

ভার্সিটি 'ক' মাস্টার প্রশ্নব্যাংক

বিভিন্ন বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষাসমূহের অধ্যয়নভিত্তিক
প্রশ্ন ও সমাধান

শর্ট সিলেবাস ২০২৪



উদ্দাম

একাডেমিক এন্ড এডমিশন কেয়ার

সূচিপত্র (শর্ট সিলেবাস ২০২৪)

টাইপ	বিষয়বস্তু	পৃষ্ঠা
পদার্থবিজ্ঞান ১ম পত্র		
অধ্যায়-০১: ভৌত জগৎ ও পরিমাপ		02
T-01	একক ও মাত্রা	03
T-02	পরিমাপের ত্রুটি	05
T-03	ভার্নিয়ার স্কেল, স্ক্রু-গজ ও স্ফেরোমিটার	06
T-04	বিবিধ	07
অধ্যায়-০২: ভেক্টর		08
T-01	ভেক্টর ও লব্ধি	09
T-02	ভেক্টরের উপাংশ	11
T-03	আপেক্ষিক বেগ	12
T-04	অবস্থান ভেক্টর এবং একক ভেক্টর	13
T-05	নদী ও নৌকা	14
T-06	ভেক্টরের ডট গুণন	14
T-07	ভেক্টরের ক্রস গুণন	17
T-08	ভেক্টর ক্যালকুলাস	19
অধ্যায়-০৪: নিউটনিয়ান বলবিদ্যা		21
T-01	বল, বলের ঘাত, ভরবেগ ও লিফট	22
T-02	রকেট	26
T-03	ভরবেগের সংরক্ষণ ও সংঘর্ষ	27
T-04	ঘর্ষণ	28
T-05	জড়তার ভ্রামক, টর্ক, কেন্দ্রমুখী বল ও কেন্দ্রমুখী ত্বরণ	29
T-06	কৌণিক বেগ ও গতিশক্তি	32
T-07	ব্যাংকিং কোণ	33
অধ্যায়-০৫: কাজ, শক্তি ও ক্ষমতা		35
T-01	কাজ	36
T-02	স্প্রিং	39
T-03	শক্তি	39
T-04	ক্ষমতা ও কর্মদক্ষতা	45
T-05	ভরকেন্দ্রের সরণ	47
অধ্যায়-০৬: মহাকর্ষ ও অভিকর্ষ		48
T-01	কেপলারের সূত্র	49
T-02	মহাকর্ষ বল ও নিউটনের মহাকর্ষ সূত্র	49
T-03	অভিকর্ষ বল ও অভিকর্ষজ ত্বরণ	50
T-04	মহাকর্ষীয় প্রাবল্য ও বিভব	54
T-05	মুক্তিবেগ	55
T-06	কৃত্রিম উপগ্রহ	56
T-07	বিবিধ	58
অধ্যায়-০৭: পদার্থের গাঠনিক ধর্ম		59
T-01	স্থিতিস্থাপকতা	60
T-02	পীড়ন	60
T-03	বিকৃতি	60
T-04	ইয়ং-এর গুণাঙ্ক	61
T-05	আয়তন গুণাঙ্ক ও সংনম্যতা	63
T-06	কৃতকাজ ও সঞ্চিত শক্তি	64
T-07	পয়সনের অনুপাত	64
অধ্যায়-০৮: পর্যাবৃত্ত গতি		65
T-01	সরলদোলন গতির ব্যবকলনীয় সমীকরণ এবং সমাধান	66
T-02	দশা ও দশা পার্থক্য	67

টাইপ	বিষয়বস্তু	পৃষ্ঠা
T-03	বেগ ও ত্বরণ	67
T-04	শক্তি, গতিশক্তি ও বিভবশক্তি	69
T-05	স্প্রিং এর দোলনকাল, স্প্রিং ধ্রুবক ও তুল্য স্প্রিং ধ্রুবক	70
T-06	সরলদোলক ও সেকেন্ড দোলক	71
T-07	সরলদোলকের কার্যকর ত্বরণ	74
অধ্যায়-১০: আদর্শ গ্যাস ও গ্যাসের গতিতত্ত্ব		75
T-01	আদর্শ গ্যাসের সূত্র এবং আদর্শ গ্যাসের সমীকরণ	76
T-02	গ্যাসের সূত্রের সাহায্যে হুদের গভীরতা	78
T-03	বর্গমূল গড় বর্গবেগ ও গ্যাসের গতিতত্ত্বের আদর্শ সমীকরণ	79
T-04	স্বাধীনতার মাত্রা ও গ্যাসের গতিশক্তি	81
T-05	গড় মুক্ত পথ	82
T-06	শিশিরাক্র ও আপেক্ষিক আর্দ্রতা	83
T-07	বিবিধ	84
পদার্থবিজ্ঞান ২য় পত্র		
অধ্যায়-০১: তাপগতিবিদ্যা		86
T-01	তাপমাত্রার বিভিন্ন স্কেল	87
T-02	তাপগতিবিদ্যার প্রথম সূত্র (শক্তির নিত্যতা)	88
T-03	মোলার আপেক্ষিক তাপ (C_p , C_v)	89
T-04	সমোষ্ণ, সমচাপ, সমআয়তন ও রুদ্ধতাপীয় প্রক্রিয়া	90
T-05	তাপগতিবিদ্যার দ্বিতীয় সূত্র	92
T-06	তাপগতীয় ইঞ্জিন ও ইঞ্জিনের দক্ষতা	92
T-07	রেফ্রিজারেটর	95
T-08	এন্ট্রপি	96
T-09	তাপশক্তির রূপান্তর	98
T-10	বিবিধ	99
অধ্যায়-০২: স্থির তড়িৎ		100
T-01	চার্জ এবং তড়িৎ এর মূল ধারণা	101
T-02	কুলম্বের সূত্র	102
T-03	তড়িৎ প্রাবল্য	103
T-04	তড়িৎ বিভব	106
T-05	ধারক, ধারকত্ব ও ধারকের সঞ্চিত শক্তি	107
T-06	ধারকের সমবায়	110
T-07	তড়িৎ দ্বিমেরু বা ডাইপোল	113
অধ্যায়-০৩: চল তড়িৎ		114
T-01	তড়িৎ প্রবাহ, প্রবাহ ঘনত্ব ও তাড়নবেগ	115
T-02	রোধ ও আপেক্ষিক রোধ	116
T-03	বর্তনী	118
T-04	কোষের সমবায়	126
T-05	বিদ্যুৎ প্রবাহে উদ্ভূত তাপ, ক্ষমতা ও বিদ্যুৎ বিল	126
T-06	গ্যালভানোমিটার, শাস্ট, অ্যামিটার ও ভোল্টমিটার	129
T-07	হুইটস্টোন ব্রিজ	131
T-08	মিটার ব্রিজ ও পটেনশিওমিটার	132
অধ্যায়-০৭: ভৌত আলোকবিজ্ঞান		133
T-01	তড়িৎ চুম্বকীয় তরঙ্গ	134
T-02	ব্যতিচার	136
T-03	অপবর্তন	139
T-04	সমবর্তন	140

সূচিপত্র (শর্ট সিলেবাস ২০২৪)

টাইপ	বিষয়বস্তু	পৃষ্ঠা
অধ্যায়-০৮: আধুনিক পদার্থবিজ্ঞানের সূচনা		
T-01	আপেক্ষিকতার বিশেষ তত্ত্বের স্বীকার্য	142
T-02	দৈর্ঘ্য সংকোচন	143
T-03	কাল দীর্ঘায়ন	143
T-04	ভরের আপেক্ষিকতা	144
T-05	ফোটনের শক্তি	146
T-06	আইনস্টাইনের ভর-শক্তি সম্পর্ক	147
T-07	আলোক তড়িৎ ক্রিয়া	148
T-08	এক্স-রে	150
অধ্যায়-০৯: পরমাণুর মডেল এবং নিউক্লিয়ার পদার্থবিজ্ঞান		
T-01	পরমাণুর ভৌত গঠন ও প্রয়োজনীয় রাশি	152
T-02	পরমাণুর আকার ও শক্তিস্তরের শক্তি	153
T-03	তেজস্ক্রিয় ভাঙন, বিভিন্ন রশ্মি এবং নিউক্লীয় বিক্রিয়া	154
T-04	তেজস্ক্রিয়তা ও ক্ষয় সূত্র	156
T-05	ভরক্রেটি ও বন্ধন শক্তি	159
অধ্যায়-১০: সেমিকন্ডাক্টর ও ইলেকট্রনিক্স		
T-01	পরিবাহী, অর্ধপরিবাহী এবং অপরিবাহী	164
T-02	ডায়োড ও p-n জংশনের গভীর রোধ	165
T-03	রেকটিফায়ার হিসেবে ডায়োড	166
T-04	ট্রানজিস্টর	170
T-05	সংখ্যা পদ্ধতি	171
T-06	বুলিয়ান অ্যালজেব্রা এবং লজিক গেট	172
রসায়ন ১ম পত্র		
অধ্যায়-০২: গুণগত রসায়ন		
T-01	পরমাণু ও তার মূল কণিকাসমূহ	179
T-02	আইসোটোপ, আইসোটোন, আইসোবার ও আইসোইলেকট্রনিক	180
T-03	পারমাণবিক ভর ও আপেক্ষিক পারমাণবিক ভর	183
T-04	অরবিট, অরবিটাল এবং কোয়ান্টাম সংখ্যা	186
T-05	ইলেকট্রন বিন্যাসের নিয়ম নীতি	187
T-06	কোয়ান্টাম বলবিদ্যা ব্যবহার করে ইলেকট্রনের বিভিন্ন গভীর রাশি নির্ণয়	190
T-07	বর্ণালি ও রিডবার্গ সমীকরণ	193
T-08	দ্রাব্যতা ও দ্রাব্যতার উপর বিভিন্ন নিয়ামকের প্রভাব	194
T-09	দ্রাব্যতা গুণফল, আয়নিক গুণফল	198
T-10	আয়ন শনাক্তকরণ	201
অধ্যায়-০৩: মৌলের পর্যায়বৃত্ত ধর্ম ও রাসায়নিক বন্ধন		
T-01	পর্যায় সারণি ও অবস্থান নির্ণয়	202
T-02	ব্লক মৌলের সাধারণ ধর্ম ও কর্ণ-সম্পর্ক	207
T-03	d-ব্লক মৌল, অবস্থান্তর মৌল, জটিল যৌগের সংকরায়ন ও নামকরণ	210
T-04	পর্যায়বৃত্ত ধর্ম, পারমাণবিক আকার-ব্যাসার্ধ, আয়নিকরণ শক্তি, ইলেকট্রন আসক্তি, তড়িৎ ঋণাত্মকতা, ধাতব ও অধাতব ধর্ম, গলনাঙ্ক ও স্ফুটনাঙ্ক	212
T-05	মৌলের অক্সাইড ধর্ম	217
T-06	আয়নিক বন্ধন, সমযোজী বন্ধন, সন্নিবেশ সমযোজী বন্ধন, ধাতব বন্ধন	221
T-07	অরবিটাল অধিক্রমণ	223
T-08	হাইব্রিডাইজেশন, যৌগের আকৃতি, বন্ধন কোণ, মুক্তজোড় ইলেকট্রন, বন্ধনজোড় ইলেকট্রন, VSEPR তত্ত্ব	225

টাইপ	বিষয়বস্তু	পৃষ্ঠা
T-09	পোলারায়ন, আয়নিক যৌগে সমযোজী বৈশিষ্ট্য, ফাজানের নীতি, পোলারিটি, সমযোজী যৌগে আয়নিক বৈশিষ্ট্য	234
T-10	হাইড্রোজেন বন্ধন, ড্যানডার ওয়ালস বন্ধন	236
T-11	আকরিক, গুরুত্বপূর্ণ যৌগ, গুরুত্বপূর্ণ যৌগের গাঠনিক ও রাসায়নিক সংকেত, রাসায়নিক বিক্রিয়া, বিবিধ	240
অধ্যায়-০৪: রাসায়নিক পরিবর্তন		
T-01	রাসায়নিক বিক্রিয়া ও গ্রিন কেমিস্ট্রি	242
T-02	বিক্রিয়ার হার ও হার ধ্রুবক সংক্রান্ত সমস্যা	243
T-03	রাসায়নিক সাম্যাবস্থা, লা-শাতেলিয়ালের নীতি ও ভ্যান্ট হফের সমীকরণ	244
T-04	সাম্যধ্রুবক K_p ও K_c সংক্রান্ত সমস্যা	246
T-05	এসিড ও ক্ষারক	250
T-06	পানির আয়নিক গুণফল	254
T-07	এসিড ও ক্ষারের বিয়োজন ধ্রুবক সংক্রান্ত সমস্যা	256
T-08	pH, pOH	257
T-09	বাফার দ্রবণ	258
অধ্যায়-০৫: কর্মমুখী রসায়ন		
T-01	খাদ্য সংরক্ষক (প্রিজারভেটিভস)	265
T-02	ভিনেগার	268
রসায়ন ২য় পত্র		
অধ্যায়-০১: পরিবেশ রসায়ন		
T-01	বয়েল, চার্লস, গে-লুসাক ও অ্যাভোগ্যাড্রো সূত্র, গ্যাসের সমন্বয় সূত্র ও আদর্শ গ্যাস সমীকরণ সংক্রান্ত সমস্যা, গ্যাসের ঘনত্ব সংক্রান্ত সমস্যা	276
T-02	গ্রাহামের গ্যাস ব্যাপন সূত্র সংক্রান্ত সমস্যা	277
T-03	ডাল্টনের আংশিক চাপ সূত্র সংক্রান্ত সমস্যা	283
T-04	গ্যাসের গভীর তত্ত্ব, গ্যাসের গভীর সমীকরণ সংক্রান্ত সমস্যা	284
T-05	আদর্শ ও বাস্তব গ্যাস সংক্রান্ত সমস্যা	285
T-06	এসিড ক্ষারক মতবাদ	287
T-07	পানির বিশুদ্ধতার মানদণ্ড: DO, BOD, COD সংক্রান্ত সমস্যা ও এসিড বৃষ্টি	288
অধ্যায়-০২: জৈব রসায়ন		
T-01	জৈব যৌগ, সমগোত্রীয় শ্রেণি ও কার্যকরী মূলক	290
T-02	নামকরণ	295
T-03	সমাণুতা: গাঠনিক সমাণুতা ও স্টেরিও সমাণুতা	299
T-04	বন্ধন বিভাজন, বিকারক, বৈশিষ্ট্যপূর্ণ বিক্রিয়া	305
T-05	অ্যালিফেটিক হাইড্রোকার্বন, অ্যালকেন, অ্যালকিন, অ্যালকাইন	312
T-06	অ্যালকাইল হ্যালাইড, অ্যারাইল হ্যালাইড, নিউক্লিওফিলিক প্রতিস্থাপন বিক্রিয়া, অপসারণ বিক্রিয়া, হ্যালাফরম	315
T-07	অ্যালকোহল ও ইথার	321
T-08	কার্বনিল যৌগ: অ্যালডিহাইড, কিটোন	324
T-09	জৈব এসিড ও জাতক, অ্যামিন	327
T-10	অ্যারোমেটিক হাইড্রোকার্বন: বেনজিন, টলুইন এবং বেনজিন ও টলুইনের ইলেকট্রোফিলিক প্রতিস্থাপন বিক্রিয়া	332
T-11	অ্যানিলিন, ডায়াজোনিয়াম লবণ	337
T-12	রূপান্তর, শূন্যস্থান পূরণ, বিক্রিয়া সম্পূর্ণ করা	343
T-13	গুরুত্বপূর্ণ যৌগ, বিবিধ যৌগের ব্যবহার, গাঠনিক সংকেত	345
T-14	বিবিধ	349

সূচিপত্র (শর্ট সিলেবাস ২০২৪)

টাইপ	বিষয়বস্তু	পৃষ্ঠা
অধ্যায়-০৩: পরিমাণগত রসায়ন		
T-01	রাসায়নিক গণনা	352
T-02	সমীকরণ বিষয়ক গণনা	353
T-03	ঘনমাত্রা	356
T-04	এসিড-ক্ষার টাইট্রেশন	365
T-05	জারণ-বিজারণ, সমীকরণ সমতাকরণ, জারণ-বিজারণ টাইট্রেশন ভিত্তিক গাণিতিক সমস্যা	369
T-06	আয়োডিমিতি ও আয়োডোমিতি	370
অধ্যায়-০৪: তড়িৎ রসায়ন		
T-01	তড়িৎ বিশ্লেষণের পরিবাহিতা	382
T-02	তড়িৎ বিশ্লেষণ কোষ	384
T-03	ফ্যারাডের সূত্র	386
T-04	তড়িৎ রাসায়নিক কোষ	389
T-05	তড়িৎদ্বার বিভব, কোষ বিভব, গিবসের মুক্ত শক্তি ও কোষ বিভবের সম্পর্ক	391
T-06	নার্নস্ট সমীকরণ	394
উচ্চতর গণিত ১ম পত্র		
অধ্যায়-০১: ম্যাট্রিক্স ও নির্ণায়ক		
T-01	ম্যাট্রিক্সের প্রকারভেদ সংক্রান্ত	396
T-02	ম্যাট্রিক্সের ট্রেস সংক্রান্ত	397
T-03	ম্যাট্রিক্সের সমতা সংক্রান্ত	398
T-04	ম্যাট্রিক্সের যোগ, বিয়োগ ও গুণ সংক্রান্ত	399
T-05	ম্যাট্রিক্সের ভুক্তি নির্ণয় সংক্রান্ত	403
T-06	নির্ণায়কের অনুরাশি ও সহগুণক সংক্রান্ত সমস্যা	403
T-07	ব্যতিক্রমী, অব্যতিক্রমী এবং ইনভার্স/ বিপরীত ম্যাট্রিক্স	404
T-08	অব্যতিক্রমী ম্যাট্রিক্সের নির্ণায়কের মান সংক্রান্ত	406
T-09	নির্ণায়কের মান নির্ণয় সংক্রান্ত সমস্যা	407
T-10	বহুচলকবিশিষ্ট সমীকরণজোটের সমাধান	410
অধ্যায়-০৩: সরলরেখা		
T-01	স্থানাঙ্ক ব্যবস্থার পরিবর্তন সম্পর্কিত সমস্যা	412
T-02	দূরত্ব নির্ণয় সম্পর্কিত সমস্যা	414
T-03	দুইটি বিন্দুর সংযোগ রেখাকে নির্দিষ্ট অনুপাতে বিভক্তিকরণ সম্পর্কিত সমস্যা	416
T-04	ত্রিভুজের বিভিন্ন কেন্দ্রের স্থানাঙ্ক নির্ণয়	418
T-05	ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় সম্পর্কিত সমস্যা	419
T-06	সামান্তরিকের চতুর্থ শীর্ষ এবং ক্ষেত্রফল নির্ণয়	420
T-07	সঙ্করপথের সমীকরণ নির্ণয় সংক্রান্ত	422
T-08	ঢাল নির্ণয় সংক্রান্ত	423
T-09	বিভিন্ন শর্তের সাপেক্ষে সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয়	424
T-10	দুইটি সমীকরণ একই সরলরেখা নির্দেশ করার শর্ত	426
T-11	তিনটি সরলরেখা সমবিন্দু হওয়া সম্পর্কিত সমস্যা	430
T-12	সমান্তরাল সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয়	430
T-13	লম্ব রেখার সমীকরণ নির্ণয়	431
T-14	দুইটি সরলরেখার ছেদবিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ সংক্রান্ত	431
T-15	বহিঃস্থ বিন্দু হতে সরলরেখার লম্ব দূরত্ব সম্পর্কিত সমস্যা	433
T-16	সমান্তরাল রেখার মধ্যবর্তী দূরত্ব সম্পর্কিত সমস্যা	435
T-17	দুইটি রেখার মধ্যবর্তী কোণ নির্ণয় সম্পর্কিত সমস্যা	436
T-18	কোণের সমদ্বিখণ্ডকের সমীকরণ সম্পর্কিত সমস্যা	437
অধ্যায়-০৪: বৃত্ত		
T-01	বৃত্তের সমীকরণ নির্দেশ করার শর্ত	440
T-02	বৃত্তের কেন্দ্র, ব্যাসার্ধ, খণ্ডিত অংশ ও ক্ষেত্রফল নির্ণয়	441

টাইপ	বিষয়বস্তু	পৃষ্ঠা
T-03	বৃত্তের পরামিতিক সমীকরণ থেকে কার্তেসীয় সমীকরণ নির্ণয়	444
T-04	শর্ত সাপেক্ষে বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয়	444
T-05	বৃত্তের ব্যাসের একটি প্রান্তবিন্দু দেওয়া থাকলে অপর প্রান্তবিন্দু নির্ণয়	448
T-06	ছেদবিন্দুগামী বৃত্ত সংক্রান্ত	449
T-07	সরলরেখা বৃত্তকে স্পর্শ করা সম্পর্কিত	450
T-08	বৃত্তের জ্যা-এর দৈর্ঘ্য/সমীকরণ নির্ণয় সংক্রান্ত	452
T-09	বৃত্তের সাপেক্ষে বিন্দুর অবস্থান	453
T-10	বৃত্তের উপরিস্থিত বিন্দুতে স্পর্শকের সমীকরণ নির্ণয়	454
T-11	বৃত্তের বহিঃস্থ বিন্দু হতে অঙ্কিত স্পর্শকের সমীকরণ ও দৈর্ঘ্য নির্ণয় সংক্রান্ত সমস্যা	454
T-12	দুটি বৃত্ত পরস্পরকে স্পর্শ বা ছেদ করা সংক্রান্ত সমস্যা	455
T-13	সাধারণ জ্যা-এর সমীকরণ নির্ণয়	456
T-14	বৃত্তের পোলার সমীকরণ সম্পর্কিত	457
অধ্যায়-০৭: সংযুক্ত ও যৌগিক কোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাত		
T-01	সংযুক্ত কোণ সম্বলিত ত্রিকোণমিতিক রাশি	458
T-02	ধারা সংক্রান্ত	459
T-03	যৌগিক কোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাত	461
T-04	সংযুক্ত এবং গুণিতক কোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাত সংক্রান্ত	462
T-05	উপগুণিতক কোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাত সংক্রান্ত	463
T-06	বিশেষ ধরনের ত্রিকোণমিতিক অভেদ	466
T-07	ত্রিভুজের প্রকৃতি নির্ণয় সংক্রান্ত	469
T-08	কোণ নির্ণয় সংক্রান্ত	470
T-09	ত্রিভুজের বিভিন্ন অজানা রাশির মান নির্ণয়	470
অধ্যায়-০৯: অন্তরীকরণ		
T-01	লিমিটের অস্তিত্বশীলতা কেন্দ্রিক	474
T-02	বিচ্ছিন্নতা ও অবিচ্ছিন্নতা	476
T-03	L'Hôpital's Rule সংক্রান্ত সমস্যা	476
T-04	হরে/লবে বর্গমূল সংবলিত পদটির অনুবন্ধী দিয়ে লব ও হরকে গুণন করে লিমিট নির্ণয়	478
T-05	$\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^n - a^n}{x - a} = na^{n-1}$ আকারের সমস্যা সংক্রান্ত	478
T-06	মিশ্র ফাংশন	479
T-07	x এর মান অসীমের দিকে ধাবিত হলে লিমিটের মান নির্ণয়	481
T-08	সূচকীয় আকার	483
T-09	ত্রিকোণমিতি সংক্রান্ত	484
T-10	মূল নিয়মে অন্তরজ নির্ণয়	486
T-11	সরাসরি সূত্র প্রয়োগ (প্রয়োজনে সরলীকরণ করে) সংক্রান্ত	486
T-12	গুণের ও ভাগের সূত্রের প্রয়োগ সংক্রান্ত	487
T-13	সংযোজিত ফাংশন এর অন্তরক সংক্রান্ত	488
T-14	বিপরীত বৃত্তীয় ফাংশনের অন্তরক সংক্রান্ত	491
T-15	সূচকীয় ফাংশনের অন্তরীকরণে লগারিদম	492
T-16	অব্যক্ত ফাংশনের অন্তরীকরণ	493
T-17	অসীম পদবিশিষ্ট পুনরাবৃত্তিমূলক রাশির অন্তরীকরণ	494
T-18	পরামিতিক ফাংশনের অন্তরীকরণ	495
T-19	ফাংশনের সাপেক্ষে ফাংশনের অন্তরীকরণ	495
T-20	n তম অন্তরক সহগ নির্ণয় সংক্রান্ত	496
T-21	পর্যায়ক্রমিক অন্তরীকরণ সংক্রান্ত প্রমাণ	498
T-22	স্পর্শক ও অভিলম্বের ঢাল সংক্রান্ত	500
T-23	সময়ের সাপেক্ষে পরিবর্তন সংক্রান্ত	504
T-24	লঘুমান বা গুরুমান এবং ক্রমবর্ধমান-ক্রমহ্রাসমান সংক্রান্ত	505

সূচিপত্র (শর্ট সিলেবাস ২০২৪)

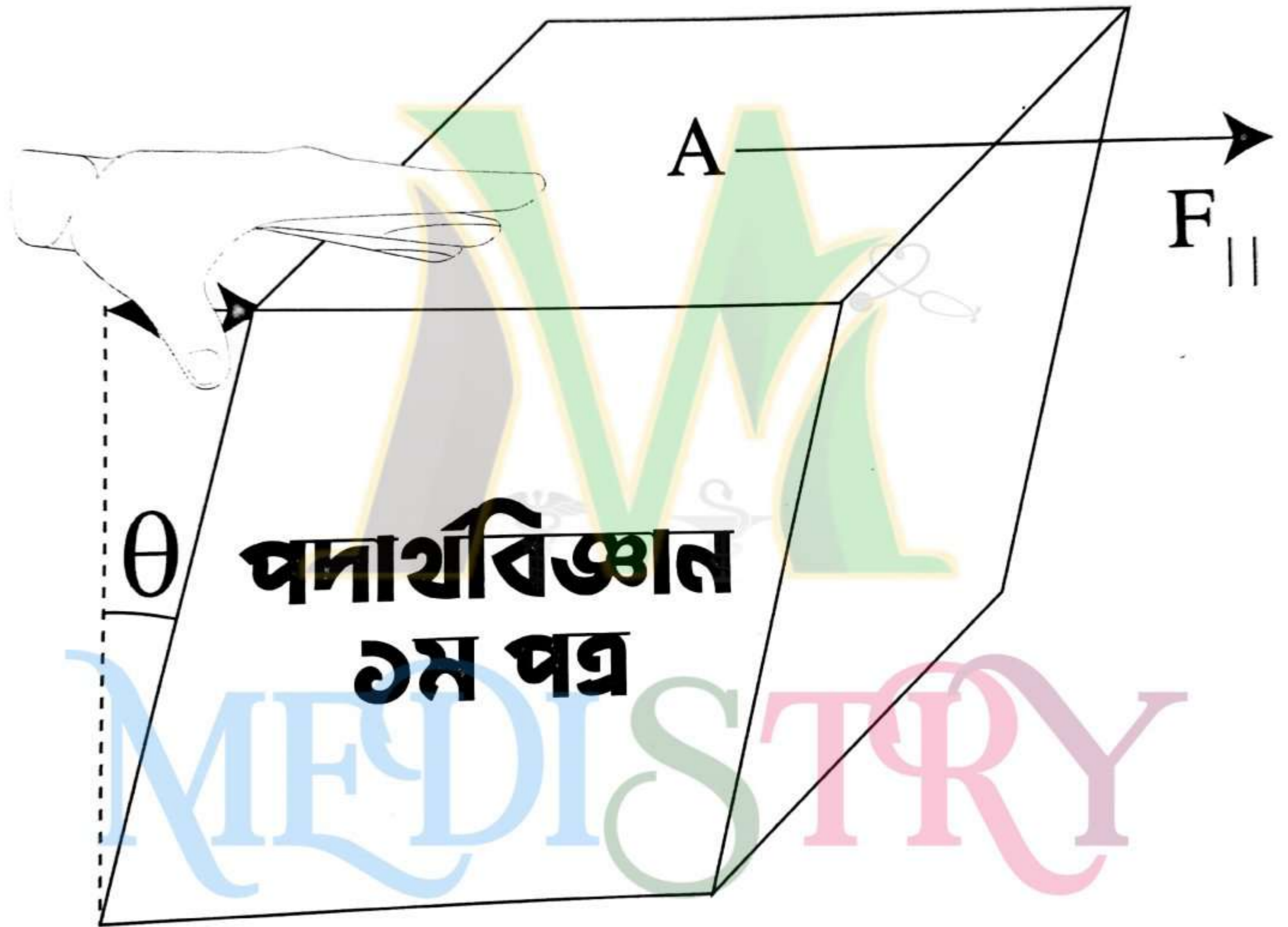
টাইপ	বিষয়বস্তু	পৃষ্ঠা
অধ্যায়-১০: যোগজীকরণ		
T-01	$\int f(ax + b) dx$ আকৃতির	510
T-02	যোগজীকরণে প্রতিস্থাপন পদ্ধতির ব্যবহার	512
T-03	সাধারণ সূত্রের প্রয়োগ সংক্রান্ত	513
T-04	$\int \frac{dx}{1 \pm \sin ax}$, $\int \frac{dx}{1 \pm \cos ax}$ আকারের	515
T-05	$\int \sin^m x dx$ বা, $\int \cos^m x dx$ আকারের	516
T-06	$\int \sin^m x \cdot \cos^n x dx$ আকারের	517
T-07	$\int \frac{f'(x)}{f(x)} dx$ এবং $\int \frac{f'(x)}{\sqrt{f(x)}} dx$ আকৃতির	518
T-08	$\int \frac{dx}{ax^2+bx+c}$, $\int \frac{dx}{\sqrt{ax^2+bx+c}}$, $\int \sqrt{ax^2+bx+c} dx$ আকারের; যেখানে a, b, c যেকোনো ধ্রুবক	519
T-09	$\int \frac{ex+f}{ax^2+bx+c} dx$ আকারের; [a ≠ 0, e ≠ 0] যেখানে, a, b, c, e, f যেকোনো ধ্রুবক	520
T-10	$\int \frac{dx}{a+be^{mx}}$, $\int \frac{dx}{a+be^{-mx}}$, $\int \frac{dx}{ae^{mx}+be^{-mx}}$ আকারের	522
T-11	$\int \frac{dx}{a+b \sin^2 x}$, $\int \frac{dx}{a+b \cos^2 x}$, $\int \frac{dx}{a \sin^2 x + b \cos^2 x}$, $\int \frac{dx}{a \sin^2 x + b \cos^2 x + c}$ আকারের	523
T-12	Integration by Parts (অংশক্রমে সমাকলন) সংক্রান্ত	523
T-13	$\int e^{ax} \{a f(x) + f'(x)\} dx$ সংক্রান্ত	525
T-14	নির্দিষ্ট যোগজের সাধারণ সমস্যা	526
T-15	যুগ্ম ও অযুগ্ম ফাংশনের ক্ষেত্রে	527
T-16	$\int_a^b f(x) dx$ এর মান দেওয়া থাকলে $\int_{\frac{a-d}{c}}^{\frac{b-d}{c}} f(cx + d) dx$ এর মান নির্ণয়	527
T-17	কয়েকটি পরমমান ফাংশনের সমাকলন	528
T-18	নির্দিষ্ট যোগজ ব্যবহার করে ক্ষেত্রফল নির্ণয় সংক্রান্ত	530
উচ্চতর গণিত ২য় পত্র		
অধ্যায়-০৩: জটিল সংখ্যা		
T-01	A + iB আকারে প্রকাশ	536
T-02	জটিল সংখ্যার মডুলাস ও আর্গুমেন্ট সংক্রান্ত সমস্যা	537
T-03	মূল সংক্রান্ত	540
T-04	i এর ঘাতের মান নির্ণয় এবং ধারা সংক্রান্ত	541
T-05	ω এর ঘাতের মান নির্ণয় এবং ω এর ধারা সংক্রান্ত	542
T-06	ω যুক্ত রাশির মান নির্ণয় সংক্রান্ত সমস্যা	543
T-07	শর্তাধীনে মান নির্ণয় সংক্রান্ত	544
T-08	জটিল সংখ্যাভিত্তিক সম্ভারপথ সংক্রান্ত	545
অধ্যায়-০৪: বহুপদী ও বহুপদী সমীকরণ		
T-01	দ্বিঘাত সমীকরণের মূল নির্ণয় সংক্রান্ত	547
T-02	নিশ্চায়ক সম্পর্কিত সমস্যা	548
T-03	মূলদ্বয়ের মধ্যবর্তী সম্পর্ক হতে মান নির্ণয় সম্পর্কিত	548
T-04	মূল হতে সমীকরণ গঠন সম্পর্কিত সমস্যা	550
T-05	মূলদ্বয়ের অন্তর সংক্রান্ত	554
T-06	প্রতিসম রাশির মান নির্ণয় সম্পর্কিত সমস্যা	555
T-07	প্রতিসম মূলবিশিষ্ট সমীকরণ নির্ণয়	555
T-08	সাধারণ মূল সংক্রান্ত	558

টাইপ	বিষয়বস্তু	পৃষ্ঠা
T-09	একটি লেখচিত্র অক্ষদ্বয়কে কয়টি বিন্দুতে ছেদ করবে তা সংক্রান্ত	559
T-10	দ্বিঘাত বহুপদী ফাংশনের সর্বোচ্চ/সর্বনিম্ন মান সংক্রান্ত	560
T-11	বিবিধ	561
অধ্যায়-০৬: কনিক		
T-01	কনিকের প্রকৃতি নির্ণয় সংক্রান্ত	562
T-02	পরাবৃত্তের লেখচিত্র সম্পর্কিত	563
T-03	সমীকরণ থেকে পরাবৃত্তের বিভিন্ন উপাদান নির্ণয়	564
T-04	অক্ষের সমান্তরাল অক্ষরেখা / দিকাক্ষ	566
T-05	পরাবৃত্তের পরামিতিক সমীকরণ	569
T-06	উপকেন্দ্রিক দূরত্ব / ফোকাস দূরত্ব	570
T-07	অনাদর্শ অবস্থানে উপকেন্দ্র ও দিকাক্ষের সমীকরণ হতে পরাবৃত্তের সমীকরণ	570
T-08	উপবৃত্তের সমীকরণ থেকে বিভিন্ন উপাদান নির্ণয়	571
T-09	SP = e · PM সম্পর্কিত	572
T-10	অধিবৃত্তের সমীকরণ থেকে বিভিন্ন উপাদান নির্ণয়	577
T-11	অধিবৃত্তের অসীমতট সম্পর্কিত	577
T-12	স্পর্শক/ছেদক সম্পর্কিত	580
অধ্যায়-০৭: বিপরীত ত্রিকোণমিতিক ফাংশন ও ত্রিকোণমিতিক সমীকরণ		
T-01	বিপরীত ত্রিকোণমিতিক ফাংশনের ডোমেন এবং রেঞ্জ নির্ণয়	582
T-02	বিপরীত বৃত্তীয় ফাংশনের অজানা মান	586
T-03	বিপরীত ত্রিকোণমিতিক সমীকরণের প্রমাণ সংক্রান্ত সমস্যা	587
T-04	বিপরীত বৃত্তীয় ফাংশনযুক্ত সমীকরণের সমাধান	592
T-05	$a \cos \theta + b \sin \theta = c$; [যেখানে, $ c \leq \sqrt{a^2 + b^2}$] আকৃতির ত্রিকোণমিতিক সমীকরণ সংক্রান্ত সমস্যা	592
T-06	$\cot \theta, \tan \theta, \sec \theta, \operatorname{cosec} \theta$ বিশিষ্ট ত্রিকোণমিতিক সমীকরণ সংক্রান্ত সমস্যা	594
T-07	$\sin \theta, \cos \theta$ বিজেড সংখ্যক পদ সম্বলিত সমীকরণ সংক্রান্ত সমস্যা	595
T-08	$\sin \theta, \cos \theta, \tan \theta, \sec \theta$ -এর দ্বিঘাত রাশি সম্বলিত পদ থাকলে	596
অধ্যায়-০৮: স্থিতিবিদ্যা		
T-01	দুইটি বলের লব্ধি নির্ণয়ের ক্ষেত্রে সামান্তরিক সূত্রের প্রয়োগ সংক্রান্ত সমস্যা	600
T-02	কোণ নির্ণয় সংক্রান্ত	601
T-03	বলের সাথে সমকোণে ক্রিয়ারত লব্ধি সংক্রান্ত	603
T-04	লব্ধির দিক অপরিবর্তিত থাকার শর্ত সংক্রান্ত	604
T-05	ত্রিভুজের গুণাবলি সংক্রান্ত	605
T-06	দুই বা ততোধিক বলের লব্ধির মান সরাসরি নির্ণয়ের সূত্র এবং লম্বাংশ উপপাদ্য	606
T-07	তিনটি সমবিন্দু বল সাম্যাবস্থা সৃষ্টি করলে তা হতে বলত্রয়ের অন্তর্গত কোণ নির্ণয় সংক্রান্ত	606
T-08	তিনটি বল সাম্যাবস্থায় থাকলে তা থেকে বিভিন্ন অজানা রাশির মান নির্ণয় সংক্রান্ত সমস্যা	609
T-09	বলের ড্রামক সম্পর্কিত	610
T-10	সদৃশ ও বিসদৃশ সমান্তরাল বলের লব্ধি সংক্রান্ত	612
T-11	সমান্তরাল বলের ক্ষেত্রে লব্ধির ক্রিয়াবিন্দুর সরণ নির্ণয় সংক্রান্ত	613

সূচিপত্র (শর্ট সিলেবাস ২০২৪)

টাইপ	বিষয়বস্তু	পৃষ্ঠা
অধ্যায়-০৯: সমতলে বস্তুকণার গতি		615
T-01	বেগের সামান্তরিক সূত্র সংক্রান্ত	616
T-02	বেগের উপাংশে বিভাজন	617
T-03	দূরত্ব নির্ণয় সংক্রান্ত	617
T-04	গড় দ্রুতি/বেগ সংক্রান্ত	618
T-05	নদী পারাপার সংক্রান্ত	619
T-06	গতির সূত্রাবলির ব্যবহার সংক্রান্ত	620
T-07	বাঘ-হরিণ, হাঁস-বিড়াল ধরা এবং বাস-যাত্রী, বাস-সাইকেল অতিক্রম করা সংক্রান্ত	621
T-08	বিশেষ এক সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূরত্ব সংক্রান্ত	621
T-09	রেলগাড়ির সংঘর্ষ এড়ানোর শর্ত নির্ণয় সংক্রান্ত	622
T-10	বুলেটের তজ্জা ভেদ সংক্রান্ত	622
T-11	আপেক্ষিক বেগ সংক্রান্ত	623
T-12	উল্লম্ব গতি সংক্রান্ত	624
T-13	শব্দ শোনার সময় হিসেব করে গভীরতা নির্ণয় সংক্রান্ত	626
T-14	প্রাস সংক্রান্ত	627
T-15	ভূমি থেকে h উচ্চতা হতে ভূমির সমান্তরাল দিকে নিক্ষিপ্ত প্রক্ষেপকের গতি সংক্রান্ত	630
উদ্ভিদবিজ্ঞান		
অধ্যায়-০১: কোষ ও এর গঠন		632
T-01	কোষ ও কোষের শ্রেণিবিন্যাস	633
T-02	কোষ প্রাচীর, কোষঝিল্লি ও প্রোটোপ্লাজম	634
T-03	সাইটোপ্লাজমীয় কোষীয় অঙ্গাণুসমূহ	636
T-04	নিউক্লিয়াস ও ক্রোমোসোম	639
T-05	নিউক্লিক অ্যাসিড	640
T-06	রেপ্লিকেশন, ট্রান্সক্রিপশন ও ট্রান্সলেশন	643
T-07	জিন ও জেনেটিক কোড	646
অধ্যায়-০২: কোষ বিভাজন		647
T-01	কোষ বিভাজনের প্রকারভেদ, অ্যামাইটোসিস ও কোষ চক্র	647
T-02	মাইটোসিস	648
T-03	মিয়োসিস	650
T-04	ক্রসিংওভার	651
অধ্যায়-০৪: অণুজীব		652
T-01	ভাইরাস: আবিষ্কার, গঠন ও প্রকারভেদ	652
T-02	ভাইরাসের জনন ও অর্থনৈতিক গুরুত্ব	654
T-03	ভাইরাসঘটিত রোগসমূহ	655
T-04	ব্যাকটেরিয়া	658
T-05	ম্যালেরিয়ার পরজীবী	660
অধ্যায়-০৭: নগ্নবীজী ও আবৃতবীজী উদ্ভিদ		662
T-01	নগ্নবীজী উদ্ভিদ	662
T-02	আবৃতবীজী উদ্ভিদ	664
T-03	আবৃতবীজী উদ্ভিদের গোত্র পরিচিতি	667
অধ্যায়-০৮: টিস্যু ও টিস্যুতন্ত্র		670
T-01	টিস্যু ও ভাজক টিস্যু	670
T-02	টিস্যুতন্ত্র	672
T-03	উদ্ভিদের মূল ও কাণ্ডের অন্তর্গঠন	677
অধ্যায়-০৯: উদ্ভিদ শারীরতত্ত্ব		678
T-01	খনিজ লবণ পরিশোধন	678
T-02	প্রস্বেদন	680

টাইপ	বিষয়বস্তু	পৃষ্ঠা	
T-03	সালোকসংশ্লেষণ	681	
T-04	শ্বসন	686	
অধ্যায়-১১: জীবপ্রযুক্তি		690	
T-01	জীবপ্রযুক্তি ও টিস্যু কাণ্ডচার	690	
T-02	জেনেটিক ইঞ্জিনিয়ারিং, রিকম্বিনেন্ট DNA প্রযুক্তি ও ক্রোনিং	692	
T-03	রিকম্বিনেন্ট DNA প্রযুক্তির প্রয়োগ	696	
T-04	জিনোম সিকোয়েন্সিং	699	
প্রাণিবিজ্ঞান			
অধ্যায়-০১: প্রাণীর বিভিন্নতা ও শ্রেণিবিন্যাস		701	
T-01	প্রাণিবৈচিত্র্য ও শ্রেণিবিন্যাসের ভিত্তি	701	
T-02	শ্রেণিবিন্যাসের নীতি	703	
T-03	প্রাণিজগতের প্রধান পর্বসমূহ	704	
T-04	Chordata পর্বের শ্রেণিবিন্যাস	708	
অধ্যায়-০২: প্রাণীর পরিচিতি		712	
T-01	হাইড্রা	হাইড্রার গঠন ও বৈশিষ্ট্য, খাদ্য গ্রহণ ও পরিপাক	713
T-02	হাইড্রা	হাইড্রার চলন, জনন, শ্রমবন্টন ও মিথোজীবিতা	715
T-01	ঘাসফড়িং	ঘাসফড়িংয়ের বহির্গঠন ও পরিপাকতন্ত্র	716
T-02	ঘাসফড়িং	ঘাসফড়িংয়ের রক্তসংবহন, শ্বসনতন্ত্র ও রেচনতন্ত্র	718
T-03	ঘাসফড়িং	ঘাসফড়িংয়ের সংবেদী অঙ্গ, প্রজননতন্ত্র ও রূপান্তর	720
T-01	কুই মাছ	কুই মাছের বাহ্যিক গঠন, রক্তসংবহনতন্ত্র, শ্বসনতন্ত্র	721
T-02	কুই মাছ	কুই মাছের বায়ুথলি, জীবনচক্র ও সংরক্ষণ	723
অধ্যায়-০৩: মানব শারীরতত্ত্ব: পরিপাক ও শোষণ		724	
T-01	পরিপাকতন্ত্র: পৌষ্টিকনালি	724	
T-02	পরিপাকতন্ত্র: পরিপাকগ্রন্থি	725	
T-03	মানুষের খাদ্য পরিপাক প্রণালী	728	
T-04	পরিপাককৃত খাদ্যবস্তু শোষণ	730	
T-05	পরিপাকে স্নায়ুতন্ত্র ও হরমোনের ভূমিকা	730	
T-06	স্থূলতা	731	
অধ্যায়-০৪: মানব শারীরতত্ত্ব: রক্ত ও সঞ্চালন		732	
T-01	রক্তের শ্রেণিবিন্যাস ও লোহিত রক্তকণিকা	733	
T-02	শ্বেত রক্তকণিকা, অণুচক্রিকা, রক্ততঞ্চন ও লসিকা	735	
T-03	হৃৎপিণ্ড ও এর গঠন	737	
T-04	কার্ডিয়াক চক্র, মায়োজেনিক নিয়ন্ত্রণ, রক্তচাপ, রক্ত সংবহন	738	
T-05	হৃদরোগ ও চিকিৎসা	740	
অধ্যায়-০৫: মানব শারীরতত্ত্ব: শ্বসন ও শ্বাসক্রিয়া		741	
T-01	শ্বসনতন্ত্র	741	
T-02	শ্বসনের শারীরবৃত্ত	743	
T-03	শ্বসননালির সমস্যা, লক্ষণ, প্রতিকার ও ধূমপানজনিত জটিলতা	744	
অধ্যায়-০৭: মানব শারীরতত্ত্ব: চলন ও অঙ্গচালনা		745	
T-01	মানুষের কঙ্কালতন্ত্র ও অক্ষীয় কঙ্কাল	745	
T-02	উপাঙ্গীয় কঙ্কাল/Appendicular Skeleton	747	
T-03	অস্থি ও তরুণাস্থি/Bones and Cartilage	748	
T-04	পেশি টিস্যু ও লিভার	749	
অধ্যায়-১১: জিনতত্ত্ব ও বিবর্তন		750	
T-01	জিনতত্ত্ব, মেন্ডেলের সূত্র ও সূত্রের ব্যতিক্রম	750	
T-02	লিঙ্গ নির্ধারণ নীতি ও সেক্স-লিংকড ডিসঅর্ডার	754	
T-03	ব্লাড গ্রুপ	756	
T-04	বিবর্তন	759	



Exactly what you need



➤ ভার্সিটি ভর্তি পরীক্ষার জন্য এই অধ্যায়ের গুরুত্বপূর্ণ টাইপসমূহ:

গুরুত্ব	টাইপ	বিষয়বস্তু	যতবার এসেছে		যেসব ভর্তি পরীক্ষায় প্রশ্ন এসেছে	
			MCQ	Written	MCQ	Written
☆☆☆	T-01	একক ও মাত্রা	36	-	DU'17-18, 16-17, 09-10; GST'23-24, 21-22; Agri'20-21; RU'23-24, 20-21, 18-19, 15-16; JU'21-22, 19-20, 18-19, 6-17, 09-10; JnU'14-15, 13-14; CU'23-24, 22-23, 21-22, 13-14, 09-10, 07-08, 05-06, 04-05; KU'18-19	-
☆☆☆	T-02	পরিমাপের ক্রটি	12	-	GST'21-22, 20-21; RU'21-22, 17-18; JU'19-20, 16-17; CU'18-19; KU'19-20, 17-18, 14-15; BAU'18-19	-
☆☆	T-03	ভার্নিয়ার স্কেল, ফ্রু-গজ ও স্ফেরোমিটার	6	-	GST'23-24; RU'23-24, 22-23, 21-22; CU'18-19, 14-15	-
☆☆	T-04	বিবিধ	4	-	RU'20-21; JU'19-20	-

Exactly what you need



Type-01: একক ও মাত্রা

Formula & Concept:

মৌলিক রাশি ও তাদের এককের সারণি:

মৌলিক রাশি	একক	সংকেত
দৈর্ঘ্য	মিটার	m
ভর	কিলোগ্রাম	kg
সময়	সেকেন্ড	s
তাপমাত্রা	কেলভিন	K
তড়িৎ প্রবাহ	অ্যাম্পিয়ার	A
দীপন মাত্রা	ক্যান্ডেলা	cd
পদার্থের পরিমাণ	মোল	mole

- দ্বিমাত্রিক কোণ: রেডিয়ান
- ত্রিমাত্রিক কোণ: স্টেরিডিয়ান

বেশি বেশি মনে রাখবে,

বল $\rightarrow MLT^{-2}$

কাজ $\rightarrow ML^2T^{-2}$

ক্ষমতা $\rightarrow ML^2T^{-3}$

গুরুত্বপূর্ণ একক রূপান্তর: $1nm = 10^{-9}m$; $1\mu m = 10^{-6}m$

$1\text{\AA} = 10^{-10}m$; $1mm = 10^{-3}m$

$1fm = 10^{-15}m$ [fm = ফেমটোমিটার]

এক আলোকবর্ষ (ly) = $9.46 \times 10^{12}km$

1 পারসেক (pc) = 3.2616 আলোকবর্ষ (ly)

কৌশল: টর্ক, $\tau = Fr = mar = m \frac{v}{t} r = \frac{msr}{t^2} = \frac{MLL}{T^2} = ML^2T^{-2} =$ শক্তির মাত্রা = কাজের মাত্রা।

কৌশলটি হলো, যে রাশিটির মাত্রা বের করতে চাও, সে রাশিটিকে মৌলিক রাশিতে ভেঙে তাদের মাত্রাগুলো বসানো।

MCQ

- কোনটি মৌলিক এককের পরিমাপ নয়? [GST'23-24] [Ans: c]
 (a) সময় (b) ভর (c) ভরবেগ (d) তাপমাত্রা
 - তাপধারণ ক্ষমতার মাত্রা কোনটি? [RU'23-24] [Ans: a]
 (a) $ML^2T^{-2}\theta^{-1}$ (b) $M^{-1}L^2T^{-2}\theta^{-1}$ (c) $MLT^{-2}\theta^{-1}$ (d) $MLT^{-2}\theta^{-2}$
 - এককের সঠিক ক্রম কোনটি? [RU'23-24] [Ans: c]
 (a) পারসেক > মেগামিটার > অ্যাংস্ট্রম > আলোকবর্ষ (b) আলোকবর্ষ > পারসেক > মেগামিটার > অ্যাংস্ট্রম
 (c) পারসেক > আলোকবর্ষ > মেগামিটার > অ্যাংস্ট্রম (d) অ্যাংস্ট্রম > পারসেক > মেগামিটার > আলোকবর্ষ
- সমাধান: 1 পারসেক (pc) = $3.083 \times 10^{16} m$; 1 আলোক বর্ষ (ly) = $9.42 \times 10^{15} m$;
 1 মেগামিটার (Mm) = $10^6 m$; 1 অ্যাংস্ট্রম (\AA) = $10^{-10} m$
- কোনটি মৌলিক রাশি নয়? [CU'23-24] [Ans: a]
 (a) তড়িৎ বিভব (b) তাপমাত্রা (c) দীপন মাত্রা (d) পদার্থের পরিমাণ
 - দীপন তীব্রতার একক কোনটি? [CU'22-23] [Ans: b]
 (a) লুমেন (b) ক্যান্ডেলা (c) ডায়প্টার (d) ওয়াট



06. মহাকর্ষীয় ধ্রুবকের মাত্রা কোনটি? [GST' 21-22] [Ans: a]
 (a) $M^{-1}L^3T^{-2}$ (b) ML^2T^{-2} (c) $M^{-2}L^3T^{-2}$ (d) ML^3T^{-2}
 সমাধান: $F = \frac{Gm_1m_2}{d^2} \Rightarrow G = \frac{Fd^2}{m_1m_2} \therefore G$ এর মাত্রা = $\frac{MLT^{-2} \times L^2}{M^2} = M^{-1}L^3T^{-2}$
07. মাত্রাহীন রাশি কোনটি? [JU' 21-22] [Ans: d]
 (a) কোণ (b) বিকৃতি (c) ঘনকোণ (d) সবগুলো
08. নিচের কোন রাশিটি মূল (base) রাশি নয়? [CU' 21-22] [Ans: d]
 (a) ভর (b) তাপমাত্রা (c) সময় (d) শক্তি
09. 1 মাইল ও 1 কিলোমিটার দূরত্বের পার্থক্য মিটারে কত হবে? [CU' 21-22] [Ans: d]
 (a) 0.609 m (b) 6.09 m (c) 60.9 m (d) 609 m
10. কোনটি চাপের মাত্রা সূত্র (Dimensional Formula)? [CU' 21-22] [Ans: b]
 (a) MLT^{-1} (b) $ML^{-1}T^{-2}$ (c) $ML^{-2}T^{-2}$ (d) $ML^{-2}T^{-1}$
 সমাধান: চাপ = $\frac{\text{বল}}{\text{ক্ষেত্রফল}} = \frac{[MLT^{-2}]}{[L^2]} = [ML^{-1}T^{-2}]$
11. Å (angstrom) একক কোন রাশির? [CU' 21-22] [Ans: a]
 (a) দৈর্ঘ্য (b) ভর (c) কম্পাঙ্ক (d) সময়
12. বলবিদ্যার বিভিন্ন মৌলিক ভৌত রাশিসমূহ হল- [Agri'20-21] [Ans: b]
 (a) ভর, বল এবং সময় (b) ভর, দৈর্ঘ্য এবং সময় (c) বল, শক্তি এবং সময় (d) বল, ভর এবং সময়
13. এককগুলোর সঠিক ক্রম কোনটি [বড় থেকে ছোট]? [RU'20-21] [Ans: d]
 (a) পারসেক > কিলোমিটার > ফার্মি > আলোকবর্ষ (b) আলোকবর্ষ > পারসেক > কিলোমিটার > ফার্মি
 (c) ফার্মি > পারসেক > কিলোমিটার > আলোকবর্ষ (d) পারসেক > আলোকবর্ষ > কিলোমিটার > ফার্মি
 সমাধান: 1 পারসেক (pc) = 3.083×10^{16} m; 1 আলোকবর্ষ (ly) = 9.46×10^{15} m
 1 কিলোমিটার (km) = 10^3 m; 1 ফার্মি = 1 ফেমটোমিটার = (fm) = 10^{-15} m
14. ন্যানো বুঝায় কোনটি? [JU'19-20] [Ans: b]
 (a) 10^{-6} (b) 10^{-9} (c) 10^{-12} (d) 10^{-15}
15. নিচের কোনটি ভেক্টর রাশি? [JU'19-20] [Ans: c]
 (a) আয়তন (b) চাপ (c) ক্ষেত্রফল (d) কাজ
16. ঘনকোণ এর এস আই (SI) একক কোনটি? [JU'19-20] [Ans: b]
 (a) রেডিয়ান (b) স্টেরেডিয়ান (c) (রেডিয়ান)³ (d) ডিগ্রি
17. মৌলিক একক হলো- [RU'18-19] [Ans: a]
 (i) কি.গ্রা., মিটার ও সেকেন্ড (ii) সেকেন্ড ও ভোল্ট (iii) কেলভিন, ক্যান্ডেলা ও নিউটন
 (a) i (b) ii (c) i, iii (d) i, ii, iii
18. ত্রিমাত্রিক কোণের একক কোনটি? [JU'18-19] [Ans: b]
 (a) রেডিয়ান (b) স্টেরেডিয়ান (c) ডিগ্রি (d) সব
19. কৌণিক বেগের মাত্রা সমীকরণ কোনটি? [JU'18-19] [Ans: b]
 (a) $[LT^{-2}]$ (b) $[T^{-1}]$ (c) $[LT]$ (d) $[L^{-1}T]$
20. এক পারসেক কত আলোক বর্ষের সমান? [KU'18-19] [Ans: a]
 (a) 3.26 (b) 3.36 (c) 3.46 (d) 3.56

21. যদি $A = B^n C^m$ এবং A, B ও C এর মাত্রা যথাক্রমে $LT, L^2 T^{-1}$ এবং LT^2 হয় তবে n ও m এর মান হবে- [DU'17-18] [Ans: d]
 (a) $\frac{2}{3}, \frac{1}{3}$ (b) 2, 3 (c) $\frac{4}{5}, \frac{-1}{5}$ (d) $\frac{1}{5}, \frac{3}{5}$
 সমাধান: $A = B^n C^m$ এখানে, A এর মাত্রা $LT \Rightarrow LT = [(L^2 T^{-1})^n] [(LT^2)^m] = L^{2n} \cdot T^{-n} L^m \cdot T^{2m} = L^{m+2n} \cdot T^{2m-n}$
 $L = L^{2n+m} \Rightarrow 2n + m = 1 \dots (i)$ ও $T = T^{-n+2m} \Rightarrow -n + 2m = 1 \dots (ii) \therefore$ সমাধান করে, $n = \frac{1}{5}$ এবং $m = \frac{3}{5}$
22. শক্তির মাত্রা কোনটি? [DU'17-18; JU'09-10; CU'07-08, 04-05] [Ans: d]
 (a) MLT^{-2} (b) $ML^2 T^{-1}$ (c) $M^2 LT^{-2}$ (d) $ML^2 T^{-2}$
 সমাধান: শক্তির মাত্রা = কাজের মাত্রা = বল \times সরণ = ভর \times ত্বরণ \times সরণ = $MLT^{-2} L = ML^2 T^{-2}$
23. আলোকবর্ষ (Light year) কীসের একক? [DU'17-18; JnU'13-14] [Ans: a]
 (a) দূরত্ব (b) সময় (c) গতিবেগ (d) শক্তি
24. নিচের কোনটি মৌলিক একক? [DU'16-17] [Ans: b]
 (a) Coulomb (b) Ampere (c) Volt (d) Ohm
25. নিচের কোনটি দ্বারা এক পিকো বুঝায়? [JU'16-17] [Ans: a]
 (a) 10^{-12} (b) 10^{12} (c) 10^{-9} (d) 10^9
26. $[ML^{-1} T^{-2}]$ মাত্রা সমীকরণটি কার? [RU'15-16] [Ans: d]
 (a) ক্ষমতা (b) গতিশক্তি (c) পৃষ্ঠটান (d) পীড়ন
 সমাধান: চাপ = পীড়ন = $\frac{\text{বল}}{\text{ক্ষেত্রফল}} = \frac{[MLT^{-2}]}{[L^2]} = [ML^{-1} T^{-2}]$
27. আলো শূন্য মাধ্যমে (Vacuum) 10 বছরে কত দূরত্ব অতিক্রম করে? [JnU'14-15] [Ans: c]
 (a) 2.5×10^{13} km (b) 4.5×10^{13} km (c) 9.5×10^{13} km (d) 7.5×10^{13} km
 সমাধান: $s = vt = 3 \times 10^8 \times 10 \times 365 \times 24 \times 3600 = 9.4608 \times 10^{16} \text{m} = 9.46 \times 10^{13} \text{km}$
28. নিচের কোনটি ক্ষমতার মাত্রা? [CU'13-14, 09-10, 05-06; DU'09-10; JU'09-10] [Ans: c]
 (a) $[ML^2 T^2]$ (b) $[ML^{-2} T^{-2}]$ (c) $[ML^2 T^{-3}]$ (d) $[ML^{-2} T^{-3}]$ (e) $[ML^3 T^{-2}]$
 সমাধান: ক্ষমতার মাত্রা = $\frac{\text{কাজের মাত্রা}}{\text{সময়ের মাত্রা}} = \frac{[ML^2 T^{-2}]}{[T]} = [ML^2 T^{-3}]$
29. কোনটি ভূমি রাশি (Base quantity) নয়? [CU'13-14] [Ans: d]
 (a) ভর (b) সময় (c) দৈর্ঘ্য (d) ঘনত্ব

Type-02: পরিমাপের ত্রুটি

➤ **Formula & Concept:**

➤ ধরা যাক, x একটি পরিমাপযোগ্য ভৌতরাশি যা y ও z রাশি দুইটির সাথে $x = y^m z^n$ সমীকরণ দ্বারা সম্পর্কযুক্ত। যদি y ও z পরিমাপ করার সময় সম্ভাব্য সর্বোচ্চ ত্রুটি যথাক্রমে $\pm \delta y$ এবং $\pm \delta z$ হয়, তাহলে x এর সর্বোচ্চ ত্রুটির মান হবে $\pm \delta x$ ।

\therefore সর্বোচ্চ সম্ভাব্য আপেক্ষিক ত্রুটি, $\left(\frac{\delta x}{x}\right)_{\max} = |m| \left(\frac{\delta y}{y}\right) + |n| \left(\frac{\delta z}{z}\right)$

➤ পরম ত্রুটি = প্রকৃত মান \sim পরীক্ষালব্ধ মান

➤ আপেক্ষিক ত্রুটি = $\frac{\text{পরম ত্রুটি}}{\text{প্রকৃত মান}}$ ➤ শতকরা ত্রুটি = $\frac{\text{প্রকৃত মান} - \text{পরীক্ষালব্ধ মান}}{\text{প্রকৃত মান}} \times 100\% = \frac{\text{পরম ত্রুটি}}{\text{প্রকৃত মান}} \times 100\%$

➤ **Special Formula:**

- ◆ শতকরা আয়তন ত্রুটি = $3 \times$ শতকরা দৈর্ঘ্য ত্রুটি
- ◆ শতকরা ক্ষেত্রফল ত্রুটি = $2 \times$ শতকরা দৈর্ঘ্য ত্রুটি
- ◆ শতকরা পরিধি ত্রুটি = শতকরা দৈর্ঘ্য ত্রুটি

MCQ

01. একটি তারের ব্যাসার্ধ (3 ± 0.06) mm হলে এর প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল নির্ণয়ে ক্রটি- [GST'21-22] [Ans: d]
 (a) 2% (b) 3% (c) 5% (d) 4%
 সমাধান: $A = \pi r^2 \therefore$ ক্রটি $= \frac{\Delta A}{A} \times 100\% = 2 \frac{\Delta r}{r} \times 100\% = 2 \times \frac{0.06}{3} \times 100\% = 2 \times \frac{6}{3}\% = 4\%$
02. পুনরাবৃত্তিক ক্রটি কোনটি? [RU'21-22] [Ans: a]
 (a) স্ক্রু-গজের শূন্য ক্রটি (b) দৃষ্টিভ্রম ক্রটি (c) অনিয়মিত ক্রটি (d) সামগ্রিক ক্রটি
03. একটি গোলকের ব্যাসার্ধ (2.0 ± 0.1) m ধরে পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল হিসাব করলে শতকরা ক্রটি কত? [GST'20-21] [Ans: b]
 (a) 5 (b) 10 (c) 15 (d) 20
 সমাধান: $A = 4\pi r^2 \therefore \frac{\Delta A}{A} = \frac{2\Delta r}{r} = 2 \times \frac{0.1}{2} = 0.1 = 10\%$
04. একটি গোলকের পরিমাপ্য ব্যাসার্ধ (2.5 ± 0.2) cm হলে এর আয়তন পরিমাপের শতকরা ক্রটি কত? [JU'19-20; KU'19-20; RU'17-18] [Ans: d]
 (a) 0.08% (b) 0.24% (c) 8% (d) 24%
 সমাধান: $\frac{\Delta r}{r} = \frac{0.2}{2.5} \therefore V = \frac{4}{3}\pi r^3 \therefore \frac{\Delta V}{V} = 3 \frac{\Delta r}{r} = 3 \times \frac{0.2}{2.5} = \frac{0.6}{2.5} = \frac{6 \times 10}{25 \times 10} = \frac{6}{25} = 0.24 \times 100\% = 24\%$
05. পর্যবেক্ষকের কারণে পাঠে যে ক্রটি আসে তাকে বলা হয়- [JU'19-20; CU'18-19] [Ans: d]
 (a) দৈব ক্রটি (b) শূন্য ক্রটি (c) যান্ত্রিক ক্রটি (d) লম্বন ক্রটি
06. কোন বস্তুর ভর $100 \text{ kg} \pm 2\%$ এবং আয়তন $10 \text{ m}^3 \pm 3\%$ হলে ঐ বস্তুর ঘনত্বের শতকরা ক্রটি কত হবে? [BAU'18-19] [Ans: c]
 (a) 0.1% (b) 0.5% (c) 5% (d) 10%
 সমাধান: $\rho = \frac{M}{V} \therefore \frac{\Delta \rho}{\rho} = \frac{\Delta M}{M} + \frac{\Delta V}{V} = 2\% + 3\% = 5\%$
07. একটি দণ্ডের পরিমাপকৃত দৈর্ঘ্য 100 cm এবং প্রকৃত মান 100.4 cm হলে, এর পরিমাপের শতকরা ক্রটি কত? [KU'17-18] [Ans: b]
 (a) 0.0398 (b) 0.398 (c) 0.4 (d) 0.4016
 সমাধান: দৈর্ঘ্য পরিমাপে শতকরা ক্রটি $= \frac{100.4 - 100}{100.4} \times 100\% = \frac{0.4}{100.4} \times 100\% = 0.398\%$
08. 10 m দৈর্ঘ্য পরিমাপে ক্রটির পরিমাণ 10 cm হলে ক্রটির হার কত? [JU'16-17] [Ans: c]
 (a) 0.01% (b) 0.1% (c) 1% (d) 10%
 সমাধান: ক্রটির শতকরা হার $= \frac{\text{পরম ক্রটি}}{\text{প্রকৃত মান}} \times 100\% = \frac{10 \times 10^{-2}}{10} \times 100\% = 1\%$
09. একটি গোলকের ব্যাসার্ধ পরিমাপে 1.2% ভুল হলে ঐ গোলকের আয়তন পরিমাপে শতকরা কত ভুল হবে? [KU'14-15] [Ans: c]
 (a) 1.20% (b) 3.64% (c) 3.60% (d) 2.40%
 সমাধান: $V = \frac{4}{3}\pi R^3 \therefore \frac{\Delta V}{V} = 3 \frac{\Delta R}{R} = 3 \times 1.2\% = 3.6\%$

Type-03: ভার্নিয়ার স্কেল, স্ক্রু-গজ ও স্ফেরোমিটার

Formula & Concept:

- স্লাইড ক্যালিপার্সের সাহায্যে পরিমাপকৃত দৈর্ঘ্য, $L = M + (V \times VC)$
 [এখানে, M = প্রধান স্কেলের পাঠ, V = ভার্নিয়ার স্কেলের পাঠ, VC = ভার্নিয়ার ধ্রুবক (Vernier Constant)]
- যদি ভার্নিয়ার স্কেলের ভাগ সংখ্যা এবং প্রধান স্কেলের ভাগ সংখ্যার পার্থক্য 1 হয়, তবে ভার্নিয়ার ধ্রুবক, $VC = \frac{s}{n}$
 [এখানে, s = প্রধান স্কেলের ক্ষুদ্রতম এক ভাগের দৈর্ঘ্য, n = ভার্নিয়ার স্কেলের ভাগ সংখ্যা]
- ভার্নিয়ার ধ্রুবক, VC = প্রধান স্কেলের 1 ভাগের দৈর্ঘ্য - ভার্নিয়ার স্কেলের 1 ভাগের দৈর্ঘ্য।
- স্ক্রু-গজের সাহায্যে বস্তুর পরিমাপকৃত ব্যাস, $D = M + (C \times LC)$
 [এখানে, M = রৈখিক স্কেলের পাঠ, C = বৃত্তাকার স্কেলের পাঠ, LC = লঘিষ্ঠ গণন (Least Count)]
- লঘিষ্ঠ গণন: কোনো যন্ত্রের সাহায্যে ন্যূনতম যে পরিমাপ নির্ভুলভাবে করা সম্ভব, তাকে ঐ যন্ত্রের লঘিষ্ঠ গণন বলে।
 \therefore লঘিষ্ঠ গণন, $LC = \frac{\text{পিচ}}{\text{বৃত্তাকার স্কেলের ভাগ সংখ্যা}}$ [স্ক্রু-গজের ক্ষেত্রে]

- স্ফেরোমিটারের বৃত্তাকার স্কেলটি সম্পূর্ণ একবার ঘুরালে রৈখিক স্কেল বরাবর যে দূরত্ব অতিক্রম করে, তাকে পিচ (pitch) বলে। [RU'23-24]
- গোলীয় তলে বক্রতার ব্যাসার্ধ, $R = \frac{d^2}{6h} + \frac{h}{2}$
[এখানে, d = স্ফেরোমিটারের তিনটি পায়ের মধ্যবর্তী গড় দূরত্ব এবং h = তিনটি পায়ের তল হতে বক্রতলের উচ্চতা বা নিম্নতা]

MCQ

01. স্ফেরোমিটারের সাহায্যে একটি উত্তল লেন্সের উচ্চতা পরিমাপ করে গড় উচ্চতা 5.21 cm এবং সমতল কাঁচ প্লেটের উচ্চতা 0.25 cm পাওয়া গেল। স্ফেরোমিটারের তিন পায়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব যথাক্রমে 6.3 cm, 6.5 cm ও 6.4 cm। উত্তল লেন্সটির গভীরতা ও কাঁচ প্লেটের উচ্চতা একই হলে উত্তল লেন্সটির বক্রতার ব্যাসার্ধ নির্ণয় করো। [GST'23-24] [Ans: c]
(a) 3.65 cm (b) 3.68 cm (c) 3.86 cm (d) 3.58 cm
সমাধান: $d_{avg} = \frac{6.4+6.3+6.5}{3} = 6.4$ cm; $h = (5.21 - 0.25)$ cm = 4.96 cm
 $\therefore R = \frac{d^2}{6h} + \frac{h}{2} = \frac{6.4^2}{6 \times 4.96} + \frac{4.96}{2} = 3.86$ cm [ক্যালকুলেটর ব্যবহার করে]
02. স্ফেরোমিটারের বৃত্তাকার স্কেলটি সম্পূর্ণ একবার ঘুরালে রৈখিক স্কেল বরাবর যে দূরত্ব অতিক্রম করে তাকে কী বলে? [RU'23-24] [Ans: a]
(a) পিচ (b) লঘিষ্ঠ গণন (c) ভার্নিয়ার ধ্রুবক (d) কোনোটিই নয়
03. একটি গোলীয় তলের ব্যাসার্ধ পরিমাপ করা যায় কোনটি দ্বারা? [RU'22-23] [Ans: c]
(a) স্লাইড ক্যালিপার্স (b) স্ক্রু-গজ (c) স্ফেরোমিটার (d) কোনোটিই নয়
04. এক শিক্ষার্থী একটি তারের ব্যাসার্ধ নির্ণয়ের জন্য 0.01 mm লঘিষ্ঠ গণনের একটি স্ক্রু গজ ব্যবহার করল। তার প্রাপ্ত ফলাফলের সঠিক মান কোনটি? [RU'21-22] [Ans: c]
(a) 14 mm (b) 14.1 mm (c) 14.02 mm (d) 14.021 mm
সমাধান: লঘিষ্ঠ গণন 0.01 mm; অর্থাৎ দশমিকের পর দুই ঘর পর্যন্ত সূক্ষ্মভাবে মাপা সম্ভব।
05. একটি স্লাইড ক্যালিপার্সের ভার্নিয়ার স্কেলে 50 টি ভাগ আছে যা প্রধান স্কেলের 49 ভাগের সাথে মিলে যায়। ভার্নিয়ার ধ্রুবক কত? [দেওয়া আছে, প্রতি সে.মি. এ প্রধান স্কেলে 20 টি ভাগ।] [CU'18-19] [Ans: c]
(a) 100 μ m (b) 1000 μ m (c) 10 μ m (d) 1 μ m
সমাধান: $VC = \frac{s}{n} = \frac{1}{50}$ cm = 1×10^{-3} cm = $1 \times 10^{-3} \times 10^{-2}$ m = 1×10^{-5} m = 10×10^{-6} m = 10 μ m
06. স্ক্রু-গজ দ্বারা ন্যূনতম কত দূরত্ব মাপা যাবে? [CU'14-15] [Ans: d]
(a) 1 mm (b) 0.01 mm (c) 0.1 mm (d) যন্ত্রের ন্যূনত্ব

Type-04: বিবিধ

MCQ

01. 2020 সালে নোবেল জয়ী পদার্থবিজ্ঞানী হচ্ছেন- [RU'20-21] [Ans: a]
(a) Reinhard Genzel (b) James Peebles (c) Arthur Ashkin (d) Kip. S. Thorne
02. কোন বিজ্ঞানী তরল পদার্থে নিমজ্জিত বস্তুর উপর ক্রিয়াশীল উর্ধ্বমুখী বলের সূত্র প্রদান করেন? [JU'19-20] [Ans: d]
(a) মাইকেল ফ্যারাডে (b) গ্যালিলিও (c) আইজ্যাক নিউটন (d) আর্কিমিডিস
03. আলোকতড়িৎ ক্রিয়ার ব্যাখ্যাদানকারী বিজ্ঞানী- [JU'19-20] [Ans: d]
(a) নিউটন (b) প্ল্যাঙ্ক (c) কম্পটন (d) এরা কেউ নন

যদি সম্ভৃষ্টি নিয়ে ঘুমাতে যেতে চাও, তবে একটি লক্ষ্য নিয়ে সকাল শুরু করো।

- George Lorimer



অধ্যায় ০২

ভেক্টর

➤ ভার্সিটি ভর্তি পরীক্ষার জন্য এই অধ্যায়ের গুরুত্বপূর্ণ টাইপসমূহ:

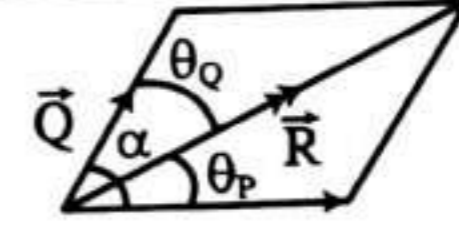
গুরুত্ব	টাইপ	টাইপ	যতবার এসেছে		যেসব ভর্তি পরীক্ষায় প্রশ্ন এসেছে	
			MCQ	Written	MCQ	Written
***	T-01	ভেক্টর ও লব্ধি	22	-	DU'23-24, 21-22, 18-19, 17-18; Agri'22-23, 21-22, 20-21; RU'21-22, 19-20, 17-18, 06-07; JU'22-23, 21-22, 19-20, 18-19, 15-16; CU'18-19, 15-16; KU'19-20, 13-14	-
**	T-02	ভেক্টরের উপাংশ	5	-	DU'13-14; Agri'21-22, 20-21; JU'19-20; KU'17-18	-
*	T-03	আপেক্ষিক বেগ	1	1	KU'19-20	KU'15-16
***	T-04	অবস্থান ভেক্টর এবং একক ভেক্টর	8	-	GST'21-22; RU'22-23; JU'18-19, 14-15; KU'18-19; CU'22-23, 15-16	-
*	T-05	নদী ও নৌকা	1	-	JU'12-13	-
***	T-06	ভেক্টরের ডট গুণন	18	2	DU'20-21, 19-20, 17-18, 14-15; RU'23-24, 21-22, 17-18; JU'22-23, 20-21, 18-19, 16-17; JnU'17-18, 16-17; CU'23-24, 22-23, 21-22, 20-21, 17-18, 13-14; KU'19-20, 16-17	DU'22-23, JnU'18-19
***	T-07	ভেক্টরের ক্রস গুণন	20	-	DU'22-23, 18-19, 15-16, 04-05; RU'22-23, 21-22, 20-21, 13-14; JU'21-22, 19-20, 16-17; JnU'16-17, 15-16, 14-15, 13-14, 12-13; CU'14-15, KU'18-19	-
**	T-08	ভেক্টর ক্যালকুলাস	8	2	RU'22-23, 19-20, 17-18; JU'21-22; CU'18-19	DU'23-24; JnU'18-19

Type-01: ভেক্টর ও লব্ধি

Formula & Concept:

- ভেক্টর রাশি = মান এবং দিক উভয়
- স্কেলার রাশি = শুধুমাত্র মান [তবে স্কেলার রাশির ধনাত্মক ও ঋণাত্মক মান আছে। যেমন: ধনাত্মক কাজ, ঋণাত্মক কাজ]

স্কেলার রাশি	ভেক্টর রাশি
দূরত্ব, দ্রুতি, কাজ, শক্তি, ক্ষমতা, ভর, সময়, তাপ, তাপমাত্রা, চাপ, রোধ, বিদ্যুৎ প্রবাহ, বিভব, কম্পাঙ্ক, শিশিরাঙ্ক, আপেক্ষিক তাপ, আপেক্ষিক দৈর্ঘ্য।	সরণ, বেগ, ত্বরণ, বল, ভরবেগ, টর্ক, কৌণিক ভরবেগ, প্রাবল্য (যত প্রকার সম্ভব), ওজন, চৌম্বক ভ্রামক, দ্বিমেরু ভ্রামক।
মনে রাখবে, ক্ষেত্রফল কখনও কখনও ভেক্টর হিসাবে ব্যবহৃত হয়। যখন ভেক্টর, তখন দিক তলের লম্ব বরাবর।	



চিত্র: সামান্তরিক সূত্র

- \vec{P} ও \vec{Q} দুটি ভেক্টর রাশি হলে তাদের লব্ধি,

$$\vec{R} = \vec{P} + \vec{Q}$$

লব্ধির মান	লব্ধির দিক
<ul style="list-style-type: none"> P ও Q মানের দুটি ভেক্টরের মধ্যবর্তী কোণ α হলে লব্ধির মান, $R = \sqrt{P^2 + Q^2 + 2PQ \cos \alpha}$ লব্ধির সর্বোচ্চ মান, $R_{\max} = P + Q$ [$\alpha = 0^\circ$] লব্ধির সর্বনিম্ন মান, $R_{\min} = P - Q$ [$\alpha = 180^\circ$] 	<ul style="list-style-type: none"> লব্ধির দিক (P এর সাথে), $\theta_P = \tan^{-1} \frac{Q \sin \alpha}{P + Q \cos \alpha}$ লব্ধির দিক (Q এর সাথে), $\theta_Q = \tan^{-1} \frac{P \sin \alpha}{Q + P \cos \alpha}$

[Note: সহজভাবে যার সাথে কোণ (θ) নেয়া হবে তাকে নিচে আলাদা রাখতে হবে।

কিন্তু, \vec{P} ও \vec{Q} ভেক্টর পরস্পর লম্ব হলে, $R = \sqrt{P^2 + Q^2}$

- দুটি সমমানের ভেক্টর একটি বিন্দুতে ক্রিয়াশীল হলে এবং লব্ধির মান যেকোনো একটি ভেক্টরের মানের সমান হলে ভেক্টরদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণ 120°
- $|\vec{A} + \vec{B}| = |\vec{A} - \vec{B}|$ হলে, ভেক্টরদ্বয় পরস্পর লম্ব।
- ভেক্টর যোজন: নৌকার গতি, চলন্ত গাড়িতে পড়ন্ত বৃষ্টি, পাখির উড্ডয়ন ইত্যাদি।
- ভেক্টর বিভাজন: গুণ টানা নৌকা, লন রোলার এর গতি, সরল দোলক, পায়ে হাঁটা ইত্যাদি।

MCQ

01. দুটি ভেক্টর \vec{A} এবং \vec{B} এর যোগফল তাদের পার্থক্যের ওপর লম্ব। নিচের কোন বিবৃতিটি অবশ্যই সত্য? [DU'23-24] [Ans: a]
- (a) $|\vec{A}| = |\vec{B}|$ (b) $\vec{A} \cdot \vec{B} = 0$ (c) $\vec{A} \times \vec{B} = 0$ (d) $\vec{A} = -2\vec{B}$

সমাধান: $(\vec{A} + \vec{B}) \cdot (\vec{A} - \vec{B}) = 0 \Rightarrow A^2 + \vec{A} \cdot \vec{B} - \vec{A} \cdot \vec{B} - B^2 = 0 \Rightarrow A^2 = B^2 \therefore |\vec{A}| = |\vec{B}|$

02. দুটি বলের লব্ধির মান $2\sqrt{37}$ N এবং $2\sqrt{13}$ N যখন তারা যথাক্রমে 60° ও 120° কোণে ক্রিয়া করে। বল দুটি 90° কোণে ক্রিয়া করলে লব্ধি কত N হবে? [Agri'22-23] [Ans: d]

- (a) $\sqrt{13} + \sqrt{37}$ (b) $\sqrt{50}$ (c) $\sqrt{24}$ (d) 10

সমাধান: $R^2 = P^2 + Q^2 + 2PQ \cos \alpha \Rightarrow (2\sqrt{37})^2 = P^2 + Q^2 + 2PQ \cos 60^\circ \Rightarrow 4 \times 37 = P^2 + Q^2 + PQ \dots \dots \dots$ (i)

আবার, $(2\sqrt{13})^2 = P^2 + Q^2 + 2PQ \cos 120^\circ \Rightarrow 4 \times 13 = P^2 + Q^2 - PQ \dots \dots \dots$ (ii)

(i) + (ii) $\Rightarrow 2(P^2 + Q^2) = 200 \Rightarrow P^2 + Q^2 = 100$

এখন, $R^2 = P^2 + Q^2 + 2PQ \cos 90^\circ \Rightarrow R^2 = P^2 + Q^2 = 100 \therefore R = 10$ N

03. কোনটি ভেক্টর রাশি?

- (a) আয়তন (b) বৈদ্যুতিক বিভব (c) স্বর্ণপাত ধারকযন্ত্র (d) বৈদ্যুতিক প্রাবল্য

[JU'22-23] [Ans: d]

04. একটি 3 মানের ভেক্টরকে একটি 4 মানের ভেক্টরের সাথে যোগ করলে লব্ধি ভেক্টরের মান নিচের কোনটি হবে না?

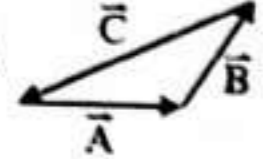
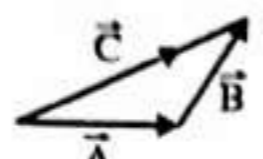
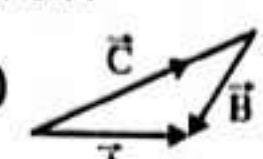
- (a) 0 (b) 1 (c) 3 (d) 5 [DU'21-22] [Ans: a]

সমাধান: $R_{max} = P + Q = 7$ এবং $R_{min} = P - Q = 1 \therefore$ লব্ধি ভেক্টরের মান 0 হতে পারবে না।

05. ক্রিয়া প্রতিক্রিয়ার মধ্যে কোণ কত?

- (a) 0° (b) 90° (c) 180° (d) 360° [Agri'21-22; JU'18-19] [Ans: c]

06. $\vec{A} + \vec{B} + \vec{C} = 0$ ভেক্টরত্রয়ের সম্পর্কটিকে কোন চিত্রটি প্রকাশ করে?

- (a)  (b)  (c)  (d) কোনোটিই নয়

[RU'21-22] [Ans: a]

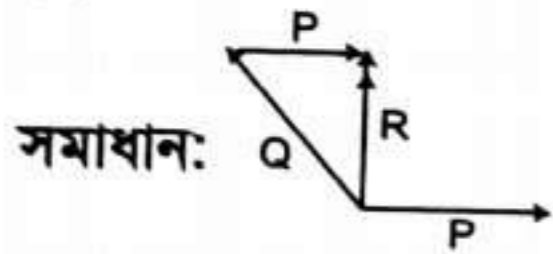
07. নিচের কোনটি বস্তু সূত্র?

- (a) $(P + Q) + R = P + (Q + R)$ (b) $m(P + Q) = mP + mQ$
(c) $P + Q = Q + P$ (d) $A \cdot B = B \cdot A$

[JU'21-22] [Ans: b]

08. দু'টি বলের লব্ধির মান 40 N, বল দু'টির মধ্যে ছোট বলটির মান 30 N এবং এটি লব্ধি বলের লম্ব বরাবর ক্রিয়া করে। বড় বলটির মান কত?

- (a) 40 N (b) 45 N (c) 50 N (d) 60 N [Agri'20-21; CU'15-16] [Ans: c]



$$Q^2 = P^2 + R^2 = 30^2 + 40^2 \therefore Q = \sqrt{30^2 + 40^2} = 50N$$

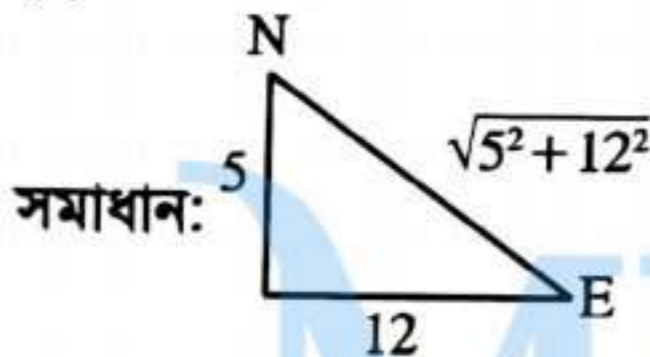
09. দুটি সমমানের ভেক্টর একটি বিন্দুতে ক্রিয়াশীল। এদের লব্ধির মান যেকোনো একটি ভেক্টরের মানের সমান। ভেক্টর দু'টির মধ্যবর্তী কোণ কত?

- (a) 120° (b) 180° (c) 90° (d) 0° [Agri'20-21; DU'18-19] [Ans: a]

সমাধান: $P^2 = P^2 + P^2 + 2P^2 \cos \alpha \Rightarrow \cos \alpha = -\frac{1}{2} \therefore \alpha = 120^\circ$

10. উত্তর ও পূর্ব দিকের মধ্যে বায়ু প্রবাহিত হচ্ছে। বায়ুর বেগের উত্তর ও পূর্ব দিকের অংশক যথাক্রমে 5 kmh^{-1} এবং 12 kmh^{-1} হলে লব্ধি বেগ কত হবে?

- (a) 60 kmh^{-1} (b) 7 kmh^{-1} (c) 17 kmh^{-1} (d) 13 kmh^{-1} [JU'19-20] [Ans: d]



$$\sqrt{5^2 + 12^2} = 13; \text{ কেননা উত্তর ও পূর্বের মধ্যবর্তী কোণ } 90^\circ$$

11. \vec{A} ও \vec{B} ভেক্টরদ্বয় পরস্পর লম্ব হলে নিচের কোনটি সত্য হবে?

- (a) $|\vec{A} + \vec{B}| > |\vec{A} - \vec{B}|$ (b) $|\vec{A} + \vec{B}| < |\vec{A} - \vec{B}|$
(c) $|\vec{A} + \vec{B}| = |\vec{A} - \vec{B}|$ (d) উপরের সব কয়টি হতে পারে

[RU'19-20] [Ans: c]

সমাধান: $|\vec{A} + \vec{B}| = \sqrt{|\vec{A}|^2 + |\vec{B}|^2 + 2|\vec{A}||\vec{B}| \cos 90^\circ} = \sqrt{|\vec{A}|^2 + |\vec{B}|^2}$

$$|\vec{A} - \vec{B}| = \sqrt{|\vec{A}|^2 + |\vec{B}|^2 - 2|\vec{A}||\vec{B}| \cos 90^\circ} = \sqrt{|\vec{A}|^2 + |\vec{B}|^2} \therefore |\vec{A} + \vec{B}| = |\vec{A} - \vec{B}|$$

12. কোনটি স্কেলার রাশি?

- (a) সরণ (b) বল (c) ত্বরণ (d) ঘনত্ব

[KU'19-20] [Ans: d]

13. একটি বস্তুকে 50 N বল দ্বারা পশ্চিম দিকে এবং 20 N বল দ্বারা উত্তর দিকে টানা হচ্ছে। লব্ধি বলের মান কত হবে?

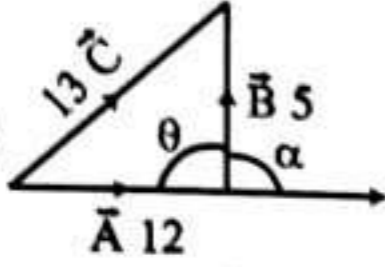
- (a) 53.85 N (b) 63.85 N (c) 43.85 N (d) 50.85 N [JU'18-19] [Ans: a]

সমাধান: $F = \sqrt{50^2 + 20^2} = 53.85 \text{ N}$ [ক্যালকুলেটর ব্যবহার করে]

14. যদি $|\vec{A} + \vec{B}| = |\vec{A} - \vec{B}|$ হয় তখন \vec{A} এবং \vec{B} এর মধ্যবর্তী কোণ হবে- [CU'18-19] [Ans: d]
 (a) 0 (b) $\frac{\pi}{3}$ (c) $\frac{\pi}{4}$ (d) $\frac{\pi}{2}$

সমাধান: $|\vec{A} + \vec{B}|^2 = |\vec{A} - \vec{B}|^2 \Rightarrow A^2 + B^2 + 2AB \cos(A \wedge B) = A^2 + B^2 - 2AB \cos(A \wedge B)$
 $\Rightarrow 4 \cos(A \wedge B) = 0 \Rightarrow A \wedge B = \frac{\pi}{2}$

15. ভেক্টর \vec{A} , \vec{B} ও \vec{C} এর মান যথাক্রমে 12, 5 ও 13 এবং $\vec{A} + \vec{B} = \vec{C}$ । \vec{A} ও \vec{B} ভেক্টরদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণের মান কত? [DU'17-18] [Ans: a]
 (a) $\frac{\pi}{2}$ (b) $\frac{\pi}{3}$ (c) $\frac{\pi}{4}$ (d) $\frac{\pi}{6}$

সমাধান:  $13^2 = 5^2 + 12^2$; $\theta = 90^\circ$ । তাই, \vec{A} ও \vec{B} এর মধ্যবর্তী কোণ $\alpha = 90^\circ$ হবে।

16. দুইটি বল, যার একটি 10 N বিশিষ্ট এবং বলদ্বয় 120° কোণে ক্রিয়া করলে লব্ধির মান উল্লিখিত বলটির সমান হয়, অপর বলটির মান কত? [RU'17-18] [Ans: b]
 (a) 20 নিউটন (b) 0 অথবা 10 নিউটন (c) 15 নিউটন (d) 5 নিউটন

সমাধান: $R^2 = P^2 + Q^2 + 2PQ \cos \alpha$
 $\Rightarrow P^2 = P^2 + Q^2 + 2PQ \cos 120^\circ \Rightarrow Q^2 + 2PQ \times \left(-\frac{1}{2}\right) = 0 \Rightarrow Q^2 - 10Q = 0 \Rightarrow Q(Q - 10) = 0 \therefore Q = 0, 10$

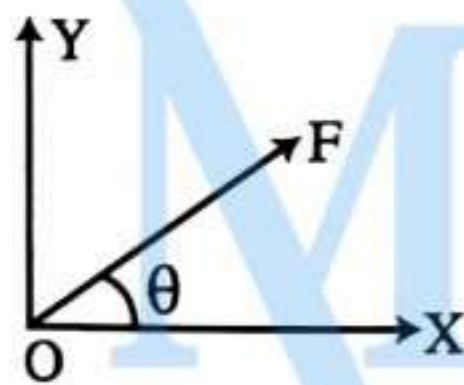
17. ভেক্টর \vec{P} ও \vec{Q} পরস্পর লম্ব হলে ভেক্টর দুটির ক্ষেত্রে প্রযোজ্য হবে- [JU'15-16] [Ans: b]
 (a) $\vec{P} = \vec{Q}$ (b) $|\vec{P} + \vec{Q}| = |\vec{P} - \vec{Q}|$ (c) $|\vec{P}| = |-\vec{Q}|$ (d) কোনোটিই নয়

সমাধান: \vec{P} এবং \vec{Q} পরস্পর লম্ব হলে তাদের অন্তর্ভুক্ত কোণ 90° ।
 $\therefore |\vec{P} + \vec{Q}| = \sqrt{P^2 + Q^2 + 2PQ \cos 90^\circ} = \sqrt{P^2 + Q^2}$ $\therefore |\vec{P} - \vec{Q}| = \sqrt{P^2 + Q^2 - 2PQ \cos 90^\circ} = \sqrt{P^2 + Q^2}$
 অর্থাৎ, $|\vec{P} + \vec{Q}| = |\vec{P} - \vec{Q}|$

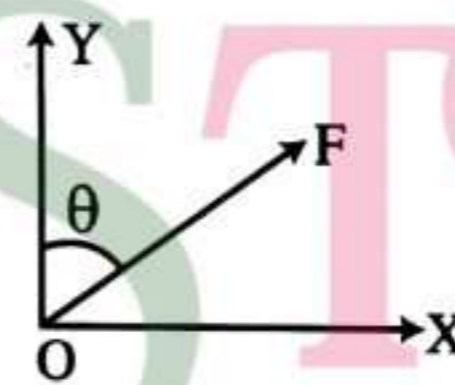
18. ভেক্টর বিভাজনের দৃষ্টান্ত কোনটি? [KU'13-14; RU'06-07] [Ans: c]
 (a) চলন্ত গাড়িতে পড়ন্ত বৃষ্টি (b) পাখির উড্ডয়ন (c) গুণ টানা নৌকার গতি (d) গাড়ির গতি

Type-02: ভেক্টরের উপাংশ

Formula & Concept:



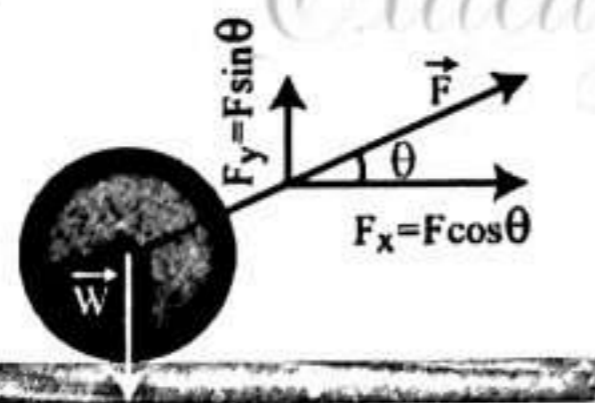
X-অক্ষ বরাবর উপাংশ = $F \cos \theta$
 Y-অক্ষ বরাবর উপাংশ = $F \sin \theta$



X-অক্ষ বরাবর উপাংশ = $F \sin \theta$
 Y-অক্ষ বরাবর উপাংশ = $F \cos \theta$

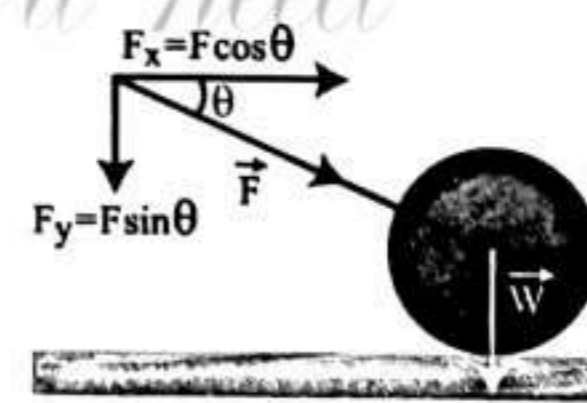
মনে রাখবে, লম্ব উপাংশে বিভাজনের ক্ষেত্রে যে অক্ষের সাথে ভেক্টরটি কোণ তৈরি করবে, সেই অক্ষের দিক বরাবর উপাংশ সেই কোণের cos হবে। সহজে বলা যায়, যার সাথে "কোণ" তার সাথে 'cos'। মনে রাখার উপায় হলো, "ক" তে কোণ "ক" তে cos।

লন রোলারের ক্ষেত্রে:



টানতে আপাত ওজন, $W' = mg - F \sin \theta$

\therefore লন রোলার ঠেলার চেয়ে টানা সহজ।



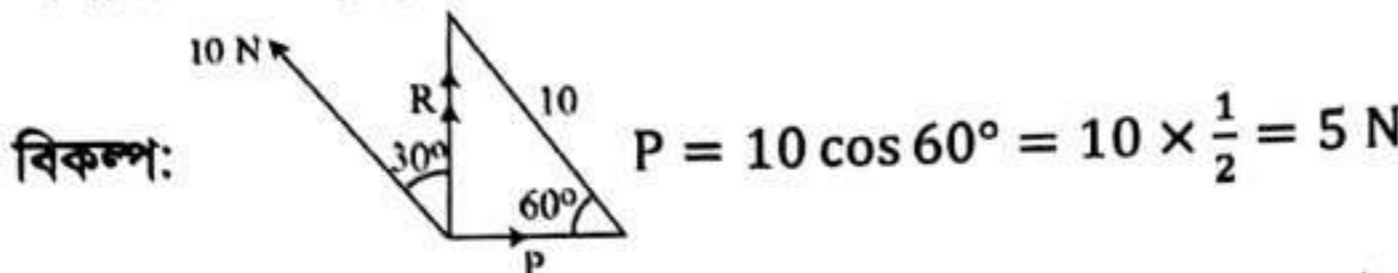
ঠেলতে আপাত ওজন, $W' = mg + F \sin \theta$

কিন্তু, ক্রিকেট পিচ সমান করতে বেশি বল প্রয়োজন, তাই পিচ সমান করতে ঠেলা বেশি কার্যকর।

MCQ

01. 10N মানের একটি বল অন্য একটি অজানা বলের সাথে 120° কোণে আনত। বল দু'টির লব্ধি অজানা বলের সাথে 90° কোণে অবস্থিত। অজানা বলটির মান-
 (a) 8 N (b) 7 N (c) 6 N (d) 5 N
 [Agri'21-22] [Ans: d]

সমাধান: একটি বল = 10 N, বলদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণ $\alpha = 120^\circ$, অজানা বলের সাথে 90° কোণে লব্ধি অবস্থিত।
 অজানা বল P হলে, $P + 10 \cos 120^\circ = 0 \therefore P = -10 \cos 120^\circ = 5$ (Ans.)



02. একটি কাঠের খণ্ডকে অনুভূমিকের সাথে 60° কোণে 200 N বল দ্বারা টানা হচ্ছে। বস্তুটির উপর অনুভূমিকের দিকে কার্যকরী বল কত?
 (a) 200 N (b) 100 N (c) 174 N (d) Zero
 [Agri'20-21; DU'13-14] [Ans: b]

সমাধান: $F = F' \cos 60^\circ = 200 \times \cos 60^\circ = 100$ N

03. 10 N মানের একটি বল X অক্ষ বরাবর ক্রিয়া করলে Y অক্ষ বরাবর এর উপাংশ হবে-
 (a) 10 N (b) 5 N (c) 8.66 N (d) 0 N
 [JU'19-20] [Ans: d]

04. কোনো স্থানে বাতাস 30 kmh^{-1} বেগে পশ্চিম দিকের সাথে 45° কোণে দক্ষিণ দিকে বইছে। বাতাসে বেগের পূর্বমুখী উপাংশের মান কত km/hr?
 (a) 10.25 (b) 17.35 (c) 21.21 (d) 25.32
 [KU'17-18] [Ans: c]



Type-03: আপেক্ষিক বেগ

Formula & Concept:

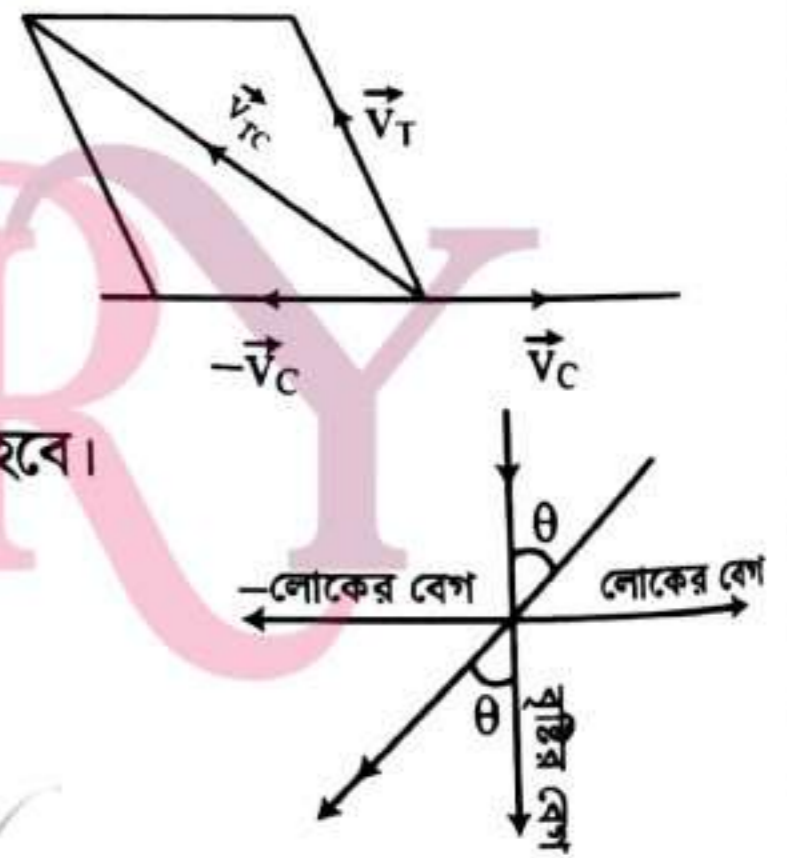
ধরি একটি গাড়ির বেগ \vec{v}_C ও একটি ট্রাকের বেগ \vec{v}_T । এখন গাড়ির সাপেক্ষে ট্রাকের বেগ \vec{v}_{TC} নির্ণয়ের জন্য আমাদের ট্রাকের বেগ \vec{v}_T থেকে গাড়ির বেগ \vec{v}_C বিয়োগ করতে হবে।
 $\therefore \vec{v}_{TC} = \vec{v}_T - \vec{v}_C$

[বি.দ্র.: যার সাপেক্ষে আপেক্ষিক বেগ বের করতে হবে, তার বেগকেই ভেক্টর বিয়োগ করতে হবে। অর্থাৎ, তাকে উল্টা করে অপরটির সাথে লব্ধি বের করতে হবে।]

কোনো ব্যক্তির সাপেক্ষে বৃষ্টির আপেক্ষিক বেগের দিকে ছাতা ধরতে হয়।

যদি বায়ু প্রবাহ না থাকে তবে, উল্লম্বের সাথে ছাতার কোণ θ হলে, $\tan \theta = \frac{\text{লোকের বেগ}}{\text{বৃষ্টির বেগ}}$

অনুভূমিকের সাথে কোণ $= 90^\circ - \theta$



MCQ

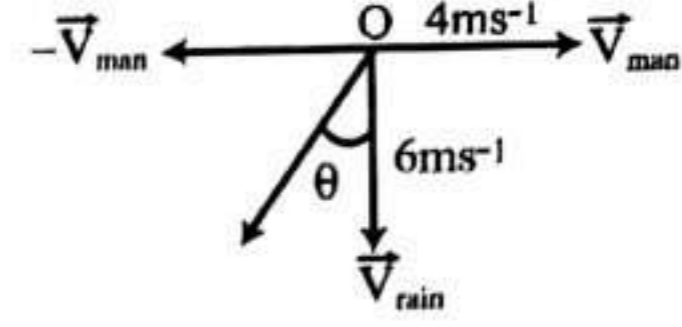
01. বৃষ্টি চলাকালীন একজন লোক 10 ms^{-1} বেগে চলছে। যদি বৃষ্টি 10 ms^{-1} বেগে খাড়া নিচের দিকে পড়ে তবে ঐ লোকটিকে কোণে ছাতা ধরতে হবে?
 (a) অনুভূমিকের সাথে 40° কোণে (b) লম্বের সাথে 145° কোণে
 (c) অনুভূমিকের সাথে 45° কোণে (d) অনুভূমিকের সাথে 30° কোণে
 [KU'19-20] [Ans: c]

সমাধান: $\tan \theta = \frac{\text{লোকের বেগ}}{\text{বৃষ্টির বেগ}} = \frac{10}{10} = 1 \therefore \theta = 45^\circ \therefore$ অনুভূমিকের সাথে কোণ $= 90^\circ - \theta = 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$

Written

01. এক ব্যক্তি বৃষ্টির মাঝে 4 ms^{-1} বেগে দৌড়াচ্ছে। বৃষ্টির বেগ 6 ms^{-1} , লম্বভাবে। ছাতার কৌণিক অবস্থান কত হলে ব্যক্তিটি বৃষ্টি থেকে নিজেকে রক্ষা করতে পারবে? [KU'15-16]

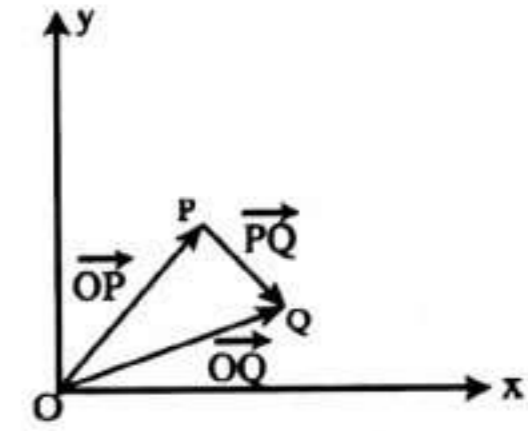
সমাধান: ধরি, বৃষ্টি থেকে বাঁচতে হলে উল্লম্বের সাথে θ কোণে ছাতা ধরতে হবে। তাহলে,
 $\tan \theta = \frac{4}{6} \therefore \theta = 33.69^\circ \therefore$ বৃষ্টি থেকে নিজেকে রক্ষা করতে হলে উল্লম্বের সাথে 33.69° কোণে ছাতা ধরতে হবে। (Ans.)



Type-04: অবস্থান ভেক্টর এবং একক ভেক্টর

Formula & Concept:

- ধরা যাক, P বিন্দুর স্থানাঙ্ক (x, y, z) । তাহলে মূল বিন্দুর সাপেক্ষে P বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর: $\vec{OP} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$
 আবার, মূলবিন্দুর সাপেক্ষে P ও Q বিন্দুর অবস্থান যথাক্রমে \vec{OP} ও \vec{OQ} হলে, P এর সাপেক্ষে Q এর অবস্থান, $\vec{PQ} =$ শেষ অবস্থান - আদি অবস্থান $= \vec{OQ} - \vec{OP}$



- $\vec{A} = A_x\hat{i} + A_y\hat{j} + A_z\hat{k}$ ভেক্টরটির মান, $|\vec{A}| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}$; \vec{A} ভেক্টরের দিকে একক ভেক্টর $= \frac{A_x\hat{i} + A_y\hat{j} + A_z\hat{k}}{\sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}}$

MCQ

01. $\vec{A} = 3\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}$ ও $\vec{B} = \hat{i} + 3\hat{j} + 2\hat{k}$ হলে, $|\vec{AB}|$ কত? [RU'22-23] [Ans: a]
 (a) $2\sqrt{6}$ (b) $2\sqrt{2}$ (c) $\sqrt{6}$ (d) $\sqrt{2}$

সমাধান: $\vec{AB} = \vec{OB} - \vec{OA} = \hat{i} + 3\hat{j} + 2\hat{k} - (3\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}) = -2\hat{i} + 2\hat{j} + 4\hat{k}$
 $|\vec{AB}| = \sqrt{(-2)^2 + 2^2 + 4^2} = \sqrt{4 + 4 + 16} = \sqrt{24} = \sqrt{4 \times 6} = 2\sqrt{6}$

02. যদি $\vec{A} = -\frac{6}{7}\hat{i} + \frac{3}{7}\hat{j} + \frac{2}{7}\hat{k}$ হয়, তবে $|\vec{A}|$ এর মান- [CU'22-23] [Ans: c]
 (a) 7 (b) -7 (c) 1 (d) -1

সমাধান: $|\vec{A}| = \sqrt{\left(-\frac{6}{7}\right)^2 + \left(\frac{3}{7}\right)^2 + \left(\frac{2}{7}\right)^2} = \sqrt{\frac{36}{49} + \frac{9}{49} + \frac{4}{49}} = \sqrt{\frac{49}{49}} = 1$

03. এক ব্যক্তি সূর্যোদয়ের দিকে 4 m যাওয়ার পরে দক্ষিণ দিকে 3 m যায়। তার অতিক্রান্ত দূরত্ব ও সরণের পার্থক্য কত m? [GST'21-22] [Ans: a]
 (a) 2 (b) 4 (c) 1 (d) 7



সরণ $= \sqrt{4^2 + 3^2} \text{ m} = 5 \text{ m}$; অতিক্রান্ত দূরত্ব $= (4 + 3) \text{ m} = 7 \text{ m} \therefore$ দূরত্ব এবং সরণের পার্থক্য $= (7 - 5) \text{ m} = 2 \text{ m}$

04. XY সমতলে $6\hat{i} + 8\hat{j} - 5\hat{k}$ ভেক্টরটির দৈর্ঘ্য কত একক? [GST'21-22] [Ans: b]
 (a) 6 (b) 10 (c) 0 (d) $5\sqrt{5}$

সমাধান: XY সমতলে $6\hat{i} + 8\hat{j} - 5\hat{k}$ ভেক্টরটির দৈর্ঘ্য $= \sqrt{36 + 64}$ একক $= 10$ একক

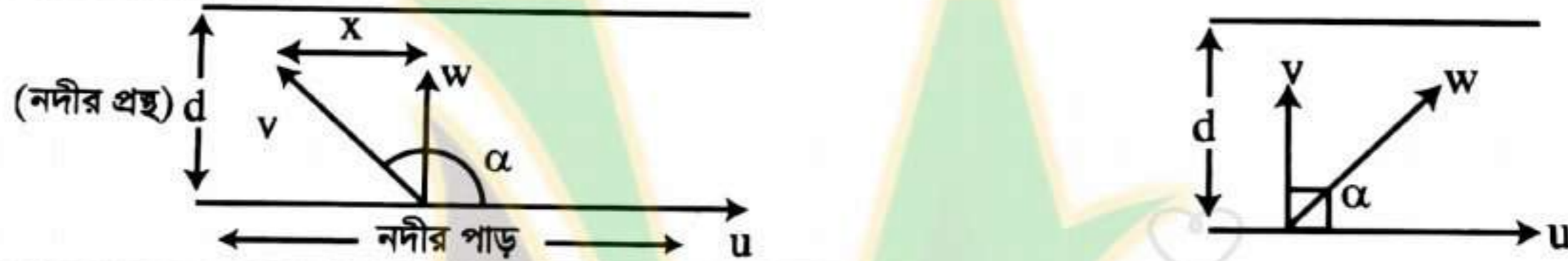
05. $3\hat{i} - 4\hat{j} + 12\hat{k}$ ভেক্টরটির মান কত? [JU'18-19] [Ans: c]
 (a) 8 (b) 11 (c) 13 (d) 18

সমাধান: $\sqrt{9 + 16 + 144} = \sqrt{169} = 13$

06. রেজা তার বাড়ি থেকে বের হয়ে প্রথমে উত্তর দিকে 15 কিমি গেল। তারপর পশ্চিম দিকে 10 কিমি গেল। এবার দক্ষিণ দিকে সে আরো 5 কিমি এগোলো। সবশেষে পূর্ব দিকে 10 কিমি অতিক্রম করল। এখন নিজের বাড়ির কোনদিকে সে দাঁড়িয়ে আছে?
[KU'18-19] [Ans: c]
(a) পূর্ব (b) পশ্চিম (c) উত্তর (d) দক্ষিণ
07. মান শূন্য নয় এরকম একটি ভেক্টরকে তার মান দিয়ে ভাগ করলে কী পাওয়া যায়?
[CU'15-16] [Ans: c]
(a) নাল ভেক্টর (b) অবস্থান ভেক্টর (c) একক ভেক্টর (d) সমতলীয় ভেক্টর (e) সমান্তরাল ভেক্টর
08. $\vec{a} = \hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$ এবং $\vec{b} = 3\hat{i} + \hat{j} + 4\hat{k}$ দুটি ভেক্টর রাশি হলে, $|2\vec{a} - \vec{b}| =$ কত?
[JU'14-15] [Ans: c]
(a) $\sqrt{12}$ (b) $\sqrt{13}$ (c) $\sqrt{14}$ (d) $\sqrt{15}$
সমাধান: $\vec{a} = \hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$; $\vec{b} = 3\hat{i} + \hat{j} + 4\hat{k} \therefore 2\vec{a} = 2\hat{i} + 4\hat{j} + 2\hat{k} \therefore 2\vec{a} - \vec{b} = -\hat{i} + 3\hat{j} - 2\hat{k}$
 $\therefore |2\vec{a} - \vec{b}| = \sqrt{(-1)^2 + 3^2 + (-2)^2} = \sqrt{14}$

Type-05: নদী ও নৌকা

Formula & Concept:



সর্বনিম্ন/ক্ষুদ্রতম পথে আড়াআড়িভাবে নদী পারাপার	সর্বনিম্ন সময়ে নদী পারাপার
সোজাসুজি নদী পার হবার শর্ত: x অক্ষের সরণ 0 হতে হবে। বা, $u + v \cos \alpha = 0$ $\therefore \cos \alpha = -\frac{u}{v} \Rightarrow \alpha = \cos^{-1}\left(-\frac{u}{v}\right)$ Y অক্ষ বরাবর বেগ = লব্ধি বেগ = $v \sin \alpha$	নদী পার হতে প্রয়োজনীয় সময়, $t = \frac{d}{v \sin \alpha}$ সর্বনিম্ন সময়ে নদী পার হতে হলে, $\sin \alpha$ এর মান সর্বোচ্চ হবে। $\Rightarrow \sin \alpha = 1 \therefore t_{\min} = \frac{d}{v}$ এবং $\alpha = 90^\circ$

MCQ

01. স্রোত না থাকলে একজন সাঁতারু ঘণ্টায় 8 কি.মি. বেগে সাঁতার কাটে। ঘণ্টায় 4 কি.মি. বেগে প্রবাহিত নদীর ঠিক ওপরের বিন্দুতে পৌঁছাতে সাঁতারুকে কোনদিকে রওনা দিতে হবে?
[JU'12-13] [Ans: b]
(a) 90° (b) 120° (c) 150° (d) 60°
সমাধান: $\alpha = \cos^{-1}\left(-\frac{u}{v}\right) = \cos^{-1}\left(-\frac{4}{8}\right) = 120^\circ$ কোণে

Type-06: ভেক্টরের ডট গুণন

Formula & Concept:

- $\vec{A} \cdot \vec{B} = AB \cos \theta$ [θ হলো \vec{A} ও \vec{B} এর মধ্যবর্তী কোণ]
- $\vec{A} = A_x\hat{i} + A_y\hat{j} + A_z\hat{k}$ এবং $\vec{B} = B_x\hat{i} + B_y\hat{j} + B_z\hat{k}$ দুটি ভেক্টর হলে তাদের স্কেলার গুণফল,
 $\vec{A} \cdot \vec{B} = A_xB_x + A_yB_y + A_zB_z$
এবং মধ্যবর্তী কোণ, $\theta = \cos^{-1}\left(\frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{AB}\right) = \cos^{-1}\frac{A_xB_x + A_yB_y + A_zB_z}{\sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2} \sqrt{B_x^2 + B_y^2 + B_z^2}}$
- \vec{A} এবং \vec{B} দুটি ভেক্টর পরস্পর লম্ব হলে, $\vec{A} \cdot \vec{B} = 0$ হবে বা, $A_xB_x + A_yB_y + A_zB_z = 0$ হবে।



➤ \vec{A} এর উপর \vec{B} এর লম্ব অভিক্ষেপ, $B \cos \theta = \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{A}$

➤ \vec{B} এর উপর \vec{A} এর লম্ব অভিক্ষেপ, $A \cos \theta = \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{B}$

➤ অভিক্ষেপ হলো একটি স্কেলার রাশি।

➤ \vec{A} এর লম্ব দিকে \vec{B} ভেক্টরের অভিক্ষেপ, $B \sin \theta = \frac{|\vec{A} \times \vec{B}|}{A}$

➤ \vec{A} ভেক্টরের অভিক্ষেপ, $A \sin \theta = \frac{|\vec{A} \times \vec{B}|}{B}$

➤ \vec{A} বরাবর \vec{B} এর উপাংশ = (\vec{A} বরাবর \vec{B} এর লম্ব অভিক্ষেপ) \times (\vec{A} এর দিকে একক ভেক্টর) = $(B \cos \theta) \hat{a} = \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{A} \times \frac{\vec{A}}{A} = \left(\frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{A^2} \right) \vec{A}$

➤ \vec{B} বরাবর \vec{A} এর উপাংশ = (\vec{B} বরাবর \vec{A} এর লম্ব অভিক্ষেপ) \times (\vec{B} এর দিকে একক ভেক্টর) = $(A \cos \theta) \hat{b} = \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{B} \times \frac{\vec{B}}{B} = \left(\frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{B^2} \right) \vec{B}$

➤ উপাংশ হলো একটি ভেক্টর রাশি।

➤ ভেক্টর $\vec{A} = A_x \hat{i} + A_y \hat{j} + A_z \hat{k}$ যদি x, y, z অক্ষের সাথে α, β, γ কোণ উৎপন্ন করে, তবে—

$$\alpha = \cos^{-1} \left(\frac{A_x}{|\vec{A}|} \right)$$

$$\beta = \cos^{-1} \left(\frac{A_y}{|\vec{A}|} \right)$$

$$\gamma = \cos^{-1} \left(\frac{A_z}{|\vec{A}|} \right)$$

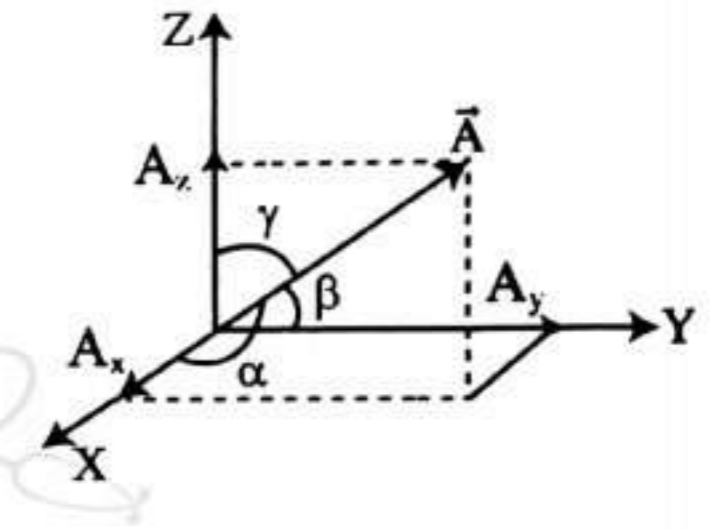
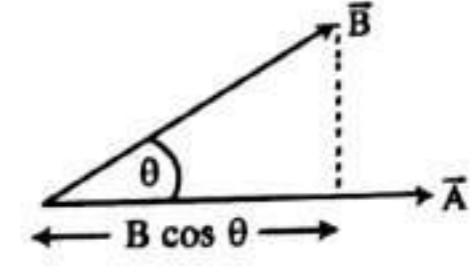
এখানে, X-অক্ষের দিকের একক ভেক্টর \hat{i}

$$\therefore \vec{A} \cdot \hat{i} = |\vec{A}| |\hat{i}| \cos \alpha$$

$$\Rightarrow \cos \alpha = \frac{A_x}{|\vec{A}|}$$

$$\therefore \alpha = \cos^{-1} \left(\frac{A_x}{|\vec{A}|} \right)$$

β এবং γ এর ক্ষেত্রেও একইভাবে নির্ণয় করতে হবে।



MCQ

01. $\vec{A} = \hat{i} + 2\hat{j} + 2\hat{k}$ এবং $\vec{B} = 3\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$ হলে \vec{A} এর ওপর \vec{B} এর অভিক্ষেপ কত? [RU'23-24] [Ans: b]

(a) $\frac{3}{5}$

(b) $\frac{5}{3}$

(c) $\frac{2}{3}$

(d) $\frac{3}{2}$

সমাধান: \vec{A} এর ওপর \vec{B} এর অভিক্ষেপ, $B \cos \theta = \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{|\vec{A}|} = \frac{3+4-2}{3} = \frac{5}{3}$

02. $(4\hat{i} + 3\hat{j})$ N বল প্রয়োগ করায় একটি বস্তু $(-2\hat{i} + 5\hat{j})$ অবস্থান থেকে $(4\hat{j} + 3\hat{k})$ অবস্থানে সরে যায়। কাজ কত? [RU'23-24] [Ans: c]

(a) 8 J

(b) 11 J

(c) 5 J

(d) 2 J

সমাধান: $W = \vec{F} \cdot \vec{s} = (4\hat{i} + 3\hat{j}) \cdot \{(4\hat{j} + 3\hat{k}) - (-2\hat{i} + 5\hat{j})\} = (4\hat{i} + 3\hat{j}) \cdot (2\hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k}) = 8 - 3 = 5$ J

03. $(\hat{i} + \hat{j})$ এবং \hat{i} এর মধ্যবর্তী কোণ কত? [RU'23-24] [Ans: d]

(a) 0°

(b) 180°

(c) 90°

(d) 45°

সমাধান: $\cos \theta = \frac{(\hat{i} + \hat{j}) \cdot \hat{i}}{\sqrt{2} \times 1} = \frac{1}{\sqrt{2}} \therefore \theta = 45^\circ$

04. $\vec{F} = 8\hat{i} - 2\hat{j}$ এবং $\vec{r} = 6\hat{i} + 8\hat{k}$ হলে, $\vec{F} \cdot \vec{r}$ এর মান কত হবে? [CU'23-24] [Ans: a]

(a) 48

(b) 32

(c) 8

(d) 6

সমাধান: $\vec{F} \cdot \vec{r} = (8\hat{i} - 2\hat{j}) \cdot (6\hat{i} + 8\hat{k}) = (8 \times 6) - (2 \times 0) + (0 \times 8) = 48$

05. দুটি ভেক্টরের স্কেলার গুণফল 18 একক। এদের ভেক্টর গুণফল $6\sqrt{3}$ হলে এদের মধ্যবর্তী কোণ কত? [JU'22-23] [Ans: d]

(a) 60°

(b) 45°

(c) 90°

(d) 30°

সমাধান: $|\vec{A} \times \vec{B}| = AB \sin \theta = 6\sqrt{3} \dots \dots \dots$ (i); $\vec{A} \cdot \vec{B} = AB \cos \theta = 18 \dots \dots \dots$ (ii)

\therefore (i) \div (ii) $\Rightarrow \tan \theta = \frac{1}{\sqrt{3}} \therefore \theta = 30^\circ$

06. $\vec{A} = \hat{i} + 2\hat{j}$ এবং $\vec{B} = a\hat{i} - 2\hat{j}$ দুটি ভেক্টর। 'a' এর মান কত হলে ভেক্টরদ্বয় পরস্পরের উপর লম্ব হবে? [CU'22-23]

(a) 7

(b) 8

(c) 3

(d) 12

সমাধান: (সঠিক উত্তর নেই); $\vec{A} \cdot \vec{B} = 0 \Rightarrow a + 2 \times (-2) = 0 \therefore a = 4$



07. একটি কণার উপর $\vec{F} = (i - 2j + 4k)$ N বল প্রয়োগ করার ফলে কণাটির $\vec{d} = (2i + nj + k)$ m সরণ হয়। n এর মান কত হলে সম্পাদিত কাজের মান শূন্য হবে? [RU'21-22] [Ans: c]
 (a) 2 (b) 5 (c) 3 (d) 6
 সমাধান: $\vec{F} \cdot \vec{d} = 0 \Rightarrow (i - 2j + 4k) \cdot (2i + nj + k) = 0 \Rightarrow 2 - 2n + 4 = 0 \therefore n = 3$
08. একটি কণার উপর $\vec{F} = (10i + 10j + 10k)$ N বল প্রয়োগ করলে কণাটির সরণ হয় $\vec{r} = (2i + 2j - 2k)$ m। বল কর্তৃক সম্পাদিত কাজ কত হবে? [RU'21-22, 17-18; DU'17-18] [Ans: a]
 (a) 20 J (b) 30 J (c) 10 J (d) 40 J
 সমাধান: $W = \vec{F} \cdot \vec{r} = (10i + 10j + 10k) \cdot (2i + 2j - 2k) = 20 + 20 - 20 = 20$ J
09. $i - j$ ও $j - k$ এদের মধ্যবর্তী কোণ- [CU'21-22] [Ans: d]
 (a) 0° (b) 45° (c) 90° (d) 120°
 সমাধান: $i - j$ ও $j - k$ এর মধ্যবর্তী কোণ $= \cos^{-1} \left(\frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{|\vec{A}| |\vec{B}|} \right) = \cos^{-1} \left(\frac{-1}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} \right) = 120^\circ$ (Ans.)
10. দুটি ভেক্টর \vec{P} ও \vec{Q} এর স্কেলার গুণন 0 হলে- [CU'21-22; KU'16-17] [Ans: a]
 (a) \vec{P} ও \vec{Q} একে অপরের উপর লম্ব (b) \vec{P} ও \vec{Q} একই দিক বরাবর
 (c) \vec{P} ও \vec{Q} বিপরীত দিক বরাবর (d) কোনোটিই নয়
11. a এর মান কত হলে $\vec{A} = 2i + 2j - k$ এবং $\vec{B} = ai + j$ ভেক্টরদ্বয় পরস্পর লম্ব হবে? [JU'20-21; DU'20-21; JnU'17-18, 16-17] [Ans: c]
 (a) 0 (b) $\frac{7}{4}$ (c) -1 (d) 2
 সমাধান: ভেক্টরদ্বয় লম্ব হলে তাদের ডট গুণন 0 হবে। $\vec{A} \cdot \vec{B} = 0 \Rightarrow 2a + 2 + 0 = 0 \Rightarrow a = -1$
12. \vec{A} এবং \vec{B} ভেক্টরদ্বয় কখন $\vec{A} \cdot \vec{B} = -AB$ হবে? [CU'20-21] [Ans: b]
 (a) ভেক্টরদ্বয় সমান্তরাল এবং একই দিকে (b) ভেক্টরদ্বয় সমান্তরাল কিন্তু বিপরীতমুখী
 (c) ভেক্টরদ্বয় পরস্পর লম্ব (d) কোনোটিই নয়
 সমাধান: $\vec{A} \cdot \vec{B} = -AB \Rightarrow AB \cos \theta = -AB \Rightarrow \cos \theta = -1 \therefore \theta = 180^\circ$
13. যদি $\vec{P} = 2i + j - 3k$ এবং $\vec{Q} = 4j - k$ হয়, তবে তাদের স্কেলার গুণন কী হয়? [CU'20-21; JU'18-19] [Ans: a]
 (a) 7 (b) 3 (c) 9 (d) 11
 সমাধান: $\vec{P} \cdot \vec{Q} = (2i + j - 3k) \cdot (4j - k) = 4 + 3 = 7$
14. দুইটি ভেক্টর $\vec{A} = 3i - 3j$ এবং $\vec{B} = 5i + 5k$ এর মধ্যবর্তী কোণ কত? [DU'19-20, 14-15; JU'16-17] [Ans: a]
 (a) 60° (b) 30° (c) 45° (d) 90°
 সমাধান: $\cos \theta = \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{|\vec{A}| |\vec{B}|} = \frac{(3i - 3j) \cdot (5i + 5k)}{\sqrt{3^2 + 3^2} \sqrt{5^2 + 5^2}} = \frac{15}{3\sqrt{2} \times 5\sqrt{2}} = \frac{1}{2} \therefore \theta = \cos^{-1} \left(\frac{1}{2} \right) = 60^\circ$
15. স্কেলার গুণনের উদাহরণ কোনটি? [KU'19-20] [Ans: a]
 (a) কাজ (b) বল (c) টর্ক (d) কৌণিক ভরবেগ
16. বল প্রয়োগে সর্বোচ্চ কাজ হবে যখন বল সরণের সাথে ক্রিয়া করে- [JU'18-19] [Ans: d]
 (a) 45° কোণে (b) 30° কোণে (c) লম্ব বরাবর (d) একই দিকে
17. কোন ভেক্টরটি $\vec{A} = 4i + 3j$ এর উপর লম্ব? [CU'17-18] [Ans: c]
 (a) $3i + 4j$ (b) $6i$ (c) $7k$ (d) $4i - 3j$
 সমাধান: যেহেতু দু'টি ভেক্টরের ডট গুণন শূন্য হলে তারা পরস্পর লম্ব।
 সুতরাং, $\vec{A} = (4i + 3j) \cdot (7k) = (4 \times 0) + (3 \times 0) + (7 \times 0) = 0$
18. $j \cdot (2i - 3j + k)$ এর মান কত? [CU'13-14] [Ans: b]
 (a) 2 (b) -3 (c) 1 (d) -2
 সমাধান: $j \cdot (2i - 3j + k) = (0 \times 2) + (1 \times -3) + (0 \times 1) = -3$

Written

01. ভেক্টর $\vec{a} = \alpha\hat{i} + 2\hat{j} + \beta\hat{k}$, ভেক্টর $\vec{b} = \hat{i} + \hat{j}$ এবং $\vec{c} = \hat{j} + \hat{k}$ এর সাথে সমান কোণ θ তৈরি করে এবং \vec{b} ও \vec{c} এর সাথে একই সমতলে অবস্থিত। α এবং β এর মান নির্ণয় কর। [DU'22-23]

সমাধান: $\vec{a} = \alpha\hat{i} + 2\hat{j} + \beta\hat{k}$, $\vec{b} = \hat{i} + \hat{j}$, $\vec{c} = \hat{j} + \hat{k}$

দেওয়া আছে, $\theta_{ab} = \theta_{ac} \Rightarrow \cos \theta_{ab} = \cos \theta_{ac} \Rightarrow \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| |\vec{b}|} = \frac{\vec{a} \cdot \vec{c}}{|\vec{a}| |\vec{c}|}$

$\Rightarrow \frac{\alpha+2+0}{\sqrt{\alpha^2+2^2+\beta^2}\sqrt{1^2+1^2+0^2}} = \frac{0+2+\beta}{\sqrt{\alpha^2+2^2+\beta^2}\sqrt{0^2+1^2+1^2}} \Rightarrow \alpha+2=2+\beta \therefore \alpha=\beta \dots \dots \dots (i)$

আবার, \vec{a} , \vec{b} ও \vec{c} একই সমতলে হওয়ায়, $\begin{vmatrix} \alpha & 2 & \beta \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0$

$\Rightarrow \alpha(1-0) - 2(1-0) + \beta(1-0) = 0 \Rightarrow \alpha - 2 + \beta = 0 \Rightarrow \alpha + \beta = 2 \Rightarrow \beta + \beta = 2$ [(i) নং সমীকরণ হতে]
 $\Rightarrow 2\beta = 2 \therefore \beta = 1$

(i) নং সমীকরণে β এর মান বসিয়ে পাই, $\alpha = 1 \therefore \alpha = \beta = 1$

02. $\vec{A} = 2\hat{i} + 3\hat{j} - 5\hat{k}$ এবং $\vec{B} = m\hat{i} + 2\hat{j} + 10\hat{k}$ । m এর মান কত হলে ভেক্টরদ্বয় (vectors) পরস্পরের উপর লম্ব (perpendicular) হবে? [JnU'18-19]

সমাধান: শর্তমতে, $\vec{A} \cdot \vec{B} = 0 \Rightarrow (2\hat{i} + 3\hat{j} - 5\hat{k}) \cdot (m\hat{i} + 2\hat{j} + 10\hat{k}) = 0 \Rightarrow 2m + 6 - 50 = 0 \therefore m = 22$

Type-07: ভেক্টরের ক্রস গুণন

Formula & Concept:

$\vec{A} \times \vec{B} = \eta AB \sin \theta$

η = তলের (\vec{A} ও \vec{B} এর) সাথে লম্ব বরাবর একক ভেক্টর

$\hat{i} \times \hat{j} = \hat{k}; \hat{j} \times \hat{k} = \hat{i}; \hat{k} \times \hat{i} = \hat{j}$

$\hat{j} \times \hat{i} = -\hat{k}; \hat{k} \times \hat{j} = -\hat{i}; \hat{i} \times \hat{k} = -\hat{j}$

$\hat{i} \times \hat{i} = \hat{j} \times \hat{j} = \hat{k} \times \hat{k} = 0$

$\vec{A} \times \vec{B} = -\vec{B} \times \vec{A}$

$\vec{A} = a_x\hat{i} + a_y\hat{j} + a_z\hat{k}$ এবং $\vec{B} = b_x\hat{i} + b_y\hat{j} + b_z\hat{k}$ দুটি ভেক্টর পরস্পর সমান্তরাল হলে, $\vec{A} \times \vec{B} = 0$ বা, $\frac{a_x}{b_x} = \frac{a_y}{b_y} = \frac{a_z}{b_z}$ হবে।

(i) \vec{A} ও \vec{B} দুটি সম্মিহিত বাহু হলে সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল = $|\vec{A} \times \vec{B}|$

(ii) \vec{A} ও \vec{B} ত্রিভুজের দুটি সম্মিহিত বাহু হলে ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2} |\vec{A} \times \vec{B}|$

(iii) \vec{A} ও \vec{B} কোন সামান্তরিকের দুটি কর্ণ হলে সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2} |\vec{A} \times \vec{B}|$

(iv) \vec{A} , \vec{B} ও \vec{C} ভেক্টর তিনটি কোনো ত্রিমাত্রিক ঘনবস্তুর সম্মিহিত বাহু নির্দেশ করলে এর আয়তন,

$V = \vec{A} \cdot (\vec{B} \times \vec{C}) = \vec{B} \cdot (\vec{C} \times \vec{A}) = \vec{C} \cdot (\vec{A} \times \vec{B})$

(v) \vec{A} , \vec{B} ও \vec{C} ভেক্টর তিনটি সমতলীয় (আয়তন = 0) হবার শর্ত = $\vec{A} \cdot (\vec{B} \times \vec{C}) = 0$

$\Rightarrow \begin{vmatrix} A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \\ C_x & C_y & C_z \end{vmatrix} = 0$

MCQ

01. $\vec{A} = 3\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}$ এবং $\vec{B} = 2\hat{i} - 2\hat{j} + 4\hat{k}$ । উভয় ভেক্টরের উপর অভিলম্ব ভেক্টরটি হলো- [GST'23-24] [Ans: b]

(a) $-8\hat{i} - 8\hat{j} + 8\hat{k}$

(b) $8\hat{i} - 8\hat{j} - 8\hat{k}$

(c) $8\hat{i} - 8\hat{j} + 8\hat{k}$

(d) $8\hat{i} + 8\hat{j} + 8\hat{k}$

সমাধান: $\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 3 & 1 & 2 \\ 2 & -2 & 4 \end{vmatrix} = \hat{i}(4+4) - \hat{j}(12-4) + \hat{k}(-6-2) = 8\hat{i} - 8\hat{j} - 8\hat{k}$

02. $\hat{i}x + \hat{j}y$ ভেক্টরটি একটি তলের সমান্তরাল এবং $\vec{c} = 2\hat{i} - \hat{j} + 5\hat{k}$ ভেক্টরটি তলটিতে লম্ব হলে একক ভেক্টর কোনটি?

[JU'23-24] [Ans: a]

- (a) $\pm \left(\frac{\hat{i}+2\hat{j}}{\sqrt{5}}\right)$ (b) $\pm \left(\frac{\hat{i}+2\hat{j}}{\sqrt{3}}\right)$ (c) $\pm \left(\frac{2\hat{i}+\hat{j}}{\sqrt{5}}\right)$ (d) $\pm \left(\frac{\hat{i}-2\hat{j}}{\sqrt{3}}\right)$

সমাধান: $(x\hat{i} + y\hat{j}) \cdot (2\hat{i} - \hat{j} + 5\hat{k}) = 0 \Rightarrow 2x - y = 0 \Rightarrow y = 2x$

আবার, $\sqrt{x^2 + y^2} = 1 \Rightarrow x^2 + y^2 = 1 \Rightarrow x^2 + 4x^2 = 1 \Rightarrow 5x^2 = 1 \Rightarrow x^2 = \frac{1}{5}$

$\therefore x = \pm \frac{1}{\sqrt{5}}$ এবং $y = 2 \times \left(\pm \frac{1}{\sqrt{5}}\right) = \pm \frac{2}{\sqrt{5}} \therefore$ ভেক্টরটি হলো: $\pm \left(\frac{\hat{i}+2\hat{j}}{\sqrt{5}}\right)$

03. $\hat{i}y + \hat{k}z$ ভেক্টর $\vec{b} = \sqrt{2}\hat{i} + 2\hat{j} - 4\hat{k}$ ভেক্টরকে পরস্পর লম্বভাবে ছেদ করলে নিচের কোনটি একক ভেক্টর?

[JU'23-24]

- (a) $\pm \left(\frac{\hat{j}+2\hat{k}}{\sqrt{5}}\right)$ (b) $\pm \sqrt{2} \left(\frac{\hat{j}+\hat{k}}{\sqrt{5}}\right)$ (c) $\pm \left(\frac{2\hat{j}+\hat{k}}{\sqrt{5}}\right)$ (d) $\pm \left(\frac{\sqrt{2}\hat{j}+\hat{k}}{\sqrt{3}}\right)$

সমাধান: (সঠিক উত্তর নেই); প্রশ্নে $\hat{i}y + \hat{k}z$ এর পরিবর্তে $\hat{j}y + \hat{k}z$ ধরলে অপশনে সঠিক উত্তর পাওয়া যায়।

$(y\hat{j} + z\hat{k}) \cdot (\sqrt{2}\hat{i} + 2\hat{j} - 4\hat{k}) = 0 \Rightarrow 2y - 4z = 0 \Rightarrow y = 2z$

আবার, $\sqrt{y^2 + z^2} = 1 \Rightarrow y^2 + z^2 = 1 \Rightarrow 4z^2 + z^2 = 1 \Rightarrow 5z^2 = 1 \therefore z = \pm \frac{1}{\sqrt{5}}$ এবং $y = 2 \times \left(\pm \frac{1}{\sqrt{5}}\right) = \pm \frac{2}{\sqrt{5}}$

\therefore ভেক্টরটি হলো $\pm \left(\frac{2\hat{j}+\hat{k}}{\sqrt{5}}\right)$

04. $\vec{P} = 2\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$ এবং $\vec{Q} = 6\hat{i} + 3\hat{j} - 3\hat{k}$ ভেক্টরদ্বয়ের উভয়ের ওপর লম্ব দিকে একটি একক ভেক্টর কোনটি হবে?

[DU'22-23] [Ans: c]

- (a) $-\hat{i} - 2\hat{k}$ (b) $-3\hat{i} - 6\hat{k}$ (c) $\frac{-3(\hat{i}+2\hat{k})}{\sqrt{45}}$ (d) $\frac{-3(\hat{i}-2\hat{k})}{\sqrt{45}}$

সমাধান: $\begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 2 & 2 & -1 \\ 6 & 3 & -3 \end{vmatrix} = -3\hat{i} + 0\hat{j} - 6\hat{k} \therefore$ একক ভেক্টর $= \pm \frac{-3\hat{i}-6\hat{k}}{\sqrt{45}} = \pm \frac{-3(\hat{i}+2\hat{k})}{\sqrt{45}}$

05. কোনটি y-অক্ষের উপর লম্ব হবে?

[RU'21-22] [Ans: c]

- (a) $(\hat{i} \times \hat{j}) \times \hat{i}$ (b) $(\hat{i} \times \hat{j}) \times \hat{k}$ (c) $(\hat{j} \times \hat{i}) \times \hat{j}$ (d) $(\hat{k} \times \hat{j}) \times \hat{k}$

সমাধান: $(\hat{j} \times \hat{i}) \times \hat{j} = -\hat{k} \times \hat{j} = \hat{i}$

06. $\vec{A} \times \vec{B} = -\vec{B} \times \vec{A}$ হলে এদের মধ্যবর্তী কোণ কত?

[JU'21-22] [Ans: a]

- (a) π (b) $\frac{\pi}{3}$ (c) $\frac{\pi}{4}$ (d) $\frac{\pi}{2}$

সমাধান: $\vec{A} \times \vec{B} = -\vec{B} \times \vec{A} \Rightarrow AB \sin \theta = -BA \sin \theta \Rightarrow 2 \sin \theta = 0 \Rightarrow \sin \theta = 0 \therefore \theta = 0, \pi$

07. যদি $2\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k}$ ও $-4\hat{i} - 6\hat{j} - \lambda\hat{k}$ দুটি ভেক্টর পরস্পর সমান্তরাল হয়, তাহলে λ -এর মান কত হবে?

[RU'20-21, 19-20; JU'16-17] [Ans: a]

- (a) 2 (b) -2 (c) 0.5 (d) -0.5

সমাধান: $\frac{2}{-4} = \frac{3}{-6} = \frac{1}{-\lambda} \Rightarrow -\frac{1}{2} = -\frac{1}{\lambda} \therefore \lambda = 2$

08. যদি $\vec{P} = \hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ এবং $\vec{Q} = \hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$ একটি সামান্তরিকের দুইটি সম্মিহিত বাহু নির্দেশ করে, তাহলে উপযুক্ত একক সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

[JU'19-20; DU'15-16] [Ans: a]

- (a) $2\sqrt{2}$ (b) 2 (c) 1 (d) $\sqrt{2}$

সমাধান: $\vec{P} \times \vec{Q} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{vmatrix} = \hat{i}(1-1) - \hat{j}(-1-1) + \hat{k}(1+1) = 2\hat{j} + 2\hat{k}$

\therefore সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল $= |\vec{P} \times \vec{Q}| = \sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2}$ একক

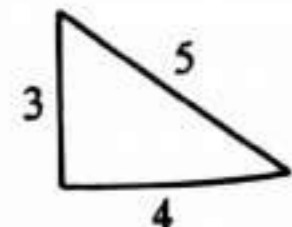
09. তিনটি ভেক্টর \vec{a}, \vec{b} ও \vec{c} , যাদের মান যথাক্রমে 4, 3 এবং 5 যোগ করলে শূন্য হয় অর্থাৎ $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = 0$ । তাহলে $|\vec{c} \times (\vec{a} \times \vec{b})|$ এর মান হলো-

[DU'18-19] [Ans: b]

- (a) 12 (b) 60 (c) 25 (d) 15

সমাধান: $|\vec{c} \times (\vec{a} \times \vec{b})| = |\vec{c} \times (ab \sin 90^\circ \hat{n})| = |abc \sin 90^\circ \hat{n}| = abc = 4 \times 3 \times 5 = 60$

উল্লেখ্য 3, 4, 5 পিথাগোরিয়ান ত্রয়ী।



10. একটি সামান্তরিকের কর্ণ দুইটি যথাক্রমে $\vec{A} = 3\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}$ ও $\vec{B} = \hat{i} - 2\hat{j} + 4\hat{k}$ হলে, সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল কত?
 (a) 5.59 (b) 6.87 (c) 7.83 (d) 8.79 [KU'18-19] [Ans: a]
- সমাধান: $\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 3 & -1 & 2 \\ 1 & -2 & 4 \end{vmatrix} = -10\hat{j} - 5\hat{k}$; ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} |\vec{A} \times \vec{B}| = \frac{1}{2} \sqrt{10^2 + 5^2} = 5.59$
11. $|\vec{A} \cdot \vec{B}| = |\vec{A} \times \vec{B}|$ হলে \vec{A} ও \vec{B} এর মধ্যকার কোণ কত? [JnU'16-17; CU'14-15] [Ans: b]
 (a) π (b) $\frac{\pi}{4}$ (c) $\frac{\pi}{6}$ (d) 2π
- সমাধান: $AB\cos\theta = AB\sin\theta \Rightarrow \tan\theta = 1 \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{4}$
12. \vec{A} ও \vec{B} দুটি ভেক্টর রাশি (vector quantity) হলে কোনটি সঠিক? [JnU'15-16] [Ans: b]
 (a) $\vec{A} \times \vec{B} = \vec{B} \times \vec{A}$ (b) $\vec{A} \times \vec{B} = -\vec{B} \times \vec{A}$ (c) a ও b উভয়ই (d) কোনটিই নয়
13. যদি \vec{A}, \vec{B} ও \vec{C} তিনটি ভেক্টর রাশি (Vector quantity) এবং $\vec{C} = \vec{A} \times \vec{B}$ হয় তাহলে \vec{C} এর দিক হবে- [JnU'14-15, 12-13]
 (a) \vec{A} বরাবর (b) \vec{B} বরাবর [Ans: c]
 (c) \vec{A} ও \vec{B} উভয়ের লম্ব (perpendicular) বরাবর (d) \vec{A} ও \vec{B} উভয়ের সমান্তরাল (parallel) বরাবর
14. যদি $\vec{A} = -\vec{B}$ হয়, তবে $\vec{A} \times \vec{B}$ এর মান কত? [RU'13-14; DU'04-05] [Ans: c]
 (a) A^2 (b) 1 (c) 0 (d) $-A^2$
- সমাধান: $\vec{A} = -\vec{B}$ হলে \vec{A} ও \vec{B} এর মধ্যবর্তী কোণ $= 180^\circ \therefore \vec{A} \times \vec{B} = |\vec{A}||\vec{B}| \sin 180^\circ = 0$
15. একক ভেক্টর (Unit vector) এর ক্ষেত্রে কোন মানটি সঠিক? [JnU'13-14] [Ans: c]
 (a) $\hat{i} \times \hat{j} = 1$ (b) $\hat{i} \times \hat{j} = 0$ (c) $\hat{i} \times \hat{j} = \hat{k}$ (d) $\hat{i} \times \hat{j} = -1$

Type-08: ভেক্টর ক্যালকুলাস

➤ **Formula & Concept:**

➤ ভেক্টর অপারেটর সংক্রান্ত:

- ভেক্টর অপারেটর, $\vec{\nabla} = \hat{i} \frac{\partial}{\partial x} + \hat{j} \frac{\partial}{\partial y} + \hat{k} \frac{\partial}{\partial z}$
- স্কেলার ক্ষেত্র $\phi(x, y, z)$ এর গ্রেডিয়েন্ট, $\text{grad } \phi = \vec{\nabla} \phi = \hat{i} \frac{\partial \phi}{\partial x} + \hat{j} \frac{\partial \phi}{\partial y} + \hat{k} \frac{\partial \phi}{\partial z}$
- ভেক্টর ক্ষেত্র $\vec{V}(x, y, z) = V_x \hat{i} + V_y \hat{j} + V_z \hat{k}$ এর ডাইভারজেন্স, $\text{div } \vec{V} = \vec{\nabla} \cdot \vec{V} = \frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_y}{\partial y} + \frac{\partial V_z}{\partial z}$
- ভেক্টর ক্ষেত্র $\vec{V}(x, y, z) = V_x \hat{i} + V_y \hat{j} + V_z \hat{k}$ এর কার্ল, $\text{curl } \vec{V} = \vec{\nabla} \times \vec{V} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ V_x & V_y & V_z \end{vmatrix}$

MCQ

01. কোনো গ্যাসীয় পদার্থের আয়তন V । $\vec{\nabla} V$ ধনাত্মক হলে- [RU'23-24] [Ans: b]
 (a) ঘনত্ব ও আয়তন উভয়ই বৃদ্ধি পায় (b) ঘনত্ব কমে, আয়তন বৃদ্ধি পায়
 (c) ঘনত্ব ও আয়তন উভয়ই কমে যায় (d) আয়তন কমে কিন্তু ঘনত্ব বৃদ্ধি পায়
02. যদি $\vec{B} = x^2 y \hat{i} + y^2 z \hat{j} + z^2 x \hat{k}$ হয়, তবে $(1, 1, 0)$ বিন্দুতে $\vec{\nabla} \cdot \vec{B}$ এর মান নির্ণয় করো। [RU'23-24] [Ans: a]
 (a) 2 (b) 1 (c) 0 (d) 6
- সমাধান: $\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = \left(\frac{\partial}{\partial x} \hat{i} + \frac{\partial}{\partial y} \hat{j} + \frac{\partial}{\partial z} \hat{k} \right) \cdot (x^2 y \hat{i} + y^2 z \hat{j} + z^2 x \hat{k})$
 $= \frac{\partial}{\partial x} (x^2 y) + \frac{\partial}{\partial y} (y^2 z) + \frac{\partial}{\partial z} (z^2 x) = 2xy + 2yz + 2zx \therefore \vec{\nabla} \cdot \vec{B}|_{(1,1,0)} = 2 + 0 + 0 = 2$
03. m -এর মান কত হলে $\vec{r} = (x + z^3) \hat{i} + (my + x^3) \hat{j} + (z - xy) \hat{k}$ সলিনয়ডাল হবে? [RU'23-24] [Ans: d]
 (a) 1 (b) 2 (c) -1 (d) -2

সমাধান: $\vec{v} \cdot \vec{r} = \left(\frac{\partial}{\partial x} \hat{i} + \frac{\partial}{\partial y} \hat{j} + \frac{\partial}{\partial z} \hat{k}\right) \cdot [(x + z^3)\hat{i} + (my + x^3)\hat{j} + (z - xy)\hat{k}]$
 $= \frac{\partial}{\partial x}(x + z^3) + \frac{\partial}{\partial y}(my + x^3) + \frac{\partial}{\partial z}(z - xy) = 1 + m + 1 = 2 + m$

সলিনয়ডাল হলে, $\vec{v} \cdot \vec{r} = 0$ হবে, $2 + m = 0 \therefore m = -2$

04. অবস্থান ভেক্টর \vec{r} হলে, এর ডাইভারজেন্স কত?

[RU'22-23] [Ans: c]

- (a) 1 (b) 2 (c) 3 (d) 4

সমাধান: $\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$

$\text{div } \vec{r} = \left(\frac{\partial}{\partial x} \hat{i} + \frac{\partial}{\partial y} \hat{j} + \frac{\partial}{\partial z} \hat{k}\right) \cdot (x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}) = \frac{\partial}{\partial x}(x) + \frac{\partial}{\partial y}(y) + \frac{\partial}{\partial z}(z) = 1 + 1 + 1 = 3$

05. যদি $\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$ হয়, তবে $\vec{v} \cdot \vec{r}$ কত?

[JU'21-22] [Ans: a]

- (a) 3 (b) 0 (c) 1 (d) 2

সমাধান: $\vec{v} \cdot \vec{r} = \left(\frac{\partial}{\partial x} \hat{i} + \frac{\partial}{\partial y} \hat{j} + \frac{\partial}{\partial z} \hat{k}\right) \cdot (x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}) = \frac{\partial}{\partial x}x + \frac{\partial}{\partial y}y + \frac{\partial}{\partial z}z = 1 + 1 + 1 = 3$

06. কোন ভেক্টর রাশির কার্ল (Curl) শূন্য হলে ভেক্টরটি কেমন হবে?

[RU'19-20] [Ans: c]

- (a) ঘূর্ণনশীল ও অসংরক্ষণশীল (b) ঘূর্ণনশীল ও সংরক্ষণশীল
 (c) অঘূর্ণনশীল ও সংরক্ষণশীল (d) অঘূর্ণনশীল ও অসংরক্ষণশীল

07. অবস্থান ভেক্টর $\vec{r} = 3x\hat{i} - 2y\hat{j} + 4z\hat{k}$ হলে $\vec{v} \cdot \vec{r} = ?$

[CU'18-19] [Ans: b]

- (a) 9 (b) 5 (c) 10 (d) 12

সমাধান: $\vec{v} \cdot \vec{r} = \left(\frac{\partial}{\partial x} \hat{i} + \frac{\partial}{\partial y} \hat{j} + \frac{\partial}{\partial z} \hat{k}\right) \cdot (3x\hat{i} - 2y\hat{j} + 4z\hat{k}) = 3 - 2 + 4 = 5$

08. নিচের কোনটির ক্ষেত্রে $\vec{v} \cdot \vec{v} = 0$ সত্য?

[RU'17-18][Ans: c]

- (a)  (b)  (c)  (d) সবগুলোই সত্য

Written

01. $\vec{F} = (4y - c_1z)\hat{i} + (5z + c_2x)\hat{j} + (c_3y - 3x)\hat{k}$ ভেক্টরটি একটি সংরক্ষণশীল বল ক্ষেত্র হয়, তাহলে c_1, c_2 এবং c_3 ধ্রুবকগুলোর মান বের করো।

[DU'23-24]

সমাধান: যেহেতু, সংরক্ষণশীল বল ক্ষেত্র,

$\therefore \text{Curl } \vec{F} = 0 \Rightarrow \vec{v} \times \vec{F} = 0 \Rightarrow \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ 4y - c_1z & 5z + c_2x & c_3y - 3x \end{vmatrix} = 0$

$\Rightarrow \hat{i}\{c_3 - 5\} - \hat{j}\{-3 + c_1\} + \hat{k}\{c_2 - 4\} = 0 \therefore c_3 = 5, c_1 = 3, c_2 = 4$ (Ans.)

02. $(1, -1, 1)$ অবস্থানে $\vec{A} = 3xyz^3\hat{i} + 2xy^2\hat{j} - x^3y^2z\hat{k}$ এর ডাইভারজেন্স (divergence) নির্ণয় করো।

[JnU'18-19]

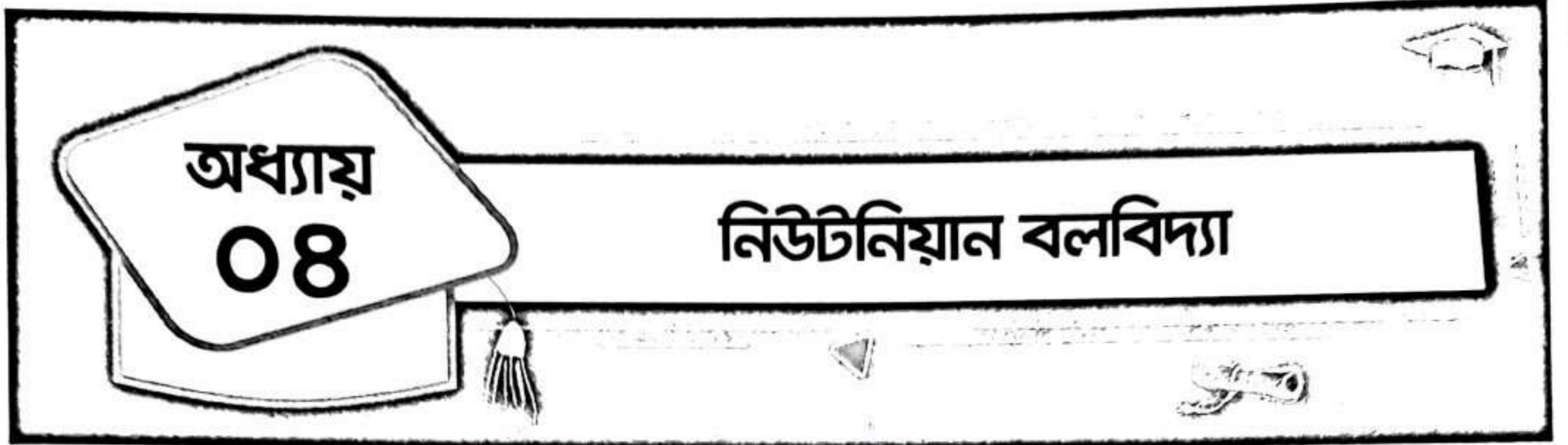
সমাধান: $\vec{v} \cdot \vec{A} = \left(\frac{\partial}{\partial x} \hat{i} + \frac{\partial}{\partial y} \hat{j} + \frac{\partial}{\partial z} \hat{k}\right) \cdot (3xyz^3\hat{i} + 2xy^2\hat{j} - x^3y^2z\hat{k}) = 3yz^3 + 4xy - x^3y^2$

$(1, -1, 1)$ বিন্দুতে, $\vec{v} \cdot \vec{A} = 3(-1) \times 1^3 + 4 \times 1 \times (-1) - 1^3 \times (-1)^2 = -3 - 4 - 1 = -8$ (Ans.)

একজন সফল মানুষ হলেন তিনি, যিনি অন্যরা তার দিকে ছুড়ে দেওয়া ইট দিয়ে একটি দৃঢ় ভিত্তি স্থাপন করতে পারেন।

- David Brinkley





➤ ভার্সিটি ভর্তি পরীক্ষার জন্য এই অধ্যায়ের গুরুত্বপূর্ণ টাইপসমূহ:

গুরুত্ব	টাইপ	বিষয়বস্তু	যতবার এসেছে		যেসব ভর্তি পরীক্ষায় প্রশ্ন এসেছে	
			MCQ	Written	MCQ	Written
***	T-01	বল, বলের ঘাত, ভরবেগ ও লিফট	50	2	DU'23-24, 22-23, 18-19, 16-17, 14-15, 13-14; GST'22-23, 21-22, 20-21; SUST'19-20; Agri'22-23, 20-21; BAU'18-19; RU'23-24, 22-23, 21-22, 20-21, 18-19, 14-15; JU'23-24, 22-23, 21-22, 19-20, 17-18, 16-17, 15-16, 14-15; JnU'16-17, 13-14; CU'22-23, 18-19, 14-15; KU'19-20, 18-19, 16-17, 14-15	RU'19-20; JnU'18-19
*	T-02	রকেট	2	-	KU'14-15, 13-14	-
***	T-03	ভরবেগের সংরক্ষণ ও সংঘর্ষ	11	-	DU'19-20, 17-18; Agri'20-21, SUST'19-20; RU'23-24, 22-23, 19-20, 16-17; JU'21-22, 17-18; JnU'17-18	-
**	T-04	ঘর্ষণ	9	-	DU'18-19; GST'23-24, 22-23, 21-22, 20-21; RU'23-24, 22-23, 18-19; JU'19-20, 17-18; CU'22-23	-
***	T-05	জড়তার ভ্রামক, টর্ক, কেন্দ্রমুখী বল ও কেন্দ্রমুখী ত্বরণ	25	-	GST'21-22, Agri'22-23, RU'23-24, 22-23, 14-15, 13-14, 07-08, JU'23-24, 18-19, 17-18, 16-17, 10-11, JnU'17-18, 15-16, CU'22-23, 21-22, 18-19, 17-18, 16-17, BAU'14-15	-
***	T-06	কৌণিক বেগ ও গতিশক্তি	23	-	DU'19-20, 18-19, 17-18; GST'23-24; Agri'21-22, RU'23-24, 21-22, 17-18, 09-08, JU'23-24, 22-23, 20-21, 18-19, 16-17; CU'23-24, 18-19, 16-17, 13-14, KU'18-19, 17-18; BAU'18-19	-
**	T-07	ব্যাংকিং কোণ	3	1	GST'23-24; KU'17-18, 16-17	DU'20-21

Type-01: বল, বলের ঘাত, ভরবেগ ও লিফট

Formula & Concept:

$\vec{p} = m\vec{v} \Rightarrow \frac{d\vec{p}}{dt} = m \frac{d\vec{v}}{dt} + \vec{v} \frac{dm}{dt}$

যদি m constant হয়, $\frac{dm}{dt} = 0$

$\vec{F} = m \frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{a}$

বলের ঘাত = ভরবেগের পরিবর্তন বা, $Ft = m\Delta v = m(v - u)$

মনে রাখার বিষয়, ভরবেগ ভেক্টর রাশি। তাই দিকটিও স্পষ্ট করে ব্যবহার করতে হবে।

লিফট:

- যদি একটি লিফট a ত্বরণে উপরে উঠে, তবে উর্ধ্বমুখী বল, $F = m(g + a)$
- যদি লিফট a ত্বরণে নিচে নামে, তবে উর্ধ্বমুখী বল, $F = m(g - a)$
- যদি লিফট ছিঁড়ে গিয়ে মুক্তভাবে পড়া শুরু করে তবে, $F = m(g - g) = 0$
অর্থাৎ, তখন ওজনহীনতা অনুভব করবে।

MCQ

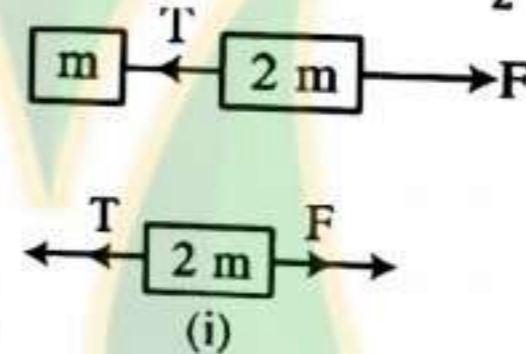
01. m এবং 2 m ভরের দুটি আয়তাকার বাক্স একটি ঘর্ষণহীন অনুভূমিক পৃষ্ঠে একটি দড়ি দ্বারা সংযুক্ত। F মাত্রার একটি সম্মুখ বল দ্বারা ভারী বাক্সটিকে ডানদিকে টানা হচ্ছে। ফলে, হালকা বাক্সটি দড়ি দ্বারা টান অনুভব করে। দড়িটিতে টান কত? [DU'23-24] [Ans: c]

- (a) F (b) $\frac{F}{6}$ (c) $\frac{F}{3}$ (d) $\frac{F}{2}$

সমাধান: $F - T = 2ma \dots \dots \dots$ (i); $T = ma \dots \dots \dots$ (ii)

(i) নং সমীকরণ হতে, $F - ma = 2ma \Rightarrow F = 3ma \therefore a = \frac{F}{3m}$

এখন, $T = m \times \frac{F}{3m} \therefore T = \frac{F}{3}$



02. নিউটনের গতির দ্বিতীয় সূত্র $F = ma$ । v বেগে চলমান কোনো বস্তুর ভর শূন্য না হয়েও কখন বল শূন্য হয়? [RU'23-24] [Ans: a]

- (a) v ধ্রুবক হলে (b) v-এর মান খুব কম হলে (c) v-এর মান খুব বেশি হলে (d) সবগুলোই সঠিক

সমাধান: v ধ্রুবক হলে ত্বরণ, $a = 0$ হবে। সুতরাং, $F = 0$ ।

03. নিচের কোন দুটি ভৌত রাশির মাত্রা একই?

- (a) ভরবেগ ও ঘাতবল (b) শক্তি ও পৃষ্ঠশক্তি (c) বল ও পৃষ্ঠটান (d) ভরবেগ ও কৌণিক বেগ [RU'23-24]

সমাধান: (সঠিক উত্তর নেই); সঠিক উত্তর হবে: ভরবেগ ও বলের ঘাত।

04. M ভরের একটি বস্তু r ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট গোলকের কেন্দ্র থেকে u আদিবেগে গোলকটির উপরিতলে পৌঁছাতে t সময় লাগে। গোলকের পৃষ্ঠে পৌঁছাতে বস্তুটির উপর কী পরিমাণ বল প্রয়োগ করা হয়েছে? [JU'23-24] [Ans: a, c]

- (a) $\left(\frac{Mu}{t}\right)$ একক (b) $rM \left(\frac{u}{t}\right)^2$ একক (c) $M \frac{u^2}{2r}$ একক (d) $\left(\frac{Mut}{2r}\right)$ একক

সমাধান: $|a| = \left|\frac{v-u}{t}\right| = \left|\frac{0-u}{t}\right| = \frac{u}{t}$ অথবা, $|a| = \left|\frac{v^2-u^2}{2r}\right| = \left|\frac{0^2-u^2}{2r}\right| = \frac{u^2}{2r}$

$\therefore F = M|a| = \frac{Mu}{t}$ অথবা, $F = M|a| = \frac{Mu^2}{2r}$

05. 1.0 kg ভরের বস্তুকে 4 ms^{-1} আদিবেগে এবং 1 kg-wt বল প্রয়োগ করলে কত মিটার উচ্চতায় উঠানো যাবে? [JU'23-24] [Ans: a]

- (a) 0.4 m (b) 0.12 m (c) 0.16 m (d) 0.81 m

সমাধান: অভিকর্ষ বলের বিপরীত দিকে বল প্রয়োগ করা হলে কার্যকর ত্বরণ,

$a_1 = \frac{F}{m} - g = \left(\frac{1 \times 9.8}{1.0}\right) - 9.8 = (9.8 - 9.8) \text{ms}^{-2} = 0 \text{ms}^{-2}$ লক্ষ্য ত্বরণ শূন্য হওয়ায় বস্তুটির সর্বোচ্চ উচ্চতা অসীম হবে।

আবার, অভিকর্ষ বলের দিকে বল প্রয়োগ করা হলে কার্যকর ত্বরণ,

$a_2 = -\left(\frac{1 \times 9.8}{1.0}\right) - 9.8 = (-9.8 - 9.8) \text{ms}^{-2} = -19.6 \text{ms}^{-2}$; সর্বোচ্চ উচ্চতা, $h = \frac{v^2 - u^2}{2a_2} = \frac{0^2 - 4^2}{2 \times (-19.6)} = 0.4 \text{m}$

[প্রশ্নে বল কোনদিকে প্রয়োগ করা হয়েছে তার নির্দিষ্ট উল্লেখ না থাকায় আমরা দ্বিতীয় সমাধানটিকেই সঠিক উত্তর বলে ধরে নিচ্ছি।]

06. n kg-wt বল প্রয়োগ করে একটি বস্তুকে 10 ms^{-1} বেগে 100 m উচ্চতায় উঠালে বস্তুর ভর কত? [JU'23-24] [Ans: a]
 (a) n kg (b) 10 kg (c) $\frac{n}{2}$ kg (d) $\frac{n}{10}$ kg

সমাধান: যেহেতু বস্তুটিকে 10 ms^{-1} সমবেগে 100 m উচ্চতায় উঠানো হয়েছে, তাই বস্তুর কার্যকর ত্বরণ শূন্য।

সেক্ষেত্রে বস্তুর ভর m হলে, $a - g = 0 \Rightarrow \frac{F}{m} - g = 0 = \frac{n \times 9.8}{m} - g = 0 \Rightarrow \frac{9.8n}{m} = 9.8 \Rightarrow \frac{n}{m} = 1 \therefore m = n \text{ kg}$

07. একটি স্থির বস্তুর উপর 10 N বল 10 s ধরে ক্রিয়া করে বস্তু হয়ে যায়। শুরু থেকে বস্তুটি 60 s এ 1100 m দূরত্ব অতিক্রম করলে, বস্তুর ভর কত kg? [Agri'22-23] [Ans: d]
 (a) 0.5 (b) 0.6 (c) 1 (d) 5

সমাধান: $F = ma \Rightarrow ma = 10 \Rightarrow a = \frac{10}{m}$

$t_1 = 10 \text{ s}, t_2 = 50 \text{ s} \therefore v = u + at_1 = 0 + \frac{10}{m} \times 10 [u = 0] = \frac{100}{m}$

এখন, $s = s_1 + s_2 \Rightarrow 1100 = \frac{1}{2}at_1^2 + vt_2 = \frac{1}{2} \times \frac{10}{m} \times 10^2 + \frac{100}{m} \times 50 \therefore m = \frac{5500}{1100} = 5 \text{ kg}$

08. 5 kg ভরের একটি বস্তুকে ভূমি থেকে খাড়া উপরে ছুঁড়ে মারা হলো। 20 m উচ্চতায় উহার গতিশক্তি 20 J হলে ছোঁড়ার মুহূর্তে উহার ভরবেগ কত kg ms^{-1} ছিল? [Agri'22-23] [Ans: c]
 (a) 20 (b) 80 (c) 100 (d) 120

সমাধান: $\frac{1}{2}mv^2 = E_k \Rightarrow \frac{1}{2} \times 5 \times v^2 = 20 \therefore v^2 = 8$

আবার, $v^2 = u^2 - 2gh \Rightarrow 8 = u^2 - 2 \times 9.8 \times 20 \therefore u = 20 \text{ ms}^{-1} \therefore p = mu = 5 \times 20 = 100 \text{ kg ms}^{-1}$

বিকল্প: $mgh + \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mu^2 \Rightarrow 5 \times 9.8 \times 20 + 20 = \frac{1}{2} \times 5 \times u^2 \Rightarrow u = 20 \therefore p = mu = 5 \times 20 = 100 \text{ kg ms}^{-1}$

09. 0.50 kg ভরের একটি কণা X অক্ষ বরাবর $x(t) = -13.00 + 2.000t + 4.0022t^2 - 3.005t^3$ সমীকরণ অনুযায়ী চলেছে, যেখানে x এর একক মিটার এবং t এর একক সেকেন্ড $t = 2.0 \text{ s}$ -এ কণার ওপর লব্ধি বল কত? [DU'22-23] [Ans: b]
 (a) -28 N (b) -14 N (c) 8 N (d) 36 N

সমাধান: $x(t) = -13 + 2t + 4t^2 - 3t^3; \frac{dx}{dt} = v(t) = 2 + 8t - 9t^2; \frac{dv}{dt} = a(t) = 8 - 18t$

$\therefore a(2) = 8 - 18 \times 2 = -28 \text{ ms}^{-2} \therefore F(2) = ma(2) = 0.5(-28) = -14 \text{ N}$

10. সমান্তরাল সমবায়ে যুক্ত চারটি তামার তারের সাহায্যে 6 kg ভরের একটি বস্তুকে খাড়া উপরের দিকে 2 ms^{-1} সমবেগে টানা হলে প্রতিটি তারে কত N টান পড়বে? [GST'22-23] [Ans: c]
 (a) 10.7 (b) 12.7 (c) 14.7 (d) 17.8

সমাধান: প্রতি তারে টান সমান ভাগ হবে $\therefore T = \frac{mg}{4} = \frac{6 \times 9.8}{4} = 14.7 \text{ N}$

11. একজন ফুটবলার 0.4 kg ভরের এবং 12 ms^{-1} বেগে আগত একটি ফুটবলকে কিক মারার ফলে সেটা বিপরীত দিকে 5 ms^{-1} বেগে প্রাপ্ত হলো। কিক মারার সময়কাল 0.02 s হলে ফুটবলার কর্তৃক বলটির উপর প্রযুক্ত বল কত N ? [GST'22-23] [Ans: a]
 (a) 340 (b) 300 (c) 240 (d) 140

সমাধান: $F = \frac{m(v-u)}{t} = \frac{0.4 \times (12+5)}{0.02} = 20 \times 17 = 340 \text{ N}$

12. থেমে থাকা একটি গাড়িকে একটি ট্রাক এসে সজোরে আঘাত করলে গাড়ির আরোহীর মাথা পেছনদিকে হেলে পড়ে। ট্রাকটি কোন দিক থেকে আঘাত করেছে? [RU'22-23] [Ans: b]
 (a) সামনে থেকে (b) পেছন থেকে (c) পাশ থেকে (d) যেকোন দিক থেকে

সমাধান: স্থিতি জড়তার কারণে আরোহীর মাথা পেছন দিকে হেলে পড়বে। এর মানে গাড়িটিকে সামনে যেতে হবে অর্থাৎ, ট্রাকটি গাড়িটিকে পেছন থেকে আঘাত করেছে।

13. ঘাত এর একক কীসের অনুরূপ? [JU'22-23] [Ans: d]
 (a) বল (b) ভর (c) ত্বরণ (d) ভরবেগ

সমাধান: বলের ঘাত = ভরবেগের পরিবর্তন = $m(\vec{v} - \vec{u}) \therefore$ মাত্রা = $[\text{MLT}^{-1}]$

14. 30 kg ভরের বস্তুর উপর কত বল প্রয়োগ করলে 1 মিনিটে এর বেগ 36 kmh^{-1} বৃদ্ধি পাবে? [JU'22-23, 19-20; KU'16-17] [Ans: a]
 (a) 5 N (b) 9.8 N (c) 4.9 N (d) 10 N

সমাধান: $a = \frac{dv}{dt} = \frac{36 \text{ km/hr}}{1 \text{ min}} = \frac{10 \text{ ms}^{-1}}{60 \text{ s}} = \frac{1}{6} \text{ ms}^{-2} \therefore F = ma = 30 \times \frac{1}{6} = 5 \text{ kgms}^{-2} = 5 \text{ N}$

15. ভরবেগের মাত্রা (Dimension) কোনটি? [CU'22-23] [Ans: a]
 (a) $[MLT^{-1}]$ (b) $[MLT^{-2}]$ (c) $[MLT^{-3}]$ (d) $[ML^2T^{-1}]$

16. বস্তুর ত্বরণ এবং ভরের মধ্যে সম্পর্ক- [CU'22-23] [Ans: a]
 (a) $a \propto \frac{1}{m}$ (b) $a \propto m$ (c) $a \propto \frac{1}{m^2}$ (d) $a \propto m^2$

সমাধান: $F = ma \Rightarrow a = F \times \frac{1}{m}$; F ধ্রুবক হলে, $a \propto \frac{1}{m}$

17. বস্তুর ত্বরণ এবং বলের মধ্যে সম্পর্ক- [CU'22-23] [Ans: c]
 (a) $a \propto -F$ (b) $a \propto -\frac{1}{F}$ (c) $a \propto F$ (d) $a \propto \frac{1}{F}$

18. কোন বস্তুর উপর 15 N বল 3 s ধরে ক্রিয়া করলে বস্তুটির ভরবেগের পরিবর্তন কত $kgms^{-1}$? [GST'21-22] [Ans: c]
 (a) 25 (b) 30 (c) 45 (d) 50

সমাধান: $\Delta p = F\Delta t = (15 \times 3) Ns = 45 Ns = 45 kg ms^{-1}$

19. যেখানে $g = 10 ms^{-2}$, সেখানে একটি নির্দিষ্ট বস্তুর ওজন 22 N। $g = 5 ms^{-2}$ হলে, ঐ বস্তুর ওজন ও ভর কত হবে? [RU'21-22] [Ans: b]
 (a) $W = 22 N, m = 2.2 kg$ (b) $W = 11 N, m = 2.2 kg$
 (c) $W = 11 N, m = 1.1 kg$ (d) $W = 22 N, m = 1.1 kg$

সমাধান: $W = mg \Rightarrow m = \frac{22}{10} = 2.2$; দ্বিতীয় ক্ষেত্রে, $W' = mg = \frac{22}{10} \times 5 = \frac{22}{2} = 11 N$

20. 50 kg ওজন বিশিষ্ট একজন ব্যক্তি একই সমতলে (ঘর্ষণহীন) সামনে অবস্থিত 100 kg ভরের একটি পাথরকে অন্য প্রান্তে নেওয়ার জন্য 50 N বল দিয়ে ধাক্কা দেয়। 10 s পরে পাথরটি সম্পর্কে নিচের কোন বাক্যটি সত্য? [RU'21-22] [Ans: a]

- (a) বেগ $5 ms^{-1}$ হবে (b) টানা 10 s ধাক্কা দেওয়া সম্ভব না
 (c) বেগ $10 ms^{-1}$ হবে (d) বেগ 10 cm হবে

সমাধান: $v = u + at = 0 + 0.5 \times 10 = 5 ms^{-1} \therefore a = \frac{F}{m} = \frac{50}{100} = 0.5 ms^{-2}$

21. সবল নিউক্লীয় বলের পাল্লা কত? [JU'21-22] [Ans: b]
 (a) $10^{-16} m$ (b) $10^{-15} m$ (c) $10^{-10} m$ (d) অসীম

22. 5 kg ভরের একটি বস্তু $1.2 ms^{-1}$ বেগে একটি দেয়ালে লম্বভাবে ধাক্কা খেয়ে $0.8 ms^{-1}$ বেগে বিপরীত দিকে ফিরে আসলে বলের ঘাত কত Ns হবে? [GST'20-21; JU'19-20] [Ans: d]

- (a) 4 (b) 5 (c) 6 (d) 10
 সমাধান: $J = m(v - u) = 5[1.2 - (-0.8)] = 5(1.2 + 0.8)Ns = 10 Ns$

23. একটি কাঠের খণ্ডকে অনুভূমিকের সাথে 60° কোণে 200 N বল দ্বারা টানা হচ্ছে। বস্তুটির উপর অনুভূমিকের দিকে কার্যকরী বল কত? [Agri'20-21; DU'13-14] [Ans: a]
 (a) 100 N (b) 200 N (c) 125 N (d) Zero

সমাধান:  অনুভূমিক দিকে = $200 \cos 60^\circ = 100 N$

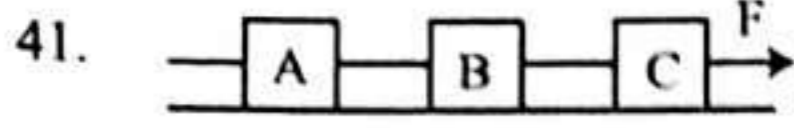
24. 1 N বল 2 kg ভরের ওপর প্রয়োগ করা হলো। আবার 2 N বল 4 kg ভরের ওপর প্রয়োগ করা হলো। ১ম ও ২য় ক্ষেত্রের ত্বরণের অনুপাত কত হবে? [RU'20-21] [Ans: a]
 (a) 1 : 1 (b) 2 : 1 (c) 4 : 1 (d) 1 : 2

সমাধান: $F = ma$ সমীকরণ অনুযায়ী, $1 = 2a_1$, $2 = 4a_2 \therefore \frac{1}{2} = \frac{2}{4} \cdot \frac{a_1}{a_2} \therefore \frac{a_1}{a_2} = 1$

25. $15 ms^{-1}$ বেগে চলমান 160 g ভরের একটি বলকে তুমি ব্যাট দিয়ে আঘাত করলে, বলটি $25 ms^{-1}$ বেগে ফিরে গেল। ব্যাট-বল সংঘর্ষের স্থায়িত্বকাল 10 ms হলে তুমি গড়ে কত N বল দিয়ে আঘাত করেছ? [SUST'19-20] [Ans: a]
 (a) 640 (b) 1600 (c) 560 (d) 160 (e) 120

সমাধান: $F = \frac{mv - mu}{t} = \frac{0.16(15+25)}{10 \times 10^{-3}} = \frac{16 \times 40}{10 \times 10^{-3} \times 100} = 16 \times 40 = 640 N$

26. নিউটনের গতির তৃতীয় সূত্রানুসারে ক্রিয়া-প্রতিক্রিয়ার মধ্যবর্তী কোণ কত ডিগ্রি? [KU'19-20] [Ans: c]
 (a) 0 (b) 90 (c) 180 (d) 360
 সমাধান: ক্রিয়া ও প্রতিক্রিয়া পরস্পর বিপরীতমুখী।
27. নিচের কোন শক্তি অন্য শক্তিতে সহজে রূপান্তরিত হতে চায় না? [KU'19-20] [Ans: b]
 (a) আলো (b) তাপ (c) তড়িৎ (d) শব্দ
28. 10 kg ভরের একটি বস্তুর উপর 2F মানের বল প্রয়োগ করার ফলে বস্তুর ত্বরণ হয় 60 ms^{-2} । M ভরের একটি বস্তুর উপর 5F মানের বল প্রয়োগ করার ফলে যদি বস্তুর ত্বরণ 50 ms^{-2} হয়, তবে ভর M কত? [DU'18-19] [Ans: d]
 (a) 3.3 kg (b) 4.8 kg (c) 21 kg (d) 30 kg
 সমাধান: আমরা জানি, $F = ma$, $2F = 10 \times 60 \dots \dots \dots$ (i); $5F = M \times 50 \dots \dots \dots$ (ii)
 $(i) \div (ii) \Rightarrow \frac{2}{5} = \frac{10 \times 60}{M \times 50} \Rightarrow M = 30 \text{ kg}$
29. ঘাতবলের (Impulsive force) মাত্রা কী? [CU'18-19] [Ans: b]
 (a) MLT^{-1} (b) MLT^{-2} (c) $\text{ML}^{-1}\text{T}^{-1}$ (d) $\text{ML}^{-1}\text{T}^{-2}$
30. তড়িৎ চৌম্বক বলের ক্ষেত্রে বাহক কণা কোনটি? [KU'18-19] [Ans: b]
 (a) গ্লুওন (b) ফোটন (c) বোসন (d) গ্রাভিটন
31. বলের মাত্রা সমীকরণ কোনটি? [KU'18-19] [Ans: a]
 (a) $[\text{MLT}^{-2}]$ (b) $[\text{MLT}^{-1}]$ (c) $[\text{ML}^2\text{T}^{-1}]$ (d) $[\text{ML}^2\text{T}^{-2}]$
32. 100 kg ভরের একটি লিফট 1.8 ms^{-2} ত্বরণে নিচে নামছে। লিফটটির মধ্যে দাঁড়ানো 60 kg ভরের একজন ব্যক্তি কত বল অনুভব করবে? [BAU'18-19] [Ans: b]
 (a) 340 N (b) 480 N (c) 500 N (d) 550 N
 সমাধান: $F = m(g - a) = 60 \times (9.8 - 1.8) \text{ N} = 480 \text{ N}$
33. একটি বস্তুর উপর 5N বল প্রয়োগ করা হলে বস্তুর ত্বরণ 3 ms^{-2} হয়। বস্তুর ভর কত? [JU'17-18] [Ans: d]
 (a) 2 g (b) 2.66 g (c) 2.66 kg (d) 2 kg
 সমাধান: $F = ma \Rightarrow 5 = 3 \times m \Rightarrow m = \frac{5}{3} = 1.667 \text{ kg} \approx 2$
34. 30 kg ভরের একটি স্থির বস্তুর বেগ 2 মিনিটে বৃদ্ধি করে 36 kmh^{-1} এ উন্নীত করার জন্য বস্তুর উপর কত বল প্রয়োগ করতে হবে? [DU'16-17] [Ans: b]
 (a) 2 N (b) 2.5 N (c) 300 N (d) 5 N
 সমাধান: $F = \frac{mv - mu}{t} = \frac{30 \times 36 \times \frac{1000}{3600} - 30 \times 0}{2 \times 60} = 2.5 \text{ N}$
35. একটি বস্তুর উপর 5 N বল 10 s ক্রিয়া করে। ভরবেগের পরিবর্তন কত? [JU'16-17; CU'14-15; JnU'13-14] [Ans: b]
 (a) 60 kgms^{-1} (b) 50 kgms^{-1} (c) 70 kgms^{-1} (d) 80 kgms^{-1}
 সমাধান: ভরবেগের পরিবর্তন = $Ft = 5 \times 10 = 50 \text{ kgms}^{-1}$
36. ভরবেগের SI একক হচ্ছে— [JU'16-17] [Ans: b]
 (a) kg ms^{-2} (b) kg ms^{-1} (c) $\text{kg}^2\text{m}^2\text{s}^2$ (d) $\text{kg m}^2\text{s}^2$
37. 100 N বল 25 kg ভরের একটি বস্তুর উপর 5 s ক্রিয়া করে। বেগের মান কত? [JU'16-17] [Ans: a]
 (a) 20 ms^{-1} (b) 40 ms^{-1} (c) 60 ms^{-1} (d) 80 ms^{-1}
 সমাধান: $\Delta v = \frac{F}{m} \times \Delta t \Rightarrow \Delta v = \frac{100}{25} \times 5 = 20 \text{ ms}^{-1}$
38. নিউটনের গতির ২য় সূত্র $\vec{F} = m\vec{a}$ অনুসারে $\vec{F} = 0$ হলে- [JnU'16-17] [Ans: a]
 (a) \vec{v} ধ্রুবক (b) $\vec{v} = 0$ (c) \vec{v} পরিবর্তনশীল (d) কোনটিই নয়
39. তড়িৎ চৌম্বক বলের আপেক্ষিক সবলতা কত? [KU'16-17] [Ans: c]
 (a) 10^{30} (b) 10^{35} (c) 10^{39} (d) 10^{41}
40. 2 ms^{-2} ত্বরণে উপরে উঠন্ত একটি লিফট এ একটি লোক দাঁড়ানোর ফলে উর্ধ্বমুখী বল 1180 N হলে লোকটির ভর হবে- [JU'15-16] [Ans: b]
 (a) 50 kg (b) 100 kg (c) 80 kg (d) কোনোটিই নয়
 সমাধান: লিফট উপরে উঠছে, ফলে উর্ধ্বমুখী বল = $F = m(g + a) \Rightarrow 1180 = m(9.8 + 2) \therefore m = 100 \text{ kg}$



সমান ভর বিশিষ্ট তিনটি খণ্ড A, B, C দড়ির দ্বারা চিত্রে প্রদর্শিত রূপে সংযুক্ত। খণ্ড C, F বল দ্বারা টানা হলে সম্পূর্ণ ব্যবস্থাটি ত্বরিত হয়। ঘর্ষণ উপেক্ষা করলে খণ্ড B এর উপর মোট বল হলো-

- (a) 0 (b) $\frac{F}{3}$ (c) $\frac{F}{2}$ (d) $\frac{2F}{3}$

সমাধান: কার্যকর ত্বরণ, $\ddot{a} = \frac{F}{m+m+m} = \frac{F}{3m}$; মোট বল, $F_B = (m+m) \times \frac{F}{3m} = \frac{2F}{3}$
(যেহেতু B এর উপর প্রযুক্ত বল A ও B এর উপর প্রযুক্ত মোট বলের সমান।)

42. নিচের কোনটি সংরক্ষণশীল বলের ক্ষেত্রে অসত্য নয়? [RU'14-15] [Ans: b]
 (a) শক্তির অপচয় ঘটে (b) কৃতকাজ পুনরুদ্ধার করা অসম্ভব নয়
 (c) যান্ত্রিক শক্তির সংরক্ষণ সূত্র খাটে না (d) কোনোটিই নয়
43. 850 kg ভরের একটি গাড়ি সমত্বরণে গতিশীল। গাড়ির উপর ক্রিয়ারত লব্ধিবল নির্ণয় করতে কোন সূত্র প্রয়োগ করতে হবে? [RU'14-15] [Ans: b]
 (a) নিউটনের ১ম সূত্র (b) নিউটনের ২য় সূত্র
 (c) নিউটনের ৩য় সূত্র (d) ভরবেগের নিত্যতা সূত্র
44. মহাকর্ষ বলের সাপেক্ষে দুর্বল নিউক্লীয় বলের আপেক্ষিক তীব্রতা- [JU'14-15] [Ans: a]
 (a) 10^{30} (b) 10^{39} (c) 10^{40} (d) 10^{42}

Written

01. মহাবিশ্বের যে চারটি মৌলিক বল আছে সেগুলো লিখ। [RU'19-20]
 সমাধান: মহাবিশ্বের চারটি মৌলিক বল হল: (i) মহাকর্ষ বল (ii) সবল নিউক্লীয় বল (iii) দুর্বল নিউক্লীয় বল (iv) তড়িৎচৌম্বক বল
02. বন্দুক থেকে গুলি ছুঁড়লে বন্দুক পিছনের দিকে ধাক্কা দেয় কেন? ব্যাখ্যা করো। [JnU'18-19]
 সমাধান: যখন বন্দুকের গুলি ছোঁড়া হয় তখন বারুদ বিস্ফোরণের কারণে তাৎক্ষণিক উচ্চচাপের গ্যাসে পরিণত হয়। এই গ্যাসের প্রসারণের ফলে গুলি ছুটে বের হয়ে যায়। নিউটনের তৃতীয় সূত্রানুযায়ী এর সমান ও বিপরীত প্রতিক্রিয়া বল বন্দুকের উপর ক্রিয়া করে। এর ফলে গুলির বেগের বিপরীত দিকে বন্দুক গতিশীল হবে। বন্দুকের এই পিছন দিকের গতি বন্দুক চালনাকারীকে প্রচণ্ড ধাক্কা দেয়।
 $MV + mv = 0 \Rightarrow V = -\frac{m}{M}v$

Type-02: রকেট

Formula & Concept:

- জ্বালানিসহ রকেটের ভর M এবং রকেট হতে $\frac{dm}{dt}$ হারে জ্বালানি নির্গত হলে, রকেটের সাপেক্ষে এই নির্গত জ্বালানির বেগ যদি v_r হয়, তাহলে-
- > রকেটের উর্ধ্বমুখী ধাক্কা, $F_r = v_r \frac{dm}{dt}$
 - > রকেটের উর্ধ্বমুখী ত্বরণ, $a = \frac{v_r}{M} \times \frac{dm}{dt}$
 - > রকেটের উপর প্রযুক্ত লব্ধি বল, $F = F_r - Mg = v_r \frac{dm}{dt} - Mg$
 - > রকেটের উপর প্রযুক্ত লব্ধি ত্বরণ = $a - g = \frac{v_r}{M} \times \frac{dm}{dt} - g$
 - > t সময় পরে অবশিষ্ট ভর, $M' = M - \left(\frac{dm}{dt}\right) \times t$

[Note: এখানে একটা বিষয় খেয়াল রাখতে হবে যে, রকেটের উপর প্রযুক্ত বল বা ধাক্কা আর রকেটের লব্ধি বল এক নয়।]

MCQ

01. রকেট কোন সংরক্ষণ নীতির উপর ভিত্তি করে কাজ করে? [KU'14-15] [Ans: c]
 (a) ভরের (b) শক্তির (c) রৈখিক ভরবেগের (d) কৌণিক ভরবেগের
02. মহাশূন্যে রকেটের গতি একটি _____ উদাহরণ। [KU'13-14] [Ans: b]
 (a) বলের ভারসাম্যের (b) ভরবেগের নিত্যতার
 (c) নিউটনের গতির দ্বিতীয় সূত্রের (d) বলের ঘাতের



Type-03: ভরবেগের সংরক্ষণ ও সংঘর্ষ

Formula & Concept:

একমাত্রিক সংঘর্ষ: যদি সংঘর্ষের পূর্বে ও পরে দুটি বস্তুর বেগ একই সরলরেখায় সীমাবদ্ধ থাকে, সেক্ষেত্রে আমরা এদের একমাত্রিক সংঘর্ষ বলে থাকি। এক্ষেত্রে ভরবেগের সংরক্ষণশীলতা, $m_1 u_1 + m_2 u_2 = m_1 v_1 + m_2 v_2$

[Note: একমাত্রিক সংঘর্ষে বেগকে ভেক্টর আকারে (\vec{v}) প্রকাশ করা হয় নাই। বরং বেগের দিক বুঝাতে আমরা '+' বা '-' ব্যবহার করব। সেক্ষেত্রে যেকোনো একদিককে ধনাত্মক ধরে নিলে এর বিপরীত দিক হবে ঋণাত্মক।]

সংঘর্ষকে আমরা দুই ভাগে ভাগ করতে পারি: (i) স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ এবং (ii) অস্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ

স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষের ক্ষেত্রে বলা যায়, $\frac{1}{2} m_1 u_1^2 + \frac{1}{2} m_2 u_2^2 = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2$

একমাত্রিক স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ:

একমাত্রিক স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষের ক্ষেত্রে, $u_1 - u_2 = v_2 - v_1$

অর্থাৎ, সংঘর্ষের আগে ও পরে বস্তু দুটির আপেক্ষিক বেগের মানের পরিবর্তন হয় না, শুধুমাত্র দিক উল্টে যায়।

একমাত্রিক স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষে শেষ বেগ:

$$v_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} u_1 + \frac{2m_2}{m_1 + m_2} u_2 \text{ এবং } v_2 = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} u_1 + \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} u_2$$

[সতর্কতা: স্থিতিস্থাপক ও অস্থিতিস্থাপক উভয় ধরনের সংঘর্ষের ক্ষেত্রেই ভরবেগের সংরক্ষণশীলতা প্রযোজ্য]

Special case

(i) $m_1 \gg m_2, u_1 = 0 \rightarrow v_1 = 0, v_2 = -u_2$

(ii) $m_1 \ll m_2, u_1 = 0 \rightarrow v_1 = 2u_2, v_2 = u_2$

(iii) $m_1 = m_2 \rightarrow v_1 = u_2, v_2 = u_1$

MCQ

01. 4 মেট্রিক টন বালু বোঝাই ট্রাক 19 ms^{-1} বেগে ধাবমান। ট্রাক থেকে 50 kg ভরের চারটি বালুর বস্তা পড়ে গেল। ট্রাকের বেগের পরিবর্তন কত হবে? [RU'23-24] [Ans: d]

- (a) 20 ms^{-1} (b) 10 ms^{-1} (c) 2 ms^{-1} (d) 1 ms^{-1}

সমাধান: 4 মেট্রিক টন = 4000 kg

$$M_1 u_1 = M_2 u_2 \Rightarrow 4000 \times 19 = (4000 - 50 \times 4) \times u_2$$

$$\Rightarrow 4000 \times 19 = 3800 \times u_2 \therefore u_2 = \frac{4000 \times 19}{3800} = 20 \text{ ms}^{-1} \therefore \text{বেগের পরিবর্তন} = 20 - 19 = 1 \text{ ms}^{-1}$$

02. স্থির অবস্থায় থাকা একটি বস্তু বিস্ফোরিত হয়ে m_1 ও m_2 ভরের দুইটি বস্তুতে পরিণত হয়ে যথাক্রমে v_1 ও v_2 বেগে বিপরীত দিকে চলমান। $\frac{v_1}{v_2}$ এর অনুপাত কত? [DU'19-20, 17-18] [Ans: c]

- (a) $\frac{m_1}{m_2}$ (b) $-\frac{m_2}{m_1}$ (c) $\frac{m_2}{m_1}$ (d) $\sqrt{\frac{m_2}{m_1}}$

সমাধান: বিস্ফোরিত হবার আগে বস্তুটি স্থির অবস্থায় থাকে। তাই আদি ভরবেগের সমষ্টি শূন্য।

$$0 = m_1 v_1 - m_2 v_2 \Rightarrow m_1 v_1 = m_2 v_2 \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \frac{m_2}{m_1}$$

03. 2 kg ভরের একটি v বেগে গতিশীল বস্তু অপর একটি স্থির বস্তুকে আঘাত করল। সংঘর্ষের পর উভয় বস্তু $\frac{v}{4}$ বেগে গতিশীল থাকলে, প্রথমে স্থির থাকা বস্তুটির ভর কত? [RU'22-23] [Ans: c]

- (a) 1.2 kg (b) 8 kg (c) 6 kg (d) 3 kg

$$\text{সমাধান: } m_1 u_1 + m_2 u_2 = (m_1 + m_2) v \Rightarrow 2 \times v + m_2 \times 0 = (2 + m_2) \times \frac{v}{4} \Rightarrow 2 + m_2 = 8 \therefore m_2 = 6 \text{ kg}$$

04. 5 মেট্রিক টন ভরের বালু বোঝাই একটি ট্রাক 20 ms^{-1} বেগে চলন্ত অবস্থায় ট্রাকে ছিদ্র হয়ে প্রতি মিনিটে 20 kg হারে বালু ট্রাক থেকে নিচে পড়তে শুরু করলো। ভরবেগ সংরক্ষিত হলে 50 মিনিট পর ট্রাকের বেগ কত হবে? [RU'19-20] [Ans: b]

- (a) 20 ms^{-1} (b) 25 ms^{-1} (c) 25.5 ms^{-1} (d) কোনোটিই নয়

সমাধান: প্রারম্ভিক ভর = 5000 kg । 50 মিনিট পর ভর = $(5000 - 20 \times 50) \text{ kg} = 4000 \text{ kg}$

$$\text{যেহেতু ভরবেগ সংরক্ষিত থাকে সেহেতু, } 5000 \times 20 = 4000 \times x \therefore x = 25 \text{ ms}^{-1}$$



ভার্সিটি 'ক' মাস্টার প্রশ্নব্যাংক

05. 1200 kg ভরের একটি গাড়ি 20 ms^{-1} দ্রুতিতে চলছিল। অতঃপর গাড়িটি 800 kg ভরের একটি স্থির গাড়িকে ধাক্কা দিল। ধাক্কার পর গাড়ি দুটি একত্রিত হয়ে 120 m পিছলায়ে থেমে গেল। বাধাদানকারী বলের মান কত? [RU'16-17] [Ans: d]
 (a) 600 N (b) 800 N (c) 1000 N (d) 1200 N
 সমাধান: $1200 \times 20 + 800 \times 0 = (1200 + 800)v \therefore v = 12 \text{ ms}^{-1}$
 $a = \frac{v^2 - v'^2}{2s} = \frac{12^2 - 0^2}{2 \times 120} = 0.6 \text{ ms}^{-2}$; $F = \{(1200 + 800) \times 0.6\} \text{ N} = 1200 \text{ N}$
06. 40 kg ও 60 kg ভরের দুটি বস্তু যথাক্রমে 10 ms^{-1} ও 5 ms^{-1} বেগে পরস্পর বিপরীত দিক থেকে আসার সময় একে অপরকে ধাক্কা দিল। ধাক্কার পর বস্তুদ্বয় একত্রে যুক্ত হয়ে কত বেগে চলবে? [JU'21-22] [Ans: b]
 (a) 7 ms^{-1} (b) 1 ms^{-1} (c) 2 ms^{-1} (d) 3 ms^{-1}
 সমাধান: $40 \times 10 - 60 \times 5 = (40 + 60)v \therefore v = 1 \text{ ms}^{-1}$
07. 5 kg ভরের একটি রাইফেল থেকে 20 g ভরের একটি বুলেট 1000 ms^{-1} গতিতে ছুটে যায়। পিছন থেকে রাইফেলের ধাক্কার বেগ কত? [Agri'20-21; JnU'17-18] [Ans: b]
 (a) 4000 ms^{-1} (b) 4 ms^{-1} (c) 400 ms^{-1} (d) 40 ms^{-1}
 সমাধান: $0 = m_1 v_1 + m_2 v_2 \therefore v_2 = \frac{-m_1}{m_2} v_1 = -\frac{20 \times 10^{-3}}{5} \times 1000 = -4 \text{ ms}^{-1} \therefore$ পশ্চাৎবেগ = 4 ms^{-1}
08. 4 kg ভরের একটি বস্তু $(2\hat{i} + 3\hat{j}) \text{ ms}^{-1}$ বেগে এবং 6 kg ভরের অপর একটি বস্তু $(-4\hat{i} - 6\hat{j}) \text{ ms}^{-1}$ বেগে চলাকালীন সংযুক্ত হলে উহারা একত্রে কত ms^{-1} বেগে চলবে? [SUST'19-20] [Ans: e]
 (a) 6.88 (b) 6.99 (c) 5.77 (d) 5.44 (e) 2.88
 সমাধান: $m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = (m_1 + m_2) \vec{v} \Rightarrow 4(2\hat{i} + 3\hat{j}) + 6(-4\hat{i} - 6\hat{j}) = (4 + 6) \vec{v}$
 $\therefore \vec{v} = -1.6\hat{i} - 2.4\hat{j} \therefore |\vec{v}| = \sqrt{1.6^2 + 2.4^2} = 2.88 \text{ ms}^{-1}$ [ক্যালকুলেটর ব্যবহার করে]
09. 90 কেজি ভরের একটি গাড়ি 10 ms^{-1} বেগে বিপরীত দিক থেকে আসা 30 কেজি ভরের আরেকটি গাড়িকে ধাক্কা দেয়। সংঘর্ষের পর গাড়ি দুটি থেমে গেলে দ্বিতীয় গাড়িটির গতিবেগ কত ছিল? [JU'17-18] [Ans: a]
 (a) 30 ms^{-1} (b) 20 ms^{-1} (c) 100 ms^{-1} (d) 120 ms^{-1}
 সমাধান: আমরা জানি, $m_1 u_1 + m_2 u_2 = m_1 v_1 + m_2 v_2 \Rightarrow 90 \times 10 + 30 \times u_2 = 90 \times 0 + 30 \times 0$
 $\Rightarrow 900 + 30 v_2 = 0 \Rightarrow u_2 = -30 \text{ ms}^{-1}$
 এখানে, ঋণাত্মক (-ve) চিহ্ন দ্বারা ১ম গাড়ির বিপরীত দিককে বোঝায়। \therefore দ্বিতীয় গাড়িটির গতিবেগ 30 ms^{-1} ।

Type-04: ঘর্ষণ

Formula & Concept:

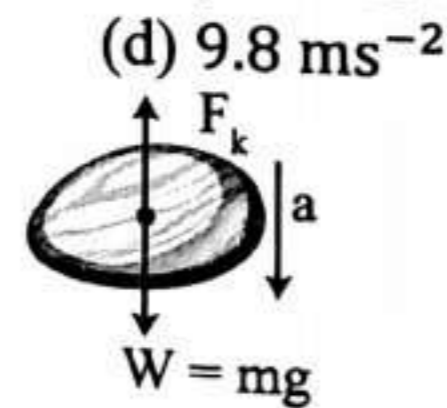
- স্থিতি ঘর্ষণ: কোনো তল এবং তলের ওপর অবস্থিত কোনো বস্তুর মাঝে আপেক্ষিক গতি সৃষ্টি হওয়ার পূর্ব পর্যন্ত যে ঘর্ষণ বল ক্রিয়া করে, তাই স্থিতি ঘর্ষণ বল। বস্তু যতক্ষণ না চলবে ততক্ষণ পর্যন্ত এর উপর স্থিতি ঘর্ষণ বল ক্রিয়া করবে।
 এর মান: $0 \leq f_s \leq \mu_s R$; $\mu_s =$ স্থিতি ঘর্ষণ গুণাঙ্ক
 \therefore স্থিতি ঘর্ষণ বলের সর্বোচ্চ মান $f_{s \text{ max}} = \mu_s R$; স্থিতি ঘর্ষণ বলের সর্বোচ্চ মানই হলো সীমান্তিক ঘর্ষণ বলের মান।
- গতীয় ঘর্ষণ: দুটি বস্তুর স্পর্শতলের মাঝে আপেক্ষিক গতি থাকলে, তখন তাদের মাঝে যে ঘর্ষণ ক্রিয়া করে, তাকে গতীয় ঘর্ষণ বলে।
 যখনই বস্তু চলতে থাকবে তখনই গতীয় ঘর্ষণ বল ক্রিয়া করবে।
 এর মান, $f_k = \mu_k R$; $\mu_k =$ গতীয় ঘর্ষণ গুণাঙ্ক
 [বি.দ্র.: গতীয় ঘর্ষণ বল স্থিতি ঘর্ষণ বলের সীমান্তিক মান অপেক্ষা ছোট। $\therefore f_k < f_s(\text{max}) \therefore \mu_k < \mu_s$]

MCQ

01. 1.0 kg ভরের একটি পাথর সোজা নিচের দিকে পড়ছে। বাতাসের বাধা 7.8 N হলে পাথরটির ত্বরণ কত? [GST'23-24, 21-22; RU'23-24, 18-19] [Ans: c]
 (a) 7.8 ms^{-2} (b) 1 ms^{-2} (c) 2 ms^{-2} (d) 9.8 ms^{-2}

সমাধান: $mg - F_k = ma$

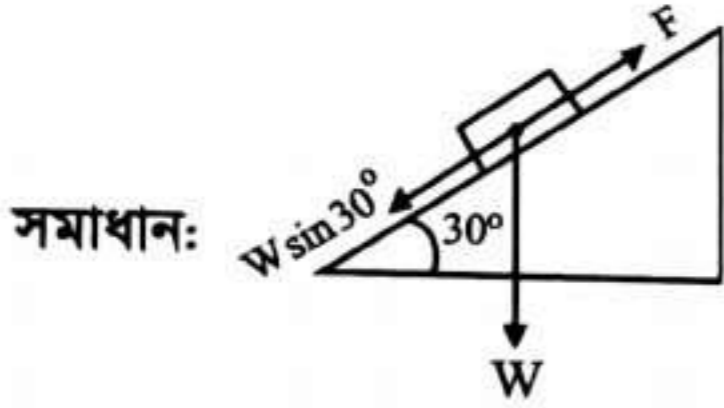
$\therefore a = \frac{mg - F_k}{m}$
 $= \frac{1 \times 9.8 - 7.8}{1} = 2 \text{ ms}^{-2}$



02. পথের ঘর্ষণ বল 10N হলে, 2 kg ভরের একটি বস্তুকে 10 ms^{-2} ত্বরণে গতিশীল করতে কত বল দরকার? [JU'22-23] [Ans: a]
 (a) 30 N (b) 35 N (c) 40 N (d) 25 N

সমাধান: $F = F_k + 2 \times 10 = (10 + 20) \text{ N} = 30 \text{ N}$

03. ভূ-সমতলের সাথে 30° কোণে আনত পথে একটি 2 kg ভরের বস্তুকে 3 ms^{-2} ত্বরণে উঠাতে হলে বস্তুটির উপর কত নিউটন (N) বল প্রয়োগ করতে হবে? [GST'20-21] [Ans: d]
 (a) 6.8 (b) 11.8 (c) 12.8 (d) 15.8



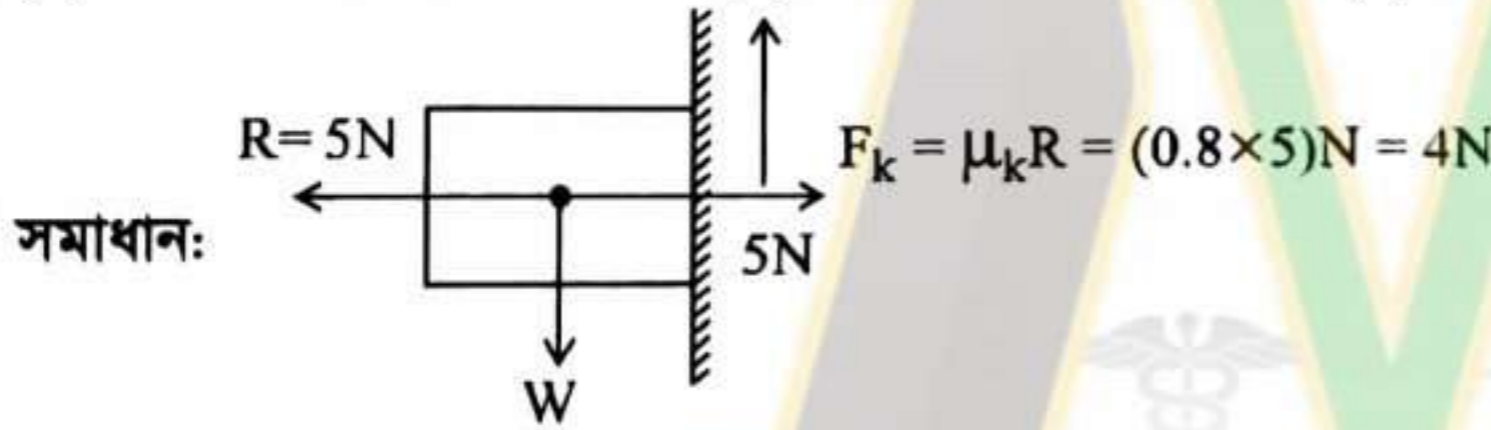
$W = mg =$ মাধ্যাকর্ষণজনিত ওজন বল
 $a = 3 \text{ ms}^{-2}$ ত্বরণে উঠাতে হবে।

$F - W \sin 30^\circ = ma \therefore F = mg \sin 30^\circ + ma = (2 \times 9.8 \times \frac{1}{2}) + (2 \times 3) \text{ N} \therefore F = 15.8 \text{ N}$

04. একটি বস্তুকে 10 ms^{-2} ত্বরণে গতিশীল করতে 50N বল প্রয়োগ করতে হয়। পথের ঘর্ষণ বল 10N হলে বস্তুটির ভর-
 (a) 4 kg (b) 10 kg (c) 6 kg (d) 8 kg [JU'19-20] [Ans: a]

সমাধান: $F = F_f + ma \Rightarrow m = \frac{F - F_f}{a} = \frac{50 - 10}{10} \text{ kg} = 4 \text{ kg}$

05. 5.0 N এর একটি অনুভূমিক বল একটি 0.50 kg ভরের আয়তাকার বস্তুকে একটি উল্লম্ব দেওয়ালে ধাক্কা দিচ্ছে। বস্তুটি আদিতে স্থির ছিল। যদি স্থৈতিক ও গভীয় ঘর্ষণ গুণাঙ্ক যথাক্রমে $\mu_s = 0.6$ এবং $\mu_k = 0.8$ হয়, তবে ms^{-2} এককে বস্তুটির ত্বরণ কত? (a) 1.8 (b) 2.0 (c) 6.0 (d) 8.0 [DU'18-19] [Ans: a]



$\therefore F_{\text{net}} = W - F_k = (0.5 \times 9.8) - 4 = 0.9 \text{ N} \therefore a = \frac{F}{m} = \frac{0.9}{0.5} = 1.8 \text{ ms}^{-2}$

06. একটি কাঠের তক্তার উপর অবস্থিত একটি ইটের নিশ্চল কোণ 40° । ইট ও তক্তার মধ্যকার স্থিতি ঘর্ষণ গুণাঙ্ক কত? (a) 0.87 (b) 0.85 (c) 0.84 (d) 0.97 [JU'17-18] [Ans: c]

সমাধান: $\mu_s = \tan \theta = \tan 40^\circ = 0.839$

Type-05: জড়তার ভ্রামক, টর্ক, কেন্দ্রমুখী বল ও কেন্দ্রমুখী ত্বরণ

➔ **Formula & Concept:**

জড়তার ভ্রামক, $I = \sum mr^2 = MK^2$, [K = চক্রগতির ব্যাসার্ধ এবং M = সম্পূর্ণ বস্তুর ভর]

রৈখিক ক্ষেত্রে ভরের যে ভূমিকা কৌণিক ক্ষেত্রে জড়তার ভ্রামকের ভূমিকাও তাই।

ফাঁপা সিলিন্ডার	নিরেট সিলিন্ডার	ফাঁপা গোলক	নিরেট গোলক	সরল দণ্ড	আয়তাকার পাত
$I = MR^2$	$I = \frac{1}{2}MR^2$	$I = \frac{2}{3}MR^2$	$I = \frac{2}{5}MR^2$	$I = \frac{1}{12}ML^2$	$I = \frac{M}{12}(a^2 + b^2)$

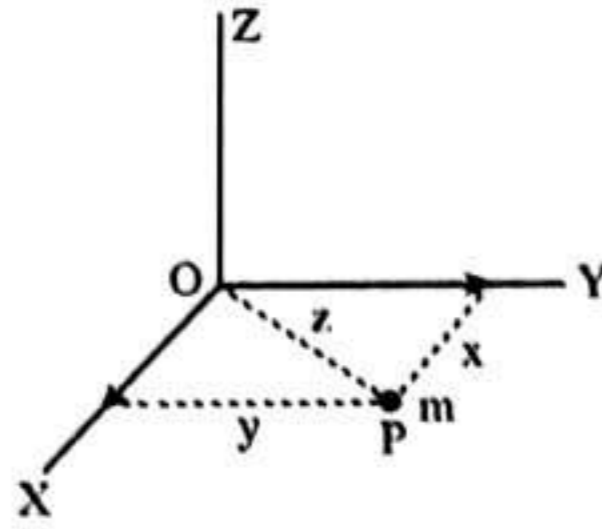


Fig: 01

(i) লম্ব অক্ষ উপপাদ্য:

$$I_z = I_x + I_y; I_x = I_y + I_z; I_y = I_x + I_z$$

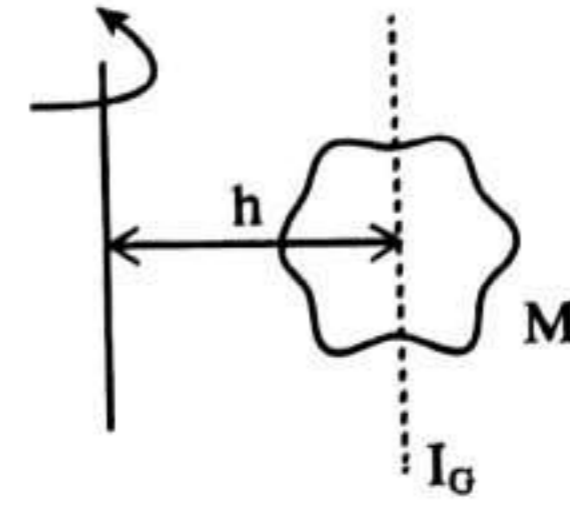


Fig: 02

(ii) সমান্তরাল অক্ষ উপপাদ্য: $I = I_g + mr^2$

(ভরকেন্দ্রগামী অক্ষ সাপেক্ষে I_g) (অক্ষদ্বয় সমান্তরাল হতে হবে)

➤ টর্ক, $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$; $\tau = rF \sin \theta$ এবং $\tau = I\alpha$

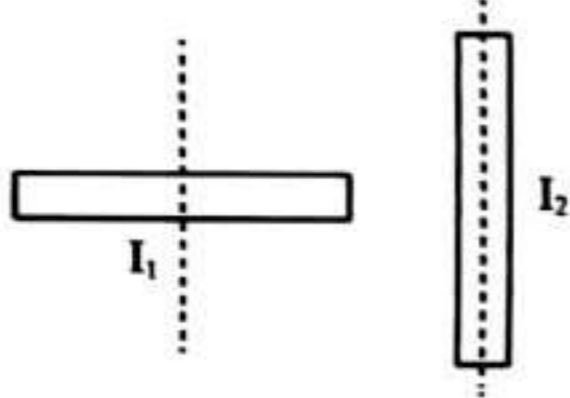
যেখানে, \vec{r} = ব্যাসার্ধ ভেক্টর; \vec{F} = প্রযুক্ত বল; θ = ব্যাসার্ধ ভেক্টর ও প্রযুক্ত বলের মধ্যবর্তী কোণ; α = কৌণিক ত্বরণ

➤ কেন্দ্রমুখী বল, $F_c = \frac{mv^2}{r} = m\omega^2 r$

➤ কেন্দ্রমুখী ত্বরণ, $a_c = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r$

MCQ

01.



[RU'23-24] [Ans: a]

চিত্রানুযায়ী দুটি ভিন্ন অক্ষের সাপেক্ষে একটি দণ্ডের জড়তার ভ্রামক যথাক্রমে I_1 ও I_2 হলে তাদের মধ্যে সম্পর্ক—

- (a) $I_1 > I_2$ (b) $I_2 > I_1$ (c) $I_1 = I_2$ (d) কোনোটিই সত্য নয়

সমাধান: $I \propto L^2$; সুতরাং, $L_1 > L_2$ বলে $I_1 > I_2$ হবে।

02. নিজ অক্ষের সাপেক্ষে ঘূর্ণায়মান নিরেট সিলিন্ডারের ক্ষেত্রে জড়তার ভ্রামক কীসের ওপর নির্ভরশীল? [RU'23-24] [Ans: a]

- (a) ব্যাসার্ধ ও ভর (b) দৈর্ঘ্য ও ভর (c) ব্যাসার্ধ ও দৈর্ঘ্য (d) ব্যাসার্ধ, দৈর্ঘ্য ও ভর

সমাধান: নিজ অক্ষের সাপেক্ষে ঘূর্ণায়মান নিরেট সিলিন্ডারের জড়তার ভ্রামক, $I = \frac{1}{2} Mr^2$

এই সূত্রানুসারে ব্যাসার্ধ ও ভরের উপর নির্ভরশীল।

03. নিচের কোনটি ধ্রুবক হলে কোন বস্তুর ওপর প্রযুক্ত টর্ক শূন্য হবে? [RU'23-24] [Ans: d]

- (a) বল (b) বলের ঘাত (c) রৈখিক ভরবেগ (d) কৌণিক ভরবেগ

04. একটি চাকার ভর 10 kg এবং চক্রগতির ব্যাস 10 m হলে চাকাটির জড়তার ভ্রামক কত? [JU'23-24] [Ans: c]

- (a) 2.50 kg-m² (b) 250 kg-cm² (c) 250 kg-m² (d) 2.50 gm-cm²

সমাধান: $I = MK^2 = 10 \times \left(\frac{10}{2}\right)^2 = 250 \text{ kg-m}^2$

05. 1 kg ভর এবং 1 m চক্রগতির ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট একটি বৃত্তাকার চাকার কৌণিক ত্বরণ 10 rads⁻² হলে চাকাটির ঘূর্ণনের মোমেন্ট কত? [JU'23-24] [Ans: c]

- (a) 5 Nm (b) 8 Nm (c) 10 Nm (d) 12 Nm

সমাধান: $\tau = I\alpha = MK^2\alpha = (1 \times 1^2 \times 10) \text{ Nm} = 10 \text{ Nm}$

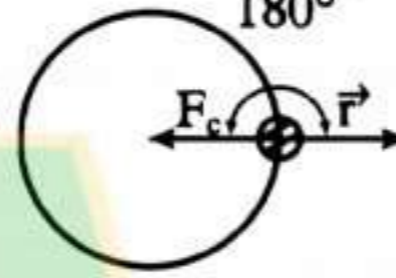
06. $\frac{\pi}{5}$ Nm মানের একটি টর্ক 30 rpm বেগে ঘূর্ণায়মান একটি চাকাকে 10 s-এ থামিয়ে দেয়। চাকার জড়তার ভ্রামক কত kgm²? [Agri'22-23] [Ans: a]

- (a) 2 (b) 2π (c) 6π (d) 15

সমাধান: $\alpha = \frac{\omega_f - \omega_i}{t} = \frac{2\pi f - 0}{t} = \frac{2\pi \times 30}{60 \times 10} = \frac{\pi}{10} \therefore \tau = I\alpha \Rightarrow \frac{\pi}{5} = I \times \frac{\pi}{10} \therefore I = 2$

07. কোন সম্পর্কটি সঠিক? [JU'18-19; JnU'15-16] [Ans: d]
 (a) $\tau = I^2\alpha$ (b) $\tau = \sqrt{I\alpha}$ (c) $\tau = \frac{1}{\alpha}$ (d) $\tau = I\alpha$
08. দ্বিগুণ চক্রগতির ব্যাসার্ধের একটি বস্তুর জড়তার ভ্রামক একই রাখতে হলে, এর ভর প্রথম বস্তুর তুলনায় কত হবে? [RU'22-23] [Ans: d]
 (a) $\sqrt{2}$ (b) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (c) $\frac{1}{2}$ (d) $\frac{1}{4}$
- সমাধান: ধরি, $I_1 = M_1 K_1^2$ ও $I_2 = M_2 K_2^2$
 দেওয়া আছে, $K_2 = 2K_1$; $I_1 = I_2$ হতে হলে, $M_2 K_2^2 = M_1 K_1^2 \Rightarrow M_2 \times (2K_1)^2 = M_1 K_1^2 \therefore M_2 = \frac{1}{4} M_1$
09. বৃত্তাকার পথে আবর্তনরত বস্তুর কেন্দ্রমুখী ত্বরণ- [CU'22-23] [Ans: d]
 (a) ωr (b) ωr^2 (c) $\omega^2 r^2$ (d) $\omega^2 r$
10. টর্কের মাত্রা সূত্র (Dimensional Formula) কোনটি? [CU'22-23, 17-18] [Ans: a]
 (a) $[ML^2T^{-2}]$ (b) $[ML^{-2}T^{-2}]$ (c) $[ML^2T^{-1}]$ (d) $[ML^{-1}T^2]$
11. কেন্দ্রীয় বল F এর প্রভাবে r ব্যাসার্ধের বৃত্তাকার পথে ঘূর্ণনরত একটি কণার উপর ক্রিয়াশীল টর্কের মান- [GST'21-22] [Ans: c]
 (a) rF (b) -rF (c) 0 (d) ∞

সমাধান: $\tau = rF \sin \theta = rF_c \sin 180^\circ = 0$



12. একটি বস্তুর জড়তার ভ্রামক নির্ভর করে এর- [CU' 21-22] [Ans: a]
 (a) ভর ও ঘূর্ণন অক্ষের উপর (b) আয়তনের উপর (c) কৌণিক বেগের উপর (d) কৌণিক ভরবেগের উপর
13. একটি চাকার ভর 5 kg এবং চক্রগতির ব্যাসার্ধ 25 cm। এর জড়তার ভ্রামক কত? [JU'18-19] [Ans: c]
 (a) 0.4125 kg-m^2 (b) 0.7125 kg-m^2 (c) 0.3125 kg-m^2 (d) 0.9125 kg-m^2
- সমাধান: $I = MK^2 = 5 \times (0.25)^2 = 0.3125 \text{ kgm}^2$
14. 'M' ভর এবং 'a' প্রান্ত বিশিষ্ট একটি সুষম বর্গাকৃতির চাকতির একটি কর্ণের সাপেক্ষে এর জড়তার ভ্রামক: [CU'18-19] [Ans: d]
 (a) $\frac{Ma^2}{3}$ (b) $\frac{Ma^2}{6}$ (c) $\frac{Ma^2}{9}$ (d) $\frac{Ma^2}{12}$
15. একটি ফাঁপা সিলিন্ডারের ভর M ও ব্যাসার্ধ R। জ্যামিতিক অক্ষ সাপেক্ষে এর জড়তার ভ্রামক কত? [JU'17-18] [Ans: b]
 (a) $\frac{1}{2} MR^2$ (b) MR^2 (c) $\frac{3}{2} MR^2$ (d) $\sqrt{MR^2}$
16. M ভরের ও r ব্যাসার্ধের একটি নিরেট সিলিন্ডারের নিজ অক্ষের সাপেক্ষে চক্রগতির ব্যাসার্ধ হচ্ছে- [JnU'17-18] [Ans: b]
 (a) $\frac{r}{\sqrt{12}}$ (b) $\frac{r}{\sqrt{2}}$ (c) r^2 (d) কোনোটিই নয়

সমাধান: সিলিন্ডারের এর জন্য, $I = \frac{1}{2} mr^2 = m \left(\frac{r}{\sqrt{2}}\right)^2$; $I = MR^2$ এর সাথে তুলনা করে, $R = \frac{r}{\sqrt{2}}$

17. 2.4 kg ভর ও 0.2 m চক্রগতির ব্যাসার্ধ সম্পন্ন একটি চাকতিতে কী পরিমাণ টর্ক ক্রিয়া করলে তার কৌণিক ত্বরণ 3 rads^{-1} হবে? [JU'16-17] [Ans: b]
 (a) 0.388 Nm (b) 0.288 Nm (c) 0.390 Nm (d) 0.488 Nm
- সমাধান: $\tau = I\alpha = Mk^2 \times \alpha = 2.4 \times (0.2)^2 \times 3 = 0.288 \text{ Nm}$
18. নিচের কোনটি জড়তার ভ্রামকের একক? [CU'16-17] [Ans: a]
 (a) kgm^2 (b) kgm (c) kgm^{-1} (d) kgm^{-2} (e) kgm^3
19. কোন অক্ষ সাপেক্ষে একটি বস্তুর জড়তার ভ্রামক 256 kgm^2 । উক্ত অক্ষ সাপেক্ষে বস্তুর চক্রগতির ব্যাসার্ধ কত? [RU'14-15] [Ans: b]
 [বস্তুর ওজন = 39.2 N]
 (a) 4 m (b) 8 m (c) 12 m (d) 16 m

সমাধান: আমরা জানি, $I = mk^2 \Rightarrow \frac{W}{g} \times k^2 = I \Rightarrow k = \sqrt{\frac{Ig}{W}} = \sqrt{\frac{256 \times 9.8}{39.2}} = \sqrt{\frac{256 \times 98}{392 \times 10}} = \sqrt{\frac{256}{4}} = \sqrt{64} = 8 \text{ m}$

20. জড়তার ভ্রামকের মাত্রা সমীকরণ- [BAU'14-15; JU'10-11; RU'07-08] [Ans: a]
 (a) $[ML^2]$ (b) $[M^2L^2]$ (c) $[ML]$ (d) $[M^{-1}L^2]$
- সমাধান: জড়তার ভ্রামক = ভর \times (দূরত্ব) $^2 = [ML^2]$
21. 5 kg ভরের একটি চাকার চক্রগতির ব্যাসার্ধ 20 cm। এর উপর 0.4 Nm টর্ক প্রযুক্ত হলে, কৌণিক ত্বরণ কত হবে? [RU'13-14] [Ans: a]
 (a) 2 rad s^{-2} (b) 0.5 rad s^{-2} (c) 2 deg s^{-2} (d) 0.5 deg s^{-2}

সমাধান: $I = Mr^2 = 5 \times (0.2)^2 = 0.2 \text{ kgm}^2$; $\tau = I\alpha \Rightarrow \alpha = \frac{0.4}{0.2} = 2 \text{ rads}^{-2}$

Type-06: কৌণিক বেগ ও গতিশক্তি

Formula & Concept:

- কৌণিক ভরবেগ, $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} = \vec{r} \times m\vec{v} = m(\vec{r} \times \vec{v}) \therefore L = mvr \sin \theta = I\omega = mr^2\omega$
- রৈখিক গতিশক্তি, $E_{kr} = \frac{1}{2}I\omega^2 = \frac{L^2}{2I}$; রৈখিক গতিশক্তি, $E_k = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{p^2}{2m}$
- যদি $\tau = 0$ হয় তবে, $L =$ ধ্রুবক $\therefore mvr =$ ধ্রুবক $\therefore I\omega =$ ধ্রুবক (এটিই কৌণিক ভরবেগের সংরক্ষণ সূত্র)
- কৌণিক বেগ, $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi N}{t}$
- রৈখিক বেগ ও কৌণিক বেগের মধ্যে সম্পর্ক, $v = \omega r = \frac{2\pi r}{T}$
- রৈখিক ত্বরণ ও কৌণিক ত্বরণের মধ্যে সম্পর্ক, $a = ar$

MCQ

01. একটি দেওয়াল ঘড়ির মিনিটের কাঁটার দৈর্ঘ্য 18 cm হলে, এর কৌণিক বেগ কত? [GST'23-24] [Ans: a]
 (a) $1.74 \times 10^{-3} \text{ rad s}^{-1}$ (b) $2.74 \times 10^{-3} \text{ rad s}^{-1}$ (c) $1.47 \times 10^{-3} \text{ rad s}^{-1}$ (d) $2.47 \times 10^{-3} \text{ rad s}^{-1}$
 সমাধান: $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{60 \times 60} = \frac{\pi}{1800} = \frac{3.1416}{1800} \approx \frac{3}{1800} \approx \frac{1}{600} \approx 0.001666 \approx 1.74 \times 10^{-3} \text{ rad s}^{-1}$
02. ঘড়ির সেকেন্ডের কাঁটার কৌণিক বেগ কত? [RU'23-24] [Ans: c]
 (a) $\frac{\pi}{3600} \text{ rad s}^{-1}$ (b) $\frac{\pi}{60} \text{ rad s}^{-1}$ (c) $\frac{\pi}{30} \text{ rad s}^{-1}$ (d) $\pi \text{ rad s}^{-1}$
 সমাধান: $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{60} = \frac{\pi}{30} \text{ rad s}^{-1}$
03. 4 kg ভরের একটি বস্তুকে 0.2 m দৈর্ঘ্যের সূতা দিয়ে একটি নির্দিষ্ট অক্ষের চারিদিকে 2 rads^{-1} কৌণিক বেগে ঘুরানো হলে কৌণিক ভরবেগ- [RU'23-24] [Ans: b]
 (a) $0.64 \text{ kgm}^2\text{s}^{-1}$ (b) $0.32 \text{ kgm}^2\text{s}^{-1}$ (c) $0.32 \text{ kgm}^{-2}\text{s}^{-1}$ (d) $0.32 \text{ kg}^{-1}\text{m}^{-1}\text{s}$
 সমাধান: $L = I\omega = mr^2\omega = 4 \times (0.2)^2 \times 2 = 8 \times 0.04 = \frac{8 \times 4}{100} = 0.32 \text{ kgm}^2\text{s}^{-1}$
04. সুযম বৃত্তাকার পথে সমদ্রুতিতে চলমান বস্তুর ত্বরণ- [RU'23-24] [Ans: b]
 (a) শূন্য (b) বস্তুর দ্রুতি পথের ব্যাসার্ধের ওপর নির্ভর করে
 (c) শুধু ব্যাসার্ধের ওপর নির্ভর করে (d) পরিমাপ করা সম্ভব নয়
05. নিচের কোনটি কৌণিক দূরত্বের মাত্রা সমীকরণ? [JU'23-24] [Ans: b]
 (a) $M^1L^1T^1$ (b) $M^0L^0T^0$ (c) $M^1L^1T^{-1}$ (d) কোনোটিই নয়
06. কৌণিক বেগের মাত্রা কোনটি? [CU'23-24] [Ans: a]
 (a) $M^0L^0T^{-1}$ (b) $ML^{-1}T$ (c) $M^{-1}L^{-1}T^{-1}$ (d) $ML^{-2}T^{-1}$
07. একটি পাখা প্রতি মিনিটে 30 বার ঘুরছে। এর কৌণিক বেগ কত? [Agri'21-22] [Ans: a]
 (a) $\pi \text{ rads}^{-1}$ (b) $2\pi \text{ rads}^{-1}$ (c) $15\pi \text{ rads}^{-1}$ (d) $60\pi \text{ rads}^{-1}$
 সমাধান: $\omega = \frac{2\pi N}{T} = \frac{2\pi \times 30}{60} = \pi \text{ rads}^{-1}$
08. রৈখিক ত্বরণ ও কৌণিক ত্বরণের মধ্যে সম্পর্ক কোনটি? [Agri'21-22] [Ans: c]
 (a) $\alpha = ra$ (b) $a = \frac{a^2}{r}$ (c) $r = \frac{a}{\alpha}$ (d) $a\alpha r = 1$
09. একটি ঘড়ির সেকেন্ড, মিনিট, ঘণ্টার কাঁটার কৌণিক বেগের অনুপাত- [Agri'21-22] [Ans: d]
 (a) 720 : 60 : 1 (b) 1 : 60 : 720 (c) 1 : 12 : 720 (d) 720 : 12 : 1
 সমাধান: $\omega_S : \omega_M : \omega_H = \frac{2\pi}{60} : \frac{2\pi}{60 \times 60} : \frac{2\pi}{12 \times 60 \times 60} = \frac{1}{60} : \frac{1}{3600} : \frac{1}{12 \times 3600} = \frac{12 \times 3600}{60} : \frac{12 \times 3600}{3600} : \frac{12 \times 3600}{12 \times 3600} = 720 : 12 : 1$
10. বলের ভ্রামকের মাত্রা কোনটি? [JU'20-21] [Ans: a]
 (a) $[ML^2T^{-2}]$ (b) $[MLT^{-1}]$ (c) $[ML^{-1}T^{-2}]$ (d) $[ML^2T^{-1}]$
11. কৌণিক ভরবেগের একক কোনটি? [DU'18-19] [Ans: a]
 (a) $\text{kg m}^2\text{s}^{-1}$ (b) kg m s^{-2} (c) kg ms^{-1} (d) $\text{kg m}^2\text{s}^{-2}$
 সমাধান: $L = mvr$ একক $\text{kg} \cdot \text{ms}^{-1} \cdot \text{m} = \text{kgm}^2\text{s}^{-1}$
12. কৌণিক ভরবেগের মাত্রা সমীকরণ কোনটি? [JU'18-19] [Ans: a]
 (a) $[ML^2T^{-1}]$ (b) $[MLT^{-1}]$ (c) $[LT^{-2}]$ (d) $[MLT^{-2}]$

13. কোন সম্পর্কটি সঠিক? [CU'18-19] [Ans: b]

- (a) $\vec{L} = \vec{p} \times \vec{r}$ (b) $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$ (c) $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{F}$ (d) $\vec{L} = \vec{p} \times \vec{F}$

14. ঘূর্ণায়মান বস্তুর গতিশক্তি (K. E)- [KU'18-19] [Ans: a]

- (a) $\frac{1}{2} I \omega^2$ (b) $\frac{1}{2} I \omega$ (c) $I \omega^2$ (d) $\frac{1}{2} I^2 \omega$

15. একটি লিভারের দৈর্ঘ্যের সাথে 30° কোণে 10 kg ms^{-1} মানের ভরবেগ ক্রিয়াশীল। লিভারের কৌণিক ভরবেগ $5 \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-1}$ হলে এর দৈর্ঘ্য কত? [BAU'18-19] [Ans: a]

- (a) 1 m (b) 2 m (c) 3 m (d) 4 m

সমাধান: $L = r p \sin \theta \therefore r = \frac{L}{p \sin \theta} = \frac{5}{10 \sin 30^\circ} = 1 \text{ m}$

16. 3 kg ভরের একটি গতিশীল কণার গতিবেগ $\vec{v} = 2\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$ এবং কণার অবস্থান ভেক্টর $\vec{r} = \hat{i} - \hat{j}$ হলে মূলবিন্দু সাপেক্ষে এর কৌণিক ভরবেগ (\vec{L}) কত? [BAU'18-19] [Ans: a]

- (a) $\vec{L} = -3\hat{i} - 3\hat{j}$ (b) $\vec{L} = 3\hat{j} - 2\hat{j} - \hat{k}$ (c) $\vec{L} = 2\hat{i} - 4\hat{j} - \hat{k}$ (d) $\vec{L} = 4\hat{i} - 2\hat{j} - \hat{k}$

সমাধান: $L = (\vec{r} \times \vec{v})m = 3 \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 1 & -1 & 0 \\ 2 & -2 & 1 \end{vmatrix} = -3\hat{i} - 3\hat{j}$

17. m এবং 4 m ভরের দুটি গতিশীল বস্তুর গতিশক্তি একই হলে তাদের রৈখিক ভরবেগের অনুপাত কত? [RU'17-18] [Ans: b]

- (a) 1: 4 (b) 1: 2 (c) 4: 1 (d) 2: 1

সমাধান: $\frac{p_1^2}{2} = \frac{m_1}{2} \Rightarrow \frac{p_1}{p_2} = \sqrt{\frac{m_1}{4m_2}} \therefore p_1 : p_2 = 1: 2$

18. একটি দেয়াল ঘড়ির কাঁটার কৌণিক বেগ কত rad s^{-1} ? [KU'17-18] [Ans: b]

- (a) 1.53×10^{-3} (b) 1.74×10^{-3} (c) 2.54×10^{-3} (d) 2.75×10^{-3}

সমাধান: মিনিটের কাঁটা ধরে, $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{3600} = 1.74 \times 10^{-3}$

19. 500 g ভরের একটি বস্তু 2 m ব্যাসার্ধের বৃত্তাকার পথে আবর্তন করছে। আবর্তনকাল 10s হলে বস্তুর কৌণিক ভরবেগ কত? [JU'16-17; RU'09-10] [Ans: a]

- (a) $1.256 \text{ kgm}^2 \text{ s}^{-1}$ (b) $2.256 \text{ kgm}^2 \text{ s}^{-1}$ (c) $3.256 \text{ kgm}^2 \text{ s}^{-1}$ (d) $4.256 \text{ kgm}^2 \text{ s}^{-1}$

সমাধান: $L = m\omega r^2 = m \cdot \left(\frac{2\pi}{T}\right) \cdot r^2 = 0.5 \left(\frac{2 \times 3.1416}{10}\right) \times 2^2 = 1.256 \text{ kgm}^2 \text{ s}^{-1}$ [ক্যালকুলেটর ব্যবহার করে]

20. কৌণিক ভরবেগ ও কৌণিক বেগের মধ্যে সম্পর্ক কোনটি? [CU'16-17, 13-14] [Ans: d]

- (a) $L = I\omega^2$ (b) $L = v\omega$ (c) $L = \frac{\omega}{r}$ (d) $L = I\omega$

21. বৃত্তীয় গতির ক্ষেত্রে কৌণিক ভরবেগের রাশি কোনটি? [RU'21-22] [Ans: b]

- (a) $rm\omega$ (b) $r^2m\omega$ (c) $rm\omega^2$ (d) $rm^2\omega$

Type-07: ব্যাংকিং কোণ

Formula & Concept:

➤ সাইকেল আরোহী বৃত্তাকার পথে বাঁক নিলে, নিরাপদে বাঁক নেয়ার জন্য আরোহীকে উল্লম্বের সাথে θ কোণে হেলে যেতে হবে

যেখানে, $\tan \theta = \frac{v^2}{rg}$

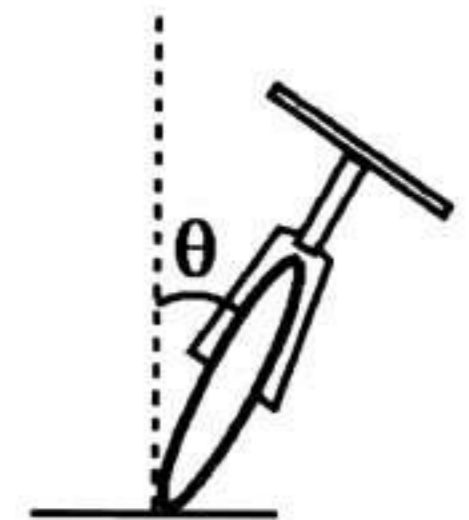
v = সাইকেল আরোহীর বেগ, r = বৃত্তাকার বাঁকের ব্যাসার্ধ, θ = ব্যাংকিং কোণ

ঘর্ষণহীন রাস্তায় যানবাহন বৃত্তাকার পথে বাঁক নিলে-

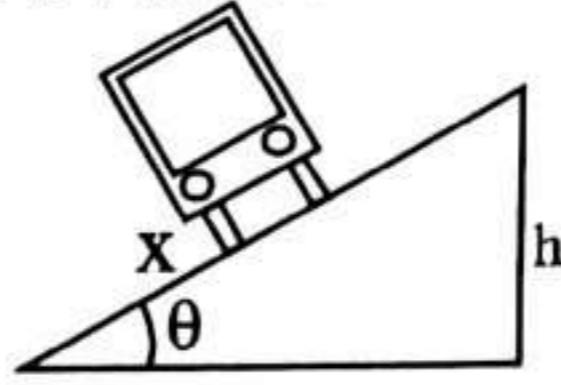
$\sin \theta = \frac{h}{x}$, θ ক্ষুদ্র হলে $[0^\circ \leq \theta \leq 4^\circ]$ $\sin \theta = \tan \theta$

নিরাপদে বাঁক নেয়ার জন্য রাস্তার ব্যাংকিং কোণ θ হতে হবে যেখানে, $\tan \theta = \frac{h}{x} = \frac{v^2}{rg}$

v = যানবাহনের বেগ, r = বৃত্তাকার বাঁকের ব্যাসার্ধ



- ঘর্ষণযুক্ত সমতল রাস্তায় ব্যাংকিং না থাকলে নিরাপদে বাঁক নেয়ার শর্ত:



$$\text{কেন্দ্রমুখী বল} \leq \text{ঘর্ষণ বল} \Rightarrow \frac{mv^2}{r} \leq \mu_s mg \Rightarrow v \leq \sqrt{\mu_s rg}$$

MCQ

01. একজন সাইকেল আরোহী ঘণ্টায় 24 km বেগে 30 m ব্যাসার্ধের একটি বৃত্তাকার পথে মোড় নিচ্ছে। তাকে উল্লম্বের সাথে কত কোণে হলে থাকতে হবে? [GST'23-24] [Ans: a]

- (a) $\tan^{-1}(0.15)$ (b) $\tan^{-1}(0.015)$ (c) $\tan^{-1}(0.115)$ (d) $\tan^{-1}(0.215)$

সমাধান: $v = 24 \text{ kmh}^{-1} = \frac{24 \times 1000}{3600} = \frac{24}{36} \times 10 = \frac{20}{3} \text{ ms}^{-1}$; $\tan \theta = \frac{v^2}{rg}$

$$\Rightarrow \theta = \tan^{-1} \left(\frac{v^2}{rg} \right) = \tan^{-1} \left\{ \frac{\left(\frac{20}{3} \right)^2}{30 \times 9.8} \right\} = \tan^{-1} \left(\frac{400}{9 \times 30 \times 9.8} \right) = \tan^{-1} \left(\frac{400}{9 \times 30 \times 10} \right) [g = 9.8 = 10 \text{ ধরে}]$$

$$\Rightarrow \theta = \tan^{-1} \left(\frac{4}{27} \right) \approx \tan^{-1}(0.15)$$

02. একটি গাড়ি 50 kmh^{-1} বেগে 60 m ব্যাসার্ধের একটি রাস্তার মোড় নিতে হলে, অনুভূমিকের সাথে রাস্তাটির ব্যাংকিং কোণ কত ডিগ্রি হওয়া প্রয়োজন? [KU'17-18] [Ans: d]

- (a) 1.34 (b) 4.05 (c) 15.82 (d) 18.17

সমাধান: $\tan \theta = \frac{v^2}{rg} = \frac{\left(\frac{50}{3.6} \right)^2}{60 \times 9.8} \therefore \theta = 18.16^\circ$ (প্রায়) [ক্যালকুলেটর ব্যবহার করে]

03. একটি রাস্তা 65.31 m ব্যাসার্ধে বাঁক নিয়েছে। ঐ স্থানে রাস্তাটি 5.0 m চওড়া এবং এর ভিতরের কিনারা হতে বাইরের কিনারা 0.5m উঁচু। সর্বোচ্চ কত ms^{-1} বেগে ঐ স্থানে নিরাপদে বাঁক নেওয়া সম্ভব? [KU'16-17] [Ans: c]

- (a) 7 (b) 7.3 (c) 8.0 (d) 8.3

সমাধান: $\tan \theta = \frac{v^2}{rg}$, $h = x \sin \theta$; $\theta = \sin^{-1} \left(\frac{0.5}{5} \right)$

$$\therefore v = \sqrt{65.31 \times 9.8 \times \tan \sin^{-1} \left(\frac{1}{10} \right)} = 8.02 \text{ ms}^{-1} \approx 8 \text{ ms}^{-1} [ক্যালকুলেটর ব্যবহার করে]$$

Written

01. একজন বাইসাইকেল আরোহী সমতল বক্র পথে v বেগে ভ্রমণ করছে। সাইকেলের চাকা এবং পথের মধ্যকার স্থিতি ঘর্ষণ গুণক $\mu_s = 0.50$ । সাইকেলের উপর ক্রিয়ারত বলসমূহের নাম লিখ। যদি বেগ $v = 10 \text{ ms}^{-1}$ হয়, তবে সর্বনিম্ন কত ব্যাসার্ধের বৃত্তাকার পথে আরোহীটি ভ্রমণ করতে পারবে? [DU'20-21]

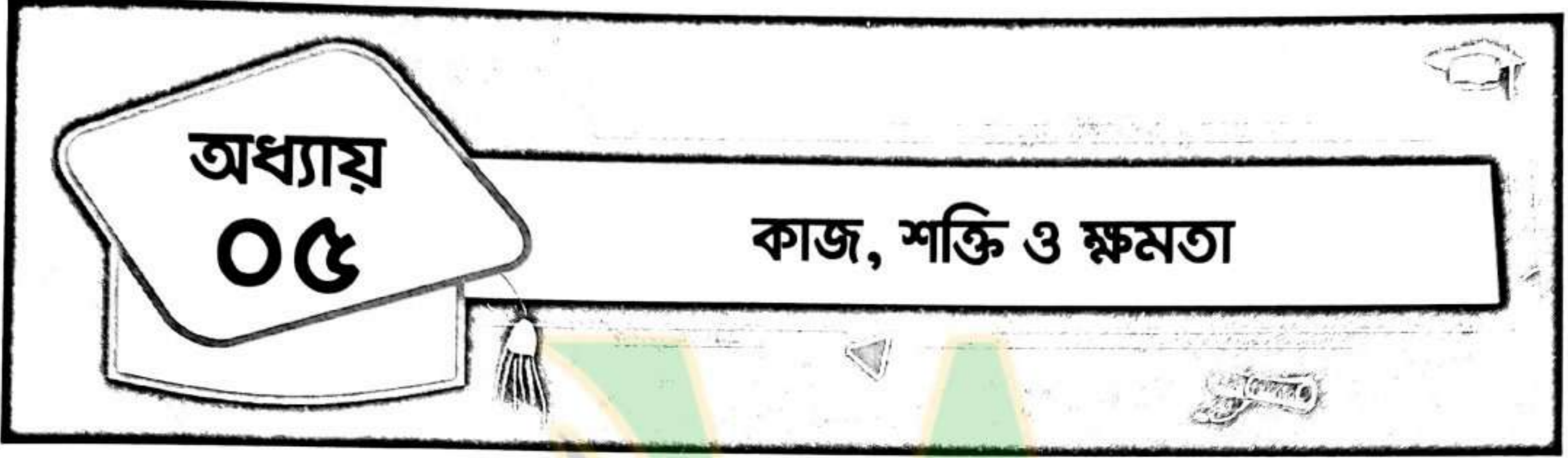
সমাধান: সাইকেলের ওপর ক্রিয়ারত বলসমূহ- (i) ঘর্ষণ বল (ii) উল্লম্ব প্রতিক্রিয়া বল।
এখানে ঘর্ষণ বলটি কেন্দ্রমুখী বল হিসেবে কাজ করে।

ধরি, আরোহীসহ সাইকেলের ভর = m

শর্তমতে, $F_f = \frac{mv^2}{r} \Rightarrow \mu_s(mg) = \frac{mv^2}{r} \Rightarrow r = \frac{v^2}{g\mu_s} \Rightarrow r = \frac{10^2}{9.8 \times 0.50} \therefore r = 20.4 \text{ m (Ans.)}$

ব্যর্থ না হওয়ার সবচাইতে নিশ্চিত পথ হলো সাফল্য অর্জনে দৃঢ় সংকল্প হওয়া।

- Kazi Nazrul Islam



➤ ভার্সিটি ভর্তি পরীক্ষার জন্য এই অধ্যায়ের গুরুত্বপূর্ণ টাইপসমূহ:

গুরুত্ব	টাইপ	বিষয়বস্তু	যতবার এসেছে		যেসব ভর্তি পরীক্ষায় প্রশ্ন এসেছে	
			MCQ	Written	MCQ	Written
☆☆☆	T-01	কাজ	30	-	DU'21-22, 15-16, 14-15; GST'22-23, 21-22; Agri'21-22; RU'22-23, 21-22, 17-18, 15-16, 14-15; JU'22-23, 21-22, 20-21, 19-20, 17-18, 15-16, 14-15; JnU'16-17; CU'22-23, 21-22, 15-16; KU'14-15	-
☆☆	T-02	স্প্রিং	3	-	RU'22-23, 21-22, CU'12-13	-
☆☆☆	T-03	শক্তি	52	4	DU'23-24, 22-23, 20-21, 16-17, 13-14, 08-09; GST'23-24, 22-23, 21-22; Agri'20-21, RU'23-24, 22-23, 21-22, 20-21, 18-19, 17-18, 15-16, 13-14; JU'23-24, 22-23, 21-22, 19-20, 17-18, 16-17, 14-15, 11-12; JnU'17-18; CU'23-24, 22-23, 17-18, 10-11; SUST'19-20; KU'19-20, 17-18, 09-10, 05-06	DU'23-24; RU'19-20, JnU'18-19
☆☆☆	T-04	ক্ষমতা ও কর্মদক্ষতা	21	-	DU'16-17; GST'23-24, 20-21; Agri'21-22; RU'22-23, 17-18, 15-16; JU'23-24, 22-23, 18-19, 16-17, 10-11, 09-10; CU'20-21, 13-14; KU'19-20, 16-17, 02-03	-
☆	T-05	ভরকেন্দ্রের সরণ	1	-	KU'13-14	-

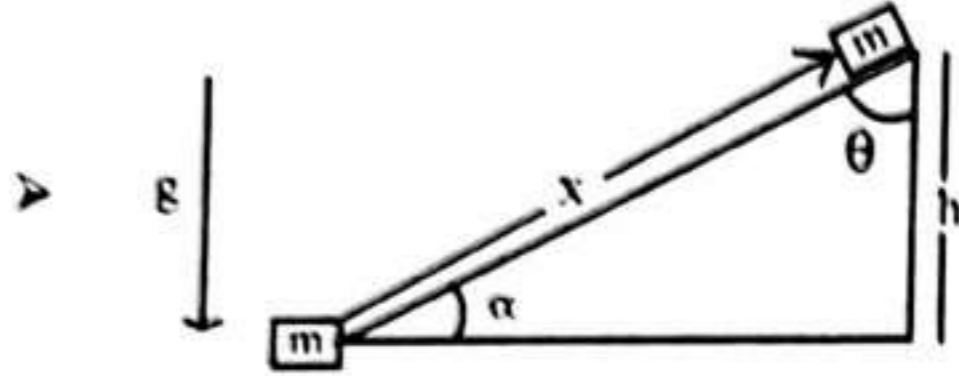
Type-01: কাজ

Formula & Concept:

কাজ, $W = \vec{F} \cdot \vec{s}$ [ডট গুণন]

$= Fs \cos \theta$ [θ হলো \vec{F} এবং \vec{s} এর মধ্যবর্তী কোণ]

কাজ ধনাত্মক, যখন $0 \leq \theta < 90^\circ$; কাজ ঋণাত্মক, যখন $90^\circ < \theta \leq 180^\circ$; কাজ শূন্য, যখন $\theta = 90^\circ$
অর্থাৎ, যদি বলের দিকে সরণের কোন উপাংশ না থাকে তবে কাজ সবসময় শূন্য।



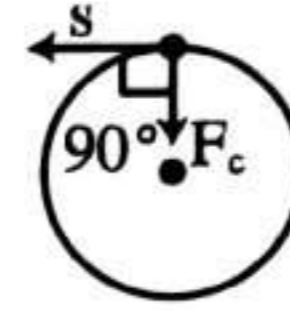
এখানে, বস্তুকে তুলতে অভিকর্ষ বলের বিরুদ্ধে কৃতকাজ

$W = Fs \cos \theta = mg x \cos \theta = mgh$ [$\because x \cos \theta = h$]

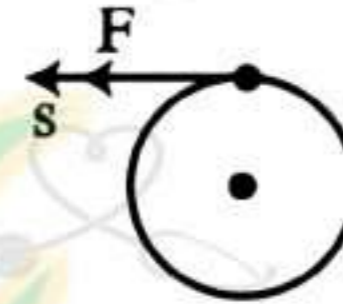
[θ হলো উল্লম্বের সাথে আনত তলের কোণ]

বৃত্তাকার পথে সমদ্রুতিতে ঘূর্ণায়মান বস্তুর ক্ষেত্রে কেন্দ্রমুখী বল দ্বারা কৃতকাজ শূন্য, কেননা কেন্দ্রমুখী বল ও সরণের মধ্যবর্তী কোণ 90° ।

কারণ ঘূর্ণনশীল বস্তুর যেকোনো মুহূর্তে সরণের দিক হলো স্পর্শক বরাবর।



কিন্তু যদি বৃত্তাকার পথের স্পর্শক বরাবর বল প্রয়োগের ফলে বস্তুর ঘূর্ণন গতি তৈরি হয়, তবে বল ও সরণের মধ্যবর্তী কোণ হয় 0° । অর্থাৎ, সেক্ষেত্রে কাজ ধনাত্মক।



MCQ

01. 500 g ভরের একটি কণার উপর $(6x^2 - 4x)$ N বল ক্রিয়া করায় বস্তুটি বলের দিকে $x = 0$ অবস্থান হতে $x = 2$ অবস্থানে সরে গেলে বলের দ্বারা কৃতকাজের পরিমাণ কত J? [GST'22-23] [Ans: a]

- (a) 8 (b) 6 (c) 4 (d) 2

সমাধান: $W = \int_0^2 (6x^2 - 4x) dx = \left[6 \times \frac{x^3}{3} - 4 \times \frac{x^2}{2} \right]_0^2 = [2 \times 2^3 - 2 \times 2^2 - 0 + 0] = 16 - 8 = 8$

02. একটি কণার উপর $\vec{F} = (-2\hat{i} + 3\hat{j} + 4\hat{k})$ N বল প্রয়োগের ফলে Q(3, -4, -2) বিন্দু থেকে P(-2, 3, 5) বিন্দুতে স্থানান্তরিত হয়। বল কর্তৃক সম্পাদিত কাজের পরিমাণ কত? [IUT'18-19; KUET'15-16; RUET'15-16] [Ans: c]

- (a) 50 J (b) 55 J (c) 59 J (d) 60 J

সমাধান: সরণ, $\vec{QP} = \vec{OP} - \vec{OQ} = (-2 - 3)\hat{i} + (3 + 4)\hat{j} + (5 + 2)\hat{k} = -5\hat{i} + 7\hat{j} + 7\hat{k}$; কৃতকাজ, $W = \vec{F} \cdot \vec{s} = \vec{F} \cdot \vec{QP}$
 $= (-2\hat{i} + 3\hat{j} + 4\hat{k}) \cdot (-5\hat{i} + 7\hat{j} + 7\hat{k}) = (-2) \times (-5) + 3 \times 7 + 4 \times 7 = 10 + 21 + 28 = 59$ J

03. 5 টি ঘনাকৃতি পাথর খণ্ডের প্রতিটির আয়তন 0.216 m^3 ও ভর 300 kg। এদের একটি অপরাটির উপর রেখে একটি স্তম্ভ প্রস্তুত করতে কৃতকাজের পরিমাণ কত? [$g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$] [RU'22-23] [Ans: c]

- (a) 17600 J (b) 17650 J (c) 17640 J (d) 17000 J

সমাধান: আয়তন, $V = a^3 = 0.216 \text{ m}^3 \Rightarrow a^3 = 216 \times 10^{-3} \text{ m}^3 \Rightarrow a^3 = 6^3 \times 10^{-3} \therefore a = 0.6 \text{ m}$

\therefore কৃতকাজ, $W = \frac{n(n-1)}{2} mgh = \frac{5(5-1)}{2} \times 300 \times 9.8 \times 0.6 = \frac{20}{2} \times 300 \times \frac{98}{10} \times \frac{6}{10} = 10 \times 3 \times 98 \times 6 = 17640$ J

04. একটি কণার ওপর যদি $\vec{F} = (3\hat{i} - 4\hat{j} + 6\hat{k})$ N বল প্রয়োগ করায় কণাটি Z-অক্ষ বরাবর 5 m সরে যায় তবে, কণার উপর কৃতকাজ কত? [RU'22-23] [Ans: a]

- (a) 30 J (b) 15 J (c) 20 J (d) 10 J

সমাধান: সরণ 5m এর দিকে বলের উপাংশের মান 6 \therefore কৃতকাজ = $5 \times 6 = 30$ J

05. কাজের মাত্রা কোনটি?

- (a) MLT^{-2} (b) ML^2T^2 (c) ML^2T^{-2} (d) $ML^{-2}T^{-2}$ [JU'22-23] [Ans: c]

06. বহিঃস্থ বল দ্বারা কোনো যন্ত্রের (system) উপর কৃতকাজ- [CU'22-23] [Ans: b]
 (a) মোট শক্তির পরিবর্তন (b) গতিশক্তির পরিবর্তন (c) স্থিতিশক্তির পরিবর্তন (d) কোনোটিই নয়
07. একটি রাবার ব্যান্ডকে টেনে এর দৈর্ঘ্য x পরিমাণ বৃদ্ধি করলে, রাবার ব্যান্ডে সৃষ্ট প্রত্যাবর্তী বল হলো $F = ax + bx^2$ (এখানে a এবং b ধ্রুবক)। রাবার ব্যান্ডটিকে $x = 0$ থেকে $x = L$ পর্যন্ত বৃদ্ধি করতে কৃতকাজের মান কত? [DU' 21-22] [Ans: d]
 (a) $aL^2 + bLx^3$ (b) $\frac{aL^2}{2} + 2bL^2$ (c) $a + 2bL$ (d) $\frac{aL^2}{2} + \frac{bL^3}{3}$
- সমাধান: $W = \int_0^L F \cdot dx = \int_0^L (ax + bx^2) dx = \left[a \frac{x^2}{2} + b \frac{x^3}{3} \right]_0^L = \frac{aL^2}{2} + \frac{bL^3}{3}$
08. সংরক্ষণশীল বল দ্বারা 1 kg ভরের একটি বস্তুকে A থেকে B বিন্দুতে নেয়া হলো এবং B থেকে A বিন্দুতে ফিরিয়ে আনা হলো। বস্তুটির উপর কত J কাজ করা হলো? [GST' 21-22] [Ans: b]
 (a) 1 (b) 0 (c) 0.5 (d) 2
- সমাধান: সংরক্ষণশীল বল দ্বারা পূর্ণচক্রে কৃতকাজ শূন্য।
09. কাজের অভিকর্ষীয় একক কী? [Agri'21-22] [Ans: a]
 (a) kgm (b) Nm (c) Nm^2 (d) kgm^2
10. স্থিরাবস্থার একটি কণার উপর $F = Kx$ বল প্রয়োগ করলে কণাটির সরণ $x = 0$ m থেকে $x = 4$ m হয়। $K = 1 \text{ Nm}^{-2}$ হলে, কাজের পরিমাণ কত? [RU' 21-22] [Ans: c]
 (a) 0 Nm (b) $\frac{64}{3}$ Nm (c) 8 Nm (d) কোনোটিই নয়
- সমাধান: $W = \int_{x=0}^{x=4} F dx \Rightarrow W = \int_0^4 kx dx = 1 \int_0^4 x dx = \left[\frac{x^2}{2} \right]_0^4 = 8 \text{ Nm}$
11. বল ও সরণের মধ্যবর্তী কোণ θ হলে ঋণাত্মক কাজের শর্ত হবে- [JU' 21-22] [Ans: b]
 (a) $180^\circ \geq \theta \geq 90^\circ$ (b) $180^\circ \geq \theta > 90^\circ$ (c) $180^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$ (d) $180^\circ < \theta \leq 90^\circ$
12. একটি কণার ওপর $\vec{F} = (5\hat{i} + 3\hat{j} - 6\hat{k})$ N বল প্রয়োগ করায় কণাটি X-অক্ষ বরাবর 10 m সরে গেল। কণার উপর কৃতকাজ কত? [JU' 21-22] [Ans: b]
 (a) 30 J (b) 50 J (c) -60 J (d) 15 J
- সমাধান: $W = \vec{F} \cdot \vec{X} = (5\hat{i} + 3\hat{j} - 6\hat{k}) \cdot (10\hat{i}) = 50 \text{ J}$
13. কেন্দ্রমুখী বল দ্বারা কৃতকাজ- [CU' 21-22; JU'21-22] [Ans: c]
 (a) অসীম (b) ধনাত্মক (c) শূন্য (d) ঋণাত্মক
14. কাজের মান শূন্য হবে যদি প্রযুক্ত বল ও সরণের মধ্যবর্তী কোণ- [JU'20-21] [Ans: c]
 (a) 0° (b) 45° (c) 90° (d) 180°
15. 10 N বল প্রয়োগে একটি গাড়িকে 100 m সরাতে 500 J কাজ করতে হয়। বল ও সরণের মধ্যবর্তী কোণের মান কত? [JU'19-20] [Ans: a]
 (a) 60° (b) 30° (c) 45° (d) 75°
- সমাধান: $Fs \cos \theta = 500 \Rightarrow 10 \times 100 \times \cos \theta = 500 \therefore \theta = 60^\circ$
16. একটি 5 কিলোগ্রাম সচল বস্তুর সরণের লম্বদিকে 10 নিউটন ও 5 নিউটন মানের দুটি বল বস্তুটির উপর বিপরীত দিকে ক্রিয়া করে। বল দুটি দ্বারা কৃতকাজের মান কত হবে? [RU'17-18] [Ans: c]
 (a) 50 জুল (b) 25 জুল (c) 0 জুল (d) 15 জুল
- সমাধান: $W = \vec{F} \cdot \vec{s} = 0$ জুল।
17. কাজের পরিমাণ সবচেয়ে বেশি হয় যখন প্রযুক্ত বল ও সরণের মধ্যে কোণের মান- [RU'17-18] [Ans: c]
 (a) 90° (b) 45° (c) 0° (d) 180°
- সমাধান: $W = Fs \cos \theta$; $\cos \theta$ এর মান সর্বোচ্চ যখন $\theta = 0^\circ$
18. 20 kg-m এর Joule এ প্রকাশিত মান কোনটি? [JU'17-18] [Ans: b]
 (a) 199 J (b) 196 J (c) 200 J (d) 188 J
- সমাধান: $W = mgh = 20 \text{ kgm} \times 9.8 \text{ ms}^{-2} = 196 \text{ J}$
19. বল, সরণ ও কাজ এর মধ্যে সম্পর্ক হলো- [JnU'16-17] [Ans: d]
 (a) $W = \vec{F} \cdot \vec{s}$ (b) $W = Fs \cos \theta$ (c) $\vec{W} = \vec{F} \times \vec{s} \cos \theta$ (d) a ও b উভয়ই

20. 1 g ভরের একটি বস্তুকে 0.5 m ব্যাসার্ধের একটি অনুভূমিক বৃত্তাকার পথে 2ms^{-1} সমদ্রুতিতে ঘোরানো হচ্ছে। এক পূর্ণ ঘূর্ণনের জন্য প্রয়োজনীয় কাজের মান কত? [DU'15-16] [Ans: a]
 (a) 0J (b) 1J (c) 2J (d) 4J
 সমাধান: সরণ = 0 ∴ কাজ = 0
21. কোন বস্তু সরল পথে (0, 0, 1) বিন্দু থেকে (2, 0, 1) বিন্দুতে গেল। বস্তুটির উপর ক্রিয়াশীল বল $\vec{F} = 4\hat{i} - 3\hat{j}$ হলে কৃতকাজ হবে- [JU'15-16] [Ans: b]
 (a) 4 J (b) 8 J (c) 6 J (d) কোনোটিই নয়
 সমাধান: $\vec{r} = (2\hat{i} + 0\hat{j} + \hat{k}) - (0\hat{i} + 0\hat{j} + \hat{k}) = 2\hat{i}$ ∴ $W = \vec{F} \cdot \vec{r} = (4\hat{i} - 3\hat{j}) \cdot (2\hat{i}) = 8\text{ J}$
22. একটি কণার উপর $\vec{F} = (-5\hat{i} - 3\hat{j} - 6\hat{k})\text{N}$ বল প্রয়োগ করার ফলে কণাটির $\vec{s} = (3\hat{i} + m\hat{j} + 5\hat{k})\text{m}$ সরণ হয়। m এর মান কত হলে সম্পাদিত কাজের পরিমাণ শূন্য হবে? [RU'15-16] [Ans: b]
 (a) 0 (b) -15 (c) 5 (d) -10
 সমাধান: $W = \vec{F} \cdot \vec{s} = (-5\hat{i} - 3\hat{j} - 6\hat{k}) \cdot (3\hat{i} + m\hat{j} + 5\hat{k}) = 0$
 $\Rightarrow -15 - 3m - 30 = 0 \Rightarrow -3m = 45 \therefore m = -15$
23. একটি বস্তু সমদ্রুতিতে বৃত্তাকার পথে ঘুরলে এর উপর - [RU'15-16] [Ans: a]
 (a) কোনো কাজ হয় না (b) সর্বাধিক কাজ হয় (c) কোনো বল ক্রিয়া করে না (d) বেগ অপরিবর্তিত থাকে
 সমাধান: বেগের দিক ও ওজন পরস্পর লম্ব হওয়ায় যদি অনুভূমিক তলে ঘুরানো হয়, তাহলে কোনো কাজ হয় না। কিন্তু, উল্লম্ব তলে ঘুরালে কাজ হয়।
24. কোন বল দ্বারা কৃতকাজ $W = \vec{F} \cdot \vec{s}$ । F এবং s কোনটিই শূন্য না হলেও কখন কৃতকাজ শূন্য হবে? [CU'15-16] [Ans: c]
 (a) F এবং s একই দিকে (b) F এবং s বিপরীতমুখী
 (c) F এবং s পরস্পরের উপর লম্ব (d) F এবং s পরস্পর সমান্তরাল
 (e) F এবং s এর মধ্যবর্তী কোণ 45° হলে
 সমাধান: $\vec{F} \cdot \vec{s} = Fs \cos \theta = 0 \therefore \cos \theta = 0$ [$\because F \neq 0, s \neq 0$] ∴ $\theta = 90^\circ$
25. 40 N ওজনের বস্তুকে মেঝে থেকে 2 m উঁচুতে 2 s ধরে রাখতে কাজের পরিমাণ কত? [CU'15-16] [Ans: a]
 (a) 0 J (b) 40 J (c) 120 J (d) 160 J (e) 240 J
 সমাধান: যেহেতু, সরণ $s = 0 \therefore W = Fs = 0$
26. কোন ব্যক্তি 30° ঢালের 5 m উঁচু ঘর্ষণবিহীন তল বরাবর একটি 100N ব্লক টেনে তুলছে। ব্লকটি সমদ্রুতিতে চললে ব্যক্তি কী পরিমাণ কাজ করবে? [DU'14-15] [Ans: b]
 (a) 250 J (b) 500 J (c) 0 (d) 100 J
 সমাধান: এক্ষেত্রে উল্লম্ব উচ্চতা, $h = 5\text{m}$
 প্রযুক্ত বল, $F = 100\text{N}$ [তলটি মসৃণ]
 \therefore কৃতকাজ = $Fh = (5 \times 100)\text{J} = 500\text{J}$
27. একটি বস্তুকে সমতল ভূমির (i) a স্থান হতে উল্লম্বভাবে b স্থানে নেয়া হলো। এরপর (ii) b স্থান হতে অনুভূমিকভাবে c স্থানে নেয়া হলো এবং সবশেষে (iii) c স্থান হতে খাড়া নিচের দিকে ঐ ভূমির d স্থানে নামানো হলো। নিচের কোনটি সঠিক? [RU'14-15]
 (a) (i) নং case এ কাজ Positive (b) (ii) নং case এ কাজ 0
 (c) (iii) নং case এ কাজ Negative (d) কোনোটিই নয়
 সমাধান: (সঠিক উত্তর নেই); এখানে ব্যক্তি কর্তৃক কৃতকাজ বিবেচনা করলে উত্তর হবে (a) এবং (c) কিন্তু অভিকর্ষ বল কর্তৃক কৃতকাজ বিবেচনা করলে উত্তর হবে (b)।
28. 80 kg ভরের এক ব্যক্তি 20 kg ভরের একটি বোঝা নিয়ে 10 m দীর্ঘ একটি সিঁড়ি বেয়ে নিচে নামল। যদি সিঁড়িটি দেয়ালের সাথে 60° কোণে থাকে তবে সে কত কাজ করল? [JU'14-15] [Ans: a]
 (a) 4900 J (b) 800 J (c) 4950 J (d) 4800 J
 সমাধান: $W = Fx \cos \theta = (100 \times 9.8) \times 10 \times \cos(60^\circ)\text{J} = 4900\text{J}$
29. $\vec{r} = 3\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$ ভেক্টরের দিকে চলমান একটি বস্তুর উপর যদি প্রযুক্ত বল $\vec{F} = 2\hat{i} - \hat{j} - \hat{k}$ হয়, তাহলে কত কাজ করা হবে? [KU'14-15]
 (a) 10 একক (b) 15 একক (c) 100 একক (d) 20 একক
 সমাধান: (সঠিক উত্তর নেই); $\vec{r} = 3\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$; $\vec{F} = 2\hat{i} - \hat{j} - \hat{k}$; আমরা জানি, $W = \vec{F} \cdot \vec{r} = 6 - 1 + 1 = 6$

Type-02: স্প্রিং

Formula & Concept:

- স্প্রিং কর্তৃক কৃতকাজ, $W = \frac{1}{2} kx^2$; যেখানে, $k =$ স্প্রিং ধ্রুবক
 $x =$ সাম্যাবস্থান থেকে সরণ
- স্প্রিং বিভাজনের ক্ষেত্রে,
 - (i) স্প্রিংকে কাটলে স্প্রিং ধ্রুবক বাড়ে।
 - (ii) একটি স্প্রিংকে কেটে n সংখ্যক সমানভাগে ভাগ করলে নতুন স্প্রিং ধ্রুবক, $k_{new} = nk$
যেমন: 3 অংশে ভাগ করলে, $k_{new} = 3k$
 - (iii) n সংখ্যক সমান স্প্রিং ধ্রুবক বিশিষ্ট স্প্রিংকে সিরিজে সংযুক্ত করলে নতুন স্প্রিং ধ্রুবক, $k_{new} = \frac{k}{n}$ যেমন: 3টি সমান স্প্রিং
ধ্রুবক বিশিষ্ট স্প্রিংকে সিরিজে যুক্ত করলে, $k_{new} = \frac{k}{3}$
- স্প্রিং সংযোজনের ক্ষেত্রে, (i) শ্রেণি সংযোগে, $\frac{1}{k} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \dots + \frac{1}{k_n}$
(ii) সমান্তরাল সংযোগে, $k = k_1 + k_2 + \dots + k_n$

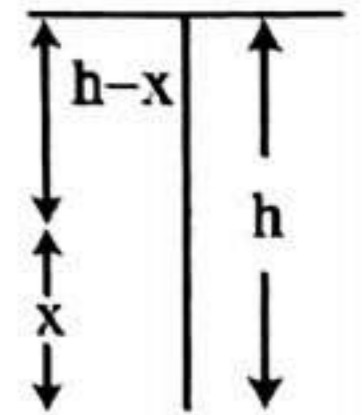
MCQ

01. একটি স্প্রিংয়ের অগ্রভাগে 100 g ভর বুলিয়ে দেয়ায় 0.1 m বৃদ্ধি হল। এ অবস্থা থেকে স্প্রিংটিকে টেনে আরও 2×10^{-2} m বৃদ্ধি করে ছেড়ে দেয়ায় বস্তুর মোট শক্তি- [RU'22-23] [Ans: a]
- (a) 1.96×10^{-3} J (b) 100 J (c) 5×10^{-3} J (d) 6×10^{-3} J
- সমাধান: $mg = ke \Rightarrow \frac{100}{1000} \times 9.8 = k \times 0.1 \Rightarrow k \times \frac{1}{10} = \frac{9.8}{10} \therefore k = 9.8 \text{ Nm}^{-1}$
- 2×10^{-2} m বৃদ্ধি করে ছেড়ে দেওয়ায় বস্তুর মোট শক্তি,
 $W = \frac{1}{2} kx^2 = \frac{1}{2} \times 9.8 \times (2 \times 10^{-2})^2 = \frac{1}{2} \times 4 \times 9.8 \times 10^{-4} = 19.6 \times 10^{-4} = 1.96 \times 10^{-3}$
02. স্প্রিংকে টেনে লম্বা করা হলে কোন শক্তি সঞ্চিত হবে? [RU'21-22] [Ans: b]
- (a) তাপশক্তি (b) স্থিতিশক্তি (c) গতিশক্তি (d) অন্তঃস্থ শক্তি
03. 25 N বল দ্বারা কোন স্প্রিংকে টেনে 10 cm বৃদ্ধি করা হল। এর স্প্রিং ধ্রুবক কত? [CU'12-13] [Ans: c]
- (a) 22.5 Ncm^{-1} (b) 25 Nm (c) 250 Nm^{-1} (d) 250 Ncm (e) 2.5 Nm
- সমাধান: $k = \frac{F}{x} = 250 \text{ Nm}^{-1}$

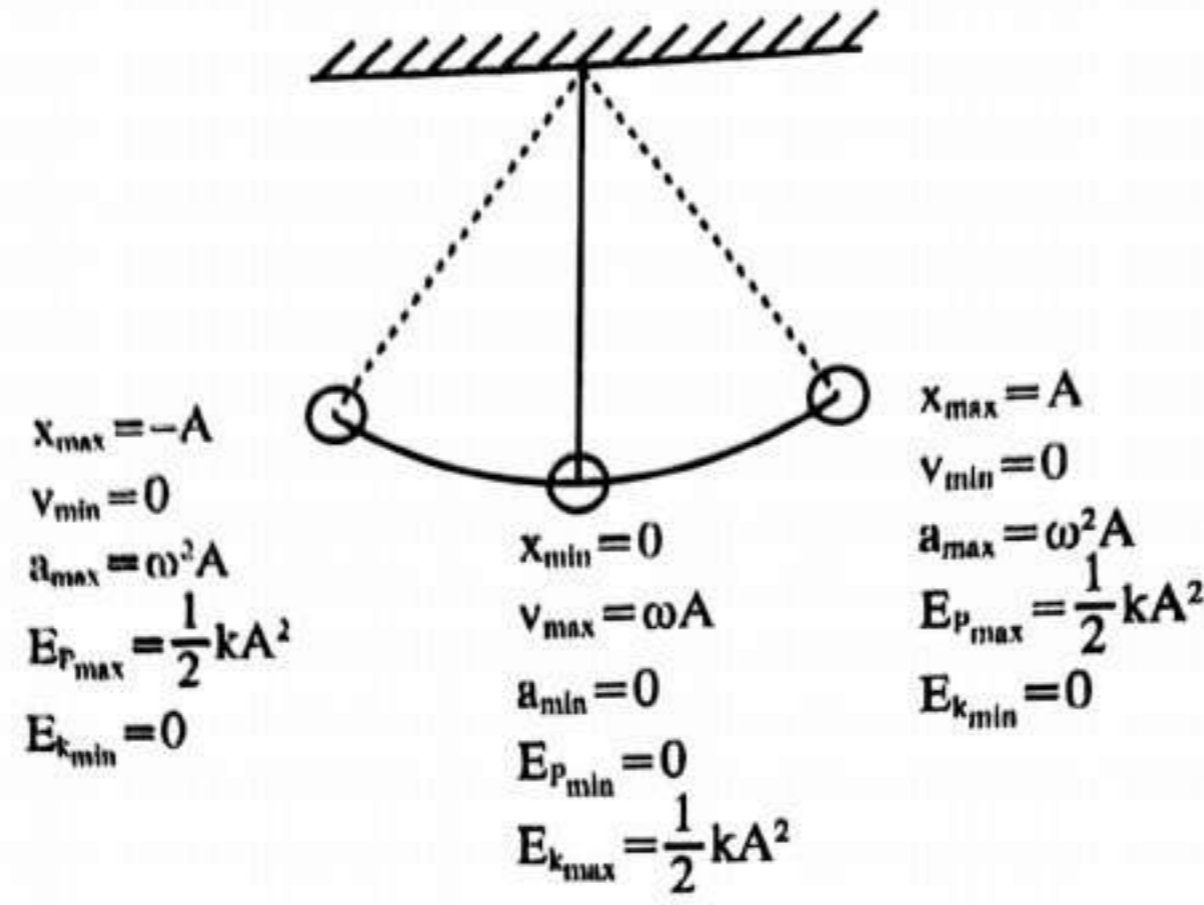
Type-03: শক্তি

Formula & Concept:

- কাজ-শক্তি উপপাদ্য: কৃতকাজ = গতিশক্তির পরিবর্তন
 $W = \Delta E_k$ [$\Delta E_k =$ গতিশক্তির পরিবর্তন]
 $= \frac{1}{2} mv^2 - \frac{1}{2} mu^2$ [যেখানে, $v =$ শেষবেগ; $u =$ আদিবেগ]
- ভূমি থেকে h উচ্চতায় স্থিতিশক্তি/বিভবশক্তি $E_p = mgh$
আবার, $E_k = \frac{1}{2} mv^2 = \frac{m^2 v^2}{2m} = \frac{p^2}{2m} \therefore E_k = \frac{p^2}{2m}$ [যেখানে, p হল বস্তুর ভরবেগ]
- যদি h উচ্চতা থেকে মুক্তভাবে পড়ন্ত বস্তুর ভূমি থেকে x উচ্চতায় গতিশক্তি বিভবশক্তির n গুণ
অর্থাৎ, $E_k = nE_p$ হয়, তবে $x = \frac{h}{n+1}$



➤ দোলকের ক্ষেত্রে:



◆ সাম্যবিন্দুতে বেগ, $v = \sqrt{2gL(1 - \cos \theta)} = \sqrt{2gh}$

➤ গুলির বেগ সংক্রান্ত:

- ◆ কাজ-শক্তির উপপাদ্য অনুসারে, $\frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = F \cdot x \Rightarrow \frac{1}{2}m(v^2 - v_0^2) = F \cdot x \therefore (v^2 - v_0^2) \propto x$
একটি নির্দিষ্ট গুলি এবং নির্দিষ্ট প্রতিবন্ধকের জন্য m ও F ধ্রুবক। যেখানে m ও F যথাক্রমে গুলির ভর ও তক্তা বা দেয়ালের বাধাদানকারী বল।
- ◆ আদি গতিশক্তি E এবং বেগ v হলে $E = \frac{1}{2}mv^2$ তক্তার সংখ্যা, $n \propto E \propto v^2 \therefore n \propto v^2$
- ◆ বাধাবল সুক্ষম হলে 's' দূরত্ব ভেদ করার পর এর আদিবেগের $\frac{1}{n}$ অংশ হারায়। গুলিটি আরও x দূরত্ব ভেদ করলে,
 $x = \frac{(n-1)^2}{2n-1} \times s$; কিন্তু একটি লক্ষ্যস্থলে ছোঁড়া গুলি s দূরত্ব ভেদ করার পর আদিবেগের $\frac{1}{n}$ অংশ অবশিষ্ট থাকলে গুলিটি আরও x দূরত্ব প্রবেশ করলে, $x = \frac{s}{n^2-1}$
- ◆ একটি রাইফেলের গুলি যদি k সংখ্যক তক্তা ভেদ করতে পারে তবে গুলির বেগ n গুণ করা হলে ভেদকৃত তক্তার সংখ্যা = n^2k

MCQ

01. 10 g এর একটি ভর ঘর্ষণহীন একটি অনুভূমিক তলের ওপর দিয়ে গিয়ে দেয়ালের সাথে সংযুক্ত একটি অনুভূমিক স্প্রিংকে 6 ms^{-1} বেগে আঘাত করে। যদি স্প্রিংটির স্প্রিং ধ্রুবকের মান 400 Nm^{-1} হয় তাহলে এটিতে সর্বোচ্চ সংকোচন কত হবে?
(a) 0.3 cm (b) $\frac{3}{\sqrt{10}}$ cm (c) 3 cm (d) 0.9 cm [DU'23-24] [Ans: c]

সমাধান: প্রশ্নমতে, $\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}kx^2 \Rightarrow x^2 = \frac{mv^2}{k} = \frac{10 \times 6^2}{1000 \times 400} = \frac{36}{40000}$
 $\Rightarrow x = \sqrt{\frac{36}{40000}} = \frac{6}{200} = \frac{3}{100} \text{ m} = \frac{3 \times 100}{100} \text{ cm} = 3 \text{ cm}$

02. 250 m উঁচু একটি ঝর্ণা থেকে পানি মাটিতে পড়ে অনুভূমিকভাবে নির্দিষ্ট গতিবেগে গড়িয়ে যাচ্ছে। শক্তির অপচয় অগ্রাহ্য করলে পানির বেগ কত?
(a) 100 ms^{-1} (b) 90 ms^{-1} (c) 80 ms^{-1} (d) 70 ms^{-1} [GST'23-24] [Ans: d]

সমাধান: $mgh = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow v^2 = 2gh$

$\Rightarrow v = \sqrt{2 \times 9.8 \times 250} = \sqrt{19.6 \times 250} = \sqrt{4900} = 70 \text{ ms}^{-1}$

03. 200 g ভরের একটি বস্তু 20 m উপর থেকে পড়লে ভূমি স্পর্শ করার পূর্ব মুহূর্তে গতিশক্তি কত হবে? [GST'23-24] [Ans: b]
(a) 3.92 J (b) 39.2 J (c) 9.8 J (d) 98 J

সমাধান: $E_k = \frac{1}{2}mv^2 = mgh = 0.2 \times 9.8 \times 20 = \frac{2}{10} \times 20 \times 9.8 = 4 \times 9.8 = 39.2 \text{ J}$

04. 5 kg ভরের একটি বস্তু স্থির অবস্থায় ছিল। 20 N বল প্রয়োগ করায় 5 s পর বস্তুর গতিশক্তি কত হবে? [RU'23-24] [Ans: c]
(a) 4.2 kJ (b) 2 kJ (c) 1 kJ (d) 20 kJ

সমাধান: 5 s পর বস্তুর বেগ, $v = u + at = 0 + \frac{F}{m}t = 0 + \frac{20}{5} \times 5 = 20 \text{ ms}^{-1}$
 $\therefore E_k = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2} \times 5 \times (20)^2 = \frac{5}{2} \times 400 = 1000 \text{ J} = 1 \text{ kJ}$

05. কোনো সরল দোলকের দোলক পিণ্ডের ভর ও সর্বোচ্চ বেগ যথাক্রমে 300 gm এবং 6.30 ms^{-1} । দোলকটিতে গোলক পিণ্ডের কৌণিক বিস্তার 60° হলে কার্যকর দৈর্ঘ্য কত? [JU'23-24] [Ans: a]

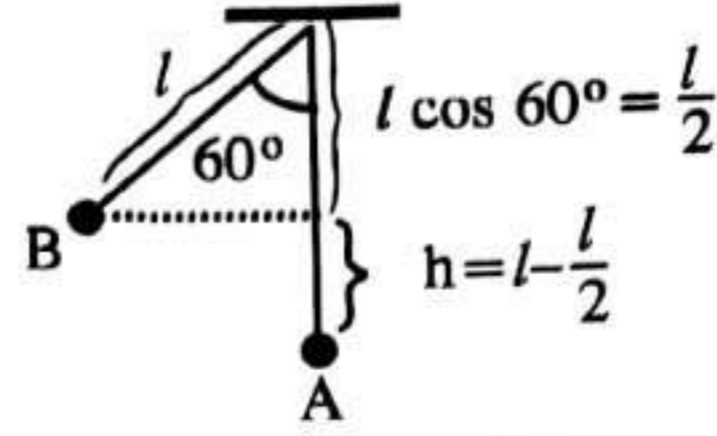
- (a) 4 m (b) 6 m (c) 3 m (d) কোনোটিই নয়

সমাধান: A বিন্দুর গতিশক্তি, B বিন্দুর বিভবশক্তির সমান।

$$\therefore (E_p)_B = (E_k)_A \Rightarrow mgh = \frac{1}{2}mv^2$$

$$\Rightarrow mg\left(l - \frac{l}{2}\right) = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow g\frac{l}{2} = \frac{1}{2}v^2$$

$$\Rightarrow l = \frac{v^2}{g} = \frac{(6.30)^2}{9.8} \text{ m} \therefore l = 4.05 \text{ m} \approx 4 \text{ m}$$



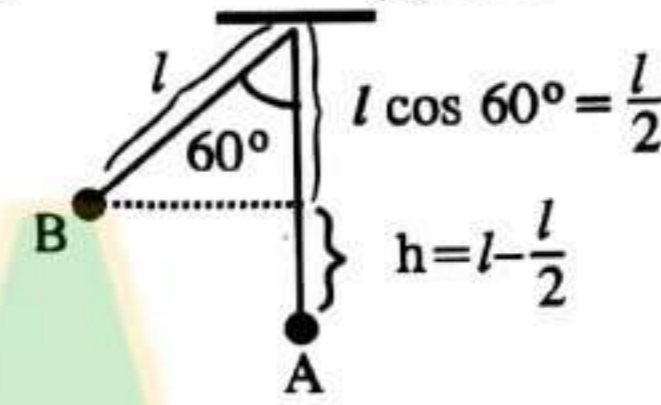
06. কোনো সরল দোলকের দোলক পিণ্ডের ভর এবং সর্বোচ্চ বেগ যথাক্রমে 5 gm ও 5 ms^{-1} । ভারসাম্য অবস্থান থেকে দোলক পিণ্ডের বিস্তার 60° হলে দোলকটির কার্যকর দৈর্ঘ্য কত? [JU'23-24] [Ans: c]

- (a) 5.10 m (b) 8.55 m (c) 2.55 m (d) 3.05 m

সমাধান: A বিন্দুর গতিশক্তি B বিন্দুর বিভব শক্তির সমান

$$\therefore (E_k)_A = (E_p)_B \Rightarrow \frac{1}{2}mv^2 = mgh \Rightarrow \frac{v^2}{2} = g\left(1 - \frac{1}{2}\right)$$

$$\Rightarrow \frac{v^2}{2} = g \times \frac{1}{2} \therefore l = \frac{v^2}{g} = \frac{5^2}{9.8} = 2.55 \text{ m}$$



07. 100 gm ভরের একটি বস্তু 45° কোণে 20 ms^{-1} বেগে নিক্ষেপিত হলে তার অনুভূমিক বেগের জন্য অর্জিত সর্বোচ্চ গতিশক্তি কত? [JU'23-24] [Ans: b]

- (a) 11.04 J (b) 10 J (c) 7.50 J (d) 4.50 J

$$\text{সমাধান: গতিশক্তি} = \frac{1}{2}mv_x^2 = \frac{1}{2}m(v \cos \theta)^2 = \frac{1}{2} \times 0.1 \times (20 \cos 45^\circ)^2 = 10 \text{ J}$$

08. একটি কণা $t = 0$ সময়ে স্থির অবস্থা থেকে যাত্রা শুরু করে। কণাটির ওপর প্রযুক্ত লব্ধি বল, সময় t এর সমানুপাতিক। কণাটির গতিশক্তি নিচের কোনটির সমানুপাতিক হবে? [DU'22-23] [Ans: d]

- (a) t^2 (b) t^3 (c) \sqrt{t} (d) t^4

$$\text{সমাধান: } F \propto t \therefore a \propto t \Rightarrow a = kt \Rightarrow \frac{dv}{dt} = kt \text{ এখন, } dv = ktdt \Rightarrow \int dv = \int ktdt \Rightarrow v = kt^2 \therefore v \propto t^2$$

$$v \propto t^2 \text{ হলে, } v^2 \propto t^4 \therefore \text{গতিশক্তি} \propto t^4$$

09. স্থিরাবস্থা থেকে 20 kg ভরের কোনো বস্তু একটি নির্দিষ্ট বলের ক্রিয়ার ফলে 3s পরে 6 ms^{-1} বেগ অর্জন করলে 5s পর এর গতিশক্তি কত kJ? [GST'22-23] [Ans: c]

- (a) 3 (b) 2 (c) 1 (d) 0.5

$$\text{সমাধান: ত্বরণ, } a = \frac{6-0}{3} = 2 \text{ ms}^{-2}$$

$$5 \text{ sec পর বেগ, } v = 0 + 2 \times 5 = 10 \text{ ms}^{-1}$$

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2} \times 20 \times 10^2 = 1000 \text{ J} = 1 \text{ kJ}$$

10. একটি গাড়ির ভরবেগের মান তার গতিশক্তির সমান। গাড়িটির বেগ কত? [RU'22-23] [Ans: c]

- (a) 5 ms^{-1} (b) 0.5 ms^{-1} (c) 2 ms^{-1} (d) 4 ms^{-1}

$$\text{সমাধান: ভরবেগ} = \text{গতিশক্তি} \Rightarrow mv = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow v = 2 \text{ ms}^{-1}$$

11. 300 m উঁচু হতে একটি বস্তু অভিকর্ষের টানে মুক্তভাবে নিচে পড়লে, ভূমি হতে কত উচ্চতায় গতিশক্তি বিভবশক্তির অর্ধেক হবে? [RU'22-23] [Ans: b]

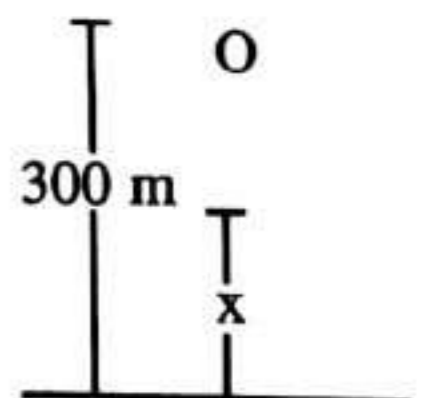
- (a) 100 m (b) 200 m (c) 300 m (d) 400 m

সমাধান: ধরি, ভূমি হতে x উচ্চতায় গতিশক্তি বিভবশক্তির অর্ধেক হবে।

$$\text{প্রশ্নমতে, } \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mgx \Rightarrow v^2 = gx \Rightarrow u^2 + 2g(300 - x) = gx$$

$$\Rightarrow 600 - 2x = x \therefore x = 200 \text{ m}$$

$$\text{Shortcut: } x = \frac{h}{n+1} = \frac{300}{\frac{1}{2}+1} = \frac{300 \times 2}{1+2} = \frac{600}{3} = 200 \text{ m} [E_k = nE_p]$$



[RU'22-23] [Ans: c]

12. নিম্নের বস্তুর মধ্যে কোনটির গতিশক্তি বেশি?

- (a) ভর 3M এবং বেগ V (b) ভর 3M এবং বেগ 2V (c) ভর 2M এবং বেগ 3V (d) ভর M এবং বেগ 4V

সমাধান: $E_a = \frac{1}{2} \times 3M \times V^2 = 1.5MV^2$; $E_b = \frac{1}{2} \times 3M \times (2V)^2 = 6MV^2$; $E_c = \frac{1}{2} \times 2M \times (3V)^2 = 9MV^2$

$E_d = \frac{1}{2} \times M \times (4V)^2 = 8MV^2$

13. 400 kg ভর ও 1 m ব্যাসার্ধের একটি নিরেট গোলক 2 ms^{-1} বেগে গড়িয়ে চললে, এর গতিশক্তি কত? [JU'22-23] [Ans: c]

- (a) 2120 J (b) 1150 J (c) 1120 J (d) 2150 J

সমাধান: $E_k = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2} \times \frac{2}{5}mr^2\omega^2 = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{5}\right)mv^2 = \frac{7}{10}mv^2$
 $= \frac{7}{10} \times 400 \times (2)^2 \text{ J} = \frac{7}{10} \times 400 \times 4 \text{ J} = 1120 \text{ J}$

14. যদি ভর অর্ধেক এবং বেগ দ্বিগুণ করা হয় তবে এর গতিশক্তি হবে পূর্বের:

- (a) সমান (b) অর্ধেক (c) দ্বিগুণ (d) চারগুণ

[JU'22-23] [Ans: c]

সমাধান: $E \propto mv^2 \therefore \frac{E_2}{E_1} = \frac{m_2v_2^2}{m_1v_1^2} = \frac{\frac{m_1}{2} \times (2v_1)^2}{m_1 \times v_1^2} = 2 \therefore E_2 = 2E_1$

15. কোনো গতিশীল বস্তুর বেগ 2 ms^{-1} এবং গতিশক্তি 1 J হলে, বস্তুর ভর হবে:

- (a) 0.5 kg (b) 1 kg (c) 1.5 kg (d) 2 kg

[JU'22-23] [Ans: a]

সমাধান: $E_k = \frac{1}{2}mv^2 \therefore m = \frac{2E_k}{v^2} = \frac{2 \times 1}{2^2} = 0.5 \text{ kg}$

16. কোনটি ঘূর্ণায়মান বস্তুর গতিশক্তির সমীকরণ?

- (a) $KE = \left(\frac{1}{2}\right)I\omega$ (b) $KE = \left(\frac{1}{2}\right)I\omega^2$ (c) $KE = I\omega$ (d) $KE = \left(\frac{1}{2}\right)I^2\omega$

[CU'22-23] [Ans: b]

17. 1 kg ভর সম্পন্ন একটি বুলেটকে 400 ms^{-1} বেগে বন্দুক থেকে ছোঁড়া হলে এর গতিশক্তি কত?

- (a) $4 \times 10^4 \text{ J}$ (b) $8 \times 10^3 \text{ J}$ (c) $4 \times 10^3 \text{ J}$ (d) $8 \times 10^4 \text{ J}$

[CU'22-23] [Ans: d]

সমাধান: $E = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2} \times 1 \times (400)^2 = 8 \times 10^4 \text{ J}$

18. M ভরের একটি বস্তুর গতিশক্তি E-এর ভরবেগ কত?

- (a) $\sqrt{2ME}$ (b) 2ME (c) $\sqrt{\frac{ME}{2}}$ (d) $\frac{2E}{M}$

[CU'22-23; JU'21-22] [Ans: a]

সমাধান: $E = \frac{p^2}{2M} \Rightarrow p = \sqrt{2ME}$

19. v_1 বেগের একটি বুলেট শুধুমাত্র নির্দিষ্ট পুরুত্বের একটি তক্তা ভেদ করতে পারে। এরূপ নয়টি তক্তা ভেদ করতে হলে ঐ বুলেটের বেগ কত হতে হবে?

- (a) $2v_1$ (b) $4v_1$ (c) $5v_1$ (d) $3v_1$

[GST'21-22; JU'17-18, 14-15] [Ans: d]

সমাধান: ধরি, তক্তার পুরুত্ব d এবং বাধাদানকারী বল F হলে,

একটি তক্তা ভেদ করার ক্ষেত্রে, তক্তা কর্তৃক বাধাদানকারী কাজ = বুলেটের গতিশক্তি $\Rightarrow Fd = \frac{1}{2}mv_1^2 \dots \dots \dots$ (i)

নয়টি তক্তা ভেদ করার ক্ষেত্রে, বুলেটের বেগ v_2 হলে, $F \times (9d) = \frac{1}{2}mv_2^2 \dots \dots \dots$ (ii)

(ii) \div (i) করে, $\left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 = 9 \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = 3 \therefore v_2 = 3v_1$

Shortcut: $v = \sqrt{2n}; \frac{v_2}{v_1} = \sqrt{\frac{n_2}{n_1}} \Rightarrow v_2 = \sqrt{\frac{9}{1}} \times v_1 \therefore v_2 = 3v_1$

20. কাজ-শক্তি উপপাদ্য অনুসারে বস্তুর উপর কৃতকাজ কোনটির সমান?

- (a) গতিশক্তি (b) কৌণিক ভরবেগ (c) রৈখিক ভরবেগ

[RU'21-22] [Ans: a]

21. কোন বস্তু 20 m উচ্চতা থেকে বিনা বাধায় পড়লে, ভূমি হতে কত উচ্চতায় গতিশক্তি বিভবশক্তির তিনগুণ হবে?

- (a) 5 m (b) 10 m (c) 15 m

(d) 20 m [RU'21-22] [Ans: a]

সমাধান: $E_k = 3E_p \Rightarrow mg(h-x) = 3mgx \Rightarrow 20-x = 3x \therefore x = 5 \text{ m}$

Shortcut: $E_k = nE_p$ হলে, $x = \frac{h}{n+1}$ এবং $E_p = nE_k$ হলে, $x = \frac{nh}{n+1}$ |এখানে, h = মোট উচ্চতা, x = কত উচ্চতায় n গুণ



22. একটি ঘূর্ণায়মান বস্তুর ভর 2 kg। ঘূর্ণন অক্ষ হতে এর দূরত্ব 1 m। বস্তুটি 5 rads⁻¹ কৌণিক বেগে ঘুরলে গতিশক্তি কত হবে?
 (a) 25 J (b) 12.5 J (c) 50 J (d) 100 J [JU'21-22] [Ans: a]
 সমাধান: $E_k = \frac{1}{2} I \omega^2 = \frac{1}{2} m r^2 \omega^2 = \frac{1}{2} \times 2 \times 1^2 \times 5^2 = 25$ J
23. 50 N ওজনের একটি বস্তুকে 6 m উচ্চতায় উঠানোর জন্যে একটি লিফট ব্যবহার করা হলো। এটি 70 J শক্তি ব্যয় করে। অপচয়কৃত শক্তির পরিমাণ কত?
 (a) 230 J (b) 200 J (c) 300 J (d) 100 J [JU'21-22] [Ans: a]
 সমাধান: $E_i = mgh = F \cdot h = 300$ J; $E_o = 70$ J $\therefore E_{loss} = 300 - 70 = 230$ J
24. একটি m ভরের বস্তু ঘর্ষণবিহীন একটি তলে v বেগে চলার সময় একটি স্প্রিং-এর সাথে ধাক্কা লেগে স্প্রিংটিকে সংকুচিত করল। স্প্রিংটির বল-ধ্রুবক k হলে স্প্রিংটি কতটুকু সংকুচিত হবে?
 (a) $\sqrt{\frac{m}{k}} v$ (b) $\sqrt{\frac{k}{m}} v$ (c) \sqrt{kv} (d) \sqrt{mv} [DU'20-21] [Ans: a]
 সমাধান: বস্তুর ব্যয়িত গতিশক্তি = স্প্রিং এর সংকোচনে সঞ্চিত বিভবশক্তি = $\frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} k x^2 \Rightarrow x = v \sqrt{\frac{m}{k}}$
25. একটি রাইফেলের গুলি একটি তক্তাকে ভেদ করে। বুলেটের গতি যদি তিনগুণ করা হয়, তবে বুলেটটি কয়টি তক্তা ভেদ করতে পারবে?
 (a) 3 (b) 12 (c) 8 (d) 9 [Agri'20-21; JnU'17-18; DU'13-14; CU'10-11; KU'09-10, 05-06] [Ans: d]
 সমাধান: $\frac{F x_2}{F x_1} = \frac{\frac{1}{2} m v_2^2}{\frac{1}{2} m v_1^2} \Rightarrow \frac{x_2}{x_1} = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 = 3^2 \therefore x_2 = 9x_1 \therefore$ অনুরূপ 9 টি তক্তা ভেদ করবে।
 Shortcut: $v = \sqrt{n} \therefore \frac{n_2}{n_1} = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 \Rightarrow n_2 = \left(\frac{3v_1}{v_1}\right)^2 \times n_1 \therefore n_2 = 9n_1$
26. 20 kg ভরের একটি কণার বেগ $(4\hat{i} + 5\hat{j} + 6\hat{k})$ ms⁻¹ হলে এর গতিশক্তি কত হবে?
 (a) 300 J (b) 600 J (c) 770 J (d) 1440 J [RU'20-21, 18-19] [Ans: c]
 সমাধান: $v = \sqrt{4^2 + 5^2 + 6^2} = \sqrt{77} \therefore E_k = \frac{1}{2} \times 20 \times (\sqrt{77})^2 = 770$ J
27. 10 cm পুরু একটি লক্ষ্যস্থলে একটি গুলি ছোড়া হলো। গুলিটি 4 cm ভেদ করার পর এর বেগ দুই-তৃতীয়াংশ হ্রাস পেলে উহা আর কত cm ভেদ করতে পারবে?
 (a) 0.8 (b) 0.9 (c) 0.6 (d) 0.5 (e) 0.4 [SUST'19-20] [Ans: d]
 সমাধান: অবশিষ্ট বেগ আদিবেগের $1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3} = \frac{1}{n}$ অংশ
 \therefore আরও ভেদ করতে পারবে = $\frac{s}{n^2 - 1} = \frac{4}{3^2 - 1} = \frac{4}{8} \text{ cm} = 0.5 \text{ cm}$
28. 200 gm ভরের একটি বস্তুর বেগ $\vec{v} = 2\hat{i} + 5\hat{j}$ হলে এর গতিশক্তি হবে-
 (a) 3J (b) 2.9J (c) 3.74J (d) 6J [JU'19-20] [Ans: b]
 সমাধান: $E_k = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} \times 0.2 \times (\sqrt{29})^2 = \frac{2}{2 \times 10} \times 29 = 2.9$ J [$v = \sqrt{2^2 + 5^2} = \sqrt{29}$]
29. m ভরের একটি বস্তু স্থিরাবস্থা থেকে সমত্বরণে চলছে। t সময় পর তার বেগ v হলে T সময় পরে কৃতকাজ কত হবে?
 (a) $\frac{mvT}{t}$ (b) $\frac{1}{2} \frac{mv^2}{t}$ (c) $\frac{1}{2} \frac{mv^2 T^2}{t^2}$ (d) $2^{-1} \frac{mv^2 T}{t^2}$ [JU'19-20] [Ans: c]
 সমাধান: $v = 0 + at \therefore a = \frac{v}{t} \therefore T$ সময় পর বেগ = $0 + \frac{v}{t} \times T \therefore$ কাজ = $\frac{1}{2} m \times \frac{v^2 T^2}{t^2}$
30. একটি গুলির বেগ দ্বিগুণ করা হলে এর গতিশক্তি কত গুণ হবে?
 (a) 0.5 (b) 2 (c) 3 (d) 4 [CU'23-24, 17-18; KU'19-20] [Ans: d]
 সমাধান: প্রারম্ভিক গতিশক্তি, $E_{k_1} = \frac{1}{2} m v^2$
 বেগ 2 গুণ হলে গতিশক্তি, $E_{k_2} = \frac{1}{2} m (2v)^2 = \frac{1}{2} m \times 4v^2 = 4E_{k_1} \therefore$ গতিশক্তি 4 গুণ হবে।
31. স্থির অবস্থা থেকে 40 kg ভরবিশিষ্ট কোনো বস্তু নির্দিষ্ট বলের ক্রিয়ার ফলে 2 s পর 15 ms⁻¹ বেগ প্রাপ্ত হলো। 4 s পর বস্তুর গতিশক্তি কত হবে?
 (a) 6000 J (b) 12000 J (c) 18000 J (d) 0 J [RU'17-18] [Ans: c]
 সমাধান: $v = v_0 + at \Rightarrow 15 = 0 + 2a \therefore a = 7.5 \text{ ms}^{-2}$
 $v = v_0 + at = 0 + 7.5 \times 4 = 30 \text{ ms}^{-1}; E_k = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} \times 40 \times 30^2 = 18000$ J

32. 60 kg ভরের জনৈক ব্যক্তি 20 min এ 180 m উচ্চতার চূড়ায় আরোহণ করেন। তার বিভবশক্তি কত জুল? [KU'17-18]
 (a) 9.58×10^4 (b) 10.58×10^4 (c) 12.58×10^4 (d) 15.58×10^4 [Ans: b]

সমাধান: $E_p = mgh = (60 \times 9.8 \times 180) \text{ J} = 10.58 \times 10^4 \text{ J}$

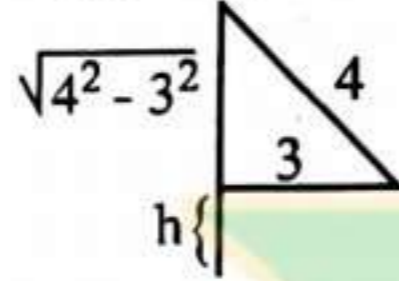
33. 30m উচ্চতা থেকে একটি বস্তুকে বিনা বাধায় পড়তে দিলে কোন উচ্চতায় বস্তুটির গতিশক্তি বিভবশক্তির দ্বিগুণ হবে? [DU'16-17] [Ans: a]
 (a) 10 m (b) 15 m (c) 25 m (d) 28 m

সমাধান: x উচ্চতায় $E_k = 2E_p$ হলে $E_k = mgh - mgx$, $E_p = mgx \therefore mgh - mgx = 2mgx \Rightarrow x = \frac{h}{3} = \frac{30}{3} = 10 \text{ m}$

Shortcut: $E_k = nE_p$ হলে, $x = \frac{h}{n+1} = \frac{30}{2+1} = 10 \text{ m}$

34. যদি 60 kg ওজনের একটি লোক 4 m দৈর্ঘ্যের একটি দোলনায় বসে 3 m বিস্তারে দুলতে থাকে, তাহলে লোকটির সর্বোচ্চ গতিশক্তি কত হবে? [DU'16-17]
 (a) 660 J (b) 680 J (c) 700 J (d) 720 J

সমাধান: (সঠিক উত্তর নেই);



সর্বোচ্চ গতিশক্তি = সর্বোচ্চ বিভবশক্তি = $mgh = 60 \times 9.8 \times (4 - \sqrt{4^2 - 3^2}) = 796.2982 \text{ J}$

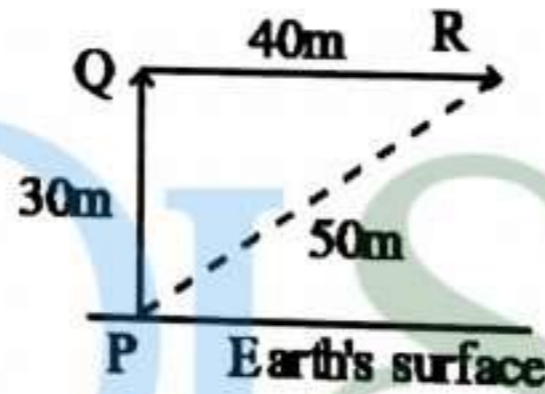
35. 50 kg ভরের একটি বোমা ভূপৃষ্ঠ থেকে 1 km উঁচুতে অবস্থিত একটি বিমান থেকে ফেলে দেয়া হলো। ভূমি স্পর্শ করার পূর্ব মুহূর্তে এর গতিশক্তি কত? [JU'16-17, 11-12] [Ans: a]
 (a) $49 \times 10^4 \text{ J}$ (b) $49 \times 10^5 \text{ J}$ (c) $49 \times 10^6 \text{ J}$ (d) $49 \times 10^7 \text{ J}$

সমাধান: $E_k = \frac{1}{2}mv^2 = mgh = 50 \times 9.8 \times 1000 = 50 \times 10 \times \frac{98}{10} \times 1000 = 490 \times 10^3 = 49 \times 10^4 \text{ J}$

36. 100 kg ভরের একটি বস্তুর ভরবেগ 200 kg ms^{-1} হলে এর গতিশক্তি কত? [DU'08-09] [Ans: c]
 (a) 400 J (b) 300 J (c) 200 J (d) 100 J

সমাধান: $E_k = \frac{1}{2} \frac{p^2}{m} = \frac{1}{2} \cdot \frac{(200)^2}{100} = 200 \text{ J}$

37. চিত্রে দেখানো পথ দিয়ে একটি 4.0N ওজনের পাথরকে পৃথিবীর অভিকর্ষীয় ক্ষেত্রে P বিন্দু থেকে R বিন্দুতে স্থানান্তরিত করা হল। পাথরটির স্থিতিশক্তি কত বৃদ্ধি পেল? [DU'13-14] [Ans: a]



- (a) 120 J (b) 200 J (c) 280 J (d) 1200 J

সমাধান: কেবল PQ অংশে বিভবশক্তি পরিবর্তিত হবে যেহেতু এতে বস্তুকে ভূ-পৃষ্ঠ থেকে উচ্চতর স্থানে নেওয়া হয়েছে। কিন্তু ভূ-পৃষ্ঠে পৃষ্ঠের সমান্তরাল ভাবে স্থানান্তরের জন্য QR অংশে বিভবশক্তি পরিবর্তন হবে না।
 \therefore স্থিতিশক্তির বৃদ্ধি = $Fh = 4 \times 30 = 120 \text{ J}$

38. একটি বন্দুকের গুলি কোনো দেয়ালের মধ্যে 1 m প্রবেশ করার পর অর্ধেক বেগ হারায়। গুলিটি দেয়ালের মধ্যে আর কত দূর প্রবেশ করবে? [RU'15-16] [Ans: a]
 (a) $\frac{1}{3} \text{ m}$ (b) $\frac{2}{3} \text{ m}$ (c) $\frac{1}{4} \text{ m}$ (d) $\frac{1}{8} \text{ m}$

সমাধান: অবশিষ্ট বেগ = $1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} = \frac{1}{n}$ হলে $x = \frac{s}{n^2 - 1} = \frac{1}{2^2 - 1} = \frac{1}{4 - 1} = \frac{1}{3} \text{ m}$

39. 1 m উঁচু টেবিলের উপর অবস্থিত 100 g ভরের একটি বইকে 30 cm দূরে সরানো হল। বইটির স্থৈতিক শক্তির পরিবর্তন কত? [RU'13-14] [Ans: c]
 (a) $9.8 \times 10^5 \text{ erg}$ (b) $2.94 \times 10^4 \text{ erg}$
 (c) 0 erg (d) $3 \times 10^4 \text{ erg}$

সমাধান: বস্তুটি সরণের দিকে কোন ত্বরণ নেই, তাই $a = 0 \therefore$ স্থৈতিক শক্তির পরিবর্তন = $\min = 0 \text{ erg}$.

40. 5 kg ভরের একটি বলকে উপর থেকে ছেড়ে দেওয়া হল। মাটিতে স্পর্শ করার মুহূর্তে তার গতিশক্তি 980 J হলে, বলটি কত উচ্চতা থেকে ছাড়া হয়েছিল? [RU'13-14] [Ans: a]

(a) 20 m (b) 2 m (c) 20 km (d) 2 cm

সমাধান: আমরা জানি, $mgh = 980 \Rightarrow h = \frac{980}{mg} = \frac{980}{5 \times 9.8} = 20 \therefore h = 20 \text{ m.}$

Written

01. দেখাও যে, অভিকর্ষের টানে মুক্তভাবে পড়ন্ত m ভরের একটি বস্তুর n-তম সেকেন্ডে হারানো স্থিতিশক্তি $\frac{1}{2} mg^2(2n-1)$ এর সমান। [DU'23-24]

সমাধান: n তম সেকেন্ডে হারানো বিভবশক্তি, $E_p = n$ তম সেকেন্ডে অর্জিত গতিশক্তি,

$$E_k = E_{k_n} - E_{k_{n-1}} = \frac{1}{2} m (v_n^2 - v_{n-1}^2) = \frac{1}{2} m (2gh_n - 2gh_{n-1}) = \frac{1}{2} m (2g \times \frac{1}{2} gn^2) - \frac{1}{2} m \{2g \times \frac{1}{2} g(n-1)^2\}$$

$$= \frac{1}{2} m(g^2 n^2) - \frac{1}{2} m\{g^2(n-1)^2\} = \frac{1}{2} mg^2\{n^2 - (n-1)^2\} = \frac{1}{2} mg^2(2n-1) \text{ (Showed)}$$

02. একটি রাইফেলের গুলি একটি তক্তা ভেদ করে। যদি গুলির বেগ দ্বিগুণ করা হয় তা হলে একই পুরুত্বের কতটি তক্তা ভেদ করবে? [RU'19-20]

সমাধান: $k = \frac{1}{2} mv^2 \dots \dots \dots (i)$

এখানে, k = একটি তক্তা ভেদ করার জন্য প্রয়োজনীয় গতিশক্তি $\therefore k' = \frac{1}{2} \times m \times (2v)^2 = 4 \times \frac{1}{2} mv^2 = 4k$

$\therefore k' = 4k \therefore$ বেগ দ্বিগুণ করা হলে একই পুরুত্বের 4 টি তক্তা ভেদ করতে পারবে।

বিকল্প: $\frac{n_2}{n_1} = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 \Rightarrow n_2 = \left(\frac{2v_1}{v_1}\right)^2 n_1 \therefore n_2 = 4n_1$

03. 2 kg ভরের একটি বস্তু 500 m উপরে অবস্থিত একটি বিমান থেকে ফেলে দেওয়া হলো। ভূমি স্পর্শ করার পূর্ব মুহূর্তে এর গতিশক্তি কত? [RU'19-20]

সমাধান: $E_k = E_p = mgh = (2 \times 9.8 \times 500) \text{ J} = 9800 \text{ J} \text{ (Ans.)}$

04. কাজ-শক্তি উপপাদ্য (Work-energy theorem) বিবৃত ও ব্যাখ্যা করো। [JnU'18-19]

সমাধান: কোন বস্তুর উপরে ক্রিয়ারত লব্ধি বলের কৃতকাজ বস্তুর গতিশক্তির পার্থক্যের সমান।

কৃতকাজ, আদি গতিশক্তি, চূড়ান্ত গতিশক্তি এবং গতিশক্তির পার্থক্যকে যথাক্রমে W, K_1, K_2 এবং ΔK দ্বারা সূচিত করলে

কাজ-শক্তি উপপাদ্য অনুযায়ী লেখা যায়, $W = K_2 - K_1 \Rightarrow W = \Delta K$

অর্থাৎ, বস্তুর উপর কাজ W সম্পাদিত হলে বস্তুর গতিশক্তি যদি K_1 হতে K_2 তে পরিবর্তিত হয় তবে সম্পাদিত কাজ W গতিশক্তির পরিবর্তন, $K_2 - K_1 = \Delta K$ এর সমান হবে।

Type-04: ক্ষমতা ও কর্মদক্ষতা

Formula & Concept:

ক্ষমতা $P = \frac{\text{কৃতকাজ}}{\text{সময়}} = \frac{W}{t}$

কোনো বস্তুকে \vec{v} সমবেগে গতিশীল রাখতে যদি \vec{F} বল প্রয়োগ করা হয় তাহলে ক্ষমতা, $P = \vec{F} \cdot \vec{v}$
[এখানে, F হলে যে বলটি সমবেগ বা গড়বেগ বজায় রাখে]

1 অশ্বক্ষমতা (HP) = 746 Watt

কর্মদক্ষতা, $\eta = \frac{P_{out}}{P_{in}}$

MCQ

01. প্রতি সেকেন্ডে 10 লি. পানি 10 m উপরে তোলার জন্য কত ক্ষমতার পাম্প প্রয়োজন হবে? [GST'23-24] [Ans: c]
- (a) 980 J (b) 998 J (c) 980 W (d) 998 W

সমাধান: $P = \frac{mgh}{t} = \frac{10 \times 9.8 \times 10}{1} = 980 \text{ W}$

[JU'23-24] [Ans: c]

02. নিচের কোনটি ক্ষমতার মাত্রা সমীকরণ?

(a) $M^1L^2T^{-2}$

(b) $M^1L^1T^{-1}$

(c) $M^1L^2T^{-3}$

(d) $M^1L^2T^0$

সমাধান: $[P] = \frac{[W]}{[t]} = \frac{[ML^2T^{-2}]}{[T]} = [ML^2T^{-3}]$

03. একটি চলন্ত নৌকায় 200 N বল প্রয়োগ করলে নৌকাটি 300 ms^{-1} বেগ অর্জন করে। নৌকাটির দ্বারা একক সময়ে কৃতকাজের পরিমাণ কত? [JU'23-24] [Ans: a]

(a) $6 \times 10^4 \text{ Js}^{-1}$

(b) $6 \times 10^{-4} \text{ Js}^{-1}$

(c) $6 \times 10^2 \text{ Js}^{-1}$

(d) $6 \times 10^3 \text{ Js}^{-1}$

সমাধান: $P = Fv = 200 \times 300 = 6 \times 10^4 \text{ Js}^{-1}$

04. 50 m গভীর একটি কুয়া থেকে ইঞ্জিনের সাহায্যে 9.8 s এ 1000 kg পানি উঠানো হয়। ইঞ্জিনটির দক্ষতা 80% হলে, এর ক্ষমতা কত kW? [Agri'22-23] [Ans: c]

(a) 20.5

(b) 50.0

(c) 62.5

(d) 78.5

সমাধান: $P_{in} = \frac{mgh}{\eta t} \Rightarrow P_{in} = \frac{1000 \times 9.8 \times 50}{0.8 \times 9.8} = 62.5 \text{ kW}$

05. একটি পাম্প প্রতি মিনিটে ওয়াটার ট্যাংক হতে 650 গ্যালন পানি 40 ft উচ্চতায় তুলতে পারে। পাম্পের ক্ষমতা 80% কার্যকর হলে, এর ক্ষমতা কত HP? [RU'22-23] [Ans: c]

(a) 9.848

(b) 8.948

(c) 7.748

(d) 10.548

সমাধান: সময় $t = 60 \text{ sec}$; পানির ভর, $m = 650 \text{ Gallon} = 2463.5 \text{ kg}$; উচ্চতা, $h = 40 \text{ ft} = 12.192 \text{ m}$

লভ্য ক্ষমতা, $P_1 = \frac{mgh}{t \times 746} \text{ HP} = \frac{2463.5 \times 9.8 \times 12.192}{60 \times 746}$

$\eta = 80\%$ হলে, $\frac{P_1}{P} = 0.8 \Rightarrow P = \frac{2463.5 \times 12.192 \times 9.8}{0.8 \times 60 \times 746} = 8.22$

06. একটি পানিপূর্ণ কুয়ার গভীরতা এবং ব্যাস যথাক্রমে 10 m ও 4 m। একটি পাম্প 20 মিনিটে কুয়াটিকে পানিশূন্য করতে পারে। পাম্পের অক্ষক্ষমতা কত? [RU'22-23] [Ans: a]

(a) 6.87

(b) 7.68

(c) 8.67

(d) 8.76

সমাধান: পানি আছে, $V = \pi r^2 h = 3 \times \left(\frac{4}{2}\right)^2 \times 10 = 3 \times 4 \times 10 = 120 \text{ m}^3$

পানির ভর, $m = \rho V = 120 \times 1000 \text{ kg} = 120000 \text{ kg} \therefore$ ক্ষমতা, $P = \frac{mgh'}{t} = \frac{120000 \times 10 \times \frac{10}{2}}{20 \times 60 \times 750} = \frac{20}{3} = 6.67 \approx 6.87 \text{ hp}$

[লক্ষণীয়, রাবিতে ক্যালকুলেটর নেই তাই হাতে হাতে হিসেবের সুবিধার্থে কাছাকাছি মান নিয়ে হিসেব করতে হবে এবং তারপর সবচেয়ে কাছের অপশন বাছাই করতে হবে।]

07. ক্ষমতার একক কোনটি?

(a) জুল

(b) ওয়াট

(c) জুল-সেকেন্ড

(d) আর্গ

[JU'22-23] [Ans: b]

সমাধান: $P = \frac{W}{t}$; এখানে W এর একক J ; t এর একক $s \therefore$ ক্ষমতার একক Js^{-1} বা W

08. একটি মোটর একটি 120 m গভীর কূপ থেকে 5 মিনিটে 400 kg পানি উত্তোলন করতে পারে। মোটরটির ক্ষমতা কত? [Agri'21-22] [Ans: d]

(a) 3 hp

(b) 2.8 hp

(c) 2.5 hp

(d) 2.1 hp

সমাধান: ক্ষমতা, $P = \frac{mgh}{t} = \frac{400 \times 9.8 \times 120}{5 \times 60} = 1568 \text{ W} = \frac{1568}{746} \text{ hp} = 2.1 \text{ hp}$

09. একটি দালানের ছাদের সাথে লাগানো 10 m লম্বা একটি মই ভূমির সাথে 30° কোণে আনত আছে। 68 kg ভরের এক ব্যক্তি 12 kg ভরের জিনিসসহ 19.6 s এ মই বেয়ে ছাদে উঠে। ঐ ব্যক্তি কত ওয়াট (W) ক্ষমতা প্রয়োগ করেছে? [GST'20-21] [Ans: a]

(a) 200

(b) 300

(c) 400

(d) 600

সমাধান: মোট ভর, $m = (68 + 12) \text{ kg} = 80 \text{ kg}$; $P = \frac{mgl \sin \theta}{t} = \frac{(68+12) \times 9.8 \times 10 \times \sin 30^\circ}{19.6} \text{ W} \therefore P = 200 \text{ W}$

10. একটি মোটরের ক্ষমতা 16 watt হলে 4 মিনিটে এর দ্বারা কৃতকাজের পরিমাণ কত? [CU'20-21] [Ans: b]

(a) 64 J

(b) 3840 J

(c) 240 J

(d) 960 J

সমাধান: $W = Pt = 16 \times 4 \times 60 = 3840 \text{ J}$

11. 100 kg ভরের একটি বস্তুকে ক্রেনের সাহায্যে 10 cms^{-1} বেগে ছাদের উপর উঠালে ক্রেনের ক্ষমতা কত watt? [KU'19-20] [Ans: c]

(a) 0.98

(b) 10

(c) 98

(d) 9800

সমাধান: $P = Fv$; এখানে, $F = mg = 100 \times 9.8 = 980 \text{ N} \therefore P = (980 \times 10 \times 10^{-2}) \text{ W} = 98 \text{ W}$

12. একটি পানিপূর্ণ কুয়ার গভীরতা 12 m এবং ব্যাস 1.8 m। একটি পাম্প 24 মিনিটে কুয়াটিকে পানিশূন্য করতে পারে। পানির ঘনত্ব 1000kgm^{-3} হলে পাম্পটির ক্ষমতা কত? [DU'16-17] [Ans: a]

- (a) 1.67 H. P (b) 3.34 H. P (c) 6.68 H. P (d) 26.72 H. P

সমাধান: $P = \frac{mgh}{t} = \frac{\rho \times \pi r^2 l \times g \times \frac{l}{2}}{t} = \frac{1000 \times 3.1416 \times (0.9)^2 \times 12 \times 9.8 \times \frac{12}{2}}{24 \times 60 \times 746} = 1.67 \text{ H. P}$

13. 60 কেজি ভরের এক লোক 30 মিনিটে 600 m উঁচুতে উঠতে পারে। তার কাজ করার ক্ষমতা কত? [JU'18-19; KU'16-17]

(a) 196 W (b) 392 W (c) 588 W (d) 98 W [Ans: a]

সমাধান: $P = \frac{mgh}{t} = \frac{600 \times 600 \times 9.8}{30 \times 60} \text{ W} = 196 \text{ W}$

14. 746W ক্ষমতার একটি পাম্প প্রতি মিনিটে কী পরিমাণ পানি 10 m উচ্চতার উপরে উঠাতে পারবে? [JU'16-17] [Ans: b]

(a) 465.7 kg (b) 456.7 kg (c) 475.7 kg (d) 485.7 kg

সমাধান: $P = \frac{mgh}{t} \Rightarrow 746 = \frac{m \times 9.8 \times 10}{60} \therefore m = 456.7 \text{ kg}$

15. প্রতি ঘণ্টায় 5000 gallon পানি 36 ft উপরে তুলতে সর্বনিম্ন কত অশ্বক্ষমতার ইঞ্জিন লাগবে? [RU'15-16] [Ans: d]

(a) 0.5 (b) 1 (c) 1.5 (d) কোনোটিই নয়

সমাধান: 1 Gallon = 3.79 kg; 1 ft = 12 inch = $\frac{12}{39.37} \text{ m} = 0.3048 \text{ m}$

\therefore প্রয়োজনীয় অশ্বক্ষমতা = $\frac{mgh}{t} \times \frac{1}{746} = \frac{5000 \times 3.79 \times 9.8 \times 36 \times 0.3048}{3600 \times 746} = 0.759 \text{ hp}$

16. 1 অশ্বক্ষমতা = ? [RU'17-18; CU'13-14; JU'10-11, 09-10; KU'02-03] [Ans: a]

- (a) 746 Watt (b) 467 Watt (c) 764 Watt (d) 647 Watt

Type-05: ভরকেন্দ্রের সরণ

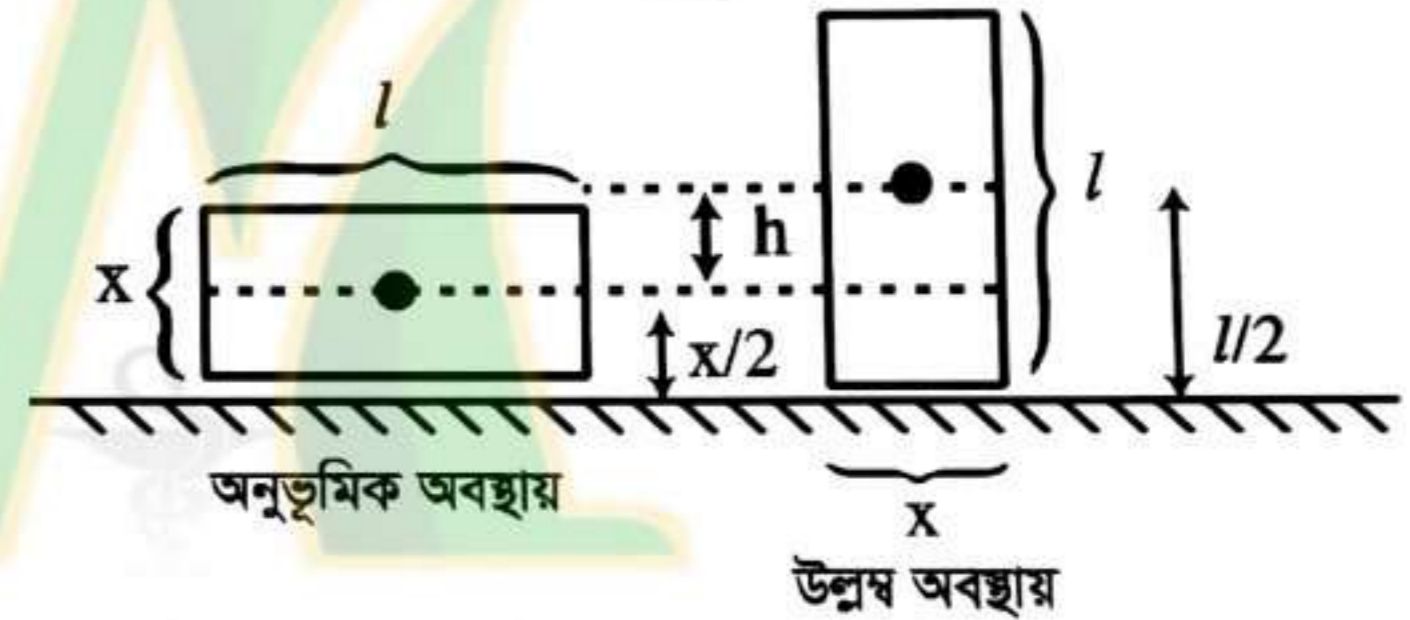
Formula & Concept:

ইটের ক্ষেত্রে অনুভূমিকভাবে থাকা কোনো ইটকে উল্লম্বভাবে রাখতে কৃতকাজ,

$W = mg \times$ ভরকেন্দ্রের সরণ

$\therefore W = mg \left(\frac{d}{2} - \frac{x}{2} \right)$

\therefore ভরকেন্দ্রের সরণ, $h = \frac{d}{2} - \frac{x}{2}$



n- সংখ্যক ইটকে (যাদের প্রত্যেকের উচ্চতা h) একটির উপর আরেকটি রেখে স্তম্ভ তৈরি করতে কৃতকাজ,

$W = mgh \frac{n(n-1)}{2}$ [ইটগুলোর প্রতিটির ভর m]

কুয়া বা ট্যাঙ্কের ক্ষেত্রে ভরকেন্দ্রের সরণ, $h =$ খালি অংশ + $\frac{\text{যতটুকু অংশ খালি করতে হবে}}{2}$ [খালি অংশ = যে অংশে পানি নাই]

MCQ

01. একটি ইটের দৈর্ঘ্য 0.24 m, প্রস্থ 0.12 m ও উচ্চতা 0.06 m এবং ভর 2kg। ইটের দৈর্ঘ্যকে অনুভূমিক অবস্থানে রাখতে কী পরিমাণ কাজ করতে হবে? [KU'13-14] [Ans: c]

- (a) 1.564 J (b) 1.664 J (c) 1.764 J (d) 1.864 J

সমাধান: বস্তুটির ভরকেন্দ্রের সরণ = $\frac{1}{2}(d - x) = \frac{1}{2} \times (0.24 - 0.06) \text{ m} = 0.09 \text{ m}$

কৃতকাজ = $mgh = (2 \times 9.8 \times 0.09) \text{ J} = 1.764 \text{ J}$

জীবনে সফল হতে চাইলে দু'টি জিনিস প্রয়োজন: জেদ আর আত্মবিশ্বাস।

- Mark Twain

অধ্যায় ০৬

মহাকর্ষ ও অভিকর্ষ

➤ ভার্সিটি ভর্তি পরীক্ষার জন্য এই অধ্যায়ের গুরুত্বপূর্ণ টাইপসমূহ:

গুরুত্ব	টাইপ	বিষয়বস্তু	যতবার এসেছে		যেসব ভর্তি পরীক্ষায় প্রশ্ন এসেছে	
			MCQ	Written	MCQ	Written
☆☆	T-01	কেপলারের সূত্র	4	2	DU'18-19; RU'22-23, 11-12	RU'19-20, JnU'18-19
☆☆	T-02	মহাকর্ষ বল ও নিউটনের মহাকর্ষ সূত্র	9	1	DU'15-16, 13-14; JU'19-20; JnU'14-15; CU'23-24, 22-23,	RU'19-20
☆☆☆	T-03	অভিকর্ষ বল ও অভিকর্ষজ ত্বরণ	28	-	DU'23-24, 20-21; GST'22-23, 20-21; Agri'22-23; BAU'18-19; RU'23-24, 22-23, 21-22, 20-21, 19-20; JU'23-24, 22-23, 18- 19, 16-17, 15-16, 14-15; CU'23-24, 21-22, 20-21, 18-19, 15-16, 13-14; KU'17-18	-
☆	T-04	মহাকর্ষীয় প্রাবল্য ও বিভব	4	-	DU'14-15; JU'19-20, 18-19; CU'20-21	-
☆☆☆	T-05	মুক্তিবেগ	14	-	DU'23-24, 15-16; Agri'22-23; RU'23-24, 16-17; JU'22-23, 19-20, 17-18, 15-16; CU'18-19, 16-17, 13-14; KU'18-19	-
☆☆☆	T-06	কৃত্রিম উপগ্রহ	15	1	DU'22-23, 16-17; GST'23-24; RU'22-23, 21-22, 19-20, 16-17; JU'22-23, 18-19, 16-17; CU'17-18, 16-17; KU'19-20; BAU'18-19, 12-13; SAU'14-15	JnU'18-19
☆	T-07	বিবিধ	2	-	CU'15-16; KU'12-13	-

Type-01: কেপলারের সূত্র

Formula & Concept:

- (i) উপবৃত্ত/কক্ষের সূত্র: সূর্যকে একটি ফোকাসে রেখে গ্রহগুলো উপবৃত্তাকার পথে ঘুরছে।
(ii) ক্ষেত্রফল সূত্র: গ্রহগুলোর সাথে ফোকাসের সংযোগকারী সরলরেখা সমান সময়ে সমান ক্ষেত্রফল অতিক্রম করে।
(iii) আবর্তনকালের/সময়ের সূত্র: $T^2 \propto r^3$ [এখানে, T = পর্যায়কাল; r = সূর্য ও গ্রহের গড় দূরত্ব]

MCQ

01. গ্রহ এবং সূর্যের সংযোগ সরলরেখা সমান সময়ে সমান ক্ষেত্রফল অতিক্রম করে। এটি কোন সূত্র? [RU'22-23] [Ans: b]
(a) নিউটনের সূত্র (b) কেপলারের দ্বিতীয় সূত্র (c) গাউসের সূত্র (d) ম্যাক্সওয়েলের সূত্র
02. সূর্য থেকে পৃথিবীর দূরত্ব যদি বর্তমান দূরত্বের অর্ধেক হয়, তাহলে এক বছরে কত দিন হবে? [RU'22-23] [Ans: b]
(a) 175 দিন (b) 129 দিন (c) 188 দিন (d) 187 দিন
- সমাধান: বর্তমান দূরত্ব a_1 অর্ধেক হলে দূরত্ব, $a_2 = \frac{1}{2}a_1$
বর্তমান পর্যায়কাল, $T_1 = 365$ day; দূরত্ব অর্ধেক হলে পর্যায়কাল = T_2
এখন, $\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^2 = \left(\frac{a_2}{a_1}\right)^3 \Rightarrow T_2^2 = \left(\frac{1}{2}\frac{a_1}{a_1}\right)^3 \times T_1^2 \Rightarrow T_2^2 = \frac{1}{8} \times (365)^2 \Rightarrow T_2 = \sqrt{\frac{(365)^2}{8}} \therefore T_2 = 129$ দিন
03. গ্রহের গতির ক্ষেত্রে, "একটি নক্ষত্র থেকে গ্রহকে সংযোগকারী সরলরেখা সমান সময়ে সমান ক্ষেত্রফল অতিক্রম করে" – এটি কোন নীতির সরাসরি ফলাফল? [DU'18-19] [Ans: c]
(a) শক্তির সংরক্ষণ নীতি (b) ভরবেগের সংরক্ষণ নীতি
(c) কৌণিক ভরবেগের সংরক্ষণ নীতি (d) ভরের সংরক্ষণ নীতি
04. সূর্যের চারদিকে শুক্র ও পৃথিবীর কক্ষপথের ব্যাসার্ধের অনুপাত 54:75। পৃথিবীতে 365 দিনে এক বৎসর হলে শুক্রতে কত দিনে এক বৎসর হবে? [RU'11-12] [Ans: b]
(a) 323 (b) 223 (c) 333 (d) 233
- সমাধান: $\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{R_1^3}{R_2^3} \Rightarrow \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^2 = \left(\frac{54}{75}\right)^3 \Rightarrow T_1 = 0.61094 \times T_2 = 0.61094 \times 365 = 223$

Written

01. কেপলারের প্রথম ও তৃতীয় সূত্র দুটি লিখ। [RU'19-20]
সমাধান: প্রথম সূত্র: প্রতিটি গ্রহ সূর্যকে উপবৃত্তের ফোকাসে রেখে একটি উপবৃত্তাকার পথে প্রদক্ষিণ করে।
তৃতীয় সূত্র: প্রতিটি গ্রহের পর্যায়কাল এর বর্গ সূর্য হতে তার গড় দূরত্বের ঘনফলের সমানুপাতিক।
02. মহাকর্ষীয় ভরের (Gravitational mass) সংজ্ঞা দাও। গ্রহের গতি (Speed of planet) সংক্রান্ত কেপলারের সূত্রসমূহ বিবৃত করো। [JnU'18-19]
সমাধান: মহাকর্ষীয় ভর: কোন বস্তু যতটুকু পদার্থ নিয়ে গঠিত তার মোট পরিমাণকে মহাকর্ষীয় ভর বলে।
কেপলারের সূত্র: (প্রথম সূত্র) সূর্যকে একটি ফোকাসে রেখে প্রত্যেকটি গ্রহ উপবৃত্তাকার পথে ঘুরছে।
দ্বিতীয় সূত্র: প্রত্যেকটি গ্রহ এমনভাবে ঘুরছে যে, সূর্য ও গ্রহের কেন্দ্রের সংযোজক কাল্পনিক রেখা সমান সময়ে সমান ক্ষেত্রফল অতিক্রম করে।
তৃতীয় সূত্র: প্রতিটি গ্রহের আবর্তনকালের বর্গ সূর্য থেকে তাদের গড় দূরত্বের ঘনফলের সমানুপাতিক। বিজ্ঞানী নিউটন দেখিয়েছেন যে, তার গতিসূত্র ও মহাকর্ষ সূত্র ব্যবহার করে কেপলারের সূত্র প্রমাণ করা যায়।

Type-02: মহাকর্ষ বল ও নিউটনের মহাকর্ষ সূত্র

Formula & Concept:

- মহাবিশ্বে অবস্থিত দুটি বস্তুর মধ্যকার পারস্পরিক আকর্ষণ বলকে মহাকর্ষ বল বলে।
➤ নিউটনের মহাকর্ষ সূত্র: m_1 ও m_2 ভরের দুটি বস্তুর দূরত্ব d হলে আকর্ষণ বল, $F = G \frac{m_1 m_2}{d^2} \Rightarrow G = \frac{Fd^2}{m_1 m_2}$; G হলো সার্বজনীন মহাকর্ষীয় ধ্রুবক, একক $m^3 kg^{-1} s^{-2}$ অথবা, $Nm^2 kg^{-2}$, $G = 6.673 \times 10^{-11} m^3 kg^{-1} s^{-2}$
[এখানে, প্রত্যেকটি বস্তুর উপর ক্রিয়ারত বল সমান]

MCQ

01. পরস্পরকে স্পর্শ করা দুটি অভিন্ন গোলকের (যাদের ভর 100 kg ও ব্যাসার্ধ 5 m) মধ্যে মহাকর্ষ বল প্রায়-[CU'23-24] [Ans: b]
 (a) $6.67 \times 10^{-11} \text{N}$ (b) $6.67 \times 10^{-9} \text{N}$ (c) $6.67 \times 10^{11} \text{N}$ (d) $6.7 \times 10^9 \text{N}$
 সমাধান: $F = G \frac{m_1 m_2}{d^2} = \frac{G \times m^2}{(5+5)^2} = \frac{6.673 \times 10^{-11} \times (100)^2}{100} = 6.673 \times 10^{-9} \text{N}$ [CU'22-23; JU'19-20] [Ans: b]
02. 1 kg ভরের দুটি বস্তু 1 m দূরে স্থাপন করলে এদের মধ্যবর্তী আকর্ষণ বলের মান-
 (a) $6.673 \times 10^{-10} \text{N}$ (b) $6.673 \times 10^{-11} \text{N}$ (c) $6.673 \times 10^{12} \text{N}$ (d) $6.673 \times 10^{-13} \text{N}$
 সমাধান: $F = \frac{G m_1 m_2}{d^2} = \frac{G \times 1 \times 1}{1^2} = G = 6.673 \times 10^{-11} \text{N}$ [CU'22-23] [Ans: b]
03. মহাকর্ষীয় ধ্রুবকের মাত্রা হল-
 (a) ML^3T^{-3} (b) $\text{M}^{-1}\text{L}^3\text{T}^{-2}$ (c) $\text{M}^{-2}\text{L}^3\text{T}^{-1}$ (d) $\text{M}^{-3}\text{L}^{-3}\text{T}$
04. M ভরের বস্তুকে কেটে m ও (M - m) ভরের বস্তুতে রূপান্তরিত করা হলো। $\frac{M}{m}$ কত হলে এদের মধ্যে মহাকর্ষ বল সর্বোচ্চ হবে?
 (a) 2 (b) 4 (c) 3 (d) 5 [JU'19-20] [Ans: a]
 সমাধান: $F = G \frac{m(M-m)}{d^2} \Rightarrow \frac{dF}{dm} = \frac{d}{dm} \left[G \frac{m(M-m)}{d^2} \right] \Rightarrow 0 = \frac{G}{d^2} \cdot \frac{d}{dm} (Mm - m^2) \Rightarrow M - 2m = 0 \therefore \frac{M}{m} = 2$
05. দুইটি কণার মধ্যে মহাকর্ষ বলের মান কেমন পরিবর্তন হবে যদি একটি কণার ভর পূর্বের দ্বিগুণ, অন্য কণার ভর তিনগুণ করা হয় এবং একই সাথে তাদের মাঝের দূরত্ব দ্বিগুণ করা হয়?
 (a) পূর্বের সমান থাকবে (b) পূর্বের তিনগুণ হবে (c) পূর্বের দ্বিগুণ হবে (d) পূর্বের দেড়গুণ হবে [DU'15-16] [Ans: d]
 সমাধান: $F' = \frac{G m_1' m_2'}{(d')^2} = \frac{G \times 2m_1 \times 3m_2}{(2d)^2} = \frac{6}{4} \times \frac{G m_1 m_2}{d^2} = \frac{3}{2} F = 1.5 F$
06. গাছের একটি আপেল পৃথিবীকে f বলে আকর্ষণ করছে। পৃথিবী আপেলকে F বলে আকর্ষণ করছে? সুতরাং- [JnU'14-15] [Ans: b]
 (a) $F \gg f$ (b) $F = f$ (c) $F < f$ (d) $F > f$
07. মহাকর্ষীয় ধ্রুবক (Gravitational constant) 'G' এর SI একক- [JnU14-15] [Ans: b]
 (a) $\text{Nm}^{-2}\text{kg}^{-2}$ (b) $\text{m}^3\text{kg}^{-1}\text{s}^{-2}$ (c) $\text{m}^{-3}\text{kgs}^2$ (d) $\text{Nm}^2\text{kg}^{-1}$
 সমাধান: G এর SI একক = $\text{Nm}^2\text{kg}^{-2} = \text{kgms}^{-2}\text{m}^2\text{kg}^{-2} = \text{m}^3\text{kg}^{-1}\text{s}^{-2}$
08. r দূরত্বে রাখা দুটি ক্ষুদ্র কণার মধ্যে পরস্পর মধ্যাকর্ষীয় আকর্ষণ বল F, কণা দুটির মাঝখানে একটি ভারী লোহার পাত রাখা হলে এখন তাদের মধ্যে পরস্পর আকর্ষণ বল কত? [DU'13-14] [Ans: b]
 (a) 0 (b) F (c) $\frac{F}{2}$ (d) $\frac{F}{4}$
 সমাধান: মাধ্যাকর্ষণ বল মাধ্যমের উপর নির্ভরশীল নয়।

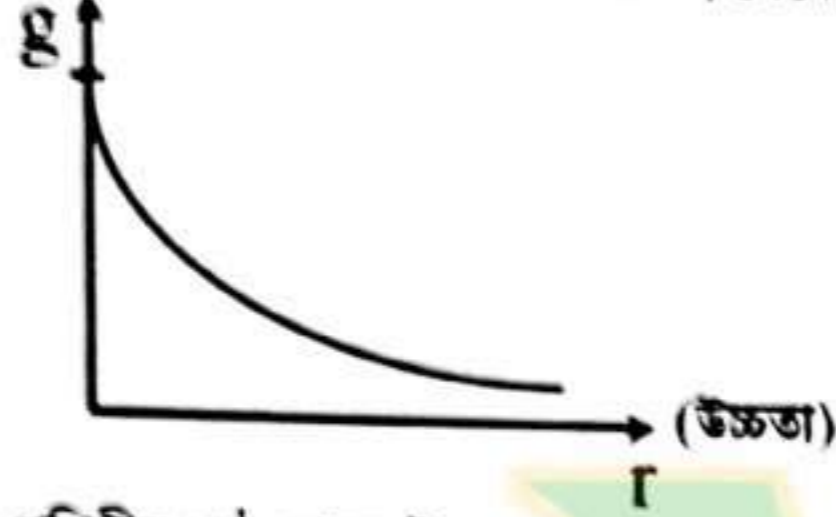
Written

01. নিউটনের মহাকর্ষ সূত্র থেকে মহাকর্ষীয় ধ্রুবকের মাত্রা সমীকরণ ও একক নির্ণয় কর। [RU'19-20]
 সমাধান: আমরা জানি, $F = \frac{G m_1 m_2}{d^2} \Rightarrow [MLT^{-2}] = \frac{[G][M^2]}{[L^2]}$
 $\Rightarrow [G] = \frac{[MLT^{-2}][L^2]}{[M^2]} \therefore [G] = [M^{-1}L^3T^{-2}]$ (Ans.) আবার, $N = \frac{G \times \text{kg}^2}{\text{m}^2} \Rightarrow G = \text{Nm}^2\text{kg}^{-2}$ (Ans.)

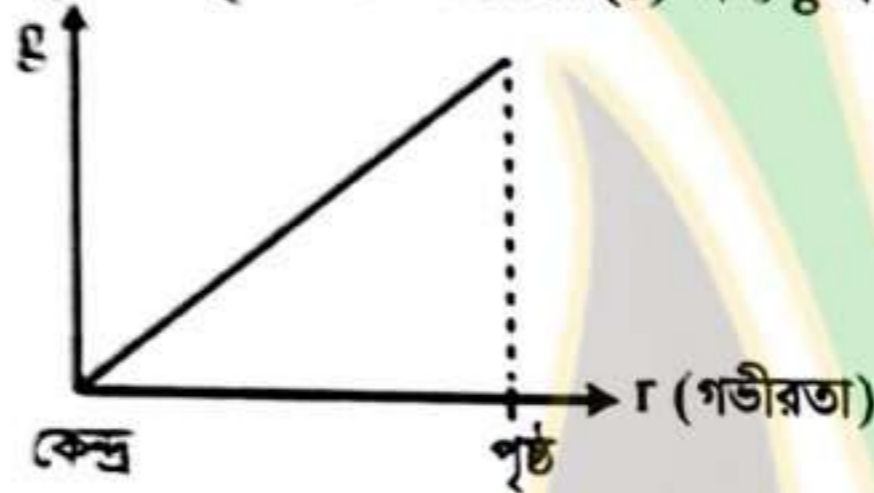
Type-03: অভিকর্ষ বল ও অভিকর্ষজ ত্বরণ

- **Formula & Concept:**
- পৃথিবী এবং অন্য একটি বস্তুর মধ্যকার আকর্ষণ বলকে অভিকর্ষ এবং এর ফলে সৃষ্ট ত্বরণকে অভিকর্ষজ ত্বরণ বলে। যেকোনো বস্তুর ওজন, $F = W = mg$ [m = বস্তুর ভর]
- গ্রহের পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = \frac{GM}{R^2}$; $g = \frac{4}{3} \pi G \rho R$ [M = গ্রহের ভর; R = ব্যাসার্ধ; ρ = গ্রহের ঘনত্ব]
- পৃষ্ঠ থেকে h উচ্চতায়, $g' = \frac{GM}{(R+h)^2}$
- পৃষ্ঠ থেকে d গভীরতায়, $g' = \frac{4}{3} \pi G \rho (R - d)$
- h উচ্চতার জন্য, $g' = g \times \frac{R^2}{(R+h)^2}$

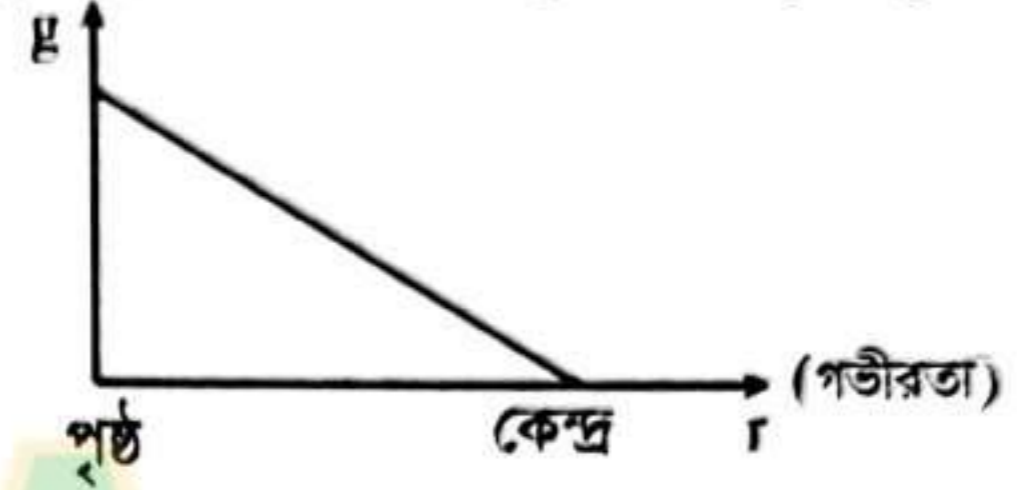
- $h \ll R$ হলে, $g' = g \left(1 - \frac{2h}{R}\right)$
- d গভীরতার জন্য, $g' = g \left(1 - \frac{d}{R}\right)$
- ঘূর্ণন গতির জন্য, $g' = g - \omega^2 R \cos^2 \lambda$; যেখানে $\omega = \frac{2\pi}{T}$; $T = 24$ hour; $\lambda =$ অক্ষাংশ
 - বিষুব অক্ষলে g এর মান সর্বনিম্ন কারণ এই অক্ষলে, $\lambda = 0^\circ \therefore g' = g - \omega^2 R$
 - মেরু অক্ষলে g এর মান সর্বোচ্চ কারণ এই অক্ষলে, $\lambda = 90^\circ \therefore g' = g$
- M ও M' ভরের ও R ও R' ব্যাসার্ধের দুটি আলাদা গ্রহের জন্য, $\frac{g'}{g} = \frac{M'}{M} \times \left(\frac{R}{R'}\right)^2$
- পৃথিবীর পৃষ্ঠে, $g = 9.8 \text{ ms}^{-2} \approx 10 \text{ ms}^{-2}$; যেকোনো গ্রহের কেন্দ্রে, $g = 0$; গ্রহ থেকে অসীম দূরে বা মহাশূন্যে, $g = 0$



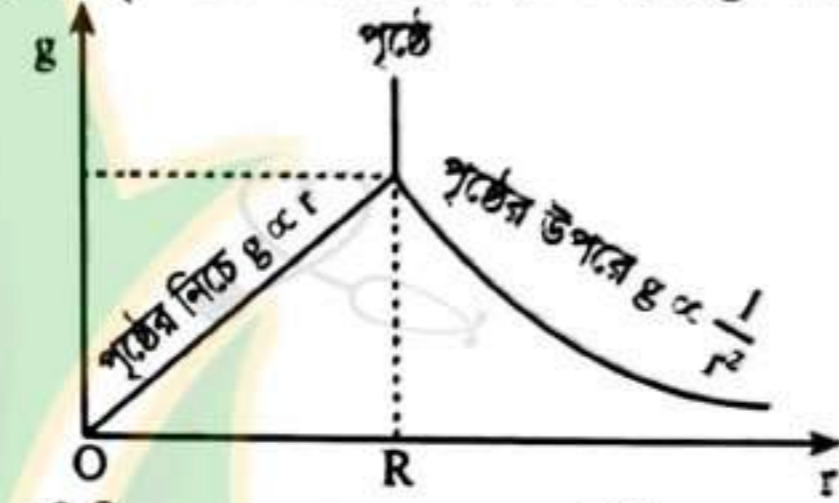
চিত্র (i): পৃথিবীর পৃষ্ঠ থেকে উচ্চতার (r) জন্য g এর ভিন্নতা



চিত্র (iii): কেন্দ্র থেকে পৃষ্ঠে গমন করলে g এর ভিন্নতা



চিত্র (ii): পৃষ্ঠ থেকে কেন্দ্রে গমন করলে g এর ভিন্নতা



চিত্র (iv): পৃথিবীর কেন্দ্র থেকে শুরু করে বিভিন্ন দূরত্বে g এর ভিন্নতা

MCQ

01. চাঁদের অভিকর্ষজ ত্বরণ পৃথিবীর অভিকর্ষজ ত্বরণের ছয় ভাগের এক ভাগ। চাঁদের ব্যাসার্ধ পৃথিবীর ব্যাসার্ধের এক-চতুর্থাংশ। পৃথিবীর ভর M -এর তুলনায় চাঁদের ভর কত? [DU'23-24] [Ans: d]

(a) $\frac{M}{6}$ (b) $\frac{M}{16}$ (c) $\frac{M}{24}$ (d) $\frac{M}{96}$

সমাধান: $\frac{g_m}{g_e} = \frac{M_m}{M_e} \times \frac{R_e^2}{R_m^2} \Rightarrow \frac{M_m}{M_e} = \frac{g_m}{g_e} \times \left(\frac{R_m}{R_e}\right)^2 = \frac{1}{6} \times \left(\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{1}{96} = \frac{M_e}{96}$
02. পৃথিবীকে সংকুচিত করে এর ব্যাসার্ধ অর্ধেক করা হলে, অভিকর্ষজ ত্বরণের মান কত? [RU'23-24] [Ans: c]

(a) 9.8 ms^{-2} (b) 4.9 ms^{-2} (c) 39.2 ms^{-2} (d) 9.6 ms^{-2}

সমাধান: $g' = \frac{GM}{(R')^2} = \frac{GM}{\left(\frac{R}{2}\right)^2} = 4 \times \frac{GM}{R^2} = 4g = 4 \times 9.8 = 39.2 \text{ ms}^{-2}$
03. পৃথিবীতে কোনো বস্তুর ভর মেপে $M \text{ kg}$ পাওয়া গেল। ওই পরীক্ষণ চন্দ্র পৃষ্ঠে করলে বস্তুটির ভর কত kg পাওয়া যাবে? [RU'23-24]

(a) $\frac{M}{6}$ (b) M (c) $6M$ (d) Mg [Ans: b]

সমাধান: ভরের পরিবর্তন হবে না, ওজনের পরিবর্তন হবে। সুতরাং, ভর $M \text{ kg}$ -ই থাকবে।
04. পৃথিবীর পৃষ্ঠ থেকে পৃথিবীর ব্যাসার্ধের $\frac{1}{10}$ অংশের সমান দূরত্ব নিচে অবস্থিত কোনো বস্তুর উপর অভিকর্ষজ ত্বরণ কত? [JU'23-24] [Ans: d]

(a) $\frac{8}{3} \pi G R \rho$ (b) $\frac{4}{3} \pi G R \rho$ (c) $\frac{12}{5} \pi G R \rho$ (d) কোনোটিই নয়

সমাধান: $g' = \frac{4}{3} \pi \rho G (R - d) = \left(R - \frac{R}{10}\right) \times \frac{4}{3} \pi \rho G = \frac{9}{10} \times \frac{4}{3} \pi G R \rho = \frac{6}{5} \pi G R \rho$ [$\because d = \frac{R}{10}$]
05. চট্টগ্রাম বিশ্ববিদ্যালয়ে (চবি) একটি বস্তুর ওজন 9.81 N এবং চবি-এ অভিকর্ষজ ত্বরণ 981 cms^{-2} হলে, পৃথিবীর কেন্দ্রে বস্তুটির ভর কত? [CU'23-24] [Ans: b]

(a) 0 kg (b) 1 kg (c) 1 g (d) অসীম

সমাধান: চট্টগ্রাম বিশ্ববিদ্যালয়ে বস্তুটির ভর, $m = \frac{W}{g} = \frac{9.81}{9.81} = 1 \text{ kg}$

যেহেতু, ভরের কোনো পরিবর্তন হয় না সুতরাং, পৃথিবীর কেন্দ্রে বস্তুটির ভর 1 kg -ই থাকবে।



06. একটি গ্রহের ব্যাসার্ধ 6000 km, উহার পৃষ্ঠদেশে g এর মান 10.08 ms^{-2} হলে পৃষ্ঠ থেকে কত km উচ্চতায় g-এর মান 7.00 ms^{-2} হবে? [Agri'22-23] [Ans: c]

(a) 700 (b) 1008 (c) 1200 (d) 9800

$$\text{সমাধান: } \sqrt{\frac{g'}{g}} = \frac{R}{R+h} \Rightarrow \sqrt{\frac{7}{10.08}} = \frac{6000}{6000+h} \Rightarrow 0.833 = \frac{6000}{6000+h} \Rightarrow h = \frac{6000 - 6000 \times 0.833}{0.833}$$

$$\therefore h = 1202.88 \text{ km} \approx 1200 \text{ km}$$

07. ভূ-পৃষ্ঠ থেকে $\frac{R}{2}$ ($R =$ পৃথিবীর ব্যাসার্ধ) উচ্চতায় ও একই গভীরতায় অভিকর্ষজ ত্বরণের অনুপাত- [GST'22-23] [Ans: d]

(a) 1:9 (b) 2:9 (c) 4:9 (d) 8:9

$$\text{সমাধান: } \frac{g_{\text{উচ্চতা}}}{g_{\text{গভীরতা}}} = \frac{\left(\frac{R}{R+\frac{R}{2}}\right)^2 g}{\left(1-\frac{R}{2}\right)g} = \frac{\frac{R^2}{\frac{9}{4}R^2} g}{\left(1-\frac{1}{2}\right)g} = \frac{\frac{4}{9}}{\frac{1}{2}} = \frac{4}{9} \times 2 = \frac{8}{9} = 8:9$$

08. পৃথিবীকে 6400 km ব্যাসার্ধের একটি গোলক ধরলে ভূপৃষ্ঠ থেকে কত km উচ্চতায় অভিকর্ষীয় ত্বরণের মান ভূপৃষ্ঠের অভিকর্ষীয় ত্বরণের মানের $\frac{1}{64}$ অংশ হবে? [RU'22-23] [Ans: b]

(a) 4.48×10^3 (b) 44.8×10^3 (c) 4.48×10^6 (d) 44.8

$$\text{সমাধান: } g' = \frac{1}{64}g \Rightarrow \left(\frac{R}{R+h}\right)^2 g = \frac{1}{64}g \Rightarrow \frac{R+h}{R} = 8 \Rightarrow 1 + \frac{h}{R} = 8$$

$$\Rightarrow \frac{h}{R} = 7 \Rightarrow h = 7 \times 6400 \text{ km} = 44800 \text{ km} = 44.8 \times 10^3 \text{ km}$$

09. পৃথিবীর কেন্দ্রে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান কত? [JU'22-23] [Ans: c]

(a) অসীম (b) 9.8 ms^{-2} (c) শূন্য (d) 4.9 ms^{-2}

$$\text{সমাধান: } g = g\left(1 - \frac{h}{R}\right) = g\left(1 - \frac{R}{R}\right) = g(1 - 1) = 0$$

10. যদি পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 1% কমানো হয় কিন্তু ভর সমান থাকে, তাহলে ভূপৃষ্ঠের অভিকর্ষজ ত্বরণ g এর মান: [JU'22-23] [Ans: c]

(a) 0.5% বৃদ্ধি পাবে (b) 0.5% কমবে (c) 2% বৃদ্ধি পাবে (d) 2% বৃদ্ধি কমবে

$$\text{সমাধান: } g = \frac{GM}{R^2} \therefore G \text{ ও } M \text{ ধ্রুব।} \therefore g \propto \frac{1}{R^2} \therefore \frac{g'}{g} = \frac{R^2}{(R')^2} = \frac{R^2}{(0.99R)^2} = \frac{1}{0.99 \times 0.99} = \frac{100 \times 100}{99 \times 99} = \frac{10000}{9801} = 1.02$$

$$\therefore g' = 1.02g; \Delta g = g' - g = 1.02g - g = 0.02g = 2\%g \therefore g \text{ এর মান } 2\% \text{ বৃদ্ধি পাবে।}$$

11. পৃথিবীর ব্যাসার্ধ R হলে ভূপৃষ্ঠ হতে কত উচ্চতায় g এর মান পৃথিবীর তুলনায় 4 ভাগ হবে? [RU'21-22] [Ans: a]

(a) R (b) 2R (c) $\frac{R}{2}$ (d) 4R

$$\text{সমাধান: } \frac{g'}{g} = \frac{R^2}{(R+h)^2} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{R}{R+h} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{R+h}{R} = 2 \Rightarrow 1 + \frac{h}{R} = 2 \Rightarrow \frac{h}{R} = 1 \therefore h = R$$

12. g-এর মান সর্বাধিক কোথায়? [CU'21-22] [Ans: a]

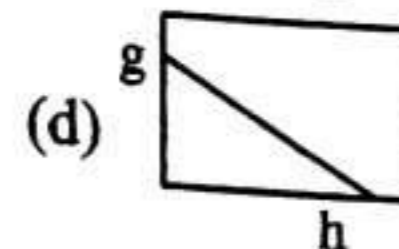
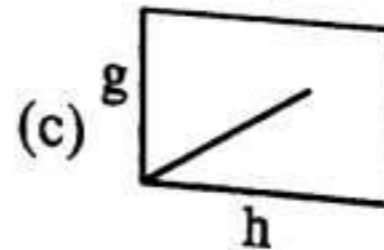
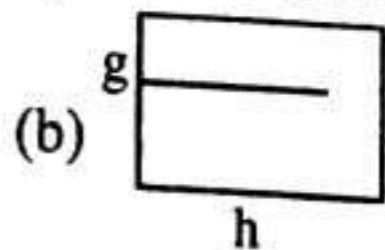
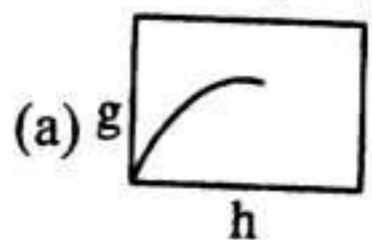
(a) মেরু অঞ্চলে (b) বিষুব অঞ্চলে (c) ভূ-কেন্দ্রে (d) পাহাড়ের চূড়ায়

13. পৃথিবীর ভর M এবং ব্যাসার্ধ R হলে পৃথিবী পৃষ্ঠে g/G এর অনুপাত হবে- [CU'21-22] [Ans: b]

(a) $\frac{R^2}{M}$ (b) $\frac{M}{R^2}$ (c) R^2 (d) $\frac{M}{R}$

$$\text{সমাধান: } g = \frac{GM}{R^2} \Rightarrow \frac{g}{G} = \frac{M}{R^2}$$

14. অভিকর্ষীয় ত্বরণ g বনাম পৃথিবী পৃষ্ঠ হতে গভীরতা h এর লেখচিত্র কোনটি? [DU'20-21] [Ans: d]



$$\text{সমাধান: } g' = g\left(1 - \frac{h}{R}\right) [g' \text{ হল ভূপৃষ্ঠ থেকে } h \text{ গভীরতায় অভিকর্ষীয় ত্বরণ}]$$

$$\Rightarrow \frac{g'}{y} = -\frac{g}{m} \frac{h}{x} + \frac{g}{c} \text{ এটি একটি সরলরেখা নির্দেশ করে, যার ঢাল ঋণাত্মক।}$$

15. A ও B গ্রহদ্বয়ের ভর যথাক্রমে M ও 2M এবং ব্যাসার্ধ যথাক্রমে R ও 2R হলে তাদের অভিকর্ষজ ত্বরণের অনুপাত $g_A : g_B$ কত? [GST'20-21] [Ans: c]

- (a) 1 : 1 (b) 1 : 2 (c) 2 : 1 (d) 4 : 1

সমাধান: $\frac{g_A}{g_B} = \frac{M_A}{R_A^2} \times \frac{R_B^2}{M_B} = \frac{M}{2M} \times \left(\frac{2R}{R}\right)^2 = \frac{2}{1} = 2 : 1$

16. মোট ভর অপরিবর্তিত রেখে পৃথিবীর ব্যাসার্ধ বর্তমান ব্যাসার্ধের এক-তৃতীয়াংশে হয়ে গেলে ভূ-পৃষ্ঠের অভিকর্ষজ ত্বরণের মান- [RU'20-21] [Ans: d]

- (a) পরিবর্তন হবে না (b) বর্তমান অভিকর্ষজ ত্বরণের মান এক-তৃতীয়াংশ হবে
(c) বর্তমান অভিকর্ষজ ত্বরণের তিনগুণ হবে (d) বর্তমান অভিকর্ষজ ত্বরণের নয়গুণ হবে

সমাধান: $g' = \frac{GM}{(R')^2} = \frac{GM}{\left(\frac{R}{3}\right)^2} = 9 \times \frac{GM}{R^2} = 9g$

17. একটি বস্তুর ভর 12 মিলিগ্রাম। পৃথিবীর কেন্দ্রের দিকে বস্তুটি কত বলে আকর্ষিত হবে? [অভিকর্ষীয় ত্বরণ $g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$] [CU' 20-21; JU'16-17] [Ans: b]

- (a) $118.6 \times 10^6 \text{ N}$ (b) $117.6 \times 10^{-6} \text{ N}$ (c) $119.6 \times 10^{-6} \text{ N}$ (d) $120.6 \times 10^{-6} \text{ N}$

সমাধান: $F = mg = 12 \times 10^{-6} \times 9.8 = 117.6 \times 10^{-6} \text{ N}$

18. কত অক্ষাংশে g -এর মান সর্বাপেক্ষা বেশি? [RU'19-20] [Ans: c]

- (a) 0° (b) 45° (c) 90° (d) 180°

সমাধান: $g' = g - \omega^2 R \cos^2 \lambda$; g' এর মান সর্বোচ্চ হবে যদি $\cos^2 \lambda = 0$ হয়। $\therefore \lambda = 90^\circ$ হবে।

19. বিষুবীয় অঞ্চল হতে মেরু অঞ্চলের দিকে অভিকর্ষীয় ত্বরণ- [JU'18-19] [Ans: b]

- (a) হ্রাস পায় (b) বৃদ্ধি পায় (c) একই হবে (d) 45° অক্ষাংশের সর্বোচ্চ

20. ভূমি হতে 'm' ভরের কোন বস্তুকণাকে 2R (পৃথিবীর ব্যাসার্ধের দ্বিগুণ) উচ্চতায় উত্তোলন করতে কৃতকাজ কত? [CU'18-19] [Ans: d]

- (a) 2mgR (b) $\frac{mgR}{2}$ (c) 3mgR (d) $\frac{2mgR}{3}$

সমাধান: $W = GMm \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{3R}\right) = GMm \frac{2}{3R} = \frac{2}{3} m \frac{GM}{R^2} \times R = \frac{2}{3} mgR$

[Note: কেন্দ্র থেকে ভূমি = R, ভূমি থেকে উচ্চতা = 2R, Total = 3R]

21. পৃথিবীর ভর ও ব্যাসার্ধ যথাক্রমে M ও R হলে 81 গুণ এবং 4 গুণ। পৃথিবী পৃষ্ঠে একজন লোকের ওজন 648 N। লোকটি চাঁদে গেলে কতটুকু ওজন হারাবে? [BAU'18-19] [Ans: b]

- (a) 480 N (b) 520 N (c) 550 N (d) 600 N

সমাধান: $\frac{W_M}{W_e} = \frac{M_M}{M_e} \times \left(\frac{R_e}{R_M}\right)^2 \Rightarrow \frac{W_M}{648} = \frac{1}{81} \times 4^2 \Rightarrow \frac{W_M}{648} = \frac{16}{81} \therefore W_M = 128 \text{ N} \therefore \Delta W = 648 - 128 = 520 \text{ N}$

22. 2kg ভরের কোনো বস্তুর চাঁদে ওজন কত নিউটন হবে? [KU'17-18] [Ans: b]

- (a) 1.6 (b) 3.2 (c) 9.8 (d) 19.6

সমাধান: $W = mg = 2 \times \frac{9.8}{6} = \frac{98}{30} = \frac{49}{15} = 3.267 \text{ N}$ (প্রায়)

23. $3 \times 10^6 \text{ m}$ গভীরতা বিশিষ্ট একটি খনির তলদেশে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান কত হবে? ভূ-পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ 10 ms^{-2} এবং পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $6 \times 10^6 \text{ m}$ । [JU'15-16] [Ans: c]

- (a) 8 ms^{-2} (b) 6 ms^{-2} (c) 5 ms^{-2} (d) কোনোটিই নয়

সমাধান: খনির গভীরে অভিকর্ষজ ত্বরণ $= g' = g \left(1 - \frac{d}{R}\right) = 10 \left(1 - \frac{3 \times 10^6}{6 \times 10^6}\right) = 5 \text{ ms}^{-2}$

24. নিম্নের কোনটি পৃথিবীর ভরের সঠিক সূত্র? [CU'15-16] [Ans: c]

- (a) $M = \frac{gR^2}{G^2}$ (b) $M = \frac{GR^2}{g}$ (c) $M = \frac{gR^2}{G}$ (d) $M = \frac{g^2 R}{G}$

সমাধান: $g = \frac{GM}{R^2} \therefore M = \frac{gR^2}{G}$

25. একটি গ্রহের ভর ও ব্যাসার্ধ উভয় যথাক্রমে পৃথিবীর ভর ও ব্যাসার্ধের তিনগুণ। পৃথিবীর পৃষ্ঠে $g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$ হলে, ঐ গ্রহের পৃষ্ঠে g এর মান কত? [JU'14-15] [Ans: d]

- (a) 3.5 ms^{-2} (b) 3.7 ms^{-2} (c) 3.37 ms^{-2} (d) 3.27 ms^{-2}

সমাধান: $M' = 3M; R' = 3R; g = \frac{GM}{R^2} \therefore g \propto \frac{M}{R^2} \therefore \frac{g'}{g} = \left(\frac{M'}{M}\right) \times \left(\frac{R}{R'}\right)^2 = 3 \times \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{3} \therefore g' = \frac{9.8}{3} = 3.27 \text{ ms}^{-2}$



26. অভিকর্ষজ ত্বরণ g এর ক্ষেত্রে নিচের কোনটি সঠিক?

- (a) g উচ্চতার উপর নির্ভরশীল
(c) g পৃথিবীর ঘূর্ণন গতির উপর নির্ভরশীল নয়

- (b) g অক্ষাংশের উপর নির্ভরশীল নয়
(d) g সর্বজনীন ধ্রুবক

[CU'13-14] [Ans: a]

27. পৃথিবীর কেন্দ্রে কোনো বস্তুর ওজন-

- (a) শূন্য (b) অসীম
(d) পৃথিবী পৃষ্ঠে বস্তুর ওজনের চেয়ে বেশি

- (c) পৃথিবী পৃষ্ঠে বস্তুর ওজনের সমান
(e) উপরের সবগুলোই ভুল

[CU'13-14] [Ans: a]

সমাধান: পৃথিবীর কেন্দ্রে অভিকর্ষজ ত্বরণ (g) শূন্য। তাই, বস্তুর ওজনও শূন্য।

Type-04: মহাকর্ষীয় প্রাবল্য ও বিভব

Formula & Concept:

M ভরের বস্তুর কেন্দ্রে হতে r দূরত্বে প্রাবল্য, $E = \frac{GM}{r^2}$ [JU'18-19] এবং বিভব, $V = -\frac{GM}{r}$

পৃথিবীর বা অন্য কোনো গ্রহে মহাকর্ষীয় প্রাবল্য = অভিকর্ষজ ত্বরণ

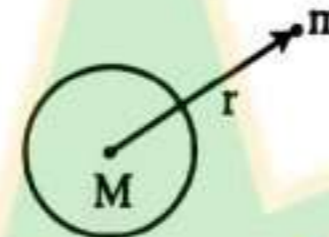
প্রাবল্য ও বিভবের মধ্যে সম্পর্ক: $E = -\frac{dV}{dr}$ এবং $V = \int -E \cdot dr$

m ভরের বস্তুর মহাকর্ষীয় বিভব শক্তি, $E_p = m \times V = -G \frac{mM}{r}$

মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রে বস্তুকে স্থানান্তর করতে কৃতকাজ,

$$W = E_{p_2} - E_{p_1} = \left(-\frac{GMm}{r_2}\right) - \left(-\frac{GMm}{r_1}\right)$$

$$W = GMm \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$$



এখানে,
 r_1 = আদি অবস্থান
 r_2 = শেষ অবস্থান

নিরেট ও ফাঁপা গোলকের বিভিন্ন অবস্থানে মহাকর্ষীয় প্রাবল্য ও বিভব:

অবস্থান	প্রাবল্যের মান	বিভব
নিরেট বা ফাঁপা গোলকের বাহিরে	$E = \frac{GM}{r^2}$	$V = -\frac{GM}{r}$
নিরেট গোলকের ভিতরে	$E = \frac{GM}{a^3} r$	$V = -\frac{GM(3a^2 - r^2)}{2a^3}$
ফাঁপা গোলকের ভিতরে	0	$V = -\frac{GM}{a}$

এখানে, M = গোলকের ভর, a = গোলকের ব্যাসার্ধ এবং r = গোলকের কেন্দ্রে হতে কোনো বিন্দুর দূরত্ব।

MCQ

01. মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র প্রাবল্যের মাত্রা কোনটি?

(a) MLT^{-2}

(b) LT^{-2}

(c) MLT^{-1}

(d) LT^{-1}

সমাধান: মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র প্রাবল্য = $\frac{F}{m} = \frac{[MLT^{-2}]}{[M]} = [LT^{-2}]$

[CU'20-21] [Ans: b]

02. নিচের কোনটির পৃষ্ঠে মহাকর্ষ প্রাবল্য সবচেয়ে বেশি?

(a) চন্দ্র

(b) বুধ

(c) পৃথিবী

(d) বৃহস্পতি

[JU'19-20] [Ans: d]

03. মহাকর্ষীয় প্রাবল্য E -এর রাশিমালা কোনটি?

(a) $E = \frac{GM}{r}$

(b) $E = \frac{GM}{r^2}$

(c) $E = \frac{GM}{r^3}$

(d) $E = \frac{GMm^2}{r}$

[JU'18-19] [Ans: b]

04. R ব্যাসার্ধের পৃথিবীর পৃষ্ঠে অভিকর্ষ বিভব V হলে, পৃষ্ঠ হতে R উচ্চতায় বিভবের মান কত?

(a) $\frac{V}{4}$

(b) $\frac{V}{2}$

(c) V

(d) $2V$

[DU'14-15] [Ans: b]

সমাধান: $V = -\frac{GM}{R+h} = -\frac{GM}{R+R} = -\frac{GM}{2R} = \frac{1}{2} \times \left(-\frac{GM}{R}\right) = \frac{V}{2}$

Type-05: মুক্তিবৈগ

Formula & Concept:

- কোনো গ্রহ থেকে (যেমন-পৃথিবী) সর্বাধিক কম বেগে কোনো বস্তুকে উপরের দিকে নিক্ষেপ করলে তা আর সেই গ্রহে ফিরে আসে না, সেই বেগকে মুক্তিবৈগ বলে।
- ভূ-পৃষ্ঠে মুক্তিবৈগ, $v_e = \sqrt{\frac{2GM}{R}} = \sqrt{2gR} = R\sqrt{\frac{8}{3}\pi\rho G}$ এর মান $\rightarrow 11.2 \text{ kms}^{-1}; 7 \text{ Mil s}^{-1}$
- h উচ্চতায় মুক্তিবৈগ, $v_e = \sqrt{\frac{GM}{R+h}} = \sqrt{2g'(R+h)}$
- গ্রহের ভর (M) ধ্রুব থাকলে মুক্তিবৈগ ব্যাসার্ধ (R) এর বর্গমূলের ব্যস্তানুপাতিক কিন্তু g ধ্রুবক থাকলে, মুক্তিবৈগ ব্যাসার্ধের বর্গমূলের সমানুপাতিক।
- দুটি আলাদা গ্রহের জন্য, $\frac{v'_e}{v_e} = \sqrt{\frac{M'}{M} \times \frac{R}{R'}} \cdot \frac{v'_e}{v_e} = \sqrt{\frac{g'}{g} \times \frac{R'}{R}}$ | এখানে, $g =$ গ্রহের পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ
- মুক্তিবৈগ বস্তুর ভর এবং নিক্ষেপণ কোণ দ্বারা প্রভাবিত হয় না।

MCQ

01. ধরো, পৃথিবীর ব্যাস বরাবর একটি সুড়ঙ্গ খনন করা হলো এবং পৃথিবী পৃষ্ঠ থেকে একটি ক্ষুদ্র বস্তুকে সুড়ঙ্গের মধ্যে ছেড়ে দেওয়া হলো। বস্তুটি যখন পৃথিবীর কেন্দ্রে পৌঁছাবে তখন মুক্তিবৈগ v_e -এর সাপেক্ষে বস্তুটির বেগ কত হবে? [DU'23-24] [Ans: c]
- (a) $\frac{3}{2}v_e$ (b) $\frac{1}{2}v_e$ (c) $\frac{1}{\sqrt{2}}v_e$ (d) 0

সমাধান: পৃথিবীর কেন্দ্র থেকে 'x' দূরত্বে 'm' ভরের বস্তুর ওপর কার্যকর মহাকর্ষ বল,

$$F = -\frac{GMm}{R^3}x \text{ [নিরেট গোলকের অভ্যন্তরে কোনো বিন্দুতে প্রাবল্য দ্রষ্টব্য]}$$

$$\Rightarrow ma = -\frac{GMm}{R^3}x$$

$$\Rightarrow a = -\frac{GM}{R^3}x \dots \dots \dots (i)$$

$$\text{S.H.M এর জন্য, } a = -\omega^2x \dots \dots \dots (ii)$$

$$(i) \text{ ও } (ii) \text{ তুলনা করে পাই, } \omega^2 = \frac{GM}{R^3} = \frac{gR^2}{R^3} = \frac{g}{R} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{g}{R}} \dots \dots \dots (iii) \left[\because g = \frac{GM}{R^2} \Rightarrow GM = gR^2 \right]$$

আমরা জানি, S.H.M এর জন্য সাম্যাবস্থায় বেগ থাকে সর্বোচ্চ অর্থাৎ, বস্তু পৃথিবীর কেন্দ্র তথা সাম্যাবস্থায় v_{\max} প্রাপ্ত হবে।

এখন, $v_{\max} = \omega A = \omega R$ [এক্ষেত্রে দোলনের বিস্তার, $A =$ পৃথিবীর ব্যাসার্ধ R]

$$\Rightarrow v_{\max} = \sqrt{\frac{g}{R}} \times R \text{ [ii হতে]}$$

$$\Rightarrow v_{\max} = \sqrt{gR} \dots \dots \dots (iv)$$

আমরা জানি, মুক্তিবৈগ, $v_e = \sqrt{2gR}$

$$\Rightarrow v_e = \sqrt{2} \times \sqrt{gR} = \sqrt{2} \times v_{\max} \text{ [(iv) হতে]}$$

$$\therefore v_{\max} = \frac{v_e}{\sqrt{2}}$$

$$\text{বিকল্প: } F = \frac{GMm}{R^2} = \frac{GMm}{R^3} \times R \Rightarrow \frac{F}{mR} = \frac{GM}{R^3} \Rightarrow \omega^2 = \frac{GM}{R^3} \left[\because F = m\omega^2R \right]$$

$$\therefore \omega = \sqrt{\frac{GM}{R^3}} \therefore v_{\max} = \omega R = \sqrt{\frac{GM}{R}} = \frac{v_e}{\sqrt{2}}$$

02. একটি গ্রহের ব্যাস 5000 km এবং এর পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ 5 ms^{-2} । গ্রহটির পৃষ্ঠ হতে একটি বস্তুর মুক্তিবৈগ নির্ণয় করো।

[RU'23-24] [Ans: b]

- (a) 2.5 km s^{-1} (b) 5 km s^{-1} (c) 7.1 km s^{-1} (d) 11.2 km s^{-1}

$$\text{সমাধান: } v_e = \sqrt{2gR} = \sqrt{2 \times 5 \times 2500 \times 10^3}$$

$$= \sqrt{25 \times 10^6} = \sqrt{25} \times \sqrt{(10^3)^2} = 5 \times 10^3 \text{ ms}^{-1} = 5 \text{ km s}^{-1}$$

[RU'23-24] [Ans: c]

03. মুক্তিবৈগ v_e এর সাথে একটি কৃত্রিম উপগ্রহের উৎক্ষেপণ বেগ v -এর মধ্যে সম্পর্ক-

(a) $v = \sqrt{\left(\frac{GM}{R+h} v_e\right)}$ (b) $v = g\sqrt{Rv_e}$ (c) $v = \frac{v_e}{\sqrt{2}}$

(d) কোনোটিই নয়

সমাধান: $v_e = \sqrt{\frac{2GM}{R+h}} = \sqrt{2} \times \sqrt{\frac{GM}{R+h}} = \sqrt{2} \times v \therefore v = \frac{v_e}{\sqrt{2}}$

04. একটি গ্রহের মুক্তিবৈগ পৃথিবীতে মুক্তিবৈগের অর্ধেক এবং উহার ব্যাসার্ধও পৃথিবীর ব্যাসার্ধের অর্ধেক। ঐ গ্রহে g -এর মান কত ms^{-2} ? [Agri'22-23] [Ans: a]

(a) 4.9 (b) 9.8 (c) 14.7 (d) 19.6

সমাধান: $\sqrt{2g'R'} = \frac{\sqrt{2gR}}{2} \Rightarrow g' \cdot \frac{R}{2} = \frac{gR}{4} \Rightarrow g' = \frac{g}{2} = 4.9 ms^{-2}$

[JU'22-23; CU'18-19, 16-17, 13-14] [Ans: b]

05. পৃথিবীর মুক্তিবৈগ কত?

(a) 5.6 kms^{-1} (b) 11.2 kms^{-1} (c) 22.4 kms^{-1} (d) 28 kms^{-1}

সমাধান: $v_e = \sqrt{2gR} = \sqrt{2 \times 9.8 \times 6400000} = 11200 ms^{-1} = 11.2 kms^{-1}$

[JU'19-20] [Ans: a]

06. পৃথিবী পৃষ্ঠে মুক্তিবৈগ চন্দ্র পৃষ্ঠে মুক্তিবৈগ ———।

(a) অপেক্ষা বেশি (b) অপেক্ষা কম (c) এর সমান (d) এর সাথে অপরিবর্তিত

[KU'18-19] [Ans: c]

07. মঙ্গলগ্রহের পৃষ্ঠে কোন বস্তুর মুক্তিবৈগ কত kms^{-1} ?

(a) 11.2 (b) 10.3 (c) 4.77 (d) 3.5

সমাধান: $v_e = \sqrt{2gR} = \sqrt{2 \times 3.72 \times 3000 \times 10^3} = 4.77 kms^{-1}$

08. একটি গ্রহের ব্যাস $4 \times 10^8 m$ এবং ভর $22 \times 10^{28} kg$ । উক্ত গ্রহে মুক্তিবৈগ কত? [JU'17-18]

(a) 121.4 kms^{-1} (b) 122.5 kms^{-1} (c) 130.6 kms^{-1} (d) 110.6 kms^{-1}

সমাধান: (সঠিক উত্তর নেই); $v_e = \sqrt{\frac{2GM}{R}} = \sqrt{\frac{2 \times 6.673 \times 10^{-11} \times 22 \times 10^{28}}{2 \times 10^8}} = 383.15 kms^{-1}$

09. কোন বস্তুর মুক্তিবৈগ ঐ বস্তুর ভরের—

(a) সমানুপাতিক (b) বর্গের সমানুপাতিক (c) ভরের উপর নির্ভরশীল (d) কোনোটিই নয়

[RU'16-17] [Ans: d]

10. সর্বনিম্ন কত বেগে ভূ-পৃষ্ঠ হতে m ভরের একটি বস্তুকে উপরের দিকে নিক্ষেপ করলে তা আর কখনো ফিরে আসবে না?

(a) $\sqrt{2gR}$ (b) $\sqrt{2} gR$ (c) gR (d) $2\sqrt{gR}$ [DU'15-16] [Ans: a]

সমাধান: $v_{escape} = \sqrt{2gR}$

11. কোন একটি গ্রহের ব্যাসার্ধ পৃথিবীর ব্যাসার্ধের অর্ধেক। কিন্তু গ্রহের পৃষ্ঠের অভিকর্ষজ ত্বরণ পৃথিবীর অভিকর্ষজ ত্বরণের চারগুণ। উক্ত গ্রহের মুক্তিবৈগ পৃথিবীর মুক্তিবৈগের— [JU'15-16] [Ans: d]

(a) দ্বি-গুণ (b) চারগুণ (c) আটগুণ (d) কোনোটিই নয়

সমাধান: $v_p = \sqrt{2g_p R_p}$; $v_e = \sqrt{2g_e R_e}$

$\therefore \frac{v_p}{v_e} = \sqrt{\frac{g_p R_p}{g_e R_e}} = \sqrt{4 \times \frac{1}{2}} = \sqrt{2} \therefore v_p = \sqrt{2} v_e$; সুতরাং, $\sqrt{2}$ গুণ হলো সঠিক উত্তর।

Type-06: কৃত্রিম উপগ্রহ

➤ **Formula & Concept:**

➤ কোনো গ্রহের পৃষ্ঠ হতে h উচ্চতায় আবর্তনশীল উপগ্রহের রৈখিক বেগ, $v = \sqrt{\frac{GM}{R+h}} = \sqrt{\frac{GM}{R^2} \times R^2} = \sqrt{\frac{gR^2}{R+h}} = \sqrt{\frac{g}{R+h}} \times R$
[যেখানে, $R =$ গ্রহের ব্যাসার্ধ, $M =$ গ্রহের ভর]

➤ কোনো গ্রহের পৃষ্ঠ হতে h উচ্চতায় আবর্তনশীল উপগ্রহের রৈখিক বেগ v , পর্যায়কাল T , গ্রহের ভর M হলে-

◆ $v = \frac{2\pi(R+h)}{T} \Rightarrow \sqrt{\frac{GM}{R+h}} = \frac{2\pi(R+h)}{T} \Rightarrow T^2 = \frac{4\pi^2(R+h)^3}{GM} \therefore T = 2\pi \sqrt{\frac{(R+h)^3}{GM}}$

◆ উচ্চতা, $h = \left(\frac{GMT^2}{4\pi^2}\right)^{\frac{1}{3}} - R$

- কোনো গ্রহকে কেন্দ্র করে আবর্তনশীল উপগ্রহের পর্যায়কাল T এবং পৃষ্ঠ থেকে উচ্চতা h হলে, $T^2 \propto (R + h)^3$
- ভূ-পৃষ্ঠ ঘেঁষে কোনো কৃত্রিম উপগ্রহ আবর্তনরত হলে, তার রৈখিক বেগ, $v = \sqrt{\frac{GM}{R}} = \sqrt{\frac{GM}{R^2} \times R} = \sqrt{gR}$
- কোনো কৃত্রিম উপগ্রহের গতিশক্তি, $E_k = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\left(\frac{GM}{R+h}\right) = \frac{1}{2}\frac{GMm}{(R+h)}$ [এখানে, $m =$ কৃত্রিম উপগ্রহের ভর]
এবং বিভবশক্তি, $E_p = -\frac{GMm}{(R+h)} \therefore$ মোট শক্তি, $E = E_k + E_p = \frac{1}{2}\frac{GMm}{(R+h)} - \frac{GMm}{(R+h)} = -\frac{1}{2}\frac{GMm}{(R+h)} = -E_k$ এবং $E_k = \left|-\frac{E_p}{2}\right|$

MCQ

01. একটি উপগ্রহ নিজ অক্ষে 10 ঘণ্টায় আবর্তন করে। এর ব্যাস 14×10^4 m; 10^4 kg ভরবিশিষ্ট একটি নভোযান উপগ্রহটিতে অবতরণ করলে উপগ্রহের নিজ অক্ষের ঘূর্ণনের কারণে নভোযানের ওজন কত হ্রাস পাবে? [GST'23-24]

- (a) 21.44 N (b) 24.21 N (c) 21.24 N (d) 24.44 N

সমাধান: (সঠিক উত্তর নেই); ওজন হ্রাস $= m\omega^2 r = m\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 r$

$$= 10^4 \times \left(\frac{2\pi}{10 \times 60 \times 60}\right)^2 \times 7 \times 10^4 = 21.323 \text{ N [ক্যালকুলেটর ব্যবহার করে]}$$

02. m ভরের একটি উপগ্রহ R ব্যাসার্ধের একটি বৃত্তাকার কক্ষপথে M ভরের একটি গ্রহকে প্রদক্ষিণ করে। একটি পূর্ণ ঘূর্ণনের জন্য প্রয়োজনীয় সময় নিচের কোনটির সমানুপাতিক? [DU'22-23] [Ans: c]

- (a) M (b) \sqrt{m} (c) $R^{3/2}$ (d) R^2

সমাধান: $T^2 = \frac{4\pi^2}{GM} R^3 \Rightarrow T \propto R^{3/2}$

03. কৃত্রিম উপগ্রহের রৈখিক বেগ-

[RU'22-23] [Ans: d]

- (a) $\sqrt{\frac{GM}{(r+h)}}$ (b) $\frac{GM}{(r+h)^2}$ (c) $\frac{\sqrt{GM}}{(r+h)^2}$ (d) কোনোটিই নয়

সমাধান: কৃত্রিম উপগ্রহের রৈখিক বেগ $= \sqrt{\frac{GM}{R+h}}$

04. সমান ভরের দুটি উপগ্রহের ব্যাসার্ধ যথাক্রমে R এবং $4R$ হলে গ্রহ দুটির পর্যায়কালের অনুপাত- [JU'22-23] [Ans: b]

- (a) 1:16 (b) 1:8 (c) 1:64 (d) 16:1

সমাধান: $T^2 \propto R^3 \Rightarrow T_1^2 : T_2^2 = 1^3 : 4^3 \Rightarrow T_1^2 : T_2^2 = 1 : 64 \Rightarrow T_1 : T_2 = 1 : 8$

05. ভূ-স্থির উপগ্রহের পর্যায়কাল কত?

[RU'21-22, CU'17-18] [Ans: a]

- (a) 24 ঘণ্টা (b) 12 ঘণ্টা (c) 3600 সে. (d) 365 দিন

06. একটি কৃত্রিম উপগ্রহ পৃথিবীর পৃষ্ঠ থেকে পৃথিবীর ব্যাসার্ধের দ্বিগুণ উচ্চতায় ঘুরে। ঐ উচ্চতায় এর গতিবেগ কত?

[RU'19-20, 16-17] [Ans: c]

- (a) \sqrt{gR} (b) $2\sqrt{gR}$ (c) $\sqrt{\frac{gR}{3}}$ (d) $\sqrt{\frac{gR}{5}}$

সমাধান: $v = \sqrt{\frac{GM}{R+h}} = \sqrt{\frac{GM}{R+2R}} = \sqrt{\frac{gR^2}{3R}} = \sqrt{\frac{gR}{3}}$

07. পার্কিং কক্ষপথ কোনটি?

[KU'19-20] [Ans: c]

- (a) যে পথে বিমান চলাচল করে (b) পোলার উপগ্রহের কক্ষপথ
(c) ভূ-স্থির উপগ্রহের কক্ষপথ (d) পৃথিবীর কক্ষপথ

08. BTRC বঙ্গবন্ধু-1 কৃত্রিম উপগ্রহ ঢাকার ভূ-পৃষ্ঠ হতে 36000 km উর্ধ্বে স্থাপন করা হলে উপগ্রহের পর্যায়কাল কত?

[JU'18-19] [Ans: a]

- (a) 24.02h (b) 22.08h (c) 23.02h (d) 25.08h

সমাধান: $T = 2\pi \sqrt{\frac{(R+h)^3}{GM}} = 2\pi \sqrt{\frac{(6400 \times 10^3 + 36000 \times 10^3)^3}{6.673 \times 10^{-11} \times 6 \times 10^{24}}} = 24.02 \text{ h (প্রায়) [ক্যালকুলেটর ব্যবহার করে]}$



09. ভূ-কেন্দ্র থেকে 8000 km দূরে অবস্থান করে এরূপ একটি কৃত্রিম উপগ্রহকে পৃথিবীর চারদিকে কী বেগে ঘুরতে হবে?
[BAU'18-19, 12-13; SAU'14-15] [Ans: c]
(a) 2518 ms⁻¹ (b) 5810 ms⁻¹ (c) 7089 ms⁻¹ (d) 8905 ms⁻¹
সমাধান: $v = \sqrt{\frac{GM}{R+h}} = \sqrt{\frac{6.673 \times 10^{-11} \times 6 \times 10^{24}}{8 \times 10^6}} = 7074 \text{ ms}^{-1} \approx 7089 \text{ ms}^{-1}$
10. একটি কৃত্রিম উপগ্রহ 7000 km ব্যাসার্ধবিশিষ্ট বৃত্তাকার কক্ষপথে পৃথিবীকে প্রদক্ষিণ করছে। উপগ্রহটির পর্যায়কাল 2h হলে কেন্দ্রমুখী ত্বরণ কত?
[DU'16-17] [Ans: c]
(a) 1.331 ms⁻² (b) 2.663 ms⁻² (c) 5.325 ms⁻² (d) 10.650 ms⁻²
সমাধান: $a_c = \omega^2 r = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \times r = \left(\frac{2 \times 3.1416}{2 \times 3600}\right)^2 \times 7000 \times 1000 = 5.325 \text{ ms}^{-2}$
11. পৃথিবীর দুর্যোগ ব্যবস্থাপনা পর্যবেক্ষণের জন্য স্থাপিত কৃত্রিম উপগ্রহকে বলা হয়—
[JU'16-17] [Ans: b]
(a) সামরিক উপগ্রহ (b) পর্যবেক্ষক উপগ্রহ (c) মহাকাশ কেন্দ্র (d) আবহাওয়া উপগ্রহ
12. একটি কৃত্রিম উপগ্রহ পৃথিবী পৃষ্ঠ থেকে 100 km উচ্চতায় বৃত্তাকার কক্ষপথে অবস্থান করছে। পৃথিবীর ভর $6 \times 10^{24} \text{ kg}$ এবং ব্যাসার্ধ $6.4 \times 10^3 \text{ km}$ । $G = 6.673 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$ হলে উপগ্রহটির কক্ষীয় দ্রুতি কত?
[CU'16-17] [Ans: e]
(a) 8.91 kms⁻¹ (b) 9.81 kms⁻¹ (c) 11.19 kms⁻¹ (d) 11.10 kms⁻¹ (e) 7.85 kms⁻¹
সমাধান: $v = \sqrt{\frac{GM}{R+h}} = \sqrt{\frac{6.673 \times 10^{-11} \times 6 \times 10^{24}}{(6.4 \times 10^3 + 100) \times 10^3}} = 7.85 \text{ kms}^{-1}$ [ক্যালকুলেটর ব্যবহার করে]

Written

01. কৃত্রিম উপগ্রহ (Satellite) কী? কৃত্রিম উপগ্রহের বেগ (velocity) নির্ণয় কর।
[JnU'18-19]
সমাধান: মানবসৃষ্ট যে মহাকাশযান পৃথিবীকে কেন্দ্র করে বৃত্তাকার পথে নির্দিষ্ট কক্ষপথ বরাবর আবর্তিত হয়, তাই কৃত্রিম উপগ্রহ।
আমরা জানি, $\frac{GMm}{r^2} = \frac{mv^2}{r} \therefore v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$
এখানে, বেগ = v ; মহাকর্ষীয় ধ্রুবক = G ; পৃথিবীর ভর = M ; কক্ষপথের ব্যাসার্ধ = r

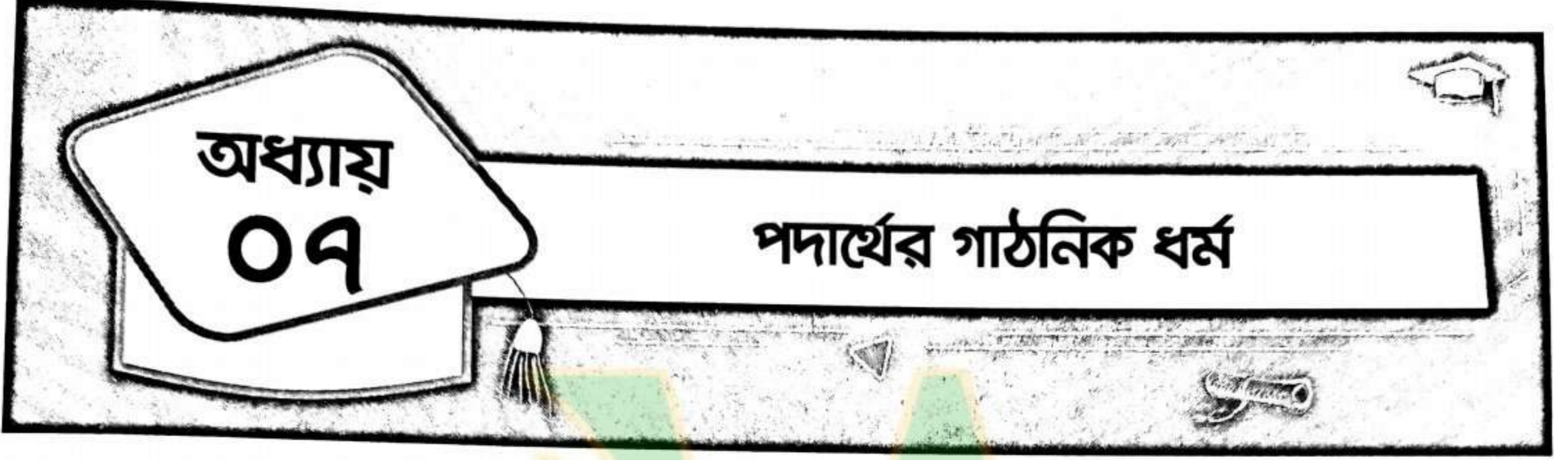
Type-07: বিবিধ

MCQ

01. পৃথিবী পৃষ্ঠের উপর কোনো বায়ুমণ্ডল না থাকলে একটি দিবসের ব্যাপ্তি—
[CU'15-16] [Ans: a]
(a) হ্রাস পাবে (b) বৃদ্ধি পাবে (c) একই থাকবে (d) আবহাওয়ার উপর নির্ভর করবে
সমাধান: বায়ুমণ্ডল না থাকলে পৃথিবীর ভর m কিছুটা কমে যাবে। $I\omega = \text{ধ্রুবক}$
ভর কমে গেলে I কমে যাবে, ω বেড়ে যাবে। $\omega = \frac{2\pi}{T}$; ω বেড়ে গেলে T কমে যাবে।
ফলে দিবসের ব্যাপ্তি হ্রাস পাবে।
02. পৃথিবী প্রদক্ষিণ করার সময় একজন নভোচারী ওজনহীনতা অনুভব করেন। কারণ—
[KU'12-13] [Ans: c]
(a) এক্ষেত্রে কেন্দ্রমুখী বল শূন্য (b) এক্ষেত্রে কেন্দ্রবিমুখী বল শূন্য
(c) এক্ষেত্রে কেন্দ্রমুখী এবং কেন্দ্রবিমুখী বল সমান (d) এক্ষেত্রে কেন্দ্রবিমুখী বলের চেয়ে কেন্দ্রমুখী বল বড়
সমাধান: এক্ষেত্রে কেন্দ্রমুখী বল = mg স্বল্প উচ্চতায় পৃথিবীকে প্রদক্ষিণকারী মহাকাশযানের যাত্রীরা ওজনহীনতা অনুভব করলে,
কেন্দ্রবিমুখী বল = ওজন। তখন, $\frac{mv^2}{R} = mg$

সফল মানুষের সাথে অসফল মানুষের প্রধান পার্থক্য শক্তি বা জ্ঞান নয়। পার্থক্যটা হলো সত্যিকার
সফল হওয়ার ইচ্ছা।

- Vince Lombardi



➤ ভাসিটি ভর্তি পরীক্ষার জন্য এই অধ্যায়ের গুরুত্বপূর্ণ টাইপসমূহ:

গুরুত্ব	টাইপ	বিষয়বস্তু	যতবার এসেছে		যেসব ভর্তি পরীক্ষায় প্রশ্ন এসেছে	
			MCQ	Written	MCQ	Written
★	T-01	স্থিতিস্থাপকতা	2	-	JU'12-13; JnU'12-13	-
★★★★	T-02	পীড়ন	4	-	RU'20-21, 19-20; JU'14-15; JnU'14-15	-
★	T-03	বিকৃতি	3	-	DU'22-23; Agri'22-23; CU'14-15	-
★★★★	T-04	ইয়ং-এর গুণাঙ্ক	22	-	DU'23-24, 20-21, 19-20, 17-18; GST'22-23, SUST'19-20; RU'23-24, 18-19, 16-17, 14-15; JU'19-20, 17-18, 16-17, 15-16; CU'22-23, 17-18, 16-17, 14-15; KU'18-19, 13-14; BAU'18-19	-
★	T-05	আয়তন গুণাঙ্ক ও সংনম্যতা	5	-	RU'12-13; JU'23-24, 14-15, 12-13	-
★★	T-06	কৃতকাজ ও সঞ্চিত শক্তি	3	-	RU'14-15; JU'14-15; CU'18-19	-
★	T-07	পয়সনের অনুপাত	6	-	JU'17-18; JnU'17-18; CU'23-24, 22-23, 18-19	-

Exactly what you need

Type-01: স্থিতিস্থাপকতা

Formula & Concept:

- স্থিতিস্থাপকতায় সংরক্ষণশীল বল কাজ করে।
- তাপমাত্রা বৃদ্ধিতে স্থিতিস্থাপকতা সাধারণত হ্রাস পায়, তবে ইস্পাত ও ইনভার (Fe ও Ni এর সংকর) এর স্থিতিস্থাপকতা তাপমাত্রার পরিবর্তনেও অপরিবর্তিত থাকে।

MCQ

01. তাপমাত্রা বৃদ্ধি পেলে ইস্পাতের স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক- [JU'12-13] [Ans: c]
 (a) Increases (b) Decreases (c) Remain unchanged (d) None
 সমাধান: সাধারণত কমে, কিন্তু ইস্পাত ব্যতিক্রমধর্মী।
02. স্থিতিস্থাপক বলের ধরন কী? [JnU'12-13] [Ans: b]
 (a) অসংরক্ষণশীল বল (b) সংরক্ষণশীল বল (c) যান্ত্রিক বল (d) শাব্দিক বল

Type-02: পীড়ন

Formula & Concept:

- বাহ্যিক বলের ক্রিয়ার ফলে কোনো বস্তুর বিকৃতি ঘটলে স্থিতিস্থাপকতার জন্য বস্তুর ভেতর থেকে বাধাদানকারী প্রতিক্রিয়া বল সৃষ্টি হয়। বস্তুর একক ক্ষেত্রফলের উপর লম্বভাবে প্রযুক্ত প্রতিক্রিয়ামূলক বলের মানকে পীড়ন বলে।
- পীড়ন = $\frac{\text{বল}}{\text{ক্ষেত্রফল}}$; $P = \frac{F}{A}$
 - ন্যূনতম যে বলের ক্রিয়ায় কোন বস্তু ভেঙ্গে যায় বা ছিঁড়ে যায়, তাকে অসহ ভার বলে। অসহ পীড়ন = $\frac{\text{অসহ ভার}}{\text{ক্ষেত্রফল}}$
 - দৈর্ঘ্য পীড়নের ক্ষেত্রে F হলো দৈর্ঘ্য পরিবর্তন বরাবর প্রযুক্ত বল, আয়তন পীড়নের ক্ষেত্রে F হলো আয়তন পরিবর্তন বরাবর প্রযুক্ত বল এবং ব্যবর্তন পীড়নের ক্ষেত্রে F হলো তলের স্পর্শক বরাবর প্রযুক্ত বল।
 - দৈর্ঘ্য পীড়নের ক্ষেত্রে A হলো প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল, আয়তন পীড়নের ক্ষেত্রে A হলো পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল এবং ব্যবর্তন পীড়নের ক্ষেত্রে A হলো সেই পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল, যে পৃষ্ঠের স্পর্শক বরাবর বল প্রযুক্ত হয়েছে।

MCQ

01. স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে 1 sq mm প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট তারের এক প্রান্তে 1 N বল প্রয়োগ করা হলে পীড়ন হবে- [RU'20-21] [Ans: a]
 (a) 10^6 Nm^{-2} (b) 10^4 Nm^{-2} (c) 100 Nm^{-2} (d) 50 Nm^{-2}
 সমাধান: $P = \frac{F}{A} = \frac{1 \text{ N}}{1 \times 10^{-6} \text{ m}^2} = 10^6 \text{ Nm}^{-2}$
02. পীড়নের মাত্রা সমীকরণ- [RU'19-20, JnU'14-15] [Ans: a]
 (a) $[ML^{-1}T^{-2}]$ (b) $[MLT^{-2}]$ (c) $[ML^{-1}T^2]$ (d) $[ML^{-2}T^{-2}]$
 সমাধান: পীড়ন = $\frac{\text{বল}}{\text{ক্ষেত্রফল}} = \frac{MLT^{-2}}{L^2} = [ML^{-1}T^{-2}]$
03. একটি তারের দৈর্ঘ্য 5 m, প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল 0.002 m^2 , অসহপীড়ন $2.5 \times 10^5 \text{ Nm}^{-2}$ । তারটির অসহভার কত? [JU'14-15] [Ans: a]
 (a) $\frac{500}{9.8} \text{ kg}$ (b) $\frac{250}{9.8} \text{ kg}$ (c) $\frac{200}{9.8} \text{ kg}$ (d) $\frac{450}{9.8} \text{ kg}$
 সমাধান: $L = 5 \text{ m}, A = 0.002 \text{ m}^2, \frac{F}{A} = 2.5 \times 10^5 \text{ Nm}^{-2}$; এখন, $\frac{F}{A} = \frac{mg}{A} = 2.5 \times 10^5 \Rightarrow mg = 2.5 \times 10^5 \times A$
 $\Rightarrow m = \frac{2.5 \times 10^5 \times 0.002}{9.8} = \frac{25 \times 10^5 \times 2}{9.8 \times 10 \times 1000} = \frac{25 \times 10^5 \times 2}{9.8 \times 10^4} = \frac{50 \times 10}{9.8} = \frac{500}{9.8} \text{ kg}$

Type-03: বিকৃতি

Formula & Concept:

- বাহ্যিক বল প্রয়োগের ফলে কোনো বস্তুর একক মাত্রায় যে পরিবর্তন হয়, তাকে বিকৃতি বলে।
- বিকৃতি তিন প্রকার: দৈর্ঘ্য বিকৃতি, কৃন্তন/মোচড় বিকৃতি, আয়তন বিকৃতি
- দৈর্ঘ্য বিকৃতি = $\frac{\text{দৈর্ঘ্যের পরিবর্তন}}{\text{আদি দৈর্ঘ্য}} = \frac{\Delta L}{L}$

- কুন্তন বিকৃতি, $\tan\theta \approx \theta = \frac{\text{দুটি ভলের আশেপাশে সরণ}}{\text{ভলয়ের দূরত্ব}} = \frac{d}{h}$
- আয়তন বিকৃতি = $\frac{\text{আয়তনের পরিবর্তন}}{\text{আদি আয়তন}} = \frac{\Delta V}{V}$
- বিকৃতির কোনো একক ও মাত্রা নেই।

MCQ

01. $1 \times 10^{-3} \text{m}$ ব্যাসার্ধবিশিষ্ট একটি তারকে 31.4 N বলে টানলে তারটির বিকৃতি কত হবে? [$Y = 5 \times 10^9 \text{ Nm}^{-2}$]
[Agri'22-23] [Ans: a]
(a) 2×10^{-3} (b) $2 \times 10^{-3} \text{ Nm}^{-2}$ (c) 6×10^{-3} (d) $6 \times 10^{-3} \text{ Nm}^{-2}$
সমাধান: $\frac{l}{L} = \frac{F}{AY} \Rightarrow \frac{l}{L} = \frac{31.4}{3.14 \times (1 \times 10^{-3})^2 \times 5 \times 10^9} = 0.2 \times 10^{-2} = 2 \times 10^{-3}$
02. নিচের কোনটির মাত্রা নেই?
(a) পীড়ন (Stress) (b) ইয়ং-এর গুণাঙ্ক (Young's modulus)
(c) বিকৃতি (Strain) (d) চাপ (Pressure)
সমাধান: বিকৃতি দুইটি সমজাতীয় রাশির অনুপাত, তাই মাত্রা নেই। [DU'22-23] [Ans: c]
03. দৈর্ঘ্য বিকৃতির একক কী?
(a) m (b) Nm^{-1} (c) m^2 (d) একক নাই
[CU'14-15] [Ans: d]

Type-04: ইয়ং-এর গুণাঙ্ক

➤ **Formula & Concept:**

- হকের সূত্র: স্থিতিস্থাপক সীমার মাঝে পীড়ন \propto বিকৃতি $\Rightarrow \frac{\text{পীড়ন}}{\text{বিকৃতি}} = \text{স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক}$
- L দৈর্ঘ্য ও A প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট তারে F বল প্রয়োগে দৈর্ঘ্য l পরিমাণ বৃদ্ধি পেলে,
ইয়ং-এর গুণাঙ্ক, $Y = \frac{\text{দৈর্ঘ্য পীড়ন}}{\text{দৈর্ঘ্য বিকৃতি}} \Rightarrow Y = \frac{F}{\frac{\Delta L}{L}} = \frac{FL}{\Delta L} \Rightarrow F = \frac{YAL}{L}$ তারে লম্বভাবে m ভর ঝুলিয়ে দিলে, $Y = \frac{mgL}{\pi r^2 l}$
- যে বস্তুর বিকৃত হতে বাধা দেওয়ার ক্ষমতা যত বেশি, তার স্থিতিস্থাপকতাও তত বেশি। লোহা ও রাবারের মধ্যে তাই লোহা বেশি স্থিতিস্থাপক।
- Y একটি নির্দিষ্ট উপাদানের পদার্থের জন্য ধ্রুবক।
- স্থিতিস্থাপকতার সীমার মধ্যে পীড়ন বনাম বিকৃতি গ্রাফ মূলবিন্দুগামী সরলরেখা হয়।

MCQ

01. একটি ইস্পাতের তারের উপাদানের ইয়ং গুণাঙ্ক Y । যদি তারের ব্যাস দ্বিগুণ করা হয় তাহলে পরিবর্তিত ইয়ং গুণাঙ্ক কত হবে?
[DU'23-24] [Ans: a]
(a) পূর্বের সমান (the same as before) (b) পূর্বের অর্ধেক (half the previous value)
(c) পূর্বের দ্বিগুণ (twice the previous value) (d) পূর্বের চারগুণ (four times the previous value)
সমাধান: ইয়ং এর গুণাঙ্ক তারের উপাদানের উপর নির্ভর করে।
02. L দৈর্ঘ্য এবং A প্রস্থচ্ছেদের একটি তার ঝুলানো আছে। এর মুক্ত প্রান্তে M ভরের একটি বস্তু ঝুলিয়ে দিলে তারটির দৈর্ঘ্য পরিবর্তিত হয়ে L_1 হলে ইয়ং গুণাঙ্কের মান হবে—
[RU'23-24] [Ans: c]
(a) $\frac{MgL_1}{AL}$ (b) $\frac{MgL}{AL_1}$ (c) $\frac{MgL}{A(L_1-L)}$ (d) $\frac{Mg(L_1-L)}{AL}$
সমাধান: $Y = \frac{FL}{A\Delta L} = \frac{MgL}{A(L_1-L)}$
03. 1 mm প্রস্থচ্ছেদবিশিষ্ট একটি তারের দৈর্ঘ্য 1% বৃদ্ধি করতে কত বল প্রয়োগ করতে হবে? [$Y = 1 \times 10^{11} \text{ Nm}^{-2}$]
[RU'23-24; JU'17-18] [Ans: c]
(a) 10^5 N (b) $2 \times 10^3 \text{ N}$ (c) 10^3 N (d) 10 N
সমাধান: $Y = \frac{FL}{AL} \therefore F = YA \times \frac{l}{L} = 1 \times 10^{11} \times 1 \times 10^{-6} \times \frac{1}{100} = 10^3 \text{ N}$

04. L দৈর্ঘ্য ও r ব্যাসার্ধের একটি তারের এক প্রান্ত স্থির রেখে অপর প্রান্তে m ভর ঝুলালে তারটির ইয়ং-এর গুণক (Y) 200 GPa। তারটির ব্যাসার্ধ অর্ধেক করলে Y এর মান- [GST'22-23] [Ans: c]
- (a) অর্ধেক হবে (b) দ্বিগুণ বাড়বে (c) পরিবর্তন হবে না (d) চারগুণ বাড়বে

- সমাধান: Young Modulus Material এর উপর নির্ভর করে। [CU'22-23] [Ans: c]
05. একটি তারের ব্যাসার্ধ বৃদ্ধি করা হলে তারটির উপাদানের ইয়ং-এর গুণক- (a) বৃদ্ধি পাবে (b) হ্রাস পাবে (c) অপরিবর্তিত থাকবে (d) কোনোটিই নয়

06. স্থিতিস্থাপক গুণকের মাত্রা কী? [DU'20-21; CU'16-17] [Ans: b]
- (a) MLT^{-1} (b) $ML^{-1}T^{-2}$ (c) MLT^{-2} (d) ML^2T^{-2}

- সমাধান: স্থিতিস্থাপক গুণকের মাত্রা = পীড়ন এর মাত্রা = $\frac{[F]}{[A]} = \frac{MLT^{-2}}{L^2} = ML^{-1}T^{-2}$
07. 10 cm লম্বা ও 0.5 cm ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট একটি তামা ও একটি লোহার তারকে জোড়া লাগিয়ে দৈর্ঘ্য 20 cm করা হল। জোড়া তারের উপর বল প্রযুক্ত করে বিকৃতি ঘটানো হল। যদি লোহায় ইয়ং এর গুণক তামার দ্বিগুণ হয় তবে লোহার দৈর্ঘ্য বৃদ্ধির অনুপাত কত? [DU'19-20] [Ans: d]

- (a) 1 : 8 (b) 1 : 6 (c) 1 : 4 (d) 1 : 2
- সমাধান: $Y = \frac{FL}{Al} \Rightarrow l = \frac{FL}{AY} \therefore \frac{l_s}{l_b} = \frac{Y_b}{Y_s} = \frac{1}{2} \therefore l_s : l_b = 1 : 2$ [$\because F_s = F_b, A_s = A_b, L_s = L_b$]

08. একটি নাইলনের দড়িতে 70 kg ভরের একজন পর্বতারোহী ঝুললে দড়ির দৈর্ঘ্য 1.5 m বৃদ্ধি পায়। দড়ির মূল দৈর্ঘ্য 60 m এবং ব্যাস 9 mm হলে উহার ইয়ং এর গুণক কত Pa? [SUST'19-20] [Ans: c]
- (a) 8.31×10^8 (b) 4.4×10^9 (c) 4.31×10^8 (d) 6.4×10^7 (e) 1.35×10^6

- সমাধান: $Y = \frac{F}{A} = \frac{mgL}{Al} = \frac{mgL}{\pi r^2 l} = \frac{70 \times 9.8 \times 60}{\pi \times \left(\frac{9 \times 10^{-3}}{2}\right)^2 \times 1.5} = 4.31 \times 10^8 \text{ Pa}$

09. একটি আদর্শ দৃঢ় বস্তুর জন্য ইয়ং এর গুণক- [JU'19-20] [Ans: b]
- (a) 0 (b) ∞ (c) 1 (d) -1

10. সমান দৈর্ঘ্যের তিনটি তার A, B এবং C-তে পীড়নের মান সমান এবং দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি $l_A > l_B > l_C$ হলে নিচের কোনটি সঠিক? [RU'18-19] [Ans: b]
- [যেখানে, Y ইয়ং এর গুণক]
- (a) $Y_A > Y_B > Y_C$ (b) $Y_C > Y_B > Y_A$ (c) $Y_A = Y_B = Y_C$ (d) b ও c উভয়ই

11. সর্বাপেক্ষা স্থিতিস্থাপক কোনটি? [KU'18-19] [Ans: a]
- (a) লোহা (b) তামা (c) কোয়ার্টজ (d) কাঠ

12. 2 mm^2 প্রস্থচ্ছেদের একটি তারের সাথে 15 kg ভর ঝুলে আছে। ভর ঝুলানো অবস্থায় তারটির দৈর্ঘ্য 4 m। তারের উপাদানের ইয়ং গুণক $1.3 \times 10^{10} \text{ Nm}^{-1}$ । ভর সরিয়ে নিলে তারটির দৈর্ঘ্য কী পরিমাণ সংকুচিত হবে? [BAU'18-19] [Ans: b]
- (a) 0.00225 m (b) 0.0225 m (c) 0.225 m (d) 2.25 m

- সমাধান: $Y = \frac{FL}{Al} = \frac{F(L'-l)}{Al}$; ($L' = L + l$) $\Rightarrow l = \frac{FL'}{AY+F} = \frac{(15 \times 9.8) \times 4}{(1.3 \times 10^{10} \times 2 \times 10^{-6}) + (15 \times 9.8)} = 0.0225 \text{ m}$
13. একটি তারের ইয়ং এর গুণক $4 \times 10^{11} \text{ Nm}^{-2}$ । তারটির দৈর্ঘ্য 7.5% বাড়াতে কী পরিমাণ পীড়ন প্রয়োজন হবে? [DU'17-18; RU'14-15] [Ans: b]
- (a) $7.5 \times 10^{11} \text{ Nm}^{-2}$ (b) $3 \times 10^{10} \text{ Nm}^{-2}$ (c) $5.33 \times 10^{10} \text{ Nm}^{-2}$ (d) $4 \times 10^{10} \text{ Nm}^{-2}$

- সমাধান: $Y = \frac{FL}{Al}$ | এখানে $\frac{l}{L} = \frac{7.5}{100} \therefore$ পীড়ন, $\frac{F}{A} = \frac{Y \times l}{L} = 4 \times 10^{11} \times \frac{7.5}{100} = 3 \times 10^{10} \text{ Nm}^{-2}$
14. 10^8 Nm^{-2} পীড়নের প্রয়োগে 1 m দীর্ঘ একটি তারের দৈর্ঘ্য 10^{-3} m বৃদ্ধি পেল। তারটির ইয়ং-এর গুণক কত? [CU'17-18] [Ans: d]
- (a) 10^5 Nm^{-2} (b) 10^{-11} Nm^{-2} (c) 10^{-5} Nm^{-2} (d) 10^{11} Nm^{-2}

- সমাধান: $P = \frac{Yl}{L} \Rightarrow Y = \frac{PL}{l} = \frac{10^8 \times 1}{10^{-3}} = 10^{11} \text{ Nm}^{-2}$
15. 3 m দীর্ঘ এবং 1 cm^2 প্রস্থচ্ছেদ বিশিষ্ট একটি তারের ইয়ং এর গুণক $5 \times 10^{10} \text{ dyne/cm}^2$ হলে তারটির দৈর্ঘ্য 6 cm বৃদ্ধি করতে হলে এর দৈর্ঘ্য বরাবর কত ডাইন বল প্রয়োগ করতে হবে? [RU'16-17] [Ans: d]
- (a) 2.5×10^{10} (b) 5×10^{10} (c) 10^{11} (d) 10^9

- সমাধান: $F = \frac{YAl}{L} = \frac{5 \times 10^{10} \times 1 \times 6}{3 \times 100} = 10^9 \text{ dyne}$
16. 10m লম্বা এবং 1 mm ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট একটি তারকে 100 N বল দ্বারা টানা হল। তারটির দৈর্ঘ্য কতটুকু বৃদ্ধি পাবে? [JU'16-17]
- [$Y = 2 \times 10^{11} \text{ Nm}^{-2}$]
- (a) $6.4 \times 10^{-3} \text{ m}$ (b) $6.4 \times 10^{-2} \text{ m}$ (c) $6.4 \times 10^{-4} \text{ m}$ (d) $6.4 \times 10^{-5} \text{ m}$

- সমাধান: (সঠিক উত্তর নেই); $l = \frac{FL}{\pi r^2 Y} = \frac{100 \times 10}{3.1416 \times (10^{-3})^2 \times 2 \times 10^{11}} = 1.59 \times 10^{-3}$

17. একটি তারের প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল $1 \times 10^{-4} \text{ m}^2$ । তারের দৈর্ঘ্য 10% বৃদ্ধি করার জন্য $2 \times 10^6 \text{ N}$ বল প্রয়োগ করা হলে তারের উপাদানের ইয়ং এর গুণাঙ্ক হবে- [JU'15-16] [Ans: c]
- (a) $3 \times 10^{11} \text{ Nm}^{-2}$ (b) $2.5 \times 10^{11} \text{ Nm}^{-2}$ (c) $2 \times 10^{11} \text{ Nm}^{-2}$ (d) কোনোটিই নয়

$$\text{সমাধান: } Y = \frac{F}{\frac{\Delta L}{L}} = \frac{2 \times 10^6}{\frac{10}{100}} = \frac{2 \times 10^{10}}{10^{-1}} = 2 \times 10^{11} \text{ Nm}^{-2}$$

18. L দৈর্ঘ্য ও r ব্যাসার্ধের একটি তারের উপাদানের ইয়ং গুণাঙ্ক Y। তারের দৈর্ঘ্য $\frac{L}{2}$ এবং ব্যাসার্ধ $\frac{r}{2}$ করা হলে ইয়ং গুণাঙ্ক কত হবে? (a) $\frac{Y}{2}$ (b) Y (c) 2Y (d) 4Y [CU'14-15] [Ans: b]

সমাধান: তারের উপাদানের পরিবর্তন না হলে ইয়ং গুণাঙ্কের পরিবর্তন হবে না।

19. যে পদার্থের বাধাদানকারী বল বেশি সে পদার্থের- [KU'13-14] [Ans: a]
- (a) স্থিতিস্থাপকতা বেশি (b) স্থিতিস্থাপকতা কম (c) আন্তঃআকর্ষণ কম (d) ঘনত্ব কম

$$\text{সমাধান: } Y = \frac{FL}{\Delta L}; F \text{ বড় হলে } Y \text{ বড় হবে।}$$

Type-05: আয়তন গুণাঙ্ক ও সংনম্যতা

Formula & Concept:

আয়তন গুণাঙ্ক = $\frac{\text{আয়তন পীড়ন}}{\text{আয়তন বিকৃতি}}$

$$B = \frac{P}{\frac{\Delta V}{V}} \Rightarrow \Delta V = \frac{PV}{B} [V = \text{আদি আয়তন}; \Delta V = \text{আয়তনের পরিবর্তন}]$$

সংনম্যতা, $K = \frac{1}{B}$

$P > 1 \text{ atm}$ হলে, $\Delta V = \text{ঋণাত্মক}$; $P < 1 \text{ atm}$ হলে, $\Delta V = \text{ধনাত্মক}$



MCQ

01. এসিটোনের আয়তন গুণাঙ্ক $0.92 \times 10^9 \text{ Pa}$ হলে এসিটোনের অসংনম্যতা কত? [JU'23-24] [Ans: d]
- (a) $\frac{2}{5} \times 10^9 \text{ Nm}^{-2}$ (b) $0.92 \times 10^6 \text{ Nm}^{-2}$ (c) $1.05 \times 10^6 \text{ Nm}^{-2}$ (d) $\frac{23}{25} \times 10^9 \text{ Nm}^{-2}$

সমাধান: আয়তন গুণাঙ্কের অপর নাম অসংনম্যতা এবং এর বিপরীত রাশিকে সংনম্যতা বলে।

02. সালফিউরিক এসিডের আয়তন গুণাঙ্ক $3.0 \times 10^9 \text{ Nm}^{-2}$ হলে সংনম্যতা কত? [JU'23-24] [Ans: c]
- (a) $\frac{1}{6} \times 10^{-9} \text{ Nm}^{-2}$ (b) $0.33 \times 10^9 \text{ Nm}^{-2}$ (c) $\frac{1}{3} \times 10^{-9} \text{ m}^2 \text{ N}^{-1}$ (d) $0.16 \times 10^9 \text{ m}^2 \text{ N}^{-1}$

$$\text{সমাধান: সংনম্যতা} = \frac{1}{\text{আয়তন গুণাঙ্ক}} = \frac{1}{3.0 \times 10^9} \text{ m}^2 \text{ N}^{-1} = \frac{1}{3} \times 10^{-9} \text{ m}^2 \text{ N}^{-1}$$

03. 300 cm^3 পারদের উপর কী পরিমাণ চাপ প্রয়োগ করলে এর আয়তন 270 cm^3 হবে? (পারদের আয়তন গুণাঙ্ক $2.6 \times 10^{10} \text{ Nm}^{-2}$) [JU'14-15] [Ans: b]

$$(a) 2.6 \times 10^{10} \text{ Nm}^{-2} \quad (b) 2.6 \times 10^9 \text{ Nm}^{-2} \quad (c) 2.4 \times 10^{10} \text{ Nm}^{-2} \quad (d) 2.4 \times 10^9 \text{ Nm}^{-2}$$

$$\text{সমাধান: } B = \frac{P}{\frac{\Delta V}{V}} \Rightarrow P = B \times \frac{\Delta V}{V} = 2.6 \times 10^{10} \times \frac{30}{300} = 2.6 \times 10^9 \text{ Nm}^{-2}$$

04. পানির আয়তন প্রসারণ গুণাঙ্ক $0.22 \times 10^{10} \text{ Nm}^{-2}$ । 1 L পানির আয়তন 0.1% পরিবর্তন করতে কত চাপের প্রয়োজন? (a) $0.22 \times 10^{10} \text{ Nm}^{-2}$ (b) $0.22 \times 10^{13} \text{ Nm}^{-2}$ (c) $2.2 \times 10^6 \text{ Nm}^{-2}$ (d) 2.2 Nm^{-2} [RU'12-13] [Ans: c]

$$\text{সমাধান: } B = \frac{P}{\frac{\Delta V}{V}}; P = B \times \frac{\Delta V}{V} = 0.22 \times 10^{10} \times \frac{0.1}{100} = \frac{22}{100} \times 10^{10} \times \frac{1}{10} \times \frac{1}{100} = 22 \times 10^5 = 2.2 \times 10^6 \text{ Nm}^{-2}$$

05. গ্যাসের আয়তন গুণাঙ্ক $6 \times 10^3 \text{ Nm}^{-2}$ । গ্যাসের আয়তন 10% কমাতে হলে কী পরিমাণ অতিরিক্ত চাপ প্রয়োগ করতে হবে? [JU'12-13] [Ans: d]

$$(a) 300 \text{ Nm}^{-2} \quad (b) 400 \text{ Nm}^{-2} \quad (c) 1000 \text{ Nm}^{-2} \quad (d) 600 \text{ Nm}^{-2}$$

$$\text{সমাধান: গ্যাসের আয়তন 10% কমানো হলে, } \frac{\Delta V}{V} = 10\% = \frac{10}{100}$$

$$\therefore P = B \times \frac{\Delta V}{V} = 6 \times 10^3 \times \frac{10}{100} = 600 \text{ Nm}^{-2}$$

Type-06: কৃতকাজ ও সঞ্চিত শক্তি

➤ **Formula & Concept:**

- L দৈর্ঘ্যের ও A প্রস্থচ্ছেদের তারকে l পরিমাণ প্রসারণে কৃতকাজ, $W = \frac{1}{2} \times \frac{YAl^2}{L} = \frac{1}{2} Fl$
- একক আয়তনে সঞ্চিত শক্তি বা কৃতকাজ = $\frac{1}{2} \times$ পীড়ন \times বিকৃতি

MCQ

01. যদি P পীড়ন এবং Y কোনো তারের উপাদানের ইয়ং-এর গুণক হয়, তবে তারের প্রতি একক আয়তনে সঞ্চিত শক্তি- [CU'18-19]
 (a) $2P^2Y$ (b) $\frac{P^2}{2Y}$ (c) $\frac{2Y}{P^2}$ (d) $\frac{P}{2Y}$ [Ans: b]

সমাধান: $W = \frac{1}{2} \times$ পীড়ন \times বিকৃতি = $\frac{1}{2} \times P \times \frac{P}{Y} = \frac{P^2}{2Y}$ [$Y = \frac{P}{l} \Rightarrow \frac{l}{L} = \frac{P}{Y}$]

02. 200 cm লম্বা ও 1 mm^2 প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট একটি ইস্পাত তারের দৈর্ঘ্য 1.0 mm বৃদ্ধি করতে প্রয়োজনীয় কাজের পরিমাণ কত? (ইস্পাত এর ইয়ং গুণক = $2 \times 10^{11} \text{ Nm}^{-2}$) [RU'14-15] [Ans: a]
 (a) 0.05 J (b) 1.0 J (c) 1.5 J (d) 0.75 J

সমাধান: দেওয়া আছে, $L = 2 \text{ m}$; $A = 1 \times 10^{-6} \text{ m}^2$; $l = 1 \times 10^{-3} \text{ m}$, $Y = 2 \times 10^{11}$

$\therefore W = \frac{1}{2} \times \frac{YAl^2}{L} = \frac{1}{2} \times \frac{2 \times 10^{11} \times 1 \times 10^{-6} \times (10^{-3})^2}{200 \times 10^{-2}} = \frac{10^5 \times 10^{-6}}{2} = \frac{10^{-1}}{2} = \frac{1}{20} = 0.05 \text{ J}$

03. 30 cm দীর্ঘ, $31 \times 10^{-2} \text{ cm}^2$ প্রস্থচ্ছেদ বিশিষ্ট একটি তারের ইয়ং এর গুণক $1.5 \times 10^{11} \text{ Nm}^{-2}$ । একে টেনে 0.1 cm বৃদ্ধি করতে হলে কতটুকু কাজ সম্পন্ন হবে? [JU'14-15]
 (a) 0.25 J (b) 0.2 J (c) 0.15 J (d) 0.22 J

সমাধান: (সঠিক উত্তর নেই); $W = \frac{1}{2} \times \frac{YAl^2}{L} = \frac{1}{2} \times \frac{1.5 \times 10^{11} \times 31 \times 10^{-2} \times (0.1 \times 10^{-2})^2}{0.3}$
 $= \frac{1}{2} \times \frac{15}{10} \times 10^{11-2-4} \times 31 \times \frac{(10^{-3})^2}{\frac{3}{10}} = \frac{31 \times 5}{2} \times \frac{10^5 \times 10^{-6} \times 10}{10} = \frac{31 \times 5}{2 \times 10} = \frac{31}{4} = 7.75 \text{ J}$

Type-07: পয়সনের অনুপাত

➤ **Formula & Concept:**

- পয়সনের অনুপাত = $\frac{\text{পার্শ্ব বিকৃতি}}{\text{দৈর্ঘ্য বিকৃতি}} \Rightarrow \sigma = \frac{-\Delta r}{\frac{r}{L} \Delta L} = \frac{-L \Delta r}{r \Delta L} = \frac{-L \Delta d}{d \Delta L}$ এখানে, L = তারের আদিদৈর্ঘ্য; ΔL = দৈর্ঘ্যের পরিবর্তন
- r = তারের ব্যাসার্ধ; Δr = ব্যাসার্ধের পরিবর্তন; d = ব্যাস; Δd = ব্যাসের পরিবর্তন
- σ এর মান $-1 < \sigma < \frac{1}{2}$; ধাতব পদার্থে, σ এর মান 0 হতে +0.5 এর মাঝে।
- অক্সেলটিক পদার্থের (যাদের দৈর্ঘ্য এবং পার্শ্ব একইসাথে বাড়ে এবং একইসাথে কমে) σ এর মান ঋণাত্মক।
- পয়সনের অনুপাতের কোন একক বা মাত্রা নেই।

MCQ

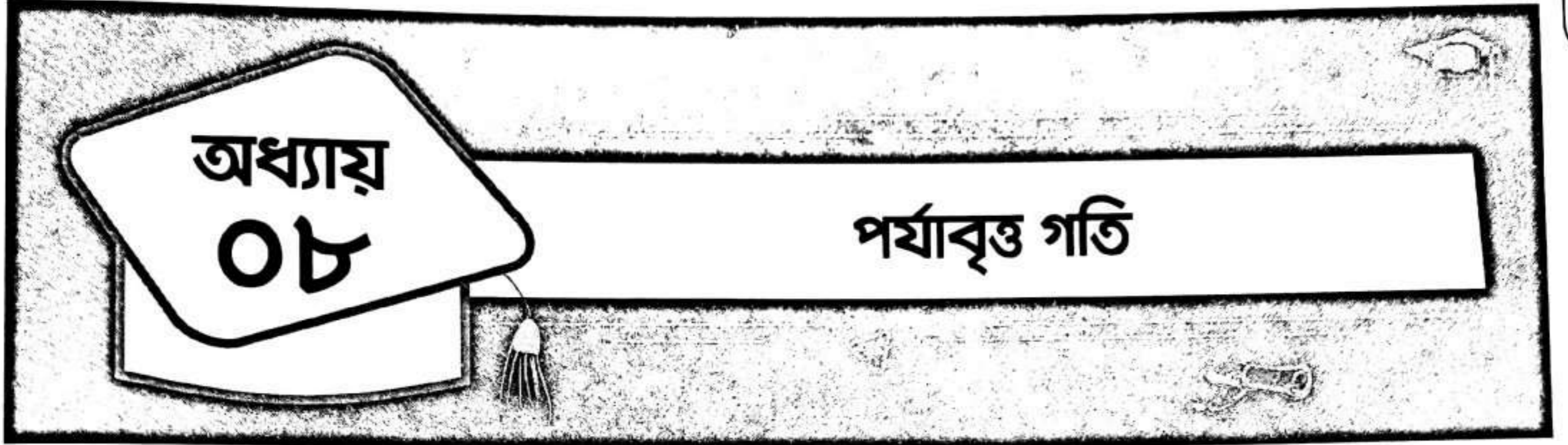
01. পয়সন অনুপাতের সর্বোচ্চ মান হলো- [CU'22-23] [Ans: a]
 (a) $\frac{1}{2}$ (b) $-\frac{1}{2}$ (c) 1 (d) -1

02. পয়সন (Poisson) অনুপাতের সীমা কী? [CU'23-24, 22-23, 18-19] [Ans: d]
 (a) $-\frac{1}{2} < \sigma < \frac{1}{2}$ (b) $-\frac{1}{2} < \sigma < 1$ (c) $1 < \sigma < 2$ (d) $-1 < \sigma < \frac{1}{2}$

03. একটি তারের দৈর্ঘ্য 2 m এবং ব্যাস 5 mm। দৈর্ঘ্য বরাবর বল প্রয়োগের ফলে তারটির দৈর্ঘ্য 10% বৃদ্ধি পায়। পয়সনের অনুপাত 0.02 হলে, এর ব্যাস কতটুকু হ্রাস পাবে? [JU'17-18] [Ans: b]
 (a) 1.0 mm (b) 0.01 mm (c) 0.01 m (d) 1.0 m

সমাধান: $\sigma = \frac{\Delta d}{\frac{d}{L} \Delta L} \Rightarrow 0.02 = \frac{\Delta d}{\frac{5}{1} \Delta L} \therefore \Delta d = 0.02 \times 0.1 \times 5 = \frac{2}{100} \times \frac{5}{10} = \frac{1}{100} = 0.01 \text{ mm}$

04. পয়সনের অনুপাত এর মাত্রা কোনটি? [JnU'17-18] [Ans: d]
 (a) $[ML^{-1}T^{-2}]$ (b) $[MLT^{-2}]$ (c) $[ML^{-1}T^{-1}]$ (d) কোনোটিই নয়



➤ ভাসিটি ভর্তি পরীক্ষার জন্য এই অধ্যায়ের গুরুত্বপূর্ণ টাইপসমূহ:

গুরুত্ব	টাইপ	বিষয়বস্তু	যতবার এসেছে		যেসব ভর্তি পরীক্ষায় প্রশ্ন এসেছে	
			MCQ	Written	MCQ	Written
☆☆	T-01	সরলদোলন গতির ব্যবকলনীয় সমীকরণ এবং সমাধান	10	1	DU'21-22, 15-16, 13-14, 07-08; GST'22-23; RU'21-22, 20-21, 17-18; JnU'15-16; KU'14-15	DU'22-23
☆☆	T-02	দশা ও দশা পার্থক্য	2	-	DU'19-20; JU'19-20	-
☆☆☆	T-03	বেগ ও ত্বরণ	9	2	DU'18-19; GST'22-23; RU'21-22, 17-18; JU'18-19; JnU'13-14; CU'22-23, 16-17	DU'19-20, JnU'18-19
☆☆☆	T-04	শক্তি, গতিশক্তি ও বিভবশক্তি	8	1	DU'23-24, 22-23; GST'22-23, 20-21; CU'22-23; RU'19-20, 16-17; JnU'17-18, 16-17, 15-16	DU'21-22
☆☆	T-05	স্প্রিং এর দোলনকাল, স্প্রিং ধ্রুবক ও তুল্য স্প্রিং ধ্রুবক	6	-	DU'22-23, 21-22; GST'23-24; SUST'19-20; RU'22-23, 18-19; JU'10-11	-
☆☆☆	T-06	সরলদোলক ও সেকেন্ড দোলক	43	-	DU'20-21, 17-18, 15-16, 14-15; GST'23-24, 21-22; Agri'22-23, 21-22, 19-20; RU'23-24, 21-22, 20-21, 16-17, 15-16, 14-15; JU'22-23, 21-22, 19-20, 18-19, 17-18; CU'23-24, 22-23, 18-19, 17-18, 16-17, 15-16, 09-10; JnU'17-18, 16-17; KU'19-20, 18-19	-
☆	T-07	সরলদোলকের কার্যকর ত্বরণ	1	-	CU'12-13	-

Type-01: সরলদোলন গতির ব্যবকলনীয় সমীকরণ ও সমাধান

Formula & Concept:

- যে গতির বল বা প্রত্যয়নী বল সরণের সমানুপাতিক ও বিপরীতমুখী সেই গতিকে সরলদোলন গতি বলে।
অর্থাৎ, $F \propto -x$ [F = বল; x = সরণ]
- সমীকরণের সমাধান, $x = A \sin(\omega t + \delta)$ এবং $x = A \cos(\omega t + \delta)$; $\omega = \frac{2\pi}{T}$; $f = \frac{1}{T}$ [এখানে, x = গতির সাম্যাবস্থা থেকে সরণ; A = বিস্তার; ω = কৌণিক কম্পাঙ্ক; δ = আদি দশা; t = যেকোনো নির্দিষ্ট মুহূর্ত; T = দোলনকাল; f = কম্পাঙ্ক]
- সরলদোলন গতির ব্যবকলনীয় সমীকরণ, $\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2x = 0$ এবং $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$
[এখানে, ω = কৌণিক কম্পাঙ্ক; k = বল ধ্রুবক; m = বস্তুর ভর]
∴ ω নির্ণয়ের জন্য $\frac{d^2x}{dt^2}$ এর সহগ দ্বারা ভাগ করতে হবে। তারপর x এর সহগ = ω^2 হবে।

MCQ

01. সরল ছন্দিত গতির সমীকরণ- [GST'22-23; JnU'15-16] [Ans: b]
 (a) $\frac{d^2x}{dt^2} + k^3x^2 = 0$ (b) $\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2x = 0$ (c) $\frac{dx}{dt} + \omega^2x = 0$ (d) $\frac{dx}{dt} - \omega^2x = 0$
02. সরল ছন্দিত গতি সম্পন্ন একটি কণার গতির সমীকরণ, $y = 5 \sin(\omega t + \delta)$ । আদি সরণ 2.5 cm হলে কণাটির আদি দশা কত? [RU' 21-22] [Ans: b]
 (a) 0° (b) 30° (c) 45° (d) 90°
 সমাধান: $2.5 = 5 \sin(\omega t + \delta) \Rightarrow \sin(\omega t + \delta) = \frac{1}{2} \Rightarrow \sin(0 + \delta) = \frac{1}{2} [t = 0] \Rightarrow \sin \delta = \frac{1}{2} \therefore \delta = 30^\circ$
03. কম্পাঙ্ক (f) ও পর্যায়কাল (T) এর সম্পর্ক কোনটি? [RU'17-18] [Ans: a]
 (a) $f = \frac{1}{T}$ (b) $f = T$ (c) $T = 2f$ (d) $f = 2T$
04. একটি সরল ছন্দিত গতি সম্পন্ন কণার বিস্তার 0.1 m, পর্যায়কাল 4 s এবং আদি দশা 30° । উক্ত কণাটির দোলনগতির সমীকরণ কোনটি? [KU'14-15] [Ans: a]
 (a) $x = 0.1 \sin\left(\frac{\pi}{2}t + \frac{\pi}{6}\right)$ (b) $x = 0.1 \sin\left(\frac{\pi}{4}t + \frac{\pi}{6}\right)$
 (c) $x = 1.0 \sin\left(\frac{\pi}{4}t + \frac{\pi}{6}\right)$ (d) $x = 1.0 \sin\left(\frac{\pi}{4}t - \frac{\pi}{6}\right)$
 সমাধান: $A = 0.1 \text{ m}$, $T = 4 \text{ s}$, $\delta = 30^\circ$
 $\therefore x = A \sin\left(\frac{2\pi}{T}t + \delta\right) = 0.1 \sin\left(\frac{2\pi}{4}t + 30^\circ\right) = 0.1 \sin\left(\frac{\pi}{2}t + 30^\circ\right) = 0.1 \sin\left(\frac{\pi}{2}t + \frac{\pi}{6}\right)$
05. $6\frac{d^2x}{dt^2} + 150x = 0$ তরঙ্গের কৌণিক কম্পাঙ্ক কত? [DU'21-22, 15-16, 13-14, 07-08; RU'20-21] [Ans: b]
 (a) 6 (b) 5 (c) 25 (d) 150
 সমাধান: $6\frac{d^2x}{dt^2} + 150x = 0 \Rightarrow \frac{d^2x}{dt^2} + 25x = 0$; $\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2x = 0$ এর সাথে তুলনা করে পাই, $\omega^2 = 25 \therefore \omega = 5$

Written

01. একটি সরল দোল গতি সম্পন্ন বস্তুর ব্যবকলনীয় সমীকরণ লিখ। দেখাও যে, $x = A \sin(\omega t + \varphi)$ উক্ত সমীকরণের একটি সমাধান। [DU'22-23]
 সমাধান: সরল দোল গতি সম্পন্ন বস্তুর ব্যবকলনীয় সমীকরণ, $\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2x = 0$
 দেওয়া আছে, $x = A \sin(\omega t + \varphi) \Rightarrow \frac{dx}{dt} = A\omega \cos(\omega t + \varphi) \Rightarrow \frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 A \sin(\omega t + \varphi) = -\omega^2 x$
 $L.H.S. = \frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2x = -\omega^2x + \omega^2x = 0 = R.H.S. \therefore x = A \sin(\omega t + \varphi)$ উক্ত সমীকরণের একটি সমাধান।
 বিকল্প: সরল দোলন গতির অন্তরক সমীকরণ, $\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2x = 0$
 $\frac{d}{dt}\left(\frac{dx}{dt}\right) + \omega^2x = 0 \Rightarrow \frac{dv}{dt} + \omega^2x = 0 \Rightarrow \frac{dx}{dt} \cdot \frac{dv}{dx} = -\omega^2x \Rightarrow v dv = -\omega^2x dx \Rightarrow \int v dv = -\omega^2 \int x dx$
 $\Rightarrow \frac{v^2}{2} = -\omega^2 \frac{x^2}{2} + C \dots \dots (i)$ এখানে C = যোগজীকরণ ধ্রুবক।
 $v = 0$ হলে $x = A =$ বিস্তার।
 $\therefore 0 = -\omega^2 \frac{A^2}{2} + C \therefore C = \omega^2 \frac{A^2}{2} \dots \dots (ii)$

সমীকরণ (i) এবং (ii) থেকে পাওয়া যায়, $\frac{v^2}{2} = -\omega^2 \frac{x^2}{2} + \omega^2 \frac{A^2}{2}$

$$\Rightarrow v^2 = \omega^2(A^2 - x^2) \therefore v = \omega\sqrt{A^2 - x^2} \Rightarrow \frac{dx}{dt} = \omega\sqrt{A^2 - x^2} \Rightarrow \frac{dx}{\sqrt{A^2 - x^2}} = \omega dt$$

উভয় পক্ষকে যোগজীকরণ করে পাই, $\sin^{-1} \frac{x}{A} = \omega t + \phi$; এখানে, ϕ = যোগজীকরণ ধ্রুবক।

$$\Rightarrow \frac{x}{A} = \sin(\omega t + \phi) \therefore x = A \sin(\omega t + \phi); \text{ উক্ত সমীকরণের একটি সমাধান।}$$

Type-02: দশা ও দশা পার্থক্য

Formula & Concept:

সরলদোলন গতিতে স্পন্দনরত কোনো বস্তু বা কণার যেকোনো মুহূর্তের গতির অবস্থাকে (সরণ, বেগ, ত্বরণ ইত্যাদি) এর দশা বলে।

$$x = A \sin(\omega t + \delta)$$

↓
দশা

◆ $\delta \rightarrow$ হচ্ছে আদি দশা

◆ $x = A \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{6}\right)$ ও $y = A \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{3}\right)$ এর দশা পার্থক্য = $\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{6}$

[দশা পার্থক্য নির্ণয়ের সময় রেডিয়ান একক ব্যবহার করতে হবে।]

◆ \sin ও \cos এর দশা পার্থক্য $\frac{\pi}{2}$

◆ গতির সর্বোচ্চ স্থান/প্রাপ্ত থেকে শুরু হলে আদি দশা হবে $\frac{\pi}{2}$; অর্থাৎ $x = A \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) = A \cos \omega t$

MCQ

01. সরল ছন্দিত গতিতে স্পন্দনরত দুটি কণার সরণ $x_1 = A \sin \omega t$ এবং $x_2 = A \cos \omega t$, যেকোনো সময়ে এদের মধ্যে দশা পার্থক্য কত হবে? [DU'19-20] [Ans: c]

- (a) 2π (b) π (c) $\frac{\pi}{2}$ (d) $\frac{\pi}{4}$

সমাধান: $x_1 = A \sin \omega t$; $x_2 = A \cos \omega t = A \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$

t সময়ে প্রথম কণার দশা কোণ ωt ; t সময়ে দ্বিতীয় কণার দশা কোণ $\omega t + \frac{\pi}{2}$ \therefore দশা পার্থক্য, $\delta = \left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) - \omega t = \frac{\pi}{2}$

02. সরল ছন্দিত স্পন্দনরত কোনো কণার গতি সরণের সর্বোচ্চ অবস্থান থেকে শুরু হলে আদি দশা হবে- [JU'19-20] [Ans: a]

- (a) $\frac{\pi}{2}$ (b) π (c) 0 (d) $\frac{3\pi}{2}$

Type-03: বেগ ও ত্বরণ

Formula & Concept:

যখন আদি দশা শূন্য-

◆ $v = A\omega \cos \omega t$ [সময়ের উপর নির্ভরশীল]

$v = \omega\sqrt{A^2 - x^2}$ [স্থানের উপর নির্ভরশীল]

◆ $a = -\omega^2 A \sin \omega t$ [সময়ের উপর নির্ভরশীল]

$a = -\omega^2 x$ [স্থানের উপর নির্ভরশীল]

[Note: আদি দশা শূন্য না হলে ωt এর স্থলে $(\omega t + \delta)$ হবে]

◆ $x_{\max} = A$

$v_{\max} = \omega A$

$a_{\max} = \omega^2 A$

◆ সাম্যাবস্থায় বেগ সর্বোচ্চ ও ত্বরণ শূন্য

◆ সর্বোচ্চ বিস্তার/প্রাপ্তে ত্বরণ সর্বোচ্চ ও বেগ শূন্য।

MCQ

01. একটি সরল ছন্দিত দোলকের সর্বোচ্চ বেগ 0.3ms^{-1} ও বিস্তার 0.06m হলে পর্যায়কাল কত s? [GST'22-23] [Ans: a]
 (a) $2\pi/5$ (b) $\pi/5$ (c) π (d) $3\pi/2$

সমাধান: $v_{\text{max}} = \omega A \Rightarrow 0.3 = \frac{2\pi}{T} \times 0.06 \Rightarrow T = \frac{2\pi \times 0.06}{0.03 \times 10} = \frac{2\pi}{5}$

02. সরল দোলন গতি সম্পন্ন কোন বস্তুকণার গতির সমীকরণ $x = 20 \sin(31t - \frac{\pi}{6})$ হলে সর্বাধিক বেগ কত ms^{-1} হবে? [CU'22-23] [Ans: d]
 (a) 520 (b) 640 (c) 580 (d) 620

সমাধান: $x = 20 \sin(31t - \frac{\pi}{6})$; এখন, $v = \frac{dx}{dt} = 20 \cos(31t - \frac{\pi}{6}) \times 31 \therefore v = 620 \cos(31t - \frac{\pi}{6})$

\therefore সর্বোচ্চ বেগ = 620ms^{-1} , যখন $\cos(31t - \frac{\pi}{6}) = 1$ হয়।

বিকল্প: $v_{\text{max}} = \omega A = 31 \times 20 = 620 \text{ms}^{-1}$

03. একটি স্প্রিং-ব্লক সিস্টেম সরল ছন্দিত গতিতে স্পন্দিত হয়। যদি ব্লকটির ভর ও বিস্তার দ্বিগুণ করা হয়, তবে এর সর্বোচ্চ গতি কতগুণ হয়? [RU' 21-22] [Ans: c]
 (a) 4 (b) $\sqrt{8}$ (c) 2 (d) $\sqrt{2}$

সমাধান: $v_{\text{max}} = \omega A \therefore v_{\text{max}} \propto A$ [ω Constant]

$\therefore \frac{v_{1\text{max}}}{v_{2\text{max}}} = \frac{A_1}{A_2} \Rightarrow v_{2\text{max}} = (\frac{A_2}{A_1}) v_{1\text{max}} \Rightarrow v_{2\text{max}} = \frac{2A_1}{A_1} v_{1\text{max}} \Rightarrow v_{2\text{max}} = 2v_{1\text{max}}$

04. সরল দোল গতি সম্পন্ন একটি কণার বিস্তার 0.02m এবং কম্পাঙ্ক 2.5Hz হলে এর সর্বোচ্চ দ্রুতি কত হবে? [DU'18-19] [Ans: d]
 (a) 0.05ms^{-1} (b) 0.125ms^{-1} (c) 0.157ms^{-1} (d) 0.314ms^{-1}

সমাধান: $v_{\text{max}} = \omega A = 2\pi f A = 2\pi \times 2.5 \times 0.02 = 2\pi \times \frac{5}{2} \times \frac{2}{100} = 0.314 \text{ms}^{-1}$

05. একটি তারের ভিতর দিয়ে সাইনুসাইডাল তরঙ্গ প্রবাহিত হলে তারের কণার সর্বোচ্চ দ্রুতি v_s । তারের একটি কণার সরণ সর্বোচ্চ সরণের অর্ধেক হলে ঐ কণার দ্রুতি হলো- [DU'18-19] [Ans: b]
 (a) $\frac{v_s}{2}$ (b) $\frac{\sqrt{3}v_s}{2}$ (c) $2v_s$ (d) $\frac{3v_s}{4}$

সমাধান: প্রশ্নমতে, $x = \frac{A}{2} \therefore v = \omega \sqrt{A^2 - x^2} = \omega \sqrt{A^2 - \frac{A^2}{4}} = \omega A \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = v_s \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$

06. সরলদোলন গতি সম্পন্ন কণার ত্বরণ কত? [JU'18-19]
 (a) $a = \omega x^2$ (b) $a = -\omega x^2$ (c) $a = -\omega x$ (d) $a = \omega^2 x$

সমাধান: (সঠিক উত্তর নেই); $a = -\omega^2 x$

07. সরল ছন্দিত গতি সম্পন্ন কণার গতিপথের মধ্য অবস্থানের জন্য কোনটি সঠিক? [RU'17-18; CU'16-17] [Ans: b]
 (a) বেগ সর্বনিম্ন, সরণ সর্বোচ্চ
 (b) বেগ সর্বাধিক, সরণ সর্বনিম্ন
 (c) বেগ সর্বনিম্ন, সরণ সর্বনিম্ন
 (d) বেগ সর্বাধিক, সরণ সর্বাধিক

08. সরল ছন্দিত স্পন্দন (Simple Harmonic Oscillation) এ স্পন্দনশীল কণার বেগ শূন্য হয়- [JnU'13-14] [Ans: a & c]
 (a) যখন ত্বরণ (Acceleration) সর্বোচ্চ হয়
 (b) যখন সরণ সর্বনিম্ন হয়
 (c) যখন সরণ (Displacement) সর্বোচ্চ হয়
 (d) যখন ত্বরণ সর্বনিম্ন হয়

Written

01. সরল ছন্দিত স্পন্দনে একটি বস্তু $x = 6.0 \cos(6\pi t + \pi) \text{m}$ সমীকরণ অনুসারে স্পন্দিত হচ্ছে। স্পন্দনের কম্পাঙ্ক কত? $t = 2 \text{s}$ সময়ে বেগ এবং ত্বরণের মান নির্ণয় কর।

সমাধান: $x = 6 \cos(6\pi t + \pi) \therefore \omega = 6\pi \Rightarrow 2\pi f = 6\pi \Rightarrow f = 3 \text{Hz}$

$\therefore v = \frac{dx}{dt} = -36\pi \sin(6\pi t + \pi)$

$\therefore a = \frac{dv}{dt} = -36 \times 6\pi^2 \cos(6\pi t + \pi) \therefore$ যখন $t = 2, v = -36\pi \sin(13\pi) = 0$ (Ans.)
 এবং $a = -216\pi^2 \cos(13\pi) = 216\pi^2 \text{ms}^{-2}$ (Ans.)

[DU'19-20]

02. একটি সরল দোলন গতির (simple harmonic motion) সমীকরণ $y = 20 \sin\left(10t - \frac{\pi}{6}\right)$ এর কম্পাঙ্ক (frequency), সর্বাধিক সরণ (displacement), গতিবেগ ও ত্বরণ (velocity and acceleration) নির্ণয় কর। [JnU'18-19]

সমাধান: $y = 20 \sin\left(10t - \frac{\pi}{6}\right)$ এ সমীকরণকে $y = A \sin(\omega t + \delta)$ এর সাথে তুলনা করে পাই, $\omega = 10$

\therefore কম্পাঙ্ক, $f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{10}{2\pi} = 1.59 \text{ Hz (Ans.)}$

সর্বাধিক সরণ, $A = 20$ একক (Ans.)

গতিবেগ, $v = \frac{dy}{dt} = \frac{d}{dt}\left\{20 \sin\left(10t - \frac{\pi}{6}\right)\right\} \therefore v = 200 \cos\left(10t - \frac{\pi}{6}\right)$ (Ans.)

ত্বরণ, $a = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}\left\{200 \cos\left(10t - \frac{\pi}{6}\right)\right\} \therefore a = -2000 \sin\left(10t - \frac{\pi}{6}\right)$ (Ans.)

Typc-04: শক্তি, গতিশক্তি ও বিভবশক্তি

Formula & Concept:

- স্থিতিশক্তি, $E_p = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}m\omega^2x^2 = \frac{1}{2}kA^2 \sin^2(\omega t + \delta)$
- গতিশক্তি, $E_k = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}k(A^2 - x^2) = \frac{1}{2}m\omega^2(A^2 - x^2) = \frac{1}{2}kA^2 \cos^2(\omega t + \delta)$
- মোট শক্তি, $E = \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}m\omega^2A^2$; $E \propto A^2$
- এক চক্রে গড় গতিশক্তি = স্থিতিশক্তি = $\frac{1}{4}kA^2$

◆ সাম্যাবস্থায় স্থিতিশক্তি শূন্য, গতিশক্তি সর্বোচ্চ। অর্থাৎ সাম্যাবস্থায়, $E_{k_{\max}} = \frac{1}{2}kA^2$

◆ সর্বোচ্চ স্থানে/প্রান্তে গতিশক্তি শূন্য, স্থিতিশক্তি সর্বোচ্চ। অর্থাৎ সর্বোচ্চ স্থানে, $E_{p_{\max}} = \frac{1}{2}kA^2$

[Note: কম্পাঙ্ক ও কৌণিক কম্পাঙ্ক আলাদা বিষয়। কম্পাঙ্ক = f , কৌণিক কম্পাঙ্ক = ω । পরীক্ষায় কী চাওয়া হচ্ছে সেটা বুঝে সাবধানে উত্তর করবে]

MCQ

01. একটি কণা A বিস্তারে সরল ছন্দিত স্পন্দনে স্পন্দিত হচ্ছে। সাম্যাবস্থা থেকে কত দূরত্বে কণাটির বিভবশক্তি তার মোট শক্তির এক-চতুর্থাংশ হয়? [DU'23-24] [Ans: b]

- (a) $\frac{A}{4}$ (b) $\frac{A}{2}$ (c) $\frac{A}{\sqrt{2}}$ (d) $A\sqrt{2}$

সমাধান: $\frac{U}{E} = \frac{\frac{1}{2}kx^2}{\frac{1}{2}kA^2} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{x^2}{A^2} = \frac{1}{4} \Rightarrow x = \frac{1}{2}A$

02. সরল দোল গতি সম্পন্ন একটি বস্তু যখন তার সাম্যাবস্থান থেকে 2 cm দূরে, তখন তার গতিশক্তি স্থিতিশক্তির 3 গুণ। বস্তুটির দোলনের বিস্তার কত হবে? [DU'22-23] [Ans: d]

- (a) 3 cm (b) 1 cm (c) 2 cm (d) 4 cm

সমাধান: $E_k = 3E_p \Rightarrow \frac{1}{2}kA^2 - \frac{1}{2}kx^2 = 3 \times \frac{1}{2}kx^2 \Rightarrow \frac{1}{2}kA^2 = 2kx^2 \Rightarrow A^2 = 4 \times (2)^2 \therefore A = 4 \text{ cm}$

03. সরল দোলন গতি সম্পন্ন বস্তুকণার স্থিতিশক্তির সমীকরণ- [CU'22-23] [Ans: b]

- (a) $P.E = \frac{1}{2}m^2\omega^2x^2$ (b) $P.E = \frac{1}{2}m\omega^2x^2$ (c) $P.E = \frac{1}{2}m\omega^2x$ (d) $P.E = \frac{1}{2}m\omega x^2$

04. সরল ছন্দিত গতি সম্পন্ন বস্তুর সরণের সমীকরণ, $x = 2 \sin 3t$ এবং স্প্রিং ধ্রুবক, $k = 30 \text{ Nm}^{-1}$ হলে $t = \frac{\pi}{9}$ সময়ে এর বিভব শক্তি কত একক? [GST'20-21] [Ans: b]

- (a) 40 (b) 45 (c) 80 (d) 90

সমাধান: $t = \frac{\pi}{9}$ সময়ে $x = 2 \sin\left(3 \times \frac{\pi}{9}\right) = \sqrt{3} \therefore E = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2} \times 30 \times 3 \text{ J} = 45 \text{ J}$

05. সরল দোলকের ক্ষেত্রে সাম্য অবস্থানে- [RU'19-20, 16-17] [Ans: b]

- (a) গতিশক্তি শূন্য (b) স্থিতিশক্তি শূন্য (c) উভয়ই শূন্য (d) কোনটিই শূন্য নয়

06. সরল দোল গতি সম্পন্ন বস্তুর সর্বোচ্চ গতিশক্তি এর সমীকরণ- [JnU'17-18, 16-17] [Ans: c]

- (a) $E = \frac{1}{2}ka^2$ (b) $E = \frac{1}{2}m\omega^2a^2$ (c) a & b উভয়ই (d) কোনোটিই নয়

Written

01. একটি বস্তু A বিস্তারে সরল ছন্দিত গতিতে স্পন্দিত হচ্ছে। বস্তুটির কোন অবস্থানের জন্য (i) এর গতি সর্বোচ্চ গতির অর্ধেক হবে? (ii) এর বিভবশক্তি মোট শক্তির অর্ধেক হবে? [DU'21-22]

সমাধান: (i) $v = \frac{v_{\max}}{2} \Rightarrow \omega\sqrt{A^2 - x^2} = \frac{\omega A}{2} \Rightarrow A^2 - x^2 = \frac{A^2}{4} \Rightarrow \frac{3A^2}{4} = x^2 \therefore x = \pm \frac{\sqrt{3}}{2} A$ (Ans.)

(ii) $E_p = \frac{E}{2} \Rightarrow \frac{1}{2} kx^2 = \frac{\frac{1}{2} kA^2}{2} \Rightarrow x^2 = \frac{A^2}{2} \therefore x = \pm \frac{A}{\sqrt{2}}$ (Ans.)

Type-05: স্প্রিং এর দোলনকাল, স্প্রিং ধ্রুবক ও তুল্য স্প্রিং ধ্রুবক

Formula & Concept:

➤ অনুভূমিক স্প্রিং এর ক্ষেত্রে দোলনকাল, $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$; কম্পাঙ্ক, $f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$

➤ উল্লম্ব স্প্রিং এর ক্ষেত্রে যদি m ভরের বস্তু ঝুলানোর ফলে e পরিমাণ দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি পায় তাহলে, $mg = ke \Rightarrow \frac{m}{k} = \frac{e}{g}$

$\therefore T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{e}{g}}$; কম্পাঙ্ক, $f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{e}}$

[বি: দ্র: সকল ক্ষেত্রে স্প্রিং ভরহীন]

➤ সরলদোলন গতির সংজ্ঞা হতে পাই, $F = -kx$; যেখানে k হলো বল ধ্রুবক; k এর SI একক Nm^{-1}

➤ একটি k স্প্রিং ধ্রুবকবিশিষ্ট স্প্রিংকে $n_1:n_2$ অনুপাতে কাটা হলে (যেখানে, $n_1 < n_2$) ছোট খণ্ডের স্প্রিং ধ্রুবক, $k_1 = \frac{n_1+n_2}{n_1} \times k$ এবং বড় খণ্ডের স্প্রিং ধ্রুবক, $k_2 = \frac{n_1+n_2}{n_2} \times k$

➤ তুল্য স্প্রিং ধ্রুবক:

সমান্তরাল সংযোগে, $k_p = k_1 + k_2 + k_3 + \dots + k_n$

শ্রেণি সংযোগে, $\frac{1}{k_s} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \frac{1}{k_3} + \dots + \frac{1}{k_n}$

MCQ

01. কোনো স্প্রিং এর এক প্রান্তে m ভরের একটি বস্তু ঝুলালে এটি 8 cm প্রসারিত হয়। বস্তুটি এরপর একটু টেনে ছেড়ে দিলে এর পর্যায়কাল কত হবে? [GST'23-24] [Ans: a]

(a) 0.57 sec (b) 0.56 sec (c) 0.75 sec (d) 0.65 sec

সমাধান: $T = 2\pi\sqrt{\frac{e}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{0.08}{9.8}} = 0.567 s \approx 0.57 s$ [ক্যালকুলেটর ব্যবহার করে]

02. m ভরের একটি বস্তু একটি অনুভূমিক স্প্রিং-এর সাথে সংযুক্ত আছে, স্প্রিংটি A পরিমাণ প্রসারিত করে ছেড়ে দেওয়া হলে এটি T পর্যায়কাল নিয়ে ঘর্ষণহীন তলে স্পন্দিত হতে থাকল। যদি বস্তুর ভর 4m করা হয় তবে নতুন পর্যায়কাল কত হবে? [DU' 21-22]

(a) 2T (b) T (c) 4T (d) $\frac{T}{4}$ [Ans: a]

সমাধান: $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow T \propto \sqrt{m} \therefore \frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{4m}{m}} \Rightarrow T_2 = 2T_1 \therefore T_2 = 2T$

03. 300g ভরের একটি বল সরল ছন্দিত গতিতে গতিশীল। মধ্যবস্থান হতে বস্তুটি যখন 0.20 m সরণ হয় তখন এর উপর ক্রিয়ারত প্রত্যয়নী বলের মান 0.24N। বলটির দোলনকাল কত? [SUST'19-20] [Ans: b]

(a) 5.25 (b) 3.14 (c) 6.12 (d) 7.02 (e) 9.12

সমাধান: $F = -kx \therefore k = \frac{0.24}{-0.2} = 1.2$

$\therefore T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{0.3}{1.2}} = 2\pi\sqrt{\frac{3 \times 10}{12 \times 10}} = 2\pi\sqrt{\frac{3}{12}} = 2\pi\sqrt{\frac{1}{4}} = 2\pi \times \frac{1}{2} = \pi = 3.14 s$

04. স্প্রিং-এ ঝুলন্ত m ভরের একটি বস্তুর পর্যায়কাল 2 sec হলে 4 m ভরের বস্তুর জন্য পর্যায়কাল কত সেকেন্ড? [RU'18-19] [Ans: b]
- (a) 1 (b) 4 (c) 8 (d) 16

সমাধান: $\frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{4m}{m}} = 2 \therefore T_2 = 2 \times 2 = 4 sec$



05. একটি স্প্রিংয়ের অগ্রভাগে 100 g ভর ঝুলিয়ে দেয়ায় 0.1 m বৃদ্ধি হল। এ অবস্থা থেকে স্প্রিংটিকে টেনে আরও 2×10^{-2} m বৃদ্ধি করে ছেড়ে দেয়ায় বস্তুর মোট শক্তি- [RU'22-23] [Ans: a]

- (a) 1.96×10^{-3} J (b) 100 J (c) 5×10^{-3} J (d) 6×10^{-3} J

সমাধান: $mg = ke \Rightarrow \frac{100}{1000} \times 9.8 = k \times 0.1 \Rightarrow k \times \frac{1}{10} = \frac{9.8}{10} \therefore k = 9.8 \text{ Nm}^{-1}$

2×10^{-2} m বৃদ্ধি করে ছেড়ে দেওয়ায় বস্তুর মোট শক্তি, $W = \frac{1}{2} kx^2 = \frac{1}{2} \times 9.8 \times (2 \times 10^{-2})^2$
 $= \frac{1}{2} \times 4 \times 9.8 \times 10^{-4} = 19.6 \times 10^{-4} = 1.96 \times 10^{-3}$ J

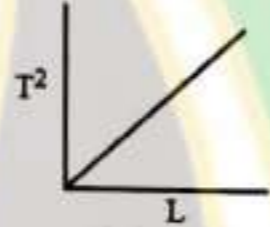
06. সরল ছন্দিত গতি বা স্পন্দন এর ক্ষেত্রে স্প্রিং এর ধ্রুবক-

- (a) $k = \frac{1}{mg}$ (b) $k = \frac{mg}{l}$ (c) $k = \frac{m^2g}{1}$ (d) $k = \frac{1}{mg^2}$ [JU'10-11] [Ans: b]

Type-06: সরল দোলক ও সেকেন্ড দোলক

Formula & Concept:

- দোলনকাল, $T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$ [L = দোলকের কার্যকরী দৈর্ঘ্য; g = অভিকর্ষজ ত্বরণ]
- কার্যকরী দৈর্ঘ্য, $L = \frac{T^2 g}{4\pi^2}$
- যেখানে, $L = l + r$ [l = সূতার দৈর্ঘ্য; r = ববের ব্যাসার্ধ]
- $T \propto \sqrt{L}$
- $T \propto \frac{1}{\sqrt{g}}$
- $g = 4\pi^2 \frac{L}{T^2}$; ঢাল = $\frac{4\pi^2}{g}$
- এখানে ভর (m) ও দোলনের বিস্তার (A) অনুপস্থিত। \therefore দোলনকাল বিস্তার ও ভরের উপর নির্ভর করে না।
- বিষুব অঞ্চলে g এর মান কম, দোলনকাল বেশি। ফলে ঘড়ি ধীরে চলে।
- মেরু অঞ্চলে g এর মান বেশি, দোলনকাল কম। ফলে ঘড়ি দ্রুত চলে।
- পাহাড়ের চূড়ায় বা খনিতে দোলক ধীরে চলে।
- মহাশূন্যে দোলকের দোলনকাল অসীম এবং কম্পাঙ্ক শূন্য।
- দোলনকাল 2 সেকেন্ড হলে দোলককে সেকেন্ড দোলক বলে।
- সেকেন্ড দোলকের কম্পাঙ্ক, $f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2s} = 0.5 \text{ Hz}$
- ভূ-পৃষ্ঠে সেকেন্ড দোলকের কার্যকরী দৈর্ঘ্য, $L = \frac{T^2 g}{4\pi^2} = \frac{2^2 \times 9.8}{4\pi^2} = 0.99 \text{ m}$



MCQ

01. গরমের ফলে একটি সেকেন্ড দোলকের দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি পেল। এর ফলে দোলকটি দিনে 200 sec ধীরে চলে। পরিবর্তিত দোলনকাল কত? [GST'23-24] [Ans: d]

- (a) 0.99 sec (b) 1.00 sec (c) 1.09 sec (d) 2.00 sec

সমাধান: $T = \frac{86400}{86400-n} \times 2$ [ধীরে চললে -(ve)]

$\therefore T = \frac{86400}{86400-200} \times 2 = \frac{86400}{84200} \times 2 = 2 \times \frac{432}{431} = 2 \times 1.002 = 2.004 \text{ s}$

02. একটি সেকেন্ড দোলকের দৈর্ঘ্য 9 গুণ করা হলে এর দোলনকাল-

- (a) 3 sec (b) 2 sec (c) 6 sec (d) 9.8 sec [RU'23-24] [Ans: c]

সমাধান: $\frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{L_2}{L_1}} \Rightarrow \frac{T_2}{2} = \sqrt{\frac{9L_1}{L_1}} \therefore T_2 = 6 \text{ sec}$

03. পর্যায়কাল দ্বিগুণ করতে সরল দোলকের দৈর্ঘ্য কতগুণ করতে হবে?

- (a) $\frac{1}{4}$ (b) $\frac{1}{2}$ (c) 2 (d) 4 [CU'23-24] [Ans: d]

সমাধান: যেহেতু, পর্যায়কাল $T \propto \sqrt{L} \rightarrow L \propto T^2 \therefore$ পর্যায়কাল দ্বিগুণ হলে দৈর্ঘ্য চারগুণ করতে হবে।

04. একটি সরলদোলকের কার্যকরী দৈর্ঘ্য 100 cm ও দোলনকাল 2 s। কার্যকরী দৈর্ঘ্য 64 cm হলে দোলনকাল কত s হবে? [Agri'22-23] [Ans: c]
 (a) 1.2 (b) 1.4 (c) 1.6 (d) 1.8

সমাধান: $\frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{L'}{L}} \Rightarrow \frac{T'}{2} = \sqrt{\frac{64}{100}} \Rightarrow T' = \frac{8 \times 2}{10} = 1.6$

05. একটি সেকেন্ড দোলকের দৈর্ঘ্য 1 m। যে দোলকটি মিনিটে 25 বার দোল দেয় তার দৈর্ঘ্য কত? [JU'22-23] [Ans: d]
 (a) 1.21 m (b) 2.11 m (c) 9.11 m (d) 1.44 m

সমাধান: দোলকের দোলনকাল $T_2 = \frac{60}{25} s = \frac{12}{5} s = 2.4 s$

$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \Rightarrow L = \frac{T^2 g}{4\pi^2} \therefore \frac{L_2}{L_1} = \frac{T_2^2}{T_1^2} \Rightarrow L_2 = \left(\frac{2.4}{2}\right)^2 \times 1 m = 1.44 m$

06. পৃথিবীর একটা সেকেন্ড দোলকের দৈর্ঘ্য 1 m হলে চাঁদে এর দৈর্ঘ্য কত? [JU'22-23] [Ans: b]
 (a) 36 m (b) $\frac{1}{6}$ m (c) 6 m (d) 1 m

সমাধান: $T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \therefore T$ ও π ধ্রুবক। [কেননা, দোলকটির চাঁদ ও পৃথিবীর উভয়স্থানে দোলনকাল একই]

$\therefore L \propto g \therefore \frac{L_{moon}}{L_{earth}} = \frac{g_{moon}}{g_{earth}} = \frac{1}{6} \therefore L_{moon} = \frac{L_{earth}}{6} = \frac{1}{6} m$

07. একটি সেকেন্ড দোলকের কার্যকরী দৈর্ঘ্য- [CU'22-23] [Ans: c]
 (a) 1.5 m (b) 2 m (c) 1 m (d) 3 m

08. L কার্যকরী দৈর্ঘ্যের একটি সরল দোলকের দোলনকাল ও কৌণিক কম্পাঙ্ক যথাক্রমে কোনটি? [GST'21-22] [Ans: a]

(a) $2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}, \sqrt{\frac{g}{L}}$ (b) $\sqrt{\frac{g}{L}}, 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$ (c) $2\pi \sqrt{\frac{g}{L}}, \sqrt{\frac{g}{L}}$ (d) $\sqrt{\frac{L}{g}}, 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$

সমাধান: $T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}; \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}} = \sqrt{\frac{g}{L}}$

09. 50 cm দীর্ঘ একটি সরল দোলক প্রতি মিনিটে 40 বার দোলন দেয়। যদি দৈর্ঘ্য 200 cm করা হয় তবে 60 বার দোলন দিতে কত সময় লাগবে? [Agri'21-22; JU'19-20; RU'15-16] [Ans: a]

(a) 180 s (b) 120 s (c) 80 s (d) 20 s

সমাধান: $\frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{L_2}{L_1}} \Rightarrow \frac{\frac{60}{40}}{\frac{t}{60}} = \sqrt{\frac{200}{50}} \Rightarrow \frac{t}{60} \times \frac{40}{60} = \sqrt{4} \therefore t = 2 \times 90 = 180 s$

10. একটি সরল দোলকের দৈর্ঘ্য L। এর দোলনকাল অর্ধেক করতে হলে দৈর্ঘ্য কত হবে? [RU'21-22] [Ans: a]

(a) $\frac{L}{4}$ (b) $\frac{L}{2}$ (c) 2L (d) 4L

সমাধান: $\frac{T}{T'} = \sqrt{\frac{L}{L'}} \Rightarrow \frac{T}{\frac{T}{2}} = \sqrt{\frac{L}{L'}} [T' = \frac{T}{2}] \Rightarrow 2^2 = \frac{L}{L'} \therefore L' = \frac{L}{4}$ [g ধ্রুবক]

11. একটি সরল দোলককে পৃথিবীর কেন্দ্রে নিয়ে গেলে দোলনকাল- [RU'21-22; Agri'19-20; DU'17-18, 15-16, CU'09-10] [Ans: d]
 (a) শূন্য হবে (b) অপরিবর্তিত থাকবে (c) অর্ধেক হবে (d) অসীম হবে

সমাধান: পৃথিবীর কেন্দ্রে, $g = 0 \therefore T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{0}} = \infty$; অর্থাৎ, পৃথিবীর কেন্দ্রে দোলনকাল অসীম।

12. একটি সরল দোলকের দোলনকাল 20% বৃদ্ধি করতে এর কার্যকর দৈর্ঘ্য কত গুণ বাড়াতে হবে? [JU'21-22] [Ans: b]
 (a) $\frac{9}{25}$ (b) $\frac{11}{25}$ (c) $\frac{5}{4}$ (d) $\frac{4}{5}$

সমাধান: $T_2 = T_1 + \frac{20}{100} \cdot T_1 = 1.2 T_1 \therefore \frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{L_2}{L_1}}$

$\Rightarrow \frac{L_2}{L_1} = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^2 = (1.2)^2 = 1.44 \therefore \left(\frac{L_2}{L_1} - 1\right) = (1.44 - 1) = \frac{11}{25}$

13. সেকেন্ড দোলকের দৈর্ঘ্য অভিকর্ষজ ত্বরণ g এর- [JU'21-22] [Ans: a]
 (a) সমানুপাতিক (b) বর্গমূলের সমানুপাতিক (c) বর্গমূলের ব্যস্তানুপাতিক (d) ব্যস্তানুপাতিক

14. পর্যায়কাল দ্বিগুণ করতে সরল দোলকের দৈর্ঘ্য কতগুণ করতে হবে? [JU'21-22; Agri'19-20; KU'19-20] [Ans: a]
 (a) 4 (b) 2 (c) $\frac{1}{2}$ (d) $\frac{1}{4}$

সমাধান: আমরা জানি, পর্যায়কাল, $T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \therefore L \propto T^2 \therefore L_2 = n^2 L_1 = (2)^2 \times L_1 = 4L_1$

15. মহাকাশে একটি সেকেন্ড দোলক এর কম্পাঙ্ক কত হবে? [JU'21-22; JnU'16-17] [Ans: b]
 (a) 1 Hz (b) 0 Hz (c) 2 Hz (d) Infinite

সমাধান: $T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \therefore g = 0 \therefore T = \infty \therefore n = \frac{1}{T} = 0 \text{ Hz}$

16. একটি সরল দোলকের দোলনকাল 50% বাড়াতে এর কার্যকরী দৈর্ঘ্যের পরিবর্তন কত হবে? [DU'20-21; KU'18-19] [Ans: c]
 (a) 25% (b) 100% (c) 125% (d) 67%

সমাধান: $L_2 = \left(1 + \frac{x}{100}\right)^2 L_1 = \left(1 + \frac{50}{100}\right)^2 L_1 = 2.25L_1 \therefore \Delta L = L_2 - L_1 = 1.25L_1 = 125\%L_1$

17. একটি সরল দোলক, x এর দৈর্ঘ্যে অপর একটি সরল দোলক, y এর দৈর্ঘ্যের 3 গুণ। y দোলকের দোলনকাল $\frac{1}{3}$ sec হলে, x এর দোলনকাল কত হবে? [RU'20-21; Agri'19-20] [Ans: d]

- (a) $\sqrt{3}$ sec (b) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ sec (c) 3 sec (d) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ sec

সমাধান: $\frac{T_x}{T_y} = \sqrt{\frac{L_x}{L_y}} \Rightarrow \frac{T_x}{\frac{1}{3}} = \sqrt{\frac{3l}{l}} \Rightarrow \frac{T_x}{\frac{1}{3}} = \sqrt{3} \therefore T_x = \frac{1}{\sqrt{3}} \text{ sec}$

18. পৃথিবী পৃষ্ঠের একটি সেকেন্ড দোলককে পৃথিবীর চারদিকে পরিভ্রমণরত একটি মহাকাশযানে নেয়া হলে, এর পর্যায়কাল কত হবে? [JU'20-21] [Ans: d]

- (a) 1 sec (b) 2 sec (c) 4 sec (d) অসীম

19. একটি সেকেন্ড দোলকের কম্পাঙ্ক- [JU'19-20] [Ans: b]

- (a) 2.5 Hz (b) 0.5 Hz (c) 1.5 Hz (d) 2 Hz

সমাধান: $f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2s} = 0.5 \text{ Hz}$

20. দুটি সরল দোলকের দোলনকালের অনুপাত 1:2 হলে, কার্যকর দৈর্ঘ্যের অনুপাত কত? [JU'18-19] [Ans: b]

- (a) 1: $\sqrt{2}$ (b) 1:4 (c) 1:2 (d) 2:1

সমাধান: $T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \Rightarrow L \propto T^2 \therefore \frac{L_1}{L_2} = \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4} \therefore L_1:L_2 = 1:4$

21. একটি সরল দোলকের দোলনকাল T; দোলকটির দৈর্ঘ্য দ্বিগুণ হলে পরিবর্তিত দোলনকাল কত হবে? [CU'18-19] [Ans: b]

- (a) $\frac{T}{\sqrt{2}}$ (b) $\sqrt{2}T$ (c) 2T (d) $\frac{T}{2}$

সমাধান: $T \propto \sqrt{L} \therefore T_2 = \sqrt{2}T$

22. সরল দোলন গতির পর্যায়কালের সমীকরণ- [KU'18-19] [Ans: a]

- (a) $g = 4\pi^2 \frac{L}{T^2}$ (b) $g = 4\pi \frac{L}{T^2}$ (c) $g = 4\pi^2 \frac{L}{T}$ (d) $g = 4\pi \frac{L}{T}$

সমাধান: $T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \Rightarrow g = \frac{4\pi^2 L}{T^2}$

23. পৃথিবী পৃষ্ঠে ($g_e = 9.8 \text{ ms}^{-2}$) একটি দোলক ঘড়ি সঠিক সময় দেয়। ঘড়িটি চন্দ্রপৃষ্ঠে ($g_m = 1.6 \text{ ms}^{-2}$) নেওয়া হলে পৃথিবী পৃষ্ঠের 1h সময় চন্দ্রপৃষ্ঠে হবে- [DU'17-18] [Ans: c]

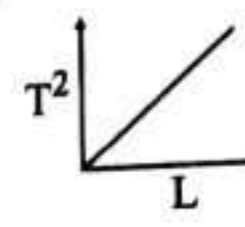
- (a) $\frac{9.8}{1.6} \text{ h}$ (b) $\sqrt{\frac{1.6}{9.8}} \text{ h}$ (c) $\sqrt{\frac{9.8}{1.6}} \text{ h}$ (d) $\frac{1.6}{9.8} \text{ h}$

সমাধান: $T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \Rightarrow \frac{T_m}{T_e} = \sqrt{\frac{g_e}{g_m}} \therefore T_m = \sqrt{\frac{9.8}{1.6}} \times 1 = \sqrt{\frac{9.8}{1.6}} \text{ h}$

24. নির্দিষ্ট দৈর্ঘ্যের একটি সরল দোলকের ববের ভর 3 গুণ কমালে পর্যায়কাল কেমন হবে? [JnU'17-18] [Ans: d]

- (a) 3 গুণ কমবে (b) 3 গুণ বাড়বে (c) 9 গুণ বাড়বে (d) অপরিবর্তিত থাকবে

সমাধান: দোলনকাল ববের ভরের উপর নির্ভরশীল নয়।

25. একটি সরল দোলক 2 মিনিটে 60 বার দোলন দেয়। দোলনটির দৈর্ঘ্য (m) কত? (a) 0.993 (b) 0.963 (c) 0.925 (d) 0.989
 সমাধান: $T = \frac{t}{N} = \frac{2 \times 60}{60} = 2s \therefore T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \Rightarrow \frac{2^2}{4\pi^2} = \frac{L}{g} \therefore L = \frac{g}{\pi^2} = 0.993 m$ [JU'17-18] [Ans: a]
26. একটি সেকেন্ড দোলকের দৈর্ঘ্য কত? (a) $L = \frac{g}{\pi^2}$ (b) $L = \frac{g^2}{\pi^2}$ (c) $L = \frac{\pi^2}{g}$ (d) $L = \pi^2 g$ [CU'17-18] [Ans: a]
27. একজন ছাত্র একটি সরল দোলকের দোলনকাল (T) দোলকের বিভিন্ন দৈর্ঘ্যের (L) জন্য পরিমাপ করল। নিচের কোন চলকে মানগুলো ছক কাগজে আঁকলে মূল বিন্দুগামী সরলরেখা হবে? (a) L এবং T (b) L এবং \sqrt{T} (c) L এবং T^2 (d) L^2 এবং T [RU'16-17] [Ans: c]
- সমাধান: $T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \Rightarrow T^2 = \frac{4\pi^2}{g} L \Rightarrow T^2 = KL$ [$\frac{4\pi^2}{g} = \text{ধ্রুবক}$] 
 $y = mx$ এর সাথে তুলনা করে।
28. পৃথিবী পৃষ্ঠে একটি সেকেন্ড দোলকের কার্যকরী দৈর্ঘ্য কত? [$g = 9.81 ms^{-2}$] (a) 0.248m (b) 9.81m (c) 0.252m (d) 0.994m [CU'16-17] [Ans: d]
- সমাধান: $T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \Rightarrow L = \frac{T^2 g}{4\pi^2} \Rightarrow L = \frac{2^2 \times 9.81}{4\pi^2} = 0.994m$
29. মহাকাশে একজন নভোচারীর কাছে একটি সরল দোলকের দোলনকাল হবে- (a) 84.6 min (b) 2 sec (c) 0 (d) ∞ (e) 1 sec [CU'15-16] [Ans: d]
- সমাধান: $T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} = 2\pi \sqrt{\frac{L}{0}} = \infty$
30. মুক্তভাবে কোন পড়ন্ত বস্তুর ত্বরণ g নির্ণয় করতে গিয়ে একজন ছাত্র একটি সরল দোলকের দৈর্ঘ্য l পরিবর্তন করে ভিন্ন ভিন্ন l এর জন্য দোলকের দোলনকাল T পরিমাপ করল। এবার সে T^2 (y-axis) বনাম l (x-axis) লেখচিত্র একে ঢাল S বের করলো। g এর মান কত? (a) $4\pi^2 S$ (b) $\frac{4\pi^2}{S}$ (c) $\frac{2\pi}{S}$ (d) $2\pi S$ [DU'14-15] [Ans: b]
- সমাধান: $T^2 = \frac{4\pi^2}{g} L$; প্রশ্নমতে, ঢাল, $s = \frac{4\pi^2}{g} \Rightarrow g = \frac{4\pi^2}{s}$
31. একটি সেকেন্ড দোলকের দোলনকাল পরিবর্তিত হয়ে 1 সে. এ পরিণত হয়েছে। সঠিক দোলনকাল পাওয়ার জন্য এর দৈর্ঘ্য- (a) বাড়াতে হবে (b) কমাতে হবে (c) কিছুই করতে হবে না (d) কোনোটিই নয় [RU'14-15] [Ans: a]
- সমাধান: $T \propto \sqrt{L} \therefore L$ বাড়াতে হবে।

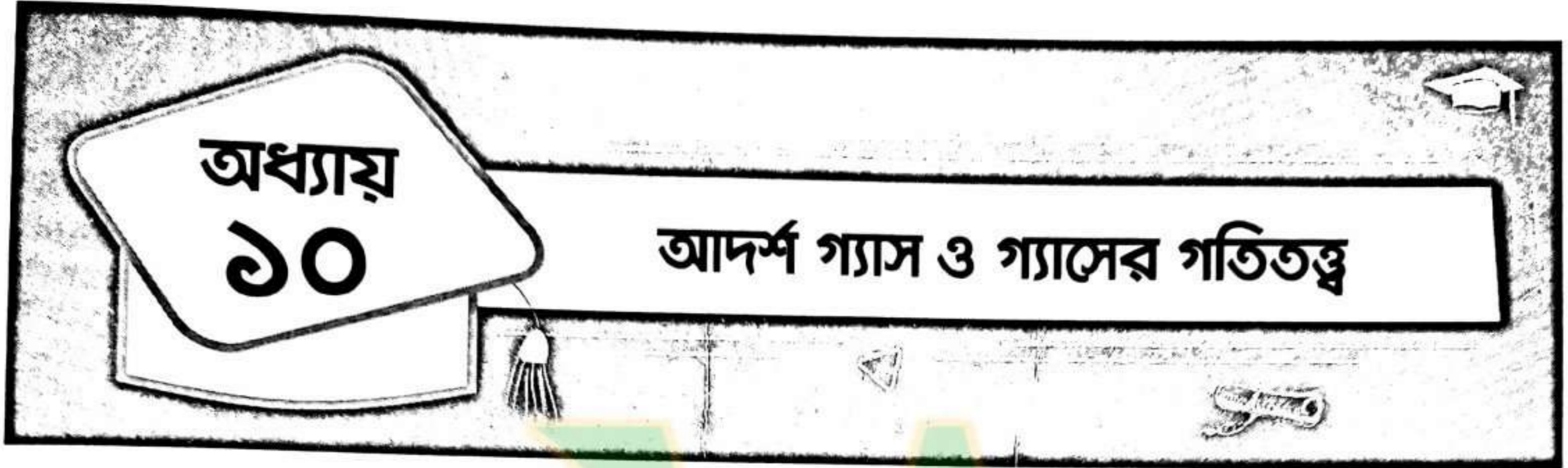
Type-07: সরলদোলকের কার্যকর ত্বরণ

Formula & Concept:

- সরলদোলকের দোলনকাল, $T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{a}}$ [যেখানে, a = কার্যকরী ত্বরণ]
 সাধারণ ক্ষেত্রে, a = অভিকর্ষজ ত্বরণ (g) হয়। তবে সর্বদা যে তাই হবে এমন নয়।
- একটি লিফট f ত্বরণে উপরে উঠলে এর মধ্যে অবস্থিত দোলকের দোলনকাল, $T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g+f}}$ [কার্যকর ত্বরণ, a = g + f]
- একটি লিফট f ত্বরণে নিচে নামলে এর মধ্যে অবস্থিত দোলকের দোলনকাল, $T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g-f}}$ [কার্যকর ত্বরণ, a = g - f]

MCQ

01. একটি সরল দোলকের দোলনকাল T। দোলকটিকে উপর দিকে $\frac{g}{3}$ সমত্বরণে উঠতে থাকা লিফটের ভিতর নেওয়া হলে দোলনকাল কত হবে? (a) $\sqrt{2}T$ (b) $\frac{2}{\sqrt{3}}T$ (c) $\frac{\sqrt{2}}{2}T$ (d) None [CU'12-13] [Ans: d]
- সমাধান: $T' = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g'}} = 2\pi \sqrt{\frac{L}{\frac{4g}{3}}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} = \frac{\sqrt{3}}{2} T$ [$\frac{g}{3}$ তে উপরে উঠলে, $g' = g + \frac{g}{3} = \frac{4g}{3}$]



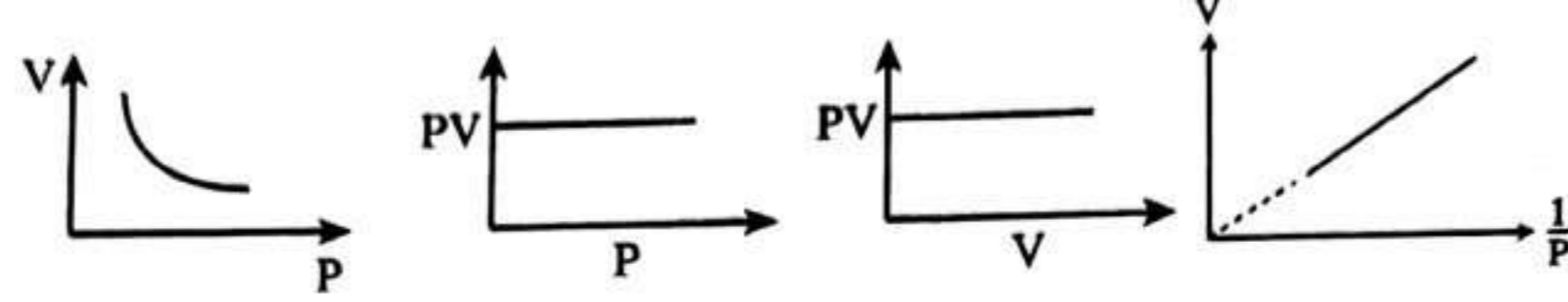
➤ ভার্সিটি ভর্তি পরীক্ষার জন্য এই অধ্যায়ের গুরুত্বপূর্ণ টাইপসমূহ:

গুরুত্ব	টাইপ	বিষয়বস্তু	যতবার এসেছে		যেসব ভর্তি পরীক্ষায় প্রশ্ন এসেছে	
			MCQ	Written	MCQ	Written
☆☆☆	T-01	আদর্শ গ্যাসের সূত্র এবং আদর্শ গ্যাসের সমীকরণ	19	-	DU'23-24, 13-14; GST'22-23, 20-21; Agri'21-22; RU'22-23, 19-20, 17-18, 08-09; JU'23-24, 22-23, 16-17, 14-15; CU'07-08	-
☆	T-02	গ্যাসের সূত্রের সাহায্যে হৃদের গভীরতা	3	-	GST'23-24; RU'15-16; JU'21-22	-
☆☆☆	T-03	বর্গমূল গড় বর্গবেগ ও গ্যাসের গতিতত্ত্বের আদর্শ সমীকরণ	23	-	DU'20-21, 15-16, 14-15; GST'23-24, 21-22; Agri'21-22; RU'18-19, 17-18, 16-17, 14-15, 10-11; JU'22-23, 19-20, 17-18, 11-12, 09-10, CU'18-19; BAU'18-19, 16-17, 15-16, 09-10	-
☆☆☆	T-04	স্বাধীনতার মাত্রা ও গ্যাসের গতিশক্তি	13	1	DU'15-16, 10-11; RU'22-23, 21-22; JU'23-24, 22-23, 21-22, 20-21, 18-19; CU'16-17, 15-16, 12-13	DU'21-22
☆☆	T-05	গড় মুক্ত পথ	5	-	DU'16-17; GST'22-23; RU'23-24, 21-22; JnU'16-17	-
☆☆	T-06	শিশিরাঙ্ক ও আপেক্ষিক আর্দ্রতা	10	-	GST'21-22; RU'22-23, 20-21, 15-16, 07-08; JU'21-22, 19-20, 14-15	-
☆	T-07	বিবিধ	3	-	DU'08-09; RU'20-21, 21-22	-

Type-01: আদর্শ গ্যাসের সূত্র এবং আদর্শ গ্যাসের সমীকরণ

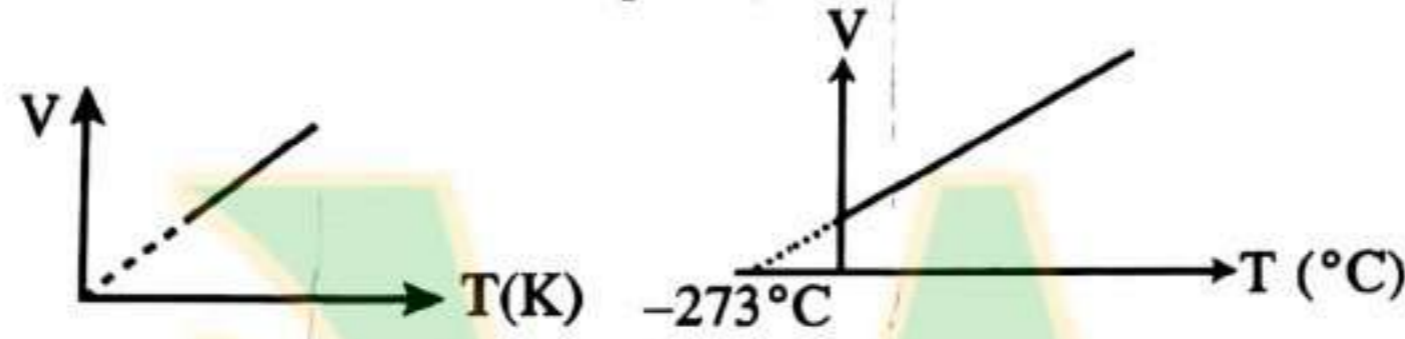
Formula & Concept:

- যে গ্যাসসমূহ সকল তাপমাত্রা ও চাপে বয়েল ও চার্লস এর সূত্র মেনে চলে, তাদের আদর্শ গ্যাস বলে।
- বয়েলের সূত্র: নির্দিষ্ট পরিমাণ গ্যাসের তাপমাত্রা T ধ্রুব হলে, $P_1 V_1 = P_2 V_2$ ($V \propto \frac{1}{P}$)



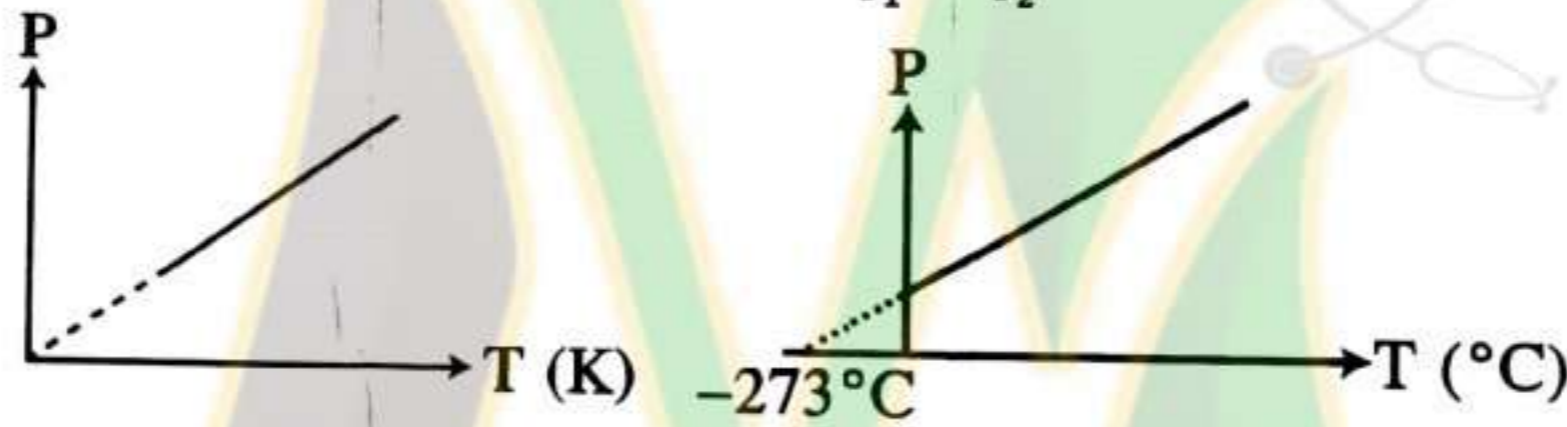
লেখচিত্রকে আইসোথার্ম (Isotherm) বলে।

- চার্লসের সূত্র: নির্দিষ্ট পরিমাণ গ্যাসের চাপ, P ধ্রুব হলে, $\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$ ($V \propto T$)



লেখচিত্রকে আইসোবার (Isobar) বলে।

- গে-লুস্যাকের সূত্র: নির্দিষ্ট পরিমাণ গ্যাসের আয়তন, V ধ্রুব হলে, $\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2}$ ($P \propto T$)



লেখচিত্রকে আইসোকোর (Isochor) বলে।

- নির্দিষ্ট পরিমাণ গ্যাসের P, V, T পরিবর্তনশীল হলে, $\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2}$
- অ্যাভোগেড্রোর সূত্র: P, T ধ্রুব হলে, $\frac{V_1}{n_1} = \frac{V_2}{n_2}$ [$V \propto n$]
- আদর্শ গ্যাস সকল তাপমাত্রা ও চাপে $PV = nRT$ সমীকরণ মেনে চলে। এই সমীকরণটিকে তাই আদর্শ গ্যাস সমীকরণ বলে।
- $PV = nRT$; যেখানে $P =$ চাপ, $V =$ আয়তন, $n =$ মোলসংখ্যা, $T =$ তাপমাত্রা (কেলভিন), $R =$ গ্যাস ধ্রুবক
- সার্বজনীন গ্যাস ধ্রুবক, $R = 8.314 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$; $R = 0.082 \text{ L atm mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$
- $1 \text{ atm} = 101325 \text{ Pa}$
- 273.16 K তাপমাত্রা হল ত্রৈধবিন্দুর তাপমাত্রা এবং চাপ 4.58 mmHg ।
- 0 K বা -273°C তাপমাত্রায় আদর্শ গ্যাসের আয়তন শূন্য ধরা হয়। তাই একে পরমশূন্য তাপমাত্রা বলে।

MCQ

01. দুটি এক পরমাণুক আদর্শ গ্যাস পরস্পরের সাথে তাপীয় সাম্যাবস্থায় আছে। A গ্যাস m ভরের অণু দ্বারা গঠিত এবং B গ্যাস $4m$ ভরের অণু দ্বারা গঠিত। A গ্যাসের আয়তন B গ্যাসের আয়তনের দ্বিগুণ। এদের চাপের অনুপাত $\frac{P_A}{P_B}$ কত? [DU'23-24] [Ans: b]
- (a) $\frac{1}{4}$ (b) $\frac{1}{2}$ (c) 1 (d) 2
- সমাধান: আমরা জানি, $E = \frac{f}{2} PV$; তাপীয় সাম্যাবস্থায়, $E_A = E_B \Rightarrow \frac{f}{2} P_A V_A = \frac{f}{2} P_B V_B \Rightarrow \frac{P_A}{P_B} = \frac{V_B}{V_A} = \frac{1}{2}$
02. স্থির তাপমাত্রায় একটি নির্দিষ্ট ভরের গ্যাসের ক্ষেত্রে কোনোটি সঠিক? [JU'23-24] [Ans: a]
- (a) $\frac{P_1}{P_2} = \frac{\rho_1}{\rho_2}$ (b) $\frac{2P_1}{V_2} = \frac{P_1}{V_1}$ (c) $\frac{T_1}{T_2} = \frac{\rho_1}{\rho_2}$ (d) কোনোটিই নয়

03. যদি 30°C তাপমাত্রা ও $6 \times 10^5 \text{ Pa}$ চাপের একটি গ্যাসকে সমোষ্ণ প্রক্রিয়ায় তিনগুণ আয়তনে প্রসারিত করা হয়, তবে গ্যাসটির চূড়ান্ত চাপ কত Pa? [GST'22-23] [Ans: a]
- (a) 2×10^5 (b) 2.5×10^5 (c) 3×10^5 (d) 4.5×10^5

সমাধান: যেহেতু তাপমাত্রা ধ্রুবক $\therefore V \propto \frac{1}{P}$; $\frac{P_2}{P_1} = \frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{3} \Rightarrow P_2 = \frac{1}{3} \times 6 \times 10^5 = 2 \times 10^5 \text{ Pa}$

04. ভ্যান ডার ওয়ালসের সমীকরণে কোন রাশির সংশোধন বিদ্যমান? [RU'22-23] [Ans: b]
- (a) P ও T (b) P ও V (c) V ও T (d) P, V ও T

05. একটি আদর্শ গ্যাস একটি ভারসাম্য অবস্থা (P_1, V_1, T_1, N) থেকে অন্য ভারসাম্য অবস্থায় ($2P_1, 3V_1, T_2, N$) পরিবর্তিত হয়। তা হলে নিচের কোনটি সঠিক? [JU'22-23] [Ans: b]
- (a) $T_1 = T_2$ (b) $T_1 = \frac{T_2}{6}$ (c) $T_1 = 6T_2$ (d) $T_1 = 3T_2$

সমাধান: $\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{(2P_1)(3V_1)}{T_2} \Rightarrow T_2 = T_1 \times 6 \Rightarrow T_1 = \frac{T_2}{6}$

06. স্বাভাবিক তাপমাত্রা ও চাপে R এর মান হচ্ছে- [Agri'21-22; JU'14-15] [Ans: a]
- (a) $8.32 \text{ JK}^{-1} \text{ mol}^{-1}$ (b) $8.31 \text{ KJ}^{-1} \text{ mol}^{-1}$ (c) $8.31 \text{ JK}^{-1} \text{ mol}$ (d) $8.13 \text{ J}^{-1} \text{ K mol}^{-1}$

07. স্থির চাপে কোনো গ্যাসের তাপমাত্রা ও আয়তন যথাক্রমে 30°C ও 10 L । তাপমাত্রা সেলসিয়াস স্কেলে দ্বিগুণ করা হলে এর আয়তন কতগুণ হবে? [Agri'21-22] [Ans: d]
- (a) 1.5 (b) 2 (c) 0.5 (d) 1.1

সমাধান: $\frac{V_2}{T_2} = \frac{V_1}{T_1} \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{T_2}{T_1}$

$\Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{333}{303} = 1.1 \therefore V_2 = 1.1V_1$

এখানে, $T_1 = 30^{\circ}\text{C} = 303 \text{ K}$
 $T_2 = (30 \times 2) = 60^{\circ}\text{C} = 333 \text{ K}$
 $V_1 = 10 \text{ L}$

08. 10 লিটার আয়তনের বদ্ধ পাত্রে 300 K তাপমাত্রায় 16 g অক্সিজেন যে চাপ প্রদর্শন করে, একই পাত্রে একই তাপমাত্রায় কত গ্রাম নাইট্রোজেন রাখলে একই চাপ প্রদর্শন করবে? [GST'20-21] [Ans: a]
- (a) 14 (b) 16 (c) 18 (d) 32

সমাধান: $\frac{P_1 V_1}{n_1 T_1} = \frac{P_2 V_2}{n_2 T_2} \Rightarrow n_1 = n_2 \Rightarrow \frac{m_{O_2}}{M_{O_2}} = \frac{m_{N_2}}{M_{N_2}} \Rightarrow \frac{16}{32} = \frac{m_{N_2}}{28} \therefore m_{N_2} = 14$

09. চার্লসের সূত্রটি নিচের কোন লেখচিত্রটি দিয়ে প্রকাশ করা হয়? [RU'19-20] [Ans: d]



0. আদর্শ গ্যাসের অভ্যন্তরীণ শক্তি নির্ভর করে- [RU'17-18] [Ans: a]
- (a) তাপমাত্রার উপর (b) চাপের উপর (c) আয়তনের উপর (d) গ্যাসের প্রকৃতির উপর

সমাধান: $\left(\frac{dU}{dV}\right)_T = 0$

1. মোলার গ্যাস ধ্রুবকের মাত্রা সমীকরণ হল- [JU'16-17] [Ans: b]
- (a) কাজ $^{-1}\text{K}^{-1}$ মোল $^{-1}$ (b) কাজ K^{-1} মোল $^{-1}$ (c) কাজ $^{-1}\text{K}^{-1}$ মোল (d) কাজ ^{-1}K মোল $^{-1}$

2. 0°C তাপমাত্রার কোনো গ্যাসের চাপ $5 \times 10^5 \text{ Pa}$ হলে 80°C তাপমাত্রায় এর চাপ কত হবে? [JU'16-17; RU'08-09; CU'07-08]
- (a) $6.465 \times 10^5 \text{ Pa}$ (b) $6.465 \times 10^6 \text{ Pa}$ (c) $6.465 \times 10^5 \text{ Pa}$ (d) $6.455 \times 10^8 \text{ Pa}$ [Ans: a, c]

সমাধান: (a, c); আয়তন যদি একই থাকে, তবে, $\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2}$

$\therefore P_2 = \frac{T_2}{T_1} \times P_1 \Rightarrow P_2 = \frac{80+273}{273} \times 5 \times 10^5 = 6.465 \times 10^5 \text{ Pa}$

3. 27°C তাপমাত্রায় 0.8 m পারদ চাপে একটি গ্যাসের আয়তন 9 m^3 । তাপমাত্রা 127°C ও আয়তন 3 m^3 করতে হলে কত চাপ প্রয়োগ করতে হবে? [JU'14-15] [Ans: c]
- (a) 5 m (b) 0.8 m (c) 3.2 m (d) 4 m

সমাধান: $\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{0.8 \times 9}{300} = \frac{P_2 \times 3}{400} \therefore P_2 = \frac{8}{10} \times \frac{9 \times 400}{300 \times 3} = \frac{32}{10} = 3.2 \text{ m}$

14. কোন নির্দিষ্ট ভরের গ্যাসের তাপমাত্রা 27°C । আয়তন স্থির থাকলে কোন তাপমাত্রায় চাপ দ্বিগুণ হবে? [JU'14-15] [Ans: c]
 (a) 300 K (b) 600°C (c) 600 K (d) 300°C
 সমাধান: $P \propto T$; $\frac{T_2}{T_1} = \frac{P_2}{P_1} = 2 \therefore \frac{T_2}{T_1} = \frac{P_2}{P_1} \Rightarrow T_2 = 2T_1 \Rightarrow T_2 = 2 \times 300 = 600\text{ K}$
15. একটি আদর্শ গ্যাসের নমুনার তাপমাত্রা 20°C , যদি নমুনাটির চাপ এবং আয়তন দ্বিগুণ করা হয়, তবে পরিবর্তিত তাপমাত্রা কত? [DU'13-14] [Ans: c]
 (a) 20°C (b) 80°C (c) 900°C (d) 1200°C
 সমাধান: $\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \Rightarrow T_2 = \frac{P_2 V_2 T_1}{P_1 V_1} = \frac{2P_1 \times 2V_1 \times (273+20)}{P_1 V_1} = 1172\text{ K} = 899^\circ\text{C} \approx 900^\circ\text{C}$
16. একটি পদার্থে তাপ প্রয়োগ করার পরও তাপমাত্রার পরিবর্তন হয়নি। নিচের কোন উক্তিটি এই ঘটনার উপযুক্ত ব্যাখ্যা প্রদান করে? [DU'13-14] [Ans: b]
 (a) পদার্থটি অবশ্যই গ্যাস (b) পদার্থটির দশা পরিবর্তন হচ্ছে
 (c) পদার্থটির তাপীয় বৈশিষ্ট্য ব্যতিক্রমধর্মী (d) চারপাশের পরিবেশের তুলনায় পদার্থের তাপমাত্রা কম

Type-02: গ্যাসের সূত্রের সাহায্যে হৃদের গভীরতা

Formula & Concept:

➤ যদি জলাশয়ের তলদেশ থেকে আসা বায়ু বুদবুদের আয়তন উপরিতলে n গুণ হয় তবে গভীরতা,

$$h = \frac{(n-1)P}{\rho g}; \text{ এখানে, } \rho = \text{তরলের ঘনত্ব, } g = \text{অভিকর্ষজ ত্বরণ [যখন তাপমাত্রা ধ্রুবক]}$$

➤ $PV_1 = (P + h\rho g)V_2$; এখানে, $P = \text{বায়ুমণ্ডলের চাপ, } P + h\rho g = \text{তরলের ভিতরের মোট চাপ, } V_1 = \text{তরলের উপরে বুদবুদের আয়তন; } V_2 = \text{তরলের ভিতরে বুদবুদের আয়তন}$

➤ ব্যাস বা ব্যাসার্ধ n গুণ হলে, $h = \frac{(n^3-1)}{\rho g} P$; কারণ ব্যাসার্ধ n গুণ হলে আয়তন n^3 গুণ হয়।

$$\text{তাই, আয়তন } n \text{ গুণ হলে, } h \approx 10.2 \times (n-1)$$

$$\approx 10 \times (n-1) \approx 10^3(n^3-1)$$

$$[\text{যদি } g = 9.8 \text{ ms}^{-2} \text{ এবং } P = 10^5 \text{ দেয়া থাকে}]$$

$$[\text{যদি } g = 10 \text{ ms}^{-2} \text{ এবং } P = 10^5 \text{ দেয়া থাকে}]$$

[Note: এক্ষেত্রে তাপমাত্রা ধ্রুবক হতে হবে।]

MCQ

01. কোনো একটি হৃদের তলদেশ হতে একটি বায়ু বুদবুদ পানির উপরিপৃষ্ঠে আসলে এর আয়তন দ্বিগুণ হয়। বায়ুর চাপ $1.01 \times 10^5 \text{ Pa}$ হলে, হৃদের গভীরতা কত? [GST'23-24] [Ans: d]
 (a) 10.0 m (b) 10.1 m (c) 10.2 m (d) 10.3 m
 সমাধান: $(P_{\text{air}} + h\rho g)V = P_{\text{air}} \times 2V$

$$\therefore P_{\text{air}} + h\rho g = P_{\text{air}} \times 2 \Rightarrow h\rho g = P_{\text{air}} \Rightarrow h = \frac{1.01 \times 10^5}{9.8 \times 10^3} = \frac{101 \times 10^5}{9.8 \times 10^5} = \frac{1010}{98} \approx 10.3 \text{ m}$$

$$\text{বিকল্প: } h = \frac{(n-1)P}{\rho g} = \frac{(2-1) \times 1.01 \times 10^5}{1000 \times 9.8} = \frac{101 \times 10^5 \times 10}{1000 \times 100 \times 9.8} = \frac{1010}{98} \approx 10.3 \text{ m}$$

02. কোনো হৃদের তলদেশ থেকে পানির উপরিতলে আসায় একটি বায়ু-বুদবুদের আয়তন 10 গুণ হয়। বায়ুমণ্ডলের চাপ 10^5 Nm^{-2} হলে হৃদের গভীরতা কত? [JU'21-22] [Ans: a]
 (a) 91.84 m (b) 40.81 m (c) 100 m (d) 50.81 m
 সমাধান: $P_u V_u = P_l V_l \Rightarrow 10^5 \times 10 = (10^5 + h\rho g) \times 1 \therefore h = 91.84 \text{ m}$

$$\text{বিকল্প: } h \approx 10.2 \times (n-1) \approx 10.2 \times (10-1) \approx 91.8 \text{ m}$$

03. একজন ডুবুরি হৃদের তলদেশে কাজ করার সময় 2 cm^3 আয়তনের বুদবুদ উপরের দিকে প্রবাহিত হচ্ছে। পানির উপরিতলে বুদবুদের আয়তন 4 cm^3 হয়; কিন্তু তাপমাত্রা অপরিবর্তিত থাকে। যদি বায়ুমণ্ডলীয় চাপ 10 m পানির চাপের সমান হয়, হৃদের গভীরতা কত? [RU'15-16] [Ans: a]
 (a) 10 m (b) 20 m (c) 30 m (d) 40 m
 সমাধান: $n = 2$ যেহেতু আয়তন 2 cm^3 থেকে 4 cm^3 হলো,

$$\text{সুতরাং, } h = \frac{(n-1) \times P}{\rho g} = \frac{(2-1) \times h\rho g}{\rho g} = (2-1) \times 10 = 10 \text{ m}$$

Type-03: বর্গমূল গড় বর্গবেগ ও গ্যাসের গতিতত্ত্বের আদর্শ সমীকরণ

➤ **Formula & Concept:**

➤ গড় বর্গমূল বর্গবেগ বা rms বেগ, $c_{rms} = \sqrt{\frac{c_1^2 + c_2^2 + c_3^2 + \dots + c_n^2}{n}}$ [n = অণুর সংখ্যা]

➤ গ্যাসের গতিতত্ত্বের আদর্শ সমীকরণ, $PV = \frac{1}{3}mNc^2 \Rightarrow P = \frac{1}{3}\rho c^2$

এখান থেকে পাওয়া যায়, $c_{rms} = \sqrt{\frac{3RT}{M}} = \sqrt{\frac{3P}{\rho}} = \sqrt{\frac{3kT}{m}}$

[m = প্রতি অণুর ভর; N = মোট অণুর সংখ্যা; ρ = গ্যাসের ঘনত্ব, M = আণবিক ভর (kg); k = বোল্টজম্যান ধ্রুবক]

➤ T_1 ও T_2 তাপমাত্রায় একই গ্যাসের জন্য, $\frac{c_1}{c_2} = \sqrt{\frac{T_1}{T_2}}$ [$c \propto \sqrt{T}$]

➤ একই তাপমাত্রায় দুটি গ্যাসের জন্য, $\frac{c_1}{c_2} = \sqrt{\frac{M_2}{M_1}}$

MCQ

01. কত তাপমাত্রায় অক্সিজেন অণুর মূল গড় বর্গবেগ -100°C তাপমাত্রায় হাইড্রোজেন অণুর মূল গড় বর্গবেগের সমান হবে? [GST'23-24] [Ans: d]

- (a) 27.68 K (b) 227.8 K (c) 276.8 K (d) 2768 K

সমাধান: $c_{rms} = \sqrt{\frac{3RT}{M}} \therefore c_{rms} \propto \sqrt{\frac{T}{M}} \Rightarrow c_{rms}^2 \propto \frac{T}{M}$

$\therefore \frac{T_{O_2}}{M_{O_2}} = \frac{T_{H_2}}{M_{H_2}} \Rightarrow T_{O_2} = M_{O_2} \times \frac{T_{H_2}}{M_{H_2}} = 32 \times \frac{173}{2} = 16 \times 173 = 2768 \text{ K}$

02. তাপমাত্রা বৃদ্ধি পেলে অণুগুলোর গড় বর্গবেগ: [JU'22-23] [Ans: b]

- (a) হ্রাস পায় (b) বৃদ্ধি পায় (c) অপরিবর্তিত থাকে (d) কখনো বাড়ে কখনও কমে

সমাধান: $c_{rms} = \sqrt{\frac{3RT}{M}} \therefore c_{rms} \propto \sqrt{T} \therefore T \uparrow c_{rms} \uparrow$

03. 30°C তাপমাত্রায় অক্সিজেনের মূল গড় বর্গবেগ: [JU'22-23] [Ans: a]

- (a) 485 ms^{-1} (b) 850 ms^{-1} (c) 380 ms^{-1} (d) 548 ms^{-1}

সমাধান: $c_{rms} = \sqrt{\frac{3RT}{M}} = \sqrt{\frac{3 \times 8.314 \times (30 + 273)}{32 \times 10^{-3}}} = 485 \text{ ms}^{-1}$

04. স্থির আয়তনে একটি গ্যাসের তাপমাত্রা বাড়ালে ঐ গ্যাসের- [GST'21-22] [Ans: a]

- (a) চাপ ও গতিশক্তি বাড়বে (b) চাপ ও গতিশক্তি কমেবে (c) ঘনত্ব বাড়বে (d) ঘনত্ব কমেবে

সমাধান: স্থির আয়তনে, $P \propto T$ [গে লুসাকের চাপীয় সূত্র]

আবার, $E_k = \frac{3}{2}nRT \Rightarrow E_k \propto T \therefore$ তাপমাত্রা বাড়লে চাপ ও গতিশক্তি বাড়বে।

05. স্থির চাপে কোন তাপমাত্রায় কোনো গ্যাসের মূল গড় বর্গবেগ প্রমাণ চাপ ও তাপমাত্রার মূল গড় বর্গবেগের অর্ধেক হবে? [Agri'21-22; JU'19-20] [Ans: a]

- (a) 68.25 K (b) 273 K (c) 1092 K (d) 34.125 K

সমাধান: $\frac{c'_{rms}}{c_{rms}} = \frac{1}{2} = \sqrt{\frac{3RT_2}{M}} = \sqrt{\frac{T_2}{T_1}}$ [যেখানে, c_{rms} হলো প্রমাণ তাপমাত্রা T_1 এ গ্যাসের মূল গড় বর্গবেগ]

$\therefore \frac{1}{4} = \frac{T_2}{T_1}$ [c'_{rms} = নির্ণেয় তাপমাত্রায় মূল গড় বর্গবেগ, T_2 = নির্ণেয় তাপমাত্রা]

$\therefore T_2 = \frac{1}{4} \times 273 = 68.25 \text{ K}$

06. কোনো আদর্শ গ্যাসের তাপমাত্রা কেলভিন স্কেলে 4 গুণ বৃদ্ধি পেলে তার অণুগুলোর মূল গড় বর্গবেগ কত গুণ বৃদ্ধি পায়? (a) 4 (b) $\frac{1}{2}$ (c) 2 (d) 1 [DU'20-21, 15-16] [Ans: c]

সমাধান: $c = \sqrt{\frac{3RT}{M}} \Rightarrow c \propto \sqrt{T}$ [R, M constant] $\Rightarrow \frac{c_2}{c_1} = \sqrt{\frac{T_2}{T_1}} = \sqrt{\frac{4T_1}{T_1}} = \sqrt{4} = 2 \therefore c_2 = 2c_1$

07. n সংখ্যক গ্যাসের অণুর প্রত্যেকটির দ্রুতি 2 ms^{-1} । অণুগুলোর rms দ্রুতি কত ms^{-1} ?

[RU'18-19] [Ans: d]

- (a) $\frac{2}{n}$ (b) $\frac{n}{2}$ (c) $\frac{\sqrt{2}}{n}$ (d) 2

সমাধান: $c_{rms} = \sqrt{\frac{n2^2}{n}} = 2 \text{ ms}^{-1}$

08. কোন আদর্শ গ্যাসের তাপমাত্রা 120 K থেকে 480 K এ উন্নীত করা হলো। যদি 120 K -এ মূল গড় বর্গ বেগ v হয় তবে 480 K -এ তা হবে-

[CU'18-19] [Ans: b]

- (a) $4v$ (b) $2v$ (c) $\frac{v}{2}$ (d) $\frac{v}{4}$

সমাধান: $c_{rms} \propto \sqrt{T} \therefore \frac{c_{rms2}}{c_{rms1}} = \sqrt{\frac{T_2}{T_1}} = \sqrt{\frac{480}{120}} = \sqrt{4} \therefore c_{rms2} = 2v$

09. তিনটি গ্যাস অণুর বেগ যথাক্রমে 25 ms^{-1} , 30 ms^{-1} এবং 35 ms^{-1} । তাদের মূল গড় বর্গ বেগ কত?

[BAU'18-19, 16-17, 15-16, 09-10] [Ans: d]

- (a) 10.5 ms^{-1} (b) 15.5 ms^{-1} (c) 20.3 ms^{-1} (d) 30.3 ms^{-1}

সমাধান: $c_{rms} = \sqrt{\frac{30^2+25^2+35^2}{3}} = 30.3 \text{ ms}^{-1}$

10. 32 K তাপমাত্রায় অক্সিজেন গ্যাসের RMS বেগ কত?

[RU'17-18] [Ans: d]

- (a) \sqrt{R} (b) $\sqrt{6R}$ (c) $\sqrt{2R}$ (d) $\sqrt{3R}$

সমাধান: $c_{rms} = \sqrt{\frac{3RT}{M}} = \sqrt{\frac{3R \times 32}{32}} = \sqrt{3R}$

11. পাঁচটি অণুর বেগ $v, 2v, 3v, 4v, 5v$ । অণুগুলোর গড় বর্গবেগের বর্গমূল কত?

[RU'17-18] [Ans: b]

- (a) $11\sqrt{v}$ (b) $v\sqrt{11}$ (c) $v/\sqrt{11}$ (d) $\sqrt{11}$

সমাধান: $c_{rms} = \sqrt{\frac{v^2+(2v)^2+(3v)^2+(4v)^2+(5v)^2}{5}} = v\sqrt{11}$

12. স্বাভাবিক তাপমাত্রা ও চাপে একটি গ্যাসের ঘনত্ব 0.09 kgm^{-3} হলে গ্যাসের অণুসমূহের মূল গড় বর্গবেগ কত হবে?

[JU'17-18, 11-12, 09-10] [Ans: b]

- (a) 1939.38 ms^{-1} (b) 1839.38 ms^{-1} (c) 18.3938 ms^{-1} (d) 19.3938 ms^{-1}

সমাধান: $c_{rms} = \sqrt{\frac{3P}{\rho}} = \sqrt{\frac{3 \times 101325}{0.09}} = 1837.79 \approx 1839.38$

13. 0°C তাপমাত্রায় অক্সিজেনের মূল গড় বর্গবেগ কত?

[JU'17-18] [Ans: b]

- (a) 560 ms^{-1} (b) 461 ms^{-1} (c) 861 ms^{-1} (d) 961 ms^{-1}

সমাধান: $c_{rms} = \sqrt{\frac{3RT}{M}} = \sqrt{\frac{3 \times 8.314 \times 273}{32 \times 10^{-3}}} = 461.28 \text{ ms}^{-1}$

14. স্থির চাপে কত তাপমাত্রায় কোনো গ্যাসের অণুর গড় বর্গবেগের বর্গমূল প্রমাণ চাপ ও তাপমাত্রার গড় বর্গবেগের বর্গমূলের দ্বিগুণ হবে?

[RU'16-17, 14-15] [Ans: b]

- (a) 546 K (b) 1092 K (c) 273 K (d) 2184 K

সমাধান: $\sqrt{\frac{3RT_1}{M}} = 2\sqrt{\frac{3RT_0}{M}} \Rightarrow T_1 = 4T_0 = 4 \times 273 \text{ K} = 1092 \text{ K}$

15. একটি সিলিন্ডারে রাখা একটি আদর্শ গ্যাসের অণুগুলোর বর্গমূল-গড়-বর্গবেগ u । গ্যাসে তাপ প্রয়োগের ফলে চাপ 9 গুণ বৃদ্ধি পেল। সিলিন্ডারের আয়তন অপরিবর্তিত থাকলে গ্যাসের অণুগুলোর পরিবর্তিত বর্গমূল-গড়-বর্গবেগ কত? [DU'14-15] [Ans: d]

- (a) $9u$ (b) $6u$ (c) $\sqrt{3}\frac{u}{2}$ (d) $3u$

সমাধান: $c_{rms} = \sqrt{\frac{3p}{\rho}} \Rightarrow c_{rms} \propto \sqrt{p} \therefore \frac{c'_{rms}}{c_{rms}} = \sqrt{\frac{p'}{p}} \Rightarrow c'_{rms} = \sqrt{\frac{9p}{p}} \times c_{rms} \therefore c'_{rms} = 3u$

16. গ্যাসের অণুগুলির গড় বর্গবেগ পরম তাপমাত্রার সমানুপাতিক- এর সমর্থন কোথায় মেলে?

[RU'10-11] [Ans: d]

- (a) বয়েলের সূত্র (b) তাপগতিবিদ্যা (c) গ্যাসের গতিতত্ত্ব (d) কোনোটিই নয়

Type-04: স্বাধীনতার মাত্রা ও গ্যাসের গতিশক্তি

Formula & Concept:

- কোনো বস্তুর গতির যেকোনো মুহূর্তের অবস্থা নির্দেশ করতে কমপক্ষে যতগুলো নিরপেক্ষ স্থানাঙ্ক প্রয়োজন, সে সংখ্যাকে ঐ বস্তুর স্বাধীনতার মাত্রা (Degrees of freedom) বলে। একে f দ্বারা চিহ্নিত করা হয়।

স্বাধীনতার মাত্রা:

	রৈখিক	ঘূর্ণন	সর্বমোট
এক পরমাণুক	3	0	3
দ্বি-পরমাণুক	3	2	5
বহুপরমাণুক	3	3	6

[Note: CO₂ বহুপরমাণুক হলেও এর স্বাধীনতার মাত্রা কিন্তু 5।]

গতিশক্তি:

◆ n mole গ্যাসের গতিশক্তি = $\frac{f}{2} nRT$

◆ N সংখ্যক অণুর গতিশক্তি = $\frac{f}{2} N \frac{R}{N_A} T$

এখানে, $\frac{R}{N_A}$ কে k দ্বারা চিহ্নিত করা হয়; যার নাম হলো বোল্টজম্যান ধ্রুবক। এর মান, $k = 1.38 \times 10^{-23} \text{ J mol}^{-1}$

◆ w ভরের গ্যাসের গতিশক্তি = $\frac{f}{2} \frac{w}{M} RT \therefore 1$ টি অণুর গতিশক্তি = $\frac{f}{2} KT$

[Note: কিছু কিছু বিশ্ববিদ্যালয়ের ভর্তি পরীক্ষার প্রশ্নে গতিশক্তি নির্ণয় সংক্রান্ত সমস্যায় স্বাধীনতার মাত্রা ব্যবহারপূর্বক সমাধান করে প্রাপ্ত উত্তর অপশনে পাওয়া যায় না। সেক্ষেত্রে, শুধু রৈখিক স্বাধীনতার মাত্রা (3) ধরে সমাধান করলে প্রাপ্ত উত্তর অপশনে পাওয়া যায়। প্রকৃতপক্ষে, সংশ্লিষ্ট স্বাধীনতার মাত্রা ধরে সমাধান করা উচিত। তবে সেক্ষেত্রে অপশনে উত্তর না পাওয়া গেলে, কেবল তখন বিকল্প হিসেবে শুধু রৈখিক স্বাধীনতার মাত্রা (3) ধরে সমাধান করে অপশন মিলিয়ে দেখতে হবে।]

MCQ

01. T পরম তাপমাত্রায় এক-গ্রাম অণু গ্যাসের রৈখিক গতিশক্তি কত? [JU'23-24] [Ans: b]
 (a) $\frac{3}{5} RT$ (b) $\frac{3}{2} RT$ (c) $\frac{4}{3} RT$ (d) কোনোটিই নয়
 সমাধান: রৈখিকভাবে গ্যাস অণু 3টি অক্ষ বরাবর চলতে পারে তাই রৈখিক গতিশক্তি, $E_t = \frac{3}{2} RT$
02. 29°C তাপমাত্রায় 3 g নাইট্রোজেন গ্যাসের মোট গতিশক্তি কত? [নাইট্রোজেনের গ্রাম আণবিক ভর 28 g] [RU'22-23, JU'22-23] [Ans: a]
 (a) 403.33 J (b) 268.88 J (c) 302 J (d) 29 J
 সমাধান: মোল সংখ্যা, $n = \frac{3}{28} \text{ mol}$; গতিশক্তি = $\frac{3}{2} \times nRT = \frac{3}{2} \times \frac{3}{28} \times 8.314 \times (29 + 273) = 403.33 \text{ J}$
03. গ্যাসের চাপ একক আয়তনের গতিশক্তির কত অংশ? [RU'21-22] [Ans: a]
 (a) $\frac{2}{3}$ (b) $\frac{3}{2}$ (c) $\frac{1}{2}$ (d) কোনোটিই নয়
 সমাধান: $E = \frac{3}{2} PV [V = 1] \therefore P = \frac{2}{3} E$
04. 27°C তাপমাত্রায় দুটি অক্সিজেন পরমাণুর গতিশক্তি কত? [JU'21-22] [Ans: a]
 (a) $12.42 \times 10^{-21} \text{ J}$ (b) $6.21 \times 10^{-21} \text{ J}$ (c) $1.242 \times 10^{-21} \text{ J}$ (d) $0.621 \times 10^{-21} \text{ J}$
 সমাধান: $E_k = \frac{3}{2} NKT = 2 \times \frac{3}{2} \times 1.38 \times 10^{-23} \times (273 + 27) = 12.42 \times 10^{-21} \text{ J}$
05. গ্যাসের গতিতত্ত্ব অনুসারে 0 K তাপমাত্রায় গ্যাসের গতিশক্তি হবে- [JU'20-21] [Ans: b]
 (a) সর্বাধিক (b) শূন্য (c) সর্বনিম্ন (d) মাঝামাঝি
 সমাধান: E (গতিশক্তি) $\propto T$ (পরম তাপমাত্রা)

06. T তাপমাত্রায় আদর্শ গ্যাসের একটি অণুর গড় গতিশক্তি— [JU'18-19; CU'15-16, 12-13; DU'10-11] [Ans: d]
 (a) $\frac{2}{3}kT$ (b) $\frac{1}{3}kT$ (c) $\frac{3}{2}kT$ (d) $\frac{3}{2}kT$
07. একটি দ্বিপারমাণবিক গ্যাসের জন্য স্বাধীনতার মাত্রা [CU'16-17] [Ans: e]
 (a) 3 (b) 8 (c) 4 (d) 2 (e) 5
08. 27°C তাপমাত্রায় এক মোল হিলিয়াম গ্যাসের গতিশক্তির পরিমাণ [CU'16-17] [Ans: d]
 (a) 3500 J (b) 3845 J (c) 3650 J (d) 3741 J
- সমাধান: $E_k = \frac{f}{2}nRT = \frac{3}{2} \times 1 \times 8.314 \times 300 = 3741$
09. একটি কণার স্বাধীনতার মাত্রার সংখ্যা 5 হলে শক্তির সমবিভাজন নীতি অনুযায়ী কণাটির মোট শক্তি কত? [DU'15-16] [Ans: d]
 (a) $\frac{kT}{2}$ (b) kT (c) $\frac{3kT}{2}$ (d) $\frac{5kT}{2}$

Written

01. গ্যাসের গতিতত্ত্ব অনুসারে, আদর্শ গ্যাসের চাপ সমীকরণ $P = \frac{\rho v^2}{3}$, যেখানে ρ গ্যাসের ঘনত্ব এবং v^2 অণুর গড় বর্গ বেগ নির্দেশ করে। দেখাও যে, আদর্শ গ্যাসের ক্ষেত্রে অণুর গড় গতিশক্তি $E = \frac{3kT}{2}$ । [DU' 21-22]
 সমাধান: আদর্শ গ্যাসের ক্ষেত্রে, $P = \frac{1}{3}\rho v^2 \Rightarrow P = \frac{1}{3} \times \frac{m}{V} v^2$ [m = মোট ভর]
 $\Rightarrow PV = \frac{1}{3}(n \times M)v^2$ [n mol গ্যাসের ভর = n × M]
 $\Rightarrow nRT = \frac{1}{3}nMv^2 \therefore v^2 = \frac{3RT}{M} \therefore$ মোট গতিশক্তি $= \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2} \times (n \times M) \times \frac{3RT}{M} = \frac{3}{2}nRT$
 \therefore গড় গতিশক্তি $= \frac{\frac{3}{2}nRT}{N} = \frac{\frac{3}{2}nRT}{n \times N_A} \left[n = \frac{N}{N_A} \right] = \frac{3}{2}kT \left[k = \frac{R}{N_A} \right]$

Type-05: গড় মুক্ত পথ

Formula & Concept:

- গ্যাসের অণুগুলোর পরপর ধাক্কার মধ্যবর্তী অতিক্রান্ত গড় দূরত্বকে গড় মুক্ত পথ বলে। একে λ দ্বারা চিহ্নিত করা হয়।
- ক্লসিয়াসের মতে, $\lambda = \frac{1}{\pi\sigma^2 n}$ [n = একক আয়তনে গ্যাসের অণু সংখ্যা; σ = অণুর ব্যাস]
- বোল্টজম্যানের মতে, $\lambda = \frac{3}{4} \frac{1}{n\pi\sigma^2}$
- ম্যাক্সওয়েলের মতে, $\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}n\pi\sigma^2}$ [Note: কিছু না বলা থাকলে ম্যাক্সওয়েলের সূত্র ব্যবহার করবে]
- গড় মুক্ত পথ গ্যাসের তাপমাত্রার সমানুপাতিক। অর্থাৎ, $\lambda \propto T$
- গড় মুক্ত পথ গ্যাসের ঘনত্বের ব্যস্তানুপাতিক। অর্থাৎ, $\lambda \propto \frac{1}{\rho}$
- গড় মুক্ত পথ গ্যাসের চাপের ব্যস্তানুপাতিক। অর্থাৎ, $\lambda \propto \frac{1}{P}$
- গড় মুক্ত পথ গ্যাসের অণুর ব্যাসের বর্গের ব্যস্তানুপাতিক। অর্থাৎ, $\lambda \propto \frac{1}{\sigma^2}$
- প্রতি সেকেন্ডে সংঘর্ষ সংখ্যা $= \frac{C_{rms}}{\lambda}$

MCQ

01. কোনো স্থানের বায়ুর প্রতি একক আয়তনে উপস্থিত জলীয় বাষ্পের ভরকে বলে ঐ স্থানের— [RU'23-24] [Ans: c]
 (a) আর্দ্রতা (b) শিশিরাঙ্ক (c) পরম আর্দ্রতা (d) আপেক্ষিক আর্দ্রতা
- সমাধান: আপেক্ষিক আর্দ্রতা: কোনো নির্দিষ্ট তাপমাত্রায় একটি নির্দিষ্ট আয়তনের বায়ুতে যে পরিমাণ জলীয় বাষ্প থাকে ঐ তাপমাত্রায় সেই আয়তনের বায়ুকে সম্পৃক্ত করতে যে পরিমাণ জলীয় বাষ্পের প্রয়োজন হয়, তাদের অনুপাতকে আপেক্ষিক আর্দ্রতা বলে।
- পরম আর্দ্রতা: কোনো সময় কোনো স্থানের একক আয়তনের বায়ুতে যে পরিমাণ জলীয় বাষ্প থাকে, তাকে ঐ বায়ুর পরম আর্দ্রতা বলে।
- শিশিরাঙ্ক: যে তাপমাত্রায় একটি নির্দিষ্ট আয়তনের বায়ু তার ভেতরের জলীয় বাষ্প দ্বারা সম্পৃক্ত হয়, তাকে ঐ বায়ুর শিশিরাঙ্ক বলে। অথবা, যে তাপমাত্রায় শিশির জমতে বা অদৃশ্য হতে শুরু করে, তাকে শিশিরাঙ্ক বলে।

02. গ্যাসের অণুর গড় মুক্তপথ (λ) ও ঘনত্ব (ρ) এর মধ্যে সম্পর্ক- [GST'22-23; RU'21-22; JnU'16-17] [Ans: b]

- (a) $\lambda \propto \rho$ (b) $\lambda \propto \frac{1}{\rho}$ (c) $\lambda \propto \frac{1}{\rho^2}$ (d) $\lambda \propto \rho^2$

সমাধান: $\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}n\pi\sigma^2}$; $n =$ আণবিক ঘনত্ব \propto গ্যাসের ঘনত্ব $\therefore \lambda \propto \frac{1}{\rho}$

03. একটি গ্যাস অণুর ব্যাস 2×10^{-10} m এবং প্রতি ঘন সেন্টিমিটারে অণুর সংখ্যা 3×10^{19} হলে গ্যাস অণুর গড় মুক্তপথ হবে- [DU'16-17] [Ans: c]

- (a) 3×10^{-3} cm (b) 3×10^4 cm (c) 3×10^{-5} cm (d) 6×10^{-6} cm

সমাধান: $\lambda = \frac{1}{n\pi\sigma^2} = \frac{1}{3 \times 10^{19} \times 3.1416 \times (2 \times 10^{-8})^2} = 2.65 \times 10^{-5} \approx 3 \times 10^{-5}$ cm [ক্যালকুলেটর ব্যবহার করে]

Type-06: শিশিরাক্ষ ও আপেক্ষিক আর্দ্রতা

Formula & Concept:

- যে তাপমাত্রায় একটি নির্দিষ্ট আয়তনের বায়ু তার ভেতরের জলীয় বাষ্প দ্বারা সম্পৃক্ত হয়, তাকে ঐ বায়ুর শিশিরাক্ষ বলে।
 - পরম আর্দ্রতা = একক আয়তনের বায়ুতে উপস্থিত জলীয়বাষ্প
 - আপেক্ষিক আর্দ্রতা, $R = \frac{f}{F} \times 100\%$
 - যেখানে, $f =$ বায়ুতে উপস্থিত জলীয় বাষ্পের চাপ = শিশিরাক্ষে সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ; $F =$ বায়ুর তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ
 - সম্পৃক্ত বাষ্প বয়েল ও চার্লসের সূত্র মেনে চলে না, কিন্তু অসম্পৃক্ত বাষ্প মেনে চলে।
 - গ্লোসিয়ারের সূত্র, $\theta_1 - \theta = G(\theta_1 - \theta_2)$
 - যেখানে, $\theta_1 =$ শুষ্ক বাল্ব থার্মোমিটারের তাপমাত্রা (কক্ষ তাপমাত্রা); $\theta_2 =$ আর্দ্র বাল্ব থার্মোমিটারের তাপমাত্রা
 - $G =$ গ্লোসিয়ারের ধ্রুবক; $\theta =$ শিশিরাক্ষ
 - দুইটি থার্মোমিটারের তাপমাত্রার পার্থক্য ($\theta_1 - \theta_2$) যত বেশি হবে, আপেক্ষিক আর্দ্রতা তত কম হবে।
- [Note: গ্লোসিয়ারের ধ্রুবকের মান সর্বদা কক্ষ তাপমাত্রায় দেয়া থাকবে।]

MCQ

01. অসম্পৃক্ত বাষ্পের ক্ষেত্রে কোনটি সঠিক নয়? [RU'22-23] [Ans: c]

- (a) অসম্পৃক্ত বাষ্প বয়েলের সূত্র মানে (b) অসম্পৃক্ত বাষ্প আবদ্ধ স্থানে তৈরি হয়
(c) তাপমাত্রা বৃদ্ধি করে অসম্পৃক্ত বাষ্পকে সম্পৃক্ত বাষ্পে পরিণত করা যায়
(d) অসম্পৃক্ত বাষ্প চার্লসের সূত্র মেনে চলে

02. 27°C তাপমাত্রায় বায়ুর আপেক্ষিক আর্দ্রতা 70% এবং শিশিরাক্ষে সম্পৃক্ত জলীয়বাষ্প চাপ 14×10^{-3} mHg হলে ঐ তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয়বাষ্প চাপ কত mHg? [GST'21-22] [Ans: c]

- (a) 12×10^{-3} (b) 16×10^{-3} (c) 20×10^{-3} (d) 22×10^{-3}

সমাধান: আপেক্ষিক আর্দ্রতা = $\frac{\text{শিশিরাক্ষের তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ}}{\text{ঐ তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয়বাষ্প চাপ}}$

\therefore ঐ তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয়বাষ্প চাপ = $\frac{14 \times 10^{-3}}{0.7}$ mHg = $\frac{14 \times 10^{-3}}{7} = \frac{14 \times 10^{-3} \times 10}{7} = 20 \times 10^{-3}$ mHg

03. 0°C তাপমাত্রায় জলীয় সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ কত? [JU'21-22]

- (a) শূন্য (b) 0.40 cm Hg (c) 76 cm Hg (d) অসীম

সমাধান: (সঠিক উত্তর নেই); $4.58 \text{ mm Hg} = 0.458 \text{ cm Hg}$

04. সম্পৃক্ত বাষ্প কোন সূত্র মেনে চলে? [JU'21-22] [Ans: d]

- (a) বয়েল এর সূত্র (b) চার্লস এর সূত্র (c) উভয়টিই (d) কোনোটিই নয়

[RU'20-21] [Ans: b]

05. কোনটি মিথ্যা?
 (a) আর্দ্রতামাপক যন্ত্রে দুই থার্মোমিটারের পাঠের পার্থক্য হ্রাস পেলে ঝড় হতে পারে
 (b) পর্বতের চূড়ায় বায়ু চাপ কম, পানির স্ফুটনাঙ্ক কম, তাই রান্না করা সহজ
 (c) বর্ষার দিন অপেক্ষা শীতকালে ভেজা কাপড় তাড়াতাড়ি শুকায়
 (d) বায়ুর পরম আর্দ্রতা $10^{-2} \text{ kg m}^{-3}$ দ্বারা বুঝায় যে, এক ঘনমিটার আয়তনের বায়ুতে 10 g জলীয় বাষ্প বিদ্যমান
06. শুষ্ক ও সিক্ত হাইগ্রোমিটারে বাষ্পের মধ্যে তাপমাত্রার পার্থক্য অধিক নির্দেশ করলে- [JU'19-20; RU'15-16] [Ans: b]
 (a) উচ্চ আপেক্ষিক আর্দ্রতা (b) নিম্ন আপেক্ষিক আর্দ্রতা (c) উচ্চ শিশিরাঙ্ক (d) নিম্ন শিশিরাঙ্ক
07. কোনো একদিনে বায়ুমণ্ডলের তাপমাত্রা 20°C এবং শিশিরাঙ্ক 15°C । 20°C ও 15°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ যথাক্রমে $4 \times 10^{-3} \text{ m}$ ও $2 \times 10^{-3} \text{ m}$ পারদ হলে, আপেক্ষিক আর্দ্রতা কত? [JU'14-15; RU'07-08] [Ans: c]
 (a) 20% (b) 40% (c) 50% (d) 60%
- সমাধান: $R = \frac{f}{F} = \frac{2 \times 10^{-3}}{4 \times 10^{-3}} = \frac{1}{2} = 50\%$
08. শিশিরাঙ্কের সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ F এবং বায়ুর তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ f হলে, আপেক্ষিক আর্দ্রতা R =? [JU'14-15] [Ans: c]
 (a) $R = \frac{f}{F}$ (b) $R = \frac{f}{F} \times 100\%$ (c) $R = \frac{F}{f} \times 100\%$ (d) $R = \frac{F}{F}$

Type-07: বিবিধ

Formula & Concept:

- > চার্লসের সূত্রানুসারে, $V_\theta = V_0(1 + \gamma_p \theta)$
 এখানে, $\gamma_p =$ স্থির চাপে গ্যাসের আয়তন প্রসারণ গুণাঙ্ক $= \left(\frac{1}{273}\right)^\circ \text{C}^{-1}$
 $V_0 = 0^\circ \text{C}$ তাপমাত্রায় আয়তন; $V_\theta = \theta^\circ \text{C}$ তাপমাত্রায় আয়তন এখান থেকে আমরা পরমশূন্য তাপমাত্রা নির্ণয় করতে পারি।
- > গে-লুসাকের সূত্রানুসারে, $P_\theta = P_0(1 + \gamma_v \theta)$; এখানে, $\gamma_v =$ স্থির আয়তনে গ্যাসের চাপ প্রসারণ গুণাঙ্ক $= \left(\frac{1}{273}\right)^\circ \text{C}^{-1}$
 $P_0 = 0^\circ \text{C}$ তাপমাত্রায় চাপ, $P_\theta = \theta^\circ \text{C}$ তাপমাত্রায় চাপ। এখান থেকেও আমরা পরমশূন্য তাপমাত্রা নির্ণয় করতে পারি।

MCQ

01. স্থির চাপে নির্দিষ্ট কোনো গ্যাসের আয়তন 0°C তাপমাত্রায় 8 m^3 এবং 25°C তাপমাত্রায় 18 m^3 । ঐ গ্যাসটির স্থির চাপে আয়তন প্রসারণ কত হবে? [RU'21-22] [Ans: b]
 (a) $0.025^\circ \text{C}^{-1}$ (b) 0.05°C^{-1} (c) 0.01°C^{-1} (d) 0.04°C^{-1}
 সমাধান: $V_\theta = V_0(1 + \gamma_p \theta) \Rightarrow \frac{18}{8} = 1 + (\gamma_p \times 25) \Rightarrow \gamma_p = 0.05^\circ \text{C}^{-1}$
02. চাপ বৃদ্ধি পেলে স্ফুটনাঙ্ক- [RU'20-21] [Ans: b]
 (a) কমে (b) বাড়ে (c) অপরিবর্তিত থাকে (d) কোনোটিই নয়
 সমাধান: পাহাড়ের চূড়ায় চাপ কম, তাই পানির স্ফুটনাঙ্ক কমে যায় ($< 100^\circ \text{C}$)।
03. কেউ যদি পাহাড়ের চূড়ায় পানি ফুটতে চায় তবে তাকে কত তাপমাত্রায় ফোটাতে হবে? [DU'08-09] [Ans: b]
 (a) 100°C এর বেশি (b) 100°C এর কম (c) 100°C (d) অনির্ণেয়

যার মাঝে সীমাহীন উৎসাহ, বুদ্ধি ও একটানা কাজ করার গুণ থাকে, তবে তার সফল হওয়ার সম্ভাবনা সবচেয়ে বেশি।
 - Dale Carnegie

ঊদ্ভামিশ আলোর মাঝে
দেখো তোমার মুখ;
জীবন মানে সংগ্রাম
আর বিজয় মানে সুখ।



দেশব্যাপী ঊদ্ভাম-এর শাখাসমূহের ঠিকানা দেখতে
QR কোডটি স্ক্যান করো



অনলাইনে ভর্তির জন্য ভিজিট করো অথবা ফোন করো

🌐 www.udvash.com ☎ 09666775566