^2}}$

$\Rightarrow y_1^2 = m^2 \sin^2(m \sin^{-1} x) \cdot \frac{1}{1 - x^2}$

$\Rightarrow y_1^2 (1 - x^2) = m^2 (1 - \cos^2(m \sin^{-1} x)) \Rightarrow y_1^2 (1 - x^2) = m^2 (1 - y^2)$

$\Rightarrow (1 - x^2) 2y_1 y_2 + y_1^2 (-2x) = m^2 (-2yy_1)$

$\Rightarrow (1 - x^2)y_2 - xy_1 + m^2y = 0$ (Proved)

29. যদি $y = x^2 \log x$ হয়, y_2 এর মান কত?

Sol: $y = x^2 \log x \Rightarrow y_1 = x^2 \cdot \frac{1}{x} + 2x \cdot \log x$

$\Rightarrow y_1 = x + 2x \log x \Rightarrow y_2 = 1 + 2x \cdot \frac{1}{x} + 2 \log x$

$\Rightarrow y_2 = 3 + 2 \log x \Rightarrow y_2 = 0 + \frac{2}{x} \Rightarrow y_2 = \frac{2}{x}$ (Ans.)

30. যদি $y^x = x^y$ হয় তাহলে $\frac{dy}{dx}$ এর মান নির্ণয় কর।

Sol: লেভিয়া আছে, $y^x = x^y$

$\ln y^x = \ln x^y \Rightarrow x \ln y = y \ln x$ (i)

x এর সাপেক্ষে উভয় পক্ষকে অন্তরীকরণ করে পাই,

$\frac{d}{dx} (x \ln y) = \frac{d}{dx} (y \ln x)$

$\Rightarrow x \frac{d}{dx} (\ln y) + \ln y \frac{d}{dx} (x) = y \frac{d}{dx} (\ln x) + \ln x \frac{d}{dx} (y)$

$\Rightarrow x \cdot \frac{1}{y} \frac{dy}{dx} + \ln y = y \cdot \frac{1}{x} + \ln x \frac{dy}{dx}$

$\Rightarrow \frac{x}{y} \frac{dy}{dx} - \ln x \frac{dy}{dx} = \frac{y}{x} - \ln y \Rightarrow \frac{dy}{dx} \left(\frac{x}{y} - \ln x \right) = \frac{y}{x} - \ln y$

$\Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{\frac{y}{x} - \ln y}{\frac{x}{y} - \ln x} = \frac{\frac{y - x \ln y}{x}}{\frac{x - y \ln x}{y}} = \frac{y}{x} \cdot \frac{(x \ln y - y)}{(y \ln x - x)}$ (Ans.)



For Practice

01. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3.5^x - 9.5^{-x}}{7.5^x - 6.5^{-x}} = ?$

Ans: $\frac{1}{7}$

02. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{8 - 4x^2}{9x^2 + 5x} = ?$

Ans: $-\frac{4}{9}$

03. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3^{x+1}}{4.3^x - 3^{-x}} = ?$

Ans: $\frac{1}{3}$

04. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+2x} - \sqrt{1-3x}}{x} = ?$

Ans: $\frac{5}{2}$

05. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x + e^{-x} - 2}{x} = ?$

Ans: 0

06. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos ax - \cos bx}{x^2} = ?$

Ans: $\frac{1}{2} (b^2 - a^2)$

07. মূল নিয়মে x এর সাপেক্ষে অন্তরীকরণ কর: a^x

Ans: $a^x \ln a$

08. $y = x \tan^{-1} x$ হলে, $\frac{dy}{dx} = ?$

Ans: $x \cdot \frac{1}{1+x^2} + \tan^{-1} x$

09. $y = \left(\frac{\sin 2x}{1 + \cos 2x} \right)^2$ হলে, $\frac{dy}{dx}$ এর মান কত?

Ans: $2 \tan x \sec^2 x$

10. $y = \sin^2 [\ln(\sec x)]$ হলে, $\frac{dy}{dx} = ?$

Ans: $\sin 2[\ln(\sec x)] \tan x$

11. $x = a \sec^3 \theta$, $y = a \tan^3 \theta$ হলে, $\frac{dy}{dx} = ?$

Ans: $\sin \theta$

12. $x^2 - xy + y^2 = 3$ হলে, $\frac{dy}{dx} = ?$

Ans: $\frac{2x-y}{x-2y}$

13. $y = \sqrt{(\sin x)} + \sqrt{(\sin x)} + \sqrt{(\sin x)} + \dots \infty$ হলে, দেখাও যে,

$\frac{dy}{dx} = \frac{\cos x}{2y-1}$

14. $y = 5^x$ হলে, $y_n = ?$

Ans: $y_n = 5^x (\log_e 5)^n$

15. $y = \tan x + \sec x$ হলে, দেখাও যে, $\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{\cos x}{(1 - \sin x)^2}$

16. $y = e^x \cos x$ হলে, $y_2 = ?$

Ans: $-2 e^x \sin x$

17. $y = x^2 \ln x$ হলে, $\frac{d^3y}{dx^3} = ?$

Ans: $\frac{2}{x}$

18. $\frac{1}{x}$ এর n তম অন্তরক কত?

Ans: $\frac{(-1)^n n!}{x^{n+1}}$

19. $y = \frac{e^x}{x+1}$ হলে, $y_2 = ?$

Ans: $\frac{e^x(1+x^2)}{(x+1)^3}$

20. $y = \sqrt{4 + 3 \sin x}$ হলে, প্রমাণ কর যে, $2y \frac{d^2y}{dx^2} + 2 \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 + y^2 = 4$

21. $3x^2 - 7y^2 + 4xy - 8x = 0$ বক্ররেখাটির $(-1, 1)$ বিন্দুতে অঙ্কিত স্পর্শকের

ঢাল-

Ans: $-\frac{5}{9}$

22. $3x^2 + 7y^2 + 4xy - 8x = 0$ বক্ররেখাটির $(-1, 1)$ বিন্দুতে অঙ্কিত স্পর্শকের

ঢাল-

Ans: 1

23. $y = 4x^2$ পরাবৃত্তের $(-1, 4)$ বিন্দুতে স্পর্শক এবং অভিলেখের সমীকরণ নির্ণয় কর।

Ans: $8x + y + 4 = 0$ (স্পর্শক); $8y - x - 33 = 0$ (অভিলেখ)

24. $y = x(1-x)$ বক্ররেখার যে বিন্দুতে স্পর্শক x অক্ষের সমান্তরাল তার স্থানাঙ্ক

নির্ণয় কর।

Ans: $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{4} \right)$

25. $f(x) = x \ln x$ এর সর্বনিম্ন মান কত?

Ans: $-\frac{1}{e}$

26. $x=1$ বিন্দুতে $f(x) = x^3 - 3x^2 + x$ ফাংশনটির প্রকৃতি নির্ণয় কর।

Ans: ক্রমদ্ব্যসমান

27. t সময়ে কোন কণার দ্বারা অতিক্রান্ত দূরত্ব $s = t^3 - 12t^2 + 6t + 8$ যখন কণার দ্রুত শূন্য তখন এর বেগ কত?

Ans: -42

28. $|0, 4|$ ব্যবধিতে $f(x) = (x-1)(x-2)(x-3)$ ফাংশনের জন্য ল্যাম্বার্টের গুণ মান উপপাদ্যের সত্যতা যাচাই কর।

Part 3 জাতীয় বিশ্ববিদ্যালয় বিগত প্রশ্নোত্তর

01. $y = \tan^{-1} \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$ হলে $\frac{dy}{dx}$ এর মান - [NU-Science : 14-15]

- Ⓐ $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ Ⓑ $\frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$ Ⓒ $\frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$ Ⓓ $\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$ (Ans: A)

02. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$ এর মান - [NU-Science : 13-14]

- Ⓐ 0 Ⓑ ∞ Ⓒ 1 Ⓓ None (Ans: C)

03. $y = x^2 + \frac{1}{x}$ হলে, $x^2 \frac{d^2y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} - 4y = ?$ [NU-Science : 13-14, 06-07]

- Ⓐ 2 Ⓑ ± 5 Ⓒ 1 Ⓓ 0 (Ans: D)

04. যদি $y = 5^x$ হয়, তাহলে, $\frac{dy}{dx}$ সমান - [NU-Science : 12-13, 09-10]

- Ⓐ 5^{x-1} Ⓑ $x5^{x-1}$ Ⓒ $5^x \ln 5$ Ⓓ $5^x \log_5 e$ (Ans: C)

05. $f(x) = -3x^2 - 2x + 1$ এর চরম বিন্দুর স্থানাঙ্ক - [NU-Science : 12-13]

- Ⓐ $(-\frac{1}{3}, \frac{4}{3})$ Ⓑ $(\frac{1}{3}, \frac{4}{3})$ Ⓒ $(\frac{1}{3}, -\frac{4}{3})$ Ⓓ $(\frac{1}{2}, \frac{3}{2})$ (Ans: A)

06. $y = \tan^{-1} \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$ হলে, $\frac{dy}{dx}$ সমান - [NU-Science : 11-12]

- Ⓐ $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ Ⓑ $\frac{1}{1-x^2}$ Ⓒ 0 Ⓓ 1 (Ans: A)

07. $y = \sqrt{\cos 2x}$ হলে, $\frac{dy}{dx}$ সমান - [NU-Science : 10-11]

- Ⓐ $-\frac{\sin 2x}{\sqrt{\cos 2x}}$ Ⓑ $\frac{\cos 2x}{\sqrt{\sin 2x}}$ Ⓒ $\frac{2 \sin x}{\sqrt{\tan x}}$ Ⓓ $\frac{\tan 2x}{\sqrt{\sin 2x}}$ (Ans: A)

08. $y = 3x^2 - 2x + 1$ এর চরম বিন্দুর স্থানাঙ্ক - [NU-Science : 09-10]

- Ⓐ $(-\frac{1}{3}, \frac{4}{3})$ Ⓑ $(\frac{1}{3}, \frac{2}{3})$ Ⓒ $(\frac{1}{3}, -\frac{4}{3})$ Ⓓ (0, 0) (Ans: B)

09. $y = |\sin x|$, $\pi < x < 2\pi$ হলে, $\frac{dy}{dx}$ হবে - [NU-Science : 08-09]

- Ⓐ $\sin x$ Ⓑ $\cos x$ Ⓒ $-\sin x$ Ⓓ $-\cos x$ (Ans: D)

10. যদি $y = ae^{mx} + be^{-mx}$ হয় তবে $y_2 =$ [NU-Science : 07-08]

- Ⓐ my Ⓑ $-my$ Ⓒ m^2y Ⓓ $-m^2y$ (Ans: C)

11. $y^2 = 4x$ সমীকরণের লেখচিত্রের যে-কোন বিন্দুতে $\frac{dy}{dx}$ সমান - [NU-Science : 07-08]

- Ⓐ $\frac{x}{2}$ Ⓑ $\frac{2}{x}$ Ⓒ $\frac{y}{2}$ Ⓓ $\frac{2}{y}$ (Ans: D)

12. $y = \sin^{-1}(\sin x)$ হলে, $\frac{dy}{dx} = ?$ [NU-Science : 06-07, 05-06]

- Ⓐ 1 Ⓑ $\sin x$ Ⓒ $\cos x$ Ⓓ -1 (Ans: A)

13. $y = x \sin x$ হলে, $\frac{d^2y}{dx^2} + y$ কত? [NU-Science : 05-06]

- Ⓐ $\cos x + \sin x$ Ⓑ $\sin x - \cos x$ Ⓒ $2 \sin x$ Ⓓ $2 \cos x$ (Ans: D)

14. $y = \cos(\sqrt{x})$ হলে, $\frac{dy}{dx}$ হবে - [NU-Science : 04-05, 02-03]

- Ⓐ $\sin(\sqrt{x})$ Ⓑ $-\sin(\sqrt{x})$ Ⓒ $-\frac{\sin(\sqrt{x})}{\sqrt{x}}$ Ⓓ $-\frac{\sin(\sqrt{x})}{2(\sqrt{x})}$ (Ans: D)

15. $\frac{d}{dx} \left(\cos^{-1} \frac{1-x^2}{1+x^2} \right)$? [NU-Science : 03-04]

- Ⓐ $-\frac{2}{\sqrt{1+x^2}}$ Ⓑ $\frac{-2}{1+x^2}$ Ⓒ $\frac{2}{\sqrt{1+x^2}}$ Ⓓ $\frac{2}{1+x^2}$ (Ans: D)

16. $x = \cos t$ এবং $y = 1 - \sin t$ হলে, $\frac{dy}{dx} = ?$ [NU-Science : 01-02]

- Ⓐ $-\cot t$ Ⓑ $\cot t$ Ⓒ $\tan t$ Ⓓ $-\tan t$ (Ans: B)

17. $\frac{1 - \sin x}{\cos x}$ এর লিমিট কি যখন $x \rightarrow \frac{\pi}{2}$? [NU-Science : 01-02]

- Ⓐ $\frac{1}{2}$ Ⓑ 0 Ⓒ 2 Ⓓ 1 (Ans: B)

Part 4

জাতীয় বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার উপযোগী বিভিন্ন বিশ্ববিদ্যালয়ের গুরুত্বপূর্ণ বিগত প্রশ্নোত্তর

01. $y = \frac{1}{x}$ হলে, $y_n = ?$ [GST-A: 23-24]

- Ⓐ $\frac{n!}{x^n}$ Ⓑ $\frac{(n-1)!}{x^{(n-1)}}$ Ⓒ $\frac{1}{x^n}$ Ⓓ $\frac{(-1)^n (n!)}{x^{(n+1)}}$ (Ans: D)

02. $\lim_{x \rightarrow \infty} 2^x \sin \frac{y}{2^x} = ?$ [GST-A: 23-24]

- Ⓐ y Ⓑ 2 Ⓒ 2^y Ⓓ ∞ (Ans: A)

03. k -এর কোন মানের জন্য $y = kx(1-x)$ বক্ররেখার মূলবিন্দুতে স্পর্শকটি x -অক্ষের সাথে 30° কোণ উৎপন্ন করে? [GST-A: 23-24]

- Ⓐ $\frac{1}{\sqrt{3}}$ Ⓑ $\sqrt{3}$ Ⓒ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ Ⓓ 1 (Ans: A)

04. $\lim_{x \rightarrow \infty} x^2 \left(\frac{2}{x^4+1} + \frac{3}{x^3+7} + \frac{5}{x^2+1} + \frac{6}{x^2-5} \right)$ এর মান কত? [GST-A: 22-23]

- Ⓐ 8 Ⓑ 10 Ⓒ 11 Ⓓ 16 (Ans: C)

05. $a > 1$ হলে $\frac{d}{dx} (\ln a^x) = ?$ [GST-A: 22-23]

- Ⓐ $\frac{a^x}{\ln a}$ Ⓑ $\ln a$ Ⓒ a^x Ⓓ $x \ln a$ (Ans: B)

06. $e^x = \tan^{-1} x$ হলে $\frac{dx}{dy} = ?$ [GST-A: 22-23]

- Ⓐ $\sqrt{1+x^2} \tan^{-1} x$ Ⓑ $(1+x^2) \tan^{-1} x$ Ⓒ $\sqrt{1-x^2} \tan^{-1} x$ Ⓓ $(1-x^2) \tan^{-1} x$ (Ans: B)

07. x এর কোন মানের জন্য $y = x \ln x$ এর শূন্যমান নির্ণয় করা যাবে? [GST-A : 22-23]

- (A) e (B) $-e$ (C) $\frac{1}{e}$ (D) $-\frac{1}{e}$ (Ans C)

08. যদি $[a, b]$ ব্যবধিতে $f(x)$ একটি অবচিহ্ন ফাংশন হয়, যেখানে $f(a) f(b) > 0$, তবে উক্ত ব্যবধিতে $f(x) = 0$ সমীকরণের বাস্তব মূল থাকবে- [GST-A : 21-22]

- (A) জোড় সংখ্যক (B) মাত্র ২টি
(C) মাত্র ১টি (D) বিজোড় সংখ্যক (Ans C)

09. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{5x} + e^{-5x} - 2}{x^2} =$ কত? [GST-A : 21-22]

- (A) -2 (B) 0 (C) 25 (D) 50 (Ans C)

Part 5

সম্ভাব্য MCQ

01. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{10^x - 2^x - 5^x + 1}{x \tan x} = ?$

- (A) $\ln 5$ (B) $\ln 5(\ln 2)$ (C) $\ln 2$ (D) $\ln 10$ (Ans B)

02. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 \sin 2x}{x^2 + 5} = ?$

- (A) 0 (B) 3 (C) 1 (D) 4 (Ans B)

03. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^{10} - 1024}{x^5 - 32} = ?$

- (A) 0 (B) 64 (C) 2 (D) 32 (Ans B)

04. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(5+x) - \ln(5-x)}{x} = ?$

- (A) $\frac{5}{7}$ (B) $\frac{2}{5}$ (C) 1 (D) 5 (Ans B)

05. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{\tan^{-1}(3x)} = ?$

- (A) 0 (B) $\frac{1}{3}$ (C) 1 (D) 3 (Ans B)

06. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + 3x + 5}{3x^2 + 5x - 6}$ এর মান -

- (A) $\frac{3}{5}$ (B) $-\frac{5}{6}$ (C) $\frac{2}{3}$ (D) $-\frac{2}{3}$ (Ans C)

07. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\cos x}}{\cos x}$ এর মান -

- (A) e (B) 1 (C) $\frac{1}{e}$ (D) 0 (Ans A)

08. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 7x - \sin x}{\sin 6x} = ?$

- (A) $\frac{7}{6}$ (B) $-\frac{7}{6}$ (C) 1 (D) -1 (Ans C)

09. $f(x) = \frac{|x|}{x}$ ফাংশনটি $x = 0$ তে-

- (A) অসীম (B) অবিচ্ছেদ্য
(C) বিচ্ছেদ্য (D) কোনোটিই নয় (Ans C)

10. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - 1}{x^2}$ এর মান কত?

- (A) 1 (B) -1 (C) $\frac{1}{2}$ (D) $-\frac{1}{2}$ (Ans D)

11. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(2x)^2}{x} = ?$

- (A) 1 (B) 2 (C) $\frac{1}{2}$ (D) 0 (Ans D)

12. $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin x}{\pi - x}$ সমান কত?

- (A) π (B) ∞ (C) 1 (D) 0 (Ans C)

13. $\lim_{x \rightarrow 0} (\sec x)^x =$ কোনটি?

- (A) 0 (B) 1 (C) -1 (D) অসংজ্ঞায়িত (Ans B)

14. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + 8}{x + 2}$ এর মান -

- (A) 12 (B) 21 (C) 14 (D) 15 (Ans A)

15. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{x}$ এর মান কত?

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 4 (Ans A)

16. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 4}{2 + x - 4x^2}$ এর মান কত?

- (A) -2 (B) $-\frac{1}{4}$ (C) $\frac{1}{2}$ (D) 1 (Ans B)

17. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+2x} - \sqrt{1-3x}}{x} = ?$

- (A) $\frac{11}{2}$ (B) $\frac{1}{2}$ (C) $\frac{5}{2}$ (D) $\frac{11}{32}$ (Ans C)

18. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1 - \sin x}{\left(\frac{\pi}{2} - x\right)^2} = ?$

- (A) 2 (B) 0.5 (C) 1 (D) 0 (Ans B)

19. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{\sin x}$ কত?

- (A) 1 (B) -1 (C) 0 (D) 2 (Ans C)

20. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - 2}{x^2 - 5x + 6}$ এর মান কোনটি?

- (A) 0 (B) -1 (C) 1 (D) কোনোটিই নয় (Ans B)

21. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin ax}{\sin bx}$ এর মান কত?

- (A) $\frac{a}{b}$ (B) $\frac{b}{a}$ (C) ab (D) কোনটিই নয় (Ans A)

22. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 2}$ এর মান কত?

- (A) 0 (B) -1 (C) 1 (D) ∞ (Ans C)

23. $y = (2x - 3)^3 - 6x$ হলে $\frac{d^2y}{dx^2} = ?$

- (A) $12(2x - 3)$ (B) $24(2x - 3)$
(C) $36(2x - 3)$ (D) $6(2x + 3)$ (Ans B)

24. $y = A \cos x + B \sin x$ হলে, $y_2 =$ কোনটি?

- (A) $-y$ (B) y (C) 0 (D) $(A + B) \sin x$ (Ans A)

25. $\cos 3x$ এর n -তম অন্তরক সহগ কোনটি?

- (A) $3^n \cos\left(\frac{n\pi}{2} + 3x\right)$ (B) $3^n \sin\left(\frac{n\pi}{2} - 3x\right)$
(C) $3^n \cos\left(\frac{n\pi}{2} - 3x\right)$ (D) $3^n \sin 3x$ (Ans A)

26. যদি $y = \frac{\ln x}{x}$ হয়, তবে $x^3 y_2 - 2xy$ এর মান কোনটি?

- (A) -3 (B) -2 (C) -1 (D) 0 (Ans A)

27. $y = \cos x$ হলে, $y_9 =$ কত?

A $\cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$

B $\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$

C $\sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$

D $\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$

Ans A

28. $y = x^2 \ln x$ হলে, $\frac{d^3y}{dx^3} =$ কত?

A $-\frac{x}{2}$

B $\frac{2}{x}$

C $-\frac{2}{x}$

D $\frac{x}{2}$

Ans B

29. $f(x) = \tan^{-1} x$ হলে $f''(0)$ এর মান কত?

A 0

B 1

C $\frac{\pi}{2}$

D $\frac{\pi}{4}$

Ans A

30. x এর কোন মানের জন্য $y = x + \frac{1}{x}$ বক্ররেখাটির ঢাল শূন্য হবে?

A ± 2

B 1

C ± 1

D ± 4

Ans C

31. $y = x^3 + 2x + 6$ বক্ররেখার (0, 6) বিন্দুতে অভিলম্বের সমীকরণ-

A $2x - y + 6 = 0$

B $2x + y + 6 = 0$

C $x - 2y + 12 = 0$

D $x + 2y - 12 = 0$

Ans D

32. মূলবিন্দুতে $y = ax(1 - x)$ বক্ররেখার স্পর্শকের সমীকরণ-

A $ax - y = 0$

B $ax + y = 0$

C $x - ay = 0$

D $x + ay = 0$

Ans A

33. $x^4 - 4x^3 + 4x^2 + 5$ এর লঘিষ্ঠ মান -

A 4

B 5

C 6

D 8

Ans B

34. $f(x) = x + \frac{1}{x}$ ফাংশনের শুরুমান কত?

A 2

B 1

C -2

D -1

Ans C

35. $y = x \ln x$ বক্ররেখার যে বিন্দুতে স্পর্শক x অক্ষের সমান্তরাল সে বিন্দুর স্থানাঙ্ক?

A $(e, -e)$

B $\left(\frac{1}{e}, -\frac{1}{e}\right)$

C $\left(e, -\frac{1}{e}\right)$

D $\left(e, \frac{1}{e}\right)$

Ans B

36. (1, 1) বিন্দুতে $y = e^{\ln\left(x - \frac{1}{x}\right)} - x > 0$ বক্ররেখার ঢাল কত?

A -2

B -1

C 0

D 1

Ans D

37. $y = x^2 - 2x + 1$ হলে কোন বিন্দুতে $\frac{dy}{dx} = 0$ হবে?

A (0, 1)

B (1, 0)

C (-1, 0)

D (0, -1)

Ans B

38. $\frac{d}{dx}\left(\frac{1}{\sqrt{x-3}}\right) =$ কত?

A $-\frac{3}{2}x^{-\frac{5}{2}}$

B $\frac{3}{2}x^{-\frac{1}{3}}$

C $\frac{3}{2}\frac{1}{\sqrt{x}}$

D $\frac{3}{2}\sqrt{x}$

Ans D

39. $y = \cot^{-1} \sqrt{\frac{1+\cos x}{1-\cos x}}$ হলে $\frac{dy}{dx} =$ কত?

A $\frac{1}{4}$

B $\frac{1}{2}$

C $\frac{3}{4}$

D 1

Ans B

40. $y = \sec^{-1} \frac{1+x^2}{1-x^2}$ হলে $\frac{dy}{dx} =$ কত?

A $\frac{1}{1+x^2}$

B $-\frac{1}{1+x^2}$

C $\frac{2}{1+x^2}$

D $-\frac{2}{1+x^2}$

Ans C

41. $(x+y)^2 - xy = 1$ হলে $\frac{dy}{dx} =$ কত?

A $\frac{x+2y}{y+2x}$

B $\frac{2x+y}{x+2y}$

C $\frac{-2x-y}{x+2y}$

D $\frac{-x-2y}{y+2x}$

Ans C

42. $y = \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x-1}}$ হলে, $\frac{dy}{dx} = ?$

A $\frac{1}{\sqrt{x}(\sqrt{x+1})^2}$

B $\frac{-1}{\sqrt{x}(\sqrt{x+1})^2}$

C $\frac{1}{\sqrt{x}(\sqrt{x-1})^2}$

D $\frac{-1}{\sqrt{x}(\sqrt{x-1})^2}$

Ans D

43. $\frac{d}{dx}(x^2 \ln x + x^4 e^x) =$ কত?

A $2x + 4x^3 e^x$

B $x + 2x \ln x + x^3 e^x$

C $x + 2x \ln x + x^3 e^x(x+4)$

D $x(1 + 2 \ln x) + e^x(x+4)$

Ans C

44. θ এর সাপেক্ষে $\frac{1 - \tan \theta}{1 + \tan \theta}$ এর অন্তরক কোনটি?

A $\frac{2 \sec^2 \theta}{(1 - \tan \theta)^2}$

B $\frac{-2 \sec^2 \theta}{(1 + \tan \theta)^2}$

C $\frac{-2 \sec^2 \theta}{(1 - \tan \theta)^2}$

D $\frac{-(1 + \tan \theta)^2}{2 \sec^2 \theta}$

Ans B

45. $f(x) = 2e^x - 3x + 1$ হলে $f'(0) =$ কত?

A 0

B 1

C -1

D 2

Ans C

46. $y = 5x^{-3}e^x$ হলে $y_1 =$ কত?

A $5x^{-4}e^x$

B $5x^{-2}e^x$

C $-15x^{-4}e^x + 5x^{-3}e^x$

D $15x^{-4}e^x - 5x^{-3}e^x$

Ans C

47. $h(x) = \ln(e^{mx} + e^{-mx})$ হলে $h'(0) =$ কত?

A 0

B m

C $\frac{m}{2}$

D $\frac{1}{2}$

Ans A

48. যদি $x = t^3 - t$ এবং $y = \sqrt{3t+1}$ হয় তবে $\frac{dy}{dx} \Big|_{t=1} =$ কত?

A $\frac{1}{8}$

B $\frac{2}{8}$

C $\frac{8}{3}$

D $\frac{3}{4}$

Ans B

49. $\tan(xy) = x$ হলে, $\frac{dy}{dx} =$ কত?

A $\frac{\cos^2(xy)}{x}$

B $\frac{\sec^2(xy) - y}{x}$

C $\frac{\cos^2(xy) - y}{x}$

D $\cos^2(xy)$

Ans C

50. $f(x) = \ln(\ln x)$ হলে, $f'(x) =$ কত?

A $\frac{1}{x}$

B $\frac{1}{\ln x}$

C $\frac{\ln x}{x}$

D $\frac{1}{x \ln x}$

Ans D

51. $y = \frac{(1+x)}{(1-x)}$ হলে, $\frac{dy}{dx}$ এর মান -

A $\frac{-2}{(x-1)^2}$

B $\frac{2}{(1-x)^2}$

C $\frac{2}{(1-x)^2}$

D $\frac{2x}{(1-x)^2}$

Ans C

52. $y = \ln(ax^2)$ হলে, $\frac{dy}{dx} =$ কত?

A $\frac{1}{ax^2}$

B $\frac{2a}{x}$

C $\frac{a}{x^2}$

D $\frac{2}{x}$

Ans D

Part 1

প্রয়োজনীয় সূত্রাবলি

01. $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c$, যখন $n \neq -1$
02. $\int \frac{1}{x^n} dx = -\frac{1}{(n-1)x^{n-1}} + c$
03. $\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + c$
04. $\int e^x dx = e^x + c$
05. $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + c$, $[a > 0, a \neq 1]$
06. $\int \cos x dx = \sin x + c$
07. $\int \sin x dx = -\cos x + c$
08. $\int \sec^2 x dx = \tan x + c$
09. $\int \operatorname{cosec}^2 x dx = -\cot x + c$
10. $\int \sec x \tan x dx = \sec x + c$
11. $\int \operatorname{cosec} x \cot x dx = -\operatorname{cosec} x + c$
12. $\int \frac{1}{2\sqrt{x}} dx = \sqrt{x} + c$
13. $\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx = \sin^{-1} x + c$
14. $\int -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx = \cos^{-1} x + c$
15. $\int \frac{1}{1+x^2} dx = \tan^{-1} x + c$
16. $\int \frac{1}{x\sqrt{x^2-1}} dx = \sec^{-1} x + c$
17. $\int -\frac{1}{x\sqrt{x^2-1}} dx = \operatorname{cosec}^{-1} x + c$
18. $\int \sqrt{\frac{a+x}{a-x}} dx = a \sin^{-1} \frac{x}{a} - \sqrt{a^2-x^2} + c$
19. $\int \sqrt{\frac{a-x}{a+x}} dx = a \sin^{-1} \frac{x}{a} + \sqrt{a^2-x^2} + c$
20. $\int g\{f(x)\} f(x) dx = \int g\{f(x)\} d\{f(x)\} = F\{f(x)\} + c$
21. $\int \{f(x)\}^n f(x) dx = \int \{f(x)\}^n d\{f(x)\} = \frac{\{f(x)\}^{n+1}}{n+1} + c$
22. $\int \frac{1}{\sqrt{f(x)}} f(x) dx = \int \frac{d\{f(x)\}}{\sqrt{f(x)}} = 2\sqrt{f(x)} + c$
23. $\int \frac{f'(x)}{f(x)} dx = \int \frac{d\{f(x)\}}{f(x)} = \ln|f(x)| + c$
24. $\int e^{f(x)} f'(x) dx = e^{f(x)} + c$
25. $\int \cos\{f(x)\} f'(x) dx = \sin\{f(x)\} + c$
26. $\int \sin\{f(x)\} f'(x) dx = -\cos\{f(x)\} + c$
27. $\int \frac{f'(x) dx}{a^2 + \{f(x)\}^2} = \frac{1}{a} \tan^{-1} \frac{f(x)}{a} + c$
28. $\int \frac{f'(x) dx}{f(x) \sqrt{\{f(x)\}^2 - 1}} = \sec^{-1} f(x) + c$
29. $\int \sec^2\{f(x)\} f'(x) dx = \tan\{f(x)\} + c$
30. $\int \operatorname{cosec}^2\{f(x)\} f'(x) dx = -\cot\{f(x)\} + c$
31. $\int \sec\{f(x)\} \tan\{f(x)\} f'(x) dx = \sec\{f(x)\} + c$
32. $\int \operatorname{cosec}\{f(x)\} \cot\{f(x)\} f'(x) dx = -\operatorname{cosec}\{f(x)\} + c$
33. $\int \tan x dx = -\ln(\cos x) + c = \ln(\sec x) + c$
34. $\int \sec x dx = \ln \tan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{x}{2}\right) + c = \ln|\sec x + \tan x| + c$
35. $\int \cot x dx = \ln(\sin x) + c = -\ln \operatorname{cosec} x + c$
36. $\int \operatorname{cosec} x dx = \ln \left| \tan \frac{x}{2} \right| + c = \ln(\operatorname{cosec} x + \cot x) + c$
37. $\int \frac{dx}{a^2 + x^2} = \frac{1}{a} \tan^{-1} \frac{x}{a} + c$
38. $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \sin^{-1} \frac{x}{a} + c$
39. $\int \frac{dx}{x\sqrt{x^2 - a^2}} = \frac{1}{a} \sec^{-1} \frac{x}{a} + c$
40. $\int \frac{dx}{a^2 - x^2} = \frac{1}{2a} \ln \left| \frac{a+x}{a-x} \right| + c$
41. $\int \frac{dx}{x^2 - a^2} = \frac{1}{2a} \ln \left| \frac{x-a}{x+a} \right| + c$
42. $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + a^2}} = \ln(x + \sqrt{x^2 + a^2}) + c$
43. $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 - a^2}} = \ln(x + \sqrt{x^2 - a^2}) + c$
44. $\int \sqrt{a^2 + x^2} dx = \frac{x\sqrt{a^2 + x^2}}{2} + \frac{a^2}{2} \ln(x + \sqrt{x^2 + a^2}) + c$

MCQ Technique

- i. $x^2 + y^2 = a^2$ বৃত্ত দ্বারা আবদ্ধ ক্ষেত্রের একটি চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{\pi a^2}{4}$ বর্গ একক এবং মোট ক্ষেত্রফল $= \pi a^2$ বর্গ একক।
- ii. $y^2 = 4ax$ পরাবৃত্ত এবং উপকেন্দ্রিক লম্বের দ্বারা আবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= \frac{8a^2}{3}$
- iii. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ উপবৃত্ত দ্বারা আবদ্ধ ক্ষেত্রের একটি চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{\pi ab}{4}$ বর্গ একক এবং মোট ক্ষেত্রফল $= \pi ab$ বর্গ একক।
- iv. $y^2 = 4ax$ এবং $x^2 = 4ay$ পরাবৃত্ত দুইটি দ্বারা আবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= \frac{16a^2}{3}$
- v. $x^2 + y^2 = a^2$ বৃত্ত দ্বারা আবদ্ধ ক্ষেত্রের একটি চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{\pi a^2}{4}$ বর্গ একক। মোট ক্ষেত্রফল $= \pi a^2$ বর্গ একক।
- vi. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ উপবৃত্ত দ্বারা আবদ্ধ ক্ষেত্রের একটি চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{\pi ab}{4}$ বর্গ একক। মোট ক্ষেত্রফল $= \pi ab$ বর্গ একক।
- vii. $y^2 = 4ax$ এবং $x^2 = 4by$ পরাবৃত্ত দুইটি দ্বারা আবদ্ধ অংশের ক্ষেত্রফল $= \frac{16ab}{3}$
- viii. $y = k \sin ax$ বা $y = k \cos ax$ এর একটি চাপ এবং x অক্ষ দ্বারা আবদ্ধ অংশের ক্ষেত্রফল $= \frac{2k}{a}$ বর্গ একক।

Part 2

গাণিতিক সমস্যা ও সমাধান

০১. $\int \cos^4 x dx = ?$

Sol: $\frac{1}{4} \int (1 + \cos 2x)^2 dx$
 $= \frac{1}{4} \int (1 + 2\cos 2x + \cos^2 2x) dx$
 $= \frac{1}{4} (x + \sin 2x + \frac{x}{2} + \frac{1}{8} \sin 4x) + c$

০২. $\int \frac{dx}{1 + \sin x}$ নির্ণয় কর।

Sol: $\int \frac{dx}{1 + \sin x} = \int \frac{(1 - \sin x)}{(1 + \sin x)(1 - \sin x)} dx$
 $= \int \frac{1 - \sin x}{1 - \sin^2 x} dx = \int \frac{1 - \sin x}{\cos^2 x} dx = \int \frac{dx}{\cos^2 x} - \int \frac{\sin x}{\cos^2 x} dx$
 $= \int \sec^2 x dx - \int \sec x \tan x dx = \tan x - \sec x + c$

০৩. $\int \frac{e^{5x}}{e^{5x} - 1} dx = ?$

Sol: $\int \frac{e^{5x}}{e^{5x} - 1} dx = \frac{1}{5} \int \frac{d(e^{5x} - 1)}{e^{5x} - 1} = \frac{1}{5} \ln(e^{5x} - 1) + c$

০৪. $\int \frac{dx}{\sqrt{(x-5)(7-x)}} = ?$

Sol: $\int \frac{dx}{\sqrt{(x-5)(7-x)}} = 2 \sin^{-1} \sqrt{\frac{x-5}{7-5}} + c = 2 \sin^{-1} \sqrt{\frac{x-5}{2}} + c$

০৫. $\int \sec^6 x dx = ?$

Sol: $\int \sec^6 x dx = \int \sec^4 x \sec^2 x dx$
 $= \int (1 + \tan^2 x)^2 \sec^2 x dx$; [ধরি, $\tan x = z$, $\sec^2 x dx = dz$]
 $= \int (z^2 + 1)^2 dz = \int (z^4 + 2z^2 + 1) dz$
 $= \frac{1}{5} z^5 + \frac{2}{3} z^3 + z + c = \frac{1}{5} \tan^5 x + \frac{2}{3} \tan^3 x + \tan x + c$

০৬. $\int \frac{\cos x}{(1 - \sin x)^2} dx = ?$

Sol: $\therefore \int (1 - \sin x)^{-2} \cos x dx = \frac{1}{(1 - \sin x)} + c$

০৭. $\int e^x \left\{ \frac{1}{(1-x)} + \frac{1}{(x-1)^2} \right\} dx$

Sol: $e^x \left\{ \frac{1}{1-x} + \frac{1}{(x-1)^2} \right\} dx = e^x \cdot \frac{1}{(1-x)} + c$

০৮. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x dx$ এর মান নির্ণয় কর।

Sol: $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x dx = \frac{1}{2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 - \cos 2x) dx$
 $= \frac{1}{2} \left[x - \frac{\sin 2x}{2} \right]_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{1}{2} \left[\frac{\pi}{2} - \frac{1}{2} \sin \pi \right] = \frac{1}{2} \left[\frac{\pi}{2} - 0 \right] = \frac{\pi}{4}$

০৯. $\int_0^{\ln 2} \frac{e^x}{1 + e^x} dx = ?$

Sol: $\int_0^{\ln 2} \frac{e^x}{1 + e^x} dx = \left[\ln(1 + e^x) \right]_0^{\ln 2}$
 $= \ln(1 + e^{\ln 2}) - \ln(1 + e^0) = \ln 3 - \ln 2 = \ln \frac{3}{2}$

১০. $\int_0^2 f(x) dx = 25$ যদি, $\int_2^{10} \frac{1}{5} f(x-2) dx$ এর মান কত?

Sol: ধরি, $x - 2 = z \Rightarrow dx = dz$

x	2	10
z	0	8

$\frac{1}{5} \int_0^8 f(z) dz = \frac{1}{5} \int_0^8 f(x) dx = \frac{1}{5} \times 25 = 5$

১১. $\int_{-2}^{-1} (x + |x|) dx = ?$

Sol: $\int_{-2}^{-1} (x + |x|) dx = \int_{-2}^{-1} x dx + \int_{-2}^{-1} |x| dx$
 $= \int_{-2}^{-1} x dx + \int_{-2}^{-1} (-x) dx = \int_{-2}^{-1} x dx - \int_{-2}^{-1} x dx = 0$

১২. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{1 + \tan x}$ এর মান নির্ণয় কর।

Sol: $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{1 + \tan x} = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{\cos x + \sin x} dx$
 $= \frac{1}{2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{(\sin x + \cos x) + (\cos x - \sin x)}{(\sin x + \cos x)} dx$
 $= \frac{1}{2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left\{ 1 + \frac{(\cos x - \sin x)}{\cos x + \sin x} \right\} dx = \frac{1}{2} \left[x + \ln(\cos x + \sin x) \right]_0^{\frac{\pi}{2}}$
 $= \frac{1}{2} \left\{ \frac{\pi}{2} + \ln \left(\cos \frac{\pi}{2} + \sin \frac{\pi}{2} \right) - 0 - \ln(\cos 0 + \sin 0) \right\}$
 $= \frac{1}{2} \left(\frac{\pi}{2} + \ln 1 - \ln 1 \right) = \frac{\pi}{4}$

১৩. $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{dx}{1 + \sin x}$ এর মান কত?

Sol: $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{dx}{1 + \sin x} = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{(1 - \sin x) dx}{1 - \sin^2 x} = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1 - \sin x}{\cos^2 x} dx$
 $= \int_0^{\frac{\pi}{4}} (\sec^2 x - \sec x \tan x) dx = [\tan x - \sec x]_0^{\frac{\pi}{4}}$
 $= \tan \frac{\pi}{4} - \sec \frac{\pi}{4} - \tan 0 + \sec 0 = 1 - \sqrt{2} + 1 = 2 - \sqrt{2}$

১৪. $\int_{-\frac{\pi}{4}}^0 \sec^2 x e^{\tan x} dx = ?$

Sol: ধরি, $\tan x = z \Rightarrow \sec^2 x dx = dz$

x	$-\frac{\pi}{4}$	0
z	-1	0

$\therefore \int_{-1}^0 e^z dz = [e^z]_{-1}^0 = e^0 - e^{-1} = 1 - \frac{1}{e}$

15. $\int_0^1 \frac{e^x dx}{1+e^x} = 1$

[Sol.] $\int_0^1 \frac{e^x dx}{1+e^x} = \int_0^1 \frac{d(e^x)}{1+e^x} = [\tan^{-1} e^x]_0^1$
 $= [\tan^{-1} e - \tan^{-1}(e^0)] = \tan^{-1} e - \tan^{-1}(1) = \frac{\pi}{4} - \tan^{-1}(1) = \frac{\pi}{4}$

16. $\int_0^{\pi/2} \cos^2 x \sqrt{\sin x} dx = 1$

[Sol.] $\int_0^{\pi/2} \cos^2 x \sqrt{\sin x} dx = \int_0^{\pi/2} \cos^2 x \sqrt{\sin x} \cos x dx$
 $= \int_0^{\pi/2} (1 - \sin^2 x) \sqrt{\sin x} d(\sin x) = \int_0^{\pi/2} (\sin^{1/2} x - \sin^{5/2} x) d(\sin x)$
 $= \left[\frac{\sin^{3/2} x}{\frac{3}{2}} - \frac{\sin^{7/2} x}{\frac{7}{2}} \right]_0^{\pi/2} = \left(\frac{2}{3} - \frac{2}{7} \right) (1 - 0) = \frac{14}{21} - \frac{6}{21} = \frac{8}{21}$

17. $y' = 2x$ and the boundary is the line $y = 2x$ and the line $x = 2$

[Sol.] $y' = 2x$ and the boundary is the line $y = 2x$ and the line $x = 2$
 The region is bounded by $y = 2x$ and $x = 2$.
 The area is $\int_0^2 (2x - 0) dx = [x^2]_0^2 = 4$
 The area is $\int_0^2 (2x - 0) dx = [x^2]_0^2 = 4$

The area is $\int_0^2 (2x - 0) dx = [x^2]_0^2 = 4$
 $= 4 \left[\frac{x^2}{2} \right]_0^2 = 4 \left[\frac{4}{2} \right] = 4$

The area is $\int_0^2 (2x - 0) dx = [x^2]_0^2 = 4$
 $= \frac{2x^2}{2} \Big|_0^2 = \frac{2 \cdot 4}{2} = 4$

18. $y' = x - 1$ and the boundary is the line $y = x - 1$ and the line $x = 2$

[Sol.] $y' = x - 1$ and the boundary is the line $y = x - 1$ and the line $x = 2$
 The region is bounded by $y = x - 1$ and $x = 2$.
 The area is $\int_0^2 (x - 1) dx = \left[\frac{x^2}{2} - x \right]_0^2 = \left(\frac{4}{2} - 2 \right) - (0 - 0) = 2 - 2 = 0$
 The area is $\int_0^2 (x - 1) dx = \left[\frac{x^2}{2} - x \right]_0^2 = \left(\frac{4}{2} - 2 \right) - (0 - 0) = 2 - 2 = 0$

19. $\int_0^1 \sqrt{1-x^2} dx = \frac{\pi}{4}$

[Sol.] $\int_0^1 \sqrt{1-x^2} dx = \int_0^1 \left(\frac{1}{2} \int_0^1 \sqrt{1-x^2} dx + \frac{1}{2} \int_0^1 \sqrt{1-x^2} dx \right) dx$
 $= \int_0^1 \left(\frac{1}{2} \sqrt{1-x^2} + \frac{1}{2} \sqrt{1-x^2} \right) dx = \int_0^1 \sqrt{1-x^2} dx$
 $= \left[\frac{x}{2} \sqrt{1-x^2} + \frac{1}{2} \sin^{-1} x \right]_0^1 = \left(\frac{1}{2} \sqrt{1-1} + \frac{1}{2} \sin^{-1} 1 \right) - (0 + 0) = \frac{1}{2} \sin^{-1} 1 = \frac{1}{2} \cdot \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{8}$

FOR PRACTICE

01. $\int_0^1 \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} \right) dx = 1$

Ans: $\frac{1}{2} \ln 2 + \frac{1}{2}$

02. $\int_0^1 \frac{\tan^{-1} x}{1+x^2} dx = 1$

Ans: $\frac{\tan^{-1} 1}{2} = \frac{\pi}{4}$

03. $\int_0^1 \sin^2 x \cos^2 x dx = 1$

Ans: $\frac{1}{8} (\sin^2 x - x) = \frac{1}{8} (\sin^2 1 - 1)$

04. $\int_0^1 \frac{1}{1+x^2} dx = 1$

Ans: $\frac{1}{2} \ln \frac{2}{1-x^2} = \frac{1}{2} \ln 2$

05. $\int_0^1 x^2 \cos x^2 dx = 1$

Ans: $\frac{1}{2} \sin x = \frac{1}{2}$

06. $\int_0^1 \frac{dx}{x^2 + 1} = 1$

Ans: $\tan^{-1}(1) = \frac{\pi}{4}$

07. $\int_0^1 \frac{1}{x^2 + 1} dx = 1$

Ans: $\frac{1}{2} \ln 2$

08. $\int_0^1 \frac{dx}{1 + \sin^2 x} = 1$

Ans: $\frac{1}{2}$

09. $\int_0^1 \sin^2 x dx = 1$

Ans: $\frac{\pi}{2}$

10. $\int_0^1 x^2 (\sin x + \cos x) dx = 1$

Ans: $\frac{1}{2}$

11. $\int_0^1 \sqrt{25-x^2} dx = 1$

Ans: $\frac{25\pi}{6}$

12. $\int_0^1 x^2 (1-x^2) dx = 1$

Ans: $\frac{1}{60}$

13. $\sin y(x) = -1(x)$ and $\int_0^1 y(x) dx = \pi$

Ans: 0

14. $\sin \int_0^1 \ln(x) dx = \ln \pi$ and $\int_0^1 \ln(2x) dx = 1$

Ans: 3

15. $\int_0^1 (x-5) dx = \pi$ and $\int_0^1 x dx = \pi$

Ans: 5

16. x and y are such that $y(x) = \int_0^1 \frac{1-x}{1+x} dx$ and $\int_0^1 y(x) dx = \pi$

Ans: 6

17. $\sin \int_0^1 \ln(x) dx = 5$ and $\int_0^1 (\ln(x) + \ln(x^2)) dx = 31$ and $\int_0^1 \ln(x) dx = \pi$

Ans: 3

18. $\int_0^1 (x+2) dx = \pi$ and $\int_0^1 x dx = \pi$

Ans: 25

19. $x^2 + y^2 = 1$ and $y^2 = 1-x$ and $\int_0^1 y(x) dx = \pi$

Ans: $2 \left(\frac{\pi}{4} - \frac{1}{3} \right)$

20. $x = y'$ and $y = x - 2$ and $\int_0^1 y(x) dx = \pi$

Ans: $\frac{9}{2}$

21. $\sin y(x) = y'$ and $y = 2x - 4$ and $\int_0^1 y(x) dx = \pi$

Ans: $\frac{\pi}{2}$

22. $x^2 + y^2 = 1$ and $y^2 = 1-x$ and $\int_0^1 y(x) dx = \pi$

Ans: $\frac{\pi}{2} - \frac{1}{3}$

23. $y' = 1/x$ and $\int_0^1 y(x) dx = \pi$ and $\int_0^1 y(x) dx = \pi$

Ans: $\frac{12\pi}{3}$

24. $y = x$, $y = 0$ রেখা দ্বারা এবং $x^2 + y^2 = 16$ বৃত্ত দ্বারা প্রথম চতুর্ভুজে আবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কত? [NU-Science : 10-11]

Ans: 2π sq. units

25. $y^2 = 16x$ এবং $y = 4x$ দ্বারা আবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কত? Ans: $\frac{2}{3}$ unit²

26. $y^2 = 4x$ এবং $x^2 = 4y$ পরাবৃত্ত দুটি দ্বারা আবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক? Ans: $\frac{16a^2}{3}$

27. $y = 4x - x^2$ বক্ররেখা এবং x অক্ষ দ্বারা বেষ্টিত ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কত? Ans: $\frac{32}{3}$ বর্গ একক

28. $y = x^2$ বক্ররেখা, x অক্ষ এবং $x = 1$, $x = 7$ রেখা দ্বারা সীমাবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কত? Ans: $\frac{342}{3}$

Part 3

জাতীয় বিশ্ববিদ্যালয় বিগত প্রশ্নোত্তর

01. $\int \frac{dx}{e^x + e^{-x}}$ সমান - [NU-Science : 14-15]

- (A) $\frac{1}{2} \ln(e^{2x} + 1) + c$ (B) $\frac{1}{2} \tan^{-1}(e^x) + c$
(C) $\frac{1}{2} \ln(e^{2x} - 1) + c$ (D) $\tan^{-1}(e^x) + c$

(Ans: D)

02. $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \sin^3 x dx$ সমান - [NU-Science : 14-15]

- (A) $\frac{3\pi}{2}$ (B) $\frac{\pi}{2}$ (C) 0 (D) -1

(Ans: C)

03. $\int e^x \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} \right) dx$ এর মান - [NU-Science : 13-14]

- (A) $\frac{1}{x} e^x + C$ (B) $-\frac{1}{x} e^x + C$ (C) $\frac{1}{x^2} e^x + C$ (D) $-\frac{1}{x^2} e^x + C$

(Ans: A)

04. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{1 + \cos x}$ এর মান - [NU-Science : 13-14]

- (A) -1 (B) 0 (C) $\frac{1}{2}$ (D) 1

(Ans: D)

05. $\int_1^e \ln x dx$ এর মান - [NU-Science : 12-13, 10-11, 08-09, 02-03]

- (A) e (B) e-1 (C) e+1 (D) 1

(Ans: D)

06. $f(x) = x^2$, $y = 0$, $x = 0$ ও $x = 3$ রেখা দ্বারা আবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল - [NU-Science : 12-13]

- (A) 3 (B) 4 (C) 6 (D) 9

(Ans: D)

07. $\int \frac{xe^x}{(x+1)^2} dx$ সমান - [NU-Science : 11-12]

- (A) $\frac{x}{x+1} + c$ (B) $\frac{x}{(x+1)^2}$ (C) $\frac{e^x}{x+1} + c$ (D) $\frac{4x}{(x+1)^2} + c$

(Ans: C)

08. $\frac{\tan^{-1} x}{1+x^2}$ এর একটি অনির্দিষ্ট যোগজ - [NU-Science : 10-11]

- (A) $\tan^{-1} x \ln(1+x^2)$ (B) $\frac{1}{2} (\tan^{-1} x)^2$
(C) $\left(\frac{1}{2} \tan^{-1} x \right)^2$ (D) $\frac{1}{2} \tan^{-1} x$

(Ans: B)

09. $y = x(3-x)$ বক্ররেখা এবং x অক্ষ দ্বারা আবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল - [NU-Science : 10-11]

- (A) 3 (B) 9 (C) $\frac{9}{2}$ (D) $\frac{3}{2}$

(Ans: C)

10. $\int \frac{dx}{1 + \cos 2x} = ?$ [NU-Science : 09-10]

- (A) $\log_e(1 + \cos 2x)$ (B) $\frac{1}{2} \log_e(1 + \cos 2x)$
(C) $\tan x$ (D) $\frac{1}{2} \tan x$

(Ans: D)

11. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos \theta - \sin \theta}{\cos \theta + \sin \theta} d\theta$ এর মান - [NU-Science : 06-07]

- (A) 0 (B) 1 (C) -1 (D) $\frac{1}{2}$

(Ans: A)

12. $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{2x-x^2}} = ?$ কত? [NU-Science : 06-07]

- (A) $\frac{\pi}{2}$ (B) 1 (C) 0 (D) $\frac{\pi}{4}$

(Ans: A)

13. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x dx$ এর মান - [NU-Science : 05-06]

- (A) $\frac{\pi}{4}$ (B) $\frac{\pi}{2}$ (C) $-\frac{\pi}{2}$ (D) $-\frac{\pi}{4}$

(Ans: A)

14. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 + \sin x)^2 \cos x dx$ এর মান হবে - [NU-Science : 03-04]

- (A) $\frac{7}{3}$ (B) $\frac{8}{3}$ (C) $\frac{2}{7}$ (D) $\frac{5}{8}$

(Ans: A)

15. $\int \frac{\cos \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx = ?$ [NU-Science : 03-04]

- (A) $2 \sin \sqrt{x} + C$ (B) $\frac{\sin \sqrt{x}}{2} + C$ (C) $-2 \sin \sqrt{x} + C$ (D) $-\frac{\sin \sqrt{x}}{2}$

(Ans: A)

16. যদি $\int \frac{dx}{e^x + e^{-x}} = f(x) + c$ হয় যেখানে c ধ্রুবক, তবে $f(x) = ?$ [NU-Science : 01-02]

- (A) $\log(e^x + e^{-x})$ (B) $\tan^{-1}(e^x)$ (C) $e^x - e^{-x}$ (D) $\frac{1}{e^x - e^{-x}}$

(Ans: B)

Part 4

জাতীয় বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার উপযোগী বিভিন্ন বিশ্ববিদ্যালয়ের গুরুত্বপূর্ণ বিগত প্রশ্নোত্তর

01. $xy - 4 = 0$ অধিবৃত্ত, x -অক্ষ, $x = 1$ এবং $x = e$ রেখা দুইটি দ্বারা সীমাবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক? [GST-A : 23-24]

- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5

(Ans: C)

02. $\int_1^2 \log_e x dx = ?$ [GST-A : 23-24]

- (A) $\log_e 2$ (B) $\log_e 2 - 1$
(C) $2 \log_e 2$ (D) $2 \log_e 2 - 1$

(Ans: D)

03. x -এর কোন মানের জন্য $F(x) = \int_0^x \frac{t-4}{9-t^2} dt$ ফাংশনটির মান বৃহত্তম হবে? [GST-A : 23-24]

- (A) -4 (B) 3 (C) 4 (D) 9

(Ans: C)

04. $2 \int_0^1 \operatorname{cosec} \left(\sin^{-1} \frac{1}{x} \right) dx = ?$ [GST-A : 22-23]

- (A) 2.5 (B) 2.0 (C) 1.5 (D) 1.0

(Ans: D)

05. $3 \int_0^{\pi} \sin 3x e^{\cos 3x} dx = ?$ [GST-A : 22-23]

- (A) $3e$ (B) $1 - e$ (C) $e - 1$ (D) $3e - 1$ (Ans: C)

06. প্রথম চতুর্থাংশে $x^2 + y^2 = 1$ এবং $4x^2 + y^2 = 4$ দ্বারা আবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক? [GST-A : 21-22]

- (A) 2π (B) π (C) $\frac{\pi}{2}$ (D) $\frac{\pi}{4}$ (Ans: D)

07. $\int_0^1 \frac{1-x}{1+x} dx = ?$ [GST-A : 21-22]

- (A) $-\ln\left(\frac{4}{e}\right)$ (B) $\ln\left(\frac{4}{e}\right)$ (C) $-\ln(4e)$ (D) $\ln(4e)$ (Ans: B)

08. $\int_0^2 f(x) dx = 2$ হলে, $\int_1^2 f(1-2x) dx =$ কত? [GST-A : 21-22]

- (A) $\frac{1}{4}$ (B) $\frac{1}{2}$ (C) 1 (D) 4 (Ans: C)

09. যদি $\int \phi(x) dx = \ln(\ln x) + C$ হয়, যেখানে C একটি ধ্রুবক, তবে $\phi(x) = ?$ [GST-A : 20-21]

- (A) $x \ln(\ln x) + x$ (B) $\frac{x}{\ln x}$ (C) $\frac{1}{x \ln x}$ (D) $x \ln x$ (Ans: C)

Part 5

সম্ভাব্য MCQ

01. $\int \frac{dx}{\cos^2 x \sqrt{\tan x}} = ?$

- (A) $\tan x + c$ (B) $2\sqrt{\tan x} + c$
(C) $\sqrt{\sin x} + c$ (D) $2\sqrt{\sin x} + c$ (Ans: B)

02. $\int \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} dx =$ কত?

- (A) $\ln|e^x - e^{-x}| + c$ (B) $\ln|e^x + e^{-x}| + c$
(C) $\ln|e^x - e^x| + c$ (D) $\ln|e^{2x}| + c$ (Ans: B)

03. $\int e^x (\tan x + \sec^2 x) dx =$ কত?

- (A) $e^x \tan x + c$ (B) $e^x \sec^2 x + c$
(C) $-e^x \tan x + c$ (D) $-e^x \sec^2 x + c$ (Ans: A)

04. $\int \frac{x^2}{x^2 - 4} dx =$ কত?

- (A) $\ln \left| \frac{x-2}{x+2} \right| + c$ (B) $\ln \left| \frac{x+2}{x-2} \right| - 5x + c$
(C) $x + \ln \left| \frac{x-2}{x+2} \right| + c$ (D) $2x + \ln \left| \frac{x+2}{x-2} \right| + c$ (Ans: C)

05. $\int 11^z dz =$ কত?

- (A) $z 11^{z+1} + c$ (B) $\frac{11^z}{\ln 11} + c$ (C) $z 11^{z-1} + c$ (D) $\frac{z}{11} + c$ (Ans: B)

06. $\frac{dy}{dx} = \frac{2}{1+x^2}$ হয় তবে y এর মান কোনটি?

- (A) $\cos^{-1} \frac{1-x^2}{1+x^2} + c$ (B) $\sin^{-1} \frac{2x}{1+x^2} + c$
(C) $\frac{-1}{1+x^2} + c$ (D) $2 \tan^{-1} x + c$ (Ans: D)

07. $\int \sin x^0 dx =$ কত?

- (A) $\cos x^0 + c$ (B) $-\cos x + c$
(C) $-\frac{180}{\pi} \cos \frac{\pi x}{180} + c$ (D) $\frac{180}{\pi} \cos \frac{\pi x}{180} + c$ (Ans: C)

08. $\int \frac{\ln(\sec^{-1} x)}{x\sqrt{x^2-1}} dx = f(x) + c$ হলে, $f(x)$ এর মান কত?

- (A) $\frac{(\sec^{-1} x)^2}{2}$ (B) $\sec^{-1} x [\ln(\sec^{-1} x) - 1]$
(C) $\ln|\sec^{-1} x| - 1$ (D) $\frac{1}{\sec^{-1} x} - x$ (Ans: B)

09. $\int e^x (\sin x + \cos x) dx =$ কত?

- (A) $-e^x \sin x + c$ (B) $-e^x \cos x + c$
(C) $e^x \sin x + c$ (D) $e^x \cos x + c$ (Ans: C)

10. $\int_2^9 (x-5) dx = ?$

- (A) 8 (B) -6 (C) 2 (D) 0 (Ans: B)

11. $\int_0^a \frac{1}{\sqrt{a^2-x^2}} dx = ?$

- (A) $\frac{\pi}{3}$ (B) $\frac{\pi}{2}$ (C) $\frac{\pi}{6}$ (D) π (Ans: B)

12. $\int_0^1 \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx = ?$

- (A) $2e$ (B) $2(e-1)$ (C) $\frac{2}{e} - 1$ (D) $1 - \frac{1}{e}$ (Ans: B)

13. $y = x^2$, $x = 1$, $x = 3$ এবং x অক্ষ দ্বারা সীমাবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল-

- (A) $\frac{26}{3}$ (B) $\frac{80}{3}$ (C) $\frac{8}{3}$ (D) $\frac{35}{3}$ (Ans: A)

14. $y = 3x$, x -অক্ষ এবং $x = 2$ দ্বারা সীমাবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল-

- (A) 2 (B) 4 (C) 6 (D) 8 (Ans: C)

15. $y^2 = 4x$ পরাবৃত্ত এবং $y = x$ সরলরেখা দ্বারা আবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কত?

- (A) 3 (B) $\frac{4}{3}$ (C) $\frac{8}{3}$ (D) $\frac{5}{3}$ (Ans: C)

16. যদি $\int_0^4 f(x) dx = 5$ হয়, তবে $\int_1^5 f(x-1) dx$ মান হবে-

- (A) 4 (B) 6 (C) 0 (D) 5 (Ans: D)

17. $\int_0^1 \frac{dx}{1+x^2}$ এর মান কত?

- (A) $\frac{\pi}{4}$ (B) $\frac{\pi}{3}$ (C) $\frac{\pi}{2}$ (D) $\frac{\pi}{6}$ (Ans: A)

18. $\int_0^1 \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} dx$ এর মান-

- (A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{\pi}{\sqrt{2}}$ (C) 1 (D) $\frac{\pi}{2}$ (Ans: C)

19. $\int_0^{\pi} (1 + \cos x)^2 \sin x dx$ এর মান-

- (A) $\frac{8}{7}$ (B) $\frac{5}{8}$ (C) $\frac{2}{7}$ (D) $\frac{7}{3}$ (Ans: D)

20. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{1 + \sin^2 x} dx$ এর মান কোনটি?

- (A) $\frac{\pi}{4}$ (B) $\frac{\pi}{3}$ (C) 2π (D) $\frac{\pi}{6}$ (Ans: A)

21. $\int_0^1 \frac{(\sin^{-1} x)^2}{\sqrt{1-x^2}} dx$ এর মান কোনটি?

- (A) $\frac{\pi}{24}$ (B) $\frac{\pi}{16}$ (C) $\frac{\pi}{8}$ (D) $\frac{\pi}{4}$ (Ans: A)

22. $\int_1^e \frac{1 + \ln x}{x} dx$ এর মান কত?

- (A) $-\frac{1}{2}$ (B) $\frac{1}{2}(e^2 - 1)$ (C) $\frac{3}{2}$ (D) $\frac{1}{2}(1 - e^2)$ (Ans: C)