

MEDISTRY

COLLECTION



You'll find here everything Exactly What You Need.

Join to our Channel to find Academic to Admission

(Medical, Dental, Varsity & Engineering) All types of pdf.

Join to Our Telegram Channel: <https://t.me/MedistrYa>

ভর্তি
সমাধান

GST গুচ্ছ এইচড

Part-1: প্রশ্নব্যাংক [সকল প্রশ্নের নির্ভুল উত্তর, সঠিক ব্যাখ্যা ও প্রশ্ন সংশ্লিষ্ট গুরুত্বপূর্ণ তথ্য]
Part-2: চূড়ান্ত সাজেশন [বিষয়ভিত্তিক]
Part-3: মডেল টেস্ট [ভর্তি পরীক্ষার অনুরূপ]

- > MCQ / Written / Both
- > একক / গুচ্ছ / সমন্বিত পদ্ধতি
- > এক কথায় / সংক্ষিপ্ত / বর্ণনামূলক প্রশ্ন
- > একাদশ-দ্বাদশ / HSC পরীক্ষা
- সকল পরীক্ষার সুদৃঢ় প্রস্তুতিতে- জয়কলি
 - যেমনই হোক এডমিশন টেস্ট
 - জয়কলি'র বই-ই বেস্ট।
- So, জয়কলি'র বই মিস তো চাল মিস

সাধারণ বিশ্ববিদ্যালয়-

- জগন্নাথ বিশ্ববিদ্যালয়, ঢাকা
- ইসলামী বিশ্ববিদ্যালয়, কুষ্টিয়া
- ঝুলনা বিশ্ববিদ্যালয়, ঝুলনা
- বরিশাল বিশ্ববিদ্যালয়, বরিশাল
- কুমিল্লা বিশ্ববিদ্যালয়, কুমিল্লা
- রাবীন্দ্র বিশ্ববিদ্যালয়, সিরাজগঞ্জ
- শেখ হাসিনা বিশ্ববিদ্যালয়, নেতৃত্বেন্দো
- বেগম রোকেয়া বিশ্ববিদ্যালয়, রংপুর
- বঙবন্ধু শেখ মুজিবুর রহমান বিশ্ববিদ্যালয়, ঢিন্ডিগুলি
- জাতীয় কবি কাজী নজরুল ইসলাম বিশ্ববিদ্যালয়, রংপুর

বিজ্ঞান ও প্রযুক্তি বিশ্ববিদ্যালয়-

- শাহজালাল বিজ্ঞান ও প্রযুক্তি বিশ্ববিদ্যালয়, ঢিন্ডিগুলি
- নোয়াখালী বিজ্ঞান ও প্রযুক্তি বিশ্ববিদ্যালয়, নোয়াখালী
- ম্যাজেলান আদানী বিজ্ঞান ও প্রযুক্তি বিশ্ববিদ্যালয়, ঢাকাপুর
- হাজী মোহাম্মদ দানেশ বিজ্ঞান ও প্রযুক্তি বিশ্ববিদ্যালয়, দানেশপুর
- বঙবন্ধু শেখ মুজিবুর রহমান বি. ও এ. বিশ্ববিদ্যালয়, শেখপুর
- বঙবন্ধু শেখ মুজিবুর রহমান ডিজিটাল ইউনিভার্সিটি, গাজীপুর
- বঙবন্ধু শেখ ফজিলাতুন্নেছে মুজিব বি. ও এ. বিশ্ববিদ্যালয়, ঘাসালপুর
- হালোর বিজ্ঞান ও প্রযুক্তি বিশ্ববিদ্যালয়, হালোর
- পাবনা বিজ্ঞান ও প্রযুক্তি বিশ্ববিদ্যালয়, পাবনা
- পুরুষাখালী বিজ্ঞান ও প্রযুক্তি বিশ্ববিদ্যালয়, পুরুষাখালী
- রামামাটি বিজ্ঞান ও প্রযুক্তি বিশ্ববিদ্যালয়, রামামাটি
- চান্দপুর বিজ্ঞান ও প্রযুক্তি বিশ্ববিদ্যালয়, চান্দপুর
- সুন্মামগঞ্জ বিজ্ঞান ও প্রযুক্তি বিশ্ববিদ্যালয়, সুন্মামগঞ্জ

জয়কলি'র বই মানেই নির্ভুল উত্তর, সঠিক ব্যাখ্যা, গুরুত্বপূর্ণ তথ্য, সর্বাধিক MCQ & Written প্রশ্নের সংজ্ঞা-পোছানা উপরাংশেন, শর্টেটেনিল, প্রশ্ন দেখেই দ্রুত উত্তর দেব করার Magic কোশল, মনে শোনেই পূর্ণাঙ্গ প্রশ্নের পূর্ণাঙ্গ প্রস্তুতির জন্য এডিক-সেদিক পরীক্ষায় ব্রহ্মসময়ে পূর্ণাঙ্গ প্রস্তুতির জন্য এডিক-সেদিক হোটচুটি না করে বাসায় বসে জয়কলি'র ১সেট বই নিয়ে প্রস্তুতি নাও, চাল নিশ্চিত।

চাল পাওয়ার কোনো শর্টকাট উপায় নাই। তাই ভর্তি পরীক্ষায় ব্রহ্মসময়ে পূর্ণাঙ্গ প্রস্তুতির জন্য এডিক-সেদিক হোটচুটি না করে বাসায় বসে জয়কলি'র ১সেট বই নিয়ে প্রস্তুতি নাও, চাল নিশ্চিত।

বইটি যেভাবে সাজানো

- পার্ট-১ : বিস্তৃত প্রয়োজন
- পার্ট-২ : বিষয়ভিত্তিক সাজেশন
- পদার্থবিজ্ঞান • রসায়ন • গণিত
- জীববিজ্ঞান • বাল্কা • প্রযুক্তি
- (৪৫ বিষয় প্রয়োজন)
- পার্ট-৩ : মডেল



পরীক্ষা পদ্ধতি-MCQ

- পূর্ণমান-১০০ নম্বর
- 2nd Time-ভর্তি পরীক্ষা দিতে পারবে [HSC 2022 & 2023 এবং SSC 2019, 2020 & 2021 সালে উত্তীর্ণ]

যোগ্যতা-

- SSC + HSC'র Total GPA-8.00
(তবে SSC / HSC তে GPA-3.50 এর কম নয়।)

মানববৰ্তন :

- পদার্থবিজ্ঞান-২৫ নম্বর
- রসায়ন-২৫ নম্বর
- গণিত / জীববিজ্ঞান-২৫
(গণিত / জীববিজ্ঞান বা উভয় বিষয়ে উভয় নিতে পারবে)
- বাংলা / ইংরেজি-২৫
(বাংলা/ ইংরেজি বিষয়ে উভয় নিতে পারবে)

ভর্তি প্রস্তুতিতে ছাত্রদের ১ম চয়েস- জয়কলি'র ১সেট বই।

- ভর্তি পরীক্ষার পূর্ণাঙ্গ প্রস্তুতিতে জয়কলি'র ১সেট বই-ই যথেষ্ট।
- ভর্তিযুক্তে জয়লাভের প্রধান হত্তিয়ার জয়কলি'র ১সেট বই।
- বেস্ট বুক + প্রশ্ন কর্মনের বস বই মানেই জয়কলি'র বই।
- So, জয়কলি'র বই- ভর্তি গাইড বইয়ের বস না পড়লে চাল লস।

বুর্জো-মেডিকেল-বিশ্ববিদ্যালয়ে ভর্তি তোমার যাজের মুঠোয়
প্রয়োজন সঠিক গাইডলাইন+জয়কলি'র ১সেট বই+নিয়মিত অধ্যয়ন

চালেশ নিয়ে কোথি, ভর্তি পরীক্ষার জন্য-

১. জয়কলি'র দেয়ে নির্ভুল ও অলোচনের বই আজও প্রকাশিত হয়েন।
২. জয়কলি'র দেয়ে বের করা প্রশ্ন পত্রে এমন বই ও প্রকাশিত হয়েন।



JOYKOLY
PUBLICATIONS LTD.

HSC পরীক্ষার পরে নয়; বরং একাদশ-দ্বাদশ শ্রেণি থেকেই জয়কলি'র ১সেট বই নিয়ে Advance ভর্তি প্রস্তুতি নাও, চাল নিশ্চিত।

সূচিপত্র

Part-1 : অঞ্চলিক

GST কর বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষা [২০২২-২০২৩]	০৯
GST কর বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষা [২০২১-২০২২]	২১
GST কর বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষা [২০২০-২০২১]	৩০

Part-2 : চূড়ান্ত সাজেশন (বিষয়ভিত্তিক)

পদার্থবিজ্ঞান ১ম পত্র

অধ্যায়-০১ : টোকজগৎ ও পরিমাপ
অধ্যায়-০২ : ভেক্টর
অধ্যায়-০৩ : গতিবিদ্যা
অধ্যায়-০৪ : নিউটনিয়ান বলবিদ্যা
অধ্যায়-০৫ : কাজ, শক্তি ও ক্ষমতা
অধ্যায়-০৬ : মহাকর্ষ ও অভিকর্ষ
অধ্যায়-০৭ : পদার্থের গাঠনিক ধর্ম
অধ্যায়-০৮ : পর্যা঵ৃত্তিক গতি
অধ্যায়-০৯ : তরঙ্গ
অধ্যায়-১০ : আদর্শ গ্যাস ও গ্যাসের গতিতত্ত্ব

পদার্থবিজ্ঞান ২য় পত্র

অধ্যায়-০১ : তাপগতিবিদ্যা
অধ্যায়-০২ : ছির তড়িৎ
অধ্যায়-০৩ : চল তড়িৎ
অধ্যায়-০৪ : তড়িৎ প্রবাহের চৌম্বক ক্লিয়া ও চুরুক্ত
অধ্যায়-০৫ : তাপচৌম্বকীয় আবেশ ও পরিবর্তী প্রবাহ
অধ্যায়-০৬ : জ্যামিতিক আলোকবিজ্ঞান
অধ্যায়-০৭ : স্তোত আলোকবিজ্ঞান
অধ্যায়-০৮ : আধুনিক পদার্থবিজ্ঞানের সূচনা
অধ্যায়-০৯ : পরমাণুর মডেল এবং নিউক্লিয়ার পদার্থবিজ্ঞান
অধ্যায়-১০ : সেমিকন্ডাক্টর ও ইলেক্ট্রনিক্স
অধ্যায়-১১ : জ্যোতির্বিজ্ঞান

রসায়ন প্রথম পত্র

অধ্যায়-০১ : ল্যাবরেটরির নিরাপদ ব্যবহার
অধ্যায়-০২ : উপাত্ত রসায়ন
অধ্যায়-০৩ : মৌলের পর্যায়বৃত্ত ধর্ম ও রাসায়নিক বহন
অধ্যায়-০৪ : রাসায়নিক পরিবর্তন
অধ্যায়-০৫ : কর্মসূচী রসায়ন

রসায়ন ২য় পত্র

অধ্যায়-০১ : পরিবেশ রসায়ন
অধ্যায়-০২ : জৈব রসায়ন
অধ্যায়-০৩ : পরিমাণগত রসায়ন
অধ্যায়-০৪ : তাপ্তিক রসায়ন
অধ্যায়-০৫ : অর্থনৈতিক রসায়ন

গণিত ১ম পত্র

১ম অধ্যায়- মাত্রিক ও নির্ধারিত
২য় অধ্যায়- তেক্লির
৩য় অধ্যায়- সরলরেখা
৪র্থ অধ্যায়- বৃত্ত
৫ম অধ্যায়- বিনাস ও সমাবেশ
৬ষ্ঠ অধ্যায়- ত্রিকোণমিতিক অনুপাত
৭ম অধ্যায়- সংযুক্ত কোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাত
৮ম অধ্যায়- ফাংশন ও ফাংশনের লেখচির
৯ম অধ্যায়- অঙ্গীকরণ
১০ম অধ্যায়- যোগজীকরণ

গণিত ২য় পত্র

১ম অধ্যায়- বাতৰ সংখ্যা ও অসমতা
২য় অধ্যায়- যোগাশ্রয়ী প্রেছামি
৩য় অধ্যায়- জটিল সংখ্যা
৪র্থ অধ্যায়- বহুপদী ও বহুপদী সমীকৰণ
৫ম অধ্যায়- দ্বিপদী বিস্তৃতি
৬ষ্ঠ অধ্যায়- কনিক
৭ম অধ্যায়- বিপরীত ত্রিকোণমিতিক ফাংশন ও ত্রিকোণমিতিক সমীকৰণ
৮ম অধ্যায়- হিতিবিদ্যা
৯ম অধ্যায়- সমতলে বক্তকগার গতি
১০ম অধ্যায়- বিশ্রার পরিমাপ ও সজ্বাবনা

জীববিজ্ঞান ১ম পত্র

অধ্যায়-০১ : কোষ ও এর গঠন
অধ্যায়-০২ : কোষ বিভাজন
অধ্যায়-০৩ : কোষ রসায়ন
অধ্যায়-০৪ : অণুজীব
অধ্যায়-০৫ : শৈৱাল ও ছ্রাক
অধ্যায়-০৬ : ব্রায়োফাইটা ও টেরিডোফাইটা
অধ্যায়-০৭ : নান্দীজী ও আন্তৃজীজী উঙ্গিদ
অধ্যায়-০৮ : টিস্যু ও টিস্যুত্ত্ব
অধ্যায়-০৯ : উঙ্গিদ শারীরতত্ত্ব
অধ্যায়-১০ : উঙ্গিদ প্রজনন
অধ্যায়-১১ : জীবথায়ুক্তি
অধ্যায়-১২ : জীবের পরিবেশ, বিশ্রার ও সংরক্ষণ

জ্যোকলির ১ মেট' বই থেকে বুর্যেট-মেডিকেল-বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষায় প্রায় ১০০% প্রশ্ন কমনের গ্যারান্টি প্রদান।

জীববিজ্ঞান ২য় পত্র

অধ্যায়-০১ : প্রাণীর বিভিন্নতা ও শ্রেণিবিন্যাস	৫৮০
অধ্যায়-০২ : প্রাণীর পরিচিতি	৫৮৭
অধ্যায়-০৩ : মানব শারীরিকত্ব : পরিপাক ও শোষণ	৫৯৪
অধ্যায়-০৪ : মানব শারীরিকত্ব : রক্ত ও সংক্ষালন	৬০১
অধ্যায়-০৫ : মানব শারীরিকত্ব : শ্বসন ও শ্বাসক্রিয়া	৬০৯
অধ্যায়-০৬ : মানব শারীরিকত্ব : বর্জ্য ও নিষ্কাশন	৬১৫
অধ্যায়-০৭ : মানব শারীরিকত্ব : চলন ও অঙ্গচালনা	৬১৯
অধ্যায়-০৮ : মানব শারীরিকত্ব : সমব্যয় ও নিয়ন্ত্রণ	৬২৮
অধ্যায়-০৯ : মানব জীবনের ধারাবাহিকতা	৬৩৫
অধ্যায়-১০ : মানবদেহের প্রতিরক্ষা (ইমিউনিটি)	৬৪০
অধ্যায়-১১ : জিনতত্ত্ব ও বিবর্তন	৬৪৬
অধ্যায়-১২ : প্রাণীর আচরণ	৬৫৪

বাংলা ১ম পত্র

০১. অপরিচিতি	৬৬১
০২. বিলাসী	৬৬১
০৩. আমার পথ	৬৬২
০৪. মানব-কল্যাণ	৬৬৩
০৫. মাসি-পিসি	৬৬৪
০৬. বায়ান্নর দিনগুলো	৬৬৪
০৭. রেইনকোট	৬৬৫
০৮. বাদামার নব্য লেখকদিগের প্রতি নিবেদন	৬৬৬
০৯. গৃহ	৬৬৭
১০. আস্কান	৬৬৭
১১. মহাজাগতিক কিউরেটর	৬৬৮
১২. নেকলেস	৬৬৯
১৩. সোনার তরী	৬৭০
১৪. বিদ্রোহী	৬৭০
১৫. প্রতিদান	৬৭১
১৬. তাহারেই পড়ে মনে	৬৭২
১৭. আঠারো বছর বয়স	৬৭৩
১৮. ফ্রেক্রয়ারি ১৯৬৯	৬৭৩
১৯. আমি কিংবদন্তির কথা বলছি	৬৭৪
২০. বিভীষণের প্রতি মেঘনাদ	৬৭৫
২১. সুচেতনা	৬৭৫
২২. পদ্মা	৬৭৬
২৩. নৃলদীনের কথা মনে পড়ে যায়	৬৭৬
২৪. ছবি	৬৭৭
২৫. লালসালু	৬৭৮
২৬. সিরাজউদ্দোলা	৬৭৯
২৭. বাংলা সাহিত্যের যুগ বিভাগ (প্রাচীন, মধ্য ও আধুনিক যুগ)....	৬৭৯
২৮. বাংলা সাহিত্যের শাখা	৬৮২

বাংলা ২য় পত্র

০১. বাংলা উচ্চারণের নিয়ম	৬৮৫
০২. বাংলা বানানের নিয়ম ও শব্দ শুন্দিবরণ	৬৮৬
০৩. বাংলা ভাষার ব্যাকরণিক শব্দশ্রেণি (পদ)	৬৮৬
০৪. উপসর্গ	৬৮৮
০৫. সমাস	৬৮৯
০৬. বাক্য প্রকরণ	৬৯০
০৭. বাংলা ভাষার অপ্রয়োগ ও শুন্দ প্রয়োগ	৬৯১
০৮. পারিভাষিক শব্দ	৬৯২
০৯. অনুবাদ	৬৯৩
১০. বাংলা ভাষার ধ্বনি ও বর্ণ প্রকরণ	৬৯৪
১১. যুক্ত ব্যঞ্জনবর্ণ	৬৯৫
১২. ধ্বনির পরিবর্তন	৬৯৫
১৩. সক্রি	৬৯৬
১৪. ষ-ত্ত্ব ও ষ-ত্ত্ব বিধান	৬৯৯
১৫. প্রকৃতি ও প্রত্যয়	৭০০
১৬. শব্দের শ্রেণিবিভাগ	৭০২
১৭. কাল, পুরুষ এবং কালের বিশিষ্ট প্রয়োগ	৭০৫
১৮. সমার্থক শব্দ বা প্রতিশব্দ	৭০৬
১৯. বিপরীতার্থিক শব্দ	৭০৭
২০. বাক্য সংক্ষেপণ বা বাক্য সংকোচন	৭০৮
২১. বাগ্ধারা	৭০৯

English

Chapter-01: Noun	৭১১
Chapter-02: Number & Gender	৭১৪
Chapter-03: Adjective	৭১৮
Chapter-04: Verb	৭২০
Chapter-05: Adverb	৭২৫
Chapter-06: Subject-Verb Agreement	৭২৭
Chapter-07: Preposition	৭২৯
Chapter-08: Conjunction	৭৩৩
Chapter-09: Sentence	৭৩৫
Chapter-10: Right form of Verbs	৭৩৯
Chapter-11: Voice	৭৪৩
Chapter-12: Narration	৭৪৭
Chapter-13: Correction	৭৫২
Chapter-14: Miscellaneous	৭৫৫
Chapter-15: Synonym & Antonym	৭৫৮
Chapter-16: Analogy	৭৬৪
Chapter-17: Spelling	৭৬৫
Chapter-18: Group Verbs	৭৬৬
Chapter-19: Phrase & Idiom	৭৭০
Chapter-20: Translation and Proverbs	৭৭৪
Chapter-21: One Word Substitution	৭৭৮
Chapter-22: English Literature	৭৮১
Chapter-23: Comprehension	৭৮৫

Part-3 : মডেল টেস্ট [ভর্তি পরীক্ষার অনুরূপ]

মডেল টেস্ট ৭৮৮

Text Book-এর বিকল্প?

বুয়েট-মেডিকেল-বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষায় Text Book-এর কোনো বিকল্প নেই। প্রতিটি বিষয়ে ১৫/২০টির অধিক Text Book রয়েছে। ভর্তি পরীক্ষায় যেকোনো লেখকের বই থেকে প্রশ্ন আসতে পারে। সেগুলোতে তুমি কোন বইটি পড়ে প্রস্তুতি নিবে? একজন শিক্ষার্থীর পক্ষে এই বল্ল সময়ে অনেক লেখকের বই সংগ্রহ করে তা একই সাথে সময় করে পড়া সম্ভব না। শিক্ষার্থীদের এসব সমস্যার কথা চিন্তা করে বিষয়ভিত্তিক সকল লেখকের বইয়ের গুরুত্বপূর্ণ সকল তথ্য, MCQ / Written প্রশ্ন ও গাণিতিক সমস্যাবলি এবং বিগত সালের সকল প্রশ্ন দিয়ে Step by Step-এ সাজানো হয়েছে জয়কলি'র প্রত্যেকটি বই। তাই ভর্তি পরীক্ষার সহায়ক সেরা Text Book-ই হচ্ছে জয়কলি'র বই। আর ভর্তি প্রস্তুতিতে জয়কলি'র ১সেট বই-ই যথেষ্ট। ভর্তি পরীক্ষার জন্য জয়কলি'র ১সেট [বুয়েট/ মেডিকেল/ বিজ্ঞান/ মানবিক/ ব্যবসায় শিক্ষা] বই পড়লে আর ১০০% প্রশ্ন কমন ও চাঙ নিশ্চিত।

বই-ই শেষ ভরসা!

সকাল থেকে দুপুর কলেজে,
এরপর ব্যাচে প্রাইভেট,
বিকালে কোচিং-এ,
সন্ধ্যায় আবার গৃহশিক্ষক,
এতে কিছু !!!
কিন্তু পড়ার টেবিলে?
কী পড়বে, কেন পড়বে,
কীভাবে পড়বে, কোন অংশটুকু পড়বে
সারা দিনের পড়া?
দরকার কিন্তু একটি ভালো মানের
সাজানো-গোছানো বই।
আর হ্যাঁ, ভর্তি পরীক্ষার জন্য জয়কলি
দিচ্ছে সেই ভালো মানের ও প্রায় ১০০%
প্রশ্ন কমনের গ্যারান্টেড বই।

প্রশ্নব্যাংক

বুয়েট/মেডিকেল/ঢাকা/জাহাঙ্গীরনগর/রাজশাহী/
চট্টগ্রাম/ GST গুচ্ছ/ কৃষি গুচ্ছ/ প্রকৌশল গুচ্ছ
বিশ্ববিদ্যালয়সহ সকল ভর্তি পরীক্ষার জন্য সকল ইউনিটের
প্রশ্নব্যাংক বই জয়কলি পাবলিকেশন্স থেকে প্রকাশিত
হয়েছে। আজই সংগ্রহ করুন।

সতর্কবার্তা

জয়কলি'র বই সম্পর্কে যারা ভুল-ভাল বলে বিভাতি
হচ্ছে তারা হয় জয়কলি'র বইটি পড়েনি কিংবা
তাদের অজ্ঞতা। জয়কলি'র বইয়ের সাফল্যে ও গুণগুণে
ভীত-সত্ত্ব হয়ে তারা একপ অপ্রচার চালাচ্ছে। তারা
তোমার বন্ধু নয়; বরং শত্রু। তাই জয়কলি'র বইটি
পড়ে নিজেই সিদ্ধান্ত নাও।

বুয়েট-মেডিকেল-বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি প্রস্তুতিতে

জয়কলি'র ১সেট বই পড়লে

প্রায় ১০০% প্রশ্ন কমন ও চাঙ নিশ্চিত।

বুয়েট সেট	মেডিকেল সেট
১. বুয়েট গণিত	১. মেডি বায়োলজি
২. বুয়েট পদার্থবিজ্ঞান	২. মেডি রসায়ন
৩. বুয়েট রসায়ন	৩. মেডি পদার্থবিজ্ঞান
৪. বুয়েট আর্কিটেকচার	৪. মেডি English
৫. BUET প্রিলি & প্রকৌশল গুচ্ছ	৫. মেডি GK [সাধারণ জ্ঞান]
৬. বুয়েট প্রশ্নব্যাংক	৬. মেডি প্রশ্নব্যাংক
৭. বুয়েট মডেল টেস্ট	৭. মেডি মডেল টেস্ট
	৮. ডেন্টাল এইড
	৯. আর্মড ফোর্সেস মেডিক্যাল কলেজ

বুয়েট-মেডিকেল-বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি প্রস্তুতিতে ছাত্রদের ১ম চয়েস- জয়কলি'র বই।

03. যদি $R = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ হয়, তবে $R^{-1} = ?$

Solve এখনে $R^T = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} \therefore \text{Adj}(R) = \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}$

আবার, $|R| = (4-6) = -2$

$$\therefore R^{-1} = \frac{\text{Adj}(R)}{|R|} = \frac{1}{-2} \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}$$

04. যদি $\begin{bmatrix} x-y & 1 \\ 7 & x+y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 & 1 \\ 7 & 2 \end{bmatrix}$ হয়, তবে $(x, y) = ?$

Solve $x - y = 8$ এবং $x + y = 2$

$$\therefore 2x = 10 \Rightarrow x = 5$$

আবার, $x - y = 8 \Rightarrow y = -3 \therefore (x, y) = (5, -3)$

05. $\begin{bmatrix} \alpha+2 & 2 \\ 8 & \alpha-4 \end{bmatrix}$ ম্যাট্রিক্সটি ব্যক্তিগতি হবে যদি α এর মান কত?

Solve $\begin{vmatrix} \alpha+2 & 2 \\ 8 & \alpha-4 \end{vmatrix} = 0$

$$\therefore (\alpha+2)(\alpha-4) - 16 = 0$$

$$\Rightarrow \alpha^2 - 4\alpha + 2\alpha - 8 - 16 = 0 \Rightarrow \alpha^2 - 2\alpha - 24 = 0$$

$$\Rightarrow \alpha^2 - 6\alpha + 4\alpha - 24 = 0 \Rightarrow \alpha(\alpha-6) + 4(\alpha-6) = 0$$

$$\Rightarrow (\alpha-6)(\alpha+4) = 0 \therefore \alpha = -4, 6$$

06. $M = \begin{bmatrix} 2 & 2 & -1 \\ 5 & b & 6 \\ -4 & 8 & -5 \end{bmatrix}$ এর Trace, মুখ্যকর্ণ, মুখ্যপদ, মাধ্যমিক কর্ণ,

মাধ্যমিক পদ কত?

(i) Trace-এর মান 1 হলে $b = ?$

(ii) মুখ্যপদের মান -20 হলে, $b = ?$

(iii) মাধ্যমিক পদের মান 8 হলে $b = ?$

Solve Trace = $2 + b - 5 = b - 3$

(i) শর্তমতে, $b - 3 = 1 \Rightarrow b = 4$

(ii) মুখ্যকর্ণ $2, b, -5$ দিয়ে অংকিত কর্ণ।

মুখ্যপদ = $2 \times b (-5) = -10b$

শর্তমতে, $-10b = -20 \Rightarrow b = 2$

(iii) মাধ্যমিক কর্ণ $-4, b, -1$ দিয়ে অংকিত কর্ণ।

মাধ্যমিক পদ = $(-4)b(-1) = 4b$

শর্তমতে, $4b = 8 \Rightarrow b = 2$

07. $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -4 \end{bmatrix}$ হয় তবে দেখাও যে, $A^2 + 3A - 10I = 0$

যেখানে $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

Solve $A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & -6 \\ -9 & 22 \end{bmatrix}$

$$\therefore A^2 + 3A - 10I = \begin{bmatrix} 7 & -6 \\ -9 & 22 \end{bmatrix} + 3 \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 10 & 0 \\ 0 & 10 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 7 & -6 \\ -9 & 22 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 & 6 \\ 9 & -12 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 10 & 0 \\ 0 & 10 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 7 & -6 \\ -9 & 22 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -7 & 6 \\ 9 & -22 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = 0$$

08. $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -4 & 5 & 6 \\ 7 & -8 & 9 \end{vmatrix}$ হলে, 5 এর অনুরাশি কত?

Solve 5 উপাদানটি 2য় কলাম ও 2য় সারিতে অবস্থিত বলে 2য় সারি ও 2য় কলাম বাদ দিয়ে বাকীদের ঘাবা গঠিত নির্ণয়ক হল অনুরাশি।

$$= \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 7 & 9 \end{vmatrix} = 9 - 21 = -12$$

09. $\begin{vmatrix} 1 & x & y+z \\ 1 & y & z+x \\ 1 & z & x+y \end{vmatrix}$ নির্ণয়কটির মান নির্ণয় কর।

Solve $\begin{vmatrix} 1 & x & y+z \\ 1 & y & z+x \\ 1 & z & x+y \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & x & y+z \\ 1 & y & x+y+z \\ 1 & z & x+y+z \end{vmatrix} [c'_3 = c_2 + c_3]$

$$= (x+y+z) \begin{vmatrix} 1 & x & 1 \\ 1 & y & 1 \\ 1 & z & 1 \end{vmatrix} = (x+y+z) \times 0 = 0$$

10. x এর মান বের কর: $\begin{vmatrix} x+4 & 3 & 3 \\ 3 & x+4 & 5 \\ 5 & 5 & x+1 \end{vmatrix} = 0$

Solve $\begin{vmatrix} x+1 & 3 & 3 \\ -x-1 & x+4 & 5 \\ 0 & 5 & x+1 \end{vmatrix} = 0 [c'_1 = c_1 - c_2]$

$$\Rightarrow (x+1) \begin{vmatrix} 1 & 3 & 3 \\ -1 & x+4 & 5 \\ 0 & 5 & x+1 \end{vmatrix} = 0$$

$$\Rightarrow (x+1) \begin{vmatrix} 1 & 3 & 3 \\ 0 & x+7 & 8 \\ 0 & 5 & x+1 \end{vmatrix} = 0 [r'_2 = r_1 + r_2]$$

$$\Rightarrow (x+1) \{(x+7)(x+1) - 40\} = 0$$

$$\Rightarrow (x+1)(x+11)(x-3) = 0$$

$$\therefore x = -1, -11, 3$$

11. $4x + 3y - 2 = 0, 3x + 2y - 4 = 0$ সমীকরণের সমাধান কত?

Solve $D = \begin{vmatrix} 4 & 3 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = 8 - 9 = -1$

এবং $D_x = \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 2 \end{vmatrix} = -12 + 4 = -8$

$$\therefore x = \frac{D_x}{D} = \frac{-8}{-1} = 8 \text{ আবার, } D_y = \begin{vmatrix} 4 & 2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = 16 - 6 = 10$$

$$\therefore y = \frac{D_y}{D} = \frac{10}{-1} = -10$$

$$\therefore (x, y) = (8, -10)$$

যদি $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 5 \end{pmatrix}$ এবং $C = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 0 \end{pmatrix}$ হয়, তবে দেখাও যে,

$$(AB)C = A(BC).$$

Solve

$$AB = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3-0 & 6-2 & 9-10 \\ 1-0 & 2-2 & 3-10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 4 & -1 \\ 1 & 0 & -7 \end{pmatrix}$$

$$BC = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2-6+0 \\ 0-3+0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ -3 \end{pmatrix}$$

$$\text{কল্পক} = (AB)C = \begin{pmatrix} 3 & 4 & -1 \\ 1 & 0 & -7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6-12-0 \\ 2-0-0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\text{কল্পক} = A(BC) = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -4 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -12+6 \\ -4+6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\therefore (AB)C = A(BC) \text{ (দেখানো হলো)}$$

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -4 & 2 \\ -2 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \text{ এবং } B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 5 & -4 \\ 3 & 7 & -5 \end{pmatrix} \text{ হলে, } AB \text{-এর মান নির্ণয় কর।}$$

$$\text{Solve } AB = \begin{pmatrix} 3 & -4 & 2 \\ -2 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 5 & -4 \\ 3 & 7 & -5 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 3-8+6 & 6-20+14 & -6+16-10 \\ -2+2+0 & -4+5+0 & 4-4+0 \\ -1-2+3 & -2-5+7 & 2+4-5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} 8 & 4 & -1 \\ 0 & 1 & 3 \\ 5 & 4 & 8 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -4 & 6 & 2 \\ 1 & 3 & 7 \\ 5 & 4 & 1 \end{pmatrix} \text{ হলে, } 3A - 5B \text{ নির্ণয় কর।}$$

$$\text{Solve } 3A - 5B = 3 \begin{pmatrix} 8 & 4 & -1 \\ 0 & 1 & 3 \\ 5 & 4 & 8 \end{pmatrix} - 5 \begin{pmatrix} -4 & 6 & 2 \\ 1 & 3 & 7 \\ 5 & 4 & 1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 24 & 12 & -3 \\ 0 & 3 & 9 \\ 15 & 12 & 24 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -20 & 30 & 10 \\ 5 & 15 & 35 \\ 25 & 20 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 24+20 & 12-30 & -3-10 \\ 0-5 & 3-15 & 9-35 \\ 15-25 & 12-20 & 24-5 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 44 & -18 & -13 \\ -5 & -12 & -26 \\ -10 & -8 & 19 \end{pmatrix}$$

$$\text{দেখাও যে, } A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -4 \\ 3 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -2 \end{pmatrix} \text{ একটি শূন্যাতি ম্যাট্রিক্স এবং শূন্যাতির সূচক নির্ণয় কর।}$$

$$\text{Solve } A^2 = A \cdot A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -4 \\ 3 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 0 & -4 \\ 3 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 4+0-4 & 0+0+0 & -8+0+8 \\ 6+0+0 & 0+0+0 & -12+0+0 \\ 2+0-2 & 0+0+0 & -4+0+4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 6 & 0 & -12 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$A^3 = A^2 \cdot A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 6 & 0 & -12 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 0 & -4 \\ 3 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 0+0+0 & 0+0+0 & 0+0+0 \\ 12+0-12 & 0+0+0 & -24+0+24 \\ 0+0+0 & 0+0+0 & 0+0+0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = 0$$

$$\therefore A^3 = 0 \text{ অর্থাৎ } A \text{ ম্যাট্রিক্সটি শূন্যাতি এবং শূন্যাতির সূচক} = 3$$

	পদ্ধতি	পদার্থ	ক্লাসিক
বইয়ের সংখ্যা	100	125	110
গতি বইয়ের মূল্যমূল্য (টাকায়)	60.00	90.00	85.00
গতি বইয়ের বিজ্ঞয়মূল্য (টাকায়)	70.00	102.00	96.00

Solve মনে করি, P ও Q যথাক্রমে বইয়ের সংখ্যার ম্যাট্রিক্স ও শাস্তি ম্যাট্রিক্স। তাহলে, $P = [100 \ 125 \ 110]$,

$$Q = \begin{bmatrix} 70.00 - 60.00 \\ 102.00 - 90.00 \\ 96.00 - 85.00 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10.00 \\ 12.00 \\ 11.00 \end{bmatrix}$$

$$\text{এখন, } PQ = [100 \ 125 \ 110] \begin{bmatrix} 10.00 \\ 12.00 \\ 11.00 \end{bmatrix}$$

$$= [1000.00 + 1500.00 + 1210.00] = [3710.00]$$

\therefore মোট লাভ = 3710.00 টাকা

17. যদি $A = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ এবং $AB = \begin{bmatrix} 10 & 17 \\ 4 & 7 \end{bmatrix}$ হয়, তবে B ম্যাট্রিক্স নির্ণয় কর।

Solve $|A| = 4 - 6 = -2$

$$A^{-1} = \frac{1}{-2} \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ -2 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & \frac{3}{2} \\ 1 & -2 \end{bmatrix} \quad AB = \begin{bmatrix} 10 & 17 \\ 4 & 7 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow B = A^{-1} \begin{bmatrix} 10 & 17 \\ 4 & 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & \frac{3}{2} \\ 1 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 10 & 17 \\ 4 & 7 \end{bmatrix} \therefore B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$$

18. প্রমাণ কর : $\begin{vmatrix} x & y & z \\ x^2 & y^2 & z^2 \\ x^3-1 & y^3-1 & z^3-1 \end{vmatrix} = (xyz-1)(x-y)(y-z)(z-x)$

$$\text{Solve} \quad \text{বায়পক} = \begin{vmatrix} x & y & z \\ x^2 & y^2 & z^2 \\ x^3-1 & y^3-1 & z^3-1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x^2y^2z^2 \\ x^3y^3z^3 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} x^2y^2z^2 \\ x^3y^3z^3 \end{vmatrix}$$

$$= xyz \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x & y & z \\ x^2 & y^2 & z^2 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} x^2y^2z^2 \\ x^3y^3z^3 \end{vmatrix}$$

$$= xyz \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x & y & z \\ x^2 & y^2 & z^2 \end{vmatrix} = (xyz-1) \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x & y & z \\ x^2 & y^2 & z^2 \end{vmatrix}$$

$$= (xyz-1) \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ x & y-x & z-y \\ x^2 & y^2-x^2 & z^2-y^2 \end{vmatrix} \left[\begin{array}{l} c_2' = c_2 - c_1 \\ c_3' = c_3 - c_2 \end{array} \right]$$

$$= (xyz-1) \begin{vmatrix} y-x & z-y \\ y^2-x^2 & z^2-y^2 \end{vmatrix} = (xyz-1)(y-x)(z-y)(z+x-y)$$

$$= (xyz-1)(y-x)(z-y)(z-x)$$

$$= (xyz-1)\{(x-y)\{(y-z)\{(z-x)\}\}\}$$

$$= (xyz-1)(x-y)(y-z)(z-x) = \text{ডানপক্ষ (Proved)}$$

19. যদি $\begin{vmatrix} x-3 & 1 & -1 \\ -1 & x-5 & 1 \\ -1 & 1 & x-3 \end{vmatrix} = 0$ হয়, x এর মানসমূহ নির্ণয় কর।

$$\text{Solve} \quad \begin{vmatrix} x-3 & 1 & -1 \\ -1 & x-5 & 1 \\ -1 & 1 & x-3 \end{vmatrix} = 0$$

$$\Rightarrow (x-3)(x^2-3x-5x+14) + 1(-1-x+3) - 1(1+x-5) = 0$$

$$\Rightarrow (x-3)(x^2-8x+14) - 2(x-3) = 0$$

$$\Rightarrow (x-3)(x^2-8x+12) = 0$$

$$\Rightarrow (x-3)(x-2)(x-6) = 0 \therefore x = 2, 3, 6 \text{ Ans:}$$

For Practice

01. বিপরীত ম্যাট্রিক্সের সাহায্যে সমাধান কর :

$$x + y + z = 6, x - 2y + 2z = 3, 2x + y - z = 1$$

Ans: (x,y,z) = (1,2,3)

02. A ও B ম্যাট্রিক্সমের মাত্রা যথাক্রমে m × p এবং p × n হলে, AB ম্যাট্রিক্সের মাত্রা কত হবে? Ans: m × n

03. যদি $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 4 \\ 6 \\ -1 \end{bmatrix}$ এবং $C = [1 \ 2 \ -5 \ 6]$ হয় তবে

দেখাও যে, $(AB)C = A(BC)$

04. $\begin{bmatrix} 2 & 5 & 7 \\ 6 & 8 & -9 \\ 4 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -6 & 8 & -x \\ 2 & y & -9 \\ 1 & z & 21 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 & 13 & 7 \\ 8 & 8 & -18 \\ 5 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ হলে, x, y ও z এর মান কত? Ans: (x, y, z) = (0, 0, 0)

05. $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 2 & 3 & -1 \\ 5 & 2 & 1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} -1 & 3 & 2 \\ 4 & -2 & 5 \\ 6 & 1 & -3 \end{bmatrix}$ হলে প্রমাণ কর, $(AB)' = B'A'$

06. একটি বই-এর দেরিকানে 10 ডজন গগিতের বই, 4 ডজন পদাৰ্থ বিদ্যার বই এবং 5 ডজন রসায়ন বিদ্যার বই আছে। যদি তাদের বিভিন্ন মূল্য যথাক্রমে প্রতিটি 8.30 টাকা, 3.45 টাকা ও 4.50 টাকা। সব বই বিক্রয় হলে, মোট মূল্য কত হবে? Ans: 133.10 টাকা

07. যদি $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$ এবং $f(x) = 3x^2 - 5x + 6$ হয়, তবে $f(A)$ নির্ণয় কর। Ans: $\begin{bmatrix} 1 & -1 & -3 \\ -1 & 1 & -10 \\ -5 & 4 & 4 \end{bmatrix}$

08. $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 2 & 0 & 3 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$ হলে, $A^3 - 2A^2 + A - 2I$ নির্ণয় কর। Ans: $\begin{bmatrix} 5 & 15 & 10 \\ 10 & 0 & 15 \\ 5 & -5 & 5 \end{bmatrix}$

09. যদি $A = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 4 & -1 \end{bmatrix}$ হয়, তবে $A^{-1} = ?$ Ans: $\frac{1}{10} \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ -4 & 2 \end{bmatrix}$

10. $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 1 \\ 2 & -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & 1 \\ -1 & z \\ y & -3 \end{bmatrix}$ হলে, (x, y, z) = ? Ans: (3, 4, 3)

Part 3

GST গুচ্ছ/গুচ্ছভুক্ত বিশ্ববিদ্যালয়ের বিগত বছরের প্রযোজন

01. A এবং $(A^T + B)C$ ম্যাট্রিক্স দুইটির তত্ত্ব যথাক্রমে 4×5 এবং 5×2 হলে
C ম্যাট্রিক্স এর তত্ত্ব কী হবে? [GST-A : 22-23].

A 4×2 B 4×3
 C 4×4 D 4×5

A Solve A এর তত্ত্ব $= 4 \times 5 \Rightarrow A^T$ এর তত্ত্ব $= 5 \times 4$
 B এর তত্ত্ব হবে $= 5 \times 4 \therefore (A^T + B)$ এর তত্ত্ব $= 5 \times 4$
 $(A^T + B)C = 5 \times 2 \Rightarrow (5 \times 4)C = 5 \times 2$
 C ম্যাট্রিক্সের সারি 4 এবং কলাম 2 না হলে $(5 \times 4)C$ গুণন সম্ভব নয় এবং
 শৃঙ্খলের মাত্রা 5×2 পাওয়া সম্ভব নয়।
 $\therefore C$ এর তত্ত্ব $= 4 \times 2$

1. $\text{tr}(BA)$ এর সর্বোচ্চ মান হবে-[GST-A : 21-22]

(A) 0 (B) 1 (C) 6 (D) 9

Solve $\therefore \text{tr}(BA)$ এর সর্বোচ্চ মান পেতে হবে, তাই

প্রশ্নমতে, $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ এবং $B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$

$\therefore BA = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 3 \\ 3 & 3 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}$

$\therefore \text{tr}(BA) = 3 + 3 = 6$

A - 1 হলে, $\begin{vmatrix} 1 & i^3 & 1+i^3 \\ i^3 & 1 & i^3+i^3 \\ i^3+i^3 & i^3 & 1 \end{vmatrix} = ?$ [GST-A : 20-21]

Ⓐ 0 Ⓑ 1 Ⓒ i Ⓓ -i

B [Solve] $\begin{vmatrix} 1 & i & i+i^3 \\ i & 1 & i^3+i^3 \\ i^3+i^3 & i & i-i \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & -i & i+(-i) \\ -i & 1 & -i+i \\ -i+i & i & i-i \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & -i & 0 \\ -i & 1 & 0 \\ -i & i & 0 \end{vmatrix} = 0$

Shortcut: $\begin{vmatrix} i & i^3 & i+i^3 \\ i^3 & i^5 & i^3+i^5 \\ i^5 & i^7 & i^5+i^7 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} i+i^3-i-i^3 & i^3+i^5-i^3-i^5 & i^3+i^7 \\ i^3+i^5-i^3-i^5 & i^5+i^7-i^5-i^7 & i^5+i^7 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} = 0$

$C_1 = C_1 + C_2 - C_3$

 $\begin{vmatrix} 0 & i^3 & i+i^3 \\ 0 & i^5 & i^3+i^5 \\ 0 & i^7 & i^5+i^7 \end{vmatrix} = 0$

$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -3 \end{pmatrix}$ এবং $A^2 + 2A - 11X = 0$ হলে, X এর মান কত? [KUA : 19-20]

Ⓐ $\begin{pmatrix} 11 & 0 \\ 0 & 11 \end{pmatrix}$ Ⓑ $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ Ⓒ $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ Ⓓ $\begin{pmatrix} 13 & 0 \\ 0 & -13 \end{pmatrix}$

B [Solve] $A^2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 & -2 \\ -8 & 17 \end{pmatrix}$

$2A = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & -6 \end{pmatrix}$

$\therefore A^2 + 2A - 11X = 0 \Rightarrow 11X = A^2 + 2A$

$\Rightarrow 11X = \begin{pmatrix} 9 & -2 \\ -8 & 17 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & -6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11 & 0 \\ 0 & 11 \end{pmatrix}$

$\Rightarrow X = \frac{1}{11} \begin{pmatrix} 11 & 0 \\ 0 & 11 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

যদি $\begin{vmatrix} 2x-y & 5 \\ 3 & y \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 6 & 5 \\ 3 & 2 \end{vmatrix}$ হয়, তবে x = ? [CoU-A : 18-19]

Ⓐ 0 Ⓑ 1 Ⓒ 2 Ⓓ 3

B [Solve] $\begin{vmatrix} 2x-y & 5 \\ 3 & y \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 6 & 5 \\ 3 & 2 \end{vmatrix}$

$\Rightarrow 2x-y=6$ এবং $y=2 \Rightarrow 2x-2=6 \Rightarrow 2x=8 \Rightarrow x=4$

কৃতিসম ম্যাট্রিক্সের ক্ষেত্রে কোনটি সত্য? [CoU-A : 18-19]

Ⓐ $a_{ij} = a_{ji}$ Ⓑ $a_{ij} = -a_{ji}$ Ⓒ $a_{ii} = a_{jj}$ Ⓓ $a_{ij} \neq a_{ji}$

B [Solve] কৃতিসম ম্যাট্রিক্সের ক্ষেত্রে $a_{ij} = -a_{ji}$ হবে।

কৃতি A ও B দুটি ম্যাট্রিক্স হয়, তবে $(AB)^t = ?$ [IU-D : 19-20]

Ⓐ AB Ⓑ BA Ⓒ $B^t A^t$ Ⓓ $A^t B^t$

C [Solve] $(AB)^t = B^t A^t$

k-এর ক্ষেত্রে মানের জ্যাম্যাট্রিক্সটি একটি বিপরীত ম্যাট্রিক্স। [IU-D : 19-20]

Ⓐ -4 Ⓑ 4 Ⓒ $\sqrt{2}$ Ⓓ ± 4

D [Solve] বিপরীত ম্যাট্রিক্স হবে যদি $\begin{vmatrix} \sqrt{k} & 2 \\ 8 & k\sqrt{k} \end{vmatrix} = 0$

$\Rightarrow k^2 - 16 = 0 \Rightarrow k^2 = 16 \Rightarrow k = \pm 4$

$[x \ y], \begin{bmatrix} a & h \\ h & b \end{bmatrix}$ এবং $\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$ ম্যাট্রিক্সগুলোর গুণফল হবে। [BRUR-E : 19-20]

Ⓐ $[x^2 a + xyh \ xyh + y^2 b]$ Ⓑ $[x^2 a + 2xyh + y^2 b]$

Ⓒ $[x^2 a + xyh \ xyh + y^2 b]$ Ⓓ $[2x^2 a + xyh + 2y^2 b]$

B [Solve] $[x \ y] \begin{bmatrix} a & h \\ h & b \end{bmatrix} = [ax + hy \ hx + by]$

$[ax + hy \ hx + by] \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = [ax^2 + hxy + hxy + by^2]$

$= [ax^2 + 2hxy + by^2]$

10. A, B এবং C ম্যাট্রিক্সগুলোর মাত্রা স্বতন্ত্রে 4 × 5, 5 × 4 এবং 4 × 2 হলে $(A^T + B)C$ ম্যাট্রিক্স এর মাত্রা হবে। [BRUR-E : 19-20]

Ⓐ 5 × 4 Ⓑ 4 × 2 Ⓒ 5 × 2 Ⓓ 2 × 5
E [Solve] A^T এর মাত্রা = 5 × 4, B এর মাত্রা = 5 × 4
 $\therefore (A^T + B)C$ এর মাত্রা = 5 × 2

11. যদি A একটি 3 × 3 ম্যাট্রিক্স এবং $|A| = -7$ হয়, তাহলে $|(2A)^{-1}|$ এর মান [BRUR-E : 19-20]

Ⓐ $-\frac{1}{14}$ Ⓑ $-\frac{1}{56}$ Ⓒ $-\frac{8}{7}$ Ⓓ $-\frac{2}{7}$
B [Solve] $|(2A)^{-1}| = \frac{1}{|2A|}$

$|2A| = 2^3 |A| = 8 \times (-7) = -56 \therefore |(2A)^{-1}| = \frac{1}{-56}$

12. $\begin{bmatrix} a+4 & 6 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$ একটি ব্যক্তিগত ম্যাট্রিক্স হবে, যদি a এর মান — হয়। [JKKNIU-B : 19-20]

Ⓐ 3 Ⓑ 4 Ⓒ 8 Ⓓ 10
B [Solve] $\begin{vmatrix} a+4 & 6 \\ 4 & 3 \end{vmatrix} = 0$
 $\Rightarrow 3(a+4) - 24 = 0 \Rightarrow a+4-8=0 \therefore a=4$

13. যদি $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ হয়, তবে $A^T = ?$ [JKKNIU-B : 19-20]

Ⓐ $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ Ⓑ $\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$ Ⓒ $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ Ⓓ $\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$

A [Solve] $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \Rightarrow A^T = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$

14. নিচের কোন ম্যাট্রিক্সের বিপরীত ম্যাট্রিক্স নেই। [JKKNIU-B : 19-20]

Ⓐ $\begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 6 \end{bmatrix}$ Ⓑ $\begin{bmatrix} 4 & -2 \\ -1 & 6 \end{bmatrix}$ Ⓒ $\begin{bmatrix} 6 & 4 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ Ⓓ $\begin{bmatrix} -3 & 1 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$

C [Solve] Option (C) হতে পাই, $\begin{bmatrix} 6 & 4 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 6 & 4 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} = 12 - 12 = 0$

\therefore Option (C) এর বিপরীত ম্যাট্রিক্স নেই।

15. ক্ষেমারের প্রক্রিয়ায় $2x + 3y = 5$ ও $5x - 2y = 3$ সমীকরণ জোটের সমাধান করতে Δx এর মান কত? [JKKNIU-B : 19-20]

Ⓐ -19 Ⓑ 19 Ⓒ 15 Ⓓ -15
A [Solve] $\Delta x = \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 5 & -2 \end{vmatrix} = -4 - 15 = -19$

16. $\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$ মেট্রিক্সে a_{ij} এর সহশূণক A_{ij} হলে, $a_{21}A_{11} + a_{22}A_{12} + a_{23}A_{13}$ এর মান কত? [SUST-B : 19-20]

Ⓐ $a_{22}a_{11}a_{33}$ Ⓑ $a_{21}a_{12}a_{33}$ Ⓒ $a_{23}a_{11}a_{32}$ Ⓓ 1 Ⓓ 0
E [Solve] A_{11}, A_{12}, A_{13} নির্ণয়কর্তির ১ সারির উপাদানগুলোর সহশূণক।

\therefore নির্ণয়কর্তির অপর সারির উপাদান a_{21}, a_{22}, a_{23} ঘরা ঘণ করে যোগ করলে মান = 0 হবে। $\therefore a_{21}A_{11} + a_{22}A_{12} + a_{23}A_{13} = 0$

17. যদি মেট্রিক্স $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ এবং মেট্রিক্স $AB = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ হয়, তবে মেট্রিক্স B কোনটি? [SUST-A : 19-20]

Ⓐ $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ Ⓑ $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ Ⓒ $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$
E [Solve] $A^{-1} = \frac{1}{1+2} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$

এখন, $AB = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1}AB = A^{-1} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$

$\Rightarrow B = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -3 & -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}$

$$A = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \text{ एवं } B = (2 \ 3 \ 4) \text{ हल, } AB = ?$$

$$B = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 4 & 6 & 8 \\ 6 & 9 & 12 \end{pmatrix}$$

Digitized by srujanika@gmail.com

$$P = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -5 \end{bmatrix} \text{ হলে, } P^2 = \text{কত?}$$

8 [4 1]
8 [9 25]

$$\textcircled{D} \begin{bmatrix} 7 & -3 \\ -9 & 16 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y & x \\ 5 & x \end{bmatrix}$$

$$\textcircled{A} (-3, 1) \quad \textcircled{B} \left(\frac{1}{3}, 11\right) \quad \textcircled{C} \left(-\frac{1}{3}, 11\right)$$

$$\hat{B} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 0 \end{bmatrix}$$

$$\textcircled{3} \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$$

[4] ৰাকিবী হল ৩ গুণ কত? [৫]

$$\textcircled{A} \quad 0, 1$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 3 & -4 \end{bmatrix} \text{ এবং } \lambda A = \begin{bmatrix} 0 & 3a \\ 2b & 24 \end{bmatrix} \text{ হলে } (\lambda, a, b)$$

$$\textcircled{A} (-6, -4,$$

କୋଣ ମାନେର ଜନ୍ୟ 4 7 5 ଯାତ୍ରିକ୍ଷାଟି ପ୍ରତିସମ୍ମ

Ⓐ-6

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \end{bmatrix} \text{ एवं } B = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} \text{ हले } A + 2B = ?$$

[3 5]

Ⓐ $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ Ⓑ $\begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix}$ Ⓒ $\begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

$$\therefore A = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 5 & -6 \end{bmatrix}$$

गट्टिया? विश्वास निष्ठा / विश्वास
विश्वास / विश्वास

$$i) A = \begin{bmatrix} -3 & 5 \\ 5 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 4 & 7 \\ 6 & 7 & -2 \end{bmatrix}$$

$$\textcircled{1} A = -A^T$$

$$\text{If } A = \begin{bmatrix} 0 & 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \end{bmatrix} \text{ and } C = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix}$$

କ୍ଷୟକତ?

1. $A = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 2 & -5 \end{bmatrix}$ হলে $A^2 - 2I$ এর ম্যাট্রিক্সটি কোনটি?

$$\textcircled{1} \begin{bmatrix} 3 & -12 \\ -12 & 27 \end{bmatrix}$$

$$\textcircled{C} \begin{bmatrix} 3 & 12 \\ 12 & 27 \end{bmatrix} \quad \textcircled{D} \begin{bmatrix} 3 & -12 \\ 12 & 27 \end{bmatrix}$$

19. $A = \begin{bmatrix} -5 & 4 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ হলে $\text{adj } A =$ কত?

(A) $\begin{bmatrix} 2 & -4 \\ -3 & -5 \end{bmatrix}$ (B) $\begin{bmatrix} 2 & -3 \\ -4 & -5 \end{bmatrix}$ (C) $\begin{bmatrix} -5 & 4 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$ (D) $\begin{bmatrix} 2 & -4 \\ 3 & -5 \end{bmatrix}$ Ans (A)

20. $2A + B = \begin{bmatrix} 5 & 4 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$ এবং $A - B = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 7 \end{bmatrix}$ হলে $A =$ কত?

(A) $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ (B) $\begin{bmatrix} 6 & 3 \\ 3 & 6 \end{bmatrix}$ (C) $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -5 \end{bmatrix}$ (D) $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ Ans (A)

21. কোনটি সমস্যাতি ম্যাট্রিক্স?

(A) $\begin{bmatrix} 6 & 6 \\ -5 & -5 \end{bmatrix}$ (B) $\begin{bmatrix} 6 & 5 \\ -6 & 1 \end{bmatrix}$
 (C) $\begin{bmatrix} 4 & 12 \\ -3 & -1 \end{bmatrix}$ (D) $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ Ans (A)

22. নিচের কোনটি অভেদযোগ্য ম্যাট্রিক্স?

(A) $\begin{bmatrix} -2 & -3 \\ -1 & -2 \end{bmatrix}$ (B) $\begin{bmatrix} 5 & -8 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$ (C) $\begin{bmatrix} -2 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ (D) $\begin{bmatrix} 5 & -8 \\ 3 & -5 \end{bmatrix}$ Ans (D)

23. নিচের কোনটি প্রতিসম ম্যাট্রিক্স?

(A) $\begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 2 & 3 & 0 \\ 4 & 1 & 3 \end{bmatrix}$ (B) $\begin{bmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 0 & 3 & 1 \\ -1 & 1 & 4 \end{bmatrix}$
 (C) $\begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 2 & 3 & 0 \\ 4 & 1 & 3 \end{bmatrix}$ (D) $\begin{bmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 0 & 3 & 1 \\ -1 & 0 & 4 \end{bmatrix}$ Ans (B)

24. নিচের কোনটি বিপ্রতিসম ম্যাট্রিক্স?

(A) $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 5 \\ 3 & 5 & 6 \end{bmatrix}$ (B) $\begin{bmatrix} 0 & -1 & -4 \\ -1 & 0 & 3 \\ 4 & -3 & 0 \end{bmatrix}$
 (C) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ (D) $\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}$ Ans (B)

25. $\begin{bmatrix} 2 & 5 & 7 \\ 6 & 8 & -9 \\ 4 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -6 & 8 & -x \\ 2 & y & -9 \\ 1 & z & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 & 13 & 7 \\ 8 & 8 & -18 \\ 5 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ হলে x, y ও z এর মান কত?

(A) $-7, -18, 5$ (B) $0, 0, 0$ (C) $0, 0, 2$ (D) $7, -8, 0$ Ans (B)

26. $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -3 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 6 & 7 \end{bmatrix}$ হলে $A - B =$ কত?

(A) $\begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 10 \end{bmatrix}$ (B) $\begin{bmatrix} -2 & 2 \\ 2 & -10 \end{bmatrix}$
 (C) $\begin{bmatrix} -2 & -2 \\ -2 & -10 \end{bmatrix}$ (D) $\begin{bmatrix} 2 & -2 \\ -2 & 10 \end{bmatrix}$ Ans (C)

27. $A + B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}, A - B = \begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{bmatrix}$ হলে, $A =$ কত?

(A) $\begin{bmatrix} -3 & -4 \\ -5 & -6 \end{bmatrix}$ (B) $\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 5 & 6 \end{bmatrix}$
 (C) $\begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{bmatrix}$ (D) $\begin{bmatrix} -5 & -6 \\ -7 & -8 \end{bmatrix}$ Ans (C)

28. $[3 \ 2 \ -1] \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \\ 8 \end{bmatrix}$ এর গুণফল কত?

(A) $\begin{bmatrix} 12 \\ 6 \\ -8 \end{bmatrix}$ (B) $[12 \ 6 \ -8]$
 (C) $[10]$ (D) $\begin{bmatrix} 12 & 9 & 4 \\ 8 & 6 & 16 \\ -4 & -3 & -8 \end{bmatrix}$ Ans (C)

29. যদি $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ হয় তাহলে $A^2 + 2A =$ কত?

(A) A (B) $2A$ (C) $3A$ (D) $4A$ Ans (C)

প্রতি 2×2 আকারের ম্যাট্রিক্স এর $|B| = 5$ হলে, $|3B|$ এর মান কত?

(B) 15

(D) 45

(Ans D)

নির্ণয়কের মান নিচের কোনটি?

(B) 48

(C) 80

(D) 192 (Ans D)

নির্ণয়কটির $(2,3)$ তম অনুরাশি নিচের কোনটি?

(B) -3

(C) 0

(D) 13 (Ans A)

নির্ণয়কটির $(1, 2)$ তম অনুরাশি মান (-2) হলে, x এর মান কত?

(B) 2

(C) 20

(D) 40 (Ans B)

 $\begin{vmatrix} ab^2 & c^2 a \\ b & bc^2 \\ c & b^2 c \end{vmatrix} = 2$ হলে $a^3 b^3 c^3$ এর মান কত?

(B) 0

(C) 1

(D) 8 (Ans C)

নির্ণয়কটির-

(1,2) তম ভুঙ্গির সহগুণকের মান 2

(2,2) তম ভুঙ্গির অনুরাশির মান 1

মান 5

কোনটি সঠিক?

(B) i ও iii

(C) ii ও iii

(D) i, ii ও iii (Ans D)

 $\begin{vmatrix} 1 & -7 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \\ 5 & p & 3 \end{vmatrix} = 0$ হলে p এর মান কত হবে?

(B) -4

(C) 0

(D) 8 (Ans A)

নির্ণয়কের মান কত?

(B) 0

(C) pqr

(D) 1 (Ans B)

 $\begin{vmatrix} (1+a)^3 & 0 & 0 \\ 0 & (1+a)^2 & 0 \\ 0 & 0 & (1+a) \end{vmatrix} = 0$ হলে, a এর মান কত?

(B) 0

(C) 1

(D) 3 (Ans A)

 $\Delta = \begin{vmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{21} & k_{22} \end{vmatrix}$ হলে, $m\Delta$ = কত?

(B) 0

(C) 1

(D) 2 (Ans A)

 $\begin{vmatrix} m k_{11} & m k_{12} \\ m k_{21} & m k_{22} \end{vmatrix}$

(B) 0

(C) 1

(D) 2 (Ans A)

 $\begin{vmatrix} 2 & 2 & x \\ 4 & 4 & 4 \\ 3 & x & 3 \end{vmatrix} = 0$ হলে x এর মান কত?

(B) 4, 2

(D) 3, 4

(Ans C)

একটি 3×3 কর্মসূচির এক $|A|=8$ হলে $|2A|$ এর মান কোনটি?

(B) 4

(D) 8

(Ans C)

 k এর কোন মানের জন্য $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & k & k^2 \\ 1 & k^2 & k^4 \end{vmatrix}$ নির্ণয়কটির মান শূন্য হবে না?(B) $k=1$ (B) $k=-1$ (D) $k=0$ (Ans C) θ $k=1$ (B) $k=3$ (D) $k=0$ (Ans C)64. $\begin{vmatrix} a & a & x \\ \beta & \beta & \beta \\ 0 & x & 0 \end{vmatrix} = 0, x=?$ (A) $\alpha, \beta, 0$ (B) $a, 0$ (C) $\beta, 0$ (D) a, β (Ans B)65. $\begin{vmatrix} 0 & 3 & 2x+7 \\ 2 & 7x & 9+5x \\ 0 & 0 & 2x+5 \end{vmatrix} = 0$ হলে, x এর মান-(A) $-\frac{9}{5}$ (B) $-\frac{7}{2}$ (C) $-\frac{5}{2}$ (D) 0 (Ans C)66. নির্ণয়ক $\begin{vmatrix} 1 & bc & bc(b+c) \\ 1 & ca & ca(c+a) \\ 1 & ab & ab(a+b) \end{vmatrix}$ এর মান কত?(A) $abc(a+b)(b+c)(c+a)$ (B) $abc(a+b+c)$ (C) 1 (D) 0 (Ans D)67. নির্ণয়ক $\begin{vmatrix} x+y & x & y \\ x & x+z & z \\ y & z & y+z \end{vmatrix}$ এর মান-(A) $4xyz$ (B) $3xyz$ (C) xyz (D) xyz (Ans A)68. যদি $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x & a & b \\ x^2 & a^2 & b^2 \end{vmatrix} = 0$ হলে $x=?$ (A) $-a$ (B) a (C) $-a-b$ (D) $a-b$ (Ans D)69. $\begin{vmatrix} \beta-2 & 1 \\ -5 & \beta+4 \end{vmatrix}$ নির্ণয়কটির মান 0 হলে, β এর মান কত?

(A) 1 or -3 (B) 6 or 2 (C) 5 or -3 (D) 5 or 0 (Ans A)

70. $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 4 & k \end{vmatrix}$ নির্ণয়কটির মান 2, k -এর মান কত?

(A) 9 (B) 8 (C) 7 (D) 6 (Ans A)

71. নির্ণয়ক $\begin{vmatrix} 10 & 11 & 12 \\ 20 & 21 & 24 \\ 10 & 10 & 10 \end{vmatrix}$ এর মান কত?

(A) 10 (B) 20 (C) 1 (D) 0 (Ans B)

72. $D = \begin{vmatrix} 2 & -1 & 5 \\ 4 & 3 & -2 \\ 1 & 0 & 6 \end{vmatrix}$ নির্ণয়কে 0 সহগুণক -

(A) 18 (B) -24 (C) 16 (D) 24 (Ans D)

73. $\begin{vmatrix} 5 & 6 & 7 \\ 1 & 2 & 3 \\ 3 & 6 & 9 \end{vmatrix}$ নির্ণয়কটির মান কত?

(A) -2 (B) 0 (C) 1 (D) 12 (Ans B)

74. $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$ এই নির্ণয়কে 6 এর সহগুণক কত?(A) $\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 7 & 8 \end{vmatrix}$ (B) $\begin{vmatrix} 7 & 8 \\ -1 & -2 \end{vmatrix}$ (C) $\begin{vmatrix} -1 & -2 \\ 7 & 8 \end{vmatrix}$ (D) $\begin{vmatrix} -1 & 12 \\ -7 & -8 \end{vmatrix}$ (Ans C)

Part 2

গণিতিক সমস্যা ও সমাধান

P(1, 1, 1) এবং Q(3, 2, -1) দুইটি বিন্দু হলে, \overrightarrow{PQ} ডেক্টরের এর সমাঞ্চালে কোন ডেক্টর নির্ণয় কর।

$$\text{[Solve]} \quad \overrightarrow{PQ} = (3-1)\hat{i} + (2-1)\hat{j} + (-1-1)\hat{k} = 2\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}$$

$$|\overrightarrow{PQ}| = \sqrt{4+1+4} = 3$$

$$\begin{aligned} \overrightarrow{PQ} \text{ ডেক্টরের সমাঞ্চাল একক ডেক্টর} &= \frac{\overrightarrow{PQ}}{|\overrightarrow{PQ}|} \\ &= \frac{2\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}}{3} = \frac{2\hat{i}}{3} + \frac{\hat{j}}{3} - \frac{2\hat{k}}{3} \end{aligned}$$

$\bar{a} = 2\hat{i} - 3\hat{j} + \hat{k}$ এবং $\bar{b} = \hat{i} + 2\hat{j} + 5\hat{k}$ হলে, $\bar{a} \cdot \bar{b}$ এবং $\bar{a} \times \bar{b}$ এর মান কত?

$$\text{[Solve]} \quad \bar{a} \cdot \bar{b} = (2 \cdot 1) + (-3 \cdot 2) + (1 \cdot 5) = 2 - 6 + 5 = 1$$

$$\begin{aligned} \bar{a} \times \bar{b} &= \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 2 & -3 & 1 \\ 1 & 2 & 5 \end{vmatrix} = \hat{i}(-15-2) - \hat{j}(10-1) + \hat{k}(4+3) \\ &= -17\hat{i} - 9\hat{j} + 7\hat{k} \end{aligned}$$

$5\hat{i} - 3\hat{j} + n\hat{k}$ এবং $2\hat{i} + m\hat{j} - \hat{k}$ ডেক্টরের পরস্পর সমাঞ্চাল হলে (m, n) = ?

$$\text{[Solve]} \quad \text{শর্তমতে } \frac{5}{2} = \frac{-3}{m} = \frac{n}{-1}$$

$$\Rightarrow 5m = -6 \Rightarrow m = -\frac{6}{5} \text{ এবং } \frac{5}{2} = \frac{n}{-1} \Rightarrow 2n = -5$$

$$\Rightarrow n = -\frac{5}{2} \quad \therefore (m, n) = \left(-\frac{6}{5}, -\frac{5}{2}\right)$$

$\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$ এবং $2\hat{i} + m\hat{j} - 4\hat{k}$ ডেক্টরের পরস্পর লম্ব হলে, m এর মান কত?

$$\text{[Solve]} \quad (\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}) \cdot (2\hat{i} + m\hat{j} - 4\hat{k}) = 0$$

$$\Rightarrow (1 \cdot 2) + (2 \cdot m) + (3 \cdot -4) = 0$$

$$\Rightarrow 2 + 2m - 12 = 0 \Rightarrow 2m = 10 \Rightarrow m = 5$$

$\bar{a} = 2\hat{i} - 3\hat{j} + \hat{k}$ এবং $\bar{b} = \hat{i} + 2\hat{j} + 5\hat{k}$ হলে, \bar{a} এর উপর \bar{b} এর অভিক্ষেপ কত? \bar{b} এর উপর \bar{a} এর অভিক্ষেপ কত?

$$\text{[Solve]} \quad \bar{a} \cdot \bar{b} = (2\hat{i} - 3\hat{j} + \hat{k}) \cdot (\hat{i} + 2\hat{j} + 5\hat{k}) = 1$$

$$|\bar{a}| = \sqrt{(2)^2 + (-3)^2 + (1)^2} = \sqrt{14}$$

$$|\bar{b}| = \sqrt{(1)^2 + (2)^2 + (5)^2} = \sqrt{30}$$

$$\text{এখন, } \bar{a} \text{ এর উপর } \bar{b} \text{ এর অভিক্ষেপ} = \frac{\bar{a} \cdot \bar{b}}{|\bar{a}|} = \frac{1}{\sqrt{14}}$$

$$\text{আবার, } \bar{b} \text{ এর উপর } \bar{a} \text{ এর অভিক্ষেপ} = \frac{\bar{a} \cdot \bar{b}}{|\bar{b}|} = \frac{1}{\sqrt{30}}$$

06. $\bar{a} = \hat{i} + 3\hat{j} - 2\hat{k}$ ডেক্টর বরাবর $\bar{b} = 5\hat{i} - 6\hat{j} + 7\hat{k}$ ডেক্টরের উপাশ কত?

Solve \bar{a} ডেক্টর বরাবর \bar{b} ডেক্টরের উপাশ

$$= \frac{\bar{a} \cdot \bar{b}}{|\bar{a}|} \hat{a} = \frac{\bar{a} \cdot \bar{b}}{|\bar{a}|} \frac{\bar{a}}{|\bar{a}|} = \frac{(\bar{a} \cdot \bar{b})}{|\bar{a}|^2} \bar{a}$$

$$= \frac{(\hat{i} + 3\hat{j} - 2\hat{k})(5\hat{i} - 6\hat{j} + 7\hat{k})}{\sqrt{1^2 + 3^2 + (-2)^2}} (\hat{i} + 3\hat{j} - \hat{k})$$

$$= \frac{5 - 18 - 14}{1 + 9 + 4} (\hat{i} + 3\hat{j} - 2\hat{k}) = \frac{-27}{14} (\hat{i} + 3\hat{j} - 2\hat{k})$$

07. $\bar{A} = 2\hat{i} + \hat{j}$ এবং $\bar{B} = 3\hat{i} - \hat{j} + 5\hat{k}$ ডেক্টরের সামগ্রিকের দূরি সন্ধিত বাহ হলে, ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

Solve সামগ্রিকের ক্ষেত্রফল = $|\bar{A} \times \bar{B}|$

$$\text{এখন } \bar{A} \times \bar{B} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 2 & 1 & 0 \\ 3 & -1 & 5 \end{vmatrix} = \hat{i}(5-0) - \hat{j}(10-0) + \hat{k}(-2-3) = 5\hat{i} - 10\hat{j} - 5\hat{k}$$

∴ ক্ষেত্রফল = $|\bar{A} \times \bar{B}| = \sqrt{5^2 + (-10)^2 + (-5)^2} = \sqrt{150} = 5\sqrt{6}$

08. $\bar{P} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ এবং $\bar{Q} = 3\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$ কোন ডেক্টর সমতলে দূরি ডেক্টর হলে \overrightarrow{PQ} ডেক্টরের সমাঞ্চালে একক ডেক্টর কি হবে?

$$\text{[Solve]} \quad \overrightarrow{PQ} = (3-1)\hat{i} + (2-1)\hat{j} + (-1-1)\hat{k} = 2\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}$$

$$\therefore \overrightarrow{PQ} \text{ ডেক্টরের সমাঞ্চাল একক ডেক্টর} = \frac{2\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}}{\sqrt{4+1+4}} = \frac{2\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}}{3}$$

09. ধ্রুক a এর মান নির্ণয় কর, যেন $2\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$, $3\hat{i} - 2\hat{j} + 4\hat{k}$ এবং $\hat{i} - 3\hat{j} + a\hat{k}$ এ তিনি ডেক্টর একই সমতলে থাকে।

$$\text{[Solve]} \quad \text{শর্তমতে, } \begin{vmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 3 & -2 & 4 \\ 1 & -3 & a \end{vmatrix} = 0$$

$$\Rightarrow 2(-2a + 12) - 1(3a - 4) - 1(-9 + 2) = 0$$

$$\Rightarrow -4a + 24 - 3a + 4 + 7 = 0 \Rightarrow a = 5$$

10. $2\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}$ ডেক্টরটি y অক্ষের সাথে যে কোণ তৈরি করে তা নির্ণয় কর।

$$\text{[Solve]} \quad \theta = \cos^{-1} \left(\frac{-1}{\sqrt{2^2 + (-1)^2 + 2^2}} \right) = \cos^{-1} \left(\frac{-1}{\sqrt{9}} \right) = \cos^{-1} \left(\frac{-1}{3} \right)$$

11. তিভুজের দুইটি বাহুর মধ্যবিন্দুর সংযোজক রেখাখণ্ড তৃতীয় বাহুর সমাঞ্চাল ও দৈর্ঘ্যের অর্ধেক।

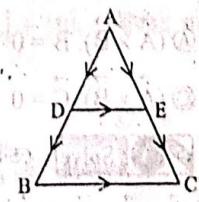
$$\text{[Solve]} \quad \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{AE} - 2\overrightarrow{AD}$$

$$= 2(\overrightarrow{AE} - \overrightarrow{AD}) = 2 \cdot \overrightarrow{DE}$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{DE} = \frac{1}{2} \overrightarrow{BC}$$

$$\therefore DE \parallel BC \text{ এবং } |\overrightarrow{DE}| = \frac{1}{2} |\overrightarrow{BC}|$$

$$\Rightarrow DE = \frac{1}{2} BC$$



For Practice

01. $\vec{P} = 5\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k}$ ভেক্টরের উপর $\vec{Q} = 2\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}$ ভেক্টরের অভিক্ষেপ নির্ণয় কর।
Ans: $\frac{3}{\sqrt{38}}$

02. $2\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$, $3\hat{i} - 2\hat{j} + 4\hat{k}$ এবং $\hat{i} - 3\hat{j} + 5\hat{k}$ ভেক্টরের তিনটি সমতলীয় হলে α এর মান কত? Ans: 5

03. $3\hat{i} + 2\hat{j} + \lambda\hat{k}$ এবং $4\hat{i} - 3\hat{j} + \hat{k}$ ভেক্টরদ্বয় পরস্পর লম্ব হলে λ এর মান কত?
Ans: -6

04. $\vec{A} = \hat{i} - 2\hat{j} + 3\hat{k}$ এবং $\vec{B} = 2\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$ হলে $\vec{A} \cdot \vec{B} = ?$
Ans: -3

05. যদি $\vec{AB} = 2\hat{i} + \hat{j}$ এবং $\vec{AC} = 3\hat{i} - \hat{j} + 5\hat{k}$ হয়, তবে \vec{AB} ও \vec{AC} সমন্বিত বাহু ধরে অক্ষিত সামান্যরিকের ক্ষেত্রফল কত?
Ans: $5\sqrt{6}$

Part 3

GST গুচ্ছ/গুচ্ছভুক্ত বিশ্ববিদ্যালয়ের বিগত বছরের প্রশ্নোত্তর

01. দূর্ঘি ভেক্টর \vec{u} এবং \vec{v} এর মধ্যবর্তী কোণ কত হলে $\vec{u} \cdot \vec{v} = 9$ এবং $|\vec{u} \times \vec{v}| = 3\sqrt{3}$ হবে? [GST-A : 20-21]

- Ⓐ $\frac{\pi}{3}$ Ⓑ $\frac{\pi}{4}$ Ⓒ $\frac{\pi}{6}$ Ⓓ $\frac{2\pi}{3}$.

Ⓑ C Solve $\vec{u} \cdot \vec{v} = 9 \Rightarrow uv\cos\theta = 9 \dots \text{(i)}$

$$|\vec{u} \times \vec{v}| = 3\sqrt{3} \Rightarrow uvs\sin\theta = 3\sqrt{3} \dots \text{(ii)}$$

$$(ii) \div (i) \Rightarrow \tan\theta = \frac{3\sqrt{3}}{9} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \theta = \tan^{-1} \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\pi}{6}$$

02. $\vec{A} = \sqrt{3}\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$, $\vec{B} = \sqrt{3}\hat{i} + 3\hat{j} - 2\hat{k}$ হলে, \vec{A} ভেক্টরের উপর \vec{B} ভেক্টরের অভিক্ষেপ হবে কোনটি? [KU-A : 19-20]

- Ⓐ $\frac{1}{2}$ Ⓑ 1 Ⓒ $\frac{4}{\sqrt{5}}$ Ⓓ $\frac{\sqrt{5}}{4}$

Ⓑ C Solve \vec{A} ভেক্টরের উপর \vec{B} ভেক্টরের অভিক্ষেপ

$$= \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{|\vec{A}|} = \frac{(\sqrt{3})(\sqrt{3}) + 1 \times 3 + 1(-2)}{\sqrt{(\sqrt{3})^2 + 1^2 + 1^2}} = \frac{3 + 3 - 2}{\sqrt{3+2}} = \frac{4}{\sqrt{5}}$$

03. m এর মান কত হলে, $2\hat{i} + m\hat{j} - 3\hat{k}$ এবং $6\hat{i} - 3\hat{j} - 9\hat{k}$ পরস্পর সমতলীয় হবে? [CU-A : 19-20]

- Ⓐ 1 Ⓑ -1 Ⓒ 3 Ⓓ $\frac{2}{3}$

Ⓑ B Solve ভেক্টরদ্বয় পরস্পর সমতলীয় হবে যখন, $\frac{2}{6} = \frac{m}{-3} = \frac{-3}{-9}$

$$\Rightarrow \frac{m}{-3} = \frac{2}{6} \Rightarrow m = \frac{2 \times -3}{6} = -1$$

04. $\vec{P} = \hat{i} - a\hat{j} + 2\hat{k}$ এবং $|\vec{P}| = \sqrt{5}$ হলে, a -এর মান- [IU-D : 19-20]

- Ⓐ 0 Ⓑ 2 Ⓒ 4 Ⓓ 5

Ⓑ A Solve $|\vec{P}| = |\hat{i} - a\hat{j} + 2\hat{k}| = \sqrt{5}$

$$\Rightarrow \sqrt{1 + a^2 + 4} = \sqrt{5} \Rightarrow 1 + a^2 + 4 = 5 \Rightarrow a = 0$$

05. তিনটি ভেক্টর A , B ও C সমতলীয় না হওয়ার শর্ত- [IU-D : 19-20]

- Ⓐ $(\vec{A} \times \vec{B}) \cdot \vec{B} = 0$ Ⓑ $(\vec{B} \times \vec{C}) \cdot \vec{A} = 0$
Ⓒ $(\vec{A} \times \vec{B}) \cdot \vec{C} = 0$ Ⓓ $(\vec{C} \times \vec{A}) \cdot \vec{B} = 0$

Ⓑ A Solve ভেক্টর \vec{A} , \vec{B} ও \vec{C} সমতলীয় হবে যখন

$$(\vec{A} \times \vec{B}) \cdot \vec{C} = (\vec{B} \times \vec{C}) \cdot \vec{A} = (\vec{C} \times \vec{A}) \cdot \vec{B} \text{ হয়।}$$

এখানে সবগুলো শর্তই সমতলীয় হবে।

06. $\vec{P} = \hat{i} + 2\hat{j} - 2\hat{k}$ এবং $\vec{Q} = 3\hat{i} + 2\hat{j} - 2\sqrt{3}\hat{k}$ ভেক্টর দুইটি এক বিলুপ্তভাবে জিম্মালি। P এর সাথে এদের লকি ভেক্টরের দিক- [BRUR-E : 19-20]

- Ⓐ 25° Ⓑ 59° Ⓒ 65° Ⓓ 70°

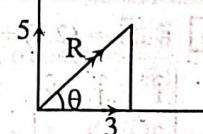
Solve (B) $|\vec{P}| = \sqrt{1^2 + 2^2 + (-2)^2} = \sqrt{9} = 3$

$$|\vec{Q}| = \sqrt{3^2 + 2^2 + (2\sqrt{3})^2} = \sqrt{9 + 4 + 12} = \sqrt{25} = 5$$

$$|\vec{R}| = \sqrt{3^2 + 5^2}$$

লকি \vec{P} এর সাথে θ কোণ উৎপন্ন করলে,

$$\theta = \cos^{-1} \frac{3}{5} = \cos^{-1} \frac{3}{\sqrt{3^2 + 5^2}} \approx 59^\circ$$



07. $\vec{A} = 2\hat{i} - 4\hat{j} + 6\hat{k}$ এবং $\vec{B} = 4\hat{i} + \alpha\hat{j} - 4\hat{k}$. \vec{A} ও \vec{B} ভেক্টরদ্বয় পরস্পর লম্ব হলে, α এর মান কত? [JKKNIU-B : 19-20]

- Ⓐ 4 Ⓑ -4 Ⓒ 8 Ⓓ 7

Solve (B) শর্তমতে, $8 - 4\alpha - 24 = 0 \Rightarrow -4\alpha = 16 \therefore \alpha = -4$

08. ভেক্টর $\vec{B} = 2\hat{i} - 3\hat{j} + \hat{k}$ বরাবর ভেক্টর $\vec{A} = -\hat{i} + 2\hat{k}$ এর উপাংশ কর [SUST-B : 19-20]

- Ⓐ 0 Ⓑ 0 Ⓒ 1 Ⓓ $\frac{2\hat{i} - 3\hat{j} + \hat{k}}{\sqrt{14}}$ Ⓔ $\frac{-\hat{i} + 2\hat{k}}{\sqrt{5}}$

Solve (B) \vec{B} ভেক্টর বরাবর \vec{A} ভেক্টরের উপাংশ $= \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{(|\vec{B}|)^2} \cdot \vec{B}$

$$= \frac{-2 + 2}{(\sqrt{2^2 + 3^2 + 1^2})^2} \cdot (2\hat{i} - 3\hat{j} + \hat{k}) = 0$$

09. $\vec{A} = 4\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k}$ এবং $\vec{B} = 2\hat{i} - 3\hat{j} + 4\hat{k}$ ভেক্টর দুইটি যে সামন্তরিক সমন্বিত বাহু ধরে অক্ষিত সামান্যরিকের ক্ষেত্রফল - [MBSTU-C : 19-20]

- Ⓐ $\sqrt{3}$ Ⓑ $6\sqrt{3}$ Ⓒ $\sqrt{6}$ Ⓓ $6\sqrt{6}$

Solve (D) \vec{A} সামান্যরিকের ক্ষেত্রফল $= |\vec{A} \times \vec{B}|$

$$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 4 & -3 & 2 \\ 2 & -3 & 4 \end{vmatrix} = \hat{i}(-12 + 6) - \hat{j}(16 - 4) + \hat{k}(-12 + 6)$$

$$= -6\hat{i} - 12\hat{j} - 6\hat{k}$$

$$\therefore \text{ক্ষেত্রফল} = |\vec{A} \times \vec{B}| = \sqrt{(-6)^2 + (-12)^2 + (-6)^2} = \sqrt{36 + 144 + 36} = 6\sqrt{6}$$

10. 4 একক এবং 2 একক মানের দুইটি ভেক্টর \vec{P} এবং \vec{Q} পরস্পর 120° লম্ব অংশ দিয়ে জৰুরি হলে, $\vec{P} \cdot \vec{Q} = ?$ [MBSTU-C : 19-20]

- Ⓐ 8 Ⓑ -8 Ⓒ 4 Ⓓ -4

Solve (D) $\vec{P} \cdot \vec{Q} = PQ \cos 120^\circ = 4 \times 2 \left(-\frac{1}{2}\right) = -4$

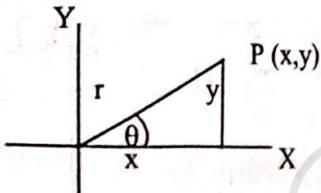
08. $\vec{a} + \vec{j} - \vec{k}$, $\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$ ଏବଂ $-\vec{i} + \vec{j} + \vec{n}$ କେତେର ତିମଟି ଏକକ ସମତଳେ
ଅବହିତ ହଲେ ପ୍ରସ୍ତର ଏବଂ ଯାମ କତ?
- (A) -2 (B) -1 (C) 0 (D) 2 (Ans B)
09. $\vec{a} = \vec{i} + \vec{k}$, $\vec{b} = 3\vec{j} - 2\vec{k}$ ହୁଲେ, $\vec{a} \cdot \vec{b}$ ଏର ମାନ କତ?
- (A) -2 (B) 2 (C) 4 (D) 8 (Ans A)
10. $\vec{A} = 2\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}$ କେତେରଟି Z ଅକ୍ଷର ସାଥେ ଯେ କୋଣ ଉପଗ୍ରହ କରେ ତା ହୁଲେ-
- (A) $\cos^{-1}\left(-\frac{2}{3}\right)$ (B) $\cos^{-1}\left(-\frac{2}{9}\right)$
 (C) $\cos^{-1}\left(\frac{2}{3}\right)$ (D) $\cos^{-1}\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)$ (Ans C)
11. $\vec{a} = 2\vec{i} + 4\vec{j} - \vec{k}$ କେତେରେ ଦିକ୍ ବରାବର $\vec{b} = \vec{i} + \vec{j} + 3\vec{k}$ ଏର ଅଂଶକ କତ?
- (A) $\frac{3}{21}\vec{a}$ (B) $-\frac{3}{21}\vec{a}$ (C) $-\frac{3}{\sqrt{21}}\vec{a}$ (D) $\frac{3}{\sqrt{21}}\vec{a}$ (Ans D)
12. $\vec{P} = 3\vec{i} + 2\vec{j} - 2\vec{k}$ ଏବଂ $\vec{Q} = -\vec{i} + \vec{j} - 6\vec{k}$ ହୁଲେ \vec{P} ଓ \vec{Q} ଏର ଲକ୍ଷ
କେତେର କୋନଟି?
- (A) $-2\vec{i} + 3\vec{j} + 4\vec{k}$ (B) $2\vec{i} + 3\vec{j} - 8\vec{k}$
 (C) $4\vec{i} + \vec{j} + 4\vec{k}$ (D) $4\vec{i} + \vec{j} - 4\vec{k}$ (Ans B)
13. $\vec{A} = \vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$ ଏବଂ $\vec{B} = \vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$ ହୁଲେ $\vec{B} \times \vec{A}$ ନିଚେର କୋନଟି?
- (A) $\vec{i} - 2\vec{j} - 3\vec{k}$ (B) $3\vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k}$
 (C) $-\vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k}$ (D) $-\vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k}$ (Ans A)
14. $\vec{A} = \vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$ ଏବଂ $\vec{B} = \vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$ ହୁଲେ \vec{AB} ଏର ମାନ କତ?
- (A) $\sqrt{5}$ (B) $\sqrt{9}$ (C) $\sqrt{13}$ (D) $\sqrt{17}$ (Ans C)
15. $\vec{A} = \vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$ ଏବଂ $\vec{B} = -3\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$ ହୁଲେ ତାଦେର ଅର୍ଜଣତ କୋଣ କୋନଟି?
- (A) $\cos^{-1}\left(-\frac{6}{\sqrt{42}}\right)$ (B) $\cos^{-1}\left(\frac{6}{\sqrt{42}}\right)$
 (C) $\cos^{-1}\left(\frac{4}{\sqrt{42}}\right)$ (D) $\cos^{-1}\left(-\frac{4}{\sqrt{42}}\right)$ (Ans D)
16. $\vec{a} = \vec{i} - 2\vec{j} + 2\vec{k}$ ଏବଂ $\vec{b} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - 6\vec{k}$ ହୁଲେ \vec{b} ଏର ଉପର \vec{a} ଏର ଅଭିକ୍ଷେପ କତ?
- (A) $\frac{8}{3}$ (B) $\frac{8}{7}$ (C) $\frac{20}{3}$ (D) $\frac{20}{7}$ (Ans B)
17. $\vec{P} = \sqrt{2}\vec{i} + \vec{a}\vec{j}$ ଏବଂ $\vec{Q} = \vec{i} + \sqrt{2}\vec{j}$ କେତେରଥି ପରମ୍ପର ସମାନରାଶ ହୁଲେ \vec{a} ଏର
ମାନ କତ ହେବ?
- (A) -2 (B) -1 (C) $\sqrt{2}$ (D) 2 (Ans D)
18. $\vec{i} + \lambda\vec{j} + 2\vec{k}$ ଏବଂ $2\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k}$ କେତେରଥି ପରମ୍ପର ଲମ୍ବ ହୁଲେ λ ଏର ମାନ
କୋନଟି?
- (A) -6 (B) -2 (C) 0 (D) 2 (Ans D)
19. $\frac{1}{2}\vec{i} + \frac{1}{3}\vec{j} + \vec{k}$ ଏର ମାନ କୋନଟି?
- (A) $\frac{7}{6}$ (B) $\frac{49}{36}$ (C) $\frac{11}{6}$ (D) $\sqrt{\frac{11}{6}}$ (Ans A)
20. $\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$ ବରାବର ଏକକ କେତେର କୋନଟି?
- (A) $\frac{\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}}{\sqrt{3}}$ (B) $\frac{\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}}{3}$
 (C) $\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$ (D) $\frac{\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}}{\sqrt{3}}$ (Ans D)
21. $\vec{a} = \vec{i} + 2\vec{j}$, $\vec{b} = -\vec{i} + 3\vec{j} + \vec{k}$ କେତେର ଦୂରି କୋନୋ ସାମାଜିକିକେର ଦୂରି
ସମିହିତ ବାହ୍ ନିର୍ଦ୍ଦେଶ କରେ । ସାମାଜିକିକେର କର୍ଣ୍ଣର ସମାନରାଶ ଏକକ କେତେର କୋନଟି?
- (A) 30 (B) 15 (C) $\frac{1}{2}\sqrt{30}$ (D) $\sqrt{30}$ (Ans D)
22. $\vec{a} = \vec{i} + 2\vec{j}$, $\vec{b} = -\vec{i} + 3\vec{j} + \vec{k}$ କେତେର ଦୂରି କୋନୋ ସାମାଜିକିକେର ଦୂରି
ସମିହିତ ବାହ୍ ନିର୍ଦ୍ଦେଶ କରେ । ସାମାଜିକିକେର କର୍ଣ୍ଣର ସମାନରାଶ ଏକକ କେତେର କୋନଟି?
- (A) $\frac{1}{26}(5\vec{j} + \vec{k})$ (B) $\frac{1}{\sqrt{26}}(5\vec{j} + \vec{k})$
 (C) $\frac{1}{\sqrt{3}}(\vec{i} + 2\vec{j})$ (D) $\frac{1}{\sqrt{11}}(-\vec{i} + 3\vec{j} + \vec{k})$ (Ans B)
23. $\vec{A} = \vec{i} + \vec{j}$ ଏବଂ $\vec{B} = \vec{j} + \vec{k}$ ହୁଲେ $|\vec{A} \times \vec{B}| = ?$
- (A) 1 (B) $\sqrt{-1}$ (C) $\sqrt{3}$ (D) $\sqrt{-3}$ (Ans C)
24. Q(2, 3, -1) ଏବଂ P(4, -3, 2) ହୁଲେ $|PQ| = ?$
- (A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 10 (Ans C)
25. $\vec{A} = 2\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$, $\vec{B} = \vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}$ ହୁଲେ \vec{A} ଏର ଉପର \vec{B} ଏର ଲମ୍ବ ଅଭିକ୍ଷେପ କତ?
- (A) $\sqrt{\frac{3}{2}}$ (B) $\frac{3}{2}$ (C) $\frac{1}{\sqrt{6}}$ (D) $\sqrt{6}$ (Ans A)
26. ଏକଟି ସାମାଜିକିକେର ଦୂରିଟି ସମିହିତ ବାହ୍ \vec{P} ଓ \vec{Q} ହୁଲେ, ଉତ୍ତାର ପ୍ରଥାନ କର୍ଣ୍ଣ
ଦୈର୍ଘ୍ୟ କତ?
- (A) $|\vec{P} + \vec{Q}|$ (B) $\frac{1}{2}|\vec{P} + \vec{Q}|$
 (C) $|\vec{P} \times \vec{Q}|$ (D) $\frac{1}{2}|\vec{P} \times \vec{Q}|$ (Ans A)
27. $\vec{OA} = \vec{a}$, $\vec{OB} = \vec{b}$ ହୁଲେ \vec{BA} କତ?
- (A) $\vec{a} - \vec{b}$ (B) $\vec{a} + \vec{b}$ (C) $\vec{b} + \vec{a}$ (D) $\vec{b} - \vec{a}$ (Ans A)
28. $\vec{A} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + 4\vec{k}$ ଓ $\vec{B} = 4\vec{i} + \vec{j} - 3\vec{k}$ ଏର ଲକ୍ଷ କେତେରର ସମାନରାଶ
ଏକକ କେତେର କୋନଟି?
- (A) $\frac{1}{\sqrt{41}}(6\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k})$ (B) $\frac{1}{\sqrt{69}}(-2\vec{i} - 4\vec{j} + 7\vec{k})$
 (C) $\frac{1}{\sqrt{29}}(2\vec{i} - 3\vec{j} - 4\vec{k})$ (D) $\frac{1}{\sqrt{417}}(5\vec{i} + 14\vec{j} + 14\vec{k})$ (Ans A)
29. $\vec{b} = 4\vec{i} + \vec{j} - 3\vec{k}$ ବରାବର $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + 4\vec{k}$ କେତେର ଏର ଉପାଂଶ କୋନଟି?
- (A) $-\frac{7}{26}(4\vec{i} + \vec{j} - 3\vec{k})$ (B) $\frac{7}{\sqrt{26}}(-4\vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k})$
 (C) $-\frac{7}{\sqrt{29}}(2\vec{i} - 3\vec{j} + 4\vec{k})$ (D) $\frac{7}{\sqrt{29}}(2\vec{i} - 3\vec{j} + 4\vec{k})$ (Ans A)
30. m ଏର ମାନ କତ ହୁଲେ $\vec{P} = 4\vec{i} + m\vec{j}$ ଏବଂ $\vec{Q} = 6\vec{i} - 4\vec{j} + 3\vec{k}$ କେତେର ଦୂରି
ପରମ୍ପର ଲମ୍ବ ହେବ?
- (A) 4 (B) 6 (C) 8 (D) -6 (Ans B)
31. $\vec{A} = 2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$ କେତେର ଉପର $\vec{B} = \vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$ କେତେର ଅଭିକ୍ଷେପ କୋନଟି?
- (A) $-\frac{1}{6}$ (B) $-\frac{1}{\sqrt{6}}$ (C) $\frac{1}{6}$ (D) $\frac{1}{\sqrt{6}}$ (Ans D)
32. $-2\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$ କେତେରଟି y ଅକ୍ଷର ସାଥେ ଯେ କୋଣ ଉପଗ୍ରହ କରେ ତାର ମାନ-
- (A) $\cos^{-1}\left(-\frac{2}{3}\right)$ (B) $\cos^{-1}\left(-\frac{1}{3}\right)$
 (C) $\cos^{-1}\left(\frac{2}{3}\right)$ (D) $\cos^{-1}(-1)$ (Ans C)

সরলরেখা

Part ১

প্রয়োজনীয় সূত্রাবলি

বিন্দুর অবস্থান নির্দেশ: কার্তেসীয় ছানাক ব্যবস্থায় কোন বিন্দুর অবস্থানকে (x, y) এবং পোলার ছানাক ব্যবস্থায় (r, θ) দ্বারা প্রকাশ করা হয়। r কে ব্যাসার্ধ রেক্টর (Radius Vector) এবং θ কে ডেক্সেন্যাল কোণ বলে।
পোলার ছানাক ও কার্তেসীয় ছানাকের মধ্যে সম্পর্ক:



চিত্রে P বিন্দুর কার্তেসীয় ছানাক (x, y) এবং পোলার ছানাক (r, θ) হলে, ত্রিমুসারে আমরা পাই, $x = r \cos \theta$ এবং $y = r \sin \theta$

$$\therefore r = \sqrt{x^2 + y^2} \text{ এবং } \tan \theta = \frac{y}{x}.$$

যেকোন অক্ষরেখার উপর অবস্থিত অপর অক্ষের ছানাক শূন্য।

x -অক্ষের উপর অবস্থিত কোন বিন্দুর ছানাক $(x, 0)$,

y -অক্ষের উপর অবস্থিত কোন বিন্দুর ছানাক $(0, y)$ ।

স্পর্শরেখা: কোন সমতলে যদি একটি বিন্দু এক বা একাধিক দৃষ্ট শর্ত মেনে চলে, তবে বিন্দুটি যে পথে চলতে থাকে তাকে বিন্দুটির স্পর্শরেখা বলে এবং এটি বিন্দুকে চলমান বিন্দু বলে।

$A(x_1, y_1)$ এবং $B(x_2, y_2)$ বিন্দুয়ের সংযোজক সরলরেখাকে $C(x, y)$ বিন্দুটি $m_1 : m_2$ অনুপাতে অঙ্কিত করলে-

$$x = \frac{m_1 x_2 + m_2 x_1}{m_1 + m_2} \text{ এবং } y = \frac{m_1 y_2 + m_2 y_1}{m_1 + m_2}$$

$A(x_1, y_1)$ এবং $B(x_2, y_2)$ বিন্দুয়ের সংযোজক সরলরেখাকে $C(x, y)$ বিন্দুটি $m_1 : m_2$ অনুপাতে বর্ণিতভভ করলে-

$$x = \frac{m_1 x_2 - m_2 x_1}{m_1 - m_2} \text{ এবং } y = \frac{m_1 y_2 - m_2 y_1}{m_1 - m_2}$$

$A(x_1, y_1), B(x_2, y_2), C(x_3, y_3)$ বিন্দুয়ের দ্বারা গঠিত ত্রিভুজের।

$$\text{জরকেন্দ্র} = \left(\frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}, \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3} \right)$$

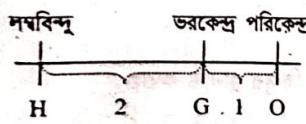
$$\text{অজরকেন্দ্র} = \left(\frac{ax_1 + bx_2 + cx_3}{a+b+c}, \frac{ay_1 + by_2 + cy_3}{a+b+c} \right)$$

যেখানে a, b, c ΔABC এর বাহ্যার।

$$\text{পরিব্যাসার্ধ}, R = \frac{abc}{4\Delta}$$

$$\text{অক্ষব্যাসার্ধ}, R = \frac{2\Delta}{a+b+c} = \frac{\Delta}{s}$$

সমবিন্দু, ভরকেন্দ্র ও পরিকেন্দ্রের মধ্যে সম্পর্ক: লম্ববিন্দু, ভরকেন্দ্র ও পরিকেন্দ্র সমরেখিক এবং এরা $2 : 1$ অনুপাতে অঙ্কিত



- আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = দৈর্ঘ্য \times প্রস্থ।
- রম্পের ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2} \times$ কর্ণবর্যের গুণফল।
- বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = $(বাহ্য)^2$ ।
- সামন্তরিকের ক্ষেত্রফল = ভূমি \times উচ্চতা = $2 \times \Delta$ ক্ষেত্র।
- ট্রিপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2} \times$ সমান্তরাল বাহ্যবর্যের সমষ্টি \times তাদের মধ্যবর্তী দূরত্ব।
- সরলরেখার আন্দর্শ সমীকরণ, $ax + by + c = 0$ যার ঢাল = $-\frac{a}{b}$

- হেন আকৃতির সরলরেখার সমীকরণ: $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ যেখানে, $a = x$ অক্ষের হেনকৃত অংশ ও $b = y$ অক্ষের হেনকৃত অংশ
- x -অক্ষের সমীকরণ, $y = 0$ এবং y অক্ষের সমীকরণ, $x = 0$
- x -অক্ষের সমান্তরাল রেখার সমীকরণ, $y = b$
এবং y -অক্ষের সমান্তরাল রেখার সমীকরণ, $x = a$
(এখানে a ও b যথাক্রমে x ও y অক্ষ হতে রেখাটির দূরত্ব।)
- ঢাল: একটি সরলরেখা x -অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে যে কোণ উৎপন্ন করে তার tangent কে ঢাল বলে। অর্থাৎ ঢাল $m = \tan \theta$
- ঢাল আকৃতির সরলরেখার আন্দর্শ সমীকরণ,
 $y = mx + c$ (এখানে $c = y$ অক্ষের হেনকৃত অংশ।)
- একটি সরলরেখার ঢাল m এবং রেখাটি (x_1, y_1) বিন্দুগামী হলে, তার সমীকরণ: $y - y_1 = m(x - x_1)$.
- (x_1, y_1) ও (x_2, y_2) বিন্দুগামী সরলরেখার ঢাল
 $= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ বা $\frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$ এবং এর লম্বের ঢাল $= -\frac{x_1 - x_2}{y_1 - y_2}$

- (x_1, y_1) ও (x_2, y_2) বিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ:
 $(x - x_1)(y_1 - y_2) - (y - y_1)(x_1 - x_2) = 0$
বা, $\frac{x - x_1}{x_1 - x_2} = \frac{y - y_1}{y_1 - y_2}$
- মূলবিন্দু $(0, 0)$ ও (x_1, y_1) বিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ $y = \frac{y_1}{x_1} x$

□ লম্ব আকৃতির সরলরেখার সমীকরণ:

$$x \cos \alpha + y \sin \alpha = P$$

যেখানে P = মূলবিন্দু হতে রেখাটির লম্ব দূরত্ব

α = রেখাটির x অক্ষের সাথে উৎপন্ন কোণ

$$a_1 x + b_1 y + c_1 = 0 \text{ এবং } a_2 x + b_2 y + c_2 = 0$$

রেখাদ্বয় একই সরলরেখা নির্দেশ করলে $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$ হবে।

- $a_1 x + b_1 y + c_1 = 0$ এবং $a_2 x + b_2 y + c_2 = 0$ রেখাদ্বয়ের অন্তর্ভুক্ত কোণ θ হলে, $\tan \theta = \pm \frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 m_2}$; $\tan \theta$ এর মান ধনাত্মক ও ঋণাত্মক হলে θ কোণ যথাক্রমে সূক্ষ্মকোণ ও তুলকোণ হবে।

- $y = m_1 x + c_1, y = m_2 x + c_2$ রেখাদ্বয়ের অন্তর্ভুক্ত কোণ θ হলে, $\tan \theta = \pm \frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 m_2}$; $\tan \theta$ এর মান ধনাত্মক ও ঋণাত্মক হলে θ কোণ যথাক্রমে

- $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ এবং $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ রেখাদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণ
১ হলে, $\tan \theta = \pm \frac{a_1b_2 - a_2b_1}{a_1a_2 + b_1b_2}$; রেখাদ্বয় সমান্তরাল হবে যখন $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2}$

অথবা $m_1 = m_2$ হল, তব হবে যখন $a_1a_2 + b_1b_2 = 0$ অথবা $m_1m_2 = -1$

$ax + by + c = 0$ রেখার সমান্তরাল সরলরেখার সমীকরণ

$ax + by + k = 0$ হেখানে k একটি প্রাচীকৃত। সমান্তরাল (a, b) বিন্দুগামী সরলরেখা $a(x - \alpha) + b(y - \beta) = 0$

$ax + by + c = 0$ সরলরেখার লম্ব রেখার সমীকরণ,

$bx - ay + k = 0$ হেখানে k একটি প্রাচীকৃত। লম্ব (a, b) বিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ, $b(x - \alpha) - a(y - \beta) = 0$

Note: (i) সূচি সরলরেখার ঢালহ্য সমান অর্থাৎ $m_1 = m_2$ হলে, রেখাদ্বয় পরস্পর সমান্তরাল হয়।
(ii) সূচি সরলরেখার ঢালহ্যের গুণফল -1 অর্থাৎ $m_1m_2 = -1$ হলে, রেখাদ্বয় পরস্পর লম্ব হয়।

$a_1x + b_1y + c = 0, a_2x + b_2y + c_2 = 0, a_3x + b_3y + c_3 = 0$ রেখাত্ত্বয়ের সমীকরণ শর্ত: $\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = 0$

$a_1x + b_1y + c_1 = 0; a_2x + b_2y + c_2 = 0; a_3x + b_3y + c_3 = 0$ রেখাত্ত্বয়ের স্থানীয় গঠিত ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{D^2}{2C_1C_2C_3}$,
যেখানে, $D = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$ এবং C_1, C_2, C_3 তৃতীয় কলামের সহগণক।

$\frac{x+y}{a+b} = 1$ রেখা ও অক্ষদ্বয় দ্বারা গঠিত ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} ab$

(x_1, y_1) বিন্দু হতে $ax + by + c = 0$ রেখার উপর লম্ব দূরত্ব $d = \frac{|ax_1 + by_1 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

$ax + by + c_1 = 0$ এবং $ax + by + c_2 = 0$ সমান্তরাল রেখাদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব $= \frac{|c_1 - c_2|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

Notes: (i) (x_1, y_1) এবং (x_2, y_2) বিন্দুয়ের $ax+by+c=0$ রেখার একই পার্শ্বে অবস্থিত হবে, যদি ax_1+by_1+c এবং ax_2+by_2+c রাশিদ্বয় সমচিহ্নিষিট হয়।
(ii) (x_1, y_1) এবং (x_2, y_2) বিন্দুয়ের $ax+by+c=0$ রেখার বিপরীত পার্শ্বে অবস্থিত হবে, যদি ax_1+by_1+c এবং ax_2+by_2+c রাশিদ্বয় বিপরীত চিহ্নিষিট হয়।
(iii) (x_1, y_1) ও (x_2, y_2) বিন্দুয়ের সংযোগ সরলরেখাকে $ax + by + c = 0$ রেখাটি যে অনুপাতে ভাগ করে তা $\frac{ax_1 + by_1 + c}{ax_2 + by_2 + c} = \frac{m_1}{m_2}$

$a_1x + b_1y + c_1 = 0$ এবং $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ রেখাদ্বয়ের অন্তর্ভুক্ত কোণ কোণসমূহের সমষ্টিখণ্ডক রেখাসমূহের সমীকরণ,
 $a_1x + b_1y + c_1 = \pm \frac{a_2x + b_2y + c_2}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2}} \quad \sqrt{a_2^2 + b_2^2}$

Note: একটি সমষ্টিখণ্ডক প্রাচীকৃত সরলরেখার অন্তর্ভুক্ত কোণের tangent এর সংখ্যামান। এর চেয়ে ছোট হলে, উক্ত সমষ্টিখণ্ডকটি সূক্ষ্মকোণের বৃত্তাবে। এবং অপরটি ত্বুলকোণের সমষ্টিখণ্ডক বৃত্তাবে।

রেখার সাপেক্ষে বিন্দুর প্রতিবিম্ব: (x_1, y_1) বিন্দুর প্রতিবিম্ব

 - x অক্ষের সাপেক্ষে প্রতিবিম্ব $(x_1, -y_1)$
 - y অক্ষের সাপেক্ষে প্রতিবিম্ব $(-x_1, y_1)$
 - $ax + by + c = 0$ রেখার সাপেক্ষে প্রতিবিম্ব (x_1', y_1') বিন্দু হলে, $\frac{x_1' - x_1}{a} = \frac{y_1' - y_1}{b} = \frac{2(ax_1 + by_1 + c)}{a^2 + b^2}$

MCQ Technique

রেখার সাপেক্ষে রেখার প্রতিবিম্ব: $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ রেখার

 - x অক্ষের সাপেক্ষে প্রতিবিম্ব, $a_1x - b_1y + c_1 = 0$
 - y অক্ষের সাপেক্ষে প্রতিবিম্ব, $-a_1x + b_1y + c_1 = 0$
 - $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ রেখার সাপেক্ষে প্রতিবিম্ব
 $(a_1x + b_1y + c_1)(a_2^2 + b_2^2) - 2(a_1a_2 + b_1b_2)(a_2x + b_2y + c_2) = 0$
 - $A(x_1, y_1); B(x_2, y_2)$ বিন্দুয়ের সংযোজক রেখার লম্বান্তরণকের সমীকরণ
 $(x_1 - x_2)x + (y_1 - y_2)y = \frac{1}{2}(x_1^2 + y_1^2 - x_2^2 - y_2^2)$
 - $A(x_1, y_1); B(x_2, y_2); C(x_3, y_3), D(x_4, y_4)$ হলে, CD কে AB রেখাটি K : 1 অনুপাতে বিভক্ত করলে
 - $K = \frac{x_1y_2 + x_2y_3 + x_3y_1 - x_1y_3 - x_3y_2 - x_2y_1}{x_1y_4 + x_2y_1 + x_4y_2 - x_2y_4 - x_1y_2 - x_4y_1}$
 - $A(x_1, y_1); B(x_2, y_2)$ বিন্দুয়ের সংযোজক রেখাকে C(x, y), $m_1 : m_2$:
অনুপাতে বিভক্ত করলে $\frac{m_1}{m_2} = \frac{x_1 - x}{x - x_2} = \frac{y_1 - y}{y - y_2}$
 - $a_1x + b_1y + c_1 = 0; a_2x + b_2y + c_2 = 0$ রেখাদ্বয়ের ছেদবিন্দু এবং মূল বিন্দুগামী রেখার সমীকরণ:
 $c_2(a_1x + b_1y + c_1) - c_1(a_2x + b_2y + c_2) = 0$
 - $a_1x + b_1y + c_1 = 0; a_2x + b_2y + c_2 = 0$ রেখাদ্বয়ের অন্তর্ভুক্ত কোণ
 $\theta = \tan^{-1}\left(\pm \frac{a_2b_1 - a_1b_2}{a_1a_2 + b_1b_2}\right)$, (+) হলে সূক্ষ্মকোণ, (-) হলে ত্বুলকোণ
 - একটি সরলরেখা অক্ষদ্বয়ের মধ্যবর্তী অংশ (a, b) বিন্দুতে সমষ্টিখণ্ডিত হলে সরলরেখাটির সমীকরণ, $bx + ay - 2ab = 0$

Part 2

গণিতিক সংমস্যা ও সমাধান

01. কোন বিন্দুর কার্তেসীয় ঘনাক্ষ ($\sqrt{3}, 3$) হলে, এই বিন্দুর পোলার ঘনাক্ষ কত?
Solve $r = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(\sqrt{3})^2 + (3)^2} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$
 এবং $\theta = \tan^{-1} \frac{y}{x} = \tan^{-1} \frac{3}{\sqrt{3}} = \tan^{-1} \sqrt{3} = \frac{\pi}{3}$
 \therefore পোলার ঘনাক্ষ = $\left(2\sqrt{3}, \frac{\pi}{3}\right)$

02. $(x_1, -6)$ এবং $(5, -3)$ বিন্দুগুলোর মধ্যকার দূরত্ব 5 একক হলে, x_1 এর মান কত?
Solve $\sqrt{(x_1 - 5)^2 + (-6 + 3)^2} = 5 \Rightarrow x_1^2 - 10x_1 + 25 + 9 = 25$
 $\Rightarrow x_1^2 - 10x_1 + 9 = 0 \Rightarrow (x_1 - 9)(x_1 - 1) = 0 \Rightarrow x_1 = 9$ অথবা 1

03. কোন শর্তযোগ্যে $A(x, y)$ বিন্দুটি $P(2, 8)$ ও $Q(5, -1)$ বিন্দুসম হতে সম্ভববৰ্তী হবে?
Solve শর্তমতে; $AP = AQ$
 $\sqrt{(x - 2)^2 + (y - 8)^2} = \sqrt{(x - 5)^2 + (y + 1)^2}$
 $\Rightarrow x^2 - 4x + 4 + y^2 - 16y + 64 = x^2 - 10x + 25 + y^2 + 2y + 1$
 $\Rightarrow 6x - 18y + 42 = 0$
 $\Rightarrow x - 3y + 7 = 0$

04. $(5, 2)$ ও $(3, -2)$ বিন্দুগুলোর মধ্যবর্তী বিন্দুর ঘনাক্ষ কত?
Solve মধ্যবিন্দু = $\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right) = \left(\frac{5+3}{2}, \frac{2+(-2)}{2}\right) = (4, 0)$

(1, 2) এবং (4, -5) বিন্দুসমূহের সংযোগ রেখাকে যে বিন্দু $2 : 3$ অনুপাতে
ক্রসেক্ষন করে তার হানাক কত?

Solve মনে করি, বিন্দুটি (x, y)

$$\frac{2 \cdot 4 - 3(-1)}{2 - 3} = \frac{8 + 3}{-1} = -11$$

$$\frac{2(-5) - 3 \cdot 4}{2 - 3} = \frac{-10 - 6}{-1} = 16$$

এর মান কত হলে $(-x, 2), (3, -2)$ ও $(2-x, 3)$ বিন্দুয়ের সমরেখ হবে?

Solve ১ম ও ২য় বিন্দুর দাল = ২য় ও ৩য় বিন্দুর দাল

$$\Rightarrow \frac{2+2}{-x-3} = \frac{-2-3}{3-2+x} \Rightarrow \frac{4}{-x-3} = \frac{-5}{x+1} \Rightarrow x = -11$$

বিন্দু বিন্দুর হানাক যথাক্রমে $(3, 4), (0, 0)$ এবং $(-3, 4)$ । বিন্দু তিনিটি দ্বারা
ক্রসেক্ষন ক্ষেত্রফল কত?

$$\text{[Solve] } \text{ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} (x_1y_2 - x_2y_1) = \frac{1}{2} (3 \times 4 - (-3) \times 4) \\ = \frac{1}{2} \times 24 = 12 \text{ বর্গ একক।}$$

$\triangle ABC$ এর $A(3, 0), B(-3, 0)$ ও $C(0, 4)$ হলে, ত্রিভুজটির ভরকেন্দ্র কৈ
ক্রমে নির্ণয় কর।

$$\text{[Solve] } \text{ভরকেন্দ্র} = \left(\frac{3-3+0}{3}, \frac{0+0+4}{3} \right) = \left(0, \frac{4}{3} \right)$$

$$BC = a = \sqrt{9+16} = 5, CA = b = \sqrt{9+16} = 5$$

$$AB = c = \sqrt{36+0} = 6$$

$$\text{জটকেন্দ্র, } I = \left(\frac{5.3+5(-3)+6.0}{5+5+6}, \frac{5.0+5.0+6.4}{5+5+6} \right) = \left(0, \frac{3}{2} \right)$$

$(1, 3), (5, 0), (2, -4), (-2, -1)$ বিন্দুগুলো সংযোজন করে থায় চতুর্ভুজের
ক্ষেত্র কি হবে?

Solve বিন্দুগুলো যথাক্রমে A, B, C, D হলে,

$$AC = \sqrt{(1-2)^2 + (3+4)^2} = \sqrt{50}$$

$$BD = \sqrt{(5+2)^2 + (0+1)^2} = \sqrt{50}$$

$$M_{AC} \times M_{BD} = \frac{3+4}{1-2} \times \frac{0+1}{5+2} = -1 \therefore \text{চতুর্ভুজটি বর্গ।}$$

চতুর্ভুজের শীর্ষবিন্দুসমূহ $(4, 2), (9, 0), (8, 3)$ ও $(2, -1)$ হয়, তবে ক্ষেত্রফল
নির্ণয় কর।

$$\text{[Solve] } \text{ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 4 & 2 \\ 9 & 0 \\ 8 & 3 \\ 2 & -1 \\ 4 & 2 \end{vmatrix} = \frac{1}{2} \{(0+27-8+4) - (18+6-4)\} \\ = \frac{1}{2} (23-20) = \frac{3}{2} \text{ বর্গ একক।}$$

$\square ABCD$ সামান্তরিকের A, B ও C বিন্দুর হানাক যথাক্রমে $(3, 2), (5, 1)$ ও
 $(1, 1)$ হল, সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল কত?

Solve $\square ABCD$ সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল $= 2 \times \Delta ABC$ এর ক্ষেত্রফল (-)

$$= 2 \times \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 5 & 1 \\ 0 & 1 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = (3+5+0) - (10+0+3) = 8 - 13 = -5$$

$\therefore \square ABCD$ সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল = 5 বর্গ একক।

12. ABCD আরডেক তিনিটি শীর্ষবিন্দুর হানাক যথাক্রমে A(3, 3), B(1, -1),
C(8, -3) এবং চতুর্থ শীর্ষবিন্দু D = (x, y)

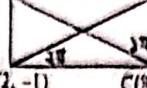
AC কর্তৃর ভুজবর্তীর মোগাল = BD কর্তৃর ভুজবর্তীর মোগাল

$$\therefore 8+3 = x+2 \Rightarrow x = 9 \quad A(3, 2) \quad D(x, y) = ?$$

$$\text{আবার, } 2+(-3) = y-1 \Rightarrow y = 0$$

$$\text{চতুর্থ শীর্ষবিন্দু } D = (9, 0)$$

$$B(2, -1) \quad C(8, -3)$$



13. x অক্ষ এবং (2, -3) বিন্দু হতে (5, k) বিন্দুটির দূরত্ব সমান হলে, k এর মান কত?

Solve x অক্ষ থেকে (5, k) বিন্দুর দূরত্ব = k একক,

$$(2, -3) \text{ বিন্দু হতে } (5, k) \text{ বিন্দুর দূরত্ব} = \sqrt{(2-5)^2 + (-3-k)^2}$$

$$\text{শর্তমতে, } k = \sqrt{(2-5)^2 + (-3-k)^2}$$

$$\Rightarrow k^2 = 18 + k^2 + 6k \Rightarrow (k+3) = 0 \Rightarrow k = -3$$

14. y অক্ষ ও (7, 2) বিন্দু থেকে (a, 5) বিন্দুটির দূরত্ব সমান হলে a এর মান কত?

Solve y অক্ষ হতে (a, 5) এর দূরত্ব = a

$$\text{শর্তমতে, } a = \sqrt{(a-7)^2 + (5-2)^2} \Rightarrow a^2 = (a-7)^2 + 9$$

$$\Rightarrow a^2 = a^2 - 14a + 49 + 9 \Rightarrow 14a = 58 \Rightarrow a = \frac{29}{7}$$

15. কোন সরলরেখার দাল $\frac{1}{\sqrt{3}}$ হলে রেখাটি x অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে কত
ডিগ্রি কোণ উৎপন্ন করে।

$$\text{[Solve] } \text{দেওয়া আছে, দাল } m = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\text{ধরি, উৎপন্ন কোণ } \theta \therefore \frac{1}{\sqrt{3}} = \tan \theta \Rightarrow \theta = \tan^{-1} \frac{1}{\sqrt{3}} = 30^\circ$$

16. x অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে 60° কোণ উৎপন্ন করে এবং রেখাটি
মূলবিন্দুমী, রেখাটির সমীকরণ নির্ণয় কর।

Solve দাল, $m = \tan 60^\circ = \sqrt{3}$

$$\therefore \text{সরলরেখার সমীকরণ } y = \sqrt{3} x$$

17. y অক্ষের সমান্তরাল এবং (2, 3) বিন্দুমী সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর।

Solve y অক্ষের সমান্তরাল রেখার সমীকরণ $x = a$

$$\therefore \text{নিশেয় সরলরেখার সমীকরণ, } x = 2 \text{ [যেহেতু, } a = 2]$$

18. কোন সরলরেখা কর্তৃক x অক্ষ ও y অক্ষ থেকে দেন্তক অংশ যথাক্রমে 5 এবং
-10 হলে, রেখাটির সমীকরণ কী?

$$\text{[Solve] } \text{রেখাটির সমীকরণ, } \frac{x}{5} + \frac{y}{-10} = 1 \Rightarrow 2x - y = 10$$

19. $2x + 5y + 4 = 0$ রেখাটি দ্বারা অক্ষদ্বয় থেকে দেন্তিত অংশ নির্ণয় কর।

$$\text{[Solve] } x \text{ অক্ষ হতে দেন্তিত অংশ} = -\frac{c}{a} = -\frac{4}{2} = -2 \text{ একক}$$

$$y \text{ অক্ষ হতে দেন্তিত অংশ} = -\frac{c}{b} = -\frac{4}{5} \text{ একক}$$

20. $2x - 3y - 6 = 0$ রেখা দ্বারা অক্ষদ্বয়ের সান্নিধ্যে গঠিত ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল কত?

$$\text{[Solve] } 2x - 3y - 6 = 0 \Rightarrow 2x - 3y = 6 \Rightarrow \frac{x}{3} - \frac{y}{2} = 1 \therefore a = 3, b = -2$$

$$\therefore \text{ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} |ab| = \frac{1}{2} |-6| = 3 \text{ বর্গ একক।}$$

21. মূলবিন্দু থেকে কোন সরলরেখার উপর অধিত দৈর্ঘ্য 5 একক এবং দ্বয়ি
x অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে 30° কোণ উৎপন্ন করলে সরলরেখাটির
সমীকরণ নির্ণয় কর।

Solve সরলরেখাটির সমীকরণ, $x \cos \alpha + y \sin \alpha = p$

$$\Rightarrow x \cos 30^\circ + y \sin 30^\circ = 5 \Rightarrow x \times \frac{\sqrt{3}}{2} + y \times \frac{1}{2} = 5$$

$$\Rightarrow \sqrt{3} x + y = 10 \Rightarrow \sqrt{3} x + y - 10 = 0$$

Part 4

অধ্যায়ভিত্তিক শুল্কপূর্ণ MCQ প্রশ্নোত্তর

 $y^2 - \frac{y}{2} = 1$ এর কার্তেসীয় সমীকরণ-

$$xy^2 = 1 + 2x$$

$$xy^2 = 4(1+x)$$

$$\textcircled{B} y^2 = 4(1-x)$$

$$\textcircled{C} x^2 = 4(1+y)$$

Ans A

P(2, 5), Q(5, 9) এবং S(6, 8) বিন্দুর PQR ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দু হলে R

$$\textcircled{A} (12, 9) \quad \textcircled{B} \left(\frac{7}{2}, 7\right) \quad \textcircled{C} \left(4, \frac{13}{2}\right) \quad \textcircled{D} (9, 12) \text{ Ans D}$$

P(2, 2) এবং (3, 3) বিন্দু তিনিই একই সরলরেখার অবস্থিত হলে-

$$5x - 2y + 1 = 0$$

$$0.2x - y + 3 = 0$$

$$\textcircled{B} x - y = 0$$

$$\textcircled{D} x - y + 1 = 0$$

Ans B

এবং (-5, -7) থেকে (4, 1) বিন্দুটি দূরত্ব সমান হলে, k এর মান -

$$\textcircled{A} -\frac{65}{7} \quad \textcircled{B} \frac{65}{7} \quad \textcircled{C} 20 \quad \textcircled{D} -130 \text{ Ans A}$$

(1, 4) এবং (9, 12) বিন্দুয়ের সংযোজক রেখা যে বিন্দুতে 3:5 অনুপাতে স্পর্শিত হয়, তার ছানাক কত?

$$\textcircled{A} (5, 8) \quad \textcircled{B} (8, 5) \quad \textcircled{C} (4, 7) \quad \textcircled{D} (7, 4) \text{ Ans C}$$

একটি ত্রিভুজের তিনটি শীর্ষ $\left(2, \frac{\pi}{6}\right)$, $\left(1, \frac{2\pi}{3}\right)$ ও $\left(\sqrt{3}, \frac{3\pi}{2}\right)$ হলে, ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক?

$$\textcircled{A} \frac{1}{4}(\sqrt{3} + 10) \quad \textcircled{B} \frac{1}{4}(-\sqrt{3} + 10)$$

$$\textcircled{C} \frac{1}{2}(\sqrt{3} + 10) \quad \textcircled{D} \frac{1}{2}(5 + \sqrt{3}) \text{ Ans A}$$

এর মান কত হলে $(2, -1)$, $(a+1, a-3)$ এবং $(a+2, a)$ বিন্দুয়ের সমরেখ হবে?

$$\textcircled{A} \frac{1}{2} \quad \textcircled{B} \frac{1}{3} \quad \textcircled{C} 2 \quad \textcircled{D} -\frac{1}{2} \text{ Ans A}$$

 $\textcircled{A} \sqrt{2}$ বিন্দু হতে 9 একক দূরত্বে অবস্থিত বিন্দুর কোটি $\sqrt{2}$ হলে তার ভূজ কত?

$$\textcircled{A} 12 \text{ অথবা } 6 \quad \textcircled{B} -12 \text{ অথবা } -6$$

$$\textcircled{C} 12 \text{ অথবা } -6 \quad \textcircled{D} -12 \text{ অথবা } 6 \text{ Ans C}$$

মে বিন্দু (1, 4) এবং (9, -12) বিন্দুয়ের সংযোগকারী রেখাখনকে অঙ্গুছভাবে 3:5 অনুপাতে বিভক্ত করে তার ছানাক-

$$\textcircled{A} (4, -2) \quad \textcircled{B} (-2, 4) \quad \textcircled{C} (-4, 2) \quad \textcircled{D} (4, 2) \text{ Ans A}$$

(1, 4) ও (9, 12) বিন্দুয়ের সংযোগকারী সরলরেখা যে বিন্দুতে 5:3 অনুপাতে স্পর্শিত হয় তার ছানাক-

$$\textcircled{A} (5, 8) \quad \textcircled{B} (6, 9) \quad \textcircled{C} (6, 6) \quad \textcircled{D} (9, 9) \text{ Ans B}$$

(3, -2) এবং (6, 4) বিন্দুয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব কত?

$$\textcircled{A} \sqrt{65} \quad \textcircled{B} 3\sqrt{5} \quad \textcircled{C} \sqrt{6} \quad \textcircled{D} 3\sqrt{2} \text{ Ans B}$$

দেখ বিন্দুর পোলার ছানাক $(3, 90^\circ)$ হলে কার্তেসীয় ছানাক কত?

$$\textcircled{A} (3, 0) \quad \textcircled{B} (3, 3) \quad \textcircled{C} (0, 3) \quad \textcircled{D} (0, 0) \text{ Ans C}$$

(4, -5) ও (6, 8) বিন্দু দূর্বিটির সংযোগ রেখাখনকে যে বিন্দুটি 4:3 অনুপাতে স্পর্শিত করে তার ছানাক কত?

$$\textcircled{A} (7, 12) \quad \textcircled{B} (12, 47) \quad \textcircled{C} (-12, 47) \quad \textcircled{D} (12, -47) \text{ Ans B}$$

(-2, 4 + 2 $\sqrt{3}$) বিন্দুর পোলার ছানাক কত?

$$\textcircled{A} (2, 120^\circ) \quad \textcircled{B} (3, 150^\circ)$$

$$\textcircled{C} (4, 210^\circ) \quad \textcircled{D} (7.73, 105^\circ) \text{ Ans D}$$

একটি ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দুসমূহের পোলার ছানাক যথাক্রমে পোল, $\left(\sqrt{2}, \frac{\pi}{4}\right)$ ও

$$\left(2, \frac{\pi}{3}\right) \text{ হলে, ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল বর্গ এককে হবে}$$

$$\textcircled{A} 1+\sqrt{3} \quad \textcircled{B} \left(\frac{1+\sqrt{3}}{2}\right) \quad \textcircled{C} 1-\sqrt{3} \quad \textcircled{D} \left(\frac{\sqrt{3}-1}{2}\right) \text{ Ans D}$$

16. $(\sqrt{3}, -2)$ বিন্দুর পোলার ছানাক $(4, 210^\circ)$ হলে এর মান কত?

$$\textcircled{A} -\sqrt{3} \quad \textcircled{B} \sqrt{3} \quad \textcircled{C} -2 \quad \textcircled{D} 2$$

17. $(a, 0), (0, b)$ এবং $(1, 1)$ বিন্দু তিনটি সরবরাহ যৌগ $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{k}$ হলে

$$\textcircled{A} -1 \quad \textcircled{B} 0 \quad \textcircled{C} 1 \quad \textcircled{D} 2$$

18. $\left(\frac{a}{b}, 0\right), \left(0, \frac{b}{a}\right), (2, 2)$ বিন্দুর সমরেখ যৌগ $a + b$ এর মান নিচের

কোনটি?

$$\textcircled{A} \sqrt{\frac{1}{2}ab} \quad \textcircled{B} \frac{2}{\sqrt{ab}} \quad \textcircled{C} \sqrt{\frac{5}{2}ab} \quad \textcircled{D} \frac{5}{2\sqrt{ab}}$$

19. $(-3, -8)$ বিন্দু হতে $(k, 5)$ বিন্দুর দূরত্ব 85 একক হলে, k এর মান কত?

$$\textcircled{A} 81 \quad \textcircled{B} 84 \quad \textcircled{C} 78 \quad \textcircled{D} 79 \text{ Ans A}$$

20. $x^2 + 4y - 4 = 0$ পোলার সমীকরণ নিচের কোনটি?

$$\textcircled{A} \pi = 2\sin\theta + 1 \quad \textcircled{B} \pi = 2\cos\theta + 1$$

$$\textcircled{C} r(1 + \sin\theta) = 2 \quad \textcircled{D} r(1 + \cos\theta) = 2 \text{ Ans C}$$

21. $(-2, 3)$ ও $(-12, 23)$ বিন্দুয়ের সংযোজক রেখাখনকে যে বিন্দুটি $2 : 3$ অনুপাতে স্পর্শিত করে তার ছানাক কত?

$$\textcircled{A} (11, 6) \quad \textcircled{B} (-11, -6) \quad \textcircled{C} (-6, 11) \quad \textcircled{D} (6, -11) \text{ Ans C}$$

22. একটি ত্রিভুজের উর্কেন্ড $(3, 2)$ এবং শীর্ষবিন্দু দূর্বিটির ছানাক $(4, 14)$ ও $(12, 2)$ হলে অপর শীর্ষবিন্দুর ছানাক কত হবে?

$$\textcircled{A} (-7, -10) \quad \textcircled{B} (7, 14) \quad \textcircled{C} (14, 7) \quad \textcircled{D} (-14, -7) \text{ Ans A}$$

23. $y = 2x, y = 5x$ এবং $y = b$ রেখার গাঠিত ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল হবে।

$$\textcircled{A} \frac{3b^2}{20} \quad \textcircled{B} \frac{b^2}{20} \quad \textcircled{C} \frac{5b^2}{20} \quad \textcircled{D} \frac{3b}{20} \text{ Ans A}$$

24. ΔABC এর উর্কেন্ড মূলবিন্দুতে এবং A ও B এর ছানাক যথাক্রমে $(4, -7)$ ও

$$(-2, 5)$$
 হলে, C এর ছানাক বের কর।

$$\textcircled{A} (-1, 1) \quad \textcircled{B} (-2, 2) \quad \textcircled{C} (3, 4) \quad \textcircled{D} (1, 3) \text{ Ans B}$$

25. $P(1, 2)$ বিন্দু হতে $2x - y + 5 = 0$ ও $x + y - 4 = 0$ রেখার উপরযথাক্রমে PQ ও PR লম্ব টানা হলো। ΔPQR এর ক্ষেত্রফল হলো-

$$\textcircled{A} \frac{3}{2} \quad \textcircled{B} \frac{5}{2} \quad \textcircled{C} \frac{3}{4} \quad \textcircled{D} \frac{5}{4} \text{ Ans C}$$

26. OP রেখাখনকে ঘড়ির কাঁটার দিকে $\pi/6$ কেশে চুরানোতে নতুন অবস্থার হলো OQ। Pএর ছানাক $(-\sqrt{3}, -3)$ হলে, Q এর পোলার ছানাক হবে-

$$\textcircled{A} \left(-2\sqrt{3}, \frac{7\pi}{6}\right) \quad \textcircled{B} \left(-2\sqrt{3}, \frac{\pi}{3}\right)$$

$$\textcircled{C} \left(2\sqrt{3}, \frac{\pi}{3}\right) \quad \textcircled{D} \left(2\sqrt{3}, \frac{7\pi}{6}\right) \text{ Ans D}$$

27. $y = b$ এবং $\sqrt{3}x - y + 1 = 0$ রেখায়ের অক্ষুর্ক সূত্রকোণের মান-

$$\textcircled{A} 30^\circ \quad \textcircled{B} 45^\circ \quad \textcircled{C} 60^\circ \quad \textcircled{D} 90^\circ \text{ Ans C}$$

28. $y = x + 4$ এবং $y = x$ রেখায়ের লম্ব দূরত্ব-

$$\textcircled{A} 4 \text{ একক} \quad \textcircled{B} 2\sqrt{2} \text{ একক}$$

$$\textcircled{C} 2 \text{ একক} \quad \textcircled{D} 4\sqrt{2} \text{ একক} \text{ Ans B}$$

29. $5x - 7y - 15 = 0$ সরলরেখার উপর সম এবং $(2, -3)$ বিন্দুর সরলরেখার সমীকরণ হবে -

$$\textcircled{A} 7x - 5y - 29 = 0 \quad \textcircled{B} 5x - 7y - 31 = 0$$

$$\textcircled{C} 5x + 7y + 11 = 0 \quad \textcircled{D} 7x + 5y + 1 = 0 \text{ Ans D}$$

30. $2x + 3y - 4 = 0$ এবং $x \cos\alpha + y \sin\alpha = p$ একই সরলরেখা নিম্নে

করলে p এর মান -

$$\textcircled{A} \frac{1}{\sqrt{13}} \quad \textcircled{B} \frac{2}{\sqrt{13}} \quad \textcircled{C} \frac{3}{\sqrt{13}} \quad \textcircled{D} \frac{4}{\sqrt{13}} \text{ Ans D}$$

31. $x = \sqrt{3}x - y + 1 = 0$ রেখার মধ্যবর্তী সূত্রকোণের মান -
 (A) 30° (B) 45° (C) 60° (D) 75° Ans(A)
32. $(-1, -2)$ এবং $(6, 4)$ বিন্দু দিয়ে অঙ্কিতকারী রেখার ঢাল কত?
 (A) $\frac{-7}{6}$ (B) $\frac{-6}{7}$ (C) $\frac{6}{7}$ (D) $\frac{7}{6}$ Ans(C)
33. $(3, 3)$ এবং $(4, n^2 + 1)$ বিন্দুগামী সরলরেখার ঢাল = 1 হলে, n এর মান কত?
 (A) 2, 1 (B) -2, 1 (C) $\frac{1}{2}, 1$ (D) -2, -1 Ans(A)
34. $4x + 7y = 28$ সরলরেখাটি অক্ষদ্রব্যের সাথে যে ত্রিভুজ উৎপন্ন করে তার ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক?
 (A) 14 (B) 7 (C) 28 (D) 11 Ans(A)
35. $(2, 2)$ ও $(-6, 4)$ বিন্দু দুটি নিচের কোন সরলরেখাটির বিপরীত পার্শ্বে অবস্থিত?
 (A) $10x - y = 26$ (B) $5x + 3y + 9 = 0$
 (C) $2x + 3y + 6 = 0$ (D) $-10x + 2y + 39 = 0$ Ans(B)
36. $4x + 3y - 7 = 0$ রেখার সাপেক্ষে রেখাটি হতে $(2, 3)$ বিন্দুর প্রতিবিষ্য বিন্দুর দূরত্ব কত একক?
 (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 6 Ans(A)
37. $(-5, -7)$ থেকে $(4, k)$ বিন্দুর দূরত্ব $9\sqrt{2}$ হলে k এর মান কত?
 (A) $-\sqrt{2}$ (B) $\sqrt{2}$ (C) 2 (D) $2\sqrt{2}$ Ans(C)
38. $5x + 2y - 8 = 0$ রেখার ওপর লম্ব রেখার ঢাল কত?
 (A) $-\frac{5}{2}$ (B) $-\frac{2}{5}$ (C) $\frac{2}{5}$ (D) $\frac{5}{2}$ Ans(C)
39. $8x + 6y = 17$ ও $8x + 6y - 37 = 0$ রেখাদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব কত?
 (A) -2 (B) 1 (C) 2 (D) 5 Ans(C)
40. $\frac{11}{2}$ ঢাল বিশিষ্ট সরলরেখার উপর লম্ব এবং $(2, -5)$ বিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ কোনটি?
 (A) $2x - 11y + 47 = 0$ (B) $2x + 11y + 51 = 0$
 (C) $11x - 2y + 47 = 0$ (D) $11x + 2y + 51 = 0$ Ans(B)
41. মূলবিন্দু থেকে 4 একক দূরবর্তী এবং -1 ঢালবিশিষ্ট সরলরেখার সমীকরণ কোনটি?
 (A) $y + x \pm 4\sqrt{2} = 0$ (B) $y - x \pm 4\sqrt{2} = 0$
 (C) $y + 4\sqrt{2}x = 0$ (D) $4\sqrt{2}x - y = 0$ Ans(A)
42. $(-5, 10)$ বিন্দুগামী একটি সরলরেখা x অক্ষের খণ্ডাক পাশে y অক্ষের সাথে $\tan^{-1}\frac{3}{4}$ কোণ উৎপন্ন করে সরলরেখাটির সমীকরণ কোনটি?
 (A) $4x - 3y + 50 = 0$ (B) $4x - 3y - 51 = 0$
 (C) $4x + y - 15 = 0$ (D) $4x + 3y + 30 = 0$ Ans(A)
43. $(-2, 4)$ এবং $(5, -3)$ বিন্দুগামী রেখার অক্ষ দুইটির মধ্যবর্তী খণ্ডিত অংশের দৈর্ঘ্য কত?
 (A) $2\sqrt{3}$ (B) $3\sqrt{2}$ (C) 2 (D) $2\sqrt{2}$ Ans(D)
44. $2x + 3y = 7$ এবং $3ax - 5by + 15 = 0$ সমীকরণ দুইটি একই সরলরেখা প্রকাশ করলে প্রথম a এবং b এর মান কত?
 (A) $-\frac{5}{7}, \frac{3}{7}$ (B) $-\frac{5}{7}, \frac{9}{7}$ (C) $-\frac{10}{7}, \frac{9}{7}$ (D) $-\frac{10}{7}, \frac{3}{7}$ Ans(C)
45. $4x - 2y + 3 = 0$ রেখার ওপর অবস্থিত P বিন্দুটি $(3, 4)$ ও $(-5, 3)$ বিন্দুটি দুটি হতে সমদ্বৰ্তী হলে P এর ছানাক কোণটি?
 (A) $(\frac{2}{5}, \frac{3}{10})$ (B) $(\frac{3}{5}, \frac{1}{5})$ (C) $(-\frac{3}{5}, \frac{3}{10})$ (D) $(\frac{3}{5}, \frac{3}{10})$ Ans(C)
46. $(1, 230^\circ)$ এবং $(6, 170^\circ)$ বিন্দুদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব কত একক?
 (A) $\sqrt{29}$ (B) $\sqrt{30}$ (C) $\sqrt{31}$ (D) $\sqrt{33}$ Ans(C)
47. $5x + 3y = 4$ এবং $x \sec\theta + y \tan\theta = P$ সমীকরণযৰ্থে একই সরলরেখা প্রকাশ করলে P এর মান কত?
 (A) 1 (B) -1 (C) ± 1 (D) ± 2 Ans(A)
48. $2x + y = 0$ এবং $x - 2y + 5 = 0$ রেখাদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণ কত?
 (A) 30° (B) 60° (C) 90° (D) 120° Ans(C)
49. $2x + 9y = 18$ রেখাটি অক্ষদ্রব্যের সাথে যে ত্রিভুজ উৎপন্ন করে তার ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক?
 (A) $\frac{9}{2}$ (B) 9 (C) 18 (D) 36 Ans(B)
50. A $(1, 4)$ ও B $(4, 1)$ বিন্দু দিয়ে গমনকারী রেখার লম্বদ্বিখণ্ডকের সমীকরণ কোনটি?
 (A) $x + y = 0$ (B) $x - y = 4$
 (C) $x - y = 4$ (D) $x - y = 0$ Ans(B)
51. মূলবিন্দুগামী এবং x-অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে $\cos^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$ কোণ উৎপন্ন করে এমন রেখার সমীকরণ কত হবে?
 (A) $2y + \sqrt{3}x = 0$ (B) $\sqrt{3}x - y = 0$
 (C) $\sqrt{3}y + 2x = 0$ (D) $\sqrt{3}y - 2x = 0$ Ans(B)
52. $3x + 2y - 18 = 0$ সরলরেখার অক্ষদ্রব্যের খণ্ডিত অংশের সমষ্টি কত?
 (A) 9 (B) 6 (C) -15 (D) 15 Ans(D)
53. A $(2, 3)$ ও B $(6, 7)$ বিন্দু দিয়ে গমনকারী সরলরেখার ঢাল কত হবে?
 (A) 0 (B) 2 (C) 1 (D) -1 Ans(C)
54. $2x - 12y + 6 = 0$, $3x - 9y + 6 = 0$ এবং $2ax - 2y = 0$ রেখার সমবিন্দু হলে a এর মান কত হবে?
 (A) -3 (B) $-\frac{1}{3}$ (C) $\frac{1}{3}$ (D) 3 Ans(B)
55. $(3, -2)$ ও $(5, 1)$ বিন্দু দুইটি $3x - 6y - 13 = 0$ রেখার কোণ পার্শ্বে অবস্থিত?
 (A) ডান (B) একই (C) বিপরীত (D) বাম Ans(C)
56. $(2, \sqrt{3})$ বিন্দু হতে $3x - \sqrt{3}y + 12 = 0$ রেখার লম্ব দূরত্ব কত?
 (A) $\frac{15}{2}$ (B) $\frac{5\sqrt{3}}{2}$ (C) $\frac{15}{\sqrt{3}}$ (D) $\frac{15\sqrt{3}}{2}$ Ans(B)
57. $2x - 5y + 3 = 0$ এবং $4x - 10y + 7 = 0$ সমান্তরাল রেখাদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব কত?
 (A) $\sqrt{29}$ (B) $\frac{\sqrt{29}}{2}$ (C) $\frac{2}{\sqrt{29}}$ (D) $\frac{1}{2\sqrt{29}}$ Ans(D)
58. $(6, 7)$ ও $(4, a)$ বিন্দুগামী রেখার ঢাল $\frac{1}{2}$ হলে a এর মান কত?
 (A) 5 (B) $\frac{9}{2}$ (C) 6 (D) $\frac{15}{2}$ Ans(C)
59. P $(2, 8)$ ও Q $(5, 4)$ বিন্দুয়ে একটি বর্গের বাহুর প্রান্তবিন্দু হলে PQRS বর্ণে ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক?
 (A) $2\sqrt{5}$ (B) 10 (C) 7 (D) 25 Ans(D)
60. A $(1, 1)$, B $(5, 5)$ এবং C $(8, 2)$ বিন্দুয়ে একটি ত্রিভুজের শীর্ষ হলে ত্রিভুজের পরিসীমা কত একক?
 (A) $9\sqrt{2}$ (B) $10\sqrt{2}$ (C) $12\sqrt{2}$ (D) $14\sqrt{2}$ Ans(C)
61. $12x - 5y = 7$ রেখার 2 একক দূরবর্তী সরলরেখার সমীকরণ
 (A) $12x - 5y + 19 = 0$ (B) $12x - 5y - 33 = 0$
 (C) A, B (D) $12x - 5y + 6 = 0$ Ans(C)
62. যদি ABC ত্রিভুজের তিনি শীর্ষবিন্দুর ছানাক যথাত্মে A $(2, 7)$, B $(-3, -1)$ ও C $(8, -2)$ যয়, তবে A হতে BC বাহুর উপর অক্ষিত লম্বের দৈর্ঘ্য কত?
 (A) $\frac{48}{5}$ (B) 7 (C) $\frac{44}{5}$ (D) 9 Ans(D)
63. $ax + y = a$ সরলরেখাটি x ও y অক্ষকে যথাত্মে A ও B বিন্দুতে এমনভাবে ছেদ করে যে, মূলবিন্দু O হলে, $4OA = 3OB$ হয়। AOB ত্রিভুজে ক্ষেত্রফল কত?
 (A) $\frac{3}{4}$ (B) $\frac{3}{8}$ (C) $\frac{2}{3}$ (D) $\frac{8}{3}$ Ans(C)

-

- This image shows a page from a mathematics textbook or worksheet. It contains 40 multiple-choice questions (MCQs) on coordinate geometry, specifically focusing on straight lines, circles, and ellipses. Each question has four options labeled A, B, C, and D. Handwritten solutions and annotations are present throughout the page, written in red ink. These annotations include student work, teacher corrections, and explanations for various problems. The page is filled with mathematical symbols, equations, and diagrams related to the geometry concepts being tested.

- চক্রবিন্যাস (Circular Permutation):** কতগুলো জিনিসকে যথম বৃক্ষকারে সাজানো হয় তখন এ বিন্যাসকে চক্রবিন্যাস/বৃক্ষবিন্যাস বলে।
- পুনরাবৃত্তিমূলক বিন্যাস:** কোন বিন্যাসের কোন অক্ষর/অংক প্রদত্ত শব্দ বা সংখ্যায় এই অক্ষর যতবার আছে তার চেয়ে অধিকবার থাকলে এই বিন্যাসকে পুনরাবৃত্তিমূলক বিন্যাস বলে। পুনরাবৃত্তিমূলক বিন্যাসের সংখ্যার মধ্যে সারি বিন্যাসের সংখ্যা অস্তর্ভুক্ত থাকে।
- পুনরাবৃত্তিমূলক বিন্যাস = সারি বিন্যাস + একই অক্ষর/অংক একাধিকবার আছে এমন বিন্যাস।
- একই অংক একাধিকবার আছে এমন বিন্যাস =** (পুনরাবৃত্তিমূলক - সারি বিন্যাস)।
- পুনরাবৃত্তিমূলক বিন্যাস নির্ণয়ের জন্য $n!$ সূত্র ব্যবহার করতে হয়।**
- কখন পুনরাবৃত্তিমূলক বিন্যাস করতে হয়: নিম্নোক্ত ক্ষেত্রে-**
- (১) কোন অংক/অক্ষরকে যতবার ইচ্ছা ততবার নিয়ে
 - (২) কোন অংক/অক্ষর প্রদত্ত শব্দে যতবার আছে তার চেয়ে অধিক বার নিয়ে
 - (৩) খেলার ফলাফল
 - (৪) ভোট দেবার উপায়
 - (৫) তালার রিং এর বিন্যাস
 - (৬) বাস্তু চিঠি ফেলা
 - (৭) যে কোন নবর (মোবাইল, টাকা, নটারি, লাইসেন্স ইত্যাদি)
- পুনরাবৃত্তিমূলক বিন্যাস করতে হয়।

- পুনর্বিন্যাস:** মোট বিন্যাসের মধ্যে প্রদত্ত বিন্যাসও একটি বিন্যাস হতে পারে(শর্তসাপেক্ষে)। তাই পুনর্বিন্যাস বলতে মোট বিন্যাস হতে একটি বিন্যাস বাদ দিতে হয়।
- অর্থাৎ পুনর্বিন্যাস = মোট বিন্যাস - 1

- বিন্যাসের ক্ষেত্র:** নিম্নোক্ত ক্ষেত্রে বিন্যাস করতে হবে-
- সাজানো, বিন্যাস করা, বিন্যন্ত করা, শব্দ গঠন, সংখ্যাগঠন, সংকেত গঠন, ঘৰ্ত্তীসভা গঠন, টেলিফোন সংযোগ, মালা/হার গাঢ়া, আসন গ্রহণ, ভোট দেয়া, খেলার ফলাফল, নিমজ্ঞের উপায়, পুরুষের প্রদান করা ইত্যাদি বলা থাকলে বিন্যাস করতে হয়।
- > **Introduction:** কয়েকটি জিনিস হতে কিছু সংখ্যক জিনিস নিয়ে কত উপায়ে দল গঠন করা যায়, এই সমস্যা সমাধানের জন্যই সমাবেশ বিষয়ের প্রবর্তন।
- > **সমাবেশের সংজ্ঞা:** কিছু সংখ্যক জিনিস হতে কয়েকটি করে বা সবকটি একত্রে নিয়ে ক্রম নিরপেক্ষভাবে যত রকমে বিভিন্ন দল গঠন বা বাছাই করা যায়, তাদের প্রত্যেকটিকে এক একটি সমাবেশ বলে। abc বর্ণগ্রহ হতে প্রতিবারে 2টি করে নিয়ে ab,bc,ca তিনটি দল গঠন করা সম্ভব। এখানে ab এবং bc ভিন্ন দল নয় কেননা সমাবেশের ক্ষেত্রে জিনিসগুলোর ক্রম বিবেচ্য নয়।
- > **সমাবেশ সংখ্যা:** কতগুলো জিনিস হতে কয়েকটি করে নিয়ে বা সবগুলো একত্রে নিয়ে যত প্রকারে দল গঠন করা যায় সেই সংখ্যাকে সমাবেশ সংখ্যা বলে। পৰ্ববর্তী উদাহরণে a, b, c তিনটি জিনিস হতে তিনটি দল গঠন করা যায়।
- ∴ সমাবেশ সংখ্যা = 3

Part 2

গাণিতিক সমস্যা ও সমাধান

01. EQUATION শব্দটি হতে প্রতিবারে 5টি করে অক্ষর নিয়ে কতগুলো শব্দ গঠন করা যায়?
- Solve** EQUATION শব্দটিতে মোট অক্ষর সংখ্যা 8টি, এরা সবাই ডিম্ব।
- ∴ গঠিত শব্দের সংখ্যা = ${}^8P_5 = 6720$
02. EQUATION শব্দটি হতে সবগুলো অক্ষর নিয়ে দ্ব্যবর্ণগুলো একত্রে রেখে অথবা একত্রে না রেখে বিন্যাস নির্ণয় কর।
- Solve** i. দ্ব্যবর্ণগুলো একত্রে নিয়ে বিন্যাস = $(8-5+1)! \times 5!$
- $$= 4! \times 5! = 2880$$
- ii. দ্ব্যবর্ণগুলো একত্রে না রেখে বিন্যাস = $8! - (8-5+1)! \times 5!$
- $$= 37440$$
03. ALGEBRA শব্দটির অক্ষরগুলো থেকে প্রত্যেকবার তিনটি করে অক্ষর নিয়ে কতগুলো শব্দ গঠন করা যায়?
- Solve** শব্দটিতে মোট অক্ষর = 7টি, A = 2টি, প্রতিবারে নিতে হবে = 3টি
- (i) 2টি A থেকে 1টি A এবং অন্য 5টি অক্ষর
- অর্থাৎ মোট ডিম্ব অক্ষর = $5 + 1 = 6$ টি হতে প্রতিবারে 3টি নিয়ে পাই,
- ∴ বিন্যাস = ${}^6P_3 = 120$
- (ii) প্রতি বারে 2টি A নিয়ে এবং বাকী অক্ষর 5টি থেকে 1টি নিয়ে
- বিন্যাস = ${}^5P_1 \times \frac{3!}{2!} = 15$
- ∴ মোট শব্দ = $120 + 15 = 135$

KOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS

23. একটি কলেজের অধ্যাপকের ৩টি খালি পদের জন্য 10 জন প্রার্থী আছে।
খালি পদের মধ্যে যেশি নয় এরপ যে কোন সংখাক প্রার্থীকে নির্বাচিত করা
হতে পারে, কত একারে প্রার্থী নির্বাচন করা যায়?

Solve নির্বাচন উপায় = ${}^{10}C_1 + {}^{10}C_2 + {}^{10}C_3 = 175$

24. 6 জন অসমীয়া ও 4 জন অসমিয়া থেকে 4 সদস্য বিশিষ্ট একটি কমিটি
কর্তৃতাবে গঠন করা যাবে যাতে -

a) সর্বদাই/ঠিক 2জন মহিলা b) বড় জোড় 2জন মহিলা

c) অসম 2 জন মহিলা থাকবে?

Solve a. নির্বাচন উপায় সংখ্যা = ${}^4C_2 \times {}^6C_2 = 90$

⑧ অসমিয়া(4) অসমীয়া(6) সমাবেশ সংখ্যা

i) 0 4 ${}^4C_0 \times {}^6C_4 = 15$

ii) 1 3 ${}^4C_1 \times {}^6C_3 = 80$

iii) 2 2 ${}^4C_2 \times {}^6C_2 = 90$

মোট সংখ্যা = 185

⑤ অসমিয়া (4) অসমীয়া(6) সমাবেশ সংখ্যা

i) 4 0 ${}^4C_4 \times {}^6C_0 = 1$

ii) 3 1 ${}^4C_3 \times {}^6C_1 = 24$

iii) 2 2 ${}^4C_2 \times {}^6C_2 = 90$

মোট সংখ্যা = 115

25. THESIS শব্দটি হতে প্রতিবারে 4টি করে অক্ষর নিয়ে কর্তৃতাবে বাছাই করা যাবে?

Solve THESIS শব্দটি S আছে দুটি বাকি 4টি ভিন্ন, নিম্নোক্ত উপায়ে
বাছাই করা যাবে-

i) 2টি S ও অপর দুটি ভিন্ন একপ বাছাই সংখ্যা = $1 \times {}^4C_2 = 6$

ii) 1টি S ও অপর তিনটি ভিন্ন একপ বাছাই সংখ্যা = $1 \times {}^4C_3 = 4$

iii) S বাদে সবগুলোই ভিন্ন একপ বাছাই সংখ্যা = ${}^4C_4 = 1$

মোট বাছাই সংখ্যা = 11

26. টেলিফোন ডায়ালে 0 থেকে 9 পর্যন্ত নথি থাকে। যদি কক্ষবাজার শহরের টেলিফোন
নম্বরগুলো 6 অক্ষ বিশিষ্ট হয়, তাহলে ঐ শহরের মোট সংযোগ দেয়া যাবে?

Solve $10^n \rightarrow n = 6; 10^6 = 1000000$ টি সংযোগ দেয়া যাবে।

27. PROFESSOR শব্দটির অক্ষরগুলো হতে প্রতিবারে 4টি করে বর্ণ নিয়ে
কর্তৃতাবে বাছাই করা যাবে?

Solve PROFESSOR শব্দটিতে মোট বর্ণ 9টি, 0 আছে 2টি, r আছে

2টি, s আছে 2টি, অবশিষ্ট তিনটি ভিন্ন, মোট ভিন্ন বর্ণ = 6টি।

নিম্নোক্ত উপায়ে বাছাই করা যায়-

i) 3জোড়া হতে 2জোড়া একপ ক্ষেত্রে সমাবেশ = ${}^3C_2 = 3$

ii) 3জোড়া হতে 1জোড়া ও 5টি হতে 2টি = ${}^3C_1 \times {}^5C_2 = 30$

[3জোড়া হতে 1জোড়া নিলে 2জোড়া থাকে অর্থাৎ 2টি ভিন্ন বর্ণ থাকে এই
দুটি ও ভিন্ন 3টি মোট 5টি ভিন্ন]

iii) সবগুলোই ভিন্ন = ${}^6C_4 = 15$

∴ মোট বাছাই সংখ্যা = $3 + 30 + 15 = 48$

28. 52 বানা তাস কর্তৃতাবে সমান ভাগে ভাগ করে দেয়া যাবে a) দুটি ভাগে/দলে
b) দুজন ব্যক্তির মধ্যে c) 4টি দলে d) 4 ব্যক্তির মধ্যে?

Solve a. দুটি দলে ভাগ করার উপায় = $\frac{52!}{2!(26!)^2}$

b) দুজন ব্যক্তির মধ্যে = $\frac{52!}{(26!)^2}$

c) সমান 4টি দলে ভাগ করার উপায় = $\frac{52!}{4!(13!)^4}$

d) চারজন ব্যক্তির মধ্যে সমান ভাগে = $\frac{52!}{(13!)^4}$

GST ওজ্জ্বল বিষয়বিদ্যালয় ভাগ
JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS

29. EXAMINATION শব্দটি হতে প্রতিবারে 4টি বর্ণ নিয়ে কর্তৃতাবে শব্দ গঠন
করা যাবে।

Solve EXAMINATION শব্দটিতে, মোট বর্ণ = 11টি

A আছে 2টি, I আছে 2টি, N আছে 2টি, R বাকি 5টি ভিন্ন

নির্বাচনের ভিত্তি	সমাবেশ	বিন্যাস
3 জোড়া হতে 2 জোড়া	${}^3C_2 = 3$	$3 \times \frac{4!}{2!2!} = 18$
3 জোড়া হতে 1 জোড়া ও বাকি দুটি ভিন্ন	${}^3C_1 \times {}^7C_2$ $= 63$	$63 \times \frac{4!}{2!} = 756$
সবগুলোই ভিন্ন (3 জোড়ার 3টি ও ভিন্ন 5টি)	${}^8C_4 = 70$	$70 \times 4! = 1680$
	মোট = 136	মোট = 2454

For Practice

01. COMPOSER শব্দটিকে কর্তৃতাবে সাজানো যায়। যখন ঘৰৰ্বণ ও
ব্যঙ্গবৰ্ণের আপেক্ষিক অবস্থান অপরিবর্তিত থাকে। Ans: 360

02. DEPRESSION শব্দটির অক্ষরগুলোকে কর্তৃতাবে সাজানো যাবে যাতে
ঘৰৰ্বণগুলো একত্রে থাকবে? Ans: 30240

03. দেখাও যে, AMERICA শব্দটির বর্ণগুলোর বিন্যাস সংখ্যা, CALCUTTA
শব্দটির বর্ণগুলোর বিন্যাস সংখ্যার 21 গুণ।

04. 10টি বইয়ের মধ্যে 4টি বই কত একারে বাছাই করা যায়, যাতে নির্দিষ্ট 2টি
বই সর্বদা বাদ থাকে? Ans: 70

05. একটি থলিতে 14টি 10 টাকার, 9টি 5টাকার, 4টি 2 টাকার এবং 7টি এক
টাকার নোট আছে। তুমি কত বিভিন্নভাবে কেন দাতব্য তহবিলে দান করতে
পারবে? Ans: 5999

06. একটি সভা শেষে প্রত্যেকের সাথে করমদন করলেন। করমদনের
সংখ্যা 66 হলে, কতজন লোক সভায় উপস্থিত হিলেন? Ans: 12

07. একজন পরীক্ষার্থীকে 7টি প্রশ্ন থেকে 5টি প্রশ্নের উত্তর দিতে হবে, প্রথম 4টি
থেকে ঠিক 3টি প্রশ্ন বাছাই করতে হবে। বাছাই সংখ্যা কত? Ans: 12

08. NAMITA শব্দটির অক্ষরগুলো হতে প্রতিবার চারটি করে নিয়ে কত ভাবে
বাছাই করা যায়? Ans: 11

09. EXPRESSION শব্দটির অক্ষরগুলো হতে প্রত্যেকবার 4টি অক্ষর নিয়ে
সমাবেশ ও বিন্যাস সংখ্যা নির্ণয় কর। Ans: 2190

10. DETERMINANT শব্দটির অক্ষরগুলো হতে প্রত্যেকবার 6টি অক্ষর নিয়ে
সমাবেশ ও বিন্যাস সংখ্যা নির্ণয় কর। Ans: 179,66150

11. GOVERNMENT শব্দ থেকে বর্ণ নিয়ে 5 বর্ণের কতগুলো শব্দ গঠন করা
যায় যাতে দুইটি n সর্বদা অঙ্গুল থাকে? Ans: 4380

12. EQUATION শব্দটির বর্ণগুলো থেকে 2টি ঘৰৰ্বণ ও 1টি ব্যঙ্গবৰ্ণ নিয়ে
কতগুলো শব্দ গঠন করা যাবে যেখানে ঘৰৰ্বণগুলোর ক্রম পরিবর্তন হবে না? Ans: 90

13. ASSASSINATION শব্দটির অক্ষরগুলো হতে প্রত্যেকবার 7টি অক্ষর নিয়ে
সমাবেশ ও বিন্যাস সংখ্যা নির্ণয় কর। Ans: 103,61495

14. NATIONAL শব্দটির অক্ষরগুলো হতে প্রত্যেকবার 4টি অক্ষর নিয়ে
সমাবেশ ও বিন্যাস সংখ্যা নির্ণয় কর। Ans: 36,606

15. ENGINEERING শব্দটির অক্ষরগুলো হতে প্রত্যেকবার 5টি অক্ষর নিয়ে
সমাবেশ ও বিন্যাস সংখ্যা নির্ণয় কর। Ans: 53,1920

- | | |
|---|-------------|
| EXERCISE শব্দটির অক্ষরগুলো হতে প্রত্যেকবার ৪টি অক্ষর নিয়ে সমাবেশ ও বিনাম সংখ্যা নির্ণয় কর। | Ans: 30,500 |
| DEGREE শব্দটির অক্ষরগুলো হতে প্রত্যেকবার ৪টি অক্ষর নিয়ে সমাবেশ ও বিনাম সংখ্যা নির্ণয় কর। | Ans: 7,72 |
| FACEBOOK শব্দের বর্ণ হতে প্রতিবারে 4 টি বর্ণ নিয়ে কতগুলো শব্দ তৈরি করা যায়? | Ans: 1020 |
| PERMUTATIONS শব্দটির বর্ণ গুলো থেকে একটি ঘরবর্ণ এবং 2টি বাইনর্স নিয়ে কতগুলো শব্দ গঠন করা যায়, যেন ঘরবর্ণটি সবসময় মাঝখানে থাকে? | Ans: 155 টি |
| 6 জন বালক ও 4 জন বালিকা হতে 5 জনকে একটি নির্দিষ্ট কোর্সে ডর্তির জন্য বাছাই করতে হবে। 2 জন বালিকাকে অবশ্যই রেখে বাছাই প্রক্রিয়াটিকে কত ভাবে গঠন করা যেতে পারে? | Ans: 120 |
| 7 জন পুরুষ ও 6 জন মহিলার মধ্য হতে 5 সদস্যের একটি কমিটি গঠন করতে হবে। কমিটিটি কত প্রকারে গঠন করা যেতে পারে সেই সমিতিতে স্থানদের সংখ্যাগরিষ্ঠতা থাকে? | Ans: 736 |
| 6 জন পণ্ডিত ও 4 জন পদার্থবিজ্ঞানের মাধ্য থেকে 6 জনের একটি সমিতি গঠন করতে হবে। কমিটিটি কত প্রকারে গঠন করা যেতে পারে সেই সমিতিতে স্থানদের সংখ্যাগরিষ্ঠতা থাকে? | Ans: 115 |
| 1,2,3,4,5,6,7,8 টিহিত আটটি কাউন্টার থেকে কমপক্ষে 1টি নির্বাচিত ও 1টি জোড় কাউন্টার নিয়ে একবারে ৫টি কাউন্টার নিলে সমাবেশ সংখ্যা কত হবে? | Ans: 6560 |
| একজন পরীক্ষার্থীকে 12 টি প্রশ্ন থেকে 6 টি প্রশ্নের উত্তর দিতে হবে। তাকে প্রথম ৫টি থেকে ঠিক 4 টি প্রশ্ন বাছাই করতে হবে। সে কত প্রকারে প্রশ্নগুলো বাছাই করতে পারবে? | Ans: 105 |
| $P_r = 840$ এবং $C_r = 35$ হলে, n ও r এর মান নির্ণয় কর। | Ans: 7, 4 |

Part 3

GST গুচ্ছ/গুচ্ছভূক্ত বিশ্ববিদ্যালয়ের বিগত বছরের প্রশ্নোত্তর

11. **k** এর কোন মানের জন্য ${}^n P_r = k({}^{n+1} C_r - {}^n C_{r-1})$ হবে? [GST-A : 22-23]

(A) r (B) $(r-1)!$ (C) $r!$ (D) $r-1$

C | Solve ${}^n P_r = k({}^{n+1} C_r - {}^n C_{r-1})$
 $\Rightarrow {}^n C_r \times r! = k({}^n C_r + {}^n C_{r-1} - {}^n C_{r-1})$
 $\Rightarrow {}^n C_r \times r! = k \times {}^n C_r \quad \therefore k = r!$

12. যদি ${}^n C_x = {}^n C_y$ হয়, যেখানে $x \neq y$, তবে কোন সম্পর্কটি সঠিক? [GST-A : 21-22]

(A) $n = x - y$ (B) $n = -x + y$
(C) $n = x + y$ (D) $n = -x - y$

C | Solve ${}^n C_x = {}^n C_y \Rightarrow {}^n C_x = {}^n C_{n-y} \Rightarrow x = n - y \Rightarrow n = x + y$

13. ADMISSION শব্দটির A ও D কে দুই প্রাণে রেখে কত প্রকারে সাজানো যেতে পারে? [KU-A : 19-20]

(A) 2020 (B) 2025 (C) 2520 (D) 2525

C | Solve A ও D কে দুই প্রাণে ${}^2 P_2 = 2!$ প্রকারে রাখা যাবে। বাকি MISSION বা M(II) (SS) ON 7টি বর্ণের সাজানো সংখ্যা = $\frac{7!}{2!2!}$
 $\therefore A$ ও D কে দুই প্রাণে রেখে ADMISSION শব্দটির বর্ণগুলোর সাজানো সংখ্যা = $\frac{7!}{2!2!} \times 2! = \frac{7!}{2!} = 2520$

14. CRITICAL শব্দটির সবগুলো বর্ণ ব্যবহার করে কতগুলো বিন্যাস পাওয়া যায়? [CoU-A : 19-20]

(A) 40320 (B) 20160 (C) 10080 (D) 70

C | Solve CRITICAL বা (CC) R (II) TAL শব্দটির বর্ণ সংখ্যা 8, এদের সবগুলোকে নিয়ে বিন্যাস সংখ্যা = $\frac{8!}{2!2!} = 10080$

15. COURAGE শব্দটির কর্ণগুলো নিয়ে কতগুলো বিন্যাস সংখ্যা নির্ণয় করা যায় যেন অস্ত্যক বিন্যাসের প্রথমে একটি স্বরবর্ণ থাকে? [CoU-A : 18-19]

(A) 720 (B) 2880 (C) 719 (D) 999

B | Solve COURAGE এর স্বরবর্ণ (OUAE) যা 4টি এবং বাঞ্জনবর্ণ (CRG) যা 3টি।
4 টি স্বরবর্ণ হতে 1 টিকে প্রথমে সাজানো যায় = ${}^4 P_1$ প্রকারে।
আবার বাকি 6 বর্ণের সাজানো সংখ্যা = 6!
 \therefore নির্ণেয় সাজানো সংখ্যা = ${}^4 P_1 \times 6! = 4 \times 720 = 2880$

16. MATURITY শব্দটির সবগুলো বর্ণ একত্রে নিয়ে যতগুলো সাজানো সংখ্যা পাওয়া যায়- [IU-D : 19-20]

(A) 20120 (B) 20000 (C) 20180 (D) 20160

D | Solve MATURITY শব্দটির মোট বর্ণ সংখ্যা 8টি এদের মধ্যে T, 2টি। \therefore নির্ণেয় বর্ণ সংখ্যা = $\frac{8!}{2!} = 20160$

07. DIRECTOR শব্দটির সবগুলো কৰ্ণ একত্রে নিয়ে যতগুলো সংখ্যা পাওয়া যায়- [IU-D : 19-20]

(A) 10280 (B) 20160 (C) 10380 (D) 10480

B | Solve DIRECTOR বা DI(RR)ECTO
শব্দটি মোট বর্ণ সংখ্যা 8টি এদের মধ্যে 2টি R
 \therefore এদের একত্রে সাজানো সংখ্যা = $\frac{8!}{2!} = 20160$

08. যদি ${}^n C_4 + {}^n C_3 = 70$ হয়, তবে n=? [BRUR-E : 19-20]

(A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7

D | Solve ${}^n C_4 + {}^n C_3 = 70 \Rightarrow {}^n C_4 + {}^n C_{4-1} = 70$
 $\Rightarrow {}^{n+1} C_4 = 70$

$n = 7$ হলে, ${}^{7+1} C_4 = {}^8 C_4 = 70$

09. 4 জন ছাত্রীসহ 10 শিক্ষার্থীর মধ্য থেকে 5 জনের একটি কমিটি কর্তৃপক্ষের গঠন করা যেতে পারে যেন প্রত্যেক কমিটিতে অঙ্গতপক্ষে 1 জন ছাত্রী থাকবে? [JKKNIU-B : 19-20]

(A) 240 (B) 246 (C) 252 (D) 120

B | Solve

ছাত্রী 4 জন	অন্যান্য 6 জন
1	4
2	3
3	2
4	1

মোট গঠন = ${}^4 C_1 \times {}^6 C_4 + {}^4 C_2 \times {}^6 C_3 + {}^4 C_3 \times {}^6 C_2 + {}^4 C_4 \times {}^6 C_1$
= $60 + 120 + 60 + 6 = 246$

10. ${}^6 C_4 + {}^6 C_3 + {}^7 C_3$ এর মান কত? [JKKNIU-B : 19-20]

(A) 56 (B) 42 (C) 30 (D) 70

D | Solve ${}^6 C_4 + {}^6 C_3 + {}^7 C_3$
 $= {}^{6+1} C_4 + {}^7 C_3 = {}^7 C_4 + {}^7 C_3 = {}^{7+1} C_4 = {}^8 C_4 = 70$

11. 6 জন ছাত্র এবং 5 জন ছাত্রী থেকে 5 জনের একটি কমিটি কর্তৃপক্ষের গঠন করা যায়, যাতে অঙ্গত একজন ছাত্র ও একজন ছাত্রী থাকে? [JKKNIU-B : 19-20]

(A) 144 (B) 360 (C) 455 (D) 720

C | Solve

6 জন (ছাত্র)	5 জন (ছাত্রী)
1	4
2	3
3	2
4	1

\therefore মোট উপায় = ${}^6 C_1 \times {}^5 C_4 + {}^6 C_2 \times {}^5 C_3 + {}^6 C_3 \times {}^5 C_2 + {}^6 C_4 \times {}^5 C_1$
= $120 + 150 + 200 + 75 = 445$

- GST ও অন্যান্য অর্থনৈতিক সম্বোধন
12. ৭ সংখক টপাদাম থেকে একবারে কলঙ্গলো টপাদাম খিলে তাদের বিশাস ও সমাবেশ সমাবেশ হচ্ছে? [JU-STU-B : 19-20]
- (A) ১ এবং ৪ (B) ১ থেকে ৯ (C) ০ এবং ৯
 (D) ০ এবং ১ (E) ০ এবং ৪
- Solve** $P_0 = 1; C_0 = 1$
 $P_1 = 9; C_1 = 9 \quad \therefore 0 \text{ এবং } 1$
13. 1, 2, 3, 4 দৈর্ঘ্য বিশিষ্ট সরলরেখা দ্বারা কমিটি ত্রিভুজ গঠন করা যাবে। [MBSTU-C : 19-20]
- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4
- Solve** 1, 2, 3, 4 বিশিষ্ট সরল রেখা হতে 3 টির বাছাই সংখ্যা = ${}^4C_3 = 4$ টি। এদের মধ্যে 2, 3, 4 দ্বারা ত্রিভুজ গঠিত হয় বাকিগুলো দ্বারা ত্রিভুজ গঠন করা যায় না। কারণ ক্ষুদ্রতর 2 বাহুর যোগফল তৃতীয় বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর নয়। $\therefore 1$ টি ত্রিভুজ হবে।
14. 5 জন পুরুষ ও 4 জন মহিলার একটি দল থেকে একজন পুরুষ ও দুইজন মহিলা নিয়ে কতভাবে একটি কমিটি গঠন করা যাবে? [MBSTU-A : 19-20]
- (A) 30 (B) 25 (C) 20 (D) 18
- Solve** কমিটি গঠন = ${}^5C_1 \times {}^4C_2 = 30$
15. THESIS শব্দটি থেকে প্রতিবারে 4টি অক্ষর নিয়ে সঞ্চাব মোট সমাবেশ সংখ্যা - [MBSTU-A : 19-20]
- (A) 9 (B) 11 (C) 13 (D) 15
- Solve** THE (SS)
- (i) 5টি ডিম্ব অক্ষর হতে 4টি অক্ষর নিয়ে সমাবেশ = ${}^5C_4 = 5$
 (ii) 2টি s এবং অপর 4টি হতে 2টি অক্ষর নিয়ে সমাবেশ = ${}^2C_2 \times {}^4C_2 = 6$
 \therefore মোট সমাবেশ = $5 + 6 = 11$
16. 5 জন বাসি হতে 3 সদস্যের একটি কমিটি কর্তৃপক্ষ উপায়ে বেছে নেওয়া যায় যাতে একজন নির্দিষ্ট বাসি সবসময় উক্ত কমিটিতে থাকবে? [NSTU-B : 19-20]
- (A) 6 (B) 7 (C) 12 (D) 18
- Solve** $5 - 1 = 4$ এবং $3 - 1 = 2 \quad \therefore$ কমিটির সংখ্যা = ${}^4C_2 = 6$
 Shortcut: ${}^{5-1}C_{3-1} = {}^4C_2 = 6$
- Part 4** **অধ্যায়ভিত্তিক গুরুত্বপূর্ণ MCQ প্রশ্নাঙ্ক**
01. যদি ${}^nP_5 = 60 \times {}^{n-1}P_3$ হয়, তাহলে n এর মান কত? (Ans A)
 (A) 10 (B) 6 (C) 12 (D) কোনোটিই নয়
02. PARALLEL শব্দটির কর্তৃপক্ষ সবগুলো একত্রে নিয়ে কর্তৃপক্ষের সাজানো যায়? (Ans C)
 (A) 3630 (B) 3560 (C) 3360 (D) 3300
03. ${}^nP_3 \times 5 = {}^nP_4$ হলে, n এর মান কত? (Ans A)
 (A) 8 (B) 6 (C) 10 (D) 18
04. 'SCIENCE' শব্দটির সবকটি বর্ণকে কতভাবে সাজানো যায়? (Ans B)
 (A) 120 (B) 1260
 (C) 5040 (D) 20160
05. 'CORONA' শব্দের বর্ণগুলোকে কতভাবে সাজানো যাবে যেখানে দ্বর্বর্ণগুলো একসাথে থাকবে? (Ans D)
 (A) 124 (B) 144 (C) 164 (D) 72
06. EXIT এর অক্ষরগুলোকে কর্তৃপক্ষের বিন্যাস করা যায়, যাতে অন্ততে স্বর্ণর থাকে? (Ans B)
 (A) 24 (B) 12 (C) 6 (D) 16
07. দ্বর্বর্ণগুলিকে বিজোড় ছানে রেখে ARTICLE শব্দটির অক্ষরগুলোকে কর্তৃপক্ষের সাজানো যায়? (Ans B)
 (A) 676 (B) 576 (C) 776 (D) 570
08. COURAGE শব্দটির বর্ণগুলো নিয়ে কর্তৃপক্ষ বিন্যাস সংখ্যা নির্ণয় করা যাবে যেন প্রত্যেক বিন্যাসের প্রথমে একটি দ্বর্বর্ণ থাকে? (Ans B)
 (A) 720 (B) 2880 (C) 180 (D) 5040
09. "PERMUTATION" শব্দটির বর্ণগুলোর মধ্যে দ্বর্বর্ণের অবস্থান পরিবর্তন না করে বর্ণগুলোকে কর্তৃপক্ষে রাখলে পুনরায় সাজানো যাবে? (Ans D)
 (A) 360 (B) 460 (C) 459 (D) 359
10. দুই জন কলা বিভাগের ছাত্রকে একত্রে না বসিয়ে 5 জন বিজ্ঞানের ছাত্র ও 5 জন কলা বিভাগের ছাত্র কর্তৃপক্ষে রাখলে একটি গোল টেবিলের পাশে আসন নিতে পারে? (Ans B)
 (A) 1480 (B) 2880 (C) 3880 (D) 2480
11. ABSCISSA শব্দটির অক্ষরগুলিকে কতভাবে পুনর্বিন্যাস করা যায়? (Ans B)
 (A) 719 (B) 3359 (C) 3360 (D) 20159

সংযুক্ত কোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাত

Part 1

প্রয়োজনীয় সূত্রাবলি

$$\begin{array}{ll} \square \sin(-\theta) = -\sin\theta, & \text{cosec } (-\theta) = -\text{cosec}\theta \\ \cos(-\theta) = \cos\theta, & \sec(-\theta) = \sec\theta \\ \tan(-\theta) = -\tan\theta, & \cot(-\theta) = -\cot\theta \end{array}$$

01. ত্রিভুজের sine সূত্র: $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$

02. ত্রিভুজের cosine সূত্র: (i) $\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$

(ii) $\cos B = \frac{c^2 + a^2 - b^2}{2ca}$ (iii) $\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$

03. ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল:

(i) $\Delta = \frac{1}{2} ab \sin C = \frac{1}{2} bc \sin A = \frac{1}{2} ca \sin B = \frac{abc}{4R}$

যেখানে, পরিব্যাসার্ধ $R = \frac{abc}{4\Delta}$

(ii) $\Delta = \frac{1}{4} (2a^2b^2 + 2b^2c^2 + 2c^2a^2 - a^4 - b^4 - c^4)^{1/2}$

(iii) ত্রিভুজের অঙ্কব্যাসার্ধ $r = 4R \sin \frac{A}{2} \sin \frac{B}{2} \sin \frac{C}{2}$

$\Rightarrow r = \frac{2\Delta}{a+b+c} \Rightarrow rs = \Delta$

(iv) $\Delta = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

04. অভিক্ষেপ সূত্র:

(i) $a = b \cos C + c \cos B$ (ii) $b = c \cos A + a \cos C$

(iii) $c = a \cos B + b \cos A$

05. ত্রিভুজের পরিসীমা ও এ সংক্রান্ত সূত্র:

কোন ত্রিভুজের পরিসীমাকে $2s$ ঘারা প্রকাশ করা হয় এবং $2s = a + b + c$

∴ অর্ধ পরিসীমা, $s = \frac{a+b+c}{2}$

(i) $\sin \frac{A}{2} = \sqrt{\frac{(s-b)(s-c)}{bc}}$

(iii) $\sin \frac{C}{2} = \sqrt{\frac{(s-a)(s-b)}{ab}}$

(v) $\cos \frac{B}{2} = \sqrt{\frac{s(s-b)}{ca}}$

(vii) $\tan \frac{A}{2} = \sqrt{\frac{(s-b)(s-c)}{s(s-a)}}$

(ix) $\tan \frac{C}{2} = \sqrt{\frac{(s-a)(s-b)}{s(s-c)}}$

(xi) $\cot \frac{B}{2} = \frac{s(s-b)}{\Delta}$

(xiii) $\sin A = \frac{2\Delta}{bc}, \sin B = \frac{2\Delta}{ca}, \sin C = \frac{2\Delta}{ab}$

(xiv) $\sin A + \sin B + \sin C = \frac{s}{R}$

06. Tangent Rule : Napier's Analogy

(i) $\tan \frac{B-C}{2} = \frac{b-c}{b+c} \cot \frac{A}{2}$ (ii) $\tan \frac{C-A}{2} = \frac{c-a}{c+a} \cot \frac{B}{2}$

(iii) $\tan \frac{A-B}{2} = \frac{a-b}{a+b} \cot \frac{C}{2}$

কোণ এর tangent কে শুধুমাত্র বাহ ও ত্রিভুজের ক্ষেত্রফলের মাধ্যমে প্রমাণ করা হয়।

(i) $\tan A = \frac{abc}{R} \cdot \frac{1}{b^2 + c^2 - a^2} = \frac{4\Delta}{b^2 + c^2 - a^2}$

(ii) $\tan B = \frac{abc}{R} \cdot \frac{1}{c^2 + a^2 - b^2} = \frac{4\Delta}{a^2 - b^2 + c^2}$

(iii) $\tan C = \frac{abc}{R} \cdot \frac{1}{a^2 + b^2 - c^2} = \frac{4\Delta}{a^2 + b^2 - c^2}$

A. sin/cos এর মৌলিক কোণের সূত্র:

• $\sin(A \pm B) = \sin A \cos B \pm \cos A \sin B$

• $\cos(A \pm B) = \cos A \cos B \mp \sin A \sin B$

B. tan/cot এর মৌলিক কোণের সূত্র:

• $\tan(A \pm B) = \frac{\tan A \pm \tan B}{1 \mp \tan A \tan B}$ • $\cot(A \pm B) = \frac{\cot A \cot B \mp 1}{\cot B \pm \cot A}$

C. sin/cos এর গুণকে যোগ ও বিয়োগ আকারে প্রকাশ:

• $2 \sin A \cos B = \sin(A+B) + \sin(A-B)$

• $2 \cos A \sin B = \sin(A+B) - \sin(A-B)$

• $2 \cos A \cos B = \cos(A+B) + \cos(A-B)$

• $2 \sin A \sin B = \cos(A-B) - \cos(A+B)$

• $\sin(A+B) \sin(A-B) = \sin^2 A - \sin^2 B$

= $\cos^2 B - \cos^2 A$

• $\cos(A+B) \cos(A-B) = \cos^2 A - \sin^2 B$
= $\cos^2 B - \sin^2 A$

D. sin/cos এর যোগ ও বিয়োগকে শুণ আকারে প্রকাশ:

• $\sin C + \sin D = 2 \sin \frac{C+D}{2} \cos \frac{C-D}{2}$

• $\sin C - \sin D = 2 \cos \frac{C+D}{2} \sin \frac{C-D}{2}$

• $\cos C + \cos D = 2 \cos \frac{C+D}{2} \cos \frac{C-D}{2}$

• $\cos C - \cos D = 2 \sin \frac{C+D}{2} \sin \frac{D-C}{2}$

➤ $1 - \cos 2A = 2 \sin^2 A$ ➤ $1 + \cos 2A = 2 \cos^2 A$

➤ $\frac{1 - \cos 2A}{1 + \cos 2A} = \tan^2 A$

E. অপিত্বক কোণের sin/cos এর সূত্র:

➤ $\sin 2A = 2 \sin A \cos A = \frac{2 \tan A}{1 + \tan^2 A}$

➤ $\cos 2A = \cos^2 A - \sin^2 A = 1 - 2 \sin^2 A = 2 \cos^2 A - 1 = \frac{1 - \tan^2 A}{1 + \tan^2 A}$

F. অপিত্বক কোণের tan/cot এর সূত্র:

➤ $\tan 2A = \frac{1 - \cos 2A}{1 + \cos 2A} = \frac{2 \tan A}{1 - \tan^2 A}$

Part 2

গণিতিক সমস্যা ও সমাধান

$\frac{5}{13}$ এবং θ সূর্যকোষ হলে, $\tan\theta + \sec(-\theta)$ এর মান কত?

$$\sin\theta = \frac{5}{13}$$

$$\cos\theta = \frac{12}{13}$$

$$\tan\theta + \sec(-\theta) = \tan\theta + \sec\theta$$

$$\frac{5}{12} = \frac{18}{12} = \frac{3}{2}$$

$\cos\alpha + \sec\alpha = \frac{5}{2}$ হয়, তবে $\cos^n\alpha = ?$

$$\text{Solve } \cos\alpha + \sec\alpha = \frac{5}{2} \Rightarrow \cos\alpha + \frac{1}{\cos\alpha} = \frac{5}{2}$$

$$\frac{\cos^2\alpha + 1}{\cos\alpha} = \frac{5}{2} \Rightarrow 2\cos^2\alpha - 5\cos\alpha + 2 = 0$$

$$(2\cos\alpha - 1)(\cos\alpha - 2) = 0 \Rightarrow 2\cos\alpha - 1 = 0, \cos\alpha - 2 = 0$$

$$\cos\alpha - 2 \neq 0 \therefore \cos\alpha = \frac{1}{2} \therefore \cos^n\alpha = \frac{1}{2^n} = 2^{-n}$$

$\cos\alpha + \sin\alpha = \sqrt{2} \cos\alpha$ হয়, তবে $\cos\alpha - \sin\alpha$ এর মান কত?

$$\text{Solve } \cos\alpha + \sin\alpha = \sqrt{2} \cos\alpha$$

$$\sin\alpha = (\sqrt{2} - 1) \cos\alpha \Rightarrow \cos\alpha = \frac{\sin\alpha}{\sqrt{2} - 1}$$

$$\cos\alpha = \frac{(\sqrt{2} + 1)\sin\alpha}{2 - 1} \Rightarrow \cos\alpha = \sqrt{2} \sin\alpha + \sin\alpha$$

$$\cos\alpha - \sin\alpha = \sqrt{2} \sin\alpha$$

$$\tan\theta = \frac{y}{x}$$

$\tan\theta = ?$, তবে $x \cos 2\theta + y \sin 2\theta = ?$

$$\text{Solve } x \cos 2\theta + y \sin 2\theta = x(1 - 2\sin^2\theta) + y \cdot 2\sin\theta \cos\theta$$

$$= x - 2x \sin^2\theta + 2\sin\theta \cdot y \cos\theta$$

$$= x - 2x \sin^2\theta + 2x \sin^2\theta \quad [\because x \sin\theta = y \cos\theta]$$

$$= x \cos 2\theta + y \sin 2\theta = x$$

$$\frac{\sin 75^\circ + \sin 15^\circ}{\sin 75^\circ - \sin 15^\circ} = ?$$

$$\frac{2 \sin \frac{75^\circ + 15^\circ}{2} \cos \frac{75^\circ - 15^\circ}{2}}{2 \cos \frac{75^\circ + 15^\circ}{2} \sin \frac{75^\circ + 15^\circ}{2}}$$

$$\text{Solve } \frac{\sin 45^\circ \cos 30^\circ}{\cos 45^\circ \sin 30^\circ} = \tan 45^\circ \cot 30^\circ = 1 \times \sqrt{3} = \sqrt{3}$$

$$\sin 780^\circ \cos 390^\circ - \sin 330^\circ \cos(-300^\circ) = ?$$

$$\text{Solve } \sin 780^\circ \cos 390^\circ - \sin 330^\circ \cos(-300^\circ)$$

$$= \sin 780^\circ \cos 390^\circ - \sin 330^\circ \cos 300^\circ$$

$$[\because \cos(-\theta) = \cos\theta]$$

$$= \sin(8 \times 90^\circ + 60^\circ) \cos(4 \times 90^\circ + 30^\circ) - \sin(3 \times 90^\circ + 60^\circ) \cos(3 \times 90^\circ + 30^\circ)$$

$$= \sin 60^\circ \cos 30^\circ - (-\cos 60^\circ) \sin 30^\circ$$

$$= \sin 60^\circ \cos 30^\circ + \cos 60^\circ \sin 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = 1$$

$$\cot(-1575^\circ) \text{ এর মান নির্ণয় কর।}$$

$$\text{Solve } \cot(-1575^\circ) = -\cot(1575^\circ) = -\cot(360^\circ \times 4 + 135^\circ)$$

$$= -\cot(135^\circ) = -\cot(180^\circ - 45^\circ) = -(-\cot 45^\circ) = 1$$

$$08. \sin^2 10^\circ + \sin^2 20^\circ + \sin^2 30^\circ + \dots + \sin^2 90^\circ \text{ এর মান কত?}$$

$$\begin{aligned} \text{Solve } & (\sin^2 10^\circ + \sin^2 80^\circ) + (\sin^2 20^\circ + \sin^2 70^\circ) + (\sin^2 30^\circ + \sin^2 60^\circ) + (\sin^2 40^\circ + \sin^2 50^\circ) + \sin^2 90^\circ \\ & = [\sin^2 10^\circ + \{\sin^2(90^\circ - 10^\circ)\}] + [\sin^2 20^\circ + \{\sin^2(90^\circ - 20^\circ)\}] + \\ & [\sin^2 30^\circ + \{\sin^2(90^\circ - 30^\circ)\}] + [\sin^2 40^\circ + \{\sin^2(90^\circ - 40^\circ)\}] + 1 \\ & = (\sin^2 10^\circ + \cos^2 10^\circ) + (\sin^2 20^\circ + \cos^2 20^\circ) + (\sin^2 30^\circ + \cos^2 30^\circ) + \\ & (\sin^2 40^\circ + \cos^2 40^\circ) + 1 \\ & = 1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 5 \end{aligned}$$

$$09. \cos^2(A - 120^\circ) + \cos^2 A + \cos^2(A + 120^\circ) = ?$$

$$\begin{aligned} \text{Solve } & \cos^2(A - 120^\circ) + \cos^2 A + \cos^2(A + 120^\circ) \\ & = \frac{1}{2} \{2\cos^2(A - 120^\circ) + 2\cos^2 A + 2\cos^2(A + 120^\circ)\} \\ & = \frac{1}{2} \{1 + \cos 2(A - 120^\circ) + 1 + \cos 2A + 1 + \cos 2(A + 120^\circ)\} \\ & = \frac{1}{2} \{3 + \cos 2A + \cos(2A - 240^\circ) + \cos(2A + 240^\circ)\} \\ & = \frac{1}{2} (3 + \cos 2A - \cos 2A) = \frac{3}{2} \end{aligned}$$

$$10. a = 21, b = 9 \text{ এবং } c = 15 \text{ প্রতি } ABC \text{ ত্রিভুজের তিনটি বাহু হলে, ত্রিভুজটির ধরণ নির্ণয় কর।}$$

$$\text{Solve } \text{আমাদের বৃহত্তর কোণের মান নির্ণয় করতে হবে। যেহেতু বৃহত্তর বাহু } a = 21 \text{ অতএব, বৃহত্তর কোণ } \angle A.$$

$$\text{এখন } \cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = \frac{81 + 225 - 441}{270} = -\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \cos A = \cos 120^\circ \Rightarrow A = 120^\circ \therefore \text{ত্রিভুজটি সূক্ষ্মকোণী।}$$

$$11. (a+b+c)(b+c-a) = 3bc \text{ হলে, } \angle A = ?$$

$$\text{Solve } \frac{a+b+c}{2} = s$$

$$\text{এখন } (a+b+c)(b+c-a) = 3bc$$

$$\Rightarrow 2s(a+b+c-a) = 3bc \Rightarrow 2s(2s-2a) = 3bc$$

$$\Rightarrow \frac{s(s-a)}{bc} = \frac{3}{4} \Rightarrow \cos^2 A = \frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow \cos A = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow A = 30^\circ \therefore A = 60^\circ$$

$$12. \Delta ABC \text{ এ যদি } A = 75^\circ, B = 45^\circ \text{ হয়, } c : b = ? \text{ } b = 5 \text{ cm} \text{ হলে, ত্রিভুজটির পরিব্যাসার্ধ, } c \text{ ও } a \text{ বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।}$$

$$\text{Solve } C = 180^\circ - (75^\circ + 45^\circ) = 60^\circ$$

$$\text{Sine Rule হতে, } \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$\Rightarrow \frac{c}{b} = \frac{\sin 60^\circ}{\sin 45^\circ} = \frac{\sqrt{3}/2}{1/\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$$

$$\therefore c : b = \sqrt{3} : \sqrt{2} \text{ এবং } c = \frac{\sqrt{3} \times 5}{\sqrt{2}} = 6.12$$

$$\text{আবার, Sine Rule হতে, } \frac{b}{\sin B} = 2R \Rightarrow R = \frac{5}{2 \sin 45^\circ} = 5/\sqrt{2}$$

$$\text{আবার, } \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} \Rightarrow a = \frac{5 \sin 75^\circ}{\sin 45^\circ} = 6.83$$

JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS

13. ত্রিভুজের বাহুগুলো $a = 5$, $b = 7$, $c = 8$ হলে, ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল কত?

Solve $2s = a + b + c = 5 + 7 + 8 = 20 \Rightarrow s = 10$

$$\therefore \text{ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল} = \sqrt{10(10-5)(10-7)(10-8)}$$

$$= \sqrt{10 \times 5 \times 3 \times 2} = \sqrt{300} \text{ বর্গ একক}$$

14. যদি $a^4 + b^4 + c^4 = 2c^2(a^2 + b^2)$ হয়, তবে $\angle C = ?$

Solve $a^4 + b^4 + c^4 = 2c^2(a^2 + b^2)$

$$\Rightarrow a^4 + b^4 + c^4 - 2c^2(a^2 + b^2) = 0 \Rightarrow (a^2 + b^2 - c^2)^2 = 2a^2b^2$$

$$\Rightarrow \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} = \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \cos C = \pm \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow C = 45^\circ \text{ ও } 135^\circ$$

15. $a^2(\sin^2 B - \sin^2 C) + b^2(\sin^2 C - \sin^2 A) + c^2(\sin^2 A - \sin^2 B)$ এর মান কত?

Solve $a^2(\sin^2 B - \sin^2 C) + b^2(\sin^2 C - \sin^2 A) + c^2(\sin^2 A - \sin^2 B)$

$$= a^2 \left(\frac{b^2}{4R^2} - \frac{c^2}{4R^2} \right) + b^2 \left(\frac{c^2}{4R^2} - \frac{a^2}{4R^2} \right) + c^2 \left(\frac{a^2}{4R^2} - \frac{b^2}{4R^2} \right)$$

$$= \frac{1}{4R^2} (a^2b^2 - c^2a^2 + b^2c^2 - a^2b^2 + c^2a^2 - b^2c^2) = 0$$

16. যদি $A + B = \frac{\pi}{4}$ হয়, তবে $(1 + \tan A)(1 + \tan B)$ এর মান নির্ণয় কর।

Solve $A + B = \frac{\pi}{4} \Rightarrow \tan(A + B) = \tan \frac{\pi}{4}$

$$\Rightarrow \frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \tan B} = 1 \Rightarrow \tan A + \tan B + \tan A \tan B = 1$$

$$\Rightarrow (1 + \tan A) + \tan B (1 + \tan A) = 1 + 1$$

$$\Rightarrow (1 + \tan A)(1 + \tan B) = 2 \therefore (1 + \tan A)(1 + \tan B) = 2 \text{ (Ans.)}$$

For Practice

01. কোন ত্রিভুজের বাহুগুলো 13, 14, 15 হলে ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল কত?

Ans: 84 sq. unit

02. কোন ত্রিভুজের বাহুগুলোর দৈর্ঘ্য 5, 6, 7 একক হলে অঙ্গব্যাসার্ধ ও পরিব্যাসার্ধ নির্ণয় কর।

$$\text{Ans: অঙ্গব্যাসার্ধ } r = \frac{2\sqrt{6}}{3} \text{ একক, পরিব্যাসার্ধ} = \frac{35}{4\sqrt{6}} \text{ একক।}$$

Part 3

GST গুচ্ছ/গুচ্ছভুক্ত বিশ্ববিদ্যালয়ের বিগত বছরের প্রশ্নোত্তর

01. $\sin\left(\alpha - \frac{\pi}{6}\right) + \sin\left(\alpha + \frac{5\pi}{6}\right)$ এর মান কত? [GST-A : 22-23]

- Ⓐ -1 Ⓑ 0 Ⓒ -cosα Ⓓ $\sqrt{3}\sin\alpha$

B [Solve] $\sin\left(\alpha - \frac{\pi}{6}\right) + \sin\left(\alpha + \frac{5\pi}{6}\right)$

$$= \sin\left(\alpha - \frac{\pi}{6}\right) + \sin\left(\alpha + \pi - \frac{5\pi}{6}\right)$$

$$= \sin\left(\alpha - \frac{\pi}{6}\right) + \sin\left(\pi + \left(\alpha - \frac{\pi}{6}\right)\right) = \sin\left(\alpha - \frac{\pi}{6}\right) - \sin\left(\alpha - \frac{\pi}{6}\right) = 0$$

02. যদি $\cos x + \cos y = p$ এবং $\sin x + \sin y = q$ হয়, তবে $\tan \frac{x+y}{2} = ?$

[GST-A : 20-21]

- Ⓐ $\frac{p}{q}$ Ⓑ $\frac{q}{p}$ Ⓒ $\frac{p^2}{q^2}$ Ⓓ $\frac{q^2}{p^2}$

B [Solve] $\cos x + \cos y = p \Rightarrow 2\cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2} = p \dots \text{(i)}$

আবার, $\sin x + \sin y = q \Rightarrow 2\sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2} = q \dots \text{(ii)}$

$$\text{(ii)} \div \text{(i)} \Rightarrow \tan \frac{x+y}{2} = \frac{q}{p}$$

03. ΔABC এর ধৰণ কর যে, $a \sin\left(\frac{A+C}{2}\right) = (b+c) \sin\frac{A}{2}$

04. ΔABC -এ ধৰণ কর যে, $\sin \frac{A}{2} \sin \frac{B}{2} \sin \frac{C}{2} = \frac{a^2}{4abc}$

05. যদি $yz + zx + xy = 1$ হয়, তবে ধৰণ কর যে,

$$\frac{(x^2-1)(y^2-1)}{xy} + \frac{(y^2-1)(z^2-1)}{yz} + \frac{(z^2-1)(x^2-1)}{zx} = 4$$

06. $A + B + C = \pi$ হলে, ধৰণ কর যে,

$$\sin^2 \frac{A}{2} + \sin^2 \frac{B}{2} + \sin^2 \frac{C}{2} = 1 - 2 \sin \frac{A}{2} \sin \frac{B}{2} \sin \frac{C}{2}.$$

07. $\tan 40^\circ \tan 50^\circ \tan 60^\circ$ এর মান কত?

Ans:

08. $\sin \alpha - \sin \beta = 2$ এবং $\cos \alpha + \cos \beta = 3$ হলে, $\cos(\alpha - \beta)$ এর মান কত?

Ans:

09. যদি $\sin x + \sin y = a$ এবং $\cos x + \cos y = b$ হয়, তবে দেখা ও যে,

$$\sin \frac{1}{2}(x-y) = \pm \frac{1}{2} \sqrt{4-a^2-b^2}$$

10. $\sin x \sin(x+30^\circ) + \cos x \sin(x+120^\circ)$ এর মান কত?

Ans:

11. মান নির্ণয় কর: $\sin^2 \frac{17\pi}{18} + \sin^2 \frac{5\pi}{8} + \sin^2 \frac{37\pi}{18} + \sin^2 \frac{3\pi}{8}$.

Ans:

12. $n \in \mathbb{Z}$ হলে, $\cos\{n\pi + (-1)^n \frac{\pi}{4}\}$ এর মান কত?

Ans: ±

13. $\frac{\cos 8^\circ + \sin 8^\circ}{\cos 8^\circ - \sin 8^\circ}$ এর মান কত?

Ans. tan 5°

14. $\cos 675^\circ + \sin(-1395^\circ)$ এর মান কত?

Ans.

15. $\sin \theta = \frac{12}{13}$ এবং θ চূলকোণ হলে, $\frac{\tan \theta + \sec(-\theta)}{\cot \theta + \operatorname{cosec}(-\theta)}$ এর মান কত?

Ans.

16. যদি $a \cos \alpha + b \sin \alpha = a \cos \beta + b \sin \beta$ হয়, তবে দেখা ও

$$\cos(\alpha + \beta) = \frac{a^2 - b^2}{a^2 + b^2}$$

03. ΔABC এ $\cos A + \cos B = \sin C$ হলে, ত্রিভুজটির নাম কী? [KU-A : 19-20]

- Ⓐ সূক্ষ্মকোণ Ⓑ সূলকোণ Ⓒ সমকোণ Ⓓ কোনোটিই নয়

C [Solve] $\cos A + \cos B = \sin C$

$$\Rightarrow 2\cos \frac{A+B}{2} \cos \frac{B-A}{2} = 2\sin \frac{C}{2} \cos \frac{C}{2}$$

$$\Rightarrow \cos\left(\frac{\pi}{2} - \frac{C}{2}\right) \cos\left(\frac{B-A}{2}\right) = \sin \frac{C}{2} \cos \frac{C}{2}$$

$$\Rightarrow \sin \frac{C}{2} \cos \frac{B-A}{2} = \sin \frac{C}{2} \cos \frac{C}{2} [\because \sin \frac{C}{2} \neq 0]$$

$$\Rightarrow \cos \frac{B-A}{2} = \cos \frac{C}{2} \Rightarrow B-A=C$$

$$\Rightarrow C+A=B \Rightarrow A+B+C=2B \Rightarrow \pi=2B \Rightarrow B=\frac{\pi}{2}$$

∴ ত্রিভুজটি সমকোণী

04. $\sin^2 2^\circ + \sin^2 7^\circ + \sin^2 12^\circ + \dots + \sin^2 147^\circ$ এর পদসংখ্যা কত? [CoU-A : 19-20]

- Ⓐ 15 Ⓑ 27 Ⓒ 29 Ⓓ 30

D [Solve] কোণের পার্থক্য $= 7^\circ - 2^\circ = 5^\circ$

$$\text{পদসংখ্যা} = \frac{147-2}{5} + 1 = 30$$

16. $\frac{\cos 9^\circ + \sin 9^\circ}{\cos 9^\circ - \sin 9^\circ}$ এর মান কত?
- (A) $\tan 45^\circ$ (B) $\tan 54^\circ$ (C) $\tan 42^\circ$ (D) $\tan 24^\circ$ **Ans(B)**
17. যদি $\tan A = \frac{3}{11}$ এবং $\tan B = \frac{5}{23}$ হলে $\tan(A+B)$ এর মান কত?
- (A) $\frac{25}{238}$ (B) $\frac{24}{236}$ (C) $\frac{62}{118}$ (D) $\frac{62}{119}$ **Ans(D)**
18. $\cosec(105^\circ)$ এর মান কত?
- (A) $\frac{4}{\sqrt{6}-\sqrt{2}}$ (B) $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$ (C) $\frac{4}{\sqrt{6}+\sqrt{2}}$ (D) $\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$ **Ans(C)**
19. $\cosec(270^\circ - \theta)$ এর মান কত?
- (A) $-\sec \theta$ (B) $-\cosec \theta$ (C) $\sec \theta$ (D) $\cosec \theta$ **Ans(A)**
20. $\tan A + \tan B + \tan A \cdot \tan B = 1$ হলে, $A + B$ এর মান কত?
- (A) $\frac{\pi}{6}$ (B) $\frac{\pi}{8}$ (C) $\frac{\pi}{4}$ (D) $\frac{\pi}{3}$ **Ans(C)**
21. $\cos^2 \theta - \sin^2 \theta$ এর মান কোনটি?
- (A) $\cos 2\theta$ (B) $\sin 2\theta$ (C) $\cos^2 \theta$ (D) $-\sin^2 \theta$ **Ans(A)**
22. যদি $\sin \theta = \frac{4}{5}$ এবং $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$ হয়, তবে $\frac{\tan \theta + \sec(-\theta)}{\cot \theta + \cosec(-\theta)}$ = কত?
- (A) $\frac{5}{2}$ (B) $\frac{3}{2}$ (C) -3 (D) -6. **Ans(B)**
23. $\cos A = \frac{1}{2}$ এবং $\sin B = \frac{1}{\sqrt{2}}$ হলে, $\sin(A+B) \cdot \sin(A-B)$ = কত?
- (A) $\frac{1}{4}$ (B) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (D) 1 **Ans(A)**
24. $\frac{1 + \tan 25^\circ}{1 - \tan 25^\circ}$ এর মান কত?
- (A) $\tan 50^\circ$ (B) $\tan 70^\circ$ (C) $\cot 50^\circ$ (D) $\cot 70^\circ$ **Ans(B)**
25. $\frac{\cos(45^\circ + A) + \cos(45^\circ - A)}{\cos(45^\circ - A) - \cos(45^\circ + A)}$ = কত?
- (A) $\sqrt{3}$ (B) 1 (C) $\tan A$ (D) $\cot A$ **Ans(D)**
26. $\sin(45^\circ + \theta) \cos(45^\circ - \theta) + \sin(45^\circ - \theta) \cos(45^\circ + \theta)$ = কত?
- (A) $\sin 2\theta$ (B) $\cos 2\theta$ (C) 0 (D) 1 **Ans(D)**
27. $\sin(A+B) = \frac{a}{b}$ এবং $\sin(A-B) = \frac{b}{a}$ হলে, $\tan A \cot B$ এর মান কত?
- (A) $\frac{a^2 + b^2}{a^2 - b^2}$ (B) $\frac{a^2 - b^2}{a^2 + b^2}$ (C) 1 (D) 0 **Ans(A)**
28. $\cot\left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right) \cot\left(\frac{\beta - \alpha}{2}\right) = \frac{n}{n-2}$ হলে, $\cos \alpha$ এর মান নিচের কোনটি?
- (A) $n \cos \beta$ (B) $n^2 \cos \beta$ (C) $(n-1) \cos \beta$ (D) $(n+1) \cos \beta$ **Ans(C)**
29. $\tan\left(\frac{\pi}{4} + B\right) \tan\left(\frac{\pi}{4} - B\right)$ এর মান কত?
- (A) $\cos 2B$ (B) $\sin 2B$ (C) 0 (D) 1 **Ans(D)**
30. $\cos 2A = \frac{2}{3}$ হলে, $\sin A$ এর মান কত?
- (A) $\pm \frac{4}{9}$ (B) $\pm \frac{1}{3}$ (C) $\pm \frac{1}{\sqrt{6}}$ (D) $\pm \frac{3}{4}$ **Ans(C)**
31. $\frac{2 \sin 4\theta \cos 3\theta + 1}{1 + \sin \theta + \sin 7\theta}$ এর মান কত?
- (A) 1 (B) 2 (C) $\sin \theta + \cos 7\theta$ (D) $\sin \theta + \sin 7\theta$ **Ans(A)**
32. $\cos^2 A + \cos^2 B - \cos^2 C$ এর মান নিচের কোনটি? (যখন $A + B + C = \pi$)
- (A) $1 - 2 \cos A \cos B \sin C$ (B) $1 - 2 \cos A \sin B \sin C$ (C) $1 - 2 \sin A \sin B \cos C$ (D) $1 - 2 \sin A \cos B \cos C$ **Ans(C)**
33. $2 \sin A + 3 \cos A = 3 \cos B + 2 \sin B$ হলে, $A + B$ এর মান কত?
- (A) $2 \tan^{-1} \frac{2}{3}$ (B) $\tan^{-1} \frac{1}{3}$ (C) $2 \tan^{-1} \frac{1}{3}$ (D) $\cot^{-1} \frac{1}{3}$ **Ans(A)**
34. $\tan \theta = \frac{2}{3}$ এবং $\tan \alpha = \frac{1}{3}$ হলে, $\sin 2\theta : \cos 2\alpha$ এর মান কত?
- (A) 13 : 15 (B) 12 : 15 (C) 15 : 13 (D) 15 : 12 **Ans(C)**
35. $4 \sin^3 x = 3 \sin x + \sin 5x - 2 \cos x$ হলে, x এর মান কত? যদি, $0 < x < \frac{\pi}{2}$
- (A) $\frac{\pi}{4}$ (B) $\frac{\pi}{2}$ (C) $\frac{\pi}{8}$ (D) 0 **Ans(C)**
36. ΔABC এর বাহ্যিক 4, 5 ও 7 একক হলে, এর অন্তর্ভুক্ত বাসার্ক কত একক?
- (A) $\sqrt{\frac{3}{2}}$ (B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (C) $\sqrt{3}$ (D) 3 **Ans(A)**
37. ΔABC এ $\frac{1}{a} \cos^2 A + \frac{1}{b} \cos^2 B + \frac{1}{c} \cos^2 C$ এর মান কত?
- (A) $\frac{s^2}{abc}$ (B) $\frac{s}{\sqrt{abc}}$ (C) $\frac{3s^2}{abc}$ (D) $\frac{\sqrt{3}s}{\sqrt{abc}}$ **Ans(A)**
38. $\tan \theta = \frac{5}{12}$ এবং $\sin \theta$ খণ্ডিত তাহলে $\frac{\sin \theta + \cos(-\theta)}{\sec(-\theta) + \tan \theta}$ এর মান কত?
- (A) $-\frac{51}{26}$ (B) $-\frac{26}{51}$ (C) $\frac{5}{12}$ (D) $\frac{51}{26}$ **Ans(D)**
39. $\cos^2 A + \cos^2\left(A + \frac{\pi}{3}\right) + \cos^2\left(A - \frac{\pi}{3}\right)$ এর মান কোনটি?
- (A) $\frac{3}{2}$ (B) $\frac{3}{2} + 1$ (C) $\frac{1}{2} + 5$ (D) $\frac{5}{7}$ **Ans(A)**
40. $A + B + C = (2n + 1)\frac{\pi}{2}$ হলে $\tan B \tan C + \tan C \tan A + \tan A \tan B$ এর মান কত?
- (A) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (B) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (C) 1 (D) $\frac{1}{2}$ **Ans(C)**
41. ABC ত্রিভুজের ক্ষেত্রে $a^4 + b^4 + c^4 = 2c^2(a^2 + b^2)$ হলে $\cos C$ এর মান হবে:
- (A) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (B) $\pm \frac{1}{\sqrt{2}}$ (C) $\pm \frac{\sqrt{3}}{2}$ (D) None **Ans(B)**
42. যদি $\sin \alpha + \sin \beta = a$ এবং $\cos \alpha + \cos \beta = b$, হয়, তাহলে $\cos(\alpha - \beta)$ এর মান কত?
- (A) $\frac{a^2 + b^2 + 2}{2}$ (B) $\frac{a^2 + b^2 - 2}{2}$ (C) $\frac{a^2 - b^2 - 2}{2}$ (D) $\frac{a^2 - b^2 + 2}{2}$ **Ans(B)**
43. $\sin\left(\frac{\pi}{2^4}\right)$ এর মান-
- (A) $\frac{1}{2}\sqrt{2 - \sqrt{2}}$ (B) $\frac{1}{4}\sqrt{2 - \sqrt{2 + \sqrt{2}}}$
 (C) $\frac{1}{2}\sqrt{2 - \sqrt{2 + \sqrt{2}}}$ (D) $\frac{1}{2}\sqrt{2 + \sqrt{2 - \sqrt{2}}}$ **Ans(C)**
44. $\cos \theta = \frac{a \cos \varphi - b}{a - b \cos \varphi}$ হলে, $\frac{\tan \frac{\theta}{2}}{\tan \frac{\varphi}{2}}$ এর মান কোনটি?
- (A) $\frac{a + b \sin \varphi}{b + a \sin \varphi}$ (B) $\sqrt{\frac{a + b \cos \varphi}{a - b \sin \varphi}}$
 (C) $\sqrt{\frac{a + b}{a - b}}$ (D) $\frac{\sqrt{a + b}}{b}$ **Ans(C)**

গণিত ১ম পত্র

অধ্যায়

৮

ফাংশন ও ফাংশনের লেখচিত্র

Part 1

প্রয়োজনীয় সূত্রাবলি

□ ভোমেন ও রেঞ্জ নির্ণয় (Short Technic):

Technic-01 $f(x) = c$ আকৃতির ফাংশনের ক্ষেত্রে, $D_f = \mathbb{R}$ এবং $R_f = \{c\}$ Technic-02 $f(x) = ax + b$ আকৃতির ফাংশনের ক্ষেত্রে $D_f = \mathbb{R}$ এবং $R_f = \mathbb{R}$ Technic-03 $f(x) = ax^2 + bx + c$ আকৃতির ফাংশনের ক্ষেত্রে, $D_f = \mathbb{R}$

$$R_f = \left[c - \frac{b^2}{4a}, \infty \right] \text{ যখন } a > 0; \left(-\infty, c - \frac{b^2}{4a} \right] \text{ যখন, } a < 0.$$

Technic-04 $f(x) = \frac{a}{bx + c}$ আকৃতির ফাংশনের ক্ষেত্রে

$$D_f = \mathbb{R} - \left\{ -\frac{c}{b} \right\} \text{ এবং } R_f = \mathbb{R} - \{0\}$$

Technic-05 $f(x) = \frac{ax}{bx + c}$ আকৃতির ফাংশনের ক্ষেত্রে

$$D_f = \mathbb{R} - \left\{ -\frac{c}{b} \right\} \text{ এবং } R_f = \mathbb{R} - \left\{ \frac{a}{b} \right\}$$

Technic-06 $f(x) = \frac{ax + b}{cx + d}$ আকৃতির ফাংশনের ক্ষেত্রে

$$D_f = \mathbb{R} - \left\{ -\frac{d}{c} \right\} \text{ এবং } R_f = \mathbb{R} - \left\{ \frac{a}{c} \right\}$$

Technic-07 $f(x) = \frac{x^2 + a^2}{x - a}$ আকৃতির ফাংশনের ক্ষেত্রে

$$D_f = \mathbb{R} - \{a\} \text{ এবং } R_f = \mathbb{R} - \{-2a\}$$

Technic-08 $f(x) = \frac{x^2 - a^2}{x + a}$ আকৃতির ফাংশনের ক্ষেত্রে

$$D_f = \mathbb{R} - \{-a\} \text{ এবং } R_f = \mathbb{R} - \{-2a\}$$

Technic-09 $\frac{x - a}{x^2 - a^2}$ আকৃতির ফাংশনের ক্ষেত্রে,

$$D_f = \mathbb{R} - \{-a, a\}; R_f = \mathbb{R} - \left\{ 0, \frac{1}{2a} \right\}$$

Technic-10 লব দিঘাত এবং হর একঘাত একাপ ভগ্নাংশের ক্ষেত্রে:

$$f(x) = \frac{ax^2 + b}{cx + d} \text{ ফাংশনের}$$

ডোমেন = $\mathbb{R} - \{x \text{ এর যে মানের জন্য হর শূন্য হয় সেই মান}\}$

$$\therefore \text{ডোমেন, } D_f = \mathbb{R} - \left\{ -\frac{d}{c} \right\} \text{ এবং}$$

রেঞ্জ = $\mathbb{R} - \{x \text{ এর যে মানের জন্য হর শূন্য হয় সেই মানকে হিঁগে করতে হবে}\} \therefore \text{রেঞ্জ, } R_f = \mathbb{R} - \left\{ -\frac{2d}{c} \right\}$

Technic-11 $f(x) = \frac{x^n - a^n}{x - a^{n-1}}$, ডোমেন = $\mathbb{R} - \{A\}$ এবং রেঞ্জ = $\{na^{n-1}\}$ Technic-12 $f(x) = \sqrt{ax + b}$, $a > 0$ আকৃতির ক্ষেত্রে, $D_f = \{x \in \mathbb{R} : x \geq -\frac{b}{a}\}$ এবং $R_f = \{y \in \mathbb{R} : y \geq 0\}$ Technic-13 $f(x) = \frac{1}{\sqrt{ax + b}}$, $a \neq 0$ আকৃতির ফাংশনের ক্ষেত্রে,

$$D_f = \{x \in \mathbb{R} : x > -\frac{b}{a}\}, a > 0 \text{ এবং } R_f = \{y \in \mathbb{R} : y < 0\}$$

Technic-14 $f(x) = \sqrt{x^2 - a^2}$ আকৃতির ফাংশনের ক্ষেত্রে ডোমেন $x \leq -a$ এবং $x \geq a$ এবং $R_f = [0, \infty)$ Technic-15 $f(x) = \sqrt{a^2 - x^2}$ আকৃতির ফাংশনের ক্ষেত্রে ডোমেন $-a \leq x \leq a$ এবং $R_f = [0, a]$ Technic-16 $f(x) = \log(ax + b)$ আকৃতির ফাংশনের ক্ষেত্রে \log এর ভেঙ্গে রাশিটি শূন্য অপেক্ষা বড় হবে। $\therefore \text{ডোমেন, } D_f : x > -\frac{a}{b}$ বা $(-\frac{a}{b}, \infty)$ এবং রেঞ্জ $R_f = \mathbb{R}$ Technic-17 $f(x) = e^x$ আকৃতির ফাংশনের ক্ষেত্রে, $D_f = \mathbb{R}$ এবং $R_f = (0, \infty)$ Technic-18 $f(x) = a^{mx}$ আকৃতির ফাংশনের ক্ষেত্রে, $D_f = \mathbb{R}$ এবং $R_f = \{y \in \mathbb{R} : y > 0\}$ Technic-19 $f(x) = \log_a x$ আকৃতির ফাংশনের ক্ষেত্রে, $D_f = \{x \in \mathbb{R} : x > 0\}$ এবং $R_f = \mathbb{R}$ Technic-20 $f(x) = \sin(ax + b)$ এবং $f(x) = \cos(ax + b)$ আকৃতি ফাংশনের ক্ষেত্রে, $D_f = \mathbb{R}$; $R_f = \{y \in \mathbb{R} : -1 \leq y \leq 1\}$ Technic-21 $f(x) = \frac{x^n - a^n}{x - a}$ আকৃতির ফাংশনের ক্ষেত্রে

$$D_f = \mathbb{R} - \{a\}, R_f = \{na^{n-1}\}$$

Technic-22 লগারিদম ফাংশনের ডোমেন এবং রেঞ্জ

$$f(x) = \log(ax + b) \text{ হয় তবে, } ax + b > 0 \Rightarrow x > -\frac{b}{a}$$

ডোমেন $(-\frac{b}{a}, \infty)$ এবং রেঞ্জ সর্বদা = \mathbb{R} Technic-23 $f(x) = \frac{1}{\sqrt{|ax + b|}}$ $\therefore D_f = \mathbb{R} - \left\{ -\frac{b}{a} \right\}, R_s = (0, \infty)$ Technic-24 $f(x) = \frac{1}{\sqrt{a^2 - x^2}}$ $\therefore D_f = (-a, 0); R_f = \left[\frac{1}{a}, \infty \right)$ Technic-25 $f(x) = \sqrt{(x - a)(x - b)}$
 $D_f = \{x \in \mathbb{R} : x \leq a \text{ অথবা } x \geq b\} \therefore R_f = \{y \in \mathbb{R} : y \geq 0\}$ Technic-26 $f(x) = \frac{a+x}{a-x}$, যখনে $a \in \mathbb{N}$, $a+x > 0$ এবং
 $a - x > 0$ হলে, অথবা, $a+x < 0$ এবং $a - x < 0$ হলে,
 $D_f = (-a, a), R_f = \mathbb{R}$ হবে

□ বিপরীত ফাংশন নির্ণয়:

Technic-01 x এর পরিবর্তে $f^{-1}(x)$ বসিয়ে $f^{-1}(x)$ নির্ণয় করা যায়।Technic-02 $f(x) = ax + b$ হলে, $f^{-1}(x) = \frac{x - b}{a}$ Technic-03 $f(x) = \frac{a}{bx + c}$ হলে, $f^{-1}(x) = \frac{a - cx}{bx}$ Technic-04 $f(x) = \frac{ax}{bx + c}$ হলে, $f^{-1}(x) = \frac{cx}{a - bx}$ Technic-05 $f(x) = \frac{ax + b}{cx + d}$ হলে, $f^{-1}(x) = \frac{-dx + b}{cx - a}$

Part 3

GST গুচ্ছ/গুচ্ছভুক্ত বিশ্ববিদ্যালয়ের বিগত বছরের প্রশ্ন ও সমাধান

01. $f(x) = \log(x - \sqrt{x^2 - 4})$ এর ডোমেইন কোনটি? [GST-A : 22-23]

- Ⓐ [-2, 2] Ⓑ $(-\infty, -2]$
Ⓒ [4, ∞] Ⓒ $[2, \infty)$

Solve $f(x) = \log(x - \sqrt{x^2 - 4})$ সংজ্ঞায়িত হবে যদি এবং
কেবল যদি $x - \sqrt{x^2 - 4} > 0 \Rightarrow -\sqrt{x^2 - 4} > -x \Rightarrow \sqrt{x^2 - 4} < x$
[যদি $\sqrt{f(x)} < g(x)$ হয় তবে $g(x) > 0$ এবং $f(x) \geq 0$]
 $\therefore x > 0$ এবং $x^2 - 4 \geq 0 \Rightarrow x^2 \geq 4 \Rightarrow x \geq \pm 2$
 $\therefore x \geq 2$ [পোতাক মান অসম্ভব নয়]
 $\therefore f(x)$ এর ডোমেইন $= [2, \infty)$

02. $f(x) = \frac{1}{\sqrt{|2+x|}}$ এর ডোমেইন কোনটি? [GST-A : 21-22]

- Ⓐ $(-\infty, -2) \cup (-2, \infty)$ Ⓑ $(-\infty, -2] \cup [-2, \infty)$
Ⓒ $(-\infty, -2) \cup [-2, \infty)$ Ⓒ $(-\infty, \infty)$

Solve $f(x) = \frac{1}{\sqrt{|2+x|}}$ সংজ্ঞায়িত হবে যখন
 $2+x \neq 0 \Rightarrow x \neq -2$
 \therefore ডোমেইন $= (-\infty, -2) \cup (-2, \infty)$

03. $P = \{(x, y) : 0 < x < 2, 0 \leq y \leq 2\}$ এবং $Q = \{(x, y) : 1 < x < 3,$
 $1 \leq y \leq 3\}$ হলে $P \cap Q = ?$ [GST-A : 21-22]

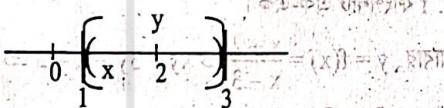
- Ⓐ $\{(x, y) : 0 \leq x, y \leq 3\}$ Ⓑ $\{(x, y) : 1 < x < 3, 1 \leq y \leq 3\}$
Ⓒ $\{(x, y) : 1 < x < 2, 1 \leq y \leq 2\}$ Ⓒ $\{(x, y) : 1 < x, y \leq 2\}$

Solve P সেটকে সংখ্যারেখায় দেখালে, পাব-

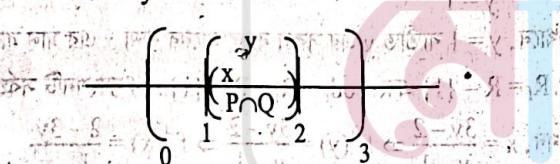


$0 < x < 2$ এবং $0 \leq y \leq 2$

আবার Q সেটকে সংখ্যারেখায় দেখালে পাব-



$1 < x < 3$ এবং $1 \leq y \leq 3$



$\therefore P \cap Q = \{(x, y) : 1 < x < 2, 1 \leq y \leq 2\}$

04. $f(x) = \ln(\sin x)$ ফাংশনটি কোন ব্যবধিতে সংজ্ঞায়িত? [GST-A : 20-21]

- Ⓐ $(-\frac{\pi}{2}, 0)$ Ⓑ $(0, \pi)$
Ⓒ $(\frac{\pi}{2}, 2\pi)$ Ⓒ $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$

Solve এখানে ডোমেনের জন্য, $\sin x > 0 \therefore 0 < x < \pi$

05. $f(x) = x^2 - 7$ হলে, $f^{-1}(2)$ এর মান কোনটি? [KU-A : 19-20]

- Ⓐ -3 Ⓑ 3 Ⓒ {3, -3} Ⓓ $(3, -3)$

Solve ধরি, $y = x^2 - 7 \Rightarrow x^2 = y + 7 \Rightarrow x = \pm \sqrt{y + 7}$
 $\Rightarrow f^{-1}(y) = \pm \sqrt{y + 7} \Rightarrow f^{-1}(x) = \pm \sqrt{x + 7}$
 $\therefore f^{-1}(2) = \pm \sqrt{2 + 7} = \pm \sqrt{9} = \pm 3 \therefore f^{-1}(2) = \{3, -3\}$

06. যদি $f(x) = \cos x$ এবং $g(x) = x^2$ হ্যা, তবে $\text{fog}\left(\frac{\sqrt{\pi}}{2}\right)$ এর মান- [CoU-A : 18-19]

- Ⓐ $\cos x^2$ Ⓑ $\frac{1}{\sqrt{2}}$ Ⓒ 1 Ⓓ $\frac{\sqrt{3}}{2}$

Solve $g(x) = x^2 \Rightarrow g\left(\frac{\sqrt{\pi}}{2}\right) = \left(\frac{\sqrt{\pi}}{2}\right)^2 = \frac{\pi}{4}$

$\therefore \text{fog}\left(\frac{\sqrt{\pi}}{2}\right) = f\left(g\left(\frac{\sqrt{\pi}}{2}\right)\right) = f\left(\frac{\pi}{4}\right) = \cos \frac{\pi}{4} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

07. $f(x) = \ln x$ এবং $g(x) = x^n$ হলে, $f(g(x)) = ?$ [IU-D : 19-20]

- Ⓐ $\ln f(x)$ Ⓑ $n f(x)$ Ⓒ $x^n \ln x$ Ⓓ x^n

Solve $f(g(x)) = f(x^n) = \ln x^n = n \ln x = nf(x)$

08. $f(x) = x^2, g(x) = x^3 + 1$ এবং $h(x) = x + 2$ হলে $\text{hogof} = ?$ [IU-D : 19-20]

- Ⓐ $x^6 + 3$ Ⓑ $x^6 + 6$ Ⓒ $x^6 + 8$ Ⓓ $x^5 + 3$

Solve $(h \circ g \circ f)(x) = h(g(f(x))) = h(g(x^2)) = h(x^2)^3 + 1 = h(x^6 + 1) = x^6 + 1 + 2 = x^6 + 3$

09. $f(x) = (x-2)(1-x)$ হলে, $f(f(3))$ এর মান কত? [JKKNIU-B : 19-20]

- Ⓐ 9 Ⓑ -12 Ⓒ 12 Ⓓ -12 Ⓔ 8

Solve $f(x) = (x-2)(1-x) \Rightarrow f(3) = (3-2)(1-3) = -2 \Rightarrow f(f(3)) = (-2-2)(1+2) = -12$

10. $f: A \rightarrow B$; একটি ফাংশন; যার কোডোমেন এবং রেঞ্জ একই। তার ফাংশনটি কী হবে? [JKKNIU-B : 19-20]

- Ⓐ ক্রম Ⓑ এক-এক Ⓒ সার্বিক Ⓓ বিপরীত

Solve $f: A \rightarrow B$; একটি ফাংশন; যার কোডোমেন এবং রেঞ্জ একই। তাকে সার্বিক ফাংশন বলে।

11. যদি f একটি এক-এক বাস্তব ফাংশন এবং $f(a^2 + 1) = f(4a)$ হয়, তার মান কোনটি? [SUST-B : 19-20]

- Ⓐ 1 Ⓑ 0 Ⓒ -1 Ⓓ $2 + \sqrt{3}$ Ⓔ $2 + i\sqrt{3}$

Solve $f(a^2 + 1) = f(4a) \Rightarrow a^2 + 1 = 4a$

$\Rightarrow a^2 - 4a + 1 = 0 \Rightarrow a = \frac{4 \pm \sqrt{16-4}}{2} \Rightarrow a = \frac{4 \pm 2\sqrt{3}}{2}$

$\Rightarrow a = 2 \pm \sqrt{3} \therefore a = 2 + \sqrt{3}, 2 - \sqrt{3}$

12. $f(x) = \sqrt{\ln(1-x)}$ ফাংশনের ডোমেইন কত? [SUST-B : 19-20]

- Ⓐ $(-\infty, 0]$ Ⓑ $(-\infty, 0)$ Ⓒ $(-\infty, 1]$
Ⓓ $(-\infty, 1)$ Ⓓ $[0, 8]$

Solve $f(x) = \sqrt{\ln(1-x)}$ সংজ্ঞায়িত হবে যখন, $\ln(1-x) \geq 1-x \geq 1 \Rightarrow -x \geq 1-1 \Rightarrow -x \geq 0 \therefore x \leq 0 \therefore$ ডোমেইন $= (-\infty, 0]$

13. $f(x) = |2x-1|$ ফাংশনের রেঞ্জ কত? [SUST-A : 19-20]

- Ⓐ $[0, \infty)$ Ⓑ $(0, \infty)$ Ⓒ $\left[\frac{1}{2}, \infty\right)$ Ⓓ $\{1, \infty\}$ Ⓔ $(-\infty, \frac{1}{2}]$

Solve $f(x) = |2x-1|, x = \frac{1}{2}$ হলে, $f\left(\frac{1}{2}\right) = \left|2 \cdot \frac{1}{2} - 1\right| = 0$

অন্য যে কোনো বাস্তব মানের জন্য $f(x)$ মান > 0 হবে।

\therefore ফাংশনটির রেঞ্জ $= [0, \infty)$

14. $f(x) = -|x+1| + 2$ ফাংশনের ক্ষেত্রে কোনটি সঠিক? [SUST-A : 19-20]

- Ⓐ সর্বোচ্চ মান 1 Ⓑ সর্বনিম্ন মান 1 Ⓒ সর্বোচ্চ মান 2
Ⓓ সর্বনিম্ন মান 2 Ⓓ সর্বনিম্ন মান 0

Solve $f(x) = -|x+1| + 2, যখন, x = -1$
 $f(x) = -|-1+1| + 2 = 2$

সর্বোচ্চমান, এছাড়া x-এর অন্য মানের জন্য $f(x) < 2$ হবে।

JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS

24. $P = \{x : x, 12\}$ এর গুণিকসমূহ এবং $Q = \{x : x, 3\}$ এর গুণিকসমূহ $x \leq 12$ হলে $P \setminus Q$ এর মান কত? [NSTU-A : 19-20]

- (A) {1, 2, 3} (B) {1, 2, 4} (C) {2, 3, 4} (D) {1, 3, 4}

(B) Solve 12 এর গুণিক

$12 = 1 \times 12$

$= 2 \times 6$

$= 3 \times 4$

 $\therefore P = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$ আবার 3 এর গুণিক, $3 \times 1 = 3$

$3 \times 2 = 6$

$3 \times 3 = 9$

$3 \times 4 = 12$

$3 \times 5 = 15 > 12$ (গুণযোগ নয়)

 $\therefore Q = \{3, 6, 9, 12\}$ $\therefore P \setminus Q = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\} \setminus \{3, 6, 9, 12\} = \{1, 2, 4\}$ 25. $f: R \rightarrow R, g: R \rightarrow R, f(x) = x^2 + 3x$ এবং $g(x) = 2x + 3$ হল, $gof(1) = ?$ [PUST-A : 19-20]

- (A) 20 (B) 19 (C) 40 (D) 25

(B) Solve $(gof)(1) = g(f(1)) = g(1^2 + 3 \times 1) = g(4) = 2 \times 4 + 3 = 11$ 26. $f(x) = |x|, x \in R$ ফাংশনটির range কত? [BSMRSTU-B : 19-20]

- (A) $[0, \infty)$ (B) R (C) $(-\infty, \infty)$ (D) $(-\infty, 0]$

(A) Solve $f(x) = |x|$
 $f(0) = |0| = 0$
 $f(\pm 1) = |\pm 1| = 1$
 $f(\pm 2) = |\pm 2| = 2$
 $\therefore \text{Range} = [0, \infty)$ 27. $f(x) = \sqrt{4 - x^2}$ ফাংশনটির ডোমেন কত? [BSMRSTU-B : 19-20]

- (A) $(-2, 2)$ (B) $[-2, 2)$
(C) $(-2, 2]$ (D) $[-2, 2]$

(B) Solve $f(x) = \sqrt{4 - x^2}$, ফাংশনটি সংজ্ঞায়িত হবে যখন,

$4 - x^2 \geq 0 \Rightarrow x^2 \leq 4 \Rightarrow |x| \leq 2 \Rightarrow -2 \leq x \leq 2 \Rightarrow [-2, 2]$

28. যদি $f: R \rightarrow R$ ফাংশনটি $f(x) = e^{x-3}$ দ্বারা সূচিত হলে $f^{-1}(e)$ এর মান হবে-

[BSFMSTU-A : 19-20]

- (A) 4 (B) 3 (C) 2 (D) 0

(A) Solve $f(x) = e^{x-3} = y$ হলে, $x = f^{-1}(y)$

$\text{আবার, } \Rightarrow x - 3 = \ln y \Rightarrow x = \ln y + 3 \Rightarrow f^{-1}(y) = \ln y + 3$

$\Rightarrow f^{-1}(e) = \ln e + 3 = 1 + 3 = 4$

29. $f(x) = \sqrt{x}$ এবং $g(x) = x^2 - 1$ হলে, $g(f(2)) = ?$ [RSTU-C : 19-20]

- (A) 24 (B) 2 (C) 5 (D) 4

(B) Solve $f(x) = \sqrt{x} \Rightarrow f(2) = \sqrt{2}$

$\text{তাহলে } g(f(2)) = g(\sqrt{2}) = (\sqrt{2})^2 - 1 = 2 - 1 = 1$

30. A ও B দুইটি বর্জনশীল ঘটনা হলে, কোনটি সঠিক? [RSTU-C : 19-20]

- (A) $A \cap B = \emptyset$ (B) $A \cap B$ (C) $A \cup B = \emptyset$ (D) $A \cup B$

(A) Solve A ও B দুইটি বর্জনশীল ঘটনা

 \therefore এদের মধ্যে কোন সাধারণ সদস্য নেই। $\therefore A \cap B = \emptyset$

JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS

প্রথম Q সূটি সেট হলে $(P/Q) \cap Q = ?$ [MBSTU-A : 19-20]

- (A) $P \setminus Q$ (B) $P \cap Q$ (C) P (D) \emptyset

(B) Solve $P \setminus Q$ সেটে, Q এর কোনো সদস্য নেই, আই $(P \setminus Q) \cap Q = \emptyset$ হবে।

$y = \sqrt{1 - x^2}$ ফাংশনের ডোমেন হবে - [MBSTU-C : 19-20]

$-1 \leq x \leq 1$ (B) $-1 \leq x \leq 1$ (C) $0 \leq x \leq 1$ (D) $-1 \leq x \leq 0$

(B) Solve $f(x) = \sqrt{1 - x^2}$ ফাংশনটি সংজ্ঞায়িত হবে, যখন

$1 - x^2 \geq 0 \Rightarrow x^2 - 1 \leq 0 \Rightarrow x^2 \leq 1 \Rightarrow |x| \leq 1 \Rightarrow -1 \leq x \leq 1$

দেখি $f(x) = 3^x$ হয়, তবে $\frac{f(x+3)}{f(x-1)} = ?$ [MBSTU-C : 19-20]

- (A) f(0) (B) f(2) (C) f(3) (D) f(4)

(B) Solve $f(x) = 3^x \Rightarrow \frac{f(x+3)}{f(x-1)} = \frac{3^{x+3}}{3^{x-1}} = 3^{x+3-x+1} = 3^4$

আবার, $f(4) = 3^4 \therefore \frac{f(x+3)}{f(x-1)} = f(4)$

$f(x) = x^2 - 2|x|$ এবং $g(x) = x^2 - 5$ হয়, তবে $(fog)(2)$ এর মান হবে -

[MBSTU-C : 19-20]

- (A) ± 1 (B) 0 (C) 1 (D) -1

(B) Solve

 $(fog)(2) = f(g(2)) = f(2^2 - 5) = f(-1) = (-1)^2 - 2|-1| = 1 - 2 = -1$

$f(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ ফাংশনের ডোমেন কত? [MBSTU-A : 19-20]

$-1 \leq x \leq 0$ (B) $-1 < x < 1$ (C) $0 \leq x < 1$ (D) $-1 \leq x < 0$

(B) Solve $f(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ ফাংশনটি সংজ্ঞায়িত হবে যখন,

$1 - x^2 > 0 \Rightarrow x^2 - 1 < 0 \Rightarrow x^2 < 1 \Rightarrow |x| < 1 \Rightarrow -1 < x < 1$

 $y = \sin^{-1} x$ ফাংশনটির রেখা - [MBSTU-A : 19-20]

$-\infty < y < \infty$ (B) $-1 \leq y \leq 1$

$0 - 2\pi \leq y \leq 2\pi$ (B) $-\frac{\pi}{2} \leq y \leq \frac{\pi}{2}$

(B) Solve $y = \sin^{-1} x$ এর রেখা $= -\frac{\pi}{2} \leq y \leq \frac{\pi}{2}$

$|x| = \sqrt{x^2 - 2x + 5}$ ফাংশনটির ডোমেন - [MBSTU-A : 19-20]

$0 [0, \infty)$ (B) $[2, \infty)$ (C) $[-\infty, \infty)$ (D) $[2, \infty)$

(C) Solve $f(x) = \sqrt{x^2 - 2x + 5} = \sqrt{x^2 - 2x + 1 + 4} = \sqrt{(x-1)^2 + 4}$

$= \sqrt{(x-1)^2 + 4}$ যা x এর যেকোনো বাস্তব মানের জন্য $f(x)$ ধনাত্মক হবে।

∴ ডোমেন = R = $(-\infty, \infty)$ দেখি $f(x) = 3x - 2$ এবং $g(x) = 2x + 5$ হয়, তবে $gof(-2) = ?$ [NSTU-B : 19-20]

0 -11 (B) 1 (C) 13 (D) 25

(B) Solve $f(-2) = 3(-2) - 2 = -6 - 2 = -8$

$gof(-2) = g(f(-2)) = g(-8) = 2(-8) + 5 = -16 + 5 = -11$

 $y = f(x) = \frac{|x|}{x}, x \neq 0$ ফাংশনটির রেখা - [NSTU-A : 19-20]

(A) R (B) $\{1, -1\}$ (C) $\{0\}$ (D) $\{0\}$

(B) Solve $x > 0$ হলে $|x| = x \therefore y = f(x) = \frac{x}{x} = 1$

$x < 0$ হলে $|x| = -x \therefore y = f(x) = \frac{-x}{x} = -1$

∴ ফাংশনটির রেখা = $\{-1, 1\}$

JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS

01. 120 মন হাতের মধ্যে 75 মন সিলিন্ডার থেকে এবং 65 মন ফ্লটক থেকে।
কতুলন উভয় পেসাই থেকে।
 ① 10 ② 20 ③ 30 ④ 45 Ans(B)

02. $P = \{1, 2, 3, 4\}$ এবং $Q = \{x : x \in \mathbb{N} \text{ এবং } x \text{ বিজোড় সংখ্যা}\}$ টেক্সে
লেটের $P \cap Q$ = কত?
 ① $\{1, 2, 3, 4\}$ ② $\{1, 3\}$ ③ $\{2, 4, 6, \dots\}$ ④ \emptyset Ans(B)

03. $S = \{x : x^2 - 5x + 6 = 0\}$ এবং $T = \{x : x^2 - 11x + 24 = 0\}$ হলে, $S \cap T$
এবং $T - S$ এর মান যথাক্রমে
 ① $\{2, 3\}$ এবং $\{8\}$ ② $\{3\}$ এবং $\{2\}$ ③ $\{3\}$ এবং $\{8\}$ ④ $\{8\}$ এবং $\{3\}$ Ans(C)

04. $f(x) = \cos x$ হলে $f(\cot^{-1} \frac{3}{4})$ এর মান কত?
 ① $\frac{4}{3}$ ② $\frac{3}{5}$ ③ $\frac{4}{5}$ ④ $\frac{3}{4}$ Ans(B)

05. যদি $f(x) = x^2 - x$ হয়, তবে $f(x+1) = ?$
 ① $f(x)$ ② $f(-x)$ ③ $2f(x)$ ④ 1 Ans(B)

06. যদি $f(x) = \log \left(\frac{x+1}{x-1} \right)$ হয়, তাহলে $f\left(\frac{1}{x}\right) =$ কত?
 ① $\log \frac{1+x}{1-x}$ ② $\log \frac{x-1}{x+1}$ ③ $\log \frac{x+1}{x-1}$ ④ $\log \frac{1-x}{1+x}$ Ans(A)

07. $f(x) = \begin{cases} 3x-1, & x > 3 \\ x^2-2, & -2 \leq x \leq 3 \end{cases}$ হলে, $f(6) = ?$
 ① 12 ② 11 ③ 17 ④ 34 Ans(C)

08. $f(x) = \log x$ হলে নিচের কোনটি সত্য?
 ① $f^{-1}(x) = e^x$ ② $f^{-1}(x) = 10^x$
 ③ $f^{-1}(x) = a^x$ ④ $f^{-1}(x) = \ln x$ Ans(B)

09. $f(x) = e^x$ হলে, $f^{-1}(x)$ এর মান কত?
 ① $\ln x$ ② e^{-x} ③ $\ln \frac{1}{x}$ ④ $\log x$ Ans(A)

10. যদি $f : R - \{3\} \rightarrow R - \{1\}$ ফাংশনটি $f(x) = \frac{x-2}{x-3}$ ঘূর্ণ গ্রস্তায়িত হয়,
তবে $f^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) =$ কত?
 ① -2 ② 2 ③ -1 ④ 1 Ans(D)

11. যদি $f(x) = x^2 + x$ হয়, তবে $f(x-1) = ?$
 ① 1 ② $f(x)$ ③ $f(-x)$ ④ $f(x+1)$ Ans(C)

12. $f(x) = \sqrt{x-2}$ হলে, $f^{-1}(3)$ এর মান কত?
 ① 9 ② 10 ③ 11 ④ 12 Ans(C)

13. $f(x) = 2x-1$ এবং $g(x) = x^2 - 1$ হলে, $g(f(3))$ এর মান কত?
 ① 24 ② 15 ③ 5 ④ 4 Ans(A)

14. $f(x) = x^2 + 4$ এবং $g(x) = 2x-1$ হলে, $g(f(x)) = ?$
 ① $x^2 + 3$ ② $x^2 + 7$ ③ $2x^2 + 3$ ④ $2x^2 + 7$ Ans(D)

15. $f(x) = 3x-2$, $g(x) = 2x+5$ হলে, $(gof)(-2) = ?$
 ① -11 ② 1 ③ 13 ④ 25 Ans(A)

16. $f(x) = \sqrt{3-\sqrt{x-2}}$ ফাংশনটির ডোমেন কত?
 ① $x \leq 3$ ② $x \geq 2$ ③ $2 \leq x \leq 11$ ④ $2 \leq x \leq 3$ Ans(C)

17. $A, B \subset R$, $B = R - \left\{\frac{1}{3}\right\}$, $g : A \rightarrow B$, $g(x) = \frac{x-5}{3x+1}$
হলে $f(x) = \frac{x^2-3}{x-\sqrt{3}}$ ফাংশনের রেখা কত?
 ① রেখা $f = R - \{2\sqrt{5}\}$ ② রেখা $f = R - \{2\}$
 ③ রেখা $f = R - \{\sqrt{3}\}$ ④ রেখা $f = R - \{2\sqrt{3}\}$ Ans(D)

18. $f(x) = \log \sqrt{x^2 - 49}$ ফাংশন এর ডোমেন কোনটি? মধ্যেনে x একটি ধনাত্মক
 ① $[7, \infty)$ ② $(7, \infty)$ ③ $[49, 0]$ ④ $(-\infty, 7]$ Ans(C)

19. $y = |x^2 - 3x - 10|$ ফাংশনের ডোমেন কোনটি?
 ① $[0, \infty)$ ② $(-\infty, 0]$ ③ $(-\infty, \infty)$ ④ $\left[\frac{3}{2}, \frac{49}{4}\right]$ Ans(A)

20. $f : R \rightarrow R$ এবং $f(x) = \frac{3x+2}{4x+5}$ হলে, $f^{-1}(x) = ?$
 ① $\frac{5x+2}{4x+3}$ ② $\frac{-5x+2}{4x-3}$ ③ $\frac{5x-2}{4x+3}$ ④ $\frac{5x-2}{4x-3}$ Ans(B)

21. $f(x) = 3x - 2$ হলে, $f^{-1}(x) = ?$
 ① $\frac{1}{2}x + 2$ ② $\frac{1}{3}(x+2)$ ③ $\frac{1}{3}x - 2$ ④ $\frac{1}{3}(x-2)$ Ans(C)

22. $g(x) = \sqrt{225 - x^2}$ ফাংশনটির রেখা কত?
 ① $(0, 15)$ ② $(0, \infty)$ ③ $[0, 15]$ ④ $[0, \infty)$ Ans(A)

23. $f(x) = \frac{1}{|x-1|}$ এর ডোমেন-
 ① $(-\infty, 1) \cup (1, +\infty)$ ② $(-\infty, 0) \cup (0, \infty)$
 ③ $(-\infty, -1]$ ④ $[1, +\infty)$ Ans(B)

24. $f(x) = 21\ln(\cos x)$ হলে, $e^{f(x)}$ এর মান নিচের কোনটি?
 ① $2(1+\cos x)$ ② $\frac{1}{2}(1+\cos 2x)$ ③ $\frac{1}{2}(1-\cos 2x)$ ④ $2(1-\cos x)$ Ans(A)

25. $f(x) = 21\ln(\cos x)$, $g(x) = x^2 - 3$ হলে, $(gof)(x) = ?$
 ① $8\ln(\cos x) - 3$ ② $4\ln(\cos x) - 3$
 ③ $2\ln(\cos x) - 3$ ④ $-\ln(\cos x) - 3$ Ans(A)

26. $f(x) = \frac{x-4}{2x+1}$ এর ডোমেন কোনটি?
 ① $R - \{4\}$ ② $R - \left\{-\frac{1}{2}\right\}$ ③ $R - \{-4\}$ ④ $R - \left\{\frac{1}{2}\right\}$ Ans(C)

27. $y = x+3$ হলে $f^{-1}(-9)$ এর মান কত?
 ① 12 ② 6 ③ -6 ④ -12 Ans(A)

28. যদি $f(x) = \sin x$ হয় তবে $f(\cos^{-1} x)$ এর অন্তরজ কোনটি?
 ① $\frac{1}{2\sqrt{1-x^2}}$ ② $\frac{-1}{2\sqrt{1-x^2}}$ ③ $\frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$ ④ $\frac{-x}{\sqrt{1-x^2}}$ Ans(A)

29. $f(x) = x+3$ হলে $f(f(-3))$ এর মান কত?
 ① -3 ② 0 ③ 3 ④ 9 Ans(C)

30. $y = \sqrt{(x-1)(x-2)}$ ফাংশনটির ডোমেন কত?
 ① $x < 1$ ② $x > 2$ ③ $1 \leq x < 2$ ④ $R - (1, 2)$ Ans(A)

31. $f(x) = \frac{4x-13}{x-5}$ ফাংশনটির রেখা কোনটি?
 ① R ② $R - \{4\}$ ③ $R - \{5\}$ ④ $R - \left\{\frac{13}{4}\right\}$ Ans(C)

32. $f(x) = x^2$ হলে $f^{-1}(169) =$ কত?
 ① {13} ② {-13, 13} ③ (-13, 13) ④ [-13, 13] Ans(A)

33. $f(x) = \sqrt{4-x^2}$ এর ডোমেন কত?
 ① $[0, 2]$ ② $(0, 2)$ ③ $[-2, 2]$ ④ $(-2, 2)$ Ans(C)

34. $f(x) = \begin{cases} 2x-3 & \text{যখন } x > 5 \\ x^2-1 & \text{যখন } 1 \leq x \leq 5 \\ 3x+1 & \text{যখন } x < 1 \end{cases}$ এর মান কোনটি?
 ① -3 ② -1 ③ 0 ④ 1 Ans(A)

35. $f(x) = 2e^{2x}$ হলে $f(\ln 2x)$ এর মান কোনটি?
 ① 4x ② $4x^2$ ③ $8x$ ④ $8x^2$ Ans(A)

i) $x = a$ বিন্দুতে $f(x)$ ফাংশন অবিচ্ছিন্ন হবার শর্ত:

(i) $x = a$ বিন্দুতে $f(x)$ এর মান $f(a)$ বিদ্যমান থাকবে।

(ii) $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$ এবং $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x)$ বিদ্যমান থাকবে অর্থাৎ সমীম হবে।

(iii) $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$ এবং $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = f(a)$ হবে।

Lagrange's Mean Value Theorem এর বর্ণনা

যদি $f(x)$ একটি ফাংশন হয় যেন, (i) $f(x)$ ফাংশনটি $[a, b]$ ব্যবধিতে অবিচ্ছিন্ন এবং

(ii) (a, b) ব্যবধিতে, $f'(x)$ বিদ্যমান, তাহলে (a, b) ব্যবধির মধ্যে কমপক্ষে

কোন বিন্দু c পাওয়া যাবে যেন, $\frac{f(b) - f(a)}{b - a} = f'(c)$, যেখানে $a < c < b$.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1 = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin x} [x > 90^\circ]$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^{-1} x}{x} = 1 = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin^{-1} x} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x} = 1 = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\tan x} [x > 90^\circ]$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin x}{x} \right)^n = \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x}{\sin x} \right)^n = \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\tan x}{x} \right)^n = \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x}{\tan x} \right)^n = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan^{-1} x}{x} = 1 = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\tan^{-1} x} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x} = 1 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x} \right)^x = e \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(1+x)^n - 1}{x} = n$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^n}{n!} = 0 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{a}{x^n} = 0 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow a} \frac{x^n - a^n}{x - a} = n a^{n-1}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = \ln a \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = \frac{\pi}{180} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \cos x = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow a} \sin^{-1} x = \sin^{-1} a, |a| \leq 1 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow a} \cos^{-1} x = \cos^{-1} a, |a| \leq 1$$

$$\lim_{x \rightarrow a} \tan^{-1} x = \tan^{-1} a, -\infty < a < \infty \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{(1+x)^x} = e$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin x}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\cos x}{x} = 0 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{x} = 2$$

$$1. \frac{d}{dx}(c) = 0 \quad 02. \frac{d}{dx} cf(x) = c \frac{d}{dx} f(x)$$

$$12. (a) \frac{d}{dx}(cx^n) = c \cdot \frac{d}{dx}(x^n) = cnx^{n-1}$$

$$(b) \frac{d}{dx}\left(\frac{c}{x^n}\right) = -c \cdot \frac{n}{x^{n+1}} \quad (c) \frac{d}{dx}(\sqrt{x}) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$13. \frac{d}{dx}(\sin x) = \cos x$$

$$14. \frac{d}{dx}(\tan x) = \sec^2 x \quad 05. \frac{d}{dx}(\cos x) = -\sin x$$

$$15. \frac{d}{dx}(\sec x) = \sec x \cdot \tan x$$

$$16. \frac{d}{dx}(\cosec x) = -\cosec x \cdot \cot x$$

$$17. \frac{d}{dx}(e^x) = e^x$$

$$11. \frac{d}{dx}(\ln x) = \frac{1}{x}$$

$$12. \frac{d}{dx}(a^x) = a^x \ln a$$

$$13. \frac{d}{dx}(e^{ax}) = ae^{ax}$$

$$14. \frac{d}{dx}(u \pm v) = \frac{du}{dx} \pm \frac{dv}{dx}$$

$$15. \frac{d}{dx}(uv) = u \frac{dv}{dx} + v \frac{du}{dx}$$

$$16. \frac{d}{dx}(uvw) = vw \frac{du}{dx} + uw \frac{dv}{dx} + uv \frac{dw}{dx}$$

$$17. \frac{d}{dx}\left(\frac{u}{v}\right) = \frac{v \frac{du}{dx} - u \frac{dv}{dx}}{v^2}$$

$$18. \frac{d}{dx}(u^v) = u^v \frac{d}{dx}(v \ln u)$$

$$19. \frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dz} \times \frac{dz}{dx}$$

$$20. \frac{d}{dx}(\sin^{-1} x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$21. \frac{d}{dx}(\cos^{-1} x) = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$22. \frac{d}{dx}(\tan^{-1} x) = \frac{1}{1+x^2}$$

$$23. \frac{d}{dx}(\cot^{-1} x) = -\frac{1}{1+x^2}$$

$$24. \frac{d}{dx}(\sec^{-1} x) = \frac{1}{x\sqrt{x^2-1}}$$

$$25. \frac{d}{dx}(\cosec^{-1} x) = -\frac{1}{x\sqrt{x^2-1}}$$

$$26. \frac{d}{dx}(\log x) = \frac{1}{x} \log_e e$$

$$27. \frac{d}{dx}(\sin mx) = m \cos mx$$

28. যদি $f(x,y) = 0$ হয় যা অব্যক্ত ফাংশন তাহলে,

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{f_x}{f_y} = \frac{y \text{ ত্রুটির খে } x \text{ এর সাপেক্ষে অঙ্গীকৃত}}{x \text{ ত্রুটির খে } y \text{ এর সাপেক্ষে অঙ্গীকৃত}}$$

$$29. \frac{d}{dx}\left(\frac{1}{x^n}\right) = \frac{-n}{x^{n+1}} ; n \in R$$

$$30. \frac{d}{dx}\left(\sqrt[n]{x^m}\right) = \frac{m}{n} \sqrt[n]{x^{m-n}}$$

$$31. \frac{d}{dx}\left(\frac{1}{n\sqrt[n]{x^m}}\right) = -\frac{m}{n} \left(\frac{1}{n\sqrt[n]{x^{m+n}}} \right)$$

□ মূল নিয়মে অঙ্গীকৃত:

$$y = f(x) \text{ হলে, } \frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}\{f(x)\} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$$\text{যে কোন বিন্দুতে } x = a \text{ হলে, } f'(a) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

পাণিতিক সমস্যা ও সমাধান

Part 2

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos ax}{1 - \cos bx} = ?$$

Solve এখানে, $x \rightarrow 0$ কসালে আমরা $\frac{0}{0}$ আকারে পাই, যা অসম্ভব।

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{d}{dx}(1 - \cos ax)}{\frac{d}{dx}(1 - \cos bx)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{a \sin ax}{b \sin bx}$$

বল, $x \rightarrow 0$ কসালে $\frac{0}{0}$ আকারে আসে এজন্য আবার আমরা Differentiate করবো।

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a \cdot a \cos ax}{b \cdot b \cos bx} = \frac{a^2 \cdot 1}{b^2 \cdot 1} = \frac{a^2}{b^2}$$

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{(\sqrt{x})^9 - (\sqrt{a})^9}{\sqrt{x} - \sqrt{a}} = ?$$

$$\text{Solve} \lim_{x \rightarrow a} \frac{(\sqrt{x})^9 - (\sqrt{a})^9}{\sqrt{x} - \sqrt{a}} = 9(\sqrt{a})^{9-1} = 9(\sqrt{a})^8 = 9a^4$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\sin x} - 1}{\sin x} = ?$$

$$\text{Solve} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{d}{dx}(e^{\sin x} - 1)}{\frac{d}{dx}(\sin x)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\sin x} \cdot \cos x - 0}{\cos x}$$

$$= \frac{e^{\sin 0} \cdot \cos 0}{\cos 0} = \frac{e^0 \cdot 1}{1} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+3x} - \sqrt{1-4x}}{x}$$

$$\text{Solve} \text{প্রদত্ত সূত্রানুসারে এর মান হবে } \frac{3+4}{2} = \frac{7}{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{7x}$$

$$\text{Solve} \frac{1}{7} \lim_{x \rightarrow 0} 5 \cdot \frac{\sin 5x}{5x} = \frac{5}{7} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{5x} = \frac{5}{7}$$

বরা, L'Hopital's rule use করে পাই,

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{d}{dx} \frac{\sin 5x}{d(7x)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{5 \cdot \cos 5x}{7} = \frac{5 \cdot 1}{7} = \frac{5}{7}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x \text{ এর মান কত?}$$

$$\text{Solve} \text{এখানে } 2\text{য় চলক } \frac{1}{x} \text{ এবং ঘাতের চলক } x \text{ তাই প্রদত্ত লিমিটের মান হবে } e^{1/x} = e^1 = e$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 - 4x + 5}{12x^2 + x - 3}$$

$$\text{Solve} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{3x^2}{x^2} - \frac{4x}{x^2} + \frac{5}{x^2}}{\frac{12x^2}{x^2} + \frac{x}{x^2} - \frac{3}{x^2}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3 - \frac{4}{x} + \frac{5}{x^2}}{12 + \frac{1}{x} - \frac{3}{x^2}} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$

$$08. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5^x - 5^{-x}}{5^x + 5^{-x}} = ?$$

Solve এখানে, 5^x এর সহগ 1 এবং হরের 5^{-x} এর সহগ 1।

$$\therefore \text{প্রদত্ত লিমিটের মান} = \frac{1}{1} = 1$$

$$09. y = 5x - 10x^2 \text{ হলে, } x \text{ এর মান কত? যখন } \frac{dy}{dx} = 2$$

$$\text{Solve} y = 5x - 10x^2 \Rightarrow \frac{dy}{dx} = 5 - 20x$$

$$\Rightarrow 2 = 5 - 20x \Rightarrow 20x = 3 \Rightarrow x = \frac{3}{20}$$

$$10. y = a^x e^x + \log_a x + 5 \text{ হলে, } \frac{dy}{dx} \text{ এর মান কত?}$$

$$\text{Solve} \frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx} (a^x e^x + \log_a x + 5)$$

$$= \left\{ a^x \frac{d}{dx} e^x + e^x \frac{d}{dx} a^x + \frac{d}{dx} (\log_a e \times \ln x) + \frac{d}{dx} (5) \right\}$$

$$= a^x e^x + e^x a^x \ln a + \frac{\log_a e}{x}$$

$$11. y = \frac{\sin^2 x}{1 + \cos x} \text{ হলে, } \frac{dy}{dx} = ?$$

$$\text{Solve} y = \frac{\sin^2 x}{1 + \cos x} = \frac{1 - \cos^2 x}{1 + \cos x} = 1 - \cos x \quad \frac{dy}{dx} = \sin x$$

$$12. \frac{d(\sin^2 \theta)}{d(\tan \theta)} = ?$$

$$\text{Solve} \frac{2 \sin \theta \cdot \cos \theta}{\sec^2 \theta} = 2 \sin \theta \cdot \cos^3 \theta$$

$$13. \tan y = \frac{2t}{1-t^2} \text{ এবং } \sin x = \frac{2t}{1+t^2} \text{ হলে, } \frac{dy}{dx} \text{ এর মান কত?}$$

$$\text{Solve} \tan y = \frac{2t}{1-t^2} \Rightarrow y = \tan^{-1} \frac{2t}{1-t^2} = 2 \tan^{-1} t \quad \dots \dots \text{(i)}$$

$$\text{এবং } \sin x = \frac{2t}{1+t^2} \therefore x = \sin^{-1} \frac{2t}{1+t^2} = 2 \tan^{-1} t \quad \dots \dots \text{(ii)}$$

$$(i) \text{ এবং (ii) থেকে, } x = y \therefore \frac{dy}{dx} = 1$$

$$14. y = \tan^{-1} \frac{4\sqrt{x}}{1-4x} \text{ এর অস্তরক কত?}$$

$$\text{Solve} y = \tan^{-1} \frac{4\sqrt{x}}{1-4x} \Rightarrow y = \tan^{-1} \frac{2\sqrt{x}}{1-(2\sqrt{x})^2}$$

$$\Rightarrow y = 2 \tan^{-1}(2\sqrt{x})$$

$$\therefore \frac{dy}{dx} = 2 \frac{1}{1+(2\sqrt{x})^2} \frac{d}{dx}(2\sqrt{x}) = \frac{2}{1+4x} \times 2 \frac{1}{2\sqrt{x}} = \frac{2}{\sqrt{x}(1+4x)}$$

$$15. \frac{d}{dx} \left(\sin^{-1} \frac{2x}{1+x^2} \right) = ?$$

$$\text{Solve} \frac{d}{dx} \left(\sin^{-1} \frac{2x}{1+x^2} \right) = \frac{d}{dx} (2 \tan^{-1} x) = \frac{2(1-x^2)}{1+x^2}$$

$$16. y = 10 e^{9x} \text{ হলে, } y_6 = ?$$

$$\text{Solve} 10 \cdot 9^6 e^{9x}$$

বেসিক প্রক্রিয়া • এভেনি প্রক্রিয়া • এভেনি প্রক্রিয়া • এভেনি প্রক্রিয়া

১৭. $y = \sin 3x$ হলে, $y_1 = ?$ [Solve] এখানে, $m = 3$, এবং $n = 6$

$$\therefore y_1 = 3^6 \sin\left(\frac{6\pi}{2} + 3x\right) = 5^6 \sin(3\pi + 3x)$$

১৮. $y = \tan^{-1} \frac{4x}{1-4x^2}$ হলে, $\frac{dy}{dx} = ?$

$$[\text{Solve}] y = \tan^{-1} \frac{4x}{1-4x^2} = \tan^{-1} \frac{2.2x}{1-(2x)^2} = 2\tan^{-1}(2x)$$

$$\therefore \frac{dy}{dx} = \frac{2}{1+(2x)^2} \cdot \frac{d}{dx}(2x) = \frac{2.2}{1+4x^2} = \frac{4}{1+4x^2}$$

১৯. $y = \cos^{-1}(2x\sqrt{1-x^2})$ হলে, $\frac{dy}{dx} = ?$ [Solve] ধরি, $x = \sin\theta \Rightarrow \theta = \sin^{-1}x$

$$\therefore y = \cos^{-1}(2\sin\theta\sqrt{1-\sin^2\theta})$$

$$= \cos^{-1}(2\sin\theta\cos\theta) = \cos^{-1}(\sin 2\theta)$$

$$= \cos^{-1}\cos(\pi/2 - 2\theta) = \pi/2 - 2\theta = \pi/2 - 2\sin^{-1}x$$

$$\therefore \frac{dy}{dx} = -\frac{2}{\sqrt{1-x^2}}$$

২০. $x^y = e^{x-y}$ হলে, $\frac{dy}{dx}$ এর মান কত?

$$[\text{Solve}] y \ln x = \ln e^{x-y} \Rightarrow y \ln x = x - y$$

$$\Rightarrow y \ln x - x + y = 0 \Rightarrow y \cdot \frac{1}{x} + \ln x \cdot \frac{dy}{dx} - 1 + \frac{dy}{dx} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{y}{x} + \frac{dy}{dx}(\ln x + 1) - 1 = 0$$

$$\Rightarrow \frac{dy}{dx}(\ln x + 1) = 1 - \frac{y}{x} = \left(\frac{x-y}{x}\right) \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{(x-y)}{x(\ln x + 1)}$$

২১. $x^4 + x^2y^2 + y^4 = 0$ হলে, $\frac{dy}{dx}$ এর মান কত?

$$[\text{Solve}] x^4 + x^2y^2 + y^4 = 0$$

$$\Rightarrow 4x^3 + 2xy^2 + x^2 \cdot 2y \cdot \frac{dy}{dx} + 4y^3 \cdot \frac{dy}{dx} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{dy}{dx}(2x^2y + 4y^3) = -(4x^3 + 2xy^2)$$

$$\therefore \frac{dy}{dx} = -\frac{x}{y} \left(\frac{2x^2 + y^2}{x^2 + 2y^2} \right)$$

২২. $y = \cos 4x$ হলে, $y_2 = ?$ [Solve] এখানে, $m = 4$ এবং $n = 2$

$$\therefore y_2 = 4^2 \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{2} + 4x\right) \Rightarrow y_2 = 16 \cos(\pi + 4x)$$

২৩. $y = e^x \sin x$ হলে, $y_2 = ?$ [Solve] $y_1 = e^x \sin x + e^x \cos x = e^x (\sin x + \cos x)$

$$\Rightarrow y_2 = e^x (\sin x + \cos x) + e^x (\cos x - \sin x) \\ = e^x (\sin x + \cos x + \cos x - \sin x) = 2e^x \cdot \cos x$$

২৪. $y = \log_e(\cos x)$ হলে, $y_3 = ?$ [Solve] এখানে, $n = 3$

$$\therefore y_3 = (-1)^{3-1} (3-1)! (\cos x)^{-3} \cdot \frac{d}{dx}(\cos x)$$

$$= -2 \frac{1}{\cos^3 x} \cdot \sin x = -2 \frac{\sin x}{\cos^3 x}$$

২৫. $y = \frac{1}{mx+n}$ হলে, $y_3 = ?$

$$[\text{Solve}] y_1 = (-1)^3 \cdot 3! \cdot (mx+n)^{-4} \cdot m^3$$

২৬. $y = \frac{\ln(x)}{x}$ হলে, $y_2 = ?$

$$[\text{Solve}] y = \frac{\ln(x)}{x} \Rightarrow y_1 = \frac{\frac{1}{x} - \ln x}{x^2}$$

$$\Rightarrow y_1 = \frac{1 - \ln x}{x^2} \Rightarrow y_2 = \frac{x^2 \frac{d}{dx}(1 - \ln x) - (1 - \ln x) \frac{d}{dx} x^2}{x^4}$$

$$= \frac{x^2 \left(-\frac{1}{x}\right) - (1 - \ln x)2x}{x^4} = \frac{-x - 2x + 2x \ln x}{x^4}$$

$$= \frac{-3x + 2x \ln x}{x^4} = \frac{2 \ln x - 3}{x^3}$$

২৭. $y = 3x^3 + 2x^2 - 10x + 5$ বক্ররেখার মূলবিন্দুতে ঢাল বা নম্বিত পরিমাণ

$$[\text{Solve}] y = 3x^3 + 2x^2 - 10x + 5 \Rightarrow \frac{dy}{dx} = 9x^2 + 4x - 10$$

 \therefore মূলবিন্দুতে ঢাল, $\frac{dy}{dx} = -10$ Ans.
২৮. $y = x^3 - 2x^2 + 4$ বক্ররেখার (2, 4) বিন্দুতে স্পর্শক ও অভিন্নের সমীকরণ কোনো

$$[\text{Solve}] y = x^3 - 2x^2 + 4 \Rightarrow \frac{dy}{dx} = 3x^2 - 4x$$

$$\therefore (2, 4) \text{ বিন্দুতে } \frac{dy}{dx} = 3 \cdot 4 - 4 \cdot 2 = 4.$$

$$\therefore (2, 4) \text{ বিন্দুতে স্পর্শকের সমীকরণ, } (y - 4) = 4(x - 2)$$

$$\Rightarrow 4x - y - 4 = 0$$

$$\text{অভিন্নের সমীকরণ, } (y - 4) = -\frac{1}{4}(x - 2) \Rightarrow x + 4y - 18 = 0$$

২৯. $y = 2x^3 - 15x^2 + 34x - 20$ বক্ররেখার যেসব বিন্দুতে স্পর্শক $y + 2x$ সরলরেখার সমান্তরাল সেসব বিন্দুর ঘানাঙ্ক নির্ণয় কর।

$$[\text{Solve}] y = 2x^3 - 15x^2 + 34x - 20 \Rightarrow \frac{dy}{dx} = 6x^2 - 30x + 34$$

 \therefore স্পর্শকগুলো $y + 2x = 0$ রেখার সমান্তরাল \therefore স্পর্শকের ঢাল = -2

$$\therefore 6x^2 - 30x + 34 = -2 \Rightarrow x^2 - 5x + 6 = 0 \therefore x = 3, 2$$

$$\therefore x = 3 \text{ হলে, } y = 2 \cdot 3^3 - 15 \cdot 3^2 + 34 \cdot 3 - 20 = 1$$

$$\text{এবং } x = 2 \text{ হলে, } y = 2 \cdot 2^3 - 15 \cdot 2^2 + 34 \cdot 2 - 20 = 4$$

$$\therefore \text{বিন্দুগুলোর ঘানাঙ্ক } (3, 1) \text{ এবং } (2, 4)$$

৩০. $f(x) = \frac{x}{\ln x}$ এর সর্বনিম্ন মান কত?

$$[\text{Solve}] f(x) = \frac{x}{\ln x} \Rightarrow f'(x) = \frac{\ln x \cdot 1 - x \cdot \frac{1}{x}}{(\ln x)^2} = \frac{\ln x - 1}{(\ln x)^2}$$

$$\therefore f'(x) = 0 \Rightarrow \frac{\ln x - 1}{x} = 0 \Rightarrow \ln x - 1 = 0 \Rightarrow \ln x = 1 \Rightarrow x = e$$

$$\therefore \text{সর্বনিম্ন মান} = \frac{e}{\ln e} = \frac{e}{1} = e$$

৩১. $x^y = e^{x-y}$ হলে $\frac{dy}{dx}$ নির্ণয় কর।

$$[\text{Solve}] x^y = e^{x-y} \Rightarrow y \ln x = x - y$$

$$\Rightarrow y \cdot \frac{1}{x} + \ln x \cdot \frac{dy}{dx} = 1 - \frac{dy}{dx} \Rightarrow \ln x \cdot \frac{dy}{dx} + \frac{dy}{dx} = 1 - \frac{y}{x}$$

$$\Rightarrow \frac{dy}{dx} (1 + \ln x) = \frac{x - y}{x} \therefore \frac{dy}{dx} = \frac{x - y}{x(1 + \ln x)} \text{ (Ans.)}$$

- | | | |
|--|-----------------------------------|--|
| 19. $x^2 - xy + y^2 = 3$ হলে, $\frac{dy}{dx} = ?$ | Ans: $\frac{2x - y}{x - 2y}$ | 31. $3x^2 + 7y^2 + 4xy - 8x = 0$ বক্সরেখাটির $(-1, 1)$ বিন্দুতে অঙ্কিত স্পর্শকের
ঢাল- $0 = 0$
Ans: 1 |
| 20. $\frac{d}{dx}(x^3) = ?$ | Ans: $x^3(1 + \log x)$ | 32. $y = 4x^2$ পরাবৃজ্জের $(-1, 4)$ বিন্দুতে স্পর্শক এবং অভিসম্মের সমীকরণ নির্ণয় কর।
Ans: $8x + y + 4 = 0$ (স্পর্শক); $8y - x - 33 = 0$ (অভিসম্মে) |
| 21. $y = \sqrt{\sin x} + \sqrt{(\sin x)^2} + \sqrt{(\sin x)^3} + \dots \infty$ হলে, দেখাও যে,
$\frac{dy}{dx} = \frac{\cos x}{2y - 1}$ | | 33. $y = x(1-x)$ বক্সরেখার যে বিন্দুতে স্পর্শক x অঙ্কের সমান্তরাল তার ছানাটা
নির্ণয় কর।
Ans: $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{4}\right)$ |
| 22. $y = 5^x$ হলে, $y_n = ?$ | Ans: $y_n = 5^x (\log_e 5)^n$ | 34. $f(x) = x \ln x$ এর সর্বনিম্ন মান কত?
Ans: $-\frac{1}{e}$ |
| 23. $y = \tan x + \sec x$ হলে, দেখাও যে, $\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{\cos x}{(1 - \sin x)^2}$ | | 35. $x = 1$ বিন্দুতে $f(x) = x^3 - 3x^2 + x$ ফাংশনটির ধৰ্ক্তি নির্ণয় কর।
Ans: অক্ষয়সমান |
| 24. $y = e^x \cos x$ হলে, $y_2 = ?$ | Ans: $-2 e^x \sin x$ | 36. t সময়ে কোন কগার ঘারা অতিক্রান্ত দূরত্ব $s = t^3 - 12t^2 + 6t + 8$ যদি
কগাটির ত্বরণ শূন্য তখন এর বেগ কত?
Ans: -42 |
| 25. $y = x^2 \ln x$ হলে, $\frac{d^3y}{dx^3} = ?$ | Ans: $\frac{2}{x}$ | 37. $10, 4$ ব্যবধিতে $f(x) = (x-1)(x-2)(x-3)$ ফাংশনের জন্য ল্যাপ্লাজেন
গড় মান উপপাদ্যের সত্যতা যাচাই কর। |
| 26. $\frac{1}{x}$ এর n তম অঙ্গক কত?
Ans: $\frac{(-1)^n n!}{x^{n+1}}$ | | 38. $y = xsinx$ হলে, $\frac{d^2y}{dx^2} + y$ এর মান নির্ণয় কর।
Ans: $2 \cos x$ |
| 27. $y = \frac{e^x}{x+1}$ হলে, $y_2 = ?$ | Ans: $\frac{e^x(1+x^2)}{(x+1)^3}$ | 39. $y = \sqrt{\cos x} \sqrt{\cos x} \dots \infty$ হলে দেখাও যে, $\frac{dy}{dx} =$
$\frac{\operatorname{ysinx}}{\cos x - 2y}$ |
| 28. $y = \sqrt{4 + 3 \sin x}$ হলে, প্রমাণ কর যে, $2y \frac{d^2y}{dx^2} + 2 \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 + y^2 = 4$ | | 40. একটি কোম্পানির ব্যয় ফাংশন $C = 100 - 0.015x^2$ এবং আয় ফাংশন $R =$
$3x$; যেখানে x উৎপাদিত পণ্যের একক সংখ্যা। x এর মান নির্ণয় কর যেন,
কোম্পানির সর্বোচ্চ লাভ হয় এবং সর্বোচ্চ লাভের পরিমাণ নির্ণয় কর। Ans: 50 |
| 29. $3x^2 - 7y^2 + 4xy - 8x = 0$ বক্সরেখাটির $(-1, 1)$ বিন্দুতে অঙ্কিত স্পর্শকের
ঢাল- $5/9$
Ans: $Q = 20$ এবং সর্বোচ্চ মনুষ্য 40000 | | |
| 30. একটি ফার্মের আয় ফাংশন $R = 4350Q - 37Q^2$ এবং ব্যয় ফাংশন $C =$
$2Q^3 - 7Q^2 + 750Q + 4000$; যেখানে $Q \geq 0$, Q এর যে মানের জন্য
মুনাফা সর্বোচ্চ হবে এবং সর্বোচ্চ মুনাফা নির্ণয় কর।
Ans: $Q = 20$ এবং সর্বোচ্চ মুনাফা 40000 | | |

Part 3

GST গুচ্ছ/গুচ্ছভক্ত বিশ্ববিদ্যালয়ের বিগত বছরের প্রতিক্রিয়া

- | | |
|---|--|
| 01. $\lim_{x \rightarrow \infty} x^2 \left(\frac{2}{x^4+1} + \frac{3}{x^3+7} + \frac{5}{x^2+1} + \frac{6}{x^2-5} \right)$ এর মান কত? [GST-A : 22-23] | 03. $e^y = \tan^{-1} x$ হলে $\frac{dx}{dy} = ?$ [GST-A : 22-23] |
| (A) 8 (B) 10 (C) 11 (D) 16 | (A) $\sqrt{1+x^2} \tan^{-1} x$. (B) $(1+x^2) \tan^{-1} x$. |
| Solve | (C) $\sqrt{1-x^2} \tan^{-1} x$. (D) $(1-x^2) \tan^{-1} x$. |
| Solve | (B) Solve $e^y = \tan^{-1} x \Rightarrow y = \ln(\tan^{-1} x)$ |
| $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2}{x^4+1} + \frac{3x^2}{x^3+7} + \frac{5x^2}{x^2+1} + \frac{6x^2}{x^2-5}$ | $\Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{1}{\tan^{-1} x} \times \frac{1}{1+x^2} \Rightarrow \frac{dx}{dy} = (1+x^2) \tan^{-1} x$ |
| $= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^4 \times \frac{2}{x^2}}{x^4 \left(1 + \frac{1}{x^4}\right)} + \frac{x^3 \times \frac{3}{x}}{x^3 \left(1 + \frac{7}{x^3}\right)} + \frac{5x^2}{x^2 \left(1 + \frac{1}{x^2}\right)} + \frac{6x^2}{x^2 \left(1 - \frac{5}{x^2}\right)}$ | 04. x এর কোন মানের জন্য $y = x \ln x$ এর লঘুমান নির্ণয় করা যাবে? [GST-A : 22-23] |
| $= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{2}{x^2}}{1 + \frac{1}{x^4}} + \frac{\frac{3}{x}}{1 + \frac{7}{x^3}} + \frac{5}{1 + \frac{1}{x^2}} + \frac{6}{1 - \frac{5}{x^2}}$ | (A) e (B) -e (C) $\frac{1}{e}$ (D) $-\frac{1}{e}$ |
| $= 0 + 0 + \frac{5}{1} + \frac{6}{1} = 5 + 6 = 11$ | Solve $y = x \ln x \Rightarrow \frac{dy}{dx} = x \cdot \frac{1}{x} + \ln x$ |
| Shortcut : $\lim_{x \rightarrow \infty}$ এর ক্ষেত্রে ১য় ও ২য় পদে লবে x এর ঘাত কম বিধায় | $\Rightarrow \frac{dy}{dx} = 1 + \ln x \Rightarrow \frac{d^2y}{dx^2} = \frac{1}{x}$ |
| Ans. 0 এবং ৩য় ও ৪র্থ পদে লব ও হরের x এর ঘাত সমান হওয়ায় Ans. | লঘুমান ও গুরুমানের জন্ম $\frac{dy}{dx} = 0 \Rightarrow 1 + \ln x = 0 \Rightarrow x = e^{-1}$ |
| $\text{হবে } = \frac{5}{1} + \frac{6}{1} = 11.$ | $\Rightarrow \ln x = -1 \Rightarrow x = e^{-1} = \frac{1}{e}$ |
| 02. $a > 1$ হলে $\frac{d}{dx} (\ln a^x) = ?$ [GST-A : 22-23] | 05. যদি $[a, b]$ ব্যবধিতে $f(x)$ একটি অবিচ্ছিন্ন ফাংশন হয়, যেখানে $f(a) f(b) > 0$ |
| (A) $\frac{a^x}{\ln a}$ (B) $\ln a$ (C) a^x (D) $x \ln a$ | তবে উক্ত ব্যবধিতে $f(x) = 0$ সমীকরণের বাস্তব মূল থাকবে-[GST-A : 21-22] |
| Solve | (A) জোড় সংখ্যক (B) মাত্র ২টি (C) মাত্র ১টি (D) বিজোড় সংখ্যক |
| | Solve আবদ্ধ $[a, b]$ ব্যবধিতে $f(x)$ অবিচ্ছিন্ন এবং $f(a) \cdot f(b) > 0$ |
| | অশূন্য ও বিপরীত চিহ্নবিশিষ্ট অর্থাৎ $f(a) \cdot f(b) > 0$ হলে এবং a ও b এর মধ্যে |
| | $f(x) = 0$ সমীকরণের অতত একটি সমাধান বা মূল থাকবে। |
| | ∴ একটি মূল অর্থাৎ মূলটি বাস্তব হবে। |
| | একমাত্র মূল সর্বদা বাস্তব হয়। |

JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS

20. $y = \frac{3x^2}{4x-1}$ হলে, কোন বিন্দুতে $\frac{dy}{dx} = 0$ হবে? [CoU-A : 18-19]

- Ⓐ $\{(0, 0), (\frac{1}{2}, \frac{3}{4})\}$ Ⓑ $\{(0, 0), (0, 1)\}$
Ⓒ $(1, 1)$ Ⓒ $(0, 0)$

Solve $y = \frac{3x^2}{4x-1} \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{(4x-1) \times 6x - 3x^2 \times 4}{(4x-1)^2}$
 $\Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{24x^2 - 6x - 12x^2}{(4x-1)^2} \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{12x^2 - 6x}{(4x-1)^2}$
 $\therefore \frac{dy}{dx} = 0 \Rightarrow \frac{12x^2 - 6x}{(4x-1)^2} = 0$
 $\Rightarrow 12x^2 - 6x = 0$
 $\Rightarrow 6x(2x-1) = 0 \Rightarrow x = 0 \text{ এবং } x = \frac{1}{2} \Rightarrow y = 0 \text{ এবং } y = \frac{3}{4}$

∴ নির্ণেয় বিন্দুর সেট, $\{(0, 0), (\frac{1}{2}, \frac{3}{4})\}$

21. $\lim_{x \rightarrow 0} 2^x \sin \frac{b}{2^x} = ?$ [IU-D : 19-20]

- Ⓐ 2^∞ Ⓑ 2 Ⓒ ∞ Ⓓ b

Solve $\lim_{x \rightarrow 0} 2^x \sin \frac{b}{2^x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin \frac{b}{2^x}}{\frac{b}{2^x}} \cdot b = b$

22. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan^{-1}x}{x} = ?$ [IU-D : 19-20]

- Ⓐ 0 Ⓑ 1 Ⓒ e Ⓓ π

Solve $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan^{-1}x}{x} = 1$ [সূত্রানুসারে]

23. $(-1, 8)$ বিন্দুতে $y = 3x^2 - 5x$ বকরেখাটির ঢাল কত? [BRUR-E : 19-20]

- Ⓐ 1 Ⓑ 4 Ⓒ -6 Ⓓ -11

Solve $y = 3x^2 - 5x \Rightarrow \frac{dy}{dx} = 6x - 5$

$(-1, 8)$ বিন্দুতে $\frac{dy}{dx} = 6 \times (-1) - 5 = -6 - 5 = -11$

24. x এর কোন মানের জন্য $f(x) = \frac{x}{\ln x}$ সর্বনিম্ন হবে? [BRUR-E : 19-20]

- Ⓐ $-\frac{1}{e}$ Ⓑ e Ⓒ $\frac{1}{e}$ Ⓓ $-e$

Solve $f(x) = \frac{x}{\ln x} \Rightarrow f'(x) = \frac{\ln x - 1}{(\ln x)^2}$

সর্বনিম্ন ও সর্বোচ্চ মানের জন্য, $f'(x) = 0$
 $\Rightarrow \frac{\ln x - 1}{(\ln x)^2} = 0 \Rightarrow \ln x - 1 = 0 \Rightarrow \ln x = 1 \therefore x = e^{1+1} = e^2$

\therefore সর্বনিম্ন মান = $\frac{e}{\ln e} = e$

25. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^{-1}x}{x} = ?$ [BRUR-E : 19-20]

- Ⓐ 0 Ⓑ 1 Ⓒ π Ⓓ কোনোটিই নয়

Solve $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^{-1}x}{x} = 1$ [সূত্রানুসারে]

26. x এর সাপেক্ষে $(3x-5)^4$ এর অঙ্গক সহায়- [BRUR-E : 19-20]

- Ⓐ $4(3x-5)^3$ Ⓑ $12(3x-5)^3$ Ⓒ $\frac{(3x-5)^5}{5}$ Ⓓ $\frac{(3x-5)^5}{15}$

Solve ধরি, $y = (3x-5)^4$

$\Rightarrow \frac{dy}{dx} = 4(3x-5)^3 \times 3 = 12(3x-5)^3$

27. একটি ব্যারেল $\frac{1}{5}$ অংশ পূর্ণ আছে। যখন k লিটার তরল ব্যারেলে মোগ করা হয় তখন?

- Ⓐ $\frac{3}{8}k$ Ⓑ $\frac{7}{15}k$ Ⓒ $\frac{15}{7}k$ Ⓓ $\frac{7}{3}k$

Solve k লিটার তরল ব্যারেলের $\left(\frac{2}{3} - \frac{1}{5}\right) = \frac{10-3}{15}$
 $= \frac{7}{15}$ অংশ পূরণ করে। ধরি ব্যারেলটি x লিটার তরল ধরে, তাহলে $\frac{7}{15}$ এর $x = k$

$\Rightarrow x = \frac{15k}{7}$ লিটার

28. $y = \sqrt{\sec x}$ হলে, $\frac{dy}{dx}$ = কত? [JKKNIU-B : 19-20]

- Ⓐ $\frac{y \tan x}{2}$ Ⓑ $\frac{\tan x}{2}$ Ⓒ $\cot x$ Ⓓ $\frac{\cot x}{2}$

Solve $y = \sqrt{\sec x}$
 $\Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{\sec x \tan x}{2\sqrt{\sec x}} = \frac{\sqrt{\sec x} \tan x}{2} = \frac{y \tan x}{2}$

29. $x^2 + y^2 = 25$ হলে, $(3, -4)$ বিন্দুতে $\frac{dy}{dx}$ কত? [JKKNIU-B : 19-20]

- Ⓐ 0 Ⓑ $\frac{1}{2}$ Ⓒ $\frac{2}{3}$ Ⓓ $\frac{3}{4}$

Solve $x^2 + y^2 = 25 \Rightarrow 2x + 2y \frac{dy}{dx} = 0 \Rightarrow \frac{dy}{dx} = -\frac{x}{y}$

$(3, -4)$ বিন্দুতে $\frac{dy}{dx} = -\frac{3}{-4} = \frac{3}{4}$

30. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{x}$ এর মান কত? [JKKNIU-B : 19-20]

- Ⓐ 3 Ⓑ 5 Ⓒ 8 Ⓓ 4

Solve $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{4x} \cdot 4 = 1 \times 4 = 4$

31. $\lim_{\theta \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\sin \theta} - \frac{1}{\tan \theta} \right) = ?$ [JKKNIU-B : 19-20]

- Ⓐ 0 Ⓑ $\frac{1}{2}$ Ⓒ $-\frac{1}{2}$ Ⓓ 1

Solve $\lim_{\theta \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\sin \theta} - \frac{1}{\tan \theta} \right) = \lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{1 - \cos \theta}{\sin \theta}$
 $= \lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{2 \sin^2 \frac{\theta}{2}}{2 \cos \frac{\theta}{2} \sin \frac{\theta}{2}} = \lim_{\theta \rightarrow 0} \tan \frac{\theta}{2} = 0$

32. যদি $f(x) = \begin{cases} x^2, & x > 0 \\ 1, & x = 0 \\ x, & x < 0 \end{cases}$ হয়, তবে $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ এর মান কত? [SUST-B : 19-20]

- Ⓐ -1 Ⓑ -2 Ⓒ 0 Ⓓ 1 Ⓓ 2

Solve $x > 0$ হলে, $f(x) = x^2 \therefore \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} x^2 = 0$

আবার, $x < 0$ হলে, $f(x) = x \therefore \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} x = 0$

$\therefore \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = 0 \therefore \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0$

33. $f(x) = \sin x$ হলে, $f^{(11)}(0)$ এর মান কত? [SUST-B : 19-20]

- Ⓐ 1 Ⓑ 0 Ⓒ -1 Ⓓ $\frac{1}{2}$ Ⓓ $\frac{1}{\sqrt{2}}$

Solve $f(x) = \sin x \Rightarrow f'(x) = \sin \left(\frac{n\pi}{2} + x \right)$
 $\Rightarrow f^{(11)}(0) = \sin \left(\frac{11\pi}{2} + 0 \right) = -\cos 0^\circ = -1$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + 3x + 5}{3x^2 + 5x - 6} \text{ এর মান} -$$

- Ⓐ 3 Ⓑ $-\frac{5}{6}$ Ⓒ $\frac{2}{3}$ Ⓓ $-\frac{2}{3}$ **Ans C**

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\cos x}}{\cos x} \text{ এর মান} -$$

- Ⓐ 1 Ⓑ $\frac{1}{e}$ Ⓒ 0 Ⓓ **Ans A**

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 7x - \sin x}{\sin 6x} = ?$$

- Ⓐ $\frac{7}{6}$ Ⓑ $-\frac{7}{6}$ Ⓒ 1 Ⓓ -1 **Ans C**

$$f(x) = \begin{cases} x & \text{কাশনটি } x = 0 \text{ তে} \\ x^2 & \end{cases}$$

- Ⓐ অসীম Ⓑ অবিচ্ছেদ্য Ⓒ বিচ্ছেদ্য Ⓓ কোনটিই নয় **Ans C**

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 6x}{2x^2 + 5} = ?$$

- Ⓐ 0 Ⓑ $\frac{3}{2}$ Ⓒ $\frac{1}{2}$ Ⓓ 1 **Ans C**

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(\cos x + \cos 2x)}{\sin x} = ?$$

- Ⓐ 0 Ⓑ 2 Ⓒ π Ⓓ $\frac{\pi}{2}$ **Ans B**

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - 1}{x^2} \text{ এর মান কত?}$$

- Ⓐ 1 Ⓑ -1 Ⓒ $\frac{1}{2}$ Ⓓ $-\frac{1}{2}$ **Ans D**

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^{-1}(2x)}{x} \text{ এর মান} -$$

- Ⓐ 1 Ⓑ 0 Ⓒ 2 Ⓓ $\frac{1}{2}$ **Ans C**

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x} - 2\ln(1+x)}{x \sin x} \text{ এর মান} -$$

- Ⓐ 0 Ⓑ -1 Ⓒ 1 Ⓓ ∞ **Ans C**

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(2x)^2}{x} = ?$$

- Ⓐ 1 Ⓑ 2 Ⓒ $\frac{1}{2}$ Ⓓ 0 **Ans D**

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan^{-1} x}{x}, \text{ যখন } x \rightarrow 0 \text{ কত?}$$

- Ⓐ 1 Ⓑ 0 Ⓒ does not exist **Ans A**

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{3+x} - \sqrt{3-x}}{x} \text{ এর মান} -$$

- Ⓐ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ Ⓑ $\frac{1}{2}$ Ⓒ $\frac{1}{\sqrt{2}}$ Ⓓ $\frac{1}{\sqrt{3}}$ **Ans D**

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{x} \text{ এর মান কত?}$$

- Ⓐ 0 Ⓑ $\frac{1}{2}$ Ⓒ 1 Ⓓ 3 **Ans D**

$$19. \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin x}{\pi - x} \text{ এর মান কত?}$$

- Ⓐ π Ⓑ ∞ Ⓒ 1 Ⓓ 0 **Ans C**

$$20. \lim_{x \rightarrow 0} (\sec x)^x = ?$$

- Ⓐ 0 Ⓑ 1 Ⓒ -1 Ⓓ অস্বাভাবিক **Ans A**

$$21. \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + 8}{x + 2} \text{ এর মান} -$$

- Ⓐ 12 Ⓑ 21 Ⓒ 14 Ⓓ 15 **Ans A**

$$22. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{x} \text{ এর মান কত?}$$

- Ⓐ 0 Ⓑ 1 Ⓒ 2 Ⓓ 4 **Ans A**

$$23. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 4}{2 + x - 4x^2} \text{ এর মান কত?}$$

- Ⓐ -2 Ⓑ $-\frac{1}{4}$ Ⓒ $\frac{1}{2}$ Ⓓ 1 **Ans B**

$$24. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+2x} - \sqrt{1-3x}}{x} = ?$$

- Ⓐ $\frac{11}{2}$ Ⓑ $\frac{1}{2}$ Ⓒ $\frac{5}{2}$ Ⓓ $\frac{11}{32}$ **Ans C**

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1 - \sin x}{\left(\frac{\pi}{2} - x\right)^2} = ?$$

- Ⓐ 2 Ⓑ 0.5 Ⓒ 1 Ⓓ 0 **Ans B**

$$26. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{\sin x} \text{ কত?}$$

- Ⓐ 1 Ⓑ -1 Ⓒ 0 Ⓓ 2 **Ans C**

$$27. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{x^2 - 5x + 6} \text{ এর মান কোনটি?}$$

- Ⓐ 0 Ⓑ -1 Ⓒ অসংজ্ঞায়িত Ⓓ কোনটিই নয় **Ans B**

$$28. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin ax}{\sin bx} \text{ এর মান কত?}$$

- Ⓐ $\frac{a}{b}$ Ⓑ $\frac{b}{a}$ Ⓒ ab Ⓓ কোনটিই নয় **Ans A**

$$29. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 3x + 2}{x-2} \text{ এর মান কত?}$$

- Ⓐ 0 Ⓑ -1 Ⓒ 1 Ⓓ ∞ **Ans C**

$$30. \lim_{x \rightarrow 0} (1 + ax)^{\frac{x}{bc}} = ?$$

- Ⓐ ac Ⓑ bc Ⓒ e^{ac} Ⓓ 0 **Ans C**

$$31. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x^\circ}{x} = ?$$

- Ⓐ 1 Ⓑ 0 Ⓒ $\frac{\pi}{180}$ Ⓓ $\frac{180}{\pi}$ **Ans C**

$$32. \lim_{y \rightarrow 0} (1 + xy)^{\frac{1}{y}} = ?$$

- Ⓐ e Ⓑ e^{-x} Ⓒ e^x Ⓓ $\ln x$ **Ans C**

$$33. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3^x - 3^{-x}}{3^x + 3^{-x}} = ?$$

- Ⓐ 0 Ⓑ 3 Ⓒ 9 Ⓓ 4 **Ans A**

$$34. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{3+x} - \sqrt{3-x}}{x} \text{ এর মান কত?}$$

- Ⓐ $\frac{1}{2\sqrt{3}}$ Ⓑ $\frac{1}{\sqrt{3}}$ Ⓒ $2\sqrt{3}$ Ⓓ ∞ **Ans B**

- GST উচ্চতর বিদ্যুৎ পাঠ্য বই
- JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS
35. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - n^2}{\sqrt{x} - \sqrt{n}}$ এর মান কত?
- (A) n^2 (B) $7n^4$ (C) $7n^3$ (D) $7n^6$ Ans C
36. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin 2x}$ এর মান কত?
- (A) $\frac{1}{2}$ (B) 1 (C) 2 (D) ∞ Ans A
37. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 3x}{1 + 2x^2}$ এর মান কত?
- (A) 2 (B) 1 (C) $\frac{1}{2}$ (D) ∞ Ans C
38. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{mx} - 1}{2x}$ এর মান কত?
- (A) m (B) $\frac{m}{2}$ (C) $\frac{1}{2}$ (D) 1 Ans B
39. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{x^2 - 4}$ = কত?
- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 Ans D
40. নিচের কোন ফাংশনটির জন্য $f(x) = f'(x)$?
- (A) $5e^x$ (B) $\frac{x \sin x}{1 + \cos x}$ (C) $\frac{\cos \theta - \sin \theta}{\cos \theta + \sin \theta}$ Ans A
41. $\frac{d}{dx} \left(\frac{1}{\sqrt{x^3}} \right)$ = কত?
- (A) $-\frac{3}{2}x^{-\frac{5}{2}}$ (B) $\frac{3}{2}x^{-\frac{1}{3}}$ (C) $\frac{3}{2}\frac{1}{\sqrt{x}}$ (D) $\frac{3}{2}\sqrt{x}$ Ans D
42. $y = \cot^{-1} \sqrt{\frac{1 + \cos x}{1 - \cos x}}$ হলে $\frac{dy}{dx}$ = কত?
- (A) $\frac{1}{4}$ (B) $\frac{1}{2}$ (C) $\frac{3}{4}$ (D) 1 Ans B
43. $y = \sec^{-1} \frac{1 + x^2}{1 - x^2}$ হলে $\frac{dy}{dx}$ = কত?
- (A) $\frac{1}{1+x^2}$ (B) $-\frac{1}{1+x^2}$ (C) $\frac{2}{1+x^2}$ (D) $-\frac{2}{1+x^2}$ Ans C
44. $y = \tan^{-1}(\sin e^x)$ হলে $\frac{dy}{dx}$ = কত?
- (A) $\frac{\cosec^2 x}{1 + \sin^2 e^x}$ (B) $-\frac{\cosec^2 x}{1 + \sin^2 e^x}$ (C) $\frac{e^x \cosec x}{1 + \sin^2 e^x}$ (D) $-\frac{e^x \cosec x}{1 + \sin^2 e^x}$ Ans C
45. $(x+y)^2 - xy = 1$ হলে $\frac{dy}{dx}$ = কত?
- (A) $\frac{x+2y}{y+2x}$ (B) $\frac{2x+y}{x+2y}$ (C) $\frac{-2x-y}{x+2y}$ (D) $\frac{-x-2y}{y+2x}$ Ans C
46. $y = \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x-1}}$ হলে, $\frac{dy}{dx}$ = ?
- (A) $\frac{1}{\sqrt{x}(\sqrt{x+1})^2}$ (B) $\frac{-1}{\sqrt{x}(\sqrt{x+1})^2}$ (C) $\frac{1}{\sqrt{x}(\sqrt{x-1})^2}$ (D) $\frac{-1}{\sqrt{x}(\sqrt{x-1})^2}$ Ans D
47. $\frac{d}{dx}(x^2 \ln x + x^4 e^x)$ = কত?
- (A) $2x + 4x^3 e^x$ (B) $x + 2x \ln x + x^3 e^x$ (C) $x + 2x \ln x + x^3 e^x(x+4)$ Ans C
48. $f(x) = 2e^x - 3x + 1$ হলে $f'(0)$ = কত?
- (A) 0 (B) 1 (C) -1 (D) 2 Ans A
49. $y = 5x^{-3} e^x$ হলে y_1 = কত?
- (A) $5x^{-4} e^x$ (B) $5x^{-2} e^x$ (C) $-15x^{-4} e^x + 5x^{-3} e^x$ (D) $15x^{-4} e^x - 5x^{-3} e^x$ Ans C
50. $h(x) = \ln(e^{mx} + e^{-mx})$ হলে $h'(0)$ = কত?
- (A) 0 (B) m (C) $\frac{m}{2}$ (D) $\frac{1}{2}$ Ans C
51. যদি $x = t^3 - t$ এবং $y = \sqrt{3t+1}$ হয় তবে $\frac{dy}{dx} \Big|_{t=1}$ = কত?
- (A) $\frac{1}{8}$ (B) $\frac{2}{8}$ (C) $\frac{8}{3}$ (D) $\frac{3}{4}$ Ans C
52. $\tan(xy) = x$ হলে, $\frac{dy}{dx}$ = কত?
- (A) $\frac{\cos^2(xy)}{x}$ (B) $\frac{\sec^2(xy) - y}{x}$ (C) $\frac{\cos^2(xy) - y}{x}$ (D) $\cos^2(xy)$ Ans C
53. $f(x) = \ln(\ln x)$ হলে, $f'(x)$ = কত?
- (A) $\frac{1}{x}$ (B) $\frac{1}{\ln x}$ (C) $\frac{\ln x}{x}$ (D) $\frac{1}{x \ln x}$ Ans C
54. $y = \frac{(1+x)}{(1-x)}$ হলে, $\frac{dy}{dx}$ এর মান -
- (A) $\frac{-2}{(x-1)^2}$ (B) $\frac{2}{(1-x^2)}$ (C) $\frac{2}{(1-x)^2}$ (D) $\frac{2x}{(1-x)^2}$ Ans C
55. $y = \ln(ax^2)$ হলে, $\frac{dy}{dx}$ = কত?
- (A) $\frac{1}{ax^2}$ (B) $\frac{2a}{x}$ (C) $\frac{a}{x^2}$ (D) $\frac{2}{x}$ Ans C
56. যদি $y = \sin^{-1}(\sin x)$ হয়, তবে $\frac{dy}{dx}$ হবে -
- (A) $\sin x$ (B) $\cos x$ (C) x (D) 1 Ans C
57. $y = \frac{\sin x + \cos x}{\sqrt{1 + \sin 2x}}$ হলে, $\frac{dy}{dx}$ = ?
- (A) $2\sin 2x$ (B) 0 (C) 1 (D) $\cos 2x$ Ans B
58. $e^{xy+1} = 5$ হলে, $\frac{dy}{dx}$ = ?
- (A) $\frac{\ln 5}{xy}$ (B) $\frac{\ln 5}{-x^2}$ (C) $-\frac{y}{x}$ (D) $\frac{\ln 5}{y}$ Ans C
59. যদি $y = \sqrt{\cos 2x}$ হয়, তবে $\frac{dy}{dx}$ = ?
- (A) $-\frac{\sin 2x}{\sqrt{\cos 2x}}$ (B) $-\frac{\cos 2x}{\sqrt{\sin 2x}}$ (C) $-\frac{2 \sin x}{\sqrt{\tan x}}$ (D) $\frac{\tan 2x}{\sqrt{\sin 2x}}$ Ans A
60. যদি $y = \frac{\tan x - \cot x}{\tan x + \cot x}$ হয়, তবে $\frac{dy}{dx}$ সমান -
- (A) $2 \sin 2x$ (B) $2 \cos 2x$ (C) $2 \tan 2x$ (D) $2 \cot 2x$ Ans A
61. $y = \tan^{-1} \frac{4x}{1-4x^2}$ হলে $\frac{dy}{dx}$ সমান কত?
- (A) $\frac{4}{1+4x^2}$ (B) $\frac{-4}{1-4x^2}$ (C) $\frac{4}{1-4x^2}$ (D) $\frac{1}{4x^2-1}$ Ans A
62. যদি $y = e^{\tan^{-1} x}$ হয়, $\frac{dy}{dx}$ = কত?
- (A) $e^{\tan^{-1} x}$ (B) $e^{\tan^{-1} x} (a+x^2)$ (C) $\frac{e^{\tan^{-1} x}}{1+x^2}$ (D) $\frac{1}{1+x^2}$ Ans C
63. $y = \sqrt{\sec x}$ হলে, $\frac{dy}{dx}$ = ?
- (A) $\frac{y}{4} \tan x$ (B) $\frac{y}{2} \tan x$ (C) $\frac{y^2}{2}$ (D) $\frac{y}{2} \tan^2 x$ Ans B

$x = \cos\theta, y = \cos\theta + \sin\theta$ হলে $\frac{dy}{dx} = ?$

- Ⓐ 1 - cot θ Ⓑ 1 - tan θ Ⓒ 1 + cot θ Ⓓ cot θ - 1 **(Ans A)**

এর সাপেক্ষে e^x এর অঙ্গরক সহগ নির্ণয় কোনটি?

- Ⓐ $e^x \cdot x^x \log x$ Ⓑ $e^x \cdot x^x (1 + \log x)$ Ⓒ $e^x \cdot x^x (\log x - 1)$ **(Ans B)**

$y = e^x \log x$ হলে $\frac{dy}{dx} = ?$

- Ⓐ $\cot t$ Ⓑ $-\cot t$ Ⓒ $\tan t$ Ⓓ $-\tan t$ **(Ans B)**

$x^2 + y^2 = 4$ হলে $\frac{dy}{dx}$ কত?

- Ⓐ $2x + 2y$ Ⓑ $-\frac{x}{y}$ Ⓒ $\frac{y}{x}$ Ⓓ $4 - 2x$ **(Ans B)**

$y = \tan^{-1} \frac{1+x}{1-x}$ হলে $\frac{dy}{dx}$ এর মান কত?

- Ⓐ $\frac{1}{1+x}$ Ⓑ $\frac{1}{1+x^2}$ Ⓒ $\frac{x}{1+x^2}$ Ⓓ $\frac{1}{1-x^2}$ **(Ans B)**

$\sin x = \frac{2t}{1+t^2}$ এবং $\tan y = \frac{2t}{1-t^2}$ হলে $\frac{dy}{dx}$ এর মান কত?

- Ⓐ $\frac{1}{2}$ Ⓑ 1 Ⓒ $\frac{2}{3}$ Ⓓ 2 **(Ans B)**

$y = \cos x + \sin x$ হলে, $\frac{d^2y}{dx^2}$ কত?

- Ⓐ $\cos x - \sin x$ Ⓑ $-\cos x - \sin x$ Ⓒ $\cos^2 x - \sin^2 x$ Ⓓ **(Ans B)**

$y = \cos x + \sin x$ হলে, $y_4 - y = ?$

- Ⓐ 0 Ⓑ 1 Ⓒ $\sin x$ Ⓓ $\cos x$ **(Ans A)**

$y = ax + \frac{b}{x}$ হলে, y_2 কত হবে?

- Ⓐ $\frac{2b}{x}$ Ⓑ $\frac{2b}{x^2}$ Ⓒ $\frac{2b}{x^3}$ Ⓓ $\frac{b}{x^3}$ **(Ans C)**

$y = 4x^3 - 3x^2 + 2$ হলে, $x=1$ বিন্দুতে y_2 এর মান কত?

- Ⓐ 24 Ⓑ 6 Ⓒ 18 Ⓓ 81 **(Ans C)**

$y = (x+b)^n$ হলে, $y_n = ?$

- Ⓐ $n(x+b)^{n-1}$ Ⓑ nb^n Ⓒ $n!$ Ⓓ $n!(x+b)$ **(Ans C)**

$f(x) = \tan^{-1} x$ হলে, $f'(0)$ এর মান কত?

- Ⓐ 0 Ⓑ 1 Ⓒ $\frac{\pi}{2}$ Ⓓ $\frac{\pi}{4}$ **(Ans A)**

$\sin(ax+b)$ এর n তম অঙ্গরক হবে-

- Ⓐ $a^n \sin\left(\frac{\pi}{2}n + ax + b\right)$ Ⓑ $a^n \cos\left(\frac{\pi}{2}n + ax + b\right)$ **(Ans B)**

Ⓑ $(-1)^n a^n \sin(ax+b)$ Ⓒ $(-1)^n a^n \cos(ax+b)$ **(Ans A)**

$y = \sin x + e^{2x}$ হলে, $\frac{dy}{dx} + y = ?$

- Ⓐ e^{2x} Ⓑ $2\cos x + e^{2x}$ Ⓒ $-2\sin x + e^{2x}$ **(Ans C)**

$y = x^3 \ln x$ হলে, $\frac{d^4y}{dx^4} = ?$

- Ⓐ $\frac{2}{x}$ Ⓑ $\frac{6}{x}$ Ⓒ $\frac{5}{x}$ Ⓓ $\frac{7}{x}$ **(Ans B)**

$y = (2x-1)^3$ হলে, $y_3 = ?$

- Ⓐ 24 Ⓑ 42 Ⓒ 48 Ⓓ 18 **(Ans C)**

$y = 7(x-2)^6$ then $y_7 = ?$

- Ⓐ 7! Ⓑ 0 Ⓒ $42(x-2)^5$ Ⓓ None **(Ans B)**

81. $y = \frac{1}{x+n}$ হলে, $y_n = ?$

- Ⓐ $\frac{(-1)^n n!}{(x+n)^n}$ Ⓑ $\frac{(n-1)!}{(x+n)^{n-1}}$ **(Ans A)**

- Ⓒ $\frac{(-1)^{n-1} (n-1)!}{(x+n)^{n-1}}$ Ⓓ $\frac{(-1)^n n!}{(x+n)^{n+1}}$ **(Ans B)**

82. যদি $y = \frac{\ln x}{x}$ হয়, অবে $x^3 y_2 - 2xy$ এর মান কোনটি?

- Ⓐ -3 Ⓑ -2 Ⓒ -1 Ⓓ 0 **(Ans A)**

83. যদি $x = \cos \sqrt{y}$ হয়, অবে $(1-x^2)y_2 - xy_1 = ?$

- Ⓐ 3 Ⓑ -3 Ⓒ 2 Ⓓ 4 **(Ans C)**

84. $y = x^n$ হলে, $y_{n+1} = ?$

- Ⓐ $n!$ Ⓑ $(n+1)!$ Ⓒ 0 Ⓓ $(n-1)!$ **(Ans C)**

85. $y = \frac{x^2-1}{x}$ হলে, $\frac{d^3y}{dx^3} = ?$

- Ⓐ $-3x^4$ Ⓑ $3x^4$ Ⓒ $-6x^4$ Ⓓ $6x^4$ **(Ans D)**

86. $y = x(x^2-5)$ হলে, $\frac{d^3y}{dx^3} = ?$

- Ⓐ 6 Ⓑ 7 Ⓒ 8 Ⓓ 9 **(Ans A)**

87. $y = \frac{1}{x}$ হলে, $\frac{d^{10}y}{dx^{10}} = ?$

- Ⓐ $\frac{10!}{x^{10}}$ Ⓑ $-\frac{10!}{x^{11}}$ Ⓒ $\frac{10!}{x^{11}}$ Ⓓ $\frac{9!}{x^{10}}$ **(Ans C)**

88. $\frac{d^{100}}{dx^{100}}(x^{99}) = ?$

- Ⓐ 99! Ⓑ 0 Ⓒ 100! Ⓓ কোনটিই নয় **(Ans B)**

89. $y = (ax+b)^m$ হলে, কখন $y_n = 0$ হবে?

- Ⓐ $m = n$ হলে Ⓑ $m > n$ হলে Ⓒ $m < n$ হলে Ⓓ কোনটিই নয় **(Ans C)**

90. $y = (2x-5)^3$ হলে, $\frac{d^4y}{dx^4} = ?$

- Ⓐ 48 Ⓑ 50 Ⓒ 44 Ⓓ 0 **(Ans D)**

91. $y = \sin^3 x$ হলে, y_n এর মান কোনটি?

- Ⓐ $\frac{1}{4} [3\sin\left(\frac{n\pi}{2} + x\right) - 3\sin\left(\frac{n\pi}{2} + 3x\right)]$ Ⓑ $\sin\left(\frac{n\pi}{2} + x\right)$ **(Ans B)**

- Ⓒ $\cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$ Ⓓ $3^n \sin\left(\frac{n\pi}{2} + 3x\right)$ **(Ans A)**

92. $y = (\sin^{-1} x)^2$ হলে, $(1-x^2)y_2 - xy_1$ এর মান হবে-

- Ⓐ 0 Ⓑ 2 Ⓒ 4 Ⓓ 1 **(Ans B)**

93. যদি $y = px^2 + qx^{-1/2}$ হয়, তাহলে, $2x^2 y'' - xy'$ হবে-

- Ⓐ $2y$ Ⓑ 0 Ⓒ y Ⓓ $2y^2$ **(Ans A)**

94. $f(x) = 3x^2 - 2x + 4$ এর চরম বিন্দু কোনটি?

- Ⓐ $(-\frac{1}{3}, -3)$ Ⓑ $(-\frac{1}{3}, 5)$ Ⓒ $(\frac{1}{3}, \frac{11}{3})$ Ⓓ $(\frac{1}{3}, \frac{19}{3})$ **(Ans C)**

95. $x^2 - y^2 = 7$ বক্ররেখার $(-4, 3)$ বিন্দুতে ঢাল কত?

- Ⓐ -2 Ⓑ $-\frac{4}{3}$ Ⓒ -1 Ⓓ $\frac{3}{4}$ **(Ans B)**

96. $x^3 - 3xy + y^3 = 3$ অধিবৃত্তের $(1, -1)$ বিন্দুতে শ্রষ্টকের সমীকরণ কোনটি?

- Ⓐ $y - 1 = 0$ Ⓑ $x - 1 = 0$ Ⓒ $x = 0$ Ⓓ $y = 0$ **(Ans B)**

97. কোনো সমবাহ প্রিস্টেজের বাহ্যগোলো $\sqrt{3}$ cm/s হারে ও ক্ষেত্রফল 12 cm²/s হারে বাড়লে, বাহু দৈর্ঘ্য কত cm?

- Ⓐ $\sqrt{8}$ Ⓑ 16 Ⓒ 8 Ⓓ 18 **(Ans C)**

98. সরলরেখার চলমান কোণ কশা t সেকেন্ডে s = $64t - 5t^2 - 2t^3$ দ্রুত অভিযন্ত

- করে। 2 সেকেন্ড পরে কশার বেগ কত ms⁻¹ হবে?

- Ⓐ 10 Ⓑ 20 Ⓒ 30 Ⓓ 40 **(Ans B)**

Part 1

প্রয়োজনীয় সূত্রাবলি

$$\int x^a dx = \frac{x^{a+1}}{a+1} + c, \text{ যখন } a \neq -1$$

$$\int \frac{1}{x^a} dx = -\frac{1}{(a-1)x^{a-1}} + c$$

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + c$$

$$\int e^x dx = e^x + c$$

$$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + c, [a > 0, a \neq 1]$$

$$\int \cos x dx = \sin x + c$$

$$\int \sin x dx = -\cos x + c$$

$$\int \sec^2 x dx = \tan x + c$$

$$\int \operatorname{cosec}^2 x dx = -\cot x + c$$

$$\int \sec x \tan x dx = \sec x + c$$

$$\int \operatorname{cosec} x \cot x dx = -\operatorname{cosec} x + c$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{x}} dx = \sqrt{x} + c$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx = \sin^{-1} x + c$$

$$\int -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx = \cos^{-1} x + c$$

$$\int \frac{1}{1+x^2} dx = \tan^{-1} x + c$$

$$\int \frac{1}{x\sqrt{x^2-1}} dx = \sec^{-1} x + c$$

$$\int -\frac{1}{x\sqrt{x^2-1}} dx = \operatorname{cosec}^{-1} x + c$$

$$\int \sqrt{\frac{a+x}{a-x}} dx = a \sin^{-1} \frac{x}{a} - \sqrt{a^2 - x^2} + c$$

$$\int \sqrt{\frac{a-x}{a+x}} dx = a \sin^{-1} \frac{x}{a} + \sqrt{a^2 - x^2} + c$$

$$\int g\{f(x)\} f'(x) dx = \int g\{f(x)\} d\{f(x)\} = F\{f(x)\} + c$$

$$\int \{f(x)\}^n f'(x) dx = \int \{f(x)\}^n d\{f(x)\} = \frac{\{f(x)\}^{n+1}}{n+1} + c$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{f(x)}} f'(x) dx = \int \frac{d\{f(x)\}}{\sqrt{f(x)}} = 2\sqrt{f(x)} + c$$

$$\int \frac{f'(x)}{f(x)} dx = \int \frac{d\{f(x)\}}{f(x)} = \ln|f(x)| + c$$

$$\int e^{f(x)} f'(x) dx = e^{f(x)} + c$$

$$\int \cos\{f(x)\} f'(x) dx = \sin\{f(x)\} + c$$

$$\int \sin\{f(x)\} f'(x) dx = -\cos\{f(x)\} + c$$

$$27. \int \frac{f'(x) dx}{a^2 + \{f(x)\}^2} = \frac{1}{a} \tan^{-1} \frac{f(x)}{a} + c$$

$$28. \int \frac{f'(x) dx}{f(x) \sqrt{\{f(x)\}^2 - 1}} = \sec^{-1} f(x) + c$$

$$29. \int \sec^2\{f(x)\} f'(x) dx = \tan\{f(x)\} + c$$

$$30. \int \operatorname{cosec}^2\{f(x)\} f'(x) dx = -\cot\{f(x)\} + c$$

$$31. \int \sec\{f(x)\} \tan\{f(x)\} f'(x) dx = \sec\{f(x)\} + c$$

$$32. \int \operatorname{cosec}\{f(x)\} \cot\{f(x)\} f'(x) dx = -\operatorname{cosec}\{f(x)\} + c$$

$$33. \int \tan x dx = -\ln(\cos x) + c = \ln(\sec x) + c$$

$$34. \int \sec x dx = \ln \tan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{x}{2}\right) + c = \ln|\sec x + \tan x| + c$$

$$35. \int \cot x dx = \ln(\sin x) + c = -\ln|\operatorname{cosec} x| + c$$

$$36. \int \operatorname{cosec} x dx = \ln\left|\tan \frac{x}{2}\right| + c = \ln(\operatorname{cosec} x + \cot x) + c$$

$$37. \int \frac{dx}{a^2 + x^2} dx = \frac{1}{a} \tan^{-1} \frac{x}{a} + c$$

$$38. \int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \sin^{-1} \frac{x}{a} + c$$

$$39. \int \frac{dx}{x\sqrt{x^2 - a^2}} = \frac{1}{a} \sec^{-1} \frac{x}{a} + c$$

$$40. \int \frac{dx}{a^2 - x^2} = \frac{1}{2a} \ln \left| \frac{a+x}{a-x} \right| + c$$

$$41. \int \frac{dx}{x^2 - a^2} = \frac{1}{2a} \ln \left| \frac{x-a}{x+a} \right| + c$$

$$42. \int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + a^2}} = \ln(x + \sqrt{x^2 + a^2}) + c$$

$$43. \int \frac{dx}{\sqrt{x^2 - a^2}} = \ln(x + \sqrt{x^2 - a^2}) + c$$

$$44. \int \sqrt{a^2 + x^2} dx = \frac{x\sqrt{a^2 + x^2}}{2} + \frac{a^2}{2} \ln(x + \sqrt{x^2 + a^2}) + c$$

$$\square \quad \int_a^b f(x) dx = - \int_b^a f(x) dx$$

$$\square \quad \int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$$

$$\square \quad \int_0^a f(x) dx = \int_0^{a-x} f(a-x) dx$$

$$\square \quad \int_a^b g\{f(x)\} f'(x) dx = \int_a^b g\{f(x)\} d\{f(x)\}, \text{ যদি } \int g\{f(x)\} d\{f(x)\} = F\{f(x)\}$$

$$\text{তবে, } \int_a^b g\{f(x)\} d\{f(x)\} = [F\{f(x)\}]_a^b = F\{f(b)\} - F\{f(a)\} \text{ হবে}$$

$$\square \quad y = f(x) \text{ সমীকরণের ক্ষেত্রে, Area} = \int_a^b y dx [a \leq x \leq b]$$

$$\square \quad x = f(y) \text{ সমীকরণের ক্ষেত্রে, Area} = \int_c^d x dy [c \leq y \leq d]$$

আবক্ষ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল,

$$y = f(x) \text{ সমীকরণের ক্ষেত্রে } = \int_a^b (y_1 - y_2) dx$$

$$x = f(y) \text{ সমীকরণের ক্ষেত্রে } = \int_c^d (x_1 - x_2) dy$$

এক্ষেত্রে y_1, y_2 বা x_1, x_2 এবং রেখায় হতে পাওয়া যথাক্ষমে y বা x এর মান
a, b হল y_1, y_2 বেশি সমাধান করে পাওয়া x এর মান c, d হল x_1, x_2 রেখা
সমাধান করে পাওয়া y এর মান।

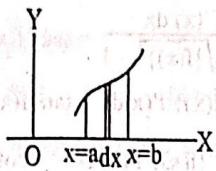
১ম ক্ষেত্র যখন ফাংশনের আকার y

$$= f(x)$$

নিম্ন যদি (a, b) ব্যবধিতে $f(x)$

একটি অবিচ্ছিন্ন ফাংশন হয়, তবে y

$$= f(x) \text{ বক্ররেখা } x$$



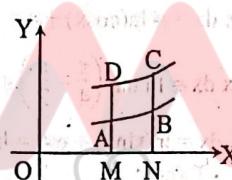
অর্থ এবং $x = a, x = b$ রেখায় আবক্ষ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল হবে $\int_a^b y dx$

$$\text{অর্থাৎ } \int_a^b f(x) dx$$

২য় ক্ষেত্র মনে করি, CD এবং AB

বক্ররেখা দুটির সমীকরণ $y_1 = f_1(x)$ এবং $y_2 = f_2(x)$ এবং
এখানে, OM = a; ON = b, তিনি
হতে পাই, ABCD ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল

$$= \int_a^b f_1(x) dx - \int_a^b f_2(x) dx = \int_a^b (y_1 - y_2) dx$$



Part 2

গাণিতিক সমস্যা ও সমাধান

01. $\int \cos^4 x dx = ?$

$$\begin{aligned} \text{[Solve]} \quad & \frac{1}{4} \int (1 + \cos 2x)^2 dx = \frac{1}{4} \int (1 + 2\cos 2x + \cos^2 2x) dx \\ & = \frac{1}{4} (x + \sin 2x + \frac{x}{2} + \frac{1}{8} \sin 4x) + C \end{aligned}$$

02. $\int \frac{dx}{1+\sin x}$ নির্ণয় কর।

$$\begin{aligned} \text{[Solve]} \quad & \int \frac{dx}{1+\sin x} = \int \frac{(1-\sin x)}{(1+\sin x)(1-\sin x)} dx \\ & = \int \frac{1-\sin x}{1-\sin^2 x} dx = \int \frac{1-\sin x}{\cos^2 x} dx = \int \frac{dx}{\cos^2 x} - \int \frac{\sin x}{\cos^2 x} dx \\ & = \int \sec^2 x dx - \int \sec x \tan x dx = \tan x - \sec x + C \end{aligned}$$

03. $\int 3\sin 3x \cos 4x dx$ নির্ণয় কর।

$$\begin{aligned} \text{[Solve]} \quad & \int 3\sin 3x \cos 4x dx = \frac{3}{2} \int 2\sin 3x \cos 4x dx \\ & = \frac{3}{2} \int (\sin 7x - \sin x) dx = \frac{3}{2} \left(-\frac{1}{7} \cos 7x + \cos x \right) + C \\ & = \frac{3}{14} (7 \cos x - \cos 7x) + C \end{aligned}$$

04. $\int \frac{e^{5x}}{e^{5x}-1} dx = ?$

$$\text{[Solve]} \quad \int \frac{e^{5x}}{e^{5x}-1} dx = \frac{1}{5} \int \frac{d(e^{5x}-1)}{e^{5x}-1} = \frac{1}{5} \ln(e^{5x}-1) + C$$

05. $\int \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} dx = ?$

$$\begin{aligned} \text{[Solve]} \quad & \int \frac{x dx}{\sqrt{1-x^2}} = -\frac{1}{2} \int \frac{d(1-x^2)}{\sqrt{1-x^2}} \\ & = -\frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{1-x^2} + C = -\sqrt{1-x^2} + C \end{aligned}$$

06. $\int \frac{dx}{(x-4)\sqrt{x+3}}$ এর মান কত?

$$\begin{aligned} \text{[Solve]} \quad & x+3 = z^2 \text{ (ধরি)} \\ \Rightarrow & dx = 2z dz \text{ এবং } x = z^2 - 3 \\ \therefore & \int \frac{dx}{(x-4)\sqrt{x+3}} \\ & = \int \frac{2z dz}{(z^2 - 3 - 4)z} = \int \frac{2dz}{z^2 - 7} \\ & = 2 \times \frac{1}{2\sqrt{7}} \ln \left| \frac{z-\sqrt{7}}{z+\sqrt{7}} \right| + C = \frac{1}{\sqrt{7}} \ln \left| \frac{\sqrt{x+3} - \sqrt{7}}{\sqrt{x+3} + \sqrt{7}} \right| + C \end{aligned}$$

07. $\int \sec^6 x dx = ?$

$$\begin{aligned} \text{[Solve]} \quad & \int \sec^6 x dx = \int \sec^4 x \sec^2 x dx \\ & = \int (1 + \tan^2 x)^2 \sec^2 x dx ; [\text{ধরি, } \tan x = z, \sec^2 x dx = dz] \\ & = \int (z^2 + 1)^2 dz = \int (z^4 + 2z^2 + 1) dz \\ & = \frac{1}{5} z^5 + \frac{2}{3} z^3 + z + C = \frac{1}{5} \tan^5 x + \frac{2}{3} \tan^3 x + \tan x + C \end{aligned}$$

18. $\int_0^{\pi} \sin^{-1} x dx = ?$ Ans: $\frac{\pi}{2}$

19. $\int_0^{\pi} e^x (\sin x + \cos x) dx$ Ans: $e^{\pi/2}$

20. $\int_0^3 \sqrt{25 - x^2} dx = ?$ Ans: $\frac{25\pi}{4}$

21. $\int_0^1 x^3 (1-x)^4 dx = ?$ Ans: $\frac{1}{420}$

22. যদি $f(x) = -f(-x)$ হয়, তবে $\int_{-a}^a f(x) dx = ?$ Ans: 0

23. যদি $\int_0^{2\pi} h(x) dx = 6\pi$ হয়, তবে $\int_0^{\pi} h(2x) dx = ?$ Ans: 3π

24. $\int_{-5}^5 |x - 5| dx$ এর মান কত? Ans: 50

25. $\int_{-1}^1 |2x - 1| dx$ এর মান কত? Ans: $\frac{5}{16}$

26. x এর মান কত হল, $F(x) = \int_0^x \frac{t-4}{9-t^2} dt$ ফাংশনটির মান বৃহত্তম হবে? Ans: 3

27. যদি $\int_0^1 h(x) dx = 5$ হয়, তবে $\int_1^3 [h(x) + kx^2] dx = 31$ হলে, k এর মান কত? Ans: 3

28. $\int_{-5}^5 |x + 2| dx$ এর মান কত? Ans: 29

29. $y = x^3$, $x = 2$, $x = 3$ এবং x অক্ষ দ্বারা সীমাবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। Ans: $\frac{65}{4}$

30. $y^2 = 4x$ পরাবৃত্ত এবং $y = 2x$ সরলরেখা দ্বারা আবক্ষ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। Ans: $\frac{1}{3}$ বর্গ একক

31. $x^2 + y^2 = 1$ এবং $y^2 = 1 - x$ দ্বারা সীমাবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। Ans: $2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{4}{3}\right)$

32. $y = 3x$, $x = 2$ এবং x অক্ষ দ্বারা আবক্ষ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক? Ans: 6

33. $x^2 + y^2 = 25$ বৃত্ত এবং $x = 3$ সরলরেখা দ্বারা আবক্ষ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। Ans: $\left(\frac{25\pi}{2} - 25 \sin^{-1} \frac{3}{5} - 12\right)$

34. $y = \frac{x}{2}$ বর্তরেখা দ্বারা অংশ Y এবং $y = 4$ সরলরেখা দ্বারা আবক্ষ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। Ans: $\frac{8\sqrt{3}}{3}$

35. $x = y^2$ এবং $y = x - 2$ রেখাবৃত্ত দ্বারা আবক্ষ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। Ans: $\frac{9}{2}$

36. দেখাও যে, $y^2 = 4x$ পরাবৃত্ত এবং $y = 2x - 4$ সরলরেখা দ্বারা আবক্ষ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল 9 বর্গ একক।

37. $x^2 + y^2 = 1$ এবং $y^2 = 1 - x$ বর্তরেখাবৃত্ত দ্বারা আবক্ষ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। Ans: $\frac{\pi}{2} - \frac{4}{3}$

38. $y^2 = 16x$ এবং এর উপকেন্দ্রিক লম্ব দ্বারা সীমাবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। Ans: $\frac{128}{3}$

39. $y = x$, $y = 0$ রেখাবৃত্ত এবং $x^2 + y^2 = 16$ বৃত্ত দ্বারা প্রথম চতুর্ভাগে আবক্ষ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কত? Ans: 2π sq.units

40. $y^2 = 16x$ এবং $y = 4x$ দ্বারা আবক্ষ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কত? Ans: $\frac{2}{3}$ unit²

41. $y^2 = 4ax$ এবং $x^2 = 4ay$ পরাবৃত্ত দুটি দ্বারা আবক্ষ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক? Ans: $\frac{16a^2}{3}$

42. $y = 4x - x^2$ বর্তরেখা এবং x অক্ষ দ্বারা বেষ্টিত ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কত? Ans: $\frac{32}{3}$ বর্গএকক

43. $y = x^2$ বর্তরেখা, x অক্ষ এবং $x = 1$, $x = 7$ রেখাবৃত্ত দ্বারা সীমাবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কত? Ans: $\frac{342}{3}$

Part 3

GST গুচ্ছ/গুচ্ছভূক্ত বিশ্ববিদ্যালয়ের বিগত বছরের প্রশ্নোত্তর

01. $2 \int_0^1 \cosec \left(\sin^{-1} \frac{1}{x} \right) dx = ?$ [GST-A : 22-23]

- Ⓐ 2.5
- Ⓑ 2.0
- Ⓒ 1.5
- Ⓓ 1.0

Solve $2 \int_0^1 \cosec \left(\sin^{-1} \frac{1}{x} \right) dx$

$$= 2 \int_0^1 (\cosec \cosec^{-1} x) dx = 2 \int_0^1 x dx = [x^2]_0^1 = 1^2 - 0^2 = 1.0$$

02. $3 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 3x e^{\cos 3x} dx = ?$ [GST-A : 22-23]

- Ⓐ 3e
- Ⓑ 1 - e
- Ⓒ e - 1
- Ⓓ 3e - 1

Solve ধরি, $\cos 3x = z \Rightarrow -3 \sin 3x dx = dz$
 $\Rightarrow 3 \sin 3x dx = -dz$

x	0	$\frac{\pi}{2}$
z	1	0

$$\therefore \int_1^0 e^z (-dz) = - \int_1^0 e^z dz = \int_0^1 e^z dz = [e^z]_0^1 = e^1 - e^0 = e - 1$$

03. প্রথম চতুর্থাংশে $x^2 + y^2 = 1$ এবং $4x^2 + y^2 = 4$ দ্বারা আবক্ষ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক? [GST-A : 21-22]

- Ⓐ 2π
- Ⓑ π
- Ⓒ $\frac{\pi}{2}$
- Ⓓ $\frac{\pi}{4}$

Solve

$$x^2 + y^2 = 1$$

$$\text{এবং } 4x^2 + y^2 = 4$$

$$\Rightarrow \frac{x^2}{1^2} + \frac{y^2}{2^2} = 1$$

$$\therefore x^2 + y^2 = 1^2 \text{ এর প্রথম}$$

$$\text{চতুর্ভাগের ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{4} \pi \cdot 1^2 = \frac{\pi}{4}$$

$$\text{এবং } 4x^2 + y^2 = 4 \text{ উপবৃত্তের প্রথম চতুর্ভাগের ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{4} \cdot \pi \cdot 1.2 = \frac{\pi}{2}$$

$$\therefore \text{আবক্ষ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল} = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4}$$

30. $\int \frac{\tan(\sin^{-1} x)}{\sqrt{1-x^2}} dx = ?$

(A) $\sec^2(\sin^{-1} x) + c$ (B) $\sec(\sin^{-1} x) + c$
 (C) $\ln|\sec(\sin^{-1} x)| + c$ (D) $\ln|\tan(\sin^{-1} x)| + c$ **Ans C**

31. $\int \frac{x}{\sqrt{1+x^2}} dx = f(x) + c$ এবং, $f(x) = ?$

(A) $\ln(\sqrt{1+x^2})$ (B) $\tan^{-1} x$ (C) $\sin^{-1} x$ (D) $\sqrt{1+x^2}$ **Ans D**

32. $\int \sqrt{\frac{1+x}{1-x}} dx = ?$

(A) $\sin^{-1} x + c$ (B) $\sqrt{1-x^2} + c$
 (C) $-\sqrt{1-x^2} + c$ (D) $\sin^{-1} x - \sqrt{1-x^2} + c$ **Ans D**

33. $\int \frac{xe^x}{(x+1)^2} dx = ?$

(A) $\frac{x}{(x+1)^2} + C$ (B) $\frac{e^x}{(x+1)^2} + C$ (C) $\frac{x}{x+1} + C$ (D) $\frac{e^x}{x+1} + C$ **Ans D**

34. $\int \frac{dx}{e^x + e^{-x}} = ?$

(A) $\tan(e^x) + c$ (B) $\tan^{-1}(e^x) + c$
 (C) $\tan^{-1}(e^x + e^{-x}) + c$ (D) $\tan^{-1}(e^{-x}) + c$ **Ans B**

35. $\int \frac{e^x(1+x)}{\cos^2(xe^x)} dx = f(x) + c; f(x) = ?$

(A) $\sin(xe^x)$ (B) $\tan(xe^x)$ (C) $\cot(xe^x)$ (D) $\sec(xe^x)$ **Ans B**

36. $\int xe^x dx = ?$

(A) $xe^x - e^x$ (B) xe^x
 (C) e^x (D) $xe^x + e^x$ **Ans A**

37. $\int \frac{\tan x}{\sqrt{2}\cot x} dx = ?$

(A) $\frac{1}{\sqrt{2}}(\cot x - x) + c$
 (B) $(\tan x - x) + c$
 (C) $(\tan x + x) + c$
 (D) $\frac{1}{\sqrt{2}}(\tan x - x) + c$ **Ans D**

38. $\int x \cos x dx = f(x) + c$ এবং $f(x) = ?$

(A) $x \sin x + \cos x$ (B) $x \sin x - \cos x$
 (C) $\frac{x^2}{2} \sin x$ (D) $\frac{x^2}{2} \cos x + x \sin x$ **Ans A**

39. $\int e^{2x} dx$ এর মান কত?

(A) $\frac{1}{2} e^{2x} + c$ (B) $e^{2x} + c$
 (C) $\frac{1}{2} e^x + c$ (D) $2e^{2x} + c$ **Ans A**

40. $\int \log x dx$ সমান কত?

(A) $\frac{1}{x}$ (B) $x \log x + x$ (C) $x \log x - x$ (D) x **Ans C**

41. $\int \sin^{-1} x dx$ সমান-

(A) $\sin^{-1} x + \sqrt{(1-x^2)} + c$ (B) $x \sin^{-1} x + \sqrt{(1-x^2)} + c$
 (C) $\sin^{-1} x + c$
 (D) $\sin^{-1} x + \sqrt{(1-x^2)} + c$ **Ans B**

42. $\int \cos^3 x dx = ?$

(A) $\frac{1}{12} \sin 3x + C$ (B) $\frac{1}{12} \sin 3x + \sin x + C$
 (C) $\frac{1}{12} \sin 3x + 9 \sin x + C$ (D) $\frac{1}{12} (\sin 3x + 9 \sin x) + C$ **Ans L**

43. $\int \frac{dx}{\sqrt{2-x}} = ?$

(A) $2\sqrt{2-x}$ (B) $\frac{\sqrt{2-x}}{2}$
 (C) $-2\sqrt{2-x}$ (D) $-\frac{1}{2\sqrt{2-x}}$ Ans C

44. $\int \frac{\cos\left(\frac{1}{x}\right)}{x^2} dx$ കോണ്ടി?

(A) $\cos\left(\frac{1}{x}\right)$ (B) $\sin\left(\frac{1}{x}\right)$ (C) $-\sin\left(\frac{1}{x}\right)$ (D) $\cos\left(\frac{1}{x^2}\right)$ Ans C

45. $\int \frac{3e^{2\ln x}}{x^3} dx$ കുറഞ്ഞ്?

(A) $\frac{x^3}{3} + c$ (B) $\frac{x^4}{4} + c$ (C) $\ln x^3 + c$ (D) $\ln x^2 + c$ Ans C

46. $\int e^x \left(\frac{1+\sin x}{1+\cos x} \right) dx$ ഏരിയാന ഹണ്ഡ് -

(A) $e^x \left(\cos \frac{x}{2} \right) + c$ (B) $e^x \left(\sin \frac{x}{2} \right) + c$
 (C) $e^x \left(\tan \frac{x}{2} \right) + c$ (D) $e^x \left(\cot \frac{x}{2} \right) + c$ Ans C

47. $\int \frac{1}{\sqrt{3x-x^2}} dx$ കുറഞ്ഞ്?

(A) $\sin^{-1} \left(x + \frac{3}{2} \right) + c$ (B) $\sin^{-1} \left(\frac{2x+3}{3} \right) + c$
 (C) $\sin^{-1} \left(x - \frac{3}{2} \right) + c$ (D) $\sin^{-1} \left(\frac{2x-3}{3} \right) + c$ Ans D

48. $\int \frac{1}{1+\cos x} dx$ കുറഞ്ഞ്?

(A) $\cot \frac{x}{2}$ (B) $\tan^2 \frac{x}{2}$ (C) $\tan \frac{x}{2}$ (D) $\sec \frac{x}{2}$ Ans C

49. $\int \frac{(\tan^{-1} x)^2}{1+x^2} dx$ ഏരിയാന കുറഞ്ഞ്?

(A) $\tan^{-1} x$ (B) $\frac{1}{3} (\tan^{-1} x)^3$ (C) $\frac{1}{\tan^{-1} x}$ (D) $\frac{1}{3} \tan^{-1} x$ Ans B

50. $\int \tan^2 x dx = ?$

(A) $\sec^2 x + c$ (B) $\tan x - x + c$
 (C) $\sec x + c$ (D) $x - \tan^2 x + c$ Ans B

51. $\int_0^1 \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx$ ഏരിയാന കോണ്ടി?

(A) $2e^{-1}$ (B) $\frac{2}{e} - 1$ (C) $2(e-1)$ (D) $1 - \frac{1}{e}$ Ans C

52. $\int_0^1 \frac{\tan^{-1} x}{1+x^2} dx$ ഏരിയാന കോണ്ടി?

(A) $\frac{\pi}{32}$ (B) $\frac{\pi}{16}$ (C) $\frac{\pi^2}{32}$ (D) $\frac{\pi^2}{16}$ Ans C

53. $\int_{-1}^1 |x+1| dx$ ഏരിയാന കോണ്ടി ഹബേ?

(A) -1 (B) 0 (C) 1 (D) 2 Ans D

54. $\int_0^2 \frac{x dx}{\sqrt{9-2x^2}}$ ഏരിയാന കുറഞ്ഞ്?

(A) 0 (B) $\frac{1}{2}$ (C) 1 (D) $\frac{3}{2}$ Ans C

- | | | | | | |
|---|---|--|---|---|-----------------------------|
| 82. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1 + \sin \theta} d\theta$ এর মান? | <input type="radio"/> A $\sqrt{2}$ | <input type="radio"/> B 2 | <input type="radio"/> C 1 | <input type="radio"/> D $\frac{1}{2}$ | <input type="radio"/> Ans B |
| 83. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x dx$ সমান কত? | <input type="radio"/> A $\frac{\pi}{4}$ | <input type="radio"/> B 1 | <input type="radio"/> C $\frac{\pi}{2}$ | <input type="radio"/> D 0 | <input type="radio"/> Ans A |
| 84. $\int_0^4 \sqrt{2x+1} dx$ এর মান কত? | <input type="radio"/> A $\frac{26}{5}$ | <input type="radio"/> B $\frac{26}{3}$ | <input type="radio"/> C $\frac{3}{26}$ | <input type="radio"/> D 26 | <input type="radio"/> Ans B |
| 85. $\int_0^1 xe^x dx$ এর মান কত? | <input type="radio"/> A $(e+1)$ | <input type="radio"/> B $(e-1)$ | <input type="radio"/> C $\frac{1}{2}(e+1)$ | <input type="radio"/> D $\frac{1}{2}(e-1)$ | <input type="radio"/> Ans D |
| 86. $\int_0^{\ln 2} \frac{e^x}{1+e^x} dx$ এর মান কত? | <input type="radio"/> A $\ln \frac{3}{2}$ | <input type="radio"/> B 0 | <input type="radio"/> C $\ln \frac{2}{3}$ | <input type="radio"/> D কোনোটিই নয় | <input type="radio"/> Ans A |
| 87. যদি $\int_1^5 \frac{dx}{2x-1} = \ln k$ হয়, তবে k এর মান কত? | <input type="radio"/> A 9 | <input type="radio"/> B 3 | <input type="radio"/> C 10 | <input type="radio"/> D 81 | <input type="radio"/> Ans B |
| 88. $\int_0^{\sqrt{3}} \frac{dx}{\sqrt{4-x^2}}$ এর মান কত? | <input type="radio"/> A $\frac{\pi}{3}$ | <input type="radio"/> B $\frac{\pi}{4}$ | <input type="radio"/> C $\frac{\pi}{6}$ | <input type="radio"/> D $\frac{1}{2} \ln 2$ | <input type="radio"/> Ans A |
| 89. $\int_0^1 \frac{xdx}{1+x^4} = A$ হলে A এর মান কত? | <input type="radio"/> A $\frac{\pi}{3}$ | <input type="radio"/> B $\frac{\pi}{4}$ | <input type="radio"/> C $\frac{\pi}{8}$ | <input type="radio"/> D $\frac{\pi}{12}$ | <input type="radio"/> Ans C |
| 90. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^5 x dx$ এর মান কত? | <input type="radio"/> A $\frac{2}{8}$ | <input type="radio"/> B $\frac{2}{15}$ | <input type="radio"/> C $\frac{4}{15}$ | <input type="radio"/> D $\frac{8}{15}$ | <input type="radio"/> Ans D |
| 91. $\int_0^{\frac{\pi}{6}} \sin 3x \cos 3x dx$ = কত? | <input type="radio"/> A $\frac{1}{2}$ | <input type="radio"/> B $\frac{1}{4}$ | <input type="radio"/> C $\frac{1}{6}$ | <input type="radio"/> D $\frac{1}{8}$ | <input type="radio"/> Ans C |
| 92. $\int_1^2 x^2 e^{x^3} dx$ = কত? | <input type="radio"/> A $e^8 - e$ | <input type="radio"/> B $e^4 - e$ | <input type="radio"/> C $\frac{1}{3}(e^8 - e)$ | <input type="radio"/> D $\frac{1}{3}(e^8 - 1)$ | <input type="radio"/> Ans C |
| 93. $\int_0^1 x^3 \sqrt{1+3x^4} dx$ = কত? | <input type="radio"/> A $\frac{3}{18}$ | <input type="radio"/> B $\frac{7}{18}$ | <input type="radio"/> C $\frac{7}{36}$ | <input type="radio"/> D $\frac{14}{9}$ | <input type="radio"/> Ans B |
| 94. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^5 x \cos x dx$ এর মান কত? | <input type="radio"/> A $\frac{1}{3}$ | <input type="radio"/> B $\frac{1}{4}$ | <input type="radio"/> C $\frac{1}{6}$ | <input type="radio"/> D $\frac{1}{8}$ | <input type="radio"/> Ans B |
| 95. y অঙ্ক $y^2 = 9x$ ও $y = 3$ রেখাদুটি দ্বারা আবক্ষ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কত? | <input type="radio"/> A $\frac{1}{4}$ | <input type="radio"/> B $\frac{1}{2}$ | <input type="radio"/> C 1 | <input type="radio"/> D 2 | <input type="radio"/> Ans C |
| 96. $x^2 + y^2 = 16$ দ্বারা x -অক্ষের নিচে অবচ্ছিত ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক? | <input type="radio"/> A 16π | <input type="radio"/> B 8π | <input type="radio"/> C 4π | <input type="radio"/> D 2π | <input type="radio"/> Ans B |
| 97. $x = 0, x = 2$ এবং $y = 0$ দ্বারা আবক্ষ বক্তরেখা $y = e^{x/2}$ এর ক্ষেত্রফল কত? | <input type="radio"/> A $\frac{e-1}{2}$ | <input type="radio"/> B $e-1$ | <input type="radio"/> C $2(e-1)$ | <input type="radio"/> D $2e-1$ | <input type="radio"/> Ans C |
| 98. $y = -\sqrt{a^2 - x^2}$ ও $y = 0$ দ্বারা আবক্ষ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল- | <input type="radio"/> A $\frac{1}{4}\pi a^2$ | <input type="radio"/> B $\frac{1}{2}\pi a^2$ | <input type="radio"/> C πa^2 | <input type="radio"/> D $\frac{1}{2}a^2$ | <input type="radio"/> Ans C |
| 99. $y = x^2, x = 1, x = 3$ এবং x অঙ্ক দ্বারা সীমাবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল- | <input type="radio"/> A $\frac{26}{3}$ sq units | <input type="radio"/> B $\frac{80}{3}$ sq units | <input type="radio"/> C $\frac{8}{3}$ sq units | <input type="radio"/> D $\frac{35}{3}$ sq units | <input type="radio"/> Ans A |
| 100. $y = x, y = 0$ রেখাদুটি এবং $x^2 + y^2 = 16$ বৃত্ত দ্বারা প্রথম চতুর্ভাগে আবক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল - | <input type="radio"/> A 2π sq.units | <input type="radio"/> B 3π sq.units | <input type="radio"/> C 4π sq.units | <input type="radio"/> D 5π sq.units | <input type="radio"/> Ans C |
| 101. $y = \frac{1}{(2x+1)^2}$ বক্তরেখা এবং $y = 0, x = 0$ ও $x = 1$ রেখাদুটি দ্বারা সীমাবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল (বর্গ এককে)- | <input type="radio"/> A $\frac{1}{3}$ | <input type="radio"/> B 3 | <input type="radio"/> C $\frac{1}{2}$ | <input type="radio"/> D 2 | <input type="radio"/> Ans A |
| 102. $y^2 = 16x$ এবং $y = 4x$ দ্বারা আবক্ষ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল- | <input type="radio"/> A $\frac{2}{3}$ unit ² | <input type="radio"/> B $-\frac{2}{3}$ unit ² | <input type="radio"/> C $\frac{3}{2}$ unit ² | <input type="radio"/> D $\frac{1}{3}$ unit ² | <input type="radio"/> Ans C |
| 103. $y = x$ এবং $y = x^2$ দ্বারা আবক্ষ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল (বর্গ এককে)- | <input type="radio"/> A $\frac{5}{6}$ | <input type="radio"/> B $\frac{1}{6}$ | <input type="radio"/> C $-\frac{1}{6}$ | <input type="radio"/> D $\frac{1}{3}$ | <input type="radio"/> Ans B |
| 104. $x = y^2$ এবং $y = x - 2$ দ্বারা আবক্ষ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল হবে- | <input type="radio"/> A $1\frac{1}{3}$ | <input type="radio"/> B $3\frac{1}{6}$ | <input type="radio"/> C $4\frac{1}{2}$ | <input type="radio"/> D $4\frac{3}{4}$ | <input type="radio"/> Ans C |
| 105. $y^2 = x$ এবং $y = x^2$ বক্তরেখাদুটি দ্বারা আবক্ষ এলাকার ক্ষেত্রফল | <input type="radio"/> A $\frac{1}{12}$ | <input type="radio"/> B $\frac{1}{3}$ | <input type="radio"/> C $\frac{1}{2}$ | <input type="radio"/> D $\frac{1}{6}$ | <input type="radio"/> Ans B |
| 106. $y^2 = 4x$ এবং $y = x$ দ্বারা আবক্ষ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল- | <input type="radio"/> A $8/3$ | <input type="radio"/> B 3 | <input type="radio"/> C 8 | <input type="radio"/> D $3/8$ | <input type="radio"/> Ans C |
| 107. $y = 3x, x$ অক্ষরেখা ও $x = 4$ দ্বারা আবক্ষ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কত? | <input type="radio"/> A 24 | <input type="radio"/> B 12 | <input type="radio"/> C 48 | <input type="radio"/> D 36 | <input type="radio"/> Ans C |
| 108. $y^2 = 4ax$ এবং $x^2 = 4ay$ পরাবৃত্ত দুটি দ্বারা আবক্ষ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক? | <input type="radio"/> A $16a^2$ | <input type="radio"/> B $3a^2$ | <input type="radio"/> C $\frac{3a^2}{16}$ | <input type="radio"/> D $\frac{16a^2}{3}$ | <input type="radio"/> Ans D |

MEDISTRY

COLLECTION



You'll find here everything Exactly What You Need.

Join to our Channel to find Academic to Admission preparation

(Medical, Dental, Varsity & Engineering) All types of pdf.

