

শাহজাহান তপন, আজিজ হাসান ও রানা চৌধুরী স্যারের
বইয়ের গাণিতিক সমস্যাবলির সমাধান

- ১। একজন শিক্ষার্থী একটি লোহার সিলিণ্ডারের দৈর্ঘ্য সাত বার পরিমাপ করে পাঠ পেলো যথাক্রমে 7.62 cm, 7.66 cm, 7.63 cm, 7.59 cm, 7.60 cm, 7.64 cm এবং 7.61 cm।
নির্ণয় কর: (i) দণ্ডটির দৈর্ঘ্যের গাণিতিক গড়, (ii) গড় মান হতে বিচ্যুতি, (iii) গড় বিচ্যুতি, (iv) আপেক্ষিক ত্রুটি, (v) শতকরা ত্রুটি, (vi) প্রমাণ বিচ্যুতি।

সমাধান: এখানে,

লোহার সিলিণ্ডারের দৈর্ঘ্য, $l_1 = 7.62$ cm, $l_2 = 7.66$ cm, $l_3 = 7.63$ cm, $l_4 = 7.59$ cm, $l_5 = 7.60$ cm, $l_6 = 7.64$ cm এবং $l_7 = 7.61$ cm.

- (i) দণ্ডটির দৈর্ঘ্যের গাণিতিক গড়,

$$\bar{l} = \frac{l_1 + l_2 + l_3 + l_4 + l_5 + l_6 + l_7}{7}$$

$$= \frac{7.62 + 7.66 + 7.63 + 7.59 + 7.60 + 7.64 + 7.61}{7}$$

$$= 7.62 \text{ cm (Ans.)}$$

- (ii) গড় মান হতে বিচ্যুতি,

$$\Delta l_1 = l_1 - \bar{l} = 7.62 - 7.62 = 0 \text{ cm}$$

$$\Delta l_2 = l_2 - \bar{l} = 7.66 - 7.62 = 0.04 \text{ cm}$$

$$\Delta l_3 = l_3 - \bar{l} = 7.63 - 7.62 = 0.01 \text{ cm}$$

$$\Delta l_4 = l_4 - \bar{l} = 7.59 - 7.62 = -0.03 \text{ cm}$$

$$\Delta l_5 = l_5 - \bar{l} = 7.60 - 7.62 = -0.02 \text{ cm}$$

$$\Delta l_6 = l_6 - \bar{l} = 7.64 - 7.62 = 0.02 \text{ cm}$$

$$\Delta l_7 = l_7 - \bar{l} = 7.61 - 7.62 = -0.01 \text{ cm (Ans.)}$$

- (iii) গড় বিচ্যুতি, $\Delta \bar{l} = \frac{|\Delta l_1| + |\Delta l_2| + |\Delta l_3| + |\Delta l_4| + |\Delta l_5| + |\Delta l_6| + |\Delta l_7|}{7}$
- $$= \frac{0 + 0.04 + 0.01 + 0.03 + 0.02 + 0.02 + 0.01}{7}$$
- $$= 0.0186 \text{ cm (Ans.)}$$

- (iv) আপেক্ষিক ত্রুটি,

$$\Delta L = \frac{\Delta \bar{l}}{\bar{l}} = \frac{0.0186}{7.62} = 2.44 \times 10^{-3} = 0.00244$$

- (v) শতকরা ত্রুটি = $\frac{\Delta \bar{l}}{\bar{l}} \times 100\%$

$$= \frac{0.0186}{7.62} \times 100\%$$

$$= 0.244\% \text{ (Ans.)}$$

- (vi) প্রমাণ বিচ্যুতি,

$$S.D = \sqrt{\frac{(\Delta l_1)^2 + (\Delta l_2)^2 + (\Delta l_3)^2 + (\Delta l_4)^2 + (\Delta l_5)^2 + (\Delta l_6)^2 + (\Delta l_7)^2}{7}}$$

$$= \sqrt{\frac{0^2 + (0.04)^2 + (0.01)^2 + (0.03)^2 + (0.02)^2 + (0.02)^2 + (0.01)^2}{7}}$$

$$= 0.0224 \text{ cm}$$

২। $m = (1.5 \pm 0.2) \text{ kg}$ ভরের একটি গোলকে $r = (2.5 \pm 0.1) \text{ m}$ দৈর্ঘ্য একটি সুতা দ্বারা অনুভূমিক বৃত্তাকার পথে $v = (15 \pm 0.5) \text{ ms}^{-1}$ দ্রুতিতে ঘুরানো হচ্ছে। গোলকটির উপর ত্রিঘ্নাশীল বলের মান $F = \frac{mv^2}{r}$ হলে বল নির্ণয়ে (i) আনুপাতিক ত্রুটি এবং (ii) শতকরা ত্রুটি নির্ণয় করো।

সমাধান: এখানে,

(i)

$$\text{ভর, } m = (1.5 \pm 0.2) \text{ kg}$$

$$\therefore \Delta m = 0.2 \text{ kg}$$

$$\text{ব্যাসার্ধ, } r = (2.5 \pm 0.1) \text{ m}$$

$$\therefore \Delta r = 0.1 \text{ m}$$

$$\text{বেগ, } v = (15 \pm 0.5) \text{ ms}^{-1}$$

$$\therefore \Delta v = 0.5 \text{ ms}^{-1}$$

\therefore বল নির্ণয়ে আনুপাতিক ত্রুটি,

$$\begin{aligned} \frac{\Delta F}{F} &= \frac{\Delta m}{m} + 2 \frac{\Delta v}{v} + \frac{\Delta r}{r} \\ &= \frac{0.2}{1.5} + 2 \times \frac{0.5}{15} + \frac{0.1}{2.5} \\ &= 0.1333 + 0.0666 + 0.04 \\ &= 0.24 \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

(ii) শতকরা ত্রুটি = আনুপাতিক ত্রুটি $\times 100\%$
 $= 0.24 \times 100\%$
 $= 24\% \text{ (Ans.)}$

৩। একজন ছাত্র পরীক্ষাগারে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান গোল 9.78 ms^{-2} । আবার সে যখন 0.02 kg ভরের একটি বাটখারাকে স্প্রিং নিষ্ক্রিতে ঝুলিয়ে দিল তখন দেখল 0.196 N বল দেখাচ্ছে। তার নির্ণীত অভিকর্ষজ ত্বরণের শতকরা ত্রুটি নির্ণয় কর।

সমাধান: এখানে,

$$\text{পরিমাপ্য মান, } y = 9.78 \text{ ms}^{-2}$$

$$\text{নিষ্ক্রিতে চাপানো ভর, } m = 0.02 \text{ kg}$$

$$\text{বল, } F = 0.196 \text{ N}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{অভিকর্ষজ ত্বরণ, } g &= \frac{F}{m} \\ &= \frac{0.196}{0.02} = 9.8 \text{ ms}^{-2} \end{aligned}$$

$$\therefore \text{প্রকৃত মান, } x = 9.8 \text{ ms}^{-2}$$

আমরা জানি,

$$\begin{aligned} \text{ত্রুটির শতকরা হার} &= \frac{x-y}{x} \times 100\% \\ &= \frac{9.8 - 9.78}{9.8} \times 100\% = 0.204\% \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

৪-১৩ নং পর্যন্ত বুয়েট, কুয়েট, চুয়েট অংশে সমাধান দ্রষ্টব্য

বুয়েট, কুয়েট, রুয়েট, চুয়েট, মেডিকেল, টেক্সটাইল, বিশ্ববিদ্যালয়ের
বিগত বছরের ভর্তি পরীক্ষার গাণিতিক সমস্যাবলির সমাধান

- ◆ কোন বস্তুর ভর $100 \text{ kg} \pm 2\%$ এবং আয়তন $10 \text{ m}^3 \pm 3\%$ হলে ঐ বস্তুর ঘনত্বের শতকরা ত্রুটি কত হবে? [বাকুবি ১৮-১৯]
- A. 0.1% B. 0.5%
C. 5% D. 10%

Ans: Blank.

সমাধান: ঘনত্বের শতকরা ত্রুটি = $\left(\frac{\Delta M}{M} \frac{\Delta V}{V}\right) \times 100\% = \left(\frac{2}{100} + \frac{3}{10}\right) \times 100\% = 32\%$

- ◆ ত্রিমাত্রিক কোণের একক কোনটি? [জাবি ১৮-১৯]
- A. রেডিয়ান B. স্টেরিডিয়ান
C. ডিগ্রি D. সব

Ans: B

- ◆ চট্টগ্রামে অভিকর্ষজ ত্বরণের আদর্শ মান 9.8 ms^{-2} । একজন ছাত্র ল্যাবরেটরিতে এর মান পেলো 9.7 ms^{-2} । মান নির্ণয়ে ছাত্রটির শতকরা ত্রুটি কত? [কুবি ১৮-১৯]
- A. 1.02% B. 10.2%
C. 12% D. 10%

Ans: A

NOTE BASKET

সমাধান: ত্রুটির শতকরা হার = $\frac{x-y}{x} \times 100\% = \frac{9.8-9.7}{9.8} \times 100\% = 1.02\%$

- ◆ একটি গোলকের ব্যাসার্ধ পরিমাপ করে পাওয়া গেল $[1.5 \pm 0.1] \text{ cm}$ । এর ভিত্তিতে গোলকটির আয়তন পরিমাপ করলে শতকরা ত্রুটি কত হবে? [কুবি ১৮-১৯]
- A. 20% B. 2.0%
C. 2.2% D. 22%

Ans: A

সমাধান: $\frac{\Delta V}{V} = \frac{3\Delta r}{r} = \frac{3 \times 0.1}{1.5} = 0.2$ শতকরা ত্রুটি = $\frac{\Delta V}{V} \times 100\% = 20\%$

- ◆ পর্যবেক্ষকের দৃষ্টির দিক পরিবর্তনের সাথে লক্ষ্যবস্তুর আপাত পরিবর্তনজনিত পরিমাপের ত্রুটিকে বলে- [কুবি ১৮-১৯]
- A. প্রান্তদাগ ত্রুটি B. সূচক ত্রুটি
C. লম্বন ত্রুটি D. ব্যক্তিগত ত্রুটি

Ans: C

- ◆ নিউটনীয় বা চিরায়িত বলবিদ্যার মৌলিক রাশি নয় কোনটি? [কুবি ১৮-১৯]
- A. স্থান B. সময় বা কাল
C. বেগ D. ভর

- ◆ কোন ভৌত রাশির মাত্রার সংখ্যা : [জাবি, খুবি ১৮-১৯]
- A. শূন্য B. একটি
C. একধিক D. B, C

Ans: B

- ◆ একটি ভার্নিয়ার ক্যালিপার্সের ভার্নিয়ার স্কেলে 50টি ভাগ আছে যা প্রধান স্কেলের 49 ভাগের সাথে মিলে যায়। ভার্নিয়ার ধ্রুবক কত? দেওয়া আছে, প্রতি সে.মি. এ প্রধান স্কেলে 20টি ভাগ [কুবি ১৮-১৯]
- A. $100 \mu\text{m}$ B. $1000 \mu\text{m}$
C. $10 \mu\text{m}$ D. $1 \mu\text{m}$

Ans: C

সমাধান: $V.C = \frac{5 \times 10^{-4}}{50} = 10 \mu\text{m}$

- ◆ মৌলিক একক হলো- [রাবি ১৮-১৯]

(i) কি.গ্রা., মিটার ও সেকেন্ড

(ii) সেকেন্ড ও ভোল্ট

(iii) কেলভিন, ক্যান্ডেলা ও নিউটন

- A. i B. ii C. i ও iii D. i, ii ও iii Ans: A

সমাধান: মৌলিক একক 3টি - দৈর্ঘ্য, ভর ও সময়ের একক (m, kg, sec)

**শাহজাহান তপন, আজিজ হাসান ও রানা চৌধুরী স্যারের
বইয়ের গাণিতিক সমস্যাবলির সমাধান**

- ১। কোন এক বিন্দুতে একই সময় 10N এবং 6N মানের ভেক্টর 60° কোণে ক্রিয়া করলে ভেক্টর দুটির লব্ধির মান নির্ণয় কর।

সমাধান: আমরা জানি,

$$R = \sqrt{P^2 + Q^2 + 2PQ \cos \alpha}$$

$$= \sqrt{(10N)^2 + (6N)^2 + 2 \times 10N \times 6N \times \cos 60^\circ}$$

$$= \sqrt{100 + 36 + 60N}$$

$$= \sqrt{196N}$$

$$\therefore R = 14N$$

অতএব, ভেক্টর দুটির লব্ধির মান 14 N

এখানে,

প্রথম রাশির মান, $P = 10N$

দ্বিতীয় রাশির মান, $Q = 6N$

রাশিদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণ, $\alpha = 60^\circ$

লব্ধি ভেক্টর $R = ?$

NOTE BASKET

- ২। একটি নদীর শ্রোতের বেগ 5 kmh^{-1} । শ্রোতের সাথে 60° কোণে 4 kmh^{-1} বেগের একটি নৌকা চালনা করলে নৌকা প্রকৃতপক্ষে কত বেগে কোন দিকে চলবে?

সমাধান:

$$\therefore \text{লব্ধি বেগ, } R = \sqrt{P^2 + Q^2 + 2PQ \cos \alpha}$$

$$= \sqrt{5^2 + 4^2 + 2 \times 5 \times 4 \times \cos 60^\circ}$$

$$= 7.81$$

$$\therefore \text{নৌকার লব্ধি বেগ, } R = 7.81 \text{ kmh}^{-1}$$

আমরা জানি,

$$\tan \theta = \frac{Q \sin \alpha}{P + Q \cos \alpha} = \frac{4 \sin 60^\circ}{5 + 4 \cos 60^\circ} = \frac{3.464}{5 + 2}$$

$$\therefore \theta = \tan^{-1}(0.495) = 26.33^\circ$$

\therefore নৌকাটি 7.81 kmh^{-1} বেগে শ্রোতের সাথে 26.33° কোণ করে চলবে।

এখানে,

শ্রোতের বেগ, $P = 5 \text{ kmh}^{-1}$

নৌকার বেগ, $Q = 4 \text{ kmh}^{-1}$

মধ্যবর্তী কোণ, $\alpha = 60^\circ$

লব্ধি বেগ ও শ্রোতের মধ্যবর্তী কোণ, θ

$= ?$

লব্ধি বেগ, $R = ?$

- ৩। একই বিন্দুতে ক্রিয়াশীল দুটি সমান মানের ভেক্টরের মধ্যবর্তী কোণ কত হলে এদের লব্ধির মান যে কোনো একটি ভেক্টরের মানের সমান হবে।

সমাধান: এখানে, একই বিন্দুতে ক্রিয়াশীল দুটি ভেক্টরের মান সমান এবং লব্ধি ভেক্টরের মান ক্রিয়াশীল যেকোন একটি ভেক্টরের মানের সমান।

আমরা জানি,

$$R^2 = P^2 + Q^2 + 2PQ \cos \alpha$$

$$\text{বা, } P^2 = P^2 + P^2 + 2 \times P \times P \cos \alpha$$

$$\text{বা, } P^2 = 2P^2 + 2P^2 \cos \alpha$$

$$\text{বা, } 1 = 2 + 2 \cos \alpha \text{ [উভয় পক্ষকে } P^2 \text{ দ্বারা ভাগ করে]}$$

$$\text{বা, } \cos \alpha = -\frac{1}{2}$$

$$\text{বা, } \alpha = \cos^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right)$$

$$\text{বা, } \alpha = \cos^{-1} \cos 120^\circ \text{ [}\therefore \theta = \cos^{-1} \cos \theta \text{]}$$

$$\therefore \alpha = 120^\circ$$

অতএব, ভেক্টরদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণ 120°

ধরি,

প্রথম ভেক্টর, $P = P$

দ্বিতীয় ভেক্টর, $Q = P$

লব্ধি ভেক্টর, $R = P$

NOTE BASKET

- ৪। একটি নদীতে শ্রোতের বেগ 5 kmh^{-1} । একটি নৌকাকে 10 kmh^{-1} বেগে চালনা করা যায়। কোন দিকে নৌকা চালালে অপর পাড়ে ঠিক সোজাসুজি পৌঁছা যায়?

সমাধান: লব্ধি বেগ w শ্রোতের বেগ v এর সাথে 90° কোণ উৎপন্ন করে এবং নৌকা ও শ্রোতের বেগের মধ্যবর্তী কোণ α

তাহলে, v বরাবর w এর অংশক

$$w \cos 90^\circ = v + u \cos \alpha$$

$$\text{বা, } 0 = 5 + 10 \cos \alpha$$

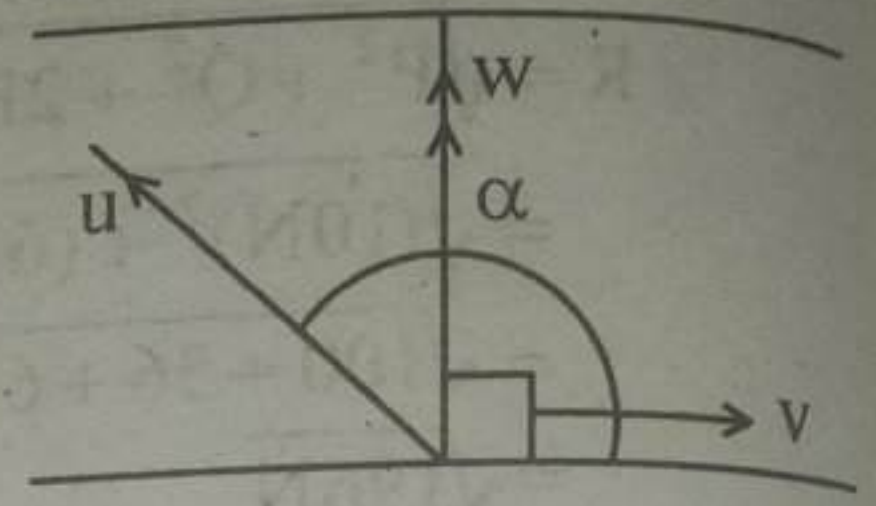
$$\text{বা, } \cos \alpha = \frac{-5}{10}$$

$$= -\frac{1}{2}$$

$$= \cos 120^\circ$$

$$\therefore \alpha = 120^\circ$$

\therefore নৌকাকে শ্রোতের সাথে 120° কোণে চালালে সোজাসুজি অপরপাড়ে পৌঁছানো যাবে।



এখানে,

শ্রোতের বেগ, $v = 5 \text{ kmh}^{-1}$

নৌকার বেগ, $u = 10 \text{ kmh}^{-1}$

লব্ধি বেগ, w

NOTE BASKET

- ৫। কোনো বস্তুকে 10N বলে দক্ষিণ দিকের সাথে 30° কোণে পশ্চিম দিকে টানা হলে বলের দক্ষিণমুখী ও পশ্চিমমুখী উপাংশের মান কত?

সমাধান: চিত্র হতে পাই,

$$v_w = v \sin \theta$$

$$= 10\text{N} \times \sin 30^\circ$$

$$= 5\text{N}$$

আবার,

$$v_s = v \cos \theta$$

$$= 10\text{N} \times \cos 30^\circ$$

$$= 8.66\text{N}$$

অতএব, বলের দক্ষিণমুখী ও পশ্চিমমুখী উপাংশের মান যথাক্রমে 5N ও 8.66N

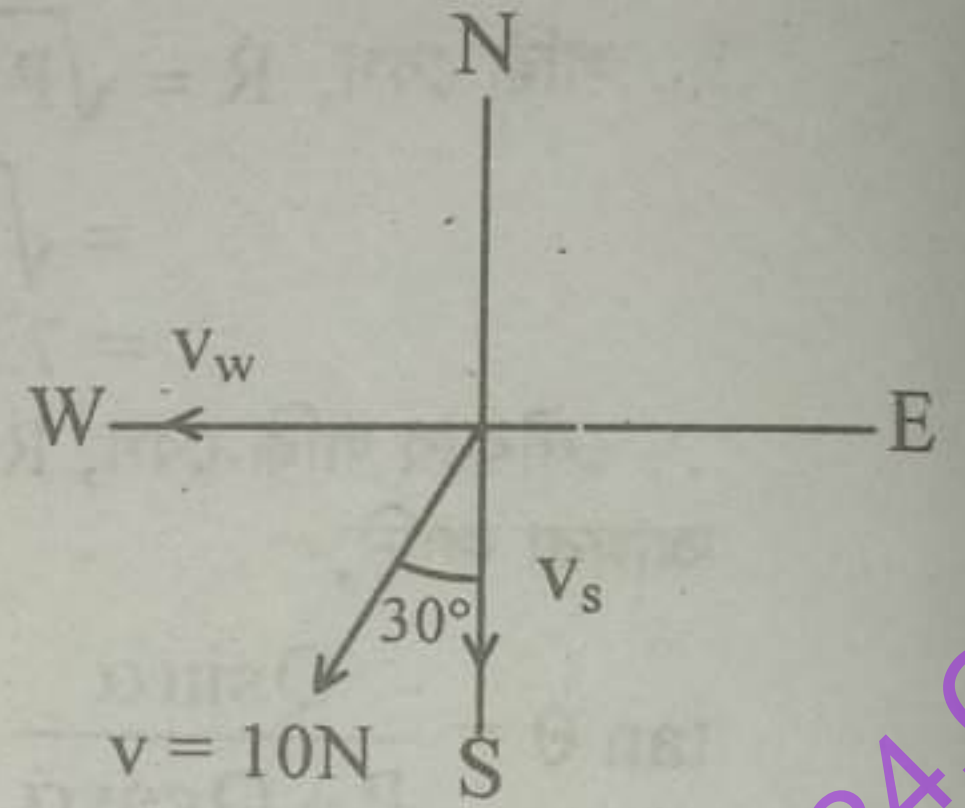
এখানে,

বল, $v = 10\text{N}$

দক্ষিণ দিকের সাথে কোণ, $\theta = 30^\circ$

বলের দক্ষিণমুখী উপাংশ $v_s = ?$

বলের পশ্চিমমুখী উপাংশ $v_w = ?$



- ৬। $\vec{A} = 3\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$, $\vec{B} = 2\hat{i} - 4\hat{j} - 3\hat{k}$ এবং $\vec{C} = -\hat{i} + 2\hat{j} + 2\hat{k}$,

(i) $|\vec{C}| = ?$

(ii) $|\vec{A} + \vec{B} + \vec{C}| = ?$ এবং

(iii) $|2\vec{A} - 3\vec{B} - 5\vec{C}| = ?$

সমাধান:

(i) $\vec{C} = -\hat{i} + 2\hat{j} + 2\hat{k}$

$$\therefore |\vec{C}| = \sqrt{(-1)^2 + (2)^2 + (2)^2} = \sqrt{1+4+4} = \sqrt{9} = 3$$

(ii) $\vec{A} + \vec{B} + \vec{C} = 3\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k} + 2\hat{i} - 4\hat{j} - 3\hat{k} - \hat{i} + 2\hat{j} + 2\hat{k} = 4\hat{i} - 4\hat{j}$

$$\therefore |\vec{A} + \vec{B} + \vec{C}| = \sqrt{(4)^2 + (-4)^2}$$

$$= \sqrt{16+16} = \sqrt{32} = \sqrt{16 \times 2} = 4\sqrt{2}$$

এখানে,

$$\vec{A} = 3\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$$

$$\vec{B} = 2\hat{i} - 4\hat{j} - 3\hat{k}$$

$$\vec{C} = -\hat{i} + 2\hat{j} + 2\hat{k}$$

$$\begin{aligned}
 \text{(iii)} \quad 2\vec{A} - 3\vec{B} - 5\vec{C} &= 2(3\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}) - 3(2\hat{i} - 4\hat{j} - 3\hat{k} - 5(-\hat{i} + 2\hat{j} + 2\hat{k})) \\
 &= 6\hat{i} - 4\hat{j} + 2\hat{k} - 2\hat{k} - 6\hat{i} + 12\hat{j} + 9\hat{k} + 5\hat{i} - 10\hat{j} - 10\hat{k} \\
 &= 5\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \therefore |2\vec{A} - 3\vec{B} - 5\vec{C}| &= \sqrt{(5)^2 + (-2)^2 + (1)^2} \\
 &= \sqrt{25 + 4 + 1} \\
 &= \sqrt{30}
 \end{aligned}$$

৭। $\vec{A} = 2\hat{i} + 4\hat{j} - 5\hat{k}$ এবং $\vec{B} = \hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$ । \vec{A} ও \vec{B} এর লব্ধি ভেক্টরের সমান্তরাল একক ভেক্টরটি নির্ণয় কর।

সমাধান: লব্ধি,

$$\begin{aligned}
 \vec{R} &= \vec{A} + \vec{B} \\
 &= 2\hat{i} + 4\hat{j} - 5\hat{k} + \hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k} \\
 &= 3\hat{i} + 6\hat{j} - 2\hat{k}
 \end{aligned}$$

মুনে করি, লব্ধির সমান্তরালে একক ভেক্টর $= \hat{r}$

$$\therefore \hat{r} = \pm \frac{\vec{R}}{|\vec{R}|}$$

$$= \pm \frac{3\hat{i} + 6\hat{j} - 2\hat{k}}{\sqrt{3^2 + 6^2 + (-2)^2}}$$

$$= \pm \frac{3\hat{i} + 6\hat{j} - 2\hat{k}}{\sqrt{49}}$$

$$= \frac{3\hat{i} + 6\hat{j} - 2\hat{k}}{7}$$

$$= \pm \frac{1}{7}(3\hat{i} + 6\hat{j} - 2\hat{k})$$

নির্ণেয় লব্ধি ভেক্টরের সমান্তরাল একক ভেক্টরটি হলো $\pm \frac{1}{7}(3\hat{i} + 6\hat{j} - 2\hat{k})$

৮। দেখাও যে $\vec{A} = 2\hat{i} + 4\hat{j} + 7\hat{k}$ এবং $\vec{B} = 3\hat{i} - 5\hat{j} + 2\hat{k}$ ভেক্টর দুটি পরস্পর সমকোণে অবস্থিত।

সমাধান: ভেক্টরদ্বয় সমকোণে তখনই অবস্থিত হবে যখন $\vec{A} \cdot \vec{B} = 0$

$$\begin{aligned}
 \therefore \vec{A} \cdot \vec{B} &= (2\hat{i} + 4\hat{j} + 7\hat{k}) \cdot (3\hat{i} - 5\hat{j} + 2\hat{k}) \\
 &= 2 \times 3 (\hat{i} \cdot \hat{i}) + 4 \times (-5) (\hat{j} \cdot \hat{j}) + 7 \times 2 (\hat{k} \cdot \hat{k}) \\
 &= 6 \times 1 - 20 \times 1 + 14 \times 1 \\
 &= 6 - 20 + 14 = 0
 \end{aligned}$$

যেহেতু $\vec{A} \cdot \vec{B} = 0$

ভেক্টরদ্বয় পরস্পর সমকোণে অবস্থিত। (Shown)

NOTE BASKET

এখানে,

$$\vec{A} = 2\hat{i} + 4\hat{j} - 5\hat{k}$$

$$\vec{B} = \hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$$

www.Educationblog24.Com

www.Educationblog24.Com

৯। $\vec{A} = 2\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$ এবং $\vec{B} = 6\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k}$ হলে \vec{A} ও \vec{B} এর মধ্যবর্তী কোণ নির্ণয় কর।

সমাধান: আমরা জানি,

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = AB \cos \theta$$

$$\text{বা, } \cos \theta = \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{AB}$$

$$= \frac{(2\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}) \cdot (6\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k})}{\sqrt{2^2 + 2^2 + (-1)^2} \times \sqrt{6^2 + (-3)^2 + 2^2}}$$

$$= \frac{12 - 6 - 2}{\sqrt{9} \times \sqrt{49}}$$

$$= \frac{4}{3 \times 7} = \frac{4}{21}$$

$$\therefore \theta = \cos^{-1}\left(\frac{4}{21}\right) = 79^\circ$$

অতএব, \vec{A} ও \vec{B} এর মধ্যবর্তী কোণ 79°

১০। $\vec{A} = 2\hat{i} + 3\hat{j} - 6\hat{k}$ এবং $\vec{B} = m\hat{i} + 2\hat{j} + 10\hat{k}$ । m এর মান কত হলে, \vec{A} ও \vec{B} পরস্পরের উপর লম্ব হবে?

সমাধান: ভেক্টরদ্বয় পরস্পর লম্ব হলে, এদের ডট গুণফল শূন্য হবে অর্থাৎ,

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = 0$$

$$\text{বা, } (2\hat{i} + 3\hat{j} - 6\hat{k}) \cdot (m\hat{i} + 2\hat{j} + 10\hat{k}) = 0$$

$$\text{বা, } 2m + 6 - 60 = 0$$

$$\text{বা, } 2m = 54$$

$$\text{বা, } m = 27$$

অতএব, m এর মান 27 হলে ভেক্টরদ্বয় লম্ব হবে।

১১। দুটি ভেক্টর $\vec{A} = \hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ এবং $\vec{B} = 2\hat{i} - 3\hat{j} + 6\hat{k}$ এর ভেক্টর গুণফল এবং এদের মধ্যবর্তী কোণ নির্ণয় কর।

সমাধান: ধরি,

\vec{A} ও \vec{B} এর মধ্যবর্তী কোণ θ

\vec{A} ও \vec{B} এর ভেক্টর গুণফল,

$$\vec{A} \times \vec{B} = (\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}) \times (2\hat{i} - 3\hat{j} + 6\hat{k})$$

$$= \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 1 & -1 & 1 \\ 2 & -3 & 6 \end{vmatrix}$$

$$= \hat{i}(-6 + 3) - \hat{j}(6 - 2) + \hat{k}(-3 + 2)$$

$$= -3\hat{i} - 4\hat{j} - \hat{k}$$

এখানে,

$$\vec{A} = 2\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$$

$$\vec{B} = 6\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k}$$

NOTE BASKET

এখানে,

$$\vec{A} = 2\hat{i} + 3\hat{j} - 6\hat{k}$$

$$\vec{B} = m\hat{i} + 2\hat{j} + 10\hat{k}$$

$$m = 27$$

NOTE BASKET

এখানে,

$$\vec{A} = \hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$$

$$\vec{B} = 2\hat{i} - 3\hat{j} + 6\hat{k}$$

আবার.

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = AB \cos \theta$$

$$\text{বা, } \cos \theta = \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{AB}$$

$$\text{বা, } \cos \theta = \frac{(\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}) \cdot (2\hat{i} - 3\hat{j} + 6\hat{k})}{\sqrt{1+1+1} \times \sqrt{4+9+36}}$$

$$\text{বা, } \cos \theta = \frac{2+3+6}{\sqrt{3} \times \sqrt{49}}$$

$$\text{বা, } \theta = \cos^{-1} \left(\frac{11}{7\sqrt{3}} \right)$$

$$\therefore \theta = 24.87^\circ$$

সুতরাং ভেক্টর দুটির ভেক্টর গুণফল $-3\hat{i} - 4\hat{j} - \hat{k}$ এবং এদের মধ্যবর্তী কোণ 24.87°

১২। $\vec{A} = \hat{i} + 3\hat{j} + 2\hat{k}$, $\vec{B} = 3\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$ এবং $\vec{C} = 2\hat{i} - 3\hat{j} + 4\hat{k}$ হলে প্রমাণ কর যে,
 $(\vec{B} + \vec{C}) \times \vec{A} = \vec{B} \times \vec{A} + \vec{C} \times \vec{A}$

সমাধান:

$$\text{বামপক্ষ} = (\vec{B} + \vec{C}) \times \vec{A}$$

$$= (3\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k} + 2\hat{i} - 3\hat{j} + 4\hat{k}) \times (\hat{i} + 3\hat{j} + 2\hat{k})$$

$$= (5\hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k}) \times (\hat{i} + 3\hat{j} + 2\hat{k})$$

$$= \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 5 & -1 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{vmatrix}$$

$$= \hat{i}(-2-9) - \hat{j}(10-3) + \hat{k}(15+1)$$

$$= -11\hat{i} - 7\hat{j} + 16\hat{k}$$

$$\text{ডানপক্ষ} = \vec{B} \times \vec{A} + \vec{C} \times \vec{A}$$

$$= \{(3\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}) \times (\hat{i} + 3\hat{j} + 2\hat{k})\} + \{(2\hat{i} - 3\hat{j} + 4\hat{k}) \times (\hat{i} + 3\hat{j} + 2\hat{k})\}$$

$$= \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 3 & 2 & -1 \\ 1 & 3 & 2 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 2 & -3 & 4 \\ 1 & 3 & 2 \end{vmatrix}$$

$$= \{\hat{i}(4+3) - \hat{j}(6+1) + \hat{k}(9-2)\} + \{\hat{i}(-6-12) - \hat{j}(4-4) + \hat{k}(6-3)\}$$

$$= 7\hat{i} - 7\hat{j} + 7\hat{k} - 18\hat{i} - 0\hat{j} + 9\hat{k}$$

$$= -11\hat{i} - 7\hat{j} + 16\hat{k}$$

\therefore বামপক্ষ = ডানপক্ষ (প্রমাণিত)

১৩। $\vec{P} = \hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$ এবং $\vec{Q} = 3\hat{i} - 6\hat{j} + 3\hat{k}$ হলে দেখাও যে, \vec{P} ও \vec{Q} পরস্পর সমান্তরাল।

সমাধান: এখানে, $\vec{P} = \hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$

এবং $\vec{Q} = 3\hat{i} - 6\hat{j} + 3\hat{k}$

\vec{P} এবং \vec{Q} পরস্পর সমান্তরাল হবে, যদি $\vec{P} \times \vec{Q} = 0$ হয়।

এখানে,

$$\vec{A} = \hat{i} + 3\hat{j} + 2\hat{k}$$

$$\vec{B} = 3\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$$

$$\vec{C} = 2\hat{i} - 3\hat{j} + 4\hat{k}$$

NOTE BASKET

NOTE BASKET

$$\text{এখন, } \vec{P} \times \vec{Q} = (\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}) \times (\hat{i} - 6\hat{j} + 3\hat{k})$$

$$= \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 1 & -2 & 1 \\ 3 & -6 & 3 \end{vmatrix}$$

$$= \hat{i}(-6+6) - \hat{j}(3-3) + \hat{k}(-6+6) \\ = 0\hat{i} - 0\hat{j} + 0\hat{k} \\ = 0$$

∴ \vec{P} ও \vec{Q} পরস্পর সমান্তরাল। (দেখানো হলো)

১৪। $\vec{A} = \hat{i} - 3\hat{j} + 5\hat{k}$ এবং $\vec{B} = m\hat{i} + 6\hat{j} - 10\hat{k}$ । এর মান কত হলে ভেক্টরদ্বয় পরস্পর সমান্তরাল হবে?

সমাধান: এখানে, $\vec{A} = \hat{i} - 3\hat{j} + 5\hat{k}$ এবং $\vec{B} = m\hat{i} + 6\hat{j} - 10\hat{k}$

এখন, ভেক্টরদ্বয় পরস্পর সমান্তরাল হলে তাদের ক্রস গুণফল শূন্য হবে।

$$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 1 & -3 & 5 \\ m & 6 & -10 \end{vmatrix} = 0$$

$$\text{বা, } \hat{i}(30-30) + \hat{j}(5m+10) + \hat{k}(6+3m) = 0$$

$$\text{বা, } \hat{j}(5m+10) + \hat{k}(6+3m) = 0$$

এখন, উভয়পক্ষে \hat{i} ও \hat{j} এর সহগ সমীকৃত করে পাই

$$5m + 10 = 10$$

$$\text{এবং } 6 + 3m = 0$$

$$\text{বা, } m = -\frac{10}{5} = -2$$

$$\text{বা, } m = -\frac{6}{3} = -2$$

অতএব, m এর মান -2 হলে ভেক্টরদ্বয় পরস্পর সমান্তরাল হবে।

১৫। $\vec{P} = 4\hat{i} - 4\hat{j} + \hat{k}$ এবং $\vec{Q} = 2\hat{i} - 2\hat{j} - \hat{k}$ ভেক্টরদ্বয় একটি সামান্তরিকের দুইটি সন্নিহিত বাহু নির্দেশ করলে তার ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

সমাধান: এখানে, প্রদত্ত ভেক্টরদ্বয়, $\vec{P} = 4\hat{i} - 4\hat{j} + \hat{k}$ এবং $\vec{Q} = 2\hat{i} - 2\hat{j} - \hat{k}$

ভেক্টরদ্বয় একটি সামান্তরিকের দুইটি সন্নিহিত বাহু নির্দেশ করলে উক্ত সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল $= |\vec{P} \times \vec{Q}|$

এখানে,

$$\vec{P} \times \vec{Q} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 4 & -4 & 1 \\ 2 & -2 & -1 \end{vmatrix}$$

$$= \hat{i} \begin{vmatrix} -4 & 1 \\ -2 & -1 \end{vmatrix} - \hat{j} \begin{vmatrix} 4 & 1 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} + \hat{k} \begin{vmatrix} 4 & -4 \\ 2 & -2 \end{vmatrix}$$

$$= 6\hat{i} + 6\hat{j}$$

$$\text{নির্ণেয় ক্ষেত্রফল } |\vec{P} \times \vec{Q}| = \sqrt{6^2 + 6^2} = 8.49 \text{ বর্গ একক}$$

$$\approx 8.5 \text{ বর্গ একক}$$

NOTE BASKET

১৬। $\vec{P} = 2\hat{i} + 3\hat{j} - 4\hat{k}$ এবং $\vec{Q} = -2\hat{j} + \hat{i} + 3\hat{k}$ ভেক্টরদ্বয় যে সমতলে অবস্থিত তার লম্ব দিকে একটি একক ভেক্টর নির্ণয় কর।

সমাধান:

$$\vec{P} \times \vec{Q} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 2 & 3 & -4 \\ 1 & -2 & 3 \end{vmatrix}$$

$$= (9 - 8)\hat{i} + (-12 + 2)\hat{j} + (6 + 24)\hat{k}$$

$$= \hat{i} - 10\hat{j} - 7\hat{k}$$

$$\therefore |\vec{P} \times \vec{Q}| = \sqrt{1^2 + (-10)^2 + (-7)^2}$$

$$= \sqrt{1 + 100 + 49}$$

$$= \sqrt{150}$$

$\therefore \vec{P}$ ও \vec{Q} এর লম্ব দিকে একক ভেক্টর,

$$\hat{n} = \pm \frac{\vec{P} \times \vec{Q}}{|\vec{P} \times \vec{Q}|}$$

$$= \pm \left(\frac{\hat{i} - 10\hat{j} - 7\hat{k}}{\sqrt{150}} \right)$$

$$= \pm \left(\frac{1}{\sqrt{150}}\hat{i} - \frac{10}{\sqrt{150}}\hat{j} - \frac{7}{\sqrt{150}}\hat{k} \right)$$

এখানে,

$$\vec{P} = 2\hat{i} + 3\hat{j} - 4\hat{k}$$

$$\vec{Q} = -2\hat{j} + \hat{i} + 3\hat{k}$$

NOTE BASKET

১৭। $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a} - \vec{b}|$ হলে দেখাও যে, \vec{a} ও \vec{b} পরস্পরের উপর লম্ব।

সমাধান: প্রমাণ করতে হবে, \vec{a} ও \vec{b} পরস্পর লম্ব।

ধরি, \vec{a} ও \vec{b} -এর মধ্যবর্তী কোণ = α

$$\text{লব্ধি } R = \sqrt{a^2 + b^2 + 2ab \cos \alpha}$$

$$\text{অর্থাৎ, } |\vec{a} + \vec{b}| = (a^2 + b^2 + 2ab \cos \alpha)^{\frac{1}{2}}$$

$$|\vec{a} - \vec{b}| = (a^2 + b^2 - 2ab \cos \alpha)^{\frac{1}{2}}$$

প্রশ্নানুসারে,

$$|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a} - \vec{b}|$$

$$\text{বা, } (a^2 + b^2 + 2ab \cos \alpha)^{\frac{1}{2}} = (a^2 + b^2 - 2ab \cos \alpha)^{\frac{1}{2}} \quad [\because \vec{a} \cdot \vec{a} = a^2]$$

$$\text{বা, } (a^2 + b^2 + 2ab \cos \alpha) = (a^2 + b^2 - 2ab \cos \alpha) \quad [\text{উভয় পক্ষকে বর্গ করে পাই}]$$

$$\text{বা, } a^2 + b^2 + 2ab \cos \alpha - a^2 - b^2 + 2ab \cos \alpha = 0$$

$$\text{বা, } 4ab \cos \alpha = 0$$

$$\text{বা, } \cos \alpha = 0 \quad [\because 4ab \neq 0]$$

$$\text{বা, } \cos \alpha = \cos 90^\circ$$

$\therefore \alpha = 90^\circ$ অর্থাৎ \vec{a} ও \vec{b} পরস্পরের উপর লম্ব। (দেখানো হলো)

NOTE BASKET

$$১৮। \text{ প্রমাণ কর যে, } (\vec{A} \cdot \vec{B})^2 + |\vec{A} \times \vec{B}|^2 = A^2 B^2$$

সমাধান: আমরা জানি, $\vec{A} \cdot \vec{B} = AB \cos \theta$ এবং $|\vec{A} \times \vec{B}| = AB \sin \theta$

$$\therefore |\vec{A} \times \vec{B}| = AB \sin \theta \quad [\because |\hat{n}| = 1]$$

$$\begin{aligned} \text{বামপক্ষ} &= A^2 B^2 \cos^2 \theta + A^2 B^2 \sin^2 \theta \\ &= A^2 B^2 (\sin^2 \theta + \cos^2 \theta) \\ &= A^2 B^2 \text{ ডানপক্ষ} \end{aligned}$$

\therefore বামপক্ষ = ডানপক্ষ (প্রমাণিত)

$$১৯। \text{ দুটি ভেক্টর } \vec{P} = \hat{i}t^2 - \hat{j}t + \hat{k}(2t+1) \text{ এবং } \vec{Q} = \hat{i}5t + \hat{j}t - \hat{k}t^3 \text{ হলে } \frac{d}{dt}(\vec{P} \cdot \vec{Q}) \text{ এবং } \frac{d}{dt}(\vec{P} \times \vec{Q}) \text{ নির্ণয়}$$

কর।

সমাধান:

$$\begin{aligned} \vec{P} \cdot \vec{Q} &= 5t^3 - t^2 - 2t^4 - t^3 \\ &= 4t^3 - t^2 - 2t^4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore \frac{d}{dt}(\vec{P} \cdot \vec{Q}) &= \frac{d}{dt}(4t^3 - t^2 - 2t^4) \\ &= 12t^2 - 2t - 8t^3 \\ &= -8t^3 + 12t^2 - 2t \end{aligned}$$

আবার,

$$\begin{aligned} \vec{P} \times \vec{Q} &= \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ t^2 & -t & 2t+1 \\ 5t & t & -t^3 \end{vmatrix} \\ &= \hat{i}(t^4 - 2t^2 - t) + \hat{j}(10t^2 + 5t + t^5) + \hat{k}(t^3 + 5t^2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore \frac{d}{dt}(\vec{P} \times \vec{Q}) &= \frac{d}{dt}[\hat{i}(t^4 - 2t^2 - t) + \hat{j}(10t^2 + 5t + t^5) + \hat{k}(t^3 + 5t^2)] \\ &= \hat{i}(4t^3 - 4t - 1) + \hat{j}(20t + 5 + 5t^4) + \hat{k}(3t^2 + 10t) \\ &= \hat{i}(4t^3 - 4t - 1) + \hat{j}(5t^4 + 20t + 5) + \hat{k}(3t^2 + 10t) \end{aligned}$$

$$২০। \text{ একটি কণার উপর } \vec{F} = (\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k}) \text{ N বল কাজ করার ফলে কণাটির } \vec{d} = (2\hat{i} + dy\hat{j} - \hat{k}) \text{ m সরণ হয়।}$$

dy এর মান কত হলে সম্পাদিত কাজের পরিমাণ শূন্য হবে?

সমাধান: আমরা জানি,

কাজ,

$$\begin{aligned} W &= \vec{F} \cdot \vec{d} \\ &= (\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k}) \cdot (2\hat{i} + dy\hat{j} - \hat{k}) \end{aligned}$$

$$\text{বা, } 0 = 2 - 3dy - 2 \quad [\because W = 0]$$

$$\text{বা, } -3dy = 0$$

$$\therefore dy = 0$$

দেওয়া আছে,

$$\vec{P} = \hat{i}t^2 - \hat{j}t + \hat{k}(2t+1)$$

$$\vec{Q} = \hat{i}5t + \hat{j}t - \hat{k}t^3$$

$$\frac{d}{dt}(\vec{P} \cdot \vec{Q}) = ?$$

$$\frac{d}{dt}(\vec{P} \times \vec{Q}) = ?$$

দেওয়া আছে,

$$\text{বল, } \vec{F} = (\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k}) \text{ N}$$

$$\text{সরণ, } \vec{d} = (2\hat{i} + dy\hat{j} - \hat{k}) \text{ m}$$

$$\text{কাজ, } W = 0$$

$$dy = ?$$

২১। যদি $\phi = 2xz^4 - x^2y$ হয় তবে, $(2, -2, -1)$ বিন্দুতে $\vec{\nabla} \phi$ এবং মান বের কর।
সমাধান:

$$\begin{aligned} \therefore \nabla \phi &= \left(\frac{\partial}{\partial x} \hat{i} + \frac{\partial}{\partial y} \hat{j} + \frac{\partial}{\partial z} \hat{k} \right) \cdot (2xz^4 - x^2y) && \left| \begin{array}{l} \text{এখানে,} \\ \phi = 2xz^4 - x^2y \end{array} \right. \\ &= \frac{\partial}{\partial x} (2xz^4 - x^2y) \hat{i} + \frac{\partial}{\partial y} (2xz^4 - x^2y) \hat{j} + \frac{\partial}{\partial z} (2xz^4 - x^2y) \hat{k} \\ &= (2z^4 - 2xy) \hat{i} - x^2 \hat{j} + 8xz^3 \hat{k} \end{aligned}$$

এখন,

$(2, -2, -1)$ বিন্দুতে,

$$\begin{aligned} \therefore \vec{\nabla} \phi &= \{2(-1)^4 - 2 \cdot 2(-2)\} \hat{i} - 2^2 \hat{j} + 8 \cdot 2(-1)^3 \hat{k} \\ &= 10 \hat{i} - 4 \hat{j} - 16 \hat{k} \end{aligned}$$

$$|\vec{\nabla} \phi| = \sqrt{(10)^2 + (-4)^2 + (-16)^2} = \sqrt{372}$$

NOTE BASKET

২২। যদি $\vec{A} = 3xyz \hat{i} + 2xy^2 \hat{j} - x^2yz \hat{k}$ হয় তবে-

(ক) $\vec{\nabla} \cdot \vec{A}$ ও $\vec{\nabla} \times \vec{A}$ নির্ণয় কর।

(খ) $(1, 1, -1)$ বিন্দুতে $\vec{\nabla} \cdot \vec{A}$, $\vec{\nabla} \times \vec{A}$ এবং $|\vec{\nabla} \times \vec{A}|$ কত?

সমাধান:

$$\begin{aligned} \text{(ক) } \vec{\nabla} \cdot \vec{A} &= \left(\frac{\partial}{\partial x} \hat{i} + \frac{\partial}{\partial y} \hat{j} + \frac{\partial}{\partial z} \hat{k} \right) \cdot (3xyz \hat{i} + 2xy^2 \hat{j} - x^2yz \hat{k}) \\ &= \frac{\partial}{\partial x} (3xyz) + \frac{\partial}{\partial y} (2xy^2) + \frac{\partial}{\partial z} (-x^2yz) && \left| \begin{array}{l} \text{এখানে,} \\ \vec{A} = 3xyz \hat{i} + 2xy^2 \hat{j} - x^2yz \hat{k} \end{array} \right. \\ &= 3yz + 4xy - x^2y \end{aligned}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{A} = \left(\frac{\partial}{\partial x} \hat{i} + \frac{\partial}{\partial y} \hat{j} + \frac{\partial}{\partial z} \hat{k} \right) \times (3xyz \hat{i} + 2xy^2 \hat{j} - x^2yz \hat{k})$$

$$= \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ 3xyz & 2xy^2 & -x^2yz \end{vmatrix}$$

$$= \left\{ \frac{\partial}{\partial y} (-x^2yz) - \frac{\partial}{\partial z} (2xy^2) \right\} \hat{i} + \left\{ \frac{\partial}{\partial z} (3xyz) + \frac{\partial}{\partial x} (x^2yz) \right\} \hat{j} + \left\{ \frac{\partial}{\partial x} (2xy^2) - \frac{\partial}{\partial y} (3xyz) \right\} \hat{k}$$

$$= -x^2z \hat{i} + (3xy + 2xyz) \hat{j} + (2y^2 - 3xz) \hat{k}$$

(খ) $(1, 1, -1)$ বিন্দুতে,

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{A} = 3 \cdot 1(-1) + 4 \cdot 1 \cdot 1 - 1^2 \cdot 1$$

$$= -3 + 4 - 1$$

$$= 0$$

$$\begin{aligned}\vec{V} \times \vec{A} &= -(1)^2(-1)\hat{i} + \{3.1.1 + 2.1.1(-1)\}\hat{j} + \{2.1^2 - 3.1(-1)\}\hat{k} \\ &= \hat{i} + (3-2)\hat{j} + (2+3)\hat{k} \\ &= \hat{i} + \hat{j} + 5\hat{k}\end{aligned}$$

$$|\vec{V} \times \vec{A}| = \sqrt{1^2 + 1^2 + 5^2} = \sqrt{1+1+25} = \sqrt{27}$$

২৩। যদি $\vec{r} = x\hat{j} + y\hat{i} + 2z\hat{k}$ হয় তাহলে $\vec{\nabla} \cdot \vec{r} = ?$

সমাধান: দেওয়া আছে, $\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + 2z\hat{k}$

$$\begin{aligned}\therefore \vec{\nabla} \cdot \vec{r} &= \left(\hat{i} \frac{\partial}{\partial x} + \hat{j} \frac{\partial}{\partial y} + \hat{k} \frac{\partial}{\partial z} \right) \cdot (x\hat{i} + y\hat{j} + 2z\hat{k}) \\ &= \frac{\partial}{\partial x}(x) + \frac{\partial}{\partial y}(y) + \frac{\partial}{\partial z}(2z) \\ &= 1 + 1 + 2\end{aligned}$$

$$\therefore \vec{\nabla} \cdot \vec{r} = 4 \text{ (Ans.)}$$

২৪। যদি $\vec{r} = (3y^2z)\hat{i} + (2x^3z)\hat{j} - (x^3y^2)\hat{k}$ হলে দেখাও যে, \vec{r} ভেক্টরটি সলিনয়ডাল।

সমাধান: দেওয়া আছে, $\vec{r} = (3y^2z)\hat{i} + (2x^3z)\hat{j} - (x^3y^2)\hat{k}$

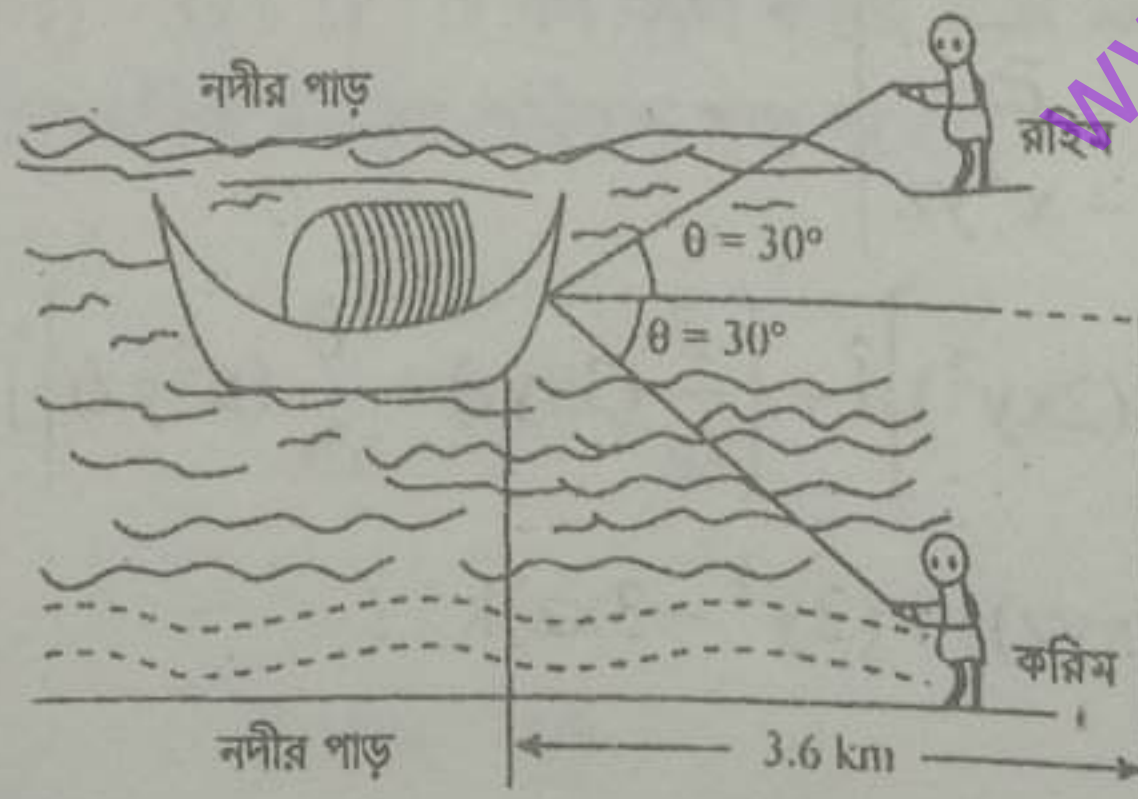
\vec{r} ভেক্টরটি সলিনয়ডাল হবে যদি $\vec{\nabla} \cdot \vec{r} = 0$ হয়।

$$\begin{aligned}\therefore \vec{\nabla} \cdot \vec{r} &= \left(\hat{i} \frac{\partial}{\partial x} + \hat{j} \frac{\partial}{\partial y} + \hat{k} \frac{\partial}{\partial z} \right) \cdot \{ (3y^2z)\hat{i} + (2x^3z)\hat{j} - (x^3y^2)\hat{k} \} \\ &= \frac{\partial}{\partial x}(3y^2z) + \frac{\partial}{\partial y}(2x^3z) - \frac{\partial}{\partial z}(x^3y^2) \\ &= 0 + 0 - 0\end{aligned}$$

$$\therefore \vec{\nabla} \cdot \vec{r} = 0$$

$\therefore \vec{r}$ ভেক্টরটি সলিনয়ডাল।

২৫। নিচের চিত্রে করিম ও রহিম দু'জন মাঝি স্থির পানিতে 500kg ভরের একটি স্থির নৌকাকে নদীর দু'তীর থেকে দড়ি দিয়ে 30° কোণে F বলে টানছে। নৌকাটি 5 মিনিটে তীরের সমান্তরালে 3.6 km পথ অতিক্রম করে। করিম রহিমকে বলে "সমান টানে এ দূরত্ব 5 মিনিটের কম সময়ে পৌছা সম্ভব।" [নৌকার তল ও পানির ঘর্ষণ বল উপেক্ষণীয়]



(ক) উদ্দীপকে F এর মান বের কর।

(খ) উদ্দীপকে করিমের বক্তব্য সঠিক কিনা—গাণিতিক বিশ্লেষণ করে মতামত দাও।

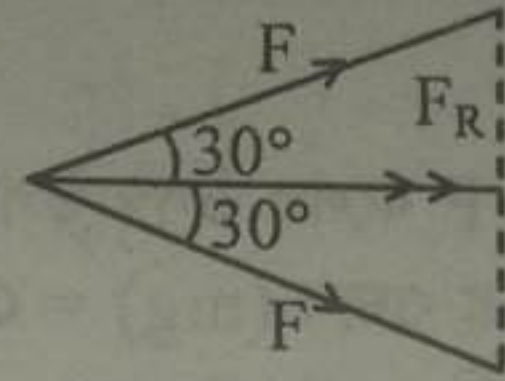
সমাধান:

(ক) ধরি, F ও F বলের লব্ধি বল F_R এর আনুভূমিক উপাংশ, নৌকাকে সামনের দিকে নিয়ে যাবে।

F ও F বলদ্বয়ের আনুভূমিকের সমান্তরাল উপাংশে,

$$\begin{aligned} F_{RH} &= F \cos\theta + F \cos\theta \\ &= 2F \cos\theta \dots\dots\dots(1) \\ &= 2F \cos 30^\circ \\ &= \frac{2\sqrt{3}}{2} F \\ &= \sqrt{3} F \end{aligned}$$

এখানে,
 $\theta = 30^\circ$



এখন,

$$\sqrt{3} F = ma \dots\dots\dots(ii)$$

আমরা জানি,

$$s = ut + \frac{1}{2} at^2 \dots\dots\dots(iii)$$

(iii) নং হতে,

$$s = \frac{1}{2} at^2$$

$$\text{বা, } a = \frac{2s}{t^2} \dots\dots\dots(iv)$$

(ii) ও (iv) হতে,

$$\sqrt{3} F = m \cdot \frac{2s}{t^2}$$

$$\therefore F = \frac{2ms}{\sqrt{3}t^2} = \frac{2 \times 500 \times 3.6 \times 1000}{\sqrt{3} \times (5 \times 60)^2} = 23.1 \text{ N}$$

(খ) $2F \cos\theta = ma$

এবং (iv) নং হতে পাই,

$$a = \frac{2s}{t^2}$$

$$\therefore 2F \cos\theta = \frac{2ms}{t^2}$$

$$\text{বা, } t = \sqrt{\frac{ms}{F \cos\theta}} \dots\dots\dots(v) \text{ [এখানে } \frac{ms}{F} \text{ ধ্রুবক]}$$

$$F_R = 2F \cos\theta$$

θ এর মান হ্রাস পেলে F_{RH} এর মান বৃদ্ধি পাবে ফলে সময় কম লাগবে।

ধরি, θ এর সর্বনিম্ন মান 0°

তাহলে, (v) নং সমীকরণ হতে পাই,

$$t = \sqrt{\frac{500 \times 3.6 \times 1000}{23.1 \times 1}}$$

[যেহেতু $\cos 0^\circ = 1$]

$$= 279.15 \text{ s}$$

$$= 4.65 \text{ min} < 5 \text{ min}$$

$\therefore \theta$ এর মান $0^\circ \leq \theta < 30^\circ$ ব্যবধিতে থাকলে,

সময় 5 min অপেক্ষা কম লাগবে।

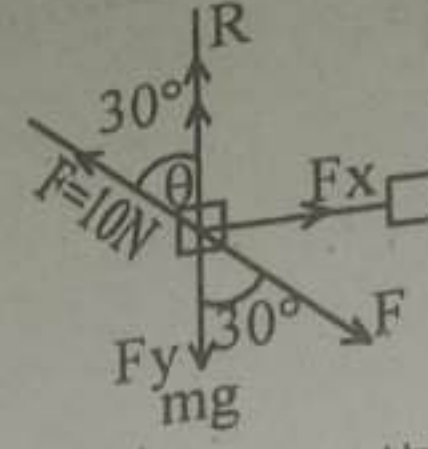
এখানে,

নৌকার ত্বরণ = a নৌকার ভর, $m = 500 \text{ kg}$ নৌকার আদিবেগ, $u = 0$ নৌকার সরণ, $s = 3.6 \text{ km} = 3.6 \times 1000 \text{ m}$ প্রয়োজনীয়, $t = 5 \text{ min} = 5 \times 60 \text{ s}$

www.Educationblog24.Com

www.Educationblog24.Com

- ২৬। সাবিহা একদিন শপিং মলে বাজার করার সময় ট্রলি গাড়ী ব্যবহার করল। সে ট্রলি গাড়ীর হেভেলটিতে উলম্বের সাথে 30° কোণে 10 N বল প্রয়োগ করে গাড়ি গাড়ীটিকে ঠেলতে থাকে। এই দেখে দোকানদার বলল, আপনি গাড়ীর হেভেল ধরে টানেন, তাহলে কম বল লাগবে।
- (ক) ট্রলির গতি সৃষ্টিকারী বল কত?
- (খ) দোকানদার সাবিহাকে ট্রলির হেভেল ধরে সামনে টানতে বলল কেন - যুক্তিসহ গাণিতিক ব্যাখ্যা দাও। [য.বো '১৫]



সমাধান:

- (ক) চিত্রানুযায়ী, F বলের উলম্ব উপাংশে,

$$F_y + \text{গাড়ির ওজন (mg)} = \text{মেঝের প্রতিক্রিয়া R}$$

অর্থাৎ, প্রতিক্রিয়া R , $F_y + mg$ কে প্রশমিত করবে

এবং F বলের আনুভূমিক উপাংশ F_x দ্বারা গাড়িটি সামনের দিকে অগ্রবর্তী হতে থাকবে।

এখন,

$$\begin{aligned} F_x &= F \sin \theta \\ &= 10 \sin 30^\circ \\ &= 5\text{ N} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{এখানে,} \\ \text{বল, } F &= 10\text{ N} \\ \text{কোণ, } \theta &= 30^\circ \end{aligned}$$

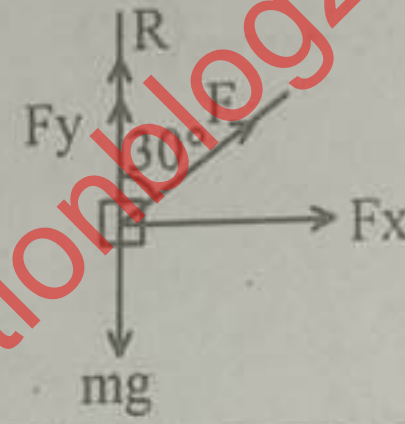
- (খ) বি.দ্র: এখানে, বস্তুর ওজন বৃদ্ধির পরিমাণ, $F_y = F \cos 90^\circ = 5\sqrt{3}\text{ N}$
- দোকানদার জানত যে ঠেলা অপেক্ষা টানা সহজতর। কারণ টানলে বলের উলম্ব উপাংশ ওজনের বিপরীতে ক্রিয়া করে ফলে বস্তুটি হালকা বলে মনে হয় এবং সামনের দিকে একই আনুভূমিক বলের ক্রিয়ায় দ্রুত অগ্রসর হয়।

এখানে,

$$R = mg - F_y$$

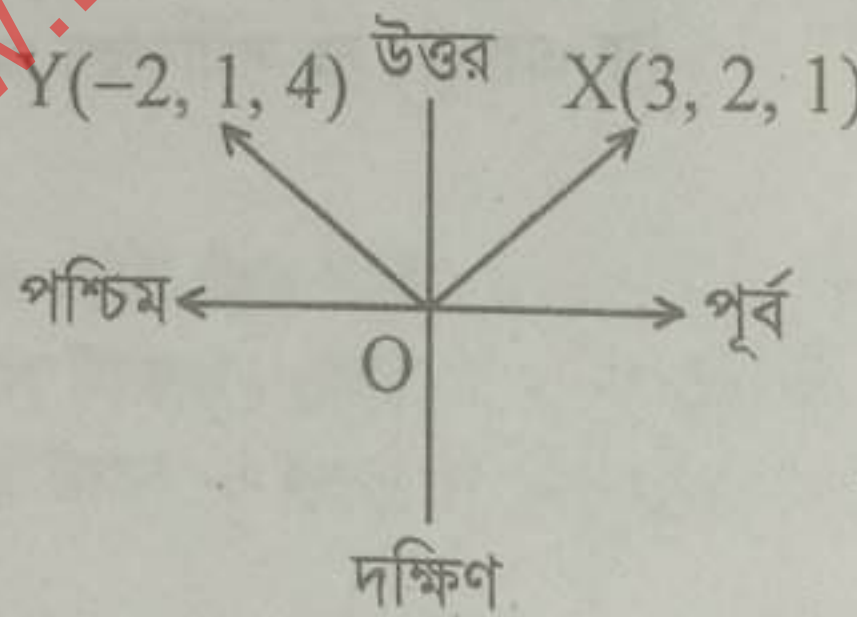
ফলে বস্তুটি F_y বা, $5\sqrt{3}\text{ N}$ ওজন হারায়

এবং $F_x = 5\text{ N}$ বলে সামনের দিকে অপেক্ষাকৃত কম সময়ে অগ্রসর হয়।



২৭।

NOTE BASKET



উদ্দীপকে X ও Y বিন্দু দুইটি কলেজের অবস্থান নির্দেশ করে। O , উভয় কলেজের যাত্রা অবস্থানের সাধারণ বিন্দু।

- (ক) \vec{OX} ও \vec{OY} ভেক্টরদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণ নির্ণয় কর।

- (খ) \vec{OX} , \vec{OY} এর তলের উপর লম্ব একক ভেক্টর, এবং \vec{OY} , \vec{OX} এর তলের উপর লম্ব একক ভেক্টর, একই হবে কি?

সমাধান: এখানে, $\vec{OX} = 3\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$ এবং $\vec{OY} = 2\hat{i} + \hat{j} + 4\hat{k}$

- (ক) $\vec{OX} \cdot \vec{OY} = 3(-2) + 2 \times 1 + 1 \times 4$
 $= -6 + 2 + 4$
 $= 0$

যেহেতু ভেক্টর দুটির ডট বা স্কেলার গুণন শূন্য ফলে তারা পরস্পর লম্বভাবে ক্রিয়া করে অর্থাৎ ভেক্টরদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণ 90°

$$(খ) \quad \vec{OY} \times \vec{OX} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 3 & 2 & 1 \\ -2 & 1 & 4 \end{vmatrix} = \hat{i}(8-1) - \hat{j}(12+2) + \hat{k}(3+4) = 7\hat{i} - 14\hat{j} + 7\hat{k}$$

$$|\vec{OX}| = \sqrt{3^2 + 2^2 + 1^2} = \sqrt{14} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{7}$$

$$|\vec{OY}| = \sqrt{(-2)^2 + 1^2 + 4^2} = \sqrt{21} = \sqrt{3} \cdot \sqrt{7}$$

$$\hat{n}_1 = \frac{7\hat{i} - 14\hat{j} + 7\hat{k}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{7} \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{7}} = \frac{7\hat{i} - 14\hat{j} + 7\hat{k}}{7\sqrt{6}} = \frac{7(\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k})}{7\sqrt{6}} = \frac{\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}}{\sqrt{6}}$$

আমরা জানি,

$$\vec{oy} \times \vec{ox} = -(\vec{ox} \times \vec{oy}) \\ = -(\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k})$$

$$\hat{n}_2 = -\frac{\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}}{\sqrt{6}}$$

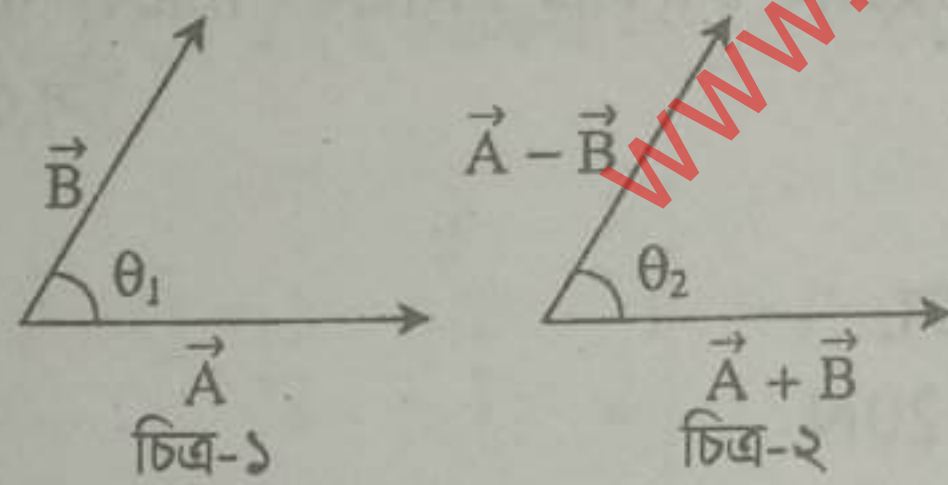
$$\therefore \hat{n}_2 = -\hat{n}_1$$

$$|\hat{n}_1| = \frac{\sqrt{(1)^2 + (-2)^2 + (1)^2}}{(\sqrt{6})} = \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{6}} = 1$$

$$|\hat{n}_2| = \frac{\sqrt{(-1)^2 + (2)^2 + (-1)^2}}{\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{6}} = 1 \quad [\because |-1| = 1]$$

অর্থাৎ \vec{OX} ও \vec{OY} এর তলের উপর লম্ব একক ভেক্টর এবং \vec{OY} ও \vec{OX} তলের উপর লম্ব একক ভেক্টর দুটির মান সমান ও দিকে তারা পরস্পরের বিপরীত।

২৮।



উপরের চিত্রে $\vec{A} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ এবং $\vec{B} = 2\hat{i} - 3\hat{j} + 6\hat{k}$

(ক) উদ্দীপকের আলোকে θ_1 এর মান নির্ণয় কর।

(খ) উদ্দীপকে $\theta_1 = \theta_2$ হওয়া সম্ভব কিনা গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে সিদ্ধান্ত দাও।

[ব.বো '১৬]

সমাধান:

(ক) আমরা জানি,

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = AB \cos \theta_1$$

$$\text{বা, } 1 \times 2 + (-1)(-3) + 1 \times 6 = \sqrt{1^2 + (-1)^2 + 1^2} \cdot \sqrt{2^2 + (-3)^2 + 6^2} \cos \theta_1$$

$$\text{বা, } \cos \theta_1 = \frac{11}{\sqrt{3} \sqrt{49}}$$

$$\text{বা, } \theta_1 = \cos^{-1} \left(\frac{11}{7\sqrt{3}} \right) \\ = 24.85^\circ$$

$$(খ) \quad \vec{A} + \vec{B} = (1+2)\hat{i} + (-1-3)\hat{j} + (1+6)\hat{k} = 3\hat{i} - 4\hat{j} + 7\hat{k}$$

$$\vec{A} - \vec{B} = (1-2)\hat{i} + (-1+3)\hat{j} + (1-6)\hat{k} = -\hat{i} + 2\hat{j} - 5\hat{k}$$

ধরি, $\vec{A} + \vec{B} = \vec{C}$ এবং $\vec{A} - \vec{B} = \vec{D}$

তাহলে, $\vec{C} \cdot \vec{D} = CD \cos \theta_2$

$$\text{বা, } 3 \times (-1) + (-4) \times 2 + 7 \times (-5) = \sqrt{3^2 + (-4)^2 + 7^2} \cdot \sqrt{(-1)^2 + 2^2 + (-5)^2} \cos \theta_2$$

$$\text{বা, } \cos \theta_2 = \frac{-46}{\sqrt{74} \sqrt{30}}$$

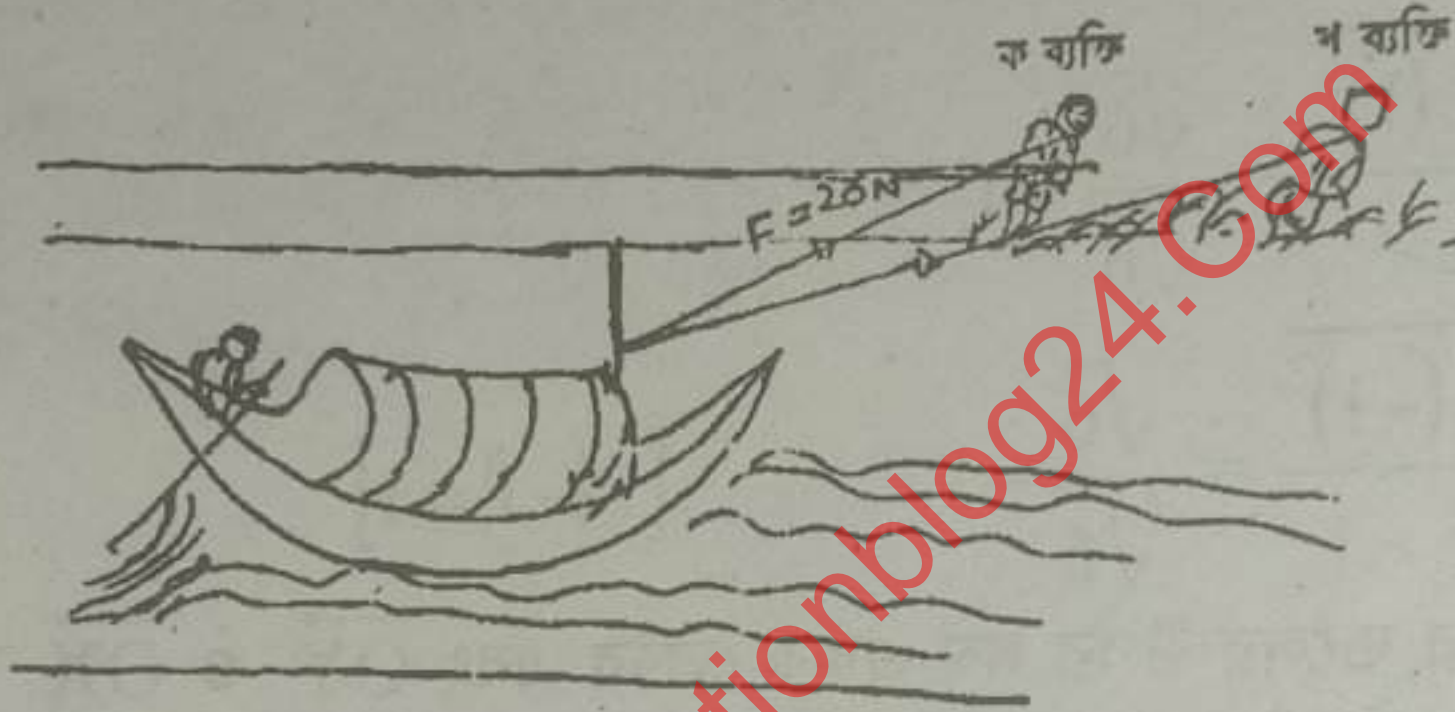
$$\text{বা, } \theta_2 = \cos^{-1} \left(\frac{-46}{\sqrt{74} \sqrt{30}} \right) = 167.5^\circ$$

$$\therefore \theta_1 = 24.85^\circ, \theta_2 = 167.5^\circ$$

ফলে, $\theta_1 \neq \theta_2$

অতএব, $\theta_1 = \theta_2$ হওয়া সম্ভব নয়।

২৯।



(ক) যদি ক ব্যক্তি অনুভূমিকের সাথে 45° কোণে গুন টানে তবে বলের অনুভূমিক উপাংশ নির্ণয় কর।

(খ) যদি ক ব্যক্তি ও খ ব্যক্তি একই বলে নৌকা দুটি টানে তবে কে সহজেই নৌকাটি চালাতে পারবে? গাণিতিক বিশ্লেষণসহ যুক্তি দাও।

[সি.বো '১৬]

সমাধান:

(ক) F বলের আনুভূমিক উপাংশ,

$$F_x = 20 \cos \theta$$

$$\therefore F_x = 20 \cos 45^\circ = 14.14 \text{ N}$$

এখানে,

$$F = 20 \text{ N}$$

$$\theta = 45^\circ$$

(খ) চিত্রানুসারে, “খ” ব্যক্তি θ এর চেয়ে কম কোণে টানছে।

প্রশ্নমতে, উভয়ই একই বল F -এ টানছে।

ফলে, “খ” ব্যক্তির প্রয়োগকৃত আনুভূমিক বল,

$$F'_x = F \cos \theta'$$

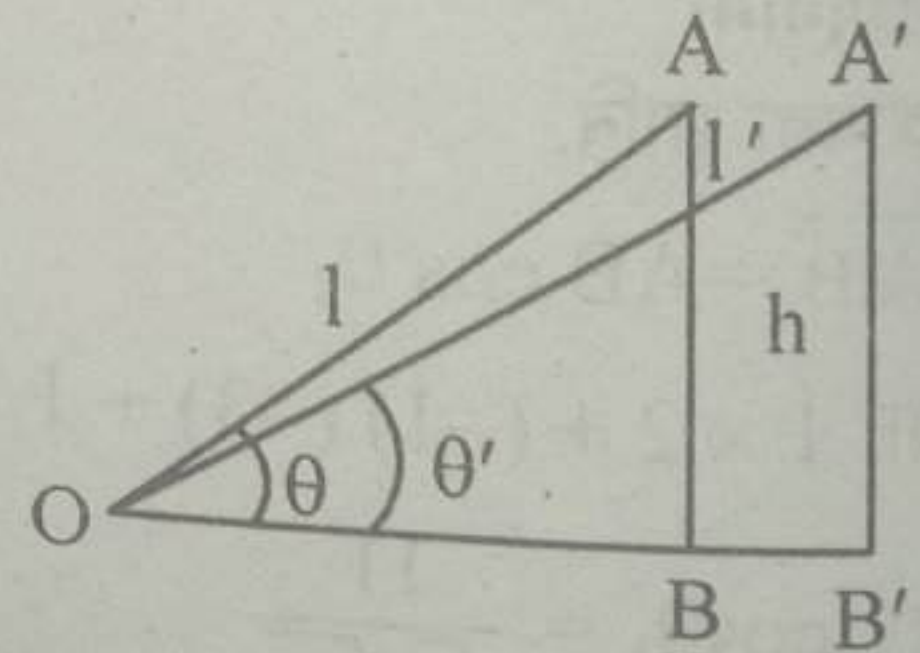
$$\text{যখন, } \theta' < \theta = \cos \theta' > \cos \theta$$

ধরি,

$$(i) \theta' = 30^\circ$$

$$\therefore \cos \theta' = \frac{\sqrt{3}}{2} = 0.866$$

$$\cos \theta = \frac{1}{\sqrt{2}} = 0.707$$



$$(ii) \theta'' = 15^\circ$$

$$\cos\theta'' = 0.966$$

$$\cos\theta' = \frac{\sqrt{3}}{2} = 0.866$$

$$\therefore 0.966 > 0.866 > 0.707$$

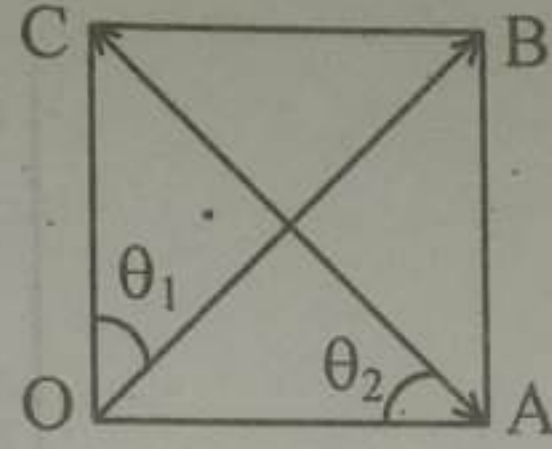
$$\cos\theta'' > \cos\theta' > \cos\theta$$

$$\therefore \theta'' < \theta' < \theta$$

অর্থাৎ, θ এর মান যত হ্রাস পাবে F_x এর মান তত বৃদ্ধি পাবে।

ফলে, “ক” অপেক্ষা “খ” ব্যক্তি সহজে নৌকাকে টেনে নিয়ে যেতে পারবে।

৩০।



উপরের চিত্র অনুসারে OABC একটি আয়তক্ষেত্র। এর OA এবং OB বাহু দ্বারা দুটি ভেক্টর যথাক্রমে

$$\vec{P} = \hat{i} - 2\hat{j} - \hat{k} \text{ এবং } \vec{Q} = 2\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k} \text{ নির্দেশিত হয়েছে।}$$

(ক) উদ্দীপক অনুসারে ΔOAB এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

(খ) উদ্দীপক অনুসারে θ_1 ও θ_2 এর মধ্যে কোনটি বড় তা গাণিতিক বিশ্লেষণের সাহায্যে বের কর। [ঢা.বো '১৭]

সমাধান:

$$\vec{P} = \vec{OA} = \hat{i} - 2\hat{j} - \hat{k}$$

$$\vec{Q} = \vec{OB} = 2\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k}$$

$$(ক) \Delta OAB \text{ এর ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} \times |\vec{OA} \times \vec{OB}| = \frac{1}{2} \times |\vec{P} \times \vec{Q}|$$

$$\vec{P} \times \vec{Q} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 1 & -2 & -1 \\ 2 & -3 & 2 \end{vmatrix} = \hat{i}(-4-3) - \hat{j}(2+2) + \hat{k}(-3+4) = -7\hat{i} - 4\hat{j} + \hat{k}$$

$$|\vec{P} \times \vec{Q}| = \sqrt{(-7)^2 + (-4)^2 + 1^2} = \sqrt{66}$$

$$\therefore OAB \text{ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল, } \Delta\text{-ক্ষেত্র } OAB = \frac{1}{2} \times \sqrt{66} = 4.06 \text{ বর্গ একক।}$$

(খ) ভেক্টর ত্রিভুজের যোজন বিধি অনুযায়ী,

$$\vec{OA} + \vec{AB} = \vec{OB}$$

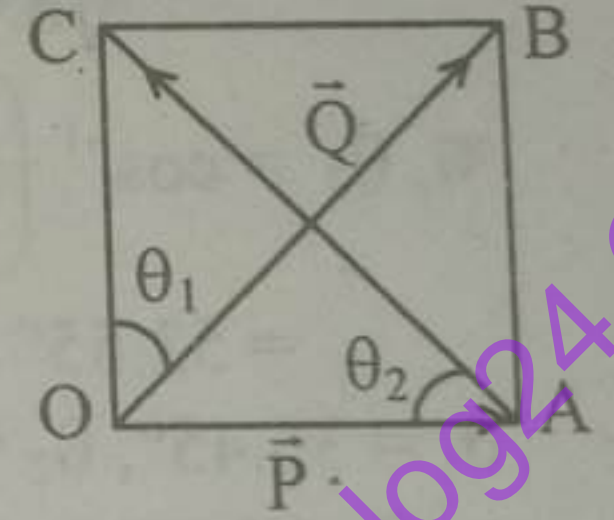
$$\text{বা, } \vec{AB} = \vec{OB} - \vec{OA}$$

$$= \vec{Q} - \vec{P}$$

$$= (2\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k}) - (\hat{i} - 2\hat{j} - \hat{k})$$

$$= \hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k}$$

$$\vec{AB} = \vec{OC} = \hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k} \quad [\because \text{আয়তক্ষেত্রের বিপরীত বাহুদ্বয় সমান এবং সমান্তরাল।}]$$



NOTE BASKET

পুনরায়,

$$\vec{OA} + \vec{AC} = \vec{OC}$$

$$\text{বা, } \vec{AC} = \vec{OC} - \vec{OA}$$

$$= (\hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k}) - (\hat{i} - 2\hat{j} - \hat{k})$$

$$= 0\hat{i} + \hat{j} + 4\hat{k}$$

আমরা জানি,

$$\vec{OC} \cdot \vec{OB} = |\vec{OC}| |\vec{OB}| \cos \theta_1$$

$$\text{বা, } 1 \times 2 + (-1) \times (-3) + 3 \times 2 = \sqrt{1^2 + (-1)^2 + 3^2} \cdot \sqrt{2^2 + (-3)^2 + 2^2} \cdot \cos \theta_1$$

$$\text{বা, } \cos \theta_1 = \frac{11}{\sqrt{11} \sqrt{17}}$$

$$\text{বা, } \theta_1 = \cos^{-1} \frac{11}{\sqrt{11} \sqrt{17}} \\ = 36.45^\circ$$

আবার,

$$\vec{AO} \cdot \vec{AC} = |\vec{AO}| |\vec{AC}| \cos \theta_2$$

$$\text{বা, } -1 \times 0 + 2 \times 1 + 1 \times 4 = \sqrt{(-1)^2 + 2^2 + 1^2} \cdot \sqrt{0^2 + 1^2 + 4^2} \cdot \cos \theta_2$$

$$\text{বা, } \cos \theta_2 = \frac{6}{\sqrt{6} \cdot \sqrt{17}}$$

$$\text{বা, } \theta_2 = \cos^{-1} \left(\frac{6}{\sqrt{6} \cdot \sqrt{17}} \right) \\ = 53.55^\circ$$

$$\theta_1 = 36.45^\circ, \theta_2 = 53.55^\circ$$

$\therefore \theta_1$ অপেক্ষা θ_2 বৃহত্তর।

এখানে,

$$\vec{OC} = \hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k}$$

$$\vec{OB} = 2\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k}$$

\vec{OC} ও \vec{OB} এর মধ্যবর্তী কোণ = θ_1

এখানে,

$$\vec{OA} = \hat{i} - 2\hat{j} - \hat{k}$$

$$\therefore \vec{AO} = -\vec{OA} = -\vec{P} = -\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$$

$$\vec{AC} = 0\hat{i} + \hat{j} + 4\hat{k}$$

\vec{AO} ও \vec{AC} এর মধ্যবর্তী কোণ θ_2

- ৩১। দুটি বিন্দুর ত্রিমাত্রিক স্থানাঙ্ক ব্যবস্থায় স্থানাঙ্ক যথাক্রমে $A(1, 0, -1)$ এবং $B(1, 1, 0)$
- (ক) \vec{AB} ভেক্টরের সমান্তরালে একটি একক ভেক্টর নির্ণয় কর।
- (খ) দুটি বিন্দুর A ও B এর অবস্থান ভেক্টরদ্বয়ের X অক্ষের উপর লম্ব অভিক্ষেপ এর তুলনামূলক বিশ্লেষণ কর।

সমাধান: প্রদত্ত অবস্থান ভেক্টরের স্থানাঙ্ক, $A(1, 0, -1)$ ও $B(1, 1, 0)$

$$(ক) \vec{AB} = (1-1)\hat{i} + (1-0)\hat{j} + (0+1)\hat{k} = 0\hat{i} + \hat{j} + \hat{k} = \hat{j} + \hat{k}$$

$$|\vec{AB}| = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$$

$$\therefore \vec{AB} \text{ এর সমান্তরালে একটি একক ভেক্টর} = \frac{\vec{AB}}{|\vec{AB}|} = \frac{\hat{j} + \hat{k}}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} (\hat{j} + \hat{k})$$

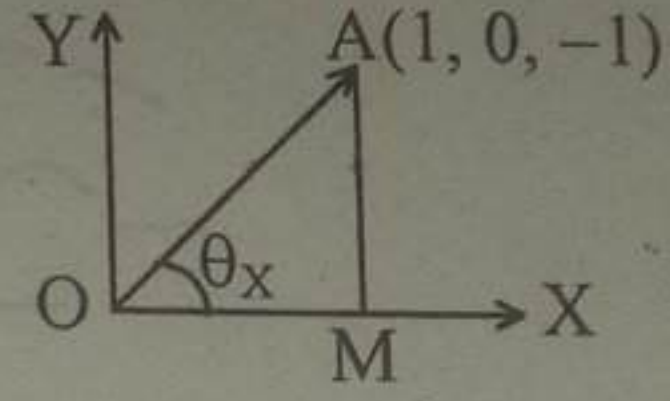
[বি.দ্র: অপর একক ভেক্টরটি $\frac{-1}{\sqrt{2}} (\hat{j} + \hat{k})$]

$$(খ) \quad \vec{OA} = \hat{i} + 0\hat{j} - \hat{k}$$

$\vec{OM} = OM\hat{i}$ যেখানে, \vec{OX} এর উপর \vec{OA} এর লম্ব অভিক্ষেপ OM ধরি, \vec{OA} ভেক্টরটি X অক্ষের সাথে θ_x কোণ উৎপন্ন করে।

তাহলে,

$$\begin{aligned} \cos\theta_x &= \frac{(\hat{i} + 0\hat{j} - \hat{k})(\hat{i} + 0\hat{j} + 0\hat{k})}{\sqrt{1^2 + 0^2 + (-1)^2} \cdot \sqrt{1}} \\ &= \frac{1 \times 1 + 0 - 0}{\sqrt{2}} \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} \end{aligned}$$



আবার,

$$\vec{OA} \cdot \vec{OM} = |\vec{OA}| |\vec{OM}| \cos\theta_x$$

$$\text{বা, } 1 \times OM + 0 - 0 = \sqrt{2} \times \sqrt{OM} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\text{বা, } \sqrt{OM} = 1$$

$$\text{বা, } OM = 1$$

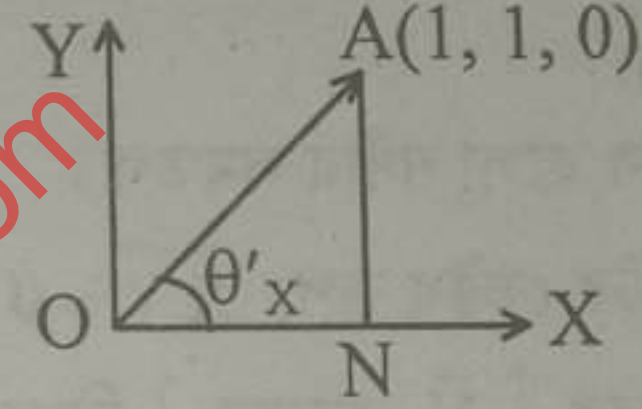
$$\vec{OB} = \hat{i} + \hat{j} + 0\hat{k}$$

$$\vec{ON} = ON \hat{i}$$

[এখানে ON হলো \vec{OX} এর উপর \vec{OB} এর লম্ব অভিক্ষেপ]

এখানে,

$$\begin{aligned} \cos\theta'_x &= \frac{\vec{OB} \cdot \hat{i}}{|\vec{OB}| \cdot 1} \\ &= \frac{(\hat{i} + \hat{j} + 0\hat{k})(\hat{i} + 0\hat{j} + 0\hat{k})}{\sqrt{1^2 + 1^2 + 0^2} \cdot \sqrt{1^2 + 0^2 + 0^2}} \\ &= \frac{1 \times 1 + 1 \times 0 + 0 \times 0}{\sqrt{2} \cdot 1} \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} \end{aligned}$$



পুনরায়,

$$\vec{OB} \cdot \vec{ON} = |\vec{OB}| |\vec{ON}| \cos\theta'_x$$

$$\text{বা, } 1 \times ON + 0 + 0 = \sqrt{2} \cdot ON \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}$$

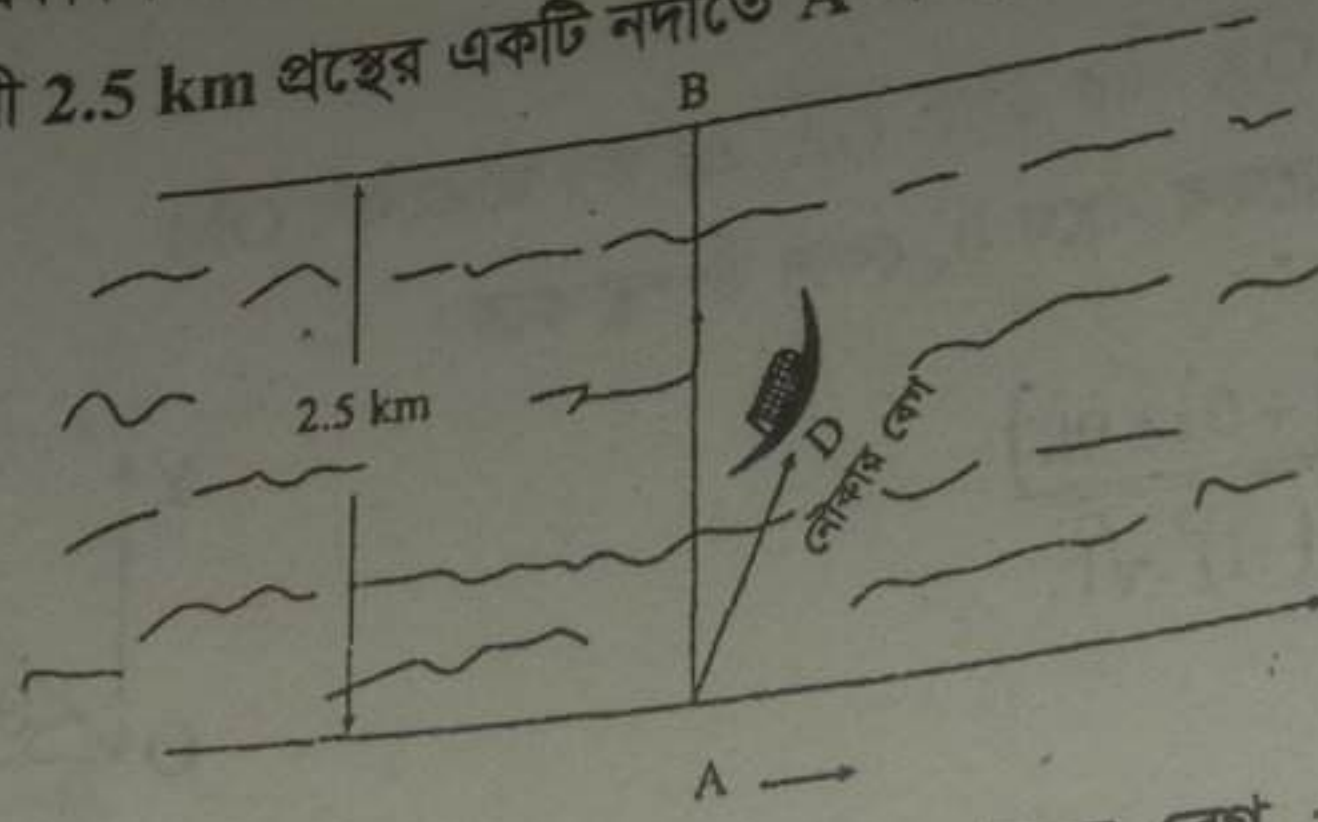
$$\text{বা, } \sqrt{ON} = 1$$

$$\therefore ON = 1$$

$$\therefore OM = ON = 1$$

অর্থাৎ, \vec{OX} এর উপর \vec{OA} ও \vec{OB} এর অভিক্ষেপের মান একই।

৩২। একটি নৌকা চিত্রানুযায়ী 2.5 km প্রস্থের একটি নদীতে A অবস্থান হতে অন্য প্রান্তে AD বরাবর যাচ্ছে।



স্থির পানিতে নৌকার বেগ = $(3\hat{i} + 3\hat{j}) \text{ ms}^{-1}$ এবং স্রোতের বেগ = $2\hat{i} \text{ ms}^{-1}$ অন্য একটি ক্ষেত্রে

নৌকাটিকে AB বরাবর একটি দ্রুতিতে চালানো হয়।

(ক) নদীর সমতলের লম্ব বরাবর একক ভেক্টর নির্ণয় কর।

(খ) উদ্দীপক অনুসারে কোন ক্ষেত্রে নৌকাটি আগে অপর তীরে পৌঁছবে তা গাণিতিক বিশ্লেষণপূর্বক উত্তর দাও। [য.বো '১৭]

সমাধান:

(ক) XY তল হলো নদীর সমতল।

সমতলটির ভেক্টর রূপ, $\vec{X} \cdot \vec{Y} = 0$

\vec{X} বরাবর \hat{i} , \vec{Y} বরাবর \hat{j} নিলে পাই,

$$\begin{aligned} \vec{x} \times \vec{y} &= \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ x & 0 & 0 \\ 0 & y & 0 \end{vmatrix} \\ &= \hat{i}(0-0) - \hat{j}(0-0) + \hat{k}(xy-0) \\ &= xy\hat{k} \end{aligned}$$

$x=1, y=1$ হলে, $\hat{i} \times \hat{j} = \hat{k}$

\therefore XY সমতলের লম্বদিকে একক ভেক্টর \hat{k}

(খ) ধরি, নৌকার প্রকৃত বেগ, $\vec{u} = (3\hat{i} + 3\hat{j}) \text{ ms}^{-1}$

স্রোতের বেগ, $\vec{v} = 2\hat{i} \text{ ms}^{-1}$

লব্ধি বেগ,

$$\begin{aligned} \vec{w} &= \vec{u} + \vec{v} \\ &= 3\hat{i} + 3\hat{j} + 2\hat{i} \\ &= 5\hat{i} + 3\hat{j} \text{ ms}^{-1} \end{aligned}$$

নদীর প্রস্থ বরাবর \vec{w} এর অংশক $3\hat{j}$

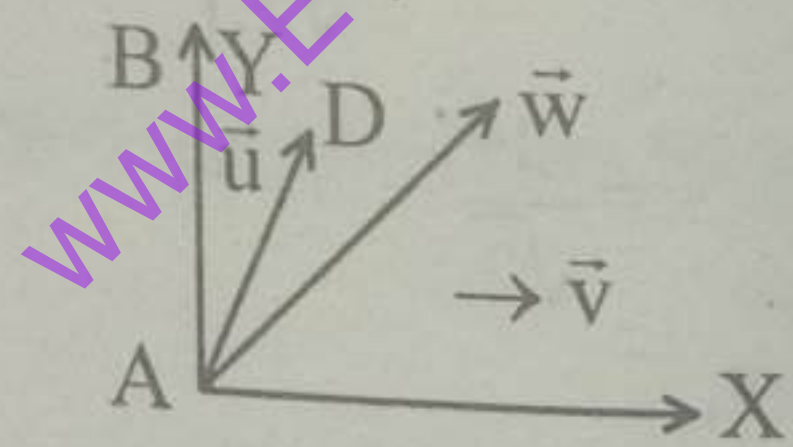
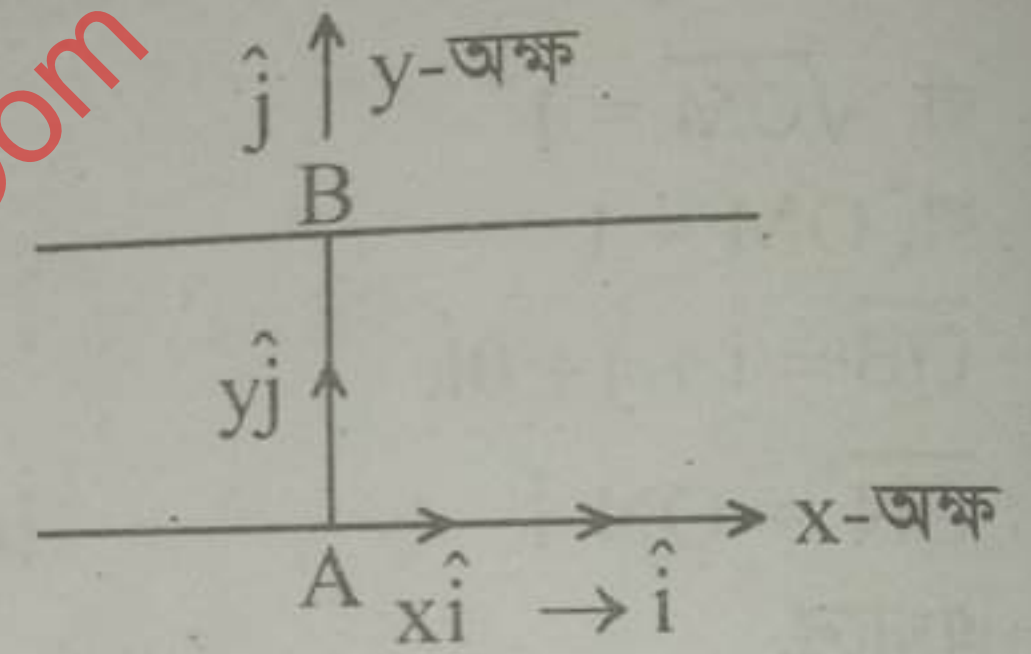
তাহলে, নদীর প্রস্থ বরাবর লব্ধি বেগের মান, $w_y = 3 \text{ ms}^{-1}$

এখন,

$$d = w_y \times t$$

$$\text{বা, } 2.5 \times 1000 = 3 \times t$$

$$\therefore t = 833.33 \text{ s}$$



এখানে,

$$\text{নদীর প্রস্থ, } d = 2.5 \times 1000 \text{ m}$$

$$w_y = 3 \text{ m s}^{-1}$$

নদী পার হতে প্রয়োজনীয় সময় = t

$$\text{দ্বিতীয় ক্ষেত্রে: } |\vec{u}| = \sqrt{3^2 + 3^2} = 3\sqrt{2} \text{ ms}^{-1}$$

$$\text{নদীর প্রস্থ বরাবর } \vec{u} = 3\sqrt{2} \hat{j}$$

$$\text{নৌকার বেগ, } \vec{v} = 2\hat{i}$$

লব্ধি বেগ,

$$\begin{aligned} \vec{w} &= \vec{u} + \vec{v} \\ &= 3\sqrt{2} \hat{j} + 2\hat{i} \\ &= 2\hat{i} + 3\sqrt{2} \hat{j} \end{aligned}$$

নদীর প্রস্থ বরাবর \vec{w} এর অংশক $3\sqrt{2} \hat{j}$

নদীর প্রস্থ বরাবর \vec{w} এর মান, $w_y' = 3\sqrt{2}$

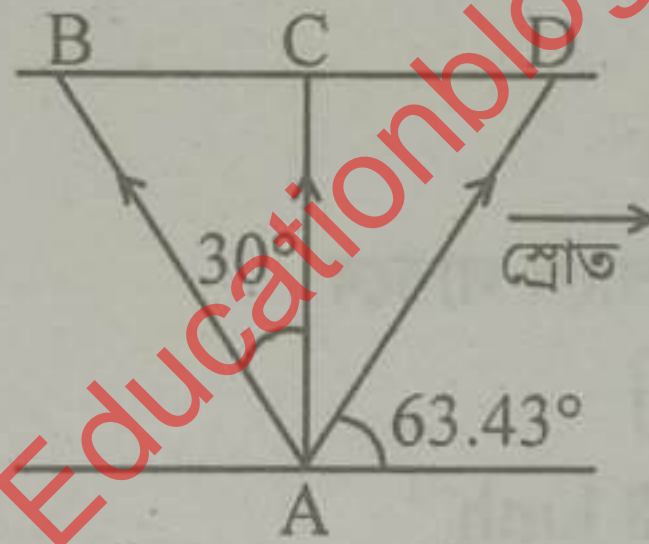
ধরি, নৌকাটি নদীর প্রস্থের সমান দূরত্ব পার হতে t' সময় নেবে।

তাহলে,

$$d = w_y' \times t'$$

$$\begin{aligned} \text{বা, } t' &= \frac{2.5 \times 1000}{3\sqrt{2}} \\ &= 589.26 \text{ s} \end{aligned}$$

৩৩।



চিত্রানুযায়ী একটি নদী 31km প্রস্থ। দুটি ইঞ্জিন বোট আড়াআড়ি পার হওয়ার জন্য A হতে অভিন্ন বেগে যাত্রা শুরু করল যাদের একটি AB বরাবর অপরটি AC বরাবর প্রথমটি আড়াআড়ি পার হয়ে C বিন্দুতে পৌঁছালেও দ্বিতীয়টি D বিন্দুতে পৌঁছায়। শ্রোতের বেগ 9 km h^{-1} ।

(ক) উদ্দীপক হতে নৌকার অভিন্ন বেগ হিসাব কর।

(খ) নৌকা দুটি একই সময়ে নদীর অপর পারে পৌঁছায় কিনা গাণিতিক বিশ্লেষণসহ মতামত দাও। [চ.বো '১৭]

সমাধান: ১ম বোটের জন্য:

$$\begin{aligned} \vec{u} &= u_x \hat{i} + u_y \hat{j} \\ &= -\frac{1}{2} u \hat{i} + \frac{\sqrt{3}}{2} u \hat{j} \end{aligned}$$

$$\vec{v} = 9\hat{i}$$

লব্ধি বেগ,

$$\begin{aligned} \vec{w} &= \vec{u} + \vec{v} \\ &= -\frac{1}{2} u \hat{i} + \frac{\sqrt{3}}{2} u \hat{j} + 9\hat{i} \\ &= \left(\frac{18-u}{2} \right) \hat{i} + \frac{\sqrt{3}}{2} u \hat{j} \end{aligned}$$

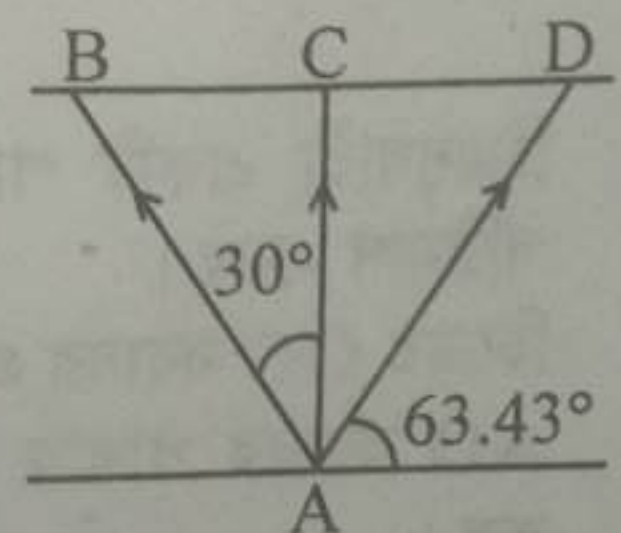
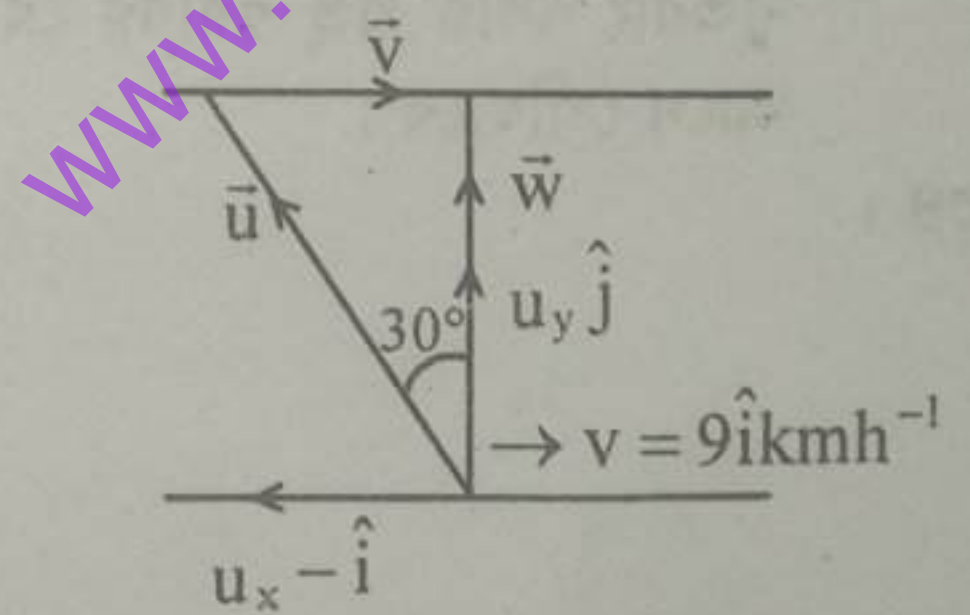
এখানে,

নৌকার বেগ = \vec{u}

$$u_x = u \sin 30^\circ = \frac{1}{2} u$$

$$u_y = u \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} u$$

শ্রোতের বেগ = $v = 9\hat{i}$



লব্ধি বেগ স্রোতের বেগের সাথে 90° কোণে আনত। ফলে তাদের স্কেলার বা ডট গুণন শূন্য হবে।

$$\therefore \vec{w} \cdot \vec{v} = 0$$

$$\text{বা, } \left\{ \left(\frac{18-u}{2} \right) \hat{i} + \frac{\sqrt{3}}{2} u \hat{j} \right\} \cdot 9 \hat{i} = 0$$

$$\text{বা, } \frac{18-u}{2} \times 9 + 0 = 0$$

$$\text{বা, } 18 - u = 0$$

$$\text{বা, } u = 18 \text{ kmh}^{-1}$$

$$\therefore \vec{w} = 0 \hat{i} + \frac{\sqrt{3}}{2} \times 18 \hat{j} = 9\sqrt{3} \hat{j}$$

ধরি, নদী পার হতে ১ম বোটের t_1 সময় লাগে,

$$\text{তাহলে, } d = |\vec{w}| \times t$$

$$\text{বা, } t = \frac{31}{9\sqrt{3}} \text{ h} = 2 \text{ h (প্রায়)}$$

$$\left| \begin{array}{l} \text{এখানে, } d = 31 \text{ km} \\ |\vec{w}| = 9\sqrt{3} \text{ kmh}^{-1} \end{array} \right.$$

২য় বোটের জন্য:

$$\text{দ্রুতি, } \vec{u} = 18 \hat{j}$$

$$\text{স্রোতের বেগ, } \vec{v} = 9 \hat{i}$$

লব্ধি বেগ,

$$\vec{w} = \vec{u} + \vec{v} = 18 \hat{j} + 9 \hat{i} = 9 \hat{i} + 18 \hat{j}$$

নদীর পার হতে \vec{w} এর বেগের উল্লম্ব উপাংশ লাগবে

নদীর প্রস্থ বরাবর \vec{w} এর অংশক = $18 \hat{j}$

নদীর প্রস্থ বরাবর \vec{w} এর মান, $w_y = 18 \text{ kmh}^{-1}$

এক্ষেত্রে প্রয়োজনীয় সময় t_2 হলে,

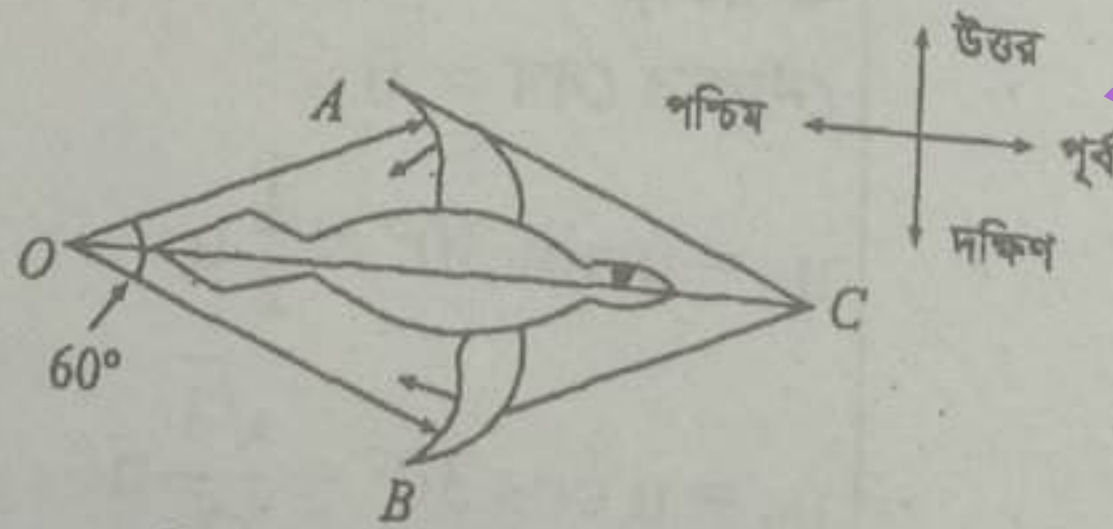
$$d = w_y t_2$$

$$\text{বা, } t_2 = \frac{d}{w_y} = \frac{31}{18} = 1.72 \text{ h}$$

$$\therefore t_1 - t_2 = 2 - 1.72 = 0.28 \text{ h}$$

সুতরাং নদীর প্রস্থ বরাবর বোট দুটি একই সময়ে পৌঁছাবে না। দ্বিতীয় বোট ১ম বোটের চেয়ে প্রায় 0.28h আগে পৌঁছাবে।

৩৪।



চিত্রনুযায়ী একটি পাখি সমতল ভূমির সমান্তরালে আকাশে উড়ছে। পাখিটির উভয় পাখা কর্তৃক ধাক্কার পরিমাণ $-5N$ ।

(ক) চিত্রের OC বরাবর প্রতিক্রিয়া বলের মান কত?

(খ) AO বরাবর পাখার ধাক্কার পরিমাণ দ্বিগুণ হলে পাখিটি কোনদিকে উড়বে? গাণিতিক যুক্তির মাধ্যমে ব্যাখ্যা কর।

সমাধান:

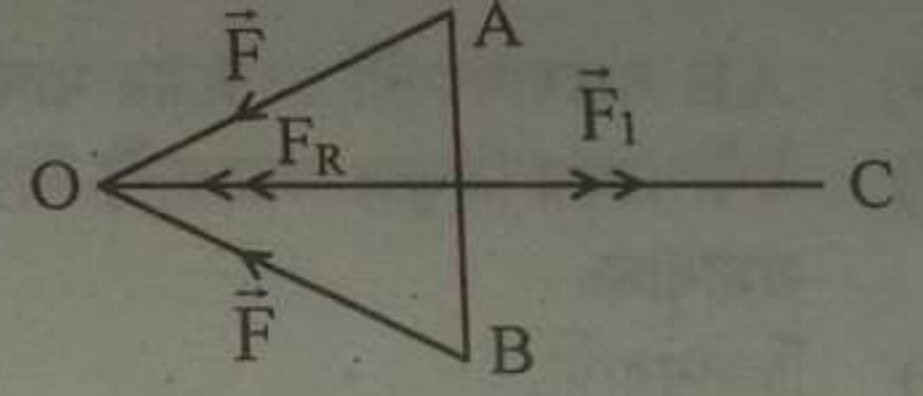
- (ক) আমরা জানি, নিউটনের তৃতীয় সূত্র হতে, ক্রিয়া ও প্রতিক্রিয়া পরস্পর সমান ও বিপরীতমুখী।
পাখির পাখার ক্রিয়াশীল সমান বল F ও F এর মধ্যবর্তী কোণ θ ও বলদ্বয়ের লব্ধির পরিমাণ F_R হলে,

$$F_R = \sqrt{F^2 + F^2 + 2FF\cos\theta}$$

$$= \sqrt{5^2 + 5^2 + 5^2 \cdot 2 \times \frac{1}{2}}$$

$$= 5\sqrt{3} \text{ N}$$

এখানে,
 $F = 5\text{N}$
 $\theta = 60^\circ$



তাহলে, প্রতিক্রিয়া বলও হবে $5\sqrt{3}\text{N}$

- (খ) আমরা জানি, বলের পরিমাণ যে দিকে বাড়ে লব্ধিও সেদিকে সরে যায়। এ ক্ষেত্রে প্রতিক্রিয়া ও ক্রিয়ার ঘটনাটি অপরিবর্তিত থাকে, অর্থাৎ ক্রিয়া ও প্রতিক্রিয়া একই সরল রেখায় বিপরীতমুখী হয় ও পরস্পর নিষ্ক্রিয় করে। অর্থাৎ পাখিটি পূর্ব হতে উত্তর দিকে OC এর সাথে θ কোণে উড়বে।

বলের sin সূত্র হতে পাই,

$$\frac{F}{\sin(30^\circ - \theta)} = \frac{2F}{\sin(30^\circ + \theta)}$$

$$\text{বা, } 2\sin(30^\circ - \theta) = \sin(30^\circ + \theta)$$

$$\text{বা, } 2\sin 30^\circ \cdot \cos\theta - 2\cos 30^\circ \cdot \sin\theta = \sin 30^\circ \cdot \cos\theta + \cos 30^\circ \cdot \sin\theta$$

$$\text{বা, } \cos\theta - \sqrt{3}\sin\theta = \frac{1}{2}\cos\theta + \frac{\sqrt{3}}{2}\sin\theta$$

$$\text{বা, } \frac{3\sqrt{3}}{2}\sin\theta = \frac{1}{2}\cos\theta$$

$$\text{বা, } \tan\theta = \frac{1}{3\sqrt{3}}$$

$$\therefore \theta = 10.89^\circ$$

OC এর সাথে 10.89° কোণে পূর্ব হতে উত্তরে অভিমুখ করে পাখিটি উড়বে।

θ এর মান নির্ণয়ের tan সূত্র:

ধরি, লব্ধি $2F$ এর সাথে α কোণে আনত।

তাহলে,

$$\tan\alpha = \frac{F\sin 60^\circ}{2F + F\cos 60^\circ}$$

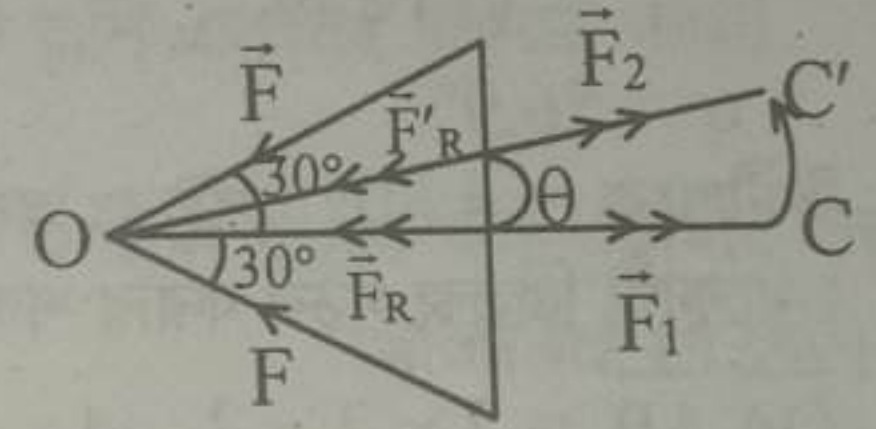
$$= \frac{\sin 60^\circ}{2 + \cos 60^\circ}$$

$$= \frac{\sqrt{3}/2}{2 + 1/2}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{5}$$

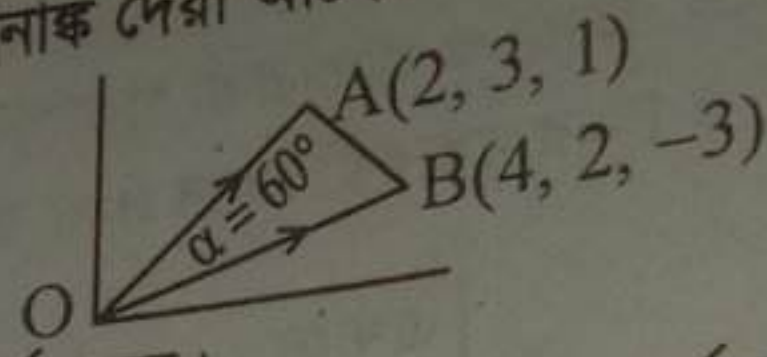
$$\alpha = \tan^{-1} \frac{\sqrt{3}}{5} = 19.11^\circ$$

অর্থাৎ, OA এর দিকের সাথে 19.11° কোণে পূর্ব উত্তর কোণে পাখিটি উড়বে।



NOTE BASKET

৩৫। নিম্নের চিত্রে দুটি বিন্দু A ও B স্থানাঙ্ক দেয়া আছে।



(ক) AB সংযোগকারী ভেক্টরের মান নির্ণয় কর।

(খ) উদ্দীপকের ত্রিভুজ সমকোণী ত্রিভুজ গঠন করবে কি? বিশ্লেষণপূর্বক মতামত দাও।

সমাধান:

(ক) চিত্রানুযায়ী,

$$\vec{OA} = 2\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k}$$

$$\vec{OB} = 4\hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k}$$

$$\therefore \vec{AB} = \vec{OB} - \vec{OA} = 2\hat{i} - \hat{j} - 4\hat{k}$$

$\alpha = 60^\circ$ এর পরীক্ষা:

$$\vec{OA} \cdot \vec{OB} = |\vec{OA}| |\vec{OB}| \cos \alpha$$

$$\text{বা, } 2 \times 4 + 3 \times 2 + 1 \times (-3) = \sqrt{14} \cdot \sqrt{29} \cos \alpha$$

$$\text{বা, } \cos \alpha = \frac{11}{\sqrt{14} \sqrt{29}}$$

$$\therefore \alpha = 56.9^\circ$$

উদ্দীপকে $\alpha = 60^\circ$ স্পষ্টতঃ অংকটিতে সমস্যা আছে।

সমকোণী ত্রিভুজ গঠন করার শর্ত: (ডটগুণন = 0 হবে)।

$$\vec{OA} \cdot \vec{AB} = 2 \times 2 - 3 - 4 = -3, \alpha \neq 90^\circ$$

$$\vec{OB} \cdot \vec{AB} = 4 \times 2 - 2 + 12 = 18, \alpha \neq 90^\circ$$

এরা ত্রিভুজ গঠন করতে পারে, কিন্তু সমকোণী ত্রিভুজ গঠন করতে পারে না।

$$\text{বি.দ্র: বিন্দুগুলো সমতলীয় কারণ}$$

$$\begin{vmatrix} 4 & 2 & -9 \\ 2 & 3 & 1 \\ 4.2 & 2.3 & -1-1 \end{vmatrix}$$

NOTE BASKET

$$= \begin{vmatrix} 4 & 2 & -3 \\ 2 & 3 & 1 \\ 2 & -1 & -2 \end{vmatrix} = 0$$

$$36। \vec{A} = (2x + y - z)\hat{i} + (x - 2y + 3z)\hat{j} + (x - y - z)\hat{k}$$

(ক) \vec{A} ভেক্টরটির ডাইভারজেন্স নির্ণয় কর।

(খ) উল্লিখিত \vec{A} ভেক্টরটি ঘূর্ণনশীল কিনা? গাণিতিক বিশ্লেষণ দাও।

সমাধান:

(ক) এখানে,

$$\vec{A} = (2x + y - z)\hat{i} + (x - 2y + 3z)\hat{j} + (x - y - z)\hat{k}$$

$$\vec{\nabla} = \hat{i} \frac{\delta}{\delta x} + \hat{j} \frac{\delta}{\delta y} + \hat{k} \frac{\delta}{\delta z}$$

যেখানে $\vec{\nabla}$ হলো ভেক্টর অপারেটর।

[ব.বো '১৭]

www.Educationblog24.Com

[মাদ্রাসা বোর্ড '১৭]

ডাইভারজেন্স,

$$\begin{aligned}\vec{\nabla} \cdot \vec{A} &= \left(\hat{i} \frac{\delta}{\delta x} + \hat{j} \frac{\delta}{\delta y} + \hat{k} \frac{\delta}{\delta z} \right) \{ (2x + y - z)\hat{i} + (x - 2y + 3z)\hat{j} + (x - y - z)\hat{k} \} \\ &= 2 - 2 - 1 \\ &= -1\end{aligned}$$

(খ) $\vec{\nabla} \times \vec{A} \neq 0$ হলে ভেক্টরটি ঘূর্ণনশীল হবে।

$$\begin{aligned}\vec{\nabla} \times \vec{A} &= \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \frac{\delta}{\delta x} & \frac{\delta}{\delta y} & \frac{\delta}{\delta z} \\ 2x + y - z & x - 2y + 3z & x - y - z \end{vmatrix} \\ &= \hat{i}(-1 + 3) - \hat{j}(1 + 1) + \hat{k}(1 + 1) \\ &= 2\hat{i} - 2\hat{j} + 2\hat{k} \\ &\neq 0\end{aligned}$$

ফলে \vec{A} ভেক্টরটি ঘূর্ণনশীল।

৩৭। তিনটি বিন্দু A, B ও C এর স্থানাঙ্ক যথাক্রমে (2, 1, -1), (3, -2, 4) ও (1, -3, 5)। কোনো সুসম বেগে গতিশীল বস্তুর B বিন্দু হতে C বিন্দুতে 2 sec সময় লাগলো। সব কটি রাশি এসআই এককে প্রদত্ত।

(ক) BC পথে বস্তুর বেগ নির্ণয় কর।

(খ) উদ্দীপকের বিন্দুগুলো দ্বারা গঠিত অবস্থান ভেক্টরগুলো একই সমতলে অবস্থান করবে কী? তোমার উত্তরের সপক্ষে যুক্তি দাও। [অভিন্ন প্রশ্ন (খ সেট) '১৮]

সমাধান:

$$\begin{aligned}\text{(ক) } \vec{BC} &= \vec{OC} - \vec{OB} \\ &= (1 - 3)\hat{i} + (-3 + 2)\hat{j} + (5 - 4)\hat{k} \\ &= -2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}S_1 &= |\vec{BC}| \\ &= \sqrt{(-2)^2 + (-1)^2 + 1^2} \\ &= \sqrt{6}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{বেগ, } v_{BC} &= \frac{|\vec{BC}|}{t} \\ &= \frac{\sqrt{6}}{2} \\ &= 1.225 \text{ms}^{-1}\end{aligned}$$

এখানে,

$$\vec{OC} = \hat{i} - 3\hat{j} + 5\hat{k}$$

$$\vec{OB} = 3\hat{i} - 2\hat{j} + 4\hat{k}$$

এখানে,

$$t = 2s$$

$$\text{(খ) } \vec{A} = 2\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$$

$$\vec{B} = 3\hat{i} - 2\hat{j} + 4\hat{k}$$

$$\vec{C} = \hat{i} - 3\hat{j} + 5\hat{k}$$

$$\vec{A} \times \vec{C} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 3 & -2 & 4 \\ 1 & -3 & 5 \end{vmatrix} = \hat{i}(-10+12) - \hat{j}(15-4) + \hat{k}(-9+2) = 2\hat{i} - 9\hat{j} - 7\hat{k}$$

$$\vec{A} \cdot (\vec{B} \times \vec{C}) = 2 \times 2 + 1(-11) + (-1)(-7) = 4 - 11 + 7 = 0$$

∴ ভেক্টর তিনটি সমতলীয়।

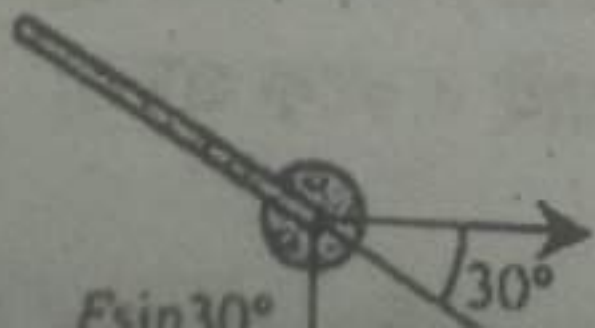
অন্যভাবে, $\begin{vmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 3 & -2 & 4 \\ 1 & -3 & 5 \end{vmatrix} = 0$ হলে ভেক্টর তিনটি সমতলীয় বা বিন্দু তিনটি সমতলীয় হবে।

৩৮-৭৯ নং পর্যন্ত বুয়েট, কুয়েট, চুয়েট অংশে সমাধান দ্রষ্টব্য

গোলাম হোসেন প্রামাণিক, দেওয়ান নাসির উদ্দিন ও ড. রবিউল ইসলাম স্যারে
বইয়ের গাণিতিক সমস্যাবলির সমাধান

৫১। একটি লন রোলার টানা বা ঠেলার জন্য অনুভূমিকের সাথে 30° কোণে 19.6N বল প্রয়োজন করা
টানার সময় ওজন ঠেলা অপেক্ষা কত কম হবে?
সমাধান: বলের উল্লম্ব উপাংশ,

$$F \sin 30^\circ = 19.6 \text{ N} \times 0.5 = 9.8 \text{ N}$$



এখানে,

প্রযুক্ত বল $F = 19.6 \text{ N}$

বুয়েট, কুয়েট, রুয়েট, চুয়েট, মেডিকেল, টেক্সটাইল, বিশ্ববিদ্যালয়ের
বিগত বছরের ভর্তি পরীক্ষার গাণিতিক সমস্যাবলির সমাধান

- ◆ একটি সামান্তরিকের সন্নিহিত বাহু দুইটি যথাক্রমে $\vec{A} = (3\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}) \text{ m}$ এবং $\vec{B} = (2\hat{i} - \hat{j} - \hat{k}) \text{ m}$ ।
সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল কত? [কুয়েট ১৮-১৯]
- A. 5.92 m^2 B. 2.76 m^2
C. 10.39 m^2 D. 2.96
E. 2.56 m^2

Ans: সঠিক উত্তর নাই

সমাধান: সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল = $|\vec{A} \times \vec{B}|$

$$\vec{A} \times \vec{B} = (3\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}) \times (2\hat{i} - \hat{j} - \hat{k}) = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 3 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & -1 \end{vmatrix}$$

$$= \hat{i}(-1 + 2) - \hat{j}(-3 - 4) + \hat{k}(-3 - 2) = \hat{i} + 7\hat{j} - 5\hat{k}$$

$$|\vec{A} \times \vec{B}| = \sqrt{1^2 + 7^2 + (-5)^2} = 8.66 \text{ m}^2$$

- ◆ 7 kg ভরের কোন বস্তুর উপর প্রযুক্ত একটি বল $\vec{F} = 2\hat{i} - 3\hat{j} + 6\hat{k} \text{ N}$ হলে, যেখানে \hat{i}, \hat{j} এবং \hat{k} একক ভেক্টর, বস্তুটি কত ত্বরণ প্রাপ্ত হবে? [বুয়েট ১৩-১৪]
- A. 1.4 m/s^2 B. 1.57 m/s^2
C. 1.0 m/s^2 D. 7.0 m/s^2

Ans: C

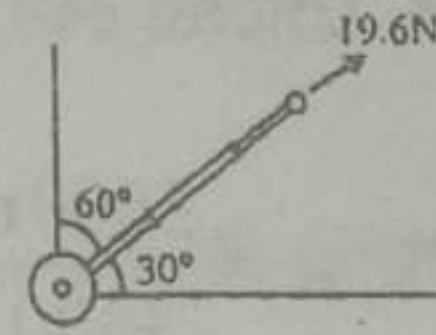
ব্যাখ্যা: বল $|\vec{F}| = \sqrt{(2)^2 + (-3)^2 + (6)^2} = 7 \therefore a = \frac{F}{m} = \frac{7}{7} = 1 \text{ ms}^{-2}$

- ◆ একটি লন রোলার ঠেলা বা টানার সময় তুমি এর অনুভূমিকের সাথে 30° কোণে 19.6 N বল প্রয়োগ করছ। এটা টানা অপেক্ষাকৃত সহজ কারণ এর ওজন তখন কমে— [বুয়েট ১০-১১]

- A. $\sqrt{3} \text{ kg}$ B. 19.6 kg
C. 1 kg D. 9.8 kg

ব্যাখ্যা: ওজন কমে $19.6 \times \cos(60^\circ) \text{ N} = 9.8 \text{ N} = 1 \text{ kg}$

$F \sin \theta = 19.6 \times \sin 30^\circ = 9.8 \text{ N} = 1 \text{ kg}$



Ans: C

- ◆ একটি কণার উপর $\vec{F} = (5\hat{i} - 6\hat{j} + 3\hat{k}) \text{ N}$ বল প্রয়োগ করার ফলে কণাটির $\vec{d} = (3\hat{i} + d_y\hat{j} + 5\hat{k}) \text{ m}$ সরণ হয়। d_y এর মান কত হলে সম্পাদিত কাজের পরিমাণ শূন্য হবে? [বুয়েট ১২-১৩]

- A. 0 B. 5
C. 6 D. -6

Ans: B

ব্যাখ্যা: $W = \vec{F} \cdot \vec{d}$ বা, $0 = 5 \cdot 3 + (-6) \cdot d_y + 3 \cdot 5$ বা, $0 = 15 - 6d_y + 15$ বা, $6d_y = 30$ বা, $d_y = 5$

- ◆ ভেক্টর \vec{A}, \vec{B} এবং \vec{C} এর মান যথাক্রমে 12, 5 এবং 13 একক এবং $\vec{A} + \vec{B} = \vec{C}$ ভেক্টর \vec{A} এবং \vec{B} এর মধ্যবর্তী কোণ হবে— [বুয়েট ০৬-০৭]

- A. π B. $\frac{\pi}{2}$
C. zero D. $\frac{\pi}{4}$

Ans: B

ব্যাখ্যা: $C^2 = A^2 + B^2 + 2AB \cos \alpha$ বা, $\cos \alpha = \frac{(13)^2 - (12)^2 - 5^2}{2 \times 12 \times 5} = \frac{0}{120} = 0 \therefore \alpha = \frac{\pi}{2}$

- ◆ যদি $\vec{A} = \hat{i} + 2\hat{j} - 2\hat{k}$ এবং $\vec{B} = 3\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}$ হয়, তাহলে $\vec{A} + \vec{B}$ এবং $\vec{A} - \vec{B}$ এর মধ্যবর্তী কোণ হবে—
 A. 60° B. 30°
 C. 90° D. 120° Ans: C

- ◆ একটি রকেট খাড়াভাবে উপরের দিকে 20 m/sec^2 ত্বরণে চলতে শুরু করল। 10 sec পরে রকেটটির ইঞ্জিনের সুইচ হঠাৎ বন্ধ করা হলে রকেটটি সর্বোচ্চ কত উচ্চতায় পৌঁছবে তা নির্ণয় কর। অভিকর্ষীয় ত্বরণ-এর মান 10 m/sec^2 ধর। [বুয়েট ০৭-০৮]

সমাধান: 10 s শেষে রকেটের বেগ $= 20 \times 10 = 200 \text{ ms}^{-1}$ এবং উচ্চতা $= \frac{1}{2} \times 20 \times (10)^2 = 1000 \text{ m}$

সুতরাং, 1000 m উচ্চতা থেকে 200 ms^{-1} বেগের জন্য সর্বোচ্চ উচ্চতা $= \frac{200^2}{2 \times 10} = 2000 \text{ m}$

অর্থাৎ, রকেটটি ভূমি হতে সর্বাধিক $(2000 + 1000) \text{ m}$ বা 3000 m উচ্চতায় উঠবে।

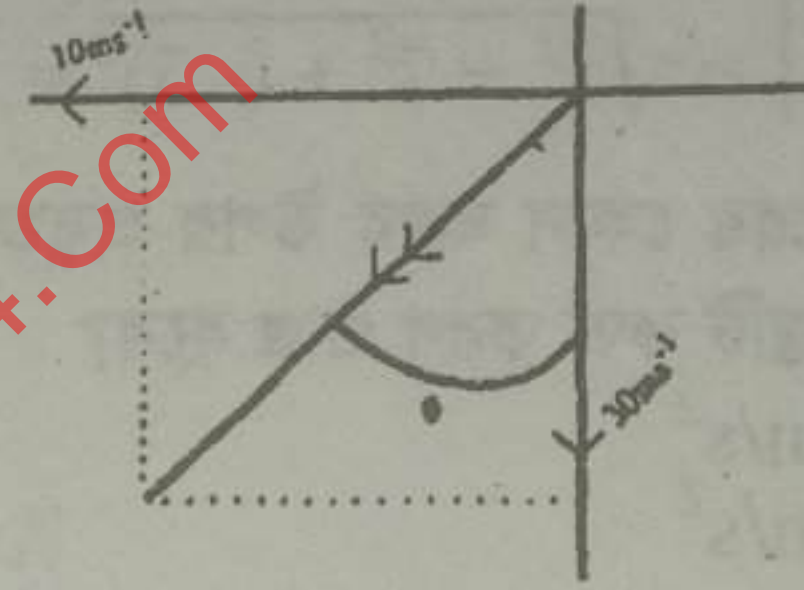
- ◆ কোনো একদিন 30 ms^{-1} গতিতে উল্লম্বভাবে বৃষ্টি পড়ছিল। যদি বায়ু 10 ms^{-1} গতিতে পূর্ব থেকে পশ্চিমে বইতে শুরু করে তাহলে বৃষ্টি থেকে রক্ষা পেতে তোমার ছাতা কোন দিকে মেলে ধরতে হবে বের কর। [বুয়েট ০৬-০৭]

সমাধান:

$$\tan \theta = \frac{10}{30}$$

$$\therefore \theta = \tan^{-1} \left(\frac{1}{3} \right) = 18.43^\circ$$

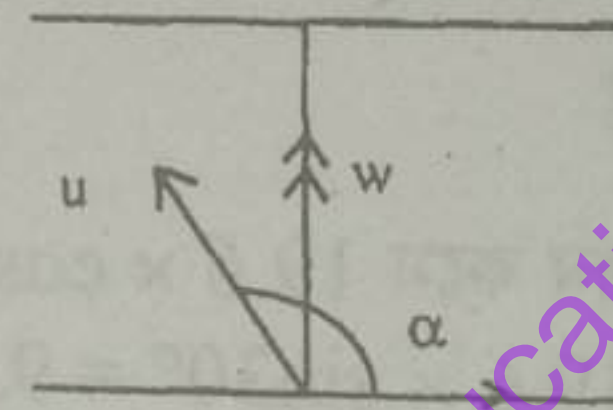
উল্লম্বের সাথে 18.43° কোণে ছাতা ধরতে হবে।



- ◆ প্রতি ঘন্টায় 1800 m বেগে 240 m প্রস্থ একটি নদী নিচের দিকে প্রবাহিত হচ্ছে এবং প্রতি ঘন্টায় 3600 m বেগে সাঁতারে সক্ষম একজন সাঁতারু একটি বিপরীত বিন্দুতে যেতে ইচ্ছুক। সে কোন দিক বরাবর সাঁতার দেবে এবং সেই বিন্দুতে যেতে কত সময় নেবে? [বুয়েট ০৩-০৪]

সমাধান: ধরি, শ্রোতের বেগ, $v = \frac{1800 \text{ m}}{3600 \text{ s}} = 0.5 \text{ ms}^{-1}$

সাঁতারুর বেগ, $u = \frac{3600 \text{ m}}{3600 \text{ s}} = 1 \text{ ms}^{-1}$



ধরি, সাঁতারুকে শ্রোতের দিকের সাথে α কোণে সাঁতারাতে হবে এবং শ্রোতের ও সাঁতারুর বেগের লব্ধি w । এখন, শ্রোতের দিক বরাবর বেগসমূহ ও তাদের লব্ধির উপাংশ নিয়ে পাই,

$$v \cos 0^\circ + u \cos \alpha = w \cos 90^\circ$$

$$\text{বা, } v + u \cos \alpha = 0$$

$$\text{বা, } \cos \alpha = -\frac{v}{u}$$

$$\text{বা, } \cos \alpha = -\frac{0.5}{1} = -\frac{1}{2}$$

$$\therefore \alpha = 120^\circ$$

আবার, নদীর প্রস্থ বরাবর সাঁতারুর বেগের উপাংশ, $u \cos(120^\circ - 90^\circ)$

$$\therefore \text{প্রয়োজনীয় সময়, এখন, } t = \frac{d}{u \cos 30^\circ} = \frac{240}{1 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{480}{\sqrt{3}} = 277.13 \text{ s} = 4.62 \text{ min}$$

- নির্দিষ্ট দিকে একটি বস্তুকণার সরণ $x = 2.0 \text{ (ms}^{-2}\text{)}t^2 + 3.0 \text{ m}$ দ্বারা প্রকাশ করা যায়। 3.0 সেকেন্ডে ও 5.0 সেকেন্ডের মধ্যে বস্তুকণাটির গড় ত্বরণ কত? [বুয়েট ০১-০২]

সমাধান:

$$V_x = \frac{dx}{dt} = 4.0 \text{ (ms}^{-2}\text{)}t$$

$$(V_x)_{t=3s} = 4.0 \text{ (ms}^{-2}\text{)}3s = 12.0 \text{ ms}^{-1}$$

$$(V_x)_{t=5s} = 4.0 \text{ (ms}^{-2}\text{)}5s = 20.0 \text{ ms}^{-1}$$

$$\text{গড় ত্বরণ, } \bar{a} = \frac{(V_x)_{t=5s} - (V_x)_{t=3s}}{t_{5s} - t_{3s}} \\ = \frac{20 \text{ ms}^{-1} - 12 \text{ ms}^{-1}}{5 - 3} = 4.0 \text{ ms}^{-2}$$

∴ গড় ত্বরণ 4.0 ms^{-2}

- 8 কেজি ভরের একটি বস্তু 10 মিটার উপর হতে পড়ে বালিতে 50 সে. মি. প্রবেশ করে থেমে গেল। বস্তুর উপর বালির গড় বাধা নির্ণয় কর। [বুয়েট ০৫-০৬]

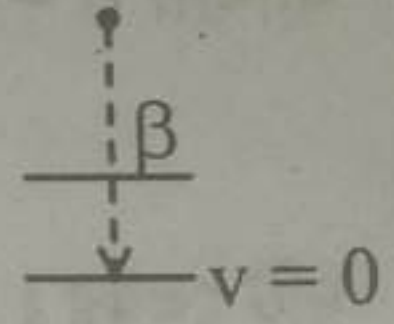
সমাধান: বালিতে পড়ার মুহূর্তের বেগ, $v = \sqrt{2 \times 9.8 \times 10} = 10 \text{ ms}^{-1}$

বালির ভেতর মন্দন f হলে $0 = v^2 - (2f \times 0.5)$

$$\text{বা, } f = \frac{14^2}{2 \times 0.5} = 196 \text{ ms}^{-2}$$

গড় বাধা R হলে, $R - mg = mf$

$$\therefore R = m(g + f) = 8(9.8 + 196) = 1646.4 \text{ N}$$



- দুটি ভেক্টরের স্কেলার গুণফল 20 একক। এদের ভেক্টর গুণফলের মান $6\sqrt{2}$ একক। ভেক্টরদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণ কত? [কুয়েট ১৭-১৮]
- A. 30° B. $24^\circ 2'$ C. $22^\circ 59'$
D. $22^\circ 14'$ E. $23^\circ 58'$ Ans: C

সমাধান: $\frac{AB \sin \theta}{AB \cos \theta} = \frac{6\sqrt{2}}{20}$ বা, $\tan \theta = 0.42$ বা, $\theta = 22^\circ.59'$

- যদি $\vec{P} = 2\hat{i} + 4\hat{j} - 5\hat{k}$ এবং $\vec{Q} = \hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k}$ হলে \vec{P} এবং \vec{Q} এর মধ্যবর্তী কোণ নির্ণয় কর। [কুয়েট ১৬-১৭]
- A. 111.01° B. 110.49° C. 101.49°
D. 69° E. 68.98° Ans: C

সমাধান: $\cos \theta = \frac{\vec{P} \cdot \vec{Q}}{|\vec{P}| |\vec{Q}|} = \frac{-5}{3\sqrt{5} \times \sqrt{14}} \therefore \theta = 101.49^\circ$

- একটি কণার উপর $\vec{F} = (-2\hat{i} + 3\hat{j} + 4\hat{k})$ নিউটন বল প্রয়োগের ফলে কণাটি $(3, -4, -2)$ বিন্দু থেকে $(-2, 3, 5)$ বিন্দুতে স্থানান্তরিত হয়। বল কর্তৃক সম্পাদিত কাজের পরিমাণ নির্ণয় কর। [কুয়েট ১৫-১৬]
- A. 7 J B. 59.72 J C. 49 J
D. 59 J E. 49 N Ans: D

সমাধান: $\vec{F} = (-2\hat{i} + 3\hat{j} + 4\hat{k})$

$$\Delta \vec{r} = (-2, 3, 5) - (3, -4, -2) = -5\hat{i} + 7\hat{j} + 7\hat{k}$$

$$w = \vec{F} \Delta \vec{r} = (10 + 21 + 28) = 59 \text{ J}$$

- ◆ একটি সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর যার কর্ণদ্বয় যথাক্রমে $\vec{A} = 3\hat{i} - 2\hat{j} + 5\hat{k}$ এবং $\vec{B} = \hat{i} + 6\hat{j} - \hat{k}$ [কুয়েট ১৪-১৫]
- A. 10.95 units
B. 17.6 units
C. 17.66 units
D. 15.74 units
E. 18.98 units
- Ans: B

ব্যাখ্যা: $\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 3 & -2 & 5 \\ 1 & 6 & -1 \end{vmatrix} = \hat{i}(2 - 30) - \hat{j}(-3 - 5) + \hat{k}(18 + 2) = -28\hat{i} + 8\hat{j} + 20\hat{k}$

$\therefore \frac{1}{2} |\vec{A} \times \vec{B}| = \frac{1}{2} \sqrt{(-28)^2 + 8^2 + 20^2} = 17.66 \text{ units}$

- ◆ ভেক্টর $\vec{A} = 2\hat{i} + 3\hat{j} - \hat{k}$ এবং $\vec{B} = 6\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k}$ এর মধ্যকার কোণ নির্ণয় কর। [কুয়েট ১৩-১৪]
- A. $82^\circ 2'$
B. $78^\circ 54'$
C. $71^\circ 1'$
D. $87^\circ 48'$
E. $76^\circ 24'$
- Ans: D

ব্যাখ্যা: $\theta = \cos^{-1} \left(\frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{AB} \right) = \cos^{-1} \left\{ \frac{(2\hat{i} + 3\hat{j} - \hat{k})(6\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k})}{\sqrt{2^2 + 3^2 + 1^2} \sqrt{6^2 + 3^2 + 2^2}} \right\} = \cos^{-1} \left(\frac{12 - 9 - 2}{\sqrt{14} \times 7} \right)$

$= 87.82^\circ = 87^\circ 48'$

- ◆ দুটি ভেক্টর $\hat{i} - 2\hat{j} - 5\hat{k}$ এবং $2\hat{i} + \hat{j} - 4\hat{k}$ -এর মধ্যবর্তী কোণ কত? [কুয়েট ১২-১৩]
- A. 38.5°
B. 36°
C. 37.17°
D. 37°
E. 36.2°
- Ans: C

ব্যাখ্যা: $\theta = \cos^{-1} \left(\frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{|\vec{A}| |\vec{B}|} \right) = \cos^{-1} \left(\frac{1 - 2 + 20}{\sqrt{30} \times 21} \right) = 37.17^\circ$

- ◆ দুটি ভেক্টরের স্কেলার গুণফল 18 এবং ভেক্টর গুণফলের মান $6\sqrt{3}$ । ভেক্টরদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণ কত? [কুয়েট ১১-১২]
- A. 20°
B. 25°
C. 27°
D. 30°
E. 40°
- Ans: D

ব্যাখ্যা: $AB \cos \theta = 18$, $AB \sin \theta = 6\sqrt{3}$ বা, $\tan \theta = \frac{6\sqrt{3}}{18} = \frac{1}{\sqrt{3}} \therefore \theta = 30^\circ$

- ◆ বায়ু উত্তর দিক ও পূর্ব দিকের মধ্য দিয়ে প্রবাহিত হচ্ছে। বায়ুর বেগের উত্তর দিকের অংশক 5 km/hr এবং পূর্ব দিকের অংশক 12 m/hr । লব্ধিবেগ কত? [কুয়েট ০৫-০৬]
- A. 17 km/hr
B. 13 km/hr
C. 60 km/hr
D. 7 km/hr
- Ans: B

ব্যাখ্যা: $v = \sqrt{5^2 + 12^2} = 13 \text{ kmhr}^{-1}$

- ◆ একজন সাইকেল আরোহী সমতল রাস্তার উপর দিয়ে কত বেগে চললে 6 m/s বেগের বৃষ্টির ফোঁটা তার গাছে 45° কোণে পড়বে? [কুয়েট ০৫-০৬]
- A. 5 m/s
B. 7 m/s
C. 6 m/s
D. 5 m/s
- Ans: C

ব্যাখ্যা: $\tan \theta = \frac{6}{v}$ বা, $1 = \frac{6}{v}$ [$\therefore \tan 45^\circ = 1$] বা, $v = 6 \text{ m/s}$

- ♦ বায়ু উত্তর ও পূর্ব দিকের মধ্যদিয়ে প্রবাহিত হচ্ছে। বেগের উত্তর দিকের অংশক ঘণ্টায় 5 km এবং পূর্ব দিকের অংশক ঘণ্টায় 12 km লব্ধি বেগ কত? [কুয়েট ০৫-০৬]

A. 7 km⁻¹
C. 60 km⁻¹

B. 17 km⁻¹
D. 13 km⁻¹

Ans: D

ব্যাখ্যা: লব্ধি $R = \sqrt{5^2 + 12^2 + 2 \cdot 5 \cdot 12 \cos 90^\circ} = \sqrt{25 + 44 + 0} = \sqrt{169} = 13 \text{ kmh}^{-1}$

- ♦ $\vec{A} = 5\hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k}$ এবং $\vec{B} = 15\hat{i} - a\hat{j} - 9\hat{k}$ । 'a' এর মান কত হলে \vec{A} ও \vec{B} পরস্পর সমান্তরাল হবে? [কুয়েট ১০-১১]

A. 7
C. 5
E. 8

B. 6
D. 4

Ans: B

ব্যাখ্যা: $\frac{5}{15} = \frac{2}{a} = \frac{3}{9} \therefore a = 6$

- ♦ দুইটি ভেক্টর $\vec{A} = 2\hat{i} - 2\hat{j} - \hat{k}$ এবং $\vec{B} = 6\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k}$ হলে এদের অন্তর্ভুক্ত কোণ নির্ণয় কর। [কুয়েট ১২-১৩]

A. 77°
C. 79°
E. 81°

B. 78°
D. 80°

Ans: C

ব্যাখ্যা: $\cos \theta = \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{|\vec{A}| |\vec{B}|} = \frac{4}{\sqrt{9} \cdot \sqrt{49}} \therefore \cos^{-1} = \left(\frac{4}{21} \right) = 79^\circ$

- ♦ একটি নদীর শ্রোতের বেগ 5 ms^{-1} । 10 ms^{-1} বেগের একটি নৌকার সোজাসুজিভাবে নদী পাড়ি দিতে 1 min 40 second সময় লাগে। নদীর প্রস্থ কত? [কুয়েট ০৩-০৪]

সমাধান: ধরি, v এবং u এর মধ্যবর্তী কোণ = α

এবং লব্ধি বেগ = w

u বরাবর উপাংশ নিয়ে পাই,

$$v \cos \alpha + u \cos 0^\circ = w \cos 90^\circ$$

$$\text{বা, } \cos \alpha = -\frac{u}{v} = -\frac{5}{10} = -\frac{1}{2}$$

$$\text{বা, } \alpha = 120^\circ$$

w বরাবর উপাংশ নিয়ে পাই,

$$v \cos (120^\circ - 90^\circ) + u \cos 90^\circ = w \cos 0^\circ$$

$$\text{বা, } w = 10 \cos 30^\circ = 5\sqrt{3}$$

$$\therefore d = wt = 5\sqrt{3} \times (60 + 40) = 500\sqrt{3} \text{ m}$$

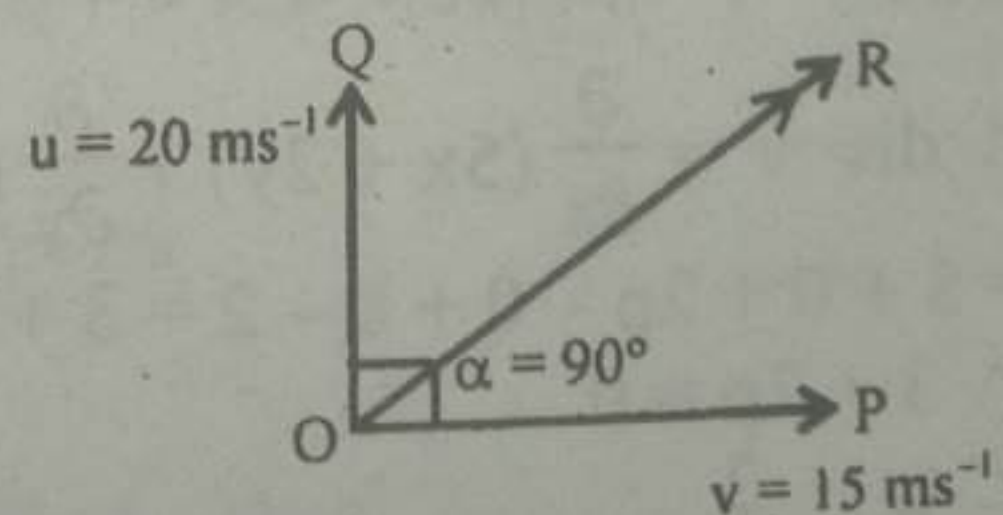
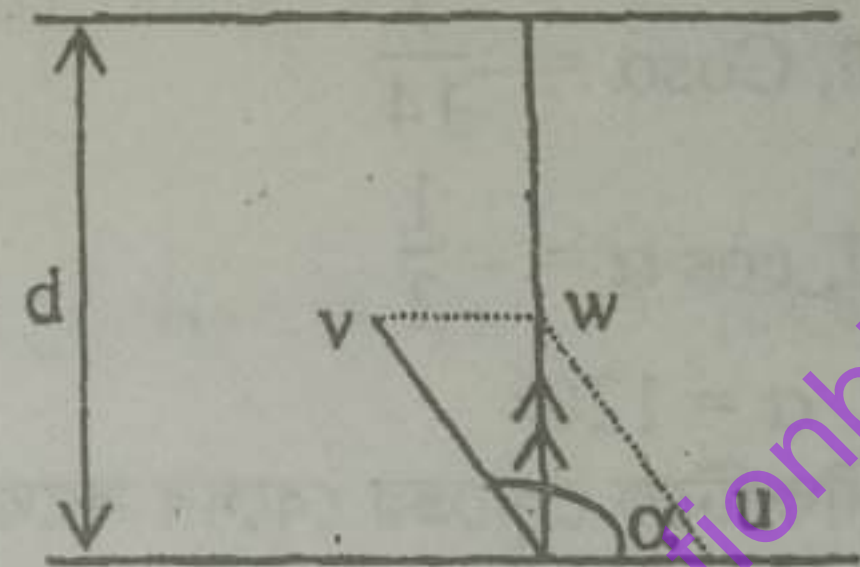
- ♦ একটি নৌকা নদীর প্রস্থ বরাবর 20 ms^{-1} বেগে চলা শুরু করল। নদীর শ্রোতের বেগ 15 ms^{-1} হলে এবং নদীটি 2 km প্রস্থ হলে অপর পাড়ে পৌঁছাতে নৌকাটির কত সময় লাগবে? নৌকার লব্ধি বেগ কত হবে? [কুয়েট ১৩-১৪]

সমাধান:

$$OQ \text{ বরাবর } u \text{ এর উপাংশ } u \cos 0^\circ = 20 \text{ ms}^{-1}$$

$$\therefore s = vt \therefore t = \frac{s}{v} = \frac{2000}{20} = 100 \text{ sec}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{নৌকার লব্ধি বেগ, } R &= \sqrt{u^2 + v^2} \\ &= \sqrt{20^2 + 15^2} \\ &= \sqrt{625} = 25 \text{ ms}^{-1} \end{aligned}$$



- ◆ দুটি ভেক্টর রাশির বৃহত্তর ও ক্ষুদ্রতর লব্ধিদ্বয় যথাক্রমে 28 একক 4 একক রাশি দুটি পরস্পরের সাথে 90° কোণে কোন একটি কণার উপর ক্রিয়া করল। লব্ধির মান কত? [চুয়েট ১৫-১৬]
- A. None of them
B. 28 unit
C. 24 unit
D. 20 unit

Ans : D

সমাধান: $P + Q = 28$

$P - Q = 4$

so, $P = 16, Q = 12$

$R = \sqrt{P^2 + Q^2} = 20 \text{ unit}$

- ◆ একটি কণার উপর $(6\hat{i} - 3\hat{j} + \hat{k}) \text{ N}$ বল প্রয়োগের ফলে কণাটি কিছুদূর সরে যায় এবং 10 J কাজ সম্পাদিত হয়। সরণ কত? [চুয়েট ১২-১৩]

A. $(5\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}) \text{ m}$

B. $(4\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k}) \text{ m}$

C. $(6\hat{i} + 3\hat{j} - 2\hat{k}) \text{ m}$

D. None

Ans: B

ব্যাখ্যা: $W = (6\hat{i} - 5\hat{j} + \hat{k})(4\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k}) = 24 - 15 + 1 = 10$

- ◆ একটি ইঞ্জিনচালিত নৌকার বেগ ঘন্টায় 14 কিলোমিটার। একটি নদী আড়াআড়ি পার হতে হলে নৌকাটিকে কোন দিকে চালাতে হবে? নদীর প্রস্থ 12.125 km হলে তা পাড়ি দিতে কত সময় লাগবে? শ্রোতের বেগ ঘন্টায় 7 km। [চুয়েট ০৪-০৫]

সমাধান: $R = \sqrt{P^2 + Q^2 + 2PQ \cos \alpha} = \sqrt{7^2 + 14^2 + 2 \cdot 7 \cdot 14 \cos 120^\circ} = 12.124 \text{ kmh}^{-1}$

$\therefore t = \frac{12.125}{12.14} = 1 \text{ hour}$

বা, $R \cos 90^\circ = P + Q \cos \alpha$

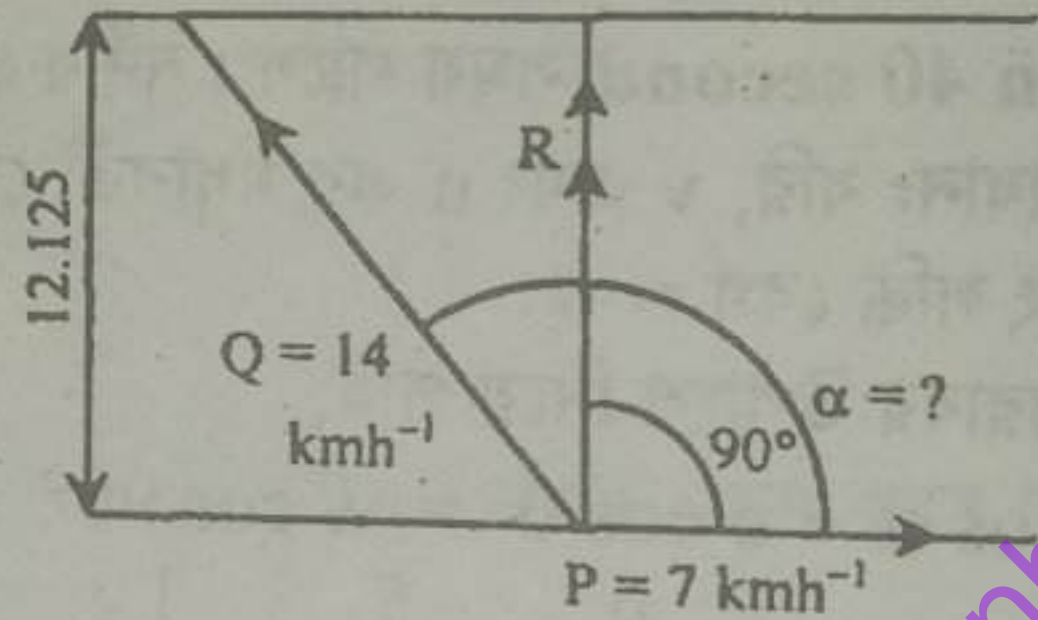
বা, $7 + 14 \cos \alpha = 0$

বা, $\cos \alpha = -\frac{7}{14}$

বা, $\cos \alpha = -\frac{1}{2}$

$\therefore \alpha = 120^\circ$

নৌকাটিকে শ্রোতের বেগের সাথে 120° কোণে চালাতে হবে।



- ◆ একটি কণার উপর $\vec{F} = (6\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k}) \text{ N}$ বল প্রয়োগে কণাটির $\vec{r} = (2\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}) \text{ m}$ সরণ হয়। প্রয়োগকৃত বল কর্তৃক সম্পাদিত কাজের পরিমাণ কত? [চুয়েট ০৯-১০]

A. 45 joule

B. 4 watt

C. $-\hat{i} + 10\hat{j} + 18\hat{k}$

D. None of them

Ans: D

ব্যাখ্যা: $W = \vec{F} \cdot \vec{r} = 4 \text{ J}$

- ◆ p-এর মান কত হলে ভেক্টর $\vec{v} = (5x + 2y)\hat{i} + (2py - z)\hat{j} + (x - 2z)\hat{k}$ সলিনয়ডাল হবে? [চুয়েট ১৫-১৬]

সমাধান: \vec{v} সলিনয়ডাল হবে যদি ও কেবল যদি $\text{div } \vec{v} = 0$

$\therefore \text{div } \vec{v} = \frac{\partial}{\partial x}(5x + 2y) + \frac{\partial}{\partial y}(2py - z) + \frac{\partial}{\partial z}(x - 2z)$

$= 5 + 0 + 2p - 0 + 0 - 2 = 3 + 2p$

$\therefore 3 + 2p = 0$

$\therefore P = -\frac{3}{2}$

- ◆ যদি $\vec{A} = 5\hat{i} - 4\hat{j} + 2\hat{k}$ এবং $\vec{B} = 6\hat{i} - 3\hat{j} + \hat{k}$ ভেক্টরদ্বয় একটি সামান্তরিকের সন্নিহিত দুইটি বাহু নির্দেশ করলে তার ক্ষেত্রফল কত? [রয়েট ১৪-১৫]

A. $\sqrt{7}$
C. $\sqrt{14}$
E. None

B. $2\sqrt{7}$
D. $2\sqrt{14}$

Ans: C

ব্যাখ্যা: $\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 5 & -4 & 2 \\ 6 & -3 & 1 \end{vmatrix} = \hat{i}(-4+6) - \hat{j}(5-6) + \hat{k}(-15+12) = -2\hat{i} + \hat{j} - 3\hat{k}$

ক্ষেত্রফল = $|\vec{A} \times \vec{B}| = \sqrt{4+1+9} = \sqrt{14}$

- ◆ একটি বালক তার খেলনার উপর $\vec{F} = (9\hat{i} - 2\hat{j} + 2\hat{k})$ N বল প্রয়োগ করলে খেলনাটির সরণ $\vec{d} = (2\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k})$ m হয়। বালকটি দ্বারা সম্পাদিত কাজের পরিমাণ কত? [রয়েট ১৩-১৪]

A. 18 J
C. 6 J
E. None

B. 9 J
D. 12 J

Ans: D

ব্যাখ্যা: $W = \vec{F} \cdot \vec{d} = (9\hat{i} - 2\hat{j} + 2\hat{k}) \cdot (2\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}) = 12$ J

- ◆ দুটি ভেক্টর রাশির প্রত্যেকটির মান 5 একক। তারা একই বিন্দুতে পরস্পর 120° কোণে ক্রিয়া করে। তাদের লব্ধির মান কত? [রয়েট ১২-১৩]

A. 5 unit
C. 25 unit
E. None

B. 0 unit
D. 15 unit

Ans: A

ব্যাখ্যা: $R^2 = 5^2 + 5^2 + 2 \times 5 \times 5 \times \cos 120^\circ = 2.5^2 (1 + \cos 120^\circ)$

বা, $R^2 = 2.5^2 \cdot (1 - \frac{1}{2}) = 2.5^2 \cdot \frac{1}{2} \Rightarrow R = 5$ একক।

- ◆ a এর কোন মানের জন্য ভেক্টরদ্বয় $2\hat{i} + a\hat{j} + \hat{k}$ এবং $4\hat{i} - 2\hat{j} - 2\hat{k}$ পরস্পর লম্ব? [রয়েট ০৯-১০]

A. 1
C. 5
E. 3

B. 2
D. 4

Ans: E

ব্যাখ্যা: লম্ব হওয়ার জন্য,

$(2\hat{i} + a\hat{j} + \hat{k}) \cdot (4\hat{i} - 2\hat{j} - 2\hat{k}) = 0$

বা, $8 - 2a - 2 = 0$ বা, $a = \frac{8-2}{2} = 3$

- ◆ নিম্নলিখিত ভেক্টর প্রভাণ্টের মান বের কর : $(2\hat{i} + 3\hat{j}) \cdot (\hat{i} + 3\hat{j} - \hat{k}) \times (3\hat{i} - \hat{k})$ [রয়েট ১১-১২]

A. 4
C. -4

B. 8
D. None

Ans: A

ব্যাখ্যা: $(\hat{i} + 3\hat{j} - \hat{k}) \times (3\hat{i} - \hat{k}) = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 1 & 3 & -1 \\ 3 & 0 & -1 \end{vmatrix} = -\hat{i} - 2\hat{j} - 3\hat{k}$

এখন, $(2\hat{i} + 3\hat{j}) \cdot (-\hat{i} - 2\hat{j} - 3\hat{k}) = 2 \times (-1) + (-3) \times (-2) = 4$

- কোনো ভেক্টর R কে যদি দুটি পরস্পর লম্ব উপাংশে বিভাজিত করা হয় তাহলে R -এর সাথে α কোণে
[রয়েট ১১-১২]

উপাংশ X হবে—

A. $R \sin \alpha$

C. $R \cos \alpha$

ব্যাখ্যা: লম্ব উপাংশ : R ভেক্টরকে যদি সমকোণে পৃথক করা হয়, অর্থাৎ উপাংশ দুটি যদি পরস্পর লম্ব হয়, তাহলে $\alpha + \beta = 90^\circ$

$$\therefore \sin(\alpha + \beta) = \sin 90^\circ; \therefore \frac{X}{\sin \beta} = \frac{Y}{\sin \alpha} = \frac{R}{\sin(\alpha + \beta)}$$

$$\therefore X = R \sin \beta \text{ এবং } Y = R \sin \alpha$$

আবার,

$$\text{যেহেতু } \alpha + \beta = 90^\circ \text{ বা } \beta = 90^\circ - \alpha$$

$$\therefore \sin \beta = \sin(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha$$

$$\therefore X = R \cos \alpha$$

$$\text{এবং } Y = R \sin \alpha$$

সুতরাং কোন ভেক্টর R -কে যদি দুটি পরস্পর লম্ব উপাংশে বিভাজিত করা হয় তাহলে R এর সাথে α কোণে উপাংশ X এবং X -এর সাথে সমকোণে উপাংশ Y হবে।

$$X = R \cos \alpha$$

$$Y = R \sin \alpha$$

- খাড়াভাবে পতিত বৃষ্টির বেগের মানের সমান বেগের মানে এক ব্যক্তি রাস্তার উপর দিয়ে দৌড়ে যাচ্ছে। বৃষ্টি হতে রক্ষা পেতে তাকে উল্লম্বের সাথে যে কোণে ছাতা ধরতে হবে—
[রয়েট ১১-১২]

A. 90°

B. 45°

C. 120°

D. 60°

Ans: B

ব্যাখ্যা: লোকটি বৃষ্টির বেগের সমান বেগে দৌড়াচ্ছিল। সুতরাং উভয়ের বেগ সমান।

ধরি, বেগ = x এবং বৃষ্টির লব্ধি বেগ উল্লম্ব দিকের সাথে θ কোণ উৎপন্ন করে—

$$\therefore \theta = 90^\circ$$

আমরা জানি,

$$\tan \theta = \frac{x}{x}$$

$$\tan \theta = 1$$

$$\tan \theta = \tan 45^\circ$$

$$\therefore \theta = 45^\circ$$

- কোনো নদীতে একটি নৌকার বেগ শ্রোতের অনুকূলে ও প্রতিকূলে যথাক্রমে 18 এবং 6 km/hour।
নৌকাটি কত বেগে কোন দিকে চালনা করলে সোজা অপর পাড়ে পৌঁছাবে?
[রয়েট ১০-১১]

সমাধান: $v + u = 18, v - u = 6$

$$\therefore v = 12 \text{ kmh}^{-1}, u = 6 \text{ kmh}^{-1}$$

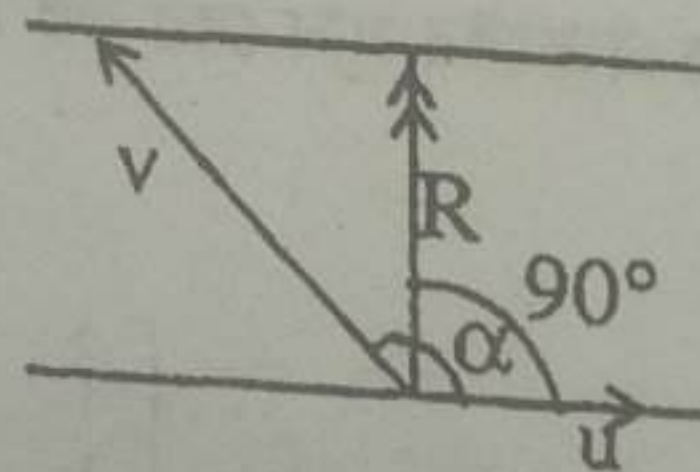
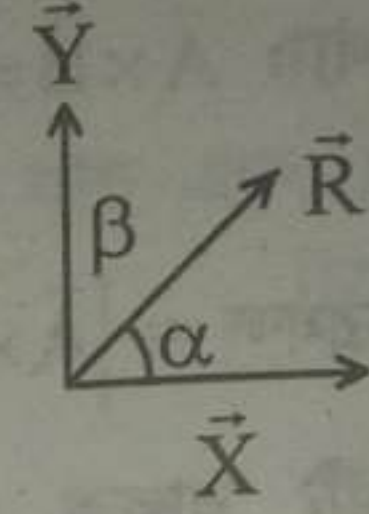
$$\text{এখন, } u \cos \theta + v \cos \alpha = R \cos 90^\circ$$

$$\text{বা, } u + v \cos \alpha = 0$$

$$\text{বা, } \cos \alpha = \frac{-u}{v}$$

$$\therefore \alpha = \cos^{-1}\left(-\frac{6}{12}\right) = 120^\circ$$

$$\therefore 12 \text{ kmh}^{-1} \text{ বেগে } 120^\circ \text{ কোণে।}$$



শাহজাহান তপন, আজিজ হাসান ও রানা চৌধুরী স্যারের
বইয়ের গাণিতিক সমস্যাবলির সমাধান

১। স্থিরাবস্থা থেকে চলতে আরম্ভ করে 625m দূরত্ব অতিক্রম করলে একটি বস্তুর বেগ 125 ms^{-1} হলো। ত্বরণ নির্ণয় কর।

সমাধান: আমরা জানি,

$$v^2 = u^2 + 2as$$

$$\text{বা, } v^2 = 2as \quad [\because u = 0]$$

$$\text{বা, } a = \frac{v^2}{2s}$$

$$= \frac{125 \times 125}{2 \times 625} \text{ ms}^{-2}$$

$$= 12.5 \text{ ms}^{-2}$$

$$\therefore a = 12.5 \text{ ms}^{-2}$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় ত্বরণ } 12.5 \text{ ms}^{-2}$$

NOTE BASKET

এখানে,

$$\text{আদিবেগ, } u = 0$$

$$\text{শেষবেগ, } v = 125 \text{ ms}^{-1}$$

$$\text{দূরত্ব, } s = 625 \text{ m}$$

$$\text{ত্বরণ, } a = ?$$

২। 72 kmh^{-1} দ্রুতিতে চলন্ত একখানি ট্রেনকে 50 s এ থামানো হলো। ট্রেনটির ত্বরণ কত? এই সময়ে ট্রেনটি কত দূরত্ব অতিক্রম করবে?

সমাধান: আমরা জানি,

$$v = u + at$$

$$\text{বা, } 0 = u + at$$

$$\text{বা, } a = -\frac{u}{t} = -\frac{200 \text{ ms}^{-1}}{50 \text{ s}} = -0.4 \text{ ms}^{-2}$$

সুতরাং ট্রেনটির মন্দন 0.4 ms^{-2}

এখানে,

$$\text{আদিবেগ, } u = 72 \text{ kmh}^{-1} = 20 \text{ ms}^{-1}$$

$$\text{সময়, } t = 50 \text{ s}$$

$$\text{শেষবেগ, } v = 0$$

$$\text{ত্বরণ, } a = ?$$

www.Educationblog24.Com

www.Educationblog24.Com

আবার,

$$s = ut + \frac{1}{2}at^2$$

$$= 20 \text{ ms}^{-1} \times 50 \text{ s} + \frac{1}{2} \times (-0.4 \text{ ms}^{-2}) \times (50 \text{ s})^2$$

$$= 500 \text{ m}$$

সুতরাং ট্রেনটি 500 m দূরত্ব অতিক্রম করবে।

- ৩। ঘন্টায় 60 km বেগে চলন্ত একটি গাড়িকে 6 সেকেন্ড যাবৎ 1.5 ms^{-2} হারে ত্বরিত করা হলো, এর শেষ বেগ কত হবে এবং ত্বরণকালে এটি কত দূর চলবে?

সমাধান: আমরা জানি,

শেষ বেগ, ত্বরণ ও গতিকালের সম্পর্ক

$$v = u + at \dots\dots\dots (১)$$

এ সমীকরণে u, t, a এর মান বসিয়ে পাই,

$$v = 16.67 \text{ ms}^{-1} + 1.5 \text{ ms}^{-2} \times 6 \text{ s}$$

$$= 16.67 \text{ ms}^{-1} + 9 \text{ ms}^{-1} = 25.67 \text{ ms}^{-1}$$

আবার, সরণ, ত্বরণ ও গতিকালের সম্পর্ক,

$$s = ut + \frac{1}{2}at^2$$

এ সমীকরণে u, t, a এর মান বসিয়ে পাই,

$$s = 16.67 \text{ ms}^{-1} \times 6 \text{ s} + \frac{1}{2} \times 1.5 \text{ ms}^{-2} \times (6 \text{ s})^2$$

$$= 100.02 \text{ m} + 27 \text{ m} = 127 \text{ m}$$

অতএব, শেষবেগ হবে 25.67 ms^{-1} এবং এটি ত্বরণকালে 127 m দূরত্ব অতিক্রম করবে।

- ৪। ঘন্টায় 54 km বেগে চলমান একটি গাড়ির চালক 57 m দূরে একটি বালককে দেখতে পেলেন। সাথে সাথে ব্রেক চেপে দেওয়ায় বালকটির 75 cm সামনে এসে গাড়িটি থামল। গাড়িটির ত্বরণ কত এবং এটি থামতে কত সময় লেগেছে?

সমাধান: আমরা জানি,

$$v^2 = u^2 + 2as$$

$$\text{বা, } a = \frac{v^2 - u^2}{2s}$$

$$= \frac{(0)^2 - (15 \text{ ms}^{-1})^2}{2 \times 56.25 \text{ m}}$$

$$= -2 \text{ ms}^{-2}$$

আবার,

$$v = u + at$$

$$\text{বা, } 0 = 15 \text{ ms}^{-1} + (-2 \text{ ms}^{-2}) \times t$$

$$\text{বা, } t = \frac{15 \text{ ms}^{-1}}{2 \text{ ms}^{-2}} = 7.5 \text{ s}$$

সুতরাং গাড়িটির মন্দন 2 ms^{-2} এবং সময় 7.5 s

দেওয়া আছে,

আদি বেগ,

$$u = 60 \text{ km/h}$$

$$= \frac{60 \times 1000}{60 \times 60} \text{ ms}^{-1} = 16.67 \text{ ms}^{-1}$$

সময়, t = 6s

ত্বরণ, a = 1.5 ms^{-2}

শেষবেগ, v = ?

সরণ, s = ?

NOTE BASKET

এখানে

আদিবেগ,

$$u = 54 \text{ kmh}^{-1}$$

$$= \frac{54 \times 10^3}{3600} \text{ ms}^{-1} = 15 \text{ ms}^{-1}$$

শেষবেগ, v = 0

অতিক্রান্ত দূরত্ব,

$$s = \left(57 - \frac{75}{100} \right) \text{ m}$$

$$= 56.25 \text{ m}$$

ত্বরণ, a = ?

সময়, t = ?

- ৫। 54 kmh^{-1} বেগে চলন্ত একটি রেল গাড়িতে স্টেশন থেকে কিছু দূরে 0.75 ms^{-2} মন্দন সৃষ্টিকারী ব্রেক দেওয়ায় গাড়িটি স্টেশনে এসে থেমে গেল। স্টেশন হতে কত দূরে ব্রেক দেওয়া হয়েছে এবং এর থামতে কত সময় লাগবে?

সমাধান: আমরা জানি,

$$v^2 = u^2 - 2as$$

$$\text{বা, } s = \frac{u^2 - v^2}{2a} = \frac{(15 \text{ ms}^{-1})^2 - (0)^2}{2 \times 0.75 \text{ ms}^{-2}} = 150 \text{ m}$$

আবার,

$$v = u - at$$

$$\text{বা, } t = \frac{u - v}{a}$$

$$= \frac{15 \text{ ms}^{-1} - 0}{0.75 \text{ ms}^{-2}} = 20 \text{ s}$$

সুতরাং গাড়িটি 150 m দূরত্ব অতিক্রম করবে এবং 20 s সময় লাগবে।

- ৬। একটি বস্তু স্থির অবস্থান হতে যাত্রা আরম্ভ করে প্রথম সেকেন্ডে 1 m দূরত্ব অতিক্রম করে। পরবর্তী 1 m দূরত্ব অতিক্রম করতে কত সময় লাগবে?

সমাধান: আমরা জানি,

$$s = ut_1 + \frac{1}{2} at_1^2$$

$$\text{বা, } s = \frac{1}{2} at_1^2$$

$$\text{বা, } a = \frac{2s}{t_1^2} = \frac{2 \times 1 \text{ m}}{(1 \text{ s})^2} = 2 \text{ ms}^{-2}$$

আবার,

$$s = ut + \frac{1}{2} at^2$$

$$\text{বা, } s = \frac{1}{2} at^2$$

$$\text{বা, } 2 \text{ m} = \frac{1}{2} \times 2 \text{ ms}^{-2} \times t^2$$

$$\text{বা, } t^2 = 2 \text{ s}^2$$

$$\therefore t = 1.41 \text{ s}$$

$$\therefore t_2 = t - t_1 = (1.41 - 1) \text{ s} = 0.41 \text{ s}$$

সুতরাং বস্তুটির পরবর্তী 1m দূরত্ব অতিক্রম করতে 0.41 s সময় লাগবে।

- ৭। একটি বস্তু প্রথম চার সেকেন্ডে 128 m এবং পরবর্তী ছয় সেকেন্ডে 72 m যায়। ত্বরণ সমান থাকলে বস্তুটি এর পরবর্তী দুই সেকেন্ডে কত দূর পথ চলবে?

সমাধান: বস্তুটি প্রথম 4 সেকেন্ডে 128 m অতিক্রম করে পরবর্তী 6 সেকেন্ডে অতিক্রম করে 72 m অর্থাৎ শুরু থেকে (4 + 6) বা 10 সেকেন্ড পর অতিক্রান্ত দূরত্ব বের করতে হলে প্রথম থেকে (10 + 2) বা, 12 সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূরত্ব বের করতে হবে।

এখানে

$$\text{আদিবেগ, } u = 54 \text{ kmh}^{-1}$$

$$= \frac{54 \times 10^3}{3600} \text{ ms}^{-1} = 15 \text{ ms}^{-1}$$

$$\text{মন্দন, } a = 0.75 \text{ ms}^{-2}$$

$$\text{শেষবেগ, } v = 0$$

$$\text{ট্রেন থামতে সময় লাগে, } t = ?$$

$$\text{দূরত্ব, } s = ?$$

এখানে

প্রথম ক্ষেত্রে,

$$\text{আদিবেগ, } u = 0$$

$$\text{সময়, } t_1 = 1 \text{ s}$$

$$\text{সরণ, } s_1 = 1 \text{ m}$$

দ্বিতীয় ক্ষেত্রে,

$$\text{সরণ, } s_2 = 1 \text{ m}$$

$$\therefore s = s_1 + s_2$$

$$= 1 \text{ m} + 1 \text{ m} = 2 \text{ m}$$

$$\text{সময়, } t_2 = ?$$

ধরি, বস্তুর আদিবেগ = u এবং ত্বরণ = a
আমরা জানি,

$$s_1 = ut_1 + \frac{1}{2} at_1^2$$

$$\text{বা, } 128 = u \times 4 + \frac{1}{2} a(4)^2$$

$$\text{বা, } 128 = 4u + 8a$$

$$\therefore 32 = u + 2a \dots\dots\dots (১)$$

আবার,

$$s_2 = ut_2 + \frac{1}{2} at_2^2$$

$$\text{বা, } 200 = u \times 10 + \frac{1}{2} a(10)^2$$

$$\text{বা, } 200 = 10u + 50a$$

$$\therefore 20 = u + 5a \dots\dots\dots (২) \text{ [10 দ্বারা ভাগ করে]}$$

(১) ও (২) নং সমীকরণ সমাধান করে পাই,

$$a = -4 \text{ ms}^{-2}$$

$$\text{এবং } u = 40 \text{ ms}^{-1}$$

সুতরাং

$$s_3 = ut_3 + \frac{1}{2} at_3^2 \dots\dots\dots (৩)$$

(৩) নং সমীকরণে, u , t_3 এবং a এর মান বসিয়ে পাই,

$$s_3 = 40 \times 12 + \frac{1}{2} (-4) (12)^2$$

$$= 480 - 288$$

$$= 192 \text{ m}$$

$$\therefore \text{শেষ 2 সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূরত্ব, } s = (192 - 200) \\ = 8 \text{ m}$$

৮। একটি বন্দুকের গুলি একটি দেয়ালের মধ্যে 3 cm ভেদ করার পর বেগ অর্ধেক হারায়। গুলিটি দেয়ালের মধ্যে আর কত দূর ভেদ করতে পারবে?

সমাধান: আমরা জানি,

$$v^2 = u^2 + 2as$$

$$\text{বা, } \frac{u^2}{4} = u^2 - 2as$$

$$\text{বা, } 2as = \frac{3u^2}{4}$$

$$\text{বা, } a = \frac{3u^2}{4 \times 2 \times 3 \text{ cm}}$$

$$= \frac{u^2}{8} \text{ cms}^{-2}$$

এখানে

প্রথম সময়, $t_1 = 4 \text{ s}$

4 সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূরত্ব, $s_1 = 128 \text{ m}$

পরবর্তী 6 সেকেন্ডসহ মোট সময়, $t_2 = 4 + 6 = 10 \text{ s}$

10 সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূরত্ব $s_2 = 128 + 72 = 200 \text{ m}$

এর পরবর্তী 2 সেকেন্ডসহ মোট সময়, $t_3 = 10 + 2 = 12 \text{ s}$

12 সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূরত্ব, $s_3 = ?$

শেষ 2 সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূরত্ব, $s = s_3 - s_2 = ?$

NOTEBOOK

www.EducationBlog24.Com

www.EducationBlog24.Com

আবার,

$$v_2^2 = u_2^2 - 2as_2$$

$$\text{বা, } 2as_2 = u_2^2$$

$$\text{বা, } s_2 = \frac{u_2^2}{2a}$$

$$= \frac{u^2}{4}$$

$$2 \times \frac{u^2}{8}$$

$$= \frac{u^2 \times 8}{4 \times 2 \times u^2} = 1 \text{ cm}$$

সুতরাং গুলিটি দেয়ালের মধ্যে 1 cm ভেদ করবে।

- ৯। 9.2 ms^{-1} বেগে একটি ক্ষুদ্র বস্তুকে খাড়া উপরের দিকে নিক্ষেপ করা হলো। এটি কত সময় পরে ভূ-পৃষ্ঠে ফিরে আসবে? ($g=9.8 \text{ ms}^{-2}$)

সমাধান: আমরা জানি,

$$T = \frac{2u}{g} = \frac{2 \times 9.2 \text{ ms}^{-1}}{9.8 \text{ ms}^{-2}} = 1.87 \text{ s}$$

∴ বস্তুটি 1.87 s পরে ভূ-পৃষ্ঠে ফিরে আসবে।

এখানে,

দ্বিতীয় ক্ষেত্রে,

$$\text{আদিবেগ, } u_2 = \frac{v}{2}$$

$$\text{শেষবেগ } v_2 = 0$$

- ১০। একটি বস্তুকে 196 ms^{-1} বেগে খাড়া ওপরের দিকে নিক্ষেপ করা হলো। বস্তুটি আবার ভূমিতে ফিরে আসতে কত সময় লাগবে এবং বস্তুটি সর্বোচ্চ কত ওপরে উঠবে?

সমাধান: আমরা জানি,

$$T = \frac{2v_0}{g} = \frac{2 \times 196}{9.8} = 40 \text{ s}$$

আবার,

$$\therefore h_{\max} = \frac{2v_0^2}{2g} = \frac{(196)^2}{2 \times 9.8} = 1960 \text{ m}$$

এখানে,

$$\text{নিক্ষেপণ বেগ, } v_0 = 196 \text{ ms}^{-1}$$

$$\text{অতিক্রান্ত দূরত্ব, } h = 0$$

$$\text{অভিকর্ষজ ত্বরণ, } g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$$

$$\text{সময়, } t = ?$$

$$\text{সর্বোচ্চ উচ্চতা, } h_{\max} = ?$$

- ১১। 64 m উঁচু দালানের ছাদ থেকে 5 kg ভরের একটি পাথর ছেড়ে দেওয়া হলো ভূমিতে পৌঁছাতে এর কত সময় লাগবে?

সমাধান: আমরা জানি,

$$h = ut + \frac{1}{2}gt^2$$

$$\text{বা, } 64 \text{ m} = 0 + \frac{1}{2} \times 9.8 \text{ ms}^{-2} \times t^2$$

$$\text{বা, } t^2 = \frac{2 \times 64 \text{ m}}{9.8 \text{ ms}^{-2}}$$

$$\text{বা, } t = \sqrt{13.061 \text{ s}^{-2}}$$

$$\therefore t = 3.61 \text{ s}$$

এখানে,

$$\text{উচ্চতা, } h = 64 \text{ m}$$

$$\text{আদিবেগ, } u = 0$$

$$\text{অভিকর্ষজ ত্বরণ, } g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$$

$$\text{পাথরের ভর, } m = 5 \text{ kg}$$

$$\text{ভূমিতে পৌঁছাতে সময়, } t = ?$$

- ১২। উপরের দিকে নিষ্কিপ্ত একটি বল টেলিফোন তারকে 0.70 ms^{-1} দ্রুতিতে আঘাত করে। ছোড়ার স্থান থেকে তারটির উচ্চতা 5.1 m হলে বলটির আদি দ্রুতি কত ছিল?

সমাধান: আমরা জানি,

$$v^2 = u^2 - 2gh$$

$$\text{বা, } u^2 = v^2 + 2gh$$

$$= (0.7 \text{ ms}^{-1})^2 + 2 \times 9.8 \text{ ms}^{-2} \times 5.1 \text{ m}$$

$$= 100.45 \text{ m}^2 \text{ s}^{-2}$$

$$\therefore u = 10.02 \text{ ms}^{-1}$$

সুতরাং বলটির আদিবেগ 10.02 ms^{-1}

এখানে,

$$\text{উচ্চতা, } h = 5.1 \text{ m}$$

$$\text{শেষ দ্রুতি, } v = 0.7 \text{ ms}^{-1}$$

$$\text{আদি দ্রুতি, } u = ?$$

- ১৩। একটি বস্তুর 98 ms^{-1} বেগে খাড়া উপরের দিকে নিষ্কিপ্ত করা হলে দেখাও যে, 3s ও 17s সময়ে বস্তুর বেগদ্বয়ের মান সমান কিন্তু দিক বিপরীতমুখী হবে।

সমাধান: প্রথম ক্ষেত্রে, আমরা জানি,

$$v_1 = u - gt_1$$

$$= 98 \text{ ms}^{-1} - 9.8 \text{ ms}^{-2} \times 3\text{s}$$

$$= 68.6 \text{ ms}^{-1}$$

$$\therefore v_1 = 68.6 \text{ ms}^{-1} \text{ (উপরের দিকে)}$$

দ্বিতীয় ক্ষেত্রে, আমরা জানি,

$$v_2 = u - gt_2$$

$$= 98 \text{ ms}^{-1} - 9.8 \text{ ms}^{-2} \times 17\text{s}$$

$$= -68.6 \text{ ms}^{-1} \text{ (নিচের দিকে)}$$

$\therefore 3\text{s}$ ও 17s সময়ে বস্তুর বেগদ্বয়ের মান সমান কিন্তু দিক বিপরীতমুখী। (দেখানো হলো)

NOTE BASKET

এখানে,

প্রথম ক্ষেত্রে,

$$\text{আদিবেগ, } u = 98 \text{ ms}^{-1}$$

$$\text{সময়, } t_1 = 3\text{s}$$

দ্বিতীয় ক্ষেত্রে,

$$\text{আদিবেগ, } u = 98 \text{ ms}^{-1}$$

$$\text{সময়, } t_2 = 17\text{s}$$

- ১৪। একটি বিমান বিধ্বংসী গোলা 500 ms^{-1} বেগে খাড়া উপরের দিকে ছোড়া হলো। বাতাসের বাধা অগ্রাহ্য করে নির্ণয় কর: (ক) এটি সর্বোচ্চ কত উচ্চতায় উঠবে? (খ) ঐ উচ্চতায় উঠতে কত সময় লাগবে? (গ) 60s শেষে তার তাৎক্ষণিক বেগ (ঘ) কখন এর উচ্চতা 10 km হবে?

সমাধান:

(ক) আমরা জানি,

$$H = \frac{u^2}{2g}$$

$$= \frac{(500 \text{ ms}^{-1})^2}{2 \times 9.8 \text{ ms}^{-2}}$$

$$= \frac{250000 \text{ m}^2 \text{ s}^{-2}}{19.6 \text{ ms}^{-2}}$$

$$\therefore H = 12755 \text{ m}$$

(খ) আবার আমরা জানি,

$$t = \frac{u}{g} = \frac{500 \text{ ms}^{-1}}{9.8 \text{ ms}^{-2}} = 51.02 \text{ s}$$

$$\therefore t = 51.02 \text{ s}$$

(গ) আমরা জানি,

$$v = u - gt = 500 \text{ ms}^{-1} - (9.8 \text{ ms}^{-2}) 60 \text{ s} = -88 \text{ ms}^{-1}$$

60 s শেষে তার তাৎক্ষণিক বেগ হবে -88 ms^{-1} (নিম্নমুখী)

এখানে,

$$\text{আদিবেগ, } u = 500 \text{ ms}^{-1}$$

$$\text{অভিকর্ষজ ত্বরণ, } g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$$

$$\text{সর্বোচ্চ উচ্চতা, } H = ?$$

$$\text{এবং সময়, } t = ?$$

এখানে,

$$\text{আদিবেগ, } u = 500 \text{ ms}^{-1}$$

$$\text{অভিকর্ষজ ত্বরণ, } g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$$

$$\text{সর্বোচ্চ উচ্চতায় উঠতে সময়, } t = 60\text{s}$$

$$60 \text{ s} \text{ পর তাৎক্ষণিক বেগ, } v = ?$$

(ঘ) আমরা জানি,

$$h = ut - \frac{1}{2}gt^2$$

$$\text{বা, } 10000 = 500t - \frac{1}{2}gt^2$$

$$\text{বা, } t^2 - 102.04t + 2040.81 = 0$$

$$\therefore t = \frac{102.04 + \sqrt{(-102.04)^2 - 4 \times 1 \times 2040.81}}{2 \times 1}$$

$$= \frac{102.04 + 47.42}{2}$$

$$\therefore t = 74.73 \text{ অথবা } 27.31$$

\therefore বস্তুটি সর্বোচ্চ উচ্চতায় উঠার পূর্বে 27.31s -এ একবার 10 km উচ্চতায় আসবে এবং সর্বোচ্চ আসবে এবং সর্বোচ্চ উচ্চতায় পৌঁছে নিম্ন গতিপথে 74.73 s -এ আর একবার 10 km উচ্চতায় আসবে।

১৫। একটি ফুটবলকে ভূমির সাথে 30° কোণে 40 ms^{-1} বেগে কিক করা হলো। 2s পর ফুটবলের বেগের মান কত হবে নির্ণয় কর।

সমাধান: 2s পর অনুভূমিক বেগ,

$$v_x(t=2) = v_0 \cos \theta_0$$

$$= 40 \text{ ms}^{-1} \times \cos 30^\circ$$

$$= 34.64 \text{ ms}^{-1}$$

এবং উল্লম্ব বেগ,

$$v_y(t=2) = v_0 \sin \theta_0 - gt$$

$$= 40 \text{ ms}^{-1} \times \sin 30^\circ - 9.8 \text{ ms}^{-2} \times 2 \text{ s}$$

$$= 0.4 \text{ ms}^{-1}$$

$$\therefore v(t=2) = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$$

$$= \sqrt{34.64^2 \text{ ms}^{-1} + (0.4)^2 \text{ ms}^{-1}}$$

$$= 34.64 \text{ ms}^{-1}$$

সুতরাং অনুভূমিকের সাথে উৎপন্ন কোণ 0.66° বেগ 34.64 ms^{-1}

১৬। একটি বলকে ভূমির সাথে 30° কোণ করে ওপরের দিকে নিক্ষেপ করা হলে এটি 20 m দূরে একটি দালানের ছাদে গিয়ে পড়ে। নিক্ষেপ বিন্দু থেকে ছাদের উচ্চতা 5 m হলে বলটি কত বেগে ছোড়া হয়েছিল?

সমাধান: আমরা জানি,

$$y = (\tan \theta_0) x - \frac{g}{2(v_0 \cos \theta_0)^2} x^2$$

$$\text{বা, } 5 \text{ m} = (\tan 30^\circ) \times 20 \text{ m} - \frac{9.8 \text{ ms}^{-2}}{2(v_0 \cos 30^\circ)^2} \times (20 \text{ m})^2$$

$$\text{বা, } 5 \text{ m} = 11.55 \text{ m} - \frac{3920 \text{ m}^2 \text{ s}^{-2}}{1.5 v_0^2}$$

$$\text{বা, } v_0^2 = \frac{3920 \text{ m}^2 \text{ s}^{-2}}{1.5 v_0^2}$$

$$\therefore v_0 = 19.97 \text{ ms}^{-1} \approx 20 \text{ ms}^{-1} \text{ (প্রায়)}$$

সুতরাং বলটিকে 20 ms^{-1} বেগে ছোড়া হয়েছিল।

এখানে,

উচ্চতা, $h = 10 \text{ km} = 10000 \text{ m}$

আদিবেগ, $u = 500 \text{ ms}^{-1}$

10 km উচ্চতায় উঠতে সময়, $t = ?$

এখানে,

নিক্ষেপণ কোণ, $\theta_0 = 30^\circ$

এবং নিক্ষেপণ বেগ, $v_0 = 40 \text{ ms}^{-1}$

বিবেচ্য সময়কাল, $t = 2 \text{ s}$

2s সময় পর প্রক্ষেপকের বেগ, $v(t) = ?$

অনুভূমিকের সাথে উৎপন্ন কোণ, $\theta(t) = ?$

প্রক্ষেপকটি ভূমিতে কত বেগে আঘাত করবে $v(T) = ?$

প্রক্ষেপকটি ভূমিতে কত কোণে আঘাত করবে $\theta(T) = ?$

এখানে,

নিক্ষেপণ কোণ, $\theta_0 = 30^\circ$

অনুভূমিক দূরত্ব, $x = 20 \text{ m}$

উল্লম্ব দূরত্ব, $y = 5 \text{ m}$

নিক্ষেপণ বেগ, $v_0 = ?$

NOTE BASKET

- ১৭। অনুভূমিকের সাথে 30° কোণ করে ভূ-পৃষ্ঠ থেকে 40 ms^{-1} বেগে একটি বুলেট ছোড়া হলো। বুলেটটি 30 m দূরে অবস্থিত একটি দেয়ালকে কত উচ্চতায় আঘাত করবে?
সমাধান: ধরি, t সে. সময়ে বুলেটটি 30 m দূরত্ব অতিক্রান্ত করে।

$$\therefore x = v_0 \cos \theta_0 \times t$$

$$\text{বা, } 30 = 40 \cos 30^\circ \times t$$

$$\text{বা, } 30 = 40 \times 0.8660254 \times t$$

$$\text{বা, } t = \frac{30}{40 \times 0.8660254}$$

$$\therefore t = 0.866 \text{ s}$$

আবার,

$$h = 40 \sin \theta_0 t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$= 40 \sin 30^\circ \times 0.866 - \frac{1}{2} \times 9.8 \times (0.866)^2$$

$$= 40 \times \frac{1}{2} \times 0.866 - 4.9 \times 0.75$$

$$= 17.32 - 3.67$$

$$= 13.65 \text{ m}$$

\therefore বুলেটটি দেওয়ালের 13.65 m উচ্চতায় আঘাত করে।

বিকল্প পদ্ধতি:

আমরা জানি,

$$y = x \tan \theta_0 - \frac{1}{2} \frac{g x^2}{v_0^2 \cos^2 \theta_0}$$

$$= 30 \tan 30^\circ - \frac{1}{2} \frac{9.8 \times (30)^2}{(40)^2 \times (\cos 30^\circ)^2}$$

$$= 17.32 - 3.67$$

$$\therefore y = 13.65 \text{ m}$$

- ১৮। একটি ক্রিকেট বলকে 42 ms^{-1} বেগে অনুভূমিকের সাথে 60° কোণে নিক্ষেপ করা হলো। বলটির সর্বাধিক উচ্চতা ও অনুভূমিক পাল্লা নির্ণয় কর।

সমাধান: আমরা জানি,

$$H = \frac{v_0^2 \sin^2 \theta_0}{2g} = \frac{(42)^2 (\sin 60^\circ)^2}{2 \times 9.8} = 67.5 \text{ m}$$

$$\therefore H = 67.5 \text{ m}$$

আবার,

$$R = \frac{v_0^2 \sin 2\theta_0}{g}$$

$$= \frac{(42)^2 \sin(2 \times 60^\circ)}{9.8}$$

$$= 155.88 \text{ m}$$

সুতরাং বলটির সর্বাধিক উচ্চতা 67.5 m এবং অনুভূমিক পাল্লা 155.88 m

এখানে,

নিক্ষেপণ কোণ, $\theta_0 = 30^\circ$

নিক্ষেপণ বেগ, $v_0 = 40 \text{ ms}^{-1}$

অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$

অনুভূমিক দূরত্ব, $x = 30 \text{ m}$

দেওয়ালের উচ্চতা, $y = ?$

NOTE BASKET

www.Educationblog24.Com

এখানে,

নিক্ষেপণ বেগ, $v_0 = 42 \text{ ms}^{-1}$

নিক্ষেপণ কোণ, $\theta_0 = 60^\circ$

$g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$

সর্বাধিক উচ্চতা, $H = ?$

অনুভূমিক পাল্লা, $R = ?$

- ১৯। একটি বস্তুর সাথে 55° কোণে 30 ms^{-1} বেগে নিক্ষেপ করা হলো। নির্ণয় কর: (ক) সর্বাধিক উচ্চতা, (খ) সর্বাধিক উচ্চতায় উঠার সময়, (গ) অনুভূমিক পাল্লা (ঘ) ভূমিতে আঘাত করার সময়।

সমাধান:

- (ক) আমরা জানি,
সর্বোচ্চ উচ্চতা,

$$H = \frac{v_0^2 \sin^2 \theta_0}{2g} = \frac{30^2 \times \sin^2 55^\circ}{2 \times 9.8} = 30.8 \text{ m}$$

- (খ) আমরা জানি,

$$t_m = \frac{v_0 \sin \theta_0}{g} = \frac{30 \times \sin 55^\circ}{9.8} = 2.51 \text{ s}$$

$$\therefore t_m = 2.51 \text{ s}$$

বস্তুর সর্বাধিক উচ্চতায় উঠার সময় 2.51 s

- (গ) অনুভূমিক পাল্লা,

$$R = \frac{v_0^2 \sin 2\theta_0}{g} = \frac{(30)^2 \sin(2 \times 55^\circ)}{9.8} = 86.3 \text{ m}$$

- (ঘ) আমরা জানি,

$$T = \frac{2v_0 \sin \theta_0}{g} = \frac{2 \times 30 \times \sin 55^\circ}{9.8} = 5.02 \text{ s}$$

$$\therefore T = 5.02 \text{ s}$$

ভূমিতে আঘাত করার সময়, 5.02 s

- ২০। একটি প্রাসের অনুভূমিক পাল্লা 96 m এবং আদি বেগ 66 ms^{-1} । নিক্ষেপ কোণ কত?

সমাধান: আমরা জানি, অনুভূমিক পাল্লা,

$$R = \frac{v_0^2 \sin 2\theta_0}{g}$$

$$\text{বা, } 96 \text{ m} = \frac{66 \text{ ms}^{-1} \times 66 \text{ ms}^{-1} \sin 2\theta_0}{9.8 \text{ ms}^{-2}}$$

$$\text{বা, } \sin 2\theta_0 = \frac{9.8 \times 96}{66 \times 66}$$

$$\text{বা, } \sin 2\theta_0 = 0.216$$

$$\text{বা, } 2\theta_0 = \sin^{-1}(0.216)$$

$$\text{বা, } 2\theta_0 = 12.47$$

$$\therefore \theta_0 = 6.24^\circ \text{ (প্রায়)}$$

অতএব, নিক্ষেপ কোণ, 6.24° (প্রায়)

- ২১। একটি প্রাসের অনুভূমিক পাল্লা 89.53 m এবং বিচরণকাল 6.3 s। নিক্ষেপ বেগ ও নিক্ষেপ কোণ নির্ণয় কর।

$$R = \frac{v_0^2 \sin 2\theta_0}{g}$$

$$\text{বা, } v_0^2 \sin 2\theta_0 = R g$$

$$= 89.53 \text{ m} \times 9.8 \text{ ms}^{-2}$$

$$= 877.394 \text{ m}^2 \text{ s}^{-2} \dots \dots \dots (১)$$

NOTE BASKET

এখানে

নিক্ষেপণ কোণ, $\theta_0 = 55^\circ$

নিক্ষেপণ বেগ, $v_0 = 30 \text{ ms}^{-1}$

সর্বাধিক উচ্চতায় উঠার সময়, $t_m = ?$

উড্ডয়নকাল তথা ভূমিতে আঘাত করার সময়,

$T = ?$

www.Educationblog24.Com

আবার,

$$T = \frac{2v_0 \sin \theta_0}{g}$$

$$\text{বা, } v_0 \sin \theta_0 = T \frac{g}{2} = \frac{6.3 \text{ s} \times 9.8 \text{ ms}^{-2}}{2} = 30.87 \text{ ms}^{-1} \dots\dots\dots(২)$$

(১) নং কে (২) নং দ্বারা ভাগ করে,

$$\frac{v_0^2 \sin 2\theta_0}{v_0 \sin \theta_0} = \frac{877.394 \text{ m}^2 \text{ s}^{-2}}{30.87 \text{ ms}^{-1}}$$

$$\text{বা, } \frac{v_0^2 \times 2 \sin \theta_0 \cos \theta_0}{v_0 \sin \theta_0} = 28.42$$

$$\text{বা, } v_0 \times 2 \cos \theta_0 = 28.42$$

$$\text{বা, } v_0 \cos \theta_0 = 14.21 \dots\dots\dots(৩)$$

আবার,

(২) নং কে (৩) নং দ্বারা ভাগ করে,

$$\frac{v_0 \sin \theta_0}{v_0 \cos \theta_0} = \frac{30.87}{14.21}$$

$$\text{বা, } \tan \theta = 2.17$$

$$\therefore \theta = 65.28^\circ$$

আবার,

$$v_0 \cos 65.28^\circ = 14.21$$

$$\text{বা, } v_0 = \frac{14.21}{\cos 65.28^\circ} = 33.98 \text{ ms}^{-1}$$

সুতরাং নিক্ষেপ কোণ 65.28° এবং বেগ 33.98 ms^{-1}

২২। কত কোণে নিক্ষেপ করলে একটি প্রাসের অনুভূমিক পাল্লা তার সর্বাধিক উচ্চতার সমান হবে?

সমাধান: প্রশ্নমতে,

$$R = H$$

$$\text{বা, } \frac{v_0^2 \sin 2\theta_0}{g} = \frac{v_0^2 \sin^2 \theta_0}{2g}$$

$$\text{বা, } \frac{\sin 2\theta_0}{1} = \frac{\sin^2 \theta_0}{2}$$

$$\text{বা, } 2 \sin \theta_0 \cos \theta_0 = \frac{\sin^2 \theta_0}{2}$$

$$\text{বা, } 4 \cos \theta_0 = \sin \theta_0$$

$$\text{বা, } \tan \theta_0 = 4$$

$$\text{বা, } \theta = \tan^{-1}(4)$$

$$\therefore \theta = 75.96^\circ$$

সুতরাং নিক্ষেপণ কোণ 75.96°

ধরা যাক,

$$\text{নিক্ষেপণ বেগ} = v_0$$

$$\text{নিক্ষেপণ কোণ} = \theta_0$$

$$\text{অভিকর্ষজ ত্বরণ} = g$$

$$\text{অনুভূমিক পাল্লা, } R = \frac{v_0^2 \sin 2\theta_0}{g}$$

$$\text{এবং সর্বাধিক উচ্চতা, } H = \frac{v_0^2 \sin^2 \theta_0}{2g}$$

২৩। একটি প্রাসকে 10 ms^{-1} বেগে নিক্ষেপ করলে প্রাসটির সর্বাধিক অনুভূমিক পাল্লা নির্ণয় কর।

সমাধান: আমরা জানি,

$$R_{\max} = \frac{v_0^2}{g}$$

$$= \frac{(10 \text{ ms}^{-1})^2}{9.8 \text{ ms}^{-2}}$$

$$= 10.2 \text{ m}$$

সুতরাং সর্বাধিক অনুভূমিক পাল্লা 10.2 m

ধরা যাক,

নিক্ষেপণ বেগ, $v_0 = 10 \text{ ms}^{-1}$

অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$

সর্বাধিক অনুভূমিক পাল্লা, $R_{\max} = ?$

NOTE BASKET

২৪। একটি ঘড়ির ঘণ্টার কাঁটার কৌণিক বেগ কত?

সমাধান: আমরা জানি,

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$= \frac{2\pi}{43200} \text{ rad s}^{-1}$$

$$= 1.45 \times 10^{-4} \text{ rad s}^{-1}$$

সুতরাং ঘড়ির ঘণ্টার কাঁটার কৌণিক বেগ $1.45 \times 10^{-4} \text{ rad s}^{-1}$

এখানে,

পর্যায়কাল, $T = 12 \text{ h}$

$$= (12 \times 60 \times 60) \text{ s}$$

$$= 43200 \text{ s}$$

কৌণিক বেগ, $\omega = ?$

২৫। একটি কণা 4.5 m ব্যাসার্ধের বৃত্তাকার পথে প্রতি মিনিটে ২২৫ বার আবর্তন করে। এর রৈখিক বেগ কত?

সমাধান: আমরা জানি,

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$= \frac{2\pi N}{t} \left[\because T = \frac{t}{N} \right]$$

$$= \frac{2\pi \times 225}{60 \text{ s}} = 23.56 \text{ rad s}^{-1}$$

আবার,

$$v = \omega \times r$$

$$= 23.56 \text{ rad s}^{-1} \times 4.5 \text{ m}$$

$$= 106.029 \text{ ms}^{-1}$$

সুতরাং কৌণিক বেগ 23.56 rad s^{-1} এবং রৈখিক বেগ 106.029 ms^{-1}

এখানে

সময়, $t = 1 \text{ min} = 60 \text{ s}$

আবর্তন সংখ্যা, $N = 225$

ব্যাসার্ধ, $r = 4.5 \text{ m}$

কৌণিক বেগ, $\omega = ?$

রৈখিক বেগ, $v = ?$

২৬। একটি সিডি প্রতি মিনিটে ৪৫ বার ঘুরে। কেন্দ্র থেকে 9 cm দূরে কোনো বিন্দুর দ্রুতি কত?

সমাধান:

আমরা জানি,

$$v = \omega \times r$$

$$= \frac{2\pi N}{t} \times r$$

$$= \frac{2 \times 3.1416 \times 45 \times 0.09 \text{ m}}{60 \text{ s}}$$

$$= 0.42 \text{ ms}^{-1}$$

সুতরাং বিন্দুর দ্রুতি $= 0.42 \text{ ms}^{-1}$

এখানে

সময়, $t = 1 \text{ min} = 60 \text{ s}$

আবর্তন সংখ্যা, $N = 45$

ব্যাসার্ধ, $r = 9 \text{ cm} = 0.09 \text{ m}$

দ্রুতি, $v = ?$

- ২৭। বৃত্তাকার পথে 3.14 ms^{-1} সমদ্রুতিতে আবর্তনরত একটি কণা প্রতি সেকেন্ডে 10 টি পূর্ণ আবর্তন সম্পন্ন করে। বৃত্তাকার পথের ব্যাসার্ধ নির্ণয় কর।
সমাধান: আমরা জানি,

$$v = r\omega = r \times \frac{2\pi N}{t} \quad [\because \omega = \frac{2\pi N}{t}]$$

$$\text{বা, } r = \frac{vt}{2\pi N} = \frac{3.14 \text{ ms}^{-1} \times 1 \text{ s}}{2 \times 3.14 \times 10} = \frac{1}{20} \text{ m}$$

$$\therefore r = 0.05 \text{ m}$$

অতএব, বৃত্তাকার পথের ব্যাসার্ধ 0.05 m

এখানে,

$$\text{বেগ } v = 3.14 \text{ ms}^{-1}$$

$$\text{সময়, } t = 1 \text{ s}$$

$$\text{আবর্তন সংখ্যা, } N = 10$$

$$\text{ব্যাসার্ধ, } r = ?$$

- ২৮। 100 m ব্যাসার্ধের একটি বৃত্তাকার পথে সমদ্রুতিতে দৌড়রত একজন দৌড়বিদের কেন্দ্রমুখী ত্বরণ 0.16 ms^{-2} । তার দ্রুতি কত?

সমাধান: আমরা জানি,

$$a = \frac{v^2}{r}$$

$$\text{বা, } v^2 = ar$$

$$\text{বা, } v = \sqrt{ar}$$

$$= \sqrt{0.16 \text{ ms}^{-2} \times 100 \text{ m}} = 4 \text{ ms}^{-1}$$

সুতরাং দ্রুতি 4 ms^{-1}

এখানে

$$\text{ব্যাসার্ধ, } r = 100 \text{ m}$$

$$\text{কেন্দ্রমুখী ত্বরণ, } a = 0.16 \text{ ms}^{-2}$$

$$\text{দ্রুতি, } v = ?$$

- ২৯। একটি বস্তুর 40-cm ব্যাসার্ধের বৃত্তাকার পথে প্রতি মিনিটে 45 বার আবর্তন করে। এর কেন্দ্রমুখী ত্বরণ কত?

সমাধান: আমরা জানি, রৈখিক দ্রুতি,

$$v = \frac{2\pi r}{T} = \frac{2\pi \times 4 \text{ m}}{1.33 \text{ s}} = 1.89 \text{ ms}^{-1}$$

আমরা জানি,

$$a = \frac{v^2}{r}$$

$$= \frac{(1.89 \text{ ms}^{-1})^2}{0.4 \text{ m}} = \frac{3.57}{0.4} \text{ ms}^{-2}$$

$$= 8.9 \text{ ms}^{-2}$$

সুতরাং কেন্দ্রমুখী ত্বরণ, 8.9 ms^{-2}

এখানে,

$$\text{ব্যাসার্ধ, } r = 40 \text{ cm} = 0.4 \text{ m}$$

$$\text{ঘূর্ণন সংখ্যা, } N = 45$$

$$\text{পর্যায়কাল, } T = \frac{1 \text{ min}}{45} = \frac{60 \text{ s}}{45} = 1.33 \text{ s}$$

$$\text{কেন্দ্রমুখী ত্বরণ, } a = ?$$

- ৩০। একটি বালক সুতায় বেঁধে একটি পাথরকে তার মাথার উপর দিয়ে অনুভূমিক বৃত্তাকার পথে ঘুরাচ্ছে। বৃত্তের ব্যাসার্ধ 0.96 m এবং একবার আবর্তনে 1.1 s সময় লাগলে পাথরটির দ্রুতি এবং ত্বরণের মান নির্ণয় কর।
সমাধান: আমরা জানি, রৈখিক দ্রুতি,

$$v = \frac{2\pi r}{T}$$

$$= \frac{2\pi \times 0.96 \text{ m}}{1.1 \text{ s}} = 5.48 \text{ ms}^{-1}$$

আবার, আমরা জানি,

$$a = \frac{v^2}{r} = \frac{(5.48 \text{ ms}^{-1})^2}{0.96 \text{ m}} = 31.28 \text{ ms}^{-2}$$

অতএব, দ্রুতি 5.48 ms^{-1} এবং কেন্দ্রমুখী ত্বরণ, 31.28 ms^{-2}

এখানে,

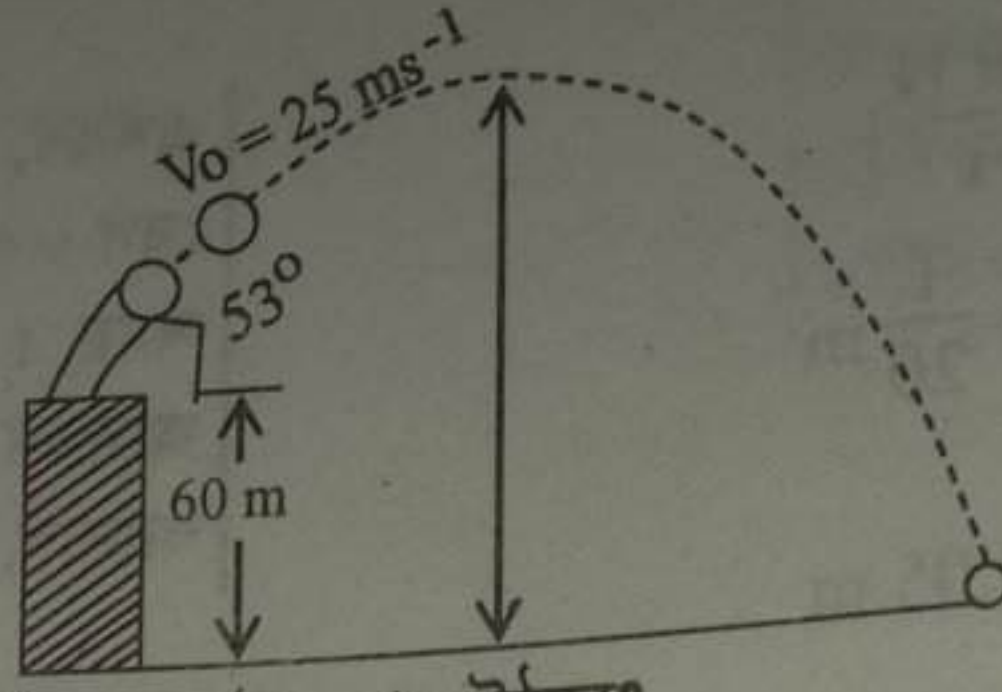
$$\text{ব্যাসার্ধ, } r = 0.96 \text{ m}$$

$$\text{পর্যায়কাল, } T = 1.1 \text{ s}$$

$$\text{দ্রুতি, } v = ?$$

$$\text{কেন্দ্রমুখী ত্বরণ, } a = ?$$

৩১। 60 m উচ্চতাবিশিষ্ট একটি পাহাড়ের চূড়া হতে একটি কামানের গুলি 25ms^{-1} বেগে আনুভূমিকের সাথে 53° কোণে ছোড়া হচ্ছে।



- (ক) কামানের গুলিটি ভূমি হতে সর্বোচ্চ কত উচ্চতায় উঠবে?
 (খ) পাহাড়ের চূড়াহতে উদ্দীপকে বর্ণিত গুলির অনুরূপ একটি কামানের গুলি একই সময় একই বেগে আনুভূমিক বরাবর নিক্ষেপ করা হলে, কোনটি আগে মাটিতে আঘাত করবে? গাণিতিক বিশ্লেষণ কর। [কু.বো '১৫]

সমাধান:

- (ক) আমরা জানি, সর্বোচ্চ উচ্চতা,

$$H = \frac{u^2 \sin^2 \alpha}{2g} \dots \dots \dots (i)$$

(i) নং সমীকরণে মানগুলো বসিয়ে পাই,

$$H = \frac{25^2 \sin^2 53^\circ}{2 \times 9.8}$$

$$= 20.34 \text{ m}$$

ভূমি হতে সর্বোচ্চ উচ্চতা = $60 + 20.34 = 80.34 \text{ m}$

- (খ) ধরি, ১ম ক্ষেত্রে ভূমিতলে কামানের গোলা আসতে t_1 সময় ও দ্বিতীয় ক্ষেত্রে t_2 সময় নেয়।

১ম ক্ষেত্রে:

$$y = -u \sin \alpha t_1 + \frac{1}{2} g t_1^2$$

$$\text{বা, } 60 = -25 \sin 53^\circ t_1 + 4.9 t_1^2$$

$$\text{বা, } 4.9 t_1^2 - 19.97 t_1 - 60 = 0$$

$$\text{বা, } t_1 = \frac{19.97 \pm \sqrt{(-19.97)^2 - 4 \times 4.9 \times (-60)}}{2 \times 4.9}$$

$$= \frac{19.97 \pm 39.68}{9.8}$$

$$= 6.09 \text{ s, } -2.01 \text{ s}$$

সময় ঋণাত্মক হতে পারে না, তাই প্রথম ক্ষেত্রে কামানের গুলি ভূমিতলে বা মাটিতে 6.09 s পর আঘাত করবে।

২য় ক্ষেত্রে:

$$y = -u \sin \alpha t_2 + \frac{1}{2} g t_2^2$$

$$\text{বা, } 60 = -25 \sin 0^\circ t_2 + 4.9 t_2^2$$

$$\text{বা, } 4.9 t_2^2 = 60$$

$$\text{বা, } t_2 = \sqrt{\frac{60}{4.9}}$$

$$= 2.5 \text{ s (প্রায়)}$$

(-) ve মানকে অগ্রাহ্য করে।

$$t_1 = 6.09 \text{ s ও } t_2 = 2.5 \text{ s}$$

অতএব আনুভূমিকভাবে নিক্ষিপ্ত কামানের গোলা আগে মাটিতে আঘাত করবে।

এখানে,

নিক্ষেপণ বেগ, $u = 25 \text{ ms}^{-1}$

নিক্ষেপণ কোণ, $\alpha = 53^\circ$

অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$

সর্বোচ্চ উচ্চতা, $H = ?$

এখানে, উচ্চতা

$y = 60 \text{ m}$

সময়, $t_1 = ?$

এখানে,

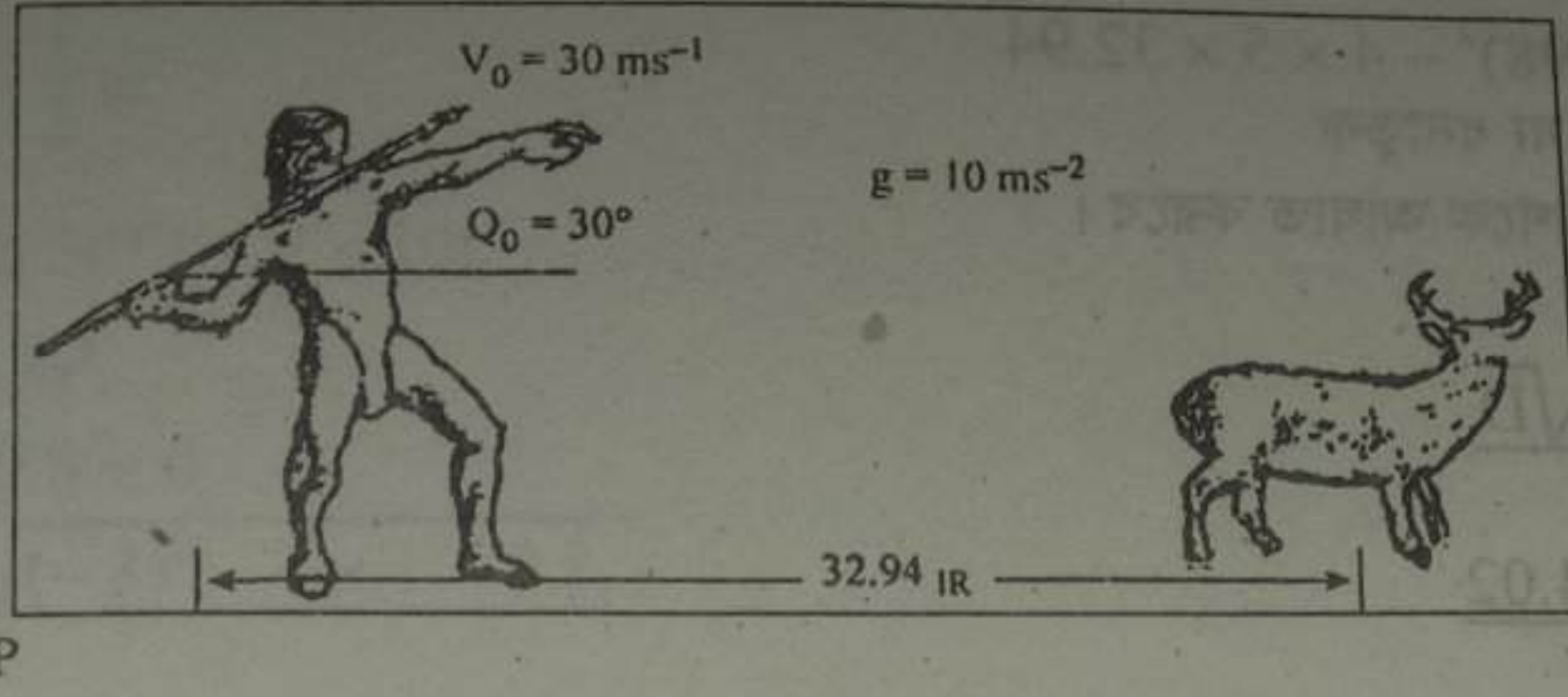
নিক্ষেপণ কোণ,

$\alpha = 0^\circ$

উচ্চতা, $y = 60 \text{ m}$

সময়, $t_2 = ?$

৩২। চিত্রটি ভালভাবে লক্ষ্য কর এবং নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাওঃ



শিকারী যখন বর্শাটি নিক্ষেপ করেন হরিণটি তখন স্থিরবস্থা থেকে 10 ms^{-2} সমত্বরণে PQ বরাবর দৌড়াতে থাকে।

- (ক) উদ্দীপকে বর্শাটি এর নিক্ষেপণ বিন্দু হতে সর্বাধিক কত উচ্চতায় উঠবে?
 (খ) বর্শাটি কি হরিণকে আঘাত করবে? তোমার উত্তরের সপক্ষে গাণিতিক যুক্তি উপস্থাপন কর। [চ.বো '১৫]

সমাধান:

- (ক) আমরা জানি,
 সর্বোচ্চ উচ্চতা,

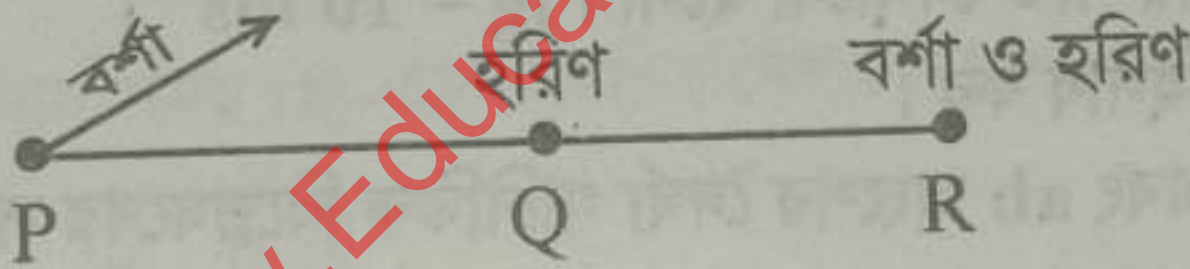
$$H = \frac{u^2 \sin^2 \alpha}{2g} \dots \dots \dots (i)$$

(i) নং সমীকরণে মানগুলো বসিয়ে পাই,

$$H = \frac{30^2 \sin^2 30^\circ}{2 \times 9.8} \\ = 11.48 \text{ m}$$

এখানে,
 নিক্ষেপণ বেগ, $u = 30 \text{ ms}^{-1}$
 নিক্ষেপণ কোণ, $\alpha = 30^\circ$
 সর্বাধিক উচ্চতা, $H = ?$
 $g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$

- (খ) ধরি, বর্শাটি t সময় পর R বিন্দুতে হরিণকে আঘাত করবে।



বর্শার জন্য অতিক্রান্ত আনুভূমিক দূরত্ব,

$$PR = u \cos \alpha t \\ = 30 \cos 30^\circ t = 25.98 t$$

হরিণের জন্য আনুভূমিক দূরত্ব,

$$QR = \frac{1}{2} a t^2 \\ = \frac{1}{2} \times 10 t^2 \\ = 5 t^2$$

NOTE BASKET

এখানে,
 হরিণের ত্বরণ,
 $a = 10 \text{ ms}^{-2}$
 $PQ = 32.94 \text{ m}$

উভয়ক্ষেত্রে:

$$PR = PQ + QR$$

$$\text{বা, } 25.98 t = 32.94 + 5 t^2$$

$$\text{বা, } 5 t^2 - 25.98 t + 32.94 = 0$$

যা t এর দ্বিঘাত সমীকরণ। সমীকরণটি t এর দুটি মানের জন্য সত্য হবে। t এর বাস্তব মানের জন্য বর্শাটি হরিণকে আঘাত করতে পারবে। t এর বাস্তব মানের জন্য সমীকরণটি নিরূপকের মান সর্বদা শূন্য বা ধনাত্মক হবে।

সমীকরণটির নিরূপক,

$$D = (-25.98)^2 - 4 \times 5 \times 32.94$$

$$= 16.16 \text{ যা ধনাত্মক}$$

ফলে বর্ষাটি হরিণকে আঘাত করবে।

এখন,

$$t = \frac{25.98 \pm \sqrt{D}}{2 \times 5}$$

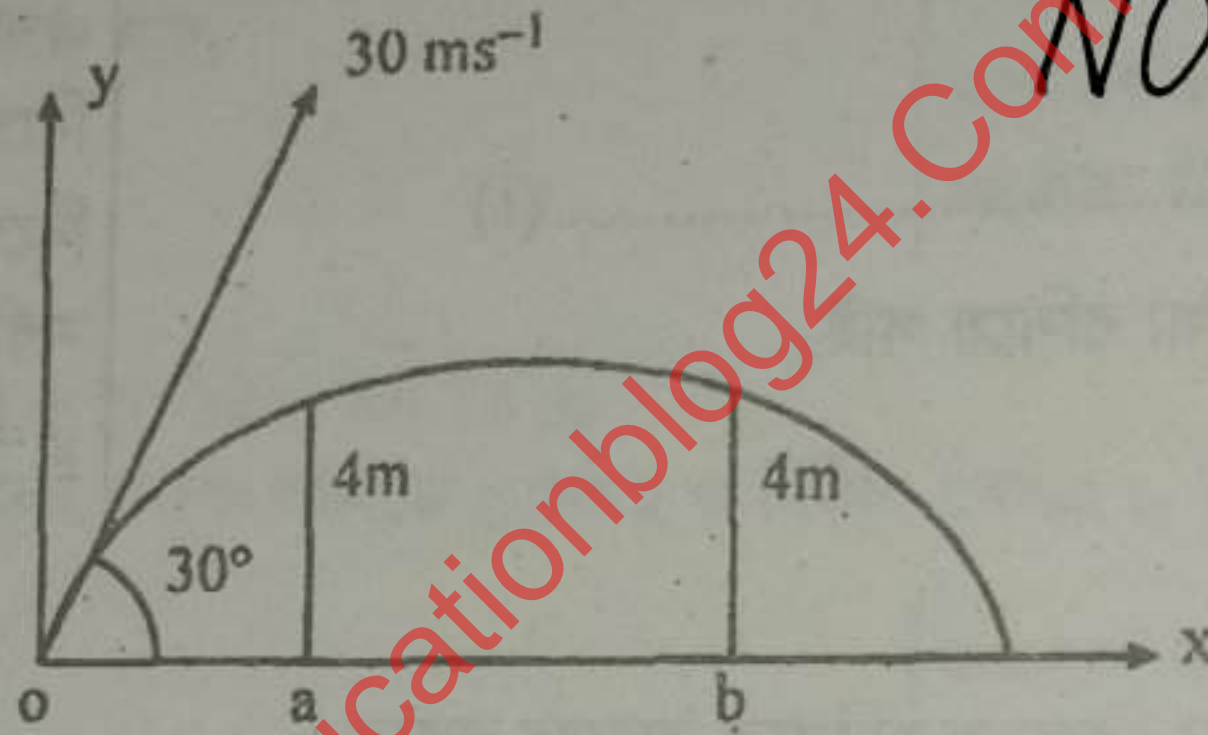
$$= \frac{25.98 \pm 4.02}{10}$$

$$= 3 \text{ s বা, } 2.2 \text{ s (প্রায়)}$$

$$\text{বর্ষার বিচরণকাল, } T = \frac{2u \sin \alpha}{g} = \frac{2 \times 30 \times \frac{1}{2}}{10} = 3 \text{ s}$$

ফলে বর্ষা 3s পর হরিণকে আঘাত করতে সমর্থ হবে।

৩৩।



উপরের চিত্রে একটি প্রাসের গতি দেখানো হলো। $[g = 10 \text{ ms}^{-2}]$

(ক) প্রাসটির সর্বাধিক উচ্চতা হিসাব কর।

(খ) প্রাসটির অনুভূমিক পাল্লা এবং ab অংশের দৈর্ঘ্য গাণিতিক বিশ্লেষণের সাহায্যে তুলনা কর। [ব.বো '১৫]

সমাধান:

(ক) আমরা জানি,
সর্বোচ্চ উচ্চতা,

$$H = \frac{u^2 \sin^2 \alpha}{2g} \dots \dots \dots (i)$$

(i) নং সমীকরণে মানগুলো বসিয়ে পাই,

$$H = \frac{30^2 \times \sin^2 30^\circ}{2 \times 10}$$

$$= 11.25 \text{ m}$$

উত্তর: সর্বাধিক উচ্চতা 11.25 m

(খ) প্রাসটির অনুভূমিক পাল্লা,

$$R = \frac{u^2 \sin 2\alpha}{g}$$

$$= \frac{30^2 \sin (2 \times 30^\circ)}{10} \text{ [ক হতে ডাটা নিয়ে]}$$

$$= 77.94 \text{ m}$$

এখানে,

নিষ্ক্ষেপন বেগ, $u = 30 \text{ ms}^{-1}$

নিষ্ক্ষেপণ কোণ, $\alpha = 30^\circ$

অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 10 \text{ ms}^{-2}$

সর্বাধিক উচ্চতা, $H = ?$

এখানে,

উচ্চতা, $y = 4 \text{ m}$

প্রয়োজনীয় সময়, $t = ?$

আমরা জানি,

$$y = u \sin \alpha t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$\text{বা, } y = 30 \sin 30^\circ t - \frac{1}{2} \times 10 t^2$$

$$\text{বা, } y = 15t - 5t^2$$

$$\text{বা, } t^2 - 3t + 0.8 = 0$$

$$\text{বা, } t = \frac{3 \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \times 1 \times 0.8}}{2}$$

$$= 0.3 \text{ s, } 2.71 \text{ s}$$

অর্থাৎ প্রাসটি 0.3 s পর 32.71 s পর একই উচ্চতায় অবস্থান করে।

চিত্র হতে স্পষ্টত যে, $t_1 = 0.3 \text{ s}$ পর প্রাসটি অনুভূমিক ডানে oa দূরত্ব এবং $t_2 = 2.71 \text{ s}$ পর আনুভূমিকভাবে ob দূরত্ব অতিক্রম করে।

$$\begin{aligned} \text{তাহলে, } oa &= u \cos \alpha \times t_1 \\ &= 30 \times \cos 30^\circ \times 0.3 \\ &= 7.79 \text{ m} \end{aligned}$$

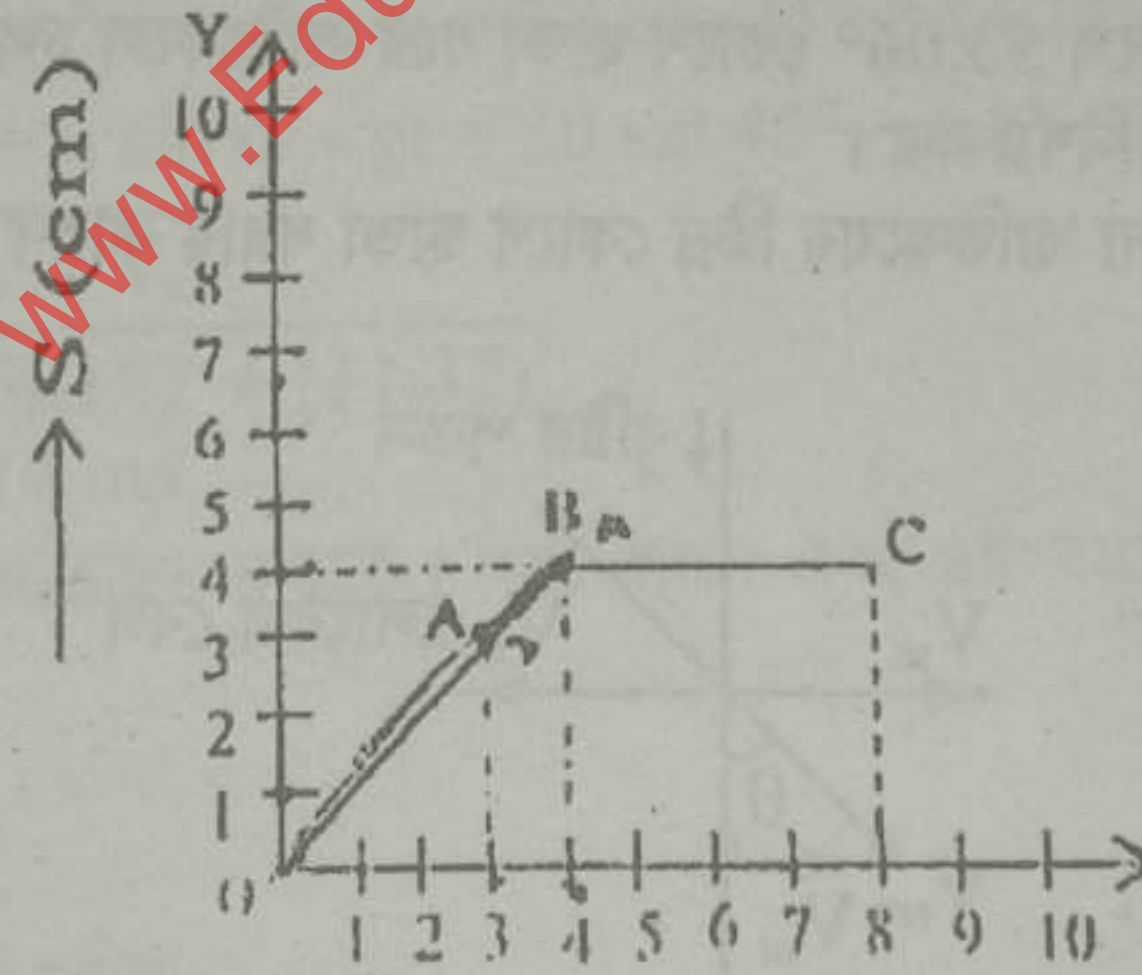
$$\begin{aligned} \text{এবং } ob &= u \cos \alpha \times t_2 \\ &= 30 \times \cos 30^\circ \times 2.71 \\ &= 70.41 \text{ m} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} ab &= ob - oa \\ &= 70.41 - 7.79 \\ &= 62.62 \text{ m} \end{aligned}$$

আনুভূমিক পাল্লা R এর সাথে ab এর দৈর্ঘ্যের তুলনা করলে পাই,

$$\therefore R : ab = 77.94 : 62.62$$

৩৪। একটি বস্তুর সরণ (S) বনাম সময় (t)-এর লেখচিত্র দেখানো হলো :—



চিত্র : S-t লেখচিত্র। —→ t (sec)

- (ক) লেখচিত্রের AB অংশে বস্তুর ত্বরণের মান নির্ণয় কর।
 (খ) লেখচিত্রের BC রেখাটি বস্তুর সমবেগ না স্থিরাবস্থা নির্দেশ করবে? গাণিতিকভাবে যাচাই কর। [রা.বো '১৬]

সমাধান:

(ক) আমরা জানি,

$$s = vt \text{ [যেখানে } v \text{ হলো সমবেগ]}$$

$$\text{এবং } s = ut + \frac{1}{2} at^2 \text{ [যেখানে } u \text{ হলো আদিবেগ এবং } a \text{ হলো ত্বরণ]}$$

সরণ (s) বনাম সময় (t) এর লেখচিত্র পর্যবেক্ষণ করি।

যখন, সময় $t = 0$, তখন, $s = 0$

যখন, সময় $t = 1$, তখন, $s = 1 \text{ cm}$

যখন, সময় $t = 2$, তখন, $s = 2 \text{ cm}$

A বিন্দুতে সময়, $t = 3 \text{ s}$ এবং সরণ, $s = 3 \text{ cm}$

B বিন্দুতে সময়, $t = 4 \text{ s}$ এবং সরণ $s = 4 \text{ cm}$

আমরা জানি, বেগ = $\frac{\text{সরণের পরিবর্তন বা বৃদ্ধি}}{\text{সময়ের পরিবর্তন বা বৃদ্ধি}}$

AB অংশের জন্য B বিন্দুতে বেগ,

$$V_B = \frac{4 - 3}{4 - 3} = 1 \text{ cm s}^{-1}$$

আবার, OA অংশের জন্য A বিন্দুতে বেগ,

$$V_A = \frac{3 - 0}{3 - 0} = 1 \text{ cm s}^{-1}$$

আবার, আমরা জানি, ত্বরণ = $\frac{\text{বেগের পরিবর্তন}}{\text{সময়ের পরিবর্তন}}$

তাহলে, AB অংশের ত্বরণ

$$a = \frac{V_B - V_A}{t_B - t_A} = \frac{1 - 1}{4 - 3} = \frac{0}{1} = 0$$

∴ AB অংশের ত্বরণ শূন্য।

(খ) লেখচিত্রে BC অংশের জন্য সময়ের পরিবর্তনে দূরত্বের কোনো পরিবর্তন হচ্ছে না। $t = 4 \text{ s}$ থেকে $t = 8 \text{ s}$ পর্যন্ত বস্তুটি 5 m দূরত্বই অতিক্রম করে।

∴ BC অংশ বস্তুর স্থিরাবস্থা নির্দেশ করে।

৩৫। কোনো এক বৃষ্টির দিনে আসাদ ঘরের দরজায় দাঁড়িয়ে বৃষ্টি দেখছিল। বৃষ্টি উলম্বভাবে 6 kmh^{-1} বেগে পড়ছিল। এমন সময় আসাদ দেখল এক ব্যক্তি উলম্বের সাথে 33.8° কোণে ছাতা ধরে পায় হেঁটে চলছে।

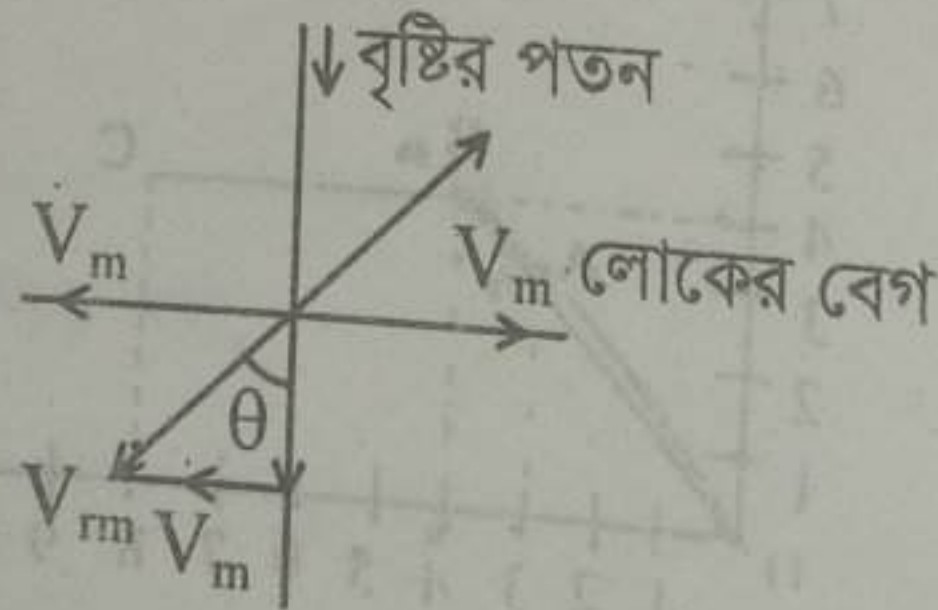
অপর এক ব্যক্তি উলম্বের সাথে 53.06° কোণে ছাতা ধরে সাইকেলে চলছে। উভয়ই বৃষ্টি থেকে রক্ষা পেল।

(ক) পায় হেঁটে চলা ব্যক্তির বেগ নির্ণয় কর।

(খ) বৃষ্টি থেকে রক্ষা পাওয়ার জন্য ব্যক্তিদ্বয়ের ভিন্ন কোণে ছাতা ধরার কারণ ব্যাখ্যা কর।

সমাধান:

[য.বো '১৬]



(ক) পায় হেঁটে চলা ব্যক্তির জন্য, আমরা জানি,

$$\tan \theta = \frac{V_m}{V_r}$$

$$\text{বা, } \tan 33.8^\circ = \frac{V_m}{6}$$

$$\text{বা, } V_m = 4.02 \text{ kmh}^{-1} \\ = 4 \text{ kmh}^{-1} \text{ (প্রায়)}$$

এখানে,
লোকের বেগ = V_m
বৃষ্টির বেগ, $V_r = 6 \text{ kmh}^{-1}$
 $\theta = 33.8^\circ$

(খ) (ক) এর শর্তে সাইকেলে চড়া ব্যক্তির বেগ v_m^1 হলে,

$$\tan 53.06^\circ = \frac{v_m^1}{v_r}$$

বা, $v_m^1 = 8 \text{ kmh}^{-1}$ (প্রায়)

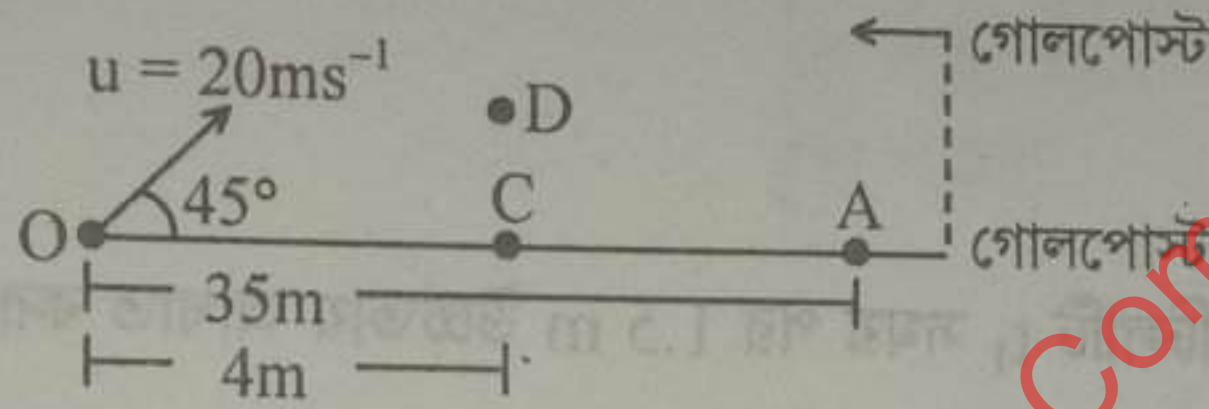
ব্যক্তিদ্বয়ের বেগ একই ছিল। যার বেগ বেশি ছাতা তার দিকে হেলে ধরতে হবে। ফলে ছাতা ভিন্ন কোণে ধরতে হয়েছে।

৩৬। ফিফা ফুটবল ওয়ার্ল্ড কাপ কোয়ালিফায়িং ম্যাচে বাংলাদেশ-তাজিকিস্তানের মধ্যকার খেলায় বাংলাদেশ টিমের 'জাহিদ হাসান এমিলি' তাজিকিস্তানের গোলপোস্টের 35m সামনে থেকে বলে কিক করলেন। বলটি ভূমির সাথে 45° কোণে 20ms^{-1} বেগে গোল পোস্টের দিকে উড়ে গেল। কিকের অবস্থান হতে 4m দূরে তাজিকিস্তানের 2 জন খেলোয়াড় বলটিকে প্রতিরোধ করার জন্য দাঁড়িয়েছিল। গোলরক্ষক গোলপোস্টের যে প্রান্তে দাঁড়িয়েছিল বলটি তার বিপরীত প্রান্ত দিয়ে পোস্টের দিকে ধেয়ে গেল। গোলপোস্টের উচ্চতা 2.4m।

(ক) প্রতিরোধকারী খেলোয়াড়ের মাথার উপরে উড়ন্ত বলটির বেগ কত? নির্ণয় কর।

(খ) এমিলির কিক হতে গোল হবে কিনা— গাণিতিক বিশ্লেষণ কর।

সমাধান: উদ্দীপক অনুযায়ী চিত্র:



এমিলির অবস্থান O বিন্দু। গোলপোস্টের অবস্থান AB তাজিকিস্তানের অপর দু'জন খেলোয়াড়ের অবস্থান C ও D. গোলকিপারের অবস্থান B

(ক) ধরি, C, D বিন্দুতে দাঁড়িয়ে থাকা খেলোয়ার ঘরের উপর দিয়ে বল যেতে t সময় নেয় তাহলে,

$$OC = u \cos \alpha \times t$$

$$\text{বা, } 4 = 20 \cos 45^\circ \times t$$

$$\therefore t = 0.283 \text{ s}$$

t সময় পর বেগ v হলে,

$$V \text{ এর আনুভূমিক উপাংশ, } v_x = u \cos \alpha = 20 \cos 45^\circ = 14.14 \text{ ms}^{-1}$$

$$V \text{ এর উলম্ব উপাংশ, } v_y = u \sin \alpha - gt = 20 \sin 45^\circ - 4.8 \times 0.283 = 11.37 \text{ ms}^{-1}$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় বেগ, } v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$$

$$= \sqrt{(14.14)^2 + (11.37)^2}$$

$$= 18.14 \text{ ms}^{-1}$$

এখানে,

$$\text{কিকের বেগ, } u = 20 \text{ ms}^{-1}$$

$$\text{নিষ্ক্ষেপণ কোণ, } \alpha = 45^\circ$$

$$OC = 4\text{m}$$

(খ) ধরি, OA = 35 m দূরত্ব অতিক্রম করতে t সময় লাগে এবং এই সময়ে বলটির উলম্ব সরণ হয় y তাহলে,

$$OA = u \cos \alpha t$$

$$\text{বা, } 35 = 20 \cos 45^\circ t$$

$$\text{বা, } t = 2.48 \text{ s}$$

t = 2.48 s সময় পর উলম্ব সরণ

$$y = u \sin \alpha t - \frac{1}{2} gt^2$$

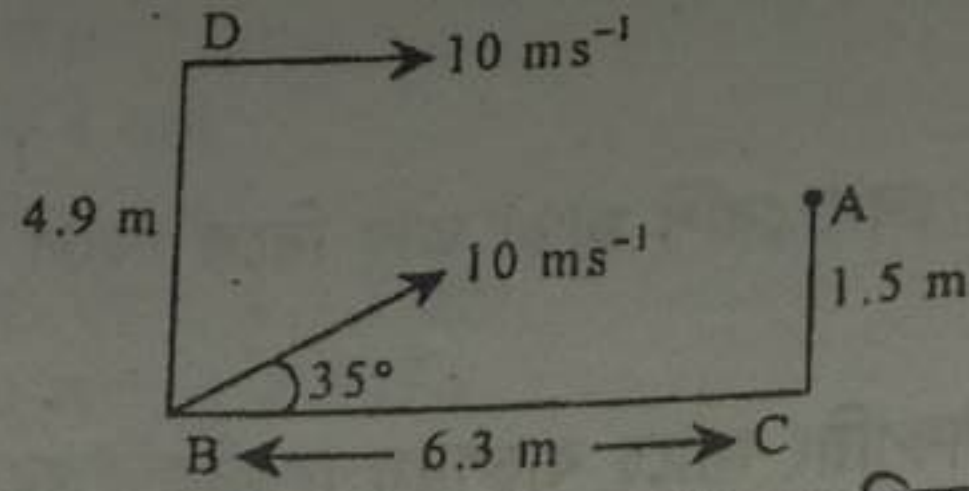
$$= 20 \sin 45^\circ \times 2.48 - 4.9 \times 2.48^2$$

$$= 35 - 30.14$$

$$= 4.86 > 2.4 \text{ m}$$

গোলপোস্টের উচ্চতা 2.4 m ফলে এমিলির কিক করা বলটি গোলপোস্টের বারের উপর দিয়ে চলে যাবে। অতএব গোল হবে না।

৩৭। A বিন্দুতে আঘাত করার জন্য B ও D বিন্দুতে অবস্থানরত দুই বন্ধু একই সময়ে চিত্রের ন্যায় টিল নিক্ষেপ করে। $[g = 9.8 \text{ ms}^{-2}]$



- (ক) B বিন্দুতে অবস্থানরত বন্ধুর নিক্ষেপ টিলটির 0.2s পর বেগ কত হিসাব কর।
 (খ) কোন বন্ধুর নিক্ষেপ টিলটি A বিন্দুকে আগে স্পর্শ করবে? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর।

[কু.বো '১৬]

- সমাধান:
 (ক) B বিন্দুতে অবস্থানরত ব্যক্তির টিল 0.2 s পর v বেগ প্রাপ্ত হলে,
 v এর অনুভূমিক উপাংশ, $v_x = u \cos \alpha = 10 \cos 35^\circ = 8.2 \text{ ms}^{-1}$
 v এর উলম্ব উপাংশ, $v_y = u \sin \alpha - gt = 10 \sin 35^\circ - 9.8 \times 0.2 = 3.8 \text{ ms}^{-1}$
 $\therefore v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$
 $= \sqrt{(8.2)^2 + (3.8)^2}$
 $= 9.04 \text{ ms}^{-1}$

উত্তর: 9.04 ms^{-1}

- (খ) B বিন্দুতে অবস্থানরত ব্যক্তির টিলাটি t_1 সময় পর 1.5 m উচ্চতায় আঘাত করবে কিনা তার গাণিতিক বিশ্লেষণ:

আনুভূমিক দূরত্ব = 6.3 m

$$\text{বা, } u \cos \alpha t_1 = 6.3$$

$$\text{বা, } 10 \cos 35^\circ t_1 = 6.3$$

$$\text{বা, } t_1 = 0.77 \text{ s}$$

 $t_1 = 0.77 \text{ s}$ এ উলম্ব সরণ y হলে,

$$y = u \sin \alpha t_1 - \frac{1}{2} g t_1^2$$

$$= 10 \sin 35^\circ \times 0.77 - \frac{1}{2} \times 9.8 \times 0.77^2$$

$$= 4.42 - 2.91$$

$$= 1.51 \text{ m}$$

$$\approx 1.5 \text{ m}$$

B বিন্দুতে অবস্থানরত ব্যক্তিট টিলাটি 0.7 s পর $AC = 1.5$ মিটার উচ্চতায় A বিন্দুতে স্পর্শ করবে।
 ধরি; D বিন্দুতে অবস্থানরত ব্যক্তির টিলাটি t_2 সময় পর আনুভূমিকভাবে 6.3 m দূরত্ব অতিক্রম করে।
 আমরা জানি আনুভূমিক দূরত্ব,

$$x = ut_2$$

$$\text{বা, } 6.3 = 10 t_2$$

$$\text{বা, } t_2 = 0.63 \text{ s}$$

 $t_2 = 0.633$ এ উলম্ব সরণ y হলে,

$$y = \frac{1}{2} g t_2^2$$

$$= \frac{1}{2} \times 9.8 \times 0.63^2$$

$$= 1.945$$

এখানে,

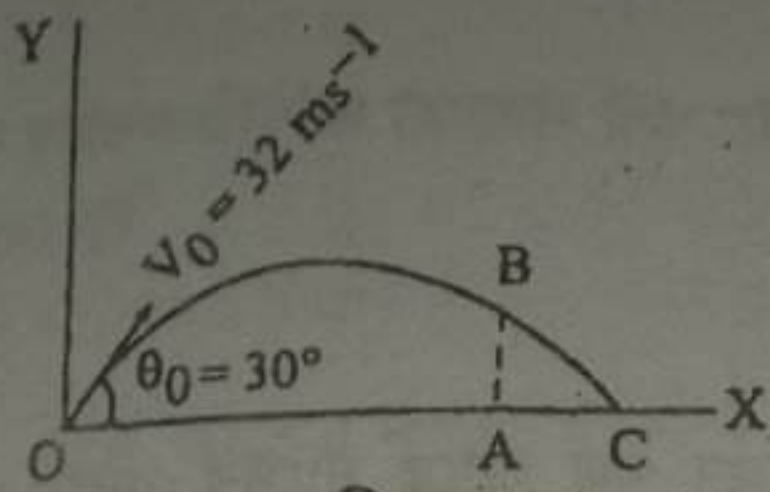
$$x = 6.3 \text{ m}$$

$$u = 10 \text{ ms}^{-1}$$

$$t = ?$$

কিন্তু এখানে উলম্ব সরণ, $DA = 4.9 - 1.5 = 3.4 \text{ m}$ হলে টিলাটি A বিন্দুকে স্পর্শ করত। অতএব টিলাটি A বিন্দুতে স্পর্শ করবে না এবং A বিন্দুর উপর দিয়ে যাবে।

- ৩৮। দুই বন্ধু সুমন ও রানা দেখলো যে, ভূ-পৃষ্ঠস্থ O বিন্দু হতে একটি বস্তুকে 32ms^{-1} বেগে 30° কোণে নিক্ষেপ করায় 85m দূরে অবস্থিত 2m উঁচু AB দেয়ালের উপর দিয়ে বস্তুটি ভূ-পৃষ্ঠে পতিত হয়।



- (ক) O বিন্দু হতে নিক্ষেপণের 1.2 s সময় পরে নিক্ষেপ্ত বস্তুটির বেগ নির্ণয় কর।
 (খ) উদ্দীপক অনুসারে নিক্ষেপণ কোণের সর্বনিম্ন কি পরিবর্তন করলে প্রাসটি AB দেয়ালে বাঁধা পাবে? গাণিতিক বিশ্লেষণসহ মতামত দাও।

[ঢা.বো '১৭]

সমাধান: অংকটি ঠিক আছে কিনা তার পরীক্ষা:

$$y = x \tan \alpha \left(1 - \frac{x}{R}\right) \dots\dots\dots (i)$$

$$\begin{aligned} \text{এবং } R &= \frac{u^2 \sin 2\alpha}{g} \\ &= \frac{32^2 \sin 60^\circ}{9.8} \\ &= 90.5 \text{ m} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{এখানে,} \\ u &= 32 \text{ ms}^{-1} \\ x &= 85 \text{ m} \\ \alpha &= 30^\circ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore y &= 85 \cdot \tan 30^\circ \left(1 - \frac{85}{90.5}\right) \\ &= 2.98 \text{ m} \end{aligned}$$

সুতরাং উদ্দীপকের কথা ঠিক নাই।

- (ক) ৩৭ এর (ক) এর অনুরূপ:

$$\begin{aligned} v &= \sqrt{V_x^2 + V_y^2} \\ &= \sqrt{(32 \cos 30^\circ)^2 + (32 \sin 30^\circ - 9.8 \times 1.2)^2} \\ &= \sqrt{768 + 17.98} \\ &= 28.04 \text{ ms}^{-1} \\ &\approx 28 \text{ ms}^{-1} \end{aligned}$$

- (খ) অংকটিকে পরীক্ষা করে দেখা হয়েছে যে, 30° কোণে নিক্ষেপ করলে তা AB দেয়ালের উপর দিয়ে চলে যায়।

ধরি, নিক্ষেপণ কোণ ϕ হলে তা AB দেয়ালে A বিন্দুতে বাঁধা পাবে।তাহলে, (i) নং সমীকরণ অনুযায়ী α এর স্থলে ϕ বসিয়ে লেখা যায়,

$$y = x \tan \phi \left(1 - \frac{x}{R}\right)$$

$$\text{বা, } 2 = 85 \tan \phi \left(1 - \frac{85}{90.5}\right)$$

$$\text{বা, } \tan \phi = \frac{2 \times 90.5}{85 \times 5.5}$$

$$\text{বা, } \phi = 21.16^\circ$$

নিক্ষেপণ কোণের মানের ন্যূনতম পরিবর্তন $= 30^\circ - 21.16^\circ = 8.84^\circ$. হলে প্রাসটি AB দেয়ালে বাঁধা পাবে। এখানে নিক্ষেপণ কোণের পরিমাণ ন্যূনতম 8.84° কমাতে হবে।

- ৩৯। একটি ফুটবল প্রশিক্ষণকালে দুজন খেলোয়াড় উভয়ই 10ms^{-1} বেগে যথাক্রমে 30° এবং 60° কোণে ফুটবল কিক করলেন। একজন গোলকিপার বল দুটিকে মাটিতে পড়বার ঠিক আগে মুহূর্তে ধরবার জন্য দাড়িয়েছিলেন।
- (ক) ১ম খেলোয়াড়ের ক্ষেত্রে 1sec. পরে বলটির বেগের মান কত?
- (খ) গোলকিপার স্থান পরিবর্তন না করে ভিন্ন সময়ে বল দুটি ধরতে সক্ষম হবে- এর সত্যতা গাণিতিকভাবে যাচাই কর।

সমাধান:

- (ক) ৩৭ এর (ক) এর অনুরূপ।
- (খ) আমরা জানি একই আদিবেগ ও পরস্পর পূরক কোণের জন্য দুটি বিচরণ পথ আছে যাদের পাল্লা একই।

বিচরণ পথ দুটির বিচরণ কাল T_1 ও T_2 হলে,

$$T = \frac{2u \sin \alpha}{g}$$

$$\text{যখন, } \alpha = 30^\circ, u = 10 \text{ ms}^{-1} \text{ তখন, } T_1 = \frac{2 \times 10 \times \frac{1}{2}}{9.8} = 1.02 \text{ s}$$

$$\text{যখন, } \alpha = 60^\circ, R = 10 \text{ ms}^{-1} \text{ এখন, } t_2 = \frac{2 \times 10 \times \frac{\sqrt{3}}{2}}{9.8} = 1.77 \text{ s}$$

ধরি, গোলকিপার নিক্ষেপণ বিন্দু হতে আনুভূমিকভাবে x দূরত্বে আছে, তাহলে,

$$\begin{aligned} x &= u \cos \alpha t \\ &= 10 \cos 30^\circ \times 1.02 \\ &= 8.83 \text{ m} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{এখানে,} \\ u &= 10 \text{ ms}^{-1} \\ \alpha &= 30^\circ \\ t &= T_1 = 1.02 \text{ s} \end{aligned}$$

পুনরায় ধরি, গোলকিপার নিক্ষেপণ বিন্দু হতে আনুভূমিকভাবে x^1 দূরত্বে আছে। তাহলে,

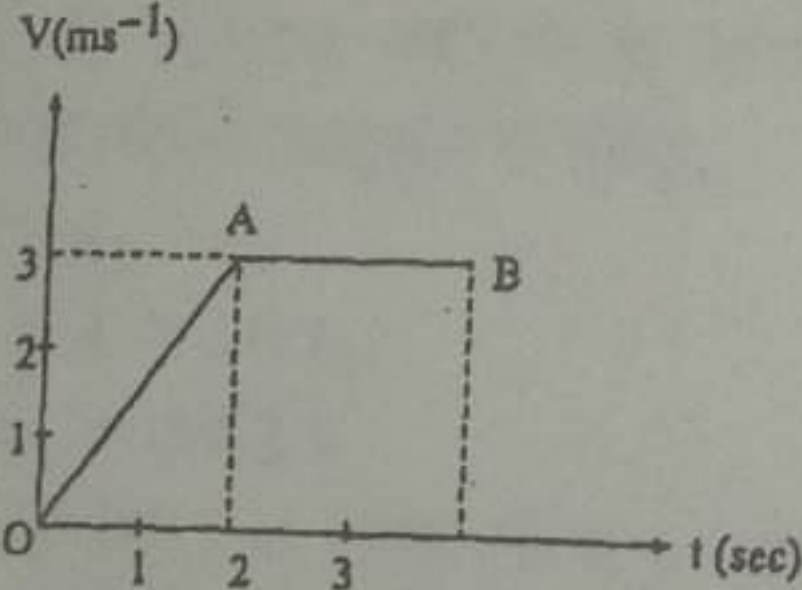
$$\begin{aligned} x^1 &= u \cos \alpha t \\ &= 10 \cos 60^\circ \times 1.77 \\ &= 8.85 \text{ m} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{এখানে,} \\ u &= 10 \text{ ms}^{-1} \\ \alpha &= 60^\circ \\ t &= T_2 = 1.77 \text{ s} \end{aligned}$$

৪.৪৩, ৪.৪৫ এর অতি নিকটবর্তী ফলে ধরা যায় $x = x^1$

অতএব গোলকিপার স্থান পরিবর্তন না করে ভিন্ন সময়ে বল দুটি ধরতে সক্ষম হবে।

- ৪০। নিচে বেগ বনাম সময়ের লেখচিত্র দেখানো হলো:



- (ক) উদ্দীপক অনুসারে বস্তুটির OA অংশের ত্বরণ নির্ণয় কর।
- (খ) উদ্দীপকের লেখচিত্র অনুসারে বস্তুটির OA এবং AB অংশের দূরত্ব এক না ভিন্ন গাণিতিকভাবে যাচাই কর।

সমাধান:

- (ক) গ্রাফ হতে,
- $$t_0 = 0, \quad v_0 = 0$$
- $$t = 2\text{s}, \quad v = 3 \text{ ms}^{-1}$$

NOTE BASKET

www.EducationBlog24.Com

www.EducationBlog24.Com

তাহলে ত্বরণ,

$$a = \frac{v - v_0}{t - t_0} = \frac{3 - 0}{2 - 0} = 1.5 \text{ ms}^{-2}$$

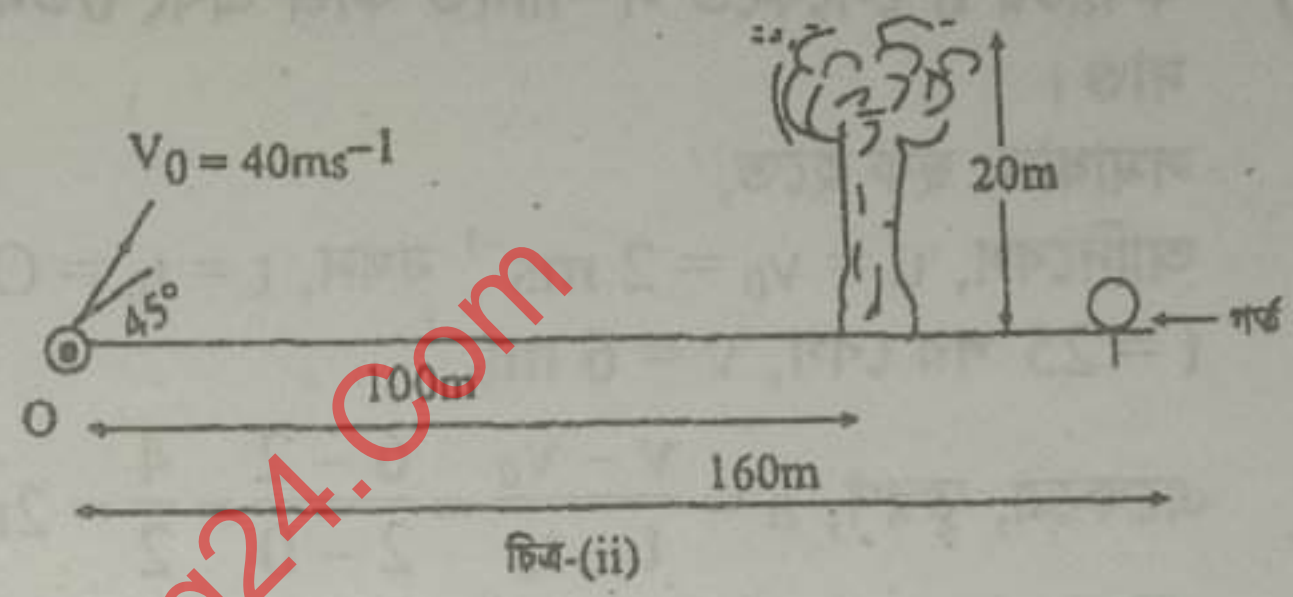
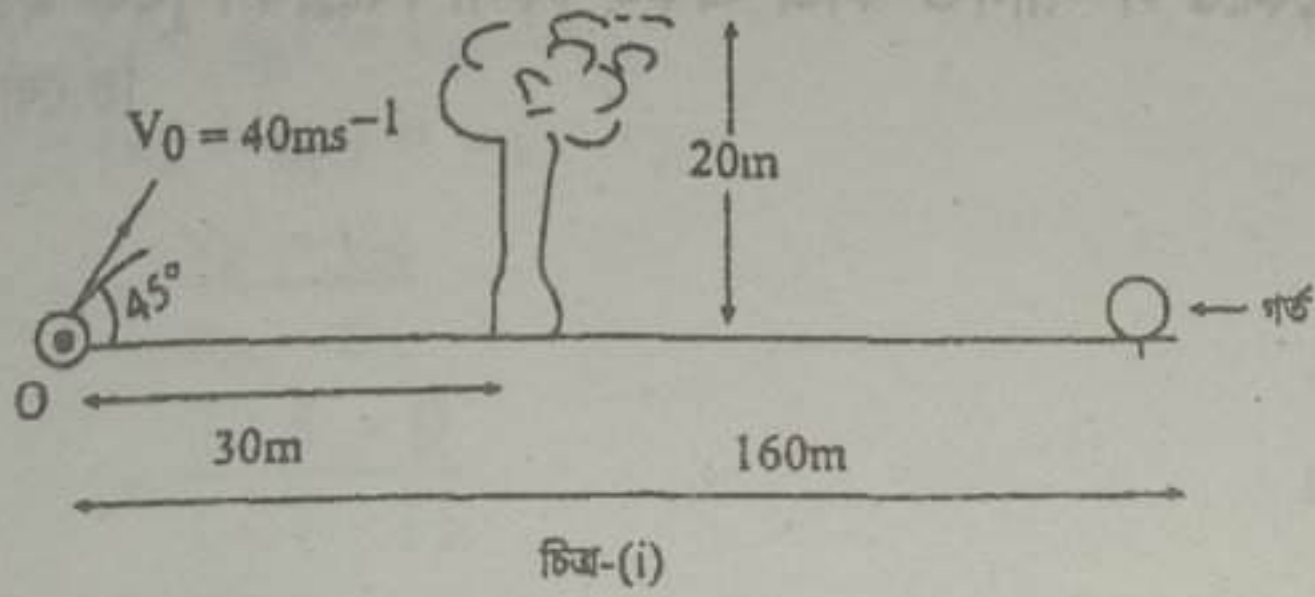
(খ) OA অংশের দূরত্ব, $S_1 = \frac{1}{2} at^2 = \frac{1}{2} \times 1.5 \times 2^2 = 3\text{m}$

অথবা $[S_1 = \frac{1}{2} \times \text{ভূমি} \times \text{উচ্চতা} = \frac{1}{2} \times 2 \times 3 = 3\text{m}]$

AB অংশের দূরত্ব, $S_2 = vt = 3 \times (4 - 2) = 3 \times 2 = 6\text{m}$

$\therefore S_1 \neq S_2$ অতএব OA ও AB অংশদ্বয়ের দূরত্ব ভিন্ন।

৪১। একজন গলফ খেলোয়াড় চিত্র (i) ও চিত্র (ii) পরিস্থিতিতে বল গর্তে ফেলার জন্য O বিন্দু থেকে বলকে আঘাত করে।



(ক) ২ সেকেন্ড পর বলের বেগ কত?

(খ) উদ্দীপকের কোন চিত্রের বলটি গর্তে পড়বে- গাণিতিক বিশ্লেষণপূর্বক মন্তব্য কর। [য.বো '১৭]

সমাধান:

(ক) ৩৭নং এর (ক) অনুরূপ।

উত্তর: $v = \sqrt{(20\sqrt{2})^2 + (20\sqrt{2} - 9.8 \times 2)^2} = 29.6 \text{ ms}^{-1}$

(খ) ১নং চিত্রে : গাছে বাধা পাবে কিনা তার যাচাইকরণ:
আমরা জানি,

$$y = x \tan \alpha \left(1 - \frac{x}{R} \right) \dots \dots \dots (i)$$

এখন,

$$R = \frac{u^2 \sin 2\alpha}{g}$$

$$= \frac{u^2}{g} = \frac{40^2}{9.8}$$

$$= 163.27 \text{ m}$$

(i) নং সমীকরণ হতে পাই,

$$y = 30 \tan 45^\circ \left(1 - \frac{30}{163.27} \right)$$

$$= 24.5\text{m} > 20 \text{ m}$$

অতএব নিষ্ক্ষেপণ বিন্দু হতে 30 m দূরে 24.5 m উচ্চ দিয়ে বলটি গিয়ে 163.27 m দূরে ভূমিতে আঘাত করবে।

এখানে,

$$u = v_0 = 40 \text{ ms}^{-1}$$

$$\alpha = 45^\circ$$

$$x = 30 \text{ m}$$

২নং চিত্রে একই সমীকরণ (i) প্রয়োগ করে পাই,

$$y = 100 \tan 45^\circ \left(1 - \frac{100}{163.27}\right)$$

$$= 38.75 \text{ m} > 20 \text{ m}$$

ফলে বলটি গাছ দ্বারা বাধা প্রাপ্ত হবে না এবং তাহলে উভয় ক্ষেত্রে বলটি 163.27 m অনুভূমিক দূরত্ব অতিক্রম করবে। যেহেতু নিক্ষেপণ বিন্দু হতে গর্তের দূরত্ব 160 m যা আনুভূমিক দূরত্ব অপেক্ষা কম ফলে বল দুটি গর্ত ছেড়ে 3.27 m সামনে পড়বে।

অর্থাৎ কোনো চিত্রে বল গর্তে পড়বে না।

৪২। নিচের ছকে 10gm ভরের একটি গতিশীল কণার সময়ের সাপেক্ষে বেগ ও সরণ দেখানো হল:

t(s)	0	2	4	6	8	10
V(ms ⁻¹)	2	6	10	14	18	22
S(m)	0	8	22	48	80	120

(ক) উদ্দীপকের কণাটির নবম সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূরত্ব নির্ণয় কর।

(খ) কণাটির 6 সেকেন্ডে সম্পাদিত কাজ এবং 6তম সেকেন্ডে সম্পাদিত কাজ একই কিনা বিশ্লেষণপূর্বক মতামত দাও।

[চ.বো '১৭]

সমাধান: ছক হতে,

আদিবেগ, $u = v_0 = 2 \text{ ms}^{-1}$ যখন, $t = t_0 = 0 \text{ s}$

$t = 2 \text{ s}$ পর বেগ, $v = 6 \text{ ms}^{-1}$

এক্ষেত্রে, ত্বরণ, $a = \frac{v - v_0}{t - t_0} = \frac{6 - 2}{2 - 0} = \frac{4}{2} = 2 \text{ ms}^{-2}$

প্রতি 2s পর বেগের বৃদ্ধি 4 ms^{-1} পাওয়া যায় ফলে বিলা-যায় কণাটি সমত্বরণে চলমান।

(ক) আমরা জানি, t-তম সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূরত্ব,

$$s_t = u + \frac{1}{2} a (2t - 1)$$

$$\therefore s_9 = 2 + \frac{1}{2} \times 2 \times (2 \times 9 - 1)$$

$$= 2 + 17$$

$$= 19 \text{ m}$$

এখানে,

$$u = v_0 = 2 \text{ ms}^{-1}$$

$$a = 2 \text{ ms}^{-2}$$

$$t = 9 \text{ s}$$

(খ) 6 সেকেন্ডের সম্পাদিত কাজ,

$$W = F.s$$

$$= mas$$

$$= 0.01 \times 2 \times 48$$

$$= 0.96 \text{ J}$$

6 তম সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূরত্ব,

$$s_6 = u + \frac{1}{2} a (2t - 1)$$

$$= 2 + \frac{1}{2} \times 2 \times (2 \times 6 - 1)$$

$$= 13 \text{ m}$$

6 তম সেকেন্ডের কৃতকাজ,

$$w^1 = mas_6$$

$$= 0.01 \times 2 \times 13$$

$$= 0.26 \text{ J} < 0.96 \text{ J}$$

$w > w^1$ ফলে 6 সেকেন্ডের কৃতকাজ এবং 6 তম সেকেন্ডের কৃতকাজ এক নয়।

NOTE BASKET

www.EducationBlog24.Com

www.EducationBlog24.Com

এখানে,

6 সেকেন্ডের সরণ,

$$s = ut + \frac{1}{2} at^2 = 2 \times 6 + \frac{1}{2} \times 2 \times 6^2 = 48 \text{ m}$$

$$a = 2 \text{ ms}^{-2}$$

$$m = 10 \text{ gm} = 0.01 \text{ kg}$$

৪৩। দুটি গাড়ি A ও B যথাক্রমে $V_A = 0$ এবং $V_B = 22.5 \text{ms}^{-1}$ বেগে যাত্রা শুরু করে ১ম 15sec যথাক্রমে $a_A = 1 \text{ms}^{-2}$ ত্বরণে চলে। পরবর্তীতে গাড়ি দুটি আরো 15sec সমবেগে চলমান ছিল।

(ক) যাত্রা শুরুর কত সময় পর গাড়ি দুটির বেগ সমান হবে?

(খ) কোন গাড়িটি অধিকতর দূরত্ব অতিক্রম করবে? গাণিতিক বিশ্লেষণপূর্বক মন্তব্য কর।

[সি.বো '১৭]

সমাধান: এখানে,

A গাড়ির জন্য

$$v_A = 0$$

$$a_A = 1 \text{ms}^{-2}$$

B গাড়ির জন্য

$$v_B = 22.5 \text{ms}^{-1}$$

$$a_B = -1 \text{ms}^{-2}$$

(ক) ধরি, A ও B গাড়ি দুটির বেগ t সময় পর v হবে।

তাহলে,

$$\text{A গাড়ির জন্য, } v = v_A + a_A t$$

$$\text{B গাড়ির জন্য } v = v_B + a_B t$$

শর্তানুযায়ী,

$$v_A + a_A t = v_B + a_B t$$

$$\text{বা, } a_A t - a_B t = v_B - v_A$$

$$\text{বা, } t(a_A - a_B) = v_B - v_A$$

$$\text{বা, } t = \frac{v_B - v_A}{a_A - a_B}$$

$$= \frac{22.5 - 0}{1 - (-1)}$$

$$= \frac{22.5}{2}$$

$$= 11.25 \text{ s}$$

∴ 11.25 s পর A ও B গাড়ি দুটির বেগ সমান হবে।

(খ) আমরা জানি,

$$\text{সরণ, } S = ut + \frac{1}{2} at^2$$

$$\text{বেগ, } v = u + at$$

A গাড়ির জন্য:

$$S'_A = v_A t + \frac{1}{2} a_A t^2$$

$$= 0 \times 15 + \frac{1}{2} \times 1 \times 15^2$$

$$= 112.5 \text{ m}$$

15 s পর বেগ, v_d হলে,

$$v_d = 0 + 1 \times 15$$

$$= 15 \text{ms}^{-1}$$

A গাড়ি $v_t = 15 \text{ms}^{-1}$ সমবেগে আরো 15 s চলে।

এক্ষেত্রে অতিক্রান্ত দূরত্ব, $S_A'' = v_d t$

$$= 15 \times 15$$

$$= 225 \text{ m}$$

∴ A গাড়ি কর্তৃক মোট অতিক্রান্ত দূরত্ব,

$$S_A = S'_A + S_A'' = 112.5 + 225 = 337.5 \text{ m}$$

www.Educationblog24.Com

www.Educationblog24.Com

B গাড়ির জন্য:

$$S_{B'} = v_{Bt} + \frac{1}{2} a_{Bt}^2$$

$$= 22.5 \times 15 + \frac{1}{2} \times (-1) \times 15^2$$

15s পর বেগ v হলে,

$$v = v_B + at$$

$$= 22.5 + (-1) \times 15$$

$$= 7.5 \text{ ms}^{-1}$$

পরবর্তী 15 s B গাড়িট $v = 7.5 \text{ ms}^{-1}$ সমবেগে চলেছে। এক্ষেত্রে অতিক্রান্ত দূরত্ব,

$$S_{B''} = vt$$

$$= 7.5 \times 15$$

$$= 112.5 \text{ m}$$

∴ B গাড়ি কর্তৃক মোট অতিক্রান্ত দূরত্ব,

$$S_B = S_{B'} + S_{B''}$$

$$= 225 + 112.5$$

$$= 337.5 \text{ m}$$

সুতরাং A ও B উভয় গাড়ি 337.5 m দূরত্ব বা একই দূরত্ব অতিক্রম করেছে।

88। একজন ফুটবল খেলোয়াড় গোলপোস্টের 25m সামনে হতে ভূমির সাথে 20° কোণে এবং 20 ms^{-1} বেগে ফুটবলকে কিক করে। গোলপোস্টের উচ্চতা 2m।

(ক) 1 s পর বলটির বেগ নির্ণয় কর।

(খ) উক্ত বল হতে গোল হওয়ার সম্ভাবনা গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে যাচাই কর।

[দি.বো '১৭]

সমাধান:

(ক) ৩৭ এর (ক) অনুরূপ।

Hints:

$$V = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$$

$$= \sqrt{(u \cos \alpha)^2 + (u \sin \alpha - gt)^2}$$

$$= \sqrt{(20 \cos 20^\circ)^2 + (20 \sin 20^\circ - 9.8 \times 1)^2}$$

$$= \sqrt{353.21 + 8.76}$$

$$= 19 \text{ ms}^{-1}$$

(খ) আমরা জানি,

$$y = x \tan \alpha \left(1 - \frac{x}{R} \right) \dots \dots \dots (i)$$

$$\text{এবং } R = \frac{u^2 \sin 2\alpha}{g} \dots \dots \dots (ii)$$

(ii) নং হতে পাই,

$$R = \frac{20^2 \sin (2 \times 20^\circ)}{9.8}$$

$$= 26.24 \text{ m}$$

(i) নং সমীকরণ হতে পাই,

$$y = 25 \tan 20^\circ \left(1 - \frac{25}{26.24} \right)$$

$$= 0.42 \text{ m}$$

গোলপোস্টের উচ্চতা 2m যা $y = 0.42 \text{ m}$ হতে কম বিধায় গোল হওয়ার সম্ভাবনা রয়েছে।

এখানে,

আনুভূমিক দূরত্ব, $x = 25 \text{ m}$

নিষ্ক্ষেপণ কোণ, $\alpha = 20^\circ$

নিষ্ক্ষেপণ বেগ, $u = 20 \text{ ms}^{-1}$

অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$

উল্লম্ব সরণ, $y = ?$

আনুভূমিক পাল্লা = R

NOTE BASKET

৪৫। সাক্ষির ব্যাট দিয়ে একটি ক্রিকেট বলকে আঘাত করায় এটি অনুভূমিকের সাথে 45° কোণ করে 25 ms^{-1} বেগে চলতে লাগলো। বাউন্ডারি লাইন থেকে একই সরলরেখা বরাবর বলের গতির বিপরীত দিকে 4 ms^{-1} বেগে একজন ফিল্ডার দৌড়ে এসে বলটিকে ধরার চেষ্টা করল। ব্যাটসম্যান থেকে বাউন্ডারি লাইনের দূরত্ব 100 m ।

(ক) বলটি সর্বোচ্চ কত উচ্চতায় উঠবে?

(খ) ফিল্ডারের ক্যাচ ধরার সম্ভাব্যতা গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ করে মতামত দাও।

[মাদ্রাসা বোর্ড '১৭]

সমাধান:

(ক) ৩২ এর ক অনুরূপ।

$$\text{Hints: } H = \frac{u^2 \sin^2 \alpha}{2g} = \frac{25^2 \sin^2 (2 \times 45^\circ)}{2 \times 9.8} = 31.89 \text{ m} \approx 31.9 \text{ m}$$

(খ) বলটির আনুভূমিক পাল্লা,

$$R = \frac{u^2 \sin 2\alpha}{g} = \frac{25^2 \times \sin 90^\circ}{9.8} = 63.78 \text{ m}$$

ভ্রমণকাল,

$$T = \frac{2u \sin \alpha}{g} = \frac{2 \times 25 \times \sin 45^\circ}{9.8} = 3.61 \text{ s}$$

ফিল্ডারকে অতিক্রম করতে হবে,

$$100 - 63.78 = 36.22 \text{ m দূরত্ব।}$$

শর্তানুযায়ী, ফিল্ডারকে 36.22 m দূরত্ব 3.16 s এ অতিক্রম করতে হবে।

আমরা জানি,

$$s = vt$$

$$\text{বা, } 36.22 = 4t$$

$$\therefore t = 9.055 \text{ s} \neq 3.61 \text{ s}$$

ফলে ফিল্ডার বলটি ধরতে সক্ষম হবে না।

এখানে, ধরি,

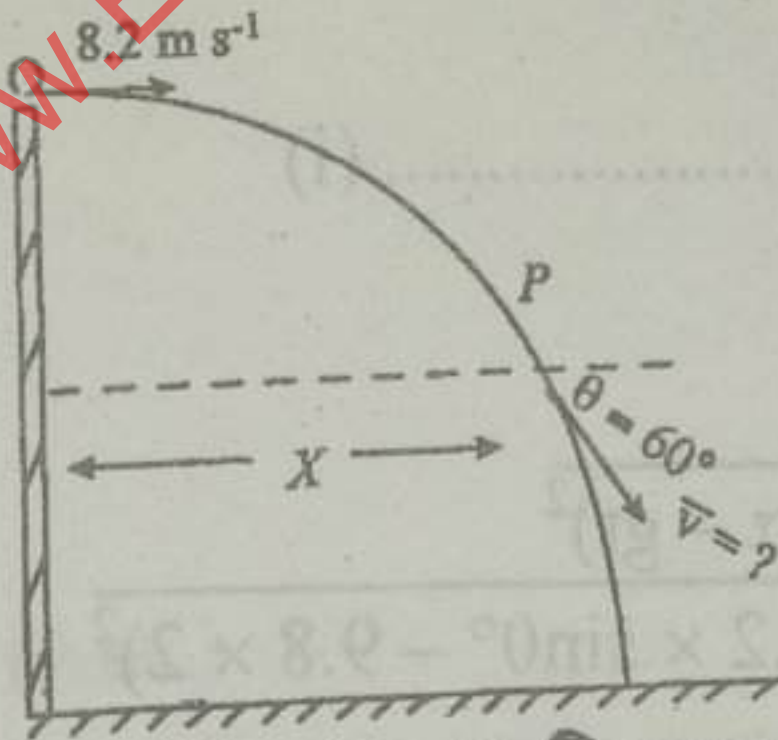
$$\text{সরণ, } s = 36.22 \text{ m}$$

$$\text{বেগ, } v = 4 \text{ ms}^{-1}$$

$$\text{সময়} = t$$

৪৬।

NOTE BASKET



চিত্রে একটি বিল্ডিং-এর উপর হতে অনুভূমিকভাবে একটি বলকে ছুঁড়ে দেয়া হলো। করিম বলটির গতিপথের দিকে তাকিয়ে ধারণা করল যে, 2 sec পরে θ এর মান 62° হলে বলটি কর্তৃক অতিক্রান্ত উল্লম্ব দূরত্ব বিল্ডিং হতে বলটির আনুভূমিক দূরত্বের সমান হবে।

(ক) P বিন্দুতে বলটির বেগ নির্ণয় কর।

(খ) করিমের ধারণা কি সঠিক ছিল? গাণিতিক যুক্তির সাহায্যে যাচাই কর।

[অভিন্ন প্রশ্ন (খ সেট) '১৮]

সমাধান:

(ক) ধরি, P বিন্দুতে বলটির বেগের মান v

$$\text{তাহলে, } v \text{ এর আনুভূমিক উপাংশ, } v_x = v \cos \theta = u \cos \alpha$$

এখানে,

$$\theta = 60^\circ, \alpha = 0^\circ, u = 8.2 \text{ ms}^{-1}$$

∴ $v \cos \theta = u \cos \alpha$ হতে পাই,

বা, $\cos 60^\circ = 8.2 \cos 0^\circ$

বা, $v = 16.4 \text{ ms}^{-1}$

∴ P বিন্দুতে বলটির বেগ,

$v = 16.4 \text{ ms}^{-1}$

(খ) ধরি 2s পর বলটির বেগ হবে v এবং তা আনুভূমিক রেখার সাথে θ^1 কোণ উৎপন্ন করবে।

এখন,

v এর আনুভূমিক উপাংশ $v_x = v \cos \theta^1 = u \cos \alpha = u$ এবং v এর উলম্ব উপাংশ,

$v_y = v \sin \theta^1$

$= u \sin \alpha$

$= 0$

তাহলে, আনুভূমিক সরণ

$x = v_x t$

$= v \cos \theta^1 t$

এবং উলম্ব সরণ,

$y = v_y t + \frac{1}{2} g t^2$

$= \frac{1}{2} g t^2$

শর্তানুযায়ী,

$x = y$ এবং $t = 2s$

$v \cos \theta^1 t = \frac{1}{2} g t^2$

বা, $v \cos \theta^1 \times 2 = \frac{1}{2} \times 9.8 \times 2^2$

বা, $v \cos \theta^1 = 9.8$

বা, $\cos \theta^1 = \frac{9.8}{v}$ (i)

2s পর বেগ,

$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$

$= \sqrt{(4 \cos \alpha)^2 + (4 \sin \alpha - g t)^2}$

$= \sqrt{(8.2 \times \cos 0^\circ)^2 + (8.2 \times \sin 0^\circ - 9.8 \times 2)^2}$

$= 21.25 \text{ ms}^{-1}$

(i) নং সমীকরণ হতে পাই,

$\cos \theta^1 = \frac{9.8}{v}$

বা, $\cos \theta^1 = \frac{9.8}{21.25}$

বা, $\theta^1 = 62.50^\circ$

করিমের ধারণা অনুযায়ী $\theta = 62^\circ$ কিন্তু গাণিতিকভাবে পাওয়া গেল 62.5° অতএব করিমের ধারণা সঠিক ছিল না।

৪৭-৭৮ নং পর্যন্ত বুয়েট, কুয়েট, চুয়েট অংশে সমাধান দ্রষ্টব্য

NOTE BASKET

www.Educationblog24.Com

www.Educationblog24.Com

বুয়েট, কুয়েট, রুয়েট, চুয়েট, মেডিকেল, টেক্সটাইল, বিশ্ববিদ্যালয়ের
বিগত বছরের ভর্তি পরীক্ষার গাণিতিক সমস্যাবলির সমাধান

- ◆ একজন ফুটবল খেলোয়াড় অনুভূমিকের সাথে 30° কোণে 25 ms^{-1} বেগে বল 80 m দূরে দাঁড়িয়ে থাকা প্রতিপক্ষ দলের গোলরক্ষকের দিকে কিক করেন। গোলরক্ষক সঙ্গে সঙ্গে বলটি ধরার জন্য বলের দিকে 10 ms^{-1} সমবেগে দৌড়ে যান। বলটি ভূমিতে পড়ার আগে গোলরক্ষক বলটি ধরতে পারবেন কিনা গাণিতিক বিশ্লেষণ করে মতামত দাও। $[g = 9.8 \text{ m/sec}^2]$ [বুয়েট ১৮-১৯]

সমাধান: আমরা জানি,

$$T = \frac{2 v_0 \sin \theta_0}{g} \text{ বা, } T = \frac{2 \times 25 \times \sin 30^\circ}{9.8} = 2.55 \text{ s}$$

$$\text{আবার, } R = \frac{v_0^2 \sin 2\theta_0}{g}$$

$$\text{বা, } R = \frac{(25)^2 \times \sin 60^\circ}{9.8} \text{ m} = 55.23 \text{ m}$$

বলটি ধরার জন্য গোলরক্ষককে 2.55 s -এ $(80 - 55.23) = 24.769 \text{ m}$ যেতে হবে।

গোলরক্ষক কর্তৃক অতিক্রান্ত দূরত্ব $s = vt$

$$\therefore s = 10 \times 2.55 \text{ m} = 25.5 \text{ m}$$

\therefore গোলরক্ষক বলটি ধরতে পারবে। **Ans.**

এখানে,

$$v_0 = 25 \text{ ms}^{-1}$$

$$\theta_0 = 30^\circ$$

$$g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$$

- ◆ কোন একটি বস্তুকে ভূ-পৃষ্ঠ হতে কত কোণে 45 ms^{-1} বেগে ছেড়লে এটি 200 m দূরে গিয়ে পরবে? [বুয়েট ১৫-১৬]

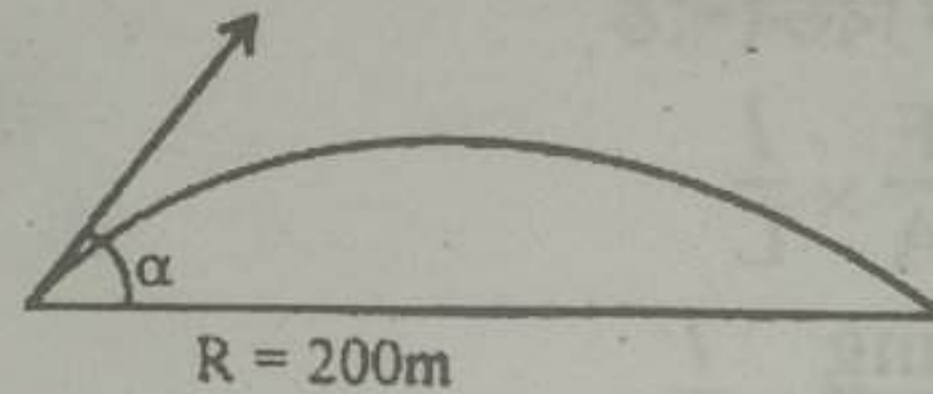
সমাধান: আমরা জানি,

$$R = \frac{u^2 \sin 2\alpha}{g}$$

$$\text{বা, } 200 \times 9.8 = (45)^2 \cdot \sin 2\alpha$$

$$\text{বা, } 2\alpha = 75.44^\circ$$

$$\therefore \alpha = 37.72^\circ$$



- ◆ রাডার স্টেশন থেকে চাঁদের দূরত্ব $3.8 \times 10^8 \text{ m}$ হলে, রাডার সংকেত চাঁদে যাওয়া ও ফেরত আসার জন্য প্রয়োজনীয় সময়-

A. 1.3 s

B. 2.5 s

C. 8.0 s

D. 8.0 min

[বুয়েট ১২-১৩]

Ans: B

$$\text{ব্যাখ্যা: } 2s = vt \text{ বা, } t = \frac{2s}{v} = \frac{3.8 \times 10^8 \times 2}{3 \times 10^8} = 2.5 \text{ s}$$

- ◆ সমমন্দনে চলমান একটি ট্রেন প্রথম $\frac{1}{4} \text{ km}$ অতিক্রম করে 20 s এ এবং দ্বিতীয় $\frac{1}{4} \text{ km}$ অতিক্রম করে 30 s এ। ট্রেনটি সম্পূর্ণভাবে থামতে আর কতটুকু দূরত্ব অতিক্রম করবে?
সমাধান: কার্যকর সূত্র:

$$s = ut - \frac{1}{2} at^2$$

$$s_1 = ut_1 - \frac{1}{2} at_1^2$$

$$s_2 = ut_2 - \frac{1}{2} at_2^2$$

$$v^2 = u^2 - 2as$$

[বুয়েট ১৪-১৫]

$$\text{প্রথম ক্ষেত্রে, } 250 = 20u - 200a \dots\dots\dots (i)$$

$$\text{দ্বিতীয় ক্ষেত্রে, } 500 = 50u - 1250a \dots\dots\dots (ii)$$

$$(i) \times 5 - (ii) \times 2 \rightarrow 1250 - 1000 = -1000a + 2500a$$

$$\text{বা, } a = -0.167 \text{ ms}^{-2}$$

$$(i) \text{ ২য় } 250 = 20u - 200 \times .167$$

$$\therefore u = 14.167 \text{ ms}^{-1}$$

$$\text{বা, } v^2 = u^2 - 2as$$

$$S = \frac{(14.147)^2}{2 \times 167} = 600.88 \text{ m}$$

$$\therefore \text{ আরো দূরত্ব } 600.88 - 500 = 100.88 \text{ m}$$

NOTE BASKET

- ◆ ভূমি থেকে 300 m উচ্চতা হতে একটি পড়ন্ত বস্তুকে আঘাত করার জন্য 500 m দূরে ভূমিতে অবস্থিত একটি বন্দুক থেকে গুলি ছোঁড়া হলো। যদি বন্দুক হতে গুলি বের হওয়ার মুহূর্তে বস্তুটি স্থিরাবস্থা থেকে নিচে পতিত হওয়া শুরু করে তবে গুলিটি অনুভূমিকের সাথে কোন কোণে নিক্ষেপ করতে হবে? [বুয়েট ১২-১৩]
- সমাধান: ধরি, t সময় পর মিলিত হয়।

$$\therefore u \cos \alpha t = 500 \dots\dots\dots (i)$$

$$\text{এবং } h = \frac{1}{2} gt^2$$

$$\therefore 300 - h = u \sin \alpha t - \frac{1}{2} gt^2$$

$$\text{বা, } 300 = u \sin \alpha t \dots\dots\dots (ii) \left[\because \frac{1}{2} gt^2 = h \right]$$

(ii) ও (i) যোগ করে পাই,

$$\frac{u \sin \alpha t}{u \cos \alpha t} = \frac{300}{500}$$

$$\text{বা, } \tan \alpha = \frac{3}{5}$$

$$\text{বা, } \alpha = \tan^{-1} \frac{3}{5}$$

$$\therefore \alpha = 30.96^\circ$$

- ◆ একটি বিমানবন্দরের রানওয়ের দৈর্ঘ্য 100 m। একটি উড়োজাহাজ উড়ার পূর্বমুহূর্তে 216 kmh^{-1} গতি সম্পন্ন হতে হয়। উড়োজাহাজটি 15 ms^{-2} ত্বরণে ত্বরান্বিত হলে রানওয়ে থেকে উড়তে সক্ষম হবে কী? রানওয়ের দৈর্ঘ্য সর্বনিম্ন কত হলে উড়োজাহাজটি উড়তে পারবে? [বুয়েট ১৩-১৪]

$$\text{সমাধান: } v = 216 \text{ km/h} = 60 \text{ ms}^{-1}$$

$$a = 15 \text{ ms}^{-2}$$

$$\text{দৈর্ঘ্য, } S = \frac{v^2}{2a} = \frac{(60)^2}{2 \times 15} = 120 \text{ m} \therefore 100 \text{ m} < 120 \text{ m}$$

অতএব, উড়া সম্ভব হবে না। রানওয়ের সর্বনিম্ন দৈর্ঘ্য 120 m।

- ◆ অনুভূমির সাথে 45° কোণে একটি বস্তুকে নিক্ষেপ করা হল। বস্তুটির অনুভূমিক দূরত্ব হবে- [বুয়েট ১৩-১৪]

A. খাড়া উচ্চতা

B. খাড়া উচ্চতার দ্বিগুণ

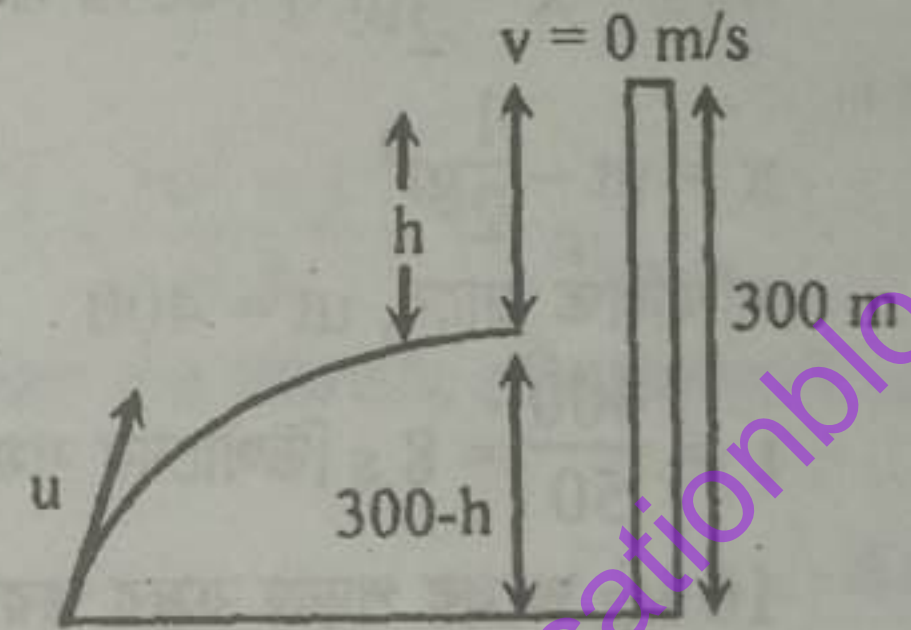
C. খাড়া উচ্চতার তিনগুণ

D. খাড়া উচ্চতার চারগুণ

Ans: D

$$\text{ব্যাখ্যা: } H = \frac{v_0^2 \sin^2 \theta}{2g} = \frac{v_0^2 (\sin 45^\circ)^2 \theta}{2g} = \frac{1}{4} \frac{v_0^2}{g} \text{ বা, } R = 4H \left[\text{এখানে, } R = \frac{v_0^2 \sin^2 2\theta}{g} = \frac{v_0^2}{g} \right]$$

www.EducationBlog24.Com



www.EducationBlog24.Com

- ◆ মিটারে প্রকাশিত একটি বস্তুর অবস্থান $x(t) = 16t - 3t^3$, যেখানে সময় t সেকেন্ডে প্রকাশিত। বস্তুটি কখনো
জন্ম স্থিতিবস্থায় থাকে যখন t এর মান-
A. 0.75 s
B. 1.30 s
C. 5.30 s
D. 7.30 s
ব্যাখ্যা: $x(t) = 16t - 3t^3$

t এর সাপেক্ষে ব্যবকলন করে পাই, $\frac{dx(t)}{dt} = 16 - 9t^2$
বা, $v(t) = 16 - 9t^2$

$\therefore 16 - 9t^2 = 0$ বা, $t = \frac{4}{3} = 1.33s$ দেওয়া নেই, সম্ভাব্য 1.30(B)

- ◆ একটি বস্তুকে 50m/s বেগে আনুভূমিকের সাথে 45° কোণে নিক্ষেপ করা হলে সর্বাধিক উচ্চতায় উঠতে কত
সময় লাগবে?
A. 1.8 s
B. 3.6 s
C. 7.2 s
D. 9.8 s
E. 36 s
[বুয়েট ১৪-১৫]

ব্যাখ্যা: $T = \frac{V_0 \sin \alpha}{g} = \frac{50 \times \sin 45^\circ}{9.8} s = 3.6 s$

- ◆ একটি বস্তুকে 400 m উচ্চতা থেকে নিচে ছাড়া হলো এবং একই সময়ে একটি বস্তুকে 50 m/s বেগে নিচে
থেকে খাড়া উপরে ছোড়া হলো। কত উচ্চতায় বস্তু দুইটি মিলিত হবে? [$g = 10m/s^2$]
A. 180 m
B. 160 m
C. 140 m
D. 120 m
E. 80 m
[বুয়েট ১২-১৩]

ব্যাখ্যা: ধরি, t সময়ে x উচ্চতার তারা মিলিত হবে,

$$400 - x = \frac{1}{2}gt^2 \text{ [পতনের সময়]}$$

$$x = ut - \frac{1}{2}gt^2$$

সম্মিলিত ভাবে, $ut = 400$

$$t = \frac{400}{50} = 8 s \text{ [উত্থানের সময়]}$$

- ◆ 10 kg ভরের পড়ন্ত বস্তুর ত্বরণ কত, যখন বাতাসের বাধা 78N।
A. $2.2 ms^{-2}$
B. $2.5 ms^{-2}$
C. $3.0 ms^{-2}$
D. $1.5 ms^{-2}$
E. None
[বুয়েট ১৪-১৫]

ব্যাখ্যা: $ma = mg - 78$

$$ma = 10 \times 10 - 78 \quad [g = 10 \text{ ধরতে হবে}]$$

$$\therefore \frac{100 - 78}{m} = \frac{22}{10} = 2.2 ms^{-2}$$

- ◆ একটি চন্দ্রতরীর মডিউল $10 ms^{-1}$ সমবেগে চন্দ্রপৃষ্ঠে অবতরণ করছে। চন্দ্রপৃষ্ঠ হতে 120 m মিটার উঁচুতে
থাকা অবস্থায় এর গিয়ার থেকে ছোট একটি বস্তু পড়ে গেল। চন্দ্রপৃষ্ঠে আঘাতের সময় বস্তুটির বেগ নির্ণয়
কর। [চাঁদে g -এর মান হলো $1.6 m/s^2$]
A. $22 ms^{-1}$
B. $30 ms^{-1}$
C. $17 ms^{-1}$
D. $130 ms^{-1}$
[বুয়েট ১১-১২]

ব্যাখ্যা: (a) $v^2 = u^2 + 2gh = 10^2 + 2 \times 1.6 \times 120 = 484$
 $\therefore v = 22 ms^{-1}$

Ans: A

- ◆ একটি পাথরকে 30 m/s আদিবেগে উপরের দিকে নিক্ষেপ করা হলো। পাথরটি সর্বোচ্চ উচ্চতায় পৌঁছাতে সময় লাগবে— [বুয়েট ০৯-১০]

A. 0.32 s B. 3.26 s
C. 30.6 s D. 3.06 s

Ans: D

ব্যাখ্যা: সর্বোচ্চ উচ্চতায় উঠতে সময়, $t = \frac{u}{g} = \frac{30}{9.8} = 3.06 \text{ s}$

- ◆ একটি বস্তুর ত্বরণ 'a' (in ms^{-2}) সময় 't' (in s) এর সাথে $a = 3t + 4$ সমীকরণ অনুযায়ী পরিবর্তিত হয়। $t = 2\text{s}$ সময়ে বস্তুর গতি হবে— [বুয়েট ০৭-০৮]

A. 10 ms^{-1} B. 12 ms^{-1}
C. 14 ms^{-1} D. 16 ms^{-1}

Ans: C

সমাধান: $\int a dt = \int (3t + 4) dt = 3 \frac{t^2}{2} + 4t = 3 \times \frac{4}{2} + 4 \times 2 = 14 \text{ ms}^{-1}$

- ◆ একটি বস্তু স্থিরাবস্থা থেকে শুরু করে সমত্বরণে 4th সেকেন্ডে S_1 এবং 6th সেকেন্ডে S_2 দূরত্ব অতিক্রম করে। S_1/S_2 হলো। [বুয়েট ০৬-০৭]

A. $\frac{2}{3}$ B. $\frac{4}{9}$
C. $\frac{6}{11}$ D. $\frac{7}{11}$

Ans: D

সমাধান: $\frac{S_1}{S_2} = \frac{\frac{1}{2}f(2 \times 4 - 1)}{\frac{1}{2}f(2 \times 6 - 1)}$ বা $\frac{S_1}{S_2} = \frac{7}{11}$

- ◆ একজন অ্যাথলেট 10 ms^{-1} গতিতে দৌড়াচ্ছে। সে সর্বোচ্চ দূরত্ব জাম্প করতে সক্ষম হবে— [বুয়েট ১১-১২]

A. 10 m B. 20 m
C. 25 m D. 16 m

Ans: A

ব্যাখ্যা: প্রাসের আনুভূমিক পাল্লার ক্ষেত্রে $R_{\max} = \frac{u^2 \sin(2 \times 45^\circ)}{g} = \frac{10^2 \times 1}{9.8} = 10 \text{ m}$

- ◆ একটি নিক্ষিপ্ত বস্তুর সর্বোচ্চ দূরত্ব হলো 200 m. নিক্ষিপ্ত বস্তুটি সর্বোচ্চ কত উচ্চতায় পৌঁছবে? [বুয়েট ০৯-১০]

A. 25 m B. 50 m
C. 75 m D. 100 m

Ans: B

ব্যাখ্যা: আমরা জানি, $R_{\max} = 4H \therefore H = \frac{R_{\max}}{4} = \frac{200}{4} = 50 \text{ m}$

- ◆ একজন ক্রিকেটার একটি বলকে সর্বোচ্চ 100 m আনুভূমিক দূরত্বে ছুঁতে পারে। একই বলকে ক্রিকেটার মাটি থেকে উপরের দিকে কত উচ্চতায় ছুঁতে পারবে? [বুয়েট ০৭-০৮]

A. 50 m B. 75 m
C. 100 m D. 125 m

Ans: A

ব্যাখ্যা: $R_m = \frac{u^2}{g} = 100 \text{ m}$; $H = \frac{u^2}{2g} = 50 \text{ m}$

- ◆ চারটি বলকে একই আদিবেগে ভূমি থেকে 25° , 35° , 45° এবং 69.7° বিভিন্ন নিক্ষেপণ কোণে নিক্ষেপ করা হলো। কোন বলটি সর্বাপেক্ষা কম সময়ে মাটিতে ফিরে আসবে? [বুয়েট ০৭-০৮]

A. 35° কোণে নিক্ষিপ্ত বল B. 25° কোণে নিক্ষিপ্ত বল
C. 45° কোণে নিক্ষিপ্ত বল D. 69.7° কোণে নিক্ষিপ্ত বল

Ans: B

ব্যাখ্যা: $t = \frac{2u \sin \alpha}{g}$; $t \propto \sin \alpha$ তাই α এর সর্বনিম্ন মানের জন্য সর্বাপেক্ষা কম সময় লাগবে।

- ◆ চাঁদের বায়ুশূন্য স্থানে স্থিরাবস্থা থেকে একটি পালক ও একটি সীসার বলকে ফেলা হলো। পালকের ত্বরণ হবে—
[বুয়েট ১২-১৩]

- A. সীসার বলের চেয়ে বেশি
C. সীসার বলের চেয়ে কম

- B. সীসার বলের সমান
D. 9.8 ms^{-2}

ব্যাখ্যা: বায়ুশূন্য স্থানে সব পড়ন্ত বস্তুর ত্বরণ সমান।

- ◆ একটি স্তম্ভের শীর্ষ হতে 19.5 m/s বেগে খাড়া উপরের দিকে প্রক্ষিপ্ত কোনো কণা 5 s পরে স্তম্ভের পাদদেশে পতিত হলো। স্তম্ভটির উচ্চতা কত?
[বুয়েট ০৮-০৯]

- A. 20 metre
C. 25 metre

- B. 15 metre
D. 30 metre

Ans: C

$$\text{ব্যাখ্যা: } h = -ut + \frac{1}{2}gt^2 = -19.5 \times 5 + \frac{1}{2} \times 9.8 \times 25 = 25 \text{ m}$$

- ◆ একটি বস্তুর স্থিরাবস্থা থেকে শুরু করে সমত্বরণে 4^{th} সেকেন্ড S_1 এবং 6^{th} সেকেন্ড S_2 দূরত্ব অতিক্রম করে।
[বুয়েট ০৫-০৬]

$\frac{S_1}{S_2}$ হলো—

A. $\frac{2}{3}$

B. $\frac{4}{9}$

C. $\frac{6}{11}$

D. $\frac{7}{11}$

Ans: D

$$\text{ব্যাখ্যা: } S_1 = u + \frac{1}{2}a(2t-1) = \frac{7a}{2}$$

$$S_2 = \frac{11a}{2} \therefore \frac{S_1}{S_2} = \frac{7}{11}$$

- ◆ ভূমি থেকে 3.0 মিটার উচ্চতাবিশিষ্ট একটি স্থান থেকে 2.0 কিলোগ্রাম ভরবিশিষ্ট একটি কাঠের টুকরা ঢালু পথ বেয়ে 50 জুল শক্তি নিয়ে মাটিতে পড়ছে। বেয়ে পড়ার জন্য ঘর্ষণ কর্তৃক কাঠের টুকরাটির উপর কাজের পরিমাণ প্রায়—
[বুয়েট ০৯-১০]

- A. 9 joule
C. 44 joule

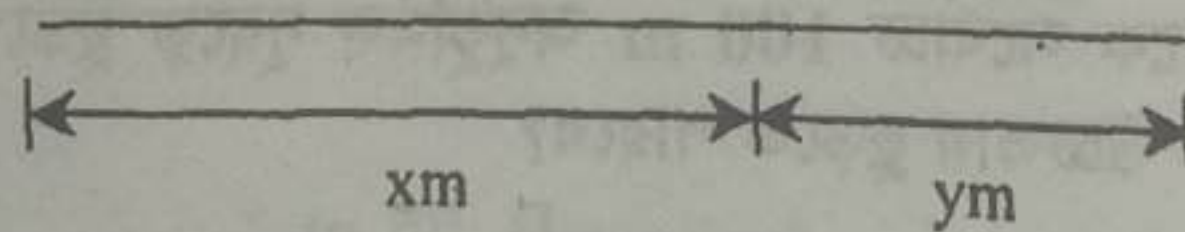
- B. 6 joule
D. 18 joule

Ans: A

$$\text{ব্যাখ্যা: } E_p = mgh = 2 \times 3 \times 9.8 \text{ J} = 58.8 \text{ J} \quad E_k = 50 \text{ J}$$

$$\text{ঘর্ষণের ফলে কাজ} = E_p - E_k = 8.8 \text{ J} = 9 \text{ J}$$

- ◆ একটি বুলেট একটি দেয়ালের মধ্যে 0.06 m প্রবেশ করার পর এর আদিবেগের অর্ধেক হারায়। বুলেটটি দেয়ালের মধ্যে আর কতদূর প্রবেশ করতে পারবে?
[বুয়েট ০৮-০৯]
- সমাধান: ধরি, আরও $y \text{ m}$ প্রবেশ করবে।



$$F \cdot x = \frac{1}{2} m \left\{ v_0^2 - \left(\frac{v_0}{2} \right)^2 \right\} \dots \dots \dots (i)$$

$$F \cdot (x + y) = \frac{1}{2} m (v_0^2 - 0^2) \dots \dots \dots (ii)$$

(ii) \div (i) হতে পাই,

$$\text{বা, } 1 + \frac{y}{x} = \frac{4}{3}$$

$$\text{বা, } y = \frac{x}{3} = \frac{0.06}{3} = 0.02 \text{ m}$$

◆ একজন প্যারাশুট আরোহী মুক্ত হয়ে বাধাহীনভাবে 50 m নিচে পতিত হয়েছে। যখন প্যারাশুটটি খুলেছে তখন গতিহ্রাসের হার হলো 2 m/s^2 এবং সে 3 m/s গতিতে মাটিতে এসে পৌঁছেছে। কত উচ্চতায় সে মুক্ত হয়েছিল? [বুয়েট ১১-১২]

সমাধান: 50m পড়ার পর বেগ v হলে, $v^2 = u^2 - 2ax$ বা, $v^2 = 0^2 + 2 \times 9.8 \times 50$
 $\therefore v = 31.3 \text{ ms}^{-1}$

পরবর্তীতে x দূরত্ব অতিক্রম করলে, $v^2 + u^2 + 2g$ বা, $x = \frac{u^2 - v^2}{2a}$ বা, $x = 242.7 \text{ m}$

\therefore মোট উচ্চতা = $h + x = 292.7 \text{ m}$

◆ একজন ছত্রী প্যারাশুটসহ পড়ার পর ঘর্ষণহীনভাবে 50m পতিত হয়। প্যারাশুট খোলার পর থেকে সে 2.0 m/s^2 মন্দনে নিচের দিকে পতিত হয়। ভূমিতে পৌঁছার মুহূর্তে আর দ্রুতি 3.0 m/s । ছত্রী কতক্ষণ বায়ুতে ছিল? [বুয়েট ০৬-০৭]

সমাধান: $h_1 = \frac{1}{2} g t_1^2$

$t_1 = \sqrt{\frac{2h_1}{g}} = \sqrt{\frac{2 \times 50}{9.8}} \text{ s} = 3.19 \text{ s}$ ও $v_1^2 = 0^2 + 2gh_1$

$v_1 = \sqrt{2gh_1} = \sqrt{2 \times 9.8 \times 50} = 31.3 \text{ ms}^{-1}$

$v_2 = v_1 - ft_2$

বা, $3 = 31.3 - 2t_2$

$\therefore t_2 = 14.15 \text{ s}$

\therefore সময়, $t = t_1 + t_2 = (3.19 + 14.15) \text{ s} = 17.34 \text{ s}$

◆ একটি বলকে খাড়া উপরের দিকে নিক্ষেপ করা হয় এবং এটি 6 সেকেন্ডে ওঠা-নামা করে। বলটি সর্বাধিক কত উচ্চতায় উঠে? [$g = 32 \text{ ft/s}^2$] [বুয়েট ৯৮-৯৯]

সমাধান: এখানে, $t = \frac{2u}{g}$ বা, $6 = \frac{2 \times u}{32} \therefore u = 96 \text{ ft/s}$

আবার $H = \frac{u^2}{2g} = \frac{(96)^2}{2 \times 32} \text{ ft}$ বা, $H = 144 \text{ ft}$

◆ একটি বন্দুকের গুলি কোনো লক্ষ্যের ভিতরে 'a' সে. মি. প্রবেশ করার পর এর বেগ $\frac{1}{n}$ অংশ কমে যায়। গুলিটি আর কতটা ভিতরে প্রবেশ করবে? [বুয়েট ৯৬-৯৭]

সমাধান: ধরি, আদিবেগ $u \text{ cms}^{-1}$ এবং বুলেটটি আরও $x \text{ cm}$ প্রবেশ করবে।

প্রথম ক্ষেত্রে, $\left(u - \frac{u}{n}\right)^2 = u^2 - 2af$

বা, $2af = u^2 \left[1 - \left(\frac{n-1}{n}\right)^2\right] \dots \dots \dots (1)$

অতঃপর, $0^2 = \left(u - \frac{u}{n}\right)^2 - 2xf$

বা, $2xf = \left(u - \frac{u}{n}\right)^2 \dots \dots \dots (2)$

(2) \div (1) হতে পাই, $\frac{x}{a} = \frac{\left(1 - \frac{1}{n}\right)^2}{1 - \left(\frac{n-1}{n}\right)^2}$ বা, $x = \frac{a(n-1)^2}{(2n-1)}$

www.EducationBlog24.Com

9.1 × 10⁻³¹ kg ভরের একটি ইলেকট্রন নিউক্লিয়াসকে কেন্দ্র করে 0.53 × 10⁻¹⁰ m ব্যাসার্ধের একটি বৃত্তাকার পথে ঘুরছে। ঘূর্ণনরত ইলেকট্রনের কেন্দ্রমুখী ত্বরণ এবং কৌণিক বেগ নির্ণয় কর। [বুয়েট ০৮-০৯]

সমাধান:

$$a = \frac{v^2}{r} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 mr^2}$$

$$= \frac{(1.6 \times 10^{-19})^2}{4\pi \times 8.854 \times 10^{-12} \times 9.1 \times 10^{-31} \times (0.53 \times 10^{-10})^2}$$

$$= 9 \times 10^{22} \text{ m/s}^2$$

$$a = \omega^2 r$$

$$\text{বা, } \omega = \sqrt{\frac{a}{r}} = \sqrt{\frac{9 \times 10^{22}}{0.53 \times 10^{-10}}} = 4.12 \times 10^{16} \text{ rad/s}$$

এখানে,

দেওয়া আছে,

$$m = 9.1 \times 10^{-31} \text{ kg}$$

$$r = 0.53 \times 10^{-10} \text{ m}$$

$$\epsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12} \text{ C}^2 \text{ N}^{-1} \text{ m}^{-2}$$

$$a = ?$$

$$\omega = ?$$

আনুভূমিকের সাথে 30° কোণ করে ভূ-পৃষ্ঠ থেকে 50m/s বেগে বুলেট ছোঁড়া হলো। বুলেটটি 60 m দূরে অবস্থিত দেওয়ালকে কত উচ্চতায় আঘাত করবে? [g = 9.8 m/s²] [কুয়েট ১৮-১৯]

A. 13.65 m

B. 25.23 m

C. 15.825 m

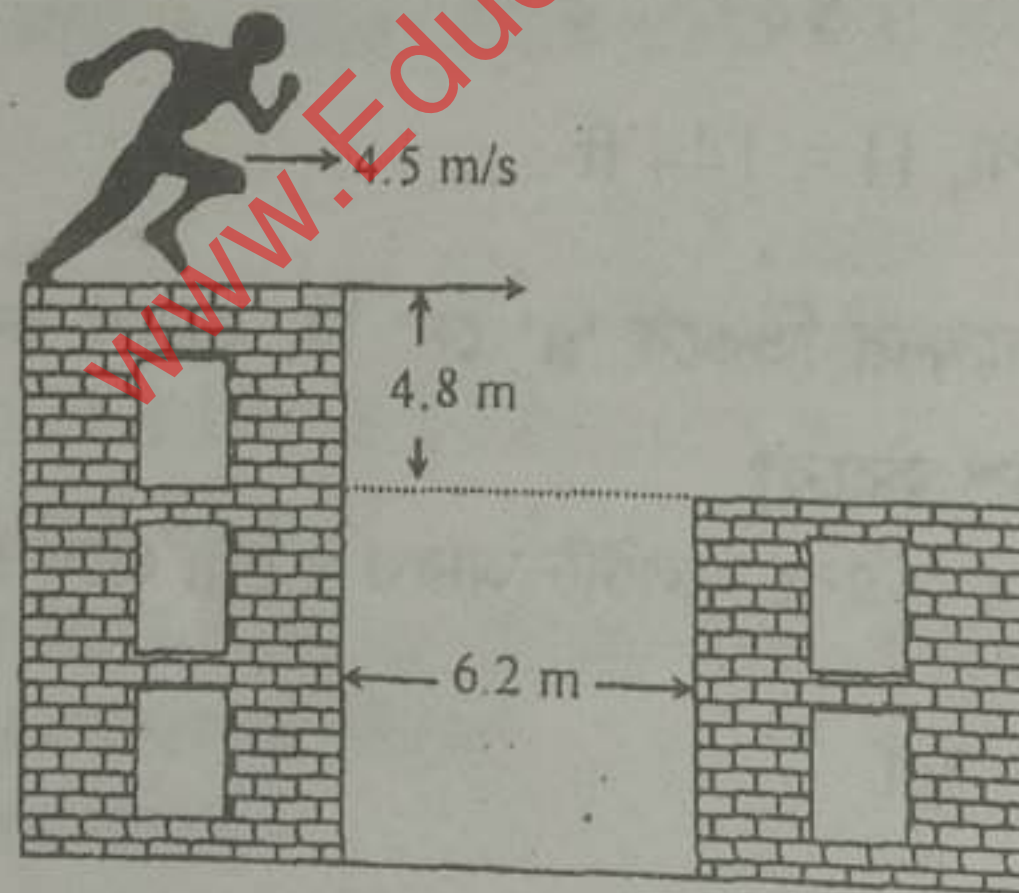
D. 36.24 cm

E. 29.94 m

Ans: B

$$\text{সমাধান: } y = x \tan \theta - \frac{x^2 g}{2(V_0 \cos \theta)^2} = 60 \tan 30^\circ - \frac{60^2 \times 9.8}{2 \times (50 \times \cos 30^\circ)^2} = 25.23 \text{ m}$$

নিচের চিত্রে চলচ্চিত্রের একজন স্টান্টম্যান কেটি উঁচু ভবনের ছাদে অনুভূমিকভাবে দৌড়িয়ে পাশ্ববর্তী একটি অপেক্ষাকৃত কম উঁচু ভবনের ছাদে লাফ দিবে। এই কাজটি করার পূর্বে সে বুদ্ধিমানের মতো তোমাকে প্রশ্ন করলো যে এটি করা তার পক্ষে সম্ভব হবে কি না। ছাদে তার দৌড়ের সর্বোচ্চ গতিবেগ 4.5 m/s হলে সে এটা করতে পারবে কী? সেক্ষেত্রে তোমার উপদেশ কী হবে? “ঝাপ দাও”। অথবা “ঝাপ দিও না”। [কুয়েট ১৬-১৭]



NOTE BASKET

সমাধান: এখানে, α = 0

$$\text{উলম্ব দূরত্ব, } -h_y = v_0 \sin \alpha t - \frac{1}{2} g t^2$$

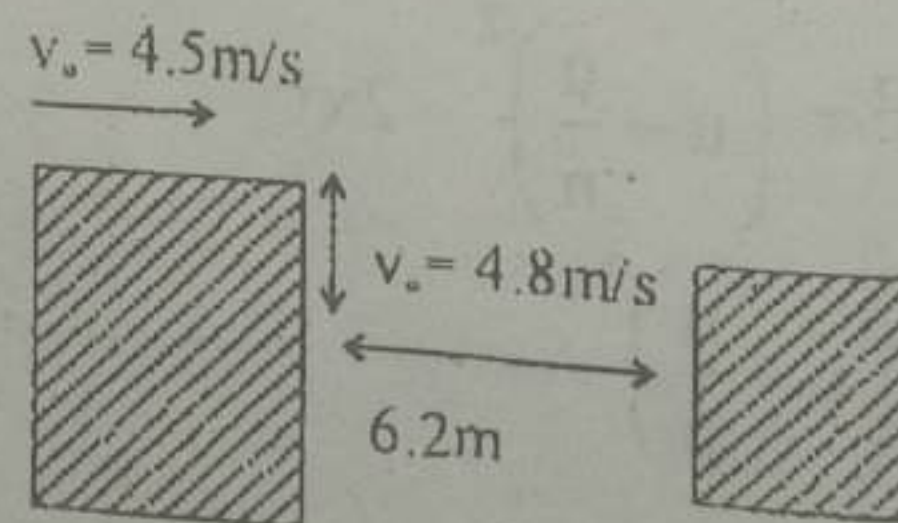
$$\text{বা, } -4.8 = -4.9 t^2$$

$$\text{বা, } t^2 = 0.98$$

$$\text{বা, } t = \frac{4\sqrt{3}}{7} \text{ s}$$

$$\text{আনুভূমিক দূরত্ব, } h_x = v_0 \cos \alpha t$$

$$= v_0 t = 4.5 \times \frac{4\sqrt{3}}{7} = 4.45 \text{ m} < 6.2 \text{ m}$$



∴ সে সর্বোচ্চ 4.45 আনুভূমিক দূরত্ব অতিক্রম করতে পারবে। সুতরাং তার ঝাপ দেয়া উচিত নয়। “ঝাপ দিও না”।

একটি বস্তুকে 50m/s বেগে আনুভূমিকের সাথে 45° কোণে নিক্ষেপ করা হলে সর্বাধিক উচ্চতায় উঠতে কত সময় লাগবে?

- A. 1.8 s B. 3.6 s
C. 7.2 s D. 9.8 s
E. 36 s

[কুয়েট ১৪-১৫]

Ans: C

$$\text{সমাধান: } T = \frac{2V_0 \sin\alpha}{g} = \frac{2 \times 50 \times \sin 45^\circ}{9.8} \text{ s} = 7.22 \text{ s}$$

14 m/s আদিবেগে একটি পাথরকে উপর দিকে ছুড়ে দেওয়া হলো। পাথরটি ফিরে আসতে কত সময় লাগবে?

- A. 1.83 s B. 2.86 s
C. 3.15 s D. 1.43 s

[কুয়েট ১১-১২]

Ans: D

$$\text{ব্যাখ্যা: } T = \frac{2u}{g} = \frac{2 \times 14 \text{ ms}^{-1}}{9.8 \text{ ms}^{-2}} = 2.86 \text{ s}$$

$$\frac{T}{2} = 1.43 \text{ s}$$

78.4 m গভীর কূপে একখন্ড পাথর ফেলা হলো এবং 4.23 s পর পানিতে এর আঘাতের শব্দ শোনা গেল। যদি অভিকর্ষীয় ত্বরণ $g = 9.8\text{ ms}^{-2}$ হয় তবে বায়ুতে শব্দের বেগ নির্ণয় কর।

- A. 340.97 ms^{-1} B. 340.87 ms^{-1}
C. 340.87 ms^{-1} D. 350.97 ms^{-1}
E. 360.78 ms^{-1}

[কুয়েট ১০-১১]

Ans: C

$$\text{ব্যাখ্যা: } 78.4 = 4.9t_1^2 \text{ বা } t_1 = 4 \text{ s}$$

$$\text{এখন, } 78.4 = u \times (4.23 - 4)$$

$$\therefore u = \frac{78.4}{0.23} = 340.87 \text{ ms}^{-1}$$

একটি গাড়ি 54 km/hr আদিবেগ থেকে 2 m/s^2 সমমন্দনে কতক্ষণ পর স্থির হবে?

[কুয়েট ০৮-০৯]

- A. 4.0 s B. 7.5 s
C. 6.0 s D. 4 s
E. 15.0 s

Ans: B

$$\text{ব্যাখ্যা: } v = u + at \text{ বা, } 0 = 15 - 2t \text{ বা, } t = 7.5 \text{ s}$$

3 m/s^2 ত্বরণে একটি লিফট নিচের দিকে নামছে। লিফট যখন ভূমি থেকে 13.6 m উপরে ছিল তখন একটি বল লিফট থেকে ছেড়ে দেওয়া হলো। ভূমি স্পর্শ করতে বলটির কত সময় লাগবে?

[কুয়েট ০৭-০৮]

- A. 1 s B. 2 s
C. 3 s D. 4 s
E. 5 s

Ans: B

$$\text{ব্যাখ্যা: লিফটের সাপেক্ষে ত্বরণ,}$$

$$a = 9.8 - 3 = 6.8 \text{ ms}^{-2}$$

$$\text{বা, } s = \frac{1}{2} at^2 \text{ বা, } 13.6 = \frac{1}{2} \times 6.8 \times t^2 \text{ বা, } t = 2 \text{ s}$$

একটি বস্তুকে 196 m/s বেগে খাড়া উপরের দিকে নিক্ষেপ করা হলো। 20 s পরে বস্তুটির বেগ হবে— [$g = 9.8\text{ m/s}^2$]

[কুয়েট ০৬-০৭]

- A. 50 m/s B. 60 m/s
C. 0 m/s D. 10 m/s
E. 9.8 m/s

Ans: C

$$\text{ব্যাখ্যা: } v = u - gt = 196 - 9.8 \times 20 = 0 \text{ ms}^{-1}$$

- ◆ একটি কণা 2.5 m ব্যাসার্ধবিশিষ্ট বৃত্তাকার পথে প্রতি মিনিটে 100 বার আবর্তন করে। এর রৈখিক বেগ কত? [কুয়েট ১১-১২]
- A. 2.50 m/s
 B. 10.47 m/s
 C. 26.18 m/s
 D. 100 m/s
 E. 13.09 m/s
- Ans: C

ব্যাখ্যা: $\omega = \frac{2\pi n}{t} = \frac{2 \times \pi \times 100}{60} = 10.472 \text{ rads}^{-1}$

$\therefore v = \omega r = 10.472 \times 2.5 = 26.18 \text{ ms}^{-1}$

- ◆ একটি হাতঘড়ির মিনিটের কাঁটার দৈর্ঘ্য 2 cm হলে কাঁটার মধ্যবিন্দুর রৈখিক বেগ কত? [কুয়েট ০৭-০৮]
- A. $1.745 \times 10^{-5} \text{ m/s}$
 B. $1.745 \times 10^{-4} \text{ m/s}$
 C. $1.745 \times 10^{-3} \text{ m/s}$
 D. $1.745 \times 10^{-2} \text{ m/s}$
 E. $1.745 \times 10^{-1} \text{ m/s}$
- Ans: A

ব্যাখ্যা: $T = 1 \text{ hour} = 3600 \text{ s}$; $r = \frac{2 \text{ cm}}{2} = 1 \text{ cm} = 10^{-2} \text{ m}$

$v = \omega r = \frac{2\pi r}{T} = \frac{2\pi}{3600} \times 10^{-2} = 1.745 \times 10^{-5} \text{ m/s}$

- ◆ এক খন্ড পাথরকে 98 ms^{-1} বেগে খাড়া উপরের দিকে নিক্ষেপ করা হলে কতক্ষণ ধরে এটি উপরে উঠবে? [কুয়েট ০৭-০৮]
- A. 10 m
 B. 10 s
 C. 100 m
 D. 1 h
- Ans: B

ব্যাখ্যা: আমরা জানি, $t = \frac{u}{g}$ বা, $t = \frac{98}{9.8} \therefore t = 10 \text{ s}$ এখানে, $u = 98 \text{ ms}^{-1}$; $g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$

- ◆ একটি গাড়ির চাকা 20 min 50 s এ 250 বার ঘুরে 1 km পথ অতিক্রম করে। চাকার পরিধি বারবার রৈখিক বেগ কত? [কুয়েট ০৫-০৬]
- A. 0.8 m/s
 B. 1.0 m/s
 C. 1.2 m/s
 D. 1.6 m/s
- Ans: A

ব্যাখ্যা: $v = \frac{s}{t} = \frac{1000}{1250} = 0.8 \text{ m/s}$

- ◆ একটি ট্রেন ঘন্টায় 60 km বেগে চলা অবস্থায় ব্রেক করে 50 cms^{-2} মন্দন সৃষ্টি করা হলো। ট্রেনটি কতদূর গিয়ে থেমে যাবে? [কুয়েট ০৫-০৬]
- A. 270.5 m
 B. 377.5 m
 C. 477.6 m
 D. 277.89 m
- Ans: D

ব্যাখ্যা: মন্দনের ক্ষেত্রে,

$v^2 = u^2 - 2as$

বা, $0 = u^2 - 2as$

বা, $s = \frac{u^2}{2a} = \frac{(16.67)^2}{2 \times 0.5}$

$\therefore s = 277.89 \text{ m}$

এখানে,

$v = 0 \text{ ms}^{-1}$

$u = 60 \text{ kmh}^{-1} = 16.67 \text{ ms}^{-1}$

$a = 50 \text{ cm/s}^2 = 0.5 \text{ m/s}^2$

- ◆ 50 g ভরের একটি বস্তু প্রতি সেকেন্ডে বৃত্তপথে 3 বার ঘুরে কৌণিক বেগ কত? [কুয়েট ০৫-০৬]
- A. 2π
 B. 3π
 C. 4π
 D. 6π
- Ans: D

ব্যাখ্যা: আমরা জানি,

$\omega = 2\pi n$

$n = 3 \cdot \text{s}^{-1}$

$= 2\pi \times 3 = 6\pi \text{ rad/s}$

[Note: কৌণিক বেগ নির্ণয়ের ক্ষেত্রে বস্তুর ভরের কোনো ভূমিকা নেই।]

- 200 m দীর্ঘ একটি ট্রেন 36 km/hr গতিতে চলে 600 m দীর্ঘ একটি ব্রিজ অতিক্রম করে। ব্রিজটি অতিক্রম করতে ট্রেনটির কত সময় লাগবে? [কয়েট ০৯-১০]

- A. 80 s
- B. 100 s
- C. 120 s
- D. 140 s

Ans: A

ব্যাখ্যা: $v = 36 \text{ kmh}^{-1} = 10 \text{ ms}^{-1}$ $s = (200 + 600)m = 800 \text{ m}$

$$t = \frac{s}{v} = \frac{800}{10} \text{ s} = 80 \text{ s}$$

- একটি বস্তুকে 40 m উচ্চতা থেকে নিচে ছোঁড়া হলো এবং একই সময়ে একটি বস্তুকে 50 m/s বেগে নিচে থেকে খাড়া উপরে ছোঁড়া হলো। কত উচ্চতায় বস্তু দুটি মিলিত হবে? [$g = 10 \text{ m/s}^2$] [কয়েট ১২-১৩]

- A. 180 m
- B. 160 m
- C. 140 m
- D. 120 m
- E. 80 m

Ans: E

ব্যাখ্যা: ধরি, ভূমি হতে h উচ্চতায় মিলিত হয়।

চিত্র হতে,

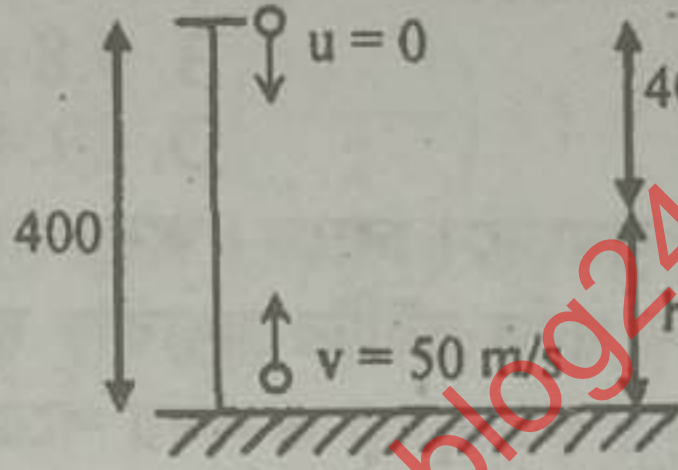
$$h = vt - \frac{1}{2}gt^2 \dots\dots\dots (i)$$

$$400 - h = \frac{1}{2}gt^2 \dots\dots\dots (ii)$$

(i) + (ii) হতে পাই,

$$400 = vt$$

$$\text{বা, } t = \frac{400}{50} \text{ s} = 8 \text{ s}$$



(i) নং হতে পাই,

$$h = vt - \frac{1}{2}gt^2$$

$$= 50 \times 8 - \frac{1}{2} \times 10 \times 8^2$$

$$= 80 \text{ m}$$

- একটি কণা 2.5 m ব্যাসার্ধবিশিষ্ট বৃত্তাকার পথে প্রতি মিনিটে 100 বার আবর্তন করে। এর রৈখিক বেগ কত? [কয়েট ০৯-১০]

- A. 2.50 m/s
- B. 1047 m/s
- C. 26.18 m/s
- D. 100 m/s
- E. 13.09 m/s

Ans: C

$$\text{ব্যাখ্যা: } v = \omega r = \frac{2\pi N}{t} \cdot r = \frac{2\pi \times 100}{60} \times 2.5$$

$$\therefore v = 26.18 \text{ ms}^{-1}$$

- একটি কণা সমত্বরণে চলে 5th সেকেন্ডে 7m দূরত্ব অতিক্রম করে এবং আরো কিছু দূর গিয়ে থেমে যায়। কণাটি শেষতম সেকেন্ডে মোট অতিক্রান্ত দূরত্বের $\frac{1}{64}$ অংশ অতিক্রম করে। কণাটির আদিবেগ, ত্বরণ ও মোট সময় নির্ণয় করো। [কয়েট ০৬-০৭]

$$\text{সমাধান: } 5^{\text{th}} \text{ সেকেন্ডে } 7 = u + \frac{1}{2}f(2 \times 5 - 1)$$

$$\text{বা, } u + \frac{9}{2}f = 7 \dots\dots\dots (i)$$

$$\text{কণাটি থেমে যায়, } 0 = u + ft \dots\dots\dots (ii)$$

$$\text{শেষ সেকেন্ড, } \frac{1}{64} \left(ut + \frac{1}{2}ft^2 \right) = u + \frac{1}{2}f(2t - 1)$$

$$\text{বা, } u = ft - \frac{f}{2} - \frac{1}{64} \left\{ t(u + ft) - \frac{1}{2}ft^2 \right\}$$

$$\text{বা, } 0 - \frac{f}{2} = \frac{1}{64} \left(0 - \frac{1}{64} ft^2 \right)$$

$$\text{বা, } \frac{t^2}{64} = 1$$

$$\therefore t = 8s$$

$$(ii) \text{ নং হতে পাই, } u + 8f = 0 \dots\dots\dots (iii)$$

(i) ও (ii) সমাধান করে পাই;

$$f = -2ms^{-2}; u = 16ms^{-1}$$

- ◆ একটি বস্তুকে একই বেগে একবার 30° কোণে ও আর একবার 60° কোণে নিক্ষেপ করা হলো। দুই ক্ষেত্রে অর্জিত সর্বোচ্চ উচ্চতায়ের অনুপাত নির্ণয় কর। [কুয়েট ০৮-০৯]

- A. 1 : 2
- C. 1 : 4
- E. 2 : 5

- B. 1 : 3
- D. 2 : 3

Ans: B

$$\text{ব্যাখ্যা: } H_1 = \frac{u^2 \sin^2 30^\circ}{g}, H_2 = \frac{u^2 \sin^2 60^\circ}{g}, \frac{H_1}{H_2} = \frac{\sin^2 30^\circ}{\sin^2 60^\circ} = \frac{1}{3}$$

- ◆ একটি বস্তুকে সোজা উপরের দিকে 19.6 m/s বেগে ছুঁড়ে দিলে তা সর্বোচ্চ কত উচ্চতায় উঠবে? [কুয়েট ০৯-১০]

- A. 4.9 m
- C. 19.6 m

- B. 9.8 m
- D. 29.4 m

Ans: C

- ◆ গাড়ি A সোজা রাস্তায় 60 km/hr সমবেগে চলছে। অন্য একটি গাড়ি B একই পথে 70 km/hr সমবেগে A গাড়িটিকে অনুসরণ করছে। যখন গাড়ি দুইটির মধ্যকার দূরত্ব 2.5 km হয় তখন B গাড়িটির গতিবেগ 20 kmhr^{-2} হারে হ্রাস পেতে থাকে। কত দূরত্ব ও সময় পরে B গাড়িটিকে ধরতে পারবে। [চুয়েট ১৫-১৬]

- A. 37.5 km and 0.25 hr
- C. 30 km and 0.50 hr

- B. 32.5 km and 0.50 hr
- D. 60 km and 0.25 hr

Ans: B

$$\text{সমাধান: } 2.5 + 60t = 70t - \frac{1}{2} \times 20t^2$$

$$\text{বা, } 10t^2 - 10t + 2.5 = 0 \text{ বা, } t = 0.5 \text{ hr}$$

$$\therefore S = 70t - \frac{1}{2} \times 20t^2 = 32.5 \text{ km}$$

- ◆ 23 m উঁচু একটি দালানের ছাদ থেকে একটি বল খাড়াভাবে নিচের দিকে নিক্ষেপ করা হল। নিচে দাঁড়ানো এক লোক ভূমি থেকে 3 m উঁচুতে বলটি ধরে ফেলল। ধরার মুহুর্তে বলটির গতিবেগ ছিল 40 m/sec । নিক্ষেপ করার সময় বলটির গতিবেগ কত ছিল। [চুয়েট ১৪-১৫]

- A. 33.9 m/sec
- C. 40.7 m/sec

- B. 34.8 m/sec
- D. None of them

Ans: B

$$\text{ব্যাখ্যা: } v^2 = u^2 + 2gh$$

$$\begin{aligned} \text{বা, } u &= \sqrt{v^2 - 2gh} \\ &= \sqrt{40^2 - 2 \times 9.81 \times 20} \\ &= 34.75 \text{ m/sec} = 34.8 \text{ m/sec} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} v &= 40 \text{ m/sec} \\ u &= 0.6 \text{ m/sec} \\ h &= 50 \text{ km/hr} \\ &= 20 \text{ m} \end{aligned}$$

- ◆ একটি ট্রেন 50 km/hr বেগে চলা অবস্থায় ব্রেক করে 60 cm/sec^2 মন্দন সৃষ্টি করা হল। ট্রেনটি কত দূর গিয়ে থামবে? [চুয়েট ১৪-১৫]

- A. 160.55 m
- C. 277.89 m

- B. 150.55 m
- D. 158 m

Ans: A

$$\text{ব্যাখ্যা: } v^2 = u^2 - 2as$$

$$\therefore 2as = u^2 - v^2$$

$$\text{বা, } s = \frac{u^2 - v^2}{2a} = 160.78 \text{ m} \approx 160.55$$

$$\begin{aligned} a &= 60 \text{ cm/sec}^2 \\ &= 0.6 \text{ m/sec}^2 \\ &= 50 \text{ km/hr} \\ &= 13.89 \text{ m/sec} \\ v &= 0 \end{aligned}$$

একটি বৈদ্যুতিক পাখা মিনিটে 1200 বার ঘুরে। সুইচ বন্ধ করার 2 মিনিট পর পাখাটি বন্ধ হয়ে যায়। থেমে যাওয়ার আগে পাখাটি ঘুরার সংখ্যা কত হবে? [চয়েট ১৫-১৬]

- A. 1500 rev
C. 3000 rev

- B. 2000 rev
D. 1200 rev

Ans: D

সমাধান: $\omega_0 = \frac{1200}{60} \text{ rev/sec} = 20 \text{ rev/sec}$

$\omega = 0 \text{ rev/sec}; t = 120 \text{ sec}$

$\theta = \left(\frac{\omega_0 + \omega}{2}\right) t = \frac{20}{2} \times 120 = 1200 \text{ rev}$

50 kg ভরের এক ব্যক্তি 1950 kg ভরের একটি গাড়ি স্থিরাবস্থা থেকে প্রথম 10 sec সমত্বরণে চলল। অতঃপর 10 min সমবেগে চালানোর পর ব্রেক চেপে 1 sec এর মধ্যে গাড়ি থামাল। যাত্রা শুরু 4 sec পর গাড়ির বেগ 8 m/sec হলে গাড়ি কর্তৃক অতিক্রান্ত মোট দূরত্ব নির্ণয় কর। [চয়েট ১৩-১৪]

- A. 12100 m
C. 12310 m

- B. 12210 m
D. 12110 m

Ans: D

ব্যাখ্যা: ত্বরণ $a = \frac{8}{4} = 2 \text{ ms}^{-2}$

10s পর বেগ, $v = u + at = 0 + 2 \times 10 = 20 \text{ ms}^{-1}$

$\therefore S = \frac{1}{2} \times 2 \times 10^2 + 10 \times 60 \times 20 + \left(\frac{20+0}{2}\right) \times 1 = 12110 \text{ m}$

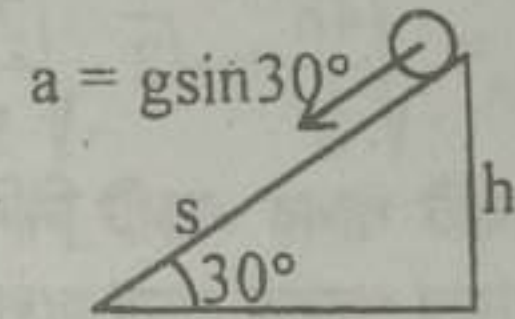
ভূমির সঙ্গে 30° কোণে আনত একটি মসৃণ তল AB এর সর্বোচ্চ বিন্দু A থেকে একটি মসৃণ বস্তু গড়িয়ে 10 sec পরে সর্বনিম্ন বিন্দু B তে আসল ভূমি হতে A এর উচ্চতা হলো- [চয়েট ১২-১৩]

- A. 212.25 m
C. 368.48 m

- B. 122.5 m
D. None

Ans: B

ব্যাখ্যা: $h = s \cdot \sin 30^\circ = \left(ut + \frac{1}{2}at^2\right) \sin 30^\circ$
 $= \left(0 \times 10 + \frac{1}{2} \times 9.8 \times \sin 30^\circ \times 10^2\right) \sin 30^\circ$
 $= 122.5 \text{ m}$



ভূমির সঙ্গে 30° কোণে আনত একটি মসৃণ তল AB এর সর্বোচ্চ বিন্দু A থেকে একটি বস্তু মসৃণ ভাবে গড়িয়ে 10 sec পরে B বিন্দুতে আসলে। ভূমি হতে A এর উচ্চতা কত? [চয়েট ১৪-১৫]

- A. 212.25 m
C. 368.48 m

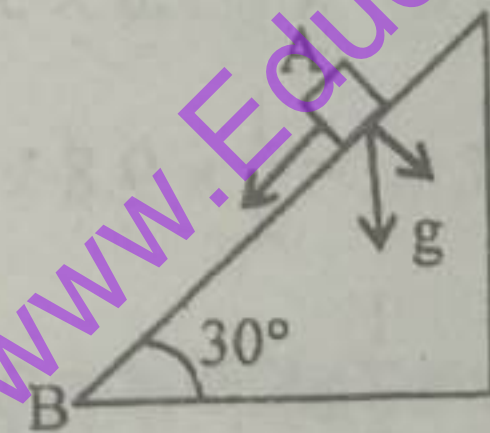
- B. 122.5 m
D. None

Ans: B

ব্যাখ্যা: AB বরাবর ত্বরণ = $g \cos 60^\circ$

\therefore AB বরাবর সরণ = $\frac{1}{2} g \cos 60^\circ \times t^2 = \frac{1}{2} \times g \cos 60^\circ \times 10^2 = 245$

\therefore ভূমি হতে A এর উচ্চতা = $AB \sin 30^\circ = 122.5 \text{ m}$



স্থির অবস্থা থেকে মুক্তভাবে একটি প্রস্থর পড়ছে এবং পড়ন্ত অবস্থায় সর্বশেষ সেকেন্ডে এটা সাকুল্যে যে দূরত্ব অতিক্রম করে তা প্রথম তিন সেকেন্ডে যে দূরত্ব অতিক্রম করে তার সমান। প্রস্থরটি বাতাসে ছিল- [চয়েট ১১-১২]

- A. 6 s
C. 7 s

- B. 5 s
D. None these

Ans: B

ব্যাখ্যা: সর্বশেষ সেকেন্ডে দূরত্ব $S = \frac{1}{2} g (2t - 1)$

প্রথম তিন সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূরত্ব, $S = \frac{1}{2} g t_3^2$

প্রশ্নমতে, $\frac{1}{2} g (2t - 1) = \frac{1}{2} g t_3^2$ বা, $2t - 1 = 32 = 9$ বা, $t = \frac{10}{2} = 5 \text{ s}$

- ◆ স্থির অবস্থা থেকে যাত্রা করে একটি বস্তু প্রথমে সেকেন্ডে 1 m দূরত্ব অতিক্রম করল। পরবর্তী 1 m অতিক্রম করতে বস্তুটির কত সময় লাগবে?

A. 1 s
C. 0.414 s

B. 1.414 s
D. None these

Ans: C

ব্যাখ্যা: ১ম ক্ষেত্রে, $S = ut + \frac{1}{2} at^2$

$$\text{বা, } 1 = 0 + \frac{1}{2} a \cdot 1^2$$

$$\text{বা, } 1 = \frac{a}{2}$$

$$\therefore a = 2 \text{ms}^{-2} \text{ এবং } v = u + at$$

$$\text{বা, } v = 0 + 2 \times 1 = 2 \text{ms}^{-1}$$

$$\text{২য় ক্ষেত্রে, } S = ut + \frac{1}{2} at^2$$

$$\text{বা, } 1 = 2t + \frac{1}{2} 2t^2$$

$$\text{বা, } t^2 + 2t + 1 = 2$$

$$\text{বা, } (t+1)^2 = 2$$

$$\text{বা, } t+1 = \sqrt{2}$$

$$\therefore t = 1.414 - 1 = 0.414 \text{ s}$$

- ◆ A ও B দুটো একই ধরনের প্রস্তুর খণ্ড ভূমি থেকে উপরের স্থির অবস্থা থেকে ফেলানো হলো। A প্রস্তুর খণ্ডটি h উচ্চতা থেকে এবং B প্রস্তুর খণ্ডটি 2h উচ্চতা থেকে ফেলা হয়েছে। মাটিতে পড়তে যদি A প্রস্তুর খণ্ডটি t সময় নেয় তবে B প্রস্তুর খণ্ডটি কত সময় নেবে? [বাতাসের বাধা শূন্য মনে করা যেতে পারে] [চূয়েট ০৯-১০]

A. 4t

B. 2t

C. $\frac{t}{\sqrt{2}}$ D. $\sqrt{2} t$

Ans: D

ব্যাখ্যা: A স্তরের ক্ষেত্রে, $h = \frac{1}{2} gt^2 \therefore t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$

B প্রস্তুরের ক্ষেত্রে, $2h = \frac{1}{2} gt_1^2$

$$t_1 = \sqrt{\frac{4h}{g}} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{2} t$$

- ◆ একটি পাথর একটি নির্দিষ্ট উচ্চতা থেকে 5 সেকেন্ডে ভূমিতে পতিত হয়। পাথরটিকে 3 সেকেন্ড পর থামিয়ে দিয়ে আবার পড়তে দেয়া হলো। বাকি দূরত্ব অতিক্রম করে পাথরটির ভূমিতে পৌঁছতে কত সময় লাগবে? [চূয়েট ১৫-১৬]

সমাধান: পড়ন্ত বস্তুর ক্ষেত্রে, $h = v_0 t + \frac{1}{2} g t^2 = \frac{1}{2} g t^2$

এখন, $h = \frac{1}{2} \times 9.8 \times 5^2 = 122.5$

আবার, $h_1 = \frac{1}{2} \times 9.8 \times 3^2 = 44.1 \therefore h_2 = 122.5 - 44.1 = 78.4$

$\therefore h_2 = \frac{1}{2} g t^2$ বা, $t = \sqrt{\frac{2h_2}{g}} = \sqrt{\frac{2 \times 78.4}{9.8}} = 4 \text{ s Ans.}$

NOTE BASKET

- ◆ একজন চালক তার গাড়ী $S = \frac{1}{2} t^2 + 20t$ সূত্রানুসারে চালাতে আরম্ভ করল। 3 মিনিট পর তার গাড়ির অতিক্রান্ত দূরত্ব এবং প্রাপ্ত বেগ কত হবে?

A. 0.522 km & 20 ms^{-1} C. 0.052 km & 2 ms^{-1}

E. None

B. 52.2 km & 200 ms^{-1} D. 5.22 km & 20 ms^{-1}

[চূয়েট ১৪-১৫]

Ans: E

ব্যাখ্যা: $s = \frac{1}{2} t^2 + 20t$ বা, $\frac{ds}{dt} = \frac{1}{2} \times 2t + 20$ বা, $\frac{ds}{dt} = t + 20$

$\therefore \frac{ds}{dt} = 3 \times 60 + 20 = 200 \text{ms}^{-1} \therefore s = \frac{1}{2} \times (3 \times 60)^2 + 20 \times (3 \times 60) = 19800 \text{ m}$

একটি দেয়াল ঘড়ির মিনিটের কাঁটার দৈর্ঘ্য 20 cm হলে, এর প্রান্তের রৈখিক বেগ কত? [কয়েট ১৪-১৫]

- A. $3.49 \times 10^{-4} \text{ ms}^{-1}$ B. $9.34 \times 10^{-4} \text{ ms}^{-1}$
C. $3.94 \times 10^{-4} \text{ ms}^{-1}$ D. $8.34 \times 10^{-4} \text{ ms}^{-1}$
E. None

Ans: A

ব্যাখ্যা: $\omega = \frac{2\pi}{60 \times 60} = \frac{2\pi}{3600}$

$\therefore v = \omega r = \frac{2\pi}{3600} \times \frac{20}{100} = 3.49 \times 10^{-4} \text{ ms}^{-1}$

একজন লোক 48 ms^{-1} বেগে একটি বল খাড়া উপর দিকে নিক্ষেপ করে। বলটি কত সময় শূন্যে থাকবে এবং সর্বোচ্চ কত উপরে উঠবে? [কয়েট ১৩-১৪]

- A. 9.8 sec & 117.55 m B. 9.8 sec & 117.55 m
C. 9.8 sec & 117.55 m D. 8.9 sec & 117.55 m
E. None

Ans: A

ব্যাখ্যা: $T = \frac{2V_0}{g} = \frac{2 \times 48}{9.8} = 9.8 \text{ sec}$; $H = \frac{V_0^2}{2g} = 117.55 \text{ m}$

22 m/sec^2 মন্দন সৃষ্টিকারী বল প্রয়োগ করে একটি গাড়িকে 44 m দূরে থামানো হলে, গাড়ির আদিবেগ কত? [কয়েট ১২-১৩]

- A. 40 ms^{-1} B. 36 ms^{-1}
C. 44 ms^{-1} D. 22 ms^{-1}
E. 11 ms^{-1}

Ans: C

ব্যাখ্যা: $0 = u^2 - 2 \times 22 \times 44 \therefore u = 44 \text{ ms}^{-1}$

[কয়েট ১২-১৩]

বলের মাত্রা সমীকরণ কোনটি?

- A. $[MLT^{-2}]$ B. $[MLT]$
C. $[MLT^{-1}]$ D. $[MLT^{-3}]$
E. $[MLT^{-4}]$

Ans: A

ব্যাখ্যা: বল = ভর \times ত্বরণ = ভর $\times \frac{\text{দূরত্ব}}{(\text{সময়})^2} = m \times \frac{L}{T^2} = [MLT^{-2}]$

একটি ট্রেন কোনো স্থানকে 36 km/hr বেগে অতিক্রম করার পর 2 m/s^2 সুঘম ত্বরণে চলে। 10 s পরে ট্রেনটির গতিবেগ কত হবে? [কয়েট ০৯-১০]

- A. 20 m/s B. 30 m/s
C. 10 m/s D. 36 m/s
E. 18 m/s

Ans: B

ব্যাখ্যা: $v = u + at = \frac{36 \times 100}{3600} + 2 \times 10 = 30 \text{ ms}^{-1}$

একটি বস্তুর ত্বরণ 'a' m/s^2 সময় 't' s এর সাথে $a = 3t - 1$ সমীকরণ অনুযায়ী পরিবর্তিত হয়। $t = 2 \text{ s}$ সময়ে বস্তুর গতি হবে— [কয়েট ১১-১২]

- A. 4 m/s B. 6 m/s
C. 9 m/s D. 14 m/s
E. None

Ans: A

ব্যাখ্যা: $a = 3t - 1$ বা, $\frac{dv}{dt} = 3t - 1$ বা, $dv = 3tdt - dt$

বা, $v = 3 \int_0^2 tdt - \int_0^2 dt = 3 \left[\frac{t^2}{2} \right]_0^2 - [t]_0^2 = 4 \text{ m/s}$

- ◆ একটি ট্রেন 22.5 m/s গতিবেগ নিয়ে যাত্রা করে। 10 s এ 325 m গেল। এর ত্বরণ কত? [রয়েট ১০-১১]
- A. 2 m/s^2
B. 3 m/s^2
C. 4 m/s^2
D. 2.5 m/s^2
E. 1.5 m/s^2

Ans: A

সমাধান: $S = ut + \frac{1}{2}at^2$ বা, $325 = 22.5 \times 10 + \frac{1}{2}a \times 10^2 \therefore a = 2 \text{ ms}^{-2}$

- ◆ 20 m/s বেগে গতিশীল একটি ট্রেনের বেগ প্রতি সেকেন্ডে 3 m/s হারে হ্রাস পায়। থেমে যাওয়ার আগে ট্রেনটি কত দূরত্ব অতিক্রম করবে? [রয়েট ১০-১১]
- A. 67.67 m
B. 66.67 m
C. None
D. 67.66 m
E. 76.67 m

Ans: B

ব্যাখ্যা: $v^2 = u^2 + 2as$ বা, $0^2 = 20^2 + 2 \times (-3) \times s \therefore s = 66.67 \text{ m}$

- ◆ 9.8 m/s বেগে একটি বলকে উপরের দিকে নিক্ষেপ করা হলো। এটি কত সময় পর ভূ-পৃষ্ঠে ফিরে আসবে? [রয়েট ০৯-১০]
- [$g = 9.8 \text{ m/s}^2$]
- A. 1 s
B. 2 min
C. 2 s
D. 4 s
E. 96.04 s

Ans: C

ব্যাখ্যা: প্রয়োজনীয় সময়, $T = \frac{2u}{g} = \frac{2 \times 9.8}{9.8} = 2 \text{ s}$

- ◆ একটি ট্রেন স্থির অবস্থান থেকে 10 ms^{-2} ত্বরণে চলতে আরম্ভ করল। একই সময়ে একটি মোটর গাড়ি 100 ms^{-1} সমবেগে ট্রেনের সমান্তরালে চলা শুরু করল। ট্রেন মোটর গাড়িটিকে কখন পেছনে ফেলবে? [রয়েট ১১-১২]
- সমাধান: মনে করি, x দূরত্ব অতিক্রম করার পর ট্রেনটি মোটর গাড়িটিকে অতিক্রম করে।
ট্রেন ও মোটর গাড়ি একই অবস্থান থেকে যাত্রা শুরু করেছিল এবং t সময় পর মিলিত হয় এবং ট্রেনটি মোটর গাড়িটিকে অতিক্রম করে। অর্থাৎ t সময়ে উভয়ই x দূরত্ব অতিক্রম করে।

$\therefore t$ সময়ে ট্রেনের অতিক্রান্ত দূরত্ব, $x = \frac{1}{2} \times 10 \times t^2 = 5t^2$ (i) [আদিবেগ শূন্য]

t সময়ে গাড়ির অতিক্রান্ত দূরত্ব, $x = 100t$ (ii)

\therefore (i) ও (ii) নং হতে পাই, $5t^2 = 100t$ বা, $t = 20 \text{ s}$

- ◆ A ও B দুটি গাড়ি 40 s ধরে একই দিকে চলছে। A গাড়িটি 50 m/s সমবেগে চলে 25 m/s বেগে চলা B গাড়িটিকে $t = 0 \text{ s}$ এ অতিক্রম করল। A গাড়িটিকে ধরার জন্য B গাড়িটি তাৎক্ষণিকভাবে গতি বাড়িয়ে সমত্বরণে 20 s এ 25 m/s থেকে 60 m/s বেগে উন্নীত হয়ে সমবেগে চলতে লাগলো। কত সময় পরে B গাড়িটি A গাড়িটিকে ধরতে পারবে? [রয়েট ০৭-০৮]
- সমাধান: ধরি, B গাড়িটি t সে. সময়ে A গাড়িকে ধরতে পারবে।

A গাড়ির কর্তৃক অতিক্রান্ত দূরত্ব, $S_A = 50t$

একই দূরত্ব অতিক্রম করে B গাড়িটি A গাড়িকে ধরতে পারবে।

B গাড়ির ত্বরণ, $a = \frac{v-u}{t} = \frac{60-25}{20} = 1.75 \text{ ms}^{-2}$

B গাড়ির অতিক্রান্ত দূরত্ব

$s_1 = ut + \frac{1}{2}at^2 = 25 \times 20 + \frac{1}{2} \times 1.75 \times 20^2 = 850 \text{ m}$

এরপর B গাড়ি সমবেগে চলে।

তখন $s_2 = 60(t-20) \text{ m}$

প্রশ্নমতে, $S_a = s_1 + s_2$

বা, $50t = 850 + 60(t-20)$

$\therefore t = 35 \text{ s}$

- ◆ ঘন্টায় 108 km বেগে চলমান একটি গাড়ির চালক 100 m দূরে একটি বালককে দেখতে পেয়ে সাথে সাথেই ব্রেক করল। গাড়িটি বালকটির 10 m সামনে থেমে গেল। গাড়িটির ত্বরণ কত ও গাড়িটি থামতে কত সময় লেগেছে? [রয়েট ০৩-০৪]

সমাধান: এখানে, $s = (100 - 10) = 90 \text{ m}$

$$\text{এখন, } u = \frac{108 \times 1000}{3600} = 30 \text{ ms}^{-1}$$

$$v^2 = u^2 + 2as$$

$$a = \frac{v^2 - u^2}{2s} = \frac{0^2 - 30^2}{2 \times 90} = -5 \text{ ms}^{-2}$$

$$\text{আবার, } v = u + at$$

$$\therefore t = \frac{v - u}{a} = \frac{0 - 30}{-5} = 6 \text{ s}$$

NOTE BASKET

শাহজাহান তপন, আজিজ হাসান ও রানা চৌধুরী স্যারের
বইয়ের গাণিতিক সমস্যাবলির সমাধান

- ১। 36 kg ভরের একটি বস্তুর উপর কত বল প্রযুক্ত হলে। মিনিটে এর বেগ 15 kmh^{-1} বৃদ্ধি পাবে?

সমাধান: আমরা জানি,

$$\begin{aligned} \text{ত্বরণ, } a &= \frac{v - u}{t} \\ &= \frac{4.167 \text{ ms}^{-1}}{60 \text{ s}} \end{aligned}$$

$$\therefore a = 0.06945 \text{ ms}^{-2}$$

আমরা জানি,

$$\text{বল, } F = ma$$

$$\begin{aligned} &= 36 \text{ kg} \times 0.06945 \text{ ms}^{-2} \\ &= 2.5 \text{ N} \end{aligned}$$

এখানে,

$$\text{বস্তুর ভর, } m = 36 \text{ kg}$$

$$\text{সময়, } t = 1 \text{ min} = 60 \text{ s}$$

$$\text{বেগ বৃদ্ধি, } v - u = 15 \text{ kmh}^{-1}$$

$$= \frac{15 \times 1000}{60 \times 60} \text{ ms}^{-1} = 4.167 \text{ ms}^{-1}$$

$$\text{প্রযুক্ত বল, } F = ?$$

- ২। 10 g ভরের একটি বুলেট 300 ms^{-1} বেগে এক টুকরা কাঠের মধ্যে 4.5 cm প্রবেশ করে থেমে গেল। বাধাদানকারী বলের মান নির্ণয় কর। ঐ দূরত্ব যেতে বুলেটটির কত সময় লেগেছে?

সমাধান:

আমরা জানি,

$$v^2 = u^2 + 2as$$

$$\text{বা, } 2as = v^2 - u^2$$

$$\text{বা, } a = \frac{v^2 - u^2}{2s}$$

$$= \frac{(0)^2 - (300 \text{ ms}^{-1})^2}{2 \times 0.045 \text{ m}}$$

$$= \frac{-90000}{0.09} \text{ ms}^{-2}$$

$$= -1000000 \text{ ms}^{-2}$$

$$= -10^6 \text{ ms}^{-2}$$

এখন, $F = ma$

$$= 0.01 \text{ kg} \times (-10^6 \text{ ms}^{-2}) = -10^4 \text{ N}$$

\therefore বাধাদানকারী বলের মান 10^4 N

আবার, আমরা জানি,

$$v = u + at$$

$$\text{বা, } at = v - u$$

$$\text{বা, } t = \frac{v - u}{a}$$

$$= \frac{(0 - 300 \text{ ms}^{-1})}{-10^6 \text{ ms}^{-2}}$$

$$= 3 \times 10^{-4} \text{ s}$$

নির্ণেয় সময় $3 \times 10^{-4} \text{ s}$

এখানে,

$$\text{বুলেটের ভর, } m = 10 \text{ g}$$

$$= \frac{10}{1000} \text{ kg} = 0.01 \text{ kg}$$

$$\text{আদিবেগ, } u = 300 \text{ ms}^{-1}$$

$$\text{শেষবেগ, } v = 0 \text{ ms}^{-1}$$

$$\text{সরণ, } s = 4.5 \text{ cm} = \frac{4.5}{100} \text{ m}$$

$$= 0.045 \text{ m}$$

$$\text{বাধাদানকারী বল, } F = ?$$

$$\text{সময়, } t = ?$$

- ৩। 45 kmh^{-1} বেগে চলন্ত একজন মোটর গাড়ির চালক হঠাৎ 26 m সামনে একটি বালককে দেখতে পেলেন। সাথে সাথে তিনি ব্রেক চেপে দিলেন। ফলে গাড়িটি বালকের 1 m সামনে এসে থেমে গেল। গাড়িটি থামতে কত সময় লাগল এবং এর উপর কত বল প্রযুক্ত হলো? আরোহী সমেত গাড়ির ভর 1000 kg ।

সমাধান: আমরা জানি,

$$v^2 = u^2 + 2as$$

$$\text{বা, } 2as = v^2 - u^2$$

$$\text{বা, } a = \frac{v^2 - u^2}{2s}$$

$$= \frac{(0)^2 - (12.5 \text{ ms}^{-1})^2}{2 \times 25 \text{ m}}$$

$$= \frac{156.25}{50} \text{ ms}^{-2}$$

$$= 3.125 \text{ ms}^{-2}$$

আবার, আমরা জানি,

$$v = u + at$$

$$\text{বা, } at = v - u$$

$$\text{বা, } t = \frac{v - u}{a} = \frac{(0 - 12.5) \text{ ms}^{-1}}{-3.125 \text{ ms}^{-2}} = 4 \text{ s}$$

এখন প্রযুক্ত বল,

$$F = ma$$

$$= 1000 \text{ kg} \times (-3.125 \text{ ms}^{-2})$$

$$= -3125 \text{ N} \text{ [মান ঋণাত্মক বলে বাধাদানকারী বল নির্দেশ করে]}$$

অতএব, গাড়িটি থামতে সময় 4 s এবং প্রযুক্ত অর্থাৎ বাধাদানকারী বল 3125 N

- ৪। 20 N এর একটি বল 5 kg ভরের একটি স্থির বস্তুর উপর ক্রিয়া করে। যদি 5 s পর বলের ক্রিয়া বন্ধ হয়ে যায়, তবে প্রথম থেকে 12 s -এর বস্তু কত দূর যাবে?

সমাধান: আমরা জানি,

$$F = ma$$

$$\text{বা, } a = \frac{F}{m} = \frac{20 \text{ N}}{5 \text{ kg}} = 4 \text{ ms}^{-2}$$

আবার,

$$s_1 = ut_1 + \frac{1}{2} at_1^2$$

$$= 0 \times 5 \text{ s} + \frac{1}{2} \times 4 \text{ ms}^{-2} \times (5 \text{ s})^2$$

$$= 50 \text{ m}$$

এখন, 5 s পরে বেগ,

$$v = u + at = 0 + 4 \text{ ms}^{-2} \times 5 \text{ s} = 20 \text{ ms}^{-1}$$

আবার, আমরা জানি,

$$s_2 = vt_2 = 20 \text{ ms}^{-1} \times 7 \text{ s} = 140$$

\therefore প্রথম থেকে 12 s এ অতিক্রান্ত দূরত্ব,

$$s = s_1 + s_2$$

$$= (50 + 140) \text{ m} = 190 \text{ m}$$

এখানে,

$$\text{আদিবেগ, } u = 45 \text{ kmh}^{-1}$$

$$= \frac{45 \times 1000}{60 \times 60} \text{ ms}^{-1} = 12.5 \text{ ms}^{-1}$$

$$\text{শেষবেগ, } v = 0 \text{ ms}^{-1}$$

$$\text{অতিক্রান্ত দূরত্ব, } s = (26 - 1) \text{ m} = 25 \text{ m}$$

$$\text{আরোহী সমেত গাড়ির ভর, } m = 1000 \text{ kg}$$

$$\text{গাড়িটি থামতে সময়, } t = ?$$

$$\text{প্রযুক্ত বল, } F = ?$$

NOTE BASKET

www.Educationblog24.Com

www.Educationblog24.Com

- ৫। একটি বস্তু স্থির অবস্থায় ছিল। 15 N এর একটি বল এর উপর 4 সেকেন্ড ধরে কাজ করে এবং তারপর আর কোনো কাজ করল না। বস্তুটি এরপর 9 সেকেন্ডে 54 m দূরত্ব গেল। বস্তুটির ভর কত?

সমাধান: আমরা জানি,

$$s_2 = vt_2$$

$$\begin{aligned} \text{বা, } v &= \frac{s_2}{t_2} \\ &= \frac{54 \text{ m}}{9 \text{ s}} \\ &= 6 \text{ ms}^{-1} \end{aligned}$$

এখানে, 4 s পরে প্রাপ্ত বেগ 6 ms^{-1}

আমরা জানি,

$$v = u + at_1$$

$$\begin{aligned} \text{বা, } a &= \frac{v - u}{t_1} \\ &= \frac{6 \text{ ms}^{-1} - 0 \text{ ms}^{-1}}{4 \text{ s}} \\ &= 1.5 \text{ ms}^{-2} \end{aligned}$$

আবার, আমরা জানি,

$$F = ma$$

$$\text{বা, } m = \frac{F}{a} = \frac{15 \text{ N}}{1.5 \text{ ms}^{-2}} = 10 \text{ kg}$$

অতএব, বস্তুটির ভর 10 kg

এখানে,

$$\text{আদিবেগ, } u = 0 \text{ ms}^{-1}$$

$$\text{বল, } F = 15 \text{ N}$$

$$\text{সময়, } t_1 = 4 \text{ s}$$

$$\text{সময়, } t_2 = 9 \text{ s}$$

$$\text{সরণ, } s_2 = 54 \text{ m}$$

$$\text{বস্তুটির ভর, } m = ?$$

NOTE BASKET

- ৬। 5 kg ভরের একটি বন্দুক থেকে 10 g ভরের গুলি 400 ms^{-1} বেগে বেরিয়ে গেল। বন্দুকের পশ্চাৎ বেগ কত?

সমাধান: আমরা জানি,

$$MV = -mv$$

$$\begin{aligned} \text{বা, } V &= \frac{-vm}{M} \\ &= \frac{-0.01 \text{ kg} \times 400 \text{ ms}^{-1}}{5 \text{ kg}} \\ &= -0.8 \text{ ms}^{-1} \end{aligned}$$

এখানে,

$$\text{বন্দুকের ভর, } M = 5 \text{ kg}$$

$$\text{গুলির ভর, } m = 10 \text{ g}$$

$$= \frac{10}{1000} \text{ kg} = 0.01 \text{ kg}$$

$$\text{গুলির বেগ, } v = 400 \text{ ms}^{-1}$$

$$\text{বন্দুকের পশ্চাৎ বেগ, } V = ?$$

বন্দুকের বেগ ঋণাত্মক অর্থাৎ বুলেটের বা গুলির বেগ যে দিকে, রাইফেলের বেগ তার পশ্চাৎ দিকে।

- ৭। স্কেটিং জুতা পায়ে দাঁড়ানো রুমার কাছে নয়ন 3.3 kg ভরের একটি বল ছোঁড়ে। রুমার ভর 48 kg। বলটি লোফার সাথে সাথে রুমা 0.32 ms^{-1} বেগে গতিশীল হয়। রুমা যখন বলটি ধরে তখন বলটির বেগ কত ছিল?

সমাধান: আমরা জানি,

$$m_1v_1 = m_2v_2$$

$$\begin{aligned} \text{বা, } v_1 &= \frac{m_2v_2}{m_1} \\ &= \frac{51.3 \text{ kg} \times 0.32 \text{ ms}^{-1}}{3.3 \text{ kg}} \\ &= 4.97 \text{ ms}^{-1} \end{aligned}$$

অতএব, বলটির বেগ 4.97 ms^{-1}

এখানে,

$$\text{বলের ভর, } m_1 = 3.3 \text{ kg}$$

$$\text{রুমার ভর, } m = 48 \text{ kg}$$

$$\text{রুমার বেগ, } v_2 = 0.32 \text{ ms}^{-1}$$

$$\text{বলসহ রুমার ভর, } m_2 = 48 + 3.3 = 51.3 \text{ kg}$$

$$\text{বলটির বেগ, } v_1 = ?$$

- ৮। 600 kg ভরের একখানি গাড়ি 20 ms^{-1} বেগে সরলপথে চলতে চলতে 1400 kg ভরের একখানি স্থির ট্রাকের সাথে ধাক্কা খেয়ে অটিকে গেল। মিলিত গাড়ি দুটির বেগ কত হবে?

সমাধান: আমরা জানি, স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষের ক্ষেত্রে,

$$m_1 u_1 + m_2 u_2 = (m_1 + m_2) v$$

$$\text{বা, } v = \frac{m_1 u_1 + m_2 u_2}{m_1 + m_2}$$

$$= \left(\frac{600 \times 20 + 1400 \times 0}{600 + 1400} \right) \text{ms}^{-1}$$

$$= \frac{12000}{2000} \text{ms}^{-1} = 6 \text{ms}^{-1}$$

অতএব, গাড়ি দুটির মিলিত বেগ 6ms^{-1}

এখানে,

১ম গাড়ির ভর, $m_1 = 600 \text{ kg}$

২য় গাড়ির (ট্রাক) ভর, $m_2 = 1400 \text{ kg}$

১ম গাড়ির আদিবেগ, $u_1 = 20 \text{ ms}^{-1}$

২য় গাড়ির (ট্রাক) আদিবেগ, $u_2 = 0 \text{ ms}^{-1}$?

[যেহেতু ট্রাকটি স্থির]

গাড়ি দুইটির মিলিত বেগ $v = ?$

- ৯। 4 kg ভরের একটি হাঁসপাখি একটি গাছের ডালে বসে আছে। পাখিটিকে 20 g ভরের একটি বুলেট 200 ms^{-1} বেগে অনুভূমিকভাবে আঘাত করল। বুলেটটি পাখির মধ্যে রয়ে গেলে পাখিটির অনুভূমিক বেগ কত হবে নির্ণয় কর।

সমাধান: আমরা জানি,

$$m_1 u_1 + m_2 u_2 = (m_1 + m_2) v$$

$$\text{বা, } v = \frac{m_1 u_1 + m_2 u_2}{m_1 + m_2}$$

$$= \frac{4 \text{ kg} \times 0 + 0.02 \text{ kg} \times 200 \text{ ms}^{-1}}{4 \text{ kg} + 0.02 \text{ kg}}$$

$$= 0.995 \text{ ms}^{-1}$$

অতএব, পাখিটির অনুভূমিক বেগ 0.995 ms^{-1}

এখানে,

পাখিটির ভর, $m_1 = 4 \text{ kg}$

বুলেটের ভর, $m_2 = 20 \text{ g} = \frac{20}{1000} \text{ kg} = 0.02 \text{ kg}$

বুলেটের আদিবেগ, $u_2 = 200 \text{ ms}^{-1}$

পাখিটির আদিবেগ, $u_1 = 0 \text{ ms}^{-1}$?

পাখিটির অনুভূমিক বেগ, $v = ?$

- ১০। 40 kg এবং 60 kg ভরের দুটি বস্তু যথাক্রমে 10 ms^{-1} ও 2 ms^{-1} বেগে পরস্পর বিপরীত দিকে আসার সময় একে অপরকে ধাক্কা দিল। ধাক্কার পর বস্তুদ্বয় একত্রে যুক্ত থেকে কত বেগে চলবে?

সমাধান: আমরা জানি,

$$m_1 u_1 + m_2 u_2 = (m_1 + m_2) v$$

$$\text{বা, } (40 \times 10 - 60 \times 2) \text{ kgms}^{-1} = (40 + 60) \text{ kg} \times v$$

$$\text{বা, } (400 - 120) \text{ kgms}^{-1} = 100 \text{ kg} \times v$$

$$\text{বা, } (100 \text{ kg}) v = 280 \text{ kg ms}^{-1}$$

$$\therefore v = \frac{280}{100} \text{ ms}^{-1} = 2.8 \text{ ms}^{-1}$$

মান ধনাত্মক তাই দিক ১ম বস্তুর গতির দিকে।

এখানে,

১ম বস্তুর ভর, $m_1 = 40 \text{ kg}$

২য় বস্তুর ভর, $m_2 = 60 \text{ kg}$

১ম বস্তুর আদিবেগ, $u_1 = 10 \text{ ms}^{-1}$

২য় বস্তুর আদিবেগ, $u_2 = -2 \text{ ms}^{-1}$

[১ম বস্তুটির বিপরীত বলে - ve]

বস্তুদ্বয়ের সংযুক্ত বেগ, $v = ?$

- ১১। 100 kg এবং 200 kg ভরের দুটি বস্তু যথাক্রমে 20 ms^{-1} ও 10 ms^{-1} বেগে পরস্পর বিপরীত দিকে আসার সময় একে অপরকে ধাক্কা দিল। ধাক্কার পর বস্তুদ্বয় একত্রে যুক্ত থেকে কত বেগে কোন দিকে চলবে?

সমাধান: আমরা জানি,

$$m_1 u_1 + m_2 u_2 = (m_1 + m_2) v$$

$$\text{বা, } v = \frac{m_1 u_1 + m_2 u_2}{m_1 + m_2}$$

$$= \frac{(100 \times 20) \text{ kgms}^{-1} + (200 \times (-10)) \text{ kg ms}^{-1}}{(100 + 200) \text{ kg}}$$

$$= \left(\frac{2000 - 2000}{300} \right) \text{ms}^{-1} = 0 \text{ms}^{-1}$$

যেহেতু বস্তুদ্বয়ের মিলিত বেগ 0ms^{-1} তাই ধাক্কার পরে বস্তুদ্বয় স্থির হয়ে যাবে।

এখানে,

১ম বস্তুর ভর, $m_1 = 100 \text{ kg}$

২য় বস্তুর ভর, $m_2 = 200 \text{ kg}$

১ম বস্তুর আদিবেগ, $u_1 = 20 \text{ ms}^{-1}$

২য় বস্তুর আদিবেগ, $u_2 = -10 \text{ ms}^{-1}$

ধাক্কার পর বস্তুদ্বয়ের মিলিত বেগ, $v = ?$

- ১২। 3 kg ভরের একটি বল 2 ms^{-1} বেগে পূর্বদিকে চলছে। 1 kg ভরের অপর একটি বল 2 ms^{-1} বেগে পশ্চিম দিকে চলছে। কোনো এক সময় বল দুটির মধ্যে সংঘর্ষের ফলে এরা মিলে এক হয়ে গেল। মিলিত বলটি কত বেগে কোন দিকে চলবে?

সমাধান: আমরা জানি,

$$m_1 u_1 + m_2 u_2 = (m_1 + m_2) v$$

$$\text{বা, } v = \frac{m_1 u_1 + m_2 u_2}{m_1 + m_2}$$

$$= \frac{(3 \times 2) + (1 \times (-2)) \text{ kg ms}^{-1}}{(3+1) \text{ kg}}$$

$$= \left(\frac{6-2}{4} \right) \text{ ms}^{-1} = \frac{4}{4} \text{ ms}^{-1} = 1 \text{ ms}^{-1}$$

যেহেতু মিলিত বেগ ধনাত্মক, তাই বলদ্বয় 1 ms^{-1} বেগে পূর্বদিকে যাবে।

- ১৩। উৎক্ষেপণের পূর্বে একটি রকেট ও তার জ্বালানির ভর $1.9 \times 10^3 \text{ kg}$ । রকেটের সাপেক্ষে জ্বালানি $2.5 \times 10^3 \text{ ms}^{-1}$ বেগে নির্গত হলে এবং জ্বালানি 7.4 kgs^{-1} হারে ব্যয়িত হলে রকেটের উপর ধাক্কা নির্ণয় করো।

সমাধান: যেহেতু জ্বালানি 7.4 kgs^{-1} হারে ব্যয়িত হয়, অর্থাৎ

7.4 kg জ্বালানির জন্য ব্যবহৃত সময় 1 s

\therefore 1 kg জ্বালানির জন্য ব্যবহৃত সময় $\frac{1}{7.4} \text{ s}$

\therefore $1.9 \times 10^3 \text{ kg}$ জ্বালানির জন্য ব্যবহৃত সময়,

$$\frac{1.9 \times 10^3}{7.4} \text{ s} = 256.757 \text{ s}$$

\therefore সময়, $t = 256.757 \text{ s}$

এখন, আমরা জানি,

$$F = ma = m \left(\frac{v-u}{t} \right)$$

$$= 1.9 \times 10^3 \text{ kg} \times \frac{2.5 \times 10^3 \text{ ms}^{-1} - 0 \text{ ms}^{-1}}{256.75 \text{ s}}$$

$$= 1.85 \times 10^4 \text{ N}$$

অতএব, রকেটের ওপর ধাক্কা $1.85 \times 10^4 \text{ N}$

- ১৪। 300 kg ভরের কোনো নৌকার দুই গলুই থেকে 20 kg এবং 25 kg ভরের দুটি বালক যথাক্রমে 3.25 ms^{-1} এবং 2 ms^{-1} বেগে দুদিকে লাফ দেয়। নৌকাটি কত বেগে কোন দিকে চলবে?

সমাধান: আমরা জানি,

$$MV = m_1 u_1 + m_2 u_2$$

$$\text{বা, } V = \frac{m_1 u_1 + m_2 u_2}{M}$$

$$= \left(\frac{(20 \times 3.25 + 25 \times (-2)) \text{ ms}^{-1}}{300} \right) \text{ ms}^{-1}$$

$$= \left(\frac{65-50}{300} \right) \text{ ms}^{-1}$$

$$= 0.05 \text{ ms}^{-1}$$

যেহেতু নৌকার বেগ ধনাত্মক, তাই নৌকাটি 20 kg ভরের বালকের দিকে চলবে।

এখানে,

১ম বস্তুর ভর, $m_1 = 3 \text{ kg}$

২য় বস্তুর ভর, $m_2 = 1 \text{ kg}$

১ম বস্তুর আদিবেগ, $u_1 = 2 \text{ ms}^{-1}$

২য় বস্তুর আদিবেগ, $u_2 = -2 \text{ ms}^{-1}$

ধাক্কার পর বস্ত্বদ্বয়ের মিলিত বেগ, $v = ?$

এখানে,

রকেট ও জ্বালানির ভর, $m = 1.9 \times 10^3 \text{ kg}$

জ্বালানির আদিবেগ, $u = 0 \text{ ms}^{-1}$

জ্বালানির শেষবেগ, $v = 2.5 \times 10^3 \text{ ms}^{-1}$

রকেটের ওপর ধাক্কা, $F = ?$

- ১৫। একটি চাকার ভর 6 kg এবং চক্রগতির ব্যাসার্ধ 40 cm। চাকাটি প্রতি মিনিটে 300 বার ঘুরে। এর জড়তার ভ্রামক এবং ঘূর্ণন গতিশক্তি বের কর।

সমাধান: আমরা জানি,

$$I = MK^2$$

$$= 6 \text{ kg} \times (0.4 \text{ m})^2$$

$$= 0.96 \text{ kgm}^2$$

$$\text{এবং } E_k = \frac{1}{2} I\omega^2$$

$$= \frac{1}{2} \times 0.96 \text{ kgm}^2 \times (31.41 \text{ rads}^{-1})^2$$

$$= 473.65 \text{ J}$$

অতএব, ঘূর্ণন গতিশক্তি 473.65 J

এখানে,

$$\text{চাকার ভর, } M = 6 \text{ kg}$$

$$\text{চক্রগতির ব্যাসার্ধ, } K = 40 \text{ cm} = 0.4 \text{ m}$$

$$\text{চাকার কৌণিক বেগ, } \omega = \frac{300 \times 2\pi}{60} \text{ rads}^{-1}$$

$$= 31.4 \text{ rads}^{-1}$$

$$\text{জড়তার ভ্রামক, } I = ?$$

$$\text{ঘূর্ণন গতিশক্তি, } E_k = ?$$

- ১৬। একটি চাকার ভর 5 kg এবং কোনো অক্ষের সাপেক্ষে চক্রগতির ব্যাসার্ধ 0.25 m। এর জড়তার ভ্রামক কত? চাকাটিতে 4 rad s^{-2} কৌণিক ত্বরণ সৃষ্টি করতে কত মানের টর্ক প্রয়োগ করতে হবে?

সমাধান: আমরা জানি,

$$I = MK^2$$

$$= 5 \text{ kg} \times (0.25 \text{ m})^2$$

$$= 0.3125 \text{ kgm}^2$$

অবার,

$$\tau = I\alpha$$

$$= 0.3125 \text{ kgm}^2 \times 4 \text{ rads}^{-2}$$

$$= 1.25 \text{ Nm}$$

অতএব, জড়তার ভ্রামক 0.3125 kgm^2 এবং টর্কের মান 1.25 Nm

এখানে,

$$\text{চাকার ভর, } M = 5 \text{ kg}$$

$$\text{চক্রগতির ব্যাসার্ধ, } = 0.25 \text{ m}$$

$$\text{কৌণিক ত্বরণ, } \alpha = 4 \text{ rads}^{-2}$$

$$\text{জড়তার ভ্রামক, } I = ?$$

$$\text{টর্ক, } \tau = ?$$

NOTE BASKET

- ১৭। একটি নির্দিষ্ট অক্ষকে কেন্দ্র করে 13 rads^{-1} কৌণিক বেগে ঘূর্ণনরত একটি চাকার গতিশক্তি 29 J। ঘূর্ণন অক্ষের সাপেক্ষে চাকাটির জড়তার ভ্রামক নির্ণয় কর।

সমাধান: আমরা জানি,

$$E_k = \frac{1}{2} I\omega^2$$

$$\therefore I = \frac{2E_k}{\omega^2} = \frac{2 \times 29 \text{ J}}{(13 \text{ rads}^{-1})^2} = 0.34 \text{ kgm}^2$$

অতএব, জড়তার ভ্রামক 0.34 kgm^2

এখানে,

$$\text{কৌণিক বেগ, } \omega = 13 \text{ rads}^{-1}$$

$$\text{গতিশক্তি, } E_k = 29 \text{ J}$$

$$\text{জড়তার ভ্রামক, } I = ?$$

- ১৮। 5 kg ভরের একটি দৃঢ় বস্তু ঘূর্ণন অক্ষ থেকে 1.5 m দূরে 5 rads^{-1} কৌণিক দ্রুতিতে ঘুরছে। এর জড়তার ভ্রামক এবং ঘূর্ণন গতিশক্তি নির্ণয় কর।

সমাধান: আমরা জানি,

$$\text{জড়তার ভ্রামক, } I = Mr^2$$

$$= 5 \text{ kg} \times (1.5 \text{ m})^2$$

$$= 11.25 \text{ kgm}^2$$

$$\text{ঘূর্ণন গতিশক্তি, } E_k = \frac{1}{2} I\omega^2$$

$$= \frac{1}{2} \times 11.25 \text{ kgm}^2 (5 \text{ rads}^{-1})^2$$

$$= 140.625 \text{ J}$$

এখানে,

$$\text{বস্তুর ভর, } M = 5 \text{ kg}$$

$$\text{ব্যাসার্ধ, } r = 1.5 \text{ m}$$

$$\text{কৌণিক দ্রুতি, } \omega = 5 \text{ rads}^{-1}$$

$$\text{জড়তার ভ্রামক, } I = ?$$

$$\text{ঘূর্ণন গতিশক্তি, } E_k = ?$$

১৯। একটি বিমানের প্রপেলারের ভর 70 kg এবং চক্রগতির ব্যাসার্ধ 75 cm। এর জড়তার ভ্রামক বের কর। একে 4 rev s^{-2} কৌণিক ত্বরণ দিতে প্রয়োজনীয় টর্কের মান বের কর।

সমাধান: আমরা জানি,

$$I = MK^2 \\ = 70 \text{ kg} \times (0.75 \text{ m})^2 \\ = 39.375 \text{ kgm}^2$$

আবার,

$$\tau = I\alpha \\ = 39.375 \text{ kgm}^2 \times 25.1328 \text{ rads}^{-1} \\ = 989.60 \text{ Nm}$$

এখানে,

বিমানের প্রপেলারের ভর, $M = 70 \text{ kg}$

চক্রগতির ব্যাসার্ধ, $K = 75 \text{ cm} = \frac{75}{100} = 0.75 \text{ m}$

জড়তার ভ্রামক, $I = ?$

কৌণিক ত্বরণ, $\alpha = 4 \text{ rev s}^{-2} = 2\pi \times 4 \text{ rad s}^{-1}$

টর্ক, $\tau = ?$

২০। 6000 rad s^{-1} কৌণিক বেগে ঘূর্ণনরত একটি চাকার জড়তার ভ্রামক 80 kg m^2 । সুষম ব্রেক প্রয়োগ করে একে 30 s এ থামানো হলো। (ক) ব্রেক প্রয়োগ করা হলে এর কৌণিক ত্বরণ কত? (খ) এই সময়ে এটি কতবার ঘুরবে? (গ) ব্রেকটি কত টর্ক সরবরাহ করে?

সমাধান:

(ক) আমরা জানি,

$$\omega_f = \omega_0 - \alpha t$$

$$\text{বা, } \alpha t = \omega_0 - \omega_f$$

$$\text{বা, } \alpha = \frac{\omega_0 - \omega_f}{t} = \frac{6000 \text{ rads}^{-1} - 0 \text{ rads}^{-1}}{30 \text{ s}} = 200 \text{ rads}^{-2}$$

(খ) আবার,

$$\omega_f^2 = \omega_0^2 - 2\alpha\theta$$

$$\text{বা, } \theta = \frac{\omega_0^2 - \omega_f^2}{2\alpha}$$

$$\text{বা, } \theta = \frac{(6000 \text{ rads}^{-1})^2 - (0 \text{ rads}^{-1})^2}{2 \times 200 \text{ rads}^{-2}} = 90000 \text{ rad} = \frac{90000}{2\pi} \text{ rev} = \frac{90000}{2 \times 3.1416} \text{ rev} = 14323.9 \text{ rev}$$

(গ) আবার, আমরা জানি,

$$\tau = I\alpha$$

$$= 80 \text{ kgm}^2 \times 200 \text{ rads}^{-1}$$

$$= 16000 \text{ N.m}$$

২১। একটি ধাতব গোলকের ভর 0.04 kg। এটিকে 2 m দীর্ঘ একটি সুতার এক প্রান্তে বেঁধে প্রতি সেকেন্ডে 5 বার ঘুরানো হচ্ছে। গোলকটির কৌণিক ভরবেগ কত?

সমাধান: আমরা জানি,

$$I = MK^2 = 0.04 \text{ kg} \times (2 \text{ m})^2 = 0.16 \text{ kgm}^2$$

আবার,

$$\omega = \frac{2\pi N}{T} = \frac{2 \times 3.1416 \times 5}{1 \text{ s}} = 31.416 \text{ rads}^{-1}$$

এখন কৌণিক ভরবেগ,

$$L = I\omega$$

$$= 0.16 \text{ kgm}^2 \times 31.416 \text{ rads}^{-1}$$

$$= 5.024 \text{ kgm}^2 \text{ s}^{-1}$$

এখানে,

ধাতব গোলকের ভর, $M = 0.04 \text{ kg}$

চক্রগতির ব্যাসার্ধ, $K = 2 \text{ m}$

ঘূর্ণনকাল, $T = 1 \text{ s}$

ঘূর্ণন সংখ্যা, $N = 5$

কৌণিক ভরবেগ, $L = ?$

- ২২। একটি অনুভূমিক তল বরাবর সুতায় বাঁধা একটি টিলকে সমদ্রুতিতে বৃত্তাকার পথে ঘুরানো হচ্ছে। টিলটির ভর 5 kg বেগ 3 ms^{-1} এবং বৃত্তের ব্যাসার্ধ 1.2 m হলে কেন্দ্রমুখী বল নির্ণয় কর।
সমাধান: আমরা জানি,

$$F = \frac{mv^2}{r}$$

$$= \frac{5 \text{ kg} \times (3 \text{ ms}^{-1})^2}{(1.2 \text{ m})}$$

$$= 37.5 \text{ N}$$

অতএব, কেন্দ্রমুখী বলের মান 37.5 N

এখানে,

$$\text{ভর, } m = 5 \text{ kg}$$

$$\text{বেগ, } v = 3 \text{ ms}^{-1}$$

$$\text{ব্যাসার্ধ, } r = 1.2 \text{ m}$$

$$\text{কেন্দ্রমুখী বল, } F = ?$$

- ২৩। সাইক্লোট্রন নামক একটি ত্বরণ যন্ত্রে প্রোটন 80 cm ব্যাসার্ধের বৃত্তাকার পথে ঘুরে। একটি তড়িৎ চুম্বক বৃত্তের কেন্দ্রের দিকে $8 \times 10^{-13} \text{ N}$ বল সরবরাহ করে। প্রোটনের ভর $1.67 \times 10^{-27} \text{ kg}$ হলে এর বেগ কত?
সমাধান: আমরা জানি,

$$F = \frac{mv^2}{r}$$

$$\text{বা, } mv^2 = F \times r$$

$$\text{বা, } v^2 = \frac{F \times r}{m}$$

$$\text{বা, } v = \sqrt{\frac{F \times r}{m}} = \sqrt{\frac{(8 \times 10^{-13} \text{ N}) \times 0.8 \text{ m}}{1.67 \times 10^{-27} \text{ kg}}} = 1.96 \times 10^7 \text{ ms}^{-1}$$

অতএব, প্রোটনের বেগ $1.96 \times 10^7 \text{ ms}^{-1}$

এখানে,

$$\text{ব্যাসার্ধ, } r = 80 \text{ cm} = \frac{80}{100} \text{ m} = 0.8 \text{ m}$$

$$\text{কেন্দ্রমুখী বল, } F = 8 \times 10^{-13} \text{ N}$$

$$\text{প্রোটনের ভর, } m = 1.67 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

$$\text{প্রোটনের বেগ, } v = ?$$

NOTE BASKET

- ২৪। 4 g ভরবিশিষ্ট একটি বস্তুর 1.5 m দীর্ঘ সুতার সাহায্যে বৃত্তাকার পথে ঘুরানো হচ্ছে। বস্তুটি 5s এ 20 বার পূর্ণ আবর্তন করছে। সুতার টান নির্ণয় কর।
সমাধান: আমরা জানি,

$$F = m\omega^2 r$$

$$= m \times \left(\frac{2\pi N}{t} \right)^2 \times r$$

$$= 4 \times 10^{-3} \text{ kg} \times \left(\frac{2 \times 3.1416 \times 20}{5 \text{ s}} \right)^2 \times 1.5 \text{ m}$$

$$= 3.79 \text{ N}$$

অতএব, সুতার টান 3.79 N

এখানে,

$$\text{বস্তুর ভর, } m = 4 \text{ g} = \frac{4}{100} \text{ kg}$$

$$= 4 \times 10^{-3} \text{ kg}$$

$$\text{ব্যাসার্ধ, } r = 1.5 \text{ m}$$

$$\text{সময়, } t = 5 \text{ s}$$

$$\text{ঘূর্ণন সংখ্যা, } N = 20$$

$$\text{সুতার টান, } F = ?$$

- ২৫। 0.250 kg ভরের একটি পাথরখণ্ডকে 0.75 m লম্বা একটি সুতার এক প্রান্তে বেঁধে বৃত্তাকার পথে প্রতি মিনিটে 90 বার ঘুরালে সুতার উপর টান নির্ণয় কর।
সমাধান: আমরা জানি,

$$F = m\omega^2 r$$

$$= m \times \left(\frac{2\pi N}{t} \right)^2 \times r$$

$$= 0.250 \text{ kg} \times \left(\frac{2 \times 3.1416 \times 90}{60 \text{ s}} \right)^2 \times 0.75 \text{ m}$$

$$= 16.65 \text{ N}$$

অতএব, সুতার টান 16.65 N

এখানে,

$$\text{পাথর খণ্ডের ভর, } m = 0.250 \text{ kg}$$

$$\text{ব্যাসার্ধ, } r = 0.75 \text{ m}$$

$$\text{সময়, } t = 1 \text{ min} = 60 \text{ s}$$

$$\text{ঘূর্ণন সংখ্যা, } N = 90$$

$$\text{সুতার উপর টান, } F = ?$$

- ২৬। কোনো মোটর সাইকেল আরোহী 100 m ব্যাসার্ধের বৃত্তাকার পথে কত বেগে ঘুরলে তিনি উল্লম্ব তলের সাথে 30° কোণে আনত থাকেন? [g = 9.8 ms⁻²]

সমাধান: আমরা জানি,

$$\tan\theta = \frac{v^2}{rg}$$

$$\text{বা, } \tan 30^\circ = \frac{v^2}{100 \text{ m} \times 9.8 \text{ ms}^{-2}}$$

$$\text{বা, } v^2 = 100 \text{ m} \times 9.8 \text{ ms}^{-2} \times \tan 30^\circ$$

$$= 565.8032638 \text{ m}^2 \text{ s}^{-2}$$

$$\text{বা, } v = 23.79 \text{ ms}^{-1}$$

অতএব, বেগের মান 23.79 ms⁻¹

এখানে,

$$\text{ব্যাসার্ধ, } r = 100 \text{ m}$$

$$\text{কোণ, } \theta = 30^\circ ?$$

$$\text{অভিকর্ষজ ত্বরণ, } g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$$

$$\text{বেগ, } v = ?$$

- ২৮। মোটর চলাচলের একটি রাস্তার বাঁকের ব্যাসার্ধ 1 km। রাস্তাটি অনুভূমিকের সাথে 4° কোণ করে ঢালু করা আছে। একটি মোটর গাড়ি নিরাপদে সর্বোচ্চ কত বেগে এই বাঁক অতিক্রম করতে পারে।

সমাধান: আমরা জানি,

$$\tan\theta = \frac{v^2}{rg}$$

$$\text{বা, } \tan 4^\circ = \frac{v^2}{1000 \text{ m} \times 9.8 \text{ ms}^{-2}}$$

$$\text{বা, } v^2 = 685.282757$$

$$\text{বা, } v = 26.18 \text{ ms}^{-1}$$

অতএব, সর্বোচ্চ বেগ 26.18 ms⁻¹

এখানে,

$$\text{ব্যাসার্ধ, } r = 1 \text{ km} = 1000 \text{ m}$$

$$\text{কোণ, } \theta = 4^\circ ?$$

$$\text{অভিকর্ষজ ত্বরণ, } g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$$

$$\text{সর্বোচ্চ বেগ, } v = ?$$

- ২৯। 13 ms⁻¹ বেগে একটি গাড়িকে নিরাপদে 30 m ব্যাসার্ধের একটি বাঁক অতিক্রম করতে হলে বাঁকটিকে কত কোণে ঢালু করতে হবে?

সমাধান: আমরা জানি,

$$\tan\theta = \frac{v^2}{rg}$$

$$\text{বা, } \tan\theta = \frac{(13 \text{ ms}^{-1})^2}{30 \text{ m} \times 9.8}$$

$$\text{বা, } \tan\theta = 0.574829932$$

$$\text{বা, } \theta = \tan^{-1}(0.574829932)$$

$$\text{বা, } \theta = 29.89^\circ$$

অতএব, আনত কোণ 29.89°

এখানে,

$$\text{সর্বোচ্চ বেগ, } v = 13 \text{ ms}^{-1}$$

$$\text{ব্যাসার্ধ, } r = 30 \text{ m}$$

$$\text{অভিকর্ষজ ত্বরণ, } g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$$

$$\text{কোণ, } \theta = ?$$

- ৩০। 100 m ব্যাসার্ধবিশিষ্ট একটি বাঁকা পথে 60 kmh⁻¹ বেগে গাড়ি চালাতে হলে পথটিকে কত ডিগ্রি কোণে আনত রাখতে হবে?

সমাধান: আমরা জানি,

$$\tan\theta = \frac{v^2}{rg}$$

$$\text{বা, } \tan\theta = \frac{\left(\frac{50}{3} \text{ ms}^{-1}\right)^2}{100 \text{ m} \times 9.8 \text{ ms}^{-2}} = 0.283446$$

$$\text{বা, } \theta = \tan^{-1}(0.283446)$$

$$\therefore \theta = 15.83^\circ$$

অতএব, আনত কোণ 15.83°

এখানে,

$$\text{ব্যাসার্ধ, } r = 100 \text{ m, } g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$$

$$\text{বেগ, } v = 60 \text{ kmh}^{-1}$$

$$= \frac{60 \times 1000}{60 \times 60} \text{ ms}^{-1} = \frac{50}{3} \text{ ms}^{-1}$$

$$\text{আনত কোণ, } \theta = ?$$

- ৩১। 100 m ব্যাসের বৃত্তাকার পথে কোনো মোটর সাইকেল আরোহী কত বেগে ঘুরলে উল্লম্ব তলের সাথে তিনি 30° কোণে আনত থাকবেন?

সমাধান: আমরা জানি,

$$\tan\theta = \frac{v^2}{rg}$$

$$\text{বা, } \tan 30^\circ = \frac{v^2}{50 \text{ m} \times 9.8 \text{ ms}^{-2}}$$

$$\text{বা, } v^2 = 50 \text{ m} \times 9.8 \text{ ms}^{-2} \times \tan 30^\circ$$

$$= 282.9016319$$

$$\text{বা, } v = \sqrt{282.9016319}$$

$$\text{বা, } v = 16.82 \text{ ms}^{-1}$$

অতএব, সর্বোচ্চ বেগ 16.82 ms⁻¹

এখানে,

$$\text{ব্যাস, } D = 100 \text{ m}$$

$$\text{ব্যাসার্ধ, } r = \frac{D}{2} = \frac{100 \text{ m}}{2} = 50 \text{ m}$$

$$\text{কোণ, } \theta = 30^\circ ?$$

$$\text{অভিকর্ষজ ত্বরণ, } g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$$

$$\text{বেগ, } v = ?$$

- ৩২। সার্কাস পার্টিতে একজন পারফরমার 5 kg ভরের একটি গোলককে ভূমি হতে 1.5 m উপরে অনুভূমিক তলে 2m লম্বা রশির সাহায্যে বৃত্তাকার পথে ঘোরাচ্ছেন। গোলকটি প্রতি মিনিটে 20 বার আবর্তন করে। ঘূর্ণায়মান অবস্থায় হঠাৎ রশিটি ছিঁড়ে যায়।

(ক) আবর্তনশীল গোলকটি কেন্দ্রের দিকে বল অনুভব করবে?

(খ) পারফরমার হতে দর্শক সারির দূরত্ব কেমন হলে গোলকটি কোনো দর্শককে আঘাত করবে না? গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে ব্যাখ্যা কর।

সমাধান:

(ক) আমরা জানি কেন্দ্রমুখী বলের মান,

$$F_c = ma_c = m \frac{v^2}{r}$$

$$= m\omega^2 r$$

$$= m\omega \left(\frac{2\pi N}{t} \right)^2 \times r \dots\dots\dots (i)$$

(i) নং সমীকরণ হতে পাই,

$$F_c = 5 \times \left(\frac{2\pi \times 20}{60} \right)^2 \times 2$$

$$= 43.86 \text{ N}$$

(খ) অনুভূমিক বেগ v হলে,

$$v = \omega r$$

$$= 2.1 \times 2$$

$$= 4.2 \text{ ms}^{-1}$$

আমরা জানি,

রশি ছিঁড়ে গেলে g এর প্রভাবে গোলকটি ভূমিতে পতিত হবে।

$$y = \frac{1}{2} gt^2$$

$$\text{বা, } t = \sqrt{\frac{2y}{g}}$$

$$= \sqrt{\frac{2 \times 1.5}{9.8}}$$

$$= 0.6 \text{ s (প্রায়)}$$

এখানে,

$$\text{গোলকের ভর, } m = 5 \text{ kg}$$

$$\text{ঘূর্ণন সংখ্যা, } N = 20 \text{ বার}$$

$$\text{সময়, } t = 60 \text{ s}$$

$$\text{রশির দৈর্ঘ্য, } r = 2 \text{ m}$$

এখানে,

$$\omega = \frac{2\pi N}{t} = 2.1 \text{ rad s}^{-1}$$

$$r = 2 \text{ m}$$

এখানে,

$$\text{উল্লম্ব সরণ, } y = 1.5 \text{ m}$$

$$\text{সময়, } t = ?$$

NOTE BASKET

আনুভূমিক দূরত্ব,

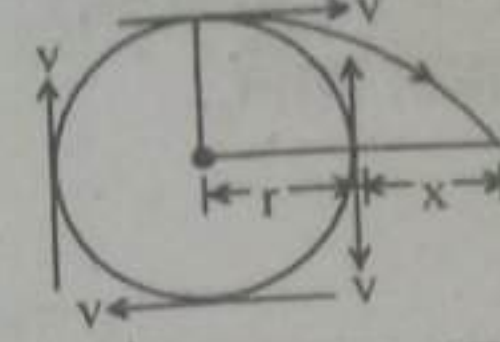
$$\begin{aligned} x &= vt \\ &= 4.2 \times 0.6 \\ &= 2.52 \text{ m} \end{aligned}$$

∴ শর্তানুযায়ী দূরত্ব,

$$s = r + x = 2 + 2.52 = 4.52 \text{ m হতে হবে।}$$

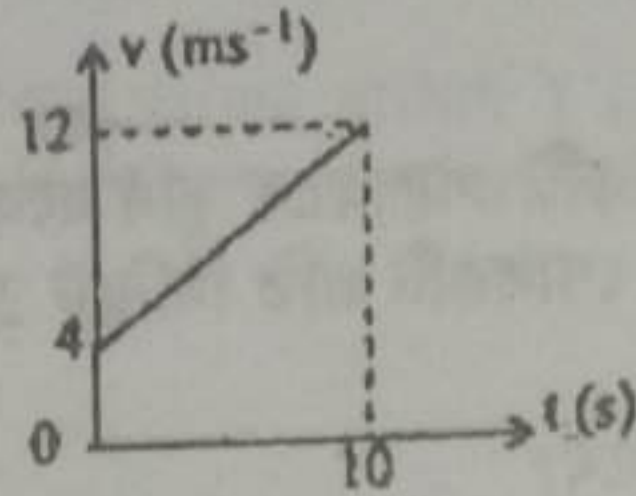
সুতরাং পারফরমার হতে দর্শক সারির দূরত্ব 4.52 m বা, তার বেশি হলে গোলকটি কোনো দর্শককে আঘাত করবে না।

চিত্র: রশি ছিড়ে গেলে

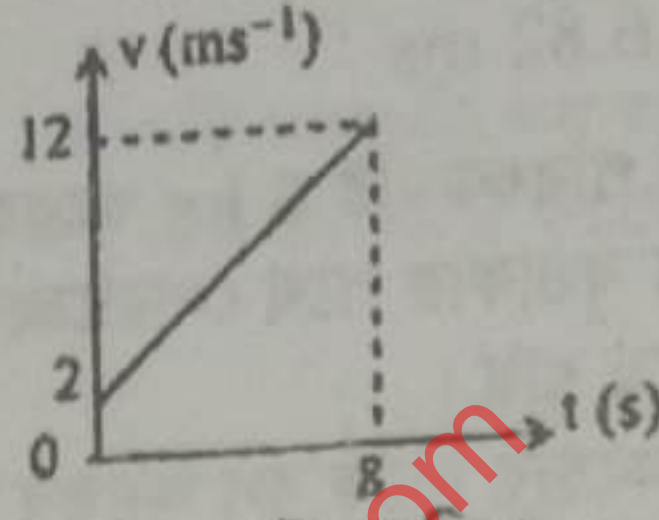


চিত্র: আনুভূমিক ও উল্লম্ব তল একত্রে দেখানো হয়েছে

- ৩৩। নিচে সমতল রাস্তায় দুটি মোটর গাড়ির বেগ বনাম সময় লেখচিত্র দেখানো হলো। গাড়ি দুটির ভর যথাক্রমে 500 kg ও 320 kg। উভয় গাড়ির চাকা ও রাস্তার ঘর্ষণজনিত বল 120 N।



মোটর গাড়ি-১



মোটর গাড়ি-২

- (ক) ১ম মোটর গাড়ি 5 s এ কত দূরত্ব অতিক্রম করে নির্ণয় কর।
(খ) গাড়ি দুটি কর্তৃক প্রযুক্ত বলের তুলনা করে তোমার মতামত দাও।

[স.বো '১৬]

সমাধান:

- (ক) ১ম গাড়ির আদিবেগ, $v_0 = 4 \text{ ms}^{-1}$; সময় $t = t_0 = 0$
১ম গাড়ির শেষবেগ, $v_t = 12 \text{ ms}^{-1}$; সময়, $t = 10 \text{ s}$

আমরা জানি, ধরণ,

$$a = \frac{v_t - v_0}{t - t_0} = \frac{12 - 4}{10 - 0} = \frac{8}{10} = 0.8 \text{ ms}^{-2}$$

এবং অতিক্রান্ত দূরত্ব,

$$\begin{aligned} s &= v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \\ &= 4 \times 5 + \frac{1}{2} \times 0.8 \times 5^2 \\ &= 30 \text{ m} \end{aligned}$$

- (খ) আমরা জানি,

$$F - F_f = ma \dots\dots\dots (i)$$

প্রথম গাড়ির জন্য:

$$\text{ত্বরণ, } a_1 = 0.8 \text{ ms}^{-2}$$

$$\text{ঘর্ষণ বল, } F_f = 120 \text{ N}$$

$$\text{গাড়ির ভর, } m_1 = 500 \text{ kg}$$

$$\text{গাড়িতে প্রযুক্ত বল, } F_1 = ?$$

(i) নং সমীকরণ হতে পাই,

$$F_1 - F_f = m_1 a_1$$

$$\text{বা, } F_1 - 120 = 500 \times 0.8$$

$$\therefore F = 520 \text{ N}$$

এখানে,

$$v_0 = 4 \text{ ms}^{-1}$$

$$a = 0.8 \text{ ms}^{-2}$$

$$t = 5 \text{ s}$$

$$t = 5 \text{ s}$$

দ্বিতীয় গাড়ির জন্য :

$$\text{ত্বরণ, } a_2 = \frac{12 - 2}{8 - 0} = 1.25 \text{ ms}^{-2}$$

$$\text{ঘর্ষণ বল, } F_f = 120 \text{ N}$$

$$\text{গাড়ির ভর, } m_2 = 320 \text{ kg}$$

$$\text{গাড়ি কর্তৃক প্রযুক্ত বল, } F_2 = ?$$

(i) নং সমীকরণ হতে পাই,

$$F_2 - F_f = m_2 a_2$$

$$\text{বা, } F_2 = 320 \times 1.25 + 120 \\ = 520 \text{ N}$$

উভয় গাড়ি সমান পরিমাণ বল প্রয়োগ করছে।

৩৪। 1m প্রস্থের একটি রাস্তার বাহিরের কিনারা ভিতরের কিনারা হতে উঁচু। 200m ব্যাসার্ধের বৃত্তাকার মোড় নেওয়ার সময় একজন গাড়ি চালক রাস্তার পাশে সতর্কীকরণ সাইনবোর্ড 60 kmh^{-1} লেখা দেখল। এই সময় গাড়িটির বেগ ছিল 50 kmh^{-1} ।

(ক) ব্যাংকিং কোণ নির্ণয় কর।

(খ) উদ্দীপকে উল্লেখিত বেগে গাড়ী চালারে, চালক নিরাপদে মোড় নিতে পারবে কি? গাণিতিক বিশ্লেষণসহ তোমার উত্তরের সপক্ষে যুক্তি দাও। [সি.বো '১৬]

সমাধান:

(ক) আমরা জানি,

$$\tan \theta = \frac{v^2}{rg} \\ = \frac{16.67^2}{200 \times 9.8} \\ = 0.14 \text{ (প্রায়)}$$

$$\therefore \theta = 8^\circ \text{ (প্রায়)}$$

এখানে,

$$\text{বেগ, } v = 60 \text{ kmh}^{-1} = \frac{60 \times 1000}{3600} \text{ ms}^{-1} = 16.67 \text{ ms}^{-1}$$

$$\text{বারের ব্যাসার্ধ, } r = 200 \text{ m}$$

$$g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$$

(খ) নিরাপদে মোড় নিতে হলে গাড়ির বেগ 60 kmh^{-1} বা তার কম হতে হবে। অতিক্ষুদ্র কোণের ক্ষেত্রে $\tan \theta = \theta$ ধরা যায়। যেহেতু গাড়ির বেগের বর্গের সাথে θ সমানুপাতে পরিবর্তিত হয় ফলে, বেগের মান কম হলে θ এর মানও কম হবে এবং গাড়ি একই রাস্তায় নিরাপদে মোড় নিতে পারবে।

প্রশ্নমতে, গাড়ির গতিবেগ ছিল 50 kmh^{-1}

যেখানে সর্বোচ্চ বেগ 60 kmh^{-1}

ফলে গাড়িটি নিরাপদে মোড় নিতে পারবে।

উল্লেখ্য যে, 50 kmh^{-1} বা 13.89 ms^{-1} বেগের জন্য ব্যাংকিং কোণের পরিমাণ 5.7° যা 8° হতে কম।

৩৫। রাস্তার কোনো এক বাঁকের ব্যাসার্ধ 50m এবং রাস্তার উভয় পার্শ্বের উচ্চতার পার্থক্য 0.5m. রাস্তার প্রস্থ 5m.

(ক) রাস্তার প্রকৃত ব্যাংকিং কোণ কত?

(খ) উদ্দীপকের রাস্তায় 108 kg/h বেগে একটি গাড়ি নিরাপদে চালানো সম্ভব কিনা গাণিতিকভাবে যাচাই কর। [রা.বো '১৭]

সমাধান:

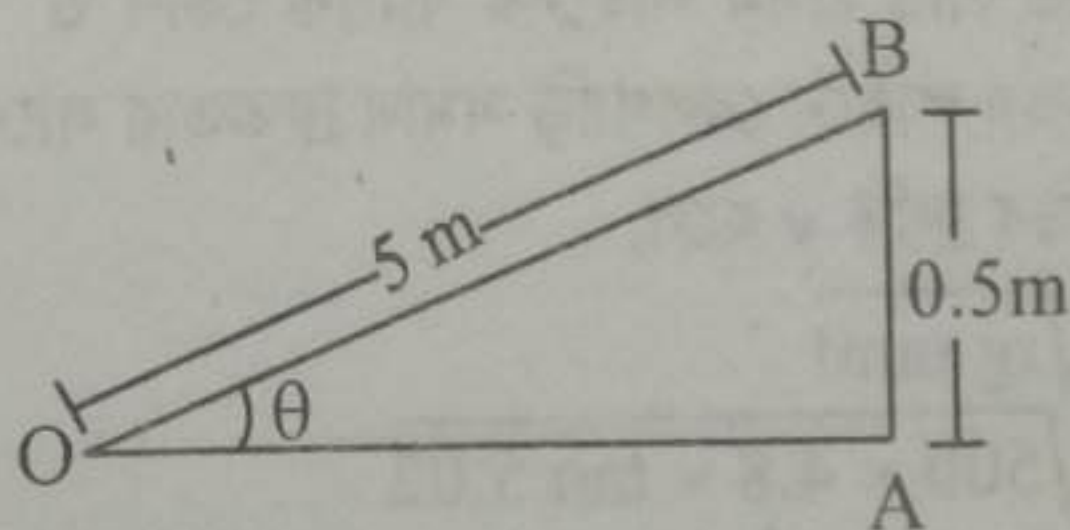
(ক) এখানে, θ হলো ব্যাংকিং কোণ,

$$\sin \theta = \frac{AB}{OB}$$

$$= \frac{0.5}{5}$$

$$= 0.1$$

$$\therefore \theta = 5.74$$



- (খ) আমরা জানি,
নিরাপদে বাঁক নেওয়ার শর্ত,

$$\tan\theta \geq \frac{v^2}{rg}$$

$$\text{বা, } v^2 \leq \tan\theta \, rg$$

$$\text{বা, } v \leq \sqrt{rg \tan\theta}$$

$$\text{বা, } v \leq \sqrt{50 \times 9.8 \times \tan 5.74^\circ}$$

$$\text{বা, } v \leq 7 \, \text{ms}^{-1} \text{ (প্রায়)}$$

উদ্দীপকে উল্লেখিত গাড়ির গতিবেগ,

$$\begin{aligned} v &= 108 \, \text{kmh}^{-1} \\ &= \frac{108 \times 1000}{3600} \, \text{ms}^{-1} \\ &= 30 \, \text{ms}^{-1} > 7 \, \text{ms}^{-1} \end{aligned}$$

যেহেতু গাড়ির গতিবেগ $7 \, \text{ms}^{-1}$ অপেক্ষা বেশি ফলে গাড়িটি নিরাপদে রাস্তায় চালানো সম্ভব নয়।

- ৩৬। মিটারগেজ ও ব্রডগেজ রেল লাইনের দুটি পাতের মধ্যবর্তী দূরত্ব যথাক্রমে 0.8m ও 1.3m । যে স্থানে বাকের ব্যাসার্ধ 500m ঐ স্থানে লাইনগুলোর মধ্যে উচ্চতার পার্থক্য যথাক্রমে $7.00 \, \text{cm}$ ও $11.37 \, \text{cm}$ ।

- (ক) 1 লাইনের ব্যাংকিং কোণ কত?

- (খ) কোন লাইনে রেলগাড়ি অধিক দ্রুততার সাথে বাক নিতে পারবে—গাণিতিক বিশ্লেষণসহ মন্তব্য কর। [সি.বো '১৭]

সমাধান:

- (ক) ১ম লাইন: মিটার গেজ:

$$\text{রাস্তার প্রস্থ} = 0.8 \, \text{m}$$

$$\text{উচ্চতার পার্থক্য} = 7.00 \, \text{cm} = 0.07 \, \text{m}$$

ব্যাংকিং কোণ θ হলে,

$$\sin\theta = \frac{0.07}{0.8}$$

$$\text{বা, } \theta = 5.02^\circ$$

- (খ) ২য় লাইন : ব্রডগেজ :

$$\text{রাস্তার প্রস্থ} = 1.3\text{m}$$

$$\text{উচ্চতার পার্থক্য} = 11.37 \, \text{cm} = 0.1137 \, \text{m}$$

ব্যাংকিং কোণ ϕ হলে,

$$\sin\phi = \frac{0.1137}{1.3}$$

$$\text{বা, } \phi = 5.02^\circ$$

'ক' হতে প্রাপ্ত প্রথম লাইনের ব্যাংকিং কোণ ও 'খ' হতে প্রাপ্ত দ্বিতীয় লাইনের ব্যাংকিং কোণ পরস্পর সমান ফলে উভয় লাইনে রেলগাড়ি সমান দ্রুততার সাথে চলতে পারবে।

রেলগাড়ির দ্রুতি v হলে,

$$\begin{aligned} v &= \sqrt{rg \tan\theta} \\ &= \sqrt{500 \times 9.8 \times \tan 5.02} \\ &= 20.75 \, \text{ms}^{-1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\text{এখানে,} \\ &\text{রাস্তার বাকের ব্যাসার্ধ,} \\ &r = 50\text{m} \\ &g = 9.8 \, \text{ms}^{-2} \\ &\theta = 5.74^\circ \end{aligned}$$

NOTE BASKET

www.EducationBlog24.Com

$$\begin{aligned} &\text{এখানে, রেল লাইনের ব্যাসার্ধ,} \\ &r = 500 \, \text{m} \\ &\theta = 5.02^\circ \\ &g = 9.8 \, \text{ms}^{-2} \end{aligned}$$

৩৭। নয়ন 25g ভরের একটি পাথর খণ্ডক 1m দীর্ঘ একটি সুতার সাহায্যে বৃত্তাকার পথে ঘুরাচ্ছে। পাথর খণ্ডটি প্রতি সেকেন্ডে 5 বার ঘুরছে। পাথরের ঘূর্ণন সংখ্যা একই রেখে সুতার দৈর্ঘ্য দ্বিগুণ করা হয়। সুতা সর্বাধিক 40N বল সহ্য করতে পারে।

(ক) প্রথম ক্ষেত্রে পাথরটির কৌণিক ভরবেগ নির্ণয় কর।

(খ) নয়ন সুতার দৈর্ঘ্য দ্বিগুণ করে ঘূর্ণন সফলভাবে সম্পন্ন করতে পারবে কিনা- গাণিতিকভাবে যাচাই কর। [দি.বো '১৭]

সমাধান:

(ক) আমরা জানি,

$$L = mr^2\omega$$

$$= 0.025 \times 1^2 \times 10\pi$$

$$= 0.79 \text{ ksm}^2\text{s}^{-1}$$

এখানে,

$$m = 25 \text{ g} = 0.025 \text{ kg}$$

$$r = 1 \text{ m}$$

$$\omega = \frac{2\pi N}{t} = \frac{2\pi \times 5}{1} = 10\pi \text{ rads}^{-1}$$

(খ) সুতার টানের পরিমাণ F হলে,

$$F = \frac{mv^2}{r} = m\omega^2 r$$

$$= 0.025 \times (10\pi)^2 \times 2$$

$$= 49.35 \text{ N}$$

এখানে,

$$r = 2 \text{ m}$$

যেহেতু সুতা সর্বাধিক 40N টান সহ্য করতে পারে কিন্তু গাণিতিকভাবে দেখা গেল টানের পরিমাণ 49.35N যা 40 N অপেক্ষা বেশি ফলে সুতাটি ছিড়ে যাবে।

অর্থাৎ সুতার দৈর্ঘ্য দ্বিগুণ করে নয়ন সফলভাবে ঘূর্ণন সম্পন্ন করতে পারবে না।

৩৮। 8 kg ভরের একটি বস্তুর 0.2 m লম্বা দড়ি দিয়ে একটি নির্দিষ্ট অক্ষের চারিদিকে 2 radS^{-1} বেগে ঘুরান হচ্ছে।

(ক) ঘূর্ণায়মান বস্তুটির কৌণিক ভরবেগ বের কর।

(খ) বস্তুটির ভর অর্ধেক হলে টর্কের কিরূপ পরিবর্তন হবে? গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে ব্যাখ্যা কর। [য.বো '১৬]

সমাধান:

(ক) আমরা জানি, কৌণিক ভরবেগ,

$$L = mr^2\omega$$

$$= 8 \times 0.2^2 \times 2$$

$$= 0.64 \text{ kgm}^2\text{s}^{-1}$$

এখানে,

$$m = 8 \text{ kg}$$

$$r = 0.2 \text{ m}$$

$$\omega = 2 \text{ rads}^{-1}$$

(খ) আমরা জানি,

$$\tau = I\alpha = mr^2\alpha$$

$$1\text{ম ক্ষেত্রে, } \tau_1 = m_1 r^2 \alpha$$

$$2\text{য় ক্ষেত্রে, } \tau_2 = m_2 r^2 \alpha$$

$$\frac{\tau_1}{\tau_2} = \frac{m_1 r^2 \alpha}{m_2 r^2 \alpha}$$

$$\text{বা, } \frac{\tau_1}{\tau_2} = \frac{m_1}{m_2}$$

তাহলে,

$$\frac{\tau_1}{\tau_2} = \frac{m}{\frac{1}{2}m} = 2$$

$$\therefore \tau_2 = \frac{1}{2} \tau_1$$

অর্থাৎ, টর্ক অর্ধেক হয়ে যাবে।

এখানে ধরি,

$$m_1 = m$$

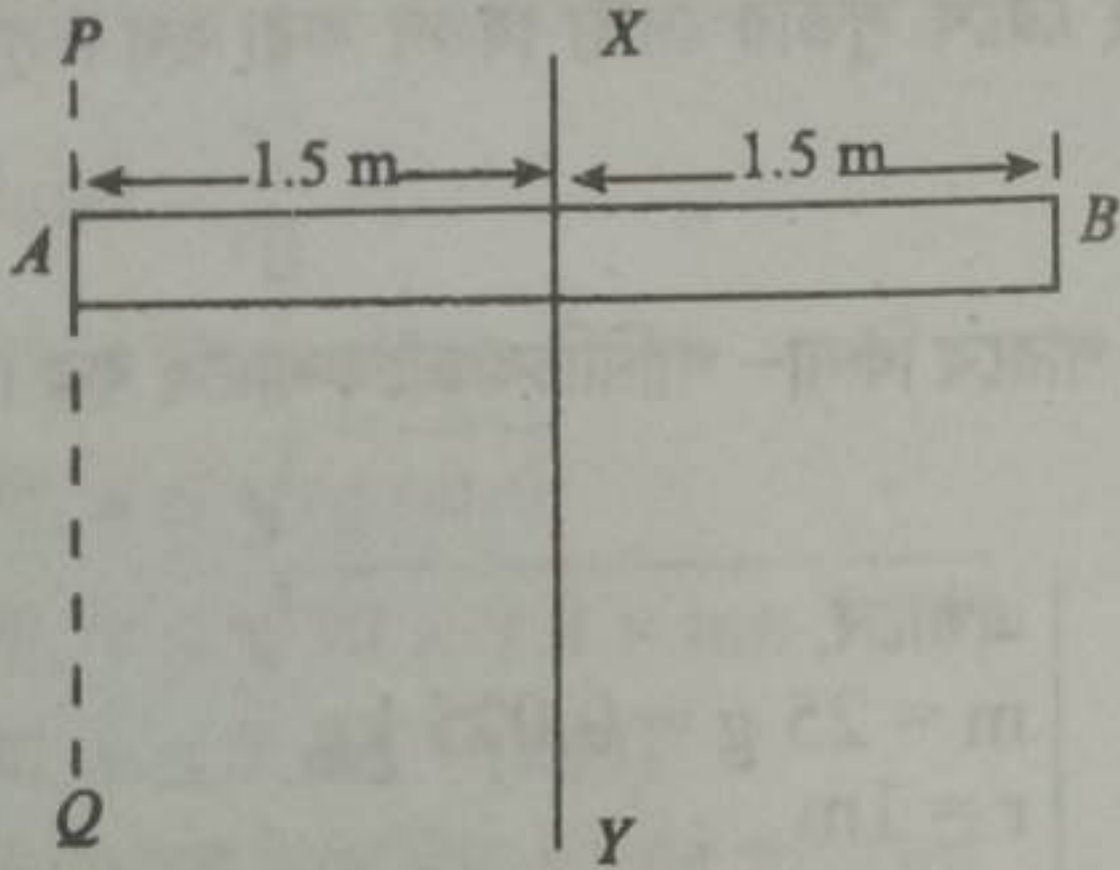
$$m_2 = \frac{1}{2} m$$

যে স্থানে
7 cm।

সি.বো '১৭।

সমান

গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে ব্যাখ্যা কর।



NOTE BASKET

চিত্রে দণ্ডের ভর 3 kg, XY ঘূর্ণন অক্ষ

(ক) দণ্ডটিকে XY অক্ষের সাপেক্ষে ঘুরালে চক্রগতির ব্যাসার্ধ কত হবে?

(খ) XY অথবা PQ -কোন অক্ষ সাপেক্ষে দণ্ডটিকে ঘুরানো অধিকতর সহজ হবে, গাণিতিকভাবে ব্যাখ্যা কর।

সমাধান:

(ক) আমরা জানি,

কোনো সুস্থম দণ্ডের অক্ষের মধ্যবিন্দু দিয়ে অক্ষের লম্বভাবে গমনকারী অক্ষের সাপেক্ষে চক্রগতির ব্যাসার্ধ,

$$k = \frac{l}{\sqrt{12}} = \frac{3}{\sqrt{12}} = 0.866 \text{ m}$$

এখানে, $l = 1.5 + 1.5 = 3\text{m}$

(খ) যে অবস্থায় জড়তার ভ্রামক এর মান কম হবে সে অবস্থায় দণ্ডটিকে ঘুড়ানো সহজতর হবে।

১ম ক্ষেত্রে:

জড়তার ভ্রামক,

$$I_{xy} = \frac{Ml^2}{12} = \frac{3 \times 3^2}{12} = 2.25 \text{ kgm}^2$$

এখানে,

$$M = 31 \text{ kg}$$

$$l = 3\text{m}$$

২য় ক্ষেত্রে:

জড়তার ভ্রামক,

$$I_{PQ} = \frac{Ml^2}{3} = \frac{3 \times 3^2}{3} = 9 \text{ kgm}^2$$

$$\therefore I_{xy} < I_{PQ}$$

ফলে, XY অক্ষের সাপেক্ষে দণ্ডটিকে ঘুড়ানো অধিকতর সহজতর হবে।

৪০-৮২ নং পর্যন্ত বুয়েট, কুয়েট, চুয়েট অংশে সমাধান দ্রষ্টব্য

বুয়েট, কুয়েট, রুয়েট, চুয়েট, মেডিকেল, টেক্সটাইল, বিশ্ববিদ্যালয়ের
বিগত বছরের ভর্তি পরীক্ষার গাণিতিক সমস্যাবলির সমাধান

- ◆ 2.0 kg ভরের একটি বস্তু স্থির অবস্থায় থাকা আরেকটি বস্তুর সাথে স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ ঘটালো এবং সংঘর্ষের পর প্রথম বস্তুটি তার আদিবেগের এক-চতুর্থাংশ বেগ নিয়ে একই দিকে চলতে থাকলো। আঘাতপ্রাপ্ত বস্তুটির ভর কত? [বুয়েট ১৮-১৯]

সমাধান: আমরা জানি,

$$v_{1f} = \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \right) v_{1i} + \left(\frac{2m_2}{m_1 + m_2} \right) v_{2i}$$

প্রশ্নমতে,

$$\text{বা, } \frac{V}{4} = \left(\frac{2 - m_2}{2 + m_2} \right) v + \left(\frac{2m_2}{2 + m_2} \right) v$$

$$\text{বা, } \frac{V}{4} = \left(\frac{2 - m_2}{2 + m_2} \right) v \Rightarrow \frac{1}{4} = \left(\frac{2 - m_2}{2 + m_2} \right)$$

$$\text{বা, } 2 + m_2 = 8 - 4m_2$$

$$\text{বা, } 5m_2 = 6 \Rightarrow m_2 = 1.2 \text{ kg (Ans.)}$$

- ◆ 72 km/hr বেগে চলমান একটি গাড়ির চালক 30 m সামনে একটি বালককে দেখতে পেলেন। চালকটি সাথে সাথে ব্রেক চেপে দেওয়ায় গাড়িটি 10 ms^{-2} সমন্দনে থেমে যায়। গাড়িটি বালকটির সামনে কতদূরে এসে থেমে গেলো। গাড়িটির উপর প্রযুক্ত বলও নির্ণয় কর। আরোহীসহ গাড়ির ভর 1200 kg. [বুয়েট ১৮-১৯]

সমাধান:

আমরা জানি,

$$v^2 = u^2 + 2as$$

$$\text{বা, } 0^2 = 20^2 - 2 \times 10 \times s$$

$$\text{বা, } s = 20 \text{ m}$$

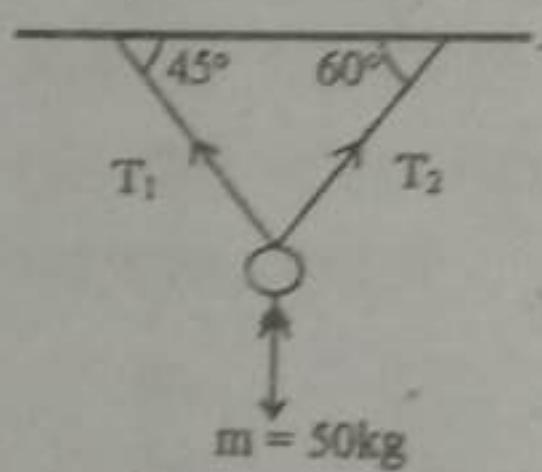
$$\text{গাড়িটি বালকটির } = (30 - 20) \text{ m} = 10 \text{ m} \text{ সামনে এসে থেমে গেল}$$

গাড়িটির উপর প্রযুক্ত বল,

$$F = ma$$

$$\text{বা, } F = 1200 \times 10 \text{ N} = 12000 \text{ N}$$

$$\therefore 10 \text{ m ও } 12000 \text{ N Ans.}$$



সমাধান: আমরা পাই,

$$\frac{F}{\sin 75^\circ} = \frac{T_2}{\sin 135^\circ} = \frac{T_1}{\sin 150^\circ}$$

$$\therefore T_2 = \left(\frac{50 \times 9.8}{\sin 75^\circ} \times \sin 135^\circ \right) \text{ N}$$

$$\text{বা, } T_2 = 358.70 \text{ N}$$

$$\therefore T_1 = \left(\frac{50 \times 9.8}{\sin 75^\circ} \times \sin 150^\circ \right) = 253.64 \text{ N}$$

এখানে,

$$v_{1i} = v$$

$$v_{1f} = \frac{v}{4}$$

$$v_{2i} = 0$$

$$m_1 = 2.0 \text{ kg}$$

$$m_2 = ?$$

এখানে,

$$v = 0$$

$$u = 72 \text{ km/hr} = 20 \text{ ms}^{-1}$$

$$a = -10 \text{ ms}^{-2}$$

$$s = ?$$

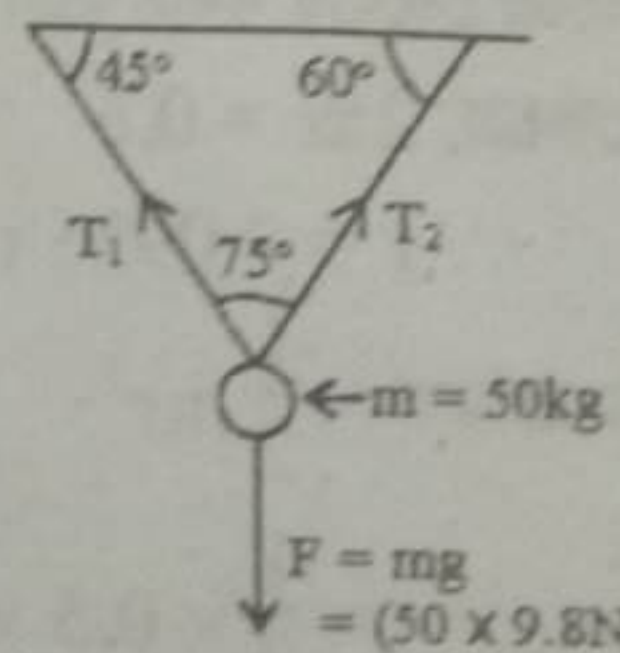
এখানে,

$$m = 1200 \text{ kg}$$

$$a = 10 \text{ ms}^{-2}$$

$$F = ?$$

$$\left| \begin{array}{l} T_1 = ? \\ T_2 = ? \end{array} \right.$$



4, 5 এবং 6 একক ভরের তিনটি কণার স্থানাঙ্ক যথাক্রমে (4, 0-1), (3, -2, 3) এবং (2, 1, 4) হলে z অক্ষের সাপেক্ষে তাদের জড়তার ভ্রামক ও চক্রগতির ব্যাসার্ধ নির্ণয় কর। [বুয়েট ১৪-১৫]

সমাধান:

১ম রাশির জন্য $I_1 = mr_1^2 = 4 \times \left\{ \sqrt{4^2 + 0^2} \right\}^2 = 64$ একক

২য় রাশির জন্য $I_2 = m_2 r_2^2 = 5 \times \sqrt{(3)^2 + (-2)^2} = 65$ একক

৩য় রাশির জন্য $I_3 = m_3 r_3^2 = 6 \times \sqrt{(2)^2 + (1)^2} = 30$ একক

মোট জড়তার ভ্রামক, $I = \Sigma I = 159$ একক

চক্রগতির ব্যাসার্ধ, $K = \sqrt{\frac{I}{m}} = \sqrt{\frac{109}{15}} = 3.2558$ একক

একজন সাইকেল চালক 25 সেকেন্ডে 600 m দূরত্বের একটি মোড়ে বাঁক নেয়। উলম্বের সাথে তার কোণের মান নির্ণয় কর। [বুয়েট ১৩-১৪]

A. $31^\circ 26'$

B. 31.62°

C. $30^\circ 36'$

D. 31.5°

E. 35.2°

Ans: E

ব্যাখ্যা: এখানে,

$$r = \frac{600}{2\pi} = \frac{300}{\pi}$$

$$\text{বা, } \tan\theta = \frac{v^2}{rg}$$

$$= \frac{\left(\frac{600}{25}\right)^2}{\frac{300}{\pi} \times 9.8}$$

$$\therefore \theta = 35.02^\circ$$

অনুভূমিক দিকে গতিশীল 50 g ভরের একটি বল 20 cm/s বেগে একটি দেয়ালে লম্বভাবে ধাক্কা খেয়ে 10 cm/s বেগে বিপরীত দিকে ফিরে গেলে বলের ঘাত হবে— [বুয়েট ০৯-১০]

A. 0.015 kg-m/s

B. 0.005 kg-m/s

C. 0.15 kg-m/s

D. 0.05 kg-m/s

Ans: A

ব্যাখ্যা: বলের ঘাত = ভরবেগের পরিবর্তন।

$$= 0.05 \times (-0.1 - 0.2) \quad [\text{বিপরীত দিকের বেগ ঋণাত্মক}]$$

$$= -0.015 \text{ kg-m/s}^{-1}$$

বল ও শক্তির মাত্রা যথাক্রমে— [বুয়েট ০৯-১০]

A. LT^{-2} and MLT^{-2}

B. MLT^{-2} and ML^2T^{-2}

C. LT^{-2} and ML^2T^2

D. MLT^{-2} and $ML^{-2}T^{-3}$

Ans: B

ব্যাখ্যা: বলের মাত্রা $[MLT^{-2}]$ ও শক্তির মাত্রা $[ML^2T^{-2}]$

পৃথিবীপৃষ্ঠের ওপরে কোনো বায়ুমন্ডল না থাকলে একটি দিবসের সময়ের ব্যাপ্তি— [বুয়েট ১১-১২]

A. হ্রাস পাবে

B. বৃদ্ধি পাবে

C. একই থাকবে

D. আবহাওয়ার ওপর নির্ভর করে

Ans: A

ব্যাখ্যা: A কৌণিক ভরবেগের সংরক্ষণ সূত্র অনুযায়ী $I\omega$ ধ্রুবক। বায়ুমন্ডল না থাকলে জড়তার ভ্রামক I কমে যায়

ফলে ω বেড়ে যায়। আবার $\omega \propto \frac{1}{T}$, সুতরাং ω বেড়ে গেলে পর্যায়কাল T কমে যায় অর্থাৎ দিনের ব্যাপ্তি হ্রাস পাবে।

- ◆ টর্কের মাত্রা সমীকরণ কোনটি?

A. ML^2T^2

C. ML^2T^{-2}

B. $ML^{-2}T^2$

D. $ML^{-2}T^{-2}$

Ans: C

ব্যাখ্যা: $|\vec{\tau}| = |\vec{r}| |\vec{F}| \sin \theta$ $|\vec{\tau}| = [LMLT^{-2}] = [ML^2T^{-2}]$

- ◆ 7 meter উঁচু হতে 2 kg ভরের একটি পিতলের নীরেট গোলক একটি নতি তলে গড়াতে ভূমিতে এসে পড়ে। ভূমি স্পর্শ করার মুহূর্তে গোলকটির ভরকেন্দ্রের গতিশক্তি ও কৌণিক গতিশক্তি কত ছিল? [$g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$] [বুয়েট ০৪-০৫]

সমাধান: $mgh = \frac{1}{2} mv^2 + \frac{1}{2} I\omega^2$

বা, $mgh = \frac{1}{2} mv^2 + \frac{1}{2} \times \frac{2}{5} mr^2 \omega^2$

বা, $gh = \frac{1}{2} v^2 + \frac{1}{5} r^2 \times \frac{v^2}{r^2}$

বা, $gh = \frac{1}{2} v^2 + \frac{1}{5} v^2$

বা, $v = \sqrt{\frac{10gh}{7}}$

বা, $v = \sqrt{\frac{10 \times 9.8 \times 7}{7}} = \sqrt{98} \text{ ms}^{-1}$

ভূমি স্পর্শ করার মুহূর্তে,

রৈখিক গতিশক্তি = $\frac{1}{2} mv^2 = 98 \text{ J}$

কৌণিক গতিশক্তি = $\frac{1}{2} I\omega^2 = \frac{1}{2} \times \frac{2}{5} mr^2 \times \frac{v^2}{r^2} = \frac{1}{5} mv^2 = 39.2 \text{ J}$

∴ গতিশক্তি = $(98 + 39.2) \text{ J} = 137.2 \text{ J}$

- ◆ 1000 kg ভরের একটি গাড়ির চাকা ও রাস্তার মধ্যে স্থিতি ঘর্ষণের সহগ বা গুণক $\mu_s = 0.8$ হলে, গাড়িটি সর্বোচ্চ কত ঢালু রাস্তায় পিছলিয়ে না পড়ে থেমে থাকতে পারবে? [বুয়েট ২০০০-০১]

সমাধান: $R = 1000 \text{ g} \cos \theta$ (i)

$F_s = 1000 \text{ g} \sin \theta$ (ii)

আবার, $\tan \theta = \mu_s = \frac{F_s}{R}$

বা, $\mu_s R = F_s$

বা, $0.8 \times 1000 \text{ g} \cos \theta = 1000 \text{ g} \sin \theta$

বা, $\tan \theta = 0.8$ বা, $\theta = \tan^{-1}(0.8) = 38.66^\circ = 38^\circ 39'$

অথবা, $\tan \theta = \mu_s = 0.8$

∴ $\theta = \tan^{-1}(0.8) = 38.66^\circ = 38^\circ 39'$

- ◆ 45 kg এবং 65 kg ভরের দুটি বস্তু যথাক্রমে 12 ms^{-1} এবং 2.5 ms^{-1} বেগে পরস্পর বিপরীত দিকে আসার সময় একে অপরকে ধাক্কা দিলো। ধাক্কার পর বস্তুদ্বয় একত্রে যুক্ত থেকে কত বেগে চলবে? [কুয়েট ১৮-১৯]

A. 3.43 ms^{-1}

C. 6.39 ms^{-1}

E. 6.07 ms^{-1}

B. 2.82 ms^{-1}

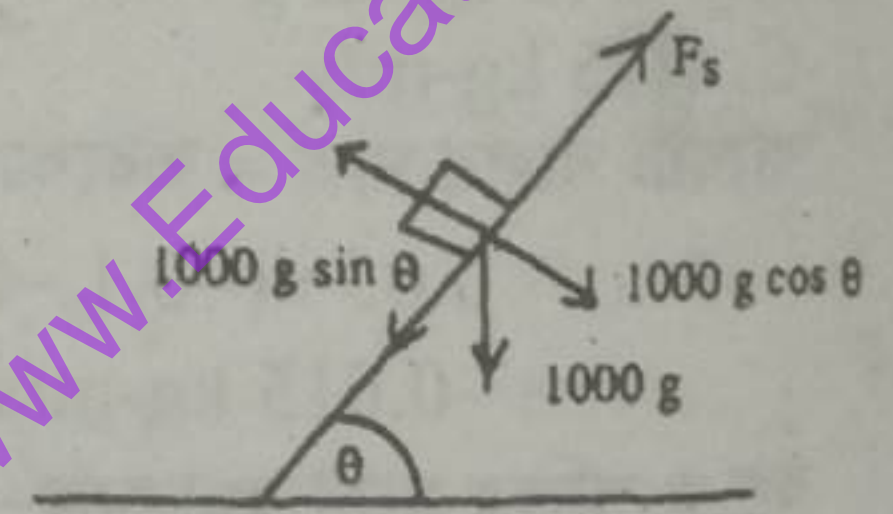
D. 4 ms^{-1}

Ans: A

সমাধান: $m_1 u_1 + m_2 u_2 = (m_1 + m_2) v$

বা, $45 \times 12 - 65 \times 2.5 = (45 + 65) v$ বা, $v = 3.43 \text{ ms}^{-1}$

NOTE BASKET



সার্কাস খেলায় একটি বাইক 2000m/মিনিট বেগে একটি বৃত্তাকার পথে ঘুরছে। বৃত্তাকার পথের ব্যাসার্ধ 200m হলে, বাইকটির কৌণিক বেগ কত ছিল? [কয়েট ১৭-১৮]

- A. 0.01 rad/s
B. 0.001 rad/s
C. 1.00 rad/s
D. 0.002 rad/s
E. 0.1 rad/s

Ans: E

সমাধান: $v = \omega r$

$$\text{বা, } \omega = \frac{v}{r} = \frac{20}{200} \quad [1200 \text{ m/min} = 20 \text{ ms}^{-1}]$$

$$\therefore \omega = 0.1 \text{ rads}^{-1}$$

একটি বৈদ্যুতিক পাখা প্রতি মিনিটে 1500 বার ঘুরছে। সুইচ বন্ধ করার পর 3019 পাক ঘুরে পাখাটি বন্ধ হয়ে গেল। পাখাটি থামতে কত সময় লেগেছিল? [কয়েট ১৭-১৮]

- A. 3.8 minute
B. 4.37 minute
C. 5 minute
D. 200 sec
E. 4.02 minute

Ans: E

$$\text{সমাধান: } t = \frac{2\pi}{\omega_0} = \frac{2 \times 3019 \times 2\pi}{1500 \times \frac{2\pi}{60}} = 241.52 \text{ sec} = 4.02 \text{ min}$$

একটি বস্তু স্থির অবস্থায় ছিল। 16 N এর একটি বল এর উপর 5 সেকেন্ড ধরে কাজ করে এবং তারপর আর কোন কাজ করল না। বস্তুটি এরূপ 6 সেকেন্ডে 52 মিটার দূরত্ব গেল। বস্তুটির ভর কত? [কয়েট ১৬-১৭]

- A. 3.0769 kg
B. 9.023 kg
C. 9.23 kg
D. 10 kg
E. 11.076 kg

Ans: C

$$\text{সমাধান: } s = vt \text{ বা, } v = \frac{s}{t} = \frac{52}{6} = \frac{26}{3}$$

$$v = at \text{ বা, } a = \frac{v}{t} = \frac{26}{15}$$

$$\therefore F = ma \text{ বা, } m = \frac{F}{a} = 9.23 \text{ kg}$$

3kg ভরের বস্তুর উপর একটি বল ক্রিয়াশীল আছে। বস্তুটির অবস্থান সমীকরণ $x = 3t - 4t^2 + t^3$, যেখানে x এর মান মিটারে এবং t এর মান সেকেন্ডে। t = 0 হতে t = 4 সেকেন্ড সময়ে বলটি দিয়ে বস্তুর উপর কৃতকাজের পরিমাণ নির্ণয় কর। [কয়েট ১৬-১৭]

সমাধান: আমরা জানি,

$$F = ma = m \frac{d^2x}{dt^2} = m \frac{d^2}{dt^2} (3t - 4t^2 + t^3) = m \frac{d}{dt} (3 - 8t + 3t^2) = m (-8 + 6t)$$

$$\text{এখন, } x = 3t - 4t^2 + t^3$$

$$W = \int_{x_1}^{x_2} F \cdot dx \quad \therefore dx = (3 - 8t + 3t^2) dt$$

$$= \int_0^4 F \cdot (3 - 8t + 3t^2) dt$$

$$= m \int_0^4 (-8 + 6t)(3 - 8t + 3t^2) dt$$

$$= m \int_0^4 (18t^3 - 72t^2 + 82t - 24) dt$$

$$= 3 \left[\frac{18t^4}{4} - \frac{72t^3}{3} + \frac{82t^2}{2} - 24t \right]_0^4$$

$$= 3[176 - 0]$$

$$= 528 \text{ J (Ans.)}$$

- ◆ একটি ইলেকট্রন পরমাণুর নিউক্লিয়াসের চতুর্দিকে 1.1 \AA ব্যাসার্ধের একটি বৃত্তাকার পথে $4 \times 10^6 \text{ ms}^{-1}$ বেগে প্রদক্ষিণ করে। ইলেকট্রনের কেন্দ্রমুখী বলের মান কত? [কয়েট ১৫-১৬]
- A. $1.51 \times 10^{-2} \text{ N}$
 B. $1.32 \times 10^{-7} \text{ N}$
 C. $1.32 \times 10^{-7} \text{ J}$
 D. $2.32 \times 10^{-8} \text{ N}$
 E. $1.68 \times 10^{-5} \text{ J}$

Ans : B

$$\text{সমাধান: } F = \frac{mv^2}{r} = \frac{9.1 \times 10^{-31} \times (4 \times 10^6)^2}{1.1 \times 10^{-10}} = 1.32 \times 10^{-7} \text{ N}$$

- ◆ একজন সাইকেল আরোহী ঘন্টায় 24 km বেগে 30 m ব্যাসার্ধের একটি বৃত্তাকার পথে মোড় নিচ্ছে। তাকে উলম্বের সাথে কত কোণে হেলে থাকতে হবে? [কয়েট ১৪-১৫]
- A. $8^\circ 36'$
 B. $7^\circ 56'$
 C. $8^\circ 56'$
 D. $9^\circ 2'$
 E. $8^\circ 41'$

Ans: A

$$\text{ব্যাখ্যা: } \tan \theta = \frac{v^2}{rg} \text{ বা, } \theta = \tan^{-1} \left(\frac{(24 \times 1000)^2}{3600 \times 30 \times 9.8} \right) = 8.59^\circ = 8^\circ 36'$$

- ◆ 22 ms^{-1} বেগে আগত 0.25 kg ভরের একটি ক্রিকেট বলকে একজন খেলোয়াড় ধরে 0.12 s সময়ের মধ্যে থামিয়ে দিল। খেলোয়াড় কর্তৃক প্রযুক্ত বল নির্ণয় কর। [কয়েট ১৩-১৪]
- A. 45.83 N
 B. 46 N
 C. 45.6 ergs
 D. 46.1 J
 E. 55 kgms^{-1}

Ans: A

$$\text{ব্যাখ্যা: } F = ma = m \cdot \frac{v}{t} = .25 \times \frac{22}{.12} = 45.83 \text{ N}$$

- ◆ একজন সাইকেল আরোহী 20 সেকেন্ডে 70 m ব্যাসার্ধের একটি বৃত্তাকার পথে মোড় নিচ্ছে। তাকে উলম্বের সাথে কত কোণে হেলে থাকতে হবে? [কয়েট ১২-১৩]
- A. $34^\circ 30'$
 B. $35^\circ 12'$
 C. $36^\circ 22'$
 D. $35^\circ 45'$
 E. 35°

Ans: B

$$\text{ব্যাখ্যা: } v = \frac{S}{t} = \frac{2\pi r}{t}$$

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{v^2}{rg} \right) = \tan^{-1} \left(\frac{4\pi^2 r^2}{t^2 \times rg} \right) = \tan^{-1} \left(\frac{4\pi^2 \times 70}{(20)^2 \times 9.8} \right) = 35.18^\circ$$

- ◆ 900 kg ভরের একটি মোটর ট্রাক ঘন্টায় 60 km বেগে চলে। ব্রেক চেপে ট্রাকটিকে 50 m দূরে থামানো হলো। যদি মাটির ঘর্ষণজনিত বল 200 N হয়, তবে ব্রেকজনিত বলের মান নির্ণয় কর। [কয়েট ১০-১১]
- A. 2100 N
 B. 2200 N
 C. 2500 N
 D. 2300 N
 E. 3000 N

Ans: D

$$\text{ব্যাখ্যা: } v^2 = u^2 - 2as \text{ [} a = \text{ মন্দন]}$$

$$\text{বা, } a = \frac{(16.67)^2}{2 \times 50}$$

$$[u = 60 \text{ km/h} = 16.67 \text{ m/s}]$$

$$\therefore a = 2.777 \text{ ms}^{-2}$$

$$\text{এখন, } \Sigma F = 200 + F_{\text{Break}}$$

$$\text{বা, } ma = 200 + F_{\text{Break}}$$

$$\therefore F_{\text{Break}} = 2300 \text{ N}$$

73 kg ভরের একটি বাসকে 543 N অনুভূমিক বলে মেঝের উপর দিয়ে টানা হচ্ছে। বাসটি যখন চলে তখন বাস ও মেঝের মধ্যবর্তী ঘর্ষণ সহগ 0.53। বাসের ত্বরণ কত? [কয়েট ১০-১১]

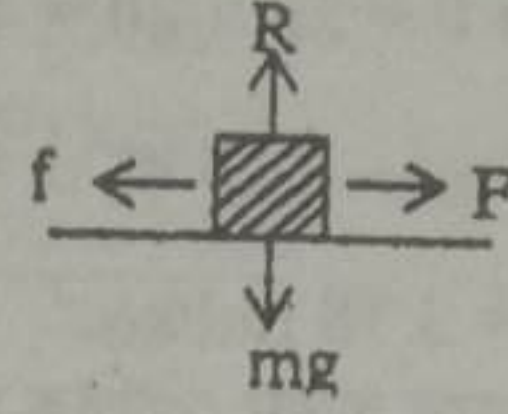
- A. 2.24 ms^{-2}
 B. 0.224 ms^{-2}
 C. 4.84 ms^{-2}
 D. 0.448 ms^{-2}
 E. 3.38 ms^{-2}

ব্যাখ্যা: $R = 73 \times 9.8 = 715.4 \text{ N}$

ঘর্ষণ বলে, $f_k = \mu_k \cdot R = 0.53 \times 715.4 = 379.162 \text{ N}$

\therefore নীট ক্রিয়াশীল বল = $(543 - 379.162) \text{ N} = 163.848 \text{ N}$

\therefore বাসের ত্বরণ = $\frac{163.848}{73} = 2.24 \text{ ms}^{-2}$



Ans: A

3 kg ভরের একটি বস্তুর উপর 10 N বল প্রয়োগ করলে বস্তুটি 3 m/sec^2 ত্বরণে চলতে থাকে। বস্তুর উপর কত ঘর্ষণ বল ক্রিয়া করছে? [কয়েট ০৭-০৮]

- A. 16 N
 B. 13 N
 C. 6 N
 D. 3 N
 E. 1 N

ব্যাখ্যা: নীট বল = প্রযুক্ত বল - ঘর্ষণ বল

বা, $3 \times 3 = 10 - \text{ঘর্ষণ বল}$

বা, ঘর্ষণ বল = 1 N

Ans: E

যদি 5 kg ভরের একটি বন্দুক থেকে 20 g ভরের একটি গুলি 1000 m/s গতিতে ছোঁড়া হয় তবে বন্দুকের পশ্চাৎ বেগ কত? [কয়েট ০৬-০৭]

- A. 4 m/s
 B. 4000 m/s
 C. 40 m/s
 D. 4 cm/s
 E. 400 m/s

ব্যাখ্যা: $v = \frac{mu}{M} = \frac{20 \times 10^{-3} \times 1000}{5} \text{ ms}^{-1} = 4 \text{ m/s}$

Ans: A

0.150 kg ভরের একটি পাথরখন্ডকে 0.75 m লম্বা একটি সূতার একপ্রান্তে বেঁধে বৃত্তাকার পথে প্রতি মিনিটে 90 বার ঘুরলে সূতার উপর টান নির্ণয় কর। [কয়েট ১১-১২]

- A. 9.99 N
 B. 9.90 N
 C. 9.99 kN
 D. 9.95 N
 E. 9.98 N

ব্যাখ্যা: A. $F = m\omega^2 r = m (2\pi f)^2 r = 0.15 \times \left(2\pi \times \frac{90}{60}\right)^2 \times 0.75 = 9.99 \text{ N}$

Ans: A

0.150 kg ভরের একটি পাথরখন্ডকে 0.75 m লম্বা একটি সূতার একপ্রান্তে বেঁধে বৃত্তাকার পথে প্রতি মিনিটে 90 বার ঘুরলে সূতার উপর টান নির্ণয় করো। [কয়েট ১১-১২]

- A. 9.99 N
 B. 9.90 N
 C. 9.99 kN
 D. 9.95 N
 E. 9.98 N

ব্যাখ্যা: $T = m\omega^2 r = 9.99 \text{ N}$; $\omega = \frac{90 \times 2\pi}{60} \text{ rads}^{-1}$

Ans: A

বৃত্তাকার পথে 72 kmh^{-1} mg সমুদ্রতলে চলমান একটি গাড়ির কেন্দ্রমুখী ত্বরণ 1 ms^{-2} । বৃত্তাকার পথের ব্যাসার্ধ কত? [কয়েট ১১-১২]

- A. 200 m
 B. 400 m
 C. 600 m
 D. None of these

ব্যাখ্যা: $a_c = \frac{v^2}{r}$ বা, $r = \frac{20^2}{1} = 400 \text{ m}$

Ans: B

- ◆ 20 বার ঘুরবার পর একটি বৈদ্যুতিক পাখার কৌণিক বেগ 30 rad/sec হতে হ্রাস পেয়ে 10 rad/sec হয়।
কৌণিক মন্দন হবে—
A. 3.18 rad/sec
B. 2.5 rad/sec
C. 2 rad/sec
D. কোনোটিই নয়

[কুয়েট ১১-১২]

Ans: D

$$\text{ব্যাখ্যা: } \theta = 2\pi \times 20 = 40\pi$$

$$\omega^2 = \omega_0^2 - 2\alpha\theta \text{ বা, } \alpha = \frac{\omega_0^2 - \omega^2}{2\theta} = \frac{(30)^2 - (10)^2}{2 \times 40\pi}$$

$$\therefore \alpha = 3.18 \text{ rad/sec}^2$$

\therefore D হবে কারণ কৌণিক মন্দনের একক rad/sec²

- ◆ 6 kg ও 4 kg ভরের দুটি বস্তু একই সরলরেখা বরাবর কিন্তু বিপরীত দিকে চলা অবস্থায় একে অপরকে ধাক্কা দিল। ধাক্কার পূর্বে তাদের বেগ যথাক্রমে 5m/s (উত্তর) ও 2m/s (দক্ষিণ দিকে) ছিল। ধাক্কার পর ২য় বস্তুটি 2.5m/s বেগে পিছিয়ে গেল; ১ম বস্তুটির বেগ কত হবে?
[কুয়েট ০৩-০৪]

সমাধান: ভরবেগের সংরক্ষণ সূত্র হতে আমরা জানি,

$$m_1u_1 + m_2u_2 = m_1v_1 + m_2v_2$$

$$\text{বা, } 6 \times 5 + 4 \times (-2) = 6 \times v_1 + 4 \times 2.5$$

[১ম বস্তুর বেগের দিক ধনাত্মক ধরে]

$$\text{বা, } 6v_1 + 10 = 30 - 8 = 22$$

$$\text{বা, } 6v_1 = 12$$

$$\text{বা, } v_1 = 2 \text{ ms}^{-1}$$

যেহেতু, v_1 ধনাত্মক কাজেই প্রথম বস্তুটির বেগ 2 ms⁻¹ উত্তর দিকে।

- ◆ 5 kg ভর ও 0.25 m ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট একটি বেলুন 50 rad/sec কৌণিক বেগে গড়াতে থাকলে তার গতিশক্তি কত?
[চুয়েট ১৫-১৬]

$$\text{A. } 0.078 \text{ J}$$

$$\text{B. } 390.63 \text{ J}$$

$$\text{C. } 0.73 \text{ J}$$

$$\text{D. } 585.94 \text{ J}$$

Ans: D

সমাধান: গতিশক্তি = চলন গতিশক্তি + ঘূর্ণন গতিশক্তি

$$\text{বা, } K = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 \dots\dots\dots (i)$$

$$\text{বেলনটির জড়তার ভ্রামক} = \frac{1}{2}Mr^2$$

$$\text{মোট শক্তি } E = E_k + E_p = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2$$

$$= \frac{1}{2} \times 5 (50 \times 0.25)^2 + \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times 5 \times (0.25)^2 \times (50)^2 = 585.93 \text{ J}$$

- ◆ রেল লাইনের একটি বাঁকের ব্যাসার্ধ 99m এবং লাইনের পাত দুটির মধ্যে দূরত্ব 1.5m। ভিতরের পাত অপেক্ষা বাহিরের পাত কতখানি উঁচু হলে বাহিরের পাত কোনরূপ চাপ প্রয়োগ না করে একটি ট্রেন 9.8ms⁻¹ দ্রুতিতে বাঁক নিতে পারবে?
[চুয়েট ১৫-১৬]

$$\text{A. } 1.6 \text{ m}$$

$$\text{B. } 1.3 \text{ m}$$

$$\text{C. } 0.148 \text{ m}$$

$$\text{D. } 1.48 \text{ m}$$

Ans: C

$$\text{সমাধান: } \tan\theta = \frac{v^2}{rg} \text{ বা, } \tan\theta = 0.099$$

$$\therefore \sin\theta = 0.0985; \frac{h}{1.5} = \sin\theta \text{ বা, } h = 0.1477 \approx 0.148 \text{ m}$$

একটি রেল লাইনের বাকের ব্যাসার্ধ 250 m এবং রেল লাইনের পাদস্থয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব 1 m ঘন্টায় 50 km বেগে চলন্ত গাড়ীর ক্ষেত্রে প্রয়োজনীয় ব্যাধিকিং এর জন্য বাইরের লাইনের পাতকে ভিতরের লাইনের পাত অপেক্ষা কতটুকু উঁচু করতে হবে? [চ্যুটে ১৩-১৪]

সমাধান:

$$\frac{h}{x} = \frac{v^2}{rg}; h = \frac{v^2 x}{rg}$$

$$= \frac{(13.89)^2 \times 1}{250 \times 9.8}$$

$$= 0.079 \text{ m}$$

দেয়া আছে, $x = 1\text{m}$

ব্যাসার্ধ, $r = 250\text{m}$

বেগ, $v = 50 \text{ kmh}^{-1}$

$$= \frac{50 \times 1000}{3600} \text{ ms}^{-1} = 13.89 \text{ ms}^{-1}$$

একটি ইঞ্জিন চালিত নৌকার বেগ 14 km/hr। নদীর প্রস্থ 12.125 হলে নদীটির আড়াআড়ি পাড়ি দিতে কত সময় লাগবে? শ্রোতের বেগ 7 km/hr. [চ্যুটে ১৪-১৫]

A. 1.25 hr

B. 1 hr

C. $\frac{1}{2}$ hr

D. None

Ans: B

$$\text{ব্যাখ্যা: } t = \frac{d}{\sqrt{v^2 - u^2}} = \frac{12.125}{\sqrt{14^2 - 7^2}} = 1.00005 \text{ hr}$$

নিজ ঘূর্ণন অক্ষের সাপেক্ষে দুটি বস্তুর জড়তার ভ্রামক যথাক্রমে 1 এবং 2। যদি তাদের ঘূর্ণন গতি শক্তি সমান হয়, তাদের কৌণিক ভরবেগের অনুপাত কত? [চ্যুটে ১৪-১৫]

A. 1 : 2

B. $\sqrt{2} : 1$

C. $1 : \sqrt{2}$

D. 2 : 1

Ans: C

$$\text{ব্যাখ্যা: } \frac{P_1^2}{I_1} = \frac{P_2^2}{I_2} \text{ বা, } \frac{P_1^2}{I_1} = \frac{P_2^2}{2I_1} \text{ বা, } \frac{P_1}{P_2} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

একটি 0.2 kg ওজনের মুঠোফোন একটি বইয়ের উপর স্থির অবস্থায় রাখা আছে। বইটিকে আনুভূমিকের সাথে কত কোণে হেলানো হলে বইয়ের উপরিতল হতে মুঠোফোনটি গড়িয়ে নামতে থাকবে? ($\mu_s = 0.3$) [চ্যুটে ১২-১৩]

A. 12.3°

B. 16.7°

C. 20.8°

D. None

Ans: B

$$\text{ব্যাখ্যা: } \tan\theta = \mu_s \therefore \theta = \tan^{-1} 0.3 = 16.7^\circ$$

M ভরের R ব্যাসার্ধের একটি বৃত্তাকার সিলিন্ডারের জড়তার ভ্রামক জ্যামিতিক অক্ষের সমান্তরাল কিনার স্পর্শক এর সাপেক্ষে কত হবে? [চ্যুটে ১২-১৩]

A. $\frac{1}{2} MR^2$

B. $\frac{3}{2} MR^2$

C. MR^2

D. None

Ans: B

$$\text{ব্যাখ্যা: } I = I_0 + Md^2 = \frac{1}{2} MR^2 + MR^2 = \frac{3}{2} MR^2$$

আধুনিক জেট বিমান কোন সূত্র ব্যবহার করে চালানো হয়? [চ্যুটে ১০-১১]

A. ভরবেগের নিত্যতা সূত্র

B. নিউটনের গতির প্রথম সূত্র

C. অভিকর্ষজ সূত্র

D. কোনোটিই নয়

Ans: A

16 kg ভরের একটি স্থির বস্তুর উপর 4s ব্যাপী 8N বল প্রযুক্ত হলো। উক্ত বস্তুর বেগের পরিবর্তন হবে—

A. 0.5 ms^{-1}

B. 2.0 ms^{-1}

C. 4.0 ms^{-1}

D. 8.0 ms^{-1}

Ans: B

$$\text{ব্যাখ্যা: } F = ma \text{ বা, } F = m \frac{\Delta v}{\Delta t} \text{ বা, } \Delta v = \frac{F \Delta t}{m} \text{ বা, } \Delta v = \frac{8 \times 4}{16} = 2 \text{ m/s}$$

- ◆ একটি লিফট 1 m/sec^2 ত্বরণে নিচে নামছে। লিফটের মধ্যে দাঁড়ানো একজন ব্যক্তির ভর 65 kg হলে তিনি যে বল অনুভব করবেন—
A. 350 N
B. 572 N
C. 250 N
D. None of these

[চয়েট ১১-১২]

Ans: D

$$\text{ব্যাখ্যা: } F = m(g-f) = 65(9.8-1) = 65 \times 8.8 = 572 \text{ N}$$

- ◆ 100 ms^{-1} বেগে চলন্ত বুলেট 1 m পুরু বালির স্তূপ ভেদ করে বেরিয়ে আসার সময় 40 ms^{-1} বেগে প্রাণ্ড হয়। 100 ms^{-1} বেগ সম্পন্ন বুলেটকে সম্পূর্ণ থামাতে কত মিটার পুরু বালুর স্তূপ প্রয়োজন? [চয়েট ০৪-০৫]

সমাধান: ধরি, বুলেটের ভর = m

$$\therefore \text{প্রবেশকালে বুলেটের গতিশক্তি} = \frac{1}{2} m (100)^2$$

$$1 \text{ m ভেদ করার পর গতিশক্তি} = \frac{1}{2} m (40)^2$$

$$\therefore \text{ব্যয়িত গতিশক্তি} = \frac{1}{2} m (100^2 - 40^2)$$

$$\text{এখন, } = \frac{1}{2} m (100^2 - 40^2) \text{ দিয়ে ভেদ করে } 1 \text{ m}$$

$$\therefore \frac{1}{2} m 100^2 \text{ দিয়ে ভেদ করে } \frac{100^2}{140 \times 60} = 1.19 \text{ m}$$

- ◆ একটি মিটার গেজ রেল লাইনের একটি বাঁকের ব্যাসার্ধ 816 মি. । ঘন্টায় 72 কিমি. বেগে চলন্ত একটি ট্রেনের নিরাপত্তার সাথে বাঁকের স্থানে ব্যাংকিং এর জন্য বাঁকের বাইরের লাইনের পাতকে ভিতরের লাইনের পাত অপেক্ষা কত উঁচুতে রাখতে হবে? [চয়েট ০৭-০৮]

$$\text{সমাধান: } \frac{h}{x} = \frac{v^2}{rg} \therefore \frac{h}{x} = \frac{v^2}{rg} = \frac{(20)^2}{816 \times 9.8} = 0.05 \therefore \frac{x}{h} = 20; \text{ এই শর্ত মানতে হবে।}$$

- ◆ কোনো বৈদ্যুতিক পাখার সুইচ অন করলে 10 বার পূর্ণ ঘূর্ণনের পর পাখাটির কৌণিক বেগ 20 rad/sec হয়। কৌণিক ত্বরণ কত? [চয়েট ০৯-১০]

সমাধান: আমরা জানি,

$$\omega^2 - \omega_0^2 = 2\alpha\theta$$

$$\alpha = \frac{\omega^2 - \omega_0^2}{2\theta} = \frac{(20)^2 - 0}{2 \times 20\pi} = \frac{10}{\pi} = \text{rad/s}^2$$

$$\omega = 20 \text{ rad/s}$$

$$\omega_0 = 0$$

$$n = 10 \text{ বার}$$

$$\therefore \theta = n \times 2\pi = 20\pi \text{ rad}$$

- ◆ তিনটি স্থির বস্তু; একটি রিং, একটি নিরেট সিলিন্ডার এবং একটি নিরেট গোলক একই বাঁকা তলের উপর দিয়ে না পিছলিয়ে নিচের দিকে পড়তে থাকে। তিনটি বস্তুর ব্যাসার্ধ একই। কোন বস্তুটি সবচেয়ে বেশি বেগে ভূমিতে পৌঁছাবে? [চয়েট ১৮-১৯]

সমাধান: ধরি, রিং, নিরেট সিলিন্ডার ও নিরেট গোলক প্রত্যেকের ভর m , ব্যাসার্ধ r এবং প্রত্যেকেই সমান ঘনত্বের।

$$\text{বৃত্তাকার রিং এর ভরকেন্দ্রথামী লম্ব অক্ষ সাপেক্ষে জড়তার ভ্রামক } I_1 = mr^2$$

$$\text{চোখের অক্ষ সাপেক্ষে জড়তার ভ্রামক, } I_2 = \frac{1}{2} mr^2 = 0.5 mr^2$$

$$\text{এবং নিরেট গোলকের কোনো ব্যাসের সাপেক্ষে জড়তার ভ্রামক } I_3 = \frac{2}{5} mr^2 = 0.4 mr^2$$

যে বস্তুর জড়তার ভ্রামক সবচেয়ে কম সে বস্তুটি সর্বাধিক বেগে ভূমিতে পৌঁছাবে। অর্থাৎ $I_3 < I_2 < I_1$ \therefore নিরেট গোলকটি সর্বাধিক বেগে ভূমিতে পৌঁছাবে। Ans.

NOTE BASKET

www.EducationBible24.Com

www.EducationBible24.Com

একটি রাস্তা 100m ব্যাসার্ধে বাঁক নিয়েছে। ঐ স্থানে রাস্তাটি চওড়া 5 m এবং এর ভিতরের কিনারা হতে বাইরের কিনারা 50 cm উঁচু। সর্বোচ্চ কত বেগে ঐ স্থানে নিরাপদে বাঁক নেয়া যাবে? [কয়েট ১৫-১৬]

$$\text{সমাধান: } \frac{h}{x} = \sin\theta = \tan\theta = \frac{v^2}{rg}$$

$$\therefore \frac{v^2}{rg} = \frac{h}{x}$$

$$\therefore v = \sqrt{\frac{hrg}{x}} = \sqrt{\frac{0.5 \times 100 \times 9.8}{5}} = 9.899 \text{ ms}^{-1}$$

একটি বস্তু স্থিরাবস্থায় ছিল। 15N এর বল এর উপর 4 sec ধরে কাজ করে। তারপর আর কোন কাজ করল না। বস্তুটি এরপর 9 sec এ 54 m দূরত্ব গেল। বস্তুটির ভর বের কর। [কয়েট ১২-১৩]

সমাধান: ভর m হলে, $F = ma$

$$\text{বা, } a = \frac{F}{m} = \frac{15}{m} \cdot 4 \text{ sec পরে বেগ, } v = 0 + at = \frac{15}{m} \times 4 = \frac{60}{m}$$

$$\text{আবার, } S = vt \text{ বা, } 54 = \frac{60}{m} \times 9$$

$$\therefore m = 10 \text{ kg}$$

1000 kg ভরের একটি উড়োজাহাজ স্থির বেগে সোজা পথে উড্ডয়ন করছে। বাতাসের ঘর্ষণ বল 1800 N উড়োজাহাজের উপর প্রযুক্ত নীট বল হবে- [কয়েট ১২-১৩]

A. 0 N

B. 11800 N

C. 1800 N

D. 9800 N

Ans: A

ব্যাখ্যা: যেহেতু $\Sigma F = ma$ এবং বস্তুটি স্থির বেগে চলছে

$$\therefore a = 0 \therefore \Sigma F = 0$$

16 kg ভরের একটি স্থির বস্তুর উপর 4s ব্যাপী 8N বল প্রযুক্ত হল। উক্ত বস্তুটির বেগের পরিবর্তন হবে- [কয়েট ১২-১৩]

A. 0.5 ms⁻¹

B. 2.0 ms⁻¹

C. 4.0 ms⁻¹

D. 8.0 ms⁻¹

Ans: B

$$\text{ব্যাখ্যা: } a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \text{ বা, } \Delta v = a\Delta t = \frac{F}{m} \times \Delta t = \frac{8}{16} \times 4 = 2 \text{ ms}^{-1}$$

আনুভূমিক মেঝেতে স্থিরাবস্থায় 800N ওজনের একটি ব্লডিকে সরাসরে কমপক্ষে 200N আনুভূমিক শক্তির প্রয়োজন। স্থিরাবস্থার ঘর্ষণ সহগের মান- [কয়েট ১২-১৩]

A. 0.25

B. 0.125

C. 0.50

D. 4.00

Ans: A

$$\text{ব্যাখ্যা: } F - F_s = 0 \text{ বা, } F = F_s$$

$$\text{বা, } 200 = \mu_s \times R$$

$$\text{বা, } 200 = \mu_s \times 800$$

$$\therefore \mu_s = 0.25$$

বোরের হাইড্রোজেন পরমাণু মডেলে একটি ইলেক্ট্রন একটি প্রোটনের চারিদিকে $5.2 \times 10^{-11} \text{ m}$ ব্যাসার্ধের একটি বৃত্তাকার পথে $2.18 \times 10^6 \text{ ms}^{-1}$ বেগে প্রদক্ষিণ করে। ইলেক্ট্রনের ভর $9.1 \times 10^{-31} \text{ kg}$ হলে, কেন্দ্রমুখী বল কত হবে? [কয়েট ১২-১৩]

A. $3.81 \times 10^{-6} \text{ N}$

B. $8.32 \times 10^{-6} \text{ N}$

C. $2.17 \times 10^{-47} \text{ N}$

D. $1.25 \times 10^{26} \text{ N}$

Ans: B

$$\text{ব্যাখ্যা: } F = \frac{mv^2}{r} = \frac{9.1 \times 10^{-31} \times (2.18 \times 10^6)^2}{5.2 \times 10^{-11}}$$

$$F = 8.32 \times 10^{-8} \text{ N}$$

৩৫৪.

একাদশ ও দ্বাদশ শ্রেণি গাণিতিক পদার্থবিজ্ঞান প্রথম পত্র

- ◆ কোন সাইকেল আরোহীকে 60m ব্যাসার্ধের বৃত্তাকার পথে কত বেগে ঘুরতে হবে যাতে সে উল্লম্ব তলের সঙ্গে 30° কোণে আনত থাকবেন? [রয়েট ১৩-১৪]
- A. 8.18 ms^{-1} B. 1.88 ms^{-1}
C. 81.84 ms^{-1} D. 18.43 ms^{-1}
E. None

Ans: D

ব্যাখ্যা: $v = \sqrt{rg \tan \theta} = \sqrt{60 \times 9.8 \times \tan 30^\circ} = 18.43 \text{ ms}^{-1}$

- ◆ 40 kg ও 60 kg ভরের দুইটি বস্তুর যথাক্রমে 10 m/sec ও 5 m/sec বেগে পরস্পর বিপরীত দিক থেকে আসার সময় একে অপরকে ধাক্কা দিল। ধাক্কা পর বস্তুর একত্রে যুক্ত হয়ে কত বেগে চলবে? [রয়েট ১০-১১]
- A. 2 m/sec B. 1.5 m/sec
C. 1.0 m/sec D. 2.5 m/sec

Ans: C

ব্যাখ্যা: $40 \times 10 + 60(-5) = (60 + 40) \times v \therefore v = \frac{400 - 300}{100} = 1 \text{ ms}^{-1}$

- ◆ 22 m/sec^2 মন্দন সৃষ্টিকারী বল প্রয়োগ করে একটি গাড়িকে 44m দূরে থামানো হলে গাড়িটির আদিবেগ কত? [রয়েট ১২-১৩]

- A. 40 ms^{-1} B. 36 ms^{-1}
C. 44 ms^{-1} D. 22 ms^{-1}

Ans: C

ব্যাখ্যা: $v^2 = u^2 - 2as$ বা, $u^2 = 2 \times 22 \times 44$ [$v = 0$, $a = 22$, $s = 44$] বা, $u = 44 \text{ ms}^{-1}$

- ◆ বলের মাত্রার সমীকরণ কোনটি?

- A. $[\text{MLT}^{-2}]$ B. $[\text{MLT}]$
C. $[\text{MLT}^{-1}]$ D. $[\text{MLT}^{-3}]$

[রয়েট ১২-১৩]

Ans: A

ব্যাখ্যা: বল = ভর \times ত্বরণ = $[\text{MLT}^{-2}]$

NOTE BASKET

শাহজাহান তপন, আজিজ হাসান ও রানা চৌধুরী স্যারের
বইয়ের গাণিতিক সমস্যাবলির সমাধান

- ১। অনুভূমিকের সাথে 60° কোণে 5 m লম্বা একটি হেলানো তলের পাদদেশ থেকে শীর্ষদেশে 10 kg ভরের একটি ব্লক তুলতে হবে। তলকে ঘর্ষণহীন ধরে ব্লকটিকে ধ্রুব গতিতে তুলতে কত কাজ করতে হবে নির্ণয় কর।

সমাধান: আমরা জানি,

কৃতকাজ W হলে,

$$W = FS \cos \theta$$

$$= mg S \cos \theta$$

$$= 10\text{ kg} \times 9.8\text{ ms}^{-2} \times 5\text{ m} \times \cos 30^\circ$$

$$= 424.35\text{ J}$$

সুতরাং ব্লকটিকে তুলতে কাজের পরিমাণ 424.35 J

এখানে,

$$\text{সরণ, } S = 5\text{ m}; \text{ ভর, } m = 10\text{ kg}$$

$$\text{অভিকর্ষজ ত্বরণ, } g = 9.8\text{ ms}^{-2}$$

$$\text{বল ও সরণের অন্তর্ভুক্ত কোণ, } \theta$$

$$= \text{হেলানো তল ও উল্লম্বের অন্তর্ভুক্ত কোণ}$$

$$= 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$$

$$\text{কৃতকাজ, } W = ?$$

- ২। একটি কণার উপর $\vec{F} = (6\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k})\text{ N}$ বল প্রয়োগে কণাটির $\vec{r} = (2\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k})\text{ m}$ সরণ হয়। বল কর্তৃক সম্পাদিত কাজের পরিমাণ নির্ণয় করো।

সমাধান: আমরা জানি,

$$W = \vec{F} \cdot \vec{r}$$

$$= (6\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k}) \cdot (2\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k})$$

$$= 6 \times 2 + (-3) \times 2 + 2 \times (-1)$$

$$= 12 - 6 - 2$$

$$\therefore W = 4\text{ J}$$

অতএব, সম্পাদিত কাজ 4 J

NOTE BASKET

এখানে,

$$\text{বল, } \vec{F} = (6\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k})\text{ N}$$

$$\text{সরণ, } \vec{r} = (2\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k})\text{ m}$$

$$\text{সম্পাদিত কাজ, } W = ?$$

- ৩। একটি পাম্প দ্বারা 600 লিটার জ্বালানি তেলকে 20 m উপরে অবস্থিত একটি ট্যাংকে ওঠাতে অভিকর্ষের বিরুদ্ধে কত কাজ করতে হবে? এক ঘন সে.মি. জ্বালানি তেলের ভর 0.82 g । এক লিটার $= 1000\text{ cm}^3$ ।

সমাধান:

আমরা জানি,

$$W = FS = mg S$$

$$= 492\text{ kg} \times 9.8\text{ ms}^{-2} \times 20\text{ m}$$

$$= 9.64 \times 10^4\text{ J}$$

সুতরাং অভিকর্ষ বলের বিরুদ্ধে কাজের পরিমাণ $9.64 \times 10^4\text{ J}$

$$\text{এখানে, সরণ, } S = 20\text{ m}$$

$$\text{অভিকর্ষজ ত্বরণ, } g = 9.8\text{ ms}^{-2}$$

$$1\text{ cm}^3 \text{ জ্বালানি ভর} = 0.82\text{ g}$$

$$1\text{ লিটার} = 1000\text{ cm}^3$$

$$\text{মোট ভর, } m = (600 \times 1000 \times 0.82)\text{ g}$$

$$= 492 \times 10^3\text{ g} = 492\text{ kg}$$

$$\text{কৃতকাজ, } W = ?$$

- ৪। একটি বাসকে 50 N বল দ্বারা একটি অমসৃণ মেঝের উপর দিয়ে টানা হচ্ছে। অনুভূমিকের সাথে বলটি 37° কোণ করে ক্রিয়া করে। 10 N এর একটি ঘর্ষণ বল গতিতে বাধা দেয়। বাসটি ডানদিকে 3 m সরে গেল। (ক) 50 N বল দ্বারা কৃতকাজ হিসাব কর। (খ) ঘর্ষণ বল দ্বারা কৃতকাজ হিসাব কর। (গ) বাসের উপরে ক্রিয়াশীল সকল বল দ্বারা কৃত নিট কাজ নির্ণয় কর।

সমাধান:

(ক) আমরা জানি,

$$\text{কৃতকাজ, } W = FS \cos \theta$$

$$\therefore W_1 = F_1 S \cos \theta$$

$$= 50\text{ N} \times 3\text{ m} \times \cos 37^\circ$$

$$= 119.8\text{ J}$$

সুতরাং 50 N বল দ্বারা কৃতকাজ 119.8 J

এখানে,

$$\text{বল, } F_1 = 50\text{ N}$$

$$\text{ঘর্ষণ বল, } F_2 = 10\text{ N}$$

$$\text{সরণ, } S = 3\text{ m}$$

$$\text{মধ্যবর্তী কোণ, } \theta = 37^\circ$$

$$\text{কৃতকাজ, } W_1 = ?$$

$$\text{ঘর্ষণ বল দ্বারা কৃতকাজ, } W_2 = ?$$

$$\text{নিট কৃতকাজ, } W = ?$$

- (খ) ঘর্ষণ জনিত কৃতকাজ, $W_2 = F_2 S = -10 \text{ N} \times 3 \text{ m} = -30 \text{ J}$
 সুতরাং ঘর্ষণ বল দ্বারা কৃতকাজ -30 J
 নিট কৃতকাজ, $W = W_1 + W_2 = 119.8 \text{ J} + (-30 \text{ J}) = 89.8 \text{ J}$
 (গ) সুতরাং সকল বল দ্বারা কৃত নিট কাজ 89.8 J

৫। একটি রাইফেলের গুলি একটি তক্তাকে ঠিক ভেদ করতে পারে। যদি গুলির বেগ চার গুণ করা হয়, তবে অনুরূপ কয়টি তক্তা ভেদ করতে পারবে?

সমাধান: ১ম ক্ষেত্রে, গতিশক্তি,

$$K_1 = \frac{1}{2} m v^2 \text{ একটি তক্তা ভেদ করতে প্রয়োজনীয় শক্তি।}$$

২য় ক্ষেত্রে, গতিশক্তি,

$$K_2 = \frac{1}{2} m (4v)^2$$

$$= \frac{1}{2} m 16v^2$$

$$= \frac{1}{2} m v^2 \times 16$$

$= 16 \times$ একটি তক্তা ভেদ করতে প্রয়োজনীয় গতিশক্তি।

বেগ ৪ গুণ করা হলে গুলিটি অনুরূপ ১৬ টি তক্তা ভেদ করতে পারবে।

এখানে,

১ম ক্ষেত্রে,

$$\text{গুলির বেগ} = v \text{ ms}^{-1}$$

$$\text{গুলির ভর} = m$$

২য় ক্ষেত্রে,

$$\text{গুলির বেগ} = 4v \text{ ms}^{-1}$$

৬। একটি রাইফেলের গুলি একটি তক্তাকে ঠিক ভেদ করতে পারে, যদি গুলির বেগ তিনগুণ করা হয় তবে এরূপ কয়টি তক্তা ভেদ করতে পারবে?

সমাধান: এখানে,

১ম ক্ষেত্রে, গুলির ভর $= m$

গুলির বেগ $= v \text{ ms}^{-1}$

একটি তক্তা ভেদ করতে প্রয়োজনীয় গতিশক্তি হবে K_1 হলে, $K_1 = \frac{1}{2} m v^2$

ধরি, বেগ তিনগুণ করা হলে গতিশক্তি হবে K_2

$$\therefore K_2 = \frac{1}{2} m (3v)^2$$

$$= \frac{1}{2} m \times 9v^2$$

$$= 9 \times \frac{1}{2} m v^2$$

$$= 9 \times K_1$$

$= 9 \times$ একটি তক্তা ভেদ করতে প্রয়োজনীয় গতিশক্তি।

সুতরাং বেগ তিনগুণ হলে গুলিটি এরূপ ৯ টি তক্তা ভেদ করতে পারবে।

NOTEBOOKET

৭। ২ kg ভরের কোনো বস্তু 36 kmh^{-1} বেগে চলতে থাকলে এর গতিশক্তি কত হবে বের কর।

সমাধান: আমরা জানি,

$$\text{গতিশক্তি, } E_k = \frac{1}{2} m v^2$$

$$= \frac{1}{2} \times 2 \text{ kg} \times (10 \text{ ms}^{-1})^2$$

$$= 100 \text{ J}$$

সুতরাং বস্তুর গতিশক্তি হবে ১০০ J

এখানে,

ভর, $m = 2 \text{ kg}$

$$\text{বেগ, } v = 36 \text{ kmh}^{-1} = \frac{36 \times 10^3}{3600} \text{ ms}^{-1} = 10 \text{ ms}^{-1}$$

গতিশক্তি, $E_k = ?$

- ৮। স্থিরাবস্থা থেকে 50 kg ভরবিশিষ্ট কোনো বস্তু একটি নির্দিষ্ট বলের ক্রিয়ার ফলে 2 s বাদে 12 ms^{-1} বেগে অর্জন করে। এর উপর কী পরিমাণ বল কাজ করেছে এবং 5 s বাদে এর গতিশক্তি কত হবে?

সমাধান: আমরা জানি,

$$v = v_0 + at$$

$$\text{বা, } v = 0 + at$$

$$\text{বা, } a = \frac{v}{t} = \frac{12 \text{ ms}^{-1}}{2 \text{ s}} = 6 \text{ ms}^{-2}$$

আবার,

$$F = ma = 50 \text{ kg} \times 6 \text{ ms}^{-2} = 300 \text{ N}$$

এখন, 5 s পর বস্তুর বেগ

$$v = v_0 + at = 0 + 6 \text{ ms}^{-2} \times 5 \text{ s} = 30 \text{ ms}^{-1}$$

$$\therefore \text{ গতিশক্তি, } E_k = \frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} \times 50 \text{ kg} \times (30 \text{ ms}^{-1})^2 = 2.25 \times 10^4 \text{ J}$$

সুতরাং বস্তুটির উপর 300 N বল কাজ করেছে এবং 5 s পর এ গতিশক্তি হবে $2.25 \times 10^4 \text{ J}$

- ৯। 6 kg ভরবিশিষ্ট একটি বস্তু স্থির অবস্থায় ছিল। 30 N বল প্রয়োগ করায় 10 s পর বস্তুটির গতিশক্তি কত হবে?

সমাধান: ধরি, বস্তুর বেগ = v , ত্বরণ = a

আমরা জানি,

$$F = ma$$

$$\text{বা, } a = \frac{F}{m}$$

$$\therefore a = \frac{30 \text{ N}}{6 \text{ kg}} = 5 \text{ ms}^{-2}$$

আবার,

$$v = u + at$$

$$\text{বা, } v = 5 \text{ ms}^{-2} \times 10 \text{ s} = 50 \text{ ms}^{-1}$$

$$\therefore \text{ গতিশক্তি, } E_k = \frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} \times 6 \text{ kg} \times (50 \text{ ms}^{-1})^2 = 7.5 \times 10^3 \text{ J}$$

- ১০। 50 kg ভরের একটি বোমা ভূ-পৃষ্ঠ থেকে 1 km উঁচুতে অবস্থিত একটি বিমান থেকে ফেলে দেওয়া হলো। (i) 10s পরে এবং (ii) ভূমি স্পর্শ করার পূর্ব মুহূর্তে এর গতিশক্তি কত?

সমাধান:

- (i) ধরি, 10 s পর গতিশক্তি, K_1

10 s পর বেগ v_1 হলে,

$$v_1 = v_0 + gt$$

$$= 0 + gt$$

$$\therefore v_1 = gt$$

10 s পর গতিশক্তি,

$$K_1 = \frac{1}{2} m \times (gt)^2$$

$$= \frac{1}{2} \times 50 \text{ kg} \times (9.8 \text{ ms}^{-2} \times 10 \text{ s})^2$$

$$= 2.4 \times 10^5 \text{ J}$$

সুতরাং 10 s পর গতিশক্তি হবে $2.4 \times 10^5 \text{ J}$

এখানে

$$\text{আদি বেগ, } v_0 = 0$$

$$\text{শেষ বেগ, } v = 12 \text{ ms}^{-2}$$

$$\text{ভর, } m = 50 \text{ kg}$$

$$\text{সময়, } t = 2 \text{ s}$$

$$\text{বল, } F = ?$$

$$\text{গতিশক্তি, } E_k = ?$$

এখানে

$$\text{বল, } F = 30 \text{ N}$$

$$\text{বস্তুর ভর, } m = 6 \text{ kg}$$

$$\text{সময়, } t = 10 \text{ s}$$

$$\text{গতিশক্তি, } E_k = ?$$

এখানে

$$\text{বোমার ভর, } m = 50 \text{ kg}$$

$$\text{উচ্চতা, } h = 1 \text{ km} = 1 \times 10^3 \text{ m}$$

$$\text{আদিবেগ, } v_0 = 0$$

$$\text{অভিকর্ষজ ত্বরণ, } g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$$

- (ii) ধরি, ভূমি স্পর্শ করার পূর্ব মুহূর্তে গতিশক্তি, K_2
ভূমি স্পর্শ করার পূর্ব মুহূর্তে বেগ v_2 হলে,

$$v_2^2 = v_0^2 + 2gh$$

$$\text{বা, } v_2^2 = 2gh$$

$$\therefore K_2 = \frac{1}{2}mv_2^2 = \frac{1}{2}m \times 2gh$$

$$= \frac{1}{2} \times 50 \text{ kg} \times 2 \times 9.8 \text{ ms}^{-2} \times 10^3 \text{ m}$$

$$= 4.9 \times 10^5 \text{ J}$$

সুতরাং ভূমি স্পর্শ করার পূর্ব মুহূর্তে গতিশক্তি হবে $4.9 \times 10^5 \text{ J}$

- ১১। 200 g ভরের একটি বস্তু 10 m উপর হতে নিচে পড়ে যায়। ভূ-পৃষ্ঠকে স্পর্শ করার পূর্ব মুহূর্তে এর গতিশক্তি কত?

সমাধান: আমরা জানি,

$$v^2 = v_0^2 + 2gh$$

$$\text{বা, } v^2 = 0^2 + 2 \times 9.8 \text{ ms}^{-2} \times 10 \text{ m}$$

$$\text{বা, } v = \sqrt{196} \text{ ms}^{-1}$$

$$\therefore v = 14 \text{ ms}^{-1}$$

গতিশক্তি,

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2$$

$$\text{বা, } E_k = \frac{1}{2} \times 0.2 \text{ kg} \times (14 \text{ ms}^{-1})^2$$

$$\therefore E_k = 19.6 \text{ J}$$

অতএব, ভূ-পৃষ্ঠকে স্পর্শ করার মুহূর্তে গতিশক্তি 19.6 J

এখানে

$$\text{ভর, } m = 200 \text{ g} = 0.2 \text{ kg}$$

$$\text{উচ্চতা, } h = 10 \text{ m}$$

$$\text{আদিবেগ, } v_0 = 0$$

$$\text{ভূ-পৃষ্ঠকে স্পর্শ করার মুহূর্তে বেগ} = v$$

$$\text{গতিশক্তি, } E_k = ?$$

NOTE BASKET

- ১২। 500 g ভরবিশিষ্ট কোনো বস্তু একটি জাহাজের উপর হতে 10 m নিচে পানিতে পড়ল। (i) বস্তুটির প্রাথমিক বিভবশক্তি (ii) বস্তুটির সর্বোচ্চ গতিশক্তি (iii) বস্তুটির যে বেগ নিয়ে পানির তলকে স্পর্শ করে তা নির্ণয় কর।

সমাধান:

- (i) আমরা জানি,

$$\text{প্রাথমিক স্থিতিশক্তি, } E_p = mgh$$

$$\text{বা, } E_p = 0.5 \text{ kg} \times 9.8 \text{ ms}^{-2} \times 10 \text{ m} = 49 \text{ J}$$

সুতরাং বস্তুটির প্রাথমিক স্থিতিশক্তি 49 J

- (ii) বস্তুটির প্রাথমিক বিভব শক্তি = বস্তুটির সর্বোচ্চ গতিশক্তি

$$\text{অর্থাৎ } E_p = E_k$$

$$\therefore E_k = 49 \text{ J}$$

সুতরাং বস্তুটির সর্বোচ্চ গতিশক্তি 49 J

- (iii) আবার, $v^2 = v_0^2 + 2gh$

$$\text{বা, } v^2 = 0 + 2 \times 9.8 \text{ ms}^{-2} \times 10 \text{ m}$$

$$= 196 \text{ m}^2\text{s}^{-2}$$

$$\therefore v = 14 \text{ ms}^{-1}$$

সুতরাং বস্তুটি 14 ms^{-1} বেগে পানিকে স্পর্শ করবে।

এখানে

$$\text{বস্তুর ভর, } m = 500 \text{ g} = 0.5 \text{ kg}$$

$$\text{সরণ} = \text{উচ্চতা, } h = 10 \text{ m}$$

$$\text{বিভব শক্তি, } E_p = ?$$

$$\text{গতিশক্তি, } E_k = ?$$

$$\text{পানি স্পর্শ করার মুহূর্তে বেগ, } v = ?$$

$$\text{অভিকর্ষজ ত্বরণ, } g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$$

$$\text{আদিবেগ, } v_0 = 0 \text{ ms}^{-1}$$

- ১৩। 200 g ভরের একটি বস্তুকে কত উপর থেকে নিচে পড়লে ভূমি স্পর্শ করার মুহূর্তে এর গতিশক্তি 19.6 J হবে।
সমাধান: আমরা জানি,

$$E_k = \frac{1}{2} mv^2$$

আবার,

$$v^2 = v_0^2 + 2gh$$

কিন্তু আদিবেগ, $v_0 = 0$

$$\therefore v^2 = 2gh$$

$$\therefore E_k = \frac{1}{2} \times m \times 2gh$$

$$\text{বা, } mgh = 19.6 \text{ J}$$

$$\text{বা, } h = \frac{19.6 \text{ J}}{m g} = \frac{19.6 \text{ J}}{0.2 \text{ kg} \times 9.8 \text{ ms}^{-2}} = 10 \text{ m}$$

সুতরাং 10 m উঁচু থেকে ফেলতে হবে।

- ১৪। $2 \times 10^3 \text{ kg}$ ভরের একটি পিকআপ ট্রাক 90 kmh^{-1} বেগে চলছে। একই গতিশক্তি সম্পন্ন হতে হলে 10^3 kg ভরের একটি গাড়িকে কত বেগে চলতে হবে?
সমাধান: পিকআপের গতিশক্তি,

$$K_{k_1} = \frac{1}{2} m_1 v_1^2$$

$$= \frac{1}{2} \times 2 \times 10^3 \text{ kg} \times (25 \text{ ms}^{-1})^2$$

$$= 6.25 \times 10^5 \text{ J}$$

প্রশ্নমতে,

$$K_{k_1} = K_{k_2}$$

$$\text{বা, } 6.25 \times 10^5 \text{ J} = \frac{1}{2} m_2 v_2^2$$

$$\text{বা, } v_2^2 = \frac{6.25 \times 10^5 \text{ J} \times 2}{10^3 \text{ kg}} = 1.25 \times 10^3 \text{ m}^2 \text{ s}^{-2}$$

$$\therefore v = 35.35 \text{ ms}^{-1} = 127.28 \text{ kmh}^{-1}$$

অতএব, গাড়ির বেগ 127.28 kmh^{-1}

- ১৫। সমতল রাস্তায় চলন্ত 1600 kg ভরের একটি গাড়িকে যখন ব্রেক কষে থামিয়ে দেওয়া হয়, তখন 500 kJ তাপ উৎপন্ন হয়। ব্রেক প্রয়োগের পূর্ব মুহূর্তে গাড়িটির বেগ কত ছিল?
সমাধান: আমরা জানি,
গতিশক্তি,

$$E_k = \frac{1}{2} mv^2$$

$$\text{বা, } 500 \times 10^3 \text{ J} = \frac{1}{2} mv^2$$

$$\text{বা, } v^2 = \frac{500 \times 10^3 \text{ J} \times 2}{1600 \text{ kg}}$$

$$= 625 \text{ m}^2 \text{ s}^{-2}$$

$$\therefore v = 25 \text{ ms}^{-1}$$

সুতরাং ব্রেক প্রয়োগের পূর্ব মুহূর্তে গাড়িটির বেগ ছিল 25 ms^{-1}

এখানে

বস্তুর ভর, $m = 200 \text{ g} = 0.2 \text{ kg}$

গতিশক্তি, $E_k = 19.6 \text{ J}$

অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$

উচ্চতা, $h = ?$

এখানে

পিকআপ ট্রাকের বেগ,

$$v_1 = 90 \text{ kmh}^{-1}$$

$$= \frac{90 \times 10^3}{3600} \text{ ms}^{-1} = 25 \text{ ms}^{-1}$$

পিকআপের ভর, $m_1 = 2 \times 10^3 \text{ kg}$

গাড়ির ভর, $m_2 = 10^3 \text{ kg}$

গাড়ির বেগ, $v_2 = ?$

- ১৬। একটি বালক শিশুদের ট্রাই সাইকেলে বসা ছোট ভাইকে ৪০ N সমবলে ঠেলছে। ছোট ভাইকে ৪০০ J গতিশক্তি প্রদান করতে হলে তাকে কত দূরত্বে ঠেলতে হবে?
সমাধান: ছোট ভাইকে এমন দূরত্বে ঠেলতে হবে যাতে তার কাজের পরিমাণ ছোট ভাইয়ের গতিশক্তির সমান হয়।
অর্থাৎ কাজ = ৪০০ J

বা, $80 \text{ N} \times \text{দূরত্ব} = 400 \text{ J}$

বা, $\text{দূরত্ব} = \frac{400 \text{ J}}{80 \text{ N}} = 5 \text{ JN}^{-1} = 5 \text{ m}$

NOTE BASKET

- ১৭। ৪০ kg ভর সম্পন্ন কোনো বালিকা মাটি থেকে ১৫ cm উঁচু থেকে লাফিয়ে ৬০ বার স্কিপিং করল। তার কত শক্তি ব্যয় হলো?

সমাধান:

একবার স্কিপিং এ শক্তি ব্যয় হয় = mgh

= $40 \text{ kg} \times 9.8 \text{ ms}^{-2} \times 0.15 \text{ m}$

= 58.8 J

∴ ৬০ বার স্কিপিং এ শক্তি ব্যয় = $58.8 \text{ J} \times 60 = 3528 \text{ J}$

এখানে,

ভর, $m = 40 \text{ kg}$

অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$

- ১৮। একটি রাইফেলের গুলি নির্দিষ্ট পুরুত্বের একটি তক্তা ভেদ করতে পারে। এরূপ ১৬ টি তক্তা ভেদ করতে হলে এর বেগ কত গুণ হতে হবে?

সমাধান: মনে করি, গুলির ভর = m এবং আদিবেগ = v .

১ টি তক্তা ভেদ করতে প্রয়োজনীয় গতিশক্তি = $\frac{1}{2} mv^2$

১৬ টি তক্তা ভেদ করতে প্রয়োজনীয় গতিশক্তি = $\frac{1}{2} mv^2 \times 16$ (১)

= $\frac{1}{2} m (4v)^2$ (২)

(১) নং ও (২) নং সমীকরণ তুলনা করলে দেখা যায় যে, শেষবেগ প্রাথমিক বেগের ৪ গুণ।

∴ শেষ বেগ ৪ গুণ।

- ১৯। h মিটার উঁচু স্থান থেকে একটি বস্তু পড়ে গেল। কোথায় এর গতিশক্তি বিভব শক্তির অর্ধেক হবে?
সমাধান: ধরি, m ভরের বস্তুটি h উচ্চতা থেকে পড়ার সময় x মিটার অতিক্রম করার পর P বিন্দুতে এর গতিশক্তি বিভব শক্তির অর্ধেক হয়,

শর্তানুসারে,

$\frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} mg (h - x)$

বা, $v^2 = g (h - x)$

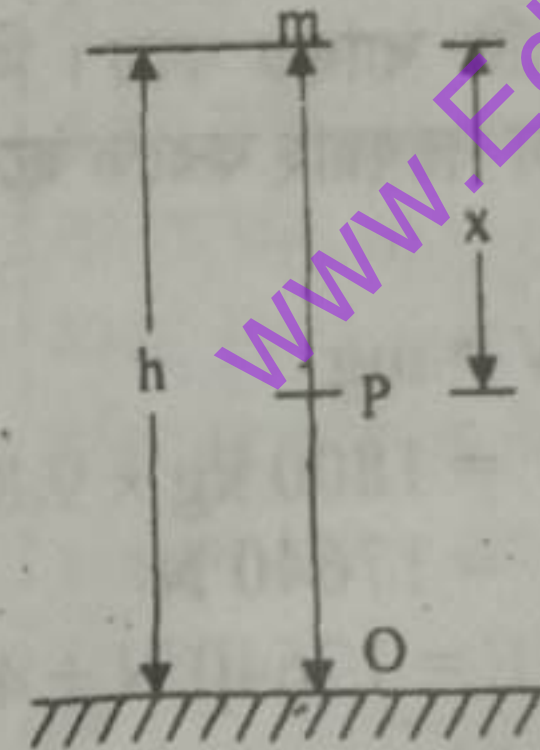
বা, $2gx = g (h - x)$

[∴ $v_0 = 0$ হওয়ায় $v^2 = 2gx$]

বা, $2x = h - x$

বা, $3x = h$

∴ $x = \frac{h}{3}$



∴ ভূমি থেকে P বিন্দুর উচ্চতা, $OP = h - \frac{1}{3}h = \frac{2}{3}h$

∴ ভূমি থেকে আদি উচ্চতার দুই-তৃতীয়াংশ উচ্চতায় গতিশক্তি বিভব শক্তির অর্ধেক হবে।

২০। একটি বস্তুকে 10 m উচ্চতা থেকে ফেলে দেওয়া হলো। ভূমি হতে কত উচ্চতায় বস্তুটির গতিশক্তি

বিভবশক্তির দ্বিগুণ হলে কত উচ্চতা থেকে বস্তুটি ফেলা হয়েছিল?

সমাধান: ধরি, h উচ্চতা হতে m ভরের বস্তুকে ফেলে দেওয়া হলো।

10 m উচ্চতায় বস্তুটির বেগ,

$$v^2 = v_0^2 + 2g(h - 10) = 0 + 2g(h - 10) = 2g(h - 10)$$

$$\therefore \text{গতিশক্তি} = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m \cdot 2g(h - 10) = mg(h - 10)$$

10 মিটার উচ্চতায় স্থিতিশক্তি = $mg \times 10$

প্রশ্নমতে,

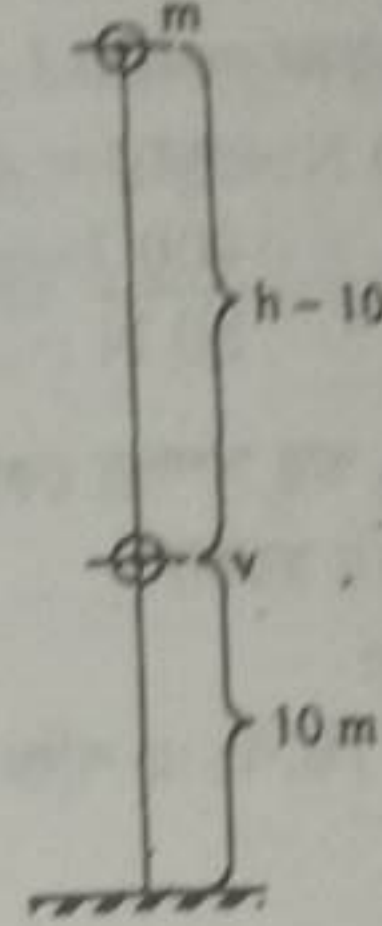
$$mg(h - 10) = 2 \times mg \times 10$$

$$\text{বা, } h - 10 = 20$$

$$\text{বা, } h = 20 + 10$$

$$\therefore h = 30 \text{ m}$$

অতএব, বস্তুটিকে 30 m উচ্চতা হতে ফেলা হয়েছিল।



২১। 250 kg ভরের একটি বোঝা একটি ফ্রেনের সাহায্যে 0.1 ms^{-1} দ্রুত বেগে উঠানো হলো। ফ্রেনের কত

ক্ষমতা ব্যয় হয়?

সমাধান: ধরি, ক্ষমতা P

আমরা জানি,

$$P = \frac{W}{t} = \frac{mgh}{t} \dots\dots\dots (১)$$

এখানে,

$$m = 250 \text{ kg}$$

$$g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$$

$$\text{এবং } \frac{h}{t} = 0.1 \text{ ms}^{-1}$$

$$(১) \text{ থেকে পাই, } P = (250 \times 9.8 \times 0.1) \text{ W} \\ = 245 \text{ W}$$

\therefore ফ্রেনটির ক্ষমতা 245 W

২২। 1000 kg ভরের একটি লিফট সর্বোচ্চ 800 kg ওজন বহন করতে পারে। 4000 N মানের একটি দ্রুত ঘর্ষণ বলের ঊর্ধ্বমুখী গতি ব্যাহত করে। লিফটিকে 3 ms^{-1} সমুদ্রতলে উপরের দিকে উঠাতে হলে মোটরের সর্বনিম্ন কত ক্ষমতা সরবরাহ করতে হবে?

সমাধান:

$$\text{লিফটের ওজন, } W = mg$$

$$= 1800 \text{ kg} \times 9.8 \text{ ms}^{-2}$$

$$= 17640 \text{ N}$$

$$\text{ওজনসহ ঘর্ষণবল, } F = 17640 \text{ N} + 4000 \text{ N} = 21640 \text{ N}$$

\therefore সর্বনিম্ন 21640 N বল প্রয়োগ করলে লিফট উঠবে

\therefore v বেগে লিফট তুলতে সরবরাহকৃত ক্ষমতা,

$$P = F \times v$$

$$= 21640 \text{ N} \times 3 \text{ ms}^{-1} = 64920 \text{ W} = 64.92 \text{ kW}$$

অতএব, মোটরের সরবরাহকৃত ক্ষমতা 64.92 kW

এখানে,

ওজনসহ লিফটের মোট ভর,

$$m = (1000 + 800) \text{ kg} = 1800 \text{ kg}$$

ঘর্ষণ বল $F = 4000 \text{ N}$

$$\text{বেগ, } v = 3 \text{ ms}^{-1}$$

$$\text{ক্ষমতা, } P = ?$$

২৩। ভূমি থেকে 20 m উচ্চতায় কী পতি

সমাধান: আমরা

$$\text{ক্ষমতা, } P = \frac{mgh}{t}$$

$$\text{বা, } m = \frac{Pt}{gh}$$

$$= \frac{10 \times 1000}{9.8 \times 20}$$

$$= 1000$$

$$= 1000 \text{ kg}$$

সুতরাং ইঞ্জিন

২৪। একটি পাল্লার ক্ষমতার 80%

সমাধান: আমরা

কার্যকর ক্ষমতা

আবার,

$$P = 0.8 P'$$

$$\text{বা, } P' = \frac{P}{0.8}$$

$$= \frac{1000}{0.8} = 1250 \text{ W}$$

$$= 1250 \text{ W}$$

$$= 1250 \text{ W}$$

$$= 1250 \text{ W}$$

অতএব,

২৫। 100 m উচ্চতায়

ক্ষমতা 2000 W

সমাধান

কার্যকর

আবার,

$$P = 0.8 P'$$

$$\text{বা, } P' = \frac{P}{0.8}$$

$$= \frac{2000}{0.8} = 2500 \text{ W}$$

$$= 2500 \text{ W}$$

$$= 2500 \text{ W}$$

$$= 2500 \text{ W}$$

$$= 2500 \text{ W}$$

$$= 2500 \text{ W}$$

$$= 2500 \text{ W}$$

$$= 2500 \text{ W}$$

$$= 2500 \text{ W}$$

$$= 2500 \text{ W}$$

$$= 2500 \text{ W}$$

$$= 2500 \text{ W}$$

$$= 2500 \text{ W}$$

$$= 2500 \text{ W}$$

$$= 2500 \text{ W}$$

- ২৩। ভূমি থেকে 20 m উঁচু ছাদে ইট তোলার জন্য 10 kW এর একটি ইঞ্জিন ব্যবহার করা হলো। 1 ঘণ্টায় ইঞ্জিনটি কী পরিমাণ ইট ছাদে তুলতে পারবে?
সমাধান: আমরা জানি,

$$\text{ক্ষমতা, } P = \frac{mgh}{t}$$

$$\text{বা, } m = \frac{Pt}{gh}$$

$$= \frac{10 \times 10^3 \text{ W} \times 3600 \text{ s}}{9.8 \text{ ms}^{-2} \times 20 \text{ m}}$$

$$= 1.837 \times 10^5 \text{ kg}$$

সুতরাং ইঞ্জিনটি $1.87 \times 10^5 \text{ kg}$ ভরের ইট ছাদে তুলতে পারবে।

এখানে

$$\text{উচ্চতা, } h = 20 \text{ m}$$

$$\text{ক্ষমতা, } P = 10 \text{ kW} = 10 \times 10^3 \text{ W}$$

$$\text{অভিকর্ষক ত্বরণ, } g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$$

$$\text{ভর, } m = ?$$

- ২৪। একটি পাম্প 4.9 মিনিটে কুয়া থেকে 10000 লিটার পানি 6 m গড় উচ্চতায় তুলতে পারে। পাম্পের ক্ষমতার 80% কার্যকর হলে এর ক্ষমতা নির্ণয় করো।
সমাধান: আমরা জানি,

$$\text{কার্যকর ক্ষমতা, } P = \frac{mgh}{t}$$

আবার,

$$P = 0.8 P'$$

$$\text{বা, } P' = \frac{P}{0.8} = \frac{mgh}{0.8 \times t}$$

$$= \frac{10^4 \text{ kg} \times 9.8 \text{ ms}^{-2} \times 6 \text{ m}}{0.8 \times 294 \text{ s}}$$

$$= 2.5 \times 10^3 \text{ W}$$

$$= 2.5 \text{ kW}$$

অতএব, পাম্পের ক্ষমতা, 2.5 kW

এখানে,

$$\text{সময়, } t = 4.9 \text{ min} = 4.9 \times 60 \text{ s} = 294 \text{ s}$$

$$\text{উচ্চতা, } h = 6 \text{ m}$$

$$\text{পানির ভর, } m = 10000 \text{ L} = 10^4 \text{ kg} [\because 1 \text{ L} = 1 \text{ kg}]$$

$$\text{অভিকর্ষক ত্বরণ, } g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$$

$$\text{পাম্পের কার্যকর ক্ষমতা, } P = P' \times \frac{80}{100} = P' \times 0.8$$

$$\text{পাম্পের ক্ষমতা, } P' = ?$$

- ২৫। 100 m গভীর একটি কুয়া থেকে ইঞ্জিনের সাহায্যে প্রতি মিনিটে 1000 kg পানি ওঠানো হয়। যদি ইঞ্জিনের ক্ষমতা 20% নষ্ট হয়, তাহলে এর অশ্বক্ষমতা নির্ণয় করো।

সমাধান: আমরা জানি,

$$\text{কার্যকর ক্ষমতা, } P = \frac{mgh}{t}$$

আবার,

$$P = 0.8 P'$$

$$\text{বা, } P' = \frac{P}{0.8} = \frac{mgh}{0.8 \times t}$$

$$= \frac{1000 \text{ kg} \times 9.8 \text{ ms}^{-2} \times 100 \text{ m}}{0.8 \times 60 \text{ s}}$$

$$= 20.417 \times 10^3 \text{ W}$$

$$= \frac{20.417 \times 10^3}{746} \text{ HP}$$

$$= 27.37 \text{ HP}$$

সুতরাং ইঞ্জিনটির অশ্বক্ষমতা, 27.37 HP

এখানে

$$\text{কুয়ার গভীরতা, } h = 100 \text{ m}$$

$$\text{পানির ভর, } m = 1000 \text{ kg}$$

$$\text{সময়, } t = 1 \text{ min} = 60 \text{ s}$$

$$\text{ইঞ্জিনের কার্যকর ক্ষমতা,}$$

$$P = P' \text{ এর } (100-20)\%$$

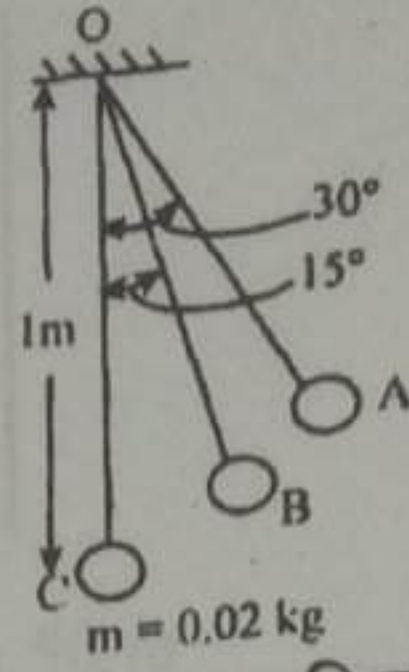
$$= \frac{80}{100} P' = 0.8 P'$$

$$\text{অভিকর্ষক ত্বরণ, } g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$$

$$\text{ইঞ্জিনের ক্ষমতা, } P' = ?$$

$$v^2 = 2\sqrt{9.8} \sin \theta$$

৩০।



উপরের উদ্দীপকে 0.02 kg ভরের একটি বস্তুকে O বিন্দু থেকে 1m লম্বা সুতার সাহায্যে ঝুলানো হল। A বিন্দু সর্বোচ্চ বিস্তার নির্দেশ করে যা O বিন্দুতে 30° কোণ উৎপন্ন করে, এটিকে A বিন্দু পর্যন্ত টেনে ছেড়ে দেয়া হলে দুলতে শুরু করে। [g = 9.8 ms⁻²]

(ক) উদ্দীপকের B বিন্দুতে দোলকটির গতিশক্তি বের কর।

(খ) উদ্দীপকে ব্যবহৃত দোলকটি যান্ত্রিক শক্তির নিত্যতা সূত্র মেনে চলে কিনা—গাণিতিক বিশ্লেষণপূর্বক মতামত দাও। [রা.বো '১৫]

সমাধান:

(ক) B বিন্দুতে বেগ v_B হলে, গতিশক্তি,

$$(KE)_B = \frac{1}{2} m v_B^2 \dots \dots \dots (1)$$

$$= \frac{1}{2} \times 0.02 \times 2gh$$

$$= 0.02 \times 9.8 \times 0.1$$

$$= 0.0196 \text{ J}$$

$$OC = 1\text{m} = OB = OA$$

$$OE = 1 \cos 30^\circ = 0.866\text{m}$$

$$CE = 1 - 0.866 = 0.134\text{m}$$

$$OD = 1 \cos 15^\circ = 0.966\text{m}$$

$$CD = 1 - 0.966 = 0.034\text{m}$$

$$ED = CE - CD = 0.134 - 0.034 = 0.1\text{m}$$

(খ) A বিন্দুতে বস্তুটির উলম্ব সরণ, $h = CE = 0.134\text{m}$

A বিন্দুতে বস্তুটির বেগ, $v = 0$

ফলে, বস্তুটি A বিন্দুতে শুধু স্থিতিশক্তি থাকবে যা ব্যবস্থাটির মোট যান্ত্রিক শক্তি,

∴ A বিন্দুতে মোট যান্ত্রিক শক্তি,

$$(ME)_A = mgh = 0.02 \times 9.8 \times 0.134 = 0.0263 \text{ J}$$

B বিন্দুতে স্থিতিশক্তি, $(PE)_B = mgh$

এখানে, $h = CD = 0.034\text{m}$

$$\therefore (PE)_B = 0.02 \times 9.8 \times 0.034 = 6.664 \times 10^{-3} \text{ J}$$

(ক) হতে পাই,

B বিন্দুতে গতিশক্তি,

$$(KE)_B = 0.0196 \text{ J}$$

তাহলে, B বিন্দুতে মোট শক্তি,

$$(ME)_B = (KE)_B + (PE)_B$$

$$= 0.0196 + 6.664 \times 10^{-3}$$

$$= 0.0263 \text{ J}$$

C বিন্দুতে উলম্ব সরণ শূন্য ফলে এখানে স্থিতিশক্তি নাই শুধু গতিশক্তি আছে।

এখানে,

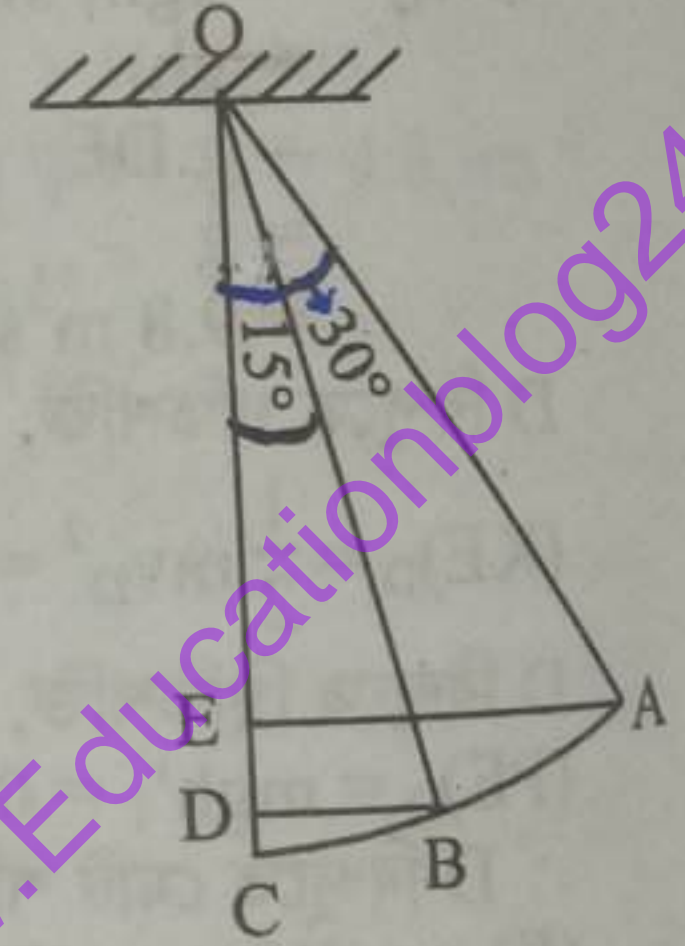
$$v_B^2 = 2gh$$

কারণ A বিন্দুতে বেগ শূন্য।

বস্তুটি A বিন্দু হতে ছাড়া হয়েছে।

উলম্ব সরণ, $h = ED = 0.1\text{m}$

ভর, $m = 0.02 \text{ kg}$



C বিন্দুতে মোট শক্তি $(ME)_c = \frac{1}{2} mv_c^2$

যেখানে, C বিন্দুতে বেগ, v_c

$v_c^2 = 2gh$

এখানে, $h = CE = 0.134$

$\therefore (ME)_c = \frac{1}{2} m \times 2gh = mgh$
 $= 0.02 \times 9.8 \times 0.134$
 $= 0.0263J$

অতএব দোলকটি যান্ত্রিক শক্তির নিত্যতা সূত্র মেনে চলে।

৩১) চিত্রে প্রদর্শিত AB মই বেয়ে 30 kg ভরের একটি বালক উপরে উঠে এবং CD আনত তল বেয়ে নিচে নেমে আসে। তলের ঘর্ষণ বল 50N।

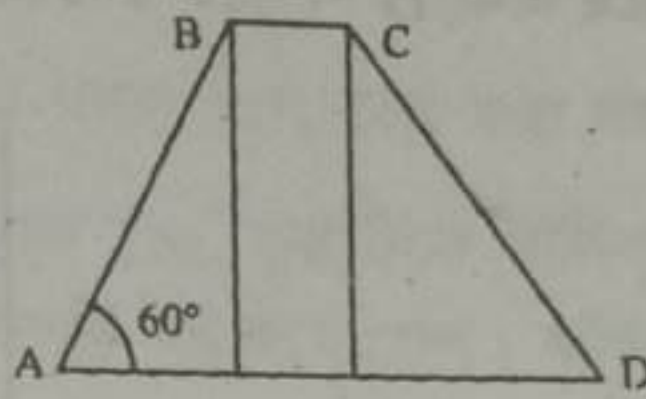
চিত্রে,

$AB = 4\text{ m}$

$BC = 1\text{ m}$

এবং $CD = 5\text{ m}$

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাওঃ



- (ক) বালকটি A হতে C বিন্দুতে পৌঁছতে অভিকর্ষ বল দ্বারা কৃতকাজ হিসাব কর।
- (খ) CD পথে নামার সময় বালকটির ত্বরণ অভিকর্ষজ ত্বরণের চেয়ে কম না বেশী হবে? গাণিতিক বিশ্লেষণ কর। [চ.বো '১৫]

সমাধান:

- (ক) চিত্রটিকে পুনরায় চিহ্নিত করি,
 $AB = 4\text{m}, BC = 1\text{m}, CD = 5\text{m}$

$BE = AB \sin 60^\circ = 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}\text{m}$

AB পথে মই বেয়ে উঠতে কৃতকাজ,

$w = m(-g)BE$
 $= 30(-9.8) \times 2\sqrt{3}$
 $= -1018.4J$

এখানে, অভিকর্ষজ ত্বরণ নিম্নদিকে ক্রিয়াশীল বলে $(-g)$ দেয়া হয়েছে।

BC পথে g এর উপাংশ শূন্য ফলে এখানে অভিকর্ষ বল দ্বারা কোনো কাজ হয়নি।

\therefore A হতে C তে যেতে মোট কৃতকাজের পরিমাণ,

$w_{AC} = w_{AB} + w_{BC}$
 $= -1018.4 + 0$
 $= -1018.4J$

- (খ) বালকটির ত্বরণ a হলে,

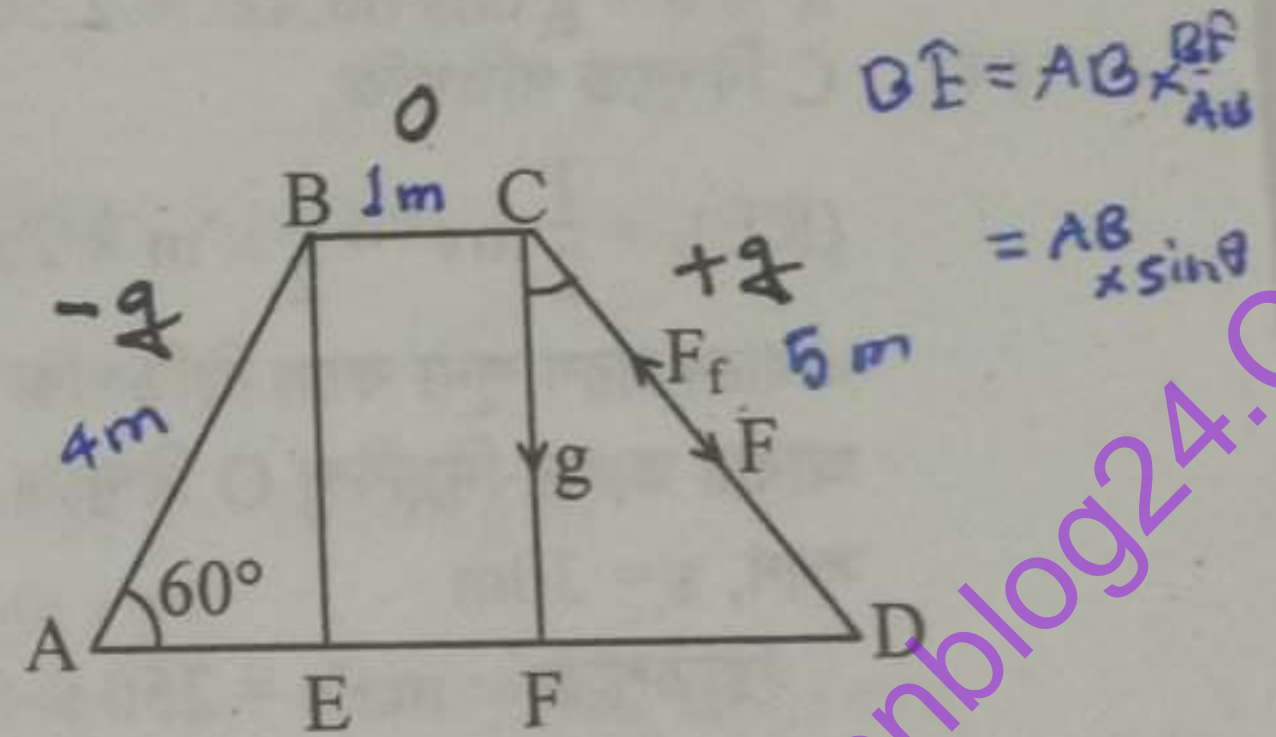
$F - F_f = ma$

বা, $mg \cos \angle FCD - 50 = 30a$

বা, $30 \times 9.8 \times \frac{2\sqrt{3}}{5} - 50 = 30a$

বা, $a = 5.12 \text{ ms}^{-2} < 9.8 \text{ ms}^{-2} (g)$

\therefore বালকটির ত্বরণ অভিকর্ষজ ত্বরণ হতে কম হবে।

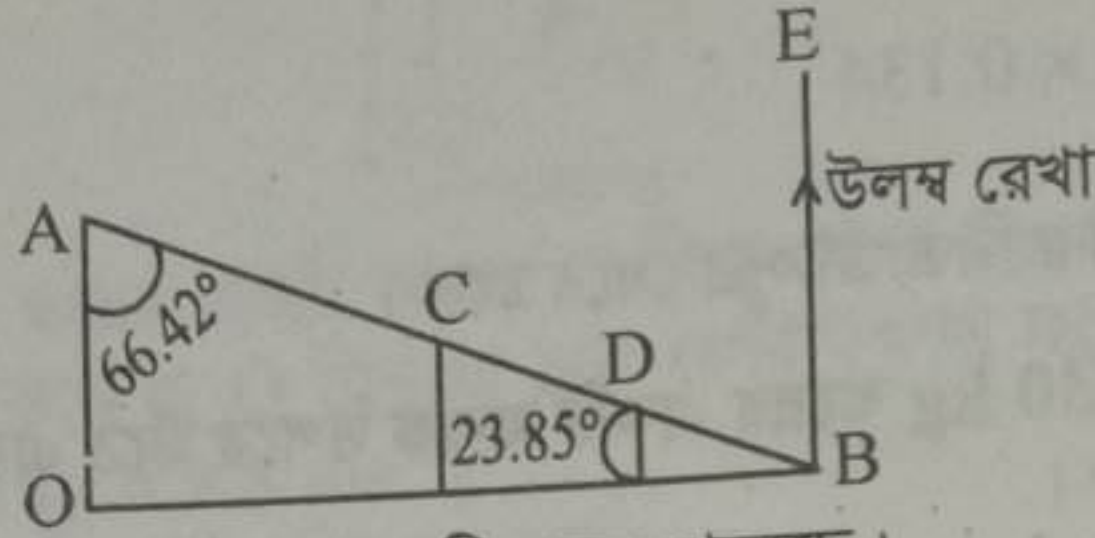


- ৩২। 250 kg ভরের একটি গাড়ি উলম্বের সাথে 66.42° কোণে আনত একটি রাস্তা ধরে 12.393 ms^{-1} বেগে নিচে নামার সময় গাড়ির চালক ব্রেক করায় 30m দূরত্ব অতিক্রম করার পর থেমে গেল।
- (ক) গাড়িটি থামাতে বাধাদানকারী বলের মান নির্ণয় কর।
- (খ) উদ্দীপকে সংরক্ষণশীলতার নীতি রক্ষিত হবে কী? গাণিতিক যুক্তিসহ বিশ্লেষণ কর।

[য.বো '১৬]

সমাধান:

উদ্দীপক অনুযায়ী চিত্র:



- (ক) ধরি, C বিন্দুতে গাড়িটি ব্রেক করেছে এবং B বিন্দুতে থেমেছে।

ধরি, বাধা দানকারী বলের মান F

তাহলে,

$$F = ma'$$

$$F = 250 \times 6.48 = 1620 \text{ N}$$

তাহলে,

$$a = \frac{u^2}{2s} = \frac{12.393^2}{2 \times 30} = 2.56 \text{ ms}^{-2}$$

$$a' = a + g \cos 66.42^\circ = 2.56 + 3.92 = 6.48 \text{ ms}^{-2}$$

- (খ) C বিন্দুতে গতিশক্তি,

$$(KE)_c = \frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} \times m \times 2a's = ma's = 250 \times 6.48 \times 30 = 4.86 \times 10^4 \text{ J}$$

এখানে সরণ শূন্য ফলে স্থিতিশক্তি শূন্য, ফলে মোট শক্তি = গতিশক্তি = $4.86 \times 10^4 \text{ J}$ ।

আবার তলের নিম্নবিন্দু O বিন্দুতে বেগ শূন্য ফলে সেখানে গতিশক্তি শূন্য।

সরণ, $s = 30\text{m}$

$$\therefore \text{স্থিতিশক্তি} = ma's = 250 \times 6.48 \times 30 = 4.80 \times 10^4 \text{ J}$$

অর্থাৎ শক্তির সংরক্ষণশীলতা নীতিটি রক্ষিত হবে।

- ৩৩। 80 kg ভরের একজন লোক 20 kg ভরের একটি বোঝা মাথায় নিয়ে 40 m দৈর্ঘ্যের মই বেয়ে একটি দালানের ছাদে উঠলো। মইটি অনুভূমিকের সাথে 40° কোণ উৎপন্ন করে দালানের ছাদে লাগানো ছিল।

- (ক) লোকটি কর্তৃক কৃতকাজ বের কর।

- (খ) মইটির দৈর্ঘ্য 60m হলে অনুভূমিকের সাথে কত কোণে স্থাপন করলে একই পরিমাণ কাজ সম্পাদিত হবে এবং এক্ষেত্রে কোনো সুবিধা পাওয়া যাবে কিনা- গাণিতিকভাবে মতামত দাও।

[রা.বো '১৭]

সমাধান:

- (ক) আমরা জানি,

অভিকর্ষের বিরুদ্ধে কৃতকাজ,

$$w = mg'h$$

$$= 100 (-9.8) \times 25.7$$

$$= -25186 \text{ J}$$

$$= -2.52 \times 10^4 \text{ J}$$

অতএব, কাজের পরিমাণ $2.52 \times 10^4 \text{ J}$

এখানে,

$$m = 80 + 20 = 100 \text{ kg}$$

$$g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$$

$$h = 40 \sin 40^\circ = 25.7 \text{ m}$$

এখানে $g' = -g$ হবে।

NOTE BASKET

www.Educationblog24.com

www.Educationblog24.com

(খ) একই পরিমাণ কাজের শর্তে মইয়ের উন্নতি কোণ α ধরি, ১ম ক্ষেত্রে $\theta = 40^\circ$ এবং দ্বিতীয় ক্ষেত্রে θ

$$w_1 = mg'h_1$$

$$w_2 = mg'h_2$$

শর্তানুযায়ী,

$$w_1 = w_2$$

$$\therefore mg'h_1 = mg'h_2$$

$$\text{বা, } h_1 = h_2$$

$$\text{বা, } 40 \sin 40^\circ = 60 \sin \alpha$$

$$\text{বা, } \alpha = 25.37^\circ$$

আনুভূমিকের সাথে 25.37° কোণে 60m দীর্ঘ মইটি লাগালে একই পরিমাণ কাজ কম শক্তি প্রয়োগ করে করা যাবে। কারণ, α এর মানের বৃদ্ধির সাথে g এর মান বৃদ্ধি পায় ফলে কাজ করা অপেক্ষাকৃতভাবে কঠিন হয়ে পড়ে।

$\therefore \theta$ এর মান হ্রাস পেলে g এর প্রবাব কতে থাকে এবং কাজ করা সহজ হয়।

৩৪। একটি পানিপূর্ণ কুয়ার গভীরতা 20m ও ব্যাস 2m. কুয়াটিকে পানিশূন্য করার জন্য 5HP-এর একটি পাম্প লাগানো হল। অর্ধেক পানি তোলার পর পাম্পটি নষ্ট হয়ে গেল। বাকি পানি তোলার জন্য একই ক্ষমতাসম্পন্ন আর একটি পাম্প লাগানো হল।

(ক) প্রথম পাম্প দ্বারা সম্পাদিত কাজের পরিমাণ নির্ণয় কর।

(খ) প্রথম ও দ্বিতীয় পাম্প দ্বারা পানি তুলতে একই সময় লাগবে কিনা গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে দেখাও। [ঢা.বো '১৭]

(ক) কুয়ার আয়তন,

$$v = \pi r^2 h$$

$$= \pi \times 1^2 \times 20$$

$$= 20\pi \text{ m}^3$$

কুয়ার পানির ভর,

$$m = \rho v$$

$$= 1000 \times 20\pi$$

$$= 6.28 \times 10^4 \text{ kg}$$

$$w = mgh'$$

$$= \frac{mg}{2} \times \frac{h}{4}$$

$$= \frac{6.28 \times 10^4 \times 20 \times 9.8}{2 \times 4}$$

$$= 1.54 \times 10^6 \text{ J}$$

অর্ধেক পানির জন্য পানির ওজনও অর্ধেক হবে,

$$h' = \frac{h}{4} \left(\frac{h}{2} - \frac{h}{4} \right)$$

এখানে,

$$\text{কুয়ার গভীরতা, } h = 20\text{m}$$

$$\text{ব্যাসার্ধ, } r = \frac{2}{2} = 1\text{m}$$

$$\text{পানির ঘনত্ব, } \rho = 1000 \text{ kg/m}^3$$

ভরকেন্দ্রের সরণ,

অর্ধেক পানির জন্য পানির ওজনও অর্ধেক হবে,

$$h' = \frac{h}{4} \left(\frac{h}{2} - \frac{h}{4} \right)$$

(খ) আমরা জানি,

$$\text{ক্ষমতা} \times \text{সময়} = \text{কৃতকাজ}$$

$$\text{বা, } P \times t = w$$

$$\text{বা, } t = \frac{w}{P} = \frac{mgh'}{P}$$

NOTE BASKET

www.Educationblog24.Com

www.Educationblog24.Com

১ম ক্ষেত্রে, $h' = \frac{h}{4}$, এবং সময় t'

এবং দ্বিতীয় ক্ষেত্রে, $h'' = \frac{3h}{4}$, সময় t''

উভয়ক্ষেত্রে পানির ওজন অর্ধেক হবে।

তাহলে,

$$t' = \frac{mg}{2} \times \frac{h}{4p} = \frac{mgh}{8p} = \frac{6.28 \times 10^4 \times 20 \times 9.8}{2 \times 4 \times 5 \times 746} = 412.5s$$

$$h'' = \frac{h}{4} + \frac{h}{2} = \frac{3h}{4}$$

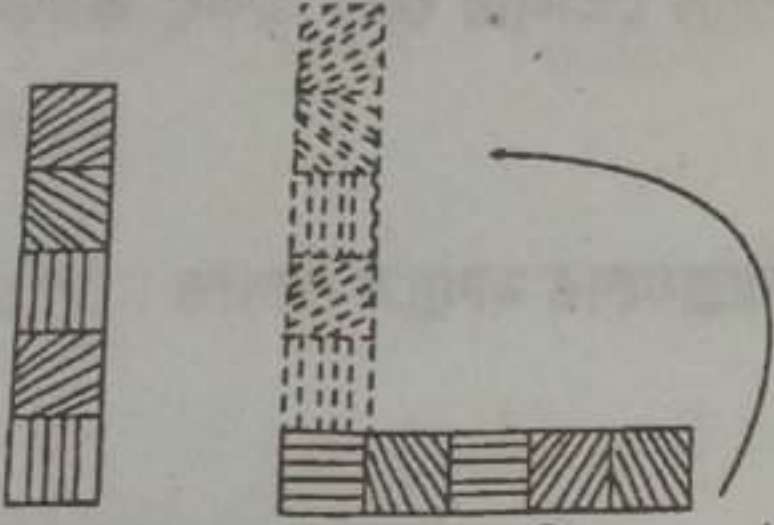
$$t'' = \frac{mg}{2} \times \frac{3h}{4p} = 3 \times \frac{mgh}{8p} = 3 \times t'$$

অর্থাৎ দ্বিতীয় ক্ষেত্রে তিনগুণ সময় লাগবে।

এখানে,

$$p = 5 \text{ hp} = 5 \times 746 \text{ w}$$

- ৩৫। 50cm বাহুবিশিষ্ট কোনো ঘনকের ভর 25kg। এরূপ পাঁচটি ঘনককে একটির উপর আরেকটি রেখে একটি স্তম্ভ তৈরি করা হল। অন্যদিকে অনুরূপ আরো পাঁচটি ব্লককে ভূমিতে পাশাপাশি সংযুক্ত করে স্তম্ভটিকে খাড়া করা হল।



- (ক) স্তম্ভের চূড়া হতে একটি পাথর টুকরা পড়ে গেলে কত বেগে ভূমিতে আঘাত করবে?

- (খ) স্তম্ভ তৈরির কোন উপায়টি অধিক গ্রহণযোগ্য? গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে ব্যাখ্যা কর।

[দি.বো '১৭]

সমাধান:

- (ক) আমরা জানি,

$$v^2 = u^2 + 2gh$$

$$\text{বা, } v^2 = 2gh$$

$$\text{বা, } v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \times 9.8 \times 2.5} = 7 \text{ ms}^{-1}$$

$$\text{উত্তর: } 7 \text{ ms}^{-1}$$

এখানে,

$$\text{আদিবেগ, } u = 0$$

$$\text{উচ্চতা, } h = 5 \times .5 = 2.5 \text{ m}$$

$$g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$$

$$\text{ভূমিতে পতনবেগ, } v = ?$$

- (খ) একটির উপর একটি ঘনক রেখে সম্পাদিত কাজের পরিমাণ,

$$w_1 = mg \frac{n(n-1)}{2} h$$

$$= 25 \times 9.8 \times \frac{5(5-1) \times 0.5}{2}$$

$$= 1225 \text{ J}$$

দ্বিতীয় ক্ষেত্রে কৃতকাজ,

$$w = mgh'$$

$$w_2 = mg \left(\frac{h}{2} - \frac{0.5}{2} \right)$$

$$= 125 \times 9.8 \times 1$$

$$= 1225 \text{ J}$$

$$\therefore w_1 = w_2$$

উভয় ক্ষেত্রে কৃতকাজের পরিমাণ একই।

এখানে,

$$m = 25 \text{ kg} = 25 \text{ kg}$$

$$g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$$

$$n = 5$$

$$h = 5 \times 0.5 = 2.5 \text{ m}$$

এখানে,

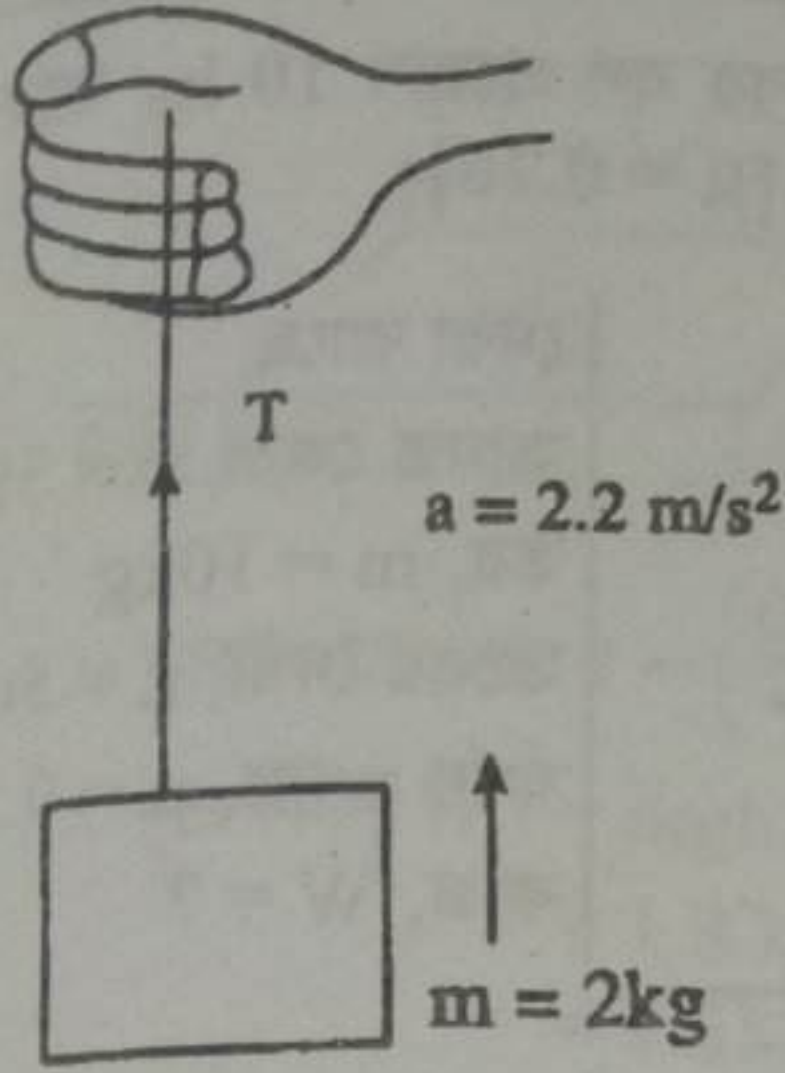
$$\text{ভরকেন্দ্রের সরন, } h' = \frac{h}{2} - \frac{0.5}{2}$$

$$\text{যেখানে, } h = 5 \times 0.5 = 2.5 \text{ m}$$

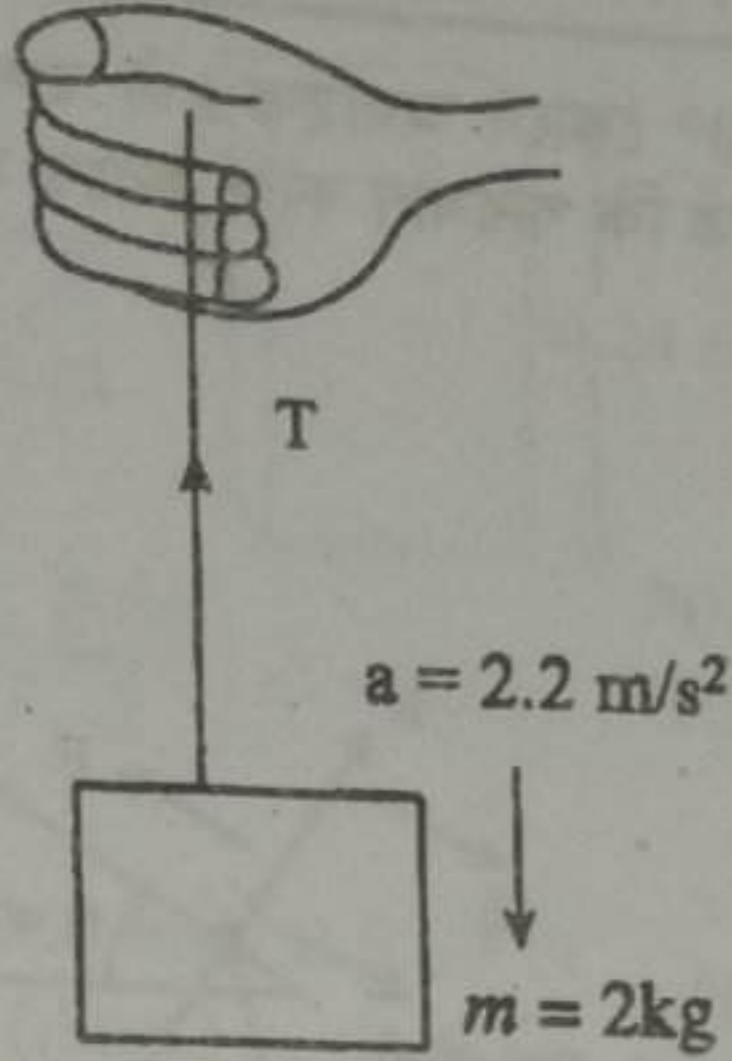
৩৬।

একটি সুতার সাহায্যে 2 kg ভরের একটি বস্তুকে ঝুলিয়ে বস্তুটিকে 2.2 m/s^2 সমত্বরণে 5 m উপরে উঠানো হলে এবং পরবর্তীতে নিচে নামানো হলো।

উঠানোর সময়



নামানোর সময়



(ক) উপরে উঠানোর সময় সুতার টান কত?

(খ) বস্তুটিকে উঠাতে বা নামাতে সুতার টান কর্তৃক বস্তুটির উপর কৃতকাজ কোন ক্ষেত্রে বেশি হবে? গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে মতামত দাও।

[অভিন্ন প্রশ্ন (খ সেট) '১৮]

সমাধান:

(ক) উপরে ওঠানোর সময়,

$$\begin{aligned} T - mg &= ma \\ \text{বা, } T &= ma + mg \\ &= m(a + g) \\ &= 2(9.8 + 2.2) \\ &= 24 \text{ N} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{এখানে,} \\ m &= 2 \text{ kg} \\ g &= 9.8 \text{ ms}^{-2} \\ a &= 2.2 \text{ ms}^{-2} \\ \text{সুতার টান, } T &= ? \end{aligned}$$

উত্তর: 24N

(খ) উঠানোর সময় কৃতকাজ,

$$\begin{aligned} w_1 &= T \times h \\ &= 24 \times 5 \\ &= 120 \text{ J} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{এখানে,} \\ T &= 24 \text{ N} \\ h &= 5 \text{ m} \end{aligned}$$

নিচে নামানোর সময় টান,

$$\begin{aligned} T &= m(g - a) \\ &= 2(9.8 - 2.2) \\ &= 15.2 \text{ N} \end{aligned}$$

কৃতকাজ,

$$\begin{aligned} w_2 &= T \times h \\ &= 15.2 \times 5 \\ &= 76 \text{ N} \end{aligned}$$

$$w_1 > w_2$$

উপরে ওঠানোর ক্ষেত্রে কাজ বেশি করতে হয়েছে।

NOTE BASKET

৩৭-৭৩ নং পর্যন্ত বুয়েট, কুয়েট, চুয়েট ও বোর্ড অংশে সমাধান দ্রষ্টব্য

বুয়েট, কুয়েট, রুয়েট, চুয়েট, মেডিকেল, টেক্সটাইল, বিশ্ববিদ্যালয়ের
বিগত বছরের ভর্তি পরীক্ষার গাণিতিক সমস্যাবলির সমাধান

কোনো কুয়া থেকে 30 m উপরে পানি তোলার জন্য 5kW এর একটি পাম্প ব্যবহার করা হয়। পাম্পের কর্মদক্ষতা 90% হলে প্রতি মিনিটে কত লিটার পানি তোলা যাবে। [g = 9.8 m/sec²] [বুয়েট ১৮-১৯]

সমাধান:

পাম্পের কার্যক্ষমতা $P = \eta \times E$

$\therefore P = 0.9 \times 5 \times 10^3 \text{ W}$
 $= 4500 \text{ W}$

আমরা জানি,

$P = \frac{mgh}{t}$

বা, $4500 = \frac{m \times 9.8 \times 30}{60}$

বা, $m = 918.37 \text{ kg}$
 $= 918.37 \text{ Liter}$

$\therefore 918.37 \text{ Liter. Ans.}$

এখানে,

$\eta = 90\% = 0.9$

$E = 5 \times 10^3 \text{ W}$

$P = ?$

এখানে,

$h = 30 \text{ m}$

$P = 4500 \text{ W}$

$t = 60 \text{ s}$

$g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$

$m = ?$

পুত্রের ভর পিতার ভরের অর্ধেক। পিতার গতিশক্তি পুত্রের গতিশক্তির অর্ধেক। পিতার বেগ 1 ms^{-1} বাড়ালে তার গতিশক্তি পুত্রের গতিশক্তি সমান হয়। উভয়ের বেগ নির্ণয় কর। [বুয়েট ১৫-১৬]

সমাধান: পুত্রের ভর = m_1 ; পিতার ভর, $m_2 = 2m_1$

পিতার বেগ, = v_2 ; পুত্রের বেগ = v_1

$K.E_1 = 2 K.E_2$ বা, $\frac{1}{2} m_1 v_1^2 = 2 \times \frac{1}{2} m_2 v_2^2$

বা, $m_1 v_1^2 = 2.2 m_1 v_2^2$ বা, $v_1^2 = 4 v_2^2$ (i)

আবার,

$\frac{1}{2} m_1 v_1^2 = \frac{1}{2} m_2 (v_2 + 1)^2$ বা, $m_1 v_1^2 = 2m_1 (v_2 + 1)^2$

বা, $v_1^2 = 2 (v_2 + 1)^2$ বা, $4 v_2^2 = 2(v_2^2 + 2v_2 + 1)$ বা, $v_2^2 - 2v_2 - 1 = 0$

$\therefore v_2 = 1 \pm \sqrt{2}$

বেগ ধনাত্মক বলে, $v_2 = 2.41 \text{ ms}^{-1}$

(i) হতে $v_1^2 = 4v_2^2$ বা, $v_1 = 4.82 \text{ ms}^{-1}$

Ans: 4.82 ms^{-1} , 2.41 ms^{-1}

10 N বল প্রয়োগে একটি গাড়ীকে 100 m সারিতে কত কাজ করতে হবে? বল ও সরণের মধ্যবর্তী কোণ 60° . [বুয়েট ১৩-১৪]

A. 100 joule

B. 1000 joule

C. 500 joule

D. 50 joule

Ans: C

ব্যাখ্যা: $W = FScos\theta = 10 \times 100 \times \cos 60^\circ = 500 \text{ J}$

100 kg ভরের একটি বস্তুকে স্প্রিং থেকে ঝুলানো হল যার স্প্রিং ধ্রুবক 200 N/m । স্প্রিং এর দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি (স্প্রিং এর এক প্রান্ত আটকানো আছে) হবে- [বুয়েট ১৩-১৪]

A. 0.05 m

B. 20.0 m

C. 2.4 m

D. 0.49 m

Ans: D

ব্যাখ্যা: $kx = mg$

বা, $x = \frac{mg}{k} = \frac{10 \times 9.8}{200} = 0.49 \text{ m}$

NOTE BASKET

- ◆ একটি ইঞ্জিনে 200 m গভীর কূপ থেকে প্রতি মিনিটে 500 kg পানি উত্তোলন করে। যদি 20% ক্ষমতার অপচয় হয়, তাহলে ইঞ্জিনটির প্রকৃত ক্ষমতা কত? [বুয়েট ১২-১৩]

সমাধান: ধরি প্রকৃত ক্ষমতা = P

$$\text{কার্যকর, } P' = \frac{mgh}{t} = \frac{500 \times 9.8 \times 200}{60} = 16.33 \text{ kW}$$

$$\text{এখন, } p' = 0.8 \times P \text{ বা, } 0.8 = \frac{16.33}{P}$$

$$\therefore P = 20.416 \text{ kW}$$

- ◆ নিম্নের বস্তুর মধ্যে কোনটির গতিশক্তি বেশি?

A. ভর 3M এবং বেগ V

C. ভর 2M এবং বেগ 3V

B. ভর 3M এবং বেগ 2V

D. ভর M এবং বেগ 4V

ব্যাখ্যা: $E \propto MV^2$ \therefore 2M ভর ও বেগ 3V হলে, E সর্বোচ্চ হবে।

[বুয়েট ১২-১৩]

Ans: C

- ◆ একটি পাম্প ঘন্টায় 25×10^6 kg পানি 50m গভীর কুয়া থেকে তুলতে পারে। পাম্পের ক্ষমতা 70% কার্যকর হলে প্রকৃত ক্ষমতা কত? [বুয়েট ১৪-১৫]

A. 4.06 MW

C. 2.38 MW

E. 238 MW

B. 4.86 MW

D. 420 MW

Ans: B

$$\text{ব্যাখ্যা: } P = \frac{mgh}{t} = \frac{25 \times 10^6 \times 9.8 \times 50}{3600} = 3402777.778$$

$$\therefore \text{প্রকৃত ক্ষমতা} = \frac{3402777.778 \times 100}{70} = 4.86 \text{ MW}$$

- ◆ একটি ইঞ্জিন 10^6 kg ভরের একটি ট্রেনকে ভূমির সাথে 1.17° কোণে 36 km/hr হারে টেনে নিচ্ছে। যদি ঘর্ষণজনিত বাধা প্রতি 10^4 kg তে 10 N হয়, তবে ইঞ্জিনের ক্ষমতা নির্ণয় কর। [$g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$] [বুয়েট ৯৯-০০]

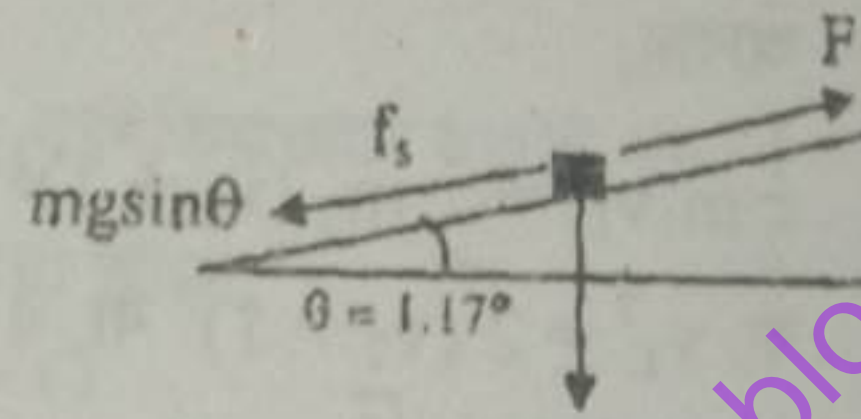
সমাধান: ঘর্ষণ বল, $F_s = \frac{10^6}{10^4} \times 10 = 1000 \text{ N}$

$$F = F_1 + F_s$$

$$= mg \sin \alpha + F_2$$

$$= 10^6 \times 9.8 \times \sin 1.170^\circ + 1000 = 201105.54 \text{ N}$$

$$\text{ক্ষমতা, } P = F \times v = 201105.54 \times \frac{36 \times 1000}{3600} = 201105.54 \times 10 = 2011055.4 \text{ watt}$$



- ◆ 1200 kg ভরের একটি গাড়ির ইঞ্জিনের ক্ষমতা 134.05 H.P ও কর্মদক্ষতা 90% গাড়িটিকে স্থিরাবস্থা থেকে 30 ms^{-1} বেগে আনতে ন্যূনতম কত সময় লাগবে? [বুয়েট ১০-১১]

সমাধান: প্রাপ্ত ক্ষমতা, $P = 134.05 \times 746 \times 90\% = 90001.17 \text{ watt}$

গতিশক্তি = কৃতকাজ

$$\text{বা, } \frac{1}{2} mv^2 = Pt \text{ বা, } t = \frac{\frac{1}{2} mv^2}{P} = \frac{1200 \times (30)^2}{2 \times 90001.17} = 5.999 \text{ sec}$$

$$\therefore t \approx 6 \text{ sec}$$

- ◆ 10 m উপর থেকে 10 kg ভরের একটি মুক্তভাবে ঝুলন্ত বস্তুর মাটি থেকে 5 m উপরে মোট শক্তি হবে- [বুয়েট ১০-১১]

A. 490 J

C. 735 J

B. 100 J

D. 980 J

Ans: D

ব্যাখ্যা: পড়ন্ত বস্তুর ক্ষেত্রে যেকোনো উচ্চতায় মোট শক্তি বস্তুর আদি উচ্চতায় বিভব শক্তির সমান।

$$\therefore \text{মোট শক্তি} = 10 \times 10 \times 9.8 = 980 \text{ J}$$

80 মি. উচ্চতা থেকে যদি একটি বল মেঝেতে পড়ে এবং বলটির 20% শক্তি মেঝের সাথে প্রতিঘাতে হ্রাস পায়, তবে বলটি মেঝেতে বাড়ি খেয়ে যে উচ্চতায় উঠবে—

- A. 60 m
C. 68 m
B. 64 m
D. 72 m

[বুয়েট ১১-১২]

Ans: C

ব্যাখ্যা: 80 m উচ্চতা হতে পড়লে বস্তুর গতিশক্তি = $mgh = m \times 9.8 \times 80$ J
20% শক্তি হারিয়ে যায় অর্থাৎ অবশিষ্ট শক্তি থাকে = $0.8 \times m \times 9.8 \times 80$
 $\therefore mgh' = 0.8 \times 9.8 \times 80$
 $\therefore h' = 64$ m

কোনো বস্তুর গতিশক্তি 300% বৃদ্ধি করা হলে, উক্ত বস্তুর ভরবেগ বাড়বে—

- A. 100%
C. 200%
B. 150%
D. 400%

[বুয়েট ০৮-০৯]

Ans: A

ব্যাখ্যা: আমরা জানি, $E_k = \frac{P^2}{2m}$ $\therefore E_k \propto P^2$ বা, $\frac{E_{k_2}}{E_{k_1}} = \frac{P_2^2}{P_1^2}$ বা, $\frac{4E_{k_1}}{E_{k_1}} = \frac{P_2^2}{P_1^2}$

$\therefore P_2 = 2P_1 \therefore \Delta P = 2P_1 - P_1 = P_1 = 100\%$

6000 ওয়াটের একটি মোটর 10 সেকেন্ড কী পরিমাণ কাজ করে?

- A. 6.0×10^1 joule
C. 6.0×10^2 joule
B. 6.0×10^3 joule
D. 6.0×10^4 joule

[বুয়েট ০৯-১০]

Ans: D

ব্যাখ্যা: $W = Pt = 6000 \times 10 = 6 \times 10^4$ J

নিচের বস্তুর মধ্যে কোনটির গতিশক্তি বেশি?

- A. ভর 3M এবং বেগ V
C. ভর 2M এবং বেগ 3V
B. ভর 3M এবং বেগ 2V
D. ভর M এবং বেগ 4V

[বুয়েট ১২-১৩]

Ans: C

A. এর জন্য $E_k = \frac{1}{2} \times 3M \times v^2 = 1.5 Mv^2$

B. এর জন্য $E_k = \frac{1}{2} \times 3M \times (2v)^2 = 6 Mv^2$

C. এর জন্য $E_k = \frac{1}{2} \times 3M \times (3v)^2 = 9 Mv^2$

D. এর জন্য $E_k = \frac{1}{2} \times M \times (4v)^2 = 8 Mv^2$

একটি ইঞ্জিন 5 মিনিটে কুয়া থেকে 10,000 লিটার পানি 10. m গড় উচ্চতায় তুলতে পারে। ইঞ্জিনটির ক্ষমতা 70% কার্যকর হলে এর অশ্ব ক্ষমতা কোনটি?

[কুয়েট ১৮-১৯]

- A. 3.35 H.P
C. 3.65 H.P
E. 6.25 H.P
B. 3.07 H.P
D. 4.38 H.P

NOTE BASKET

Ans: E

সমাধান: $P = \frac{mgh}{t} = \frac{10000 \times 9.8 \times 10}{5 \times 60} = 3266.67$ W

আবার, $\eta = \frac{\text{কার্যকর ক্ষমতা}}{\text{প্রদত্ত ক্ষমতা}}$ বা, $0.7 = \frac{3266.67}{\text{প্রদত্ত ক্ষমতা}}$ বা, ইঞ্জিনের ক্ষমতা = 4666.667 W = 6.256 H.P

একটি কুয়া থেকে ইঞ্জিনের সাহায্যে প্রতি ঘন্টায় 25×10^6 kg পানি 50m উচ্চতায় উঠানো হয়। 70% ক্ষমতা ক্ষয় হলে এর অশ্বক্ষমতা নির্ণয় করো।

[কুয়েট ১৭-১৮]

- A. 4.8×10^6 H.P.
C. 5.7×10^3 H.P.
E. 6251 H.P.
B. 6516 H.P.
D. 3649 H.P.

Ans: B

সমাধান: $p \times \frac{70}{100} = \frac{mgh}{t}$

বা, $p = \frac{mgh \times 100}{t \times 70} = \frac{25 \times 10^6 \times 9.8 \times 50 \times 100}{3600 \times 70} = 4861111.11$ W = 6516 H.P

- ◆ 20,000 kg ভরের একটি গাড়ীর ইঞ্জিনের ক্ষমতা 560 H.P ও কর্মদক্ষতা 80%। গাড়ীটিকে স্থির অবস্থা থেকে 25m/s বেগে আনতে ন্যূনতম কত সময় লাগবে? (1 HP = 0.746 KW) [কুয়েট ১৬-১৭]
- A. 3.74 sec. B. 6 sec.
C. 18 sec. D. 37.4 sec
- Ans: C

$$\text{সমাধান: } E_k = \frac{1}{2} m(v^2 - v_0^2) = \frac{1}{2} \times 20000 \times 25^2 = 6250000 \text{ J}$$

$$W = E_k = Pt \text{ বা, } t = \frac{E_k}{P} = \frac{6250000}{0.8 \times 560 \times 746} = 18.7 \text{ s} = 18 \text{ s}$$

- ◆ 60 kg ভরের একজন লোক প্রতিটি 15 cm উঁচু 50 টি সিঁড়ি 20 sec এ উঠতে পারে। লোকটির অশ্বক্ষমতা কত? [কুয়েট ১৪-১৫]
- A. 0.396 HP B. 0.496 HP
C. 0.596 HP D. 0.296 HP
- Ans: D

$$\text{ব্যাখ্যা: } P = \frac{mgh}{t} = \frac{4410}{20 \times 746} = 0.296 \text{ HP}$$

- ◆ পৃথিবী পৃষ্ঠ হতে 5km উপরে কিছু মেঘ ভেসে আছে। ঐ মেঘ বৃষ্টিরূপে নেমে এসে ভূপৃষ্ঠে 100 km² স্থানে 1 mm গভীরতার পানি সৃষ্টি করতে পারে। উক্ত পানিকে আবার মেঘে পরিণত করতে কত কাজের প্রয়োজন? [কুয়েট ১৫-১৬]
- A. 49 × 10¹¹ J B. 49 × 10⁸ J
C. 4.9 × 10¹¹ ergs D. 9.8 × 10¹¹ J
- Ans: A

$$\text{সমাধান: } w = mgh = vpggh = Adpgh = (100 \times 10^6 \times 0.001) \times 1000 \times 9.8 \times 5 \times 10^3 \text{ J} = 49 \times 10^{11} \text{ J}$$

- ◆ পৃথিবী পৃষ্ঠের 20m নিচ থেকে মোটর পাম্পের সাহায্যে পানি টেনে উঠানো হয় এবং প্রতি মিনিটে 600 kg পানি নির্গত হয়। যদি পানি বাইরে আসার বেগ 5 m/s হয়, মোটর পাম্পের ক্ষমতা কত? [কুয়েট ১২-১৩]
- A. 1.96 kW B. 2 kW
C. 2.085 kW D. 125 kW
- Ans: C

$$\text{ব্যাখ্যা: } W = mgh + \frac{1}{2} mv^2 = 600(9.8 \times 20 + \frac{1}{2} \times 5^2) = 125100 \text{ J}$$

$$P = \frac{w}{t} = \frac{125100}{60} \text{ watt} = 2085 \text{ watt} = 2.085 \text{ kW}$$

- ◆ 90 ফুট উচ্চতা হতে একটি বস্তুকে পতিত হতে দেওয়া হলো। কোথায় এর গতিশক্তি স্থিতিশক্তির অর্ধেক হবে? [কুয়েট ০৪-০৫]

$$\text{সমাধান: } x \text{ উচ্চতায় P.E} = mgx \text{ এবং K.E} = \frac{1}{2} m.v^2$$

$$= \frac{1}{2} m(u^2 + 2g(h-x))$$

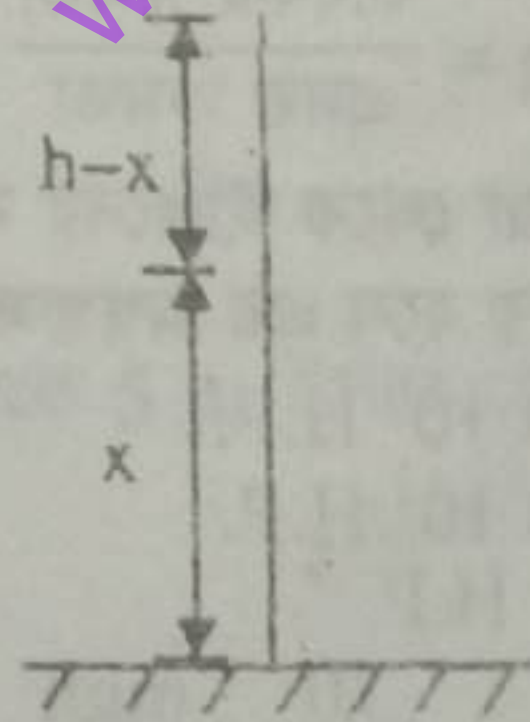
$$= \frac{1}{2} m \times 2g(h-x) = mg(h-x)$$

$$\text{এখন, } \frac{1}{2} mgx = mg(h-x)$$

$$\text{বা, } \frac{1}{2} x = h - x$$

$$\text{বা, } \frac{3}{2} x = h$$

$$\therefore x = \frac{2}{3} h = 60 \text{ ft}$$



100 m গভীর একটি কূপ থেকে ইঞ্জিনের সাহায্যে প্রতি মিনিটে 1000 kg পানি উঠানো হয়। যদি ইঞ্জিনটির ক্ষমতার 20% নষ্ট হয়, তবে এর অশ্বক্ষমতা কত? [কুয়েট ০৭-০৮]

- A. 2.73 H.P
C. 272 H.P

- B. 27.37 H.P
D. 27 H.P

Ans: B

$$\text{ব্যাখ্যা: কার্যকর ক্ষমতা} = \frac{mgh}{t} = \frac{1000 \times 9.8 \times 100}{60} = 16333.33$$

$$\therefore W = 21.8945 \text{ H.P.}$$

$$\text{এখন, অশ্বক্ষমতা} \times \frac{80}{100} = 21.8945 \text{ H.P বা, অশ্বক্ষমতা} = 27.37 \text{ H.P}$$

কাজের পরিমাণ সবচেয়ে বেশি হবে যখন প্রযুক্ত বল ও সরণের কোণের মান থাকে— [কুয়েট ০৬-০৭]

- A. 30°
C. 90°

- B. 45°
D. 0°

Ans: D

ব্যাখ্যা: $W = Fs \cos \theta$ এর মান সর্বোচ্চ হলে W এর মান সর্বোচ্চ হবে।

$$\text{সেক্ষেত্রে } \cos \theta = 1 \text{ বা, } \cos 0^\circ = 1, \therefore \theta = 0^\circ$$

200 mg ভরের একটি বস্তু 10 উচ্চতা থেকে নিচে পড়ছে। ভূ-পৃষ্ঠকে স্পর্শ করার পূর্ব মুহূর্তে এর গতিশক্তি কত হবে? [কুয়েট ০৮-০৯]

- A. 196 J

- B. 19.6 J

- C. $19.6 \times 10^3 \text{ J}$

- D. $19.6 \times 10^{-3} \text{ J}$

Ans: D

ব্যাখ্যা: নির্ণয় গতিশক্তি হবে সর্বোচ্চ উচ্চতায় স্থিতিশক্তির সমান।

$$\text{অর্থাৎ } KE = mgh = 200 \times 10^{-6} \times 9.8 \times 10 = 19.6 \times 10^{-3} \text{ J}$$

কোন বিদ্যুৎ কেন্দ্রের সরবরাহকৃত বিদ্যুৎ শক্তি দ্বারা প্রতি সেকেন্ডে $5 \times 10^6 \text{ Joule}$ কাজ করা যায়। বিদ্যুৎ কেন্দ্রের ক্ষমতা কত? [কুয়েট ০৪-০৫]

- A. 500 MW

- B. 100 MW

- C. 500 MW

- D. 5 MW

Ans: D

একটি পানি পূর্ণ কূয়ার দৈর্ঘ্য 5m, প্রস্থ 3m, গভীরতা 10m। 80% কর্মদক্ষতা বিশিষ্ট একটি পাম্প 20 মিনিটে কূয়াটিকে পানিশূন্য করতে পারে। পাম্পটির অশ্বক্ষমতা কত? [চুয়েট ১৫-১৬]

- A. None of them

- B. 6.6 HP

- C. 8.21 Hp

- D. 10.26 HP

Ans: D

$$\text{সমাধান: } P = \frac{mgh}{t} \text{ বা, } m = v \times p = l \times w \times d \times \rho = 5 \times 3 \times 10 \times 1000 = 150000 \text{ kg}$$

$$\therefore P = \frac{mgh}{t} = \frac{150000 \times 9.8 \times 5}{1200s} = 6124W$$

$$h = \frac{0 + 10}{2}$$

$$P' = \frac{100}{80} \times P = 7656.25W = 10.26 \text{ HP}$$

একটি পানিপূর্ণ কূপের গভীরতা ও ব্যাস যথাক্রমে 10m ও 4m. একটি পাম্প 20 মিনিট কূপটিকে পানি শূন্য করতে পারে। পাম্প এর অশ্ব ক্ষমতা নির্ণয় কর। [চুয়েট ১৪-১৫]

- A. 5.1 hp

- B. 51.28 hp

- C. 6.87 hp

- D. None

Ans: C

সমাধান:

$$\text{বা, } P = \frac{mgh}{t} = \frac{v\rho gh}{t}$$

$$= \frac{\pi r^2 l \rho gh}{t}$$

$$= \frac{3.14 \times (2m)^2 \times 10 \times 10^3 \text{ kgm}^{-3} \times 9.8 \text{ ms}^{-2} \times 5m}{1200s}$$

$$= 5128.67w = 6.87HP$$

$$\text{গভীরতা, } l = 10m$$

$$h = \frac{0 + 10}{2} = 5m$$

$$\text{ব্যাস, } d = 4m$$

$$\text{ব্যাসার্ধ, } r = 2m$$

$$\text{সময়, } t = 20 \text{ min} = 2 \times 60 = 1200s$$

$$\text{ক্ষমতা, } p = ?$$

- ◆ 20,000 kg ভরের একটি গাড়ীর ইঞ্জিনের ক্ষমতা 560 H.P ও কর্মদক্ষতা 80%। গাড়ীটিকে স্থির অবস্থা থেকে 25m/s বেগে আনতে ন্যূনতম কত সময় লাগবে? (1 HP = 0.746 KW) [কয়েট ১৬-১৭]
- A. 3.74 sec. B. 6 sec.
C. 18 sec. D. 37.4 sec.
E. 374 sec.

সমাধান: $E_k = \frac{1}{2} m(v^2 - v_0^2) = \frac{1}{2} \times 20000 \times 25^2 = 6250000 \text{ J}$

$W = E_k = Pt$ বা, $t = \frac{E_k}{P} = \frac{6250000}{0.8 \times 560 \times 746} = 18.7 \text{ s} = 18 \text{ s}$

Ans: C

- ◆ 60 kg ভরের একজন লোক প্রতিটি 15 cm উঁচু 50 টি সিঁড়ি 20 sec এ উঠতে পারে। লোকটির অধিকক্ষমতা কত? [কয়েট ১৪-১৫]
- A. 0.396 HP B. 0.496 HP
C. 0.596 HP D. 0.296 HP
E. None

ব্যাখ্যা: $P = \frac{mgh}{t} = \frac{4410}{20 \times 746} = 0.296 \text{ HP}$

Ans: D

- ◆ পৃথিবী পৃষ্ঠ হতে 5km উপরে কিছু মেঘ ভেসে আছে। ঐ মেঘ বৃষ্টিরূপে নেমে এসে ভূপৃষ্ঠে 100 km² স্থানে 1 mm গভীরতার পানি সৃষ্টি করতে পারে। উক্ত পানিকে আবার মেঘে পরিণত করতে কত কাজের প্রয়োজন? [কয়েট ১৫-১৬]
- A. $49 \times 10^{11} \text{ J}$ B. $49 \times 10^8 \text{ J}$
C. $4.9 \times 10^{11} \text{ ergs}$ D. $9.8 \times 10^{11} \text{ N}$
E. 10^8 J

সমাধান: $w = mgh = vpggh = Adpgh = (100 \times 10^6 \times 0.001 \times 1000 \times 9.8 \times 5 \times 10^3) \text{ J} = 49 \times 10^{11} \text{ J}$

Ans: A

- ◆ পৃথিবী পৃষ্ঠের 20m নিচ থেকে মোটর পাম্পের সাহায্যে পানি টেনে উঠানো হয় এবং প্রতি মিনিটে 600 kg পানি নির্গত হয়। যদি পানি বাইরে আসার বেগ 5 m/s হয়, মোটর পাম্পের ক্ষমতা কত? [কয়েট ১২-১৩]
- A. 1.96 kW B. 2 kW
C. 2.085 kW D. 125 kW
E. 2.085 W

ব্যাখ্যা: $W = mgh + \frac{1}{2} mv^2 = 600(9.8 \times 20 + \frac{1}{2} \times 5^2) = 125100 \text{ J}$

$P = \frac{W}{t} = \frac{125100}{60} \text{ watt} = 2085 \text{ watt} = 2.085 \text{ kW}$

Ans: C

- ◆ 90 ফুট উচ্চতা হতে একটি বস্তুকে পতিত হতে দেওয়া হলো। কোথায় এর গতিশক্তি স্থিতি শক্তির অর্ধেক হবে? [কয়েট ০৪-০৫]

সমাধান: x উচ্চতায় P.E = mgx এবং K.E = $\frac{1}{2} m.v^2$

$= \frac{1}{2} m(u^2 + 2g(h-x))$

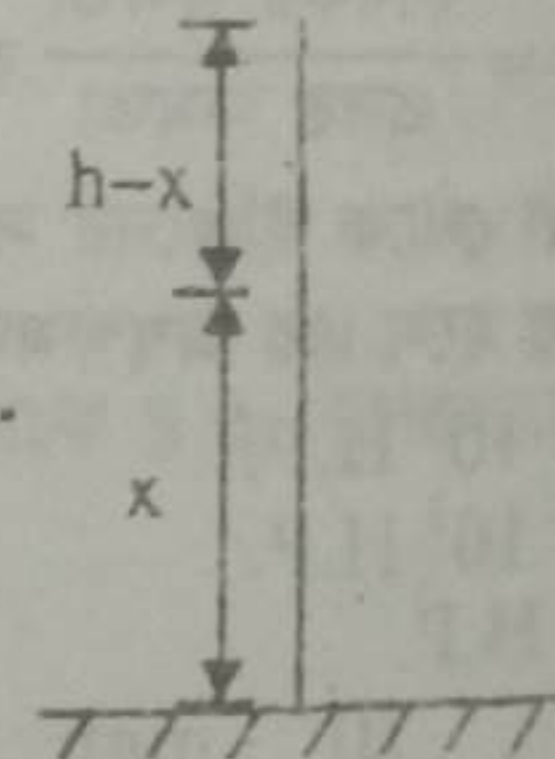
$= \frac{1}{2} m \times 2g(h-x) = mg(h-x)$

এখন, $\frac{1}{2} mgx = mg(h-x)$

বা, $\frac{1}{2} x = h - x$

বা, $\frac{3}{2} x = h$

$\therefore x = \frac{2}{3} h = 60 \text{ ft}$



NOTE BASKET

100 m গভীর একটি কূপ থেকে ইঞ্জিনের সাহায্যে প্রতি মিনিটে 1000 kg পানি উঠানো হয়। যদি ইঞ্জিনটির ক্ষমতার 20% নষ্ট হয়, তবে এর অশ্বক্ষমতা কত? [কুয়েট ০৭-০৮]

- A. 2.73 H.P
C. 272 H.P

- B. 27.37 H.P
D. 27 H.P

Ans: B

ব্যাখ্যা: কার্যকর ক্ষমতা = $\frac{mgh}{t} = \frac{1000 \times 9.8 \times 100}{60} = 16333.33$

$\therefore W = 21.8945 \text{ H.P.}$

এখন, অশ্বক্ষমতা $\times \frac{80}{100} = 21.8945 \text{ H.P}$ বা, অশ্বক্ষমতা = 27.37 H.P

কাজের পরিমাণ সবচেয়ে বেশি হবে যখন প্রযুক্ত বল ও সরণের কোণের মান থাকে—

- A. 30°
C. 90°

- B. 45°
D. 0°

[কুয়েট ০৬-০৭]

Ans: D

ব্যাখ্যা: $W = Fs \cos \theta \cos \theta$ এর মান সর্বোচ্চ হলে W এর মান সর্বোচ্চ হবে।

সেক্ষেত্রে $\cos \theta = 1$ বা, $\cos 0^\circ = 1, \therefore \theta = 0^\circ$

200 mg ভরের একটি বস্তু 10 উচ্চতা থেকে নিচে পড়ছে। ভূ-পৃষ্ঠকে স্পর্শ করার পূর্ব মুহূর্তে এর গতিশক্তি কত হবে? [কুয়েট ০৮-০৯]

- A. 196 J

- B. 19.6 J

- C. $19.6 \times 10^3 \text{ J}$

- D. $19.6 \times 10^{-3} \text{ J}$

Ans: D

ব্যাখ্যা: নির্ণয় গতিশক্তি হবে সর্বোচ্চ উচ্চতায় স্থিতিশক্তির সমান।

অর্থাৎ $KE = mgh = 200 \times 10^{-6} \times 9.8 \times 10 = 19.6 \times 10^{-3} \text{ J}$

কোন বিদ্যুৎ কেন্দ্রের সরবরাহকৃত বিদ্যুৎ শক্তি দ্বারা প্রতি সেকেন্ডে $5 \times 10^6 \text{ Joule}$ কাজ করা যায়। বিদ্যুৎ কেন্দ্রের ক্ষমতা কত? [কুয়েট ০৮-০৫]

- A. 500 MW

- B. 100 MW

- C. 500 MW

- D. 5 MW

Ans: D

একটি পানি পূর্ণ কূয়ার দৈর্ঘ্য 5m, প্রস্থ 3m, গভীরতা 10m। 80% কর্মদক্ষতা বিশিষ্ট একটি পাম্প 20 মিনিটে কূয়াটিকে পানিশূন্য করতে পারে। পাম্পটির অশ্বক্ষমতা কত? [চুয়েট ১৫-১৬]

- A. None of them

- B. 6.6 HP

- C. 8.21 Hp

- D. 10.26 HP

Ans: D

সমাধান: $P = \frac{mgh}{t}$ বা, $m = v \times \rho = l \times w \times d \times \rho = 5 \times 3 \times 10 \times 1000 = 150000 \text{ kg}$

$\therefore P = \frac{mgh}{t} = \frac{150000 \times 9.8 \times 5}{1200s} = 6124W$

$h = \frac{0 + 10}{2}$

$P' = \frac{100}{80} \times P = 7656.25W = 10.26 \text{ HP}$

একটি পানিপূর্ণ কূপের গভীরতা ও ব্যাস যথাক্রমে 10m ও 4m. একটি পাম্প 20 মিনিট কূপটিকে পানি শূন্য করতে পারে। পাম্প এর অশ্ব ক্ষমতা নির্ণয় কর। [চুয়েট ১৪-১৫]

- A. 5.1 hp

- B. 51.28 hp

- C. 6.87 hp

- D. None

Ans: C

সমাধান:

বা, $P = \frac{mgh}{t} = \frac{v\rho gh}{t}$

$= \frac{\pi r^2 l \rho gh}{t}$

$= \frac{3.14 \times (2m)^2 \times 10 \times 10^3 \text{ kgm}^{-3} \times 9.8 \text{ ms}^{-2} \times 5m}{1200s}$

$= 5128.67w = 6.87HP$

গভীরতা, $l = 10m$

$h = \frac{0 + 10}{2} = 5m$

ব্যাস, $d = 4m$

ব্যাসার্ধ, $r = 2m$

সময়, $t = 20 \text{ min} = 2 \times 60 = 1200s$

ক্ষমতা, $p = ?$

- ◆ 50 kg ভরের এক ব্যক্তি 5 sec এ কোন সিঁড়ি বেয়ে 20 ধাপ উপরে উঠল প্রতি ধাপের উচ্চতা 10 cm
লোকটি কত ক্ষমতা ব্যবহার করল? [চ্যুয়েট ১৫-১৬]
- A. 1.9×10^4 watt
B. 490 watt
C. 196 watt
D. None of them

Ans: C

$$\text{সমাধান: } P = \frac{mgh}{t} = \frac{50 \times 9.8 \times (20 \times 0.1)}{5} = 196 \text{ watt}$$

- ◆ 25 N বল কোন স্প্রিংকে টেনে 10 cm বৃদ্ধি করে। স্প্রিংকে 8 cm প্রসারিত করলে কত কাজ সম্পন্ন হয়?
[চ্যুয়েট ১৩-১৪]
- A. 0.8 J
B. 0.8 N-m
C. Both A & B
D. None

Ans: C

$$\text{সমাধান: } F = kx \therefore k = \frac{F}{x} = \frac{25}{0.10} = 250 \text{ Nm}^{-1}$$

$$W = \frac{1}{2} kx^2 = \frac{1}{2} \times 250 \times 0.08^2 = 0.8 \text{ J বা, } 0.8 \text{ Nm}$$

- ◆ একটি পানি পূর্ণ কুয়ার দৈর্ঘ্য 10 প্রস্থ 6 এবং গভীরতা 10। 80% কর্মদক্ষতা বিশিষ্ট একটি পাম্প 30 মিনিটে কুয়াটিকে পানি শূন্য করতে পারে। পাম্পটির অক্ষক্ষমতা নির্ণয় করো। [চ্যুয়েট ০৯-১০]

$$\text{সমাধান: কুয়ার আয়তন } (10 \times 6 \times 10) \text{ m}^3 = 600 \text{ m}^3$$

$$\text{এখানে বিবেচিত উচ্চতা হবে } = \frac{10}{2} = 5 \text{ m}$$

$$\therefore \text{পানির ভর} = (600 \times 1000) \text{ kg} = 6 \times 10^5 \text{ kg}$$

$$\therefore \text{পাম্পটির আপাত ক্ষমতা, } P' = \frac{mgh}{t} = \frac{6 \times 10^5 \times 9.8 \times 5}{30 \times 60} = 16333.667 \text{ watt}$$

$$\therefore \text{প্রকৃত ক্ষমতা, } P = \frac{16333.667}{0.8} \text{ watt} = 20416.667 \text{ watt}$$

$$\text{অক্ষক্ষমতা} = 27.368 \text{ H.P}$$

- ◆ 30 m উচ্চতা থেকে একটি বস্তুকে বিনা বাধায় পড়তে দিলে কোন স্থানে তার গতিশক্তি বিভব শক্তির দ্বিগুণ হবে? [চ্যুয়েট ১০-১১]
- A. 10 m
B. 25 m
C. 28 m
D. None of these

Ans: A

$$\text{এখন, } E_k = 2E_p \Rightarrow \frac{1}{2} mv^2 = 2 \times mgx \Rightarrow m \times 2g(h - x) = 4mgx \Rightarrow h - x = 2x$$

$$\therefore x = \frac{h}{3} = \frac{30}{3} = 10 \text{ m}$$

- ◆ সর্বোচ্চ 1800 kg ভর বহনে সক্ষম একটি লিফট 2 m/sec সমবেগে উপরের দিকে উঠেছে। গতির বিরুদ্ধে ত্রিন্মারত ঘর্ষণ বলের মান 4000 N, লিফট এর জন্য সর্বনিম্ন কত H.P বিশিষ্ট মোটরের প্রয়োজন হবে। [ক্যুয়েট ১৮-১৯]

$$\text{সমাধান: এখানে, ভর } m = 1800 \text{ kg, ত্বরণ } f = 0 \text{ ms}^{-2}$$

$$\text{লিফটের উপরমুখী বল } F = m(g + f) + \text{ঘর্ষণ বল}$$

$$\text{বা, } F = 1800(9.8 + 0) + 4000$$

$$\text{বা, } F = 21640 \text{ N}$$

$$\therefore \text{ক্ষমতা } P = FV = (21640 \times 2) \text{ W}$$

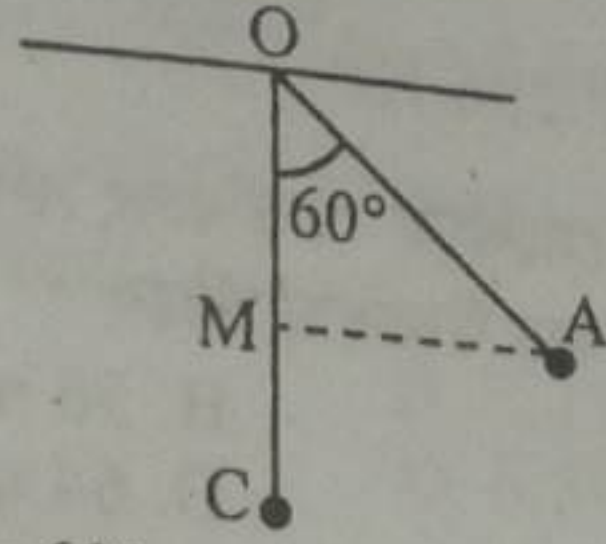
$$= 43280 \text{ W} = \frac{43280}{746} \text{ HP [1 H.P. = 746 W]}$$

$$= 58.016 \text{ H.P. Ans.}$$

এক মিটার দৈর্ঘ্যের একটি সরল দোলকের ববের ভর 200 গ্রাম। এটাকে 60° কোণে টেনে ছেড়ে দিয়ে মুক্তভাবে দুলতে দেওয়া হলো। ববের গতিশক্তি বের কর যখন (i) এটা সাম্যাবস্থা দিয়ে অতিক্রম করে (ii) সূতা লম্বের সাথে 30° কোণ করে $[g = 10 \text{ m/s}^2]$ ।

সমাধান: (i)

[রয়েট ১৮-১৯]



এখানে, $L = 1\text{m}$, $m = 0.2 \text{ kg}$, $\theta = 60^\circ$

$$OM = OA \times \cos 60^\circ = 1 \times \frac{1}{2} = 0.5 \text{ m}$$

$$\therefore MC = OC - OM = 1 - 0.5 = 0.5 \text{ m}$$

$$\therefore \text{A বিন্দুতে বিভব শক্তি, } U_A = mgMC = 0.2 \times 10 \times 0.5 = 1\text{J}$$

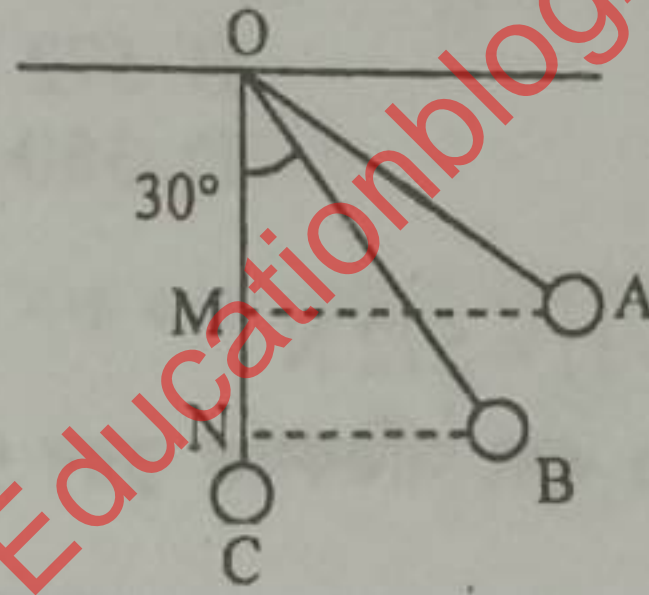
$$\therefore \text{A বিন্দুতে গতিশক্তি, } K_A = 0$$

$$\therefore \text{A বিন্দুতে মোট শক্তি, } E_A = 1\text{J}$$

$$\therefore \text{C বিন্দুতে গতিশক্তি, } K_C = 1\text{J} \quad [\text{যেহেতু } U_C = 0\text{J}]$$

$$\therefore \text{সাম্যাবস্থা অতিক্রমকালে গতিশক্তি, } = 1\text{J Ans.}$$

(ii)



বব B বিন্দুতে যখন $\theta = 30^\circ$

$$ON = OB \times \cos 30^\circ = 1 \times \cos 30^\circ = 0.867 \text{ m}$$

$$\therefore CN = OC - ON = (1 - 0.867) = 0.133 \text{ m}$$

$$\therefore \text{B বিন্দুতে বিভব শক্তি } U_B = mg \times CN = 0.2 \times 10 \times 0.133 = 0.266 \text{ J}$$

$$\therefore \text{B বিন্দুতে বিভব শক্তি } K_B = E_B - U_B = (1 - 0.266) \text{ J} = 0.734 \text{ J}$$

$$\therefore \text{B বিন্দুতে বিভব শক্তি } 0.734 \text{ J Ans.}$$

একটি জলবিদ্যুৎ পাওয়ার স্টেশন লেকের পানি ব্যবহার করে। টার্বাইন থেকে পানি স্তরের উচ্চতা 50 m। দক্ষতা 50% ধরে 1 MW ক্ষমতা পাওয়ার জন্য প্রতি সেকেন্ডে টার্বাইন দিয়ে প্রবাহিত পানির ভর নির্ণয় কর।

[রয়েট ১৮-১৯]

সমাধান: ধরি, পানির ভর = $m \text{ kg}$

$$\text{পানিতে সঞ্চিত বিভব শক্তি } E_p = mgh = m \times 9.8 \times 50 \\ = 490 \text{ m J}$$

$$\text{দক্ষতা } \eta = \frac{\text{কার্যকর ক্ষমতা}}{\text{প্রদত্ত ক্ষমতা}}$$

$$\text{বা, } \eta = \frac{P'}{P} \Rightarrow 0.5 = \frac{10^6}{490 \text{ m}}$$

$$\text{বা, } m = 4081.632 \text{ kg}$$

$$\therefore \text{টার্বাইন দিয়ে প্রবাহিত পানির ভর, } m = 4081.632 \text{ kg Ans.}$$

এখানে,

$$\eta = 50\% = 0.5$$

$$P' = 1 \text{ MW} = 10^6 \text{ W}$$

$$P = \frac{mgh}{t} = \frac{490 \text{ m}}{1} = (490 \text{ m}) \text{ W}$$

- ◆ 60 kg ভরের একজন লোক প্রতিটি 15 cm উঁচু 50টি সিঁড়ি 20 sec এ উঠতে পারে। লোকটির অশক্তিমানতা কত? [রয়েট ১৪-১৫]
- A. 0.396 HP
B. 0.496 HP
C. 0.596 HP
D. 0.296 HP
E. None
Ans: D

$$\text{সমাধান: } P = \frac{mgh}{t} = \frac{4410}{20 \times 746} = 0.296 \text{ HP}$$

- ◆ 80 m উচ্চতা থেকে যদি একটি বল মেঝেতে পড়ে এবং বলটির 20% শক্তি মেঝের সাথে প্রতিঘাতে হ্রাস পায়, তবে বলটি মেঝেতে বাড়ি খেয়ে কত উচ্চতায় উঠবে [রয়েট ১৩-১৪]
- A. 20 m
B. 56 m
C. 61 m
D. 64 m
E. None
Ans: D

$$\text{ব্যাখ্যা: } mgh' = .8 mg \times 80 \text{ বা, } h' = 64 \text{ m}$$

- ◆ গাছের একটি আপেল পৃথিবীকে f বলে আকর্ষণ করছে। পৃথিবী আপেলকে F বলে আকর্ষণ করছে। সুতরাং- [রয়েট ১৩-১৪]
- A. $F \gg f$
B. $F > f$
C. $F = f$
D. $F < f$
E. None
Ans: C

ব্যাখ্যা: দুটি বস্তুর আকর্ষণ বল সমান।

- ◆ একটি লিফট 1 m/sec^2 ত্বরণে নিচে নামছে। লিফটের মধ্যে দাঁড়ানো একজন ব্যক্তির ভর 65 kg হলে, তিনি কত বল অনুভব করবেন? [রয়েট ১৩-১৪]
- A. 475 N
B. 572 N
C. 590 N
D. 350 N
E. None
Ans: B

$$\text{ব্যাখ্যা: } F = m(g-a) = 65(9.8 - 1) = 572 \text{ N}$$

- ◆ পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$ এবং অভিকর্ষজ ত্বরণ 9.8 ms^{-2} হলে পৃথিবীর পৃষ্ঠ হতে কোন বস্তুর মুক্তি বেগ কত হবে? [রয়েট ১৩-১৪]
- A. $1.12 \times 10^4 \text{ m/s}$
B. $11.2 \times 10^4 \text{ m/s}$
C. $2.11 \times 10^4 \text{ m/s}$
D. $21.12 \times 10^4 \text{ m/s}$
E. None
Ans: A

$$\text{ব্যাখ্যা: মুক্তিবেগ} = \sqrt{2gR} = \sqrt{2 \times 9.8 \times 6.4 \times 10^6} = 1.12 \times 10^4 \text{ ms}^{-1}$$

- ◆ সূর্যের ভরের সঠিক সমীকরণ কোনটি? [রয়েট ১২-১৩]
- A. $M = \frac{4\pi r^3}{GT^2}$
B. $M = \frac{4\pi r^2}{GT^2}$
C. $M = \frac{4\pi^2 r^2}{GT^2}$
D. $M = \frac{4\pi^2 r^3}{GT^3}$
E. $M = \frac{4\pi^2 r^3}{GT^2}$
Ans: E

- ◆ মুক্তি বেগের সমীকরণ কোনটি? [রয়েট ১২-১৩]

A. $V_E = \sqrt{2gR}$

C. $V_E = \sqrt{2} gR$

E. None

ব্যাখ্যা: $V_E = \sqrt{2gR}$

B. $V_E = 2gR$

D. $V_E = \frac{\sqrt{2}}{gR}$

Ans: A

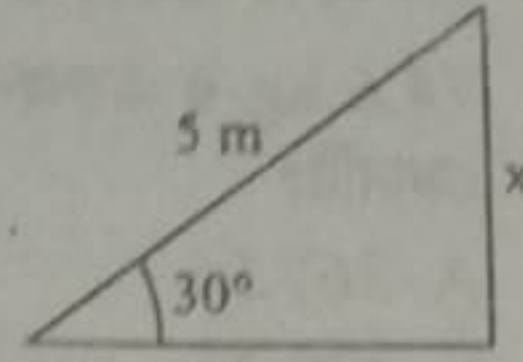
একটি দালানের ছাদের সাথে লাগানো 5m লম্বা একটি মই আনুভূমিকের সাথে 30° কোণ করে আছে। 60 kg ভরের এক ব্যক্তি 20 kg ভরের ইটসহ 10 sec-এ ছাদে উঠলে, তার অশ্রমক্ষমতা বের কর। [রয়েট ১১-১২]

সমাধান: ছাদের উচ্চতা, $x = 5 \sin 30^\circ = 2.5 \text{ m}$

$m = (60 + 20) \text{ kg} = 80 \text{ kg}$

\therefore কৃতকাজ, $W = mg \times h = 80 \times 9.8 \times 2.5 = 1960 \text{ J}$

ক্ষমতা, $P = \frac{1960}{10} \text{ watt} = 196 \text{ watt} = \frac{196}{746} \text{ H.P.} = 0.2627 \text{ H.P.}$



একটি পানিপূর্ণ কুয়ার ব্যাস 4 m এবং গভীরতা 12 m। একটি পাম্প 20 minute এ এটাকে পানি শূন্য করতে পারে। পাম্পটির ক্ষমতা নির্ণয় করো। [রয়েট ০৯-১০]

A. 7.396 kW

B. 7.389 kW

C. 7.5 kW

D. 8.398 kW

E. 8.693 kW

Ans: B

ব্যাখ্যা: $P = \frac{mgh}{t}$ [এখানে, $h = \frac{12}{2} = 6 \text{ m}$]

$V = \pi r^2 l = (3.1416) \times (2)^2 \times 12$

$m = V\rho = 150796.8 \text{ kg}$

$\therefore P = \frac{150796.8 \times 9.8 \times 6}{20 \times 60} = 7.389 \text{ kW}$

NOTE BASKET

1 kg ভর সম্পন্ন একটি বুলেটকে 400 m/sec বেগ দিয়ে বন্দুক থেকে ছোঁড়া হলে এর গতিশক্তি কত? [রয়েট ১১-১২]

A. $4 \times 10^4 \text{ J}$

B. $8 \times 10^4 \text{ J}$

C. $4 \times 10^3 \text{ J}$

D. $8 \times 10^3 \text{ J}$

Ans: D

ব্যাখ্যা: গতিশক্তি = $\frac{1}{2} \times 1 \times 400^2 = 8 \times 10^4 \text{ J}$

বল ও সরণের মধ্যবর্তী কোণের মান কত হলে কাজের মান শূন্য হবে? [রয়েট ১০-১১]

A. 0

C. 90°

C. 360°

D. 60°

Ans: C

এক জুল কত কিলোওয়াট ঘণ্টার সমান? [রয়েট ১২-১৩]

A. $8.78 \times 10^{-7} \text{ kWh}$

B. $0.78 \times 10^{-7} \text{ kWh}$

C. $1.78 \times 10^{-7} \text{ kWh}$

D. $2.78 \times 10^{-7} \text{ kWh}$

E. $7.78 \times 10^{-7} \text{ kWh}$

Ans: D

ব্যাখ্যা: $1 \text{ J} = \frac{1}{1000} \text{ kJ} = \frac{1}{1000} \text{ kW.s} = \frac{1}{1000 \times 3600} \text{ kWh} = 2.78 \times 10^{-7} \text{ kWh}$

25 kg কেজি ভরের কোনো বস্তুকে 40 m উঁচুতে খাড়াভাবে তুললে বস্তুর স্থিতিশক্তি কত হবে? [রয়েট ১০-১১]

A. 98.10 J

B. 98.10 egrs

C. 9810 egrs

D. 9810 J

E. 9810 eV

Ans: D

ব্যাখ্যা: $E_p = mgh = 25 \times 9.81 \times 40 = 9810 \text{ J}$

পানির কোন ধর্মকে কাজে লাগিয়ে পানি থেকে বিদ্যুৎ উৎপাদন করা হয়? [মেডিকেল ১৬-১৭]

A. সান্দ্রতা

B. পৃষ্ঠটান

C. বিভব শক্তি

D. স্থিতিশক্তি

Ans: D

সমাধান: পানি উচ্চ স্থানে হতে নিম্ন স্থানে প্রবাহিত হয়। উচ্চ স্থানে থাকার সময় তার শক্তি স্থিতিশক্তি। নিম্ন স্থানে প্রবাহিত হবার সময় স্থিতিশক্তি গতিশক্তিতে রূপান্তরিত হয়। এই গতিশক্তির সাহায্যে টারবাইন ঘুরিয়ে বিদ্যুৎ শক্তি উৎপন্ন করা হয়।

শাহজাহান তপন, আজিজ হাসান ও রানা চৌধুরী স্যারের
বইয়ের গাণিতিক সমস্যাবলির সমাধান

একটি মহাশূন্য যান পৃথিবী থেকে চাঁদের দিকে যাচ্ছে। পৃথিবী থেকে এমন একটি অবস্থান বের কর, যেখানে এর ওপর মহাকর্ষীয় বল শূন্য। [দেওয়া আছে, পৃথিবীর ভর = 6.0×10^{24} kg, চাঁদের ভর = 7.4×10^{22} kg, পৃথিবীর কেন্দ্র ও চাঁদের কেন্দ্রের মধ্যবর্তী দূরত্ব = 3.8×10^8 m.]

সমাধান:

ধরি,

পৃথিবী থেকে বস্তুর দূরত্ব = x

মহাশূন্যযানের ভর = m

মহাকর্ষীয় সূত্রানুসারে, আমরা জানি,

$$\text{মহাশূন্যযানের ওপর পৃথিবীর জন্য মহাকর্ষীয় বল} = \frac{GM_e m}{x^2}$$

$$\text{আবার, মহাশূন্যযানের উপর চাঁদের জন্য মহাকর্ষীয় বল} = \frac{GM_m m}{(3.8 \times 10^8 \text{ m} - x)^2}$$

প্রশ্নমতে,

$$\frac{GM_e m}{x^2} = \frac{GM_m m}{(3.8 \times 10^8 \text{ m} - x)^2}$$

$$\text{বা, } \frac{M_e}{x^2} = \frac{M_m}{(3.8 \times 10^8 - x)^2}$$

$$\text{বা, } \frac{6.0 \times 10^{24}}{x^2} = \frac{7.4 \times 10^{22}}{(3.8 \times 10^8 - x)^2}$$

$$\text{বা, } \frac{600}{x^2} = \frac{7.4}{(3.8 \times 10^8 - x)^2}$$

$$\text{বা, } \frac{(3.8 \times 10^8 - x)^2}{x^2} = \frac{7.4}{600}$$

$$\text{বা, } \left(\frac{3.8 \times 10^8 - x}{x} \right)^2 = \frac{7.4}{600}$$

$$\text{বা, } \frac{3.8 \times 10^8 - x}{x} = \sqrt{\frac{7.4}{600}}$$

$$\text{বা, } \frac{3.8 \times 10^8}{x} - 1 = \sqrt{\frac{7.4}{600}}$$

$$\text{বা, } \frac{3.8 \times 10^8}{x} = \sqrt{\frac{7.4}{600}} + 1$$

$$\text{বা, } x = \frac{3.8 \times 10^8}{\sqrt{\frac{7.4}{600}} + 1} = 3.42 \times 10^8$$

$$\therefore x = 3.42 \times 10^8 \text{ m}$$

অতএব, পৃথিবী থেকে $3.42 \times 10^8 \text{ m}$ দূরে মহাকর্ষীয় বল শূন্য হবে।

NOTE BASKET

এখানে,

পৃথিবীর ভর, $M_e = 6.0 \times 10^{24}$ kg

চাঁদের ভর, $M_m = 7.4 \times 10^{22}$ kg

www.Educationblog24.Com

www.Educationblog24.Com

- ২। বৃহস্পতির ব্যাসার্ধ পৃথিবীর ব্যাসার্ধের 10.97 গুণ এবং বৃহস্পতির ভর পৃথিবীর ভরের 318.3 গুণ। ভূ-পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান 9.8 ms^{-2} । বৃহস্পতির পৃষ্ঠে তার অভিকর্ষজ ত্বরণের মান কত হবে?

সমাধান: আমরা জানি,

$$g = \frac{GM}{R^2}$$

$$\therefore \text{বৃহস্পতির ক্ষেত্রে, } g_j = \frac{GM_j}{R_j^2} \dots\dots\dots (1)$$

$$\text{পৃথিবীর ক্ষেত্রে, } g_e = \frac{GM_e}{R_e^2} \dots\dots\dots (2)$$

(1) নং কে (2) নং দ্বারা ভাগ করে পাই,

$$\frac{g_j}{g_e} = \frac{GM_j}{R_j^2} \times \frac{R_e^2}{GM_e}$$

$$\text{বা, } g_j = \frac{M_j}{M_e} \times \frac{R_e^2}{R_j^2} \times g_e = \frac{318.3M_e}{M_e} \times \frac{R_e^2}{(10.97R_e)^2} \times 9.8 \text{ ms}^{-2} = 25.92 \text{ ms}^{-2}$$

অতএব, বৃহস্পতির পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান 25.92 ms^{-2}

- ৩। পৃথিবীপৃষ্ঠ হতে কত উচ্চতায় অভিকর্ষজ ত্বরণের মান পৃথিবীপৃষ্ঠের ত্বরণের মানের শতকরা চল্লিশ ভাগ হবে? [পৃথিবীর ব্যাসার্ধ = $6.38 \times 10^6 \text{ m}$]

সমাধান: মনে করি, ভূ-পৃষ্ঠ থেকে h উচ্চতায় অভিকর্ষীয় ত্বরণের মান ভূ-পৃষ্ঠের অভিকর্ষীয় ত্বরণের মানের

শতকরা 40 ভাগ অর্থাৎ $\frac{40}{100}$ হবে।

এখানে, পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6.38 \times 10^6 \text{ m}$ এবং অভিকর্ষীয় ত্বরণ g

$$\therefore h \text{ উচ্চতায় অভিকর্ষীয় ত্বরণ } g' = g \times \frac{40}{100}$$

আমরা জানি,

$$g = \frac{GM}{R^2}$$

$$\text{এবং } g' = \frac{GM}{(R+h)^2}$$

$$\text{বা, } \frac{g}{g'} = \frac{GM}{R^2} \times \frac{(R+h)^2}{GM}$$

$$\text{বা, } \frac{100 \times g}{40 \times g} = \frac{(R+h)^2}{R^2}$$

$$\text{বা, } \frac{R+h}{R} = \sqrt{\frac{100}{40}}$$

$$\text{বা, } 1 + \frac{h}{R} = \sqrt{\frac{100}{40}}$$

$$\text{বা, } \frac{h}{R} = \sqrt{\frac{100}{40}} - 1$$

$$\begin{aligned} \text{বা, } h &= 0.58 \times R \\ &= 0.58 \times 6.38 \times 10^6 \text{ m} \\ &= 3.7 \times 10^6 \text{ m} \end{aligned}$$

সুতরাং $3.7 \times 10^6 \text{ m}$ উচ্চতায় অভিকর্ষজ ত্বরণের মান ভূ-পৃষ্ঠের শতকরা 40 ভাগ হবে।

NOTE BASKET

পৃথিবীকে 6400 km ব্যাসার্ধের একটি গোলক ধরলে ভূ-পৃষ্ঠ হতে কত উচ্চতায় অভিকর্ষীয় ত্বরণের মান ভূ-পৃষ্ঠের অভিকর্ষীয় ত্বরণের মানের $\frac{1}{64}$ অংশ হবে?

সমাধান: মনে করি,

ভূ-পৃষ্ঠ থেকে h উচ্চতায় অভিকর্ষীয় ত্বরণের মান ভূ-পৃষ্ঠের অভিকর্ষীয় ত্বরণের মানের $\frac{1}{64}$ অংশ হবে।

আমরা জানি,

$$g = \frac{GM}{R^2}$$

$$\text{এবং } g' = \frac{GM}{(R+h)^2}$$

$$\text{বা, } \frac{g}{g'} = \frac{GM}{R^2} \times \frac{(R+h)^2}{GM}$$

$$\text{বা, } 64 = \left(\frac{R+h}{R}\right)^2 \left[g' = \frac{g}{64}\right]$$

$$\text{বা, } 1 + \frac{h}{R} = \sqrt{64}$$

$$\text{বা, } \frac{h}{R} = 8 - 1$$

$$\text{বা, } h = 7R$$

$$\text{বা, } h = 7 \times 6400 \text{ km}$$

$$\therefore h = 44800 \text{ km}$$

সুতরাং ভূ-পৃষ্ঠ থেকে নির্ণেয় উচ্চতা 44800 km।

৫। পৃথিবীপৃষ্ঠ থেকে কত উচ্চতায় g-এর মান 4.9 ms^{-2} ? [পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $6.4 \times 10^6 \text{ m}$, অভিকর্ষজ ত্বরণ

পৃথিবীপৃষ্ঠে 9.8 ms^{-2}]

সমাধান:

আমরা জানি,

$$\frac{g}{g'} = \frac{GM}{R^2} \times \frac{(R+h)^2}{GM}$$

$$\text{বা, } g' = \frac{R^2 g}{(R+h)^2}$$

$$\text{বা, } R+h = \sqrt{\frac{R^2 g}{g'}}$$

$$\therefore h = R \sqrt{\frac{g}{g'}} - R$$

$$= R \left(\sqrt{\frac{g}{g'}} - 1 \right) = 6.4 \times 10^6 \text{ m} \left(\sqrt{\frac{9.8 \text{ ms}^{-2}}{4.9 \text{ ms}^{-2}}} - 1 \right)$$

$$= 6.4 \times 10^6 \text{ m} (\sqrt{2} - 1)$$

$$= 2.651 \times 10^6 \text{ m}$$

এখানে,

ব্যাসার্ধ,

$$R = 6400 \text{ km}$$

$$g' = \frac{g}{64}$$

NOTE BASKET

www.Educationblog24.Com

www.Educationblog24.Com

এখানে,

পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$

অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g' = 7.9 \text{ m/s}^2$

উচ্চতা, $h = ?$

- ৬। পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $6.4 \times 10^6 \text{ m}$ এবং এর পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ 9.8 ms^{-2} । ভূ-পৃষ্ঠ থেকে $6.4 \times 10^5 \text{ m}$ উচ্চতায় অভিকর্ষজ ত্বরণ বের কর।

সমাধান:

আমরা জানি,

$$g' = \frac{R^2}{(R+h)^2} \times g$$

$$\therefore g' = \frac{(6.4 \times 10^6 \text{ m})^2}{(6.4 \times 10^6 \text{ m} + 6.4 \times 10^5 \text{ m})^2} \times 9.8 \text{ ms}^{-2}$$

$$= 8.099 \text{ ms}^{-2} = 8.1 \text{ ms}^{-2}$$

নির্ণেয় অভিকর্ষজ ত্বরণ 8.1 ms^{-2}

এখানে,

$$\text{পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, } R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$$

$$\text{অভিকর্ষজ ত্বরণ, } g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$$

$$\text{ভূ-পৃষ্ঠ থেকে উচ্চতা, } h = 6.4 \times 10^5 \text{ m}$$

$$h \text{ উচ্চতায় অভিকর্ষজ ত্বরণ, } g' = ?$$

- ৭। মঙ্গলের পৃষ্ঠে মুক্তিবৈগ বের করো। মঙ্গলের ভর পৃথিবীর ভরের 0.11 গুণ এবং ব্যাসার্ধ পৃথিবীর ব্যাসার্ধের 0.532 গুণ। [পৃথিবীর ভর $5.975 \times 10^{24} \text{ kg}$, পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $6.371 \times 10^6 \text{ m}$ এবং মহাকর্ষীয় ধ্রুবক $6.673 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$]

সমাধান:

আমরা জানি,

$$v_c = \sqrt{\frac{2GM_m}{R_m}}$$

$$= \sqrt{\frac{2 \times 6.673 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2} \times 6.573 \times 10^{23} \text{ kg}}{3.39 \times 10^6 \text{ m}}}$$

$$= 5.09 \times 10^3 \text{ ms}^{-1}$$

$$= 5.09 \text{ kms}^{-1}$$

সুতরাং মঙ্গলের পৃষ্ঠে মুক্তি বেগ 5.09 kms^{-1}

এখানে,

$$\text{পৃথিবীর ভর, } M = 5.975 \times 10^{24} \text{ kg}$$

মঙ্গলের ভর,

$$M_m = 0.11 \times 5.975 \times 10^{24} \text{ kg}$$

$$= 6.573 \times 10^{23} \text{ kg}$$

$$\text{পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, } R = 6.371 \times 10^6 \text{ m}$$

\therefore মঙ্গলের ব্যাসার্ধ,

$$R_m = 0.532 \times 6.371 \times 10^6 \text{ m}$$

$$= 3.39 \times 10^6 \text{ m}$$

মহাকর্ষীয় ধ্রুবক,

$$G = 6.673 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$$

$$\text{মঙ্গলের পৃষ্ঠে মুক্তি বেগ, } v_c = ?$$

- ৮। পৃথিবী থেকে 1600 km উচ্চতায় একটি কৃত্রিম উপগ্রহ পৃথিবীকে কেন্দ্র করে বৃত্তাকার পথে প্রদক্ষিণ করছে। এর বেগ ঘন্টায় কত কিলোমিটার হবে? [পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6400 km , ভর $6 \times 10^{24} \text{ kg}$ এবং $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$]

সমাধান:

আমরা জানি,

$$v = \sqrt{\frac{GM}{R+h}}$$

$$= \sqrt{\frac{6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2} \times 6 \times 10^{24} \text{ kg}}{(6.4 \times 10^6 \text{ m} + 1600 \times 10^3 \text{ m})}}$$

$$= 7072.83 \text{ ms}^{-1}$$

$$= 25462.2 \text{ kmh}^{-1}$$

সুতরাং কৃত্রিম উপগ্রহের বেগ ঘন্টায় 25462.2 kmh^{-1}

এখানে,

$$\text{উচ্চতা } h = 1600 \text{ km}$$

$$= 1600 \times 10^3 \text{ m}$$

$$\text{ব্যাসার্ধ, } R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$$

$$\text{ভর, } M = 6 \times 10^{24} \text{ kg}$$

মহাকর্ষীয় ধ্রুবক,

$$G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$$

$$\text{বেগ, } v = ?$$

NOTE BASKET

১। পৃথিবী থেকে $7 \times 10^5 \text{ m}$ উচ্চতায় একটি কৃত্রিম উপগ্রহ পৃথিবীকে কেন্দ্র করে বৃত্তাকার পথে প্রদক্ষিণ করছে। পৃথিবীর ভর ও ব্যাসার্ধ যথাক্রমে $6 \times 10^{24} \text{ kg}$ এবং $6.4 \times 10^6 \text{ m}$ । উপগ্রহটির অনুভূমিক বেগ ও পর্যায়কাল নির্ণয় কর।

সমাধান: আমরা জানি,
উপগ্রহের বেগ,

$$V = \sqrt{\frac{GM}{R+h}}$$

$$= \sqrt{\frac{6.67 \times 10^{-11} \times 6 \times 10^{24}}{(6.4 \times 10^6 + 7 \times 10^5)}} = \sqrt{\frac{4.002 \times 10^{14}}{7.1 \times 10^6}}$$

$\therefore V = 7507.74 \text{ ms}^{-1} \text{ (Ans.)}$

পর্যায়কাল,

$$T = \sqrt{\frac{4\pi^2(R+h)^3}{GM}}$$

$$= \sqrt{\frac{4 \times (3.14)^2 (6.4 \times 10^6 + 7 \times 10^5)^3}{6.67 \times 10^{-11} \times 6 \times 10^{24}}}$$

$$= \sqrt{\frac{1.4115 \times 10^{22}}{4.002 \times 10^{14}}}$$

$$= 5938.935719 \text{ s}$$

$\therefore T = 1 \text{ hr } 39 \text{ min (Ans.)}$

দেওয়া আছে, উচ্চতা, $h = 7 \times 10^5 \text{ m}$
পৃথিবীর ভর, $M = 6 \times 10^{24} \text{ kg}$
পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$
উপগ্রহটির বেগ, $V = ?$
পর্যায়কাল, $T = ?$
মহাকর্ষ ধ্রুবক, $G = 6.673 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$

১০। মহাশূন্যযান ভস্টক-১-এ করে প্রথম মহাশূন্যচারী ইউরি গ্যাগারিন ৪৯ মিনিট ৬ সেকেন্ডে একবার পৃথিবীকে প্রদক্ষিণ করেন। তিনি কত উচ্চতায় থেকে পৃথিবীকে প্রদক্ষিণ করেছিলেন? তার মহাশূন্যযানের বেগ কত ছিল? [পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6.371 \times 10^6 \text{ m}$; পৃথিবীর ভর $M = 5.975 \times 10^{24} \text{ kg}$ এবং $G = 6.673 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$]

সমাধান:

আমরা জানি,

$$h = \left(\frac{GMT^2}{4\pi^2} \right)^{\frac{1}{3}} - R$$

$$= \left\{ \frac{6.673 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2} \times 5.975 \times 10^{24} \text{ kg} \times (5346 \text{ s})^2}{4 \times (3.1416)^2} \right\}^{\frac{1}{3}} - 6.371 \times 10^6 \text{ m}$$

$$= 237746 \text{ m}$$

$$= 237.746 \text{ km}$$

আবার, $v = \frac{2\pi(R+h)}{T}$

$$v = \frac{2 \times 3.1416 \times (6.371 \times 10^6 \text{ m} + 237746 \text{ m})}{5346 \text{ s}}$$

$$= 7767 \text{ ms}^{-1}$$

$$= 7.767 \text{ kms}^{-1}$$

অতএব, মহাশূন্যযানের বেগ 7.767 kms^{-1}

এখানে,

$$T = (89 \times 60 + 6) \text{ s} = 5346 \text{ s}$$

$$R = 6.371 \times 10^6 \text{ m}$$

$$M = 5.975 \times 10^{24} \text{ kg}$$

$$G = 6.673 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$$

$$h = ?$$

$$v = ?$$

- ১১। পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $6.38 \times 10^6 \text{ m}$ এবং অভিকর্ষীয় ত্বরণ 9.8 ms^{-2} হলে পৃথিবীপৃষ্ঠ হতে কোনো বস্তুর মুক্তিবৈগ নির্ণয় করো।

সমাধান:

আমরা জানি,

$$v = \sqrt{2gR}$$

$$\text{বা, } v_e = \sqrt{2 \times 9.8 \text{ ms}^{-2} \times 6.38 \times 10^6 \text{ m}}$$

$$= \sqrt{125175600 \text{ ms}^{-1}}$$

$$= 11188.19 \text{ ms}^{-1}$$

$$\therefore v_e = 11.188 \text{ kms}^{-1}$$

সুতরাং বস্তুর মুক্তিবৈগ 11.188 kms^{-1}

- ১২। বৃহস্পতির ভর ও ব্যাসার্ধ যথাক্রমে $1.9 \times 10^{27} \text{ kg}$ এবং $7 \times 10^7 \text{ m}$ । বৃহস্পতিতে মুক্তিবৈগ নির্ণয় করো।

সমাধান: আমরা জানি,

$$v_e = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$$

$$= \sqrt{\frac{2 \times 6.67 \times 10^{-11} \times 1.9 \times 10^{27}}{7 \times 10^7}}$$

$$= 6.017 \times 10^4 \text{ ms}^{-1}$$

নির্ণয় মুক্তিবৈগ $6.017 \times 10^4 \text{ ms}^{-1}$

- ১৩। মঙ্গল গ্রহের ব্যাস 6000 km এবং এর পৃষ্ঠে অভিকর্ষীয় ত্বরণ 3.8 ms^{-2} মঙ্গল গ্রহের পৃষ্ঠ হতে একটি বস্তুর মুক্তি বৈগ নির্ণয় কর।

সমাধান:

আমরা জানি,

মুক্তিবৈগ,

$$v_m = \sqrt{2g_m R_m}$$

$$\therefore v_m = \sqrt{2 \times 3.8 \text{ ms}^{-2} \times 3 \times 10^6 \text{ m}}$$

$$= 4774.93 \text{ ms}^{-1}$$

$$= 4.77 \text{ kms}^{-1}$$

অতএব, মঙ্গল গ্রহের পৃষ্ঠ হতে একটি বস্তুর মুক্তিবৈগ 4.77 kms^{-1}

- ১৪। পৃথিবীতে $5.5 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3}$ গড় ঘনত্বের তৈরি $6.4 \times 10^6 \text{ m}$ ব্যাসার্ধের একটি গোলক বিবেচনা করে এবং পৃষ্ঠে বিভব নির্ণয় কর।

সমাধান:

আমরা জানি,

পৃথিবী পৃষ্ঠে বিভব,

$$V = -\frac{GM}{R}$$

$$= -\frac{6.67 \times 10^{-11} \times 6 \times 10^{24}}{6.4 \times 10^6}$$

$$= -6.3 \times 10^7 \text{ Jkg}^{-1}$$

এখানে,

পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6.38 \times 10^6 \text{ m}$

অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.81 \text{ ms}^{-2}$

বস্তুর মুক্তিবৈগ, $v_e = ?$

এখানে,

বৃহস্পতির ভর, $M = 1.9 \times 10^{27} \text{ kg}$

বৃহস্পতির ব্যাসার্ধ, $R = 7 \times 10^7 \text{ m}$

মহাকর্ষ ধ্রুবক,

$G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-1}$

মুক্তিবৈগ, $v_e = ?$

এখানে,

মঙ্গলের ব্যাসার্ধ,

$$R_m = \frac{6000}{2} \times 10^3 \text{ m} = 3 \times 10^6 \text{ m}$$

অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g_m = 3.8 \text{ ms}^{-2}$

মুক্তিবৈগ, $v_m = ?$

এখানে,

$$M = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho = \frac{4}{3}\pi \times (6.4 \times 10^6)^3 \times 5.5 \times 10^3$$

$$= 6 \times 10^{24} \text{ kg}$$

$$G = 6.673 \times 10^{-11} \text{ kgm}^2 \text{ kg}^{-2}$$

$$R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$$

১৫। 120 kg ভরের একটি কৃত্রিম উপগ্রহকে ভূ-পৃষ্ঠ হতে একটি নির্দিষ্ট উচ্চতায় তুলে তার মধ্যে 3.6×10^9 Joule গতিশক্তি সঞ্চারিত করা হলো। পৃথিবীর ভর ও ব্যাসার্ধ যথাক্রমে 6×10^{24} kg এবং 6.4×10^6 m, $G = 6.6 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$, $g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$ ।

উপগ্রহটি ভূ-পৃষ্ঠ হতে কত উচ্চতায় আছে?

(ক) গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে যাচাই কর যে সঞ্চারিত গতিশক্তি উপগ্রহটিকে বহিঃবিশ্বে পাঠানোর জন্য পর্যাপ্ত নয়।

[ঢা.বো '১৫]

সমাধান:

আমরা জানি,

$$\text{গতিশক্তি} = \frac{1}{2} mv^2$$

$$\text{বা, KE} = \frac{1}{2} mv^2$$

$$\therefore v = \sqrt{\frac{2KE}{m}} \dots\dots\dots (i)$$

আবার,

$$v = \sqrt{\frac{GM}{R+h}} \dots\dots\dots (ii)$$

(i) ও (ii) হতে পাই,

$$\sqrt{\frac{2KE}{m}} = \sqrt{\frac{GM}{R+h}}$$

$$\text{বা, } \frac{2KE}{m} = \frac{GM}{R+h}$$

$$\text{বা, } R+h = \frac{GMm}{2KE}$$

$$\text{বা, } h = \frac{GMm}{2KE} - R$$

$$= \frac{6.6 \times 10^{-11} \times 6 \times 10^{24} \times 120}{2 \times 3.6 \times 10^9} - 6.4 \times 10^6$$

$$= 6.6 \times 10^6 - 6.4 \times 10^6$$

$$= 0.2 \times 10^6 \text{ m}$$

$$= 2 \times 10^5 \text{ m}$$

উপগ্রহটি ভূ-পৃষ্ঠ হতে 2×10^5 m বা 200 km উচ্চতায় আছে।

(খ) উপগ্রহটিকে বহিঃবিশ্বে পাঠাতে হলে তাকে মুক্তিবগে পাঠাতে হবে,

এক্ষেত্রে প্রয়োজনীয় গতিশক্তি,

$$(KE)_e = \frac{1}{2} mv_e^2$$

আমরা জানি,

$$v_e = 11.2 \text{ kms}^{-1}$$

$$= 11.2 \times 10^3 \text{ ms}^{-1}$$

$$\therefore (KE)_e = \frac{1}{2} \times 120 \times (11.2 \times 10^3)^2$$

$$= 7.53 \times 10^9 \text{ J}$$

যা সঞ্চারিত গতিশক্তি 3.6×10^9 J হতে বেশি।

অতএব উদ্দীপকে উল্লেখিত গতিশক্তি উপগ্রহটিকে বহিঃবিশ্বে পাঠানোর জন্য পর্যাপ্ত নয়।

এখানে,

$$\text{কৃত্রিম উপগ্রহের ভর, } m = 120 \text{ kg}$$

$$\text{গতিশক্তি} = 3.6 \times 10^9 \text{ J}$$

এখানে,

$$G = 6.6 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$$

$$M = 6 \times 10^{24} \text{ kg}$$

$$R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$$

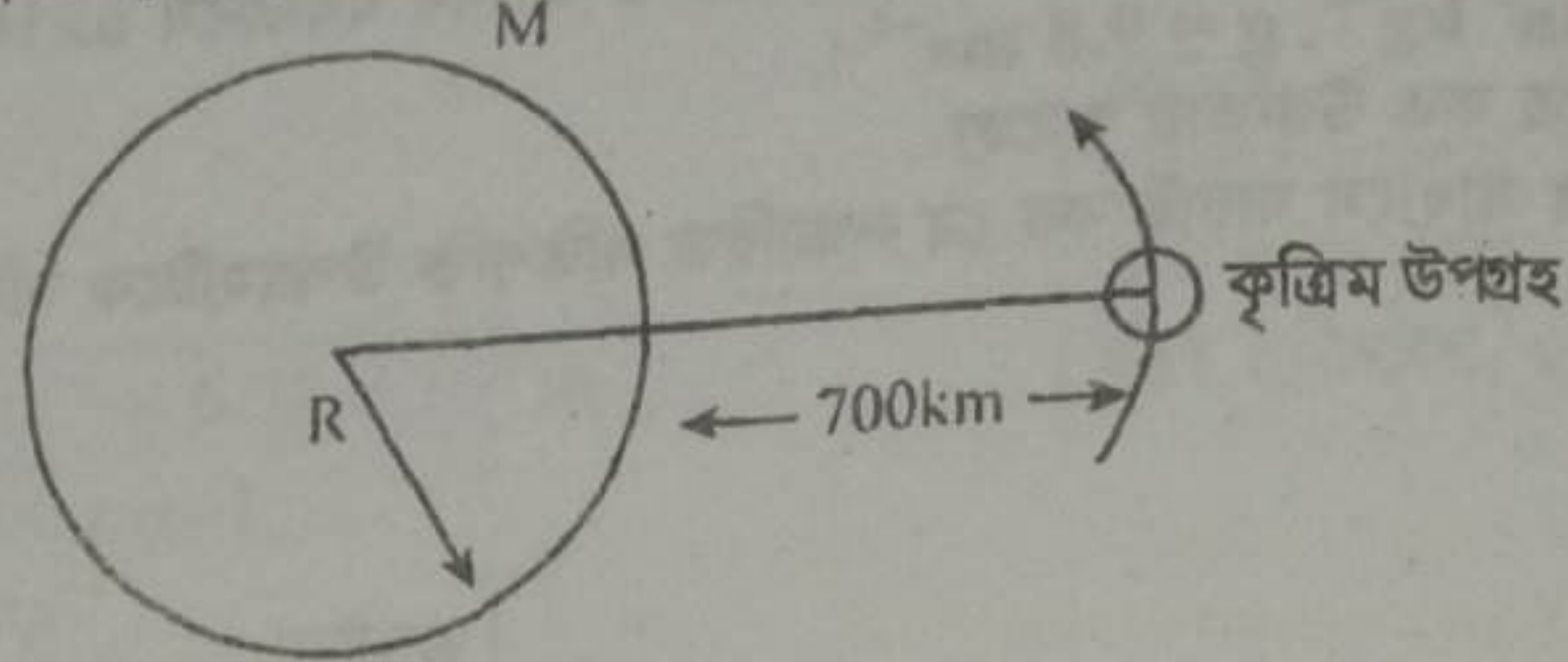
$$v = 7.7$$

NOTE BASKET

www.Educationblog24.com

www.Educationblog24.Com

১৬। উদ্দীপকে বস্তুর ভর ও ব্যাসার্ধ যথাক্রমে ($M = 6 \times 10^{24} \text{ kg}$ এবং $R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$)



(ক) কৃত্রিম উপগ্রহটির কেন্দ্রমুখী ত্বরণ নির্ণয় কর।

(খ) কৃত্রিম উপগ্রহটির মহাশূন্যে মিলিয়ে যাওয়ার সম্ভাবনা আছে কি? গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে সঠিক সিদ্ধান্ত দাও।

সমাধান:

(ক) আমরা জানি,
কেন্দ্রমুখী ত্বরণ,

$$a_c = \frac{v^2}{R+h}$$

$$= \frac{GM}{R+h}$$

$$= \frac{GM}{(R+h)^2}$$

$$\therefore a_c = \frac{6.67 \times 10^{-11} \times 6 \times 10^{24}}{(6.4 \times 10^6 + 7 \times 10^5)^2}$$

$$= 7.94 \text{ ms}^{-2}$$

এখানে,

$$G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$$

$$M = 6 \times 10^{24}$$

$$R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$$

$$h = 700 \text{ km} = 7 \times 10^5 \text{ m}$$

(খ) কক্ষপথে গ্রাহটির বেগ,

$$V = \sqrt{\frac{GM}{R+h}}$$

$$= \sqrt{\frac{6.673 \times 10^{-11} \times 6 \times 10^{24}}{6.4 \times 10^6 + 7 \times 10^5}} = 7509.43 \text{ ms}^{-1}$$

$$= 7.5 \text{ kms}^{-1}$$

যা মুক্তি বেগ, $v_e = 11.2 \text{ kms}^{-1}$ হতে কম ফলে, উপগ্রহটির বহির্বিম্বে মিলিয়ে যাওয়ার সম্ভাবনা নেই।

বিদ্র: যদি $v^2 < v_e^2/2$ হয় অর্থাৎ উৎক্ষেপণ বেগ 7.88 km s^{-1} অপেক্ষা কম হলে উপগ্রহটি পৃথিবীকে উপবৃত্তাকার পথে প্রদক্ষিণ করবে এবং অবশেষে পৃথিবীতে ফিরে আসবে।

• যদি $v^2 = \frac{v_e^2}{2}$ হয় অর্থাৎ উৎক্ষেপণ বেগ 7.88 kms^{-1} হয় তবে বস্তুটি বৃত্তাকার পথে পৃথিবীকে প্রদক্ষিণ করবে এবং চাঁদের মতো উপগ্রহে পরিণত হবে।

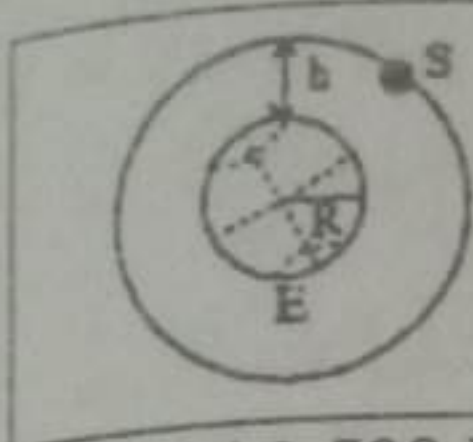
• $v^2 > \frac{v_e^2}{2}$ কিন্তু $< v_e^2$ হলে বা উৎক্ষেপণ বেগ, 7.88 kms^{-1} হতে 11.2 kms^{-1} এর মধ্যে হলে উপগ্রহটি পৃথিবীকে একটি পোকাসে রেখে তা উপবৃত্তাকার পথে পৃথিবীকে প্রদক্ষিণ করবে।

• $V = V_e$ হলে উপগ্রহটি অধিবৃত্তাকার পথে প্রদক্ষিণ করে পৃথিবীর আকর্ষণ কাটিয়ে চলে যাবে।

• $V > V_e$ হলে পরাবৃত্ত পথে উপগ্রহটি পৃথিবীপৃষ্ঠ ছেড়ে চলে যাবে এবং পৃথিবীতে আর ফিরে আসবে না।

NOTE BASKET

১৭।



E = পৃথিবী
S = ভূ-স্থির উপগ্রহ
R = 6.4×10^6 m
M = 6×10^{24} kg
G = 6.7×10^{-11} Nm² kg⁻²

বাংলাদেশ 3,500 kg ভরের একটি ভূ-স্থির উপগ্রহ উৎক্ষেপণ করবে।

- (ক) ভূ-স্থির উপগ্রহটি কত উচ্চতায় (h) উৎক্ষেপণ করতে হবে?
(খ) h এর মান দ্বিগুণ হলে উপগ্রহটির বেগ কত বৃদ্ধি করতে হবে? গাণিতিকভাবে দেখাও।

[চ.বো '১৬]

সমাধান:
আমরা জানি,

$$V = \sqrt{\frac{GM}{R+h}} = \omega(R+h)$$

$$\text{বা, } \sqrt{\frac{GM}{R+h}} = \frac{2\pi}{T}(R+h)$$

$$\text{বা, } \frac{GM}{R+h} = \frac{4\pi^2}{T^2}(R+h)^2$$

$$\text{বা, } (R+h)^3 = \frac{GMT^2}{4\pi^2}$$

$$\text{বা, } R+h = \left(\frac{GMT^2}{4\pi^2}\right)^{1/3}$$

$$\text{বা, } h = \left(\frac{GMT^2}{4\pi^2}\right)^{1/3} - R$$

(i) নং সমীকরণে উক্ত মানগুলো বসিয়ে পাই,

$$h = \left[\frac{6.7 \times 10^{-11} \times 6 \times 10^{24} \times (86400)^2}{4\pi^2}\right]^{1/3} - 6.4 \times 10^6$$

$$= 3.6 \times 10^7 \text{ m}$$

(খ) যখন, $h = 3.6 \times 10^7$ m

$$\text{তখন, } V = \sqrt{\frac{GM}{R+h}}$$

$$= \sqrt{\frac{6.7 \times 10^{-11} \times 6 \times 10^{24}}{3.6 \times 10^7 + 6.4 \times 10^6}}$$

$$= 3080.6 \text{ ms}^{-1}$$

$$= 3 \text{ kms}^{-1}$$

$$\text{যখন, } h = 2 \times 3.6 \times 10^7 \text{ m}$$

$$= 7.2 \times 10^7 \text{ m}$$

$$\text{এখন, } V = \sqrt{\frac{GM}{R+h}}$$

$$= \sqrt{\frac{6.7 \times 10^{-11} \times 6 \times 10^{24}}{6.4 \times 10^6 + 7.2 \times 10^7}}$$

$$= 2.26 \text{ kms}^{-1}$$

উচ্চতা দ্বিগুণ করায় উপগ্রহের বেগ হ্রাস পেয়েছে। সুতরাং উপগ্রহের বেগ $3 - 2.26 = 0.74 \text{ kms}^{-1}$ বৃদ্ধি করতে হবে।

অর্থাৎ, কক্ষীয় গতিশক্তি বাড়াতে হবে।

এখানে,

$$G = 6.7 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$$

$$M = 6 \times 10^{24} \text{ kg}$$

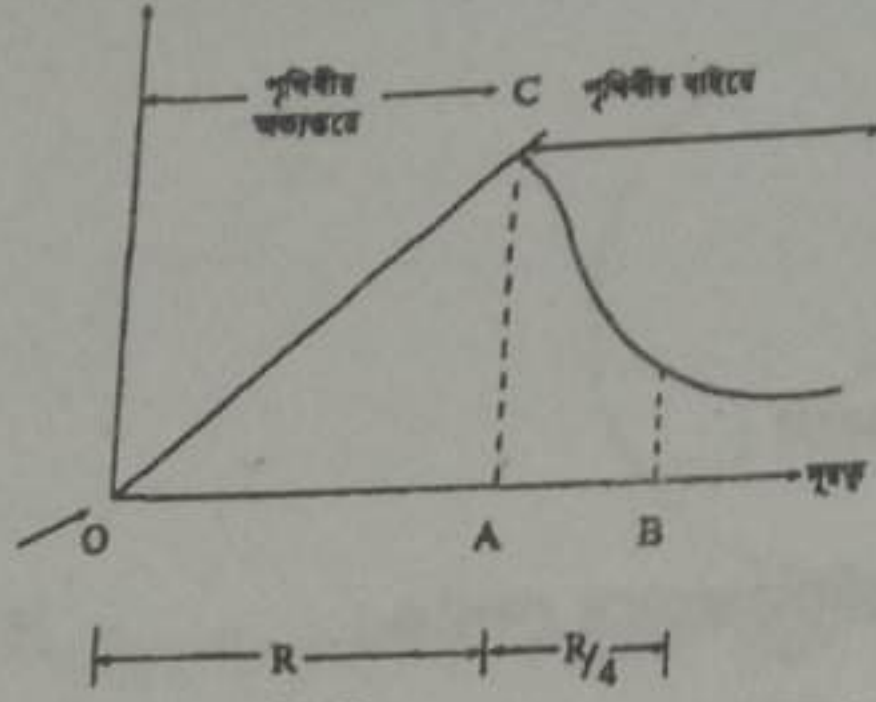
$$T = 24 \times 3600 = 86400 \text{ s}$$

$$R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$$

NOTE BASKET

www.Educationblog24.Com

www.Educationblog24.Com



উদ্দীপকে পৃথিবীর কেন্দ্র হতে দূরত্ব, সাপেক্ষে অভিকর্ষণ ত্বরণের লেখচিত্র দেখান হয়েছে। পৃথিবীর ভর $M = 6.0 \times 10^{24} \text{ kg}$ এবং পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6400 \text{ km}$.

(ক) উদ্দীপকের A বিন্দুতে মহাকর্ষীয় প্রাবল্য নির্ণয় কর।

(খ) একটি সেকেন্ড দোলককে A অবস্থান হতে B অবস্থানে নিলে সেকেন্ড দোলকটি দ্রুত না ধীরে চলবে তা গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে উপস্থাপন কর।

সমাধান: চিত্রে c বিন্দুতে পৃথিবীর পৃষ্ঠকে নির্দেশ করে। O বিন্দু পৃথিবীর কেন্দ্র,

(ক) A বিন্দু মহাকর্ষীয় প্রাবল্য :

$$E = \frac{GM}{R^2} = \frac{6.673 \times 10^{-11} \times 6 \times 10^{24}}{(6.4 \times 10^6)^2} = 9.775 \text{ N kg}^{-1}$$

(খ) A অবস্থানে, $g = 9.8 \text{ ms}^{-1}$

\therefore দোলনকাল, $T = 2\text{s}$

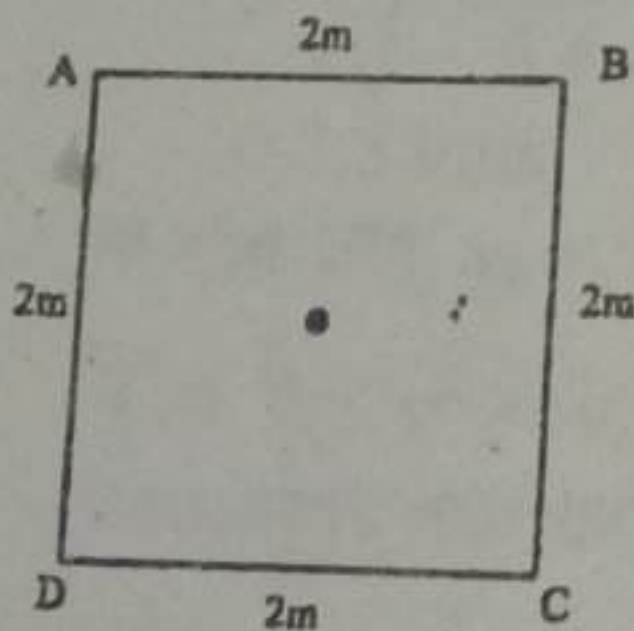
B অবস্থানে,

$$g^1 = g \left(1 - \frac{2h}{R}\right) = g \left(1 - \frac{2 \times R/4}{R}\right) = g \left(1 - \frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}g$$

\therefore এখানে, দোলনকাল,

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{h}{g_1}} = 2\pi \sqrt{\frac{1}{\frac{1}{2}g}} = \sqrt{2} \times 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} = \sqrt{2} \times 2\text{s} = 2\sqrt{2}\text{s}$$

A হতে B তে নিলে দোলকাল বেড়ে যাবে ফলে দোলকটি ধীরে চলবে।



2m বাহুবিশিষ্ট ABCD বর্গক্ষেত্রের কেন্দ্র O এবং উক্ত বিন্দুতে 1kg ভরের বস্তু রাখা আছে। A, B, C ও D বিন্দুতে যথাক্রমে 4kg, 4kg, 2kg ও 2kg ভরের চারটি বস্তু রাখা আছে। [$G = 6.673 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$.]

(ক) "O" বিন্দুতে মহাকর্ষীয় বিভব নির্ণয় কর।

(খ) O বিন্দুতে বস্তুটি স্থির থাকবে কী না- গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর।

[কু.বো '১৭]

সমাধান: $AO = BO = DO = CO = \frac{1}{2} AC = \frac{1}{2} \sqrt{2^2 + 2^2} = \sqrt{2} \text{ m}$

$M_A = 4 \text{ kg}, M_B = 4 \text{ kg}, M_C = 2 \text{ kg}, M_D = 2 \text{ kg}$

(ক) O বিন্দুতে মহাকর্ষীয় বিভব,

$$V = V_{AO} + V_{BO} + V_{CO} + V_{DO}$$

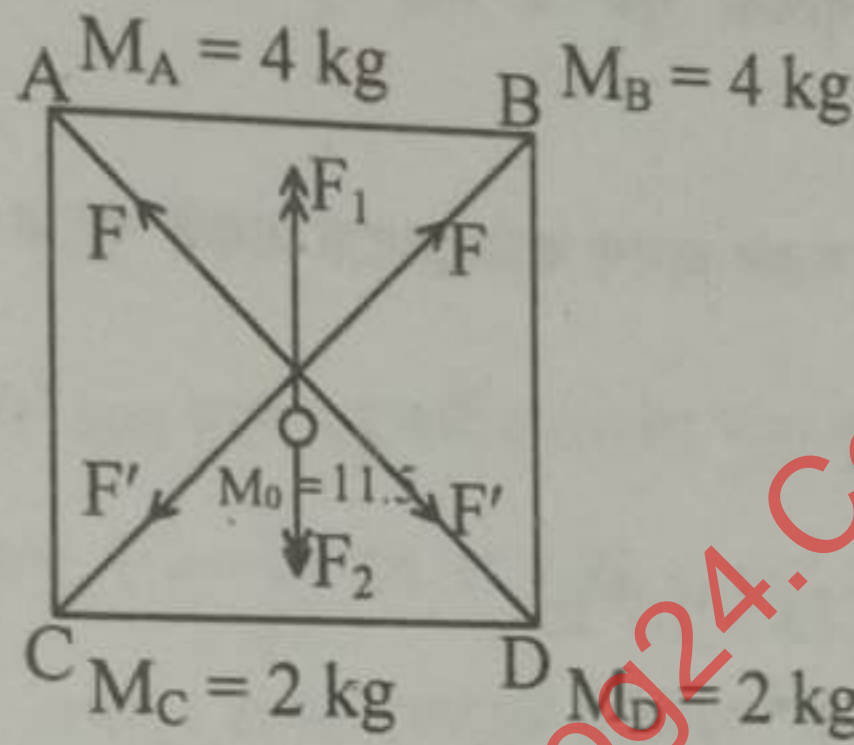
$$= -\frac{GM_A}{AO} + \left(-\frac{GM_B}{BO}\right) + \left(-\frac{GM_C}{CO}\right) + \left(-\frac{GM_D}{DO}\right)$$

$$= -\frac{6.73 \times 10^{-11}}{\sqrt{2}} (M_A + M_B + M_C + M_D)$$

$$= -\frac{6.673 \times 10^{-11}}{\sqrt{2}} (4 + 4 + 2 + 2)$$

$$= -5.66 \times 10^{-10} \text{ Jkg}^{-1}$$

(খ) এখানে, O বিন্দুতে ক্রিয়ারত A ও B বিন্দুর জন্য OA ও OB বরাবর আকর্ষণ বলের লব্ধি F_1 যা $\angle AOB$ কে সমদ্বিখণ্ডিত করে।



OA বরাবর আকর্ষণ বল F ও OB বরাবর আকর্ষণ বল F কারণ সমান ভরের দুটো বস্তু O বিন্দুতে 1 kg ভরের একটি বস্তুকে পরস্পর 90° কোণে আকর্ষণ করছে। ফলে,

$$F_1 = \sqrt{F^2 + F^2 + 2F \cdot F \cos \angle AOB}$$

$$= F \sqrt{2 + 2 \cos 90^\circ} \quad [\angle AOB = \theta = 90^\circ \therefore \cos 90^\circ = 0]$$

$$= F \sqrt{2}$$

$$= \sqrt{2} \cdot \frac{GMm}{R^2}$$

$$= \sqrt{2} \times \frac{6.673 \times 10^{-11} \times 4 \times 1}{(\sqrt{2})^2}$$

$$= 1.89 \times 10^{-10} \text{ N}$$

এখানে,
 $G = 6.673 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$
 $M = M_A = M_B = 4 \text{ kg}$
 $m = M_0 = 1 \text{ kg}$
 $r = AO = \sqrt{2}$

অনুরূপভাবে,

$$F_2 = \sqrt{2} F^1$$

$$= \sqrt{2} \cdot \frac{GMm}{r^2}$$

$$= \sqrt{2} \times \frac{6.673 \times 10^{-11} \times 4 \times 1}{(\sqrt{2})^2}$$

$$= 9.44 \times 10^{-11} \text{ N}$$

এখানে,
 $M = M_C = M_D = 2 \text{ kg}$
 $m = M_0 = 1 \text{ kg}$
 $r = CO = DO = \sqrt{2}$

F_1 ও F_2 পরস্পর বিপরীতমুখী ও একই সরলরেখা বরাবর ক্রিয়াশীল,

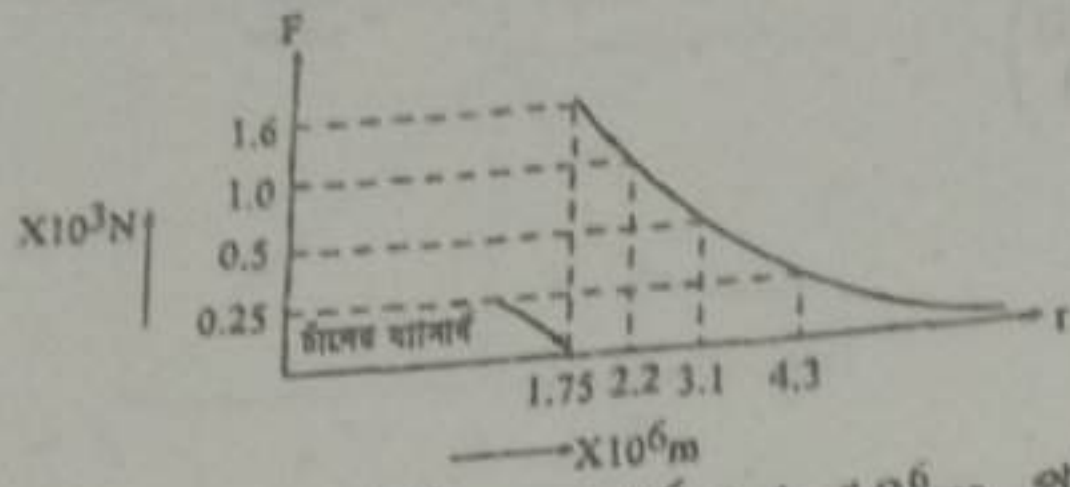
ফলে তাদের লব্ধি,

$$R_R = F_1 - F_2 = 9.46 \times 10^{-11} \text{ N}$$

ফলে 1 kg ভরের বস্তুটি F_1 এর দিকে সরে যাবে।

NOTE BASKET

- ২০। লেখচিত্রে দেখানো হল চন্দ্রের কেন্দ্রে থেকে দূরত্ব r , চন্দ্র পৃষ্ঠের উপরের বিভিন্ন দূরত্বের সাথে 1000 kg ভরের একটি বস্তুর উপর চন্দ্রের অভিকর্ষজ বল F এর পরিবর্তন।



দেওয়া আছে পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $6.4 \times 10^6 \text{ m}$, পৃথিবীর অভিকর্ষজ ত্বরণ $g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$, $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$.

- (ক) উদ্দীপকের ডাটা ব্যবহার করে চন্দ্রের ভর নির্ণয় কর।
(খ) উদ্দীপকের ডাটা ব্যবহার করে পৃথিবী পৃষ্ঠ ও চন্দ্র পৃষ্ঠ থেকে $2.55 \times 10^6 \text{ m}$ উচ্চতায় ঐ বস্তুর উপর অভিকর্ষজ বলের তুলনা কর।

সমাধান:

- (ক) আমরা জানি, পদার্থবিজ্ঞানের সূত্র সকল প্রসঙ্গ কাঠামোতে একই থাকে। তাহলে চাঁদে মহাকর্ষ বল,

$$F = \frac{GMm}{r^2}$$

যখন,

$$F = 1.6 \times 10^3 \text{ N, তখন, } r = 1.75 \times 10^6 \text{ m}$$

$$G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}, m = 1000 \text{ kg}$$

চাঁদের ভর, $M = ?$

$$1.6 \times 10^3 = \frac{6.67 \times 10^{-11} \times M \times 1000}{(1.75 \times 10^6)^2}$$

$$\text{বা, } M = 7.35 \times 10^{22} \text{ kg}$$

- (খ) ধরি, $m = 1000 \text{ kg}$ ভরের বস্তুর উপর পৃথিবীর আকর্ষণ বল F_e এবং চন্দ্রের আকর্ষণ বল F_m

$$F_e = \frac{GM_e m}{r_1^2} \text{ এবং } F_m = \frac{GM_m m}{r_2^2}$$

$$\frac{F_e}{F_m} = \frac{M_e}{M_m} \times \frac{r_2^2}{r_1^2}$$

$$= \left(\frac{M_e}{M_m} \right) \left(\frac{r_2}{r_1} \right)^2 \dots\dots (i)$$

$$\therefore \frac{F_e}{F_m} = \frac{6 \times 10^{24}}{7.35 \times 10^{22}} \times \left(\frac{4.3 \times 10^6}{8.95 \times 10^6} \right)^2$$

$$= 18.43$$

$$\therefore F_e : F_m = 18.43 : 1$$

- ২১। একদল বিজ্ঞানী 100 kg ভরের একটি কৃত্রিম উপগ্রহকে $3.6 \times 10^4 \text{ km}$ উপরে উঠিয়ে 3.1 km/s রৈখিক বেগ প্রদান করে চাঁদ সদৃশ উপগ্রহে পরিণত করার চেষ্টা করল। পৃথিবীর ভর ও ব্যাসার্ধ চাঁদের ভর ও ব্যাসার্ধের যথাক্রমে 81 ও 16 গুণ। পৃথিবী হতে চাঁদের দূরত্ব $3.8 \times 10^5 \text{ km}$ পৃথিবীতে অভিকর্ষজ ত্বরণ 9.8 ms^{-2} , মহাকর্ষ ধ্রুবকের মান $6.673 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$.

- (ক) পৃথিবী ও চাঁদের মধ্যবর্তী কোন বিন্দুতে মহাকর্ষ প্রাবল্য সমান হবে?

- (খ) উদ্দীপকের কৃত্রিম উপগ্রহটি চাঁদের মত উপগ্রহে পরিণত হবে কি না গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে ব্যাখ্যা কর।

[চ.বো '১৭]

সমাধান:

ধরি, পৃথিবীর কেন্দ্র হতে x দূরত্বে প্রাবল্য শূন্য হবে,
তাহলে,

$$\frac{GM_E}{x^2} = \frac{GM_M}{(3 \times 10^5 - x)^2}$$

$$\text{বা, } \left(\frac{x}{3 \times 10^5 - x}\right)^2 = \frac{M_E}{M_M}$$

$$\text{বা, } \left(\frac{x}{3 \times 10^5 - x}\right)^2 = 81$$

$$\text{বা, } \frac{x}{3 \times 10^5 - x} = 9$$

$$\text{বা, } x = 27 \times 10^5 - 9x$$

$$\text{বা, } 10x = 27 \times 10^5$$

$$\text{বা, } x = 27 \times 10^4$$

$$= 2.7 \times 10^5 \text{ km}$$

\therefore পৃথিবীর কেন্দ্র হতে $2.7 \times 10^5 \text{ km}$ দূরে মহাকর্ষীয় প্রাবল্য শূন্য হবে।

- (খ) আমরা জানি, কৃত্রিম উপগ্রহের বেগ, $v = \frac{v_0}{\sqrt{2}}$ হয় বা 7.88 kms^{-1} হয় তবে তা চাঁদের মতো বৃত্তাকার পথে পৃথিবীকে প্রদক্ষিণ করবে। কিন্তু এখানে প্রদত্ত বেগ 3.1 kms^{-1} যা 7.88 kms^{-1} হতে অনেক কম ফলে উপগ্রহটি চাঁদের ন্যায় উপগ্রহে পরিণত করা সম্ভব নয়। এখন একটু পর্যবেক্ষণ করে দেখা যাক,

$$v = \sqrt{\frac{GM}{R+h}}$$

$$= \sqrt{\frac{6.673 \times 10^{-11} \times 6 \times 10^{24}}{(6.4 \times 10^6 + 3.6 \times 10^7)}} = 3073 \text{ ms}^{-1}$$

$$= 3.073 \text{ kms}^{-1}$$

গাণিতিকভাবে দেখা গেল যে উপগ্রহটি 7.88 kms^{-1} বেগ প্রাপ্ত হয় না।

- ২২। কোনো গ্রহের একটি কৃত্রিম উপগ্রহ বৃত্তাকার কক্ষপথে 7.8 kms^{-1} বেগে ঘুরছে যেখানে অভিকর্ষজ ত্বরণ 9.0 ms^{-2} । অন্য একটি গ্রহের সাথে গ্রহটির ভর ও ব্যাসার্ধের অনুপাত যথাক্রমে $80 : 1$ ও $4 : 1$ ।

(ক) বৃত্তাকার কক্ষপথের উচ্চতা নির্ণয় কর।

(খ) গ্রহ দুটির মধ্যে একটি নভোযান যাতায়াত করলে কোন গ্রহ হতে অধিক গতিশক্তি নিয়ে নভোযানটিকে যাত্রা শুরু করতে হবে গাণিতিক বিশ্লেষণসহ মন্তব্য কর।

সমাধান:

(ক) আমরা জানি,

$$v = \sqrt{\frac{GM}{R+h}}$$

$$\text{বা, } v^2 = \frac{GM}{R+h}$$

$$\text{বা, } R+h = \frac{GM}{v^2}$$

এখানে,

$$v = 7.8 \text{ kms s}^{-1} = 7.8 \times 10^3 \text{ ms}^{-1}$$

$$G = 6.673 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$$

$$M = 6 \times 10^{24} \text{ kg}$$

$$R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$$

$$h = ?$$

$$\begin{aligned} \text{বা, } h &= \frac{GM}{v^2} - R \\ &= \frac{6.67 \times 10^{-11} \times 6 \times 10^{24}}{(7.8 \times 10^3)^2} - 6.4 \times 10^6 \\ &= 1.81 \times 10^5 \text{ m} \end{aligned}$$

∴ নির্ণেয় উচ্চতা $1.81 \times 10^5 \text{ m}$
পৃথিবী ও চাঁদের ক্ষেত্রে কেবল দেখা যায়:

$$\text{যেখানে, } \frac{g_e}{g_m} = \frac{M_e}{M_m} \times \left(\frac{R_m}{R_e}\right)^2 = 80 \times \left(\frac{1}{4}\right)^2 = 5$$

$$\therefore g_e = 5 g_m$$

$$\begin{aligned} g^1 &= g \left(1 - \frac{2 \times 1.81 \times 10^5}{6.4 \times 10^6}\right) \\ &= 9.8 \times 0.9434 \\ &= 9.25 \text{ ms}^{-2} \end{aligned}$$

যা প্রশ্নে উল্লেখিত ত্বরণ 9.0 অপেক্ষা বেশি।

(খ) ১ম গ্রহ হতে প্রাপ্ত গতিশক্তি,

$$(KE)_1 = \frac{1}{2} mv_1^2$$

$$= \int_{R_1}^{\infty} \frac{GMm}{r^2} dr$$

$$= \left[-\frac{GM_1 m}{r} \right]_{R_1}^{\infty}$$

$$= GM_1 m \frac{1}{R}$$

$$= \frac{GM_1 m}{R_1}$$

$$\therefore (KE)_1 = \frac{GM_1 m}{R_1}$$

এখানে প্রথম গ্রহের পৃষ্ঠ হতে অসীম ধরার কারণ উচ্চতা অনির্দিষ্ট।

২য় গ্রহের জন্য, গতিশক্তি,

$$(KE)_2 = \frac{1}{2} mv_2^2 = \frac{GM_2 m}{R_2}$$

$$\therefore \frac{(KE)_1}{(KE)_2} = \frac{M_1}{M_2} \times \left(\frac{R_2}{R_1}\right)$$

$$= \frac{80}{1} \times \left(\frac{1}{4}\right)$$

$$= 20$$

$$\therefore (KE)_1 = 20 \times (KE)_2$$

১ম গ্রহ হতে গতিশক্তি = 20 × দ্বিতীয় গ্রহ হতে গতিশক্তি

∴ ১ম গ্রহ হতে অধিক গতিশক্তি নিয়ে নভোযানটিকে যাত্রা করতে হবে।

NOTE BASKET

www.EducationBlog24.Com

www.EducationBlog24.Com

২৩। একটি মহাজাগতিক বস্তুর ব্যাসার্ধ ও ভর যথাক্রমে $3.2 \times 10^6 \text{ m}$ এবং $4 \times 10^{24} \text{ kg}$ । মহাকর্ষীয় ধ্রুবক $G = 6.657 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$ । একটি ধূমকেতুর আঘাতে মহাজাগতিক বস্তুটি আটটি সমান খণ্ডে বিভক্ত হল।

(ক) প্রতিটি খণ্ডের মুক্তিবৈগ মূল বস্তুর মুক্তি বেগের এক অষ্টমাংশ হবে কিনা যাচাই কর।
(খ) সমাধান:

[দি.বো '১৭]

(ক) আমরা জানি,
অভিকর্ষজ ত্বরণ,

$$g = \frac{GM}{R^2}$$

$$= \frac{6.657 \times 10^{-11} \times 4 \times 10^{24}}{(3.2 \times 10^6)^2}$$

$$= 26 \text{ ms}^{-2}$$

এখানে,

$$G = 6.657 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$$

$$M = 4 \times 10^{24} \text{ kg}$$

$$R = 3.2 \times 10^6 \text{ m}$$

(খ) মূল বস্তুর মুক্তি বেগ,

$$V_e = \sqrt{2gR}$$

$$= \sqrt{2 \times 26 \times 3.2 \times 10^6}$$

$$= 1.29 \times 10^4 \text{ ms}^{-1}$$

$$= 13 \text{ kms}^{-1}$$

একটি খণ্ডের জন্য ধরি, ব্যাসার্ধ = r , ভর = m , ত্বরণ = g_1

তাহলে,

$$\frac{4}{3} \pi R^3 = 8 \times \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$\text{বা, } R = 2r$$

$$\text{বা, } r = \frac{R}{2} = \frac{3.2 \times 10^6}{2} = 1.6 \times 10^6 \text{ m}$$

$$\therefore m = \frac{M}{8} = \frac{4 \times 10^{24}}{8} = 5 \times 10^{23} \text{ kg}$$

তাহলে, ত্বরণ,

$$g_1 = \frac{Gm}{r^2}$$

$$= \frac{6.657 \times 10^{-11} \times 5 \times 10^{23}}{(1.6 \times 10^6)^2}$$

$$= 13 \text{ ms}^{-2}$$

\therefore ১ম খণ্ডের মুক্তি বেগ,

$$V_{e1} = \sqrt{2g_1 r}$$

$$= \sqrt{2 \times 13 \times 1.6 \times 10^6}$$

$$= 6.45 \text{ kms}^{-1}$$

$$\frac{V_e}{V_{e1}} = \frac{13}{6.45} = 2.02 \approx 2$$

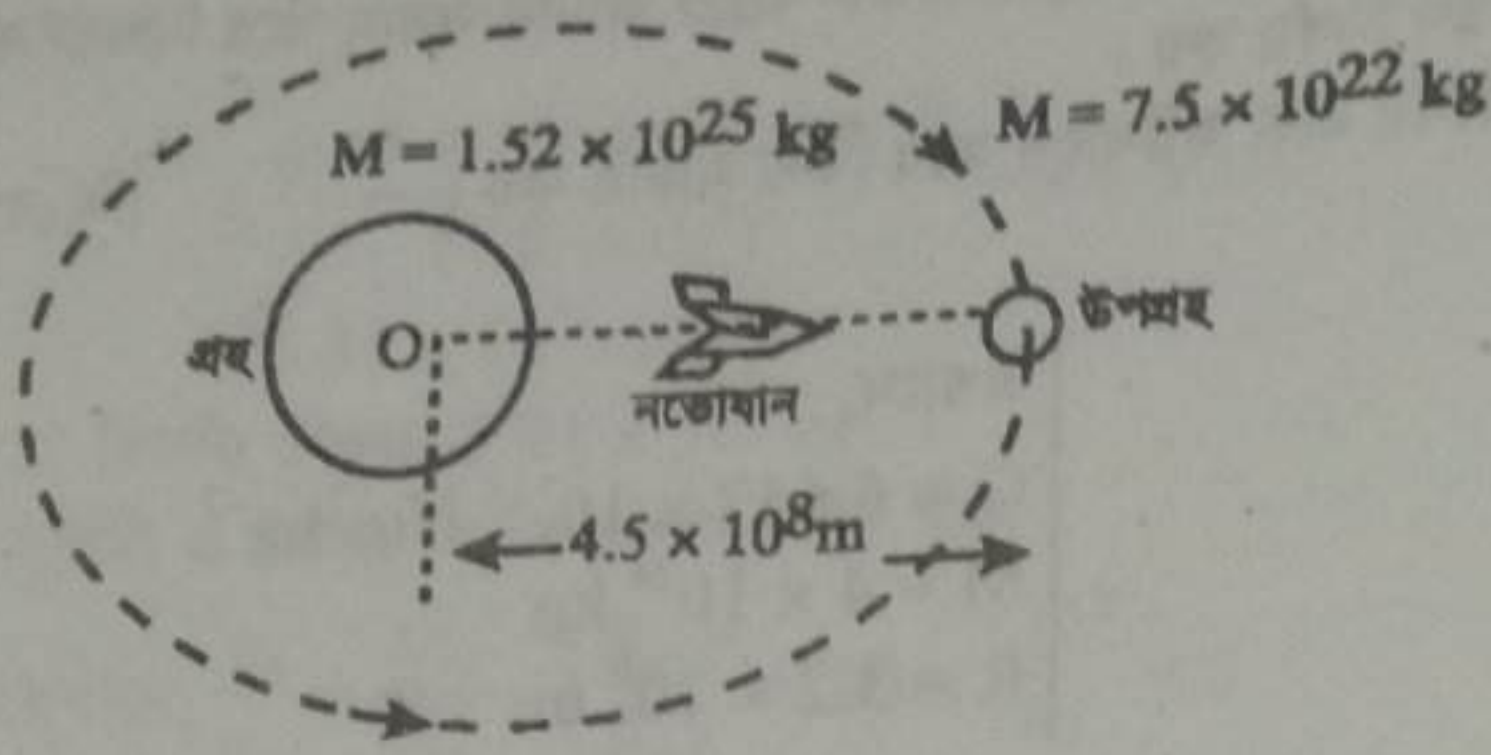
$$V_e = 2 \times V_{e1}$$

$$\text{বা, } V_{e1} = \frac{1}{2} V_e$$

ফলে প্রতিটি খণ্ডের মুক্তিবৈগ বস্তুর মুক্তিবৈগের অর্ধেক হবে, এক অষ্টমাংশ হবে না।

www.Educationblog24.Com

www.Educationblog24.Com



উপরের উদ্দীপকটি লক্ষ্য কর।

- (ক) উপগ্রহটির বেগ নির্ণয় কর।
 (খ) গ্রহ থেকে উপগ্রহের দিকে যাওয়ার পথে কোনো স্থানে নভোযানটির উপর লক্কি বল শূন্য হবে কিনা
 -গাণিতিকভাবে সিদ্ধান্ত দাও।

সমাধান:

- (ক) আমরা জানি,
 উপগ্রহের বেগ,

$$v = \sqrt{\frac{GM}{R+h}}$$

$$= \sqrt{\frac{6.67 \times 10^{-11} \times 1.52 \times 10^{25}}{4.5 \times 10^8}}$$

$$= 1500.99 \text{ ms}^{-1}$$

$$= 1.5 \text{ kms}^{-1}$$

এখানে,
 $G = 6.67 \times 10^{-11}$
 $M = 1.52 \times 10^{25} \text{ kg}$
 $R+h = 4.5 \times 10^8 \text{ m}$

- (খ) ধরি, O বিন্দু হতে x দূরত্বে লক্কি বল শূন্য হবে, গ্রহকর্তৃক নভোযানের উপর ক্রিয়াশীল বল = উপগ্রহকর্তৃক
 নভোযানের উপর ক্রিয়াশীল বল।

$$\frac{GN_1M}{x^2} = \frac{GM_2M}{(4.5 \times 10^8 - x)^2}$$

$$\text{বা, } \frac{x^2}{(4.5 \times 10^8 - x)^2} = \frac{M_1}{M_2}$$

$$\text{বা, } \left(\frac{x}{4.5 \times 10^8 - x}\right)^2 = \frac{1.52 \times 10^{25}}{7.5 \times 10^{22}}$$

এখানে,
 নভোযানের ভর = M
 গ্রহের ভর, $M_1 = 1.52 \times 10^{25} \text{ kg}$
 উপগ্রহের ভর, $M_2 = 7.5 \times 10^{22} \text{ kg}$

$$\text{বা, } \frac{x}{4.5 \times 10^8 - x} = 14.24$$

$$\text{বা, } x = 64 \times 10^8 - 14.24x$$

$$\text{বা, } 15.24x = 64 \times 10^8$$

$$\text{বা, } x = 4.2 \times 10^8 \text{ m}$$

∴ গ্রহটি থেকে উপগ্রহের দিকে $4.2 \times 10^8 \text{ m}$ দূরে লক্কি বল শূন্য হবে।

NOTE BASKET

২৫-৫৮ নং পর্যন্ত বুয়েট, কুয়েট, চুয়েট ও বোর্ড অংশে সমাধান দ্রষ্টব্য

বুয়েট, কুয়েট, রুয়েট, চুয়েট, মেডিকেল, টেক্সটাইল, বিশ্ববিদ্যালয়ের
বিগত বছরের ভর্তি পরীক্ষার গাণিতিক সমস্যাবলির সমাধান

- ◆ পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6.4×10^6 m এবং পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ 9.8 ms^{-2} । ভূ-পৃষ্ঠ থেকে 6.4×10^7 m উচ্চতায় অভিকর্ষজ ত্বরণের মান কত? [কুয়েট ১৮-১৯]
- A. -186.2 ms^{-2}
B. -9.8 ms^{-2}
C. 0.081 ms^{-2}
D. 8.05 ms^{-2}
E. 9.8 ms^{-2}
- Ans: C

সমাধান: $\frac{g'}{g} = \frac{R^2}{(R+h)^2}$

বা, $g' = \frac{(6.4 \times 10^6)^2}{(6.4 \times 10^6 + 6.4 \times 10^7)^2}$ বা, $g' = 0.081 \text{ ms}^{-2}$

- ◆ একটি সুসম গোলকের ভর 1×10^4 kg এবং ব্যাসার্ধ 1m, গোলক কর্তৃক গোলকের কেন্দ্র হতে 0.5m দূরত্বে অবস্থিত m_1 ভরের একটি কণার উপর মহাকর্ষ বলের মান কত? [$G = 6.673 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$] [বুয়েট ১৬-১৭]
- সমাধান: $OB = 1\text{m}$; $OA = 0.5\text{m}$
O বিন্দু থেকে OA দূরত্বে অবস্থিত m_1 ভরের কণার উপর মহাকর্ষ বলের মান OA ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট গোলক ও m_1 কণার মর্ধবর্তী মহাকর্ষ বলের সমান।

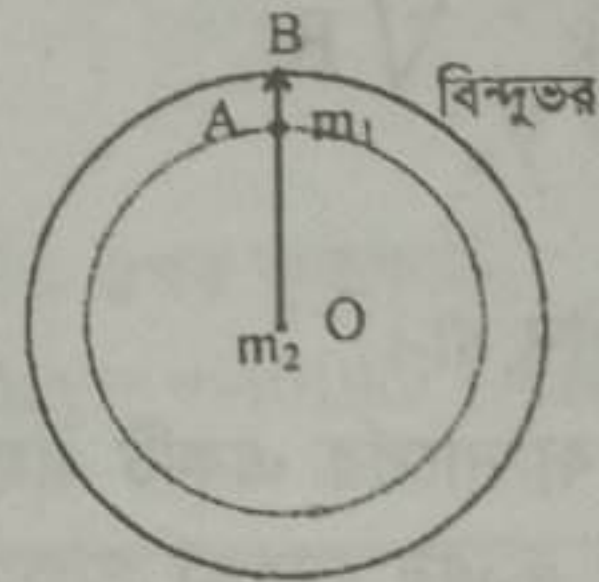
OA গোলকের ভর নির্ণয় :

$$\rho = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi(OB)^3} = \frac{10^4}{\frac{4}{3}\pi \times (1)^3} = 2387.324 \text{ kg/m}^3$$

$$m_2 = V\rho = \frac{4}{3}\pi(OA)^3 \times \rho$$

$$\frac{4}{3}\pi(0.5)^3 \times \frac{10^4}{\frac{4}{3}\pi(1)^3} = 10^4 \times (0.5)^3 = 1250 \text{ kg}$$

$$F = G \frac{m_1 m_2}{d_2^2} = \frac{G m_1 1250}{(0.5)^2} = 3.34 \times 10^{-7} m_1 \text{ N}$$



- ◆ ভূ-পৃষ্ঠ হতে 1000 km উঁচুতে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান কত? পৃথিবীর ব্যাসার্ধ = 6400 km [বুয়েট ১৬-১৭]
- A. 3.8 m/s^2
B. 7.33 m/s^2
C. 8.1 m/s^2
D. 9.8 m/s^2
E. 13.1 m/s^2
- Ans: B

সমাধান: $gh = \frac{R^2}{(R+h)^2} \times g = \frac{6400^2}{(6400+1000)^2} \times 9.8 = 7.33 \text{ ms}^{-2}$

- ◆ M ভরের বস্তুকে কেটে m ও (M - m) ভরের বস্তুতে রূপান্তরিত করা হল। $\frac{M}{m}$ এর অনুপাত কি হলে এদের মধ্যে মহাকর্ষ বল সর্বোচ্চ হবে। [বুয়েট ১৫-১৬]

সমাধান : $F = \frac{G m (M - m)}{d^2}$

F maximum হবে যদি m (M - m) maximum হয়।

$$m (M - m) = mM - m^2$$

$$\frac{d}{dm} (mM - m^2) = M - 2m$$

maximum এর জন্য, $M - 2m = 0$ বা, $m = \frac{M}{2}$

$$\therefore \frac{M}{m} = \frac{M}{M/2} = 2$$

ভূ-পৃষ্ঠ হতে 500 km উপরে একটি স্যাটেলাইট ঘুরছে। উহার বেগ কত? [এ উচ্চতায় $g = 9.3 \text{ ms}^{-2}$] [বুয়েট ১৫-১৬]

সমাধান : $v = \sqrt{\frac{GM}{R+h}} = \sqrt{\frac{gR^2}{R+h}} = \sqrt{\frac{9.3 \times (6.4 \times 10^6)}{6.4 \times 10^6 + 500 \times 10^3}} \text{ ms}^{-1} = 7.43 \times 10^3 \text{ ms}^{-1}$

একটি 20 kg ভরের কৃত্রিম উপগ্রহ অজানা ভরের একটি গ্রহের চারদিকে $8.0 \times 10^6 \text{ m}$ ব্যাসার্ধের বৃত্তাকার পথে আবর্তিত হলে তার পর্যায়কাল 2.4h হয়। গ্রহপৃষ্ঠের অভিকর্ষজ ত্বরণের মান 8.0 m/s^2 হলে গ্রহটির ব্যাসার্ধ কত?

সমাধান: আমরা জানি, $T = \frac{4\pi^2(R+h)^3}{Gm}$ [বুয়েট ১৪-১৫]

$$m = \frac{4 \times \pi^2 \times (8 \times 10^6)^3}{G \times (2.4 \times 3600)^2} = 4.0578 \times 10^{24} \text{ kg}$$

$$g = \frac{Gm}{R^2}$$

$$\therefore R = \sqrt{\frac{G \times 4.0578 \times 10^{24}}{8}} = 5.818 \times 10^6 \text{ m}$$

পৃথিবী পৃষ্ঠে মুক্তিবৈগ 11.2 km/s । কোন গ্রহের ব্যাসার্ধ যদি পৃথিবীর ব্যাসার্ধের দ্বিগুণ হয় এবং ভর পৃথিবীর ভরের আট গুণ হয় তবে সেখানে মুক্তিবৈগ কত? [বুয়েট ১৩-১৪]

A. 89.6 km/s

B. 11.2 km/s

C. 22.4 km/s

D. 44.8 km/s

Ans: C

ব্যাখ্যা: এ গ্রহে মুক্তিবৈগ, $V_m = \sqrt{2g_m R_m}$

$$g_m = \frac{M_m R_e^2}{M_e R_m^2} \times g_e = \frac{8}{4} g_e \text{ বা, } g_m = 2g_e$$

$$\therefore v_m = \sqrt{2.2g_e \cdot 2R_e} = \sqrt{8 \times 9.8 \times 6400 \times 10^3} = 22.4 \times 10^3 \text{ kms}^{-1}$$

পৃথিবীর ভর M এবং ব্যাসার্ধ R হলে, পৃথিবী পৃষ্ঠে $\frac{g}{G}$ এর অনুপাত হবে- [বুয়েট ১২-১৩]

A. $\frac{R^2}{M}$

B. $\frac{M}{R^2}$

C. MR^2

D. $\frac{M}{R}$

Ans: B

ব্যাখ্যা: $g = \frac{GM}{R^2}$ বা, $\frac{g}{G} = \frac{M}{R^2}$

চাঁদের বায়ুশূন্য স্থানে স্থিরাবস্থা থেকে একটি পালক ও একটি সীসার বলকে ফেলা হল। পালকের ত্বরণ হবে- [বুয়েট ১২-১৩]

A. সীসার বলের চেয়ে বেশি

B. সীসার বলের সমান

C. সীসার বলের চেয়ে কম

D. 9.8 ms^{-2}

Ans: B

ব্যাখ্যা: সীসার বলের সমান (B)। কারণ বিনা বাধায় অর্থাৎ বায়ুশূন্য স্থানে সকল পড়ন্ত বস্তু সমান সময়ে সমান পথ অতিক্রম করবে। [বুয়েট ১২-১৩]

একটি স্থির তরঙ্গ

A. দুইটি সদৃশ বিপরীত দিকে অগ্রসরমান তরঙ্গের সাহায্যে গঠন করা যায়

B. অবশ্যই আড়তরঙ্গ

C. অবশ্যই দীর্ঘল তরঙ্গ

D. অর্ধ তরঙ্গের চেয়ে কম দূরত্বে নিম্পন্দ বিন্দু আছে

Ans: A

ব্যাখ্যা: দুইটি সদৃশ বিপরীত দিকে অগ্রসরমান তরঙ্গের সাহায্যে গঠন করা যায়।

- ◆ সূর্যের চারদিকে পৃথিবীর গতি হলো—
A. 300 km/sec
C. 30 km/sec

B. 3 km/sec
D. 3000 km/sec

$$\text{ব্যাখ্যা: } C.v = \sqrt{\frac{GM}{r}} = \sqrt{\frac{6.673 \times 10^{-11} \times 210^{30}}{1.5 \times 10^{11}}} = 30 \text{ km/s}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{দূরত্ব, } r = 1.5 \times 10^{11} \text{ m} \\ M = 2 \times 10^{30} \text{ kg} \\ G = 6.675 \times 10^{-11} \end{array} \right\}$$

Ans: C

[বুয়েট ১০-১১]

- ◆ প্রোটিন ও ইলেকট্রনের মধ্যে আকর্ষণের জন্য কোন মৌলিক বলটি দায়ী?
A. শক্তিশালী
C. দুর্বল

B. মাধ্যাকর্ষণ
D. তড়িৎ চৌম্বকীয়

Ans: D

[বুয়েট ০৯-১০]

- ◆ এক ব্যক্তির ওজন পৃথিবীর পৃষ্ঠে 875N এবং মঙ্গলগ্রহ পৃষ্ঠে 298N মঙ্গলগ্রহ পৃষ্ঠের অভিকর্ষীয় কেন্দ্রের তীব্রতা কত?

A. 2.63 N/kg
C. 3.72 N/kg

B. 6.09 N/kg
D. 9.81 N/kg

Ans: C

$$\text{ব্যাখ্যা: } \frac{E_e}{E_m} = \frac{F_e}{F_m} \therefore E_m = E_e \times \frac{F_e}{F_m} \text{ বা, } E_m = 9.8 \times \frac{298}{785} = 3.72 \text{ Nkg}^{-1}$$

- ◆ পৃথিবীর ভর M এবং ব্যাসার্ধ R হলে পৃথিবীপৃষ্ঠে $\frac{g}{G}$ এর অনুপাত হবে—

A. $\frac{R^2}{M}$

B. $\frac{M}{R^2}$

C. 2K

D. $\frac{M}{R}$

Ans: B

$$\text{ব্যাখ্যা: } g = \frac{GM}{R^2} \text{ বা, } \frac{g}{G} = \frac{M}{R^2}$$

- ◆ $5 \times 10^{24} \text{ kg}$ ভর এবং $6.1 \times 10^6 \text{ m}$ ব্যাসার্ধবিশিষ্ট একটি গ্রহের পৃষ্ঠ হতে 2.0 kg ভরের একটি বস্তুকে মহাশূন্যে পাঠাতে প্রয়োজনীয় শক্তির পরিমাণ হলো— [দেওয়া আছে, $G = 6.7 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$] [বুয়েট ১১-১২]

A. 9.01

B. $2.2 \times 10^8 \text{ J}$

C. $1.1 \times 10^8 \text{ J}$

D. $1.1 \times 10^6 \text{ J}$

Ans: D

$$\text{ব্যাখ্যা: মুক্তিবেগ, } v = \sqrt{\frac{2GM}{R}} = \sqrt{\frac{2 \times 6.7 \times 10^{-11} \times 5 \times 10^{24}}{6.1 \times 10^6}} = 10480.27 \text{ ms}^{-1}$$

$$\text{প্রয়োজনীয় শক্তি} = \frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} \times 2 \times (10480.27)^2 = 1.1 \times 10^8 \text{ J}$$

- ◆ একটি স্যাটেলাইটের ঘূর্ণনের সময়কাল হলো T₁ এর গতিশক্তির সমানুপাতিক হলো— [বুয়েট ১০-১১]

A. $\frac{1}{T}$

B. $\frac{1}{T^2}$

C. $\frac{1}{T^3}$

D. $T^{\frac{2}{3}}$

Ans: D

$$\text{ব্যাখ্যা: } E = \frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} m \times 4\pi^2 \frac{R^2}{T^2}$$

$$R^3 \propto T^2 \therefore R^2 \propto T^{-\frac{2}{3}} \therefore T^{\frac{4}{3}} \therefore E \propto \frac{T^{\frac{4}{3}}}{T^2} \therefore E \propto T^{-\frac{2}{3}}$$

- ◆ একটি লিফট 15 ms^{-1} গতিতে উপরে উঠছে। 60 kg ভরের একজন মানুষ লিফটে অবস্থান করলে লিফটের উপর তার প্রতীয়মান ওজন হবে— [বুয়েট ১০-১১]

A. 558 N

B. 900 N

C. 750 N

D. 800 N

Ans: A

$$\text{ব্যাখ্যা: লিফট সমবেগে উপরে উঠছে বলে কেবল অভিকর্ষজ ত্বরণ ক্রিয়াশীল হবে। } 60 \times 9.8 = 558 \text{ N}$$

কোনো শক্তি একটি স্থির লিফটের ভিতরে একটি সরল দোলকের পর্যায়কাল পান T. যদি লিফটটি $g/3$ ত্বরণে উপরে উঠতে থাকে তাহলে পর্যায়কাল হবে—

[বুয়েট ০৫-০৬]

A. $\sqrt{3} T$

B. $\frac{\sqrt{3}}{2} T$

C. $\frac{T}{\sqrt{3}}$

D. $\frac{T}{3}$

Ans: B

ব্যাখ্যা: $\frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{g_1}{g_2}}$ বা, $\frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{4g}{3}} = \sqrt{\frac{3}{4}} \therefore T_2 = \frac{\sqrt{3}}{2} T$

একটি রিমোট সেন্সিং স্যাটেলাইট পৃথিবীর চারদিকে ভূ-পৃষ্ঠ হতে 250 km উপরে বৃত্তাকার পথে ঘুরছে। এই পথে স্যাটেলাইটটির গতিবেগ এবং ঘূর্ণনকাল নির্ণয় করো। [$R_e = 6400 \text{ km}$, $g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$] [বুয়েট ১০-১১]

সমাধান: আমরা জানি, $v = \sqrt{\frac{GM}{R+h}}$

বা, $v = \sqrt{\frac{gR^2}{R+h}}$

বা, $v = R \sqrt{\frac{g}{R+h}}$

বা, $v = 7769.31 \text{ ms}^{-1}$ (Ans)

বা, $v = \omega(R+h) = \frac{2\pi}{T}(R+h)$

$\therefore vT = 2\pi(R+h)$

বা, $T = \frac{2\pi(R+h)}{v}$

বা, $T = 577.98 \text{ sec}$

বা, $T \approx 89.633 \text{ min}$

NOTE BASKET

www.Educationblog24.Com

ভূপৃষ্ঠের কত গভীরে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান ভূপৃষ্ঠের মানের এক চতুর্থাংশ হবে? (পৃথিবীর ব্যাসার্ধ = $6.4 \times 10^3 \text{ km}$) [বুয়েট ১৭-১৮]

A. $8.4 \times 10^3 \text{ km}$

B. $4.8 \times 10^3 \text{ km}$

C. $4.0 \times 10^3 \text{ km}$

D. $5.2 \times 10^3 \text{ km}$

E. $6.8 \times 10^3 \text{ km}$

Ans: B

সমাধান: $\frac{g'}{g} = \left(1 - \frac{h}{R}\right)$ বা, $\frac{1}{4} \left(1 - \frac{h}{R}\right)$ বা, $h = \left(1 - \frac{1}{4}\right) \times 6400 = 4.8 \times 10^3 \text{ km}$.

পৃথিবীর ভর চন্দের ভরের 80 গুণ এবং তাদের ব্যাসার্ধ যথাক্রমে 12800 km এবং 3200 km। চন্দ্র পৃষ্ঠের অভিকর্ষজ ত্বরণের মান কত? [বুয়েট ১৪-১৫]

A. 163 cm/s^2

B. 1.7 cm/s^2

C. 196 cm/s^2

D. 1.9 cm/s^2

E. 1.64 cm/s^2

Ans: C

ব্যাখ্যা: $g_m = \frac{M_m}{M_e} \times \left(\frac{R_e}{R_m}\right)^2 \times g_e = \frac{1}{8} \times \left(\frac{12800}{3200}\right)^2 \times 9.81 = 1.96 \text{ m/s}^2 = 196 \text{ cm/s}^2$

- পৃথিবীতে একটি বস্তুর ওজন 180kg। মঙ্গল গ্রহের ভর পৃথিবীর ভরের 1/9 এবং ব্যাসার্ধ 1/2 হবে।
মঙ্গলগ্রহে বস্তুর ওজন কত? [কুয়েট ১৫-১৬]
A. 100 kg-wt
B. 180 kg-wt
C. 80 kg-wt
D. 1620 kg-wt
E. 20 kg-wt
Ans: B
- চন্দ্রের ভর পৃথিবীর ভরের 0.013 গুণ, চন্দ্র ও পৃথিবীর কেন্দ্রের মধ্যবর্তী দূরত্ব পৃথিবীর ব্যাসার্ধের 60 গুণ।
পৃথিবীর কেন্দ্র বিন্দু হতে চন্দ্র ও পৃথিবীর ভর কেন্দ্রের দূরত্ব কত? [পৃথিবীর ব্যাসার্ধ = 6.4×10^6 m] [কুয়েট ১১-১২]
A. 8.2×10^4 m
B. 8.213×10^4 m
C. 8.213×10^4 cm
D. 8.213×10^4 mm
Ans: B

ব্যাখ্যা: $M_e \times 0 + M_m \times a = (M_e + M_m) r$

বা, $r = \frac{M_m a}{M_e + M_m} = \frac{M_m a}{M_e \left(1 + \frac{M_m}{M_e}\right)}$ বা, $r = \frac{0.013 \times 6.4 \times 10^6}{(1 + 0.013)} = 8.213 \times 10^4$ m

- ভূ-পৃষ্ঠ থেকে কত উঁচুতে গেলে সেখানকার অভিকর্ষজ ত্বরণের মান 25% হবে? [কুয়েট ১০-১১]
A. 100 km
B. 25 km
C. 640 km
D. 6400 km
Ans: D

ব্যাখ্যা: $\frac{g'}{g} = \frac{R^2}{(R+h)^2}$ বা, $\frac{25}{100} = \frac{R^2}{(R+h)^2}$ বা, $\frac{1}{2} = \frac{R}{R+h}$ বা, $\frac{R+h}{R} = 2$ বা, $1 + \frac{h}{R} = 2$ বা, $\frac{h}{R} = 1$

$\therefore h = R \therefore h = 6.4 \times 10^6$ m = 6400 km

- একটি গ্রহের ব্যাসার্ধ পৃথিবীর ব্যাসার্ধের দ্বিগুণ। উক্ত গ্রহের অভিকর্ষজ ত্বরণ পৃথিবীর অভিকর্ষজ ত্বরণের আট গুণ। উক্ত গ্রহের মুক্তিবৈগ পৃথিবীর মুক্তিবৈগের তুলনায় কতগুণ তা নির্ণয় করো। [কুয়েট ০৮-০৯]
A. 2 গুণ
B. 4 গুণ
C. 8 গুণ
D. 10 গুণ
Ans: B

ব্যাখ্যা: $v_1 = \sqrt{2gR_1}$; $v_2 = \sqrt{2.2R_1 \cdot 8g}$ বা, $\frac{v_2}{v_1} = \sqrt{\frac{32R_1 g}{2gR_1}} = 4$

- একটি গ্রহের ব্যাসার্ধ পৃথিবীর ব্যাসার্ধের দ্বিগুণ। উক্ত গ্রহের অভিকর্ষজ ত্বরণ পৃথিবীর অভিকর্ষজ ত্বরণের আট গুণ। উক্ত গ্রহের মুক্তিবৈগ পৃথিবীর মুক্তিবৈগের তুলনায় কতগুণ তা নির্ণয় কর। [কুয়েট ০৮-০৯]
A. 2 গুণ
B. 4 গুণ
C. 8 গুণ
D. 10 গুণ
E. 16 গুণ
Ans: B

ব্যাখ্যা: $V_e = \sqrt{2g_E R_E}$; $V_u = \sqrt{2g_u R_u}$; $\frac{V_e}{V_u} = \sqrt{\frac{g_E R_E}{8g_E \cdot 2R_E}} = \frac{1}{4}$; $V_u = 4V_e$

- চাঁদের ব্যাসার্ধ পৃথিবীর ব্যাসার্ধের $\frac{1}{4}$ th এবং ভর $\frac{1}{80}$ th। ভূ-পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান 9.8 m/s^2 হলে চাঁদের পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান বের কর। [কুয়েট ০৭-০৮]
A. 3.8 m/sec^2
B. 9.8 m/sec^2
C. 0.196 m/sec^2
D. 1.96 m/sec^2
E. 1.96 m/sec^2
Ans: E

ব্যাখ্যা: $\frac{R_m}{R_e} = \frac{1}{4}$, $\frac{M_m}{M_e} = \frac{1}{80}$ $g_e = 9.8 \text{ m/s}^2$, $g_m = ?$

$\therefore \frac{g_m}{g_e} = \frac{M_m}{M_e} \times \left(\frac{R_e}{R_m}\right)^2 = \frac{1}{80} \times 16 = \frac{1}{5}$ বা, $g_m = \frac{g_e}{5} = \frac{9.8}{5} = 1.96 \text{ m/s}^2$

একটি কৃত্রিম উপগ্রহ ভূপৃষ্ঠ থেকে একটি নির্দিষ্ট উচ্চতায় 8 km/sec বেগে ঘুরছে, যেখানে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান $g_h = 8 \text{ m/sec}^2$ । ভূপৃষ্ঠ থেকে উপগ্রহটির উচ্চতা নির্ণয় কর। [চয়েট ১৫-১৬]

- A. 1600 km
C. 14400 km

- B. 4000 km
D. 8000 km

Ans: A

সমাধান : $v = \sqrt{\frac{GM}{R+h}} = \sqrt{g_h(R+h)}$

বা, $R+h = 8000 \text{ km}$ বা, $h = 1600 \text{ km}$

একটি ভর সিস্টেমের তিনটি ভর যথাক্রমে $m_1 = 1 \text{ kg}$, $m_2 = 2 \text{ kg}$ এবং $m_3 = 3 \text{ kg}$ একটি সমবাহু ত্রিভুজ (প্রতিটি বাহুর দৈর্ঘ্য 1m) এর তিনটি কর্ণেরে অধিষ্ঠিত। ইহার ভরকেন্দ্র নির্ণয় কর। [চয়েট ১৪-১৫]

A. $\left(\frac{3.5}{6}, \frac{\sqrt{3}}{4}\right)$ or $\left(\frac{\sqrt{3}}{4}, \frac{3.5}{6}\right)$

B. $\left(\frac{6}{3.5}, \frac{4}{\sqrt{3}}\right)$ or $\left(\frac{6}{3.5}, \frac{4}{\sqrt{3}}\right)$

C. $\left(\frac{3.5}{4}, \frac{6}{4}\right)$ or $\left(\frac{6}{4}, \frac{3.5}{4}\right)$

D. $\left(\frac{\sqrt{3}}{3.5}, \frac{2}{3}\right)$ or $\left(\frac{2}{3}, \frac{\sqrt{3}}{3.5}\right)$

Ans: A

ব্যাখ্যা: fig: i হতে পাই, y-অক্ষ সাপেক্ষে ভ্রামক নিয়ে,

$(1+2+3) \bar{x} = 2 \times 1 + 3 \times \frac{1}{2} \therefore \bar{x} = \frac{7}{6 \times 2} = \frac{3.5}{6}$

x-অক্ষ সাপেক্ষে ভ্রামক নিয়ে,

$(1+2+3) \bar{y} = 3 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \therefore \bar{y} = \frac{3\sqrt{3}}{6 \times 2} = \frac{\sqrt{3}}{4}$

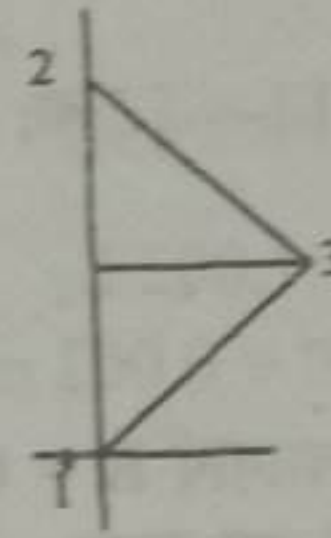
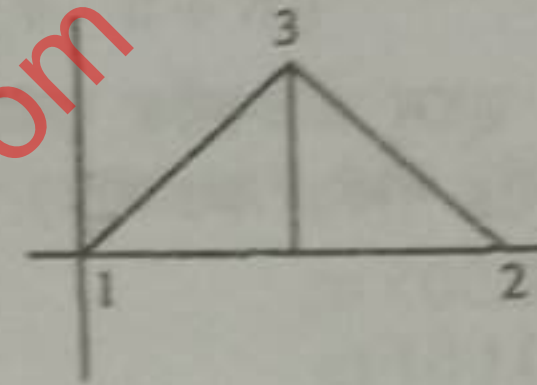
fig: ii হতে পাই, x-অক্ষ সাপেক্ষে ভ্রামক নিয়ে,

$(1+2+3) \bar{x} = 3 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \therefore \bar{x} = \frac{\sqrt{3}}{4}$

y-অক্ষ সাপেক্ষে ভ্রামক নিয়ে,

$(1+2+3) \bar{y} = 2 \times 1 + 3 \times \frac{1}{2} \therefore \bar{y} = \frac{3.5}{6}$

\therefore ভরকেন্দ্র $\left(\frac{3.5}{6}, \frac{\sqrt{3}}{4}\right)$ or $\left(\frac{\sqrt{3}}{6}, \frac{3.5}{4}\right)$



ভূপৃষ্ঠ হতে হতে কত উঁচুতে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান ভূপৃষ্ঠের অভিকর্ষজ ত্বরণের অর্ধেক হবে? (পৃথিবীর ব্যাসার্ধ = $6.38 \times 10^6 \text{ m}$) [চয়েট ১২-১৩]

- A. $3.19 \times 10^6 \text{ m}$
C. $9.57 \times 10^6 \text{ m}$

- B. $12.76 \times 10^6 \text{ m}$
D. None

Ans: D

ব্যাখ্যা: $g' = g \left(1 - \frac{2h}{R}\right)$ বা, $\frac{g'}{g} = 1 - \frac{2h}{R} = \frac{1}{2}$ বা, $\frac{2h}{R} = \frac{1}{2}$

বা, $h = \frac{R}{4}$ বা, $h = \frac{6.38 \times 10^6}{4} = 1.595 \times 10^6 \text{ m}$

পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $6.4 \times 10^6 \text{ m}$ এবং অভিকর্ষজ ত্বরণ 9.8 ms^{-2} । একটি বস্তুর মুক্তি বেগ নির্ণয় কর। [চয়েট ১৩-১৪]

- A. 7.92 km/sec
C. 9.0 km/sec

- B. 11.2 km/sec
D. 15.0 km/sec

Ans: B

ব্যাখ্যা: মুক্তিব্বেগ $v_e = \sqrt{2gR} = \sqrt{2 \times 9.8 \times 6.4 \times 10^6} = 11.2 \text{ km/s}$

- ◆ পৃথিবীর অভিকর্ষীয় ত্বরণ 980 cm/sec^2 এবং একটি বস্তুর মুক্তি বেগ 11.2 km/sec । পৃথিবীর ব্যাসার্ধ কত? [চয়েট ১০-১১]
- A. 6400km
B. 640km
C. 64000km
D. None of these

ব্যাখ্যা: $v_E = \sqrt{2gR}$ বা, $v_E^2 = 2gR \therefore R = \frac{v_E^2}{2g} = \frac{(11.2 \times 10^3)^2}{2 \times 980 \times 10^{-2}} = 6.4 \times 10^6 \text{ m} = 6400 \text{ km}$

Ans: A

- ◆ ভূমি আকাশের দিকে ন্যূনতম কত বেগে একটি প্রস্তরখণ্ড ছুঁড়লে এটি আর পৃথিবীতে ফিরে আসবে না। [চয়েট ০৯-১০]
- A. 10000 mile/sec
B. 34.67 mile/sec
C. 6.95 mile/sec
D. None of them

Ans: C

- ◆ পৃথিবী পৃষ্ঠ হতে সর্বদা 620 km উর্ধ্বে থেকে একটি কৃত্রিম উপগ্রহ পৃথিবীর চারিদিকে কত অনুভূমিক বেগে প্রদক্ষিণ করে? দেওয়া আছে $g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$ এবং পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $R = 6380 \text{ km}$ । [কয়েট ১৪-১৫]
- A. 4.55 kms^{-1}
B. 7.50 kms^{-1}
C. 5.75 kms^{-1}
D. 5.57 kms^{-1}
E. None

Ans: A

ব্যাখ্যা: $v = \sqrt{\frac{GM}{R+h}} = \sqrt{\frac{GR}{R^2} \times \frac{R^2}{R+h}} = \sqrt{g \times \frac{R^2}{R+h}} = \sqrt{9.8 \times \frac{(6380 \times 10^3)^2}{(6380 + 620) \times 10^3}} = 7.54 \text{ kms}^{-1}$

- ◆ দুটি স্থানে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান যথাক্রমে 9.8 ও 9.78 ms^{-2} হলে, ঐ দুই স্থানে সেকেন্ড দোলকের দৈর্ঘ্যের পার্থক্য কত হবে? [কয়েট ১৪-১৫]
- A. 0.005 m
B. 0.003 m
C. 0.001 m
D. 0.004 m
E. None

Ans: E

ব্যাখ্যা: $T_1 = T_2$ বা, $\sqrt{\frac{L_1}{g_1}} = \sqrt{\frac{L_2}{g_2}}$ বা, $\frac{L_1}{g_1} = \frac{L_2}{g_2}$ বা, $\frac{L_1}{L_2} = \frac{g_1}{g_2}$ বা, $\frac{L_1}{L_2} = \frac{9.8}{9.78}$

বা, $L_1 = 1.002 L_2$

\therefore পার্থক্য = 0.002 m

- ◆ পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$ এবং অভিকর্ষজ ত্বরণ 9.8 ms^{-2} হলে, পৃথিবীর পৃষ্ঠ হতে কোন বস্তুর মুক্তি বেগ কত হবে? [কয়েট ১৪-১৫]
- A. $1.12 \times 10^4 \text{ m/s}$
B. $11.2 \times 10^4 \text{ m/s}$
C. $2.11 \times 10^4 \text{ m/s}$
D. $21.12 \times 10^4 \text{ m/s}$
E. None

Ans: A

ব্যাখ্যা: মুক্তিব্যেগ = $\sqrt{2gR} = \sqrt{2 \times 9.8 \times 6.4 \times 10^6} = 1.12 \times 10^4 \text{ ms}^{-1}$

- ◆ একটি লিফট 1 sec^2 ত্বরণে নিচে নামছে। লিফটের মধ্যে দাঁড়ানো একজন ব্যক্তির ভর 65 kg হলে, তিনি কত বল অনুভব করবেন? [কয়েট ১৩-১৪]
- A. 475 N
B. 572 N
C. 590 N
D. 350 N

Ans: B

ব্যাখ্যা: $F = m(g-a) = 65(9.8 - 1) = 572 \text{ N}$

- ◆ গাছের একটি আপেল পৃথিবীকে f বলে আকর্ষণ করছে। পৃথিবী আপেলকে F বলে আকর্ষণ করছে। সুতরাং- [কয়েট ১৩-১৪]
- A. $F \gg f$
B. $F > f$
C. $F = f$
D. $F < f$
E. None

Ans: C

ব্যাখ্যা: দুটি বস্তুর আকর্ষণ বল সমান।

সূর্যের ভরের সঠিক সমীকরণ কোনটি?

A. $M = \frac{4\pi r^3}{GT^2}$

C. $M = \frac{4\pi^2 r^2}{GT^2}$

E. $M = \frac{4\pi^2 r^3}{GT^2}$

B. $M = \frac{4\pi r^2}{GT^2}$

D. $M = \frac{4\pi^2 r^3}{GT}$

[কয়েট ১২-১৩]

Ans: E

মুক্তি বেগের সমীকরণ কোনটি?

A. $V_E = \sqrt{2gR}$

C. $V_E = \sqrt{2} gR$

E. None

B. $V_E = 2gR$

D. $V_E = \frac{\sqrt{2}}{gR}$

[কয়েট ১২-১৩]

Ans: A

ব্যাখ্যা: $V_E = \sqrt{2gR}$

কোনটি পৃথিবীর ভরের সঠিক সূত্র?

A. $M = \frac{gR^2}{G^2}$

C. $M = \frac{gR^2}{G}$

B. $M = \frac{GR^2}{g}$

D. $M = \frac{gR}{G}$

[কয়েট ১১-১২]

Ans: C

L দৈর্ঘ্য ও K স্প্রিং ধ্রুবক বিশিষ্ট একটি স্প্রিংকে কেটে সমান চার টুকরা করা হলে প্রতি টুকরা স্প্রিংয়ের স্প্রিং ধ্রুবক হবে—

A. $\frac{K}{4}$

C. 2K

B. $\frac{K}{2}$

D. 4K

[কয়েট ১০-১১]

Ans: D

ব্যাখ্যা: স্প্রিংকে কেটে সমান যত টুকরা করা হয়, প্রতিটি স্প্রিং এর স্প্রিং ধ্রুবক মূল স্প্রিং ধ্রুবকের তত গুণ বাড়ে।

∴ সমাধান 4K

মহাকর্ষীয় ধ্রুবক G এর মাত্রা সমীকরণ কোনটি?

A. $LM^{-1}T^{-2}$

C. $L^{-1}T^3T^{-2}$

B. $L^3M^{-1}T^{-2}$

D. $L^2M^{-2}T^{-2}$

[কয়েট ১০-১১]

Ans: B

ব্যাখ্যা: $\frac{MLT^{-2}L^2}{M^2} = L^3M^{-1}T^{-2}$

ভূ-পৃষ্ঠে একজন লোক 3m লাফাতে পারে। চন্দ্রপৃষ্ঠে কত উঁচুতে লাফাতে পারবে?

A. 3m

C. 7m

E. 25s

B. 6m

D. 18m

[কয়েট ১০-১১]

Ans: D

সূর্যের ভরের সঠিক সমীকরণ কোনটি?

A. $M = \frac{4\pi r^3}{GT^2}$

C. $M = \frac{4\pi^2 r^2}{GT^2}$

E. $M = \frac{4\pi^2 r^3}{GT^2}$

B. $M = \frac{4\pi r^2}{GT^2}$

D. $M = \frac{4\pi^2 r^3}{GT}$

[কয়েট ১২-১৩]

Ans: E

ব্যাখ্যা: $T = 2\pi \sqrt{\frac{r^3}{GM}}$ বা, $M = \frac{4\pi^2 r^3}{GT^2}$

৫৬০

একাদশ ও দ্বাদশ শ্রেণি - গাণিতিক পদার্থবিজ্ঞান প্রথম পত্র

◆ মুক্তি বেগের সমীকরণ কোনটি?

[কয়েট ১২-১৩]

A. $v_E = \sqrt{2gR}$

B. $v_E = 2gR$

C. $v_E = \sqrt{2} gR$

D. $v_E = \frac{\sqrt{2}}{gR}$

E. None

Ans: A

ব্যাখ্যা: $\frac{1}{2} m(v_e)^2 = \frac{GMm}{R}$ বা, $v_e^2 = \frac{2GM}{R}$ বা, $v_e = \sqrt{\frac{2GM}{R}} = \sqrt{2gR}$

শাহজাহান তপন, আজিজ হাসান ও রানা চৌধুরী স্যারের
বইয়ের গাণিতিক সমস্যাবলির সমাধান

১। 0.4 cm ব্যাসবিশিষ্ট একটি তারে 25 kg এর একটি বস্তু ঝুলিয়ে দেওয়া হলো। তারের 1 m দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি পেয়ে 1.02 m হলো। তারের বিকৃতি, পীড়ন ও ইয়ং এর গুণাঙ্ক বের করো।

সমাধান: আমরা জানি,

$$\text{বিকৃতি} = \frac{\ell}{L} = \frac{0.02}{1} = 0.02$$

$$\text{পীড়ন} = \frac{mg}{\pi r^2} = \frac{25 \times 9.8}{3.14 \times (2 \times 10^{-3})^2} \text{ Nm}^{-2}$$
$$= 1.95 \times 10^7 \text{ Nm}^{-2}$$

ইয়ং এর গুণাঙ্ক,

$$Y = \frac{\text{পীড়ন}}{\text{বিকৃতি}} = \frac{1.95 \times 10^7}{0.02} \text{ Nm}^{-2}$$
$$= 9.75 \times 10^8 \text{ Nm}^{-2}$$

∴ ইয়ং এর গুণাঙ্ক $9.75 \times 10^8 \text{ Nm}^{-2}$

এখানে, ব্যাস, $d = 0.3 \text{ cm} = 4 \times 10^{-3} \text{ m}$

∴ ব্যাসার্ধ, $r = 2 \times 10^{-3} \text{ m}$

ভর, $m = 25 \text{ kg}$

দৈর্ঘ্য, $L = 1 \text{ m}$

দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি, $\ell = (1.02 - 1) \text{ m} = 0.02 \text{ m}$

বিকৃতি = ?

পীড়ন = ?

ইয়ং এর গুণাঙ্ক, $Y = ?$

অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$



- ২। ৩ m দৈর্ঘ্যের একটি তারের প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল 4 mm^2 । এতে 10 kg ভার ঝুলানো হলে (ক) পীড়ন, (খ) বিকৃতি ও (গ) দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি বের করো। [$Y = 1.96 \times 10^{11} \text{ Nm}^{-2}$]

সমাধান:

- (ক) আমরা জানি,

$$\text{পীড়ন} = \frac{mg}{A} = \frac{10 \times 9.8}{4 \times 10^{-6}} \text{ Nm}^{-2} = 2.45 \times 10^7 \text{ Nm}^{-2}$$

- (খ) আমরা জানি,

$$Y = \frac{\text{পীড়ন}}{\text{বিকৃতি}}$$

$$\text{বা, বিকৃতি} = \frac{\text{পীড়ন}}{Y}$$

$$= \frac{2.45 \times 10^7}{1.96 \times 10^{11}} = 1.25 \times 10^{-4}$$

- (গ) আমরা জানি,

$$\text{বিকৃতি} = \frac{\ell}{L}$$

$$\text{বা, } \ell = \text{বিকৃতি} \times L$$

$$= 1.25 \times 10^{-4} \times 3 \text{ m}$$

$$= 3.75 \times 10^{-4} \text{ m}$$

$$\therefore \text{দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি } 3.75 \times 10^{-4} \text{ m.}$$

এখানে,

$$\text{দৈর্ঘ্য, } L = 3 \text{ m}$$

$$\text{ক্ষেত্রফল, } A = 4 \text{ mm}^2 = 4 \times 10^{-6} \text{ m}^2$$

$$\text{ভর, } m = 10 \text{ kg}$$

$$\text{অভিকর্ষজ ত্বরণ, } g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$$

$$\text{(ক) পীড়ন} = ?$$

$$\text{(খ) বিকৃতি} = ?$$

$$\text{(গ) দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি} = ?$$

$$Y = 1.96 \times 10^{11} \text{ Nm}^{-2}$$

- ৩। 3 m লম্বা এবং 1 cm^2 প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট একটি তারের দৈর্ঘ্য বরাবর $8.5 \times 10^3 \text{ N}$ বল প্রয়োগ করা হলে এর দৈর্ঘ্য 0.2 cm বাড়ে। তারের উপাদানের ইয়ং এর গুণাঙ্ক বের করো।

সমাধান: আমরা জানি,

$$Y = \frac{FL}{AI}$$

$$= \frac{8.5 \times 10^3 \text{ N} \times 3 \text{ m}}{1 \times 10^{-4} \text{ m}^2 \times 2 \times 10^{-3} \text{ m}}$$

$$= 1.275 \times 10^{11} \text{ nm}^{-2}$$

$$\therefore \text{ইয়ং এর গুণাঙ্ক } 1.275 \times 10^{11} \text{ nm}^{-2}$$

এখানে,

$$\text{তারের প্রকৃত দৈর্ঘ্য, } L = 3 \text{ m}$$

$$\text{প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল,}$$

$$A = 1 \text{ cm}^2 = 1 \times 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$\text{বল, } F = 8.5 \times 10^3 \text{ N}$$

$$\text{দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি, } \ell = 0.2 \text{ cm} = 2 \times 10^{-3} \text{ m}$$

$$\text{ইয়ংয়ের গুণাঙ্ক, } Y = ?$$

- ৪। $5.0 \times 10^{-4} \text{ m}$ ব্যাসের একটি তারের উপাদানের ইয়ং এর গুণাঙ্ক $9.0 \times 10^{10} \text{ Nm}^{-2}$ । তারটির দৈর্ঘ্য 5% বৃদ্ধি করতে হলে কত বল প্রয়োগ করতে হবে?

সমাধান:

আমরা জানি,

$$Y = \frac{FL}{\pi r^2 \ell}$$

$$\text{বা, } F = \frac{Y \pi r^2 \ell}{L}$$

$$= \frac{9 \times 10^{10} \text{ Nm}^{-2} \times 3.14 \times (2.5 \times 10^{-4} \text{ m})^2 \times L}{L \times 20 \text{ m}}$$

$$= 883.125 \text{ N}$$

$$\therefore \text{প্রয়োগকৃত বল } 883.125 \text{ N}$$

এখানে,

$$\text{ব্যাস, } d = 5 \times 10^{-4} \text{ m}$$

$$\text{ব্যাসার্ধ, } r = \frac{d}{2} = 2.5 \times 10^{-4} \text{ m}$$

$$\text{ইয়ং এর গুণাঙ্ক, } Y = 9 \times 10^{10} \text{ Nm}^{-2}$$

$$\text{ধরি, আদি দৈর্ঘ্য } L \text{ m}$$

$$\therefore \text{দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি } \ell = L \text{ এর } 5\% = \frac{L}{20} \text{ m}$$

$$\text{বল, } F = ?$$

৫। $1 \times 10^{-4} \text{m}^2$ প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট একটি ইস্পাতের তারে কত বল প্রয়োগ করলে এর দৈর্ঘ্য দ্বিগুণ হবে? [$Y = 2 \times 10^{11} \text{Nm}^{-2}$]
সমাধান: আমরা জানি,

$$Y = \frac{FL}{A\ell}$$

$$\text{বা, } F = \frac{YA\ell}{L}$$

$$= \frac{2 \times 10^{11} \times 1 \times 10^{-4} \times L}{L} \text{ N}$$

$$= 2 \times 10^7 \text{ N}$$

বল প্রয়োগ করতে হবে $2 \times 10^7 \text{ N}$

এখানে,

$$\text{ক্ষেত্রফল, } A = 1 \times 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$\text{আদি দৈর্ঘ্য} = L \text{ m}$$

$$\text{দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি, } \ell = (2L - L) \text{ m} = L \text{ m}$$

$$Y = 2 \times 10^{11} \text{ Nm}^{-2}$$

$$\text{বল, } F = ?$$

৬। একটি তারের উপাদানের ইয়ং গুণক $2 \times 10^{11} \text{Nm}^{-2}$ । তারটির দৈর্ঘ্য 15% বৃদ্ধি করতে প্রযুক্ত পীড়ন নির্ণয় করো।
সমাধান: আমরা জানি,

$$\text{ইয়ং এর গুণক, } Y = \frac{F \times L}{A \times \ell}$$

$$\text{পীড়ন, } \frac{F}{A} = Y \times \frac{\ell}{L}$$

$$\text{বা, } \frac{F}{A} = 2 \times 10^{11} \times \frac{3}{20}$$

$$= 3 \times 10^{10} \text{ Nm}^{-2}$$

$$\therefore \text{ প্রযুক্ত পীড়ন } 3 \times 10^{10} \text{ Nm}^{-2}$$

$$\text{এখানে, } Y = 2 \times 10^{11} \text{ Nm}^{-2}$$

$$\frac{\ell}{L} = \frac{15}{100} = \frac{3}{20}$$

$$\text{বল} = FN$$

$$\text{ক্ষেত্রফল} = A \text{ m}^2$$

$$\text{পীড়ন, } \frac{F}{A} = ?$$

৭। ইস্পাতের ইয়ং এর গুণক $2 \times 10^{11} \text{Nm}^{-2}$ । 5m দীর্ঘ 2mm ব্যাসবিশিষ্ট ইস্পাতের তারের দৈর্ঘ্য 2.5cm বৃদ্ধির জন্য কত ভর ঝুলাতে হবে।
সমাধান: আমরা জানি,

$$Y = \frac{mgL}{\pi r^2 \ell}$$

$$\text{বা, } m = \frac{Y \pi r^2 \ell}{gL}$$

$$= \frac{2 \times 10^{11} \times 3.1416 \times (10^{-3})^2 \times 0.025}{9.8 \times 5}$$

$$= 320.4 \text{ kg}$$

\therefore ভর ঝুলাতে হবে 320.4 kg

$$\text{এখানে, ইয়ং এর গুণক, } Y = 2 \times 10^{11} \text{ Nm}^{-2}$$

$$\text{দৈর্ঘ্য, } L = 5 \text{ m}$$

$$\text{ব্যাস } d = 2 \text{ mm} = 2 \times 10^{-3} \text{ m}$$

$$\text{ব্যাসার্ধ, } r = 1 \times 10^{-3} \text{ m}$$

$$\text{দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি, } \ell = 2.5 \text{ cm} = 0.025 \text{ m}$$

$$\text{ভর, } m = ?$$

$$\text{অভিকর্ষজ ত্বরণ, } g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$$

৮। 2 m দীর্ঘ ঝুলন্ত একটি তারের নিচের প্রান্তে 8 kg ভর ঝুলালে এর দৈর্ঘ্য 0.5 mm বাড়ে। তারের উপাদানের ইয়ং এর গুণক $2 \times 10^{11} \text{ Nm}^{-2}$ হলে তারের প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো।
সমাধান: আমরা জানি,

$$Y = \frac{mgL}{\pi r^2 \ell}$$

$$\text{বা, } A = \frac{mgL}{Y\ell}$$

$$\text{বা, } A = \frac{8 \times 9.8 \times 2}{2 \times 10^{11} \times 5 \times 10^{-4}} \text{ m}^2$$

$$= 1.568 \times 10^{-6} \text{ m}^2$$

\therefore তারের প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল $1.568 \times 10^{-6} \text{ m}^2$

এখানে,

$$\text{দৈর্ঘ্য, } L = 2 \text{ m}$$

$$\text{ভর, } m = 8 \text{ kg}$$

$$\text{দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি, } \ell = 0.5 \text{ mm} = 5 \times 10^{-4} \text{ m}$$

$$\text{ইয়ং এর গুণক, } Y = 2 \times 10^{11} \text{ Nm}^{-2}$$

$$\text{ক্ষেত্রফল, } A = ?$$

$$\text{অভিকর্ষজ ত্বরণ, } g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$$

- ৯। 6 m দীর্ঘ এবং 1 mm² প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট একটি খাড়া তারের প্রান্তে 20 kg এর একটি ভর স্থাপন করে দেওয়া হলো। তারের উপাদানের ইয়ং গুণক $2.35 \times 10^{11} \text{ Nm}^{-2}$ হলে তারটি কতটুকু বৃদ্ধি পাবে?

সমাধান: আমরা জানি,

$$Y = \frac{mgL}{A\ell}$$

$$\text{বা, } \ell = \frac{mgL}{AY}$$

$$\text{বা, } \ell = \frac{20\text{kg} \times 9.8\text{ms}^{-2} \times 6\text{m}}{1 \times 10^{-6}\text{m}^2 \times 2.35 \times 10^{11}\text{Nm}^{-2}}$$

$$= 5 \times 10^{-3}\text{m} = 5\text{mm}$$

∴ দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি 5 mm

এখানে,

$$\text{দৈর্ঘ্য, } L = 6\text{ m}$$

$$\text{প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল, } A = 1\text{mm}^2 = 1 \times 10^{-6}\text{m}^2$$

$$\text{ভর, } m = 20\text{ kg}$$

$$\text{ইয়ংয়ের গুণক, } Y = 2.35 \times 10^{11}\text{Nm}^{-2}$$

$$\text{দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি, } \ell = ?$$

$$\text{অভিকর্ষজ ত্বরণ, } g = 9.8\text{ms}^{-2}$$

- ১০। 1 m দীর্ঘ কোনো তারের ব্যাস 5 mm। তারের দৈর্ঘ্য বরাবর একটি বল প্রয়োগ করায় এর ব্যাস 0.01 mm হ্রাস পায় এবং দৈর্ঘ্য 2 cm বৃদ্ধি পায়। পয়সনের অনুপাত নির্ণয় করো।

সমাধান: আমরা জানি,

$$\sigma = \frac{D}{L}$$

$$= \frac{dL}{D\ell} = \frac{0.01 \times 10^{-3} \times 1}{5 \times 10^{-3} \times 0.02} = 0.1$$

∴ পয়সনের অনুপাত 0.1

এখানে,

$$\text{আদি দৈর্ঘ্য, } L = 1\text{ m}$$

$$\text{ব্যাস, } D = 5\text{m} = 5 \times 10^{-3}\text{mm}$$

$$\text{দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি, } \ell = 2\text{ cm} = 0.02\text{m}$$

$$\text{হ্রাসকৃত ব্যাস, } d = 0.01\text{ mm} = 0.01 \times 10^{-3}\text{m}$$

$$\text{পয়সনের অনুপাত, } \sigma = ?$$

- ১১। 1 m লম্বা ও 1 mm ব্যাসের একটি তারের দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি 0.025 cm হলে তারটির ব্যাস কতটুকু হ্রাস পাবে? তারের উপাদানের পয়সনের অনুপাত = 0.1

সমাধান: আমরা জানি,

$$\sigma = \frac{Ld}{\ell D}$$

$$d = \frac{\sigma D \ell}{L}$$

$$= \frac{0.1 \times 2.5 \times 10^{-4} \times 1 \times 10^{-3}}{1}\text{m}$$

$$= 2.5 \times 10^{-8}\text{m}$$

ব্যাস হ্রাস পাবে $2.5 \times 10^{-8}\text{m}$

এখানে,

$$\text{দৈর্ঘ্য, } L = 1\text{ m}$$

$$\text{ব্যাস, } D = 1\text{mm} = 1 \times 10^{-3}\text{m}$$

$$\text{দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি, } \ell = 0.025\text{cm} = 2.5 \times 10^{-4}\text{m}$$

$$\text{ব্যাস হ্রাস, } d = ?$$

$$\text{পয়সনের অনুপাত, } \sigma = 0.1$$

- ১২। একটি তারে 0.01 দৈর্ঘ্য বিকৃতিতে পার্শ্ব বিকৃতি 0.0024 হলে, তারের উপাদানের পয়সনের অনুপাত কত?

সমাধান: আমরা জানি,

$$\sigma = \frac{\text{পার্শ্ব বিকৃতি}}{\text{দৈর্ঘ্য বিকৃতি}}$$

$$= \frac{0.0024}{0.01}$$

$$= 0.24$$

উত্তর: 0.24

১৩। ০.০১ বর্গমিটার ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট একটি পাত ২ mm পুরু গ্লিসারিনের একটি স্তরের উপর রাখা হয়েছে। পাতটিকে 0.05 ms^{-1} বেগে চালনা করতে 0.4 N অনুভূমিক বলের প্রয়োজন হলে সান্দ্রতা গুণাক্ষের মান নির্ণয় করো।

সমাধান: আমরা জানি,

$$F = \eta A \frac{dv}{dx}$$

$$\text{বা, } \eta = \frac{F}{A \frac{dv}{dx}}$$

$$= \frac{0.4}{0.01 \times 25}$$

$$= 1.6 \text{ N s m}^{-2}$$

সান্দ্রতা গুণাক্ষ 1.6 N s m^{-2}

এখানে,

ধাতব পাতের ক্ষেত্রফল, $A = 0.01 \text{ m}^2$

দ্রুতি, $dv = 0.05 \text{ ms}^{-1}$

পুরুত্ব, $dx = 2 \text{ mm} = 2 \times 10^{-3} \text{ m}$

বেগের নতি, $\frac{dv}{dx} = \frac{0.05}{2 \times 10^{-3}} \text{ s}^{-1} = 25 \text{ s}^{-1}$

$F = 0.4 \text{ N}$

সান্দ্রতা গুণাক্ষ, $\eta = ?$

১৪। কোন ধাতব পাতের ক্ষেত্রফল $2 \times 10^{-2} \text{ m}^2$ । একে $1.5 \times 10^{-3} \text{ m}$ পুরু তেলের আন্তরণের উপর দিয়ে $4.5 \times 10^{-2} \text{ ms}^{-1}$ বেগে নিয়ে যেতে কত বল প্রয়োজন হবে? তেলের সান্দ্রতা সহগ 2 N s m^{-2} ।

সমাধান:

আমরা জানি,

$$F = \eta A \frac{dv}{dx}$$

$$= 2 \times 2 \times 10^{-2} \times 30$$

$$= 1.2 \text{ N}$$

এখানে,

সান্দ্রতা সহগ, $\eta = 2 \text{ N s m}^{-2}$

ধাতব পাতের ক্ষেত্রফল, $A = 2 \times 10^{-2} \text{ m}^2$

দ্রুতি, $dv = 4.5 \times 10^{-2} \text{ ms}^{-1}$

পুরুত্ব, $dx = 1.5 \times 10^{-3} \text{ m}$

বেগের নতি, $\frac{dv}{dx} = \frac{4.5 \times 10^{-2}}{1.5 \times 10^{-3}} = 30 \text{ s}^{-1}$

বল, $F = ?$

১৫। $2 \times 10^{-4} \text{ m}$ ব্যাসার্ধের একটি লোহার বল তার্পিন তেলের ভেতর দিয়ে $4 \times 10^{-2} \text{ ms}^{-1}$ প্রান্ত বেগ নিয়ে গড়ছে। যদি লোহা ও তার্পিন তেলের ঘনত্ব যথাক্রমে $7.8 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3}$ এবং $0.87 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3}$ হয়, তবে তার্পিন তেলের সান্দ্রতাক্ষ নির্ণয় করো।

সমাধান: আমরা জানি,

$$v = \frac{2}{9} \times \frac{r^2 (\rho - \sigma) \times g}{\eta}$$

$$\text{বা, } \eta = \frac{2 \times r^2 (\rho - \sigma) \times g}{9 \times v}$$

$$\text{বা, } \eta = \frac{2 \times (2 \times 10^{-4})^2 \times (7.8 \times 10^3 - 0.87 \times 10^3) \times 9.8}{9 \times 4 \times 10^{-2}}$$

$$= \frac{2 \times 4 \times 10^{-8} \times 6.93 \times 10^3 \times 9.8}{36 \times 10^{-2}}$$

$$= \frac{8 \times 6.93 \times 9.8 \times 10^{-5}}{36 \times 10^{-2}}$$

$$= \frac{8 \times 6.93 \times 9.8}{36} \times 10^{-3}$$

$$= 15.092 \times 10^{-3}$$

$$\therefore \eta = 15.092 \times 10^{-3} \text{ N s m}^{-2}$$

অতএব, তার্পিন তেলের সান্দ্রতাক্ষ $15.092 \times 10^{-3} \text{ N s m}^{-2}$

এখানে,

বলের ব্যাসার্ধ, $r = 2 \times 10^{-4} \text{ m}$

প্রান্তবেগ, $v = 4 \times 10^{-2} \text{ ms}^{-1}$

লোহার ঘনত্ব, $\rho = 7.8 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3}$

তার্পিন তেলের ঘনত্ব,

$\sigma = 0.87 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3}$

অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$

সান্দ্রতাক্ষ, $\eta = ?$

৬০৮

১৬। পানির উপরিতলে রাখা ০.৭৫ m দীর্ঘ এক খন্ড তারকে টেনে তুলতে 10.9×10^{-2} N বল প্রয়োজন হয়।

পানির পৃষ্ঠটান কত?

সমাধান: আমরা জানি, পানির উভয় পৃষ্ঠের ক্ষেত্রে পৃষ্ঠটান,

$$T = \frac{F}{2L}$$

$$= \frac{10.9 \times 10^{-2}}{0.75 \times 2} \text{Nm}^{-1}$$

$$= 72.66 \times 10^{-3} \text{Nm}^{-1}$$

∴ পানির পৃষ্ঠটান $72.66 \times 10^{-3} \text{Nm}^{-1}$

এখানে,

$$\text{দৈর্ঘ্য, } L = 0.75 \text{m}$$

$$\text{বল, } F = 10.9 \times 10^{-2} \text{N}$$

$$\text{পানির পৃষ্ঠটান, } T = ?$$

১৭। একটি পানির ফোঁটার ব্যাস 2×10^{-3} m। একে ভেঙ্গে 10^9 টি সম-আয়তনের পানির ক্ষুদ্র ফোঁটা তৈরি করতে কী পরিমাণ শক্তি প্রয়োজন হবে? পানির পৃষ্ঠটান $72 \times 10^{-3} \text{Nm}^{-1}$ ।

সমাধান: এখানে,

$$10^{-9} \times \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{4}{3} \pi R^3$$

$$\text{বা, } r^3 = \frac{R^3}{10^9}$$

$$\text{বা, } r = \frac{R}{10^3}$$

$$= \frac{1 \times 10^{-3} \text{m}}{10^3} = 1 \times 10^{-6} \text{m}$$

আমরা জানি,

শক্তি = পৃষ্ঠ ক্ষেত্রফল বৃদ্ধি × পৃষ্ঠটান

$$\text{অর্থাৎ } E = \Delta A \times T$$

$$= 4\pi (10^9 r^2 - R^2) T$$

$$= 4 \times 3.14 \times \{10^9 \times (1 \times 10^{-6} \text{m})^2 - (1 \times 10^{-3} \text{m})^2\} \times 72 \times 10^{-3} \text{Nm}^{-1}$$

$$= 9.0341 \times 10^{-4} \text{J}$$

∴ শক্তির প্রয়োজন হবে $9.0341 \times 10^{-4} \text{J}$

এখানে,

পানির বৃহৎ ফোঁটার ব্যাসার্ধ,

$$R = \frac{2 \times 10^{-3} \text{m}}{2} = 1 \times 10^{-3} \text{m}$$

$$\text{পৃষ্ঠটান, } T = 72 \times 10^{-3} \text{Nm}^{-1}$$

পানির ক্ষুদ্র ফোঁটার ব্যাসার্ধ, $r = ?$

শক্তি, $E = ?$

১৮। 1 cm ব্যাসার্ধের একটি পারদ ফোঁটাকে এক মিলিয়ন সমআয়তন ফোঁটায় বিভক্ত করা হলো। এতে কী পরিমাণ কাজ সম্পাদিত হলো? পারদের পৃষ্ঠটান $550 \times 10^{-3} \text{Nm}^{-1}$ ।

সমাধান: আমরা পাই,

$$10^6 \times \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{4}{3} \pi R^3$$

$$\text{বা, } r^3 = \frac{R^3}{10^6}$$

$$\text{বা, } r = \frac{R}{10^2} = \frac{0.01}{10^2} \text{m} = 1 \times 10^{-4} \text{m}$$

আমরা জানি,

$$W = \Delta A \times T$$

$$= 4\pi (10^6 r^2 - R^2) T$$

$$= 4 \times 3.14 \times \{10^6 \times (1 \times 10^{-4})^2 - (0.01)^2\} \times 550 \times 10^{-3} \text{J}$$

$$= 68.39 \times 10^{-3} \text{J}$$

∴ সম্পাদিত কাজের পরিমাণ $68.39 \times 10^{-3} \text{J}$

এখানে,

ব্যাসার্ধ, $R = 1 \text{ cm} = 0.01 \text{ m}$

বড় ফোঁটার পৃষ্ঠটান,

$$T = 550 \times 10^{-3} \text{Nm}^{-1}$$

ক্ষুদ্র ফোঁটার ব্যাসার্ধ, $r = ?$

কাজ, $W = ?$

পানির ক্ষুদ্র বিন্দুর সংখ্যা = 10^6

১৯। 10^{-4} m ব্যাসার্ধের একটি পানিবিন্দু $7.2 \times 10^{-2} \text{ Nm}^{-1}$ পৃষ্ঠতানে বিভক্ত হলে পৃষ্ঠশক্তি বৃদ্ধি নির্ণয় করো। পানির পৃষ্ঠটান

সমাধান: আমরা জানি, ক্ষুদ্র পানি বিন্দুগুলোর আয়তন = বৃহৎ পানিবিন্দুর আয়তন

$$125 \times \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi R^3$$

$$\text{বা, } r^3 = \frac{R^3}{125}$$

$$\text{বা, } r = \frac{R}{5} = \frac{10^{-4}}{5} \text{ m} = 2 \times 10^{-5} \text{ m}$$

আমরা জানি,

$$E = \Delta A \times T$$

$$= 4\pi (125r^2 - R^2)T$$

$$= 4 \times 3.14 \times \{125 \times (2 \times 10^{-5})^2 - (10^{-4})^2\} \times 7.2 \times 10^{-2} \text{ J}$$

$$= 36.17 \times 10^{-9} \text{ J}$$

অতএব পৃষ্ঠশক্তি বৃদ্ধি $36.17 \times 10^{-9} \text{ J}$

এখানে,

$$\text{ব্যাসার্ধ, } R = 10^{-4} \text{ m}$$

$$\text{পৃষ্ঠটান, } T = 7.2 \times 10^{-2} \text{ N/m}$$

$$\text{ক্ষুদ্র ফোঁটার ব্যাসার্ধ, } r = ?$$

$$\text{শক্তি, } E = ?$$

$$\text{পানির ক্ষুদ্র বিন্দুর সংখ্যা} = 125 \text{ N}$$

২০। একটি পরীক্ষাগারে দুইটি কক্ষ। কক্ষ দুইটিতে দুইটি তার ঝুলানো আছে। প্রথম কক্ষের কক্ষ তাপমাত্রা 2°C এবং দ্বিতীয় কক্ষের কক্ষ তাপমাত্রা 50°C । দ্বিতীয় তারটি প্রথম তার অপেক্ষা মোটা। প্রথম তারের দৈর্ঘ্য 1 m , ব্যাস 5 mm 3 kg ভর ঝুলানোর ফলে দৈর্ঘ্য হল 1 cm এবং ব্যাস 0.01 mm । আবার দ্বিতীয় তারের দৈর্ঘ্য 3 m ব্যাস 15 mm সম ভর দেওয়ায় দৈর্ঘ্য হল 3 cm এবং ব্যাস 0.03 mm ।

(ক) প্রথম ও দ্বিতীয় তারের পয়সনের অনুপাতের তুলনা কর।

(খ) তার দুটির মধ্যে কোনটির অসহভার বেশী বলে তুমি মনে কর? মতামত ব্যক্ত কর।

[দি.বো '১৫]

সমাধান:

(ক) আমরা জানি, পয়সনের অনুপাত,

$$\sigma = \frac{\text{পার্শ্ববিকৃতি}}{\text{দৈর্ঘ্য বিকৃতি}}$$

$$\text{বা, } \sigma = \frac{\Delta d/D}{\Delta l/L}$$

১ম তারের জন্য:

$$\sigma_1 = \frac{\Delta d_1/D_1}{\Delta l_1/L_1} = \frac{0.01/5}{0.01/1} = \frac{1}{5} = 0.2$$

২য় তারের জন্য:

$$\sigma_2 = \frac{\Delta d_2/D_2}{\Delta l_2/L_2} = \frac{0.03/15}{0.03/3} = \frac{1}{5} = 0.2$$

$$\therefore \sigma_1 = \sigma_2 = 0.2$$

\therefore উভয় তারের পয়সনের অনুপাত 0.2

(খ) ১ম তারের অসহ ভার, $w_1 = F_1 \cdot A_1$

২য় তারের অসহ ভার, $w_2 = F_2 \cdot A_2$

$$\frac{w_1}{w_2} = \frac{F_1 \cdot A_1}{F_2 \cdot A_2} = \frac{A_1}{A_2} = \frac{\pi r_1^2}{\pi r_2^2} = \frac{(5/2)^2}{(15/2)^2}$$

$$\text{বা, } \frac{w_1}{w_2} = \frac{1}{9}$$

$$\therefore w_2 = 9w_1$$

দ্বিতীয় তারের অসহ ভার প্রথম তারের অসহভারের 9 গুণ।

এখানে,

$$\Delta d_1 = 0.01 \text{ mm}$$

$$D_1 = 5 \text{ mm}$$

$$\Delta l_1 = 1 \text{ cm} = 0.01 \text{ m}$$

$$L_1 = 1 \text{ m}$$

এখানে,

$$\Delta d_2 = 0.03 \text{ mm}$$

$$D_2 = 15 \text{ mm}$$

$$\Delta l_2 = 3 \text{ cm} = 0.03 \text{ m}$$

$$L_2 = 3 \text{ m}$$

এখানে,

F হলো ন্যূনতম বল যার ফলে তার ছিড়ে যায়।

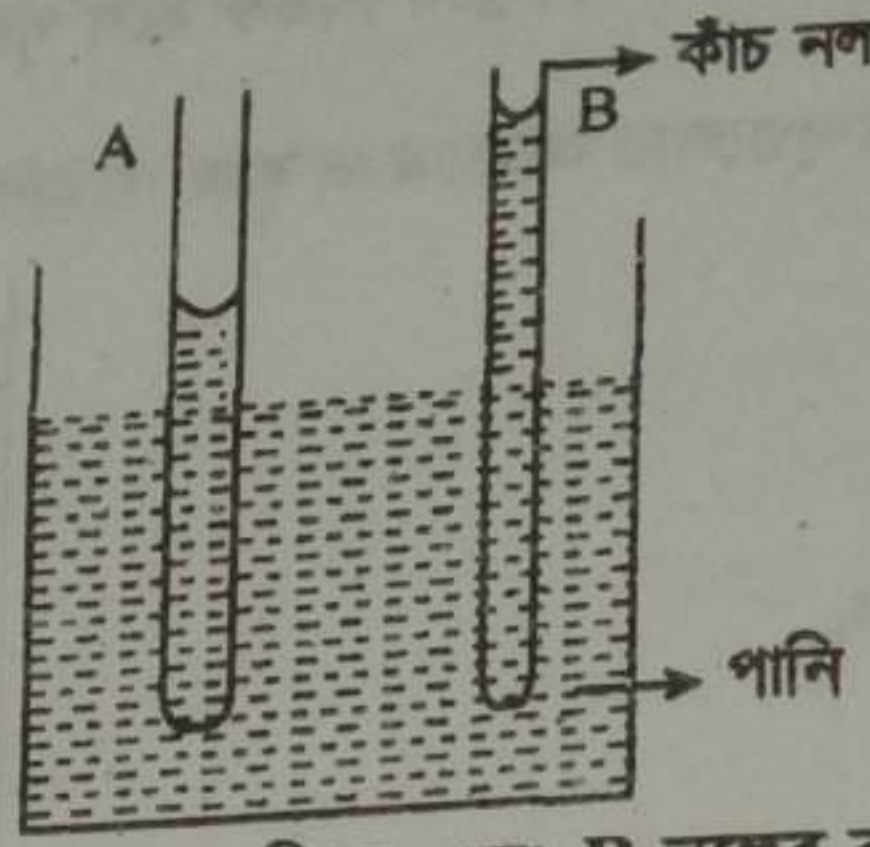
$$F_1 = F_2$$

$$A_1 = \pi r_1^2$$

$$A_2 = \pi r_2^2$$

প্রথম তারের অসহ ভার = w_1

দ্বিতীয় তারের অসহভার = w_2



উপরের চিত্রে প্রদর্শিত A নলের ব্যাস 0.8 মি.মি. এবং B নলের ব্যাস 0.4 মি.মি.। পানির স্পর্শ কোণ 2° , পৃষ্ঠটান $72 \times 10^{-3} \text{ Nm}^{-1}$.

- (ক) B নলের পানির উচ্চতা বের কর।
 (খ) নল দুটিতে পানির উচ্চতার তারতম্যের কারণ বিশ্লেষণ কর।

[সি.বো '১৫]

সমাধান:

- (ক) B নলের জন্য:

$$T = \frac{r \left(h + \frac{r}{3} \right) \rho g}{2 \cos \theta}$$

$$\text{বা, } 2T \cos \theta = r \rho g \left(h + \frac{r}{3} \right)$$

$$\text{বা, } h + \frac{r}{3} = \frac{2T \cos \theta}{r \rho g}$$

$$\text{বা, } h = \frac{2T \cos \theta}{r \rho g} - \frac{r}{3} \dots \dots \dots (i)$$

$$= \frac{2 \times 72 \times 10^{-3} \times \cos 2^\circ}{2 \times 10^{-4} \times 1000 \times 9.8} - \frac{2 \times 10^{-4}}{3} \left[\begin{array}{l} \text{তিন দশমিক স্থান পর্যন্ত } r \text{ এর মান অতি ক্ষুদ্র বিধায়} \\ \text{উত্তরের তেমন কোনো পরিবর্তন হয়নি।} \end{array} \right]$$

$$= 0.073425 - 6 \times 10^{-5}$$

$$= 0.073365 \text{ m}$$

$$= 73.4 \text{ mm}$$

- (খ) 'ক' হতে প্রাপ্ত সমীকরণ (i) অনুযায়ী A নলের ক্ষেত্রে, পানির উচ্চতা,

$$h = \frac{2T \cos \theta}{r \rho g} - \frac{r}{3}$$

$$= \frac{2 \times 72 \times 10^{-3} \times \cos 2^\circ}{4 \times 10^{-4} \times 1000 \times 9.8} - \frac{4 \times 10^{-4}}{3}$$

$$= 0.03671 - 1.33 \times 10^{-4}$$

$$= 0.0366 \text{ m}$$

$$= 36.6 \text{ mm}$$

এখানে,

$$\text{নলের ব্যাসার্ধ, } r = \frac{0.4 \times 10^{-3}}{2} = 2 \times 10^{-4} \text{ m}$$

$$\text{পানির ঘনত্ব, } \rho = 1000 \text{ kgm}^{-3}$$

$$g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$$

$$\theta = 2^\circ$$

$$\text{পানির পৃষ্ঠটান, } T = 72 \times 10^{-3} \text{ Nm}^{-1}$$

এখানে,

$$\text{নলের ব্যাসার্ধ, } r = \frac{0.8 \times 10^{-3}}{2} = 4 \times 10^{-4} \text{ m}$$

A নলে পানির উচ্চতা B নলের পানির উচ্চতা হতে কম হওয়ার কারণ A নলের ব্যাস B নলের ব্যাস অপেক্ষা বেশি ফলে একই চাপে সমান আয়তনের পানি দুটি নলে প্রবেশ করে চাপকে প্রশমিত করে। নলের ব্যাস বেশি হলে কম উচ্চতায় সমপরিমাণ পানি ও নলের ব্যাস কম হলে একই পরিমাণ পানি ধারণ করতে পানির উচ্চতা বেশি হয়।

অন্য কথায়, উচ্চতার সাথে ব্যাসার্ধের সম্পর্ক,

$$h \propto \frac{1}{r} \text{ [Jourin's law]}$$

∴ r বাড়লে h কমবে, r কমলে h বাড়বে।

২২। A ও B দুটি তারের বিভিন্ন রাশির মান নিম্নের ছকে প্রদান করা হলো:

তার	দৈর্ঘ্য, L(m)	ব্যাসার্ধ, r(mm)	বল, F(N)	দৈর্ঘ্য প্রসারণ l(mm)	ব্যাসের হ্রাস, d(mm)
A	0.80	0.5	5	7	0.005
B	0.75	0.6	6	8	0.01

(ক) A তারের পয়সনের অনুপাত হিসাব কর।

(খ) A ও B তারটির মধ্যে কোনটি বেশি স্থিতিস্থাপক—গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর।

সমাধান:

[ব.বো '১৫]

(ক) A তারের পয়সনের অনুপাত σ_A হলে,

$$\sigma_A = \frac{d_1/D_1}{l_1/L_1}$$

$$= \frac{r_1/R_1}{l_1/L_1}$$

$$= \frac{0.005}{2 \times 0.5}$$

$$= \frac{0.007}{0.8}$$

$$= \frac{0.005 \times 0.8}{2 \times 0.5 \times 0.007}$$

$$= \frac{0.005 \times 0.8}{2 \times 0.5 \times 0.007}$$

∴ A তারের পয়সনের অনুপাত 0.57

বিদ্র: পয়সনের অনুপাত ধাতব পাতের জন্য: $0 \leq \sigma \leq \frac{1}{2}$

(খ) A তারের জন্য ইয়ং এর গুণাংক,

$$Y_A = \frac{F_A L_A}{A_A l_A}$$

এবং B তারের জন্য ইয়ং এর গুণাংক,

$$Y_B = \frac{F_B L_B}{A_B l_B}$$

$$\frac{Y_A}{Y_B} = \frac{F_A}{F_B} \times \frac{L_A}{L_B} \times \frac{A_B}{A_A} \times \frac{l_B}{l_A}$$

$$= \frac{6}{5} \times \frac{0.8}{0.75} \times \frac{\pi (0.6 \times 10^{-3})^2}{\pi (0.5 \times 10^{-3})^2} \times \frac{8 \times 10^{-3}}{7 \times 10^{-3}}$$

$$= \frac{11.52}{7.875}$$

$$= 1.46$$

∴ $Y_A = 1.46 \times Y_B$

$Y_A > Y_B$

আমরা জানি, যার ইয়ং এর গুণাংক বেশি সে তারটি বেশি স্থিতিস্থাপক। ফলে A তারটি বেশি স্থিতিস্থাপক।

এখানে,

আদি ব্যাসার্ধ, $R_1 = 0.5 \text{ mm}$

ব্যাসার্ধ হ্রাস, $r_1 = \frac{0.005}{2} \text{ mm}$

আদি দৈর্ঘ্য, $L_1 = 0.8 \text{ m}$

দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি, $l_1 = 7 \text{ mm} = 0.007 \text{ m}$

এখানে,

$F_A = 5 \text{ N}$

$L_A = 0.8$

$A_A = \pi r_A^2 = \pi (0.5 \times 10^{-3})^2$

$l_A = 7 \text{ mm} = 7 \times 10^{-3} \text{ m}$

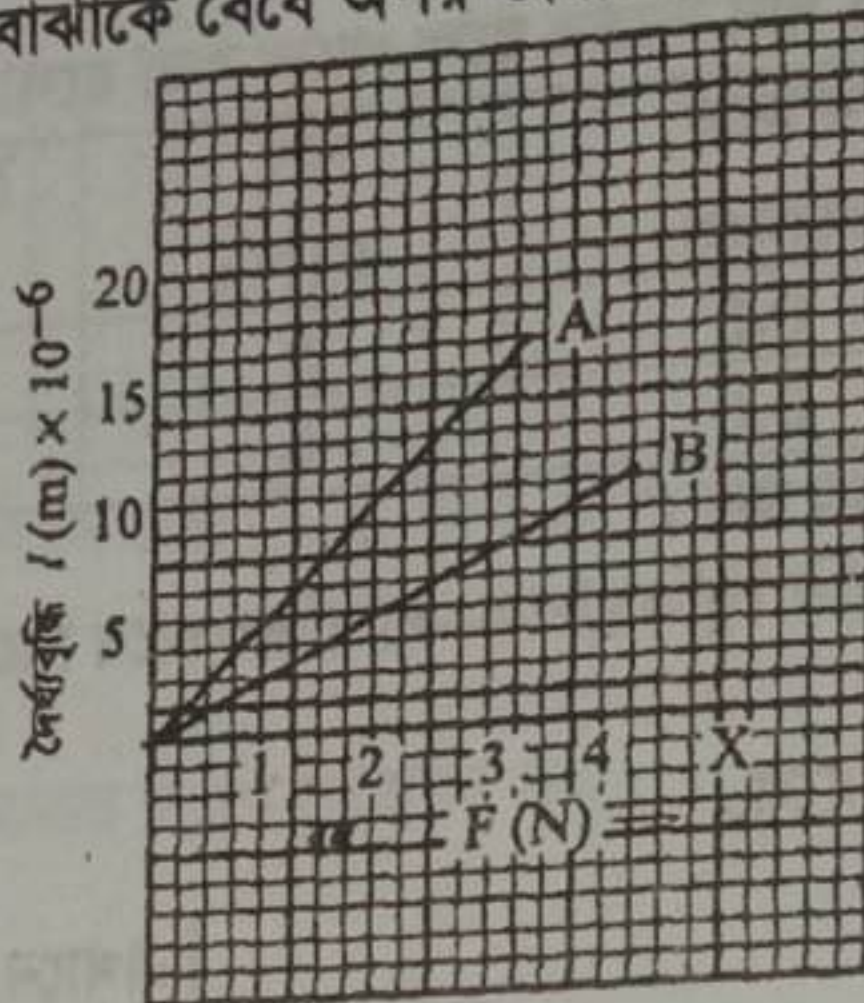
$F_B = 6 \text{ N}$

$L_B = 0.75 \text{ m}$

$l_B = 8 \times 10^{-3} \text{ m}$

$A_B = \pi r_B^2 = \pi (0.6 \times 10^{-3})^2$

- ২৩। চিত্র অনুসারে A তারের আদি দৈর্ঘ্য 1m এবং প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল 1mm^2 । অপরদিকে 2m দৈর্ঘ্যের B তারের উপাদানের ইয়ং-এর গুণক $1.2 \times 10^{11}\text{Nm}^{-2}$ । তার দুটির একটি অপেক্ষাকৃত মোটা এবং অপরটি অধিক স্থিতিস্থাপক। প্রযুক্ত বলের সাথে তার দুটির দৈর্ঘ্যবৃদ্ধির লেখচিত্র চিত্রে প্রদর্শিত হয়েছে। A ও B দুটি তারের একটি দিয়ে বড় একটি বোঝাকে বেঁধে অপর তারটি দিয়ে তা টেনে নিয়ে যাওয়া হলো।



- (ক) A তারটির উপাদানের ইয়ং-এর গুণক নির্ণয় কর।
 (খ) তার দুটির কোনটিকে কোন কাজে ব্যবহার করা উপযোগী তা গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণের মাধ্যমে মতামত দাও।

সমাধান:

- (ক) A তারের উপাদানের ইয়ং এর গুণক,

$$Y_A = \frac{FL}{Al}$$

উলম্বরেখায়,

স্কেল ফ্যাক্টর,

$$c = \frac{16}{20} = 0.8 \text{ প্রতিঘর } 0.8 \text{ বর্গ একক করে পাই,}$$

$$13 \text{ ঘর} = 13 \times 0.8 = 10.4 \text{ বর্গ একক}$$

প্রতি ঘরের বাহুকে একক ধরি,

$$\text{তাহলে, } l = 10.4 \times 10^{-6} \text{ m}$$

$$\therefore Y_A = \frac{2.3 \times 1}{10.4 \times 10^{-6} \times 1 \times 10^{-6}} \\ = 2.2 \times 10^{11} \text{ Nm}^{-2}$$

$$l = 15 \times 10^{-6} \text{ m}$$

$$F = 3 \text{ N}$$

এতে পাওয়া যায়,

$$Y = 2 \times 10^{11} \text{ Nm}^{-2}$$

গ্রাফ পেপার পর্যবেক্ষণ করলে পাই, $F = 2.3 \text{ N}$. (প্রায়)

F, l এর সাথে সরলরৈখিকভাবে সম্পর্কিত F এর বৃদ্ধির সাথে l বৃদ্ধি পায়।

ইস্পাত, লোহা, নিকেল এর জন্য, $= 2 \times 10^{11} \text{ Nm}^{-2}$

অন্যান্য ধাতব পদার্থের জন্য Y এর মান $2 \times 10^{11} \text{ Nm}^{-2}$ অপেক্ষা কম।

- (খ) A তারের ইয়ং এর গুণক, $Y_A = 2.2 \times 10^{11} \text{ Nm}^{-2}$

B তারের ইয়ং এর গুণক, $Y_B = 1.2 \times 10^{11} \text{ Nm}^{-2}$

গ্রাফ ও উদ্দীপক হতে,

$$F = 2.3 \text{ N}$$

$$L = 1 \text{ m}$$

$$A = 1 \text{ mm}^2 = 1 \times 10^{-6} \text{ m}^2$$

$$l = 10.4 \times 10^{-6} \text{ m}$$

(ক)

(খ)

(ক)

(খ)

B তারের জন্য,

$$Y_B = \frac{F_B L_B}{A_B l_B}$$

$$\text{বা, } 1.2 \times 10^{11} = \frac{3.2 \times 2}{6.48 \times 10^{-6} A_B}$$

$$\text{বা, } A_B = 8.23 \times 10^{-7} \text{ m}$$

A তারের প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল,

$$A_A = 1 \times 10^{-7} \text{ m}$$

$$\frac{A_A}{A_B} = \frac{1 \times 10^{-6}}{8.23 \times 10^{-7}} = 1.2$$

$$A_A = 1.2 A_B$$

∴ A তারটি মোটা

A তারে সঞ্চিত শক্তি,

$$W_A = \frac{1}{2} \frac{Y_A l^2}{L^2} = \frac{1}{2} \times \frac{2.2 \times 10^{11} \times (10.4 \times 10^{-6})^2}{1}$$

$$\therefore W_A = 11.8976 \text{ J}$$

B তারে সঞ্চিত শক্তি,

$$W_B = \frac{1}{2} \times \frac{1.2 \times 10^{11} \times (6.48 \times 10^{-6})^2}{2} = 1.26 \text{ J}$$

∴ B তার দ্বারা বাধা সহজ। ফলে B তার দ্বারা বেঁধে A তার দ্বারা টানলে সহজে বোঝাটিকে টেনে নেয়া যাবে।

২৪। A ও B দুটি তরল পদার্থ যাদের ঘনত্ব যথাক্রমে 100 kgm^{-3} ও 800 kgm^{-3} । প্রথমে A তরল হতে 0.1 m দৈর্ঘ্যের তারকে অনুভূমিকভাবে উপরে ঊঠানো হল। পরে 4mm ব্যাসার্ধের ও $7.8 \times 10^3 \text{ kgm}^{-3}$ ঘনত্বের একটি লোহার গোলককে A ও B উভয় তরলে ছেড়ে দিয়ে দেখা গেল তাদের প্রান্তবেগ যথাক্রমে $2.36 \times 10^{-2} \text{ ms}^{-1}$ ও $4 \times 10^{-2} \text{ ms}^{-1}$ [A তরলের পৃষ্ঠটান $72 \times 10^{-3} \text{ Nm}^{-1}$ এবং $g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$.]

(ক) উদ্দীপকের তারটিকে ঊঠানোর সময় প্রযুক্ত বল এর মান হিসাব কর।

(খ) উদ্দীপকের কোন তরলটি বেশি সান্দ্র-গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে উত্তরের পক্ষে যুক্তি দাও। [কি.বো '১৭]

সমাধান:

(ক) আমরা জানি,

$$T = \frac{F}{L}$$

$$\text{বা, } F = TL$$

$$= 72 \times 10^{-3} \times 0.2$$

$$= 14.4 \times 10^{-3} \text{ N}$$

(খ) আমরা জানি,

প্রান্তবেগ,

$$v = \frac{2r^2 (\rho - \rho_i) g}{9 \eta}$$

$$\text{বা, } \eta = \frac{2r^2 (\rho - \rho_i) g}{9 v} \dots \dots \dots (i)$$

এখানে,

$$l_A = 8.1 \times 0.8 = 6.48 \times 10^{-6}$$

$$F_B = 3.2 \text{ N}$$

$$L_B = 2 \text{ m}$$

$$A_A = ?$$

এখানে,

$$T = 72 \times 10^{-3} \text{ Nm}^{-1}$$

$$L = 2 \times 0.1 \text{ m} = 0.2 \text{ m}$$

$$F = ?$$

A তরলের জন্য,

$$\eta_A = \frac{2r_A^2 (\rho_s - \rho_A) g}{9V_A}$$

$$= \frac{2 \times (4 \times 10^{-3})^2 (7.8 \times 10^3 - 100) \times 9.8}{9 \times 2.3 \times 10^{-2}}$$

$$= 10.3 \text{ Nms}^{-2}$$

অনুরূপভাবে, B তরলের সান্দ্রতা,

$$\eta_B = \frac{2r_A^2 (\rho_s - \rho_B) g}{9V_B}$$

$$= \frac{2 \times (4 \times 10^{-3})^2 (7.8 \times 10^3 - 800) \times 9.8}{9 \times 4 \times 10^{-3}}$$

$$= 6.1 \text{ Nms}^{-2}$$

$\therefore \eta_A > \eta_B$ ফলে A তরল B তরল অপেক্ষা বেশি সান্দ্র।

২৫। ইতি তার পদার্থবিজ্ঞান স্যাবে 100 cm লম্ব ও 4 mm² প্রস্থচ্ছেদের একটি তারের নিচ প্রান্তে ভার ঝুলিয়ে এর দৈর্ঘ্য পরিবর্তন ও পার্শ্ব পরিবর্তনের পাঠ নিল এবং তার বাক্বী বিধীকে বলল যে তার পরীক্ষায় দৈর্ঘ্য পরিবর্তন ও পার্শ্ব পরিবর্তন যথাক্রমে 5% ও 6% পাওয়া গেছে। এটা শুনে বিধী বলল, হতে পারে না। তোমার উপাস্ত সংগ্রহে ভুল হয়েছে। (তারের ইয়ং-এর গুণাঙ্ক $Y = 2 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$)

(ক) উদ্দীপকে বর্ণিত তারটির দৈর্ঘ্য 10 mm বৃদ্ধি করতে কত ভার ঝাপাতে হবে?

(খ) বিধীর উক্তির যথার্থতা গাণিতিকভাবে যাচাই কর।

[রা.বো '১৭]

সমাধান:

(ক) আমরা জানি,

$$Y = \frac{FL}{A\Delta l}$$

$$\text{বা, } F = \frac{YA\Delta l}{L}$$

$$= \frac{2 \times 10^{11} \times 4 \times 10^{-6} \times 10 \times 10^{-3}}{100 \times 10^{-2}}$$

$$= 8 \times 10^3 \text{ N}$$

উত্তর: $8 \times 10^3 \text{ N}$

(খ) আমরা জানি,

পয়সনের অনুপাত,

$$\sigma = \frac{\text{পার্শ্ববিকৃতি}}{\text{দৈর্ঘ্য বিকৃতি}}$$

$$= \frac{0.06}{0.05}$$

$$= 1.2$$

কিন্তু σ এর মান ধাতব তারের জন্য

$$0 \leq \sigma \leq \frac{1}{2}$$

তাত্ত্বিকভাবে σ এর মান -1 অপেক্ষা ছোট এবং $\frac{1}{2}$ অপেক্ষা বড় হতে পারে না।

ফলে, ইতির নেওয়া পাঠ ভুল ছিল। বিধী ঠিক বলেছে।

এখানে,

$$r_A = 4 \text{ mm} = 4 \times 10^{-3} \text{ m}$$

$$\rho_s = 7.8 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3}$$

$$\rho_A = 100 \text{ kg m}^{-3}$$

$$g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$$

$$V_A = 2.3 \times 10^{-2} \text{ ms}^{-1}$$

$$\text{সান্দ্রতা, } \eta_A = ?$$

এখানে,

$$Y = 2 \times 10^{11} \text{ Nm}^{-2}$$

$$F = ?$$

$$L = 100 \text{ cm} = 1 \text{ m}$$

$$A = 4 \times 10^{-6} \text{ m}^2$$

$$\Delta l = 10 \times 10^{-3} \text{ m}$$

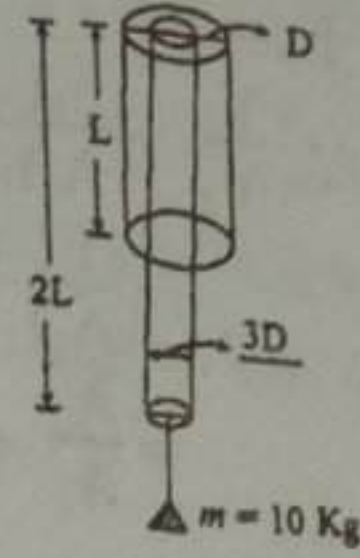
এখানে,

$$\text{পার্শ্ববিকৃতি} = 5\% = \frac{6}{100} = 0.06$$

$$\text{দৈর্ঘ্য বিকৃতি} = 5\% = 0.05$$

২৬। একটি তারে 10kg ভর ঝুলানোর ফলে এর দৈর্ঘ্য দ্বিগুণ ও ব্যাস তিন-চতুর্থাংশ হয়।

উপাদান	Y-এর মান
অ্যালুমিনিয়াম	$7 \times 10^{10} \text{Nm}^{-2}$
লোহা	$11.5 \times 10^{10} \text{Nm}^{-2}$
তামা	$13 \times 10^{10} \text{Nm}^{-2}$
ইস্পাত	$20 \times 10^{10} \text{Nm}^{-2}$



- (ক) উদ্দীপকের তারের পয়সনের অনুপাতের মান নির্ণয় কর।
 (খ) তারের ব্যাস $D = 4.22 \times 10^{-2} \text{mm}$ হলে উদ্দীপকের তথ্য মতে এটি কোন পদার্থের তৈরি, গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে মতামত দাও।
 সমাধান:

(ক) আমরা জানি, পয়সনের অনুপাত,

$$\sigma = \frac{\text{পার্শ্ববিকৃতি}}{\text{দৈর্ঘ্যবিকৃতি}} = \frac{\frac{1}{4}}{1} = \frac{1}{4} = 0.25$$

(খ) তারের ব্যাস, $D = 4.22 \times 10^{-2} \text{mm}$

$$\begin{aligned} \text{তারের ব্যাসার্ধ, } r &= \frac{D}{2} = \frac{4.22 \times 10^{-2}}{2} \text{mm} \\ &= 2.11 \times 10^{-2} \text{mm} \\ &= 2.11 \times 10^{-5} \text{m} \end{aligned}$$

$$\text{আমরা জানি, } Y = \frac{FL}{Al} = \frac{10 \times 9.8}{\pi \times r^2} \times \frac{L}{1} = \frac{98}{\pi \times (2.11 \times 10^{-5})^2} = 7 \times 10^{10}$$

প্রাপ্ত Y হতে বলা যায় তারটি অ্যালুমিনিয়ামের তৈরি।

এখানে,

$$\text{পার্শ্ববিকৃতি} = \frac{d}{D} = \frac{D - \frac{3}{4}D}{D} = 1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$$

$$\text{দৈর্ঘ্য বিকৃতি} = \frac{l}{L} = \frac{2l - L}{L} = 1$$

২৭। 2mm ও 4mm ব্যাসের ও অভিন্ন দৈর্ঘ্যের দুটি তার একটি দৃঢ় অবলম্বন হতে ঝোলানো হল তার দুটিতে অভিন্ন ওজন প্রয়োগ করার ফলে দ্বিতীয় তারটির দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি প্রথমটির দৈর্ঘ্য বৃদ্ধির এক-তৃতীয়াংশ হল দ্বিতীয় তারটির পয়সনের অনুপাত 0.4।

- (ক) দ্বিতীয় তারটির দৈর্ঘ্য 5% বৃদ্ধি করা হলে ব্যাসার্ধ কতটুকু হ্রাস পাবে নির্ণয় কর।
 (খ) উদ্দীপকের তার দুটির মধ্যে কোনটি বেশি স্থিতিস্থাপক তা গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে নির্ণয় কর। (চি.বো '১৭)
 সমাধান:

(ক) আমরা জানি, পয়সনের অনুপাত, $\sigma = \frac{d/D}{e/L}$ (i)

(i) নং সমীকরণ হতে পাই,

$$0.4 = \frac{d/4}{0.05 L / L}$$

$$\text{বা, } d = 0.08$$

$$\text{বা, } r = \frac{d}{2} = 0.04 = 4\%$$

উত্তর: 4% হ্রাস পাবে।

(খ) যে তারের ইয়ং এর গুণাঙ্ক বেশি তা বেশি স্থিতিস্থাপক,

$$1\text{ম তারের জন্য, } Y_1 = \frac{F_1 L_1}{A_1 l_1}$$

$$2\text{য় তারের জন্য, } Y_2 = \frac{F_2 L_2}{A_2 l_2}$$

এখানে,

$$D = 4\text{mm}$$

$$l = 5\% L = 0.05 L$$

$$\sigma = 0.4$$

$$d = ?$$

প্রশ্নমতে,

$$F_1 = F_2 = F, L_1 = L_2 = L$$

$$\therefore \frac{Y_1}{Y_2} = \frac{F_1 L_1}{A_1 l_1} \times \frac{A_2 l_2}{F_2 L_2}$$

$$= \frac{FL}{A_1 l_1} \times \frac{A_2 l_2}{FL}$$

$$= \frac{A_2}{A_1} \times \frac{l_2}{l_1}$$

$$= \frac{\frac{\pi}{4} \times 4^2}{\frac{\pi}{4} \times 2^2} \times \frac{\frac{1}{3} L_1}{L_1}$$

$$= \frac{\pi}{4} \times 2^2$$

$$= \frac{r^2}{2^2} \times \frac{1}{3}$$

$$= \frac{4}{3} > 1$$

$$y_1 = \frac{4}{3} y_2$$

$$y_1 > y_2$$

ফলে প্রথম তারটি বেশি স্থিতিস্থাপক।

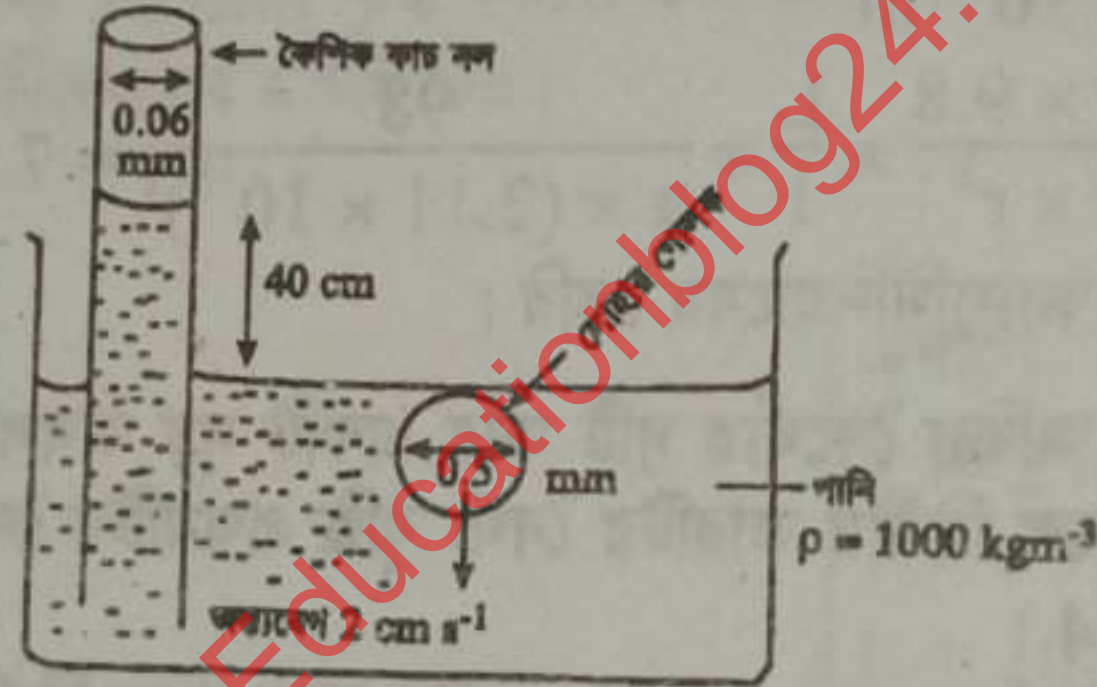
এখানে,

$$A_2 = \frac{\pi}{4} D_2^2 = \frac{\pi}{4} \times 4^2$$

$$A_1 = \frac{\pi}{4} \times 2^2$$

$$l_2 = \frac{1}{3} l_1$$

২৮। তাজিন পরীক্ষাগারে পানির সান্দ্র বল ও পানির বিশুদ্ধতা নির্ণয়ের জন্য নিচের চিত্রানুযায়ী পরীক্ষা সম্পাদন করে।



- (ক) লোহার গোলকের উপর পানির সান্দ্র বল নির্ণয় কর। [পানির সান্দ্রতা গুণক $3 \times 10^{-3} \text{ N s m}^{-2}$]
- (খ) পরীক্ষাগারে ব্যবহৃত পানি বিশুদ্ধ কিনা - পরীক্ষালব্ধ ফলাফল বিশ্লেষণ করে সিদ্ধান্ত দাও। [উল্লেখ্য বিশুদ্ধ পানির পৃষ্ঠটান $72 \times 10^{-3} \text{ Nm}^{-1}$]
- সমাধান:

(ক) আমরা জানি, সান্দ্রবল, $F = 6\pi r\eta v = 6\pi \times \frac{0.5 \times 10^{-3}}{2} \times 3 \times 10^{-3} \times 2 \times 10^{-2} = 2.83 \times 10^{-7} \text{ N}$

(খ) আমরা জানি,

$$T = \frac{rpg \left(h + \frac{r}{3} \right)}{2 \cos \theta}$$

$$= \frac{\frac{0.06 \times 10^{-3}}{2} \times 1000 \times 9.8 \times \left(40 \times 10^{-2} + \frac{0.06 \times 10^{-3}}{2} \right)}{2 \cos 0^\circ} \quad [\theta = 0^\circ \text{ ধরে}]$$

$$= 58.8 \times 10^{-3} \text{ Nm}^{-1}$$

কিন্তু বিশুদ্ধ পানির পৃষ্ঠটান $72 \times 10^{-3} \text{ Nm}^{-1}$ হওয়ার কথা। ফলে বলা যায় পানি বিশুদ্ধ ছিল না।

২৯-৮১ নং পর্যন্ত বুয়েট, কুয়েট, চুয়েট ও বোর্ড অংশে সমাধান দ্রষ্টব্য

বুয়েট, কুয়েট, রুয়েট, চুয়েট, মেডিকেল, টেক্সটাইল, বিশ্ববিদ্যালয়ের
বিগত বছরের ভর্তি পরীক্ষার গাণিতিক সমস্যাবলির সমাধান

দুটি তারের দৈর্ঘ্য সমান কিন্তু ব্যাস যথাক্রমে 3 mm। তার দুইটিকে সমান বলে টানলে প্রথমটির দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি
দ্বিতীয়টির দৈর্ঘ্য বৃদ্ধির তিনগুণ হয়। তার দুটির মধ্যে কোনটি বেশি স্থিতিস্থাপক? গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে
তোমার মতামত ব্যক্ত কর।

সমাধান: আমরা জানি,

[বুয়েট ১৮-১৯]

$$Y = \frac{FL}{Al}$$

$$\frac{Y_1}{Y_2} = \frac{F_1 L_1}{A_1 l_1} \times \frac{A_2 l_2}{F_2 L_2} \Rightarrow \frac{Y_1}{Y_2} = \frac{r_2^2 \times l_2}{r_1^2 \times l_1}$$

$$\text{বা, } \frac{Y_1}{Y_2} = \frac{(3 \times 10^{-3})^2}{(1.5 \times 10^{-3})^2 \times 3} \Rightarrow \frac{Y_1}{Y_2} = 1.33$$

$$\text{বা, } Y_1 = 1.33 Y_2$$

দেখা যাচ্ছে, $Y_1 > Y_2$

তাই ১ম তারটি বেশি স্থিতিস্থাপক। **Ans.**

এখানে,

$$F_1 = F_2$$

$$L_1 = L_2$$

$$l_1 = 3l_2$$

$$r_1 = 1.5 \times 10^{-3} \text{ m}$$

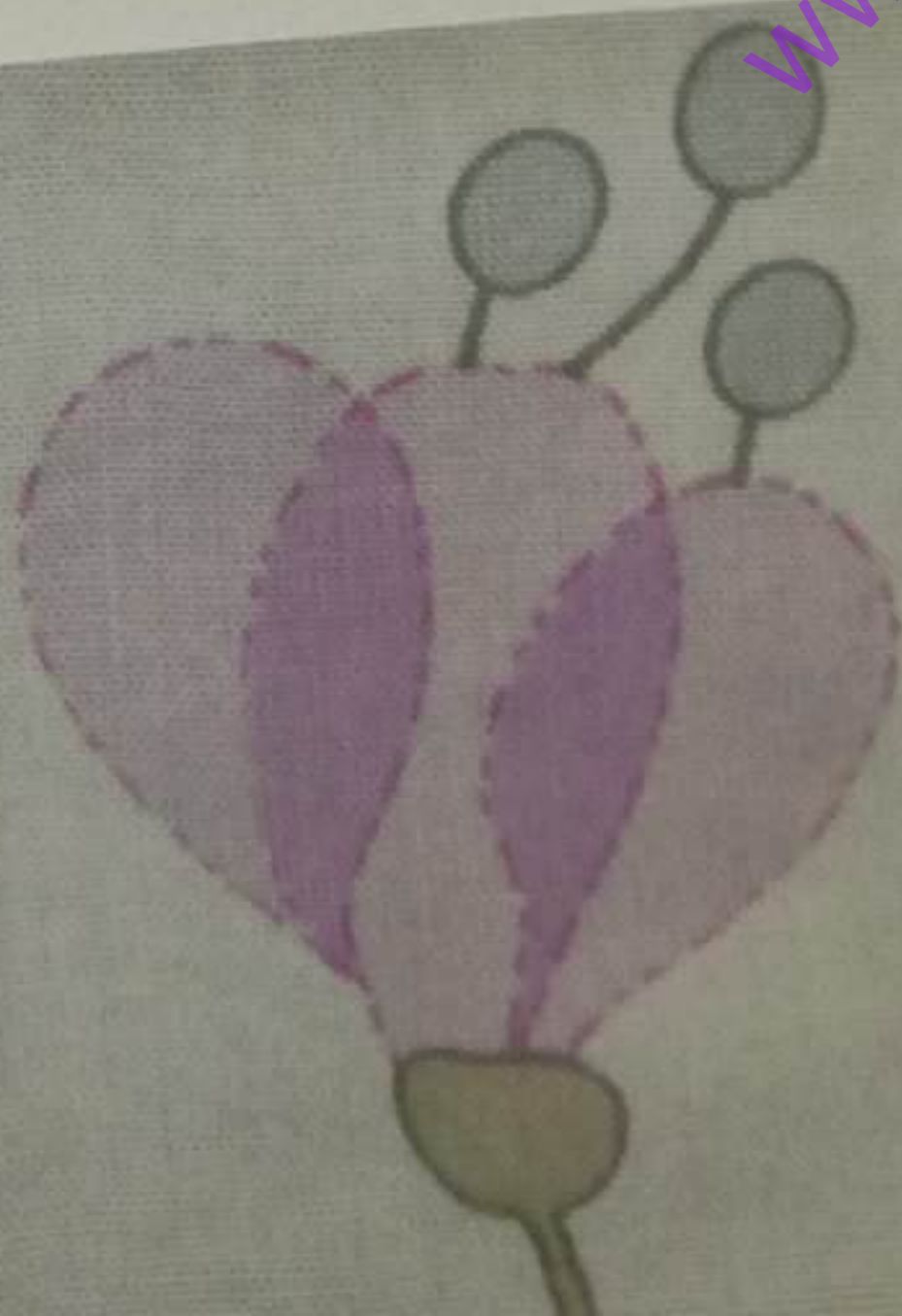
$$r_2 = 3 \times 10^{-3} \text{ m}$$

পানির উপরিতলে পানির ঘনত্ব $1.03 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ হলে 800 atm চাপ গভীরতায় পানির ঘনত্ব কত হবে?
দেওয়া আছে, পানির সংনম্যতা = $45.8 \times 10^{-11} \text{ Pa}^{-1}$ এবং $1 \text{ atm} = 1.013 \times 10^5 \text{ Pa}$. [বুয়েট ১৬-১৭]

সমাধান: $B = \frac{F}{\frac{v}{V}}$ বা $\frac{1}{B} = \frac{V}{F} = \frac{\rho_c}{1} \times \frac{1}{p}$ বা $\frac{1}{B} = \frac{\rho}{\rho_c P}$

$$\therefore \rho_c = \frac{\rho B}{\rho} = \frac{1.03 \times 10^3 \times \frac{1}{45.8 \times 10^{-11}}}{799 \times 101325} = 27.78 \times 10^3 \text{ kgm}^{-3}$$

$$\therefore \rho_{\text{final}} = \rho + \rho_c = 1.03 \times 10^3 + 27.78 \times 10^3 = 28.81 \times 10^3 \text{ kgm}^{-3} \text{ Ans.}$$



- ◆ প্রতিটি 1 mm ব্যাসার্ধের আটটি বৃষ্টির ফোঁটা 5 cm/s প্রান্তিক বেগে পতনশীল। যদি আটটি ফোঁটা একত্রিত হয়ে একটি বড় ফোঁটায় পরিণত হয়, তাহলে নির্গত শক্তির পরিমাণ নির্ণয় কর। দেওয়া আছে, পানির পৃষ্ঠটান = 7.4×10^{-2} N/m. [কয়েট ১৬-১৭]

সমাধান: নির্গত শক্তি: $W = 4\pi (Nr^2 - R^2) \times T$
 $= 4\pi (Nr^2 - N^{2/3}r^2) \times T = 4 \times \pi \times r^2 (N - N^{2/3}) \times T$
 $= 4 \times \pi \times (1 \times 10^{-3})^2 \times (8 - 8^{2/3}) \times 7.4 \times 10^{-2}$
 $= 3.72 \times 10^{-6}$ J

- ◆ 10^6 সংখ্যক 0.1 mm ব্যাসার্ধের পানির ফোঁটা মিলে একটি বড় ফোঁটায় পরিণত করতে কত শক্তি নির্গত হয়? [$T = 72 \times 10^{-3}$ Nm⁻¹] [বুয়েট ১৫-১৬]

সমাধান: $\frac{4}{3}\pi R^3 = n \frac{4}{3}\pi r^3$ বা. $R = r\sqrt[3]{n} = 0.1 \sqrt[3]{10^6} = 10$ mm

$\Delta A = n 4\pi r^2 - 4\pi R^2 = 4\pi (nr^2 - R^2) = 0.124$ m²
 $W = \Delta A T = 0.124 \times 72 \times 10^{-3} = 8.96 \times 10^{-3}$ J (Ans.)

- ◆ ঘনকের বাহুর দৈর্ঘ্য 6 cm এবং $Y = 2 \times 10^{11}$ Nm⁻² হলে, 5 kg ভর ঘনকের নিচের তলের মাঝ বরাবর ঝুলালে আয়তন গুণাঙ্ক বের কর। [পয়সনের অনুপাত 0.4] [বুয়েট ১৫-১৬]

সমাধান: $Y = 3B(1 - 2\sigma)$ বা. $B = \frac{Y}{3(1 - 2\sigma)} = 3.33 \times 10^{11}$ Nm⁻²

- ◆ 5m দৈর্ঘ্য এবং 1mm ব্যাস বিশিষ্ট তারে 25 kg ভরের ফলে দৈর্ঘ্য 0.1mm প্রসারিত হলে তারটির সঞ্চিত শক্তির পরিমাণ নির্ণয় কর। [বুয়েট ১৪-১৫]

সমাধান: $W = \frac{YA l^2}{2L} = \frac{FL}{A} \times \frac{A l^2}{2L} = \frac{F l}{2} = \frac{25 \times 9.8 \times 1 \times 10^{-3}}{2} = 0.01225$ J

- ◆ একই পদার্থ ও ব্যাসার্ধের দুইটি তারের দৈর্ঘ্যের অনুপাত 1 : 2। যদি সমান বল দ্বারা তার দুইটিকে টানা হয়, তাহলে তার দুইটির বিকৃতির অনুপাত হবে- [বুয়েট ১৩-১৪]

- A. 1 : 4
 B. 1 : 2
 C. 2 : 1
 D. 1 : 1

Ans: B

ব্যাখ্যা: একই পদার্থ $\therefore Y =$ ধ্রুবক, ব্যাসার্ধ ও বল সমান

$\therefore \frac{F}{A} =$ ধ্রুবক $\therefore Y = \frac{F/A}{l/A}$ অনুযায়ী, $l \propto L$

$\therefore \frac{l_1}{L_1} = \frac{l_2}{L_2}$ বা. $\frac{L_1}{L_2} = \frac{l_1}{l_2}$ বা. $\frac{1}{2} = \frac{l_1}{l_2} \therefore l_1 : l_2 = 1 : 2$

- ◆ 2mm ব্যাসের একটি ইস্পাতের তার 20°C তাপমাত্রায় দুইটি বিন্দুর মধ্যে টান টান অবস্থায় রাখা আছে। যদি তাপমাত্রা 10°C এ নেমে আসে তাহলে তারটির মধ্যে কত টেনশন (বল তৈরি হবে, বের কর। (ইস্পাতের দৈর্ঘ্য-বৃদ্ধি গুণাঙ্ক = 1.1×10^{-5} এবং তারটির ইয়ং এর গুণাঙ্ক = 2.1×10^{11} N/m²). [বুয়েট ১৪-১৫]

সমাধান: সূত্রমতে ইয়ং এর গুণাঙ্ক $Y = \frac{F}{\frac{\Delta L}{L_0}}$

আবার, $L_\theta = L_0(1 + \alpha \Delta \theta)$ বা. $\frac{L_\theta}{L_0} - 1 = \alpha \Delta \theta$ বা. $\frac{L_\theta - L_0}{L_0} = \alpha \Delta \theta$

$\therefore \frac{\Delta L}{L_0} = \alpha \Delta \theta \therefore Y = \frac{F}{\alpha \Delta \theta} \therefore F = YA \alpha \Delta \theta$

বা. $F = 2.1 \times 10^{11} \times \pi \left(\frac{2 \times 10^{-3}}{2} \right)^2 \times 1.1 \times 10^{-5} \times 10 = 72.57$ N

1 m দীর্ঘ ও 1 mm ব্যাসের একটি তারের দৈর্ঘ্য 0.05 cm বৃদ্ধি করা হলে তারটির ব্যাস হ্রাস পাবে-
[Poisson ratio, $\gamma = 0.25$]

- A. 1.25×10^{-7} m
C. 12.5×10^{-7} m

- B. 1.25×10^{-7} cm
D. 1.25×10^{-7} mm

[বুয়েট ১৩-১৪]

ব্যাখ্যা: $\gamma = \frac{dL}{L}$ বা. $d = \frac{\gamma DL}{L} = \frac{.25 \times 1 \times 10^{-3} \times 0.05 \times 10^{-2}}{1} = 1.25 \times 10^{-7}$ m

Ans: A

সীসার স্বাভাবিক ঘনত্ব 11.4 cm^{-3} এবং আয়তন গুণাঙ্ক $0.8 \times 10^{10} \text{ Nm}^{-2}$ হলে, $2 \times 10^8 \text{ Nm}^{-2}$ চাপে সীসার ঘনত্ব কত হবে?

সমাধান: সীসার স্বাভাবিক ঘনত্ব $\rho = 11.4 \text{ g cm}^{-3}$ বা, 11400 kg m^{-3} আয়তন গুণাঙ্ক, $B = 0.8 \times 10^{10} \text{ Nm}^{-2}$ ও চাপ $2 \times 10^8 \text{ Nm}^{-2}$

[বুয়েট ১৪-১৫]

ধরি, সীসার স্বাভাবিক ভর ও আয়তন যথাক্রমে m ও V ।

$\therefore \rho = \frac{m}{V}$ । এখন চাপ বাড়লে ভর অপরিবর্তিত থাকে কিন্তু আয়তন পরিবর্তিত হয়। ফলে ঘনত্বের পরিবর্তন ঘটে। সুতরাং চাপ বাড়ার ফলে পরিবর্তনকৃত ঘনত্ব ও আয়তন ρ' ও V' ।

এখন আয়তন গুণাঙ্ক, $B = \frac{PV}{\Delta V} = \frac{PV}{V-V'}$

বা. $\frac{V-V'}{V} = \frac{P}{B} = \frac{2 \times 10^8}{0.8 \times 10^{10}}$ বা. $1 - \frac{V'}{V} = \frac{2 \times 10^8}{8 \times 10^9}$ বা. $\frac{V'}{V} = 0.975 \therefore V' = 0.975 V$

\therefore নতুন ঘনত্ব $\rho' = \frac{m}{V'} = \frac{m}{0.975V} = 11400 \times \frac{V}{0.975V} = 11692.31 \text{ kgm}^{-3}$

বল প্রয়োগের ফলে একটি তারের দৈর্ঘ্য 1% পরিবর্তন হলে, এর ব্যাস শতকরা কত ভাগ পরিবর্তিত হবে? পয়সনের অনুপাত 0.2.

[বুয়েট ১২-১৩]

- A. 1%
C. 0.2%

- B. 2%
D. 5%

Ans: C

ব্যাখ্যা: $\sigma = \frac{d}{D} \frac{L}{l}$ বা. $\frac{d}{D} = 0.2 \times \frac{0.01L}{L}$ বা. $\frac{d}{D} = 2 \times 10^{-3} \therefore \frac{d}{D} = (2 \times 10^{-3}) \times 100 = 0.2\%$

$1.34 \times 10^{-4} \text{ kg}$ ভর এবং $4.4 \times 10^{-3} \text{ m}$ ব্যাস বিশিষ্ট একটি কাঁচের বল $0.943 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ ঘনত্ব বিশিষ্ট তেলের মধ্য দিয়ে সুষম বেগে 6.4 s সময়ে 0.381 m নীচে পড়ে। তেলের সান্দ্রতার সহগের মান নির্ণয় কর।

[বুয়েট ১৪-১৫]

সমাধান: এখানে সান্দ্রতার সহগ গুণাঙ্ক

$$\eta = \frac{2r^2 g (\rho_s - \rho_t)}{9v} = \frac{2r^2 g \left(\frac{M}{\frac{4}{3}\pi r^3} - \rho_t \right)}{9 \times \frac{s}{t}}$$

এখানে,

$$\begin{aligned} r &= 2.2 \times 10^{-3} \text{ m} \\ \rho &= 0.943 \times 10^3 \text{ kg} \\ s &= 0.381 \text{ m} \\ t &= 6.4 \end{aligned}$$

$$= \frac{2 \times (2.2 \times 10^{-3})^2 \times 9.8 \left(\frac{1.34 \times 10^{-4}}{\frac{4}{3} \times 3.1416 \times (2.2 \times 10^{-3})^3} - 0.943 \times 10^3 \right)}{9 \times \frac{0.381}{6.4}} = 0.365 \text{ kgm}^{-1} \text{ s}^{-1}$$

- ◆ কাঁচ ও পারদের স্পর্শ কোণ θ হবে—

A. $0 < \theta < 90^\circ$

C. $\theta = 90^\circ$

B. $90^\circ < \theta < 180^\circ$

D. $\theta = 180^\circ$

Ans: B

- ◆ ব্যাখ্যা: কাঁচ এবং পারদের স্পর্শ কোণ হচ্ছে স্থূলকোণ অর্থাৎ $90^\circ < \theta < 180^\circ$
 ℓ দৈর্ঘ্যের একটি বর্গাকার কাঠামোকে সাবানের পানিতে ডুবানো হল। যখন কাঠামোটিকে বাহিরে আনা হল তখন তার উপর একটি সাবানের ফিল্ম পাওয়া যায়। সাবানের দ্রবণের পৃষ্ঠটান T হলে কাঠামোটিক উপর

বলের মান হবে—

A. $8 T \ell$

C. $10 T \ell$

B. $4 T \ell$

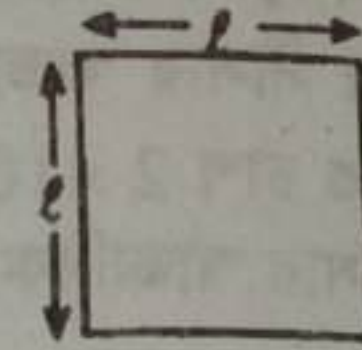
D. $12 T \ell$

Ans: A

ব্যাখ্যা:

এখানে মোট পানির স্পর্শ করে আছে এমন মোট দৈর্ঘ্য = $8 \times \ell = 8\ell$

\therefore বল, $F = 8T\ell$



- ◆ 50 km উঁচু থেকে পড়ন্ত দুটি শিলাপিণ্ডের ব্যসার্ধের অনুপাত 1 : 2। শিলাপিণ্ড দুইটির অন্তবেগের অনুপাত

হবে—

A. 1 : 9

C. 4 : 1

B. 9 : 1

D. 1 : 4

Ans: D

ব্যাখ্যা: $v \propto r^2 \therefore \frac{v_1}{v_2} = \frac{r_1^2}{r_2^2}$ বা $\frac{v_1}{v_2} = \frac{1}{4}$

- ◆ পানির আয়তন 0.1% সঙ্কুচিত করার জন্য কত চাপ প্রয়োগ করতে হবে? পানির আয়তন গুণাঙ্ক = 2100 MPa [1 MPa = 10^6 Pascall]

A. 2.1×10^6 Pa

C. 2.1×10^5 Pa

B. 2.1×10^8 Pa

D. 2.1×10^4 Pa

Ans: A

ব্যাখ্যা, $B = \frac{P}{\frac{\Delta V}{V}}$ বা, $2.1 \times 10^9 = \frac{P}{\frac{0.1}{100}}$

$\therefore P = 2.1 \times 10^6$ Pa

- ◆ একটি স্টিলের তারের দৈর্ঘ্য 2m এবং প্রস্থচ্ছেদ $0.8 \times 10^{-6} \text{ m}^2$ । তারের একপ্রান্ত দৃঢ়ভাবে আটকানো আছে। অন্য প্রান্তে কত বল প্রয়োগ করলে তারের দৈর্ঘ্য 0.5 mm বৃদ্ধি পাবে। স্টিলের ইয়ং গুণাঙ্ক $2.0 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$ ।

A. 8 N

C. 16 N

E. 40 N

B. 4 N

D. 20 N

Ans: E

ব্যাখ্যা: $Y = \frac{FL}{A\Delta l}$ বা, $F = \frac{YA\Delta l}{L} = \frac{2 \times 10^{11} \times 0.8 \times 10^{-6} \times 0.5 \times 10^{-3}}{2} = 40 \text{ N}$

- ◆ একই ধাতুর তৈরি দুটি গোলক যাদের একটির ব্যাসার্ধ অন্যটির দ্বিগুণ। গোলক দুটিকে তরল পদার্থে পূর্ণ একটি লম্বা জারের ভেতর দিয়ে পড়তে দেওয়া হলে ছোটটির তুলনায় বড় গোলকের প্রান্তবেগ— [বুয়েট ১১-১২]

A. একই হবে

C. চারগুণ হবে

B. দ্বিগুণ হবে

D. অর্ধেক হবে

Ans: C

ব্যাখ্যা: টার্মিনাল গতি বা অন্তবেগ, $v = \frac{2r^2(\rho_1 - \rho_2)g}{9\eta}$ $\therefore v \propto r^2$;

বড়টির ব্যাসার্ধ 2 গুণ, তাই টার্মিনাল গতি 4 গুণ হবে।

- ◆ 2 : 1 অনুপাতের ব্যাসবিশিষ্ট দুটি সাবান পানির বুদবুদের ভিতরকার অতিরিক্ত চাপের মান কত হবে? [বুয়েট ০৯-১০]

A. 1 : 2

C. 2 : 1

B. 1 : 4

D. 4 : 1

Ans: A

ব্যাখ্যা: অতিরিক্ত চাপ, $P \propto \frac{1}{r}$;

 \therefore 2 : 1 অনুপাত ব্যাসের বুদবুদের ভিতরের অতিরিক্ত চাপের অনুপাত 1 : 2।

পদার্থের গাঠনিক ধর্ম

কোন ধর্মের কারণে পানির ফোঁটা গোলাকৃতি হয়?

- A. সান্দ্রতা
C. পৃষ্ঠটান

- B. স্থিতিস্থাপকতা
D. কৌশিকতা

৬২৫

[বুয়েট ০৯-১০]

Ans: C

পানির উপরিতলে রাখা 0.05 m দীর্ঘ একটি সুচকে টেনে তুলতে সর্বাধিক যে বলের প্রয়োজন-

- A. $7.2 \times 10^{-3} \text{ N}$
C. $1.4 \times 10^{-3} \text{ N}$

- B. $3.6 \times 10^{-3} \text{ N}$
D. $7.2 \times 10^{-4} \text{ N}$

[পানির
বুয়েট ০৮-০৯]

Ans: A

ব্যাখ্যা: $T = \frac{F}{2l}$ বা, $72 \times 10^{-3} \times 2 \times 0.05 = F \therefore F = 7.2 \times 10^{-3} \text{ N}$

একই ধাতুর তৈরি দুটি গোলক যাদের একটির ব্যাসার্ধ অন্যটির দ্বিগুণ। গোলক দুটিকে তরল পদার্থে পূর্ণ একটি লম্ব আয়ের ভেতর দিয়ে পড়তে দেওয়া হলে ছোটটির তুলনায় বড় বলটির টার্মিনাল গতি-

- A. একই হবে
C. চারগুণ হবে

- B. দ্বিগুণ হবে
D. অর্ধেক হবে

Ans: C

ব্যাখ্যা: আমরা জানি, $v = \frac{2r^2}{9\eta} (\rho_s - \rho_f)g$ বা, $v \propto r^2$

যেহেতু একটি ব্যাসার্ধ অপরের দ্বিগুণ তাই টার্মিনাল গতি হবে চারগুণ।

সীসার স্বাভাবিক ঘনত্ব 11.4 g cm^{-3} এবং আয়তন গুণক $0.8 \times 10^{10} \text{ Nm}^{-2}$ হলে $2 \times 10^8 \text{ Nm}^{-2}$ চাপে সীসার ঘনত্ব কত হবে?

সমাধান: $B = \frac{dp}{dv} = \frac{dp}{\frac{v}{\rho}}$

$$Dp = \frac{\rho dp}{B} = \frac{11.4 \times 2 \times 10^8}{0.8 \times 10^{10}} = 0.285 \text{ g cm}^{-3}$$

$$\therefore \rho' = \rho + dp = 11.4 + 0.285 = 11.685 \text{ g cm}^{-3}$$

800 kg m^{-3} ঘনত্ব ও 10^{-4} m ব্যাসার্ধের একটি তেল ফোঁটা 1.5 kg m^{-3} ঘনত্ব ও $1.85 \times 10^{-5} \text{ Nsm}^{-2}$ সান্দ্রতা গুণকের বায়ুর মধ্য দিয়ে পড়লে উহার প্রান্তিক বেগ কত?

- A. $1.14 \times 10^{-4} \text{ m/s}$
C. 9.4 m/s
E. 800 m/s

- B. 0.94 m/s
D. 94 m/s

[বুয়েট ১৮-১৯]

Ans: B

সমাধান: $V_t = \frac{2r^2 (\rho_s - \rho_f)g}{9\eta} = \frac{2 \times (10^{-4})^2 \times (800 - 1.5) \times 9.8}{9 \times 1.85 \times 10^{-5}} = 0.94 \text{ ms}^{-1}$

10 cm ব্যাসার্ধের একটি পারদ ফোঁটাকে 10^6 সমআয়তন ফোঁটায় বিভক্ত করা হলো। এতে কি পরিমাণ কাজ সম্পাদিত হলো। [পারদের পৃষ্ঠটান = 0.55 Nm^{-1}]

- A. 10^{-3} J
C. $68.39 \times 10^{-3} \text{ J}$
E. 6.84 J

- B. $6.84 \times 10^{-3} \text{ J}$
D. 0.684 J

[বুয়েট ১৮-১৯]

Ans: E

সমাধান: $W = 4\pi R^2 (N^{1/3} - 1) T = 4 \times 3.14 \times (0.1)^2 \{(10^6)^{1/3} - 1\} \times 0.55 = 6.838 \text{ J}$

2 m দীর্ঘ বুলবুল একটি তারের নিচের প্রান্তে 10 kg ভর বুলালে এর দৈর্ঘ্য 0.6 mm বাড়ে। তারের উপাদানের ইয়ং এর গুণক $2 \times 10^{11} \text{ Nm}^{-2}$ হলে তারের ব্যাসার্ধ কোনটি?

- A. 1.28 mm
C. 0.06 cm
E. 0.72 mm

- B. 0.52 mm
D. 0.84 cm

[বুয়েট ১৮-১৯]

Ans: E

সমাধান: $Y = \frac{FL}{Al} = \frac{mgL}{\pi r^2 l}$ বা, $r = \sqrt{\frac{mgL}{Y\pi l}}$ বা, $r = \sqrt{\frac{10 \times 9.8 \times 2}{2 \times 10^{11} \times 3.14 \times 0.6 \times 10^{-3}}}$
 $= 0.721 \times 10^{-3} \text{ m} = 0.721 \text{ mm}$

৬২৬

- ◆ 2.2m দীর্ঘ বুলবুল একটি তারের নিচের প্রান্তে 8.4Kg ভর বুলালে এর দৈর্ঘ্য 0.52mm বাড়ে। তারের উপাদানের ইয়াং গুণাঙ্ক $2 \times 10^{11} \text{N/m}^2$ হলে, তারের প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। [কুয়েট ১৭-১৮]
- A. $1.568 \times 10^{-6} \text{m}^2$
 B. 1.48mm^2
 C. $1.6 \times 10^{-2} \text{cm}^2$
 D. $1.74 \times 10^{-6} \text{m}^2$
 E. $2 \times 10^{-6} \text{m}^2$

Ans: D

সমাধান: $Y = \frac{FL}{A\Delta l}$ বা, $A = \frac{MgL}{Y\Delta l} = \frac{8.4 \times 9.8 \times 2.2}{2 \times 10^{11} \times 0.52 \times 10^{-3}} = 1.74 \times 10^{-6} \text{m}^2$

- ◆ তার্পিন তেলের পৃষ্ঠটান $27 \times 10^{-3} \text{N/m}$ এবং ঘনত্ব $0.87 \times 10^3 \text{kg/m}^3$ । যদি $5.8 \times 10^{-5} \text{m}$ ব্যাসের একটি কৈশিক নলের গায়ে সাপের সাথে স্পর্শ কোণ 22° হয়, তবে নলটিতে তার্পিন তেল কত উচ্চতায় উঠবে নির্ণয় করো। [কুয়েট ১৭-১৮]
- A. 20.25 cm
 B. 20 cm
 C. 0.28 m
 D. 0.18 m
 E. 18.2 cm

Ans: A

সমাধান: $T = \frac{rpg(h + \frac{r}{3})}{2 \cos\theta}$ বা, $h = \frac{2T \cos\theta}{rpg} - \frac{r}{3}$

বা, $h = \frac{2 \times 27 \times 10^{-3} \times \cos 22^\circ}{2.9 \times 10^{-5} \times 0.87 \times 10^3 \times 9.8} - \left(\frac{5.8 \times 10^{-5}}{6}\right)$

$\therefore h = 0.202 \text{ m}$ বা 20.25 cm

- ◆ একটি দেয়াল হতে .8 cm ব্যাসের একটি অ্যালুমিনিয়ামের দণ্ড আনুভূমিকভাবে 5.3 cm প্রক্ষেপিত আছে। দণ্ডটির শেষ প্রান্তে 1200 kg ভরের একটি বস্তু ঝোলানো হল। অ্যালুমিনিয়ামের বিবর্তন গুণাঙ্ক $3 \times 10^{10} \text{N/m}^2$ । দণ্ডটির ভরকে উপেক্ষা করে (ক) দণ্ডটির উপর ব্যবর্তন পীড়ন এবং (খ) দণ্ডটির প্রান্তের উল্লম্ব বিচ্যুতি নির্ণয় কর। [কুয়েট ১৬-১৭]

সমাধান:

ক. পীড়ন = $\frac{\text{প্রযুক্ত বল}}{\text{তলের ক্ষেত্রফল}} = \frac{F}{A} = \frac{mg}{\pi r^2} = \frac{1200 \times 9.8}{\pi \times (0.048)^2} = 6.5 \times 10^6 \text{ N/m}^2$ Ans.

খ. ব্যবর্তন গুণাঙ্ক, $\eta = \frac{F/A}{\theta}$ বা, $\theta = \frac{F}{\eta A} = \frac{6.5 \times 10^6 \text{ N/m}^2}{3 \times 10^{10}} = 2.17 \times 10^{-4}$

$\tan\theta = \theta = \frac{y}{x}$ বা, $y = \theta \times x = (2.17 \times 10^{-4}) \times 5.3 \text{ cm} = 1.15 \text{ mm}$ Ans.

- ◆ 5m দৈর্ঘ্য এবং 1 mm ব্যাস বিশিষ্ট তারে 100 kg ভর চাপালে দৈর্ঘ্য 0.3 mm প্রসারিত হয়। তারটির সঞ্চিত শক্তির পরিমাণ কত? [কুয়েট ১৬-১৭]
- A. 0.0147 J
 B. 0.03 J
 C. 0.147 J
 D. 5 J
 E. 100 J

Ans: C

সমাধান: $w = \frac{1}{2} \times \text{প্রযুক্ত বল} \times \text{দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি} = \frac{1}{2} \times mg \times l = \frac{1}{2} \times 100 \times 9.8 \times 0.3 \times 10^{-3} = 0.147 \text{ J}$

- ◆ $0.5 \times 10^{-3} \text{m}$ ব্যাসার্ধের একটি কৈশিক কাঁচনল পারদে ডুবালে নলের মধ্যে পারদের অবনমন $6.753 \times 10^{-3} \text{m}$ হয়। কাঁচের সাথে পারদের স্পর্শ কোণ কত? (পারদের পৃষ্ঠ টান = 0.47 Nm^{-1} এবং ঘনত্ব = $13.6 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3}$) [কুয়েট ১৬-১৭]
- A. 103.85°
 B. 106.69°
 C. 118.6°
 D. 120.6°
 E. 125.6°

Ans: C

সমাধান: $T = \frac{rpg h}{2 \cos\theta}$

বা, $\cos\theta = \frac{rpg h}{2T} = \frac{0.5 \times 10^{-3} \times 13.6 \times 10^3 \times 9.8 \times (-6.753 \times 10^{-3})}{2 \times 0.47}$

$\therefore \theta = 118.6^\circ$

2m দৈর্ঘ্য এবং 1 mm² প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট একটি তারকে টেনে 0.11 mm প্রসারিত করতে প্রয়োজনীয় কাজের পরিমাণ কত? [ইয়াং এর গুণাঙ্ক = 2 × 10¹¹ N/m²] [কয়েট ১৫-১৬]

- A. 6.05 × 10⁻⁴ J
B. 6 × 10⁻³ N
C. 5.03 × 10⁻⁴ J
D. 3.03 × 10⁻⁴ N

Ans : A

$$\text{সমাধান: } w = \frac{1}{2} \times \frac{YAL^2}{L} = \frac{1}{2} \times 2 \times 10^{11} \times \frac{1 \times 10^{-6}}{2} \times (0.11 \times 10^{-3})^2 = 6.05 \times 10^{-4} \text{ J}$$

1.4m দীর্ঘ এবং 10⁻⁶m² প্রস্থচ্ছেদের একটি সুস্থ ধাতব তার টেনে 4 × 10⁻³m প্রসারিত করতে সম্পাদিত কাজের পরিমাণ কত? [Y = 2 × 10¹¹ N/m²] [কয়েট ১৪-১৫]

- A. 1.066 J
B. 1.143 J
C. 1.15 N/m²
D. 1.143 N/m²
E. 1.066 N/m²

Ans : B

$$\text{সমাধান: } W = \frac{YAL^2}{2L} = \frac{1}{2} \times 2 \times 10^{11} \times 10^{-6} \times \frac{(4 \times 10^{-3})^2}{1.4} = 1.143 \text{ J}$$

0.2 mm ব্যাস বিশিষ্ট পানির 1000 ক্ষুদ্র ফোঁটা মিলে একটি বৃহৎ ফোঁটা তৈরি করে। বৃহৎ ফোঁটাটি তৈরি করতে নির্গত শক্তি নির্ণয় কর। [পানির পৃষ্ঠটান = 72 × 10⁻³ Nm⁻¹] [কয়েট ১৩-১৪]

- A. 82 ergs
B. 81.31 J
C. 81.46 ergs
D. 81 dynes
E. 80.2 ergs

Ans : C

$$\text{ব্যাখ্যা: } \text{ব্যাসার্ধ, } r = \frac{.2 \times 10^{-3}}{2} = 1 \times 10^{-4} \text{ m}$$

$$\text{এখন } R = \sqrt[3]{nr^3} = \sqrt[3]{1000 \times r^3} \\ = 10r = 10^{-3} \text{ m}$$

$$\therefore w = \Delta AT = 4\pi(nr^2 - R^2) \times T \\ = 4\pi[1000 \times (10^{-4})^2 - (10^{-3})^2] \times 72 \times 10^{-3} \\ = 8.143 \times 10^{-6} \text{ J} = 8.143 \times 10^{-6} \times 10^7 \text{ erg} = 81.4 \text{ erg}$$

1.5 × 10⁶ gm ভরের একটি লিফট একটি ইম্পাতের তারের সাহায্যে ঝুলানো আছে। উপরে উঠার সময় লিফটের সর্বোচ্চ ত্বরণ 1.2 m/ses² এবং অসহপীড়ন 3.0 × 10⁸ n/m² হলে তারের সর্বনিম্ন ব্যাসার্ধ কত? [কয়েট ১৩-১৪]

- A. 4.33 × 10⁻³ m
B. 4.19 × 10⁻³ m
C. 3.7 × 10⁻³ m
D. None

Ans : B

$$\text{সমাধান: } F = m(g + a) = 1.5 \times 10^3 (9.8 + 1.2) = 16500 \text{ N}$$

$$A = \frac{F}{\text{অসহপীড়ন}} = \frac{16500}{3 \times 10^8} = 5.5 \times 10^{-5} \text{ g}^2$$

$$\therefore r = \sqrt{\frac{5.5 \times 10^{-5}}{\pi}} = 4.19 \times 10^{-3} \text{ m}$$

3 m দৈর্ঘ্য এবং 1mm ব্যাসবিশিষ্ট একটি ধাতব তারকে 10 kg ওজন দ্বারা টানা হলো। যদি ইহার উপাদানের ইয়াং- এর গুণাঙ্ক এবং পয়সনের অনুপাত যথাক্রমে 12.5 × 10¹¹ dynes/cm² ও 0.26 হয় [কয়েট ১১-১২]

তাহলে এর পার্শ্বীয় সংকোচন বের করো।

- A. 2.6 × 10⁻⁵ cm
B. 2.6 × 10⁻⁸ cm
C. 2.6 × 10⁻⁷ cm
D. None

Ans : A

$$\text{ব্যাখ্যা: } F = \frac{YAL\ell}{L} \text{ বা, } \ell = \frac{FL}{YA} = \frac{10 \times 9.8 \times 3}{12.5 \times 10^{11} \times \pi \times (0.5 \times 10^{-3})^2} = 2.995 \times 10^{-3} \text{ m}$$

$$\sigma = \frac{L\Delta r}{r\Delta L} \text{ বা, } \Delta r = -\frac{\sigma r\Delta L}{L} = \frac{0.26 \times 1 \times 10^{-3} \times 2.995 \times 10^{-3}}{3} = 2.6 \times 10^{-5} \text{ cm}$$

১২৮

- $3 \times 10^{-3} \text{ m}$ ব্যাসার্ধের একটি সাবানের বুদবুদের পৃষ্ঠশক্তি নির্ণয় করো। সাবানের মিশ্রণের পৃষ্ঠটান $20 \times 10^{-2} \text{ N/m}$ ।
[চয়েট ১১-১২; ১২-১৩]
- A. $4.52 \times 10^{-6} \text{ joules}$
B. $2.26 \times 10^{-6} \text{ joules}$
C. $1.13 \times 10^{-6} \text{ joules}$
D. None

Ans: D

- প্রতিটি 10^{-4} m ব্যাসবিশিষ্ট পানির 1000 ক্ষুদ্র ফোঁটা মিলে একটি বৃহৎ ফোঁটা তৈরি করলো। বৃহৎ ফোঁটার ব্যাসার্ধ কত?
[চয়েট ১০-১১]
- A. 10^{-2} m
B. $\frac{1}{10} \text{ m}$
C. $5 \times 10^{-4} \text{ m}$
D. None of these

Ans: C

ব্যাখ্যা: $\frac{4}{3} \pi R^3 = n \times \frac{4}{3} \pi r^3$ বা, $R^3 = n \times r^3 = 1000 \times \left(\frac{10^{-4}}{2}\right)^3 \therefore R = 10 \times \frac{10^{-4}}{2} = 5 \times 10^{-4} \text{ m}$

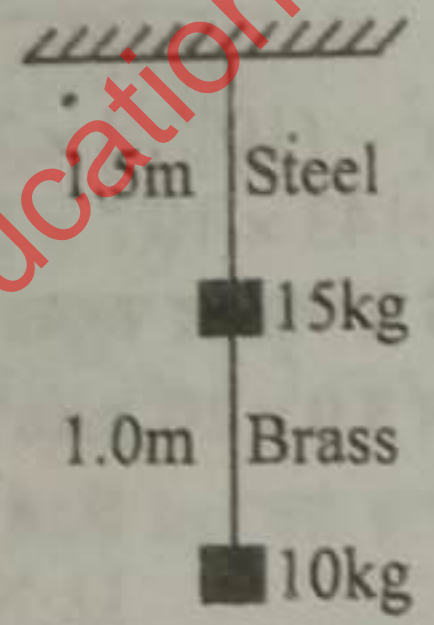
- যেসব বস্তু হতে প্রযুক্ত বল অপসারণ করলে এদের বিকৃত অবস্থায় পরিবর্তন হয় না তাদের কি বস্তু বলে?
[চয়েট ০৯-১০]
- A. সমদিকধর্মী বস্তু
B. অসমদিকধর্মী বস্তু
C. পূর্ণদৃঢ় বস্তু
D. নমনীয় বস্তু

Ans: D

- কত তাপমাত্রায় পানির ঘনত্ব সবচেয়ে বেশি?
[চয়েট ০৯-১০]
- A. 4°C
B. -4°C
C. 4°F
D. 273°K

Ans: A

- 0.25 cm ব্যাসবিশিষ্ট একটি স্টিল ও একটি ব্রাসের তার এদের চিত্র অনুযায়ী ভার বহন করছে। উক্ত ভারের জন্য স্টিল ও ব্রাসের তারের সম্প্রসারণ নির্ণয় কর। স্টিল এবং ব্রাস এর ইয়ং গুণক যথাক্রমে $E_s = 2000 \times 10^9 \text{ N/m}^2$ এবং $E_b = 120 \times 10^9 \text{ N/m}^2$ ।
[চয়েট ১৮-১৯]



সমাধান: Steel এর জন্য : $F_1 = m_1 g = (15 + 10) \times 9.8 \text{ N}$
 $= 25 \times 9.8 \text{ N}$

$Y = \frac{F_1 L_1}{A_1 l_1}$ বা, $l_1 = \frac{F_1 L_1}{Y_1 A_1} = \frac{25 \times 9.8 \times 1.5}{2000 \times 10^9 \times 3.14 (0.125 \times 10^{-2})^2} \text{ m}$
 $= 3.74 \times 10^{-4} \text{ m Ans.}$

Brass এর জন্য : $F_2 = 10 \times 9.8 \text{ N}$

$l_1 = \frac{F_2 L_2}{Y_2 A} = \frac{10 \times 9.8 \times 1}{120 \times 10^9 \times 3.14 (0.125 \times 10^{-2})^2} = 1.66 \times 10^{-4} \text{ m Ans.}$

- 1 cm^2 প্রস্থচ্ছেদ বিশিষ্ট তামার তারকে টেনে দ্বিগুণ লম্বা করতে কত বলের প্রয়োজন হবে? $Y = 2 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$
[চয়েট ১৪-১৫]
- A. 107 N
B. $2 \times 10^7 \text{ N}$
C. $3 \times 10^7 \text{ N}$
D. $4 \times 10^7 \text{ N}$
E. None

Ans: B

ব্যাখ্যা: $y = \frac{FL}{AI}$ বা, $y = \frac{F}{A}$ বা, $F = Ay = 1.10^{-4} \times 2 \times 10^{11}$ বা, $F = 2 \times 10^7 \text{ N}$

একটি তারের দৈর্ঘ্য 2 m এবং প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল 1 mm^2 । তারটির প্রান্তে 20 N বল প্রয়োগ করলে এর দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি কত? [কয়েট ১৩-১৪]

- A. $0.2 \times 10^{-4} \text{ m}$
 B. $2.0 \times 10^{-4} \text{ m}$
 C. $2.0 \times 10^{-5} \text{ m}$
 D. $0.2 \times 10^{-5} \text{ m}$
 E. None

ব্যাখ্যা: $l = \frac{FL}{AY} = \frac{20 \times 2}{1 \times 10^{-6} \times 2 \times 10^{11}} = 2 \times 10^{-4} \text{ m}$

Ans: B

কোন ধর্মের কারণে পানির ফোঁটা গোলাকৃতি হয়? [কয়েট ১৪-১৫]

- A. স্থিতিস্থাপকতা
 B. সান্দ্রতা
 C. তলটান
 D. কৈশিকত্ব
 E. None

ব্যাখ্যা: পৃষ্ঠটান / তলটানের জন্য পানির ফোঁটা গোলাকার হয়।

Ans: C

প্রতিটি 10^{-4} m ব্যাস বিশিষ্ট পানির 1000 ক্ষুদ্র ফোঁটা মিলে একটি বৃহৎ ফোঁটা তৈরি করল। বৃহৎ ফোঁটার ব্যাসার্ধ কত? [কয়েট ১৩-১৪]

- A. 10^{-4} m
 B. 0.1 m
 C. $5 \times 10^{-4} \text{ m}$
 D. $5 \times 10^{-2} \text{ m}$
 E. None

ব্যাখ্যা: $r = \frac{10^{-4}}{2} = 5 \times 10^{-5} \text{ m}$ বা, $R = \sqrt[3]{n} r = \sqrt[3]{10^3} \times 5 \times 10^{-5} = 5 \times 10^{-4} \text{ m}$

Ans: C

নিচের কোনটি মাত্রাগতভাবে স্থিতিস্থাপক গুণাক্ষের সমতুল্য? [কয়েট ১১-১২]

- A. Stress
 B. Strain
 C. Surface tension
 D. Acceleration
 E. None

Ans: A

ব্যাখ্যা: স্থিতিস্থাপক গুণাক্ষ = $\frac{\text{পীড়ন}}{\text{বিকৃতি}}$; বিকৃতির মাত্রা নেই।

একটি স্টীলের তারের দৈর্ঘ্য 2m এবং প্রস্থচ্ছেদ $0.8 \times 10^{-6} \text{ m}^2$ । তারের এক প্রান্ত দৃঢ়ভাবে আটকানো আছে। অন্য প্রান্তে কত বল প্রয়োগ করলে তারের দৈর্ঘ্য 0.5 mm বৃদ্ধি পাবে। স্টীলের ইয়ং এর গুণাক্ষ = $2.0 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$ । [কয়েট ০৯-১০]

- A. 8N
 B. 4N
 C. 16N
 D. 20N
 E. 40N

Ans: E

ব্যাখ্যা: $Y = \frac{FL}{A\ell} \Rightarrow F = \frac{YA\ell}{L} = \frac{2 \times 10^{11} \times 0.8 \times 10^{-6} \times 0.5 \times 10^{-3}}{2} = 40 \text{ N}$

10 m লম্বা এবং 1 mm ব্যাসবিশিষ্ট একটি তারকে 100 N বল দ্বারা টানা হলো। তারটির দৈর্ঘ্য কতটুকু বৃদ্ধি পাবে বের কর। [$Y = 2 \times 10^{11} \text{ Nm}^{-2}$] [কয়েট ১০-১১]

- A. $6.4 \times 10^{-3} \text{ m}$
 B. $6.4 \times 10^{-4} \text{ m}$
 C. $6.4 \times 10^{-5} \text{ m}$
 D. $6.4 \times 10^{-6} \text{ m}$
 E. $6.4 \times 10^{-2} \text{ m}$

Ans: A

ব্যাখ্যা: $Y = \frac{FL}{A\ell}$ বা, $\ell = \frac{F\ell}{AY}$ বা, $\ell = \frac{100 \times 10}{\frac{1}{4} \pi (10^{-3})^2 \times 2 \times 10^{11}} \therefore \ell = 6.4 \times 10^{-3} \text{ m}$

[মেডিকেল ১৬-১৭]

বিভিন্ন পদার্থের অণুগুলোর মধ্যে পারস্পরিক আকর্ষণ বলকে বলে-

- A. সংসক্তি বল
 B. আণবিক পরাশক্তি
 C. আসঞ্জন বল
 D. আসঞ্জন শক্তি

Ans: C

সমাধান: যেমন- একটি পাত্রে পানি রাখলে পাত্রের অণু ও পানির অণুর মধ্যে যে আকর্ষণ বল ক্রিয়া করে তা-ই আসঞ্জন বল।

একই পদার্থের বিভিন্ন অণুর মধ্যে পারস্পরিক আকর্ষণ বলকে সংসক্তি বা সংযুক্তি বল বলে।

Ans: B

শাহজাহান তপন, আজিজ হাসান ও রানা চৌধুরী স্যারের
বইয়ের গাণিতিক সমস্যাবলির সমাধান

১। সরল ছন্দিত গতিসম্পন্নকারী কোনো কণার সর্বোচ্চ বেগ 0.2 ms^{-1} । কণাটির বিস্তার 0.004 m হলে কণাটির পর্যায়কাল কত?

সমাধান: আমরা জানি,

সরল ছন্দিত গতিসম্পন্নকারী কণার সর্বোচ্চ বেগ,

$$v_{\max} = \omega A$$

$$v_{\max} = \frac{2\pi}{T} A$$

$$\text{বা, } T = \frac{2\pi A}{v_{\max}}$$

$$\text{বা, } T = \frac{2 \times 3.1416 \times 0.004 \text{ m}}{0.2 \text{ ms}^{-1}}$$

$$\therefore T = 0.1256 \text{ s}$$

\therefore কণাটির পর্যায়কাল 0.1256 s

এখানে,

বিস্তার, $A = 0.004 \text{ m}$

সর্বোচ্চ বেগ, $v_{\max} = 0.2 \text{ ms}^{-1}$

ধরি, কৌণিক বেগ = ω

\therefore পর্যায়কাল, $T = ?$

২। একটি 2.5 kg ভরের বস্তু প্রতি সেকেন্ডে 3 বার সরল ছন্দিত স্পন্দনে সম্পাদিত হয়। যখন সাম্যাবস্থান থেকে এর সরণ হয় 5 cm । তখন এর ত্বরণ এবং এর ওপর ক্রিয়াশীল পুনরায়ণ বল হিসাব কর।

সমাধান: আমরা জানি,

$$a = -\omega^2 x$$

$$= -\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 x$$

$$= -(2\pi \times 3 \text{ s})^2 \times 0.05 \text{ ms}^{-2}$$

$$= -17.75 \text{ ms}^{-2}$$

আবার, বল $F = ma$

$$= 2.5 \text{ kg} \times -17.75 \text{ ms}^{-2}$$

$$= -44.375 \text{ kgms}^{-2}$$

$$= -44.37 \text{ N}$$

এখানে,

বস্তুর ভর, $m = 2.5 \text{ kg}$

পর্যায় কাল, $T = \frac{1}{3} \text{ s}$

সরণ, $x = 5 \text{ cm} = 0.05 \text{ m}$

ত্বরণ, $a = ?$

বল, $F = ?$

৩। 0.05 kg ভরের বস্তু 20 cm বিস্তার এবং 2 s পর্যায়কালের সরল ছন্দিত স্পন্দন গতি প্রাপ্ত হলে বস্তুটির সর্বোচ্চ দ্রুতি নির্ণয় কর।

সমাধান: আমরা জানি,

$$v_{\max} = \omega X$$

$$= \left(\frac{2\pi}{T}\right) \times X$$

$$= \frac{2 \times 3.1416}{2 \text{ s}} \times 0.2 \text{ m}$$

$$= 63 \text{ ms}^{-1}$$

বস্তুটির সর্বোচ্চ দ্রুতি 63 ms^{-1}

এখানে,

ভর, $m = 0.05 \text{ kg}$

বিস্তার, $x = 20 \text{ cm} = 0.2 \text{ m}$

পর্যায়কাল, $T = 2 \text{ s}$

সর্বোচ্চ দ্রুতি, $v_{\max} = ?$

- ৪। যখন 1.000 kg এর একটি প্রমাণ ভর উপেক্ষণীয় ভরের একটি উল্লম্ব স্প্রিং-এর সাথে সংযুক্ত করা হয়, তখন তার পর্যায়কাল হয় 1.43 s। যখন অন্য একটি অজ্ঞাত ভর প্রমাণ ভরের বস্তুকে প্রতিস্থাপিত করে, তখন পর্যায়কাল হয় 1.85s। নির্ণয় কর (ক) অজ্ঞাত ভর (খ) স্প্রিং-এর স্প্রিং ধ্রুবক।

সমাধান:

- (ক) আমরা জানি,

$$T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{m_2}{k}}$$

$$\text{বা, } m_2 = \frac{T_2^2 k}{4\pi^2}$$

$$\therefore m_2 = \frac{(1.85s)^2 \times 19.3 \text{ Nm}^{-1}}{4 \times (3.1416)^2} = 1.67 \text{ kg.}$$

নির্ণেয় অজ্ঞাত ভর 1.67 kg

- (খ) আমরা জানি,

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{m_1}{k}}$$

$$\text{বা, } k = 4\pi^2 \frac{m_1}{T_1^2}$$

$$\therefore k = \frac{4 \times (3.1416)^2 \times 1 \text{ kg}}{(1.43s)^2} = 19.3 \text{ Nm}^{-1}$$

অতএব স্প্রিং এর স্প্রিং ধ্রুবক 19.3 Nm⁻¹

- ৫। 20.0 kg ভরের শিশু 3.0 m দৈর্ঘ্যের দোলনায় 0.2 m বিস্তারে দুলতে থাকে। নির্ণয় করঃ (ক) পর্যায়কাল T এবং কম্পাঙ্ক f (খ) শিশুটির সর্বোচ্চ বেগ।

সমাধান:

- (ক) আমরা জানি,

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$$

$$= 2 \times 3.1416 \times \sqrt{\frac{3 \text{ m}}{9.8 \text{ ms}^{-2}}}$$

$$= 3.48 \text{ s}$$

$$\text{আবার, } f = \frac{1}{T}$$

$$= \frac{1}{3.48 \text{ s}}$$

$$= 0.29 \text{ Hz}$$

- (খ) আমরা জানি,

$$V_{\text{max}} = \omega A$$

$$= \left(\frac{2\pi}{T} \right) \times x$$

$$= \left(\frac{2 \times 3.1416}{3.48 \text{ s}} \right) \times 0.2$$

$$= 0.36 \text{ ms}^{-1}$$

এখানে,

$$\text{ভর, } M_1 = 1 \text{ kg}$$

$$\text{পর্যায়কাল, } T_1 = 1.43 \text{ s}$$

$$\text{পর্যায়কাল, } T_2 = 1.85 \text{ s}$$

$$\text{ভর; } m_2 = ?$$

$$\text{স্প্রিং ধ্রুবক, } k = ?$$

এখানে,

$$\text{ভর, } m = 20.0 \text{ kg}$$

$$\text{দৈর্ঘ্য, } L = 3.0 \text{ m}$$

$$\text{বিস্তার, } A = 0.2 \text{ m}$$

$$\text{পর্যায়কাল, } T = ?$$

$$\text{কম্পাঙ্ক, } f = ?$$

$$\text{এবং সর্বোচ্চ বেগ, } V_{\text{max}} = ?$$

- ৬। ৯৯ cm লম্বা সূতার সাহায্যে ১.৮ cm ব্যাসবিশিষ্ট একটি গোলক বেঁধে তৈরি একটি সরল দোলক দুলাতে দিলে এর দোলনকাল কত হবে? ($g = 9.81 \text{ms}^{-2}$)

সমাধান:

(ক) আমরা জানি,

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} = 2 \times 3.1416 \times \sqrt{\frac{3\text{m}}{9.8\text{ms}^{-2}}} = 3.48 \text{ s}$$

$$\text{আবার, } f = \frac{1}{T} = \frac{1}{3.48\text{s}} = 0.29 \text{ Hz.}$$

(খ) আমরা জানি,

$$V_{\text{max}} = \omega x = \left(\frac{2\pi}{T}\right) \times x = \left(\frac{2 \times 3.1416}{3.48\text{s}}\right) \times 0.2 = 0.36 \text{ ms}^{-1}$$

এখানে,

$$\text{ভর, } m = 20.0 \text{ kg}$$

$$\text{দৈর্ঘ্য, } L = 3.0 \text{ m}$$

$$\text{বিস্তার, } x = 0.2 \text{ m}$$

$$\text{পর্যায়কাল, } T = ?$$

$$\text{কম্পাঙ্ক, } f = ?$$

$$\text{এবং সর্বোচ্চ বেগ, } V_{\text{max}} = ?$$

- ৭। একটি সরল দোলকের দোলনকাল ১.৮ s। যদি অভিকর্ষজ ত্বরণ 9.8ms^{-2} হয় তবে দোলকটির কার্যকরী দৈর্ঘ্য বের কর।

সমাধান: আমরা জানি,

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$$

$$\text{বা, } T^2 = 4\pi^2 \frac{L}{g}$$

$$\text{বা, } L = \frac{T^2 g}{4\pi^2}$$

$$\text{বা, } L = \frac{(1.8\text{s})^2 \times 9.8\text{ms}^{-2}}{4 \times (3.1416)^2}$$

$$\text{বা, } L = 0.8043 \text{ m}$$

$$\therefore L = 80.43 \text{ cm}$$

$$\therefore \text{দোলকটির কার্যকরী দৈর্ঘ্য } 80.43 \text{ cm}$$

এখানে,

$$\text{দোলনকাল, } T = 1.8 \text{ s}$$

$$\text{অভিকর্ষজ ত্বরণ, } g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$$

$$\text{কার্যকরী দৈর্ঘ্য, } L = ?$$

- ৮। একটি সরল দোলকের সূতার দৈর্ঘ্য ৯৯ cm এবং দোলকাল ২s। যদি অভিকর্ষজ ত্বরণ 9.8ms^{-2} হয়, তবে দোলকপিণ্ডের ব্যাসার্ধ বের কর।

সমাধান: আমরা জানি,

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$$

$$\text{বা, } T^2 = 4\pi^2 \frac{L}{g}$$

$$\text{বা, } L = \frac{T^2 g}{4\pi^2}$$

$$\text{বা, } L = \frac{2^2 \times 9.8}{4 \times (3.1416)^2}$$

$$\text{বা, } L = 0.9929 \text{ m}$$

$$\therefore L = 99.29 \text{ cm}$$

$$\therefore \text{কার্যকরী দৈর্ঘ্য, } L = 99.29 \text{ cm}$$

এখানে,

$$\text{দোলনকাল, } T = 2 \text{ s}$$

$$\text{অভিকর্ষজ ত্বরণ, } g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$$

$$\text{সূতার দৈর্ঘ্য, } \ell = 99 \text{ cm}$$

$$\text{ধরি, কার্যকরী দৈর্ঘ্য } = L$$

$$\therefore \text{দোলকপিণ্ডের ব্যাসার্ধ, } r = ?$$

আবার,

$$L = \ell + r$$

$$\text{বা, } r = L - \ell = 99.29 \text{ cm} - 99 \text{ cm}$$

$$\therefore r = 0.29 \text{ cm}$$

$$\therefore \text{দোলকপিণ্ডের ব্যাসার্ধ } 0.29 \text{ cm}$$

- ৯। ৪০ cm দীর্ঘ একটি সরল দোলক এক মিনিটে ৪০ বার দোল দেয়। যদি এর দৈর্ঘ্য ১৬০ cm করা হয় তবে ৬০ বার দুলতে কত সময় নেবে, বের কর।

সমাধান: আমরা জানি,

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{L_1}{g}}$$

$$\text{বা, } T_1^2 = \frac{4\pi^2 L_1}{g}$$

$$\text{বা, } g = \frac{4\pi^2 L_1}{T_1^2}$$

$$\therefore g = \frac{4 \times (3.1416)^2 \times 0.4 \text{ m}}{(1.5 \text{ s})^2} = 7.01 \text{ ms}^{-2}$$

$$\text{আবার, } T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{L_2}{g}} = 2 \times 3.1416 \times \sqrt{\frac{1.6}{7.01 \text{ ms}^{-2}}} = 3 \text{ s}$$

$$1 \text{ বার দুলতে সময় লাগে} = 3 \text{ s}$$

$$\therefore 60 \text{ বার দুলতে সময় লাগে} = (3 \times 60) \text{ s} = 180 \text{ s} = \frac{180}{60} \text{ min} = 3 \text{ min}$$

- ১০। কোনো স্থানে দুটি সরল দোলকের দোলনকালের অনুপাত ৩ : ২ হলে এদের দৈর্ঘ্যের তুলনা কর।

সমাধান: ধরি,

$$1 \text{ম দোলকের দোলনকাল} = T_1$$

$$2 \text{য় দোলকের দোলনকাল} = T_2$$

$$1 \text{ম দোলকের দৈর্ঘ্য} = L_1$$

$$2 \text{য় দোলকের দৈর্ঘ্য} = L_2$$

আমরা জানি,

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{L_1}{g}} \dots\dots\dots (1)$$

$$\text{এবং } T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{L_2}{g}} \dots\dots\dots (2)$$

সমীকরণ (১) নং কে (২) নং দ্বারা ভাগ করে পাই,

$$\frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{L_1}{L_2}}$$

$$\text{বা, } \sqrt{\frac{L_1}{L_2}} = \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^2 = \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4}$$

$$\therefore L_1 : L_2 = 9 : 4$$

এখানে,

$$\text{কার্যকরী দৈর্ঘ্য, } L_1 = 40 \text{ cm} = 0.4 \text{ m}$$

$$\text{দোলনকাল, } T_1 = \frac{60 \text{ s}}{40} = 1.5 \text{ s}$$

$$\text{কার্যকরী দৈর্ঘ্য, } L_2 = 160 \text{ cm} = 1.6 \text{ m}$$

$$\text{দোলনকাল, } T_2 = ?$$

দেওয়া আছে,

$$T_1 : T_2 = 3 : 2$$

$$\text{বা, } \frac{T_1}{T_2} = \frac{3}{2}$$

$$\therefore L_1 : L_2 = ?$$

১১। কোনো স্থানে দুটি সরল দোলকের কার্যকর দৈর্ঘ্যের অনুপাত 16 : 25 হলে এদের দোলনকালের অনুপাত বের কর।

সমাধান: ধরি,

১ম দোলকের দোলনকাল = T_1

১ম দোলকের কার্যকরী দৈর্ঘ্য = L_1

২য় দোলকের দোলনকাল = T_2

২য় দোলকের কার্যকরী দৈর্ঘ্য = L_2

আমরা জানি,

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{L_1}{g}} \dots\dots\dots (1)$$

$$\text{এবং } T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{L_2}{g}} \dots\dots\dots (2)$$

সমীকরণ (১) নং কে (২) নং দ্বারা ভাগ করে পাই,

$$\frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{L_1}{L_2}}$$

$$\text{বা, } \frac{L_1}{L_2} = \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^2$$

$$\text{বা, } \frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{16}{25}} = \frac{4}{5}$$

অতএব, দোলনকালের অনুপাত 4 : 5

দেওয়া আছে,
 $T_1 : T_2 = 16 : 25$
 বা, $\frac{T_1}{T_2} = \frac{16}{25}$
 $L_1 : L_2 = ?$

১২। একটি সরল দোলকের A এর দৈর্ঘ্য অপার একটি সরল দোলক B এর দৈর্ঘ্যের 4 গুণ। দোলক B এর দোলনকাল 2s হলে A এর দোলনকাল কত হবে?

সমাধান: আমরা জানি,

$$\frac{T_A}{T_B} = \sqrt{\frac{L_A}{L_B}}$$

$$\text{বা, } T_A = \sqrt{\frac{4L_B}{L_B}} \times T_B = 2 \times 2s$$

$$\therefore T_A = 4s$$

\therefore A এর দোলনকাল 4 s

এখানে,
 B এর দোলনকাল, $T_B = 2s$
 B এর দৈর্ঘ্য L_B (ধরি)
 \therefore A এর দৈর্ঘ্য, $L_A = 4 L_B$
 \therefore A এর দোলনকাল, $T_A = ?$

১৩। পৃথিবীপৃষ্ঠে ও চন্দ্রপৃষ্ঠে দুটি সেকেন্ড দোলকের দৈর্ঘ্যের অনুপাত 81 : 16। পৃথিবীপৃষ্ঠে 'g' এর মান 9.81 ms^{-2} হলে চন্দ্রপৃষ্ঠে 'g' এর মান কত?

সমাধান: আমরা জানি,

$$T_e = 2\pi \sqrt{\frac{L_e}{g_e}} \dots\dots\dots (1)$$

$$T_m = 2\pi \sqrt{\frac{L_m}{g_m}} \dots\dots\dots (2)$$

এখানে,
 $\frac{L_e}{L_m} = 81 : 16$
 $T_e = 2s$
 $T_m = 2s$
 $g_e = 9.81 ms^{-2}$
 $g_m = ?$

(১) নং সমীকরণকে (২) নং সমীকরণ দ্বারা ভাগ করে পাই,

$$\frac{T_e}{T_m} = \sqrt{\frac{g_m \times L_e}{g_e \times L_m}}$$

$$\text{বা, } \frac{T_e^2}{T_m^2} = \frac{g_m \times L_e}{g_e \times L_m}$$

$$\text{বা, } \frac{2^2}{81} = \frac{g_m \times L_e}{g_e \times L_m}$$

$$\text{বা, } 1 = \frac{g_m \times L_e}{g_e \times L_m}$$

$$\text{বা, } g_m = \frac{g_e \times L_m}{L_e}$$

$$\text{বা, } g_m = \frac{9.81 \times 16}{81} = \frac{156.96}{81} = 1.937777$$

$$\therefore g_m = 1.94 \text{ ms}^{-2}$$

১৪। কোনো একটি সেকেন্ড দোলকের দৈর্ঘ্য যদি ২.৫ গুণ বৃদ্ধি করা হয়, তবে তার দোলনকাল কত হবে?

সমাধান: আমরা জানি,

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$$

সেকেন্ড দোলকের ক্ষেত্রে,

$$2 = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \dots \dots \dots (1)$$

আবার, দৈর্ঘ্য ২.৫ গুণ বৃদ্ধি করা হলে আমরা পাই,

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{2.5L}{g}} \dots \dots \dots (2)$$

(১) নং কে (২) নং দ্বারা ভাগ করে পাই,

$$\frac{2}{T} = \sqrt{\frac{L}{g} \times \frac{g}{2.5L}}$$

$$\therefore T = 2\sqrt{2.5} \text{ s} = 3.16 \text{ s}$$

১৫। একটি সেকেন্ড দোলককে মঙ্গলপৃষ্ঠে নেওয়া হলো। মঙ্গলপৃষ্ঠে এর দোলনকাল নির্ণয় কর। মঙ্গলের ভর ও ব্যাসার্ধ যথাক্রমে পৃথিবীর ভর ও ব্যাসার্ধের ০.১০৭ এবং ০.৫৩ গুণ।

সমাধান: আমরা জানি,

পৃথিবী পৃষ্ঠে দোলনকাল,

$$T_e = 2\pi \times \sqrt{\frac{L}{g_e}} \dots \dots \dots (1)$$

ও মঙ্গলপৃষ্ঠে দোলনকাল,

$$T_m = 2\pi \times \sqrt{\frac{L}{g_m}} \dots \dots \dots (2)$$

এখানে,

পৃথিবীর ভর = M_e

মঙ্গলের ভর, $M_m = 0.107 M_e$

পৃথিবীর ব্যাসার্ধ = R_e

মঙ্গলের ব্যাসার্ধ, $R_m = 0.53 R_e$

পৃথিবী পৃষ্ঠে দোলনকাল, $T_e = 2 \text{ s}$

মঙ্গল পৃষ্ঠে দোলনকাল, $T_m = ?$

সমীকরণ (১) নং কে (২) নং দ্বারা ভাগ করে পাই,

$$\frac{T_e}{T_m} = \sqrt{\frac{g_m}{g_e}} \dots \dots \dots (3)$$

আবার,

পৃথিবীপৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g_e = \frac{GM_e}{R_e^2}$

এবং চন্দ্রপৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g_m = \frac{GM_m}{R_m^2}$

g_e ও g_m এর মান (৩) নং এ বসিয়ে পাই,

$$\frac{T_e}{T_m} = \sqrt{\frac{GM_m}{R_m^2} \times \frac{R_e^2}{GM_e}}$$

বা, $\frac{T_m}{T_e} = \sqrt{\frac{R_m^2}{R_e^2} \times \frac{M_e}{M_m}}$

বা, $T_m = \sqrt{\frac{R_m^2}{R_e^2} \times \frac{M_e}{M_m}} \times T_e$

বা, $T_m = \sqrt{\frac{(0.53R_e)^2}{R_e^2} \times \frac{M_e}{0.107M_e}} \times 2s$

$\therefore T_m = 3.24 s$

\therefore মঙ্গলপৃষ্ঠে এর দোলনকাল 3.24 s

১৬। কোনো সুউচ্চ পাহাড়ে নিয়ে যাওয়ার একটি সরলদোলক 10 ঘন্টায় 11990টি পূর্ণ দোলনা সম্পন্ন করলো। কিন্তু ভূ-পৃষ্ঠে দোলকটি 3s-এ একটি পূর্ণ দোলন সম্পন্ন করে। পৃথিবীর গড় ব্যাসার্ধ 6400 km এবং সর্বোচ্চ শৃঙ্গ এভারেস্টের উচ্চতা 8.854 km। [ভূ-পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ $9.8ms^{-2}$.]

- (ক) সরলদোলকটির কার্যকর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।
- (খ) পাহাড়টি এভারেস্টের তুলনায় কত উচ্চ বা নীচ ছিল তা গাণিতিক যুক্তিসহ ব্যাখ্যা কর। [জ.বো ১৭]

সমাধান:

(ক) আমরা জানি, সরল দোলকের দোলনকাল,

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$$

বা, $L = \frac{T^2 g}{4\pi^2} \dots \dots \dots (i)$

সমীকরণ (i) এ মানগুলো বসিয়ে পাই,

$$L = \frac{3^2 \times 9.8}{4\pi^2} = 2.234 m$$

- (খ) 10 ঘন্টা = $10 \times 3600 s = 36000 s$
- 11990 টি পূর্ণ দোলন সম্পন্ন করতে দোলকটি সময় নেয় = 36000 s
- \therefore 1 টি পূর্ণ দোলন সম্পন্ন করতে দোলকটি সময় নেয় = $\frac{3600}{11990} s = 3.0025 s$

এখানে,
 $T = 3s$
 $g = 9.8 ms^{-2}$

আমরা জানি, 1টি পূর্ণ দোলন সম্পন্ন করতে যে সময় নেয় তা হলো দোলকের পর্যায়কাল তাহলে এক্ষেত্রে
সুউচ্চ পাহাড়ে দোলকটির পর্যায়কাল,
 $T_1 = 3.0025 \text{ s}$
সুউচ্চ পাহাড়ে অভিকর্ষজ ত্বরণ g_1 হলে,

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g_1}}$$

$$\text{বা, } g_1 = \frac{4\pi^2 L}{T_1^2}$$

$$= \frac{4\pi^2 \times 2.234}{3.0025^2} \text{ [ক হতে } L = 2.234 \text{ m নিয়ে]}$$

$$= 9.783$$

আমরা জানি, h উচ্চতায় অভিকর্ষজ ত্বরণ g_1 হলে,

$$g_1 = g \left(1 - \frac{2h}{R}\right)$$

$$\text{বা, } 9.783 = 9.8 \left(1 - \frac{2h}{6.4 \times 10^6}\right)$$

$$\text{বা, } \frac{2h}{6.4 \times 10^6} = 1 - \frac{9.783}{9.8}$$

$$\text{বা, } h = 5551.83 \text{ m}$$

$$= 5.552 \text{ km}$$

কিন্তু এভারেস্টের উচ্চতা 8.854 m

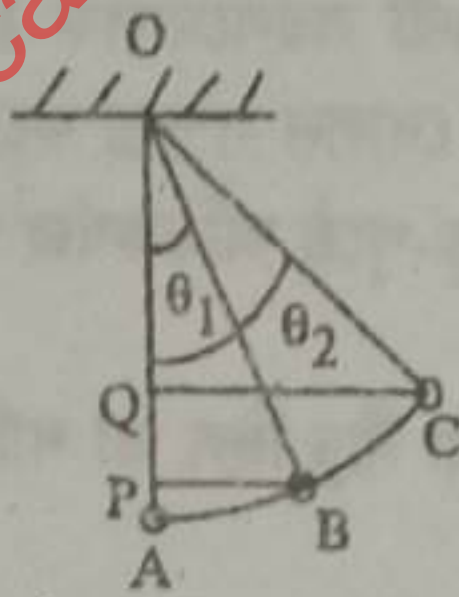
উত্তর: পাহাড়টি এভারেস্টের তুলনায় এভারেস্টের চেয়ে $8.854 - 5.552 = 3.302 \text{ km}$ কম উঁচু ছিল।

এখানে,

$$g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$$

$$R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$$

$$h = ?$$



চিত্রে একটি সরল দোলক যার সূতার দৈর্ঘ্য 1.1m এবং ববের ব্যাসার্ধ 1.5 cm, ভর 60 gm এবং OA সাম্যবস্থান। চিত্রে $QC = 3\text{cm}$ এবং $PB = 2\text{cm}$ [$g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$]

(ক) সরল দোলকটির দোলনকাল হিসাব কর?

(খ) সরল দোলকটির A, B ও C বিন্দুতে কার্যকর বলের মানের তুলনামূলক গাণিতিক বিশ্লেষণ কর। [কু.বো ১৭]

সমাধান:

(ক) আমরা জানি, সরল দোলকের দোলনকাল,

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$$

$$= 2\pi \sqrt{\frac{1.15}{9.8}}$$

$$= 2.12 \text{ s}$$

উত্তর: 2.21 s

এখানে,

$$\text{কার্যকর দৈর্ঘ্য, } L = l + r = 1.1\text{m} + 1.5\text{cm}$$

$$= 1.1 + 0.015 = 1.115 \text{ m}$$

$$\text{অভিকর্ষজ ত্বরণ, } g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$$

- (খ) আমরা জানি, $F = ma$
 সরল দোলকের ক্ষেত্রে, $a = -g \sin\theta$
 θ এর মান 4° অপেক্ষা কম হলে, $\sin\theta = \theta$ লেখা যায়, সেক্ষেত্রে,
 এক্ষেত্রে, $a = -g\theta$
 A বিন্দুর জন্য, $\theta = 0^\circ$
 $\therefore a = -g \times 0^\circ = 0$
 $F = ma = m \times 0 = 0$

B বিন্দুর জন্য, $a = -g\theta_1 = -g \times \frac{0.02}{1.115}$

$\therefore F = ma$
 $= m \left(-g \times \frac{0.02}{1.115} \right)$
 $= -60 \times 10^{-3} \times 9.8 \times \frac{0.02}{1.115}$
 $= -1.05 \times 10^{-2} \text{ N}$

এখানে,
 $PB = 2 \text{ cm} = 0.02 \text{ m}$
 $OB = L = 1.115$
 $m = 60 \text{ gm} = 60 \times 10^{-3} \text{ kg}$

C বিন্দুর জন্য, $a = -g\theta_2$

$\therefore F = ma$
 $= m(-g\theta_2)$
 $= -mg\theta_2$
 $= -mg \cdot \frac{QC}{OC}$
 $= -60 \times 10^{-3} \times 9.8 \times \frac{0.03}{1.115}$
 $= -1.58 \times 10^{-2} \text{ N}$

এখানে,
 $QC = 3 \text{ cm} = 0.03 \text{ m}$
 $OC = L = 1.115 \text{ m}$
 $g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$
 $m = 60 \times 10^{-3} \text{ kg}$

\therefore A, B, C বিন্দুতে কার্যকর বল যথাক্রমে 0 N , $1.05 \times 10^{-2} \text{ N}$ এবং $1.58 \times 10^{-2} \text{ N}$

১৮। একদল শিক্ষার্থী পদার্থবিজ্ঞান ল্যাবরেটরিতে 500 gm ভরের একটি বস্তুকে তারের প্রান্তে আংটার ঝুলিয়ে দোল দিল। তারা দেখল যে, এটি প্রতি সেকেন্ডে 5 বার স্পন্দিত হচ্ছে। বস্তুটি সর্বাধিক সরণ 5 cm এবং বিস্তার 10 cm ।

- (ক) উদ্দীপকে উল্লেখিত সরণকালে বস্তুটির বেগ কত হবে?
 (খ) উদ্দীপকে উল্লেখিত সরণের জন্য বস্তুটির উপর ক্রিয়ারত বল বস্তুটির ওজনের 10 গুণ হবে- গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ করে মতামত দাও।

সমাধান:

- (ক) আমরা জানি, পর্যায়কাল বা দোলনকাল = $\frac{\text{সময়}}{\text{স্পন্দন সংখ্যা}}$

বা, $T = \frac{t}{N} = \frac{1 \text{ s}}{5} = 0.2 \text{ s}$

বেগ,

$v = \omega \sqrt{a^2 - x^2}$
 $= \frac{2\pi}{0.2} \sqrt{(10 \times 10^{-2})^2 - (5 \times 10^{-2})^2}$
 $= 2.72 \text{ ms}^{-1}$

উত্তর: বেগ 2.72 ms^{-1}

এখানে,
 কৌণিক কম্পাংক, $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0.2} \text{ rads}^{-1}$
 বিস্তার, $a = 10 \text{ cm} = 10 \times 10^{-2} \text{ m}$
 সরণ, $x = 5 \text{ cm} = 5 \times 10^{-2} \text{ m}$

৭০২

(খ) বস্তুর ওজন,

$$W = mg$$

$$\therefore W = 0.5 \times 9.8$$

$$= 4.9 \text{ N}$$

$$F = ma$$

$$= m(\omega^2 x)$$

$$= m \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 x$$

$$= 0.5 \times \left(\frac{2\pi}{.2} \right)^2 \times 5 \times 10^{-2}$$

$$= 24.674 \text{ N}$$

$$\therefore \text{ক্রিয়াশীল বল, } F = 24.6674$$

$$\text{এবং } \frac{F}{W} = \frac{24.674}{4.9} = 5$$

$$F = 5 \times W$$

বলের মান বস্তুর ওজনের 5 গুণ হয়।

এখানে,

$$\text{ভর, } m = 500 \text{ g} = 0.5 \text{ kg}$$

$$\text{অভিকর্ষজ ত্বরণ, } g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$$

১৯। সরল হ্রদিত গতিতে গতিশীল একটি কণার ভর 100gm। কণাটির সর্বাধিক বিস্তার 10cm। সাম্যাবস্থান হতে সর্বাধিক বিস্তারের অবস্থানে পৌঁছাতে সময় লাগে 0.5 সে।।

(ক) উদ্দীপকের কণাটির 8cm সরণে বেগ নির্ণয় কর।

(খ) সাম্যাবস্থানে গতিশক্তি ও বিস্তার অবস্থানে স্থিতিশক্তি সমান কিনা গাণিতিক বিশ্লেষণসহ মতামত দাও। [চ.বো ১৭]

(ক) এখানে, পর্যায়কাল,

$$T = 4 \times 0.5 = 2 \text{ s}$$

বেগ,

$$v = \omega \sqrt{A^2 - x^2}$$

$$= \pi \sqrt{(10 \times 10^{-2})^2 - (8 \times 10^{-2})^2}$$

$$= 8.85 \text{ cms}^{-1}$$

(খ) আমরা জানি, সাম্যাবস্থানে, $x = 0$ ফলে গতিবেগ হয় সর্বোচ্চ।

এখানে, গতিশক্তি,

$$KE = \frac{1}{2} m v_{\max}^2$$

$$V_{\max} = \omega A = \pi \times 10 \times 10^{-2}$$

$$= 0.3142 \text{ ms}^{-1}$$

$$\text{ভর, } m = 100 \text{ gm} = 0.1 \text{ kg}$$

$$\therefore KE = \frac{1}{2} \times 0.1 \times (0.3142)^2 = 4.9 \times 10^{-3} \text{ J}$$

সর্বোচ্চ বিস্তারে স্থিতিশক্তি,

$$PE = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2 = \frac{1}{2} \times 0.1 \times \pi^2 \times (10 \times 10^{-2})^2$$

$$= 4.9 \times 10^{-3} \text{ J}$$

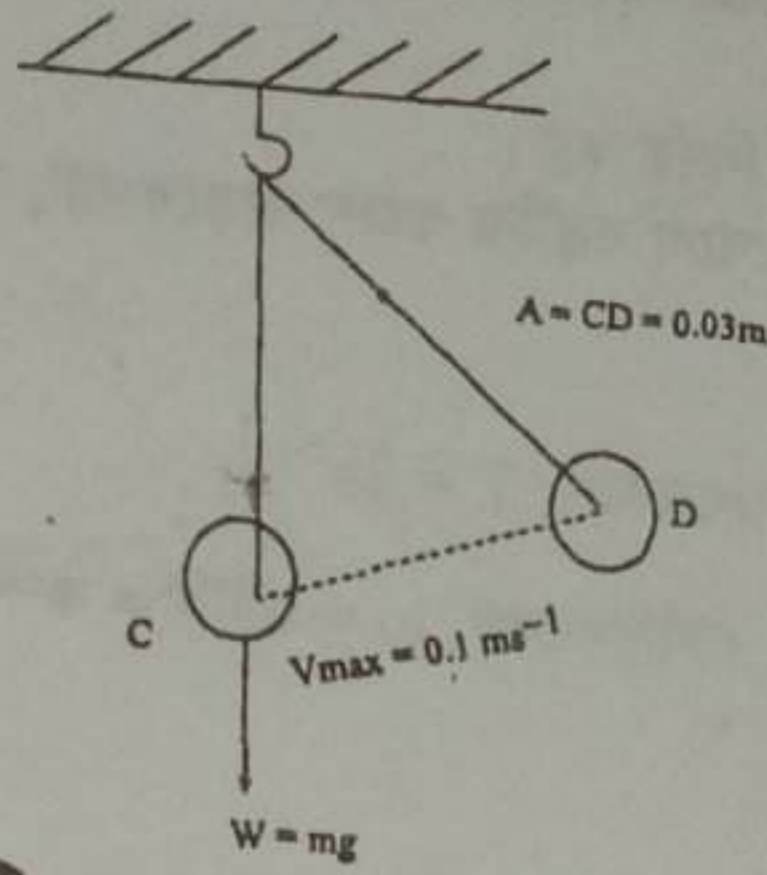
\therefore সাম্যাবস্থানে গতিশক্তি ও বিস্তারের অবস্থানে স্থিতিশক্তি সমান।

২০।

(ক)
(খ)

(ক)

(খ)

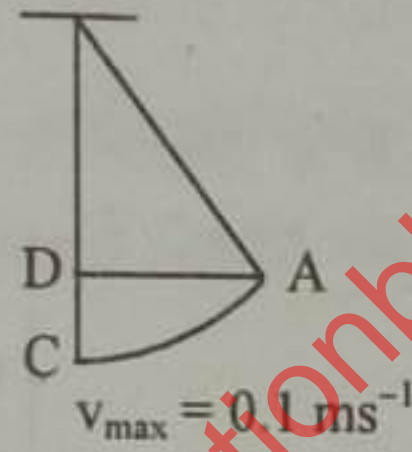


আদিবা পদার্থবিজ্ঞান ল্যাবে একটি সরলদোলক (চিত্রনুযায়ী) নিয়ে কাজ করছিল। সে একটি নির্দিষ্ট সরণে সাম্যবস্থা থেকে সরলদোলকটির বিভব শক্তি ও গতিশক্তি সমান পেল।

- (ক) উদ্দীপকের সরলদোলকটির পর্যায়কাল কত?
 (খ) আদিবার পরীক্ষায় লব্ধ ফলাফল সমর্থনযোগ্য কি-না গাণিতিকভাবে ব্যাখ্যা কর।

সমাধান: প্রশ্নটিতে চিত্র ভুল।
 পরিবর্তিত চিত্র:

[সি.বো ১৭]



C সাম্যাবস্থান। A সর্বোচ্চ অবস্থা, বিস্তার, $A = CD = 0.03 \text{ m}$

- (ক) আমরা জানি,

$$v_{\max} = \omega A$$

$$\text{বা, } 0.1 = \frac{2\pi}{T} \times 0.03$$

$$\therefore T = 1.9 \text{ s}$$

- (খ) ধরি, CD রেখায়, C হতে x দূরত্বে বিভবশক্তি = গতিশক্তি

$$\frac{1}{2} m \omega^2 x^2 = \frac{1}{2} m \omega^2 (\sqrt{A^2 - x^2})^2$$

$$\text{বা, } x^2 = A^2 - x^2$$

$$\text{বা, } 2x^2 = A^2$$

$$\text{বা, } x^2 = \frac{A^2}{2}$$

$$\therefore x = \pm \frac{A}{\sqrt{2}}$$

$$= \pm \frac{0.03}{\sqrt{2}}$$

$$= \pm 0.02 \text{ m (প্রায়)}$$

অর্থাৎ, সাম্যবস্থান হতে উভয় দিকে 0.02 m দূরে স্থিতিশক্তি গতিশক্তির সমান হবে।

অর্থাৎ আদিবার পরীক্ষার ফলাফল সমর্থনযোগ্য।

২১। 'A' স্থানে একটি সেকেন্ড দোলকের কার্যকর দৈর্ঘ্য 1m এবং B-স্থানে 0.9m। দোলকে ব্যবহৃত বরের ব্যাসার্ধ 0.75cm।

(ক) A-দোলকটির বরের কৌণিক বেগ নির্ণয় কর।

(খ) A-হতে B তে কোনো বস্তু নিয়ে গেলে বস্তুটির ওজন বাড়বে না, কমবে? তোমার উত্তরের সপক্ষে গাণিতিক বিশ্লেষণ দাও।

[দি.বো ১৭]

সমাধান:

(ক) আমরা জানি, সেকেন্ড দোলকের দোলনকাল, $T = 2s$

এবং সরলছন্দিত স্পন্দনের ক্ষেত্রে, কৌণিকবেগ, $\omega =$ কৌণিক কম্পাংক $\omega_0 = \frac{2\pi}{T}$

$$= \frac{2\pi}{2}$$

$$= \pi$$

$$= 3.14 \text{ rads}^{-1}$$

(খ) A ও B স্থানে দোলকের কার্যকর দৈর্ঘ্য ও অভিকর্ষজ ত্বরণ যথাক্রমে L_A, L_B এবং g_A ও g_B হলে,

$$\frac{T}{T} = \sqrt{\frac{L_A}{g_A}} \div \sqrt{\frac{L_B}{g_B}}$$

[কারণ উভয় স্থানে সেকেন্ড দোলকের দোলনকাল $T = 2s$]

$$\text{বা, } \sqrt{\frac{L_B}{g_B}} = \sqrt{\frac{L_A}{g_A}}$$

$$\text{বা, } \frac{g_A}{g_B} = \frac{L_A}{L_B}$$

$$\text{বা, } \frac{mg_A}{mg_B} = \frac{1 + 0.75 \times 10^{-2}}{0.9 + 0.75 \times 10^{-2}}$$

$$\text{বা, } \frac{w_A}{w_B} = \frac{1.0075}{0.9075}$$

$$= 1.11$$

$$\therefore w_A = 1.11 w_B \text{ বা, } w_B = 0.9 w_A$$

A স্থানে m ভরের বস্তুর ওজন, B স্থানে m বস্তুর ওজন অপেক্ষা বেশি।

A হতে m ভরের বস্তুটির B তে নিলে ওজন কমবে।

এখানে,

m হলো বস্তুর ভর, $mg_A = w_A$ হলো A স্থানে বস্তুর ওজন এবং w_B হলো B স্থানে বস্তুর ওজন।

বুয়েট, কুয়েট, রুয়েট, চুয়েট, মেডিকেল, টেক্সটাইল, বিশ্ববিদ্যালয়ের
বিগত বছরের ভর্তি পরীক্ষার গাণিতিক সমস্যাবলির সমাধান

1.00×10^{-20} kg ভরের একটি কণার সরল ছন্দিত গতির দোলনকাল 1.00×10^{-5} s এবং তার সর্বোচ্চ গতিবেগ 1.00×10^3 ms⁻¹। কণাটির (a) কৌণিক কম্পাঙ্ক এবং (b) সর্বোচ্চ সরণ নির্ণয় কর। [বুয়েট ১৮-১৯]

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$\text{বা, } \omega = \frac{2 \times 3.1416}{1.00 \times 10^{-5}} \text{ rad s}^{-1} = 628320 \text{ rad s}^{-1}$$

∴ কৌণিক কম্পাঙ্ক = 628320 rad.s⁻¹ Ans.

(b) আমরা জানি,

$$v_{\max} = \omega A$$

$$\text{বা, } 1.00 \times 10^3 = 628320 \times A$$

$$\text{বা, } A = 1.59 \times 10^{-3} \text{ m}$$

∴ কণাটির সর্বোচ্চ সরণ = 1.59×10^{-3} m. Ans.

এখানে,

$$T = 1.00 \times 10^{-5} \text{ s}$$

$$\omega = ?$$

এখানে,

$$v_{\max} = 1.00 \times 10^3 \text{ ms}^{-1}$$

$$\omega = 628320 \text{ rad s}^{-1}$$

$$A = ?$$

কল্পনা কর যে, পৃথিবীর ব্যাস বরাবর একটি সুড়ঙ্গ খনন করা হল। একটি বস্তুকে সুড়ঙ্গের এক প্রান্ত থেকে ছেড়ে দেওয়া হল এবং বস্তুটি সরল ছন্দিত স্পন্দনে স্পন্দিত হতে লাগলো। পৃথিবীকে একটি সুসম গোলক মনে করে এবং বাধাদানকারী সকল বল উপেক্ষা করে পৃথিবীর কেন্দ্র থেকে 5×10^5 m দূরত্বে বস্তুটির ত্বরণ ও দোলনের পর্যায়কাল নির্ণয় কর। দেওয়া আছে, পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $R = 6.4 \times 10^6$ m এবং $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ । [বুয়েট ১৬-১৭]

$$\text{সমাধান: } g = \frac{GM}{R^2}$$

r বিন্দুতে অভিকর্ষজ ত্বরণ

$$g = \frac{GM(r)}{r^2}$$

$$\text{এখানে, } M(r) = \frac{4}{3} \pi r^3 \rho \text{ কিন্তু } \rho = \frac{M}{\frac{4}{3} \pi R^3}$$

$$\therefore g_r = \frac{GMr^3}{r^2 R^3} = g \cdot \frac{r}{R} = 9.8 \times \frac{5 \times 10^5}{6.4 \times 10^6} = 0.77 \text{ ms}^{-2}$$

হুক এর সূত্র অনুসারে,

$$F = -kr \text{ বা. } mg \frac{r}{R} = -kr; \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$\text{এবং } T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi \sqrt{\frac{mR}{mg}} = 2\pi \sqrt{R/g} = 2\pi \sqrt{\frac{6.4 \times 10^6}{9.8}} = 5077.58 \text{ s} = 84.62 \text{ min.}$$

প্রমাণ কর যে, একটি প্লাফর্ম 4.9 m বিস্তারে কাঁপতে শুরু করলে এর উপর একজন মানুষ দাঁড়িয়ে থাকলে, তার পা প্লাটফর্ম হতে আলাদা হবার জন্য প্লাটফর্মের কৌণিক কম্পাঙ্ক $\sqrt{2}$ হবে। [বুয়েট ১৫-১৬]

সমাধান : যদি প্লাটফর্মের ত্বরণ g এর চেয়ে বেশী হয় তবে পা প্লাটফর্ম থেকে আলাদা হবে।

$$a = \omega^2 A_{\max} \text{ বা. } g = \omega^2 A = 9.8 = \omega^2 \cdot 4.9 \text{ বা. } \omega^2 = 2 \text{ বা. } \omega = \sqrt{2}$$

[বুয়েট ১৩-১৪]

একটি ঘড়ির সেকেন্ডের কাঁটার কৌণিক কম্পাঙ্ক হবে—

A. 1.0 rev/s

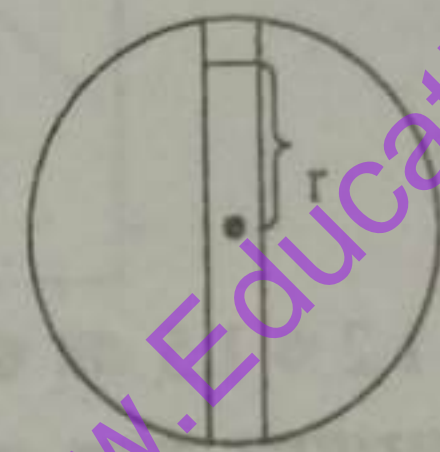
C. 0.017 rev/s

B. 0.5 rev/s

D. 60.0 rev/s

Ans: C

ব্যাখ্যা: সেকেন্ডের কাঁটার কৌণিক কম্পাঙ্ক $\omega = \frac{1}{60} \text{ rev/s} = 0.017 \text{ rev/s}^{-1}$



- ◆ একটি বস্তু 4 cm বিস্তারে সরল ছন্দিত স্পন্দন সম্পন্ন করছে। সাম্যাবস্থা থেকে কত দূরত্বে বস্তুর গতিশক্তি সমান হবে?

A. $\sqrt{2}$ cm

C. 2 cm

ব্যাখ্যা: $A = 4$ cmশর্তমতে, $\frac{1}{2} kx^2 = \frac{1}{2} k (A^2 - x^2)$ বা. $x^2 = A^2 - x^2$ বা. $x^2 = \frac{A^2}{2}$

$$\therefore x = \frac{A}{\sqrt{2}} = \frac{4}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2} \text{ cm}$$

B. $2\sqrt{2}$ cm
D. 1 cm

Ans: B

- ◆ একটি বস্তু $x = 2 \cos(50t)$ অনুসারে সরল ছন্দিত গতিতে দুলছে, যেখানে x এর পরিমাণ মিটারে এবং t এর পরিমাণ সেকেন্ডে। ইহার সর্বোচ্চ বেগ ms^{-1} এককে হবে—

A. $100 \sin(50t)$

C. 100

ব্যাখ্যা: $x = 2 \cos(50t)$

$$\therefore V = \frac{dx}{dt} = -2 \times 50 \sin(50t)$$

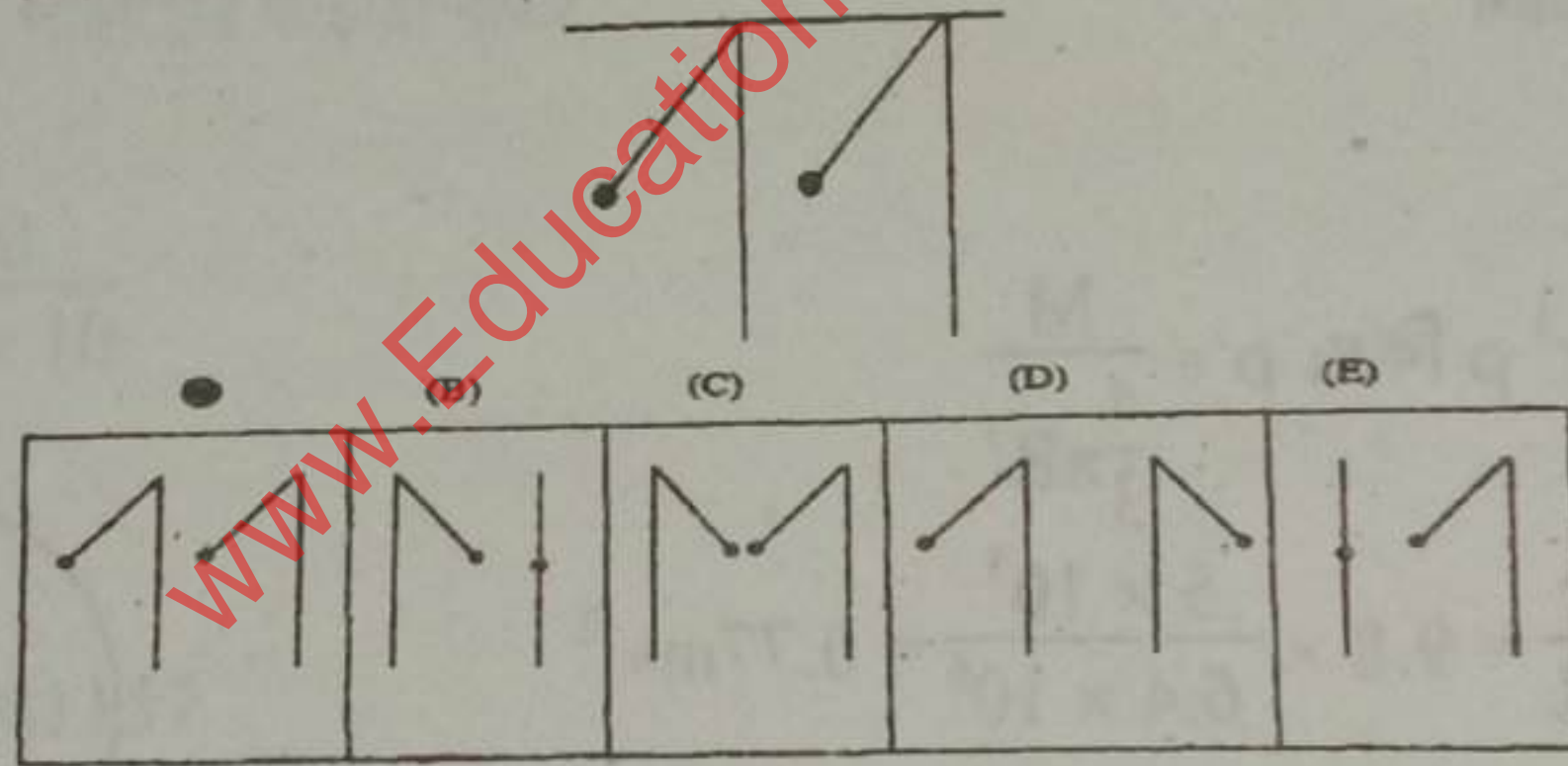
বা. $V = -100 \sin(50t)$ এখন বেগ সর্বোচ্চ হয়,
বস্তু যখন সাম্যাবস্থানে অর্থাৎ $x = 0$ । এখানে $\sin(50t)$ এর সর্বোচ্চ মান।

$$\therefore V = 100 \text{ [-উপেক্ষণীয়]}$$

B. $100 \cos(50t)$
D. 200

Ans: C

- ◆ 1.2 এবং 1.5 সেকেন্ড গতি সময়ের দুইটি সরল দোলক উইনের ছবিতে দেখানো অবস্থান হইতে দুলতে শুরু করল। ছয় সেকেন্ড পরে তারা কোন অবস্থানে থাকবে? নিচের ছবিতে সঠিক উত্তরে টিক চিহ্ন দাও। [বুয়েট ১১-১২]



ব্যাখ্যা: 1.2 ও 1.5 এর গুণিতক 6; তাই 6s পর উভয় দোলক প্রাথমিক অবস্থায় আসবে।

- ◆ কোন কম্পাঙ্কের সরল দোলনগতির ত্বরণ a এবং সরণ x এর সম্পর্কটি $a = -\omega^2 x$ সমীকরণের সাথে সম্পর্কিত?

A. ω C. $\frac{\omega}{2\pi}$ B. $2\pi\omega$ D. $\frac{2\pi}{\omega} 40$

Ans: C

ব্যাখ্যা: $a = -\omega^2 x$, এখানে, $\omega = 2\pi f$ বা, $f = \frac{\omega}{2\pi}$

- ◆ মহাকাশে একজন নভোচারীর কাছে সরল দোলকের দোলনকাল হবে—

A. 84.6 min

C. ∞

B. 2 sec

D. 0

Ans: C

ব্যাখ্যা: মহাকাশে $g = 0 \therefore T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} = \infty$

একটি বস্তু $x = 2 \cos(50t)$ অনুসারে সরল ছন্দিত গতিতে দুলছে, যেখানে x এর পরিমাপ মিটারে এবং t এর পরিমাপ সেকেন্ডে। ইচার সর্বোচ্চ বেগ ms^{-1} এককে হবে।

- A. $100 \sin(50t)$
 B. $100 \cos(50t)$
 C. 100
 D. 200

[কুয়েট ১২-১৩]

Ans: C

ব্যাখ্যা: $a = 2$ এবং $\omega = 50$
 $v_{\max} = a\omega = 2 \times 50 = 100 \text{ms}^{-1}$

সেকেন্ড দোলকের দৈর্ঘ্য 1% কমালে, উক্ত দোলকের দিনে কত সময় পরিবর্তিত হবে?

- A. 433 s বৃদ্ধি পাবে
 B. 433 s সময় হারাতে হবে
 C. 216 s বৃদ্ধি পাবে
 D. 216 s সময় হারাতে হবে
 E. সময় অপরিবর্তিত থাকবে

[কুয়েট ১৮-১৯]

Ans: A

সমাধান: $\frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{L_2}{L_1}} = \frac{86400}{86400 + x}$ বা, $\sqrt{\frac{0.99L}{L}} = \frac{86400}{86400 + x}$ বা, $x = 435.27 \text{ s} \approx 433 \text{ s}$

[বি. দ্র. দৈর্ঘ্য কমালে দোলনকাল কমে। তাই সময় লাভ করে বা বৃদ্ধি পায়। এ জন্য x এর সামনে (+) চিহ্ন দেওয়া হয়েছে।]

50 gm ভর বিশিষ্ট একটি বস্তুকে 3m দীর্ঘ সূতার সাহায্যে বৃত্তাকার পথে ঘুরানো হচ্ছে। বস্তুটি 5 সেকেন্ডে 20টি পূর্ণ আবর্তন করলে সূতার টান কত?

- A. 0.947 N
 B. 9.47 N
 C. 20 N
 D. 50 N
 E. 94.75 N

[কুয়েট ১৬-১৭]

Ans: A

সমাধান: $\omega = 2\pi n = 2\pi \times \frac{20}{5} = 8\pi \text{ rad/s}$

$F = m\omega^2 r = 50 \times 10^{-3} \times (8\pi)^2 \times 3 = 94.75 \text{ N}$

সরল ছন্দিত গতি সম্পন্নকারী কোন কণার সর্বোচ্চ বেগ 0.02 m/s। কণাটির বিস্তার 5mm হলে কণাটির পর্যায়কাল নির্ণয় কর।

[কুয়েট ১৬-১৭]

- A. 1.26 sec.
 B. 1.36 sec.
 C. 1.48 sec.
 D. 1.52 sec.
 E. 1.57 sec.

Ans: E

সমাধান: $v_{\max} = \omega A$ বা, $\omega = \frac{0.02}{5 \times 10^{-3}} = 4$

$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{4} = 1.57 \text{ sec}$

সরল ছন্দিত গতিসম্পন্ন একটি বস্তুর বিস্তার 0.01m এবং কম্পাঙ্ক 12Hz। বস্তুটির সরণ $5 \times 10^{-3} \text{ m}$ হলে, এর গতিবেগ কত?

[কুয়েট ১৭-১৮]

- A. 0.755 m/s
 B. 65.3 cm/s
 C. 6.52 m/s
 D. 66.22 cm/s
 E. 0.564 m/s

Ans: B

সমাধান: $v = \omega \sqrt{A^2 - x^2} = 2\pi \times 12 \sqrt{(0.01)^2 - (5 \times 10^{-3})^2} = 0.653 \text{ m/s} = 65.3 \text{ cm/s}$

[কুয়েট ১৩-১৪]

যদি সেকেন্ড দোলকের দৈর্ঘ্য 22.5% বাড়ানো হয়, তাহলে দোলনকাল কত হবে?

- A. 3.6 s
 B. 2.21 s
 C. 3.6 min
 D. 2.21 min
 E. 2.5 s

Ans: B

ব্যাখ্যা: $T_2 = \sqrt{\frac{L_2}{L_1}} \times T_1 = \sqrt{\frac{122.5}{100}} \times 2 = 2.21 \text{ s}$

- ◆ একটি সেকেন্ড ছন্দিত দোলক এর দৈর্ঘ্য তিনগুণ বৃদ্ধি করলে দোলনকাল কত হবে?
A. 4 s
B. 5 s
C. 6 s
D. 16 s

Ans: C

$$\text{ব্যাখ্যা: } T = T' \sqrt{4} = 2 \times \sqrt{4} = 4 \text{ sec}$$

- ◆ সরল ছন্দিত গতিতে চলমান একটি বস্তুর বিস্তার 15 cm এবং কম্পাঙ্ক 4 Hz। বস্তুর সর্বাধিক ত্বরণ কত?
A. 94.75 mm/sec²
B. 94.75 m/sec⁻²
C. 94.75 cm/sec⁻²
D. -94.75 cm/sec²

[কুয়েট ০৯-১০]

Ans: B

$$\text{ব্যাখ্যা: } a = \omega^2 A = (2\pi f)^2 A = (8\pi)^2 0.15 = 94.75 \text{ ms}^{-2}$$

- ◆ কোনো সরল ছন্দিত স্পন্দন গতিসম্পন্ন কণার বিস্তার 3 cm এবং সর্বোচ্চ বেগ 6.24 cms⁻¹ হলে, কণার পর্যায়কাল কত?
A. 5s
B. 1s
C. 3s
D. 6s

[কুয়েট ১১-১২]

Ans: C

$$\text{ব্যাখ্যা: } v_{\max} = \omega A \text{ বা, } \omega = \frac{v_{\max}}{A} = \frac{6.24}{3} \text{ বা, } \frac{2\pi}{T} = \frac{6.24}{3} \therefore T = 3s$$

- ◆ একটি দোলকের দোলনকাল 2 sec এর বেশী। ফলে তা দৈনিক 20 sec ধীরে চলে। এর দৈর্ঘ্য কত পরিবর্তন করলে ঠিক 2 sec দোলনকালে দুলাবে?
A. 20%
B. 199%
C. 0.046%
D. 200%

[চুয়েট ১৫-১৬]

Ans: C

$$\text{সমাধান: দোলন কাল} = \left(\frac{86400 \times 2}{86380} \right) s$$

$$\text{বা. } T = 2.000463s$$

$$\text{আমরা জানি, } T \propto \sqrt{L}$$

$$\therefore \frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{L_1}{L_2}}$$

$$\text{বা. } \frac{L_2}{L_1} = \left(\frac{2}{2.000463} \right)^2$$

$$\text{বা. } L_2 = 0.99953 \times L_1$$

$$\text{বা. } L_2 = (1 - 0.00046) L$$

$$\therefore 0.046\%$$

- ◆ একটি সেকেন্ড দোলকের দৈর্ঘ্য ঢাকায় 100 cm এবং কাঠমুড়তে 95 cm। কোন বস্তুর কাঠমুড়তে হতে ঢাকায় আনলে এর ওজনের কি পরিবর্তন হবে?
A. 5% বেড়েছে
B. 5% হ্রাস পেয়েছে
C. 1.05 গুণ বেড়েছে
D. 1.05 গুণ হ্রাস পেয়েছে

[চুয়েট ১৩-১৪]

সমাধান: আমরা পাই,

$$\frac{W_D}{W_K} = \frac{L_D}{L_K} = \frac{1}{0.95} = 1.05$$

$$W_D = 1.05 W_K$$

$$\text{ওজন পরিবর্তন } \Delta W_Z = W_D - W_K = 1.05 W_K - W_K$$

$$\therefore 5\% \text{ বেড়েছে} = 0.05 W_K$$

এখানে,

$$\text{ঢাকার দৈর্ঘ্য } L_D = 1m$$

$$\text{কাঠমুড়ুর দৈর্ঘ্য } L_K = .95m$$

একটি সরল দোলকের দোলনকাল T । দোলকটিতে উপর দিকে $\frac{g}{3}$ সমত্বরণে উঠতে থাকা লিফটের ভিতর নেওয়া হলে দোলনকাল কত হবে?

A. $\sqrt{2} T$

B. $\frac{2}{\sqrt{3}} T$

C. $\frac{\sqrt{3}}{2} T$

D. None

[ছয়েট ১২-১৩]

Ans: C

ব্যাখ্যা: $\frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{g_1}{g_2}} = \sqrt{\frac{g}{g + \frac{g}{3}}} \Rightarrow \frac{T_2}{T} = \sqrt{\frac{g}{\frac{4}{3}g}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ বা. $T_2 = \frac{\sqrt{3}}{2} T$

ধরি দুইটি সরল দোলক A এবং B। যদি A এর দৈর্ঘ্য B এর দ্বিগুণ এবং B এর দোলনকাল 3s হয় তবে A এর দোলনকাল কত?

A. 5.24 s

B. 4.24 s

C. 4.55 s

D. 3.45 s

E. None

[কয়েট ১৩-১৪]

Ans: B

ব্যাখ্যা: $T_A = \sqrt{\frac{L_A}{L_B}} \times T_B = \sqrt{2} \times 3 = 4.24$ s

1 m কার্যকরী দৈর্ঘ্য বিশিষ্ট একটি সরল দোলকের ববের ভর 300g, দোলকটিকে সাম্যাবস্থা থেকে 60° কোণে নিয়ে গিয়ে ছেড়ে দেওয়া হলো। ববটির গতিশক্তি বের কর যখন এটি সাম্যাবস্থা দিয়ে অতিক্রম করে এবং যখন সুতা সাম্যাবস্থার সাথে 30° কোণ উৎপন্ন করে।

[কয়েট ১৫-১৬]

সমাধান: A অবস্থানে ববটি রগতিশক্তি শূন্য।

\therefore A অবস্থানে ববটির মোট শক্তি = বিভব শক্তি = mgh

$= 300 \times 10^{-3} \times 9.8 \times \frac{1}{2} = 1.47$ J

B অবস্থানে ববের বিভব শক্তি শূন্য।

\therefore B অবস্থানে মোট শক্তি = A অবস্থানে মোট শক্তি

\therefore গতিশক্তি = 1.47 J

এখন,

$h' = L - x'$

$= L - L \cos 30^\circ$

$= L (1 - \cos 30^\circ)$

$= 0.134$

\therefore C অবস্থানে বিভব শক্তি = $mgh' = 0.4$ J

\therefore C অবস্থানে গতিশক্তি $E_k = 1.47 - 0.4 = 1.07$ J

একটি সেকেন্ড দোলকের কার্যকরী দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

A. 1.5 m

B. 2 m

C. 1 m

D. 3 m

Ans: C

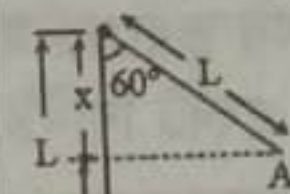
ব্যাখ্যা: $g = 4\pi^2 \frac{L}{T^2} \therefore L = \frac{9.8 \times 2^2}{4 \times 9.87} \approx 1$ m

এখানে,

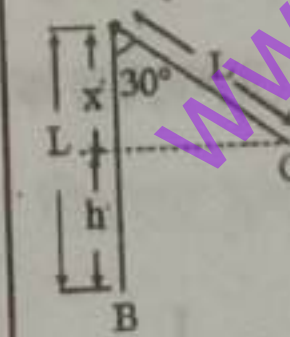
$x = L \cos 60^\circ$

$\therefore h = L - x = L (1 - \cos 60^\circ)$

$= 1 \left(1 - \frac{1}{2} \right) = \frac{1}{2}$



সাম্যাবস্থায়



[কয়েট ১১-১২]

- একটি স্থির লিফটের মধ্যে রাখা একটি সরল দোলকের দোলনকাল T । যদি দোলকটি উপরের দিকে $\frac{g}{4}$ ত্বরান্বিত হয়ে উঠে, তাহলে দোলকটির দোলনকাল কত হবে? [কয়েট ০৮-০৯]
- সমাধান: আমরা জানি,

$$\frac{T_1}{T} = \sqrt{\frac{g}{g_1}}$$

$$\text{বা, } T_1 = T \sqrt{\frac{g}{g + \frac{g}{4}}} \quad [\text{উর্ধ্বগামী বলে ত্বরণ বাড়বে}]$$

$$\therefore T_1 = \frac{2}{\sqrt{5}} T$$

- সরল দোলকের দৈর্ঘ্য ও দোলনকাল সংক্রান্ত কোন সমীকরণটি সঠিক নয়? [মেডিকেল ০৮-০৯]

A. $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$

B. $T_1 = \sqrt{\frac{L_1}{L_2}} \times T_2$

C. $T_2 = T_1 \times \sqrt{\frac{L_2}{L_1}}$

D. $L = \frac{gT^2}{4\pi^2}$

Ans : B

সমাধান: A, C, D সঠিক। B সঠিক নয়। কারণ

আমরা জানি, $\frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{L_1}{L_2}}$ বা $T_1 = \sqrt{\frac{L_1}{L_2}} \times T_2$

- নিম্নের কোনটি সরল ছন্দী স্পন্দনের বৈশিষ্ট্য? [মেডিকেল ১০-১১]

A. পর্যায়বৃত্ত গতি

B. কোন স্পন্দন গতি নাই

C. সরল রৈখিক গতি দেখা যায় না

D. যে কোন সময়ে ত্বরণের মান সাম্যাবস্থান থেকে সরণের মানের সমানুপাতিক নয়

Ans : A

সমাধান: সরল ছন্দী স্পন্দনের বৈশিষ্ট্য :

১. এটি একটি পর্যাবৃত্ত গতি

২. এটি স্পন্দন গতি

৩. এটি সরলরৈখিক গতি

৪. যে কোন সময় ত্বরণের মান সাম্যাবস্থান থেকে সরণের মানের সমানুপাতিক।

৫. ত্বরণ সর্বদা একটি নির্দিষ্ট বিন্দু অভিমুখী।

- একটি সরল দোলকের সুতার দৈর্ঘ্য ৪ গুণ বাড়লে দোলনকাল-

A. ৪ গুণ বাড়বে

B. দ্বিগুণ হবে

C. দুইগুণ কমবে

D. ৪ গুণ কমবে

[মেডিকেল ১৫-১৬]

Ans : B

- একটি সেকেন্ডে দোলকের কার্যকর দৈর্ঘ্য কত?

A. 0.993 m

B. 0.997 m

C. 0.799 m

D. 0.731 m

[ডেন্টাল ১৭-১৮]

Ans: A

সমাধান: $T^2 = 4\pi^2 \frac{L}{g}$ বা, $L = \frac{gT^2}{4\pi^2} = \frac{9.8 \times (2)^2}{4 \times (3.1416)^2}$

$\therefore L = 0.993 \text{ m}$

- দোলক ঘড়ির ক্ষেত্রে গ্রীষ্মকালের জন্য সঠিক কোনটি?

A. তারের দৈর্ঘ্য কমে যায়

B. ঘড়ি দ্রুত চলে

C. ঘড়ি ধীরে চলে

D. দোলন কাল অপরিবর্তিত থাকে

[ডেন্টাল ১৬-১৭]

Ans. C

সমাধান: গ্রীষ্মকালে তাপের কারণে তারের দৈর্ঘ্য বেড়ে যায়। যেহেতু $L \propto \sqrt{T}$, সুতরাং দৈর্ঘ্য বাড়লে দোলনকাল বাড়বে। তাই ঘড়ি ধীরে চলবে।

শাহজাহান তপন, আজিজ হাসান ও রানা চৌধুরী স্যারের
বইয়ের গাণিতিক সমস্যাবলির সমাধান

১। বাতাসে একটি সুর শলাকার সৃষ্ট শব্দ তরঙ্গের দৈর্ঘ্য 50 cm এবং অপর একটি সুর শলাকার সৃষ্ট শব্দ তরঙ্গের দৈর্ঘ্য 70 cm। প্রথম সুর শলাকার কম্পাঙ্ক 350 Hz হলে দ্বিতীয় সুর শলাকার কম্পাঙ্ক কত হবে?
সমাধান: আমরা জানি,

$$n_1 l_1 = n_2 l_2$$

$$\text{বা, } n_2 = \frac{n_1 l_1}{l_2}$$

$$= \frac{350 \text{ Hz} \times 50 \text{ cm}}{70 \text{ cm}}$$

$$\therefore n_2 = 250 \text{ Hz}$$

$$\therefore \text{দ্বিতীয় সুর শলাকার কম্পাঙ্ক } 250 \text{ Hz}$$

এখানে,
১ম সুর শলাকার তরঙ্গদৈর্ঘ্য, $l_1 = 50 \text{ cm}$
২য় সুর শলাকার তরঙ্গদৈর্ঘ্য, $l_2 = 70 \text{ cm}$
১ম সুর শলাকার কম্পাঙ্ক, $n_1 = 350 \text{ Hz}$
২য় সুর শলাকার কম্পাঙ্ক, $n_2 = ?$

২। একটি শব্দ তরঙ্গ বায়ুতে 3 মিনিটে 1020 মিটার দূরত্ব অতিক্রম করে; এই শব্দ তরঙ্গের দৈর্ঘ্য 50 cm হলে তরঙ্গের পর্যায়কাল কত?

সমাধান: আমরা জানি,

$$v = \frac{s}{t}$$

$$= \frac{1020 \text{ m}}{3 \times 60 \text{ s}} = 5.67 \text{ ms}^{-1}$$

আবার,

$$T = \frac{1}{n} = \frac{1}{\frac{v}{\lambda}} \quad [v = n\lambda]$$

$$= 1 \times \frac{\lambda}{v}$$

$$= \frac{0.50 \text{ m}}{5.67 \text{ ms}^{-1}} = 8.82 \times 10^{-2} \text{ s}$$

অতএব, তরঙ্গের পর্যায়কাল $8.82 \times 10^{-2} \text{ s}$

এখানে,
সময়, $t = 3 \text{ min} = 3 \times 60 \text{ s}$
দূরত্ব, $s = 1020 \text{ m}$
তরঙ্গ দৈর্ঘ্য, $\lambda = 50 \text{ cm} = 0.50 \text{ m}$
পর্যায়কাল, $T = ?$

৩। একটি সুর শলাকা A মাধ্যমে 10 cm এবং B মাধ্যমে 15 cm দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট তরঙ্গ সংকলন করে। A মাধ্যমে শব্দের বেগ 3 ms^{-1} হলে B মাধ্যমে শব্দ 5s -এ কত দূরত্ব অতিক্রম করবে?

সমাধান: ধরি, B মাধ্যমে শব্দ 5s -এ S দূরত্ব অতিক্রম করবে।

সুর শলাকার কম্পাঙ্ক,

$$n = \frac{v_A}{\lambda_A}$$

$$= \frac{3 \text{ ms}^{-1}}{10 \text{ cm}}$$

$$= \frac{3 \text{ ms}^{-1}}{0.1 \text{ m}}$$

$$= 30 \text{ s}^{-1}$$

$$n = 30 \text{ Hz}$$

এখানে,
A মাধ্যমে তরঙ্গ দৈর্ঘ্য $\lambda_A = 10 \text{ cm}$
B মাধ্যমে তরঙ্গ দৈর্ঘ্য $\lambda_B = 15 \text{ cm}$
A মাধ্যমে শব্দের বেগ, $v_A = 3 \text{ ms}^{-1}$
সময়, $T = 5 \text{ s}$
দূরত্ব, $S = ?$

∴ B মাধ্যমে শব্দের বেগ,

$$\begin{aligned} v_B &= n \lambda_B \\ &= 30 \text{ Hz} \times 15 \text{ cm} \\ &= 450 \text{ cm Hz} \\ &= 4.5 \text{ ms}^{-1} \end{aligned}$$

∴ অতিক্রান্ত দূরত্ব,

$$\begin{aligned} S &= v_B \times t \\ &= 4.5 \text{ ms}^{-1} \times 5 \text{ s} \\ &= 22.5 \text{ m} \end{aligned}$$

অতএব, B মাধ্যমে শব্দ 22.5 m দূরত্ব অতিক্রম করবে।

- 8। একটি সুর শলাকা দুটি মাধ্যমে যথাক্রমে 10cm এবং 15cm তরঙ্গদৈর্ঘ্যের তরঙ্গ সৃষ্টি করে। প্রথম মাধ্যমে সুর শলাকার সৃষ্ট শব্দ যদি 10 সেকেন্ডে 4000m অতিক্রম করে তবে দ্বিতীয় মাধ্যমে শব্দের বেগ কত? সমাধান: ধরি, শব্দ দ্বিতীয় মাধ্যমে S_2 দূরত্ব অতিক্রম করবে।

আমরা জানি,

$$S_1 = v_1 t$$

$$\begin{aligned} \text{বা, } v_1 &= \frac{S_1}{t} \\ &= \frac{4000 \text{ m}}{10 \text{ s}} \\ &= 400 \text{ ms}^{-1} \end{aligned}$$

সুর শলাকার কম্পাঙ্ক n হলে,

$$\begin{aligned} n &= \frac{v_1}{\lambda_1} \\ &= \frac{400 \text{ ms}^{-1}}{0.1 \text{ m}} \\ &= 4000 \text{ Hz} \end{aligned}$$

দ্বিতীয় মাধ্যমে শব্দের বেগ,

$$\begin{aligned} v_2 &= n \lambda_2 \\ &= 4000 \text{ Hz} \times 0.15 \text{ m} \\ &= 600 \text{ ms}^{-1} \end{aligned}$$

$$\therefore v_2 = 600 \text{ ms}^{-1}$$

অতএব, দ্বিতীয় মাধ্যমে শব্দের বেগ 600 ms^{-1}

এখানে,

$$\text{দূরত্ব, } S_1 = 4000 \text{ m}$$

$$\text{সময়, } t = 10 \text{ s}$$

$$\text{প্রথম মাধ্যমে শব্দের বেগ, } v_1 = ?$$

এখানে,

$$\text{বেগ, } v_1 = 400 \text{ ms}^{-1}$$

$$\text{তরঙ্গ দৈর্ঘ্য, } \lambda_1 = 10 \text{ cm} = 0.1 \text{ m}$$

$$\text{কম্পাঙ্ক, } n = ?$$

এখানে,

$$\text{তরঙ্গ দৈর্ঘ্য, } \lambda_2 = 15 \text{ cm} = 0.15 \text{ m}$$

$$\text{কম্পাঙ্ক, } n = 4000 \text{ Hz}$$

$$\text{বেগ, } v_2 = ?$$

- ৫। A মাধ্যমে শব্দের বেগ B মাধ্যমে শব্দের বেগের 5 গুণ বেশি। B মাধ্যমে একটি শব্দের তরঙ্গ দৈর্ঘ্য 10 cm হলে A মাধ্যমে উৎসের 100 বার কম্পনে শব্দ কতদূর যাবে?

সমাধান: ধরি, A ও B মাধ্যমে শব্দের বেগ যথাক্রমে v_A ও v_B এবং তরঙ্গ দৈর্ঘ্য λ_A ও λ_B ।

$$\therefore v_A = 5v_B$$

আমরা জানি,

$$\frac{v_A}{\lambda_A} = \frac{v_B}{\lambda_B}$$

$$\begin{aligned} \text{বা, } \lambda_A &= \frac{v_A}{\lambda_B} \lambda_B \\ &= \frac{5v_B}{v_B} \lambda_B \\ &= 5 \times \lambda_B \\ &= 5 \times 0.1 \text{ m} \end{aligned}$$

এখানে,

B এর মাধ্যমে শব্দের তরঙ্গ দৈর্ঘ্য,

$$\lambda_B = 10 \text{ cm} = 0.1 \text{ m}$$

$$\text{কম্পন সংখ্যা, } N = 100$$

$$\text{তরঙ্গ দৈর্ঘ্য, } \lambda_A = 0.5 \text{ m}$$

$$\text{অতিক্রান্ত দূরত্ব, } S = ?$$

$$\begin{aligned} \therefore \lambda_A &= 0.5 \text{ m} \\ \therefore \text{অতিক্রান্ত দূরত্ব,} \\ S &= N\lambda_A \\ &= 100 \times 0.5 \text{ m} \\ &= 50 \text{ m} \end{aligned}$$

অতএব, শব্দ A মাধ্যমে 50 m যাবে।

৬। P ও Q দুটি মাধ্যমে শব্দের বেগ যথাক্রমে 300 ms^{-1} এবং 350 ms^{-1} । মাধ্যমে দুটিতে শব্দের তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের পার্থক্য 0.1 m হলে সুর শলাকার 50 কম্পনে শব্দ Q মাধ্যমে কতদূর যাবে?

সমাধান: ধরি, P ও Q মাধ্যমে শব্দের তরঙ্গদৈর্ঘ্য যথাক্রমে λ_1 ও λ_2

আমরা জানি,

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}$$

$$\therefore \lambda_1 = \frac{v_1}{v_2} \lambda_2 = \frac{300}{350} \lambda_2$$

$$\therefore \lambda_1 = \frac{6}{7} \lambda_2$$

এখানে, $v_1 < v_2$ হওয়ায় $\lambda_1 < \lambda_2$

$$\therefore \lambda_2 - \lambda_1 = 0.1$$

$$\text{বা, } \lambda_2 - \frac{6}{7} \lambda_2 = 0.1$$

$$\text{বা, } \lambda_2 \left(1 - \frac{6}{7}\right) = 0.1$$

$$\text{বা, } \lambda_2 \left(\frac{7-6}{7}\right) = 0.1$$

$$\text{বা, } \lambda_2 = 0.1 \times 7$$

$$\therefore \lambda_2 = 0.7$$

সুতরাং অতিক্রান্ত দূরত্ব,

$$\begin{aligned} S &= N\lambda_2 \\ &= 50 \times 0.7 \text{ m} \\ &= 35 \text{ m} \end{aligned}$$

অতএব, Q মাধ্যমে শব্দ 35 m যাবে।

৭। কোনো মাধ্যমে 480 Hz এবং 320 Hz কম্পাঙ্কের দুটি শব্দের তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের পার্থক্য 2m হলে মাধ্যমে শব্দের বেগ কত হবে?

সমাধান: এখন,

$$\lambda_2 - \lambda_1 = 2\text{m}$$

$$\text{বা, } \frac{v}{n_2} - \frac{v}{n_1} = 2\text{m}$$

$$\text{বা, } v \left(\frac{1}{320\text{Hz}} - \frac{1}{480\text{Hz}} \right) = 2\text{m}$$

$$\text{বা, } v \left(\frac{3-2}{960} \right) \text{Hz}^{-1} = 2\text{m}$$

এখানে,

P মাধ্যমে শব্দের বেগ, $v_1 = 300 \text{ ms}^{-1}$

Q মাধ্যমে শব্দের বেগ, $v_2 = 350 \text{ ms}^{-1}$

এখানে,

কম্পন সংখ্যা, $N = 50$

তরঙ্গ দৈর্ঘ্য, $\lambda_2 = 0.7 \text{ m}$

অতিক্রান্ত দূরত্ব, $S = ?$

এখানে,

কম্পাঙ্ক, $n_1 = 480 \text{ Hz}$

কম্পাঙ্ক, $n_2 = 320 \text{ Hz}$

তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের পার্থক্য $\lambda_2 - \lambda_1 = 2\text{m}$

[এখানে $n_1 > n_2$ হওয়ায় $\lambda_1 > \lambda_2$]

শব্দের বেগ, $v = ?$

$$\text{বা, } v \left(\frac{1}{960} \right) \text{ Hz}^{-1} = 2\text{m}$$

$$\text{বা, } v = 2\text{m} \times 960 \text{ Hz}$$

$$\therefore v = 1920 \text{ ms}^{-1}$$

৮। কোনো মাধ্যমে 512 Hz ও 480 Hz কম্পাঙ্কের দুটি শব্দ তরঙ্গের তরঙ্গদৈর্ঘ্যের পার্থক্য 0.75 m। এই মাধ্যমে শব্দের বেগ নির্ণয় কর।

সমাধান: এখানে, $n_1 > n_2$ হওয়ায় $\lambda_1 < \lambda_2$

$$\therefore \text{তরঙ্গদৈর্ঘ্যের পার্থক্য, } \lambda_2 - \lambda_1 = 0.75 \text{ m}$$

$$\text{বা, } \frac{v}{n_2} - \frac{v}{n_1} = 0.75 \text{ m}$$

$$\text{বা, } v \left(\frac{1}{n_2} - \frac{1}{n_1} \right) = 0.75 \text{ m}$$

$$\text{বা, } v \left(\frac{1}{480\text{Hz}} - \frac{1}{512\text{Hz}} \right) = 0.75 \text{ m}$$

$$\text{বা, } v \left(\frac{16-15}{7680} \right) \text{ Hz}^{-1} = 0.75\text{m}$$

$$\text{বা, } v \left(\frac{1}{7680} \right) \text{ Hz}^{-1} = 0.75\text{m}$$

$$\text{বা, } v = 0.75 \text{ m} \times 7680 \text{ Hz}$$

$$\text{বা, } v = 5760 \text{ ms}^{-1}$$

এখানে,

কম্পাঙ্ক,

$$n_1 = 512 \text{ Hz}$$

$$n_2 = 480 \text{ Hz}$$

৯। 320 Hz কম্পাঙ্কের একটি সুর শলাকা হতে বাতাসে ও পানিতে উৎপন্ন তরঙ্গের তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের পার্থক্য 3.9 m। বায়ুতে শব্দের বেগ 345 ms^{-1} হলে পানিতে শব্দের বেগ কত?

সমাধান: ধরি, বায়ু ও পানিতে শব্দের বেগ যথাক্রমে v_1 ও v_2 এবং তরঙ্গ দৈর্ঘ্য যথাক্রমে λ_1 ও λ_2 ।

আমরা জানি,

$$\lambda_1 = \frac{v_1}{n} \text{ এবং } \lambda_2 = \frac{v_2}{n}$$

এখানে, $\lambda_2 > \lambda_1$ (কারণ পানিতে শব্দের তরঙ্গ দৈর্ঘ্য বায়ুতে শব্দের তরঙ্গদৈর্ঘ্যের চেয়ে বেশি)

$$\therefore \lambda_2 - \lambda_1 = \left(\frac{v_2}{n} - \frac{v_1}{n} \right)$$

$$\text{বা, } \lambda_2 - \lambda_1 = \frac{1}{n} (v_2 - v_1)$$

$$\text{বা, } v_2 = n(\lambda_2 - \lambda_1) + v_1 = 320 \text{ Hz} \times 3.9 \text{ m} + 345 \text{ ms}^{-1}$$

$$\therefore v_2 = 1593 \text{ ms}^{-1}$$

অতএব, পানিতে শব্দের বেগ 1593 ms^{-1} ।

এখানে,

কম্পাঙ্ক, $n = 320 \text{ Hz}$

তরঙ্গদৈর্ঘ্যের পার্থক্য,

$$\lambda_2 - \lambda_1 = 3.9 \text{ m}$$

বায়ুতে শব্দের বেগ,

$$v_1 = 315 \text{ ms}^{-1}$$

পানিতে শব্দের বেগ, $v_2 = ?$

১০। 320 Hz কম্পাঙ্কের একটি সুর শলাকা হতে বাতাসে ও পানিতে উৎপন্ন তরঙ্গের তরঙ্গদৈর্ঘ্যের পার্থক্য 4m। বায়ুতে শব্দের বেগ 345 ms^{-1} হলে পানিতে শব্দের বেগ কত?

সমাধান: ধরি, বায়ু ও পানিতে শব্দের বেগ যথাক্রমে v_1 ও v_2 এবং তরঙ্গ দৈর্ঘ্য যথাক্রমে λ_1 ও λ_2 ।

আমরা জানি,

$$\lambda_1 = \frac{v_1}{n} \text{ এবং } \lambda_2 = \frac{v_2}{n}$$

এখানে, $v_1 < v_2$ হওয়ায় $\lambda_1 < \lambda_2$

$$\therefore \lambda_2 - \lambda_1 = \frac{v_2}{n} - \frac{v_1}{n}$$

$$\text{বা, } 4 = \frac{1}{n} (v_2 - v_1)$$

$$\text{বা, } 4n = v_2 - v_1$$

$$\text{বা, } v_2 = 4n + v_1$$

$$= 4 \times 320 + 345$$

$$\therefore v_2 = 1625 \text{ ms}^{-1}$$

অতএব, পানিতে শব্দের বেগ 1625 ms^{-1}

এখানে,

কম্পাঙ্ক, $n = 320 \text{ Hz}$

বায়ুতে শব্দের বেগ, $v_1 = 345 \text{ ms}^{-1}$

তরঙ্গদৈর্ঘ্যের পার্থক্য, $\lambda_2 - \lambda_1 = 4 \text{ m}$

পানিতে শব্দের বেগ, $v_2 = ?$

১১। 300 Hz কম্পাঙ্কের একটি শব্দ তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের পার্থক্য 4.16 m । বায়ুতে শব্দের বেগ 352 ms^{-1} হলে, পানিতে শব্দের বেগ নির্ণয় কর।

সমাধান: ধরি, বায়ু ও পানিতে শব্দের বেগ যথাক্রমে v_1 ও v_2 এবং তরঙ্গ দৈর্ঘ্য যথাক্রমে λ_1 ও λ_2 ।
আমরা জানি,

$$\lambda_1 = \frac{v_1}{n} \text{ এবং } \lambda_2 = \frac{v_2}{n}$$

এখানে, $\lambda_2 > \lambda_1$ [কারণ পানিতে শব্দের দ্রুতি বেশি]

$$\therefore \lambda_2 - \lambda_1 = \frac{v_2}{n} - \frac{v_1}{n}$$

$$\text{বা, } \lambda_2 - \lambda_1 = \frac{1}{n} (v_2 - v_1)$$

$$\text{বা, } v_2 = n (\lambda_2 - \lambda_1) + v_1$$

$$= 300 \text{ Hz} \times 4.16 \text{ m} + 352 \text{ ms}^{-1}$$

$$= (1248 + 352) \text{ ms}^{-1}$$

$$\therefore v_2 = 1600 \text{ ms}^{-1}$$

অতএব, পানিতে শব্দের বেগ 1600 ms^{-1}

এখানে,

কম্পাঙ্ক, $n = 300 \text{ Hz}$

বায়ুতে শব্দের বেগ, $v_1 = 352 \text{ ms}^{-1}$

তরঙ্গদৈর্ঘ্যের পার্থক্য, $\lambda_2 - \lambda_1 = 4.16 \text{ m}$

পানিতে শব্দের বেগ, $v_2 = ?$

১২। দুটি সুর শলাকার কম্পাঙ্কের পার্থক্য 118 Hz । বাতাসে শলাকা দুটি যে তরঙ্গ উৎপন্ন করে, তাদের একটির দুটি পূর্ণ তরঙ্গ দৈর্ঘ্য অপরটির তিনটি পূর্ণ তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের সমান। শলাকাদ্বয়ের কম্পাঙ্ক নির্ণয় কর।

সমাধান: ধরি, তরঙ্গ দৈর্ঘ্য λ_1 ও λ_2 এবং কম্পাঙ্ক n_1 ও n_2

এখানে,

$$2\lambda_1 = 3\lambda_2$$

$$\text{বা, } \lambda_1 = \frac{3}{2}\lambda_2$$

$$n_2 - n_1 = 118 \text{ Hz} \quad [\because \lambda_1 > \lambda_2 \text{ হওয়ায়, } n_1 < n_2]$$

$$n_1 = ?$$

$$n_2 = ?$$

এখন, $n_2 - n_1 = 118$ সমীকরণ থেকে পাই,

$$\frac{v}{\lambda_2} - \frac{v}{\lambda_1} = 118$$

$$\text{বা, } v \left(\frac{1}{\lambda_2} - \frac{1}{\lambda_1} \right) = 118$$

$$\text{বা, } v \left(\frac{1}{\lambda_2} - \frac{1}{\frac{3}{2}\lambda_2} \right) = 118 \quad [\because \lambda_1 = \frac{3}{2} \lambda_2]$$

$$\text{বা, } \left(\frac{3-2}{3\lambda_2} \right) = \frac{118}{v}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{3\lambda_2} = \frac{118}{332}$$

$$\text{বা, } 3\lambda_2 = \frac{332}{118}$$

$$\text{বা, } \lambda_2 = \frac{332\text{m}}{118 \times 3} = 0.9378$$

$$\therefore \lambda_2 = 0.9378 \text{ m} \quad [\text{এখানে, ধনাত্মক চিহ্ন ধর্তব্য}]$$

$$\text{এবং } \lambda_1 = \frac{3}{2} \lambda_2 = \frac{3}{2} \times 0.9378 \text{ m} = 1.4067 \text{ m}$$

$$\therefore n_1 = \frac{v}{\lambda_1} = \frac{332 \text{ ms}^{-1}}{1.4067 \text{ m}} = 354 \text{ Hz}$$

$$\text{এবং } n_2 = \frac{v}{\lambda_2} = \frac{332 \text{ ms}^{-1}}{0.9378 \text{ m}} = 236 \text{ Hz}$$

- ১৩। একটি সুর শলাকা যে সময়ে 200 বার কম্পন দেয় সে সময়ে এটি দ্বারা সৃষ্ট শব্দ তরঙ্গ বাতাসে 140m দূরত্ব অতিক্রম করে। সুর শলাকার কম্পাঙ্ক 500 Hz হলে বায়ুতে শব্দের বেগ কত?

সমাধান: আমরা জানি,

$$\lambda = \frac{S}{N} = \frac{140}{200} \text{ m} = \frac{7}{10} \text{ m}$$

আবার,

$$v = n\lambda = 500 \text{ Hz} \times \frac{7}{10} \text{ m} = 350 \text{ ms}^{-1}$$

অতএব, বায়ুতে শব্দের বেগ 350 ms⁻¹

এখানে,

কম্পন সংখ্যা, N = 200 বার

দূরত্ব, S = 140 m

সুর শলাকার কম্পাঙ্ক, n = 500 Hz

বায়ুতে শব্দের বেগ, v = ?

- ১৪। কোনো এক সীমাবদ্ধ মাধ্যমে সৃষ্ট স্থির তরঙ্গের কম্পন 512 Hz। তরঙ্গের পরপর দুটি নিম্পন্দ বিন্দুর দূরত্ব 0.50m। মাধ্যমে তরঙ্গ বেগ নির্ণয় কর।

সমাধান: ধরি, তরঙ্গদৈর্ঘ্য = λ

তাহলে, পরপর দুটি নিম্পন্দ বিন্দুর দূরত্ব,

$$\frac{\lambda}{2} = 0.50 \text{ m}$$

$$\text{বা, } \lambda = 2 \times 0.50 \text{ m}$$

$$\therefore \lambda = 1.00 \text{ m}$$

আমরা জানি,

$$V = n\lambda$$

$$= 512 \text{ Hz} \times 1.00 \text{ m}$$

$$= 512 \text{ ms}^{-1}$$

অতএব, মাধ্যমে তরঙ্গ বেগ 512 ms⁻¹

এখানে,

কম্পাঙ্ক, n = 512 Hz

তরঙ্গদৈর্ঘ্য, $\lambda = 1.00 \text{ m}$

তরঙ্গ বেগ, v = ?

১৫। একটি অগ্রগামী তরঙ্গের সমীকরণ, $y = 5 \sin (200 \pi t - 1.57x)$ এখানে সবকয়টি রাশি এসআই এককে প্রদত্ত। তরঙ্গটির বিস্তার, কম্পাঙ্ক, বেগ ও পর্যায়কাল নির্ণয় কর।

সমাধান: দেয়া আছে,

$$y = 5 \sin (200 \pi t - 1.57x)$$

আমরা জানি, অগ্রগামী তরঙ্গের সমীকরণ,

$$y = A \sin \left(\frac{2\pi}{\lambda} vt - \frac{2\pi}{\lambda} x \right)$$

এখানে, বিস্তার, $A = 5\text{m}$

$$\frac{2\pi}{\lambda} v = 200 \pi \dots\dots\dots (i)$$

$$\text{এবং } \frac{2\pi}{\lambda} = 1.57 \dots\dots\dots (ii)$$

(ii) নং হতে পাই,

$$\lambda = \frac{2\pi}{1.57} = 4 \text{ m}$$

(i) নং সমীকরণ হতে পাই,

$$\frac{2\pi}{\lambda} v = 200 \pi$$

$$\text{বা, } v = 400 \text{ ms}^{-1}$$

আমরা জানি,

$$v = n\lambda$$

$$\text{বা, } n = \frac{v}{\lambda} = \frac{400}{4} = 100 \text{ Hz}$$

পর্যায়কাল,

$$T = \frac{1}{n} = \frac{1}{100} = 0.01 \text{ s}$$

∴ বিস্তার 5m, কম্পাঙ্ক 100 Hz, বেগ 400 ms^{-1} ও পর্যায়কাল 0.01s।

১৬। $y = 10 \sin (240\pi t - 0.16\pi x)$, এখানে সবকটি রাশি S. I এককে প্রদত্ত। তরঙ্গটির বিস্তার, কম্পাঙ্ক, পর্যায়কাল ও শব্দের বেগ নির্ণয় কর।

সমাধান: আমরা জানি,

$$y = A \sin \frac{2\pi}{\lambda} (vt - x) \dots\dots\dots (1)$$

প্রদত্ত সমীকরণ,

$$y = 10 \sin (240 \pi t - 0.16 \pi x)$$

$$= 10 \sin 0.16\pi \left(\frac{240\pi t}{0.16\pi x} - x \right)$$

$$= 10 \sin \frac{2\pi}{12.5} (1500t - x)$$

(১) নং সমীকরণের সাথে তুলনা করে পাই,

বিস্তার, $A = 10 \text{ m}$

তরঙ্গদৈর্ঘ্য, $\lambda = 12.5 \text{ m}$

তরঙ্গের বেগ, $V = 1500 \text{ ms}^{-1}$

আমরা জানি, কম্পাঙ্ক,

$$n = \frac{v}{\lambda} = \frac{1500 \text{ ms}^{-1}}{12.5 \text{ m}} = 120 \text{ Hz}$$

পর্যায়কাল,

$$T = \frac{1}{n} = \frac{1}{120 \text{ Hz}} = 0.0083 \text{ s}$$

∴ তরঙ্গের বিস্তার 10m, কম্পাঙ্ক 120 Hz, পর্যায়কাল 0.0083 s এবং তরঙ্গবেগ 1500 ms⁻¹।

- ১৭। একটি তারের মধ্যদিয়ে অগ্রগামী আড় তরঙ্গের সমীকরণ হচ্ছে, $y = 90 \sin \pi (20t - 0.1x)$, এখানে y এবং x মিটার এবং t সেকেন্ডে প্রকাশিত। তরঙ্গটির (i) বিস্তার, (ii) তরঙ্গদৈর্ঘ্য, (iii) কম্পাঙ্ক ও (iv) তরঙ্গবেগ নির্ণয় কর।

সমাধান: আমরা জানি,

$$y = A \sin \frac{2\pi}{\lambda} (vt - x) \dots\dots\dots (1)$$

প্রদত্ত সমীকরণ,

$$y = 90 \sin \pi (20t - 0.1x)$$

$$= 90 \sin 0.1\pi \left(\frac{20t}{0.1} - x \right)$$

$$= 90 \sin \frac{2\pi}{20} (200t - x)$$

(১) নং সমীকরণের সাথে তুলনা করে পাই,

বিস্তার, $A = 90 \text{ m}$,

তরঙ্গদৈর্ঘ্য, $\lambda = 20 \text{ m}$,

তরঙ্গের বেগ, $V = 200 \text{ ms}^{-1}$

আমরা জানি, কম্পাঙ্ক,

$$n = \frac{v}{\lambda} = \frac{200 \text{ ms}^{-1}}{20 \text{ m}}$$

$$= 10 \text{ Hz}$$

∴ তরঙ্গের বিস্তার 90 m, কম্পাঙ্ক 10 Hz, তরঙ্গদৈর্ঘ্য 20 m এবং তরঙ্গবেগ 200 ms⁻¹

- ১৮। কোনো কক্ষের তীব্রতা $1 \times 10^{-7} \text{ Wm}^{-2}$ । শব্দের তীব্রতা দ্বিগুণ হলে নতুন তীব্রতা লেভেল নির্ণয় কর।

সমাধান: আমরা জানি,

প্রমাণ তীব্রতা, $I_0 = 10^{-12} \text{ Wm}^{-2}$

কক্ষের তীব্রতা, $I = 2 \times 1 \times 10^{-7} \text{ Wm}^{-2}$

তীব্রতা লেভেল,

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} \text{ dB}$$

$$= 10 \log \frac{2 \times 1 \times 10^{-7}}{10^{-12}} \text{ dB}$$

$$= 10 \log (2 \times 10^5) \text{ dB}$$

$$= 53 \text{ dB}$$

নির্ণেয় শব্দের তীব্রতা লেভেল 53 dB

- ১৯। কোনো শ্রেণিকক্ষে শব্দের তীব্রতা 10^{-7} Wm^{-2} । শব্দের তীব্রতা তিনগুণ হলে নতুন তীব্রতা লেভেল কত হবে?
 সমাধান: আমরা জানি,
 প্রমাণ তীব্রতা, $I_0 = 10^{-12} \text{ Wm}^{-2}$
 শ্রেণিকক্ষে শব্দের তীব্রতা তিনগুণ হলে, $I = 3 \times 10^{-7} \text{ Wm}^{-2}$
 তীব্রতা লেভেল,

$$\begin{aligned}\beta &= 10 \log \frac{I}{I_0} \text{ dB} \\ &= 10 \log \frac{3 \times 10^{-7}}{10^{-12}} \text{ dB} \\ &= 10 \log (3 \times 10^5) \text{ dB} \\ &= 54.77 \text{ dB}\end{aligned}$$

নির্ণয় শব্দের তীব্রতা লেভেল 54.77 dB।

- ২০। কোন শ্রেণিকক্ষের শব্দের তীব্রতা 10^{-8} Wm^{-2} । শব্দের তীব্রতা লেভেল ডেসিবেলে নির্ণয় কর। শব্দের তীব্রতা দ্বিগুণ হলে নতুন তীব্রতা লেভেল কত হবে?
 সমাধান: আমরা জানি,

$$\begin{aligned}\beta &= 10 \log \frac{I}{I_0} \text{ dB} \\ &= 10 \log \frac{10^{-8}}{10^{-12}} \text{ dB} \\ &= 10 \log 10^4 \text{ dB} \\ &= 40 \text{ dB}\end{aligned}$$

শব্দের তীব্রতা দ্বিগুণ হলে অথবা $2I$ হলে $= 2 \times 10^{-8}$

$$\begin{aligned}\beta &= 10 \log \frac{2 \times 10^{-8}}{10^{-12}} \text{ dB} \\ &= 43.01 \text{ dB}\end{aligned}$$

অতএব শব্দের নতুন তীব্রতা লেভেল 43.01 dB

এখানে,
 প্রমাণ তীব্রতা, $I = 10^{-12} \text{ Wm}^{-2}$
 পাঠকক্ষের তীব্রতা, $I = 10^{-8} \text{ Wm}^{-2}$
 তীব্রতা লেভেল, $\beta = ?$

- ২১। একটি সঙ্গীতানুষ্ঠানের অ্যামপ্লিফায়ার থেকে 1 W ক্ষমতার শব্দ উৎপন্ন হলে ঐ শব্দের তীব্রতা লেভেল কত?
 সমাধান: আমরা জানি,

$$\begin{aligned}\beta &= 10 \log \frac{P}{P_0} \\ &= 10 \log \frac{1 \text{ W}}{10^{-12} \text{ W}} \text{ dB} \\ &= 10 \times 12 \text{ dB} = 120 \text{ dB}\end{aligned}$$

এখানে,
 অ্যামপ্লিফায়ারের ক্ষমতা, $P = 1 \text{ W}$
 জানা আছে, $P_0 = 10^{-12} \text{ W}$
 শব্দের তীব্রতা লেভেল, $\beta = ?$

- ২২। কোনো শব্দের তীব্রতা প্রমাণ তীব্রতার 100 গুণ হলে ঐ শব্দের তীব্রতার লেভেল কত ডেসিবেল?

সমাধান: ধরি, প্রমাণ তীব্রতা $= I_0$

\therefore উৎপন্ন শব্দের তীব্রতা, $I = 100 I_0$

\therefore তীব্রতা লেভেল, $\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} \text{ dB}$

$$= 10 \log \frac{100 I_0}{I_0} \text{ dB}$$

$$= 10 \log 100 \text{ dB}$$

$$= 10 \log 10^2 \text{ dB} = 20 \text{ dB}$$

- ২৩। দুটি সুরেলী কাঁটা একত্রে শব্দায়িত করলে 3 সেকেন্ডে 15 টি বীট উৎপন্ন হয়। একটি সুরেলী কাঁটার কম্পাঙ্ক প্রতি সেকেন্ডে 252 Hz হলে, অপরটির কম্পাঙ্ক কত?

সমাধান: আমরা জানি,

$$N = n_1 - n_2$$

সুতরাং,

$$N = n_1 - n_2 \text{ অথবা, } N = n_2 - n_1$$

$$N = n_1 - n_2 \text{ হলে,}$$

$$n_2 = n_1 - N = 252 \text{ Hz} - 5 \text{ Hz} = 247 \text{ Hz}$$

$$N = n_2 - n_1 \text{ হলে,}$$

$$n_2 = N + n_1 = 5 \text{ Hz} + 252 \text{ Hz} = 257 \text{ Hz}$$

$$\therefore 257 \text{ Hz বা, } 247 \text{ Hz}$$

এখানে,

$$\text{বীটের হার, } N = \frac{15}{3} \text{ Hz} = 5 \text{ Hz}$$

$$\text{একটির কম্পাঙ্ক, } n_1 = 252 \text{ Hz}$$

$$\text{অপরটির কম্পাঙ্ক, } n_2 = ?$$

- ২৪। A ও B দুটি সুরশলাকাকে একত্রে শব্দায়িত করলে প্রতি সেকেন্ডে 5 টি বীট উৎপন্ন হয়। A এর বাহুতে মোম লাগালে বীটের সংখ্যা 4টি হয়। B এর কম্পাঙ্ক 380 Hz হলে A এর কম্পাঙ্ক নির্ণয় কর।

সমাধান: ধরি, A ও B সুর শলাকার কম্পাঙ্ক যথাক্রমে n_1 ও n_2

যেহেতু A-এর বাহুতে মোম লাগালে বীটের সংখ্যা কমে সেহেতু A-এর কম্পাঙ্ক B এর কম্পাঙ্কের চেয়ে বেশি।

$$\therefore n_1 - n_2 = N$$

$$\text{বা, } n_1 = n_2 + N$$

$$= 380 + 5$$

$$= 385 \text{ Hz}$$

নির্ণেয় কম্পাঙ্ক 385 Hz

এখানে,

$$\text{B-এর কম্পাঙ্ক, } n_2 = 380 \text{ Hz}$$

$$\text{বীটের হার, } N = 5$$

$$\text{A-এর কম্পাঙ্ক } n_1 = ?$$

- ২৫। দুটি সুর শলাকা A ও B একত্রে কম্পিত হলে প্রতি সেকেন্ডে 4 টি বীট উৎপন্ন হয়। কিন্তু A তে খানিকটা মোম লাগালে বীট কমে যায়। B এর কম্পাঙ্ক 256 Hz হলে, A এর কম্পাঙ্ক কত?

সমাধান: যেহেতু দ্বিতীয় সুর শলাকার ভর যুক্ত করলে বীট কমে যায় সেহেতু $n_2 > n_1$

$$\therefore n_2 = n_1 + N$$

$$= 256 + 4$$

$$= 260 \text{ Hz}$$

নির্ণেয় কম্পাঙ্ক 260 Hz

এখানে,

$$\text{বীট, } N = 4$$

$$\text{কম্পাঙ্ক } n_1 = 256 \text{ Hz}$$

$$n_2 = ?$$

- ২৬। A ও B দুটি সুর শলাকাকে একসাথে বাজালে প্রতি সেকেন্ডে 5 টি বীট শোনা যায়। A এর ভর কমালে বীট কমে যায়। B এর কম্পাঙ্ক 430 Hz হলে A এর কম্পাঙ্ক নির্ণয় কর।

সমাধান: মনে করি,

A ও B এর কম্পাঙ্ক যথাক্রমে n_A ও n_B

যেহেতু A-এর ভর কমালে বীট কমে যায় সেহেতু $n_A < n_B$

$$\therefore n_A = n_B - N = 430 - 5 = 425 \text{ Hz}$$

অতএব, A এর কম্পাঙ্ক 425 Hz।

এখানে,

$$\text{বীট, } N = 5$$

$$\text{কম্পাঙ্ক } n_B = 430 \text{ Hz}$$

$$n_A = ?$$

- ২৭। A ও B দুটি সুর শলাকা একত্রে শব্দায়িত করলে 3 সেকেন্ডে 15 টি বীট উৎপন্ন হয়। A এর বাহুতে ভর লাগালে বীট বাড়ে। A এর কম্পাঙ্ক 300 Hz হলে B এর কম্পাঙ্ক নির্ণয় কর।

সমাধান: ধরি, A ও B এর কম্পাঙ্ক যথাক্রমে n_A ও n_B

যেহেতু A-এর বাহুতে ভর কমালে বীট বাড়ে সেহেতু $n_A < n_B$

$$\therefore n_B = n_A + N = 300 + 5 = 305 \text{ Hz}$$

নির্ণেয় কম্পাঙ্ক 305 Hz

এখানে, $n_A = 300 \text{ Hz}$

$$\text{বীট, } N = \frac{15}{3} = 5$$

$$n_B = ?$$

- ২৮। কোনো মাধ্যমে A ও B দুটি সুর শলাকা একত্রে শব্দায়িত করলে প্রতি সেকেন্ডে 7 টি বিট উৎপন্ন হয়। A এর ভর কমালে বিট কমে। A এর কম্পাঙ্ক 450 Hz হলে B এর কম্পাঙ্ক কত?

সমাধান: মনে করি,

A ও B এর কম্পাঙ্ক যথাক্রমে n_A ও n_B

যেহেতু A-এর ভর কমালে বিট কমে সেহেতু $n_A < n_B$

$$\begin{aligned} \therefore n_B &= n_A + N \\ &= 450 + 7 \\ &= 457 \text{ Hz} \end{aligned}$$

নির্ণেয় কম্পাঙ্ক 457 Hz

$$\begin{aligned} \text{এখানে,} \\ \text{বিট, } N &= 7 \\ n_A &= 450 \text{ Hz} \\ n_B &= ? \end{aligned}$$

- ২৯। A ও B দুটি সুরেলী কাঁটা এক সাথে ধ্বনিত হলে প্রতি সেকেন্ডে 5 টি বিট উৎপন্ন করে। A কে একটু ঘষা হলো। এতে বিটের সংখ্যা বৃদ্ধি পেল। B এর কম্পাঙ্ক 510 Hz হলে ঘষার পূর্বে A এর কম্পাঙ্ক কত ছিল।

সমাধান: ধরি, A ও B দুটি সুরেলী কাঁটার কম্পাঙ্ক যথাক্রমে n_A ও n_B

যেহেতু A-এর ওজন কমালে বিট সংখ্যা বৃদ্ধি পায় সেহেতু $n_A > n_B$

ঘষার পূর্বে,

$$\begin{aligned} \therefore n_A &= n_B + N \\ &= 510 + 5 \\ &= 515 \text{ Hz} \end{aligned}$$

ঘষার পরে,

$$\begin{aligned} n_A &= n_B - N \\ &= 510 - 5 \\ &= 505 \text{ Hz} \end{aligned}$$

\therefore ঘষার পূর্বে ও পরে A-এর কম্পাঙ্ক যথাক্রমে 515 Hz ও 505 Hz।

$$\begin{aligned} \text{এখানে,} \\ \text{বিট, } N &= 5 \\ n_B &= 510 \text{ Hz} \\ n_A &= ? \end{aligned}$$

- ৩০। A ও B দুটি সুরেলী কাঁটা এক সাথে ধ্বনিত হলে প্রতি সেকেন্ডে 5 টি বিট উৎপন্ন করে। A কে একটু ঘষা হলে বিট সংখ্যা বৃদ্ধি পায়। B এর কম্পাঙ্ক 515 Hz হলে ঘষার পূর্বে A এর কম্পাঙ্ক কত ছিল।

সমাধান: ধরি,

A ও B সুর শলাকার কম্পাঙ্ক যথাক্রমে n_A ও n_B

যেহেতু A কে ঘষা হলে বিট সংখ্যা বৃদ্ধি পায় সেহেতু $n_A > n_B$

$$\begin{aligned} \therefore n_A &= n_B + N \\ &= 515 + 5 \\ &= 520 \text{ Hz} \end{aligned}$$

অতএব, A -এর কম্পাঙ্ক 520 Hz ছিল।

$$\begin{aligned} \text{এখানে,} \\ N &= 5 \\ n_A &= ? \\ n_B &= 515 \text{ Hz?} \end{aligned}$$

- ৩১। A সুর শলাকার কম্পাঙ্ক 288 Hz। A ও B সুরশলাকাদ্বয়কে একই সাথে বাজালে প্রতি সেকেন্ডে 4 টি বিট শোনা যায়। A কে কিছু ঘষে A এবং B কে পুনরায় একই সাথে বাজালে প্রতি সেকেন্ডে 5 টি বিট শোনা যায়। B সুরশলাকার কম্পাঙ্ক নির্ণয় কর।

সমাধান: ধরি,

A ও B এর কম্পাঙ্ক যথাক্রমে n_A ও n_B

যেহেতু A-এর ভর কমালে বিট সংখ্যা বাড়ে সেহেতু $n_A > n_B$

$$\begin{aligned} \therefore n_B &= n_A - N \\ &= 288 - 4 \\ &= 284 \text{ Hz} \end{aligned}$$

নির্ণেয় কম্পাঙ্ক 284 Hz।

$$\begin{aligned} \text{এখানে,} \\ \text{বিট, } N &= 4 \\ n_A &= 288 \text{ Hz} \\ n_B &= ? \end{aligned}$$

- ৩২। A ও B দুটি সুরেলী কাঁটা একত্রে ধ্বনিত করলে প্রতি সেকেন্ডে 5 টি বিট উৎপন্ন হয়। A কে একটু ঘষে পুনরায় ধ্বনিত করলে একই সংখ্যক বিট উৎপন্ন হয়। B এর কম্পাঙ্ক 510 Hz। ঘষার পূর্বে ও পরে A এর কম্পাঙ্ক নির্ণয় কর এবং ঘটনাটি ব্যাখ্যা কর।

সমাধান: ধরি,

A ও B দুটি সুরেলী কাঁটার কম্পাঙ্ক যথাক্রমে n_A ও n_B

যেহেতু A-এর ওজন কমালে বিট সংখ্যা অপরিবর্তিত থাকে সেহেতু $n_A < n_B$

ঘষার পূর্বে,

$$\begin{aligned} \therefore n_A &= n_B - N \\ &= 510 - 5 \\ &= 505 \text{ Hz} \end{aligned}$$

ঘষার পরে,

$$\begin{aligned} n_A &= n_B + N \\ &= 510 + 5 \\ &= 515 \text{ Hz} \end{aligned}$$

\therefore ঘষার পূর্বে ও পরে A-এর কম্পাঙ্ক যথাক্রমে 505 Hz ও 515 Hz।

এখানে,

$$\text{বিট, } N = 5$$

$$n_B = 510 \text{ Hz}$$

$$n_A = ?$$

- ৩৩। দুটি সুর শলাকা A ও B একই সময়ে শব্দায়িত হওয়ায় প্রতি সেকেন্ডে 5 টি বিট উৎপন্ন করে। A এর বাহুতে এক খন্ড তার জড়ালে আবার তারা প্রতি সেকেন্ডে 5 টি বিট সৃষ্টি করে। B এর কম্পাঙ্ক 320 Hz হলে A এর কম্পাঙ্ক কত?

সমাধান: ধরি, A ও B এর কম্পাঙ্ক যথাক্রমে n_A ও n_B

যেহেতু A-এর ভর বাড়ালে বিট সংখ্যা অপরিবর্তিত থাকে সেহেতু $n_A > n_B$

$$\begin{aligned} \therefore n_A &= n_B + N \\ &= 320 + 5 \\ &= 325 \text{ Hz} \end{aligned}$$

অতএব, A-এর কম্পাঙ্ক 325 Hz

এখানে,

$$\text{বিট, } N = 5$$

$$n_A = ?$$

$$n_B = 320 \text{ Hz}$$

- ৩৪। কোনো গ্যাসে 0.50 m ও 0.505 m তরঙ্গদৈর্ঘ্যবিশিষ্ট দুটি তরঙ্গ প্রতি সেকেন্ডে 6 টি বিট উৎপন্ন করলে শব্দের বেগ নির্ণয় কর।

সমাধান: ধরি, শব্দের বেগ v

আমরা জানি,

$$n_1 = \frac{v}{\lambda_1} \text{ এবং } n_2 = \frac{v}{\lambda_2}$$

$$\text{বা, } n_1 - n_2 = v \left(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2} \right)$$

$$\text{বা, } N = v \left(\frac{\lambda_2 - \lambda_1}{\lambda_1 \lambda_2} \right)$$

$$\begin{aligned} \text{বা, } v &= \frac{N \lambda_1 \lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} \\ &= \frac{6 \times 0.50 \times 0.505}{0.505 - 0.50} \text{ ms}^{-1} \end{aligned}$$

$$\therefore v = 303 \text{ ms}^{-1}$$

$$\therefore \text{শব্দের বেগ } 303 \text{ ms}^{-1}$$

এখানে,

$$\text{বিট, } N = 6$$

$$\lambda_1 = 0.50 \text{ m}$$

$$\lambda_2 = 0.505 \text{ m}$$

$$v = ?$$

৩৫। A ও B দুটি সুরশলাকা কোনো গ্যাসীয় মাধ্যমে 2 m এবং 2.02 m তরঙ্গদৈর্ঘ্যের শব্দ উৎপন্ন করে। A ও B একত্রে শব্দায়িত করলে 12 সেকেন্ডে 40টি বিট উৎপন্ন করে। B এর কম্পাঙ্ক 333 Hz। A-এর বাহুতে গ্যাসে শব্দের বেগ নির্ণয় কর।

(ক) উদ্দীপকের A সুরশলাকার কম্পাঙ্ক ভর বৃদ্ধির আগে না পরে B এর কম্পাঙ্কের চেয়ে বেশি ছিল?
(খ) গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর।

সমাধান:

(ক) তরঙ্গ দৈর্ঘ্য বাড়লে একই মাধ্যমের জন্য কম্পাঙ্ক কমে যায়।
ধরি, মাধ্যমে শব্দের বেগ = v

A সুরশলাকার তরঙ্গদৈর্ঘ্য, $\lambda_A = 2m$ [$n_A > n_B$]
এবং B সুরশলাকার তরঙ্গদৈর্ঘ্য, $\lambda_B = 2.02$ [$m \cdot n_B = 333 \text{ Hz}$]

$\therefore v = n_B \lambda_B = 333 \times 2.01 = 672.66 \text{ ms}^{-1}$

(খ) প্রতি সেকেন্ডে বিটের সংখ্যা, $N = \frac{40}{12} = \frac{10}{3}$ টি

আমরা জানি, ভর বাড়ালে বিটের সংখ্যা কমে 1 বিটের সংখ্যা অপরিবর্তিত থাকার অর্থ ভর বৃদ্ধি পাওয়ার সাথে সাথে বিটের সংখ্যা কমেতে কমেতে B এর সাথে মিলে যায় পরে আরো কমেতে থাকে ফলে বিটের সংখ্যা আবারও বাড়তে থাকে এবং এক পর্যায়ে তা পূর্বের সংখ্যার সমান হয়।

এখানে,

$N = n_B - n_A$

বা, $n_A = 333 - \frac{10}{3}$

$= \frac{989}{3}$

$= 329.67 \text{ Hz}$

ভর বৃদ্ধির আগে A এর কম্পাঙ্ক B এর কম্পাঙ্ক হতে বেশি ছিল কারণ,

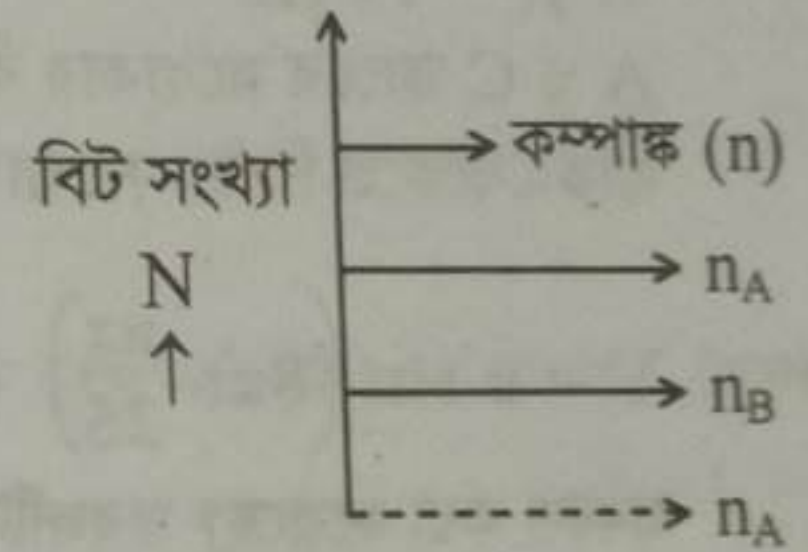
$v = n_A \lambda_A = n_B \lambda_B$

বা, $\frac{n_A}{n_B} = \frac{\lambda_B}{\lambda_A} = \frac{2.02}{2} = 1.01 > 1$

ফলে, $n_A > n_B$, $n_A = 333 + \frac{10}{3} = 336.33 \text{ Hz}$

পরে কমে গেছে একই পরিমাণ (যত পরিমাণ বৃদ্ধিপ্রাপ্ত ছিল) চিত্র দ্রষ্টব্য।

$n_A = 329.67 \text{ Hz}$



৩৬। একটি গিটারের তিনটি সদৃশ এবং সমদৈর্ঘ্যের তার A, B, C-কে যথাক্রমে 100 N, 200 N ও 250 মানের বল দ্বারা টানা আছে। A তারটি 50 Hz কম্পাঙ্কের শব্দ উৎপন্ন করে। রিপন অবাক হয়ে লক্ষ্য করল B ও C একত্রে কম্পিত করলে বীট শোনা যাচ্ছে কিন্তু A ও B তারকে একত্রে কম্পিত করলে বীট শোনা যাচ্ছে না।

(ক) B তারের কম্পাঙ্ক নির্ণয় কর।
(খ) A ও C তারকে একত্রে কম্পিত করলে বীট শোনা যায় না কেন - গাণিতিকভাবে ব্যাখ্যা কর। [য.বো '১৫]

সমাধান:

(ক) আমরা জানি,

কম্পাঙ্ক, $f \propto \sqrt{T}$ যেখানে T তারের টান।

অর্থাৎ টান বৃদ্ধি পেলে কম্পাঙ্ক বৃদ্ধি পায়।

A তারের জন্য, $f_A \propto \sqrt{T_A}$

B তারের জন্য, $f_B \propto \sqrt{T_B}$

তাহলে,

$$\text{বা, } \frac{f_A}{f_B} = \sqrt{\frac{T_A}{T_B}}$$

$$\text{বা, } \frac{50}{f_B} = \sqrt{\frac{100}{200}}$$

$$\text{বা, } f_B = 50\sqrt{2} \\ = 70.7 \text{ Hz}$$

\therefore B তারের কম্পাংক 70.7 Hz

(খ) প্রতি সেকেন্ডে বীটের সংখ্যা 10 বা তার কম হলে শোনা যাবে অন্যথায় শোনা যাবে না।

গাণিতিকভাবে, C এর কম্পাংক f_C হলে,

$$\frac{f_C}{f_B} = \sqrt{\frac{T_C}{T_B}}$$

$$\text{বা, } \frac{f_C}{50\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{250}{200}}$$

$$\therefore f_C = 79 \text{ Hz}$$

A ও C তারের মধ্যকার বীট সংখ্যা, $N = f_C - f_A = 79 - 50 = 29 \text{ Hz} > 10 \text{ Hz}$

প্রতি সেকেন্ডে বিটের সংখ্যা 10 বা তার কম হলে শব্দ শোনা যাবে কিন্তু 10 এর বেশি হলে তা শোনা যাবে না।

৩৭। $Y = 6 \sin \left(8\pi t - \frac{\pi x}{25} \right)$ একটি চলমান তরঙ্গের সমীকরণ নির্দেশ করে; যেখানে x ও y কে সেন্টিমিটারে

প্রকাশ করা হয়েছে? তরঙ্গটি 0.09 kg m^{-3} ঘনত্বের মাধ্যমের মধ্য দিয়ে সঞ্চালিত হচ্ছে।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাওঃ

(ক) উদ্দীপকে বর্ণিত তরঙ্গের কম্পাংক নির্ণয় কর।

(খ) তরঙ্গটি শ্রাব্য কি-না-তীব্রতা লেভেল নির্ণয়ের মাধ্যমে প্রমাণ কর। [চ.বো '১৫]

সমাধান:

(ক) প্রদত্ত চলমান তরঙ্গের সমীকরণ,

$$y = 6 \sin \left(8\pi t - \frac{\pi x}{25} \right) \text{ cm}$$

তরঙ্গটিকে $y = A \sin (\omega t - \delta)$ এর সাথে তুলনা করে পাই,

যেখানে,

$$\omega = 2\pi n, \delta = \frac{2\pi}{\lambda} x$$

$$\omega = 8\pi$$

$$\text{বা, } 2\pi n = 8\pi$$

$$\text{বা, } n = \frac{8\pi}{2\pi}$$

$$= 4 \text{ Hz}$$

\therefore কম্পাংক 4 Hz

(খ) আমরা জানি,
শব্দের তীব্রতা,

$$I = 2\pi^2 \rho v a^2 f^2$$

$$= 2 \times 0.09 \times 2 \times 0.06^2 \times 4^2$$

$$= 0.2 \text{ Wm}^{-2}$$

তীব্রতা লেভেল,

$$\beta = 10 \log \left(\frac{I}{I_0} \right)$$

$$= 10 \log \left(\frac{0.2}{10^{-12}} \right)$$

$$= 113 \text{ dB}$$

আমরা জানি, তীব্রতা লেভেল 110 dB অপেক্ষা বেশি হলে কাণে বেদনা দানকারী সূচন শব্দ শোনা যাবে। ফলে এই শব্দ শ্রাব্য কিন্তু ক্ষতিকর।

এখানে,

$$\text{ঘনত্ব, } \rho = 0.09 \text{ kgm}^{-3}$$

$$\frac{2\pi}{\lambda} x = \frac{\pi}{25} x \text{ বা, } \lambda = 50 \text{ cm} = 0.5 \text{ m}$$

$$\text{শব্দের বেগ, } v = n\lambda = 4 \times 0.5 = 2 \text{ ms}^{-1}$$

$$\text{বিস্তার, } a = 6 \text{ cm} = 0.06 \text{ m}$$

$$f = n = 4 \text{ Hz}$$

এখানে,

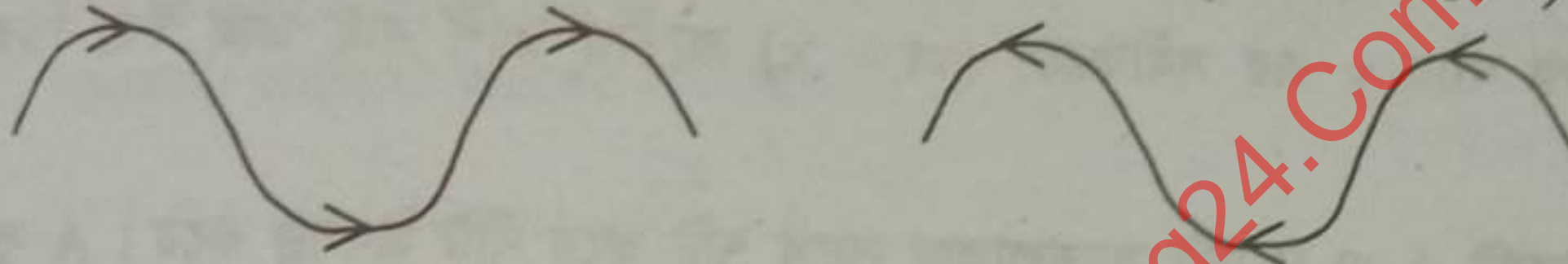
$$I = 0.2 \text{ Wm}^{-2}$$

$$I_0 = 10^{-12} \text{ Wm}^{-2}$$

৩৮।

$$y_1 = 0.1 \sin \left(200\pi t - \frac{20\pi}{17} x \right)$$

$$y_2 = 0.1 \sin \left(200\pi t + \frac{20\pi}{17} x \right)$$



উদ্দীপকে X ও Y মিটারে এবং সময় t সেকেন্ডে ধরে নিম্নলিখিত প্রশ্নের উত্তর দাওঃ

(ক) প্রথম তরঙ্গটির তরঙ্গবেগ নির্ণয় কর।

(খ) উদ্দীপকে তরঙ্গদ্বয়ের মধ্যে উপরিপাতনের ফলে কোন ধরনের তরঙ্গ সৃষ্টি হবে গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে তোমার মতামতের ব্যাখ্যা কর। [দি.বো '১৫]

সমাধান: প্রদত্ত তরঙ্গ দুটি,

$$y_1 = 0.1 \sin \left(200 \pi t - \frac{20\pi}{17} x \right)$$

$$\text{এবং } y_2 = 0.1 \sin \left(200 \pi t + \frac{20\pi}{17} x \right)$$

(ক) প্রথম তরঙ্গের জন্য,

$$\frac{20\pi}{17} x = \frac{2\pi}{\lambda} x$$

$$\text{বা, } \lambda = \frac{34}{20} = \frac{17}{10} = 1.7 \text{ m}$$

$$\text{এবং } \omega = 200\pi$$

$$\text{বা, } 2\pi n = 200\pi$$

$$\text{বা, } n = 100 \text{ Hz}$$

তরঙ্গবেগ,

$$N = n\lambda$$

$$= 100 \times 1.7$$

$$= 170 \text{ ms}^{-1}$$

উত্তর: 170 ms⁻¹

- (খ) ধরি, লব্ধি তরঙ্গের সরণ = y
 তাহলে, $\bar{y} = \bar{y}_1 + \bar{y}_2$ [হাইগেনস এর নীতি অনুযায়ী]
 যেহেতু তরঙ্গ দুটি বিপরীতমুখী,

$$\begin{aligned} y &= y_1 - y_2 \\ &= 0.1 \sin \left(200 \pi t - \frac{20\pi}{17} x \right) - 0.1 \sin \left(200 \pi t + \frac{20\pi}{17} x \right) \\ &= 0.1 \left\{ \sin \left(200 \pi t - \frac{20\pi}{17} x \right) - \sin \left(200 \pi t + \frac{20\pi}{17} x \right) \right\} \\ &= 0.1 \times 2 \sin \left(\frac{200\pi t - \frac{20\pi}{17} x + 200\pi t + \frac{20\pi}{17} x}{2} \right) \cdot \cos \left(\frac{200\pi t - \frac{20\pi}{17} x - 200\pi t - \frac{20\pi}{17} x}{2} \right) \\ &= 0.2 \sin (200\pi t) \cos \left(\frac{-20\pi}{17} x \right) \\ &= 0.2 \cos \left(\frac{20\pi}{17} x \right) \cdot \sin (200\pi t) \end{aligned}$$

যেহেতু অগ্রগামী তরঙ্গের ন্যায় y এর সমীকরণে $(vt - x)$ জাতীয় রাশি নাই তাই ইহা স্থির তরঙ্গের সমীকরণ।

- ৩৯। বায়ু মাধ্যমে C সুরশলাকাটি A ও B দুটি সুরশলাকার সাথে 5টি করে বীট উৎপন্ন করে। A সুরশলাকার কম্পাঙ্ক 385Hz। B সুরশলাকা হতে বায়ু মাধ্যমে নির্গত তরঙ্গের সমীকরণ হলো-

$$y = 0.9 \sin 10 \pi \left(\frac{30t}{0.4} - \frac{x}{4.8} \right)$$

- (ক) B সুরশলাকা হতে নির্গত তরঙ্গদৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।
 (খ) C সুরশলাকার কম্পাঙ্ক কিভাবে নিশ্চিত হওয়া যায় তা গাণিতিক যুক্তিসহ ব্যাখ্যা কর। [ঢা.বো '১৭]

সমাধান:

- (ক) B সুরশলাকার হতে নির্গত তরঙ্গের সমীকরণ :

$$\begin{aligned} y &= 0.9 \sin 10\pi \left(\frac{30t}{0.4} - \frac{x}{4.8} \right) \\ &= 0.9 \sin \left(\frac{300\pi}{0.4} t - \frac{10\pi}{4.8} x \right) \end{aligned}$$

আমরা জানি,

$$\frac{2\pi}{\lambda} = \frac{10\pi}{4.8}$$

$$\text{বা, } \lambda = 0.96 \text{ m}$$

$$\text{উত্তর: } 0.96 \text{ m}$$

- (খ) B সুরশলাকার কম্পাঙ্ক n_B হলে,

$$2\pi n_B = \frac{300\pi}{0.4}$$

$$\text{বা, } n_B = 375 \text{ Hz}$$

C, A ও B এর সাথে সমান পরিমাণ বীট তৈরি করলে C সুরশলাকার কম্পাঙ্ক A ও B সুরশলাকায়ের কম্পাঙ্কের ঠিক মধ্যবর্তী হবে।

যেহেতু বিটের সংখ্যা 5 ফলে,

A হতে B এর কম্পাংক সংখ্যা 5 কম হবে এবং C হতে B এর কম্পাংক সংখ্যাও 5 কম হবে। ফলে A এর কম্পাংক - C এর কম্পাংক = C এর কম্পাংক - B এর কম্পাংক বা, C এর কম্পাংকের দ্বিগুণ = A এবং B এর কম্পাংক। যদি C এর কম্পাংক n_C , A এর কম্পাংক n_A হয় তবে,

$$2n_C = n_A + n_B$$

$$\text{বা, } n_C = \frac{n_A + n_B}{2}$$

$$= \frac{385 + 375}{2}$$

$$= 380 \text{ Hz}$$

∴ C এর কম্পাংক 380 Hz

80। একটি অগ্রগামী তরঙ্গের সমীকরণ নিম্নরূপ যা পরবর্তীতে স্থির তরঙ্গ সৃষ্টি করে।

$$Y = 0.5 \sin \left(800\pi t - \frac{2\pi}{0.5}x \right)$$

(ক) অগ্রগামী তরঙ্গটির তরঙ্গবেগ নির্ণয় কর।

(খ) উদ্দীপকে যে স্থিরতরঙ্গটি সৃষ্টি হবে তার কম্পাঙ্ক এবং মূল তরঙ্গটির কম্পাঙ্কের তুলনামূলক বিশ্লেষণ গাণিতিকভাবে ব্যাখ্যা কর। [কি.বো '১৭]

সমাধান: অগ্রগামী তরঙ্গের সমীকরণ:

$$Y = 0.5 \sin \left(800 \pi t - \frac{2\pi}{0.5} x \right)$$

(ক) এখানে,

$$\frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{0.5} \quad [∵ \lambda = 0.5 \text{ একক}]$$

$$\text{বা, } 2\pi n = 800 \pi$$

$$\text{বা, } n = 400 \text{ Hz}$$

∴ বেগ,

$$\begin{aligned} v &= n\lambda \\ &= 400 \times 0.5 \\ &= 200 \text{ একক} \end{aligned}$$

(খ) অপর তরঙ্গটি,

$$Y^1 = 0.5 \sin \left(800 \pi t + \frac{2\pi}{0.5} x \right)$$

Y_1 লব্ধি তরঙ্গ হলে,

$$Y_1 = Y + Y^1$$

[∵ উভয় তরঙ্গ একই দিকে গতিশীল]

$$= 0.5 \sin \left(800 \pi t - \frac{2\pi}{0.5} x \right) + 0.5 \sin \left(800 \pi t + \frac{2\pi}{0.5} x \right)$$

$$= 0.5 \times 2 \sin 800 \pi t \cos \frac{2\pi}{0.5} x$$

$$= 1 \sin 800 \pi t \cdot \cos \frac{2\pi}{0.5} x$$

লব্ধি তরঙ্গের কম্পাংক n_1 হলে,

$$2\pi n_1 = 800 \pi$$

$$\text{বা, } n_1 = 400 \text{ Hz}$$

যা মূল তরঙ্গের কম্পাংকের সমান।

৪১। $y = 0.5 \sin 2\pi (50t - 0.75x)$ একটি অগ্রগামী তরঙ্গের সমীকরণ।

(ক) তরঙ্গটি 6s. এ কত দূরত্ব অতিক্রম করে?

(খ) যদি এরূপ আর একটি তরঙ্গ বিপরীত দিক হতে পরস্পরের উপর আপতিত হয় তবে সৃষ্ট তরঙ্গটি কিরূপ হবে? গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে মতামত দাও। [রা.বো '১৭]

সমাধান:

(ক) প্রদত্ত অগ্রগামী তরঙ্গের সমীকরণ,

$$y = 0.5 \sin 2\pi (50t - 0.75x)$$

$$= 0.5 \sin (100\pi t - 1.5\pi x)$$

এখানে,

$$\frac{2\pi}{\lambda} = 1.5\pi$$

$$\text{বা, } \lambda = 1.33 \text{ একক}$$

$$\text{এবং } 2\pi n = 100\pi$$

$$\text{বা, } n = 50 \text{ Hz}$$

∴ বেগ,

$$v = n\lambda$$

$$= 50 \times 1.33$$

$$= 66.5 \text{ একক}$$

6s এ অতিক্রান্ত দূরত্ব,

$$x = vt$$

$$= 66.5 \times 6$$

$$= 399 \text{ একক}$$

(খ) ধরি, তরঙ্গ দুটি,

$$y_1 = 0.5 \sin (100\pi t - 1.5\pi x)$$

$$\text{এবং } y_2 = 0.5 \sin (100\pi t + 1.5\pi x)$$

এবং লব্ধি তরঙ্গটি, y ,

তাহলে,

$$y = y_1 - y_2$$

$$= 0.5 \sin (100\pi t - 1.5\pi x) - 0.5 \sin (100\pi t + 1.5\pi x)$$

$$= 0.5 \times 2 \sin 100\pi t \cdot \cos (-1.5\pi x)$$

$$= \cos (1.5\pi x) \cdot \sin 100\pi t$$

$$= A \sin (100\pi t) \text{ যা একটি স্থির তরঙ্গ। কারণ এখানে } (vt - x) \text{ জাতীয় রাশি নাই।}$$

$$\text{লব্ধি তরঙ্গের বিস্তার, } A = \cos (1.5\pi x)$$

৪২। একটি সনোমিটারে সদৃশ ও সমদৈর্ঘ্যের তিনটি তার A, B ও C-এ যথাক্রমে 200, 225 ও 250 N বল ঝুলিয়ে টানটান করা হল। A তারটিকে শব্দায়িত করায় 100Hz কম্পাঙ্কের শব্দ উৎপন্ন হল। দুটি করে তার একসাথে শব্দায়িত করলে বিট উৎপন্ন হয় কিনা পরীক্ষা করা হল।

(ক) উদ্দীপকের দ্বিতীয় তারটির কম্পাঙ্ক নির্ণয় কর।

(খ) বিট উৎপন্নের পরীক্ষার ফলাফল গাণিতিক বিশ্লেষণপূর্বক আলোচনা কর।

সমাধান: আমরা জানি,

কম্পাঙ্ক, $n \propto \sqrt{T}$ যেখানে, T হলো তারের টান

ধরি, A, B, C তার তিনটির কম্পাঙ্ক যথাক্রমে n_A, n_B ও n_C এদের টান যথাক্রমে T_A, T_B ও T_C

[চ.বো '১৭]

(ক) টান যথাক্রমে T_A , T_B ও T_C

$$\frac{n_A}{n_B} = \sqrt{\frac{T_A}{T_B}}$$

$$\text{বা, } \frac{100}{n_B} = \sqrt{\frac{200}{225}}$$

$$\text{বা, } n_B = 106 \text{ Hz}$$

উত্তর: 106 Hz

এখানে,

$$n_A = 100 \text{ Hz}$$

$$T_A = 200 \text{ N}$$

$$T_B = 225 \text{ N}$$

$$(খ) \frac{n_C}{n_A} = \sqrt{\frac{T_C}{T_A}}$$

$$\text{বা, } n_C = 100 \sqrt{\frac{250}{200}}$$

$$= 111.8 \text{ Hz}$$

$$\approx 112 \text{ Hz}$$

এখানে,

$$n_A = 100 \text{ Hz}$$

$$T_1 = 250 \text{ N}$$

$$T_A = 200 \text{ N}$$

A ও B তারদ্বয়ের ফলে সৃষ্ট বীট সংখ্যা, $N_1 = 106 - 100 = 6 \text{ Hz}$

B ও C তারদ্বয়ের ফলে সৃষ্ট বীট সংখ্যা, $N_2 = 112 - 106 = 6 \text{ Hz}$

A ও C তারদ্বয়ের ফলে সৃষ্ট বীট সংখ্যা, $N_3 = 112 - 100 = 12 \text{ Hz} > 10 \text{ Hz}$

সুতরাং A ও C তাদের বীট সংখ্যা 10 Hz অপেক্ষা বেশি ফলে তা শোনা যাবে না।

৪৩। 16 m দীর্ঘ টানা তারে আড়া কম্পন সৃষ্টি করতে পর্যাপ্ত বল প্রয়োগ করা হলে সৃষ্ট অগ্রগামী তরঙ্গের সমীকরণ

হবে $y = 2 \sin \pi \left(30t - \frac{x}{4} \right)$; সকল রাশি SI এককে প্রকাশিত।

(ক) টানা তারে যে স্থির তরঙ্গ সৃষ্টি হবে এর কম্পাঙ্ক নির্ণয় কর।

(খ) উদ্দীপকে বর্ণিত তারটিতে আন্দোলনের ফলে জোড় সংখ্যক লুপ সৃষ্টি হবে কি-না? গাণিতিক বিশ্লেষণপূর্বক মতামত দাও।

[ব.বো '১৭]

সমাধান:

(ক) টানা তারে যে স্থির তরঙ্গের সৃষ্টি হবে তা

$$Y = y_1 + y_2$$

এখানে,

$$y_1 = 2 \sin \pi \left(30t - \frac{x}{4} \right)$$

$$y_2 = 2 \sin \pi \left(30t + \frac{x}{4} \right)$$

$$y = 2 \sin \pi \left(30t - \frac{x}{4} \right) + 2 \sin \pi \left(30t + \frac{x}{4} \right)$$

$$= 2 \times 2 \sin (30 \pi t) \cdot \cos \left(-\frac{\pi x}{4} \right)$$

$$= 4 \cos \left(\frac{\pi x}{4} \right) \cdot \sin (30 \pi t)$$

$$= A \sin (30 \pi t)$$

আমরা জানি,

$$2\pi n = \omega = 30\pi$$

$$\therefore n = 15 \text{ Hz}$$

উত্তর: 15 Hz

(খ) আমরা জানি,

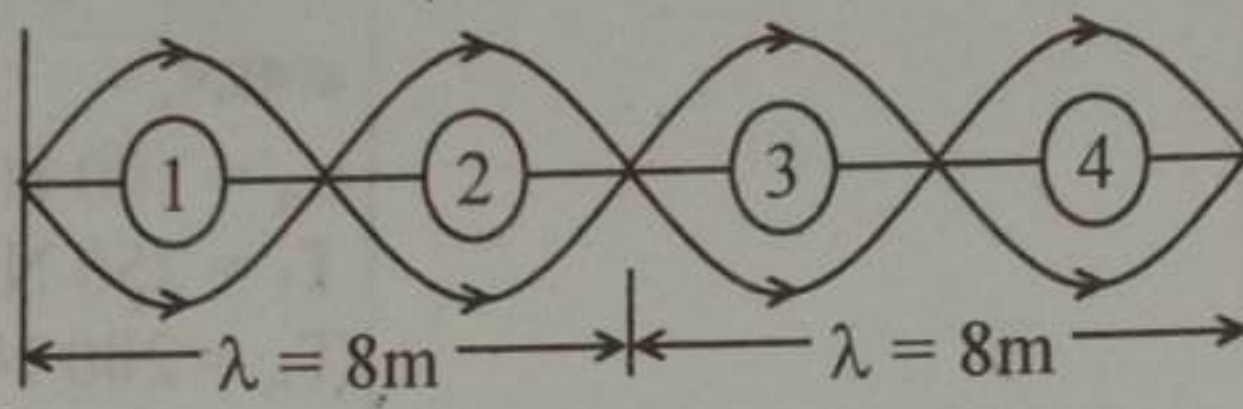
$$\frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\pi}{4}$$

$$\text{বা, } \lambda = 8\text{m}$$

λ দৈর্ঘ্যে দুটি লুপ সৃষ্টি হয়

অর্থাৎ 8m দৈর্ঘ্যে সৃষ্টি হয় দুটি লুপ

\therefore 16m দৈর্ঘ্যে সৃষ্টি হবে $2 \times 2 = 4$ টি লুপ।



হ্যাঁ জোড় সংখ্যক লুপ সৃষ্টি হবে।

88। পদার্থবিজ্ঞানের শিক্ষার্থী লিয়ানা দুটি সুরশলাকা নিয়ে দেখল যে, একটির গায়ে 312Hz লেখা আছে। সে শলাকা দুটি একত্রে শব্দায়িত করে প্রতি সেকেন্ডে 6টি বীট শুনতে পেল। এবার সে অজানা সুরশলাকার গায়ে তার পৌঁচিয়ে একইভাবে শব্দায়িত করে প্রতি সেকেন্ডে একই সংখ্যক বীট শুনতে পেল। এখানে জানা সুরশলাকা থেকে সৃষ্ট শব্দের বেগ 340ms^{-1} ।

(ক) কতটি পূর্ণ কম্পন সম্পন্ন করে জানা কম্পাঙ্কের সুরশলাকার সৃষ্ট শব্দ 130m দূরত্ব অতিক্রম করবে?

(খ) লিয়ানা ভর বাড়ানোর পূর্বে ও পরে নির্ণীত অজানা কম্পাঙ্কের মধ্যে কোনো পার্থক্য পেয়েছিল কিনা গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে মতামত দাও। [সি.বো '১৭]

সমাধান:

(ক) ধরি, দুটি সুরশলাকা A ও B. যাদের কম্পাঙ্ক ও তরঙ্গ দৈর্ঘ্য যথাক্রমে n_A ও n_B এবং λ_A ও λ_B

n_A জানা কম্পাঙ্ক n_B অজানা।

আমরা জানি,

$$V_A = n_A \lambda_A$$

$$\text{বা, } \lambda_A = \frac{340}{312}$$

$$= 1.09 \text{ m}$$

1.09 m যেতে পূর্ণ কম্পন সম্পন্ন হয় 1টি

\therefore 1 যেতে পূর্ণ কম্পন সম্পন্ন হয় $\frac{1}{1.09}$ টি

\therefore 130 যেতে পূর্ণ কম্পন সম্পন্ন হয় $\frac{130}{1.09}$ টি
= 119 টি

উত্তর: 119টি

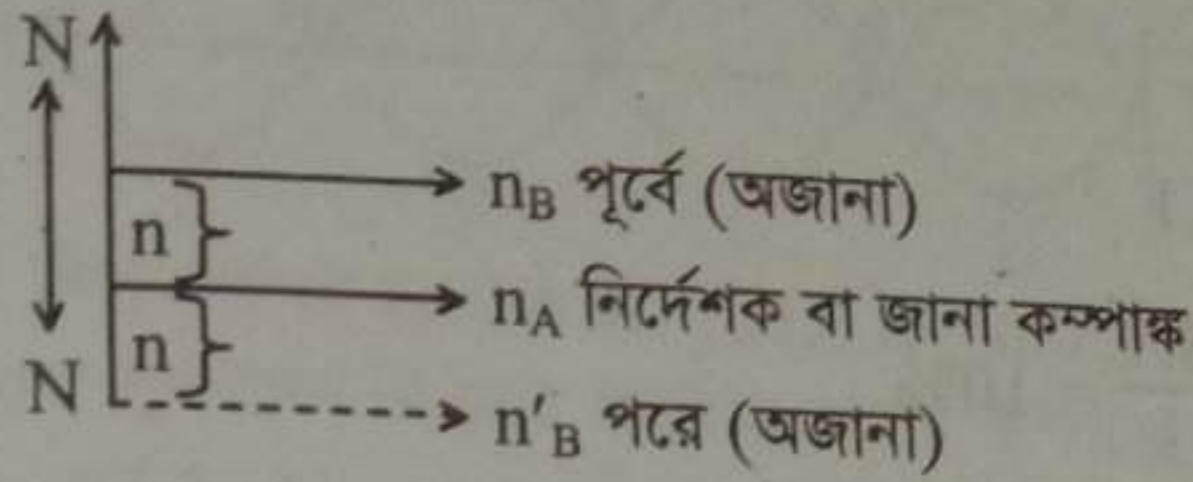
(খ) আমরা জানি, ভরবৃদ্ধি পেলে কম্পাঙ্ক কমে ফলে, বীটের সংখ্যাও কমে যায় যদি অজানা কম্পাঙ্ক জানা কম্পাঙ্ক হতে বেশি থাকে।

এখন অজানা কম্পাঙ্কের সুরশলাকার বাহুতে ভরবৃদ্ধি করা হলো এবং বিটের সংখ্যা একই পাওয়া গেল এর কারণ ভর বৃদ্ধির ফলে অজানা কম্পাঙ্ক জানা কম্পাঙ্ক হতে কমতে থাকে এবং বীটের সংখ্যাও কমতে থাকে।

[বীট $N = \text{অজানা কম্পাঙ্ক} - \text{জানা কম্পাঙ্ক}$]

এবং এক পর্যায়ে অজানা কম্পাঙ্ক জানা কম্পাঙ্কের সমান হয় ফলে $N = 0$ বা বীট শূন্য হয়ে যায় পরবর্তীতে অজানা কম্পাঙ্ক জানা কম্পাঙ্ক হতে আরো কমতে থাকে।

এক্ষেত্রে বীট, $N' =$ জানা কম্পাংক - অজানা কম্পাংক এবং এক পপর্যায়ে $N' = N$ হয়। অর্থাৎ কম্পাংকের পার্থক্য একই হয়।
ব্যাপারটাকে চিত্রিত করি:



∴ কম্পাংকের পার্থক্য:

ভর বাড়ানোর পূর্বে n_B হলে,

$$n_B = N + n_A = 6 + 312 = 318 \text{ Hz}$$

ভর বাড়ানোর পর কম্পাংক n'_B হলে,

$$n'_B = n_A - N = 312 - 6 = 306 \text{ Hz}$$

$$\text{কম্পাংকের পার্থক্য} = 318 - 306 = 12 \text{ Hz}$$

লিয়ানো কম্পাংকের পার্থক্য 12 Hz পেয়েছিল।

৪৫। রেকর্ডিং কাজে ব্যবহৃত একটি গ্রামোফোন রেকর্ড প্রতি মিনিটে 10 টি ঘূর্ণন সম্পন্ন করে। এতে 2টি ট্র্যাক -
এর ব্যাসার্ধ যথাক্রমে 6 cm এবং 8 cm।

(ক) গ্রামোফোন -এর ট্র্যাক দুটির রৈখিক দ্রুতি নির্ণয় কর।

(খ) যদি গ্রামোফোন রেকর্ডটি 10% বেশি কৌণিক দ্রুতিতে ঘুরে তবে শব্দের তীব্রতার কোনো পরিবর্তন হবে কী?
বিশ্লেষণ কর। [ব.বো '১৭]

সমাধান:

(ক) আমরা জানি,

$$v = \omega r$$

$$= 2\pi \frac{N}{t} r$$

১ম ট্র্যাকের জন্য,

$$v_1 = \frac{2\pi N_1 r_1}{t}$$

$$= \frac{2\pi \times 10 \times 10.06}{60}$$

$$= 0.063 \text{ ms}^{-1}$$

২য় ট্র্যাকের জন্য,

$$v_2 = \frac{2\pi N_2 r_2}{t}$$

$$= \frac{2\pi \times 10 \times 0.08}{60}$$

$$= 0.084 \text{ ms}^{-1}$$

(খ) আমরা জানি, তীব্রতা,

$$I = 2\pi^2 a^2 n^2 \rho v$$

$$= 2\pi^2 a^2 n^2 \rho \cdot \omega r$$

$$= 2\pi^2 a^2 n^2 \rho r \cdot \omega$$

প্রাথমিক অবস্থায় কৌণিক দ্রুতি ω_0 এবং তীব্রতা I_0

শেষ অবস্থায় কৌণিক দ্রুতি ω_f এবং তীব্রতা I_f

এখানে,

$$N_1 = 10, t = 1 \text{ min} = 60 \text{ s}$$

$$r_1 = 6 \text{ cm} = 0.6 \text{ m}$$

রৈখিক বেগ, $v_1 = ?$

এখানে,

$$N_2 = 10$$

$$t = 60 \text{ s}$$

$$r_2 = 8 \text{ cm} = 0.08 \text{ m}$$

$v_2 = ?$

প্রশ্নমতে,

$$\omega_f = \omega_0 + 10\% \omega_0$$

$$= 1.1 \omega_0$$

$$\text{বা, } \frac{1_f}{I_0} = \frac{\omega_f}{\omega_0} = \frac{1.1 \omega_0}{\omega_0} = 1.1$$

$$\text{বা, } \frac{1_f - I_0}{I_0} = \frac{1.1 - 1}{1} = \frac{0.1}{1} = 10\%$$

তীব্রতার পরিবর্তন মূল তীব্রতার 10% হবে।

৪৬। A ও B দুটি সুর শলাকা একটি গ্যাসে 50cm ও 51cm তরঙ্গদৈর্ঘ্যের শব্দ উৎপন্ন করে। শলাকা দুটিকে একত্রে শব্দায়িত করলে প্রতি সেকেন্ডে 6টি বিট শোনা যায়। A-এর কম্পাঙ্ক 500Hz।

(ক) গ্যাসটিতে শব্দের বেগ কত হবে হিসাব কর।

(খ) B শলাকটিকে একটু ঘষে পুনরায় শব্দায়িত করলে বিট সংখ্যার কোনো পরিবর্তন হয় না- ঘটনাটি ব্যাখ্যা কর। [দি.বো '১৭]

সমাধান: ধরি,

$$\lambda_A = 50 \text{ cm} = 0.5 \text{ m}$$

$$\lambda_B = 51 \text{ cm} = 0.51 \text{ m}$$

$$\lambda_B > \lambda_A \text{ ফলে, } n_A > n_B$$

$$\therefore N = n_A - n_B$$

$$\text{বা, } n_B = n_A - N = 500 - 6 = 494 \text{ Hz}$$

(ক) বেগ,

$$v = n\lambda$$

$$= n_A \lambda_A$$

$$= 500 \times .5$$

$$= 250 \text{ ms}^{-1}$$

(খ) আমরা জানি ঘষলে কম্পাঙ্ক বেড়ে যায়। এমনভাবে বেড়ে যায় যে A এর কম্পাঙ্ককে অতিক্রম করে এমন এক কম্পাঙ্ক পৌঁছে যেন বিট সংখ্যা সমান থাকে, পরবর্তী কম্পাঙ্ক n_B^1 হলে,

$$N = n_B^1 - n_A$$

$$\text{বা, } n_B^1 = 6 + 500 = 506 \text{ Hz}$$

$$\text{উত্তর: } 2\text{ms}^{-1}$$

৪৭। দুটি খুঁটির সাথে 2 m দীর্ঘ একটি তার টানটান করে বাঁধা আছে। তারটির মাঝখানে টান দিয়ে ছেড়ে দিলে 4টি লুপ উৎপন্ন হয়। এক্ষেত্রে তরঙ্গের কম্পাঙ্ক 2 Hz।

(ক) উদ্দীপকে সৃষ্ট তরঙ্গের বেগ নির্ণয় কর।

(খ) এ ধরনের তরঙ্গের কোনো বিন্দুতে স্পন্দ সর্বোচ্চ এবং কোনো বিন্দুতে স্পন্দন সর্বনিম্ন হওয়ার কারণ চিত্রসহ গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। [মদ্রাসা.বো '১৭]

সমাধান:

(ক) তরঙ্গের তরঙ্গ দৈর্ঘ্য,

$$\lambda = 2 \times \frac{L}{N}$$

$$= \frac{2 \times 2}{4}$$

$$= 1 \text{ m}$$

এখানে,

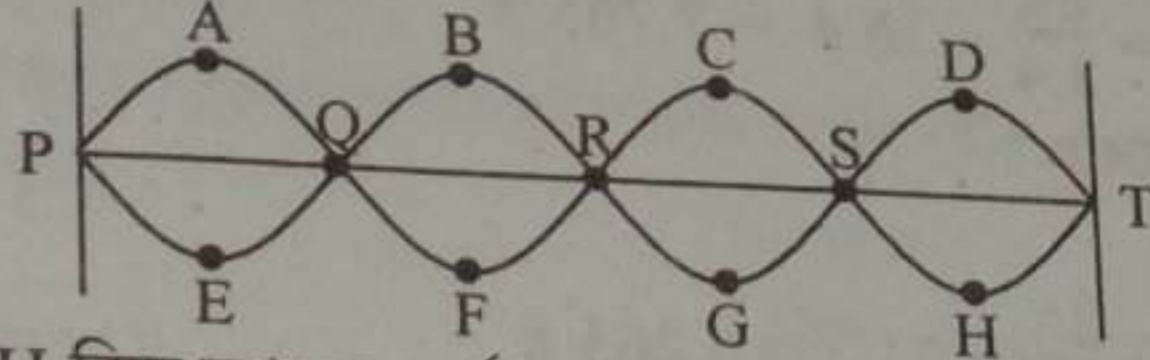
$$\text{তারের দৈর্ঘ্য, } l = 2 \text{ m}$$

$$\text{লুপের সংখ্যা, } N = 4 \text{ টি}$$

$$\text{কম্পাঙ্ক, } n = 2 \text{ Hz}$$

$$\text{তরঙ্গবেগ, } v = n\lambda = 2 \times 1 = 2 \text{ ms}^{-1}$$

(খ)



A, B, C, D, E, F, G, H বিন্দু স্পন্দন সর্বোচ্চ হয় P, Q, R, S, T বিন্দুতে স্পন্দন সর্বনিম্ন হয়। কারণ স্থিরতরঙ্গস্থিত কণাগুলো সুস্পন্দন বিন্দুতে সর্বোচ্চ সরণে কম্পতে থাকে ফলে, উল্লিখিত বিন্দুগুলোতে স্পন্দন সর্বোচ্চ ও বিস্তারও সর্বোচ্চ হয়। এবং নিস্পন্দন বিন্দুগুলোতে দুটি তরঙ্গের কণাগুলোর লব্ধি সরণ শূন্য হয় ফলে তারা স্থির হয়ে যায়।

P হতে A ও E তে যেতে স্পন্দন বাড়তে বাড়তে সর্বোচ্চ অবস্থানে পৌঁছে এবং A ও E হতে Q তে তা কমতে কমতে শূন্যে নেমে আসে এবং এ ঘটনা চারটি লুপে পর্যায়ক্রমে আবর্তিত হয়।

৪৮। ব্যাডমিন্টন খেলার রেফারি বাঁশি বাজিয়ে $y_1 = 10 \sin \pi \left(200t - \frac{x}{3.4} \right)$ তরঙ্গের শব্দ সৃষ্টি করে খেলোয়াড়দের মনোযোগ আকর্ষণ করল। শব্দটি 40 m দূরে একটি দেয়ালে প্রতিফলিত হয়ে রেফারির কাছে ফিরে আসল। রেফারি থেকে দেয়ালের দিকে 13.6 m দূরে রীতা এবং 18.7 দূরে মিতা নামের খেলোয়াড় দাঁড়িয়ে ছিল।

(ক) রেফারি সৃষ্ট শব্দের কম্পাঙ্ক নির্ণয় কর।

(খ) প্রতিফলনের পর রীতা ও মিতা উভয়েই কি সমান জোরালে শব্দ শুনতে পাবে? উদ্দীপকের আলোকে গাণিতিক বিশ্লেষণ করে মতামত দাও।

[অভিন্ন প্রশ্ন (খ সেট) '১৮]

সমাধান:

(ক) দেওয়া আছে,

$$y_1 = 10 \sin \pi \left(200t - \frac{x}{3.4} \right)$$

$$= 10 \sin \left(200 \pi t - \frac{\pi x}{3.4} \right)$$

আমরা জানি,

$$\omega = 200 \pi$$

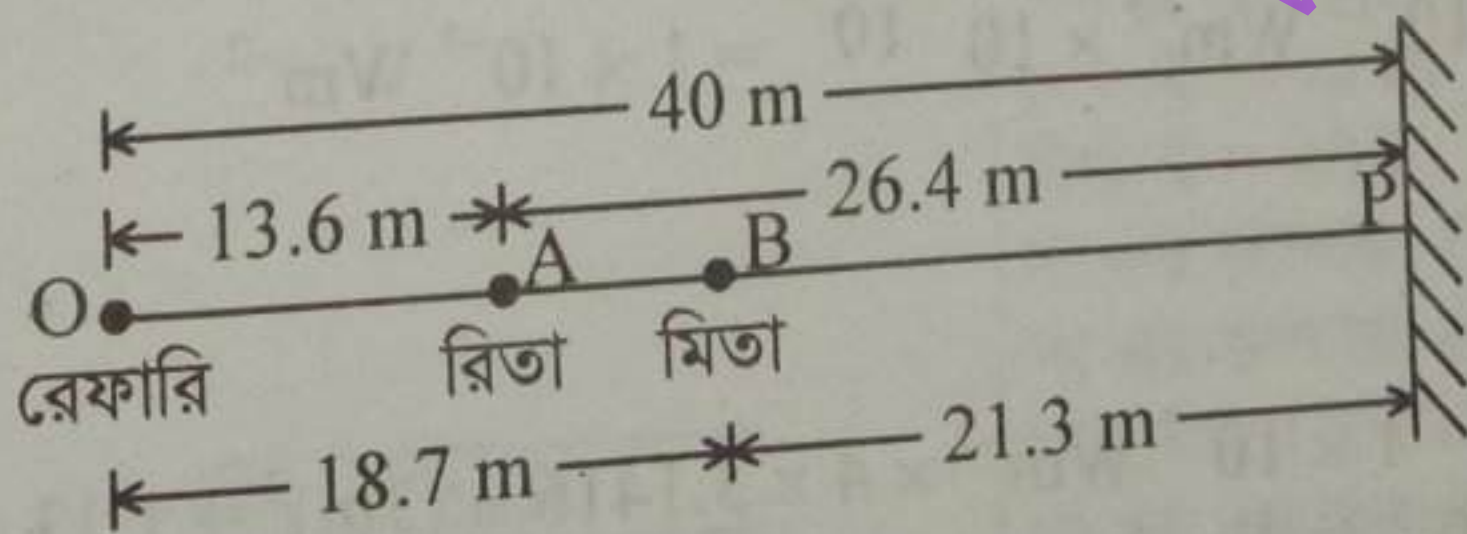
$$\text{বা, } 2\pi n = 200\pi$$

$$\text{বা, } n = 100 \text{ Hz}$$

উত্তর: 100 Hz

(খ) এখানে,

$$\frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\pi}{3.4}$$



আমরা জানি, প্রতিধ্বনি শোনার ক্ষেত্রে প্রতিফলক ও শ্রোতার মধ্যকার ন্যূনতম দূরত্ব 16.5 m হতে হবে। এক্ষেত্রে, মিতা ও রীতা উভয়েই দেয়াল হতে 16.5 m অপেক্ষা বেশি দূরত্ব আছে।

A বিন্দুতে দশা পার্থক্য,

$$\Delta\delta = \frac{2\pi}{\lambda} \times \text{পথ পার্থক্য} = \frac{2\pi}{3.4} \times 26.4 = 7.765 \pi$$

ফলে, রিতা শব্দ শুনতে পাবে।

B বিন্দুতে দশা পার্থক্য,

$$\Delta\delta = \frac{2\pi}{\lambda} \times \text{পথ পার্থক্য} = \frac{2\pi}{3.4} \times 21.3 = 6.265 \pi$$

∴ মিতা শব্দ শুনতে পাবে।

যেহেতু মিতা রিতা হতে দেয়ালের দিকে অধিক অগ্রবর্তী এবং শব্দের তীব্রতা দূরত্বের ব্যাস্তানুপাতিক ফলে মিতা, রিতা হতে অধিক জোড়ালো শব্দ শুনতে পাবে।

৪৯-৮২ নং পর্যন্ত বুয়েট, কুয়েট, চুয়েট ও বোর্ড অংশে সমাধান দ্রষ্টব্য

ব্যাখ্যা কর।

সমাধান: মুরগীর সংখ্যা বাড়ায় শব্দের তীব্রতা বেড়ে যাবে।

$$\text{নতুন শব্দের তীব্রতা} = \frac{2900 \times 3.2 \times 10^{-4}}{900} \text{wm}^{-2} = 1.92 \times 10^{-3} \text{wm}^{-2}$$

$$\therefore \beta = 10 \log \frac{1.92 \times 10^{-3}}{10^{-12}} = 92.8 \text{ dB}$$

**বুয়েট, কুয়েট, রুয়েট, চুয়েট, মেডিকেল, টেক্সটাইল, বিশ্ববিদ্যালয়ের
বিগত বছরের ভর্তি পরীক্ষার গাণিতিক সমস্যাবলির সমাধান**

- ◆ একটি সুতা নিম্নলিখিত সমীকরণ অনুসারে কম্পিত হয় : $y = 5 \sin \frac{\pi x}{3} \cos 40 \pi t$, যেখানে x এবং y এর মান সেন্টিমিটারে এবং t এর মান সেকেন্ড-এ। যে দুটি তরঙ্গের সমন্বয়ে উপরের কম্পনটির সৃষ্টি হয়েছে তাদের বিস্তার ও বেগ কত? [বুয়েট ১৮-১৯]

সমাধান: প্রশ্নমতে,

$$y = 5 \sin \frac{\pi x}{3} \cos 40 \pi t \text{ সমীকরণটিকে } y = 2a \sin \left(\frac{2\pi}{\lambda} x \right) \cos \left(\frac{2\pi}{\lambda} vt \right)$$

সমীকরণের সাথে তুলনা করে পাই, $2a = 5$ বা, $a = 2.5 \text{ cm}$

$$\text{আবার, } \frac{2\pi x}{\lambda} = \frac{\pi x}{3} \text{ বা, } \lambda = 6 \text{ m}$$

$$\text{আবার, } \frac{2\pi}{\lambda} vt = 40 \pi t \text{ বা, } \frac{2v}{\lambda} = 40$$

$$\text{বা, } 2v = 40 \times 6 \text{ বা, } v = 120 \text{ cms}^{-1} \text{ বিস্তার } 2.5 \text{ cm বেগ } 120 \text{ cms}^{-1} \text{ Ans.}$$

- ◆ একটি সুতায় দুটি তরঙ্গের মিলনের ফলে যে স্থির তরঙ্গের সৃষ্টি হয় তার সমীকরণ হচ্ছে $y = 5 \sin \frac{\pi x}{3} \cos 40 \pi t$, যেখানে x ও y হল সে.মি -এ এবং t হল সেকেন্ডে। (ক) তরঙ্গ দুটির প্রত্যেকটির বিস্তার ও বেগ কত? [বুয়েট ১৬-১৭]

$$\text{সমাধান: } y = 5 \sin \frac{\pi x}{3} \cos 40 \pi t = A \cos 40 \pi t$$

$$\text{আবার, } y = 5 \sin \frac{2\pi}{\lambda} x \times \cos \omega t$$

ক. প্রত্যেকটি তরঙ্গের বিস্তার $\frac{5}{2}$

$$\text{প্রত্যেকটি তরঙ্গের বেগ} = \frac{\lambda}{2\pi} \times 40\pi \left[\frac{2\pi}{\lambda} x = \frac{\pi x}{3} \right] = \lambda \times 20 = 6 \times 20 = 120 \text{ cms}$$

খ. দুটি নিস্পন্দ বিন্দুর মধ্যবর্তী দূরত্ব $= \frac{\lambda}{2} = 3 \text{ cm}$

একটি টানা তারের ভর = 50 g এবং দৈর্ঘ্য 2m। এর সাথে 5 kg ভরের বস্তু ঝুলালে মূল সুরের কম্পাঙ্ক কত? [বুয়েট ১৫-১৬]

$$\text{সমাধান: } f = \frac{1}{2l} \sqrt{\frac{T}{\mu}} = \frac{1}{2 \times 2} \sqrt{\frac{5 \times 9.8}{50 \times 10^{-3}}} = 11.07 \text{ Hz}$$

একটি লাইড স্পীকারের শঙ্কু (cone) 262 Hz কম্পাঙ্কে সরল ছন্দিত স্পন্দনে স্পন্দিত হয়। শঙ্কুর কেন্দ্রের বিস্তার $A = 1.5 \times 10^{-4} \text{ m}$ এবং $t = 0$ সময়ে সরণ $x = A$ হয়। শঙ্কুর কেন্দ্রের গতি বর্ণনাকারী সমীকরণটি নির্ণয় কর। শঙ্কুর বেগ ও ত্বরণকে সময়ের ফাংশন হিসাবে প্রকাশ কর। [বুয়েট ১৪-১৫]

সমাধান: আমরা জানি,

$$\omega = 2\pi f = 2\pi \times 262 = 524\pi \text{ rads}^{-1}$$

গতির সমীকরণ, $x = A \cos \omega t$

$$\therefore x = 1.5 \times 10^{-4} \cos 524\pi t$$

$$\text{বেগ, } v = \frac{dx}{dt}$$

$$\therefore v = -0.24693 \sin 524\pi t$$

$$\text{ত্বরণ, } a = \frac{dv}{dt}$$

$$\therefore a = 406.493 \cos 524\pi t$$

দুটি $\pi/2 \text{ rad}$ দশা পার্থক্যের সদৃশ অগ্রগামী তরঙ্গ একই দিকে ধাবিত হচ্ছে। যদি তরঙ্গ দুটির প্রত্যেকটির বিস্তার y_m হয় তবে লব্ধি তরঙ্গটির বিস্তার কত? [বুয়েট ১৪-১৫]

সমাধান: যেহেতু দশা পার্থক্য $\pi/2$ সুতরাং লব্ধি তরঙ্গের বিস্তার

$$y = \sqrt{y_m^2 + y_m^2} = y_m \sqrt{2}$$

একটি সূতা $y = 5 \cos \frac{\pi}{3} x \sin 40\pi t$ সমীকরণ অনুযায়ী স্পন্দিত হচ্ছে। যে তরঙ্গ দুইটির উপরিপাতনের ফলে স্পন্দনটির সৃষ্টি হয় তার বিস্তার ও বেগ নির্ণয় কর। এখানে x ও y এর একক হচ্ছে cm এবং t এর একক হচ্ছে sec [বুয়েট ১৩-১৪]

সমাধান:

$$y = 5 \cos \frac{\pi}{3} x \sin 40\pi t = \frac{5}{2} (\sin 40\pi t \cos \frac{\pi}{3} x) = \frac{5}{2} \left[\sin \left(40\pi t + \frac{\pi x}{3} \right) + \sin \left(40\pi t - \frac{\pi x}{3} \right) \right]$$

$$= \frac{5}{2} \sin \frac{2\pi}{6} (120t + x) + \frac{5}{2} \sin \frac{2\pi}{6} (120t - x)$$

সুতরাং উপরের সমীকরণকে $y = a \sin \frac{2\pi}{\lambda} (vt + x) + a \sin \frac{2\pi}{\lambda} (vt - x)$ তুলনা করে পাই,

$$\text{বিস্তার} = \frac{5}{2} = 2.5 \text{ cm, বেগ } v = 120 \text{ cms}^{-1}$$

[বুয়েট ১৩-১৪]

একটি শব্দ-তরঙ্গ এক মাধ্যম হতে অন্য মাধ্যমে প্রবেশ করলে, পরিবর্তিত হয়—

A. কম্পাঙ্ক ও বেগ

B. কম্পাঙ্ক ও তরঙ্গ দৈর্ঘ্য

C. তরঙ্গ দৈর্ঘ্য ও বেগ

D. কম্পাঙ্ক ও তরঙ্গ দৈর্ঘ্য ও বেগ

Ans: C

ব্যাখ্যা: শব্দ এক মাধ্যম থেকে অন্য মাধ্যমে গেলে তরঙ্গ দৈর্ঘ্য ও বেগ পরিবর্তিত হয়। কম্পাঙ্ক অপরিবর্তিত থাকে। [বুয়েট ১১-১২]

একটি তরঙ্গের তীব্রতা সরাসরি যার সমানুপাতিক, তা হলো—

A. স্পন্দনের বিস্তার

C. স্পন্দনের বিস্তারের বর্গ

B. স্পন্দনের বেগ

D. পিচ

Ans: C

ব্যাখ্যা: (B) $\propto A^2$

- ◆ $y = 2 \sin(3140t - x)$ তরঙ্গের কম্পাঙ্ক হবে-

A. 3140 Hz
C. 150000 Hz

B. 1570 Hz
D. 500 Hz

Ans: D

ব্যাখ্যা: $y = 2 \sin(3140t - x)$; $\omega = 3140$ বা, $2\pi f = 3140 \therefore f = 500$ Hz

[বুয়েট ১০-১১]

- ◆ শব্দ তরঙ্গকে বায়ুতে সমবর্তন করা যায় না, কারণ এ ধরনের তরঙ্গ হলো-

A. চলমান
C. অনুপ্রস্থ

B. স্থির
D. অনুদৈর্ঘ্য

Ans: D

ব্যাখ্যা: অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গ সমবর্তিত হয় না।

- ◆ একটি নির্দিষ্ট টানা তার 1000 Hz কম্পাঙ্ক সৃষ্টি করে। যদি একই তার উপরোক্ত কম্পাঙ্কের দ্বিগুণ কম্পাঙ্ক সৃষ্টি করে তাহলে তারের টান হবে-

A. doubled
C. halved

B. quadrupled
D. one-fourth

Ans: B

ব্যাখ্যা: কম্পাঙ্ক তারের টানের বর্গমূলের সমানুপাতিক।

কেননা, $f = \frac{1}{2L} \sqrt{\frac{T}{\mu}}$ \therefore টান 4 গুণ বাড়ালে কম্পাঙ্ক $\sqrt{4} = 2$ গুণ হবে।

- ◆ 14°C এ একটি মাধ্যমের চাপ ও তাপমাত্রা উভয়ই 4 গুণ বাড়ানো হলে শব্দের বেগ বাড়বে। [বুয়েট ১০-১১]

A. 200%
C. 14.6 %

B. 114%
D. 7 %

Ans: D

ব্যাখ্যা: চাপের পরিবর্তন শব্দের বেগের উপর কোনো ক্রিয়া করে না।

তাই, $\frac{v_2}{v_1} = \sqrt{\frac{(273 + 56)}{(273 + 13)}} = 1.07067 \therefore$ বেগ বৃদ্ধি পাবে 7.06%

- ◆ শব্দের একটি উৎস যখন শ্রোতার দিকে এগিয়ে আসে, তখন-

A. শব্দে তরঙ্গের দৈর্ঘ্য আপাত বৃদ্ধি পায়
C. কম্পন সংখ্যা আপাত হ্রাস পায়

B. কম্পন সংখ্যা আপাত বৃদ্ধি পায়
D. শব্দের গতি পরিবর্তন হয়

[বুয়েট ০৯-১০]

Ans: B

- ◆ একটি গাড়ি 1000 Hz কম্পাঙ্কের শব্দ করে 15 m/s গতিতে একটি দেয়ালের দিকে এগোচ্ছে। শব্দের বেগ 340 m/s হলে গাড়িচালক কর্তৃক শব্দ প্রতিধ্বনি কম্পাঙ্ক হলো-

A. 1046 Hz
D. 1092 Hz

B. 954 Hz
D. 908 Hz

[বুয়েট ০৮-০৯]

Ans: C

ব্যাখ্যা: শব্দ উৎস ও শ্রোতা গতিশীল হলে, $\therefore f' = \frac{v + v_0}{v - v_s} \times f = \frac{340 + 15}{340 - 15} \times 1000 = 1092$ Hz

- ◆ 40 cm লম্বা একটি তার 4.2 kg ওজন দ্বারা টান টান করা আছে। এর মূল সুরের সাথে একটি সুরশলাকা একতানে রয়েছে। সুরশলাকার কম্পাঙ্ক কত? 1 m তারের ভর 0.32 gm। [বুয়েট ১৮-১৯]

A. 498 Hz
C. 448 Hz
E. 480 Hz

B. 628 Hz
D. 425 Hz

Ans: C

সমাধান: $f = \frac{1}{2L} \sqrt{\frac{T}{\mu}} \Rightarrow \frac{1}{2L} = \sqrt{\frac{mg}{\mu}} \Rightarrow \frac{1}{2 \times 0.4} \sqrt{\frac{4.2 \times 9.8}{0.32 \times 10^{-3}}} = 448.3$ Hz

- ◆ একটি অডিও ক্যাসেট প্লেয়ার ও একটি টেলিভিশনের তীব্রতা লেভেল যথাক্রমে 93 dB এবং 85 dB। এদের সম্মিলিত শব্দের তীব্রতা লেভেল নির্ণয় কর। [বুয়েট ১৬-১৭]

A. 92.82 dB
C. 93.33 dB
E. 94.41 dB

B. 93 dB
D. 93.64 dB

Ans: D

সমাধান: $\beta = 10 \log_{10} \frac{I}{I_0}$

$I_1 = I_0(10)^{9.3}$

$I_2 = I_0(10)^{8.5}$

$I = I_1 + I_2 = I_0(2.3 \times 10^9)$

$\beta = 10 \log(2.3 \times 10^9) = 93.64 \text{ dB}$

কোনো শ্রেণিকক্ষের শব্দের তীব্রতা 10^{-7} W/m^2 । শব্দের তীব্রতা দ্বিগুণ হলে নতুন তীব্রতা লেভেল কতটুকু বাড়বে? (প্রমানতীব্রতা = 10^{-12} W/m^2)

A. 2.75 dB

C. 2.25 dB

E. 1.3 dB

B. 2.50 dB

D. 3.01 dB

[কুয়েট ১৭-১৮]

সমাধান: $\Delta\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} \text{ dB}$ বা, $10 \log \left(\frac{2 \times 10^{-7}}{10^{-7}} \right) \text{ dB}$

Ans: D

$\therefore \Delta\beta = 3.01 \text{ dB}$

সরল ছন্দিত গতি সম্পন্ন একটি কণার গতির সমীকরণ $y = 10 \sin(12t - \pi/3)$ যেখানে y এর একক মিটার, t এর একক সেকেন্ড এবং দশার একক রেডিয়ান। 6.28 sec সময়ে বস্তুর ত্বরণ কত? [কুয়েট ১৫-১৬]

A. 1.25 km/s^2

C. 1.39 km/s^2

E. -26.30 m/s^2

B. 1.24 m/s^2

D. 1.44 km/s^2

Ans : A

সমাধান : $y = 10 \sin \left(12t - \frac{\pi}{3} \right)$

$\therefore v = 10 \cos \left(12t - \frac{\pi}{3} \right) \times 12$

$\therefore a = -144 \times 10 \sin \left(12t - \frac{\pi}{3} \right)$

$\therefore t = 6.28$ হলে, $a = -144 \times 10 \sin \left(12 \times 6.28 - \frac{\pi}{3} \right)$ বা. $a = 1.27 \text{ kms}^{-2}$

একটি সরল ছন্দিত তরঙ্গ গ্যাসের মধ্য দিয়ে 330 m/s বেগে চলমান এবং ইহার বিস্তার 2 cm , বেগ 30 m/s এবং কম্পাঙ্ক $300/\text{sec}$ । মূল বিন্দু হতে 100 cm দূরত্বে 6 sec পরে অগ্রগামী তরঙ্গটির সরণ কত? [কুয়েট ১৫-১৬]

A. 3000cm

C. 10cm

E. 0

B. 100 cm

D. 6cm

Ans : E

সমাধান ; $y = a \sin \frac{2\pi}{\lambda} (vt - x)$ বা. $y = 0.02 \sin \frac{2\pi}{\frac{v}{f}} (vt - x)$

বা, $y = 0.02 \sin \frac{2\pi}{300} (30 \times 6 - 1)$ বা, $y = 0$

একটি ট্রেন 90 km/hr বেগে 730 Hz কম্পাঙ্কের হাইসেল বাজিয়ে কোন স্টেশন থেকে বাহির হচ্ছে। স্টেশনে দাঁড়ানো কোন যাত্রীর নিকট শ্রুত শব্দের আপাত কম্পাঙ্ক কত? (বাতাসে শব্দের বেগ 332 m/s) [কুয়েট ১৫-১৬]

A. 700 Hz

C. 675 Hz

E. 679 Hz

B. 789 Hz

D. 775 Hz

Ans : E

সমাধান : $f' = \left(\frac{v}{v + u_s} \right) f$ বা. $f' = \frac{332 \times 730}{332 + \frac{90 \times 1000}{3600}}$ বা. $f' = 679 \text{ Hz}$

- ◆ একটি শব্দ তরঙ্গ উৎসের বিস্তার 0.25cm এবং কম্পাঙ্ক 400Hz বাতাসে শব্দের বেগ 332 m/s এবং বায়ুর ঘনত্ব 1.293 kg/m^3 হলে প্রতি সেকেন্ডে প্রতি বর্গমিটারে প্রবাহিত শক্তি কত?
 A. 8.5 kW/m^2
 B. 8.99 kW/m^2
 C. 8.99 W/m^2
 D. 8.47 W/m^2
 E. 8.47 kW/m^2

Ans: E

ব্যাখ্যা: $I = 2\rho\pi^2 a^2 n^2 v = 8.47\text{ kW/m}^2$

- ◆ সরল হ্রদিত গতিতে চলমান একটি বস্তুর সমীকরণ $Y = 10\sin(12t - \pi/6)$; এখানে Y এর একক মিটার, t এর একক sec এবং দশা ধ্রুবকের একক rad। বস্তুর সর্বোচ্চ দ্রুতি কত?
 A. 10m/s
 B. 12m/s
 C. $\pi/6\text{m/s}$
 D. 120 m/s
 E. 120 cm/s

Ans: D

ব্যাখ্যা: $y = A \sin(\omega t + \delta)$ সমীকরণের সাথে তুলনা করে পাই,

$$A = 10\text{m} \quad \omega = 12\text{ rads}^{-1}$$

$$V = A \omega = 10 \times 12 = 120\text{ ms}^{-1}$$

- ◆ একটি শ্রেণিকক্ষে শব্দের তীব্রতা 10^{-7} W/m^2 । শব্দের তীব্রতা দ্বিগুণ হলে তীব্রতা লেভেল কত হবে? [কুয়েট ১৪-১৫]
 A. 53dB
 B. 53.01dB
 C. 55.06dB
 D. 53.02B
 E. 56.93B

Ans: B

ব্যাখ্যা: $\beta = 10 \log \frac{2I}{I_0} \text{ dB} = 10 \log \frac{2 \times 10^{-7}}{10^{-12}} \text{ dB} = 53.01\text{dB}$

- ◆ একই তরঙ্গের দুইটি বিন্দুর মধ্যে পথ পার্থক্য $\frac{\lambda}{4}$ । এই বিন্দু দুইটির মধ্যে দশা পার্থক্য নির্ণয় কর। [কুয়েট ১৩-১৪]

A. $\frac{\pi}{4}$

B. $\frac{2\pi}{3}$

C. $\frac{\pi}{6}$

D. $\frac{3\pi}{4}$

E. $\frac{\pi}{2}$

Ans: E

ব্যাখ্যা: দশা পার্থক্য $= \frac{2\pi}{\lambda} \times \text{পথ পার্থক্য} = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \frac{\lambda}{4} = \frac{\pi}{2}$

- ◆ একটি সুর শলাকা একটি টান টান তারের 20 cm ও 25 cm দৈর্ঘ্যের সাথে শব্দায়িত করলে যথাক্রমে 25টি ও 10টি বীট উৎপন্ন হয়। সুর শলাকার কম্পাঙ্ক নির্ণয় করো। তারের টান ও ভার যথাক্রমে 12.25N ও $2.5 \times 10^{-3}\text{ kgm}^{-1}$ । [কুয়েট ১১-১২]

A. 140 Hz

B. 175 Hz

C. 150 Hz

D. 110 Hz

E. 125 Hz

Ans: A

ব্যাখ্যা: $f_1 = \frac{1}{2 \times 0.2} \sqrt{\frac{12.25}{2.5 \times 10^{-3}}} = 175\text{Hz}$

$f_2 = \frac{1}{2 \times 0.25} \sqrt{\frac{12.25}{2.5 \times 10^{-3}}} = 140\text{Hz}$

∴ সুর শলাকাটির কম্পাঙ্ক = 140 Hz কেননা একমাত্র এই কম্পাঙ্ক হলেই 25টি বীট এবং 10টি বীট হওয়া সম্ভব।

- ◆ একটি শব্দ তরঙ্গ বায়ুতে 3 মিনিটে 1080m দূরত্ব অতিক্রম করে। এই শব্দ তরঙ্গের তরঙ্গদৈর্ঘ্য 60 cm হলে তরঙ্গের পর্যায়কাল কত? [কুয়েট ১৫-১৬]

A. None of them

B. 10 sec

C. 1 sec

D. 0.1 sec

Ans: D

সমাধান: $V = \frac{1080}{3 \times 60} = 6\text{ ms}^{-1}$ বা. $V = \frac{\lambda}{T}$ বা. $T = \frac{\lambda}{V} = \frac{60}{100} = 0.1\text{ sec}$

1050 Hz কম্পন সংখ্যা বিশিষ্ট একটি শব্দের উৎস তোমার নিকট হতে 20 m/sec গতিতে একটি পাহাড়ের দিকে চলেছে। আগত শব্দের কত কম্পন সংখ্যা তুমি শুনবে? শব্দের বেগ = 330 m/sec. [চ্যুয়েট ১৪-১৫]

- A. 970 Hz
B. 990 Hz
C. 1115 Hz
D. None

Ans: C

ব্যাখ্যা: $f = \left(\frac{v + v_o}{v - v_s} \right) f = \left(\frac{330 + 0}{330 - 20} \right) \times 1050 = 1115 \text{ Hz}$

একটি টানা তারে প্রবাহিত অগ্রগামী তরঙ্গের সমীকরণ $y = 10 \sin \left(\frac{t}{0.02} - \frac{x}{100} \right)$, যেখানে x ও y এর একক সেন্টিমিটার এবং t এর একক sec তরঙ্গটির গতি কত? [চ্যুয়েট ১৪-১৫]

- A. 500 cm/sec
B. 50 m/sec
C. 10 m/sec
D. 400 cm/sec

Ans: B

ব্যাখ্যা: $y = a \sin \frac{2\pi}{\lambda} (vt - x) \therefore \frac{2\pi}{\lambda} v = \frac{1}{0.02}$ আবার, $\frac{2\pi}{\lambda} v = \frac{1}{100} \therefore v = 50 \text{ m/sec}$

একটি অগ্রগামী তরঙ্গের সমীকরণ $y = 2 \sin \pi (500 t - x)$ সরণ মিটারে ও সময় সেকেন্ডে প্রকাশ করা আছে; এ তরঙ্গের কম্পাঙ্ক কত? [চ্যুয়েট ১১-১২]

- A. 500 Hz
B. 250 Hz
C. 1000 Hz
D. None

Ans: B

ব্যাখ্যা: B. $y = 2 \sin \pi (500 t - x); \frac{2\pi}{\lambda} = \pi$, বা, $\lambda = 2\text{m}; f = \frac{v}{\lambda} = \frac{500}{2} = 250\text{Hz}$

একটি টানা তারের দৈর্ঘ্য পরিবর্তন না করে এর উপর প্রযুক্ত টান ৪ গুণ করা হলো। তারের কম্পাঙ্কের কত পরিবর্তন হবে? [চ্যুয়েট ১০-১১]

- A. 4 times
B. 2 times
C. 6 times
D. None

ব্যাখ্যা: $\frac{f_1}{f_2} = \frac{\frac{1}{2L} \sqrt{\frac{T_1}{\mu}}}{\frac{1}{2L} \sqrt{\frac{T_2}{\mu}}} = \sqrt{\frac{T_1}{T_2}} = \sqrt{\frac{1}{4}} \therefore f_2 = 2f_1$

একটি অ্যাকুয়াম ক্লিনার ও একটি টিভির তীব্রতা লেভেল যথাক্রমে 86 dB এবং 84dB। এদের সম্মিলিত শব্দের তীব্রতা লেভেল কত? প্রমাণ তীব্রতা $I_0 = 10^{-12} \text{ Wm}^{-2}$ [চ্যুয়েট ১৪-১৫]

- A. 85 dB
B. 87 dB
C. 89 dB
D. 88 dB
E. None

Ans: D

ব্যাখ্যা: $\beta_1 = 10 \log \frac{I_1}{I_0}$ বা, $I_1 = 3.98 \times 10^{-4}$

$\beta_2 = 10 \log \frac{I_2}{I_0}$ বা, $I_2 = 2.511 \times 10^{-4}$

$I = I_1 + I_2 = 6.49 \times 10^{-4}$

$\therefore \beta = 10 \log \frac{I}{I_0} = 10 \log \frac{6.49 \times 10^{-4}}{10^{-2}} = 88.12$

Shortcut :
সম্মিলিত শব্দের তীব্রতা লেভেল = $10 \log \left(\text{anti log } \frac{86}{10} + \text{anti log } \frac{84}{10} \right) = 88.124 \text{ dB}$

- ◆ একটি ট্রেন 1000 কম্পাঙ্কের বাঁশি বাজাতে বাজাতে 75 kmh^{-1} স্থির শ্রোতার দিকে অগ্রসর হয়। শ্রোতার নিকট শব্দের কম্পাঙ্ক কত মনে হবে? শব্দের বেগ = 33000 cms^{-1} [কয়েট ১৪-১৫]
- A. 1067.37 Hz
B. 1607.37 Hz
C. 1670.37 Hz
D. 1706.37 Hz
E. None

Ans: A

$$\text{ব্যাখ্যা: } n' = \frac{v + v_o}{v - v_s} \times n = \frac{330 + 0}{330 - 20.83} \times 1000 = 1067.37 \text{ Hz}$$

- ◆ তরঙ্গের দুটি কনার মধ্যে পথ পার্থক্য 0.325 m এবং দশা পার্থক্য 3.14 রেডিয়ান হলে, তরঙ্গের দৈর্ঘ্য কত? [কয়েট ১২-১৩]
- A. 0.46 m,
C. 0.56 cm
E. 0.65 m
B. 0.65 cm
D. 0.56 m

Ans: E

$$\text{ব্যাখ্যা: } \frac{\text{পথ পার্থক্য}}{\lambda} = \frac{\text{দশা পার্থক্য}}{2\pi} \text{ বা } \frac{0.325}{\lambda} = \frac{3.14 \text{ rad}}{2\pi} \therefore \lambda = 0.65 \text{ m}$$

- ◆ একটি সুরশলাকা 2.5 m দীর্ঘ তরঙ্গ দৈর্ঘ্য তৈরি করতে পারে। যদি ঐ তরঙ্গের বেগ 340 m/sec হয়, তবে সুরশলাকার কম্পাঙ্ক কত? [কয়েট ১০-১১]
- A. 316 Hz
C. 631 Hz
B. 613 Hz
D. 136 Hz

Ans: D

$$\text{ব্যাখ্যা: } v = f\lambda \text{ বা } 340 = f \times 2.5 \therefore f = 136 \text{ Hz}$$

- ◆ একটি সুরেলী কাঁটা প্রতি সেকেন্ডে 200 বার কাঁপে এবং উহা হতে শব্দ 3 সেকেন্ডে 1200 মিটার দূরত্ব অতিক্রম করে। বায়ুর মধ্যে তরঙ্গ দৈর্ঘ্য কত নির্ণয় করো। [কয়েট ০৯-১০]
- A. 1.25 m
C. 2.5 m
E. 4.0 m
B. 2.0 m
D. 1.5 m

Ans: B

$$\text{ব্যাখ্যা: } f = 200 \text{ Hz; } v = \frac{1200}{3} = 400 \text{ m/s; } \lambda = \frac{400}{200} = 2 \text{ m}$$

শাহজাহান তপন, আজিজ হাসান ও রানা চৌধুরী স্যারের
বইয়ের গাণিতিক সমস্যাবলির সমাধান

১। স্থির উষ্ণতায় কত চাপ প্রয়োগ করলে একটি গ্যাসের আয়তন এর প্রমাণ চাপের আয়তনের ৪ গুণ হবে?

সমাধান: আমরা জানি,

$$P_1 V_1 = P_2 V_2$$

$$\text{বা, } P_2 = \frac{P_1 V_1}{V_2}$$

$$= \frac{1.013 \times 10^5 \text{ Nm}^{-2} \times V}{4V} = 25.32 \times 10^3 \text{ Nm}^{-2}$$

অতএব, প্রয়োগকৃত চাপ $25.32 \times 10^3 \text{ Nm}^{-2}$

এখানে, গ্যাসের প্রাথমিক চাপ,

$$P_1 = 1.013 \times 10^5 \text{ Nm}^{-2}$$

প্রাথমিক আয়তন, $V_1 = V$

পরিবর্তিত আয়তন, $V_2 = 4V$

পরিবর্তিত চাপ, $P_2 = ?$

২। 600 mmHg চাপে 19.0 m^3 আয়তনের আদর্শ গ্যাসের তাপমাত্রা কত হবে? যদি একই গ্যাস 27°C তাপমাত্রায় এবং 760 mmHg চাপে 12.0 m^3 আয়তন দখল করে।

সমাধান: আমরা জানি,

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2}$$

$$\text{বা, } T_1 = \frac{P_1 V_1 T_2}{P_2 V_2}$$

$$= \frac{600 \text{ mmHg} \times 19.0 \text{ m}^3 \times 300 \text{ K}}{760 \text{ mmHg} \times 12.0 \text{ m}^3} = 375 \text{ K}$$

\therefore তাপমাত্রা, $T_1 = (375 - 273)^\circ \text{C} = 102^\circ \text{C}$

সুতরাং আদর্শ গ্যাসের তাপমাত্রা হবে 102°C

এখানে,

প্রাথমিক চাপ, $P_1 = 600 \text{ mmHg}$

প্রাথমিক আয়তন, $V_1 = 19.0 \text{ m}^3$

শেষ চাপ, $P_2 = 760 \text{ mmHg}$

শেষ তাপমাত্রা,

$$T_2 = 27^\circ \text{C} = (27 + 273) \text{K} = 300 \text{ K}$$

শেষ আয়তন, $V_2 = 12.0 \text{ m}^3$

প্রাথমিক তাপমাত্রা, $T_1 = ?$

৩। 0.64 m পারদস্তম্ভ চাপে এবং 39°C তাপমাত্রায় কোনো গ্যাসের আয়তন $5.7 \times 10^{-4} \text{ m}^3$ । প্রমাণ চাপ ও তাপমাত্রায় গ্যাসের আয়তন কত?

সমাধান: আমরা জানি,

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2}$$

$$\text{বা, } V_2 = \frac{P_1 V_1 T_2}{P_2 T_1}$$

$$= \frac{0.64 \text{ m (পারদ)} \times 5.7 \times 10^{-4} \text{ m}^3 \times 273 \text{ K}}{0.76 \text{ m (পারদ)} \times 312 \text{ K}}$$

$$= 4.2 \times 10^{-4} \text{ m}^3$$

সুতরাং গ্যাসের আয়তন $4.2 \times 10^{-4} \text{ m}^3$

এখানে,

আদি চাপ, $P_1 = 0.64 \text{ m (পারদস্তম্ভ)}$

আদি তাপমাত্রা,

$$T_1 = 39^\circ \text{C} = (39 + 273) \text{K} = 312 \text{ K}$$

আদি আয়তন, $V_1 = 5.7 \times 10^{-4} \text{ m}^3$

প্রমাণ চাপ, $P_2 = 0.76 \text{ m (পারদস্তম্ভ)}$

প্রমাণ তাপমাত্রা, $T_2 = 273 \text{ K}$

শেষ আয়তন, $V_2 = ?$

৪। প্রমাণ চাপে ও 27°C তাপমাত্রায় 32 g অক্সিজেনের আয়তন বের কর।

সমাধান: আমরা জানি,

$$PV = nRT$$

$$\text{বা, } V = \frac{nRT}{P}$$

$$\therefore V = \frac{1 \text{ mol} \times 8.314 \text{ Jmol}^{-1} \text{K}^{-1} \times 300 \text{ K}}{101325 \text{ Nm}^{-2}}$$

$$= 0.0246 \text{ m}^3$$

নির্ণেয় অক্সিজেনের আয়তন 0.0246 m^3

এখানে,

অক্সিজেনের ভর, $m = 32 \text{ g}$ ও $M = 32 \text{ g mol}^{-1}$

মোলার গ্যাস ধ্রুবক, $R = 8.314 \text{ Jmol}^{-1} \text{K}^{-1}$

প্রমাণ চাপ, $P = 1 \text{ atm} = 101325 \text{ Nm}^{-2}$

তাপমাত্রা, $T = 27^\circ \text{C} = (27 + 273) \text{K} = 300 \text{ K}$

অক্সিজেনের মোল সংখ্যা,

$$n = \frac{m}{M} = \frac{32 \text{ g}}{32 \text{ g mol}^{-1}} = 1 \text{ mol}$$

৫। একটি ফ্লাস্কে 30°C তাপমাত্রায় এবং 1 বায়ুমণ্ডলীয় চাপে কিছু বাতাস আবদ্ধ আছে। এখন ফ্লাস্কের মুখ ছিপি দিয়ে আটকিয়ে একে উত্তপ্ত করা শুরু হলো। ছিপিটি খুলতে যদি 4 বায়ুমণ্ডলীয় চাপের প্রয়োজন হয় তবে কত তাপমাত্রা পর্যন্ত একে উত্তপ্ত করলে ছিপিটি খুলে যাবে?

সমাধান: আমরা জানি,

$$\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2} \quad [\because \text{আয়তন স্থির}]$$

$$\begin{aligned} \text{বা, } T_2 &= \frac{P_2}{P_1} \times T_1 \\ &= \frac{4 \text{ atm}}{1 \text{ atm}} \times 303 \text{ K} = 1212 \text{ K} \end{aligned}$$

$$\therefore \text{শেষ তাপমাত্রা} = (1212 - 273)^\circ\text{C} = 936^\circ\text{C}$$

এখানে,

$$\begin{aligned} \text{প্রাথমিক তাপমাত্রা, } T_1 &= (273 + 30)\text{K} \\ &= 303 \text{ K} \end{aligned}$$

$$\text{প্রাথমিক চাপ, } P_1 = 1 \text{ atm}$$

$$\text{শেষ চাপ, } P_2 = 4 \text{ atm}$$

$$\text{শেষ তাপমাত্রা, } T_2 = ?$$

৬। 300°C তাপমাত্রায় 40 m^3 আয়তনের কোনো পাত্রে 4 মোল গ্যাস রাখলে যদি $9.00 \times 10^4 \text{ Pa}$ চাপ দেয় তাহলে 600°C তাপমাত্রায় 100 m^3 আয়তনের পাত্রে আবদ্ধ 200 মোল গ্যাস কী পরিমাণ চাপ দেবে?

সমাধান: আমরা জানি,

$$P_1 V_1 = n_1 R T_1 \dots\dots\dots (1)$$

$$\text{এবং } P_2 V_2 = n_2 R T_2 \dots\dots\dots (2)$$

(২) নং কে (১) নং দ্বারা ভাগ করে পাই,

$$\frac{P_2 V_2}{P_1 V_1} = \frac{n_2 T_2}{n_1 T_1}$$

$$\begin{aligned} \therefore P_2 &= \frac{n_2 T_2 P_1 V_1}{n_1 R_1 V_2} \\ &= \frac{200 \times 873 \text{ K} \times 9.00 \times 10^4 \text{ Pa} \times 40 \text{ m}^3}{4 \times 573 \text{ K} \times 100 \text{ m}^3} \\ &= 274.24 \times 10^4 \text{ Pa} \end{aligned}$$

প্রযুক্ত চাপের পরিমাণ $274.24 \times 10^4 \text{ Pa}$

এখানে,

প্রাথমিক তাপমাত্রা,

$$T_1 = (273 + 300) \text{ K} = 573 \text{ K}$$

আদি মোল সংখ্যা, $n_1 = 4$

আদি আয়তন, $V_1 = 40 \text{ m}^3$

আদি চাপ, $P_1 = 9.00 \times 10^4 \text{ Pa}$

শেষ তাপমাত্রা,

$$T_2 = (273 + 600) \text{ K} = 873 \text{ K}$$

শেষ আয়তন, $V_2 = 100 \text{ m}^3$

শেষ মোল সংখ্যা, $n_2 = 200$

শেষ চাপ, $P_2 = ?$

৭। কোনো হ্রদের তলদেশ থেকে পৃষ্ঠে আসার ফলে একটি বাতাসের বুদবুদের আয়তন তিনগুণ বেড়ে যায়। হ্রদের পৃষ্ঠে বায়ুমণ্ডলের চাপ 10^5 Nm^{-2} হলে হ্রদের গভীরতা কত?

সমাধান: আমরা জানি,

$$P_1 V_1 = P_2 V_2$$

$$\text{বা, } (P_2 + hpg) V = P_2 (3V)$$

$$\text{বা, } hpg = 3 P_2 - P_2$$

$$\text{বা, } h = \frac{2P_2}{\rho g} = \frac{2 \times 10^5 \text{ Nm}^{-2}}{1000 \text{ kgm}^{-3} \times 9.8 \text{ ms}^{-2}} = 20.4 \text{ m}$$

\therefore হ্রদের গভীরতা 20.4 m

এখানে,

হ্রদের তলদেশে আয়তন, $V_1 = V$

হ্রদের পৃষ্ঠদেশে আয়তন, $V_2 = 3V$

হ্রদের পৃষ্ঠদেশে চাপ = বায়ুমণ্ডলের চাপ, $P_2 = 10^5 \text{ Nm}^{-2}$

হ্রদের তলদেশে চাপ,

$P_1 =$ বায়ুমণ্ডলের চাপ + পানির চাপ

$$= 10^5 \text{ Nm}^{-2} + hpg$$

হ্রদের গভীরতা, $h = ?$

৮। কোনো হ্রদের তলদেশ থেকে পৃষ্ঠে আসার ফলে একটি বাতাসের বুদবুদের আয়তন দ্বিগুণ হয়। হ্রদের পৃষ্ঠে বায়ুমণ্ডলের চাপ 10^5 Nm^{-2} হলে হ্রদের গভীরতা কত?

সমাধান: আমরা জানি,

$$P_1 V_1 = P_2 V_2$$

$$\text{বা, } (P_2 + hpg) V_1 = P_2 V_2$$

$$\text{বা, } P_2 + h\rho g = \frac{P_2 V_2}{V_1}$$

$$\text{বা, } h\rho g = \frac{P_2 V_2}{V_1} - P_2$$

$$\text{বা, } h\rho g = \frac{P_2 \times 2V_1}{V_1} - P_2$$

$$\text{বা, } h\rho g = 2P_2 - P_2 = P_2$$

$$\text{বা, } h = \frac{P_2}{\rho g} = \left(\frac{10^5}{1000 \times 9.8} \right) \text{m}$$

$$\therefore h = 10.2 \text{ m}$$

সুতরাং হ্রদের গভীরতা 10.2 m

এখানে,

ধরি, হ্রদের তলদেশের বাতাসে বুদবুদের আয়তন = V

হ্রদের উপরিতলে বাতাসে বুদবুদের আয়তন, $V_2 = 2V_1$

হ্রদের উপরিতলে বায়ুমন্ডলের চাপ, $P_2 = 10^5 \text{ Nm}^{-2}$

হ্রদের তলদেশের চাপ, $P_1 = P_2 + h\rho g$

অভিকর্ষীয় ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$

পানির ঘনত্ব, $\rho = 1000 \text{ kgm}^{-3}$

হ্রদের গভীরতা, $h = ?$

- ৯। কোনো হ্রদের তলদেশ থেকে পৃষ্ঠে আসার ফলে একটি বাতাসের বুদবুদের ব্যাস তিনগুণ হয়ে যায়। ব্যারোমিটারে পারদ স্তম্ভের উচ্চতা 75 cm হলে হ্রদের গভীরতা কত? [পারদের ঘনত্ব 13596 kgm^{-3}]
- সমাধান: আমরা জানি, বুদবুদের আয়তন এর ব্যাসের ঘনফলের সমানুপাতিক। তাই, ব্যাস তিনগুণ হলে আয়তন 27 গুণ হয়।

ধরি, হ্রদের তলদেশে বুদবুদের আয়তন, $V_1 = V$

সুতরাং, হ্রদের উপরিতলে বুদবুদের আয়তন, $V_2 = 27V$

আবার, হ্রদের তলদেশে চাপ,

$P_1 =$ বায়ুমন্ডলীয় চাপ + h মিটার গভীরতায় পানির চাপ

$$= P_2 + h\rho_1 g$$

আমরা জানি,

$$P_1 V_1 = P_2 V_2$$

$$\text{বা, } (P_2 + h\rho_1 g)V = P_2 \times 27V$$

$$\text{বা, } P_2 + h\rho_1 g = 27P_2$$

$$\text{বা, } h\rho_1 g = 26P_2$$

$$\text{বা, } h = \frac{26 \times 99930.6}{1000 \times 9.8} \text{ m}$$

$$= 265.12 \text{ m}$$

অতএব, হ্রদের গভীরতা 265.12 m

- ১০। কোনো হ্রদের তলদেশ হতে একটি বায়ুর বুদবুদের আয়তন তার পৃষ্ঠে উঠার পর বেড়ে 10 গুণ হয়। হ্রদের পৃষ্ঠে বায়ুমন্ডলের চাপ 76 cm পারদ স্তম্ভ হলে হ্রদের গভীরতা কত? [পারদের ঘনত্ব $13.6 \times 10^3 \text{ kgm}^{-3}$]

সমাধান: এখানে,

হ্রদের গভীরতা h

হ্রদের তলদেশে বুদবুদের আয়তন = V_1

পৃষ্ঠে আয়তন, $V_2 = 10V_1$

পৃষ্ঠে চাপ, $P_2 =$ বায়ুমন্ডলীয় চাপ = $0.76 \text{ m} \times 13.6 \times 10^3 \text{ kgm}^{-3} \times 9.8 \text{ ms}^{-2} = 1.013 \times 10^5 \text{ Nm}^{-2}$

তলদেশে চাপ,

$P_1 =$ বায়ুমন্ডলীয় চাপ + পানি স্তম্ভের চাপ

$$= (1.013 \times 10^5 + h \times 10^3 \times 9.8) \text{ Nm}^{-2}$$

বয়েলের সূত্র থেকে আমরা জানি,

$$P_1 V_1 = P_2 V_2$$

$$\therefore (1.013 \times 10^5 \text{ Nm}^{-2} + h \times 10^3 \text{ kgm}^{-3} \times 9.8 \text{ ms}^{-2}) \times V_1 = 1.013 \times 10^5 \text{ Nm}^{-2} \times 10V_1$$

$$\text{বা, } h \times 9800 \text{ Nm}^{-3} = (10.13 \times 10^5 - 1.013 \times 10^5) \text{ Nm}^{-2} = 9.117 \times 10^5 \text{ Nm}^{-2}$$

$$\therefore h = 93 \text{ m}$$

সুতরাং হ্রদের গভীরতা 93 m

- ১১। কোনো হ্রদের তলদেশ থেকে পানির উপরিতলে আসায় একটি বায়ু বুদবুদের আয়তন 7 গুণ হয়। বায়ুমন্ডলের চাপ 10^6 Nm^{-2} হ্রদের গভীরতা কত?

সমাধান: এখানে,

$$\text{হ্রদের তলদেশে বুদবুদের আয়তন, } V_1 = V$$

$$\text{হ্রদের উপরিতলে বুদবুদের আয়তন, } V_2 = 7V$$

$$\text{হ্রদের তলদেশের চাপ, } P_1 = \text{বায়ুমণ্ডলীয় চাপ} + h \text{ মিটার গভীরতায় পানির চাপ} = P_2 + h\rho g$$

$$\rho = \text{পানির ঘনত্ব} = 1000 \text{ kg/m}^3, g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$$

$$\text{আমরা জানি, } P_1 V_1 = P_2 V_2$$

$$\text{বা, } (P_2 + h\rho g)V = P_2 \times 7V$$

$$\text{বা, } P_2 + h\rho g = 7P_2$$

$$\text{বা, } 6P_2 = h\rho g$$

$$\text{বা, } 6 \times 10^6 \text{ Nm}^{-2} = h \times 1000 \text{ kg/m}^3 \times 9.8 \text{ ms}^{-2}$$

$$\text{বা, } h = \frac{6 \times 10^6 \text{ Nm}^{-2}}{1000 \text{ kgm}^{-3} \times 9.8 \text{ ms}^{-2}} = 612.24 \text{ m}$$

সুতরাং হ্রদের গভীরতা 612.24 m

- ১২। 27° C তাপমাত্রায় প্রতি গ্রাম অণু হিলিয়াম গ্যাসের গতিশক্তি নির্ণয় কর।

সমাধান: আমরা জানি,

$$E = \frac{3}{2} nRT$$

$$= \frac{3 \times 8.314 \text{ Jmol}^{-1} \text{ K}^{-1} \times 300 \text{ K}}{2}$$

$$= 3739.5 \text{ J}$$

নির্ণেয় গতিশক্তি 3739.5 J

এখানে,

$$\text{হিলিয়ামের মোল সংখ্যা, } n = 1$$

$$\text{সার্বজনীন গ্যাস ধ্রুবক, } R = 8.314 \text{ Jmol}^{-1} \text{ K}^{-1}$$

$$\text{তাপমাত্রা, } T = 27^\circ \text{ C} = (27 + 273) \text{ K} = 300 \text{ K}$$

$$\text{গতিশক্তি, } E = \text{কত?}$$

- ১৩। STP-তে কোনো গ্যাসের অণুগুলোর গড় বর্গবেগের বর্গমূল নির্ণয় করো। STP-তে এ গ্যাসের ঘনত্ব 1.4 kgm^{-3} ।

সমাধান: আমরা জানি,

$$P = \frac{1}{3} \rho \overline{c^2}$$

$$\text{বা, } \overline{c^2} = \frac{3P}{\rho}$$

$$\text{বা, } \sqrt{\overline{c^2}} = \sqrt{\frac{3P}{\rho}}$$

$$= \sqrt{\frac{3 \times 1.013 \times 10^5 \text{ Nm}^{-2}}{1.4 \text{ kgm}^{-3}}} = 465.91 \text{ ms}^{-1}$$

সুতরাং গ্যাসের অণুগুলোর গড় বর্গবেগের বর্গমূল 465.91 ms^{-1}

এখানে,

$$\text{S.T.P. তে গ্যাসের ঘনত্ব, } \rho = 1.4 \text{ kgm}^{-3}$$

$$\text{S.T.P. তে চাপ, } P = 1.013 \times 10^5 \text{ Nm}^{-2}$$

$$\text{মূল গড় বর্গ বেগ, } \sqrt{\overline{c^2}} = ?$$

১৫। প্রমাণ তাপমাত্রা ও চাপে নাইট্রোজেনের ঘনত্ব 1.25 kgm^{-3} । অণুগুলোর মূল গড় বর্গবেগ বের কর।

সমাধান: আমরা জানি,

$$P = \frac{1}{3} \rho c^2$$

$$\text{বা, } c^2 = \frac{3P}{\rho}$$

$$\text{বা, } \sqrt{c^2} = \sqrt{\frac{3P}{\rho}}$$

$$= \sqrt{\frac{3 \times 1.013 \times 10^5 \text{ Nm}^{-2}}{1.25 \text{ kgm}^{-3}}} = 493.07 \text{ ms}^{-1}$$

সুতরাং গ্যাসের অণুগুলোর গড় বর্গবেগের বর্গমূল 493.07 ms^{-1}

এখানে,

নাইট্রোজেনের ঘনত্ব, $\rho = 1.25 \text{ kgm}^{-3}$

স্বাভাবিক চাপ, $P = 1.013 \times 10^5 \text{ Nm}^{-2}$

মূল গড় বর্গ বেগ, $\sqrt{c^2} = ?$

১৬। প্রমাণ তাপমাত্রা ও চাপে অক্সিজেন গ্যাসের অণুগুলোর গড় বর্গবেগের বর্গমূল নির্ণয় কর। প্রমাণ তাপমাত্রা ও চাপে অক্সিজেনের ঘনত্ব $= 1.43 \text{ kgm}^{-3}$

সমাধান: আমরা জানি,

$$c = \sqrt{\frac{3P}{\rho}}$$

$$= \sqrt{\frac{3 \times 1.013 \times 10^5}{1.43}} \text{ ms}^{-1} = 461 \text{ ms}^{-1}$$

সুতরাং অণুগুলোর বর্গবেগের বর্গমূল 461 ms^{-1}

এখানে,

অক্সিজেনের ঘনত্ব, $\rho = 1.43 \text{ kgm}^{-3}$

স্বাভাবিক চাপ, $P = 1.013 \times 10^5 \text{ Nm}^{-2}$

গড় বর্গবেগের বর্গমূল, $c = ?$

১৭। স্থির চাপে কোন তাপমাত্রায় কোনো গ্যাসের অণুর গড় বর্গবেগ প্রমাণ চাপ ও তাপমাত্রায় মূল গড় বর্গবেগের অর্ধেক হবে?

সমাধান: ধরি, প্রাথমিক ও শেষ মূল গড় বর্গবেগ C_1 ও C_2

$$\text{প্রশ্নমতে, } C_2 = \frac{C_1}{2}$$

$$\therefore C_1 = 2C_2$$

আমরা জানি,

$$C_1 = \sqrt{\frac{3RT_1}{M}} \dots\dots\dots (1)$$

$$C_2 = \sqrt{\frac{3RT_2}{M}} \dots\dots\dots (2)$$

এখন (২) \div (১) হতে পাই,

$$\frac{C_2}{C_1} = \sqrt{\frac{T_2}{T_1}}$$

$$\frac{C_2}{2C_2} = \sqrt{\frac{T_2}{T_1}}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{2} = \sqrt{\frac{T_2}{T_1}}$$

এখানে,

প্রাথমিক তাপমাত্রা, $T_1 = 273 \text{ K}$

শেষ তাপমাত্রা, $T_2 = ?$

www.EducationBlog24.Com

www.EducationBlog24.Com

$$\text{বা, } \frac{T_2}{T_1} = \frac{1}{4}$$

$$\text{বা, } T_2 = \frac{1}{4} \times T_1 = \frac{1}{4} \times 273 = 68.25 \text{ K}$$

নির্ণেয় তাপমাত্রা 68.25 K

- ১৮। কোনো এক দিন বায়ুর তাপমাত্রা 30°C এবং শিশিরাংক 22°C হলে আপেক্ষিক আর্দ্রতা নির্ণয় কর। 30°C এবং 22°C এ সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ যথাক্রমে 31.83 এবং 19.83 mm পারদ চাপ।
সমাধান: আমরা জানি,

$$R = \frac{f}{F} \times 100\%$$

$$= \frac{19.83 \text{ mm}}{31.83 \text{ mm}} \times 100\%$$

$$= 62.3\%$$

অতএব আপেক্ষিক আর্দ্রতা 62.3%।

দেওয়া আছে,

30°C এ সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ
 $F = 31.83 \text{ mm}$ (পারদচাপ)

22°C এ সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ,
 $f = 19.83 \text{ mm}$ (পারদচাপ)

আপেক্ষিক আর্দ্রতা, $R = ?$

- ১৯। একটি নির্দিষ্ট দিনে যখন বায়ুর উষ্ণতা 17.5°C তখন শিশিরাংক দেখা গেলো 14°C আপেক্ষিক আর্দ্রতা নির্ণয় কর সর্বোচ্চ জলীয় বাষ্প চাপ 14°C এ 1.199 cm (পারদ), 17°C এ 1.44 cm (পারদ), এবং 18°C এ 1.55 cm (পারদ)

সমাধান: $F = 17.5^\circ \text{C}$ এ সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ 1°C

তাপমাত্রা বৃদ্ধিতে চাপ বৃদ্ধি = 0.11 cm

$\therefore 0.55^\circ \text{C}$ তাপমাত্রা বৃদ্ধিতে চাপ বৃদ্ধি = 0.055 cm

$\therefore F = 17.5^\circ \text{C}$ এ সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পচাপ = $1.44 + 0.0555 = 1.195 \text{ cm}$

আমরা জানি,

$$\text{আপেক্ষিক আর্দ্রতা, } R = \frac{f}{F} \times 100\%$$

$$\text{বা, } R = \frac{1.199 \text{ cm}}{1.495 \text{ cm}} \times 100\% = 80.2\%$$

সুতরাং আপেক্ষিক আর্দ্রতা 80.2%।

দেওয়া আছে,

14°C এ সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পচাপ, $f = 1.199 \text{ cm Hg}$

17°C এ সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পচাপ = 1.44 cm Hg

18°C এ সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পচাপ = 1.55 cm Hg

আপেক্ষিক আর্দ্রতা, $R = ?$

- ২০। কোনো একদিন বায়ুর তাপমাত্রা 26°C এবং শিশিরাঙ্ক 20.4°C । আপেক্ষিক আর্দ্রতা নির্ণয় কর। 20°C , 22°C ও 26°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ যথাক্রমে 17.54 mm, 19.83 mm এবং 25.21 mm চাপ।

সমাধান: এখানে,

শিশিরাঙ্ক, $\theta = 20.4^\circ \text{C}$

শিশিরাঙ্কে সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পচাপ,

$$f = 20^\circ \text{C এর চাপ} + \frac{22^\circ \text{C এর চাপ} - 20^\circ \text{C এর চাপ}}{2} \times 0.4$$

$$= \left(17.54 + \frac{19.83 - 17.54}{2} \times 0.4 \right) \text{ mmHg চাপ}$$

$$= (17.54 + 0.458) \text{ mm Hg চাপ}$$

$$= 17.998 \text{ mm Hg চাপ}$$

বায়ুর তাপমাত্রা, $\theta_1 = 26^\circ \text{C}$

\therefore বায়ুর তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্প চাপ,

$F = 26^\circ \text{C}$ এর চাপ = 25.21 mm Hg চাপ

আমরা জানি,

$$\text{আপেক্ষিক আর্দ্রতা, } R = \frac{f}{F} \times 100\%$$

$$\therefore R = \frac{17.998}{25.21} \times 100\% = 71.39\%$$

অতএব, আপেক্ষিক আর্দ্রতা 71.39 %

- ২১। কোনো একদিন শিশিরাঙ্ক 7.5°C এবং কক্ষ তাপমাত্রা 18.5°C । আপেক্ষিক আর্দ্রতা নির্ণয় কর। [7°C , 8°C , 18°C ও 19°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ যথাক্রমে $7.53 \times 10^{-3} \text{ m}$, $8.05 \times 10^{-3} \text{ m}$, $15.48 \times 10^{-3} \text{ m}$ এবং $16.46 \times 10^{-3} \text{ m}$ পারদ।]

সমাধান:

$$(8 - 7)^\circ \text{C} = 1^\circ \text{C} \text{ তাপমাত্রার বৃদ্ধির জন্য সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পচাপ বৃদ্ধি} = (8.05 - 7.53) \times 10^{-3} \text{ m} = 0.52 \times 10^{-3} \text{ m} \text{ পারদ।}$$

$$\therefore (7.5 - 7) = 0.5^\circ \text{C} \text{ তাপমাত্রা বৃদ্ধির জন্য সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পচাপ বৃদ্ধি} = 0.52 \times 10^{-3} \times 0.5 = 0.26 \times 10^{-3} \text{ m} \text{ পারদ।}$$

$$\therefore \text{শিশিরাঙ্ক } (7.5^\circ \text{C}) \text{ সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পচাপ, } f = (7.53 + 0.26) \times 10^{-3} = 7.79 \times 10^{-3} \text{ m} \text{ পারদ।}$$

আবার,

$$(19 - 18)^\circ \text{C} = 1^\circ \text{C} \text{ বৃদ্ধির জন্য সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পচাপ বৃদ্ধি} = (16.46 - 15.48) \times 10^{-3} = 0.98 \times 10^{-3} \text{ m} \text{ পারদ।}$$

$$\therefore (18.5 - 18) = 0.5^\circ \text{C} \text{ বৃদ্ধির জন্য সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পচাপ বৃদ্ধি} = (0.98 \times 0.5 \times 10^{-3} \text{ m}) = 0.49 \times 10^{-3} \text{ m} \text{ পারদ।}$$

\therefore কক্ষ তাপমাত্রায় (18.5°C) সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্প চাপ;

$$F = (15.48 + 0.49) \times 10^{-3} \text{ m} = 15.97 \times 10^{-3} \text{ m} \text{ পারদ।}$$

আমরা জানি, আপেক্ষিক আর্দ্রতা,

$$R = \frac{f}{F} \times 100\%$$

$$\therefore R = \frac{7.79 \times 10^{-3}}{15.97 \times 10^{-3}} \times 100\% = 4.8.78\%$$

অতএব, আপেক্ষিক আর্দ্রতা 4.8.78 %

- ২২। নির্দিষ্ট কোনো এক দিনের শিশিরাঙ্ক 8.5°C এবং বায়ুর তাপমাত্রা 18.4°C । আপেক্ষিক আর্দ্রতা নির্ণয় কর। (8°C , 9°C , 18°C ও 19°C তাপমাত্রায় সর্বাধিক বাষ্পচাপ যথাক্রমে 8.04, 8.61, 15.46 এবং 16.46 cm পারদ)

সমাধান:

$$8^\circ \text{C} \text{ থেকে } 9^\circ \text{C} \text{ অর্থাৎ } 1^\circ \text{C} \text{ এর জন্য সর্বাধিক বায়ুচাপ বৃদ্ধি} = (8.61 - 8.04) \text{ cm Hg} = 0.57 \text{ cm Hg}$$

$$\text{সুতরাং, } 0.5^\circ \text{C} \text{ এর জন্য সর্বাধিক বায়ুচাপ বৃদ্ধি} = 0.5 \times 0.57 \text{ cm Hg} = 0.285 \text{ cm Hg}$$

শিশিরাঙ্কে অর্থাৎ 8.5°C তাপমাত্রায় সর্বাধিক বায়ুচাপ,

$$f = (8.04 + 0.285) \text{ cm Hg} = 8.325 \text{ cm Hg}$$

এখন,

$$19^\circ \text{C} \text{ থেকে } 18^\circ \text{C} \text{ অর্থাৎ } 1^\circ \text{C} \text{ এর জন্য বায়ুচাপ বৃদ্ধি} = (16.46 - 15.46) \text{ cm Hg} = 1.0 \text{ cm Hg}$$

$$\text{তাহলে } 0.4^\circ \text{C} \text{ তাপমাত্রা বৃদ্ধির জন্য বায়ুচাপের বৃদ্ধি} = (0.4 \times 1.0) \text{ cm Hg} = 0.4 \text{ cm Hg}$$

বায়ুর তাপমাত্রায় অর্থাৎ 18.4°C তাপমাত্রায় সর্বাধিক বায়ুচাপ,

$$F = (15.46 + 0.4) \text{ cm Hg} = 15.86 \text{ cm Hg}$$

আমরা জানি, আপেক্ষিক আর্দ্রতা,

$$R = \frac{f}{F} \times 100\%$$

$$\therefore R = \frac{8.325}{15.86} \times 100\% = 52.5\%$$

সুতরাং আপেক্ষিক আর্দ্রতা 52.5%।

- ২৩। কোনো একদিনের শিশিরাঙ্ক 7.6°C ও বায়ুর তাপমাত্রা 16°C আপেক্ষিক আর্দ্রতা নির্ণয় করো। [7°C , 8°C ও 16°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ যথাক্রমে $7.5 \times 10^{-3}\text{m}$, $8 \times 10^{-3}\text{m}$ $13.5 \times 10^{-3}\text{m}$ পারদ]

সমাধান: 16°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ, $F = 13.5 \times 10^{-3}\text{m(Hg)}$
এখন, 8°C তাপমাত্রায় জলীয় বাষ্পের চাপ = $8 \times 10^{-3}\text{m(Hg)}$

7°C তাপমাত্রায় জলীয় বাষ্পের চাপ = $7.5 \times 10^{-3}\text{m(Hg)}$

$\therefore 1^\circ$ তাপমাত্রা বৃদ্ধিতে চাপ বৃদ্ধি = $0.5 \times 10^{-3}\text{m(Hg)}$

$\therefore 0.6$ তাপমাত্রা বৃদ্ধিতে চাপ বৃদ্ধি = $(0.5 \times 10^{-3} \times 0.6)\text{m(Hg)} = 0.3 \times 10^{-3}\text{m(Hg)}$

\therefore শিশিরাঙ্কে (7.6°C এ) জলীয় বাষ্পের চাপ,

$$f = 7.5 \times 10^{-3} + 0.3 \times 10^{-3} = 7.8 \times 10^{-3}\text{m(Hg)}$$

আমরা জানি, আপেক্ষিক আর্দ্রতা,

$$R = \frac{f}{F} \times 100\%$$

$$\therefore R = \frac{7.8 \times 10^{-3}}{13.5 \times 10^{-3}} \times 100\% = 57.77\%$$

সুতরাং আপেক্ষিক আর্দ্রতা 57.77%।

- ২৪। বায়ুর তাপমাত্রা 30°C এবং আপেক্ষিক আর্দ্রতা 60% হলে বায়ুর জলীয় বাষ্পের চাপ কত? 30°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পচাপ = $31.70 \times 10^{-3}\text{mHg}$ ।

সমাধান: ধরি, বায়ুর জলীয় বাষ্পের চাপ = f

আমরা জানি, আপেক্ষিক আর্দ্রতা, $R = \frac{f}{F} \dots\dots\dots (1)$

এক্ষেত্রে, $R = \frac{60}{100}$, $F = 31.70 \times 10^{-3}\text{mHg}$

\therefore (১) নং সমীকরণ হতে পাই,

$$f = R \times F = \frac{60}{100} \times 31.70 \times 10^{-3}\text{mHg} = 19.02 \times 10^{-3}\text{mHg}$$

অতএব, জলীয় বাষ্পচাপ $19.02 \times 10^{-3}\text{mHg}$

- ২৫। কোনো এক স্থানের তাপমাত্রা 32°C এবং আপেক্ষিক আর্দ্রতা 50% হলে ঐ স্থানের শিশিরাঙ্ক কত? [20.25°C এবং 32°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ যথাক্রমে 17.83 mm এবং 35.66 mm পারদ।]

সমাধান: আমরা জানি,

$$R = \frac{f}{F}$$

বা, $f = R \times F$

বা, $f = 0.5 \times 35.66\text{mmHg}$

বা, $f = 17.83\text{mmHg}$

দেওয়া আছে,

20.25°C তাপমাত্রায় ঐ স্থানের সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ 17.83 mm Hg.

সুতরাং ঐ স্থানের শিশিরাঙ্ক 20.25°C

এখানে,

আপেক্ষিক আর্দ্রতা, $R = 50\% = 0.5$

32°C তাপমাত্রায় জলীয় বাষ্পের চাপ,

$F = 35.66\text{mmHg}$

ধরি, শিশিরাঙ্কে জলীয় বাষ্পের চাপ, f

২৬। কোনো একদিন সিক্ত ও শুষ্ক বায়ু আর্দ্রতামাপক যন্ত্রের শুষ্ক বাল্বের পাঠ 30°C এবং সিক্ত বাল্বের পাঠ 28°C । আপেক্ষিক আর্দ্রতা নির্ণয় কর। 30°C এ গ্লেইসারের উৎপাদক 1.65 এবং 26°C , 28°C , 30°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্প চাপ যথাক্রমে $25.25 \times 10^{-3}\text{ m}$, $28.45 \times 10^{-3}\text{ m}$ এবং $31.85 \times 10^{-3}\text{ m Hg}$ চাপ।

সমাধান: এখানে, শিশিরাঙ্ক,

$$\theta = \theta_1 - G(\theta_1 - \theta_2) \quad [\theta_1 = 30^\circ\text{C}, \theta_2 = 28^\circ\text{C}]$$

$$= 30^\circ\text{C} - 1.65(30 - 28)^\circ\text{C}$$

$$= 26.7^\circ\text{C}$$

$\therefore f =$ শিশিরাঙ্কে সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পচাপ $= 26.7^\circ\text{C}$ এর চাপ

$$= 26^\circ\text{C এর চাপ} + \frac{28^\circ\text{C এর চাপ} - 26^\circ\text{C এর চাপ}}{2} \times 0.7$$

$$= \left(25.25 \times 10^{-3} + \frac{28.45 \times 10^{-3} - 25.25 \times 10^{-3}}{2} \times 0.7 \right) \text{mHg চাপ}$$

$$= 26.37 \times 10^{-3}\text{ m Hg চাপ}$$

$F =$ বায়ুর তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্প চাপ $= 30^\circ\text{C}$ -এর চাপ $= 31.85 \times 10^{-3}\text{ m Hg}$

আমরা জানি, আপেক্ষিক আর্দ্রতা,

$$R = \frac{f}{F} \times 100\%$$

$$\therefore R = \frac{26.37 \times 10^{-3}}{31.85 \times 10^{-3}} \times 100\%$$

$$= 82.79\%$$

অতএব, আপেক্ষিক আর্দ্রতা 82.79%।

২৭। একটি শুষ্ক ও আর্দ্র বায়ু হাইগ্রোমিটারে শুষ্ক ও আর্দ্র বায়ুর তাপমাত্রা যথাক্রমে 20°C এবং 12°C হলে শিশিরাঙ্ক ও বায়ুর আপেক্ষিক আর্দ্রতা নির্ণয় কর। (20°C তাপমাত্রায় গ্লেইসারের উৎপাদক 1.79 এবং 20°C ও 5.68°C তাপমাত্রায় জলীয় বাষ্পের সর্বোচ্চ চাপ যথাক্রমে 17.6 mm Hg এবং 6.856 mm Hg P)

সমাধান: আমরা জানি,

গ্লেইসারের সূত্রানুসারে,

$$T = t_1 - G(t_1 - t_2)$$

$$= 20 - 1.79(20 - 12)$$

$$= 20 - 14.32 = 5.68$$

$$\therefore \text{শিশিরাঙ্ক} = 5.68^\circ\text{C}$$

আবার, আপেক্ষিক আর্দ্রতা,

$$R = \frac{f}{F} \times 100\%$$

এখানে,

$$f = 5.68^\circ\text{C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত বাষ্প চাপ} = 6.856\text{ mm Hg}$$

$$F = 20^\circ\text{C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত বাষ্প চাপ} = 17.6\text{ mm Hg}$$

$$\therefore R = \frac{6.856}{17.6} \times 100\% = 38.95\%$$

অতএব, শিশিরাঙ্ক 5.68°C এবং আপেক্ষিক আর্দ্রতা 38.95%।

এখানে,

$$\text{আর্দ্র বায়ুর তাপমাত্রা, } t_2 = 12^\circ\text{C}$$

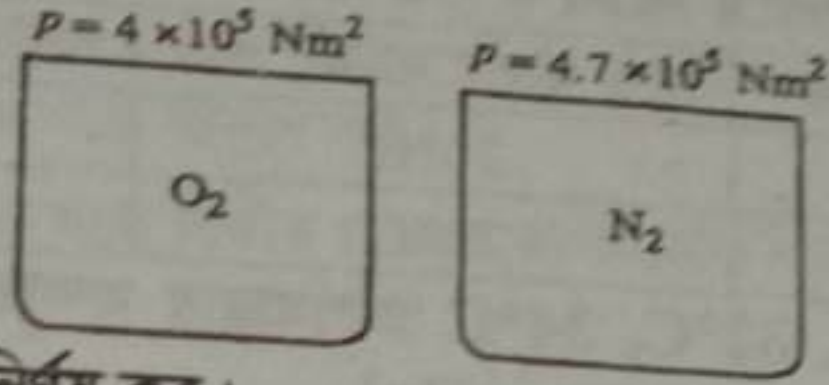
$$\text{শুষ্ক বায়ুর তাপমাত্রা, } t_1 = 20^\circ\text{C}$$

$$\text{গ্লেইসারের উৎপাদক, } G = 1.79$$

$$\text{শিশিরাঙ্ক, } t = ?$$

$$\text{আপেক্ষিক আর্দ্রতা, } R = ?$$

২৮। 3m^3 আয়তনের দুটি অভিন্ন পাত্র A ও B। A-পাত্রে O_2 এবং B পাত্রে N_2 গ্যাস নিয়ে চিত্রে প্রদর্শিত চাপ পাওয়া গেল।



ক. A-পাত্রে গ্যাসের গতিশক্তি নির্ণয় কর।

খ. A ও B পাত্রের মধ্যে কোনটি বেশি উত্তপ্ত হবে? গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে তোমার মতামত প্রদান কর।

সমাধান:

[ব.বো '১৬]

ক. আমরা জানি,

$$E = \frac{3}{2} RT$$

$$\text{আবার, } PV = RT$$

$$\therefore P_1 V_1 = RT$$

$$\therefore E = \frac{3}{2} P_1 V_1$$

$$= \frac{3}{2} \times 4 \times 10^5 \times 3 \times 10^{-6}$$

$$E = 1.8 \text{ J (Ans.)}$$

খ. A পাত্রের ক্ষেত্রে,

$$\text{গ্যাসের চাপ, } P_1 = 4 \times 10^5 \text{ Nm}^{-2}$$

$$\text{গ্যাসের তাপমাত্রা} = T_1$$

$$\text{গ্যাসের আয়তন, } V_1 = 3 \text{ cm}^3 = 3 \times 10^{-6} \text{ m}^3$$

আমরা পাই,

$$P_1 V_1 = nRT_1 \dots\dots\dots (i)$$

B পাত্রের ক্ষেত্রে,

$$\text{গ্যাসের চাপ, } P_2 = 4.7 \times 10^5 \text{ Nm}^{-2}$$

$$\text{গ্যাসের তাপমাত্রা} = T_2$$

$$\text{গ্যাসের আয়তন, } V_2 = 3 \text{ cm}^3 = 3 \times 10^{-6} \text{ m}^3$$

আমরা পাই,

$$P_2 V_2 = nRT_2 \dots\dots\dots (ii)$$

$\therefore (i) \div (ii)$ হতে পাই,

$$\frac{P_1 V_1}{P_2 V_2} = \frac{nRT_1}{nRT_2}$$

$$\text{বা, } \frac{4 \times 10^5 \times 3 \times 10^{-6}}{4.7 \times 10^5 \times 3 \times 10^{-6}} = \frac{T_1}{T_2}$$

$$\text{বা, } \frac{T_1}{T_2} = \frac{4}{4.7}$$

$$\text{বা, } \frac{T_2}{T_1} = \frac{4.7}{4}$$

$$\text{বা, } T_2 = 1.175 T_1$$

$$\therefore T_2 > T_1$$

অর্থাৎ B পাত্রটি বেশি উত্তপ্ত হবে।

দেওয়া আছে,

$$A \text{ পাত্রে গ্যাসের আয়তন, } V_1 = 3 \text{ cm}^3 = 3 \times 10^{-6} \text{ m}^3$$

$$A \text{ পাত্রে গ্যাসের চাপ, } P_1 = 4 \times 10^5 \text{ Nm}^{-2}$$

$$A \text{ পাত্রে গ্যাসের গতিশক্তি, } E = ?$$

www.Educationblog24.Com

www.Educationblog24.Com

২৯। একজন আবহাওয়াবিদ দৈনিক প্রতিবেদন তৈরির জন্য কোনো একদিন ঢাকা ও রাজশাহীতে স্থাপিত দুটি সিজ ও শুষ্ক বায়ু অর্দ্রতামাপক যন্ত্রের মাধ্যমে নিচের উপাদানগুলো সংগ্রহ করলেনঃ

স্থান	শুষ্ক বায়ু থার্মো. পাঠ	সিজ বায়ু থার্মো. পাঠ	বায়ুর তাপমাত্রায় গ্লোসিয়ারের উৎপাদক
ঢাকা	28.6°C	20°C	1.664
রাজশাহী	32.5°C	22°C	1.625

[14°C, 16°C, 28°C, 30°C, 32°C, 34°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয়বাষ্প চাপ যথাক্রমে 11.99, 13.63, 28.35, 31.83, 35.66 এবং 39.90 mm Hg]

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাওঃ

- (ক) ঐ দিনে ঢাকার শিশিরাঙ্ক কত ছিল?
 (খ) উপরোক্ত তথ্যমতে কোন ব্যক্তি কোথায় অধিকতর স্বস্তি বোধ করবেন? গাণিতিকভাবে ব্যাখ্যা কর। [চ.বো '১৭]

সমাধান:

(ক) আমরা জানি,

$$\text{শিশিরাঙ্ক: } \theta = \theta_1 - G(\theta_1 - \theta_2) \dots\dots\dots (i)$$

(i) নং সমীকরণ মানগুলো বসিয়ে পাই,

$$\theta = 28.6 - 1.664(28.6 - 20.6) \\ = 19.288^\circ \approx 15.29^\circ$$

∴ শিশিরাঙ্ক 15.29°C

এখানে,

$$\text{শুষ্ক বায়ুর তাপমাত্রা, } \theta_1 = 28.6^\circ\text{C}$$

$$\text{আর্দ্র বায়ুর তাপমাত্রা, } \theta_2 = 20.6^\circ\text{C}$$

$$\text{গ্লোসিয়ারের রাশি, } G = 1.664$$

$$\text{শিশিরাঙ্ক, } \theta = ?$$

(খ) উপাত্ত হতে,

$$16^\circ\text{C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্প চাপ } 13.63 \text{ mm Hg}$$

$$14^\circ\text{C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্প চাপ } 11.99 \text{ mm Hg}$$

$$2^\circ\text{C তাপমাত্রা পার্থক্যে সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্প চাপের পার্থক্য } 1.64 \text{ mm Hg}$$

$$\therefore 1^\circ\text{C তাপমাত্রা পার্থক্যে সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্প চাপের পার্থক্য } 0.82 \text{ mm Hg}$$

$$15.29^\circ\text{C তাপমাত্রায় বা } (16 - 0.71)^\circ\text{C সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পচাপ,}$$

$$f_{\text{dew}} = 13.63 - 0.82 \times 0.71 \text{ mm Hg} = 13.05 \text{ mm Hg}$$

$$30^\circ\text{C} - 28^\circ\text{C বা } 2^\circ\text{C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্প চাপের পার্থক্য} = 31.83 - 28.35 = 3.48 \text{ mm Hg}$$

$$\therefore 1^\circ\text{C তাপমাত্রা পার্থক্যে সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্প চাপের পার্থক্য} = \frac{3.48}{2} = 1.74 \text{ mm Hg}$$

$$28.6^\circ\text{C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্প চাপ} = 28.35 + 0.6 \times 1.74$$

$$\text{বা, } f_{\text{dry}} = 29.394 \text{ mm Hg}$$

$$\therefore \text{ঢাকার আপেক্ষিক আর্দ্রতা, } R = \frac{f_{\text{dew}}}{f_{\text{dry}}} \times 100\% = \frac{13.05}{29.394} \times 100\% = 44.4\%$$

রাজশাহীতে:

$$34^\circ\text{C} - 32^\circ\text{C বা } 2^\circ\text{C তাপমাত্রা পার্থক্যে সম্পৃক্ত বাষ্পচাপের পার্থক্য } 4.24 \text{ mm Hg}$$

$$1^\circ\text{C তাপমাত্রা পার্থক্যে সম্পৃক্ত বাষ্পচাপের পার্থক্য } 2.12 \text{ mm Hg}$$

$$32.6^\circ\text{C বা } (32^\circ\text{C} + 0.6^\circ\text{C}) \text{ তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ,}$$

$$f_{\text{dry}} = 35.66 + 0.6 \times 2.12 = 36.932 \text{ mm Hg}$$

শিশিরাঙ্ক,

$$\theta = 32.6 - 1.625(32.6 - 22) = 15.373^\circ\text{C}$$

$$15.375^\circ\text{C বা, } 16^\circ\text{C} - 0.625^\circ\text{C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয়বাষ্পের চাপ,}$$

$$f_{\text{dew}} = 13.63 - 0.625 \times 0.82 = 13.12 \text{ mm Hg}$$

রাজশাহীর আপেক্ষিক আর্দ্রতা,

$$R_2 = \frac{f_{\text{dew}}}{f_{\text{dry}}} \times 100\% = \frac{13.12}{36.932} \times 100\% = 35.52\%$$

আপেক্ষিক আর্দ্রতা রাজশাহীতে কম বিধায় কোনো ব্যক্তি ঢাকা অপেক্ষা রাজশাহীতে অধিকতর স্বস্তি বোধ করবেন।

- ৩০। স্বাভাবিক তাপমাত্রা ও চাপে 1 mole করে দুটি গ্যাস একই আয়তনের ছিপিয়ুক্ত দুটি পাত্রে রক্ষিত আছে। গ্যাস দুটির আণবিক ভর যথাক্রমে 2g ও 32g। পাত্র দুটির মুখের ছিপি একই সাথে খুলে দেয়া হলো। [অ্যাভোগেড্রোর সংখ্যা = 6.022×10^{23} এবং $R = 8.31 \text{ Jole mole}^{-1} \text{ K}^{-1}$]
- (ক) দ্বিতীয় পাত্রের গ্যাসের গড় গতি শক্তি হিসাব কর।
- (খ) পাত্র দুটি একই সাথে খালি হতে হলে দ্বিতীয় পাত্রের তাপমাত্রার কিরূপ পরিবর্তন হবে—গাণিতিক বিশ্লেষণ এর সাহায্যে লিখ।

সমাধান:

[ব.বো '১৫]

- (ক) দ্বিতীয় পাত্রে আছে অক্সিজেন যার আণবিক ভর, $M_{O_2} = 32g \text{ mol}^{-1}$
আমরা জানি, গড় গতিশক্তি,

$$E = \frac{3}{2} KT$$

$$= \frac{3}{2} \frac{R}{N} T$$

$$E = \frac{3}{2} \times \frac{8.31}{6.022 \times 10^{23}} \times 273$$

$$= \frac{3}{2} \times 1.38 \times 10^{-23} \times 273$$

$$= 5.65 \times 10^{-21} \text{ J}$$

এখানে,

অ্যাভোগেড্রোর সংখ্যা,

$$N = 6.022 \times 10^{23}$$

$$R = 8.31 \text{ J mol}^{-1} \text{ k}^{-1}$$

$$T = 273 \text{ k}$$

- (খ) গ্যাস নির্গমনের হার তাদের আণবিক ভর ও তাপমাত্রার উপর নির্ভর করে।

$$\frac{t_A}{t_B} = \sqrt{\frac{M_B}{M_A}} = \sqrt{\frac{32}{2}} = 4$$

স্বাভাবিক অবস্থায় A বা হাইড্রোজেন গ্যাসের নির্গমনের হার বা সময় B বা অক্সিজেন গ্যাসের নির্গমনের হার বা সময়ের 4 গুণ। সুতরাং অক্সিজেন গ্যাসের নির্গমনের সময় হাইড্রোজেন গ্যাসের নির্গমনের সময়ের সমান করতে হলে এর তাপমাত্রা বাড়াতে হবে।

আবার গ্যাস নির্গমনের হার বা সময় ঘনত্বের বর্গমূলের ব্যস্তানুপাতিক এবং ঘনত্ব তাপমাত্রার ব্যস্তানুপাতিক।

$$\therefore r \propto \sqrt{T}, r \propto \frac{1}{\sqrt{\rho}}$$

$$r \propto t \therefore t \propto \sqrt{T}$$

$$\therefore \frac{t_A}{t_B} = \sqrt{\frac{T_A}{T_B}}$$

$$\text{বা, } 4 = \sqrt{\frac{T_A}{T_B}}$$

$$\text{বা, } \frac{T_A}{T_B} = 16$$

$$\text{বা, } \frac{T_A - T_B}{T_B} = 15$$

তাপমাত্রার পরিবর্তন,

$$\Delta T = T_A - T_B = 15 \times T_B$$

$$= 15 \times 273$$

$$= 4095 \text{ K}$$

\therefore দ্বিতীয় পাত্রের তাপমাত্রা 4095 K বাড়াতে হবে।

- ৩১। একটি গ্যাস সিলিন্ডারের আয়তন 1.5m^3 । সিলিন্ডারটিতে 27°C তাপমাত্রায় কোনো গ্যাসের 30×10^{25} টি অণু আবদ্ধ আছে। গ্যাস অণুর ব্যাস $25 \times 10^{-10}\text{m}$ । পরবর্তীতে উক্ত গ্যাসপূর্ণ সিলিন্ডারটি সমআয়তনের অপর একটি খালি সিলিন্ডারের সাথে যুক্ত করা হল।
- (ক) সিলিন্ডারে আবদ্ধ গ্যাসের গতিশক্তি নির্ণয় কর।
- (খ) খালি সিলিন্ডার যুক্ত করায় গ্যাসের অণুর গড় মুক্ত পথের পরিবর্তন হবে কিনা গাণিতিক বিশ্লেষণপূর্বক মতামত দাও।

সমাধান:

- (ক) আমরা জানি, একটি অণুর গতিশক্তি, $E = \frac{3}{2}KT$

$\therefore N$ সংখ্যক অণুর গতিশক্তি,

$$E = \frac{3}{2}NKT$$

$$= \frac{3}{2} \times 30 \times 10^{25} \times 1.38 \times 10^{-23} (300)$$

$$= 1.863 \times 10^6 \text{ J}$$

এখানে,

$$N = 30 \times 10^{25} \text{ টি}$$

$$K = \frac{R}{N} = 1.38 \times 10^{-23} \text{ JK}^{-1}$$

$$T = 27 + 273 = 300 \text{ K}$$

- (খ) আমরা জানি,

$$\text{গড়মুক্ত পথ, } \lambda = \frac{1}{\sqrt{2} n \pi \sigma^2}$$

$$\therefore \lambda = \frac{1}{\sqrt{2} \times \frac{30 \times 10^{25}}{1.5} \times 3.14 \times (25 \times 10^{-10})^2}$$

$$= 1.8 \times 10^{-10} \text{ m}$$

এখানে, অণুর ব্যাস,

$$\sigma = 25 \times 10^{-10} \text{ m}$$

$$n = \frac{30 \times 10^{25}}{1.5} \text{ m}^{-3}$$

অপর একটি সমআয়তনের পাত্রযুক্ত করলে মোট আয়তন হবে, $v = 1.5 \times 2 \text{ m}^3$

ফলে একক আয়তনে অণুর সংখ্যা হবে, $n' = \frac{30 \times 10^{25}}{2 \times 1.5} \text{ m}^{-3}$, $\sigma = 25 \times 10^{-10}$

\therefore এক্ষেত্রে গড়মুক্ত পথ, λ^1 হলে,

$$\lambda^1 = \frac{1}{\sqrt{2} \times \frac{30 \times 10^{25}}{1.5 \times 2} \times 3.14 \times (25 \times 10^{-10})^2} = 3.6 \times 10^{-10} \text{ m} = 2 \times 1.8 \times 10^{-10} \text{ m} = 2\lambda$$

অতএব গড়মুক্ত পথ দ্বিগুণ হয়ে যাবে।

অন্যভাবে বলা যায়,

$$\text{গড়মুক্ত পথ, } \lambda = \frac{1}{\sqrt{2} \pi n \sigma^2} \text{ হতে পাই,}$$

১ম ক্ষেত্রে:

$$\lambda_1 = \frac{1}{\sqrt{2} \pi n_1 \sigma^2} = \frac{1}{\sqrt{2} \pi \cdot \frac{N}{v_1} \sigma^2} = \frac{v_1}{\sqrt{2} \pi N \sigma^2}$$

দ্বিতীয় ক্ষেত্রে:

$$\lambda_2 = \frac{v_2}{\sqrt{2} \pi N \sigma^2}$$

$$\text{বা, } \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{v_2}{v_1} = \frac{2v_1}{v_1} = 2$$

$$\therefore \lambda_2 = 2\lambda_1$$

$$\begin{aligned} P_x &= 4 \times 10^5 \text{ N-m}^2 \\ V_x &= 4 \text{ litre} \\ T_x &= 600 \text{ k} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P_y &= 8 \times 10^5 \text{ N-m}^2 \\ V_y &= 8 \text{ litre} \\ T_y &= 650 \text{ k} \end{aligned}$$

চিত্রে X ও Y সিলিন্ডারে কিছু গ্যাস আছে। যাদের ঘনত্ব $\rho \text{ kg/m}^3$ এবং ভর সমান।

- (ক) X ও Y সিলিন্ডারের গ্যাসের গড় বর্গমূল বেগের তুলনা কর।
 (খ) X ও Y পাত্র দুটিকে একটি নল দ্বারা যুক্ত করা হলে গ্যাসের অণুগণি X পাত্র হতে Y পাত্রে যাবে কি? তোমার উত্তরের সপক্ষে যুক্তি দাও।

সমাধান:

- (ক) আমরা জানি,

$$\sqrt{\bar{C}^2} = \sqrt{\frac{3P}{\rho}} \text{ হতে,}$$

$$\text{বা, } \sqrt{\bar{C}_x^2} = \sqrt{\frac{3P_x}{\rho}}$$

[এখানে, M নির্দিষ্ট]

$$\text{বা, } \sqrt{\bar{C}_y^2} = \sqrt{\frac{3P_y}{\rho}}$$

$$\text{বা, } \frac{\sqrt{\bar{C}_x^2}}{\sqrt{\bar{C}_y^2}} = \sqrt{\frac{P_x}{P_y}} = \sqrt{\frac{4 \times 10^5}{8 \times 10^5}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\therefore \sqrt{\bar{C}_x^2} : \sqrt{\bar{C}_y^2} = 1 : \sqrt{2}$$

(খ) $\frac{y \text{ পাত্রের চাপ}}{x \text{ পাত্রের চাপ}} = \frac{P_y}{P_x} = \frac{8 \times 10^5}{4 \times 10^5} = 2$

$P_y = 2P_x$ যেহেতু ভর ও ঘনত্ব একই এবং $P_y > P_x$

অতএব নল দ্বারা X ও Y পাত্র দুটি যুক্ত করলে y পাত্র হতে গ্যাস x পাত্রের দিকে যাবে।

আবার গ্যাসের ভর ও ঘনত্ব সমান বলে পাত্রদ্বয় যুক্ত করলে সম্মিলিত অবস্থায় চাপ, তাপমাত্রা ও আয়তনের পরিবর্তন ঘটবে।

- ৩৩। বিজ্ঞানের ছাত্রী জ্যোতি আর্দ্রতা মাপক যন্ত্রের সাহায্যে দুপুরের তাপমাত্রা পেল 32°C । ঐ দিনের শিশিরাংকে 10°C জেনে সে আপেক্ষিক আর্দ্রতা পেল 75%। আবার ঐ দিন সন্ধ্যায় বায়ুর তাপমাত্রা দেখতে পেল 20°C । (10°C তাপমাত্রার সম্পৃক্ত বাষ্প চাপ $9.22 \times 10^{-3} \text{ m Hg}$, 20°C এ সম্পৃক্ত বাষ্প চাপ $17.54 \times 10^{-3} \text{ m Hg}$.)

- (ক) উদ্দীপকের আলোকে দুপুরের বায়ুর তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ বের কর।

- (খ) জ্যোতির মনে হলো দুপুরের তুলনায় সন্ধ্যায় তাড়াতাড়ি ঘাম শুকাচ্ছে— উদ্দীপকের আলোকে গাণিতিকভাবে মতামত বিশ্লেষণ কর।

সমাধান:

- (ক) আমরা জানি,

$$R = \frac{f_{\text{dew}}}{f_{\text{dry}}} \times 100\%$$

$$\text{বা, } 75\% = \frac{9.22 \times 10^{-3}}{f_{\text{dry}}} \times 100\%$$

$$\text{বা, } f_{\text{dry}} = 1.23 \times 10^{-2} \text{ m Hg}$$

$$\text{উত্তর: } 1.23 \times 10^{-2} \text{ m Hg}$$

এখানে,

$$\text{আপেক্ষিক আর্দ্রতা, } R = 75\%$$

$$\text{শিশিরাংকে বাষ্পচাপ, } f_{\text{dew}} = 9.22 \times 10^{-3} \text{ m Hg}$$

$$32^\circ\text{C বা বায়ুর তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ, } f_{\text{dry}} = ?$$

(খ) সন্ধ্যায় আপেক্ষিক আর্দ্রতা, R^1 হলে,

$$R = \frac{9.22 \times 10^{-3}}{17.54 \times 10^{-3}} \times 100\% = 52.57\%$$

$R^1 < R$ ফলে সন্ধ্যায় আপেক্ষিক আর্দ্রতা কম হওয়ায় বায়ুস্থ জলীয় বাষ্পের পরিমাণ কম হওয়ায় বাষ্পায়ন বেশি হয় শরীরের ঘাম বাষ্পীভূত হওয়ায় সময় প্রয়োজনীয় সুপ্ততাপ আমাদের শরীর থেকে সংগ্রহ করে ফলে শরীর ঠাণ্ডা হয়ে যায়।

এখানে, শিশিরাংক (10°C) তাপমাত্রায়, সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ = $9.22 \times 10^{-3} \text{ m Hg}$ এবং বায়ুর তাপমাত্রা 20°C এ ঐ চাপ = $17.54 \times 10^{-3} \text{ m Hg}$ আপেক্ষিক আর্দ্রতা, $R = ?$

৩৪। কোনো একদিন ল্যাবরেটরিতে সিজ ও শুষ্ক বায়ু আর্দ্রতা মাপক যন্ত্রের শুষ্ক ভাঙ্কের পাঠ 30°C এবং সিজ ভাঙ্কের পাঠ 28°C পাওয়া গেল। ভিন্ন ভিন্ন তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পচাপ ও গ্লেইসারের উৎপাদকের মান নিচের সারণি-১-এ প্রদত্ত হলো:

তাপমাত্রা	সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পচাপ (mHg)	গ্লেইসারের উৎপাদক
26°C	25.21×10^{-3}	1.69
28°C	28.35×10^{-3}	1.67
29°C	29.93×10^{-3}	1.66
30°C	31.83×10^{-3}	1.65

(ক) ল্যাবরেটরিতে ঐ দিন আপেক্ষিক আর্দ্রতা কত ছিল নির্ণয় কর।

(খ) যদি ঐ দিন তাপমাত্রা হঠাৎ 1°C হ্রাস পায় তবে শিশিরাঙ্কের পরিবর্তন কিরূপ হবে তা গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। [ঢা.বো '১৭]

সমাধান:

(ক) শিশিরাংক,

$$\begin{aligned} \theta &= \theta_1 - \theta_2 (\theta_1 - \theta_2) \\ &= 30 - 1.65 (30 - 28) \\ &= 26.7^\circ\text{C} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{এখানে,} \\ \theta_1 &= 30^\circ\text{C} \\ \theta_2 &= 28^\circ\text{C} \\ G &= 1.65 \end{aligned}$$

$28^\circ\text{C} - 26^\circ\text{C}$ বা 2°C তাপমাত্রা পার্থক্যে সম্পৃক্ত বাষ্পচাপের পার্থক্য = $3.14 \times 10^{-3} \text{ m Hg}$

$\therefore 1^\circ\text{C}$ তাপমাত্রা পার্থক্যে সম্পৃক্ত বাষ্পচাপের পার্থক্য = $1.57 \times 10^{-3} \text{ m Hg}$

শিশিরাংক বা 26.7°C বা $(26 + 0.7)^\circ\text{C}$ তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পচাপ,

$$\begin{aligned} f_{\text{dew}} &= 25.21 \times 10^{-3} + 0.7 \times 1.57 \times 10^{-3} \\ &= 26.31 \times 10^{-3} \text{ m Hg} \end{aligned}$$

30°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পচাপ,

$$f_{\text{dry}} = 31.83 \times 10^{-3} \text{ m Hg}$$

আপেক্ষিক আর্দ্রতা,

$$R = \frac{f_{\text{dew}}}{f_{\text{dry}}} \times 100\% = \frac{26.31 \times 10^{-3}}{31.83 \times 10^{-3}} \times 100\% = 82.65\%$$

(খ) বায়ুর তাপমাত্রা 1°C হ্রাস পেলে শুষ্ক বায়ুর তাপমাত্রা, $\theta_1 = 30^\circ\text{C} - 1^\circ\text{C} = 29^\circ\text{C}$ হবে,

এক্ষেত্রে, গ্লেইসারের উৎপাদক $G = 1.66$

$$\text{শিশিরাংক, } \theta' = \theta_1 - G(\theta_1 - \theta_2) = 29 - 1.66 (29 - 28) = 27.34^\circ\text{C}$$

পূর্বে শিশিরাংক, $\theta = 26.7$

পরিবর্তিত শিশিরাংক, $\theta' = 27.34^\circ\text{C}$

শিশিরাংকের বৃদ্ধি, $\Delta\theta = \theta' - \theta = 27.34^\circ\text{C} - 26.7^\circ\text{C} = 0.64^\circ\text{C}$

অর্থাৎ শিশিরাংক 0.64°C বৃদ্ধি পাবে।

৩৫। একটি সিলিন্ডারে 127°C তাপমাত্রা ও 72cm পারদ চাপে ও 3gm হিলিয়াম গ্যাস রাখা আছে একই পরিমাণ হিলিয়াম গ্যাস অপর একটি সিলিন্ডারে STP তে রাখা হল

(ক) প্রথম সিলিন্ডারে গ্যাসের আয়তন হিসাব কর।

(খ) সিলিন্ডার দুটিতে গ্যাসের গতিশক্তি নির্ণয়পূর্বক তাপমাত্রা তুলনা করে ফলাফল বিশ্লেষণ কর।

[চ.বো '১৭]

সমাধান:

(ক) আমরা জানি,

$$PV = nRT$$

$$\text{বা, } V = \frac{nRT}{P}$$

$$= \frac{\frac{3}{4} \times 8.314 \times 400}{0.96 \times 10^5}$$

$$= 0.026 \text{ m}^3$$

$$= 2.6 \times 10^{-2} \text{ m}^3$$

এখানে,

$$n = \frac{m}{M} = \frac{3}{4}$$

$$R = 8.314 \text{ J mol}^{-1}\text{K}^{-1}$$

$$T = 127 + 273 = 400\text{K}$$

$$\rho = 72 \text{ cm Hg}$$

$$= 0.72 \times 13.6 \times 10^3 \times 9.8 \text{ Pa} = 0.96 \times 10^5 \text{ Pa}$$

(খ) ১ম সিলিন্ডারে গ্যাসের গতিশক্তি,

$$E_1 = \frac{3}{2} nRT = \frac{3}{2} PV = \frac{3}{2} \times 0.96 \times 10^5 \times 2.6 \times 10^{-2} = 3744 \text{ J}$$

দ্বিতীয় সিলিন্ডারের গ্যাসের গতিশক্তি

$$E_2 = \frac{3}{2} nRT$$

$$E_2 = \frac{3}{2} \times \frac{3}{4} \times 8.314 \times 273 = 2553.44 \text{ J}$$

E_1 এর জন্য তাপমাত্রা, $T_1 = 400\text{K}$

E_2 এর জন্য তাপমাত্রা, $T_2 = 273\text{K}$

$$\therefore \frac{T_1}{T_2} = \frac{400}{273} = 1.465$$

$$T_1 = 1.465 T_2 = (1 + 0.465) T_2 = T_2 + 46.5\% T_2$$

১ম সিলিন্ডারের হিলিয়াম গ্যাসের তাপমাত্রা ২য় সিলিন্ডারে রাখিত হিলিয়াম গ্যাসের তাপমাত্রা অপেক্ষা ৪৬.৫% বেশি ছিল।

৩৬। কোনো ঘরের তাপমাত্রা 32°C , শিশিরাংক 14°C এবং আপেক্ষিক আর্দ্রতা ৪৮%। এ সময় ঘরের বাইরে তাপমাত্রা 11°C ও আপেক্ষিক আর্দ্রতা ৭০%। 32°C ও 11°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ যথাক্রমে 33.6mmHg ও 9.8mmHg । 30°C -এ গ্লেইসারের ধ্রুবক ১.৬৩।

(ক) ঐ ঘরে বুলানো আর্দ্র ও শুষ্ক বায়ু হাইগ্রোমিটারে আর্দ্র বায়ু থার্মোমিটার কত পাঠ দেখাবে?

(খ) যদি ঘরের একটি জানালা খুলে দেয়া হয় তাহলে বাষ্প কোন দিকে চলাচল করবে গাণিতিক বিশ্লেষণসহ মন্তব্য কর।

[সি.বো '১৭]

সমাধান:

(ক) আমরা জানি, শিশিরাংক,

$$\theta = \theta_1 - G(\theta_1 - \theta_2) \dots\dots\dots (i)$$

32°C তাপমাত্রায় গ্লেইসারের উৎপাদক $G = 1.63$

(i) নং সমীকরণ হতে পাই,

$$14 = 31 - 1.63(32 - \theta_2)$$

$$\text{বা, } \theta_2 = 32 - \frac{32 - 14}{1.63} = 20.95^{\circ}\text{C}$$

\therefore আর্দ্র বায়ুর তাপমাত্রা 20.95°C

এখানে,

$$\text{শিশিরাংক, } \theta = 14^{\circ}\text{C}$$

$$\text{শুষ্ক বায়ুর তাপমাত্রা, } \theta_1 = 32^{\circ}\text{C}$$

$$\text{আর্দ্র বায়ুর তাপমাত্রা, } \theta_2 = ?$$

(খ) আমরা জানি,

$$R = \frac{f_{dew}}{f_{dry}} \times 100\%$$

$$\text{বা, } f_{dew} = 0.7 \times 9.8 = 6.86 \text{ mm Hg}$$

ঘরের ভিতর আপেক্ষিক আর্দ্রতা ঘরের বাইরে থেকে কম হওয়ায় ঘরের ভেতর বায়ু বেশি বাষ্পায়িত হবে ফলে চাপ বেড়ে যাবে এবং বায়ু ঘর হতে জানালা দিয়ে বাইরের দিকে প্রবাহিত হবে।

এখানে,

$$f_{dew} = ?$$

$$f_{dry} = 9.8 \text{ mm Hg}$$

$$R = 70\%$$

৩৭। পদার্থবিজ্ঞান ল্যাবে একদল ছাত্র লক্ষ্য করল বিশুদ্ধ পানিপূর্ণ পাত্রে বায়ু বুদবুদ তলদেশ থেকে পৃষ্ঠদেশে আসার ফলে দ্বিগুণ হয়ে যায়। (বায়ুমণ্ডলের চাপ 10^5 Nm^{-2})।

(ক) পানির তাপমাত্রা ধ্রুব থাকলে পাত্রটির উচ্চতা কত?

(খ) তরল মিশ্রিত করার পর পৃষ্ঠদেশে আসা বুদবুদগুলোর আয়তনের কোনোরূপ পরিবর্তন হবে কি-না গাণিতিক বিশ্লেষণপূর্বক মতামত দাও। [ব.বো '১৭]

সমাধান:

(ক) পাত্রটির উপরের পৃষ্ঠ বন্ধ হলে,

$$P_1 V_1 = P_2 V_2 \dots\dots\dots (i)$$

$$\text{বা, } hpgV_1 = 10^5 \times V_2$$

$$\text{বা, } h = \frac{10^5 \times 1.1V_1}{1000 \times 9.8V_1} = 11.2 \text{ m}$$

পাত্রটির উপরের পৃষ্ঠ খোলা হলে পাত্রের তলদেশে চাপ,

$$P_b = \text{বায়ুমণ্ডলীয় চাপ (P)} + h \text{ গভীরতায় চাপ (P}_1)$$

$$\text{বা, } P_b = P + P^1$$

$$\text{বা, } P_b = P + hpg$$

আমরা জানি,

$$P_b V_b = PV$$

$$\text{বা, } (P + hpg) V_b = P \cdot 1.1 V_b$$

$$\text{বা, } P + hpg = 1.1P$$

$$\text{বা, } hpg = 0.1P$$

$$\text{বা, } h = \frac{0.1 \times 10^5}{1000 \times 9.8} = 1.02 \text{ m}$$

এখানে,

$$\text{বায়ুমণ্ডলীয় চাপ, } P_2 = 10^5 \text{ Nm}^{-2}$$

$$\text{আয়তন, } V_2 = 1.1 V_1$$

$$\text{পানির } h \text{ গভীরতায় চাপ, } = P_1 = hpg$$

$$\text{তলদেশে বুদবুদের আয়তন } = V_1$$

এখানে, বায়ুমণ্ডলীয় চাপ,

$$P = 10^5 \text{ Nm}^{-2}$$

$$\rho = 1000 \text{ kg m}^{-3}$$

$$g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$$

$$\text{পাত্রের তলদেশে বুদবুদের আয়তন, } V = 1.1 V_b$$

(খ) মিশ্রণের ঘনত্ব

$$\rho = 2000 \text{ Kgm}^{-3} \text{ হবে,}$$

এক্ষেত্রে (ক) হতে প্রাপ্ত (ii) নং সমীকরণ হতে পাই,

$$(P + hpg)V_b = PV$$

$$\text{বা, } (10^5 + 1.02 \times 2000 \times 9.8) V_b = 10^5 V$$

$$\text{বা, } \frac{V}{V_b} = 1.2$$

এক্ষেত্রে বুদবুদ পাত্রের তলা হতে উপরে আসায় আয়তন 1.2 গুণ হয়।

(ক) হতে (i) নং সমীকরণ অনুযায়ী,

$$hpg V_b = PV$$

$$\text{বা, } 11.2 \times 2000 \times 9.8 = 10^5 \frac{V}{V_b}$$

$$\text{বা, } \frac{V}{V_b} = 2.2$$

এক্ষেত্রে আয়তন 2.2 গুণ হয়।

স্থান	শুরু বায়ু থার্মোমিটার পাঠ	সিদ্ধ বায়ু থার্মোমিটার পাঠ
কুমিল্লা	20°C	12°C
স্থান	বায়ুর তাপমাত্রা	শিশিরাঙ্ক
খুলনা	20°C	8.5°C
তাপমাত্রা	সম্পূর্ণ জলীয় বাষ্প চাপ	
5.68°C	6.856 × 10 ⁻³ m HgP	
8°C	8.04 × 10 ⁻³ m HgP	
9°C	8.61 × 10 ⁻³ m HgP	
20°C	17.6 × 10 ⁻³ m HgP	

- (ক) কুমিল্লায় শিশিরাঙ্ক কত?
 (খ) উদ্দীপকের আলোকে কোন স্থানটি অধিক আর্দ্র থাকবে? গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে মতামত দাও।

[অভিন্ন প্রশ্ন (খ সেক্ট) '১৮]

সমাধান:

(ক) কুমিল্লায় শিশিরাঙ্ক,
 $\theta = \theta_1 - G(\theta_1 - \theta_2) = 20 - 1.79(20 - 12) = 5.68^\circ\text{C}$
 উত্তর: 5.68°C

- (খ) কুমিল্লায় আপেক্ষিক আর্দ্রতা,

$$R_1 = \frac{f_{\text{dew}}}{f_{\text{dry}}} \times 100\% = \frac{6.856 \times 10^{-3}}{17.6 \times 10^{-3}} \times 100\% = 38.95\%$$

খুলনায় আপেক্ষিক আর্দ্রতা, $R_2 = \frac{f_{\text{dew}}}{f_{\text{dry}}} \times 100\%$

এখানে, শিশিরাঙ্ক 8.5°C

ফলে, $f_{\text{dew}} = 8.04 \times 10^{-3} + 0.5 \times (8.61 - 8.04) \times 10^{-3} = 8.325 \times 10^{-3} \text{ m HgP}$

$f_{\text{dry}} = 17.6 \times 10^{-3} \text{ mHgP}$

$\therefore R_2 = \frac{8.325 \times 10^{-3}}{17.6 \times 10^{-3}} \times 100\% = 47.3\% > 38.95\% (R_1)$

ফলে খুলনায় আর্দ্রতা বেশি থাকবে।

এখানে,
 $\theta_1 = 20^\circ\text{C}$
 $G = 1.79$
 $\theta_2 = 12^\circ\text{C}$
 শিশিরাঙ্ক, $\theta = ?$

এখানে,
 $f_{\text{dew}} = 6.85 \times 10^{-3} \text{ m HgP}$
 $f_{\text{dry}} = 17.6 \times 10^{-3} \text{ m HgP}$
 আপেক্ষিক আর্দ্রতা, $R = ?$

৩৯-৬৫ নং পর্যন্ত বুয়েট, কুয়েট, চুয়েট ও বোর্ড অংশে সমাধান দ্রষ্টব্য

বুয়েট, কুয়েট, রুয়েট, চুয়েট, মেডিকেল, টেক্সটাইল, বিশ্ববিদ্যালয়ের
বিগত বছরের ভর্তি পরীক্ষার গাণিতিক সমস্যাবলির সমাধান

কোন হ্রদের তলদেশ থেকে পানির উপরিতলে আসা একটি বায়ু বুদবুদের ব্যাস 4 গুণ হয়। হ্রদের পৃষ্ঠে বায়ুমণ্ডলের চাপ স্বাভাবিক বায়ুমণ্ডলের চাপের সমান এবং হ্রদের পানির উষ্ণতা ধ্রুবক হলে হ্রদের গভীরতা কত? [পৃষ্ঠদেশে বায়ুর চাপ = 101325 Pa]

- A. 72.4 m
C. 580 m
E. 950 m
B. 289.6 m
D. 651.4 m

[কুয়েট ১৮-১৯]

Ans: D

সমাধান: ব্যাস 4 গুণ হওয়া মানে আয়তন 64 গুণ হওয়া

$$h = \frac{(n-1)P}{\rho g} = \frac{(64-1) \times 101325}{10^3 \times 9.8} = 651.375 \text{ m}$$

পানিপূর্ণ একটি পাত্র প্রতি ঘণ্টায় 150 mg ওজন হারায়। প্রতি সেকেন্ডে পাত্রটি থেকে কতটি জলীয় বাষ্পের অণু সৃষ্টি হয়?

- A. 1.395×10^{15} টি
C. 1.395×10^{17} টি
E. 1.395×10^{19} টি
B. 1.395×10^{16} টি
D. 1.395×10^{18} টি

[কুয়েট ১৮-১৯]

Ans: D

সমাধান: 3600 s এ ওজন হারায় = 150×10^{-3} g

$$\therefore 1 \text{ s এ ওজন হারায়} = \frac{150 \times 10^{-3} \times 1}{3600} \text{ g} = 4.167 \times 10^{-5} \text{ g}$$

এখন, 18 g এ অণুর সংখ্যা 6.023×10^{23} টি

$$\therefore 4.167 \times 10^{-5} \text{ g এ অণুর সংখ্যা} = \frac{6.023 \times 10^{23} \times 4.167 \times 10^{-5}}{18} = 1.395 \times 10^{18} \text{ টি}$$

প্রতি cm^3 এর অণুর সংখ্যা 1.5×10^{19} টি এবং অণুর পারমাণবিক ব্যাসার্ধ = 2×10^{-8} m হলে, গড় মুক্ত পথ নির্ণয় কর।

[বুয়েট ১৫-১৬]

$$\text{সমাধান: } \lambda = \frac{1}{\sqrt{2} \pi n^2} = \frac{1}{\sqrt{2} \pi \times (2 \times 10^{-8})^2 \times 1.5 \times 10^{25}} = 3.75 \times 10^{-11} \text{ m}$$

1.2 atm চাপ এবং 310 K তাপমাত্রার কোন গ্যাসের আয়তন 4.3 L রুদ্ধতাপীয় প্রক্রিয়ার গ্যাসকে সংকুচিত করে আয়তন 0.76 L করা হয়। গ্যাসটির (ক) চূড়ান্ত চাপ এবং (খ) চূড়ান্ত তাপমাত্রা নির্ণয় কর। [গ্যাসটিকে আদর্শ গ্যাস হিসাবে বিবেচনা করা যায় $\gamma = 1.4$]

[বুয়েট ১৪-১৫]

সমাধান: আমরা জানি,

$$(ক) P_1 V_1^\gamma = P_2 V_2^\gamma$$

$$P_2 = \frac{1.2 \times (4.3)^{1.4}}{(0.76)^{1.4}} = 13.58 \text{ atm}$$

$$(খ) T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_2^{\gamma-1}$$

$$T_2 = \frac{310 \times (4.3)^{1.4-1}}{(0.76)^{1.4-1}} = 620 \text{ K}$$

স্বাভাবিক তাপমাত্রা ও চাপে 1 mole আদর্শ গ্যাসের তাপমাত্রা 1 K বাড়াতে যে কাজ সম্পন্ন করে তা হলো-

[বুয়েট ১০-১১]

1 K বাড়াতে যে কাজ সম্পন্ন করে তা হলো-

- A. 8.314 J
C. 3.36×10^3 J
B. 4200 J
D. 4.2 J

Ans: A

ব্যাখ্যা: R এর তাৎপর্য

- ◆ গরম বস্তুর ঠান্ডা করতে কোনটি অধিক উপযোগী?
A. শীতল বাতাস
C. বরফ

B. শীতল পানি
D. শুষ্ক বরফ

Ans: B

[বুয়েট ১২-১৩]

- ◆ সার্বজনীন গ্যাস ধ্রুবকের মান কত?
A. $R = 8.314 \text{ J/k/mol}$
C. $R = 8.314 \text{ J/mol}$
E. None

B. $R = 8.314 \text{ J/k}$
D. $R = 8.314 \text{ k/mol}$

Ans: A

- ◆ অণুর ব্যাস 2\AA ধরে 10^{-6} পারদ চাপ বিশিষ্ট একটি গ্যাস চেম্বারের অণুর গড় মুক্তপথ নির্ণয় কর। STP তে এক গ্রাম গ্যাসের অণু 22.4 L আয়তন দখল করে। ধরে নাও যে চেম্বারটির তাপমাত্রা 273K । [বুয়েট ১৪-১৫]
সমাধান: একক আয়তনে অণুর সংখ্যা,

$$\frac{n}{V} = \frac{P}{RT} \times 6.022 \times 10^{23} = \frac{1 \times 10^{-6}}{0.082 \times 273} \times 6.022 \times 10^{23}$$

$$= 3.5395 \times 10^{13} \text{ L}^{-1} = 3.5395 \times 10^{16} \text{ m}^{-3}$$

$$\text{আবার } \lambda = \frac{1}{\sqrt{2\pi n^2}}$$

[বুয়েট ১২-১৩]

- ◆ তাপ ধারণ ক্ষমতার মাত্রা সমীকরণ কোনটি?
A. $\text{ML}^2\text{T}^1\theta^{-2}$
C. $\text{ML}^{-1}\text{T}^{-2}\theta^{-1}$
E. $\text{ML}^{-1}\text{T}^{-1}\theta^{-1}$

B. $\text{ML}^2\text{T}^{-2}\theta^{-1}$
D. $\text{ML}^{-2}\text{T}^{-2}\theta^{-1}$

Ans: B

- ◆ কত তাপমাত্রায় অক্সিজেন অণুর গড় বর্গবেগের বর্গমূল মান -100°C তাপমাত্রার হাইড্রোজেনের গড় বর্গবেগের বর্গমূলের মানের সমান হবে?
A. -100°C
C. 273°C
E. 2768°C

B. 0°C
D. 2495°C

Ans: D

সমাধান: বা. $\frac{T_{O_2}}{M_{O_2}} = C = \sqrt{\frac{3RT_{H_2}}{M_{H_2}}} = \sqrt{\frac{3RT_{O_2}}{M_{O_2}}} = \sqrt{\frac{T_{H_2}}{M_{H_2}}}$

বা. $T_{O_2} = \frac{M_{O_2}}{M_{H_2}} \times T_{H_2} = \frac{32}{2} \times 173 = 2768 \text{ K} = 2495^\circ\text{C}$

- ◆ একটি বদ্ধ সিগিন্ডারে 10gm অক্সিজেন গ্যাস আছে। 30°C তাপমাত্রায় কী পরিমাণ গতিশক্তি লাভ করবে? [কুয়েট ১৭-১৮]
- A. 1080.28J
C. 1180.28J
E. 1801.28J

B. 1108.28J
D. 1100J

Ans: C

সমাধান: $E = \frac{3}{2} nRT = \frac{3}{2} \times \frac{10}{32} \times 8.316 \times 303 = 1181.13 \approx 1180.28\text{J}$ (কাছাকাছি মান)

- ◆ কোনো গ্যাস অণুর ব্যাস $2.5 \times 10^{-10}\text{m}$ এবং প্রতি ঘনমিটার গ্যাস অণুর সংখ্যা 6.02×10^{25} । গ্যাসটির গড় মুক্ত পথ কত হবে? [কুয়েট ১৭-১৮]
- A. $5 \times 10^{-8}\text{m}$
C. 0.6nm
E. 0.72nm

B. 5.8nm
D. $8 \times 10^{-8}\text{m}$

Ans: D

সমাধান: $\lambda = \frac{1}{\pi \sigma^2 n} = \frac{1}{3.1416 \times (2.5 \times 10^{-10})^2 \times 6.02 \times 10^{25}} = 8 \times 10^{-8}\text{m}$

আদর্শ গ্যাস ও গ্যাসের গতিতত্ত্ব

- কত ডিগ্রী সেন্টিগ্রেড তাপমাত্রায় অক্সিজেন অণুর মূল গড় বর্গবেগ -100°C তাপমাত্রার হাইড্রোজেন অণুর মূল গড় বর্গবেগের সমান হবে? [কয়েট ১৫-১৬]
- A. 2495°C
 B. 2768°C
 C. 4368°C
 D. 4095K
 E. -100°C

১০৯

সমাধান: $\sqrt{\frac{3RT_1}{M_{O_2}}} = \sqrt{\frac{3RT_2}{M_{H_2}}}$ বা. $\frac{T_1}{M_{O_2}} = \frac{T_2}{M_{H_2}}$ বা. $T_1 = \frac{M_{O_2}}{M_{H_2}} \times T_2 = \frac{32}{2} \times 173\text{K} = 2768\text{K} = 2495^{\circ}\text{C}$

Ans: A

- ৩০°C তাপমাত্রায় কিছু পরিমাণ শুষ্ক বায়ুকে আকস্মিকভাবে আয়তনের অর্ধেক সঙ্কুচিত করা হল। চূড়ান্ত তাপমাত্রা কত? [কয়েট ১৪-১৫]
- A. 122.9°C
 B. 410K
 C. 126.81°C
 D. 395.6K
 E. 127°C

Ans: C

ব্যাখ্যা: $T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_2^{\gamma-1}$ বা. $T_2 = T_1 \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1} = 303 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{1.4-1} = 399.81\text{K} = 126.81^{\circ}\text{C}$

- কোন একদিনের শিশিরাংক 20°C ও আপেক্ষিক আর্দ্রতা 75%। ঐ দিনের সম্পৃক্ত বায়ুর সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ কত? [20°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ $17.7 \times 10^{-3}\text{m}$] [কয়েট ১৪-১৫]
- A. 17.7mm
 B. $17.7 \times 10^{-4}\text{m}$
 C. $23.6 \times 10^{-5}\text{m}$
 D. $23.6 \times 10^{-4}\text{m}$
 E. $23.6 \times 10^{-3}\text{m}$

Ans: E

ব্যাখ্যা: $R = \frac{f}{F} \times 100\%$ বা. $F = \frac{f}{R} \times 100 = \frac{17.7 \times 10^{-3}}{75} \times 100\text{m} = 23.6 \times 10^{-3}\text{m}$

- প্রতি ঘনসেন্টিমিটারে অণুর সংখ্যা নির্ণয় কর, যদি কোন একটি গ্যাসের অণুগুলোর গড় মুক্ত পথ 2.4×10^{-6} এবং আণবিক ব্যাস $2 \times 10^{-8}\text{cm}$ এর সমান হয়। [কয়েট ১৩-১৪]
- A. $2.344 \times 10^{20}/\text{cc}$
 B. $2.4 \times 10^{22}/\text{cc}$
 C. $2.34 \times 10^{26}/\text{cc}$
 D. $2.044 \times 10^{21}/\text{cc}$
 E. $2.34 \times 10^{26}/\text{cc}$

Ans: A

ব্যাখ্যা: $\lambda = \frac{1}{\sqrt{2} \pi \sigma^2 n}$ $\therefore n = \frac{1}{\sqrt{2} \pi \lambda \sigma^2} = 2.34 \times 10^{20}/\text{cc}$

- একটি নির্দিষ্ট ভরের শুষ্ক বায়ুর 20°C তাপমাত্রায় আয়তন 100cc । যদি উক্ত শুষ্ক বায়ুকে স্থির চাপে 50°C পর্যন্ত উত্তপ্ত করা হয়, তবে আয়তন কত হবে? [কয়েট ১৩-১৪]
- A. 109cc
 B. 115cc
 C. 112cc
 D. 110cc
 E. 102cc

Ans: D

ব্যাখ্যা: $\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \therefore V_2 = \frac{T_2}{T_1} \times V_1 = \frac{(273+50)}{(273+20)} \times 100 = 110.24\text{cc} \approx 110\text{cc}$

- কোন একটি গ্যাসের অণুগুলোর গড় মুক্ত পথ $2.4 \times 10^{-6}\text{cm}$ ও আণবিক ব্যাস $2.0 \times 10^{-8}\text{cm}$ হলে প্রতি ঘন সেন্টিমিটারে অণুর সংখ্যা কত? [কয়েট ১২-১৩]
- A. 2.345×10^{26}
 B. 3.2×10^{22}
 C. 2.342×10^{28}
 D. 3.5×10^{-20}
 E. 2.344×10^{20}

Ans: E

ব্যাখ্যা: $n = \frac{1}{\sqrt{2} \pi \lambda d^2} = 2.344 \times 10^{20}$

- ◆ একটি সিলিন্ডারে রক্ষিত অক্সিজেন গ্যাস এর আয়তন $1 \times 10^{-2} \text{ m}^3$, তাপমাত্রা 300 K এবং চাপ $2.5 \times 10^5 \text{ Nm}^{-2}$ । তাপমাত্রা স্থির রেখে কিছু অক্সিজেন বের করে নেওয়া হলো। ফলে চাপ কমে $1.3 \times 10^5 \text{ Nm}^{-2}$ হয়। ব্যবহৃত অক্সিজেন এর ভর নির্ণয় করো। [চ্যুয়েট ১১-১২]

- A. 0.18 kg
C. 0.018 kg

- B. 0.015 kg
D. None of these

Ans: B

ব্যাখ্যা: (B) $n_1 - n_2 = \frac{V}{RT} (P_1 - P_2)$

বা, $n_1 - n_2 = \frac{1 \times 10^{-2}}{8.316 \times 300} (2.5 \times 10^5 - 1.3 \times 10^5)$

বা, $n_1 - n_2 = 0.48 \text{ mol}$;

আবার, $m(n_1 - n_2) \times 32 = 15.395 \text{ g} = 0.015 \text{ kg}$

- ◆ কোন হ্রদের তলদেশ থেকে পানির উপরিতলে আসায় একটি বায়ু বুদবুদের ব্যাস দ্বিগুণ হয়। হ্রদের পৃষ্ঠে বায়ুমন্ডলের চাপ স্বাভাবিক বায়ুমন্ডলীয় চাপের সমান হলে এবং হ্রদের পানির উষ্ণতা ধ্রুবক হলে হ্রদের গভীরতা নির্ণয় কর। [চ্যুয়েট ১৩-১৪]

সমাধান: $P_1 = P_2 + hpg$

আমরা জানি,

$P_1 V_1 = P_2 V_2$

বা. $(P_2 + hpg) V = P_2 \times 8V$

বা. $hpg = 7P_2$

$\therefore h = \frac{7 \times 1.013 \times 10^5}{9.8 \times 10^3} = 72.36 \text{ m}$

Shortcut :

গভীরতা $h = (n-1) \frac{P}{\rho g}$

- ◆ একটি সিলিন্ডারে রক্ষিত অক্সিজেন গ্যাসের আয়তন $1 \times 10^{-2} \text{ m}^3$, তাপমাত্রা 300 K এবং চাপ $2.5 \times 10^5 \text{ Nm}^{-2}$ । তাপমাত্রা স্থির রেখে কিছু অক্সিজেন ব্যবহার করা হল। ফলে চাপ কমে $1.3 \times 10^5 \text{ Nm}^{-2}$ হল। ব্যবহৃত অক্সিজেন এর ভর নির্ণয় কর। দেওয়া আছে : $R = 8.31 \text{ JK}^{-1}$ [চ্যুয়েট ১৩-১৪]

সমাধান: আমরা জানি, $P_1 V_1 = P_2 V_2$

বা. $V_2 = \frac{P_1 V_1}{P_2} \therefore V_2 = \frac{2.5 \times 10^5 \times 1 \times 10^{-2}}{1.3 \times 10^5} = 1.92 \times 10^{-2} \text{ m}^3$

$\therefore \Delta V = V_2 - V_1 = 9.23 \times 10^{-3} \text{ m}^3$

$\therefore n = \frac{P \Delta V}{RT} = \frac{2.5 \times 10^5 \times 9.23 \times 10^{-3}}{8.31 \times 300} = 0.925$

$\therefore m = n \times M = 29.6 \text{ gm}$

- ◆ একটি 500 m^3 আয়তনের ঘরের বাতাসের তাপমাত্রা 37°C এয়ার কুলার ব্যবহার করার জন্য বাতাসের তাপমাত্রা কমে 22°C হলে। যদি ঘরে বায়ুচাপ সমান থাকে, তবে শতকরা কত ভাগ বাতাস ঘরের মধ্যে আসবে/বাহির হয়ে যাবে? [চ্যুয়েট ১৪-১৫]

- A. 4.84%
C. 24.2%

- B. 2.42%
D. Done

Ans: A

ব্যাখ্যা: $\frac{V_2}{V_1} = \frac{T_2}{T_1} \therefore V_2 = \frac{V_1 T_2}{T_1} = \frac{500 \times 295}{310} \text{ m}^3 = 475.806 \text{ m}^3$

$\therefore \Delta V = \frac{500 - 475.806}{500} \times 100 = 4.84\%$

একটি বড় পাত্রে আয়তন 480 m^3 এবং তাপমাত্রা 293 K । তাপমাত্রা 298 K এ উন্নীত হলে বায়ুর শতকরা কত অংশ বের হয়ে যাবে?

- A. 171%
C. 20.17%

- B. 48.71%
D. None

উন্নীত হলে বায়ুর
[কয়েট ১৪-১৫]

Ans: A

$$\text{ব্যাখ্যা: } \frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \therefore V_2 = \frac{V_1}{T_1} \times T_2 = \frac{480}{293} \times 298 = 488.19 \text{ m}^3$$

$$\therefore \text{ বের হয়ে যাবে} = \frac{488.19 - 480}{480} \times 100\% = 1.71\%$$

একটি বড় পাত্রে আয়তন 480 cm^3 এবং তাপমাত্রা 293 K । তাপমাত্রা 298 K এ উন্নীত করলে শতকরা যে পরিমাণ বায়ু বের হয়ে যাবে- (চাপ অপরিবর্তিত থাকবে)

- A. 2.71%
C. 4.88%

- B. 1.71%
D. None

[কয়েট ১২-১৩]

Ans: B

$$\text{ব্যাখ্যা: } \frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \therefore V_2 = \frac{480}{293} \times 298 = 488.2 \text{ cm}^3$$

$$\therefore \% \text{ given out} = \frac{V_2 - V_1}{V_1} \times 100 = \frac{8.2}{480} \times 100 = 1.71\%$$

স্বাভাবিক তাপমাত্রা ও চাপে কিছু শুষ্ক বায়ু সংনমিত প্রক্রিয়ায় সংনমিত করে আয়তন অর্ধেক করা হলো। চূড়ান্ত চাপ নির্ণয় কর।

[কয়েট ১২-১৩]

সমাধান: আমরা জানি, $P_1 V_1 = P_2 V_2$

$$\therefore P_2 = \left(\frac{V_1}{V_2} \right) P_1 = \left(\frac{V}{\frac{V}{2}} \right) \times P = 2P = 2 \times 101.325 \text{ kPa} = 202.65 \text{ kPa}$$

কোন হ্রদের তলদেশ থেকে পানির উপরিতলে আসায় একটি বায়ু বুদবুদের ব্যাস দ্বিগুণ হয়। হ্রদের পৃষ্ঠে বায়ুমণ্ডলের চাপ 10^5 Nm^{-2} হলে হ্রদের গভীরতা কত? পানির তাপমাত্রা 4°C ।

[কয়েট ১৫-১৬]

সমাধান : ধরি, হ্রদের গভীরতা h metre

ব্যাস দ্বিগুণ হলে আয়তন ৪ গুণ হবে।

$$p_1 = \text{হ্রদের তলদেশে মোট চাপ} = \text{বায়ুমণ্ডলের চাপ} + \text{পানির চাপ} \\ = 10^5 + h \times 1000 \times 9.8 = (10^5 + 9800 h)$$

$$p_2 = \text{পানির উপরিতলে বায়ুমণ্ডলের চাপ} = 10^5$$

$$V_1 = \text{হ্রদের তলদেশে বুদবুদের আয়তন} = v$$

$$V_2 = \text{পানির উপরিতলে বুদবুদের আয়তন} = 8v$$

$$\text{এখন, } p_1 V_1 = p_2 V_2$$

$$\text{বা. } (10^5 + 9800 h) \times v = 10^5 \times 8v$$

$$\text{বা. } 10^5 + 9800h = 8 \times 10^5$$

$$\therefore h = 71.42 \text{ m Ans.}$$

একটি গ্যাসের অণুর ব্যাসার্ধ $3.5 \times 10^{-10} \text{ m}$ এবং প্রতি ঘন সেন্টিমিটারে অণুর সংখ্যা 2.69×10^{19} । অণুর গড় মুক্ত পথ কত?

[কয়েট ১৪-১৫]

গড় মুক্ত পথ কত?

A. $2.42 \times 10^{-8} \text{ m}$

C. $4.22 \times 10^{-8} \text{ m}$

E. None

B. $2.42 \times 10^{-6} \text{ m}$

D. $4.22 \times 10^{-6} \text{ m}$

Ans: A

$$\text{ব্যাখ্যা: } \lambda = \frac{1}{n\pi a^2} = \frac{1}{2.96 \times 10^{19} \times 3.1416 \times (2 \times 3.5 \times 10^{-8})^2} = 2.41 \times 10^{-6} \text{ cm} = 2.41 \times 10^{-8} \text{ m}$$

- ◆ পিষ্টন-সিলিন্ডারের ভিতর আবদ্ধ স্বাভাবিক তাপমাত্রা ও চাপের শুদ্ধ সঙ্কুচিত করে এর আয়তনের অর্ধেক করা হলো। যদি তাপমাত্রা অপরিবর্তিত থাকে, তবে চূড়ান্ত চাপ কত হবে? [কয়েট ১৪-১৫]
- A. $2.026 \times 10^5 \text{ Nm}^{-2}$ B. $4.12 \times 10^5 \text{ Nm}^{-3}$
 C. $8.16 \times 10^5 \text{ Nm}^{-2}$ D. $10.026 \times 10^5 \text{ Nm}^{-2}$
 E. None

Ans: D

ব্যাখ্যা: $P_1 V_1 = P_2 V_2$ বা. $101325 \times V = P_2 \times \frac{V}{2}$ বা. $P_2 = 202050 = 2.026 \times 10^5 \text{ Nm}^{-2}$

- ◆ সার্বজনীন গ্যাস ধ্রুবকের মান কত? [কয়েট ১২-১৩]
- A. $R = 8.314 \text{ J/k/mol}$ B. $R = 8.314 \text{ J/k}$
 C. $R = 8.314 \text{ J/mol}$ D. $R = 8.314 \text{ kJ/mol}$
 E. None

Ans: A

- ◆ বায়ুর আপেক্ষিক আর্দ্রতা কম হলে বাস্তবায়ন- [কয়েট ১০-১১]
- A. তাড়াতাড়ি হবে B. ধীরে হবে
 C. একই থাকবে D. গরম হবে

Ans: A

নিম্নের কোনটি 10°C তাপমাত্রার শুদ্ধ বায়ুর গাণিতিক তাপমাত্রা (C)? [কয়েট ১০-১১]

[কয়েট ১০-১১]