

গণিত বিচিত্রা

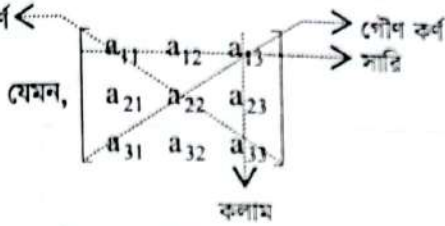
১ম পত্র

- ম্যাট্রিক্স: কতগুলো সংখ্যাকে সারি এবং কলাম আকারে সাজানোর ফলে যে আয়তাকার বা বর্গাকার বিন্যাস বা সজ্জা পাওয়া যায়, তাকে ম্যাট্রিক্স বলে। ম্যাট্রিক্সকে 'তৃতীয় বন্ধনী' '['] বা 'প্রথম বন্ধনী' '(') দ্বারা প্রকাশ করা হয়। কখনও কখনও '| ' দ্বারা প্রকাশ করা হয়ে থাকে।

Note: ম্যাট্রিক্স মূলত কোন সংখ্যা নয় এবং এর কোন মান নেই। এটি কার্যকারক (operator) হিসাবে কাজ করে। যেমন- [4] একটি ম্যাট্রিক্স কিন্তু $4 \neq 4$

- আবিষ্কার: বৃটিশ গণিতবিদ স্কে প্রথম ম্যাট্রিক্স আবিষ্কার করেন।
□ ম্যাট্রিক্সের মাত্রা: যদি mn সংখ্যক রাশিকে এমনভাবে আয়তাকারে সাজানো হয় যেন তাতে m সংখ্যক সারি ও n সংখ্যক কলাম থাকে তবে তাকে $(m \times n)$ পর্যায়ের ম্যাট্রিক্স বলে এবং তার মাত্রা/আকার $(m \times n)$ হবে। আবার কোন ম্যাট্রিক্সের n সংখ্যক সারি ও m সংখ্যক কলাম থাকলে তার মাত্রা হবে $(n \times m)$ ।

মুখ্য কর্ণ ←



ম্যাট্রিক্সের সারি 3 এবং কলাম 3। অতএব, এর মাত্রা বা ক্রম বা আকার (3×3) হবে।

বিভিন্ন প্রকার ম্যাট্রিক্স

01. আয়তাকার ম্যাট্রিক্স (Rectangular matrix): কোন ম্যাট্রিক্সের সারি এবং কলাম সংখ্যা সমান না হলে, তাকে আয়তাকার ম্যাট্রিক্স বলে।
যেমন, $A = \begin{bmatrix} -2 & -3 & -4 \\ 2 & 3 & 4 \end{bmatrix}$ একটি (2×3) ক্রমের ম্যাট্রিক্স।
02. বর্গ ম্যাট্রিক্স (Square matrix): যে ম্যাট্রিক্সের সারি এবং কলাম সংখ্যা সমান, তাকে বর্গ ম্যাট্রিক্স বলে। যেমন,
 $D = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 5 & 6 \\ 2 & 2 & 3 \end{bmatrix}$, একটি (3×3) ক্রমের ম্যাট্রিক্স।
03. সারি ম্যাট্রিক্স (Row matrix): যে ম্যাট্রিক্সের একমাত্র সারি আছে, তাকে সারি ম্যাট্রিক্স বলে। যেমন, $B = [2 \ 3 \ 4]$, যাহা (1×3) ক্রমের ম্যাট্রিক্স।
04. কলাম ম্যাট্রিক্স (Column matrix): যে ম্যাট্রিক্সের একটি মাত্র কলাম আছে, তাকে কলাম ম্যাট্রিক্স বলে।
যেমন, $C = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix}$, যাহা (3×1) ক্রমের ম্যাট্রিক্স।
05. জটিল ম্যাট্রিক্স (Complex matrix): যে ম্যাট্রিক্সের উপাদানগুলোর মধ্যে জটিল সংখ্যা থাকে তাকে জটিল ম্যাট্রিক্স বলে।
যেমন, $A = \begin{bmatrix} 2 & 3+i \\ i & 6 \end{bmatrix}$ একটি জটিল ম্যাট্রিক্স।

06. কর্ণ ম্যাট্রিক্স (Diagonal Matrix): যে বর্গ ম্যাট্রিক্সের $a_{ij} = 0$ যখন $i \neq j$ অর্থাৎ কর্ণস্থিত উপাদান ব্যতীত অন্য সকল উপাদান/ভুক্তি শূন্য, তখন তাকে কর্ণ ম্যাট্রিক্স বলে। যেমন,

$$D = \begin{bmatrix} a_{11} & 0 & 0 \\ 0 & a_{22} & 0 \\ 0 & 0 & a_{33} \end{bmatrix} \text{ একটি কর্ণ ম্যাট্রিক্স।}$$

07. স্কেলার ম্যাট্রিক্স (Scalar Matrix): যে কর্ণ ম্যাট্রিক্সের অন্তর্গত উপাদানগুলি সমান, তাকে স্কেলার ম্যাট্রিক্স বলে।

$$\text{যেমন, } H = \begin{bmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & a & 0 \\ 0 & 0 & a \end{bmatrix} \text{ একটি স্কেলার ম্যাট্রিক্স।}$$

Note:

- a) $a = 0$ হলে, H একটি শূন্য ম্যাট্রিক্স।
b) $a = 1$ হলে, H একটি অভেদক ম্যাট্রিক্স।

$$c) H^n = \begin{bmatrix} a^n & 0 & 0 \\ 0 & a^n & 0 \\ 0 & 0 & a^n \end{bmatrix} = a^n \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

08. অভেদক ম্যাট্রিক্স (Identity Matrix): যে বর্গ ম্যাট্রিক্সের প্রধান কর্ণের সকল উপাদান 1 এবং অবশিষ্ট সকল উপাদান শূন্য, তাকে অভেদক ম্যাট্রিক্স বলে। একে ইউনিট ম্যাট্রিক্সও বলে।

$$\text{যেমন, } I = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ যাহা } 3 \times 3 \text{ মাত্রার অভেদক ম্যাট্রিক্স।}$$

Note:

- a) কর্ণ ম্যাট্রিক্সের মান/নির্ণায়ক = abc ; ম্যাট্রিক্সের মান বলতে ম্যাট্রিক্সের নির্ণায়কের মান বুঝায়। যা শুধু মাত্র বর্গ ম্যাট্রিক্সের ক্ষেত্রে সম্ভব।
b) স্কেলার ম্যাট্রিক্সের মান a^n ।
c) অভেদক ম্যাট্রিক্সের মান 1।
d) কর্ণ ম্যাট্রিক্সের $a = b = c$ হলে, উহা স্কেলার।

09. শূন্য ম্যাট্রিক্স (Null Matrix): যে ম্যাট্রিক্সের প্রত্যেকটি উপাদান বা ভুক্তি শূন্য, তাকে শূন্য ম্যাট্রিক্স বলে। যেমন,

$$E = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ যাহা } (2 \times 3) \text{ মাত্রার শূন্য ম্যাট্রিক্স।}$$

10. উপর ত্রিভুজাকৃতি ম্যাট্রিক্স (Upper Triangular Matrix): যে বর্গ ম্যাট্রিক্সের প্রধান কর্ণের নিম্নস্থ সবগুলো উপাদান শূন্য, তাকে উপর ত্রিভুজাকৃতি ম্যাট্রিক্স বলে। যেমন, $U = \begin{bmatrix} 1 & 5 & 3 \\ 0 & 7 & 6 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

11. নিম্ন ত্রিভুজাকৃতি ম্যাট্রিক্স (Lower Triangular Matrix): যে বর্গ ম্যাট্রিক্সের প্রধান কর্ণের উপরস্থ সবগুলো উপাদান শূন্য, তাকে নিম্ন ত্রিভুজাকৃতি ম্যাট্রিক্স বলে। যেমন,
 $L = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 4 & 0 \\ 3 & 7 & 5 \end{bmatrix}$

12. ব্যতিক্রমী ম্যাট্রিক্স (Singular Matrix): কোন ম্যাট্রিক্সের নির্ণায়কের মান শূন্য হলে, তাকে ব্যতিক্রমী ম্যাট্রিক্স বলে। যেমন,
 $K = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 6 \end{bmatrix}$ একটি ব্যতিক্রমী ম্যাট্রিক্স।

13. অব্যতিক্রমী (Nonsingular) ম্যাট্রিক্স: কোন বর্গ ম্যাট্রিক্সের নির্ণায়কের মান অশূন্য হলে তাকে Nonsingular matrix বলে। যেমন-

$$\begin{bmatrix} 5 & 2 \\ -2 & 7 \end{bmatrix} \text{ একটি } 2 \times 2 \text{ Nonsingular matrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 3 & 4 & 1 \\ 3 & 7 & 2 \end{bmatrix} \text{ একটি } 3 \times 3 \text{ Nonsingular matrix}$$

14. **বিষ ম্যাট্রিক্স (Transpose Matrix):** কোন ম্যাট্রিক্সের সারিগুলোকে কলামে ও কলামগুলোকে সারিতে পরিণত করলে যে নতুন ম্যাট্রিক্স পাওয়া যায় তাকে বিষ ম্যাট্রিক্স বলে। যেমন-

$$A = \begin{bmatrix} a & b & c \\ e & f & g \\ h & i & j \end{bmatrix} \text{ হলে, বিষ ম্যাট্রিক্স } A' = \begin{bmatrix} a & e & h \\ b & f & i \\ c & g & j \end{bmatrix}$$

ম্যাট্রিক্স A এর বিষকে A^T বা A' বা A' প্রতীক দ্বারা লেখা হয় এবং $(A^T)^T = A$

15. **ম্যাট্রিক্সের ট্রেস:** কোন বর্গ ম্যাট্রিক্সের মুখ্য কর্ণের উপাদানের যোগফলকে

$$\text{ম্যাট্রিক্সের ট্রেস বলে। যেমন-} \begin{bmatrix} 1 & 5 & 3 \\ 0 & 7 & 6 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ ম্যাট্রিক্সের ট্রেস হল } 9 \text{।}$$

16. **অ্যাডজয়েন্ট ম্যাট্রিক্স (Adjoint Matrix):** কোন বর্গ ম্যাট্রিক্স A দ্বারা গঠিত নির্ণয়ক $|A|$ এর সহগুণকসমূহ দ্বারা গঠিত ম্যাট্রিক্সের ট্রান্সপোজ ম্যাট্রিক্স প্রদত্ত ম্যাট্রিক্স A এর অ্যাডজয়েন্ট ম্যাট্রিক্স বলা হয় এবং এ ম্যাট্রিক্সকে $\text{Adj}(A)$ দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

17. **প্রতিসম ম্যাট্রিক্স (Symmetric matrix):** কোন বর্গ ম্যাট্রিক্সকে বিষ ম্যাট্রিক্সে পরিণত করলে যদি ম্যাট্রিক্সটি অপরিবর্তিত থাকে, তাকে প্রতিসম ম্যাট্রিক্স বলে।

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \text{ একটি প্রতিসম ম্যাট্রিক্স}$$

18. **বিপ্রতিসম ম্যাট্রিক্স (Skew symmetric matrix):** একটি বর্গ ম্যাট্রিক্স

$$A = (a_{ij})_{n \times n} \text{ কে বিপ্রতিসম ম্যাট্রিক্স বলে যদি } A' = -A \text{ হয়,}$$

অর্থাৎ $a_{ij} = -a_{ji}$ হয়।

$$\text{উদাহরণ: } A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -4 \\ -1 & 0 & 3 \\ 4 & -3 & 0 \end{bmatrix} \text{ হলে } A' = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 4 \\ 1 & 0 & -3 \\ -4 & 3 & 0 \end{bmatrix} \\ = - \begin{bmatrix} 0 & 1 & -4 \\ -1 & 0 & 3 \\ 4 & -3 & 0 \end{bmatrix} = -A$$

অর্থাৎ $A' = -A$ সুতরাং A হলো একটি বিপ্রতিসম ম্যাট্রিক্স। উল্লেখ্য যে, প্রত্যেক বিপ্রতিসম ম্যাট্রিক্সের প্রধান কর্ণের ভুক্তিসমূহ শূন্য, অর্থাৎ $a_{ij} = 0$ যখন $i = j$ ।

19. **উপ-ম্যাট্রিক্স (Sub-Matrix):** কোনো একটি ম্যাট্রিক্সের যেকোনো সংখ্যক কলাম ও সারির ভুক্তি বাদ দিয়ে গঠিত অপর একটি ম্যাট্রিক্সকে মূল ম্যাট্রিক্সের উপ-ম্যাট্রিক্স বলে।

$$\text{যেমন, } A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix} \text{ ম্যাট্রিক্সের উপ-ম্যাট্রিক্স } \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 6 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 7 & 8 \end{bmatrix} \text{ ইত্যাদি।}$$

20. **সমঘাতী ম্যাট্রিক্স (Idempotent Matrix):** কোন ম্যাট্রিক্স এর বর্গ করলে আবার আদি ম্যাট্রিক্স পাওয়া গেলে তাকে সমঘাতী ম্যাট্রিক্স বলে।

21. **উদঘাতীক ম্যাট্রিক্স (Involutory Matrix):** যদি কোন ম্যাট্রিক্সকে বর্গ করলে Identity Matrix-এ পরিণত হয়, তবে তাকে উদঘাতীক ম্যাট্রিক্স বলে।

$$A = \begin{bmatrix} -5 & -8 & 0 \\ 3 & 5 & 0 \\ 1 & 2 & -1 \end{bmatrix} \text{ একটি উদঘাতীক ম্যাট্রিক্স}$$

22. **অক্ষম ম্যাট্রিক্স (Nilpotent Matrix):** কোন ম্যাট্রিক্সে এর যে কোন ঘাত যদি শূন্য ম্যাট্রিক্স এ পরিণত হয়, তবে তাকে অক্ষম ম্যাট্রিক্স বা শূন্যঘাতী ম্যাট্রিক্স বলে।

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \text{ একটি } 2 \text{ সূচকের অক্ষম ম্যাট্রিক্স}$$

23. **ইনভার্স ম্যাট্রিক্স (Inverse matrix):** কোন বর্গ ম্যাট্রিক্সকে ট্রান্সপোজ করে যে ম্যাট্রিক্স পাওয়া যায় তার প্রতিটি উপাদানকে সহগুণক দ্বারা প্রতিস্থাপিত করে তাকে নির্ণায়ক মান দ্বারা ভাগ করলে ইনভার্স ম্যাট্রিক্স পাওয়া যায়। তবে নির্ণায়কের মান অবশ্যই অশূন্য হতে হবে। যেমন,

$$A = \begin{bmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{bmatrix} \text{ হলে, } A^{-1} = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix}$$

$$\text{এখন } \text{Adj}(A) = \begin{bmatrix} A_1 & A_2 & A_3 \\ B_1 & B_2 & B_3 \\ C_1 & C_2 & C_3 \end{bmatrix}$$

এখানে, $A_1, A_2, \dots, C_2, C_3$; যথাক্রমে $a_1, a_2, \dots, c_2, c_3$ এর সহগুণক

$$A^{-1} = \frac{\text{Adj}(A)}{|A|} = \frac{1}{|A|} \begin{bmatrix} A_1 & A_2 & A_3 \\ B_1 & B_2 & B_3 \\ C_1 & C_2 & C_3 \end{bmatrix}$$

Note: 2×2 order এর Adjoint নিম্নরূপে নির্ণয় করতে হবে,

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \text{ হলে } \text{Adj}(A) = \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$

$$\text{Technique: (i) } A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \text{ হলে, } A^{-1} = \frac{1}{ad-bc} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$

$$(ii) A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ হলে, } A^4 = A \text{ (iii) } A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \text{ হলে, } A^5 = 16A$$

24. **অনুবন্ধী ম্যাট্রিক্স:** কোন জটিল ম্যাট্রিক্সের জটিল রাশিগুলোর অনুবন্ধী দিয়ে এবং অন্যান্য উপাদান স্ব স্ব স্থানে অপরিবর্তিত রেখে যে ম্যাট্রিক্স পাওয়া যায় তাকে অনুবন্ধী ম্যাট্রিক্স বলে। যেমন:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 5+i \\ 2+i & -i \end{bmatrix} \text{ এর অনুবন্ধী ম্যাট্রিক্স } = \begin{bmatrix} 2 & 5-i \\ 2-i & i \end{bmatrix}$$

25. **হারমিশিয়ান ম্যাট্রিক্স (Hermitian Matrix):** কোন জটিল বর্গ ম্যাট্রিক্স এর অনুবন্ধীর ট্রান্সপোজ করলে আদি ম্যাট্রিক্স ফিরে আসলে তাকে হারমিশিয়ান ম্যাট্রিক্স বলে।

$$\text{উদা: } A = \begin{bmatrix} 1 & 2+i & 1+3i \\ 2-i & 2 & -i \\ i-3i & i & 0 \end{bmatrix} \text{ কে প্রতিটি উপাদানকে অনুবন্ধী দ্বারা}$$

প্রতিস্থাপন করে পাই,

$$\begin{bmatrix} 1 & 2-i & 1-3i \\ 2+i & 2 & -i \\ 1+3i & i & 0 \end{bmatrix} \text{ একে ট্রান্সপোজ করলে পাই}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2+i & 1+3i \\ 2-i & 2 & -i \\ 1-3i & i & 0 \end{bmatrix} = A$$

২০. লব্ধ ম্যাট্রিক্স (Orthogonal Matrix): কোন বর্গ ম্যাট্রিক্স A কে লব্ধ ম্যাট্রিক্স বলা হবে যদি $A \cdot A^T = I$ হয়। যেমন- $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 2 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ একটি লব্ধ ম্যাট্রিক্স।

ম্যাট্রিক্সের সমতা (Equality of Matrix): যদি এবং কেবল যদি দুটি ম্যাট্রিক্সের মাত্রা (order) সমান হয় এবং একটির উপাদান অপরেরটির অনুরূপ উপাদানের সমান হয়, তবে ম্যাট্রিক্স দুটি সমান হবে।
 যেমন, দুইটি সমান মাত্রার ম্যাট্রিক্স:

$$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{vmatrix}$$

যখন, $a = \alpha, b = \beta, c = \gamma, d = \delta$, $e = \phi$ এবং $f = \psi$.

কিন্তু $\begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 6 & 9 \\ 0 & 6 \end{vmatrix} \neq \begin{vmatrix} 2 & 4 & 0 \\ 6 & 9 & 8 \\ 0 & 6 & 5 \end{vmatrix}$ কারণ এদের মাত্রা সমান নয়।

Note: যদি $4x - 6y = 5$ এবং $7x + 9y = 13$ হয়, তবে ম্যাট্রিক্স আকারে

লেখা যায়, $\begin{bmatrix} 4x - 6y \\ 7x + 9y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 13 \end{bmatrix}$

ম্যাট্রিক্সের যোগ ও বিয়োগ:
 দুইটি সমপর্যায়ের (যাদের সারি ও কলাম সংখ্যা সমান) ম্যাট্রিক্সের সংশ্লিষ্ট উপাদানের যোগ বা বিয়োগ করার মাধ্যমে ম্যাট্রিক্সের যোগ বা বিয়োগ করা হয়।

ম্যাট্রিক্স যোগ বিয়োগের নিয়ম:
 ১ম টির কলাম সংখ্যা = ২য় টির কলাম সংখ্যা
 ১ম টির সারির সংখ্যা = ২য় টির সারির সংখ্যা

উদাহরণ:

$$A = \begin{bmatrix} a & b & c \\ e & f & g \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} m & n & o \\ p & q & r \end{bmatrix} \text{ হলে}$$

$$A \pm B = \begin{bmatrix} a \pm m & b \pm n & c \pm o \\ e \pm p & f \pm q & g \pm r \end{bmatrix} \text{ হবে।}$$

Note: দুটি ম্যাট্রিক্সের order ভিন্ন হলে, তাদের যোগ বা বিয়োগ করা যাবে না।

ম্যাট্রিক্সের গুণন (Multiplication of Matrix): দু'টি ম্যাট্রিক্সের মধ্যে গুণ করতে হলে, অবশ্যই প্রথম ম্যাট্রিক্সের কলাম সংখ্যা দ্বিতীয় ম্যাট্রিক্সের সারি সংখ্যার সমান হতে হবে। অর্থাৎ একটির মাত্রা $m \times n$ হলে, অপরেরটির মাত্রা $n \times q$ হতে হবে এবং গুণফলের মাত্রা হবে $m \times q$ ।

গুণনের শর্ত: ১ম টির কলাম সংখ্যা = ২য় টির সারির সংখ্যা
 ১ম টির সারির সংখ্যা = ২য় টির কলাম সংখ্যা

গুণনের নিয়ম: দুটি ম্যাট্রিক্সের মধ্যে গুণ করতে হলে, প্রথম ম্যাট্রিক্সের সারি বরাবর অবস্থানের উপাদানগুলো দ্বিতীয় ম্যাট্রিক্সের কলাম বরাবর অবস্থানের উপাদানগুলো গুণ করে মাঝখানে যোগ চিহ্ন বসাতে হবে।

যেমন- $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 3 & 4 & 5 \\ 6 & 7 & 8 \end{bmatrix}$

$$A \times B = \begin{bmatrix} 1 \times 3 + 2 \times 6 & 1 \times 4 + 2 \times 7 & 1 \times 5 + 2 \times 8 \\ 3 \times 3 + 4 \times 6 & 3 \times 4 + 4 \times 7 & 3 \times 5 + 4 \times 8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 15 & 18 & 21 \\ 33 & 40 & 47 \end{bmatrix}$$

Note: দুটি ম্যাট্রিক্সের গুণফলের ম্যাট্রিক্সটির order হয় প্রথম ম্যাট্রিক্সের সারি ও দ্বিতীয় ম্যাট্রিক্সের কলাম সংখ্যার গুণফলের সমান।

ম্যাট্রিক্স এর স্কেলার গুণিতক: যদি A একটি ম্যাট্রিক্স এবং k কোনো প্রবলক হয় তবে k ও A এর গুণন kA একটি ম্যাট্রিক্স হবে যার প্রত্যেক ভুক্তি হবে A এর অনুরূপ ভুক্তির সাথে k এর গুণফল।

উদাহরণ: $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 10 \end{bmatrix}$ হলে, $kA = \begin{bmatrix} 2k & 3k & 4k \\ k & 2k & 10k \end{bmatrix}$

A, B ও যদি C যোজনযোগ্য হয় তবে,
 (i) $A + B = B + A$
 (ii) $A + (B + C) = (A + B) + C$
 (iii) $K(A + B) = KA + KB = (A + B)K$ যেখানে K স্কেলার।

A, B ও C গুণযোগ্য ও যোজনযোগ্য হলে,
 i. $A(B + C) = AB + AC$
 ii. $(A + B)C = AC + BC$
 iii. $A(BC) = (AB)C$ কিন্তু
 (a) $AB \neq BA$
 (b) $AB = 0$ হলে, $A = 0$ অথবা $B = 0$ নাও হতে পারে কিন্তু $A = 0$ অথবা $B = 0$ হলে, $AB = 0$ হবে।
 (c) $AB = AC$ হলে, $B = C$ নাও হতে পারে। কিন্তু $B = C$ হলে, $AB = AC$ হবে।

একজোটে সমীকরণকে দুটি ম্যাট্রিক্সের গুণফল আকারে প্রকাশ করা যায়। যেমন,
 $a_1x_1 + b_1x_2 + c_1x_3 = d_1; a_2x_1 + b_2x_2 + c_2x_3 = d_2;$
 $a_3x_1 + b_3x_2 + c_3x_3 = d_3$

একে লেখা যায়, $\begin{bmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \end{bmatrix}$ কারণ এদের গুণ করলে সমীকরণটির সমাধান পাওয়া যায়।

একে লেখা হয়, $AX = B$, এখানে,
 $A = \begin{bmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{bmatrix}; X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \end{bmatrix}$

এই ম্যাট্রিক্স সমীকরণ সমাধান করার জন্য আমাদের এমন একটি ম্যাট্রিক্স A^{-1} দরকার যেন $A \cdot A^{-1} = I$ হয় কারণ তখন $A^{-1}AX = A^{-1}B$
 $\Rightarrow (A \cdot A^{-1})X = A^{-1}B$
 $\Rightarrow X = A^{-1}B$
 A বর্গ ম্যাট্রিক্স হলে, A এর নির্ণায়কের মান শূন্য না হলে, A^{-1} এমন একটি ম্যাট্রিক্স আছে যাতে $A \cdot A^{-1} = A^{-1} \cdot A = I$ হয়।

ম্যাট্রিক্সের নির্ণায়ক: ম্যাট্রিক্সের নির্ণায়ক হলো বর্গ ম্যাট্রিক্সকে নির্ণায়ক আকারে লিখে উপযুক্ত চিহ্নসহ অনুরাশি দিয়ে গুণ করে যে মান পাওয়া যায়।

যেমন, $A = \begin{vmatrix} a & c \\ b & d \end{vmatrix}$ হলে, A এর নির্ণায়ক $|A| = ad - bc$

$$A = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$$

a_1 এর সহগুণক $A_1 = b_2c_3 - c_2b_3;$
 b_1 এর সহগুণক $B_1 = c_2a_3 - c_3a_2;$
 c_1 এর সহগুণক $C_1 = a_2b_3 - a_3b_2;$
 $|A| = a_1A_1 + b_1B_1 + c_1C_1$

Calculator Type ম্যাট্রিক্স (Matrix)

প্রাথমিক আলোচনা:

Mode কে সব সময়- matrix / mat form এ রাখতে হবে।

SHIFT [mat] 4 চেপে ম্যাট্রিক্স এর কাজ শুরু করতে হবে।

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{bmatrix}$$

একটি ম্যাট্রিক্স যার dimension বা মাত্রা (m × n)

= 2 × 2 (কলাম ২টি এবং সারি ২টি)।

দুইটি ম্যাট্রিক্স এর মাত্রা সমান হলে, তাদের যোগ এবং বিয়োগ সম্ভব।

১ম ম্যাট্রিক্স এর কলাম (n) যদি ২য় ম্যাট্রিক্স এর সারির সমান হয় তবে তাদের গুণ সম্ভব। মনে করি,

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix} \text{ এবং } C = \begin{bmatrix} 3 & 8 \\ 9 & 11 \end{bmatrix}$$

উপরের আলোচনার কারণে A ± C সম্ভব কিন্তু A ± B অসম্ভব কারণ এদের মাত্রা সমান নয়।

আবার, AB এবং AC সম্ভব

১ম টির কলাম = 2
২য় টির সারি = 2

কিন্তু BC অসম্ভব

১ম টির কলাম = 3
২য় টির সারি = 2

Calculator এ ম্যাট্রিক্স যেভাবে প্রবেশ করানো হয়:

Matrix নিয়ে কাজ করতে হলে, প্রথমে Matrix Calculator এ প্রবেশ করাতে হয়। ধরা যাক,

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}$$

ম্যাট্রিক্সকে Calculator প্রবেশ করাতে হবে।

ম্যাট্রিক্স এর মাত্রা (m × n) = (2 × 3) এটি নিম্নরূপে ক্যালকুলেটরে Input নেয়া হয়।

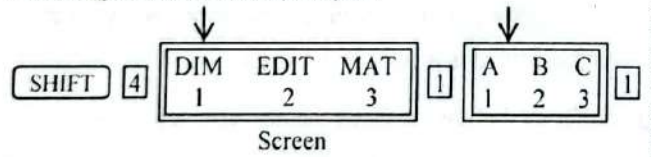
MS Series:



চেপে Matrix mode এ নিতে হয়।

বিঃদ্র: একবার Matrix mode এ নিলে Matrix Operation করার সময় আবার Matrix mode এ নিতে হয় না।

এরপর ম্যাট্রিক্স কে প্রবেশ করাতে হবে নিম্নরূপে:



Screen এ আসবে

Mat A (m × n) m ?

Mat A (m × n) n ?

Screen এ আসবে

Mat A₁₁

Mat A₁₂

Mat A₁₃

Mat A₂₁

Mat A₂₂

Mat A₂₃

Input দিতে হবে

[2] [=] [সারি = 2]

[3] [=] [সারি = 3]

Input দিতে হবে

[1] [=]

[2] [=]

[3] [=]

[4] [=]

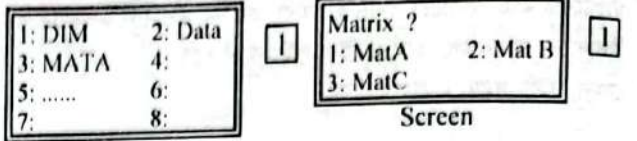
[5] [=]

[6] [=]

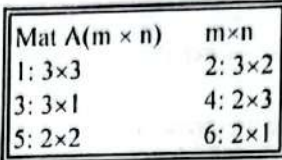
ES Series:



Screen



Screen



Screen

যেহেতু A ম্যাট্রিক্সটি 2 × 3 আকারের তাই [4] চাপতে হবে।

A

 ম্যাট্রিক্সটির ফাঁকা স্থানগুলো নিম্নরূপে

পূরণ করতে হবে।

নিম্নরূপে পূরণ করতে হবে-

$$1 = 2 = 3 =$$

$$4 = 5 = 6 =$$

ম্যাট্রিক্স Operation:

Example-01: যদি $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -3 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 5 & 1 \end{bmatrix}$ হয় তবে (A+B),

A-B, AB, BA, A⁻¹, Det(A), B^T নির্ণয় কর।

প্রথমে আগের নিয়ম অনুযায়ী A ও B ম্যাট্রিক্স ক্যালকুলেটরে প্রবেশ করাতে হবে।

তারপর যথাক্রমে MatA + MatB, MatA - MatB, Mat A × Mat B, Mat B × Mat A, Mat A⁻¹, Det Mat A বের করতে হবে।

A ম্যাট্রিক্স Calculator এ প্রবেশ করানো:

Screen এ আসবে

Mat A (m × n) m ?

Mat A (m × n) n ?

Mat A₁₁ ?

Mat A₁₂ ?

Mat A₂₁ ?

Mat A₂₂ ?

Input দিতে হবে

[2] [=]

[2] [=]

[2] [=]

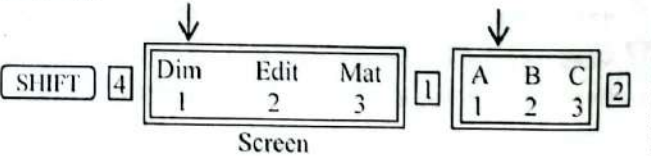
[0] [=]

[0] [=]

[-3] [=]

B ম্যাট্রিক্স Calculator এ প্রবেশ করানো:

B এর জন্য



Screen

Screen এ আসবে

Mat B (m × n) m ?

Mat B (m × n) n ?

Mat B₁₁

Mat B₁₂

Mat B₂₁

Mat B₂₂

Input দিতে হবে

[2] [=]

[2] [=]

[3] [=]

[0] [=]

[5] [=]

[1] [=]

Mat A + Mat B

SHIFT 4 [Dim Edit Mat] [1 2 3] [3] [A B C] [1 2 3] [1] [+]

Screen

SHIFT 4 [Dim Edit Mat] [1 2 3] [3] [A B C] [1 2 3] [2] [=]

Screen

সকল ফলাফল দেখতে:

Mat Ans₁₁ 5 [← →] Mat Ans₁₂ 0

Screen ডানদিকে Screen

Press

[← →] Mat Ans₁₁ 5 [← →] Mat Ans₂₂ -2

ডানদিকে ডানদিকে

Mat A - Mat B

Similarly:
Mat A × Mat B

SHIFT 4 [Dim Edit Mat] [1 2 3] [3] [A B C] [1 2 3] [1] [×]

SHIFT 4 [Dim Edit Mat] [1 2 3] [3] [A B C] [1 2 3] [2] [=]

সকল ফলাফল দেখতে:

Mat Ans₁₁ 6 [← →] Mat Ans₁₂ 0 [← →]

ডানদিকে ডানদিকে

Mat Ans₂₁ -15 [← →] Mat Ans₂₂ -3

ডানদিকে

Mat B × Mat A Similarly

Mat A⁻¹

SHIFT 4 [Dim Edit Mat] [1 2 3] [3] [A B C] [1 2 3] [1]

Screen

[x⁻¹] [=]

ফলাফল: Mat Ans₁₁ 0.5 ▶ Mat Ans₁₂ 0
 ▶ Mat Ans₂₁ 0 ▶ Mat Ans₂₂ -0.333

Determinat of A

SHIFT 4 [Dim Edit Mat] [1 2 3] [3] [A B C] [1 2 3] [1] [→]

ডানদিকে

[1] SHIFT 4 [Dim Edit Mat] [1 2 3] [3] [A B C] [1 2 3]

[1] [=]

Ans: -6

Transpose of B B^T

SHIFT 4 [Dim Edit Mat] [1 2 3] [3] [A B C] [1 2 3] [1] [→]

ডানদিকে

[← →] [Det Tm] [1 2]

[2] SHIFT 4 [Dim Edit Mat] [1 2 3] [3] [A B C] [1 2 3]

[2] [=]

ফলাফল: Mat Ans₁₁ 3 ▶ Mat Ans₁₂ 5
 ▶ Mat Ans₁₂ 0 ▶ Mat Ans₂₂ 1

ES Series:

Mode [1: COMP 2: COMPLEX] [6] [AC] চাপলে
 [3: STAT 4: BASE-N]
 [5: EQN 6: MATRIX]
 [7: TABLE 8: VECTOR]

ক্যালকুলেটর Matrix mode এ আসবে।

এখন A matrix Calculator এ প্রবেশ করতে হবে।

SHIFT 4 [1: Dim 2: Data] [1]
 [3: MatA 4: MATB]
 [5: MatC 6: MAT Am]
 [7: Det 8: Tm]

Matrix ? [1] Mat A (m×n) m×n
 1: Mat A 2: Mat B 1: 3×3 2: 3×2
 3: Mat C 3: 3×1 4: 2×3
 5: 2×2 6: 2×1

যেহেতু A Matrix টি 2 × 2 আকারের তাই 5 Press করতে হবে।

A [0 0] ম্যাট্রিক্সটির ফাঁকা স্থান গুলো পূরণ করতে হবে এভাবে,

[2] [=] [0] [=] [0] [=] [3] [=]

B matrix কে যেভাবে input নিতে হবে

SHIFT 4 [1: Dim 2: Data] [1] Matrix ?
 [3: MatA 4: MATB] [1: Mat A 2: Mat B]
 [5: 6:] [3: Mat C]
 [7: 8:]

Screen

[2] Mat B (m×n) m×n [5]
 1: 3×3 2: 3×2
 3: 3×1 4: 2×3
 5: 2×2 6: 2×1

Screen

এরপর Input নিতে হবে এভাবে

[3] [=] [0] [=] [5] [=] [1] [=] [AC]

এখন, Mat A + Mat B

SHIFT 4 [3: Mat A 4: Mat B] [3] [→]
 [5: Mat C 6: Mat Am]

Screen

SHIFT 4 [3: Mat A 4: Mat B] [4] [=]
 [5: Mat C 6: Mat Ans]

ফলাফল: [5 0]
 [5 -2]

Mat A – Mat B ; Similar

Mat A × Mat B

SHIFT [4] 3: Mat A 4: Mat B 3 [x] [↓]
5: Mat C 6: Mat Ans

Screen

Ans. $\begin{bmatrix} 6 & 0 \\ -15 & -3 \end{bmatrix}$

Mat B × Mat A : SimilarMat A⁻¹ নির্ণয়

SHIFT [4] 3: Mat A 4: Mat B 3 [x⁻¹] [=]
5: Mat C 6: Mat Ans

Screen

Ans. $\begin{bmatrix} 0.5 & 0 \\ 0 & -0.3333 \end{bmatrix}$

Determinant of A : (Det A) নির্ণয়:

SHIFT [4] 3: Mat A 7 [SHIFT] [4]
5: Mat C
7: Det

Screen

3: Mat A 4: Mat B 3 [=]
5: 6:

Screen

Ans: -6

Transpose of B : B^T :

SHIFT [4] 4: Mat B 7 [SHIFT] [4]
5: Mat Ans
7: Tm

Screen

3: Mat A 4: Mat B 4 [=]
5: Mat C 6: Mat Ans

Screen

Ans: $\begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

Example-02: $\begin{bmatrix} x & y \\ x & y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & h \\ x & b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$ এর গুণফল কত?

a. $[x^2a + xyh \quad xyh + y^2b]$ b. $[x^2a + 2xyh + y^2b]$

এই Type এর Math Solve করার জন্য x, y, a, h, b এর মান ধরে নিয়ে Calculator এ গুণ করতে হবে। তারপর প্রশ্নের Option গুলোকে x, y, a, h, b এর মান বসিয়ে যেই Option এর মান গুণ করলে মানের সমান হয় সেটাই হবে Correct Answer।

যেমন: x = 1

y = 2

a = 3

h = 4

b = 5 হলে, ম্যাট্রিক্সের গুণফল হল:

$\begin{bmatrix} 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} = 39$

Option B হল $x^2a + 2xyh + y^2b$

$= (1) \times 2 + 2 \times 1 \times 2 \times 4 + 2^2 \times 5 = 39$

তাই Answer হবে B.

এ অধ্যায়ের গাণিতিক সমস্যাসমূহকে নিম্নোক্ত
Type এ অন্তর্ভুক্ত করা যায়

Type-01: ম্যাট্রিক্সের ধারণা সংক্রান্ত

- মাত্রা/ক্রম/পর্যায়/ order: ম্যাট্রিক্সের মাত্রা = সারি × কলাম।
- দুটি ম্যাট্রিক্সের গুণনের ফলের প্রাপ্ত গুণন ম্যাট্রিক্সের মাত্রা = ১ম ম্যাট্রিক্সের সারি × ২য় ম্যাট্রিক্সের কলাম।

Prob 01 যদি $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 4 & 5 & -1 \end{bmatrix}$ হলে, ম্যাট্রিক্সটির মাত্রা = ?

Sol: প্রদত্ত ম্যাট্রিক্সের আনুক্রমিক রেখা বা সারি = 2 এবং উল্লম্বরেখা বা কলাম = 3
∴ ম্যাট্রিক্সটির মাত্রা = সারি × কলাম = 2 × 3

Prob 02 $A = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}$ এবং $B = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 1 & 2 \\ 0 & -5 \end{bmatrix}$ হলে, AB ম্যাট্রিক্সের

মাত্রা কত?

Sol: AB ম্যাট্রিক্সের মাত্রা = ১ম ম্যাট্রিক্সের সারি × ২য় ম্যাট্রিক্সের কলাম = 2 × 2 Ans.

Prob 03 $A = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 5 & 3 \end{bmatrix}$ কোন ধরনের ম্যাট্রিক্স?

Sol: $A = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 5 & 3 \end{bmatrix}$ একটি প্রতিসম ম্যাট্রিক্স, কেননা $A = A^T$.

Prob 04 $A = \begin{bmatrix} a_{11} & 0 & 0 \\ 0 & a_{22} & 0 \\ 0 & 0 & a_{33} \end{bmatrix}$ এটি কোন ধরনের ম্যাট্রিক্স?

Sol: ডায়্যাগোনাল ম্যাট্রিক্স।

Prob 05 $A = \begin{bmatrix} 5 & 2 & 1 \\ 0 & 4 & -3 \\ 0 & 0 & 8 \end{bmatrix}$ এটি কোন ধরনের ম্যাট্রিক্স?

Sol: উর্ধ্ব ত্রিভুজাকার ম্যাট্রিক্স।

Prob 06 $\begin{bmatrix} 3 & -2 & 8 & n \\ 1 & 6 & 7 & 2 \\ 9 & m & 9 & 2 \end{bmatrix}$ ম্যাট্রিক্সটির মাত্রা, উপাদান সংখ্যা, রো এর

উপাদান সংখ্যা, কলামের উপাদান সংখ্যা কত?

Sol: মাত্রা = সারি × কলাম = 3 × 4; উপাদান সংখ্যা = 3 × 4 = 12

রো এর উপাদান সংখ্যা = কলামের সংখ্যা = 4

কলামের উপাদান সংখ্যা = রো এর সংখ্যা = 3

For Practice:

01. A ও B ম্যাট্রিক্সদ্বয়ের মাত্রা যথাক্রমে m × p এবং p × n হলে, AB ম্যাট্রিক্সের মাত্রা হবে- **Ans. m × n**

Type-02: ম্যাট্রিক্সের যোগ বিয়োগ ও গুণ সংক্রান্ত

Prob 01 $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 4 & -3 \end{bmatrix}$ হলে, A + I = ?

Sol: $A + I = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 4 & -3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2+1 & -1+0 \\ 4+0 & -3+1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 4 & -2 \end{bmatrix}$ **Ans.**

Prob 02 $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 2 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}$ এবং $B = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 2 \\ -7 & 1 & 8 \end{bmatrix}$ হলে, $A+B$ ও $A-B$ নির্ণয় কর।

Sol: $A+B = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 2 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 & 0 & 2 \\ -7 & 1 & 8 \end{bmatrix}$
 $= \begin{bmatrix} 1+3 & -2+0 & 2+2 \\ 4-7 & 5+1 & 6+8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & -2 & 4 \\ -3 & 6 & 14 \end{bmatrix}$ Ans.

আবার, $A-B = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 2 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3 & 0 & 2 \\ -7 & 1 & 8 \end{bmatrix}$
 $= \begin{bmatrix} 1-3 & -2-0 & 2-2 \\ 4-(-7) & 5-1 & 6-8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & -2 & 0 \\ 11 & 4 & -2 \end{bmatrix}$ Ans.

Prob 03 $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}$ এবং $B = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ হলে, $AB = ?$

Sol: $AB = \begin{bmatrix} 1 \times 0 + 2 \times 1 + 3 \times 0 & 1 \times 2 + 2 \times 2 + 3 \times (-1) \\ 4 \times 0 + 5 \times 1 + 6 \times 0 & 4 \times 2 + 5 \times 2 + 6 \times (-1) \end{bmatrix}$
 $= \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 12 \end{bmatrix}$ Ans.

Prob 04 $B = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 2 \\ 0 & 9 & 2 \end{bmatrix}$ হলে, $pB = ?$

Sol: $pB = \begin{bmatrix} 2p & 3p & 2p \\ 0 & 9p & 2p \end{bmatrix}$ Ans.

For Practice:

01. যদি $X = [a, b]$ এবং $Y = \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$ হয়, তাহলে XY হবে- Ans. $[a^2 + b^2]$

Type-03: ইনভার্স বা বিপরীত ম্যাট্রিক্স সংক্রান্ত

বর্গাকার ম্যাট্রিক্সের ক্ষেত্রে **Technic:** সকল ম্যাট্রিক্সের Adjoint ও বিপরীত ম্যাট্রিক্স থাকে না। কেবল বর্গাকার ম্যাট্রিক্সের Adjoint এবং বর্গাকার Nonsingular (অশূন্য মান বিশিষ্ট) ম্যাট্রিক্সের বিপরীত ম্যাট্রিক্স থাকে। A এর বিপরীত ম্যাট্রিক্সকে A^{-1} দ্বারা প্রকাশ করা হয়। ম্যাট্রিক্স A এর Inverse অর্থাৎ $A^{-1} = \frac{AdjA}{|A|}$ ।

Technic: $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ হলে, $Adj(A) = \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$
 $\therefore A^{-1} = \frac{AdjA}{|A|} = \frac{\begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}}{ad - bc}$

আয়তাকার ম্যাট্রিক্সের ক্ষেত্রে **Technic:** A যে কোন মাত্রার আয়তাকার বা বর্গাকার ম্যাট্রিক্স হলে $-A$ কে A এর যোগবোধক বিপরীত ম্যাট্রিক্স বলে অর্থাৎ A এর যোগবোধক বিপরীত ম্যাট্রিক্স $= -A$

Prob 01 যদি $R = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ হয়, তবে $R^{-1} = ?$

Sol: এখানে $R^T = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$ $\therefore Adj(R) = \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}$
 আবার, $|R| = (4-6) = -2$ $\therefore R^{-1} = \frac{Adj(R)}{|R|} = \frac{1}{-2} \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}$ Ans.

Shortcut: A^{-1} এর মান, যদি $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ হয় তবে $detA = ad - bc$
 $\therefore A^{-1} = \frac{1}{ad - bc} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$ হবে।

Prob 02 $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 4 & -5 & 6 \end{bmatrix}$ হলে $Adj(A)$, বিপরীত ম্যাট্রিক্স কি?

Sol: $Adj(A)$ নির্ণয়যোগ্য নয়, কেননা A Square matrix নয়। A^{-1} নির্ণয়যোগ্য নয়, কেননা A square matrix নয়।
 যোগবোধক বিপরীত ম্যাট্রিক্স, $-A = \begin{bmatrix} -2 & -3 & 1 \\ -4 & 5 & -6 \end{bmatrix}$ Ans.

Type-04: ম্যাট্রিক্সের সমতা সংক্রান্ত

Prob 01 যদি $\begin{bmatrix} x-y & 1 \\ 7 & x+y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 & 1 \\ 7 & 2 \end{bmatrix}$ হয়, তবে $(x, y) = ?$

Sol: ম্যাট্রিক্সদ্বয় সমান হওয়াতে $x - y = 8$ এবং $x + y = 2$
 $\therefore 2x = 10 \Rightarrow x = 5$
 আবার, $x - y = 8 \Rightarrow y = -3$ $\therefore (x, y) = (5, -3)$ Ans.

Prob 02 যদি $\begin{bmatrix} x+y & 1 \\ 8 & x-y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 8 & 2 \end{bmatrix}$ হয়, তবে (x, y) কত?

Sol: $(x, y) = (3, 1)$ Ans.

Type-05: ব্যতিক্রমী (Singular) ম্যাট্রিক্স সংক্রান্ত

Prob 01 $\begin{pmatrix} \alpha+2 & 2 \\ 8 & \alpha-4 \end{pmatrix}$ ম্যাট্রিক্সটি ব্যতিক্রমী হবে যদি α এর মান-

Sol: $\begin{pmatrix} \alpha+2 & 2 \\ 8 & \alpha-4 \end{pmatrix}$ ম্যাট্রিক্সটি ব্যতিক্রমী হবে যদি ম্যাট্রিক্সটির নির্ণায়কের মান শূন্য হয়।
 $\therefore (\alpha+2)(\alpha-4) - 16 = 0 \Rightarrow \alpha^2 - 4\alpha + 2\alpha - 8 - 16 = 0$
 $\Rightarrow \alpha^2 - 2\alpha - 24 = 0 \Rightarrow \alpha^2 - 6\alpha + 4\alpha - 24 = 0$
 $\Rightarrow \alpha(\alpha-6) + 4(\alpha-6) = 0 \Rightarrow (\alpha-6)(\alpha+4) = 0 \therefore \alpha = -4, 6$

Type-06: কর্ণ, ট্রেস, মুখ্যপদ ও মাধ্যমিক পদ সংক্রান্ত

বর্গ ম্যাট্রিক্সের বাম দিকের সর্বোচ্চ (১ম রো, ১ম কলাম) উপাদান দিয়ে যাওয়া কর্ণটিকে প্রধান কর্ণ (Principal diagonal) আর অন্য কর্ণটিকে মাধ্যমিক কর্ণ/ শুধু কর্ণ বলে। মুখ্যকর্ণের উপাদানগুলোর যোগফলকে Trace বলে। মুখ্যকর্ণের উপাদানগুলোর গুণফলকে মুখ্যপদ এবং গৌণকর্ণের উপাদানগুলোর গুণফলকে মাধ্যমিক পদ বলে।

Prob 01 $A = \begin{pmatrix} 2 & 8 \\ 7 & 3 \end{pmatrix}$ এর Trace, মুখ্যকর্ণ, মুখ্যপদ, মাধ্যমিক কর্ণ, মাধ্যমিক পদ কত?

Sol: Trace = Tr(A) = 2 + 3 = 5
 2, 3 দিয়ে অংকিত কর্ণটি মুখ্যকর্ণ।
 মুখ্যপদ = 2.3 = 6
 7, 8 দিয়ে অংকিত কর্ণটি মাধ্যমিক কর্ণ/কর্ণ।
 মাধ্যমিকপদ = 7.8 = 56 Ans.

Prob 02 $\begin{bmatrix} 2 & 1 & 4 \\ 7 & 8 & 5 \\ 9 & 3 & 1 \end{bmatrix}$ ম্যাট্রিক্সের ট্রেস কত?

Sol: ট্রেস = প্রাইমারী কর্ণের উপাদানগুলোর যোগফল (2 + 8 + 1) = 11

জাহাঙ্গীরনগর বিশ্ববিদ্যালয় জর্জি পরীক্ষার বিপত বছরের প্রশ্নাবলি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

১. যদি $A = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 3/2 & -1/2 \end{pmatrix}$ হয়, তবে A^{-1} সমান- [10-11]

- A. $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ B. $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ C. $\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ D. $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$

Ans D | Solve এখানে, $A = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 3/2 & -1/2 \end{pmatrix} \therefore |A| = 1 - \frac{3}{2} = -\frac{1}{2}$

$$\therefore A^{-1} = \frac{1}{-\frac{1}{2}} \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ -\frac{3}{2} & -2 \end{pmatrix} = -2 \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ -\frac{3}{2} & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$$

[By Using Calculator. Ex-01(Inverse)]

বিঃ: যদি কোন Square matrix এর Determinal শূন্য হয় তবে তাকে singular matrix বলে অন্যথায় non-singular matrix বলে। কেবলমাত্র non-singular matrix এর inverse থাকে।

জগন্নাথ বিশ্ববিদ্যালয় জর্জি পরীক্ষার বিপত বছরের প্রশ্নাবলি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

০১. $A = \begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$ হলে A^{-1} সমান কত? [14-15, 07-08]

- A. $\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$ B. $-\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}$ C. $\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ -3 & -1 \end{pmatrix}$ D. $-\frac{1}{10} \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$

Ans A | Solve $A = \begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \therefore |A| = \begin{vmatrix} -1 & -3 \\ 2 & 4 \end{vmatrix} = (-4 + 6) = 2$

$$\text{Adj}A = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ -2 & -1 \end{pmatrix} \therefore A^{-1} = \frac{\text{Adj}A}{|A|} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$$

০২. কোন ম্যাট্রিক্সটির বিপরীত ম্যাট্রিক্স নেই? [12-13]

- A. $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ B. $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$ C. $\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$ D. $\begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 4 & 4 \end{pmatrix}$

Ans B | Solve যে ম্যাট্রিক্সের মান শূন্য হয় তার কোন বিপরীত ম্যাট্রিক্স নেই।

এখানে, $\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 2 \end{vmatrix} = 4 - 4 = 0$

০৩. $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 6 & 7 \end{pmatrix}$ হলে, $A - B =$ কত? [09-10; CU 02-03, 09-10, 11-12]

- A. $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 10 \end{pmatrix}$ B. $\begin{pmatrix} -2 & 2 \\ 2 & -10 \end{pmatrix}$ C. $\begin{pmatrix} -2 & -2 \\ -2 & -10 \end{pmatrix}$
D. $\begin{pmatrix} 2 & -2 \\ -2 & 10 \end{pmatrix}$ E. $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -2 & 10 \end{pmatrix}$

Ans C | Solve $A - B = \begin{pmatrix} 1-3 & 2-4 \\ 4-6 & -3-7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & -2 \\ -2 & -10 \end{pmatrix}$

০৪. $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 2 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 2 \\ -7 & 1 & 8 \end{pmatrix}$, $A + B =$ কত? [09-10; CU 09-10]

- A. $\begin{pmatrix} -4 & 2 & 4 \\ -3 & 6 & 12 \end{pmatrix}$ B. $\begin{pmatrix} 4 & -2 & -4 \\ -3 & 6 & 14 \end{pmatrix}$ C. $\begin{pmatrix} 4 & -2 & 4 \\ 3 & 6 & 14 \end{pmatrix}$
D. $\begin{pmatrix} 4 & 2 & 4 \\ 3 & 6 & 12 \end{pmatrix}$ E. $\begin{pmatrix} 4 & -2 & 4 \\ -3 & 6 & 14 \end{pmatrix}$

Ans E | Solve $A + B = \begin{pmatrix} 1+3 & -2+0 & 2+2 \\ 4-7 & 5+1 & 6+8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & -2 & 4 \\ -3 & 6 & 14 \end{pmatrix}$

[Or. By Using Calculator. Ex-01(addition)]

০১. $A = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$ হলে A^{-1} কত হবে? [15-16; RU 15-16]

- A. $\frac{1}{11} \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 5 \end{pmatrix}$ B. $\frac{1}{11} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$ C. $\frac{1}{-1} \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$ D. $\frac{1}{-1} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 5 \end{pmatrix}$

Ans Blank | Solve $A = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$, $|A| = \begin{vmatrix} 5 & 2 \\ -3 & 1 \end{vmatrix} = 5 + 6 = 11$

$$\therefore A^{-1} = \frac{1}{11} \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$$

০২. যদি $\begin{pmatrix} 2x & -y & 5 \\ 3 & & y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & 5 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$ হয় তবে x এর মান কত? [15-16]

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

Ans C | Solve $2x - y = 6 \Rightarrow 2x + 2 = 6$
 $y = -2 \quad x = 2$

০৩. যদি $\begin{pmatrix} 3 & x \\ 3x+y & 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & 3 \\ 9 & 7 \end{pmatrix}$ হয় তবে y এর মান কত? [15-16]

- A. 0 B. 7 C. 9 D. 18

Ans A | Solve $x = 3$ এবং $3x + y = 9 \Rightarrow 9 + y = 9 \Rightarrow y = 0$

০৪. $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}$ এবং $B = \begin{pmatrix} 0 & -3 \\ -2 & -3 \end{pmatrix}$ হলে $2A + 3B$ এর মান কত? [15-16]

- A. $\begin{pmatrix} 4 & -7 \\ 4 & -5 \end{pmatrix}$ B. $\begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$ C. $\begin{pmatrix} 0 & -3 \\ -10 & -6 \end{pmatrix}$ D. কোনটিই নয়

Ans A | Solve $2A + 3B = 2 \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 2 \end{pmatrix} + 3 \begin{pmatrix} 0 & -3 \\ -2 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 10 & 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & -9 \\ -6 & -9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & -7 \\ 4 & -5 \end{pmatrix}$

০৫. $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 3 & y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}$ হলে x ও y এর মান কত? [14-15]

- A. -3, 8 B. -8, 3 C. 8, -3 D. 3, -8

Ans D | Solve $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 3 & y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} x+1 \\ 3x+y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}$

$$\Rightarrow x + 1 = 4 \Rightarrow x = 3 \Rightarrow 3x + y = 1$$

$\Rightarrow y = 1 - 3x = 1 - 9 = -8 \quad x = 3, y = -8$

০৬. $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ এবং $B = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ হলে $AB =$ কত? [14-15]

- A. $\begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix}$ B. $\begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix}$ C. $\begin{pmatrix} 1 \\ 5 \end{pmatrix}$ D. $\begin{pmatrix} -2 \\ 5 \end{pmatrix}$

Ans B | Solve $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} \Rightarrow AB = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix}$

[Or. By Using Calculator. Ex-01 (Multiplication)]

০৭. একটি 2×3 আকারের ম্যাট্রিক্স A এবং একটি 5×3 আকারের ম্যাট্রিক্স B গুণ করা হলে গুণফল AB ম্যাট্রিক্সের আকার কত হবে? [14-15, 11-12]

- A. 2×3 B. 3×3 C. অসম্ভব D. 3×5

Ans A | Solve A = এর আকার 2×3 , B = এর আকার 3×3
AB এর আকার হবে 2×3

০৮. $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -3 \end{pmatrix}$ হলে A^2 এর মান কত? [14-15]

- A. $\begin{pmatrix} 1 & 8 \\ 12 & 17 \end{pmatrix}$ B. $\begin{pmatrix} 9 & -4 \\ 0 & 17 \end{pmatrix}$ C. $\begin{pmatrix} 9 & -4 \\ -8 & 17 \end{pmatrix}$ D. $\begin{pmatrix} 9 & 0 \\ -8 & 17 \end{pmatrix}$

Ans C | Solve $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -3 \end{pmatrix} \Rightarrow A^2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 & -4 \\ -8 & 17 \end{pmatrix}$

০৯. ম্যাট্রিক্স A এর মাত্রা 2×4 এবং ম্যাট্রিক্স B এর মাত্রা 4×3 হলে, BA- এর মাত্রা- [A 12-13]

- A. 2×3 B. 4×3 C. 3×2 D. অসংজ্ঞায়িত

Ans D | Solve BA অসংজ্ঞায়িত হবে যেহেতু B এর কলাম \neq A এর সারি।

10. যদি ম্যাট্রিক্স $A = \begin{bmatrix} -1 & -3 & 4 \end{bmatrix}$ হয় এবং O একটি 3×3 শূন্য ম্যাট্রিক্স হয় তাহলে, AO হবে- [A12-13]
A. $[0 \ 0 \ 0]$ B. $[-1 \ -3 \ 4]$ C. $[0]$ D. কোনটিই নয়

Ans A Solve AO ম্যাট্রিক্স এর মাত্রা 1×3 এবং ম্যাট্রিক্সটি $[0 \ 0 \ 0]$
[Using Calculator- Multiplication]

11. যদি ম্যাট্রিক্স $A = \begin{bmatrix} -2 & -1 & 3 \end{bmatrix}$ হয় এবং I একটি 3×3 ইউনিট ম্যাট্রিক্স হয় তাহলে, $AI =$ [11-12]
A. 0 B. $[0 \ 0 \ 0]$ C. $[-2 \ -1 \ 3]$ D. অসংজ্ঞায়িত

Ans C Solve ইউনিট ম্যাট্রিক্সের ক্ষেত্রে, $AI = A = \begin{bmatrix} -2 & -1 & 3 \end{bmatrix}$
[Using Calculator- Multiplication]

রাজশাহী বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. যদি A একটি 2×5 মাত্রার এবং B একটি 5×2 মাত্রার ম্যাট্রিক্স হয় তবে BA -এর মাত্রা কত হবে? [15-16]
A. 2×2 B. 5×5 C. 2×5 D. 5×2

Ans B Solve B -এর মাত্রা 5×2
 A -এর মাত্রা 2×5

$\therefore BA$ এর মাত্রা (5×5)

02. যদি A ও B দুইটি ম্যাট্রিক্স হয় এবং $A + I_2 = B$ হয়, তবে B -এর মাত্রা কত? [15-16]
A. 2×3 B. $n \times n$ C. 3×3 D. 2×2

Ans D Solve $\because A + I_2 = B$, $\therefore B$ -এর মাত্রা I_2 -এর মাত্রা 2×2
এর সমান, $\therefore B$ -এর মাত্রা 2×2

03. যদি $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ হয়, তবে $A^5 = ?$ [15-16]

A. $\begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ B. $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ C. $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ D. $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$

Ans A Solve $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

$$A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A^3 = A^2 A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ অনুরূপে,}$$

$$A^5 = \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

04. যদি A , B ও C ম্যাট্রিক্সগুলো যোগ ও গুণনের জন্য যোগ্য হয়; তবে নিচের কোনটি সঠিক? [14-15]

A. $A(B+C) = AB + AC$ B. $(A+B)C = AC + BC$
C. $A(BC) = (AB)C$ D. সবগুলোই সঠিক

Ans D Solve গুরুত্বপূর্ণ তথ্যাবলি দ্রষ্টব্য।

05. স্কেলার গুণনের ক্ষেত্রে নিম্নের কোনটি সত্য? [14-15]

A. এটি বিনিময়যোগ্য B. এটি বন্টন বিধি মেনে চলে না
C. এটি বিনিময়যোগ্য না D. এটি বিনিময় ও বন্টনবিধি মেনে চলে না

Ans A Solve স্কেলার গুণন বিনিয়োগযোগ্য।

06. If $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ then, $A^4 = ?$ [13-14]

A. $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ B. $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ C. impossible D. $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ **Ans. A**

07. $A = \begin{bmatrix} 1 & -3 & -4 \\ 2 & 1 & 0 \\ 3 & -2 & 5 \end{bmatrix}$ হলে, নিচের কোনটি সঠিক? [11 12-13]

A. $\det(A) = 3$ B. $\det(A) = 0$
C. $\det(A) = 63$ D. $\det(A)$ নির্ণয় করা সম্ভব নয়

Ans C Solve $\det(A) = 1(5 - 0) + 3(10 - 0) - 4(-4 - 3)$
 $= 5 + 30 + 28 = 63$

[Or, By Using Calculator. Ex-01 (Determination)]

08. স্কেলার ম্যাট্রিক্স তাকে বলে যার- [06-07]

A. সারি ও কলামের সংখ্যা সমান থাকে
B. কলামের সংখ্যা 1 কিন্তু সারির সংখ্যা সমান
C. $a_{ij} = 0$ যখন $i \neq j$
D. ডায়াগোনাল ম্যাট্রিক্সের অশূন্য উপাদানগুলো সমান

09. দুইটি ম্যাট্রিক্সের কলামের সংখ্যা c_1 ও c_2 এবং সারির সংখ্যা যথাক্রমে r_1 ও r_2 হলে, এদের গুণনের শর্ত কি? [05-06]

A. $c_1 = c_2$ B. $r_1 = r_2$ C. $r_1 = c_2$ D. $c_1 = r_2$

10. ম্যাট্রিক্স গুণনের শর্ত কি? $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -4 \end{bmatrix}$ হয় তবে দেখাও যে,

$$A^2 + 3A - 10I = 0 \text{ যেখানে } I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ [03-04]}$$

Solve শর্ত [1ম ম্যাট্রিক্সের কলাম সংখ্যা ও 2য় ম্যাট্রিক্সের সারির সংখ্যার সমান হলে]

চট্টগ্রাম বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $A = \begin{pmatrix} -1 & -5 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$ হলে A^{-1} কত? [15-16]

A. $-\frac{1}{13} \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ B. $\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ C. $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ D. $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ E. $\begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$

Ans A Solve $|A| = \begin{vmatrix} -1 & -5 \\ -2 & 3 \end{vmatrix} = (-3 - 10) = -13$

$$\therefore A^{-1} = \frac{1}{-13} \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$$

02. $M = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ এবং $N = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$ হলে $(MN)^{-1}$ এর মান: [15-16]

A. $N^{-1}M^{-1}$ B. $M^{-1}N^{-1}$ C. MN D. নেই

Ans A Solve $(MN)^{-1} = N^{-1}M^{-1}$

03. ম্যাট্রিক্স $P = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 3 & 8 \end{pmatrix}$ এর P^{-1} হয়- [15-16, 14-15, 12-13]

A. $\begin{pmatrix} 8 & -5 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$ B. $\begin{pmatrix} 8 & 5 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ C. $\begin{pmatrix} -8 & -5 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$

D. $\begin{pmatrix} 8 & -5 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$ E. $\begin{pmatrix} 8 & 5 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$

Ans D Solve $p = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 3 & 8 \end{pmatrix} \therefore |p| = 16 - 15 = 1$

$$\therefore P^{-1} = \frac{1}{1} \begin{pmatrix} 8 & -5 \\ -3 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & -5 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$$

04. $P = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ হলে, $P^2 =$ [15-16, 11-12]

A. $\begin{pmatrix} -1 & 4 \\ 8 & 7 \end{pmatrix}$ B. $\begin{pmatrix} 1 & -4 \\ -8 & 7 \end{pmatrix}$ C. $\begin{pmatrix} -1 & -4 \\ 8 & 7 \end{pmatrix}$

D. $\begin{pmatrix} -1 & -4 \\ -8 & 7 \end{pmatrix}$ E. $\begin{pmatrix} -1 & -4 \\ 8 & 7 \end{pmatrix}$

Ans E Solve $P^2 = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1-2 & -1-3 \\ 2+6 & -2+9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & -4 \\ 8 & 7 \end{pmatrix}$

05. ম্যাট্রিক্স p নির্ণয় কর যদি $p^2 = \begin{pmatrix} 17 & 8 \\ 8 & 17 \end{pmatrix}$ হয়। [15-16]

A. $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ B. $\begin{pmatrix} 7 & 8 \\ 9 & 6 \end{pmatrix}$ C. $\begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$ D. $\begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$ E. $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$

Ans C Solve $\begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 16+1 & 4+4 \\ 4+4 & 1+16 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 17 & 8 \\ 8 & 17 \end{pmatrix} \therefore P = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$

১৩. যদি $A = \begin{bmatrix} a & -b \\ c & d \end{bmatrix}$ হয়, তবে $A^{-1} =$ কত? [15-16]

- A. $ad - bc$ B. $ad + bc$ C. $\frac{1}{ad - bc} \begin{bmatrix} a & b \\ -c & d \end{bmatrix}$
 D. $\frac{1}{ad - bc} \begin{bmatrix} d & b \\ -c & a \end{bmatrix}$ E. $\frac{1}{ad + bc} \begin{bmatrix} d & b \\ -c & a \end{bmatrix}$

Ans E Solve $|A| = ad + bc; A^{-1} = \frac{1}{ad + bc} \begin{bmatrix} d & b \\ -c & a \end{bmatrix}$

১৪. $M = \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$ হলে $M - 2I =$ কত? [1 হলো একক ম্যাদ্রিঞ্জ] [15-16]

- A. $\begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$ B. $\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$ C. $\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ D. $\begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ E. কোনটিই নয়

Ans B Solve $M - 2I = \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 4 & 3 \end{bmatrix} - 2 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

$$= \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 4 & 3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$$

১৫. $\begin{bmatrix} a & 3 \\ -4 & 1 \end{bmatrix}$ একটি সিঙ্গুলার ম্যাদ্রিঞ্জ হলে 'a' এর মান কত? [15-16]

- A. 0 B. 1 C. -1 D. 12 E. -12

Ans E Solve শ্রদন্ত ম্যাদ্রিঞ্জ সিঙ্গুলার হবে, যখন

$$\begin{vmatrix} a & 3 \\ -4 & 1 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow a + 12 = 0 \Rightarrow a = -12$$

১৬. যদি $A = \begin{pmatrix} 1 & i \\ -i & 1 \end{pmatrix}$ এবং $B = \begin{pmatrix} i & -1 \\ -1 & -i \end{pmatrix}$ দুইটি ম্যাদ্রিঞ্জ হয় তবে AB নির্ণয় কর। [14-15]

- A. $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ B. $\begin{pmatrix} 2i & -2 \\ -2 & -2i \end{pmatrix}$ C. $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ D. $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

Ans A Solve $AB = \begin{pmatrix} 1 & -i \\ i & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i & -1 \\ -1 & -i \end{pmatrix}$

$$= \begin{pmatrix} i-i & -1-i^2 \\ -i^2-1 & i-i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1+1 \\ 1-1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

১৭. $A = \begin{pmatrix} 3 & 7 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$ এবং $B = \begin{pmatrix} -3 & 2 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}$ হলে, ম্যাদ্রিঞ্জ C নির্ণয় কর যাতে $5C + 2B = A$ হয়। [14-15]

- A. $\frac{1}{5} \begin{pmatrix} 9 & 3 \\ -6 & 7 \end{pmatrix}$ B. $\begin{pmatrix} 9 & 3 \\ -6 & 7 \end{pmatrix}$ C. $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$
 D. $\begin{pmatrix} -3 & -7 \\ -2 & -5 \end{pmatrix}$ E. কোনটিই নয়

Ans A Solve $A = \begin{pmatrix} 3 & 7 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -3 & 2 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}$ [$\therefore 5C + 2B = A$]

$$5C = A - 2B = \begin{pmatrix} 3 & 7 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} - 2 \begin{pmatrix} -3 & 2 \\ 4 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 7 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -6 & 4 \\ 8 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 & 3 \\ -6 & 7 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow C = \frac{1}{5} \begin{pmatrix} 9 & 3 \\ -6 & 7 \end{pmatrix}$$

১৮. $S = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, a = \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & i \end{pmatrix}$ হলে Sa^2 হবে- [13-14]

- A. S^2 B. a^3S C. $-S$ D. a E. S

Ans A Solve $a^2 = \begin{bmatrix} i & 0 \\ 0 & i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i & 0 \\ 0 & i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} = S$

$$\therefore Sa^2 = S \times S = S^2$$

১৯. যদি $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 3 \end{bmatrix}$ এবং $B = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 3 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}$ তবে AB-এর মান কত? [11-12]

- A. 48 B. 36 C. 6 D. 12 E. 24

Ans = Solve $AB = \begin{bmatrix} -5 & 0 \\ -7 & 6 \end{bmatrix}; |AB| = -30$

[Using Calculator. Ex-01 (Multiplication)]

১৩. $a \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & -2 & -3 \\ -4 & -5 & -6 \\ -7 & -8 & -9 \end{pmatrix}$ হলে, a এর মান হচ্ছে- [08-09]

- A. 1 B. -1 C. ± 1 D. 0 E. পূর্ববর্তী কোনটিই নয়

Ans B Solve $a \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \therefore a = -1$

১৪. ম্যাদ্রিঞ্জ $3 \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & x_{13} \\ x_{21} & x_{22} & x_{23} \end{bmatrix}$ এর কোনটি সত্য? [05-06]

- A. $\begin{bmatrix} 3x_{11} & x_{12} & x_{13} \\ 3x_{21} & x_{22} & x_{23} \end{bmatrix}$ B. $\begin{bmatrix} 3x_{11} & x_{12} & 3x_{13} \\ 3x_{21} & x_{22} & x_{23} \end{bmatrix}$
 C. $\begin{bmatrix} x_{11} & 3x_{12} & x_{13} \\ x_{21} & 3x_{22} & x_{23} \end{bmatrix}$ D. $\begin{bmatrix} 3x_{11} & 3x_{12} & 3x_{13} \\ 3x_{21} & 3x_{22} & 3x_{23} \end{bmatrix}$ **Ans. D**

১৫. ম্যাদ্রিঞ্জ $A = \begin{pmatrix} 2 & -2 & -4 \\ -1 & 3 & 4 \\ 1 & -2 & -3 \end{pmatrix}$ হলে, A^2 এর মান হবে- [05-06]

- A. $-A$ B. 0 C. 2A D. A E. 1

Ans D Solve

$$\begin{bmatrix} 4+2-4 & -4-6+8 & -8-8+12 \\ -2-3+4 & 2+9-8 & 4+12-12 \\ 2+2-3 & -2-6+6 & -4-8+9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -2 & -4 \\ -1 & 3 & 4 \\ 1 & -2 & -3 \end{bmatrix} = A$$

[Using Calculator. Ex-01 (Multiplication)]

১৬. যদি $X = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -4 & 5 \end{bmatrix}$ এবং $Y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ হলে, $XY = ?$ [C 04,05]

- A. $-X$ B. X C. Y D. $-Y$

Ans B Solve

Y একটি অভেদ ম্যাদ্রিঞ্জ বলে X কে গুণ করলে উত্তর X হবে। কেননা অভেদ ম্যাদ্রিঞ্জ দ্বারা যে কোন ম্যাদ্রিঞ্জকে গুণ করলেই ম্যাদ্রিঞ্জটি অপরিবর্তিত থাকে।

[Using Calculator. Ex-01 (Multiplication)]

১৭. $M = \begin{bmatrix} a & b \\ 0 & c \end{bmatrix}$ হলে, $Mx =$ কোনটি? [04-05]

- A. $\begin{bmatrix} ax & b \\ 0 & cx \end{bmatrix}$ B. $\begin{bmatrix} a & bx \\ 0 & c \end{bmatrix}$ C. $\begin{bmatrix} ax & b \\ 0 & c \end{bmatrix}$ D. $\begin{bmatrix} ax & bx \\ 0 & cx \end{bmatrix}$ **Ans. D**

১৮. A, B ও C ম্যাদ্রিঞ্জ তিনটির পর্যায় যথাক্রমে $p \times r, q \times s$ এবং $r \times s$ নিচের কোনটি গুণনযোগ্য- [04-05]

- A. AB B. BA C. BC D. AC **Ans. D**

১৯. $D = \begin{bmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 \\ 0 & 0 & c \end{bmatrix}$ এবং $D' = \begin{bmatrix} 2a & 0 & 0 \\ 0 & 2b & 0 \\ 0 & 0 & 2c \end{bmatrix}$ দুইটি ম্যাদ্রিঞ্জ হলে- [04-05]

- A. $D' = 6D$ B. $D' = 8D$ C. $D' = 2D$ D. $D' = 12D$ **Ans. C**

খুলনা বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

১০. $P = \begin{bmatrix} 2 & 1 \end{bmatrix}$ এবং $Q = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 4 & 5 & -3 \end{bmatrix}$ হলে PQ এর মান কত? [13-14]

- A. $\begin{bmatrix} 6 & -1 & 3 \end{bmatrix}$ B. $\begin{bmatrix} 6 & 1 & -3 \end{bmatrix}$ C. $\begin{bmatrix} 6 \\ 1 \\ -3 \end{bmatrix}$ D. $\begin{bmatrix} 6 \\ -1 \\ 3 \end{bmatrix}$ **Ans. B**

02. যদি $C = AB$ হয় যেখানে $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ ও $B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ তবে,

C-এর আকার হলো- [A 12-13]

- A. $\begin{bmatrix} 9 & 14 & 10 \\ 7 & 10 & 14 \\ 6 & 7 & 7 \end{bmatrix}$ B. $\begin{bmatrix} 7 & 7 & 10 \\ 9 & 8 & 9 \\ 12 & 9 & 11 \end{bmatrix}$ C. $\begin{bmatrix} 6 & 10 & 10 \\ 6 & 9 & 11 \\ 8 & 11 & 13 \end{bmatrix}$
D. $\begin{bmatrix} 12 & 11 & 11 \\ 8 & 9 & 13 \\ 8 & 7 & 7 \end{bmatrix}$ E. $\begin{bmatrix} 12 & 8 & 8 \\ 11 & 9 & 7 \\ 11 & 13 & 7 \end{bmatrix}$

Ans D Solve $C = AB = \begin{bmatrix} 12 & 11 & 11 \\ 8 & 9 & 13 \\ 8 & 7 & 7 \end{bmatrix}$

[Using Calculator. Ex-01 (Multiplication)]

03. $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -3 \end{bmatrix}$ এবং $B = [-2 \ 3]$ হলে, তাদের যোগফল কত? [A 12-13]

- A. $\begin{bmatrix} -1 & 5 \\ 4 & -3 \end{bmatrix}$ B. $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$
C. $\begin{bmatrix} -1 & 5 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$ D. যোগ করা যাবে না

Ans D Solve $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -3 \end{bmatrix}$, $B = [-2, 3]$ A ও B -এর আকার বা

মাত্রা ভিন্ন হওয়ায় এদের যোগ করা যাবে না।

শাহজালাল বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. x এর কোন মানগুলির জন্য $\begin{pmatrix} x & -1 & -1 \\ 0 & x & -3 \\ x-4 & -1 & 0 \end{pmatrix}$ ম্যাট্রিক্সের কোন বিপরীত

ম্যাট্রিক্স পাওয়া যাবে না। [15-16]

- A. 6, -2 B. -6, -2 C. 6, 2
D. -6, 2 E. 6, 4

Ans A Solve $\begin{vmatrix} x & -1 & -1 \\ 0 & x & -3 \\ x-4 & -1 & 0 \end{vmatrix} = 0$

$\Rightarrow \begin{vmatrix} x & -1 & -1 \\ 0 & x & -3 \\ -4 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 0$ [$R_3 = R_3 - R_1$]

$\Rightarrow x(x) - 4(3 + x) = 0 \Rightarrow x^2 - 4x - 12 = 0$

$\Rightarrow x^2 - 6x + 2x - 12 = 0 \Rightarrow x(x - 6) + 2(x - 6) = 0$

$\Rightarrow (x - 6)(x + 2) = 0 \Rightarrow x = 6, -2$

02. 3×3 আকারের একটি কর্ণ ম্যাট্রিক্স D এর জন্য $|D| = 20$ হলে $|(2D)^{-1}|$ এর মান কত?

- A. $\frac{1}{160}$ B. $\frac{1}{40}$ C. $\frac{1}{10}$ D. $-\frac{1}{160}$ E. $-\frac{1}{40}$

Ans A Solve ধরি, $D = \begin{bmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & a & 0 \\ 0 & 0 & a \end{bmatrix} \Rightarrow |D| = a^3 = 20$

$\therefore (2D) = \begin{bmatrix} 2a & 0 & 0 \\ 0 & 2a & 0 \\ 0 & 0 & 2a \end{bmatrix} = 2^3 a^3 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = 2^3 a^3 I$

$(2D)^{-1} = \frac{|I|^{-1}}{2^3 a^3} = \frac{1}{8 \times 20} = \frac{1}{160}$

03. A এবং B ম্যাট্রিক্স দুটির মাত্রা (order) যথাক্রমে 2×3 এবং 3×5 হলে, নিচের কোনটি সত্য? [07-08]
A. BA সংজ্ঞায়িত হবে B. AB সংজ্ঞায়িত হবে
C. AB এর মাত্রা হবে 5×2 D. AB এর মাত্রা হবে 3×3 **Ans. B**

বরিশাল বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ হলে A^{-1} হবে- [15-16; KU 14-15; DU 06-07; JnU 07-08; COU 13-14]

- A. $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$ B. $\begin{pmatrix} -2 & -1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$
C. $\begin{pmatrix} -2 & -1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$ D. $\begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$

Ans D Solve $|A| = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = 4 - 6 = -2$

$\therefore A^{-1} = -\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$

ইসলামী বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $\begin{bmatrix} 4 & 0 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 \\ 3 \end{bmatrix}$ হলে x ও y এর মান- [15-16]

- A. $\begin{bmatrix} -3 \\ 3 \end{bmatrix}$ B. $\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$ C. $\begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix}$ D. $\begin{bmatrix} 4 \\ 3 \end{bmatrix}$

Ans C Solve $\begin{bmatrix} 4 & 0 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 \\ 3 \end{bmatrix}$

$\Rightarrow \begin{bmatrix} 4x \\ -2x + 3y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 \\ 3 \end{bmatrix}$

$\Rightarrow 4x = 12 \Rightarrow x = 3$ এবং $-2x + 3y = 3$

$\Rightarrow -6 + 3y = 3 \Rightarrow 3y = 9$

$\Rightarrow y = 3 \therefore \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix}$

02. A একটি ব্যতিক্রমী ম্যাট্রিক্স, কারণ- [15-16]

- A. $A^2 = 0$ B. $|A|^{-1} = 0$
C. $|A| = 0$ D. $A \cdot A^{-1} = 0$

Ans C Solve $|A| = 0$ হলে ম্যাট্রিকটি ব্যতিক্রমী হবে

03. $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$, $X = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ এবং $AX = B$ হলে, $(x, y) = ?$ [15-16]

- A. (0, 0) B. (1, 2)
C. (2, 1) D. (1, 1)

Ans D Solve $Ax = B$

$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} y \\ 2x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$

$\Rightarrow y = 1, x = 1 \Rightarrow (x, y) \equiv (1, 1)$

04. যদি $A = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}$ এবং $A^2 = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & -\sqrt{3} \\ \sqrt{3} & 1 \end{bmatrix}$ হয় তবে, θ এর

মান কত? [14-15]

- A. π B. $\frac{\pi}{2}$ C. $\frac{\pi}{3}$ D. $\frac{\pi}{6}$

Ans D Solve

$$A = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & -\cos \theta \end{bmatrix} \Rightarrow A^2 = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & -\cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & -\cos \theta \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \cos^2 \theta - \sin^2 \theta & -2 \cos \theta \sin \theta \\ 2 \cos \theta \sin \theta & -\sin^2 \theta + \cos^2 \theta \end{bmatrix}$$

$$\text{আবার, } A^2 = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & -\sqrt{3} \\ \sqrt{3} & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

$$\therefore \cos^2 \theta - \sin^2 \theta = \frac{1}{2} \text{ এবং } 2 \sin \theta \cos \theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow \sin 2\theta = \frac{\sqrt{3}}{2} = \sin \frac{\pi}{3} \Rightarrow 2\theta = \frac{\pi}{3} \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{6}$$

05. $M_n = I_m M = M$ হলে, M matrix এর dimension হবে- [F 12-13]

A. $m \times n$ B. $n \times n$ C. $m \times m$ D. $n \times m$ **Ans. B**

06. কোন বর্গ ম্যাট্রিক্সের উপাদানগুলো $a_{ij} = \begin{cases} 0; i \neq j \\ 1; i = j \end{cases}$ হলে, সেটি কোন

ধরনের ম্যাট্রিক্স- [F 12-13]
A. Diagonal B. Null C. Scalar D. Unit **Ans. D**

07. যে বর্গ ম্যাট্রিক্সের কর্ণের উপাদানগুলো অশূন্য ও সমান এবং অন্যান্য উপাদানগুলো শূন্য তাকে বলা হয়- [10-11]

A. কর্ণ ম্যাট্রিক্স B. ইউনিট ম্যাট্রিক্স
C. স্কেলার ম্যাট্রিক্স D. বর্গ ম্যাট্রিক্স **Ans. C**

08. $\begin{vmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{vmatrix}$ একটি- [10-11]

A. ইউনিট ম্যাট্রিক্স B. স্কেলার ম্যাট্রিক্স
C. আয়তাকার ম্যাট্রিক্স D. শূন্য ম্যাট্রিক্স **Ans. B**

09. বর্গ ম্যাট্রিক্স হল- [05-06]

A. কোন ম্যাট্রিক্সের কলাম ও সারির উপাদানগুলো সমান
B. কোন ম্যাট্রিক্সের কলাম ও সারি পরস্পর সমান
C. কোন ম্যাট্রিক্সের বর্গ
D. কোনটিই নয় **Ans. B**

কুমিল্লা বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. যদি $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -3 \end{bmatrix}$ হয়, তাহলে A^2 এর মান হবে? [15-16; CU 15-16]

A. $\begin{bmatrix} -4 & 9 \\ -8 & 17 \end{bmatrix}$ B. $\begin{bmatrix} 9 & -4 \\ -8 & 17 \end{bmatrix}$ C. $\begin{bmatrix} 9 & -4 \\ 17 & -8 \end{bmatrix}$ D. $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

Ans B Solve $A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1+8 & 2-6 \\ 4-12 & 8+9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 & -4 \\ -8 & 17 \end{bmatrix}$

বেগম রোকেয়া বিশ্ব: ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. যদি A ম্যাট্রিক্সের ক্রম 2×3 এবং B ম্যাট্রিক্সের ক্রম 3×2 হয়, তবে BA ম্যাট্রিক্সের ক্রম কত? [15-16; RU 15-16; IU 05-06]

A. 2×2 B. 2×3 C. 3×3 D. 3×2
Ans C Solve

A এর ক্রম 2×3 ; B এর ক্রম 3×2 ; BA এর ক্রম হবে 3×3

02. যদি A একটি বর্গ ম্যাট্রিক্স হয়, তবে $|A| = ?$ [15-16; RU 14-15]

A. 1 B. A C. A^{-1} D. IA
Ans B Solve $|A| = IA = A$

সিলেট কৃষি বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. A একটি 3×3 বর্গম্যাট্রিক্স এবং $|A| = 8$ হলে $|2A|$ এর মান কোনটি?
A. 16 B. 4 C. 64 D. 8

Ans C Solve $\therefore |A| = 8 \therefore |2A| = 2^3 |A| = 8 \times 8 = 64$

শেরেবাংলা কৃষি বিশ্ব: ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. কর্ণ ম্যাট্রিক্সের অশূন্য উপাদানগুলো সমান হলে তাকে বলে- [14-15]
A. বর্গ ম্যাট্রিক্স B. স্কেলার ম্যাট্রিক্স C. অভেদক ম্যাট্রিক্স D. শূন্য ম্যাট্রিক্স

Ans B Solve কর্ণ ম্যাট্রিক্সের অশূন্য উপাদান গুলো সমান হলে, তাকে স্কেলার ম্যাট্রিক্স বলে।

যশোর বিজ্ঞান ও প্রযুক্তি বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. নিচের কোন ম্যাট্রিক্সের বিপরীত ম্যাট্রিক্স নেই? [14-15]

A. $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ B. $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$ C. $\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$ D. $\begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 4 & 4 \end{bmatrix}$ E. $\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$

Ans B Solve B. $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$ এর নির্ণায়কের মান = $4 - 4 = 0$

\therefore Option B এর বিপরীত ম্যাট্রিক্স নেই।

02. $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ ম্যাট্রিক্স এ 2 এর সহগুণক কত? [13-14]

A. -1 B. -2 C. -3 D. -4 E. -5 **Ans. C**

ভাসানী বিজ্ঞান ও প্রযুক্তি বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. A একটি 3×3 -ম্যাট্রিক্স এবং A এর নির্ণায়ক $|A| = 5$ হলে $|2A|$ নির্ণায়কের মান- [15-16]

A. 10 B. 20 C. 30 D. 40
Ans D Solve $|2A| = 2^3 |A| = 8 \times 5 = 40$

02. যদি $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ হয় তবে $A^2 = ?$ [15-16]

A. 4 B. 2 C. $\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ D. $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

Ans D Solve $A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

03. $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ ম্যাট্রিক্স এর বিপরীত ম্যাট্রিক্সটি হবে? [15-16, 14-15]

A. $\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ B. $\frac{1}{2} \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$ C. $\frac{1}{2} \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ D. $\frac{1}{2} \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$

Ans A Solve $|A| = \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} = 2 \therefore A^{-1} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}$

04. $\begin{pmatrix} 4 & \beta & -2 \\ 2 & & 3 \end{pmatrix}$ ম্যাট্রিক্সটি ব্যতিক্রমী হলে β এর মান কত? [14-15]

A. 4 B. 6 C. 8 D. 10

Ans C Solve \therefore প্রদত্ত ম্যাট্রিক্স ব্যতিক্রমী

$$\therefore \begin{vmatrix} 4 & \beta & -2 \\ 2 & & 3 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow 12 - 2\beta + 4 = 0 \Rightarrow 2\beta = 16 \Rightarrow \beta = 8$$

IUT ভর্তি পরীকার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. Given $A = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$ and $AB = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 1 \\ -2 & 4 & 2 \\ -3 & 6 & 3 \end{bmatrix}$, which one of the following is matrix B? [14-15]

- A. $\begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ B. $\begin{bmatrix} -1 & 2 & 1 \\ -1 & 2 & 1 \\ -1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$
C. $\begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ D. $[-1 \ 2 \ 1]$

Ans D Solve A এর মাত্রা, 3×1
D এর মাত্রা, 1×3

এরা গুণফলের মাত্রা 3×3 তাই Option (D).

বাংলাদেশ মেরিন একাডেমী ভর্তি পরীকার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. কীভাবে কোনটি বিপরীত প্রতিসম ম্যাট্রিক্স? [15-16]

- A. $A = -A'$ B. $A = A'$
C. $A = \pm A'$ D. সবগুলোই

Ans A Solve বিপরীত প্রতিসম ম্যাট্রিক্সের ক্ষেত্রে $A = -A'$ হবে

বাংলাদেশ টেলিটাইল বিশ্ব: ভর্তি পরীকার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. A, B এবং C ম্যাট্রিক্স গুলোর মাত্রা যথাক্রমে 4×5 , 5×4 এবং 4×2 হলে $(A^T + B)C$ ম্যাট্রিক্স এর মাত্রা হবে- [15-16; JUST 15-16; BUET 10-11]

- A. 5×4 B. 4×2
C. 5×2 D. 2×5

Ans C Solve A^T এর মাত্রা 5×4 ; B এর মাত্রা 5×4
 $(A^T + B)$ এর মাত্রা 5×4 $\therefore (A^T + B)C$ এর মাত্রা $= 5 \times 2$

বুয়েট, কুয়েট, চুয়েট ও রুয়েট ভর্তি পরীকার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. যদি $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 7 \end{pmatrix}$ ও $B = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$ হয়, তবে $(BA)^{-1}$ এর মান কত? [KUET 15-16]

- A. $\begin{pmatrix} 44 & -1 \\ -31 & 1 \end{pmatrix}$ B. $\frac{1}{13} \begin{pmatrix} 44 & -1 \\ -31 & 1 \end{pmatrix}$ C. $\frac{1}{13} \begin{pmatrix} -44 & 1 \\ 31 & -1 \end{pmatrix}$
D. $\frac{1}{13} \begin{pmatrix} -31 & 1 \\ 44 & -1 \end{pmatrix}$ E. $\frac{1}{13} \begin{pmatrix} -44 & 31 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$

Ans B Solve $BA = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 3 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4+5 & -6+7 \\ 6+25 & 9+35 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 31 & 44 \end{pmatrix}$
 $D = 44 - 31 = 13$ $\therefore (BA)^{-1} = \frac{1}{13} \begin{pmatrix} 44 & -1 \\ -31 & 1 \end{pmatrix}$

02. যদি $P = \begin{bmatrix} 4 & -6 \\ -2 & 8 \end{bmatrix}$ এবং $P \times Q = \begin{bmatrix} 5 \\ 0 \end{bmatrix}$ হয় তবে মাত্রিক Q কত?

- [RUET 14-15]
A. $\begin{bmatrix} 2 \\ 5 \end{bmatrix}$ B. $\begin{bmatrix} 16 & -2 \\ 5 & 3 \end{bmatrix}$ C. $[5 \ -2]$
D. $\begin{bmatrix} -16 & 2 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$ E. None

Ans E Solve $\begin{bmatrix} 4 & -6 \\ -2 & 8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8-30 \\ -4+40 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -22 \\ 36 \end{bmatrix}$

03. k এর কোন মানের জন্য $A = \begin{bmatrix} k-3 & -2 \\ -2 & k-2 \end{bmatrix}$ ইনভার্টিবল হবে না?

- [BUET 12-13]
A. 3 B. 2 C. $\frac{5 \pm \sqrt{17}}{2}$ D. $\frac{5}{2}$

Ans C Solve $(k-3)(k-2) - 4 = 0 \Rightarrow k^2 - 5k + 2 = 0$
 $\Rightarrow k = \frac{5 \pm \sqrt{25-8}}{2} = \frac{5 \pm \sqrt{17}}{2}$

04. ধরি A হচ্ছে 3×3 ম্যাট্রিক্স এবং $|A| = -7$. তাহলে, $|(2A)^{-1}|$ এর মান হবে- [BUET 12-13]

- A. $-\frac{1}{14}$ B. $-\frac{1}{56}$ C. $-\frac{8}{7}$ D. $-\frac{2}{7}$

Ans B Solve $|(2A)^{-1}| = \frac{1}{|(2A)|}$
এখন, $|2A| = 2^3|A|$ [ম্যাট্রিক্সটি 3×3] $= 2^3(-7) = -56$
 $\therefore |(2A)^{-1}| = -\frac{1}{56}$

05. তিনটি ম্যাট্রিক্স $\begin{bmatrix} x & y \\ a & h \\ h & b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & h \\ h & b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$ এর গুণফলের মান হবে- [BUET 12-13]

- A. $[x^2a + xyh \ xyh + y^2b]$ B. $[x^2a + 2xyh + y^2b]$
C. $\begin{bmatrix} x^2a + xyh \\ xyh + y^2b \end{bmatrix}$ D. $[2x^2a + xyh + 2y^2b]$

Ans B Solve $[xy] \begin{bmatrix} a & h \\ h & b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$
 $= [ax + hy \ hx + by] \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = [ax^2 + hxy + hxy + by^2]$
 $= [x^2a + 2xyh + y^2b]$ [Using Calculator. Ex-02]

06. যদি $AX = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y \\ -x \end{bmatrix}$ হয়, তবে XA^2 হবে - [BUET 11-12]

- A. $\begin{bmatrix} -x \\ -y \end{bmatrix}$ B. $\begin{bmatrix} x \\ -y \end{bmatrix}$ C. $\begin{bmatrix} -y \\ -x \end{bmatrix}$ D. কোনটিই নয়

Ans D Solve $XA.A = \begin{bmatrix} y \\ -x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$ এই দুইটার গুণ সম্ভব নয়
কারণ XA এর column A এর row এর সমান নয়।

07. $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 1 \\ 2 & -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & -1 \\ -1 & z \\ y & -3 \end{bmatrix}$ x, y এবং z এর মান হবে?

- [RUET 10-11]
A. 1, 2, 3 B. 3, 4, 3 C. 3, -3, 4
D. -1, 2, 3 E. None

Ans. B

SELF TEST

01. $\begin{pmatrix} p-4 & 8 \\ 2 & p+2 \end{pmatrix}$ ম্যাট্রিক্সটি ব্যতিক্রমী হবে যদি p এর মান-

- A. -4, 6 B. -6, 4 C. 4, 6 D. -6, -4

02. $E = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$, $F = [4, 5, 6]$ হলে FE কত?

- A. [32] B. $\begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 5 \\ 3 & 6 \end{bmatrix}$ C. $\begin{bmatrix} 5 \\ 7 \\ 9 \end{bmatrix}$ D. [5 7 9]

03. $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -4 \end{pmatrix}$ হয়, তবে A^2 এর মান কত?

- A. $\begin{pmatrix} -7 & -6 \\ -9 & 22 \end{pmatrix}$ B. $\begin{pmatrix} 7 & 6 \\ -9 & 22 \end{pmatrix}$ C. $\begin{pmatrix} 7 & -6 \\ -9 & 22 \end{pmatrix}$ D. $\begin{pmatrix} 7 & 6 \\ 9 & -22 \end{pmatrix}$

04. স্ক্যালার ম্যাট্রিক্স তাকে বলে যার-

- A. সারি ও কলামের সংখ্যা সমান থাকে
B. কলামের সংখ্যা ও ভিন্ন সারির সংখ্যা
C. $a_{ij} = 0$ যখন $i \neq j$
D. ডায়গোনাল ম্যাট্রিক্সের অশূন্য উপাদানগুলো সমান

05. ম্যাট্রিক্স $A = \begin{pmatrix} 2 & -2 & -4 \\ -1 & 3 & 4 \\ 1 & -2 & -3 \end{pmatrix}$ হলে A^2 এর মান হবে-

- A. -A B. 0 C. 2A D. A

06. $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ একটি সিঙ্গুলার (Singular) ম্যাট্রিক্স। সুতরাং-

- A. $a = 0$ B. $b = 0$ C. $c = 0$ D. $ad - bc = 0$

07. যদি $A = \begin{bmatrix} 5 & -7 & 1 \\ -1 & 2 & -3 \\ 4 & -2 & -16 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 2 \\ 1 & 5 & 1 \end{bmatrix}$ হয়, তবে $AB = ?$

- A. $\begin{bmatrix} 2 & -6 & -8 \\ -2 & -11 & 0 \\ -8 & -78 & -16 \end{bmatrix}$ B. $\begin{bmatrix} 2 & 6 & 8 \\ 2 & 11 & 0 \\ 8 & 78 & -16 \end{bmatrix}$

- C. $\begin{bmatrix} 2 & -6 & -8 \\ 2 & -4 & 0 \\ -8 & 78 & -16 \end{bmatrix}$ D. কোনটিই নয়

08. ইউনিট ম্যাট্রিক্স-

- A. $\begin{bmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & a & 0 \\ 0 & 0 & a \end{bmatrix}$ B. $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ C. $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ D. B ও C উভয়ই

09. যদি $x = [a \ b]$ এবং $y = \begin{bmatrix} b \\ a \end{bmatrix}$, তা হলে xy হবে-

- A. [2ab] B. $\begin{bmatrix} a & b \\ a & b \end{bmatrix}$ C. [ab ab] D. সম্ভব নয়

10. $M = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ হলে M^2 হবে-

- A. 2 B. 4 C. $\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ D. $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

11. $A = [20 \ 17 \ 11]$ এবং $B = [32 \ 57 \ 23]$ হলে, $A+B$ এর মান কোনটি?

- A. $\begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 7 & 4 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ B. $\begin{bmatrix} 7 & 4 \\ 3 & 4 \\ 5 & 2 \end{bmatrix}$ C. [52 74 34] D. [74 34 52]

12. $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 3 & -2 & -1 \end{bmatrix}$ এবং $B = \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 4 & 0 \\ 2 & 6 \end{bmatrix}$ হলে, $AB = ?$

- A. $\begin{bmatrix} -5 & -9 \\ -13 & 3 \end{bmatrix}$ B. $\begin{bmatrix} 5 & 9 \\ 13 & -3 \end{bmatrix}$ C. $\begin{bmatrix} 5 & -9 \\ 13 & 3 \end{bmatrix}$ D. $\begin{bmatrix} -5 & 9 \\ -13 & 3 \end{bmatrix}$

13. $A = \begin{pmatrix} m & 4 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$ ম্যাট্রিক্সটি যদি ব্যতিক্রমী হয়, তবে m এর মান কত?

- A. 4 B. -4 C. -2 D. 2

14. যদি $A = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & -6 \end{bmatrix}$ হয়, তবে A^{-1} এর মান কোনটি?

- A. $\frac{1}{14} \begin{pmatrix} -6 & -4 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ B. $\frac{1}{-14} \begin{pmatrix} -6 & -4 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$
C. $\frac{1}{14} \begin{pmatrix} 6 & 4 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$ D. $\frac{1}{-14} \begin{pmatrix} 6 & 4 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$

15. $\begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} = ?$

- A. $\begin{bmatrix} 10 & 7 \\ 4 & 7 \end{bmatrix}$ B. $\begin{bmatrix} 10 & 17 \\ 4 & 7 \end{bmatrix}$ C. $\begin{bmatrix} 10 & 9 \\ 5 & 3 \end{bmatrix}$ D. $\begin{bmatrix} 0 & 5 \\ 3 & 8 \end{bmatrix}$

16. $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 4 \\ 6 \\ -1 \end{bmatrix}$ তবে $AB = ?$

- A. $\begin{bmatrix} 13 \\ 40 \end{bmatrix}$ B. $\begin{bmatrix} 40 \\ 13 \end{bmatrix}$ C. $\begin{bmatrix} -13 \\ -40 \end{bmatrix}$ D. সম্ভব নয়

17. দুটি ম্যাট্রিক্স A ও B এর মাত্রা যথাক্রমে 3×2 এবং 4×3 হলে, BA এর মাত্রা হবে।

- A. 4×2 B. 2×4
C. 3×2 D. 4×3

18. $A = \begin{bmatrix} 6 & 2 \\ 9 & 3 \end{bmatrix}$ হলে, A^{-1} এর মান কোনটি?

- A. 0 B. 1 C. 2 D. নির্ণয়যোগ্য নয়

OMR

01. (A)(B)(C)(D)	06. (A)(B)(C)(D)	11. (A)(B)(C)(D)	16. (A)(B)(C)(D)
02. (A)(B)(C)(D)	07. (A)(B)(C)(D)	12. (A)(B)(C)(D)	17. (A)(B)(C)(D)
03. (A)(B)(C)(D)	08. (A)(B)(C)(D)	13. (A)(B)(C)(D)	18. (A)(B)(C)(D)
04. (A)(B)(C)(D)	09. (A)(B)(C)(D)	14. (A)(B)(C)(D)	19. (A)(B)(C)(D)
05. (A)(B)(C)(D)	10. (A)(B)(C)(D)	15. (A)(B)(C)(D)	20. (A)(B)(C)(D)

Answer with Hints

01 D: Hints: Type-05	02 A: Hints: Type-02
03 C: Hints: Type-02	04 D: Hints: See Theory
05 D: Hints: Type-02	06 D: Hints: Type-05
07 A: Hints: Type-02	08 D: Hints: Type-01
09 A: Hints: Type-02	10 D: Hints: Type-02
11 C: Hints: Type-02	12 A: Hints: Type-02
13 D: Hints: Type-05	14 C: Hints: Type-03
15 B: Hints: Type-02	16 A: Hints: Type-02
17 A: Hints: গুরুত্বপূর্ণ তথ্য	18 D: Hints: Type-03

২য় অংশ: নির্ণায়ক

এক নজরে এই অংশের গুরুত্বপূর্ণ তথ্যাবলি

১৬৬৬ খ্রিস্টাব্দে গণিতবিদ লিবনিজ (Leibnitz) সরল সমীকরণ মালার সমাধানের ক্ষেত্রে বিশেষ সম্পর্কের অবতারণা করেন। ঊনবিংশ শতাব্দীতে গাউজ (Gauss) এবং কসি (Cauchy) এ সম্পর্কে আরও সুস্পষ্ট ধারণা দেন। সর্বপ্রথম কসি এ ধরনের গাণিতিক ফাংশনের নাম দেন নির্ণায়ক (Determinant)।

□ নির্ণায়ক: নির্ণায়ক হল বিশেষ আকারে লিখিত নির্দিষ্ট এক প্রকারের রাশি।

কোন বর্গ ম্যাট্রিক্স $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{bmatrix}$ এর উপাদানগুলোকে একই রেখে এবং তাদের

অবস্থানের পরিবর্তন না করে $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{bmatrix}$ আকারে লিখলে একে প্রদত্ত বর্গ

ম্যাট্রিক্সের নির্ণায়ক বা সংক্ষেপে শুধু নির্ণায়ক বলে।

এখানে a_1, a_2, b_1, b_2 কে নির্ণায়কের উপাদান এবং a_1, b_1 হল নির্ণায়কটির প্রধান কর্ণ গঠনকারী উপাদান।

□ নির্ণায়কের উপাদানগুলোর অনুভূমিক বিন্যাসকে সারি (row) এবং উল্লম্ব বিন্যাসকে স্তম্ভ বা (column) বলে।

□ নির্ণায়কের সারি ও কলাম সংখ্যা অবশ্যই সমান হতে হবে।

□ নির্ণায়কের মাত্রা: কোন নির্ণায়কের সারি ও কলাম সংখ্যা n হলে, তাকে n মাত্রার নির্ণায়ক বলা হয়।

□ নির্ণায়কের পদ: তৃতীয় মাত্রার নির্ণায়ক $\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$ এর উপাদান

a_1, b_1, c_1 ইত্যাদি গুণফলকে নির্ণায়কের পদ (terms) বলা হয়।

□ মুখ্য কর্ণ ও মাধ্যমিক কর্ণ: উপরের নির্ণায়ক লক্ষ্য করলে দেখা যায় a_1, b_2 ও c_3 উপাদানগুলো একটি কর্ণ এবং a_3, b_2 ও c_1 উপাদানগুলো অপর একটি কর্ণ গঠন করে। প্রথম কর্ণকে মুখ্য কর্ণ এবং দ্বিতীয় কর্ণকে মাধ্যমিক কর্ণ বলা হয়। মুখ্যকর্ণের উপাদানগুলোর গুণফল (a_1, b_2, c_3) কে মুখ্যপদ এবং মাধ্যমিক কর্ণের উপাদানগুলোর গুণফলকে (a_3, b_2, c_1) মাধ্যমিক পদ বলে।

□ আনুপাতিক বা অনুরাশি (Mirror): যদি একটি নির্ণায়কের যে কোনো উপাদানের মধ্য দিয়ে একটি খাড়া ও একটি অনুভূমিক সরলরেখা টানা যায়, তাহলে, বাকী উপাদানগুলো দ্বারা গঠিত নির্ণায়ককে ঐ উপাদানের আনুপাতিক বা অনুরাশি বলে।

উদাহরণ: $\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$ নির্ণায়কে a_1, b_1 ও c_1

এর অনুরাশি যথাক্রমে $\begin{vmatrix} b_2 & c_2 \\ b_3 & c_3 \end{vmatrix}$, $\begin{vmatrix} a_2 & c_2 \\ a_3 & c_3 \end{vmatrix}$ ও $\begin{vmatrix} a_2 & b_2 \\ a_3 & b_3 \end{vmatrix}$

□ সহগুণক (Co-factor): নির্ণায়কের কোন উপাদানের আনুপাতিকের অনুরাশির পূর্বে যথাযথ চিহ্ন বসালে তাকে ঐ উপাদানের সহগুণক বলে।

যেমন: উপরোক্ত নির্ণায়কে a_1, b_1 ও c_1 এর সহগুণক যথাক্রমে

$$+\begin{vmatrix} b_2 & c_2 \\ b_3 & c_3 \end{vmatrix}, -\begin{vmatrix} a_2 & c_2 \\ a_3 & c_3 \end{vmatrix} \text{ ও } +\begin{vmatrix} a_2 & b_2 \\ a_3 & b_3 \end{vmatrix};$$

নির্ণায়কের বিস্তার = $a_1(b_2c_3 - b_3c_2) - b_1(a_2c_3 - a_3c_2) + c_1(a_2b_3 - a_3b_2)$

□ সহগুণকের চিহ্ন সনাক্তকরণ: কোন নির্ণায়কের যে উপাদানের সহগুণক বের করতে হবে উক্ত উপাদানটি যত নং কলাম ও যত নং সারিতে আছে তাদের যোগফল জোড় সংখ্যা হলে, সহগুণকের চিহ্ন ধনাত্মক (+ve) হবে এবং যোগফল বিজোড় হলে, চিহ্ন ঋণাত্মক (-ve) হবে।

□ নির্ণায়কের মৌলিক ধর্মসমূহ:

01. যদি কোন নির্ণায়কের কোন সারির (কলামের) উপাদানগুলো শূন্য হয় তবে

$$\text{নির্ণায়কের মান শূন্য হয়। যেমন: } D = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & 0 \\ a_2 & b_2 & 0 \\ a_3 & b_3 & 0 \end{vmatrix} = 0$$

02. নির্ণায়কের সারি এবং কলাম সমূহ পরস্পর স্থান বিনিময় করলে নির্ণায়কের মানের কোন পরিবর্তন হয়না।

$$\text{যেমন: } D = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} \text{ এবং } D' = \begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix} \therefore D = D'$$

03. নির্ণায়কের পাশাপাশি বা যে কোন দুইটি কলাম (সারি) পরস্পর স্থান বিনিময় করলে নির্ণায়কের চিহ্ন পরিবর্তিত হয় কিন্তু সংখ্যামান অপরিবর্তিত থাকে।

$$\text{যেমন: } D = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = -\begin{vmatrix} b_1 & a_1 & c_1 \\ b_2 & a_2 & c_2 \\ b_3 & a_3 & c_3 \end{vmatrix} \text{ এবং}$$

$$D = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = -\begin{vmatrix} a_2 & b_2 & c_2 \\ a_1 & b_1 & c_1 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$$

04. যদি কোন নির্ণায়কের দুইটি কলাম (সারি) অভিন্ন হয় তাহলে, নির্ণায়কের মান শূন্য হবে।

$$\text{যেমন: } D = \begin{vmatrix} a_1 & 1 & 1 \\ a_2 & 1 & 1 \\ a_3 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0 \text{ এবং } D = \begin{vmatrix} a_1 & a_1 & c_1 \\ a_2 & a_2 & c_2 \\ a_3 & a_3 & c_3 \end{vmatrix} = 0$$

05. কোন নির্ণায়কের যে কোন সারি (কলাম)-এর উপাদান গুলোকে তাদের নিজ নিজ সহগুণক দ্বারা গুণ করে গুণফলগুলোর সমষ্টি নিলে নির্ণায়কের মান পাওয়া যায়।

$$D = a_1A_1 + b_1B_1 + c_1C_1 = a_2A_2 + b_2B_2 + c_2C_2 = a_3A_3 + b_3B_3 + c_3C_3 = a_1A_1 + a_2A_2 + a_3A_3 \text{ ইত্যাদি।}$$

06. যদি নির্ণায়কের কোন সারি (কলাম)-এর উপাদান গুলোকে অপর একটি সারি (কলাম)-এর অনুরূপ উপাদানের সহগুণক দ্বারা গুণ করা হয়, তাহলে, গুণফলগুলোর সমষ্টি শূন্য হবে।

$$\text{যেমন: } a_2A_1 + b_2B_1 + c_2C_1 = 0$$

07. নির্ণায়কের কোন সারি (কলাম)-এর প্রত্যেকটি উপাদানকে কোন স্থির সংখ্যা দ্বারা গুণ করলে, নির্ণায়কের মানকেও সেই স্থির সংখ্যা দ্বারা গুণ করা হয়।

$$\text{যেমন: } D = k \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} ka_1 & kb_1 & kc_1 \\ ka_2 & kb_2 & kc_2 \\ ka_3 & kb_3 & kc_3 \end{vmatrix} = k \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$$

08. নির্ণায়কের কোন সারি(কলাম)-এর উপাদানগুলো অন্য একটি সারি(কলাম)-এর অনুরূপ উপাদানগুলোর m গুণের সমান হলে, নির্ণায়কের মান শূন্য হবে।

09. যদি কোন নির্ণায়কের কোন সারি (কলাম)-এর প্রতিটি উপাদান দুটি পদ নিয়ে গঠিত হয়, তাহলে, নির্ণায়কটি অপর দুইটি নির্ণায়কের সমষ্টিরূপে প্রকাশ করা যাবে।

$$\text{যেমন: } D = \begin{vmatrix} a_1 + 1 & b_1 & c_1 \\ a_2 + 1 & b_2 & c_2 \\ a_3 + 1 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 1 & b_1 & c_1 \\ 1 & b_2 & c_2 \\ 1 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$$

10. নির্ণায়কের কোন সারি (কলাম)-এর প্রতিটি উপাদান অন্য একটি সারি (কলাম)-এর অনুরূপ উপাদানের একই গুণিতক দ্বারা বৃদ্ধি বা হ্রাস করা হলে, নির্ণায়কের মানের কোন পরিবর্তন হয় না।

□ ম্যাট্রিক্স ও নির্ণায়কের পার্থক্য:

ম্যাট্রিক্স	নির্ণায়ক
১. সারিকে কলাম বা কলামকে সারিতে রূপান্তর করা যায় না।	১. সারিকে কলামে বা কলামকে সারিতে রূপান্তর করা যায়।
২. ম্যাট্রিক্স এর কোন সুনির্দিষ্ট মান নেই, শুধু অপারেটর হিসাবে কাজ করে।	২. নির্ণায়কের সুনির্দিষ্ট বীজগণিতীয় মান আছে।

৩. মাল্টিপলিকেশন কোম্পানি দুই বছর ধরে চলবে তার প্রত্যেকটি মুক্তিবেতন এই দুই সংখ্যা হবে কত করতে হয়।	৩. বিক্রয়কোম্পানি দুই বছর ধরে চলবে তার প্রত্যেকটি মুক্তিবেতন কত না করে জুড়ায় যে কোম্পানি মারি বা কলামের মুক্তিবেতনের সাথে চলতে হয়।
৪. মারি ও কলাম সমান হতে পারে।	৪. মারি ও কলাম সংখ্যা অবশ্যই সমান।
৫. ক্রম $m \times n$ হলে, মুক্তি $m \cdot n$	৫. ক্রম n হলে, মুক্তি n^2

প্রয়োজনীয় সূত্রসমূহ

01. $a_1x + b_1y = c_1$; $a_2x + b_2y = c_2$

$$x = \frac{D_x}{D}, y = \frac{D_y}{D}$$

$$D = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}, D_x = \begin{vmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{vmatrix}, D_y = \begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix}$$

$a_1x + b_1y + c_1z = d_1 \dots (i)$

ক্রেসারের নিয়ম: $a_2x + b_2y + c_2z = d_2 \dots (ii)$

$a_3x + b_3y + c_3z = d_3 \dots (iii)$

∴ তিন সমীকরণ সমীকরণ জোড়ের সমাধান:

$$D = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}; D_x = \begin{vmatrix} d_1 & b_1 & c_1 \\ d_2 & b_2 & c_2 \\ d_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix};$$

$$D_y = \begin{vmatrix} a_1 & d_1 & c_1 \\ a_2 & d_2 & c_2 \\ a_3 & d_3 & c_3 \end{vmatrix}; D_z = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & d_1 \\ a_2 & b_2 & d_2 \\ a_3 & b_3 & d_3 \end{vmatrix};$$

$x = \frac{D_x}{D}, y = \frac{D_y}{D}, z = \frac{D_z}{D}$

সহায়ক ক্যালকুলেটর (CASIO fx-991 MS)

[অনুপ্রস্থিত প্রতিস্মার মাত্র 30 সেকেন্ডেই অংকের উত্তর পাওয়া সম্ভব]

Calculator Type নির্ণায়ক (Determinant)

➤ Linear equation বা সরল বৈখিক সমীকরণে দুইটি অজানা চলকের মান বের করার জন্য সাধারণত দুইটি সমীকরণের প্রয়োজন হয়। এবং তিনটি অজানা চলকের মান বের করার জন্য প্রয়োজন হয় তিনটি সমীকরণের। যেমন:

$4x + 8y = 20 \dots (i)$

$2x + 6y = 10 \dots (ii)$

এখানে অজানা চলক দুইটি এবং সমীকরণ দুইটি।
অবর,

$2x + 3y + 4z = 12 \dots (iii)$

$3x - 2y + 5z = 4 \dots (iv)$

$-4x + 3y + 3z = 5 \dots (v)$

এখানে, অজানা চলক 3টি এবং সমীকরণ তিনটি

➤ দ্বিঘাত সমীকরণ বা Quadratic equation:

$2x^2 - 8x + 8 = 0$

অজানা রাশি 1 টি, সমীকরণে Degree 2 (সর্বোচ্চ ঘাত)

➤ ত্রিঘাত সমীকরণ বা Cubic equation:

$x^3 - 2x^2 - x + 2 = 0$

অজানা রাশি 1 টি, সমীকরণে Degree 3 (সর্বোচ্চ ঘাত)

সমাধান: $4x + 8y = 20 \dots (i)$

$2x + 6y = 10 \dots (ii)$

সমীকরণদুয়কে $a_1x + b_1y = c_1$ এবং $a_2x + b_2y = c_2$ এর সাথে তুলনা করে পাই,

$a_1 = 4, b_1 = 8, c_1 = 20$ এবং

$a_2 = 2, b_2 = 6, c_2 = 10$ এবং

□ Calculator এর সাহায্যে সমাধান নিম্নরূপ:

MS/W Series:

প্রথমে mode কে equation আকারে নিতে হবে,

এর জন্য [MODE] [MODE] [MODE] [1] বটিন চাপলে

Calculator এর Screen

Unknowns
2 3

 আসবে।

যেহেতু উপরের সমীকরণে অজানা রাশি দুইটি (x, y) একারণে [2] চাপতে হবে।

তারপর Screen a_1 ? মান চাইবে।

Screen

মান দিতে হবে

$a_1 = ?$	4	তারপর	=	চাপতে হবে
$b_1 = ?$	8	"	"	"
$c_1 = ?$	20	"	"	"
$a_2 = ?$	2	"	"	"
$b_2 = ?$	6	"	"	"
$c_2 = ?$	10	"	"	"

সর্বশেষে $x = 5$ এবং $y = 0$ এর মান পাওয়া যাবে।

ES Series:

[MODE]	1: COMP	2: COMPX	5	1: $a_1x + b_1y = c_1$
1 বার	3: STAT	4: BASE-N		2: $a_1x + b_1y + c_1z = d_1$
	5: EQN	6: MATRIX		3: $ax^2 + bx + c = 0$
	7: TABLE	8: VECTOR		4: $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$

Screen এ আসবে

Screen

Press [1]

a	b	c
1	8	20
2	6	10
		0

 তারপর Press [4] [8] [20] [2] [6] [10] [0]

Output

X = 5

 =

Y = 0

➤ দ্বিঘাত (Degree) সমীকরণ:

$2x^2 - 6x + 4 = 0$ কে $ax^2 + bx + c = 0$ এর সাথে তুলনা করে পাই,

$a = 2, b = -6, c = 4$

MS Series:

[MODE] [MODE] [MODE] [1]

Unknown
2 3

 [Degree?] [2]

Screen আসবে

a ?	2	তারপর	=	Press
b ?	-6	"	"	"
c ?	4	"	"	"

Type-02:

অনুরাশি ও সহগুণক সংক্রান্ত

- যদি একটি নির্ণায়কের যে কোনো উপাদানের মধ্য দিয়ে একটি খাড়া ও একটি অনুভূমিক সরলরেখা টানা যায়, তাহলে, বাকী উপাদানগুলো দ্বারা গঠিত নির্ণায়ককে ঐ উপাদানের আনুপাতিক বা অনুরাশি বলে।
- কোন নির্ণায়কের যে কোনো একটি উপাদানের সহগুণক $(-1)^{r+c}$ \times ঐ উপাদানের অনুরাশি যেখানে, r = উপাদানটির সারি ভিত্তিক অবস্থান ও c = উপাদানটির কলাম ভিত্তিক অবস্থান।

Prob 01

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -4 & 5 & 6 \\ 7 & -8 & 9 \end{vmatrix} \text{ হলে, } 5 \text{ এর অনুরাশি কত?}$$

Sol : 5 উপাদানটি ২য় কলাম ও ২য় সারিতে অবস্থিত বলে ২য় সারি ও ২য় কলাম বাদ দিয়ে বাকীদের দ্বারা গঠিত নির্ণায়ক হল অনুরাশি

$$= \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 7 & 9 \end{vmatrix} = 9 - 21 = -12 \text{ Ans.}$$

Prob 02

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} \text{ নির্ণায়কে } 6 \text{ এর সহগুণক কত?}$$

Sol : 6 উপাদানটির সহগুণক $(-1)^{r+c}$ \times ঐ উপাদানের অনুরাশি

$$= (-1)^{2+3} \times \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 7 & 8 \end{vmatrix} = -1 \times \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 7 & 8 \end{vmatrix}$$

এখানে $r=2, c=3$ কেননা 6 উপাদানটি ২য় সারি এবং ৩য় কলামে অবস্থিত।

Prob 03

$$A = \begin{vmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 2 & 1 & 3 \\ -1 & 5 & 0 \end{vmatrix} \text{ এ } A_{12} \text{ এর সহগুণক এবং } A_{21} \text{ এর অনুরাশি কত?}$$

Sol : A_{12} এর সহগুণক $= - \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 0 \end{vmatrix} = -(0+3) = -3$

$$\text{এবং } A_{21} \text{ এর অনুরাশি} = \begin{vmatrix} 0 & -2 \\ 5 & 0 \end{vmatrix} = 0 - (-10) = 10 \text{ Ans.}$$

Type-03:

মান নির্ণয় সংক্রান্ত

Prob 01

$$\text{নির্ণায়ক } \begin{vmatrix} 10 & 11 & 12 \\ 20 & 21 & 22 \\ 10 & 10 & 10 \end{vmatrix} \text{ এর মান কত? [DU 98-99]}$$

Sol : $c_1' = c_1 - c_2$ এবং $c_2' = c_2 - c_3$ প্রয়োগ করে পাই

$$\begin{vmatrix} -1 & -1 & 12 \\ -1 & -1 & 21 \\ 0 & 0 & 10 \end{vmatrix} = 0 \text{ হবে কেননা পাশাপাশি দুটি কলাম সমান।}$$

Prob 02

$$\begin{vmatrix} a & a & x \\ c & c & c \\ b & x & b \end{vmatrix} = 0 \text{ হলে, } x \text{ এর মান কত? [RU 02-03; SUST 05-06]}$$

Sol : $c_1 - c_2 = c_1'$ প্রয়োগ করে পাই, $\begin{vmatrix} 0 & a & x \\ 0 & c & c \\ b-x & x & b \end{vmatrix} = 0$

$$\Rightarrow (b-x)(ac-cx) = 0 \therefore x = b \text{ এবং } a \text{ Ans.}$$

Prob 03

$$x \text{ এর মান বের কর: } \begin{vmatrix} x+4 & 3 & 3 \\ 3 & x+4 & 5 \\ 5 & 5 & x+1 \end{vmatrix} = 0$$

Sol :

$$\begin{vmatrix} x+1 & 3 & 3 \\ -x-1 & x+4 & 5 \\ 0 & 5 & x+1 \end{vmatrix} = 0 [c_1' = c_1 - c_2]$$

$$\Rightarrow (x+1) \begin{vmatrix} 1 & 3 & 3 \\ -1 & x+4 & 5 \\ 0 & 5 & x+1 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow (x+1) \begin{vmatrix} 1 & 3 & 3 \\ 0 & x+7 & 8 \\ 0 & 5 & x+1 \end{vmatrix} = 0 [r_2' = r_1 + r_2]$$

$$\Rightarrow (x+1) \{(x+7)(x+1) - 40\} = 0$$

$$\Rightarrow (x+1)(x+11)(x-3) = 0 \therefore x = -1, -11, 3 \text{ Ans.}$$

Prob 04

$$\begin{vmatrix} x+y & x & y \\ x & x+z & z \\ y & z & y+z \end{vmatrix} \text{ এর মান নির্ণয় কর।}$$

[DU 05-06, 08-09; JnU 07-08]

Sol :

$$\begin{vmatrix} x+y & x & y \\ x & x+z & z \\ y & z & y+z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & x & y \\ -2z & x+z & z \\ -2z & z & y+z \end{vmatrix} [c_1' = c_1 - c_2 - c_3]$$

$$= -2z \begin{vmatrix} 0 & x & y \\ 1 & x+z & z \\ 1 & z & y+z \end{vmatrix} = -2z \begin{vmatrix} 0 & x & y \\ 0 & x & -y \\ 1 & z & y+z \end{vmatrix} [r_2' = r_2 - r_3]$$

$$= -2z(-xy - xy) = 4xyz \text{ Ans.}$$

Short Technic: নির্ণায়কটিতে $x = 1, y = 2, z = 3$ বিবেচনা করলে

$$\text{নির্ণায়কটির আকার হয়: } \begin{vmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 1 & 4 & 3 \\ 2 & 3 & 5 \end{vmatrix} = 3(20-9) - 1(5-6) + 2(3-8) = 24$$

এখন উত্তরে যে Option গুলো থাকবে, তাদের মধ্যে যেই Option এ $x = 1, y = 2, z = 3$ বসালে 24 পাওয়া যাবে সেটিই Answer.

Prob 05

$$\begin{vmatrix} \beta-2 & 1 \\ -5 & \beta+4 \end{vmatrix} \text{ নির্ণায়কটির মান শূন্য হলে, } \beta \text{ এর মান কত?}$$

Sol :

$$\begin{vmatrix} \beta-2 & 1 \\ -5 & \beta+4 \end{vmatrix} = 0$$

$$\Rightarrow (\beta-2)(\beta+4) + 5 = 0$$

$$\Rightarrow \beta^2 + 4\beta - 2\beta - 8 + 5 = 0$$

$$\Rightarrow \beta^2 + 2\beta - 3 = 0$$

$$\Rightarrow \beta^2 + 3\beta - \beta - 3 = 0$$

$$\Rightarrow \beta(\beta+3) - 1(\beta+3) = 0$$

$$\Rightarrow (\beta+3)(\beta-1) = 0$$

$$\therefore \beta = -3 \text{ অথবা } 1 \text{ Ans.}$$

Prob 06

$$\begin{vmatrix} 1 & -\omega & \omega^2 \\ -\omega & \omega^2 & 1 \\ \omega^2 & 1 & -\omega \end{vmatrix} \text{ এর মান কোনটি?}$$

Sol :

$$\begin{vmatrix} 1 & -\omega & \omega^2 \\ -\omega & \omega^2 & 1 \\ \omega^2 & 1 & -\omega \end{vmatrix} = 1(-\omega^3 - 1) - (-\omega)(\omega^2 - \omega^3) + \omega^2(-\omega - \omega^4)$$

$$= (-1-1) - (-\omega) \times 0 + \omega^2(-\omega - \omega) [\because \omega^3 = 1]$$

$$= -2 - 0 - 2 = -4 \text{ Ans.}$$

Prob 07 $\begin{vmatrix} -a^2 & ab & ac \\ ab & -b^2 & bc \\ ac & bc & -c^2 \end{vmatrix}$ এর মান নির্ণয় কর।

Sol: কলামভেদ্য হতে a, b, c কমন নিয়ে পাই,
 $\begin{vmatrix} -a & a & a \\ b & -b & b \\ c & c & -c \end{vmatrix} = abc \times abc \begin{vmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{vmatrix}$
 $= a^2b^2c^2 \times 4 = 4a^2b^2c^2$ Ans.

[Or, Prob-04 এর Short Technic-এর মত করে করা যাবে।]

Prob 08 $A = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$ হলে, $A^2 - 2A + 1 =$ কত?

Sol: $A = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 1 \therefore A^2 - 2A + 1 = 1^2 - 2 \times 1 + 1 = 0$ Ans.

Prob 09 $\begin{vmatrix} 1 & w & w^2 \\ w & w^2 & 1 \\ w^2 & 1 & w \end{vmatrix}$ এর মান কোনটি? [DU 09-10]

Sol: $\begin{vmatrix} 1 & w & w^2 \\ w & w^2 & 1 \\ w^2 & 1 & w \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1+w+w^2 & w & w^2 \\ w+w^2+1 & w^2 & 1 \\ w^2+1+w & 1 & w \end{vmatrix} [c'_1 = c_1 + c_2 + c_3]$
 $= \begin{vmatrix} 0 & w & w^2 \\ 0 & w^2 & 1 \\ 0 & 1 & w \end{vmatrix} [\therefore 1+w+w^2=0]$
 $= 0$ Ans.

Prob 10 $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ b+c & c+a & a+b \\ b^2+c^2 & c^2+a^2 & a^2+b^2 \end{vmatrix}$ এর মান কত?

Sol: $\begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ b-a & c-b & a+b \\ b^2-a^2 & c^2-b^2 & a^2+b^2 \end{vmatrix} [c'_1 = c_1 - c_2]$
 $[c'_2 = c_2 - c_3]$
 $= \begin{vmatrix} b-a & c-b & 1 \\ b^2-a^2 & c^2-b^2 & 1 \\ (b-a)(c-b) & (c-b)(c+a) & (b-a)(c-b) \end{vmatrix}$
 $= (b-a)(c-b)(c+a) = (b-a)(c-b)(c-a)$
 $= \{-(a-b)\} \{-(b-c)\} (c-a) = (a-b)(b-c)(c-a)$ Ans.

Short Technic: [Same as problem-04]

Type-04: সমাধান নির্ণয় সংক্রান্ত

$a_1x + b_1y = c_1; a_2x + b_2y = c_2$ সমীকরণদ্বয়ের ক্ষেত্রে-

$x = \frac{D_x}{D} = \frac{\begin{vmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}}; y = \frac{D_y}{D} = \frac{\begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}}$

তিন চলকবিশিষ্ট সমীকরণ জোটের সমাধান (ক্রমারের নিয়ম):

$a_1x + b_1y + c_1z = d_1; a_2x + b_2y + c_2z = d_2;$
 $a_3x + b_3y + c_3z = d_3$ সমীকরণত্রয়ের ক্ষেত্রে-

$D = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}; D_x = \begin{vmatrix} d_1 & b_1 & c_1 \\ d_2 & b_2 & c_2 \\ d_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix};$
 $D_y = \begin{vmatrix} a_1 & d_1 & c_1 \\ a_2 & d_2 & c_2 \\ a_3 & d_3 & c_3 \end{vmatrix}; D_z = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & d_1 \\ a_2 & b_2 & d_2 \\ a_3 & b_3 & d_3 \end{vmatrix};$
 $x = \frac{D_x}{D}; y = \frac{D_y}{D}; z = \frac{D_z}{D}$

Prob 01 $4x + 3y - 2 = 0, 3x + 2y - 4 = 0$ সমীকরণের সমাধান কত?

Sol: $D = \begin{vmatrix} 4 & 3 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = 8 - 9 = -1$ এবং $D_x = \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 2 \end{vmatrix} = -12 + 4 = -8$
 $\therefore x = \frac{D_x}{D} = \frac{-8}{-1} = 8$ আবার, $D_y = \begin{vmatrix} 4 & 2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = 16 - 6 = 10$
 $\therefore y = \frac{D_y}{D} = \frac{10}{-1} = -10$
 $\therefore (x, y) = (8, -10)$ Ans.

Joykoly Technic

কোন ম্যাট্রিক্সের $(n \times n)$ ডায়গনাল বরাবর কোন সংখ্যা থাকলে এবং অপর সব জায়গায় 0 হলে, তার নির্ণায়কের মান হবে = (সংখ্যা)ⁿ
 যেমন: $P = \begin{vmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{vmatrix}$ হলে, P এর মান = (সংখ্যা)ⁿ = $(2)^3 = 8$ [$\therefore n=3$]

ঢাকা বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
 [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $\begin{vmatrix} \alpha & \alpha & x \\ \beta & \beta & \beta \\ \theta & x & \theta \end{vmatrix} = 0, x = ?$ [14-15]
 A. α, β, θ B. α, θ C. β, θ D. α, β
Ans B Solve

$\begin{vmatrix} \alpha & \alpha & x \\ \beta & \beta & \beta \\ \theta & x & \theta \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow \beta \begin{vmatrix} \alpha & \alpha & x \\ 1 & 1 & 1 \\ \theta & x & \theta \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow \begin{vmatrix} 0 & \alpha-x & x \\ 0 & 0 & 1 \\ \theta-x & x-\theta & 1 \end{vmatrix} = 0$
 $\Rightarrow -1\{0 - (\alpha-x)(\theta-x)\} = 0 \Rightarrow x = \alpha, x = \theta$

02. $\begin{vmatrix} 0 & 3 & 2x+7 \\ 2 & 7x & 9+5x \\ 0 & 0 & 2x+5 \end{vmatrix} = 0$ হলে, x এর মান- [13-14]
 A. $-\frac{9}{5}$ B. $-\frac{7}{2}$ C. $-\frac{5}{2}$ D. 0

Ans C Solve
 $\begin{vmatrix} 0 & 3 & 2x+7 \\ 2 & 7x & 9+5x \\ 0 & 0 & 2x+5 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow -2\{3(2x+5) - 0\} = 0 \Rightarrow x = -\frac{5}{2}$

নির্ণায়কের সাহায্যে সমাধান কর। [02-03]
 $3x + 3y - 5z = 4$ $3x + 3y + 6z = 2$; $x - y - 2z = 1$
 Solve $x = \frac{5}{6}$, $y = \frac{13}{66}$, $z = \frac{-2}{11}$
 Type-4 এর নিয়ম অনুসারে। [Using Calculator Ex-03]

চট্টগ্রাম বিশ্ববিদ্যালয় জরিপ শীকার শিখর বহরের গল্পখণ্ড
 [শট টেকনিক ও কাশকুলেটের সাহায্যে সমাধান]

01. যদি $\begin{vmatrix} n & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 5 \\ 4 & 0 & 3 \end{vmatrix} = 4$ হয়, তবে 'n' এর মান কত? [15-16]
 A. 3 B. 7 C. 5 D. 6 E. 2

Ans E Solve $\begin{vmatrix} n & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 5 \\ 4 & 0 & 3 \end{vmatrix} = 4 \Rightarrow 2(3n - 4) - 4 \Rightarrow 6n - 8 - 4$
 $\Rightarrow 6n - 12 \Rightarrow n = 2$

02. 'n' এর মান কত হলে $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & n & 0 \\ 0 & 0 & n \end{vmatrix} = 1$ হবে? [15-16]
 A. 1 B. ±1 C. 0 D. -1 E. $\frac{1}{\sqrt{2}}$

Ans B Solve $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & n & 0 \\ 0 & 0 & n \end{vmatrix} = 1 \Rightarrow 1(n^2 - 0) = 1 \Rightarrow n^2 = 1$
 $\Rightarrow n = \pm 1$

03. If $M = \begin{vmatrix} 01 & 02 & 03 \\ 04 & 05 & 06 \\ 07 & 08 & 09 \end{vmatrix}$, then $|M| = ?$ [14-15, 13-14, RU 10-11]
 A. 100 B. $(100)^2$ C. 45 D. $(90)^2$ E. 0

Ans E Solve $|M| = \begin{vmatrix} 01 & 02 & 03 \\ 04 & 05 & 06 \\ 07 & 08 & 09 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 01 & 01 & 01 \\ 04 & 01 & 01 \\ 07 & 01 & 01 \end{vmatrix} = 0$

04. Let $\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$, then $\Delta^2 =$ [14-15]
 A. $\begin{vmatrix} 1^2 & 2^2 & 3^2 \\ 4^2 & 5^2 & 6^2 \\ 7^2 & 8^2 & 9^2 \end{vmatrix}$ B. $\begin{vmatrix} 1^2 & 2^2 & 3^2 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$ C. $\begin{vmatrix} 1^2 & 2 & 3 \\ 4^2 & 5 & 6 \\ 7^2 & 8 & 9 \end{vmatrix}$
 D. cannot be found E. 0

Ans E Solve $\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 4 & 1 & 1 \\ 7 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0$ $\Delta^2 = 0^2 = 0$

05. $M = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 5 \end{vmatrix}$ নির্ণায়কের ক্ষেত্রে $5M =$ হবে? [C 12-13]
 A. $\begin{vmatrix} 5 & 10 & 15 \\ 10 & 15 & 20 \\ 15 & 20 & 25 \end{vmatrix}$ B. $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 10 & 15 & 20 \\ 3 & 4 & 5 \end{vmatrix}$ C. $\begin{vmatrix} 5 & 10 & 15 \\ 10 & 15 & 20 \\ 3 & 4 & 5 \end{vmatrix}$
 D. $\begin{vmatrix} 5 & 10 & 3 \\ 10 & 15 & 4 \\ 15 & 20 & 5 \end{vmatrix}$ E. কোনটিই নয় **Ans. B**

06. $\begin{vmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 1 & 0 & 0 \\ 4 & 2 & 1 & 0 \\ 5 & 3 & 2 & 1 \end{vmatrix}$ নির্ণায়কটির মান হবে- [C 12-13]
 A. 1 B. 2 C. 3 D. 4 E. 5

Ans B Solve $\begin{vmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 1 & 0 & 0 \\ 4 & 2 & 1 & 0 \\ 5 & 3 & 2 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 3 & 1 & 0 \\ 4 & 2 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} = 2$

07. $\begin{vmatrix} 1 & 2 & \alpha \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$ α এর মান কত হলে, নির্ণায়কটি singular হবে? [10-11]
 A. 1 B. 2 C. 3
 D. 4 E. 5

Ans C Solve $\begin{vmatrix} 1 & 2 & \alpha \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow \begin{vmatrix} 1 & 2 & \alpha \\ 4 & 5 & 6 \\ 3 & 3 & 3 \end{vmatrix} = 0, [r_3 - r_1 - r_2]$
 $\Rightarrow 3 \begin{vmatrix} 1 & 2 & \alpha \\ 4 & 5 & 6 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0, [C_1 - c_1 - c_2] \Rightarrow 3 \begin{vmatrix} 1 & 1 & \alpha - 2 \\ 4 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{vmatrix} = 0$
 $\Rightarrow 1 - \alpha + 2 = 0 \Rightarrow \alpha = 3$

08. $a \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} + b \begin{vmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{vmatrix} = 0$ হলে- [08-09]
 A. $a = b$ B. $a + b = 0$
 C. $ab = 0$ D. $\frac{a}{b} = -1$ E. কোনটিই নয়

Ans A Solve $a \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} - b \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 0 \therefore a - b = 0 \Rightarrow a = b$

Tec: Type-3 এর নিয়ম অনুসারে।
 09. $G = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & -2 & -3 \\ 4 & 5 & 6 \end{vmatrix}$ হলে, G এর মান হচ্ছে- [08-09]
 A. -15 B. -30 C. -25
 D. 10 E. পূর্ববর্তী কোনটিই নয়

Ans E Solve $G = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & -2 & -3 \\ 4 & 5 & 6 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{vmatrix} = 0$

[কোন নির্ণায়কের যে কোনো দুটি সারি বা কলামের অনুকূপ উপাদানগুলো পরস্পরের সমান হলে, ঐ নির্ণায়কের মান শূন্য হয়।]
 [Using Calculator Ex-02]

10. $A = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$ হলে, $A^2 - 1 =$ কত? [05-06]
 A. -1 B. 0 C. 3
 D. 2 E. মান নেই **Ans. B**
 [Using Calculator Ex-02]

11. নির্ধারক $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & 3 \end{vmatrix}$ এর মান কত? [04-05]

- A. 10 B. 9 C. 0 D. -8

Ans C Solve $1(3-2) + 1(6-6) + 1(2-3) = 1 + 0 - 1 = 0$

বিকল্প: $c_1 = c_3$ ∴ নির্ধারক = 0

Tip: Type-3 এর নিয়ম অনুসারে: [Using Calculator, Ex-02]

খুলনা বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিপন্ন বছরের প্রশ্নাবলি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. নিচের নির্ধারকটির মান কত? [05-06; RU 06-07]

$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ a^2 - bc & b^2 - ca & c^2 - ab \end{vmatrix}$

- A. 2 B. abc C. 0 D. $a^2b^2c^2$

Ans C Solve $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ a^2 - bc & b^2 - ca & c^2 - ab \end{vmatrix}$ $a=1, b=2, c=3$

$= \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ -5 & 1 & 7 \end{vmatrix} = (14-3) - (7+15) + (1+10) = 11 - 22 + 11 = 0$

ইসলামী বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিপন্ন বছরের প্রশ্নাবলি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $\begin{vmatrix} \log x & \log y & \log z \\ \log 2x & \log 2y & \log 2z \\ \log 3x & \log 3y & \log 3z \end{vmatrix}$ নির্ধারকের মান কত? [15-16; MBSTU 15-16; BUET 09-10]

- A. $\frac{\log(x+y+z)}{x}$ B. $\frac{\log x}{y}$
C. 0 D. $\log x + \log y + \log z$

Ans C Solve

$\begin{vmatrix} \log x & \log y & \log z \\ \log 2x & \log 2y & \log 2z \\ \log 3x & \log 3y & \log 3z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \log \frac{x}{y} & \log \frac{y}{z} & \log z \\ \log \frac{x}{y} & \log \frac{y}{z} & \log 2z \\ \log \frac{x}{y} & \log \frac{y}{z} & \log 3z \end{vmatrix} = 0$

কারণ দুটি কলাম সমানুপাতিক।

02. $\begin{vmatrix} 1+x & 0 & 0 \\ 0 & (1+x)^2 & 0 \\ 0 & 0 & (1+x)^2 \end{vmatrix} = 0$ হলে, x এর মান কত? [15-16]

- A. -1 B. 0 C. 1 D. 3

Ans A Solve নির্ধারকের মান = 0
 $\Rightarrow (1+x)(1+x)^2(1+x)^2 = 0 \Rightarrow (1+x)^5 = 0 \Rightarrow x = -1$

03. $\begin{vmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 4 & 5 & 9 \\ 6 & 7 & 8 \end{vmatrix}$ নির্ধারকটির 7-এর cofactor-এর মান- [F 12-13]

- A. 14 B. -14 C. 23 D. -23

Ans B Solve 7-এর cofactor = $(-1)^{2+3} \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 9 \end{vmatrix} = -(18-4) = -14$

[Using Calculator, Ex-02]

কুমিল্লা বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিপন্ন বছরের প্রশ্নাবলি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. নির্ধারকের সাহায্যে সমাধান কর- $5x + 2y - 11 = 0$ এবং $3x + 4y - 1 = 0$ [15-16]

- A. $(x,y) = (3,-2)$ B. $(x,y) = (-2, 3)$
C. $(x,y) = (5,4)$ D. $(x,y) = (5, -1)$

Ans A Solve $10x + 4y - 22 = 0$

$3x + 4y - 1 = 0$

(-) $7x - 21 = 0$

$\Rightarrow x = 3$
 $\Rightarrow 15 + 2y - 11 = 0$
 $\Rightarrow 2y = -4$
 $\Rightarrow y = -2$
 $\Rightarrow (3, -2)$

ভাসানী বিজ্ঞান ও প্রযুক্তি বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিপন্ন বছরের প্রশ্নাবলি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \\ 1 & 4 & k \end{vmatrix} = 2$ হলে k এর মান কত? [15-16]

- A. 6 B. 7
C. 8 D. 9

Ans A Solve $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \\ 1 & 4 & k \end{vmatrix} = 2$

$\Rightarrow \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 3 & k-1 \end{vmatrix} = 2$

$\Rightarrow (k-1) - 3 = 2$

$\Rightarrow k = 6$

02. $\begin{vmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 4 & 6 & 12 \\ x-8 & -x-3 & -x-10 \end{vmatrix} = 0$ হলে x এর মান কত? [15-16]

- A. -4 B. 2
C. 4 D. 6

Ans C Solve $\begin{vmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 4 & 6 & 12 \\ x-8 & -x-3 & -x-10 \end{vmatrix} = 0$

$\Rightarrow 2(-6x - 60 + 12x + 36) = 0$

$\Rightarrow 6x = 24$

$\Rightarrow x = 4$

চট্টগ্রাম ভেটেরিনারি বিশ্ব: ভর্তি পরীক্ষার বিপন্ন বছরের প্রশ্নাবলি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $\begin{vmatrix} 2 & 4 & 5 \\ 5 & 7 & 4 \\ 2 & 3 & -5 \end{vmatrix}$ এর মান কত? [15-16]

- A. 9 B. 8 C. 13 D. 7

Ans = Solve $\begin{vmatrix} 2 & 4 & 5 \\ 5 & 7 & 4 \\ 2 & 3 & -5 \end{vmatrix} = 2(-35 - 12) - 4(-25 - 8) + 5(15 + 14) = 2(-47) - 4(-33) + 5(29) = 183$

SELF TEST

01. $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & * & 9 \end{vmatrix}$ নির্ণায়কটির * চিহ্নিত উপাদানটির সহগুণক কত?

- A. -6
C. 9
B. 6
D. -12

02. $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$ নির্ণায়কটির মান কত?

- A. 0
C. 2
B. 1
D. 3

03. $\begin{vmatrix} b^2+c^2 & ab & ca \\ ab & c^2+a^2 & bc \\ ca & bc & a^2+b^2 \end{vmatrix}$ এর মান কত?

- A. 4abc
C. $24a^2b^2c^2$
B. $a+b+c$
D. $4a^2b^2c^2$

04. $\begin{vmatrix} x & y & z \\ x^2 & y^2 & z^2 \\ x^3-1 & y^3-1 & z^3-1 \end{vmatrix}$ এর মান কত?

- A. $(xyz-1)(x-y)(y-z)(z-x)$
B. $(xyz-1)(x-z)(x-y)(x-1)$
C. $(xyz-2)(x-y)(y-z)z-n$
D. $(xyz-2)(x-y)(y-x)(y-1)$

05. $\begin{vmatrix} 3 & 1 & 9 \\ 2x & 2 & 6 \\ x^2 & 3 & 3 \end{vmatrix} = 0$ হলে x এর মান কত?

- A. 3, 2
C. 3, 39
B. 3, 1
D. 3, 4

06. $\begin{vmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & b & b^2 \\ 1 & c & c^2 \end{vmatrix}$ এর মান কোনটি?

- A. 0
C. abc
B. $(a-b)(b-c)(c-a)$
D. $4a^2b^2c^2$

07. $\begin{vmatrix} a & a & x \\ c & c & c \\ b & x & b \end{vmatrix} = 0$ হলে, x এর মান কত?

- A. a, c
C. 0, a
B. a, b
D. 0, b

08. $\begin{vmatrix} \alpha-2 & 1 \\ -5 & \alpha+4 \end{vmatrix}$ নির্ণায়কটির মান শূন্য হলে, α এর মান কত?

- A. 1, 2
C. 0, 2
B. -3, 1
D. 1, 5

09. $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x^2 & y^2 & z^2 \\ x^3 & y^3 & z^3 \end{vmatrix}$ এর মান কত?

- A. $(x-y)(g-z)(z-x)(x+y+z)$
B. $4xyz$
C. $(x-y)(y-z)(z-x)(xy+yz+zx)$
D. x^2yz

10. $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$ নির্ণায়কে 2 এর অনুরাশি কত?

- A. $\begin{vmatrix} 4 & 6 \\ 7 & 9 \end{vmatrix}$
B. $\begin{vmatrix} 4 & 6 \\ 7 & 9 \end{vmatrix}$
C. $\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix}$
D. $\begin{vmatrix} 4 & 2 \\ 1 & 3 \end{vmatrix}$

11. $\begin{vmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 1 & 4 & 5 \\ 2 & 1 & 1 \end{vmatrix}$ নির্ণায়কে 4 এর সহগুণক কত?

- A. $\begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 4 \end{vmatrix}$
C. $\begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix}$
B. $\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}$
D. $\begin{vmatrix} 4 & 5 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}$

12. $\begin{vmatrix} P-2 & -1 \\ 1 & P-4 \end{vmatrix} = 0$ হলে P এর মান কত?

- A. 2
C. -2
B. 3
D. -3

13. $\begin{vmatrix} a^2 & ab & b^2 \\ 2a & a+b & 2b \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$ এর মান কত?

- A. $(a-2)^3$
C. $(a-1)^3$
B. $(a-b)^3$
D. $(b-a)^3$

14. $\begin{vmatrix} -2a & a+b & a+c \\ b+a & -2b & b+c \\ c+a & c+b & -2c \end{vmatrix}$ এর মান কত?

- A. $4(a+b)(b+c)(c-a)$
C. $4(a+b)(b+c)(c+a)$
B. $4(a+b)(b+c)(c-b)$
D. $4(a-b)(b-c)(c-a)$

15. $\begin{vmatrix} 1 & -\omega & \omega^2 \\ -\omega & \omega^2 & 1 \\ \omega^2 & 1 & -\omega \end{vmatrix}$ এর মান কোনটি?

- A. $-\omega$
C. $-4\omega^3$
B. ω^2
D. 4

16. $\begin{vmatrix} 13 & 16 & 19 \\ 14 & 17 & 20 \\ 15 & 18 & 21 \end{vmatrix}$ এর মান কত?

- A. 0
B. 1
C. 2
D. -1

OMR

01. (A)(B)(C)(D)	06. (A)(B)(C)(D)	11. (A)(B)(C)(D)	16. (A)(B)(C)(D)
02. (A)(B)(C)(D)	07. (A)(B)(C)(D)	12. (A)(B)(C)(D)	17. (A)(B)(C)(D)
03. (A)(B)(C)(D)	08. (A)(B)(C)(D)	13. (A)(B)(C)(D)	18. (A)(B)(C)(D)
04. (A)(B)(C)(D)	09. (A)(B)(C)(D)	14. (A)(B)(C)(D)	19. (A)(B)(C)(D)
05. (A)(B)(C)(D)	10. (A)(B)(C)(D)	15. (A)(B)(C)(D)	20. (A)(B)(C)(D)

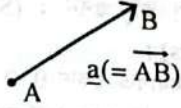
Answer with Hints

01 B: Hints: Type-02, Prob-02	02 A: Hints: Type-03, Prob-01
03 D: Hints: Type-03, Prob-04	04 A: Hints: Type-03, Prob-04
05 B: Hints: Type-03, Prob-02	06 A: Hints: Type-03, Prob-10
07 B: Hints: Type-03, Prob-02	08 B: Hints: Type-03, Prob-05
09 C: Hints: Type-03, Prob-10	10 B: Hints: Type-02, Prob-01
11 C: Hints: Type-02, Prob-02	12 B: Hints: Type-03, Prob-05
13 B: Hints: Type-03, Prob-10	14 C: Hints: Type-03, Prob-04
15 C: Hints: Type-03, Prob-06	16 A: Hints: Type-03, Prob-01

ভেক্টর
Vector

এক নজরে এ অধ্যায়ের গুরুত্বপূর্ণ তথ্যাবলি

ভেক্টর: আদিবিন্দু (মূলবিন্দু) A ও প্রান্তবিন্দু (শীর্ষবিন্দু) B বিশিষ্ট ভেক্টরের জন্য \overline{AB} প্রতীক ব্যবহার করা হয়। একটিমাত্র অক্ষর প্রতীক $\vec{a}, \vec{A}, \vec{A}$ অথবা $\vec{a}, \vec{a}, \vec{a}$ দ্বারাও ভেক্টর প্রকাশ করা হয়।



কতিপয় গুরুত্বপূর্ণ সংজ্ঞা:

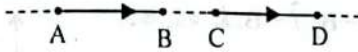
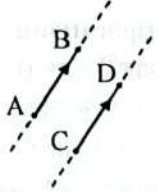
01. ধারক রেখা (Line of support):

XY একটি অসীম রেখা এবং AB রেখাংশ। এখানে, XY হলো \overline{AB} এর ধারক রেখা।



02. দুইটি ভেক্টরের সমতা (Equality of two vectors): দুইটি ভেক্টরকে সমান ভেক্টর বলা হয় যদি,

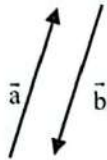
- এদের দৈর্ঘ্যের মান সমান হয়।
- এদের ধারক রেখা অভিন্ন বা সমান্তরাল হয়।
- এদের দিক একই হয়।

[এখানে $\overline{AB} = \overline{CD}$ এবং ধারক এদের রেখা একই][এখানে $\overline{AB} = \overline{CD}$ এবং এদের ধারক রেখা সমান্তরাল]

03. ভেক্টরের মান (Magnitude of vector): কোনো ভেক্টরের আদি বিন্দু ও প্রান্ত বিন্দুর মধ্যবর্তী দূরত্বকে ভেক্টরটির মান বলে। a ভেক্টরের মানকে |a| বা a দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

04. কোনো ভেক্টরের বিপরীত ভেক্টর (Opposite vector of a given vector):

- \vec{a} কে \vec{b} এর বিপরীত ভেক্টর বলা হয়, যদি (i) $|\vec{a}| = |\vec{b}|$ অর্থাৎ ভেক্টরদ্বয়ের দৈর্ঘ্যের মান সমান হয়। (ii) \vec{b} এর ধারক রেখা \vec{a} এর ধারক রেখার সাথে অভিন্ন বা সমান্তরাল হয়। (iii) \vec{b} এর দিক \vec{a} এর দিকের বিপরীত হয়।
- $\vec{b} = -\vec{a}$.

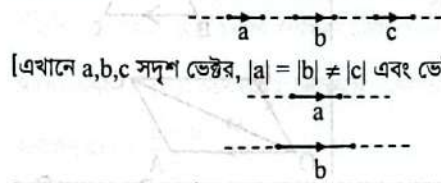


05. শূন্য ভেক্টর (Null vector or Zero vector): কোনো ভেক্টরের মান শূন্য হলে ভেক্টরকে শূন্য ভেক্টর বলে। অর্থাৎ শূন্য ভেক্টরের আদি বিন্দু ও প্রান্ত বিন্দু একই। শূন্য ভেক্টরের দিক সুনির্দিষ্ট নয়। শূন্য ভেক্টরের দিক যে কোনো ভেক্টরের দিক বরাবর গ্রহণ করা যায়। শূন্য ভেক্টরকে 0 দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

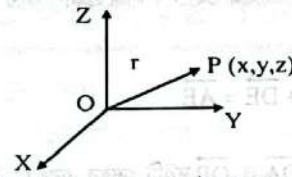
 $\overline{AB} = 0$ (বা, $\vec{0}$) একটি শূন্য ভেক্টর হলে $|\overline{AB}| = 0$

06. প্রকৃত ও অপ্রকৃত ভেক্টর (Proper and improper vector): শূন্য ভেক্টর ব্যতিত সকল ভেক্টরকে প্রকৃত ভেক্টর এবং শূন্য ভেক্টরকে অপ্রকৃত ভেক্টর বলে।

07. সদৃশ ভেক্টর (Line Vector): দুইটি ভেক্টরের দিক একই হলে ভেক্টরদ্বয়কে সদৃশ ভেক্টর বলে। সদৃশ ভেক্টর সমূহের মান একই অথবা ভিন্ন ভিন্ন হতে পারে।

[এখানে a, b, c সদৃশ ভেক্টর, $|a| = |b| \neq |c|$ এবং ভেক্টরদ্বয়ের ধারক রেখা একই]

[এখানে a ও b সদৃশ ভেক্টর এবং ভেক্টরদ্বয়ের ধারক রেখা একই নয়]

08. অবস্থান ভেক্টর (Position Vector): যদি মূলবিন্দু O এর সাপেক্ষে একটি বিন্দু P এর অবস্থানকে \overline{OP} দ্বারা নির্দেশ করা হয় তবে \overline{OP} কে P এর অবস্থান ভেক্টর বলে। $\overline{OP} = r$ হলে, r কে P বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর বলা হয়।দ্রষ্টব্য: যেকোনো বিন্দু P(x, y, z) এর অবস্থান ভেক্টর $r = xi + yj + zk$ 

09. একক ভেক্টর (Unit Vector): যে ভেক্টরের মান এক একক, তাকে একক ভেক্টর বলা হয়। অর্থাৎ, একটি ভেক্টরকে তার মান দিয়ে ভাগ করলে, একক ভেক্টর পাওয়া যায়। একক ভেক্টর প্রকাশের জন্য 'hat' (হ্যাট) চিহ্ন ব্যবহৃত হয়।

যেমন- $\vec{A} = A_x \hat{i} + A_y \hat{j} + A_z \hat{k}$ একটি ভেক্টর এবং \vec{A} বরাবর একক ভেক্টর \hat{a} হলে,

$$\hat{a} = \frac{\vec{A}}{|\vec{A}|} = \frac{A_x \hat{i} + A_y \hat{j} + A_z \hat{k}}{\sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}} \Rightarrow |\hat{a}| = \frac{|\vec{A}|}{|\vec{A}|} = 1$$

অর্থাৎ একক ভেক্টরের মডুলাস = 1

Note: যে কোন ভেক্টরের একক ভেক্টর বা ঐ ভেক্টর বরাবর সমান্তরাল একক ভেক্টর-এই দুটি কথার অর্থ একই।10. আয়তাকার একক ভেক্টর (Rectangular Unit Vector): ত্রিমাত্রিক স্থানাঙ্ক ব্যবস্থায় একটি বিন্দুর অবস্থান নির্ণয়ের জন্য x-অক্ষ, y-অক্ষ, এবং z-অক্ষ বরাবর আয়তাকার একক ভেক্টরগুলোকে যথাক্রমে $\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}$ দ্বারা প্রকাশ করা হয়।**Note:** (i) স্কেলার গুণনের ক্ষেত্রে:

$$\hat{i} \cdot \hat{j} = \hat{j} \cdot \hat{k} = \hat{k} \cdot \hat{i} = 0; \quad [\text{যেহেতু, } \theta = 90^\circ]$$

$$\hat{i} \cdot \hat{i} = \hat{j} \cdot \hat{j} = \hat{k} \cdot \hat{k} = 1; \quad [\text{যেহেতু, } \theta = 0^\circ]$$



(ii) ভেক্টর গুণনের ক্ষেত্রে:

$$\hat{i} \times \hat{i} = \hat{j} \times \hat{j} = \hat{k} \times \hat{k} = 0 \quad [\text{যেহেতু, } \theta = 0^\circ]$$

$$\hat{i} \times \hat{j} = \hat{k}, \hat{j} \times \hat{k} = \hat{i}, \hat{k} \times \hat{i} = \hat{j}; \quad [\text{যেহেতু, } \theta = 90^\circ]$$

$$\hat{j} \times \hat{i} = -\hat{k}, \hat{k} \times \hat{j} = -\hat{i}, \hat{i} \times \hat{k} = -\hat{j}$$

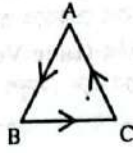
11. মুক্ত ভেক্টর (Free Vector): যে ভেক্টরের মডুলাস ও দিক স্থির কিন্তু অবস্থান স্থির নয়, অর্থাৎ মডুলাস ও দিকের কোন পরিবর্তন না করে যে ভেক্টরকে স্থানান্তর করা যায়, তাকে মুক্ত ভেক্টর বলা হয়।

12. লব্ধি (Resultant): দুই বা ততোধিক (অসীম সংখ্যক) ভেক্টরের যোগফলকে ভেক্টরগুলির লব্ধি বলে।

a ও b দুইটি ভেক্টরে লব্ধি a + b এবং লব্ধির সমান্তরাল একক ভেক্টর = $\frac{a+b}{|a+b|}$

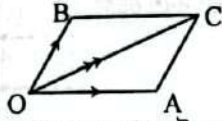
□ ত্রিভুজ সূত্র:

$$\begin{aligned} \vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CA} &= \vec{0} \\ \Rightarrow \vec{AB} + \vec{BC} &= -\vec{CA} \\ \Rightarrow \vec{AB} + \vec{BC} &= \vec{AC} \end{aligned}$$



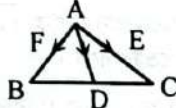
□ সামান্তরিক সূত্র:

$$\vec{OA} + \vec{OB} = \vec{OC}$$



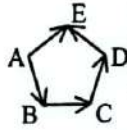
□ মধ্যমা সূত্র: কোন ত্রিভুজের মধ্যমা সংলগ্ন বাহুদ্বয়ের যোগফল উক্ত মধ্যমার দ্বিগুণ। ΔABC এর AD একটি মধ্যমা হলে-

$$\begin{aligned} \text{i. } \vec{AB} + \vec{AC} &= 2\vec{AD} \\ \text{ii. } AB^2 + AC^2 &= 2(AD^2 + BD^2) \end{aligned}$$



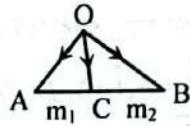
□ n ভুজের যে কোন বহুভুজের (n-1) সংখ্যক বাহু একই ক্রমে সূচিত হলে, অবশিষ্ট বাহুটি বিপরীতক্রমে উহাদের লক্ষি প্রকাশ করে। যেমন-

$$\vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CD} + \vec{DE} = \vec{AE}$$

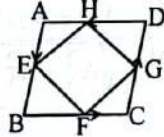


□ বিভক্তিকরণ সূত্র: \vec{OA} ও \vec{OB} দুইটি ভেক্টর এবং C, AB এর উপর এমন একটি বিন্দু যেন $AC : CB = m_1 : m_2$ তবে-

$$\vec{OC} = \frac{m_1 \vec{OB} + m_2 \vec{OA}}{m_1 + m_2}$$

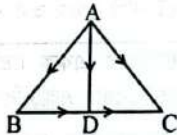


□ ABCD চতুর্ভুজের, \vec{AB} , \vec{BC} , \vec{CD} , ও \vec{DA} এর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে E, F, G, H হয় তবে EFGH একটি সামান্তরিক হবে।



□ অ্যাপোলো নিয়ামের উপপাদ্য:

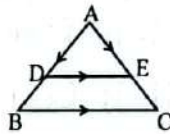
$$AB^2 + AC^2 = 2(AD^2 + BD^2)$$



□ ত্রিভুজ ABC এর

\vec{AB} , \vec{AC} , \vec{BC} হয় এবং D ও E যথাক্রমে \vec{AB} , ও \vec{AC} মধ্যবিন্দু তাহলে, $\vec{DE} = \frac{1}{2} \vec{BC}$,

এখানে, $DE = \frac{1}{2} BC$ এবং $DE \parallel BC$



□ আয়তকার কার্তেসীয় পদ্ধতিতে ভেক্টর বিভাজন:

i. দ্বিমাত্রিক স্থানাঙ্ক ব্যবস্থা: P বিন্দুর স্থানাঙ্ক (x, y), P বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর

$$\vec{OP} = \hat{r} = x\hat{i} + y\hat{j}$$

$$|\hat{r}| = \sqrt{x^2 + y^2}$$

ii. ত্রিমাত্রিক স্থানাঙ্ক ব্যবস্থা: কোন বিন্দু P(x, y, z) হলে এর অবস্থান ভেক্টর

$$\vec{OP} = \hat{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$$

$$|\hat{r}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

□ দুইটি ভেক্টর \vec{A} ও \vec{B} সংক্রান্ত বিভিন্ন রাশি:

$$\vec{A} = A_x \hat{i} + A_y \hat{j} + A_z \hat{k}$$

$$\vec{B} = B_x \hat{i} + B_y \hat{j} + B_z \hat{k}$$

i. A ভেক্টরের মান, $|\vec{A}| = A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}$

ii. B এর মান, $|\vec{B}| = B = \sqrt{B_x^2 + B_y^2 + B_z^2}$

iii. $\vec{A} + \vec{B} = (A_x + B_x)\hat{i} + (A_y + B_y)\hat{j} + (A_z + B_z)\hat{k}$

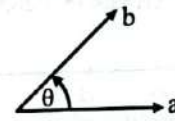
$$\vec{A} - \vec{B} = (A_x - B_x)\hat{i} + (A_y - B_y)\hat{j} + (A_z - B_z)\hat{k}$$

□ ভেক্টরের স্কেলার গুণন বা ডট গুণন : (Scalar product or dot product of two vectors):

দুইটি ভেক্টর a এবং b এর মধ্যবর্তী কোণ θ , $0 \leq \theta \leq \pi$ হলে $ab \cos \theta$ কে ভেক্টরদ্বয়ের স্কেলার গুণন বা ডট গুণন বলে যা a.b দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

অর্থাৎ, $a.b = ab \cos \theta$; এখানে $a = |a|$ এবং $b = |b|$

স্কেলার গুণনের গুণফল একটি স্কেলার রাশি।

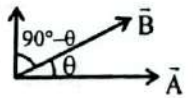


$$\vec{A} \cdot \vec{B} = \vec{B} \cdot \vec{A} = AB \cos \theta \text{ [যেখানে } \theta \text{ মধ্যবর্তী কোণ এবং } 0 \leq \theta \leq \pi \text{]}$$

□ স্কেলার গুণনের ভিন্নরূপ : যদি $\vec{A} = A_x \hat{i} + B_y \hat{j} + C_z \hat{k}$ এবং

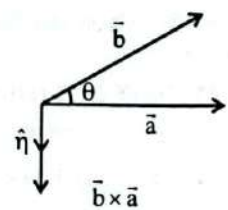
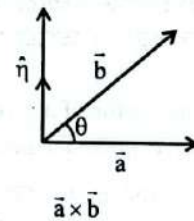
$$\vec{B} = B_x \hat{i} + B_y \hat{j} + B_z \hat{k} \text{ হয়, তবে}$$

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z.$$



□ ভেক্টর গুণন (Vector multiplication):

দুইটি ভেক্টর a এবং b এর মধ্যবর্তী কোণ θ , $0 \leq \theta \leq \pi$ হলে, $n ab \sin \theta$ কে ভেক্টরদ্বয়ের ভেক্টর গুণন বা ক্রস গুণন বলে। এই গুণনকে $a \times b$ দ্বারা সূচিত করা হয়। অর্থাৎ $a \times b = n ab \sin \theta$ । এখানে $|a| = a$, $|b| = b$ এবং n ঘূর্ণায়মান ডানমুখী স্তর দিকমুখী একটি একক ভেক্টর যা a ও b উভয়ের ওপর লম্ব। ভেক্টর গুণনের গুণফল একটি ভেক্টর রাশি হয়।



□ ভেক্টর রাশির গুণনের ভিন্নরূপ:

যদি $\vec{A} = A_x \hat{i} + A_y \hat{j} + A_z \hat{k}$ এবং $\vec{B} = B_x \hat{i} + B_y \hat{j} + B_z \hat{k}$ হয়, তবে

$$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$$

□ একতলীয় ভেক্টর: উপরে উল্লিখিত \vec{A} ও \vec{B} ভেক্টরদ্বয়ের সাথে একই তলে

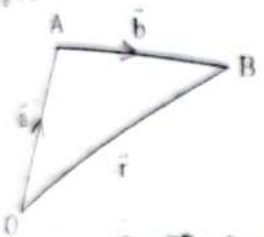
অবস্থিত একটি ভেক্টর \vec{C} হলে, $\vec{C} = l\vec{A} + m\vec{B}$

$$= l(A_x \hat{i} + A_y \hat{j} + A_z \hat{k}) + m(B_x \hat{i} + B_y \hat{j} + B_z \hat{k})$$

$$= (lA_x + mB_x)\hat{i} + (lA_y + mB_y)\hat{j} + (lA_z + mB_z)\hat{k}$$

যোগাত্মকী সমাবেশ (Linear Combination): \vec{r} কে $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$... কে
 লুটি ভেক্টরসমূহের যোগাত্মকী সমাবেশ বলা হবে যদি প্রকৃতভাবে
 $\vec{r} = x\vec{a} + y\vec{b} + z\vec{c} \dots$ হয়।
 উদাহরণস্বরূপ: $2\vec{a} + 3\vec{b} - 4\vec{c}$, $\vec{a} + 2\vec{b} - \vec{c}$ প্রকৃতি ভেক্টরসমূহে $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$
 যোগাত্মকী সমাবেশ। প্রকৃতভাবে যোগাত্মকী সমাবেশ ভেক্টরকে
 সে বিয়োগ বা অঙ্কনের গুণিতক খাটানোর মাধ্যমে সীমাবদ্ধ থাকে।
বিভাগিক ভেক্টর:
 কোনো ভেক্টরকে দু'ভাগে বায়ব্হায যদি মূলবিন্দু $O(0, 0)$ কে অতিক্রম
 করে (যেমন) $P(a, b)$ কে শেষ প্রান্তবিন্দু হাযা ভেক্টর \vec{OP} নির্দেশিত হয়।
 তখন $\vec{OP} = a\vec{i} + b\vec{j}$, \vec{i} ও \vec{j} দুইটি যথাক্রমে x ও y অক্ষ এর ধনাত্মক
 দিকের একক ভেক্টর। \vec{OP} ভেক্টরকে \vec{i} দ্বারা সূচিত হলে, $\vec{i} = a\vec{i} + b\vec{j}$ ।
 (যদি ভেক্টর অন্য ভেক্টর আকারে প্রকাশ করা হলে তা হবে $\vec{OP} = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$)

বিভাগিক ভেক্টরে যোগ:
 দুটি একক দুইটি ভেক্টর হাযি এমন হয়, \vec{a} এবং শেষ প্রান্ত বিন্দু \vec{b} এর
 মূলবিন্দু হাযলে \vec{a} এবং \vec{b} এর যোগকে $\vec{a} + \vec{b}$ দ্বারা সূচিত করা হয়।
 $\vec{OA} = \vec{a}$, $\vec{AB} = \vec{b}$, $\vec{OB} = \vec{r}$
 হলে, $\vec{OA} + \vec{AB} = \vec{OB}$
 $\vec{a} + \vec{b} = \vec{r} \Rightarrow \vec{r} = \vec{a} + \vec{b}$



কোন ভেক্টর আকারের দুইটি ভেক্টরের যোগ ও বিয়োগ নিম্নোক্তর প্রকাশ করা যায়।

$$\vec{a} + \vec{b} = \begin{pmatrix} a_1 \\ b_1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a_2 \\ b_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 + a_2 \\ b_1 + b_2 \end{pmatrix}$$

প্রয়োজনীয় সূত্রসমূহ

- (i) \vec{a} ভেক্টরের উপর \vec{b} ভেক্টরের অভিক্ষেপ, $b \cos \theta = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}|}$
- (ii) \vec{b} ভেক্টরের উপর \vec{a} ভেক্টরের অভিক্ষেপ, $a \cos \theta = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{b}|}$
- 2. \vec{a} ভেক্টর বরাবর একক ভেক্টর, $\hat{a} = \frac{\vec{a}}{|\vec{a}|}$
- 3. (i) \vec{a} ভেক্টর বরাবর \vec{b} ভেক্টরের উপাংশ = $\frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}|} \hat{a}$ (যে ভেক্টর বরাবর বলবে
 করা নিশ্চয় হবে)
- (ii) \vec{b} ভেক্টর বরাবর \vec{a} ভেক্টরের উপাংশ = $\frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{b}|} \hat{b}$
- 4. দুটি ভেক্টর লম্ব হওয়ার শর্ত: $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$.
- 5. দুটি ভেক্টর সমান্তরাল হওয়ার শর্ত: $\vec{a} \times \vec{b} = 0$.
- 6. দুটি ভেক্টরের মধ্যবর্তী কোণ θ হলে, $\theta = \cos^{-1} \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| |\vec{b}|}$

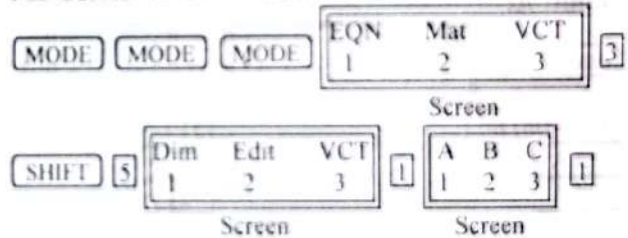
- 07. $\vec{A}(\vec{a})$ ও $\vec{B}(\vec{b})$ বিন্দুসমূহের সংযোজকরেখার $R(\vec{r})$ বিন্দুতে $m:n$ অনুপাতে
 অন্তর্বিভক্ত করলে $R(\vec{r})$ এর অবস্থান ভেক্টর = $\frac{m\vec{a} + n\vec{b}}{m+n}$
- 08. বহি:বিভক্ত করলে $R(\vec{r})$ এর অবস্থান ভেক্টর = $\frac{m\vec{a} - n\vec{b}}{m-n}$
- 09. $\vec{A}(\vec{a})$ এবং $\vec{B}(\vec{b})$ ভেক্টরসমূহের সংযোগ রেখার উপর $R(\vec{r})$ এর
 অবস্থান ভেক্টর $\frac{\vec{a} + \vec{b}}{2}$
- 10. $\vec{A}(\vec{a}), \vec{B}(\vec{b}), \vec{C}(\vec{c})$ ΔABC এর শীর্ষ বিন্দু হলে এর ভরকেন্দ্র G
 $\left(\frac{\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}}{3} \right)$ হবে।

**Calculator Type
ভেক্টর(Vector)**

- **প্রাথমিক আলোচনা:**
 $\vec{P} = i + 2j + 3k$ একটি ভেক্টর হায মাত্রা বা dimension হল 3। \vec{P} ভেক্টরকে
 $\vec{P} = A_1i + A_2j + A_3k$ এর সাথে তুলনা করে পাই
 $A_1 = 1, A_2 = 2, A_3 = 3$
 আকার, আবেকটি ভেক্টর করণা করা যাক,
 $\vec{Q} = 3i - 8j$ হায মাত্রা বা dimension হল 2।
 এই ভেক্টরকে, $\vec{Q} = A_1i + A_2j$ এর সাথে তুলনা করে পাই, $A_1 = 3$
 $A_2 = -8$

➤ **ভেক্টরকে যেভাবে Calculator-এ প্রবেশ করানো হয়:**
Vector এর Operation অনেকটা ম্যাট্রিক্স এর মত।
 মনে করি, $\vec{A} = 2i + 3j + 5k$ ভেক্টরটি ক্যালকুলেটরে প্রবেশ করাতে
 হবে। এর জন্য Calculator কে প্রথমে Vector mode নিতে হবে।
 তারপর dimension বা মাত্রা (m) এর মান 3 বসাতে হবে।
 এরপর $A_1 = 2, A_2 = 3, A_3 = 5$ বসাতে হবে।

➤ **MS Series এর বাটন ও Screen চিত্র:**



Calculator এ \vec{A} ভেক্টরটি প্রবেশ সম্পন্ন হল।
 Vector টির Component বা উপাদান ঠিক আছে কিনা তা দেখার
 জন্য বাটন চিত্র নিম্নরূপ:



তবে **AC** চাপলে Calculator Screen Clear হবে কিন্তু Vector mode অপরিবর্তিত থাকবে।

ES Series:

MODE [1: COMP 2: COMPLX 3: SYAT 4: SASEN 5: EQN 6: MATRIX 7: TABLE 8: VECTOR] [8]

Screen
[AC] [SHIFT] [5] [1: Dim 2: Data 3: Vct A 4: Vct B 5: Vct C 6: Vct Ans] [1]

Vector ? [1: Vct A 2: Vct B 3: Vct C] [1] [Vct A (m) m ? 1: 3 2: 2] [1]

Screen [A [0 0 0]] [2] [=] [3] [=] [5]

Vector টির Input ES Series বাটনের চিত্র সম্পন্ন হল।

□ ভেক্টর অপারেশন:

Example: 1 $\vec{A} = i - 2j + 3k$ এবং $\vec{B} = 2i + j - k$ হলে-

- i. $|\vec{A}| = ?$ $|\vec{B}| = ?$
- ii. $\vec{A} \cdot \vec{B} = ?$ (DU 01-02)
- iii. $\vec{A} \times \vec{B} = ?$
- iv. \vec{B} এর উপর \vec{A} এর অভিলম্ব কত?

Calculator কে vector mode এ নিয়ে \vec{A} এবং \vec{B} ভেক্টর দুটিকে প্রবেশ করতে হবে। প্রবেশের পর **AC** চাপা যাবে না। চাপলে ডাটা মুছে যাবে। এরপর উপরের operation গুলো সম্পন্ন করতে হবে।

MS Series:

Vector mode:

[MODE] [MODE] [MODE] [EQN Mat VCT 1 2 3] [3]

Input: A:

[SHIFT] [5] [Dim Edit Vct 1 2 3] [1] [A B C 1 2 3] [1]

Vct A(m) m? [3] [=]
Vct A¹ [1] [=]
Vct A² [-2] [=]
Vct A³ [3] [=]

Input B [SHIFT] [5] [Dim Edit Vct 1 2 3] [1] [A B C 1 2 3] [2]

Vct B (m) m? [3] [=]
Vet B1 [2] [=]
Vet B2 [1] [=]
Vet B3 [-1] [=]

[A] / Abs of \vec{A} নির্ণয়

[SHIFT] [)] [SHIFT] [5] [Dim Edit Vct 1 2 3] [3]

[A B C Ans 1 2 3 4] [1] [=]

Ans: 3.741657387

[B] / Abs of \vec{B} নির্ণয়

[SHIFT] [)] [SHIFT] [5] [Dim Edit Vct 1 2 3] [3]

[A B C Ans 1 2 3 4] [2] [=]

Ans: 2.449489743

$\vec{A} \times \vec{B}$ নির্ণয়

[SHIFT] [5] [Dim Edit Vct 1 2 3] [3] [A B C Ans 1 2 3 4] [1] [x]

[SHIFT] [5] [Dim Edit Vct 1 2 3] [3] [A B C Ans 1 2 3 4] [2] [=]

Ans: $-i + 7j + 5k$

$\vec{A} \cdot \vec{B}$ নির্ণয়

বাটন চিত্র:

[)] [SHIFT] [5] [Dim Edit Vct 1 2 3] [3] [A B C Ans 1 2 3 4]

[1] [SHIFT] [5] [Dim Edit Vct 1 2 3] [3] [Dot 1] [ডানদিকে] [Screen]

[1] [SHIFT] [5] [Dim Edit Vct 1 2 3] [3] [A B C Ans 1 2 3 4] [2] [=]

Ans: -3

Component or উপাদান গুলো দেখতে বাটন চিত্র:

[Left Arrow] [Up Arrow] [Right Arrow] [Down Arrow] [ডানদিকে] [Left Arrow] [Up Arrow] [Right Arrow] [Down Arrow] [ডানদিকে]

\vec{B} এর উপর \vec{A} এর লম্ব অভিক্ষেপ নির্ণয়:

আমরা জানি, \vec{B} এর উপর লম্ব অভিক্ষেপ = $\frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{|\vec{B}|}$

বাটন চিত্র:

[)] [SHIFT] [5] [Dim Edit Vct 1 2 3] [3] [A B C Ans 1 2 3 4]

[1] [SHIFT] [5] [Dim Edit Vct 1 2 3] [3] [Dot 1] [ডানদিকে] [Screen]

[1] [SHIFT] [5] [Dim Edit Vct 1 2 3] [3] [A B C Ans 1 2 3 4] [2] [=]

SHIFT 1 SHIFT 2 Dim Edit Vet 1 2 3

A B C Ans 1 2 3 4

Ans: -1.224744871

Vector mode: এর বাটন চিত্র:

MODE 7. Table & Vector AC

Screen

Input এর বাটন চিত্র: Input A:

SHIFT 5 1. Dim 2. Data 3. Vet A 4. Vet B 1

Screen

Vector? 1. Vet A 2. Vet B 3. Vet C 2

Vet B (m) m? 1: 3 2: 2 1

Screen

B [0 0 0] 2 = 1 = - 1 =

Screen

Input B: [Same as input A]

A or Abs of A নির্ণয়

AC SHIFT hyp SHIFT 5 1. Dim 2. Data 3. Vet A 4. Vet B 3 =

Ans: 3.741657387

B নির্ণয়

AC SHIFT hyp SHIFT 5 1. Dim 2. Data 3. Vet A 4. Vet B 4 =

Ans: 2.449489743

A.B নির্ণয়

AC SHIFT 5 1: Dim 2: Data 3: Vet A 4: Vet B 3 SHIFT 5

5: Vet C 6: Vet Ans 7: Dot 7 SHIFT 5 1: Dim 2: Data 3: Vet A 4: Vet B 4 =

Ans: -3

A x B নির্ণয়

AC SHIFT 5 1: Dim 2: Data 3: Vet A 4: Vet B 3 N SHIFT

5 1: Dim 2: Data 3: Vet A 4: Vet B 4 =

Ans: -i + 7j + 5k

B এর উপর A এর লম্ব অভিক্ষেপ:

আমরা জানি, B এর উপর A এর লম্ব অভিক্ষেপ = $\frac{A \cdot B}{|B|}$

বাটন চিত্র: (FS এর জন্য)

AC 1 SHIFT 5 1. Dim 2. Data 3. Mat A 4. Mat B 3 SHIFT

2 5. Vet 6 6. Vet Ans 7 SHIFT 5

1. Dim 2. Data 3. Mat A 4. Mat B 4 y + SHIFT hyp

SHIFT 5 1. Dim 2. Data 3. Vet A 4. Vet B 4 =

Ans: -1.224744881.

এ অধ্যায়ের গাণিতিক সমস্যাসমূহকে নিম্নোক্ত Type এ অন্তর্ভুক্ত করা যায়

Type-01: ভেক্টরের প্রাথমিক বিষয় সংক্রান্ত

- A = (a₁, b₁, c₁) ও B = (a₂, b₂, c₂) হলে,
 $\vec{AB} = (a_2 - a_1)\hat{i} + (b_2 - b_1)\hat{j} + (c_2 - c_1)\hat{k}$
 $\vec{BA} = (a_1 - a_2)\hat{i} + (b_1 - b_2)\hat{j} + (c_1 - c_2)\hat{k}$
- $\vec{PR} = \vec{OR} - \vec{OP}$ যদি মূলবিন্দু O এর সাপেক্ষে P, Q, R বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর যথাক্রমে \vec{OP} , \vec{OQ} , \vec{OR} হয় তবে, $\vec{PQ} = \vec{OQ} - \vec{OP}$, $\vec{QR} = \vec{OR} - \vec{OQ}$

Prob 01 P(1, 1, 1) এবং Q(3, 2, -1) দুইটি বিন্দু হলে, PQ ভেক্টর এর সমান্তরালে একক ভেক্টর নির্ণয় কর।

Sol: $\vec{PQ} = (3-1)\hat{i} + (2-1)\hat{j} + (-1-1)\hat{k} = 2\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}$

$|\vec{PQ}| = \sqrt{4+1+4} = 3$

PQ ভেক্টরের সমান্তরাল একক ভেক্টর = $\frac{\vec{PQ}}{|\vec{PQ}|}$

$= \frac{2\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}}{3} = \frac{2\hat{i}}{3} + \frac{\hat{j}}{3} - \frac{2\hat{k}}{3}$ Ans.

Prob: 02 $\vec{OA} = 2\hat{i} + 3\hat{j} - 4\hat{k}$ এবং $\vec{OB} = 4\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k}$ হলে, $\vec{AB} = ?$

Sol: $\vec{AB} = \vec{OB} - \vec{OA}$

$= (4\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k}) - (2\hat{i} + 3\hat{j} - 4\hat{k}) = 2\hat{i} - 6\hat{j} + 6\hat{k}$ Ans.

For Practice

01. $\vec{OP} = 2\hat{i} + 4\hat{j} - 5\hat{k}$, $\vec{OQ} = \hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$ হলে, $\vec{PQ} = ?$

Ans: $-\hat{i} - 2\hat{j} + 8\hat{k}$

06. যদি $\vec{AB} = 2\hat{i} - 6\hat{j} + 6\hat{k}$ হয়, তবে $|\vec{AB}| = ?$ [10-11]

- A. $4\sqrt{19}$ B. $\sqrt{19}$ C. $2\sqrt{19}$ D. $\sqrt{14}$

Ans C Solve $|\vec{AB}| = \sqrt{2^2 + (-6)^2 + (6)^2} = 2\sqrt{19}$

রাজশাহী বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $\vec{p} = 2\hat{i} + a\hat{j} - 3\hat{k}$ এবং $\vec{Q} = 6\hat{i} - 3\hat{j} - 9\hat{k}$ ভেক্টরদ্বয় পরস্পর সমান্তরাল হলে, a-এর মান কত? [15-16, 14-15]

- A. 2 B. 3 C. -1 D. 1

Ans C Solve ভেক্টরদ্বয় পরস্পর সমান্তরাল

$\frac{2}{6} = \frac{a}{-3} = a = -1$

02. ΔABC -এর ভারকেন্দ্র G এবং A, B, C বিন্দুগুলোর অবস্থান ভেক্টর যথাক্রমে $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ হলে G বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর কত? [14-15]

- A. $\frac{\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}}{3}$ B. $\frac{\vec{a} + \vec{b} - \vec{c}}{3}$ C. $\frac{\vec{a} - \vec{b} + \vec{c}}{3}$ D. কোনটিই নয়

Ans A Solve A, B, C এর অবস্থান ভেক্টর $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ হলে G এর

অবস্থান ভেক্টর $\frac{\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}}{3}$ হবে।

03. $\vec{a} = 2\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}$ ভেক্টর বরাবর $\vec{b} = 5\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k}$ ভেক্টরের উপাংশের সাংখ্যিক মান কত? [14-15]

- A. 2 B. 3 C. 1 D. 0

Ans C Solve $b \cos \theta = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}|} = \frac{2 \times 5 + 1(-3) + (-2)(2)}{\sqrt{4+1+4}}$

$= \frac{10 - 3 - 4}{\sqrt{9}} = \frac{3}{3} = 1$

04. $\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}$ ত্রিমাত্রিক একক ভেক্টর এবং $A = |\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}|$ হলে- [14-15]

- A. $A < 3$ B. $A = 3$ C. $A \leq 3$ D. $A \geq 3$

Ans A Solve $|A| = \sqrt{1+1+1} = \sqrt{3} < 3$

05. মুক্ত ভেক্টরের ক্ষেত্রে নিচের কোনটি সত্য? [14-15]

- A. এর মডুলাস স্থির কিন্তু দিক ও অবস্থান স্থির নয়
B. এর মডুলাস, দিক ও অবস্থান স্থির নয়
C. এর মডুলাস ও দিক স্থির কিন্তু অবস্থান স্থির নয়
D. এর দিক স্থির কিন্তু মডুলাস ও অবস্থান স্থির নয়

Ans C Solve কারণ মুক্ত বা স্বাধীন ভেক্টর এর ক্ষেত্রে, Option C মান্য করে।

06. $\vec{A} = \hat{i} - 2\hat{j} - 2\hat{k}$ এবং $\vec{B} = 6\hat{i} + 3\hat{j} + 2\hat{k}$ হলে \vec{A} -এর দিক বরাবর \vec{B} এর অভিক্ষেপ কত? [13-14]

- A. $-4/3$ B. $4/3$ C. $3/2$ D. $-3/2$

Ans A Solve \vec{A} এর দিক বরাবর \vec{B} এর উপাংশ $\vec{B} \cos \theta$ হলে

$\vec{B} \cos \theta = \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{|\vec{A}|} = \frac{(\hat{i} - 2\hat{j} - 2\hat{k}) \cdot (6\hat{i} + 3\hat{j} + 2\hat{k})}{\sqrt{1^2 + (-2)^2 + (-2)^2}} = \frac{6 - 6 - 4}{\sqrt{9}} = -\frac{4}{3}$

07. $\vec{A} = 2\hat{i} - \hat{j}$, $\vec{B} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ এবং $\vec{C} = -2\hat{i} + \hat{k}$ হলে $(\vec{A} \times \vec{B}) \times \vec{C} = ?$ [11-12]

- A. $-2\hat{i} - 5\hat{j} - 4\hat{k}$ B. $-2\hat{i} - 4\hat{j} - 5\hat{k}$
C. $2\hat{i} + 4\hat{j} - 5\hat{k}$ D. $\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k}$

Ans A Solve $\vec{A} \times \vec{B} = \hat{i}(-1-0) - \hat{j}(2-0) + \hat{k}(2+1) = -\hat{i} - 2\hat{j} + 3\hat{k}$

$\therefore (\vec{A} \times \vec{B}) \times \vec{C} = \hat{i}(-2-0) - \hat{j}(-1+6) + \hat{k}(0-4) = -2\hat{i} - 5\hat{j} - 4\hat{k}$

08. \vec{A} ও \vec{B} ভেক্টর দুটি পরস্পর লম্ব হলে, $\vec{A} \cdot \vec{B}$ এর মান কত? [11-12]

- A. 0 B. 1 C. ∞ D. -1

Ans. A

09. \vec{A} -এর দিক বরাবর একক ভেক্টর কত? [10-11]

- A. \hat{i} B. $\vec{A}/|\vec{A}|$ C. \vec{A} D. $\hat{i}/|\hat{i}|$

Ans. B

10. $2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ এবং $2\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$ ভেক্টরদ্বয়ের উপর লম্ব ভেক্টর কোনটি? [10-11]

- A. $-\hat{i} + 4\hat{j} + 6\hat{k}$ B. $-\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$ C. $-\hat{i} - 4\hat{j} + 6\hat{k}$ D. কোনটিই নয়

Ans A Solve যেহেতু $-\hat{i} + 4\hat{j} + 6\hat{k}$ ভেক্টরের সাথে $2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ এবং $2\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$ এর ভেক্টর গুণফল শূন্য তাই এটি তাদের উপর লম্ব।

11. $\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}$ এবং $2\hat{i} - 2\hat{j} + 4\hat{k}$ ভেক্টরদ্বয়ের অন্তর্গত কোণের কোসাইন মান কোনটি? [10-11]

- A. $2/5$ B. $1/4$ C. $2/3$ D. $1/3$

Ans. C

12. $\vec{A} = 3\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}$, $\vec{B} = 2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$, $\vec{C} = \hat{i} + 3\hat{j} - 2\hat{k}$ হলে, $\vec{B} \cdot (\vec{C} + \vec{A})$ এর মান কত? [09-10]

- A. 5 B. 3 C. 1 D. 0

Ans D Solve $\vec{C} + \vec{A} = 4\hat{i} + 4\hat{j} - 4\hat{k}$

$\therefore \vec{B} \cdot (\vec{C} + \vec{A}) = 8 - 4 - 4 = 0$

13. \hat{A} এবং \hat{B} পরস্পর সমান্তরাল হলে- [08-09]

- A. $\hat{A} \times \hat{B} = 0$ B. $\hat{A} \cdot \hat{B} = 0$ C. $\hat{A} + \hat{B} = 0$ D. $\hat{A} - \hat{B} = 0$

Ans. A

14. $(\hat{i} \times \vec{k}) + (\vec{k} + \hat{j})$ এর মান- [08-09]

- A. \hat{j} B. \vec{k} C. $\vec{0}$ D. \hat{i}

Ans B Solve $(\hat{i} \times \vec{k}) + (\vec{k} + \hat{j}) = -\hat{j} + \vec{k} + \hat{j} = \vec{k}$

15. $\vec{A} = 5\hat{j} + 2\hat{j} - 3\hat{k}$ এবং $\vec{B} = 15\hat{i} + a\hat{j} - 9\hat{k}$; a এর কোন মানের জন্য A ও B পরস্পর সমান্তরাল হবে? [05-06]

- A. 3 B. 4 C. 0 D. 6

Ans D Solve $\frac{5}{15} = \frac{2}{a} = \frac{-3}{-9} \Rightarrow \frac{2}{a} = \frac{1}{3} \Rightarrow a = 6$

চট্টগ্রাম বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. 'a' এর মান কত হলে, $a\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$ এবং $2a\hat{i} - a\hat{j} - 4\hat{k}$ ভেক্টর দুটি পরস্পর লম্ব হবে? [15-16, 08-09]

- A. 2, 1 B. -2, -1 C. -2, 1
D. 2, -1 E. কোনটিই নয়

Ans C Solve যেহেতু, ভেক্টরদ্বয় পরস্পর লম্ব

$\therefore a \times 2a - 2 \times -a + 1(-4) = 0 \Rightarrow 2a^2 + 2a - 4 = 0$
 $\Rightarrow 2a^2 + 4a - 2a - 4 = 0 \Rightarrow 2a(a + 2) - 2(a + 2) = 0$
 $\Rightarrow (2a - 2)(a + 2) = 0 \Rightarrow a = 1$ অথবা, $a = -2$

02. যদি $\vec{P} = 24\hat{i} + 7\hat{j}$ এবং $\vec{Q} = 20\hat{i} + 15\hat{j}$ হয় ভেক্টর দুইটির অন্তর্গত কোণ নির্ণয় কর। [15-16]

- A. 30° B. 45.45° C. 12° D. 37° E. 20.6°

Ans E Solve $\cos \theta = \frac{(24)(20) + 7 \times 15}{\sqrt{24^2 + 7^2} \sqrt{20^2 + 15^2}} \Rightarrow \theta = 20.6^\circ$

03. 'a' এর মান কত হলে $\vec{X} = 4\hat{i} + 5\hat{j} - 2\hat{k}$ এবং $\vec{Y} = 3\hat{i} - 6\hat{j} + a\hat{k}$ ভেক্টরদ্বয় পরস্পর লম্ব হবে? [15-16, 11-12, 05-06]

- A. 2 B. -9 C. 38 D. 1 E. -19

Ans B Solve প্রথমতে, $4(3) + 5(-6) + (-2)a = 0$
 $= 12 - 30 - 2a = 0 = 2a = -18 = a = -9$

৪. $\vec{P} = 24\hat{i} + 7\hat{j}$ এবং $\vec{Q} = 20\hat{i} + 15\hat{j}$ দুইটি ভেক্টর রাশি হলে $\vec{P} + \vec{Q}$ এবং $\vec{P} - \vec{Q}$ এর অন্তর্গত কোণ নির্ণয় কর। [15-16, 14-15]

A. 20.6° B. 90° C. 0° D. 120°

Ans B Solve $\vec{P} + \vec{Q} = 44\hat{i} + 22\hat{j}$
 $\vec{P} - \vec{Q} = 4\hat{i} - 8\hat{j}$ মধ্যবর্তী কোণ = 0 হলে,

Shortcut: $44 \times 4 + 22(-8) = 176 - 176 = 0$ [$\therefore A_x B_x + A_y B_y = 0$]
 \therefore ভেক্টরদ্বয় পরস্পর লম্ব। $\therefore \theta = \frac{\pi}{2} = 90^\circ$

৫. $\vec{A} = \hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ ও $\vec{B} = -\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}$ ভেক্টর দুইটির অন্তর্গত কোণ- [14-15, 03-04]

A. 30° B. 45° C. 60° D. 90° E. 120°

Ans D Solve $\theta = \cos^{-1} \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{|\vec{A}| |\vec{B}|}$
 $= \cos^{-1} \frac{1(-1) + (-1)(1) + 1(2)}{\sqrt{1+1+1} \sqrt{1+1+4}} = \cos^{-1} \frac{-1-1+2}{\sqrt{3}\sqrt{6}} = \cos^{-1} 0 = \frac{\pi}{2} = 90^\circ$

Shortcut: $1(-1) + (-1)(1) + 1(2) = -1-1+2 = 0 \therefore \theta = 90^\circ$

৬. What will be the projection of \vec{X} on \vec{Y} if $\vec{X} = 2\hat{i} - 3\hat{j} + 4\hat{k}$ and $\vec{Y} = -3\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$? [14-15]

A. $\frac{1}{\sqrt{14}}(2\hat{i} - 3\hat{j} + 4\hat{k})$ B. $\frac{1}{\sqrt{14}}(3\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k})$ C. $-\frac{16}{\sqrt{29}}$
 D. $-\frac{16}{\sqrt{14}}$ E. None of these

Ans D Solve $x \cos \theta = \frac{\vec{X} \cdot \vec{Y}}{|\vec{Y}|} = \frac{2(-3) + (-3)(2) + 4(-1)}{\sqrt{(-3)^2 + 2^2 + (-1)^2}}$
 $= \frac{-6-6-4}{\sqrt{9+4+1}} = \frac{-16}{\sqrt{14}}$

৭. $5\hat{i}$ ভেক্টরের উপর $2\hat{i} + 3\hat{j} + 4\hat{k}$ ভেক্টরের অভিক্ষেপ হচ্ছে- [14-15]

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4 E. 5

Ans B Solve নির্ণয় অভিক্ষেপ = $\frac{5\hat{i} \cdot (2\hat{i} + 3\hat{j} + 4\hat{k})}{\sqrt{5^2}} = \frac{10}{5} = 2$

৮. $\vec{A} = 2\hat{i} + \lambda\hat{j} + \hat{k}$ এবং $\vec{B} = \hat{i} - 2\hat{j} + 3\hat{k}$ ভেক্টরদ্বয় পরস্পর লম্ব হলে λ এর মান হয়- [14-15]

A. $\frac{5}{2}$ B. $\frac{7}{2}$ C. $\frac{9}{2}$ D. $\frac{11}{2}$ E. $\frac{3}{2}$

Ans A Solve $\vec{A} = 2\hat{i} + \lambda\hat{j} + \hat{k}$, $\vec{B} = \hat{i} - 2\hat{j} + 3\hat{k}$
 শর্তমতে, $2 \times 1 + \lambda(-2) + 1(3) = 0 \Rightarrow 2 - 2\lambda + 3 = 0$
 $\Rightarrow 2\lambda = 5 \Rightarrow \lambda = \frac{5}{2}$

৯. $\vec{A} = a\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$ ও $\vec{B} = 2\hat{i} - 4\hat{j} + b\hat{k}$ ভেক্টর দুটি সমান্তরাল হলে a ও b এর মান যথাক্রমে- [13-14]

A. 2, 6 B. -1, -6 C. 3, 7 D. -3, -7 E. 1, 1

Ans B Solve সমান্তরাল শর্ত, $\frac{a}{2} = \frac{-2}{4} = \frac{3}{b}$
 $a = -1$, $b = -6$

১০. $\vec{OA} = 2\hat{i} + 3\hat{j} - 4\hat{k}$ এবং $\vec{OB} = 4\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k}$ হলে $|\vec{AB}|$ নির্ণয় কর। [14-15]

A. $\sqrt{19}$ B. $2\sqrt{19}$ C. $\sqrt{2}$ D. $4\sqrt{19}$ E. $\sqrt{38}$

Ans B Solve $|\vec{AB}| = |\vec{OB} - \vec{OA}| = |2\hat{i} - 6\hat{j} + 6\hat{k}|$
 $= \sqrt{4 + 36 + 36} = \sqrt{76} = 2\sqrt{19}$

১১. \vec{A} ও \vec{C} দুটি ভেক্টর হলে $\vec{A}(\vec{A} \times \vec{C})$ এর মান কত? [09-10]

A. \vec{A} B. \vec{B} C. \vec{A}^2 D. $\vec{A}^2 \vec{C}$ E. 0

Ans E Solve $\vec{A}(\vec{A} \times \vec{C}) = (\vec{A} \times \vec{A}) \cdot \vec{C} = \vec{0} \cdot \vec{C} = 0$

১২. a এর মান কত হলে, $a\hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k}$ ও $2\hat{i} + 4\hat{j} - 6\hat{k}$ পরস্পর সমান্তরাল হবে- [09-10]

A. 2 B. -1 C. $\frac{1}{2}$ D. 1 E. -2

Ans D Solve $\frac{a}{2} = \frac{2}{4}$ [দুইটি ভেক্টর সমান্তরাল হলে উক্ত ভেক্টর দ্বয়ের $\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}$ সহগের অনুপাত সমান] $\Rightarrow a = 1$

১৩. $\vec{A} \times \vec{B} = \vec{0}$ হলে কোনটি সত্য? [06-07]

A. $\vec{A} \cdot \vec{B} = 0$ পরস্পর লম্ব B. পরস্পর 45° কোণে ছেদ করে
 C. পরস্পর 60° কোণে ছেদ করে D. কোনটিই নয় **Ans. D**

১৪. ভেক্টর $\vec{r} = 3\hat{i} - 4\hat{j} + 5\hat{k}$ এর মান কত? [05-06, 02-03]

A. 50 B. $5\sqrt{2}$ C. $2\sqrt{5}$ D. $\sqrt{18}$ E. 4

Hints: $|\vec{r}| = \sqrt{r_x^2 + r_y^2 + r_z^2} = 5\sqrt{2}$ **Ans. B**

১৫. ভেক্টর $\vec{r} = 3\hat{i} - 4\hat{j} + \sqrt{11}\hat{k}$ এর মান কত? [04-05]

A. 10 B. 18 C. 12 D. 6

Hints: $|\vec{r}| = \sqrt{r_x^2 + r_y^2 + r_z^2}$ **Ans. D**

১৬. $\vec{A} \cdot \vec{B} = 0$ হলে- [03-04]

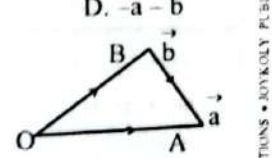
A. $A = 0$ B. $B = 0$ C. পরস্পর লম্ব D. পরস্পর সমান্তরাল **Ans. C**

খুলনা বিশ্ববিদ্যালয় জটিল পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
 [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

০১. দুটি ভেক্টর 'a' এবং 'b' এর আরম্ভ বিন্দু একই হলে b এর অন্তর্বিবিন্দু এবং a এর অন্তর্বিবিন্দুর সংযোগ রেখাংশ দ্বারা নির্দেশিত ভেক্টরের মান হবে- [15-16]

A. a - b B. b - a C. a + b D. -a - b

Ans A Solve চিত্র হতে,
 $\vec{OB} + \vec{BA} = \vec{OA}$
 $\Rightarrow \vec{BA} = \vec{OA} - \vec{OB} = \vec{a} - \vec{b}$



০২. $\vec{A} = \hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k}$ এবং $\vec{B} = 3\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}$ হলে $\vec{A} + \vec{B}$ এবং $\vec{A} - \vec{B}$ এর অন্তর্গত কোণের মান- [14-15]

A. 60° B. 90° C. 120° D. 180°

Ans B Solve $\vec{A} + \vec{B} = 4\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$, $\vec{A} - \vec{B} = -2\hat{i} + 3\hat{j} - 5\hat{k}$
 $\therefore (\vec{A} + \vec{B}) \cdot (\vec{A} - \vec{B}) = 4(-2) + 1(3) + (-1)(-5) = -8 + 3 + 5 = 0$
 \therefore অন্তর্গত কোণ = 90°

০৩. $\vec{a} = 2\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}$ ভেক্টর বরাবর $\vec{b} = 5\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k}$ ভেক্টরের উপাংশ হবে- [14-15]

A. \vec{a} B. $\frac{1}{a}$ C. $\frac{1}{2} \vec{a}$ D. কোনটিই নয়

Ans A Solve \vec{b} ভেক্টরের উপাংশ = $\frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}|} \vec{a}$
 $= \frac{2 \times 5 + 1 \times (-3) + (-2) \times 2}{\sqrt{4 + 1 + 4}} \vec{a} = \frac{10 - 3 - 4}{3} \vec{a} = \vec{a}$

04. \vec{v} এবং $-\vec{v}$ ভেক্টরদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণ কত ডিগ্রী? [13-14]

- A. 0° B. 180° C. 360° D. 90°

Ans. B

05. a-এর মান কত হলে $a\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$ এবং $2\hat{i} - a\hat{j} - 4\hat{k}$ ভেক্টরদ্বয় পরস্পর লম্ব হবে? [12-13; SU 10-11]

- A. -2 B. -1 C. 2 D. 1

Ans D Solve $2a + 2a - 4 = 0 \Rightarrow a = 1$

06. $2\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}$ ভেক্টরটি z-অক্ষের সহিত যে কোণ উৎপন্ন করে তা কত? [A 12-13]

- A. $\cos^{-1} \frac{2}{3}$ B. $\cos^{-1} \left(\frac{-1}{3} \right)$ C. 60° D. 45°

Ans A Solve $\theta = \cos^{-1} \left(\frac{2}{\sqrt{4+1+4}} \right) = \cos^{-1} \left(\frac{2}{3} \right)$

07. a ও b দুইটি একক ভেক্টর এবং $a + 2b$ ও $5a - 4b$ ভেক্টরদ্বয় পরস্পর লম্ব হলে a ও b এর মধ্যবর্তী কোণ- [11-12]

- A. 45° B. 60° C. $\cos^{-1} \left(\frac{1}{\sqrt{11}} \right)$ D. $\cos^{-1} \left(\frac{2}{7} \right)$

Ans B Solve $(a + 2b) \cdot (5a - 4b) = 0$
 $\Rightarrow 5a^2 - 4\vec{a} \cdot \vec{b} + 10\vec{a} \cdot \vec{b} - 8b^2 = 0 \Rightarrow 6\vec{a} \cdot \vec{b} = 8 - 5$
 $\Rightarrow ab \cos \theta = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \therefore \cos \theta = \frac{1}{2} = \cos 60^\circ \therefore \theta = 60^\circ$

08. যদি \vec{a} একটি অন্ত্য ভেক্টর হয় তা হলে $\frac{\vec{a}}{|\vec{a}|}$ হল- [09-10]

- A. শূন্য ভেক্টর B. \vec{a} এর উপর লম্ব একক ভেক্টর
 C. \vec{a} এর সমান্তরাল ভেক্টর D. স্কেলার

Ans. C

09. $\vec{R} = 4\hat{i} - 6\hat{j} + 12\hat{k}$ হলে এর সমান্তরাল একক ভেক্টর কোনটি? [09-10]

- A. $\frac{2}{7}\hat{i} - \frac{3}{7}\hat{j} + \frac{6}{7}\hat{k}$ B. $2\hat{i} - 3\hat{j} + 6\hat{k}$
 C. $\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}$ D. $8\hat{i} - 12\hat{j} + 24\hat{k}$

Ans A Solve সমান্তরাল একক ভেক্টর $= \frac{\vec{R}}{|\vec{R}|} = \frac{2}{7}\hat{i} - \frac{3}{7}\hat{j} + \frac{6}{7}\hat{k}$

বরিশাল বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
 [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $3\hat{i} + 2\hat{j} + \lambda\hat{k}$ এবং $4\hat{i} - 3\hat{j} + \hat{k}$ ভেক্টরদ্বয় পরস্পর লম্ব হলে λ এর মান কত? [15-16]

- A. $\sqrt{6}$ B. $-\sqrt{6}$ C. 6 D. -6

Ans D Solve $3(4) + 2(-3) + \lambda(1) = 0$
 $\Rightarrow 12 - 6 + \lambda = 0 \Rightarrow \lambda = -6$

বেগম রোকেয়া বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
 [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. যদি $\vec{A} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ এবং $\vec{B} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ হয়, তাহলে \vec{A} এবং \vec{B} এর মধ্যবর্তী কোণ কত? [15-16]

- A. 0° B. 45° C. 90° D. 180°

Ans A Solve ভেক্টরদ্বয় অভিন্ন হওয়ায় মধ্যবর্তী কোণ $= 0^\circ$

02. যদি $\vec{A} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ এবং $\vec{B} = \hat{i} + \hat{j} + \lambda\hat{k}$ পরস্পর লম্ব হয়, তাহলে λ এর মান কত? [15-16]

- A. -2 B. -1 C. 2 D. 3

Ans A Solve $\therefore (1) \cdot (1) + (1) \cdot (1) + 1(\lambda) = 0$
 $\Rightarrow 1 + 1 + \lambda = 0 \Rightarrow \lambda = -2$

শাহজালাল বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
 [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. কোন ত্রিভুজের দুই বাহু $\vec{u} = 2\hat{i} - \hat{j}$ এবং $\vec{v} = \hat{i} + \hat{j}$ ভেক্টর দ্বারা নির্দেশিত হলে ঐ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল কত? [14-15]

- A. $\frac{3}{2}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{5}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{6}}{2}$ E. $\frac{\sqrt{10}}{2}$

Ans A Solve ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} |(\vec{u} \times \vec{v})|$

$= \frac{1}{2} |(2\hat{i} - \hat{j}) \times (\hat{i} + \hat{j})|$
 $= \frac{1}{2} |0 + 2\hat{k} + \hat{k} + 0| = \frac{1}{2} |3\hat{k}| = \frac{3}{2}$

02. যদি $\vec{A} = a\hat{i} + b\hat{j} + c\hat{k}$ শূন্য ভেক্টর না হয় এবং $\vec{B} = \frac{\vec{A}}{|\vec{A}|}$, তবে \vec{A} এবং

- \vec{B} এর মধ্যবর্তী কোণের মান কত? [13-14]
 A. 0° B. 30° C. 45° D. 60° E. 90°

Ans A Solve \vec{A} এর সমান্তরাল একক ভেক্টর $\vec{B} = \frac{\vec{A}}{|\vec{A}|}$

\vec{A} এবং \vec{B} এর মধ্যবর্তী কোণ $= 0^\circ$

03. যদি $\vec{A} = 3\hat{i} - \hat{k}$ এবং $\vec{B} = \hat{i} + 2\hat{j}$ একটি সামান্তরিকের দুটি সন্নিহিত বাহু হয়, তবে সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল কত? [05-06]

- A. $\frac{1}{2}\sqrt{7}$ B. $\frac{1}{2}\sqrt{17}$ C. $\frac{1}{2}\sqrt{41}$ D. $\sqrt{41}$

Ans D Solve সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল $= |\vec{A} \times \vec{B}|$

$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 3 & 0 & -1 \\ 1 & 2 & 0 \end{vmatrix} = \hat{i}(0+2) - \hat{j}(3 \times 0 + 1) + \hat{k}(6-0)$
 $= 2\hat{i} - \hat{j} + 6\hat{k}$ ক্ষেত্রফল $= \sqrt{4+1+36} = \sqrt{41}$

04. $\vec{a} = \hat{i} + 2\hat{j} + 2\hat{k}$ এর উপর $\vec{b} = 4\hat{i} + 8\hat{j} - \hat{k}$ এর অভিক্ষেপ কত? [04-05]

- A. -6 B. ± 6 C. 6 D. কোনটিই নয়

Ans C Solve \vec{a} এর উপর \vec{b} এর অভিক্ষেপ $= \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}|} = \frac{4+16-2}{3} = 6$

ইসলামী বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
 [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. নিচের কোন ভেক্টরটি সকল ভেক্টরের উপর লম্ব? [15-16]

- A. শূন্য ভেক্টর B. একক ভেক্টর C. অবস্থান ভেক্টর D. বিন্দু ভেক্টর

Ans A Solve শূন্য ভেক্টর

02. $\vec{A} = \hat{i} + 2\hat{j} + 2\hat{k}$ এবং $\vec{B} = 2\hat{i} - 3\hat{j} + 6\hat{k}$ হলে, \vec{A} ভেক্টরের উপর \vec{B} ভেক্টরের লম্ব অভিক্ষেপ কত? [15-16, 04-05; KU 13-14; CU 07-08]

- A. $1/3$ B. 1
 C. $5/3$ D. $8/3$

Ans D Solve $B \cos \theta = \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{|\vec{A}|} = \frac{1(2) + 2(-3) + 2(6)}{\sqrt{1^2 + 2^2 + 2^2}}$
 $= \frac{2 - 6 + 12}{3} = \frac{8}{3}$

১৩. a এর মান কত হলে $a\mathbf{i} - 2\mathbf{j} + \mathbf{k}$ এবং $2a\mathbf{i} - a\mathbf{j} - 4\mathbf{k}$ ভেক্টর দুটি পরস্পর

- লম্ব হবে? [14-15]
 A. 1 অথবা 2 B. 1 অথবা -2 C. -2 অথবা 1 D. -2 অথবা -1

Ans B Solve ভেক্টরদ্বয় লম্ব হবে, $a(2a) + (-2)(-a) + 1(-4) = 0$
 $\Rightarrow 2a^2 + 2a - 4 = 0 \Rightarrow a^2 + a - 2 = 0 \Rightarrow a^2 + 2a - a - 2 = 0$
 $\Rightarrow a(a+2) - (a-2) = 0 \Rightarrow (a-1)(a+2) = 0 \Rightarrow a = 1, -2$

১৪. a এর মান কত হলে $2\mathbf{i} + \mathbf{j} - \mathbf{k}$, $3\mathbf{i} - 2\mathbf{j} + 4\mathbf{k}$ এবং $\mathbf{i} - 3\mathbf{j} + a\mathbf{k}$ ভেক্টরদ্বয় একই সমতলে থাকবে? [15-16, 14-15]

- A. -5 B. 5 C. 4 D. -4

Ans B Solve প্রদত্ত ভেক্টর এর সমতলীয় হবে যখন

$$\begin{vmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 3 & -2 & 4 \\ 1 & -3 & a \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow \begin{vmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 11 & 2 & 4 \\ 1+2a & -3+a & a \end{vmatrix} = 0$$

 $\Rightarrow -33 + 11a - 2 - 4a = 0 \Rightarrow 7a = 35 \Rightarrow a = 5$

১৫. $\vec{a} = \mathbf{i} - 2\mathbf{j} - 3\mathbf{k}$ এবং $\vec{b} = 2\mathbf{i} + \mathbf{j} - \mathbf{k}$ ভেক্টর দুটির মধ্যবর্তী কোণের মান হবে- [10-11, 09-10; JNU 11-12]

- A. $\cos^{-1}(\sqrt{2}/3\sqrt{7})$ B. $\cos^{-1}(\sqrt{3}/2\sqrt{7})$
 C. $\cos^{-1}(\sqrt{6}/\sqrt{7})$ D. $\cos^{-1}(\sqrt{7}/\sqrt{6})$

Ans B Solve $\theta = \cos^{-1} \left\{ \frac{1 \times 2 + (-2) \times 1 + (-3) \times (-1)}{\sqrt{1^2 + (-2)^2 + (-3)^2} \times \sqrt{2^2 + 1^2 + (-1)^2}} \right\}$
 $= \cos^{-1} \left(\frac{3}{\sqrt{7} \times 2 \times \sqrt{3} \times 2} \right) = \cos^{-1} \left(\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{7}} \right)$

১৬. A ও B পরস্পর লম্ব হবে যদি [05-06]

- A. $\vec{A} \cdot \vec{B} = 0$ হয় B. $A \cdot B = 1$ হয়
 C. $A \times B = 1$ হয় D. $A \times B = 0$ হয়

Ans. A

১৭. $2\mathbf{i} - \mathbf{j} + \mathbf{k}$, $\mathbf{i} - 3\mathbf{j} - 5\mathbf{k}$ এবং $3\mathbf{i} - 4\mathbf{j} - 4\mathbf{k}$ ভেক্টরদ্বয় উৎপন্ন করে- [04-05]

- A. সমবাহু ত্রিভুজ B. সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ
 C. সমকোণী ত্রিভুজ D. কোনটিই নয়

Ans. C

যশোর বিজ্ঞান ও প্রযুক্তি বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

১৮. $\vec{B} = 6\mathbf{i} - 3\mathbf{j} + 2\mathbf{k}$ ভেক্টরের উপর $\vec{A} = 2\mathbf{i} - 2\mathbf{j} + \mathbf{k}$ ভেক্টরের অভিক্ষেপ কত? [15-16, 13-14]

- A. 0 B. 7/8 C. 1
 D. 8/7 E. -1

Ans D Solve $A \cos \theta = \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{|\vec{B}|}$
 $= \frac{6(2) + (-3)(-2) + 2(1)}{\sqrt{6^2 + (-3)^2 + 2^2}} = \frac{12 - 6 + 2}{\sqrt{36 + 9 + 4}} = \frac{8}{7}$

১৯. a এর কোন মানের জন্য $\vec{A} = a\mathbf{i} + 4\mathbf{j} + 3\mathbf{k}$ ভেক্টরটি x-অক্ষের সাথে 30° কোণ উৎপন্ন করে? [14-15]

- A. $3\sqrt{3}$ B. $5\sqrt{3}$ C. $\sqrt{3}$ D. $\sqrt{5}$ E. $3\sqrt{5}$

Ans B Solve x অক্ষের ভেক্টর = \mathbf{i}
 প্রথমতে $\cos 30^\circ = \frac{(a\mathbf{i} + 4\mathbf{j} + 3\mathbf{k}) \cdot \mathbf{i}}{\sqrt{a^2 + 4^2 + 3^2} \cdot \sqrt{1^2}} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{a}{\sqrt{a^2 + 25}}$
 $\Rightarrow \sqrt{3} \sqrt{a^2 + 25} = 2a \Rightarrow 3(a^2 + 25) = 4a^2$
 $\Rightarrow a^2 = 25 \times 3 \Rightarrow a = \pm 5\sqrt{3}$

১৩. B ভেক্টরের দিক বরাবর A ভেক্টরের উপাংশের দৈর্ঘ্য হবে- [A 12-13]

- A. $|A|\cos\theta$ B. $|B|\cos\theta$
 C. $|A|\sin\theta$ D. $|B|\tan\theta$

Ans. A

ভাসানী বিজ্ঞান ও প্রযুক্তি বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

১৪. দুটো ভেক্টর $\vec{u} = \mathbf{i} + \mathbf{j}\sqrt{2}$ এবং $\vec{v} = \mathbf{i} + \mathbf{j}$ পরস্পর লম্ব হতে হলে b এর মান কত? [15-16]

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{\sqrt{2}}$ C. $-\frac{1}{\sqrt{2}}$ D. $-\frac{1}{2}$

Ans C Solve $1 \cdot 1 + \sqrt{2} \cdot b = 0 \Rightarrow b = -\frac{1}{\sqrt{2}}$

১৫. $2\mathbf{i} + a\mathbf{j} + \mathbf{k}$ ও $-4\mathbf{i} + 2\mathbf{j} + 2\mathbf{k}$ ভেক্টরদ্বয় পরস্পর লম্ব হলে a এর মান কত? [15-16, 12-13]

- A. -3 B. 3 C. -12 D. 12

Ans B Solve $2(-4) + a(2) + 1(2) = 0$
 $\Rightarrow -8 + 2a + 2 = 0$
 $\Rightarrow 2a = 6 \Rightarrow a = 3$

১৬. $\vec{A} = 6\mathbf{i} - 3\mathbf{j} + 2\mathbf{k}$ ভেক্টরের উপর $\vec{B} = 2\mathbf{i} + 2\mathbf{j} + \mathbf{k}$ ভেক্টরের অভিক্ষেপ- [14-15]

- A. $\frac{7}{9}$ B. $\frac{8}{7}$ C. $\frac{7}{8}$ D. $\frac{9}{7}$

Ans B Solve $B \cos \theta = \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{|\vec{A}|} = \frac{6 \times 2 + (-3)(2) + 2(1)}{\sqrt{36 + 9 + 4}}$
 $= \frac{12 - 6 + 2}{7} = \frac{8}{7}$

বঙ্গবন্ধু শেখ মুজিবুর রহমান বিজ্ঞান ও প্রযুক্তি বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

১৭. $2\mathbf{i} - \mathbf{j} + 2\mathbf{k}$ ভেক্টরটি y অক্ষের সাথে যে কোন উৎপন্ন করে তার মান কত? [15-16]

- A. $\cos^{-1}(\frac{2}{3})$ B. $\cos^{-1}(-\frac{1}{3})$ C. 60° D. 45°

Ans B Solve $\theta = \cos^{-1} \frac{(2\mathbf{i} - \mathbf{j} + 2\mathbf{k}) \cdot \mathbf{j}}{\sqrt{2^2 + 1^2 + 2^2} \cdot \sqrt{1}} = \cos^{-1} \left(\frac{-1}{3 \cdot 1} \right) = \cos^{-1} \left(-\frac{1}{3} \right)$

১৮. $\vec{A} = \mathbf{i} - \mathbf{j} + \mathbf{k}$ ভেক্টরটি x-অক্ষের সাথে যে কোণ উৎপন্ন করে তার মান কত? [15-16]

- A. $\cos^{-1}(\sqrt{3})$ B. $\cos^{-1}(\frac{2}{3})$ C. $\cos^{-1}(\frac{1}{\sqrt{3}})$ D. $\cos^{-1}(1)$

Ans C Solve $\theta = \cos^{-1} \frac{(\mathbf{i} - \mathbf{j} + \mathbf{k}) \cdot \mathbf{i}}{\sqrt{1 + 1 + 1}} = \cos^{-1} \left(\frac{1}{\sqrt{3}} \right)$

হাজী দানেশ বিজ্ঞান ও প্রযুক্তি বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

১৯. $\vec{OA} = 2\mathbf{i} + 3\mathbf{j} - \mathbf{k}$ এবং $\vec{OB} = 4\mathbf{i} - 3\mathbf{j} + 2\mathbf{k}$ হলে $|\vec{AB}|$ এর মান- [14-15]

- A. 49 B. 49 C. 29 D. 7

Ans D Solve $\vec{AB} = \vec{OB} - \vec{OA} = 4\mathbf{i} - 3\mathbf{j} + 2\mathbf{k} + 2\mathbf{i} - 3\mathbf{j} + \mathbf{k}$
 $= 2\mathbf{i} - 6\mathbf{j} + 3\mathbf{k} \therefore |\vec{AB}| = \sqrt{4 + 36 + 9} = \sqrt{49} = 7$

02. $z_1 = 2 + i$ এবং $z_2 = 3 + i$ হলে $z_1 \bar{z}_2$ এর মডুলাস- [14-15]

A. 6 B. $5\sqrt{2}$ C. 7 D. $5\sqrt{3}$

Ans B Solve $z_1 = 2 + i, z_2 = 3 + i$

$$\Rightarrow z_1 \bar{z}_2 = (2 + i)(3 - i) = 6 + 1 - i = 7 - i$$

$$\text{এর মডুলাস} = \sqrt{7^2 + 1^2} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$$

03. $\vec{A} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}, \vec{B} = \sqrt{3}\vec{i} + 3\vec{j} - 2\vec{k}$; A ভেক্টরের ওপর B ভেক্টরের অভিক্ষেপ: [14-15]

A. $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}+1}$ B. $\frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}}$ C. $\frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}}$ D. $\frac{\sqrt{3}+1}{3}$

Ans B Solve $B \cos \theta = \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{|\vec{A}|}$

$$= \frac{(\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}) \cdot (\sqrt{3}\vec{i} + 3\vec{j} + 2\vec{k})}{\sqrt{1+1+1}} = \frac{\sqrt{3} + 3 - 2}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3} + 1}{\sqrt{3}}$$

পাবনা বিজ্ঞান ও প্রযুক্তি বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $\left| \frac{x-iy}{x+iy} \right| = ?$ [15-16]

A. i B. -i C. -1 D. 1

Ans D Solve $\left| \frac{x-iy}{x+iy} \right| = \frac{|x-iy|}{|x+iy|} = \frac{\sqrt{x^2+y^2}}{\sqrt{x^2+y^2}} = 1$

02. $2\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}$ ভেক্টরটি কোন অক্ষের সাথে $\theta = \cos^{-1}\left(-\frac{1}{3}\right)$ কোণটি

উৎপন্ন করে? [14-15]
A. Y অক্ষের সাথে B. X অক্ষের সাথে C. Z অক্ষের সাথে D. কোনটিই নয়

Ans A Solve Y এর ভেক্টর \vec{j}

$$\theta = \cos^{-1} \frac{(-1)(1)}{\sqrt{4+1+4}} = \cos^{-1}\left(-\frac{1}{3}\right)$$

03. $4\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$ এবং $\alpha\vec{i} - 3\vec{j} + 2\vec{k}$ ভেক্টরদ্বয় পরস্পর লম্ব হবে যদি α এর মান হয়- [14-15]

A. 9 B. 2 C. 5 D. 3

Ans D Solve \therefore ভেক্টরদ্বয় লম্ব $4 \times \alpha + 2 \times (-3) + (-3) \times 2 = 0$

$$\Rightarrow 4\alpha - 6 - 6 = 0 \Rightarrow 4\alpha = 12 \Rightarrow \alpha = 3$$

শেরেবাংলা কৃষি বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. একটি ঘনকের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল 486 বর্গ সে.মি. হলে ঘনকের আয়তন কত সে.মি.? [14-15]

A. 81 B. 871 C. 729 D. 9

Ans C Solve ঘনকের বাহুর দৈর্ঘ্য = x হলে

$$\text{সমগ্রতল } 6x^2 = 486 \Rightarrow x^2 = 81$$

$$\Rightarrow x = 9 \text{ সে.মি.}, \text{ ঘনকের আয়তন} = 9^3 = 729$$

বাংলাদেশ কৃষি বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $\vec{a} = 2\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}, \vec{b} = \vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$, এবং $\vec{c} = \vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$ হলে, $\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b} \cdot \vec{c} + \vec{c} \cdot \vec{a} = ?$ [14-15]

A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

Ans D Solve $\vec{a} \cdot \vec{b} = 2(1) + 1(-1) + 1 \times 1 = 2$

$$\vec{b} \cdot \vec{c} = 1 \times 1 + (-1) \times 1 + 1(-1) = -1$$

$$\vec{c} \cdot \vec{a} = 1 \times 2 + 1 \times 1 + (-1) \times 1 = 2$$

$$\therefore \vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b} \cdot \vec{c} + \vec{c} \cdot \vec{a} = 2 - 1 + 2 = 3$$

02. যদি $\vec{p} + \vec{q} = \vec{p} - \vec{q}$ হয় তবে \vec{p} এবং \vec{q} ভেক্টরদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণ কত? [14-15]

A. 0° B. 90° C. 120° D. 180°

Ans B Solve $\vec{p} + \vec{q} = \vec{p} - \vec{q}$

$$\Rightarrow \vec{p} \cdot \vec{p} + \vec{p} \cdot \vec{q} = \vec{p} \cdot \vec{p} - \vec{p} \cdot \vec{q} \Rightarrow 2\vec{p} \cdot \vec{q} = 0$$

$$\Rightarrow pq \cos \theta = 0 \Rightarrow \cos \theta = 0 = \cos \frac{\pi}{2} \therefore \theta = \frac{\pi}{2} = 90^\circ$$

সিলেট কৃষি বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $\vec{P} \cdot \vec{Q} = 4\sqrt{3}$ এবং $|\vec{P} \times \vec{Q}| = 4$ হলে \vec{P} ও \vec{Q} ভেক্টরদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণ কত? [14-15]

A. 30° B. 60° C. 120° D. 150°

Ans A Solve $\vec{P} \cdot \vec{Q} = PQ \cos \theta = 4\sqrt{3}$ (i)

$$|\vec{P} \times \vec{Q}| = PQ \sin \theta = 4$$
 (ii)

$$(ii) \div (i) \Rightarrow \tan \theta = \frac{1}{\sqrt{3}} = \tan 30^\circ \therefore \theta = 30^\circ$$

IUT ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. Against which axis does the vector $2\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}$ produce an angle of $\cos^{-1}\left(-\frac{1}{3}\right)$? [14-15]

A. x-axis B. y-axis C. z-axis D. None

Ans B Solve y অক্ষের ভেক্টর \vec{j} এর সাথে, $2\vec{i} - \vec{j} - 2\vec{k}$ ভেক্টরের

$$\text{মধ্যবর্তী কোণ} = \cos^{-1} \frac{2 \times 0 - 1 \times 1 + (-2) \times 0}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{4+1+4}} = \cos^{-1}\left(-\frac{1}{3}\right)$$

\therefore y অক্ষের সাথে।

চট্টগ্রাম ভেটেরিনারি বিশ্ব: ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. ভেক্টরদ্বয় $\vec{v}_1 = 4\vec{i} - 3\vec{j} + 5\vec{k}$ ও $\vec{v}_2 = 3\vec{i} + 5\vec{j} - 6\vec{k}$ পরস্পর লম্ব হলে λ এর মান কত? [15-16]

A. 8 B. -10 C. -7 D. 7

Ans B Solve $\vec{v}_1 = 4\vec{i} - 3\vec{j} + 5\vec{k}$

$$\vec{v}_2 = 3\vec{i} + 5\vec{j} - 6\vec{k} \text{ পরস্পর লম্ব } \therefore 4(3\lambda) - (3\lambda)5 + 5(-6) = 0$$

$$\Rightarrow 12\lambda - 15\lambda - 30 = 0 \Rightarrow -3\lambda = 30 \Rightarrow \lambda = -10$$

বাংলাদেশ টেক্সটাইল বিশ্ব: ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. ABCDEF একটি সুষম ষড়ভুজ। $\vec{AB} + \vec{AC} + \vec{AD} + \vec{AE} + \vec{AF} = ?$ [15-16]

A. $3\vec{AD}$ B. $2\vec{AD}$ C. $\frac{3}{2}\vec{AD}$ D. None

Ans A Solve

$$\vec{AB} + \vec{AE} = \vec{AD}$$

$$\Rightarrow \vec{AB} + \vec{AE} + \vec{AD} = 2\vec{AD} \text{ (i)}$$

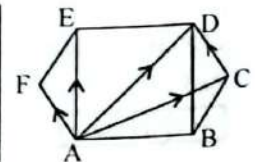
আবার,

$$\vec{AB} + \vec{AC} + \vec{AD} + \vec{AE} + \vec{AF} = 3\vec{AD}$$

$$\text{যেহেতু, (ii) নং দ্বারা,}$$

$$\vec{AC} + \vec{CD} = \vec{AD} \text{ এবং}$$

$$\vec{AC} + \vec{AE} = \vec{AD} \text{ (ii)}$$



\vec{AF} এবং \vec{CD} সমান ও সমান্তরাল

বুয়েট, কুয়েট, চুয়েট ও রুয়েট ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান।

01. a, b ও c এর মান কত হলে $\vec{V} = (x + y + az)\hat{i} + (bx + 3y - z)\hat{j} + (3x + cy + z)\hat{k}$ ভেক্টরটি অস্বর্ণনশীল হবে? [CUET 15-16]
A. (3, 1, 1) B. (3, -1, -1) C. (-3, 1, -1) D. (3, 1, -1)

Ans A Solve

$$\vec{V} \times \vec{V} = \left(\hat{i} \frac{d}{dx} + \hat{j} \frac{d}{dy} + \hat{k} \frac{d}{dz} \right) \times ((x+y+az)\hat{i} + (bx+3y-z)\hat{j} + (3x+cy+z)\hat{k})$$

$$\begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \frac{d}{dx} & \frac{d}{dy} & \frac{d}{dz} \\ x+y+az & bx+3y-z & 3x+cy+z \end{vmatrix}$$

$$\Rightarrow \hat{i}(c-1) - \hat{j}(3-a) + \hat{k}(b-1) = 0$$

$$\therefore c-1=0 \Rightarrow c=1; 3-a=0$$

$$\Rightarrow a=3; b-1=0 \Rightarrow b=1$$

$$\therefore (a, b, c) = (3, 1, 1)$$

02. $2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ এবং $\hat{i} + 3\hat{j} - 2\hat{k}$ ভেক্টরদ্বয় কোন সামান্তরিকের দুটি সন্নিহিত বাহু নির্দেশ করলে, তার ক্ষেত্রফল হবে? [CUET 15-16; RUET 13-14]

A. $3\sqrt{3}$ B. $5\sqrt{3}$ C. $5\sqrt{5}$ D. $3\sqrt{5}$

Ans B Solve

$$\begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 2 & -1 & 1 \\ 1 & 3 & -2 \end{vmatrix}$$

$$= \hat{i}(2-3) - \hat{j}(-4-1) + \hat{k}(6+1) = -\hat{i} + 5\hat{j} + 7\hat{k}$$

$$\text{ক্ষেত্রফল} = \sqrt{(-1)^2 + 5^2 + 7^2} = \sqrt{1+25+49} = \sqrt{75} = 5\sqrt{3}$$

03. "a" এর মান কত হলে $a\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$ এবং $2a\hat{i} - a\hat{j} - 4\hat{k}$ ভেক্টর দুটি পরস্পর লম্ব হবে? [KUET 14-15, 10-11; RUET 10-11; BUET 06-07]

A. 3, 1 B. 2, 4 C. -2, 1 D. 3, 2 E. 1, 5

Ans C Solve

$$\text{লম্ব হলে, } 2a^2 + 2a - 4 = 0$$

$$\Rightarrow a^2 + a - 2 = 0 \Rightarrow a = 1, -2$$

04. ধ্রুবক a এর মান নির্ণয় কর যেন $2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$, $\hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k}$ এবং $3\hat{j} + a\hat{j} + 5\hat{k}$ এই তিনটি ভেক্টর একই সমতলে থাকে। [CUET 14-15]

A. 0 B. -4 C. -6 D. None

Ans B Solve

$$\vec{A} = 2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$$

$$\vec{B} = \hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k}$$

$$\vec{C} = 3\hat{i} + a\hat{j} + 5\hat{k}$$

$$\therefore \text{ভেক্টরদ্বয় একই সমতলে অবস্থিত} \therefore \vec{A} \cdot (\vec{B} \times \vec{C}) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & -3 \\ 3 & a & 5 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 5 & -1 & -3 \\ 3+2a & a+5 & 5 \end{vmatrix} = 0$$

$$\Rightarrow 5a + 25 + 3 + 2a = 0 \Rightarrow 7a = -28 \Rightarrow a = -4$$

05. $\vec{A} = 2\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$ ও $\vec{B} = 2\hat{i} + 10\hat{j} - 11\hat{k}$ দ্বারা গঠিত সমতলের উপর একক লম্ব ভেক্টর কোনটি? [RUET 14-15]

A. $\frac{1}{\sqrt{29}}(2\hat{i} + 3\hat{j} + 4\hat{k})$ B. $\frac{4}{\sqrt{29}}(2\hat{i} + 3\hat{j} + 4\hat{k})$

C. $\frac{4}{\sqrt{29}}(4\hat{i} + 3\hat{j} + 2\hat{k})$ D. $\frac{1}{\sqrt{29}}(-4\hat{i} + 3\hat{j} + 2\hat{k})$

E. $\frac{1}{\sqrt{29}}(-4\hat{i} + 3\hat{j} - 2\hat{k})$

Ans D Solve $\vec{A} = 2\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$

$$\vec{B} = 2\hat{i} + 10\hat{j} - 11\hat{k}$$

$$\frac{\vec{A} \times \vec{B}}{|\vec{A} \times \vec{B}|} = \frac{-32\hat{i} + 24\hat{j} + 16\hat{k}}{8\sqrt{29}}$$

$$= \frac{8(-4\hat{i} + 3\hat{j} + 2\hat{k})}{8\sqrt{29}} = \frac{-4\hat{i} + 3\hat{j} + 2\hat{k}}{\sqrt{29}}$$

06. \vec{A} , \vec{B} ও \vec{C} ভেক্টর হলে নিচের কোনটি অর্থবহ নহে- [RUET 14-15]

A. $\vec{A} \times (\vec{B} \times \vec{C})$ B. $\vec{A} \cdot (\vec{B} \times \vec{C})$ C. $\vec{A} \cdot (\vec{B} \cdot \vec{C})$

D. $\vec{A} + (\vec{B} \times \vec{C})$ E. $\vec{A} \cdot \vec{B} + \vec{B} \cdot \vec{C}$

Ans C Solve

$\vec{B} \cdot \vec{C}$ = স্কেলার রাশি। তাই এর সাথে \vec{A} এর ডট গুণন সম্ভব নয়।

07. ভেক্টর দুইটির অন্তর্গত কোণ: $\vec{A} = \sqrt{2} \cos \alpha \hat{i} - \sqrt{2} \sin \alpha \hat{j}$, $\vec{B} =$

$$-\sqrt{2} \cos \alpha \hat{j} + \sqrt{2} \sin \alpha \hat{k} \quad (0 < \alpha < \pi/2) \quad [\text{RUET-12-13}]$$

A. $\pi/2 - 2\alpha$ B. $\pi - 2\alpha$ C. $\pi - \alpha$

D. $\cos^{-1}(\sin \alpha \cos \alpha)$ E. None

Ans E Solve

$$\alpha = \cos^{-1} \left(\frac{-2 \cos^2 \alpha - 2 \sin^2 \alpha}{\sqrt{2 \cos^2 \alpha + 2 \sin^2 \alpha} \times \sqrt{2 \cos^2 \alpha + 2 \sin^2 \alpha}} \right)$$

$$= \cos^{-1} \left(\frac{-2}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} \right) = \cos^{-1}(-1) = \pi$$

08. দুটি ভেক্টর $\vec{P} = 2\hat{i} - 3\hat{j} - \hat{k}$ এবং $\vec{Q} = \hat{i} + 4\hat{j} - 2\hat{k}$ দ্বারা গঠিত সমতলের উপর একক লম্ব ভেক্টর কত? [CUET 10-11]

A. $\frac{1}{\sqrt{134}}(2\hat{i} + 3\hat{j} + 11\hat{k})$

B. $\frac{1}{\sqrt{19}}(\hat{i} + \hat{j} - 3\hat{k})$

C. $\frac{1}{\sqrt{15}}(\hat{i} + 7\hat{j} + \hat{k})$

D. None of these

Ans D Solve $\vec{n} = \pm \frac{\vec{A} \times \vec{B}}{|\vec{A} \times \vec{B}|}$ এবং $\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 2 & -3 & -1 \\ 1 & 4 & -2 \end{vmatrix}$

$$= \hat{i}(6+4) - \hat{j}(-4+1) + \hat{k}(8+3) = 10\hat{i} + 3\hat{j} + 11\hat{k}$$

$$|\vec{A} \times \vec{B}| = \sqrt{10^2 + 3^2 + 11^2} = \sqrt{230}$$

$$\therefore \vec{n} = \pm \frac{\vec{A} \times \vec{B}}{|\vec{A} \times \vec{B}|} = \pm \frac{10\hat{i} + 3\hat{j} + 11\hat{k}}{\sqrt{230}}$$

09. XOZ তলের সমান্তরাল এবং $3\hat{i} - \hat{j} + 4\hat{k}$ ভেক্টরের সাথে লম্ব একক ভেক্টরটি হবে- [BUET 10-11]

A. $4\hat{i} - 3\hat{k}$ B. $\frac{1}{5}(4\hat{i} - 3\hat{k})$ C. $\frac{1}{5}(3\hat{i} - 4\hat{k})$ D. \hat{j}

Ans B Solve

XOZ তলের সমান্তরাল ভেক্টর হলে \hat{j} এবং \hat{k} উপাংশ থাকবে।

$3\hat{i} - \hat{j} + 4\hat{k}$ এর সাথে লম্ব হলে ডট গুণফল শূন্য হবে।

উপরোক্ত শর্ত দুটি $4\hat{i} - 3\hat{k}$ এবং $\frac{1}{5}(4\hat{i} - 3\hat{k})$ সিদ্ধ করে।

এর মধ্যে $\frac{1}{5}(4\hat{i} - 3\hat{k})$ এর মান এক একক।

SELF TEST

01. যে ভেক্টরের আদি ও শ্রান্তবিন্দু একই তাকে কোন ভেক্টর বলে?
A. স্কেলার ভেক্টর B. একক ভেক্টর
C. শূন্য ভেক্টর D. প্রান্তিক ভেক্টর
02. ABC ত্রিভুজে BC, CA ও AB বাহু তিনটির মধ্যবিন্দু যথাক্রমে D, E ও F হলে কোনটি সঠিক?
A. $\overline{AD} - \overline{BE} - \overline{CF} = 0$ B. $\overline{AD} + \overline{BE} + \overline{CF} = 0$
C. $\overline{AD} + \overline{BE} + \overline{CF} = 0$ D. None
03. $\vec{A} = \hat{i} - 2\hat{j} - 2\hat{k}$ এবং $\vec{B} = 6\hat{i} + 3\hat{j} + 2\hat{k}$ ভেক্টর দুইটির অন্তর্ভুক্ত কোণের মান কোনটি?
A. $\cos^{-1}(-\frac{1}{2})$ B. $\cos^{-1}(-\frac{1}{22})$
C. $\cos^{-1}(-\frac{1}{4})$ D. None
04. $\vec{B} = 6\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k}$ ভেক্টরের উপর $\vec{A} = 2\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$ ভেক্টরের অভিক্ষেপ কত?
A. $\frac{8}{7}$ B. $\frac{7}{8}$ C. $\frac{8}{5}$ D. $\frac{5}{8}$
05. $\vec{A} = \hat{i} + 2\hat{j} + 2\hat{k}$ এবং $\vec{B} = 4\hat{i} + 8\hat{j} - \hat{k}$ হলে \vec{A} এর উপর \vec{B} এর অভিক্ষেপ কত?
A. 2 B. 4 C. 6 D. 8
06. $\vec{A} = \hat{i} + 2\hat{j} - 2\hat{k}$ ভেক্টর বরাবর $\vec{B} = 6\hat{i} - 6\hat{j} + 7\hat{k}$ ভেক্টরের উপাংশ কত?
A. $\frac{9}{20}(-\hat{i} - 2\hat{j} + 2\hat{k})$ B. $\frac{20}{9}(\hat{i} + 2\hat{j} - 2\hat{k})$
C. $\frac{20}{9}(-\hat{i} - 2\hat{j} + 2\hat{k})$ D. None
07. $\vec{B} = 2\hat{i} + 10\hat{j} - 11\hat{k}$ ভেক্টর বরাবর $\vec{A} = 2\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$ ভেক্টরের উপাংশের সাংখ্যিক মান কত?
A. $\frac{15}{13}$ B. $\frac{13}{15}$ C. $\frac{18}{3}$ D. $\frac{3}{18}$
08. a এর মান কত হলে, $a\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$ এবং $2a\hat{i} - a\hat{j} - 4\hat{k}$ পরস্পর লম্ব হবে-
A. -2 B. 1 C. 2 D. A & B
09. m এর মান কত হলে, $\vec{A} = 2\hat{i} + m\hat{j} - \hat{k}$ এবং $\vec{B} = 6\hat{i} + 6\hat{j} - 3\hat{k}$ সমান্তরাল হবে?
A. 2 B. 4 C. 6 D. 8
10. a এর মান কত হলে, $2\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$, $3\hat{i} - 2\hat{j} + 4\hat{k}$ এবং $\hat{i} - 3\hat{j} + a\hat{k}$ তিনটি ভেক্টর একই সমতলে থাকবে।
A. 2 B. 3 C. 4 D. 5
11. একটি একক ভেক্টর যা $\vec{a} = \hat{i} + 2\hat{j} + 2\hat{k}$ এবং $\vec{b} = 2\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$ এর সমতলের উপর লম্ব?
A. $\frac{1}{3}(2\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k})$ B. $(2\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k})$
C. $(2\hat{i} - 3\hat{j} + 8\hat{k})$ D. None
12. $5\hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k}$ ও $2\hat{i} - \hat{j} - 3\hat{k}$ ভেক্টরদ্বয় সামান্তরিকের সন্নিহিত বাহু হলে ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।
A. $9\sqrt{3}$ বর্গ একক B. $3\sqrt{7}$ বর্গ একক
C. $4\sqrt{2}$ বর্গ একক D. $5\sqrt{2}$ বর্গ একক
13. $\vec{A} = 2\hat{i} + 3\hat{j} - 6\hat{k}$ এবং $\vec{B} = m\hat{i} + 2\hat{j} + 4\hat{k}$ পরস্পর লম্ব হলে m এর মান কত?
A. -11 B. 6 C. 9 D. 7

14. যদি $\vec{a} = 3\hat{i} + 2\hat{j} + 6\hat{k}$ এবং $\vec{b} = 2\hat{i} + 4\hat{j} - 4\hat{k}$ ভেক্টর দুটির মধ্যে কোণ তৈরি হয়ে থাকে তবে $\cos\theta$ হবে-
A. 11 B. $-\frac{5}{21}$ C. 40 D. $\frac{5}{4}$

15. $\vec{OA} = 2\hat{i} + 3\hat{j} - 4\hat{k}$ এবং $\vec{OB} = 4\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k}$ হলে $|\overline{AB}|$ এবং \overline{AB} নির্ণয় কর।
A. $\sqrt{76}$, $2\hat{i} - 6\hat{j} + 6\hat{k}$ B. $\sqrt{73}$, $3\hat{i} - 5\hat{j} + 2\hat{k}$
C. $7\sqrt{13}$, $\hat{i} + 3\hat{j} - 2\hat{k}$ D. $\sqrt{76}$, $2\hat{i} + 6\hat{j} - 6\hat{k}$

16. $\vec{A} = \hat{i} - 2\hat{j} - 2\hat{k}$ এবং $\vec{B} = 6\hat{i} + 3\hat{j} + 2\hat{k}$ হলে, \vec{A} এর দিক বরাবর \vec{B} এর উপাংশের সাংখ্যিক মান কত?
A. $\frac{4}{3}$ B. $\frac{3}{4}$ C. $-\frac{4}{3}$ D. $-\frac{3}{4}$

17. $\vec{A} = \hat{i} - 2\hat{j} - 2\hat{k}$ এবং $\vec{B} = \hat{i} + 4\hat{j} + 3\hat{k}$ এর মধ্যে অন্তর্ভুক্ত কোণের মান কত?
A. $\cos^{-1}(\frac{13}{45})$ B. $\cos^{-1}(\frac{13}{45})$ C. $\cos^{-1}(\frac{28}{43})$ D. None

18. নিম্নোক্ত কোন শর্ত প্রয়োগ করলে $3\hat{i} + \hat{j} - b\hat{k}$, $2\hat{i} - \hat{j} + 4\hat{k}$ এবং $\hat{i} + 3\hat{j} - a\hat{k}$ এ তিনটি ভেক্টর সমতলীয় হবে?
A. $5a - 7b = -32$ B. $7a - 5b = 35$
C. $5a + 7b = -32$ D. $3a - 7b = 55$

19. \vec{B} ভেক্টরের উপর \vec{A} ভেক্টরের অভিক্ষেপ কত হবে যদি $\vec{B} = 3\hat{i} + 4\hat{j} - 5\hat{k}$ এবং $\vec{A} = 8\hat{i} - \hat{j} - 3\hat{k}$ হয়-
A. $\frac{35\sqrt{5}}{10}$ B. $\frac{37\sqrt{2}}{10}$ C. $\frac{57\sqrt{3}}{10}$ D. $\frac{35\sqrt{2}}{10}$

20. যদি $\overline{AB} = 2\hat{i} + \hat{j}$ এবং $\overline{AC} = 3\hat{i} - \hat{j} + 5\hat{k}$ হয় তবে AB এবং AC কে সন্নিহিত বাহু ধরে অঙ্কিত সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল হবে?
A. $2\sqrt{3}$ B. $5\sqrt{6}$ C. $3\sqrt{2}$ D. $7\sqrt{2}$

OMR

01. (A)(B)(C)(D)	07. (A)(B)(C)(D)	13. (A)(B)(C)(D)	19. (A)(B)(C)(D)
02. (A)(B)(C)(D)	08. (A)(B)(C)(D)	14. (A)(B)(C)(D)	20. (A)(B)(C)(D)
03. (A)(B)(C)(D)	09. (A)(B)(C)(D)	15. (A)(B)(C)(D)	21. (A)(B)(C)(D)
04. (A)(B)(C)(D)	10. (A)(B)(C)(D)	16. (A)(B)(C)(D)	22. (A)(B)(C)(D)
05. (A)(B)(C)(D)	11. (A)(B)(C)(D)	17. (A)(B)(C)(D)	23. (A)(B)(C)(D)
06. (A)(B)(C)(D)	12. (A)(B)(C)(D)	18. (A)(B)(C)(D)	

Answer with Hints

01 C: Hints: গুরুত্বপূর্ণ তথ্যাবলি	02 C: Hints: গুরুত্বপূর্ণ তথ্যাবলি
03 A: Hints: Type-02, Prob-02	04 A: Hints: Type-05, Prob-01
05 C: Hints: Type-05, Prob-01	06 C: Hints: Type-06, Prob-01
07 B: Hints: Type-06, Prob-02	08 D: Hints: Type-04, Prob-01
09 A: Hints: Type-03, Prob-01	10 D: Hints: Type-09, Prob-01
11 A: Hints: Type-08	12 A: Hints: Type-07, Prob-01
13 C: Hints: Type-04, Prob-01	14 B: Hints: Type-02, Prob-02
15 A: Hints: Type-01, Prob-01	16 C: Hints: Type-06
17 D: Hints: Type-02	18 A: Hints: Type-09, Prob-01
19 D: Hints: Type-05, Prob-01	20 B: Hints: Type-07, Prob-01

৫ম অধ্যায়
প্রথম পত্র

সরলরেখা Straight Line

১ম অংশ: স্থানাঙ্ক ও সঞ্চারণ

এক নজরে এই অংশের গুরুত্বপূর্ণ তথ্যাবলি

স্থানাঙ্ক (Co-ordinates): কোন বিন্দু বা বস্তুর অবস্থান সুনির্দিষ্টভাবে নির্ণয়ের জন্য স্থানাঙ্ক ব্যবহার করা হয়।

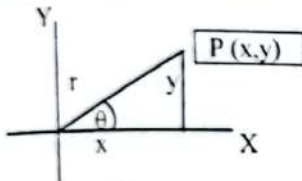
স্থানাঙ্ক ব্যবস্থা দু'ধরনের। যথা:

১) আয়ত বা কার্তেসীয় স্থানাঙ্ক (Rectangular/Cartesian Co-ordinate) ব্যবস্থা: পদার্থবিজ্ঞানী লক্ষ্যভাবে অবস্থিত দুটি সরলরেখাকে নিয়ে যে স্থানাঙ্ক ব্যবস্থা, তাকে কার্তেসীয় স্থানাঙ্ক ব্যবস্থা বলে। এক্ষেত্রে অনুভূমিক রেখাকে x-অক্ষ এবং উল্লম্বরেখাকে y-অক্ষ ধরা হয় এবং অক্ষ দুটির ছেদবিন্দুকে মূলবিন্দু বলে। একটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক P(x, y) বলতে বুঝায়, বিন্দুটি x-অক্ষ থেকে y-লম্ব দূরত্বে এবং y-অক্ষ থেকে x-লম্ব দূরত্বে অবস্থিত।

২) পোলার স্থানাঙ্ক (Polar Co-ordinate) ব্যবস্থা: একটি নির্দিষ্ট বিন্দু এবং ঐ নির্দিষ্ট বিন্দুগামী একটি রেখাকে নিয়ে যে স্থানাঙ্ক ব্যবস্থা তাকে পোলার স্থানাঙ্ক বলে। নির্দিষ্ট বিন্দুটিকে পোলার বা মূলবিন্দু এবং রেখাটিকে আদিরেখা (Initial line) বা পোলার অক্ষ বলে। নির্দিষ্ট বিন্দুটি সব সময় আদিরেখার বম্বাঙ্গে অবস্থান করে।

বিন্দুর অবস্থান নির্দেশ: কার্তেসীয় স্থানাঙ্ক ব্যবস্থায় কোন বিন্দুর অবস্থানকে (x, y) এবং পোলার স্থানাঙ্ক ব্যবস্থায় (r, θ) দ্বারা প্রকাশ করা হয়। r কে ব্যাসার্ধ ভেক্টর (Radius Vector) এবং θ কে ভেক্টোরিয়াল কোণ বলে।

পোলার স্থানাঙ্ক ও কার্তেসীয় স্থানাঙ্কের মধ্যে সম্পর্ক:



যদি P বিন্দুর কার্তেসীয় স্থানাঙ্ক (x, y) এবং পোলার স্থানাঙ্ক (r, θ) হলে চিত্রদ্বারা আমরা পাই, $x = r \cos \theta$ এবং $y = r \sin \theta$

$$\therefore r = \sqrt{x^2 + y^2} \text{ এবং } \tan \theta = \frac{y}{x}$$

P(x, y) বিন্দুটির চারটি চতুর্ভাগে অবস্থানের উপর ভিত্তি করে আর্গুমেন্ট (θ) নির্ণয়ের সাধারণ চারটি নিয়ম:

1. P(x, y) এর ক্ষেত্রে: $\theta = \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right)$
2. P(-x, y) এর ক্ষেত্রে: $\theta = \pi - \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right)$
3. P(-x, -y) এর ক্ষেত্রে: $\theta = \pi + \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right)$
4. P(x, -y) এর ক্ষেত্রে: $\theta = 2\pi - \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right)$ or $-\tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right)$

যেকোন অক্ষরেখার উপর অবস্থিত অপর অক্ষের স্থানাঙ্ক শূন্য।

x-অক্ষের উপর অবস্থিত কোন বিন্দুর স্থানাঙ্ক (x, 0),

y-অক্ষের উপর অবস্থিত কোন বিন্দুর স্থানাঙ্ক (0, y)।

সঞ্চারণপথ: কোন সমতলে যদি একটি বিন্দু এক বা একাধিক প্রদত্ত শর্ত মেনে চলে, তবে বিন্দুটি যে পথে চলতে থাকে তাকে বিন্দুটির সঞ্চারণপথ বলে এবং ঐ বিন্দুকে চলমান বিন্দু বলে।

➤ A(x₁, y₁) এবং B(x₂, y₂) বিন্দুদ্বয়ের সংযোজক সরলরেখাকে C(x, y) বিন্দুটি m₁, m₂ অনুপাতে অন্তর্ভুক্ত করলে-

$$x = \frac{m_1 x_2 + m_2 x_1}{m_1 + m_2} \text{ এবং } y = \frac{m_1 y_2 + m_2 y_1}{m_1 + m_2}$$

➤ A(x₁, y₁) এবং B(x₂, y₂) বিন্দুদ্বয়ের সংযোজক সরলরেখাকে C(x, y) বিন্দুটি m₁, m₂ অনুপাতে বহির্ভুক্ত করলে-

$$x = \frac{m_1 x_2 - m_2 x_1}{m_1 - m_2} \text{ এবং } y = \frac{m_1 y_2 - m_2 y_1}{m_1 - m_2}$$

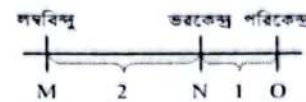
□ মধ্যমা: একটি ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দু ও উহার বিপরীত বাহুর মধ্যবিন্দুর সংযোজক সরলরেখাকে উহার মধ্যমা বলে।

□ ভরকেন্দ্র: ত্রিভুজের মধ্যমাত্রয়ের ছেদবিন্দুকে উহার ভরকেন্দ্র বলে।

□ অন্তঃকেন্দ্র: কোন ত্রিভুজের অভ্যন্তরে অঙ্কিত বৃত্তকে ঐ ত্রিভুজের বাহুদ্বয় স্পর্শ করলে, ঐ বৃত্তের কেন্দ্রকে অন্তঃকেন্দ্র বলে।

□ পরিকেন্দ্র: ত্রিভুজের তিন শীর্ষবিন্দু দিয়ে অতিক্রান্ত বৃত্তই হচ্ছে পরিবৃত্ত। পরিবৃত্তের কেন্দ্রই হচ্ছে পরিকেন্দ্র এবং তিন বিন্দু হতে সমদূরবর্তী বিন্দু পরিবৃত্তের ব্যাসার্ধই হচ্ছে পরিব্যাসার্ধ।

□ লম্ববিন্দু: যে কোন ত্রিভুজের ভরকেন্দ্র, পরিকেন্দ্র ও লম্ববিন্দু সমরেখ এবং ভরকেন্দ্র, লম্ববিন্দু ও পরিকেন্দ্রের সংযোজক সরলরেখাকে 2 : 1 অনুপাতে বিভক্ত করে।



➤ A(x₁, y₁), B(x₂, y₂), C(x₃, y₃) বিন্দুদ্বয় দ্বারা গঠিত ত্রিভুজের

➤ ভরকেন্দ্র = $\left(\frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}, \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3}\right)$

➤ অন্তঃকেন্দ্র = $\left(\frac{ax_1 + bx_2 + cx_3}{a+b+c}, \frac{ay_1 + by_2 + cy_3}{a+b+c}\right)$

যেখানে a, b, c Δ ABC এর বাহুদ্বয়।

➤ পরিব্যাসার্ধ, $R = \frac{abc}{4\Delta}$

➤ অন্তঃব্যাসার্ধ, $R = \frac{2\Delta}{a+b+c} = \frac{\Delta}{s}$

➤ x-অক্ষ থেকে (x, y) বিন্দুটির দূরত্ব = |y| এবং y-অক্ষ থেকে (x, y) বিন্দুটির দূরত্ব = |x|

➤ আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = দৈর্ঘ্য × প্রস্থ।

➤ বর্ষকের ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2} \times$ কর্ণদ্বয়ের গুণফল।

➤ বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = (বাহু)²।

➤ সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল = ভূমি × উচ্চতা = 2 × Δ ক্ষেত্র।

➤ ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2} \times$ সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের সমষ্টি × তাদের মধ্যবর্তী দূরত্ব।

➤ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2} \times$ ভূমি × উচ্চতা = $\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

যেখানে s = অর্ধপরিসীমা = $\frac{a+b+c}{2}$

➤ কোন সমকোণী ত্রিভুজের দুই বাহু সমান হলে,


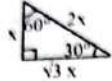

বাহু = $\frac{\text{অতিভুজ}}{\sqrt{2}}$



➤ বর্গক্ষেত্রের বাহু এবং কর্ণের মধ্যকার সম্পর্ক:

Side = $\frac{\text{Diagonal}}{\sqrt{2}}$



- ▶ কোন ত্রিভুজের সমান দুই বাহু (x) এর মধ্যবর্তী কোণ 120° হলে, তৃতীয় বাহু $= \sqrt{3}x$ 
- ▶ একটি সমকোণী ত্রিভুজের মধ্যবর্তী কোণগুলো $30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ হলে বাহুগুলো নিম্নরূপ:
 30° এর বিপরীত বাহু $= x$, 90° এর বিপরীত বাহু $= 2x$
 60° এর বিপরীত বাহু $= \sqrt{3}x$ 
- ▶ কোন বৃত্ত x বাহু বিশিষ্ট একটি সমবাহু ত্রিভুজের তিন কৌণিক বিন্দু দিয়ে গেলে, বৃত্তের ব্যাসার্ধ $= \frac{x}{\sqrt{3}}$ 

Calculator Type

Type-1:

কার্তেসীয় থেকে পোলার স্থানাঙ্ক $(x, y \rightarrow r, \theta)$

For MS

SHIFT **POL** **C** **ভূজ** **,** **কোটি** **)** = অতপর **RCL** **tan**

সমস্যা: কার্তেসীয় স্থানাঙ্ক $(1, \sqrt{3})$ কে পোলার স্থানাঙ্ক রূপান্তর কর।

SHIFT **POL** **C** **1** **,** **√3** **)** = **2** অতপর **RCL** **tan** **60°**

For ES

SHIFT **POL** **C** **ভূজ** **SHIFT** **)** **কোটি** **)** = **r, θ**

Shift **POL** | Shift **)** **√3** **⊕** Press **Right** **)** = **2, 60°**

Type-2:

পোলার থেকে কার্তেসীয় স্থানাঙ্ক $(r, \theta \rightarrow x, y)$

For MS

SHIFT **Rec** **C** **r** **,** **θ** **)** = তারপর **RCL** **tan**

সমস্যা: $(2, 60^\circ)$ কে কার্তেসীয় স্থানাঙ্ক রূপান্তর কর।

SHIFT **Rec** **(** **2** **,** **60°** **)** = তারপর **RCL** **tan** = $1.732(\sqrt{3})$

For ES

SHIFT **Rec** **(** **r** **SHIFT** **)** **θ** **)** = **x, y**

SHIFT **Rec** **(** **2** **SHIFT** **)** **60°** **)** = **x = 1, y = √3**

এ অধ্যায়ের গাণিতিক সমস্যাসমূহকে নিম্নোক্ত

Type এ অন্তর্ভুক্ত করা যায়

Type-01: কার্তেসীয় ও পোলার স্থানাঙ্কের পরস্পর রূপান্তর সংক্রান্ত

Prob 01 কোন বিন্দুর কার্তেসীয় স্থানাঙ্ক $(\sqrt{3}, 3)$ হলে, ঐ বিন্দুর পোলার স্থানাঙ্ক কত?

Sol: আমরা জানি, $r = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(\sqrt{3})^2 + (3)^2} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$

এবং $\theta = \tan^{-1} \frac{y}{x} = \tan^{-1} \frac{3}{\sqrt{3}} = \tan^{-1} \sqrt{3} = \frac{\pi}{3}$

\therefore পোলার স্থানাঙ্ক $(2\sqrt{3}, \frac{\pi}{3})$ Ans.

Prob 02 কোন বিন্দুর পোলার স্থানাঙ্ক $(3, \frac{\pi}{2})$ হলে, কার্তেসীয় স্থানাঙ্ক কত?

Sol: ধরি, কার্তেসীয় স্থানাঙ্ক (x, y)

$$\therefore x = r \cos \theta = 3 \cos \frac{\pi}{2} = 0$$

$$\therefore y = r \sin \theta = 3 \sin \frac{\pi}{2} = 3$$

\therefore বিন্দুটি হল $(0, 3)$

Prob 03 কোন বিন্দুর কার্তেসীয় স্থানাঙ্ক কত হলে, উহার পোলার স্থানাঙ্ক $(-2, 90^\circ)$ হবে-

Sol: $\therefore x = r \cos \theta = -2 \cos 90^\circ = 0$

$y = r \sin \theta = 2 \sin 90^\circ = 2 \therefore$ বিন্দুটি $(0, -2)$

For Practice:

01. কোন বিন্দুর কার্তেসীয় স্থানাঙ্ক $(-1, \sqrt{3})$ হলে বিন্দুটির পোলার স্থানাঙ্ক কত? [JU 12-13, 11-12; SUST 01-02, 07-08; IU 10-11; CU 02-03; KU 04-05] Ans. $(2, 120^\circ)$

02. If the polar coordinate of a point is $(2, 30^\circ)$, then what will be its representation in cartesian coordinate? [CU14-15] Ans. $(\sqrt{3}, 1)$

03. কার্তেসীয় স্থানাঙ্ক $(-1, -\sqrt{3})$ হলে পোলার স্থানাঙ্ক কত? [HSTU 14-15]

Ans. $(2, \frac{4\pi}{3})$

Type-02: দুটি বিন্দুর মধ্যবর্তী দূরত্ব নির্ণয় সংক্রান্ত

▶ x-অক্ষ হতে কোন বিন্দুর দূরত্ব উক্ত বিন্দুর কোটির সমান।

▶ y-অক্ষ হতে কোন বিন্দুর দূরত্ব উক্ত বিন্দুর ভূজের সমান।

▶ মূলবিন্দু $(0, 0)$ ও (x, y) বিন্দুর মধ্যবর্তী দূরত্ব $= \sqrt{x^2 + y^2}$

▶ $A(x_1, y_1)$ এবং $B(x_2, y_2)$ বিন্দুদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব,

$$AB = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

▶ পোলার স্থানাঙ্ক ব্যবস্থায় $P_1(r_1, \theta_1)$ এবং $P_2(r_2, \theta_2)$ বিন্দুদুটির মধ্যবর্তী দূরত্ব

$$P_1P_2 = \sqrt{r_1^2 + r_2^2 - 2r_1r_2 \cos(\theta_2 - \theta_1)}$$

Prob 01 $(4, -3)$ ও $(2, 5)$ বিন্দুদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব নির্ণয় কর।

Sol: দূরত্ব $= \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$

$$= \sqrt{(4 - 2)^2 + (-3 - 5)^2} = \sqrt{4 + 64} = \sqrt{68} \text{ Ans.}$$

Prob 02 $(0, 0)$ ও $(-1, 2)$ বিন্দুর মধ্যবর্তী দূরত্ব নির্ণয় কর।

Sol: দূরত্ব $= \sqrt{(-1)^2 + (2)^2} = \sqrt{1 + 4} = \sqrt{5} \text{ Ans.}$

Prob 03 $(x_1, -6)$ এবং $(5, -3)$ বিন্দুদ্বয়ের মধ্যকার দূরত্ব 5 একক হলে, x_1 এর মান কত?

Sol: $\sqrt{(x_1 - 5)^2 + (-6 + 3)^2} = 5$

$$\Rightarrow x_1^2 - 10x_1 + 25 + 9 = 25 \Rightarrow x_1^2 - 10x_1 + 9 = 0$$

$$\Rightarrow (x_1 - 9)(x_1 - 1) = 0 \Rightarrow x_1 = 9 \text{ অথবা } 1 \text{ Ans.}$$

Prob 04 কোন শর্তাধীনে $A(x, y)$ বিন্দুটি $P(2, 8)$ ও $Q(5, -1)$ বিন্দুদ্বয় হতে সমদূরবর্তী হবে?

Sol: শর্তমতে, $AP = AQ$

$$\sqrt{(x - 2)^2 + (y - 8)^2} = \sqrt{(x - 5)^2 + (y + 1)^2}$$

$$\Rightarrow x^2 - 4x + 4 + y^2 - 16y + 64 = x^2 - 10x + 25 + y^2 + 2y + 1$$

$$\Rightarrow 6x - 18y + 42 = 0 \Rightarrow x - 3y + 7 = 0 \text{ [ইহাই নির্ণেয় শর্ত]}$$

Type-03: দুটি বিন্দুর সংযোগ রেখাংশকে নির্দিষ্ট অনুপাতে বিভক্তকারী বিন্দু এবং সরলরেখা সংক্রান্ত

$A(x_1, y_1)$ এবং $B(x_2, y_2)$ বিন্দুদ্বয়ের সংযোজক রেখাকে $C(x, y)$ বিন্দুটি

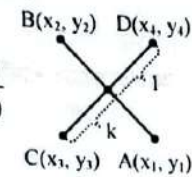
$m_1 : m_2$ অনুপাতে বিভক্ত করলে, $\frac{m_1}{m_2} = \frac{x_1 - x}{x - x_2} = \frac{y_1 - y}{y - y_2}$

(x_1, y_1) ও (x_2, y_2) বিন্দুদ্বয়ের সংযোগ রেখাকে $ax + by + c = 0$ রেখাটি $m_1 : m_2$ অনুপাতে বিভক্ত করলে, $\frac{m_1}{m_2} = \frac{ax_1 + by_1 + c}{ax_2 + by_2 + c}$

(x_1, y_1) ও (x_2, y_2) বিন্দুদ্বয়ের সংযোগ রেখাকে x -অক্ষ $\left| \frac{y_1}{y_2} \right|$ অনুপাতে বিভক্ত করে এবং $k : 1$ অনুপাতে বিভক্ত করলে, $k = -\frac{y_1}{y_2}$

(x_1, y_1) ও (x_2, y_2) বিন্দুদ্বয়ের সংযোগ রেখাকে y -অক্ষ $\left| \frac{x_1}{x_2} \right|$ অনুপাতে বিভক্ত করে এবং $k : 1$ অনুপাতে বিভক্ত করলে, $k = -\frac{x_1}{x_2}$

$A(x_1, y_1), B(x_2, y_2), C(x_3, y_3)$ এবং $D(x_4, y_4)$ হলে এবং CD কে AB রেখাটি $k : 1$ অনুপাতে বিভক্ত করলে,

$$k = \frac{x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)}{y_1(x_2 - x_4) + y_2(x_4 - x_1) + y_4(x_1 - x_2)}$$


(x_1, y_1) ও (x_2, y_2) বিন্দুদ্বয়ের সংযোগ রেখাকে x ও y অক্ষ $m_1 : m_2$ অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত (+) এবং বহির্বিভক্ত (-) করলে তার স্থানাঙ্ক নির্ণয়ের শর্টকাট: $\frac{x}{y} = \frac{m_1 x_2 \pm m_2 x_1}{m_1 y_2 \pm m_2 y_1}$

Prob 01 $(-1, 2)$ এবং $(4, -5)$ বিন্দুদ্বয়ের সংযোগ রেখাংশকে যে বিন্দু $2 : 3$ অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত করে তার স্থানাঙ্ক কত?

Sol: $\frac{x}{y} = \frac{2 \times 4 + 3(-1)}{2 \times (-5) + 3 \times 2} = \frac{5}{-4} = \frac{1}{-4} \therefore$ বিন্দু $(1, \frac{-4}{5})$

Prob 02 $(-1, 2)$ এবং $(4, -5)$ বিন্দুদ্বয়ের সংযোগ রেখাংশকে যে বিন্দু $2 : 3$ অনুপাতে বহির্বিভক্ত করে তার স্থানাঙ্ক কত?

Sol: মনে করি, বিন্দুটি (x, y)
 $\therefore x = \frac{2 \cdot 4 - 3(-1)}{2 - 3} = \frac{8 + 3}{-1} = -11$
 $y = \frac{2(-5) - 3 \cdot 2}{1 - 3} = \frac{-10 - 6}{-2} = 8$
 \therefore বিন্দুটি $(-11, 8)$ Or, [By Shortcut]
 $\frac{x}{y} = \frac{2 \times 4 - (3)(-1)}{2 \times (-5) - 3 \times 2} = \frac{11}{-16} \therefore$ বিন্দু $(-11, 16)$

Prob 03 $(3, -2)$ ও $(2, -3)$ বিন্দুদ্বয়ের সংযোগ রেখাকে x -অক্ষ ও y -অক্ষ কি কি অনুপাতে বিভক্ত করে?

Sol: x -অক্ষেরেখা $\left| \frac{y_1}{y_2} \right| = \left| \frac{-2}{-3} \right| = \frac{2}{3} = 2 : 3$ অনুপাতে বিভক্ত করে।
 y -অক্ষেরেখা $\left| \frac{x_1}{x_2} \right| = \left| \frac{3}{2} \right| = \frac{3}{2} = 3 : 2$ অনুপাতে বিভক্ত করে।

Prob 04 $(5, 2)$ ও $(3, -2)$ বিন্দুদ্বয়ের সংযোগ রেখাংশকে $x - y - 2 = 0$ রেখাটি কি অনুপাতে বিভক্ত করে।

Sol: মনে করি, অনুপাতটি $m_1 : m_2$ তাহলে-
 $\frac{m_1}{m_2} = \frac{1.5 + (-1)2 - 2}{1.3 + (-1)(-2) - 2} = \frac{5 - 2 - 2}{3 + 2 - 2} = \frac{1}{3} = 1 : 3$

For Practice:

- $(1, 4)$ এবং $(9, -12)$ বিন্দু দুইটির সংযোগ রেখাংশকে যে বিন্দুটি $5 : 3$ অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত করে তার স্থানাঙ্ক কত? [JU 14-15] Ans. $(6, -6)$
- $P(3, 4)$ এবং $Q(5, 9)$ বিন্দুদ্বয়ের $2 : 3$ অনুপাতে বহির্বিভক্তকারী বিন্দুর স্থানাঙ্ক- [IU 06-07] Ans. $(-1, -6)$

Type-04: দুটি বিন্দুর সংযোগ রেখার মধ্যবর্তী বিন্দু নির্ণয় সংক্রান্ত

$A(x_1, y_1)$ এবং $B(x_2, y_2)$ বিন্দুদ্বয়ের সংযোজক সরলরেখার মধ্যবিন্দু $\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$

Prob 01 $(5, 2)$ ও $(3, -2)$ বিন্দুদ্বয়ের মধ্যবর্তী বিন্দুর স্থানাঙ্ক কত?

Sol: মধ্যবিন্দু $= \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right) = \left(\frac{5 + 3}{2}, \frac{2 + (-2)}{2} \right) = (4, 0)$ Ans.

Type-05 ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় সংক্রান্ত

ABC ত্রিভুজের শীর্ষত্রয় $A(x, y), B(x_2, y_2), C(x_3, y_3)$ হলে ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল-

$$\Delta = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix} = \frac{1}{2} \{x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)\}$$

[অথবা Calculator Use See Matrix Chapter]

যদি কোন ত্রিভুজের শীর্ষ তিনটির স্থানাঙ্ক $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ এবং (x_3, y_3) হয় তবে ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল =

$$\frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \\ x_3 & y_3 \end{vmatrix} = \frac{1}{2} \{(x_1 y_2 + x_2 y_3 + x_3 y_1) - (y_1 x_2 + y_2 x_3 + y_3 x_1)\}$$

$(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ এবং $(0, 0)$ বিন্দু তিনটি দ্বারা গঠিত ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল

$$= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} = \frac{1}{2} (x_1 y_2 - x_2 y_1)$$

তিনটি বিন্দু সমরেখ হলে, বিন্দু তিনটি দ্বারা গঠিত ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল শূন্য। অথবা, ১ম ও ২য় বিন্দুর ঢাল = ২য় ও ৩য় বিন্দুর ঢাল।

Prob 01 $(3, 2), (-1, 2)$ ও $(5, 3)$ বিন্দুত্রয় দ্বারা গঠিত ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

Sol: ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 2 \\ 5 & 3 \end{vmatrix} = \frac{1}{2} \{(6 - 3 + 10) - (-2 + 10 + 9)\}$
 $= \frac{1}{2} (13 - 17) = -2 = 2$ বর্গ একক।

Prob 02 x -এর মান কত হলে $(-x, 2), (3, -2)$ ও $(2-x, 3)$ বিন্দুত্রয় সমরেখ হবে?

Sol: বিন্দু তিনটি সমরেখ হবে যদি,
 ১ম ও ২য় বিন্দুর ঢাল = ২য় ও ৩য় বিন্দুর ঢাল
 $\Rightarrow \frac{2 + 2}{-x - 3} = \frac{-2 - 3}{3 - 2 + x} \Rightarrow \frac{4}{-x - 3} = \frac{-5}{x + 1} \Rightarrow x = -11$ Ans.

Prob 03 তিনটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক যথাক্রমে (3, 4), (0, 0) এবং (-3, 4)।

বিন্দু তিনটি দ্বারা গঠিত ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল কত?

Sol: ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} (x_1y_2 - x_2y_1) = \frac{1}{2} (3 \times 4 - (-3) \times 4)$
 $= \frac{1}{2} \times 24 = 12$ একক। Ans.

Prob 04 একটি ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর যার শীর্ষবিন্দুগুলো (6, 5), (-9, -4), (-5, 0)।

Sol: ধরি, A (6,5), B (-9,-4), C (-5,0)

$\therefore \Delta = \frac{1}{2} \{6(-4-0) - 9(0-5) - 5(5+4)\} = 12$ বর্গ একক। Ans.

For Practice:

01. যদি (-5, 1), (4, 5), (7, -4) একটি ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দু হয়, তাহলে ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল কত? Ans. $46\frac{1}{2}$ বর্গ একক

02. $(-k, 2)$, $(0, -5)$, ও $(2-k, 3)$ বিন্দুত্রয় সমরেখ হলে k এর মান কত? Ans. -14

Type-06: ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দু, ভরকেন্দ্র, অন্তঃকেন্দ্র ও পরিকেন্দ্র

➤ যদি ΔABC এর BC, CA এবং AB বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে (x_1, y_1) , (x_2, y_2) ও (x_3, y_3) হয় তবে A, B ও C শীর্ষবিন্দু সমূহের স্থানাঙ্ক হবে যথাক্রমে-

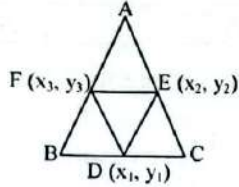
A = $(x_2 + x_3 - x_1, y_2 + y_3 - y_1)$,

B = $(x_1 + x_3 - x_2, y_1 + y_3 - y_2)$,

C = $(x_1 + x_2 - x_3, y_1 + y_2 - y_3)$

➤ $\Delta ABC = 4\Delta DEF$

➤ ΔABC এর ভরকেন্দ্র = ΔDEF এর ভরকেন্দ্র।



➤ সমবাহু ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দু নির্ণয় সংক্রান্ত:

সমবাহু ত্রিভুজের দুইটি শীর্ষ (x_1, y_1) ও (x_2, y_2) হলে তৃতীয় শীর্ষবিন্দু

$\left(\frac{x_1 + x_2 + \sqrt{3}(y_1 - y_2)}{2}, \frac{y_1 + y_2 - \sqrt{3}(x_1 - x_2)}{2} \right)$

$= \left(\frac{x_1 + x_2 - \sqrt{3}(y_1 - y_2)}{2}, \frac{y_1 + y_2 + \sqrt{3}(x_1 - x_2)}{2} \right)$

Prob 01 ΔABC এর দুইটি শীর্ষ $(-1, 5)$, $(4, -2)$ এবং ভরকেন্দ্র $(2, 2)$ হলে তৃতীয় শীর্ষবিন্দু নির্ণয় কর।

Sol: মনে করি তৃতীয় শীর্ষবিন্দু = (x, y) $\therefore 2 = \frac{-1+4+x}{3}$

$\Rightarrow x+3=6 \Rightarrow x=3$ এবং $2 = \frac{5-2+y}{3} \Rightarrow y+3=6 \Rightarrow y=3$

\therefore তৃতীয় শীর্ষবিন্দু $(x, y) = (3, 3)$

Prob 02 ΔABC এর A(3, 0), B(-3, 0) ও C(0, 4) হলে ত্রিভুজটির ভরকেন্দ্র ও অন্তঃকেন্দ্র নির্ণয় কর।

Sol: ভরকেন্দ্র $= \left(\frac{3-3+0}{3}, \frac{0+0+4}{3} \right) = \left(0, \frac{4}{3} \right)$

BC = a = $\sqrt{9+16} = 5$ CA = b = $\sqrt{9+16} = 5$

AB = c = $\sqrt{36+0} = 6$

অন্তঃকেন্দ্র, I = $\left(\frac{5.3+5(-3)+6.0}{5+5+6}, \frac{5.0+5.0+6.4}{5+5+6} \right) = \left(0, \frac{3}{2} \right)$

Prob 03 ABC ত্রিভুজের BC, CA ও BA এর মধ্যবিন্দুর স্থানাঙ্ক যথাক্রমে (2, 4), (5, 0) ও (4, -2) হয় তবে A, B ও C শীর্ষের স্থানাঙ্ক কত?

Sol: A = $(x_2 + x_3 - x_1, y_2 + y_3 - y_1) = (5+4-2, 0-2-4) = (7, -6)$

B = $(x_1 + x_3 - x_2, y_1 + y_3 - y_2) = (2+4-5, 4-2-0) = (1, 2)$

C = $(x_1 + x_2 - x_3, y_1 + y_2 - y_3) = (2+5-4, 4+0+2) = (3, 6)$

For Practice:

01. একটি ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দুগুলি যথাক্রমে (0, 0), (4, 0) এবং (0, 3) হলে ত্রিভুজটির অন্তঃকেন্দ্র নির্ণয় কর। Ans. (1, 1)

02. (1, 2), (4, 4) ও (2, 8) যথাক্রমে ত্রিভুজ ABC এর বাহুত্রয়ের মধ্যবিন্দু। ABC ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর? Ans. 32 বর্গ একক

03. $x+4=0$, $y-3=0$ এবং $3x-4y+12=0$ রেখাত্রয় দ্বারা গঠিত ত্রিভুজের অন্তঃকেন্দ্র নির্ণয় কর। Ans. (-3, 2)

04. একটি ত্রিভুজের ভরকেন্দ্র ও দুটি শীর্ষবিন্দুর স্থানাঙ্ক যথাক্রমে (2, 0), (1, 2); (3, -1) হলে, তৃতীয় শীর্ষবিন্দুর স্থানাঙ্ক- [IU 13-14] Ans. (2, -1)

05. (1, -1), (-1, 1) $(\sqrt{3}, \sqrt{3})$ বিন্দু ত্রয় দ্বারা গঠিত ত্রিভুজের ভরকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক- [IU 11-12] Ans. $\left(\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}} \right)$

06. একটি ত্রিভুজের দুইটি শীর্ষবিন্দু (2, 7) ও (6,1) এবং ভরকেন্দ্র (6,4) হলে তৃতীয় শীর্ষবিন্দুটির স্থানাঙ্ক কত? [KU 15-16] Ans. (10, 4)

Type-07: চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল, শীর্ষবিন্দুর স্থানাঙ্ক ও চতুর্ভুজের ধরণ

➤ যদি (x_1, y_1) , (x_2, y_2) , (x_3, y_3) এবং (x_4, y_4) বিন্দুসমূহ কোন

আয়তক্ষেত্রের শীর্ষবিন্দু হয়, তাহলে ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \\ x_3 & y_3 \\ x_4 & y_4 \\ x_1 & y_1 \end{vmatrix}$

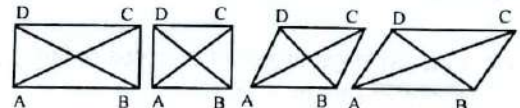
= $\frac{1}{2} \{ (x_1y_2 + x_2y_3 + x_3y_4 + x_4y_1) - (y_1x_2 + y_2x_3 + y_3x_4 + y_4x_1) \}$

➤ A(x_1, y_1), B(x_2, y_2), C(x_3, y_3) বিন্দুসমূহ একটি চতুর্ভুজের (ট্র্যাপিজিয়াম ব্যতীত) তিনটি শীর্ষবিন্দু হলে চতুর্থ শীর্ষবিন্দুটির স্থানাঙ্ক:

D = $(x_1 + x_3 - x_2, y_1 + y_3 - y_2)$

সরলরেখা / স্থানাঙ্ক

• চতুর্ভুজের বিপরীত বাহুদ্বয় সমান্তরাল হলে তার আকার নিরূপণ



আয়তক্ষেত্র বর্গক্ষেত্র রম্বস সামান্তরিক

(i) একটি চতুর্ভুজের কর্ণদ্বয় সমান হলে উহা আয়তক্ষেত্র বা বর্গক্ষেত্র হবে।

(ii) একটি চতুর্ভুজের কর্ণদ্বয় অসমান হলে উহা সামান্তরিক বা রম্বস হবে।

(iii) কর্ণদ্বয়ের ঢালের গুণফল - 1 হলে বা কর্ণদ্বয় পরস্পর লম্ব হলে ক্ষেত্রটি বর্গক্ষেত্র বা রম্বস হবে।

(vi) কর্ণদ্বয় ঢালের গুণফল - 1 না হলে বা কর্ণদ্বয় পরস্পর লম্ব না হলে ক্ষেত্রটি আয়তক্ষেত্র বা সামান্তরিক হবে।

Prob 01 (1,3), (5,0), (2,-4), (-2,-1) বিন্দুগুলো সংযোজন করে প্রায় চতুর্ভুজের প্রকৃতি কি হবে?

Sol: বিন্দুগুলো যথাক্রমে A, B, C, D হলে,

AC = $\sqrt{(1-2)^2 + (3+4)^2} = \sqrt{50}$

BD = $\sqrt{(5+2)^2 + (0+1)^2} = \sqrt{50}$

$M_{AC} \times M_{BD} = \frac{3+4}{1-2} \times \frac{0+1}{5+2} = -1$

\therefore চতুর্ভুজটি বর্গ।

Prob 02 কোন চতুর্ভুজের শীর্ষবিন্দুসমূহ (4, 2), (9, 0), (8, 3) ও (2, -1) হয়, তবে ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

Sol: ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2} \begin{vmatrix} 4 & 2 \\ 9 & 0 \\ 8 & 3 \\ 2 & -1 \\ 4 & 2 \end{vmatrix} = \frac{1}{2} \{ (0 + 27 - 8 + 4) - (18 + 6 - 4) \}$

= $\frac{1}{2} (23 - 20) = \frac{3}{2}$ বর্গ একক

For Practice:

01. ABCD সামান্তরিকের A, B, C বিন্দু তিনটির স্থানাঙ্ক যথাক্রমে (1, 2), (3, 4), (1, 0) হলে D বিন্দুর স্থানাঙ্ক হবে—

Ans. (-1, -2)

Type-08: সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল ও বিবিধ

আয়তক্ষেত্র, বর্গক্ষেত্র, রম্বস, সামান্তরিকের যে কোন তিনটি শীর্ষ বিন্দুর স্থানাঙ্ক দেওয়া থাকলে অপর শীর্ষের স্থানাঙ্ক নির্ণয়ের ক্ষেত্রে নিম্নোক্ত কৌশল অবলম্বন করা হয়।

- (i) প্রথম কর্ণের ভূজদ্বয়ের যোগফল = দ্বিতীয় কর্ণের ভূজদ্বয়ের যোগফল
(ii) প্রথম কর্ণের কোটি দ্বয়ের যোগফল = দ্বিতীয় কর্ণের কোটি দ্বয়ের যোগফল

Prob 01 ABCD সামান্তরিকের A, B ও C বিন্দুর স্থানাঙ্ক যথাক্রমে (3, 2), (5, 1) ও (0, 1) হলে সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল কত?

Sol: ABCD সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল = $2 \times \Delta ABC$ এর ক্ষেত্রফল

= $2 \times \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 5 & 1 \\ 0 & 1 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = (3+5+0) - (10+0+3) = 8 - 13 = -5$

∴ ABCD সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল = 5 বর্গ একক।

Prob 02 A(5,1), B(6,9), C(-1, 5) বিন্দু তিনটি দ্বারা গঠিত ত্রিভুজটি কোন ধরণের।

Sol: $AB = \sqrt{(5-6)^2 + (1-9)^2} = \sqrt{65}$

$BC = \sqrt{(6+1)^2 + (9-5)^2} = \sqrt{65}$

$CA = \sqrt{(-1-5)^2 + (5-1)^2} = \sqrt{52}$ ∴ ত্রিভুজটি একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ।

Prob 03 ABCD আয়তের তিনটি শীর্ষবিন্দুর স্থানাঙ্ক যথাক্রমে A(3, 2), B(2, -1), C(8, -3) এর চতুর্থ শীর্ষবিন্দু D-এর স্থানাঙ্ক কত?

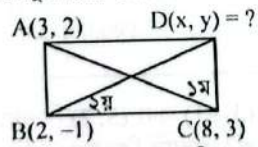
Sol: মনেকরি, চতুর্থ শীর্ষবিন্দু D = (x, y)

AC কর্ণের ভূজদ্বয়ের যোগফল = BD কর্ণের ভূজদ্বয়ের যোগফল

∴ $8 + 3 = x + 2 \Rightarrow x = 9$

আবার, $2 + (-3) = y - 1 \Rightarrow y = 0$

চতুর্থ শীর্ষবিন্দু D = (9, 0)



Prob 04 A(3, -5), B(9, 10), C(3, 25) এবং D(-3, 10) বিন্দু চারটি দ্বারা গঠিত চতুর্ভুজটি কি নির্দেশ করবে?

Sol: $AB = \sqrt{(3-9)^2 + (-5-10)^2} = \sqrt{36+225} = \sqrt{261}$

$BC = \sqrt{(9-3)^2 + (10-25)^2} = \sqrt{36+225} = \sqrt{261}$

$CD = \sqrt{(3-(-3))^2 + (25-10)^2} = \sqrt{36+225} = \sqrt{261}$

$DA = \sqrt{(-3-3)^2 + (10-(-5))^2} = \sqrt{36+225} = \sqrt{261}$

(-3, 10) D C(3, 25)

(3, -5) A B(9, 10)

[AB, BC, CD, CA সঠিক আছে। সঠিক ডাবে চতুর্ভুজটি কি তা বের করতে হলে কর্ণ দ্বয়ের দৈর্ঘ্যের প্রয়োজন।]

∴ $AC = \sqrt{(3-3)^2 + (25+5)^2} = 30$

$BD = \sqrt{(9+3)^2 + (10-10)^2} = 12$

∴ কর্ণদ্বয়, $AC \neq BD$ এবং $AB = BC = CD = DA$ ∴ চতুর্ভুজটি রম্বস।

For Practice:

01. একটি সামান্তরিকের তিনটি শীর্ষবিন্দু যথাক্রমে (1, 3), (2, 0) এবং (5, 1) হলে এর চতুর্থ শীর্ষবিন্দু কোনটি? [JUST 13-14]

Ans. (4, 4)

Type-09: সঞ্চারণপথ বিষয়ক

সঞ্চারণপথের সমীকরণ নির্ণয়ে দুটি ধাপ অবলম্বন করতে হবে।

প্রথম ধাপ: সঞ্চারণপথের উপর (x, y) বিন্দু বিবেচনা করতে হবে।

দ্বিতীয় ধাপ: প্রশ্নে উল্লেখিত শর্ত প্রয়োগের মাধ্যমে সমীকরণ আকারে প্রকাশ করতে হবে। তাহলে সঞ্চারণপথের সমীকরণ পাওয়া যাবে।

অক্ষদ্বয় হতে সমদূরবর্তী বিন্দুর সঞ্চারণপথের সমীকরণ $x - y = 0$

(m, n) বিন্দু এবং $ax + by + c = 0$ সরলরেখা থেকে সমদূরবর্তী বিন্দুসমূহের সেট যে সঞ্চারণপথ গঠন করে তার সমীকরণ হবে-

$\sqrt{(x-m)^2 + (y-n)^2} = \pm(ax + by + c)$

Prob 01 (4, 2) এবং (5, 3) বিন্দু হতে সমদূরত্বে অবস্থিত এমন কোন বিন্দুর সঞ্চারণপথ নির্ণয় কর।

Sol: ধরি, বিন্দুটি (x, y)

এখন (4, 2) ও (x, y) এর সমদূরত্বের দূরত্ব = (5, 3) এবং (x, y) এর সমদূরত্বের দূরত্ব-

$\Rightarrow \sqrt{(x-4)^2 + (y-2)^2} = \sqrt{(x-5)^2 + (y-3)^2}$

$\Rightarrow x^2 - 8x + 16 + y^2 - 4y + 4 = x^2 - 10x + 25 + y^2 - 6y + 9$

$\Rightarrow 2x + 2y - 14 = 0$; ইহাই নির্ণয়ে সঞ্চারণপথের সমীকরণ।

Prob 02 একটি বিন্দুর y-অক্ষ হতে দূরত্ব x-অক্ষ হতে দূরত্বের অর্ধেক বিন্দুটির সঞ্চারণপথ নির্ণয় কর।

Sol: ধরি, বিন্দুটি (x, y)

তাহলে x-অক্ষ হতে (x, y) বিন্দুর দূরত্ব = y

আবার y-অক্ষ হতে (x, y) বিন্দুর দূরত্ব = x

এখন শর্তমতে, $x = \frac{1}{2}y \Rightarrow y = 2x$

Prob 03 কোন বিন্দু (-3, 0) বিন্দু হতে 2 একক দূরত্বে অবস্থিত, বিন্দুটির সঞ্চারণপথ নির্ণয় কর।

Sol: মনেকরি, বিন্দুটি (x, y). ∴ $\sqrt{(x+3)^2 + (y-0)^2} = 2$

$\Rightarrow x^2 + 6x + 9 + y^2 = 4$

$\Rightarrow x^2 + y^2 + 6x + 5 = 0$ Ans.

Prob 04 x-অক্ষ এবং (2, -3) বিন্দু হতে (5, k) বিন্দুটির দূরত্ব সমান হলে k-এর মান কত?

Sol: x-অক্ষ থেকে (2, -3) বিন্দুর দূরত্ব = 3 একক, (2, -3) বিন্দু হতে (5, k)

বিন্দুর দূরত্ব = $\sqrt{(2-5)^2 + (-3-k)^2}$

শর্তমতে, $3 = \sqrt{(2-5)^2 + (-3-k)^2}$

$\Rightarrow 9 = 18 + k^2 + 6k \Rightarrow (k+3)^2 = 0 \Rightarrow k = -3$

Prob 05 x-অক্ষ থেকে একটি সেটের বিন্দু সমূহের দূরত্ব সর্বদাই মূলবিন্দু থেকে এর দূরত্বের অর্ধেক। উক্ত সেট দ্বারা সৃষ্ট সম্ভাব্যপথের সমীকরণ কি হবে?

Sol: শর্তমতে, $y = \frac{1}{2}\sqrt{x^2 + y^2}$

$\Rightarrow 4y^2 = x^2 + y^2 \Rightarrow x^2 - 3y^2 = 0 \therefore x^2 = 3y^2$

Prob 06 y-অক্ষ ও (7, 2) বিন্দু থেকে (a, 5) বিন্দুটির দূরত্ব সমান হলে a-এর মান কত? [14-15, 10-11; CU 10-11; KU 09-10; IU 13-14]

Sol: y-অক্ষ হতে (a, 5) এর দূরত্ব = a

(7, 2) হতে (a, 5) এর দূরত্ব

সুতরাং, $a = \sqrt{(a-7)^2 + (5-2)^2}$

$a^2 = (a-7)^2 + 9 \Rightarrow a^2 = a^2 - 14a + 49 + 9 \Rightarrow 14a = 58 \Rightarrow a = \frac{29}{7}$

For Practice:

01. (2, 0) ও (-4, 0) বিন্দু দুটি হতে সমদূরবর্তী বিন্দুর সম্ভাব্যপথের সমীকরণ-

Ans. $x + 1 = 0$

02. (a, 0) এবং (-a, 0) বিন্দুদ্বয় হতে সর্বদা সমদূরবর্তী সম্ভাব্যপথের সমীকরণ কোনটি?

Ans. $x = 0$

03. For what value of k the distance of the point (3, k) from x-axis and (4, -3) are same? [CU 14-15]

Ans. $-\frac{5}{3}$

04. x-অক্ষ ও (-5, -7) বিন্দু থেকে (4, k) বিন্দুটির দূরত্ব সমান হলে, k-এর মান কত? [RU 15-16]

Ans. $-\frac{65}{7}$

ধ্রুবকের মান এবং বিন্দু তিনটির সাপেক্ষে ক্ষেত্রফল নির্ণয়ের শর্টকাট

- (i) (-1, -2); (2, 5); (3, 10)
 (ii) (-5, 1); (4, 5); (7, -4)
 (iii) (-k, 2); (0, -5); (2-k, 3)
 (iv) (2, 2-2x); (1, 2); (2, b-2x)

দ্বিতীয় বিন্দু - প্রথম বিন্দু
 তৃতীয় বিন্দু - প্রথম বিন্দু

(iv) নং এর ক্ষেত্রে ধ্রুবকের মান নির্ণয়

$1-2 \rightarrow 2-2+2x$
 $2-2 \rightarrow b-2x-2+2x$ [→ - →]

$\Rightarrow (-1)(b-2) - 0 = 0 \Rightarrow b = 2$

(i) নং এর ক্ষেত্রে ক্ষেত্রফল নির্ণয়

$2 - (-1) \rightarrow 5 - (-2)$
 $3 - (-1) \rightarrow 10 - (-2)$

$\Rightarrow \frac{1}{2}(36 - 28) \Rightarrow 4$ বর্গ একক ক্ষেত্রফল

Type-10: জ্যা এর দৈর্ঘ্য নির্ণয় সংক্রান্ত

Technic: জ্যা এর দৈর্ঘ্য $= 2\sqrt{r^2 - d^2}$, যেখানে- r বৃত্তের ব্যাসার্ধ এবং d কেন্দ্র ও জ্যা এর মধ্যবিন্দুর দূরত্ব।

Prob 01 একটি বৃত্তের ব্যাসার্ধ 10, কেন্দ্রের স্থানাঙ্ক (6, 2); এর যে জ্যাটি (3, 1) বিন্দুতে সম্বন্ধিত হয় তার দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

Sol: $OA = 10, OC = \sqrt{(6-3)^2 + (2-1)^2} = \sqrt{10}$

$AC = \sqrt{10^2 - 10} = 3\sqrt{10}$

$AB = 2AC = 6\sqrt{10}$

Or, $d = \sqrt{(6-3)^2 + (2-1)^2} = \sqrt{10}$

জ্যা এর দৈর্ঘ্য $= 2\sqrt{r^2 - d^2} = 2\sqrt{10^2 - (\sqrt{10})^2} = 6\sqrt{10}$



Prob 02 বৃত্তের কেন্দ্রের স্থানাঙ্ক (1, 5)। 6 একক দৈর্ঘ্যের একটি জ্যা (4, -2) বিন্দুতে সম্বন্ধিত হয়, বৃত্তটির ব্যাসার্ধ নির্ণয় কর।

Sol: $d = \sqrt{(1-4)^2 + (5+2)^2} = \sqrt{58}$

শর্তমতে, $6 = 2\sqrt{r^2 - (\sqrt{58})^2} \Rightarrow r^2 = 9 + 58 \Rightarrow r = \sqrt{67}$

For Practice:

01. একটি বৃত্তের ব্যাসার্ধ 6, কেন্দ্রের স্থানাঙ্ক (3, 4); এর যে জ্যা (5, 6) বিন্দুতে সম্বন্ধিত হয় তার দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। **Ans.** $4\sqrt{7}$

02. (5, 3) বিন্দুতে কেন্দ্র বিশিষ্ট বৃত্তের একটি জ্যা (3, 2) বিন্দুতে সম্বন্ধিত হয়; বৃত্তটির ব্যাসার্ধ 5 হলে জ্যাটির দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। **Ans.** $4\sqrt{5}$

ঢাকা বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
 [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. কোন বিন্দুর পোলার স্থানাঙ্ক (3, 150°) হলে ঐ বিন্দুর কার্ভেসীয় স্থানাঙ্ক- [15-16]

- A. $(\frac{3\sqrt{3}}{2}, \frac{3}{2})$ B. $(\frac{3\sqrt{3}}{2}, -\frac{3}{2})$ C. $(-\frac{3\sqrt{3}}{2}, \frac{3}{2})$ D. $(-\frac{3\sqrt{3}}{2}, -\frac{3}{2})$

Ans C Solve

$x = 3 \cos 150^\circ = 3 \cos (180^\circ - 30^\circ) = -3 \cos 30^\circ = -\frac{3\sqrt{3}}{2}$

$y = 3 \sin (180^\circ - 30^\circ) = 3 \sin 30^\circ = \frac{3}{2}$

\therefore কার্ভেসীয় স্থানাঙ্ক $= (-\frac{3\sqrt{3}}{2}, \frac{3}{2})$

02. (1, 4) এবং (9, 12) বিন্দুদ্বয়ের সংযোজক রেখা যে বিন্দুতে 3 : 5 অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত হয়, তার স্থানাঙ্ক- [14-15]

- A. (7, 4) B. (4, 7)
 C. (5, 8) D. (8, 5)

Ans B Solve অন্তর্বিভক্ত বিন্দু $(\frac{3 \times 9 + 5 \times 1}{3+5}, \frac{3 \times 12 + 5 \times 4}{3+5}) = (4, 7)$

03. P(6, 8), Q(4, 0) এবং R(0, 0) শীর্ষবিন্দু বিশিষ্ট ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল- [14-15]

- A. 32 Sq. units B. 16 Sq. units
 C. 12 Sq. units D. 24 Sq. units

Ans B Solve $\Delta PQR = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 4 & 0 & 1 \\ 6 & 8 & 1 \end{vmatrix} = \frac{1}{2} \times 32 = 16$ square units.

Shortcut: একটি বিন্দু (0, 0) হলে,

ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} |x_1 y_2 - x_2 y_1| = \frac{1}{2} |0 - 32| = 16$

04. (3, -1) এবং (5, 2) বিন্দুদ্বয়ের সংযোগকারী সরলরেখাকে 3 : 4 অনুপাতে বহিঃস্থভাবে বিভক্তকারী বিন্দুর স্থানাঙ্ক- [13-14]

- A. $(\frac{14}{3}, 3)$ B. $(\frac{27}{7}, \frac{2}{7})$
 C. $(\frac{27}{4}, \frac{4}{3})$ D. কোনটিই নয়

Ans D Solve $x = \frac{3.5 - 4.3}{3 - 4} = -3$

$y = \frac{3.2 - 4(-1)}{3 - 4} = -10$

05. A, B, C বিন্দুগুলির স্থানাঙ্ক যথাক্রমে (a, bc), (b, ca), (c, ab) হলে, ΔABC এর ক্ষেত্রফল কত? [09-10]

- A. $\frac{1}{2}abc$ B. $\frac{1}{2}(a-b)(b-c)(c-a)$
C. $3abc$ D. $\frac{1}{2}(b-a)(b-c)(c-a)$

Ans B Solve $\Delta ABC = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} a & bc \\ b & ca \\ c & ab \end{vmatrix}$

$= \frac{1}{2}(a^2c + ab^2 + bc^2 - b^2c - c^2a - a^2b) = \frac{1}{2}(a-b)(b-c)(c-a)$

জগন্নাথ বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. একটি ত্রিভুজের বাহুগুলো 13, 14 এবং 15 একক হলে, ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল- [10-11]

- A. 84 sq. units B. 88 sq. units C. 80 sq. units D. 64 sq. units

Ans A Solve অর্ধ-পরিসীমা, $s = \frac{a+b+c}{2} = \frac{13+14+15}{2} = 21$

\therefore ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$
 $= \sqrt{21(21-13)(21-14)(21-15)} = \sqrt{21 \times 8 \times 7 \times 6} = 84$ sq units

জাহাঙ্গীরনগর বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. (3, -2) এবং (6, 4) বিন্দুদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব কত? [15-16; JnU 10-11]

- A. $\sqrt{85}$ B. $\sqrt{79}$ C. $3\sqrt{5}$ D. $5\sqrt{3}$

Ans C Solve দূরত্ব $= \sqrt{(6-3)^2 + (4+2)^2} = \sqrt{9+36} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$

02. নিচের কোন বিন্দুটি $2y + 5x + 4 = 0$ সরলরেখার উপর অবস্থিত নয়? [15-16]

- A. (-0.8, 0) B. (-1, 0.5) C. (0, 2) D. (2, 3)

Ans Blank Solve C ও D রেখাটির উপর অবস্থিত নয়।

03. (1, -1) এবং (8, 6) বিন্দুদ্বয়ের সংযোগ রেখাংশকে যে বিন্দুটি 3:4 অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত করে এর স্থানাঙ্ক কত? [15-16, 14-15]

- A. (4, -2) B. (-4, -2) C. (-4, 2) D. (4, 2)

Ans D Solve $\left(\frac{3 \times 8 + 4 \times 1}{3+4}, \frac{3(6) + 4(-1)}{3+4}\right) = \left(\frac{28}{7}, \frac{14}{7}\right) = (4, 2)$

04. P (3,4) এবং Q (5,9) বিন্দুদ্বয়ের সংযোগ রেখাংশকে যে বিন্দুটি 2:3 অনুপাতে বর্হিবিভক্ত করে এর স্থানাঙ্ক- [15-16; IU 06-07]

- A. (1, -6) B. (-1, 6) C. (-1, -6) D. (1, 6)

Ans C Solve $\left(\frac{5 \times 2 - 3 \times 3}{2-3}, \frac{2 \times 9 - 3 \times 4}{2-3}\right)$

$= \left(\frac{10-9}{-1}, \frac{18-12}{-1}\right) = (-1, -6)$

05. (2, -4) এবং (-4, 6) বিন্দু দুটির সংযোগ রেখাকে x অক্ষ কি অনুপাতে বিভক্ত করে? [15-16]

- A. 2:1 B. 3:1 C. 2:3 D. 3:2

Ans C Solve $0 = \frac{k(6) + 1(-4)}{k+1} \Rightarrow 6k = 4 \Rightarrow k = \frac{2}{3}$ অনুপাত 2:3

06. (2, -4) (-4, 6) বিন্দু দুটির সংযোগ রেখাকে y অক্ষ কি অনুপাতে বিভক্ত করে? [15-16]

- A. 2:3 B. 1:2 C. 2:1 D. 3:2

Ans B Solve $0 = \frac{k(-4) + 1(2)}{k+1} \Rightarrow 4k = 2 \Rightarrow k = \frac{1}{2} \Rightarrow k = 1:2$

07. (-8, 7) এবং (-3, -4) বিন্দুদ্বয়ের মধ্যবিন্দুর স্থানাঙ্ক কত? [15-16]

- A. $\left(-\frac{11}{2}, \frac{3}{2}\right)$ B. $\left(\frac{5}{2}, \frac{11}{2}\right)$ C. $(\sqrt{73}, \sqrt{75})$ D. কোনটিই নয়

Ans A Solve মধ্যবিন্দু $= \left(\frac{-8-3}{2}, \frac{7-4}{2}\right) = \left(-\frac{11}{2}, \frac{3}{2}\right)$

08. (3, 7) ও (6, 10) বিন্দুদ্বয়ের সংযোগ রেখাকে যে বিন্দু 2:1 অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত করে তার স্থানাঙ্ক কত হবে? [15-16]

- A. (9, 5) B. (6, 9) C. (9, 6) D. (5, 9)

Ans D Solve নির্ণেয় স্থানাঙ্ক $\left(\frac{2 \times 6 + 1 \times 3}{2+1}, \frac{2 \times 10 + 1 \times 7}{2+1}\right)$
 $= \left(\frac{12+3}{3}, \frac{12+7}{3}\right) = (5, 9)$

09. $5x + 2y - 11 = 0$ এবং $3x + 4y - 1 = 0$ সমীকরণ দুইটিতে x এবং y এর মান কত? [15-16]

- A. (x, y) = (3, -2) B. (x, y) = (3, -3)
C. (x, y) = (2, -2) D. (x, y) = (5, 3)

Ans A Solve $5x + 2y - 11 = 0$

$\Rightarrow 10x + 4y - 22 = 0$

$3x + 4y - 1 = 0$

$(-) 7x - 21 = 0$

$\Rightarrow x = 3 \therefore 5 \times 3 + 2y - 11 = 0$

$\Rightarrow 2y = -4 \Rightarrow y = -2$ (x, y) = (3, -2)

10. পোলার সমীকরণ $r^2 \sin 2\theta = 2a^2$ এর কার্তেসীয় সমীকরণ কত? [14-15]

- A. $2xy = a^2$ B. $xy = a^2$ C. $xy = 2a^2$ D. $xy = a$

Ans B Solve $r^2 \sin 2\theta = 2a^2 \Rightarrow 2r^2 \sin \theta \cos \theta = 2a^2$

$\Rightarrow (r \cos \theta)(r \sin \theta) = a^2 \Rightarrow xy = a^2$

11. Find the values of k for which the area of the triangle formed by (3, 3), (k, -5) and the origin is 12 square unit. [13-14]

- A. -3 or 13 B. -3 C. 3 or -13 D. 13 **Ans. C**

12. Cartesian co-ordinates of (2, 150°) is [13-14]

- A. $(-\sqrt{3}, -1)$ B. $(\sqrt{3}, -1)$ C. $(-\sqrt{3}, 1)$ D. $(\sqrt{3}, 1)$ **Ans. C**

13. কোন বিন্দুর কোটি 3 এবং (5, 3) থেকে বিন্দুটির দূরত্ব 4 হলে ভূজ কত? [A 12-13]

- A. 2 অথবা 7 B. 1 অথবা 9 C. 3 অথবা 5 D. 3 অথবা 4

Ans B Solve $(5-x)^2 + (3-3)^2 = 4^2$

$\Rightarrow (5-x)^2 = 4^2 \Rightarrow 5-x = \pm 4 \Rightarrow x = 5 \mp 4 = 1$ or 9

14. A(1, -1), B(9, 7) এবং C(1, 7) বিন্দু হতে P(x, y) বিন্দুর দূরত্ব সমান হলে, P বিন্দুর স্থানাঙ্ক কত হবে? [H-12-13]

- A. (3, 5) B. (-5, 3) C. (3, -5) D. (5, 3)

Ans D Solve শর্তানুসারে, $(x-1)^2 + (y-7)^2 = (x-9)^2 + (y-7)^2$

এখন এই সমীকরণে option গুলো test করি। যে option টি সমীকরণটিকে সিদ্ধ করবে সেটিই নির্ণেয় উত্তর। অথবা, calculator-এ $(x-1)^2 + (y-7)^2 - (x-9)^2 - (y-7)^2$ বসিয়ে [Calc] press করি। এবার x ও y জন্য Option test করি। এটি বসানোর পর Option থেকে 5.3 বিন্দুর জন্য calculator-এ পাই, [Calc] 5 [=] 3 [=] চাপলে 0 আসবে। **Ans: (5, 3)**

15. কোন বিন্দুর পোলার স্থানাঙ্ক $(2, 3\pi/2)$ হলে বিন্দুটির কার্তেসীয় স্থানাঙ্ক- [12-13, 10-11, 11-12; RU 08-09, 09-10; CU 08-09, 12-13; KU 10-11, SUST 09-10]

- A. (-2, 1) B. (0, -2) C. (2, 0) D. (0, 2)

Ans B Solve $x = 2 \cos \frac{3 \times 180}{2} = 0$

$y = 2 \sin \frac{3 \times 180}{2} = -2$

\therefore স্থানাঙ্ক (0, -2) [Calculator Use: Ex 02]



16. (x_1, y_1) , (x_2, y_2) এবং $(0, 0)$ বিন্দু তিনটি দ্বারা গঠিত ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল কত? [11-12]

- A. $x_1 y_1 - x_2 y_2$ B. $1/2(x_1 y_2 - x_2 y_1)$
C. $x_1 y_1 + x_2 y_2$ D. $1/2(x_1 y_2 + x_2 y_1)$

Ans B Solve ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{vmatrix} = \frac{1}{2} (x_1 y_2 - x_2 y_1)$

17. এক বা একাধিক শর্তানুযায়ী কোন সমতলে বিন্দুর সেটকে কি বলে? [11-12]

- A. সঞ্চারণথ B. অধিপথ C. সরলপথ D. চলন পথ **Ans. A**

18. সঞ্চারণথের সমীকরণ নয় কোনটি? [10-11]

- A. $x^2 + y^2 = a^2$ B. $a^2 + b^2 = a^2$ C. $xy = c$ D. $ab = xy$ **Ans. B**

19. ABC সমবাহু ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দু তিনটি যথাক্রমে $A(0, 4)$, $B(0, -4)$ ও C হলে, AC = ? [10-11]

- A. 8 B. 6 C. 5 D. 3

Ans A Solve $AB = \sqrt{0^2 + (4+4)^2} = 8$

সমবাহু ত্রিভুজ হলে, $AB = AC = BC = 8$

20. ABC ত্রিভুজে $A(k, -2)$, $B(3, 9)$ ও $C(-5, -8)$ তিনটি শীর্ষবিন্দু। এর ক্ষেত্রফল 44 বর্গ একক হলে $k = ?$ [10-11]

- A. -5 B. 3 C. 8 D. -2

Ans B Solve $44 = \frac{1}{2} (9k - 24 + 10 + 8k + 45 + 6)$

$\Rightarrow 88 - 37 = 17k \Rightarrow k = 3$

রাজশাহী বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. x-অক্ষ ও $(-5, -7)$ বিন্দু থেকে $(4, k)$ বিন্দুটির দূরত্ব সমান হলে, k-এর মান কত? [15-16; CU 14-15, 12-13, 02-03; IU 12-13, 05-06, DU 14-15]

- A. $\frac{65}{7}$ B. $-\frac{65}{7}$ C. $\frac{64}{7}$ D. $-\frac{64}{7}$

Ans B Solve x-অক্ষ হতে $(4, k)$ এর দূরত্ব = k
প্রশ্নমতে,

$k = \sqrt{(4+5)^2 + (k+7)^2} = k^2 = 81 + k^2 + 14k + 49 = 14k = -130$

$= k = -\frac{130}{14} = -\frac{65}{7}$

02. $5x + 4y - 20 = 0$ সরল রেখাটি অক্ষদ্বয়ের সাথে যে ত্রিভুজ উৎপন্ন করে, তার ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক? [15-16]

- A. 10 B. 20 C. 0 D. 9

Ans A Solve $5x + 4y = 20 = \frac{x}{4} + \frac{y}{5} = 1$

ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2} \times 4 \times 5 = 10$

03. কোন বিন্দুর কার্ভেসীয় স্থানাঙ্ক $(-1, \sqrt{3})$ হলে বিন্দুটির পোলার স্থানাঙ্ক হবে- [15-16, 12-13, 11-12; IU 10-11; CU 02-03; KU 04-05; SUST 07-08, 01-02, HSTU 14-15]

- A. $(2, 120^\circ)$ B. $(4, 240^\circ)$ C. $(1, 60^\circ)$ D. $(0, 0^\circ)$

Ans A Solve $r = \sqrt{(-1)^2 + (\sqrt{3})^2} = \sqrt{1+3} = 2$

$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{\sqrt{3}}{-1} \right) = \tan^{-1} (-\sqrt{3})$

$= \tan^{-1} \left(-\tan \frac{\pi}{3} \right) = \tan^{-1} \{ \tan (180^\circ - 60^\circ) \} = 120^\circ$

\therefore পোলার, স্থানাঙ্ক $(2, 120^\circ)$

04. একটি সমবাহু ত্রিভুজের দুইটি শীর্ষ বিন্দুর স্থানাঙ্ক $(2, 1)$ এবং $(2, 5)$ হলে তৃতীয় শীর্ষ বিন্দুর স্থানাঙ্ক কত? [15-16]

- A. $(2 + 2\sqrt{3}, 3)$ B. $(2 + \sqrt{3}, 3)$ C. $(3 + 2\sqrt{3}, 3)$ D. $(3 + \sqrt{3}, 3)$

Ans A Solve

$AD = \sqrt{4^2 - 2^2}, BC = 5 - 1 = 4$
 $= \sqrt{16 - 4}$
 $= \sqrt{12}$
 $= 2\sqrt{3}$

তয় শীর্ষ $(2 + 2\sqrt{3}, 3)$

05. $6r^3 \sin \theta = 4 - \cos \theta$ এর কার্ভেসীয় সমীকরণ কি? [15-16]

A. $6y(\sqrt{x^2 + y^2})^3 = 4\sqrt{x^2 + y^2} - x$ B. $3y(\sqrt{x^2 + y^2})^3 = 2x$

C. $4y(\sqrt{x^2 + y^2})^3 = 6\sqrt{x^2 + y^2} - x$

D. $2y(\sqrt{x^2 + y^2})^3 = 3\sqrt{x^2 + y^2}$

Ans A Solve $6r^3 \sin \theta = 4 - \cos \theta$

$\Rightarrow 6r^3 \sin \theta = 4r - r \cos \theta \Rightarrow 6r^3 y = 4\sqrt{x^2 + y^2} - x$

$\Rightarrow 6(\sqrt{x^2 + y^2})^3 y = 4\sqrt{x^2 + y^2} - x$

06. পোলার স্থানাঙ্ক পদ্ধতিতে পোল এর স্থানাঙ্ক কত? [15-16]

- A. $(0, 0)$ B. $(0, \pi)$ C. $(0, -\pi)$ D. $(0, 2\pi)$

Ans A Solve পোলার স্থানাঙ্ক $r = 0, \theta = 0$ অর্থাৎ $(0, 0)$

07. কার্ভেসীয় স্থানাঙ্ক $\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{2}} \right)$ হলে পোলার স্থানাঙ্ক কত? [14-15]

- A. $(1, 225^\circ)$ B. $(225^\circ, 1)$ C. $(1, 135^\circ)$ D. $(2, 135^\circ)$

Ans A Solve কার্ভেসীয় স্থানাঙ্ক, $\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{2}} \right)$

$\therefore r = \sqrt{\left(-\frac{1}{\sqrt{2}} \right)^2 + \left(-\frac{1}{\sqrt{2}} \right)^2} = \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}} = 1$

$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{-1/\sqrt{2}}{-1/\sqrt{2}} \right) = \tan^{-1} 1 = \tan^{-1} \tan \frac{\pi}{4}$ [\therefore ভূজ ও কোটি
স্বপাত্মক
 $\therefore \theta$ তৃতীয় কোণে হবে]

$= \tan^{-1} \tan \left(\pi + \frac{\pi}{4} \right) = \pi + \frac{\pi}{4} = \frac{5\pi}{4} \therefore$ পোলার স্থানাঙ্ক $\left(1, \frac{5\pi}{4} \right) = (1, 225^\circ)$

08. $x^2 + y^2 - 2ax = 0$ সমীকরণটির পোলার সমীকরণ হবে- [14-15]

- A. $r = 2a \cos \theta$ B. $r^2 = 2a \cos \theta$ C. $r = 2a \sin \theta$ D. $r^2 = 2a \sin \theta$

Ans A Solve $x^2 + y^2 - 2ax = 0$

$\Rightarrow x^2 + y^2 = 2ax \Rightarrow r^2 = 2ar \cos \theta \Rightarrow r = 2a \cos \theta$

09. যে কোন চতুর্ভুজের বাহুগুলির মধ্যবিন্দু ক্রমান্বয়ে সংযুক্ত করলে উৎপন্ন হয়- [13-14]

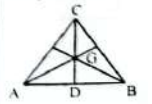
- A. বর্গক্ষেত্র B. আয়তক্ষেত্র C. সামান্তরিক D. কোনটিই নয় **Ans. C**

10. ΔABC এর উরকেন্দ্র মূলবিন্দুতে এবং A ও B এর স্থানাঙ্ক যথাক্রমে $(4, -7)$ ও $(-2, 5)$ হলে C এর স্থানাঙ্ক বের কর। [H 12-13; IU 08-09]

- A. $(-1, 1)$ B. $(-2, 2)$ C. $(3, 4)$ D. $(1, 3)$

Ans B Solve ধরি, মূলবিন্দুর স্থানাঙ্ক = $(0, 0)$

$\therefore \frac{4-2+x}{3} = 0 \Rightarrow x = -2$ $\frac{-7+5+y}{3} = 0 \Rightarrow y = 2$



11. $(1, 2)$ ও $(6, -3)$ বিন্দুগামী সরলরেখা $(4, -1)$ বিন্দুতে যে অনুপাতে বিভক্ত হয় তা নির্ণয় কর। [H 12-13]

- A. 2 : 1 B. 2 : 3 C. 3 : 2 D. 5 : 3

Ans C Solve $\frac{6m+1}{m+1} = 4 \Rightarrow m = \frac{3}{2} = 3 : 2$

12. (x, y) এবং $(r, 0)$ এর সঠিক সম্পর্ক কোনটি? [11-12]

- A. $x = r \sin \theta, y = r \cos \theta$ B. $x = \cos \theta, y = r \sin \theta$

- C. $x = r \cos \theta, y = \sin \theta$ D. $x = r \cos \theta, y = r \sin \theta$

Ans. D

13. (3, 2) এবং (6, 8) বিন্দু দুইটির সংযোগ রেখাংশের সমদ্বিখন্ডক বিন্দুর স্থানাঙ্ক- [10-11]

- A. $(\frac{9}{2}, 5)$ B. $(\frac{9}{2}, 6)$ C. (5, 4) D. (5, 6)

Ans A Solve সমদ্বিখন্ডক বিন্দু = $(\frac{6+3}{2}, \frac{8+2}{2}) = (\frac{9}{2}, 5)$

14. (1, 2), (-3, 1), (-2, -3) এবং (2, -2) বিন্দুগুলো দ্বারা গঠিত ক্ষেত্রটি হবে- [09-10]

- A. আয়তক্ষেত্র B. বর্গক্ষেত্র C. ট্রাপিজিয়াম D. সামান্তরিক

Ans B Solve একটি বিন্দু থেকে অন্য বিন্দুর দূরত্ব = $\sqrt{17}$
 কর্ণদ্বয় = $\sqrt{3^2 + 5^2} = \sqrt{5^2 + 3^2} = \sqrt{34}$ অভিন্ন।
 \therefore বিন্দুগুলো দ্বারা গঠিত ক্ষেত্রটি হবে বর্গক্ষেত্র।

15. x-অক্ষ P বিন্দু থেকে (0, 2) এবং (6, 4) বিন্দু দুটি সমদূরবর্তী হলে P বিন্দুর স্থানাঙ্ক কত? [09-10; CU 02-03]

- A. (2, 0) B. (4, 0) C. (5, 0) D. (6, 8)

Ans B Solve ধরি, p-বিন্দু স্থানাঙ্ক (x, 0) [x-অক্ষের উপর কোটি শূন্য]
 (x, 0) ও (0, 2) বিন্দুর দূরত্ব = $\sqrt{x^2 + 4}$
 এবং (x, 0) ও (6, 4) বিন্দুর দূরত্ব = $\sqrt{(x-6)^2 + 4^2}$
 শর্তমতে, $x^2 + 4 = x^2 - 12x + 86 + 16$
 $\Rightarrow 12x = 48 \Rightarrow x = 4 \therefore$ p বিন্দুর স্থানাঙ্ক (4, 0)

16. (-3, 1), (-2, -3), (2, -2) বিন্দুগুলো দ্বারা গঠিত ক্ষেত্রটি হবে- [09-10]

- A. আয়তক্ষেত্র B. ত্রিভুজ C. ট্রাপিজিয়াম D. সামান্তরিক

Ans. B

18. ত্রিভুজে তিনটি শীর্ষবিন্দুর স্থানাঙ্ক (3, 5), (-3, 3) এবং (-1, -1) হলে ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল কত? [14-15]

- A. 12 B. 14 C. 16 D. 18 E. 20

Ans B Solve (3, 5), (-3, 3), (-1, -1)
 $\Rightarrow (4, 6), (-2, 4)$ ও (0, 0) [Shift কার বিন্দু পাই]
 $\Delta = \frac{1}{2}(x_1y_2 - x_2y_1) = \frac{1}{2}\{4 \times 4 - (-2) \times 6\} = \frac{1}{2}(16 + 12) = \frac{1}{2} \times 28 = 14$

06. What will be the locus of a point which is equidistant from the points (3, 0) and (-4, 0)? [14-15]

- A. $3x - 4y = 0$ B. $-x = 0$ C. $2x + 1 = 0$
 D. $2x - 1 = 0$ E. None of these

Ans C Solve P(x, y)
 প্রশ্নমতে, $\sqrt{(x-3)^2 + (y-0)^2} = \sqrt{(x+4)^2 + (y-0)^2}$
 $\Rightarrow (x-3)^2 + y^2 = (x+4)^2 + y^2 \Rightarrow (x-3)^2 = (x+4)^2$
 $\Rightarrow x-3 = \pm(x+4)$ (-) ধরি, $x-3 = -x-4 \Rightarrow 2x + 1 = 0$

07. (2, 3) এবং (4, 5) বিন্দুদ্বয়ের সংযোজক রেখাংশটি (3, 4) বিন্দুতে কি অনুপাতে বিভক্ত হয়? [C 12-13; KU 11-12]

- A. 2:3 B. 4:3 C. 1:1 D. 5:3 E. 5:4

Ans C Solve রেখাটি যদি m : n অনুপাতে বিভক্ত হয়, $3 = \frac{4m + 2n}{m + n}$
 $\Rightarrow 3m + 3n = 4m + 2n \Rightarrow n = m \Rightarrow \frac{m}{n} = 1 \Rightarrow m:n = 1:1$

08. তিনটি বিন্দু যথাক্রমে P(a₁, b₁, c₁), Q(a₂, b₂, c₂), এবং R(a₃, b₃, c₃) দেওয়া আছে। PQR এর ক্ষেত্রফল শূন্য হলে, বিন্দু তিনটি কোথায় অবস্থিত? [C 12-13]

- A. ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দুর উপর B. বৃত্তের উপর C. উপ-বৃত্তের উপর
 D. সরলরেখার উপর E. পরাবৃত্তের উপর

Ans. D

চট্টগ্রাম বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
 [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

খুলনা বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
 [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $ax + by + c = 0$ এবং $ay - bx + c = 0$ দ্বারা বিবেচিত সরল রেখাদ্বয়ের সম্পর্ক হচ্ছে: [15-16]

- A. সমান্তরাল B. লম্ব
 C. পরস্পর ছেদকারী (অনির্দিষ্ট কোন) D. পূর্ববর্তী কোনটাই নয়

Ans C Solve সমান্তরাল নয়, যেহেতু, $\frac{a}{b} \neq \frac{b}{-b}$
 লম্ব নয়, যেহেতু, $aa - bb \neq 0$ পরস্পর ছেদকারী (অনির্দিষ্ট কোন)

02. x এর মান কত হলে $(ax + b)^2 = 0$? [15-16]

- A. $\frac{b}{a}$ B. $-\frac{b}{a}$ C. $\pm \frac{b}{a}$ D. $\pm \sqrt{\frac{b}{a}}$ E. $-\frac{b}{a}, -\frac{b}{a}$

Ans B Solve $(ax + b)^2 = 0 \Rightarrow ax + b = 0 \Rightarrow ax = -b \Rightarrow x = -\frac{b}{a}$

03. $(x + y, -1)$ এবং $(3, x - y)$ ক্রম জোড় দুটি সমান হলে (x, y) এর মান হয়- [15-16; JU 14-15]

- A. (1, 2) B. (3, -1) C. (0, 1) D. (2, 1) E. (3, 0)

Ans A Solve $x + y = 3$
 $\frac{x - y = -1}{2x = 2}$
 $\therefore x = 1, y = 3 - 1 = 2 \therefore (x, y) = (1, 2)$

04. (0, 0), (3, 3) এবং (3, -5) বিন্দুগুলো দ্বারা গঠিত ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল: [15-16; JU 12-13]

- A. 13 একক B. 12 একক C. 11 একক D. 14 একক E. 15 একক

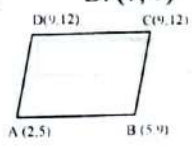
Ans B Solve ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2} \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 3 & 3 & 1 \\ 3 & -5 & 1 \end{vmatrix} = \frac{1}{2}(-15 - 9)$

= $\frac{1}{2}(-24) = -12 = 12$ একক।

01. A(2, 5), B(5, 9) এবং D(6, 8) বিন্দুগুলো ABCD রম্বসের তিনটি শীর্ষবিন্দু হলে চতুর্থ শীর্ষবিন্দু C এর স্থানাঙ্ক কত? [14-15; 13-14; KU 14-15]

- A. (9, 12) B. (4, 3) C. (4, 7) D. (7, 9)

Ans A Solve let, c(α, β) হলে,
 $\alpha + 2 = 6 + 5 \Rightarrow \alpha = 9$
 $\beta + 5 = 8 + 9 \Rightarrow \beta = 12$



Shortcut:
 $C(5 + (6 - 2), 9 + (8 - 5)) = C(9, 12)$

02. (3, 2) এবং (6, 8) বিন্দু দুটির সংযোগ রেখার সমদ্বিখন্ডক বিন্দুর স্থানাঙ্ক কোনটি? [13-14]

- A. (9/2, 6) B. (9/2, 5) C. (6, 5/2) D. (5, 5/2)

Ans B Solve See Type-04, Prob-01

03. (P, P-2), (P+3, P) এবং (P+2, P+2) বিন্দুগুলি দ্বারা গঠিত ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল কোনটি? [13-14]

- A. 4 বর্গ একক B. 4P বর্গ একক C. 4P² বর্গ একক D. সবগুলি

Ans A Solve See Type-05, Prob-01

04. পরস্পর লম্ব দুইটি রেখা হতে একই সমতলে অবস্থিত একটি বিন্দুর দূরত্বের সমষ্টি 1 হলে ঐ বিন্দুর সঞ্চারণপথ হল- [11-12]

- A. সরলরেখা B. বৃত্ত C. বর্গ D. উপবৃত্ত

Ans A Solve $x + y = 1$

06. P(x₁, y₁) এবং Q(x₂, y₂) একই সমতলে অবস্থিত হলে PQ-এর দূরত্ব কত হবে? [00-01]

- A. $\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_1 - y_2)^2}$ B. $\sqrt{(x_2 + x_1)^2 + (y_1 + y_2)^2}$
 C. $\sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$ D. $\sqrt{(x_1 + y_1)^2 + (x_2 + y_2)^2}$

Ans. C

07. কোন ত্রিভুজের অভ্যন্তরে অঙ্কিত বৃত্তকে ঐ ত্রিভুজের বাহুরেয় স্পর্শ করলে ঐ বৃত্তের কেন্দ্রকে বলে- [00-01]

- A. পরিবেশ B. বহিঃকেন্দ্র
C. অন্তঃকেন্দ্র D. আন্তঃকেন্দ্র

Ans. C

শাহজালাল বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. শোলাব স্থানাঙ্কে $\theta = \frac{\pi}{4}$ সমীকরণটি নির্দেশ করে?

- A. সরলরেখা B. বৃত্ত C. উপবৃত্ত
D. প্যারাবোলা E. হাইপারবোলা

Ans. A Solve $\theta = \tan^{-1} \frac{y}{x} = \frac{\pi}{4}$
 $\Rightarrow \frac{y}{x} = \tan \frac{\pi}{4} = 1 \Rightarrow x - y = 0$ সরলরেখা

02. $(x-1)(x+2)(x-3) = 6$ সমীকরণের সমাধান সেট হবে-

- A. $\{1, -2, 3\}$ B. $\{0, 1, 3\}$ C. $\{0, \sqrt{6}, -\sqrt{6}\}$
D. $\{1, \sqrt{6}, -\sqrt{6}\}$ E. $\{0, 1 + \sqrt{6}, 1 - \sqrt{6}\}$

Ans. E Solve $(x-1)(x+2)(x-3) = 6$
 $\Rightarrow (x^2 + x - 2)(x-3) = 6$
 $\Rightarrow x^3 - 3x^2 + x^2 - 3x - 2x + 6 = 6$
 $\Rightarrow x^3 - 2x^2 - 5x = 0 \Rightarrow x(x^2 - 2x - 5) = 0$
 $\Rightarrow x = 3, x = \frac{2 \pm \sqrt{4+20}}{2} = 2 \pm 2\sqrt{6} = 1 \pm \sqrt{6}$

সমাধান সেট, $\{0, 1 + \sqrt{6}, 1 - \sqrt{6}\}$

03. $y = 2 \cos^{-1} x$ এবং $y = 2 \sin^{-1} x$ বক্ররেখাঘরের ছেদবিন্দু কোনটি? [14-15]

- A. $(-\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{\pi}{4})$ B. $(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{\pi}{6})$ C. $(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{\pi}{3})$
D. $(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{\pi}{4})$ E. $(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{\pi}{2})$

Ans. E Solve $y = 2 \cos^{-1} x, y = 2 \sin^{-1} x$
 $\Rightarrow 2 \cos^{-1} x = 2 \sin^{-1} x \Rightarrow \cos^{-1} x = \sin^{-1} x$
 $\Rightarrow 2 \sin^{-1} x = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \sin^{-1} x = \frac{\pi}{4} \Rightarrow x = \sin \frac{\pi}{4} = \frac{1}{\sqrt{2}}$
 $\therefore y = 2 \cos^{-1} \frac{1}{\sqrt{2}} = 2 \cdot \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2} \therefore$ স্থানাঙ্ক $(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{\pi}{2})$

04. পোলার স্থানাঙ্কে একটি বক্ররেখার সমীকরণ $r^2 \sin 2\theta = 36$ । বক্ররেখাটি কার্ভেসীয় স্থানাঙ্কে নিচের কোন বিন্দু দিয়ে যায়? [B 12-13]

- A. (4, 5) B. (4, 9) C. (18, 2)
D. (3, 6) E. (2, 18)

Ans. D Solve $r^2 \sin 2\theta = 36 \Rightarrow r^2 2 \sin \theta \cos \theta = 36$
 $\Rightarrow r \sin \theta \cdot r \cos \theta = 18 \Rightarrow xy = 18 \therefore$ কার্ভেসীয় স্থানাঙ্ক = (3, 6)

05. যদি $(-3, 0)$ বিন্দু হতে $P(x, y)$ বিন্দুর দূরত্ব 2 একক হয়, তবে $P(x, y)$ বিন্দুর সঞ্চারপথটি কোনটি? [05-06]

- A. $x^2 + y^2 + 6x + 5 = 0$ B. $x^2 - y^2 - 2x + 8 = 0$
C. $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ D. $y = 2x$

Ans. A Solve $(-3, 0) \in P(x, y)$
বিন্দুর দূরত্ব = $\sqrt{(x+3)^2 + (y-0)^2} \therefore$ শর্তমতে, $\sqrt{(x+3)^2 + y^2} = 2$
 $\Rightarrow x^2 + y^2 + 6x + 9 - 4 = 0$
 $\Rightarrow x^2 + y^2 + 6x + 5 = 0$

ইসলামী বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. t-এর সকল বাস্তব মানের জন্য একটি চলমান বিন্দুর স্থানাঙ্ক $(at^2, 2at)$; বিন্দুটির সঞ্চারপথের সমীকরণ কোনটি? [15-16]

- A. $y^2 = 2ax$ B. $x^2 + y^2 = a$ C. $x^2 + y^2 = a^2$ D. $y^2 = 4ax$

Ans. D Solve $x = at^2, y = 2at \Rightarrow t = \frac{y}{2a} \Rightarrow x = a \frac{y^2}{4a^2}$
 $\Rightarrow y^2 = 4ax$ পরাবৃত্ত

02. a এর মান কত হলে $(2, -1), (a+1, a-3)$ এবং $(a+2, a)$ বিন্দুদ্বয় সমরেখ হবে? [15-16; DU 11-12, 06-07]

- A. 1/2 B. 1/3 C. 2 D. 1/2

Ans. A Solve সমরেখ, $\therefore \frac{a-3+1}{a+1-2} = \frac{a-a+3}{a+2-a-1}$
 $\Rightarrow \frac{a-2}{a-1} = \frac{3}{1} \Rightarrow 3a-3 = a-2 \Rightarrow 2a = 1 \therefore a = \frac{1}{2}$

03. $(1, -1)$ এবং $(8, 6)$ বিন্দুদ্বয়ের সংযোগ রেখাংশকে যে বিন্দুটি 3:4 অনুপাতে বিভক্ত করে তার স্থানাঙ্ক কত? [14-15]

- A. (4, 2) B. (2, 1) C. (2, 4) D. (1, 2)

Ans. A Solve নির্ণেয় বিন্দু $(\frac{3 \times 8 + 4 \times 1}{3+4}, \frac{3 \times 6 + 4 \times (-1)}{3+4}) = (4, 2)$

04. $(a, 0)$ বিন্দু ও $x + a = 0$ রেখা থেকে সমদূরবর্তী বিন্দুসমূহের সেট যে সঞ্চারপথ গঠন করে তার সমীকরণ- [13-14]

- A. $x^2 = 4xy$ B. $y^2 = 4x$
C. $y^2 = -4ax$ D. $y^2 = 4ax$

Ans. D

05. স্থানাঙ্ক যার উপর নির্ভরশীল হয়- [D 12-13]

- A. বিন্দুর B. বিন্দুর অবস্থানের
C. বিন্দুর অবস্থানের ও দৈর্ঘ্যের এককের D. কোনটিই নয়

Ans. B

06. y-অক্ষের উপর যে কোন বিন্দুর ভূজ- [D12-13]

- A. এক B. -এক C. শূন্য D. -শূন্য

Ans. C

07. ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দু $(x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3)$ হলে, ভরকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক হবে- [D 12-13]

- A. $(x_1 + x_2 + x_3)/3, (y_1 + y_2 + y_3)/3$
B. $(x_1 + y_2 + y_3)/3, (y_1 + x_2 + x_3)/3$
C. $(x_1 + y_1 + y_2)/3, (y_1 + x_1 + x_2)/3$
D. $(x_2 + y_1 + y_2)/3, (y_1 + x_1 + x_3)/3$

Ans. A

08. মূলবিন্দু থেকে যে সকল বিন্দুর দূরত্ব একটি ধ্রুবক 'a'-এর সমান সেই সঞ্চারপথের সমীকরণ- [D 12-13]

- A. $x^2 - y^2 = a^2$ B. $x^2 + y^2 = a^2$
C. $y^2 - x^2 = a^2$ D. $y + x = a$

Ans. B

09. $9x^2 - 4y^2 + 36 = 0$ সঞ্চারপথটি- [F 12-13]

- A. উপবৃত্ত B. অধিবৃত্ত C. পরাবৃত্ত D. বৃত্ত

Ans. B Solve $9x^2 - 4y^2 + 36 = 0 \Rightarrow -\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1,$

যা একটি অধিবৃত্তের সমীকরণ।

11. $x = r \sin(\theta + 45^\circ)$ এবং $y = r \sin(\theta - 45^\circ)$ হলে $x^2 + y^2$ এর মান হবে- [10-11]

- A. $r^2 \sin^2 \theta$ B. r^2 C. $r^2 \cos^2 \theta$ D. কোনটিই নয়

Ans. B Solve $x = r \sin(\theta + 45^\circ)$
 $= r \sin(90^\circ + \theta - 45^\circ) = r \cos(\theta - 45^\circ)$
 $y = r \sin(\theta - 45^\circ)$
 $\therefore x^2 + y^2 = r^2 \cos^2(\theta - 45^\circ) + r^2 \sin^2(\theta - 45^\circ) \Rightarrow x^2 + y^2 = r^2$

12. x-অক্ষ থেকে একটি সেটের বিন্দুসমূহের দূরত্ব সর্বদাই মূলবিন্দু থেকে এর দূরত্বের অর্ধেক। উক্ত সেট দ্বারা সৃষ্ট সঞ্চারপথের সমীকরণ হবে-[08-09]

- A. $x^2 = 3y^2$ B. $y^2 = 3x$ C. $x^2 = 4y$ D. None

Ans. A Solve [Same as Type-09, Prob-05]

বরিশাল বিশ্ববিদ্যালয়ের ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. 7, 24 এবং 25 একক বাহুবিশিষ্ট ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল- [15-16]

- A. 84 sq units B. 30 sq units
C. 40 sq units D. 64 sq units

Ans A Solve 7, 24, 25; $\Rightarrow 25^2 = 7^2 + 24^2$

\therefore ক্ষেত্রফল $\frac{1}{2} \times 7 \times 24 = 84$ sq units

02. (1, 4) ও (9, 12) বিন্দুদ্বয়ের সংযোগকারী সরলরেখা যে বিন্দুতে 5:3 অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত হয় তার স্থানাঙ্ক- [12-13; JnU 05-06, 06-07; DU 05-06; MBSTU 15-16, 12-13]

- A. (5, 8) B. (6, 9)
C. (6, 6) D. (9, 9)

Ans B Solve $x = \frac{5 \times 9 + 3 \times 1}{5 + 3} = 6$

$y = \frac{5 \times 12 + 3 \times 4}{5 + 3} = 9 \therefore$ স্থানাঙ্ক = (6, 9)

ভাসানী বিজ্ঞান ও প্রযুক্তি বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. (2, -4) ও (-3, 6) বিন্দুদ্বয়ের সংযোগ রেখাকে y অক্ষের সাথে অনুপাতে বিভক্ত করে তা হলো- [15-16; JU 15-16]

- A. 3 : 4 B. 2 : 3 C. 1 : 2 D. 4 : 3

Ans B Solve y-অক্ষ, ভূজ = 0

$\therefore 0 = \frac{(-3)k + 1(2)}{k + 2} \Rightarrow k = \frac{2}{3}$ অনুপাত = 2 : 3

02. একটি ত্রিভুজের শীর্ষ বিন্দুসমূহ (-1, -2), (2, 5) এবং (3, 10) হলে উহার ক্ষেত্রফল কত? [15-16]

- A. 4 বর্গএকক B. 10 বর্গএকক C. 12 বর্গএকক D. 18 বর্গএকক

Ans A Solve Shift করে (0, 0), (3, 7) (4, 12)

ক্ষেত্রফল, $= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 3 & 7 & 1 \\ 4 & 12 & 1 \end{vmatrix} = \frac{1}{2} (36 - 28) = 4$ বর্গ একক।

03. ত্রিভুজের ভরকেন্দ্র প্রত্যেক মধ্যমাকে কত অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত করে? [15-16]

- A. 1:3 B. 2:1 C. 2:3 D. 3:4

Ans B Solve ভরকেন্দ্র মধ্যমাকে 2 : 1 অনুপাতে ভাগ করে।

04. $(-3, \sqrt{3})$ বিন্দুটির পোলার স্থানাঙ্ক কত? [15-16; BSMRSTU 15-16]

- A. $(2\sqrt{3}, \frac{5\pi}{6})$ B. $(\sqrt{3}, \frac{5\pi}{6})$ C. $(-2\sqrt{3}, \frac{5\pi}{6})$ D. $(\sqrt{3}, \frac{\pi}{6})$

Ans A Solve $r = \sqrt{(-3)^2 + (\sqrt{3})^2} = \sqrt{9 + 3} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$

$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{3}}{-3}\right) = \tan^{-1}\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right) = \tan^{-1} \tan\left(\pi - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{5\pi}{6}$

পোলার স্থানাঙ্ক $(2\sqrt{3}, \frac{5\pi}{6})$

বঙ্গবন্ধু শেখ মুজিবুর রহমান বিজ্ঞান ও প্রযুক্তি বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. k এর মান কত হলে (2, 3), (-4, -6) এবং (5, k) সমরেখ হবে? [15-16]

- A. 6 B. 13/2 C. 7 D. 15/2

Ans D Solve $\frac{-6-3}{-4-2} = \frac{k+6}{5+4} \Rightarrow \frac{9}{-6} = \frac{k+6}{9} \Rightarrow k = \frac{81}{6} - 6$

$\Rightarrow k = \frac{81-36}{6} = \frac{15}{2}$

কুমিল্লা বিশ্ববিদ্যালয়ের ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. কোন বিন্দুর কার্তেসীয় স্থানাঙ্ক $(-1, -\sqrt{3})$ হলে পোলার স্থানাঙ্ক কত? [15-16; MBSTU 15-16, JU 14-15]

- A. $(2, 7\pi/6)$ B. $(2, 3\pi/2)$ C. $(3, 5\pi/2)$ D. $(3, 3\pi/2)$

Ans = Solve $r = \sqrt{-1^2 + 3^2} = \sqrt{1 + 3} = \sqrt{4} = 2$

$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{-\sqrt{3}}{-1}\right) = \tan^{-1}(\sqrt{3}) = \tan^{-1}\left(\tan\frac{\pi}{3}\right)$

$= \tan^{-1}\left\{\tan\left(\pi + \frac{\pi}{3}\right)\right\} = \pi + \frac{\pi}{3} = \frac{4\pi}{3}$

আলোর স্থানাঙ্ক $(2, \frac{4\pi}{3})$

যশোর বিজ্ঞান ও প্রযুক্তি বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. কোন বিন্দুর পোলার স্থানাঙ্ক $(3, 90^\circ)$ হলে কার্তেসীয় স্থানাঙ্ক কত? [15-16; JnU 07-08, 06-07; JU 14-15; IU 15-16]

- A. (3, 0) B. (3, 3) C. (0, 3)
D. (0, 0) E. (5, 0)

Ans C Solve $x = 3 \cos 90^\circ = 0$

$y = 3 \sin 90^\circ = 3$

\therefore কার্তেসীয় স্থানাঙ্ক (0, 3)

02. নিচে চারটি বিন্দুর পোলার স্থানাঙ্ক দেওয়া আছে। কোন বিন্দুটি মূল বিন্দু হতে সবচেয়ে দূরে অবস্থিত? [15-16]

- A. (10, 0) B. (9, 7) C. (8, $\pi/2$)
D. (7, $3\pi/4$) E. (11, $\pi/4$)

Ans E Solve (11, $\pi/4$) বিন্দু পোল হতে দূরে কারণ r = 11 অন্যগুলো 11-এর চেয়ে কম।

03. (1, -1) এর পোলার রূপ কোনটি? [13-14]

- A. $(\sqrt{29}, 201.8^\circ)$ B. $(\sqrt{2}, 201.8^\circ)$ C. $(\sqrt{29}, 315^\circ)$
D. $(\sqrt{2}, 315^\circ)$ E. $(\sqrt{2}, 98^\circ)$

Ans D Solve See Type-01, Prob-01

হাজী দানেশ বিজ্ঞান ও প্রযুক্তি বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. x-অক্ষ এবং (2, -3) বিন্দু হতে (5, k) বিন্দুর দূরত্ব সমান হলে k এর মান কত? [14-15]

- A. k = -2 B. k = -3 C. k = -2 D. k = -2

Ans B Solve x অক্ষ হতে (5, k) বিন্দুর দূরত্ব = k

প্রশ্নমতে, $k^2 = (5-2)^2 + (k+3)^2$

$\Rightarrow k^2 = 9 + k^2 + 6k + 9 \Rightarrow 6k = -18 \Rightarrow k = -3$

পাবনা বিজ্ঞান ও প্রযুক্তি বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. Y-অক্ষ থেকে (7, 2) ও (a, 5) বিন্দুদ্বয়ের দূরত্ব সমান হলে a = কত? [15-16; RU 14-15, 10-11; CU 10-11; KU 09-10; IU 13-14; HSTU 14-15]

- A. 29/7 B. 13/3 C. 7 D. 29/7

Ans A Solve y অক্ষ হতে (a, 5) এর দূরত্ব = a

প্রশ্নমতে, $a = \sqrt{(a-7)^2 + (5-2)^2}$

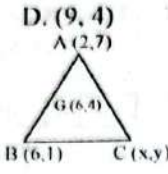
$\Rightarrow a^2 = a^2 - 14a + 49 + 9 \Rightarrow 14a = 58 \Rightarrow a = \frac{58}{14} = \frac{29}{7}$

02. একটি ত্রিভুজের দুইটি শীর্ষবিন্দু যথাক্রমে (2, 7) ও (6, 1) এবং এর ভরকেন্দ্র (6, 4)। তৃতীয় শীর্ষবিন্দুর স্থানাঙ্ক কত? [15-16; KU 15-16, 11-12; IU 14-15]

A. (10, -4) B. (10, 4) C. (-10, -4) D. (9, 4)

Ans B Solve $\frac{2+6+x}{3} = 6 \Rightarrow x = 10$

$\frac{7+1+y}{3} = 4 \Rightarrow y = 4$

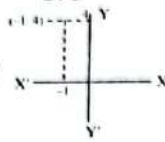


তৃতীয় শীর্ষ বিন্দু (10, 4)

03. (-1, 4) বিন্দুটির অবস্থান কোন চতুর্থাংশে হবে? [14-15; JU 12-13]

A. 1st B. 2nd C. 3rd D. 4th

Ans B Solve 2nd চতুর্থাংশে



শেরেবাংলা কৃষি বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. (1, 0), (2, 1) ও (4, 5) বিন্দুগুলো দ্বারা গঠিত ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক? [14-15]

A. 14 B. 12 C. 10 D. 1

Ans D Solve ক্ষেত্রফল, $= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 4 & 5 & 1 \end{vmatrix} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 3 & 5 & 1 \end{vmatrix} = \frac{1}{2} (5-3) = 1 \text{ sq}$

চট্টগ্রাম ভেটেরিনারি বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. (1, 2) এবং (3, 4) বিন্দুগামী সংযোগরেখার ঢালের মান কোনটি? [15-16]

A. $\frac{\pi}{4}$ B. $-\frac{\pi}{4}$ C. -1 D. 1

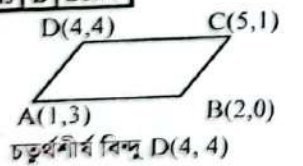
Ans D Solve ঢাল $= \frac{4-2}{3-1} = \frac{2}{2} = 1$

বাংলাদেশ মেরিন একাডেমী ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. একটি সামান্তরিকের তিনটি শীর্ষবিন্দুর স্থানাঙ্ক (1,3), (2,0) এবং (5,1) হলে চতুর্থ শীর্ষবিন্দু হবে? [15-16; JUST 13-14]

A. (3,3) B. (4,4) C. (4,0) D. (0,-4)

Ans B Solve



চতুর্থশীর্ষ বিন্দু D(4, 4)

$D(1 + (5-2), 3 + 0 + 1) \equiv (4, 4)$

02. (1, 0), (2, 1), (4, 5) বিন্দুগুলো দিয়ে গঠিত ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক? [15-16]

A. 1 B. -1 C. 0 D. 2

Ans A Solve ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 4 & 5 & 1 \end{vmatrix} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 3 & 5 & 1 \end{vmatrix} = \frac{1}{2} (5-3) = \frac{2}{2} = 1$

বুয়েট, কুয়েট, চুয়েট ও রুয়েট ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. OP রেখাংশকে ঘড়ির কাঁটার দিকে $\pi/6$ কোণে ঘুরানোতে নতুন অবস্থান হলো OQ। P এর স্থানাঙ্ক $(-\sqrt{3}, -3)$ হলে Q এর পোলার স্থানাঙ্ক হবে- [KUET 14-15]

A. $(-2\sqrt{3}, \frac{7\pi}{6})$ B. $(-2\sqrt{3}, \frac{\pi}{3})$ C. $(2\sqrt{3}, \frac{\pi}{3})$ D. $(2\sqrt{3}, \frac{7\pi}{6})$

Ans D Solve $r = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(-\sqrt{3})^2 + (-3)^2} = 2\sqrt{3}$

$\theta = \pi + \tan^{-1} \frac{3}{\sqrt{3}} = \pi + \frac{\pi}{3}$

$\theta' = \pi + \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{6} = \pi + \frac{\pi}{6} = \frac{7\pi}{6} \therefore Q = (2\sqrt{3}, \frac{7\pi}{6})$

02. একটি ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দুসমূহের পোলার স্থানাঙ্ক যথাক্রমে পোল, $(\sqrt{2}, \frac{\pi}{4})$ ও $(2, \frac{\pi}{3})$ হলে ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল বর্গ এককে হবে- [KUET 13-14]

A. $1 + \sqrt{3}$ B. $(\frac{1+\sqrt{3}}{2})$ C. $1 - \sqrt{3}$ D. $(\frac{\sqrt{3}-1}{2})$ E. 2

Ans D Solve O(0, 0)

$A = (\sqrt{2} \cos \frac{\pi}{4}, \sqrt{2} \sin \frac{\pi}{4}) = A(1, 1)$

$B = (2 \cos \frac{\pi}{3}, 2 \sin \frac{\pi}{3}) = B(1, \sqrt{3}) \therefore \Delta = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & \sqrt{3} & 1 \end{vmatrix} = \frac{\sqrt{3}-1}{2}$

03. পোলার সমীকরণ $r = \sin \theta$ প্রকাশ করে একটি- [RUET 13-14]

- A. parabola, focus (1, 0) B. parabola, focus (0, 1)
C. circle, centre (1/2, 0) D. circle, centre (0, 1/2)
- Ans. D**

04. x-এর কোন মানের জন্য (1, -x), (1, x) এবং $(x^2, -1)$ বিন্দু তিনটি একই সরল রেখায় অবস্থান করবে? [BUET 12-13]

- A. -1, 0, 1 B. 2, 3, 4 C. -3, 2, 3 D. যেকোন মানের জন্য
- Ans A Solve** একই সরলরেখায় অবস্থান করলে,

1ম ও 2য় বিন্দুর ঢাল = 2য় ও 3য় বিন্দুর ঢাল

$\Rightarrow \frac{-x-x}{1-1} = \frac{x+1}{1-x^2} \Rightarrow -2x(1-x^2) = 0$

$\Rightarrow x(x^2-1) = 0 \Rightarrow x = 0, \pm 1$

05. $x - 3y - 2 = 0$ রেখার উপর P একটি বিন্দু এবং তা (2, 3) ও (6, -5) বিন্দু দু'টি হতে সমদূরবর্তী। P বিন্দুটির স্থানাঙ্ক হল- [BUET 11-12]

- A. (12, 4) B. (14, 2) C. (14, 4) D. (16, 4)

Ans C Solve Option এর বিন্দুগুলো থেকে (2, 3) এবং (6, -5) এর দূরত্ব বের করে দুটো দূরত্ব সমান হলে সেটাই Ans. হবে।

$\sqrt{(14-2)^2 + (4-3)^2} = \sqrt{145}$

$\sqrt{(14-6)^2 + (4+5)^2} = \sqrt{145}$ Or, [By Shortcut]

Option test করে $x - 3y - 2 = 0$ মিলিয়ে নেই। (C) (14, 4) এর জন্য $14 - 3 \times 4 - 2 = 0 \Rightarrow 0 = 0$

06. (1, 0) বিন্দু এবং $x + 1 = 0$ সরলরেখা থেকে সমদূরবর্তী বিন্দুসমূহের সেট যে সম্ভারপথ গঠন করে তার সমীকরণ হবে- [BUET 11-12]

- A. $x^2 = 2y$ B. $y^2 = 4x$ C. $x^2 = 4y$ D. $y^2 = 2x$

Ans B Solve $\sqrt{(x-1)^2 + y^2} = \pm(x+1)$

$\Rightarrow x^2 - 2x + 1 + y^2 = x^2 + 2x + 1 \Rightarrow y^2 = 4x$

২য় অংশ: সরলরেখার সমীকরণ

এক নজরে এই অংশের গুরুত্বপূর্ণ তথ্যাবলি

□ সরলরেখার সমীকরণের বৈশিষ্ট্য: সরলরেখার সমীকরণ দুই চলক বিশিষ্ট একমাত্রিক অর্থাৎ x, y উভয়ের ঘাত 1 এবং xy সংবলিত পদ নেই।

⇒ সরলরেখার আদর্শ সমীকরণ, $ax + by + c = 0$ যার ঢাল $= -\frac{a}{b}$

⇒ ছেদ আকৃতির সরলরেখার সমীকরণ: $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$

যেখানে $a = x$ অক্ষের ছেদকৃত অংশ ও $b = y$ অক্ষের ছেদকৃত অংশ

⇒ x -অক্ষের সমীকরণ, $y = 0$ এবং y অক্ষের সমীকরণ, $x = 0$

⇒ x -অক্ষের সমান্তরাল রেখার সমীকরণ, $y = b$

এবং y -অক্ষের সমান্তরাল রেখার সমীকরণ, $x = a$

[এখানে a ও b যথাক্রমে x ও y অক্ষ হতে রেখাটির দূরত্ব]

⇒ ঢাল: একটি সরলরেখা x -অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে যে কোণ উৎপন্ন করে তার tangent কে ঢাল বলে।

অর্থাৎ ঢাল $m = \tan \theta$

⇒ ঢাল আকৃতির সরলরেখার আদর্শ সমীকরণ,

$y = mx + c$ [এখানে $c = y$ অক্ষের ছেদকৃত অংশ]

Note: $c = 0$ হলে, $y = mx$ রেখাটি মূলবিন্দুগামী সরলরেখা নির্দেশ করে।

⇒ একটি সরলরেখার ঢাল m এবং রেখাটি (x_1, y_1) বিন্দুগামী হলে তার সমীকরণ: $y - y_1 = m(x - x_1)$

⇒ (x_1, y_1) ও (x_2, y_2) বিন্দুগামী সরলরেখার

ঢাল $\frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$ বা $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$,

উহার লম্বের ঢাল: $-\frac{x_1 - x_2}{y_1 - y_2} = -\frac{x_2 - x_1}{y_2 - y_1}$

এবং সরলরেখার লম্বের ঢাল $= -\frac{x_1 - x_2}{y_1 - y_2} = -\frac{x_2 - x_1}{y_2 - y_1}$

⇒ (x_1, y_1) ও (x_2, y_2) বিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ:

$(x - x_1)(y_1 - y_2) - (y - y_1)(x_1 - x_2) = 0$ বা, $\frac{x - x_1}{x_1 - x_2} = \frac{y - y_1}{y_1 - y_2}$

⇒ মূলবিন্দু $(0, 0)$ ও (x_1, y_1) বিন্দুগামী সরল রেখার সমীকরণ $y = \frac{y_1}{x_1} x$

□ লম্ব আকৃতির সরলরেখার সমীকরণ:

$x \cos \alpha + y \sin \alpha = P$

যেখানে $P =$ মূলবিন্দু হতে রেখাটির লম্ব দূরত্ব

$\alpha =$ লম্বটির x অক্ষের সাথে উৎপন্ন কোণ

⇒ $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ এবং $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ রেখাদ্বয় একই সরলরেখা নির্দেশ করলে

$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$ হবে।

⇒ $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ এবং $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ রেখাদ্বয়ের ছেদ বিন্দুর

স্থানাঙ্ক: $\left(\frac{b_1c_2 - b_2c_1}{a_1b_2 - a_2b_1}, \frac{c_1a_2 - c_2a_1}{a_1b_2 - a_2b_1} \right)$

⇒ $y = m_1x + c_1, y = m_2x + c_2$ রেখাদ্বয়ের

অন্তর্ভুক্ত কোণ θ হলে, $\tan \theta = \pm \frac{m_1 - m_2}{1 + m_1m_2}$; $\tan \theta$ এর মান ধনাত্মক

ও ঋণাত্মক হলে θ কোণ যথাক্রমে সূক্ষ্ম কোণ ও স্থূলকোণ হবে।

⇒ $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ এবং $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ রেখাদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণ

θ হলে, $\tan \theta = \pm \frac{a_2b_1 - a_1b_2}{a_1a_2 + b_1b_2}$; রেখা দুয় সমান্তরাল হবে যখন $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2}$

অথবা $m_1 = m_2$ হয়, লম্ব হবে যখন $a_1a_2 + b_1b_2 = 0$ অথবা $m_1m_2 = -1$

⇒ $ax + by + c = 0$ রেখার সমান্তরাল সরলরেখার সমীকরণ

$ax + by + k = 0$ যেখানে k একটি ধ্রুবক। সমান্তরাল (α, β) বিন্দুগামী

সরলরেখা $a(x - \alpha) + b(y - \beta) = 0$; লম্বের সমীকরণ $b(x - \alpha) - a(y$

$-\beta) = 0$

⇒ $ax + by + c = 0$ সরলরেখার লম্ব রেখার সমীকরণ,

$bx - ay + k = 0$ যেখানে k একটি ধ্রুবক।

⇒ $b(x - \alpha) - a(y - \beta) = 0$

Note: (i) দুটি সরলরেখার ঢালদ্বয় সমান অর্থাৎ $m_1 = m_2$ হলে, রেখাদ্বয়

পরস্পর সমান্তরাল হয়।

(ii) দুটি সরলরেখার ঢালদ্বয়ের গুণফল -1 অর্থাৎ $m_1m_2 = -1$ হলে,

রেখাদ্বয় পরস্পর লম্ব হয়।

⇒ $a_1x + b_1y + c_1 = 0, a_2x + b_2y + c_2 = 0, a_3x + b_3y + c_3 = 0$ রেখাদ্বয়

সমবিন্দু হওয়ার শর্ত: $\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = 0$

⇒ $a_1x + b_1y + c_1 = 0$

$a_2x + b_2y + c_2 = 0$

$a_3x + b_3y + c_3 = 0$

রেখাদ্বয় দ্বারা গঠিত ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল

$= \frac{D^2}{2C_1C_2C_3}, D = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$

C_1, C_2, C_3 তৃতীয় কলামের সহগুণক

⇒ $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ রেখা ও অক্ষদ্বয় দ্বারা গঠিত ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} ab$

⇒ (x_1, y_1) বিন্দু হতে $ax + by + c = 0$ রেখার উপর লম্ব দূরত্ব $d = \frac{|ax_1 + by_1 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

⇒ $ax + by + c_1 = 0$ এবং $ax + by + c_2 = 0$ সমান্তরাল রেখাদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব

$= \frac{|c_1 - c_2|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

Notes: (i) (x_1, y_1) এবং (x_2, y_2) বিন্দুদ্বয় $ax + by + c = 0$ রেখার একই

পার্শ্বে অবস্থিত হবে, যদি $ax_1 + by_1 + c$ এবং $ax_2 + by_2 + c$ রাশিদ্বয়

সমচিহ্নবিশিষ্ট হয়।

(ii) (x_1, y_1) এবং (x_2, y_2) বিন্দুদ্বয় $ax + by + c = 0$ রেখার বিপরীত

পার্শ্বে অবস্থিত হবে, যদি $ax_1 + by_1 + c$ এবং $ax_2 + by_2 + c$ রাশিদ্বয়

বিপরীত চিহ্নবিশিষ্ট হয়।

(iii) (x_1, y_1) ও (x_2, y_2) বিন্দু দুয়ের সংযোগ সরল রেখাকে $ax + by + c$

$= 0$ রেখাটি যে অনুপাতে ভাগ করে তা $\frac{ax_1 + by_1 + c}{ax_2 + by_2 + c} = \frac{m_1}{m_2}$

⇒ $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ এবং $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ রেখাদ্বয়ের অন্তর্ভুক্ত

কোণসমূহের সমদ্বিখন্ডক রেখাসমূহের সমীকরণ,

$\frac{a_1x + b_1y + c_1}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2}} = \pm \frac{a_2x + b_2y + c_2}{\sqrt{a_2^2 + b_2^2}}$

Note: একটি সমদ্বিখন্ডক এবং প্রদত্ত সরলরেখার অন্তর্ভুক্ত কোণের

tangent এর সংখ্যামান $|$ এর চেয়ে ছোট হলে উক্ত সমদ্বিখন্ডকটি

সূক্ষ্মকোণের বুঝায় এবং অপরটি স্থূলকোণের সমদ্বিখন্ডক বুঝাবে।

□ রেখার সাপেক্ষে বিন্দুর প্রতিবিম্ব: (x_1, y_1) বিন্দুর প্রতিবিম্ব

i) x অক্ষের সাপেক্ষে প্রতিবিম্ব $(x_1, -y_1)$

ii) y অক্ষের সাপেক্ষে প্রতিবিম্ব $(-x_1, y_1)$

iii) $ax + by + c = 0$ রেখার সাপেক্ষে প্রতিবিম্ব (x_1', y_1') বিন্দু হলে,

$\frac{x_1' - x_1}{a} = \frac{y_1' - y_1}{b} = \frac{2(ax_1 + by_1 + c)}{a^2 + b^2}$

১) x অক্ষের সাপেক্ষে রেখার প্রতিবিম্ব: $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ রেখার
 ২) y অক্ষের সাপেক্ষে প্রতিবিম্ব, $a_1x - b_1y + c_1 = 0$
 ৩) x অক্ষের সাপেক্ষে প্রতিবিম্ব, $a_1x - b_1y - c_1 = 0$
 ৪) $a_1x + b_2y + c_2 = 0$ রেখার সাপেক্ষে প্রতিবিম্ব
 ৫) $(a_1x + b_1y + c_1)(a_2^2 + b_2^2) - 2(a_1a_2 + b_1b_2)(a_2x + b_2y + c_2) = 0$

Special Technique

Technique 1.
 সমস্যা: $3x - 7y + 2 = 0$ সরলরেখার উপর লম্ব এবং $(1, 2)$ বিন্দু দিয়ে A.
 $(x + 7) - 13 = 0$ B. $7x + 3y - 13 = 0$
 সঠিক করে এমন সরলরেখার সমীকরণ-

C. $7x + 3y + 13 = 0$ D. $7x - 3y - 13 = 0$
 এক্ষেত্রে, যে রেখাটি উক্ত বিন্দু দিয়ে সিদ্ধ হয় অর্থাৎ ডানপক্ষ = বামপক্ষ
 যে $(1, 2)$ রেখাটি উক্ত লম্ব রেখা। কিন্তু দুইটি রেখা সিদ্ধ হলে তাদের
 গুণফল -1 যে রেখা দ্বারা হবে সেটিই Answer।
 অতএব যদি কখনও সরলরেখার উপর সমান্তরাল রেখার সমীকরণ বের করতে
 হয়, একই Technique ব্যবহার করতে হবে। কিন্তু দুইটি সরলরেখা সিদ্ধ
 হলে ঘর সাথে চালদ্বয়ের মান সমান হবে সেটিই উত্তর হবে।
 উদা: নির্ণয় রেখা, $7(x - 1) + 3(y - 2) = 0 \Rightarrow 7x + 3y - 13 = 0$

Technique 2.
 সমস্যা: $(-5, 7)$ ও $(3, -1)$ বিন্দুদ্বয়ের সংযোগকারী রেখাংশের লম্বদ্বিভুক্ত রেখার
 সমীকরণ কি?
 A. $y - 3 = x + 1$ B. $y + 1 = x - 3$
 C. $y + 3 = x - 1$ D. $y - 1 = x + 3$
 এক্ষেত্রে, প্রদত্ত বিন্দুদ্বয়ের মধ্যবিন্দু দিয়ে যে রেখাটি সিদ্ধ হবে সেটিই
 Answer হবে। একাধিক রেখা সিদ্ধ হলে যে রেখাংশের ঢালের গুণফল -1
 হবে সেটিই উত্তর হবে। Option A রেখাটি মধ্যবিন্দু $(-1, 3)$ দিয়ে সিদ্ধ
 হয় ও ওয় ঢালদ্বয়ের গুণফল $= -1 \times 1 = -1$, সঠিক উত্তর A।

Technique 3. শূন্যকরণ পদ্ধতিতে ক্ষেত্রফল নির্ণয়:
 সবগুলো বিন্দু সংখ্যার মাধ্যমে দেওয়া থাকলে এ পদ্ধতিতেই ক্ষেত্রফল নির্ণয়
 সহজতর। এ পদ্ধতিতে যে কোন একটি বিন্দুকে শূন্য বানাতে হবে। অত: পর
 $\frac{x_2y_3 - x_3y_2}{2}$ সূত্র ব্যবহার করবে। যা তিনটি বিন্দুর একটি মূলবিন্দু হলে প্রযোজ্য।
 $(6, 5)$ $(-9, -4)$ $(-5, 0)$
 $\Rightarrow (0, 0)$ $(-15, -9)$ $(-11, -5)$
 [শূন্য বানানোর লক্ষ্যে প্রত্যেক ভূজ হতে 6, কোটি হতে 5 বিয়োগ করা হয়েছে]
 $\therefore \Delta = \frac{((-15)(-5) - (-11)(-9))}{2} = 12$ বর্গ একক।

Technique 4. শূন্যপদ্ধতিতে সমরেখ হওয়ার শর্ত:
 এ পদ্ধতিতে যে কোন একটি বিন্দুকে শূন্য বানাতে হবে।
 অত: পর $\frac{x_1y_2 - x_2y_1}{2} = 0$
 $\Rightarrow x_1y_2 = y_1x_2$ এই সূত্র ব্যবহার করতে হবে।

Calculator Type সরলরেখা (Straight Line)

□ **প্রাথমিক আলোচনা:**
 সরলরেখা অধ্যায়ে সাধারণত দুটি সরলরেখার ছেদবিন্দু নির্ণয়ের জন্য
 ব্যালকুলেটর এর ব্যবহার প্রয়োজন। নিয়মটি উদাহরণসহ নিম্নে প্রদান করা হল:
 দুটি সরলরেখার ছেদবিন্দু নির্ণয় বা দুটি সমীকরণ সমাধান করে x, y নির্ণয়:
 প্রথমে প্রদত্ত রেখাদ্বয়কে $a_1x + b_1y = c_1$ ও $a_2x + b_2y = c_2$ (ডানদিকে
 ধ্রুবক) আকারে নিতে হবে। এরপর

For MS Series:
 MODE CRI [S-SUM]f [S-VAR]p
 ○ (3 times) (EQN) (Unknown 2)

Screen এ দেখাবে **Press করবে**
 a1? 1ম সমীকরণের x এর সহগ
 b1? 1ম সমীকরণের y এর সহগ
 c1? 1ম সমীকরণের ধ্রুবক
 a2? 2য় সমীকরণের x এর সহগ
 b2? 2য় সমীকরণের y এর সহগ
 c2? 2য় সমীকরণের ধ্রুবক
 x এর একটি মান
 y এর একটি মান

For ES Series:
 MODE SETUP [VECTOR] [STAT]
 ○ (I: $a_nx + b_ny = c_n$)
 Press 1ম সমীকরণের x এর সহগ, Press 1ম সমীকরণের y এর
 সহগ, Press 1ম সমীকরণের ধ্রুবক, Press 2য় সমীকরণের x
 এর সহগ, Press 2য় সমীকরণের y এর সহগ, Press 2য়
 সমীকরণের ধ্রুবক

Screen এ দেখাবে **Press করবে**
 x এর একটি মান
 y এর একটি মান

Ex-01 $x - 2y - 5 = 0$ এবং $2x - 3y + 4 = 0$ সরলরেখাদ্বয়ের ছেদবিন্দু কত?

For MS Series:
 (3 times)
 -2 5 2 -3 -4
 (Screen এ দেখাবে $x = -23$, Again Screen এ দেখাবে $y = -14$)
 \therefore ছেদবিন্দু $(-23, -14)$

For ES Series:
 (1 times)
 -2 5 2 -3 -4
 (Screen এ দেখাবে $x = -23$, Again Screen এ দেখাবে $y = -14$)
 \therefore ছেদবিন্দু $(-23, -14)$

এ অধ্যায়ের গাণিতিক সমস্যাসমূহকে নিম্নোক্ত Type এ অন্তর্ভুক্ত করা যায়

Type-01: সরলরেখার ঢাল সংক্রান্ত

- কোন সরলরেখা x -অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে যে কোণ উৎপন্ন করে তার
 ত্রিকোণমিতিক ট্যানজেন্টকে সরলরেখার ঢাল বলে। একে m দ্বারা প্রকাশ করা
 হয়। অতএব, কোন সরলরেখার ঢাল $m = \tan\theta$, যদি উৎপন্ন কোণ θ হয়।
- (i) x অক্ষের সমান্তরাল রেখার ঢাল, $m = \tan 0^\circ = 0$.
 - (ii) দুটি বিন্দুগামী সরলরেখার ঢাল = $\frac{\text{কোটিদ্বয়ের অন্তর}}{\text{ভূজদ্বয়ের অন্তর}}$
 - (iii) $ax + by + c = 0$ সরলরেখার ঢাল = $-\frac{x \text{ এর সহগ}}{y \text{ এর সহগ}}$
 - (iv) ঢাল m হলে, $m = \tan\theta$, যেখানে θ হল x -অক্ষের ধনাত্মক দিকের
 সাথে উৎপন্ন কোণ, $\theta = \tan^{-1}m$.
 - (v) কোন বক্ররেখার ঢাল শূন্য হলে, $\frac{dy}{dx} = 0$.
 - (vi) অক্ষদ্বয় থেকে সমান অংশ ছেদ করে এমন রেখার ঢাল $m = \pm 1$

Prob 01 $y - 5 = 0$ রেখার ঢাল কত?

Sol: $y - 5 = 0$

$\Rightarrow y = 5$ রেখাটি x অক্ষের সমান্তরাল। অতএব এটি ধনাত্মক দিকের সাথে 0° কোণ উৎপন্ন করে।

\therefore ঢাল $m = \tan 0^\circ = 0$ Ans.

Prob 02 $(2, 3)$ ও $(4, 6)$ বিন্দুদ্বয়গামী সরলরেখার ঢাল কত?

Sol: সরলরেখার ঢাল $m = \frac{\text{কোটিদ্বয়ের অন্তর}}{\text{ভূজদ্বয়ের অন্তর}} = \frac{6-3}{4-2} = \frac{3}{2}$ Ans.

Prob 03 $x - y + 5 = 0$ রেখাটি y -অক্ষের সাথে কত ডিগ্রী কোণ উৎপন্ন করে?

Sol: $m = -\frac{x \text{ এর সহগ}}{y \text{ এর সহগ}} = -\frac{1}{-1} = 1$ এর লম্বের ঢাল $= \frac{y \text{ এর সহগ}}{x \text{ এর সহগ}}$

$= \frac{-1}{1} = -1$ অর্থাৎ y অক্ষের সাথে 45° কোণ করে।

$\therefore \theta = \tan^{-1} m = \tan^{-1} 1 = 45^\circ$ Ans.

Prob 04 কোন সরলরেখার ঢাল $\frac{1}{\sqrt{3}}$ হলে রেখাটি x অক্ষের ধনাত্মক দিকের

সাথে কত ডিগ্রী কোণ উৎপন্ন করে।

Sol: দেওয়া আছে, ঢাল $m = \frac{1}{\sqrt{3}}$

ধরি, উৎপন্ন কোণ $\theta \therefore \frac{1}{\sqrt{3}} = \tan \theta \Rightarrow \theta = \tan^{-1} \frac{1}{\sqrt{3}} = 30^\circ$ Ans.

For Practice:

01. $4x - 2y - 15 = 0$ সরল রেখার ঢাল কত? [CU 15-16; JU 14-15] Ans. 2

Type-02: m ঢাল বিশিষ্ট কোন বিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ

- m ঢাল বিশিষ্ট কোন সরলরেখা $(0, 0)$ বিন্দুগামী হলে তার সমীকরণ, $y = mx$
- রেখার ঢাল m এবং (x_1, y_1) বিন্দুগামী হলে উহার সমীকরণ, $y - y_1 = m(x - x_1)$
- রেখার ঢাল m এবং রেখাটি y অক্ষ থেকে c পরিমাণ অংশ কর্তন করলে উহার সমীকরণ, $y = mx + c$

Prob 01 কোন সরলরেখার ঢাল $\sqrt{3}$ এবং রেখাটি $(2, 3)$ বিন্দুগামী উহার সমীকরণ কী?

Sol: রেখাটির সমীকরণ $y - 3 = \sqrt{3}(x - 2)$
 $\Rightarrow \sqrt{3}x - y + (3 - 2\sqrt{3}) = 0$

Prob 02 কোন সরলরেখা x অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে 60° কোণ উৎপন্ন করে এবং রেখাটি মূলবিন্দুগামী, রেখাটির সমীকরণ নির্ণয় কর।

Sol: ঢাল, $m = \tan 60^\circ = \sqrt{3}$
 \therefore সরলরেখার সমীকরণ $y = \sqrt{3}x$ Ans.

For Practice:

01. $2x - 5y - 3 = 0$ সমীকরণের ঢাল এবং ছেদক এর মান যথাক্রমে-

Ans. $\frac{2}{5}$ এবং $-\frac{3}{5}$

02. যে সরলরেখা x অক্ষ থেকে 2 একক পরিমাণ অংশ ছেদ করে এবং $(3, 1)$ বিন্দু দিয়ে যায় তার ঢাল-
Ans. 1

Type-03: অক্ষের সমান্তরাল সরলরেখার সমীকরণ:

- y অক্ষের সমান্তরাল সরলরেখার সমীকরণ $x = a \Rightarrow y$ যুক্ত পদ অনুপস্থিত
- x অক্ষের সমান্তরাল সরলরেখার সমীকরণ $y = b \Rightarrow x$ যুক্ত পদ অনুপস্থিত
- y অক্ষের সমীকরণ $x = 0$
- x অক্ষের সমীকরণ $y = 0$

Prob 01 y অক্ষের সমান্তরাল এবং $(2, 3)$ বিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর।

Sol: y অক্ষের সমান্তরাল রেখার সমীকরণ $x = a \dots\dots (i)$
 \therefore নির্ণয় সরলরেখার সমীকরণ, $x = 2$ [যেহেতু, $a = 2$]

For Practice:

01. y অক্ষের সমান্তরাল একটি সরলরেখার সমীকরণ হচ্ছে- Ans. $3x - 2 =$

Type-04: অক্ষদ্বয়কে ছেদ করে এমন সরলরেখার সমীকরণ ও অক্ষদ্বয় হতে খণ্ডিত মধ্যবর্তী অংশ

x অক্ষ থেকে a এবং y অক্ষ থেকে b পরিমাণ অংশ ছেদ করে, এমন সরলরেখার সমীকরণ, $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$

অক্ষদ্বয় হতে ছেদকৃত মধ্যবর্তী অংশ $= \sqrt{a^2 + b^2}$

$ax + by + c = 0$ রেখা কর্তৃক x অক্ষ হতে ছেদিত অংশ $= -\frac{c}{a}$ এবং

y অক্ষ হতে ছেদিত অংশ $= -\frac{c}{b}$

Prob 01 কোন সরলরেখা কর্তৃক x অক্ষ ও y অক্ষ থেকে ছেদকৃত অংশ যথাক্রমে 5 এবং -10 হলে রেখাটির সমীকরণ কী?

Sol: রেখাটির সমীকরণ, $\frac{x}{5} + \frac{y}{-10} = 1 \Rightarrow 2x - y = 10$ Ans.

Prob 02 $2x - 3y - 6 = 0$ রেখাকর্তৃক অক্ষদ্বয়ের মধ্যবর্তী খণ্ডিত অংশের পরিমাণ কত?

Sol: রেখাটির সমীকরণ, $2x - 3y - 6 = 0 \Rightarrow \frac{x}{3} - \frac{y}{2} = 1$

অতএব এখানে, $a = 3$, এবং $b = -2$

তাহলে মধ্যবর্তী খণ্ডিত অংশ $= \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{9 + 4} = \sqrt{13}$ Ans.

Prob 03 একটি সরলরেখা $(3, 5)$ বিন্দু দিয়ে যায় এবং অক্ষদ্বয় হতে বিপরীত চিহ্নবিশিষ্ট সমমানের অংশ ছেদ করে। সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর?

Sol: মনে করি, সরলরেখার সমীকরণ $\frac{x}{a} - \frac{y}{a} = 1$ যা $(3, 5)$ বিন্দু দিয়ে যায়-

$\therefore \frac{3}{a} - \frac{5}{a} = 1 \Rightarrow -\frac{2}{a} = 1 \therefore a = -2$

\therefore সরলরেখার সমীকরণ $\frac{x}{-2} + \frac{y}{2} = 1 \Rightarrow y - x = 2$ Ans.

Prob 04 যদি কোন সরলরেখার অক্ষ দুইটির মধ্যবর্তী খণ্ডিতাংশ $(2, 3)$ বিন্দুতে সমদ্বিখণ্ডিত হয়, তবে তার সমীকরণ নির্ণয় কর।

Sol: মনে করি, x অক্ষ এবং y অক্ষকে ছেদকারী বিন্দুর স্থানাঙ্ক যথাক্রমে $(a, 0)$ এবং $(0, b)$ ।

দেওয়া আছে, এদের মধ্যবিন্দুর স্থানাঙ্ক $(2, 3)$

$\therefore \frac{a}{2} = 2 \Rightarrow a = 4$ এবং $\frac{b}{2} = 3 \Rightarrow b = 6$

সুতরাং সরলরেখার সমীকরণ $\frac{x}{4} + \frac{y}{6} = 1 \Rightarrow \frac{x}{4} + \frac{y}{6} = 1$ Ans.

Prob 05 $2x + 5y + 4 = 0$ রেখাটি দ্বারা অক্ষদ্বয় থেকে ছেদিত অংশ নির্ণয় কর

Sol: x অক্ষ হতে ছেদিত অংশ $= -\frac{c}{a} = -\frac{4}{2} = -2$ একক

$\therefore x$ অক্ষ হতে ছেদিত অংশ $= |-2| = 2$

y অক্ষ হতে ছেদিত অংশ $= -\frac{c}{b} = -\frac{4}{5}$ একক

$\therefore y$ অক্ষ হতে ছেদিত অংশ $= |-\frac{4}{5}| = \frac{4}{5}$ Ans.

For Practice:

একটি সরলরেখা (3, 5) বিন্দু দিয়ে যায় এবং অক্ষদ্বয় হতে বিপরীত চিহ্নবিশিষ্ট সমমানের অংশ ছেদ করে। সরলরেখাটির সমীকরণ কি?

Ans. $x - y + 2 = 0$

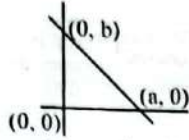
3x - 3y = 5 সরলরেখাটির x অক্ষের ছেদকৃত অংশ-

Ans. $\frac{5}{3}$

Type-05: অক্ষদ্বয় এবং কোন সরলরেখা দ্বারা বেষ্টিত ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল

$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ সরলরেখা এবং অক্ষদ্বয় দ্বারা বেষ্টিত ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল

$= \frac{1}{2} |a \times b| = \frac{1}{2} \times \text{ভূমি} \times \text{উচ্চতা}$



Prob 01 2x - 3y - 6 = 0 রেখা দ্বারা অক্ষদ্বয়ের সান্নিধ্যে গঠিত ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল কত?

Sol: $2x - 3y - 6 = 0 \Rightarrow 2x - 3y = 6 \Rightarrow \frac{x}{3} - \frac{y}{2} = 1$

$\therefore a = 3, b = -2$

\therefore ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} |ab| = \frac{1}{2} |-6| = 3$ বর্গ একক।

Type-06: লম্ব আকৃতির সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় সংক্রান্ত

লম্ব আকৃতির সরলরেখার আদর্শ সমীকরণ, $x \cos \alpha + y \sin \alpha = p$. যেখানে p মূলবিন্দু থেকে সরলরেখার উপর অঙ্কিত লম্ব দৈর্ঘ্য এবং উক্ত লম্ব x অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে α কোণ উৎপন্ন করে।

Prob 01 মূলবিন্দু থেকে কোন সরলরেখার উপর অঙ্কিত লম্বের দৈর্ঘ্য 5 একক এবং লম্বটি x অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে 30° কোণ উৎপন্ন করলে সরলরেখাটির সমীকরণ নির্ণয় কর।

Sol: সরলরেখাটির সমীকরণ, $x \cos \alpha + y \sin \alpha = p$

$\Rightarrow x \cos 30^\circ + y \sin 30^\circ = 5 \Rightarrow x \times \frac{\sqrt{3}}{2} + y \times \frac{1}{2} = 5$

$\Rightarrow \sqrt{3}x + y = 10 \Rightarrow \sqrt{3}x + y - 10 = 0$ Ans.

Type-07: যেকোন দুইটি বিন্দুগামী রেখা ও লম্ব সমদ্বিখণ্ডক রেখার সমীকরণ নির্ণয় সংক্রান্ত

যদি একটি সরলরেখা (x_1, y_1) এবং (x_2, y_2) বিন্দু দিয়ে যায় তবে রেখার

সমীকরণ- $\frac{x - x_1}{x_1 - x_2} = \frac{y - y_1}{y_1 - y_2}$

(x_1, y_1) এবং (x_2, y_2) বিন্দুদ্বয়ের সংযোজক সরলরেখার লম্ব সমদ্বিখণ্ডকের

সমীকরণ, $(x_1 - x_2)x + (y_1 - y_2)y = \frac{1}{2}(x_1^2 + y_1^2 - x_2^2 - y_2^2)$

Shortcut: যদি রেখাটি (x_1, y_1) এবং (x_2, y_2) বিন্দু দিয়ে যায় তাহলে রেখাটিতে (x_1, y_1) এবং (x_2, y_2) বসালে $0 = 0$ হবে।

Prob 01 (1, 2) এবং (7, 8) বিন্দুগামী রেখার সমীকরণ কী?

Sol: আমরা জানি, (x_1, y_1) এবং (x_2, y_2) বিন্দুগামী রেখার সমীকরণ

$\frac{x - x_1}{y - y_1} = \frac{x_1 - x_2}{y_1 - y_2}$ অতএব সরলরেখাটি $\frac{x - 1}{y - 2} = \frac{1 - 7}{2 - 8}$

$\Rightarrow \frac{x - 1}{y - 2} = \frac{-6}{-6} \Rightarrow x - 1 = y - 2 \Rightarrow x - y + 1 = 0$ Ans.

Prob 02 (1, -1) এবং (2, 4) বিন্দুদ্বয়ের সংযোজক সরলরেখার লম্ব সমদ্বিখণ্ডকের সমীকরণ কী?

Sol: লম্ব সমদ্বিখণ্ডকের সমীকরণ-

$(x_1 - x_2)x + (y_1 - y_2)y = \frac{1}{2}(x_1^2 + y_1^2 - x_2^2 - y_2^2)$

$\Rightarrow (1 - 2)x + (-1 - 4)y = \frac{1}{2}\{1^2 + (-1)^2 - 2^2 - 4^2\}$

$\Rightarrow -x - 5y = -9 \Rightarrow x + 5y - 9 = 0$ Ans.

Shortcut: মধ্যবিন্দু $(\frac{1+2}{2}, \frac{-1+4}{2})$ বা, $(\frac{3}{2}, \frac{3}{2})$

লম্বের ঢাল $= -\frac{2-1}{4+1} = -\frac{1}{5}$

\therefore নির্ণেয় লম্বদ্বিখণ্ডকের সমীকরণ $y - \frac{3}{2} = -\frac{1}{5}(x - \frac{3}{2})$

$\Rightarrow 5y - \frac{15}{2} = -x + \frac{3}{2} \Rightarrow x + 5y - \frac{15+3}{2} = 0 \Rightarrow x + 5y - 9 = 0$

For Practice:

01. (-5, 7) ও (3, -1) বিন্দুদ্বয়ের সংযোগকারী রেখাংশের লম্বসমদ্বিখণ্ডক রেখার সমীকরণ কি? Ans. $y - 3 = x + 1$

Type-08: দুইটি সরলরেখা পরস্পর সমান্তরাল ও লম্ব হওয়ার শর্ত

$a_1x + b_1y + c_1 = 0, a_2x + b_2y + c_2 = 0$ রেখাদ্বয় সমান্তরাল হবে যদি,

$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2}$ হয়, অথবা রেখাদ্বয়ের ঢাল সমান হয়, অর্থাৎ $m_1 = m_2$ হয়।

\therefore দুটি সরলরেখা $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ এবং $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ পরস্পর লম্ব হবে যদি $a_1a_2 + b_1b_2 = 0$ অথবা $m_1 \times m_2 = -1$ হয়। যেখানে, m_1 এবং m_2 যথাক্রমে রেখাদ্বয়ের ঢাল।

Prob 01 $2x + 3y - 8 = 0$ এবং $4x + 6x - 2 = 0$ রেখাদ্বয় কী সমান্তরাল?

Sol: এখানে, $a_1 = 2, a_2 = 4, b_1 = 3$ এবং $b_2 = 6$;

$\therefore \frac{a_1}{a_2} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ এবং $\frac{b_1}{b_2} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

$\therefore \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2}$ তাই সরলরেখা দুটি সমান্তরাল।

অথবা, 1ম রেখার ঢাল, $m_1 = -\frac{2}{3}$ এবং 2য় রেখার ঢাল, $m_2 = -\frac{4}{6} = -\frac{2}{3} = m_1$

\therefore সরলরেখা দুটি সমান্তরাল।

Prob 02 p এর মান কত হলে, $(p-1)x + (p+1)y - 8 = 0$ এবং $3x + 5y + 8 = 0$ রেখাদ্বয় সমান্তরাল হবে?

Sol: $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \Rightarrow \frac{p-1}{3} = \frac{p+1}{5} \Rightarrow 5p-5 = 3p+3 \Rightarrow 2p=8 \Rightarrow p=4$

\therefore p এর মান 4 হলে, রেখাদ্বয় সমান্তরাল হবে। Ans.

Prob 03 $2x - y + 7 = 0$ এবং $3x + 6y - 5 = 0$ রেখাদ্বয় কী পরস্পর লম্ব?

Sol: এখানে, $a_1a_2 + b_1b_2 = 2 \times 3 + (-1) \times 6 = 6 - 6 = 0$

\therefore শর্তমতে রেখাদ্বয় লম্ব।

দ্বিতীয় পদ্ধতি: প্রথম সরলরেখার ঢাল, $m_2 = -\frac{x \text{ এর সহগ}}{y \text{ এর সহগ}} = -\frac{2}{(-1)} = 2$

দ্বিতীয় সরলরেখার ঢাল, $m_1 = -\frac{x \text{ এর সহগ}}{y \text{ এর সহগ}} = -\frac{3}{6} = -\frac{1}{2}$

এখন, $m_1m_2 = 2 \times (-\frac{1}{2}) = -1 \therefore$ রেখাদ্বয় পরস্পর লম্ব। Ans.

Prob 04 $2x - y + 7 = 0$ এবং $3x + ky - 5 = 0$ পরস্পর লম্ব হলে, $k = ?$

Sol : $m_1 = 2, m_2 = -\frac{3}{k}$

লম্ব হলে, $m_1 \times m_2 = -1 \Rightarrow 2 \times \left(-\frac{3}{k}\right) = -1 \Rightarrow k = 6$ Ans.

বিকল্প: $2 \times 3 + (-1)k = 0 \Rightarrow k = 6$

For Practice:

01. α এর কোন মানের জন্য $(\alpha + 1)x + (\alpha - 1)y - 7 = 0$ রেখাটি $3x + 5y + 7 = 0$ রেখার সমান্তরাল হবে? **Ans.** -4

02. $ax + y + c = 0$ এবং $x + by - 8 = 0$ রেখাদ্বয় লম্ব হলে কোনটি সঠিক? **Ans.** $b = -a$

03. কোন সমীকরণটি প্রকৃতপক্ষে অসংখ্য সমান্তরাল সরলরেখা নির্দেশ করে? **Ans.** $y = x + c$

04. $2x + 3y + 5 = 0$ এবং $3x + ky + 6 = 0$ রেখাদ্বয় লম্ব হলে k -এর মান কত? [RU 11-12] **Ans.** -2

Type-09: কোন সরলরেখার সমান্তরাল ও লম্ব সরলরেখা গঠন সংক্রান্ত

- $ax + by + c = 0$ সরলরেখার সমান্তরাল সরলরেখার সমীকরণ $ax + by + k = 0$
- (x_1, y_1) বিন্দুগামী এবং $ax + by + c = 0$ রেখার সমান্তরাল রেখার সমীকরণ $a(x - x_1) + b(y - y_1) = 0$
- $ax + by + c = 0$ রেখার সাথে লম্ব এমন রেখার সমীকরণ $bx - ay + k = 0$
- (x_1, y_1) বিন্দুগামী এবং $ax + by + c = 0$ রেখার উপর লম্ব রেখার সমীকরণ $b(x - x_1) - a(y - y_1) = 0$

Prob 01 $(2, 0)$ বিন্দুগামী এবং $3x + 5y + 8 = 0$ রেখার সমান্তরাল সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর।

Sol : $3x + 5y + 8 = 0$ রেখার সমান্তরাল সরলরেখা $3x + 5y + k = 0$ (1)
এখন (i) রেখাটি $(2, 0)$ বিন্দুগামী।
 $\therefore 3 \times 2 + 5 \times 0 + k = 0 \Rightarrow k = -6$
 \therefore নির্ণেয় সরলরেখা, $3x + 5y - 6 = 0$ **Ans.**
বিকল্প: $3(x - 2) + 5(y - 0) = 0 \Rightarrow 3x + 5y - 6 = 0$

Tec: $(2, 0)$ বিন্দু দ্বারা যে সমীকরণ সিদ্ধ হবে তাই উত্তর হবে।

Prob 02 $-3x + 2y + 5 = 0$ রেখার উপর লম্ব এবং $(2, 0)$ বিন্দুগামী রেখার সমীকরণ নির্ণয় কর।

Sol : $-3x + 2y + 5 = 0$ রেখার সাথে লম্ব রেখার সমীকরণ $2x - (-3)y + k = 0$
 $\Rightarrow 2x - (-3)y + k = 0$
 $\Rightarrow 2x + 3y + k = 0$ ---- (i)
আবার (i) রেখাটি $(2, 0)$ বিন্দুগামী।
অতএব, $2 \times 2 + 3 \times 0 + k = 0 \Rightarrow k = -4$
 \therefore নির্ণেয় সরলরেখার সমীকরণ, $2x + 3y - 4 = 0$ **Ans.**
বিকল্প: $2(x - 2) + 3(y - 0) = 0 \Rightarrow 2x + 3y - 4 = 0$

Tec: $(2, 0)$ বিন্দু দ্বারা যে সমীকরণ সিদ্ধ হবে তাই উত্তর হবে।

For Practice:

- 01. Equation of a line perpendicular to $2x + 9y - 2 = 0$ and passing through $(4, -3)$ [JU 13-14] **Ans.** $9x - 2y - 42 = 0$
- 02. একটি সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর যা $(4, -3)$ বিন্দু দিয়ে যায় এবং $2x + 11y - 2 = 0$ রেখাটির সমান্তরাল [CU 12-13, 05-06, 02-03; KU 06-07; IU 12-13] **Ans.** $2x + 11y + 25 = 0$
- 03. $5x - 7y = 15$ রেখার উপর লম্ব এবং $(2, -3)$ বিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ- [BU 11-12; DU 99-00, 10-11] **Ans.** $7x + 5y + 1 = 0$

Type-10: দুটি সরলরেখা একই সরলরেখা নির্দেশ করার শর্ত:

➤ দুটি সরলরেখা $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ এবং $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ একই সরলরেখা নির্দেশ করবে যদি, $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$ হয়।

Prob 01 যদি $x - 3y + 2 = 0$ এবং $2x - 6y + k = 0$ রেখাদ্বয় একই সরলরেখা নির্দেশ করে তবে k এর মান কত?

Sol : এখানে, $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{-3}{-6} = \frac{2}{k} \Rightarrow k = 4$ **Ans.**

Type-11: তিনটি সরলরেখা সমবিন্দুগামী ও তিনটি বিন্দু সমরেখ হওয়ার শর্ত:

➤ তিনটি সরলরেখা $a_1x + b_1y + c_1 = 0, a_2x + b_2y + c_2 = 0$ এবং $a_3x + b_3y + c_3 = 0$ সমবিন্দু হলে, $\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = 0$ হবে।

➤ তিনটি বিন্দু দ্বারা গঠিত ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল শূন্য (০) হলে বিন্দু তিনটি সমরেখ হবে।

Prob 01 $2x + 3y + 4 = 0, 4x + 3y + 2 = 0$ এবং $x + py = 0$ রেখাদ্বয় সমবিন্দুগামী হলে, p এর মান কত?

Sol : $\begin{vmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 4 & 3 & 2 \\ 1 & p & 0 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow 2(0 - 2p) - 3(0 - 2) + 4(4p - 3) = 0$
 $\Rightarrow 12p - 6 = 0 \Rightarrow p = \frac{1}{2}$ **Ans.**

Prob 02 $(x, y), (2, 3)$ এবং $(-1, -4)$ একই সরলরেখার অবস্থিত হলে, সরলরেখার সমীকরণ কোনটি?

Sol : $(x, y), (2, 3)$ এবং $(-1, -4)$ একই সরলরেখার অবস্থিত হলে এদের দ্বারা গঠিত ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল শূন্য হবে।
 \therefore ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x & y \\ 2 & 3 \\ -1 & -4 \end{vmatrix} = 0$
 $\Rightarrow (3x - 8 - y - 2y + 3 + 4x) = 0 \Rightarrow 7x - 3y - 5 = 0$ **Ans.**

For Practice:

01. k এর মান কত হলে, $x - y + 1 = 0, x - 3y + 5 = 0$ এবং $3y = kx + 4$ সরলরেখাদ্বয় সমবিন্দু হবে? **Ans.** 2

Type-12: যেকোন বিন্দু হতে কোন সরলরেখার দূরত্ব নির্ণয় সংক্রান্ত

➤ যেকোন বিন্দু (x_1, y_1) হতে কোন সরলরেখা $ax + by + c = 0$ এর লম্ব দূরত্ব $= \frac{|ax_1 + by_1 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

➤ মূলবিন্দু হতে $ax + by + c = 0$ রেখার উপর অঙ্কিত লম্বের দৈর্ঘ্য হবে $\frac{|c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

Prob 01 $(3, 5)$ বিন্দু হতে $3x + 5y - 2 = 0$ রেখার লম্ব দূরত্ব কত?

Sol : দূরত্ব $= \frac{|3 \times 3 + 5 \times 5 - 2|}{\sqrt{9 + 25}} = \frac{|32|}{\sqrt{34}} = \frac{32}{\sqrt{34}}$ একক।

Prob 02 প্রথম চতুর্ভুজে অবস্থিত $(a, 2)$ বিন্দু হতে $4x - 3y + 14 = 0$ সরলরেখার দূরত্ব 4 একক হলে, a এর মান কত?

Sol: শর্তমতে, $\frac{|4 \times a - 3 \times 2 + 14|}{\sqrt{4^2 + (-3)^2}} = \pm 4$

$\Rightarrow 4a + 8 = \pm 20 \Rightarrow a = \frac{\pm 20 - 8}{4} = -7, 3$

$\therefore (a, 2)$ প্রথম চতুর্ভুজে বিধায় $a = 3$

For Practice:

- $4x - 3y = 9$ সরলরেখা হতে $(-2, 1)$ বিন্দুর দূরত্ব কত? **Ans. 4**
- $12x - 5y = 7$ রেখা থেকে 2 একক দূরবর্তী সমান্তরাল রেখার সমীকরণ নির্ণয় কর। **Ans. 0**
- $(4, -2)$ বিন্দু হতে $5x + 12y = 3$ রেখার উপর অঙ্কিত লম্বের দৈর্ঘ্য কত? **Ans. $\frac{7}{13}$**
[DU 03-04, 06-07; RU 12-13]
- $(\sqrt{3}, 1)$ বিন্দু হতে $x\sqrt{3} - y + 8 = 0$ সরলরেখার উপর অঙ্কিত লম্বের দৈর্ঘ্য- [SUST 08-09; JU 10-11] **Ans. 5**
- $(3, 2)$ বিন্দু হতে $3x - 4y + 14 = 0$ রেখার লম্বের দূরত্ব কত? [CU 15-16] **Ans. 3**

Type-13: দুটি সমান্তরাল রেখার মধ্যবর্তী দূরত্ব ও নির্দিষ্ট দূরত্বে অবস্থিত সরলরেখার সমীকরণ

$ax + by + c_1 = 0$ এবং $ax + by + c_2 = 0$ সমান্তরাল রেখাদ্বয়ের

মধ্যবর্তী দূরত্ব = $\frac{|c_1 - c_2|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

Prob 01 $3x + 2y - 16 = 0$ এবং $3x + 2y - 20 = 0$ রেখাদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব কত?

Sol: মধ্যবর্তী দূরত্ব = $\frac{|-16 - (-20)|}{\sqrt{9+4}} = \frac{4}{\sqrt{13}} = \frac{4}{\sqrt{13}}$ **Ans.**

Prob 02 α সূক্ষ্মকোণ হলে $x \cos \alpha + y \sin \alpha + 5 = 0$ এবং $6x + 8y - 20 = 0$ সমান্তরাল রেখাদ্বয়ের দূরত্ব কত?

Sol: নির্ণয় দূরত্ব = $\frac{|0 \times \cos \alpha + 0 \times \sin \alpha + 5 - \frac{6 \times 0 + 8 \times 0 - 20}{\sqrt{6^2 + 8^2}}|}{\sqrt{\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha}}$
= $\frac{|5 - \frac{-20}{10}|}{1} = |5 + 2| = 7$ একক **Ans.**

Prob 03 $2x + 3y - 8 = 0$ রেখার সমান্তরাল এবং 5 একক দূরবর্তী সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর।

Sol: $2x + 3y - 8 = 0$ রেখাটির সমান্তরাল সরলরেখা $2x + 3y + k = 0$

$\therefore \frac{|-8 - k|}{\sqrt{4+9}} = \pm 5 \Rightarrow \frac{k+8}{\sqrt{13}} = \pm 5 \therefore k = 5\sqrt{13} - 8$

এবং $k = -5\sqrt{13} - 8$

\therefore নির্ণয় রেখা, $2x + 3y + (5\sqrt{13} - 8) = 0$ or $2x + 3y - 5\sqrt{13} - 8 = 0$ **Ans.**

Prob 04 $3x - 4y = 8$ সরলরেখার সমান্তরাল এবং উহা হতে 2 একক দূরে অবস্থিত সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর?

Sol: দেওয়া আছে, সরলরেখার সমীকরণ $3x - 4y - 8 = 0$ (i)

(i) নং সরলরেখার সমান্তরাল রেখার সমীকরণ $3x - 4y + k = 0$

(ii) সমান্তরাল রেখাদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব = 2 $\therefore \frac{|k+8|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}} = 2$

$\Rightarrow \frac{k+8}{5} = \pm 2$

$\Rightarrow k+8 = \pm 10 \therefore k = 2, -18$

\therefore 2 একক দূরবর্তী সমান্তরাল রেখার সমীকরণ

$3x - 4y + 2 = 0$ অথবা, $3x - 4y - 18 = 0$

For Practice:

- $4x + 3y - 5 = 0$ এবং $2y - x + 3 = 0$ রেখা দুইটির অন্তর্ভুক্ত কোণ θ সূক্ষ্মকোণ হলে, $\tan \theta = ?$ **Ans. $-\frac{11}{2}$**
- $3x - 4y - 12 = 0$ এবং $3x - 4y + 3 = 0$ সমান্তরাল রেখাদ্বয়ের দূরত্ব কত? **Ans. 3**
- $4x + 3y + 19 = 0$ এবং $4x + 3y + 9 = 0$ রেখাদ্বয়ের লম্ব দূরত্ব কত একক? [JU 12-13] **Ans. 2**
- $3x - 2y = 1$ এবং $6x - 4y + 9 = 0$ রেখা দুইটির মধ্যবর্তী লম্ব দূরত্ব কত? [IU 14-15] **Ans. $\frac{11}{2\sqrt{13}}$**

Type-14: দুটি সরলরেখার অন্তর্ভুক্ত কোণ ও কোণের সমদ্বিখণ্ডকের সমীকরণ

$a_1x + b_1y + c_1 = 0$ এবং $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ রেখাদ্বয়ের অন্তর্ভুক্ত কোণ θ হলে, $\tan \theta = \pm \frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 m_2}$ যেখানে m_1 এবং m_2 যথাক্রমে রেখাদ্বয়ের ঢাল

Note: (i) সূক্ষ্মকোণ নির্ণয় করতে হলে (+) যোগবোধক মানটি নিতে হবে।
(ii) স্থূলকোণ নির্ণয় করতে হলে (-) বিয়োগবোধক মানটি নিতে হবে।

$a_1x + b_1y + c_1 = 0$ এবং $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ রেখাদ্বয়ের অন্তর্ভুক্ত কোণ সমূহের সমদ্বিখণ্ডক রেখাসমূহ সমীকরণ,

$\frac{a_1x + b_1y + c_1}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2}} = \pm \frac{a_2x + b_2y + c_2}{\sqrt{a_2^2 + b_2^2}}$

Note: (i) $a_1 a_2 + b_1 b_2 > 0$ হলে (+) নিয়ে স্থূলকোণের সমদ্বিখণ্ডক এবং (-) নিয়ে সূক্ষ্মকোণের সমদ্বিখণ্ডক নির্ণয় করতে হবে।

(ii) $a_1 a_2 + b_1 b_2 < 0$ হলে (-) নিয়ে স্থূলকোণের এবং (+) নিয়ে সূক্ষ্মকোণের সমদ্বিখণ্ডক নির্ণয় করতে হবে।

Prob 01 $2x + 3y - 3 = 0$ এবং $3x - 4y + 2 = 0$ রেখাদ্বয়ের অন্তর্ভুক্ত সূক্ষ্মকোণ নির্ণয় কর।

Sol: এখানে, প্রথম ও দ্বিতীয় সরলরেখার ঢাল, $m_1 = -\frac{2}{3}; m_2 = -\frac{3}{-4} = \frac{3}{4}$

\therefore অন্তর্ভুক্ত সূক্ষ্মকোণ θ হলে, $\tan \theta = \pm \frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 m_2} = \pm \frac{-\frac{2}{3} - \frac{3}{4}}{1 - \frac{2}{3} \times \frac{3}{4}}$

$= \pm \frac{-\frac{17}{12}}{1 - \frac{1}{2}} = \pm \frac{-\frac{17}{12}}{\frac{1}{2}} = \pm \frac{-17}{6}$ [সূক্ষ্মকোণের ক্ষেত্রে $\tan \theta$ (+) হবে।]

\therefore নির্ণয় সূক্ষ্মকোণ $\theta = \tan^{-1} \frac{17}{6}$ **Ans.**

Prob 02 $2x + y + 3 = 0$ এবং $3x - 4y + 7 = 0$ রেখাঘরের অন্তর্ভুক্ত সূক্ষকোণের সমদ্বিখণ্ডকের সমীকরণ নির্ণয় কর।

Sol: সমদ্বিখণ্ডকস্থলের সমীকরণ, $\frac{2x + y + 3}{\sqrt{5}} = \pm \frac{3x - 4y + 7}{\sqrt{25}}$

$$\Rightarrow 2\sqrt{5}x + \sqrt{5}y + 3\sqrt{5} = \pm(3x - 4y + 7)$$

যেহেতু $a_1a_2 + b_1b_2 > 0$ তাই $(-)$ চিহ্ন নিয়ে সূক্ষকোণের সমদ্বিখণ্ডক রেখার সমীকরণ $(2\sqrt{5} + 3)x + (\sqrt{5} - 4)y + 3\sqrt{5} + 7 = 0$ Ans.

Prob 03 $2x + 3y - 1 = 0$ এবং $x - 2y + 3 = 0$ রেখাঘরের অন্তর্ভুক্ত সূক্ষকোণ নির্ণয় কর।

Sol: প্রদত্ত সমীকরণ দুইটির ক্ষেত্রে, $\tan\theta = \pm \frac{a_2b_1 - a_1b_2}{a_1a_2 + b_1b_2}$

$$\text{অথবা } \tan\theta = \frac{\pm(m_1 - m_2)}{1 + m_1m_2}$$

$$\text{সরলরেখা দুটির ঢাল যথাক্রমে, } m_1 = -\frac{2}{3}, m_2 = \frac{1}{2}$$

রেখা দুইটির অন্তর্ভুক্ত কোণ θ হলে,

$$\tan\theta = \pm \frac{-\frac{2}{3} - \frac{1}{2}}{1 - \frac{2}{3} \times \frac{1}{2}} = \pm \frac{7}{4} \therefore \theta = \tan^{-1}\left(\pm \frac{7}{4}\right)$$

বিয়োগ চিহ্নটি রেখা দুইটির অন্তর্ভুক্ত কোণের স্থলকোণ নির্দেশ করে।

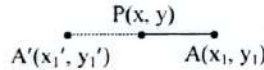
সুতরাং তাদের অন্তর্ভুক্ত সূক্ষকোণটি হবে $\tan^{-1}\left(\frac{7}{4}\right)$ Ans.

Type-15: একটি বিন্দুর সাপেক্ষে অপর বিন্দুর প্রতিবিম্ব

➤ $P(x, y)$ এর সাপেক্ষে $A(x_1, y_1)$ এর প্রতিবিম্ব $A'(x', y')$ হলে,

$$(i) \frac{x_1 + x'}{2} = x \Rightarrow x' = 2x - x_1$$

$$(ii) \frac{y_1 + y'}{2} = y \Rightarrow y' = 2y - y_1$$



Prob 01 $A(-3, 4)$ বিন্দুর সাপেক্ষে $B(2, -1)$ বিন্দুর প্রতিবিম্ব নির্ণয় কর।

Sol: $x' = 2(-3) - 2 = -8$

$y' = 2(-1) - (-1) = 9 \therefore$ নির্ণেয় প্রতিবিম্ব বিন্দু $(-8, 9)$ Ans.

Type-16: রেখার সাপেক্ষে বিন্দু ও রেখার প্রতিবিম্ব নির্ণয় সংক্রান্ত

➤ (x_1, y_1) বিন্দুর প্রতিবিম্ব:

(i) x অক্ষের সাপেক্ষে $(x_1, -y_1)$ (ii) y অক্ষের সাপেক্ষে $(-x_1, y_1)$

(iii) $ax + by + c = 0$ রেখার সাপেক্ষে প্রতিবিম্ব $(x_1', -y_1')$

➤ $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ রেখার প্রতিবিম্ব:

(i) x অক্ষের সাপেক্ষে $a_1x - b_1y + c_1 = 0$

(ii) y অক্ষের সাপেক্ষে $-a_1x + b_1y + c_1 = 0$

(iii) $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ রেখার সাপেক্ষে,

$$(a_1x + b_1y + c_1)(a_2^2 + b_2^2) - 2(a_1a_2 + b_1b_2)(a_2x + b_2y + c_2) = 0$$

Prob 01 $3x + 5y + 6 = 0$ রেখার প্রতিবিম্ব (i) y অক্ষের সাপেক্ষে এবং

(ii) $x + 2y + 9 = 0$ রেখার সাপেক্ষে নির্ণয় কর।

Sol: (i) y অক্ষের সাপেক্ষে প্রতিবিম্ব, $-3x + 5y + 6 = 0$

(ii) প্রদত্ত রেখার সাপেক্ষে প্রতিবিম্ব,

$$(3x + 5y + 6)|(1 + 4)| - 2(3 \times 1 + 5 \times 2)(x + 2y + 9) = 0$$

$$\Rightarrow 11x + 27y + 204 = 0 \text{ Ans.}$$

Prob 02 $(2, 6)$ বিন্দুর প্রতিবিম্ব নির্ণয় কর (i) x -অক্ষের সাপেক্ষে (ii) y -অক্ষের সাপেক্ষে (iii) $x + y - 6 = 0$ রেখার সাপেক্ষে-

Sol: (i) x অক্ষের সাপেক্ষে প্রতিবিম্ব $(2, -6)$ Ans.

(ii) y অক্ষের সাপেক্ষে প্রতিবিম্ব $(-2, 6)$ Ans.

(iii) $x + y - 6 = 0$ রেখার সাপেক্ষে প্রতিবিম্ব (x', y') হলে,

$$\frac{x' - 2}{1} = \frac{y' - 6}{1} = \frac{2(2 + 6 - 6)}{1^2 + 1^2}$$

$$\Rightarrow x' - 2 = y' - 6 = 2$$

$$\therefore x' = 4, y' = 8 \therefore \text{প্রতিবিম্ব } (x', y') = (4, 8) \text{ Ans.}$$

For Practice:

01. $y = x$ সরলরেখা ভিত্তিক $P(5, 6)$ বিন্দুর প্রতিবিম্বের স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর।

Ans. (6, 5)

Type-17: কোন সরলরেখার সাপেক্ষে বিন্দুর অবস্থান সংক্রান্ত

➤ (x_1, y_1) এবং (x_2, y_2) বিন্দুদ্বয় $ax + by + c = 0$ রেখার একই পার্শ্বে থাকবে যদি $ax_1 + by_1 + c$ এবং $ax_2 + by_2 + c$ রাশিদ্বয় একই চিহ্নবিশিষ্ট হয়।

➤ (x_1, y_1) এবং (x_2, y_2) বিন্দুদ্বয় $ax + by + c = 0$ রেখার বিপরীত পার্শ্বে অবস্থান করবে যদি $ax_1 + by_1 + c$ এবং $ax_2 + by_2 + c$ রাশিদ্বয় বিপরীত চিহ্নবিশিষ্ট হয়।

Prob 01 $(2, 4)$ এবং $(-2, 6)$ বিন্দুদ্বয় $3x + 2y + 2 = 0$ রেখার একই পার্শ্বে অবস্থান করে কি?

Sol: $3 \times 2 + 2 \times 4 + 2 = 6 + 8 + 2 = 16$ [$(2, 4)$ বিন্দুর জন্য]

$$3(-2) + 2 \times 6 + 2 = -6 + 12 + 2 = 8$$
 [$(-2, 6)$ বিন্দুর জন্য]

\therefore বিন্দুদ্বয় রেখার একইপার্শ্বে অবস্থান করে।

Type-18: রেখাঘরের ছেদবিন্দু এবং ছেদবিন্দুগামী রেখার সমীকরণ

➤ $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ ও $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ রেখাঘরের ছেদবিন্দু

$$= \left(\frac{b_1c_2 - b_2c_1}{a_1b_2 - a_2b_1}, \frac{c_1a_2 - c_2a_1}{a_1b_2 - a_2b_1} \right) \text{ এবং}$$

ছেদবিন্দুগামী রেখার সমীকরণ $(a_1x + b_1y + c_1) + k(a_2x + b_2y + c_2) = 0$ ।

Prob 01 $2x + 3y + 3 = 0$ এবং $x + 2y - 4 = 0$ রেখাঘরের ছেদবিন্দু নির্ণয় কর।

$$\text{Sol: } \text{ছেদবিন্দু} = \left(\frac{3(-4) - 2 \times 3}{2 \times 2 - 1 \times 3}, \frac{3 \times 1 - (-4) \times 2}{2 \times 2 - 1 \times 3} \right)$$

$$= \left(\frac{-12 - 6}{4 - 3}, \frac{3 + 8}{4 - 3} \right) = (-18, 11) \text{ Ans.}$$

Prob 02 $3x + 5y - 6 = 0$ এবং $x - 2y + 9 = 0$ রেখাঘরের ছেদবিন্দু দিয়ে যায় এবং $(0, 1)$ বিন্দু দিয়ে অতিক্রম করে এরূপ সরলরেখার সমীকরণ কত?

Sol: রেখাঘরের ছেদবিন্দু হবে $(-3, 3)$

$\therefore (-3, 3)$ এবং $(0, 1)$ বিন্দু দিয়ে অতিক্রম করে এরূপ সরলরেখার সমীকরণ

$$\frac{x + 3}{-3 - 0} = \frac{y - 3}{3 - 1} \Rightarrow \frac{x + 3}{-3} = \frac{y - 3}{2}$$

$$\Rightarrow 2x + 6 + 3y - 9 = 0 \Rightarrow 2x + 3y - 3 = 0 \text{ Ans.}$$

Note: যেহেতু রেখাটি প্রদত্ত রেখাঘরের ছেদবিন্দুগামী। সুতরাং ছেদবিন্দু দিয়ে সমীকরণটি সিদ্ধ হবে।

Prob 03 এমন একটি সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর যা $5x - 3y - 7 = 0$ ও $4x + y - 9 = 0$ রেখা দুইটির ছেদবিন্দু দিয়ে যায় এবং $13x - y - 1 = 0$ রেখার সমান্তরাল হয়।

Sol: প্রদত্ত রেখা দুইটির ছেদবিন্দু দিয়ে গমনকারী সরলরেখার সমীকরণ

$$5x - 3y - 7 + k(4x + y - 9) = 0$$

$$(4k + 5)x + (k - 3)y - 9k - 7 = 0$$

ইহা $13x - y - 1 = 0$ এর সমান্তরাল হবে, যদি এবং কেবল যদি

$$\frac{4k + 5}{13} = \frac{k - 3}{-1} \text{ হয়। } \therefore k = 2$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় সরলরেখা } 13x - y - 25 = 0$$

$$\text{বিকল্প: } 5x - 3y - 7 = 0 \dots\dots\dots (i)$$

$$4x + y - 9 = 0$$

$$\Rightarrow 12x + 3y - 27 = 0 \dots\dots\dots (ii)$$

$$(i) + (ii) \Rightarrow 17x = 34 \Rightarrow x = 2; y = 1 \text{ ছেদবিন্দু } (2, 1)$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় সমীকরণ, } 13(x - 2) - (y - 1) = 0 \Rightarrow 13x - y - 25 = 0$$

Prob 04 y অক্ষের সমান্তরাল এবং $2x - 3y + 4 = 0$ ও $3x + 3y - 5 = 0$ রেখা দুইটির ছেদবিন্দু দিয়ে যায় এরূপ সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর।

Sol: প্রদত্ত রেখা দুইটির ছেদবিন্দু, $(x, y) = \left(\frac{1}{5}, \frac{22}{15}\right)$

y অক্ষের সমান্তরাল সরলরেখার সমীকরণ, $x = a$

$$\therefore x = \frac{1}{5} \Rightarrow 5x - 1 = 0 \therefore \text{সরলরেখার সমীকরণ } 5x - 1 = 0 \text{ Ans.}$$

For Practice:

01. x অক্ষ সাপেক্ষে সমান্তরাল এবং $x - 3y + 2 = 0$ ও $x + y - 2 = 0$ রেখাদ্বয়ের ছেদবিন্দু দিয়ে যায়, এরূপ সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর। **Ans.** $y - 1 = 0$

02. এমন সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর যারা $y - 2x + 2 = 0$ এবং $y - 3x + 5 = 0$ রেখাদ্বয়ের ছেদবিন্দু দিয়ে অতিক্রম করে এবং মূলবিন্দু হতে যাদের দূরত্ব $\frac{7}{\sqrt{2}}$ একক। **Ans.** $17x + 31y = 175$

03. y - অক্ষের সমান্তরাল এবং $2x - 7y + 11 = 0$ ও $x + 3y - 8 = 0$ রেখা দুটির ছেদবিন্দু দিয়ে যায় এরূপ সরলরেখার সমীকরণ- [1U 13-14] **Ans.** $13x - 23 = 0$

Joykoly Special

(i) $A(x_1, y_1); B(x_2, y_2)$ বিন্দুদ্বয়ের সংযোজক রেখার লম্বদ্বিখণ্ডকের সমীকরণ

$$(x_1 - x_2)x + (y_1 - y_2)y = \frac{1}{2}(x_1^2 + y_1^2 - x_2^2 - y_2^2)$$

(ii) $A(x_1, y_1); B(x_2, y_2); C(x_3, y_3); D(x_4, y_4)$ হলে, CD কে AB রেখাটি $K: 1$ অনুপাতে বিভক্ত করলে

$$K = \frac{x_1y_2 + x_2y_3 + x_3y_1 - x_1y_3 - x_3y_2 - x_2y_1}{x_1y_4 + x_2y_1 + x_4y_2 - x_2y_4 - x_1y_2 - x_4y_1}$$

(iii) $A(x_1, y_1); B(x_2, y_2)$ বিন্দুদ্বয়ের সংযোজক রেখাকে $C(x, y), m_1 : m_2$

$$\text{অনুপাতে বিভক্ত করলে } \frac{m_1}{m_2} = \frac{x_1 - x}{x - x_2} = \frac{y_1 - y}{y - y_2}$$

(iv) $a_1x + b_1y + c_1 = 0; a_2x + b_2y + c_2 = 0$ রেখাদ্বয়ের ছেদবিন্দু এবং মূল বিন্দুগামী রেখার সমীকরণ $c_2(a_1x + b_1y + c_1) - c_1(a_2x + b_2y + c_2) = 0$

(v) $a_1x + b_1y + c_1 = 0; a_2x + b_2y + c_2 = 0$ রেখাদ্বয়ের অন্তর্ভুক্ত কোণ

$$\theta = \tan^{-1} \left(\pm \frac{a_2b_1 - a_1b_2}{a_1a_2 + b_1b_2} \right), (+) \text{ হলে সূক্ষ্মকোণ, } (-) \text{ হলে স্থূলকোণ}$$

(vi) একটি সরলরেখা অক্ষদ্বয়ের মধ্যবর্তী অংশ (a, b) বিন্দুতে সমদ্বিখণ্ডিত হলে সরলরেখাটির সমীকরণ, $bx + ay - 2ab = 0$

ঢাকা বিশ্ববিদ্যালয় জর্জি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি

[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $y = kx - 1$ সরলরেখাটি $y = x^2 + 3$ বক্ররেখার স্পর্শক হলে k এর একটি মান- [15-16, 07-08; JnU 07-08; BUET 13-14]

A. 1 B. $2\sqrt{2}$ C. 3 D. 4

Ans D Solve

$$y = kx - 1, y = x^2 + 3 \Rightarrow x^2 = kx - 1 \Rightarrow x^2 - kx + 4 = 0$$

$$\therefore (k)^2 - 16 = 0 \Rightarrow k = \pm 4$$

02. $(a, 0)$ এবং $(0, b)$ বিন্দুগামী সরলরেখার উপর $(1, 1)$ একটি বিন্দু হলে-[14-15]

A. $a + b = 1$ B. $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 1$ C. $a - b = 1$ D. $\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = 1$

Ans B Solve

$(a, 0)$ ও $(0, b)$ বিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1, \text{ ইহা } (1, 1) \text{ বিন্দু গামী হলে, } \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 1$$

03. $(1, 3), (3, -1), (-2, 9)$ বিন্দু তিনটি- [14-15]

A. সরল রৈখিক B. সমকোণী ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দু
C. সমবাহু ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দু D. কোনটিই নয়

Ans A Solve

$(1, 3)$ ও $(-3, -1)$ যুগ্ম

$$\text{রেখার ঢাল} = \frac{3+1}{1-3} = -2, (3, -1) \text{ ও } (-2, 9) \text{ যুগ্ম}$$

$$\text{রেখার ঢাল} = \frac{-1-9}{3+2} = \frac{-10}{5} = -2$$

\therefore ঢাল দুই সমান \therefore বিন্দুদ্বয় সরলরৈখিক

04. $y = -5x + 9$ রেখার সাথে লম্ব রেখার নতি- [14-15]

A. 5 B. -5 C. $1/5$ D. $-1/5$

Ans C Solve

$y = -5x + 9$ -এর ঢাল $= -5$ -এর লম্বের ঢাল m হলে

$$m(-5) = -1 \Rightarrow m = \frac{1}{5}$$

05. $3x + 5y = 2, 2x + 3y = 0, ax + by + 1 = 0$ সমবিন্দুগামী হলে a এবং b এর সম্পর্ক- [14-15]

A. $4a - 6b = 1$ B. $4a - 6b = 2$ C. $6a - 4b = 1$ D. $6a - 4b = 2$

Ans C Solve

$$3x + 5y = 2 \text{ ---- (i) } 2x + 3y = 0 \text{ ---- (ii)}$$

$$ax + by + 1 = 0 \text{ ---- (iii)}$$

(i) ও (ii) ছেদ বিন্দু $(-6, 4)$

$$(iii) \text{ নং এ বসাই } -6a + 4b + 1 = 0 \Rightarrow 6a - 4b = 1$$

বিকল্প,

$$\begin{vmatrix} 3 & 5 & 2 \\ 2 & 3 & 0 \\ a & b & -1 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow \begin{vmatrix} 3+2a & 5+2b & 0 \\ 2 & 3 & 0 \\ a & b & -1 \end{vmatrix} = 0$$

$$\Rightarrow 9 + 6a - 10 - 4b = 0 \Rightarrow 6a - 4b = 1$$

06. একটি আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য 20% বৃদ্ধি এবং প্রস্থ 20% হ্রাস করলে এর ক্ষেত্রফলের শতকরা পরিবর্তন- [13-14]

A. decreases by 4% B. increases by 4%
C. increases by 5% D. remains unchanged

Ans A Solve

$$\text{ক্ষেত্রফল} = (1.2a) \times (0.8)b = 0.96 ab$$

\therefore decrease by 4%

07. $x + y = 3$ এবং $y - x = 1$ সরলরেখাদ্বয়ের ছেদবিন্দুগামী, x -অক্ষের সমান্তরাল সমীকরণ- [13-14]

A. $y = 2$ B. $2y = 3$ C. $x = 1$ D. $x + 3 = 0$

Ans A Solve

$$\text{ছেদবিন্দু } x + y = 3$$

$$\frac{y - x = 1}{y = 2} \therefore x = 1$$

x অক্ষের সমান্তরাল রেখার সমীকরণ

$$\therefore y = a \text{ যা } (1, 2) \text{ বিন্দুগামী } \therefore a = 2 \therefore \text{নির্ণেয় সরলরেখা } y = 2$$

08. $y = mx$, $y = m_1x$ এবং $y = b$ সরলরেখাগুলোর দ্বারা গঠিত ত্রিভুজের বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল হবে- [12-13; IU 05-06]

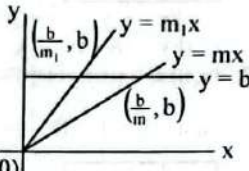
- A. $\frac{b^2(m_1 - m)}{2mm_1}$ B. $\frac{b^2(m - m_1)}{2mm_1}$
C. $\frac{b^2|m - m_1|}{mm_1}$ D. $\frac{b^2|m - m_1|}{2mm_1}$

Ans D Solve $y = mx$,

$y = m_1x$ এবং $y = b$

সরলরেখাগুলোর দ্বারা গঠিত ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দুগুলোর

স্থানাঙ্ক $(0, 0)$, $(\frac{b}{m_1}, b)$ ও $(\frac{b}{m}, b)$



$$\therefore \text{ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ \frac{b}{m_1} & b \\ \frac{b}{m} & b \end{vmatrix} = \frac{b^2|m - m_1|}{2m_1m}$$

09. $3x + 7y - 2 = 0$ সরলরেখার উপর লম্ব এবং $(2, 1)$ বিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ- [11-12, 07-08; SUST 10-11]

- A. $3x + 7y - 13 = 0$ B. $7x - 3y - 11 = 0$
C. $7x - 3y - 17 = 0$ D. $7x - 3y - 2 = 0$

Ans B Solve লম্বরেখা, $7x - 3y + k = 0$ যা $(2, 1)$ বিন্দুগামী

$$\therefore 14 - 3 + k = 0 \Rightarrow k = -11 \therefore 7x - 3y - 11 = 0$$

Tec: $(2, 1)$ বিন্দু দ্বারা অপশনগুলো টেস্ট করলে Ans আসবে।

10. $y = 1 + \frac{1}{2+x}$ বক্ররেখা x অক্ষকে A বিন্দুতে এবং y অক্ষকে B বিন্দুতে

ছেদ করলে AB সরলরেখার সমীকরণ হবে- [07-08; JNU 08-09]

- A. $x - 2y + 3 = 0$ B. $x + 2y + 3 = 0$
C. $2x - y + 3 = 0$ D. $x - 6y - 3 = 0$

Ans A Solve যেহেতু x অক্ষকে ছেদ করে, $0 = \frac{2+x+1}{2+x}$

$$\Rightarrow x + 3 = 0 \therefore x = -3 \therefore A = (-3, 0)$$

$$\therefore y = 1 + \frac{1}{2+0} \Rightarrow y = \frac{3}{2} \therefore B = (0, \frac{3}{2})$$

$$\therefore AB \text{ সমীকরণ, } \therefore \frac{x+3}{-3-0} = \frac{y-0}{0-\frac{3}{2}} \Rightarrow x - 2y + 3 = 0$$

11. মূলবিন্দু হতে $3x + 4y = 10$ রেখাটির লম্ব দূরত্ব- [07-08, 06-07; IU 12-13]

- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

Ans A Solve $\frac{|3 \times 0 + 4 \times 0 - 10|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{|-10|}{5} = 2$

12. α সূক্ষ্মকোণ হলে, $x \cos \alpha + y \sin \alpha = 4$ এবং $4x + 3y = 5$ সমান্তরাল রেখাগুলোর দূরত্ব- [06-07; RU 09-10]

- A. -1 unit B. 3 units C. 1 units D. 9 units

Ans B Solve নির্ণয় দূরত্ব,

$$= \frac{|0 \times \cos \alpha + 0 \sin \alpha - 4|}{\sqrt{\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha}} - \frac{|4 \times 0 + 3 \times 0 - 5|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = |-4 + 1| = 3 \text{ units}$$

13. $5x - 2y + 4 = 0$ এবং $4x - 3y + 5 = 0$ সরলরেখাগুলোর ছেদবিন্দু এবং মূলবিন্দু দিয়ে গমনকারী সরলরেখার সমীকরণ- [05-06; JNU 07-08]

- A. $2x - 3y = 0$ B. $3x - 2y = 0$ C. $2x - 7y = 0$ D. $9x + 2y = 0$

Ans D Solve এরূপ সরলরেখার সমীকরণ,

$$c_2(a_1x + b_1y + c_1) - c_1(a_2x + b_2y + c_2) = 0$$

$$\Rightarrow 5(5x - 2y + 4) - 4(4x - 3y + 5) = 0 \Rightarrow 9x + 2y = 0$$

14. (x, y) , $(2, 3)$ এবং $(5, 1)$ একই সরলরেখায় অবস্থিত হলে, সরলরেখার সমীকরণ কোনটি? [05-06; JUST 12-13]

- A. $2x + 3y - 13 = 0$ B. $4x + 3y - 17 = 0$
C. $3x - 4y - 17 = 0$ D. $3x + 4y - 17 = 0$

Shortcut: $\frac{y-3}{x-2} = \frac{3-1}{2-5} = -\frac{2}{3}$
 $\Rightarrow 3x - 9 = -2x + 4 \Rightarrow 2x + 3y - 13 = 0$

Tec: যেহেতু প্রদত্ত বিন্দু তিনটি একই রেখার উপর অবস্থিত সুতরাং বিন্দুগুলোর অপশনগুলো টেস্ট করলে Ans আসবে।

15. একটি সরলরেখার অক্ষদ্বয়ের মধ্যবর্তী অংশ $(2, 3)$ বিন্দুতে সমদ্বিখণ্ডিত হয়। সরলরেখাটির সমীকরণ- [04-05]

- A. $2x + 3y - 12 = 0$ B. $3x + 2y - 12 = 0$
C. $2x + 3y - 6 = 0$ D. $3x + 2y - 6 = 0$

Ans B Solve [By Shortcut Method] $bx + ay - 2ab = 0$

$$(2, 3) \text{ বিন্দুর ক্ষেত্রে, } 3x + 2y - 2 \times 2 \times 3 = 0 \Rightarrow 3x + 2y - 12 = 0$$

Tec: $(2, 3)$ বিন্দু দ্বারা অপশনগুলো টেস্ট করলেও Ans আসবে।

16. সরলরেখা $3x + 4y - 12 = 0$ দ্বারা অক্ষদ্বয়ের মধ্যবর্তী ঋণিত অংশের দৈর্ঘ্য: [03-04; SUST 08-09, 10-11; MBSTU 12-13]

- A. 7 B. 5 C. 9 D. 8

Ans B Solve $3x + 4y - 12 = 0 \Rightarrow 3x + 4y = 12$

$$\Rightarrow \frac{x}{4} + \frac{y}{3} = 1 \text{ সুতরাং অক্ষদ্বয়ের মধ্যবর্তী ঋণিত অংশের দৈর্ঘ্য}$$

$$= \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$$

জগন্নাথ বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. যদি (x, y) , $(2, 3)$ এবং $(5, -1)$ একই সরলরেখায় অবস্থিত হয়, তবে নিচের কোনটি সঠিক? [15-16; DU 05-06; RU 08-09]

- A. $4x - 3y - 17 = 0$ B. $3x + 4y - 17 = 0$
C. $3x + 4y + 17 = 0$ D. $4x + 3y - 17 = 0$

Ans D Solve \therefore বিন্দুত্রয় সমরেখ

$$\therefore \frac{x-2}{y-3} = \frac{2-5}{3-1} = \frac{x-2}{y-3} = \frac{-3}{4}$$

$$\Rightarrow 4x - 8 = -3y + 9 \Rightarrow 4x + 3y - 17 = 0$$

02. $y = 3x + 7$ এবং $3y - x = 8$ সরলরেখাগুলোর মধ্যে অন্তর্ভুক্ত সূক্ষ্মকোণের মান কত? [15-16; DU 08-09; RU 08-09, 10-11. IU 10-11, 12-13]

- A. $\tan^{-1}(1)$ B. $\tan^{-1}(\frac{3}{4})$ C. $\tan^{-1}(\frac{4}{3})$ D. $\tan^{-1}(\frac{1}{2})$

Ans C Solve $y = 3x + 7$, $m_1 = 3$

$$3y - x = 8$$

$$\Rightarrow y = \frac{1}{3}x + \frac{8}{3}, m_2 = \frac{1}{3}$$

$$\tan \theta = \frac{3 - \frac{1}{3}}{1 + 3 \cdot \frac{1}{3}} = \frac{\frac{8}{3}}{2 \times 3} = \frac{4}{3} \therefore \theta = \tan^{-1}(\frac{4}{3})$$

03. k এর কোন মানের জন্য $2x - y + 7 = 0$ ও $3x + ky - 5 = 0$ রেখা দুইটি পরস্পর লম্ব হবে? [14-15]

- A. 6 B. 8 C. 9 D. 10

Ans A Solve $2x - y + 7 = 0$

$$3x + ky - 5 = 0$$

$$\therefore \text{রেখা দুই পরস্পর লম্ব, } \therefore 2 \times 3 + (-1)k = 0 \Rightarrow k = 6$$

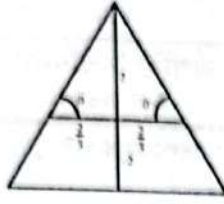
04. $y = 3x + 2$, $y = -3x + 2$ এবং $y = -2$ দ্বারা গঠিত জ্যামিতিক চিত্র কোনটি হবে। [JnU 11-12]

- A. সমকোণী ত্রিভুজ
C. সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ

- B. সমবাহু ত্রিভুজ
D. বিষমবাহু ত্রিভুজ

Ans C Solve

প্রথম রেখাছয়ের ঢালদ্বয় সমান ও বিপরীত চিহ্ন রেখাছয় x -অক্ষের সাথে সমান কোণ উৎপন্ন করে। তদু রেখাটি x -অক্ষের সমান্তরাল রেখা। আবার $\tan \theta = 3 \Rightarrow \theta = 60^\circ$
∴ ত্রিভুজটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ।



05. $2x - 5y + 10 = 0$ দ্বারা নির্দেশিত সরলরেখা এবং অক্ষদ্বয় দ্বারা বেষ্টিত ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল কত (বর্গ এককে)? [11-12; DU 99-00]

- A. 10 B. -4 C. 4 D. 1

Ans Blank Solve

$$2x - 5y + 10 = 0 \Rightarrow 2x - 5y = -10 \Rightarrow \frac{y}{2} - \frac{x}{5} = 1$$

$$\therefore \text{ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} |2 \times (-5)| = 5 \quad [\text{সঠিক উত্তর 5}]$$

06. $x^2 - y^2 = 0$ এর জ্যামিতিক রূপ কি? [09-10]

- A. পরাবৃত্ত B. উপবৃত্ত C. অধিবৃত্ত D. জোড়া সরলরেখা

Ans D Solve

$x^2 - y^2 = 0$ এর জ্যামিতিক রূপ জোড়া সরলরেখা (শর্তানুসারে)

07. $3x - 7y + 2 = 0$ সরলরেখার উপর লম্ব এবং (1, 2) বিন্দু দিয়ে অতিক্রম করে এমন একটি সরলরেখার সমীকরণ- [07-08, 06-07; DU 05-06; RU 09-10; CU 12-13]

- A. $3x + 7y - 13 = 0$ B. $7x + 3y - 13 = 0$
C. $7x + 3y + 13 = 0$ D. $7x - 3y - 13 = 0$

Ans B Solve

প্রদত্ত রেখার উপর লম্বরেখার সমীকরণ, $7x + 3y + k = 0$

∴ রেখাটি (1, 2) বিন্দু দিয়ে যায়,

$$\therefore 7 \times 1 + 3 \times 2 + k = 0 \Rightarrow k = -13$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় সমীকরণ, } 7x + 3y - 13 = 0$$

জাহাঙ্গীরনগর বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. a এর মান কত হলে, $2x - y + 3 = 0$ এবং $3x + ay - 2 = 0$ রেখাছয় পরস্পর লম্ব হবে? [15-16]

- A. $a = 8$ B. $a = 6$ C. $a = 9$ D. $a = 7$

Ans B Solve

∴ রেখাছয় পরস্পর লম্ব

$$\therefore 2(3) + (-1)(a) = 0 \Rightarrow 6 - a = 0 \Rightarrow a = 6$$

02. $2x + 3y + 7 = 0$ রেখার ঢাল কত? [15-16]

- A. $-\frac{2}{3}$ B. $\frac{2}{3}$ C. -3 D. -2

Ans A Solve

$$2x + 3y + 7 = 0$$

$$\Rightarrow 3y = -2x - 7 \Rightarrow y = -\frac{2}{3}x - \frac{7}{3}$$

$$\text{এর ঢাল} = -\frac{2}{3}$$

03. P(2,7) ও Q(6,-3) বিন্দুগামী সরলরেখার ঢাল কত? [15-16; RU 08-09; JUST 12-13]

- A. 0.4 B. -2.5 C. 2.5 D. -0.4

Ans B Solve

$$\text{ঢাল} = \frac{7+3}{2-6} = \frac{10}{-4} = -\frac{5}{2} = -2.5$$

04. $-2x + 3y - 12 = 0$ সরলরেখাটির x অক্ষের ঋণাত্মক অংশের পরিমাণ কত? [15-16]

- A. 4 B. -6 C. 6 D. -4

Ans B Solve

$$-2x + 3y = 12$$

$$\Rightarrow \frac{x}{-6} + \frac{y}{4} = 1 \quad x \text{ অক্ষের ঋণাত্মক অংশ} = -6$$

05. $5x - 9y - 45 = 0$ সরলরেখাটির y অক্ষের ঋণাত্মক অংশের পরিমাণ কত? [15-16; RU 09-10; IU 04-05]

- A. -5 B. 5 C. 9 D. -9

Ans A Solve

$$5x - 9y - 45 = 0$$

$$\Rightarrow 5x - 9y = 45 \Rightarrow \frac{x}{9} + \frac{y}{-5} = 1$$

$$y \text{ অক্ষের ঋণাত্মক অংশ} = -5$$

06. (-1, -2) (6, 4) বিন্দু দিয়ে অতিক্রমকারী রেখার ঢাল কত? [15-16]

- A. $\frac{7}{6}$ B. $-\frac{6}{7}$ C. $\frac{6}{7}$ D. $\frac{7}{6}$

Ans C Solve

$$\text{ঢাল} = \frac{4+2}{6+1} = \frac{6}{7}$$

07. যে সরলরেখার উপর P(0, 1) ও Q(1, 0) বিন্দুদ্বয় অবস্থিত তার সমীকরণ কোনটি? [15-16]

- A. $y = -x - 1$ B. $y = x - 1$ C. $x + y - 1 = 0$ D. $x = y - 1$

Ans C Solve

$$\text{সরল রেখার সমীকরণ, } \frac{x}{1} + \frac{y}{1} = 1 \Rightarrow x + y = 1$$

08. (a, 0), (0, b), (1, 1) সমরেখ হওয়ার শর্ত কোনটি? [14-15; RU 15-16, 10-11]

- A. $a + b = ab$ B. $a - b = ab$ C. $a - b + ab = 0$ D. $a + b = 0$

Ans A Solve

$$(a, 0), (0, b), (1, 1)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \begin{vmatrix} a & 0 & 1 \\ 0 & b & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow a(b-1) + (0-b) = 0$$

$$\Rightarrow ab - a - b = 0 \Rightarrow a + b = ab$$

Shortcut: (a, 0) ও (0, b) গামী রেখা $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ ইহা (1,1) বিন্দুগামী।

$$\therefore \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 1 \Rightarrow a + b = ab$$

09. (2, 3/2), (-3, -7/2) ও (x, 9/2) বিন্দু তিনটি একই সরলরেখায় অবস্থিত হলে, x এর মান কত? [14-15]

- A. 5 B. 0 C. 15 D. 3

Shortcut: ঢাল দিয়ে

$$\frac{3 - \frac{7}{2}}{2 - (-3)} = \frac{-\frac{7}{2} + \frac{9}{2}}{-3 - x} \Rightarrow \frac{\frac{2}{2}}{-3 - x} = \frac{-8}{-(3+x)} \Rightarrow x + 3 = 8 \Rightarrow x = 5$$

10. (-1, 3) এবং (4, -2) বিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণটি কী হবে? [14-15]

- A. $x + y = 1$ B. $x - y = 2$ C. $x + y = -2$ D. $x + y = 2$

Ans D Solve

(-1, 3) ও (4, -2) গামী সরলরেখা,

$$\frac{x+1}{-1-4} = \frac{y-3}{-3-2} \Rightarrow x+1 = y+3 \Rightarrow x+y = 2$$

11. দুইটি সরলরেখা $a_1x + b_1x + c_1 = 0$ এবং $a_2x + b_2x + c_2 = 0$ পরস্পর সমান্তরাল হওয়ার শর্ত কি? [14-15; RU 14-15]

- A. $a_1a_2 + b_1b_2 = 0$ B. $a_1b_2 - a_2b_1 = 0$
C. $a_1b_2 + a_2b_1 = 0$ D. $a_1a_2 - b_1b_2 = 0$

Ans B Solve

$$a_1x + b_1y + c_1 = 0$$

$$a_2x + b_2y + c_2 = 0$$

$$\text{সমান্তরালের শর্ত, } \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \Rightarrow a_1b_2 - a_2b_1 = 0$$

12. কোন সরলরেখা (3, 5) বিন্দু দিয়ে অতিক্রম করে এবং অক্ষ দুটি থেকে বিপরীত চিহ্ন বিশিষ্ট সমমানের অংশ ছেদ করে। সরলরেখাটির সমীকরণ হবে- [14-15]
 A. $x+y+2=0$ B. $x-y+1=0$ C. $x-y=0$ D. $x-y+2=0$

Ans D Solve সরলরেখাটি $\frac{x}{a} - \frac{y}{a} = 1$

$\Rightarrow x-y=a$, (3,5) বিন্দুগামী হলে $3-5=a \Rightarrow a=-2$

\therefore সমীকরণ, $x-y=-2 \Rightarrow x-y+2=0$

Shortcut: Option (D) $x-y+2=0$ কে (3, 5) সিদ্ধ করে।

13. $x-y=0$ সরলরেখার উপর লম্ব এবং মূল বিন্দুগামী রেখার সমীকরণ কি? [14-15]

A. $(x+y)=-1$ B. $(x+y)=1$ C. $(x+y)=0$ D. $(x-y)=\sqrt{5}$

Ans C Solve $x-y=0$ এর লম্ব মূল বিন্দু (0,0) গামী সরলরেখা সমীকরণ $(x-0)+(y-0)=0 \Rightarrow x+y=0$

14. The intersection point of $-3x+4y+12=0$ and the x-axis is- [13-14]

A. (0, 4) B. (4, 0) C. (-3, 0) D. (-4, 0)

Ans B Solve In the x-axis, $y=0$

$\therefore -3x+4 \times 0+12=0 \Rightarrow x=4$

\therefore intersection point = (4, 0)

15. Distance between the lines $2x-3y-7=0$ and $-2x+3y-6=0$ is- [13-14]

A. $\frac{1}{\sqrt{13}}$ B. $-\sqrt{13}$ C. $\sqrt{13}$ D. $-\frac{1}{\sqrt{13}}$

Ans C Solve See Type-22, Prob-01

16. Area of the region that $2x+3y=4a$ makes with the co-ordinate axes is- [13-14]

A. $\frac{8}{3}a$ B. $\frac{4}{3}a$ C. $\frac{8}{3}a^2$ D. $\frac{4}{3}a^2$

Ans D Solve $2x+3y=4a \Rightarrow \frac{x}{2a} + \frac{y}{4a} = 1$

আবার, $\Delta = \frac{1}{2} \times 2a \times \frac{4a}{3} = \frac{4}{3}a^2$

17. (0, 1) বিন্দুগামী এবং x অক্ষের সাথে 45° কোণে আনত সরলরেখার সমীকরণ- [A 12-13]

A. $x+y=0$ B. $y-x=1$ C. $y+x=1$ D. $y-x=0$

Ans B Solve $(y-1) = \tan 45^\circ(x-0) \Rightarrow y-1=x \Rightarrow y-x=1$

18. $x+y=2$ রেখাটি অক্ষদ্বয়ের সাথে যে ক্ষেত্র তৈরি করে তার ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক? [A 12-13; IU 05-06]

A. 4 B. 8 C. 1 D. 2

Ans D Solve y অক্ষে $x=0 \therefore y=2$

x অক্ষে $y=0 \therefore x=2$

$\therefore A = \frac{1}{2} \times 2 \times 2 = 2$

19. (4, -5) বিন্দু গামী x অক্ষের উপর লম্ব সরলরেখার সমীকরণ- [11-12]

A. $y+5=0$ B. $x-4=0$ C. $y-5=0$ D. $x+4=0$

Ans B Solve x অক্ষের উপর লম্বরেখার সমীকরণ, $x=4$

$\Rightarrow x-4=0$

20. কোন সরলরেখা x অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে 60° কোণ তৈরি করলে এর ঢাল কত হবে? [11-12]

A. 3 B. 2 C. $\sqrt{3}$ D. $\sqrt{2}$

Ans C Solve $\tan 60^\circ = \sqrt{3}$

21. y-অক্ষের সমান্তরাল রেখার সমীকরণ কি? [11-12; RU 08-09]

A. $x=0$ B. $y=a$ C. $x=a$ D. $y=0$

Ans C Solve y অক্ষের সমান্তরাল রেখার সমীকরণ $x=a$

22. মূলবিন্দু (0, 0) ও (2, 3) বিন্দুর সংযোগকারী রেখার সমীকরণ- [11-12]

A. $y=x$ B. $3x+2$ C. $y=2x+2$ D. $y=(3/2)x$

Ans D Solve $m = \frac{0-3}{0-2} = \frac{3}{2}$

মূলবিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ, $y=mx = \frac{3}{2}x$

রাজশাহী বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
 [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. কোন সরলরেখার ঢাল শূন্য হলে সরলরেখাটি কেমন? [15-16]

A. Y-অক্ষ B. মূলবিন্দুগামী রেখা
 C. x-অক্ষের সমান্তরাল রেখা D. কোনটিই নয়

Ans C Solve সরলরেখার ঢাল শূন্য হলে, রেখাটি x-অক্ষের সমান্তরাল হবে।

02. $12x+5y-60=0$ রেখা দ্বারা অক্ষদ্বয়ের মধ্যবর্তী খণ্ডিত অংশের দৈর্ঘ্য কত? [15-16]

A. 11 B. 12 C. 13 D. 14

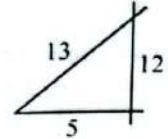
Ans C Solve $12x+5y-60=0$

$\Rightarrow 12x+5y=60$

$\Rightarrow \frac{x}{5} + \frac{y}{12} = 1$

অক্ষদ্বয়ের মধ্যবর্তী খণ্ডিত অংশের দৈর্ঘ্য,

$= \sqrt{5^2 + 12^2} = \sqrt{169} = 13$



03. $5x+4y-20=0$ সরল রেখাটি অক্ষদ্বয়ের সাথে যে ত্রিভুজ উৎপন্ন করে, তার ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক? [15-16]

A. 10 B. 20 C. 0 D. 9

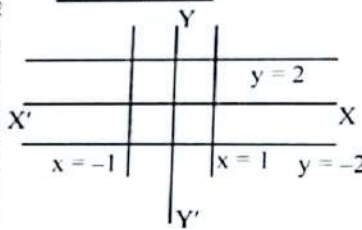
Ans A Solve $5x+4y=20 = \frac{x}{4} + \frac{y}{5} = 1$

ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times 4 \times 5 = 10$

04. $x = \pm 1$ ও $y = \pm 2$ রেখা চারটির দ্বারা গঠিত ক্ষেত্রটি কী হবে? [15-16]

A. আয়তক্ষেত্র B. বর্গক্ষেত্র C. রম্বস D. কোনটি নয়

Ans A Solve



$y=2, y=-2$ মধ্যবর্তী দূরত্ব

$= 2 - (-2) = 4$

$x=1, x=-1$ এর মধ্যবর্তী দূরত্ব

$= 1 - (-1) = 2$

\therefore রেখা 4টির আয়তক্ষেত্র গঠন করে

05. যে সরলরেখা (3, 2) বিন্দু দিয়ে যায় এবং x ও y অক্ষকে যথাক্রমে A ও B বিন্দুতে এমন ভাবে ছেদ করে যে $OA - OB = 2$ হয়, যখন O মূলবিন্দু - তার সমীকরণ কি? [15-16]

A. $2x+3y=12$ B. $3x+2y=12$ C. $x+y=12$ D. $2x+5y=2$

Ans A Solve (3, 2) দ্বারা যে Option টি সিদ্ধ হবে সেটিই Ans.

এখানে, Option-A(3, 2) দ্বারা সিদ্ধ হয়। \therefore Ans. A

06. (1, 1), (a, 0) এবং (0, b) বিন্দু তিনটি সমরেখ হওয়ার শর্ত কোনটি- [15-16, 10-11]

A. $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 1$ B. $\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = 1$ C. $a+b=1$ D. $a-b=1$

Ans A Solve (1, 1), (a, 0), (0, b)

বিন্দুত্রয় সমরেখ বলে, $\frac{1-0}{1-a} = \frac{0-b}{a-0} \Rightarrow a+b=ab \Rightarrow \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 1$

চট্টগ্রাম বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

11. $(4, -2)$ বিন্দু থেকে $5x + 12y = 3$ রেখার লম্ব দূরত্ব কত? [15-16]

- A. $\frac{7}{8}$ B. $\frac{8}{13}$ C. $\frac{7}{13}$ D. $\frac{13}{7}$ E. $\frac{3}{7}$

Ans C Solve লম্বদূরত্ব = $\left| \frac{5 \times 4 + 12 \times -2 - 3}{\sqrt{5^2 + 12^2}} \right|$

= $\left| \frac{20 - 24 - 3}{13} \right| = \left| \frac{-7}{13} \right| = \frac{7}{13}$

12. $4x - 3y + 2 = 0$ এবং $8x - 6y - 9 = 0$ সমান্তরাল রেখাঘরের মধ্যবর্তী দূরত্ব ----। [15-16]

- A. $\frac{13}{31}$ B. $\frac{31}{13}$ C. $\frac{13}{10}$
D. $\frac{10}{13}$ E. $\frac{14}{16}$

Ans C Solve $\left| \frac{2}{\sqrt{4^2 + 3^2}} + \frac{9}{\sqrt{8^2 + 6^2}} \right|$
= $\left| \frac{2}{5} + \frac{9}{10} \right| = \left| \frac{4 + 9}{10} \right| = \left| \frac{13}{10} \right| = \frac{13}{10}$

13. যদি $(x - 3, 5) = (2, y + 1)$ হয় তবে $(x, y) = ?$ [15-16]

- A. (5, 4) B. (4, 5) C. (3, 5)
D. (5, -3) E. (4, 4)

Ans A Solve $x - 3 = 2, \Rightarrow x = 5$

$5 = y + 1 \Rightarrow y = 4$ $(x, y) = (5, 4)$

14. $2x + 3y = 7$ এবং $5x - py = 2$ দ্বারা নির্দেশিত সরলরেখা দুইটি পরস্পর লম্ব হলে $p =$ [15-16; RU 11-12]

- A. 3 B. $\frac{5}{3}$ C. $\frac{10}{3}$
D. $\frac{3}{10}$ E. $\frac{7}{10}$

Ans C Solve $2(5) + 3(-p) = 0 \Rightarrow 3p = 10 \Rightarrow p = \frac{10}{3}$

15. $2x + 3x + 6 = 0$ হলে $3x - 2y + 12 = 0$ রেখা দুটির মধ্যে পরস্পর স্পর্শক কি? [15-16]

- A. লম্ব B. সমান্তরাল C. সমান
D. কোন স্পর্শক নেই E. অভিলম্ব

Ans A Solve রেখা দুয় হতে পাই, $2(3) + 3(-2)$
= $6 - 6 = 0$

\therefore রেখা দুয় পরস্পর লম্ব

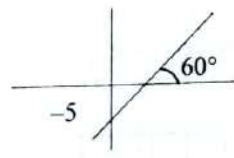
16. Y-অক্ষ হতে মূল বিন্দুর নিচে 5 একক দীর্ঘ অংশ খণ্ডিত করে এবং X-অক্ষের সাথে 60° কোণ উৎপন্ন করে ঐ রকম সরল রেখার সমীকরণ কত? [15-16]

- A. $y = mx + 5$ B. $y = mx - 5$ C. $\sqrt{3}y = x - 5$
D. $y = \sqrt{3}y + 5$ E. $y = \sqrt{3}x - 5$

Ans E Solve

$y = \tan 60^\circ x - 5$

= $y = \sqrt{3}x - 5$



17. $5x - 3y - 15 = 0$ দ্বারা নির্দেশিত সরল রেখা এবং অক্ষরেখা দুয় দ্বারা বেষ্টিত ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল কত? [15-16]

- A. 15 বর্গ একক B. -15 বর্গ একক C. 1 বর্গ একক
D. $-\frac{15}{2}$ বর্গ একক E. $\frac{15}{2}$ বর্গ একক

Ans E Solve

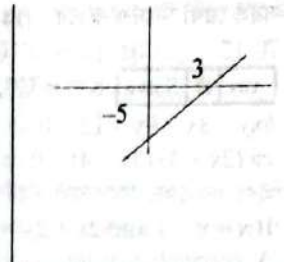
$5x - 3y - 15 = 0$

= $5x - 3y = 15$

= $\frac{x}{3} + \frac{y}{-5} = 1$

ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 5$

= $\frac{15}{2}$ বর্গ একক।



18. জ্যামিতিতে দুটো খাড়া সরল রেখাকে বীজগণিতে যা দ্বারা প্রকাশ করা যায় তা হলো- [15-16]

- A. $y = m_1x + c_1, y = m_2x + c_2$ B. $y = m_1x, y = m_2x$
C. $y = x^2, y^2 = -x$ D. $x^2 = -y, y = x^2$
E. $x = a, x = b$

Ans E Solve খাড়া সরলরেখা Y- অক্ষের সমান্তরাল, যা $x = k$ হয় এখানে, option E এর $x = a, x = b$ দুইটি খাড়া সরলরেখা।

19. $2x + 3y + 4 = 0$ এবং $x + my + 4 = 0$ দ্বারা নির্দেশিত দুটো সরল রেখা পরস্পর লম্ব হলে m এর মান- [15-16]

- A. $-\frac{2}{3}$ B. $-\frac{3}{2}$ C. $\frac{3}{2}$ D. $\frac{2}{3}$ E. $-\frac{1}{3}$

Ans A Solve প্রথমতে, $2(1) + 3(m) = 0 \Rightarrow 3m = -2 \Rightarrow m = -\frac{2}{3}$

10. $4x + 3y + 16 = 0$ এবং $4x + 3y + 26 = 0$ রেখাঘরের মধ্যবর্তী দূরত্ব কত? [15-16; JU 12-13]

- A. 10 B. 2 C. 5 D. 20 E. 4

Ans B Solve রেখাঘরের মধ্যবর্তী দূরত্ব = $\left| \frac{26 - 16}{\sqrt{4^2 + 3^2}} \right| = \left| \frac{10}{5} \right| = 2$

11. যদি AB সরলরেখা shape PQ কে দুটি বিন্দুতে ছেদ করে তাহলে PQ নিচের কোনটি অবশ্যই নির্দেশ করবে না? [15-16]

- A. পরাবৃত্ত B. উপবৃত্ত C. সরলরেখা D. বৃত্ত E. চতুর্ভুজ

Ans C Solve AB সরলরেখা PQ সরলরেখা হলে দুটি বিন্দুতে ছেদ করবেনা। \therefore PQ সরলরেখা হবে না।

12. নিচে কোন সরলরেখাটি $(4, -3)$ বিন্দু দিয়ে $2x + 11y = 25$ রেখা সমান্তরাল হয়? [15-16]

- A. $11x + 2y = 25$ B. $11x + 2y + 25 = 0$ C. $2x + 11y + 25 = 0$
D. $2x + 11y = 25$ E. $2y - 11x + 25 = 0$

Ans C Solve নির্ণয়ে রেখা $2(x - 4) + 11(y + 3) = 0$
 $\Rightarrow 2x + 11y - 8 + 33 = 0 \Rightarrow 2x + 11y + 25 = 0$

13. $(-1, 3)$ এবং $(4, -2)$ বিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ হবে: [14-15]

- A. $2x + y = 2$ B. $2x - y = 2$ C. $x + y = 2$ D. $x - 2y = 2$

Ans C Solve নির্ণয়ে সরলরেখা, $\frac{x + 1}{-1 - 4} = \frac{y - 3}{3 + 2}$

$\Rightarrow x + 1 = -y + 3 \Rightarrow x + y - 2 = 0 \Rightarrow x + y = 2$

14. $3x + 4y + 3 = 0$ এবং $4x + 3y + 4 = 0$ রেখাঘরের মধ্যবর্তী কোণদ্বয়ের সমদ্বিখণ্ডকদ্বয়ের সমীকরণ হল- [14-15]

- A. $x - y + 1 = 0, x + y + 1 = 0$ B. $x - y + 1 = 0, x + y + 7 = 0$
C. $2x + 3y = 0, 3x + 2y = 0$ D. $2x - y + 2 = 0, 4x + 3y + 1 = 0$
E. $3x - 4y = 1, x + 2y = 7$

Ans A Solve $3x + 4y + 3 = 0$

$4x + 3y + 4 = 0$

সমদ্বিখণ্ডকদ্বয়ের সমীকরণ, $\frac{3x + 4y + 3}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \pm \frac{4x + 3y + 4}{\sqrt{4^2 + 3^2}}$

$\Rightarrow 3x + 4y + 3 = \pm (4x + 3y + 4)$

(+) ধরে, $x - y + 1 = 0$

(-) ধরে, $7x + 7y + 7 = 0 \Rightarrow x + y + 1 = 0$

07. (-3, 2) বিন্দুগামী সরলরেখাটি ঢাল 4/5 হলে রেখাটির সমীকরণ কত? [14-15]

- A. $4x - 5y + 21 = 0$ B. $4x - 5y + 22 = 0$
C. $4x - 5y + 23 = 0$ D. $4x - 5y + 24 = 0$

Ans B Solve (-3, 2) বিন্দুগামী 4/5 ঢাল বিশিষ্ট সরল রেখার সমীকরণ

$$y - 2 = \frac{4}{5}(x + 3) \Rightarrow 5y - 10 = 4x + 12 \Rightarrow 4x - 5y + 22 = 0$$

08. $ax + y = a$ সরলরেখাটি x ও y অক্ষকে যথাক্রমে A ও B বিন্দুতে এমনভাবে ছেদ করে যে, মূলবিন্দু O হলে, $4OA = 3OB$ হয়। AOB ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল কত? [14-15]

- A. 3/4 B. 3/8 C. 2/3 D. 8/3

Ans C Solve $ax + y = a \Rightarrow \frac{x}{1} + \frac{y}{a} = 1$

$$\therefore OA = 1, OB = a. \therefore 4OA = 3OB$$

$$\Rightarrow 4 \times 1 = 3a \Rightarrow a = \frac{4}{3} \therefore \Delta AOB = \frac{1}{2} \times 1 \times a = \frac{1}{2} \times \frac{4}{3} = \frac{2}{3}$$

09. $3x + 7y = 21$ এবং $2ax - 3by + 6 = 0$ সমীকরণদ্বয় একই সরলরেখা সূচিত করলে a এবং b এর মান হবে যথাক্রমে- [14-15]

- A. 3.5 B. $\frac{3}{7}, \frac{2}{4}$ C. $\frac{3}{7}, -\frac{2}{3}$ D. $-\frac{3}{7}, \frac{2}{3}$

Ans D Solve $3x + 7y = 21$

$$2ax - 3by = -6$$

$$\text{একই সরলরেখা সূচিত হয় বলে, } \frac{2a}{3} = \frac{-3b}{7} = \frac{-6}{21}$$

$$\Rightarrow \frac{2a}{3} = -\frac{6}{21} \Rightarrow a = -\frac{6 \times 3}{2 \times 21} = -\frac{3}{7} \therefore \frac{-3b}{7} = \frac{-6}{21} \Rightarrow b = \frac{2}{3}$$

10. মূলবিন্দুগামী এবং x- অক্ষের সাথে 135° কোণ উৎপন্নকারী সরলরেখার সমীকরণ- [14-15]

- A. $x - \sqrt{3}y = 0$ B. $x = 0$ C. $y = 0$ D. $x + y = 0$

Ans D Solve নির্ণয়ে সরলরেখা

$$y = \tan 135^\circ x \Rightarrow y = \tan(180^\circ - 45^\circ)x$$

$$\Rightarrow y = -\tan 45^\circ x \Rightarrow y = -x \Rightarrow x + y = 0$$

11. মূলবিন্দুগামী এবং x- অক্ষের ঋণাত্মক দিকের সাথে 30° কোণ উৎপন্নকারী সরলরেখার সমীকরণ- [14-15]

- A. $y = x$ B. $y = x + 1$ C. $y = \frac{x}{\sqrt{3}}$ D. $y = \sqrt{3}x$

Ans C Solve $y = \tan 30^\circ x \Rightarrow y = \frac{1}{\sqrt{3}}x \Rightarrow y = \frac{x}{\sqrt{3}}$

12. $x - 2y = 1$ রেখার সমান্তরাল দিকে $2x + 3y = 14$ রেখা হতে (3, 5) বিন্দুর দূরত্ব কত একক? [14-15]

- A. 5 B. $\frac{\sqrt{5}}{2}$ C. $\sqrt{5}$ D. $2\sqrt{5}$

Ans C Solve (3, 5) বিন্দুগামী $x - 2y = 1$ রেখার সমান্তরাল সরলরেখার সমীকরণ,

$$x - 3 - 2(y - 5) = 0$$

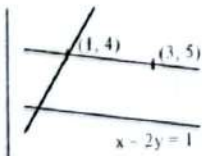
$$\Rightarrow x - 2y + 7 = 0$$

$$\Rightarrow 2x - 4y + 14 = 0$$

$$\& 2x + 3y - 14 = 0$$

$$\text{বিয়োগ করে: } -7y + 28 = 0 \Rightarrow y = 4$$

$$\Rightarrow x = 1 \text{ ছেদবিন্দু } (1, 4) \text{ নির্ণয়ে দূরত্ব} = \sqrt{(3-1)^2 + (5-4)^2} = \sqrt{5}$$



13. $x \cos \theta + y \sin \theta = 2$ এবং $x \sin \theta - y \cos \theta = 2$ রেখাদ্বয়ের ছেদবিন্দুর স্থানাঙ্ক নিম্নের কোন সমীকরণকে সিদ্ধ করে- [14-15]

- A. $x^2 + y^2 = 8$ B. $x + y = 4$
C. $x^2 + y^2 = 4$ D. $x^2 - y^2 = 8$

Ans A Solve $x \cos \theta + y \sin \theta = 2$ ----- (i)

$$x \sin \theta - y \cos \theta = 2$$
 ----- (ii)

(i) ও (ii) বর্গ করে যোগ করি

$$x^2 \cos^2 \theta + x^2 \sin^2 \theta + y^2 \sin^2 \theta + y^2 \cos^2 \theta + 2xy \sin \theta \cos \theta - 2xy \sin \theta \cos \theta = 4 + 4$$

$$x^2 + y^2 = 8$$

14. λ -এর মান কত হলে $3x - y + 7 = 0$ এবং $3x + \lambda y - 5 = 5$ রেখা দুইটি পরস্পর লম্ব হবে? [14-15]

- A. 6 B. 7 C. 8 D. 9

Ans D Solve রেখাদ্বয় লম্ব $\therefore 3 \times 3 + (-1) \times \lambda = 0 \Rightarrow \lambda = 9$

15. ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দুগুলি (0, 0), (0, 3) এবং (4, 0) হলে অন্তঃকেন্দ্র- [13-14]

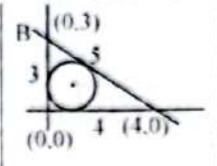
- A. (-1, 1) B. (-1, -1) C. (1, 1) D. (1, -1)

Ans C Solve অন্তঃকেন্দ্র $= \left(\frac{ax_1 + bx_2 + cx_3}{a+b+c}, \frac{ay_1 + by_2 + cy_3}{a+b+c} \right)$

$$\Delta ABC \text{ এর বিন্দুত্রয় } (0, 0), (0, 3), (4, 0)$$

$$\therefore c = 3, a = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5, b = 4$$

$$\therefore \text{অন্তঃকেন্দ্র} = \left(\frac{4 \times 3}{12}, \frac{3 \times 4}{12} \right) = (1, 1)$$



16. $y = 2x$, $y = 5x$ এবং $y = 6$ রেখাদ্বয় গঠিত ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল হবে। [RU 12-13]

- A. $\frac{3b^2}{20}$ B. $\frac{b^2}{20}$ C. $\frac{5b^2}{20}$ D. $\frac{3b}{20}$

Ans A Solve $D^2 = \begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 5 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -6 \end{vmatrix} = 9b^2$

$$C_1 = 5, C_2 = -2, C_3 = (-2 + 5) = 3$$

$$\therefore \Delta = \frac{D^2}{2C_1 C_2 C_3} = \frac{9b^2}{2 \times 5 \times (-2) \times 3} = \frac{3b^2}{20}$$

17. $2x - 5y + 1 = 0$ এবং $x - y + 4 = 0$ সরলরেখাদ্বয়ের ছেদবিন্দুর স্থানাঙ্ক কত? [11-12; SUST 03-04]

- A. (-3, -2) B. (-3, -1) C. (-1, -3) D. (3, 1)

Ans Blank Solve $\left(-\frac{19}{3}, -\frac{7}{3} \right)$ [See Type-27, Prob-01]

18. $px + qy + 12 = 0$ এবং $px + qy + 20 = 0$ রেখাদ্বয়ের অন্তর্ভুক্ত কোণ কত? [10-11]

- A. $\pi/3$ B. $\pi/2$ C. π D. কোনটিই নয়

Ans C Solve $px + qy + 12 = 0$ এবং $px + qy + 20 = 0$

যেহেতু সমীকরণ দ্বয়ের অনপেক্ষ পদ ছাড়া উভয়ের অংশ হয় অভিন্ন বিচার রেখাদ্বয় সমান্তরাল। অন্তর্ভুক্ত কোণ = 0 অথবা π .

19. y-অক্ষের ঢাল কত? [10-11]

- A. 0 B. 1 C. -1 D. কোনটিই নয়

Ans D Solve y অক্ষ x অক্ষের উপর লম্ব বলে ঢাল = $\tan 90^\circ = \infty$

20. $x + y = 0$ রেখাটির ঢাল কত? [10-11, 8-09; CU 03-04, 05-06; IU 11-12]

- A. 0 B. 1 C. -1 D. কোনটিই নয়

Ans C Solve ঢাল $m = -\frac{x \text{ এর সহগ}}{y \text{ এর সহগ}} = -\frac{1}{1} = -1$

21. m ও c এর মান কত হলে, $y = mx + c$ রেখাটি (2, c) ও (3, 4) বিন্দু দিয়ে যাবে? [09-10]

- A. $m = 1, c = 1$ B. $m = 1, c = 2$
C. $m = 2, c = 1$ D. $m = 0, c = 4$

Ans D Solve $y = mx + c$, (2, c) ও (3, 4) বিন্দু দিয়ে গেলে

$$c = 2m + c \quad | \quad 4 = 3m + c$$

$$\therefore m = 0 \quad | \quad \Rightarrow c = 4$$

$$\therefore m = 0, c = 4$$

32. $x = 1$ সরলরেখাটির ঢাল [08-11]
 A. 0 B. 1 C. অসংসার D. সর্বসংসার

Ans: A Solve

33. $x^2 + y^2 = 0$ রেখাটির কোন অক্ষের সমান্তরাল? [08-11]
 A. x-অক্ষ B. y-অক্ষ C. কোন অক্ষই নয় D. উভয় অক্ষ

Ans: A Solve

34. একটি সরলরেখার ঢাল $\frac{1}{2}$ এবং x-অক্ষের ঋণাত্মক অংশে -3 হলে, রেখাটির সমীকরণ কত? [08-11]
 A. $y = \frac{1}{2}x - 3$ B. $y = \frac{1}{2}x + 3$ C. $y = -\frac{1}{2}x - 3$ D. $y = -\frac{1}{2}x + 3$

Ans: B Solve

35. সরলরেখার ঢাল $\frac{1}{2}$ হলে, সরলরেখার সমীকরণ কত? [08-11]
 A. $y = \frac{1}{2}x + c$ B. $y = -\frac{1}{2}x + c$ C. $y = mx + c$ D. $y = -x$

Ans: C Solve

36. একটি সরলরেখার সমীকরণ $y = mx + c$ হলে, x-অক্ষের সাথে যে কোণ উৎপন্ন করে, তার সীমিত কোণটি? [08-11]
 A. $\tan^{-1} m$ B. $\tan^{-1} \frac{1}{m}$ C. $\tan^{-1} \frac{c}{m}$ D. $\tan^{-1} \frac{m}{c}$

Ans: A Solve

37. একটি সরলরেখার দুটি অক্ষের উপস্থাপনের সমীকরণ $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ হলে, x-অক্ষের উপস্থাপন কত? [08-11]
 A. $\frac{1}{a}$ B. $\frac{1}{b}$ C. $\frac{1}{a+b}$ D. $\frac{1}{a-b}$

Ans: A Solve

38. একটি সরলরেখার দুটি অক্ষের উপস্থাপনের সমীকরণ $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ হলে, y-অক্ষের উপস্থাপন কত? [08-11]
 A. $\frac{1}{a}$ B. $\frac{1}{b}$ C. $\frac{1}{a+b}$ D. $\frac{1}{a-b}$

Ans: B Solve

39. একটি সরলরেখার দুটি অক্ষের উপস্থাপনের সমীকরণ $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ হলে, x-অক্ষের উপস্থাপন কত? [08-11]
 A. $\frac{1}{a}$ B. $\frac{1}{b}$ C. $\frac{1}{a+b}$ D. $\frac{1}{a-b}$

Ans: A Solve

40. একটি সরলরেখার দুটি অক্ষের উপস্থাপনের সমীকরণ $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ হলে, y-অক্ষের উপস্থাপন কত? [08-11]
 A. $\frac{1}{a}$ B. $\frac{1}{b}$ C. $\frac{1}{a+b}$ D. $\frac{1}{a-b}$

Ans: B Solve

41. একটি সরলরেখার দুটি অক্ষের উপস্থাপনের সমীকরণ $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ হলে, x-অক্ষের উপস্থাপন কত? [08-11]
 A. $\frac{1}{a}$ B. $\frac{1}{b}$ C. $\frac{1}{a+b}$ D. $\frac{1}{a-b}$

Ans: A Solve

42. একটি সরলরেখার দুটি অক্ষের উপস্থাপনের সমীকরণ $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ হলে, y-অক্ষের উপস্থাপন কত? [08-11]
 A. $\frac{1}{a}$ B. $\frac{1}{b}$ C. $\frac{1}{a+b}$ D. $\frac{1}{a-b}$

Ans: B Solve

43. একটি সরলরেখার দুটি অক্ষের উপস্থাপনের সমীকরণ $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ হলে, x-অক্ষের উপস্থাপন কত? [08-11]
 A. $\frac{1}{a}$ B. $\frac{1}{b}$ C. $\frac{1}{a+b}$ D. $\frac{1}{a-b}$

Ans: A Solve

44. একটি সরলরেখার দুটি অক্ষের উপস্থাপনের সমীকরণ $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ হলে, y-অক্ষের উপস্থাপন কত? [08-11]
 A. $\frac{1}{a}$ B. $\frac{1}{b}$ C. $\frac{1}{a+b}$ D. $\frac{1}{a-b}$

Ans: B Solve

45. একটি সরলরেখার দুটি অক্ষের উপস্থাপনের সমীকরণ $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ হলে, x-অক্ষের উপস্থাপন কত? [08-11]
 A. $\frac{1}{a}$ B. $\frac{1}{b}$ C. $\frac{1}{a+b}$ D. $\frac{1}{a-b}$

Ans: A Solve

46. একটি সরলরেখার দুটি অক্ষের উপস্থাপনের সমীকরণ $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ হলে, y-অক্ষের উপস্থাপন কত? [08-11]
 A. $\frac{1}{a}$ B. $\frac{1}{b}$ C. $\frac{1}{a+b}$ D. $\frac{1}{a-b}$

Ans: B Solve

47. একটি সরলরেখার দুটি অক্ষের উপস্থাপনের সমীকরণ $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ হলে, x-অক্ষের উপস্থাপন কত? [08-11]
 A. $\frac{1}{a}$ B. $\frac{1}{b}$ C. $\frac{1}{a+b}$ D. $\frac{1}{a-b}$

Ans: A Solve

48. একটি সরলরেখার দুটি অক্ষের উপস্থাপনের সমীকরণ $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ হলে, y-অক্ষের উপস্থাপন কত? [08-11]
 A. $\frac{1}{a}$ B. $\frac{1}{b}$ C. $\frac{1}{a+b}$ D. $\frac{1}{a-b}$

Ans: B Solve

34. $y = 1$ সরলরেখাটির ঢাল- [08-09]
 A. 30° B. 45° C. 0° D. 60° **Ans: C**

35. x-অক্ষের সমীকরণ- [08-09]
 A. $x = 0$ B. $x = -y$ C. $y = 0$ D. $y = b$
Ans: C Solve

36. (k, 7) বিন্দুগামী এবং y-অক্ষের সমান্তরাল সরলরেখাটির সমীকরণ- [08-09]
 A. $x = 7$ B. $y = 3$ C. $x = 11$ D. $x = 4$
Ans: D Solve

37. $x \cos \theta + y \sin \theta = k$ হলে k [08-09]
 A. মূলবিন্দু থেকে সরলরেখাটির লম্বদূরত্ব B. পরম্পরের উপর লম্ব
 C. পরম্পর () কোণে ছেদ করে D. লম্বরেখাটির ঢাল **Ans: A**

38. (-2, -5) বিন্দু দিয়ে অতিক্রমকারী রেখা অক্ষদ্বয়কে যথাক্রমে A ও B বিন্দুতে ছেদ করে। যদি $OA + 2OB = 0$ হয়, তবে উহার সমীকরণ- [08-09]
 A. $x + 3y = 2$ B. $x - 2y = 4$ C. $x - 2y = 8$ D. $x - 2y + 5 = 0$
Ans: C Solve

39. $7x + 5y + 8 = 0$ সরলরেখাটি অক্ষদ্বয় থেকে হেদিত অংশের পরিমাণ- [08-09]
 A. (7, 5) B. $(-\frac{7}{8}, \frac{5}{8})$ C. $(\frac{1}{9}, \frac{1}{5})$ D. $(-\frac{8}{7}, -\frac{8}{5})$
Ans: D Solve

40. মূলবিন্দু থেকে কোন সরলরেখার উপর অঙ্কিত লম্বের দৈর্ঘ্য 3 একক সরলরেখাটির সমীকরণ- [08-09]
 A. $y = 3x$ B. $x \cos \theta + y \sin \theta = 3$
 C. $3x + y = 6$ D. $x + 3y = 6$ **Ans: B**

41. $3x - by + 1 = 0$ এবং $ax + 6y + 1 = 0$ সমান্তরাল হলে- [08-09]
 A. $ab = 12$ B. $2ab = 1$ C. $a + b = 3$ D. $ab = 18$
Ans: D Solve

42. $\sqrt{3}y - x + 5 = 0$ সরলরেখাটি x-অক্ষের সাথে যে কোণ উৎপন্ন করে তার মান কত? [07-08: IU 04-05, 05-06]
 A. 45° B. 15° C. 60° D. 30°
Ans: D Solve

43. দুটি সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর যারা (3, 2) বিন্দু দিয়ে যাবে এবং $2x - 4y + 7 = 0$ সরলরেখাটির সাথে 30° কোণ উৎপন্ন করবে। [02-03]
Solve $2x - 4y + 7 = 0$ সরলরেখার ঢাল $= \frac{1}{2}$
 (3, 2) বিন্দু দিয়ে যার এমন সরলরেখার সমীকরণ $y - 2 = m(x - 3)$, এখানে m হচ্ছে ঢাল।
 $\tan 30^\circ = \pm \frac{m - \frac{1}{2}}{1 + \frac{m}{2}}$ এখান থেকে m-এর মান নির্ণয় করে সমীকরণে বসালে সমীকরণ দুইটি পাওয়া যাবে।
Ans: B

44. একটি সরলরেখার দুটি অক্ষের উপস্থাপনের সমীকরণ $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ হলে, x-অক্ষের উপস্থাপন কত? [08-11]
 A. $\frac{1}{a}$ B. $\frac{1}{b}$ C. $\frac{1}{a+b}$ D. $\frac{1}{a-b}$
Ans: A Solve

45. একটি সরলরেখার দুটি অক্ষের উপস্থাপনের সমীকরণ $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ হলে, y-অক্ষের উপস্থাপন কত? [08-11]
 A. $\frac{1}{a}$ B. $\frac{1}{b}$ C. $\frac{1}{a+b}$ D. $\frac{1}{a-b}$
Ans: B Solve

46. একটি সরলরেখার দুটি অক্ষের উপস্থাপনের সমীকরণ $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ হলে, x-অক্ষের উপস্থাপন কত? [08-11]
 A. $\frac{1}{a}$ B. $\frac{1}{b}$ C. $\frac{1}{a+b}$ D. $\frac{1}{a-b}$
Ans: A Solve

47. একটি সরলরেখার দুটি অক্ষের উপস্থাপনের সমীকরণ $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ হলে, y-অক্ষের উপস্থাপন কত? [08-11]
 A. $\frac{1}{a}$ B. $\frac{1}{b}$ C. $\frac{1}{a+b}$ D. $\frac{1}{a-b}$
Ans: B Solve

48. একটি সরলরেখার দুটি অক্ষের উপস্থাপনের সমীকরণ $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ হলে, x-অক্ষের উপস্থাপন কত? [08-11]
 A. $\frac{1}{a}$ B. $\frac{1}{b}$ C. $\frac{1}{a+b}$ D. $\frac{1}{a-b}$
Ans: A Solve

49. একটি সরলরেখার দুটি অক্ষের উপস্থাপনের সমীকরণ $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ হলে, y-অক্ষের উপস্থাপন কত? [08-11]
 A. $\frac{1}{a}$ B. $\frac{1}{b}$ C. $\frac{1}{a+b}$ D. $\frac{1}{a-b}$
Ans: B Solve

50. একটি সরলরেখার দুটি অক্ষের উপস্থাপনের সমীকরণ $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ হলে, x-অক্ষের উপস্থাপন কত? [08-11]
 A. $\frac{1}{a}$ B. $\frac{1}{b}$ C. $\frac{1}{a+b}$ D. $\frac{1}{a-b}$
Ans: A Solve

51. একটি সরলরেখার দুটি অক্ষের উপস্থাপনের সমীকরণ $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ হলে, y-অক্ষের উপস্থাপন কত? [08-11]
 A. $\frac{1}{a}$ B. $\frac{1}{b}$ C. $\frac{1}{a+b}$ D. $\frac{1}{a-b}$
Ans: B Solve

52. একটি সরলরেখার দুটি অক্ষের উপস্থাপনের সমীকরণ $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ হলে, x-অক্ষের উপস্থাপন কত? [08-11]
 A. $\frac{1}{a}$ B. $\frac{1}{b}$ C. $\frac{1}{a+b}$ D. $\frac{1}{a-b}$
Ans: A Solve

53. একটি সরলরেখার দুটি অক্ষের উপস্থাপনের সমীকরণ $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ হলে, y-অক্ষের উপস্থাপন কত? [08-11]
 A. $\frac{1}{a}$ B. $\frac{1}{b}$ C. $\frac{1}{a+b}$ D. $\frac{1}{a-b}$
Ans: B Solve

54. একটি সরলরেখার দুটি অক্ষের উপস্থাপনের সমীকরণ $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ হলে, x-অক্ষের উপস্থাপন কত? [08-11]
 A. $\frac{1}{a}$ B. $\frac{1}{b}$ C. $\frac{1}{a+b}$ D. $\frac{1}{a-b}$
Ans: A Solve

55. একটি সরলরেখার দুটি অক্ষের উপস্থাপনের সমীকরণ $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ হলে, y-অক্ষের উপস্থাপন কত? [08-11]
 A. $\frac{1}{a}$ B. $\frac{1}{b}$ C. $\frac{1}{a+b}$ D. $\frac{1}{a-b}$
Ans: B Solve

56. একটি সরলরেখার দুটি অক্ষের উপস্থাপনের সমীকরণ $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ হলে, x-অক্ষের উপস্থাপন কত? [08-11]
 A. $\frac{1}{a}$ B. $\frac{1}{b}$ C. $\frac{1}{a+b}$ D. $\frac{1}{a-b}$
Ans: A Solve

57. একটি সরলরেখার দুটি অক্ষের উপস্থাপনের সমীকরণ $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ হলে, y-অক্ষের উপস্থাপন কত? [08-11]
 A. $\frac{1}{a}$ B. $\frac{1}{b}$ C. $\frac{1}{a+b}$ D. $\frac{1}{a-b}$
Ans: B Solve

58. একটি সরলরেখার দুটি অক্ষের উপস্থাপনের সমীকরণ $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ হলে, x-অক্ষের উপস্থাপন কত? [08-11]
 A. $\frac{1}{a}$ B. $\frac{1}{b}$ C. $\frac{1}{a+b}$ D. $\frac{1}{a-b}$
Ans: A Solve

59. একটি সরলরেখার দুটি অক্ষের উপস্থাপনের সমীকরণ $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ হলে, y-অক্ষের উপস্থাপন কত? [08-11]
 A. $\frac{1}{a}$ B. $\frac{1}{b}$ C. $\frac{1}{a+b}$ D. $\frac{1}{a-b}$
Ans: B Solve

60. একটি সরলরেখার দুটি অক্ষের উপস্থাপনের সমীকরণ $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ হলে, x-অক্ষের উপস্থাপন কত? [08-11]
 A. $\frac{1}{a}$ B. $\frac{1}{b}$ C. $\frac{1}{a+b}$ D. $\frac{1}{a-b}$
Ans: A Solve

61. একটি সরলরেখার দুটি অক্ষের উপস্থাপনের সমীকরণ $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ হলে, y-অক্ষের উপস্থাপন কত? [08-11]
 A. $\frac{1}{a}$ B. $\frac{1}{b}$ C. $\frac{1}{a+b}$ D. $\frac{1}{a-b}$
Ans: B Solve

62. একটি সরলরেখার দুটি অক্ষের উপস্থাপনের সমীকরণ $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ হলে, x-অক্ষের উপস্থাপন কত? [08-11]
 A. $\frac{1}{a}$ B. $\frac{1}{b}$ C. $\frac{1}{a+b}$ D. $\frac{1}{a-b}$
Ans: A Solve

63. একটি সরলরেখার দুটি অক্ষের উপস্থাপনের সমীকরণ $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ হলে, y-অক্ষের উপস্থাপন কত? [08-11]
 A. $\frac{1}{a}$ B. $\frac{1}{b}$ C. $\frac{1}{a+b}$ D. $\frac{1}{a-b}$
Ans: B Solve

চট্টগ্রাম বিশ্ববিদ্যালয় জর্জ পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. (4, -2) বিন্দু থেকে $5x + 12y = 3$ রেখার লম্ব দূরত্ব কত? [15-16]
A. $\frac{7}{8}$ B. $\frac{8}{13}$ C. $\frac{7}{13}$ D. $\frac{13}{7}$ E. $\frac{3}{7}$

Ans C Solve লম্বদূরত্ব = $\left| \frac{5 \times 4 + 12 \times -2 - 3}{\sqrt{5^2 + 12^2}} \right|$
= $\left| \frac{20 - 24 - 3}{13} \right| = \left| \frac{-7}{13} \right| = \frac{7}{13}$

02. $4x - 3y + 2 = 0$ এবং $8x - 6y - 9 = 0$ সমান্তরাল রেখাঘরের মধ্যবর্তী দূরত্ব ----। [15-16]

A. $\frac{13}{31}$ B. $\frac{31}{13}$ C. $\frac{13}{10}$
D. $\frac{10}{13}$ E. $\frac{14}{16}$

Ans C Solve $\left| \frac{2}{\sqrt{4^2 + 3^2}} + \frac{9}{\sqrt{8^2 + 6^2}} \right|$
= $\left| \frac{2}{5} + \frac{9}{10} \right| = \left| \frac{4 + 9}{10} \right| = \left| \frac{13}{10} \right| = \frac{13}{10}$

03. যদি $(x - 3, 5) = (2, y + 1)$ হয় তবে $(x, y) = ?$ [15-16]

A. (5, 4) B. (4, 5) C. (3, 5)
D. (5, -3) E. (4, 4)

Ans A Solve $x - 3 = 2, \Rightarrow x = 5$
 $5 = y + 1 \Rightarrow y = 4$ $(x, y) = (5, 4)$

04. $2x + 3y = 7$ এবং $5x - py = 2$ দ্বারা নির্দেশিত সরলরেখা দুইটি পরস্পর লম্ব হলে $p =$ [15-16; RU 11-12]

A. 3 B. $\frac{5}{3}$ C. $\frac{10}{3}$
D. $\frac{3}{10}$ E. $\frac{7}{10}$

Ans C Solve $2(5) + 3(-p) = 0 \Rightarrow 3p = 10 \Rightarrow p = \frac{10}{3}$

05. $2x + 3x + 6 = 0$ হলে $3x - 2y + 12 = 0$ রেখা দুটির মধ্যে পরস্পর সম্পর্ক কি? [15-16]

A. লম্ব B. সমান্তরাল C. সমান
D. কোন সম্পর্ক নেই E. অভিলম্ব

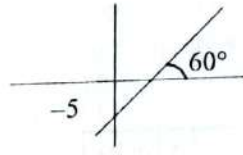
Ans A Solve রেখাঘর হতে পাই, $2(3) + 3(-2)$
= $6 - 6 = 0$

∴ রেখাঘর পরস্পর লম্ব

06. Y-অক্ষ হতে মূল বিন্দুর নিচে 5 একক দীর্ঘ অংশ খণ্ডিত করে এবং X- অক্ষের সাথে 60° কোণ উৎপন্ন করে ঐ রকম সরল রেখার সমীকরণ কত? [15-16]

A. $y = mx + 5$ B. $y = mx - 5$ C. $\sqrt{3}y = x - 5$
D. $y = \sqrt{3}y + 5$ E. $y = \sqrt{3}x - 5$

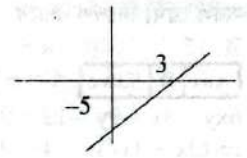
Ans E Solve
 $y = \tan 60^\circ x - 5$
 $= y = \sqrt{3}x - 5$



07. $5x - 3y - 15 = 0$ দ্বারা নির্দেশিত সরল রেখা এবং অক্ষরেখাঘর দ্বারা বেষ্টিত ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল কত? [15-16]

A. 15 বর্গ একক B. -15 বর্গ একক C. 1 বর্গ একক
D. $-\frac{15}{2}$ বর্গ একক E. $\frac{15}{2}$ বর্গ একক

Ans E Solve
 $5x - 3y - 15 = 0$
 $= 5x - 3y = 15$
 $= \frac{x}{3} + \frac{y}{-5} = 1$
ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2} \cdot 3(5)$
 $= \frac{15}{2}$ বর্গ একক।



08. জ্যামিতিতে দুটো খাড়া সরল রেখাকে বীজগণিতে যা দ্বারা প্রকাশ করা যায় তাহলো- [15-16]

A. $y = m_1x + c_1, y = m_2x + c_2$ B. $y = m_1x, y = m_2x$
C. $y = x^2, y^2 = -x$ D. $x^2 = -y, y = x^2$
E. $x = a, x = b$

Ans E Solve খাড়া সরলরেখা Y- অক্ষের সমান্তরাল, যা $x = k$ হয় এখানে, option E এর $x = a, x = b$ দুইটি খাড়া সরলরেখা।

09. $2x + 3y + 4 = 0$ এবং $x + my + 4 = 0$ দ্বারা নির্দেশিত দুটো সরল রেখা পরস্পর লম্ব হলে m এর মান- [15-16]

A. $-\frac{2}{3}$ B. $-\frac{3}{2}$ C. $\frac{3}{2}$ D. $\frac{2}{3}$ E. $-\frac{1}{3}$

Ans A Solve প্রশ্নমতে, $2(1) + 3(m) = 0 \Rightarrow 3m = -2 \Rightarrow m = -\frac{2}{3}$

10. $4x + 3y + 16 = 0$ এবং $4x + 3y + 26 = 0$ রেখাঘরের মধ্যবর্তী দূরত্ব কত? [15-16; JU 12-13]

A. 10 B. 2 C. 5 D. 20 E. 4

Ans B Solve রেখাঘরের মধ্যবর্তী দূরত্ব = $\left| \frac{26 - 16}{\sqrt{4^2 + 3^2}} \right| = \left| \frac{10}{5} \right| = 2$

11. যদি AB সরলরেখা shape PQ কে দুটি বিন্দুতে ছেদ করে তাহলে PQ নিচের কোনটি অবশ্যই নির্দেশ করবে না? [15-16]

A. পরাবৃত্ত B. উপবৃত্ত C. সরলরেখা D. বৃত্ত E. চতুর্ভুজ

Ans C Solve AB সরলরেখা PQ সরলরেখা হলে দুটি বিন্দুতে ছেদ করবেনা। ∴ PQ সরলরেখা হবে না।

12. নিচে কোন সরলরেখাটি (4, -3) বিন্দু দিয়ে $2x + 11y = 25$ রেখা সমান্তরাল হয়? [15-16]

A. $11x + 2y = 25$ B. $11x + 2y + 25 = 0$ C. $2x + 11y + 25 = 0$
D. $2x + 11y = 25$ E. $2y - 11x + 25 = 0$

Ans C Solve নির্ণেয় রেখা $2(x - 4) + 11(y + 3) = 0$
 $\Rightarrow 2x + 11y - 8 + 33 = 0 \Rightarrow 2x + 11y + 25 = 0$

13. (-1, 3) এবং (4, -2) বিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ হবে: [14-15]

A. $2x + y = 2$ B. $2x - y = 2$ C. $x + y = 2$ D. $x - 2y = 2$

Ans C Solve নির্ণেয় সরলরেখা, $\frac{x + 1}{-1 - 4} = \frac{y - 3}{3 + 2}$
 $\Rightarrow x + 1 = -y + 3 \Rightarrow x + y - 2 = 0 \Rightarrow x + y = 2$

14. $3x + 4y + 3 = 0$ এবং $4x + 3y + 4 = 0$ রেখাঘরের মধ্যবর্তী কোণঘরের সমদ্বিখণ্ডকঘরের সমীকরণ হল- [14-15]

A. $x - y + 1 = 0, x + y + 1 = 0$ B. $x - y + 1 = 0, x + y + 7 = 0$
C. $2x + 3y = 0, 3x + 2y = 0$ D. $2x - y + 2 = 0, 4x + 3y + 1 = 0$
E. $3x - 4y = 1, x + 2y = 7$

Ans A Solve $3x + 4y + 3 = 0$
 $4x + 3y + 4 = 0$

সমদ্বিখণ্ডকঘরের সমীকরণ, $\frac{3x + 4y + 3}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \pm \frac{4x + 3y + 4}{\sqrt{4^2 + 3^2}}$

$\Rightarrow 3x + 4y + 3 = \pm (4x + 3y + 4)$

(+) ধরে, $x - y + 1 = 0$

(-) ধরে, $7x + 7y + 7 = 0 \Rightarrow x + y + 1 = 0$

15. k এর মান কত হলে $kxy - 8x + 9y - 12 = 0$ সমীকরণটি এক জোড়া সরল রেখা নির্দেশ করবে। [14-15]
A. 12 B. 18 C. 3 D. 6 E. 9
Ans D Solve $K = 6$ হলে,

$$6xy - 8x + 9y - 12 = 0 \Rightarrow 2x(3y - 4) + 3(3y - 4) = 0$$

$$\Rightarrow (2x + 3)(3y - 4) = 0 \Rightarrow 2x + 3 = 0 \text{ অথবা, } 3y - 4 = 0$$

এবং এক জোড়া সরলরেখা নির্দেশ করে।

16. If $x + y = 1$ and $2x + 2y = 1$, then they represent [14-15]
A. perpendicular lines B. parallel lines
C. same straight lines D. parallel lines with different slopes
E. None of the above

Ans B Solve $x + y = 1 \Rightarrow 2x + 2y = 1 \Rightarrow x + y = \frac{1}{2}$

দৃশ্যত: রেখা দুই সমান্তরাল [Shortcut: $\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$ সমান্তরাল]
(বেখা দুই x, y এর সহগ তুলনা করে)

17. The straight lines $y = x$ and $y = x + 1$ will [14-15]
A. intersect at (0,1) B. intersect at (0,-1) C. never intersect
D. intersect at (1,0) E. None of the above

Ans C Solve $y = x$ এর ঢাল = 1
 $y = x + 1$ এর ঢাল = 1

∴ রেখা দুই সমান্তরাল। তাই রেখা দুই কখনই ছেদ করবে না।

18. The equation $y = a^2x$ represents a [14-15]
A. parabola B. straight line C. ellipse
D. None E. a pair of straight line

Ans B Solve $y = a^2x \Rightarrow y = mx$ এর অনুরূপ যা সরলরেখা নির্দেশ করে।

19. যে সরলরেখার উপর P(0, 1) ও Q(1, 0) বিন্দু দুই অবস্থিত তার সমীকরণ হচ্ছে- [14-15]

A. $y = -x - 1$ B. $y = x - 1$ C. $x = y + 1$
D. $x = y - 1$ E. $x = -y + 1$

Ans A Solve P(0,1) ও Q(1,0) গামী সরলরেখার সমীকরণ

$$\frac{x}{1} + \frac{y}{1} = 1 \Rightarrow x + y = 1 \Rightarrow y = -x - 1$$

20. $y = a^2x + b$, $y = ax^2 + b$ ও $a^2x + b^2y = c^2$ সমীকরণগুলো যা বোঝায় তাহলো যথাক্রমে- [14-15]

- A. সরলরেখা, পরাবৃত্ত ও সরলরেখা B. পরাবৃত্ত, সরলরেখা ও বৃত্ত
C. সরলরেখা, সরলরেখা ও পরাবৃত্ত D. সরলরেখা, পরাবৃত্ত ও পরাবৃত্ত
E. সরলরেখা, সরলরেখা ও উপবৃত্ত

Ans A Solve

$$\left. \begin{aligned} y = a^2x + b &\rightarrow \text{সরলরেখা} \\ y = ax^2 + b &\rightarrow \text{পরাবৃত্ত} \\ a^2x + b^2y = c^2 &\rightarrow \text{সরলরেখা} \end{aligned} \right\} \text{যা, সরলরেখা; পরাবৃত্ত; সরলরেখা বুঝায়।}$$

21. নিচের কোনটি (4, -3) বিন্দু দিয়ে যায় এবং $2x + 11y - 2 = 0$ রেখাটির সমান্তরাল? [13-14, 12-13, 05-06, 02-03; KU 06-07; IU 12-13]

- A. $2x + y + 25 = 0$ B. $2x + 5y + 15 = 0$ C. $2x + 11y + 25 = 0$
D. $2x + 11y - 25 = 0$ E. $2x + 5y + 25 = 0$

Ans C Solve $2x + 11y - 2 = 0$ এর সমান্তরাল রেখার সমীকরণ,
 $2x + 11y + k = 0 \dots\dots\dots(i)$

(i) নং সমীকরণ (4, -3) দ্বারা সিদ্ধ হবে, $8 - 33 + k = 0$

∴ $k = 25$

∴ $2x + 11y + 25 = 0$

or, (4, -3) অপশন দ্বারা সিদ্ধ করে।

or, (4, -3) এর মান অপশনে বসিয়ে যেটির জন্য সিদ্ধ হবে।

Shortcut:

$$2(x - 4) + 11(y + 3) = 0 \Rightarrow 2x + 11y + 25 = 0$$

22. $5x - 3y - 7 = 0$ ও $4x + y - 9 = 0$ সরলরেখা দুইটির ছেদবিন্দুগামী এবং $13x - y - 1 = 0$ রেখার সমান্তরাল সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর। [11-12-13]

A. $x - 13y - 1 = 0$ B. $9x - 2y - 16 = 0$ C. $13x - y - 25 = 0$
D. $2x^2 - 3y^2 = 4$ E. $x - 13y + 25 = 0$

Ans C Solve $5x - 3y - 7 = 0$ ও $4x + y - 9 = 0$ রেখা দুটির ছেদবিন্দু, $(x, y) = (2, 1)$

$13x - y - 1 = 0$ রেখার সমান্তরাল রেখার সমীকরণ,

$13x - y + c = 0 \dots\dots\dots(i)$

(i) নং রেখাটি (2, 1) বিন্দুগামী বলে, $26 - 1 + c = 0 \Rightarrow c = -25$

∴ রেখাটির সমীকরণ $13x - y - 25 = 0$

23. $\sqrt{3}x + y - 9 = 0$ সরলরেখাটি x অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে যে কোণ উৎপন্ন করে তার মান- [A 12-13, 03-04, 04-05]

- A. 150° B. 140° C. 120°
D. 130° E. কোনটিই নয়

Ans C Solve $\sqrt{3}x + y - 9 = 0 \Rightarrow y = -\sqrt{3}x + 9 \dots\dots\dots(i)$

∴ রেখাটির ঢাল, $\tan \theta = -\sqrt{3} \Rightarrow \theta = 120^\circ$

24. সরলরেখার সমীকরণগুলো i) $2x + 3y = 2$, ii) $y = 2$ হলে, ঢাল কত? [11-12]

- A. $-2/3, 0$ B. $-1/3, 0$ C. $-3/2, 0$
D. $-3/4, 0$ E. $-3/2, -3/4$

Ans A Solve $2x + 3y = 2 \Rightarrow y = -\frac{2}{3}x$ ∴ ঢাল = $-\frac{2}{3}$
 $y = 0 \Rightarrow y = 0 \times x + 2$ ∴ ঢাল = 0

25. সরলরেখার সমীকরণ কোনটি যা y অক্ষ থেকে -8 অংশ ছেদ করে এবং x-অক্ষের সাথে 45° হেলানো অবস্থায় আছে? [11-12]

- A. $x + y + 8 = 0$ B. $3x + 8y = 1$
C. $x - y = 8$ D. $y = 8$ E. $x = 8$

Ans C Solve $y = mx + c$; $m = \tan 45^\circ = 1$; $c = -8$

∴ $y = x - 8 \Rightarrow x - y = 8$

26. $y - 2x = 5$ এবং $3y - x = 6$ রেখা দুটির মধ্যবর্তী কোণ কত? [11-12; RU 10-11]

- A. 30° B. 90° C. 45° D. 60° E. 0°

Ans C Solve $m_1 = 2$; $m_2 = \frac{1}{3}$

$$\tan \theta = \frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 m_2} = \frac{2 - \frac{1}{3}}{1 + 2 \cdot \frac{1}{3}} = \frac{\frac{5}{3}}{\frac{5}{3}} = 1 \therefore \theta = 45^\circ$$

27. যে সরলরেখাটি y অক্ষের উপর লম্ব তার সমীকরণটি হবে কোনটি? [10-11]

- A. $2x + 2 = 0$ B. $3y + 3 = 0$ C. $3x - 2y = 3$
D. $4x = 6$ E. $3x + 2y = 3$

Ans B Solve y অক্ষের উপর লম্ব রেখাটি x-অক্ষের সমান্তরাল। অর্থাৎ সমীকরণটি x-term বর্জিত।

28. একটি সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর যা $3x - y - 13 = 0$ এবং $x - 4y + 3 = 0$ রেখা দুয়ের ছেদবিন্দু দিয়ে যায় এবং $5y + 2x = 0$ রেখাটির উপর লম্ব হয়। [09-10]

- A. $5x - 2y - 21 = 0$ B. $5x - 21 = 0$ C. $5x + 3y - 2y = 0$
D. $3x + 2y - 19 = 0$ E. $3x + 5y - 19 = 0$

Ans A Solve $5y + 2x = 0$ রেখার লম্বরেখার সমীকরণ
 $5x - 2y + k = 0 \dots\dots\dots(i)$

যা $3x - y - 13 = 0$ এবং $x - 4y + 3 = 0$ রেখা দুয়ের ছেদবিন্দু (5, 2) বিন্দুগামী ∴ $25 - 4 + k = 0$

∴ লম্বরেখার সমীকরণ, $5x - 2y - 21 = 0$

Shortcut: $5(x - 5) - 2(y - 2) = 0 \Rightarrow 5x - 2y - 21 = 0$

29. $y = 3x + 3$ রেখাটি x অক্ষকে ছেদ করে কোন বিন্দুতে? [08-09]

- A. (3, 0) B. (1, 0) C. (-1, 0) D. (-3, 0) E. $(\frac{1}{2}, 0)$

Ans C Solve $y = 3x + 3$; রেখাটি x -অক্ষকে ছেদ করলে কোটি শূন্য।
 $0 = 3x + 3 \Rightarrow x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1 \therefore$ ছেদ বিন্দু $(-1, 0)$

30. $3x + 2y + c = 0, 2x - ay + 7 = 0$ সরলরেখা দ্বয় পরস্পর লম্ব হবে যদি- [08-09]

- A. $a = 3$ B. $a = -3$ C. $a = 2$
 D. $a = -2$ E. কোনটিই নয়

Ans A Solve $m_1 = -\frac{3}{2}, m_2 = \frac{2}{a}$

$\therefore m_1 m_2 = -\frac{3}{2} \times \frac{2}{a} = -1 \Rightarrow a = 3$

31. $2x + 3y + c = 0$ রেখার সহিত 45° কোণে ছেদকারী রেখার সমীকরণ হলো- [07-08]

- A. $x + 5y + 6 = 0$ B. $x + y + 7 = 0$
 C. $5x + y + 7 = 0$ D. $2x + 2y + 7 = 0$

Ans C Solve C অপশনে, $\tan \theta = \frac{-2/3 + 5}{1 + 2/3 \times 5} = 1 \therefore \theta = 45^\circ$

32. কোন সরলরেখার ঢাল -1 এবং মূলবিন্দু হতে উহার দূরত্ব 4 একক হলে সরলরেখাটির সমীকরণ হবে- [07-08]

- A. $x + y + 4\sqrt{2} = 0$ B. $x - y + 4\sqrt{2} = 0$
 C. $2x + y + 4\sqrt{2} = 0$ D. $x + y + \sqrt{2} = 0$
 E. $x + 2y + 4\sqrt{2} = 0$

Ans A Solve ধরি, $x + y + k = 0$ [∵ ঢাল = -1]

$\therefore \frac{k}{\sqrt{2}} = \pm 4 \Rightarrow k = \pm 4\sqrt{2} \therefore x + y + 4\sqrt{2} = 0$

খুলনা বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
 [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $4x - 3y + 2 = 0$ এবং $8x - 6y - 9 = 0$ সমান্তরাল রেখা দুটি মধ্যবর্তী দূরত্ব কত? [15-16; IU 14-15; MBSTU 15-16]

- A. 9/2 B. 13/10
 C. 2 D. 13/2

Ans B Solve সমান্তরাল রেখা দ্বয়, $4x - 3y + 2 = 0$ এবং

$8x - 6y - 9 = 0 \Rightarrow 4x - 3y - \frac{9}{2} = 0$

\therefore মধ্যবর্তী দূরত্ব = $\left| \frac{2 + \frac{9}{2}}{\sqrt{4^2 + 3^2}} \right| = \frac{13}{10}$

02. $(-1, 3)$ এবং $(4, -2)$ বিন্দুগামী সরলরেখার অক্ষ দুটির মধ্যবর্তী খণ্ডিত অংশের দৈর্ঘ্য হবে- [14-15]

- A. 2 B. $\sqrt{2}$
 C. $2\sqrt{2}$ D. কোনটিই নয়

Ans C Solve $(-1, 3)$ ও $(4, -2)$ বিন্দুগামী রেখা

$\Rightarrow \frac{x+1}{-1-4} = \frac{y-3}{3+2} \Rightarrow x+1 = -y+3$

$\Rightarrow x+y = 2 \Rightarrow \frac{x}{2} + \frac{y}{2} = 1$

অক্ষের: মধ্যবর্তী খণ্ডিতাংশ = $\sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2}$

03. $5x + 4y - 3 = 0$ এবং $7y - 6x - 5 = 0$ রেখা দ্বয়ের ছেদবিন্দুগামী এবং $x + y - 3 = 0$ রেখার উপর লম্ব রেখার সমীকরণ- [14-15]

- A. $59x - 59y + 42 = 0$ B. $58x - 61y + 42 = 0$
 C. $59x + 59y + 42 = 0$ D. $58x + 61x + 42 = 0$

Ans A Solve Option এ $x + y - 3 = 0$

রেখার উপর লম্ব শুধু মাত্র A ব্যতীত অন্য গুলো লম্ব রেখা নয়।

04. $x^2 + 2kx + y^2 = 0$ রেখাটি $(2, -3)$ বিন্দুগামী হলে k এর মান কত? [14-15]

- A. -3/4 B. 7/4
 C. 13/4 D. -13/4

Ans D Solve $x^2 + 2kx + y^2 = 0, (2, -3)$ বিন্দুগামী,

$\therefore 4 + 4k + 9 = 0 \Rightarrow k = \frac{-13}{4}$

05. A(6, 2) বিন্দু থেকে B(3, 3) এবং C(4, 4) বিন্দুদ্বয়ের সংযোগ সরলরেখার ঢালদ্বয়ের গুণফল হবে? [14-15]

- A. 3 B. 1/3 C. -1/3 D. -3

Ans B Solve AB-এর ঢাল = $\frac{3-2}{3-6} = \frac{-1}{3}$

AC-এর ঢাল = $\frac{4-2}{4-6} = -1$ ঢালদ্বয়ের গুণফল = $(\frac{-1}{3}) \cdot (-1) = \frac{1}{3}$

06. $4x - y + 5 = 0$ এবং $9x - 2y - 12 = 0$ রেখা দুটির মধ্যবর্তী কোণ θ হলে $\tan \theta$ এর ধনাত্মক মান কত? [14-15]

- A. 1/38 B. 5/37 C. 1/37 D. 5/38

Ans A Solve $4x - y + 5 = 0 \Rightarrow y = 4x + 5, m_1 = 4$

এবং $9x - 2y - 12 = 0 \Rightarrow 2y = 9x - 12$

$\Rightarrow y = \frac{9}{2}x - 6, m_2 = \frac{9}{2} \Rightarrow \tan \theta = \frac{\frac{9}{2} - 4}{1 + \frac{9}{2} \times 4} = \frac{1}{38}$

07. $y = 2x + 1$ ও $2y - x = 4$ রেখা দুটির অন্তর্বর্তী কোণের সমদ্বিভক্তক y অক্ষকে P ও Q বিন্দুতে ছেদ করে। PQ এর দৈর্ঘ্য কত? [13-14]

- A. 4 B. 2 C. $\frac{4}{3}$ D. $\frac{2}{3}$

Ans C Solve সমদ্বিভক্তকের সাধারণ সমীকরণ,

$\frac{2x - y + 1}{\sqrt{2^2 + 1^2}} = \pm \frac{2y - x - 4}{\sqrt{2^2 + 1^2}}$

$\Rightarrow 3x - 3y + 5 = 0 \dots (i) y = \frac{5}{3}, y = 3 [x = 0]$ হলে

$\Rightarrow x + y - 3 = 0 \dots (ii) \therefore$ দূরত্ব = $3 - \frac{5}{3} = \frac{4}{3}$

08. যদি P(1,2) বিন্দুগামী সরলরেখা, যেটি OP এর উপর লম্ব, অক্ষদ্বয়কে A ও B বিন্দুতে ছেদ করে, তবে $OA^2 + 4OB^2$ -এর মান হলো- [A 12-13]

- A. 9 B. 17 C. 21 D. 50 E. 75

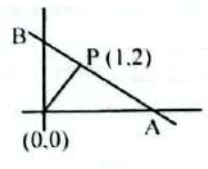
Ans D Solve OP এর ঢাল = $\frac{2}{1}$

\therefore AB-এর ঢাল = $-\frac{1}{2}$

AB-এর সমীকরণ $y - 2 = -\frac{1}{2}(x - 1)$

$\Rightarrow 2y - 4 = -x + 1 \Rightarrow x + 2y = 5 \Rightarrow \frac{x}{5} + \frac{y}{5/2} = 1$

$OA = 5, OB = \frac{5}{2} \therefore OA^2 + 4OB^2 = 5^2 + 4 \cdot \frac{5^2}{4} = 50$



09. ABC ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দুগুলির স্থানাঙ্ক যথাক্রমে A(0, 0), B(1, 5) এবং C(-2, 2) হলে, A বিন্দুগামী BC রেখার উপর লম্বের সমীকরণ হলো- [A 12-13]

- A. $2x + 5 = 0$ B. $2x + y = 0$ C. $3x + 7y = 0$
D. $11y = 2x$ E. $x + y = 0$

Ans E Solve BC রেখার সমীকরণ, $\frac{x-1}{1+2} = \frac{y-5}{5-2}$

$$\Rightarrow 3x - 3 = 3y - 15 \Rightarrow 3x - 3y + 12 = 0$$

BC এর লম্বরেখার সমীকরণ

$$3x + 3y + c = 0 \text{ যা } (0, 0) \text{ বিন্দুগামী } \therefore 3x + 3y = 0 \Rightarrow x + y = 0$$

10. $3x + 7y = 21$ এবং $2ax - 3by + 6 = 0$ সমীকরণদ্বয় একই সরলরেখা নির্দেশ করলে a ও b এর মান হবে যথাক্রমে- [A 12-13]

- A. $\frac{3}{7}$ ও $-\frac{2}{3}$ B. $\frac{3}{7}$ ও $\frac{4}{3}$
C. $-\frac{3}{7}$ ও $\frac{2}{3}$ D. কোনটিই নয়

Ans C Solve Shortcut: $\frac{2a}{3} = \frac{-3b}{7} = \frac{6}{-21} \Rightarrow a = -\frac{3}{7}, b = \frac{2}{3}$

11. $x + y = 2$ এবং $y + x - 3 = 0$ রেখাদুটির অন্তর্ভুক্ত সূক্ষ্মকোণ কত? [11-12]

- A. 0° B. 60° C. 120° D. 45°

Ans A Solve $m_1 = -1; m_2 = -1 \therefore m_1 = m_2$

\therefore রেখা দুইটি সমান্তরাল তাই $\theta = 0^\circ$

12. a এর মান কত হলে A(a, 2a), B(-2, 3) বিন্দুদ্বয়ের সংযোগ রেখা $4x + 3y + 5 = 0$ রেখার উপর লম্ব হবে? [11-12]

- A. $\frac{5}{8}$ B. $\frac{6}{10}$ C. $\frac{18}{5}$ D. $\frac{21}{5}$

Ans C Solve $m_1 = \frac{2a-3}{a+2}, m_2 = -\frac{4}{3}$

$$\therefore m_1 m_2 = -1 \Rightarrow \frac{2a-3}{a+2} \left(-\frac{4}{3}\right) = -1$$

$$\Rightarrow \frac{2a-3}{a+2} = \frac{3}{4} \Rightarrow 8a - 12 = 3a + 6 \therefore a = \frac{18}{5}$$

13. (2, -1) বিন্দু থেকে $3x - 4y + 5 = 0$ রেখার উপর অংকিত লম্বের পাদবিন্দুর স্থানাঙ্ক হবে- [11-12]

- A. $\left(\frac{1}{5}, \frac{7}{5}\right)$ B. $\left(\frac{3}{5}, -\frac{4}{5}\right)$ C. $\left(\frac{1}{5}, -\frac{7}{5}\right)$ D. $\left(-\frac{3}{5}, \frac{4}{5}\right)$

Ans A Solve $3x - 4y + 5 = 0$ এর উপর লম্বরেখার সমীকরণ

$$4x + 3y + k = 0 \text{ যা } (2, -1) \text{ বিন্দুগামী।}$$

$$\therefore 8 - 3 + k = 0 \therefore k = -5 \therefore 4x + 3y - 5 = 0$$

$$\therefore \text{পাদবিন্দুর স্থানাঙ্ক } \left(\frac{1}{5}, \frac{7}{5}\right) \text{ [By Using Calculator. Ex-01]}$$

14. $2x - y - 12 = 0$ এবং $x - 2y - 12 = 0$ সরলরেখাদ্বয়ের মধ্যবর্তী সূক্ষ্মকোণের সমদ্বিখন্ডকের সমীকরণ নির্ণয় কর। [10-11]

Solve $\frac{2x - y - 12}{\sqrt{2^2 + (-1)^2}} = \pm \frac{x - 2y - 12}{\sqrt{1^2 + (-2)^2}}$

$$\Rightarrow 2x - y - 12 = \pm (x - 2y - 12)$$

$$(a_1 a_2 + b_1 b_2) = 2 + 2 = 4 > 0 \therefore \text{সূক্ষ্মকোণের সমদ্বিখন্ডক}$$

$$2x - y - 12 = -x + 2y + 12$$

$$\Rightarrow 3x - 3y - 24 = 0 \therefore x - y - 8 = 0$$

15. (-1, 3) এবং (4, -2) বিন্দু দিয়ে সঙ্গরনশীল সরল রেখার অক্ষ দুইটির মধ্যবর্তী খণ্ডিত অংশের দৈর্ঘ্য- [10-11]

- A. $2\sqrt{2}$ B. 2 C. $\sqrt{2}$ D. $2\sqrt{-2}$

Ans A Solve

$$(-1, 3) \text{ এবং } (4, -2) \text{ বিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ}$$

$$= \frac{x+1}{-1-4} = \frac{y-3}{3+2} \Rightarrow x + y = 2 \Rightarrow \frac{x}{2} + \frac{y}{2} = 1$$

$$\therefore \text{খণ্ডিতাংশের দৈর্ঘ্য} = \sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2}$$

16. $4x - 2y + 7 = 0$ সরল রেখার উপর একটি বিন্দু নির্ণয় কর যা (2, 3) $3(-2, -4)$ বিন্দু দুইটি থেকে সমদূরবর্তী। [KU 09-10]

- A. (0, 7) B. $\left(0, \frac{7}{2}\right)$ C. $\left(2, \frac{5}{6}\right)$ D. (0, -7)

Ans B Solve

$$4x - 2y + 7 = 0 \text{ রেখাটি যে অপশন দ্বারা সিন্দু হবে সেটি হবে সঠিক উত্তর।}$$

A option সিন্দু করে না।

B option $0.4 - 2 \cdot \frac{7}{2} + 7 = 0$ বা $0 = 0$

$$\therefore \text{সঠিক উত্তর (B).}$$

17. (2, -1) বিন্দু হতে $3x - 4y + 5 = 0$ রেখার উপর অংকিত লম্বের পাদবিন্দুর স্থানাঙ্ক কত হবে? [KU 11-12]

- A. $\left(\frac{1}{5}, \frac{7}{5}\right)$ B. $\left(\frac{3}{5}, \frac{4}{5}\right)$
C. $\left(\frac{1}{5}, -\frac{7}{5}\right)$ D. $\left(-\frac{3}{5}, \frac{4}{5}\right)$

Ans A Solve

যে অপশন দ্বারা $3x - 4y + 5 = 0$ রেখাটি সিন্দু হবে, সেটি সঠিক উত্তর হবে।

$$\text{Option A প্রয়োগ করে পাই, } \frac{3}{5} - \frac{28}{5} + 5 = 0 \text{ বা, } -\frac{25}{5} + 5 = 0$$

$$\Rightarrow 0 = 0 \therefore \text{সঠিক Ans (A)}$$

18. y অক্ষের সমান্তরাল এবং $2x - 3y + 4 = 0$ ও $3x + 3y - 5 = 0$ রেখা দুটির ছেদবিন্দু দিয়ে যায় এরূপ সরলরেখার সমীকরণ- [02-03]

- A. $3x + 5 = 0$ B. $5x - 1 = 0$
C. $4x + 9 = 0$ D. $3x - 1 = 0$

Ans B Solve

$$2x - 3y + 4 = 0 \text{ এবং } 3x + 3y - 5 = 0 \text{ রেখাদুটির}$$

$$\text{ছেদবিন্দু} = \left(\frac{3}{15}, \frac{22}{15}\right); y\text{-অক্ষের সমান্তরাল রেখার সমীকরণ } x = a$$

$$\Rightarrow x = \frac{3}{15} \Rightarrow 15x = 3 \Rightarrow 5x - 1 = 0$$

শাহজালাল বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. একটি সমতল একটি সমবৃত্তভূমিক কোনককে শীর্ষবিন্দু দিয়ে ছেদ করলে ছেদ রেখা হবে- [14-15]

- A. বৃত্ত B. উপবৃত্ত C. পরাবৃত্ত
D. অধিবৃত্ত E. একজোড়া সরলরেখা

Ans E Solve

কোণকের শীর্ষগামী সমতলে ও কোণকের ছেদ বিন্দু সমূহ এক জোড়া সরলরেখা নির্দেশ করে।



02. $2x - 5y + 3 = 0$ রেখার সাপেক্ষে (-1, 2) এবং (3, 2) বিন্দুর অবস্থান- [13-14]

- A. একই পাশে B. বিপরীত পাশে
C. একটি রেখাটির উপরে অপরটি বাইরে D. দু'টিই রেখাটির উপরে
E. কোনটিই নয়

Ans A Solve

একই পাশে অবস্থিত।

১১. দুটি সরলরেখা x -অক্ষের ছেদক অংশ b হলে সরলরেখার সমীকরণটি- [A 12-13]

- A. $y = mx + b$ B. $x = my + b$ C. $y = m(x - b)$
 D. $y = mx - b$ E. $x = my - b$

Ans C Solve $x = \frac{1}{m}y + b \Rightarrow mx = y + bm \Rightarrow y = m(x - b)$

১২. দুটি সরলরেখার সমীকরণ নিচের কোনটি, যা $(-1, -2)$ ও $(1, 2)$ বিন্দুগামী সরলরেখার উপর লম্ব? [B 12-13]

- A. $y = 3x/2$ B. $y = -x/2$ C. $y = -x$
 D. $y = 2x$ E. $y = -x/4$

Ans B Solve $(-1, -2)$ ও $(1, 2)$ বিন্দুগামী রেখার, $\frac{-1-1}{-2-2} = -2$, নির্ণয় সমীকরণ $y - 0 = -2(x - 0)$

১৩. দুটি সরলরেখা $2x + 3y - 5 = 0$ ও $3x + 2y - 7 = 0$ রেখা দুটির সঙ্গে সমান উৎসর্গ কোণ করে। এই দুটি সরলরেখার মধ্যবর্তী কোণ কত? [11-12]

- A. 90° B. 180° C. 0°
 D. 45° E. 60°

Ans A Solve Shortcut: রেখা দুটি প্রদত্ত রেখাঘরের অন্তর্গত কোনকে সম্বন্ধিত করে। সম্বন্ধিতকয় সর্বদায় লম্ব হয়।

১৪. ABCD চতুর্ভুজের A, B, C, D বিন্দু চারটির স্থানাঙ্ক যথাক্রমে A(6, 5), B(1, -1), C(15, -1) এবং D(10, 5), চতুর্ভুজটিকে সমান ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট দুইভাগে বিভক্তকারী y অক্ষের সমান্তরাল সরলরেখা কোনটি? [10-11]

- A. $2x - 3y = 5$ B. $y - 8 = 0$
 C. $x - y = 0$ D. $x - 8 = 0$

Ans D ক্রিটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক যথাক্রমে A(0,4), B(10, 8) এবং C(k, 1) এবং M, AB এর মধ্যবিন্দু। যদি MC, AB এর লম্বছেদক হয় তাহলে k এর মান- [09-10]

- A. 9 B. 7 C. 3 D. 2

Ans B Solve M বিন্দুর স্থানাঙ্ক (5, 6)

১৫. AB এর ঢাল $\frac{4}{10}$ এবং MC এর ঢাল $\frac{5}{5-k}$

শর্তমতে $\frac{4}{10} \times \frac{5}{5-k} = -1 \therefore k = 7$

১৬. দুটি বিন্দুগামী এবং $x + ay = b$ রেখার সমান্তরাল রেখার সমীকরণ: [09-10]

- A. $y = -ax$ B. $y = ax$
 C. $y = x/a$ D. $y = -x/a$

Ans D Solve $x + ay = b$ রেখার সমান্তরাল রেখার সমীকরণ $x + ay + k = 0$

যদি বিন্দুগামী $\therefore k = 0 \therefore x + ay = 0 \Rightarrow y = -\frac{x}{a}$

১৭. $4y = 3x$ রেখার সাথে সমান্তরাল এবং $(1, 2)$ বিন্দু থেকে 2 একক দূরে রেখাঘরের সমীকরণ হ'ল- [07-08]

- A. $3x + 4y + 6 = 0$ এবং $3x + 4y - 4 = 0$
 B. $3x - 4y - 15 = 0$ এবং $3x - 4y + 5 = 0$
 C. $3x - 4y - 15 = 0$ এবং $3x - 4y - 5 = 0$
 D. $3x - 4y + 15 = 0$ এবং $3x - 4y - 5 = 0$

Ans D Solve $3x - 4y + k = 0, \frac{|3 \times 1 - 4 \times 2 + k|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}} = 2$

$\Rightarrow k - 5 = \pm 10 \Rightarrow k = 15, -5$

১৮. সরলরেখার সমীকরণ $3x - 4y + 15 = 0$ এবং $3x - 4y - 5 = 0$

10. একটি সরলরেখা যা $(1, 4)$ বিন্দু দিয়ে যায় এবং অক্ষদ্বয়ের সাথে প্রথম চতুর্ভুজে ৪ বর্গ একক ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট একটি ত্রিভুজ গঠন করে। উক্ত সরলরেখার সমীকরণ হবে- [06-07]
- A. $4x + y = 8$ B. $4x - y = 8$
 C. $2x + y = 4$ D. $6x - y = 8$

Ans A Solve A অপশনে, $4x + y = 8$
 $\Rightarrow 4 \times 1 + 4 = 8 \Rightarrow 8 = 8$

ইসলামী বিশ্ববিদ্যালয় স্তরিত পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
 [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. একটি সরলরেখা অক্ষদ্বয় হতে সমান অংশ ছেদ করে এবং (α, β) বিন্দু দিয়ে যায়, রেখাটির সমীকরণ নিচের কোনটি? [15-16]

- A. $x + y = \alpha + \beta$ B. $x - y = \alpha - \beta$
 C. $x - y = \alpha + \beta$ D. $x + y = \alpha - \beta$

Ans B Solve $\frac{x}{a} + \frac{y}{a} = 1$
 $\Rightarrow x + y = a$

(α, β) বিন্দুগামী $\Rightarrow a = \alpha + \beta$

০২. একটি সরলরেখা সমীকরণ নির্ণয় কর যা $(2, -3)$ বিন্দু দিয়ে যায় এবং $2x - 3y = 7$ রেখার উপর লম্ব- [15-16; CU 15-16; DU 10-11, 99-00; BU 11-12; MBSTU 12-13; BUET 09-10]

- A. $x + 2y = 0$ B. $5x + 2y = 1$
 C. $3x + 2y = 0$ D. $3x + 2y = 12$

Ans C Solve নির্ণেয় রেখা $3(x-2) + 2(y+3) = 0 \Rightarrow 3x + 2y = 0$

03. $(-2, 1)$ বিন্দু হতে $4x - 3y + 1 = 0$ সরল রেখার উপর অঙ্কিত লম্বের দৈর্ঘ্য- [15-16; DU 06-07, 03-04; CU 15-16; RU 15-16, 12-13; JU 13-14, 10-11; PUST 14-15; MBSTU 15-16, 14-15; SUST 08-09]

- A. 1 B. -2
 C. 2 D. 3

Ans C Solve লম্বের দৈর্ঘ্য $= \frac{|4(-2) - 3 \cdot 1 + 1|}{\sqrt{16+9}} = \frac{|-10|}{5} = 2$

04. $12x - 5y = 7$ রেখার 2 একক দূরবর্তী সরল রেখার সমীকরণ- [15-16; JU 14-15]

- A. $12x - 5y + 19 = 0$ B. $12x - 5y - 33 = 0$
 C. A, B D. $12x - 5y + 6 = 0$

Ans A Solve $2 = \frac{|12x - 5y - 7|}{\sqrt{13^2 + 5^2}}$

$\Rightarrow 2 = \pm \frac{12x - 5y - 7}{13} \Rightarrow (-) 12x - 5y + 19 = 0$

05. y অক্ষের সমান্তরাল এবং $2x - 3y + 4 = 0$ ও $3x + 3y - 5 = 0$ রেখাঘরের ছেদবিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ কোনটি? [15-16]

- A. $5y - 1 = 0$ B. $5x + 1 = 0$ C. $5x - 1 = 0$ D. $y - 5x = 0$

Ans C Solve $2x - 3y + 4 = 0$
 $3x + 3y - 5 = 0$

$(+) 5x - 1 = 0$
 \therefore নির্ণেয় সমীকরণ $5x - 1 = 0$

06. y অক্ষের উপরিস্থিত যে বিন্দুতে $3y = 4x - 10$ রেখার লম্ব দূরত্ব 4 একক, তার স্থানাঙ্ক কত- [14-15]

- A. (0, -10/3) B. (0, ±10/3)
C. (0, 10/3) D. a ও b

Ans C Solve y অক্ষের উপর বিন্দু (0,b)

প্রশ্নমতে, (0,b) বিন্দু হতে $3y = 4x - 10$

$$\Rightarrow 4x - 3y - 10 = 0, \text{ দূরত্ব} = 4$$

$$\therefore 4 = \frac{|4 \cdot 0 - 3b - 10|}{\sqrt{16+9}} \Rightarrow 4 = \frac{|3b+10|}{5}$$

$$\Rightarrow 3b + 10 = \pm 20 \Rightarrow 3b = 10 \oplus \text{ ধরলে } b = \frac{10}{3}$$

$$\text{এবং } 3b = -30 \Rightarrow b = -10 \text{ (} \frac{10}{3} \text{); (0, -10)}$$

Option B ও C দুটিই হবে। যদি Option B. $(0, \pm \frac{10}{3})$ হয় তবে

Option C সঠিক

07. k এর কোন মানের জন্য $x - y + 1 = 0$, $x - 3y + 5 = 0$ এবং $3y = kx + 4$ সরল রেখাদ্বয় সমবিন্দু হবে? [14-15]

- A. $\frac{1}{2}$ B. -2 C. 2 D. 4

Ans C Solve Shortcut: ১ম ও ২টি রেখার ছেদ বিন্দু (1,2)

৩য় রেখায় বসিয়ে পাই, $6 = k + 4 \Rightarrow k = 2$

08. $\sqrt{3}y - x + 5 = 0$ সরলরেখাটি x অক্ষের সাথে কোণ উৎপন্ন করে- [13-14]

- A. 30° B. 15° C. 45° D. 60°

Ans A Solve x অক্ষের সাথে উৎপন্ন কোণ $\tan \theta = \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) \therefore \theta = 30^\circ$

09. $3x - 4y + 9 = 0$ অক্ষদ্বয়কে ছেদ করলে, অক্ষদ্বয়ের ছেদাংশ হবে- [F 12-13]

- A. 3.12.25 B. 3.75 C. 2.513 D. 3, 12.5

Ans B Solve x অক্ষে, $3x = -9$

$$x = -\frac{9}{3} = -3; y \text{ অক্ষে } 4y = 9; y = \frac{9}{4} = 2.25$$

$$\therefore \text{ছেদাংশ} = \sqrt{(-3)^2 + (2.25)^2} = 3.75$$

10. $ax + by + c_1 = 0$ এবং $ax + by + c_2 = 0$ সমান্তরাল রেখা দুটির লম্ব দূরত্ব হবে- [D 12-13; CU 04-05]

- A. $\frac{|c_1 - c_2|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ B. $\frac{|c_1 + c_2|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$
C. $\frac{|c_1 - c_2|}{\sqrt{a^2 - b^2}}$ D. $\frac{|c_1 + c_2|}{\sqrt{a^2 - b^2}}$

Ans. A

11. $x = 1, y = 2$ ও $y = 4x$ রেখা তিনটি যে ত্রিভুজ গঠন করে তার ক্ষেত্রফল- [F 12-13]

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{1}{8}$ D. 0

Ans A Solve $x = 1, y = 2$ ও $y = 4x$ রেখা তিনটি দ্বারা গঠিত

ত্রিভুজের তিনটি শীর্ষ $(\frac{1}{2}, 2), (1, 2), (1, 4)$

$$\therefore \text{ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} \frac{1}{2} & 2 \\ 1 & 2 \\ 1 & 4 \end{vmatrix} = \frac{1}{2} (1 + 4 + 2 - 2 - 2 - 2) = \frac{1}{2}$$

12. $a_1 + b_1y + c_1 = 0$ এবং $a_2 + b_2y + c_2 = 0$ রেখাদ্বয়ের ক্ষেত্রে a_2b_1 a_1b_2 হলে, রেখাদ্বয় পরস্পর- [F 12-13]

- A. সমান্তরাল হবে B. লম্ব হবে
C. একই রেখা হবে D. কোনটিই নয়

Ans. A

13. $4x - 2y + 7 = 0$ সরলরেখার উপর এমন একটি বিন্দু নির্ণয় কর যা (2, 3), (-2, 4) বিন্দুদুটি থেকে সমদূরবর্তী- [11-12, KU 09-10]

- A. (1, 0) B. (0, 1) C. (0, 7/2) D. (7/2, 0)

Ans C Solve Option এ দেয়া বিন্দুগুলির একটি বিন্দু সরলরেখার উপর অবস্থিত হবে তাই Option এর একটি বিন্দু দ্বারা সরলরেখাটি সিদ্ধ হবে।

(1, 0) এর ক্ষেত্রে বামপক্ষ = $4 \times 1 - 2 \times 0 + 7 = 11$, ডানপক্ষ = 0
 \therefore বামপক্ষ \neq ডানপক্ষ

$(0, \frac{7}{2})$ এর ক্ষেত্রে বামপক্ষ = $4 \times 0 - 2 \times \frac{7}{2} + 7 = -7 + 7 = 0$
বামপক্ষ = 0 \therefore বামপক্ষ = ডানপক্ষ

14. $x = 5$ এবং x -অক্ষের অন্তর্গত কোণের সমদ্বিখণ্ডকদ্বয়ের সমীকরণ- [10-11]

- A. $x+y = -5, x-y = 5$ B. $x+y = 5, x-y = -5$
C. $x+y = 5, x-y = 5$ D. কোনটিই নয়

Ans C Solve $\frac{x-5}{\sqrt{1^2}} = \pm \frac{y}{\sqrt{1^2}} \Rightarrow x-5 = \pm y$
 $\therefore x+y = 5$ এবং $x-y = 5$

15. P(2, 5) এবং Q(-1, 3) বিন্দুদ্বয় $3x - 2y + 7 = 0$ রেখার- [05-06]

- A. একই পার্শ্বে B. বিপরীত পার্শ্বে C. উপরে D. কোনটিই নয়

Ans B Solve রেখাটি বিন্দুদ্বয় দ্বারা সিদ্ধ করলে বিপরীত চিহ্ন বিশিষ্ট মান আসে বলে বিপরীত পার্শ্বে অবস্থিত হবে।

16. (2, 5) এবং (-2, -5) বিন্দুগামী রেখার সমীকরণ- [04-05; CU 04-05]

- A. $5x - y = 0$ B. $5x - 2y = 0$ C. $x - 2y = 0$ D. $5x + 2y = 0$

Ans B Solve $\frac{x-x_1}{x_1-x_2} = \frac{y-y_1}{y_1-y_2} \Rightarrow \frac{x-2}{2+2} = \frac{y-5}{5+5}$
 $\Rightarrow \frac{x-2}{4} = \frac{y-5}{10} \Rightarrow 10x - 20 = 4y - 20$
 $\Rightarrow 10x - 4y = 0 \Rightarrow 5x - 2y = 0$

বরিশাল বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

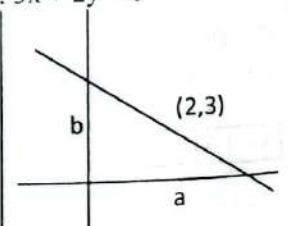
01. একটি সরল রেখার অক্ষদ্বয়ের মধ্যবর্তী খণ্ডিত অংশ (2, 3) বিন্দুতে সমদ্বিবিভক্ত হয়, উক্ত সরলরেখার সমীকরণ- [15-16]

- A. $2x + 3y = 12$ B. $3x + 2y = 12$
C. $2x + 3y = 6$ D. $3x + 2y = 6$

Ans B Solve $\frac{a+0}{2} = 2$
 $\Rightarrow a = 4$

$\frac{0+b}{2} = 3 \Rightarrow b = 6$

সমীকরণ $\frac{x}{4} + \frac{y}{6} = 1$
 $3x + 2y = 12$



02. $ax + by + c_1 = 0$ এবং $ax + by + c_2 = 0$ সরল রেখা দুইটির লম্ব দূরত্ব - [15-16]

- A. $\frac{|c_1 + c_2|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ B. $\frac{|c_1 - c_2|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ C. $\frac{|c_1 + c_2|}{\sqrt{a^2 - b^2}}$ D. $\frac{|c_1 - c_2|}{\sqrt{a^2 - b^2}}$

Ans B Solve রেখাদ্বয়ের মধ্যবর্তী লম্ব দূরত্ব = $\frac{|c_1 - c_2|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

বেশম বোকেচা বিশ্ববিদ্যালয় এর নবীকার বিপর বছরের প্রকাশিত [শর্ট টেকনিক & ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

০৬. $Ax + By + C = 0$ সমীকরণে $A = 0$ ও $C = 0$ হলে সরলরেখাটি- [15-16]
 A. x অক্ষের সমান্তরাল B. y অক্ষের সমান্তরাল C. x অক্ষ
 D. y অক্ষ E. কোনটিরই নয়

Ans C Solve $A = C = 0$ হলে সমীকরণটি হবে, $By = 0$
 $\Rightarrow y = 0$ যা x- অক্ষ।

০৭. X এবং Y অক্ষের অন্তর্গত কোণের সমন্বিতকরণের সমীকরণ- [15-16]
 A. $Y = -X$ B. $Y = -2X$ C. $Y = +\sqrt{1/2}$
 D. $Y = +3X$ E. $Y = X$

Ans A Solve সমন্বিতকরণে সমীকরণ $\frac{x}{\sqrt{1}} = + \frac{y}{\sqrt{1}}$
 $\Rightarrow x = y \Rightarrow y = x$

০৮. y অক্ষের উপর দ্বিত বিন্দু হতে $3y = 4x - 10$ রেখার লম্ব দূরত্ব 4 একক, তার স্থানকে কত? [15-16]

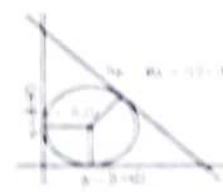
A. (1, 2), (2, 1) B. (5, 2), (5, 1) C. (0, -10), (0, 10/3)
 D. (1, 5), (9, 3) E. (2, 8), (5, 3)

Ans C Solve y-অক্ষ, (0, b) হলে
 $4 = \left| \frac{4 \cdot 0 - 3b - 10}{\sqrt{9 + 4}} \right| \Rightarrow 4 = \left| \frac{3b - 10}{5} \right|$
 $\Rightarrow 3b - 10 = \pm 20 \Rightarrow (+) 3b - 10 = 20 \Rightarrow b = \frac{30}{3}$
 $(-) 3b - 10 = -20 \Rightarrow b = -10$ নির্ণেয় বিন্দু $(0, \frac{10}{3}), (0, -10)$

০৯. $x + 4 = 0$; $y - 3 = 0$; $3x - 4y + 12 = 0$ রেখাচার খাড়া শর্তিত ত্রিভুজের অক্ষ-কেন্দ্র কত? [15-16]

A. (5, 3) B. (3, 2) C. (-3, 2)
 D. (5, 3) E. (-5, 3)

Ans C Solve
 যে Option হতে রেখাচারের উপর লম্ব দূরত্ব সমান সেটি অক্ষকেন্দ্র।
 এখানে, (-3, 2) হতে প্রথম রেখাচারের উপর অক্ষিত লম্ব দূরত্ব = 1



১০. $2x + 3y + 5 = 0$ এবং $2x + 3y + 9 = 0$ সমান্তরাল রেখা দুইটির মধ্যবর্তী দূরত্ব কত? [14-15]

A. $\frac{4}{13}$ B. $\frac{4}{\sqrt{13}}$ C. $\frac{4}{\sqrt{13}}$ D. $\frac{4}{\sqrt{11}}$ E. $\frac{4}{11}$

Ans C Solve $2x + 3y + 5 = 0$
 $2x + 3y + 9 = 0$
 এর মধ্যবর্তী দূরত্ব = $\left| \frac{0}{\sqrt{2^2 + 3^2}} - \frac{5}{\sqrt{2^2 + 3^2}} \right| = \left| \frac{4}{\sqrt{2^2 + 3^2}} \right| = \frac{4}{\sqrt{13}}$

১১. ছাটোর সম্মত অক্ষের অক্ষের কাটার সমীকরণ কি হবে? [13-14]

A. $x\sqrt{3}y = 0$ B. $\sqrt{3}x - y = 0$ C. $x + \sqrt{3}y = 0$
 D. $2x - x = 0$ E. $\sqrt{3}x + y = 0$

Ans E Solve $y = mx$
 $\Rightarrow y = \tan(-30^\circ)x$
 $\Rightarrow y = -\frac{1}{\sqrt{3}}x$
 $\Rightarrow \sqrt{3}y + x = 0$



Note: অক্ষের কাটা: 1) এর অন্তিমতম করণে হয় 6°
 2) 7° থেকে 4 টা) 4 এর অন্তিমতম করণে হয় $(5 \times 6)^\circ = 30^\circ$
 অন্য কোণ: 1) হলে করণে তা (x, y) অংশে আছে তাই

০৭. (2, 3) বিন্দু হতে $4x + 3y - 7 = 0$ রেখার সাপেক্ষে প্রতিবিম্ব বিন্দুর দূরত্ব কত? [13-14]

A. 2 unit B. 4 unit C. 3 unit
 D. 6 unit E. 8 unit

Ans B Solve $2 \times \left| \frac{2 \times 4 + 3 \times 3 - 7}{\sqrt{4^2 + 3^2}} \right| = 4$ unit

০৮. k এর মান কত হলে $5x + 4y - 1 = 0$ এবং $2x + ky - 7 = 0$ রেখাচার সমান্তরাল হবে? [C 12-13; JNU 07-08; CU 03-04; IU 10-11]

A. 8/5 B. 5/8 C. 3/8 D. 8/3

Ans A Solve রেখাচার সমান্তরাল হওয়ার শর্ত, $\frac{5}{2} = \frac{4}{k} \Rightarrow k = \frac{8}{5}$
 (-2, 3) এবং (5, 10) বিন্দুদ্বয়ের সংযোগ রেখার সাপেক্ষে (-1, 6) বিন্দুর প্রতিবিম্ব- [A 12-13]

A. (3, 7) B. (-4, 3) C. (1, 4) D. (0, 6)

Ans C Solve (-2, 3) ও (5, 10) বিন্দুদ্বারা রেখার সমীকরণ,
 $\frac{x+2}{-2-5} = \frac{y-3}{3-10}$
 $\Rightarrow x + 2 = y - 3 \Rightarrow x - y + 5 = 0$ ----- (i)
 x = 0 হলে, y = 5 : অর্থাৎ রেখাটি y অক্ষকে (0, 5) বিন্দুতে ছেদ করে।
 প্রতিবিম্ব (x, y) হলে, (-1, 6) ও (x, y) এর মধ্যবিন্দুর স্থানাঙ্ক (0, 5)।
 $0 = \frac{-1+x}{2}$ $5 = \frac{6+y}{2}$
 $\Rightarrow x = 1$ $\Rightarrow y = 4$... প্রতিবিম্ব (1, 4)

বেশম বোকেচা বিশ্ববিদ্যালয় এর নবীকার বিপর বছরের প্রকাশিত [শর্ট টেকনিক & ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

০১. $\frac{x}{3} = \frac{y}{3} = 1$ রেখাটির ঢাল কত? [15-16]

A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{1}{3}$ C. 1 D. 3

Ans E Solve $x = y = 3$
 $\Rightarrow y = x = 3$
 $\Rightarrow y = 1 \cdot 1x + 1 \cdot 2$ ঢাল = 1

০২. x অক্ষের সাপেক্ষে লম্বভাবে অবস্থিত এবং (3, -3) বিন্দুদ্বারা সরলরেখার সমীকরণ- [15-16]

A. $x + 3 = 0$ B. $x - 3 = 0$ C. $y - 3 = 0$ D. $y + 3 = 0$

Ans B Solve
 সাপেক্ষে-
 $x = 3 \Rightarrow x - 3 = 0$



০৩. $2x + 3y - 1 = 0$ ও $x - 2y + 3 = 0$ এর মধ্যবর্তী কোণ কত? [15-16]

A. $\tan^{-1} \frac{7}{4}$ B. $\tan^{-1} \frac{4}{7}$ C. $\tan^{-1} \frac{1}{2}$ D. $\tan^{-1} \frac{1}{2}$

Ans A Solve $2x + 3y - 1 = 0, m_1 = -\frac{2}{3}$
 $x - 2y + 3 = 0, m_2 = \frac{1}{2} \tan \theta = \frac{\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3}}{1 - \frac{1}{2} \left(\frac{2}{3} \right)} = \frac{1}{4} \Rightarrow \theta = \tan^{-1} \left(\frac{7}{4} \right)$

০৪. অক্ষদ্বয়ের সাথে সমান সমান কোণ উপলব্ধিকারী সরলরেখা সম্মুখের ঢালের মান হতে- [13-14]

A. -1 B. +1
 C. +1 D. 2

Ans C

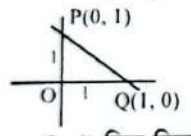
ভাসানী বিজ্ঞান ও প্রযুক্তি বিশ্ববিদ্যালয় ত্রিত পত্রীকার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $(-2, 1)$ বিন্দুগামী একটি সরলরেখা $3x + y = 3$ এর সাথে $\tan^{-1} \frac{1}{2}$ কোণে আনত হলে সরলরেখাটির সমীকরণ- [15-16]
 A. $y = x + 1$ B. $y = -x - 1$
 C. $y = -x + 1$ D. $y = x - 1$
Ans B Solve $(-2, 1)$ দ্বারা তথু B, $y = -x - 1$ সিদ্ধ হয়।
 \therefore Option B

02. $(-\sqrt{3}, -\sqrt{3})$ বিন্দুটির পোলার স্থানাঙ্ক কত? [15-16]
 A. $(\sqrt{6}, \pi/4)$ B. $(\sqrt{3}, \pi/4)$
 C. $(\sqrt{6}, 5\pi/4)$ D. $(6, -\pi/4)$
Ans C Solve $r = \sqrt{(-\sqrt{3})^2 + (-\sqrt{3})^2} = \sqrt{3+3} = \sqrt{6}$
 $\theta = \tan^{-1}\left(\frac{-\sqrt{3}}{-\sqrt{3}}\right) = \tan^{-1}(1) = \tan^{-1}\tan\left(\pi + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{5\pi}{4}$
 পোলার স্থানাঙ্ক $(\sqrt{6}, \frac{5\pi}{4})$

03. $(3, -6)$ বিন্দুগামী এবং $y = -$ অক্ষের সমান্তরাল রেখার সমীকরণ নিচের কোনটি হবে? [15-16]
 A. $x = -6$ B. $y = 6$ C. $x = 3$ D. $y = 3$
Ans C Solve নির্ণয়ে রেখা, $x = 3$

04. যে সরল রেখার উপর $Q(1, 0)$ এবং $P(0, 1)$ অবস্থিত তার সমীকরণ হচ্ছে- [14-15]
 A. $y = -x + 1$ B. $y = x - 1$
 C. $x = y + 1$ D. $x = y - 1$
Ans A Solve $Q(1, 0)$ ও $P(0, 1)$
 এর সংযোজক সরলরেখার সমীকরণ $\frac{x}{1} + \frac{y}{1} = 1 \Rightarrow x + y = 1$



05. একটি সরলরেখা $(5, 7)$ ও $(2, 4)$ বিন্দু দিয়ে অতিক্রম করে। এই রেখার ঢাল কত? [14-15]
 A. $\frac{5}{2}$ B. $\frac{7}{4}$ C. 1 D. $\frac{5}{4}$
Ans C Solve $(5, 7)$ ও $(2, 4)$
 বিন্দুগামী সরলরেখার ঢাল $= \frac{7-4}{5-2} = \frac{3}{3} = 1$

06. বীজগণিতীয় সমীকরণ $\sqrt{3}x + 3y = 0$ এবং $3x + \sqrt{3}y = 0$ এর জ্যামিতিক পরিচিত হচ্ছে- [14-15]
 A. দুইটি পরস্পর লম্ব রেখা B. দুইটি সমান্তরাল সরলরেখা
 C. মূল বিন্দুগামী না এমন দুইটি সরলরেখা
 D. পরস্পর ছেদকারী অ-লম্ব দুইটি সরলরেখা
Ans D Solve $\sqrt{3}x + 3y = 0$
 $3x + \sqrt{3}y = 0$
 এখানে, $\sqrt{3} \cdot 3 + 3 \cdot \sqrt{3} = 6\sqrt{3} \neq 0$
 \therefore লম্ব নয়, আবার $\frac{\sqrt{3}}{3} \neq \frac{3}{\sqrt{3}}$ সমান্তরাল নয়
 প্রদত্ত রেখাদ্বয়ের অনন্যেক্ষপদ অনুপস্থিত \therefore রেখাদ্বয় মূলবিন্দু গামী।
 A, B, C Option গুলো সঠিক নয়। Option D সঠিক উত্তর।

07. $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ এবং $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ সরলরেখা দুইটি পরস্পর লম্ব হবে, যদি- [14-15; JU 14-15; JnU 11-12; RU 06-07; CU 04-05]
 A. $a_1b_1 + a_2b_2 = 0$ B. $a_1b_1 - a_2b_2 = 0$
 C. $a_1a_2 + b_1b_2 = 0$ D. $a_1a_2 - b_1b_2 = 0$
Ans C Solve প্রদত্ত রেখাদ্বয় পরস্পর লম্ব হয় যদি $a_1a_2 + b_1b_2 = 0$

08. $5x + 2y = 8$ এবং $9x - 5y = 23$ সমীকরণদ্বয়ের সমাধান হবে: [14-15]
 A. $x = 2, y = 1$ B. $x = 3, y = 1$
 C. $x = 1, y = 3$ D. $x = 2, y = -1$
Ans D Solve $5x + 2y - 8 = 0$
 $9x - 5y - 23 = 0$
 $\Rightarrow \frac{x}{-46-40} = \frac{y}{-72+115} = \frac{1}{-25-18}$
 $\Rightarrow \frac{x}{-86} = \frac{y}{-43} = \frac{1}{-43} \therefore x = 2, y = -1$

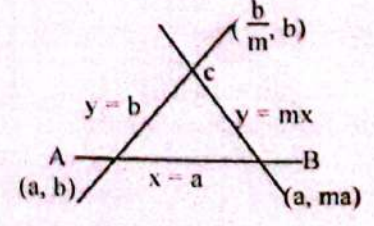
09. α এর কোন মানের জন্য $(\alpha - 1)x + (\alpha + 1)y - 7 = 0$ রেখাটি $3x + 5y + 7 = 0$ রেখার সমান্তরাল হবে? [A 12-13; JnU 07-08]
 A. 3 B. 4 C. 5 D. 6
Ans B Solve রেখাদুটি সমান্তরাল হলে,
 $\frac{\alpha-1}{3} = \frac{\alpha+1}{5} \Rightarrow 5\alpha - 5 = 3\alpha + 3 \Rightarrow 2\alpha = 8 \Rightarrow \alpha = 4$

10. একটি সরলরেখার অক্ষদ্বয়ের মধ্যবর্তী অংশ $(2, 3)$ বিন্দুতে সমদ্বিখণ্ডিত হয়। সরলরেখাটির সমীকরণ হবে- [C 12-13; BU 11-12]
 A. $2x + 3y - 12 = 0$ B. $3x + 2y - 12 = 0$
 C. $2x + 3y - 6 = 0$ D. $3x + 2y - 6 = 0$
Ans B Solve x অক্ষ থেকে খণ্ডিত অংশ $= 2 \times 2 = 4$
 y " " " " " " $= 3 \times 2 = 6$
 \therefore সরলরেখার সমীকরণ, $\frac{x}{4} + \frac{y}{6} = 1$
 $\Rightarrow 6x + 4y = 24 \Rightarrow 3x + 2y - 12 = 0$

বঙ্গবন্ধু শেখ মুজিবুর রহমান বিজ্ঞান ও প্রযুক্তি বিশ্ববিদ্যালয় ত্রিত পত্রীকার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $x = a, y = b, y = mx$ রেখা তিনটি যে ত্রিভুজ গঠন করে তার ক্ষেত্রফল কত? [15-16]
 A. $\frac{1}{2}(b - ma)^2$ B. $\frac{1}{2m}(b + ma)^2$
 C. $\frac{1}{2}(b + ma)^2$ D. $\frac{1}{2m}(b - ma)^2$

Ans D Solve $\Delta ABC = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} a & b & 1 \\ a & ma & 1 \\ b/m & b & 1 \end{vmatrix}$
 $= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} a & b & 1 \\ 0 & ma-b & 0 \\ b/m-a & 0 & 0 \end{vmatrix}$
 $= \frac{1}{2}(ma - b)\left(\frac{b}{m} - a\right) = \frac{1}{2}(ma - b)(b - ma) = \frac{1}{2m}(b - ma)^2$



১২. যে ত্রিভুজের বাহুগুলির সমীকরণ $4x + 3y = 12$, $3x - 4y + 16 = 0$,
 $4x - 3y = 12$ তার অন্তঃকেন্দ্র নির্ণয় কর? [15-16]

- A. (2, 25/7) B. (3, 24/7)
 C. (3, 25/7) D. (2, 24/7)

Ans C Solve $4x + 3y - 12 = 0$ — (i)
 $3x - 4y + 16 = 0$ — (ii)
 $4x - 3y - 12 = 0$ — (iii)

ত্রিভুজের ΔABC সমকোণী
 ত্রিভুজ গঠন করে। যার B ও C
 সূক্ষ্মকোণ

(i) ও (iii) হতে পাই,
 $4x + 3(-3) = 7 > 0$

\therefore B কোণের সমন্বিতকোণ

$$\frac{4x-3y-12}{\sqrt{4^2+3^2}} = -\frac{4x-3y-12}{\sqrt{4^2+3^2}} \Rightarrow 8x = 24 \Rightarrow x = 3$$

আবার, (ii) ও (iii) হতে পাই,

$$3x + (-4)(-3) = 24 > 0$$

\therefore C কোণের সমন্বিতকোণ $\frac{3x-4y+16}{\sqrt{3^2+4^2}} = -\frac{4x-3y-12}{\sqrt{4^2+3^2}}$

$$\Rightarrow 7x - 7y = -4 \Rightarrow 21 - 7y = -4$$

$$\Rightarrow 7y = 25 \Rightarrow y = \frac{25}{7}$$

\therefore অন্তঃকেন্দ্র $(3, \frac{25}{7})$

Shortcut: যে option টি হতে প্রদত্ত রেখাগুলোর উপর লম্ব দূরত্ব সমান

সেইটি অন্তঃকেন্দ্র। option C $(3, \frac{25}{7})$ হতে রেখাগুলোর উপর লম্ব দূরত্ব =

$$\frac{15}{7} \therefore (3, \frac{25}{7}) \text{ অন্তঃকেন্দ্র।}$$

১৩. $3x + 3y - 2 = 0$ এবং $7x + y + 4 = 0$ রেখাগুলোর মধ্যবর্তী সূক্ষ্মকোণের
 সমন্বিতকোণের সমীকরণ কত? [14-15]

- A. $18x + 9y + 1 = 0$ B. $9x + 18y + 1 = 0$
 C. $2x + y + 1 = 0$ D. $18x + 9y + 5 = 0$

Ans A Solve সমন্বিতকোণের সমীকরণ $\frac{3x+3y-2}{\sqrt{3^2+3^2}} = \pm \frac{7x+y+4}{\sqrt{7^2+1}}$

$$\Rightarrow \frac{3x+3y-2}{3\sqrt{2}} = \pm \frac{7x+y+4}{5\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow \frac{3x+3y-2}{3} = \pm \frac{7x+y+4}{5}$$

$$\therefore 3 \times 7 + 3 \times 1 = 21 + 3 = 24 > 0$$

\therefore (-ve) ধরে সমীকরণটি সূক্ষ্মকোণের সমন্বিতকোণের সমীকরণ হবে।

$$\text{নির্দিষ্ট রেখা } \frac{3x+3y-2}{3} = -\frac{7x+y+4}{5}$$

$$\Rightarrow 15x + 15y - 10 = -21x - 3y - 12$$

$$\Rightarrow 36x + 18y + 2 = 0 \Rightarrow 18x + 9y + 1 = 0$$

হাজী দানেশ বিজ্ঞান ও প্রযুক্তি বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত
 বছরের প্রশ্নাবলি [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

০১. x অক্ষের সমান্তরাল এবং $4x + 3y - 6 = 0$ ও $x - 2y - 7 = 0$ রেখা
 দুইটির সমবিন্দু রেখার সমীকরণ কোনটি? [14-15]

- A. $x + 2 = 0$ B. $y + 2 = 0$
 C. $x = 2$ D. $y = 2$

Ans B Solve $4x + 3y - 6 = 0$

$$x - 2y - 7 = 0$$

$$4x - 8y - 28 = 0$$

$$\text{ওকরে } 11y + 22 = 0$$

$$\Rightarrow y = -2, x = 2y + 7 = -4 + 7 = 3 \therefore \text{ছেদ বিন্দু } (3, -2)$$

উক্ত বিন্দুগামী x অক্ষের সমান্তরাল রেখার সমীকরণ, $y = -2$

$$\Rightarrow y + 2 = 0$$

০২. k এর মান কত হলে $2x - y + 7 = 0$ এবং $3x + ky - 5 = 0$ রেখাগুলোর
 পরস্পর লম্ব হবে? [14-15]

- A. 4 B. 6 C. 8 D. 10

Ans B Solve \therefore রেখাগুলোর পরস্পর লম্ব

$$2 \times 3 + (-1) \times k = 0$$

$$\Rightarrow k = 6$$

০৩. একটি সরলরেখা মূল বিন্দু দিয়ে যায়, এবং x অক্ষের সাথে 135° কোণ
 উৎপন্ন করে, তার সমীকরণ কোনটি? [14-15]

- A. $x + y = 0$ B. $x - y = 0$ C. $x + y + 1 = 0$ D. $x + y = 1$

Ans A Solve নির্দিষ্ট রেখা

$$y = \tan 135^\circ x \Rightarrow y = \tan (180^\circ - 45^\circ) x$$

$$\Rightarrow y = -\tan 45^\circ x \Rightarrow y = -x \Rightarrow x + y = 0$$

০৪. $5x + 12y - 2 = 0$ এবং $5x + 12y + 29 = 0$ সমান্তরাল সরলরেখা
 দুইটির মধ্যে দূরত্ব কত? [14-15]

- A. 31/13 B. 13/31 C. 25/26 D. 5/7

Ans A Solve $5x + 12y - 2 = 0$

$$5x + 12y + 29 = 0$$

$$\text{মধ্যবর্তী দূরত্ব} = \frac{|29 - (-2)|}{\sqrt{5^2 + 12^2}} = \frac{31}{13}$$

পাবনা বিজ্ঞান ও প্রযুক্তি বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
 [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

০১. $(y - 1)(y + 2) = (y + 4)(y - 2)$ সমীকরণে $y = ?$ [14-15]

- A. 5 B. -6 C. 6 D. 4

Ans C Solve $(y - 1)(y + 2) = (y + 4)(y - 2)$

$$\Rightarrow y^2 + y - 2 = y^2 + 2y - 8 \Rightarrow y = 6$$

০২. যদি $2x - y = 8$ এবং $x - 2y = 4$ হয়, তাহলে $x + y$ এর মান কত? [14-15]

- A. 12 B. 8 C. 0 D. 4

Ans D Solve $2x - y = 8$

$$x - 2y = 4$$

$$\begin{array}{r} (-) \quad (+) \quad (-) \\ \hline x - y = 4 \end{array}$$

কুমিল্লা বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
 [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

০১. x-অক্ষ এবং (3, 2) বিন্দু হতে (4, a) বিন্দুর দূরত্ব সমান হলে, a বিন্দু-[13-14]

- A. $\frac{5}{3}$ B. $\frac{4}{5}$ C. $\frac{5}{4}$ D. কোনটিই নয়

Ans C Solve x অক্ষ হতে দূরত্ব = a

$$(3, 2) \text{ বিন্দু হতে দূরত্ব} = \sqrt{(3-4)^2 + (2-a)^2}$$

$$\Rightarrow a^2 = 1 + (2-a)^2 \Rightarrow a^2 = 1 + 4 - 4a + a^2$$

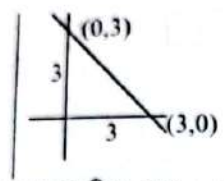
$$\Rightarrow 4a = 5 \therefore a = \frac{5}{4}$$

শেখ হাসিনা বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $5x - 5\sqrt{3}y + 2 = 0$ এবং $3\sqrt{3}x + 3y - 4 = 0$ রেখা দুটির অন্তর্ভুক্ত কোণ হবে- [PSTU 14-15; RU 13-14]
A. 60° B. 90° C. 45° D. 120°
Ans B Solve $5x - 5\sqrt{3}y + 2 = 0$
 $3\sqrt{3}x + 3y - 4 = 0 \therefore 5.3\sqrt{3} + (-5\sqrt{3}).3 = 15\sqrt{3} - 15\sqrt{3} = 0$
 \therefore রেখা দুটির অন্তর্ভুক্ত কোণ = 90°

বাংলাদেশ মেরিন একাডেমী ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $x/3 + y/3 = 1$ রেখার অক্ষ দুটির মধ্যবর্তী ঋজু অংশের দৈর্ঘ্য কত? [15-16]
A. 3 B. $\sqrt{2}$ C. $3\sqrt{2}$ D. $2\sqrt{3}$
Ans C Solve
 $\frac{x}{3} + \frac{y}{3} = 1$
দৈর্ঘ্য = $\sqrt{(3-0)^2 + (0-3)^2}$
 $= \sqrt{9+9}$
 $= (3\sqrt{2})$



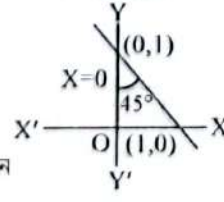
02. সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর যখন মূলবিন্দু এবং $(-4, 4)$ বিন্দু দিয়ে যায়। [15-16]
A. $2x + 3y = 0$ B. $x = 0$ C. $y = 0$ D. $x + y = 0$
Ans D Solve নির্ণয়ে রেখার সমীকরণ,
 $y = \frac{-4}{-4}x \Rightarrow x + y = 0$

চট্টগ্রাম ভেটেরিনারী বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $x + y = 0$ সরলরেখাটি x অক্ষের ধনাত্মক দিকে কোন কোণটি তৈরি করে? [15-16]
A. 45° B. 0° C. 90° D. 135°
Ans D Solve $x + y = 0$
 $\Rightarrow y = -x = (-1).x$
 $\tan\theta = -1 = \tan(180^\circ - 45^\circ) = \tan 135^\circ$
 $\theta = 135^\circ$

02. m এর মান কত হলে সরলরেখা দুয় $3y - 2x = 4$ এবং $4y - (m + 1)x = 2$ পরস্পর লম্ব হবে- [15-16]
A. 6 B. 5 C. 7 D. -7
Ans D Solve $3(4) + (2)(m+1) = 0$
 $\Rightarrow 12 + 2m + 2 = 0 \Rightarrow m = -7$

03. $x + y = 1$ এবং $x = 0$ সরলরেখা দুয়ের মধ্যবর্তী কোণ কোনটি? [14-15]
A. 90° B. 0° C. 45° D. 180°
Ans C Solve $x + y = 1$ এবং $x = 0$
মধ্যবর্তী কোণ = 45°
কারণ,
 $x + y = 1$
 $\Rightarrow \frac{x}{1} + \frac{y}{1} = 1$ রেখাটি x ও y অক্ষে সমান
কোণ = $\frac{90^\circ}{2} = 45^\circ$ উৎপন্ন করে।



04. $12x - 5y + 13 = 0$ এর উপর লম্ব এবং মূলবিন্দুগামী সরলরেখা হবে- [14-15]
A. $12x - 5y = 0$ B. $12x + 5y = 0$
C. $5x - 12y = 0$ D. $5x + 12y = 0$
Ans D Solve $12x - 5y + 13 = 0$ এর মূলবিন্দু $(0, 0)$ গামী লম্ব রেখার সমীকরণ
 $5(x - 0) + 12(y - 0) \Rightarrow 5x + 12y = 0$

05. মূলবিন্দু থেকে $x\sqrt{3} + y = 10$ সরলরেখাটির লম্ব দূরত্ব হবে- [14-15]
A. -5 B. 5 C. -10 D. 10
Ans B Solve $x\sqrt{3} + y - 10 = 0$
 $(0, 0)$ হতে লম্ব দূরত্ব = $\frac{|0 \times \sqrt{3} + 0 - 10|}{\sqrt{(\sqrt{3})^2 + 1^2}}$
 $= \frac{|-10|}{\sqrt{4}} = \frac{10}{2} = 5$

06. $x - y = 1$ রেখাটি x অক্ষের সাথে যে বিন্দুতে মিলিত হয় সে বিন্দুটির স্থানাঙ্ক কোনটি? [14-15]
A. $(0, 1)$ B. $(1, 0)$ C. $(0, -1)$ D. $(-1, 0)$
Ans B Solve $x - y = 1 \Rightarrow \frac{x}{1} + \frac{y}{-1} = 1$
x-অক্ষে মিলিত বিন্দু $(1, 0)$

বিনাইদহ ভেটেরিনারী বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $3x - 9y - 10 = 0$ রেখাটির slope কত হবে? [15-16; CU 15-16; JU 14-15]
A. $\frac{1}{9}$ B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{10}{9}$ D. $\frac{1}{3}$
Ans D Solve $3x - 9y - 10 = 0 \Rightarrow 9y = 3x - 10$
 $\Rightarrow y = \frac{1}{3}x - \frac{10}{9}$ এর Slope = $\frac{1}{3}$

Shortcut: ঢাল = $-\frac{x \text{ এর সহগ}}{y \text{ এর সহগ}} = -\frac{3}{-9} = \frac{1}{3}$

02. $3x - 7y + 2 = 0$ সরলরেখার উপর লম্ব এবং $(1, 2)$ বিন্দু দিয়ে অতিক্রম করে এমন সরলরেখার সমীকরণ কোনটি? [15-16]
A. $7x + 3y - 13 = 0$ B. $3x - 7y - 11 = 0$
C. $7x + 3y + 13 = 0$ D. $3x - 7y + 11 = 0$
Ans A Solve নির্ণয়ে সমীকরণ,
 $7(x - 1) + 3(y - 2) = 0 \Rightarrow 7x + 3y - 13 = 0$

বাংলাদেশ কৃষি বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $2x + y = 3$ রেখার ঢাল, নিম্নের কোন সরলরেখার ঢালের সমান নয়? [14-15]
A. $2x + y = 5$ B. $x + 2y = 9$ C. $x = \frac{-y}{2} + 3$ D. $x = \frac{-y}{2} - 3$
Ans B Solve $2x + y = 3$
 $\Rightarrow y = -2x + 3$ এর ঢাল = -2
A, C, D এর ঢাল = -2
 \therefore B এর ঢাল = $-\frac{1}{2}$ [কারণ $x + 2y = 9 \Rightarrow 2y = -x + 9 \Rightarrow y = -\frac{1}{2}x + \frac{9}{2}$]

02. $y = mx + 3$ সরলরেখাটি $y = x^2 + 12$ বক্ররেখাকে স্পর্শ করলে, m এর মান কত হবে? [14-15]

- A. 3 B. 12
C. 16 D. 14

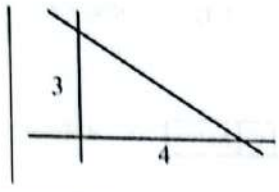
Ans C Solve $y = mx + 3$ এবং $y = x^2 + 12$
 $\Rightarrow x^2 + 12 = mx + 3 \Rightarrow x^2 - mx + 9 = 0$
 \therefore রেখাটি স্পর্শ করে, $(-m)^2 - 4 \cdot 9 = 0 \Rightarrow m^2 = 36 \Rightarrow m = 16$

সিলেট কৃষি বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
 [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $3x + 4y = 12$ রেখাটি অক্ষদ্বয়ের সাথে যে ত্রিভুজ গঠন করে তার ক্ষেত্রফল কোনটি? [15-16]

- A. 12 বর্গ একক B. 3 বর্গ একক
C. 4 বর্গ একক D. 6 বর্গ একক

Ans D Solve $3x + 4y = 12$
 $\Rightarrow \frac{x}{4} + \frac{y}{3} = 1$
 ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল,
 $= \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 3 = 6$ বর্গ একক



02. x -অক্ষের সমান্তরাল ও $(3, -4)$ বিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ কোনটি? [15-16]

- A. $x = 3$ B. $y = 4$
C. $y + 4 = 0$ D. $y = 0$

Ans C Solve x -অক্ষের সমান্তরাল $(3, -4)$ বিন্দুগামী সরলরেখা
 $y = -4 \Rightarrow y + 4 = 0$

03. Y -অক্ষের সমান্তরাল এবং $4x + 3y = 6$ ও $3x - 2y = 7$ রেখাঘরের ছেদবিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ-[15-16; IU 13-14]

- A. $y + 2 = 0$ B. $17x - 33 = 0$
C. $3x + 4 = 0$ D. $4x - 6 = 0$

Ans B Solve $4x + 3y = 6 \Rightarrow 8x + 6y = 12$
 $3x - 2y = 7 \Rightarrow 9x - 6y = 21$
 (+) $17x = 33$

$\Rightarrow 17x - 33 = 0$
 \therefore নির্ণেয় সমীকরণ, $17x - 33 = 0$

বাংলাদেশ টেক্সটাইল বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
 [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. k এর মান কত হলে $x - y + 5 = 0$, $x + y - 1 = 0$, $kx - y + 13 = 0$ রেখাদ্বয় সমবিন্দু হবে? [15-16]

- A. 1 B. 5
C. 7 D. 3

Ans B Solve $x - y + 5 = 0$
 $x + y - 1 = 0$
 (+) $2x + 4 = 0$

$x = -2$
 $y = x + 5 = -2 + 5 = 3$
 ছেদ বিন্দু $(-2, 3)$
 তৃতীয় সমীকরণে বসিয়ে পাই, $-2k - 3 + 13 = 0 \Rightarrow k = 5$

IUT ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
 [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. For what value of k will the three lines $x - y + 5 = 0$, $x + y - 1 = 0$, and $kx - y + 13 = 0$ be concurrent? [14-15]

- A. 1 B. 3 C. 5 D. 7

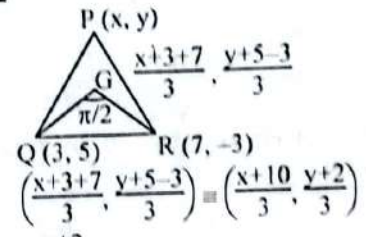
Ans C Solve $x - y + 5 = 0$
 $x + y - 1 = 0$
 \therefore ছেদ বিন্দু, $2x = -4$
 $\Rightarrow x = -2$ এবং $y = x + 5 = -2 + 5 = 3 \Rightarrow (-2, 3)$
 $\Rightarrow -2k - 3 + 13 = 0 \Rightarrow 2k = 10 \Rightarrow k = 5$

বুয়েট, কুয়েট, চুয়েট ও রশ্মেট ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
 [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. ধরি $P(x, y)$, $Q(3, 5)$, $R(7, -3)$ একটি ত্রিভুজের শীর্ষ বিন্দু। যদি $\angle QGR = \pi/2$ হয় যেখানে G ভ্রু কেন্দ্র, তাহলে G এর সম্ভার পথ হলো- [KUET 15-16]

- A. $x^2 + y^2 - 2x - 10y - 109 = 0$
 B. $x^2 + y^2 + 2x + 10y - 109 = 0$
 C. $x^2 + y^2 - 2x + 10y + 109 = 0$
 D. $x^2 + y^2 - 10x - 2y - 109 = 0$
 E. $x^2 + y^2 - 10x + 2y - 109 = 0$

Ans = Solve



QG-এর ঢাল = $\frac{5 - \frac{y+2}{3}}{3 - \frac{x+10}{3}} = \frac{13-y}{-x-1}$

RG-এর ঢাল = $\frac{-3 - \frac{y+2}{3}}{7 - \frac{x+10}{3}} = \frac{-11-y}{11-x}$

প্রশ্নমতে, $\frac{13-y}{-x-1} \times \frac{-11-y}{11-x} = -1$

$\Rightarrow \frac{13-y}{x+1} \times \frac{11+y}{11-x} = -1$
 $\Rightarrow 143 + 2y - y^2 = -11x + x^2 - 11 + x$
 $\Rightarrow x^2 + y^2 - 10x - 2y + 154 = 0$

02. যদি $\frac{3}{2}$ ঢাল বিশিষ্ট একটি সরলরেখা $ax + 3y - 7 = 0$ সরলরেখার উপর লম্ব হয়, তবে a এর মান হবে? [CUET 15-16]

- A. None of them B. 3
C. 2 D. -2

Ans C Solve $3y = -ax + 7 \Rightarrow y = -\frac{a}{3}x + \frac{7}{3}$
 এর ঢাল = $-\frac{a}{3}$

প্রশ্নমতে, $-\frac{a}{3} \times \frac{3}{2} = -1 \Rightarrow a = 2$

92. $3x - 4y = 7$ রেখার সমান্তরাল রেখা $(1, -2)$ বিন্দু হয়ে 7.5 একক দূরে অবস্থিত সমান্তরাল রেখার সমীকরণ নির্ণয় কর। [KUET 14-15]

A. $3x - 4y = 7$ B. $3x - 4y = 8$
 C. $3x - 4y = 11$ D. $3x - 4y = 32.5$

Ans: D **Solve** $3x - 4y = 7$ রেখার সমান্তরাল রেখা সমীকরণ
 $3x - 4y - 2 = 0$ (1)

কোনো $(1, -2)$ বিন্দু হয়ে (2) এর দূরত্ব $d = 7.5$

$$\frac{|3(1) - 4(-2) - 2|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 7.5$$

$$\sqrt{25} = 25$$

$$\Rightarrow |3 - 8 - 2| = 25 \Rightarrow |-7| = 25 \Rightarrow 7 = 25$$

$$\text{সিদ্ধি করে } 3x - 4y - 32.5 = 0$$

$$\Rightarrow 3x - 4y = 32.5$$

93. $(1, 2)$ বিন্দু হয়ে $x - \sqrt{3}y + 2 = 0$ রেখার উপর একটি কক্ষ অতিক্রম করে কক্ষ দুটির দূরত্ব হলে $\frac{1}{2}$ কক্ষের দূরত্ব কত? [CUET 14-15]

A. $\frac{2 - \sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{2 + \sqrt{3}}{2}$

C. $\frac{2 - \sqrt{3}}{2}$ D. None

Ans: B **Solve** $x - \sqrt{3}y + 2 = 0$ রেখার ঢাল $m = \frac{1}{\sqrt{3}}$

এক রেখা m_1 রেখা $m_2 = \sqrt{3}$

কক্ষের দূরত্ব $d = \frac{|2 - \sqrt{3}(1) + 2|}{\sqrt{1 + 3}}$

$$\Rightarrow \frac{|2 - \sqrt{3} + 2|}{2} = \frac{1}{2}$$

$$\text{কক্ষের দূরত্ব} = \frac{\sqrt{3}x - y + 2}{\sqrt{3 + 1}}$$

95. সমান্তরাল রেখা $ax + by + c = 0$, $bx + cy + d = 0$, $cx + az + e = 0$ [BUET 14-15]

$$A. ax + by + c = 0 \quad B. ax + by + c = 0, 2x + 2y + 2z = 0$$

$$D. ax + by + c = 0, 2x + 2y + 2z = 0$$

Ans: A **Solve** $ax + by + c = 0$ (i)

$$bx + cy + d = 0$$
 (ii)

$$cx + az + e = 0$$
 (iii)

$$(i) - (ii) \Rightarrow ax - by - c = 0$$
 (iv)

$$(iii) - (iv) \Rightarrow 2ax + d = 0 \Rightarrow x = -\frac{d}{2a}$$

96. $(3, -1)$ ও $(4, -2)$ বিন্দুদ্বয়ের সংযোগ রেখার উপর অঙ্কিত কর কোন কোণ? [BUET 14-15]

A. 30° B. 75° C. 105°

D. 135° E. 150°

Ans: D **Solve** $\frac{3-4}{3-4} = \frac{-1-(-2)}{-1-(-2)} = 1$ $\theta = \tan^{-1} 1 = 45^\circ$

97. $(-4, 6)$ ও $(2, 8)$ বিন্দু দুটির সংযোগ রেখার উপর অঙ্কিত লম্ব-দ্বিভক্ত রেখার সমীকরণ নির্ণয় কর। [BUET 14-15]

A. $y = \frac{1}{3}x$ B. $y = 3x$ C. $y = -3x + 4$

D. $x + 3y = 7$ E. None

Ans: C **Solve** ধরি A $(-4, 6)$ B $(2, 8)$

$$AB \text{ রেখার ঢাল} = \frac{8-6}{2-(-4)} = \frac{1}{3}$$

$$\text{নির্ভর রেখার ঢাল} = -3$$

$$AB \text{ রেখার সমীকরণ } x = \frac{4+2}{2} = 3 \text{ ও } y = \frac{6+8}{2} = 7$$

$$\text{বিন্দু } (-1, 7)$$

$$\text{রেখার সমীকরণ } -x$$

$$y - 7 = -3(x - 1) \Rightarrow y - 7 = -3x + 3$$

$$\text{সমীকরণ রূপে } (x-3) + (y-4) + (z-2) = 0$$

$$\text{কক্ষের সমীকরণ } -x$$

$$\therefore x - 2y - 16 = 0 \quad \frac{(x-3)^2 + (y-4)^2 + (z-2)^2}{2} = 0$$

$$\therefore x - 2y - 16 = 0 \quad \frac{(x-3)^2 + (y-4)^2 + (z-2)^2}{2} = 0$$

Technique: $(x, y) + (z, d)$ বিন্দুদ্বয়ের সংযোগ রেখার লম্ব-দ্বিভক্তের

$$\text{সমীকরণ } -x(x-p) + (y-q) = 0$$

98. একটি ত্রিভুজের শীর্ষ বিন্দু $A(5, 12)$, $B(-12, 5)$ এবং $C(-7, 17)$ হলে, $\angle ACB$ কোণের মান হলে- [BUET 13-14]

A. $\frac{\pi}{3}$ B. $\frac{\pi}{4}$ C. $\frac{\pi}{2}$ D. $\frac{\pi}{6}$

Ans: C **Solve** AC রেখার ঢাল $m_1 = \frac{12-17}{5-(-7)} = \frac{-5}{12}$

CB রেখার ঢাল $m_2 = \frac{5-17}{-12-(-7)} = \frac{-12}{5}$ $m_1 m_2 = 1 \Rightarrow \angle ACB = \frac{\pi}{2}$

99. a এর মান কত হলে, $3x + 2y - 5 = 0$, $ax + 4y - 9 = 0$ এবং $x + 2y - 7 = 0$ রেখার সমবিন্দু? [BUET 13-14, 12-13]

A. 7 B. 5 C. 3 D. 9

Ans: D **Solve** রেখার সমবিন্দু হবার শর্ত, $\begin{vmatrix} 3 & 2 & -5 \\ a & 4 & -9 \\ 1 & 2 & -7 \end{vmatrix} = 0$

$$\Rightarrow 3(28 - 18) - 2(21 - 9) - 5(2a - 4) = 0$$

$$\Rightarrow 30 - 14a - 18 - 10a + 20 = 0 \Rightarrow 4a - 28 = 0 \Rightarrow a = 7$$

10. $4x + 3y = c$ এবং $12x - 5y = 2(c + 3)$ রেখার মূলবিন্দু হতে সমান্তরাল হলে c এর মান হবে- [BUET 13-14, CU 07-08; BU 13-14]

A. 14 B. 12 C. 8 D. 10

Ans: D **Solve** দু'টি বিন্দু হতে সমান্তরাল হলে

$$\frac{4 \cdot 0 + 3 \cdot 0 - c}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = \frac{12 \cdot 0 - 5 \cdot 0 - 2(c + 3)}{\sqrt{21^2 + 5^2}}$$

$$\Rightarrow \frac{-c}{5} = \frac{-2(c + 3)}{13} \Rightarrow 13c = -10c - 30$$

$$\Rightarrow 3c = -30 \Rightarrow c = -10$$

11. $3x - 4y = 2$ এবং $4x - 3y = -1$ রেখাদ্বয়ের অন্তর্ভুক্ত সূত্র কোণের সমান্তরালতার সমীকরণ নির্ণয় কর। [KUET 13-14]

A. $3x - 5y = 3$ B. $7x - 7y = 1$ C. $3x + 11y = 11$

D. $7x + 11y = 23$ E. $7x + 15y = 29$

Ans: B **Solve** $3x - 4y - 2 = 0$ (i)

$$4x - 3y + 1 = 0$$
 (ii)

$$\text{এখানে, } 3 \times 4 + (-4) \times 3 = 12 + 12 = 24 > 0$$

$$\therefore (-) \text{ বোঝায় নিম্নে পাঠ্য সমীকরণ, } \frac{3x - 4y - 2}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{4x - 3y + 1}{\sqrt{4^2 + 3^2}}$$

$$\Rightarrow 3(3x - 4y - 2) = 5(4x - 3y + 1)$$

$$\Rightarrow 15x - 20y - 10 = 20x - 15y - 5$$

$$\Rightarrow 35x - 35y - 5 \Rightarrow 7x - 7y - 1 \therefore 7x - 7y = 1$$

12. (a, b) ও (-a, -b) বিন্দু দুইটির মধ্য দিয়ে গমনকারী সরল রেখার উপর লম্ব ও (-b, a) বিন্দু দিয়ে যায়, এরূপ রেখার সমীকরণ- [RUET 13-14]
 A. $ax + by + a^2 + b^2 = 0$ B. $ax + by = a^2 + b^2$
 C. $ax + by - ab = 0$ D. $ax + by = 0$
 E. None
Ans: D
13. k- এর কোন মানের জন্য $5x + 4y = 6$ এবং $2x + ky + 9 = 0$ রেখা দুইটি পরস্পর লম্ব? [RUET 13-14]
 A. $\frac{5}{2}$ B. $\frac{2}{3}$ C. $-\frac{2}{3}$ D. $-\frac{5}{2}$ E. None
Ans D Solve শর্তমতে, $m_1 m_2 = -1 \Rightarrow \left(\frac{-5}{4}\right)\left(\frac{-2}{k}\right) = -1 \therefore k = -\frac{5}{2}$
14. একটি সরলরেখার সমীকরণ বের কর যা (3, 6) বিন্দু দিয়ে গমন করে এবং মূল বিন্দু থেকে যার দূরত্ব 6 একক। [CUET 13-14]
 A. $4x + 3y - 30 = 0$ B. $4x - 3y - 30 = 0$
 C. $3x + 4y - 30 = 0$ D. None
Ans A Solve অপশনগুলোর মধ্যে যেটি (3, 6) দ্বারা সিদ্ধ হবে এবং মূলবিন্দু থেকে যে রেখার লম্ব দূরত্ব 6 হবে সেটি Ans.
15. একটি সরলরেখা (-1, 3) এবং (4, -2) বিন্দু দিয়ে গেলে অক্ষ দুইটির মধ্যবর্তী ঋণাত্মক অংশটুকুর দৈর্ঘ্য হবে- [BUET 12-13]
 A. $2\sqrt{3}$ B. $3\sqrt{2}$ C. 2 D. $2\sqrt{2}$
Ans D Solve $\frac{x+1}{-1-4} = \frac{y-3}{3+2}$
 $\Rightarrow 5x + 5 = -5y + 15 \Rightarrow 5x + 5y = 10 \Rightarrow x + y = 2$
 \therefore ঋণাত্মক অংশের দৈর্ঘ্য $= \sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2}$
16. $(x - 3y - 2) = 0$ রেখার উপর P একটি বিন্দু এবং তা (2, 3) ও (6, -5) বিন্দু দুটি হতে সমদূরবর্তী। P বিন্দুটির স্থানাঙ্ক হল- [BUET 11-12]
 A. (12, 4) B. (14, 2) C. (14, 4) D. (16, 4)
Ans C Solve Option এর বিন্দুগুলো থেকে (2, 3) এবং (6, -5) এর দূরত্ব বের করে দুটো দূরত্ব সমান হলে সেটাই Ans. হবে।
 $\sqrt{(14-2)^2 + (4-3)^2} = \sqrt{145}$, $\sqrt{(14-6)^2 + (-5-4)^2} = \sqrt{145}$
17. $2x + 3y = 7$ এবং $3ax + 5by + 15 = 0$ সমীকরণ দুটি একই সরলরেখা প্রকাশ করলে a ও b ধ্রুবকের মান কত হবে? [BUET 10-11]
 A. $\left(-\frac{5}{7}, \frac{3}{7}\right)$ B. $\left(-\frac{5}{7}, \frac{9}{7}\right)$
 C. $\left(-\frac{10}{7}, -\frac{9}{7}\right)$ D. $\left(-\frac{10}{7}, \frac{3}{7}\right)$
Ans C Solve দুইটি সমীকরণ একই সরলরেখা প্রকাশ করলে সরলরেখা দুটির, $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$ হয়। $\frac{2}{3a} = \frac{3}{5b} = \frac{7}{-15}$
 $\therefore \frac{2}{3a} = \frac{7}{-15}$, $a = \frac{-30}{21} = \frac{-10}{7}$ $\therefore b = \frac{-9}{7}$
18. $4y = 3(x - 4)$ এবং $4y = 3(x - 1)$ রেখা দুইটির মধ্যবর্তী লম্ব দূরত্ব কত? [BUET 10-11]
 A. $\frac{9}{4}$ B. $\frac{15}{9}$
 C. $\frac{9}{5}$ D. কোনটিই নয়
Ans C Solve $4y = 3x - 12$ এবং $4y = 3x - 3$ রেখা দুই সমান্তরাল
 \therefore দূরত্ব $= \frac{|-3+12|}{\sqrt{3^2+4^2}} = \frac{9}{5}$
19. $x - 3y + 4 = 0$, $x - 6y + 5 = 0$ এবং $x + ay + 2 = 0$ রেখা ত্রয় সমবিন্দুগামী হলে তৃতীয় রেখার সাথে লম্ব এবং মূলবিন্দুগামী রেখার সমীকরণ কোনটি? [KUET 10-11, 15-16]
 A. $5x - y + 2 = 0$ B. $4x - 3y = 0$ C. $4x - y = 0$
 D. $3x - y = 0$ E. $3x + y = 2$
Ans D Solve $\begin{vmatrix} 1 & -3 & 4 \\ 1 & -6 & 5 \\ 1 & a & 2 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow a = 3$
 $x + 3y + 2 = 0$ রেখার উপর লম্ব রেখার সমীকরণ $3x - y + k = 0$
 মূলবিন্দুগামী বলে, $k = 0 \therefore 3x - y = 0$
20. (1, 2) বিন্দু হইতে $x - \sqrt{3}y + 4 = 0$ রেখার উপর লম্ব অংকিত করা হইল; মূলবিন্দু হইতে এই লম্বের দূরত্ব কত? [KUET 10-11]
 A. $\frac{1+\sqrt{3}}{3}$ B. $\frac{2+\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{2+\sqrt{3}}{3}$
 D. $\frac{1+\sqrt{3}}{5}$ E. $\frac{3+\sqrt{2}}{7}$
Ans B Solve $x - \sqrt{3}y + 4 = 0$ এর লম্ব রেখার সমীকরণ $\sqrt{3}x + y + k = 0$ বা (1, 2) বিন্দুগামী। $\therefore k = -\sqrt{3} - 2$
 $\sqrt{3}x + y - \sqrt{3} - 2 = 0$ ---- (i)
 মূলবিন্দু হতে (i) এর দূরত্ব $= \frac{|-\sqrt{3}-2|}{\sqrt{3+1}} = \frac{2+\sqrt{3}}{2}$
21. y-অক্ষের উপরিস্থিত যে বিন্দুগুলো হতে $3y = 4x - 10$ রেখার উপর অংকিত লম্ব দূরত্ব 4 একক হয়, তবে তাদের স্থানাঙ্ক কত? [CUET 10-11]
 A. (0, 10) and (0, -10/3) B. (0, 10) and (0, 10/3)
 C. (0, -10) and (0, 10/3) D. None of these
Ans C Solve (0, y) বিন্দু হতে অংকিত লম্বের দৈর্ঘ্য 4
 $\therefore \frac{3y - 4 \times 0 + 10}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \pm 4$
 $\Rightarrow (+) 3y + 10 = 20$, $\therefore y = 10/3$
 এবং $(-) 3y + 10 = -20$
 $\therefore y = -10$, স্থানাঙ্ক, (0, -10), (0, 10/3)
22. একটি সামান্তরিকের কৌণিক বিন্দুগুলি (1, 1), (4, 4), (4, 8) এবং (1, 5) হলে এর যে কোন একটি কর্ণের দৈর্ঘ্য হবে- [CUET 10-11]
 A. $3\sqrt{2}$ B. 4
 C. $\sqrt{10}$ D. None of these
Ans C Solve কর্ণের দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(4-1)^2 + (4-5)^2} = \sqrt{10}$
23. (2, 3) বিন্দু হতে $4x + 3y - 7 = 0$ রেখার সাপেক্ষে প্রতিবিম্ব বিন্দুর দূরত্ব কত? [BUET 05-06]
 A. 2 unit B. 4 unit
 C. 3 unit D. 6 unit
Ans B Solve $4x + 3y - 7 = 0$
 (2, 3) হতে দূরত্ব $d = \frac{|4 \times 2 + 3 \times 3 - 7|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = \frac{10}{5} = 2$
 প্রতিবিম্বের দূরত্ব $= 2d = 2 \times 2 = 4$

SELF TEST

01. $x = 2y$ রেখার ঢাল-
A. -2 B. 1 C. 2 D. $\frac{1}{2}$
02. (2, 5) এবং (5, 6) বিন্দুগামী রেখার ঢাল কত?
A. 1 B. $\frac{1}{2}$ C. 3 D. $\frac{1}{3}$
03. (1, 2) বিন্দুগামী ও x অক্ষের সাথে 135° কোণে আনত সরলরেখার সমীকরণ-
A. $x - y = 0$ B. $x + y - 3 = 0$
C. $x + y + 3 = 0$ D. $x + 2y - 1 = 0$
04. $x + y = 4$ রেখাটি অক্ষদ্বয়ের সাথে যে ক্ষেত্র উৎপন্ন করে তার ক্ষেত্রফল-
A. 4 বর্গ একক B. 8 বর্গ একক
C. 16 বর্গ একক D. 32 বর্গ একক
05. $4x - 3y - 5 = 0$ রেখা হতে $(-1, 2)$ বিন্দুর দূরত্ব d হলে, $d = ?$
A. 5 B. 3 C. -3 D. $\frac{5}{7}$
06. সরলরেখা $y = kx + 1$ বক্ররেখা $y = 2x^2 + 5$ এর স্পর্শক হবে যদি k এর মান-
A. 1 B. $2\sqrt{2}$
C. $4\sqrt{2}$ D. 4
07. $y + x = 0$ সরলরেখাটি x অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে যে কোণ উৎপন্ন করে তার মান-
A. 45° B. 120° C. 135° D. 150°
08. $y - \sqrt{3}x - 5 = 0$ ও $\sqrt{3}y - x + 6 = 0$ রেখাঘরের মধ্যবর্তী সূক্ষ্মকোণ কত?
A. 90° B. 60° C. 45° D. 30°
09. $3x - 7y + 2 = 0$ সরলরেখার উপর লম্ব এবং (1, 2) বিন্দু দিয়ে অতিক্রম করে এমন একটি সরলরেখার সমীকরণ-
A. $3x + 7y - 13 = 0$ B. $7x + 3y - 13 = 0$
C. $7x + 3x + 13 = 0$ D. $7x - 3y - 13 = 0$
10. কোন সরলরেখার সমীকরণ (3, -4) বিন্দু দিয়ে যাবে এবং $4x - 5y + 7 = 0$ এর সমান্তরাল হবে?
A. $5x - 4y + 7 = 0$ B. $4x - 5y + 32 = 0$
C. $4x - 5y - 32 = 0$ D. None
11. $4y = 3(x - 4)$ এবং $4y = 3(x - 1)$ সমান্তরাল রেখা দুইটির মধ্যবর্তী দূরত্ব হবে?
A. $\frac{9}{5}$ B. $\frac{5}{9}$ C. $\frac{3}{5}$ D. $\frac{1}{5}$
12. a এর মান কত হলে $2x - y + 3 = 0$ এবং $3x + ay - 2 = 0$ সরলরেখা দুইটি পরস্পর লম্ব হবে?
A. 2 B. -3 C. 6 D. -6
13. $(-5, 7)$ ও $(3, -1)$ বিন্দুদ্বয়ের সংযোগকারী রেখাংশের লম্বদিক্গক রেখার সমীকরণ কি?
A. $y - 3 = x + 1$ B. $y + 1 = x - 3$
C. $y + 3 = x - 1$ D. $y - 1 = x + 3$
14. সরলরেখা $4x + 5y - 20 = 0$ দ্বারা অক্ষদ্বয়ের মধ্যবর্তী খণ্ডিতাংশের দৈর্ঘ্য-
A. $\sqrt{41}$ B. $\sqrt{21}$ C. 15 D. 23
15. k এর মান কত হলে $x + y = 1$, $x - y = 1$ এবং $kx + y = 2$ রেখাদ্বয় সমবিন্দুগামী হবে?
A. 0 B. $\frac{1}{2}$ C. 1 D. 2
16. $2x + 3y - 6 = 0$ রেখাটি দ্বারা y অক্ষ হতে ছেদকৃত অংশের পরিমাণ-
A. 1 B. 2
C. -3 D. -2

17. $x = a, y = b$ এবং $y = mx$ রেখাদ্বয় দ্বারা গঠিত ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল কত?
A. $a^2 + b^2 + m^2$ B. $\frac{(a - bm)^2}{2m}$
C. $\frac{1}{2a(b - ma)}$ D. $\frac{1}{2m}[(b - ma)^2]$
18. (1, 2) (x, y) এবং (3, -4) একই সরলরেখায় অবস্থিত হলে, সরলরেখার সমীকরণ কোনটি?
A. $x + 3y - 5 = 0$ B. $3x + y - 5 = 0$
C. $3x + 2y - 3 = 0$ D. $x + y - 5 = 0$
19. $\sqrt{3}x - y + 2 = 0$ সরলরেখাটি y অক্ষের সাথে কত কোণ উৎপন্ন করে?
A. 45° B. 60° C. 30° D. 90°
20. $y = 1 - \frac{1}{2-x}$ বক্ররেখা x অক্ষকে A বিন্দুতে এবং y অক্ষকে B বিন্দুতে ছেদ করে। AB সরলরেখার সমীকরণ হবে-
A. $x + 2y - 1 = 0$ B. $x + 2y + 1 = 0$
C. $2x + y - 1 = 0$ D. $2x + y + 1 = 0$
21. x-অক্ষের সমান্তরাল এবং $y - 2x + 2 = 0$ এবং $y - 3x + 5 = 0$ রেখাঘরের ছেদবিন্দু দিয়ে যায়, এরূপ রেখার সমীকরণ হবে-
A. $y + 4 = 0$ B. $y - 4 = 0$
C. $x - 4 = 0$ D. $x + y - 4 = 0$
22. মূলবিন্দু থেকে $5x + 12y - 52 = 0$ রেখার লম্ব দূরত্ব
A. 2 B. 3
C. 4 D. 5
23. নিম্নের কোনটি জোড়া সরলরেখার সমীকরণ?
A. $x^2 + y^2 = r^2$ B. $x^2 + y^2 = 0$
C. $x^2 - y^2 = 0$ D. $x + y = 0$
24. $4x - 2y + 7 = 0$ সরলরেখার উপর কোন বিন্দুটি (2, 3), (-2, 4) বিন্দু দুটি থেকে সমদূরবর্তী?
A. $(\frac{7}{2}, 0)$ B. $(0, \frac{7}{2})$ C. $(0, \frac{1}{2})$ D. (1, 1)

OMR

01. (A)(B)(C)(D)	08. (A)(B)(C)(D)	15. (A)(B)(C)(D)	22. (A)(B)(C)(D)
02. (A)(B)(C)(D)	09. (A)(B)(C)(D)	16. (A)(B)(C)(D)	23. (A)(B)(C)(D)
03. (A)(B)(C)(D)	10. (A)(B)(C)(D)	17. (A)(B)(C)(D)	24. (A)(B)(C)(D)
04. (A)(B)(C)(D)	11. (A)(B)(C)(D)	18. (A)(B)(C)(D)	
05. (A)(B)(C)(D)	12. (A)(B)(C)(D)	19. (A)(B)(C)(D)	
06. (A)(B)(C)(D)	13. (A)(B)(C)(D)	20. (A)(B)(C)(D)	
07. (A)(B)(C)(D)	14. (A)(B)(C)(D)	21. (A)(B)(C)(D)	

Answer with Hints

01 D: Hints: Type-01, Prob-01	02 D: Hints: Type-01, Prob-02
03 B: Hints: Type-02, Prob-02	04 B: Hints: Type-05, Prob-01
05 B: Hints: Type-12, Prob-01	06 C:
07 C: Hints: Type-01	08 D: Hints: Type-14, Prob-01
09 B: Hints: Type-09, Prob-02	10 C: Hints: Type-09, Prob-01
11 A: Hints: Type-13, Prob-01	12 C: Hints: Type-08, Prob-04
13 A: Hints: Type-07, Prob-02	14 A: Hints: Type-04, Prob-02
15 D: Hints: Type-11, Prob-01	16 B: Hints: Type-04, Prob-05
17 D: Hints: Type-05, Prob-01	18 B: Hints: Type-11, Prob-02
19 C: Hints: Type-01, Prob-03	20 A: Hints: Type-07, Prob-01
21 B: Hints: Type-18, Prob-04	22 C: Hints: Type-12
23 C: Hints: গুরুত্বপূর্ণ তথ্যাবলি	24 B: Hints: Type-12

বৃত্ত
Circle

এক নজরে এ অধ্যায়ের গুরুত্বপূর্ণ তথ্যাবলি

বৃত্ত জ্যামিতীর গুরুত্বপূর্ণ একটি নির্দিষ্ট বিন্দু থেকে সমান দূরে অবস্থিত বিন্দুসমূহের সেট যে সমতাপন্থ শর্তের অধীনে বৃত্ত বলে। নির্দিষ্ট বিন্দুটিকে বৃত্তের কেন্দ্র (Centre) এবং স্থির দূরত্বটিকে বৃত্তের ব্যাসার্ধ (radius) বলে। সাধারণ দ্বিঘাত সমীকরণ: x, y যুক্ত একটি সাধারণ দ্বিঘাত সমীকরণকে বিশেষ উপায়ে প্রকাশ করা যায়-

$ax^2 + 2hxy + by^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ এই সমীকরণটি বিভিন্ন শর্তে বিভিন্ন রকমে প্রকাশ করে শর্তগুলো নিম্নরূপ-

$$\Delta = \begin{vmatrix} a & h & g \\ h & b & f \\ g & f & c \end{vmatrix} = 0 \text{ হলে জোড়া সরলরেখা। ii. } a = b \text{ এবং } h = 0 \text{ হলে বৃত্ত}$$

বৃত্তের কতিপয় সাধারণ সমীকরণ:

- (a) $x^2 + y^2 = a^2$; কেন্দ্র (0,0), ব্যাসার্ধ = a
- (b) $(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$; কেন্দ্র (h, k), ব্যাসার্ধ r
- i) বৃত্তটি x-অক্ষকে স্পর্শ করলে, $r = |k|$
- ii) বৃত্তটি y-অক্ষকে স্পর্শ করলে, $r = |h|$
- iii) উভয় অক্ষকে স্পর্শ করলে, $r = h = k$ এবং একেত্রে বৃত্তের সমীকরণ-
 $x^2 + y^2 - 2h(x + y) + h^2 = 0$
- (c) $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$;

বৃত্তের কেন্দ্র $(-g, -f)$, ব্যাসার্ধ $= \sqrt{g^2 + f^2 - c}$

বৃত্তের সমীকরণের শর্ত:

- (i) xy -যুক্ত কোন পদ থাকবে না। এবং x^2 ও y^2 এর সহগ ও চিহ্ন অভিন্ন হবে।
- (ii) x-অক্ষের সাপেক্ষে $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ বৃত্তের প্রতিবিম্বের সমীকরণ $x^2 + y^2 + 2gx - 2fy + c = 0$
- (iii) y-অক্ষের সাপেক্ষে $x^2 + y^2 - 2gx + 2fy + c = 0$

[বিদ্র: যেকোন রেখার সাপেক্ষে প্রতিবিম্ব বের করার সময় কেন্দ্রের প্রতিবিম্ব বের করে সমান ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট সমীকরণ নির্ণয় করতে হবে।]

- (x₁, y₁) বিন্দু $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ বৃত্তের-
(i) বাইরে হলে $x_1^2 + y_1^2 + 2gx_1 + 2fy_1 + c > 0$
- (ii) ভিতরে হলে $x_1^2 + y_1^2 + 2gx_1 + 2fy_1 + c < 0$
- (iii) পরিধিতে হলে $x_1^2 + y_1^2 + 2gx_1 + 2fy_1 + c = 0$



দুটি বৃত্ত, $S_1 = x^2 + y^2 + 2g_1x + 2f_1y + c_1 = 0$ এবং $S_2 = x^2 + y^2 + 2g_2x + 2f_2y + c_2 = 0$ এর ছেদবিন্দুগামী বৃত্তের সমীকরণ: $S_1 + k(S_1 - S_2) = 0$ [k একটি প্রবন্ধক]
বা, $x^2 + y^2 + 2g_1x + 2f_1y + c_1 + k\{2(g_1 - g_2)x + 2(f_1 - f_2)y + (c_1 - c_2)\} = 0$

একটি বৃত্ত $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ এবং $ax + by + c = 0$ এর ছেদবিন্দুগামী বৃত্তের সমীকরণ: $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c + k(ax + by + c) = 0$

দুটি বৃত্ত পরস্পরকে স্পর্শ করলে-

- (i) বহিঃস্থভাবে স্পর্শ করলে, $C_1C_2 = r_1 + r_2$
- (ii) অন্তঃস্থভাবে স্পর্শ করলে, $C_1C_2 = r_1 - r_2$ ($r_1 > r_2$)



- $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ বৃত্তের
(A) x-অক্ষের ছেদাংশ $= 2\sqrt{g^2 - c}$
- (B) y-অক্ষের ছেদাংশ $= 2\sqrt{f^2 - c}$
- (c) বৃত্তটি x-অক্ষকে স্পর্শ করলে, $g^2 = c$ [স্পর্শ বিন্দু $(-g, 0)$]
- (d) বৃত্তটি y-অক্ষকে স্পর্শ করলে, $f^2 = c$ [স্পর্শ বিন্দু $(0, -f)$]
- (e) উভয় অক্ষকে স্পর্শ করলে, $g^2 = f^2 = c$
- (f) মূলবিন্দু দিয়ে গেলে, $c = 0$
- (x_1, y_1) ও (x_2, y_2) কোন বৃত্তের একই ব্যাসের দুইটি প্রান্তবিন্দু হলে বৃত্তের সমীকরণ, $(x - x_1)(x - x_2) + (y - y_1)(y - y_2) = 0$
বৃত্তের কেন্দ্র ব্যাসের মধ্যবিন্দু।

Short Technic: বৃত্তের কেন্দ্র $(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2})$

প্রয়োজনীয় সূত্রসমূহ

বৃত্তের স্পর্শকের সমীকরণ: $y = mx + c$ সরলরেখাটি $x^2 + y^2 = a^2$ বৃত্তকে স্পর্শ করার শর্ত $c = \pm a\sqrt{1+m^2}$ এবং স্পর্শবিন্দু $(\frac{ma}{\sqrt{1+m^2}}, \frac{a}{\sqrt{1+m^2}})$

এবং স্পর্শকের সমীকরণ $y = mx \pm a\sqrt{1+m^2}$

- (a) $x^2 + y^2 = a^2$ বৃত্তের (x_1, y_1) বিন্দুতে স্পর্শক $xx_1 + yy_1 = a^2$
- (b) $(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$ বৃত্তের (x_1, y_1) বিন্দুতে স্পর্শক $(x - x_1)(x_1 - h) + (y - y_1)(y_1 - k) = 0$.
- (c) $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ বৃত্তের (x_1, y_1) বিন্দুতে স্পর্শক, $xx_1 + yy_1 + g(x + x_1) + f(y + y_1) + c = 0$; এবং অভিলম্বের সমীকরণ, $(x - x_1)(y_1 + f) = (y - y_1)(x_1 + g)$
- (d) বৃত্তের বহিঃস্থ (x_1, y_1) বিন্দু হতে $(x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c) = 0$ স্পর্শকের কেন্দ্রে ধরি, $y - y_1 = m(x - x_1)$ বৃত্তের সাথে স্পর্শকের শর্ত সাপেক্ষে m এর মান ভেদ করে বসালে স্পর্শকের সমীকরণ পাব।

বৃত্তে অংকিত জোড়া স্পর্শকের সমীকরণ:

$$\{xx_1 + yy_1 + g(x + x_1) + f(y + y_1) + c\}^2 = (x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c) \times (x_1^2 + y_1^2 + 2gx_1 + 2fy_1 + c)$$

$ax + by + c = 0$ রেখা যদি $(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$ বৃত্তের স্পর্শক হয় তবে $\frac{|ah + bk + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = r$ হবে এবং যদি $> r$ হয়, তবে রেখাটি বৃত্তকে ছেদ করবে না। আর যদি $< r$ হয় তবে ছেদ করবে।

$x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ বৃত্তের বহিঃস্থ (x_1, y_1) বিন্দু হতে অঙ্কিত স্পর্শকের দৈর্ঘ্য-

$$= \sqrt{x_1^2 + y_1^2 + 2gx_1 + 2fy_1 + c}$$

$S_1 = x^2 + y^2 + 2g_1x + 2f_1y + c_1 = 0$ এবং $S_2 = x^2 + y^2 + 2g_2x + 2f_2y + c_2 = 0$ পরস্পরহেদী বৃত্তদ্বয়ের সাধারণ জ্যা-এর সমীকরণ, $S_1 - S_2 = 0$
 $\Rightarrow 2(g_1 - g_2)x + 2(f_1 - f_2)y + (c_1 - c_2) = 0$

Note: এই সূত্র গুলো Apply করতে x^2 ও y^2 এর সহগ 1 হতে হবে।

এ অধ্যায়ের গাণিতিক সমস্যাসমূহকে নিম্নোক্ত Type এ অন্তর্ভুক্ত করা যায়

Type-01: বৃত্তের সাধারণ সমীকরণের বৈশিষ্ট্য সংক্রান্ত

- বৃত্তের সমীকরণ x, y এর একটি দ্বিঘাত সমীকরণ।
- x^2 এবং y^2 এর সহগ সমান।
- xy সংবলিত পদের অনুপস্থিতি।

Prob 01 নিচের কোনটি বৃত্তের সমীকরণ?
 A. $3x^2 + 4y^2 + 4x + 6y + 8 = 0$
 B. $x^2 + y^2 + 3x + 6y + 8 = 0$
 C. $3x^2 + 3y^2 + 5xy + 4x + 2 = 0$
 D. $x^2 + y^2 + 2x + 4y + 2 = 0$

Sol: Ans. B.

Prob 02 $(x - y + 2)^2 + (2kx + 1)(3y - 2) = 0$ একটি বৃত্তের সমীকরণ নির্দেশ করলে $k = ?$

Sol: আমরা জানি, বৃত্তে xy সংবলিত কোন পদ থাকে না। তাই এক্ষেত্রে xy সংবলিত পদের সহগ শূন্য হবে। অর্থাৎ $-2xy + 6kxy = 0$ বা, $k = 1/3$

Type-02: বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় সংক্রান্ত

- কেন্দ্র এবং ব্যাসার্ধ দেওয়া থাকলে বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় সম্ভব। কেন্দ্র (h, k) এবং ব্যাসার্ধ r হলে বৃত্তের সমীকরণ, $(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$
- কেন্দ্র $(0, 0)$ এবং ব্যাসার্ধ r হলে সমীকরণ, $x^2 + y^2 = r^2$
- ব্যাসের প্রান্ত বিন্দু (x_1, y_1) এবং (x_2, y_2) হলে বৃত্তের সমীকরণ-
 $(x - x_1)(x - x_2) + (y - y_1)(y - y_2) = 0$

Prob 01 বৃত্তের কেন্দ্র $(2, 4)$ এবং ব্যাসার্ধ 3 হলে সমীকরণ কী?

Sol: সমীকরণ, $(x - 2)^2 + (y - 4)^2 = 3^2$
 বা, $x^2 - 4x + 4 + y^2 - 8y + 16 = 9$
 বা, $x^2 + y^2 - 4x - 2y - 11 = 0$ Ans.
 $(-g, -f) = (2, 4); g = -2, f = -4$
 $g^2 + f^2 - c = 9 \therefore c = 11$
 $\therefore x^2 + y^2 - 4x - 2y + 11 = 0$

Prob 02 কোন বৃত্তের কেন্দ্র মূলবিন্দু এবং ব্যাসার্ধ $\sqrt{5}$ হলে বৃত্তের সমীকরণ কী?

Sol: সমীকরণ, $x^2 + y^2 = (\sqrt{5})^2$
 বা, $x^2 + y^2 = 5$ Ans.

Prob 03 $(2, 4)$ এবং $(2, -4)$ বিন্দুদ্বয় যদি কোন বৃত্তের ব্যাসের প্রান্ত বিন্দু হয় তবে বৃত্তের সমীকরণ কী?

Sol: সমীকরণ, $(x - 2)(x - 2) + (y - 4)(y + 4) = 0$
 বা, $x^2 - 4x + 4 + y^2 - 16 = 0$
 বা, $x^2 + y^2 - 4x - 12 = 0$ Ans.

Prob 04 $(2, 4)$ কেন্দ্রবিশিষ্ট কোন বৃত্ত যদি y -অক্ষকে স্পর্শ করে তবে বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর।

Sol: যেহেতু বৃত্তটির কেন্দ্র $(2, 4)$ এবং y অক্ষকে স্পর্শ করে তাই বৃত্তের ব্যাসার্ধ 2 অতএব বৃত্তের সমীকরণ, $(x - 2)^2 + (y - 4)^2 = 2^2$
 বা, $x^2 - 4x + 2^2 + y^2 - 8y + 16 = 4$
 বা, $x^2 + y^2 - 4x - 8y + 16 = 0$ Ans.
 or, $(-g, -f) = (2, 4)$
 $\sqrt{g^2 + f^2 - c} = 2 \therefore c = 16$
 \therefore সমীকরণটি $x^2 + y^2 - 4x - 8y + 16 = 0$



Type-03: বৃত্তের কেন্দ্র, ব্যাসার্ধ ও ক্ষেত্রফল নির্ণয় সংক্রান্ত

$x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ বৃত্তের-
 কেন্দ্র $(-g, -f)$, ব্যাসার্ধ $= \sqrt{g^2 + f^2 - c}$

Prob 01 $x^2 + y^2 + 4x + 5y + 3 = 0$ বৃত্তের কেন্দ্র ও ব্যাসার্ধ নির্ণয় কর।

Sol: বৃত্তটির সমীকরণ, $x^2 + y^2 + 4x + 5y + 3 = 0$
 $\Rightarrow x^2 + y^2 + 2 \times 2x + 2 \times \frac{5}{2} \times y + 3 = 0 \therefore$ কেন্দ্র $(-2, -\frac{5}{2})$ এবং
 ব্যাসার্ধ $= \sqrt{g^2 + f^2 - c} = \sqrt{2^2 + (\frac{5}{2})^2 - 3} = \sqrt{4 + \frac{25}{4} - 3} = \sqrt{\frac{29}{4}}$ Ans.

Prob 02 কোন বৃত্তের কেন্দ্র $(3, 5)$ এবং তার একটি ব্যাসের একপ্রান্ত $(7, 3)$ হলে অপর প্রান্তের স্থানাঙ্ক কত?

Sol: ধরি, অপর প্রান্তের স্থানাঙ্ক (x_1, y_1)
 $3 = \frac{x_1 + 7}{2}$ এবং $5 = \frac{y_1 + 3}{2} \Rightarrow x_1 = -1 \Rightarrow y_1 = 7$
 \therefore অপর প্রান্তের স্থানাঙ্ক $(-1, 7)$ Ans.

Prob 03 $(2, 4)$ কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্ত $(-1, -1)$ বিন্দুগামী হলে বৃত্তটির ব্যাসার্ধ কত?

Sol: বৃত্তটির ব্যাসার্ধ $= \sqrt{\{2 - (-1)\}^2 + \{4 - (-1)\}^2} = \sqrt{34}$ একক। Ans.

Prob 04 $x^2 + y^2 - 8x - 2y + 4 = 0$ বৃত্তের ক্ষেত্রফল কত?

Sol: $x^2 + y^2 + 2(-4)x + 2(-1)y + 4 = 0$
 $\therefore g = -4, f = -1$ এবং $c = 4$
 ব্যাসার্ধ, $r = \sqrt{g^2 + f^2 - c}$
 $\Rightarrow r^2 = g^2 + f^2 - c = (-4)^2 + (-1)^2 - 4 = 16 + 1 - 4 = 13$
 \therefore ক্ষেত্রফল $= \pi r^2 = \pi \cdot 13 = 13\pi$

- For Practice:**
- $x^2 + y^2 - 8x + 6y + 16 = 0$ সমীকরণ বিশিষ্ট বৃত্তের ক্ষেত্রফল কত? [Jnu 14-15] Ans. 9π squer unit
 - $x^2 + y^2 - 24x + 10y = 0$ বৃত্তের ব্যাসার্ধ- [RU 12-13; CU 14-15] Ans. 13
 - $x^2 + y^2 - 4x - 6y = 3$ বৃত্তের কেন্দ্র এবং ব্যাসার্ধ যথাক্রমে-[MBSTU 14-15] Ans. $(2, 3)$ এবং 4

Type-04: বৃত্ত দ্বারা অক্ষদ্বয়কে স্পর্শ করার শর্ত

- বৃত্তটি x -অক্ষকে স্পর্শ করলে $g^2 = c$ এবং স্পর্শ বিন্দু $(-g, 0)$
- বৃত্তটি y -অক্ষকে স্পর্শ করলে $f^2 = c$ এবং স্পর্শ বিন্দু $(0, -f)$
- বৃত্তটি উভয় অক্ষকে স্পর্শ করলে, কেন্দ্রের ভূজ = কেন্দ্রের কোটি = ব্যাসার্ধ এবং $g^2 = f^2 = c$
- একটি বৃত্ত x -অক্ষকে স্পর্শ করলে উহার ব্যাসার্ধ = কেন্দ্রের y -এর স্থানাঙ্ক
- একটি বৃত্ত y -অক্ষকে স্পর্শ করলে উহার ব্যাসার্ধ = কেন্দ্রের x -এর স্থানাঙ্ক

Prob 01 $x^2 + y^2 - 8x + 6y + 16 = 0$ বৃত্তটি কোন অক্ষকে স্পর্শ করে এবং স্পর্শবিন্দু নির্ণয় কর।

Sol: এখানে $g = -4$ এবং $f = 3, c = 16$
 যেহেতু $g^2 = (-4)^2 = 16 = c$, অতএব বৃত্তটি x -অক্ষকে স্পর্শ করে।
 আবার স্পর্শবিন্দু $= (-g, 0) = (-(-4), 0) = (4, 0)$ Ans.

Prob 02 একটি বৃত্তের কেন্দ্র $(2, 4)$ এবং এটি y -অক্ষকে স্পর্শ করে। বৃত্তটির ব্যাসার্ধ কত?

Sol: যেহেতু বৃত্তটি y অক্ষকে স্পর্শ করেছে, সুতরাং কেন্দ্রের ভূজ = ব্যাসার্ধ
 \therefore বৃত্তের ব্যাসার্ধ = 2 Ans.

Prob 03 $3x^2 + 3y^2 + 9x - 12y + c = 0$ বৃত্তটি x -অক্ষকে স্পর্শ করলে c এর মান কত?

Sol: $x^2 + 3y^2 + 3x - 4y + \frac{c}{3} = 0$ আমরা জানি, বৃত্ত x -অক্ষকে স্পর্শ করলে,
 $g^2 = c$
 এখানে, $g = \frac{3}{2}$ অতএব $\frac{c}{3} = g^2 = \frac{9}{4} \Rightarrow c = \frac{27}{4}$ Ans.

For Practice:

01. $x^2 + y^2 - 4x - 6y + c = 0$ বৃত্তটি x -অক্ষকে স্পর্শ করলে c এর মান কত?
 [RU 15-16]

Type-05: বৃত্ত দ্বারা অক্ষ থেকে কর্তিত অংশ

যদি $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ বৃত্তের সাধারণ সমীকরণ হয় তবে,
 বৃত্তটি দ্বারা- (i) x -অক্ষ হইতে কর্তিত অংশ $= 2\sqrt{g^2 - c}$
 (ii) y -অক্ষ হইতে কর্তিত অংশ $= 2\sqrt{f^2 - c}$

Prob 01 $2x^2 + 2y^2 - 4x + 8y - 2 = 0$ বৃত্তটির x -অক্ষ এবং y -অক্ষ থেকে কর্তিত অংশের পরিমাণ নির্ণয় কর।

Sol: বৃত্তের সমীকরণ, $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 1 = 0$
 অতএব $g = -1$, $f = 2$ এবং $c = -1$
 তাহলে x -অক্ষ থেকে কর্তিত অংশ
 $= 2\sqrt{(-1)^2 - (-2)} = 2\sqrt{1+2} = 2\sqrt{3}$
 এবং y -অক্ষ থেকে কর্তিত অংশ $= 2\sqrt{2^2 - (-1)} = 2\sqrt{5}$
 $\Rightarrow x^2 + y^2 - 2x + 4y - 1 = 0$ Ans.

Type-06: বৃত্তের সাপেক্ষে বিন্দুর অবস্থান সংক্রান্ত

কোন বিন্দু (x_1, y_1) বৃত্তের ভিতরে, বাহিরে, না উপরে তা জানার জন্য বিন্দুটি বৃত্তের সমীকরণে বসিয়ে নিম্নোক্ত উপায়ে সিদ্ধান্ত গ্রহণ করতে হবে।

- $x_1^2 + y_1^2 + 2gx_1 + 2fy_1 + c > 0$ হলে (x_1, y_1) বিন্দুটি বৃত্তের বাহিরে।
- $x_1^2 + y_1^2 + 2gx_1 + 2fy_1 + c < 0$ হলে (x_1, y_1) বিন্দুটি বৃত্তের ভিতরে।
- $x_1^2 + y_1^2 + 2gx_1 + 2fy_1 + c = 0$ হলে (x_1, y_1) বিন্দুটি বৃত্তের উপরে অবস্থিত।

Prob 01 $(2, 4)$ বিন্দুটি $x^2 + y^2 + 4x + 8y + 4 = 0$ বৃত্তের সাপেক্ষে কোথায় অবস্থান করে?

Sol: প্রদত্ত বৃত্ত, $x^2 + y^2 + 4x + 8y + 4 = 0$
 এখন $(2, 4)$ বিন্দুতে $2^2 + 4^2 + 4 \cdot 2 + 8 \cdot 4 + 4$
 $= 4 + 16 + 8 + 32 + 4 = 64 > 0$
 সুতরাং বিন্দুটি বৃত্তের বাহিরে অবস্থিত। Ans.

Type-07: দুটি বৃত্তের পরস্পরকে স্পর্শ এবং ছেদ সংক্রান্ত

দুটি বৃত্তের পরস্পরকে স্পর্শ এবং ছেদ করার শর্ত:

- যদি c_1 এবং c_2 কেন্দ্রবিশিষ্ট দুটি বৃত্তের ব্যাসার্ধ যথাক্রমে r_1 এবং r_2 হয় তবে বৃত্ত দুটি পরস্পরকে অন্তঃস্থভাবে স্পর্শ করবে যদি, $c_1 c_2 = r_1 - r_2$ হয় যেখানে $c_1 c_2$ হল কেন্দ্রদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব।
- বৃত্ত দুটি পরস্পরকে বহিঃস্থভাবে স্পর্শ করবে যদি, $c_1 c_2 = r_1 + r_2$ হয়।
- বৃত্ত দুটি পরস্পরকে ছেদ করবে যদি $c_1 c_2 < r_1 + r_2$ হয়।
- বৃত্ত দুটি পরস্পরকে ছেদ করবে না যদি $c_1 c_2 > r_1 + r_2$ হয়।

Prob 01 $x^2 + y^2 = 9$ এবং $x^2 + y^2 - 6x - 8y + 21 = 0$ বৃত্তদ্বয় একে অপরকে কিভাবে স্পর্শ করে?

Sol: প্রথম বৃত্তের কেন্দ্র $c_1 \equiv (0, 0)$ এবং ব্যাসার্ধ $r_1 = 3$

দ্বিতীয় বৃত্তের কেন্দ্র

$$c_2 \equiv (-g, -f) = (3, 4) \text{ এবং ব্যাসার্ধ } r_2 = \sqrt{g^2 + f^2 - c}$$

$$= \sqrt{(-3)^2 + (-4)^2 - 21} = 2$$

এখন $c_1 c_2 = \sqrt{(3-0)^2 + (4-0)^2} = \sqrt{9+16} = 5 = 3+2 = r_1 + r_2$
 \therefore বৃত্তদ্বয় পরস্পরকে বহিঃস্থভাবে স্পর্শ করে। Ans.

Prob 02 যদি $x^2 + y^2 = 9$ বৃত্ত এবং $(3, 4)$ কেন্দ্র বিশিষ্ট অপর বৃত্ত একে অপরকে বহিঃস্থভাবে স্পর্শ করে তবে দ্বিতীয় বৃত্তটির ব্যাসার্ধ নির্ণয় কর।

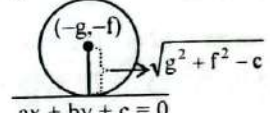
Sol: এখানে প্রথম বৃত্তটির কেন্দ্র $(0, 0)$ এবং ব্যাসার্ধ $= 3$; ধরি ২য় বৃত্তের ব্যাসার্ধ $= r$ । যেহেতু বৃত্তদ্বয় বহিঃস্থভাবে স্পর্শ করে, তাই কেন্দ্রদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব $=$ ব্যাসার্ধদ্বয়ের যোগফল,
 $\Rightarrow \sqrt{(3-0)^2 + (4-0)^2} = 3 + r \Rightarrow 5 = 3 + r \Rightarrow r = 2$ Ans.

Type-08: একটি সরলরেখা যখন বৃত্তের স্পর্শক

$y = mx + c$ সরলরেখাটি $x^2 + y^2 = a^2$ বৃত্তকে স্পর্শ করলে,

$$c = \pm a\sqrt{1+m^2} \text{ এবং স্পর্শবিন্দু } \left(\frac{-ma}{\sqrt{1+m^2}}, \frac{a}{\sqrt{1+m^2}} \right)$$

- বৃত্তের কেন্দ্র থেকে স্পর্শকের উপর অঙ্কিত লম্বের দৈর্ঘ্য $=$ বৃত্তের ব্যাসার্ধ।
- $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ বৃত্তকে $ax + by + c = 0$ সরলরেখা স্পর্শ করলে

$$\sqrt{g^2 + f^2 - c} = \frac{|-ag - bf + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$


Note: 1. বহিঃস্থ কোন বিন্দু হতে একটি বৃত্তের উপর কেবলমাত্র দুইটি স্পর্শক টানা যায়।
 2. কোন বক্ররেখার স্পর্শকের স্পর্শবিন্দুতে অঙ্কিত লম্বকে অভিলম্ব বলে।

Prob 01 $2x - 3y - 9 = 0$ রেখাটি কী $x^2 + y^2 - 2x - 4y - 8 = 0$ বৃত্তের স্পর্শক?

Sol: প্রদত্ত বৃত্তের কেন্দ্র, $(-g, -f) = (1, 2)$ এবং

$$\text{ব্যাসার্ধ} = \sqrt{g^2 + f^2 - c} = \sqrt{1+4-(-8)} = \sqrt{13}$$

$$\text{আবার বৃত্তের কেন্দ্র হতে সরলরেখার লম্ব দূরত্ব} = \frac{|2 \times 1 - 3 \times 2 - 9|}{\sqrt{2^2 + (-3)^2}}$$

$$= \frac{|-13|}{\sqrt{13}} = \sqrt{13} = \text{ব্যাসার্ধ}$$

\therefore সরলরেখাটি বৃত্তের স্পর্শক। Ans.

Prob 02 $3x - 4y + k = 0$ রেখাটি $x^2 + y^2 + 2x - 6y - 15 = 0$ বৃত্তকে স্পর্শ করলে k এর মান কত?

Sol: প্রদত্ত বৃত্তের কেন্দ্র, $(-g, -f) = (-1, 3)$ এবং $c = -15$

$$\therefore \text{ব্যাসার্ধ, } r = \sqrt{g^2 + f^2 - c} = \sqrt{(-1)^2 + 3^2 - (-15)}$$

$$= \sqrt{1+9+15} = \sqrt{25} = \pm 5$$

\therefore কেন্দ্র থেকে স্পর্শ রেখার উপর অঙ্কিত লম্বের দৈর্ঘ্য প্রদত্ত বৃত্তের ব্যাসার্ধের সমান।

$$\therefore \frac{|3(-1) - 4 \cdot 3 + k|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}} = \pm 5 \Rightarrow -15 + k = \pm 25 \Rightarrow k = 40, -10 \text{ Ans.}$$

For Practice:

01. $2x - 3y - 9 = 0$ রেখাটি $x^2 + y^2 - 2x - 4y - c = 0$ বৃত্তকে স্পর্শ করলে, c এর মান কত হবে? [CU 15-16; IU 12-13]

Ans. 8

Type-09: বৃত্তের কোন বিন্দুতে স্পর্শকের সমীকরণ ও দৈর্ঘ্য সংক্রান্ত

$x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ বৃত্তের (x_1, y_1) বিন্দুতে অঙ্কিত স্পর্শকের সমীকরণ $xx_1 + yy_1 + g(x+x_1) + f(y+y_1) + c = 0$

$x^2 + y^2 - a^2 = 0$ বৃত্তের (x_1, y_1) বিন্দুতে অঙ্কিত স্পর্শকের সমীকরণ $xx_1 + yy_1 - a^2 = 0$

$x^2 + y^2 = a^2$ বৃত্তে যদি m ঢাল বিশিষ্ট কোন রেখা স্পর্শক হয় তবে স্পর্শক

রেখার সমীকরণ $y = mx \pm a\sqrt{1+m^2}$

$x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ বৃত্তের (x_1, y_1) বিন্দুতে স্পর্শকের দৈর্ঘ্য

$$\sqrt{x_1^2 + y_1^2 + 2gx_1 + 2fy_1 + c}$$

$x^2 + y^2 - a^2 = 0$ বৃত্তের (x_1, y_1) বিন্দুতে স্পর্শকের দৈর্ঘ্য $\sqrt{x_1^2 + y_1^2 - a^2}$

Prob 01 $x^2 + y^2 = 3^2$ বৃত্তে $(2, 4)$ বিন্দুতে স্পর্শকের সমীকরণ নির্ণয় কর।

Sol: স্পর্শকের সমীকরণ, $x \times 2 + y \times 4 - 3^2 = 0 \Rightarrow 2x + 4y - 9 = 0$

Prob 02 $x^2 + y^2 - 3x + 10y - 15 = 0$ বৃত্তের $(4, -11)$ বিন্দুতে স্পর্শকের সমীকরণ নির্ণয় কর। [IU 15-16, 12-13; CU 11-12]

Sol: প্রদত্ত বৃত্ত, $x^2 + y^2 + 2\left(-\frac{3}{2}\right)x + 2.5y - 15 = 0$

$$\therefore \text{নির্ণেয় স্পর্শক, } 4x - 11y + \left(-\frac{3}{2}\right)(x+4) + 5(y-11) - 15 = 0$$

$$\Rightarrow 5x - 12y - 152 = 0 \text{ Ans.}$$

Prob 03 $x^2 + y^2 = 20$ বৃত্তের $x = 2$ বিন্দুতে স্পর্শকের সমীকরণ কী?

Sol: এখানে, $x = 2$, সুতরাং বৃত্তের সমীকরণে $x = 2$ বসিয়ে পাই,
 $4 + y^2 = 20 \Rightarrow y = \pm 4 \therefore$ স্পর্শবিন্দু দুটির স্থানাঙ্ক: $(2, 4)$ ও $(2, -4)$

এখন $(2, 4)$ বিন্দুতে $x^2 + y^2 = 20$

বৃত্তের স্পর্শক $x \times 2 + y \times 4 = 20 \Rightarrow x + 2y = 10$

এবং $(2, -4)$ বিন্দুতে $x^2 + y^2 = 20$

বৃত্তের স্পর্শক $x \times 2 + y(-4) = 20 \Rightarrow x - 2y = 10$ Ans.

Prob 04 $x^2 + y^2 + 4x + 6y + 2 = 0$ বৃত্তের $(2, 4)$ বিন্দুতে স্পর্শকের দৈর্ঘ্য কত?

Sol: স্পর্শকের দৈর্ঘ্য, $\sqrt{2^2 + 4^2 + 4 \times 2 + 6 \times 4 + 2}$

$$= \sqrt{4 + 16 + 8 + 24 + 2} = \sqrt{54} \text{ Ans.}$$

Type-10: জ্যা, দুইটি বৃত্তের সাধারণ জ্যা ও সাধারণ স্পর্শক সংক্রান্ত

দুটি বৃত্তের সমীকরণ যদি $S_1 = x^2 + y^2 + 2g_1x + 2f_1y + c_1 = 0$ এবং

$$S_2 = x^2 + y^2 + 2g_2x + 2f_2y + c_2 = 0 \text{ হয়,}$$

তবে বৃত্তদ্বয়ের সাধারণ জ্যা এর সমীকরণ হবে, $S_1 - S_2 = 0$

$$\Rightarrow 2(g_1 - g_2)x + 2(f_1 - f_2)y + (c_1 - c_2) = 0$$

উপরোক্ত S_1 ও S_2 বৃত্তদুটির সাধারণ স্পর্শক এর সমীকরণ হবে, $S_1 - S_2 = 0$

কোন বৃত্তের জ্যা কর্তৃক বৃত্তের কেন্দ্রে উৎপন্ন কোণ = $2\sin^{-1} \frac{\text{জ্যা এর দৈর্ঘ্য}}{\text{বৃত্তের ব্যাস}}$

সাধারণ জ্যার দৈর্ঘ্য = $r\sqrt{r^2 - d^2}$, r যেকোন বৃত্তের ব্যাসার্ধ, d = ঐ বৃত্তের কেন্দ্রে হতে সাধারণ জ্যা-এর উপর লম্ব দূরত্ব।



Prob 01 $x^2 + y^2 + 4x + 5y + 6 = 0$ এবং $2x^2 + 2y^2 + 4y + 6 = 0$ বৃত্তদ্বয়ের সাধারণ জ্যা এর সমীকরণ নির্ণয় কর।

Sol: দ্বিতীয় বৃত্তের সমীকরণকে 2 দ্বারা ভাগ করে পাই, $x^2 + y^2 + 2y + 3 = 0$

এখন বৃত্তদ্বয়ের সাধারণ জ্যা,

$$(x^2 + y^2 + 4x + 5y + 6) - (x^2 + y^2 + 2y + 3) = 0$$

$$\Rightarrow 4x + 3y + 3 = 0 \text{ Ans.}$$

Prob 02 $x^2 + y^2 - 16x - 12y + 75 = 0$ এবং $5x^2 + 5y^2 - 32x - 24y + 76 = 0$ বৃত্তদুটির সাধারণ স্পর্শকের সমীকরণ নির্ণয় কর।

Sol: প্রথম বৃত্তের সমীকরণকে 5 দ্বারা গুণ করে পাই

$$5x^2 + 5y^2 - 80x - 60y + 375 = 0$$

\therefore সাধারণ স্পর্শকের সমীকরণ-

$$5x^2 + 5y^2 - 80x - 60y + 375 - (5x^2 + 5y^2 - 32x - 24y + 76) = 0$$

$$\Rightarrow 48x + 36y - 299 = 0 \text{ Ans.}$$

Note: দুইটি বৃত্তের সাধারণ জ্যা এবং সাধারণ স্পর্শক একই। এখানে স্পর্শক বৃত্তদ্বয়কে অন্তঃস্থভাবে স্পর্শ করে।

Prob 03 $x^2 + y^2 = 100$ বৃত্তটির জ্যা $(-2, 3)$ বিন্দুতে সমদ্বিখন্ডিত হয়, জ্যা এর সমীকরণ কি? [RU 15-16]

Sol: জ্যা-এর লম্বের ঢাল = $-\frac{3}{2}$

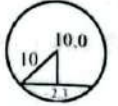
$$\text{জ্যা-এর ঢাল} = \frac{3}{2}$$

$$\text{জ্যা-এর সমীকরণ, } y - 3 = \frac{3}{2}(x + 2)$$

$$\Rightarrow 3y - 9 = 2x + 4 \Rightarrow 2x - 3y + 13 = 0$$

For Practice:

01. $x^2 + y^2 = 16$ বৃত্তের জ্যা $(-2, 3)$ বিন্দুতে সমদ্বিখন্ডিত হয়। ঐ জ্যা এর সমীকরণ- [IU 14-15] **Ans.** $2x - 3y + 13 = 0$

**Type-11:** বৃত্তের কোন স্পর্শবিন্দুতে অভিলম্বের সমীকরণ সংক্রান্ত

কোন বৃত্তের স্পর্শকের স্পর্শবিন্দুতে অঙ্কিত লম্বকে অভিলম্ব বলে। অভিলম্ব সর্বদা বৃত্তের কেন্দ্রে দ্বারা গমন করে। তাই যে সমীকরণটি কেন্দ্রে দ্বারা সিদ্ধ হবে সেটিকেই অভিলম্বের সমীকরণ হিসাবে চিহ্নিত করা হয়।

$x^2 + y^2 = a^2$ বৃত্তের (x_1, y_1) বিন্দুতে অভিলম্বের সমীকরণ, $x_1y - y_1x = 0$

$x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ বৃত্তের (x_1, y_1) বিন্দুতে অভিলম্বের সমীকরণ, $(x_1 + g)y - (y_1 + f)x + (fx_1 - gy_1) = 0$

Prob 01 $x^2 + y^2 = 3^2$ বৃত্তের $(0, 3)$ বিন্দুতে অভিলম্বের সমীকরণ নির্ণয় কর।

Sol: অভিলম্বের সমীকরণ, $0 \cdot y - 3 \cdot x = 0 \Rightarrow x = 0$ Ans.

Prob 02 $x^2 + y^2 + 10x + 6y + 25 = 0$ বৃত্তের $(3, 4)$ বিন্দুতে অভিলম্বের সমীকরণ নির্ণয় কর।

Sol: $x^2 + y^2 + 2.5x + 2.3y + 25 = 0$

$$\therefore g = 5, f = 3 \text{ এবং } (x_1, y_1) = (3, 4)$$

$$\therefore \text{অভিলম্বের সমীকরণ, } (3+5)y - (4+3)x + (3 \times 3 - 5 \times 4) = 0$$

$$\Rightarrow 7x - 8y + 11 = 0 \text{ Ans.}$$

Type-12: বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয়ে শর্ত প্রয়োগ

(x_1, y_1) কেন্দ্র বিশিষ্ট বৃত্ত (x_2, y_2) বিন্দু দিয়ে অতিক্রম করলে বৃত্তটির সমীকরণ, $(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$

$x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c_1 = 0$ বৃত্ত ও $ax + by + c_2 = 0$ রেখার ছেদ বিন্দু এবং মূলবিন্দু দিয়ে যায় এরূপ বৃত্তের সমীকরণ,

$$c_2(x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c_1) - c_1(ax + by + c_2) = 0$$

$x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ ও $x^2 + y^2 + 2g_1x + 2f_1y + c_1 = 0$ বৃত্তদ্বয়ের ছেদবিন্দু এবং মূলবিন্দু দিয়ে অতিক্রম করে এরূপ বৃত্তের সমীকরণ,

$$c_1(x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c) - c(x^2 + y^2 + 2g_1x + 2f_1y + c_1) = 0$$

$x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ বৃত্তের সাথে এককেন্দ্রিক এবং (x_1, y_1) বিন্দুগামী বৃত্তের সমীকরণ,

$$x^2 + y^2 + 2gx + 2fy - (x_1^2 + y_1^2 + 2gx_1 + 2fy_1) = 0$$

Prob 01 একটি বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর যা $x^2 + y^2 - 4x + 5y + 9 = 0$ বৃত্তের সাথে এককেন্দ্রিক এবং $(2, -1)$ বিন্দু দিয়ে যায়।

Sol: নির্ণেয় বৃত্ত, $x^2 + y^2 - 4x + 5y + c = 0$ ----- (i)

(i) বৃত্তটি $(2, -1)$ বিন্দু দিয়ে গমন করে।

$$\therefore 2^2 + (-1)^2 - 4 \cdot 2 - 5 \cdot (-1) + c = 0 \Rightarrow c = 8$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় বৃত্ত } x^2 + y^2 - 4x + 5y + 8 = 0 \text{ Ans.}$$

Prob 02 $(-1, 1)$ এবং $(-7, 3)$ বিন্দুগামী বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর যার কেন্দ্র $2x + y = 9$ রেখার উপর অবস্থিত।

Sol: মনে করি, নির্ণেয় বৃত্তের কেন্দ্র (h, k) এখন, পাশের বৃত্ত থেকে আমরা পাই, $AC^2 = BC^2 = r^2$

$$\Rightarrow (h+1)^2 + (k-1)^2 = (h+7)^2 + (k-3)^2$$

$$\Rightarrow 3h - k + 14 = 0 \text{ ----- (i)}$$

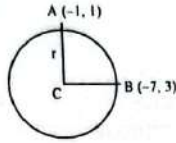
আবার সরলরেখাটির উপর কেন্দ্র অবস্থিত।

$$\text{অতএব } 2h + k = 9 \text{ ---- (ii)}$$

(i) ও (ii) সমাধান করে পাই, $h = -1, k = 11$

$$\therefore r = \sqrt{(-1+1)^2 + (11-1)^2} = 10$$

$$\text{সুতরাং নির্ণেয় বৃত্তের সমীকরণ, } (x+1)^2 + (y-11)^2 = 10^2 \text{ Ans.}$$



Tec: বিন্দুগামী থাকলেই বিন্দু টেস্ট করলে Ans মিলে যাবে।

Prob 03 $x^2 + y^2 + 2x - 6y - 10 = 0$ বৃত্ত এবং $x - y - 2 = 0$ সরলরেখা এর ছেদবিন্দু ও $(4, 1)$ বিন্দুগামী বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর।

Sol: প্রদত্ত বৃত্ত ও রেখার ছেদবিন্দুগামী বৃত্তের সমীকরণ,

$$x^2 + y^2 + 2x - 6y - 10 + k(x - y - 2) = 0, \text{ যা } (4, 1) \text{ বিন্দুগামী।}$$

$$\therefore 16 + 1 + 8 - 6 - 10 + k(4 - 1 - 2) = 0 \Rightarrow k = -9$$

$$\text{অতএব নির্ণেয় বৃত্ত, } x^2 + y^2 - 7x + 3y + 8 = 0 \text{ Ans.}$$

Prob 04 মূলবিন্দু এবং $(x-2)^2 + (y+4)^2 = 9$ ও $(x+3)^2 + (y+1)^2 = 25$ বৃত্তদ্বয়ের ছেদবিন্দুগামী বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর।

Sol: প্রদত্ত সমীকরণদ্বয়কে লেখা যায়, $x^2 + y^2 - 4x + 8y + 11 = 0$

$$\text{এবং } x^2 + y^2 + 6x + 2y - 15 = 0$$

\therefore নির্ণেয় বৃত্তের সমীকরণ,

$$= 11(x^2 + y^2 + 6x + 2y - 15) - (-15)(x^2 + y^2 - 4x + 8y + 11)$$

$$= 13x^2 + 13y^2 + 3x + 71y = 0 \text{ Ans.}$$

Type-13: উভয় অক্ষকে স্পর্শকারী বৃত্ত সংক্রান্ত

- মূলবিন্দুগামী, x ও y অক্ষ হতে যথাক্রমে h ও k একক জ্যা ছেদন করলে বৃত্তটির সমীকরণ, $x^2 + y^2 \pm hx \pm ky = 0$
- কোন বৃত্ত x ও y অক্ষকে স্পর্শ করে এবং ব্যাসার্ধ a হলে বৃত্তের সমীকরণ, $x^2 + y^2 \pm 2ax \pm 2ay + a^2 = 0$

Note: যে অক্ষে যে দিকে স্পর্শ করে তার বিপরীত চিহ্ন নিতে হয়। কোন অক্ষে কোন দিকে স্পর্শ করে তা উল্লেখ না থাকলে উভয় অক্ষের ধনাত্মক দিকে স্পর্শ করে ধরে নিবে অর্থাৎ x, y দুইটির পূর্বেই ঋণাত্মক $(-)$ চিহ্ন নিবে।

➤ উভয় অক্ষকে স্পর্শকারী বৃত্তের সমীকরণ, $x^2 + y^2 - 2h(x + y) + h^2 = 0$

➤ কোন বৃত্ত x অক্ষকে $(a, 0)$ ও y অক্ষকে $(0, b)$ বিন্দুতে স্পর্শ করলে বৃত্তটি, $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + a^2 = 0$ এক্ষেত্রে a ও b এর মান সমান হয়।

Prob 01 মূলবিন্দুগামী বৃত্ত x ও y অক্ষ হতে যথাক্রমে 5 ও 3 একক অংশ ছেদ করলে বৃত্তটির সমীকরণ নির্ণয় কর যখন বৃত্ত উভয় অক্ষে (i) একই দিক হতে (ii) বিপরীত দিক হতে অংশ ছেদ করে।

Sol: বৃত্তটির সমীকরণ, $x^2 + y^2 \pm 5x \pm 3y = 0$

- i. উভয় অক্ষ হতে '+' অংশ ছেদ করলে সমীকরণ $x^2 + y^2 - 5x - 3y = 0$ এবং '-' অংশ ছেদ করলে $x^2 + y^2 + 5x + 3y = 0$
- ii. x অক্ষে '+' এবং y অক্ষে '-' অংশ ছেদ করলে, $x^2 + y^2 - 5x + 3y = 0$ x অক্ষে '-' এবং y অক্ষে '+' অংশ ছেদ করলে $x^2 + y^2 + 5x - 3y = 0$

Prob 02 উভয় অক্ষকে স্পর্শকারী বৃত্তের ব্যাসার্ধ 3 একক হলে বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর যখন বৃত্ত উভয় অক্ষকে (i) একই দিকে (ii) বিপরীত দিকে স্পর্শ করে।

Sol: $x^2 + y^2 \pm 2.3x \pm 2.3y + 3^2 = 0$

- $\Rightarrow x^2 + y^2 \pm 6x \pm 6y + 9 = 0$
- i. উভয় অক্ষকে ধনাত্মক দিকে স্পর্শ করলে সমীকরণ- $x^2 + y^2 - 6x - 6y + 9 = 0$; উভয় অক্ষকে ঋণাত্মক দিকে স্পর্শ করলে সমীকরণ- $x^2 + y^2 + 6x + 6y + 9 = 0$
- ii. x অক্ষকে ধনাত্মক দিকে, y অক্ষকে ঋণাত্মক দিকে স্পর্শ করলে সমীকরণ- $x^2 + y^2 - 6x + 6y + 9 = 0$ x অক্ষকে ঋণাত্মক দিকে, y অক্ষকে ধনাত্মক দিকে স্পর্শ করলে সমীকরণ $x^2 + y^2 + 6x - 6y + 9 = 0$
- iii. কোন অক্ষকে কোন দিকে স্পর্শ করে প্রশ্নে সে ব্যাপারে কিছুই উল্লেখ না থাকলে এবং \pm দিয়ে কোন উত্তর না থাকলে সমীকরণ হবে- $x^2 + y^2 - 6x - 6y + 9 = 0$

Type-14: কোন সরলরেখাকে একটি নির্দিষ্ট বিন্দুতে স্পর্শকারী বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় সংক্রান্ত

Technic-01: $px + qy + r = 0$ সরলরেখাকে (x_1, y_1) বিন্দুতে স্পর্শকারী বৃত্ত: $(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 + k(px + qy + r) = 0$

Technic-02: $px + qy + r = 0$ সরলরেখাকে (x_1, y_1) বিন্দুতে স্পর্শকারী বৃত্ত: $\frac{(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2}{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \frac{px + qy + r}{px_2 + qy_2 + r}$ যখন বৃত্তটি (x_2, y_2) বিন্দু দিয়ে যায়।

Prob 01 $(4, -2)$ বিন্দুগামী একটি বৃত্ত (i) x অক্ষের কাছে $(3, 0)$ বিন্দুতে (ii) y অক্ষের কাছে $(0, 1)$ বিন্দুতে স্পর্শ করে। বৃত্তটির সমীকরণ?

Sol: i) x অক্ষের কাছে $y = 0$ বৃত্তটির সমীকরণ $(x - 3)^2 + y^2 + k(y) = 0$ ইহা $(4, -2)$ বিন্দুগামী বলে- $(4 - 3)^2 + (-2)^2 + k(-2) = 0 \Rightarrow k = 5/2$ \therefore বৃত্তটির সমীকরণ: $x^2 + y^2 - 6x + 9 + \frac{5}{2}y = 0$

Or, By Technic 2: $\frac{(x - 3)^2 + y^2}{(4 - 3)^2 + (-2)^2} = \frac{y}{-2}$ $\Rightarrow 2(x^2 - 6x + 9 + y^2) = -5y$ $\Rightarrow 2x^2 + 2y^2 - 12x + 5y + 18 = 0$

ii. **Or, By Technic 2:** $\frac{x^2 + (y - 1)^2}{4^2 + (-2 - 1)^2} = \frac{x}{4}$ $\Rightarrow 4(x^2 + y^2 - 2y + 1) = 25x$ $\Rightarrow 4x^2 + 4y^2 - 25x - 8y + 4 = 0$ \therefore বৃত্তটির সমীকরণ: $4x^2 + 4y^2 - 25x - 8y + 4 = 0$

Prob 02 $(-5, -6)$ বিন্দুগামী একটি বৃত্ত $3x + 4y - 11 = 0$ রেখাকে $(1, 2)$ বিন্দুতে স্পর্শ করে। বৃত্তটির সমীকরণ নির্ণয় কর।

Sol: বৃত্তটির সমীকরণ: $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + k(3x + 4y - 11) = 0$ ইহা $(-5, -6)$ বিন্দুগামী।
 $\therefore (-5 - 1)^2 + (-6 - 2)^2 + k\{3(-5) + 4(-6) - 11\} = 0$
 $\Rightarrow 100 - 50k = 0 \Rightarrow k = 2 \Rightarrow (x - 1)^2 + (y - 2)^2 + 2(3x + 4y - 11) = 0$
 $\Rightarrow x^2 + y^2 + 4x + 4y - 17 = 0$

Or, By Technic 2: $\frac{(x - 1)^2 + (y - 2)^2}{(-5 - 1)^2 + (-6 - 2)^2} = \frac{3x + 4y - 11}{3(-5) + 4(-6) - 11}$
 $= \frac{x^2 - 2x + 1 + y^2 - 4y + 4}{100 - 50k} = \frac{3x + 4y - 11}{-2(3x + 4y - 11)}$
 $\Rightarrow x^2 + y^2 + 4x + 4y - 17 = 0$

Type-15: বৃত্তে উৎপন্ন সমবাহু ত্রিভুজ সংক্রান্ত

Prob 01 $x^2 + y^2 + 6x - 8y + 9 = 0$ বৃত্তে অন্তর্লিখিত সমবাহু ত্রিভুজের বাহুর দৈর্ঘ্য, মধ্যমার দৈর্ঘ্য ও ক্ষেত্রফল কত?

Sol: বৃত্তটির ব্যাসার্ধ, $R = 4$. সমবাহু ত্রিভুজের বাহু a হলে,

$$\frac{a}{\sin A} = 2R \Rightarrow a = 2 \cdot 4 \sin 60^\circ = 4\sqrt{3}$$

$$\text{সমবাহু ত্রিভুজের মধ্যমার দৈর্ঘ্য} = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 4\sqrt{3} = 6$$

$$\text{সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল} = \frac{\sqrt{3}}{4} (4\sqrt{3})^2 = 12\sqrt{3}$$

Type-16: তিনটি বিন্দুগামী বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় সংক্রান্ত

তিন বিন্দুগামী বৃত্তের সমীকরণ-

$$\frac{(x - x_1)(x - x_2) + (y - y_1)(y - y_2)}{(x - x_1)(y_1 - y_2) - (y - y_1)(x_1 - x_2)}$$

$$\frac{(x_3 - x_1)(x_3 - x_2) + (y_3 - y_1)(y_3 - y_2)}{(x_3 - x_1)(y_1 - y_2) - (y_3 - y_1)(x_1 - x_2)}$$

$$\frac{(x - x_1)(x - x_2) + (y - y_1)(y - y_2)}{(x_3 - x_1)(y_1 - y_2) - (y_3 - y_1)(x_1 - x_2)}$$

তিনটি বিন্দু (x_1, y_1) , (x_2, y_2) ও (x_3, y_3) হলে, দুই বিন্দুগামী

যে কোন বৃত্তের সমীকরণ-

$$(x - x_1)(x - x_2) + (y - y_1)(y - y_2) = k\{(x - x_1)(y_1 - y_2) - (y - y_1)(x_1 - x_2)\}$$

উপরিউক্ত সমীকরণে তৃতীয় বিন্দু (x_3, y_3) বসিয়ে k এর মান নির্ণয় করে বৃত্তের সমীকরণ পাওয়া যাবে।

Prob 01 $(2, 1)$, $(10, 1)$, $(2, -5)$ বিন্দুদ্বয় দিয়ে যায় এমন বৃত্তের সমীকরণ, কেন্দ্র ও ব্যাসার্ধ নির্ণয় কর।

Sol: Technic-01 ব্যবহার করে-

$(2, 1)$, $(10, 1)$, $(2, -5)$ বিন্দুগামী বৃত্ত:

$$\frac{(x - 2)(x - 10) + (y - 1)(y - 1)}{(x - 2)(1 - 1) - (y - 1)(2 - 10)} = \frac{(2 - 2)(2 - 1) + (-5 - 1)(-5 - 1)}{(2 - 2)(1 - 1) - (-5 - 1)(2 - 10)}$$

$$\Rightarrow \frac{x^2 - 12x + 20 + y^2 - 2y + 1}{8y - 8} = \frac{36}{-48}$$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 - 12x + 4y + 15 = 0$$

Technic-02 ব্যবহার করে-

$(2, 1)$, $(10, 1)$ বিন্দুগামী যে কোন বৃত্ত:

$$(x - 2)(x - 10) + (y - 1)(y - 1) = k\{(x - 2)(1 - 1) - (y - 1)(2 - 10)\}$$

$$\Rightarrow (x - 2)(x - 10) + (y - 1)^2 = 8k(y - 1)$$

ইহা $(2, -5)$ বিন্দুগামী বলে,

$$(2 - 2)(2 - 10) + (-5 - 1)^2 = 8k(-5 - 1) \Rightarrow k = -3/4$$

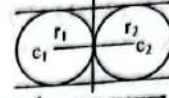
$$\therefore \text{বৃত্তটি: } (x - 2)(x - 10) + (y - 1)^2 = -6(y - 1)$$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 - 12x + 4y + 15 = 0 \text{ কেন্দ্র } (6, -2); \text{ ব্যাসার্ধ} = 5$$

Joykoly Special



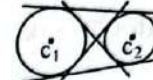
(i) $c_1 c_2 < |r_1 - r_2|$ হয় তবে সম্পর্শকের সংখ্যা = 0



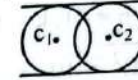
(ii) বৃত্ত দুইটি বহিঃস্থভাবে স্পর্শ করলে তাদের কেন্দ্রদ্বয়ের মধ্যকার দূরত্ব $c_1 c_2 = r_1 + r_2$ এবং সাধারণ স্পর্শকের সংখ্যা = 3টি। স্পর্শবিন্দু কেন্দ্রদ্বয়কে $r_1 : r_2$ অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত করে।



(iii) অন্তঃস্থভাবে স্পর্শ করলে $c_1 c_2 = |r_1 - r_2|$ স্পর্শবিন্দু কেন্দ্রদ্বয়কে $r_1 : r_2$ অনুপাতে বহিঃস্থভাবে বিভক্ত করে এবং সাধারণ স্পর্শকের সংখ্যা = 1টি।



(iv) $c_1 c_2 > r_1 + r_2$ হলে স্পর্শ করবে না, ছেদও করবে না। এ ক্ষেত্রে স্পর্শকের সংখ্যা = 4টি।



(v) $c_1 c_2 < r_1 + r_2$ হলে ছেদ করবে। এ ক্ষেত্রে স্পর্শকের সংখ্যা = 2টি।

(vi) (a, b); (c, d) বিন্দুদ্বয়ের সংযোগ রেখাকে ব্যাস ধরে অঙ্কিত বৃত্তের সমীকরণ $x^2 + y^2 - (a + c)x - (b + d)y + ac + bd = 0$
যেমন, $(-9, 9)$, $(5, 5)$ এর জন্য $x^2 + y^2 - (-9 + 5)x + (-9 + 5)y + (-45) + 45 = 0$
 $\Rightarrow x^2 + y^2 + 4x - 14y = 0$

ঢাকা বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $(-4, 3)$ এবং $(12, -1)$ বিন্দুদ্বয়ের সংযোগ রেখাংশকে ব্যাস ধরে অঙ্কিত বৃত্তের সমীকরণ- [15-16, 07-08, 05-06, 02-03]

A. $x^2 + y^2 + 8x - 2y + 51 = 0$ B. $x^2 + y^2 - 8x - 2y + 51 = 0$

C. $x^2 + y^2 + 8x + 2y - 51 = 0$ D. $x^2 + y^2 - 8x - 2y - 51 = 0$

Ans D Solve ব্যাস ধরে, বৃত্তের সমীকরণ-

$$(x + 4)(x - 12) + (y - 3)(y + 1) = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 8x - 48 + y^2 - 2y - 3 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 - 8x - 2y - 51 = 0$$

02. $(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 16$ এবং $(x - 2)^2 + (y - 10)^2 = 9$ বৃত্তদ্বয়ের স্পর্শবিন্দুর স্থানাঙ্ক- [15-16]

A. $(2, 3)$ B. $(16, 9)$ C. $(2, 10)$ D. $(2, 7)$

Ans D Solve $(2, 3)$, $r_1 = 4$, যথাক্রমে প্রথম বৃত্তের কেন্দ্র ও ব্যাসার্ধ এবং $(2, 10)$, $r_2 = 3$ দ্বিতীয় বৃত্তের কেন্দ্র ও ব্যাসার্ধ। স্পর্শ বিন্দু কেন্দ্রদ্বয়কে 4:3 অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত হয়।

$$\therefore \text{স্পর্শবিন্দু } \left(\frac{4 \times 2 + 3 \times 2}{4 + 3}, \frac{4 \times 10 + 3 \times 3}{4 + 3} \right) = (2, 7)$$

03. নিম্নের কোন বৃত্তটি x -অক্ষকে স্পর্শ করে- [14-15]

A. $x^2 + y^2 - 2x + 6y + 4 = 0$ B. $x^2 + y^2 - 4x + 6y + 5 = 0$

C. $x^2 + y^2 - 2x + 6y + 1 = 0$ D. $2x^2 + 2y^2 - 2x + 6y + 3 = 0$

Ans C Solve Option C-এর সমীকরণ

$$x^2 + y^2 - 2x + 6y + 1 = 0 \Rightarrow x^2 + y^2 + 2(-1)x + 2 \cdot 3 \cdot y + 1 = 0$$

$$g = -1, c = 1, g^2 = 1 = c$$

Shortcut: $g^2 = c$ হবে, কারণ $g = -1, c = 1$

১৬. $(x-1)$ বিন্দুগামী এবং $x^2 + y^2 - 6x + 8y = 0$ বৃত্তের সাথে এককেন্দ্রিক বৃত্তের সমীকরণ- [13-14]

- A. $x^2 + y^2 - 6x - 8y + 16 = 0$ B. $x^2 + y^2 - 6x - 8y - 16 = 0$
 C. $x^2 + y^2 - 6x + 8y + 16 = 0$ D. $x^2 + y^2 - 6x - 8y + 16 = 0$

Ans C Solve $x^2 + y^2 - 6x + 8y = 0$ বৃত্তের কেন্দ্র $(3, -4)$

বৃত্তের ব্যাসার্ধ $\sqrt{(3-3)^2 + (-4+1)^2} = 3$

\therefore বৃত্তের সমীকরণ $(x-3)^2 + (y+4)^2 = 3^2$

$\Rightarrow x^2 + y^2 - 6x + 8y + 16 = 0$

১৭. (-4) কেন্দ্রবিশিষ্ট ও x -অক্ষকে স্পর্শ করে এমন বৃত্তের সমীকরণ- [11-12]

- A. $x^2 + y^2 - 4x - 8y + 16 = 0$ B. $x^2 + y^2 - 4x - 8y + 4 = 0$
 C. $x^2 + y^2 - 8x - 4y + 16 = 0$ D. $x^2 + y^2 - 8x - 4y + 4 = 0$

Ans B Solve এক্ষেত্রে $(2, 4)$ কেন্দ্র বিশিষ্ট বৃত্ত A এবং B option. x -অক্ষকে স্পর্শ করে বলে $c = -g^2 \therefore c = -2^2 = -4$

Option B এ c এর মান 4 দেয়া আছে

Ans অপশন থেকে যে বৃত্তের কেন্দ্রের স্থানাঙ্ক $(2, 4)$ আসবে তাই Ans.

১৮. একটি বৃত্ত $(-1, -1)$ এবং $(3, 2)$ বিন্দুগামী এবং এর কেন্দ্র $x+2y+3=0$ রেখার উপর অবস্থিত। বৃত্তটির সমীকরণ- [10-11; JU 05-06]

- A. $x^2 + y^2 - 4x - 5y - 15 = 0$ B. $x^2 + y^2 - 8x - 7y - 3 = 0$
 C. $x^2 + y^2 - 8x - 7y + 3 = 0$ D. $x^2 + y^2 + 4x - 5y + 15 = 0$

Ans B Solve বৃত্তের সমীকরণ $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$

$(-1, -1)$ বিন্দুতে $1 + 1 - 2g - 2f + c = 0$ (i)

$(3, 2)$ বিন্দুতে $9 + 4 + 6g + 4f + c = 0$ (ii)

(ii) - (i) $\Rightarrow 11 + 8g + 6f = 0$ (iii)

বৃত্তের কেন্দ্র $(-g, -f)$, $x + 2y + 3 = 0$ সমীকরণ দিয়ে যায় বলে

$-g - 2f + 3 = 0$ (iv)

(iii) $-3 \times$ (iv) $\Rightarrow 20 + 5g = 0$

$\Rightarrow g = -4 \therefore f = \frac{7}{2}$ (iv) নং এ বসিয়ে

$\therefore c = -3$ (ii) নং এ বসিয়ে

\therefore বৃত্তের সমীকরণ $x^2 + y^2 - 8x + 7y - 3 = 0$

Ans $(-1, -1)$ ও $(3, 2)$ বিন্দুদ্বয় দ্বারা অপশনগুলো টেস্ট করলে Ans আসবে।

১৯. $3x + ky - 1 = 0$ রেখাটি $x^2 + y^2 - 8x - 2y + 4 = 0$ বৃত্তকে স্পর্শ করে, k এর মান নির্ণয় কর। [10-11]

- A. 2, 1/6 B. -2, 1/6
 C. 2, -1/6 D. -2, -1/6

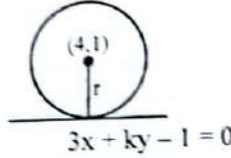
Ans C Solve এখানে $x^2 + y^2 - 8x - 2y + 4 = 0$

বৃত্তের কেন্দ্র $(4, 1)$ এবং ব্যাসার্ধ, $r = \sqrt{13}$

শর্তমতে, $r = \frac{(3 \times 4) + (k \times 1) - 1}{\sqrt{9 + k^2}}$

$\Rightarrow \sqrt{13} = \frac{12 + k - 1}{\sqrt{9 + k^2}} \Rightarrow 117 + 13k^2 = 144 + k^2 + 1 + 24k - 2k - 24$

$\Rightarrow 6k^2 - 11k - 2 = 0 \therefore k = 2, -\frac{1}{6}$



২০. একটি বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর যার কেন্দ্রের স্থানাঙ্ক $(2, 3)$ এবং $x + y - 2 = 0$ রেখাটি বৃত্তকে স্পর্শ করে। [09-10]

- A. $2(x^2 + y^2) - 8x - 12y + 17 = 0$ B. $2(x^2 + y^2) - 6x - 10y + 15 = 0$
 C. $2(x^2 + y^2) - 4x - 8y + 11 = 0$ D. $2(x^2 + y^2) - 2x - 6y + 7 = 0$

Ans A Solve যেহেতু নির্ণয় বৃত্তের কেন্দ্রের স্থানাঙ্ক $(2, 3)$ এবং স্পর্শক

$x + y - 2 = 0$ সেহেতু নির্ণয় বৃত্তের ব্যাসার্ধ $= \frac{|2+3-2|}{\sqrt{1^2+1^2}} = \frac{3}{\sqrt{2}}$

\therefore নির্ণয় বৃত্তের সমীকরণ, $(x-2)^2 + (y-3)^2 = \left(\frac{3}{\sqrt{2}}\right)^2$

$\Rightarrow x^2 - 4x + 4 + y^2 - 6y + 9 = \frac{9}{2} \Rightarrow 2(x^2 + y^2) - 8x - 12y + 17 = 0$

Ans অপশন থেকে যে বৃত্তের কেন্দ্রের স্থানাঙ্ক $(2, 3)$ আসবে তাই Ans.

২১. নিম্নের কোন সমীকরণ দ্বারা নির্দেশিত বৃত্তের স্পর্শক x -অক্ষ- [08-09]

- A. $x^2 + y^2 - 10x - 6y + 9 = 0$ B. $x^2 + y^2 + 10x + 6y + 25 = 0$
 C. $x^2 + y^2 + 6x + 10y + 25 = 0$ D. $x^2 + y^2 + 6x + 8y + 25 = 0$

Ans B Solve x -অক্ষের জন্য $g^2 = c$ option B হতে $g = 5, c = 25$

২২. $3x + 2y + k = 0$ রেখাটি $x^2 + y^2 - 8x - 2y + 4 = 0$ বৃত্তকে স্পর্শ করলে k এর মান- [06-07; RU 09-10]

- A. 1 B. 27 C. 5 D. -1, -27

Ans D Solve প্রদত্ত বৃত্তের কেন্দ্র $(-g, -f) = (4, 1)$ এবং $c = 4$

ব্যাসার্ধ, $r = \sqrt{g^2 + f^2 - c} = \sqrt{16 + 1 - 4} = \sqrt{13}$

যেহেতু রেখাটি বৃত্তকে স্পর্শ করে তাই বৃত্তের কেন্দ্র থেকে রেখাটির লম্ব দূরত্ব বৃত্তের ব্যাসার্ধের সমান হবে।

$\therefore \frac{|3 \times 4 + 2 \times 1 + k|}{\sqrt{3^2 + 2^2}} = \sqrt{13} \Rightarrow |14 + k| = \pm 13 \Rightarrow k = -1, -27$

২৩. $x^2 + y^2 - 5x = 0, x^2 + y^2 + 3x = 0$ বৃত্তদ্বয়ের কেন্দ্রের দূরত্ব- [05-06]

- A. 4 units B. 1 units C. $\sqrt{34}$ units D. 2 units

Ans A Solve $x^2 + y^2 - 5x = 0$ বৃত্তের কেন্দ্র $\left(\frac{5}{2}, 0\right)$

$x^2 + y^2 + 3x = 0$, বৃত্তের কেন্দ্র $\left(-\frac{3}{2}, 0\right)$

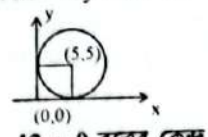
\therefore বৃত্তের কেন্দ্রদ্বয়ের দূরত্ব $= \sqrt{\left(\frac{5}{2} + \frac{3}{2}\right)^2} = 4$

২৪. $(5, 0)$ এবং $(0, 5)$ বিন্দুতে অক্ষরেখাদ্বয়কে স্পর্শকারী বৃত্তের সমীকরণ- [04-05]

- A. $x^2 + y^2 + 10x - 10y - 25 = 0$ B. $x^2 + y^2 + 10x + 10y - 25 = 0$
 C. $x^2 + y^2 + 10x + 10y + 25 = 0$ D. $x^2 + y^2 - 10x - 10y + 25 = 0$

Ans D Solve বৃত্তটির ব্যাসার্ধ 5 একক এবং কেন্দ্র $(5, 5)$ । সুতরাং বৃত্তটির সমীকরণ

$x^2 + y^2 - 10x - 10y + 25 = 0$



২৫. $(4, 5)$ কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্ত যা $x^2 + y^2 + 4x + 6y - 12 = 0$ বৃত্তের কেন্দ্র দিয়ে গমন করে তার সমীকরণ: [03-04]

- A. $x^2 + y^2 - 8x + 10y + 59 = 0$ B. $x^2 + y^2 - 8x - 10y + 59 = 0$
 C. $x^2 + y^2 - 8x + 10y - 59 = 0$ D. $x^2 + y^2 - 8x - 10y - 59 = 0$

Ans D Solve Option এ $(4, 5)$ কেন্দ্র বিশিষ্ট বৃত্ত B ও D। এখানে, ২য় বৃত্তের কেন্দ্র $(-2, -3)$ বিন্দুটি D দিচ্ছ করে।

২৬. $x^2 + y^2 - 6x - 4y + c = 0$ বৃত্তটি y -অক্ষকে স্পর্শ করে। c -এর মান কত? [00-01, 01-02]

- A. -2 B. 2 C. -1 D. 4

Ans D Solve $x^2 + y^2 - 6x - 4y + c = 0$

$\Rightarrow x^2 + y^2 + 2(-3)x + 2(-2)y + c = 0$ যেখানে কেন্দ্র $(3, 2)$ । $g = 3, f = 2$ এবং $c = 4$

যেহেতু বৃত্তটি y -অক্ষকে স্পর্শ করে $\therefore f^2 = c$ বা, $c = (-2)^2$ বা, $c = 4$

15. $3x^2 + 3y^2 + 6x - 12y - 15 = 0$ সমীকরণ দ্বারা বর্ণিত বৃত্তের কেন্দ্র কত? [98-99]

- A. (-3, 6) B. (1, -2)
C. (-1, 2) D. (6, -12)

Ans C Solve বৃত্তটির সমীকরণ, $x^2 + y^2 + 2x - 4y - 5 = 0$
 $\Rightarrow x^2 + y^2 + 2.1x + 2(-2)y + (5) = 0 \therefore$ কেন্দ্র = (-1, 2)

জগন্নাথ বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $x^2 + y^2 - by = 0$ বৃত্ত (circle)-এর সমীকরণ পোলার স্থানাঙ্ক (polar coordinate)-এর মাধ্যমে প্রকাশ করলে সমীকরণটি হবে- [15-16]

- A. $x = y \sin \theta$ B. $r = b$
C. $r = b \sin \theta$ D. $r = b \cos \theta$

Ans C Solve $(x^2 + y^2) - by = 0 \Rightarrow r^2 - br \sin \theta = 0$
 $\Rightarrow r = b \sin \theta$

02. $x^2 + 4y^2 = 8$ বক্ররেখার দুইটি স্পর্শক (tangent) x অক্ষের উপর লম্ব হলে, স্পর্শকদ্বয়ের সমীকরণ কত? [14-15]

- A. $x = 2\sqrt{2}$, $y = 2\sqrt{2}$ B. $x \pm 2\sqrt{2} = 0$
C. $x + 2\sqrt{2} = 0$, $y + 2\sqrt{2} = 0$ D. $y \pm 2\sqrt{2} = 0$

Ans D Solve $x^2 + 4y^2 = 8$
স্পর্শক x অক্ষ উপর লম্ব হলে, স্পর্শকদ্বয়ে সমীকরণ x মুক্ত পদমুক্ত হবে এখানে option D, $y \pm 2\sqrt{2} = 0$ যা x মুক্ত পদ আছে।

03. $(x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 12$ বৃত্তের কেন্দ্রের স্থানাঙ্ক কত? [13-14]

- A. (2, 1) B. (2, -1) C. (1, 2) D. (-2, 1)

Ans B Solve $(x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 12$
 $\Rightarrow x^2 + y^2 - 4x + 2y - 15 = 0$
 \therefore বৃত্তের কেন্দ্রের স্থানাঙ্ক (2, -1).

04. (1, -3) কেন্দ্র বিশিষ্ট এবং x অক্ষকে স্পর্শকারী বৃত্তের সমীকরণ কি? [11-12]

- A. $x^2 + y^2 - 2x + 6y + 9 = 0$ B. $x^2 + y^2 - 2x + 6y + 10 = 0$
C. $x^2 + y^2 + 2x - 6y + 10 = 0$ D. $x^2 + y^2 - 2x + 6y + 1 = 0$

Ans D Solve x অক্ষকে স্পর্শ করলে, $c = g^2$ option এ প্রতিটি বৃত্তে $g = 1$ or -1
 $\therefore c = 1^2 = 1$ অর্থাৎ option এ c এর মান একটাতাই 1 দেয়া আছে

05. (-1, 1) এবং (-7, 3) বিন্দু দিয়ে অতিক্রমকারী একটি বৃত্তের কেন্দ্র $2x + y = 9$ রেখার উপর অবস্থিত। বৃত্তটির সমীকরণ- [08-09, 05-06]

- A. $(x+1)^2 + (y-11)^2 = 100$ B. $(x-2)^2 + (y-1)^2 = 81$
C. $(x+3)^2 + (y-2)^2 = 4$ D. $(x-5)^2 + (y+1)^2 = 64$

Ans A Solve [Same as Type-12, Prob-02]

Tec: (-1, 1) ও (-7, 3) বিন্দু দ্বারা অপশনগুলো টেস্ট করলে Ans আসবে। Option-A এর কেন্দ্র (-1, 11) যা $2x + y = 9$ রেখায় অবস্থিত। \therefore Ans. A

06. $x^2 + y^2 - 4x - 6y + 4 = 0$ বৃত্তটি x অক্ষকে স্পর্শ করে। স্পর্শ বিন্দুর স্থানাঙ্ক- [07-08]

- A. (2, 0) B. (3, 0) C. (6, 6) D. (4, 1)

Ans A Solve বৃত্তটি x অক্ষকে স্পর্শ করলে $y = 0$
 $\therefore x^2 - 4x + 4 = 0 \Rightarrow x = 2$
 \therefore স্পর্শ বিন্দুর স্থানাঙ্ক (2, 0)

Tec: স্পর্শ বিন্দুর স্থানাঙ্ক $(-g, 0) = (2, 0)$ ।

জাহাঙ্গীরনগর বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. নিচের কোন বিন্দুটি $x^2 + y^2 - 2x - 4y + 4 = 0$ বৃত্তের উপর অবস্থিত? [15-16]

- A. (0, 0) B. (1, 2) C. (-1, 1) D. (1, 1)

Ans D Solve $x^2 + y^2 - 2x - 4y + 4 = 0$
D(1, 1) বসাই $\Rightarrow 1^2 + 1^2 - 2.1 - 4.1 + 4 = 0$
 $\Rightarrow 1 + 1 - 2 - 4 + 4 = 0 \Rightarrow 0 = 0$

02. যদি $x^2 + y^2 = 9$ এবং $x^2 + y^2 + 2ax + 2y + 1 = 0$ বৃত্ত দুইটি পরস্পর স্পর্শ করে তবে a এর মান কত? [15-16]

- A. $-\frac{4}{3}$ B. 0 C. 1 D. $\frac{4}{3}$

Ans A Solve $x^2 + y^2 = 9 \Rightarrow$ কেন্দ্র $c_1(0, 0)$, $r_1 = 3$
 $x^2 + y^2 + 2ax + 2y + 1 = 0 \Rightarrow$ কেন্দ্র $c_2(-a, -1)$, $r_2 = \sqrt{a^2 + 1 - 1} = a$
শর্তমতে, $c_1c_2 = r_1 + r_2$
 $\sqrt{a^2 + 1} = 3 + a \Rightarrow a^2 + 1 = 9 + 6a + a^2$
 $\Rightarrow 6a = -8 \Rightarrow a = -\frac{8}{6} = -\frac{4}{3}$

03. A (4,7) ও B(-8,3) বিন্দুদ্বয় একটি বৃত্তের ব্যাসের প্রান্তবিন্দু, বৃত্তটির কেন্দ্রের স্থানাঙ্ক কত? [15-16]

- A. (0,0) B. (2,-5) C. (-2, 5) D. (-2,-5)

Ans C Solve কেন্দ্র $\left(\frac{4-8}{2}, \frac{7+3}{2}\right) = (-2, 5)$

04. $x^2 + y^2 + 6x - 4y - 12 = 0$ বৃত্তের কেন্দ্র ও ব্যাসার্ধ কত? [15-16, 11-12, 10-11; RU 09-10; CU 10-11; MSTU 14-15]

- A. (-3, 2), 5 B. (-6, 4), 4
C. (3, -2), 5 D. (-3, -2), 5

Ans A Solve $x^2 + y^2 + 6x - 4y - 12 = 0$
 $\Rightarrow x^2 + y^2 + 2(3)x + 2(-2)y - 12 = 0$
কেন্দ্র (-3, 2) ব্যাসার্ধ $= \sqrt{9 + 4 + 12} = 5$

05. দুইটি বৃত্তের সমীকরণ $x^2 + y^2 = 16$ এবং $(x - 2)^2 + y^2 = 4$ হলে, নিচের কোনটি সঠিক? [15-16]

- A. বৃত্তদ্বয় ছেদ কিংবা স্পর্শ করে না B. একে অপরকে ছেদ করে
C. অভ্যুভাব স্পর্শ করে D. বহিঃস্থভাবে স্পর্শ করে

Ans C Solve $x^2 + y^2 = 16 = 4^2$ কেন্দ্র $c_1(0,0)$ ব্যাসার্ধ $r_1 = 4$
 $(x - 2)^2 + y^2 = 2^2$ কেন্দ্র $c_2(2,0)$ ব্যাসার্ধ $r_2 = 2$
 $c_1c_2 = \sqrt{(2-0)^2 + (0-0)^2} = 2$
 $r_1 - r_2 = 4 - 2 = 2$
 $c_1c_2 = r_1 - r_2 \therefore$ অভ্যুভাব স্পর্শ করে।

06. $x^2 + y^2 - 4x - 8y + p = 0$ বৃত্তটি x অক্ষকে স্পর্শ করে। p এর মান কোনটি? [15-16; DU 05-06; RU 15-16, 08-09; IU 13-14]

- A. 4 B. 5 C. 7 D. 11

Ans A Solve $x^2 + y^2 - 4x - 8y + p = 0$
 $\Rightarrow x^2 + y^2 + 2(-2)x + 2(-4)y + p = 0 \therefore g = -2, f = -4$
x অক্ষকে স্পর্শ করলে, $p = g^2 = (-2)^2 \Rightarrow p = 4$

07. $3x^2 + 3y^2 - 5x - 6y + 4 = 0$ বৃত্তটির ব্যাসার্ধ কত? [14-15]

- A. $\frac{13}{6}$ B. $\frac{\sqrt{13}}{6}$ C. $\frac{13}{\sqrt{6}}$ D. 4

Ans B Solve $3x^2 + 3y^2 - 5x - 6y + 4 = 0$
 $\Rightarrow x^2 + y^2 - \frac{5}{3}x - 2y + \frac{4}{3} = 0 \Rightarrow x^2 + y^2 + 2\left(-\frac{5}{6}\right)x + 2(-1)y + \frac{4}{3} = 0$
ব্যাসার্ধ $= \sqrt{\frac{25}{36} + 1 - \frac{4}{3}} = \sqrt{\frac{25 - 48 + 36}{36}} = \frac{\sqrt{13}}{6}$

১৭. $x^2 + y^2 = 37$ বৃত্তের ব্যাসার্ধ কত? [14-15]
 A. $(-5, 3)$ B. $(8, 2)$ C. $(5\sqrt{3}, 2)$ D. $(-5, 2\sqrt{3})$

Ans D Solve $x^2 + y^2 = 37$
 D. $(-5, 2\sqrt{3})$ Option ফলাফল $(-5)^2 + (2\sqrt{3})^2 = 37$
 $\Rightarrow 25 + 12 = 37 \Rightarrow 37 = 37$

১৮. $4x^2 + 4y^2 + 12x - 8y - 11 = 0$ বৃত্তটির ব্যাসার্ধ কত? [14-15]
 A. $2\sqrt{3}$ B. $\sqrt{3}$ C. 3 D. $\sqrt{6}$

Ans D Solve $4x^2 + 4y^2 + 12x - 8y - 11 = 0$
 $\Rightarrow x^2 + y^2 + 3x - 2y - \frac{11}{4} = 0$

১৯. $g = \frac{3}{2}, f = (-1)$ ব্যাসার্ধ $= \sqrt{\frac{9}{4} + 1 + \frac{11}{4}} = \sqrt{\frac{24}{4}} = \sqrt{6}$
 The equation of tangent of $x^2 + y^2 + 4x + y = 0$ at origin is- [13-14]
 A. $2x + y = 1$ B. $4x + y = 1$ C. $2x + y = 0$ D. $4x + y = 0$

Ans D Solve $x \cdot 0 + y \cdot 0 + 2(x+0) - \frac{1}{2}(y+0) = 0 \Rightarrow 4x + y = 0$
 Diameter of the circle $3x^2 + 3y^2 - 18x + 12y + 9 = 0$ is- [13-14]
 A. $6\sqrt{3}$ B. $6\sqrt{10}$ C. $\sqrt{10}$ D. $2\sqrt{10}$

Ans D Solve $3x^2 + 3y^2 - 18x + 12y + 9 = 0$
 $\Rightarrow x^2 + y^2 - 6x + 4y + 3 = 0 \therefore g = -3, f = 2$ and $c = 3$
 radius, $r = \sqrt{g^2 + f^2 - c} = \sqrt{(-3)^2 + 2^2 - 3} = \sqrt{9 + 4 - 3} = \sqrt{10}$
 Diameter, $D = 2r = 2\sqrt{10}$

২০. Area of $3(x^2 + y^2) = 4$ is- [13-14]
 A. $\frac{4\pi}{3}$ B. $\frac{9\pi}{16}$ C. $\frac{16\pi}{9}$ D. $\frac{3\pi}{4}$

Ans A Solve $3(x^2 + y^2) = 4 \Rightarrow x^2 + y^2 = \frac{4}{3}$
 $r^2 = \frac{4}{3}$ So, Area $= \pi r^2 = \frac{4\pi}{3}$

২১. $(3, -2)$ বিন্দুটি $(1, -4)$ কেন্দ্র ও 6 ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট বৃত্তের- [A 12-13]
 A. অন্তর্গত B. বহির্গত C. উপরিগত D. কোনটিই নয়

Ans A Solve বৃত্তের সমীকরণ $(x-1)^2 + (y+4)^2 - 6^2 = 0$
 $(3, -2)$ বিন্দুতে,
 $(3-1)^2 + (-2+4)^2 - 6^2 = 4 + 4 - 36 = -28 < 0 \therefore$ বৃত্তের ভিতরে

$(3, -2)$ বিন্দুটি থেকে $(1, -4)$ বিন্দুটির
 দূরত্ব $= \sqrt{(3-1)^2 + (-2+4)^2} = 2\sqrt{2}$ যা 6 এর চেয়ে ছোট।
 \therefore বিন্দুটি বৃত্তের ভিতরে অবস্থিত।

২২. যদি $g^2 + f^2 - c$ শূন্য হয়, তবে ব্যাসার্ধ শূন্য হয় এবং এক্ষেত্রে বৃত্তটি তার কেন্দ্র সর্বত্র হয়। এরূপ বৃত্তকে কী বৃত্ত বলে? [H 12-13]
 A. Point circle B. Imagination circle
 C. Line circle D. None **Ans. A**

২৩. $(0, 9)$ বিন্দুটি, $(1, -4)$ কেন্দ্র ও 6 ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট বৃত্তের- [11-12]
 A. অন্তর্গত B. বহির্গত C. উপরিগত D. কোনটিই নয়

Ans B Solve $\sqrt{(0-1)^2 + (9+4)^2} = \sqrt{170} > 6 \therefore$ বৃত্তের বহির্গত।
 ২৪. $3x^2 + 3y^2 - 5x - 6y + 4 = 0$ বৃত্তটির কেন্দ্রের স্থানাঙ্ক কত? [11-12, 10-11; RU 06-07; CU 11-12]
 A. $(5/6, 1)$ B. $(6/5, 1)$ C. $(2, 3)$ D. $(0, 0)$

Ans A Solve $3x^2 + 3y^2 - 5x - 6y + 4 = 0$
 $\Rightarrow x^2 + y^2 + 2(-\frac{5}{6})x + 2(-1)y + \frac{4}{3} = 0$

\therefore কেন্দ্র $(-g, -f) = (\frac{5}{6}, 1)$

১৭. OT = 2 হলে, S_2 বৃত্তটির সমীকরণ কি হবে? [10-11]



A. $x^2 + y^2 - 8x - 6y + 16 = 0$ B. $x^2 + y^2 = 0$
 C. $x^2 + y^2 - 8x - 6y + 16 = 0$ D. $x^2 + y^2 = 0$
Ans C Solve যেহেতু কেন্দ্র $(4, 3)$, $OC = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$
 \therefore বৃত্তের ব্যাসার্ধ $= 5 - 2 = 3$, বৃত্তের সমীকরণ $(x-4)^2 + (y-3)^2 = 3^2$
 $\Rightarrow x^2 + y^2 - 8x - 6y + 16 = 0$

১৮. $2x - y = 3$ রেখার উপর কেন্দ্র বিশিষ্ট একটি বৃত্ত $(3, -2)$ ও $(-2, 0)$ বিন্দু দিয়ে অতিক্রম করে। বৃত্তটির সমীকরণ- [08-09; 05-06]

A. $x^2 + y^2 + 3x + 12y - 0$ B. $x^2 + y^2 + 3x + 6y + 2 = 0$
 C. $x^2 + y^2 + x + 12y + 2 = 0$ D. $x^2 + y^2 + 3x + y + 2 = 0$
Ans A Solve A অপশনে কেন্দ্র $= (-\frac{3}{2}, -6)$

$2x - y = 3 \Rightarrow 2 \cdot \frac{3}{2} + 6 = 3 \Rightarrow 3 + 6 = 3 \Rightarrow 3 = 3$

১৯. একটি বৃত্ত মূলবিন্দু দিয়ে অতিক্রম করে এবং x ও y অক্ষদুটিকে ধনাত্মক দিক থেকে যথাক্রমে h ও k অংশ ছেদ করে। বৃত্তটির সমীকরণ- [06-07]

A. $x^2 + y^2 + hx + ky = 0$ B. $x^2 + y^2 - hx - ky = 0$
 C. $x^2 + y^2 + kx + hy = 0$ D. $x^2 + y^2 - kx - hy = 0$ **Ans. B**

২০. বৃত্তের সাধারণ সমীকরণ $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ এ বৃত্তটি x অক্ষকে স্পর্শ করে- [05-06]

A. $f^2 = c$ B. $g^2 = c$ C. $g^2 = x$ D. $f = c$ **Ans. B**

রাজশাহী বিশ্ববিদ্যালয় জড়িত পত্রীকার বিপত বছরের প্রশ্নাবলি
 [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

০১. k-এর কোন মানদ্বয়ের প্রত্যেকটির জন্য $3x + 4y = k$ রেখাটি $x^2 + y^2 = 10x$ বৃত্তকে স্পর্শ করবে? [15-16, 09-10; KU 12-13; JU 11-12; CU 15-16; SUST 03-04; MBSTU 12-13; PUST 13-14]

A. 40, -10 B. 20, -10 C. 20, 10 D. 40, 10
Ans A Solve $x^2 + y^2 - 10x = 0$
 $\Rightarrow x^2 + y^2 + 2(-5)x + 2 \cdot 0 \cdot y + 0 = 0$ কেন্দ্র $(5, 0)$, ব্যাসার্ধ $= \sqrt{25} = 5$

$3x + 4y - k = 0$ রেখাটি স্পর্শক হলে, $5 = \frac{|15 - k|}{\sqrt{9 + 16}}$
 $\Rightarrow 5 = \pm \frac{15 - k}{5} \Rightarrow 15 - k = \pm 25 \Rightarrow k = 40, -10$

০২. $x^2 + y^2 - 8x + 10y + 7 = 0$ বৃত্তটি দ্বারা x-অক্ষ থেকে কর্তিত অংশের পরিমাণ কত একক? [15-16]

A. 6 B. 3 C. $4\sqrt{5}$ D. $2\sqrt{5}$
Ans A Solve $x^2 + y^2 - 8x + 10y + 7 = 0$
 $= x^2 + y^2 + 2(-4)x + 2(5)y + 7 = 0$
 x- অক্ষে কর্তিত অংশ $= 2\sqrt{(-4)^2 - 7} = 2\sqrt{9} = 6$

০৩. $x^2 + y^2 - 3x + 10y - 15 = 0$ বৃত্তের $(p, -11)$ বিন্দুতে স্পর্শকের সমীকরণ $5x - 12y - 152 = 0$ হলে p এর মান কত? [15-16]

A. 2 B. 3 C. 4 D. 6
Ans C Solve $(P, -11)$ বিন্দু বৃত্তের স্পর্শকের সমীকরণে বসিয়ে
 $5P + 32 = 152$
 $5P = 20$
 $P = 4$

04. $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + k = 0$ বৃত্তটি মূল বিন্দু দিয়ে গমন করলে k এর মান কত? [15-16]

- A. $k = g$ B. $k = f$ C. $k = -1$ D. $k = 0$

Ans D Solve বৃত্তটি মূলবিন্দু দিয়ে গেলে $k = 0$

05. $y - 3x = 0$ রেখাটি $x^2 + y^2 = 10$ বৃত্তকে [15-16]

- A. ছেদ করে B. বৃত্তের কেন্দ্রে দিয়ে যায় C. স্পর্শ করে D. কোনটিই নয়

Ans B Solve $x^2 + y^2 = 10$ কেন্দ্রে (0,0)

$y - 3x = 0$

$\Rightarrow 0 - 3 \cdot 0 = 0$ বৃত্তের কেন্দ্রে দিয়ে যায়

06. $x^2 + y^2 = 100$ বৃত্তটির জ্যা (-2, 3) বিন্দুতে সম্বন্ধিত হয়, জ্যা এর সমীকরণ কি? [15-16]

- A. $3y = 2x + 13$ B. $2y = 3x + 13$
C. $2y = 3x + 10$ D. $x + y = 10$

Ans A Solve জ্যা-এর লম্বের ঢাল = $-\frac{3}{2}$

জ্যা-এর ঢাল = $\frac{3}{2}$

জ্যা-এর সমীকরণ, $y - 3 = \frac{3}{2}(x + 2)$

$\Rightarrow 3y - 9 = 2x + 4 \Rightarrow 2x - 3y + 13 = 0$

07. যদি কোন বৃত্তের ব্যাসার্ধ 5 সে.মি. হতে 5.1 সে.মি. বৃদ্ধি পায়, তবে বৃত্তের ক্ষেত্রফল কত বর্গ সে.মি. বৃদ্ধি পাবে? [14-15]

- A. 10π B. 1.01π C. 0.1π D. 0.01π

Ans B Solve বৃত্তের ক্ষেত্রফল বৃদ্ধি পায়

$= \pi(5.1)^2 - \pi 5^2 = \pi\{(5.1)^2 - 5^2\}$

$= \pi(26.01 - 25) = \pi \cdot 1.01 = 1.01\pi$

08. $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 36 = 0$ এবং $x^2 + y^2 - 5x + 8y - 43 = 0$ বৃত্তদ্বয়ের সাধারণ জ্যা এর দৈর্ঘ্য কত একক? [14-15]

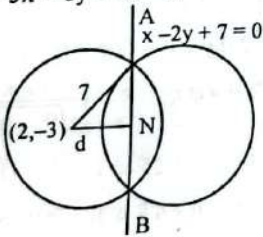
- A. 2 B. 4 C. 1 D. কোনটিই নয়

Ans B Solve

$S_1 = x^2 + y^2 - 4x + 6y - 36 = 0$ এর কেন্দ্রে (2, -3)

এবং ব্যাসার্ধ $r = \sqrt{4 + 9 + 36} = 7$

$S_2 = x^2 + y^2 - 5x + 8y - 43 = 0$



সাধারণ জ্যা এর সমীকরণ, $S_1 - S_2 = x - 2y + 7 = 0$

কেন্দ্রে হতে জ্যার উপর লম্ব দূরত্ব, $d = \frac{|2 + 6 + 7|}{\sqrt{1 + 4}} = \frac{15}{\sqrt{5}} = 3\sqrt{5}$

কেন্দ্রে (2, -3), $r = \sqrt{4 + 9 + 36} = 7$

$AB = 2AN = 2\sqrt{7^2 - (3\sqrt{5})^2} = 2\sqrt{49 - 45} = 2 \times 2 = 4$

09. $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$, ($g^2 > c$, $f > 2c$) বৃত্তটি ঘারা x -অক্ষের কর্তিত অংশ কত? [14-15]

- A. $2\sqrt{f^2 - c}$ B. $2\sqrt{g^2 - c}$ C. $\sqrt{g^2 - c}$ D. $\sqrt{f^2 - c}$

Ans B Solve $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$

x -অক্ষে বৃত্তটির কর্তিত অংশ = $2\sqrt{g^2 - c}$

10. $x^2 + y^2 = a^2$ বৃত্তের উপর (3, 4) বিন্দুতে স্পর্শকের সমীকরণ- [14-15]

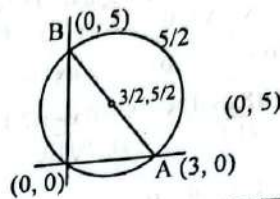
- A. $3x + 4y = a^2$
B. $6x + 8y = a$
C. $4x + 3y = a^2$
D. $3x + 4y = a$

Ans A Solve Shortcut: $x^2 + y^2 = a^2$ বৃত্তে (3, 4) বিন্দুতে স্পর্শক $\Rightarrow x \cdot 3 + y \cdot 4 = a^2 \Rightarrow 3x + 4y = a^2$

11. একটি বৃত্ত মূল বিন্দু দিয়ে যায় এবং x ও y অক্ষ দুইটির ধনাত্মক দিক থেকে যথাক্রমে 3 ও 5 অংশ ছেদ করে। বৃত্তটির কেন্দ্র নির্ণয় করুন

- A. $x + y = 4$ B. $x + y = 8$
C. $x + y = 2$ D. $x + y = 1$

Ans B Solve চিত্রানুসারে বৃত্তটির কেন্দ্র, $(\frac{3}{2}, \frac{5}{2})$



Option B. $x + y = 8$ এ বসিয়ে পাই,

$x + y = 8 \Rightarrow \frac{3}{2} + \frac{5}{2} = 8 \Rightarrow 8 = 8$

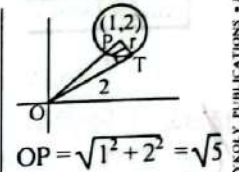
12. মূলবিন্দু হতে (1,2) কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে অঙ্কিত স্পর্শকের দৈর্ঘ্য 2 হলে বৃত্তটির সমীকরণ হবে- [13-14]

- A. $x^2 + y^2 - 2x - 4y - 4 = 0$ B. $x^2 + y^2 + 2x - 4y - 4 = 0$
C. $x^2 + y^2 - 4x - 2y + 4 = 0$ D. $x^2 + y^2 + 4x + 2y + 4 = 0$

Ans C Solve ব্যাসার্ধ $r = \sqrt{(\sqrt{5})^2 - 2^2}$

$r = \sqrt{op^2 + 2^2} = \sqrt{5 - 4} = 1$

\therefore বৃত্তটির সমীকরণ, $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 1^2$



$\therefore x^2 + y^2 - 2x - 4y + 4 = 0$

13. $x^2 + y^2 - 2x + 6y - 6 = 0$ বৃত্তের সমীকরণে কেন্দ্রের স্থানাঙ্ক ও ব্যাসার্ধ কত? [C 12-13]

- A. (1, -3); 4 B. (-1, 3); 4 C. (-1, 3); 16
D. (1, -3); 16 E. (0, 0); sqrt(6)

Ans A Solve $x^2 + y^2 - 2x + 6y - 6 = 0$ বৃত্তের কেন্দ্রের স্থানাঙ্ক $(-g, -f) = (1, -3)$

\therefore ব্যাসার্ধ = $\sqrt{g^2 + f^2 - c} = \sqrt{1 + 9 + 6} = 4$

14. $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ বৃত্তটি x অক্ষকে স্পর্শ করলে নিম্নলিখিত কোন শর্তটি সঠিক? [11-12]

- A. $g^2 > c$ B. $f^2 = c$ C. $g^2 = c$ D. $f^2 > c$

Ans C Solve $c = g^2$

15. $4x^2 + 4y^2 = 3$ সমীকরণটি কিসের? [11-12]

- A. পরাবৃত্ত B. বৃত্ত C. উপবৃত্ত D. সরলরেখা

Ans B Solve $4x^2 + 4y^2 = 3$

$\Rightarrow x^2 + y^2 = \frac{3}{4} \therefore x^2$ এবং y^2 এর সহগ সমান \therefore এটি একটি বৃত্ত

16. (3, 5) বিন্দুটি $x^2 + y^2 = 9$ বৃত্তের কোথায় অবস্থিত? [11-12; SUST 01-02]

- A. ভিতরে B. উপরে C. কেন্দ্রে D. বাহিরে

Ans D Solve $x^2 + y^2 = 3^2 + 5^2 = 9 + 25 = 34 > 9$

\therefore (3, 5) বিন্দুটি বৃত্তের বাইরে অবস্থিত।

05. এমন একটি বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর যার কেন্দ্র $(-4, -3)$ এবং ব্যাসার্ধ 5 [14-15]
 A. $x^2 + y^2 + 8x + 6y = 0$ B. $x^2 + y^2 + 10x + 6y = 0$
 C. $x^2 + y^2 + 12x + 5y = 0$ D. $x^2 + y^2 + 5x + 6y = 0$
 E. $x^2 + y^2 + 6x + 8y = 0$

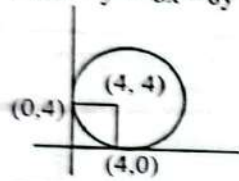
Ans A Solve বৃত্তের সমীকরণ, $(x+4)^2 + (y+3)^2 = 5^2$
 $\Rightarrow x^2 + y^2 + 8x + 6y + 16 + 9 = 25 \Rightarrow x^2 + y^2 + 8x + 6y = 0$

06. What is the coordinate of the centre of the circle $x^2 + y^2 + 2x - 8y + 8 = 0$? [14-15]
 A. $(1, -4)$ B. $(-1, 4)$ C. $(0, 0)$ D. $(2, 8)$ E. $(1, 4)$

Ans B Solve $x^2 + y^2 + 2x - 8y + 8 = 0$
 $\Rightarrow x^2 + y^2 + 2(1)x + 2(-4)y + 8 = 0 \therefore$ কেন্দ্র $(-1, 4)$

07. What will be the equation of a circle which touches the positive direction of the axes at a distance 4 unit from the center? [14-15]
 A. $x^2 + y^2 = 16$ B. $x^2 + y^2 + 8x + 8y = 48$
 C. $x^2 + y^2 - 8x - 8y + 16 = 0$ D. $x^2 + y^2 - 8x - 8y = 16$
 E. $x^2 + y^2 - 8x - 8y = 48$

Ans C Solve কেন্দ্র $(4, 4)$ ব্যাসার্ধ = 4
 বৃত্তের সমীকরণ $(x-4)^2 + (y-4)^2 = 4^2$
 $\Rightarrow x^2 + y^2 - 8x - 8y + 16 = 0$



08. যে বৃত্তের কেন্দ্র $(-a, a)$ ও ব্যাসার্ধ r তার সমীকরণ হচ্ছে- [14-15]
 A. $(x-a)^2 + (y-a)^2 = r^2$ B. $(x+a)^2 + (y+a)^2 = r^2$
 C. $(x+a)^2 + (y-a)^2 = r^2$ D. $(x-a)^2 + (y-a)^2 = r^2$
 E. কোনটিই নয়

Ans D Solve কেন্দ্র $(-a, a)$ এবং ব্যাসার্ধ = r বৃত্তের সমীকরণ
 $(x+a)^2 + (y-a)^2 = r^2$
 $\Rightarrow x^2 + y^2 + 2ax - 2ay = r^2$

09. y অক্ষকে স্পর্শকারী ও $(2, 2)$ বিন্দু দিয়ে গমনকারী একটি বৃত্ত যার কেন্দ্র x অক্ষের উপর অবস্থিত হলে, বৃত্তটির সমীকরণ হবে- [A 12-13]
 A. $x^2 - 4x + y^2 = 0$ B. $x^2 - 4x + y^2 + 2y = 0$
 C. $x^2 + y^2 - 4y = 0$ D. $x^2 + y^2 - 4x = 3$
 E. $x^2 + y^2 - 4x - 4y = 5$

Ans A Solve y অক্ষকে স্পর্শকারী বৃত্ত যার কেন্দ্র x অক্ষের উপর অবস্থিত তার সমীকরণ, $(x-h)^2 + y^2 = h^2$ ---- (i)
 বৃত্তটি $(2, 2)$ বিন্দুগামী বলে, $(2-h)^2 + 2^2 = h^2$
 $\Rightarrow 4 - 4h + h^2 + 4 = h^2 \Rightarrow h = 2$
 \therefore বৃত্তের সমীকরণ, $(x-2)^2 + y^2 = 2^2 \Rightarrow x^2 - 4x + y^2 = 0$

10. $3x + y = 14$; $2x + 5y = 18$ সরলরেখাদ্বয়ের ছেদবিন্দুগামী বৃত্তটির কেন্দ্র $(1, -2)$ হলে বৃত্তটির ব্যাসার্ধ কত? [11-12, 05-06]
 A. 32 B. 4 C. 1.4 D. 5 **Ans. D**

11. $(3, 0)$ এবং $(-4, 1)$ বিন্দুদ্বয় দিয়ে অতিক্রমকারী বৃত্তের কেন্দ্র y অক্ষের উপর অবস্থিত। বৃত্তটির সমীকরণ নির্ণয় কর? [10-11, 08-09; KU 00-01]
 A. $x^2 + y^2 - 8y - 9 = 0$ B. $x^2 + y^2 - 8y - 1 = 0$
 C. $x^2 + y^2 - 6y - 2 = 0$ D. $x^2 + y^2 - 5y - 7 = 0$
 E. $x^2 + y^2 + 3y - 7 = 0$

Ans A Solve option-এর বৃত্তগুলো y -অক্ষের উপর অবস্থিত এখন $(3, 0)$ দ্বারা যে Option সিদ্ধ হবে সেটাই উত্তর। Option-A হতে পাই,
 $3^2 + 0 - 0 - 9 = 0 \Rightarrow 0 = 0 \therefore$ Ans. A

Rec: $(3, 0)$ ও $(-4, 1)$ বিন্দু দ্বারা অপশনগুলো টেস্ট করলে Ans আসবে।

12. $9x^2 + 9y^2 = 81$ সমীকরণটির জ্যামিতিক অর্থ হবে- [09-10]
 A. উপবৃত্ত B. পরাবৃত্ত C. অধিবৃত্ত D. ঘূর্ণল রেখা E. বৃত্ত

Ans E Solve $x^2 + y^2 = 9$ যা একটি বৃত্তের সমীকরণ

13. $a^2x^2 + x + y + a^2y^2 + b^2 = 0$ এর জ্যামিতিক পরিচয় হচ্ছে- [08-09]
 A. এক জোড়া সরলরেখা B. বৃত্ত C. পরাবৃত্ত D. উপবৃত্ত E. অধিবৃত্ত

Ans B Solve এটি একটি বৃত্ত নির্দেশ করে কারণ x^2 ও y^2 এর সহগ সমান ও xy সংবলিত কোন পদ নেই।

14. $x^2 + y^2 = a^2$ সমীকরণের লেখচিত্র কি হবে? [05-06]
 A. সরলরেখা B. উপবৃত্ত C. বৃত্ত D. পরাবৃত্ত **Ans. C**

15. $x^2 + y^2 + 2x + y = 0$ বৃত্তের $(0, 0)$ বিন্দুতে স্পর্শকের সমীকরণ- [01-02]
 A. $x + 2y = 1$ B. $2x + y = 0$
 C. $x + 2y = 0$ D. $2x + y = 1$

Ans B Solve স্পর্শকের সমীকরণ-
 $xx_1 + yy_1 + g(x+x_1) + f(y+y_1) + c = 0$
 $\therefore x + \frac{y}{2} = 0 \Rightarrow 2x + y = 0$

খুলনা বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $(1, -1)$ বিন্দু থেকে $2x^2 + 2y^2 - x + 3y + 1 = 0$ বৃত্তের উপর স্পর্শকের দৈর্ঘ্য কত? [15-16, 14-15; IU 15-16, 08-09; RU 14-15, 09-10]
 A. $\frac{1}{\sqrt{2}}$ B. $\frac{1}{\sqrt{3}}$ C. $\sqrt{2}$ D. $\sqrt{3}$

Ans A Solve $2x^2 + 2y^2 - x + 3y + 1 = 0$
 $\Rightarrow x^2 + y^2 - \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}y + \frac{1}{2} = 0$

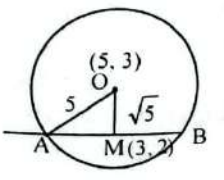
স্পর্শকের দৈর্ঘ্য = $\sqrt{1^2 + (-1)^2 - \frac{1}{2} \cdot 1 + \frac{3}{2}(-1) + \frac{1}{2}}$
 $= \sqrt{1 + 1 - \frac{1}{2} + \frac{3}{2} + \frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

02. $(3, 5)$ কেন্দ্র বিশিষ্ট ও y অক্ষকে স্পর্শ করে এমন বৃত্তের সমীকরণ- [11-12]
 A. $x^2 + y^2 - 6x - 10y + 25 = 0$ B. $x^2 + y^2 - 10x - 6y + 25 = 0$
 C. $x^2 + y^2 - 6x - 10y + 9 = 0$ D. $x^2 + y^2 - 10x - 6y + 9 = 0$

Ans A Solve y অক্ষকে স্পর্শ করলে $c = f^2 = (-5)^2 = 25$
 option (A) এর কেন্দ্র $(3, 5)$ এবং $c = 25$

03. একটি বৃত্তের ব্যাসার্ধ 5, কেন্দ্রের স্থানাঙ্ক $(5, 3)$ এর যে জ্যা $(3, 2)$ বিন্দুতে সমদ্বিখণ্ডিত হয় তার দৈর্ঘ্য কত? [10-11]
 A. $4\sqrt{3}$ B. $4\sqrt{5}$ C. $4\sqrt{7}$ D. $4\sqrt{8}$

Ans B Solve $OA^2 = AM^2 + OM^2$
 $\Rightarrow 5^2 = \left(\frac{AB}{2}\right)^2 + (5-3)^2 + (3-2)^2$
 $\Rightarrow 25 - 4 - 1 = \frac{AB^2}{4}$
 $\Rightarrow \sqrt{4 \times 20} = AB \Rightarrow AB = 4\sqrt{5}$



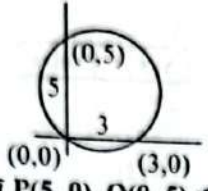
বিকল্প: $OM = \sqrt{(5-3)^2 + (3-2)^2} = \sqrt{4+1} = \sqrt{5}$
 $AO = 5, AB = 2\sqrt{AO^2 - OM^2} = 2\sqrt{5^2 - (\sqrt{5})^2} = 2\sqrt{20} = 4\sqrt{5}$

শাহজালাল বিশ্ববিদ্যালয় জর্জি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
[পট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

06. দুইবিন্দুগামী একটি বৃত্ত x ও y অক্ষদ্বয়ের ধনাত্মক দিক হতে যথাক্রমে 3 একক ও 5 একক অংশ ছেদ করে। এরূপ বৃত্তের সমীকরণ কোনটি? [15-16]
A. $x^2 + y^2 - 5x - 5y = 0$ B. $x^2 + y^2 - 3x - 5y = 0$
C. $x^2 + y^2 - 3x - 2y = 0$ D. $x^2 + y^2 - 3x - 3y = 0$
E. $x^2 + y^2 - 7x - 5y = 0$

Ans B Solve

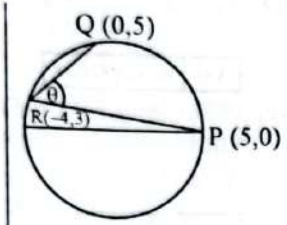
(3, 0), (0, 5) কে ব্যাস ধরে বৃত্তের সমীকরণ
 $(x-3)(x-0) + (y-0)(y-5) = 0$
 $x^2 + y^2 - 3x - 5y = 0$



07. $x^2 + y^2 = 25$ বৃত্তের পরিধির উপর তিনটি বিন্দু P(5, 0), Q(0, 5) এবং R(-4, 3) হলে $\angle PRQ$ এর মান কত? [15-16]
A. $\frac{\pi}{8}$ B. $\frac{\pi}{6}$ C. $\frac{\pi}{4}$
D. $\frac{\pi}{3}$ E. $\frac{\pi}{2}$

Ans C Solve

PR-এর ঢাল,
 $m_1 = \frac{3-0}{-4-5} = -\frac{1}{3}$
QR-এর ঢাল, $m_2 = \frac{3-5}{-4-0} = -\frac{2}{4} = -\frac{1}{2}$
কোণের মধ্যবর্তী কোণ = θ হলে
 $\tan \theta = \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}}{1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}} = \frac{\frac{5}{6}}{\frac{5}{6}} = 1 \therefore \theta = \frac{\pi}{4}$



08. কোন শর্তসাপেক্ষে (-1, 2) বিন্দুটি $x^2 + y^2 - 2x + 2y + c = 0$ বৃত্তের ভিতরে অবস্থান করবে? [15-16]
A. $c = 11$ B. $c = 0$ C. $c = -11$
D. $c < -11$ E. $c > -11$

Ans D Solve

ভিতরে অবস্থান করবে, যখন
 $(-1)^2 + 2^2 - 2(-1) + 2(2) + c < 0$
 $\Rightarrow 1 + 4 + 2 + 4 + c < 0 \Rightarrow c < -11$

09. c এর মান কত হলে $y = -2x + c$ সরলরেখাটি $x^2 + y^2 = 3$ বৃত্তকে স্পর্শ করে? [14-15]
A. 0 B. 15 C. $\pm\sqrt{3}$
D. $\pm\sqrt{10}$ E. $\pm\sqrt{15}$

Ans E Solve

$y = -2x + c \Rightarrow 2x + y - c = 0$,
বৃত্ত $x^2 + y^2 = (\sqrt{3})^2$ কেন্দ্র (0, 0) ব্যাসার্ধ = $\sqrt{3}$ এর স্পর্শক।
 $\therefore \frac{|0+0-c|}{\sqrt{4+1}} = \sqrt{3} \Rightarrow c = \pm\sqrt{15}$

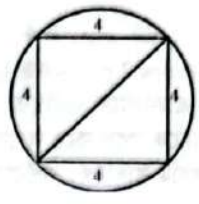
Shortcut: $c = \pm a\sqrt{1+m^2}$ [এখানে, $a = \sqrt{3}$, $m = -2$]
 $c = \pm\sqrt{3} \cdot \sqrt{1+(-2)^2} = \pm\sqrt{15}$

10. নিচের কোন সরল রেখাটি $x^2 + y^2 - 6x + 2y = 0$ বৃত্তকে সমান দুইভাগে বিভক্ত করে? [13-14]
A. $x - 2y = 0$ B. $3x + y = 0$ C. $x + 3y = 0$
D. $x - 3y = 0$ E. $x + 2y = 0$
Ans C Solve $x^2 + y^2 - 6x + 2y = 0$ বৃত্তের কেন্দ্র (3, -1)।
(3, -1) বিন্দু সিদ্ধ করে $x + 3y = 0$ সরলরেখাকে যা ব্যাস, বৃত্তকে সমান দুইভাগে বিভক্ত করে।

06. 4 একক বহুবিধিষ্ট একটি বর্গক্ষেত্রের চারটি শীর্ষবিন্দু দিয়ে যে বৃত্ত আঁকা হয় তার ক্ষেত্রফল কত? [SUST 12-13]
A. 4π B. 8π C. 12π
D. 16π E. $4\sqrt{2}\pi$

Ans B Solve

কর্ণের দৈর্ঘ্য = $\sqrt{4^2 + 4^2}$
 $= 4\sqrt{2} =$ ব্যাস
ব্যাসার্ধ $r = \frac{4\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}$
 \therefore বৃত্তের ক্ষেত্রফল = πr^2
 $= \pi (2\sqrt{2})^2 = 8\pi$



07. $y^2 = x$ এবং $x^2 = y$ পরাবৃত্তদ্বয়ের ছেদবিন্দুর সংযোজককে ব্যাস ধরে অঙ্কিত বৃত্তের কেন্দ্র- [B 12-13]
A. (0, 0) B. $(1, \frac{1}{2})$ C. $(-\frac{1}{2}, 1)$
D. (0, 1) E. $(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}})$

Ans D Solve

$y^2 = x \Rightarrow x^4 - x = 0 \therefore x = 0, 1 \therefore y = 0, 1$
বৃত্তটি, $(x-0)(x-0) + (y-1)(y-1) = 0$
 $\Rightarrow x^2 + y^2 - 2y + 1 = 0 \therefore$ কেন্দ্র (0, 1)

08. $x^2 + y^2 - 3x + 10y - 15 = 0$ বৃত্তের (4, -11) বিন্দুতে সম্পর্কের সমীকরণ হবে। [SUST H11-12]
A. $3x + 4y - 22 = 0$ B. $5x - 12y - 152 = 0$
C. $-5x - 12y + 152 = 0$ D. $-2x + 2y + 55 = 0$
E. $12x - 5y + 5 = 0$

Ans B Solve

যে option টি (4, -11) দ্বারা সিদ্ধ হবে, সেটাই সঠিক উত্তর।
(A) option দ্বারা $3 \cdot 4 + 4(-11) - 22 = 0$ সিদ্ধ হয় না।
(B) option দ্বারা $5 \cdot 4 - 12(-11) - 152 = 0$
 $20 + 132 - 152 = 0 \Rightarrow 0 = 0 \therefore$ সঠিক Ans: (B)

09. (4, 3) বিন্দুকে কেন্দ্র করে কত ব্যাসার্ধের বৃত্ত অংকন করলে $x^2 + y^2 = 4$ বৃত্তকে স্পর্শ করবে? [11-12, 07-08]
A. 3 B. 2 C. 5 D. 1 E. 7
Ans A Solve (4, 3) বিন্দু থেকে $x^2 + y^2 = (2)^2$ বৃত্তের কেন্দ্র (0, 0)

এর দূরত্ব = $\sqrt{4^2 + 3^2} = 5$
 \therefore অঙ্কিত বৃত্তের ব্যাসার্ধ হবে = $5 - 2 = 3$

10. $4x^2 + 4y^2 - 4x - 24y + 17 = 0$ বৃত্তের ক্ষেত্রফল- [09-10]
A. 15.7 B. 2.3561 C. 3.14 D. 6.28
Ans A Solve বৃত্তের সমীকরণ: $x^2 + y^2 - x - 6y + \frac{17}{4} = 0$

এখানে $g = \frac{1}{2}$, $f = 3$ এবং $c = \frac{17}{4}$

ব্যাসার্ধ $r = \sqrt{\frac{1}{4} + 9 - \frac{17}{4}} = \sqrt{5} \therefore$ বৃত্তের ক্ষেত্রফল = $\pi r^2 = 15.7$

11. 6 একক দৈর্ঘ্য বিশিষ্ট একটি জ্যা $(x-3)^2 + (y-4)^2 = 25$ বৃত্তের কেন্দ্রে কত ডিগ্রী কোণ তৈরি করে? [08-09]
A. $\sin^{-1}(\frac{6}{5})$ B. $\sin^{-1}(\frac{3}{5})$ C. $2\sin^{-1}(\frac{3}{5})$ D. $\tan^{-1}(\frac{6}{5})$

Ans C Solve

6 একক দৈর্ঘ্য বিশিষ্ট একটি জ্যা।
বৃত্তের ব্যাসার্ধ = 5 \therefore বৃত্তের ব্যাস = $2 \times 5 = 10$

নির্ণেয় কোণ = $2\sin^{-1} \frac{6}{10} = 2\sin^{-1} \frac{3}{5}$

12. $(x-3)^2 + (y-4)^2 = 25$ বৃত্তের কেন্দ্র হতে 3 একক দূরত্বে অবস্থিত জ্যা এর দৈর্ঘ্য কত একক- [07-08]

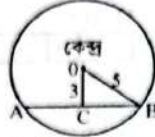
- A. 5 B. 4 C. 3 D. 8

Ans D Solve $(x-3)^2 + (y-4)^2 = 25$

বৃত্তটির কেন্দ্র = (3, 4) এবং ব্যাসার্ধ 5

চিত্রে $BC = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$

AB জ্যা = $4 \times 2 = 8$ একক।



13. দুটি বৃত্ত এমনভাবে অবস্থিত যে একটি অপরটির বাহিরে অবস্থিত এবং একে অপরকে স্পর্শ করে আছে। তাদের কেউই যদি বিন্দু বৃত্ত না হয় তবে তাদের কয়টি সাধারণ স্পর্শক আঁকা যাবে? [05-06]

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Ans C Solve দুটি বৃত্ত পরস্পরকে যথেষ্ট বিহীনভাবে স্পর্শ করছে তবে সাধারণ স্পর্শক হবে 3টি।

ইসলামী বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $x^2 + y^2 - 5x - 3y + 16 = 0$ বৃত্তের সাপেক্ষে (1, 2) বিন্দুর অবস্থান- [15-16]

- A. ভিতরে B. বাইরে C. মধ্যবর্তী D. কোনটিই নয়

Ans B Solve (1, 2) বৃত্তে বসিয়ে পাই,

$1^2 + 2^2 - 5 \cdot 1 - 3 \cdot 2 + 16 = 10 > 0$ ∴ বিন্দুটি বাইরে অবস্থিত।

02. একটি বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর যার কেন্দ্র (4, 5) বিন্দুতে অবস্থিত এবং যা $x^2 + y^2 + 4x - 6y - 12 = 0$ বৃত্তের কেন্দ্র দিয়ে যায়- [15-16]

- A. $x^2 + y^2 - 8x - 10y + 1 = 0$ B. $x^2 + y^2 - 8x - 10y + 1 = 0$
C. $x^2 + y^2 - 8x - 10y + 5 = 0$ D. $x^2 + y^2 - 20x - 10y + 1 = 0$

Ans B Solve $x^2 + y^2 + 4x - 6y - 12 = 0$

$\Rightarrow x^2 + y^2 + 2(2)x + 2(3)y - 12 = 0$

কেন্দ্র (-2, +3)

নির্ণেয় বৃত্তের ব্যাসার্ধ = $\sqrt{(4+2)^2 + (5-3)^2} = \sqrt{6^2 + 4} = \sqrt{40}$

∴ বৃত্তের সমীকরণ, $(x-4)^2 + (y-5)^2 = (\sqrt{40})^2$

$\Rightarrow x^2 + y^2 - 8x - 10y + 16 + 25 = 40$

$\Rightarrow x^2 + y^2 - 8x - 10y + 1 = 0$

03. $x^2 + y^2 = 4$ বৃত্তের ক্ষেত্রফল কোনটি? [15-16; CU 14-15]

- A. 4π B. 3π C. 2π D. 1π

Ans A Solve $x^2 + y^2 = 4 = 2^2$ ব্যাসার্ধ = 2 ক্ষেত্রফল = $\pi \cdot 2^2 = 4\pi$

04. অক্ষকে (2, 0) বিন্দুতে স্পর্শ করে এবং (-1, 9) বিন্দু দিয়ে যায় এরূপ বৃত্তের সমীকরণ- [15-16]

- A. $x^2 + y^2 - 4x - 10y + 4 = 0$ B. $x^2 + 4y^2 - x - 10y + 4 = 0$
C. $4x^2 + y^2 - 4x - 10y = 0$ D. $x^2 + y^2 - 4x - 6y + 86 = 0$

Ans A Solve B ও C বৃত্ত নয়, সম্ভব উত্তর A অথবা D

D (2, 0) বিন্দুগামী নয়।

05. (-2, 1) বিন্দুতে $x^2 + y^2 - 4x - 6y = 7$ বৃত্তটির অভিলম্ব অপর কোন বিন্দুতে ছেদ করবে? [15-16]

- A. (3, 5) B. (4, 5) C. (6, 4) D. (6, 5)

Ans D Solve $x^2 + y^2 - 4x - 6y - 7 = 0$

$\Rightarrow x^2 + y^2 - 2(-2)x + 2(-3)y - 7 = 0$

কেন্দ্র (2, 3)



$\frac{x-2}{2} = 2 \Rightarrow x = 6$

$\frac{y+1}{2} = 3 \Rightarrow y = 5$ অপর বিন্দু (6, 5)

06. একটি বৃত্তের কেন্দ্র (-7, 5) এবং x অক্ষকে স্পর্শ করে। বৃত্তটির সমীকরণ হবে- [14-15]

- A. $x^2 + y^2 + 14x + 25 = 0$ B. $x^2 + y^2 + 14x - 10y + 49 = 0$
C. $x^2 + y^2 + 10y - 49 = 0$ D. $x^2 - 2x + 4y = 0$

Ans B Solve Shortcut: Option-B-এর

$x^2 + y^2 + 2.7x + 2(-5)y + 49 = 0$ এর কেন্দ্র (-7, 5) এছাড়া অন্যগুলোর কেন্দ্র ভিন্ন।

07. $(x-a)^2 + (y-b)^2 = c^2$ এর ক্ষেত্রফল- [14-15]

- A. πa^2 B. πb^2 C. πc^2 D. $\pi(a-b)c^2$

Ans C Solve $(x-a)^2 + (y-b)^2 = c^2$

ব্যাসার্ধ = c ∴ এর ক্ষেত্রফল = πc^2

08. নিচের কোন সমীকরণটি উভয় অক্ষকে স্পর্শ এবং (1, 8) বিন্দু দিয়ে গমন করে [14-15]

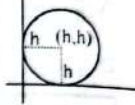
- A. $(x-5)^2 + (y-5)^2 = 5^2$ B. $(x-3)^2 + (y-3)^2 = 5^2$
C. $(x-5)^2 + (x-5)^2 = 3^2$ D. $(x-3)^2 + (x-5)^2 = 3^2$

Ans A Solve

Shortcut: যে বৃত্তের কেন্দ্রের ভূজ = কোটি = ব্যাসার্ধ

Option A এর কেন্দ্রের ভূজ = কোটি = 5

এবং ব্যাসার্ধ = 5



09. $3x^2 + 2y^2 - 5x + 4 = 0$ বৃত্তটির ব্যাসার্ধ- [13-14]

- A. $\sqrt{11/6}$ B. $\sqrt{13/6}$ C. $\sqrt{13/5}$ D. $-\sqrt{13/6}$

Ans Blank Solve এটি বৃত্তের সমীকরণ নয়।

10. কোন বৃত্তের কেন্দ্র (4, 5) এবং তার একটি ব্যাসের প্রান্ত (8, 9) হলে, ঐ ব্যাসের অপর প্রান্তের স্থানাঙ্ক হবে- [F 12-13; RU 09-10]

- A. (6, 7) B. (2, 2) C. (0, 1) D. (4, 4)

Ans C Solve $4 = \frac{8+x}{2} \Rightarrow x = 0$ এবং $5 = \frac{9+y}{2} \Rightarrow y = 1$

∴ ব্যাসের অপর প্রান্তে স্থানাঙ্ক = (0, 1)

11. $x = \sqrt{6}$ রেখাটি $x^2 + y^2 = 6$ বৃত্তকে স্পর্শ করলে স্পর্শ বিন্দুর স্থানাঙ্ক- [F 12-13]

- A. $(-\sqrt{5}, 1)$ B. $(\sqrt{6}, 0)$
C. $(\sqrt{5}, -1)$ D. $(\sqrt{5}, 1)$

Ans B

12. $x^2 + y^2 = 16$ বৃত্তের উপরে অবস্থিত বিন্দুটি- [10-11]

- A. (-4, 0) B. (4, 4) C. (4, 1) D. (1, 4)

Ans A Solve $4^2 + 0^2 = 16$ ∴ (-4, 0) অংশনটি সমীকরণ সিদ্ধ করে।

13. সাধারণ জ্যা এর সমীকরণ নির্ণয় কর যখন বৃত্তের সমীকরণ- [08-09; SUST 00-01]

- $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 36 = 0$ এবং $x^2 + y^2 - 5x + 8y - 43 = 0$
A. $4x - 2y + 9 = 0$ B. $4x + 2y - 7 = 0$
C. $x - 2y + 7 = 0$ D. $x + 2y + 1 = 0$

Ans C Solve $S_1 = x^2 + y^2 - 4x + 6y - 36 = 0$

$S_2 = x^2 + y^2 - 5x + 8y - 43 = 0$

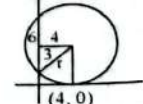
সাধারণ জ্যা এর সমীকরণ = $S_2 - S_1 = x - 2y + 7 = 0$

14. একটি বৃত্ত x অক্ষকে (4, 0) বিন্দুতে স্পর্শ করে এবং y অক্ষ হতে 6 একক দৈর্ঘ্যের জ্যা কর্তন করে। বৃত্তের ব্যাসার্ধ হবে- [05-06]

- A. 4 একক B. 5 একক C. 6 একক D. 3 একক

Ans B Solve

বৃত্তের ব্যাসার্ধ $r = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$



15. $x^2 + y^2 - 4 = 0$ বৃত্তের বাইরে অবস্থিত বিন্দুটি [04-05]

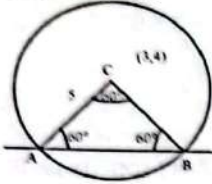
- A. (2, 0) B. (2, 3)
C. (0, 2) D. (1, 1)

Ans B

যশোর বিজ্ঞান ও প্রযুক্তি বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $(x - 3)^2 + (y - 4)^2 = 25$ বৃত্তের একটি জ্যা কেন্দ্রে 60° কোণ উৎপন্ন করে। জ্যা এর দৈর্ঘ্য কত? [15-16]
 A. 5 unit B. 2 unit C. 1 unit
 D. 7 unit E. 5.5 unit

Ans A Solve



$AB = AC = BC = \text{ব্যাসার্ধ} = 5$

AB = 5 Unit

02. $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 3 = 0$ বৃত্তে অন্তর্লিখিত সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল কত? [15-16]
 A. $9\sqrt{3}/4$ B. $12\sqrt{2}/3$ C. $12\sqrt{3}$
 D. $16\sqrt{3}$ E. $9\sqrt{2}$

Ans C Solve

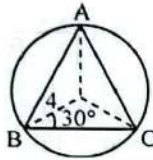
$x^2 + y^2 - 4x + 6y - 3 = 0$
 $\Rightarrow x^2 + y^2 + 2(-2)x + 2(3)y - 3 = 0$
 কেন্দ্র $(2, -3)$, ব্যাসার্ধ $= \sqrt{4 + 9 + 3} = 4$

AB = BC = CA

$= 2 \cdot 4 \cos 30^\circ = 8 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3}$

ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \cdot 4\sqrt{3} \cdot 4\sqrt{3} \sin 60^\circ$

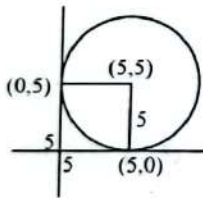
$= 24 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 12\sqrt{3}$



03. $(5, 0)$ এবং $(0, 5)$ বিন্দুতে অঙ্কনকৃত স্পর্শকারী বৃত্তের ব্যাসার্ধ কত? [14-15]
 A. 0 B. 5 C. 10
 D. 25 E. 100

Ans B Solve

$(5, 0)$ ও $(0, 5)$ বিন্দুদ্বয়ে স্পর্শকারী বৃত্তের কেন্দ্র $(5, 5)$ ব্যাসার্ধ = 5



ভাসানী বিজ্ঞান ও প্রযুক্তি বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

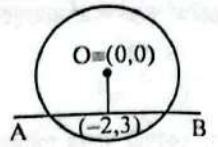
01. $x^2 + y^2 = 81$ বৃত্তের একটি জ্যা $(-2, 3)$ বিন্দুতে সমদ্বিখন্ডিত হলে জ্যা-এর সমীকরণ- [15-16; KU 01-02; JU 03-04; SUST 09-10]
 A. $2x - 3y + 13 = 0$ B. $3x - 2y + 13 = 0$
 C. $2x - 3y - 13 = 0$ D. $3x - 2y - 13 = 0$

Ans A Solve $x^2 + y^2 = 81$

$\Rightarrow x^2 + y^2 = 9^2$
 কেন্দ্র $(0, 0)$, ব্যাসার্ধ = 9

জ্যাটির ঢাল $= -\frac{-2}{3} = \frac{2}{3}$

\therefore জ্যাটির সমীকরণ, $y - 3 = \frac{2}{3}(x + 2)$
 $3y - 9 = 2x + 4 \Rightarrow 2x - 3y + 13 = 0$



বি.দ্র: $(-2, 3)$ দ্বারা শুধু Option A সিদ্ধ হয়।

02. m এর মান কত হলে $mx - y = 0$ রেখাটি $x^2 + y^2 = px + qy$ বৃত্তকে স্পর্শ করে? [15-16]

A. $\frac{p}{q}$ B. $\frac{q}{p}$ C. $\frac{-p}{q}$ D. $\frac{-q}{p}$

03. r এর কোন মানের জন্য $x^2 + y^2 = r^2$ এবং $x^2 + y^2 - 6x + 5 = 0$ বৃত্ত দুইটি অন্তঃস্থভাবে স্পর্শ করবে? [15-16]

A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

Ans D Solve $x^2 + y^2 = r^2$ কেন্দ্র $(0, 0)$, ব্যাসার্ধ $r_1 = r$
 $x^2 + y^2 + 2(-3)x + 2(0)y + 5 = 0$
 কেন্দ্রদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব $= \sqrt{(3-0)^2 + (0-0)^2} = 3$
 কেন্দ্র $(-3, 0)$, ব্যাসার্ধ $r_2 = \sqrt{9 - 5} = 2$
 অন্তঃস্পর্শ করবে, যখন $3 = r - 2 \Rightarrow r = 5$

04. $x^2 + y^2 - 8x + 6y + 21 = 0$ বৃত্তের ক্ষেত্রফল কত? [15-16]

A. 4π B. 6π C. 8π D. 5π

Ans C Solve $x^2 + y^2 - 8x + 6y + 21 = 0$

$\Rightarrow x^2 + y^2 + 2(-4)x + 2(3)y + 21 = 0$
 কেন্দ্র $(4, -3)$ ব্যাসার্ধ $= \sqrt{16 + 9 - 21} = \sqrt{4} = 2$
 ক্ষেত্রফল $= \pi \cdot 2^2 = 4\pi$

05. $(4, -2)$ কেন্দ্রবিশিষ্ট একটি বৃত্ত $x^2 + y^2 - 2y - 15 = 0$ বৃত্তটিকে বহিঃস্থভাবে স্পর্শ করে। বৃত্তটির ব্যাসার্ধ কত? [A 12-13]
 A. 1 B. 2 C. 3 D. 4 **Ans. A**

পাবনা বিজ্ঞান ও প্রযুক্তি বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. দুটি বৃত্ত পরস্পরকে বহিঃস্থভাবে স্পর্শ করলে তাদের কয়টি সাধারণ স্পর্শক বিদ্যমান? [15-16]

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Ans C Solve সাধারণ স্পর্শক 3টি।



02. $(-2, 3)$ বিন্দু হতে $2(x^2 + y^2) = 3$ বৃত্তে অঙ্কিত স্পর্শকের দৈর্ঘ্য কত? [15-16]

A. $\sqrt{-\frac{3}{7}}$ B. $\sqrt{\frac{3}{7}}$ C. $\sqrt{3}$ D. $\sqrt{\frac{23}{2}}$

Ans D Solve $x^2 + y^2 - \frac{3}{2} = 0$

দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(-2)^2 + 3^2 - \frac{3}{2}}$
 $= \sqrt{4 + 9 - \frac{3}{2}} = \sqrt{\frac{23}{2}}$

03. যদি $y = mx + c$ রেখাটি $x^2 + y^2 = a^2$ বৃত্তের স্পর্শক হয় তবে কোনটি সত্য? [15-16; BU 14-15; RU 14-15; CU 15-16]

A. $c = \pm \sqrt{1 + m^2}$ B. $c = \pm a\sqrt{1 + m^2}$
 C. $c = a^2 + m^2$ D. $c = a$

Ans B Solve স্পর্শক হবে যখন $c = \pm a\sqrt{1 + m^2}$

04. K এর কোন মানের জন্য $(x - y + 3)^2 + (kx + 2)(y - 1) = 0$ সমীকরণটি একটি বৃত্ত নির্দেশ করে? [15-16, 14-15; BUET 14-15; DU 08-09, 00-01; RU 14-15]

- A. 2 B. 1 C. -2 D. -1

Ans A Solve $(x - y + 3)^2 + (kx + 2)(y - 1) = 0$
 $\Rightarrow x^2 + y^2 + 9 - 2xy + 6x - 6y + kxy - kx + 2y - 2 = 0$
 $\Rightarrow x^2 + y^2 + (k - 2)xy + (6 - k)x - 4y + 7 = 0$
 $\Rightarrow k - 2 = 0$ হলে বৃত্ত হবে। $\therefore k = 2$

05. $x^2 + y^2 - 6x - 4y + c = 0$ বৃত্তটি 'y' অক্ষকে স্পর্শ করলে 'c' এর মান কত? [14-15]

- A. 7 B. 4 C. 6 D. 5

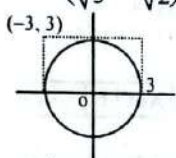
Ans B Solve $x^2 + y^2 - 6x - 4y + c = 0$
 $\therefore g = -3, f = -2, c = c$
 $\therefore y$ -অক্ষকে স্পর্শ করলে $f^2 - c = 0$
 $\Rightarrow c = f^2 = (-2)^2 = 4$

বঙ্গবন্ধু শেখ মুজিবুর রহমান বিজ্ঞান ও প্রযুক্তি বিশ্ববিদ্যালয়
 [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. নিচের কোন ক্রমজোড়টি $x^2 + y^2 \leq 9$ অসমতার লেখাচিত্রের অন্তর্গত নয়? [15-16]

- A. (-3, 0) B. (-3, 3) C. (3, 0) D. $(\frac{2}{\sqrt{3}}, -\frac{1}{\sqrt{2}})$

Ans B Solve (-3, 3) ক্রমজোড়টি অসমতার লেখাচিত্রের অন্তর্গত নয়।



02. $x^2 + y^2 - 8x + 4y + c = 0$ বৃত্তটি যদি x অক্ষকে স্পর্শ করে, তবে c এর মান কত? [15-16]

- A. 15 B. 16 C. 17 D. 18

Ans B Solve $x^2 + y^2 + 2(-4)x + 2(2)y + c = 0$
 বৃত্তটি x অক্ষের স্পর্শ করে, $\therefore c = g^2 = (-4)^2 = 16$

03. $4x^2 + 4y^2 - 4x - 24y + 17 = 0$ বৃত্তের ক্ষেত্রফল কত? [14-15]

- A. 3π B. $\frac{3}{2}\pi$ C. 5π D. $\frac{5}{2}\pi$

Ans C Solve $4x^2 + 4y^2 - 4x - 24y + 17 = 0$
 $\Rightarrow x^2 + y^2 - x - 6y + \frac{17}{4} = 0$

$\therefore g = -\frac{1}{2}, f = -3; c = \frac{17}{4}$
 ব্যাসার্ধ $= \sqrt{\frac{1}{4} + 9 - \frac{17}{4}} = \sqrt{\frac{1 + 36 - 17}{4}} = \sqrt{5}$
 ক্ষেত্রফল $= \pi(\sqrt{5})^2 = 5\pi$

চট্টগ্রাম ভেটেরিনারী বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. একটি বৃত্তের কেন্দ্রের স্থানাঙ্ক $(-2, -3)$ । বৃত্তটি y-অক্ষকে স্পর্শ করে। বৃত্তের ব্যাসার্ধ কত একক? [15-16]

- A. 3 B. 4 C. 2 D. -2

Ans C Solve

 \therefore ব্যাসার্ধ = 2

02. $x^2 + y^2 = 1$ বৃত্তটির $(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}})$ বিন্দুতে স্পর্শকের ঢাল হবে- [14-15]

- A. -1 B. 1 C. 0 D. $\frac{1}{\sqrt{2}}$

Ans A Solve $x^2 + y^2 = 1$ বৃত্তটির $(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}})$ বিন্দুতে স্পর্শক,

$x \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} + y \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = 1$
 $\Rightarrow x + y = \sqrt{2} \Rightarrow y = -x + \sqrt{2}$
 $\Rightarrow y = (-1)x + \sqrt{2}$ ঢাল = -1

Shortcut: $2x + 2y \frac{dy}{dx} = 0,$
 $\Rightarrow \frac{dy}{dx} = -\frac{x}{y} = -\frac{\frac{1}{\sqrt{2}}}{\frac{1}{\sqrt{2}}} = -1$

03. $4x^2 + 4y^2 = 1$ দ্বারা আবদ্ধ ক্ষেত্রের কেন্দ্র হতে পরিধির উপর দূরত্ব কত একক? [14-15]

- A. $\frac{1}{4}$ B. 2 C. 4 D. $\frac{1}{2}$

Ans D Solve $4x^2 + 4y^2 = 1$
 $\Rightarrow x^2 + y^2 = \frac{1}{4} = (\frac{1}{2})^2$

কেন্দ্র হতে পরিধির দূরত্ব = ব্যাসার্ধ = $\frac{1}{2}$

বিনাইদহ ভেটেরিনারী বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $x^2 + y^2 - 24x + 10y = 0$ বৃত্তের ব্যাসার্ধ কত?

- A. 7 B. 5 C. 13 D. 12

Ans C Solve $x^2 + y^2 + 2(-12)x + 2(5)y = 0$
 ব্যাসার্ধ $= \sqrt{(-12)^2 + 5^2} = 13$

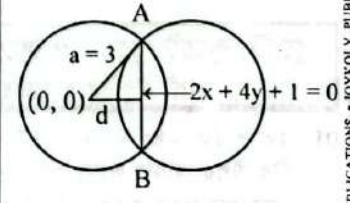
বাংলাদেশ কৃষি বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $x^2 + y^2 = 9$ এবং $x^2 + y^2 + 2x + 4y + 1 = 0$ বৃত্তদ্বয়ের সাধারণ জ্যা এর দৈর্ঘ্য হবে- [14-15]

- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5 E. 6

Ans C Solve $x^2 + y^2 = 9$ ----- (i) কেন্দ্র (0,0) ব্যাসার্ধ a = 3
 $x^2 + y^2 + 2x + 4y + 1 = 0$ ----- (ii)
 (ii) - (i) $\Rightarrow 2x + 4y + 10 = 0$

$d = \frac{10}{\sqrt{4 + 16}}$
 $= \frac{10}{\sqrt{20}} = \frac{10}{2\sqrt{5}}$
 $= \sqrt{5}$
 $AB = 2\sqrt{a^2 - d^2}$
 $= 2\sqrt{3^2 - (\sqrt{5})^2}$
 $= 2\sqrt{9 - 5} = 2\sqrt{4} = 2 \times 2 = 4$



02. $x^2 + y^2 + 2x + 3y + 11 = 0$ এবং $x^2 + y^2 + 4x + 3y + 12 = 0$ বৃত্ত দুইটির সাধারণ জ্যা এর সমীকরণ নিচের কোনটি? [14-15]

- A. $x = -\frac{1}{2}$ B. $2x + y = 0$ C. $y = x$ D. $x = -2y$

Ans A Solve $S_1 = x^2 + y^2 + 2x + 3y + 11 = 0$
 $S_2 = x^2 + y^2 + 4x + 3y + 12 = 0$

সাধারণ জ্যা $S_1 - S_2 = 0 \Rightarrow 2x + 1 = 0 \Rightarrow x = -\frac{1}{2}$

03. $px^2 + 2px + qy + p^2y^2 = 0$ সমীকরণটি দ্বারা কি নির্দেশ করে? [14-15]

- A. একজোড়া সরল রেখা B. বৃত্ত C. পরাবৃত্ত D. উপবৃত্ত

Ans B Solve x^2 ও y^2 এর সহগ অভিন্ন এবং ও একই চিহ্ন হুক্ত এবং xy হুক্ত পদ অনুপস্থিত। \therefore এটি বৃত্ত হবে।

মেরিন একাডেমী ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
 [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ বৃত্তটি মূলবিন্দু দিয়ে অতিক্রম করলে: [15-16]

- A. $f = 0$ B. $g = 0$ C. $c = 0$ D. $x = y$

Ans C Solve $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ বৃত্তটি মূলবিন্দুগামী হলে, $c = 0$

02. r_1 ও r_2 ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট দুটি বৃত্তের বহিঃস্থভাবে পরস্পরকে স্পর্শ করার শর্ত নিম্নরূপ যখন কেন্দ্রদ্বয়ের দূরত্ব? [15-16]

- A. $r_1 > r_2$ B. $r_2 > r_1$
 C. $r_2 = r_1$ D. $r_1 + r_2$

Ans D Solve

$C_1C_2 = r_1 + r_2$



03. $x^2 + y^2 + 2x + 2y + 1 = 0$ বৃত্ত দ্বারা x - অক্ষের কর্তিত অংশ? [15-16; IU 10-11]

- A. 1 B. 0 C. 2 D. 4

Ans B Solve $x^2 + y^2 + 2x + 2y + 1 = 0$

$x^2 + y^2 + 2.1.x + 2.1.y + 1 = 0; g = 1, c = 1$

x - অক্ষ কর্তিত অংশ $= 2\sqrt{g^2 - c} = 2\sqrt{1^2 - 1} = 0$

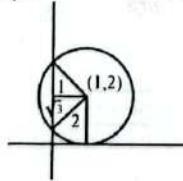
বাংলাদেশ টেক্সটাইল বিশ্ব: ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
 [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. (1, 2) কেন্দ্র বিশিষ্ট একটি বৃত্ত x - অক্ষকে স্পর্শ করে। y - অক্ষ হতে বৃত্তটি দ্বারা খণ্ডিত অংশের পরিমাণ কত? [15-16]

- A. $\sqrt{3}$ B. $2\sqrt{2}$ C. $2\sqrt{3}$ D. 3

Ans C Solve

y - অক্ষ ছেদাংশ
 $= 2\sqrt{2^2 - 1^2}$
 $= 2\sqrt{3}$



বুয়েট, কুয়েট, চুয়েট ও রুয়েট ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
 [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $4x^2 + 4y^2 - 8x + 24y - 17 = 0$ বৃত্তের কেন্দ্র হতে $x - y - 6 = 0$ জ্যা টির উপর অঙ্কিত লম্বের পাদ বিন্দু হতে জ্যাটি Y অক্ষকে যেখানে ছেদ করে তার দূরত্ব কত? [KUET 15-16]

- A. $4\sqrt{2}$ B. $2\sqrt{2}$ C. $\sqrt{2}$
 D. $5\sqrt{2}$ E. $7\sqrt{2}$

Ans B Solve $x^2 + y^2 - 2x + 6y - \frac{17}{4} = 0$ এর কেন্দ্র (1, -3) গামী

$x - y - 6 = 0$ এর লম্বরেখার সমীকরণ $x - 1 + y + 3 = 0$

$x + y + 2 = 0$

(+) $2x = 4 \Rightarrow x = 2, y = -4$, পাদবিন্দু (2, -4)

আবার, $x - y = 6 \Rightarrow \frac{x}{6} + \frac{y}{-6} = 1, y$ অক্ষে বিন্দু (0, -6)

\therefore নির্ণেয় দূরত্ব $= \sqrt{(2-0)^2 + (-4+6)^2} = 2\sqrt{2}$

02. $x^2 + y^2 = 16$ বৃত্তের স্পর্শক x অক্ষের সাথে 30° কোণ উৎপন্ন করে। স্পর্শকটির সমীকরণ নির্ণয় কর। [CUET 15-16]

- A. None of them B. $\sqrt{3}y = x - 8$ C. $y = \sqrt{3}x + 8$ D. $\sqrt{3}y = x + 8$

Ans A Solve $y = \tan 30^\circ x + c$

$\Rightarrow y = \frac{1}{\sqrt{3}}x + c \Rightarrow \sqrt{3}y = x + \sqrt{3}c \Rightarrow x - \sqrt{3}y + \sqrt{3}c = 0$

(0, 0) হতে লম্ব দূরত্ব $= 4 \Rightarrow 4 = \left| \frac{\sqrt{3}c}{1 + 3} \right| \Rightarrow c = \pm \frac{16}{\sqrt{3}}$

\therefore স্পর্শক $x - \sqrt{3}y + \sqrt{3} \times \pm \frac{16}{\sqrt{3}} = 0 \Rightarrow x - \sqrt{3}y \pm 16 = 0$

03. (2, 3) কেন্দ্র ও 6 একক ব্যাস বিশিষ্ট বৃত্তটি দ্বারা x অক্ষের খণ্ডিত অংশের দৈর্ঘ্য হবে- [KUET 14-15]

- A. 4 B. $2\sqrt{10}$ C. $4 + 2\sqrt{10}$
 D. $6 + 2\sqrt{5}$ E. 0

Ans E Solve $(x-2)^2 + (y-3)^2 = \left(\frac{6}{2}\right)^2$

$\Rightarrow x^2 + y^2 - 4x - 6y + 4 = 0 \quad g = -2, c = 4$

$\therefore x$ - অক্ষের খণ্ডিত অংশের পরিমাণ $= 2\sqrt{g^2 - c} = 2\sqrt{(-2)^2 - 4} = 0$

04. একটি বৃত্ত y - অক্ষকে স্পর্শ করে এবং (3, 0) ও (7, 0) বিন্দু দিয়ে যায়। বৃত্তটির কেন্দ্রের স্থানাঙ্ক হবে- [BUET 13-14]

- A. $(4, \pm\sqrt{20})$ B. $(4, \pm 5)$ C. $(5, 21)$ D. $(5, \pm\sqrt{21})$

Ans D Solve Shortcut: যে Option হতে (3, 0) ও (7, 0) এর দূরত্ব সমান সেটাই সঠিক উত্তর। এখানে,

D $(5, \pm\sqrt{21})$ হতে (3, 0) এর দূরত্ব,

$= \sqrt{(5-3)^2 + (\pm\sqrt{21}-0)^2} = 5$, আবার, D হতে (7, 0) এর দূরত্ব 5

05. (0, -1) এবং (2, 3) বিন্দুদ্বয়ের সংযোগ রেখাকে ব্যাস ধরে অঙ্কিত বৃত্তটি x - অক্ষ থেকে যে পরিমাণ অংশ কাঁটে তা হল: [CUET 13-14; BUET 10-11]

- A. 4 B. 2 C. 3 D. None

Ans A Solve $(x-0)(x-1) + (y+1)(y-3) = 0$

$\Rightarrow x^2 + y^2 - 2x - 2y - 3 = 0$

x অক্ষের ছেদাংশ $2\sqrt{g^2 - c} = 2\sqrt{1^2 + 3} = 4$

06. $x^2 + y^2 + 2x + c = 0$ এবং $x^2 + y^2 + 2y + c = 0$ বৃত্তদ্বয় পরস্পরকে স্পর্শ করলে c এর মান হবে- [BUET 12-13]

- A. 0 B. $\frac{1}{2}$ C. 1 D. 2

Ans B Solve $(x+1)^2 + y^2 = (\sqrt{1-c})^2$

$x^2 + (y+1)^2 = (\sqrt{1-c})^2 \Rightarrow C_1(-1, 0) \& C_2(0, -1)$

$|C_1C_2| = \sqrt{1+1} = \sqrt{2} = \sqrt{1-c} + \sqrt{1-c}$

$\Rightarrow 2\sqrt{1-c} = \sqrt{2} \Rightarrow 1-c = \frac{1}{2} \Rightarrow c = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

07. $x^2 + y^2 - 4x - 8y - 5 = 0$ ও $x^2 + y^2 - 6x + 14y - 8 = 0$ বৃত্তদ্বয়ের সাধারণ জ্যা বৃত্তের বৃত্তের কেন্দ্রে হতে যে দূরত্বে অবস্থিত তা হলো- [KUET 13-14]

- A. $\frac{187}{\sqrt{584}}$ B. $\frac{143}{\sqrt{584}}$
C. $\frac{243}{\sqrt{584}}$
D. $\frac{287}{\sqrt{584}}$ E. $\frac{87}{\sqrt{584}}$

Ans A Solve $x^2 + y^2 + 4x - 8y - 5 = 0$ (i)
 $x^2 + y^2 - 6x + 14y - 8 = 0$ (ii)

বৃত্তদ্বয়ের সাধারণ জ্যা-
 $x^2 + y^2 + 4x - 8y - 5 - x^2 - y^2 + 6x - 14y + 8 = 0$
 $10x - 22y + 3 = 0$

বৃত্তদ্বয়ের ব্যাসার্ধ যথাক্রমে, $\sqrt{(2)^2 + 4^2 - (-5)} = 5$
 $\sqrt{3^2 + (-7)^2 - (-8)} = \sqrt{66}$

অর্থাৎ ২য় বৃত্তটি বৃহত্তম।
(ii) নং বৃত্তের কেন্দ্রে (3, -7) হতে দুটি বৃত্তের সাধারণ জ্যা এর দূরত্ব,
 $\frac{10(3) - 22(-7) + 3}{\sqrt{10^2 + 22^2}} = \frac{187}{\sqrt{584}}$

08. কোন বৃত্তের সমান্তরাল দুইটি স্পর্শকের সমীকরণ $2x - 4y - 9 = 0$ এবং $6x - 12y + 7 = 0$ হলে বৃত্তের ব্যাসার্ধ কত? [BUET 12-13]

- A. $\frac{\sqrt{3}}{5}$ B. $\frac{17}{3\sqrt{5}}$
C. $\frac{17}{5\sqrt{3}}$ D. $\frac{17}{6\sqrt{5}}$

Ans D Solve $x - 2y - \frac{9}{2} = 0$ $x - 2y + \frac{7}{6} = 0$

$$\therefore d = \frac{\frac{7}{6} + \frac{9}{2}}{\sqrt{1^2 + 2^2}} = \frac{34}{6\sqrt{5}}$$

$$\therefore r = \frac{d}{2} = \frac{34}{12\sqrt{5}} = \frac{17}{6\sqrt{5}}$$

09. যে শর্তে $x + y = 1$ রেখাটি $x^2 + y^2 - 2ax = 0$ বৃত্তকে স্পর্শ করবে তা হল [BUET 11-12]

- A. $a^2 - 2a = 1$ B. $a^2 + 2a = -1$
C. $a^2 + 2a = 1$ D. $a^2 - 2a = -1$

Ans C Solve $x + y = 1$ রেখাটি $x^2 + y^2 - 2ax = 0$ যার কেন্দ্রে (a,

0) বৃত্তকে স্পর্শ করবে যদি, $\frac{a+0-1}{\sqrt{2}} = \pm a$

$$\Rightarrow \frac{a-1}{\sqrt{2}} = \pm a \Rightarrow a^2 - 2a + 1 = 2a^2 \Rightarrow a^2 + 2a = 1 \text{ হয়।}$$

10. একটি বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর যা x- অক্ষকে (4,0) বিন্দুতে স্পর্শ করে এবং y- অক্ষ হতে 6 একক দীর্ঘ একটি জ্যা খণ্ডিত করে। [BUET 11-12]

Solve বৃত্তটি, $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$

x অক্ষকে স্পর্শ করলে, $c = g^2$

বৃত্তটি (4, 0) বিন্দুগামী বলে, $16 + 0 + 8g + 0 + c = 0$

$$\Rightarrow g^2 + 8g + 16 = 0$$

আবার, y অক্ষতে 6 একক দীর্ঘ জ্যা খন্ডন করে, $2\sqrt{f^2 - c} = 6$

$$\Rightarrow f^2 - c = 9$$

$$\therefore f = \pm 5$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় বৃত্ত, } x^2 + y^2 - 8x \pm 10y + 16 = 0$$

11. মূলবিন্দু হইতে (h, k) বিন্দু দিয়া গমনকারী রেখা সমূহের উপর অধিকতম দূরত্বের পাদবিন্দুর সম্ভার পথের সমীকরণ কোনটি? [KUET 10-11]

- A. $x^2 + y^2 - hx - ky = 0$ B. $x^2 + y^2 - h - 2k = 0$
C. $x^2 + y^2 = 2h + k$ D. $x^2 + y^2 - 5h - k = 0$
E. $x^2 + y^2 - 4h - 7k = 0$

Ans. A

12. একটি বৃত্ত Y অক্ষকে মূলবিন্দুতে স্পর্শ করে এবং (3, -4) বিন্দু দিয়া অতিক্রম করে, বৃত্তটির সমীকরণ কোনটি? [KUET 10-11]

- A. $3x^2 + y^2 = 10x$ B. $4x^2 + y^2 = x$
C. $x^2 + 3y^2 = 7x$ D. $3x^2 + y^2 = 5x$ E. $3x^2 + 3y^2 = 25x$

Ans E Solve যেহেতু y অক্ষকে মূলবিন্দুতে স্পর্শ করে তাই $f^2 = c = 0$
 $x^2 + y^2 + 2gx = 0$; যা (3, -4) বিন্দুগামী

$$\therefore g = -\frac{25}{6} \quad x^2 + y^2 - 2\frac{25}{6}x = 0$$

$$\therefore 3x^2 + 3y^2 - 25x = 0$$

13. 154 বর্গ একক ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট বৃত্তের ব্যাসদ্বয় $2x - 3y = 5$ এবং $3x - 4y = 7$ হলে বৃত্তের সমীকরণ হবে। [RUET 10-11]

- A. $x^2 + y^2 + 2x - 2y = 62$
B. $x^2 + y^2 + 2x - y = 47$
C. $x^2 + y^2 - 2x + 2y = 47$
D. $x^2 + y^2 - 2x + 2y = 62$ E. None

Ans C Solve $2x - 3y = 5$ ও $3x - 4y = 7$

সমাধান করে পাই,

$$\text{বৃত্তের কেন্দ্রে } (1, -1) \text{ আবার, } \pi r^2 = 154 \Rightarrow r = 7$$

$$\therefore (x - 1)^2 + (y + 1)^2 = 7^2$$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 - 2x + 2y - 47 = 0$$

14. OA এবং OB মূল বিন্দু হতে $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ বৃত্তে স্পর্শক এবং C কেন্দ্রে হলে OABC চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল হবে। [RUET 10-11]

- A. $\frac{1}{2}\sqrt{g^2 + f^2 - c}$ B. $\sqrt{c(g^2 + f^2 - c)}$
C. $c\sqrt{g^2 + f^2 - c}$ D. $\frac{\sqrt{g^2 + f^2 - c}}{c}$ E. None

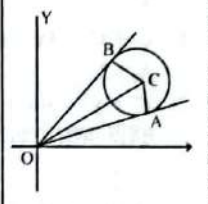
Ans B Solve

$$\square OABC = \triangle OAC + \triangle OBC$$

$$= \frac{1}{2} \cdot AC \cdot OA + \frac{1}{2} \cdot OB \cdot CB$$

$$= \frac{1}{2} \sqrt{g^2 + f^2 - c} \sqrt{c} + \frac{1}{2} \sqrt{g^2 + f^2 - c} \sqrt{c}$$

$$= \sqrt{g^2 + f^2 - c} \sqrt{c} = \sqrt{c(g^2 + f^2 - c)}$$



$$[\text{মূলবিন্দু হতে দূরত্ব, } OB = OA = \sqrt{0^2 + 0^2 + 0^2 + 0^2 + c} = \sqrt{c}]$$

15. k এর কোন মানের জন্য $x^2 + y^2 + kx + 2y + 25 = 0$, বৃত্তটি x-অক্ষকে স্পর্শ করে? [CUET 10-11]

- A. 5 B. -5
C. 10 D. None of these

Ans C Solve x অক্ষকে স্পর্শ করলে $g^2 = c$

$$x^2 + y^2 + 2(\frac{k}{2})x + 2(1)y + 25 = 0$$

$$\therefore (\frac{k}{2})^2 = 25 \quad \therefore k = 10$$

SELF TEST

01. $x^2 + y^2 - 8x - 8y - 75 = 0$ বৃত্তটির ব্যাসার্ধ কত?
A. 3 B. 10 C. $\sqrt{107}$ D. 75
02. $2x^2 + 2y^2 + 3y + x = 0$ বৃত্তের কেন্দ্র
A. $(\frac{-3}{4}, \frac{1}{4})$ B. $(\frac{-3}{4}, -\frac{1}{4})$ C. $(\frac{-3}{5}, \frac{-1}{5})$ D. $(\frac{-2}{2}, \frac{-1}{6})$
03. $(-9, 9)$ এবং $(5, 5)$ বিন্দুদ্বয়ের সংযোজক রেখাংশকে ব্যাস ধরে অংকিত বৃত্তের সমীকরণ-
A. $x^2 + y^2 - 4x + 14y = 0$ B. $x^2 + y^2 - 4x - 14y = 0$
C. $x^2 + y^2 + 4x + 14y = 0$ D. $x^2 + y^2 + 4x - 14y = 0$
04. $y = 2x + c$ রেখাটি $x^2 + y^2 = 3^2$ বৃত্তের স্পর্শক হবার শর্ত হবে-
A. $c = \pm 2\sqrt{4}$ B. $\pm 3\sqrt{5}$
C. $c = \pm 3\sqrt{1+m^2}$ D. 0
05. $x^2 + y^2 - 2x - 4y + c = 0$ বৃত্তটি x অক্ষকে স্পর্শ করলে c এর মান-
A. 2 B. 4 C. 3 D. 1
06. কোন বৃত্তের কেন্দ্র $(4, 3)$ এবং তার একটি ব্যাসের একপ্রান্ত $(2, -3)$ হলে অপর প্রান্তের স্থানাঙ্ক কত?
A. $(2, 3)$ B. $(-6, 9)$ C. $(6, 9)$ D. $(6, -9)$
07. $3x + by - 1 = 0$ রেখাটি $x^2 + y^2 - 8x - 2y + 4 = 0$ বৃত্তকে স্পর্শ করলে b এর মান কত হবে?
A. 2 অথবা -6 B. 2 অথবা $-\frac{1}{6}$
C. 3 অথবা $-\frac{1}{6}$ D. None
08. $x^2 + y^2 - 2x - 4y - 4 = 0$ বৃত্ত ও $2x + 3y + 1 = 0$ রেখার ছেদবিন্দুগামী এবং মূলবিন্দু দিয়ে যায় এমন বৃত্তের সমীকরণ-
A. $x^2 + y^2 + 6x + 8y = 0$ B. $x^2 + y^2 = 4^2$
C. $x^2 + y^2 - 6x - 8y = 0$ D. None
09. $2x^2 + 2y^2 + 5y + 6 = 0$ এবং $x^2 + y^2 + 6x + 7y + 8 = 0$ বৃত্তদ্বয়ের সাধারণ জ্যা এর সমীকরণ কোনটি?
A. $12x + 9y + 10 = 0$ B. $9x + 12y - 10 = 0$
C. $2x + 3y - 11 = 0$ D. None
10. $(-4, 3)$ বিন্দু হতে $x^2 + y^2 - 4x - 6y - 12 = 0$ বৃত্তে অংকিত স্পর্শকের দৈর্ঘ্য কত?
A. 11 B. 12 C. $\sqrt{11}$ D. $\sqrt{12}$
11. $x^2 + y^2 - 4x + 6y + c = 0$ বৃত্তটি y অক্ষকে স্পর্শ করে, c এর মান কত?
A. -2 B. 9 C. 5 D. -9
12. $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 36 = 0$ এবং $x^2 + y^2 - 2x + 6y - 43 = 0$ বৃত্ত দুইটি অন্তঃস্থ ভাবে স্পর্শ করলে তাদের কেন্দ্রের দূরত্ব-
A. 2 B. $\sqrt{3}$ C. $\sqrt{2}$ D. 3
13. $(3, 1)$ কেন্দ্রবিশিষ্ট ও x অক্ষকে স্পর্শ করে এমন বৃত্তের সমীকরণ-
A. $x^2 + y^2 - 8x + 2y - 4 = 0$ B. $x^2 + y^2 + 3x + 12y = 0$
C. $x^2 + y^2 - 6x - 2y - 12 = 0$ D. $x^2 + y^2 - 6x - 2y + 9 = 0$
14. $x^2 + y^2 = 9$ বৃত্তের স্পর্শক x অক্ষের সাথে 30° কোণ উৎপন্ন করে; স্পর্শকের সমীকরণ কি হবে?
A. $\sqrt{3}y = x \pm 8$ B. $\sqrt{3}y = x \pm 6$
C. $y = \sqrt{3}x + 4$ D. $2x + 3y - 4 = 0$
15. $x^2 + y^2 - 6x + 4y + 9 = 0$ বৃত্তটি x অক্ষকে স্পর্শ করলে স্পর্শবিন্দুর স্থানাঙ্ক-
A. $(3, 0)$ B. $(-2, 0)$ C. $(0, 3)$ D. $(-3, 0)$
16. $(0, 2)$ এবং $(2, 0)$ বিন্দুতে অক্ষরেখাদ্বয়কে স্পর্শকারী বৃত্তের সমীকরণ-
A. $x^2 + y^2 + 4x - 4y + 4 = 0$ B. $x^2 + y^2 - 4x + 4y + 4 = 0$
C. $x^2 + y^2 - 4x - 4y + 4 = 0$ D. $x^2 + y^2 - 4x - 4y - 4 = 0$

17. $x^2 + y^2 - 4x - 8y = 0$ বৃত্তটি x অক্ষ ও y অক্ষ হতে কি পরিমাণ অংশ কর্তন করে?
A. 4, 6 B. 2, 4 C. 6, 8 D. 4, 8
18. $(x - y - 4)^2 + (ky - 5)(2x + 3) = 0$ সমীকরণটি বৃত্ত নির্দেশ করলে k এর মান কত?
A. 1 B. 3 C. 2 D. 5
19. $p(1, 2)$ বিন্দুটি অবস্থান করে $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 3 = 0$ বৃত্তের-
A. বাইরে B. ভেতরে কিন্তু কেন্দ্রে না
C. উপরে D. কেন্দ্রবিন্দুতে
20. $(1, -3)$ কেন্দ্রবিশিষ্ট $2x - y - 4 = 0$ রেখাকে স্পর্শকারী বৃত্তের সমীকরণ-
A. $5(x^2 + y^2 - 2x + 6y) + 49 = 0$ B. $5x^2 + 5y^2 - 2x - 6y + 49 = 0$
C. $x^2 + y^2 - 10x + 30y + 49 = 0$ D. $x^2 + y^2 - 10x + 30y = 0$
21. $(x - 3)^2 + (y - 4)^2 = 36$ বৃত্তের কেন্দ্র হতে 4 একক দূরত্বে অবস্থিত জ্যা এর দৈর্ঘ্য কত একক-
A. $2\sqrt{5}$ B. $4\sqrt{5}$ C. $\sqrt{5}$ D. 4
22. $4x - 3y = 1$ ও $2x - 5y + 3 = 0$ এর ছেদ বিন্দুগামী বৃত্তের কেন্দ্র $(4, -4)$ হলে, ব্যাসার্ধ কত?
A. 2 B. 3 C. $\sqrt{34}$ D. 5
23. $(4, 5)$ কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্ত যা $x^2 + y^2 + 4x - 6y - 12 = 0$ বৃত্তের কেন্দ্র দিয়ে যায় এরূপ বৃত্তের সমীকরণ-
A. $x^2 + y^2 - 8x + 10y - 1 = 0$ B. $x^2 + y^2 - 8x - 10y + 1 = 0$
C. $x^2 + y^2 - 8x - 10y = 0$ D. $x^2 + y^2 + 8x + 10y + 1 = 0$
24. $x^2 + y^2 = 25$ বৃত্তের $(2, 3)$ বিন্দুতে অঙ্কিত অভিলম্বের সমীকরণ নির্ণয় কর।
A. $2x - 3y = 0$ B. $2x + 3y = 0$
C. $3x - 2y = 0$ D. $3x + 2y = 0$
25. নিচের কোন সরলরেখাটি $x^2 + y^2 - 8x + 6y + 16 = 0$ বৃত্তকে সমান দুইভাগে বিভক্ত করে?
A. $3x + 4y = 0$ B. $x + 4y = 0$ C. $4x - 3y = 0$ D. $3x - 4y = 0$

OMR

01. (A)(B)(C)(D)	08. (A)(B)(C)(D)	15. (A)(B)(C)(D)	22. (A)(B)(C)(D)
02. (A)(B)(C)(D)	09. (A)(B)(C)(D)	16. (A)(B)(C)(D)	23. (A)(B)(C)(D)
03. (A)(B)(C)(D)	10. (A)(B)(C)(D)	17. (A)(B)(C)(D)	24. (A)(B)(C)(D)
04. (A)(B)(C)(D)	11. (A)(B)(C)(D)	18. (A)(B)(C)(D)	25. (A)(B)(C)(D)
05. (A)(B)(C)(D)	12. (A)(B)(C)(D)	19. (A)(B)(C)(D)	
06. (A)(B)(C)(D)	13. (A)(B)(C)(D)	20. (A)(B)(C)(D)	
07. (A)(B)(C)(D)	14. (A)(B)(C)(D)	21. (A)(B)(C)(D)	

Answer with Hints

01 C: Hints: Type-03	02 B: Hints: Type-03
03 D: Hints: Type-02	04 B: Hints: Type-08
05 D: Hints: Type-05	06 C: Hints: Type-03
07 B: Hints: Type-08	08 A: Hints: Type-12
09 A: Hints: Type-10	10 C: Hints: Type-09
11 B: Hints: Type-04	12 D: Hints: Type-07
13 D: Hints: Type-04	14 B: Hints: Type-08
15 A: Hints: Type-08	16 C: Hints: Type-04
17 D: Hints: Type-05	18 A: Hints: Type-01
19 A: Hints: Type-06	20 A: Hints: Type-09
21 B: Hints: Type-10	22 C: Hints: Type-03
23 B: Hints: Type-12	24 C: Hints: Type-11
25 A: Hints: কেন্দ্র দ্বারা সিদ্ধ সরলরেখা।	

৫ম অধ্যায়
প্রথম পত্র

বিন্যাস ও সমাবেশ Permutation & Combination

১ম অংশ: বিন্যাস

এক নজরে এই অংশের গুরুত্বপূর্ণ তথ্যাবলি

কয়েকটি জিনিস হতে কিছু সংখ্যক বা সবকয়টি জিনিস নিয়ে কত রকমভাবে সাজানো যেতে পারে এরূপ গাণিতিক সমস্যা সমাধানকল্পে গণিতবিদরা বিন্যাস (Permutation) নামক স্বতন্ত্র বিষয় প্রবর্তন করেন।

বিন্যাস: 'বিন্যাস' কথাটির সাধারণ অর্থ 'সাজানো', কয়েকটি জিনিস থেকে কিছু সংখ্যক জিনিস নিয়ে বা সবকয়টি জিনিস একত্রে নিয়ে বিভিন্ন প্রকারে সাজানো, এক এক প্রকার সাজানো কে একটি বিন্যাস বলে।

উদাহরণ: a, b, c তিনটি অক্ষর হতে প্রতিবার একটি করে নিয়ে সাজালে a, b, c এই তিনটি উপায়ে সাজানো যায় এবং এর এক একটিকে বিন্যাস বলে। আবার দুটি করে নিলে ab, ba, bc, cb, ca, ac এই ছয় উপায়ে সাজানো যায় এবং এদের এক একটিকে বিন্যাস বলে। সবগুলোকে নিয়ে সাজালে abc, acb, bac, bca, cab, cba এই ছয়টি উপায়ে সাজানো যায় এবং এ হরনের সাজানোর এক একটিকে বিন্যাস বলে।

বিন্যাস হলো কতগুলো জিনিসের শৃঙ্খলাবদ্ধভাবে সাজানোর একেকটি ব্যবস্থা। বিন্যাসের মূল কথা Move (নড়াচড়া) করা। Move করলে বিন্যাস হবে আর না করলে বিন্যাস হবে না।

বিন্যাস সংখ্যা (Number of Permutation): কয়েকটি জিনিস থেকে কিছু সংখ্যক জিনিস নিয়ে বা সবকয়টি জিনিস নিয়ে যত রকমে সাজানো যায় সেই সংখ্যাকে বিন্যাস সংখ্যা বলে। আগের উদাহরণে বিন্যাস সংখ্যা যথাক্রমে 3, 6 ও 6।

বিন্যাস সংখ্যার প্রতীক: n সংখ্যক বিভিন্ন জিনিস হতে r সংখ্যক নিয়ে যত প্রকারে সাজানো যায় সেই সংখ্যাকে ${}^n P_r$ বা $P(n, r)$ বা A_r^n দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

$$\text{এখানে- } n, r \in \mathbb{N} \text{ এবং } n \geq r, \quad {}^n P_r = \frac{n!}{(n-r)!}$$

টিফের ব্যাখ্যা: প্রথম n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যা (অখণ্ড ধনাত্মক সংখ্যার) ক্রমিক গুণফলকে গৌণিক n বা n! বলা হয়। n! কে ফ্যাক্টোরিয়াল n বা গৌণিক n বলে পড়তে হয়।
eg. $4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$

গৌণিক n বা Factorial n এর কয়েকটি ধর্ম:

$$1) n! = n(n-1)(n-2) \dots 3 \cdot 2 \cdot 1 \\ = 1 \cdot 2 \cdot 3 \dots (n-2)(n-1)n \\ = n(n-1)!$$

2) $0! = 1$ [একটি পৃথক সংজ্ঞা বা Convention. Actually $0!$ সংজ্ঞায়িত নয়। $0! = 1$ ধরলে বিন্যাস আলোচনায় সুবিধা হয়]

$$3) \frac{1}{(-n)!} = 0, \quad \frac{k}{(-n)!} = 0 \quad [n \text{ অখণ্ড ধনাত্মক সংখ্যা}]$$

বিন্যাসের ধর্ম (Proportion of Permutation ; ${}^n P_r$):

$$(1) {}^n P_n = n(n-1)(n-2) \dots 3 \cdot 2 \cdot 1 = n! \\ = n(n-1)! = n(n-1)(n-2)! \text{ ইত্যাদি}$$

$$(2) {}^n P_{n-1} = n!$$

$$(3) {}^n P_1 = n$$

$$(4) {}^n P_0 = 1$$

$$(5) {}^n P_r = {}^{n-1} P_r + r \times {}^{n-1} P_{r-1}$$

□ বিন্যাসের সমতা ও বৃহত্তম মান:

(1) ${}^n P_r$ এর মান বৃহত্তম হবে $r = n$ বা $r = n - 1$ হলে

(2) ${}^n P_r = {}^n P_s$ হবে যখন $r = s$ হবে

□ বিন্যাসের প্রকারভেদ: বিন্যাস সাধারণত দুই প্রকারের। যথা-

A. সারি বিন্যাস (Linear Permutation)

B. চক্রাকার বিন্যাস (Circular Permutation)

□ সারি বিন্যাস: কতগুলো বস্তুকে যখন সারি বা সরলরেখা বরাবর সাজানো হয় তাকে সারি বিন্যাস বলে।

□ চক্রবিন্যাস (Circular Permutation): কতগুলো জিনিসকে যখন বৃত্তাকারে সাজানো হয় তখন ঐ বিন্যাসকে চক্রাকার/বৃত্তাকার বিন্যাস বলে। এ ক্ষেত্রে কোন বিন্যাসের প্রাপ্ত থাকে না কিন্তু বাস্তব আপেক্ষিক অবস্থান মুখ্য দুইটি চক্র বিন্যাস ভিন্ন হবে যদি এদের আপেক্ষিক অবস্থান একই না হয়, A, B, C, D চারটি অক্ষরের সবগুলোকে নিয়ে আমরা 4! সংখ্যক সারি বিন্যাস পাই, এদের মধ্যে A, B, C, D; B, C, D, A; C, D, A, B; D, A, B, C স্বতন্ত্র বিন্যাস যাদের প্রাপ্ত বিন্দুগুলো ভিন্ন এদেরকে চক্রাকার বিন্যাসে বিবেচনা করলে নিচের চিত্র হতে এটা সুস্পষ্ট হয় যে এ চারটি বিন্যাস অভিন্ন এবং এদেরকে A, B, C, D দ্বারা নির্দেশ করা যায়।



Note: উপরের দুই প্রকার বিন্যাস (সারি ও চক্র) ছাড়াও এক প্রকার বিন্যাস আছে। যাকে পুনরাবৃত্তিমূলক বিন্যাস বলে।

□ পুনরাবৃত্তিমূলক বিন্যাস: কোন বিন্যাসের কোন অক্ষর/অংক প্রদত্ত শব্দ বা সংখ্যায় ঐ অক্ষর যতবার আছে তার চেয়ে অধিকবার থাকলে ঐ বিন্যাসকে পুনরাবৃত্তিমূলক বিন্যাস বলে। পুনরাবৃত্তিমূলক বিন্যাসের সংখ্যার মধ্যে সারি বিন্যাসের সংখ্যা অন্তর্ভুক্ত থাকে।

পুনরাবৃত্তিমূলক বিন্যাস = সারি বিন্যাস + একই অক্ষর/অংক একাধিক বার আছে এমন বিন্যাস।

□ একই অংক একাধিকবার আছে এমন বিন্যাস

= (পুনরাবৃত্তিমূলক - সারি) বিন্যাস।

□ পুনরাবৃত্তিমূলক বিন্যাস নির্ণয়ের জন্য $n!$ সূত্র ব্যবহার করতে হয়।

□ কখন পুনরাবৃত্তিমূলক বিন্যাস করতে হয়: নিম্নোক্ত ক্ষেত্রে-

- (১) কোন অংক/অক্ষরকে যতবার ইচ্ছা ততবার নিয়ে
- (২) কোন অংক/অক্ষর প্রদত্ত শব্দে যতবার আছে তার চেয়ে অধিক বার নিয়ে
- (৩) খেলার ফলাফল (৪) ভোট দেবার উপায়
- (৫) তালার রিং এর বিন্যাস (৬) বাজে চিঠি ফেলা
- (৭) যে কোন নম্বর (মোবাইল, টাকা, লটারি, লাইসেন্স ইত্যাদি) পুনরাবৃত্তিমূলক বিন্যাস করতে হয়।

□ পুনর্বিন্যাস: মোট বিন্যাসের মধ্যে প্রদত্ত বিন্যাসও একটি বিন্যাস হতে পারে(শর্তসাপেক্ষে)। তাই পুনর্বিন্যাস বলতে মোট বিন্যাস হতে একটি বিন্যাস বাদ দিতে হয়। অর্থাৎ পুনর্বিন্যাস = মোট বিন্যাস - 1

Note: 1. n সংখ্যক একজাতীয় বস্তু হতে প্রতিবারে 0, 1, 2, 3 nটি বস্তু নিয়ে বিন্যাস সর্বদাই 1 হবে।

2. n অংকের কোন সংখ্যার চেয়ে ক্ষুদ্রতর সংখ্যা 0, 1, 2, 3 (n-1) অংকের হতে পারে, যেমন- 1000 এর চেয়ে ক্ষুদ্রতর সংখ্যা 1, 2 বা 3 অংকের হতে পারে।

□ বিন্যাসের ক্ষেত্র: নিম্নোক্ত ক্ষেত্রে বিন্যাস করতে হবে- সাজানো, বিন্যাস করা, বিন্যস্ত করা, শব্দ গঠন, সংখ্যাগঠন, সংকেত গঠন, মন্ত্রীসভা গঠন, টেলিফোন সংযোগ, মালা/হার পাথা, আসন গ্রহণ, ভোট দেয়া, খেলার ফলাফল, নিমন্ত্রণের উপায়, পুরস্কার প্রদান করা ইত্যাদি বলা থাকলে বিন্যাস করতে হয়।

Prob 06 Algebra শব্দটির অক্ষরগুলো থেকে প্রতিব্যবহার তিনটি করে অক্ষর নিয়ে কতগুলো শব্দ গঠন করা যায়?

Sol: শব্দটিতে মোট অক্ষর = ৭টি, A = ২টি, প্রতিবারে নিতে হবে = ৩টি
 (i) ২টি A থেকে ১টি A এবং অন্য ১টি অক্ষর
 অর্থাৎ মোট ভিন্ন অক্ষর = 5 + 1 = 6টি হতে প্রতিবারে ৩টি নিয়ে পাই,
 \therefore বিন্যাস = ${}^6P_3 = 120$
 (ii) প্রতি বারে ২টি A নিয়ে এবং বাকী অক্ষর ১টি থেকে ১টি নিয়ে
 বিন্যাস = ${}^5P_1 \times \frac{3!}{2!} = 15$ \therefore মোট শব্দ = 120 + 15 = 135 Ans.

অনুরূপে AMERICA, ABAHONI শব্দটি সমাধান করবে।

Type-03: বস্তুর বিশেষ অবস্থান সংক্রান্ত

কতগুলো বস্তু কিছু বিশেষ স্থানে থাকবে: যে বস্তুগুলো কিছু নির্দিষ্ট স্থানে স্থানে থাকবে প্রথমেই ঐ বস্তু গুলোকে ঐ নির্দিষ্ট স্থানে সাজাতে হবে। অতঃপর বাকি বস্তুগুলো বাকি স্থানে সাজিয়ে দুই সাজানো ব্যবস্থাকে গুণ করলেই নির্ণেয় বিন্যাস পাওয়া যাবে।

Prob 01 ব্যঞ্জনবর্ণগুলো কেবল বিজোড় স্থানে রেখে Equation শব্দটির বর্ণগুলিকে কত প্রকারে সাজানো যায়?

Sol: Equation শব্দটিতে মোট বর্ণ = ৪টি, ব্যঞ্জনবর্ণ = ৩টি, স্বরবর্ণ = ১টি।

1	2	3	4	5	6	7	8
---	---	---	---	---	---	---	---

৪টি অবস্থান বিজোড় (প্রথম, তৃতীয়, পঞ্চম, সপ্তম)।
 সুতরাং, ৩টি ব্যঞ্জনবর্ণকে ৪টি বিজোড় স্থানে সাজানোর উপায় = 4P_3
 এবং বাকী ১টি স্থানে ১টি স্বরবর্ণ সাজানো যায় = ১! ভাবে।
 \therefore মোট বিন্যাস সংখ্যা = ${}^4P_3 \times 1! = 2880$ Ans.

Prob 02 Equation শব্দটির অক্ষরগুলো কতভাবে সাজানো যাবে যাতে t শেষে থাকবে?

Sol: t এর জন্য শেষ স্থানটি নির্দিষ্ট (Fixed) তাই এর বিন্যাস হবে না।
 অবশিষ্ট ৭টি স্থানে ৭টি বর্ণ সাজানো যাবে 7! উপায়ে।
 \therefore মোট বিন্যাস সংখ্যা = 7! = 5040 Ans.

Prob 03 Equation শব্দটি হতে প্রতিবারে ১টি বর্ণ নিয়ে কতগুলো শব্দ গঠন করা যায় যাতে (i) n তৃতীয় স্থানে থাকবে
 (ii) t প্রথমে এবং n শেষে থাকবে
 (iii) t ও n প্রথমে বা শেষে থাকবে।

Sol: (i) ১টি স্থানের মধ্যে ১টি n জন্য fixed রেখে, অবশিষ্ট ৪টি স্থানে অবশিষ্ট ৭টি বর্ণ সাজানো যায় = ${}^7P_4 = 840$ উপায়ে। Ans.
 (ii) t প্রথমে এবং n শেষে রেখে সাজানো যায় = ${}^6P_3 = 120$ উপায়ে। Ans.
 (iii) t ও n প্রথমে বা শেষে রেখে সাজানো যায় = ${}^2P_2 \times {}^6P_3 = 240$ উপায়ে। Ans.

Prob 04 Satisfy শব্দটি অক্ষরগুলোকে সাজানোর উপায় যাতে স্বরবর্ণগুলো বিজোড় স্থানে থাকবে? Ans. 720 উপায়ে।

Type-04: বস্তুর অন্তর্ভুক্ত সংক্রান্ত

কতগুলো বস্তু সর্বদাই অন্তর্ভুক্ত থাকবে: যেগুলো অবশ্যই থাকবে সেগুলোকে প্রথমে সবগুলো স্থানে সাজাতে হবে। অতঃপর অবশিষ্ট স্থানগুলো অবশিষ্ট বর্ণ দ্বারা সাজানোর উপায় বের করে গুণ করতে হবে।

কতগুলো কখনোই থাকবে না/সর্বদাই বর্জন করবে: যারা কখনোই থাকবে না প্রথমেই তাদেরকে মোট সংখ্যা হতে বাদ দিতে হয়। অতঃপর অবশিষ্ট বর্ণ/বস্তুর বিন্যাসই নির্ণেয় বিন্যাস। যেমন- n সংখ্যক জিনিস হতে প্রতিবারে r সংখ্যক জিনিস নিয়ে বিন্যাস যাতে q সংখ্যক কখনোই থাকবে না = ${}^{n-q}P_r$

Prob 01 Equation শব্দটি হতে প্রতিবারে ১টি করে বর্ণ নিয়ে কতভাবে বিন্যাস করা যাবে যাতে ব্যঞ্জনবর্ণগুলো অবশ্যই থাকবে?

Sol: প্রথমেই ৩টি ব্যঞ্জনবর্ণকে ১টি স্থানে 3P_3 উপায়ে সাজাই, অতঃপর অবশিষ্ট ২টি স্থান অবশিষ্ট ১টি স্বরবর্ণ পূরণ করে 1P_2 উপায়ে।
 \therefore নির্ণেয় বিন্যাস = ${}^3P_3 \times {}^1P_2 = 1200$ Ans.

Prob 02 Equation শব্দটি হতে প্রতিবারে ৪টি করে অক্ষর নিয়ে কত প্রকারে সাজানো যাবে যাতে t, n থাকবে না?

Sol: t, n বাদ দিলে বাকি বর্ণ ৬টি, এই ৬টি হতে ৪টি নিয়ে শব্দ গঠন করা যায় = ${}^6P_4 = 360$ উপায়ে।

Prob 03 Equation শব্দ হতে প্রতিবারে ১টি করে অক্ষর নিয়ে কতভাবে সাজানো যাবে n থাকবে কিন্তু t থাকবে না?

Sol: সাজানো উপায় = ${}^5P_1 \times {}^6P_4 = 1800$ Ans.

Prob 04 Maturity শব্দ হতে কতগুলো অক্ষর সাজানো যায় যাতে M ও r থাকবে না-

Sol: M ও r বাদ দিলে অবশিষ্ট অক্ষর থাকে = 8 - 2 = 6টি
 \therefore সাজানো যাবে = $\frac{6!}{2!2!} = 180$ টি Ans.

Type-05: বস্তুর ক্রম ও অবস্থান পরিবর্তন সংক্রান্ত

ক্রম অপরিবর্তিত রেখে/ক্রম পরিবর্তন না করে: এক্ষেত্রে বিন্যাসের অন্তর্ভুক্ত জিনিসসমূহের ক্রম বিবেচনা করা হয় (একই ক্রমে থাকবে) না অর্থাৎ বর্তমানে যে ক্রমে আছে, সেই ক্রম বজায় থাকবে। অর্থাৎ বর্ণগুলো একজাতীয় হলে যে effect হত, তাই হবে। একারণে কতগুলো বর্ণ বা বস্তু একই ক্রমে থাকবে বলা হলে তাদের একজাতীয় বর্ণ ধরতে হয়।
 অবস্থান পরিবর্তন: যাদের অবস্থান পরিবর্তিত হবে না তাদেরকে তাদের নিজ নিজ স্থানে রাখতে হবে অর্থাৎ তারা move করবে না মানে তাদের বিন্যাস হবে না। অবশিষ্ট বস্তুগুলোর বিন্যাসই হবে নির্ণেয় বিন্যাস। যেমন: n সংখ্যক বস্তুর মধ্যে p সংখ্যক অবস্থান পরিবর্তন না করলে (n-p) বস্তুর (n-p)! উপায়ে বিন্যাসই নির্ণেয় বিন্যাস হবে।

Prob 01 Equation শব্দটির বর্ণগুলো হতে কতগুলো শব্দ গঠন করা যায় যাতে ব্যঞ্জনবর্ণগুলো ক্রম পরিবর্তন করে না?

Sol: ব্যঞ্জনবর্ণ ক্রম পরিবর্তন করবে না বলে এদেরকে একজাতীয় ধরি।
 \therefore নির্ণেয় বিন্যাস = $\frac{8!}{3!} = 6720$ Ans.

Illustration: ব্যঞ্জনবর্ণ তিনটি একইক্রমে থাকবে অর্থাৎ বর্তমানে যে ক্রম q, t, n আছে এভাবেই থাকবে, যে কোন তিনটি স্থানে বসবে তবে t, q, n বা n, t, q এরকম হতে পারবে না। ফলে একজাতীয় হলে যে effect হত তাই হয়।

Prob 02 Equation শব্দটিকে কতভাবে বিন্যাস করা যায় যাতে ব্যঞ্জনবর্ণগুলো স্থান পরিবর্তন করবে না?

Sol: ব্যঞ্জনবর্ণ তিনটির বিন্যাস হবে না। স্বরবর্ণগুলো ১! উপায়ে বিন্যাস হবে।
 \therefore নির্ণেয় বিন্যাস = 5! = 120 Ans.

Type-06: আপেক্ষিক অবস্থান পরিবর্তন সংক্রান্ত

আপেক্ষিক অবস্থান পরিবর্তন: যাদের আপেক্ষিক অবস্থান পরিবর্তিত হবে না তাদেরকে নিজ নিজ গোত্রের মধ্যে সাজাতে হবে। যেমন- স্বরবর্ণ ও ব্যঞ্জনবর্ণের আপেক্ষিক অবস্থান পরিবর্তিত না হলে স্বরবর্ণকে স্বরবর্ণের মধ্যে ও ব্যঞ্জনবর্ণকে ব্যঞ্জনবর্ণের মধ্যে সাজাতে হবে। দুই প্রকারের সাজানোর গুণফলই নির্ণেয় বিন্যাস।

Prob 01 Equation শব্দটির স্বরবর্ণ ও ব্যঞ্জনবর্ণের আপেক্ষিক অবস্থান পরিবর্তন না করে কতভাবে শব্দ গঠন করা যায়?

Sol : স্বরবর্ণ 5টিকে স্বরবর্ণের মধ্যে 5! ও ব্যঞ্জনবর্ণ 3টিকে ব্যঞ্জনবর্ণের মধ্যে 3! উপায়ে সাজানো যাবে।

$$\therefore \text{নির্ণয় বিন্যাস} = 5! \times 3! = 720 \text{ Ans.}$$

Prob 02 Director শব্দটির স্বরবর্ণ ও ব্যঞ্জনবর্ণের আপেক্ষিক অবস্থান পরিবর্তন না করে কতভাবে সাজানো যাবে?

Sol : Director শব্দটিতে মোট বর্ণ সংখ্যা = 8টি যার মধ্যে স্বরবর্ণ 3টি ও ব্যঞ্জনবর্ণ 5টি (যার মধ্যে t আছে 2টি)।

$$\text{আপেক্ষিক অবস্থান পরিবর্তন না করে সাজানোর উপায়} = \frac{8!}{2!} \times 3! = 360 \text{ Ans.}$$

Typ-07: চক্রাকার/বৃত্তাকার বিন্যাস সংক্রান্ত

➤ বৃত্তাকার বিন্যাসকে তিনভাবে বিবেচনা করা যেতে পারে।

(i) জিনিসের স্বতন্ত্র অবস্থান বিবেচনা না এনে জিনিসের আপেক্ষিক অবস্থান বিবেচনা করে: n সংখ্যক বিভিন্ন জিনিসের যে কোন একটি অবস্থানকে স্থির রেখে অবশিষ্ট (n - 1) জিনিসকে সাজালে মোট বিন্যাস সংখ্যা = (n - 1)!

(ii) বৃত্তাকারে সজ্জিত করার সময় স্বতন্ত্র অবস্থান বিবেচনা করে (স্বতন্ত্র অবস্থান বলতে সভাপতি, বা বিশেষ কোন স্থানে নির্ধারিত বস্তু থাকা): এক্ষেত্রে কোন জিনিসের অবস্থানকে স্থির ধরার প্রয়োজন নেই। n সংখ্যক বিভিন্ন জিনিসকে হত প্রকারে সাজানো যায় তাই বিন্যাস সংখ্যা অর্থাৎ বিন্যাস সংখ্যা n!। যদি কোন টেবিলে আসন স্বতন্ত্র থাকে তবে তা টেবিলের সাপেক্ষে বিন্যাস হবে, আপেক্ষিক বিন্যাস নয়।

(iii) অল্পি ডানাবর্ত/বামাবর্ত (Clockwise & Anticlockwise) বিন্যাসের ক্ষেত্রে: বৃত্তাকারে সজ্জিত জিনিসগুলোর নিক পরিবর্তন অর্থাৎ অবস্থানের সাপেক্ষে যদি উল্টানো সম্ভব হয় একে যদি অপর বিন্যাসের সৃষ্টি না হয় বা সাজানোর মধ্যে পার্থক্য পরিলক্ষিত না হয় সেক্ষেত্রে বিন্যাস সংখ্যা = $\frac{1}{2}(n - 1)!$

n সংখ্যক বস্তুর ক্ষেত্রে Process: মালা বা হার গাঁথার ক্ষেত্রে এই সূত্র ব্যবহৃত হয়, কিন্তু জীবের ক্ষেত্রে হয় না।

যেমন: 7টি ভিন্ন পুঁজি দ্বারা মালা গাঁথার ক্ষেত্রে 2টি ক্ষেত্র নিম্নরূপ-



আসলে উল্লিখিত দুটি বিন্যাস একই, তাই মালা/হার গাঁথার ক্ষেত্রে বিন্যাস মোট বিন্যাসের অর্ধেক হয়।

Prob 01 12 জন লোক একটি গোলটেবিলে বৈঠক করবেন; কত উপায়ে আসন গ্রহণ করবেন?

Sol : মোহেড় টেবিলের পার্শ্বের আসনগুলো কোনটি স্বতন্ত্র নয়। সুতরাং একজনকে একটি আসনে স্থির রেখে অবশিষ্ট 11 জনকে 11! উপায়ে সাজানো যাবে। \therefore বিন্যাস সংখ্যা = 11! Ans.

Prob 02 15 জন শিক্ষক কতভাবে চক্রাকারে বসতে পারবেন?

Sol : নির্ণয় উপায় = (n - 1)! = (15 - 1)! = 14! Ans.

Prob 03 15 জন শিক্ষককে গোল টেবিলের সাপেক্ষে/চারদিক কতভাবে সাজানো যাবে?

Sol : টেবিলের সাপেক্ষে প্রত্যেকের অবস্থান স্বতন্ত্র।

$$\therefore \text{মোট বিন্যাস} = 15! \text{ Ans.}$$

Prob 04 দুইজন বিজ্ঞান বিভাগের ছাত্রকে পাশাপাশি না বসিয়ে 6 জন বিজ্ঞান বিভাগের ছাত্র এবং 8 জন মানবিক বিভাগের ছাত্রকে একটি গোল টেবিলের চারপাশে কতভাবে বসানো যাবে?

Sol : 8 জন মানবিক বিভাগের ছাত্রদের মধ্যে ফাঁকা 8টি স্থানে 6 জন বিজ্ঞানের ছাত্রকে বসানো যাবে 8P_6 উপায়ে। আবার 8জন মানবিক বিভাগের ছাত্র টেবিলের সাপেক্ষে নিজেদের মধ্যে 7! উপায়ে বিন্যস্ত হবে।

$$\therefore \text{নির্ণয় বিন্যাস} = {}^8P_6 \times (8 - 1)! \text{ Ans.}$$

Note: যদি বৃত্তাকার ডাবে না সাজিয়ে সরিবদ্ধভাবে সাজানো হয়, তাহলে, সরিবদ্ধভাবে থাকা n সংখ্যক ব্যক্তির মধ্যে (n + 1) সংখ্যক ফাঁকা স্থান থাকে। গোল টেবিলে/চক্রাকারে সাজানো বস্তুর মধ্যে (n + 1) সংখ্যক জায়গা ফাঁকা থাকে না, থাকে n সংখ্যক জায়গা।

Prob 05 10টি মুক্তা দ্বারা কতভাবে মালা গঠন করা যায়?

Sol : মালাগাঁথার উপায় = $\frac{(10-1)!}{2} \text{ Ans.}$

Typ-08: পুনরাবৃত্তিমূলক বিন্যাস সংক্রান্ত

➤ n সংখ্যক বিভিন্ন বস্তু হতে প্রতিবারে r সংখ্যক বস্তু দ্বারা পুনরাবৃত্তিমূলক বিন্যাস = n^r ; n, r \in N

n, r নির্ধারণ : n, r নির্ধারণের জন্য দুই ধরনের বাক্য গঠন করে সত্য বাক্যে যাব জন্য l হয় তাকে n ও অপরটিকে r ধরতে হয়। অথবা যে একই সময় একাধিক জিনিস গ্রহণ করতে পারে, সেটা হবে n এবং অপরটি হবে r।

বিশেষ সূত্র:

(i) পুরস্কার বিতরণ করার উপায় = (প্রার্থী)^{পুরস্কার}

(ii) চিঠি পোষ্ট করার উপায় = (পোষ্টবক্স)^{চিঠি}

(iii) নির্বাচনে ভোট দেয়ার উপায় = (প্রার্থী)^{ভোট}

(iv) টেলিফোন করার উপায় = (10)^{চিঠি}

Prob 01 3টি পুরস্কার 5 জন ছাত্রের মধ্যে কতভাবে দেয়া যাবে?

Sol : নির্ণয় উপায় = $5^3 = 125 \text{ Ans.}$

খেয়াল কর: 1জন ছাত্র \equiv 3টি পুরস্কার

1টি পুরস্কার \equiv 5জন ছাত্র

প্রথম বাক্যটি সত্য, কারণ 1জন ছাত্র তিনটি পুরস্কারই পেতে পারে। কিন্তু 1টি পুরস্কার 5 জন ছাত্র পেতে পারে না, তাই n = 5, r = 3

Prob 02 পরপর 4টি খেলার ফলাফল কত উপায়ে হতে পারে?

Sol : 1টি খেলা \equiv 3টি ফলাফল } খেলাটি জয়, পরাজয় ও ড্র হতে পারে।

1 ফলাফল \equiv 4টি খেলা

তাই n = 3, r = 4

\therefore পরপর 4টি খেলার ফলাফল 3^4 উপায়ে হতে পারে। Ans.

Prob 03 একজন সভাপতির জন্য 5জন প্রার্থী, 10জন লোকের ভোটে নির্বাচিত হবেন, কতভাবে ভোট দেয়া যেতে পারে?

Sol : ভোট দেবার উপায় = 5^{10} [\because n = 5, r = 10] Ans.

কারণ, 1 জন ভোটার \equiv 5জন প্রার্থী

1 জন প্রার্থী \equiv 10জন ভোটার

Prob 04 5টি চিঠি 3টি বাঞ্জে ফেলার উপায় কত?

Sol : নির্ণয় উপায় = 3^5 [\because n = 3, r = 5] Ans.

কারণ, 1টি চিঠি \equiv 3টি বাঞ্জ

1টি বাঞ্জ \equiv 5টি চিঠি

Type-09:

সংখ্যা গঠন সংক্রান্ত

যে কোন বস্তু/অংকের যে কোন সংখ্যক বার নিয়ে n সংখ্যক বস্তু হতে সর্বোচ্চ

r সংখ্যক বস্তু/অংক নিয়ে বিন্যাস = $n^1 + n^2 + n^3 + \dots + n^r = \frac{n(n^r - 1)}{n - 1}$

n সংখ্যক বস্তু হতে প্রতিবারে r সংখ্যক বস্তু নিয়ে (যেখানে m সংখ্যক বস্তু শর্ত মেনে চলে)

বিন্যাস সংখ্যা = $\frac{\text{মোট বিন্যাস}}{\text{মোট অংক}} \times \text{যাদের ক্ষেত্রে শর্ত প্রযোজ্য তার সংখ্যা}$

সুতরাং, বিন্যাস বা সংখ্যা গঠন = $\frac{n P_r}{n} \times m$

Prob 01 যে কোন অংককে যে কোন সংখ্যক বার নিয়ে 1, 2, 3, 4, 5, 6 অংকগুলো দ্বারা একে একে বেনী নয় এমন কতগুলো সংখ্যা গঠন করা যায়?

Sol: সংখ্যা গঠন করা যায় = $6^1 + 6^2 + 6^3 + 6^4$
 $= \frac{6(6^4 - 1)}{6 - 1} = 1554 \text{ Ans.}$

Prob 02 1, 2, 3, 4, 5, 6 অংকগুলো প্রত্যেক সংখ্যায় কেবলমাত্র একবার ব্যবহার করে 5000 ও 6000 এর মধ্যবর্তী কতগুলো সংখ্যা গঠন করা যেতে পারে?

Sol: 5000 ও 6000 এর মধ্যবর্তী সংখ্যা পাওয়ার জন্য ১ম সংখ্যাটি 5 দ্বারা শুরু হবে। বাকী (6 - 1) বা 5টি অংক থেকে 3টি অংক দ্বারা (যেহেতু সংখ্যাটি চার অংক বিশিষ্ট হবে) গঠিত মোট সংখ্যাই নির্ণেয় সংখ্যা অর্থাৎ
 ${}^4 P_3 = \frac{5!}{(5 - 3)!} \text{ Ans.}$

Prob 03 1, 3, 5, 7, 9 অংকগুলো থেকে তিনটি ভিন্ন ভিন্ন অংক নিয়ে 200 থেকে বৃহত্তর তিন অংকের কতগুলো সংখ্যা গঠন করা যাবে।

Sol: প্রথমে 3, 5, 7, 9 কে ছিঁর রেখে বাকি 4টি অংক থেকে 2টি বাছাই করার উপায় হল ${}^4 P_2$ অনুরূপভাবে 1, 3, 5, 7, 9 কে ছিঁর রেখে সংখ্যা গঠনের উপায় যথাক্রমে- ${}^4 P_2, {}^4 P_2, {}^4 P_2$
 \therefore মোট বিন্যাস সংখ্যা $4 \times {}^4 P_2 = 48 \text{ Ans.}$

Prob 04 0, 1, 2, 3, 4, 5 অংকগুলো দ্বারা গঠিত তিন অংক বিশিষ্ট কতগুলো সংখ্যা গঠন করা যাবে, যারা 5 দ্বারা বিভাজ্য হবে।

Sol: 0, 1, 2, 3, 4, 5 এখানে মোট অংক,
 $n = 6$; $r = 3$
 প্রযোজ্য সংখ্যা, $m = 2$ (0, 5)
 আবার এককের ঘরে 5 ও শতকের ঘরে 0 বসালে তিন অংক বিশিষ্ট সংখ্যা হবে না।
 \therefore তিন অংক বিশিষ্ট সংখ্যা = $\frac{6 P_3}{6} \times 2 = 40 \text{ Ans.}$

Prob 05 প্রত্যেক সংখ্যায় একটি অংক কেবল একবার ব্যবহার করে 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 দ্বারা কতগুলো সংখ্যা গঠন করা যায় তাদের ১ম ও শেষে জোড় অংক থাকবে?

Sol: জোড় অংক = 2, 4, 6, 8 = 4টি
 ১ম ও শেষ স্থান = 2টি স্থান, বাকী স্থান = 6টি
 অংক আছে = 6টি, সুতরাং বিন্যাস ${}^4 P_2 \times 6! = 8640 \text{ Ans.}$

Type-10:

যাতায়াত সংক্রান্ত

১ম স্থান হতে ২য় স্থানে যাবার পথ সংখ্যা = m এবং

২য় স্থান হতে ৩য় স্থানে যাবার পথ সংখ্যা = n হলে

১ম স্থান হতে ৩য় স্থানে যাবার উপায় = $m \times n$ অথবা,

৩য় স্থান হতে ১ম স্থানে আসার উপায় = $m \times n$

দুটি স্থানের মধ্যে n সংখ্যক যানবাহন চলাচল করলে উক্ত দুটি স্থানে যাওয়া-আসা করা যাবে = $n \times (n - 1)$ উপায়ে।

Prob 01

ঢাকা হতে চট্টগ্রামে প্রতিদিন ৬টি ট্রেন যাতায়াত করে। একজন ব্যক্তি কতভাবে এক ট্রেনে ঢাকা হতে চট্টগ্রামে গিয়ে অপর ট্রেনে ফিরে আসতে পারে।

Sol: এক ট্রেনে ঢাকা হতে চট্টগ্রামে গিয়ে অপর ট্রেনে ফিরে আসার উপায়
 $= n \times (n - 1) = 6 \times 5 = 30$ টি **Ans.**

Prob 02

একজন লোক খুলনা থেকে ঢাকা হয়ে চট্টগ্রাম যাবে। খুলনা হতে দৈনিক 6টি পরিবহনের বাস ঢাকায় যায় এবং ঢাকা হতে দৈনিক 8টি পরিবহনের বাস চট্টগ্রামে যায়। লোকটি কত উপায়ে খুলনা থেকে চট্টগ্রাম যাবে?

Sol: সম্ভাব্য উপায় = $m \times n = 6 \times 8 = 48 \text{ Ans.}$

Prob 03

ঢাকা হতে মশোর রুটে প্রতিদিন 4টি ট্রেন যাতায়াত করে। উক্ত স্থান দুটিতে কত উপায়ে যাতায়াত করা যাবে?

Sol: যাতায়াত করার উপায় = $n \times n = 4 \times 4 = 16$ টি **Ans.**

Summary Example on Permutation

- Inter AID- শব্দটির,
- 01. সবগুলো অক্ষর ব্যবহার করে কতভাবে বিন্যাস ও পূর্ববিন্যাস করা যায়? **Ans:** $\frac{8!}{2! \times 2!} = 1$
- 02. কতগুলো বিন্যাসে স্বরবর্ণগুলো একত্রে থাকবে? **Ans:** $5! \times \frac{4!}{2!}$
- 03. কতগুলো বিন্যাসে স্বরবর্ণগুলো একত্রে থাকবে না? **Ans:** $\frac{8!}{2!} - \frac{5! \times 4!}{2!}$
- 04. স্বরবর্ণগুলো জন্ম পরিবর্তন না করে কতভাবে সাজানো যায়। **Ans:** $\frac{8!}{4!}$
- 05. স্বরবর্ণ ও ব্যঞ্জনবর্ণের আপেক্ষিক অবস্থানের পরিবর্তন না করে কতভাবে সাজানো যায়? **Ans:** $\frac{4!}{2!} \times 4!$
- 06. স্বরবর্ণগুলোর অবস্থান পরিবর্তন না করে কতভাবে সাজানো যায়? **Ans:** $4!$
- 07. কতগুলো শব্দে স্বরবর্ণগুলো কেবল জোড় স্থান দখল করবে? **Ans:** $\frac{4 P_1}{2!} \times 4!$
- 08. কতগুলো বিন্যাস D দ্বারা শুরু হবে? **Ans:** $\frac{7!}{2!}$
- 09. কতগুলো বিন্যাস প্রথমে D ও শেষে I থাকবে? **Ans:** $6!$

Joykoly Technic

n সংখ্যক অংকের একটিকে পুনরাবৃত্তি না করে সবকটি অংক নিয়ে যে সংখ্যাগুলো গঠন করা যায় তাদের যোগফল,
 $S = (n - 1)! \times n$ সংখ্যক $1 \times$ অংকগুলোর যোগফল।

Prob 01

2, 4, 7, 8 অংকগুলো হতে প্রতিবারে 4টি অংক/সবগুলো নিয়ে যে সংখ্যাগুলো গঠন করা যায় তাদের যোগফল কত?

Sol: $S = (4 - 1)! \times 1111 \times (2 + 4 + 7 + 8) \text{ Ans.}$

Prob 02

Banglalink বাজারে যে মোবাইল সংযোগ ছেড়েছে তা 11 অংকের যার মধ্যে প্রথম তিনটি 019 নির্দিষ্ট, কোম্পানি কতগুলো লাইন সংযোগ দিতে পারবে?

Sol: ইহা পুনরাবৃত্তিমূলক বিন্যাস, যেহেতু প্রথম তিনটি ঘর নির্দিষ্ট সেহেতু এদের কোন বিন্যাস হবে না। অবশিষ্ট 8টি শূন্য স্থান 0 হতে 9 পর্যন্ত 10টি অংক দ্বারা পূরণ করার উপায় = 10^8
 \therefore নির্ণেয় সংযোগকৃত লাইন সংখ্যা = 10^8 Ans.

ঢাকা বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
[শর্ট টেকনিকের সাহায্যে দ্রুত সমাধান]

01. COURAGE শব্দটির বর্ণগুলি নিয়ে কতগুলি বিন্যাস সংখ্যা নির্ণয় করা যায় যেন প্রত্যেক বিন্যাসের প্রথমে একটি স্বরবর্ণ থাকে- [14-15]
A. 720 B. 2880 C. 180 D. 5040

Ans B Solve COURAGE

স্বরবর্ণ 4 টি (OUAE) এবং ব্যঞ্জনবর্ণ 3 টি (CRG) মোট 7 টি বর্ণ
4 টি স্বরবর্ণ হতে 1 টি স্বরবর্ণকে 1ম রাখা যায় ${}^4P_1 \cdot {}^4C_1 = 4$ প্রকারে
অবশিষ্ট 6 টি বর্ণের সাজানো সংখ্যা = ${}^6P_6 = 720$

∴ নির্ণেয় বিন্যাস সংখ্যা = $4 \times 720 = 2880$

02. 1,2,3,4,5,6, ও 7 থেকে পুনরাবৃত্তি ছাড়া তিন অঙ্কের সংখ্যা গঠন করা হলে কয়টি সংখ্যার মান 100 থেকে 500 এর মধ্যে হবে? [13-14]
A. 240 B. 60 C. 120 D. 480

Ans C Solve 100 হতে 500 মধ্যে সংখ্যায় 1, 2, 3 অথবা 4 দিয়ে

শুরু করতে হবে। 3 অংক বিশিষ্ট সংখ্যা 4 টিতে 1 টি সাজানো সংখ্যা = $4P_1$,

অপর 6 টি অংক হতে 2 টি নিয়ে সাজানো সংখ্যা = $6P_2$

∴ নির্ণেয় সংখ্যা = $4P_1 \times 6P_2 = 4 \times 30 = 120$

Shortcut: $4P_1 \times 6P_2 = 120$

03. স্বরবর্ণগুলোকে সব সময় একত্রে রেখে KACHUA শব্দটির বর্ণগুলোকে সাজানোর সংখ্যা হবে- [12-13]
A. 24 B. 72 C. 144 D. 8

Ans B Solve স্বরবর্ণগুলো একত্রে রেখে বিন্যাস = $4! \times \frac{3!}{2!} = 72$

04. প্রতিবার প্রথম এবং শেষে u রেখে calculus শব্দটির অক্ষরগুলোকে কতভাবে সাজানো যাবে? [11-12, 05-06, 00-01; JNU 15-16, 07-08, 06-07, 11-12; RU 08-09; BU 12-13; IU 05-06; BU 15-16; COU 15-16]
A. 180 B. 280 C. 90 D. 360

Ans A Solve calculus শব্দটিতে মোট অক্ষর = 8 টি

l = 2 টি, u = 2 টি, c = 2 টি

1ম ও শেষ অক্ষর u, বাকী থাকবে 6 টি অক্ষর।

∴ সাজানো যাবে = $\frac{6!}{2! 2!} = 180$

05. ENGINEERING শব্দের সকল E গুলো একসঙ্গে রেখে সকল অক্ষরগুলোর বিন্যাসের সংখ্যা- [10-11; RU 11-12]
A. 1680 B. 15120 C. 177200 D. 1512

Ans B Solve (EEE) (GG) (II) (NNN)R

3 টি E কে 1 টি E ধরে বিন্যাস সংখ্যা = $\frac{(11-3+1)!}{2! 3! 2!} = \frac{9!}{2! \times 3! \times 2!} = 15120$

3 টি E এদের নিজেদের মধ্যে সাজানো যায় = $\frac{3!}{3!} = 1$ ভাবে

∴ মোট বিন্যাস = $15120 \times 1 = 15120$

06. 3, 5, 7, 8, 9 অঙ্কগুলি এক বা একাধিক বার ব্যবহার করে 7000 থেকে বড় চার অঙ্ক বিশিষ্ট কতগুলি সংখ্যা গঠন করা যায়- [03-04]
A. 27 B. 81 C. 72 D. 56

Ans C Solve গঠিত সংখ্যা = ${}^3P_1 \times {}^4P_3 = 72$

07. 3 জন বালক ও 4 জন বালিকাকে একটি সারিতে কত প্রকারে বিন্যাস করা যাবে যাতে এ 3 জন বালক সর্বদাই একত্রে থাকবে? [99-00]
A. 4320 B. 2430 C. 720 D. 144

Ans C Solve 3 জন বালক সর্বদাই একত্রে থাকা মানে তারা 1 জনের

ন্যায় আচরণ করবে। তাই মোট 4 জন বালিকা + 1 জন বালক = 5 জনের

বিন্যাস সংখ্যা = $5!$ । আবার 3 জন বালক নিজেদের মধ্যে $3!$ উপায়ে

সাজবে, তাই মোট সাজানো সংখ্যা = $5! \times 3! = 720$ ।

08. যদি TIME শব্দটির অক্ষরগুলিকে পুনর্বিন্যাস করা হয় তবে কতগুলো বিন্যাস স্বরবর্ণ দ্বারা শুরু হয়? [98-99]
A. 6 B. 24 C. 32 D. 12

Ans D Solve

এখানে I ও E দুটি স্বরবর্ণ। I কে প্রথমে রাখলে বাকী 3 জায়গায় 3 টি বর্ণকে $3!$ উপায়ে সাজানো যায়। আবার E সামনে থাকলেও পুনরায় $3!$ উপায়ে সাজানো যায়।

∴ নির্ণেয় সাজানো সংখ্যা = $3! \times 2 = 12$ ।

09. 1, 3, 5, 7, 9 অংকগুলো থেকে তিনটি ভিন্ন অংক নিয়ে 200 থেকে বৃহত্তর তিন অংকের যে সকল সংখ্যা গঠন করা যায় তাদের সংখ্যা কত? [96-97]
A. 24 B. 48 C. 60 D. 64

Ans B Solve

1, 3, 5, 7, 9 অংকগুলো থেকে তিনটি ভিন্ন অংক নিয়ে গঠিত সংখ্যা = 5P_3 ।

অর্থাৎ যে সকল সংখ্যায় 1 আগে থাকবে তারা 200 থেকে ক্ষুদ্রতর হবে এবং তাদের সংখ্যা = 4P_2 ।

∴ 200 থেকে বৃহত্তর সংখ্যা = ${}^5P_3 - {}^4P_2 = 60 - 12 = 48$

or, সংখ্যাগুলো 3, 5, 7, 9 দ্বারা আরম্ভ হবে, ∴ বিন্যাস = ${}^4P_1 \times {}^4P_2 = 48$

জগন্নাথ বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. 'DIGITAL' শব্দটির বর্ণগুলিকে মোট কত প্রকারে সাজানো যাবে যেখানে স্বরবর্ণগুলি (vowels) সর্বদা একত্রে থাকবে? [14-15; IU 14-15]
A. 60 B. 100 C. 120 D. 40

Ans Blank Solve 'DIGITAL'

শব্দের বর্ণ সংখ্যা 7 টি, স্বরবর্ণ সংখ্যা = 3 টি, এদের মধ্যে 2 টি I।

স্বরবর্ণ গুলোকে 1 বর্ণ ধরলে বর্ণ সংখ্যা = 5 টি

∴ নির্ণেয় বিন্যাস = ${}^5P_3 \times \frac{3!}{2!} = 120 \times \frac{3!}{2!} = 360$

02. 'ASSASSINATION' শব্দটির অক্ষরগুলো দিয়ে কতটি বিন্যাস তৈরি করা যায় তার সংখ্যা নিরূপণ কর? [11-12; CU 11-12]
A. 13! B. $\frac{13}{3!}$ C. $\frac{13}{3!4!2!}$ D. $\frac{13}{3}$ E. $\frac{13!}{36 \times 16}$

Ans E Solve

'ASSASSINATION' শব্দটিতে মোট অক্ষর = 13 টি।

যার মধ্যে A = 3 টি, S = 4 টি, I = 2 টি, N = 2 টি।

∴ মোট বিন্যাস = $\frac{13!}{3! 4! 2! 2!} = \frac{13!}{36 \times 16}$

03. "MATHEMATICS" শব্দটির বর্ণগুলোকে কত প্রকারে সাজানো যায়? [10-11; JU 12-13; MBSTU 15-16]
A. $\frac{11!}{8}$ B. $\frac{11!}{3!}$ C. $\frac{11!}{4!}$ D. $\frac{11!}{6!}$

Ans A Solve

MATHEMATICS শব্দটিতে মোট 11 টি বর্ণ আছে।

যার মধ্যে M দুইটি, T দুইটি, A দুইটি।

∴ বর্ণগুলো সাজানো যায় $\frac{11!}{2! 2! 2!} = \frac{11!}{8}$

জাহাঙ্গীরনগর বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. 2, 3, 4, 5, 6, 7 ও 8 এই অংকগুলোর প্রত্যেকটিকে প্রত্যেক সংখ্যায় একবার মাত্র ব্যবহার করে চার অঙ্কের কতগুলো পৃথক সংখ্যা গঠন করা যেতে পারে? [14-15, 12-13; KU 05-06]
A. 480 B. 840 C. 120 D. 240

Ans B Solve

2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 মোট অংক 7 টি তার 4 অঙ্কের সংখ্যা

${}^7P_4 = 840$

03. How many ways can the letters of SHARIATPUR be arranged? [13-14]

- A. $\frac{10!}{22}$ B. $\frac{10!}{2!}$ C. $\frac{10!}{4}$ D. $\frac{10!}{3!}$ **Ans. C**

04. laughter শব্দটির অক্ষরগুলিকে 1 দিয়ে শুরু হয় এরূপ যত প্রকারে সাজানো যায় তা হলো- [A 12-13]

- A. 3500 B. 3550 C. 5040 D. 3570

Ans C Solve / কে ১ম অবস্থানে স্থির রেখে সাজানো যায় 7! উপায়ে অর্থাৎ 5040 উপায়ে।

05. স্বরবর্ণগুলিকে কোন সময়ই পৃথক না রেখে daughter শব্দটি সবকটি বর্ণকে যত বিভিন্ন প্রকারে সাজানো যায় তা হলো- [11-12]

- A. 36000 B. 360200 C. 360800 D. 4320

Ans D Solve মোট বিন্যাস = $6! \times 3! = 4320$

06. 'Public' শব্দটির বর্ণগুলোর মধ্যে স্বরবর্ণের অবস্থান পরিবর্তন না করে বর্ণগুলোকে কত রকমে পুনরায় সাজানো যেতে পারে? [11-12]

- A. 24 B. 23 C. 25 D. 720

Ans B Solve স্বরবর্ণের অবস্থান পরিবর্তন না করে সাজানো যায় = $4! = 24$ ভাবে

∴ পূরণায় সাজানো যায় = $24 - 1 = 23$ ভাবে।

07. ${}^4P_4 - {}^4C_4 = ?$ [11-12]

- A. 23 B. 25 C. 0 D. 1

Ans A Solve ${}^4P_4 - {}^4C_4 = 24 - 1 = 23$

রাজশাহী বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. গরুর 4টি ফুটবল ম্যাচের ফলাফল কেমন হতে পারে? [14-15]

- A. 2^4 B. 3^4 C. 2^3 D. 4^3

Ans B Solve ম্যাচের ফলাফল জয়, পরাজয় ও ড্র হতে পারে।

∴ 4টি ফুটবল ম্যাচের ফলাফল সংখ্যা = $3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^4$

02. ${}^nP_4 = 12 \times {}^nP_2$ হলে n-এর মান কত? [14-15]

- A. 5 B. 4 C. 3 D. 6

Ans D Solve $n(n-1)(n-2)(n-3) = 12n(n-1)$

$\Rightarrow n^2 - 5n + 6 = 12 \Rightarrow n^2 - 5n - 6 = 0$

$\Rightarrow (n-6)(n+1) = 0 \Rightarrow n = 6$

03. যদি ${}^{2n}P_3 = 2 \times {}^nP_4$ হয়, তাহলে n-এর মান কত? [14-15]

- A. 1 B. 10 C. 8 D. 9

Ans C Solve ${}^{2n}P_3 = 2 \times {}^nP_4$

Shortcut: Option check করে n = 8 ধরলে, ${}^{2n}P_3 = {}^{16}P_3 = 3360$

04. 1, 3, 0, 3, 5, 5 অংকগুলি দ্বারা 1,00,000 এর চেয়ে বড় কতগুলো সংখ্যা গঠন করা যায়? [14-15]

- A. 155 B. 150 C. 160 D. 140

Ans B Solve 1, 3, 0, 3, 5, 5

প্রথম 1 রেখে নির্ণয় সংখ্যা = $1 \times \frac{5!}{2!2!} = 30$

প্রথম 3 রেখে " " = $1 \times \frac{5!}{2!} = 60$

" 5 রেখে " " = $1 \times \frac{5!}{2!} = 60$ মোট = 150

05. 222334 দ্বারা ছয় অঙ্কের কতগুলি বিভিন্ন সংখ্যা তৈরী করা যেতে পারে? [13-14]

- A. 120 B. 30 C. 720 D. 60

Ans D Solve সংখ্যার সংখ্যা = $\frac{6!}{2! \times 3!} = 60$

06. ${}^nP_3 \times 5 = {}^nP_4$ হলে n এর মান কত? [H 12-13]

- A. 8 B. 6 C. 10 D. 18

Ans A Solve $n(n-1)(n-2) \times 5 = n(n-1)(n-2)(n-3)$

$\Rightarrow n-3 = 5 \Rightarrow n = 8$

07. গণিতের 5 খানা, পদার্থবিজ্ঞানের 3 খানা ও রসায়নের 2 খানা পুস্তককে একটি ডাকে কত প্রকারে সাজানো যেতে পারে যাতে একই বিষয়ের পুস্তকগুলি একত্রে থাকে? [11-12]

- A. 8640 B. 7640 C. 6840 D. 9460

Ans A Solve গণিত, পদার্থ এবং রসায়নকে তিনটি বই ধরে সাজানো যায় = 3! ভাবে

গণিতকে নিজেদের মধ্যে সাজানো যায় = 5! ভাবে

পদার্থকে " " " " = 3! ভাবে

রসায়নকে " " " " = 2! ভাবে

∴ মোট বিন্যাস = $3! \times 5! \times 3! \times 2! = 8640$

08. 3টি স্বরবর্ণযুক্ত 7 অক্ষর বিশিষ্ট একটি শব্দে স্বরবর্ণগুলোকে পাশাপাশি না রেখে মোট বিন্যাস সংখ্যা হবে- [10-11]

- A. 5040 B. 1440 C. 4320 D. 3600

Ans C Solve পাশাপাশি রেখে বিন্যাস = $5! \times 3! = 120 \times 6 = 720$

পাশাপাশি না রেখে বিন্যাস = $7! - 720 = 5040 - 720 = 4320$

09. PEOPLE শব্দটির অক্ষরগুলি একত্রে নিয়ে কতগুলি শব্দ পাওয়া যাবে যাদের মধ্যে দুইটি P পাশাপাশি থাকবে না? [09-10]

- A. 180 B. 160 C. 120 D. 60

Ans C Solve PEOPLE দুইটি P আছে। তাদেরকে একটি ধরে মোট বর্ণ

5টি। নিজেদের মধ্যে সাজানো যায় = $\frac{5!}{2!} \times \frac{2!}{2!} = \frac{5!}{2!}$ মোট সাজানো সংখ্যা

= $\frac{6!}{2! \times 2!}$ দুইটি P পাশাপাশি না রেখে সাজানো সংখ্যা = $\frac{6!}{2! \times 2!} - \frac{5!}{2!} = 120$

10. nP_n - এর মান কত? [08-09]

- A. 1 B. n! C. n D. 0

Ans B Solve $\frac{n!}{(n-n)!} = \frac{n!}{1} = n!$

11. 0! এর মান কত? [08-09]

- A. 1 B. 0 C. ∞ D. কোনটিই নয় **Ans. A**

12. দু'টি অংক দ্বারা 3টি শূন্যস্থান কতভাবে পূরণ করা যায়? [08-09]

- A. 8 B. 4 C. 6 D. 3

Ans C Solve অংক 2টি

শূন্যস্থান = 3টি

পূরণ করা যাবে = ${}^3P_2 = 6$

13. দুইজন ফার্মেসী বিভাগের ছাত্রকে একত্রে না বসিয়ে 5 জন রসায়নের ছাত্র ও 5 জন ফার্মেসী বিভাগের ছাত্র কত রকমে একটি টেবিলের মাঝে আসন নিতে পারে? [08-09]

- A. 2880 B. 2840 C. 2480 D. 2440

Ans A Solve রসায়নের ছাত্র = 5 জন, ফার্মেসী বিভাগের ছাত্র = 5 জন

তারা পাশাপাশি বসে না।

বিন্যাস = $(5-1)! \times 5! = 4! \times 5! = 2880$

খুলনা বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. ${}^{2n+1}P_{n-1} : {}^{2n-1}P_n = 3:5$ হলে n এর মান কত? [15-16, 14-15]
A. 1 B. 3 C. 4 D. 2

Ans C Solve $\frac{(2n+1)!}{(2n+1-n)!} : \frac{(2n-1)!}{(2n-1-n)!} = 3:5$

$\Rightarrow \frac{(2n+1)2n(2n-1)!}{(n+2)!} : \frac{(2n-1)!}{(n-1)!} = 3:5$

$\Rightarrow \frac{2n(2n+1)}{(n+2)(n+1)n(n-1)!} : \frac{1}{(n-1)!} = 3:5$

$\Rightarrow \frac{4n+2}{n^2+3n+2} = \frac{3}{5} \Rightarrow 20n+10 = 3n^2+9n+6$

$\Rightarrow 3n^2-1n-4=0 \Rightarrow 3n^2-12n+n-4=0$

$\Rightarrow 3n(n-4)+(n-4)=0 \Rightarrow (3n+1)(n-4)=0$

$\therefore n-4=0 \Rightarrow n=4$

02. 'ADMISSION' শব্দটির সবগুলো বর্ণকে একবারে নিয়ে কত প্রকারে সাজানো যায়? [14-15; RU 15-16]

- A. $\frac{9!}{2!2!}$ B. $9!$ C. 9P_4 D. কোনটিই নয়

Ans A Solve ADMISSION = ADM(II)(SS)ON = 9টি বর্ণ

এদের একত্রে সাজানো সংখ্যা = $\frac{9!}{2!2!}$

03. একজন মানুষের 6 জন বন্ধু আছে। কত প্রকারে সে তার এক অথবা একাধিক বন্ধুকে দাওয়াত দিতে পারে? [14-15]

- A. 6^2-1 B. 5^2-1 C. 2^6-1 D. 2^5-1

Ans C Solve নিমন্ত্রণ সংখ্যা = $2^6-1=63$

04. কোন অঙ্কের পুনরাবৃত্তি না করে 0, 3, 5, 6, 8 অঙ্কগুলো দ্বারা 4000 এর চেয়ে বড় কতগুলো সংখ্যা গঠন করা যায়? [13-14; CUET 14-15; BUET 11-12]

- A. 168 B. 186 C. 268 D. 286

Ans A Solve 4000 চেয়ে বড় 4 অঙ্কের ও 5 অঙ্কের হতে পারে।

4 অঙ্কের ক্ষেত্রে, সংখ্যা গুলো 5, 6, 8 -এর যে কোন একটি দিয়ে শুরু করতে হবে, তা করা যাবে 3P_1 প্রকারে আবার অবশিষ্ট 4 টি অঙ্ক হতে 3 টি সাজানো সংখ্যা = 4P_3

4 অঙ্কের সংখ্যা = ${}^3P_1 \times {}^4P_3 = 3 \times 24 = 72$

5 অঙ্কের ক্ষেত্রে, 0 প্রথমে না এসে গঠিত 5 অঙ্কের সংখ্যা = ${}^5P_5 - {}^4P_4$
= $120 - 24 = 96$

\therefore মোট সংখ্যা = $72 + 96 = 168$ Ans.

Shortcut: $3 \times {}^4P_3 + ({}^5P_5 - {}^4P_4) = 168$

05. কোন ত্রিভুজের প্রত্যেক বাহু বরাবর 10টি বল সাজানো হলে, ঐ ত্রিভুজের উপর পিরামিড আকৃতি স্তম্ভে কতগুলো বল সাজানো যাবে? [13-14]

- A. 10^3 B. 10^2 C. 220 D. 200

Ans C Solve $\sum_{x=1}^{10} \frac{x(x+1)}{2} = 220$

06. একটি পদে 3 জন প্রার্থী এবং 5 জন লোকের ভোটে নির্বাচিত হবে। কত প্রকারে ভোট দেয়া যেতে পারে? [A 12-13]

- A. 243 B. 245 C. 244 D. 10

Ans A Solve $3^5 = 243$

07. LOVE শব্দটির স্বরবর্ণগুলি পাশাপাশি না রেখে কতভাবে সাজানো যায়? [11-12]

- A. 24 B. 18 C. 12 D. 6

Ans C Solve 4টি বর্ণ নিয়ে সাজানো যায় = $4! = 24$ ভাবে

O, E কে একটি বর্ণ ধরে সাজানো যায় = $3! = 6$ ভাবে

O, E কে নিজেদের মাঝে সাজানো যায় = $2! = 2$ ভাবে

\therefore পাশাপাশি না রেখে সাজানো যায় = $24 - (6 \times 2) = 12$ ভাবে

08. টেলিফোন ডায়ালে 0 থেকে 9 পর্যন্ত লেখা থাকে। যদি কলবাজার শহরের টেলিফোনগুলো 5 অঙ্ক বিশিষ্ট হয়, তবে ঐ শহরে কত টেলিফোন সংযোগ দেয়া যাবে? [11-12; IU 01-02]

- A. 100000 টি B. 10000 টি C. 1000000 টি D. 1000 টি

Ans A Solve সংযোগ সংখ্যা = $10^5 = 100000$

09. স্বরবর্ণগুলোকে পাশাপাশি না রেখে Triangle শব্দটির অক্ষরগুলো কত প্রকারে সাজানো যায়? [06-07]

- A. 36000 B. 20000 C. 150 D. 1575

Ans A Solve স্বরবর্ণগুলোকে পাশাপাশি না রেখে সাজানো যায় = $8! - (6! \times 3!) = 36000$

শাহজালাল বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. 100 সংখ্যক ভিন্ন উপাদানের সেট থেকে কত সংখ্যক উপাদান নিলে বিন্যাস এবং সমাবেশ সংখ্যা সমান? [15-16]

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 99 E. 100

Ans A Solve আমরা জানি, ${}^nC_1 = {}^nP_1$

\therefore 100 হতে 1টি নিলে সমাবেশ ও বিন্যাস সংখ্যা সমান হবে।

02. 0, 1, 2, 3, 4 অঙ্কগুলি একবার মাত্র ব্যবহার করে পাঁচ অঙ্কের মোট কতটি জোড় সংখ্যা গঠন করা যাবে? [15-16]

- A. 54 B. 60 C. 72 D. 96 E. 120

Ans A Solve ${}^3C_1 \times \{4 - {}^3C_1 \times 3\}$

= ${}^3C_1 \{4 - 3\} = 3 \times 18 = 54$

03. যদি একটি শহরের বাড়ির নম্বরের প্রথম একটি ইংরেজি বর্ণমালায় পরে তিনটি অঙ্ক থাকে এবং প্রতিটি অঙ্ক মৌলিক হয়, তবে কতগুলি বাড়ির নম্বর দেওয়া যাবে? [14-15]

- A. 1664 B. 3250 C. 4375 D. 625 E. 256

Ans A Solve ইংরেজি বর্ণমালায় 26টি হতে 1 বর্ণের বিন্যাস = ${}^{26}P_1 = 26$ এবং 3টি স্থানে 2, 3, 5, 7; 4টি মৌলিক হতে যে কোন 3টির পুনরাবৃত্তি করে বিন্যাস = 4^3 \therefore মোট নম্বর সংখ্যা = $26 \times 4^3 = 1664$

04. 14 জন ফুটবল খেলোয়াড় থেকে কয়জন খেলোয়াড় নিয়ে গঠিত সমাবেশ সংখ্যা ও বিন্যাস সংখ্যা সমান হবে? [14-15]

- A. 1 B. 2 C. 11 D. 13 E. 14

Ans A Solve প্রশ্নমতে, ${}^{14}P_n = {}^{14}C_n$

$\Rightarrow \frac{14!}{(14-n)!} = \frac{14!}{n!(14-n)!} \Rightarrow n! = 1 \Rightarrow n = 1$

Shortcut: ${}^{14}P_n = {}^{14}C_n \Rightarrow n! {}^{14}C_n = {}^{14}C_n \Rightarrow n! = 1 \Rightarrow n = 1$

05. বিশ্ববিদ্যালয়ের ভর্তি পরীক্ষায় 4 জন ছেলে ও 2 জন মেয়েকে এক সারিতে বসানো হবে। কতভাবে বসানো সম্ভব যেন মেয়ে দুজন সবসময় পাশাপাশি বসে? [B 12-13]

- A. 60 B. 120 C. 240 D. 360 E. 720

Ans C Solve মেয়ে দুজন সাজতে পারে = 2! ভাবে

\therefore মোট সাজানো সংখ্যা = $5! \times 2! = 240$

06. 2, 3, 7, 8 দ্বারা গঠিত 7200 এর চেয়ে বড় সংখ্যা কয়টি? [07-08]

- A. 24 B. 6 C. 12 D. 10

Ans C Solve মোট গঠিত সংখ্যা = ${}^2P_1 \times {}^3P_3 = 12$

07. 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 এই অঙ্কগুলো দ্বারা কোন অঙ্ক পুনরাবৃত্তি না করে 3000 এবং 60000 এর মাঝে মোট কয়টি ভিন্ন ভিন্ন সংখ্যা লেখা যাবে? [07-08; IU 06-07, 02-03]

- A. 1440 B. 2160 C. 720 D. কোনটিই নয়

Ans D Solve 3000 -এর বেশি সংখ্যায় 3, 4, 5, 6 -এর যে কোন 1টি দিয়ে শুরু করতে হবে তা 4P_1 প্রকারের করা যাবে অবশিষ্ট 6টি অঙ্ক হতে 3 টিকে নিয়ে সাজানো সংখ্যা = ${}^6P_3 \therefore {}^4P_1 \times {}^6P_3 = 480$

আবার পরবর্তী 60000 পর্যন্ত সংখ্যা 1, 2, 3, 4, 5 অংক হতে যে কোন একটিকে প্রথম নিয়ে সংখ্যা গঠন করা যাবে 3P_1 প্রকার অবশিষ্ট 4 টি স্থানে 6 অঙ্কের সাজানো সংখ্যা = 6P_4
 এমন সংখ্যা = ${}^3P_1 \times {}^6P_4 = 1800$
 মোট সংখ্যা = $480 + 1800 = 2280$

Shortcut: ${}^4P_1 \times {}^6P_3 + {}^5C_1 \times {}^6P_4 = 2280$

08. PERMUTATION শব্দটির বর্ণগুলোর কোন স্বরবর্ণের অবস্থান পরিবর্তন না করে কত রকমে পুনর্বিন্যাস করা যেতে পারে? (03-04; RUET 10-11; MBSTU 15-16; RUET 10-11)

- A. 252 B. 359 C. 350 D. 425

Ans B Solve 'PERMUTATION' শব্দটিতে, বর্ণ সংখ্যা = 11, এদের মধ্যে ব্যঞ্জনবর্ণ সংখ্যা = 6টি এবং এদের মধ্যে, T, 2টি

\therefore নির্ণেয় পূর্ণবিন্যাস = $\frac{6}{2} - 1 = 359$

ইসলামী বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
 [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. "Second" শব্দটির অক্ষরগুলো থেকে 1 টি স্বরবর্ণ ও 2 টি ব্যঞ্জনবর্ণ নিয়ে গঠিত শব্দের সংখ্যা কোনটি, যাতে স্বরবর্ণ সর্বদা মধ্যস্থানে থাকে- [15-16]

- A. 60 B. 42 C. 27 D. 24

Ans D Solve second স্বরবর্ণ (e,o) 2টি ব্যঞ্জনবর্ণ (secn) 4টি
 2টি স্বরবর্ণ হতে একটিকে মাঝখানে সাজানো যাবে = 2P_1
 4টি ব্যঞ্জনবর্ণ হতে 2টিকে অপর 2টি স্থানে সাজানো যাবে = 4P_2
 \therefore নির্ণেয় গঠিত শব্দ = ${}^2P_1 \times {}^4P_2 = 2 \times 4 \times 3 = 24$

02. প্রত্যেকবার চারটি করে অক্ষর নিয়ে "Examination" শব্দটির অক্ষরগুলো হতে মোট কয়টি বিন্যাস গঠন করা যায়? [15-16]

- A. 2454 B. 2424 C. 2443 D. 2490

Ans A Solve Examination
 Ex(aa)m(ii)(nn)ot
 4টি ভিন্ন বর্ণের শব্দ = ${}^8P_4 = 1680$
 3 জোড়া বর্ণ হতে যেকোন 2টি জোড়া বর্ণের শব্দ = ${}^3C_2 \times \frac{4!}{2!2!} = 18$
 1 জোড়া ও ভিন্ন 2টি নিয়ে গঠিত শব্দ = ${}^3C_1 \times {}^7C_2 \times \frac{4!}{2!} = 756$
 মোট বিন্যাস = $1680 + 18 + 756 = 2454$

03. প্রত্যেকটি বর্ণ কেবল একবার ব্যবহার করে a, b, c, d দ্বারা কতগুলো দুই বর্ণবিশিষ্ট শব্দ গঠন করা যায়? [15-16]

- A. 17 টি B. 11 টি C. 22 টি D. 12 টি

Ans D Solve a, b, c, d বর্ণ 4টি
 4 টি হতে 2টি বর্ণের শব্দ ${}^4P_2 = 4 \times 3 = 12$ টি

04. Joker শব্দটি অক্ষরগুলির স্বরবর্ণগুলিকে পাশাপাশি রেখে কত প্রকার সাজানো যায়- [15-16]

- A. 12 B. 18 C. 6 D. 24

Ans = Solve স্বরবর্ণ দুটিকে একটি ধরে মোট সাজানো সংখ্যা $(5 - 2 + 1)! \times 2! = 48$
 বিহীন স্বরবর্ণ দুটির অবস্থান ঠিক রেখে বিন্যাস করলে হবে $(5 - 2 + 1)! = 24$
 এক্ষেত্রে Option D সঠিক উত্তর

05. "MATHEMATICS" শব্দটির স্বরবর্ণগুলিকে একত্রে রেখে শব্দটির অক্ষরগুলিকে কত উপায়ে সাজানো যাবে? [15-16]

- A. $2 \times 8!$ B. $3 \times 8!$ C. $4 \times 8!$ D. $5 \times 8!$

Ans B Solve (MM) (AA) (TT) H E I C S সাজানো সংখ্যা
 $\frac{(11 - 4 + 1)!}{2!2!} \times \frac{4!}{2!} = 8! \times 3 = 3 \times 8!$

06. DIGITAL শব্দটির Vowel গুলি একত্রে রেখে কত ভাবে সাজানো যাবে? [14-15]

- A. 252 B. 360 C. 120 D. 180

Ans B Solve DIGITAL শব্দটিতে 7 টি বর্ণের মধ্যে 3 টি vowel.
 \therefore vowel গুলিকে একত্রে রেখে বিন্যাস সংখ্যা = $(7 - 3 + 1)! \times \frac{3!}{2!} = 5! \times \frac{3!}{2!} = 360$

07. Mathematics শব্দটির অক্ষরগুলোকে কত প্রকারে সাজানো যায় যাতে তাদের মধ্যে কতগুলোতে স্বরবর্ণগুলো একত্রে থাকে? [F 12-13]

- A. $\frac{11!}{2!2!2!}$ B. $\frac{8!}{2!2!}$ C. $\frac{8!}{2!2!} \times \frac{4!}{2!}$ D. $\frac{11!}{2!2!2!} \times \frac{8!}{2!}$

Ans C Solve Mathematics শব্দটির বর্ণ সংখ্যা 11টি এদের মধ্যে 4টি স্বরবর্ণ। এতে m দুটি, a দুটি, t দুটি।
 \therefore স্বরবর্ণগুলোকে একত্রে রেখে বিন্যাস = $\frac{8!}{2!2!} \times \frac{4!}{2!}$

08. "p, n ও r এর সম্পর্কের ক্ষেত্রে সঠিক- [11-12]

- A. $r \geq n$ B. $r \leq n$ C. $n \leq r$ D. $n < r$ **Ans. B**

09. Chemistry শব্দের পাঁচটি করে নিয়ে কতভাবে সাজানো যাবে, যদি m ও y বর্ণ দুটি অবশ্যই থাকে? [11-12]

- A. 4100 B. 4420 C. 4200 D. 2200

Ans C Solve m ও y কে বনানো যায় 2P_2 ভাবে। বাকি 7 টি বর্ণ 3 টি স্থানে বনানো যায় 7P_3 ভাবে। \therefore মোট বিন্যাস = ${}^2P_2 \times {}^7P_3 = 4200$

10. Volume শব্দটির বর্ণগুলো নিয়ে কতগুলো বিন্যাস সংখ্যা হবে যেন প্রত্যেক বিন্যাসের প্রথমে একটি স্বরবর্ণ থাকে- [10-11]

- A. 120 B. 240 C. 360 D. 720

Ans C Solve VOLUME শব্দটিতে মোট অক্ষর = 6টি
 স্বরবর্ণ = O, U, E = 3টি, প্রথমে স্বরবর্ণ থাকবে = ${}^3P_1 \times 5! = 360$

11. 0, 1, 2, 3, 4, 5 অংকগুলো দ্বারা ছয় অংক বিশিষ্ট সংখ্যা গঠন করা যায়- [E 05-06]

- A. 610 B. 600 C. 560 D. 500

Ans B Solve ছয়টি অংক হতে প্রতিবারে ছয়টি নিয়ে গঠিত সংখ্যা = $6! = 720$
 কিন্তু এতে প্রথম ঘরে শূন্য আসে এমন সংখ্যা = $5! = 120$
 \therefore অর্থপূর্ণ সংখ্যা = $720 - 120 = 600$

12. Mississippi শব্দটির সবগুলো অক্ষর একসঙ্গে নিয়ে তৈরি মোট বিন্যাসের সংখ্যা- [04-05]

- A. 33025 B. 35550 C. 34650 D. 28500

Ans C Solve মোট বিন্যাসের সংখ্যা = $\frac{11!}{4!4!2!} = 34650$

বরিশাল বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
 [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. 1, 0, 2 দ্বারা গঠিত তিন অংক বিশিষ্ট সংখ্যা কতটি? [12-13]

- A. 6 B. 4 C. 18 D. 27

Ans B Solve 1 প্রথমে থাকলে সংখ্যা হবে = $2! = 2$ টি
 2 প্রথমে থাকলে সংখ্যা হবে = $2! = 2$ টি \therefore মোট সংখ্যা = 4টি

কুমিল্লা বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
 [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. CHITTAGONG শব্দটির অক্ষরগুলোকে একসঙ্গে নিয়ে যত প্রকারে সাজানো যায়, তার সংখ্যা হবে- [15-16]

- A. 10! B. 8! C. $\frac{10!}{4}$ D. 4.8!

Ans C Solve CIH (TT) A (GG) ON সাজানো সংখ্যা
 $= \frac{10!}{2!2!} = \frac{10!}{4}$

বেগম রোকেয়া বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. যদি BRUR এর টেলিফোন নম্বরগুলো শুধুমাত্র 0 ও 1 অংক দুটি দ্বারা গঠিত হয় এবং প্রতিটি টেলিফোন নম্বরে 10 টি করে অংক থাকে, তবে BRUR এ মোট কতগুলো টেলিফোন সংযোগ দেওয়া যাবে? [15-16]
A. 100 B. 1000 C. 1024 D. 1010
Ans = Solve 01xxxxxxx সংখ্যা দেওয়া যাবে 10^8
02. একটি ইলেকট্রিক বোর্ডে 5 টি সুইচ আছে। কত উপায়ে সুইচগুলোকে up এবং down করা যাবে যেখানে 3টি সুইচ up এবং 2 টি down থাকবে। [15-16]
A. 10 B. 24 C. 48 D. 120
Ans D Solve ${}^5P_3 \times {}^2P_2 = 120$
03. nP_r এর জন্য কোনটি সঠিক? [15-16]
A. $r \geq n$ B. $r \leq n$ C. $n \leq r$ D. $n < r$
Ans B Solve nP_r এর ক্ষেত্রে, $n \geq r \Rightarrow r \leq n$ হবে

যশোর বিজ্ঞান ও প্রযুক্তি বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. ছাটটি ভিন্ন ধরনের মুক্তা কত রকমে একটি ব্যাঙে লাগিয়ে একটি হার তৈরী করা যেতে পারে? [15-16]
A. 7! B. 8! C. 7!/2 D. 8!/2 E. 9!/2
Ans = Solve সাজানো যাবে, $\frac{1}{2} | 8-1 = \frac{7}{2} = 7!/2$

02. 1, 3, 5 (2n-1) =? [13-14]
A. $\frac{(2n)!}{2^n(n!)}$ B. $\frac{2n!}{2^{2n}}$ C. $\frac{3n!}{2^{n!}}$ D. $\frac{2n!}{3^{n!}}$ E. $\frac{n!}{2^{n!}}$ **Ans. A**
03. যদি ${}^nP_4 = 6 \cdot {}^nP_3$ হয় তবে n এর মান কত? [A 12-13; KU:08-09; IU:08-09, BAU: 14-15; RU 15-16; KU 08-09, 04-05; IU 08-09; JU 14-15; BAU 14-15]
A. 3 B. 4 C. 9 D. 12
Ans C Solve $\frac{n!}{(n-4)!} = 6 \frac{n!}{(n-3)!} \Rightarrow \frac{(n-3)!}{(n-4)!} = 6$
 $\Rightarrow (n-3) = 6 \Rightarrow n = 9$

Shortcut: ${}^nP_4 = 6 \cdot {}^nP_3 = 4! \times {}^nC_4 = 6.3! \cdot {}^nC_3$
 $\Rightarrow 4 \times \frac{n-4+1}{4} = 6 \Rightarrow n = 9$

04. 2 জন CSE এর ছাত্রকে পাশাপাশি না বসিয়ে 6 জন EEE এর ছাত্র ও 3 জন CSE এর ছাত্রকে কত রকমে একটি লাইনে সাজানো যায়? [C 12-13]
A. 4320 B. 25200 C. 151200 D. 86400
Ans C Solve ${}^7P_3 \times 6! = 151200$
05. স্বরবর্ণ গুলোকে পাশাপাশি না রেখে "Daughter" শব্দটির অক্ষর গুলো কত সংখ্যক উপায়ে সাজানো যাবে? [C 12-13]
A. 40320 B. 4320 C. 36000 D. 44640
Ans C Solve স্বরবর্ণগুলো পাশাপাশি রেখে বিন্যাস = $6! \times 3! = 4320$
 \therefore স্বরবর্ণগুলো পাশাপাশি না রেখে বিন্যাস = $8! - 4320 = 36000$

ভাসানী বিজ্ঞান ও প্রযুক্তি বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. স্বরবর্ণগুলিকে পাশাপাশি রেখে TANGAIL শব্দটিকে কত রকমে সাজানো যায়? [15-16]
A. 160 B. 360 C. 320 D. 120
Ans B Solve TANGIL T(AAI) NGL
সাজানো সংখ্যা = $(7-3+1)! \frac{3!}{2!} = \frac{5! \times 3!}{2!} = 360$

02. Algebra শব্দটির বর্ণগুলো হতে প্রতি বারে 3টি করে নিয়ে কতগুলো ভিন্ন ভিন্ন শব্দ গঠন করা যায়? [14-15; KU 01-02; RU 09-10]
A. 120 B. 135 C. 140 D. 150
Ans B Solve ALGEBRA এর বর্ণ সংখ্যা 7টি। এদের A 2টি।
(i) সবগুলো 6টি ভিন্ন বর্ণ হতে যে কোন 3টির শব্দ সংখ্যা = ${}^6P_3 = 120$
(ii) 2টি A এবং বাকি 5টি হতে। নিয়ে গঠিত শব্দ সংখ্যা = $1 \times {}^5C_1 \times \frac{3!}{2!} = 5 \times \frac{6}{2} = 15$

- মোট শব্দ সংখ্যা = $120 + 15 = 135$
03. পুনরাবৃত্তি না করে, 1, 2, 4, 5, 6 অঙ্কগুলো দিয়ে কতগুলো সংখ্যা গঠন করা যাবে? [14-15]
A. 40 B. 60 C. 80 D. 100
Ans = Solve প্রশ্ন সঠিক নয়।
04. ${}^nP_4 = 12 \cdot {}^nP_2$ হলে n এর মান- [14-15]
A. 7 B. 6 C. 5 D. 4
Ans B Solve Shortcut: ${}^nP_4 = 12 \cdot {}^nP_2$
 $\Rightarrow 4! \cdot {}^nC_4 = 12 \times 2! \cdot {}^nC_2$
 $\Rightarrow {}^nC_4 = {}^nC_2 \therefore n = 4 + 2 = 6$

হাজী মোহাম্মদ দানেশ ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. 0, 1, 2, 3, 4 এর সাহায্যে তিন অঙ্কের কয়টি সংখ্যা গঠন করা যায়? [14-15]
A. 98 B. 48 C. 60 D. 96
Ans B Solve 0, 1, 2, 3, 4
3 অঙ্কের সংখ্যা = ${}^5P_3 - {}^4P_2 = 48$
02. 3 জন বালক ও 4 জন বালিকাকে একটি সারিতে কত প্রকারে বিন্যাস করা যাবে যাতে 3 জন বালক সর্বদাই একত্রে থাকবে। [14-15]
A. 4320 B. 2430 C. 720 D. 144
Ans C Solve 3 জন বালককে 1 জন মনে করলে মোট সংখ্যা = $(4+1) = 5$
5 জনের 1 সারিতে বিন্যাস = ${}^5P_5 = 120$
আবার 3 জন বালক নিজেদের মাঝে বিন্যাসের হয় = ${}^3P_3 = 6$
 \therefore নির্ণেয় বিন্যাস সংখ্যা = $120 \times 6 = 720$
03. Gopalganj শব্দটির স্বরবর্ণগুলোকে একত্রে রেখে কত প্রকারে সাজানো যায়? [BSMUST: B14-15]
A. 7560 B. 15120 C. 30240 D. 90720
Ans A Solve GOPALGONJ \Rightarrow স্বরবর্ণ O, (AA) = 3টি
ব্যঞ্জনবর্ণ (GG) PLNJ = 6টি
বিন্যাস সংখ্যা = $\frac{(9-3+1)!}{2!} \times \frac{3!}{2!} = 7560$. সঠিক Ans: (A).
04. SCIENCE শব্দটির স্বরবর্ণগুলোকে একত্রে রেখে সবকটি বর্ণকে সজ্জা কত উপায়ে সাজানো যায়? [14-15; DU 97-98; PUST 14-15; BRUR 13-14; IU 13-14]
A. 120 B. 140 C. 160 D. 180
Ans D Solve SCIENCE এর বর্ণ সংখ্যা = 7
স্বরবর্ণ (IEE) 3 টি যার মধ্যে E, 2 টি স্বরবর্ণ গুলোকে 1 বর্ণ ধরায় মোট বর্ণ
 $= 4 + 1 = 5$ টি, যার মধ্যে C 2টি, এর সবগুলির বিন্যাস সংখ্যা = $\frac{5!}{2!} = 60$
আবার 3টি স্বরবর্ণের বিন্যাস সংখ্যা = $\frac{3!}{2!} = 3$
 \therefore নির্ণেয় বিন্যাস সংখ্যা $60 \times 3 = 180$

05. যদি ${}^n P_3 = 110$ এবং ${}^n C_2 = 55$ হয় তবে n এবং r এর মান কত হবে? [14-15]

A. 4, 2 B. 8, 3 C. 11, 1 D. 11, 2

Ans D Solve ${}^n P_3 = 110, {}^n C_2 = 55$

$$\Rightarrow \frac{r}{n} \cdot {}^n C_2 = 110 \Rightarrow \frac{r}{n} \cdot 55 = 110 \Rightarrow \frac{r}{n} = 2 \Rightarrow r = 2$$

$$\text{আবার, } {}^n P_3 = 110 \Rightarrow n(n-1)(n-2) = 110 \Rightarrow n^2 - n - 110 = 0$$

$$\Rightarrow (n-11)(n+10) = 0 \Rightarrow n = 11$$

পাবনা বিজ্ঞান ও প্রযুক্তি বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. 10 টি বস্তুর একবারে 5টি নিয়ে কতগুলো বিন্যাসের মধ্যে 2টি বিশেষ বস্তু সর্বদা একত্রে থাকবে? [14-15]

A. 6730 B. 7620 C. 6720 D. 6780

Ans C Solve 10 বস্তু হতে 2 টি বস্তুর মধ্যে সর্বদা ২টিকে রেখে

$$\text{বেখা বিন্যাস} = {}^{10-2} P_3, \text{ আবার 5টি স্থানে 2 টির বিন্যাস} = {}^5 P_2$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় বিন্যাস} = {}^{10-2} P_3 \times {}^5 P_2 = 6720$$

02. 1, 2, 4, 6, 8, 9 অংকগুলি পুনরাবৃত্তি সহ ব্যবহার করে তিন অংকের কতগুলো সংখ্যা বানানো যাবে? [14-15; DU 99-00]

A. 216 B. 416 C. 516 D. 626

Ans A Solve যেহেতু তিন অংকের সংখ্যা গঠন করতে হবে এবং

অংকগুলি পুনরাবৃত্তি হতে পারে তাই সংখ্যার পরিমাণ $= n^n$ । এখানে n হলে

কতগুলি সংখ্যা আছে তার পরিমাণ এবং p হলো কয়বার পুনরাবৃত্তি হতে পারে

তার পরিমাণ। অর্থাৎ $n = 6$ এবং $p = 3$ । সুতরাং নির্ণেয় সংখ্যা $= 6^3 = 216$ ।

বদরফু শেখ মুজিবুর রহমান বিজ্ঞান ও প্রযুক্তি বিশ্ববিদ্যালয় [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. ব্যঞ্জনবর্ণগুলোকে কেবল মাত্র বিজোড় স্থানে রেখে 'EQUATION' শব্দটির অক্ষর গুলিকে কত প্রকারে সাজানো যায়? [14-15; BU 14-15]

A. 120 B. 2880 C. 5040 D. 2450

Ans B Solve EQUATION শব্দটিতে বর্ণ সংখ্যা = 8টি, এদের মধ্যে

স্বরবর্ণ = 5টি। এবং ব্যঞ্জনবর্ণ = 3টি।

EQUATION শব্দটি বিজোড় স্থান = 4টি। 4টি বিজোড় স্থানে 3টি

ব্যঞ্জনবর্ণ সাজানোর সংখ্যা $= {}^4 P_3$ ।

আবার 3টি ব্যঞ্জনবর্ণ সাজিয়ে অবশিষ্ট 5টি স্থানে 5টি স্বরবর্ণের সাজানো সংখ্যা $= {}^5 P_5$ ।

$$\therefore \text{নির্ণেয় সাজানো সংখ্যা} = {}^4 P_3 \times {}^5 P_5 = 4 \times 5 \times 120 = 2880$$

বাংলাদেশ কৃষি বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. 3 টি স্বরবর্ণ যুক্ত করে 7 অক্ষর বিশিষ্ট একটি শব্দে স্বরবর্ণগুলোকে পাশাপাশি না রেখে মোট বিন্যাস সংখ্যা হবে- [14-15]

A. 5040 B. 4050 C. 6050 D. 5060 E. 4060

Ans = Solve 3 স্বরবর্ণ, $(7-3) = 4$ টি, ব্যঞ্জনবর্ণ 4টি, ব্যঞ্জন বর্ণে দুই

পাশে ও ফাঁকে মোট $= 4 + 1 = 5$ টি স্থান আছে যেখানে 3 স্বরবর্ণের 1টি কে বসালে স্বরবর্ণগুলো পাশাপাশি হবে না।

$$\therefore 5 \text{ স্থানে 3টি স্বরবর্ণের বিন্যাস সংখ্যা} = {}^5 P_3$$

$$\text{অবশিষ্ট 4টি ব্যঞ্জন বর্ণের বিন্যাস সংখ্যা} = {}^4 P_4$$

$$\text{মোট বিন্যাস সংখ্যা} = {}^5 P_3 \times {}^4 P_4 = 5 \times 4 \times 3 \times 24 = 20 \times 72 = 1440$$

কিনাইদহ ভেটেরিনারি বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $4x {}^n P_3 = 5x {}^{n-1} P_3$ হলে, কোনটি সত্য? [PUST 15-16; JU 14-15; JUST 15-16]

A. $n = 7$ B. $n = 12$ C. $n = 15$ D. $n = 13$

$$\text{Ans C Solve } 4 \times {}^n P_3 = 5 \times {}^{n-1} P_3$$

$$4n(n-1)(n-2) = 5(n-1)(n-2)(n-3) \Rightarrow 4n = 5n - 15 \Rightarrow n = 15$$

IUT ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. How many ways can you arrange the letters ABCDEFGH so that the word will contain the string ABC? [14-15]

A. 40320 B. 720 C. 120 D. None

Ans C Solve প্রথমে ABC রেখে বাকি 5টি বর্ণের সাজানো সংখ্যা $= {}^5 P_5 = 120$

বাংলাদেশ টেক্সটাইল বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. ENGINEERING শব্দটির অক্ষরগুলোকে কতভাবে সাজানো যায়? [15-16]

A. $\frac{11!}{3!3!2!2!}$ B. $\frac{11!}{4!3!2!}$ C. $\frac{11!}{3!2!2!}$ D. None

Ans A Solve (EEE) (NNN) (GG) (II) R 11 টি বর্ণ তাদের মধ্যে E - 3টি, N - 3টি, G - 2টি, I - 2টি

$$\text{নিজেদের মধ্যে সাজানো সংখ্যা} = \frac{11!}{3!3!2!2!}$$

বাংলাদেশ মেরিন একাডেমী ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. যদি ${}^n P_4 = 14 \cdot {}^{n-2} P_3$ হয়, n -এর মান কত? [15-16; CU 10-11; BRUR 13-14]

A. 7 বা 8 B. 9 C. 8 D. কোনটিই নয়

Ans A Solve ${}^n P_4 = 14 \cdot {}^{n-2} P_3$

$$n(n-1)(n-2)(n-3) = 14(n-2)(n-3)(n-4) \Rightarrow n(n-1) = 14(n-4)$$

$$\Rightarrow n^2 - 15n + 56 = 0 \Rightarrow (n-7)(n-8) = 0 \therefore n = 7, 8$$

বুয়েট, কুয়েট, চুয়েট ও রুয়েট ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. 'courage' শব্দটির বর্ণগুলি নিয়ে কতগুলো বিন্যাস সংখ্যা নির্ণয় করা যায় যেন প্রত্যেক বিন্যাসের প্রথমে একটি ব্যঞ্জনবর্ণ থাকে- [RUET 13-14]

A. 720 B. 2106 C. 2160 D. 1260 E. None

Ans C Solve ব্যঞ্জনবর্ণ = 3টি $\therefore {}^3 P_1 \times {}^6 P_6 = 2160$

02. একজন সংকেত প্রদানকারীর নিকট ছয়টি পতাকার মধ্যে একটি সাদা, দুটি সবুজ এবং তিনটি লাল পতাকা আছে। উক্ত ব্যক্তি ঠিক পাঁচটি পতাকা ব্যবহার করে কতটি সংকেত তৈরি করতে পারবে? [CUET 13-14]

A. 50 B. 40 C. 70 D. None

Ans D Solve

সাদা	সবুজ	লাল	সংকেত সংখ্যা
1	2	3	$\frac{5!}{2!2!}$
1	1	3	$\frac{5!}{3!}$
0	2	3	$\frac{5!}{2!3!}$
			মোট = 60

03. "Immediate" শব্দটির অক্ষরগুলো কত প্রকারে সাজানো যেতে পারে যাদের মধ্যে প্রথমে 't' এবং শেষে 'a' থাকবে? [13-14]

A. 45360 B. 630 C. 1260 D. None

Ans B Solve প্রথমে t ও শেষে a রেখে immediate এর সাজানো

$$\text{সংখ্যা} = \frac{7!}{2! \times 2! \times 2!} = 630$$

SELF TEST

01. ${}^n P_4 = 14 \cdot {}^{n-2} P_3$ হয় তবে n এর মান কত?
A. 7 বা 9 B. 7 বা 6 C. 7 বা 8 D. 7 বা 5
02. 3, 4, 5, 6, 7, 8 অঙ্কগুলির একটিকেও পুনরাবৃত্তি না করে 5000 এবং 6000 মধ্যবর্তী কতগুলি সংখ্যা গঠন করা যেতে পারে।
A. 60 B. 120 C. 140 D. 50
03. স্বরবর্ণগুলি কেবল জোড়াহানে রেখে article শব্দটির অক্ষরগুলোকে কত প্রকারে সাজানো যায় তা নির্ণয় কর।
A. 144 B. 675 C. 558 D. 577
04. MATHEMATICS শব্দটির বর্ণগুলোকে কত প্রকারে সাজানো যাবে?
A. 359 B. $\frac{11!}{2!3!2!}$ C. $\frac{11!}{2!2!2!}$ D. $\frac{11!}{2!2!}$
05. 3, 5, 7, 8, 9 সংখ্যাগুলি এক বা একাধিকবার ব্যবহার করে 5000 থেকে বড় চার অঙ্কবিশিষ্ট কতটি সংখ্যা গঠন করা যায়?
A. 72 B. 78 C. 96 D. 120
06. Immediate শব্দটির অক্ষর গুলো কত প্রকারে সাজানো যায়? এদের মধ্যে কতগুলোতে প্রথমে t এবং শেষে a থাকবে?
A. 620 & 2510 B. 45360 & 630
C. 650 & 6230 D. 680 & 2590
07. 'Chittagong' এর সবগুলো অক্ষর ব্যবহার করে বিন্যাস সংখ্যা নির্ণয় কর।
A. 907208 B. 907209
C. 907200 D. 907201
08. Laptop শব্দটির বর্ণগুলোকে কতভাবে সাজানো যায়, যেখানে স্বরবর্ণগুলি সর্বদা একত্রে থাকবে/পাশাপাশি থাকবে?
A. 130 B. 125 C. 120 D. 240
09. টিপাইমুখ বাঁধ সমস্যা সমাধানে 5 জন বাংলাদেশী এবং 5 জন ভারতীয় বিশেষজ্ঞ কত উপায়ে গোল টেবিলে বৈঠক করতে পারবে যেখানে একই দেশের মানুষ পাশাপাশি বসবে না।
A. 2880 B. 2680 C. 14400 D. 1400
10. দুইজন বিজ্ঞান বিভাগের ছাত্রকে পাশাপাশি না বসিয়ে 15 জন কলা এবং 12 জন বিজ্ঞান বিভাগের ছাত্রকে একটি কতভাবে সাজানো যায়?
A. $15! \times {}^{16}P_{12}$ B. $12! \times {}^{15}P_{12}$ C. $15! \times {}^{15}P_{12}$ D. $15! \times {}^{12}P_{15}$
11. 1, 2, 4, 8, 9 অঙ্কগুলো একাধিকবার ব্যবহার করে 8000 থেকে বড় চার অঙ্কবিশিষ্ট কতগুলো সংখ্যা গঠন করা যায়।
A. 250 B. 255 C. 300 D. 350.
12. Daughter শব্দটির বর্ণগুলোকে কতভাবে সাজানো যায়, যেখানে সবগুলো স্বরবর্ণ একত্রে থাকবে না/ কোন সময়ই পাশাপাশি থাকবে না।
A. 36000 B. 3600
C. 4320 D. 14400
13. ECONOMICS শব্দটির বর্ণগুলোকে একত্রে নিয়ে কতভাবে সাজানো যায়?
A. 90720 B. 362088
C. 50405 D. 1258
14. ঢাকা বিশ্ববিদ্যালয়ের 7 জন শিক্ষক কতভাবে একটি গোলটেবিলে বসতে পারেন?
A. 7! B. 2! C. 8! D. (7-1)!
15. LAUGHTER শব্দটি হতে পাঁচটি করে নিয়ে কতভাবে সাজানো যায়। যেখানে G সর্বদা অন্তর্ভুক্ত থাকবে?
A. ${}^7P_4 \times {}^5P_1$ B. ${}^6P_4 \times {}^5P_2$
C. ${}^7P_4 \times {}^4P_1$ D. ${}^7P_4 \times {}^4P_2$
16. ৪টি পুরস্কার 5জন ছাত্রের মধ্যে কতভাবে দেয়া যাবে?
A. 625 B. 1024 C. 125 D. 1025
17. Chemistry শব্দটি হতে পাঁচটি করে নিয়ে কতভাবে সাজানো যায় যেখানে m,y অবশ্যই অন্তর্ভুক্ত থাকবে?
A. 4020 B. 4200
C. 4202 D. 4320

18. Solution শব্দটির বর্ণগুলোকে কতভাবে সাজানো যায়, যেখানে স্বরবর্ণগুলো পাশাপাশি থাকবে না।
A. 18720 B. $\frac{{}^3P_1}{2!}$
C. $4!{}^5P_3$ D. $4!{}^5P_4$

19. 5, 5, 0, 6, 7, 7 অঙ্কগুলো দ্বারা 5,00,000 এর চাইতে বৃহত্তর কতগুলো সংখ্যা গঠন করা যায়।
A. 150 B. 180 C. 120 D. 135
20. University শব্দের বর্ণগুলোকে কতভাবে পুনর্বিন্যাস করা যায়, যেখানে স্বরবর্ণগুলো ক্রম পরিবর্তন করবে না/একই ক্রমে থাকবে।
A. 151200 B. 151199
C. 1512001 D. 181400
21. নির্বাচন কমিটির 10 জন উপদেষ্টা মিটিং এর সময় তাদের প্রধান উপদেষ্টা আসন নির্দিষ্ট রেখে একটি গোল টেবিলের চারপাশে কতভাবে বসতে পারবেন?
A. (10-1)! B. ${}^{10}P_0$
C. 10! D. (10+1)!
22. Protector শব্দটির অক্ষরগুলোকে কতভাবে পুনরায় সাজানো যায়; যেখানে স্বরবর্ণ ও ব্যঞ্জনবর্ণের আপেক্ষিক অবস্থানের কোন পরিবর্তন হবে না।
A. 540 B. 539 C. 1080 D. 1079
23. কোন স্বরবর্ণের অবস্থান পরিবর্তন না করে Director শব্দটির বর্ণগুলোকে কত ভাবে সাজানো যায়?
A. 50 B. 59 C. 60 D. 80
24. CBOURIP শব্দটির বর্ণগুলোকে কত প্রকারে সাজানো যায়, যেখানে ব্যঞ্জনবর্ণগুলো কেবল বিজোড় স্থানে থাকবে।
A. 144 B. 140
C. 230 D. 1440
25. 5 জন সপ্তম শ্রেণীর ছাত্রীকে পাশাপাশি না বসিয়ে 8 জন অষ্টম শ্রেণীর ছাত্রীর মাঝে কতভাবে বসানো যাবে।
A. $8! \times {}^9P_5$ B. $5! \times {}^9P_5$
C. $9! \times {}^8P_5$ D. $8! \times {}^9P_5$

OMR

01. (A)(B)(C)(D)	08. (A)(B)(C)(D)	15. (A)(B)(C)(D)	22. (A)(B)(C)(D)
02. (A)(B)(C)(D)	09. (A)(B)(C)(D)	16. (A)(B)(C)(D)	23. (A)(B)(C)(D)
03. (A)(B)(C)(D)	10. (A)(B)(C)(D)	17. (A)(B)(C)(D)	24. (A)(B)(C)(D)
04. (A)(B)(C)(D)	11. (A)(B)(C)(D)	18. (A)(B)(C)(D)	25. (A)(B)(C)(D)
05. (A)(B)(C)(D)	12. (A)(B)(C)(D)	19. (A)(B)(C)(D)	
06. (A)(B)(C)(D)	13. (A)(B)(C)(D)	20. (A)(B)(C)(D)	
07. (A)(B)(C)(D)	14. (A)(B)(C)(D)	21. (A)(B)(C)(D)	

Answer with Hints

01 C: Hints: গুরুত্বপূর্ণ তথ্যাবলি	02 A: Hints: Type-09
03 A: Hints: Type-03	04 C: Hints: Type-01
05 C: Hints: Type-09	06 B: Hints: Type-03
07 C: Hints: Type-01	08 C: Hints: Type-02
09 A: Hints: Type-07	10 A: Hints: Type-07
11 A: Hints: Type-09	12 A: Hints: Type-02
13 A: Hints: Type-01	14 D: Hints: Type-07
15 A: Hints: Type-03	16 A: Hints: Type-08
17 B: Hints: Type-04	18 A: Hints: Type-02
19 A: Hints: Type-01, Prob-04	20 B: Hints: Type-05
21 C: Hints: Type-07	22 B: Hints: Type-06
23 C: Hints: Type-05	24 A: Hints: Type-03
25 A: Hints: Type-07	

২য় অংশ: সমাবেশ

এক নজরে এই অংশের গুরুত্বপূর্ণ তথ্যাবলি

⇒ **Introduction:** কয়েকটি জিনিস হতে কিছু সংখ্যক জিনিস নিয়ে কত উপায়ে দল গঠন করা যায়, এই সমস্যা সমাধানের জন্যই সমাবেশ বিষয়ের প্রবর্তন।

⇒ সমাবেশের সংজ্ঞা: কিছু সংখ্যক জিনিস হতে কয়েকটি করে বা সবকটি একত্রে নিয়ে ক্রম নিরূপকভাবে যত বকমে বিভিন্ন দল গঠন বা বাছাই করা যায়, তাদের প্রত্যেকটিকে এক একটি সমাবেশ বলে। abc বর্ণত্রয় হতে প্রতিবারে 2টি করে নিয়ে ab, bc, ca তিনটি দল গঠন করা সম্ভব। এখানে ab এক ba তিন দল নয় কেননা সমাবেশের ক্ষেত্রে জিনিসগুলোর ক্রম বিবেচ্য নয়।

⇒ সমাবেশ সংখ্যা: কতগুলো জিনিস হতে কয়েকটি করে নিয়ে বা সবগুলো একত্রে নিয়ে কত প্রকারে দল গঠন করা যায় সেই সংখ্যাকে সমাবেশ সংখ্যা বলে। পূর্ববর্তী উদাহরণে a, b, c তিনটি জিনিস হতে তিনটি দল গঠন করা যায়।
∴ সমাবেশ সংখ্যা = 3

⇒ সমাবেশ সংখ্যার প্রতীক: n সংখ্যক বিভিন্ন জিনিস হতে r সংখ্যক জিনিস নিয়ে গঠিত সমাবেশ সংখ্যাকে nC_r , $C(n, r)$ দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

⇒ nC_r নির্ণয়: ${}^nC_r = \frac{n!}{r!(n-r)!}$; n, r ∈ N এবং n > r.

⇒ আবিষ্কার: 1540 সালে বাকলেই সর্বপ্রথম nC_r সূত্রটি ব্যবহার করেন।

⇒ বিন্যাস ও সমাবেশের মধ্যে পার্থক্য:

01. বিন্যাসে জিনিসগুলোর ক্রম বিবেচনা করা হয় কিন্তু সমাবেশে জিনিসগুলোর ক্রম বিবেচনা করা হয় না। যেমন :a,b,c জিনিস তিনটি হতে দুইটি করে নিয়ে গঠিত দলগুলো হল : ab, bc, ca ; এখানে ba, ab দুইটি দল নয়, কিন্তু দুটি বিন্যাস।

02. ${}^nP_r > {}^nC_r$; (n > r > 1).

03. ${}^nP_r = {}^nC_r$ হবে যদি r=1 হয়।

04. ${}^nP_r = {}^nC_r \times r!$

⇒ nC_r এর ধর্মাবলী (অনুসিদ্ধান্ত):

${}^nC_0 = 1$, ${}^nC_1 = n$, ${}^nC_n = 1$.

⇒ nC_r এর বৃহত্তম মান নির্ণয়:

01. n জোড় হলে nC_r এর মান বৃহত্তর হবে যদি $r = \frac{n}{2}$ হয়

02. n বিজোড় হলে nC_r বৃহত্তম হবে যদি $r = \frac{n+1}{2}$ হবে

অর্থাৎ $r = \frac{n-1}{2}$ বা $r = \frac{n+1}{2}$ হয়।

⇒ **Properties of Combination :**

1. ${}^nC_r = {}^nC_{n-r}$ কে পরস্পর সম্পূরক সমাবেশ বলে।

2. $a \times {}^nC_x = b \times {}^nC_y$ হলে $\frac{a}{x!(n-x)!} = \frac{b}{y!(n-y)!}$ হবে।

3. ${}^nC_x = {}^nC_y$ হলে Either x = y or x + y = n হবে,

4. ${}^nC_r + {}^nC_{r-1} = {}^{n+1}C_r$; (n > r > 1)

5. $\frac{{}^nC_r}{{}^nC_{r-1}} = \frac{r+1}{n-r}$

6. $\frac{{}^nC_r}{{}^nC_{r+1}} = \frac{n-r+1}{r}$

⇒ সমাবেশের ক্ষেত্রে: কখন সমাবেশ করতে হয়-

প্রশ্নে নিম্নলিখিত কথা উল্লেখ থাকলে সমাবেশ করতে হয়-

i) বেছে নেওয়া	vi) ডিগ্রি গঠন	xi) প্রার্থী নির্বাচন
ii) বাছাই করা	vii) ক্ষেত্র গঠন	xii) সরকারী বা কার্গির সংখ্যা
iii) দল গঠন	viii) বিনিয়োগ করা	xiii) সংকেত তৈরি
iv) ক্রমিত গঠন	ix) নিয়ন্ত্রণ করা	xiv) জাপ করে দেওয়া
v) উপকরণ গঠন	x) ভ্রমণ করা	xv) উৎপাদক সংখ্যা

⇒ জালভাবে পর্যবেক্ষণ কর:

- দুটি যোগবোধক চিহ্ন পাশাপাশি না রেখে p সংখ্যক যোগবোধক ও q সংখ্যক বিয়োগবোধক চিহ্ন কতপ্রকারে সাজানো যায় ইহা সমাবেশ কিন্তু দু'জন বালককে পাশাপাশি না রেখে m জন বালক ও n জন বালিকাকে সাজানোর উপায় বিন্যাস।
- একজন ব্যক্তির 12 জন বন্ধুর মধ্যে 8 জন আত্মীয়। কত প্রকারে 7 জন বন্ধুকে আমন্ত্রণ করতে পারেন যাতে 5 জন আত্মীয়; কোন ব্যক্তি তার 7 বন্ধুকে এক বা একধিককে একসঙ্গে কতভাবে নিমন্ত্রণ করতে পারে- এগুলো সমাবেশ। কিন্তু কোন ব্যক্তি তার 6 জন বন্ধুকে 3 জন পত্রবাহকের সাহায্যে কতভাবে নিমন্ত্রণ করতে পারবেন ইহা বিন্যাস (পুনরাবৃত্তিনূলক)
- একটি প্রফেসর পদের জন্য 3জন প্রার্থী আছে এবং 5 জন লোকের ভোটে একজন নির্বাচিত হবে; কত প্রকারে ভোট দেয়া যেতে পারে- ইহা পুনরাবৃত্তি মূলক বিন্যাস। কিন্তু কোন নির্বাচনে 3 টি শূন্য পদের জন্য 10 জন প্রার্থী এবং একজন নির্বাচক শূন্য পদ সংখ্যার চেয়ে বেশি নয় এমন যে কোন সংখ্যক প্রার্থীর জন্য ভোট দিলে কতপ্রকারে নির্বাচক ভোট দিতে পারেন- ইহা সমাবেশ।
- ঢাকা ও সিলেটে মোট 15 টি বাস যাতায়াত করে। একজন ব্যক্তি কত প্রকারে একটি বাস ঢাকা হতে সিলেট গিয়ে ডিন্ন বাসে ফিরতে পারবে? ইহা বিন্যাস। আবার, ঢাকা হতে ফরিদপুর যাবার 5টি উপায় আছে ফরিদপুর হতে বরিশাল যাবার 3টি উপায় আছে। একজন লোক কত প্রকারে ঢাকা হতে ফরিদপুর হয়ে যাবার 3টি উপায় আছে। একজন লোক কত প্রকারে ঢাকা হতে ফরিদপুর হয়ে বরিশাল যেতে পারবে- ইহা বিন্যাস কিন্তু 9 জন লোকের একটি দলের ভ্রমণের জন্য 2টি গাড়ি আছে। একটিতে অনধিক 7 জন ও অপরটিতে অনধিক 4 জন বসতে পারে। উক্ত দলটি কত প্রকারে ভ্রমণ করতে পারবে- ইহা সমাবেশ।
- পতাকা দ্বারা সংকেত গঠন বিন্যাস। তবে কোন কোন ক্ষেত্রে বিন্যাস সমাবেশের মিশ্রিত সমস্যা।

Type-01: মৌলিক/সমাবেশের ধর্ম ও বৃহত্তম মান নির্ণয় সংক্রান্ত

➤ ${}^nC_x = {}^nC_y$ হলে হয় x = y অথবা x + y = n

➤ ${}^nC_r + {}^nC_{r-1} = {}^{n+1}C_r$

Prob 01 ${}^nC_3, {}^{12}C_7$ এর মান নির্ণয় কর?

Sol: ${}^nC_3 = \frac{n!}{3!(n-3)!} = \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)!}{3 \cdot 2 \cdot 1(n-3)!} = \frac{1}{6} n(n-1)(n-2)$ Ans.

${}^{12}C_7 = \frac{12!}{7!(12-7)!} = \frac{12!}{7!5!} = \frac{12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7!}{7! \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 792$ Ans.

Prob 02 ${}^nC_2 = \frac{2}{5} \times {}^nC_4$ হলে n এর মান নির্ণয় কর:

Sol: ${}^nC_2 = \frac{2}{5} \times {}^nC_4 \Rightarrow 5 \cdot {}^nC_2 = 2 \times {}^nC_4 \Rightarrow \frac{5n!}{2!(n-2)!} = \frac{2n!}{4!(n-4)!}$

$\Rightarrow \frac{5}{2(n-2)(n-3)(n-4)!} = \frac{2}{24(n-4)!}$

$\Rightarrow (n-2)(n-3) = 30 \Rightarrow n^2 - 5n + 6 - 30 = 0 \Rightarrow n^2 - 5n - 24 = 0$
 $\Rightarrow (n-8)(n+3) = 0 \therefore n = 8$ [n ≠ -3] Ans.

অথবা, Option test করে উত্তর বের করা যায়।

n = 8 হলে $5 \times {}^8C_2 = 140$, $2 \times {}^8C_4 = 140$, এভাবে মিলিয়ে নেয়া যায়।

Prob 03 ${}^nC_5 = {}^nC_7$ হলে nC_9 এর মান বের কর।

Sol: ${}^nC_5 = {}^nC_7 \therefore 5 + 7 = n [\because 5 \neq 7]$
 $\Rightarrow n = 12$ এখন ${}^{12}C_9 = 220$ Ans.

Prob 04 ${}^{2n}C_r = {}^{2n}C_{r+2}$ হলে r এর মান বের কর।

Sol: ${}^{2n}C_r = {}^{2n}C_{r+2} \therefore r + r + 2 = 2n \Rightarrow r = n - 1$ Ans.

Prob 05 ${}^nP_r = 240$ ও ${}^nC_r = 120$ হলে n ও r এর মান নির্ণয় কর।

Sol: ${}^nP_r = 240$
 $\Rightarrow {}^nC_r \times r! = 240 \Rightarrow 120 \times r! = 240 \Rightarrow r! = 2! \therefore r = 2$
 আবার, ${}^nP_r = 240$
 $\Rightarrow \frac{n!}{(n-2)!} = 240 \Rightarrow n(n-1) = 240$
 $\Rightarrow n^2 - n - 240 = 0 \Rightarrow (n-16)(n+15) = 0$
 $\therefore n = 16 [\because n \neq -15]$
 নির্ণয় মান: $n = 16, r = 2$ Ans.

Prob 06 (i) ${}^{12}C_6 + {}^{12}C_7 = ?$

(ii) ${}^{12}C_5 + {}^{12}C_r = {}^{13}C_5$ হলে r এর মান কত?
Sol: (i) ${}^{12}C_6 + {}^{12}C_7 = {}^{12}C_7 + {}^{12}C_6 = {}^{12+1}C_7 = {}^{13}C_7$ Ans.
 (ii) ${}^{12}C_5 + {}^{12}C_4 = {}^{13}C_5$
 তুলনা করে পাই $r = 4$ Ans.

Prob 07 ${}^{10}C_r$ এর বৃহত্তম মান কত এবং r এর মান কত হবে?

Sol: 10 জোড় বলে $r = \frac{10}{2} = 5$ হলে মান বৃহত্তম হবে।
 বৃহত্তম মান = ${}^{10}C_5 = 252$ Ans.

Prob 08 ${}^{13}C_r$ এর মান বৃহত্তম হলে r এর মান এবং বৃহত্তম মান কত?

Sol: 13 বিজোড় বলে $r = \frac{13+1}{2} = 6$ বা 7 হলে মান বৃহত্তম হবে।
 বৃহত্তম মান = ${}^{13}C_6 = {}^{13}C_7 = 1716$ Ans.

Type-02: রেখা/কর্ণ/ক্ষেত্রের সংখ্যা নির্ণয় সংক্রান্ত

- n সংখ্যক বিন্দু/সরলরেখা দ্বারা m ভুজ বিশিষ্ট ক্ষেত্রের সংখ্যা = nC_m ;
 যদি তিনটি বিন্দু একই রেখায় অবস্থিত না হয় অথবা তিনটি সরলরেখা সমবিন্দু না হয়।
- n সংখ্যক বিন্দু দ্বারা কর্ণের সংখ্যা = ${}^nC_2 - n$
- n সংখ্যক বিন্দুর মধ্যে p সংখ্যক একই রেখায় বা n সংখ্যক বাহুর মধ্যে p সংখ্যক সমবিন্দু হলে এদের দ্বারা m ভুজ বিশিষ্ট ক্ষেত্রের সংখ্যা = ${}^nC_m - {}^pC_m$, তবে রেখার সংখ্যা = ${}^nC_2 - {}^pC_2 + 1$ এবং কর্ণের সংখ্যা = ${}^nC_2 - n - {}^pC_2$

Prob 01 20টি বাহু বিশিষ্ট একটি সমতল ক্ষেত্রের কৌণিক বিন্দুগুলো সংযোজন করে কতগুলো a) সরলরেখা b) ত্রিভুজ c) চতুর্ভুজ d) কর্ণ পাওয়া যাবে?

Sol: a) একটি সরলরেখার জন্য বিন্দুর প্রয়োজন 2টি
 \therefore সরলরেখার সংখ্যা = ${}^{20}C_2 = 190$
 b) ত্রিভুজ সংখ্যা = ${}^{20}C_3 = 1140$ Ans.
 c) চতুর্ভুজ সংখ্যা = ${}^{20}C_4 = 4845$ Ans.
 d) কর্ণের সংখ্যা = ${}^{20}C_2 - 20 = 170$ Ans.

Prob 02 25টি বিন্দুর কোন তিনটি একই রেখায় অবস্থিত না হলে ইহাদের দ্বারা প্রাপ্ত কর্ণের সংখ্যা কত হবে?

Sol: একটি সরলরেখার জন্য বিন্দুর প্রয়োজন 2টি
 \therefore 25টি বিন্দুর দ্বারা সরলরেখা পাওয়া যাবে = ${}^{25}C_2$ টি যাদের মধ্যে পার্শ্বরেখা 25টি ও আছে।
 \therefore কর্ণের সংখ্যা ${}^{25}C_2 - 25 = 275$ Ans.

Prob 03 শূন্য অবস্থিত n সংখ্যক বিন্দুর মধ্যে কোন তিনটি একই সরলরেখায় নয়, কোন চারটি একই সমতলে নয়, কেবল p সংখ্যক বিন্দু একই সমতলে অবস্থিত। বিন্দুগুলো দ্বারা কতগুলো সমতল পাওয়া যাবে?

Sol: একটি সমতলের জন্য বিন্দুর প্রয়োজন 3টি
 \therefore নির্ণয় সমতলের সংখ্যা = ${}^nC_3 - {}^pC_3 + 1$ Ans.

Prob 04 একই সমতলে অবস্থিত n সংখ্যক বিন্দুর মধ্যে p সংখ্যক বিন্দু সমরেখ, বাকিগুলোর কোন তিনটি একই রেখায় অবস্থিত নয়। এদের দ্বারা a) ত্রিভুজ b) সরলরেখার সংখ্যা নির্ণয় কর।

Sol: a) ত্রিভুজের সংখ্যা = ${}^nC_3 - {}^pC_3$ Ans.
 b) সরলরেখার সংখ্যা = ${}^nC_2 - {}^pC_2 + 1$ Ans.

Prob 05 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7cm দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট রেখা দ্বারা প্রাপ্ত চতুর্ভুজ সংখ্যা বের কর।

Sol: চারটি বাহুর বাছাই সংখ্যা = ${}^7C_4 = 35$
 কিন্তু (1, 2, 3, 6), (1, 2, 3, 7) ও (1, 2, 4, 7) এদের দ্বারা কোন চতুর্ভুজ পাওয়া যাবে না। \therefore তিন বাহুর যোগফল চতুর্থ বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর নয়।
 \therefore নির্ণয় চতুর্ভুজ সংখ্যা = $35 - 3 = 32$ Ans.

Type-03: সরাসরি nC_r সূত্রের ব্যবহার সংক্রান্ত

Prob 01 একজন পরীক্ষার্থীকে 10টি প্রশ্ন হতে 6টি প্রশ্নের উত্তর দিতে হবে। কত প্রকারে সে প্রশ্ন বাছাই করতে পারবে?

Sol: নির্ণয় বাছাই করার উপায় = ${}^{10}C_6 = 210$ Ans.

Prob 02 দু'জন লোকের যথাক্রমে 10 খানা ও 12 খানা পুস্তক আছে। কত রকমে এগুলোকে বিনিময় করা যেতে পারে a) যদি একখানার পরিবর্তে একখানা b) দুইখানার পরিবর্তে দুইখানা পুস্তক দেয়া হয়।

Sol: প্রথম ব্যক্তি 10 খানা হতে 1খানা বাছাই করবে = ${}^{10}C_1$ উপায়
 ২য় ব্যক্তি 12 খানা হতে 1খানা বাছাই করবে = ${}^{12}C_1$ উপায়
 a) নির্ণয় বিনিময়ের উপায় = ${}^{10}C_1 \times {}^{12}C_1 = 120$ Ans.
 b) নির্ণয় বিনিময়ের উপায় = ${}^{10}C_2 \times {}^{12}C_2 = 2970$ Ans.

Prob 03 8জন ভদ্রলোক ও 6জন ভদ্রমহিলা হতে একটি কমিটি কতভাবে গঠন করা যাবে যাতে 5জন ভদ্রলোক ও 3জন ভদ্রমহিলা থাকবে?

Sol: কমিটি গঠন করার উপায় = ${}^8C_5 \times {}^6C_3 = 1120$ Ans.

Type-04: কিছু বস্তু সর্বদাই অন্তর্ভুক্ত থাকবে এবং কিছু বস্তু কখনোই অন্তর্ভুক্ত থাকবে না এমন সমাবেশ

কিছু বস্তু সর্বদাই অন্তর্ভুক্ত থাকবে এমন সমাবেশ: যারা সর্বদাই থাকবে তাদেরকে মোট সংখ্যা হতে বাদ দিতে হবে। অতঃপর যতগুলো নেয়া হচ্ছে সেখান থেকেও যারা সর্বদাই থাকবে তাদেরকে বাদ দিতে হবে। বাদ দেবার পর প্রাপ্ত বস্তুর সাজানো সংখ্যাই নির্ণয় সমাবেশ। যেমন: n সংখ্যক বিভিন্ন বস্তু হতে প্রতিবারে r সংখ্যক বস্তু নিই যেখানে p সংখ্যক বস্তু সর্বদা থাকবে। প্রথমে n হতে p এবং r হতে p বাদ দেই। অতঃপর প্রাপ্ত বস্তু $(n-p)$ সংখ্যক অর্থাৎ নির্ণয় সমাবেশ ${}^{n-p}C_{r-p}$

কিছু বস্তু কখনোই অন্তর্ভুক্ত থাকবে না: যারা কখনোই অন্তর্ভুক্ত থাকবে না প্রথমেই তাদেরকে মোট সংখ্যা হতে বাদ দিতে হবে। এরপর প্রাপ্ত সংখ্যাকে যতগুলো নিতে বলা হয়েছে তাদের মধ্যে সমাবেশ করলেই হবে। যেমন: n সংখ্যক বস্তু হতে প্রতিবারে r সংখ্যক বস্তু নিয়ে সমাবেশ করার উপায় যাতে p সংখ্যক বস্তু কখনোই থাকবে না = ${}^{n-p}C_r$

Prob 01 Equation শব্দটি হতে প্রতিবারে 5টি অক্ষর নিয়ে কত ভাবে বাছাই করা যায় যাতে ব্যঞ্জনবর্ণ তিনটি সর্বদাই থাকবে?

Sol: মোট 8টি হতে ব্যঞ্জনবর্ণ 3টি ও 5টি হতে 3টি বাদ দেই,
 \therefore বাছাই করার উপায় = ${}^{8-3}C_{3-3} = {}^5C_2 = 10$ Ans.

Note: যেহেতু সমাবেশে বস্তুর ক্রম বিবেচনা করা হয় না অর্থাৎ বস্তু অন্তর্ভুক্ত থাকাই মুখ্য সেহেতু সমাবেশে যাদেরকে অন্তর্ভুক্ত রাখতে বলা হয় তাদের জন্য ততটি স্থান নির্দিষ্ট হয়ে যায়। তাই অবশিষ্ট স্থান গুলো অবশিষ্ট বস্তু দ্বারা বাছাই করার উপায়ই নির্ণেয় সমাবেশ।

Prob 02 Equation শব্দটি হতে 5টি করে নিয়ে কতভাবে বাছাই করা যায় যাতে ব্যঞ্জনবর্ণগুলো কখনোই থাকবে না?

Sol: নির্ণেয় বাছাই করার উপায় = ${}^{8-3}C_5$ Ans.

Type-05: কিছু থাকবে কিছু থাকবে না সংক্রান্ত

➤ এরূপ ক্ষেত্রে যারা থাকবে না প্রথমেই তাদেরকে মোট সংখ্যা হতে বাদ দিতে হয়। অতঃপর কিছু সর্বদাই থাকবে অনুযায়ী Solve করতে হবে।

Prob 01 Equation শব্দটি হতে প্রতিবারে 5টি বর্ণ নিয়ে সমাবেশ নির্ণয় কর যাতে q, n থাকবে কিন্তু c, t থাকবে না।

Sol: e, i কে মোট সংখ্যা হতে বাদ দেই অর্থাৎ বর্ণ থাকে 6টি, অতঃপর 6টি হতে 5টি নিব যাতে 2টি (q, n) থাকবে, তাই 6টি হতে 2টি ও 5টি হতে দুটি বাদ দেই। \therefore নির্ণেয় সমাবেশ = ${}^{6-2}C_{5-2} = {}^4C_3 = 4$ Ans.

Type-06: কিছু একজাতীয়, কিছু ভিন্ন এরূপ সমাবেশ

➤ কিছু একজাতীয়, কিছু ভিন্ন এরূপ সমাবেশ: n সংখ্যক বস্তুর মধ্যে p সংখ্যক একপ্রকার, q সংখ্যক অপর এক প্রকার, r সংখ্যক ভিন্ন এক প্রকার বাকিগুলো বিভিন্ন s সংখ্যক হলে এদের মধ্য হতে যে কোনটি যে কোন সংখ্যকবার নিয়ে মোট সমাবেশ = $(p+1)(q+1)(r+1)2^s - 1$

Prob 01 4200 এর উৎপাদক সংখ্যা নির্ণয় কর।

Sol: $4200 = 2 \times 3 \times 7 \times 2 \times 5 \times 2 \times 5 = 2^3 \times 3^2 \times 5^2 \times 7$
 এখানে 2 আছে 3টি, 5 আছে 2টি, 3 ও 7 একটি করে,
 \therefore সমাবেশ সংখ্যা = $(3+1)(2+1)2^2 - 1 = 47$
 \therefore উৎপাদক সংখ্যা = $47 - 1 = 46$ [\because 1 ও 4200 প্রকৃত উৎপাদক নয়] Ans.

Prob 02 একজন ISC পরীক্ষার্থীর 5 খানা বীজগণিত, 6খানা জ্যামিতি, 3খানা বলবিদ্যা ও একখানা করে পদার্থ, রসায়ন, জীববিদ্যা বই আছে, প্রতিবারে যে কোন বই যেকোন সংখ্যাকবার নিয়ে কতরকমে বইগুলো বাছাই করা যাবে?

Sol: বাছাই করার উপায় = $(5+1)(6+1)(3+1)2^3 - 1 = 1343$ Ans.

Prob 03 একটি খলিতে 1টাকার 2টি, 5টাকার 3টি এবং 2টাকার 5টি মুদ্রা আছে, এক বা একাধিক মুদ্রা কতভাবে তোলা সম্ভব?

Sol: নির্ণেয় উপায় = $(2+1)(3+1)(5+1)2^0 - 1 = 71$ Ans.

Type-07: n সংখ্যক বিভিন্ন জিনিস হতে প্রতিবারে কিছু বা সবগুলো নিয়ে গঠিত সমাবেশ

➤ n সংখ্যক বিভিন্ন জিনিস হতে প্রতিবারে কিছু সংখ্যক সর্বোচ্চ r সংখ্যক বস্তু নিয়ে যতভাবে বাছাই করা যায় তার সংখ্যা = $\sum_{r=1}^n {}^nC_r + {}^nC_2 + {}^nC_3 + \dots + {}^nC_n$

➤ n সংখ্যক বিভিন্ন বস্তু হতে প্রতিবারে যে কোন সংখ্যক নিয়ে গঠিত সমাবেশ = ${}^nC_1 + {}^nC_2 + {}^nC_3 + \dots + {}^nC_n = 2^n - 1$

➤ n সংখ্যক প্রশ্নের প্রতিটির একটি করে বিকল্প প্রশ্ন থাকলে প্রশ্নগুলো বা প্রশ্নের বাছাই করা যাবে = $3^n - 1$

Prob 01 একটি কলেজের অধ্যাপকের 3টি খালি পদের জন্য 10 জন প্রার্থী আছেন। খালি পদের চেয়ে বেশি নয় এরূপ যে কোন সংখ্যক প্রার্থীকে নির্বাচিত করা যেতে পারে, কত প্রকারে প্রার্থী নির্বাচন করা যায়?

Sol: নির্ণেয় উপায় = ${}^{10}C_1 + {}^{10}C_2 + {}^{10}C_3 = 175$ Ans.

Prob 02 কোন পরীক্ষার্থীকে কৃতকার্য হতে হলে 10টি বিষয়ের প্রতি বিষয়ে ন্যূনতম নম্বর পেতে হয়, পরীক্ষার্থী কত উপায়ে অকৃতকার্য হতে পারে?

Sol: একজন ছাত্র প্রতিটি বিষয়েই হয় পাস করবে অথবা ফেল করবে। উভয় সম্ভব 2^{10} উপায়ে। এদের মধ্যে একটি উপায় আছে যাতে সবগুলো বিষয়েই পাস।
 \therefore নির্ণেয় উপায় সংখ্যা = $2^{10} - 1 = 1023$ Ans.

বিকল্প: প্রথম বিষয়ে অকৃতকার্য হয় = ${}^{10}C_1$ উপায়ে

দ্বিতীয় বিষয়ে অকৃতকার্য হয় = ${}^{10}C_2$ উপায়ে

.....

দশম বিষয়ে অকৃতকার্য হয় = ${}^{10}C_{10}$ উপায়ে

\therefore নির্ণেয় উপায় = ${}^{10}C_1 + {}^{10}C_2 + {}^{10}C_3 + \dots + {}^{10}C_{10} = 1023$ Ans.

Prob 03 এক ব্যক্তির 6 জন বন্ধু আছেন, তিনি কত প্রকারে এক বা একাধিক বন্ধুকে নিমন্ত্রণ করতে পারেন?

Sol: 6 জন বন্ধুর মধ্যে যে কাউকে হয় দাওয়াত করবেন অথবা করবেন না। এরূপ উপায় = 2^6 , কিন্তু ইহার মধ্যে একটি উপায়ে কাউকেই দাওয়াত করা হয়নি।
 \therefore নির্ণেয় উপায় = $2^6 - 1 = 63$ Ans.

বিকল্প: প্রথম বন্ধু জনকে নিমন্ত্রণ করতে পারেন = 6C_1 উপায়ে

দ্বিতীয় বন্ধু জনকে নিমন্ত্রণ করতে পারেন = 6C_2 উপায়ে

.....

ষষ্ঠ বন্ধু জনকে নিমন্ত্রণ করতে পারেন = 6C_6 উপায়ে

\therefore নিমন্ত্রণের উপায় = ${}^6C_1 + {}^6C_2 + {}^6C_3 + {}^6C_4 + {}^6C_5 + {}^6C_6 = 63$ Ans.

Prob 04 একটি বুড়িতে 4টি আম, 3টি কলা, 5টি আপেল, 2টি কমলা ও 1টি আনারস আছে। যদি প্রত্যেক প্রকারের ফল ভিন্ন আকারের হয় তবে প্রত্যেক প্রকারের ফল অন্তর্গত একটি করে নিয়ে কত প্রকারে এদের নির্বাচন করা যাবে?

Sol: নির্ণেয় উপায় সংখ্যা = $(2^4 - 1)(2^3 - 1)(2^5 - 1)(2^2 - 1)(2^1 - 1) = 9765$ Ans.

Prob 05 দশটি প্রশ্নের প্রত্যেকটির বিকল্প প্রশ্ন থাকলে একজন পরীক্ষার্থী এক বা একাধিক প্রশ্ন মোট কত উপায়ে নির্বাচন করতে পারবে?

Sol: পরীক্ষার্থী একটি প্রশ্ন বা এর বিকল্প প্রশ্ন নির্বাচন করতে পারে আবার কোনটিই নির্বাচন নাও করতে পারে। অর্থাৎ প্রথম প্রশ্নটি তিনভাবে নির্বাচন করতে পারে। অনুরূপে ২য় প্রশ্নটিও তিনভাবে নির্বাচন করতে পারে। এরূপে 10 নং প্রশ্নটি ও তিনভাবে নির্বাচন করতে পারে।

\therefore নির্বাচনের উপায় = 3^{10} কিন্তু এদের মধ্যে এমন একটি উপায় ও আছে

যাতে কোন প্রশ্নই নির্বাচন করা হয় নি।

\therefore নির্ণেয় উপায় = $3^{10} - 1 = 59048$ Ans.

Type-08: বিভিন্ন উপায়ে কমিটি/টিম/দল গঠন ও ভ্রমণ করা সংক্রান্ত

➤ m সংখ্যক বিভিন্ন বস্তু হতে p সংখ্যক, আবার n সংখ্যক বিভিন্ন বস্তু হতে q সংখ্যক করিয়া লইয়া (m+n) সংখ্যক বস্তু হইতে (p+q) সংখ্যক বস্তুকে নির্বাচন করা যাবে ${}^mC_p \times {}^nC_q$ উপায়ে। আবার ইহার সাথে s সংখ্যক বস্তু t সংখ্যক বস্তু নির্বাচন হবে ${}^mC_p \times {}^nC_q \times {}^sC_t$ উপায়ে।

Prob 01 6 জন ছাত্রলোক ও 4 জন ছাত্রমহিলা থেকে 4 সদস্য বিশিষ্ট একটি কমিটি কতভাবে গঠন করা যাবে যাতে a) সর্বদাই/ঠিক 2 জন মহিলা b) যত জোড় 2 জন মহিলা c) অন্তত 2 জন মহিলা থাকবে?

Sol: a) নির্ণয় উপায় সংখ্যা = ${}^4C_2 \times {}^6C_2 = 90$ Ans.
 b) ছাত্রমহিলা(4) ছাত্রলোক(6) সমাবেশ সংখ্যা
 i) 0 4 ${}^4C_0 \times {}^6C_4 = 15$
 ii) 1 3 ${}^4C_1 \times {}^6C_3 = 80$
 iii) 2 2 ${}^4C_2 \times {}^6C_2 = 90$
 মোট সংখ্যা = 185 Ans.

c) ছাত্রমহিলা(4) ছাত্রলোক(6) সমাবেশ সংখ্যা
 i) 4 0 ${}^4C_4 \times {}^6C_0 = 1$
 ii) 3 1 ${}^4C_3 \times {}^6C_1 = 24$
 iii) 2 2 ${}^4C_2 \times {}^6C_2 = 90$
 মোট সংখ্যা = 115 Ans.

Prob 02 একজন পরীক্ষার্থীকে প্রতিগ্রন্থে 5টি প্রশ্ন আছে এমন দুটি গ্রন্থে বিভক্ত 1টি প্রশ্ন হতে 6টি প্রশ্নের উত্তর দিতে হবে এবং কোন গ্রন্থ হতেই 4টির বেশি উত্তর দিতে দেওয়া হবে না। সে কত প্রকারে প্রশ্নগুলো বাছাই করতে পারবে?

Sol: ধরি, দুটি গ্রন্থ A ও B তে 5টি করে প্রশ্ন আছে, 6টি প্রশ্নের জন্য গ্রন্থদ্বয় হতে বন্টন নিম্নরূপ-
 গ্রন্থ- A(5) গ্রন্থ- B(5) বাছাই করার সংখ্যা
 i) 4 2 ${}^5C_4 \times {}^5C_2 = 50$
 ii) 3 3 ${}^5C_3 \times {}^5C_3 = 100$
 iii) 2 4 ${}^5C_2 \times {}^5C_4 = 50$
 মোট সংখ্যা = 200 Ans.

Prob 03 14 জন খেলোয়াড়ের মধ্যে 5 জন বোলার এবং দুইজন উইকেট রক্ষক আছে। কমপক্ষে 1 জন উইকেটরক্ষক ও তিনজন বোলার লইয়া 11 জনের একটি ক্রিকেট দল কত রকমে গঠন করা যাইতে পারে?

Sol: 14 জন খেলোয়াড়ের দলটিতে 5 জন বোলার, 2 জন উইকেট রক্ষক এবং 7 জন অন্যান্য খেলোয়াড় রহিয়াছে, 11 জনের একটি ক্রিকেট দল গঠনের জন্য সদস্য বন্টন নিম্নরূপ-
 বোলার(5) উই.রক্ষক(2) অন্যান্য(7) উপায়ের সংখ্যা
 3 1 7 ${}^5C_3 \times {}^2C_1 \times {}^7C_7 = 20$
 3 2 6 ${}^5C_3 \times {}^2C_2 \times {}^7C_6 = 70$
 4 1 6 ${}^5C_4 \times {}^2C_1 \times {}^7C_6 = 70$
 4 2 5 ${}^5C_4 \times {}^2C_2 \times {}^7C_5 = 105$
 5 1 5 ${}^5C_5 \times {}^2C_1 \times {}^7C_5 = 42$
 5 2 4 ${}^5C_5 \times {}^2C_2 \times {}^7C_4 = 35$
 \therefore দল গঠনের মোট উপায় = $20+70+70+105+42+35 = 342$ Ans.

Prob 04 10জন ছাত্রের মধ্যে 6জন বিজ্ঞান বিভাগের এবং 4জন বাণিজ্য বিভাগের ছাত্র, বিজ্ঞানের ছাত্রদের সংখ্যাগরিষ্ঠতা বজায় রেখে 6জনের কমিটি কত উপায়ে গঠন করা যাবে?

Sol: নিম্নোক্ত উপায়ে কমিটি গঠন করা যাবে-
 বিজ্ঞান(6) বাণিজ্য(4) কমিটি গঠনের উপায়
 i) 4 2 ${}^6C_4 \times {}^4C_2 = 90$
 ii) 5 1 ${}^6C_5 \times {}^4C_1 = 24$
 iii) 6 0 ${}^6C_6 \times {}^4C_0 = 1$
 মোট সংখ্যা = 115 Ans.

Prob 05 9জন লোকের একটি দল দুইটি যানবাহনে ভ্রমণ করবে, দুইটি যানবাহনের একটিতে 7জনের বেশি অপরটিতে 4জনের বেশি ধরে না। দলটি কত রকমে ভ্রমণ করতে পারবে?

Sol: ধরি, যানবাহনদ্বয় A ও B তে নিম্নোক্ত বন্টন ব্যবস্থা সাপেক্ষে ভ্রমণ করা যাবে-
 যান(A) যান(B) ভ্রমণের উপায়
 i) 7 2 ${}^9C_7 \times {}^2C_2 = 36$
 ii) 6 3 ${}^9C_6 \times {}^3C_3 = 84$
 iii) 5 4 ${}^9C_5 \times {}^4C_4 = 126$
 মোট উপায় = 246 Ans.

প্রথম 7.6 বা 5জন 9জন হতেই নির্বাচন করা যাবে, কিন্তু অবশিষ্ট 2.3 বা 4জন হতেও নির্বাচন করতে হয়।

Prob 06 দুটি পাড়ি নিয়ে 20জনের একদল ছাত্র বনজোড়নে যাবে, প্রতিটি পাড়ির ধারণ ক্ষমতা 20, কতভাবে এরা পাড়িতে বেতে পারে?

Sol: A ও B পাড়িতে নিম্নোক্ত উপায়ে বেতে পারে-
 (A) (B) ভ্রমণের উপায়
 20 0 ${}^{20}C_{20} \times {}^1C_0$
 19 1 ${}^{20}C_{19} \times {}^1C_1$
 18 2 ${}^{20}C_{18} \times {}^2C_2$

.....
 (A) (B) ভ্রমণের উপায়

 2 18 ${}^{20}C_2 \times {}^{18}C_{18}$
 1 19 ${}^{20}C_1 \times {}^{19}C_{19}$
 0 20 ${}^{20}C_0 \times {}^{20}C_{20}$
 \therefore মোট উপায় = ${}^{20}C_{20} + {}^{20}C_{19} + \dots + {}^{20}C_1 + {}^{20}C_0$
 = $2^{20} = 1048576$ Ans.

Type-09: কিছু একজাতীয় বস্তু থেকে বাছাই করা সংক্রান্ত

➤ আমরা জানি, একজাতীয় n সংখ্যক বস্তু হতে প্রতিবারে যতগুলোই বাছাই করা হোক না কেন তার বিন্যাস/সমাবেশ সবই 1, তাই একরূপ ক্ষেত্রে বিভিন্ন বস্তু হতে বাছাই করার উপায়ই নির্ণয় সমাবেশ।

Prob 01 Degree শব্দটির অক্ষরগুলো হতে প্রতিবারে যে কোন 4টি অক্ষর নিয়ে কতভাবে বাছাই করা যাবে?

Sol: Degree শব্দটিতে 3টি e ও অপর তিনটি ভিন্ন। নিম্নোক্ত উপায়ে বাছাই করা যায়-
 i) 3টি e ও 1টি ভিন্ন এরূপ ক্ষেত্রে সমাবেশ = $1 \times {}^1C_1 = 3$
 ii) 2টি e ও অপর দুটি ভিন্ন ক্ষেত্রে সমাবেশ = $1 \times {}^1C_2 = 3$
 iii) 1টি e ও অপর তিনটি ভিন্ন ক্ষেত্রে সমাবেশ = $1 \times {}^1C_3 = 1$
 মোট সংখ্যা = 7 Ans.

Prob 02 Thesis শব্দটি হতে প্রতিবারে 4টি করে অক্ষর নিয়ে কতভাবে বাছাই করা যাবে?

Sol: Thesis শব্দটি s আছে দুটি বাকি 4টি ভিন্ন, নিম্নোক্ত উপায়ে বাছাই করা যাবে-
 i) 2টি s ও অপর দুটি ভিন্ন এরূপ বাছাই সংখ্যা = $1 \times {}^1C_2 = 6$
 ii) 1টি s ও অপর তিনটি ভিন্ন এরূপ বাছাই সংখ্যা = $1 \times {}^1C_3 = 4$
 iii) সবগুলোই ভিন্ন এরূপ বাছাই সংখ্যা = $1 \times {}^1C_4 = 1$
 মোট বাছাই সংখ্যা = 11 Ans.

Prob 03 Professor শব্দটির অক্ষরগুলো হতে প্রতিবারে 4টি করে বর্ণ নিয়ে কতভাবে বাছাই করা যাবে?

Sol: Professor শব্দটিতে মোট বর্ণ 9টি, o আছে 2টি, r আছে 2টি, s আছে 2টি, অবশিষ্ট তিনটি ভিন্ন, মোট ভিন্ন বর্ণ = 6টি।
 নিম্নোক্ত উপায়ে বাছাই করা যায়-
 i) 3জোড়া হতে 2জোড়া এরূপ ক্ষেত্রে সমাবেশ = ${}^3C_2 = 3$
 ii) 3জোড়া হতে 1জোড়া ও 5টি হতে 2টি = ${}^3C_1 \times {}^3C_2 = 30$
 [3জোড়া হতে 1জোড়া নিলে 2জোড়া থাকে অর্থাৎ 2টি ভিন্ন বর্ণ থাকে এই দুটি ও ভিন্ন 3টি মোট 5টি বিভিন্ন]
 iii) সবগুলোই ভিন্ন = ${}^6C_4 = 15$
 \therefore মোট বাছাই সংখ্যা = $3 + 30 + 15 = 48$ Ans.

Type-10: দলে বিভক্তিকরণ সংক্রান্ত

➤ $(m+n)$ সংখ্যক বস্তুকে $(m \neq n)$ যথাক্রমে m ও n সংখ্যক বস্তু দুইটি দলে বিভক্ত করার উপায় = ${}^m C_m \times {}^n C_n = \frac{(m+n)!}{m!n!}$

কিন্তু $m = n$ হলে দল দুটি একই হবে এবং দল দুটি 2! প্রকারে বিন্যাস করা যাবে এবং বিভক্তকরণের উপায় হবে = $\frac{2m!}{2!(m!)^2}$

আবার, দুজন ব্যক্তির মধ্যে বিভক্ত করলে উপায় = $\frac{2m!}{(m!)^2}$

➤ $(m+n+p)$ সংখ্যক বস্তুকে $(m \neq n \neq p)$ যথাক্রমে m, n, p সংখ্যক বস্তুর তিনটি দলে বিভক্ত করা যায় $\frac{(m+n+p)!}{m!n!p!}$ উপায়ে।

কিন্তু $m = n = p$ হলে ভাগ করার উপায়

a) দুটি সমান ও অপরটি অসমান দলে = $\frac{2m!+p}{2!(m!)^2 p!}$

b) দুই ব্যক্তির মধ্যে সমান ও অপর ব্যক্তিকে অসমানভাবে বন্টন করে = $\frac{2m!+p}{(m!)^2 p!}$

আবার $m = n = p$ হলে তিনটি দল একই হয়।

➤ 2m সংখ্যক বস্তুকে সমান দুইভাগে ভাগ করার উপায়-

i) দুটি দলে = $\frac{2m!}{2!(m!)^2}$ ii) দুই ব্যক্তির মধ্যে = $\frac{2m!}{(m!)^2}$

➤ 3m সংখ্যক বস্তুকে সমান তিনভাগে ভাগ করার উপায়-

i) 3টি দলে = $\frac{3m!}{3!(m!)^3}$ ii) 3 ব্যক্তির মধ্যে = $\frac{3m!}{(m!)^3}$

➤ 4m সংখ্যক বস্তুকে সমান চারভাগে ভাগ করার উপায়-

i) 4 টি দলে = $\frac{4m!}{4!(m!)^4}$ ii) 4 ব্যক্তির মধ্যে = $\frac{4m!}{(m!)^4}$

Prob 01 36 জনের একটি দলকে মাদারীপুর, ফরিদপুর ও গোপালগঞ্জ জেলায় পরিবেশ সচেতনতা বৃদ্ধির জন্য প্রচারণা চালাতে হবে। তাদেরকে (a) 14, 12 ও 10 জনের তিনটি দলে (b) সমান তিনটি দলে ভাগ করে জেলা তিনটিতে কত উপায়ে বরাদ্দ করা যাবে?

Sol: a) 14, 12 ও 10 জনের তিনটি দলে ভাগ করার উপায় = $\frac{36!}{14!12!10!}$ Ans.

b) সমান তিনটি দলে ভাগ করার উপায় = $\frac{36!}{3!(12!)^3}$ Ans.

Prob 02 52 খানা ভাস কতভাবে সমান ভাগে ভাগ করে দেয়া যাবে a) দুটি ভাগে/দলে b) দুজন ব্যক্তির মধ্যে c) 4টি দলে d) 4 ব্যক্তির মধ্যে?

Sol: a. দুটি দলে ভাগ করার উপায় = $\frac{52!}{2!(26!)^2}$ Ans.

b. দু'জন ব্যক্তির মধ্যে = $\frac{52!}{(26!)^2}$ Ans.

c. সমান 4টি দলে ভাগ করার উপায় = $\frac{52!}{4!(13!)^4}$ Ans.

d. চারজন ব্যক্তির মধ্যে সমান ভাগে = $\frac{52!}{(13!)^4}$ Ans.

Special Prob 03 দুটি যোগবোধক চিহ্নকে পাশাপাশি না রেখে p সংখ্যক যোগবোধক ও q সংখ্যক বিয়োগবোধক চিহ্ন ($p < q$) কত প্রকারে এক সারিতে সাজানো যায় তা নির্ণয় কর।

Sol: দুটি যোগবোধক চিহ্নকে পাশাপাশি না সাজালে তাদেরকে q সংখ্যক বিয়োগবোধক চিহ্নের মাঝে $(q+1)$ সংখ্যক স্থানে সাজাতে হবে। ইহা করার উপায় = ${}^{q+1} C_p$

Note: এই অংকে বিন্যাস করা হল না। কারণ বিয়োগ (-) ও যোগ (+) চিহ্ন সবাই একই রকম। এদেরকে move করিয়ে সাজালে পৃথক বিন্যাস পাওয়া যায় না।

Type-11: টেলিফোন সংযোগ সংক্রান্ত

➤ টেলিফোন সংযোগের ক্ষেত্রে: নির্দিষ্ট সংখ্যার অংক পর্যন্ত ডায়ালে লেখা থাকলে এবং নম্বরগুলো n অংক বিশিষ্ট হলে সংযোগ সংখ্যা = (মোট লিখিত অংক)ⁿ; (সাধারণত 10ⁿ)

Prob 01 টেলিফোন ডায়ালে 0 থেকে 9 পর্যন্ত লেখা থাকে। যদি কলম্বাজার শহরের টেলিফোন নম্বরগুলো 6 অঙ্ক বিশিষ্ট হয়, তাহলে ঐ শহরের মোট সংযোগ দেয়া যাবে?

Sol: 10⁶ → n = 6; 10⁶ = 1000000 টি সংযোগ দেয়া যাবে। Ans.

Type-12: বিন্যাস ও সমাবেশের মিশ্রিত সমস্যা

➤ কখন ব্যবহার করতে হয়-

(1) n সংখ্যক জিনিসের মধ্যে একজাতীয় কিছু সংখ্যক জিনিস আছে এবং এখান হতে প্রতিবারে r সংখ্যক জিনিস নিয়ে সাজাতে বললে সমাবেশের মাধ্যমে বিন্যাস করা সুবিধাজনক।

(2) n সংখ্যক জিনিস হতে r সংখ্যক জিনিসের বিন্যাস বের করতে বলা হল যেখানে কোন বিশেষ শ্রেণীর জিনিস কমপক্ষে 1, 2 বা 3 ইত্যাদি সংখ্যক নিতে হবে এরূপ ক্ষেত্রে সমাবেশের মাধ্যমে বিন্যাস বের করতে হবে।

➤ স্বতন্ত্র বস্তু হতে বিন্যাস: m সংখ্যক স্বতন্ত্র বস্তু হতে r সংখ্যক এবং n সংখ্যক স্বতন্ত্র বস্তু হতে s সংখ্যক বস্তু নিয়ে যতভাবে সাজানো যায় তার সংখ্যা = ${}^m C_r \times {}^n C_s \times (r+s)!$ যা আরও সম্প্রসারণযোগ্য।

Prob 01 Equation শব্দটি হতে প্রতিবারে 3টি স্বরবর্ণ ও 2টি ব্যঞ্জনবর্ণ নিয়ে কতগুলো শব্দ গঠন করা যায়?

Sol: শব্দ গঠন করা যায় = ${}^5 C_3 \times {}^3 C_2 \times 5! = 3600$ Ans.

Prob 02 a, b, c, d, e, f বর্ণগুলো হতে 3 অক্ষরবিশিষ্ট কতগুলো শব্দ গঠন করা যাবে যাতে কমপক্ষে একটি স্বরবর্ণ থাকবে?

Sol: মোট বর্ণ = 6টি; স্বরবর্ণ = 2টি; ব্যঞ্জনবর্ণ = 4টি।

নির্বাচনের ভিত্তি	সমাবেশ	বিন্যাস
1টি স্বরবর্ণ ও দুটি ব্যঞ্জনবর্ণ	${}^2 C_1 \times {}^4 C_2 = 12$	$12 \times 3! = 72$
দুটি স্বরবর্ণ ও 1টি ব্যঞ্জনবর্ণ	${}^2 C_2 \times {}^4 C_1 = 4$	$4 \times 3! = 24$
	মোট = 16	মোট = 96

Prob 03 Examination শব্দটি হতে প্রতিবারে 4টি বর্ণ নিয়ে কতভাবে শব্দ গঠন করা যাবে?

Sol: Examination শব্দটিতে, মোট বর্ণ = 11টি EX(AA)M(II)(NN)TO a আছে 2টি, i আছে 2টি, n আছে 2টি, বাকি 5টি ভিন্ন

নির্বাচনের ভিত্তি	সমাবেশ	বিন্যাস
3 জোড়া হতে 2 জোড়া	${}^3 C_2 = 3$	$3 \times \frac{4!}{2!2!} = 18$
3 জোড়া হতে 1 জোড়া ও বাকি দুটি ভিন্ন	${}^3 C_1 \times {}^7 C_2 = 63$	$63 \times \frac{4!}{2!} = 756$
সবগুলোই ভিন্ন (3 জোড়ার 3টি ও ভিন্ন 5টি)	${}^8 C_4 = 70$	$70 \times 4! = 1680$
	মোট = 136	মোট = 2454

Prob 04 DEVASTATION শব্দের বর্ণগুলো হতে 4টি করে বর্ণ নিয়ে কতভাবে সাজানো যায়?

Sol: DEVASTATION বা DEV(AA)S(TT)ION শব্দটিতে মোট 11টি বর্ণ আছে। এদের মধ্যে ২টি T, ২টি A ও বাকিগুলো ভিন্ন, নিম্নোক্ত উপায়ে সাজানো যায়-

বাছাই প্রকৃতি	সমাবেশ	বিন্যাস
2 জোড়া হতে 2 জোড়া	${}^2C_2 = 1$	$1 \times \frac{4!}{2!2!} = 6$
2 জোড়া হতে একজোড়া ও অপর দুটি ভিন্ন সবগুলোই ভিন্ন	${}^2C_1 \times {}^8C_2 = 56$	$56 \times \frac{4!}{2!} = 672$
সবগুলোই ভিন্ন	${}^9C_4 = 126$	$126 \times 4! = 3024$
	মোট = 183	মোট = 3702

Prob 05 PROPORTION শব্দটি হতে 6 অক্ষরের সাজানো ব্যবস্থা বের কর।

Sol: PROPORTION বা (PP)(RR)(OO)TIN শব্দটিতে মোট 10টি, 2টি P, 2টি R, 3টি O, নিম্নোক্ত উপায়ে 6টি অক্ষর নিয়ে সাজানো যায়-

বাছাই প্রকৃতি	সমাবেশ	বিন্যাস
3টি O, 2জোড়া হতে 1জোড়া ও 1ভিন্ন	$1 \times {}^2C_1 \times {}^4C_1 = 8$	$8 \times \frac{6!}{3!2!} = 480$
3টি O ও অপর 3টি ভিন্ন	$1 \times {}^5C_3 = 10$	$10 \times \frac{6!}{3!} = 1200$
3জোড়া হতে 2জোড়া ও অপর দুটি ভিন্ন	${}^3C_2 \times {}^4C_2 = 18$	$18 \times \frac{6!}{2!2!} = 3240$
3জোড়া হতে 3জোড়া	${}^3C_3 = 1$	$1 \times \frac{6!}{2!2!2!} = 90$
3জোড়া হতে 1জোড়া ও অপর চারটি ভিন্ন সবগুলো ভিন্ন	${}^3C_1 \times {}^5C_4 = 15$	$15 \times \frac{6!}{2!} = 5400$
সবগুলো ভিন্ন	${}^6C_6 = 1$	$1 \times 6! = 720$
	মোট = 53	মোট = 11130

ঢাকা বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. 6 জন বালক এবং 5 জন বালিকার একটি দল থেকে কত উপায়ে 3 জন বালক এবং 2 জন বালিকার একটি দল গঠন করা যেতে পারে- [15-16]

- A. 10 B. 20
C. 50 D. 200

Ans D Solve (B) (G)

6 5
3 2

$$\text{দলের সংখ্যা } {}^6C_3 \times {}^5C_2 = \frac{6 \times 5 \times 4}{6} \times \frac{5 \times 4}{2} = 200$$

02. 14 জন খেলোয়াড় থেকে 11 জনের একটি ক্রিকেট টিম কতভাবে গঠন করা যায়? [14-15]

- A. 340 B. 364
C. 375 D. 380

Ans B Solve টিমের সংখ্যা = ${}^{14}C_{11} = {}^{14}C_3 = 364$

03. 4 জন মহিলাসহ 10 ব্যক্তির মধ্য থেকে 5 জনের একটি কমিটি গঠন করতে হবে যাতে অন্তত একজন মহিলা অন্তর্ভুক্ত থাকবে। কত বিভিন্ন প্রকারে এ কমিটি গঠন করা যেতে পারে? [13-14]

- A. 1440 B. 246
C. 120 D. 60

Ans B Solve 1 জন মহিলা + 4 জন পুরুষ = ${}^4C_1 \times {}^6C_4 = 60$

$$2 \text{ জন মহিলা} + 3 \text{ জন পুরুষ} = {}^4C_2 \times {}^6C_3 = 120$$

$$3 \text{ জন মহিলা} + 2 \text{ জন পুরুষ} = {}^4C_3 \times {}^6C_2 = 60$$

$$4 \text{ জন মহিলা} + 1 \text{ জন পুরুষ} = {}^4C_4 \times {}^6C_1 = 6$$

$$\therefore \text{মোট উপায়} = 60 + 120 + 60 + 6 = 246$$

04. 6 জন ছাত্র এবং 5 জন ছাত্রী থেকে 5 জনের একটি কমিটি গঠন করতে হবে যাতে অন্তত একজন ছাত্র ও একজন ছাত্রী অন্তর্ভুক্ত থাকে। কত প্রকারে এ কমিটি গঠন করা যেতে পারে? [11-12, 05-06, 09-10 IU 08-09]

- A. 360 B. 160 C. 410 D. 455

Ans D Solve ছাত্র (6) ছাত্রী (5)

1 4
2 3
3 2
4 1

$$\therefore \text{মোট কমিটি সংখ্যা} = ({}^6C_1 \times {}^5C_4) + ({}^6C_2 \times {}^5C_3) + ({}^6C_3 \times {}^5C_2) + ({}^6C_4 \times {}^5C_1) \\ = 30 + 150 + 200 + 75 = 455$$

05. SCHOOL শব্দটি হতে তিনটি অক্ষর নিয়ে পৃথকভাবে সাজানো সংখ্যা- [07-08]

- A. 10 B. 14 C. 4 D. 15

Ans B Solve (i) 2 টি O ও একটি ভিন্ন অক্ষর: $1 \times {}^4C_1 = 4$

(ii) 3 ভিন্ন সংখ্যা: ${}^5C_3 = 10$

$$\therefore \text{মোট ভিন্নভাবে সাজানো যাবে} = (10 + 4) = 14 \text{ প্রকারে}$$

06. 12টি বইয়ের মধ্যে 5টি বই কত প্রকারে বাছাই করা যায় যাতে নির্দিষ্ট 2টি বই সর্বদা বাদ থাকে? [04-05]

- A. 120 B. 225 C. 252 D. 128

Ans C Solve 2টি নির্দিষ্ট বই সর্বদা বাদ থাকবে অর্থাৎ মোট বইয়ের সংখ্যা হতে বই 2টিকে সরিয়ে রাখতে হবে।

$$\text{সেক্ষেত্রে বাছাই সংখ্যা হবে} = {}^{12-2}C_5 = {}^{10}C_5 = 252$$

07. আটজন ব্যক্তি থেকে পাঁচ সদস্যের একটি কমিটি গঠন হবে যাতে তিনজন বিশেষ ব্যক্তির সর্বাধিক একজন অন্তর্ভুক্ত থাকবে- [97-98]

- A. 15 B. 56 C. 16 D. 18

Ans C Solve কমিটি গঠনের সম্ভাব্য উপায়

অবিশেষ ব্যক্তি (5) বিশেষ ব্যক্তি (3)

i) 4 জন 1 জন

ii) 5 জন 0

$$\therefore \text{কমিটি গঠনের উপায়} = {}^5C_4 \times {}^3C_1 + {}^5C_5 \times {}^3C_0 = 15 + 1 = 16$$

08. 10 জন বালক এবং 8 জন বালিকা থেকে 2 জন বালক এবং 2 জন বালিকা কত উপায়ে বাছাই করা যায়? [95-96]

- A. 73 B. 1260 C. 3060 D. 5060

Ans B Solve 10 জন বালক হইতে 2 জন বালক ${}^{10}C_2$ উপায়ে এবং 8 জন বালিকা হইতে 2 জন বালিকা 8C_2 উপায়ে বাছাই করা যায়।

$$\therefore \text{মোট বাছাই সংখ্যা} = {}^{10}C_2 \times {}^8C_2 = 1260$$

জগন্নাথ বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. 'JAGANNATH' শব্দটির অক্ষরগুলো হতে প্রতিবার 4 টি করে বর্ণ নিয়ে মোট কতভাবে বাছাই করা যাবে? [13-14]

- A. 42 B. 48 C. 36 D. 40

Ans Blank Solve J(AAA)(NN)GTH

$$4 \text{ different} = {}^6C_4 = 15$$

$$3A \text{ \& } 1 \text{ other} = {}^3C_1 = 5$$

$$2A \text{ \& } 2 \text{ different} = {}^5C_2 = 10$$

$$2N \text{ \& } 2 \text{ different} = {}^5C_2 = 10$$

$$2A \text{ \& } 2N = 1$$

$$\therefore \text{Total} = 15 + 5 + 10 + 10 + 1 = 41$$

03. হিমেলের ড্রইং রুমে ৪টি ছবি ঝুলানো আছে। সে সেখান থেকে 2টি করে ছবি নিয়ে 1টি ডাইনিং রুমে ও 1টি বেড রুমে ঝুলাতে চায়। কতভাবে সে কাজটি করতে পারবে? [14-15]

- A. 6 B. 12 C. 24 D. 2

Ans B Solve Shortcut: ${}^4C_2 + {}^4C_2 = 6 + 6 = 12$

04. সাতটি সরলরেখার দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 1, 2, 3, 4, 5, 6 ও 7 সে.মি.। একটি চতুর্ভুজ গঠন করার জন্য চারটি সরলরেখা যত প্রকারে বাছাই করা যায় তার সংখ্যা- [14-15]

- A. 64 B. 35 C. 16 D. 32

Ans D Solve 7টি দৈর্ঘ্য হতে 4টি দৈর্ঘ্যের সমাবেশ সংখ্যা = ${}^7C_4 = 35$

কিন্তু (1, 2, 3, 4); (1, 2, 3, 5), (1, 2, 3, 6) 3টি সেটে বাছ দ্বারা চতুর্ভুজ গঠিত হবে না।

∴ চতুর্ভুজ গঠনের বাছাই সংখ্যা = $35 - 3 = 32$

05. কনফারেন্সে অংশ গ্রহণ করার জন্য 10 জন শিক্ষার্থীর মধ্য থেকে 4 জনকে নির্বাচন করতে হবে। শর্ত আছে যে, বাবলু, রানী অথবা রনির মধ্য থেকে অবশ্যই একজন নির্বাচিত হবে। কনফারেন্সে অংশ গ্রহণের জন্য কতভাবে শিক্ষার্থী নির্বাচন করা যাবে? [H 12-13]

- A. 360 B. 105 C. 210 D. কোনটিই নয়

Ans B Solve ${}^3C_1 \times {}^7C_3 = 105$

06. ${}^nC_6 = {}^nC_8$ হলে ${}^{16}C_n$ এর মান কত? [09-10]

- A. 120 B. 130 C. 140 D. 150

Ans A Solve $n = 6 + 8 = 14$ ∴ ${}^{16}C_{14} = 120$

07. 6 জন ফলিত গণিত এবং 4 জন গণিতের ছাত্র থেকে 6 জনের একটি কমিটি গঠন করতে হবে। ফলিত গণিতের ছাত্রদেরকে সংখ্যা পরিষ্ঠতা দিয়ে কত প্রকারে কমিটি গঠন করা যাবে? [09-10]

- A. 110 B. 115 C. 120 D. 125

Ans B Solve

ফলিত গণিত(6) গণিত(4)

(a)	6	0
(b)	5	1
(c)	4	2

কমিটি গঠন করা যাবে = ${}^6C_6 \times {}^4C_0 + {}^6C_5 \times {}^4C_1 + {}^6C_4 \times {}^4C_2$
= $1 + 24 + 90 = 115$ প্রকারে

08. ${}^{16}C_{12}$ এর মান হবে- [09-10]

- A. 1820 B. 1620 C. 1380 D. 1460

Ans A Solve ${}^{16}C_{12} = 1820$

09. ${}^nC_2 = \frac{3}{5} {}^nC_4$ হলে, n এর মান কত? [09-10]

- A. 3 B. 5 C. 7 D. 9

Ans C Solve ${}^nC_2 = \frac{3}{5} {}^nC_4$

$$\Rightarrow \frac{n(n-1)}{2!} = \frac{3n(n-1)(n-2)(n-3)}{4!}$$

$$\Rightarrow n^2 - 5n + 6 - 20 = 0 \Rightarrow n^2 - 5n - 14 = 0$$

$$\Rightarrow (n-7)(n+2) = 0 \Rightarrow n = 7$$

Technique: যে অপশন দ্বারা মূল সমীকরণ সিদ্ধ হবে,

(C) অপশনে ${}^7C_2 = 21$ এবং $\frac{3}{5} \cdot {}^7C_4 = 21$

10. একটি অষ্টভুজের কৌণিক বিন্দুগুলোর সংযোজক রেখা দ্বারা কমপক্ষে কতগুলো কর্ণ টানা যাবে?

- A. 8P_2 B. 8 C. ${}^8P_2 - 8$ D. ${}^8C_2 - 8$

Ans D Solve ভুজের সংখ্যা = 8টি

∴ কর্ণসংখ্যাটি = ${}^8C_2 - 8$

11. nC_n এর মান কত? [08-09]

- A. 1 B. n! C. n D. 0

Ans A Solve $\frac{n!}{n!(n-n)!} = \frac{n!}{n!} = 1$

12. ${}^nC_r + {}^nC_{r-1} = ?$ [06-07, CU 07-08]

- A. ${}^nC_{r+1}$ B. ${}^{n+1}C_{r+1}$ C. ${}^{n+1}C_r$ D. ${}^{2n}C_1$

Ans C Solve সূত্র: ${}^nC_r + {}^nC_{r-1} = {}^{n+1}C_r$

13. 12 টি জিনিসের মধ্যে 2 টি এক জাতীয় এবং বাকিগুলো তিনু তিনু জিনিস। ঐ জিনিসগুলো থেকে প্রতিবারে 5টি নিয়ে কত প্রকারে বাছাই করা যায়? [05-06]

Solve নির্দিষ্ট জিনিসের একটি না রেখে সমাবেশ = ${}^{12-2}C_5$

নির্দিষ্ট জিনিসের একটি রেখে সমাবেশ = ${}^{12-2}C_{5-1}$

নির্দিষ্ট জিনিসের দুইটি রেখে সমাবেশ = ${}^{12-2}C_{5-2}$

নির্ণেয় সমাবেশ সংখ্যা = ${}^{10}C_5 + {}^{10}C_4 + {}^{10}C_3 = 582$ Ans.

চট্টগ্রাম বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি

[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. 4টি vowel থেকে 2টি এবং 5টি consonant থেকে 3টি নিয়ে 5 বর্ণের মোট কয়টি শব্দ গঠন করা সম্ভব? [15-16]

- A. 60 B. 120 C. 7200
D. 1200 E. কোনটিই নয়

Ans C Solve নির্ণেয় শব্দ সংখ্যা = ${}^4C_2 \times {}^5C_3 \times 5! = 7200$

02. ${}^nC_4 = {}^nC_7$ হলে nC_8 এর মান কত? [15-16]

- A. $11! \times 8!$ B. $4! \times 8!$ C. $7! \times 8!$

D. $\frac{11!}{8! \times 3!}$ E. $3! \times 8!$

Ans D Solve ${}^nC_4 = {}^nC_7$
 $n = 4 + 7 = 11$

∴ ${}^nC_8 = {}^{11}C_8 = \frac{11!}{8! \times (11-8)!} = \frac{11!}{8! \times 3!}$

03. ${}^{18}C_r = {}^{18}C_{r+2}$ হলে r এর মান হয়-[14-15]

- A. 2 B. 5 C. 7 D. 8 E. 9

Ans D Solve ${}^{18}C_r = {}^{18}C_{r+2}$
 $\Rightarrow r + r + 2 = 18 \Rightarrow 2r = 16 \Rightarrow r = 8$

04. ${}^{n-12}C_8 = {}^nC_8$ হলে n এর মান হবে-[14-15]

- A. 18 B. 15 C. 16 D. 24 E. 20

Ans E Solve ${}^{n-12}C_8 = {}^nC_8 \Rightarrow n_{C_{n-12}} = {}^nC_8$

$\Rightarrow n - 12 = 8 \Rightarrow n = 20$

বিকল্প: $n = 12 + 8 = 20$

05. 7 জন শিক্ষক ও 10 জন ছাত্র হইতে 2 জন শিক্ষক এবং 5 জন ছাত্র এর কতগুলি কমিটি গঠন করা যায় যদি একটি নির্দিষ্ট ছাত্র প্রত্যেক কমিটিতে থাকে? [H 12-13]

- A. ${}^{17}C_7$ B. ${}^{10}C_7 + {}^5C_2$ C. ${}^7C_2 \times {}^{10}C_4$

D. ${}^7C_2 \times {}^9C_5$ E. ${}^7C_2 \times {}^9C_4$ **Ans. E**

06. ${}^{18}C_r = {}^{18}C_{r+2}$ হইলে r এর মান কত? [H 12-13]

- A. 2 B. 5 C. 7

D. 8 E. 10

Ans D Solve ${}^{18}C_r = {}^{18}C_{r+2}$

∴ $r + r + 2 = 18 \Rightarrow r = 8$

07. ${}^nC_8 = {}^nC_{12}$ হলে ${}^nC_{19}$ এর মান হচ্ছে- [10-11]

- A. 1 B. 20 C. 25 D. 49 E. 72

Ans B Solve ${}^nC_8 = {}^nC_{12} \therefore n = 8 + 12 = 20 \therefore {}^{20}C_{19} = 20$

88. 12টি বাহুবিশিষ্ট একটি সমতল ক্ষেত্রের কৌণিক বিন্দুগুলোর সংযোগ

রেখা দ্বারা যতগুলো ত্রিভুজ গঠন করা যায়, তার সংখ্যা কত? [09-10]

A. 110 B. 220 C. 230 D. 240 E. 250

Ans B Solve ত্রিভুজ গঠন করা যাবে $= {}^{12}C_3 = 220$ প্রকারে।

89. যদি ${}^nC_r = x({}^nP_r)$ হয় তবে x এর মান হবে- [09-10]

A. $r!$ B. $\frac{1}{r!}$ C. $(2r)!$ D. $\frac{r!}{2}$ E. $2(r!)$

Ans B Solve ${}^nC_r = x \cdot {}^nP_r \therefore x = \frac{1}{r!}$

90. DEGREE শব্দটির অক্ষরগুলো থেকে যে কোন 4টি অক্ষর প্রত্যেকবার নিয়ে কত প্রকারে বাছাই করা যায়। [08-09]

A. 5 B. 6 C. 7 D. 8

Ans C Solve একই ধরনের অক্ষর (E 3টি), ভিন্ন অক্ষর 3টি:

(i)	3	1
(ii)	2	2
(iii)	1	3

একই অক্ষর এক বা একাধিক একই ধরনের অক্ষর দিয়ে কোন সমাবেশ সৃষ্টি হবে না।

সমাবেশ- ${}^3C_1 + {}^3C_2 + {}^3C_3 = 3 + 3 + 1 = 7$

91. বিন্যাস ও সমাবেশের মধ্যে সঠিক সম্পর্ক কোনটি? [A 04-05]

A. ${}^mP_r = m! \cdot {}^mC_r$ B. ${}^mP_r = \frac{m!}{r!}$
C. $m! \cdot {}^mP_r = {}^mC_r$ D. ${}^mP_r = r! \cdot {}^mC_r$

Ans. D

92. ${}^nC_5 = {}^nC_7$ হলে তবে ${}^nC_{11}$ - [D 04-05]

A. 10 B. 12 C. 16 D. 14

Ans B Solve $n = 7 + 5 = 12$, সুতরাং ${}^{12}C_{11} = 12$

93. 15টি পুস্তক হতে 5টি পুস্তক কত প্রকারে বাছাই করা যায়, যেখানে 2টি নির্দিষ্ট পুস্তক সর্বদাই থাকবে? [D 03-04]

A. ${}^{13}C_3$ B. ${}^{15}C_3$ C. ${}^{13}C_5$ D. ${}^{13}C_2$ **Ans. A**

94. ${}^nC_3 = {}^nC_5$ হলে nC_2 = কত? [D 02-03]

A. 56 B. 168 C. 14 D. 28

Ans D Solve ${}^nC_3 = {}^nC_5$ সুতরাং, $n = 8$
সুতরাং, ${}^nC_2 = {}^8C_2 = 28$

খুলনা বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. ${}^nC_{12} = {}^nC_8$ হয়, তবে ${}^{22}C_n$ এর মান কত? [15-16, JU H-12-13, CU-04-05]

A. 228 B. 229 C. 230 D. 231

Ans D Solve ${}^nC_{12} = {}^nC_8$

$\Rightarrow n = 12 + 8 = 20$

$\therefore {}^{22}C_n = {}^{22}C_{20} = {}^{22}C_2 = \frac{22 \times 21}{2} = 11 \times 21 = 231$

02. একজন পরীক্ষার্থীকে 12টি প্রশ্ন হতে 10টি প্রশ্নের উত্তর দিতে হবে। প্রশ্নগুলির মধ্যে প্রথম 5টি থেকে ঠিক 4টি প্রশ্ন বাছাই করতে হবে। সে কত প্রকারে 10টি প্রশ্ন বাছাই করতে পারবে? [14-15]

A. 35 B. 50 C. 70 D. 105

Ans A Solve 5টি হতে 4টি বাছাই = 5C_4

7টি হতে 3টি বাছাই = 7C_4

নির্গেয় বাছাই সংখ্যা = ${}^5C_4 \times {}^7C_4 = 35$

03. একটি সমতলে 15 টি বিন্দু আছে। এদের 5 টি বিন্দু একই সরল রেখায় অবস্থিত। এছাড়া অন্য কোন 3টি বিন্দু সমরেখা নয়। বিন্দুগুলির শীর্ষ ব্যবহার করে কতগুলি ত্রিভুজ গঠন করা যায়? [14-15]

A. 445 B. 455 C. 460 D. অসীম সংখ্যক

Ans A Solve ত্রিভুজের সংখ্যা = ${}^{16}C_3 - {}^5C_3 = 445$

04. $\sum_{r=1}^5 {}^5C_r$ এর মান হল- [11-12]

A. 29 B. 30 C. 31 D. 42
Ans C Solve $1 + {}^5C_1 + {}^5C_2 + {}^5C_3 + {}^5C_4 + {}^5C_5 - 1 = 2^5 - 1 = 31$

05. কোন সভা শেষে উপস্থিত সবাই সবার সাথে হাতশেক করল। যদি হাতশেকের সংখ্যা 10 হয়। তবে ঐ সভায় মোট কত জন উপস্থিত ছিল? [Engineering Aptitude test 09-10]

Solve মনেকরি, মোট লোক n জন

${}^nC_2 = 10 \Rightarrow \frac{n!}{(n-2)!2!} = 10 \Rightarrow \frac{n(n-1)}{2} = 10$

$\Rightarrow n^2 - n - 20 = 0 \Rightarrow (n-5)(n+4) = 0 \therefore n = 5$ Ans.

06. পাঁচ জন বিজ্ঞান ও তিন জন কলা বিভাগের ছাত্রের মধ্য থেকে চার জনের একটি কমিটিতে অন্তত একজন বিজ্ঞানের ছাত্র নিয়ে কয়টি কমিটি হতে পারে? [জীববিজ্ঞান স্কুল, 09-10]

A. 70 B. 65 C. 60 D. 75

Ans A Solve

	বিজ্ঞান ছাত্র (5) জন	কলায় ছাত্র (3) জন
(i)	1	3
(ii)	2	2
(iii)	3	1
(iv)	4	0

\therefore মোট কমিটির সংখ্যা:

i. এর জন্য ${}^5C_1 \times {}^3C_3 = 5$

ii. এর জন্য ${}^5C_2 \times {}^3C_2 = 30$

iii. এর জন্য ${}^5C_3 \times {}^3C_1 = 30$

iv. এর জন্য ${}^5C_4 \times {}^3C_0 = 5$

মোট = 70

07. অসমান্তরাল ও অসমবিন্দু 10টি সরলরেখা দ্বারা কয়টি ত্রিভুজ গঠন করা যাবে? [09-10]

A. 130 B. 120 C. 124 D. 121

Ans B Solve ত্রিভুজ গঠন করা যাবে $= {}^{10}C_3 = 120$ প্রকারে

বেগম রোকেয়া বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. যদি ${}^nC_2 = {}^nC_3$ হয়, তবে nC_4 = ? [15-16]

A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

Ans D Solve ${}^nC_2 = {}^nC_3$

$n = 2 + 3 = 5$

$\therefore {}^nC_4 = {}^5C_4 = {}^5C_1 = 5$

02. nc_1 এবং nc_n এর মান যথাক্রমে- [15-16]

A. 1 & n B. $\frac{n}{n-1}$ & 1 C. n & 1 D. 1 & $\frac{n}{n-1}$

Ans C Solve ${}^nC_1 = n$, ${}^nC_n = 1$

03. TREES এর বর্ণগুলোকে কত প্রকারে সাজিয়ে শব্দ তৈরি করা যাবে যেখানে প্রতিটি শব্দের শুরুতে consonant ও শেষে vowel থাকবে? [15-16]

A. 9 B. 18 C. 24 D. 27

Ans B Solve (T) RES (E)

${}^3C_1 \times {}^3! = 3 \times 6 = 18$

04. 2, 3, 4, 5, 6 এবং 7 অংকগুলো ব্যবহার করে 600 এর বড় 3 অংক বিশিষ্ট কতটি বিজোড় সংখ্যা তৈরি করা যাবে? [15-16]

A. 20 B. 36 C. 120 D. 720

Ans = Solve ${}^2C_1 \times {}^2C_1 \times {}^4C_1 = 2 \times 2 \times 4 = 16$

শাহজালাল বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. নিম্নে 5 সেট বাহুর দৈর্ঘ্য দেয়া আছে। কোন সেটটি ঘারা চতুর্ভুজ অংকন করা সম্ভব? [13-14]

- A. 1, 10, 4, 5 B. 1, 12, 5, 4 C. 2, 3, 10, 4
D. 5, 7, 10, 2 E. 3, 4, 8, 20

Ans D Solve $5 + 7 + 2 > 10$

02. দুটি সমান্তরাল সরলরেখার যথাক্রমে 6 টি এবং 10 টি বিন্দু ব্যবহার করে কতগুলি ত্রিভুজ গঠন করা সম্ভব? [A 12-13]

- A. 420 B. 560 C. 720 D. 2520 E. 3360

Ans A Solve ${}^6C_2 \times {}^{10}C_1 + {}^6C_1 \times {}^{10}C_2 = 420$

03. 8 জন ব্যক্তি থেকে 5 সদস্যের একটি কমিটি গঠন করতে হবে যাতে 3 জন বিশেষ ব্যক্তির অন্তত একজন থাকবে। এরূপ কমিটির সংখ্যা- [08-09]

- A. 15 B. 55 C. 46 D. 48

Ans B Solve

	বিশেষ ব্যক্তি (3)	সাধারণ ব্যক্তি (5)	কমিটির সংখ্যা
(i)	1	4	${}^3C_1 \times {}^5C_4 = 15$
(ii)	2	3	${}^3C_2 \times {}^5C_3 = 30$
(iii)	3	2	${}^3C_3 \times {}^5C_2 = 10$
			মোট = 55

04. 8 জন লোক প্রত্যেকে প্রত্যেকের সাথে করমর্দন করলে করমর্দনের সংখ্যা হবে- [06-07]

- A. 28 B. 8 C. 16 D. 24

Ans A Solve মানুষ 8 জন। \therefore করমর্দনের সংখ্যা = ${}^8C_2 = 28$

05. একটি টেনিস টুর্নামেন্টে 150 জন খেলোয়াড় আছে। একজন খেলোয়াড় একটি ম্যাচ হারলেই টুর্নামেন্ট থেকে বিদায় নেয়। টুর্নামেন্টে ম্যাচ খেলা হয়েছে। [06-07]

- A. 75 B. 76 C. 149 D. 150

Ans C Solve ম্যাচ সংখ্যা = $n - 1 = 150 - 1 = 149$

06. ${}^nC_2 = \frac{2}{5} \times {}^nC_4$ হলে, n এর মান- [A 2002]

- A. 6 B. 5 C. 8 D. 4

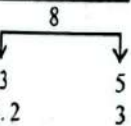
Ans C Solve অপশনগুলো টেস্ট করা ভালো, এতে $n = 8$ ধরলেই হবে।

ইসলামী বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. একজন পরীক্ষার্থীকে 8টি প্রশ্ন থেকে প্রথম 3টি হতে অবশ্যই 2টি এবং অবশিষ্ট হতে 3টি প্রশ্নের উত্তর দিতে হবে। সে কত প্রকার উত্তর দিবে- [15-16]

- A. 60 B. 15 C. 20 D. 30

Ans D Solve



উত্তর দেওয়ার সংখ্যা = ${}^3C_2 \times {}^5C_3 = 3 \times 10 = 30$

02. 6 জন ছাত্র এবং 5 জন ছাত্রী থেকে 5 জনের একটি কমিটি কত উপায়ে গঠন করা যায় যাতে কমপক্ষে 1 জন ছাত্র ও 1 জন ছাত্রী থাকবে? [15-16]

- A. 144 B. 360 C. 455 D. 720

Ans = Solve ছাত্র 6 জন ছাত্রী 5 জন

- i. 1 4
ii. 2 3
iii. 3 2
iv. 4 1

মোট কমিটি = ${}^6C_1 \times {}^5C_4 + {}^6C_2 \times {}^5C_3 + {}^6C_3 \times {}^5C_2$
= $30 + 150 + 75 = 255$

03. একটি ব্যার ভূজের কর্ণের সংখ্যা কতটি? [14-15]

- A. 24 টি B. 34 টি C. 44 টি D. 54 টি

Ans D Solve কর্ণের সংখ্যা = ${}^{12}C_2 - 12 = 66 - 12 = 54$

04. ${}^nC_3 = {}^nC_7$ হলে ${}^nC_{11}$ [13-14]

- A. 15 B. 16 C. 12 D. 10 Ans. C

05. 20 সদস্য বিশিষ্ট একটি ফুটবল দল থেকে একজন অধিনায়ক ও একজন সহ-অধিনায়ক কতভাবে নির্বাচন করা যাবে? [11-12]

- A. 20 B. 190 C. 380 D. 760

Ans C Solve অধিনায়ক নির্বাচন করা যায় = ${}^{20}C_1$

সহ অধিনায়ক নির্বাচন করা যায় = ${}^{20-1}C_1 = {}^{19}C_1$

\therefore মোট নির্বাচন সংখ্যা = ${}^{20}C_1 \times {}^{19}C_1 = 380$

06. কোন পরীক্ষায় কৃতকার্য হতে 6টি বিষয়ের প্রত্যেকটিতে ন্যূনতম নম্বর পেতে হয়। একজন পরীক্ষার্থী কত প্রকারে অকৃতকার্য হবে- [08-09]

- A. 43 B. 53 C. 63 D. 73

Ans C Solve অকৃতকার্য হবার সম্ভাবনা = $2^6 - 1 = 63$

09. ${}^nC_5 = {}^nC_7$ হলে ${}^nC_{11}$ মান- [E 04-05]

- A. 11 B. 12 C. 13 D. 14

Ans B Solve ${}^nC_r = {}^nC_s$ হলে $n = r + s = 5 + 7 = 12$

সুতরাং ${}^{12}C_{11} = 12$

বরিশাল বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. মতিন সাহেবের 7 জন বন্ধু আছে। তিনি একজনকে বা একের অধিকজনকে কত সংখ্যক উপায়ে আমন্ত্রণ জানাতে পারেন? [14-15]

- A. 128 B. 127 C. 64 D. 63

Ans B Solve আমন্ত্রণের উপায় সংখ্যা

$$= {}^7C_1 + {}^7C_2 + {}^7C_3 + {}^7C_4 + {}^7C_5 + {}^7C_6 + {}^7C_7$$

$$= {}^7C_0 + {}^7C_1 + {}^7C_2 + {}^7C_3 + {}^7C_4 + {}^7C_5 + {}^7C_6 + {}^7C_7 - {}^7C_0$$

$$= (1 + 1)^7 - 1 = 2^7 - 1 = 127$$

ভাসানী বিজ্ঞান ও প্রযুক্তি বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. একটি সভাশেষে প্রত্যেকে অন্যের সাথে করমর্দন করলেন। করমর্দনের সংখ্যা 66 হলে সভায় ককতজন উপস্থিত ছিলেন? [15-16; BAU 14-15; JUST 15-16]

- A. 11 B. 12 C. 14 D. 16

Ans B Solve ${}^nC_2 = 66 \Rightarrow \frac{n(n-1)}{2} = 66$

$$\Rightarrow n^2 - n - 132 = 0 \Rightarrow n^2 - 12n + 11n - 132 = 0$$

$$\Rightarrow n(n-12) + 11(n-12) = 0 \Rightarrow (n+11)(n-12) = 0$$

$$\therefore n \neq -11, n = 12$$

02. 12 টি বহুবিশিষ্ট একটি বহুভুজের কর্ণের সংখ্যা কত? [15-16]

- A. 48 B. 54 C. 60 D. 66

Ans B Solve কর্ণের সংখ্যা = ${}^{12}C_2 - 12 = 54$

03. যদি ${}^nP_r = 110$ এবং ${}^nC_r = 55$ হয় তবে n এবং r এর মান কত? [15-16]

- A. 6,2 B. 8,2 C. 9,2 D. 11,2

Ans D Solve Shortcut: ${}^nP_r = 110$

$$r! \cdot {}^nC_r = 110$$

$$r! \cdot 55 = 110$$

$$r! = 2$$

$$r = 2$$

১০ টি, কয়েকটি ক্রমাঙ্কিত ও কয়েকটি ভিত্তি পরীক্ষার বিজ্ঞপ্তি বাছুর প্রকাশনা
 (শুট, কয়েকটি ক্রমাঙ্কিত ও কয়েকটি ভিত্তি পরীক্ষার সাহায্যে প্রকাশনা)

১. 5, 6, 7 এবং 8 এর প্রত্যেকটি একটির সঙ্গে প্রকৃতির মান বাছুর করে
 তিন অঙ্কের কয়টি বিজোড় সংখ্যা তৈরি করা যায়? [KUET 15-16]

A. 30টি B. 24টি C. 25টি D. 12টি E. 16টি

Ans B Solve 1, 5, 6, 8 বিজোড় সংখ্যক 2টি
 ক-এর স্থানে একটি বিজোড় C অঙ্ককে বসালে
 অপর 2 টি স্থানে 4 টি সংখ্যক 2 টির সাহায্যে সংখ্যা 11

নিম্নের সংখ্যা $4n \times 3^2 - 2 \times 4 \times 3 = 24$
 100 থেকে 999 সংখ্যাগুলোর মধ্যে যেসব সংখ্যায় 1টি জোড় ও 2টি
 বিজোড় অংশ আছে তাদের মোট সংখ্যা কত? [KUET 15-16]

A. None of them B. 300 C. 200 D. 150

Ans B Solve 1টি জোড় ও 2টি ভিন্ন বিজোড় অঙ্ক বিশিষ্ট 3 অঙ্কের
 সংখ্যা = $4C_1 \times 5C_2 \times 3P_2 = 240$
 অর্থাৎ, 1টি জোড় ও 2টি ভিন্ন বিজোড় অঙ্ক বিশিষ্ট 3 অঙ্কের সংখ্যা
 = $4C_1 \times 5C_2 \times 3P_2 = 240$

মোট সংখ্যা = $240 + 60 = 300$

একটি প্রশ্নপত্রে মোট 10টি প্রশ্ন রয়েছে, যার 5টি সেকশন A এবং বাকি
 5টি সেকশন B তে আছে। একজন পরীক্ষার্থীকে প্রতিটি সেকশন থেকে
 সর্বমোট 2টি প্রশ্নের উত্তর করাসহ মোট 6টি প্রশ্নের উত্তর দিতে হবে।
 পরীক্ষার্থী সর্বমোট প্রশ্নেরই উত্তর করতে সক্ষম হলে, মোট কতভাবে ছয়টি
 প্রশ্নের সেট সে নির্ধারণ করতে পারবে? [BUET 14-15]

A. 50 B. 100 C. 150
 D. 200 E. 250

Ans C Solve

A	B
5	5
(i) 2	4
(ii) 3	3
(iii) 4	2

(i) ${}^5C_2 \times {}^5C_4 = 50$
 (ii) ${}^5C_3 \times {}^5C_3 = 100$ 200 উপায়ে
 (iii) ${}^5C_4 \times {}^5C_2 = 50$

04. "Examination" শব্দটি হতে 4 টি অক্ষর নিলে তাদের সমাবেশ ও
 বিন্যাস সংখ্যা কত হবে? [KUET 14-15]

A. 147, 2324 B. 136, 2454 C. 3021, 226
 D. 2150, 215 E. 334, 2354

Ans B Solve Examination শব্দটিতে 11 টি অক্ষরের মাঝে ২টি i,
 ২টি a, ২টি n রয়েছে। নিম্নরূপে 8 টি অক্ষর নেওয়া যায়

সমাবেশ সংখ্যা	বিন্যাস সংখ্যা
i) দুইটি একই এবং দুইটি একই ${}^3C_2 = 3$	$\frac{4!}{2!2!} \times 3c^2 = 18$
ii) দুইটি একই এবং দুইটি ভিন্ন ${}^3C_1 \times 7C_2 = 63$	$63 \times \frac{4!}{2!} = 756$
iii) সবগুলোই ভিন্ন ${}^3C_4 = 70$	$\frac{4! \times 70}{136} = 2454$

∴ মোট সমাবেশ সংখ্যা = 136 ∴ মোট বিন্যাস সংখ্যা = 2454

05. 1, 2, 3, 4 দৈর্ঘ্য বিশিষ্ট সরল রেখা দ্বারা কয়টি ত্রিভুজ গঠন করা যাবে?
 [BUET 13-14]

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Ans A Solve ত্রিভুজের সংখ্যা = ${}^4C_3 = 4$
 কিন্তু (1, 2, 3), (1, 2, 4), (1, 3, 4) এদের দ্বারা কোন ত্রিভুজ পাওয়া যায় না।
 ∴ নির্ণয় ত্রিভুজ সংখ্যা = $4 - 3 = 1$

06. একটি সভা শেষে প্রত্যেককে প্রত্যেকের সাথে কথামতলা করা হল। কথামতলা
 সংখ্যা 66 হলে কতজন মোট সভায় উপস্থিত ছিলেন? [BUET 12-13]

A. 11 B. 12 C. 24 D. 12

Ans D Solve $C_n = 66$ হলে $n = 12$

07. এক ব্যক্তির 12 বর্ষ বয়স আছে। তার মনে 8 জন আত্মীয়। তিনি কত
 আত্মীয়কে 7 জন বন্ধুকে নিমন্ত্রণ করতে পারেন যাদের মধ্যে 5 জন আত্মীয়
 থাকবেন? [BUET 12-13]

A. 360 B. 990 C. 336 D. 480

Ans C Solve $C_5 \times {}^{10}P_7 = 336$

08. 6 জন ও 8 জন বেলোয়ারের দুটি দল থেকে 11 জন বেলোয়ারের একটি
 ক্রিকেট টিম গঠন করতে হবে যাতে 6 জনের দল থেকে অন্তত 4 জন
 বেলোয়ার ই-টিম থাকে। ক্রিকেট টিমটি মোট কত প্রকারে গঠন করা
 যেতে পারে? [BUET 11-12]

Solve (1) ${}^6C_4 \times {}^8C_7 = 120$
 (2) ${}^6C_5 \times {}^8C_6 = 168$
 (3) ${}^6C_6 \times {}^8C_5 = 56$

	A(6)	B(8)
(1)	4	7
(2)	5	6
(3)	6	5

Ans. 344

09. মূল্য 12000 টাকার টেলিফোন নম্বর 72, 73 বা 76 দিয়ে শুরু এবং 6 অঙ্ক
 বিশিষ্ট হলে মোট সম্ভাব্য সংযোগ সংখ্যা কত? [KUET 10-11]

A. 10^6 B. 10^7 C. 13×10^6
 D. 3×10^6 E. 7×10^6

10. 7টি ব্যঞ্জনবর্ণ ও 3টি স্বরবর্ণ হলে কয়টি শব্দ গঠন করা যাবে যেখানে 3টি
 ব্যঞ্জনবর্ণ ও 2টি স্বরবর্ণ থাকে? [BUET 10-11]

A. 120 B. 25200 C. 4200
 D. None E. 25000

Ans D Solve 7টি ব্যঞ্জনবর্ণ ও 3টি স্বরবর্ণ হতে 3টি ব্যঞ্জনবর্ণ ও 2টি
 স্বরবর্ণ বাছাই করার উপায় ${}^7C_3 \times {}^3C_2 = 105$

11. 'THESIS' শব্দটির বর্ণগুলি হতে প্রতিবার 4টি বর্ণ নিয়ে গঠিত সমাবেশ
 সংখ্যা নির্ণয় কর। [CUET 10-11]

A. 10 B. 11 C. 9 D. None

Ans B Solve THESIS শব্দটিতে 6টি বর্ণ আছে, যার মধ্যে 2টি S
 প্রতিবারে 4টি বর্ণ নিয়ে নিম্নবর্ণিত উপায়ে বাছাই করা যায়-

(i) 2টি অভিন্ন এবং 2টি ভিন্ন এক্ষেত্রে বাছাই সংখ্যা = $1 \times {}^4C_2$
 (ii) 4টি অভিন্ন এক্ষেত্রে বাছাই সংখ্যা = 5C_4

∴ মোট সংখ্যা = ${}^4C_2 + {}^5C_4 = 6 + 5 = 11$

12. দু'টি ভাগের প্রত্যেক ভাগে 5টি করে মোট 10টি প্রশ্ন হতে একজন
 পরীক্ষার্থীকে 6টি প্রশ্নের উত্তর দিতে হবে। কোন ভাগ থেকে 4টির বেশী
 প্রশ্নের উত্তর করা নিষিদ্ধ। ঐ পরীক্ষার্থী কত উপায়ে প্রশ্নগুলো বাছাই
 করতে পারবে? [BUET 09-10]

Solve

১ম ভাগ	২য় ভাগ
4	2
3	3
2	4

∴ প্রশ্নগুলো বাছাই করার মোট উপায় সংখ্যা
 = ${}^5C_4 \times {}^5C_2 + {}^5C_3 \times {}^5C_3 + {}^5C_2 \times {}^5C_4 = 200$ Ans.

13. 6 জন বালক ও 4 জন বালিকা হতে 5জনকে একটি নির্দিষ্ট কোর্সে ভর্তি
 জন্য বাছাই করতে পারে। ঠিক 2জন বালিকাকে বেছে বাছাই প্রক্রিয়াটিকে
 কত ভাবে গঠন করা যেতে পারে। [08-09]

A. 110 B. 120
 C. 125 D. 130

Ans C Solve বালক (6) বালিকা (4)

3 2
 বাছাই করা যাবে, ${}^6C_3 \times {}^4C_2 = 120$

8. দুই বাসায় মোট ১০ জন মানুষের বাস। একই কক্ষের দুই বাসায় বাস করে।
92. একটি সমকোণী ত্রিভুজের দুই বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে ৩ ও ৪। ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল কত?
 A. 1051 B. 106 C. 112 D. 112
93. 10 টি বিন্দুর মধ্যে ৭ টি এক জাতীয় এবং ৩ টি অন্য জাতীয় বিন্দু দিয়ে কতগুলো ত্রিভুজ গঠন করা যায়?
 A. 180 B. 182 C. 190 D. 185
94. পাঁচটি শব্দক, চারটি বীজগণিতের সূত্র এবং তিনটি সাদা বস্তুর বিস্তৃত তালিকা হতে সর্বমোট কতগুলো বই গঠন করা যায়?
 A. 720 B. 520 C. 5270 D. 3250
95. সাতজন ইংরেজ ও চারজন মার্কিনদের কথা থেকে ইয়ননের একটি কমিটি গঠন করতে হবে। কমিটিতে কমপক্ষে দুইজন মার্কিন থাকবে। এই শর্তে কতভাবে এটা গঠন করা যেতে পারে?
 A. 350 B. 371 C. 381 D. 415
96. একজন পরিষ্কার তিনটি প্রশ্নের একটি পরীক্ষা দিচ্ছে। প্রত্যেক প্রশ্নের পূর্ণ নম্বর 100 সে তিনটিই পরে কত উপায়ে মোট 200 নম্বর পেতে পারে?
 A. 5152 B. 5120 C. 5151 D. 3125
97. ${}^{2n}C_r = {}^{2n}C_{n-r}$ হলে, r এর মান কত?
 A. $n-2$ B. $n-1$ C. $n-3$ D. $(n-1)n!$
98. ALGEBRA শব্দের বর্ণগুলি থেকে প্রতিবারে 3 টি করে নিয়ে কতগুলি তিনু তিনু শব্দ গঠন করা যায়?
 A. 120 B. 135 C. 130 D. 125
99. টেলিফোন ডায়াল 0 থেকে 9 পর্যন্ত লেখা থাকে। যদি কলকাতার শহরের টেলিফোনগুলি 5 অঙ্ক বিশিষ্ট হয়, তবে এ শহরে কত টেলিফোন সংযোগ দেওয়া যাবে?
 A. 10^5 B. 10^4 C. 10^7 D. 10^9
10. ${}^nC_1 + {}^nC_2 + {}^nC_3 + \dots + {}^nC_n = 2^n - 1$ হলে, n ও r এর মান নির্ণয় কর।
 A. 14, 5 B. 10, 4 C. 14, 4 D. 10, 5
11. রাখী 12 বানা বইয়ের মধ্যে 5 বানা বীজগণিত ও 3 বানা ত্রিকোণমিতি, 4 বানা জ্যামিতি। রাখী এর মধ্য থেকে এক বা একাধিক সংখ্যক বই কত উপায়ে বাছাই করতে পারবে।
 A. 119 B. 120 C. 118 D. 121
12. 15 জন স্কোলের একটি নদ হতে 5 জনকে কতভাবে নির্বাচন করা যায়, যাতে নির্দিষ্ট 3 জন সোক সর্বদাই অন্তর্ভুক্ত থাকবে।
 A. 66 B. 60 C. 70 D. 55
13. 4 শূন্য পদের জন্য 2 জন প্রার্থী আছে এবং একজন নির্বাচক শূন্যপদ সংখ্যার বেশী নয়, এমন যে কোন সংখ্যক প্রার্থীর জন্য ভোট দিতে পারেন। কত প্রকারে নির্বাচক ভোট দিতে পারেন।
 A. 793 B. 794 C. 795 D. 800
14. 15 জন মানুষ একটি বিয়ের অনুষ্ঠানে প্রত্যেকে প্রত্যেকের সাথে কত উপায়ে গভেষ্টা বিনিময় করতে পারবে।
 A. 1056 B. 102 C. 105 D. 1002
15. 12 বাছ বিশিষ্ট একটি সমতল ক্ষেত্রের কৌণিক বিন্দুগুলোর সংযোগ রেখা দ্বারা গঠনকৃত ত্রিভুজ গঠন করা যায়, তার সংখ্যা নির্ণয় কর এবং কতগুলো বর্ন আছে?
 A. 220, 54 B. 225, 55 C. 215, 50 D. 220, 55

16. একটি সমকোণী ত্রিভুজের দুই বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 3 ও 4। ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল কত?
 A. 1051 B. 106 C. 112 D. 112
17. 10 টি বিন্দুর মধ্যে 7 টি এক জাতীয় এবং 3 টি অন্য জাতীয় বিন্দু দিয়ে কতগুলো ত্রিভুজ গঠন করা যায়?
 A. 180 B. 182 C. 190 D. 185
18. পাঁচটি শব্দক, চারটি বীজগণিতের সূত্র এবং তিনটি সাদা বস্তুর বিস্তৃত তালিকা হতে সর্বমোট কতগুলো বই গঠন করা যায়?
 A. 720 B. 520 C. 5270 D. 3250
19. সাতজন ইংরেজ ও চারজন মার্কিনদের কথা থেকে ইয়ননের একটি কমিটি গঠন করতে হবে। কমিটিতে কমপক্ষে দুইজন মার্কিন থাকবে। এই শর্তে কতভাবে এটা গঠন করা যেতে পারে?
 A. 350 B. 371 C. 381 D. 415
20. একজন পরিষ্কার তিনটি প্রশ্নের একটি পরীক্ষা দিচ্ছে। প্রত্যেক প্রশ্নের পূর্ণ নম্বর 100 সে তিনটিই পরে কত উপায়ে মোট 200 নম্বর পেতে পারে?
 A. 5152 B. 5120 C. 5151 D. 3125
21. ${}^{2n}C_r = {}^{2n}C_{n-r}$ হলে, r এর মান কত?
 A. $n-2$ B. $n-1$ C. $n-3$ D. $(n-1)n!$
22. ALGEBRA শব্দের বর্ণগুলি থেকে প্রতিবারে 3 টি করে নিয়ে কতগুলি তিনু তিনু শব্দ গঠন করা যায়?
 A. 120 B. 135 C. 130 D. 125
23. টেলিফোন ডায়াল 0 থেকে 9 পর্যন্ত লেখা থাকে। যদি কলকাতার শহরের টেলিফোনগুলি 5 অঙ্ক বিশিষ্ট হয়, তবে এ শহরে কত টেলিফোন সংযোগ দেওয়া যাবে?
 A. 10^5 B. 10^4 C. 10^7 D. 10^9
24. ${}^nC_1 + {}^nC_2 + {}^nC_3 + \dots + {}^nC_n = 2^n - 1$ হলে, n ও r এর মান নির্ণয় কর।
 A. 14, 5 B. 10, 4 C. 14, 4 D. 10, 5
25. রাখী 12 বানা বইয়ের মধ্যে 5 বানা বীজগণিত ও 3 বানা ত্রিকোণমিতি, 4 বানা জ্যামিতি। রাখী এর মধ্য থেকে এক বা একাধিক সংখ্যক বই কত উপায়ে বাছাই করতে পারবে।
 A. 119 B. 120 C. 118 D. 121
26. 15 জন স্কোলের একটি নদ হতে 5 জনকে কতভাবে নির্বাচন করা যায়, যাতে নির্দিষ্ট 3 জন সোক সর্বদাই অন্তর্ভুক্ত থাকবে।
 A. 66 B. 60 C. 70 D. 55
27. 4 শূন্য পদের জন্য 2 জন প্রার্থী আছে এবং একজন নির্বাচক শূন্যপদ সংখ্যার বেশী নয়, এমন যে কোন সংখ্যক প্রার্থীর জন্য ভোট দিতে পারেন। কত প্রকারে নির্বাচক ভোট দিতে পারেন।
 A. 793 B. 794 C. 795 D. 800
28. 15 জন মানুষ একটি বিয়ের অনুষ্ঠানে প্রত্যেকে প্রত্যেকের সাথে কত উপায়ে গভেষ্টা বিনিময় করতে পারবে।
 A. 1056 B. 102 C. 105 D. 1002
29. 12 বাছ বিশিষ্ট একটি সমতল ক্ষেত্রের কৌণিক বিন্দুগুলোর সংযোগ রেখা দ্বারা গঠনকৃত ত্রিভুজ গঠন করা যায়, তার সংখ্যা নির্ণয় কর এবং কতগুলো বর্ন আছে?
 A. 220, 54 B. 225, 55 C. 215, 50 D. 220, 55

OMR			
01. <input type="radio"/> A <input type="radio"/> B <input type="radio"/> C <input type="radio"/> D	08. <input type="radio"/> A <input type="radio"/> B <input type="radio"/> C <input type="radio"/> D	15. <input type="radio"/> A <input type="radio"/> B <input type="radio"/> C <input type="radio"/> D	22. <input type="radio"/> A <input type="radio"/> B <input type="radio"/> C <input type="radio"/> D
02. <input type="radio"/> A <input type="radio"/> B <input type="radio"/> C <input type="radio"/> D	09. <input type="radio"/> A <input type="radio"/> B <input type="radio"/> C <input type="radio"/> D	16. <input type="radio"/> A <input type="radio"/> B <input type="radio"/> C <input type="radio"/> D	23. <input type="radio"/> A <input type="radio"/> B <input type="radio"/> C <input type="radio"/> D
03. <input type="radio"/> A <input type="radio"/> B <input type="radio"/> C <input type="radio"/> D	10. <input type="radio"/> A <input type="radio"/> B <input type="radio"/> C <input type="radio"/> D	17. <input type="radio"/> A <input type="radio"/> B <input type="radio"/> C <input type="radio"/> D	24. <input type="radio"/> A <input type="radio"/> B <input type="radio"/> C <input type="radio"/> D
04. <input type="radio"/> A <input type="radio"/> B <input type="radio"/> C <input type="radio"/> D	11. <input type="radio"/> A <input type="radio"/> B <input type="radio"/> C <input type="radio"/> D	18. <input type="radio"/> A <input type="radio"/> B <input type="radio"/> C <input type="radio"/> D	25. <input type="radio"/> A <input type="radio"/> B <input type="radio"/> C <input type="radio"/> D
05. <input type="radio"/> A <input type="radio"/> B <input type="radio"/> C <input type="radio"/> D	12. <input type="radio"/> A <input type="radio"/> B <input type="radio"/> C <input type="radio"/> D	19. <input type="radio"/> A <input type="radio"/> B <input type="radio"/> C <input type="radio"/> D	
06. <input type="radio"/> A <input type="radio"/> B <input type="radio"/> C <input type="radio"/> D	13. <input type="radio"/> A <input type="radio"/> B <input type="radio"/> C <input type="radio"/> D	20. <input type="radio"/> A <input type="radio"/> B <input type="radio"/> C <input type="radio"/> D	
07. <input type="radio"/> A <input type="radio"/> B <input type="radio"/> C <input type="radio"/> D	14. <input type="radio"/> A <input type="radio"/> B <input type="radio"/> C <input type="radio"/> D	21. <input type="radio"/> A <input type="radio"/> B <input type="radio"/> C <input type="radio"/> D	

Answer with Hints	
01 C: Hints: Type-04	02 A: Hints: Type-03, Prob-01
03 B: Hints: Type-09	04 A: Hints: Type-08
05 B: Hints: Type-08	06 C: Hints:
07 B: Hints: Type-01, Prob-02	08 B: Hints: Type-09
09 B:	10 C: Hints: Type-01
11 A: Hints: Type-06	12 A: Hints: Type-04, Ex-01
13 A: Hints: Type-08	14 C: Hints: Type-07
15 A: Hints: Type-02, Prob-02	16 A: Hints: Type-04
17 B: Hints: Type-01, Ex-01	18 B: Hints: Type-02, Prob-01
19 A: Hints: Type-02	20 A: Hints: Type-02
21 D:	22 B:
23 B: Hints: Type-05, Prob-01	24 A: Hints: Type-10, Pro-01.
25 D:	



ত্রিকোণমিতিক অনুপাত

Trigonometric Ratio

এক মজবুত এ সমস্যায়ের গুরুত্বপূর্ণ তথ্যাবলি

ত্রিকোণমিতিক প্রাথমিক ধারণা: ত্রিকোণমিতি গণিত শাস্ত্রের বিশিষ্ট শাখা জ্যামিতির গুরুত্বপূর্ণ উপশাখা। গ্রিক জ্যোতির্বিদ Hipparchus (180 B.C.) কাশ্রম এ শাখায় উদ্ভাবন করেন। গ্রিক শব্দদ্বয় Trigonon ও Metron হতে Latin শব্দ Trigonometria এই উৎপত্তি এবং Trigonometria হতে ইংরেজি Trigonometry শব্দের উৎপত্তি হয়েছে। Tri অর্থ three, Gonía অর্থ angle ও Metron অর্থ measurement. অতএব, ত্রিকোণমিতি শব্দের অর্থ তিন কোণের পরিমাপ।

বস্তুতন্ত্রের যে শাখায় ত্রিভুজের তিনটি কোণ ও তিনটি বাহুর পরিমাপ ও এর সম্পর্কিত ধর্মাবলি আলোচনা করা হয় তাকে ত্রিকোণমিতি বলে।

জ্যামিতিক কোণ: পরস্পরচ্ছেদী দুটি সরলরেখা থেকে উৎপন্ন কোণ যা কখনো স্বণাত্মক হতে পারে না। এর মান 0° থেকে 360° এর মধ্যে সীমাবদ্ধ।

ত্রিকোণমিতিক কোণ: একটি সরলরেখার ঘূর্ণনের ফলে উৎপন্ন কোণ যা স্বণাত্মক বা ধনাত্মক হতে পারে। এর মান $-\infty$ থেকে $+\infty$ এর মধ্যে সীমাবদ্ধ। সরলরেখাটি ঘড়ির কাঁটার ঘূর্ণনের বিপরীতক্রমে আবর্তন করে যে কোণ উৎপন্ন করে তা ধনাত্মক কোণ (Positive angle) এবং ঘড়ির কাঁটার ঘূর্ণনের দিকে আবর্তনের ফলে যে কোণ উৎপন্ন করে তা স্বণাত্মক কোণ (Negative angle)।

ত্রিকোণমিতিক কোণ পরিমাপের তিনটি পদ্ধতি:

- ষাটমূলক পদ্ধতি (Sexagesimal System)
- শতমূলক পদ্ধতি (Centesimal System)
- বৃত্তীয় পদ্ধতি (Circular System)

আমরা ষাটমূলক ও বৃত্তীয় পদ্ধতি বিষয়ে আলোচনা করব।

A. ষাটমূলক পদ্ধতি: এ পদ্ধতিতে কোণের একক ডিগ্রি। এক সমকোণকে সমান নব্বই ভাগে বিভক্ত করলে এক ভাগকে এক ডিগ্রি বলা হয়। প্রতি ডিগ্রিকে ষাট ভাগে বিভক্ত করলে এক ভাগকে বলা হয় এক মিনিট। আবার এক মিনিটকে সমান ষাট ভাগে বিভক্ত করলে এক ভাগকে বলা হয় এক সেকেন্ড। সুতরাং, এক সমকোণ = 90° , $1^\circ = 60'$, $1' = 60''$ এ পদ্ধতিকে বৃত্তীয় পদ্ধতি বলা হয়।

B. বৃত্তীয় পদ্ধতি: এ পদ্ধতির মূল একক হল রেডিয়ান। যেকোন বৃত্তের ব্যাসার্ধের সমান বৃত্তচাপ এর কেন্দ্রে যে কোণ উৎপন্ন করে তাকে বলা হয় এক রেডিয়ান।

বৃত্তীয় ও ষাটমূলক পদ্ধতির কোণের রূপান্তর:

$$\pi^\circ = 180^\circ = 1 \text{ rad} = \frac{180^\circ}{\pi} = \frac{2 \times 90^\circ}{\pi} = \frac{2}{\pi} \text{ এক সমকোণ}$$

আবার, $1^\circ = \frac{\pi}{180} \text{ রেডিয়ান} = \frac{\pi^\circ}{180}$

Note: π হল একটি ধ্রুব সংখ্যা যা কোন বৃত্তের পরিধি ও ব্যাসের অনুপাত নির্দেশ করে। আবার, সমকোণের পরিমাপও ধ্রুব বা Constant। ত্রিকোণমিতিতে এক সমকোণকে মূল একক ধরা হয়।

চাপের সাথে ব্যাসার্ধ ও উৎপন্ন কোণের সম্পর্ক:

ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট কোন বৃত্তে যে কোন চাপ s যদি কেন্দ্রে 0 কোণ উৎপন্ন করে তবে এদের মাত্রের সম্পর্কটি নিম্নের সূত্রের সাহায্যে প্রকাশ করা যায়, $s = r\theta$, যেখানে θ অবশ্যই রেডিয়ানে প্রকাশ করতে হবে।

বৃত্তকলা: কোন বৃত্তচাপ বৃত্তের কেন্দ্রের সাথে যে কেন্দ্রবিন্দু ২য় বি. কের কাছকই বৃত্তকলা বলে। চিত্রে, O কেন্দ্র, P বিন্দু বৃত্তের (PQ) চাপ কেন্দ্রবিন্দু সাথে (OP) বৃত্তকলা গঠন করেছে।



বৃত্তকলার ক্ষেত্রকলা: $A = \frac{1}{2} r^2 \theta$

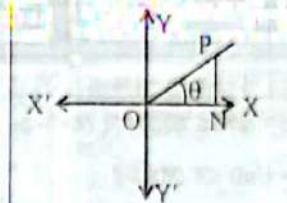
সুস্থকোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাত: ΔPON একটি সমকোণী ত্রিভুজ এবং $\angle XOP = \theta$ হলে, θ কোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাত নিম্নলিখিতভাবে সংজ্ঞায়িত করা হয়।

$$\sin \theta = \frac{\text{লম্ব}}{\text{অতিভুজ}} = \frac{PN}{OP}$$

$$\cos \theta = \frac{\text{ভূমি}}{\text{অতিভুজ}} = \frac{ON}{OP}$$

$$\tan \theta = \frac{\text{লম্ব}}{\text{ভূমি}} = \frac{PN}{ON}$$

$$\operatorname{cosec} \theta = \frac{\text{অতিভুজ}}{\text{লম্ব}} = \frac{OP}{PN}, \sec \theta = \frac{\text{অতিভুজ}}{\text{ভূমি}} = \frac{OP}{ON}, \cot \theta = \frac{\text{ভূমি}}{\text{লম্ব}} = \frac{ON}{PN}$$



Note: একটি ত্রিভুজের ক্ষেত্রে $\sin \theta, \cos \theta, \tan \theta, \operatorname{cosec} \theta, \sec \theta, \cot \theta$ হল ত্রিভুজটির দুই বাহুর অনুপাত।

- ত্রিকোণমিতিক অনুপাতসমূহের মধ্যে সম্পর্ক:
- $\sin \theta = \frac{1}{\operatorname{cosec} \theta}$
 - $\cos \theta = \frac{1}{\sec \theta}$
 - $\tan \theta = \frac{1}{\cot \theta} = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$
 - $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$
 - $\sec^2 \theta - \tan^2 \theta = 1$
 - $\operatorname{cosec}^2 \theta - \cot^2 \theta = 1$
- ত্রিকোণমিতিক অনুপাতের মান নির্ণয়:

	0°	30°	45°	60°	90°	180°	270°
$\sin \theta$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1
$\cos \theta$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0
$\tan \theta$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	নাই	0	নাই
$\cot \theta$	নাই	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0	নাই	0
$\sec \theta$	1	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	$\sqrt{2}$	2	নাই	-1	নাই
$\operatorname{cosec} \theta$	নাই	2	$\sqrt{2}$	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	1	নাই	-1

বিভিন্ন সীমার মধ্যে ত্রিকোণমিতিক অনুপাতসমূহের মান:

ত্রিকোণমিতিক ফাংশন	$0^\circ \leq \theta < 90^\circ$	$90^\circ < \theta \leq 180^\circ$	$180^\circ < \theta \leq 270^\circ$	$270^\circ < \theta < 360^\circ$
$\sin \theta$	$(0, 1]$	1 থেকে কমে 0 থেকে কমে শূন্য (0) হয়।	0 থেকে কমে -1 হয়।	$[-1, 0]$
$\cos \theta$	1 থেকে কমে 0 হয়।	0 থেকে কমে -1 হয়।	$(-1, 0]$	$(0, 1]$
$\tan \theta$	$(0, \infty)$	$(-\infty, 0)$	$(0, \infty)$	$(-\infty, 0)$
$\operatorname{cosec} \theta$	0 থেকে কমে 1 হয়।	$(1, \infty)$	$(-\infty, -1]$	-1 থেকে কমে $-\infty$ হয়।
$\sec \theta$	$[1, \infty)$	$(-\infty, -1]$	-1 থেকে কমে $-\infty$ হয়।	∞ থেকে কমে 1 হয়।
$\cot \theta$	0 থেকে কমে শূন্য (0) হয়।	0 থেকে কমে $-\infty$ হয়।	$-\infty$ থেকে কমে শূন্য (0) হয়।	0 থেকে কমে $-\infty$ হয়।

Note:

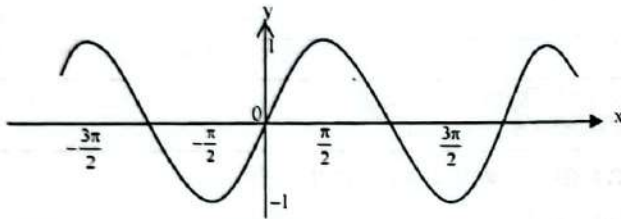
- θ এর মান 90° অতিক্রম করার সময় tanθ এর মান + ∞ থেকে - ∞ হয়।
- θ এর মান 270° অতিক্রম করার সময় tanθ এর মান + ∞ থেকে - ∞ হয়।
- θ এর মান 180° অতিক্রম করার সময় cotθ এর মান - ∞ থেকে + ∞ হয়।
- θ এর মান 360° অতিক্রম করার সময় cotθ এর মান - ∞ থেকে + ∞ হয়।

□ ত্রিকোণমিতিক ফাংশনসমূহের ডোমেন ও রেঞ্জ:

ফাংশন	ডোমেন	রেঞ্জ
sinθ	R	[-1, 1]
cosθ	R	[-1, 1]
tanθ	$R - \{(\pm(2n-1)\frac{\pi}{2}, n \in N)\}$ or $R - \{(2n+1)\frac{\pi}{2}, n \in Z\}$	R
cotθ	$R - \{\pm(n-1)\pi, n \in N\}$ or $R - \{n\pi; n \in Z\}$	R
secθ	$R - \{(\pm(2n-1)\frac{\pi}{2}, n \in N)\}$ or $R - \{(2n+1)\frac{\pi}{2}, n \in Z\}$	$R - (-1, 1)$
cosecθ	$R - \{\pm(n-1)\pi, n \in N\}$ or $R - \{n\pi; n \in Z\}$	$R - (-1, 1)$

□ ত্রিকোণমিতিক ফাংশনের লেখচিত্র:

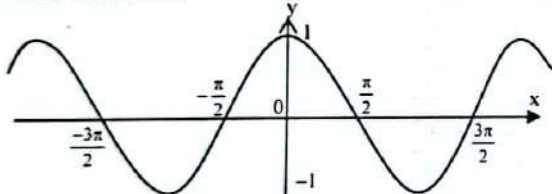
➤ $y = \sin\theta$ এর লেখচিত্র



➤ সাইন (sine) লেখচিত্রের বৈশিষ্ট্য:

- i. লেখচিত্রের কোথাও ছেদ বা লফ (Jump) নাই। অর্থাৎ লেখচিত্র অবিচ্ছিন্ন।
- ii. লেখচিত্রটির আকার তেউয়ের মতো এবং সর্বোচ্চ মান +1 ও সর্বনিম্ন মান -1 এর মধ্যে দোলায়মান।
- iii. লেখচিত্রটি বিপরীত পাদে (quadrant) প্রতিসম।
- iv. 90° এর বিজোড় গুণিতক মানগুলিতে সাইন ফাংশনের মান সর্বোচ্চ বা সর্বনিম্ন।
- v. 90° এর জোড় গুণিতক মানগুলিতে সাইন ফাংশনের মান শূন্য।

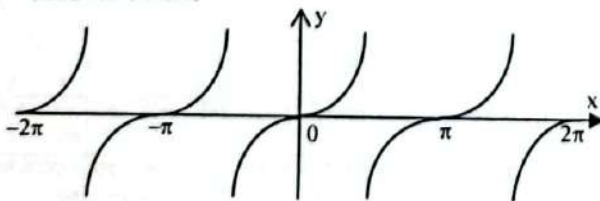
➤ $y = \cos\theta$ এর লেখচিত্র



➤ কোসাইন (cosine) লেখচিত্রের বৈশিষ্ট্য:

- i. কোসাইন লেখচিত্র অবিচ্ছিন্ন। অর্থাৎ লেখচিত্রের কোথাও কোনো ছেদ বা লফ নেই।
- ii. লেখচিত্র $y = -1$ হতে $y = +1$ রেখাছয়ের মধ্যে দোলায়মান।
- iii. লেখচিত্রটি y-অক্ষের সাপেক্ষে প্রতিসম।
- iv. $\frac{\pi}{2}$ এর বিজোড় গুণিতক মানগুলিতে কোসাইন ফাংশনের মান শূন্য এবং জোড় গুণিতক মানগুলিতে ফাংশনের মান সর্বোচ্চ বা সর্বনিম্ন।
- v. x এর পরিবর্তে -x স্থাপন করলে $y = \cos x$ অপরিবর্তিত থাকে বলে লেখচিত্রটি y-অক্ষের সঙ্গে সাদৃশ্যপূর্ণ (symmetrical) হবে।

➤ $y = \tan\theta$ এর লেখচিত্র



➤ টেনজেন্ট লেখচিত্রের বৈশিষ্ট্য:

- i. লেখচিত্রটি অবিচ্ছিন্ন (Continuous) নয়। x এর মান 90° কোণের বিজোড় গুণিতক হলে লেখচিত্রটি বিচ্ছিন্ন হয়ে যায়।
- ii. $-\frac{3\pi}{2}$ হতে $-\frac{\pi}{2}$; $-\frac{\pi}{2}$ হতে $\frac{\pi}{2}$; $\frac{\pi}{2}$ হতে $\frac{3\pi}{2}$ ইত্যাদি কোনের মধ্যে যে লেখচিত্র অঙ্কন করা যায়, তা ডানে এবং বামে পর্যায়ক্রমে আবির্ভূত হয়।
- iii. 90° এর বিজোড় গুণিতকের সমান কোণের জন্য y-অক্ষের সমান্তরাল করে অঙ্কিত রেখাগুলির ও লেখচিত্রের মধ্যবর্তী দূরত্ব ক্রমশ কমতে থাকে কিন্তু তারা কখনই একে অপরকে স্পর্শ করে না। এ রেখাগুলিকে ট্যানজেন্ট ফাংশনের অসীমতট বলে।

Calculator Type
ত্রিকোণমিতি (Trigonometry)

■ প্রাথমিক আলোচনা:

ক্যালকুলেটরে ডিগ্রি, মিনিট এবং সেকেন্ড লেখার জন্য আলাদা আলাদা বাটন নাই। **[...]** বাটনটিকে এক বার চাপলে ডিগ্রি তারপর চাপলে মিনিট এবং পুনরায় চাপলে সেকেন্ড লেখা যায়। ক্যালকুলেটরে কোন θ বাটন নাই তাই θ এর পরিবর্তে কোন বাটন যেমন X ব্যবহার করতে হবে। $1 + \cos\theta$ কে $1 + \cos X$ ধরতে হবে।

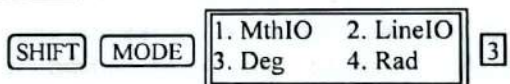
➤ Calculator যেভাবে Degree তে নেওয়া যায়:

নিচে ক্যালকুলেটর Degree তে পরিবর্তন করার বাটন চিত্র দেয়া হল।

Ms/W Series:



Es Series:



Example:1 $\cos 198^\circ + \sin 432^\circ + \tan 168^\circ + \tan 12^\circ$ এর মান কত? ক্যালকুলেটর Degree তে নিতে হবে। তারপর নিচের বাটন চিত্র অনুসরণ করতে হবে।

Ms/W Series:



ES Series:



ফলাফল: 0

অথবা সরাসরি সূত্রের সাহায্যে এইসব Math করা যায়।

সূত্র: $a + (n - 1)d = s$

Example2: যদি $\cos\theta = \frac{12}{13}$ হয় তাহলে $\tan\theta$ এর মান?

- A. $\pm \frac{5}{12}$
- B. $\frac{25}{144}$
- C. $\frac{15}{12}$
- D. $\pm \frac{13}{12}$

MS Series:

(tan ALPHA))) CALC

Screen এ X? আসবে। এখন X এর পরিবর্তে $\theta = \cos^{-1}\left(\frac{12}{13}\right)$

input দিতে হবে।

SHIFT cos (1 2 + 1 3) = SHIFT a^{b/c}

ফলাফল: $\frac{5}{12}$

ES Series:

(tan ALPHA))) CALC

Screen এ X? আসবে। এখন X এর পরিবর্তে $\theta = \cos^{-1}\left(\frac{12}{13}\right)$ input

দিতে হবে।

SHIFT cos 1 2 + 1 3) = Ans.

ফলাফল: $\frac{5}{12}$

Example: 3 যদি $\tan\theta = \frac{5}{12}$ এবং θ সূক্ষ্মকোণ হলে $\sin\theta + \sec(-\theta)$ এর মান?

- A. $\frac{21}{156}$ B. $\frac{229}{156}$ C. $\frac{219}{156}$ D. $\frac{17}{32}$

W/MS Series:

নিচের বাটন চিত্র অনুসরণ করে $\sin\theta + \sec(-\theta)$ লিখে নিতে হবে।

SIN ALPHA)) + (1 ÷ COS (- ALPHA)))) CALC

Screen এ X? আসবে। এখন X এর পরিবর্তে $\theta = \tan^{-1}\left(\frac{5}{12}\right)$ input দিতে হবে।

SHIFT tan (5 ÷ 1 2) = SHIFT a^{b/c}

ফলাফল: $\frac{229}{156}$

ES Series:

নিচের বাটন চিত্র অনুসরণ করে $\sin\theta + \sec(-\theta)$ লিখে নিতে হবে।

SIN ALPHA)) + 1 ÷ COS - ALPHA))) CALC

Screen এ X? আসবে। এখন X এর পরিবর্তে $\theta = \tan^{-1}\left(\frac{5}{12}\right)$ input

দিতে হবে।

SHIFT tan 5 ÷ 1 2) = S→D

ফলাফল: $\frac{229}{156}$

Example: 4 $\cot\left(\sin^{-1}\frac{1}{2}\right)$ এর মান কত?

- A. $\frac{2}{\sqrt{3}}$ B. $\frac{1}{\sqrt{3}}$ C. $\sqrt{3}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

W/MS Series:

1 ÷ tan (SHIFT sin (1 ÷ 2))) =

ফলাফল: $\sqrt{3}$

ES Series:

1 ÷ tan SHIFT sin 1 ÷ 2)) =

ফলাফল: $1.732050808 \approx \sqrt{3}$ (যেহেতু $\sqrt{3} = 1.732050808\dots$)

Example: 5 $16^\circ 36' 46''$ কে রেডিয়ানে প্রকাশ কর?

Es এবং MS

প্রথমে Calculator Radian mode এ নিতে হবে।

1 6 0... 3 6 0... 4 6 0... SHIFT ANS 1 =

তাহলে ফলাফল আসবে 0.2899476701

Example: 6 $\frac{7\pi}{32}$ কে ডিগ্রিতে প্রকাশ কর?

Es এবং MS

Calculator কে প্রথমে Radian mode এ নিতে হবে।

(7 π ÷ 32) SHIFT ANS 2 = 0...

ফলাফল $39^\circ 22' 30''$

Example: 7 $\frac{3\sin x - \sin 3x}{3\cos x + \cos 3x} = ?$

- A. $\cos 3x$ B. $\tan^3 x$
C. $\sin^3 x$ D. $\cos^3 x$

এক্ষেত্রে x এর যেকোন মান ধরে বামপক্ষে বসিয়ে সেটি পাওয়া যাবে, যেহিট option এর যার সাথে মিলবে সেইটিই Answer.

ধরি, $x = 15^\circ$

তাহলে, $\frac{3\sin 15^\circ - \sin 3 \times 15^\circ}{3\cos 15^\circ + \cos 3 \times 15^\circ} = 26 - 15\sqrt{3}$

$\tan^3 x = (\tan 15^\circ)^3 = 26 - 15\sqrt{3}$

এই অধ্যায়ের গাণিতিক সমস্যাসমূহকে নিম্নোক্ত

Type এ অন্তর্ভুক্ত করা যায়।

Type-01: কোণের রূপান্তর সংক্রান্ত

Prob 01 $16^\circ 36' 46''$ কে বৃত্তীয় পদ্ধতিতে প্রকাশ কর/রেডিয়ানে প্রকাশ কর।

Sol: প্রথমে কোণটিকে ডিগ্রিতে রূপান্তর করতে হবে।

$16^\circ 36' 46'' = (16 + \frac{36}{60} + \frac{46}{60 \times 60}) = 16.6127$ ডিগ্রি

এখন $1^\circ = \frac{\pi}{180}$ রেডিয়ান

$\therefore 16.6127^\circ = \frac{\pi}{180} \times 16.6127 = 0.28995$ রেডিয়ান Ans.

Prob 02 $\frac{7\pi}{32}$ রেডিয়ানের ষাটমূলক পদ্ধতিতে মান কত?

Sol: এখানে, $\frac{7\pi}{32} = \frac{7 \times 180}{32} = 39.375^\circ = 39^\circ 22' 30''$ Ans.

Note: ডিগ্রির দশমিকের পরের অংশ 60 দ্বারা গুণ করে মিনিট ও প্রাপ্ত মিনিটের 2digit পরের অংশকে 60 দ্বারা গুণ করে সেকেন্ড পাওয়া যায়।

For Practice

01. $29^\circ 36' 9.8''$ কে বৃত্তীয় পদ্ধতিতে প্রকাশ কর। Ans. 0.51
02. $50^\circ 37' 30''$ কোনটির রেডিয়ানে মান কত? Ans. $\frac{9\pi}{32}$
03. $\frac{5\pi}{16}$ রেডিয়ান সমান কত ডিগ্রি? Ans. 56.25°
04. $20^\circ =$ কত রেডিয়াম? Ans: 0.35^c

Prob 03 একটি পাকির চাকা 200 বার আবর্তিত হয়ে 800 মিটার অতিক্রম করে। চাকার ব্যাসার্ধ নির্ণয় কর।

Sol: চাকার পরিধি = $2\pi r = \frac{800}{200} \Rightarrow r = \frac{2}{\pi} = \frac{2}{3.14} = 0.637m$
 = 0.637 মিটার। Ans.

Prob 04 একটি পাকি বৃত্তাকার পথে প্রতি সেকেন্ডে একটি বৃত্তচাপ অতিক্রম করে। যদি চাপটি কেন্দ্রে 28° কোণ উৎপন্ন করে এবং বৃত্তের ব্যাস 60° মিটার হয়, তবে পাকিটির গতিবেগ নির্ণয় কর।

Sol: $r = \frac{60}{2} = 30$ মিটার, $\theta = 28^\circ = \frac{28\pi}{180}$ রেডিয়ান।

$\therefore S = r\theta = 30 \times \frac{28\pi}{180} = \frac{14\pi}{3}$ মি.

\therefore গতিবেগ = $\frac{14\pi}{3} \times \frac{3600}{1000} = 52.75$ কি.মি/ ঘন্টা। Ans.

For Practice

01. একটি জাহাজ 6 কি.মি. দূরত্বে কোন বিন্দুতে $20'$ কোণ উৎপন্ন করে। জাহাজটির উচ্চতা কত? Ans. 34.91 মি.

জগন্নাথ বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
 [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $\sin\theta - \cos\theta = 0$ হলে θ এর ক্ষুদ্রতম ধনাত্মক মান কোনটি? [15-16]

- A. $\frac{\pi}{3}$ B. $\frac{\pi}{2}$ C. $\frac{\pi}{4}$ D. $\frac{\pi}{6}$

Ans C Solve $\sin\theta - \cos\theta = 0$

$\tan\theta - 1 = 0, \tan\theta = 1 \Rightarrow \tan\theta = \tan\frac{\pi}{4} \therefore \theta = \frac{\pi}{4}$

02. $\cot A = \frac{12}{5}$ হলে $\sin A + \cos A$ এর মান কত? [15-16]

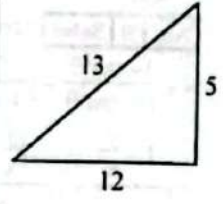
- A. $\frac{13}{17}$ B. $-\frac{13}{17}$ C. $\frac{17}{13}$ D. $-\frac{7}{13}$

Ans C Solve $\cot A = \frac{12}{5}$

$\sin A = \frac{5}{13}$

$\cos A = \frac{12}{13}$

$\sin A + \cos A = \frac{5}{13} + \frac{12}{13} = \frac{17}{13}$



03. $\sin\theta = \frac{12}{13}$ এবং $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$ হলে $\cot\theta + \operatorname{cosec}(-\theta)$ এর মান কত? [14-15]

- A. $\frac{2}{3}$ B. $\frac{5}{3}$ C. $-\frac{3}{2}$ D. $\frac{10}{3}$

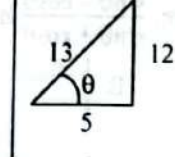
Ans C Solve $\sin\theta = \frac{12}{13}$

যখন $\frac{\pi}{2} > \theta < \pi$,

$\cot\theta$ (-ve), $\operatorname{cosec}\theta$ (+ve)

$\therefore \sin\theta = \frac{12}{13} \Rightarrow \operatorname{cosec}\theta = \frac{13}{12}, \cot\theta = -\frac{5}{12}$

এখন, $\cot\theta + \operatorname{cosec}(-\theta) = -\frac{5}{12} - \frac{13}{12} = -\frac{3}{2}$



04. কোনটি সঠিক নয়? [09-10]

- A. $\operatorname{cosec}(-\theta) = -\operatorname{cosec}\theta$ B. $\sec(-\theta) = -\sec\theta$
 C. $\cos(-\theta) = -\cos\theta$ D. $\cot(-\theta) = -\cot\theta$

Ans BC Solve $\sec(-\theta) = \sec\theta, \cos(-\theta) = \cos\theta$

05. $\operatorname{cosec} x = 2$ এবং $\cot x = -\sqrt{3}$ হলে, নিম্নের কোনটি সত্য? [96-97, IU 04-05]

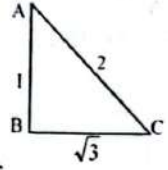
- A. $\sin x = \frac{1}{2}$ B. $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $\tan x = -\frac{\sqrt{3}}{3}$ D. $\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

Ans CD Solve $\operatorname{cosec} x = 2$ হলে, $\sin x = \frac{1}{2}$,

আবার $\cot x = -\sqrt{3} \Rightarrow \tan x = -\frac{1}{\sqrt{3}} = -\frac{\sqrt{3}}{3}$

$\Rightarrow \frac{\cos x}{\sin x} = -\sqrt{3} \Rightarrow \cos x = -\sqrt{3} \sin x \Rightarrow \cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

অথবা,



$\therefore \cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ (চিত্র হতে) এবং $\tan x = -\frac{1}{\sqrt{3}} = -\frac{\sqrt{3}}{3}$

ঢাকা বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
 [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $\sin A + \cos A = \sin B + \cos B, A + B = ?$ [15-16, IU 14-15]

- A. π B. 2π C. $\frac{\pi}{2}$ D. $\frac{\pi}{4}$

Ans C Solve $\sin A + \cos A = \sin B + \cos B$

$\Rightarrow \sin A - \sin B = \cos B - \cos A$

$\Rightarrow 2 \cos \frac{A+B}{2} \sin \frac{A-B}{2} = 2 \sin \frac{A+B}{2} \sin \frac{A-B}{2}$

$\Rightarrow 2 \sin \frac{A-B}{2} (\cos \frac{A+B}{2} - \sin \frac{A+B}{2}) = 0$

$\Rightarrow \sin \frac{A-B}{2} \neq 0, \tan \frac{A+B}{2} = 1$

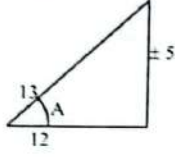
$\Rightarrow \tan \frac{A+B}{2} = \tan \frac{\pi}{4} \Rightarrow \frac{A+B}{2} = \frac{\pi}{4} \Rightarrow A+B = \frac{\pi}{2}$

02. যদি $\cos\theta = \frac{12}{13}$ হয়, তাহলে $\tan\theta$ এর মান- [09-10; JnU 11-12, 09-10; JU 14-15; CU 12-13, 09-10; RU 11-12, 10-11; CU 15-16; CO 15-16]

- A. $\pm \frac{5}{12}$ B. $\frac{25}{144}$ C. $\frac{15}{12}$ D. $\pm \frac{13}{12}$

Ans A Solve $\cos A = \frac{12}{13}$

$\therefore \tan A = \pm \frac{5}{12}$



বিকল্প: $\sin\theta = \sqrt{1 - \cos^2\theta} = \pm \frac{5}{13} \therefore \tan\theta = \pm \frac{5}{12}$

[or By Using Calculator. Ex-02]

03. $\tan\theta = \frac{5}{12}$ এবং θ সূক্ষ্মকোণ হলে $\sin\theta + \sec(-\theta)$ এর মান- [08-09]

- A. $\frac{21}{156}$ B. $\frac{229}{156}$ C. $\frac{219}{156}$ D. $\frac{17}{32}$

Ans B Solve [By Using Calculator. Ex-03]

04. $\cos 75^\circ$ এর সঠিক মান- [07-08]

- A. $\frac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$ C. $\frac{-\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$ D. $\frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}}$

Ans D Solve [By Using Calculator. Ex-01]

13. $\tan 90^\circ$ এর মান কোনটি? [15-16]

- A. 0 B. 1 C. $\frac{1}{\sqrt{3}}$ D. অসঙ্গায়িত

Ans D Solve $\tan 90^\circ = \infty$, অসঙ্গায়িত

14. নিচের কোন রাশিটির মান $\cos^2 2\alpha - \sin^2 2\alpha$ এর সমান?

- A. $\sin^2 2\alpha$ B. $\cos^2 2\alpha$ C. $\cos 4\alpha$ D. $\sin 4\alpha$

Ans C Solve $\cos^2 2\alpha - \sin^2 2\alpha = \cos 2 \cdot 2\alpha = \cos 4\alpha$

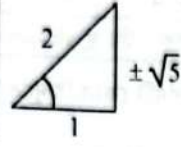
15. $\cos \theta = \frac{1}{2}$ এবং $\frac{3\pi}{2} < \theta < 2\pi$ হলে $\tan \theta$ এর মান কত? [15-16]

- A. $-\sqrt{3}$ B. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $\sqrt{3}$

Ans = Solve $\cos \theta = \frac{1}{2}$

$\tan \theta = -\sqrt{3}$

\therefore (iv) কোণ $\tan \theta$ ঋণাত্মক

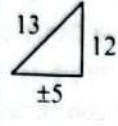


16. $\sin \theta = \frac{12}{13}$ হলে $\tan \theta$ এর মান কোনটি? [15-16; CU 14-15, 10-11]

- A. $\frac{12}{5}$ B. $\frac{5}{12}$ C. $\pm \frac{12}{5}$ D. $\pm \frac{5}{12}$

Ans C Solve $\sin \theta = \frac{12}{13}$

$\therefore \tan \theta = \pm \frac{12}{5}$



17. $\tan 15^\circ$ এর মান কত? [15-16]

- A. $\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1}$ B. $\frac{1-\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}}$ C. $\frac{2+\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$ D. $\frac{\sqrt{3}+1}{2}$

Ans A Solve $\tan 15^\circ = \tan(45^\circ - 30^\circ)$

$$= \frac{\tan 45^\circ - \tan 30^\circ}{1 + \tan 45^\circ \tan 30^\circ} = \frac{1 - \frac{1}{\sqrt{3}}}{1 + 1 \cdot \frac{1}{\sqrt{3}}} = \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1}$$

18. $\cos \theta + \sin \theta = \sqrt{2} \cos \theta$ হলে $\cos \theta - \sin \theta$ এর মান কত? [15-16; PUST 14-15]

- A. $\pm \sqrt{2} \sin \theta$ B. $2 \sin \theta$ C. $\sqrt{2} \sin \theta$ D. $\sqrt{2} \sin \theta$

Ans C Solve $\cos \theta + \sin \theta = \sqrt{2} \cos \theta$

$\Rightarrow \sin \theta = \sqrt{2} \cos \theta - \cos \theta \Rightarrow \sin \theta = (\sqrt{2} - 1) \cos \theta$

$\Rightarrow (\sqrt{2} + 1) \sin \theta = (\sqrt{2} - 1) (\sqrt{2} + 1) \cos \theta$

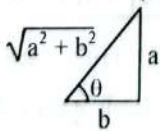
$\Rightarrow \sqrt{2} \sin \theta + \sin \theta = \cos \theta \Rightarrow \cos \theta - \sin \theta = \sqrt{2} \sin \theta$

19. $\tan \theta = \frac{a}{b}$ হলে $\cos \theta$ এর মান কত? [14-15]

- A. $\frac{a}{a^2+b^2}$ B. $\frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}$ C. $\frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}$ D. $\frac{b}{a^2+b^2}$

Ans D Solve $\tan \theta = \frac{a}{b}$

$\Rightarrow \cos \theta = \frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}$



20. $\sin 2040^\circ$ এর মান কত? [14-15]

- A. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{2}{\sqrt{3}}$ D. $-\frac{2}{\sqrt{3}}$

Ans A Solve $\sin 2040^\circ = \sin(5 \times 360^\circ + 240^\circ) = \sin 240^\circ$

$= \sin(180^\circ + 60^\circ) = -\sin 60^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

21. $\frac{7\pi}{15}$ রেডিয়ানকে ডিগ্রীতে প্রকাশ করলে মান কত হবে? [14-15]

- A. $56^\circ 15'$ B. 85° C. 84° D. 80°

Ans C Solve $\frac{7\pi}{15} = \frac{7}{15} \times 180^\circ = 84^\circ$

22. $\sin 150^\circ$ এর মান কত? [14-15]

- A. $\frac{1}{2}$ B. $-\frac{1}{2}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{1}{\sqrt{3}}$

Ans A Solve $\sin 150^\circ = \sin(180^\circ - 30^\circ) = \sin 30^\circ = \frac{1}{2}$

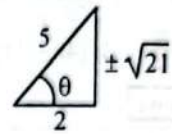
23. $\sec \theta = \frac{5}{2}$ হলে, $\operatorname{cosec} \theta$ কোনটি? [14-15]

- A. $\frac{5}{\sqrt{29}}$ B. $\frac{2}{\sqrt{30}}$ C. $\frac{-\sqrt{21}}{5}$ D. $\frac{5}{\sqrt{21}}$

Ans D Solve $\sec \theta = \frac{5}{2}$

$\operatorname{cosec} \theta = \pm \frac{5}{\sqrt{21}}$

$\operatorname{cosec} \theta = \frac{5}{\sqrt{21}}$



24. In a triangle $\operatorname{cosec} \theta$, $\sec \theta$, $\cot \theta$, are- [13-14]

- A. ratio of two sides B. measurement of angles
C. length of sides D. ratio of two angles **Ans. A**

25. Which is impossible? [13-14]

- A. $\cos \theta = 1$ B. $\sin \theta = \frac{5}{3}$
C. $\sin \theta = \frac{1}{2}$ D. $\operatorname{cosec} \theta = 2$

Ans. B

26. $\cos \frac{\pi}{6} \sin \frac{\pi}{6}$ -এর মান কত? [A 12-13]

- A. $\sqrt{3}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{4}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{1}{4}$

Ans B Solve $\cos \frac{\pi}{6} \sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{4}$

[or By Using Calculator.Ex-01]

27. যদি A কোণের পরিমাণ 270° ও 360° -এর মধ্যে সীমাবদ্ধ থাকে এবং $\cos A = 0.5$ হয়, তাহলে $\tan A = ?$ [H 12-13]

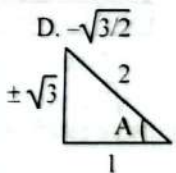
- A. $\sqrt{3}$ B. $-\sqrt{3}$ C. $\sqrt{3}/2$ D. $-\sqrt{3}/2$

Ans B Solve $\cos A = 0.5 = \frac{1}{2}$

$\tan A = \pm \frac{\sqrt{3}}{1} = -\sqrt{3}$ [যেহেতু ৪র্থ চতুর্ভাগে

\tan -এর মান ঋণাত্মক]

[or By Using Calculator.Ex-02]



28. বিকাল 5 টায় ঘন্টার কাটা ও মিনিটের কাটার মধ্যে কোণের পরিমাণ- [11-12]

- A. 150° B. 120° C. 180° D. কোনটি নয়

Ans A Solve বিকাল 5 টায় ঘন্টার কাটা থাকে 5 এ মিনিটের কাটা থাকে 12তে। কাটাঘরের মধ্যবর্তী কোণ হবে $= 5 \times 30^\circ = 150^\circ$

29. $\cos \theta = 1/5$ হলে, $\tan^2 \theta$ এর মান হলো- [11-12]

- A. 25 B. 24 C. 23 D. 22

Ans B Solve $\tan^2 \theta = \sec^2 \theta - 1$

$= \frac{1}{\cos^2 \theta} - 1 = \frac{1}{\left(\frac{1}{5}\right)^2} - 1 = 25 - 1 = 24$

30. $\cos A = 1/2$ এবং $\cos B = 1/\sqrt{2}$ হলে, $\sin(A+B) \sin(A-B) = ?$ [11-12]
 A. 3/4 B. -1/4 C. 1/4 D. 1/2
Ans C Solve $\sin(A+B) \sin(A-B) = \cos^2 B - \cos^2 A$

$$= \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$$

[or By Using Calculator.Ex-03]

31. বৃত্তের পরিধি ও ব্যাসের অনুপাত কোনটি? [10-11]
 A. বহুভুজের পরিসীমা B. ধ্রুবক C. বৃত্তের ব্যাস D. ব্যস্তানুপাতিক
Ans B Solve $\left|\frac{2\pi r}{2r} = \pi = \text{ধ্রুবক}\right|$

রাজশাহী বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $\cot \theta - \tan \theta = 2$ সমীকরণটির সাধারণ সমাধান কোনটি? [15-16]
 A. $(4n+1)\frac{\pi}{9}$ B. $(4n-1)\frac{\pi}{8}$ C. $(4n+1)\frac{\pi}{8}$ D. $(4n+1)\frac{\pi}{10}$
Ans C Solve

$\begin{aligned} \cot \theta - \tan \theta &= 2 \\ &= \frac{\cos \theta}{\sin \theta} - \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \\ &= \frac{\cos^2 \theta - \sin^2 \theta}{2 \sin \theta \cos \theta} = 1 \\ &= \frac{\cos 2\theta}{\sin 2\theta} = 1 \end{aligned}$	$\begin{aligned} \tan 2\theta &= 1 = \tan \frac{\pi}{4} \\ \therefore 2\theta &= n\pi + \frac{\pi}{4} \\ \therefore \theta &= \frac{n\pi}{4} + \frac{\pi}{8} = (4n+1)\frac{\pi}{8} \end{aligned}$
--	---

02. যদি $x = p \sin(\theta + 45^\circ)$ এবং $y = p \sin(\theta - 45^\circ)$ হয়, তবে $x^2 + y^2 = ?$ [15-16]
 A. 1 B. p C. p^2 D. $2p^2 \sin^2(\theta + 45^\circ)$
Ans C Solve $x = P \sin(\theta + 45^\circ) = P \sin(90^\circ + \theta - 45^\circ)$
 $= P \cos(\theta - 45^\circ)$

$$y = P \sin(\theta - 45^\circ)$$

$$\therefore x^2 + y^2 = p^2 \cos^2(\theta - 45^\circ) + p^2 \sin^2(\theta - 45^\circ) = p^2$$

03. $\sin 65^\circ + \cos 65^\circ$ এর মান কত? [15-16]
 A. $\frac{\sqrt{3}}{2} \cos 40^\circ$ B. $\frac{1}{2} \sin 20^\circ$ C. $\sqrt{2} \cos 20^\circ$ D. $\frac{\sqrt{3}}{2} \sin 40^\circ$
Ans C Solve $\sin 65^\circ + \cos 65^\circ$

$$= \sqrt{2} (\cos 65^\circ \cos 45^\circ + \sin 65^\circ \sin 45^\circ)$$

$$= \sqrt{2} \cos(65^\circ - 45^\circ) = \sqrt{2} \cos 20^\circ$$

04. নিচের কোনটি সঠিক নয়? [15-16]
 A. $\sin \theta$ ও $\cos \theta$ এর রেঞ্জ $[-1, 1]$
 B. $\sec \theta$ ও $\csc \theta$ এর রেঞ্জ $R - (-1, 1)$
 C. $\tan \theta$ ও $\cot \theta$ এর ডোমেন $R - \{(2n+1)\pi/2, n \in Z\}$
 D. $\csc \theta$ এর ডোমেন $R - \{n\pi, n \in Z\}$
Ans. C

05. $\frac{\sin 75^\circ + \sin 15^\circ}{\sin 75^\circ - \sin 15^\circ} = ?$ [15-16]
 A. $\sqrt{3}$ B. $1/\sqrt{3}$ C. 1 D. $1/2$
Ans A Solve $\frac{\sin 75^\circ + \sin 15^\circ}{\sin 75^\circ - \sin 15^\circ}$

$$= \frac{2 \sin 45^\circ \cos 30^\circ}{2 \cos 45^\circ \sin 30^\circ} = \frac{\sqrt{3}}{1} = \sqrt{3}$$

06. $\tan 20^\circ + \tan 25^\circ + \tan 20^\circ \tan 25^\circ = ?$ [15-16]
 A. 0 B. 1 C. 1/2 D. -1
Ans B Solve $\tan 45^\circ = \tan(20^\circ + 25^\circ)$

$$\Rightarrow 1 = \frac{\tan 20^\circ + \tan 25^\circ}{1 - \tan 20^\circ \tan 25^\circ}$$

$$\Rightarrow 1 - \tan 20^\circ \tan 25^\circ = \tan 20^\circ + \tan 25^\circ$$

$$\Rightarrow \tan 20^\circ + \tan 25^\circ + \tan 20^\circ \tan 25^\circ = 1$$

07. কোট্যাংজেন্ট ফাংশনের মৌলিক পর্যায় কত? [14-15]
 A. 2π B. π C. $\frac{\pi}{2}$ D. $\frac{3\pi}{2}$
Ans B Solve Cotangent-এর মৌলিক পর্যায় $= \pi$.

Note: \tan -এর মৌলিক পর্যায় π , \sin - \cos - \sec - \csc -এদের মৌলিক পর্যায় 2π .

08. $y = \cot x$ ফাংশনটি কোন বিন্দুতে বিচ্ছিন্ন? [14-15]
 A. $\frac{\pi}{2}$ B. π C. $\frac{3\pi}{2}$ D. $\frac{\pi}{4}$
Ans B Solve $y = \cot x = \frac{1}{\tan x} = \frac{1}{\tan \pi} = \frac{1}{0} = \infty$ [যখন $x = \pi$]

$\therefore x = \pi$ বিন্দুতে ফাংশনটি বিচ্ছিন্ন।

09. Trigonometry শব্দের উৎপত্তি কোন ভাষা থেকে? [14-15]
 A. আরবী B. সংস্কৃত C. গ্রীক D. ইংরেজী
Ans C Solve Trigonometry শব্দটি গ্রীক ভাষা থেকে উৎপত্তি

10. যদি $\tan \alpha + \tan \beta = b$, $\cot \alpha + \cot \beta = a$ এবং $\alpha + \beta = \theta$ হয়, তবে $\tan \theta = ?$ [14-15]

A. $\frac{ab}{1-ab}$ B. $\frac{b}{1-ab}$ C. $\frac{ab}{a-b}$ D. $\frac{a}{1+ab}$

Ans C Solve $\tan \alpha + \tan \beta = b \therefore \cot \alpha + \cot \beta = a$

$$\Rightarrow \frac{1}{\tan \alpha} + \frac{1}{\tan \beta} = a \Rightarrow \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{\tan \alpha \tan \beta} = a$$

$$\Rightarrow \frac{b}{\tan \alpha \tan \beta} = a \Rightarrow \tan \alpha \tan \beta = \frac{b}{a}$$

$$\tan \theta = \tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta} = \frac{b}{1 - \frac{b}{a}} = \frac{ab}{a-b}$$

11. সমতলীয় জ্যামিতিতে স্থানাঙ্কের অবতারণা করেন- [14-15]
 A. রেনে দেকার্তে B. লীবনিজ C. আর্কিমিডিস D. নিউটন
Ans A Solve রেনে দেকার্তে কার্তেসীয় স্থানাঙ্ক অবতারণা করেন।

12. একটি ত্রিভুজের দুইটি কোণ যথাক্রমে $70^\circ 53' 51''$ এবং $39^\circ 6' 9''$ । তৃতীয় কোণটির মান রেডিয়ানে কত? [14-15]
 A. $\frac{7\pi}{18}$ B. $\frac{\pi}{18}$ C. $\frac{8\pi}{18}$ D. $\frac{5\pi}{18}$
Ans A Solve তৃতীয় কোণ $= 180^\circ - (70^\circ 53' 51'' + 37^\circ 6' 9'')$

$$= 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ = 70 \times \frac{\pi}{180} \text{ রেডিয়ান} = \frac{7\pi}{18}$$

13. 12 m একটি বৃত্তচাপ 18m ব্যাসার্ধের একটি বৃত্তের কেন্দ্রে কত কোণ উৎপন্ন করে? [11-12]
 A. 120° B. 90° C. 0° D. 45°
Ans = Solve $\theta = \frac{\text{চাপ}}{\text{ব্যাসার্ধ}} \text{ রেডিয়ান}$

$$\theta = \frac{12}{18} \text{ রেডিয়ান} = \frac{2}{3} \times \frac{180}{\pi} = 38.19^\circ$$

১৪. ত্রিকোণমিতিক লম্ব ও ভূমি উভয়ের মান ৯ হলে, $\tan\theta = ?$ [11-12]

- A. $\frac{1}{\sqrt{2}}$ B. 1 C. $\frac{1}{\sqrt{3}}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

Ans B Solve $\tan\theta = \frac{\text{লম্ব}}{\text{ভূমি}} = \frac{9}{9} = 1$

১৫. $\sec\theta + \tan\theta = 5$ হলে, $\sec\theta - \tan\theta = ?$ [11-12]

- A. 0 B. $\frac{1}{5}$
C. 5 D. কোনটিই নয়

Ans B Solve $\sec^2\theta - \tan^2\theta = 1$
 $\Rightarrow (\sec\theta + \tan\theta)(\sec\theta - \tan\theta) = 1$
 $\Rightarrow 5(\sec\theta - \tan\theta) = 1 \Rightarrow \sec\theta - \tan\theta = \frac{1}{5}$

১৬. $(\cos 15^\circ)$ এর মান হবে- [10-11]

- A. $\frac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}}$ B. $(1-\frac{1}{2})^{\frac{1}{2}}$ C. $(1+\frac{1}{2})^2$ D. $(1-\frac{1}{2})^2$

Ans A Solve $\cos(45^\circ - 30^\circ)$
 $= \cos 45^\circ \cos 30^\circ + \sin 45^\circ \sin 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}) = \frac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}}$

[or By Using Calculator. Ex-01]

১৭. ১৫ মিনিটের সময় ঘন্টা ও মিনিটের মধ্যবর্তী কোণ কত ডিগ্রি? [10-11]

- A. 127.5° B. 127°
C. 126° D. 126.5°

Ans A Solve ঘড়ির কাটা প্রতি এক ঘর থেকে অন্য ঘরে যাওয়ার সময় কোণ তৈরি করে $= \frac{360^\circ}{12} = 30^\circ$

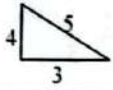
ঘড়ির ঘন্টার কাটা ১৫ মিনিটে অতিক্রম করে $= \frac{30}{4} = 7.5^\circ$

\therefore ঘন্টা ও মিনিটের মধ্যবর্তী কোণ $= 4 \times 30^\circ + 7.5 = 127.5^\circ$

১৮. $\cos\theta = \frac{3}{5}$ হলে, লম্ব এবং ভূমির অনুপাত কত? [09-10]

- A. 5:4 B. 3:4 C. 4:5 D. 4:3

Ans D Solve $\cos\theta = \frac{3}{5} \therefore \tan\theta = \frac{4}{3}$



১৯. $\tan 90^\circ$ এর মান হবে- [08-09]

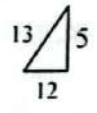
- A. 1 B. -1
C. ∞ D. 0

Ans. C

২০. $\tan\theta = \frac{5}{12}$ হলে, $\sin\theta = ?$ [08-09]

- A. $\frac{12}{5}$ B. $\frac{5}{7}$ C. $\frac{7}{16}$ D. $\frac{5}{13}$

Ans D Solve $\sin\theta = \frac{5}{13}$



২১. যদি $a\cos\theta - b\sin\theta = c$ হয়, তবে প্রমাণ কর যে, $a\sin\theta + b\cos\theta = \pm\sqrt{a^2 + b^2 - c^2}$ [05-06]

Solve $a^2\cos^2\theta + b^2\sin^2\theta - 2ab\sin\theta\cos\theta = c^2$
 $\Rightarrow a^2 - a^2\sin^2\theta + b^2 - b^2\cos^2\theta - 2ab\sin\theta\cos\theta = c^2$
 $\Rightarrow (a\sin\theta + b\cos\theta)^2 = a^2 + b^2 - c^2$
 $\therefore a\sin\theta + b\cos\theta = \pm\sqrt{a^2 + b^2 - c^2}$ Proved.

চট্টগ্রাম বিশ্ববিদ্যালয় জর্জি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $\tan(-945^\circ)$ এর মান কত? [15-16]

- A. 1 B. ∞ C. 0
D. -1 E. $-\infty$

Ans D Solve $\tan(-945^\circ) = -\tan(945^\circ)$
 $= -\tan(945^\circ) = -\tan(2 \times 360^\circ + 225^\circ)$
 $= -\tan 225^\circ = -\tan(180^\circ + 45^\circ) = -\tan 45^\circ = -1$

02. $\frac{7\pi}{20}$ রেডিয়ান = কত ডিগ্রি? [15-16]

- A. 73° B. 85° C. 64°
D. 63° E. 90°

Ans D Solve $\frac{7\pi}{20} = \frac{7 \times 180}{20} = 63^\circ$

03. দুটি কোণের সমষ্টি এবং অন্তর যথাক্রমে $\frac{2\pi}{5}$ এবং 18° হলে, ডিগ্রিতে

- কোন দুটির মান কত? [15-16]
A. $72^\circ, 18^\circ$ B. $36^\circ, 9^\circ$ C. $45^\circ, 27^\circ$
D. $25^\circ, 7^\circ$ E. $50^\circ, 14^\circ$

Ans C Solve $A + B = \frac{2 \times 180^\circ}{5}$ $A - B = 18^\circ$
 $\Rightarrow A + B = 72^\circ \Rightarrow A - B = 18^\circ + 2A = 90^\circ \Rightarrow A = 45^\circ$
 $B = 72^\circ - 45^\circ = 27^\circ$

04. $\tan 36^\circ + \tan 9^\circ + \tan 36^\circ \tan 9^\circ =$ কত? [15-16]

- A. 45° B. 27° C. 0
D. 1 E. ∞

Ans D Solve $\tan(36^\circ + 9^\circ) = \tan 45^\circ$
 $\Rightarrow \frac{\tan 36^\circ + \tan 9^\circ}{1 - \tan 36^\circ \tan 9^\circ} = 1 \Rightarrow \tan 36^\circ + \tan 9^\circ = 1 - \tan 36^\circ \tan 9^\circ$
 $\Rightarrow \tan 36^\circ + \tan 9^\circ + \tan 36^\circ \tan 9^\circ = 1$

05. $\cos^2 15^\circ - \sin^2 15^\circ =$ কত? [15-16]

- A. $\sqrt{\frac{3}{4}}$ B. $-\sqrt{\frac{3}{4}}$ C. $\frac{3}{4}$
D. $-\frac{3}{4}$ E. ± 1

Ans A Solve $\cos^2 15^\circ - \sin^2 15^\circ = \cos(2 \times 15^\circ)$
 $= \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{\frac{3}{4}}$

06. $P = \sin^2\theta + \cos^2\theta$ এবং $Q = \sin^2\theta^2 + \cos^2\theta^2 \neq 0$ হলে হবে। [15-16]

- A. $P = Q$ B. $P^2 = 2Q$ C. $Q^2 = 2P$
D. $P \neq Q$ E. $P^2 + Q^2 = 1$

Ans A Solve $P = \sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$
 $Q = \sin^2\theta^2 + \cos^2\theta^2 = 1 \therefore P = Q$

07. $\triangle ABC$ এ $\angle A = 60^\circ$, বাহু $a = 12$, বাহু $b = 6$ হলে $\angle B = ?$ [15-16]

- A. 30° B. 90° C. $\sin^{-1}(\frac{\sqrt{3}}{5})$

D. $\sin^{-1}(\frac{\sqrt{3}}{2})$ E. $\sin^{-1}(\frac{\sqrt{3}}{4})$

Ans E Solve $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} \Rightarrow \frac{12}{\sin 60^\circ} = \frac{6}{\sin B}$

$\Rightarrow \frac{12}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{6}{\sin B} \Rightarrow B = \sin^{-1}(\frac{\sqrt{3}}{4})$

08. $\frac{\cot A - \tan A}{\cot A + \tan A}$ এর মান হল: [14-15]

- A. $\sin 2A$ B. $\cos 2A$ C. $\tan 2A$ D. $\cot 2A$

Ans B Solve

$$\frac{\cot A - \tan A}{\cot A + \tan A}$$

$$= \frac{\frac{\cos A}{\sin A} - \frac{\sin A}{\cos A}}{\frac{\cos A}{\sin A} + \frac{\sin A}{\cos A}} = \frac{\frac{\cos^2 A - \sin^2 A}{\sin A \cos A}}{\frac{\cos^2 A + \sin^2 A}{\sin A \cos A}} = \frac{\cos 2A}{1} = \cos 2A$$

09. $\cos \theta = \frac{1}{2} \left(x + \frac{1}{x} \right)$ হলে $\cos 2\theta$ = কত? [14-15]

- A. $x^2 + 2 + \frac{1}{x^2}$ B. $\frac{1}{2} \left(x + \frac{1}{x} \right)^2$ C. $\left(x + \frac{1}{x} \right)^2$
D. $\left(x - \frac{1}{x} \right)^2$ E. $\frac{1}{2} \left(x^2 + \frac{1}{x^2} \right)$

Ans E Solve

$$\cos 2\theta = 2 \cos^2 \theta - 1 = 2 \cdot \frac{1}{4} \left(x + \frac{1}{x} \right)^2 - 1$$

$$= \frac{1}{2} \left(\left(x + \frac{1}{x} \right)^2 - 2 \right) = \frac{1}{2} \left(x^2 + \frac{1}{x^2} + 2 - 2 \right) = \frac{1}{2} \left(x^2 + \frac{1}{x^2} \right)$$

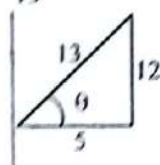
10. If $\sin \theta = \frac{12}{13}$, then what will be the value of $\tan \theta$ (where θ is an acute angle)? [14-15]

- A. $\frac{12}{5}$ B. $\frac{5}{12}$ C. $\frac{5}{13}$ D. $\frac{13}{5}$ E. 0

Ans A Solve

$$\therefore \sin \theta = \frac{12}{13}$$

$$\Rightarrow \tan \theta = \frac{12}{5}$$



11. $\sqrt{\frac{1 - \sin x}{1 + \sin x}}$ = ? [14-15]

- A. $\tan x - \sec x$ B. $\sec x + \tan x$ C. $\sec x - \tan x$
D. $\cot x + \operatorname{cosec} x$ E. $\operatorname{cosec} x - \cot x$

Ans C Solve

$$\sqrt{\frac{1 - \sin x}{1 + \sin x}} = \frac{1 - \sin x}{\sqrt{(1 + \sin x)(1 - \sin x)}}$$

$$= \frac{1 - \sin x}{\sqrt{1 - \sin^2 x}} = \frac{1 - \sin x}{\cos x} = \frac{1}{\cos x} - \frac{\sin x}{\cos x} = \sec x - \tan x$$

12. $\sin A = \frac{1}{5}$ হলে $\tan A$ এর মান কত? [14-15]

- A. $\frac{1}{2\sqrt{3}}$ B. $\frac{1}{2\sqrt{6}}$ C. $\pm \frac{1}{2\sqrt{6}}$ D. $\pm \frac{1}{2\sqrt{3}}$ E. $\frac{2}{3\sqrt{5}}$

Ans C Solve

$$\sin A = \frac{1}{5} \Rightarrow \tan A = \pm \frac{1}{2\sqrt{6}}$$



13. যদি $\tan A = 3/4$ হয়, তবে $\cos A$ = কত? [A 12-13]

- A. $\frac{4}{5}$ B. $\frac{5}{7}$ C. $\frac{4}{7}$ D. $\frac{3}{5}$ E. $\frac{3}{7}$

Ans A Solve

$$\cos A = \frac{4}{5}$$



[or Calculator Using, Ex-02]

14. $\sin^4 x - \cos^4 x = \sin^2 x - \cos^2 x$ হলে- [C 12-13]

- A. একটি সমীকরণ B. একটি অভেদ C. ত্রিকোণমিতিক ফাংশন
D. বীজসমীকরণ E. কোণটি নয়

Ans B Solve

$$\sin^4 x - \cos^4 x = \sin^2 x - \cos^2 x$$

$$\Rightarrow (\sin^2 x + \cos^2 x)(\sin^2 x - \cos^2 x) = \sin^2 x - \cos^2 x$$

$$\Rightarrow \sin^2 x - \cos^2 x = \sin^2 x - \cos^2 x$$

Correct Ans. B.

15. $\tan 17^\circ \tan 73^\circ$ এর মান হল- [C-12-13]

- A. 1 B. 2 C. 3 D. $\frac{1}{\sqrt{3}}$ E. $\sqrt{3}$

Ans A Solve

[By Using Calculator]

16. $\tan 15^\circ$ এর মান হল- [C 12-13]

- A. $\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1}$ B. $\frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1}$ C. $\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1}$
D. $\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1}$ E. $\frac{1}{\sqrt{3}+1}$

Ans A Solve

[By Using Calculator]

17. θ দ্বন্দ্বকোণ ও সূত্র কোণ হলে, যদি $\cos \theta = \frac{4}{5}$ হয়, তাহলে $\tan \theta$ এর

মান হবে- [C 12-13; DU 09-10; JuU 11-12]

- A. $\frac{4}{5}$ B. $\frac{4}{3}$ C. $\frac{3}{4}$ D. $\frac{3}{5}$ E. কোণটি নয়

Ans C Solve

$$\cos \theta = \frac{4}{5} \text{ হলে, } \tan \theta = \frac{3}{4}$$



[or By Using Calculator, Ex-02]

18. যদি x একটি দ্বন্দ্বকোণ, যা 90° থেকে ছোট এবং $\cos(x) = 1/3$ হয়, তবে $\sin(x) = ?$ [11-12]

- A. $2/3$ B. $2\sqrt{2}/3$ C. $\sqrt{2}$ D. $8/9$ E. $4/9$

Ans B Solve

$$\text{Shortcut: } \sin x = \sqrt{1 - \cos^2 x} = \sqrt{1 - \frac{1}{9}} = \sqrt{\frac{8}{9}} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

[or By Using Calculator, Ex-02]

19. $\tan 2A = \frac{5}{12}$ এবং A সূত্র কোণ হলে, $\tan A$ এর মান কত? [11-12]

- A. $\frac{1}{5}$ B. 5 C. $\frac{7}{12}$ D. $\frac{5}{6}$ E. $\frac{12}{7}$

Ans A Solve

$$\tan 2A = \frac{5}{12} \Rightarrow \frac{2 \tan A}{1 - \tan^2 A} = \frac{5}{12}$$

$$\Rightarrow 24 \tan A = 5 - 5 \tan^2 A \Rightarrow 5 \tan^2 A + 24 \tan A - 5 = 0$$

$$\Rightarrow 5 \tan^2 A + 25 \tan A - \tan A - 5 = 0$$

$$\Rightarrow 5 \tan A (\tan A + 1) - (\tan A - 5) = 0$$

$$\Rightarrow (\tan A + 1)(5 \tan A - 1) = 0 \Rightarrow \tan A = -1 \text{ অথবা, } \tan A = \frac{1}{5}$$

[or By Using Calculator, Ex-02]

20. যদি $\sin A = \frac{12}{13}$ হয়, তবে $\cot A = ?$ [10-11]

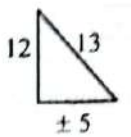
- A. $\pm \frac{5}{9}$ B. $\pm \frac{5}{12}$ C. $\pm \frac{7}{12}$
D. $\pm \frac{11}{12}$ E. $\pm \frac{5}{8}$

Ans B Solve

$$\sin A = \frac{12}{13}$$

$$\therefore \cot A = \pm \frac{5}{12}$$

[or By Using Calculator, Ex-02]

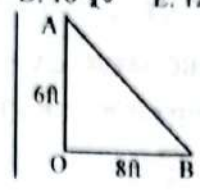


21. একটি বৈদ্যুতিক খুঁটি 6 ফুট উচ্চতায় ভেঙ্গে গিয়ে গোড়া হতে 8 ফুট দূরত্বে মাটি স্পর্শ করেছে। খুঁটিটি উচ্চতায় কত ছিল? [10-11]

Ans D Solve

$$AB = \sqrt{6^2 + 8^2} = \sqrt{36 + 64}$$

∴ খুঁটিটির উচ্চতা = 10 + 6 = 16 ফুট।



22. $\frac{5\pi}{16}$ রেডিয়ানের মান হচ্ছে- [10-11]
A. 60° B. $55^\circ 35'$ C. $75^\circ 45'$ D. 90° E. $56^\circ 15'$

Ans E Solve

Same as type- 01, prob-02

[or By Using Calculator. Ex-06]

24. $f(x) = |\sin x|$ হলে, $f(x)$ এর সর্বোচ্চ ও সর্বনিম্ন মান হচ্ছে যথাক্রমে- [08-09]

- A. -1 এবং 0 B. -1 এবং 1
C. 0 এবং 1 D. $\frac{1}{2}$ এবং 1 E. পূর্ববর্তী কোনটিই নয়

Ans E Solve

f এর সর্বোচ্চ মান 1 এবং সর্বনিম্ন মান 0

25. $\sin \theta$ এর মান নয় কোনটি? [08-09]

- A. $\frac{1}{2}$ B. 1 C. -1 D. 2 E. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

Ans D Solve

$\sin \theta$ এর মান, $-1, 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{\sqrt{3}}{2}, 0$

∴ $\sin \theta$ এর মান 2 সম্ভব নয়।

26. ষাট মূলক পদ্ধতিতে $\frac{5\pi}{16}$ রেডিয়ান = কত ডিগ্রী? [08-09]

- A. 225° B. 84° C. 80° D. 200° E. $\frac{225^\circ}{4}$

Ans E Solve

$$\frac{5\pi}{16} = \frac{5 \times 180}{16} = \frac{225}{4} \text{ ডিগ্রী।}$$

[or By Using Calculator. Ex-06]

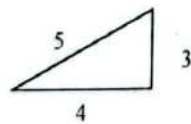
27. যদি $\cos x = 4/5$ এবং $0 \leq x \leq \pi/2$ হয়, তবে $\tan x = ?$ [07-08]

- A. $7/24$ B. $7/25$ C. $3/4$ D. $24/25$ E. কোনটিই নয়

Ans C Solve

$$\cos x = 4/5$$

$$\therefore \tan x = \frac{3}{4}$$



28. যদি $\tan \theta = -5/12$ হয়, তবে $\cos \theta$ এর মান হবে- [05-06]

- A. $-13/12$ B. $5/13$ C. $12/13$ D. $-12/13$ E. $12/5$

Ans C Solve

$$\cos \theta = \frac{1}{\sec \theta} = \frac{1}{\sqrt{1 + \tan^2 \theta}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{25}{144}}} = \frac{12}{13}$$

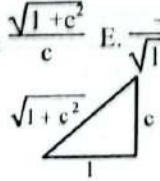
[or By Using Calculator. Ex-02]

29. $\tan \theta = c$ হলে $\sin \theta$ হবে- [05-06]

- A. $\frac{1}{\sqrt{1+c^2}}$ B. $\frac{c}{\sqrt{1+c^2}}$ C. $\frac{-1}{\sqrt{1+c^2}}$ D. $\frac{\sqrt{1+c^2}}{c}$ E. $\frac{-2}{\sqrt{1+c^2}}$

Ans B Solve

$$\sin \theta = \frac{c}{\sqrt{1+c^2}}$$



30. $\sin A = \frac{12}{13}$ হলে, $\cos A$ এর মান- [04-05]

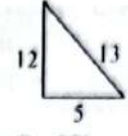
- A. $\frac{5}{13}$ B. $\frac{5}{13}$ C. $\pm \frac{5}{13}$ D. $\pm \frac{1}{2}$

Ans B Solve

$\sin A = \frac{12}{13}$ হলে, লম্ব = 12, অতিভুজ = 13

সুতরাং, ভূমি = 5

$$\therefore \cos A = \frac{5}{13}$$



[or By Using Calculator. Ex-02]

31. $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$, তাই x এর মান হবে- [02-03]

- A. 0 B. $\frac{\pi}{2}$ C. π D. যে কোন বাস্তব সংখ্যা

Ans D Solve

যে কোন বাস্তব সংখ্যার ক্ষেত্রেই

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \text{ হওয়া সম্ভব।}$$

খুলনা বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $\frac{\cos 27^\circ - \cos 63^\circ}{\cos 27^\circ + \cos 63^\circ}$ এর মান কত? [15-16]

- A. $\tan 9^\circ$ B. $\tan 18^\circ$
C. $\tan 27^\circ$ D. $\tan 36^\circ$

Ans D Solve

$$\frac{\cos 27^\circ - \cos 63^\circ}{\cos 27^\circ + \cos 63^\circ}$$

$$= \frac{2 \sin \frac{27^\circ + 63^\circ}{2} \sin \frac{63^\circ - 27^\circ}{2}}{2 \cos \frac{27^\circ + 63^\circ}{2} \cos \frac{63^\circ - 27^\circ}{2}} = \frac{2 \sin 45^\circ \sin 18^\circ}{2 \cos 45^\circ \cos 18^\circ} = \tan 36^\circ$$

02. যদি $\sin \theta + \operatorname{cosec} \theta = 2$ হয়, তবে $\sin^n \theta + \operatorname{cosec}^n \theta$ এর মান হলো- [A 12-13]

- A. 1 B. -1 C. 2 D. -2 E. 3

Ans C Solve

$$\sin \theta + \frac{1}{\sin \theta} = 2 \Rightarrow \sin^2 \theta + 1 = 2 \sin \theta \Rightarrow \sin \theta = 1$$

$$\operatorname{cosec} \theta = \frac{1}{\sin \theta} = 1 = \sin^n \theta + \operatorname{cosec}^n \theta = 2$$

03. $\tan A = \frac{m+n}{m-n}$ এবং $\tan B = \frac{m-n}{m+n}$ হলে, $\tan(A-B)$ এর মান কত হবে? [A 12-13]

- A. অসংগায়িত B. 2mn C. 4mn D. $\frac{2mn}{m^2 - n^2}$

Ans D Solve

$$\tan(A-B) = \frac{\tan A - \tan B}{1 + \tan A \tan B} = \frac{\frac{m+n}{m-n} - \frac{m-n}{m+n}}{1 + \frac{m+n}{m-n} \times \frac{m-n}{m+n}}$$

$$= \frac{(m+n)^2 - (m-n)^2}{2(m^2 - n^2)} = \frac{4mn}{2(m^2 - n^2)} = \frac{2mn}{m^2 - n^2}$$

04. $\cot(-1395^\circ)$ এর মান কত? [11-12]

- A. 1 B. 1/2 C. 0 D. 2

Ans A Solve

$$\cot(-1395^\circ) = \cot(-4 \times 360^\circ + 45^\circ) = \cot 45^\circ = 1$$

[or By Using Calculator. Ex-02]

06. $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = \sin 2\theta$ এর কয়টি সমাধান কোণটি? [11-12]

- A. $\frac{1}{2} \leq \theta \leq \frac{1}{2}$ B. $-3 \leq \theta \leq 1$
 C. $-\frac{3}{2} \leq \theta \leq \frac{1}{2}$ D. $-1 \leq \theta \leq 1$

Ans. D

07. $(\sin \theta + i \cos \theta)^4$ এর মান হল- [11-12]

- A. $(\sin 4\theta + i \cos 4\theta)$ B. $(\sin 4\theta - i \cos 4\theta)$
 C. $(\cos 4\theta + i \sin 4\theta)$ D. $(\cos 4\theta - i \sin 4\theta)$

Ans. D Solve

$$(\sin \theta + i \cos \theta)^4 = \left[\cos \left(\frac{\pi}{2} - \theta \right) + i \sin \left(\frac{\pi}{2} - \theta \right) \right]^4$$

$$= \cos^4 \left(\frac{\pi}{2} - \theta \right) + i \sin^4 \left(\frac{\pi}{2} - \theta \right) \quad [\text{De Moivre's Theorem}]$$

$$= \cos^4 (2\pi - 4\theta) + i \sin^4 (2\pi - 4\theta) = \cos 4\theta - i \sin 4\theta$$

08. কৃত্রিম পদ্ধতিতে 1 রেডিয়ান সমান কত? [10-11]

- A. π সমকোণ B. 2 সমকোণ
 C. $\frac{\pi}{2}$ সমকোণ D. $\frac{2}{\pi}$ সমকোণ

Ans. D

09. θ কোণ থেকে বেড়ে 90° হলে $\cos \theta$ অনুপাত- [09-10]

- A. 1 থেকে কমে 0 হয় B. 0 থেকে কমে -1 হয়
 C. -1 থেকে বৃদ্ধি পেয়ে 0 হয় D. 0 থেকে বৃদ্ধি পেয়ে 1 হয়

Ans. A

10. একটি ত্রিকোণের দুটি কোণ 70° এবং 90° । তৃতীয় কোণটির মান রেডিয়ানে কত? [04-05]

- A. 20° B. $\frac{\pi}{6}$ C. $\frac{\pi}{9}$ D. $\frac{\pi}{12}$

Ans. C Solve

$$x + 70^\circ + 90^\circ = 180^\circ$$

$$\Rightarrow x = 20^\circ \Rightarrow x = 20 \times \frac{\pi}{180} = \frac{\pi}{9}$$

[or By Using Calculator. Ex-05]

11. θ কোণের মান 270° এবং 280° এর মধ্যবর্তী এবং $\operatorname{cosec} \theta = -\frac{7}{3}$

হলে, $\cot \theta$ এর মান কোণটি হবে? [04-05]

- A. $-\frac{\sqrt{40}}{3}$ B. $\frac{40}{3}$ C. $-\frac{\sqrt{40}}{3}$ D. $\frac{40}{9}$

Ans. C Solve

$$\operatorname{cosec} \theta = -\frac{7}{3} \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{যেখানে লম্ব} = 7 \text{ এবং} \\ \text{অনুপাত} = 3 \\ \therefore \text{কূর্ম} = \sqrt{40} \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow \sin \theta = -\frac{3}{7} \therefore \cos \theta = \frac{\sqrt{40}}{7}$$

$$\cot \theta = \frac{\cos \theta}{\sin \theta} = \frac{\frac{\sqrt{40}}{7}}{-\frac{3}{7}} = \frac{\sqrt{40}}{7} \times \frac{7}{-3} = -\frac{\sqrt{40}}{3}$$

$270^\circ < \theta < 280^\circ$ $\cot \theta$ ঋণাত্মক
 [or By Using Calculator. Ex-02]

শাহজালাল বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
 [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $\sin x = \frac{2}{\sqrt{5}}$ হলে $\sin 2x = ?$ [15-16]

- A. $\frac{1}{\sqrt{5}}$ B. $\frac{2}{\sqrt{5}}$ C. $\frac{4}{\sqrt{5}}$
 D. $\frac{4}{5}$ E. 1

Ans. D Solve $2 \sin x \cos x = 2 \sin x \sqrt{1 - \sin^2 x}$

$$= 2 \times \frac{2}{\sqrt{5}} \sqrt{1 - \frac{4}{5}} = \frac{4}{\sqrt{5}} \times \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{4}{5}$$

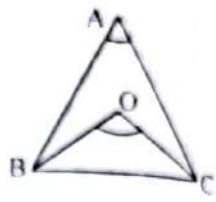
02. ABC ত্রিকোণে $\angle A = \frac{\pi}{8}$, $\angle B$ ও $\angle C$ কোণদ্বয়ের বিস্তারত দুটি বিন্দুতে মিলিত হলে $\angle BOC$ এর মান কোণটি? [15-16]

- A. $\frac{2\pi}{5}$ B. $\frac{3\pi}{5}$ C. $\frac{4\pi}{5}$
 D. $\frac{2\pi}{3}$ E. $\frac{3\pi}{4}$

Ans. B Solve $\angle BAC = \frac{\pi}{8}$

$$\angle BOC = 90^\circ + \frac{A}{2} = \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{16}$$

$$= \frac{6\pi}{10} = \frac{3\pi}{5}$$



03. $\cos \theta = \frac{2x}{x^2 + 1}$, $x > 1$ হলে $\tan \theta + \sec \theta = ?$ [15-16]

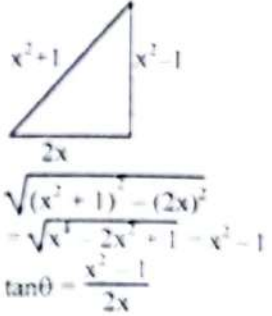
- A. $\frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$ B. $\frac{x^2 + 1}{2x}$ C. x
 D. 2x E. $x^2 + 1$

Ans. C Solve

$$\cos \theta = \frac{2x}{x^2 + 1}$$

$$\therefore \tan \theta + \sec \theta = \frac{x^2 - 1}{2x} + \frac{x^2 + 1}{2x}$$

$$= \frac{2x^2}{2x} = x$$



04. n পূর্ণ সংখ্যা হলে, $\sin \left\{ n\pi + (-1)^n \frac{\pi}{6} \right\}$ এর মান কত?

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{1}{\sqrt{2}}$
 D. 1 E. $-\frac{1}{2}$

Ans. A Solve

$$\sin \left\{ n\pi + (-1)^n \frac{\pi}{6} \right\}$$

n জোড় হলে, অর্থাৎ $n = 2r$ হল

$$= \sin \left\{ 2r\pi + (-1)^{2r} \frac{\pi}{6} \right\} = \sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$$

n বিজোড় হলে, অর্থাৎ $n = (2r + 1)$ হল

$$= \sin \left\{ (2r + 1)\pi + (-1)^{2r+1} \frac{\pi}{6} \right\} = \sin \left(\pi - \frac{\pi}{6} \right) = \sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$$

05. $\sin x = -1$, $0 < x < 3\pi$ এর সমাধান সেট কোণটি?

- A. $\left\{ -\frac{\pi}{2} \right\}$ B. $\left\{ \frac{\pi}{2} \right\}$ C. $\left\{ -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right\}$
 D. $\left\{ \frac{3\pi}{2} \right\}$ E. $\left\{ -\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2} \right\}$

Ans. D Solve

$$\sin x = -1 \Rightarrow x = (4n - 1) \frac{\pi}{2}$$

$n = 0, 1, 2, \dots$

$$x = \frac{3\pi}{2}; \frac{7\pi}{2} > 3\pi \therefore \text{সমাধান সেট, } \left\{ \frac{3\pi}{2} \right\}$$

10. $\sin \theta = \frac{3}{4}$ হলে $\tan \theta + \cos \theta$ এর মান কত? [14-15]

- A. $\frac{10}{4\sqrt{7}}$ B. $\frac{4}{3}$ C. $\frac{\sqrt{7}}{4}$ D. $\frac{3}{4\sqrt{7}}$ E. $\frac{4}{3\sqrt{7}}$

Ans A Solve

$\sin \theta = \frac{3}{4}$

$\cos \theta = \frac{\sqrt{7}}{4}$

$\tan \theta = \frac{3}{\sqrt{7}}$



$\therefore \cos \theta + \tan \theta = \frac{\sqrt{7}}{4} + \frac{3}{\sqrt{7}} = \frac{7+12}{4\sqrt{7}} = \frac{19}{4\sqrt{7}}$

11. বৃত্তের ব্যাসের সমান চাপ কেন্দ্রে যে কোণ তৈরি করে তার পরিমাণ কত? [13-14]

- A. 1 B. 2 C. $\pi/3$ D. $\pi/2$ E. π

Ans B Solve

$\theta = \frac{s}{r} = \frac{2r}{r} = 2$

12. $\sin^2(3/100) + \cos^2(3/100) = ?$ [11-12]

- A. 0.06 B. 0.018 C. 1.00 D. 0 E. 0.3

Ans C Solve

$\sin^2\left(\frac{3}{100}\right) + \cos^2\left(\frac{3}{100}\right) = 1$

[$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$ এই সূত্র]

13. n বাহু বিশিষ্ট কোন সুষম বহুভুজের যে কোন বাহুঃ কোণের মান 72° হলে n এর মান কত? [09-10]

- A. 4 B. 5 C. 6 D. 8

Ans B Solve

বাহুঃ কোণ = $\frac{360}{n} \Rightarrow 72^\circ = \frac{360^\circ}{n} \Rightarrow n = 5$

[Note: অন্তঃ কোণ = $\frac{(n-2)180}{n}$]

14. $\sqrt{3} \sin \theta + \cos \theta$ এর সর্বোচ্চ মান কত? [08-09]

- A. $\sqrt{3} + 1$ B. 2 C. $\sqrt{3}$ D. $\sqrt{3} - 1$

Ans B Solve

$\sqrt{3} \sin \theta + \cos \theta$

সর্বোচ্চ মান = $\sqrt{(\sqrt{3})^2 + 1^2} = \sqrt{3+1} = 2$

[বি. সর্বনিম্নমান = -2]

15. কোন সম্পর্কটি ঠিক: [04-05]

- A. $-1 \leq \sin \theta \leq 1$ B. $0 \leq \sin \theta \leq 1$

- C. $-1 \leq \cos \theta \leq 0$ D. $1 \leq \sin \theta$

Ans. A

16. $\sin A = 1/3$ এবং $90^\circ < A < 180^\circ$ হলে, $\tan A = ?$ [01-02]

- A. $-\frac{2}{3}$ B. $-\frac{2}{2\sqrt{3}}$ C. $-\frac{1}{2\sqrt{2}}$ D. $\sqrt{3}/2$

Ans C Solve

$\cos A = -\sqrt{1 - \frac{1}{9}} = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$

$\therefore \tan A = \frac{1}{3} \times \frac{-3}{2\sqrt{2}} = \frac{-1}{2\sqrt{2}}$

[By Using Calculator, Ex-02]

17. বৃত্তের যেকোন চাপ এর ব্যাসার্ধের অনুপাত হলো বৃত্তের কেন্দ্রে সেই চাপ ঘড়া উৎপন্ন কোনের- [00-01]

- A. π গুণ বড় B. π গুণ ছোট C. সমান D. অসমান

Ans C Solve

বৃত্তচাপ, $S = r\theta \Rightarrow \frac{S}{r} = \theta$

14. $\operatorname{cosec} x = 2$ এবং $\cot x < 0$ হলে নীচের কোনটি সত্য? [98-99]

- A. $\sin x = \frac{1}{2}$ B. $\tan x = -\sqrt{3}$ C. $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $\sin x = \frac{1}{2}$

Ans D Solve

$\sin x = \frac{1}{\operatorname{cosec} x} = \frac{1}{2}$

ইসলামী বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $\sec A = \frac{17}{8}$ এবং $\operatorname{cosec} B = \frac{5}{4}$ হলে, $\sec(A+B)$ এর মান কত? [15-16]

- A. $-\frac{7}{6}$ B. $-\frac{85}{36}$ C. $\frac{87}{35}$ D. $\frac{73}{35}$

Ans B Solve

$\sec A = \frac{17}{8}$

$\Rightarrow \cos A = \frac{8}{17} \Rightarrow \sin A = \sqrt{1 - \cos^2 A} = \sqrt{1 - \frac{64}{289}} = \frac{15}{17}$

$\operatorname{cosec} B = \frac{5}{4}$

$\Rightarrow \sin B = \frac{4}{5} \Rightarrow \cos B = \sqrt{1 - \sin^2 B} = \sqrt{1 - \frac{16}{25}} = \sqrt{\frac{9}{25}} = \frac{3}{5}$

$\therefore \sec(A+B) = \frac{1}{\cos(A+B)} = \frac{1}{\cos A \cos B - \sin A \sin B}$
 $= \frac{1}{\frac{8}{17} \cdot \frac{3}{5} - \frac{15}{17} \cdot \frac{4}{5}} = \frac{85}{24 - 60} = \frac{85}{36}$

02. ত্রিকোণমিতির আবিষ্কারক কে? [15-16]

- A. পিথাগোরাস B. ইউক্লিড C. হিপোক্রাস D. নিউটন

Ans A Solve

পিথাগোরাস

03. $\tan(-1125)$ এর মান কত? [15-16]

- A. 1 B. -1 C. α D. $\sqrt{2}$

Ans B Solve

$\tan(-1125) = -\tan(1125)$

$= -\tan(3 \times 360 + 45^\circ) = -\tan 45^\circ = -1$

04. $\sin \phi + \cos \phi = 1$ হলে $\sin \phi - \cos \phi$ এর মান [15-16]

- A. $\frac{-1}{\sqrt{2}}$ B. $\frac{1}{\sqrt{2}}$ C. ± 1 D. $-\frac{1}{2}$

Ans C Solve

$\sin \phi + \cos \phi = 1$

$\sin^2 \phi + \cos^2 \phi + 2 \sin \phi \cos \phi = 1$

$\Rightarrow 1 + 2 \sin \phi \cos \phi = 1$

$\Rightarrow 2 \sin \phi \cos \phi = 0$

$(\sin \phi - \cos \phi)^2$

$= \sin^2 \phi + \cos^2 \phi - 2 \sin \phi \cos \phi = 1 - 0 = 1$

$\therefore \sin \phi - \cos \phi = \pm 1$

05. ঘড়িতে 6.20 PM হলে ঘন্টা ও মিনিটের মধ্যে কোণ আনুমানিক- [15-16]

- A. 90° B. 120° C. 150° D. 60°

Ans = Solve

কোণ = $\left| \frac{60H - 11M}{2} \right|$

[এখানে, H=6 এবং M=20]

\therefore কোণ = $\left| \frac{60 \times 6 - 11 \times 20}{2} \right|$

$= \left| \frac{360 - 220}{2} \right| = \frac{140}{2} = 70^\circ$



03. $\sin\theta$ এর মান নয় কোনটি? [15-16]

- A. $\frac{1}{2}$ B. 1 C. -1 D. 2

Ans D Solve $-1 \leq \sin\theta \leq 1 \therefore \sin\theta \neq 2$

04. $\frac{\sin 75^\circ + \sin 15^\circ}{\sin 75^\circ - \sin 15^\circ} = ?$ [15-16]

- A. $\sqrt{3}$ B. $\sqrt{2}$ C. $\frac{1}{\sqrt{2}}$ D. $\frac{1}{\sqrt{3}}$

Ans A Solve $\frac{\sin 75^\circ + \sin 15^\circ}{\sin 75^\circ - \sin 15^\circ} = \frac{2\sin 45^\circ \cos 30^\circ}{2\cos 45^\circ \sin 30^\circ} = \frac{\sqrt{3}}{1} = \sqrt{3}$

বেগম রোকেয়া বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

02. $x^2 = 4ay$ এর ফোকাসের স্থানাঙ্ক কত? [15-16]

- A. (a, 0) B. (0, a)
C. (a, a) D. (0, 0)

Ans B Solve $x^2 = 4ay$ ফোকাসের স্থানাঙ্ক (0, a)

03. বৃত্তীয় এককে 1 রেডিয়ান এর মান কত? [15-16]

- A. π সমকোণ B. 2 সমকোণ C. $\frac{\pi}{2}$ সমকোণ D. $\frac{2}{\pi}$ সমকোণ

Ans D Solve 1 রেডিয়ান = $\frac{2}{\pi}$ সমকোণ

04. নিচের কোন সম্পর্কটি সঠিক? [15-16]

- A. $-1 \leq \sin\theta \leq 1$ B. $\leq \sin\theta \leq 1$
C. $-1 \leq \sin\theta \leq 0$ D. $-1 \leq \sin\theta \leq 3$

Ans A Solve সঠিকটি, $-1 \leq \sin\theta \leq 1$

05. যদি $\tan\theta = 1$ হয়, তবে $\sin\theta = ?$ [15-16]

- A. $\frac{1}{\sqrt{3}}$ B. $\frac{1}{\sqrt{2}}$ C. $\frac{\sqrt{2}}{3}$ D. 1

Ans B Solve $\tan\theta = 1 = \tan 45^\circ \theta = 45^\circ$

$\therefore \sin\theta = \sin 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}$

06. একটি ঘড়িতে যখন 5 টা বাজে তখন ঘন্টা ও মিনিটের কাটার মধ্যবর্তী কোণ কত? [15-16]

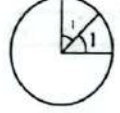
- A. 90° B. 120°
C. 150° D. 180°

Ans C Solve $5 \times 30^\circ = 150^\circ$

07. বৃত্তের কেন্দ্রে কত রেডিয়ান কোণ বৃত্তের ব্যাসের সমান বৃত্তচাপ সৃষ্টি করে? [15-16]

- A. 1 B. 2 C. $\frac{\pi}{3}$ D. $\frac{\pi}{2}$

Ans B Solve 2 রেডিয়ানকোণ



08. যদি $\sqrt{5} \sin\theta = \sqrt{3}$ এবং $\sqrt{5} \cos\theta = 1$ এর মান কত? [15-16]

- A. 60° B. 45°
C. 30° D. 0°

Ans A Solve $\frac{\sqrt{5} \sin\theta}{\sqrt{5} \cos\theta} = \frac{\sqrt{3}}{1}$

$\Rightarrow \tan\theta = \sqrt{3} = \tan 60^\circ \therefore \theta = 60^\circ$

09. কোণ উৎপন্নকারী চাপের দৈর্ঘ্য ঠিক রেখ বৃত্তের ব্যাসার্ধ বৃদ্ধি করলে রেডিয়ান কোণের মান- [13-14]

- A. বাড়বে B. কমবে C. একই থাকবে D. কোনটিই নয়

Ans B Solve $\theta = \frac{s}{r}$ সুতরাং r বৃদ্ধি পেলে θ এর মান কমে।

10. দুইটি কোণ পরস্পর পরিপূরক হলে একটি কোণের Cosecant অপর কোণটির — এর সমান- [13-14]

- A. Cotangent B. Tangent
C. Secant D. Cosine

Ans. C

ভাসানী বিজ্ঞান ও প্রযুক্তি বিশ্ব: ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $\sec\theta = 2$ এবং $\tan\theta = \sqrt{3}$ হলে θ এর মান কত? [15-16]

- A. 30° B. 45° C. 90° D. 60°

Ans D Solve $\tan\theta = \sqrt{3} = \tan 60^\circ \theta = 60^\circ$

02. $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ হলে x এর কোন মানটি সঠিক? [15-16]

- A. 0 B. $\pi/2$
C. π D. যে কোন বাস্তব সংখ্যা

Ans D Solve $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$
x- এর যে কোন বাস্তব মানের জন্য প্রদত্ত সমীকরণ সঠিক।

03. $\cos\theta = \frac{1}{2} \left(x + \frac{1}{x}\right)$ হলে $\cos 2\theta$ এর মান কত? [15-16]

- A. $\left(x + \frac{1}{x}\right)$ B. $2\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)$ C. $\frac{1}{2}\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)$ D. $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2$

Ans C Solve $\cos 2\theta = 2\cos^2\theta - 1$
 $= 2 \cdot \frac{1}{4} \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 1 = \frac{1}{2} \left(x^2 + \frac{1}{x^2} + 2\right) - 1$
 $= \frac{1}{2} \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) + 1 - 1 = \frac{1}{2} \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)$

04. $A + B + C = \pi$ হলে $\tan A + \tan B + \tan C =$ কত? [15-16]

- A. $\sqrt{3}$ B. $\frac{1}{\sqrt{3}}$ C. $3\sqrt{3}$ D. $\frac{1}{3\sqrt{3}}$

Ans C Solve $\tan A + \tan B + \tan C$
 $= \tan 60^\circ + \tan 60^\circ + \tan 60^\circ = \sqrt{3} + \sqrt{3} + \sqrt{3} = 3\sqrt{3}$

05. $\frac{\cot A - \tan A}{\cot A + \tan A}$ এর মান কত? [15-16]

- A. $\tan 2A$ B. $\sin 2A$ C. $\cos 2A$ D. $\cot 2A$

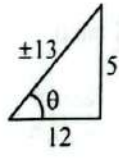
Ans C Solve $\frac{\cot A - \tan A}{\cot A + \tan A} = \frac{\frac{\cos A}{\sin A} - \frac{\sin A}{\cos A}}{\frac{\cos A}{\sin A} + \frac{\sin A}{\cos A}}$
 $= \frac{\cos^2 A - \sin^2 A}{\cos^2 A + \sin^2 A} = \cos 2A$

06. $\tan\theta = \frac{5}{12}$ হলে $\cos\theta$ এর মান কোনটি সঠিক হবে? [15-16]

- A. $\pm \frac{12}{13}$ B. $-\frac{12}{13}$ C. $\frac{12}{13}$ D. $\pm \frac{5}{13}$

Ans A Solve $\tan\theta = \frac{5}{12}$

$\cos\theta = \frac{12}{\pm 13} = \pm \frac{12}{13}$



07. $\sin\theta + \cos\theta = \sqrt{2}$ হলে θ এর মান কত? [15-16]

- A. $\frac{\pi}{3}$ B. অনির্ণেয় C. $\frac{\pi}{4}$ D. 0

Ans C Solve $\cos\frac{\pi}{4} + \sin\frac{\pi}{4} = \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$

08. $\tan(45^\circ + \theta)$ এর সমান নিচের কোনটি? [14-15]

- A. $\frac{1 - \tan\theta}{1 + \tan\theta}$ B. $\frac{1 - \sin\theta}{1 + \cos\theta}$
C. $\frac{1 - \cos\theta}{1 + \sin\theta}$ D. $\frac{1 + \tan\theta}{1 - \tan\theta}$

Ans D Solve $\tan(45^\circ + \theta) = \frac{\tan 45^\circ + \tan\theta}{1 - \tan 45^\circ \tan\theta} = \frac{1 + \tan\theta}{1 - \tan\theta}$

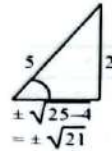
09. $\sin A = \frac{2}{5}$ হলে $\tan A$ এর মান- [14-15]

- A. $\frac{1}{\sqrt{21}}$ B. $\pm \frac{5}{\sqrt{21}}$ C. $\pm \frac{2}{\sqrt{21}}$ D. $\pm \frac{\sqrt{21}}{5}$

Ans C Solve $\sin A = \frac{2}{5}$

$\Rightarrow \tan A = \frac{2}{\pm\sqrt{21}}$

$= \pm \frac{2}{\sqrt{21}}$



10. $\frac{2 \tan 30^\circ}{1 + \tan^2 30^\circ}$ এর মান কত? [14-15]

- A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{1}{\sqrt{2}}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\sqrt{3}$

Ans A Solve Shortcut: $\frac{2 \tan 30^\circ}{1 + \tan^2 30^\circ} = \sin(2 \times 30^\circ) = \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$

যশোর বিজ্ঞান ও প্রযুক্তি বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. n পূর্ণ সংখ্যা হলে $\cos\{(2n + 1)\pi + \frac{\pi}{3}\} = ?$ [15-16]

- A. $\frac{1}{2}$ B. $-1/2$ C. $\pm \frac{1}{2}$
D. $1/\sqrt{2}$ E. $-1/\sqrt{2}$

Ans B Solve $\cos\{(2n + 1)\pi + \frac{\pi}{3}\}$
 $= \cos\left(\pi + \frac{\pi}{3}\right) = -\cos\frac{\pi}{3} = -\frac{1}{2}$

02. যদি $\tan\theta = a/b$ হয়, তবে $\frac{a \sin\theta - b \cos\theta}{a \sin\theta + b \cos\theta}$ এর মান হবে- [C 12-13]

- A. $\frac{a^2 + b^2}{a^2 - b^2}$ B. $\frac{a^2 - b^2}{a^2 + b^2}$ C. $\frac{(a + b)^2}{(a - b)^2}$ D. $\frac{(a - b)^2}{(a + b)^2}$

Ans B Solve $\tan\theta = \frac{a}{b}$

$\Rightarrow \frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{a}{b} \Rightarrow \frac{a \sin\theta}{b \cos\theta} = \frac{a^2}{b^2} \Rightarrow \frac{a \sin\theta - b \cos\theta}{a \sin\theta + b \cos\theta} = \frac{a^2 - b^2}{a^2 + b^2}$

পাবনা বিজ্ঞান ও প্রযুক্তি বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. ΔABC এ $\cos A = \sin B - \cos C$ হলে ত্রিভুজটি হবে- [15-16]

- A. স্থূল কোণী B. সবকোণী
C. সূক্ষ্মকোণী D. কোনটিই নয়

Ans A Solve বি.দ্র.। চাবি 01 নং প্রশ্ন এর ব্যাখ্যা দেখ।

02. $\operatorname{cosec}\theta$ এবং $\sec\theta$ এর সাংখ্যিক মান কমপক্ষে- [15-16]

- A. -1 B. 0
C. 1 D. ∞

Ans A Solve $\operatorname{cosec}\theta$ এবং $\sec\theta$ এর সাক্ষ্যিকমান কমপক্ষে = -1

03. n একটি পূর্ণসংখ্যা হলে $\cos\left\{(2n + 1)\pi + \frac{\pi}{3}\right\}$ এর মান হবে- [15-16]

- A. -1/2 B. 0 C. 1/2 D. 1

Ans A Solve $\cos\left\{(2n + 1)\pi + \frac{\pi}{3}\right\}$
 $= \cos\left(\pi + \frac{\pi}{3}\right) = -\cos\frac{\pi}{3} = -\frac{1}{2}$

04. সন্ধ্যা ৭টায় কাঁটা ও মিনিটের কাঁটার মধ্যে কোণের পরিমাপ হবে- [15-16]

- A. 120° B. 130° C. 210° D. কোনটিই নয়

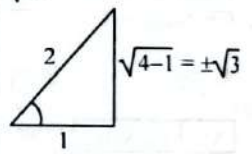
Ans C Solve প্রতি 5 মিনিটের ঘর 30°
ঘন্টার কাঁটা ও মিনিটের কাঁটার ঘর সংখ্যা = 7
 \therefore কোণ = $7 \times 30^\circ = 210^\circ$



05. যদি A কোণের পরিমাপ 270° ও 360° এর মধ্যে সীমাবদ্ধ থাকে এবং $\cos A = 0.5$ হয়, তাহলে $\operatorname{cosec} A$ এর মান কত হবে? [15-16]

- A. $-\sqrt{\frac{3}{2}}$ B. $-\sqrt{\frac{2}{3}}$ C. $-\sqrt{\frac{1}{2}}$ D. $-2\sqrt{3}$

Ans = Solve $\cos A = 0.5 = \frac{1}{2}$
 $\operatorname{cosec} A = \pm \frac{2}{\sqrt{3}}$



\therefore কোণ 270° ও 360° মধ্যে $\sin A$ বা $\operatorname{cosec} A$ (-ve)

$\therefore \operatorname{cosec} A = -\frac{2}{\sqrt{3}}$

Option ভুল আছে, B যদি $-\frac{2}{\sqrt{3}}$ হয় তবে সঠিক।

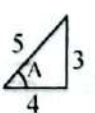
06. যদি $\cos A = \frac{4}{5}$ হয় তবে $\frac{1 + \tan^2 A}{1 - \tan^2 A}$ এর মান কত?

[15-16; IU 15-16; RU 15-16; LS 14-15; TS 15-16]

- A. $-\frac{25}{7}$ B. $\frac{7}{5}$ C. $\frac{25}{7}$ D. $-\frac{7}{5}$

Ans C Solve $\tan A = \frac{3}{4}$

$\therefore \frac{1 + \tan^2 A}{1 - \tan^2 A} = \frac{1 + \frac{9}{16}}{1 - \frac{9}{16}} = \frac{25}{7}$



07. $\sin(3x + 5)$ এর পর্যায়কাল কত হবে? [14-15]

- A. $\frac{2\pi}{3}$ B. π C. 2π D. $\frac{\pi}{2}$

Ans A Solve $\sin(3x + 5)$ এর পর্যায়কাল = $\frac{2\pi}{3}$

শেখেরবাংলা কৃষি বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. এক রেডিয়ান সমান কত সমকোণ? [14-15]

- A. π B. $\frac{2}{\pi}$ C. $\frac{\pi}{2}$ D. 2π

Ans B Solve $\frac{2}{\pi} \times 90^\circ = 57^\circ 17' 44'' =$ এক রেডিয়ান

$\therefore 1$ রেডিয়ান $= \frac{2}{\pi}$ সমকোণ

সিলেট কৃষি বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $\sin(A+B) \sin(A-B)$ এর সমান কোনটি?

- A. $\cos^2 A - \cos^2 B$ B. $\sin^2 A - \cos^2 B$
C. $\sin^2 A - \sin^2 B$ D. $\sin 2A$

Ans C Solve $\sin(A+B) \sin(A-B) = \sin^2 A - \sin^2 B$

বঙ্গবন্ধু শেখ মুজিবুর রহমান বিজ্ঞান ও প্রযুক্তি বিশ্ববিদ্যালয়
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

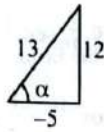
01. $\sin \alpha = \frac{12}{13}$ এবং α দ্বিতীয় কোয়ারডেন্টে থাকলে কোনটি সঠিক? [14-15]

- A. $\cos \alpha = \frac{12}{13}$ B. $\cos \alpha = -\frac{5}{13}$
C. $\cos \alpha = \frac{1}{13}$ D. কোনটিই নয়

Ans B Solve $\sin \alpha = \frac{12}{13}$

$\therefore \alpha$ দ্বিতীয় কোয়ারডেন্টে অবস্থিত

$\therefore \cos \alpha = -\frac{5}{13}$



বাংলাদেশ কৃষি বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. সন্ধ্যা 7 টায় ঘন্টার কাঁটা ও মিনিটের কাঁটার মধ্যে কোণের পরিমাণ কত? [14-15]

- A. 130° B. 210° C. 420°
D. 150° E. কোনটিই নয়

Ans D Solve

নির্ণেয় কোণ $= 180^\circ - 30^\circ = 150^\circ$



হাজী মোহাম্মদ দানেশ পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. নিম্নের কোন ফাংশনটির পর্যায় 2π নয়? [14-15]

- A. $\sin x$ B. $\cos x$
C. $\sec x$ D. $\tan x$

Ans D Solve $\tan x$ এর পর্যায় $\pi, 2\pi$ নয়।

02. $\cos \theta = -\frac{1}{2}, 450^\circ < \theta < 540^\circ$ হলে θ এর মান কত? [14-15]

- A. 300° B. 450°
C. 480° D. 520°

Ans C Solve $\cos \theta = -\frac{1}{2}$

$\Rightarrow \cos \theta = -\cos 60^\circ$

$\Rightarrow \cos \theta = \cos(540 - 60^\circ)$

$\Rightarrow \cos \theta = \cos(480^\circ)$

$\Rightarrow \theta = 480^\circ$ [$\because 450^\circ < \theta < 540^\circ$]

চট্টগ্রাম ভেটেরিনারি বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $\frac{1 - \tan^2 x}{1 + \tan^2 x}$ এর মান কোনটি? [15-16]

- A. $\sin 2x$ B. $\tan 2x$
C. $\tan^2 x$ D. $\cos 2x$

Ans D Solve $\frac{1 - \tan^2 x}{1 + \tan^2 x} = \cos 2x$

02. $\sin 10^\circ \sin 50^\circ \sin 70^\circ$ -এর মান কত? [15-16]

- A. $1/8$ B. 0
C. $1/2$ D. $1/4$

Ans A Solve $\sin 10^\circ \sin 50^\circ \sin 70^\circ$

$= \frac{1}{2} \sin 10^\circ \{ \cos(70^\circ - 50^\circ) - \cos(50^\circ - 70^\circ) \}$

$= \frac{1}{2} \sin 10^\circ (\cos 20^\circ - \cos 120^\circ) = \frac{1}{2} \sin 10^\circ (\cos 20^\circ + \frac{1}{2})$

$= \frac{1}{2} \cos 20^\circ \sin 10^\circ + \frac{1}{4} \sin 10^\circ = \frac{1}{4} \{ \sin 30^\circ - \sin 10^\circ \} + \frac{1}{4} \sin 10^\circ$

$= \frac{1}{4} \sin 30^\circ = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$

বাংলাদেশ টেক্সটাইল বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. যদি $\tan \alpha - \tan \beta = p, \cot \beta - \cot \alpha = q, \alpha - \beta = \theta$ হয়, তবে $\cot \theta$ এর মান কত? [15-16]

- A. $\frac{1}{p} - \frac{1}{q}$ B. $\frac{1}{q} - \frac{1}{p}$
C. $\frac{1}{p} + \frac{1}{q}$ D. $1 - \frac{p}{q}$

Ans C Solve

$\tan \alpha - \tan \beta = p$ (i)

$\cot \beta - \cot \alpha = q$ (ii)

$\Rightarrow \frac{1}{\tan \beta} - \frac{1}{\tan \alpha} = q$

$\Rightarrow \frac{\tan \alpha - \tan \beta}{\tan \alpha \tan \beta} = q$

$\Rightarrow \frac{p}{\tan \alpha \tan \beta} = q$

$\Rightarrow \tan \alpha \tan \beta = \frac{p}{q}$

$\alpha - \beta = \theta$

$\tan \theta = \tan(\alpha - \beta)$

$= \frac{\tan \alpha - \tan \beta}{1 + \tan \alpha \tan \beta}$

$= \frac{p}{1 + \frac{p}{q}} = \frac{pq}{p+q}$

$\cot \theta = \frac{p+q}{pq} = \frac{1}{p} + \frac{1}{q}$

SELF TEST

01. কোন বৃত্তে এর ব্যাসার্ধের সমান দৈর্ঘ্য বিশিষ্ট চাপ কেন্দ্রে যে কোন ধারণ করে তাকে বলে?
 - A. এক ডিগ্রী
 - B. এক সেকেন্ড
 - C. ষাটমূলক
 - D. এক রেডিয়ান
02. ত্রিকোণমিতিতে কোন পরিমাণের জন্য ব্যবহৃত পদ্ধতি?
 - A. ষাটমূলক
 - B. শতমূলক
 - C. বৃত্তীয়
 - D. সবগুলি
03. 15° এর রেডিয়ানে মান কত?
 - A. $\frac{\pi}{3}$
 - B. $\frac{\pi}{12}$
 - C. $\frac{4\pi}{3}$
 - D. $\frac{3\pi}{4}$
04. ভূমি হতে 200m উচ্চতায় কত দৈর্ঘ্যের একটি প্লেন ভূমিতে 10° কোণ উৎপন্ন করবে?
 - A. 35.90m
 - B. 34.90m
 - C. 33.60m
 - D. 34.00m
05. $\sin\theta = \frac{3}{5}$ হলে, $\sec\theta$ এর মান কত?
 - A. $\frac{5}{4}$
 - B. $\frac{5}{3}$
 - C. $\frac{3}{4}$
 - D. $\frac{3}{5}$
06. θ ধনাত্মক ও সূক্ষ্মকোণ হলে, যদি $\cos\theta = \frac{4}{5}$ হয়, তাহলে $\tan\theta$ এর মান হবে?
 - A. $\frac{4}{5}$
 - B. $\frac{4}{3}$
 - C. $\frac{3}{4}$
 - D. $\frac{3}{5}$
07. যদি $3\sec^4\theta + 8 = 10\sec^2\theta$ হয়, তবে $\tan\theta = ?$
 - A. $\pm \frac{\sqrt{3}}{2}$
 - B. $\pm \frac{1}{\sqrt{3}}$
 - C. $\pm \sqrt{3}$
 - D. $\pm \frac{1}{\sqrt{2}}$
08. x এর কোন মানের জন্য $\sin x = \cos x$ হবে-
 - A. 0°
 - B. 45°
 - C. 60°
 - D. 90°
09. নিম্নের কোনটি সত্য?
 - A. $\pi^c = 90^\circ$
 - B. $1\text{rad} = 57\pi 17'44.8''$
 - C. $s = \frac{r}{\theta}$
 - D. $1\text{rad} = 57^\circ$
10. কোন বৃত্তের পরিধির বৃদ্ধির হার বৃত্তের ব্যাসার্ধের-
 - A. 2 গুণ
 - B. $\sqrt{2}$ গুণ
 - C. 2π গুণ
 - D. π গুণ

11. কোণ উৎপন্নকারী চাপের দৈর্ঘ্য ঠিক রেখে বৃত্তের ব্যাসার্ধ হ্রাস করলে রেডিয়ান কোণের মান-
 - A. বাড়বে
 - B. কমবে
 - C. একই থাকবে
 - D. কোনটিই নয়
12. একটি বৃত্তের ব্যাসার্ধ 12 সে.মি. এবং বৃত্তচাপ কেন্দ্রে 60° কোণ উৎপন্ন করে। বৃত্তকলার ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।
 - A. 62.9 বর্গ সে.মি
 - B. 75.36 বর্গ সে.মি
 - C. 50.24 বর্গ সে.মি
 - D. 70.25 বর্গ সে.মি
13. একটি গাড়ি বৃত্তাকার পথে প্রতি 20 সেকেন্ডে একটি বৃত্তচাপ অতিক্রম করে। যদি চাপটি কেন্দ্রে 30° কোণ উৎপন্ন করে এবং বৃত্তের ব্যাস 56 মিটার হয়, তবে গাড়িটির গতিবেগ নির্ণয় কর।
 - A. ঘন্টায় 60 কি.মি
 - B. ঘন্টায় 26.37 কি.মি
 - C. ঘন্টায় 52.75 কি.মি
 - D. ঘন্টায় 2.6375 কি.মি
14. বৃত্তের ব্যাসের অর্ধেক চাপ কেন্দ্রে কত রেডিয়ান কোণ উৎপন্ন করে?
 - A. 1°
 - B. 2°
 - C. π°
 - D. $\frac{\pi}{2}$
15. $\sin A = \frac{12}{13}$ হলে $\tan A$ এর মান কোনটি?
 - A. $\frac{13}{12}$
 - B. $\frac{12}{13}$
 - C. $\frac{5}{12}$
 - D. $\frac{12}{5}$

OMR

01. (A)(B)(C)(D)	05. (A)(B)(C)(D)	09. (A)(B)(C)(D)	13. (A)(B)(C)(D)
02. (A)(B)(C)(D)	06. (A)(B)(C)(D)	10. (A)(B)(C)(D)	14. (A)(B)(C)(D)
03. (A)(B)(C)(D)	07. (A)(B)(C)(D)	11. (A)(B)(C)(D)	15. (A)(B)(C)(D)
04. (A)(B)(C)(D)	08. (A)(B)(C)(D)	12. (A)(B)(C)(D)	

Answer with Hints

01 D: Hints: গুরুত্বপূর্ণ তথ্যাবলি	02 D: Hints: গুরুত্বপূর্ণ তথ্যাবলি
03 B: Hints: Type-01, Prob-01	04 B: Hints: Type-04
05 A: Hints: Type-02, Prob-01	06 C: Hints: Type-02, Prob-02
07 B: Hints: Type-02	08 B: Hints: Type-02
09 B: Hints: গুরুত্বপূর্ণ তথ্যাবলি	10 C: Hints: গুরুত্বপূর্ণ তথ্যাবলি
11 A:	12 B: Hints: Type 04, Prob 01.
13 D: Hints: Type 05, Prob 04	14 A:
15 D: Hints: Type 02	

৭ম অধ্যায়

প্রথম পত্র

সংযুক্ত কোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাত
Trigonometric Ratios of Associated Angles

এক নজরে এ অধ্যায়ের গুরুত্বপূর্ণ তথ্যাবলি

□ বিভিন্ন চতুর্ভুজে ত্রিকোণমিতিক অনুপাতের চিহ্ন:

২য় চতুর্ভুজ Positive → sin, cosec Negative → Others	১ম চতুর্ভুজ All Positive
৩য় চতুর্ভুজ Positive → tan, cot Negative → other	৪র্থ চতুর্ভুজ Positive → cos, sec Negative → others

$$\begin{aligned} \square \sin(-\theta) &= -\sin\theta, & \operatorname{cosec}(-\theta) &= -\operatorname{cosec}\theta \\ \cos(-\theta) &= \cos\theta, & \sec(-\theta) &= \sec\theta \\ \tan(-\theta) &= -\tan\theta, & \cot(-\theta) &= -\cot\theta \end{aligned}$$

□ সংযুক্ত কোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাত নির্ণয়:

কোন কোণকে θ কোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাতে প্রকাশ করতে,

01. যদি 90° এর জোড় গুণিতকের সাথে θ কোণকে যোগ বা বিয়োগ করা হয় (যেমন: $180^\circ \pm \theta$, $360^\circ \pm \theta$), তবে মূল অনুপাতের কোন পরিবর্তন হয় না। তবে অনুপাতের চিহ্ন নির্ণয় করতে হবে চতুর্ভুজ নিয়ম অনুযায়ী এবং θ কে সূক্ষ্মকোণ বিবেচনা করতে হবে।

যেমন:

$$\begin{aligned} \cos(180^\circ - \theta) &= \cos(90^\circ \times 2 - \theta) = -\cos\theta \\ \tan(180^\circ + \theta) &= \tan(90^\circ \times 2 + \theta) = \tan\theta \end{aligned}$$

02. যদি 90° এর বিজোড় গুণিতকের সাথে θ কোণকে যোগ বা বিয়োগ করা হয় (যেমন: $90^\circ \pm \theta$, $270^\circ \pm \theta$) তবে, মূল অনুপাত (নিম্নের ছক অনুযায়ী) তার সহ-অনুপাতে পরিবর্তিত হবে এবং চিহ্ন নির্ধারণ পূর্বের ন্যায় চতুর্ভুজ হিসাবে হবে।

$$\begin{aligned} \text{যেমন: } \sec(270^\circ - \theta) &= \sec(90^\circ \times 3 - \theta) = -\operatorname{cosec}\theta \\ \sin(270^\circ + \theta) &= \sin(90^\circ \times 3 + \theta) = \cos\theta \end{aligned}$$

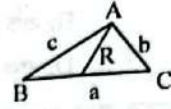
সংযুক্ত কোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাত	θ কোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাত
sin	cos
cos	sin
tan	cot
cot	tan
sec	cosec
cosec	sec

03. যদি সংযুক্ত কোণটি 360° থেকে বৃহত্তর হয় তবে 360° বা 360° এর গুণিতক বাদ দিয়ে কোণটিকে 360° থেকে ক্ষুদ্রতর কোণে পরিণত করে পূর্বের নিয়মে অনুপাতের মান নির্ণয় হবে।

$$\begin{aligned} \text{যেমন: } \tan 945^\circ &= \tan(360^\circ \times 2 + 225^\circ) = \tan 225^\circ \\ &= \tan(180^\circ + 45^\circ) = \tan 45^\circ = 1 \end{aligned}$$

□ কোন কোণকে কোনো পূর্ণসংখ্যা দ্বারা গুণ করলে উক্ত কোণের গুণিতক কোণ পাওয়া যায় এবং কোনো পূর্ণসংখ্যা দ্বারা ভাগ করলে উপ-গুণিতক কোণ পাওয়া যায়।

□ ত্রিভুজের গুণাবলি: যদি কোন ত্রিভুজের তিনটি কোণ A, B ও C হয় এবং সে তিনটির বিপরীত বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে a, b ও c হয় তবে আমরা নিম্নোক্ত সূত্রসমূহ পাই।



01. ত্রিভুজের sine সূত্র: $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$

02. ত্রিভুজের cosine সূত্র: (i) $\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$

(ii) $\cos B = \frac{c^2 + a^2 - b^2}{2ca}$

(iii) $\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$

03. ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল:

(i) $\Delta = \frac{1}{2} ab \sin C = \frac{1}{2} bc \sin A = \frac{1}{2} ca \sin B = \frac{abc}{4R}$

যেখানে, পরিব্যাসার্ধ $R = \frac{abc}{4\Delta}$

(ii) $\Delta = \frac{1}{4} (2a^2b^2 + 2b^2c^2 + 2c^2a^2 - a^4 - b^4 - c^4)^{1/2}$

(iii) ত্রিভুজের অন্তঃব্যাসার্ধ $r = 4R \sin \frac{A}{2} \sin \frac{B}{2} \sin \frac{C}{2} \Rightarrow r = \frac{2\Delta}{a+b+c}$

$\Rightarrow rs = \Delta$

(iv) $\Delta = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

04. অভিক্ষেপ সূত্র:

(i) $a = b \cos C + c \cos B$ (ii) $b = c \cos A + a \cos C$

(iii) $c = a \cos B + b \cos A$

05. ত্রিভুজের পরিসীমা ও এ সংক্রান্ত সূত্র:

কোন ত্রিভুজের পরিসীমাকে $2s$ দ্বারা প্রকাশ করা হয় এবং $2s = a + b + c$

\therefore অর্ধ পরিসীমা $s = \frac{a + b + c}{2}$

(i) $\sin \frac{A}{2} = \sqrt{\frac{(s-b)(s-c)}{bc}}$

(ii) $\sin \frac{B}{2} = \sqrt{\frac{(s-c)(s-a)}{ca}}$

(iii) $\sin \frac{C}{2} = \sqrt{\frac{(s-a)(s-b)}{ab}}$

(iv) $\cos \frac{A}{2} = \sqrt{\frac{s(s-a)}{bc}}$

(v) $\cos \frac{B}{2} = \sqrt{\frac{s(s-b)}{ca}}$

(vi) $\cos \frac{C}{2} = \sqrt{\frac{s(s-c)}{ab}}$

(vii) $\tan \frac{A}{2} = \sqrt{\frac{(s-b)(s-c)}{s(s-a)}}$

(viii) $\tan \frac{B}{2} = \sqrt{\frac{(s-c)(s-a)}{s(s-b)}}$

(ix) $\tan \frac{C}{2} = \sqrt{\frac{(s-a)(s-b)}{s(s-c)}}$

(x) $\cot \frac{A}{2} = \sqrt{\frac{s(s-a)}{\Delta}}$

(xi) $\cot \frac{B}{2} = \sqrt{\frac{s(s-b)}{\Delta}}$

(xii) $\cot \frac{C}{2} = \sqrt{\frac{s(s-c)}{\Delta}}$

(xiii) $\sin A = \frac{2\Delta}{bc}$, $\sin B = \frac{2\Delta}{ca}$, $\sin C = \frac{2\Delta}{ab}$

(xiv) $\sin A + \sin B + \sin C = \frac{s}{R}$

Tangent Rule : Napier's Analogy

(i) $\tan \frac{B-C}{2} = \frac{b-c}{b+c} \cot \frac{A}{2}$
 (ii) $\tan \frac{C-A}{2} = \frac{c-a}{c+a} \cot \frac{B}{2}$
 (iii) $\tan \frac{A-B}{2} = \frac{a-b}{a+b} \cot \frac{C}{2}$

কোন এক tangent কে শুধুমাত্র বাহু ও ত্রিকোণের ক্ষেত্রফলের মাধ্যমে প্রকাশ করা:

(i) $\tan A = \frac{abc}{R} \cdot \frac{1}{b^2+c^2-a^2} = \frac{4\Delta}{b^2+c^2-a^2}$
 (ii) $\tan B = \frac{abc}{R} \cdot \frac{1}{c^2+a^2-b^2} = \frac{4\Delta}{a^2-b^2+c^2}$
 (iii) $\tan C = \frac{abc}{R} \cdot \frac{1}{a^2+b^2-c^2} = \frac{4\Delta}{a^2+b^2-c^2}$

কোন ত্রিকোণ কোন ধরনের তা নির্ণয়ের জন্য উহার সবচেয়ে বড় কোণটি কোন ধরনের তা নির্ণয় করতে হবে। বড় কোণটি সূক্ষ্মকোণ হলে, অন্য কোণগুলি সূক্ষ্মকোণ হবে এবং ত্রিকোণটি অবশ্যই সূক্ষ্মকোণী হবে। আর বড় কোণটি সমকোণ বা হ্রস্বকোণ হলে, ত্রিকোণটিও সমকোণী বা হ্রস্বকোণী হবে।

sin এর ক্ষেত্রে দুই বাহু এবং দুই কোণ দেয়া থাকলে $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$ সূত্র ব্যবহার না করে direct $\sin C = \sin\{180^\circ - (\theta_1 + \theta_2)\}$ সূত্র ব্যবহার করা যায়।
 $\cos A + \cos C = \sin B$ এরূপ সমবানের ক্ষেত্রে cos এর সাথে যা থাকবে তা 90° ।

প্রয়োজনীয় সূত্রসমূহ

- A. sin/cos এর যৌগিক কোণের সূত্র:
 • $\sin(A \pm B) = \sin A \cos B \pm \cos A \sin B$
 • $\cos(A \pm B) = \cos A \cos B \mp \sin A \sin B$
- B. tan/cot এর যৌগিক কোণের সূত্র:
 • $\tan(A \pm B) = \frac{\tan A \pm \tan B}{1 \mp \tan A \tan B}$
 • $\cot(A \pm B) = \frac{\cot A \cot B \mp 1}{\cot B \pm \cot A}$
- C. sin/cos এর গুণকে যোগ ও বিয়োগ আকারে প্রকাশ:
 • $2 \sin A \cos B = \sin(A+B) + \sin(A-B)$
 • $2 \cos A \sin B = \sin(A+B) - \sin(A-B)$
 • $2 \cos A \cos B = \cos(A+B) + \cos(A-B)$
 • $2 \sin A \sin B = \cos(A-B) - \cos(A+B)$
 • $\sin(A+B) \sin(A-B) = \sin^2 A - \sin^2 B = \cos^2 B - \cos^2 A$
 • $\cos(A+B) \cos(A-B) = \cos^2 A - \sin^2 B = \cos^2 B - \sin^2 A$
- D. sin/cos এর যোগ ও বিয়োগকে গুণ আকারে প্রকাশ:
 • $\sin C + \sin D = 2 \sin \frac{C+D}{2} \cos \frac{C-D}{2}$

- $\sin C - \sin D = 2 \cos \frac{C+D}{2} \sin \frac{C-D}{2}$
 • $\cos C + \cos D = 2 \cos \frac{C+D}{2} \cos \frac{C-D}{2}$
 • $\cos D - \cos C = 2 \sin \frac{C+D}{2} \sin \frac{C-D}{2}$
 • $1 - \cos 2A = 2 \sin^2 A$
 • $1 + \cos 2A = 2 \cos^2 A$
 • $\frac{1 - \cos 2A}{1 + \cos 2A} = \tan^2 A$
- E. গণিতক কোণের sin/cos এর সূত্র:
 • $\sin 2A = 2 \sin A \cos A = \frac{2 \tan A}{1 + \tan^2 A}$
 • $\cos 2A = \cos^2 A - \sin^2 A = 1 - 2 \sin^2 A = 2 \cos^2 A - 1 = \frac{1 - \tan^2 A}{1 + \tan^2 A}$
- F. গণিতক কোণের tan/cot এর সূত্র:
 • $\tan 2A = \frac{1 - \cos 2A}{1 + \cos 2A} = \frac{2 \tan A}{1 - \tan^2 A}$
 • $\sin 2A = \frac{2 \tan A}{1 + \tan^2 A}$
 • $\cos 2A = \frac{1 - \tan^2 A}{1 + \tan^2 A}$
- বিশেষ সূত্র:
 • $\sin 3A = 3 \sin A - 4 \sin^3 A$
 • $\cos 3A = 4 \cos^3 A - 3 \cos A$
 • $\tan 3A = \frac{3 \tan A - \tan^3 A}{1 - 3 \tan^2 A}$
 • $\sin A = 2 \sin \frac{A}{2} \cos \frac{A}{2}$
 • $\cos A = \cos^2 \frac{A}{2} - \sin^2 \frac{A}{2}$
 $= 2 \cos^2 \frac{A}{2} - 1 = 1 - 2 \sin^2 \frac{A}{2}$
 • $1 + \cos A = 2 \cos^2 \frac{A}{2}$
 • $1 - \cos A = 2 \sin^2 \frac{A}{2}$
 • $\sin^3 A = \frac{1}{4} (3 \sin A - \sin 3A)$
 • $\cos^3 A = \frac{1}{4} (3 \cos A + \cos 3A)$

ভর্তি পরীক্ষার জন্য মনে রাখতে হবে

* $\cos \frac{\theta}{2} = \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{1 + \cos \theta} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos \theta}{2}}$

* $\sin \frac{\theta}{2} = \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{1 - \cos \theta} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos \theta}{2}}$

* $0^\circ < \theta < 180^\circ$ হলে-

$\cos \frac{\theta}{2} = \sqrt{1 + \sin \theta} + \sqrt{1 - \sin \theta}$

$\sin \frac{\theta}{2} = \sqrt{1 + \sin \theta} - \sqrt{1 - \sin \theta}$

* $45^\circ < \theta < 180^\circ$ হলে-

$\cos \frac{\theta}{2} = \sqrt{1 + \sin \theta} - \sqrt{1 - \sin \theta}$

$\sin \frac{\theta}{2} = \sqrt{1 + \sin \theta} + \sqrt{1 - \sin \theta}$

* $\tan \frac{\theta}{2} = \frac{\sqrt{1 - \cos \theta}}{\sqrt{1 + \cos \theta}} = \frac{\sin \theta}{1 + \cos \theta} = \frac{1 - \cos \theta}{\sin \theta}$

* $\cot \frac{\theta}{2} = \frac{\sqrt{1 + \cos \theta}}{\sqrt{1 - \cos \theta}} = \frac{1 + \cos \theta}{\sin \theta} = \frac{\sin \theta}{1 - \cos \theta}$

* $\tan \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\theta}{2} \right) = \sqrt{\frac{1 - \sin \theta}{1 + \sin \theta}}$

* যেকোনো পূর্ণসংখ্যা n এর জন্য, $\sin \left\{ n\pi + (-1)^n \frac{\pi}{6} \right\} = \frac{1}{2}$

* n শূন্য বা ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা হলে, $\tan \left\{ \frac{n\pi}{2} + (-1)^n \frac{\pi}{4} \right\} = 1$

* যে কোনো পূর্ণসংখ্যা n এর জন্য $\cos \left\{ n\pi + (-1)^n \frac{\pi}{4} \right\} = \pm \frac{1}{\sqrt{2}}$

Calculator Type পূর্বের অধ্যায়ের অনুরূপ

এ অধ্যায়ের গাণিতিক সমস্যাসমূহকে নিম্নোক্ত Type এ অন্তর্ভুক্ত করা যায়

Type-01: নির্দিষ্ট ব্যাধিতে ত্রিকোণমিতিক অনুপাতের মান নির্ণয় সংক্রান্ত

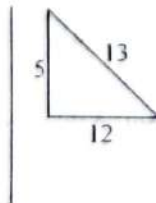
Prob 01 যদি $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$ এবং $\sin \theta = \frac{5}{13}$ হয়, তবে, $\frac{\tan \theta + \sec(-\theta)}{\cot \theta + \operatorname{cosec}(-\theta)}$ এর মান কত?

Sol: দেওয়া আছে, $\sin \theta = \frac{5}{13}$

$$\frac{\tan \theta + \sec(-\theta)}{\cot \theta + \operatorname{cosec}(-\theta)} = \frac{\tan \theta + \sec \theta}{\cot \theta - \operatorname{cosec} \theta}$$

$$= \frac{\frac{5}{12} - \frac{13}{12}}{-\frac{12}{5} - \frac{13}{5}} = \frac{18}{25} \times \frac{5}{12} = \frac{3}{10}$$

[Or By Using Calculator]



Prob 02 $0 < \theta < \pi$ হলে, $\frac{\sin \frac{\theta}{2} - \sqrt{1 + \sin \theta}}{\cos \frac{\theta}{2} - \sqrt{1 + \sin \theta}} =$ কত?

Sol:

$$\frac{\sin \frac{\theta}{2} - \sqrt{\sin^2 \frac{\theta}{2} + \cos^2 \frac{\theta}{2} + 2 \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2}}}{\cos \frac{\theta}{2} - \sqrt{\sin^2 \frac{\theta}{2} + \cos^2 \frac{\theta}{2} + 2 \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2}}}$$

$$= \frac{\sin \frac{\theta}{2} - (\sin \frac{\theta}{2} + \cos \frac{\theta}{2})}{\cos \frac{\theta}{2} - (\sin \frac{\theta}{2} + \cos \frac{\theta}{2})} = \frac{-\cos \frac{\theta}{2}}{-\sin \frac{\theta}{2}} = \cot \frac{\theta}{2} \text{ Ans.}$$

Tec: $\sqrt{1 \pm \sin \theta} = \cos \frac{\theta}{2} \pm \sin \frac{\theta}{2}$ সূত্রাকারে মনে রাখবে।

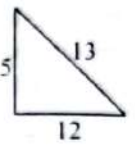
Prob 03 $\sin \theta = \frac{5}{13}$ এবং θ সূক্ষকোণ হলে, $\tan \theta + \sec(-\theta)$ এর মান কত?

Sol: $\sin \theta = \frac{5}{13}$

$\therefore \tan \theta = \frac{5}{12}, \sec \theta = \frac{13}{12}$

এখন, $\tan \theta + \sec(-\theta) = \tan \theta + \sec \theta$

$= \frac{5}{12} + \frac{13}{12} = \frac{18}{12} = \frac{3}{2}$ [or using calculator]



For Practice

01. $\sec \theta = \frac{13}{5}$ এবং θ সূক্ষকোণ হলে, $\frac{13 \sin \theta + 5 \sec(-\theta)}{5 \tan \theta + 6 \operatorname{cosec} \theta}$ এর মান কত?

Ans. $\frac{50}{37}$

02. $\sin \theta = \frac{12}{13}$ এবং θ স্থূলকোণ হলে, $\frac{\tan \theta + \sec(-\theta)}{\cot \theta + \operatorname{cosec}(-\theta)}$ এর মান কত?

Ans. $\frac{10}{3}$

Type-02: শর্ত প্রয়োগে রাশির মান নির্ণয় সংক্রান্ত

Technic: (i) $A + B = n\pi + \frac{\pi}{4}$ হলে $\tan A + \tan B + \tan A \tan B = 1$

(ii) $A - B = \frac{\pi}{4}$ হলে $\tan A - \tan B - \tan A \tan B = 1$

Prob 01 $\tan 125^\circ + \tan 100^\circ + \tan 100^\circ \tan 125^\circ = ?$

Sol: $\tan 125^\circ + \tan 100^\circ + \tan 100^\circ \tan 125^\circ = 1$ Ans.
[By Technique-(ii)]

Prob 02 যদি $\cos \alpha + \sec \alpha = \frac{5}{2}$ হয়, তবে $\cos^n \alpha =$ কত?

Sol: $\cos \alpha + \sec \alpha = \frac{5}{2} \Rightarrow \cos \alpha + \frac{1}{\cos \alpha} = \frac{5}{2}$

$\Rightarrow \frac{\cos^2 \alpha + 1}{\cos \alpha} = \frac{5}{2} \Rightarrow 2 \cos^2 \alpha - 5 \cos \alpha + 2 = 0$

$\Rightarrow (2 \cos \alpha - 1)(\cos \alpha - 2) = 0 \Rightarrow 2 \cos \alpha - 1 = 0, \cos \alpha - 2 = 0$

কিন্তু $\cos \alpha - 2 \neq 0 \therefore \cos \alpha = \frac{1}{2} \therefore \cos^n \alpha = \frac{1}{2^n} = 2^{-n}$ Ans.

Prob 03 যদি $\cos\alpha + \sin\alpha = \sqrt{2} \cos\alpha$ হয়, তবে $\cos\alpha - \sin\alpha$ এর মান কত?

Sol : $\cos\alpha + \sin\alpha = \sqrt{2} \cos\alpha$

$$\Rightarrow \sin\alpha = (\sqrt{2}-1) \cos\alpha \Rightarrow \cos\alpha = \frac{\sin\alpha}{\sqrt{2}-1}$$

$$\Rightarrow \cos\alpha = \frac{(\sqrt{2}+1)\sin\alpha}{2-1} \Rightarrow \cos\alpha = \sqrt{2} \sin\alpha + \sin\alpha$$

$$\Rightarrow \cos\alpha - \sin\alpha = \sqrt{2} \sin\alpha \text{ Ans.}$$

Prob 04 যদি $x = r \sin(\theta+45^\circ)$ এবং $y = r \sin(\theta-45^\circ)$ হয়, তবে x^2+y^2 কত?

Sol : $x^2 + y^2 = r^2 \sin^2(\theta + 45^\circ) + r^2 \sin^2(\theta - 45^\circ)$
 $= r^2 \{\sin^2(90^\circ + \theta - 45^\circ) + \sin^2(\theta - 45^\circ)\}$
 $= r^2 \{\cos^2(\theta - 45^\circ) + \sin^2(\theta - 45^\circ)\}$
 $= r^2 \therefore x^2 + y^2 = r^2 \text{ Ans.}$

Prob 05 যদি $\tan\theta = \frac{y}{x}$ হয়, তবে $x \cos 2\theta + y \sin 2\theta =$ কত?

Sol : $x \cos 2\theta + y \sin 2\theta = x(1 - 2\sin^2\theta) + y \cdot 2\sin\theta \cos\theta$
 $= x - 2x \sin^2\theta + 2\sin\theta \cdot y \cos\theta$
 $= x - 2x \sin^2\theta + 2x \sin^2\theta \quad [\because x \sin\theta = y \cos\theta]$
 $\therefore x \cos 2\theta + y \sin 2\theta = x \text{ Ans.}$

Prob 06 যদি $\cos\theta = \frac{1}{2} \left(x + \frac{1}{x}\right)$ হয়, তবে $\cos 3\theta =$ কত?

Sol : ধরি $x = \cos\theta + i\sin\theta$

$$\frac{1}{x} = \cos\theta - i\sin\theta \Rightarrow \cos\theta = \frac{1}{2} \left(x + \frac{1}{x}\right)$$

আবার $x^3 = (\cos\theta + i\sin\theta)^3$
 $\Rightarrow x^3 = \cos 3\theta + i\sin 3\theta$ [By D' Moivers Theorem]

$$\frac{1}{x^3} = \cos 3\theta - i\sin 3\theta \therefore \cos 3\theta = \frac{1}{2} \left(x^3 + \frac{1}{x^3}\right)$$

বিকল্প: $\cos 3\theta = 4 \cos^3\theta - 3 \cos\theta$

$$= 4 \cdot \frac{1}{8} \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3 \cdot \frac{1}{2} \left(x + \frac{1}{x}\right)$$

$$= \frac{1}{2} \left\{x^3 + \frac{1}{x^3} + 3 \left(x + \frac{1}{x}\right)\right\} - \frac{3}{2} \left(x + \frac{1}{x}\right)$$

$$= \frac{1}{2} \left\{\left(x^3 + \frac{1}{x^3}\right) + 3 \left(x + \frac{1}{x}\right) - 3 \left(x + \frac{1}{x}\right)\right\} = \frac{1}{2} \left(x^3 + \frac{1}{x^3}\right) \text{ Ans.}$$

[বি.দ্র. অপশনে চেক করাটাই ভাল]

Prob 07 $\tan\theta = \frac{1}{2}$ হলে, $10 \sin 2\theta - 6 \tan 2\theta + 5 \cos 2\theta$ এর মান কত?

Sol : $10 \sin 2\theta - 6 \tan 2\theta + 5 \cos 2\theta$

$$= 10 \frac{2 \tan \theta}{1 + \tan^2 \theta} - 6 \frac{2 \tan \theta}{1 - \tan^2 \theta} + 5 \frac{1 - \tan^2 \theta}{1 + \tan^2 \theta}$$

$$= \frac{10 \times 2 \times \frac{1}{2}}{1 + \frac{1}{4}} - \frac{6 \times 2 \times \frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{4}} + 5 \frac{1 - \frac{1}{4}}{1 + \frac{1}{4}} = 8 - 8 + 3 = 3 \text{ Ans.}$$

[Calculator Using. Ex-03]

For Practice

01. $\tan A = x$ হলে, $\frac{1}{2} \sin 2A =$ কত?

Ans. $\frac{x}{1+x^2}$

02. $\cos 675^\circ + \sin(-1395^\circ)$ এর মান কত?

Ans. $\sqrt{2}$

Type-03: ত্রিকোণমিতিক রাশির মান নির্ণয় সংক্রান্ত

Prob 01 $\frac{\sin 75^\circ + \sin 15^\circ}{\sin 75^\circ - \sin 15^\circ} = ?$

Sol : $2 \sin \frac{75^\circ + 15^\circ}{2} \cos \frac{75^\circ - 15^\circ}{2} + 2 \cos \frac{75^\circ + 15^\circ}{2} \sin \frac{75^\circ - 15^\circ}{2}$
 $= \frac{\sin 45^\circ \cos 30^\circ}{\cos 45^\circ \sin 30^\circ} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}} = \sqrt{3} \text{ Ans.}$

Prob 02 $\sin 780^\circ \cos 390^\circ - \sin 330^\circ \cos(-300^\circ) = ?$

Sol : $\sin 780^\circ \cos 390^\circ - \sin 330^\circ \cos(-300^\circ)$
 $= \sin 780^\circ \cos 390^\circ - \sin 330^\circ \cos 300^\circ$ [$\because \cos(-\theta) = \cos\theta$]
 $= \sin(8 \times 90^\circ + 60^\circ) \cos(4 \times 90^\circ + 30^\circ) - \sin(3 \times 90^\circ + 60^\circ) \cos(3 \times 90^\circ + 30^\circ)$
 $= \sin 60^\circ \cos 30^\circ - (-\cos 60^\circ) \sin 30^\circ$ [By Technique]
 $= \sin 60^\circ \cos 30^\circ + \cos 60^\circ \sin 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = 1 \text{ Ans.}$

[Or By Using Calculator. Ex-01]

Prob 03 $\frac{\cos 15^\circ + \sin 15^\circ}{\cos 15^\circ - \sin 15^\circ} =$ কত?

Sol : $\frac{\cos 15^\circ + \sin 15^\circ}{\cos 15^\circ - \sin 15^\circ} = \frac{1 + \tan 15^\circ}{1 - \tan 15^\circ} = \frac{\tan 45^\circ + \tan 15^\circ}{1 - \tan 45^\circ \tan 15^\circ}$
 $= \tan(45^\circ + 15^\circ) = \tan 60^\circ = \sqrt{3}$

[Or By Using Calculator. Ex-01]

Prob 04 $\frac{3 \sin x - \sin 3x}{3 \cos x + \cos 3x} = ?$

Sol : $\frac{3 \sin x - \sin 3x}{3 \cos x + \cos 3x} = \frac{3 \sin x - (3 \sin x - 4 \sin^3 x)}{3 \cos x + (4 \cos^3 x - 3 \cos x)} = \tan^3 x$

Prob 05 $\frac{1}{\sin 10^\circ} - \frac{\sqrt{3}}{\cos 10^\circ} = ?$

Sol : $\frac{\cos 10^\circ - \sqrt{3} \sin 10^\circ}{\sin 10^\circ \cos 10^\circ} = \frac{\frac{1}{2} \cos 10^\circ - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin 10^\circ}{\frac{1}{4} 2 \sin 10^\circ \cos 10^\circ}$

$$= \frac{4(\sin 30^\circ \cos 10^\circ - \cos 30^\circ \sin 10^\circ)}{\sin 20^\circ}$$

$$= \frac{4(\sin 30^\circ \cos 10^\circ - \cos 30^\circ \sin 10^\circ)}{\sin 20^\circ} = \frac{4 \sin(30^\circ - 10^\circ)}{\sin 20^\circ}$$

$$= \frac{4 \sin 20^\circ}{\sin 20^\circ} = 4$$

Or, [By Using Calculator]

For Practice

01. $\frac{\cos 8^\circ + \sin 8^\circ}{\cos 8^\circ - \sin 8^\circ}$ এর মান কত?

Ans. $\tan 53^\circ$

02. $\frac{\cos 25^\circ - \sin 25^\circ}{\cos 25^\circ + \sin 25^\circ}$ এর মান কত?

Ans. $\tan 20^\circ$

Type-04: ত্রিকোণমিতিক অনুপাতের মান নির্ণয় সংক্রান্ত

Technic: MCQ Option এ দুটি করে মান দেওয়া থাকলে $n = 0$ এবং $n = 1$ বসাতে হবে। আর একটি মান দেওয়া থাকলে $n = 0$ বসাতে হবে।

Prob 01 $\sin\{n\pi + (-1)^n \frac{\pi}{4}\}$ এর মান কী?

- A. $\frac{1}{\sqrt{3}}$ B. $\frac{1}{\sqrt{2}}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{3}{2}$

Sol: এখানে, Option গুলোতে একটি করে মান দেয়া আছে। তাই $n = 0$ বসাতে হবে।

$$n = 0 \text{ হলে, প্রদত্ত রাশি} = \sin \frac{\pi}{4} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\text{or, } \sin\{n\pi + (-1)^n \frac{\pi}{4}\} = \sin \frac{\pi}{4} = \frac{1}{\sqrt{2}} \text{ Ans.}$$

Prob 02 $\cot(-1575^\circ)$ এর মান নির্ণয় কর।

Sol: $\cot(-1575^\circ) = -\cot(1575^\circ)$
 $= -\cot(360^\circ \times 4 + 135^\circ) = -\cot(135^\circ)$
 $= -\cot(180^\circ - 45^\circ) = -(-\cot 45^\circ) = 1 \text{ Ans.}$

Prob 03 $\cot\left(\frac{3\pi}{4}\right) = ?$

Sol: $\cot\left(\frac{3\pi}{4}\right) = \cot\left(2 \times \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4}\right) = -\cot \frac{\pi}{4} = -1 \text{ Ans.}$

Prob 04 $\tan\left(\frac{5\pi}{2} - \frac{19\pi}{3}\right) = ?$

Sol: $\tan\left(\frac{5\pi}{2} - \frac{19\pi}{3}\right) = \tan\left(\frac{-23\pi}{6}\right) = -\tan \frac{23\pi}{6}$
 $= -\tan\left(4\pi - \frac{\pi}{6}\right) = -\left(-\tan \frac{\pi}{6}\right) = \tan \frac{\pi}{6} = \frac{1}{\sqrt{3}} \text{ Ans.}$

For Practice

01. $n \in \mathbb{Z}$ হলে, $\cos\{n\pi + (-1)^n \frac{\pi}{4}\}$ এর মান কত? **Ans.** $\pm \frac{1}{\sqrt{2}}$

02. n শূন্য বা ধনাত্মক পূর্ণ সংখ্যা হলে $\tan\left\{\frac{n\pi}{2} + (-1)^n \frac{\pi}{4}\right\}$ এর মান কত? **Ans.** 1

Type-05: ত্রিকোণমিতিক কোণের সমান্তর ধারা নির্ণয় সংক্রান্ত

Technique: ধারার মান = $\frac{\text{শেষ পদ} - \text{প্রথম পদ}}{\text{সাধারণ অন্তর}} + 1$

পদ সংখ্যা জোড় হলে মান = $\frac{\text{পদ সংখ্যা}}{2}$

Note: এখানে পদ হবে কোণের মান।

Prob 01 $\sin^2 10^\circ + \sin^2 20^\circ + \sin^2 30^\circ + \dots + \sin^2 90^\circ$ এর মান কত?

Sol: $(\sin^2 10^\circ + \sin^2 80^\circ) + (\sin^2 20^\circ + \sin^2 70^\circ) + (\sin^2 30^\circ + \sin^2 60^\circ) + (\sin^2 40^\circ + \sin^2 50^\circ) + \sin^2 90^\circ$
 $= [\sin^2 10^\circ + \{\sin^2(90^\circ - 10^\circ)\}] + [\sin^2 20^\circ + \{\sin^2(90^\circ - 20^\circ)\}] + [\sin^2 30^\circ + \{\sin^2(90^\circ - 30^\circ)\}] + [\sin^2 40^\circ + \{\sin^2(90^\circ - 40^\circ)\}] + 1$
 $= (\sin^2 10^\circ + \cos^2 10^\circ) + (\sin^2 20^\circ + \cos^2 20^\circ) + (\sin^2 30^\circ + \cos^2 30^\circ) + (\sin^2 40^\circ + \cos^2 40^\circ) + 1$
 $= 1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 5 \text{ Ans.}$

Shortcut: পদ সংখ্যা = $\frac{90-10}{10} + 1 = 8 + 1 = 9$

$$\text{মান} = \frac{8}{2} + \sin^2 90^\circ = 4 + 1 = 5$$

Prob 02 $\cos^2 10^\circ + \cos^2 20^\circ + \cos^2 30^\circ + \dots + \cos^2 80^\circ = ?$

Sol: পদ সংখ্যা = $\frac{80-10}{10} + 1 = 8$ **মান** = $\frac{\text{পদ সংখ্যা}}{2} = \frac{8}{2} = 4 \text{ Ans.}$

Prob 03 $\sin^2 15^\circ + \sin^2 20^\circ + \sin^2 25^\circ + \dots + \sin^2 75^\circ = ?$

Sol: পদ সংখ্যা = $\frac{75-15}{5} + 1 = 12 + 1 = 13$

প্রথম 12টি পদের জন্য 6 এবং 1টি পদের জন্য

$\sin 0^\circ$ বা $\sin 90^\circ$ না থাকায় $\frac{1}{2}$ থাকে। \therefore **মান** = $6 + \frac{1}{2} = \frac{13}{2} \text{ Ans.}$

Prob 04 $\sin^2 3^\circ + \sin^2 9^\circ + \sin^2 15^\circ + \dots + \sin^2 177^\circ = ?$

Sol: পদ সংখ্যা = $\frac{177-3}{6} + 1 = 30$ \therefore **মান** = 15 **Ans.**

Prob 05 $\sin^2 \frac{\pi}{7} + \sin^2 \frac{5\pi}{14} + \sin^2 \frac{8\pi}{7} + \sin^2 \frac{9\pi}{14}$ এর মান কত?

Sol: $\sin^2 \frac{\pi}{7} + \left\{ \sin^2 \left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{7} \right) \right\}^2 + \sin^2 \frac{8\pi}{7} + \left\{ \sin^2 \left(\frac{\pi}{2} - \frac{8\pi}{7} \right) \right\}^2$
 $= \left(\sin^2 \frac{\pi}{7} + \cos^2 \frac{\pi}{7} \right) + \left(\sin^2 \frac{8\pi}{7} + \cos^2 \frac{8\pi}{7} \right) = 1 + 1 = 2 \text{ Ans.}$

For Practice

01. $\sin^2 10^\circ + \sin^2 20^\circ + \sin^2 30^\circ + \dots + \sin^2 80^\circ = ?$ **Ans.** 4

02. $\cos^2 3^\circ + \cos^2 9^\circ + \cos^2 15^\circ + \dots + \cos^2 177^\circ$ এর মান কত? **Ans.** 15

Type-06: ত্রিকোণমিতিক কোণের সমান্তর ধারা (ব্যতিক্রম)

Prob-01 $\cos^2(A-120^\circ) + \cos^2 A + \cos^2(A+120^\circ) = ?$

Sol: $\cos^2(A-120^\circ) + \cos^2 A + \cos^2(A+120^\circ)$
 $= 1/2\{2\cos^2(A-120^\circ) + 2\cos^2 A + 2\cos^2(A+120^\circ)\}$
 $= 1/2\{1 + \cos 2(A-120^\circ) + 1 + \cos 2A + 1 + \cos 2(A+120^\circ)\}$
 $= 1/2\{3 + \cos 2A + \cos(2A-240^\circ) + \cos(2A+240^\circ)\}$
 $= 1/2(3 + \cos 2A + 2\cos 2A \cos 240^\circ)$
 $= 1/2(3 + \cos 2A - \cos 2A) = \frac{3}{2} \text{ Ans.}$

For Practice

01. $\sin^3 x + \sin^3(120^\circ + x) + \sin^3(240^\circ + x) = ?$ **Ans.** $-\frac{3}{4} \sin 3x$

02. $\sin x \sin(x+30^\circ) + \cos x \sin(x+120^\circ)$ এর মান কত? **Ans.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$

Type-07: সাইন সূত্রের প্রয়োগ

Technic: ত্রিভুজের দুই বাহু ও একটি কোণ অথবা দুইটি কোণ ও একটি বাহু দেওয়া থাকলে সাইন সূত্র ব্যবহার করতে হবে।

Prob 01 $A = 45^\circ$, এবং দুটি বাহু $a = 2, b = 2$ হয় তবে ABC ত্রিভুজের $\angle B = ?$

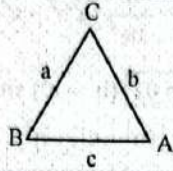
Sol: আমরা জানি, $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B}$
 $\Rightarrow \frac{2}{\sin 45^\circ} = \frac{2}{\sin B} \Rightarrow \frac{2}{1/\sqrt{2}} = \frac{2}{\sin B}$
 $\Rightarrow \sin B = \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \sin 45^\circ \Rightarrow B = 45^\circ$ Ans.

Shortcut:

আমরা জানি, $a = b$ হলে $A = B$

$\therefore a = b = 2$

অর্থাৎ, $A = B = 45^\circ$ Ans.



Prob 02 ABC ত্রিভুজের $a = 3, b = 3\sqrt{3}$ এবং $B = 60^\circ$ হলে, ত্রিভুজটির অপর বাহুটির মান কত?

Sol: $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} \Rightarrow \frac{3}{\sin A} = \frac{3\sqrt{3}}{\sin 60^\circ} = \frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{3}/2} \Rightarrow \frac{3}{\sin A} = 6$
 $\Rightarrow \sin A = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} = \sin \frac{\pi}{6} \Rightarrow A = \frac{\pi}{6} = 30^\circ$
 যেহেতু $A + B + C = 180^\circ$
 $\Rightarrow C = 180^\circ - (60^\circ + 30^\circ) = 90^\circ$
 এখন, $\frac{a}{\sin A} = \frac{c}{\sin C}$
 $\Rightarrow \frac{3}{\sin 30^\circ} = \frac{c}{\sin 90^\circ} \Rightarrow c = 6$ Ans.

For Practice

01. যদি ABC ত্রিভুজে $a = 3, b = 3\sqrt{3}$ এবং $A = 30^\circ$ হয়, তবে B এর মান কত? Ans. 60°

Type-08: কোসাইন সূত্রের প্রয়োগ

Technic: ত্রিভুজের তিনটি বাহু দেওয়া থাকলে সমাধানের জন্য কোসাইন সূত্র ব্যবহার করতে হবে।

Prob 01 $a = 21, b = 9$ এবং $c = 15$ প্রভৃতি ABC ত্রিভুজের তিনটি বাহু হলে, ত্রিভুজটির ধরণ নির্ণয় কর।

Sol: আমাদের বৃহত্তর কোণের মান নির্ণয় করতে হবে। যেহেতু বৃহত্তর বাহু $a = 21$ অতএব, বৃহত্তর কোণ $\angle A$.
 এখন $\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = \frac{81 + 225 - 441}{270} = -\frac{1}{2}$
 $\Rightarrow \cos A = \cos 120^\circ \Rightarrow A = 120^\circ$
 \therefore ত্রিভুজটি স্থলকোণী।

Prob 02 $a = 2, b = 1, c = 6$ প্রভৃতি ABC ত্রিভুজের তিনটি বাহু হলে, A কোণের মান কত?

Sol: $\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = \frac{1 + 36 - 4}{2 \cdot 3 \cdot 6} = \frac{33}{36}$
 $\Rightarrow A = \cos^{-1}\left(\frac{33}{36}\right) = 23.55^\circ$ Ans.

Prob 03 যদি একটি ত্রিভুজের বাহুসমূহ যথাক্রমে m, n এবং $\sqrt{m^2 + mn + n^2} = 0$ হয়, তবে ত্রিভুজটির বৃহত্তম কোণ এর মান কত?

Sol: মনে করি, বৃহত্তম কোণ = A
 যেহেতু বৃহত্তম বাহু = $\sqrt{m^2 + mn + n^2}$
 $\therefore \cos A = \frac{m^2 + n^2 - m^2 - mn - n^2}{2mn} = \frac{-mn}{2mn} = -\frac{1}{2} = \cos 120^\circ$
 $\therefore A = 120^\circ$ Ans.

For Practice

01. একটি ত্রিভুজের বাহুসমূহের পরিমাপ যথাক্রমে 3, 5 ও 7 সে.মি. হলে, ত্রিভুজটি কি ধরনের হবে? Ans. স্থলকোণী

Type-09: ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল সংক্রান্ত

- > ত্রিভুজের তিনটি বাহু দেওয়া থাকলে অর্ধ-পরিমাপ S নির্ণয়ের মাধ্যমে ক্ষেত্রফল নির্ণয় করতে হবে।
- > দুটি বাহু এবং একটি কোণ দেওয়া থাকলে, $\frac{1}{2} ab \sin C$ সূত্র ব্যবহার করতে হবে।

Prob 01 ত্রিভুজের বাহুগুলো $a = 5, b = 7, c = 8$ হলে, ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল কত?

Sol: $2s = a + b + c = 5 + 7 + 8 = 20 \Rightarrow s = 10$
 \therefore ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল = $\sqrt{10(10-5)(10-7)(10-8)}$
 $= \sqrt{10 \times 5 \times 3 \times 2} = \sqrt{300}$ বর্গ একক Ans.

Prob 02 ABC ত্রিভুজের দুটি বাহু 3 ও 4 একক হলে, এবং বাহু দুটির অন্তর্গত কোণ 60° হলে, ক্ষেত্রফল কত?

Sol: $\Delta = \frac{1}{2} \times$ বাহুদ্বয়ের গুণফল \times বাহুদ্বয়ের অন্তর্ভুক্ত কোণের সাইন
 $= \frac{1}{2} \times 3 \times 4 \times \sin 60^\circ = \frac{1}{2} \times 12 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3}$ বর্গ একক Ans.

For Practice

01. কোন ত্রিভুজের বাহুগুলো 13, 14, 15 হলে ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল কত? Ans. 84 sq. unit

Type-10: সাধারণ অভিজ্ঞতার প্রয়োগ

Prob 01 $(a + b + c)(b + c - a) = 3bc$ হলে, $\angle A = ?$ [BUET 10-11]

Sol: $\frac{a + b + c}{2} = s$
 এখন $(a + b + c)(b + c - a) = 3bc$
 $\Rightarrow 2s(a + b + c - a) = 3bc \Rightarrow 2s(2s - a) = 3bc$
 $\Rightarrow \frac{s(s - a)}{bc} = \frac{3}{4} \Rightarrow \cos^2 \frac{A}{2} = \frac{3}{4}$
 $\Rightarrow \cos \frac{A}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \frac{A}{2} = 30^\circ \therefore A = 60^\circ$ Ans.

Prob 02 যদি $a^4 + b^4 + c^4 = 2c^2(a^2 + b^2)$ হয় তবে, $\angle C = ?$

Sol: $a^4 + b^4 + c^4 = 2c^2(a^2 + b^2)$
 $\Rightarrow a^4 + b^4 + c^4 - 2c^2(a^2 + b^2) = 0 \Rightarrow (a^2 + b^2 - c^2)^2 = 2a^2b^2$
 $\Rightarrow \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} = \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \cos C = \pm \frac{1}{\sqrt{2}}$
 $\Rightarrow C = 45^\circ$ ও 135° Ans.

Prob 03 ABC ত্রিভুজে $\sin(B + C) = ?$

Sol : আমরা জানি, $A + B + C = \pi$

$$\Rightarrow B + C = \pi - A$$

$$\therefore \sin(B + C) = \sin(\pi - A) = \sin A \quad \text{Ans.}$$

Prob 04 $\sin A + \sin B + \sin C = ?$

Sol : $\sin A + \sin B + \sin C$

$$= \frac{a}{2R} + \frac{b}{2R} + \frac{c}{2R} = \frac{a+b+c}{2R} = \frac{2s}{2R} = \frac{s}{R} \quad \text{Ans.}$$

For Practice

01. $\frac{1}{a} \sin A + \frac{1}{b} \sin B + \frac{1}{c} \sin C$ -এর মান নির্ণয় কর। Ans. $\frac{6\Delta}{abc}$

02. ΔABC এ $a \sin\left(\frac{A}{2} + B\right)$ এর মান কত? Ans. $(b+c)\sin\frac{A}{2}$

Type-11: অন্তঃব্যাসার্ধ, পরিব্যাসার্ধ নির্ণয় সংক্রান্ত

Prob 01 ΔABC এ যদি $A = 75^\circ$, $B = 45^\circ$ হয়, $c : b = ?$ $b = 5\text{cm}$

হলে ত্রিভুজটির পরিব্যাসার্ধ, c ও a বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

Sol : $C = 180^\circ - (75^\circ + 45^\circ) = 60^\circ$ Ans.

Sine Rule হতে, $\frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$

$$\Rightarrow \frac{c}{b} = \frac{\sin 60^\circ}{\sin 45^\circ} = \frac{\sqrt{3}/2}{1/\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$$

$$\therefore c : b = \sqrt{3} : \sqrt{2} \quad \text{এবং } c = \frac{\sqrt{3} \times 5}{\sqrt{2}} = 6.12 \quad \text{Ans.}$$

আবার, Sine Rule হতে, $\frac{b}{\sin B} = 2R$

$$\Rightarrow R = \frac{5}{2 \sin 45^\circ} = 5/\sqrt{2} \quad \text{Ans.}$$

আবার, $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} \Rightarrow a = \frac{5 \sin 75^\circ}{\sin 45^\circ} = 6.83 \quad \text{Ans.}$

Prob 02 কোন ত্রিভুজের বাহুগুলো 13, 14 এর 15 হলে, ত্রিভুজটির অন্তঃব্যাসার্ধ ও পরিব্যাসার্ধ নির্ণয় কর?

Sol : $s = \frac{13+14+15}{2} = 21$

$$\therefore \Delta = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

$$\Delta = \sqrt{21(21-13)(21-14)(21-15)} = 84 \text{ বর্গ একক।}$$

অন্তঃব্যাসার্ধ, $r = \frac{2\Delta}{a+b+c} = \frac{2 \times 84}{13+14+15} = 4$

or, অন্তঃব্যাসার্ধ, r হলে, $\Delta = rs \Rightarrow r = \frac{84}{21} = 4 \quad \text{Ans.}$

পরিব্যাসার্ধ, $R = \frac{abc}{4\Delta} = \frac{13 \times 14 \times 15}{4 \times 84} = \frac{65}{8} \quad \text{Ans.}$

For Practice

01. কোন ত্রিভুজের বাহুগুলো 3, 5 এবং 7 হলে, ত্রিভুজটির পরিব্যাসার্ধ নির্ণয় কর? Ans. 4.04

Type-12: মান নির্ণয় সংক্রান্ত

Prob 01 $a^2(\sin^2 B - \sin^2 C) + b^2(\sin^2 C - \sin^2 A) + c^2(\sin^2 A - \sin^2 B)$

এর মান কত?

Sol : $a^2(\sin^2 B - \sin^2 C) + b^2(\sin^2 C - \sin^2 A) + c^2(\sin^2 A - \sin^2 B)$

$$= a^2 \left(\frac{b^2}{4R^2} - \frac{c^2}{4R^2} \right) + b^2 \left(\frac{c^2}{4R^2} - \frac{a^2}{4R^2} \right) + c^2 \left(\frac{a^2}{4R^2} - \frac{b^2}{4R^2} \right)$$

$$= \frac{1}{4R^2} (a^2 b^2 - c^2 a^2 + b^2 c^2 - a^2 b^2 + c^2 a^2 - b^2 c^2) = 0 \quad \text{Ans.}$$

Prob 02 $(b^2 - c^2) \sin^2 A + (c^2 - a^2) \sin^2 B + (a^2 - b^2) \sin^2 C = ?$

Sol : $(b^2 - c^2) \sin^2 A + (c^2 - a^2) \sin^2 B + (a^2 - b^2) \sin^2 C$

$$= \frac{1}{4R^2} \{ (b^2 - c^2) a^2 + (c^2 - a^2) b^2 + (a^2 - b^2) c^2 \} = 0 \quad \text{Ans.}$$

For Practice

01. $a^2(\cos^2 B - \cos^2 C) + b^2(\cos^2 C - \cos^2 A) + c^2(\cos^2 A - \cos^2 B)$ এর মান কত? Ans. 0

ঢাকা বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. ABC ত্রিভুজে $a : b : c = 3 : 7 : 5$ হলে $\angle B = [15-16]$

A. 60° B. 30° C. 90° D. 120°

Ans D Solve $a = 2k$

$$b = 7k$$

$$c = 5k$$

$$\cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} = \frac{9k^2 + 25k^2 - 49k^2}{2 \times 3 \times 5k^2} = \frac{34 - 49}{30} = \frac{-15}{30} = -\frac{1}{2}$$

$$\therefore B = 120^\circ$$

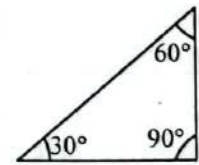
02. ABC একটি সমকোণী ত্রিভুজ হলে- $\cos^2 A + \cos^2 B + \cos^2 C = [15-16]$

A. $\frac{1}{2}$ B. 1 C. 0 D. -1

Ans B Solve

$$\cos^2 90^\circ + \cos^2 30^\circ + \cos^2 60^\circ$$

$$= 0 + \frac{3}{4} + \frac{1}{4} = \frac{4}{4} = 1$$



03. $\sin \alpha - \sin \beta = 2$ এবং $\cos \alpha + \cos \beta = 3$ হলে $\cos(\alpha - \beta)$ এর মান- [14-15]

A. $\frac{8}{13}$ B. $\frac{4}{13}$ C. $\frac{9}{13}$ D. $\frac{5}{13}$

Ans D Solve $\sin \alpha - \sin \beta = 2$ ---- (i)

$$\cos \alpha + \cos \beta = 3$$
 ---- (ii)

$$(i) + (ii) \Rightarrow \frac{\sin \alpha - \sin \beta}{\cos \alpha + \cos \beta} = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{2 \cos \frac{\alpha+\beta}{2} \sin \frac{\alpha-\beta}{2}}{2 \cos \frac{\alpha+\beta}{2} \cos \frac{\alpha-\beta}{2}} = \frac{2}{3} \Rightarrow \tan \frac{\alpha-\beta}{2} = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow \tan^2 \frac{\alpha-\beta}{2} = \frac{4}{9} \Rightarrow \frac{1 - \tan^2 \frac{\alpha-\beta}{2}}{1 + \tan^2 \frac{\alpha-\beta}{2}} = \frac{9-4}{9+4} \Rightarrow \cos(\alpha - \beta) = \frac{5}{13}$$

16. $\cos^2 30^\circ + \cos^2 60^\circ + \dots + \cos^2 180^\circ$ এর মান- [06-07]

- A. 0 B. 2 C. 3 D. 4

Ans C Solve শেষপদ = $a + (n - 1) \times d$

$\Rightarrow 180 = 30 + (n - 1) \times 30 \Rightarrow 6 = 1 + n - 1 \Rightarrow n = 6$

\therefore মান = $\frac{n}{2} = \frac{6}{2} = 3$

[Or By Using Calculator. Ex-01]

17. $\sin 780^\circ \cdot \cos 390^\circ - \sin 330^\circ \cdot \cos(-300^\circ)$ এর মান কত? [02-03, 05-06; JnU 06-07]

- A. -1 B. 0 C. 1 D. $\frac{1}{2}$

Ans C Solve $\sin 780^\circ \cos 390^\circ - \sin 330^\circ \cos 300^\circ$
 $= \sin 60^\circ \cos 30^\circ - (-\cos 60^\circ) \sin 30^\circ$
 $= \sin(60^\circ + 30^\circ) = \sin 90^\circ = 1$

[Or By Using Calculator. Ex-01]

19. $\sin^2 10^\circ + \sin^2 20^\circ + \dots + \sin^2 80^\circ + \sin^2 90^\circ$ এর মান- [04-05]

- A. 5 B. 6 C. 4 D. 3

Ans A Solve এখানে, $\frac{80}{10} = 8 \therefore$ নির্ণেয় মান = $\frac{8}{2} + 1 = 4 + 1 = 5$

[Or By Using Calculator. Ex-01]

20. $\tan 75^\circ - \tan 30^\circ - \tan 75^\circ \cdot \tan 30^\circ$ এর মান- [03-04]

- A. 0 B. 1 C. $\frac{1}{\sqrt{2}}$ D. $\frac{1}{\sqrt{3}}$

Ans B Solve $1 = \tan 45^\circ$

$\Rightarrow 1 = \tan(75^\circ - 30^\circ) \Rightarrow 1 = \frac{\tan 75^\circ - \tan 30^\circ}{1 + \tan 75^\circ \cdot \tan 30^\circ}$

$\Rightarrow 1 + \tan 75^\circ \cdot \tan 30^\circ = \tan 75^\circ - \tan 30^\circ$

$\Rightarrow \tan 75^\circ - \tan 30^\circ - \tan 75^\circ \cdot \tan 30^\circ = 1$

[Or By Using Calculator. Ex-01]

21. নিচের কোনটি $\cos A$ বা $\sin A$ এর বহুপদী রূপে $\cos 3A$ কে প্রকাশ করে? [00-01, 03-04]

- A. $4 \cos^3 A - 3 \cos A$ B. $4 \sin^3 A - 3 \sin A$
 C. $3 \cos A - 4 \cos^3 A$ D. $3 \sin A - 4 \sin^3 A$ **Ans. A**

22. $\cos 420^\circ \cdot \cos 390^\circ + \sin(-300^\circ) \cdot \sin(-330^\circ)$ এর মান কত? [01-02]

- A. -1 B. 0 C. 1 D. $\frac{1}{2}$

Ans C Solve $\cos 420^\circ \cdot \cos 390^\circ + \sin(-300^\circ) \cdot \sin(-330^\circ)$

$= \cos 420^\circ \cdot \cos 390^\circ + \sin 300^\circ \cdot \sin 330^\circ$

$= \cos 60^\circ \cdot \cos 30^\circ + \sin 60^\circ \cdot \sin 30^\circ$

$= \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

অপশনে $\frac{\sqrt{3}}{2}$ না থাকায় কাছাকাছি মানেরটাই উত্তর হবে।

[Or By Using Calculator. Ex-01]

23. নিচের কোনটি $\sin A$ বা $\cos A$ এর বহুপদীরূপে $\sin 3A$ কে প্রকাশ করে? [01-02]

- A. $4 \sin^3 - 3 \sin A$ B. $3 \sin^3 - 4 \sin A$
 C. $3 \sin A - 4 \sin^3 A$ D. $4 \sin^3 A - 3 \cos A$ **Ans. C**

24. $\frac{2 \tan \theta}{1 + \tan^2 \theta} = ?$ [01-02; 90-91]

- A. $\tan 2\theta$ B. $2 \sin \theta \cos \theta$
 C. $2 \cos \frac{\theta}{2}$ D. $\cos 2\theta$ **Ans. B**

25. $\tan 15^\circ$ এর মান কত? [00-01]

- A. $2 + \sqrt{2}$ B. $2 - \sqrt{3}$
 C. $2 + \sqrt{3}$ D. $3 + \sqrt{2}$ **Ans. B**

26. $\operatorname{cosec} x = 2$ এবং $\cot x = -\sqrt{3}$ হলে, কোনটি সত্য? [96-97]

- A. $\sin x = \frac{1}{2}$ B. $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$
 C. $\tan x = \frac{\sqrt{3}}{3}$ D. $\cos x = \frac{-\sqrt{3}}{2}$

Ans D Solve $\operatorname{cosec} x = 2 \therefore \sin x = \frac{1}{2}$ আবার $\cot x = -\sqrt{3}$

$\Rightarrow \frac{\cos x}{\sin x} = -\sqrt{3} \Rightarrow \cos x = -\sqrt{3} \sin x$

$\Rightarrow \cos x = -\sqrt{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{-\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \cos x = \frac{-\sqrt{3}}{2}$

27. যদি $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$ এবং $\sin \theta = \frac{5}{13}$ হয়, তবে $\frac{\tan \theta + \sec(-\theta)}{\cot \theta - \operatorname{cosec}(-\theta)}$ এর মান কত? [94-95]

- A. $\frac{3}{10}$ B. $-\frac{5}{3}$ C. $\frac{3}{5}$ D. $\frac{1}{2}$

Ans A Solve $\sin = \frac{5}{13}$ এবং $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$ অর্থাৎ θ ২য় চতুর্ভাগে

অবস্থিত, সুতরাং $\sin = \frac{5}{13}$ হলে, ত্রিভুজের সাহায্যে পাই, $\tan = -\frac{5}{12}$,

$\cot \theta = -\frac{12}{5}$ | ২য় চতুর্ভাগে \tan, \sec, \cot ঋণাত্মক

$\cot \theta = \frac{12}{5}$ এবং $\operatorname{cosec} \theta = \frac{13}{5}$ [২য় চতুর্ভাগে cosec ঋণাত্মক বলে]

এখন, $\frac{\tan \theta + \sec(-\theta)}{\cot \theta + \operatorname{cosec}(-\theta)} = \frac{\tan \theta + \sec \theta}{\cot \theta - \operatorname{cosec} \theta} = \frac{-\frac{5}{12} - \frac{13}{12}}{-\frac{12}{5} - \frac{13}{5}} = \frac{3}{10}$

[Or By Using Calculator. Ex-03]

28. $\tan \theta = t$ হলে, $\cos 2\theta = ?$ [93-94]

- A. $1 - t^2$ B. $\frac{2t}{1 - t^2}$ C. $\frac{2t}{1 + t^2}$ D. $\frac{1 - t^2}{1 + t^2}$

Ans D Solve $\cos 2\theta = \frac{1 - \tan^2 \theta}{1 + \tan^2 \theta} = \frac{1 - t^2}{1 + t^2}$

জগন্নাথ বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
 [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $\tan(-15^\circ)$ এর মান কত? [10-11]

- A. $\sqrt{2} + 2$ B. $\sqrt{3} - 2$ C. $\sqrt{2} - 3$ D. $\sqrt{5}$

Ans B Solve [By Using Calculator] determine Value

02. কোনটি সঠিক নয়? [09-10]

- A. $\operatorname{cosec}(-\theta) = -\operatorname{cosec} \theta$ B. $\sec(-\theta) = \sec \theta$
 C. $\cos(-\theta) = -\cos(\theta)$ D. $\cot(-\theta) = -\cot(\theta)$

Ans C Solve $\cos(-\theta) = \cos \theta$, $\sec(-\theta) = \sec \theta$

$\sin(-\theta) = -\sin \theta$, $\operatorname{cosec}(-\theta) = -\operatorname{cosec} \theta$

$\tan(-\theta) = -\tan \theta$, $\cot(-\theta) = -\cot \theta$

03. $\ln 5 - 2 \ln 2 + \frac{3}{2} \ln 16$ এর মান- [07-08]

- A. $\ln 80$ B. 12 C. $\ln 10$ D. 0

Ans A Solve $\ln 5 - \ln 2^2 + \ln(16)^{\frac{3}{2}} = \ln\left(\frac{5 \times 4^3}{4}\right) = \ln 80$

04. $\sin(780^\circ)\cos(390^\circ) - \sin(330^\circ)\cos(-300^\circ)$ এর মান- [06-07]

- A. 0 B. -1 C. $\frac{1}{2}$ D. 1

Ans D Solve
 $\sin(720^\circ+60^\circ)\cos(360^\circ+30^\circ) - \sin(360^\circ-30^\circ)\cos(-360^\circ+60^\circ)$
 $= \sin 60^\circ \cos 30^\circ + \sin 30^\circ \cos 60^\circ = \sin(60^\circ+30^\circ) = \sin 90^\circ = 1$
[Calculator Using. Ex-01]

05. $\frac{\cos A}{\sin B \sin C} + \frac{\cos B}{\sin C \sin A} + \frac{\cos C}{\sin A \sin B}$ এর মান কত? [03-04]

- A. 0 B. 2 C. 1 D. None **Ans. A**

জাহাঙ্গীরনগর বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
 [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. ABC ত্রিভুজে $c = 3.8$ সে.মি., $a = 5.2$ সে.মি. এবং কোণ $A = 35^\circ$ হলে B কোণের মান কত হবে?

- A. 120.2° B. 130.2° C. 125.2° D. 135.2°

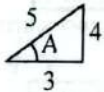
Ans A Solve $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$
 $\Rightarrow \frac{5.2}{\sin 35^\circ} = \frac{b}{\sin B} = \frac{3.8}{\sin C} \Rightarrow \sin C = \frac{3.8 \sin 35^\circ}{5.2}$
 $\Rightarrow C = \sin^{-1}\left(\frac{3.8 \sin 35^\circ}{5.2}\right) = 24^\circ 46'$ $\therefore A + B + C = 180^\circ$
 $\Rightarrow 35^\circ + B + 24^\circ 46' = 180^\circ$
 $\Rightarrow B = 180^\circ - 35^\circ - 24^\circ 46' = 120.2^\circ$

02. যদি $\sin A = \frac{4}{5}$, $\cos B = \frac{12}{13}$ এবং A ও B উভয় কোণই একই চতুর্ভাগে অবস্থিত হয় তবে $\sin 2A$ এর মান কত? [15-16]

- A. $\frac{24}{25}$ B. $\frac{24}{25}$ C. $-\frac{8}{5}$ D. কোনটিই নয়

Ans B Solve $\cos A = \frac{3}{5}$

$\sin 2A = 2 \sin A \cos A$
 $= 2 \times \frac{4}{5} \times \frac{3}{5} = \frac{24}{25}$



03. $\cos(45^\circ - 30^\circ)$ এর প্রকৃত মান কোনটি? [15-16]

- A. $\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$ B. $\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$ C. $\frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{3}$ D. $\frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{4}$

Ans A Solve $\cos(45^\circ - 30^\circ) = \cos 45^\circ \cos 30^\circ + \sin 45^\circ \sin 30^\circ$
 $= \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{3} + 1}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$

04. কোনটি সঠিক? [14-15]

- A. $\cos 2A = \frac{1 - \tan^2 A}{1 + \tan^2 A}$ B. $\cos 2A = \frac{1 - \tan A}{1 + \tan A}$
 C. $\cos 2A = \frac{2 \tan A}{1 + \tan^2 A}$ D. কোনটিই নয়

Ans A Solve $\cos 2A = \frac{1 - \tan^2 A}{1 + \tan^2 A}$ সূত্রানুসারে

05. কোনটি অসম্ভব? [14-15]

- A. $\tan \theta = \frac{1}{7}$ B. $\sec \frac{3\pi}{2}$ C. $\operatorname{cosec} 2\pi$ D. $\sec\left(\pm \frac{3\pi}{2}\right)$

Ans D Solve $\sec\left(\pm \frac{3\pi}{2}\right) = \frac{1}{\cos\left(\pm \frac{3\pi}{2}\right)} = \frac{1}{0} = \infty$ অসম্ভব

06. $\frac{1 - \cos 2\theta + \sin 2\theta}{1 + \cos 2\theta + \sin 2\theta}$ = কত? [14-15]

- A. $\tan 2\theta$ B. $\tan \theta$ C. $\tan \frac{\theta}{2}$ D. $-\tan 2\theta$

Ans B Solve $\frac{1 - \cos 2\theta + \sin 2\theta}{1 + \cos 2\theta + \sin 2\theta}$
 $= \frac{2 \sin^2 \theta + 2 \sin \theta \cos \theta}{2 \cos^2 \theta + 2 \sin \theta \cos \theta} = \frac{2 \sin \theta (\sin \theta + \cos \theta)}{2 \cos \theta (\cos \theta + \sin \theta)} = \tan \theta$

07. n পূর্ণ সংখ্যা হলে $\sin\left\{n\pi + (-1)^n \frac{\pi}{4}\right\}$ এর মান কত? [14-15]

- A. $\frac{1}{2}$ B. 1 C. $\pm \frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{\sqrt{2}}$

Ans D Solve $\sin\left\{n\pi + (-1)^n \frac{\pi}{4}\right\}$

$n = 2$ হলে $\sin\left\{2\pi + \frac{\pi}{4}\right\} = \sin \frac{\pi}{4} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

08. $\frac{\sin \theta}{1 + \cos \theta}$ = কত? [14-15]

- A. $\cot \frac{\theta}{2}$ B. $\cot \theta$ C. $\tan \theta$ D. $\tan \frac{\theta}{2}$

Ans D Solve $\frac{\sin \theta}{1 + \cos \theta} = \frac{2 \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2}}{2 \cos^2 \frac{\theta}{2}} = \tan \frac{\theta}{2}$

09. $\tan 75^\circ$ এর মান কত? [14-15]

- A. $\frac{1 - \sqrt{3}}{1 + \sqrt{3}}$ B. $\frac{\sqrt{3} + 1}{\sqrt{3} - 1}$ C. $\frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{3} + 1}$ D. $\frac{1 + \sqrt{3}}{1 - \sqrt{3}}$

Ans B Solve $\tan 75^\circ = \tan(45^\circ + 30^\circ)$

$= \frac{\tan 45^\circ + \tan 30^\circ}{1 - \tan 45^\circ \tan 30^\circ} = \frac{1 + \frac{1}{\sqrt{3}}}{1 - \frac{1}{\sqrt{3}}} = \frac{\sqrt{3} + 1}{\sqrt{3} - 1}$

10. $\sin^2 \theta (1 + \cot^2 \theta) + \cos^2 \theta (1 + \tan^2 \theta) = ?$ [13-14]

- A. 1 B. 2 C. 0 D. 3

Ans B Solve $\sin^2 \theta (1 + \cot^2 \theta) + \cos^2 \theta (1 + \tan^2 \theta)$
 $= \sin^2 \theta + \cos^2 \theta + \cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1 + 1 = 2$

11. If n is an integer, what is the value of $\sin\left\{n\pi + (-1)^n \frac{\pi}{6}\right\}$? [13-14]

- A. $-\frac{1}{2}$ B. 1 C. $\frac{1}{2}$ D. 0

Ans C Solve $\sin \theta = \sin \alpha$ হলে, $\theta = (n\pi + (-1)^n \alpha) \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{6}$

$\therefore n = 0$ ধরলে, প্রদত্ত রাশি = $\sin \frac{\pi}{6} = 1/2$

12. The measurement of obtuse angle of an obtuse triangle

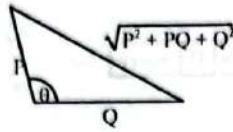
whose sides are p, q and $\sqrt{p^2 + pq + q^2}$ [13-14]

- A. 130° B. 150° C. 120° D. 145°

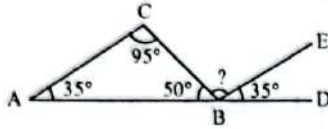
Ans C Solve

$$\cos \theta = \frac{p^2 + q^2 - p^2 - pq - q^2}{2 \cdot pq}$$

$$\Rightarrow \theta = 120^\circ$$



13. যদি $\angle EBD = 35^\circ$ হলে, $\angle CBE = ?$ [H 12-13]



- A. 90° B. 95° C. 185° D. 100°

Ans B Solve

$$\angle CBE = \angle CBD - \angle EBD = (95 + 35) - 35 = 95^\circ$$

14. $(\sin 3\theta \cos \theta - \cos 3\theta \sin \theta) / (\sin \theta \sin 3\theta) = ?$ [H-12-13]

- A. $2 \cos \theta \operatorname{cosec} 3\theta$ B. $\sec 2\theta$
C. $\operatorname{cosec} \theta$ D. $\sec \theta$

Ans A Solve

$$\frac{\sin(3\theta - \theta)}{\sin \theta \sin 3\theta} = \frac{\sin 2\theta}{\sin \theta \sin 3\theta} = \frac{2 \sin \theta \cos \theta}{\sin \theta \sin 3\theta} = \frac{2 \cos \theta}{\sin 3\theta} = 2 \cos \theta \operatorname{cosec} 3\theta$$

[Calculator Using. Ex-07]

15. $3 \sin^2 30^\circ + \cos^2 30^\circ = ?$ [11-12]

- A. 0.5 B. 3/4 C. 0.25 D. 1.5

Ans D Solve

$$3 \sin^2 30^\circ + \cos^2 30^\circ = 3 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = \frac{3}{2} + \frac{3}{2} = 1.5$$

[Or By Using Calculator. Ex-01]

16. $\cos \theta = -1/2$. $450^\circ < \theta < 540^\circ$ হলে, θ এর মান হলো- [11-12]

- A. 460° B. 530° C. 480° D. 470°

Ans C Solve

$$\cos 480^\circ = \cos(5 \times 90^\circ + 30^\circ) = -\sin 30^\circ = -\frac{1}{2} \quad [\text{By Option Test}]$$

[Or By Using Calculator. Ex-02]

17. ত্রিভুজের বাহুত্রয়ের লম্ব সমদ্বিখন্ডকত্রয়ের ছেদবিন্দুকে- [10-11]

- A. পরিকেন্দ্র বলে B. ভরকেন্দ্র বলে
C. অন্তঃকেন্দ্র বলে D. কোনটিই নয়

Ans. A

18. $\cos 63^\circ + \cos 27^\circ = ?$ [10-11]

- A. $\sqrt{2} \cos 18^\circ$ B. $\frac{1}{\sqrt{2}} \cos 18^\circ$ C. $\sqrt{2} \cos 27^\circ$ D. $\frac{1}{\sqrt{2}} \cos 27^\circ$

Ans A Solve [Calculator Using. Ex-01]

19. $\sin 67\frac{1}{2}^\circ = ?$ [10-11]

- A. $\frac{1}{2} \sqrt{2 + \sqrt{2}}$ B. $\sqrt{1 + \sqrt{2}}$ C. $\sqrt{2}$ D. $\sqrt{2 - \sqrt{2}}$

Ans A Solve

$$\sin 67\frac{1}{2}^\circ = \sin(90^\circ - 22\frac{1}{2}^\circ) = \cos 22\frac{1}{2}^\circ$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{2 \cos^2 22\frac{1}{2}^\circ} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{1 + \cos 45^\circ}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{1 + \frac{1}{\sqrt{2}}} = \frac{1}{2} \sqrt{2 + 2 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}} = \frac{1}{2} \sqrt{2 + \sqrt{2}}$$

সূত্র ব্যবহার করে. **Shortcut:** $\cos 22\frac{1}{2}^\circ = \frac{1}{2} \cdot 2 \cos \frac{\pi}{2^2} = \frac{1}{2} \sqrt{2 + \sqrt{2}}$

N.B. $2 \cos \frac{\pi}{2^n} = \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2 + \dots (n-1)}}}$ সংখ্যক

20. $\cos \theta = \frac{4}{5}$ হলে, $\frac{1}{\tan^2 \theta} = ?$ [10-11]

- A. $\frac{7}{2}$ B. $\frac{3}{20}$ C. $\frac{16}{25}$ D. $\frac{2}{5}$

Ans = Solve $\frac{1}{\tan^2 \theta} = \frac{\cos^2 \theta}{\sin^2 \theta} = \frac{\cos^2 \theta}{1 - \cos^2 \theta} = \frac{16}{1 - \frac{16}{25}} = \frac{16}{9}$

[Or By Using Calculator. Ex-02]

21. $(\sin \theta + \cos \theta)^2 + (\sin \theta - \cos \theta)^2 = ?$ [10-11]

- A. 3 B. 5 C. 2 D. 1 **Ans. C**

রাজশাহী বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. ABC ত্রিভুজে যদি $(a + b + c)(b + c - a) = 3bc$ হয়, তবে $\angle BAC = ?$ [15-16]

- A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{\pi}{4}$ C. $\frac{\pi}{3}$ D. $\frac{\pi}{2}$

Ans C Solve

$$(a + b + c)(b + c - a) = 3bc$$

$$\Rightarrow (b + c)^2 - a^2 = 3bc$$

$$\Rightarrow b^2 + c^2 - a^2 = bc = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = \frac{1}{2}$$

$$\cos \angle BAC = \cos 60^\circ \therefore \angle BAC = 60^\circ = \frac{\pi}{3}$$

02. $\sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2}}}}$ এর মান কত? [15-16]

- A. $\cos \frac{2\pi}{32}$ B. $\cos \frac{\pi}{32}$ C. $\cos \frac{\pi}{16}$ D. $\cos \frac{3\pi}{15}$

Ans B Solve

$$\cos \frac{\pi}{32} = \cos \frac{\pi}{2^5} = \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2}}}}$$

03. নেপেরিয়ান লগারিদমের ভিত্তি কত? [15-16]

- A. e B. 10 C. 2 D. কোনটিই নয়

Ans B Solve

নেপেরিয়ান লগারিদমের ভিত্তি 10.

04. কোন ত্রিভুজের মধ্যমাত্রয়ের ছেদ বিন্দু কি অনুপাতে বিভক্ত হয়? [14-15]

- A. 1:3 B. 3:2 C. 2:1 D. 5:2

Ans C Solve



নির্ণয়ে অনুপাত = 2 : 1

05. কোন ত্রিভুজের বাহুগুলি 13, 14, 15 হলে ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল কত? [14-15, 12-13, CU 03-04, KU 11-12, IU 11-12]

- A. 82 B. 83 C. 84 D. 85

Ans C Solve

$$s = \frac{13 + 14 + 15}{2} = 21$$

$$\Delta = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} = \sqrt{21(21-13)(21-14)(21-15)} = 84.$$

06. যদি $A + B + C = \pi$ হয় তবে $\cos^2 A + \cos^2 B + \cos^2 C + 2\cos A \cos B \cos C =$ কত হবে? [14-15]

- A. 0 B. 1 C. 3/2 D. কোনটিই নয়

Ans B Solve $\cos^2 A + \cos^2 B + \cos^2 C + 2\cos A \cos B \cos C$

$$= \frac{1}{2}(2\cos^2 A + \cos^2 B) + \cos^2 C + 2\cos A \cos B \cos C$$

$$= \frac{1}{2}(1 + \cos^2 A + 1 + \cos 2B) + \cos^2 C + 2\cos A \cos B \cos C$$

$$= 1 + \frac{1}{2}(\cos A + \cos 2B) + \cos^2 C + 2\cos A \cos B \cos C$$

$$= 1 + \frac{1}{2} \cdot 2 \cos(A+B) \cos(A-B) + \cos^2 C + 2 \cos A \cos B \cos C$$

$$= 1 - \cos C \cos(A-B) + \cos^2 C + 2 \cos A \cos B \cos C$$

$$= 1 - \cos C \{\cos(A-B) - \cos C\} + 2\cos A \cos B \cos C$$

$$= 1 - \cos C \{\cos(A-B) + \cos(A+B)\} + 2\cos A \cos B \cos C$$

$$= 1 - 2\cos A \cos B \cos C + 2\cos A \cos B \cos C = 1$$

Shortcut: A, B, C এর বিভিন্ন মান বসিয়ে পাই, যেন $A+B+C = 180^\circ$ হয়
 $A = B = C = 60^\circ$,
 $\cos^2 60^\circ + \cos^2 60^\circ + \cos^2 60^\circ + 2\cos 60^\circ \cos 60^\circ \cos 60^\circ$
 $= \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{4} + \frac{1}{4} = 1$

07. $\sin A + \cos A = \sin B + \cos B$ ও $A = \frac{\pi}{9}$ হলে $B = ?$ [14-15]

- A. $\frac{7\pi}{18}$ B. $\frac{7\pi}{9}$ C. $\frac{5\pi}{9}$ D. $\frac{5\pi}{18}$

Ans A Solve $\sin A + \cos A = \sin B + \cos B$

$$\Rightarrow \sin A - \sin B = \cos B - \cos A$$

$$\Rightarrow 2\cos \frac{A+B}{2} \sin \frac{A-B}{2} = 2\sin \frac{A+B}{2} \sin \frac{A-B}{2}$$

$$\Rightarrow 2\cos \frac{A+B}{2} \sin \frac{A-B}{2} - 2\sin \frac{A+B}{2} \sin \frac{A-B}{2} = 0$$

$$\Rightarrow 2\sin \frac{A-B}{2} \left(\cos \frac{A+B}{2} - \sin \frac{A+B}{2} \right) = 0$$

$$\therefore \sin \frac{A-B}{2} \neq 0 \Rightarrow \cos \frac{A+B}{2} - \sin \frac{A+B}{2} = 0$$

$$\Rightarrow \tan \frac{A+B}{2} = 1 \Rightarrow \tan \frac{A+B}{2} = \tan \frac{\pi}{4} \Rightarrow \frac{A+B}{2} = \frac{\pi}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{A+B}{2} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow A+B = \frac{\pi}{2} \Rightarrow B = \frac{\pi}{2} - A = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{9} = \frac{7\pi}{18}$$

Shortcut: $\sin A + \cos A = \sin B + \cos B$ হলে মনে রাখতে হবে,

$$A+B = \frac{\pi}{2} \text{ হবে, } \Rightarrow B = \frac{\pi}{2} - A = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{9} = \frac{7\pi}{18}$$

08. $\frac{\cos 27^\circ - \cos 63^\circ}{\cos 27^\circ + \cos 63^\circ} = ?$ [14-15]

- A. $\cot 18^\circ$ B. $\sin 18^\circ$ C. $\cos 18^\circ$ D. $\tan 18^\circ$

Ans D Solve $\frac{\cos 27^\circ - \cos 63^\circ}{\cos 27^\circ + \cos 63^\circ}$

$$= \frac{\cos 27^\circ - \cos(90^\circ - 27^\circ)}{\cos 27^\circ + \cos(90^\circ - 27^\circ)} = \frac{\cos 27^\circ - \sin 27^\circ}{\cos 27^\circ + \sin 27^\circ}$$

$$= \frac{1 - \tan 27^\circ}{1 + \tan 27^\circ} = \frac{\tan 45^\circ - \tan 27^\circ}{1 + \tan 45^\circ \tan 27^\circ} = \tan(45^\circ - 27^\circ) = \tan 18^\circ$$

09. $\sin A + \cos A = \sin B + \cos B$ এবং $A = \frac{2\pi}{9}$ হলে $B = ?$ [14-15]

- A. $\frac{3\pi}{9}$ B. $\frac{5\pi}{9}$ C. $\frac{7\pi}{18}$ D. $\frac{5\pi}{18}$

Ans D Solve

$\sin A + \cos A = \sin B + \cos B$ হলে $A + B = \frac{\pi}{2}$ হয়। মনে রাখতে হবে।

তাহলে, $B = \frac{\pi}{2} - A = \frac{\pi}{2} - \frac{2\pi}{9} = \frac{5\pi}{18}$

10. $\sin 75^\circ$ এর মান কত? [14-15]

- A. $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$ B. $\frac{\sqrt{3}+1}{2}$ C. $\frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}}$ D. $\frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}}$

Ans D Solve $\sin 75^\circ = \sin(45^\circ + 30^\circ)$

$$= \sin 45^\circ \cos 30^\circ + \cos 45^\circ \sin 30^\circ$$

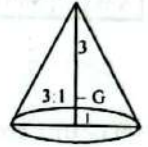
$$= \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}}$$

11. নিম্নের সমকোণী শঙ্কুর ভারকেন্দ্র তার উচ্চতাকে কত অনুপাতে বিভক্ত করে? [14-15]

- A. 2:1 B. 3:1 C. 5:2 D. 7:1

Ans B Solve সমকোণী শঙ্কুর ভারকেন্দ্র

তার উচ্চতাকে 3:1 অনুপাতে বিভক্ত করে।



12. $\frac{\cos 10^\circ - \sin 10^\circ}{\cos 10^\circ + \sin 10^\circ} =$ কত? [13-14]

- A. $\cos 35^\circ$ B. $\sin 35^\circ$ C. $\tan 35^\circ$ D. $\cot 35^\circ$

Ans C Solve $\frac{\cos 10^\circ - \sin 10^\circ}{\cos 10^\circ + \sin 10^\circ} = \frac{1 - \tan 10^\circ}{1 + \tan 10^\circ}$

$$= \frac{\tan \frac{\pi}{4} - \tan 10^\circ}{1 + \tan \frac{\pi}{4} \tan 10^\circ} = \tan\left(\frac{\pi}{4} - 10^\circ\right) = \tan 35^\circ$$

13. n পূর্ণ সংখ্যা হলে, $\cos\left\{(2n+1)\pi + \frac{\pi}{3}\right\} =$ কত? [13-14]

- A. 1/2 B. -1/2 C. $\pm 1/2$ D. $-1/\sqrt{2}$

Ans B Solve $\cos\left\{(2n+1)\pi + \frac{\pi}{3}\right\} = -\cos \frac{\pi}{3} = -\frac{1}{2}$

14. $\frac{\tan \theta}{1 + \tan^2 \theta} = ?$ [F2-12-13]

- A. $\tan 2\theta$ B. $\sin \theta \cos \theta$ C. $2 \cos^2 \frac{\theta}{2}$ D. $\cos 2\theta$

Ans B Solve $\frac{\tan \theta}{1 + \tan^2 \theta} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2 \tan \theta}{1 + \tan^2 \theta} = \frac{1}{2} \sin 2\theta = \sin \theta \cos \theta$

[Calculator Using. Ex-07]

15. যদি n এর মান জোড় হয়, তবে $\cos \theta + \cos(\pi + \theta) + \cos(2\pi + \theta) + \dots + \cos(n\pi + \theta) = ?$ [11-12]

- A. $\cos \theta$ B. 0 C. $n \cos \theta$ D. $\cos n\theta$

Ans A Solve $\cos \theta + \cos(\pi + \theta) = \cos \theta - \cos \theta = 0$

$$\cos(2\pi + \theta) + \cos(3\pi + \theta) = \cos \theta - \cos \theta = 0$$

এখন, n জোড় হওয়ায় n এর আগেটির বিজোড় হবে। বিজোড় পর্যন্ত মান 0 হবে। এখন শুধু বাদ থাকবে, $\cos(n\pi + \theta) = \cos \theta$ (n জোড় হওয়ায়)

16. ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $\Delta = ?$ [10-11]

- A. $\frac{1}{2} ab \sin C$
- B. $\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$
- C. $\frac{abc}{4R}$
- D. সবগুলো [Ans. D]


17. কোন ত্রিভুজের বাহুগুলোর দৈর্ঘ্য 3, 5 এবং 7 হলে, ত্রিভুজটির বৃহত্তম কোণটি কত? [10-11]

- A. 90°
 - B. 120°
 - C. 130°
 - D. কোনটিই নয়
- [Ans. B] Solve $\cos C = \frac{3^2 + 5^2 - 7^2}{2 \cdot 3 \cdot 5} = -0.5$
 $\Rightarrow C = \cos^{-1}(-0.5) = 120^\circ$

18. $\frac{1 + \cos 2\theta}{\sin 2\theta} = ?$ [10-11]

- A. $\cot \theta$
 - B. $\tan \theta$
 - C. $\sec \theta$
 - D. $\operatorname{cosec} \theta$
- [Ans. A] Solve $\frac{1 + \cos 2\theta}{\sin 2\theta} = \frac{2 \cos^2 \theta}{2 \sin \theta \cos \theta} = \frac{\cos \theta}{\sin \theta} = \cot \theta$
 [Or By Using Calculator, Ex-07]

20. $\tan \theta = \frac{3}{4}$ এবং $\sin \theta$ ঋণাত্মক হলে, $\sin(-\theta) + \cos(-\theta)$ কত? [10-11]

- A. $-7/5$
 - B. $7/5$
 - C. $1/5$
 - D. $-1/5$
- [Ans. C] Solve $\sin \theta = -\frac{3}{5}$
 $\therefore \cos \theta = \frac{4}{5}$
- 
- $\sin(-\theta) + \cos(-\theta) = -\sin \theta + \cos \theta = -\left(-\frac{3}{5}\right) + \frac{4}{5} = \frac{3}{5} + \frac{4}{5} = \frac{7}{5}$ Ans.

21. যদি $\tan \theta + \sec \theta = x$ হয়, তবে $\sin \theta$ এর মান কত? [09-10, 10-11]

- A. $\frac{x+1}{x-1}$
 - B. $\frac{x^2-1}{x^2+1}$
 - C. $\frac{x-1}{x+1}$
 - D. $\frac{x^2+1}{x^2-1}$
- [Ans. B] Solve $\tan \theta + \sec \theta = x$
 $\Rightarrow \frac{\sin \theta}{\cos \theta} + \frac{1}{\cos \theta} = x \Rightarrow \frac{1 + \sin \theta}{\cos \theta} = x$
 $\Rightarrow \frac{(1 + \sin \theta)^2}{\cos^2 \theta} = \frac{x^2}{1} \Rightarrow \frac{(1 + \sin \theta)^2}{1 - \sin^2 \theta} = \frac{x^2}{1}$
 $\Rightarrow \frac{1 + \sin \theta}{1 - \sin \theta} = \frac{x^2}{1} \Rightarrow \frac{2 \sin \theta}{2} = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1} \Rightarrow \sin \theta = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$

22. $p \sin \theta = \sqrt{36}$ এবং $\cos \theta = 1$ হলে θ এর মান কত? [09-10]

- A. 45°
 - B. 60°
 - C. 30°
 - D. 0°
- [Ans. D] Solve $\cos \theta = 1 \Rightarrow \cos \theta = \cos 0^\circ \therefore \theta = 0^\circ$
 [Calculator Using, Ex-02]

24. $\tan \theta(1 + \sec 2\theta) =$ এর মান কত? [09-10]

- A. $\cot 2\theta$
 - B. $\sec 2\theta$
 - C. $\tan 2\theta$
 - D. $\sin 2\theta$
- [Ans. C] Solve $\tan \theta(1 + \sec 2\theta) = \tan \theta \left(1 + \frac{1}{\cos 2\theta}\right)$
 $= \tan \theta \left(\frac{2}{1 - \tan^2 \theta}\right) = \frac{2 \tan \theta}{1 - \tan^2 \theta} = \tan 2\theta$
 [Or By Using Calculator, Ex-07]

25. $\cos 2A$ এর জন্য নিচের কোনটি সত্য? [09-10]

- A. $\frac{2 \tan A}{1 + \tan^2 A}$
 - B. $\frac{1 + \tan^2 A}{1 - \tan^2 A}$
 - C. $\frac{1 - \tan^2 A}{1 + \tan^2 A}$
 - D. কোনটিই নয়
- [Ans. C] Solve $\cos 2A = \frac{1 - \tan^2 A}{1 + \tan^2 A}$ [সূত্রানুসারে]

26. θ একটি ঘনাত্মক সূত্রাকোণ হলে সমীকরণ $2 \sin^2 \theta = 3 \cos \theta$ এ θ এর মান কত? [09-10]

- A. 90°
 - B. 120°
 - C. 45°
 - D. 60°
- [Ans. D] Solve $2(1 - \cos^2 \theta) = 3 \cos \theta$
 $\Rightarrow 2 \cos^2 \theta + 3 \cos \theta - 2 = 0 \Rightarrow 2 \cos \theta (\cos \theta + 2) - 1(\cos \theta + 2) = 0$
 $\Rightarrow (2 \cos \theta - 1)(\cos \theta + 2) = 0 \Rightarrow 2 \cos \theta - 1 = 0 \Rightarrow \cos \theta = \frac{1}{2}$
 $\Rightarrow \cos \theta = \cos 60^\circ \Rightarrow \theta = 60^\circ$
 [Shortcut] Option B-এর Check করে খুব সহজে মান আসে।

27. $(b+c)\cos A + (c+a)\cos B + (a+b)\cos C$ এর মান কত? [09-10]

- A. $a-b+c$
 - B. $a-b-c$
 - C. $a+b-c$
 - D. $a+b+c$
- [Ans. D] Solve $(b \cos C + c \cos B) + (a \cos C + c \cos A) + (a \cos B + b \cos A)$
 $= a + b + c$

28. $f(\theta) = \cos \theta - \sin \theta$ হলে θ এর কোন মানের জন্য $f(\theta) = 0$ [08-09]

- A. $\frac{\pi}{2}$
 - B. $\frac{\pi}{4}$
 - C. π
 - D. $\frac{\pi}{6}$
- [Ans. B] Solve $f(\theta) = \cos \theta - \sin \theta$
 $\Rightarrow 0 = \cos \theta - \sin \theta \Rightarrow \sin \theta = \cos \theta \Rightarrow \tan \theta = 1 \therefore \theta = \frac{\pi}{4}$

29. $\operatorname{cosec} 765^\circ$ [08-09]

- A. 1
 - B. $\sqrt{2}$
 - C. $\frac{1}{2}$
 - D. $-\frac{2}{\sqrt{3}}$
- [Ans. B] Solve $\operatorname{cosec} 765^\circ = \operatorname{cosec}(360^\circ \times 2 + 45^\circ) = \operatorname{cosec} 45^\circ = \sqrt{2}$

30. $\tan 90^\circ$ এর মান- [08-09]

- A. 1
 - B. -1
 - C. ∞
 - D. 0
- [Ans. C]

31. $\cos^4 A - \sin^4 A$ এর মান নিম্নের কোনটির সমান হবে? [08-09]

- A. $2 \cos^2 A - 1$
 - B. $2 \sin^2 A - 1$
 - C. $2 \tan^2 A - 1$
 - D. $2 \sec^2 A - 1$
- [Ans. A] Solve $(\cos^2 A)^2 - (\sin^2 A)^2$
 $= (\cos^2 A + \sin^2 A)(\cos^2 A - \sin^2 A) = 1 \times \cos 2A = 2 \cos^2 A - 1$

32. ABC যে কোন ত্রিভুজ হলে, $\frac{1}{a} \sin A + \frac{1}{b} \sin B + \frac{1}{c} \sin C =$ কত? [08-09]

- A. $\frac{6\Delta}{abc}$
 - B. $\frac{4\Delta}{a^2 b^2 c^2}$
 - C. $\frac{2\Delta}{2abc}$
 - D. $\frac{4\Delta}{2ab}$
- [Ans. A] Solve $\frac{1}{a} \frac{2\Delta}{bc} + \frac{1}{b} \frac{2\Delta}{ca} + \frac{1}{c} \frac{2\Delta}{ab} = \frac{6\Delta}{abc}$

33. কোন ত্রিভুজের বাহুগুলোর দৈর্ঘ্য ও বিপরীত কোণের \sin এর অনুপাতের- [08-09]

- A. সমান
 - B. সমানুপাতিক
 - C. গাড়
 - D. ছোট
- [Ans. A]

34. যে কোন ত্রিভুজে ABC এ হবে- [08-09]

- A. $a = b \cos C + c \cos B$
 - B. $a = b \cos B + c \cos C$
 - C. $a = b \cos B + c \cos B$
 - D. $a = b \cos A + c \cos A$
- [Ans. A]

35. যদি $3 \sec^4 \theta + 8 = 10 \sec^2 \theta$ হয়, তবে $\tan \theta$ এর মান কত? [06-07]

- A. $\pm \sqrt{3}/2$
 - B. $\pm 1/\sqrt{3}$
 - C. $\pm \sqrt{3}$
 - D. $\pm 1/\sqrt{2}$
- [Ans. B] Solve $3 \sec^4 \theta - 10 \sec^2 \theta + 8 = 0$
 $\Rightarrow 3 \sec^4 \theta - 6 \sec^2 \theta - 4 \sec^2 \theta + 8 = 0$
 $\Rightarrow (\sec^2 \theta - 2)(3 \sec^2 \theta - 4) = 0 \Rightarrow \sec \theta = \pm \sqrt{2}, \pm \frac{2}{\sqrt{3}}$
 $\therefore \tan^2 \theta = \sec^2 \theta - 1 \Rightarrow \tan \theta = \sqrt{\frac{4}{3} - 1} = \pm \frac{1}{\sqrt{3}}$
 এবং $\pm \sqrt{2}$ এর জন্য $\tan \theta = \sqrt{2 - 1} = \pm 1$

চট্টগ্রাম বিশ্ববিদ্যালয় ত্রি-শরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $[\tan(45^\circ + x)] [\tan(45^\circ - x)] = ?$ [15-16]
A. -1 B. $\tan^2[(45^\circ)^2 - x^2]$ C. $\cot^2[(45^\circ)^2 - x^2]$
D. 0 E. 1

Ans E Solve $\frac{2 \cos(45^\circ + x) \cos(45^\circ - x)}{2 \sin(45^\circ + x) \sin(45^\circ - x)}$
 $= \frac{\cos 90^\circ + \cos 2x}{\cos 2x - \cos 90^\circ} = \frac{0 + \cos 2x}{\cos 2x - 0} = 1$

02. $\frac{1 - \tan^2(45^\circ - A)}{1 + \tan^2(45^\circ - A)}$ = কত? [11-12, 14-15]
A. $\sin 3A$ B. $\sin 2A$ C. $\sin A$
D. $\sin 4A$ E. $\sin 5A$

Ans B Solve $\frac{1 - \tan^2(45^\circ - A)}{1 + \tan^2(45^\circ - A)}$
 $= \cos 2(45^\circ - A) = \cos(90^\circ - 2A) = \sin 2A$

03. $\cos 75^\circ$ এর মান কত? [14-15, 09-10, 11-12, 13]
A. $\frac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}}$ B. $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$ C. $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$
D. $\frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}}$ E. $\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$

Ans D Solve $\cos 75^\circ = \cos(45^\circ + 30^\circ)$
 $= \cos 45^\circ \cos 30^\circ - \sin 45^\circ \sin 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}}$

04. $\cos(x - 45^\circ) = ?$ [14-15]
A. $\frac{1}{\sqrt{2}}(\cos x - \sin x)$ B. $\frac{1}{\sqrt{2}}(\cos x + \sin x)$ C. $\frac{1}{2}(\cos x - \sin x)$
D. $\frac{1}{2}(\cos x + \sin x)$ E. $\frac{\sqrt{3}}{2}(\cos x - \sin x)$

Ans B Solve $\cos(x - 45^\circ)$
 $= \cos x \cos 45^\circ + \sin x \sin 45^\circ$
 $= \cos x \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} + \sin x \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\cos x + \sin x)$

05. $\cos 15^\circ$ এর মান কত? [13-14]
A. $\frac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}}$ B. $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$ C. $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$ D. $\frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}}$ E. $\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$

Ans A Solve $\cos 15^\circ = \cos(45^\circ - 30^\circ)$
 $= \cos 45^\circ \cos 30^\circ + \sin 45^\circ \sin 30^\circ$
 $= \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}}$ [or using calculator]

06. $m = \operatorname{cosec} A - \sin A$ এবং $n = \sec A - \cos A$ হইলে m এবং n এর সাহায্যে $\tan A$ এর মান প্রকাশ কর। [11-12-13]

A. $\left(\frac{n}{m}\right)^{\frac{1}{3}}$ B. $\left(\frac{m}{n}\right)^{\frac{1}{3}}$ C. $\frac{1}{m^3}$ D. $\left(\frac{n}{m}\right)^3$ E. $\left(\frac{m}{n}\right)^{\frac{1}{3}}$

Ans A Solve $m = \operatorname{cosec} A - \sin A$
 $\Rightarrow m = \frac{1}{\sin A} - \sin A \Rightarrow m = \frac{\cos^2 A}{\sin A}$

আবার, $n = \sec A - \cos A \Rightarrow n = \frac{1}{\cos A} - \cos A$
 $\Rightarrow n = \frac{\sin^2 A}{\cos A} \therefore \frac{n}{m} = \frac{\sin^2 A}{\cos A} \times \frac{\sin A}{\cos^2 A}$
 $\Rightarrow \frac{n}{m} = \left(\frac{\sin A}{\cos A}\right)^3 \Rightarrow \tan A = \left(\frac{n}{m}\right)^{\frac{1}{3}}$

- [Calculator Using, Ex-07]
07. $\sin 2\theta = 1$ হলে $\tan \theta$ এর মান হবে- [C-12-13]
A. 1 B. -1 C. $\frac{1}{\sqrt{3}}$ D. $\sqrt{3}$ E. $\frac{\pi}{\sqrt{3}}$

Ans A Solve $\sin 2\theta = 1 \Rightarrow 2\theta = \sin^{-1} 1 = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{4}$
 $\therefore \tan \theta = \tan \frac{\pi}{4} = 1$ [Calculator Using, Ex-02]

08. $\frac{1 + \cos A}{\sin A}$ এর মান কোনটি? [11-12]
A. $\tan \frac{A}{2}$ B. $\cot \frac{A}{2}$ C. $\cos \frac{A}{2}$
D. $\sin \frac{A}{2}$ E. কোনটি নয়

Ans B Solve $\frac{1 + \cos A}{\sin A} = \frac{2 \cos^2 \frac{A}{2}}{2 \sin \frac{A}{2} \cos \frac{A}{2}} = \cot \frac{A}{2}$

- [Calculator Using, Ex-07]
09. $\tan(75^\circ)$ এর মান কত? [10-11]
A. $2 + \sqrt{3}$ B. $\sqrt{3} + i$ C. $\sqrt{3} - i$ D. $\sqrt{3}$ E. 2

Ans A Solve $\tan 75^\circ = \tan(45^\circ + 30^\circ)$
 $= \frac{1 + \tan 30^\circ}{1 - \tan 30^\circ} = \frac{\sqrt{3} + 1}{\sqrt{3} - 1} = \frac{(\sqrt{3} + 1)^2}{3 - 1} = \frac{4 + 2\sqrt{3}}{2} = 2 + \sqrt{3}$

- [or By Using Calculator, Ex-01]
10. x এর কোন মানের জন্য $\sin x = \cos x$ হবে? [09-10]
A. 30° B. 45° C. 60° D. 90° E. 120°

Ans B Solve $\sin 45^\circ = \cos 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}$
 $\therefore x = 45^\circ$ হলে $\sin x = \cos x$ হয়

11. একটি ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $\frac{15\sqrt{3}}{4}$ বর্গ সে.মি. এবং উহার দুই বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 3 সে.মি. এবং 5 সে.মি. উক্ত বাহু দুইটির অন্তর্গত কোণ কত? [G 08-09]
A. 30° B. 60° C. 120° D. 135° E. 40°

Ans B Solve $\Delta = \frac{1}{2} ab \sin \theta$
 $\Rightarrow \frac{15\sqrt{3}}{4} = \frac{1}{2} \times 3 \times 5 \sin \theta \Rightarrow \sin \theta = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \theta = 60^\circ$

12. $\sin \frac{\pi}{12} \cdot \cos \frac{\pi}{12}$ এর সঠিক মান হবে- [06-07]
A. $\frac{\sqrt{3}}{4}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{1}{4}$

Ans D Solve
 $\frac{1}{2} \sin \frac{\pi}{12} \cdot \cos \frac{\pi}{12} = \frac{1}{2} \sin \frac{2\pi}{12} = \frac{1}{2} \sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

13. $\sin(x+y) \cos(x-y) + \cos(x+y) \sin(x-y)$ এর মান কত? [05-06]

- A. $2\sin x$ B. $2\sin y$ C. $-\sin 2y$ D. $\sin 2y$ E. $\sin 2x$

Ans E Solve যদি, $x + y = A$, $x - y = B$

$$\sin(x+y)\cos(x-y) + \cos(x+y)\sin(x-y)$$

$$= \sin A \cos B + \cos A \sin B$$

$$= \sin(A+B) = \sin(x+y+x-y) = \sin 2x$$

14. $\cos 10^\circ \cos 70^\circ \cos 50^\circ$ এর মান হবে- [05-06]

- A. $\frac{1}{16}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{4}$ C. $\frac{1}{8}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{8}$ E. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

Ans D Solve [Or By Using Calculator. Ex-01]

15. $\tan 20^\circ + \tan 25^\circ + \tan 30^\circ$ এর মান কত? [05-06, 04-05]

- A. 1 B. 0 C. $\frac{1}{\sqrt{2}}$
D. -1 E. $\sqrt{2}$

Ans. E

16. $\sin 30 \sin 20 - \cos 30 \cos 20 = ?$ [03-04]

- A. $\sin \theta$ B. $-\cos \theta$ C. $-\cos 50$ D. $-\sin 50$

Ans C Solve $\sin 30 \sin 20 - \cos 30 \cos 20 = \frac{\sqrt{3}}{2}$ [0 = 30° ধরে]

এখন, C অপশনে, $-\cos 50 = -\cos(150^\circ) = -\cos(90^\circ + 60^\circ)$

$$= -(-\sin 60^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Shortcut: $\sin 30 \sin \theta - \cos 30 \cos 20$
 $= -(\cos 30 \cos 20 - \sin 30 \sin 20) = \cos(30 + 20) = -\cos 50$

16. $\frac{1 - \cos 2\theta + \sin 2\theta}{1 + \cos 2\theta + \sin 2\theta} =$ কোনটি? [02-03]

- A. $\sin \theta$ B. $\cos \theta$ C. $\tan \theta$ D. $\cot \theta$

Ans C Solve $\frac{2\sin^2 \theta + 2\sin \theta \cos \theta}{2\cos^2 \theta + 2\sin \theta \cos \theta}$

$$= \frac{2\sin \theta (\sin \theta + \cos \theta)}{2\cos \theta (\cos \theta + \sin \theta)} = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \tan \theta$$

[Calculator Using. Ex-07]

খুলনা বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
 [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. n পূর্ণ সংখ্যা হলে $\sin\{n\pi + (-1)^n \pi/4\}$ এর মান হবে- [14-15]

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{\sqrt{3}}$ C. $\frac{1}{\sqrt{2}}$ D. 1

Ans C Solve

$$\sin\left\{n\pi + (-1)^n \frac{\pi}{4}\right\} = \sin\left\{0\pi + (-1)^0 \frac{\pi}{4}\right\} [n=0]$$

$$= \sin \frac{\pi}{4} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

পূর্বে করা আছে।

02. ত্রিভুজের তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য 3, 5, 6 হলে এর বৃহত্তম কোণ কত? [14-15]

- A. $\cos^{-1}\left(-\frac{1}{30}\right)$ B. $\cos^{-1}\left(-\frac{1}{15}\right)$
C. $\cos^{-1}\left(\frac{1}{15}\right)$ D. $\cos^{-1}\left(\frac{1}{30}\right)$

Ans B Solve বৃহত্তম কোণ A হলে, $A = \cos^{-1} \frac{3^2 + 5^2 - 6^2}{2 \times 3 \times 5}$

$$= \cos^{-1} \frac{9 + 25 - 36}{2 \times 3 \times 5} = \cos^{-1} \left(\frac{-2}{2 \times 3 \times 5}\right) = \cos^{-1}\left(-\frac{1}{15}\right)$$

03. যদি $A + B + C = \pi$, $\tan^{-1} 2 = A$ এবং $\tan^{-1} 3 = B$ হয় তবে $\angle C$ এর মান কত? [13-14]

- A. 30° B. 45° C. 60° D. 90°

Ans B

04. যদি $\sin\left(\frac{\pi}{2} \cos \alpha\right) = \cos\left(\frac{\pi}{2} \sin \alpha\right)$ হয়, তবে α -এর মান হলো- [A 12-13]

- A. $0, \frac{\pi}{4}$ B. $\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}$ C. $\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{4}$ D. $0, \frac{\pi}{2}$ E. $-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}$

Ans D Solve $\sin\left(\frac{\pi}{2} \cos \alpha\right) = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2} \sin \alpha\right)$

$$\Rightarrow \frac{\pi}{2} \cos \alpha = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2} \sin \alpha \Rightarrow \cos \alpha = 1 - \sin \alpha$$

$$\Rightarrow 1 - \sin^2 \alpha = 1 + \sin^2 \alpha - 2\sin \alpha$$

$$\Rightarrow 2\sin^2 \alpha - 2\sin \alpha = 0 \Rightarrow \alpha = 0, \frac{\pi}{2}$$

05. যদি $\tan \alpha - \tan \beta = p$, $\cot \beta - \cot \alpha = q$ ও $\theta = \alpha - \beta$ হয়, তবে $\cot \theta$ -এর মান হলো- [A 12-13; KUET 10-11]

- A. $\frac{1}{p} - \frac{1}{q}$ B. $\frac{1}{q} - \frac{1}{p}$ C. $\frac{1}{p} + \frac{1}{q}$ D. $1 - \frac{p}{q}$ E. $1 + \frac{p}{q}$

Ans C Solve $\tan \alpha - \tan \beta = p$

$$\Rightarrow \frac{\cot \beta - \cot \alpha}{\cot \alpha \cot \beta} = p \Rightarrow \cot \alpha \cot \beta = \frac{q}{p}$$

Now, $\cot \theta = \cot(\alpha - \beta) = \frac{\cot \alpha \cot \beta + 1}{\cot \beta - \cot \alpha} = \frac{\frac{q}{p} + 1}{q - p} = \frac{q + p}{pq} = \frac{1}{p} + \frac{1}{q}$

[Or By Using Calculator. Ex-07]

06. $\tan 20^\circ \tan 40^\circ \tan 80^\circ$ এর মান কত? [11-12]

- A. 0 B. 1 C. $\sqrt{3}$ D. $-\sqrt{3}$

Ans C Solve $\tan 20^\circ \tan 40^\circ \tan 80^\circ = 1.73 = \sqrt{3}$

[Or By Using Calculator. Ex-01]

07. একটি ত্রিভুজের তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 3, 4, 5 একক হলে, ত্রিভুজের অন্তঃব্যাসার্ধ কত? [11-12]

- A. 3.5 B. 2.5 C. 1 D. 2

Ans C Solve $R = \frac{\Delta}{s} = \frac{6}{6} = 1$

যেখানে, $s = 6$; $\Delta = \sqrt{6 \times 3 \times 2 \times 1} = 6$

08. ABC ত্রিভুজের $\angle B = 30^\circ$, $c = \sqrt{3} b$ হলে, $\angle A = ?$ [10-11]

- A. 45° B. 60° C. 90° D. 120°

Ans C Solve $\angle B = 30^\circ$, $c = \sqrt{3} b$

$$\frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$\Rightarrow \frac{b}{\sin 30^\circ} = \frac{\sqrt{3}b}{\sin C} \Rightarrow \frac{2}{1} = \frac{\sqrt{3}}{\sin C} \Rightarrow \sin C = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow C = 60^\circ$$

$$\therefore \angle A = 180^\circ - (60^\circ + 30^\circ) = 90^\circ$$

09. $\tan^2 \theta = 3 \operatorname{cosec}^2 \theta - 1$ হলে, $\tan \theta = ?$ [10-11]

- A. 0.3 B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\pm \sqrt{3}$

Ans D Solve $\tan^2 \theta = 3 \operatorname{cosec}^2 \theta - 1 \Rightarrow \tan^2 \theta = 3 + 3 \cot^2 \theta - 1$

$$\Rightarrow \tan^2 \theta = 2 + \frac{3}{\tan^2 \theta} \Rightarrow (\tan^2 \theta)^2 = 3 + 2 \tan^2 \theta$$

$$\Rightarrow (\tan^2 \theta)^2 - 2 \tan^2 \theta - 3 = 0 \Rightarrow (\tan^2 \theta - 3)(\tan^2 \theta + 1) = 0$$

$$\Rightarrow \tan \theta = \pm \sqrt{3}, \tan \theta = \pm \sqrt{-1} \text{ [গ্রহণযোগ্য নয়]}$$

19. $\sin(270^\circ - \theta)$ এর মান কত? [10-11]

A. $\cos \theta$ B. $\sin \theta$ C. $-\cos \theta$ D. $-\sin \theta$

Ans. C Solve $\sin(270^\circ - \theta) = -\cos \theta$

20. $\tan(45^\circ + \theta) = ?$ [10-12]

A. $\frac{1 - \tan \theta}{1 + \tan \theta}$ B. $\frac{1 - \sin \theta}{1 + \cos \theta}$ C. $\frac{1 - \cos \theta}{1 + \sin \theta}$ D. $\frac{1 + \tan \theta}{1 - \tan \theta}$

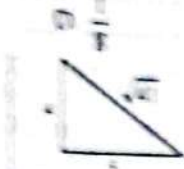
Ans. D Solve $\tan(45^\circ + \theta) = \frac{\tan 45^\circ + \tan \theta}{1 - \tan 45^\circ \cdot \tan \theta}$
 $= \frac{1 + \tan \theta}{1 - \tan \theta}$ [∵ $\tan 45^\circ = 1$]

[Calculator Using, Ex-07]

21. $\sin 2A$ কে $\tan A$ অনুপাতে প্রকাশিত কালে হবে-

A. $\frac{\tan A}{1 + \tan^2 A}$ B. $\frac{\tan A}{1 - \tan^2 A}$
 C. $\frac{2 \tan A}{1 + \tan^2 A}$ D. $\frac{2 \tan A}{1 - \tan^2 A}$

Ans. C



22. $\sin(60^\circ - \theta), \sin(60^\circ + \theta) = ?$ [10-10]

A. $\frac{1}{2} \sin^2 \theta$ B. $\frac{1}{2} \cos^2 \theta$ C. $\frac{1}{2} \sin^2 \theta$ D. $\frac{1}{2} \cos^2 \theta$

Ans. B Solve $\frac{1}{2} \sin 2\theta = \sin(60^\circ - \theta) \sin(60^\circ + \theta)$
 $= \frac{1}{2} \sin 2\theta \cos 2\theta = \frac{1}{2} \sin 2\theta \cos 2\theta = \frac{1}{2} \sin 2\theta \cos 2\theta$
 $= \frac{1}{2} \sin 2\theta \cos 2\theta = \frac{1}{2} \sin 2\theta \cos 2\theta$
 $= \frac{1}{2} \sin 2\theta \cos 2\theta = \frac{1}{2} \sin 2\theta \cos 2\theta$

18. $\sin(270^\circ - \theta)$ এর মান কত? [10-11]

A. $\cos \theta$ B. $\sin \theta$ C. $-\cos \theta$ D. কোনটিই নয়

Ans. C Solve $\sin(270^\circ - \theta) = -\cos \theta$

19. $\tan(45^\circ + \theta) = ?$ [10-12]

A. $\frac{1 - \tan \theta}{1 + \tan \theta}$ B. $\frac{1 - \sin \theta}{1 + \cos \theta}$ C. $\frac{1 - \cos \theta}{1 + \sin \theta}$ D. $\frac{1 + \tan \theta}{1 - \tan \theta}$

Ans. D Solve $\tan(45^\circ + \theta) = \frac{\tan 45^\circ + \tan \theta}{1 - \tan 45^\circ \cdot \tan \theta}$
 $= \frac{1 + \tan \theta}{1 - \tan \theta}$ [∵ $\tan 45^\circ = 1$]

[Calculator Using, Ex-07]

21. $\sin 2A$ কে $\tan A$ অনুপাতে প্রকাশিত কালে হবে-

A. $\frac{\tan A}{1 + \tan^2 A}$ B. $\frac{\tan A}{1 - \tan^2 A}$
 C. $\frac{2 \tan A}{1 + \tan^2 A}$ D. $\frac{2 \tan A}{1 - \tan^2 A}$

Ans. C

শাহজাদালাল বিশ্ববিদ্যালয় জরিপ পরীক্ষার বিপত বছরের প্রশ্নাবলি
 [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

11. ABC ত্রিভুজে AB = 2, BC = 3 এবং CA = 4 হলে A শীর্ষবিন্দু হতে BC এর উপর অঙ্কিত লম্বের দৈর্ঘ্য কত? [14-15]

A. $\frac{3\sqrt{15}}{4}$ B. $\frac{3\sqrt{15}}{8}$
 C. $\frac{7\sqrt{15}}{8}$ D. $\frac{\sqrt{15}}{2}$ E. $\frac{5\sqrt{3}}{4}$

Ans. D Solve $s = \frac{2+3+4}{2} = \frac{9}{2}$
 $\therefore \Delta = \sqrt{\frac{9}{2}(\frac{9}{2}-2)(\frac{9}{2}-3)(\frac{9}{2}-4)} = \frac{3\sqrt{15}}{4}$
 লম্বের দৈর্ঘ্য = $2 \times \frac{3\sqrt{15}}{4} = \frac{\sqrt{15}}{2}$

12. $\sin \theta = \frac{3}{4}$ হলে $\tan \theta + \cos \theta$ এর মান কত? [14-15]

A. $\frac{19}{4\sqrt{7}}$ B. $\frac{4}{3}$ C. $\frac{\sqrt{7}}{4}$ D. $\frac{3}{4\sqrt{7}}$ E. $\frac{4}{3\sqrt{7}}$

Ans. A Solve $\tan \theta = \frac{3}{\sqrt{7}}$
 $\therefore \tan \theta + \cos \theta = \frac{3}{\sqrt{7}} + \frac{\sqrt{7}}{4}$
 $= \frac{12+7}{4\sqrt{7}} = \frac{19}{4\sqrt{7}}$

13. একটি ত্রিভুজের দুইটি বাহু 6 এবং 8 একক, এবং তাদের অন্তর্ভুক্ত কোণ 60° হলে ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক? [14-15]

A. 48 B. 24 C. $12\sqrt{3}$
 D. $48\sqrt{3}$ E. $80\sqrt{3}$

Ans. C Solve $\Delta = \frac{1}{2} \times 6 \times 8 \sin 60^\circ = 3 \times 8 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 12\sqrt{3}$

[Calculator Using, Ex-01]

2. $\cos 67.5^\circ$ এর মান কত? [10-16]

A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{\sqrt{3}}$ C. $\frac{1}{\sqrt{2}}$ D. $\frac{1}{3}$

Ans. C Solve $\cos 67.5^\circ = \cos(7 \times 90^\circ + 45^\circ) = \sin 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}$

[Calculator Using, Ex-01]

3. $\sin 2A$ কে $\tan A$ অনুপাতে প্রকাশ কালে কোনটি হবে? [10-15]

A. $\frac{1 + \tan^2 A}{1 - \tan^2 A}$ B. $\frac{1 - \tan^2 A}{1 + \tan^2 A}$
 C. $\frac{\tan^2 A - 1}{\tan^2 A + 1}$ D. $\frac{\tan^2 A + 1}{\cos^2 A - 1}$

Ans. B

05. $\sin\left(2\sin^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)\right) = ?$ [13-14]

- A. 1 B. 2 C. $\sqrt{3}$ D. $\frac{\sqrt{5}}{2}$ E. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

Ans E Solve $\sin(2\sin^{-1}(1/2)) = \sin(2 \times 30) = \sin 60 = \frac{\sqrt{3}}{2}$

06. ABC ত্রিভুজে $\angle B = 55^\circ$, $\angle C = 80^\circ$, $a = 20\sqrt{2}$ cm হলে, ত্রিভুজটির পরিধিবদ্ধ বৃত্তের ব্যাসার্ধ কত cm হবে? [A 12-13]

- A. 10 B. $10\sqrt{2}$ C. 20
D. $20\sqrt{2}$ E. $15\sqrt{2}$

Ans C Solve $\angle A = 180^\circ - (\angle B + \angle C) = 180^\circ - (55^\circ + 80^\circ) = 45^\circ$

$\frac{a}{\sin A} = 2R \Rightarrow \frac{10\sqrt{2}}{\sin 45^\circ} = 2R \Rightarrow R = 20$ cm

07. যদি $\sin \theta + \frac{1}{2} \sin 2\theta = m \cos \theta$ এবং $\sin \theta - \frac{1}{2} \sin 2\theta = n \cos \theta$

হলে, $m^2 - n^2 = ?$ [10-11]

- A. $4mn$ B. $4\sqrt{mn}$ C. $1/(mn)$ D. $1/\sqrt{mn}$

Ans B Solve $\sin \theta + \frac{1}{2} \sin 2\theta = m \cos \theta$

$\therefore \tan \theta + \sin \theta = m$ $\therefore \tan \theta - \sin \theta = n$
 $m + n = 2 \tan \theta$, $m - n = 2 \sin \theta$, $mn = \tan^2 \theta - \sin^2 \theta$
 এবং, $m^2 - n^2 = (m+n)(m-n) = 4 \tan \theta \sin \theta$
 $= 4 \sqrt{\tan^2 \theta (1 - \cos^2 \theta)} = 4 \sqrt{\tan^2 \theta - \sin^2 \theta} = 4 \sqrt{mn}$

[Calculator Using, Ex-07]

08. $A - B = \pi/4$ হলে $(1 + \tan A)(1 - \tan B) = ?$ [10-11]

- A. 2 B. -2 C. $\sqrt{2}$ D. $-\sqrt{2}$

Ans A Solve $\tan(A - B) = \tan \frac{\pi}{4}$

$\Rightarrow \frac{\tan A - \tan B}{1 + \tan A \tan B} = 1$
 $\Rightarrow \tan A - 1 - \tan B - \tan A \tan B = 0$
 $\Rightarrow (\tan A + 1) - \tan B(1 + \tan A) = 0$
 $\therefore (1 + \tan A)(1 - \tan B) = 2$

বিকল্প পদ্ধতি: $A = 60^\circ$, $B = 15^\circ$ ধরে বাস্তবিক মূল নির্ণয় করে পাই,
 $(1 + \tan 60^\circ)(1 - \tan 15^\circ) = 2$

09. n বাহুবিশিষ্ট কোন সুষম বহুভুজের যে কোন বাহুই কোণের মূল n° হলে, n এর মূল কত? [09-10]

- A. 4 B. 5 C. 6 D. 8

Ans B Solve আমরা জানি, বাহুই কোণের ক্ষেত্রে $(n - 2) \times 180^\circ$

$\Rightarrow 72n = 360$ $n =$ বহুভুজের
 $\therefore n = 5$ $n =$ কোণের পরিমাপ

10. $\tan \theta = \frac{3}{4}$ হলে নিচের কোনটি সঠিক? [07-08]

- A. $\sin \theta = 3/5$ এবং $\cos \theta = 4/5$ B. $\sin \theta = 3/5$ এবং $\cos \theta = -4/5$
 C. $\sin \theta = -3/5$ এবং $\cos \theta = -4/5$ D. কোনটিই নয়

Ans A Solve $\tan \theta = \frac{3}{4}$  $\therefore \sin \theta = \frac{3}{5}$, $\cos \theta = \frac{4}{5}$

[Calculator Using, Ex-02]

11. $\sin 2\theta - \cos 2\theta$ এর সর্বনিম্ন মান কত হতে পারে? [07-08]

- A. -1 B. 0 C. -2 D. $-\sqrt{2}$

Ans D Solve $\sqrt{2}(\cos 45^\circ \sin 2\theta - \sin 45^\circ \cos 2\theta)$
 $= \sqrt{2} \sin(2\theta - 45^\circ) = \sqrt{2}(-1) = -\sqrt{2}$
 যেহেতু $\sin(2\theta - 45^\circ)$ এর সর্বনিম্ন মান $= (-1)$

12. $\tan \theta = 4$ হলে, $\frac{5 \sin \theta - 3 \cos \theta}{\sin \theta + 2 \cos \theta} =$ কত? [04-05]

- A. $\frac{17}{6}$ B. $\frac{14}{5}$ C. $\frac{1}{14}$ D. $\frac{3}{14}$


Ans A Solve দেওয়া আছে, $\tan \theta = 4$

প্রদত্ত বসি $= \frac{5 \sin \theta - 3 \cos \theta}{\sin \theta + 2 \cos \theta} = \frac{5 \tan \theta - 3}{\tan \theta + 2} = \frac{20 - 3}{4 + 2} = \frac{17}{6}$

[Or By Using Calculator]

13. $\sin \alpha = \frac{12}{13}$ এবং α দ্বিতীয় কোয়ান্টেন্টে থাকলে কোনটি সঠিক? [10-11]

- A. $\cos \alpha = \frac{5}{13}$ B. $\cos \alpha = \frac{-5}{13}$
 C. $\cos \alpha = \frac{1}{13}$ D. None

Ans B Solve $\cos \alpha = -\frac{5}{13}$ [যেহেতু  দ্বিতীয় কোয়ান্টেন্টে সেহেতু \cos ঋণাত্মক]

ইসলামী বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
 [শুধু টেকনিক ও কম্পিউটারের সাহায্যে সমাধান]

01. ABC ত্রিভুজে $\angle A = 60^\circ$ এবং $\angle B = 75^\circ$ এবং c বাহুর দৈর্ঘ্য $\sqrt{6}$ cm হি, হলে, a বাহুর দৈর্ঘ্য কত? [15-16]

- A. 12 B. 6 C. 3 D. 9

Ans C Solve $C = 180^\circ - (60^\circ + 75^\circ) = 45^\circ$

$\frac{a}{\sin 60^\circ} = \frac{c}{\sin 45^\circ} = \frac{\sqrt{6}}{\sin 45^\circ}$
 $\Rightarrow a = \frac{\sqrt{6} \sin 60^\circ}{\sin 45^\circ} = \frac{\sqrt{6} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{\sqrt{2}}} = 3$

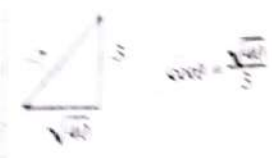
02. θ কোণের মূল 270° এবং 180° -এর মধ্যবর্তী এবং $\cos \theta = -\frac{3}{5}$ হলে, $\cos 2\theta$ এর মূল- [13-14]

- A. $-\sqrt{40}/3$ B. $\sqrt{20}/3$ C. $-\sqrt{20}/3$ D. $\sqrt{40}/3$

Ans D Solve $\cos \theta = -\frac{3}{5} \therefore \sin \theta = \frac{4}{5} \Rightarrow \sin^2 \theta = \frac{16}{25}$

$\therefore \cos 2\theta = 1 - \sin^2 \theta = \frac{9}{25}$
 $\therefore \cos \theta = \pm \sqrt{\frac{9}{25}} = \pm \frac{3}{5}$
 [যেহেতু $180^\circ < \theta < 270^\circ$]

$\therefore \cos 2\theta = \frac{\cos \theta}{\sin \theta} = \frac{-\frac{3}{5}}{\frac{4}{5}} = -\frac{3}{4}$ Ans.



03. $A + B + C = n\pi$ হলে $\tan A + \tan B + \tan C = ?$ [14-15]
 A. 0 B. $\pi/4$ C. $\tan(A+B+C)$ D. $\tan A \cdot \tan B \cdot \tan C$
Ans D Solve $A + B + C = n\pi$
 $\Rightarrow A + B = n\pi - C \Rightarrow \tan(A+B) = \tan(n\pi - C)$
 $\Rightarrow \frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \tan B} = -\tan C$
 $\Rightarrow \tan A + \tan B = -\tan C + \tan A \tan B \tan C$
 $\Rightarrow \tan A + \tan B + \tan C = \tan A \tan B \tan C$

04. ত্রিকোণমিতিক সূত্রানুযায়ী যে কোন ত্রিভুজ ABC এ $\cos A = ?$ [F 12-13]
 A. $\frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$ B. $\frac{a^2 - b^2 - c^2}{2bc}$
 C. $\frac{b^2 + c^2 - a^2}{2a}$ D. $\frac{a^2 - b^2 - c^2}{2abc}$ **Ans. A**

05. $\sqrt{2 + \sqrt{2 + 2\cos 4x}}$ এর মান- [F 12-13]
 A. $\sec x$ B. $2 \sec x$ C. $\sec^2 x$ D. $2\sec^2 x$
Ans B Solve

$$\frac{\sqrt{2 + \sqrt{2 + 2\cos 4x}}}{4} = \frac{\sqrt{2 + \sqrt{2(1 + \cos 4x)}}}{4}$$

$$= \frac{\sqrt{2 + \sqrt{4\cos^2 2x}}}{4} = \frac{\sqrt{2 + 2\cos 2x}}{4} = \frac{\sqrt{2(1 + \cos^2 x)}}{4}$$

$$= \frac{\sqrt{4\cos^2 x}}{4} = \frac{2\cos x}{4} = \frac{1}{2} \sec x$$

[Calculator Using. Ex-07]
 06. $\sqrt{(\cot^2 30^\circ)}$ -এর মান- [D 12-13]
 A. $\frac{2}{\sqrt{3}}$ B. $\frac{1}{\sqrt{3}}$ C. $\sqrt{3}$ D. 1

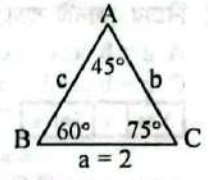
Ans C Solve $\sqrt{(\cot^2 30^\circ)} = \cot 30^\circ = \sqrt{3}$
 07. n-এর মান শূন্য কিংবা যে কোন পূর্ণ সংখ্যা হলে,
 $\tan\left(\frac{n\pi}{2} + (-1)^n \frac{\pi}{4}\right) = ?$ [F 12-13]
 A. 0.5 B. 0.75 C. 0.25 D. 1.0
Ans D Solve $n = 0$ হলে $\tan \frac{\pi}{4} = 1$

[or By Using Calculator. Ex-02]
 08. একটি ত্রিভুজের বাহুগুলোর পরিমাপ যথাক্রমে 13, 14 ও 15 হলে,
 ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল- [11-12]
 A. 84 বর্গ একক B. 48 বর্গ একক C. 44 বর্গ একক D. 40 বর্গ একক
Ans A Solve $S = \frac{a+b+c}{2} = \frac{13+14+15}{2} = 21$
 $\Delta = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} = 84$

09. $\cos 3A$ কোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাত- [11-12]
 A. $3 \cos A + 4 \cos^3 A$ B. $4 \cos^3 A - 3 \cos A$
 C. $4 \cos^3 A + 3 \cos A$ D. $3 \cos A - 4 \cos^3 A$
Ans B Solve $\cos 3A = 4 \cos^3 A - 3 \cos A$

[Calculator Using. Ex-07]
 10. ABC ত্রিভুজের যদি $a = 2$, $B = 60^\circ$ ও $C = 75^\circ$ হয়, তবে $b = ?$ [10-11]
 A. $\sqrt{2}$ B. $\sqrt{3}$
 C. $\sqrt{6}$ D. $2\sqrt{6}$

Ans C Solve $\frac{a}{\sin 45^\circ} = \frac{b}{\sin 60^\circ}$
 $\Rightarrow \frac{2}{\frac{1}{\sqrt{2}}} = \frac{b}{\frac{\sqrt{3}}{2}} \Rightarrow b = \sqrt{6}$



11. A এর মান কত হলে, $\cot A = \tan A$ হবে- [10-11]
 A. 30° B. 45° C. 60° D. 90°

Ans B Solve $\cot A = \tan\left(\frac{\pi}{2} - A\right) \Rightarrow 2A = \frac{\pi}{2} \Rightarrow A = \frac{\pi}{4}$

12. $\operatorname{cosec}\left(-\frac{4\pi}{3}\right)$ এর মান- [05-06]
 A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{2}{\sqrt{3}}$ C. $-\frac{2}{\sqrt{3}}$ D. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ **Ans. B**

[By Using Calculator. Ex-02]
 13. $\cos 750^\circ$ এর মান- [05-06]

A. $\frac{1}{4(\sqrt{6} - \sqrt{2})}$ B. $\frac{1}{4(\sqrt{6} + \sqrt{2})}$
 C. $(\sqrt{3} + 1)$ D. $\sqrt{3}/2$ **Ans. D**

Ans D Solve $\cos(750^\circ) = \cos(360^\circ \times 2 + 30^\circ) = \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$

[Or By Using Calculator]
 14. $a + b + c = \pi/2$ হলে, $\operatorname{cosec}(a + b) = ?$ [02-03]

A. $\sec c$ B. $\operatorname{cosec} c$ C. $\sin c$ D. $\cos c$
Ans A Solve $a + b + c = \pi/2$
 $\Rightarrow a + b = \pi/2 - c$
 $\therefore \operatorname{cosec}(a + b) = \operatorname{cosec}(\pi/2 - c) = \sec c$

15. $\sin A + \cos A = \sin B + \cos B$ হলে, $A + B = ?$ [00-01, RU 11-12]
 A. π B. $\frac{\pi}{2}$ C. $\frac{\pi}{3}$ D. $\frac{\pi}{4}$ **Ans. B**

বরিশাল বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
 [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $\cos(A + 150^\circ)$ এর মান- [15-16]
 A. $\sin A$ B. $-\frac{1}{2}(\sqrt{3} \cos A + \sin A)$
 C. $-\cos A$ D. $\frac{1}{2}(\cos A + \sqrt{2} \sin A)$
Ans B Solve $\cos(A + 150^\circ) = \cos(180^\circ + A - 30^\circ)$
 $= -\cos(A - 30^\circ) = -(\cos A \cos 30^\circ + \sin A \sin 30^\circ)$
 $= -(\cos A \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \sin A \cdot \frac{1}{2}) = -\frac{1}{2}(\sqrt{3} \cos A + \sin A)$

02. যদি $\tan \theta = \sqrt{2}x^2$ হয়, তবে $\cos 2\theta$ এর মান কত? [14-15]
 A. $\frac{1-2x^4}{1+2x^4}$ B. $\frac{1+2x^4}{1-2x^4}$ C. $\frac{1-4x^4}{1+4x^4}$ D. $\frac{1+4x^4}{1-4x^4}$
Ans B Solve $\tan \theta = \sqrt{2}x^2$
 $\cos 2\theta = \frac{1 - \tan^2 \theta}{1 + \tan^2 \theta} = \frac{1 - 2x^4}{1 + 2x^4}$

যশোর বিজ্ঞান ও প্রযুক্তি বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. একটি ত্রিভুজের বাহুগুলির দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 3, 5, 7 cm হলে ত্রিভুজটি কি ধরনের হবে? [15-16]

- A. ত্রুকোণী B. স্কুকোণী C. সমদ্বিবাহু
D. বিঘনবাহু E. সমকোণী

Ans A Solve $\theta = \cos^{-1} \frac{3^2 + 5^2 - 7^2}{2 \times 3 \times 5} = 120^\circ$ ত্রুকোণী ত্রিভুজ।

02. $\cos(\theta/2 + \pi/4)$ মৌলিক পর্যায় কত? [15-16]

- A. 2π B. 4π C. 6π
D. 8π E. 10π

Ans B Solve মৌলিক পর্যায় = $\frac{2\pi}{2} = 4\pi$

03. ΔABC এ $\cos A = \sin B - \cos C$ হলে ত্রিভুজটি হবে- [14-15]

- A. ত্রুকোণী B. ত্রুকোণী C. সমকোণী
D. সমবাহু E. সমদ্বিবাহু

Ans C Solve $\cos A = \sin B - \cos C$
 $\Rightarrow \cos A + \cos C = \sin B \Rightarrow C = \frac{\pi}{2}$

04. যদি $A + B + C = \pi/2$ হয় তবে $\operatorname{cosec}(A + B) =$ কত? [13-14]

- A. $\sec C$ B. $\operatorname{cosec} C$ C. $\sin C$
D. $\cos C$ E. $\tan C$

Ans A Solve $\operatorname{cosec}(A + B)$
 $\Rightarrow \operatorname{cosec}(\frac{\pi}{2} - C) = \sec C$

05. একটি ত্রিভুজের বাহুগুলির পরিমাপ যথাক্রমে 3, 5, 7 cm ত্রিভুজটির বৃহত্তম কোণ কোনটি? [13-14, PUST 14-15; SAU 14-15]

- A. 60° B. 90° C. 120°
D. 180° E. 150°

Ans C Solve $\cos \theta = \frac{3^2 + 5^2 - 7^2}{2 \cdot 3 \cdot 5} \therefore \theta = 120^\circ$

06. ABC ত্রিভুজে $b^2 \sin 2C + c^2 \sin 2B$ এর মান কত? [A 12-13]

- A. 4Δ B. Δ
C. 2Δ D. None

Ans C Solve $2b^2 \sin C \cos C + 2c^2 \sin B \cos B$
 $= 2b^2 \frac{c}{2R} \cos C + 2c^2 \frac{b}{2R} \cos B$
 $= \frac{bc}{R} (b \cos C + c \cos B) = \frac{abc}{2R} = 2\Delta$

পাবনা বিজ্ঞান ও প্রযুক্তি বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $2\sin \frac{\pi}{16} = ?$ [15-16]

- A. $\sqrt{2 - \sqrt{2} - \sqrt{2}}$ B. $\sqrt{2 - \sqrt{2} + \sqrt{2}}$
C. $\sqrt{2 + \sqrt{2} - \sqrt{2}}$ D. $\sqrt{2 + \sqrt{2} + \sqrt{2}}$

Ans B Solve $2 \sin \frac{\pi}{16} = \sqrt{4 \sin^2 \frac{\pi}{16}}$
 $= \sqrt{2(1 - \cos \frac{\pi}{8})} = \sqrt{2 - 2\cos \frac{\pi}{8}}$
 $= \sqrt{2 - \sqrt{4 \cos^2 \frac{\pi}{8}}} = \sqrt{2 - \sqrt{2(1 + \cos \frac{\pi}{4})}}$
 $= \sqrt{2 - \sqrt{2(1 + \frac{1}{\sqrt{2}})}} = \sqrt{2 - \sqrt{2 + \sqrt{2}}}$

02. $\tan 17^\circ + \tan 28^\circ + \tan 17^\circ \tan 28^\circ$ এর মান কত? [15-16]

- A. 1 B. -1 C. $\sqrt{3}$ D. $\frac{1}{\sqrt{3}}$

Ans A Solve $\tan 45^\circ = \tan(17^\circ + 28^\circ)$
 $\Rightarrow 1 = \frac{\tan 17^\circ + \tan 28^\circ}{1 - \tan 17^\circ \tan 28^\circ}$
 $\Rightarrow 1 - \tan 17^\circ \tan 28^\circ = \tan 17^\circ + \tan 28^\circ$
 $\Rightarrow \tan 17^\circ + \tan 28^\circ + \tan 17^\circ \tan 28^\circ = 1$

03. $\sin A + \cos A = \sin B + \cos B$ হলে $A + B$ এর মান কত? [15-16]

- A. $\frac{\pi}{3}$ B. $\frac{\pi}{4}$ C. $\frac{\pi}{6}$ D. $\frac{\pi}{2}$

Ans D Solve $A + B = \frac{\pi}{2}$

04. $\sin 75^\circ \cos 75^\circ \tan 15^\circ$ এর মান নির্ণয় কর? [15-16]

- A. $(2 + \sqrt{3})/4$ B. $(2 - \sqrt{3})/4$ C. $3 - \sqrt{3}$ D. $3 + \sqrt{3}$

Ans B Solve $\sin 75^\circ \cos 75^\circ \frac{\sin 15^\circ}{\cos 15^\circ}$
 $= \sin(90^\circ - 15^\circ) \cos 75^\circ \frac{\sin 15^\circ}{\cos 15^\circ}$
 $= \cos 15^\circ \cos(90^\circ - 15^\circ) \frac{\sin 15^\circ}{\cos 15^\circ}$
 $= \sin^2 15^\circ = \frac{1}{2}(1 - \cos 30^\circ) = \frac{1}{2}(1 - \frac{\sqrt{3}}{2}) = \frac{1}{4}(2 - \sqrt{3})$

05. $\sin^2 10^\circ + \sin^2 20^\circ + \sin^2 30^\circ + \dots + \sin^2 80^\circ = ?$ [14-15]

- A. 4 B. 15 C. 6 D. 3

Ans A Solve $\sin^2 10^\circ + \sin^2 20^\circ + \sin^2 30^\circ + \dots + \sin^2 80^\circ$
 $= \frac{80 - 10}{10} + 1 = 7 + 1 = 8$ টি, মান = $\frac{8}{2} = 4$

06. $\tan \frac{\pi}{28} \tan \frac{3\pi}{28} \tan \frac{5\pi}{28} \dots \dots \tan \frac{13\pi}{28} = ?$ [14-15]

- A. 1 B. -1 C. 0 D. 90

Ans A Solve
 $\tan \frac{\pi}{28} \tan \frac{3\pi}{28} \tan \frac{5\pi}{28} \tan \frac{7\pi}{28} \tan \frac{9\pi}{28} \tan \frac{11\pi}{28} \tan \frac{13\pi}{28}$
 $= \tan \frac{\pi}{28} \tan \frac{3\pi}{28} \tan \frac{5\pi}{28} \tan \frac{\pi}{4} \tan(\frac{\pi}{2} - \frac{5\pi}{28}) \tan(\frac{\pi}{2} - \frac{3\pi}{28}) \tan(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{28})$
 $= \tan \frac{\pi}{28} \tan \frac{3\pi}{28} \tan \frac{5\pi}{28} \cdot 1 \cot \frac{5\pi}{28} \cot \frac{3\pi}{28} \cot \frac{\pi}{28} = 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 = 1$

সিলেট কৃষি বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $\tan x$ একটি পর্যায়ী ফাংশন। $\tan x$ এর পর্যায় কত?

- A. $\pi/2$ B. 2π C. $\pi/4$ D. π

Ans D Solve $\tan x$ -এর পর্যায় = π

02. For any triangle ABC, if $c^4 - 2(a^2 + b^2)c^2 + a^4 + a^2b^2 + b^4 = 0$ then how many solutions are there for C? [14-15]
 A. 0 B. 1 C. 2 D. 3
Ans C Solve $c^4 - 2(a^2 + b^2)c^2 + a^4 + a^2b^2 + b^4 = 0$
 $\Rightarrow (a^2)^2 + (b^2)^2 + (-c^2)^2 - 2a^2c^2 - 2b^2c^2 + 2a^2b^2 = a^2b^2$
 $\Rightarrow (a^2 + b^2 - c^2)^2 = a^2b^2 \Rightarrow a^2 + b^2 - c^2 = \pm ab$
 $\Rightarrow \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} = \pm \frac{1}{2} \Rightarrow \cos C = \pm \cos 60^\circ$
 $\therefore \cos C = \cos 60^\circ$ আবার, $\cos C = -\cos 60^\circ$
 $\Rightarrow C = 60^\circ$
 $= \cos(180^\circ - 60^\circ)$
 $= \cos 120^\circ$
 $\therefore C = 120^\circ$
 C এর মান 2টি, $60^\circ, 120^\circ$ ।

বাংলাদেশ টেক্সটাইল বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. ABC ত্রিভুজে $\angle A = 75^\circ$ এবং $\angle B = 45^\circ$ হলে $c : b = ?$ [15-16]
 A. $\sqrt{5} : \sqrt{7}$ B. $\sqrt{2} : \sqrt{3}$
 C. $\sqrt{3} : \sqrt{2}$ D. $\sqrt{3} : \sqrt{5}$
Ans C Solve $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$
 $\Rightarrow 75^\circ + 45^\circ + \angle C = 180^\circ$
 $\Rightarrow \angle C = 180^\circ - 75^\circ - 45^\circ = 60^\circ$
 $\frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} \Rightarrow \frac{b}{\sin 45^\circ} = \frac{c}{\sin 60^\circ} \Rightarrow \frac{b}{\frac{1}{\sqrt{2}}} = \frac{c}{\frac{\sqrt{3}}{2}}$
 $\frac{b}{c} = \frac{\frac{1}{\sqrt{2}}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$
 $b : c = \sqrt{2} : \sqrt{3}$
 $c : b = \sqrt{3} : \sqrt{2}$

বাংলাদেশ মেরিন একাডেমী ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $\sin A + \sin B + \sin C = ?$ [15-16]
 A. 1/R B. 2s/R C. S/R D. কোনটিই নয়
Ans C Solve $\sin A + \sin B + \sin C$
 $= \frac{a}{2R} + \frac{b}{2R} + \frac{c}{2R} = \frac{a+b+c}{2R} = \frac{2S}{2R} = \frac{S}{R}$
 03. $\tan(-1125^\circ)$ -এর মান কত? [15-16]
 A. 1 B. -1 C. 0 D. ∞
Ans B Solve $\tan(-1125^\circ) = -\tan 1125^\circ$
 $= -\tan(3 \times 360^\circ + 45^\circ) = -\tan 45^\circ = -1$
 04. $2A = 3B = 4C$ হলে, A:B:C কত হবে? [15-16]
 A. 3 : 4 : 6 B. 6 : 4 : 3 C. 2 : 3 : 4 D. 4 : 3 : 2
Ans B Solve $2A = 3B = 4C$
 $\Rightarrow \frac{2A}{12} = \frac{3B}{12} = \frac{4C}{12} \Rightarrow \frac{A}{6} = \frac{B}{4} = \frac{C}{3}$
 $A : B : C = 6 : 4 : 3$

বুয়েট, কুয়েট, চুয়েট ও রুয়েট ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $A + B + C = (2n + 1)\frac{\pi}{2}$ হলে $\tan B \tan C + \tan C \tan A + \tan A \tan B$ এর মান বের কর? [CUET 15-16]
 A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{1}{\sqrt{2}}$ C. 1 D. 1/2
Ans C Solve $A + B + C = (2n + 1)\frac{\pi}{2}$
 $\Rightarrow A + B = (2n + 1)\frac{\pi}{2} - C$
 $\Rightarrow \tan(A+B) = \tan\left\{(2n + 1)\frac{\pi}{2} - C\right\}$
 $\Rightarrow \frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \tan B} = \tan\left(n\pi + \frac{\pi}{2} - C\right)$
 $\Rightarrow \frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \tan B} = \tan\left(\frac{\pi}{2} - C\right)$
 $\Rightarrow \frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \tan B} = \cot C$
 $\Rightarrow \frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \tan B} = \frac{1}{\tan C}$
 $\Rightarrow \tan C \tan A + \tan B \tan C = 1 - \tan A \tan B$
 $\Rightarrow \tan B \tan C + \tan C \tan A + \tan A \tan B = 1$

02. যদি $\cos \alpha + \sin \beta = 0$, $\sin \alpha - \cos \beta = 1$ এবং $90^\circ \leq \{\alpha, \beta\} \leq 180^\circ$ হয়, তবে $(\alpha - \beta) = ?$ [KUET 14-15]
 A. 60° B. 30° C. 75°
 D. 45° E. 50°
Ans B Solve $(\cos \alpha + \sin \beta)^2 + (\sin \alpha - \cos \beta)^2 = 1$
 $\Rightarrow 1 + 1 + 2\cos \alpha \sin \beta - 2\sin \alpha \cos \beta = 1$
 $\Rightarrow (\sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta) = \frac{1}{2}$
 $\Rightarrow \sin(\alpha - \beta) = \sin 30^\circ \Rightarrow \alpha - \beta = 30^\circ$

03. $\tan(45^\circ + A) + \tan(45^\circ - A)$ এর মান কত? [KUET 14-15]
 A. $2\sin A$ B. $2\cos A$ C. $2\tan A$
 D. $3\cot A$ E. $2\sec 2A$
Ans E Solve $\frac{\tan 45 + \tan A}{1 - \tan 45 \tan A} + \frac{\tan 45 - \tan A}{1 + \tan 45 \tan A}$
 $= \frac{1 + \tan A}{1 - \tan A} + \frac{1 - \tan A}{1 + \tan A}$
 $= \frac{(1 + \tan A)^2 + (1 - \tan A)^2}{(1 - \tan A)(1 + \tan A)} = \frac{2(1 + \tan^2 A)}{1 - \tan^2 A} = 2\sec 2A$

04. ABC ত্রিভুজের ক্ষেত্রে $a^4 + b^4 + c^4 = 2c^2(a^2 + b^2)$ হলে $\cos C$ এর মান হবে: [CUET 14-15]
 A. $\frac{1}{\sqrt{2}}$ B. $\pm \frac{1}{\sqrt{2}}$ C. $\pm \frac{\sqrt{3}}{2}$ D. None
Ans B Solve $a^4 + b^4 + c^4 = 2c^2(a^2 + b^2)$
 $\Rightarrow (a^2)^2 + (b^2)^2 + (-c^2)^2 - 2c^2a^2 - 2b^2c^2 + 2a^2b^2 = 2a^2b^2$
 $\Rightarrow (a^2 + b^2 - c^2)^2 = (2ab)^2 \Rightarrow a^2 + b^2 - c^2 = \pm \sqrt{2}ab$
 $\Rightarrow \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} = \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \cos C = \pm \frac{1}{\sqrt{2}}$

05. a এর কোন মানের জন্য $\cos A \sin\left(a - \frac{\pi}{6}\right)$ এর মান বৃহত্তম হবে?

- [CUET 14-15]
- A. $\frac{\pi}{2}$ B. $\frac{\pi}{3}$
C. $\frac{\pi}{4}$ D. None

Ans A Solve $\cos A \sin\left(a - \frac{\pi}{6}\right)$ এর মান বৃহত্তম হবে
 $\Rightarrow \sin\left(a - \frac{\pi}{6}\right) = 1 \Rightarrow \sin\left(a - \frac{\pi}{6}\right) = \sin \frac{\pi}{2}$
 $\Rightarrow a - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow a = \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{6} = \frac{3\pi}{6} = \frac{\pi}{2}$

06. যদি $\sin \alpha + \sin \beta = a$ এবং $\cos \alpha + \cos \beta = b$, হয়, তাহলে $\cos(\alpha - \beta)$ এর মান কত? [CUET 14-15]

- A. $\frac{a^2 + b^2 + 2}{2}$ B. $\frac{a^2 + b^2 - 2}{2}$
C. $\frac{a^2 - b^2 - 2}{2}$ D. $\frac{a^2 - b^2 + 2}{2}$

Ans B Solve $\sin \alpha + \sin \beta = a \dots (i)$
 $\cos \alpha + \cos \beta = b \dots (ii)$
 (i) ও (ii) বর্গ করে যোগ করি-
 $\Rightarrow 1 + 1 + 2 \sin \alpha \sin \beta + 2 \cos \alpha \cos \beta = a^2 + b^2$
 $\Rightarrow 2(\cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta) = a^2 + b^2 - 2$
 $\Rightarrow 2 \cos(\alpha - \beta) = a^2 + b^2 - 2$
 $\Rightarrow \cos(\alpha - \beta) = \frac{a^2 + b^2 - 2}{2}$

07. যদি $0^\circ < \theta < 180^\circ$ হয়, তবে $\sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{\dots + 2(1 + \cos \theta)}}} = ?$

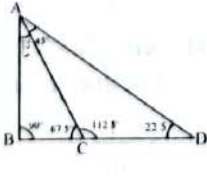
- (n সংখক 2) [RUET 14-15]
- A. $2 \cos \frac{\theta}{2^{n-1}}$ B. $2 \cos \frac{\theta}{2^n}$ C. $2 \cos \frac{\theta}{2^{n+1}}$
D. $2 \cos \frac{n\theta}{2}$ E. $2 \cos \frac{\theta}{2n}$

Ans B Solve $\sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{\dots + 2(1 + \cos \theta)}}} = x \Rightarrow x = 2 \cos \frac{\theta}{2^n}$

08. কোন ত্রিভুজের ভূমি সংলগ্ন কোণদ্বয় 22.5° ও 112.5° ও ত্রিভুজের উচ্চতা h হলে ভূমি কত? [RUET 14-15]

- A. h B. 2h C. $\frac{h}{2}$
D. $\frac{h}{\sqrt{2}}$ E. None

Ans B Solve $AB = h$
 $\angle ACD = 112.5^\circ, \angle ACB = 67.5^\circ, \angle BAC = 22.5^\circ$
 $\angle CAD = 45^\circ, \angle ADC = 22.5^\circ, \angle BAD = 67.5^\circ$
 $\tan \angle ACB = \frac{AB}{BC} \therefore BC = \frac{AB}{\tan 67.5} = \frac{h}{\tan 67.5}$
 $\tan \angle ADB = \frac{AB}{BD}$
 $\Rightarrow BD = \frac{AB}{\tan 22.5} = \frac{h}{\tan 22.5}$
 $\therefore CD = \frac{h}{\tan 67.5} + \frac{h}{\tan 22.5} = 2h$



09. $(a + b + c)(b + c - a) = 3bc$ হলে, $\sin A$ এর মান হবে- [CUET 13-14]

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{\sqrt{2}}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. None

Ans C Solve RU প্রশ্ন 1 হতে পাই $A = 60^\circ$
 $\therefore \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$

10. একটি ত্রিভুজের বাহুর দৈর্ঘ্য 9, 40 এবং 41। ত্রিভুজটির পরিবৃত্তের ব্যাসার্ধ কত? [BUET 13-14]

- A. 24.5 B. 30.0
C. 20.5 D. 25.0

11. $\cos 2\theta = \frac{24}{25}$ হলে, $\tan \theta$ এর মান কত? [BUET 13-14]

- A. ± 7 B. $\pm \frac{5}{7}$ C. $\pm \frac{1}{7}$ D. $\pm \frac{7}{5}$

Ans C Solve $\frac{1 - \tan^2 \theta}{1 + \tan^2 \theta} = \frac{24}{25} \therefore \tan \theta = \pm \frac{1}{7}$

12. $\sin\left(\frac{\pi}{4}\right)$ এর মান- [RUET 13-14]

- A. $\frac{1}{2}\sqrt{2 - \sqrt{2}}$ B. $\frac{1}{4}\sqrt{2 - \sqrt{2} + \sqrt{2}}$ C. $\frac{1}{2}\sqrt{2 - \sqrt{2} + \sqrt{2}}$
D. $\frac{1}{2}\sqrt{2 + \sqrt{2} - \sqrt{2}}$ E. None

Ans C Solve [Use of Calculator]

13. মান নির্ণয় কর- $\sin 18^\circ + \cos 18^\circ$. [RUET 13-14]

- A. $\sin 36^\circ$ B. $2 - \sin 47^\circ$ C. $-\sqrt{2} \cos 27^\circ$
D. $\sqrt{2} \cos 27^\circ$ E. None

Ans B Solve [By Using Calculator]

14. $\cos \theta = \frac{a \cos \phi - b}{a - b \cos \phi}$ হলে $\frac{\tan \frac{\theta}{2}}{\tan \frac{\phi}{2}}$ এর মান কোনটি? [KUET 13-14]

- A. $\frac{a + b \sin \phi}{b + a \sin \phi}$ B. $\sqrt{\frac{a + b \cos \phi}{a - b \sin \phi}}$ C. $\sqrt{\frac{a + b}{a - b}}$
D. $\frac{\sqrt{a + b}}{b}$ E. $\frac{(a + b)^2}{a - b}$

Ans C Solve $\frac{1 - \cos \theta}{1 + \cos \theta} = \frac{(a + b)(1 - \cos \phi)}{(a - b)(1 + \cos \phi)}$

$\Rightarrow \frac{\tan^2 \frac{\theta}{2}}{\tan^2 \frac{\phi}{2}} = \frac{a + b}{a - b} \Rightarrow \frac{\tan \frac{\theta}{2}}{\tan \frac{\phi}{2}} = \sqrt{\frac{a + b}{a - b}}$

15. যদি $A + B + C = \pi$ ও $\cos A + \cos B = \cos C$ হয় তবে B কোণের মান হলো- [KUET 13-14]

- A. $\pi/3$ B. $\pi/6$ C. $\pi/4$
D. $\pi/2$ E. $2\pi/3$

Ans D Solve [By Using Calculator]

16. যদি $A + B + C = \pi$ হয়, তবে $\cot B \cot C + \cot C \cot A + \cot A \cot B$ -এর মান কোনটি? [RUET-12-13]

- A. $\pi/2$ B. $\pi/4$ C. $1/4$
D. $1/2$ E. 1

Ans E Solve $A = B = C = 60^\circ$ ধরে প্রদত্ত রাশির মান = 1
 [By Using Calculator]

15. $\tan \frac{45^\circ + \theta}{2} \tan \frac{45^\circ - \theta}{2}$ এর মান কত?

- A. $\frac{\sqrt{2} \cos \theta + 1}{\sqrt{2} \cos \theta - 1}$ B. $\frac{\sqrt{2} \sin \theta - 1}{\sqrt{2} \sin \theta + 1}$ C. $\frac{\cos \theta - 1}{\cos \theta + 1}$ D. $\frac{\sqrt{2} \cos \theta - 1}{\sqrt{2} \cos \theta + 1}$

16. $\cos \frac{A}{2} = ?$

- A. $\sqrt{\frac{s(s+b)}{bc}}$ B. $\sqrt{\frac{s(s-a)}{bc}}$ C. $\sqrt{\frac{s(s-c)}{ab}}$ D. none

17. কোন ত্রিভুজের বাহুগুলো 13, 14 এবং 15 হলে, ত্রিভুজটি-

- A. স্থলকোণী B. সমকোণী
C. সূক্ষকোণী D. None

18. কোন ত্রিভুজের বাহুগুলো p, q, $\sqrt{p^2 + q^2 + pq}$ হলে, ত্রিভুজটি-

- A. সূক্ষকোণী B. স্থলকোণী
C. সমকোণী D. None

19. ΔABC এ $\angle A = 60^\circ$, $AB = 3$, $AC = 4$ হলে, ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল কত?

- A. $3\sqrt{3}$ B. $4\sqrt{3}$ C. $5\sqrt{3}$ D. $6\sqrt{3}$

20. ABCD বৃত্তস্থ চতুর্ভুজের কোণগুলো A, B, C, D হলে, $\cos \frac{A+C}{2} + \cos \frac{B+D}{2} = ?$

- A. 1 B. 0 C. 45 D. 90

21. ABCD বৃত্তস্থ চতুর্ভুজের ক্ষেত্রে, $\sin \frac{B+D}{2} + \sin \frac{A+C}{2}$ এর মান কোনটি?

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

22. $\frac{b-c}{b+c} \cot \frac{A}{2} = ?$

- A. $\tan \frac{C-A}{2}$ B. $\cot \frac{B-C}{2}$ C. $\tan \frac{B-C}{2}$ D. None

23. ABC ত্রিভুজে $A = 75^\circ$, $B = 45^\circ$ হয়, তবে c:b=?

- A. $\sqrt{2} : \sqrt{3}$ B. $\sqrt{3} : \sqrt{2}$ C. $1 : \sqrt{2}$ D. $\sqrt{2} : 1$

24. কোন ত্রিভুজের বাহুগুলো 12, 14 এবং 16 হলে ত্রিভুজটির অন্তঃব্যাসার্ধ, পরিব্যাসার্ধ নির্ণয় কর।

- A. $1, \frac{3}{\sqrt{5}}$ B. $5, \frac{30}{\sqrt{5}}$ C. $9, \frac{32}{\sqrt{10}}$ D. $\sqrt{15}, \frac{32}{\sqrt{15}}$

25. ত্রিভুজের যে কোন কোণের sine অনুপাতকে তার বাহুর পরিমাপে প্রকাশ করলে $\sin A$ এর মান কত?

- A. $\frac{\Delta}{bc}$ B. $\frac{2\Delta}{bc}$ C. $\frac{\Delta}{ac}$ D. $\frac{3\Delta}{bc}$

26. যে কোন ত্রিভুজের ক্ষেত্রে $bc \cos^2 \frac{A}{2} + ca \cos^2 \frac{B}{2} + ab \cos^2 \frac{C}{2}$ এর মান কত?

- A. $\frac{1}{R}$ B. S^2 C. $\frac{S}{R}$ D. S

27.  ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল?

- A. $8cm^2$ B. $2cm^2$
C. $12cm^2$ D. $3cm^2$

28. ত্রিভুজের বাহুগুলোর অনুপাত 5 : 13 : 12 হলে, ত্রিভুজটি কিরূপ?

- A. সূক্ষকোণী B. স্থলকোণী
C. সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ D. সমকোণী

29. ΔABC ত্রিভুজের ক্ষেত্রে, $2(bc \cos A + ca \cos B + ab \cos C)$ এর মান কত?
A. $ab + bc + ca$ B. $ab + bc + ca + a^2 + b^2 + c^2$
C. $a^2 + b^2 + c^2$ D. $a + b + c$

30. $(a-b)^2 \cos^2 \frac{C}{2} + (a+b)^2 \sin^2 \frac{C}{2} = ?$

- A. b^2 B. c^2
C. $c \cdot a^2$ D. abc

31. ΔABC এ $\sin \left(\frac{A}{2} + B \right)$ এর মান কত?

- A. $(b+c) \cos \frac{A}{2}$ B. $(b+c) \sin \frac{A}{2}$
C. $(c-a) \sin \frac{B}{2}$ D. $(a+b) \cos \frac{B}{2}$

32. ΔABC এ $a(\cos C - \cos B)$ এর মান কত?

- A. $2 \left(\frac{b-c}{a} \right) \cos^2 \frac{A}{2}$ B. $2 \left(\frac{b-c}{a} \right) \cos^2 \frac{A}{2}$
C. $2(b+c) \sin^2 \frac{A}{2}$ D. $2(b-c) \sin^2 \frac{A}{2}$

33. ΔABC এ $4\Delta(\cot A + \cot B + \cot C)$ এর মান কত?

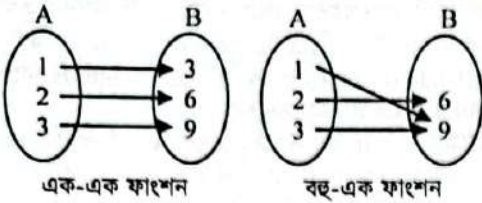
- A. $a + b + c$ B. $a^2 + b^2 + c^2$
C. $a^2 + ab + b^2$ D. $a^2 - b^2 + c^2$

OMR

01. (A)(B)(C)(D)	10. (A)(B)(C)(D)	19. (A)(B)(C)(D)	28. (A)(B)(C)(D)
02. (A)(B)(C)(D)	11. (A)(B)(C)(D)	20. (A)(B)(C)(D)	29. (A)(B)(C)(D)
03. (A)(B)(C)(D)	12. (A)(B)(C)(D)	21. (A)(B)(C)(D)	30. (A)(B)(C)(D)
04. (A)(B)(C)(D)	13. (A)(B)(C)(D)	22. (A)(B)(C)(D)	31. (A)(B)(C)(D)
05. (A)(B)(C)(D)	14. (A)(B)(C)(D)	23. (A)(B)(C)(D)	32. (A)(B)(C)(D)
06. (A)(B)(C)(D)	15. (A)(B)(C)(D)	24. (A)(B)(C)(D)	33. (A)(B)(C)(D)
07. (A)(B)(C)(D)	16. (A)(B)(C)(D)	25. (A)(B)(C)(D)	34. (A)(B)(C)(D)
08. (A)(B)(C)(D)	17. (A)(B)(C)(D)	26. (A)(B)(C)(D)	35. (A)(B)(C)(D)
09. (A)(B)(C)(D)	18. (A)(B)(C)(D)	27. (A)(B)(C)(D)	36. (A)(B)(C)(D)

Answer with Hints

01 A: Hints: Type-03	02 B: Hints: Type-06
03 C: Hints: Type-03	04 C: Hints: Type-02
05 A: Hints: Type-02	06 D: Hints: গুরুত্বপূর্ণ তথ্যাবলি
07 C: Hints: Type-01	08 B: Hints: Type-05
09 A: Hints: Type-05	10 C: Hints: Type-04
11 A: Hints: Type-03	12 A: Hints: Type-02
13 B: Hints: Type-02	14 D: Hints: Type-02
15 D: Hints: Type-03	16 B: Hints: গুরুত্বপূর্ণ তথ্যাবলি
17 C: Hints: Type-08, Prob-01	18 B: Hints: Type-08, Prob-03
19 A: Hints: Type-09, Prob-02	20 B: Hints: Type-10
21 C: Hints: Type-10	22 C: Hints: গুরুত্বপূর্ণ তথ্যাবলি
23 B: Hints: Type-11, Prob-01	24 D: Hints: Type-11, Prob-02
25 B: Hints: Type-07, Prob-01	26 B: Hints: Type-12
27 C: Hints: Type-09, Prob-01	28 D: Hints: Type-08
29 C: Hints: Type-12, সূত্রাবলি	30 B: Hints: Type-12
31 B: Hints: Type-12	32 C: Hints: Type-12
33 B: Hints: Type-12	



এক-এক ফাংশন

বহু-এক ফাংশন

এক-এক ফাংশন নির্ণয়: ডোমেন উল্লেখ না থাকলে প্রদত্ত ফাংশনে $x_1, x_2 \in D_f$ এর জন্য $f(x_1) = f(x_2)$ হলে, যদি $x_1 = x_2$ হয়, অথবা অন্যভাবে $x_1 \neq x_2$ হলে, যদি $f(x_1) \neq f(x_2)$ হয়, তবে ফাংশনটি এক-এক ফাংশন।

Note : ত্রিকোণমিতিক ফাংশনে ডোমেন নির্দিষ্ট না থাকলে কখনও এক-এক ফাংশন হবে না।

02. সার্বিক ফাংশন (Onto): $f : A \rightarrow B$ দ্বারা সূচিত ফাংশনকে সার্বিক ফাংশন বলা হয়, যদি B সেটের প্রত্যেক উপাদান A সেটের বিধ হয়। অর্থাৎ ফাংশনের রেঞ্জ হিসাবে B সেটের সকল উপাদান যদি ব্যবহৃত হয়, তবে ফাংশনটিকে সার্বিক ফাংশন বলা হয়।

এক্ষেত্রে, $f : A \rightarrow B$ কে পড়া হয় "f is a function A onto B" অথবা "f maps A onto B"

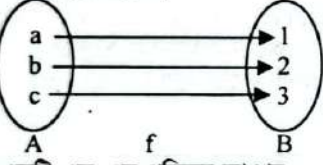
উদাহরণ: $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{2, 5, 10\}$ এবং $f : A \rightarrow B$; $f(x) = x^2 + 1$ ফাংশনটি সার্বিক। কেননা B সেটের সকল উপাদান A সেটের কোন না কোন উপাদানের বিধ।



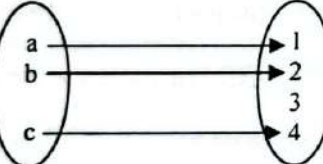
সার্বিক ফাংশন

সার্বিক ফাংশন নয়

03. এক-এক প্রতিসঙ্গ ফাংশন বা বাইজেক্টিভ (One to One correspondence): $f : A \rightarrow B$ ফাংশনটি এক-এক প্রতিসঙ্গ ফাংশন বলা হয় যদি এটি এক-এক এবং সার্বিক (Onto) ফাংশন হয়। একে অনেক সময় Bijection mapping ও বলা হয়ে থাকে।

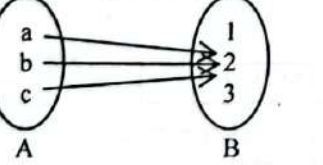


একটি এক-এক প্রতিসঙ্গ ফাংশন



এক-এক প্রতিসঙ্গ ফাংশন নয়।

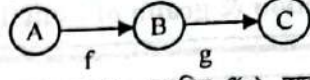
04. ধ্রুবক ফাংশন (Constant function): $f : A \rightarrow B$ ফাংশনকে ধ্রুবক ফাংশন বলা হয় যদি A সেটের সকল উপাদানের বিধ একই হয় যা B সেটে বিদ্যমান।



বিকল্প সংজ্ঞা: যদি একটি ফাংশন f এর রেঞ্জ কেবলমাত্র একটি সদস্য হয়, তবে সেই ফাংশনকে ধ্রুবক ফাংশন বলে।

05. অভেদ ফাংশন (Identity function): $f : A \rightarrow A$ দ্বারা সূচিত ফাংশনকে অভেদ ফাংশন বলা হয় যদি A সেটের প্রত্যেক উপাদানের বিধ ঐ উপাদান নিজেই হয়। যেমন- $A = \{1, 2, 3\}$ এবং $f : A \rightarrow A$; $f(x) = x$, $x \in A$ একটি অভেদ ফাংশন কেননা $f(1) = 1$, $f(2) = 2$, $f(3) = 3$ অর্থাৎ প্রত্যেক উপাদানের প্রতিবিধ উপাদানটা নিজেই। অভেদ ফাংশন সর্বদা (Onto) ফাংশন।

06. সংযোজিত ফাংশন (Composite function): A সেট হতে B সেটে বর্ণিত f একটি ফাংশন এবং B সেট হতে C সেটে বর্ণিত g একটি ফাংশন, অর্থাৎ



ধরি, $a \in A$ সুতরাং এর বিধ $f(a)$ । অতএব $f(a) \in B$ আবার $f(a)$ হল g ফাংশনটির ডোমেন। সুতরাং এর বিধ $g(f(a))$, অতএব $g(f(a)) \in C$ এভাবে A সেটের a ব্যতীত অন্য উপাদান নিয়েও দেখানো যায় যে তা C সেটের যে কোন অনন্য (Unique) উপাদানের সাথে সংশ্লিষ্ট। অর্থাৎ A সেট থেকে C সেটে বর্ণিত একটি ফাংশন এবং এই নতুন ফাংশনটিকে f এবং g এর গুণফল ফাংশন বা সংযোজিত ফাংশন বলে এবং একে $(g \circ f)$ দ্বারা সূচিত করা হয় $g \circ f$ কে g সংযুক্তি f পড়া হয়।

07. বিপরীত ফাংশন (Inverse function): যদি $f : A \rightarrow B$ একটি এক-এক এবং সার্বিক ফাংশন হয়, তবে $f^{-1} : B \rightarrow A$ দ্বারা সূচিত ফাংশনকে বিপরীত ফাংশন বলা হয়। এবং সর্বদাই $f(f^{-1}(x)) = x$ হয়।

বিপরীত ফাংশনের ডোমেন = প্রদত্ত ফাংশনের রেঞ্জ এবং বিপরীত ফাংশনের রেঞ্জ = প্রদত্ত ফাংশনের ডোমেন।

08. সীমাবদ্ধ ফাংশন (Bounded Function): যদি $f(x)$ ফাংশনকে $[a, b]$ ব্যবধিতে সংজ্ঞায়িত করা হয় এবং দুইটি বাস্তব সংখ্যা t ও T পাওয়া যায়; যেখানে $[a, b]$ ব্যবধির x এর সকল মানের জন্য $t \leq f(x) \leq T$ হয়, তবে $f(x)$ কে সীমাবদ্ধ ফাংশন বলে।

এখানে, t কে $f(x)$ ফাংশনের নিম্নসীমা ও T কে $f(x)$ ফাংশনের উর্ধ্বসীমা বলা হয়।

09. যুগ্ম ফাংশন (Even Function): $f(-x) = f(x)$ হলে, তাকে যুগ্ম বা জোড় ফাংশন বলে। যেমন- $f(x) = \cos x$ একটি যুগ্ম ফাংশন।

10. অযুগ্ম ফাংশন (Odd Function): $f(-x) = -f(x)$ হলে, তাকে অযুগ্ম বা বিজোড় ফাংশন বলে। যেমন- $f(x) = x + \sin x$ একটি অযুগ্ম ফাংশন।

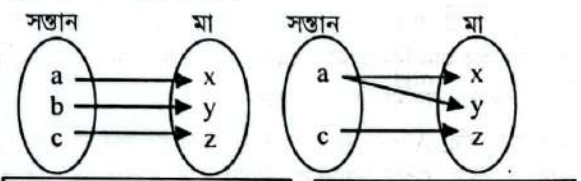
11. পর্যায়ী বা পর্যাবৃত্ত ফাংশন (Periodic function): যে ফাংশনের মান চলকের একটি নির্দিষ্ট মান পরপর পুনরাবৃত্তি হয় তাকে পর্যায়ী বা পর্যাবৃত্ত ফাংশন বলে এবং চলকের ঐ মানটিকে ফাংশনের পর্যায়কাল বা মৌলিক পর্যায় বলে। যেমন- সমস্ত ত্রিকোণমিতিক ফাংশনই পর্যায়ী ফাংশন ($\sin x$, $\cos x$, $\tan x$, $\cot x$, $\operatorname{cosec} x$, $\operatorname{sec} x$)

12. ব্যক্ত ফাংশন (Explicit function): যে সকল ফাংশনকে $y = f(x)$ বা $x = f(y)$ আকারে প্রকাশ করা যায় তাদেরকে ব্যক্ত ফাংশন বলে। যেমন- $ax^2 + by + c = 0$ ও $ay^3 + by^2 + cx + d = 0$ ব্যক্ত ফাংশন।

13. অব্যক্ত ফাংশন (Implicit function): যে সকল ফাংশনকে $y = f(x)$ বা $x = f(y)$ আকারে প্রকাশ করা যায় না তাদেরকে অব্যক্ত ফাংশন বলে। যেমন- $x^2 y^2 + 5xy - 2y^3 = 0$ ও $x + y = \tan(x - y)$ অব্যক্ত ফাংশন।

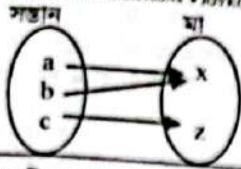
একটি মজার বিষয়ের মাধ্যমে ফাংশন: কোন একটি অস্থয় ফাংশন কি না কিংবা ফাংশন হলে, কেমন ফাংশন (এক-এক/বহু-এক সার্বিক/অসার্বিক ইত্যাদি) তা ম্যাপিং দেখে সহজে মনে রাখার নিয়ম :

ডোমেনকে সম্ভাবনদের সেট এবং কো-ডোমেনকে মায়েদের সেট মনে করি। এবার বাস্তবে যা ঘটতে পারে তা ফাংশন এবং বাস্তবে যা ঘটতে পারে না তা ফাংশন নয়।

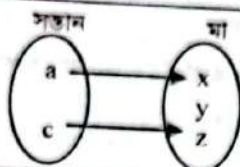
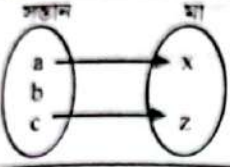


একজন সন্তানের একটি মাত্র মা থাকবে, এটাই স্বাভাবিক। তাই এটি একটি ফাংশন এবং এক এক।

একজন সন্তানের দুটি মা থাকবে, এটা স্বাভাবিক নয়। তাই এটি একটি ফাংশন নয়।



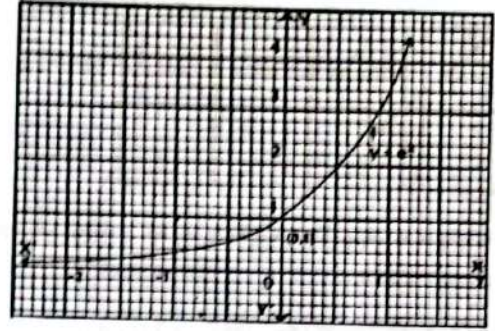
দু'জন সন্তানের একটি মা থাকতে পারে, এটা স্বাভাবিক। তাই এটি একটি ফাংশন। কিন্তু বহু সন্তান বিশিষ্ট মা থাকার কারণে উহা বহু-এক ফাংশন, এক-এক নয়।



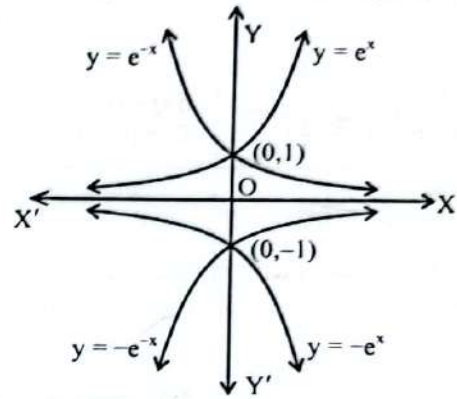
মা ছাড়া সন্তান থাকতে পারে, এটা স্বাভাবিক নয়, তাই এটি একটি ফাংশন নয়, অস্বাভাবিক। মানে রাখবে, ডোমেনে অতিরিক্ত উপাদান থাকলে ফাংশন হয় না। এখানে b ডোমেনের অতিরিক্ত উপাদান।

মা আছেন সন্তান নেই এটা স্বাভাবিক। তাই এটি একটি ফাংশন তবে নিম্নসন্তান মা থাকায় উহা সর্বির্ক হবে না, অসর্বির্ক।

সূচক ফাংশনের লেখচিত্র ও বৈশিষ্ট্য:
 $y = e^x$ এর লেখচিত্র:



- (i) সম্পূর্ণ স্কেচটি x- অক্ষের উপরিভাগে অবস্থিত।
- (ii) স্কেচটি x- অক্ষের ধনাত্মক ও ঋণাত্মক উভয়দিকে অসীম পর্যন্ত বিস্তৃত।
- (iii) যেহেতু $y \rightarrow 0$, যখন $x \rightarrow -\infty$, সুতরাং স্কেচটি x- অক্ষকে ছেদ করবে না।
- (i) সূচক ফাংশন হলো এক-এক ফাংশন।
- (ii) সম্ভাব্য বিভিন্ন সূচক ফাংশনের চিত্র একত্রে নিম্নে দেওয়া হল:



14. ব্র্যাকেট সংক্রান্ত তথ্য:

- $[1, 6) = 1 \leq x < 6$
- $(1, 6] = 1 < x \leq 6$
- $[1, 6) = 1 \leq x < 6$
- $[1, 6] = 1 \leq x \leq 6$

{1, 2, 3, 4, 5, 6} মানে শুধু 1, 2, 3, 4, 5, 6 বিন্দুগুলোকে বোঝায়।
< → টিকে (), ≤ / ≥ → টিকে [] দ্বারা দেখানো হয়।
∅ থাকলে () ফাল্ট ব্র্যাকেট বসে।
[] থাকলে সব কিছু বসবে।

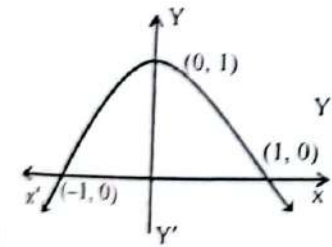
সর্বদা প্রয়োজনীয় ফাংশনের স্কেচ

□ দ্বিঘাত ফাংশন (Quadratic Function):

$f(x) = ax^2 + bx + c$ আকারের ফাংশনকে দ্বিঘাত ফাংশন বলে। $f(x) = y$, ধরলে, $y = ax^2 + bx + c$, যা একটি পরাবৃত্ত নির্দেশ করে।

→ দ্বিঘাত ফাংশনের স্কেচ বৈশিষ্ট্য:

$f(x) = x^2 + 1$



- (i) স্কেচটি একটি পরাবৃত্ত নির্দেশ করে যার অক্ষ y- অক্ষের সমান্তরাল।
- (ii) স্কেচটি x- অক্ষকে দুইটি বিন্দুতে এবং y- অক্ষকে একটি বিন্দুতে ছেদ করে।
- (iii) স্কেচটি x- অক্ষের নিচের দিকে ৩য় ও ৪র্থ চতুর্ভাগে অসীম পর্যন্ত বিস্তৃত।

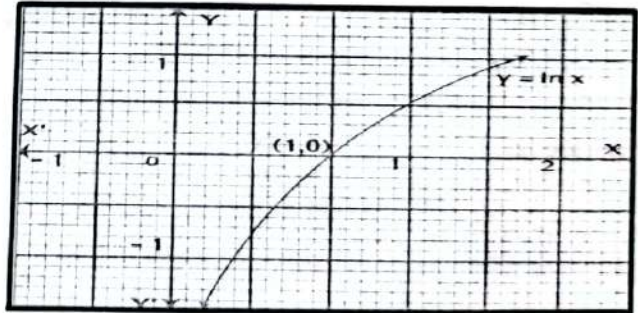
1. $y = 1 - x^2$ ফাংশনটির লেখচিত্র হবে উপরিউক্ত ফাংশনটির mirror image (প্রতিফলিত চিত্র)

2. $y^2 = 4ax$ পরাবৃত্ত ফাংশন হবে না। কারণ পরাবৃত্তটির লেখচিত্রে y- অক্ষের সমান্তরাল রেখা টানলে তা লেখচিত্রের দুইটি বিন্দুতে ছেদ করে।

সূচক ফাংশন (Exponential Function): $a \in (0, \infty) - \{1\}$ হলে $f(x) = a^x$ কে সূচক ফাংশন বলে। $y = f(x) = a^x$ বা, $x = \log_a y$ এই ফাংশনের ডোমেন, $D_f = \mathbb{R}$ এবং রেঞ্জ, $R_f = (0, \infty)$

□ লগারিদমিক ফাংশন (Logarithmic Function): $a \in (0, \infty) - \{1\}$ হলে $f(x) = \log_a x$ কে ভিত্তি a এর সাপেক্ষে লগারিদমিক ফাংশন বলে। $f(x)$ এর ডোমেন $D_f = (0, \infty)$ এবং রেঞ্জ $R_f = \mathbb{R}$

লগারিদমিক ফাংশনের স্কেচ ও বৈশিষ্ট্য:
মনে করি, $y = \ln x$



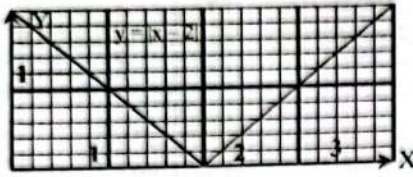
- (i) কেবল $x > 0$ হলেই $\ln x$ সংজ্ঞায়িত। সুতরাং স্কেচের সব অংশই y- অক্ষের ডানদিকে থাকবে।
- (ii) x এর মান যতই ক্ষুদ্র হবে স্কেচটি ততই y- অক্ষের ঋণাত্মক দিকে অগ্রসর হবে। কিন্তু কখনই y- অক্ষকে ছেদ করবে না।

□ পরম মান ফাংশন (Absolute value function):

$f(x) = |x| = \begin{cases} x, & \text{যখন } x \geq 0 \\ -x, & \text{যখন } x \leq 0 \end{cases}$

কে পরম মান ফাংশন বলে। এক্ষেত্রে $f(x)$ এর ডোমেন $D_f = \mathbb{R}$ এবং রেঞ্জ, $R_f = [0, \infty)$

▶ পরম মান ফাংশনের স্কেচ:
মনেকরি, $y = |x - 2|$



- ❑ ত্রিকোণমিতিক ফাংশন: ত্রিকোণমিতিক ফাংশন সম্পর্কে ৬ষ্ঠ অধ্যায় বিস্তারিত আলোচনা করা হয়েছে।
- ❑ বিপরীত ত্রিকোণমিতিক ফাংশন (Inverse Trigonometric Function):

<p>$f(x) = \sin^{-1}x$ $D_f = [-1, 1]; R_f = [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$</p>	<p>$f(x) = \cos^{-1}x$ $D_f = [-1, 1]; R_f = [0, \pi]$</p>
<p>$f(x) = \tan^{-1}x$ $D_f = \mathbb{R}; R_f = (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$</p>	<p>$f(x) = \operatorname{cosec}^{-1}x$ $D_f = \mathbb{R} - (-1, 1); R_f = [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}] - \{0\}$</p>
<p>$f(x) = \sec^{-1}x$ $D_f = \mathbb{R} - (-1, 1)$ $R_f = [0, \pi] - \{\frac{\pi}{2}\}$</p>	<p>$f(x) = \cot^{-1}x$ $D_f = \mathbb{R}; R_f = (0, \pi)$</p>

❑ ফাংশন ও রূপান্তরিত ফাংশনের লেখচিত্র:

$y = f(x)$ ফাংশনের লেখচিত্র জানা থাকলে নিম্নলিখিত ছকের কৌশল অনুযায়ী খুব সহজেই উক্ত ফাংশনটির রূপান্তরিত ফাংশন সমূহের লেখচিত্র অংকন সম্ভব।

মূল ফাংশন $y = f(x)$	$f(x)$ এর সাথে ধনাত্মক ধ্রুবক c যোগ	$f(x)$ থেকে ধনাত্মক ধ্রুবক c বিয়োগ	$f(x)$ এর স্বাধীন চলক x এর সাথে ধনাত্মক ধ্রুবক c যোগ	$f(x)$ এর স্বাধীন চলক x থেকে ধনাত্মক ধ্রুবক c বিয়োগ
নতুন ফাংশন	$y = f(x) + c$	$y = f(x) - c$	$y = f(x + c)$	$y = f(x - c)$

জ্যামিতিক প্রভাব	$y = f(x)$ এর লেখচিত্র c একক উপরে উঠে যায়।	$y = f(x)$ এর লেখচিত্র c একক নিচে নেমে যায়।	$y = f(x)$ এর লেখচিত্র c একক বামে সরে যায়।	$y = f(x)$ এর লেখচিত্র c একক ডানে সরে যায়।
উদাহরণ				
	মূল ফাংশন $y = x^2$ রূপান্তরিত ফাংশন $y = x^2 + 1$	মূল ফাংশন $y = x^2$ রূপান্তরিত ফাংশন $y = x^2 - 1$	মূল ফাংশন $y = x^2$ রূপান্তরিত ফাংশন $y = (x+1)^2$	মূল ফাংশন $y = x^2$ রূপান্তরিত ফাংশন $y = (x-1)^2$

❑ ফাংশন ও রূপান্তরিত ফাংশনের জন্য কিছু গুরুত্বপূর্ণ তথ্য:

$y = f(x) + c$	• $c > 0$; লেখচিত্র y - অক্ষ বরাবর বা সমান্তরাল উপরের দিকে c একক সরে যায়। • $c < 0$; লেখচিত্র y - অক্ষ বরাবর বা সমান্তরাল নিচের দিকে c একক সরে যায়।
$y = f(x + c)$	• $c > 0$; লেখচিত্র x - অক্ষ বরাবর বা সমান্তরাল বামে c একক সরে যায়। • $c < 0$; লেখচিত্র x - অক্ষ বরাবর বা সমান্তরাল ডানে c একক সরে যায়।
$y = c \cdot f(x)$	• $c > 0$; লেখচিত্র y - অক্ষ বরাবর প্রসারিত হয়। • $0 < c < 1$; লেখচিত্র y - অক্ষ বরাবর সংকুচিত হয়।
$y = f(cx)$	• $c > 1$; লেখচিত্র x - অক্ষ বরাবর সংকুচিত হয়। • $0 < c < 1$; লেখচিত্র x - অক্ষ বরাবর প্রসারিত হয়।
$y = -f(x)$	• লেখচিত্র x - অক্ষের সাপেক্ষে প্রতিফলিত হয়।
$y = f(-x)$	• লেখচিত্র y - অক্ষের সাপেক্ষে প্রতিফলিত হয়।

❑ মনে রাখতে হবে:

ফাংশন/ফাংশন নয়	চিত্র
(i) $x^2 + y^2 = 1$, ফাংশন নয়।	
(ii) $x^2 + y^2 = 1, [x \leq 0]$ ফাংশন নয়।	
(iii) $x^2 + y^2 = 1, [x \geq 0]$ ফাংশন নয়।	
(iv) $x^2 + y^2 = 1, [y \leq 0]$ ফাংশন নয়।	
(v) $x^2 + y^2 = 1, [y \geq 0]$ ফাংশন নয়।	
(vi) $x^2 = 4ay$, ফাংশন।	
(vii) $y^2 = 4ax$, ফাংশন নয়।	
(viii) $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, ফাংশন নয়।	

Technique Part

❑ ডোমেন ও রেঞ্জ নির্ণয় (Short Technic):

Technic-01 $f(x) = ax + b$ আকৃতির ফাংশনের ক্ষেত্রে
 $D_f = \mathbb{R}$ এবং $R_f = \mathbb{R}$

Technic-02 $f(x) = \frac{a}{bx + c}$ আকৃতির ফাংশনের ক্ষেত্রে
 $D_f = \mathbb{R} - \{-\frac{c}{b}\}$ এবং $R_f = \mathbb{R} - \{0\}$

Technic-03 $f(x) = \frac{ax}{bx+c}$ আকৃতির ফাংশনের ক্ষেত্রে

$$D_f = R - \left\{-\frac{c}{b}\right\} \text{ এবং } R_f = R - \left\{\frac{a}{b}\right\}$$

Technic-04 $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ আকৃতির ফাংশনের ক্ষেত্রে

$$D_f = R - \left\{-\frac{d}{c}\right\} \text{ এবং } R_f = R - \left\{\frac{a}{c}\right\}$$

Technic-05 $f(x) = \frac{x^2-a^2}{x-a}$ আকৃতির ফাংশনের ক্ষেত্রে

$$D_f = R - \{a\} \text{ এবং } R_f = R - \{2a\}$$

Technic-06 $f(x) = \frac{x^2-a^2}{x+a}$ আকৃতির ফাংশনের ক্ষেত্রে

$$D_f = R - \{-a\} \text{ এবং } R_f = R - \{-2a\}$$

Technic-07 লব দ্বিঘাত এবং হর একঘাত এরূপ ভগ্নাংশের ক্ষেত্রে:

$$f(x) = \frac{ax^2+b}{cx+d} \text{ ফাংশনের}$$

ডোমেন = $R - \{x \text{ এর যে মানের জন্য হর শূন্য হয় সেই মান}\}$

$$\therefore \text{ডোমেন, } D_f = R - \left\{-\frac{d}{c}\right\} \text{ এবং}$$

রেঞ্জ = $R - \{x \text{ এর যে মানের জন্য হর শূন্য হয় সেই মানকে দ্বিগুণ করতে হবে}\}$

$$\therefore \text{রেঞ্জ, } R_f = R - \left\{-\frac{2d}{c}\right\}$$

Technic-08 $f(x) = \sqrt{x^2-a^2}$ আকৃতির ফাংশনের ক্ষেত্রে ডোমেন $x \leq -a$ or $x \geq a$ এবং $R_f = [0, \infty)$

Technic-09 $f(x) = \sqrt{a^2-x^2}$ আকৃতির ফাংশনের ক্ষেত্রে ডোমেন $-a \leq x \leq a$ বা $|x| \leq a$ এবং $R_f = [0, a]$

Technic-10 $f(x) = \log(a+bx)$ আকৃতির ফাংশনের ক্ষেত্রে \log এর ভেতরের রাশিটি শূন্য অপেক্ষা বড় হবে।

$$\therefore \text{ডোমেন, } D_f = x > -\frac{a}{b} \text{ বা } \left(-\frac{a}{b}, \infty\right) \text{ এবং রেঞ্জ } R_f = \mathbb{R}$$

Technic-11 $f(x) = e^x$ আকৃতির ফাংশনের ক্ষেত্রে

$$D_f = R \text{ এবং } R_f = (0, \infty)$$

Technic-12 $f(x) = \frac{x^n-a^n}{x-a}$ আকৃতির ফাংশনের ক্ষেত্রে

$$D_f = R - \{a\}, R_f = \{na^{n-1}\}$$

ফাংশনের সমতা (Equality of function): যদি f এবং g দুইটি ফাংশন এমন হয় যে $D_f = D_g = D$ এবং $f(a) = g(a)$, যখন $a \in D$; তখন f এবং g কে সমান ফাংশন বলা হয়।

গাণিতিকভাবে: $f = g \Rightarrow D_f = D_g$ এবং $f(x) = g(x)$ প্রত্যেক $x \in D_f = D_g$

বিপরীত ফাংশন নির্ণয়:

Technic-01 x এর পরিবর্তে $f^{-1}(x)$ বসিয়ে $f^{-1}(x)$ নির্ণয় করা যায়।

Technic-02 $f(x) = ax + b$ হলে, $f^{-1}(x) = \frac{x-b}{a}$

Technic-03 $f(x) = \frac{a}{bx+c}$ হলে, $f^{-1}(x) = \frac{a-cx}{bx}$

Technic-04 $f(x) = \frac{ax}{bx+c}$ হলে, $f^{-1}(x) = \frac{cx}{a-bx}$

Technic-05 $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ হলে, $f^{-1}(x) = \frac{-dx+b}{cx-a}$

Technic-06 $f(x) = \frac{ax^n+b}{cx^n+d}$ হলে, $f^{-1}(x) = \sqrt[n]{\frac{-dx+b}{cx-a}}$

Special Technic $y = f(x) = \frac{ax+b}{cx-a}$ হলে,

(i) $f^{-1}(x) = f(x)$

(ii) $f(y) = x$ হয়।

এ অধ্যায়ের গাণিতিক সমস্যাসমূহকে নিম্নোক্ত Type এ অন্তর্ভুক্ত করা যায়

Type-01: ফাংশনের ডোমেন এবং রেঞ্জ সংক্রান্ত

Prob 01 যদি $f : A \rightarrow B$ এবং $A = \{1, 3, 5\}$ হয়, তবে $f(x) = x^2$ এর ডোমেন কত?

Sol: যেহেতু $f : A \rightarrow B \therefore D_f = A = \{1, 3, 5\}$ (Ans.)

Prob 02 $f(x) = 5x + 6$ হলে, ফাংশনটির ডোমেন কত?

Sol: $D_f = R$ [$\because x$ এর সকল মান প্রযোজ্য]

Prob 03 $f(x) = \frac{2x+3}{x+2}$ হলে, ডোমেন কত?

Sol: ডোমেন = $R - \{x \text{ এর যে মানের জন্য হর শূন্য হয়}\} = R - \{-2\}$ (Ans.)

Prob 04 $f(x) = \sqrt{4x+5}$ হলে, ডোমেন কত?

Sol: $4x+5 \geq 0 \Rightarrow x \geq -\frac{5}{4} \therefore \text{ডোমেন} = \{x : x \geq -\frac{5}{4}\}$

Prob 05 $f(x) = \sqrt{a^2-x^2}$ হলে, ডোমেন কত?

Sol: $D_f : -a \leq x \leq a$

[Technique-09]

Prob 06 $f : R \rightarrow R$ এবং $f(x) = \begin{cases} 3x-1, & x > 3 \\ x^2-2, & -2 \leq x \leq 3 \end{cases}$ হলে, $f(2) = ?$

Sol: যেহেতু $2 < 3$

$$\therefore f(x) = x^2 - 2 \Rightarrow f(2) = 2^2 - 2 = 4 - 2 = 2 \text{ (Ans.)}$$

Prob 07 $f(x) = 5x - 7$ ফাংশনের রেঞ্জ কত?

Sol: $R_f = R$

[Technique-01]

Prob 08 $f(x) = \frac{x-1}{3x-2}$ ফাংশনের রেঞ্জ কত?

Sol: $R_f = R - \left\{\frac{\text{লবের } x \text{ এর সহগ}}{\text{হরের } x \text{ এর সহগ}}\right\} = R - \left\{\frac{1}{3}\right\}$

[Technique-04]

Prob 09 $f(x) = \sqrt{x^2-25}$ এর রেঞ্জ কত?

Sol: যে কোন বর্গমূলযুক্ত ফাংশনের ক্ষেত্রে রেঞ্জ = $[0, \infty)$ তবে $f(x) = \sqrt{\text{ঋণক} - x^2}$ ফাংশন ব্যতিত।

$$\therefore \text{প্রদত্ত ফাংশনের জন্য } R_f = [0, \infty)$$

[Technique-08]

Prob 10 $f(x) = \frac{x^2+9}{x-5}$ এর রেঞ্জ কত?

Sol: $R_f = R - \{x \text{ এর যে মানের জন্য হর শূন্য হয় তার দ্বিগুণ}\}$

$$\therefore R_f = R - \{2 \times 5\} = R - \{10\}$$

[Technique-07]

Prob 11 $f(x) = \sqrt{4-x^2}$ এর রেঞ্জ কত?

Sol: $f(x) = \sqrt{4-x^2}$ ফাংশনের রেঞ্জ $[0, \sqrt{4}]$

∴ প্রাপ্ত ফাংশনের রেঞ্জ $= [0, \sqrt{4}] = [0, 2]$ [Technique-09]

Function এর মানে সম্পর্কিত। সরাসরি $f(x)$ আকারে লেখা নয় একে ফাংশনের f (মান) নির্ণয় সংক্রান্ত Technique x এর পরিবর্তে এমন মান বসাতে হবে, যে মানের জন্য $f(x)$ বের হয়। অতএব (মান) বের করতে হবে। অথবা f (মান) নির্ণয়ের ক্ষেত্রে x এর মান বসাতে হবে। যে মানের জন্য প্রাপ্ত মান (যা নির্ণয় করতে বলা হয়েছে) পাওয়া যাবে।

Prob 12 (i) $f(x-3) = \frac{2x+5}{4x-1}$ হলে $f(x)$, $f(5)$ এবং $f(0)$ নির্ণয় কর।

Sol: $f(x)$ এর জন্য x এর পরিবর্তে $x+3$ বসালে পাই

$$f(x+3-3) = \frac{2(x+3)+5}{4(x+3)-1} \Rightarrow f(x) = \frac{2x+11}{4x+11}$$

এখানে $x=5$ এবং $x=0$ বসালে, $f(5)$ এবং $f(0)$ পাওয়া যাবে।

আমাদের মূল ফাংশনে $x=8$ এবং $x=3$ বসালেও $f(5)$ ও $f(0)$ পাওয়া যাবে।

(ii) $f\left(\frac{1}{x-2}\right) = \frac{3x+8}{7x-4}$ হলে $f(-5)$ নির্ণয় কর।

Sol: $\frac{1}{x-2} = -5 \Rightarrow x-2 = -\frac{1}{5} \Rightarrow x = \frac{9}{5}$

$$\therefore f(-5) = \frac{3 \cdot \frac{9}{5} + 8}{7 \cdot \frac{9}{5} - 4} = \frac{67}{43}$$

(iii) $f(x^3-3) = x-2$ হলে, $f(x)$ এবং $f(5)$ নির্ণয় কর।

Sol: x এর পরিবর্তে $\sqrt[3]{x}$ বসাই।

$$f\left(\left(\sqrt[3]{x}\right)^3-3\right) = \sqrt[3]{x}-2 \Rightarrow f(x-3) = \sqrt[3]{x}-2$$

এখন x এর পরিবর্তে $x+3$ বসাই

$$f(x+3-3) = \sqrt[3]{x+3}-2 \Rightarrow f(x) = \sqrt[3]{x+3}-2$$

$$\therefore f(5) = \sqrt[3]{5+3}-2 = \sqrt[3]{8}-2 = 2-2 = 0$$

Type-02: এক-এক ফাংশন ও সার্বিক ফাংশন সংক্রান্ত

কোন ফাংশনকে সার্বিক বলা হবে, যদি ফাংশনটি এক-এক হয় এবং ফাংশনের রেঞ্জ = কো-ডোমেন হয়।

Prob 01 $f: R \rightarrow R$ ফাংশনটি $f(x) = 2x+1$ দ্বারা সংজ্ঞায়িত হলে, দেখাও যে, এটি এক-এক ও সার্বিক।

Sol: এক-এক কিনা তা যাচাই:

ধরি, $x_1, x_2 \in R; f(x_1) = f(x_2)$ হলে, $2x_1+1 = 2x_2+1$

$\Rightarrow x_1 = x_2$ ∴ এটি এক-এক ফাংশন।

সার্বিক কিনা তা যাচাই:

ফাংশনটির রেঞ্জ = R ∴ কো-ডোমেন = রেঞ্জ ∴ ফাংশনটি সার্বিক।

Prob 02 $f: R \rightarrow R$ ফাংশনটি $f(x) = x^3$ দ্বারা সংজ্ঞায়িত হলে, এটি এক-এক ও সার্বিক ফাংশন কিনা যাচাই কর।

Sol: এক-এক কিনা তা যাচাই:

ধরি, $x_1, x_2 \in R; f(x_1) = f(x_2)$ হলে, $x_1^3 = x_2^3$

$\Rightarrow x_1 = x_2$ ∴ এটি এক-এক ফাংশন।

সার্বিক কিনা তা যাচাই:

রেঞ্জ = R , কো-ডোমেন = R ∴ রেঞ্জ = কো-ডোমেন ∴ ফাংশনটি সার্বিক।

Prob 03 $y = \frac{x-1}{2x-3}$ ফাংশনটির $R = \left\{ \frac{3}{2} \right\}$ থেকে R থেকে এক-এক ও

সার্বিক কিনা যাচাই কর।

Sol: এক-এক কিনা তা যাচাই:

ধরি, $x_1, x_2 \in R$ এবং $f(x_1) = f(x_2)$

এখন, $f(x_1) = f(x_2)$ হলে, $\frac{x_1-1}{2x_1-3} = \frac{x_2-1}{2x_2-3}$

$\Rightarrow x_1 = x_2$ (সরল করে) ∴ এটি এক-এক ফাংশন।

সার্বিক কিনা তা যাচাই:

রেঞ্জ = $R - \left\{ \frac{1}{2} \right\}$, কিং কো-ডোমেন = R

∴ রেঞ্জ \neq কো-ডোমেন ∴ ফাংশনটি সার্বিক নয়।

Type-03: বিপরীত ফাংশন ও এর মান নির্ণয় সংক্রান্ত

Technic-01: f^{-1} (মান) নির্ণয়ের ক্ষেত্রে $f(x) =$ মূল ফাংশন এবং x এর মানটি f^{-1} (মান) এর Ans এবং x এর কোন কারণে মূল ফাংশন f এর Ans ফাংশনটি।

Technic-02: $f(x) = 2x+c$ হলে, $f^{-1}(x) = \frac{x-c}{2}$

Technic-03: $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ হলে, $f^{-1}(x) = \frac{dx+b}{cx-a}$

Technic-04: $f(x) = \frac{a}{bx-c}$ হলে, $f^{-1}(x) = \frac{a+cx}{bx}$

Prob 01 $f: R \rightarrow R, f(x) = 2x-3$ হলে, $f^{-1}(x) = ?$

Sol: প্রদত্ত ফাংশনের জন্য $f^{-1}(x) = \frac{x-(-3)}{2} = \frac{x+3}{2}$ [Using Technic-02]

Prob 02 $f(x) = \frac{x-2}{x-3}$ হলে, $f^{-1}(x) = ?$

Sol: প্রদত্ত ফাংশনের জন্য $f^{-1}(x) = \frac{2x-2}{x-1}$ [Using Technic-03] Ans.

Prob 03 $f(x) = \frac{3}{2x-5}$ এর বিপরীত ফাংশন কত?

Sol: প্রদত্ত ফাংশনের জন্য $f^{-1}(x) = \frac{3+5x}{2x}$ [Using Technic-04] Ans.

Prob 04 $f(x) = 7x-11$ হলে, $f^{-1}(3)$ এর মান কত?

Sol: $f(x) = 3 \Rightarrow 7x-11 = 3 \Rightarrow x = 2$ Ans.

Prob 05 $f(x) = x^2-x-1$ হলে, $f^{-1}(5)$ এর মান কত?

Sol: $f(x) = 5 \Rightarrow x^2-x-1 = 5 \Rightarrow x = -2, 3$ Ans.

Prob 06 $f: R \rightarrow R$ কে, $f(x) = x^2+1$ দ্বারা সংজ্ঞায়িত করা হলে, $f^{-1}([5, 37]), f^{-1}(-5)$ নির্ণয় কর।

Sol: $f^{-1}(5)$ এর ক্ষেত্রে $x^2+1 = 5 \Rightarrow x = \pm 2$ ∴ $f^{-1}(5) = \{-2, 2\}$ Ans.

$f^{-1}([5, 37])$ এর ক্ষেত্রে $x^2+1 = 5 \Rightarrow x = \pm 2$

$x^2+1 = 37 \Rightarrow x = \pm 6$

∴ $f^{-1}([5, 37]) = \{x \in R, 2 \leq x \leq 6 \text{ অথবা } -6 \leq x \leq -2\}$ Ans.

$f^{-1}(-5)$ এর ক্ষেত্রে $x^2+1 = -5 \Rightarrow x^2 = -6$ ∴ $f^{-1}(-5) = \emptyset$ Ans.

Prob 04 পরমমান ফাংশন: $f(x) = |5 - x|$ এর লেখচিত্র কি হবে?

Sol : $f(x) = |5 - x|$ দ্বারা বোঝানো হয় যে, x এর মান যাই হোক না কেন $f(x)$

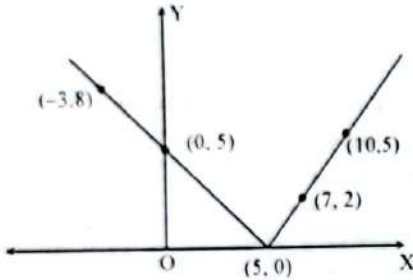
বা $5 - x$ সর্বদাই ধনাত্মক।

সুতরাং $f(x) = |5 - x|$, যখন $x < 5$, $f(x) = -(5 - x)$, যখন $x > 5$ এবং $f(x) = 0$, যখন $x = 5$.

সমকোণে পরস্পরছেদী দুইটি সরলরেখা XOX' ও YOY' কে যথাক্রমে x -অক্ষ মনে করে $f(x) = |5 - x|$, সমীকরণ হতে x এর কয়েকটি ভিন্ন ভিন্ন বাস্তব মানের জন্য $f(x)$ এর ভিন্ন ভিন্ন মান নির্ণয় করা হল। প্রদত্ত ফাংশন হতে প্রাপ্ত সকল $(x, f(x))$ বিন্দুকে আনুমানিক স্কেলে অঙ্কন সাপেক্ষে ছাপন করে সংযোজন করলে নির্ণয় স্কেচ পাওয়া যাবে।

x	-3	0	5	7	10
y	8	5	0	2	5

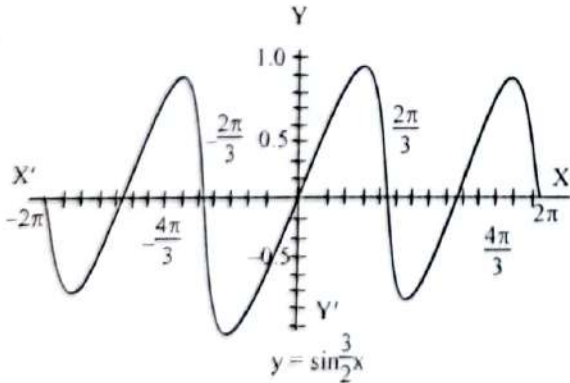
স্কেচ দুইটি সরলরেখা হবে যারা সর্বদাই x -অক্ষের উপরে থাকবে এবং দুই দিকে x -অক্ষের সঙ্গে সমান কোণে আনত হবে।



ফাংশনের স্কেচের বৈশিষ্ট্য: স্কেচটি অবিচ্ছিন্ন এবং এর দুইটি অংশ পরস্পর লম্ব এবং x -অক্ষের সাথে সমান পরমমান বিশিষ্ট কোণ উৎপন্ন করে।

Prob 05 $y = \sin \frac{3}{2}x$ এর লেখচিত্র কি হবে?

Sol : লেখচিত্রটি হবে $\sin x$ এর লেখচিত্রের অনুরূপ এবং যে সমস্ত বিন্দুতে x -এর মান $\frac{2\pi}{3}$ এর গুণিতক সে সমস্ত বিন্দুতে লেখচিত্রটি x -অক্ষকে ছেদ করে।



x -অক্ষকে ছেদকৃত বিন্দুসমূহ হবে,

- (i) $y = \sin nx$ হলে, $\frac{\pi}{n}$ এর গুণিতক বিন্দু।
- (ii) $y = \cos nx$ হলে, $\frac{\pi}{2n}$ এর গুণিতক বিন্দু।
- (iii) $y = \tan nx$ হলে, $\frac{\pi}{n}$ এর গুণিতক বিন্দু।

ঢাকা বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিপণিত বহুবের প্রশ্নাবলি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ কে $f(x) = e^{x-3}$ দ্বারা সংজ্ঞায়িত করা হলে $f^{-1}(e)$ এর মান- [15-16]
A. 4 B. 3 C. 2 D. 0

Ans A Solve $y = e^{x-3} \Rightarrow x-3 = \ln y \Rightarrow x = \ln y + 3$
 $\Rightarrow f^{-1}(y) = \ln y + 3 \Rightarrow f^{-1}(e) = \ln e + 3$
 $\therefore f^{-1}(e) = \ln e + 3 = 1 + 3 = 4.$

02. $y = \frac{1}{\sqrt{4-x}}$ ফাংশনটির ডোমেইন এবং রেঞ্জ- [15-16]

A. $-\infty < x \leq 4; 0 \leq y < \infty$ B. $-\infty < x < 4; 0 < y < \infty$
C. $-\infty < x < 4; 0 \leq y < \infty$ D. $-\infty < x \leq 4; 0 < y < \infty$

Ans B Solve
 $y = \frac{1}{\sqrt{4-x}}$ সংজ্ঞায়িত হবে
যখন $4-x \neq 0$ হয়
 $\Rightarrow 4-x > 0$
 $\Rightarrow x-4 < 0$
 $\Rightarrow x < 4$
ডোমেইন $(-\infty, 4)$

$4-x = \frac{1}{y^2}$
 $x-4 = -\frac{1}{y^2} = -\frac{4y^2-1}{y^2}$
 $y \neq 0$
রেঞ্জ: $0 < y < \infty$

03. $f(x) = \log(x-1)$ ফাংশনটির ডোমেন (Domain)- [14-15]

A. (0,1) B. (0,∞) C. (1,∞) D. (-∞,0)

Ans C Solve $f(x) = \log(x-1)$
সংজ্ঞায়িত হয় যখন, $x-1 > 0 \Rightarrow x > 1 \therefore$ ডোমেন, $(1, \infty)$

04. যদি $f(x) = x^3 + 7$ হয় তবে, $f^{-1}(15) = ?$ [14-15]

A. 3 B. 2 C. -2 D. 15

Ans B Solve $f(x) = x^3 + 7$
 $\Rightarrow y = x^3 + 7$, ধরি $f(x) = y, x = f^{-1}(y) \Rightarrow x^3 = y - 7$
 $\Rightarrow x = \sqrt[3]{y-7} \Rightarrow f^{-1}(y) = \sqrt[3]{y-7}$
 $\Rightarrow f^{-1}(x) = \sqrt[3]{x-7}$
 $\therefore f^{-1}(15) = \sqrt[3]{15-7} = \sqrt[3]{8} = 2$

05. $f(x) = \frac{1}{\sqrt{4-x^2}}$ বাস্তব ফাংশনটির ডোমেন এবং রেঞ্জ- [14-15]

A. $x < -2, y > \frac{1}{2}$ B. $-2 < x < 2, y \geq \frac{1}{2}$
C. $-2 \leq x \leq 2, y < \frac{1}{2}$ D. $-x < -2 \& x > -2 < y < 2$

Ans B Solve $f(x) = \frac{1}{\sqrt{4-x^2}}$
ফাংশনটি সংজ্ঞায়িত হবে যখন, $4-x^2 > 0 \Rightarrow x^2-4 < 0$
 $\Rightarrow x^2 < 4 \Rightarrow |x| < 2 \Rightarrow -2 < x < 2 \therefore$ ডোমেন, $-2 < x < 2$
 $x = 0$ হলে, $y = f(x) = \frac{1}{2}$

$x = 0$ ব্যতীত যখন, $-2 < x < 2, y = f(x) > \frac{1}{2} \therefore$ রেঞ্জ $y \geq \frac{1}{2}$

06. যদি $f(x) = (x-2)(1-x)$ হয়, তবে $f(f(3))$ এর মান- [13-14]

A. 9 B. -12 C. 12 D. 8

Ans B Solve $f(3) = (3-2)(1-3) = 1(-2) = -2$
 $f(f(3)) = (-2-2)(1-(-2)) = -4(1+2) = -12$

০৭. $f(x) = \sqrt{x^2 - 5x + 6}$ ফাংশনের ডোমেন এবং রেঞ্জ যথাক্রমে- [13-14]

- A. $x \leq 2, 3 \leq x$ and $y \geq 0$ B. $2 \leq x \leq 3$ and $y \geq 0$
 C. $x \geq 3$ and $y > 0$ D. $x \leq 2, x \geq 3$ and $y > 0$

Ans A Solve $y = f(x) = \sqrt{x^2 - 5x + 6} = \sqrt{(x-3)(x-2)}$

so, $y \geq 0 \Rightarrow (x-3)(x-2) \geq 0$
 $(x-3) \geq 0 \Rightarrow x \geq 3$

And, $(x-2) \leq 0 \Rightarrow x \leq 2$. so domain, $x \leq 2, 3 \leq x$ & $y \geq 0$

০৮. $f(x) = 4 - (x-3)^2$ ফাংশনের ডোমেন এবং রেঞ্জ যথাক্রমে- [12-13]

- A. \mathbb{R} B. $\mathbb{R}, f(x) \leq 4$ C. $x \geq 4, \mathbb{R}$ D. $\mathbb{R}, x \geq 3$

Ans B Solve $f(x) = 4 - (x-3)^2$

ধরি, $y = 4 - (x-3)^2 \Rightarrow y = 4 - x^2 + 6x - 9$

$\Rightarrow x^2 - 6x + y + 5 = 0$

$\therefore x = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 4(y+5)}}{2} = 3 \pm \sqrt{9 - y - 5} = 3 \pm \sqrt{4 - y}$

$\therefore f^{-1}(x) = 3 \pm \sqrt{4 - x}$ \therefore ডোমেন = \mathbb{R} ; রেঞ্জ, $f(x) \leq 4$

০৯. $f(x) = \frac{x-3}{2x+1}$ এবং $x \neq -\frac{1}{2}$ হলে, $f^{-1}(-2)$ এর মান- [08-09, 12-13]

- A. $\frac{5}{3}$ B. $-\frac{5}{3}$ C. $\frac{1}{5}$ D. $\frac{2}{5}$

Ans C Solve $f^{-1}(x) = \frac{-x-3}{2x-1} \therefore f^{-1}(-2) = \frac{2-3}{2(-2)-1} = \frac{1}{-5} = -\frac{1}{5}$

১০. $f(x) = 3x^3 + 3$ এবং $g(x) = \sqrt[3]{\frac{x-2}{3}}$ হলে, $(f \circ g)(3)$ এর মান- [11-12]

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Ans D Solve

$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f\left(\sqrt[3]{\frac{x-2}{3}}\right) = 3\left(\sqrt[3]{\frac{x-2}{3}}\right)^3 + 3$

$= 3 \cdot \frac{x-2}{3} + 3 = x - 2 + 3 = x + 1$

$f \circ g(3) = 3 + 1 = 4$

১১. $f(x) = \frac{5x+3}{4x-5}$ হলে, $f^{-1}(x) = ?$ [10-11]

- A. $\frac{5x+3}{4x-5}$ B. $\frac{4x-5}{5x-5} f^{-1}$ C. $\frac{5x-3}{4x-5}$ D. $\frac{5x-3}{4x+5}$

Ans A Solve এখানে, $f(x) = \frac{5x+3}{4x-5} = y$

$\Rightarrow 5x+3 = 4xy - 5y \Rightarrow 4xy - 5x = 5y+3$

$\Rightarrow x = \frac{5y+3}{4y-5} \therefore f^{-1}(x) = \frac{5x+3}{4x-5}$

১২. $f(x) = \frac{x-3}{2x+1}$ এবং $x \neq -\frac{1}{2}$ হলে, $f^{-1}(2)$ এর মান- [08-09]

- A. $\frac{3}{5}$ B. $-\frac{5}{3}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{2}{5}$

Ans B Solve ধরি, $y = f(x) = \frac{x-3}{2x+1}$

$2xy + y = x - 3 \Rightarrow x(2y - 1) = -(3 + y)$

$x = -\frac{3+y}{2y-1} \therefore f^{-1}(y) = -\frac{3+y}{2y-1} \therefore f^{-1}(2) = -\frac{3+2}{2 \cdot 2 - 1} = -\frac{5}{3}$

১৩. $f(x) = x^2 + 4$ এবং $g(x) = 2x - 1$ হলে, $g \circ f(x) = ?$ [07-08, 05-06]

- A. $x^2 + 5$ B. $2x^2 + 7$
 C. $2x^2 - 3$ D. $x^2 - 5$

Ans B Solve $g \circ f(x) = g(x^2 + 4) = 2(x^2 + 4) - 1 = 2x^2 + 7$

১৪. যদি $f(x) = x^2 - 2|x|$ এবং $g(x) = x^2 + 1$ হয়, তবে $g \circ f(-2)$ এর মান- [06-07]

- A. 0 B. 65 C. 5 D. 1

Ans D Solve $f(-2) = (-2)^2 - 2|-2| = 4 - 4 = 0$

$\therefore g \circ f(-2) = g(f(-2)) = g(0) = 0^2 + 1 = 1$

১৫. $f(x) = \frac{3+x}{1-2x}$ হলে, $f^{-1}(x) = ?$ [06-07]

- A. $\frac{x-3}{2x+1}$ B. $\frac{3-x}{1-2x}$ C. $\frac{x+3}{2+x}$ D. $\frac{x+3}{2x+1}$

Ans A Solve $f^{-1}(x) = \frac{3-x}{-1-2x} = \frac{x-3}{2x+1}$

১৬. যদি $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{4, 5, 6\}$ এবং $R = \{(1, 4), (2, 5), (3, 4)\}$ হয়, তবে কোনটি সত্য উক্তি? [04-05]

- A. R একটি ফাংশন যার ডোমেন A B. R একটি ফাংশন যার রেঞ্জ B
 C. R একটি এক-এক ফাংশন D. R একটি সার্বিক ফাংশন **Ans. A**

১৭. যদি $f(x) = \frac{x}{1+x}$ হলে, $f(2/3) \div f(3/2)$ সমান- [04-05]

- A. 2/3 B. 3 C. 2 D. 3/2

Ans A Solve $f(x) = \frac{x}{1+x} \therefore f\left(\frac{2}{3}\right) = \frac{\frac{2}{3}}{1+\frac{2}{3}} = \frac{2}{5}$

এবং $f\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{\frac{3}{2}}{1+\frac{3}{2}} = \frac{3}{5} \therefore f\left(\frac{2}{3}\right) \div f\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{2}{3}$

[Or, By using Calculator.]

১৮. $f(x) = x^2 + 3$ এবং $g(x) = \sqrt{x}$ হলে, $f(g(x)) = ?$ [01-02]

- A. $2x + 3, x < 0$ B. $x^2 + 1$
 C. $3 + 9x$ D. $x + 3, x > 0$

Ans D Solve $f(g(x)) = f(\sqrt{x}) = (\sqrt{x})^2 + 3 = x + 3$

১৯. $f(x) = (1-x)^{-1}$ হলে, $f(f(x)) =$ কত? [99-00]

- A. $\frac{x}{x+1}$ B. $\frac{x+1}{x}$ C. $\frac{x}{x-1}$ D. $\frac{x-1}{x}$

Ans D Solve $f(f(x)) = \frac{1}{1-f(x)} = \frac{1}{1-\frac{1}{1-x}} = \frac{1}{\frac{1-x-1}{1-x}} = \frac{1}{\frac{-x}{1-x}} = \frac{x-1}{x}$

জগন্নাথ বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি

[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

০১. যদি $f(x) = |x|$ হয় তবে $f(x)$ এর রেঞ্জ কত? [15-16]

- A. $(0, \infty)$ B. $[0, \infty)$ C. $(-\infty, \infty)$ D. কোনটিই নয়

Ans B Solve $f(x) = |x|$

Domain, $R = (-\infty, \infty)$ [$\because |\pm a| = a$]

\therefore Range = $[0, \infty)$

02. যদি $f(x) = x^2 + 2x - 3$ এবং $g(x) = 3x - 4$ হয়, তবে $g(f(2))$ এর মান কত? [13-14]

- A. 5 B. 4 C. 11 D. 6

Ans C Solve

$$g(f(x)) = 3f(x) - 4$$

$$= 3(x^2 + 2x - 3) - 4 = 3x^2 + 6x - 9 - 4$$

$$g(f(2)) = 3 \cdot 2^2 + 6 \cdot 2 - 13 = 12 + 12 - 13 = 11$$

03. $f(x) = x^2 - 2|x|$ এবং $g(x) = x^2 - 9$ হলে, $g(f(-3))$ এর মান- [07-08]

- A. 0 B. 1 C. 1/2 D. -1

Ans A Solve

$$g(f(-3)) = g\{(-3)^2 - 2|-3|\} = g(9 - 6)$$

$$= g(3) = 3^2 - 9 = 0$$

04. $f(x) = \frac{2+3x}{3-2x}$ হলে, $f^{-1}(x)$ এর মান- [07-08]

- A. $\frac{2-3x}{2x-3}$ B. $\frac{3x+2}{3-2x}$ C. $\frac{3x-2}{2x+3}$ D. $\frac{3x-2}{2x-3}$

Ans C Solve

$$f(x) = \frac{ax+b}{cx+d} \text{ হলে, } f^{-1}(x) = \frac{-dx+b}{cx-a}$$

$$\therefore f(x) = \frac{2+3x}{3-2x} \text{ হলে, } f^{-1}(x) = \frac{-3x+2}{-2x-3} = \frac{3x-2}{2x+3}$$

05. $f(x) = 3x + 4$ হলে, $f^{-1}(x)$ সমান- [06-07]

- A. $\frac{1}{3}(x-4)$ B. $(x+4)$ C. $\frac{1}{3}(x-1)$ D. $\frac{1}{3}(4-x)$

Ans A Solve

$$\text{ধরি, } y = 3x + 4 \Rightarrow x = \frac{1}{3}(y-4)$$

$$\therefore f^{-1}(x) = \frac{1}{3}(x-4)$$

06. $f(x) = x^2 + 4$ এবং $g(x) = 2x - 1$ হলে, $g(f(x))$ হয়- [05-06, 10-11; DU 07-08, 05-06]

- A. $2x^2 + 7$ B. $x^2 + 7$
C. $2x^2 - 3$ D. $x^2 - 8$

Ans. A

জাহাঙ্গীরনগর বিশ্ববিদ্যালয় জটিল পরীক্ষার বিশদ বছরের প্রশ্নাবলি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. বাস্তব সংখ্যার উপসেট $S = \{x : 5x^2 - 16x + 3 < 0\}$ এর বৃহত্তম নিম্নসীমা ও ক্ষুদ্রতম উপরসীমা কত হবে? [15-16]

- A. 5 এবং $\frac{1}{7}$ B. 5 এবং $\frac{1}{3}$ C. 3 এবং $\frac{1}{5}$ D. 4 এবং $\frac{1}{8}$

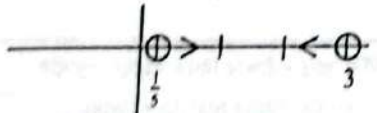
Ans C Solve

$$5x^2 - 16x + 3 < 0$$

$$\Rightarrow 5x^2 - 15x - x + 3 < 0 \Rightarrow 5x(x-3) - (x-3) < 0$$

$$\Rightarrow (x-3)(5x-1) < 0 \Rightarrow (x-3)(x-\frac{1}{5}) < 0$$

$$x < 3 \text{ অথবা } x > \frac{1}{5}$$



বৃহত্তম নিম্নসীমা = 3

ক্ষুদ্রতম উপরসীমা = $\frac{1}{5}$

02. $f(x) = x(x-2)$ ফাংশনের জন্য $[1, 2]$ ব্যবধিতে একটি বিন্দু $x = c$ এর মান কত? [15-16]

- A. $\frac{3}{5}$ B. $\frac{5}{3}$ C. $\frac{3}{2}$ D. $\frac{2}{3}$

Ans C Solve $f(x) = x(x-2)$
 $f'(x) = 2x - 2 \therefore f'(c) = 2c - 2$
 $f(x)$ ফাংশনের জন্য $[a, b]$ ব্যবধিতে একটি বিন্দু c পাওয়া যাবে যদি,

$$f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a} \quad [\text{Mean value Theorem}]$$

$$[1, 2] \text{ ব্যবধিতে, } f'(c) = \frac{f(2) - f(1)}{2 - 1}$$

$$\Rightarrow 2c - 2 = \frac{2(2-2) - 1(1-2)}{2-1} \Rightarrow 2c - 2 = \frac{0+1}{1} = 1$$

$$\Rightarrow 2c = 1 + 2 \Rightarrow c = \frac{3}{2}$$

03. $A = \{-2, 0, 1, 2, 3\}$, $B = \{0, 1, 2, 4, 6, 9\}$ সেট দুটির $f: A \rightarrow B$ এবং $f(x) = x^2$ হলে ফাংশনটির রেঞ্জ কত? [15-16]

- A. $\{1, 2, 6, 9\}$ B. $\{0, 3, 4, 6\}$
C. $\{0, 1, 4, 9\}$ D. $\{-1, \dots, 9\}$

Ans C Solve

$$f(x) = x^2$$

$$f(-2) = (-2)^2 = 4$$

$$f(0) = 0^2 = 0$$

$$f(1) = 1^2 = 1$$

$$f(2) = 2^2 = 4$$

$$f(3) = 3^2 = 9$$

ফাংশনটির রেঞ্জ = $\{0, 1, 4, 9\}$

04. $f(x) = 5x - 3$, $(x \in \mathbb{R})$ হলে $f^{-1}(3)$ এর মান কত? [15-16]

- A. $-\frac{6}{5}$ B. $\frac{6}{5}$ C. 12 D. -12

Ans B Solve

$$f(x) = 5x - 3 = y \Rightarrow x = f^{-1}(y)$$

$$\Rightarrow y = 5x - 3 \Rightarrow x = \frac{y+3}{5}$$

$$\Rightarrow f^{-1}(y) = \frac{y+3}{5} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{x+3}{5} \Rightarrow f^{-1}(3) = \frac{3+3}{5} = \frac{6}{5}$$

Shortcut: $x = f^{-1}(5x-3)$

$$x = \frac{6}{5} \Rightarrow \frac{6}{5} = f^{-1}\left(5 \times \frac{6}{5} - 3\right) \Rightarrow f^{-1}(3) = \frac{6}{5}$$

05. $f(x) = 3x^3 + 3$ এবং $g(x) = \sqrt[3]{\frac{x-2}{3}}$ হলে $(f \circ g)(3)$ এর মান কত? [15-16, IU 15-16]

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Ans D Solve

$$g(x) = \sqrt[3]{\frac{x-2}{3}}, \therefore g(3) = \sqrt[3]{\frac{3-2}{3}} = \sqrt[3]{\frac{1}{3}}$$

$$\therefore (f \circ g)(3) = f(g(3)) = 3\left(\sqrt[3]{\frac{1}{3}}\right)^3 + 3 = 3 \cdot \frac{1}{3} + 3 = 1 + 3 = 4$$

06. $f(x) = \frac{x-2}{x-3}$, হলে $f^{-1}(0)$ এর মান কত? [15-16]

- A. -2 B. -1 C. 2 D. 4

Ans C Solve

$$f(x) = \frac{x-2}{x-3} \Rightarrow x = f^{-1}\left(\frac{x-2}{x-3}\right)$$

$$x = 2 \text{ হলে,}$$

$$2 = f^{-1}(0)$$

$$\therefore f^{-1}(0) = 2$$

07. $f(x) = 2x - 5$ এবং $g(x) = x^2 + 6$ হলে $(g \circ f)(2)$ এর মান কত? [15-16]

- A. 3 B. 5 C. 7 D. 9

Ans C Solve

$$g(x) = x^2 + 6$$

$$f(x) = 2x - 5$$

$$f(2) = 4 - 5 = -1$$

$$\therefore (g \circ f)(2) = g(-1) = (-1)^2 + 6 = 7$$

08. $f(x) = \sqrt{x-1}$ হলে, $f^{-1}(2)$ এর মান কত? [15-16]
 A. -1 B. 1 C. 3 D. 5

Ans D Solve $f(x) = \sqrt{x-1}$
 $x = f^{-1}(\sqrt{x-1})$
 $x = 5$ হলে,
 $5 = f^{-1}(\sqrt{5-1})$
 $\Rightarrow f^{-1}(\sqrt{4}) = 5 \Rightarrow f^{-1}(2) = 5$

09. $f(x) = \ln \sqrt{x}$ এবং $g(x) = x^2$ হলে $(f \circ g)(1)$ এর মান কত? [15-16]
 A. 0 B. 1 C. $\ln x$ D. ± 1

Ans A Solve $f(x) = \ln \sqrt{x}$, $g(x) = x^2$
 $g(1) = 1^2 = 1$
 $(f \circ g)(1) = f(g(1)) = f(1) = \ln \sqrt{1} = 0$

10. $f(x) = x$, হলে $f^{-1}(2)$ এর মান কত? [15-16]
 A. 4 B. 3 C. 2 D. 0

Ans C Solve $f(x) = x \Rightarrow x = f^{-1}(x)$
 $x = 2$, ধরে পাই
 $2 = f^{-1}(2) \Rightarrow f^{-1}(2) = 2$

11. $f(x) = \sin x$ এবং $g(x) = x^2$ হলে $(f \circ g)\left(\frac{\sqrt{\pi}}{2}\right)$ এর মান কত? [15-16]
 A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{1}{2}$ D. 1

Ans A Solve $f(x) = \sin x$, $g(x) = x^2$
 $(f \circ g)\left(\frac{\sqrt{\pi}}{2}\right)$

$g\left(\frac{\sqrt{\pi}}{2}\right) = \left(\frac{\sqrt{\pi}}{2}\right)^2 = \frac{\pi}{4}$

$\therefore f\left(g\left(\frac{\sqrt{\pi}}{2}\right)\right) = \sin \frac{\pi}{4} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

12. $f(x) = x^2 - 7$ হলে, $f^{-1}(2)$ এর মান কত? [15-16]
 A. 3 B. -3, 3 C. -2, 2 D. 2

Ans A Solve $f(x) = x^2 - 7$
 $\Rightarrow x = f^{-1}(x^2 - 7)$
 $x = 3, 3 = f^{-1}(9 - 7) \Rightarrow f^{-1}(2) = 3$

13. $f(x) = x^2 - 2|x|$ এবং $g(x) = x^2 + 1$ হলে $(f \circ g)(-2)$ এর মান কত? [15-16]
 A. 10 B. 12 C. 14 D. 15

Ans D Solve $f(x) = x^2 - 2|x|$, $g(x) = x^2 + 1$
 $g(-2) = (-2)^2 + 1 = 5$
 $\therefore (f \circ g)(-2) = f(5) = 5^2 - 2|5| = 25 - 10 = 15$

14. $f(x) = x^2 - 1$ হলে $f^{-1}(-3)$ এর মান কত? [15-16]
 A. -1, 1 B. -2, 2 C. -3, 3 D. কোনটিই নয়

Ans D Solve $f(x) = x^2 - 1 = y \Rightarrow x = f^{-1}(y)$
 $\Rightarrow x^2 = 1 + y \Rightarrow x = \sqrt{1 + y}$
 $\Rightarrow f^{-1}(y) = \sqrt{1 + y} \Rightarrow f^{-1}(x) = \sqrt{1 + x}$
 $\Rightarrow f^{-1}(-3) = \sqrt{1 - 3} = \sqrt{-2} = i\sqrt{2}$

15. $f(x) = x^2 + 3x + 1$ এবং $g(x) = 2x - 3$ হলে $(f \circ g)(x)$ কোনটি? [15-16]
 A. $4x^2 + 2x + 1$ B. $3x^2 - 6x + 1$ C. $4x^2 - 6x + 1$ D. $3x^2 + 6x + 1$

Ans C Solve $f(x) = x^2 + 3x + 1$
 $g(x) = 2x - 3$

$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f(2x - 3)$
 $= (2x - 3)^2 + 3(2x - 3) + 1$
 $= 4x^2 - 12x + 9 + 6x - 9 + 1 = 4x^2 - 6x + 1$

16. $y = \sqrt{4 - x^2}$ এই ফাংশনটির ডোমেন কত? [14-15]
 A. $-2 < x < 2$ B. $-2 \leq x \leq 2$ C. $x > 2$ D. $x < 2$

Ans B Solve $y = \sqrt{4 - x^2}$
 সংজ্ঞায়িত হবে যখন, $4 - x^2 \geq 0$
 $\Rightarrow x^2 - 4 \leq 0 \Rightarrow x^2 \leq 4 \Rightarrow |x| \leq 2 \Rightarrow -2 \leq x \leq 2$

17. $f(x) = x^3 + 5$ হলে $f^{-1}(32)$ = কত? [14-15]
 A. 5 B. 3 C. 2 D. -3

Ans B Solve $f(x) = x^3 + 5 = y$
 $\Rightarrow x = f^{-1}(y) \Rightarrow x^3 = y - 5 \Rightarrow x = \sqrt[3]{y - 5} \Rightarrow f^{-1}(y) = \sqrt[3]{y - 5}$
 $\Rightarrow f^{-1}(32) = \sqrt[3]{32 - 5} = \sqrt[3]{27} = 3$

18. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ কে $f(x) = x^2 + 1$ দ্বারা সংজ্ঞায়িত করা হলে $f^{-1}(5)$ = কত? [14-15]
 A. ± 1 B. ± 2 C. 0 D. 2

Ans B Solve $x^2 + 1 = 5 \Rightarrow x = \pm 2 \therefore f^{-1}(5) = \pm 2$

19. $f(x) = x^2 + 3|x|$ এবং $g(x) = 1 - x^2$ হলে, $f(g(-2))$ = কত? [14-15]
 A. 4 B. 18 C. -4 D. 14

Ans B Solve $f(x) = x^2 + 3|x|$, $g(x) = 1 - x^2$
 $\Rightarrow g(-2) = 1 - (-2)^2 = 1 - 4 = -3$
 $\Rightarrow f(g(-2)) = f(-3) = (-3)^2 + 3|-3| = 9 + 9 = 18$

20. If $X = \{(x, y); x = |y|\}$ than X is a- [A₂ 13-14]
 A. function B. one-one function C. relation D. identity function **Ans. A**

21. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ কে $f(x) = 4x + 3$ দ্বারা সংজ্ঞায়িত করা হলে, $f(f(x))$ -এর মান কত? [A 12-13]
 A. $15x + 16$ B. $16x + 15$ C. $4x + 3$ D. $12x + 4$

Ans B Solve $f(f(x)) = 4(4x + 3) + 3 = 16x + 12 + 3 = 16x + 15$

22. $f(x) = \ln x$ ফাংশনটির ডোমেন- [A 12-13]
 A. (0, 1) B. (0, ∞) C. ($-\infty$, ∞) D. ($-\infty$, 0) **Ans. B**

23. যদি $\varphi(\theta) = 2\cos\theta$ হয়, তবে $\varphi\left(\frac{\pi}{3}\right) = ?$ [11-12]
 A. 6 B. 1 C. 2 D. 3

Ans B Solve $\varphi(\theta) = 2\cos\theta$
 $\varphi\left(\frac{\pi}{3}\right) = 2\cos\frac{\pi}{3} = 1$

24. যদি $f(x) = x^2 - 5x + 4$ হয়, তবে $f(2) = ?$ [11-12]
 A. -2 B. 3 C. 2 D. 5

Ans A Solve $f(x) = x^2 - 5x + 4$
 $f(2) = 2^2 - 5 \times 2 + 4 = 4 - 10 + 4 = -2$

25. $f(x) = 2x$ এবং $g(x) = x^2 + 2$ হলে, $g \circ f(3) = ?$ [11-12]
 A. 8 B. 36 C. 22 D. 38

Ans D Solve $g \circ f(x) = g(f(x)) = g(2x) = 4x^2 + 2$
 $g \circ f(3) = 4 \times 3^2 + 2 = 36 + 2 = 38$

26. $f(x) = -2^x$ ফাংশনটির রেঞ্জ- [11-12]
 A. ($-\infty$, 0) B. (0, ∞) C. ($-\infty$, ∞) D. (-2, ∞)

Ans A Solve এর রেঞ্জ ($-\infty$, 0)

27. যদি ফাংশন f এর অধীনে A সেটের প্রত্যেকটি উপাদানের প্রতিচ্ছবি B সেটের কেবল একটি উপাদান হয়, তবে $f: A \rightarrow B$ কে কি বলে? [10-11]
 A. এক-এক ফাংশন B. সর্বাগ্রহী ফাংশন C. অভেদ ফাংশন D. ধ্রুব ফাংশন **Ans. D**

28. যদি $f(x) = \frac{3x^2 + 4}{x - 5}$ হয়, তবে $f\left(\frac{1}{3}\right) = ?$ [10-11]
 A. $-\frac{13}{12}$ B. $\frac{14}{13}$ C. $-\frac{13}{14}$ D. $\frac{12}{14}$

Ans C Solve $f\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{3\left(\frac{1}{3}\right)^2 + 4}{\frac{1}{3} - 5} = -\frac{13}{14}$

বাজেশাহী বিশ্ববিদ্যালয় চর্চা পত্রিকা বিপণন বহরের প্রকাশক
 [শ্রী প্রমিত ও কামরুল্লাহের সাহায্যে সম্বন্ধে]

31. $f(x) = x + \frac{1}{x}$ হলে, $f(x) - f\left(\frac{1}{x}\right) = ?$ [15-16]
 A. 1 B. 0 C. x^2 D. $\frac{1}{x}$

Ans B Solve $f(x) = x + \frac{1}{x}$
 $f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{1}{x} + x$
 $f(x) - f\left(\frac{1}{x}\right) = 0$

32. যদি $f(x) = \frac{x+6}{2x+8}$ এবং $f(x) = f^{-1}(x)$ হয়, তবে $a = ?$ [15-16]
 A. 1 B. -1 C. 2 D. -2

Ans A Solve $f(x) = \frac{x+6}{2x+8}$
 $f^{-1}(x) = \frac{-6x+5}{2x-1}$
 $f(x) = f^{-1}(x)$ হলে, $a = 1$

33. $f(x) = \frac{3+x}{1-2x}$ হলে $f^{-1}(x) = ?$ [15-16]
 A. $\frac{3-x}{2x+1}$ B. $\frac{3-x}{1+2x}$ C. $\frac{x+3}{2-x}$ D. $\frac{x+3}{2x+1}$

Ans A Solve $f(x) = \frac{3+x}{1-2x} = \frac{x+3}{-2x+1}$
 $f^{-1}(x) = \frac{-x+3}{-2x-1} = \frac{x-3}{2x+1}$

34. $f(x) = \sqrt{4-x^2}$ ফাংশনের ডোমেন কত? [15-16; SUST 11-12]
 A. $0 \leq x \leq 2$ B. $-2 \leq x \leq 2$
 C. $2 < x < 6$ D. $-2 < x < 2$

Ans B Solve ফাংশনটি সঙ্গতিপূর্ণ হবে যখন $4-x^2 \geq 0$
 $\Rightarrow x^2-4 \leq 0 \Rightarrow x^2 \leq 4 \Rightarrow x \leq 2 \Rightarrow -2 \leq x \leq 2$

35. কোন সেক্ষত্রিক মূলবিন্দু নিম্নে দাখ না? [15-16]
 A. $y = \sin x$ B. $y = \sin(x+45^\circ)$
 C. $y = \tan x$ D. সব কয়টির

Ans B Solve $y = \sin(x+45^\circ)$ সেক্ষত্রিক মূলবিন্দু নিম্নে দাখ না।

36. নিম্নের কোনটি সঠিক নয়? [15-16]
 A. $\sin \theta$ ও $\cos \theta$ এর রেঞ্জ $[-1, 1]$
 B. $\sec \theta$ ও $\csc \theta$ এর রেঞ্জ $\mathbb{R} - (-1, 1)$
 C. $\tan \theta$ ও $\cot \theta$ এর ডোমেন $\mathbb{R} - \{(2n+1)\pi/2, n \in \mathbb{Z}\}$
 D. $\csc \theta$ এর ডোমেন $\mathbb{R} - \{n\pi, n \in \mathbb{Z}\}$

Ans C Solve Option C সঠিক নয়

37. $f(x) = \frac{1}{|x|}$ এর রেঞ্জ- [14-15; SUST 14-15; KU 04-05; CU 04-05]
 A. $(0, 1]$ B. $(1, \infty)$ C. $[-1, 1]$ D. $(1, \infty)$

Ans C Solve $f(x) = \frac{x}{|x|}$ $x > 0$ হলে, $f(x) = \frac{x}{x} = 1$
 $x < 0$ হলে, $f(x) = \frac{-x}{x} = -1$ \therefore রেঞ্জ $\{-1, 1\}$

38. $f(x) = \sqrt{4-x^2}$ ফাংশনের ডোমেন ও রেঞ্জ যথাক্রমে- [14-15]
 A. $[-4, 4]$ ও $[0, 2]$ B. $[-2, 2]$ ও $[0, 4]$
 C. $[-2, 2]$ ও $[0, 1]$ D. $[-2, 2]$ ও $[0, 2]$

Ans D Solve $f(x) = \sqrt{4-x^2}$ সঙ্গতিপূর্ণ হবে যখন,
 $4-x^2 \geq 0 \Rightarrow x^2-4 \leq 0 \Rightarrow x^2 \leq 4 \Rightarrow |x| \leq 2$
 $\Rightarrow -2 \leq x \leq 2$ ডোমেন $[-2, 2]$
 $x = \pm 2$ হলে, $f(x) = 0$
 $x = 0$ " $f(x) = 2$
 \therefore রেঞ্জ, $[0, 2]$

39. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ফাংশনটি $f(x) = x^2$ দ্বারা সংজ্ঞায়িত। $f^{-1}(25)$ এর মান কোনটি? [14-15]
 A. $[-5, 5]$ B. $(-5, 5)$ C. $\{-5, 5\}$ D. \emptyset

Ans C Solve $f^{-1}(25)$ এর জন্য পাই,
 $x^2 = 25 \Rightarrow x = \pm 5 \therefore f^{-1}(25) = \{-5, 5\}$

40. যদি $f(x) = x^2 - 1$ এবং $g(x) = x + 3$ হয়, তবে $f(g(x))$ কত? [11-12]
 A. $x^2 + 3x^2 - x - 3$ B. $x^2 + 6x + 8$
 C. $x^2 + x + 2$ D. $x^2 + 8$

Ans B Solve $f(g(x)) = f(x+3) = (x+3)^2 - 1$
 $= x^2 + 6x + 9 - 1 = x^2 + 6x + 8$

41. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ এবং $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ কে যথাক্রমে $f(x) = 2x - 5$ এবং $g(x) = x^2 + 6$ দ্বারা সংজ্ঞায়িত করা হলে, $f(g(t-1))$ এর মান কত? [10-11]
 A. $2t^2 - 2t + 9$ B. $4t^2 - 2t + 9$ C. $9t^2 - 2t + 4$ D. $2t^2 - 4t + 9$

Ans D Solve $f(x) = 2x - 5$ এবং $g(x) = x^2 + 6$
 $f(g(t-1)) = f((t-1)^2 + 6) = f(t^2 - 2t + 1 + 6) = f(t^2 - 2t + 7)$
 $= 2t^2 - 4t + 14 - 5 = 2t^2 - 4t + 9$

42. $f: \mathbb{R}$ কে $f(x) = x^2 - x - 1$ দ্বারা সংজ্ঞায়িত করা হলে, $f^{-1}(5)$ এর মান কোনটি হবে? [10-11]
 A. $\{2, -3\}$ B. $\{2, 3\}$ C. $\{-2, 3\}$ D. $\{-2, -3\}$

Ans C Solve $x = f^{-1}(5)$
 $f(x) = 5 \Rightarrow x^2 - x - 1 - 5 = 0 \Rightarrow x^2 - 3x + 2x - 6 = 0$
 $\therefore x = 3, -2 \therefore f^{-1}(5) = \{-2, 3\}$ **Ans. C**

43. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ কে $f(x) = \begin{cases} x^2 - 3x & \text{যখন } x \geq 2 \\ x + 2 & \text{যখন } x < 2 \end{cases}$ দ্বারা সংজ্ঞায়িত করা হলে $f(0)$ এর মান কত? [10-11]
 A. 0 B. 5 C. 2 D. 3 **Ans. C**

44. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + 5$, $x \in \mathbb{R}$ হলে, ফাংশনটি হবে- [09-10]
 A. দৃঢ় B. এক-এক
 C. এক-এক এবং উপর D. এক-বহু **Ans. A**

45. $f(x) = 2x^{1/3} + 3x^{-2/3}$ হলে, $f(64)$ এর মান কত? [09-10]
 A. $\frac{131}{16}$ B. $\frac{141}{16}$ C. $\frac{151}{16}$ D. $\frac{161}{16}$

Ans A Solve $f(x) = 2x^{1/3} + 3x^{-2/3}$
 $\therefore f(64) = f(4^3) = 2(4^3)^{1/3} + 3(4^3)^{-2/3} = 8 + 3 \times \frac{1}{16} = \frac{131}{16}$

46. $f(x) = 2x - 3$ হলে, এর বিপরীত ফাংশন কত? [09-10]
 A. $\frac{1}{2}(x+3)$ B. $\frac{1}{2}(x-3)$ C. $3-2x$ D. $3x+2$

Ans A Solve $y = 2x - 3 \Rightarrow y + 3 = 2x \Rightarrow x = \frac{y+3}{2}$
 $\therefore f^{-1} = \frac{x+3}{2}$

17. $f(\theta) = \cos \theta - \sin \theta$ হলে, এর কোন মানের জন্য $f(\theta) = 0$ [08-09]

- A. $\frac{\pi}{2}$ B. $\frac{\pi}{4}$ C. π D. $\frac{\pi}{6}$

Ans B Solve $f(\theta) = \cos \theta - \sin \theta$
 $\Rightarrow 0 = \cos \theta - \sin \theta \Rightarrow \sin \theta = \cos \theta$
 $\Rightarrow \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{\cos \theta}{\cos \theta} \Rightarrow \tan \theta = 1 \therefore \theta = \frac{\pi}{4}$

18. $f(x) = \sqrt{x+4}$ ফাংশনটির Domain কত? [08-09]

- A. R B. $x > 4$ C. $x < 4$ D. $x \geq -4$

Ans D Solve $x+4 \geq 0 \Rightarrow x \geq -4$

19. $f(x) = \frac{x-4}{x-2}$ হলে, $f(2)$ এর মান কত? [08-09]

- A. 0 B. 1 C. 4 D. কোনটিই নয়

Ans D Solve $f(2) = \frac{2-4}{2-2} = \frac{-2}{0} = \infty$

20. $f(x) = x^2$ হলে, $f(x^2)$ এর মান কত যখন $x=2$? [08-09]

- A. 4 B. 8 C. 16 D. 32

Ans C Solve $f(x) = x^2 \therefore f(x^2) = x^4$
 $x=2$ হলে, $f(x^2) = 16$

21. যদি $A = \{1,2,3,4\}$, $B = \{x,y,z\}$ এবং R হচ্ছে A সেট থেকে B সেটে একটি অময়, $R = \{(1,y), (1,z), (3,y), (4,x), (4,z)\}$ এইক্ষেত্রে R এর ডোমেন কত? [07-08]

- A. $\{1,3,4\}$ B. $\{x,y,z\}$
 C. $\{1,2,3,4\}$ D. কোনটিই নয়

Ans. A

22. $f(x) = \frac{1-x}{1+x}$ হলে, $f(\cos \theta)$ এর মান কত? [07-08]

- A. $\tan \frac{\theta}{2}$ B. $\tan^2 2\theta$ C. $\tan^2 \frac{\theta}{2}$ D. $\tan^2 \theta$

Ans C Solve $f(\cos \theta) = \frac{1-\cos \theta}{1+\cos \theta} = \frac{2\sin^2 \frac{\theta}{2}}{2\cos^2 \frac{\theta}{2}} = \tan^2 \frac{\theta}{2}$

23. A, B, C -এর প্রত্যেকটি বাস্তব সংখ্যার সেট। $f: A \rightarrow B$ এবং $g: B \rightarrow C$ ফাংশনদ্বয়কে যথাক্রমে $f(x) = 2x + 1$ এবং $g(x) = x^2 - 2$ দ্বারা সংজ্ঞায়িত করা হল। সংযোজিত ফাংশন $g \circ f$ নির্ণয় কর। [02-03]

Ans. $4x^2 + 4x - 1$

24. $f: R \rightarrow R$ কে $f(x) = x^2$ দ্বারা সূত্রায়িত করা হয়। $f^{-1}(36)$ ও $f^{-1}(16)$ এর মান নির্ণয় কর। প্রমাণ কর ফাংশনটি এক-এক এবং সার্বিক নয়। [02-03]

Ans. $\pm 6, \pm 4$

চট্টগ্রাম বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
 [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

1. $f(x) = \frac{\sqrt{x^5-32}}{x}$ ফাংশনটির ডোমেন ও রেঞ্জ যথাক্রমে -----। [15-16]

- A. $[0, \infty), (0, 1]$ B. $[2, \infty), (0, \infty)$ C. $[0, \infty), (0, \infty)$
 D. $[2, \infty), [0, \infty)$ E. কোনটিই নয়

Ans D Solve $f(x) = \frac{\sqrt{x^5-32}}{x}$ সংজ্ঞায়িত হবে যখন $x \neq 0$
 এবং $x^5 - 32 \geq 0$

$\Rightarrow x^5 \geq 32 \Rightarrow x \geq 2 \therefore$ ডোমেইন $[2, \infty)$

$x=2$ হলে, $f(x) = 0$

$x > 2$ হলে, $f(x) > 0$

\therefore রেঞ্জ $[0, \infty) \therefore [2, \infty), [0, \infty)$

22. যদি $\phi(x) = \log\left(\frac{1+2x}{1-2x}\right)$ হয়, তাহলে $\phi\left(\frac{1}{x}\right)$ কত? [15-16]

- A. $\log\left(\frac{1-2x}{1+2x}\right)$ B. $\log\left(\frac{2+2x}{2-2x}\right)$ C. $\log\left(\frac{x+3}{x-1}\right)$
 D. $\log\left(\frac{1+2x}{1-2x}\right)$ E. কোনটিই নয়

Ans E Solve $\phi\left(\frac{1}{x}\right) = \log\left(\frac{1+\frac{2}{x}}{1-\frac{2}{x}}\right) = \log\frac{x+2}{x-2}$, কোনটিই নয়

23. $f(x) = x^2 + 1$ এবং $g(x) = (x+1)^2$ হলে $f(g(x)) =$ [15-16]

- A. $(x+1)^4$ B. $(x+2)^4$ C. $(x+1)^2 + 1$ D. $(x+1)^4 + 1$

Ans D Solve $g(x) = (x+1)^2$
 $f(g(x)) = f((x+1)^2) = ((x+1)^2)^2 + 1 = (x+1)^4 + 1$

24. $f(x) = x$ এবং $g(x) = \frac{1}{x}$ হলে $[f(x) + g(x)]$ এর ডোমেন হবে: [15-16]

- A. $(-\infty, +\infty)$ B. $(0, +\infty)$
 C. $(-\infty, 0)$ D. $(-\infty, 0) \cup (0, \infty)$

Ans D Solve $f(x) = x, g(x) = \frac{1}{x}$
 $[f(x) + g(x)] = \left[x + \frac{1}{x}\right] x \neq 0$ হলে, সকল বাস্তব মানের জন্য ফাংশন সংজ্ঞায়িত হবে।
 \therefore Domain $(-\infty, 0) \cup (0, \infty)$

25. $f(x) = x^2 + 1$ এবং $g(x) = \sqrt{x+1}$ হলে $(f \circ g)(x)$ হবে- [15-16]

- A. $\sqrt{x^2+1}$ B. $\sqrt{x^2+2}$ C. $x+3$
 D. $x+2$ E. $x-3$

Ans D Solve $(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f(\sqrt{x+1}) = (\sqrt{x+1})^2 + 1 = x+2$

26. যদি $f(x) = \frac{1-\frac{1}{x}}{1+\frac{1}{x}}$ হয় তবে $f(1+x)$ এর মান হবে? [15-16]

- A. $\frac{x(x+1)}{x+2}$ B. $\frac{x+2}{x(x+1)}$ C. $\frac{x+1}{x(x+2)}$
 D. $\frac{x}{(x+1)(x+2)}$ E. $\frac{x}{x+2}$

Ans E Solve $f(x) = \frac{1-\frac{1}{x}}{1+\frac{1}{x}}$
 $\Rightarrow f(1+x) = \frac{1-\frac{1}{1+x}}{1+\frac{1}{1+x}} = \frac{1+x-1}{1+x+1} = \frac{x}{x+2}$

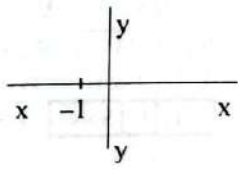
27. x ঋনাত্মক হলে $f(x) = \frac{|x|}{x}$ রেখাটি কোন চতুর্ভাগে অবস্থিত? [15-16]

- A. ১ম চতুর্ভাগে B. ২য় চতুর্ভাগে C. ৩য় চতুর্ভাগে
 D. ৪র্থ চতুর্ভাগে E. কোন চতুর্ভাগে নয়

Ans E Solve

$f(x) = \frac{|x|}{x} = \frac{|x|}{x} = \frac{|x|}{x} = -1$

x ঋনাত্মক হলে \therefore কোন চতুর্ভাগে নয়



88. $f(x) = x + 3$ এবং $g(x) = 3x^2$ হলে $(f \circ g)(2) =$ কত? [15-16]
 A. 5 B. 75 C. 12
 D. 9 E. 15

Ans E Solve $g(x) = 3x^2, = g[2] = 3 \cdot 2^2 = 12$
 $f \circ g(2) = f\{g(2)\} = f(12) = 12 + 3 = 15$

89. যদি $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ তাহলে $f(x) = 3x^2$ কোন প্রকারের ফাংশন? [15-16]
 A. এক-এক B. এক-এক এবং সার্বিক C. সার্বিক
 D. সার্বিক নয় E. কোনটিই নয়

Ans D Solve $x=1, -1$ এর জন্য $f(x) = 3$ হবে যা $f(x)$ এক এক নয়,
 ডোমেনের সকল মান রেঞ্জের সকল মানের প্রতিচ্ছবি নয় তাই সার্বিক নয়।

90. $f(x) = ax + b$ হলে f' এর ডোমেইন ও রেইঞ্জ যথাক্রমে- [15-16]
 A. \mathbb{R}, \mathbb{R} B. $\mathbb{R}, \{a\}$ C. $\mathbb{R}, \{x \in \mathbb{R}; x \geq a\}$
 D. $\{x \in \mathbb{R}; x > a\}, \mathbb{R}$ E. $\{x \in \mathbb{R}; -\infty < x < \infty\}, a$

Ans B Solve $f(x) = ax + b \Rightarrow f'(x) = a$
 x এর সকল মানের জন্য $f'(x) = a$ প্রযোজ্য,
 \therefore ডোমেন \mathbb{R} এবং x -এর সকল মানের জন্য $f'(x) = a$
 \therefore রেইঞ্জ $= \{a\} \therefore R, \{a\}$

91. যদি $f(x) = \frac{3 - \frac{1}{2x}}{1 + \frac{1}{x}}$ হয় তবে $f\left(\frac{1}{2}\right)$ এর মান হবে- [15-16]

A. $\frac{2}{3}$ B. $\frac{3}{2}$ C. $\frac{3}{2}$
 D. $\frac{5}{2}$ E. $\frac{1}{3}$

Ans A Solve $f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{3 - \frac{1}{2 \cdot \frac{1}{2}}}{1 + \frac{1}{\frac{1}{2}}} = \frac{3 - 1}{1 + 2} = \frac{2}{3}$

92. যদি $f(x) = \frac{1}{x}$ হয় তবে $f(f(x))$ এর মান হবে- [15-16]

A. $\frac{1}{x^2}$ B. $\frac{1}{x}$ C. x
 D. $\frac{2}{x^2}$ E. x^2

Ans C Solve $f(x) = \frac{1}{x}, f(f(x)) = f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{1}{\frac{1}{x}} = x$

93. $f(x) = \sqrt{4-x}$ এর ডোমেন হবে- [15-16]

A. $[4, +\infty)$ B. $[0, 4]$ C. $[-\infty, 0]$
 D. $[-\infty, 4]$ E. $[-4, 4]$

Ans D Solve $f(x) = \sqrt{4-x}$, সংজ্ঞায়িত হবে যদি $4-x > 0$ হয়
 $\Rightarrow x-4 < 0 \Rightarrow x < 4$
 \therefore ডোমেন $= (-\infty, 4]$

94. $f(x) = x^2 + 1, g(x) = \sqrt{x+1}$ হলে $(f \circ g)(x)$ এর মান হয়: [14-15]

A. $\sqrt{x^2+1}$ B. $\sqrt{x^2+3}$ C. $x+3$ D. $x+2$

Ans D Solve $f(x) = x^2 + 1$
 $g(x) = \sqrt{x+1} \therefore f(g(x)) = f(\sqrt{x+1}) = (\sqrt{x+1})^2 + 1 = x + 1 + 1 = x + 2$

95. $f(x) = \sqrt{3-x}$ এর ডোমেইন হয়: [14-15]

A. $[3, +\infty)$ B. $[-3, 3]$ C. $(-\infty, 3]$ D. $(-\infty, 3)$

Ans C Solve $3-x \geq 0$ হলে $f(x)$ সংজ্ঞায়িত হবে, অর্থাৎ $x \leq 3$
 \therefore ডোমাইন $(-\infty, 3]$

16. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ যা $f(x) = \sqrt{x}$ দ্বারা সংজ্ঞায়িত, ফাংশনটি- [14-15]

A. ওয়ান-ওয়ান B. অনটু C. ফ্রবক
 D. কোনটিই নয় E. ওয়ান-ওয়ান এবং অনটু নয়

Ans D Solve $f(x) = \sqrt{x}$

$-1 \in \mathbb{R}$ কিন্তু $f(-1) = \sqrt{-1}$, অবাস্তব $\notin \mathbb{R}$
 \therefore ফাংশনটি ওয়ান-ওয়ান অনটু নয় এবং অনটু নয়

17. $f(x) = \frac{5x+2}{x-1}$ এর ডোমেইন নির্ণয় কর? [14-15]

A. 2 B. 15 C. 7
 D. 12 E. $x=1$ ছাড়া সমস্ত বাস্তব সংখ্যা

Ans E Solve $f(x) = \frac{5x+2}{x-1}$

$x-1 \neq 0$ বা, $x \neq 1$ হলে
 ফাংশনটি সংজ্ঞায়িত হবে।

\therefore ডোমেন, $x=1$ ছাড়া সমস্ত বাস্তব সংখ্যা।

18. If $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ and $f(x)$ is defined by $f(x) = x^2 + 1$ then will be the value of $f^{-1}(10)$? [14-15]

A. $\{-\sqrt{11}, \sqrt{11}\}$ B. $\{-3, 3\}$ C. \emptyset
 D. i E. undefined

Ans B Solve $f(x) = x^2 + 1 = y \Rightarrow x = f^{-1}(y)$

$\Rightarrow x^2 = y - 1 \Rightarrow x = \pm \sqrt{y-1} \Rightarrow f^{-1}(y) = \pm \sqrt{y-1}$
 $\Rightarrow f^{-1}(10) = \pm \sqrt{10-1} \Rightarrow f^{-1}(10) = \pm \sqrt{9} = \pm 3$
 $\therefore f^{-1}(10) = \{-3, 3\}$

19. If $f(x) = (x-1)^2$ and $g(x) = x$, then what will be the value of $f(g(x))$? [14-15]

A. $x(x-1)^2$ B. $x^2(x-1)$ C. $x^2(x-1)^2$
 D. $(x-1)^2$ E. $(x^2-1)^2$

Ans D Solve $f(x) = (x-1)^2, g(x) = x$
 $f(g(x)) = f(x) = (x-1)^2$

20. If $f(x) = |x| + 1$, then D_f and R_f are respectively [14-15]

A. $\mathbb{R}, [0, \infty)$ B. $[0, \infty), [1, \infty)$ C. $\mathbb{R}, [1, \infty)$
 D. $[0, \infty), [0, \infty)$ E. $\mathbb{R}, [0, \infty)$

Ans C Solve $f(x) = |x| + 1 \Rightarrow D_f = \mathbb{R}, R_f = [1, \infty)$

[কারণ, $x=0, f(x)=1$ যখন $x > 0$ বা, $x < 0, f(x) > 1$]

21. Suppose $f(x) = \sqrt{x} + 1$, then $f(x+h) = ?$ [14-15]

A. $\sqrt{x+h} + 1$ B. $\sqrt{x+h} + 1$ C. $\sqrt{x+h} + 1$
 D. $\sqrt{x} + \sqrt{h} + 1$ E. None of the above

Ans B Solve $\therefore f(x) = \sqrt{x} + 1 \Rightarrow f(x+h) = \sqrt{x+h} + 1$

22. $x^2 - (x-1)^2 - 2x + 1 = 0, x - \log_{100} 100 = 0$ ও $1 - \sin^2 x - \cos^2 x = 0$ যথাক্রমে-[14-15]

A. অভেদ, সমীকরণ ও অভেদ B. অভেদ, অভেদ ও সমীকরণ
 C. সমীকরণ, সমীকরণ ও অভেদ D. অভেদ, অভেদ ও অভেদ
 E. সমীকরণ, সমীকরণ ও সমীকরণ

Ans A Solve $x^2 - (x-1)^2 - 2x + 1 = 0$, অভেদ
 $x - \log_{100} 100 = 0$ সমীকরণ ও $1 - \sin^2 x - \cos^2 x = 0$ অভেদ

Note: $x^2 - (x-1)^2 - 2x + 1 = 0 \Rightarrow x^2 - x^2 + 2x - 1 - 2x + 1 = 0 \Rightarrow 0 = 0, \therefore$ অভেদ
 $x - \log_{100} 100 = 0 \Rightarrow x - 1 = 0$ সমীকরণ
 এবং $1 - \sin^2 x - \cos^2 x = 0 \Rightarrow 1 - (\sin^2 x + \cos^2 x) = 0$
 $\Rightarrow 1 - 1 = 0; 0 = 0$ অভেদ।

23. যদি $f(x) = \frac{1 + \frac{1}{x}}{3 - \frac{1}{2x}}$ হয়, তবে $f\left(\frac{1}{2}\right)$ হবে- [14-15]
 A. 2/3 B. 3/2 C. 3 D. -3/2 E. 1

Ans B Solve $f(x) = \frac{1 + \frac{1}{x}}{3 - \frac{1}{2x}} \left(\therefore f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1 + 2}{3 - 2 \times \frac{1}{2}} = \frac{1 + 2}{3 - 1} = \frac{3}{2} \right)$

24. $y = f(x) = 2x + 1$ হলে $f^{-1}(x)$ হচ্ছে- [14-15]
 A. $\frac{x+1}{2}$ B. $\frac{x-1}{2}$ C. $\frac{2x-1}{2}$ D. $1 - \frac{x}{2}$ E. $\frac{1-2x}{2}$

Ans B Solve $y = f(x) = 2x + 1 \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{x-1}{2}$

25. $f(x) = x^2 + 4$, $g(x) = 2x + 1$ হলে $g(f(2))$ - [14-15]
 A. 13 B. 15 C. 19 D. 17 E. 16

Ans D Solve $f(x) = x^2 + 4$, $g(x) = 2x + 1$
 $\Rightarrow f(2) = 4 + 4 = 8 \Rightarrow g(f(2)) = g(8) = 2 \times 8 + 1 = 17$

26. $f(x) = \frac{x^2}{2} - 2x$, $-1 \leq x < 6$, ফাংশনটির রেঞ্জ বের কর [14-15]
 A. $-1 < f(x) < 0$ B. 1 C. $f(x) = 3$
 D. $-2 \leq f(x) < 6$ E. কোনটিই নয়

Ans D Solve $f(x) = \frac{x^2}{2} - 2x$, $-1 \leq x < 6$
 $\Rightarrow f(-1) = \frac{1}{2} - 2 = \frac{5}{2}$ $\Rightarrow f(6) = \frac{36}{2} - 12 = 18 - 12 = 6$
 $0 \in -1 \leq x < 6 \therefore f(0) = 0 \therefore 2 \in -1 \leq x < 6$
 $\Rightarrow f(2) = 2 - 4 = -2$ রেঞ্জ $-2 \leq f(x) < 6$

27. $f(x) = \sqrt{x^3 + 8}$ ফাংশনটির ডোমেন ও রেঞ্জ যথাক্রমে- [A 13-14]
 A. $(-2, \infty)$ [0, ∞) B. [0, ∞], (0, ∞) C. $[-2, \infty)$, [0, ∞)
 D. $(8, -\infty)$, [0, ∞) E. $(-\infty, \infty)$, [1, ∞)

Ans C Solve $x^3 + 8 \geq 0 \Rightarrow (x+2)(x^2 - 2x + 4) \geq 0$
 $\Rightarrow x+2 \geq 0 \Rightarrow x \geq -2 \therefore D_f = [-2, \infty)$; $R_f = [0, \infty)$

28. $y = f(x) = -|x|$ তাহলে f এর ডোমেন ও রেঞ্জ যথাক্রমে [H-12-13]
 A. $[-1, \infty)$, (0, ∞) B. $\{x \in \mathbb{R} : x \geq 0\}$, $\{x \in \mathbb{R} : x \leq 0\}$
 C. \mathbb{R} , \mathbb{R} D. \mathbb{R} , $(-\infty, 0]$
 E. $\{x \in \mathbb{R} : x \leq 0\}$, $(-\infty, 0)$

Ans. D

29. $f(x) = 5x + 3$ হলে, $f^{-1}(3)$ এর মান হবে- [C-12-13]
 A. 5 B. 0 C. 1 D. 2 E. $\frac{1}{2}$

Ans B Solve ধরি, $y = f(x) = 5x + 3$
 $\Rightarrow 5x = y - 3 \Rightarrow x = \frac{y-3}{5}$
 $\therefore f^{-1}(x) = \frac{x-3}{5} \therefore f^{-1}(3) = 0$

30. $f(x) = x^1$ হলে, $f(0)$ এর মান হবে- [C-12-13]
 A. 1 B. 0 C. ∞
 D. $-\infty$ E. $f(0)$ সংজ্ঞায়িত নয়

Ans. E

31. $f(x) = \sin^{-1}x$ এর ডোমেন হবে- [C-12-13]
 A. $-1 < x < 1$ B. $-1 \leq x \leq 1$ C. $0 < x < 1$
 D. $0 \leq x \leq 1$ E. $-\infty < x < \infty$

Ans. B

32. $f(x) = \ln\sqrt{16-x^2}$ ফাংশনটির ডোমেন হবে- [C-12-13]
 A. $-4 \leq x \leq 4$ B. $-4 < x < 4$ C. $-4 > x > 4$
 D. $-4 \geq x \geq 4$ E. কোনটিই নয়

Ans B Solve $f(x) = \ln\sqrt{16-x^2}$
 ফাংশনটি বাস্তব হবে যদি $16 - x^2 > 0$ হয়,
 $\Rightarrow x^2 < 16 \Rightarrow |x| < 4 \therefore -4 < x < 4$

33. $f(x) = \frac{5x+2}{x-1}$ ফাংশনটির ডোমেন কত? [05-06, 08-09, 12-13]
 A. 2 B. $x = 1$ ছাড়া সমস্ত বাস্তব সংখ্যা
 C. 7 D. 12 E. 15

Ans B Solve $D_f = \mathbb{R} - \{1\} \therefore$ Ans. $x=1$ ছাড়া সমস্ত বাস্তব সংখ্যা

34. ফাংশন $f(x) = x^2 + 1$ সংজ্ঞায়িত, $f^{-1}(5)$ এর জন্য কোনটি সত্য? [11-12]
 A. (2, -2) B. $\{-2, 2\}$ C. 25 D. 26 E. 0

Ans B Solve $y = x^2 + 1$
 $y - 1 = x^2 \Rightarrow x = \pm\sqrt{y-1} \therefore f^{-1}(y) = \pm\sqrt{y-1}$
 $\therefore f^{-1}(5) = \pm\sqrt{5-1} = \pm 2 \therefore \{-2, 2\}$

35. যদি $f(x) = 4x^3 - 4x^2 + 10$ হয়, তবে $f(-2) = ?$ [11-12]
 A. 26 B. -38 C. 10 D. 38 E. -26

Ans B Solve $f(x) = 4x^3 - 4x^2 + 10$
 $f(-2) = 4(-2)^3 - 4(-2)^2 + 10 = -32 - 16 + 10 = -38$

36. $-4 \leq x \leq 0$ যদি ডোমেন হয়, তবে $f(x) = -x^2 - 2x + 3$ ফাংশনের রেঞ্জ নির্ণয় কর। [10-11]
 A. $2 \leq f(x) \leq 11$ B. $-5 \leq f(x) \leq 4$
 C. $f(x) \leq 4$ D. $2 - 4 \leq f(x) \leq 0$ E. $x \leq 1$

Ans B Solve $x = -4$ এর জন্য $f(x) = -5$ এবং $x = 0$ এর জন্য $f(x) = 3$ এবং $f(-1) = 4 \therefore$ রেঞ্জ হবে $-5 \leq f(x) \leq 4$

37. $f(x) = \frac{2x+3}{x-5}$, $x \neq 5$ হলে, $f^{-1}(3)$ এর মান নির্ণয় কর? [10-11]
 A. 3 B. 0 C. 10 D. 18 E. 5

Ans D Solve $f(x) = \frac{2x+3}{x-5}$
 $\therefore f^{-1}(x) = \frac{5x+3}{x-2} \therefore f^{-1}(3) = \frac{5 \times 3 + 3}{3 - 2} = 18$

38. $y = \frac{\sqrt{2x-1}}{x-2}$ এর ডোমেইন কত? [10-11]
 A. $(-\infty, \infty) - \{2\}$ B. $[\frac{1}{2}, \infty)$ C. $[\frac{1}{2}, \infty) - \{2\}$
 D. $(-\infty, \infty)$ E. $(\frac{1}{2}, \infty) - \{2\}$

Ans C Solve $y = \frac{\sqrt{2x-1}}{x-2}$ এখানে, $2x - 1 \geq 0 \Rightarrow x \geq \frac{1}{2}$
 আবার, $x - 2 \neq 0 \Rightarrow x \neq 2 \therefore D_y = \left[\frac{1}{2}, \infty\right) - \{2\}$

39. x এর যে সকল মান $x^3 \geq 1$ শর্তটি সিদ্ধ করে তা হচ্ছে- [10-11]
 A. $(-\infty, \infty)$ B. $(-\infty, 0)$ C. (0, ∞)
 D. [1, ∞) E. (1, ∞)

Ans. D

40. $f(x) = x^2 - 2$ এবং $g(x) = x + 1$ হলে, $gof(3)$ এর মান হবে- [09-10]
 A. 8 B. 9 C. 3 D. -2 E. -5

Ans A Solve $gof(x) = g(f(x)) = g(x^2 - 2) = x^2 - 2 + 1 = x^2 - 1$
 $\therefore gof(3) = 9 - 1 = 8$

41. $f(x) = \frac{3x}{x-2}$ হলে, $f^{-1}(3)$ এর মান হবে- [09-10]
 A. 0 B. $\frac{3}{2}$ C. ∞ D. 3 E. $\frac{2}{3}$

Ans C Solve $f(x) = \frac{3x}{x-2} \therefore f^{-1}(x) = \frac{-2x}{3-x} \therefore f^{-1}(3) = \frac{-6}{0} = \infty$

42. একটি ফাংশন $f(x)$ যেখানে $f(x) = \frac{|x|}{x}$ উহার ডোমেন হবে- [05-06, 09-10]

- A. R B. $R \cup \{0\}$ C. $R - \{0\}$
D. $R \cap [0]$ E. $R - \{1\}$

Ans C Solve $D_f = R - \{0\}$

43. $f(x) = x^2 + 3x + 1$ এবং $g(x) = 2x - 3$ হলে, $g(f(2)) =$ কত? [F 08-09]

- A. 5 B. 9 C. 10 D. 19 E. 21

Ans D Solve $g(f(x)) = g(x^2 + 3x + 1) = 2(x^2 + 3x + 1) - 3$
 $= 2x^2 + 6x + 2 - 3 = 2x^2 + 6x - 1$
 $\therefore g(f(2)) = 2 \times 2^2 + 6 \times 2 - 1 = 8 + 12 - 1 = 19$

44. $f: R \rightarrow R$ ফাংশনটি $f(x) = \begin{cases} x^2 - 2, & x \geq 3 \\ x + 5, & x < 3 \end{cases}$ হলে, $f(2) = ?$ [07-08]

- A. 2 B. 7 C. 0
D. ∞ E. কোনটিই নয়

Ans. B

45. $\log(5x^2 - 7)$ ফাংশনের ডোমেন হবে- [07-08]

- A. $x^2 < 14$ B. $x > -1.18$ C. কোনটিই নয়
D. $x < -1.18$ E. $x < 1.18$

Ans D Solve $5x^2 - 7 > 0 \Rightarrow x^2 > \frac{7}{5} \Rightarrow |x| > 1.18$

$\therefore x < -1.18$ or $x > 1.18$

46. $f(x) = 1 + \sqrt{\sin^2(x) + 1}$ ফাংশনের সর্বোচ্চ মান হবে- [07-08]

- A. 2 B. 3 C. 1 D. 2.41 E. কোনটিই নয়

Ans D Solve $f(x) = 1 + \sqrt{1+1} = 2.41$

47. $f(x) = \frac{x}{|x|}$ ফাংশনটির বিস্তার কত? [04-05]

- A. $(-1, 1)$ B. $[-1, 1]$ C. $\{-1, 1\}$ D. $[0, \infty)$ **Ans. C**

48. $f(x) = \sqrt{1-x^2}$ ফাংশনের ডোমেন কত? [03-04]

- A. $-1 \leq x \leq 0$ B. $-1 \leq x \leq 1$ C. $-1 \leq x < 1$ D. $0 \leq x \leq 1$

Ans B Solve By Type 02

49. $f: [-1, 1] \rightarrow [-1, 1]$ এর সার্জো $f(-1) = -1 = f(1)$ হলে, ফাংশনটি? [03-04]

- A. অণু B. ওয়ান-ওয়ান
C. ওয়ান-ওয়ান এবং অণু D. স্ত্রবক **Ans. D**

50. $y = f(x) = \sqrt{x} + 1$ হলে, এর ডোমেন এবং রেঞ্জ কত? [03-04]

- A. R এবং $\{y \in R : y \geq 0\}$ B. $\{x \in R : x \geq 0\}$ এবং R
C. R এবং R D. $[0, \infty)$ এবং $[1, \infty)$

Ans D Solve Domain হলো সকল অঋণাত্মক সংখ্যার সেট অর্থাৎ $[0, \infty)$

\therefore Range = $[1, \infty)$

51. $g^{-1}(x)$ বিদ্যমান থাকার শর্তে $g(g^{-1}(x))$ এর মান সর্বদাই [03-04]

- A. x^{-1} B. x C. -x D. $-\frac{1}{x}$ **Ans. B**

খুলনা বিশ্ববিদ্যালয় কর্তৃক পরীক্ষার বিশত বছরের মাসুখাবলি
[পট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. যদি $f(x) = \frac{2x+1}{2x-1}$ হয়, তাহলে $\frac{f(x)+1}{f(x)-1}$ এর মান কত? [15-16]

- A. x B. 2x C. 3x D. 4x

Ans B Solve $\frac{f(x)+1}{f(x)-1} = \frac{\frac{2x+1}{2x-1} + 1}{\frac{2x+1}{2x-1} - 1}$

$= \frac{2x+1+2x-1}{2x-1-2x+1} = \frac{4x}{2} = 2x$

02. যদি $f: R \rightarrow R$ ফাংশনটি $f(x) = x^2 + 1$ দ্বারা সংজ্ঞায়িত করা হয়, তবে $f^{-1}(0) = ?$ [14-15]

- A. $f^{-1}\{0\} = \{i, -i\}$ B. $f^{-1}(0) = \{\emptyset\}$
C. $f^{-1}(0) = \emptyset$ D. কোনটিই নয়

Ans D Solve $f(x) = x^2 + 1 = y \Rightarrow x = \pm\sqrt{y-1}$

$f^{-1}(y) = \pm\sqrt{y-1} \Rightarrow f^{-1}(x) = \pm\sqrt{y-1}$
 $\Rightarrow f^{-1}(0) = \pm\sqrt{0-1} = \pm\sqrt{-1} = \pm i$ [অবাস্তব]

03. যদি A সেট থেকে B সেটে একটি ফাংশন $f: A \rightarrow B$ দ্বারা সূচিত করা হয়, তবে রেঞ্জ $f(\text{range } f)$ এর জন্য নিচের কোনটি সঠিক? [14-15]

- A. রেঞ্জ $f = B$ B. রেঞ্জ $f \subset B$
C. রেঞ্জ $f = A$ D. রেঞ্জ $f \subset A$

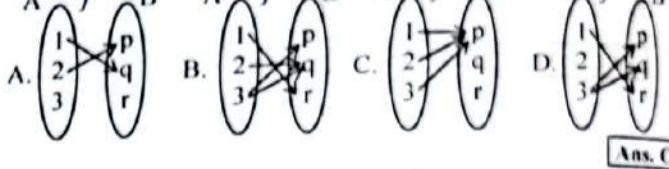
Ans D Solve রেঞ্জ $f(\text{range } f)$ কেবল রেঞ্জ $f \subset B$

04. $f(x) = 2x$ হলে $f(x+3) - f(x-1) = ?$ [14-15]

- A. $f(0)$ B. $f(2)$ C. $f(4)$ D. $f(6)$

Ans C Solve সম্ভবত $f(x+3) - f(x-1) = ? = 2(x+3) - 2(x-1)$
 $= 2x + 6 - 2x + 2 = 8 = f(4) \therefore f(4) = 2 \times 4 = 8$

05. নিচের কোন চিত্রটি ফাংশন? [13-14]



Ans. C

06. $f(x) = (x-2)(8-x)$ হলে, $f(3)$ এর মান কত? [A-12-13]

- A. -7 B. 5 C. 9 D. -5

Ans B Solve $f(3) = (3-2)(8-3) = 1 \times 5 = 5$

07. $f = \{(x, y); x \in X, y \in Y \text{ এবং } x^2 + y^2 = 4\}$ অর্থ্যাৎ কি? [A 12-13]

- A. ফাংশন B. ফাংশন নয়
C. অর্থ্যাৎ D. কোনটিই না **Ans. B**

08. $A = \{-4, 4\}$, $B = \{0, 4\}$ এবং $x^2 + 4y^2 = 16$ দ্বারা সংজ্ঞায়িত $R: A \rightarrow B$ অর্থ্যাৎ কোনটি? [A 12-13]

- A. $\{(-4, 0), (4, 0)\}$ B. $\{(4, 0)\}$
C. $\{(0, 4)\}$ D. $\{(-4, 0), (4, 4)\}$

Ans A Solve $x = -4$ হলে, $y^2 = \frac{16 - (-4)^2}{4} = 0 \Rightarrow y = 0$

$x = +4$ হলে, $y^2 = \frac{16 - (4)^2}{4} = 0 \Rightarrow y = 0 \therefore$ অর্থ্যাৎ $\{(-4, 0), (4, 0)\}$

09. $f: R \rightarrow R$, যেখানে $f(x) = x^2 - 2|x|$ এবং $g: R \rightarrow R$, যেখানে $g(x) = x^2 + 1$; " $(g \circ f)(-4)$ " এর মান কত? [11-12]

- A. 10 B. 20 C. 65 D. 625

Ans C Solve $g \circ f(x) = g(f(x)) = g(x^2 - 2|x|) = (x^2 - 2|x|)^2 + 1$
 $g \circ f(-4) = \{(-4)^2 - 2|-4|\}^2 + 1$
 $= \{16 - 8\}^2 + 1 = 8^2 + 1 = 65$

10. যদি B সেটের সকল উপাদান A সেটের কোন না কোন উপাদানের ছবি হয়, তখন এই ফাংশনটি হবে- [11-12]

- A. বিপরীত B. সংযোজিত
C. সার্বিক D. স্ত্রবক **Ans. C**

11. $f(x) = e^{(x-a)^{11}}$ হলে, $f(a+1) = ?$ [10-11]

- A. e^{11} B. 0 C. 1 D. e

Ans D Solve $f(x) = e^{(x-a)^{11}} \therefore f(a+1) = e^{(a+1-a)^{11}} = e^1 = e$

12. $f(x) = \frac{x}{x-1}$ ফাংশনটির ডোমেইন কত? [09-10]

- A. $(-\infty, \infty) - \{-1\}$
- B. $(-\infty, \infty) - \{1\}$
- C. $(0, \infty)$
- D. $(-\infty, \infty)$

Ans D Solve $f(x) = \frac{x}{x-1}$; $D_f = R - \{1\}$
ডোমেইন = $(-\infty, \infty) - \{1\}$

13. $f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{1}{1+x}$ হলে, $f\left(\frac{1}{2}\right) = ?$ [H 07-08]

- A. $\frac{2}{3}$
- B. $\frac{3}{2}$
- C. $\frac{1}{2}$
- D. $\frac{1}{3}$

Ans D Solve $f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{1+2} = \frac{1}{3}$

14. $f(x) = \frac{y-3}{2y+1}$ হলে, $f^{-1}(y) =$ কোনটি? [B 04-05]

- A. $\frac{2y+1}{y-3}$
- B. $\frac{y+3}{1-2y}$
- C. $\frac{y+3}{2y-1}$
- D. $\frac{y-3}{2y+1}$

Ans B Solve $f(y) = \frac{y-3}{2y+1}$ সুতরাং $f^{-1}(y) = \frac{-y-3}{2y-1} = \frac{y+3}{1-2y}$

15. $f(x) = \ln x$ হলে, $f(n^{-1})$ এর মান- [A 04-05]

- A. $\frac{1}{f(n)}$
- B. $-f(n)$
- C. $1-f$
- D. None

Ans B Solve $f(x) = \ln x \Rightarrow f(n^{-1}) = \ln n^{-1} = -\ln(n) = -f(n)$

16. $f(x) = \sqrt{x-1}$ ফাংশনের ডোমেইন হবে- [D 03-04]

- A. $x > 1$
- B. $x > 1$
- C. $x \geq 1$
- D. $x \leq 1$

Ans C Solve ডোমেইন হল x এর মান, যেহেতু অধাত্মক সংখ্যার বর্গমূল অবশ্যই সূত্রবাং $x \geq 1$ ।

শাহজালাল বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

17. বাস্তব ফাংশন $f(x) = x^2 + 1$ হলে, x এর কোন মানের জন্য $f(x)$ এর মান শূন্য হবে? [14-15]

- A. -1
- B. 0
- C. 1
- D. 2
- E. কোন মান নেই

Ans E Solve x এর কোন বাস্তব মানের জন্য $f(x)$ শূন্য নয়।

18. $x + \frac{1}{x} = 3$ হলে $\frac{x^2+1}{x^2+2x+1}$ এর মান কত? [14-15]

- A. 1
- B. $\frac{3}{5}$
- C. $\frac{3}{4}$
- D. $\frac{4}{5}$
- E. $\frac{2}{3}$

Ans B Solve $x + \frac{1}{x} = 3$
$$\frac{x^2+1}{x^2+2x+1} = \frac{x + \frac{1}{x}}{x + 2 + \frac{1}{x}} = \frac{x + \frac{1}{x}}{x + \frac{1}{x} + 2} = \frac{3}{3+2} = \frac{3}{5}$$

19. $f(x) = x^2 + 1$ এবং $g(x) = \sqrt{2-x}$ দুইটি বাস্তব ফাংশন হলে সংযোজিত ফাংশন $g \circ f$ এর ডোমেইন কত? [13-14]

- A. $(-1, 1)$
- B. $[-1, 1]$
- C. $(-\infty, \infty)$
- D. $(-\infty, 2)$
- E. $[2, \infty)$

Ans B Solve $g \circ f = \sqrt{2 - (x^2 + 1)} = \sqrt{1 - x^2}$
Domain = $[-1, 1]$

20. $f(x) = \frac{1}{x} + \sqrt{x-1}$ এর ডোমেইন কত? [B 12-13]

- A. $(-\infty, 0)$
- B. $(0, \infty)$
- C. $(-\infty, 0) \cup (0, \infty)$
- D. $(1, \infty)$
- E. $(-\infty, 0)$

Ans B Solve $f(x) = \frac{1}{x} + \sqrt{x-1}$

এখানে, x একসঙ্গে শূন্য বা ঋণাত্মক হলে, ফাংশনটি অসংজ্ঞায়িত হয়।
 \therefore ফাংশনটির ডোমেইন, ডোম $f = (0, \infty)$

25. $f(x-2) = x^2 - 2x + 8$ হলে, $f(-4)$ এর মান কত? [B 12-13]

- A. 8
- B. 10
- C. 12
- D. 16
- E. 32

Ans D Solve $f(x-2) = x^2 - 2x + 8$
 $\therefore f(-4) = (-2)^2 - 2(-2) + 8 = 4 + 4 + 8 = 16$

26. ফাংশনের ডোমেইন ও রেঞ্জ $\{a, b, c, d\}$ হলে, কোনটি 'এক-এক' ফাংশন? [10-11]

- A. $f(a) = b, f(b) = c, f(c) = d, f(d) = a$
- B. $f(a) = b, f(b) = c, f(c) = b, f(d) = a$
- C. $f(a) = b, f(b) = c, f(c) = d$
- D. $f(a) = b, f(b) = c, f(c) = d, f(c) = a$

Ans A

27. x বাস্তব সংখ্যা হলে, $\frac{1}{\sqrt{16-x^2}}$ ফাংশনের ডোমেইন- [09-10]

- A. -4 ছাড়া সকল বাস্তব সংখ্যা
- B. -4 এবং +4 ছাড়া সকল বাস্তব সংখ্যা
- C. সকল বাস্তব সংখ্যা
- D. $-4 \leq x \leq 4$

Ans D Solve ফাংশনের ডোমেইন পাওয়া যাবে যখন,
 $16 - x^2 > 0 \Rightarrow x^2 < 16 \Rightarrow |x| < 4$
 $\Rightarrow -4 < x < 4 \therefore$ ডোমেইন, $-4 < x < 4$

28. $f(x) = \frac{2x-1}{x-2}$ ফাংশনের ডোমেইন, রেঞ্জ এবং বিপরীত ফাংশন নির্ণয় কর। [07-08]

- A. $R - \{2\}, R - \{0\}, f^{-1}(x) = \frac{2x+1}{x-2}$
- B. কোনটিই নয়
- C. $R, R, f^{-1}(x) = \frac{x-1}{2x+2}$
- D. $R - \{2\}, R - \{2\}, f^{-1}(x) = \frac{2x-1}{x-2}$

Ans D Solve [By Type 01, 02 & 04]

29. $f(x) = \sqrt{\frac{1-x}{x}}$ ফাংশনটির ডোমেইন কত? [05-06]

- A. $(0, 1)$
- B. $[0, 1)$
- C. $(0, 1]$
- D. $[0, 1]$

Ans C

30. A, B, C তিনটি বাস্তব সংখ্যার সেট $f: A \rightarrow B$ এক-এক ও সর্বগ্রাহী ফাংশন এবং $g: B \rightarrow C$ একটি এক-এক ফাংশন হলে, $g \circ f: A \rightarrow C$ কোনটি? [05-06]

- A. ফ্রব ফাংশন
- B. সর্বগ্রাহী ফাংশন
- C. এক-এক ফাংশন
- D. অভেদ ফাংশন

Ans C Solve প্রথম ফাংশনটি এক-এক ও সর্বগ্রাহী এবং দ্বিতীয়টি এক-এক বলে $g \circ f$ এক-এক হবে।

31. $f(x) = 2\cos|x|$ এর সীমা কোনটি? [03-04]

- A. $-2 < f(x) < 2$
- B. $-2 \leq f(x) \leq 2$
- C. $0 < x < \infty$
- D. $-\infty < x < 0$

Ans B

ইসলামী বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $f(x) = |2x-3|$ হলে, $f(-2)$ এর মান কত? [15-16]

- A. 12
- B. 6
- C. 7
- D. 9

Ans C Solve $f(x) = |2x-3|$
 $\Rightarrow f(-2) = |2(-2)-3| = 7$

02. $y = f(x) = \frac{4x-7}{2x-4}$ হলে $f(y) =$ [15-16]

- A. $x+3$
- B. $2x+3$
- C. x
- D. $-x$

Ans C Solve $y = f(x) = \frac{4x-7}{2x-4}$
 $f(y) = \frac{4y-7}{2y-4} = \frac{4\left(\frac{4x-7}{2x-4}\right)-7}{2\left(\frac{4x-7}{2x-4}\right)-4} = \frac{16x-28-14x+28}{8x-14+8x+16} = \frac{2x}{2} = x$

03. $\phi(x) = \log \sin x$ হলে $e^{2\phi(x)} = ?$ [15-16]
 A. $\log 2 \sin x$ B. $2 \sin x$
 C. $e^{\sin^2 x}$ D. $\sin^2 x$

Ans D Solve $e^{2\phi(x)} = e^{2 \log \sin x} = e^{\log \sin^2 x} = \sin^2 x$

04. x বাস্তব সংখ্যা হলে, $f(x) = \sqrt{4-x^2}$ ফাংশনটির ডোমেইন কত? [15-16]
 A. $-1 \leq x \leq 1$ B. $-2 \leq x \leq 2$
 C. $-3 \leq x \leq 3$ D. $-4 \leq x \leq 4$

Ans B Solve $f(x) = \sqrt{4-x^2}$
 $4-x^2 \geq 0$ হলে $f(x)$ সংজ্ঞায়িত হবে
 $\Rightarrow x^2 - 4 \leq 0 \Rightarrow x^2 \leq 4 \Rightarrow |x| \leq 2 \Rightarrow -2 \leq x \leq 2$

05. x বাস্তব সংখ্যা হলে, $f(x) = \frac{x-1}{2x-3}$ ফাংশনটির রেঞ্জ কত? [15-16]
 A. $R - \{1/2\}$ B. $R - \{3/2\}$ C. $R - \{5/2\}$ D. $R - \{7/2\}$

Ans A Solve $f(x) = \frac{x-1}{2x-3} = \frac{1}{2}$ ধরলে $-2 = -3$ অসম্ভব
 \therefore রেঞ্জ = $R - \{1/2\}$

06. $y = \log(1+x)$ হলে x এর মান- [15-16]
 A. e^y B. $1 - \log e^y$ C. $\log y$ D. $e^y - 1$

Ans D Solve $y = \log(1+x)$
 $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{1+x}$ $1+x = e^y$
 $\Rightarrow x = e^y - 1$

07. যদি $f: R \rightarrow R$, $f(x) = 2x+3$ এবং $g: R \rightarrow R$, $g(x) = 3-5x$ হয়,
 তবে $(f^{-1} \circ g)(x) = ?$ [14-15]
 A. $-\frac{3x}{2}$ B. $-\frac{3x}{5}$ C. $-\frac{5x}{2}$ D. $-\frac{5x}{3}$

Ans C Solve $f(x) = 2x+3 \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{x-3}{2}$
 $g(x) = 3-5x$
 $\therefore (f^{-1} \circ g)(x) = f^{-1}(g(x)) = f^{-1}(3-5x) = \frac{3-5x-3}{2} = -\frac{5x}{2}$

08. যদি $f(x) = \sin x$ হয়, তবে f একটি- [F 12-13; KU 04-05]
 A. এক-এক ফাংশন B. জোড় ফাংশন
 C. বিজোড় ফাংশন D. কোনটিই নয়

Ans C Solve $f(x) = \sin x \therefore f(-x) = \sin(-x) = -\sin x$
 $\therefore f(-x) = -f(x) \therefore$ এটি একটি বিজোড় ফাংশন।

09. $A \rightarrow B$ এর বিপরীত ফাংশন বিদ্যমান থাকার শর্তসমূহ হলো- [F 12-13]
 A. এক-এক এবং সর্বগ্রাহী উভয় ধরনের ফাংশন
 B. $A=B$ এবং এক-এক ফাংশন
 C. $B=A$ এবং সর্বগ্রাহী ফাংশন
 D. $A \subset B$, এক-এক এবং সর্বগ্রাহী ফাংশন

Ans. A

10. $f(x) = 2 \cos x$ ফাংশনটির ডোমেইন ও রেঞ্জ- [10-11]
 A. R , $f(x) \leq 1$ B. $R - \{3\}$, $R - \{6\}$
 C. R , $-2 \leq f(x) \leq 2$ D. $R - \{2\}$, $R - \{0\}$

Ans C Solve $f(x) = 2 \cos x$ ফাংশনটি x এর সকল মানের জন্য সংজ্ঞায়িত বলে ডোমেইন = R এবং রেঞ্জ, $-2 \leq f(x) \leq 2$

11. $f: R \rightarrow R$ এর সমস্ত $f(x) = \sqrt{x^2-9}$ হলে, f এর ডোমেইন হবে- [10-11]
 A. $x \leq -3, x \geq 3$ B. $x \leq -2, x \geq 2$
 C. $x \leq -1, x \geq 1$ D. $-3 \leq x \leq 3$

Ans A Solve $f(x) = \sqrt{x^2-9}$ এখানে, $x^2-9 \geq 0 \Rightarrow (x+3)(x-3) \geq 0$
 $\Rightarrow x \leq -3$ Or $x \geq 3 = (-\infty, -3] \cup [3, +\infty)$

12. $f(x) = \frac{1}{x}$ হলে, $f(f(x))$ এর মান- (E 04-05)
 A. $\frac{1}{x}$ B. x C. $\frac{1}{x^2}$ D. 0

Ans B Solve $f(f(x)) = f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{1}{\frac{1}{x}} = x$ [যেহেতু $f(x) = \frac{1}{x}$]

13. $f(x) = x^2+3x+1$ এবং $g(x) = 2x-3$ হলে, fg এর মান কত? [04-05]
 A. $6x^2-4x+1$ B. $4x^2-6x+1$
 C. $6x^2+4x+1$ D. $4x^2+6x+1$

Ans B

14. $f(x) = x^2-1$ দ্বারা সংজ্ঞায়িত ফাংশন f এর ডোমেইন $[-1, 1]$ হলে, রেঞ্জ কত? [04-05]
 A. $[0, 1]$ B. $[-1, 0]$ C. $[-1, 1]$ D. $\{0\}$

Ans B

15. $f(x) = \frac{x-a}{x} + \frac{b-x}{x-b}$ হলে, $f(a) =$ কত? [02-03]
 A. 0 B. 1 C. $-b$ D. -1

Ans D Solve $f(a) = 0 + \frac{b-a}{a-b} = \frac{-(a-b)}{a-b} = -1$

16. A, B, C প্রত্যেকটি বাস্তব সংখ্যার সেট। $f: A \rightarrow B$ এবং $g: B \rightarrow C$ ফাংশনদ্বয়কে যথাক্রমে $f(x) = x+1$, $g(x) = x^2+2$ দ্বারা সংজ্ঞায়িত করা হলো। $g \circ f$ এর মান কত? [01-02]

Ans. x^2+2x+3

বরিশাল বিশ্ববিদ্যালয় কর্তৃক পরিচালিত বিজ্ঞান বিভাগের প্রশ্নাবলী
 [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলাসের সাহায্যে সমাধান]

01. $f(x) = \sqrt{x^2-4}$ এর ডোমেইন সেট- [15-16]
 A. $(2, \infty]$ B. $(-\infty, -2] \cup [2, \infty)$ C. $[2, -2]$ D. $[-2, 2]$

Ans B Solve $f(x) = \sqrt{x^2-4}$
 সংজ্ঞায়িত হবে যখন, $x^2-4 \geq 0 \Rightarrow x^2 \geq 4 \Rightarrow |x| \geq 2$
 $\Rightarrow x \geq 2$ অথবা $x \leq -2$
 অর্থাৎ $(-\infty, -2] \cup [2, \infty)$

02. নিম্নের কোনটি এক-এক ফাংশন? [14-15]
 A. $f(x) = x^2+1$ B. $f(x) = \sin x - 3$
 C. $f(x) = \cos x - 5$ D. $f(x) = x^2-1$

Ans D Solve Option D. $f(x) = x^2-1$
 $= (x-1)(x^2-x+1) \Rightarrow x \in R$ হলে
 $f(x) \in R \therefore f(x) = x^2-1$, এক-এক ফাংশন

03. কোনটি এক-এক ফাংশন? [13-14]
 A. $f(x) = \sin x$ B. $f(x) = \cos x$
 C. $f(x) = x^2$ D. $f(x) = \frac{1}{x}$

Ans D

কুমিল্লা বিশ্ববিদ্যালয় কর্তৃক পরিচালিত বিজ্ঞান বিভাগের প্রশ্নাবলী
 [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলাসের সাহায্যে সমাধান]

01. বহুসংখ্যক চমকের মধ্যে যে সম্পর্ক আছে তা একত মাত্রায় নিখরত করা
 পদ্ধতিকে বলা হয়- [15-16]
 A. অপেক্ষক B. ত্রৈভিক সমতা
 C. গাণিতিক অনুক্রম D. যোগসংহতি

Ans. A

02. $f(x) = \frac{5x+2}{x-1}$ ফাংশনটির ডোমেইন কত? [15-16]
 A. 2 B. 15 C. 12 D. $x \neq 1$ হওয়া সমস্ত বাস্তব সংখ্যা

Ans D Solve $f(x) = \frac{5x+2}{x-1}$ সংজ্ঞায়িত হবে যখন $x-1 \neq 0$
 $\Rightarrow x \neq 1 \therefore$ ডোমেইন $x \neq 1$ হওয়া সমস্ত বাস্তব সংখ্যা

০৩. নিম্নের কোনটি এক-এক ফাংশন? [13-14]

- A. $f(x) = x^2$
 B. $f(x) = \sin x$
 C. $f(x) = \frac{1}{x}$
 D. $f(x) = \cos x$

Ans. C

০৪. $f(x) = (1 - x^2)^{1/2}$ ফাংশনের ডোমেন কত? [13-14]

- A. $|x| < 1$ B. $|x| \leq 1$ C. $|x| > 1$ D. $|x| \geq 1$

Ans. B | Solve See Technic-09

বেঙ্গাল হোমোয়া বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিপত বছরের প্রশ্নাবলি
 [পাঁচ টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

০১. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, যেখানে $f(x) = x^2$, $f^{-1}(36) = ?$ [15-16]

- A. -6 B. 6 C. -6 এবং 6 D. -3 এবং 6

Ans. C | Solve $f(x) = x^2 \Rightarrow x = \sqrt{f(x)}$

$x^2 = 36 \Rightarrow x = \pm 6$

$f^{-1}(36) = \pm 6$ অর্থাৎ -6, +6

০২. যদি $f(x) = 2x + \ln x$ হয়, তাহলে $f(1) = ?$ [15-16]

- A. 2 B. $\ln 2$ C. $1 + \ln 2$ D. ∞

Ans. A | Solve $f(x) = 2x + \ln x$

$\therefore f(1) = 2 \cdot 1 + \ln(1) = 2$

০৩. $f(x) = \frac{x^2}{1+x^2} : x \in \mathbb{R}$ ফাংশনের রেঞ্জ কত? [15-16]

- A. ধনাত্মক বাস্তব সংখ্যা B. ধনাত্মক বাস্তব সংখ্যা
 C. অঋণাত্মক সংখ্যা D. সকল ধনাত্মক বাস্তব সংখ্যা $0 \leq x < 1$ যে হয়

Ans. D | Solve $f(x) = \frac{x^2}{1+x^2} = (1)$

$x^2 = 1 + x^2$

| হাতীত সকল বাস্তব সংখ্যা

ভাসানী বিজ্ঞান ও প্রযুক্তি বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিপত বছরের
 প্রশ্নাবলি [পাঁচ টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

০১. $f(x) = \sqrt{-x}$ ফাংশনের ডোমেন- [15-16]

- A. অসংজ্ঞায়িত B. $(-\infty, 0]$ C. $[0, \infty)$ D. কাল্পনিক

Ans. B | Solve $f(x) = \sqrt{-x}$, সংজ্ঞায়িত হবে যখন $x < 0$

\therefore ডোমেন $(-\infty, 0]$

০২. $f(x^2 - 3) = x - 2$ হলে $f^{-1}(0) = ?$ [15-16]

- A. 10 B. 5 C. 25 D. 3

Ans. B | Solve $f(x^2 - 3) = x - 2 \Rightarrow f^{-1}(x - 2) = x^2 - 3$

$x = 2$ ধরে পাই,

$f^{-1}(0) = 2^2 - 3 = 8 - 3 = 5$

০৩. $f(x) = \sqrt{1-x^2}$ ফাংশনের ডোমেন কত? [15-16]

- A. $-1 \leq x \leq 0$ B. $-1 \leq x \leq 1$ C. $0 \leq x \leq 1$ D. $-1 \leq x \leq 0$

Ans. B | Solve $f(x) = \sqrt{1-x^2}$ সংজ্ঞায়িত হবে যখন, $1-x^2 \geq 0$

$\Rightarrow x^2 - 1 \leq 0 \Rightarrow x^2 \leq 1 \Rightarrow |x| \leq 1 \Rightarrow -1 \leq x \leq 1$

০৪. ফাংশন $f(x) = \sqrt{x(4-x)}$ এর ডোমেন কত? [15-16]

- A. $[4, +\infty)$ B. $(-\infty, 0]$ C. $[0, 4]$ D. $(0, -4]$

Ans. C | Solve $f(x) = \sqrt{x(4-x)}$

Option A, B, D ডোমেন অসংজ্ঞায়িত হয়। শুধু C $[0, 4]$ সংজ্ঞায়িত হবে।

\therefore ডোমেন $[0, 4]$

০৫. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ কে $f(x) = 5x - 3$ দ্বারা সংজ্ঞায়িত করা হলে $f^{-1}(3)$ এর মান কত? [15-16]

- A. 12 B. -12 C. $\frac{6}{5}$ D. $-\frac{6}{5}$

Ans. C | Solve $y = 5x - 3$

$\Rightarrow 5x = y + 3 \Rightarrow x = \frac{y+3}{5}$

$\therefore f^{-1}(x) = \frac{x+3}{5}$

$f^{-1}(3) = \frac{3+3}{5} = \frac{6}{5}$

০৬. যদি $A = \mathbb{R} - \{3\}$, $B = \mathbb{R} - \{1\}$; $f: A \rightarrow B$ এবং $f(x) = \frac{x-2}{x-3}$ হয়,

তবে $f^{-1}(x)$ এর মান কোনটি হবে? [14-15]

- A. $\frac{3x-4}{x-1}$ B. $\frac{3x-2}{x-1}$ C. $\frac{x-1}{3x-2}$ D. $\frac{y-1}{3y-2}$

Ans. B | Solve $A = \mathbb{R} - \{3\}$ এবং $B = \mathbb{R} - \{1\}$

A, $f(x)$ এর ডোমেন, কারণ $x-3=0$ ব্যতীত এবং B, $f(x)$ এর রেঞ্জ

কারণ, $f(x) = \frac{x-2}{x-3} = 1 \Rightarrow x-2 = x-3 \Rightarrow -2 = -3$

$f(x)$ এর মান 1 নয়, এছাড়াও \mathbb{R} এর সকল মান রয়েছে।

এখানে, $f^{-1}(x) = \frac{3x-2}{x-1}$ [স্বানুসারে]

০৭. যদি $f(x) = \frac{3 - \frac{1}{2x}}{1 + \frac{1}{x}}$ হয় তবে $f(\frac{1}{2})$ এর মান- [14-15]

- A. $\frac{2}{3}$ B. $\frac{3}{2}$ C. $-\frac{3}{2}$ D. $\frac{5}{2}$

Ans. A | Solve $f(x) = \frac{3 - \frac{1}{2x}}{1 + \frac{1}{x}} \Rightarrow f(\frac{1}{2}) = \frac{3 - \frac{1}{2 \cdot \frac{1}{2}}}{1 + \frac{1}{\frac{1}{2}}} = \frac{3-1}{1+2} = \frac{2}{3}$

০৮. ফাংশন $f(x) = \sqrt{3x-x^2}$ এর ডোমেন- [14-15]

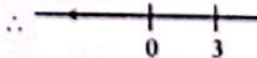
- A. $[0, +\infty)$ B. $[3, +\infty)$ C. $(-\infty, 0]$ D. $[0, 3]$

Ans. D | Solve $f(x) = \sqrt{3x-x^2}$

ফাংশনটি সংজ্ঞায়িত হবে, যখন $3x-x^2 \geq 0$ হয়

$\Rightarrow x(3-x) \geq 0 \Rightarrow x(x-3) \leq 0$

$\Rightarrow (x-0)(x-3) \leq 0 \Rightarrow 0 \leq x \leq 3 \Rightarrow [0, 3]$

\therefore  ডোমেন $[0, 3]$

০৯. যদি $f(\frac{1}{x}) = \frac{1}{1+x}$ হয় তবে $f(\frac{1}{2})$ এর মান কোনটি? [14-15]

- A. $\frac{2}{3}$ B. $\frac{3}{2}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{3}$

Ans. D | Solve $f(1/x) = \frac{1}{1+x} \Rightarrow f(\frac{1}{2}) = \frac{1}{1+2} = \frac{1}{3}$

১০. $f(x) = x^2 + 3|x| - 5$ এবং $g(x) = x^2 + 2x - 3$ হলে, $g(f(-1))$ কত? [A 12-13]

- A. 0 B. -4 C. 4 D. -1

Ans. B | Solve $g(f(x)) = (x^2 + 3|x| - 5)^2 + 2(x^2 + 3|x| - 5) - 3$

$\therefore g(f(-1)) = \{(-1)^2 + 3|-1| - 5\}^2 + 2\{(-1)^2 + 3|-1| - 5\} - 3$

$= (1+3-5)^2 + 2(1+3-5) - 3$

$= 1 - 2 - 3 = -4$

১২. $f(x) = \sqrt{\frac{1-x}{x}}$ ফাংশনটির ডোমেন কত? [14-15]

- A. (0, 1) B. [0, 1) C. (0, 1] D. [0, 1]

Ans C Solve

$$f(x) = \sqrt{\frac{1-x}{x}}$$

$$x \neq 0$$

$$1-x \geq 0 \Rightarrow x-1 \leq 0$$

$$\Rightarrow x \leq 1 \therefore x \neq 0, 0 < x \leq 1$$

$$\Rightarrow (0, 1]$$

ইসলাম ভেটেরিনারী বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

১৩. $f(x) = \begin{cases} 2x+1; & x > 1 \\ x-1; & x \leq 1 \end{cases}$ হলে $f(0)$ এর মান কোনটি? [15-16]

- A. 3 B. 1 C. 0 D. -1

Ans D Solve

$$x \leq 1 \text{ হলে,}$$

$$f(x) = x-1$$

$$\therefore f(0) = -1$$

১৪. $f(x) = (1-x^2) - 3$ হলে $f(2)$ এর মান কোনটি? [15-16]

- A. -6 B. 6 C. 0 D. -2

Ans C Solve

$$f(x) = (1-x^2) - 3$$

$$f(2) = (1-4) - 3 = -3 - 3 = -3 - 3 = -6$$

১৫. ফাংশন $f(x) = \sqrt{4-x}$ এর ডোমেন হবে- [15-16]

- A. [0, 4] B. [4, +∞] C. [α, 4] D. [-α, 4]

Ans D Solve

$$f(x) = \sqrt{4-x}$$

$$4-x \geq 0 \Rightarrow x-4 \leq 0$$

$$\Rightarrow x \leq 4 \text{ হলে সংজ্ঞায়িত হবে} \therefore \text{ডোমেন } ([-\alpha, 4])$$

১৬. যদি $f(x) = x^2 + 4$ এবং $g(x) = 3x + 1$ হয় তবে $g(f(0)) =$ কত? [15-16]

- A. 4 B. 6 C. 7 D. 5

Ans B Solve

$$f(x) = x^2 + 4$$

$$f(0) = 4$$

$$g(f(0)) = g(4) = 3 \times 4 + 1 = 13 \text{ [option গুলোতে ভুল আছে]}$$

১৭. $f(x) = \frac{1-x^2}{1+x^2}$ হলে $f(\tan \frac{x}{2})$ এর মান কোনটি? [14-15]

- A. secx B. cosx C. tan2x D. cos2x

Ans B Solve

$$f(x) = \frac{1-x^2}{1+x^2}$$

$$\therefore f(\tan \frac{x}{2}) = \frac{1-\tan^2 \frac{x}{2}}{1+\tan^2 \frac{x}{2}} = \cos x$$

বাংলাদেশ কৃষি বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

১৮. $f(x) = |1-x^3| + 1$ হলে $f(2)$ এর মান কোনটি? [14-15]

- A. 8 B. -8 C. 9 D. -9

Ans A Solve

$$f(x) = |1-x^3| + 1$$

$$\therefore f(2) = |1-2^3| + 1 = |1-8| + 1 = |-7| + 1 = 7 + 1 = 8$$

১৯. কোন ফাংশনটি ধ্রুবক ফাংশন? [14-15]

- A. $f(x) = 5$ B. $f(x) = \frac{5-x}{x-2}$ C. $f(x) = \frac{x^2-1}{x^2-1}$

D. $f(x) = \frac{e^x+1}{e^x-1}$ E. সবগুলি

Ans A Solve

$$f(x) = 5 \text{ একটি ধ্রুবক ফাংশন}$$

০৩. $f(x) = \tan x$ হলে $f(x)$ এর ডোমেন কোনটি? [14-15]

- A. R B. $R - \left\{ (2n+1)\frac{\pi}{2}, n \in Z \right\}$

C. $[0, \infty)$ D. $(-\infty, \infty)$

Ans B Solve

$$f(x) = \tan x$$

$$\Rightarrow \tan x = \tan \frac{\pi}{2} \text{ [} \because x = \frac{\pi}{2} \text{ তে } f(x) \text{ সংজ্ঞায়িত নয়]}$$

$$\Rightarrow x = n\pi + \frac{\pi}{2} = (2n+1)\frac{\pi}{2} \therefore \text{ডোমেন} = R - \left\{ (2n+1)\frac{\pi}{2}, n \in Z \right\}$$

০৪. $f(x) = \frac{2+3x}{3-2x}$ হলে $f^{-1}(x)$ এর মান- [14-15]

- A. $\frac{2+3x}{2x-3}$ B. $\frac{3x+2}{3-2x}$ C. $\frac{3x-2}{2x+3}$ D. $\frac{3x-2}{2x-3}$

Ans C Solve

$$f(x) = \frac{2+3x}{3-2x} = \frac{3x+2}{-2x+3}$$

$$f^{-1}(x) = \frac{-3x+2}{-2x-3} = \frac{-3x+2}{-(2x+3)} = \frac{3x-2}{2x+3}$$

হাজী দানেশ বিজ্ঞান ও প্রযুক্তি বিশ্ব: পরীক্ষার বিগত বছরের
প্রশ্নাবলি [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

০১. $f(x) = x^2 + 3x + 1$ এবং $g(x) = 2x - 3$ হলে $(f \circ g)(1)$ এর মান কত? [14-15]

- A. 39 B. 40 C. 41 D. 45

Ans C Solve

$$f(x) = x^2 + 3x + 1$$

$$g(x) = 2x - 3$$

$$f(1) = 1 + 3 + 1 = 5$$

$$\therefore (f \circ g)(1) = f(g(1)) = f(5)$$

$$= 5^2 + 3 \times 5 + 1 = 25 + 15 + 1 = 41$$

০২. $f(x) = \frac{x-3}{2x+1}$ এবং $x \neq \frac{1}{2}$ হলে $f^{-1}(-2)$ এর মান হবে- [14-15]

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{5}$ C. 2 D. 5

Ans B Solve

$$f(x) = \frac{x-3}{2x+1} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{-x-3}{2x-1} = \frac{x+3}{-2x-1}$$

$$\Rightarrow f^{-1}(-2) = \frac{-2+3}{2(-2)-1} = \frac{-1}{-4-1} = \frac{1}{5}$$

IUT ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

০১. If $f(x) = 2x^4 - 4$ and $g(x) = \sqrt{\frac{x-2}{\sqrt{2}}}$, then what is the value of $(f \circ g)(5)$? [14-15]

- A. $\sqrt[3]{2}$ B. 5 C. 2 D. $\sqrt[3]{5}$

Ans B Solve

$$f(x) = 2x^4 - 4$$

$$g(x) = \sqrt{\frac{x-2}{\sqrt{2}}}$$

$$\therefore g(5) = \sqrt{\frac{5-2}{\sqrt{2}}} = \sqrt{\frac{3}{\sqrt{2}}}$$

$$(f \circ g)(5) = f(g(5)) = f\left(\sqrt{\frac{3}{\sqrt{2}}}\right) = 2\left(\sqrt{\frac{3}{\sqrt{2}}}\right)^4 - 4$$

$$= 2\left(\frac{3}{\sqrt{2}}\right)^2 - 4 = 9 - 4 = 5$$

বাংলাদেশ টেক্সটাইল বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিপত বছরের প্রশ্নাবলি [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $f(x) = x^2 + 3x + 1$ এবং $g(x) = 2x - 3$ হলে, $g \circ f(1)$ এর মান কত? [15-16]

- A. 10 B. 7 C. 13 D. 15

Ans B Solve $\therefore f(x) = x^2 + 3x + 1$
 $f(1) = 1 + 3 + 1 = 5$
 $g \circ f(1) = g(5) = 2 \times 5 - 3 = 7$

বুয়েট, কুয়েট, চুয়েট ও রুয়েট ভর্তি পরীক্ষার বিপত বছরের প্রশ্নাবলি [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. যদি $f: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+$ দ্বারা $f(x) = \begin{cases} 3x-1 & \text{if } x > 3 \\ x^2-2 & \text{if } -2 \leq x \leq 3 \\ 2x+3 & \text{if } x < -2 \end{cases}$ সূচিত হলে

- $f(-3)$ এর মান কত? [KUET 15-16]
 A. -3 B. -4 C. -5
 D. 6 E. 7

Ans A Solve $f(-3)$ -এর জন্য $f(x) = 2x + 3$
 $\therefore f(-3) = 2(-3) + 3 = -6 + 3 = -3$

02. যদি $f: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+$ দ্বারা $f(x) = x^2$ সূচিত হয়, তবে $f^{-1}(25)$ এর মান কত? [KUET 14-15]

- A. $\{-3, 3\}$ B. $\{-4, 4\}$ C. $\{-7, 7\}$
 D. $\{2, -2\}$ E. $\{5, -5\}$

Ans E Solve $f^{-1}(25) = x$
 $\Rightarrow f(x) = 25 \Rightarrow x^2 = 25 \Rightarrow x = \pm 5$
 $\Rightarrow f^{-1}(25) = \{5, -5\}$

03. নিচের ব্যস্ত ফাংশনের ডোমেন ও রেঞ্জ কত? [RUET 14-15]

- $f(x) = \sqrt{9-x^2}$
 A. $[-3, 3], [0, 3]$ B. $[0, 3], [3, -3]$ C. $[3, -3], [0, -3]$
 D. $[-3, 0], [3, 0]$ E. None

Ans A Solve $9 - x^2 \geq 0$
 $\Rightarrow x^2 \leq 9 \Rightarrow x^2 \leq 9 \Rightarrow -3 \leq x \leq 3$
 $D_f = [-3, 3]$
 $R_{\max} = [0, 3]$

04. $f(x) = \frac{x+3}{1-2x}$ (x ব্যস্ত) এর ডোমেন ও রেঞ্জ যথাক্রমে- [RUET 13-14]

- A. $R - \left\{\frac{1}{2}\right\}, R - \left\{-\frac{1}{2}\right\}$ B. $\left\{\frac{R}{-1}\right\}, \left\{\frac{R}{2}\right\}$
 C. $\left\{\frac{R}{1}\right\}, \left\{\frac{R}{2}\right\}$ D. $\left\{\frac{R}{-1}\right\}, \left\{-\frac{1}{2}\right\}$
 E. None

Ans A Solve $D_f = R - \left\{\frac{1}{2}\right\}$. [অর্থাৎ x এর যে মানের জন্য $f(x)$

infinite হবে তা ব্যতীত সব ব্যস্ত সংখ্যা]

Range, $R_f = R - \left\{-\frac{1}{2}\right\}$.

Technic: $R - \left\{\frac{\text{পরের } x \text{ এর সঙ্গ}$

$\left\{\frac{\text{হরের } x \text{ এর সঙ্গ}}{\right\}$

05. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ কে $f(x) = 2x - 3$ দ্বারা সংজ্ঞায়িত করা হলে $f^{-1}(x)$ এর মান কত? [KUET 13-14]

- A. $\frac{1}{2x-3}$ B. $\frac{1}{2x+3}$ C. $\frac{x+3}{2}$
 D. $\frac{2x}{3}$ E. $\frac{3}{2x}$

Ans C Solve ধরি, $y = f(x) = 2x - 3$

$\Rightarrow y = 2x - 3 \Rightarrow y + 3 = 2x \Rightarrow x = \frac{y+3}{2}$

$\Rightarrow f^{-1}(y) = \frac{y+3}{2} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{x+3}{2}$

06. যদি $f(x) = x + 1$ এবং $g(x) = 2x$ হয় তবে $(f \circ g^{-1})(2)$ এর মান কত? [BUET 13-14]

- A. 2 B. 3 C. $\frac{1}{2}$ D. 1

Ans A Solve $y = g(x) = 2x$

$\Rightarrow x = \frac{y}{2} \Rightarrow g^{-1}(y) = \frac{y}{2} \Rightarrow g^{-1}(x) = \frac{x}{2} \Rightarrow g^{-1}(2) = 1$

$f \circ g^{-1}(2) = f\{g^{-1}(2)\} + 1 = 1 + 1 = 2$

07. যদি $f(x) = x^2 - 2|x|$ এবং $g(x) = x^2 + 1$ হয়, তবে $(f \circ g)(2)$ এর মান হবে- [CUET 12-13]

- A. 0 B. 15 C. 25 D. 5

Ans B Solve $g(2) = 2^2 + 1 = 5$

$(f \circ g)(2) = 5^2 - 2|5| = 25 - 10 = 15$

08. যদি $f(x) = \begin{cases} x^2 - 3x, & x \geq 2 \\ x + 2, & x < 2 \end{cases}$ তবে $f(2) + f(-2)$ এর মান হবে-

- [CUET 10-11]
 A. 0 B. -2 C. 2 D. None of these

Ans B Solve $f(2) = 2^2 - 3 \cdot 2 = -2$

$f(-2) = -2 + 2 = 0 \therefore f(2) + f(-2) = -2 + 0 = -2$

09. যদি $f(x) = \sqrt{x-2}$ এবং $g(x) = x^2 + 1$ হয়, তা হলে, $f \circ g$ এর ডোমেন হবে- [BUET 10-11]

- A. $(-\infty, -1) \cup (1, -\infty)$ B. $[-1, 1]$
 C. $(-\infty, \infty)$ D. $(-\infty, -1] \cup [1, \infty)$

Ans D Solve $f \circ g = f(g(x)) = f(x^2 + 1) = \sqrt{x^2 + 1 - 2} = \sqrt{x^2 - 1}$
 $\therefore \text{Dom } f = (-\infty, -1] \cup [1, \infty)$

10. $f(x) = 3x^3 + 2$ এবং $g(x) = \sqrt[3]{\frac{x-2}{2}}$ হলে, $f \circ g(5)$ এর মান হবে-

- [BUET 08-09]
 A. 1 B. 5 C. $\frac{1}{5}$ D. -5

Ans B Solve $f \circ g(5) = f(g(5))$

$= f\left(\sqrt[3]{\frac{5-2}{2}}\right) = f(1) = 3 \cdot 1^3 + 2 = 5$

11. একটি ফাংশন $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x + 1$ দ্বারা সংজ্ঞায়িত হলে, $f^{-1}(2)$ এর মান হবে: [BUET 06-07]

- A. 0 B. $\frac{1}{2}$ C. 5 D. 1

Ans B Solve $f(x) = 2x + 1$

$\therefore f(f^{-1}(x)) = 2f^{-1}(x) + 1 \Rightarrow x = 2f^{-1}(x) + 1$

$\Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{x-1}{2} \therefore f^{-1}(2) = \frac{2-1}{2} = \frac{1}{2}$

SELF TEST

01. নিম্নের কোনটি যুগ্ম ফাংশন?
 A. $f(x) = \sin x$
 B. $f(x) = \cos x$
 C. $f(x) = \tan x$
 D. $f(x) = \cot x$
02. $f(x) = \tan x$ এর রেঞ্জ কত?
 A. $R - \{3\}$
 B. $R - \{-3\}$
 C. $R - \{\sqrt{3}\}$
 D. R
03. যদি $f(x) = \frac{\sin 5x}{x}$ হয় তবে $f(0)$ এর মান হবে-
 A. 5
 B. 0
 C. 2
 D. অসংজ্ঞায়িত
04. যদি $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{4, 5, 6\}$ এবং $R = \{(1, 4), (2, 5), (3, 4)\}$ হয়- তবে কোনটি সত্য উক্তি-
 A. R একটি ফাংশন যার ডোমেন A
 B. R একটি ফাংশন যার রেঞ্জ B
 C. R একটি এক-এক ফাংশন
 D. R একটি সার্বিক ফাংশন
05. যদি $f(x) = \frac{2x-3}{x-2}$ হলে $f^{-1}(x)$ কত?
 A. $\frac{2x-3}{x-2}$
 B. $\frac{2x+3}{x-2}$
 C. $\frac{-2x+3}{x-2}$
 D. None
06. $f: A \rightarrow B$, $f(x) = \log(1+x)$ এবং $g: B \rightarrow C$, $g(x) = e^x$; $gof(x) = ?$
 A. e^{1+x}
 B. x
 C. $1+x$
 D. None
07. $f(x) = x^2$ ফাংশনের ক্ষেত্রে কোনটি সত্য-
 A. সার্বিক ফাংশন
 B. এক-এক ফাংশন
 C. সার্বিক ফাংশন নয়
 D. None
08. $f(x) = \sqrt{x^2 - 4x + 3}$ ফাংশনের ডোমেন কত?
 A. $R - [1, 3]$
 B. $R - (1, 3)$
 C. $R - \{1, 3\}$
 D. None
09. $f(x) = \sqrt{4-x^2}$ এর রেঞ্জ কত?
 A. $\{y : 0 \leq y \leq 2\}$
 B. $\{y : 0 < y < 2\}$
 C. $\{y : -2 \leq x \leq 2\}$
 D. None
10. $f(x) = x^2 - 7$ হলে $f^{-1}(2)$ এর মানকে সেটে প্রকাশ কর-
 A. $\{3, -3\}$
 B. $\{2, -2\}$
 C. $\{3, -3\}$
 D. $2, -2$
11. $f(x) = \frac{3+x}{2x+1}$ এবং $x \neq -\frac{1}{2}$ হলে, $f^{-1}(3)$ এর মান কত?
 A. 2
 B. 5
 C. 1
 D. 0
12. $f(x) = x+1$ এবং $g(x) = x^2+2$ হলে, $gof(x)$ কোনটি?
 A. x^2-2x+3
 B. x^2+4
 C. x^2+2x+3
 D. None

13. $f(x) = x^2+1$ হলে, $f^{-1}(5)$ এর মান কোনটি?
 A. 2
 B. -2
 C. ± 2
 D. ± 4
14. $f(x) = x^2 + 3x + 1$; $g(x) = 2x - 3$ হলে, $fog(x)$ এর মান কোনটি?
 A. $x^4 + 6x^3 + 14x^2 + 15x + 5$
 B. 0
 C. $-2 + x$
 D. সম্ভব নয়
15. $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2-4}}$ ফাংশনের ডোমেন কত?
 A. $-2 \geq x \geq 2$
 B. $-2 \leq x \leq 2$
 C. $-2 < x < 2$
 D. $-2 > x > 2$
16. $f(x) = \frac{5x+2}{3x-4}$ হলে, রেঞ্জ কত?
 A. $R - \{\frac{5}{3}\}$
 B. $R - \{10\}$
 C. $R - \{\frac{1}{3}\}$
 D. $R - \{\frac{5}{3}\}$
17. $f(x) = \frac{x^2+9}{x-5}$ এর রেঞ্জ কত?
 A. $R - \{\frac{9}{5}\}$
 B. $R + \{\frac{9}{5}\}$
 C. $R + \{\frac{9}{5}\}$
 D. $R - \{10\}$
18. $f(x) = \frac{10x+9}{2x+8}$ হলে, f এর ডোমেন কোনটি?
 A. $R + \{8\}$
 B. $R - \{8\}$
 C. $R - \{-4\}$
 D. None
19. $f(x) = x^2 - 2|x|$ এবং $g(x) = x^2 + 1$ হলে, $gof(-4)$ এর মান কোনটি?
 A. 56
 B. 65
 C. -65
 D. -56
20. $f: R \rightarrow R$ ফাংশনটি $f(x) = \sin x$ হলে, $f^{-1}(1) = ?$
 A. $\{x : x = (4n+1)\frac{\pi}{2}\}$
 B. $\{x : x = n\pi\}$
 C. $\{x : x = n\frac{\pi}{2}\}$
 D. None

OMR

01. A B C D	06. A B C D	11. A B C D	16. A B C D
02. A B C D	07. A B C D	12. A B C D	17. A B C D
03. A B C D	08. A B C D	13. A B C D	18. A B C D
04. A B C D	09. A B C D	14. A B C D	19. A B C D
05. A B C D	10. A B C D	15. A B C D	20. A B C D

Answer with Hints

01 B: Hints: Type-05	02 D: Hints: গুরুত্বপূর্ণ তথ্যাবলি
03 D: Hints: Type-01	04 A: Hints: গুরুত্বপূর্ণ তথ্যাবলি
05 A: Hints: Type-03	06 C: Hints: Type-04
07 C: Hints: Type-02, Prob-02	08 B: Hints: Type-01
09 A: Hints: Type-01	10 C: Hints: Type-03
11 D: Hints: Type-03, Prob-02	12 C: Hints: Type-04
13 C: Hints: Type-03	14 A: Hints: Type-04
15 D: Hints: Type-01	16 D: Hints: Type-01
17 D: Hints: Type-01, Prob-10	18 C: Hints: Type-01, Prob-03
19 B: Hints: Type-04	20 A: Hints: Type-03

কর্ম প্রদর্শন
প্রথম পত্র

অন্তরীকরণ
Differentiation

১ম অংশ: নিমিট

এক সজ্ঞার এই অংশের শুরুত্বপূর্ণ তথ্যাবলি

- সকল সজ্ঞার ক্ষেত্রে জ্ঞান বিজ্ঞানী সার আইজ্যাক নিউটন এবং লীবনিজ (Leibniz) প্রসঙ্গত্ব ক্যালকুলাস আবিষ্কার করেন।
- সকল সজ্ঞার ক্ষেত্রে অংশ আলাদা হওয়ায়।
- কিছু সজ্ঞার ক্ষেত্রে x এর মান উৎসর্গিক হতে একটি নির্দিষ্ট সংখ্যা a এর দিকে প্রায় হলে a এর সঙ্গিত্বগতী হওয়ার ক্ষেত্রে ফাংশন $f(x)$ একটি নির্দিষ্ট সংখ্যা (এক ধরনের সঙ্গিত্বগতী হয়, তবে f কে $f(x)$ ফাংশনের সীমা বলা হয়। একে $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = l$ বলা হয়।

যদি $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = l$ এবং $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = m$ হয়, তবে

- (i) $\lim_{x \rightarrow a} (f(x) \pm g(x)) = l \pm m$
- (ii) $\lim_{x \rightarrow a} (f(x) \times g(x)) = l \times m$
- (iii) $\lim_{x \rightarrow a} \frac{1}{g(x)} = \frac{1}{m}$ (যদি $m \neq 0$ হয়)
- (iv) $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{l}{m}$ (যদি $m \neq 0$ হয়)
- (v) $\lim_{x \rightarrow a} \sqrt[n]{f(x)} = \sqrt[n]{\lim_{x \rightarrow a} f(x)}$

- $x = a$ বিন্দুতে $f(x)$ ফাংশন অবস্থিত হওয়ার শর্ত:
- (i) $x = a$ বিন্দুতে $f(x)$ এর মান $f(a)$ বিদ্যমান থাকবে।
- (ii) $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ এবং $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ বিদ্যমান থাকবে অর্থাৎ সঙ্গীত হবে।
- (iii) $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ এবং $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$ হবে।

অসীম নিমিট (Infinite limit)

যদি $f(x) = \frac{1}{(x-1)^2}$, যখন $x \rightarrow 1$ অর্থাৎ যখন x এর মান উৎসর্গিক হতে।
এই ক্ষেত্রে $f(x)$ এর মান হ্রাস যে কোন সংখ্যার উপরে চলে যায়।
 $\therefore \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{(x-1)^2} = +\infty$ এবং $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1}{(x-1)^2} = +\infty$
 $+\infty$ এবং $-\infty$ এর অর্থ বা তাৎপর্য
কোন ক্ষেত্রে মান সীমাহীনভাবে বৃদ্ধি পেতে পূর্বে জানা বৃহত্তম সংখ্যা অপেক্ষা বড় হবে, একে $+\infty$ চিহ্ন বা ঋণাত্মক অসীম বলা হয়। প্রকৃত পক্ষে $+\infty$ এবং $-\infty$ কোন সংখ্যা নয়, শুধু প্রতীক মাত্র।

Lagrange's Mean Value Theorem এর বর্ণনা

- যদি $f(x)$ একটি ফাংশন হয়, তবে
- (i) $f(x)$ ফাংশনটি $[a, b]$ ব্যবধিতে অবস্থিত এবং
- (ii) (a, b) ব্যবধিতে, $f'(x)$ বিদ্যমান, তাহলে (a, b) ব্যবধির মধ্যে কমপক্ষে একটি বিন্দু c পাওয়া যাবে
যে, $\frac{f(b) - f(a)}{b - a} = f'(c)$, যেখানে $a < c < b$.

Mean Value theorem এর প্রয়োগ

উদাহরণ। $f(x) = x(x-2)$ ফাংশনের জন্য $[1, 2]$ ব্যবধিতে একটি বিন্দু $x = c$ নির্ণয় কর।

সমাধান: দেওয়া আছে, $f(x) = x(x-2) = x^2 - 2x$

(i) $f(x)$ একটি বহুপদী। সুতরাং $[1, 2]$ ব্যবধিতে $f(x)$ একটি অবিচ্ছিন্ন ফাংশন।

(ii) $f'(x) = 2x - 2$ যা $(1, 2)$ ব্যবধিতে বিদ্যমান।

তাহলে, $f(x)$ ফাংশনটি Mean Value theorem এর শর্ত পূরণ করে।

\therefore আমরা পাই, $\frac{f(b) - f(a)}{b - a} = f'(c)$, যেখানে $a < c < b$

এখানে, $a = 1, b = 2 \Rightarrow f(a) = f(1) = 1 - 2 = -1$, যেহেতু $f(x) = x^2 - 2x$

$f(b) = f(2) = 4 - 4 = 0$ এবং $f'(c) = 2c - 2$

$\therefore \frac{f(b) - f(a)}{b - a} = f'(c) \Rightarrow \frac{0 - (-1)}{2 - 1} = 2c - 2 \Rightarrow 1 = 2c - 2 \Rightarrow c = \frac{3}{2}$

$\therefore 1 < \frac{3}{2} < 2$ অর্থাৎ $(1, 2)$ ব্যবধির মধ্যে $\frac{3}{2}$ আছে।

প্রয়োজনীয় সূত্রসমূহ

- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin x} = 1$ [$x > 90^\circ$]
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^{-1} x}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin^{-1} x} = 1$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\tan x} = 1$ [$x > 90^\circ$]
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan^{-1} x}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\tan^{-1} x} = 1$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x} = 1$
- $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^n = e$
- $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(1+x)^n - 1}{x} = n$
- $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^n}{n!} = 0$
- $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{a}{x^n} = 0$
- $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^n - a^n}{x - a} = na^{n-1}$
- $\lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{\frac{1}{x}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$
- $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin x}{x} = 0$
- $\lim_{x \rightarrow 0} x^2 \cos \frac{1}{x^2} = 0$

La Hospital's Rule: কোন ফাংশন $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)}$ আকারে থাকলে

$x = a$ বসালে যদি $\frac{0}{0}$, $\frac{\infty}{\infty}$ আকার আসে তবে এই নিয়মটি প্রযোজ্য হবে।

নিয়ম: La Hospitals Rule টি হল লব ও হরকে অন্তরীকরণ করতে হবে।

প্রথমবার অন্তরীকরণ করার পরে যদি $x = a$ বসালে আবার $\frac{0}{0}$ আকার আসে তাহলে আবারও অন্তরীকরণ করতে হবে।

Example: (i) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + 8}{x + 2}$ এর মান কত?

Sol: $x = -2$ বসালে $\frac{0}{0}$ আকারে আসে। তাই La Hospitals Rule টি

প্রযোজ্য। লব ও হরকে x এর সাপেক্ষে অন্তরীকরণ করে পাই

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{3x^2 + 0}{1 + 0} = \lim_{x \rightarrow -2} (3x^2) = 12$$

$$(ii) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 3x}{4x^2} = ?$$

Sol: $x = 0$ বসালে $\frac{0}{0}$ আসে।

$$\therefore \text{অন্তরীকরণ করে পাই } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3 \sin 3x}{8x} = 0$$

$$x = 0 \text{ বসালে আবার } \frac{0}{0} \text{ আকার আসে।}$$

$$\therefore \text{দ্বিতীয়বার অন্তরীকরণ করে } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{9 \cos 3x}{8} = 9/8$$

Rule-01 মূল নিয়ম: $\lim_{x \rightarrow c} \frac{f(x)}{g(x)}$ আকারের ফাংশনে x এর মান বসালেই

হয়। তবে এতে যদি $\frac{0}{0}$ আকার আসে তবে $x = (c + h)$ বসাতে হয়।

যেখানে, $h \rightarrow 0$

$$\text{যেমন, } \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + 8}{x + 2}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(-2 + h)^3 + 8}{(-2 + h) + 2}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h^3 - 6h^2 + 12h}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} (h^2 - 6h + 12) = 12. \text{ Ans.}$$

Rule-02 যখন $\lim_{x \rightarrow c} \frac{\sqrt{f(x)} + \sqrt{g(x)}}{f(x)}$ আকারে থাকে তখন $\sqrt{f(x)} + \sqrt{g(x)}$

এর বিপরীত রাশি দিয়ে লব ও হরে গুণ করতে হবে।

$$\text{যেমন, } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+3x} - \sqrt{1-4x}}{x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\sqrt{1+3x} - \sqrt{1-4x})(\sqrt{1+3x} + \sqrt{1-4x})}{x(\sqrt{1+3x} + \sqrt{1-4x})}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{7x}{x(\sqrt{1+3x} + \sqrt{1-4x})}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{7}{\sqrt{1+3x} + \sqrt{1-4x}} = \frac{7}{2}$$

Rule-03

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{g(x)}$ আকারে থাকলে x এর সর্বোচ্চ ঘাত দিয়ে লব ও

হরকে ভাগ করতে হবে।

অতঃপর $x = \infty$ বসাতে হবে।

$$\text{যেমন, } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 3x}{2x^2 - 5} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 + \frac{3}{x}}{2 - \frac{5}{x^2}} = \frac{1 + \frac{3}{\infty}}{2 - \frac{5}{\infty}} = \frac{1}{2} \left[\because \frac{1}{\infty} = 0 \right]$$

Rule-04

$\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^n - a^n}{x - a}$ আকারে থাকলে সরাসরি সূত্র প্রয়োগ করতে হবে।

$$\text{যেমন, } \lim_{x \rightarrow a} \frac{x^{5/2} - a^{5/2}}{\sqrt{x} - \sqrt{a}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow a} \frac{(\sqrt{x})^5 - (\sqrt{a})^5}{\sqrt{x} - \sqrt{a}} = 5(\sqrt{a})^{5-1} = 5(\sqrt{a})^4 = 5a^2$$

Rule-05

ত্রিকোণমিতিক ফাংশন আকারে থাকলে $\frac{\sin \theta}{\theta}$ বা $\frac{\tan \theta}{\theta}$ আকারে

আনতে হবে-

$$\text{যেমন, } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin^2 x/2}{x^2}$$

$$= \frac{2}{4} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x/2}{x^2/4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

Rule-06

$\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$ বা $(\pi - x)$ থাকলে প্রথমে $\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$

বা, $(\pi - x) = \theta$ ধরতে হবে।

Rule-07

$\sin^{-1} x, \cos^{-1} x, \tan^{-1} x$ ইত্যাদি আকারে থাকলে

$$\text{যেমন, } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan^{-1} x}{x} = ?$$

এখানে $\tan^{-1} x = \theta$ ধরতে হবে।

$$\Rightarrow x = \tan \theta \text{ এবং } x \rightarrow 0 \text{ হলে } \theta \rightarrow 0$$

$$\therefore \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan^{-1} x}{x} = \lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{\theta}{\tan \theta} = 1$$

লিমিট (Limit) Calculator Type

□ প্রাথমিক আলোচনা:

Required mode Radian(Rad) and Comp

$x \rightarrow 0$ মানে x এর মান 0 এর কাছাকাছি কিন্তু 0 নয় যেমন $x = 0.000001$ অথবা 0.0000000002 এর কাছাকাছি কোন মান। তাই Calculator এর সাহায্যে \lim (সীমা) বের করার সময় প্রদত্ত মানের কাছাকাছি কোন মান নিয়ে কাজ করতে হয় যেমন $x \rightarrow 0$ এর ক্ষেত্রে $x = 0.0000001$ অথবা $x = 0.0000000002$ এরফলে আমরা রাশিটির একটি আসন্ন মান পাই।

□ Calculator কিভাবে Rad (Radian) এ নেওয়া যায়:

ক্যালকুলেটরকে কখনও কখনও Degree এর পরিবর্তে Radian এ রাখতে হয় যেমন, Limit, Integration করার সময় যখন কোন Trigonometric function যেমন, $\sin \theta, \cos \theta, \cot \theta, \tan \theta$ ইত্যাদি আসে তখন ক্যালকুলেটরটির Mode Degree থেকে পরিবর্তন করে Radian এ নিতে হবে।

নিচে Degree থেকে Radian পরিবর্তন করার বাটন চিত্র দেয়া হল।

MS/W Series:



ES Series:



Example 1 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2} = ?$

- A. 4 B. 2 C. 0 D. 6

Calculator এ $\frac{x^2 - 4}{x - 2}$ লিখে calc বাটন চাপলে screen X? আসবে।

যেহেতু $x \rightarrow 2$ তাই 2 এর কাছাকাছি মান যেমন 2.00000001 বা 1.999999999 (2 এর যত কাছাকাছি সম্ভব) লিখে = বাটন চাপলে screen এ 4 আসবে। তাই নির্ণয় লিমিট 4।

MS/ES Series:



ফলাফল: 4

Example 2 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x^2}{x} = ?$ (DU 09-10)

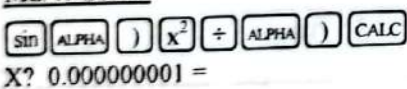
- A. 4 B. 2 C. 0 D. Does not exists

• mode radian(rad) এ রাখতে হবে।

Calculator এ $\frac{\sin x^2}{x}$ লিখে calc বাটন চাপলে screen এ X? আসবে।

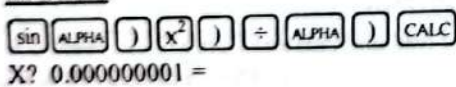
যেহেতু $x \rightarrow 0$ তাই 0 এর কাছাকাছি মান যেমন 0.000 000 001 (0 এর যত কাছাকাছি সম্ভব) লিখে = বাটন চাপলে screen এ 10^{-09} আসবে। তাই নির্ণয় লিমিট $10^{-09} = 0.000000001 \approx 0$ ।

MS/W Series:



ফলাফল: $10^{-09} = 0.000000001 \approx 0$

ES Series:



ফলাফল: $10^{-09} = 0.000000001 \approx 0$

Example 3 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan^{-1} 2x}{x}$ এর মান কত?

- A. 1 B. 2
C. 0 D. Does not exists

MS/W Series:



ফলাফল: 2

ES Series:



$x ? 0.00000001 =$

ফলাফল: 2

Example 4 $\frac{1 - \sin x}{\cos x}$ এর লিমিট কি যখন $x \rightarrow \frac{\pi}{2}$?

- A. 0 B. $\frac{1}{2}$ C. 2 D. 1

Sol: $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1 - \sin x}{\cos x} = \frac{-\cos x}{-\sin x} = \frac{0}{1} = 0$ Ans. A

or, calculator-এ $\frac{1 - \sin x}{\cos x}$ লিখে **CALC** বাটন চাপলে screen-এ X?

আসবে। যেহেতু $x \rightarrow \frac{\pi}{2}$ তাই 1.57 এর কাছাকাছি মান লিখে **=** বাটন

চাপলে screen 0.0003981 আসবে। তাই নির্ণয় লিমিটের মান 0

বিঃদ্রঃ calculator টিকে সবসময় Radian (Rad) Mood রাখতে হবে।

calculator নির্দেশ:



একই নিয়ম অনুসারে (0 থাকলে 0.0001, 1 থাকলে 0.9999, 2 থাকলে 1.9999) এই অধ্যায়ের সকল অংকই ক্যালকুলেটরে অতি সহজে করা যায়।

এ অধ্যায়ের গাণিতিক সমস্যাসমূহকে নিম্নোক্ত Type এ অন্তর্ভুক্ত করা যায়

Technic: ক্যালকুলেটরের মাধ্যমে লিমিটের সকল অংক করা যায় যা বইয়ের ক্যালকুলেটর অংশে দেওয়া আছে।

Type-01: La Hospitals Rule

Limit এর Problem এ যদি $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)}$ আকারে থাকে এবং লব ও হর

যদি $x = a$ বসালে $\frac{0}{0}$ বা $\frac{\infty}{\infty}$ বা $\frac{\infty}{0}$ আকারে আসে তাহলে সেখানে L Hospital's Rule প্রয়োগ করা হয়।

Rule: লব ও হরকে আলাদাভাবে Differentiate করতে হবে যতক্ষণ না পর্যন্ত $\frac{0}{0}$ বা $\frac{\infty}{\infty}$ বা $\frac{\infty}{0}$ আসা remove না হবে।

Prob 01 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2}$

Sol: এখানে $x = 2$ বসালে $\frac{2^2 - 4}{2 - 2} = \frac{4 - 4}{2 - 2} = \frac{0}{0}$ যা অসম্ভব। একারণে লব ও

হরকে আলাদা আলাদা ভাবে Differentiate করি, যতক্ষণ না পর্যন্ত $\frac{0}{0}$ form remove না হবে।

$$\therefore \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\frac{d}{dx}(x^2 - 4)}{\frac{d}{dx}(x - 2)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x}{1} = \frac{2 \cdot 2}{1} [x = 2 \text{ বসালে}] = 4 \text{ Ans.}$$

[Or Calculator Type: Ex-01]

Prob 02 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos ax}{1 - \cos bx}$

Sol: এখানে, $x \rightarrow 0$ বসালে আমরা $\frac{0}{0}$ আকারে পাই, যা অসম্ভব

$$\therefore \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{d}{dx}(1 - \cos ax)}{\frac{d}{dx}(1 - \cos bx)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{a \sin ax}{b \sin bx}$$

আবার, $x \rightarrow 0$ বসালে $\frac{0}{0}$ আকারে আসে এজন্য আবার আমরা Differentiate করবো।

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a \cdot a \cos ax}{b \cdot b \cos bx} = \frac{a^2 \cdot 1}{b^2 \cdot 1} [x = 0 \text{ বসিয়ে}] = \frac{a^2}{b^2} \text{ Ans.}$$

Prob 03 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^{-1} x}{x}$

Sol: Ans. 1 [সূত্র]

Prob 04 $\lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{1 - \sin x}{\left(\frac{\pi}{2} - x\right)^2}$

Sol: ধরি, $\frac{\pi}{2} - x = \theta \therefore x = \frac{\pi}{2} - \theta$

$$\therefore \text{প্রদত্ত লিমিট} = \lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{1 - \sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)}{\theta^2}$$

$$= \lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{1 - \cos \theta}{\theta^2} = \lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{2 \sin^2 \theta/2}{\theta^2}$$

$$= 2 \lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{\sin^2 \theta/2}{\theta^2} = \frac{2}{4} \lim_{\theta \rightarrow 0} \left(\frac{\sin \theta/2}{\theta/2}\right)^2 = \frac{1}{2} \cdot 1^2 = \frac{1}{2}$$

Prob 05 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{x} = ?$

Sol: উপরের সূত্র মতে $\frac{1}{\sqrt{1}} = 1$ Ans.

[By Using Calculator]

$\lim_{x \rightarrow a} \frac{\sqrt{f(x)} + \sqrt{g(x)}}{f(x)}$ আকারে থাকলে সরাসরি L Hospitals rule use করা যাবে।

Prob 06 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+3x} - \sqrt{1-4x}}{x}$

Sol: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{2\sqrt{1+3x}} \cdot 3 - \frac{1}{2\sqrt{1-4x}} \cdot (-4)}{1} \left[\frac{d}{dx} \text{ করে} \right]$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3}{2\sqrt{1+3x}} + 2 \frac{1}{\sqrt{1-4x}} = \frac{3}{2} + 2 [x = 0 \text{ বসিয়ে}] = \frac{7}{2} \text{ Ans.}$$

For Practice:

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 7x}{x^2} = ?$

Ans : 49/2

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos ax - \cos bx}{x^2} = ?$

Ans : $\frac{1}{2}(b^2 - a^2)$

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{3+x} - \sqrt{3-x}}{x} = ?$

Ans : $\frac{1}{\sqrt{3}}$

Type-02:

মূলদ সংখ্যা সংক্রান্ত

n এর মান অবশ্যই মূলদ হতে হবে

$\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^n - a^n}{x - a}$ এখানে, n ধনাত্মক, ঋণাত্মক বা ভগ্নাংশ যাই হোক না কেন প্রত্যেক ক্ষেত্রেই উপরোক্ত problem এর জন্য rule হবে- লব ও হরের পাওয়ার ঘরের বিয়োগফল লব চলকের পাওয়ার হর চলকের পাওয়ার \times (ধ্রুবক) $\left(\text{লব ও হরের সিসমতা এর বিয়োগ ফল} \right) = \frac{n}{1} a^{n-1} = na^{n-1}$

Prob 01 $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^{5/2} - a^{5/2}}{\sqrt{x} - \sqrt{a}} = ?$

Sol: সূত্রানুসারে, $\frac{5}{2} \times a^{\frac{5}{2} - \frac{1}{2}} = \frac{5}{2} \times 2 \times a^2 = 5a^2$ Ans.

Prob 02 $\lim_{x \rightarrow a} \frac{(\sqrt{x})^9 - (\sqrt{a})^9}{\sqrt{x} - \sqrt{a}} = ?$

Sol: $\lim_{x \rightarrow a} \frac{(\sqrt{x})^9 - (\sqrt{a})^9}{\sqrt{x} - \sqrt{a}} = 9(\sqrt{a})^{9-1} = 9(\sqrt{a})^8 = 9a^4$
[By Calculator]

For Practice:

i. $\lim_{y \rightarrow b} \frac{y^{7/2} - b^{7/2}}{\sqrt{y} - \sqrt{b}} = ?$

Ans : $7b^3$

Type-03:

Limit এ exponential form সংক্রান্ত

Rule: লিমিট এর Problem এ যদি exponential form দিয়ে থাকে তাহলে আমরা সেখানেও La Hospital's Rule ব্যবহার করবো।

Prob 01 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{x} = ?$

Sol: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{d}{dx}(e^x - e^{-x})}{\frac{d}{dx} x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x + e^{-x}}{1} = e^0 + e^{-0} [x = 0 \text{ বসিয়ে}]$
 $= 1 + 1 = 2$ Ans.

Prob 02 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\sin x} - 1}{\sin x} = ?$

Sol: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{d}{dx}(e^{\sin x} - 1)}{\frac{d}{dx}(\sin x)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\sin x} \cdot \cos x - 0}{\cos x}$
 $= \frac{e^{\sin 0} \cdot \cos 0}{\cos 0} [x = 0 \text{ বসিয়ে}] = \frac{e^0 \cdot 1}{1} = 1$ Ans.

For Practice:

1. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3^x - 3^{-x}}{3^x + 3^{-x}} = ?$

Ans: 1

2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x + e^{-x} - 2}{x} = ?$

Ans: 0

Type-05: বর্গমূল ফাংশন সংক্রান্ত

➤ কোন ফাংশন যদি $\frac{\sqrt{x+bx} - \sqrt{c+dx}}{x}$ আকারে থাকে তাহলে তার মান হবে $\frac{b-d}{2}$ এবং $\frac{\sqrt{a+bx} - \sqrt{c-dx}}{x}$ এর মান হবে $= \frac{b+d}{2}$.

Prob 01 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+3x} - \sqrt{1-4x}}{x}$

Sol: প্রদত্ত সূত্রানুসারে এর মান হবে $\frac{3+4}{2} = \frac{7}{2}$ [Claculator Type: Ex-01]

Prob 02 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x}(\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x})$

Sol: $\frac{1+1}{2} = 1$ Ans. [Claculator Type: Ex-01]

For Practice:

i. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+3x} - \sqrt{1-3x}}{x}$

Ans: 3

Type-05: ত্রিকোণমিতিক সমস্যা সংক্রান্ত

➤ ত্রিকোণমিতিক ফাংশনের ক্ষেত্রে যদি সম্ভব হয় তাহলে $\frac{\sin\theta}{\theta}$, $\frac{\cos\theta}{\theta}$ বা $\frac{\tan\theta}{\theta}$ আকারে পরিণত করতে হবে। এক্ষেত্রে আমরা L' Hospital's rule ব্যবহার করতে পারি।

সূত্র: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$

Prob 01 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{7x}$

Sol: $\frac{1}{7} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{5x} = \frac{5}{7} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{5x} = \frac{5}{7}$

অথবা, L' Hospitals rule use করে পাই,

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{d}{dx} \frac{\sin 5x}{d(7x)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{5 \cdot \cos 5x}{7} = \frac{5}{7} \cdot 1 = \frac{5}{7}$

Technique: এই আকারে থাকলে লবের কোণের মান হরের সাংখ্যিক মান অনুযায়ী সমাধান করতে হবে।

যেমন: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin mx}{nx}$ এর ক্ষেত্রে $\frac{m}{n}$ ।

[Or Claculator Type: Ex-02]

Prob 02 $\lim_{\theta \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sin\theta - \cos\theta}{\theta - \frac{\pi}{4}} = ?$

Sol: $\lim_{\theta \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sqrt{2} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \sin\theta - \frac{1}{\sqrt{2}} \cos\theta \right)}{\theta - \frac{\pi}{4}}$

$= \sqrt{2} \lim_{\theta \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\left(\sin\theta \cos \frac{\pi}{4} - \cos\theta \sin \frac{\pi}{4} \right)}{\theta - \frac{\pi}{4}} = \sqrt{2} \lim_{\theta \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sin\left(\theta - \frac{\pi}{4}\right)}{\left(\theta - \frac{\pi}{4}\right)}$

$= \sqrt{2} \cdot 1 = \sqrt{2}$ Ans. [By Using Calculator]

Prob 03 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x(1 - \cos x)}{x^3} = ?$

Sol: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin^2 \frac{x}{2}}{x^2} = \frac{1}{2} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 \frac{x}{2}}{x^2/4} = \frac{1}{2} \text{ Ans.}$

For Practice:

1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2} = ?$

Ans: $\frac{1}{2}$

2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x - \sin 7x}{\sin 8x - \sin x} = ?$

Ans: $-\frac{5}{7}$

Type-06: বাইনোমিয়াল আকার সংক্রান্ত

Technique: $\lim_{x \rightarrow 0} (1+ax)^{\frac{1}{x}}$ or $\lim_{x \rightarrow \infty} (1+\frac{a}{x})^x$

যদি Limit এর form উপরের আকারে থাকে অর্থাৎ ২য় পদের চলক ঘাতের চলক পরস্পর উল্টো থাকে তবে লিমিটের মান হবে $= e$ ২য় পদের সহগ x ঘাতের সহগ।

Prob 01 $\lim_{x \rightarrow 0} (1+8x)^{\frac{1}{x}}$ এর মান কত?

Sol: এখানে ২য় পদের চলক x এবং ঘাতের সহগ $\frac{1}{x}$ পরস্পর উল্টো, তাই

উপরের সূত্র মতে, $\lim_{x \rightarrow 0} (1+8x)^{\frac{1}{x}} = e^{8 \times 7} = e^{56}$ Ans.

Claculator Type: Ex-01

Prob 02 $\lim_{x \rightarrow 0} (1+3x)^{\frac{2x+5}{x}} = ?$

Sol: $\lim_{x \rightarrow 0} (1+3x)^{\frac{2x+5}{x}} = \lim_{x \rightarrow 0} (1+3x)^{2+\frac{5}{x}}$

এখানে ২য় পদের চলক এ x এবং ঘাতের চলক $\frac{1}{x}$ তাই প্রদত্ত লিমিটের মান হবে $e^{3 \times 5} = e^{15}$ Ans.

Prob 03 $\lim_{x \rightarrow 0} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x$ এর মান কত?

Sol: এখানে ২য় চলক $\frac{1}{x}$ এবং ঘাতের চলক x তাই প্রদত্ত লিমিটের মান হবে $= e^{1 \times 1} = e^1 = e$ Ans. Claculator Type: Ex-01

For Practice:

1. $\lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{\frac{1}{x}}$ এর মান কত?

Ans.

Type-07: ভগ্নাংশের লব ও হরের ঘাত (Power) দেখে Differentiation নির্ণয় সংক্রান্ত

ভগ্নাংশের লব ও হরের ঘাত (Power) দেখে Differentiation নির্ণয় সংক্রান্ত

➤ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{g(x)}$ প্রদত্ত লিমিটের এর f(x) ফাংশনে অর্থাৎ লবের সর্বোচ্চ ঘাত g(x) এর সর্বোচ্চ ঘাতের চেয়ে ছোট হয় তাহলে লিমিটের মান হবে 0।

যেমন: $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{ax^2 + bx + c}{dx^3 + ex + f} = ?$ এই ফাংশনে লবের সর্বোচ্চ ঘাত 2

হরের সর্বোচ্চ ঘাত 3। তাই এর মান হবে, $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{ax^2 + bx + c}{dx^3 + ex + f} = 0$.

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{g(x)}$ লিমিটে যদি লবের পাওয়ার হরের চেয়ে বড় হয় তাহলে লিমিটের মান হবে ∞ ।
 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{g(x)}$ লিমিটে যদি লবের পাওয়ার হরের চেয়ে বড় হয় তাহলে লিমিটের মান হবে ∞ ।
 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{g(x)}$ লিমিটে যদি লব ও হরের পাওয়ার সমান থাকে তাহলে লিমিটের মান হবে, এর সর্বোচ্চ ঘাত দ্বারা লব ও হরকে ভাগ করে চলক বাদে গুণকরকের যে মান পাওয়া যাবে।

Prob 01 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2 + 11x + 6}{7x^3 + 2x + 9} = ?$

Sol: প্রদত্ত লিমিটে লবের সর্বোচ্চ ঘাত 2 এবং হরের সর্বোচ্চ ঘাত 3। উপরের নিয়ম অনুযায়ী $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2 + 11x + 6}{7x^3 + 2x + 9} = 0$ Ans.

Prob 02 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 + 5x + 9}{x^2 - 7x + 3} = ?$

Sol: প্রদত্ত লিমিটে লবের সর্বোচ্চ ঘাত 3 এবং হরের সর্বোচ্চ ঘাত 2। তাই উপরের সূত্র মতে $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 + 5x + 9}{x^2 - 7x + 3} = \infty$ Ans.

Prob 03 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 4x + 5}{12x^2 + x - 3} = ?$

Sol: $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 4x + 5}{12x^2 + x - 3} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3 - \frac{4}{x} + \frac{5}{x^2}}{12 + \frac{1}{x} - \frac{3}{x^2}} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$
 অথবা সরাসরি বলতে পারি সর্বোচ্চ ঘাত দ্বয়ের চলক বাদ দিলে যা পাব তাই প্রদত্ত লিমিটের মান = $3/12 = 1/4$

For Practice:

- $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x+3}{x^2+5x+6}$ Ans: 0
- $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^3+7x}{2x+6} = ?$ Ans: ∞
- $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^4-3x^2+1}{6x^4+x^3-3x}$ Ans: $\frac{1}{3}$
- $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2+3x}{2x^2-5}$ Ans: $\frac{1}{2}$

Type-05: a^x এর ফাংশন সংক্রান্ত

$\frac{a^x - a^{-x}}{a^x + a^{-x}}$ আকারে থাকলে:
Technique: লব ও হরের যোগবোধক অর্থাৎ (a^x) এর সহগ দ্বয় হবে প্রদত্ত লিমিটের সমান।

Prob 01 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5^x - 5^{-x}}{5^x + 5^{-x}} = ?$

Sol: এখানে, 5^x এর সহগ 1 এবং হরের 5^x এর সহগ 1।
 \therefore প্রদত্ত লিমিটের মান = $\frac{1}{1} = 1$ Ans.

For Practice:

- $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3^x - 3^{-x}}{3^x + 3^{-x}} = ?$ Ans: $\frac{1}{1} = 1$
- $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3.5^x - 9.5^{-x}}{7.5^x - 6.5^{-x}} = ?$ Ans: $\frac{3}{7} [\because 5^x \text{ এর সহগ}]$

ঢাকা বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 7x - \sin x}{\sin 6x} = [15-16]$
 A. $\frac{7}{6}$ B. $-\frac{7}{6}$ C. 1 D. -1
Ans C Solve $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 7x - \sin x}{\sin 6x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{7 \cos 7x - \cos x}{6 \cos 6x} = \frac{7-1}{6} = \frac{6}{6} = 1$

02. $f(x) = \frac{|x|}{x}$ ফাংশনটি $x = 0$ তে- [14-15, SUST 07-08]
 A. অসীম B. অবিচ্ছেদ্য
 C. বিচ্ছেদ্য D. কোনটিই নয়

Ans C Solve $f(x) = \frac{|x|}{x}$ ধরি, $x = 0 + h$
 $x \rightarrow 0, h \rightarrow 0$
 $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{|x|}{x} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{|0+h|}{0+h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h}{h} = 1$
 $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{|x|}{x} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{|0-h|}{0-h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h}{-h} = -1$
 $\therefore \lim_{h \rightarrow 0^+} f(x) \neq \lim_{h \rightarrow 0^-} f(x) \therefore$ ফাংশনটি বিচ্ছিন্ন বা বিচ্ছেদ্য।

03. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 6x}{2x^2 + 5} = ?$ [14-15]
 A. 0 B. $\frac{3}{2}$ C. $\frac{1}{2}$ D. 1
Ans C Solve $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 6x}{2x^2 + 5} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 + \frac{6}{x}}{2 + \frac{5}{x^2}} = \frac{1+0}{2+0} = \frac{1}{2}$

Shortcut: মান = $\frac{\text{লবের } x^2 \text{-এর সহগ}}{\text{হরের } x^2 \text{-এর সহগ}} = \frac{1}{2}$

04. নির্ণয় কর: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x}$ [14-14, 12-13, IU 12-13, RU 08-09, 09-10, 10-11, SUST 01-02; RU 15-16]
 A. 1 B. -1
 C. 2 D. 3

Ans A Solve $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x}{1} [L. Hospital rule] = 1$

05. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - 1}{x} = ?$ [13-14]
 A. -1 B. $-\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{2}$ D. 1

Ans B Solve $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - 1}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-\sin x}{2x}$
 $= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-\cos x}{2} = -\frac{1}{2}$

06. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^{-1}(2x)}{x}$ এর মান- [11-12]
 A. 1 B. 0 C. 2 D. $\frac{1}{2}$

Ans C Solve $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^{-1}(2x)}{2x} \times 2 = 2$

07. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x} - 2\ln(1+x)}{x \sin x}$ এর মান- [10-11]
 A. 0 B. -1 C. 1 D. ∞

Ans C Solve $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x} - 2\ln(1+x)}{x \sin x}$; $\left[\frac{0}{0} \text{ form} \right]$

$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x + e^{-x} - \frac{2}{1+x}}{x \cos x + \sin x}$; [By Using L' Hospital rule]

$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x} + \frac{2}{(1+x)^2}}{-x \sin x + \cos x + \cos x} = \frac{1-1+2}{-0+1+1} = 1$

or, **CALCULATOR** এ $\frac{e^x + e^{-x} - \frac{2}{1+x}}{x \cos x + \sin x}$; লিখে **CALC** বাটন

চাপলে screen-এ X ? আসবে।

যেহেতু $x \rightarrow 0$ তাই 0.001 এর কাছাকাছি মান লিখে **=** বাটন চাপলে screen-এ 1 এর কাছাকাছি মান আসবে। তাই নির্ণেয় লিমিটের মান 1। বিস্তারিত এর জন্য CALCULATOR এর অংশ খই এর প্রথমে দেখা যাচ্ছে।

08. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x^2}{x} = ?$ [09-10; JnU 14-15; JU 15-16]
 A. 1 B. -1 C. 0 D. 2

Ans C Solve $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x^2}{x^2} \cdot x = 0$ [সূত্রানুসারে]

09. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan^{-1} 2x}{x} =$ কত? [07-08, JNU 07-08]
 A. 1 B. 0 C. 2 D. $\frac{1}{2}$

Ans C Solve $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan^{-1} 2x}{2x} \times 2 = 2$

10. লিমিট $\frac{\tan^{-1} x}{x}$, যখন $x \rightarrow 0$ কত? [DU 05-06, Ctg 03-04]
 A. 1 B. 0 C. $\frac{1}{2}$ D. does not exist

Ans A solve $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan^{-1} x}{x} = \frac{1}{1+x^2} = \frac{1}{1+0} = 1$

11. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(\cos x + \cos 2x)}{\sin x}$ [03-04, DU 14-15]
 A. 0 B. 2 C. π D. $\frac{\pi}{2}$

Ans B Solve $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin x} \lim_{x \rightarrow 0} (\cos x + \cos 2x)$
 $= 1 \times (\cos 0 + \cos 0) = 1+1 = 2$ or, [By Using Calculator]

12. $\frac{1-\sin x}{\cos x}$ এর লিমিট কি যখন $x \rightarrow \frac{\pi}{2}$? [00-01]
 A. 0 B. 1/2 C. 2 D. 1

Ans A Solve $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1-\sin x}{\cos x} = \frac{-\cos x}{-\sin x} = \frac{0}{1} = 0$

or, [By Using Calculator]

13. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{x}$ এর মান- [09-00]
 A. 3 B. 1 C. 1/3 D. 0

Ans A Solve $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{3x} \times 3 = 3$

জগন্নাথ বিশ্ববিদ্যালয় তৃতী পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
 [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $\lim_{x \rightarrow 0} (\sec x)^x =$ কোনটি? [13-14]
 A. 0 B. 1 C. -1 D. অসংজ্ঞিত

Ans B Solve ধরি, $y = \lim_{x \rightarrow 0} (\sec x)^x$
 $\Rightarrow \ln y = \lim_{x \rightarrow 0} \ln (\sec x) = \ln \sec 0 = \ln 1 = 0$
 $\Rightarrow y = e^0 = 1 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} (\sec x)^x = 1$

02. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt{1+x}-1} = ?$ [12-13]
 A. 1 B. x C. 2 D. 0

Ans C Solve $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt{1+x}-1}$
 $= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\frac{1}{2\sqrt{1+x}}}$ [Using L. Hospital rule]
 $= \lim_{x \rightarrow 0} 2\sqrt{1+x} = 2$ Or, [By Using Calculator]

Shortcut: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{2\sqrt{1+x}} + \frac{1}{2\sqrt{1-x}}}{1} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$

03. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3+8}{x+2}$ এর মান - [11-12, CU 04-05]
 A. 12 B. 21 C. 14 D. 15

Ans A Solve $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3+8}{x+2} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{3x^2}{1} = 12$

04. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1-\cos x}{x} \right)$ এর মান- [09-10]
 A. 1 B. $\frac{1}{2}$ C. 0 D. $\frac{1}{4}$

Ans C Solve $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos x}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{1} = 0$

Or, [By Using Calculator]

কলকাতা বিশ্ববিদ্যালয় স্নাতক পরীক্ষার সীমিত সংখ্যক প্রশ্নপত্র
[সীমিত ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

Solution $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{2x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x}{2} = \frac{1}{2}$

91. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} (\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}) = ?$ [15-16, 18-19, 21-24, 26, 28-29, 31-32]
A. 3 B. 2 C. 1 D. 4

Ans C Solve $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} (\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1+x-1-x}{x(\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x})} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2}{\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}} = \frac{2}{2} = 1$

92. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{x^2-5x+6} = ?$
A. 1 B. -1 C. 2 D. -2

Ans D Solve $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{x^2-5x+6} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{2x-5} = \frac{1}{4-5} = -1$

93. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos 2x}{x}$ এর মান কত? [15-16]
A. 0 B. 1 C. 2 D. 4

Ans A Solve $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos 2x}{x} = \frac{2 \sin 2x}{1} = 0$

94. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin ax}{\sin bx}$ এর মান কত? [15-16]
A. $\frac{a}{b}$ B. $\frac{b}{a}$ C. ab D. কোনটিই নয়

Ans A Solve $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin ax}{\sin bx} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\left(\frac{\sin ax}{ax}\right)^{ax}}{\left(\frac{\sin bx}{bx}\right)^{bx}} = \frac{a}{b}$

95. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-3x+2}{x-2}$ এর মান কত? [15-16]
A. 0 B. -1 C. 1 D. ∞

Ans C Solve $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-3x+2}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x-3}{1} = \frac{4-3}{1} = 1$

96. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{x}$ এর মান কত? [15-16]
A. 0 B. 1 C. 2 D. -2

Ans C Solve $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x + e^{-x}}{1} = \frac{e^0 + e^0}{1} = \frac{1+1}{1} = 2$

97. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(2x)^2}{x}$ এর মান কত? [15-16]
A. -1 B. 0 C. 1 D. 2

Ans B Solve $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(2x)^2}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(2x)^2}{(2x)^2} \cdot 4x = 0$

98. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos x}{x^2} = ?$ [14-15, 12-13; CU 01-03]
A. 1 B. 2 C. 0 D. 1/2

Ans D Solve $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos x}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin^2 \frac{x}{2}}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin \frac{x}{2}}{\frac{x}{2}}\right)^2 \cdot \frac{2}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

99. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} + 1\right) \left(\frac{5x^2-1}{x^2}\right) = ?$ [14-15]
A. 1 B. 0
C. 5 D. 2

Ans C Solve $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} + 1\right) \left(\frac{5x^2-1}{x^2}\right) = \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} + 1\right) \left(\frac{5 - \frac{1}{x^2}}{1}\right) = (0+1) \left(\frac{5-0}{1}\right) = 5$

100. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos x}{\sin^2 2x} = ?$ [14-15]
A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{8}$ C. $\frac{1}{2}$ D. 1

Ans B Solve $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos x}{\sin^2 2x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \left(\frac{\sin \frac{x}{2}}{\frac{x}{2}}\right)^2 \cdot \frac{x^2}{4}}{\left(\frac{\sin 2x}{2x}\right)^2 \cdot 4x^2} = \frac{2 \cdot 1^2 \cdot \frac{1}{4}}{16} = \frac{2}{16} = \frac{1}{8}$

101. $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin x}{x - \pi} = ?$ [13-14]
A. π B. ∞
C. 0 D. 1

Ans D Solve $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin x}{x - \pi} = \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\cos x}{-1} = \frac{\cos \pi}{-1} = \frac{-1}{-1} = 1$

102. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} + e^{-x} - 2}{x}$ এর মান কত? [A 12-13, BUET 05-06]
A. 2 B. 1
C. 0 D. ∞

Ans B Solve $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2e^{2x} - e^{-x}}{1} = 2 - 1 = 1$

Technique: [By Using Calculator] [0 = 0.001 বরে সদস্যবি পাই]

103. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2-9}{x-3} = ?$ [10-11]
A. 12 B. 9
C. 6 D. 3

Ans C Solve $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2-9}{x-3} = \lim_{x \rightarrow 3} (x+3) = 6$

104. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1+\sin x}{\cos x} = ?$ [10-11, IU 08-09]
A. 1 B. 0 C. $\frac{1}{\sqrt{3}}$ D. $\frac{3}{\sqrt{2}}$

Ans A Solve $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1+\sin x}{\cos x} = \frac{1+0}{1} = 1$



রাজশাহী বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt{1+x} - 1} = ?$ [15-16]

- A. 0 B. 1 C. 2 D. $\frac{1}{2}$

Ans C Solve $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt{1+x} - 1} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(\sqrt{1+x} + 1)}{1+x-1}$
 $= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(\sqrt{1+x} + 1)}{x} = 2$

02. $\lim_{x \rightarrow y} \frac{\sin x - \sin y}{x - y} = ?$ [15-16]

- A. $\sec y$ B. $\sec^2 y$ C. $\cos^2 y$ D. $\cos y$

Ans D Solve $\lim_{x \rightarrow y} \frac{\sin x - \sin y}{x - y}$
 $\lim_{(x-y) \rightarrow 0} \frac{2 \cos \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}}{x-y}$

$= \lim_{(x-y) \rightarrow 0} \cos \left(\frac{x+y}{2} \right) \left(\frac{\sin \frac{x-y}{2}}{\frac{x-y}{2}} \right)$
 $= \lim_{(x \rightarrow y)} \cos \frac{x+y}{2} = \cos y$

03. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2(\sin x + \cos^3 x)}{(x^2+1)(x-3)} = ?$ [15-16]

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

Ans A Solve $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2(\sin x + \cos^3 x)}{(x^2+1)(x-3)}$
 $= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin x + \cos^3 x}{1 + \frac{1}{x^2}(x-3)} = \frac{\alpha + \beta^3}{1 \times \infty} = 0$ [যেহেতু, $\lim_{x \rightarrow \infty} \sin x = \alpha$

$\cos^3 x = \beta^3$ ধরি,]

04. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1 - \sin x}{\cos x}$ [15-16]

- A. 1 B. 0 C. -1 D. 2

Ans B Solve $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1 - \sin x}{\cos x} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{\sin x} = \frac{0}{1} = 0$

05. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x^\circ}{x}$ মান কত?

- A. $\frac{\pi}{180}$ B. $\frac{\pi}{60}$ C. $\frac{\pi}{120}$ D. $\frac{\pi}{150}$

Ans A Solve $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x^\circ}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin \left(\frac{\pi x}{180} \right)}{\frac{\pi x}{180}} \cdot \left(\frac{\pi}{180} \right) = \frac{\pi}{180}$

06. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(\cos x + \cos 2x)}{\sin x} = ?$ [14-15]

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Ans B Solve $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(\cos x + \cos 2x)}{\sin x}$
 $= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x + \cos 2x}{\frac{\sin x}{x}} = \frac{\cos 0 + \cos 0}{1} = \frac{1+1}{1} = 2$

07. $\lim_{x \rightarrow 0} (1+5x)^{\frac{3x+2}{x}} = ?$ [14-15]

- A. 1 B. e C. e^{10} D. $e^{5/2}$

Ans C Solve $\lim_{x \rightarrow 0} (1+5x)^{\frac{3x+2}{x}} = \lim_{x \rightarrow 0} (1+5x)^{\left(3+\frac{2}{x}\right)}$
 $= \lim_{x \rightarrow 0} (1+5x)^3 \cdot (1+5x)^{\frac{2}{x}} = \lim_{x \rightarrow 0} (1+5x)^3 \cdot \left\{ (1+5x)^{\frac{1}{5x}} \right\}^{10}$
 $= 1 \cdot e^{10} = e^{10}$

08. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - b^x}{x} = ?$ [H 12-13]

- A. $\log_e a$ B. $-\log_e \left(\frac{a}{b} \right)$ C. $-\log_e b$ D. $\log_e \left(\frac{a}{b} \right)$

Ans D Solve $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - b^x}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x \log_e a - b^x \log_e b}{1} = \log_e \left(\frac{a}{b} \right)$
 [L.Hospital Rule]

09. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 2x - \cos 3x}{x^2}$ এর মান নির্ণয় কর। [10-11]

- A. $\frac{3}{2}$ B. $\frac{7}{3}$ C. $\frac{5}{2}$ D. $\frac{9}{4}$

Ans C Solve $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 2x - \cos 3x}{x^2} = \frac{-2 \sin 2x + 3 \sin 3x}{2x}$
 $= \frac{-\cos 2x + 9 \cos 3x}{2} = \frac{-4.1 + 9.1}{2} = \frac{5}{2}$

10. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x-2}{9x+7} = ?$ [10-11]

- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{2}{9}$ D. $\frac{1}{9}$

Ans A Solve $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x-2}{9x+7} = \frac{3-0}{9+0} = \frac{1}{3}$

11. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} =$ কত? [08-09, 09-10, KU 07-08; JU 10-11, MBSTU 12-13]

- A. 0 B. 1 C. x D. $\sin x$

Ans B

12. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{2x+1}$ এর মান কত? [09-10]

- A. 1/3 B. 1/4 C. 1/2 D. 3/2

Ans C Solve $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{2x+1} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{2+\frac{1}{x}} = \frac{1}{2}$

13. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x} =$ এর মান কত? [09-10]

- A. 1 B. 0 C. -1 D. কোনটিই নয়

Ans D Solve $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x} = f'(0)$

14. $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{h} =$ কত? [08-09]

- A. h B. 2 C. $f^{-1}(2)$ D. $f'(2)$

Ans D Solve Not: মূল নিয়মে,

$\frac{d}{dx} f(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \frac{d}{dx} f(x)_2 = f'(2)$

15. $\lim_{x \rightarrow 0} e^x - 1$ এর মান- [08-09]

- A. 0 B. $\frac{1}{e}$ C. -1

D. $+\infty$ **Ans. B**

Or, [By Using Calculator]

16. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - 4}{x^2 - 5x + 6}$ এর মান- [08-09]

- A. -4 B. 4 C. -2 D. $-\frac{2}{3}$

Ans D Solve $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - 4}{x^2 - 5x + 6}$
 $= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x+2)(x-2)}{(x-2)(x-3)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x+2}{x-3} = \frac{-2}{3}$

Or, [By Using Calculator]

17. $\lim_{x \rightarrow 0} \cos x$ এর মান হবে- [08-09]

- A. 0 B. -1 C. 1 D. $\frac{\pi}{2}$ **Ans. C**

Or, [By Using Calculator]

18. $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 16}{x - 4}$ এর মান কত? [08-09]

- A. 8 B. -8 C. 4 D. -4
- Ans A Solve** $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{(x+4)(x-4)}{(x-4)} = \lim_{x \rightarrow 4} x+4 = 8$

Or, [By Using Calculator]

19. $\lim_{x \rightarrow 0} x \left(\frac{\cos x + \cos 2x}{\sin x} \right) = ?$ [05-06, 03-04]

- A. 1 B. 2 C. 0 D. $\frac{1}{2}$ **Ans B Solve**

$\lim_{x \rightarrow 0} x \left(\frac{\cos x + \cos 2x}{\sin x} \right) = \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{2 \cos \frac{3x}{2} \cos \frac{x}{2}}{\frac{\sin x}{x}} \right) = 2$

20. মান নির্ণয় কর: $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x+h)^{1/2} - x^{1/2}}{h}$ [02-03]

Sol: $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x+h)^{1/2} - x^{1/2}}{h} \Rightarrow \frac{d}{dx} \sqrt{x}$
 $= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(\sqrt{x+h} - \sqrt{x})(\sqrt{x+h} + \sqrt{x})}{h(\sqrt{x+h} + \sqrt{x})}$
 $= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{x+h-x}{h(\sqrt{x+h} + \sqrt{x})} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$

Shortcut: $\frac{d}{dx} \sqrt{x} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$

21. প্রমাণ কর যে, $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^{9/2} - a^{9/2}}{\sqrt{x} - \sqrt{a}} = 9a^4$ [00-01]

Sol: $\frac{9}{2} \frac{1}{a} \frac{1}{2} = 9a^4$

চট্টগ্রাম বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
 [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{5x+4}-2}{x}$ এর মান হবে: [15-16]

- A. $\frac{5}{4}$ B. $\frac{3}{4}$ C. $\frac{4}{5}$ D. 0

Ans A Solve $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{5x+4}-2}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{5x+4-4}{x(\sqrt{5x+4}+2)} = \frac{5}{4}$

02. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}$ এর মান হবে: [15-16]

- A. 0 B. $\frac{3}{2}$ C. $\frac{3}{4}$ D. $\frac{1}{2}$

Ans D Solve $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{2x} = \frac{1}{2}$

03. $\lim_{n \rightarrow -1} \frac{\sqrt{x^2+8}-3}{x+1}$ এর মান হবে? [15-16, 14-15]

- A. $\frac{1}{3}$ B. $-\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{6}$ D. 1 E. 0

Ans B Solve $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{x^2+8}-3}{x+1}$
 $= \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2+8-9}{(x+1)(\sqrt{x^2+8}+3)}$
 $= \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2-1}{(x+1)(\sqrt{x^2+8}+3)}$
 $= \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x-1}{\sqrt{x^2+8}+3} = \frac{-2}{6} = -\frac{1}{3}$

04. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt{1+x}-1}$ এর মান কত? [15-16]

- A. 1 B. 2 C. $\frac{1}{2}$ D. 3 E. $\frac{1}{3}$

Ans B Solve $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt{1+x}-1}$

$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(\sqrt{1+x}+1)}{1+x-1} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} (\sqrt{1+x}+1) = 1+1 = 2$

05. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2+x-3}{3x^2-4x+1} = ?$ [15-16]

- A. 0 B. $-\frac{1}{4}$ C. -3 D. $\frac{2}{3}$ E. ∞

Ans D Solve $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2+x-3}{3x^2-4x+1} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2 + \frac{1}{x} - \frac{3}{x^2}}{3 - \frac{4}{x} + \frac{1}{x^2}} = \frac{2}{3}$

06. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{7x}$ এর মান হবে- [15-16]

- A. $\frac{7}{4}$ B. 4 C. 7 D. 0 E. $\frac{4}{7}$

Ans E Solve $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{7x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\frac{\sin 4x}{4x}) \cdot 4x}{7x} = \frac{4}{7}$

07. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x}{x} =$ কত? [14-15]

- A. 1 B. 4 C. 2
D. 3 E. কোনটিই নয়

Ans E Solve $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x}{x} = \frac{1}{0} = \infty$, অনির্ণেয়।

কোনটিই নয়।

08. $\lim_{x \rightarrow \infty} \{\ln(3x-1) - \ln(2x+7)\} = ?$ [14-15]

- A. ∞ B. $-\frac{1}{7}$ C. $\frac{3}{2}$ D. $\ln\left(\frac{3}{2}\right)$ E. 1

Ans D Solve $\lim_{x \rightarrow 0} \{\ln(3x-1) - \ln(2x+7)\}$

$= \lim_{x \rightarrow 0} \ln\left(\frac{3x-1}{2x+7}\right) = \lim_{x \rightarrow 0} \ln\left(\frac{3-\frac{1}{x}}{2+\frac{7}{x}}\right) = \ln\frac{3}{2}$

09. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 - \cos ax}{1 - \cos bx} = ?$ [14-15]

- A. $\frac{a^2}{b^2}$ B. $\frac{a}{b}$ C. 1 D. $\frac{2a^2}{b^2}$ E. $\frac{a^2}{2b^2}$

Ans C Solve $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 - \cos ax}{1 - \cos bx} = \frac{1 - \cos \infty}{1 - \cos \infty}$

[∵ $\cos \infty$ এর মান $[-1, 1]$ এর মধ্যে, ধরি $\cos \infty = k$]
 $= \frac{1-k}{1-k} = 1$

10. $\lim_{x \rightarrow a} \frac{|x-a|}{x-a} = ?$ [14-15]

- A. 1 B. -1 C. 0 D. infinity E. ± 1

Ans Blank Solve $\lim_{x \rightarrow a} \frac{|x-a|}{x-a}$

$\lim_{x \rightarrow a} \frac{|x-a|}{x-a} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{|a+h-a|}{a+h-a} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h}{h} = 1$

এখানে, $x = a + h$ ধরি,

$\lim_{x \rightarrow a} \frac{|x-a|}{x-a} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{|a-h-a|}{a-h-a} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-h}{-h} = -1$

এখানে, $x = a - h$ ধরি,

$\lim_{x \rightarrow a} \frac{|x-a|}{x-a}$ does not exit অর্থাৎ বিদ্যমান নয়।

11. $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{e^{2(x+h)} - e^{2x}}{h}$ এর মান হচ্ছে- [14-15]

- A. $2e^{2x}$ B. e^{2x} C. e^x D. $2e^x$ E. $2xe^x$

Ans A Solve $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{e^{2(x+h)} - e^{2x}}{h} = \frac{d}{dx}(e^{2x}) = 2e^{2x}$

12. $f(x) = x^3$ হলে $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{h}$ এর মান হবে- [12-13]

- A. 8 B. 9 C. 10 D. 11 E. 12

Ans E Solve

Shortcut: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{h} = f'(2)$ [∵ $f(x) = x^3$ ∴ $f'(x) = 3x^2$]
 $\Rightarrow f'(2) = 3 \times 4 = 12$

13. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\log(2+2x+x^2)}{(x+1)^2}$ এর মান কত? [13-14]

- A. 5 B. 2 C. 1
D. 1/2 E. 0

Ans C Solve $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\log(2+2x+x^2)}{(x+1)^2}$

$= \lim_{x \rightarrow -1} \frac{2+2x}{2+2x+x^2} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{1}{2+2x+x^2}$ [La Hospital Law]
 $= \lim_{x \rightarrow -1} \frac{1}{2+2(-1)+(-1)^2} = \frac{1}{1} = 1$

14. লিমিট $x \rightarrow 1$ হলে x এর মান হবে- [12-13]

- A. $x = 1.00001$ B. $x = 0.99999$
C. $x = 1$ D. $x < 1$

E. x এর নির্দিষ্ট কোন মান নেই তবে $|x-1|$ এর মান যত ক্ষুদ্র করুন কল্পনা করা যায় তার চেয়েও ক্ষুদ্র।

15. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^2+2x+11}{6x^4-2x} = ?$ [12-13]

- A. $\frac{7}{6}$ B. $-\frac{11}{2}$ C. $\frac{1}{x^2}$
D. 0 E. $\frac{11}{6}$

Ans D Solve $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^2+2x+11}{6x^4-2x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{14x+2}{24x^3-2}$
 $= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{14}{72x^2-2} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{0}{144x} = 0$

16. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4-1}{x-1}$ এর মান হবে- [12-13]

- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5 E. 6

Ans C Solve $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{4x^3}{1} = 4$ [Using L.Hospital Rule]

17. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3+3x}{5x^3-6} =$ কত? [12-13]

- A. $-\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{5}$ C. $-\frac{1}{5}$ D. $-\frac{1}{6}$ E. $\frac{3}{5}$

Ans B Solve

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3+3x}{5x^3-6} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2+3}{15x^2} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x}{30x} = \frac{1}{5}$

Shortcut: $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 + \frac{3}{x^2}}{5 - \frac{6}{x^3}} = \frac{1}{5}$

18. $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{8 \tan^{-1}(x-5) + 8}{x-5} =$ কত? [12-13]

- A. $\frac{8}{7}$ B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{3}{5}$ E. কোনটিই নয়

Ans E Solve $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{8 \tan^{-1}(x-5) + 8}{x-5}$
 $= \lim_{x \rightarrow 5} \frac{8}{1+(x-5)^2}$ [Using L. Hospital rule] = 8

19. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{5x-2}{3x+2} \right) =$ কত? [11-12]

- A. ∞ B. -1 C. $\frac{5}{2}$ D. $\frac{5}{3}$ E. কোনটিই নয়

Ans D Solve $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{5x-2}{3x+2} \right)$

$x \rightarrow \infty$ দেয়া থাকলে x এর সর্বোচ্চ ঘাতের সহগ হইবে Ans.
এখানে, x এর সর্বোচ্চ ঘাত লব ও হরে 1.

সুতরাং Ans. হবে $\frac{5}{3}$ অর্থাৎ লবে x এর সর্বোচ্চ ঘাতের সহগ
হবে x এর সর্বোচ্চ ঘাতের সহগ

20. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x}{x+1} = ?$ [11-12]

- A. 3 B. 4 C. 5 D. 2 E. 1

Ans D Solve এখানে x এর লব ও হরে সর্বোচ্চ ঘাত 1।
এই অঙ্কের Ans. হবে লবে x এর সর্বোচ্চ ঘাতের সহগ
হবে x এর সর্বোচ্চ সহগ অর্থাৎ $\frac{2}{1} = 2$

21. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x^2-8}{x-2}$ এর মান কোনটি? [11-12]

- A. 0 B. 8 C. 2 D. 4 E. ∞

Ans D Solve $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x^2-8}{x-2} = \frac{2 \cdot 0 - 8}{0 - 2} = \frac{-8}{-2} = 4$

Or, [By Using Calculator]

22. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos x}{x}$ এর মান হবে- [09-10]

- A. $\frac{1}{2}$ B. 0 C. 1 D. 2 E. $\frac{1}{3}$

Ans B Solve $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos x}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos x}{x} = 0$

23. $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin x}{\pi-x} =$ কত? [09-10]

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3 E. 4

Ans A Solve $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin x}{\pi-x} = \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\cos x}{0-1} = \frac{-1}{-1} = 1$

= -1 [L' Hopitals rule]

24. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x^2-2x}{x} \right) = ?$ [07-08]

- A. -2 B. 0 C. 1 D. ফাংশন সংজ্ঞায়িত নয় E. 2

Ans A Solve $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x-2}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{x} = \frac{0}{1} = 0$

25. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 5x}{x}$ এর মান: [C 05-06]

- A. $\frac{5}{2}$ B. $\frac{1}{5}$ C. 5 D. 0 E. ∞

Ans C Solve $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 5x}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 5x}{5x \cdot \frac{1}{5}} = 5 \times 1 = 5$

26. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 7x}{3x} =$ কত? [05-06]

- A. 1 B. 0 C. $\frac{7}{3}$ D. $\frac{3}{7}$ E. ∞

Ans C Solve $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 7x \times 7x}{3x \times 7x}$

$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 7x}{7x} \times \frac{7x}{3x} \Rightarrow 1 \times \frac{7x}{3x} = \frac{7}{3}$ [$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin ax}{ax} = 1$]

27. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n} \right)^n$ [C 04-05; MBSTU 14-15]

- A. e^2 B. e^1 C. e D. মান নাই

Ans C Solve $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n} \right)^n = e^1 = e$

28. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(2+x) - \sin(2)}{x}$ এর মান- [01-02]

- A. 0/1 B. 1 C. 0 D. $\cos 2$

Ans D Solve $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(2+x) - \sin(2)}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(2+x)}{1} = \cos 2$

Shortcut: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(2+x) - \sin(2)}{x} = \left(\frac{d}{dx} \sin x \right)_{x=2} = (\cos x)_2 = \cos 2$

খুলনা বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^{5/2} - a^{5/2}}{\sqrt{x} - \sqrt{a}}$ হলে $\frac{x^{5/2} - a^{5/2}}{\sqrt{x} - \sqrt{a}}$ এর মান কত হবে? [11-12]

- A. $-5a^2$ B. $5a^2$ C. $\frac{a^2}{5}$ D. $\sqrt{5a}$

Ans B Solve $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^{5/2} - a^{5/2}}{\sqrt{x} - \sqrt{a}} = \frac{5}{2} \cdot a^{5/2} \cdot \frac{1}{2} = 5a^2$

02. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x + 1}{x}$ এর মান কত? [10-11]

- A. a B. 0 C. 2 D. $\log_e a$

Ans D Solve $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x + 1}{x} = \frac{a^x \ln_e a}{1} = a^0 \ln_e a = \log_e a$ (L' Hospital's Rule প্রয়োগে)

03. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x + e^{-x}}{e^x}$ এর সঠিক মান কোনটি? [09-10]

- A. -1 B. 2 C. -2 D. 1

Ans B Solve $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x + e^{-x}}{e^x} = \frac{e^0 + e^{-0}}{e^0} = \frac{1+1}{1} = 2$ (সরাসরি $x=0$ বসিয়ে)

62. $\lim_{x \rightarrow \infty} 2^x \sin \frac{3}{2} = ?$ [14-15; BUET 09-10]

- A. y B. 0 C. 1
D. x E. কোনটিই নয়

Ans A Solve $\lim_{x \rightarrow \infty} 2^x \sin \frac{3}{2}$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{\sin \frac{3}{2}}{\frac{1}{2^x}} \right) \quad \left[\frac{3}{2} = 0, x \rightarrow \infty, 0 \rightarrow 0 \right]$$

$$= \lim_{0 \rightarrow 0} \left(\frac{\sin 0}{0} \right) y = 1 \cdot y = y$$

63. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x}{1+x} \right)^x$ এর মান কত? [13-14]

- A. e B. 0 C. $1/e$ D. 1 E. -1

Ans D Solve $\lim_{x \rightarrow \infty} \left\{ x \left(\frac{1}{x+1} \right) \right\}^x \Rightarrow \left(\frac{1}{x+1} \right)^x = 1$

পাবনা বিজ্ঞান ও প্রযুক্তি বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

61. $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \lim_{x \rightarrow a} g(x) = f(a)$ এর ফাংশনটি একটি- [15-16]

- A. বিজ্ঞান B. অববিজ্ঞান C. উভয় D. কোনটিই নয়

Ans B Solve $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \lim_{x \rightarrow a} g(x) = f(a)$ হলে ফাংশনটি অববিজ্ঞান।

62. $\lim_{N \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{N} \right)^N = ?$

- A. 1 B. 0 C. e D. e

Ans D Solve $\lim_{N \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{N} \right)^N = e$ সূত্রানুসারে

63. $\lim_{x \rightarrow 0} (1+kx)^{1/x}$ এর মান- [15-16]

- A. $\log_e x$ B. $\ln(kx)$ C. $\ln(k+k)$ D. e^k

Ans D Solve $\lim_{x \rightarrow 0} (1+kx)^{1/x} = \lim_{x \rightarrow 0} \{(1+kx)^{1/kx}\}^k = e^k$

64. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - \sin x}{\sin^3 x}$ এর মান কত? [15-16, 14-15]

- A. -1/2 B. 1/2 C. -1/-2 D. 1/4

Ans B Solve $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - \sin x}{\sin^3 x}$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - \tan x \cos x}{\sin^3 x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x (1 - \cos x)}{\sin^3 x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x \cdot 2 \sin^2 \frac{x}{2}}{\sin^3 x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\left(\frac{\tan x}{x} \right) \cdot 2 \left(\frac{\sin \frac{x}{2}}{\frac{x}{2}} \right)^2 \cdot \frac{x^2}{4}}{\left(\frac{\sin x}{x} \right)^3 \cdot x^3}$$

$$= 1 \times 2 \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$$

65. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x + e^{-x} - 2}{2x}$ এর মান হলে- [14-15]

- A. 2 B. 1/2 C. 0 D. 3

Ans C Solve $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x + e^{-x} - 2}{2x}$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{2} \quad [\text{By L'H Hospital Theorem}]$$

$$= \frac{1-1}{2} = 0$$

বাংলাদেশ কৃষি বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

61. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x}$ এর মান কোনটি? [14-15]

- A. 1 B. 0 C. 1 D. $\frac{1}{x}$

Ans C Solve $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x} = 1$ সূত্রানুসারে,

সিলেট কৃষি বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

61. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - 1}{x}$ এর সমান কোনটি? [15-16]

- A. 0 B. 1 C. $\ln x$ D. $\ln a$

Ans D Solve $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - 1}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x \cdot \ln a}{1} = a^0 \ln a = \ln a$

চট্টগ্রাম ভেটেরিনারি বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

61. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{e^x - e^{-x}}{x} \right)$ এর মান কোনটি? [15-16]

- A. 2 B. 1
C. 0 D. -2

Ans A Solve $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x + e^{-x}}{1} = e^0 + e^0 = 2$

IUT ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

61. Evaluate $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - 1}{x}$ [14-15]

- A. 0 B. e^a C. $\ln(a)$ D. a

Ans C Solve $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - 1}{x} \left[\frac{0}{0} \text{ Form} \right] = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x \cdot \ln a}{1} = \ln a$

হাজী মোহাম্মদ দানেশ বিজ্ঞান ও প্রযুক্তি বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

61. Lt $\frac{\ln(1+x)}{x}$ এর মান- [14-15]

- A. -1 B. $\frac{1}{2}$ C. $-\frac{1}{2}$ D. 1

Ans D Solve Lt $\frac{\ln(1+x)}{x} = 1$ সূত্রানুসারে

বাংলাদেশ টেক্সটাইল বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 7x}{3x^2}$ এর মান কত? [15-16; BUET 07-08]

- A. $\frac{6}{49}$ B. $\frac{49}{6}$
C. $\frac{7}{3}$ D. $\frac{2}{3}$

Ans B Solve $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 7x}{3x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{7 \sin 7x}{6x}$
 $= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{7^2 \cos 7x}{6} = \frac{49}{6}$

বুয়েট, কুয়েট, চুয়েট ও রুয়েট ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - \log_e (e^x \cos x)}{x \sin x}$ এর মান কোনটি? [KUET 15-16]

- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{2}$
D. $\frac{1}{7}$ E. $-\frac{1}{2}$

Ans C Solve $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - \log_e (e^x \cos x)}{x \sin x}$

$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - x - \log_e \cos x}{x \sin x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - 1 + \frac{\sin x}{\cos x}}{\sin x + x \cos x}$
 $= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - 1 + \tan x}{\sin x + x \cos x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-\sin x + \sec^2 x}{\cos x + \cos x - x \sin x} = \frac{1}{1+1} = \frac{1}{2}$

02. মান নির্ণয় কর: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 7x}{3x^2}$ [CUET 15-16]

- A. $\frac{2}{3}$ B. $\frac{7}{3}$ C. $\frac{49}{6}$ D. $\frac{6}{49}$

Ans C Solve $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 7x}{3x^2}$
 $= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{7 \sin 7x}{6x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{49 \cos 7x}{6} = \frac{49}{6}$

03. "a" এর যে মানের জন্য $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a \sin x - 3x}{5x}$ এর মান 0 হবে তা হলো—[KUET 14-15]

- A. $\frac{3}{5}$ B. 5 C. 3
D. 2 E. 8

Ans C Solve $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a \sin x - 3x}{5x}$
 $\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{a \cos x - 3}{5}$ [L Hospital Law]
 $\Rightarrow \frac{a-3}{5}$ প্রশ্নমতে, $\frac{a-3}{5} = 0 \therefore a = 3$

04. 'k' এর কোন মানের জন্য $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2e^x - 2e^{-4x} + kx}{x^2}$ এর মান -15 হবে? [KUET 13-14]

- A. 0 B. 3 C. -20
D. 8 E. -10

Ans E Solve $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2e^x - 2e^{-4x} + kx}{x^2}$

$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2e^x + 8e^{-4x} + k}{2x}$ [অন্তরীকরণ করে]
 $\therefore \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2e^x + 8e^{-4x} + k}{2x} = -15$
 $\Rightarrow \frac{10+k}{0} = -15 \Rightarrow k = -10$

05. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(\cos 2x + \cos 3x)}{2 \sin x}$ এর মান কোনটি? [RUET 13-14]

- A. 0 B. 1 C. 2
D. 3 E. None

Ans B Solve $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(\cos 2x + \cos 3x)}{2 \sin x}$

$= \frac{x(-2 \sin 2x - 3 \sin 3x) + \cos 2x + \cos 3x}{2 \cos x}$
 $= \frac{0 + \cos 0 + \cos 0}{2 \cos 0} = 1$

06. $\lim_{x \rightarrow 0} (1+kx)^{\frac{1}{x}}$ এর মান— [RUET 12-13]

- A. $\log_e k$ B. $\ln(kx)$ C. $\ln(k+x)$
D. a^k E. e^k

Ans E Solve $\lim_{x \rightarrow 0} (1+kx)^{\frac{1}{x}} = \lim_{x \rightarrow 0} \left\{ (1+kx)^{\frac{1}{kx}} \right\}^k = e^k$

Or [By Using Calculator].

Technique: $k = 2$ ধরে $(1+2x)^{1/x}$ বসিয়ে **calc** press করে $x = 0.001$ বসিয়ে পাই 7.38। এবার Option Test করলে $e^k = e^2 = 7.38$ ।

07. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5^{n+1} + 7^{n+1}}{5^n - 7^n}$ এর মান হল— [BUET 12-13]

- A. $\frac{1}{5}$ B. -5
C. $2 \ln 7$ D. -7

Ans D Solve $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\left\{ \left(\frac{5}{7} \right)^{n+1} + 1 \right\} \cdot 7^{n+1}}{\left\{ \left(\frac{5}{7} \right)^n - 1 \right\} \cdot 7^n} = \left(\frac{0+1}{0-1} \right) \cdot 7 = -7$

08. $\lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{1 - \sin x}{\cos x}$ এর মান হল— [BUET 11-12]

- A. 1/2 B. 0
C. 2 D. 1

Ans B Solve $\lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{1 - \sin x}{\cos x} = 0$ [By Using Calculator]

09. মান নির্ণয় কর: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - e^{-2x}}{(1+x)}$, $[0 < x < 1]$ [BUET 10-11]

- A. 0 B. 1
C. 2 D. 1/3

Ans C Solve $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - e^{-2x}}{1+x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{0 - (-2)e^{-2x}}{0+1}$ [L' Hospital's]
 $= 2e^0 = 2$ Or, [By Using Calculator]

SELF TEST

10. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x} - 2x}{x - \sin x}$ এর মান কত? [KUET 10-11]

- A. 4 B. 3 C. 2 D. 1 E. 0

Ans C Solve $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x} - 2x}{x - \sin x}$

$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x + e^{-x} - 2}{1 - \cos x}$ [L' Hospital rule]

$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x} - 0}{0 + \sin x}$ [L' Hospital rule]

$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x + e^{-x}}{\cos x}$ [L' Hospital rule]

= 2 Or, সরাসরি CALCULATOR ব্যবহার করে।

11. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + x}{4x^3 - 1}$ এর মান কত? [BUET-09-10]

- A. ∞ B. 1 C. 0 D. $\frac{1}{4}$

Ans C Solve $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + x}{4x^3 - 1} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 + \frac{1}{x}}{4 - \frac{1}{x^3}} = 0$

Shortcut: এখানে যখন x এর সর্বোচ্চ সহগ 3, হরের সর্বোচ্চ সহগ 2 থেকে বেশি এবং নির্দিষ্ট মান ∞ । সুতরাং সূত্রানুসারে প্রাপ্ত নির্দিষ্ট মান 0 হবে।

12. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x + e^{-x} - 2}{x^2}$ মান কত? [BUET 05-06]

- A. 2 B. 1 C. -2 D. -1

Ans B Solve $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x + e^{-x} - 2}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x + e^{-x}}{2} = 1$

Or, সরাসরি CALCULATOR এ ব্যবহার করে।

13. $\lim_{x \rightarrow \pi} \left(\frac{1 + \cos x}{\sin x} \right)$ এর মান হল-[CUET 14-15]

- A. 0 B. 1 C. -1 D. None

Ans A Solve $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{1 + \cos x}{\sin x} \left[\frac{0}{0} \text{ Form} \right]$

$= \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{-\sin x}{\cos x} = \frac{-0}{-1} = 0$

14. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x}{1+x} \right)^x = ?$ [RUET 10-11]

- A. $-\infty$ B. -1 C. e^{-1}
D. e E. 1

Ans C Solve $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x}{1+x} \right)^x = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{\left(1 + \frac{1}{x} \right)^x} = \frac{1}{e} = e^{-1}$

15. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{x^3}$ এর মান কোনটি? [RUET 14-15]

- A. 1 B. 0 C. $\frac{1}{3}$

- D. $\frac{1}{2}$ E. $\frac{1}{6}$

Ans E Solve $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{x^3}$

$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{3x^2}$ [Using La Hospital]

$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{6x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x}{6} = \frac{1}{6} \cdot 1 = \frac{1}{6}$

01. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + 8}{x + 2}$ এর মান কোনটি?

- A. 0 B. 2
C. 4 D. 12

02. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan^{-1} x}{x} = ?$

- A. 0 B. 1
C. 2 D. 3

03. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2} = ?$

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{1}{5}$

04. $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin x}{\pi - x} = ?$

- A. $\frac{1}{2}$ B. 1 C. $\frac{1}{4}$ D. 4

05. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{3+x} - \sqrt{3-x}}{x} = ?$

- A. $\frac{1}{\sqrt{2}}$ B. $\sqrt{2}$ C. $\frac{1}{\sqrt{3}}$ D. $\sqrt{3}$

06. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{x} + 1 \right) \left(\frac{5x^2 - 1}{x^2} \right) = ?$

- A. $\frac{1}{5}$ B. 5 C. $\frac{1}{7}$ D. 7

07. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{2x+1} = ?$

- A. 2 B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{1}{2}$ D. 4

08. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 3x + 5}{2x^2 + 9x + 4} = ?$

- A. 1/2 B. 1/3
C. 2 D. 3

09. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 3x + 6}{5x^3 - 3x^2 + 5x - 2} = ?$

- A. 0 B. -5
C. 5 D. 2/5

10. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6^x - 6^{-x}}{6^x + 6^{-x}} = ?$

- A. 1 B. 2
C. 3 D. 4

11. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2.3^x + 5.3^{-x}}{7.3^x - 8.3^{-x}} = ?$

- A. 1 B. $\frac{1}{2}$
C. $\frac{1}{7}$ D. $\frac{2}{7}$



২য় অংশ: অন্তরীকরণের সাধারণ সূত্র

এক নজরে এই অংশের গুরুত্বপূর্ণ তথ্যাবলি

□ অন্তরক সহন বা অন্তরক (Differential coefficient) হল তৎকালিক বৃদ্ধির-হার।

□ $y = f(x)$ হলে, $\frac{dy}{dx} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$
 সীমিত চলরাশি h এর মাধ্যমে ক্ষুদ্র পরিমাণ বৃদ্ধির সাপেক্ষে অধীন চলরাশি y এর হার যে বৃদ্ধি ঘটে, তাইকে অনুপাতের সীমাহীন হারই হল x এর সাপেক্ষে y এর অন্তরক সহন। সুতরাং অন্তরক এক ধরনের সীমিত সিস্টেম।

□ x এর সাপেক্ষে $f(x)$ এর অন্তরক (সোয়ানের জন্য) $y' = \frac{dy}{dx} = f'(x) D_x y = Dy$ ।
 y , উভয়টি সংকেত বাসত্যই সম।

□ অন্তরীকরণের সূত্রসমূহ:

- 01. $\frac{d}{dx}(c) = 0$
- 02. $\frac{d}{dx} c f(x) = c \frac{d}{dx} f(x)$
- 03. (a) $\frac{d}{dx}(c x^n) = c \frac{d}{dx}(x^n) = c n x^{n-1}$
- (b) $\frac{d}{dx}\left(\frac{c}{x^n}\right) = -c \frac{n}{x^{n+1}}$
- (c) $\frac{d}{dx}(\sqrt{x}) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$
- 04. $\frac{d}{dx}(\sin x) = \cos x$
- 05. $\frac{d}{dx}(\cos x) = -\sin x$
- 06. $\frac{d}{dx}(\tan x) = \sec^2 x$
- 07. $\frac{d}{dx}(\cot x) = -\operatorname{cosec}^2 x$
- 08. $\frac{d}{dx}(\sec x) = \sec x \tan x$
- 09. $\frac{d}{dx}(\operatorname{cosec} x) = -\operatorname{cosec} x \cot x$
- 10. $\frac{d}{dx}(e^x) = e^x$
- 11. $\frac{d}{dx}(\ln x) = \frac{1}{x}$
- 12. $\frac{d}{dx}(a^x) = a^x \ln a$
- 13. $\frac{d}{dx}(e^{nx}) = n e^{nx}$
- 14. $\frac{d}{dx}(uv) = u \frac{dv}{dx} + v \frac{du}{dx}$
- 15. $\frac{d}{dx}\left(\frac{u}{v}\right) = \frac{v \frac{du}{dx} - u \frac{dv}{dx}}{v^2}$
- 16. $\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dz} \cdot \frac{dz}{dx}$
- 17. $\frac{d}{dx}(\sin^{-1} x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
- 18. $\frac{d}{dx}(\cos^{-1} x) = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
- 19. $\frac{d}{dx}(\tan^{-1} x) = \frac{1}{1+x^2}$
- 20. $\frac{d}{dx}(\cot^{-1} x) = -\frac{1}{1+x^2}$
- 21. $\frac{d}{dx}(\sec^{-1} x) = \frac{1}{x\sqrt{x^2-1}}$
- 22. $\frac{d}{dx}(\operatorname{cosec}^{-1} x) = -\frac{1}{x\sqrt{x^2-1}}$
- 23. $\frac{d}{dx}(\log_a x) = \frac{1}{x} \log_a e$
- 24. $\frac{d}{dx}(\sin mx) = m \cos mx$
- 25. $\frac{d}{dx} \sqrt{x} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$
- 26. $\frac{d}{dx}(uvw) = vw \frac{du}{dx} + uv \frac{dv}{dx} + uv \frac{dw}{dx}$

27. যদি $f(x,y) = 0$ হয় যা অব্যক্ত ফাংশন তাহলে,
 $\frac{dy}{dx} = -\frac{f_x}{f_y} = \frac{y \text{ প্রবর্তনের } x \text{ এর সাপেক্ষে অন্তরীকরণ}}{x \text{ প্রবর্তনের } y \text{ এর সাপেক্ষে অন্তরীকরণ}}$
 28. $\frac{d}{dx}(u^v) = u^v \frac{d}{dx}(v \ln u)$ সূত্র: $\frac{d}{dx}(u \pm v) = \frac{du}{dx} \pm \frac{dv}{dx}$

□ অন্তরীকরণের নিয়মাবলি:
 □ ক্রম বিপর্যয়ে অন্তরীকরণ:
 $y = f(x)$ হলে, $\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}\{f(x)\} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$
 যে কোন বিন্দুতে $x = a$ হলে, $f'(a) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$

□ অনেকগুলি ফাংশনের গুণ ও ভাগফলের মিশ্রণ:
 সূত্র: $\frac{dy}{dx} = \left[\frac{\text{Power}(d \text{ Num}_1)}{\text{Num}_1} + \frac{\text{Power}(d \text{ Num}_2)}{\text{Num}_2} \right] \cdot \frac{\text{Power}(d \text{ Den}_1)}{\text{Den}_1} - \frac{\text{Power}(d \text{ Den}_2)}{\text{Den}_2}$

Note: লবের পূর্বে ধনাত্মক এবং হরের পূর্বে ঋণাত্মক চিহ্ন হবে।
 উদাহরণ: $y = \frac{x^{3/2}(1+x^2)^{3/2}}{(1-x^2)^{3/2}}$ হলে, $\frac{dy}{dx} = ?$

Sol: সূত্রানুসারে- $\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx} \left\{ \frac{x^{3/2}(1+x^2)^{3/2}}{(1-x^2)^{3/2}} \right\}$
 $= \left[\frac{3}{2} \frac{d}{dx}(x) \cdot \frac{3}{2} \frac{d}{dx}(1+x^2) - \frac{3}{2} \frac{d}{dx}(1-x^2) \right] \cdot \frac{1}{(1-x^2)^{3/2}} + \frac{3}{2} \left(\frac{1}{x} + \frac{2x}{1+x^2} + \frac{2x}{1-x^2} \right)$

□ লগারিদমের সাহায্যে অন্তরীকরণ:
 কোন চলক অন্য কোন চলকের সূচক হিসেবে থাকলে উভয় পাশে \ln নিতে হয়
 যেমন, $y = (\sin^{-1} x)^{\ln x}$ হলে, $\frac{dy}{dx} = ?$

সমাধান: $y = (\sin^{-1} x)^{\ln x}$
 $\Rightarrow \ln y = \ln x \cdot \ln(\sin^{-1} x)$
 $\Rightarrow \frac{1}{y} \frac{dy}{dx} = \ln x \cdot \frac{1}{\sin^{-1} x} \cdot \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} + \ln(\sin^{-1} x) \cdot \frac{1}{x}$
 $\Rightarrow \frac{dy}{dx} = (\sin^{-1} x) \ln x \left[\frac{\ln x}{\sin^{-1} x \sqrt{1-x^2}} + \ln(\sin^{-1} x) \frac{1}{x} \right]$

বিকল্প:
 $\frac{d}{dx}(u^v) = u^v \frac{d}{dx}(v \ln u)$ সূত্র প্রয়োগ করে,
 $\frac{dy}{dx} = (\sin^{-1} x)^{\ln x} \cdot \frac{d}{dx} \left\{ \ln x \cdot \ln(\sin^{-1} x) \right\}$
 $= (\sin^{-1} x)^{\ln x} \left\{ \frac{1}{x} \ln(\sin^{-1} x) + \ln x \cdot \frac{1}{\sin^{-1} x} \cdot \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \right\}$
 $= (\sin^{-1} x)^{\ln x} \left\{ \frac{\ln(\sin^{-1} x)}{x} + \frac{\ln x}{\sqrt{1-x^2} \cdot \sin^{-1} x} \right\}$



ত্রিকোণমিতিক প্রতিস্থাপন পদ্ধতি:

কিছক করে বিশেষীত বৃত্তাকার কাংশনের অন্তরক সহগ নির্ণয়ের কাককে সহজ করে দেয়।

term	যা ধরতে হবে
$(1+x^2)^n, n=1, 1/2, 3/2$ ইত্যাদি	$x = \tan\theta$
$\frac{1-x}{1+x}$	$x = \cos\theta$
$\frac{2x}{1-x^2}$	$x = \tan\theta$
$\frac{1-x^2}{1+x^2}$	$x = \tan\theta$

উদাহরণ: $y = \tan^{-1} \frac{\sqrt{1+x^2}-1}{x}$; ধরি, $x = \tan\theta$

$\Rightarrow \theta = \tan^{-1} x$
 $\therefore y = \tan^{-1} \frac{\sqrt{1+\tan^2\theta}-1}{\tan\theta} = \tan^{-1} \frac{\sec\theta-1}{\tan\theta} = \tan^{-1} \frac{1-\cos\theta}{\sin\theta}$
 $= \tan^{-1} \frac{2\sin^2\frac{\theta}{2}}{2\sin\frac{\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2}} = \tan^{-1} \tan\frac{\theta}{2} = \frac{\theta}{2} = \frac{1}{2} \tan^{-1} x$
 $\therefore \frac{dy}{dx} = \frac{1}{2(1+x^2)}$ Ans.

কাংশনের সাপেক্ষে কাংশনের অন্তরক সহগ নির্ণয়:

উদাহরণ: $\sin x$ এর সাপেক্ষে $\ln x$ এর অন্তরক সহগ বের কর।

Sol: ধরি, $y = \sin x$; $z = \ln x$; তাহলে, $\frac{dz}{dy}$ বের করতে হবে।

এখানে, $\frac{dz}{dx} = \frac{d}{dx}(\ln x) = \frac{1}{x}$; $\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}(\sin x) = \cos x$
 $\therefore \frac{dz}{dy} = \frac{dz/dx}{dy/dx} = \frac{1/x}{\cos x} = \frac{1}{x \cos x}$

অন্তরীকরণ (Calculator Type):

Differentiation: [fx - 99]ms এর জন্য প্রয়োজ্য। সবচেয়ে বড়গুলো Differentiation আসে exam এ তার অধিকাংশই Calculator দিয়ে করা যায়।

এখানে, নিচের ইচ্ছা স্বাধীন ১টি Limit ধরে Differentiation করলে যে মান পাওয়া যায়, option এ x এর জায়গায় ঐ Limit এর মান বসালে যার সাথে মান মিলে যায় সেটাই Answer হয়। যেমন:

Ex-01 $y = \frac{(\tan x - \cot x)}{(\tan x + \cot x)}$ হলে $\frac{dy}{dx}$?
 A. $2\sin 2x$ B. $2\cos 2x$ C. $2\sin x$ D. কোনটিই নয়

Sol: ক্যালকুলেটর রেভায়ন mode এ নিচে shift চেপে [dx] চাপলে $\frac{d}{dx}$ এই হটক পায়।
 এইবার সমীকরণটি নিম্নোক্তভাবে টাইপ: $\frac{d}{dx}(\tan x - (1 \div \tan x)) \div (\tan x + (1 \div \tan x)), 1$
 এমন সমান (=) চাপলে 1.8 পাবে।

- Option এ:
 A. $2\sin 2x = 2\sin(2 \times 1) = 1.8$
 B. $2\cos 2x = 2\cos 2 = -0.83$
 C. $2\sin x = 2\sin 1 = 1.68 \therefore$ Ans. A

এখানে, 1 ইচ্ছাস্বাধীন Limit আর Calculator এ $\cot x$ লিখা যায় না বলে $(1 + \tan x)$ লিখা হয়েছে।

Without Calculator:
 $y = \frac{\tan x - \cot x}{\tan x + \cot x} = \frac{\frac{\sin x}{\cos x} - \frac{\cos x}{\sin x}}{\frac{\sin x}{\cos x} + \frac{\cos x}{\sin x}} = \frac{\sin^2 x - \cos^2 x}{\sin^2 x + \cos^2 x} = -\cos 2x$
 $\therefore \frac{dy}{dx} = 2 \sin 2x.$

Ex-02 $y = \ln(x + \sqrt{x^2 + 4})$ হলে, $\frac{dy}{dx} = ?$
 A. $\sqrt{x^2 + 4}$ B. $\frac{1}{1 + \sqrt{x^2 + 4}}$ C. $1 + \sqrt{x^2 + 4}$ D. $\frac{1}{\sqrt{x^2 + 4}}$

Sol: Without Calculator:
 $y = \ln(x + \sqrt{x^2 + 4}) \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{1}{x + \sqrt{x^2 + 4}} \left(1 + \frac{1}{2\sqrt{x^2 + 4}} \times 2x \right)$
 $= \frac{1}{x + \sqrt{x^2 + 4}} \cdot \frac{x + \sqrt{x^2 + 4}}{\sqrt{x^2 + 4}} = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 4}}$

Shortcut: $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{\text{চিহ্নসহ ক্রটসহ অংশ}} = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 4}}$

Limit ধরার কিছু নিয়ম:

- i) $\sin^{-1}x, \cos^{-1}x, \tan^{-1}x$ থাকলে Limit এর মান 1 এর নিচে ধরতে হবে। $\sin^{-1} 2x, \cos^{-1} 2x, \tan^{-1} 2x$ থাকলে Limit এর মান 0.5 এর নিচে ধরতে হবে।
- ii) $\sqrt{1-x^2}$ থাকলে Limit এর মান 1 এর নিচে ধরতে হবে।
- iii) হারে 0 হয় এমন Limit ধরা যাবে না।
 যেমন: $y = \frac{x^2 + 3}{x - 3}$ এইটাই ক্ষেত্রে Limit 3 ধরা যাবে না।
- iv) y সমৃদ্ধ Math করা যাবে না Calculator দিয়ে।
 যেমন, $x^2 + 3xy + 5y^2 = 1$ হলে, $\frac{dy}{dx} = ?$ এটা করা যাবে না।
- v) Math এর a ও b দেওয়া থাকলে a ও b এর মান ধরে নিতে হবে।
 যেমন, $y = \tan^{-1} \frac{a + bx}{b - ax}$ হলে $\frac{dy}{dx} = ?$

$\Rightarrow \tan^{-1} \frac{\frac{a}{b} + x}{1 - \frac{a}{b}x} = \tan^{-1} \frac{a}{b} + \tan^{-1} x$
 $\therefore \frac{dy}{dx} = \frac{1}{1 + x^2}$
 A. $\frac{ab}{a^2 + b^2 x^2}$ B. $\frac{b}{ab + x^2}$
 C. $\frac{1}{1 + x^2}$ D. $\frac{1}{abx^2 + 1}$

Sol : $a = 4, b = 3$ ধর (ইচ্ছাস্বাধীন) এখন, Calculator এ শীর্ষি বটিন চেপে
 $\frac{d}{dx}$ বাটিন চাপলে $\frac{d}{dx}$ (শাখে 1 এখন নিম্নকারে উঠাও: $\frac{d}{dx} ((\tan^{-1}((4 + 3x) + (3 - 4x))), 0.5)$
 এখন, সমান (=) বাটিন চাপলে 0.8 Answer পাবে।
 $\frac{1}{1+5^2} = 0.8 \therefore$ Ans. C

Ex-03 একটি বক্ররেখার সমীকরণ $y = 4x^2$, বক্ররেখাটির $x = 2$ বিন্দুতে $\frac{dy}{dx}$
 এর মান নির্ণয় কর।

For MS
 shift /dx ((ফাংশনটি)) , x এর প্রদত্ত মান) =

For ES
 shift /2= ফাংশনটি (ডান দিকে) x = এ বক্স এর ভিতরে x এর প্রদত্ত মান =

For MS
 shift /dx (4 Alpha) , x এর প্রদত্ত মান) =

For ES
 shift /2= 4 Alpha) , x এর প্রদত্ত মান (ডান দিকে) 2 =

Ex-04 $y = \tan^{-1} \frac{2x}{1-x^2}$ হলে $\frac{dy}{dx} = ? \Rightarrow y = 2 \tan^{-1} x \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{2}{1+x^2}$

(a) $\frac{1}{1+x^2}$ (b) $\frac{2}{1+x^2}$ (c) $\frac{1}{1-x^2}$ (d) $\frac{2}{1-x^2}$

Sol : $x = 0.2$ ধরে, $\frac{dy}{dx}$ এর মান নির্ণয় কর।

$x = 0.2$ এর জন্য $\frac{dy}{dx} = 1.923$

এখন Option গুলোতে বসালে যে Option টির মান 1.923 বা এর কাছাকাছি আসবে সেটিই Answer।

Option গুলোর মধ্যে-

A \rightarrow 0.9615 B \rightarrow 1.923

Ans: B

For MS
 shift d/dx ((shift tan⁻¹ 2 alpha x / (1 - alpha x²))) , 0.2) = 1.923

For ES
 shift d/dx (shift tan) 2 alpha x (নিচের দিক) 1 - alpha x² (ডান দিকে)) , 0.2 (ডান দিকে) = 1.923

এ অধ্যায়ের গাণিতিক সমস্যাসমূহকে নিম্নোক্ত Type-এ অন্তর্ভুক্ত করা যায়

Type-01: Principle Rule সংক্রান্ত

Prob 01 $y = e^{ax}$ হলে, $\frac{dy}{dx}$ এর মান কত?

Sol : $y = e^{ax} \therefore \frac{dy}{dx} = e^{ax} \frac{d}{dx}(ax) \therefore \left[\frac{d}{dx} e^x = e^x \right] = e^{ax} \cdot a = ae^{ax}$ Ans.

Prob 02 $\frac{d}{dx} (\sin \sqrt{x}) = ?$ [SUST 06-07]

Sol : $\cos \sqrt{x} \frac{d}{dx} (x^{1/2}) = \cos \sqrt{x} \cdot \frac{1}{2} x^{-1/2} = \frac{\cos \sqrt{x}}{2\sqrt{x}}$

Prob 03 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sin(x+h) - \sin x}{h} = ?$

Sol : $\cos x$ [মূল নিয়মের সূত্রানুসারে]

Prob 04 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\cos(x+h) - \cos x}{h} = ?$

Sol : $-\sin x$ [মূল নিয়মের সূত্রানুসারে]

Prob 05 $y = 10^x$ হলে, $\frac{dy}{dx} = ?$

Sol : $10^x \cdot \ln 10$ [$\therefore \frac{d}{dx} a^x = a^x \ln a$]

Prob 06 $\frac{d}{dx} (e^x - 3\sin x + 9x) = ?$

Sol : $e^x - 3\cos x + 9$ Ans.

Prob 07 $y = 5x - 10x^2$ হলে, x এর মান কত? যখন $\frac{dy}{dx} = 2$

Sol : $\frac{dy}{dx} = 5 - 10 \cdot 2x^{2-1} \Rightarrow \frac{dy}{dx} = 5 - 20x \Rightarrow 2 = 5 - 20x \Rightarrow 20x = 3 \Rightarrow x = \frac{3}{20}$ Ans.

Prob 08 $\frac{d}{dx} \left(\sqrt[3]{x} - \frac{1}{\sqrt[3]{x}} \right) = ?$

Sol : $\frac{d}{dx} (x^{1/3}) - \frac{d}{dx} (x^{-1/3}) = \frac{1}{3} x^{1/3-1} + \frac{1}{3} x^{-1/3-1} = \frac{1}{3} (x^{-2/3} + x^{-4/3})$

Prob 09 $y = \log_a x + \log x^a + e^{\log x} + \log e^x + e^{1+x}$ হলে, $\frac{dy}{dx} = ?$

Sol : $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{x} \log_a e + a \frac{1}{x} + e^{\log x} \cdot \frac{1}{x} + 1 + e^{1+x} [\log_a x = \log_a e \log x]$
 $= \frac{1}{x} \log_a e + \frac{a}{x} + x \cdot \frac{1}{x} + 1 + e^{1+x} = \frac{1}{x} \log_a e + \frac{a}{x} + 2 + e^{1+x}$

For Practice :

- $y = x(x^2 - 12)$ হলে, x এর মান কত যখন $\frac{dy}{dx} = 0$ Ans : ±
- $\frac{d}{dx} (a^x + x^a - e^x) = ?$ Ans : $a^x \log_a a + ax^{a-1} - e^x$
- $\frac{d}{dx} (e^x - 3\sin x + 9x) = ?$ Ans : $e^x - 3\cos x + 9$

Type-02: গুণফল সংক্রান্ত

আমরা জানি, $\frac{d}{dx} (uv) = u \left(\frac{dv}{dx} \right) + v \left(\frac{du}{dx} \right)$ যেখানে,
 $u = f(x)$ এবং $v = g(x)$

Prob 01 $y = a^x e^x + \log_a x + 5$ হলে, $\frac{dy}{dx}$ এর মান কত?

Sol: $\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx} (a^x e^x + \log_a x + 5)$
 $= \left\{ a^x \frac{d}{dx} e^x + e^x \frac{d}{dx} a^x + \frac{d}{dx} (\log_a e \times \ln x) + \frac{d}{dx} (5) \right\}$
 $= a^x e^x + e^x a^x \ln a + \frac{\log_a e}{x}$ Ans.

Prob 02 $y = ax \ln x + b e^x \sin x$

Sol: $\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx} (ax \ln x + b e^x \sin x)$
 $= a \left\{ x \frac{d}{dx} \ln x + \ln x \frac{d}{dx} x \right\} + b \left\{ e^x \frac{d}{dx} \sin x + \sin x \frac{d}{dx} e^x \right\}$
 $= a(1 + \ln x) + b e^x (\cos x + \sin x)$

Prob 03 $\frac{d}{dx} (x^2 \log_a x + 7e^x \cos x)$

Sol: $\frac{d}{dx} (x^2 \log_a x) + 7 \frac{d}{dx} (e^x \cos x)$
 $= \log_a x \frac{d}{dx} x^2 + x^2 \frac{d}{dx} \log_a x + 7 \left(\frac{d}{dx} e^x \cos x + e^x \frac{d}{dx} \cos x \right)$
 $= 2x \log_a x + x \log_a e + 7e^x (\cos x - \sin x)$ Ans.

Prob 04 $y = \frac{\sin^2 x}{1 + \cos x}$

Sol: $y = \frac{1 - \cos^2 x}{(1 + \cos x)} = \frac{(1 - \cos x)(1 + \cos x)}{(1 + \cos x)} = 1 - \cos x$
 $\therefore \frac{dy}{dx} = 0 - (-\sin x) = \sin x$ Ans.

Prob 05 $y = x^2 \ln x \sin x$

Sol: $\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx} (x^2 \ln x \sin x)$
 $= x^2 \ln x \frac{d}{dx} (\sin x) + x^2 \sin x \frac{d}{dx} (\ln x) + \ln x \sin x \frac{d}{dx} (x^2)$
 $= x^2 \ln x \cos x + \frac{x^2 \sin x}{x} + 2x \ln x \sin x$

Prob 06 $y = 2x^\circ \cos 3x^\circ$

Sol: $y = 2x^\circ \cos 3x^\circ$
 $\Rightarrow y = 2 \frac{\pi x}{180} \cos \frac{3\pi x}{180}$
 $\therefore \frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx} \left(\frac{\pi x}{90} \cos \frac{\pi x}{60} \right)$
 $= \frac{\pi x}{90} \left(-\sin \frac{\pi x}{60} \right) \cdot \frac{\pi}{60} + \cos \frac{\pi x}{60} \cdot \frac{\pi}{90}$
 $= \frac{\pi}{90} \left\{ \cos \frac{\pi x}{60} - \frac{\pi x}{60} \sin \frac{\pi x}{60} \right\}$ Ans.

Prob 07 $y = e^x \cos x$ হলে, $\frac{dy}{dx} = ?$

Sol: $\frac{dy}{dx} = e^x (-\sin x) + \cos x (e^x)$
 $= -e^x \sin x + e^x \cos x$
 $= e^x (\cos x - \sin x)$ Ans.

For Practice:

- $\frac{d}{dx} (x^3 \sin x) = ?$ Ans: $x^3 \cos x + 3x^2 \sin x$
- $y = x \tan^{-1} x$ Ans: $x \frac{1}{1+x^2} + \tan^{-1} x$

Type-03:

ভাগফল সংক্রান্ত

$\frac{d}{dx} \left(\frac{u}{v} \right) = \frac{v \frac{du}{dx} - u \frac{dv}{dx}}{v^2}$ যেখানে $u = f(x)$ এবং $v = g(x)$

Prob 01 $\frac{d}{dx} \left(\frac{\ln(x)}{x} \right) = ?$

Sol: $x \frac{d}{dx} \ln x - \ln x \frac{d}{dx} x$
 $= \frac{x \frac{1}{x} - \ln x}{x^2} = \frac{1 - \ln x}{x^2}$ Ans.

Prob 02 $y = \frac{\sin^2 x}{1 + \cos x}$ হলে, $\frac{dy}{dx} = ?$

Sol:

Shortcut: $y = \frac{\sin^2 x}{1 + \cos x} = \frac{1 - \cos^2 x}{1 + \cos x} = 1 - \cos x \therefore \frac{dy}{dx} = \sin x$

Prob 03 $y = \frac{1+x+x^2}{x}$ হলে $\frac{dy}{dx}$ এর মান কত?

Sol: $y = \frac{1}{x} + 1 + x \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx} (x^{-1} + 1 + x)$
 $= -x^{-2} + 0 + 1 = 1 - \frac{1}{x^2}$

Prob 04 $y = \frac{x}{x+a}$ হলে, দেখাও যে, $x \frac{dy}{dx} = y(1-y)$

Sol: $\frac{dy}{dx} = \frac{(x+a) \frac{d}{dx} x - x \frac{d}{dx} (x+a)}{(x+a)^2}$
 $= \frac{(x+a) - x(1+0)}{(x+a)^2} = \frac{x+a-x}{(x+a)^2} = \frac{a}{(x+a)^2}$
 $\Rightarrow x \frac{dy}{dx} = \frac{ax}{(x+a)^2} = \frac{x}{x+a} \cdot \frac{a}{x+a} = y \left(1 - \frac{x}{x+a} \right) = y(1-y)$

Prob 05 $y = \frac{1 + \sin x}{1 - \sin x}$ হলে, $\frac{dy}{dx}$ এর মান কত?

Sol: $\frac{(1 - \sin x) \cos x - (1 + \sin x) (-\cos x)}{(1 - \sin x)^2}$
 $= \frac{\cos x - \sin x \cos x + \cos x + \sin x \cos x}{(1 - \sin x)^2} = \frac{2 \cos x}{(1 - \sin x)^2}$ Ans.

Prob 03 $\tan y = \frac{2t}{1-t^2}$ এবং $\sin x = \frac{2t}{1+t^2}$ হলে, $\frac{dy}{dx}$ এর মান কত?
Sol: $\tan y = \frac{2t}{1-t^2} \Rightarrow y = \tan^{-1} \frac{2t}{1-t^2} = 2 \tan^{-1} t$ [সূত্র] (i)
 এবং $\sin x = \frac{2t}{1+t^2}$
 $\therefore x = \sin^{-1} \frac{2t}{1+t^2} = 2 \tan^{-1} t$ (ii)
 (i) এবং (ii) থেকে, $x = y$, $\therefore dx = dy$
 $\therefore \frac{dy}{dx} = 1$ Ans.

Technique: আমরা সরাসরি y এর মানের অন্তরীকরণকে x এর মানের অন্তরীকরণ দ্বারা ভাগ করে বেঙ্গাণ্ট পেতে পারি।

Prob 04 $x = a(\theta - \sin \theta)$ [BUET 06-07; IU 12-13]
 $y = a(1 + \cos \theta)$ হলে, $\frac{dy}{dx} = ?$
Sol: $\frac{dy}{dx} = \frac{y \text{ এর মানের অন্তরীকরণ}}{x \text{ এর মানের অন্তরীকরণ}} = \frac{0 + (-\sin \theta)}{1 - \cos \theta} = \frac{-\sin \theta}{1 - \cos \theta}$
 $= \frac{-2 \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2}}{2 \sin^2 \frac{\theta}{2}} = -\cot \frac{\theta}{2}$ Ans.

Prob 05 $x = \cos \theta$, $y = \cos \theta + \sin \theta$ হলে, $\frac{dy}{dx} = ?$
Sol: $\frac{y}{x} = \frac{\cos \theta + \sin \theta}{\cos \theta}$
 $\therefore \frac{dy}{dx} = \frac{-\sin \theta + \cos \theta}{-\sin \theta} = 1 - \cot \theta$ Ans.

[লব ও হরকে θ এর সাপেক্ষে অন্তরীকরণ করে]
Prob 06 $x = 2 \sin t$, $y = \cos 2t$
Sol: $\frac{y}{x} = \frac{\cos 2t}{2 \sin t} = \frac{-2 \sin t \cdot \cos t}{\cos t} = -2 \sin t$ Ans.

For Practice :
 1. $x = a \sec^3 \theta$, $y = a \tan^3 \theta$ হলে, $\frac{dy}{dx} = ?$ Ans : $\sin \theta$
 2. $y = \cos 2t$, $x = 2 \sin t$ হলে, $\frac{dy}{dx} = ?$ Ans : $-x$
 3. $x = \cos \theta$; $y = 4 \sin^2 \theta$ $\therefore \frac{dy}{dx} = ?$ Ans : $-8x$
 4. $x = a \sec \phi$, $y = b \tan \phi$ হলে, $\frac{dy}{dx} = ?$ Ans : $\frac{b}{a} \operatorname{cosec} \phi$.

Type-06: ত্রিকোণমিতিক ফাংশন সংক্রান্ত

ত্রিকোণমিতিক ফাংশনটিকে সরাসরি অন্তরীকরণ করলে অনেক বড় হয়ে যায়, এজন্য প্রথমে ফাংশনটিকে যতটুকু সম্ভব সূত্রের মাধ্যমে ছোট করে নিতে হবে।

কিছু প্রয়োজনীয় সূত্র:
 i) $\sin^{-1} \sqrt{1-x^2} = \cos^{-1} x$
 ii) $\cos^{-1} \sqrt{1-x^2} = \sin^{-1} x$

- iii) $2 \sin^{-1} x = \sin^{-1} (2x\sqrt{1-x^2})$
- iv) $2 \cos^{-1} x = \cos^{-1} (2x^2 - 1)$
- v) $2 \tan^{-1} x = \sin^{-1} \frac{2x}{1+x^2}$
- vi) $2 \tan^{-1} x = \cos^{-1} \frac{1-x^2}{1+x^2}$
- vii) $2 \tan^{-1} x = \tan^{-1} \frac{2x}{1-x^2}$
- viii) $3 \sin^{-1} x = \sin^{-1} (3x - 4x^3)$
- ix) $3 \cos^{-1} x = \cos^{-1} (4x^3 - 3x)$
- x) $3 \tan^{-1} x = \tan^{-1} \frac{3x - x^3}{1 - 3x^2}$

Prob 01 $y = \tan^{-1} \frac{4\sqrt{x}}{1-4x}$ এর অন্তরক কত?
Sol: $y = \tan^{-1} \frac{4\sqrt{x}}{1-4x} \Rightarrow \tan^{-1} \frac{2 \cdot 2\sqrt{x}}{1-(2\sqrt{x})^2} \Rightarrow y = 2 \tan^{-1} (2\sqrt{x})$
 $\therefore \frac{dy}{dx} = 2 \frac{1}{1+(2\sqrt{x})^2} \cdot \frac{d}{dx} (2\sqrt{x})$
 $= \frac{2}{1+4x} \times 2 \frac{1}{2\sqrt{x}} = \frac{2}{\sqrt{x}(1+4x)}$ Ans.

Prob-02 $y = \sin^{-1} (3x - 4x^3)$, $\frac{dy}{dx} = ?$
Sol: $y = \sin^{-1} (3x - 4x^3) = 3 \sin^{-1} x$
 $\therefore \frac{dy}{dx} = 3 \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} = \frac{3}{\sqrt{1-x^2}}$ Ans.

Technique: \sin^{-1} এর ক্ষেত্রে:
 $\frac{dy}{dx} = \frac{x \text{ এর সহগ} \times \text{লবের অন্তরীকরণ (সহগ বাদে)}}{\text{হর}}$

Prob 03 $\frac{d}{dx} \left(\sin^{-1} \frac{2x}{1+x^2} \right) = ?$
Sol: $\frac{d}{dx} \left(\sin^{-1} \frac{2x}{1+x^2} \right) = \frac{d}{dx} (2 \tan^{-1} x) = \frac{2}{1+x^2}$ Ans.
 [বি.দ্র.: এক্ষেত্রে লবের চলক অবশ্যই simple আকারে থাকতে হবে যেমন x বা θ । \sqrt{x} বা অন্য আকারে থাকলে এরূপ method প্রযোজ্য নয়]

Prob 04 $y = \tan^{-1} \frac{4x}{1-4x^2}$ হলে, $\frac{dy}{dx} = ?$
Sol: $y = \tan^{-1} \frac{4x}{1-4x^2} = \tan^{-1} \frac{2 \cdot 2x}{1-(2x)^2} = 2 \tan^{-1} (2x)$
 $\therefore \frac{dy}{dx} = \frac{2}{1+(2x)^2} \cdot \frac{d}{dx} (2x) = \frac{2 \cdot 2}{1+4x^2} = \frac{4}{1+4x^2}$

Shortcut: অনুসারে, $\frac{dy}{dx} = \frac{4 \cdot 1}{1+4x^2} = \frac{4}{1+4x^2}$ Ans.

Prob 05 $\frac{d}{dx} \left(\cos^{-1} \frac{1-x^2}{1+x^2} \right) = ?$
Sol:

Technique: \cos^{-1} ক্ষেত্রে,
 $\frac{dy}{dx} = \frac{2 \times (x \text{ এর বর্গ এর মধো } x \text{ এর সহগ})}{\text{হর}} = \frac{2 \cdot 1}{1+x^2} = \frac{2}{1+x^2}$

Prob 06 $y = \sqrt{\sin \sqrt{x}}$ [CUET 10-11]

Sol: $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{2\sqrt{\sin \sqrt{x}}} \cdot \frac{d}{dx}(\sin \sqrt{x}) = \frac{1}{2\sqrt{\sin \sqrt{x}}} \cos \sqrt{x} \cdot \frac{d}{dx}(\sqrt{x})$
 $= \frac{1}{2\sqrt{\sin \sqrt{x}}} \cos \sqrt{x} \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}}$ Ans.

Prob 07 $y = 10^{\ln \sin x}$ হলে, $\frac{dy}{dx} = ?$

Sol: $\frac{dy}{dx} = 10^{\ln \sin x} \times \ln 10 \cdot \frac{d}{dx}(\ln \sin x)$
 $= 10^{\ln \sin x} \times \ln 10 \cdot \frac{1}{\sin x} \cdot \frac{d}{dx} \sin x = 10^{\ln \sin x} \times \ln 10 \times \cot x$ Ans.

Prob 08 $y = \sin^{-1}(x\sqrt{1-x} - \sqrt{x}\sqrt{1-x^2})$ হলে, $\frac{dy}{dx} = ?$

Sol: $y = \sin^{-1}(x\sqrt{1-x} - \sqrt{x}\sqrt{1-x^2}) = \sin^{-1} x - \sin^{-1} \sqrt{x}$
 $\therefore \frac{dy}{dx} = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} - \frac{1}{\sqrt{1-x}} \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}}$ Ans.

Note: \sin^{-1} , \cos^{-1} , \tan^{-1} ইত্যাদির সাথে

- i) $\sqrt{a^2-x^2}$ থাকলে $x = a \sin \theta$ অথবা, $a \cos \theta$ ধরবে।
- ii) $\sqrt{a^2+x^2}$ থাকলে $x = a \tan \theta$ অথবা $a \cot \theta$ ধরবে।
- iii) $\sqrt{1-x^2}$ থাকলে $x = \sin \theta$ অথবা $\cos \theta$ ধরবে।
- iv) $\sqrt{1+x^2}$ থাকলে $x = \tan \theta$ অথবা $\cot \theta$ ধরবে।
- v) $\sqrt{x^2-1}$ থাকলে $x = \sec \theta$ অথবা, $\operatorname{cosec} \theta$ ধরবে।

Prob 09 $y = \cos^{-1}(2x\sqrt{1-x^2})$, $\frac{dy}{dx} = ?$

Sol: ধরি, $x = \sin \theta \therefore \theta = \sin^{-1} x$
 $\therefore y = \cos^{-1}(2\sin \theta \sqrt{1-\sin^2 \theta})$
 $= \cos^{-1}(2\sin \theta \cos \theta)$
 $= \cos^{-1}(\sin 2\theta)$
 $= \cos^{-1} \cos(\pi/2 - 2\theta)$
 $= \pi/2 - 2\theta$
 $= \pi/2 - 2\sin^{-1} x$
 $\therefore \frac{dy}{dx} = -\frac{2}{\sqrt{1-x^2}}$ Ans.

Prob 10 $y = \sin^{-1} \frac{1-x^2}{1+x^2}$ হলে, $\frac{dy}{dx} = ?$

Sol: ধরি, $x = \tan \theta$
 $\therefore \theta = \tan^{-1} x$
 $\therefore y = \sin^{-1} \frac{1-\tan^2 \theta}{1+\tan^2 \theta}$
 $= \sin^{-1} \cos 2\theta = \sin^{-1} \sin(\pi/2 - 2\theta) = \pi/2 - 2\theta = \pi/2 - 2\tan^{-1} x$
 $\therefore \frac{dy}{dx} = -\frac{2}{1+x^2}$ Ans.

Prob 11 $y = \ln(\sec x + \tan x)$ হলে, $\frac{dy}{dx} = ?$

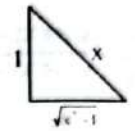
Sol: $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{(\sec x + \tan x)} \cdot \frac{d}{dx}(\sec x + \tan x)$
 $= \frac{1}{(\sec x + \tan x)} (\sec x \tan x + \sec^2 x) = \sec x$ Ans.

Prob 12 $y = \sin \left\{ 2 \tan^{-1} \sqrt{\frac{1-x}{1+x}} \right\}$ হলে, $\frac{dy}{dx} = ?$

Sol: $y = \sin \left\{ 2 \tan^{-1} \sqrt{\frac{1-x}{1+x}} \right\} = \sin \left\{ \sin^{-1} \frac{2\sqrt{\frac{1-x}{1+x}}}{1 + \frac{1-x}{1+x}} \right\}$
 $= \frac{2\sqrt{\frac{1-x}{1+x}}}{1+x + 1-x} = \frac{2\sqrt{1-x^2}}{1+x}$
 $\therefore \frac{dy}{dx} = \frac{1}{2\sqrt{1-x^2}} \cdot \frac{d}{dx}(1-x^2) = \frac{-2x}{2\sqrt{1-x^2}} = -\frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$ Ans.

Prob 13 $y = \tan^{-1} \frac{1}{\sqrt{x^2-1}}$ হলে, $\frac{dy}{dx} = ?$

Sol: $y = \tan^{-1} \frac{1}{\sqrt{x^2-1}}$
 $\therefore y = \operatorname{cosec}^{-1} x$
 $\therefore \frac{dy}{dx} = -\frac{1}{x\sqrt{x^2-1}}$ (Ans.)



Prob 14 $\frac{d}{dx} \left(\cot^{-1} \frac{1+x}{1-x} \right) = ?$

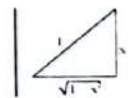
Sol: $\frac{d}{dx} \left(\tan^{-1} \frac{1-x}{1+x} \right) = \frac{d}{dx} (\tan^{-1} 1 - \tan^{-1} x) = -\frac{1}{1+x^2}$ Ans.

Prob 15 $y = \ln \sqrt{\frac{1-\cos x}{1+\cos x}}$ হলে, $\frac{dy}{dx}$ এর মান কত?

Sol: $y = \frac{1}{2} \ln(1-\cos x) - \frac{1}{2} \ln(1+\cos x)$
 $\therefore \frac{dy}{dx} = \frac{1}{2} \frac{\sin x}{1-\cos x} + \frac{1}{2} \frac{\sin x}{1+\cos x} = \frac{1}{2} \sin x \left(\frac{1+\cos x + 1-\cos x}{1-\cos^2 x} \right)$
 $= \frac{1}{2} \sin x \cdot \frac{2}{\sin^2 x} = \operatorname{cosec} x$ Ans.

Prob 16 $y = \tan(\sin^{-1} x)$ হলে, $\frac{dy}{dx} = ?$

Sol: $y = \tan(\sin^{-1} x)$
 $\frac{dy}{dx} = \sec^2(\sin^{-1} x) \cdot \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
 $\Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{1}{\cos^2(\sin^{-1} x)} \cdot \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} = \frac{1}{1-x^2} \cdot \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} = \frac{1}{(1-x^2)^{3/2}}$ Ans.



For Practice :

1. $\frac{d}{dx} \left(\sin^{-1} \frac{x}{1+x^2} \right)$ এর মান কত? Ans: $\frac{1}{1+x^2}$
2. $y = \tan^{-1} \frac{2x}{1-x^2}$ হলে, $\frac{dy}{dx} = ?$ Ans: $\frac{2}{1+x^2}$
3. $y = \sqrt{e^{\sqrt{x}}}$ হলে, $\frac{dy}{dx} = ?$ Ans: $\frac{\sqrt{e^{\sqrt{x}}}}{4\sqrt{x}}$

Prob 09 $y = x e^x$ হলে, $\frac{dy}{dx} = ?$

Sol: $y = x e^x \Rightarrow \frac{dy}{dx} = x \frac{d}{dx}(e^x \cdot \ln x)$
 $= x e^x \left\{ \frac{e^x}{x} + e^x \ln x \right\} = x e^x \cdot e^x \left(\ln x + \frac{1}{x} \right)$ Ans.

Prob 10 $y = (\sin^{-1} x)^{\log x}$ হলে, $\frac{dy}{dx} = ?$

Sol: $\ln y = \log(\sin^{-1} x)$
 $\therefore \frac{1}{y} \frac{dy}{dx} = \frac{1}{x} \log(\sin^{-1} x) + \frac{1}{\sin^{-1} x} \cdot \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \cdot \log x$
 $\Rightarrow \frac{dy}{dx} = y \left[\frac{\log(\sin^{-1} x)}{x} + \frac{\log x}{\sin^{-1} x \sqrt{1-x^2}} \right]$
 $= (\sin^{-1} x)^{\log x} \left[\frac{\log(\sin^{-1} x)}{x} + \frac{\log x}{\sin^{-1} x \sqrt{1-x^2}} \right]$ Ans.

For Practice :

1. $\frac{d}{dx}(x^x) = ?$

Ans: $x^x(1 + \log x)$

2. $\frac{d}{dx}(\sin x)^x = ?$

Ans: $(\sin x)^x (\log \sin x + \cot x)$

3. $y = e^{x^x}$ হলে, $\frac{dy}{dx} = ?$

Ans: $e^{x^x} \cdot x^x (\log x + 1)$ [Hints $\log y = x \log e^x$]

4. $y = (\sin x)^{\cos x}$ হলে, $\frac{dy}{dx} = ?$

Ans: $(\sin x)^{\cos x} [-\sin x \log(\sin x) + \cot x \cdot \cos x]$

Type-08: Implicit ফাংশন সংক্রান্ত

➤ যদি x ও y কে জড়িত করে কোন সমীকরণ গঠিত হয় এবং এই সমীকরণ থেকে y কে সরাসরি x এর মাধ্যমে প্রকাশ করা না যায় তবে তাকে Implicit function বা অব্যক্ত ফাংশন বলে। অব্যক্ত ফাংশনকে সাধারণ $f(x, y) = 0$ সমীকরণ দ্বারা প্রকাশ করা হয়। অব্যক্ত ফাংশনের ক্ষেত্রে, x কে পরিবর্তনশীল ধরে ও y কে x এর একটি অজ্ঞাত ফাংশনরূপে গণ্য করে সমীকরণের প্রতিটি পদকে অন্তরীকরণ করা হয় এবং পরে $\frac{dy}{dx}$ এর মান নির্ণয় করা হয়।

Technique: $3x^4 - x^2y + 2y^3 = 0$ হলে $\frac{dy}{dx} = ?$

এক্ষেত্রে, $\frac{dy}{dx} = -\frac{x \text{ এর সাপেক্ষে সমীকরণটির অন্তরীকরণ}}{y \text{ এর সাপেক্ষে সমীকরণটির অন্তরীকরণ}} = -\frac{f_x}{f_y}$

$\frac{dy}{dx} = -\frac{12x^3 - (x^2 \times 0 + y \times 2x) + 0}{0 - (x^2 \times 1 + y \times 0) + 6y^2}$
 $= -\frac{12x^3 - 2xy}{-x^2 + 6y^2} = \frac{2x(6x^2 - y)}{x^2 - 6y^2}$

Prob 01 $x^4 + x^2y^2 + y^4 = 0$ হলে, $\frac{dy}{dx}$ এর মান কত?

Sol: x এর সাপেক্ষে প্রত্যেক পদকে অন্তরীকরণ করে পাই,

$4x^3 + 2x \cdot y^2 + x^2 \cdot 2y \cdot \frac{dy}{dx} + 4y^3 \cdot \frac{dy}{dx} = 0$

$\Rightarrow \frac{dy}{dx}(2x^2y + 4y^3) = -(4x^3 + 2xy^2)$

$\therefore \frac{dy}{dx} = -\frac{x}{y} \left(\frac{2x^2 + y^2}{x^2 + 2y^2} \right)$ Ans.

Prob 02 $x^y = y^x$ হলে, $\frac{dy}{dx} = ?$

$\Rightarrow \ln x^y = \ln y^x \Rightarrow y \ln x = x \ln y \Rightarrow y \ln x - x \ln y = 0$

$\Rightarrow \frac{dy}{dx} \cdot \ln x + y \cdot \frac{1}{x} - 1 \cdot \ln y + x \cdot \frac{1}{y} \cdot \frac{dy}{dx} = 0$

$\Rightarrow \frac{dy}{dx} \left(\ln x + \frac{x}{y} \right) = \ln y - \frac{y}{x} \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{x \ln y - y}{y \ln x + x} = \frac{y}{x} \left(\frac{x \ln y - y}{y \ln x - x} \right)$ Ans.

Prob 03 $y = \tan(x+y)$ হলে, $\frac{dy}{dx} = ?$

Sol: $\frac{dy}{dx} = \sec^2(x+y) \left(1 + \frac{dy}{dx} \right)$

$\Rightarrow \frac{dy}{dx} = \sec^2(x+y) + \frac{dy}{dx} \sec^2(x+y)$

$\Rightarrow \frac{dy}{dx} \{ 1 - \sec^2(x+y) \} = \sec^2(x+y)$

$\Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{\sec^2(x+y)}{1 - \sec^2(x+y)}$

$= \frac{1 + \tan^2(x+y)}{-\tan^2(x+y)} = \frac{1+y^2}{-y^2} = -(1 + \frac{1}{y^2})$

Prob 04 $x + y = xy^2$ হলে, $\frac{dy}{dx} = ?$

Sol: x এর সাপেক্ষে অন্তরীকরণ করে $1 + \frac{dy}{dx} = y^2 + x \cdot 2y \frac{dy}{dx}$

$\Rightarrow \frac{dy}{dx}(1 - 2xy) = y^2 - 1$

$\Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{y^2 - 1}{1 - 2xy}$ Ans.

Prob 05 $(\cos x)^y = (\sin y)^x$ হলে, $\frac{dy}{dx} = ?$

Sol: $\ln(\cos x)^y = \ln(\sin y)^x \Rightarrow y \ln(\cos x) = x \ln(\sin y)$

$\Rightarrow \frac{dy}{dx} \ln(\cos x) + y \cdot \frac{1}{\cos x} (-\sin x)$

$= \ln(\sin y) + x \cdot \frac{1}{\sin y} \cos y \frac{dy}{dx}$

$\Rightarrow \frac{dy}{dx} [\ln(\cos x) - x \cot y] = \ln(\sin y) + y \tan x$

$\therefore \frac{dy}{dx} = \frac{\ln(\sin y) + y \tan x}{\ln(\cos x) - x \cot y}$ Ans.

Prob 06 $3x^4 - x^2y + 2y^3 = 0$ হলে, $\frac{dy}{dx} = ?$

Sol: Technique ব্যবহার করে পাই, $\frac{dy}{dx} = \frac{2x(6x^2 - y)}{x^2 - 6y^2}$ Ans.

Prob 07 $xy + x^2y^2 = C$ হলে, $\frac{dy}{dx} = ?$

[DU 06-07; SUST 02-03; JNU 07-08; BRUR 15-16; CUET 15-16]

Sol: $y + x \frac{dy}{dx} + 2xy^2 + 2x^2y \cdot \frac{dy}{dx} = 0$

$\Rightarrow y + x \frac{dy}{dx} = 0 \Rightarrow \frac{dy}{dx} = -\frac{y}{x}$ Ans.

For Practice:

1. $x^3 + 3axy + y^3 - a^3 = 0$ হলে, $\frac{dy}{dx} = ?$

Ans: $3x^2 + 3ax \frac{dy}{dx} + 3ay + 3y^2 \frac{dy}{dx} = 0 \Rightarrow \frac{dy}{dx} = -\left(\frac{x^2 + ay}{ax + y^2}\right)$

2. $x^2 - xy + y^2 = 3$ হলে, $\frac{dy}{dx} = ?$

Ans: $\frac{dy}{dx} = \frac{2x - y}{x - 2y}$

3. $\ln(xy) = x + y$ হলে, $\frac{dy}{dx} = ?$

Ans: $\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x} \cdot \frac{x-1}{1-y}$

ঢাকা বিশ্ববিদ্যালয় স্ত্রী পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলাসের সাহায্যে সমাধান]

01. $y = \frac{\sin x + \cos x}{\sqrt{1 + \sin 2x}}$ হলে, $\frac{dy}{dx} =$ [15-16]

- A. $2\sin 2x$ B. 0 C. 1 D. $\cos 2x$

Ans B Solve $y = \frac{\sin x + \cos x}{\sqrt{(\sin x + \cos x)^2}} = 1, \frac{dy}{dx} = 0$

02. $\cos y = \frac{1-t^2}{1+t^2}$ এবং $\sin x = \frac{2t}{1+t^2}$ হলে $\frac{dy}{dx}$ সমান- [14-15]

- A. 0 B. $\frac{2t}{1-t^2}$ C. 1 D. $\frac{2t(1-t^2)}{(1+t^2)^2}$

Ans C Solve $\cos y = \frac{1-t^2}{1+t^2} \Rightarrow y = \cos^{-1} \frac{1-t^2}{1+t^2} = 2\tan^{-1} t$

$\sin x = \frac{2t}{1+t^2} \Rightarrow x = \sin^{-1} \frac{2t}{1+t^2} = 2\tan^{-1} t$

$\therefore y = x \Rightarrow \frac{dy}{dx} = 1.$

03. If $x^n + y^n = a^n$ then $\frac{dy}{dx} = ?$ [13-14]

- A. $\left(\frac{x}{y}\right)^n$ B. $\left(-\frac{x}{y}\right)^n$ C. $-\left(\frac{x}{y}\right)^{n-1}$ D. $+\left(\frac{x}{y}\right)^{n-1}$

Ans C Solve $x^n + y^n = a^n$

$\Rightarrow nx^{n-1} + ny^{n-1} \frac{dy}{dx} = 0 \Rightarrow \frac{dy}{dx} = -\frac{nx^{n-1}}{ny^{n-1}} = -\left(\frac{x}{y}\right)^{n-1}$

বিকল্প: $\frac{dy}{dx} = -\frac{f_x}{f_y} = -\frac{nx^{n-1}}{ny^{n-1}} = -\left(\frac{x}{y}\right)^{n-1}$

04. যদি $x^2 + 3xy + 5y^2 = 10$ হয়, তাহলে, $\frac{dy}{dx}$ সমান হবে- [12-13, 07-08]

- A. $-\frac{2x+3y}{3x+10y}$ B. $\frac{2x+3y}{3x+10y}$ C. $\frac{2x-3y}{3x+10y}$ D. $\frac{2x+3y}{3x-10y}$

Ans A Solve [By Type-16, Tec-01]

$\frac{dy}{dx} = -\frac{2x+3y}{3x+10y}$

05. যদি $y = \frac{\tan x - \cot x}{\tan x + \cot x}$ হয়, তবে $\frac{dy}{dx}$ সমান- [11-12; JU 11-12]

- A. $2 \sin 2x$ B. $2 \cos 2x$
C. $2 \tan 2x$ D. $2 \cot 2x$

Ans A Solve [By Using Calculator Ex-01]

06. $y = \tan^{-1} \frac{2x}{1-x^2}$ হলে, $\frac{dy}{dx}$ সমান- [10-11]

- A. $\frac{2}{1-x^2}$ B. $\frac{2}{\sqrt{1+x^2}}$ C. $\frac{2}{\sqrt{1-x^2}}$ D. $\frac{2}{1+x^2}$

Ans D Solve এখানে, $y = \tan^{-1} \frac{2x}{1-x^2}$

$\Rightarrow y = 2 \tan^{-1} x \Rightarrow \frac{dy}{dx} = 2 \frac{d}{dx} \tan^{-1} x$

$\Rightarrow \frac{dy}{dx} = 2 \frac{1}{1+x^2} \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{2}{1+x^2}$

07. $x^2 + xy + y^2 = 2$ হলে, (3, -4) বিন্দুতে $\frac{dy}{dx}$ এর মান- [09-10]

- A. $\frac{2}{5}$ B. $\frac{5}{2}$ C. $\frac{3}{8}$ D. $\frac{8}{3}$

Ans A Solve $\frac{dy}{dx} = \frac{-(2x+y)}{x+2y}$ [By Tec-1]

$\therefore (3, -4)$ বিন্দুতে $\frac{dy}{dx}$ এর মান = $\frac{2}{5}$

08. যদি $y = \ln(x + \sqrt{x^2 + 4})$ হয়, তবে $\frac{dy}{dx}$ সমান- [09-10]

- A. $\sqrt{x^2 + 4}$ B. $\frac{1}{1 + \sqrt{x^2 + 4}}$ C. $1 + \sqrt{x^2 + 4}$ D. $\frac{1}{\sqrt{x^2 + 4}}$

Ans D Solve $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{x + \sqrt{x^2 + 2^2}} \left(1 + \frac{2x}{2\sqrt{x^2 + 2^2}}\right) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 4}}$

09. $\frac{d}{dx} (\log_e e) = ?$ [08-09]

- A. $\frac{\log_e e}{x}$ B. $\frac{1}{x \ln x}$ C. $-\frac{\ln x}{x}$ D. $-\frac{1}{x(\ln x)^2}$

Ans D Solve ধরি, $y = \log_e e$

$\Rightarrow y = \frac{1}{\log_e x} \Rightarrow y = (\ln_e x)^{-1} \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{-1}{(\ln x)^2} \cdot \frac{1}{x} = \frac{-1}{x(\ln x)^2}$

10. $x > 0$ এর সাপেক্ষে e ভিত্তিক $\log \frac{1}{x}$ এর অন্তরক- [04-05]

- A. $\frac{1}{x^2}$ B. $-\frac{1}{x}$ C. $\frac{1}{x}$ D. $-\frac{1}{x^2}$

Ans B Solve $\frac{d}{dx} (\log \frac{1}{x}) = \frac{d}{dx} (\log x^{-1}) = \frac{d}{dx} (-\log x) = -\frac{1}{x}$

11. $y = \cos(\sqrt{x})$ হলে, $\frac{dy}{dx}$ কত? [02-03]

- A. $\sin(\sqrt{x})$ B. $-\sin(\sqrt{x})$ C. $-\frac{\sin(\sqrt{x})}{\sqrt{x}}$ D. $-\frac{\sin(\sqrt{x})}{2\sqrt{x}}$

Ans D Solve $\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx} (\cos \sqrt{x}) = -\sin \sqrt{x} \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}} = -\frac{\sin(\sqrt{x})}{2\sqrt{x}}$

12. $y = e^{\sqrt{x}}$ হলে, $\frac{dy}{dx} = ?$ [01-02, RU 12-13]

- A. $\frac{e^{\sqrt{x}}}{2\sqrt{x}}$ B. $\frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}}$ C. $\frac{e^{\sqrt{x}}}{4x}$ D. $\sqrt{x}e^{\sqrt{x}}$

Ans A Solve এখানে, $y = e^{\sqrt{x}}$
 $\therefore \frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}(e^{\sqrt{x}}) = e^{\sqrt{x}} \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}} = \frac{e^{\sqrt{x}}}{2\sqrt{x}}$

13. $f(x) = \sqrt{1-\sqrt{x}}$ হলে, $\frac{d}{dx} f(x) = ?$ [01-02]

- A. $-\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{\sqrt{x(1-\sqrt{x})}}$ B. $\frac{1}{\sqrt{x(1-\sqrt{x})}}$
 C. $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{x(1-\sqrt{x})}}$ D. $\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{\sqrt{x(1-\sqrt{x})}}$

Ans A Solve এখানে, $f(x) = \sqrt{1-\sqrt{x}}$
 $\therefore \frac{d}{dx} f(x) = \frac{d}{dx}(\sqrt{1-\sqrt{x}}) = \frac{1}{2}(1-\sqrt{x})^{1/2-1} \left(-\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)$
 $= -\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{\sqrt{1-\sqrt{x}}} \cdot \frac{1}{\sqrt{x}} = -\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{\sqrt{x(1-\sqrt{x})}}$

14. $x^2 + y^2 = 25$ হলে, $(3, -4)$ বিন্দুতে $\frac{dy}{dx}$ কত? [01-02; CU 06-07; COU 13-14, JU 07-08; RU 12-13; SUST 01-02]

- A. $\frac{2}{3}$ B. 3 C. $\frac{3}{4}$ D. none

Ans C Solve $2x + 2y \frac{dy}{dx} = 0$ অন্তরীকরণ করে পাই,
 $\frac{dy}{dx} = -\frac{x}{y} = \frac{3}{-(-4)} = \frac{3}{4}$

Tec. যেহেতু বক্ররেখাটি $(-1, 1)$ বিন্দুগামী সুতরাং প্রদত্ত বিন্দু দিয়ে অবশ্যই সমীকরণের সিদ্ধ হবে।

15. যদি $y = e^{\tan^{-1}x}$ হয়, $\frac{dy}{dx} =$ কত? [00-01]

- A. $e^{\tan^{-1}x}$ B. $e^{\tan^{-1}x} (a+x^2)$ C. $\frac{e^{\tan^{-1}x}}{1+x^2}$ D. $\frac{1}{1+x^2}$

Ans C Solve $y = e^{\tan^{-1}x} \Rightarrow \frac{dy}{dx} = e^{\tan^{-1}x} \cdot \frac{d}{dx}(\tan^{-1}x) = \frac{e^{\tan^{-1}x}}{1+x^2}$

16. $y = \sin(\cos x)$ হলে, $\frac{dy}{dx}$ [99-00]

- A. $\sin x \cos(\cos x)$ B. $\cos x \sin(\cos x)$
 C. $-\sin x \cos(\cos x)$ D. $-\sin x \sin(\cos x)$

Ans C Solve $\frac{dy}{dx} = \cos(\cos x) \cdot \frac{d}{dx}(\cos x)$
 $= \cos(\cos x) \cdot (-\sin x) = -\sin x \cos(\cos x)$

17. $\frac{d}{dx} \log_e (2x)^{\frac{1}{3}} = ?$ [98-99]

- A. $\frac{1}{2x}$ B. $\frac{1}{3x}$ C. $\frac{1}{2x}$ D. $\frac{1}{3x^3}$

Ans B Solve $\frac{d}{dx} \log_e (2x)^{\frac{1}{3}}$
 $= \frac{d}{dx} \left(\frac{1}{3} \log_e 2x \right) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2x} \cdot \frac{d}{dx}(2x) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2x} \cdot 2 = \frac{1}{3x}$

18. $x = \cos \theta, y = \cos \theta + \sin \theta$ হলে, $\frac{dy}{dx} = ?$ [98-99]

- A. $-1 - \cot \theta$ B. $-1 + \cot \theta$ C. $1 - \cot \theta$ D. $1 - \tan \theta$

Ans C Solve $x = \cos \theta$ হলে, $\frac{dx}{d\theta} = -\sin \theta$

আবার $y = \cos \theta + \sin \theta$ হলে, $\frac{dy}{d\theta} = -\sin \theta + \cos \theta$

$\therefore \frac{dy}{dx} = \frac{dy/d\theta}{dx/d\theta} = \frac{-\sin \theta + \cos \theta}{-\sin \theta} = 1 - \cot \theta$

19. $x^2 - 2xy + 2y^2 = 1$ হলে, $\frac{dy}{dx} = ?$ [97-98]

- A. $\frac{x+4y}{2x}$ B. $\frac{x-2y}{x+2y}$ C. $\frac{x-y}{x-2y}$ D. $\frac{x+2y}{4y}$

Ans C Solve

Technique: $\frac{dy}{dx} = -\frac{(2x-2y)}{(-2x+4y)}$ উপর (y প্রবক) এবং নিচে (x প্রবক) ধরে অন্তরীকরণ করে পাই, $\frac{x-y}{x-2y}$

20. $x = 2 \cos t$ এবং $y = 2 \sin t$ হলে, $(\sqrt{2}, \sqrt{2})$ বিন্দুতে $\frac{dy}{dx} = ?$ [97-98]

Sol: $\frac{dx}{dt} = -2 \sin t$ এবং $\frac{dy}{dt} = 2 \cos t$

$\therefore \frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{2 \cos t}{-2 \sin t} = -\cot t$

প্রদত্ত সমীকরণ দুটিকে ভাগ করে পাই, $\cot t = \frac{x}{y}$

$\therefore \frac{dy}{dx} = -\cot t = \frac{-x}{y} \therefore (\sqrt{2}, \sqrt{2})$ বিন্দুতে $\frac{dy}{dx} = -\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = -1$ Ans.

21. যদি $y = \sin^{-1} \{ \sin(x+1) \}$ হয় তবে $\frac{dy}{dx} = ?$ [96-97, 06-07, CU 06-07, PUST 14-15]

- A. $\cos^{-1} \{ \sin(x+1) \}$ B. $\cos(x+1)$
 C. 1 D. $\cos^{-1} \{ \cos(x+1) \}$

Ans C Solve $y = \sin^{-1} \{ \sin(x+1) \} = x+1 \therefore \frac{dy}{dx} = 1$

22. $y = \sin(\sin x)$ হলে, $\frac{dy}{dx} = ?$ [95-96]

- A. $\cos x \cos(\sin x)$ B. $\cos x \cos(\cos x)$
 C. $\cos(\cos x)$ D. $\cos(\sin x)$

Ans A Solve $\frac{dy}{dx} = \cos(\sin x) \cdot \frac{d}{dx}(\sin x)$
 $= \cos(\sin x) \cdot \cos x = \cos x \cos(\sin x)$

23. $y = (\log_e x)^2$ হলে, $\frac{dy}{dx} = ?$ [95-96]

- A. $\frac{1}{x^2}$ B. $\frac{2}{x}$ C. $2 \log_e x$ D. $\frac{2 \log_e x}{x}$

Ans D Solve $\frac{dy}{dx} = 2 \log_e x \cdot \frac{d}{dx}(\log_e x) = 2 \log_e x \cdot \frac{1}{x} = \frac{2 \log_e x}{x}$

জগন্নাথ বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $\sqrt{e^{\sqrt{x}}}$ এর অন্তরক সহগ (derivative) কত? [15-16]

- A. $\frac{-\sqrt{e^{\sqrt{x}}}}{4\sqrt{x}}$ B. $\frac{\sqrt{e^{\sqrt{x}}}}{4\sqrt{x}}$
C. $\frac{\sqrt{e^{\sqrt{x}}}}{2\sqrt{x}}$ D. $\frac{e^{\sqrt{x}}}{4\sqrt{x} \cdot \sqrt{e^{\sqrt{x}}}}$

Ans D Solve $\frac{d}{dx} = \sqrt{e^{\sqrt{x}}}$
 $= \frac{1}{2\sqrt{e^{\sqrt{x}}}} \cdot e^{\sqrt{x}} \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}} = \frac{e^{\sqrt{x}}}{4\sqrt{x} \sqrt{e^{\sqrt{x}}}}$

02. $y = \sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x + \dots}}}$ হলে, $\frac{dy}{dx}$ -এর মান কত? [13-14; SUST 06-07]

- A. $\frac{1}{2y-1}$ B. $\frac{x}{1-2y}$ C. $\frac{y}{2y-1}$ D. $\frac{y}{1-2y}$

Ans A Solve $y = \sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x + \dots}}}$
 $\Rightarrow y^2 = x + \sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x + \dots}}} \Rightarrow y^2 = x + y$
 $\Rightarrow y^2 - x - y = 0 \Rightarrow 2y \frac{dy}{dx} - 1 - \frac{dy}{dx} = 0 \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{1}{2y-1}$

03. $x > 0$ এর সাপেক্ষে e ভিত্তিক $\log \frac{1}{x}$ এর Derivative- [11-12]

- A. $\frac{1}{x^2}$ B. $-\frac{1}{x}$ C. $\frac{1}{x}$ D. $-\frac{1}{x^2}$

Ans B Solve $y = \log \frac{1}{x} \Rightarrow y = \log x^{-1} = -\log x$
 $\therefore \frac{dy}{dx} = -\frac{1}{x}$

04. $y = e^{\sqrt{x}}$ হলে, $\frac{dy}{dx} =$ কত? [10-11]

- A. $\frac{e^{\sqrt{x}}}{2\sqrt{x}}$ B. $\frac{e^x}{2\sqrt{x}}$ C. $\frac{e^{\sqrt{x}}}{2x}$ D. $\frac{e^x}{\sqrt{2x}}$

Ans A Solve $y = e^{\sqrt{x}} \Rightarrow \frac{dy}{dx} = e^{\sqrt{x}} \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}} = \frac{e^{\sqrt{x}}}{2\sqrt{x}}$

Note: $\frac{d}{dx} e^x = e^x$, $\frac{d}{dx}(\sqrt{x}) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$

05. $\sin x = \frac{2t}{1+t^2}$, $\tan y = \frac{2t}{1-t^2}$ হলে, $\frac{dy}{dx} = ?$ [10-11]

- A. $2t$ B. 2
C. 1 D. $1+t^2$

Ans C Solve $x = \sin^{-1} \frac{2t}{1+t^2} = 2 \tan^{-1} t$

$\therefore \frac{dx}{dt} = 2 \frac{1}{1+t^2} = \frac{2}{1+t^2}$ (i)

এবং $y = \tan^{-1} \frac{2t}{1-t^2} = 2 \tan^{-1} t$

$\therefore \frac{dy}{dt} = \frac{2}{1+t^2}$ (ii)

(ii) \div (i) $\Rightarrow \frac{dy}{dx} = 1$

06. যদি $x^2 + 3xy + 5y^2 = 10$ হয়, তবে $\frac{dy}{dx}$ সমান- [08-09]

- A. $\frac{2x+3y}{3x+10y}$ B. $\frac{2x-3y}{3x+10y}$
C. $\frac{2x+3y}{3x-10y}$ D. $-\frac{2x+3y}{3x+10y}$

Ans D Solve $x^2 + 3xy + 5y^2 = 10 \Rightarrow \frac{dy}{dx} = -\frac{2x+3y}{3x+10y}$

07. $y = \frac{1-2x}{x^3+5}$ হলে, $x = 1$ এর জন্য $\frac{dy}{dx}$ এর মান- [07-08]

- A. 0 B. $-\frac{1}{6}$ C. $-\frac{1}{4}$ D. $\frac{1}{4}$

Ans C Solve $y = \frac{1-2x}{x^3+5}$

$\frac{dy}{dx} = \frac{(x^3+5)(-2) - (1-2x)3x^2}{(x^3+5)^2} = \frac{-2x^3-10-3x^2+6x^3}{(x^3+5)^2}$
 $= \frac{4x^3-3x^2-10}{(x^3+5)^2}$ ($x=1$ বসালে) $= \frac{4-3-10}{(1^3+5)^2} = \frac{-9}{36} = -\frac{1}{4}$

Calculator Type: Ex-01

08. $y = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$ হলে, $\frac{dy}{dx}$ এর মান- [07-08]

- A. $\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$ B. $\frac{-1}{\sqrt{x^2+1}}$ C. $\frac{1}{2\sqrt{x^2+1}}$ D. $\frac{1}{(x^2+1)^{3/2}}$

Ans D Solve $\frac{dy}{dx} = \frac{\sqrt{x^2+1} - x \cdot \frac{1}{2\sqrt{x^2+1}} \cdot 2x}{(x^2+1)}$

$= \frac{x^2+1-x^2}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}} = \frac{1}{(x^2+1)^{3/2}}$

Calculator Type: Ex-02

09. $xy + x^2y^2 = 1$ হলে, $\frac{dy}{dx} = ?$ [07-08]

- A. $\frac{y}{x}$ B. $\frac{x}{y}$ C. $-\frac{x}{y}$ D. $-\frac{y}{x}$

Ans D Solve $xy + x^2y^2 = 1$

$\frac{dy}{dx} = -\left(\frac{y+2xy^2}{x+2yx^2}\right) = -\frac{y(1+2xy)}{x(1+2xy)} = -\frac{y}{x}$

10. $y = e^{mx}$ হলে, $\frac{dy}{dx} = ?$ [06-07]

- A. $\log m^x$ B. $\log e^x$
C. me^{mx} D. None

Ans. C

11. x এর সাপেক্ষে e^{x^2} এর অন্তরক সহগ নিম্নের কোনটি? [06-07, IU 12-13]

- A. $e^{x^2} \cdot x^2 \log x$ B. $e^{x^2} \cdot x^2 (1 + \log x)$
 C. $e^{x^2} \log x$ D. $e^{x^2} \cdot x^2 (\log x - 1)$

Ans B Solve $y = e^{x^2}$ [log নিয়ে]

$\log y = x^2 \log_e e \Rightarrow \log y = x^2$

$\therefore \frac{dy}{dx} \cdot \frac{1}{y} = x^2 (1 + \log x)$

$\Rightarrow \frac{dy}{dx} = yx^2 (1 + \log x) = e^{x^2} \cdot x^2 (1 + \log x)$

12. $x^3 + 3axy + y^3 = a^3$ হলে, $\frac{dy}{dx}$ কত হবে? [06-07]

- A. $\frac{x^2 - ay}{ax + y^2}$ B. $\frac{x^2 + ay}{ax - y^2}$ C. $-\frac{x^2 + ay}{ax + y^2}$ D. $\frac{x + ay}{ax + y}$

Ans C Solve $x^3 + 3axy + y^3 = a^3$

$\therefore \frac{dy}{dx} = -\left(\frac{3x^2 + 3ay}{3ax + 3y^2}\right) = -\frac{3(x^2 + ay)}{3(y^2 + ax)} = -\left(\frac{x^2 + ay}{ax + y^2}\right)$

জাহাঙ্গীরনগর বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
 [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $\frac{d}{dx} \left(\frac{x^4 - 9}{x^2 - 3}\right) = ?$ [15-16]

- A. $5x$ B. $4x$ C. $\frac{x}{2}$ D. $2x$

Ans D Solve $\frac{d}{dx} \left(\frac{x^4 - 9}{x^2 - 3}\right) = \frac{d}{dx} \left\{ \frac{(x^2 - 3)(x^2 + 3)}{x^2 - 3} \right\}$

$= \frac{d}{dx} (x^2 + 3) = 2x$

02. $x\sqrt{1+y} + y\sqrt{1+x} = 0$ হলে $\frac{dy}{dx}$ এর মান কত? [15-16]

- A. $\frac{-1}{(1+x)^2}$ B. $\frac{-2}{(1+x)^2}$ C. $\frac{1}{1+x}$ D. $\frac{1}{(1+x)^3}$

Ans A Solve $x\sqrt{1+y} + y\sqrt{1+x} = 0$

$\Rightarrow x\sqrt{1+y} = -y\sqrt{1+x} \Rightarrow x^2(1+y) = y^2(1+x)$

$\Rightarrow \frac{x^2}{y^2} = \frac{1+x}{1+y} \Rightarrow \frac{y^2}{x^2} = \frac{1+y}{1+x} \Rightarrow \frac{y^2 - x^2}{x^2} = \frac{y-x}{1+x}$

$\Rightarrow \frac{y+x}{x^2} = \frac{1}{1+x} \Rightarrow y+x = \frac{x^2}{1+x} \Rightarrow y = \frac{x^2}{1+x} - x \Rightarrow y = \frac{1}{1+x}$

$\frac{dy}{dx} = -\frac{1}{(1+x)^2}$

03. $y = x\sqrt{x+1}$ হলে $\frac{dy}{dx} =$ কত? [15-16]

- A. $\frac{3x+2}{2\sqrt{x+1}}$ B. $\frac{3x+2}{3\sqrt{x+1}}$ C. $\frac{3x+1}{2\sqrt{x+1}}$ D. $\frac{3x+1}{3\sqrt{x+1}}$

Ans A Solve $y = x\sqrt{x+1}$

$\therefore \frac{dy}{dx} = \sqrt{x+1} + x \cdot \frac{1}{2\sqrt{x+1}} = \frac{2x+1+x}{2\sqrt{x+1}} = \frac{3x+2}{2\sqrt{x+1}}$

04. $\frac{d}{dx} \left\{ \frac{1}{1+2x} \right\}$ এর মান কত? [15-16]

- A. $\frac{2}{(1+2x)^2}$ B. $\frac{-2}{(1+2x)^2}$ C. $\frac{2}{(1+2x)^4}$ D. $\frac{-2}{(1+2x)^2}$

Ans B Solve $\frac{d}{dx} \left(\frac{1}{1+2x} \right) = -\frac{1}{(1+2x)^2} \times 2 = -\frac{2}{(1+2x)^2}$

05. $\frac{d}{dx} \{ \sin^{-1} x^2 \}$ এর মান কত? [15-16]

- A. $\frac{2x^2}{\sqrt{1-x^2}}$ B. $\frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$ C. $\frac{2x}{\sqrt{1-x^2}}$ D. $\frac{-2x}{\sqrt{1-x^2}}$

Ans C Solve $\frac{d}{dx} \{ \sin^{-1} x^2 \} = \frac{1}{\sqrt{1-(x^2)^2}} \cdot 2x = \frac{2x}{\sqrt{1-x^2}}$

06. $\frac{d}{dx} \{ \sin^{-1} 2x \}$ এর মান কত? [15-16]

- A. $\frac{2}{\sqrt{1-4x^2}}$ B. $\frac{-2}{\sqrt{1-4x^2}}$ C. $\frac{2}{\sqrt{1+4x^2}}$ D. $\frac{2}{\sqrt{1+4x}}$

Ans A Solve $\frac{d}{dx} \{ \sin^{-1} 2x \} = \frac{1}{\sqrt{1-(2x)^2}} \cdot 2 = \frac{2}{\sqrt{1-4x^2}}$

07. $y = \cot^{-1} \frac{1-x}{1+x}$ হলে $\frac{dy}{dx} =$ কত? [15-16]

- A. $\frac{1}{1+x^2}$ B. $\frac{-1}{1+x^2}$ C. $\frac{1}{1+x}$ D. $\frac{1}{1-x}$

Ans A Solve $y = \cot^{-1} \frac{1-x}{1+x}$

$\Rightarrow y = \tan^{-1} \frac{1+x}{1-x} = \tan^{-1} 1 + \tan^{-1} x$

$\frac{dy}{dx} = 0 + \frac{1}{1+x^2} = \frac{1}{1+x^2}$

08. $y = \ln(x - \sqrt{x^2 - 1})$ হলে $\frac{dy}{dx} =$ কত? [15-16]

- A. $1 - \frac{1}{2\sqrt{x^2-1}}$ B. $\frac{1}{\sqrt{x^2-1}}$ C. $\frac{-1}{\sqrt{x^2-1}}$ D. $\frac{1}{2\sqrt{x^2-1}}$

Ans C Solve

Shortcut: $\frac{dy}{dx} = -\frac{1}{\sqrt{\text{ব্রুকের ভিতরের অংশ}}} = -\frac{1}{\sqrt{x^2-1}}$

09. $y = \tan^{-1} \frac{1+x}{1-x}$ হলে $\frac{dy}{dx}$ এর মান কত? [14-15; JUST A12-13]

- A. $\frac{1}{1+x}$ B. $\frac{1}{1+x^2}$ C. $\frac{x}{1+x^2}$ D. $\frac{1}{1-x^2}$

Ans B Solve $y = \tan^{-1} \frac{1+x}{1-x} \Rightarrow y = \tan^{-1} 1 + \tan^{-1} x$

$\Rightarrow \frac{dy}{dx} = 0 + \frac{1}{1+x^2} = \frac{1}{1+x^2}$

10. $y = x + x^2$ হলে $\frac{dx}{dy} =$ কত? [14-15]

- A. $2x+1$ B. $\frac{2}{1+2x}$ C. $\frac{1}{2x-1}$ D. $\frac{1}{1+2x}$

Ans D Solve $y = x + x^2 \Rightarrow \frac{dy}{dx} = 1 + 2x \Rightarrow \frac{dx}{dy} = \frac{1}{1+2x}$

11. $\frac{d}{dy} \left(\frac{1+y+y^2}{y} \right) =$ কত? [14-15]

- A. $\left(1 - \frac{1}{y^2}\right)$ B. $\left(1 - \frac{1}{y}\right)$ C. $\left(1 + \frac{1}{y^2}\right)$ D. $\left(1 + \frac{1}{y}\right)$

Ans A Solve $\frac{d}{dy} \left(\frac{1+y+y^2}{y} \right)$

$= \frac{d}{dy} \left(\frac{1}{y} + 1 + y \right) = \frac{-1}{y^2} + 0 + 1 = 1 - \frac{1}{y^2}$

12. $\frac{d}{dx} [\cot^{-1}(e^x)] =$ কত? [14-15]

- A. $\frac{e^x}{1+e^x}$ B. $\frac{e^x}{1+e^{2x}}$ C. $-\frac{e^x}{1+e^{2x}}$ D. $\frac{e^{2x}}{1+e^{2x}}$

Ans C Solve $\frac{d}{dx} [\cot^{-1}(e^x)]$

$= -\frac{1}{1+(e^x)^2} \times e^x = -\frac{e^x}{1+e^{2x}}$

13. $y = x(3-x^2)$ এবং $\frac{dy}{dx} = 0$ হলে x এর মান কত? [14-15]

- A. 1 B. -1 C. ± 1 D. 0

Ans C Solve $y = x(3-x^2) \Rightarrow y = 3x - x^3$

$\Rightarrow \frac{dy}{dx} = 3 - 3x^2 = 0 \Rightarrow 3(1-x^2) = 0 \Rightarrow x = \pm 1$

14. If $y = \frac{1}{3}e^{3 \ln x}$ then $\frac{dy}{dx} = ?$ [13-14]

- A. $\frac{x^3}{3}$ B. x^4 C. x^2 D. $\frac{x^2}{3}$

Ans C Solve $y = \frac{1}{3}e^{3 \ln x} \Rightarrow \frac{1}{3}e^{\ln x^3} = \frac{1}{3}x^3$

$\therefore y_1 = \frac{1}{3} \times 3 \times x^2 = x^2$

15. If the tangent at any point of $y = f(x)$ makes an acute angle with the positive direction of x -axis, then. [13-14]

- A. $\frac{dy}{dx} = 0$ B. $\frac{dy}{dx} > 0$
C. $\frac{dy}{dx} < 0$ D. $\frac{dy}{dx} \leq 0$

Ans. B

16. $\frac{d}{dx} \{\sin^{-1}(\sin x)\} = ?$ [H 12-13]

- A. 2 B. x C. $1/x$ D. 1

Ans D Solve $\frac{d}{dx} \{\sin^{-1}(\sin x)\} = \frac{1}{\sqrt{1-(\sin x)^2}} \cdot \cos x = 1$

বিকল্প: $\frac{d}{dx} \{\sin^{-1}(\sin x)\} = \frac{d}{dx} (x) = 1$

17. $\frac{d}{dx}(e^0) = ?$ [11-12]

- A. 2 B. 1 C. 0 D. e

Ans C Solve $\frac{d}{dx}(e^0) = \frac{d}{dx}(1) = 0$

18. যদি $y = \sin(ax + b)$ হয়, তবে $dy/dx = ?$ [11-12, IU 12-13, IU 12-13]

- A. $a \cos ax$ B. $a \cos(ax + b)$
C. $a \cos(b + x)$ D. সবগুলো

Ans B Solve $\frac{d}{dx} \{\sin(ax + b)\}$

$= \cos(ax + b) \cdot \frac{d}{dx}(ax + b) = a \cos(ax + b)$

19. যদি $x = 2$ হয়, তবে $\frac{d}{dx}(x^2 + 7)(x^2 - 7) = ?$ [10-11, CU 05-06; TS 14-15]

- A. 3 B. 32 C. 23 D. 21

Ans B Solve $[\frac{d}{dx}(x^2 + 7)(x^2 - 7) = \frac{d}{dx}(x^4 - 49) = 4x^3]$

20. $\frac{dy}{dx} = 7$ [10-11]

- A. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{dy}{dx}$ B. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\delta y}{\delta x}$
C. $f(xy)$ D. 1

Ans. B

21. $x = 0$ এবং $y = \frac{1+e^{2x}}{1-e^{2x}}$ হলে, $\frac{dy}{dx} = ?$ [10-11]

- A. ∞ B. 0 C. 1 D. কোনটিই নয়

Ans A Solve $x = 0$ হলে, $y = \frac{1+1}{1-1} = \infty$

$\therefore \frac{dy}{dx} = \infty$

রাজশাহী বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $x^2 + xy + y^2 = 0$ হলে $(3, -4)$ বিন্দুতে $\frac{dy}{dx}$ এর মান কত? [15-16]

- A. $\frac{5}{2}$ B. $\frac{2}{5}$ C. $\frac{3}{8}$ D. $\frac{4}{3}$

Ans B Solve $x^2 + xy + y^2 = 0$

$\Rightarrow 2x + y + x \frac{dy}{dx} + 2y \frac{dy}{dx} = 0$

$\Rightarrow (x + 2y) \frac{dy}{dx} = -(2x + y) \Rightarrow \frac{dy}{dx} = -\frac{2x + y}{x + 2y}$

$(3, 4)$ বিন্দুতে মান $= -\frac{6-4}{3-8} = -\frac{2}{-5} = \frac{2}{5}$

02. x -এর সাপেক্ষে $\sqrt{\sqrt{x}}$ -এর অন্তরীকরণ কত? [15-16; H12-13]

- A. $\frac{1}{4}x^{-\frac{3}{4}}$ B. $x^{\frac{1}{4}}$ C. $\frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}}$ D. $\frac{1}{4}x^{\frac{3}{4}}$

Ans A Solve $\frac{d}{dx} \sqrt{\sqrt{x}} = \frac{d}{dx} x^{1/4} = \frac{1}{4}x^{1/4-1} = \frac{1}{4}x^{-3/4}$

03. যদি $x + y = xy$ হয়, তবে $\frac{dy}{dx} = ?$ [15-16]

- A. $\frac{1-y}{1-x}$ B. $\frac{y-1}{1-x}$ C. $\frac{y-1}{1+x}$ D. $\frac{y+1}{1-x}$

Ans B Solve $x + y = xy$

$= 1 + \frac{dy}{dx} = y + x \frac{dy}{dx} = (1-x) \frac{dy}{dx} = y-1 = \frac{dy}{dx} = \frac{y-1}{1-x}$

05. If $y = 2x^2$ & $z = 3x^2$ then $dy/dz = ?$ [15-16]

- A. $\frac{4}{9}x$ B. $\frac{9}{4}x$ C. $\frac{4}{9}x^2$ D. $\frac{2}{3}$

Ans D Solve $y = 2x^2, z = 3x^2$

$\frac{dy}{dx} = 4x, \frac{dz}{dx} = 6x$

$\frac{dy}{dz} = \frac{(\frac{dy}{dx})}{(\frac{dz}{dx})} = \frac{4x}{6x} = \frac{2}{3}$

06. $\frac{d}{dx} \{x^3 \ln(x)\} = ?$ [15-16]

- A. $x + 2x \ln(x)$ B. $x^2 + 2x \ln(x)$
C. $x^2 + 2x^2 \ln(x)$ D. $x^2 + 3x^2 \ln(x)$

Ans D Solve $\frac{d}{dx} \{x^3 \ln(x)\} = \frac{x^3}{x} + 3x^2 \ln(x) = x^2 + 3x^2 \ln(x)$

07. $\frac{d}{dx}(a^x + x^a - e^x) =$ কত? [14-15]

- A. $a^x \ln a + x^a - e^x$ B. $a^x \ln a + ax$
C. $a^x \ln a + ax^{a-1} - e^x$ D. $ax - e^x$

Ans C Solve $\frac{d}{dx}(a^x + x^a - e^x) = a^x \ln a + ax^{a-1} - e^x$

08. $X = \cos t, y = \cos t + \sin t$ হলে $\frac{dy}{dx}$ এর মান কত? [14-15]

- A. $1 - \tan t$ B. $1 + \cot t$ C. $1 - \cot t$ D. $\tan t$

Ans C Solve $x = \cos t, y = \cos t + \sin t$

$\therefore \frac{dx}{dt} = -\sin t, \frac{dy}{dt} = -\sin t + \cos t$

$\frac{dy}{dx} = \frac{dy/dt}{dx/dt} = \frac{-\sin t + \cos t}{-\sin t} = 1 - \cot t$

09. $y = 2x^2 + e^{\sin x}$ হলে $\frac{dy}{dt} = ?$ [14-15]

- A. $4x$ B. 1 C. $\cos x e^{\sin x}$ D. 0

Ans D Solve $y = 2x^2 + e^{\sin x} \Rightarrow \frac{dy}{dt} = \frac{d}{dt}(2x^2 + e^{\sin x}) = 0$

কারণ, ফাংশনের চলক ও অন্তরীকরণ সাপেক্ষ চলক ভিন্ন বলে।

10. যদি $y = x \sqrt{x^2 + a^2}$ হয় তবে $\frac{dy}{dx} = ?$ [14-15]

- A. $\frac{x^2 + 2a^2}{\sqrt{x^2 + a^2}}$ B. $\frac{2x^2 + a^2}{\sqrt{x^2 + a^2}}$ C. $\frac{x^2 + a^2}{\sqrt{x^2 + a^2}}$ D. $\frac{2x^2 + a^2}{2\sqrt{x^2 + a^2}}$

Ans B Solve $y = x\sqrt{x^2 + a^2}$
 $\Rightarrow \frac{dy}{dx} = \sqrt{x^2 + a^2} + \frac{x}{2\sqrt{x^2 + a^2}} \times 2x = \frac{x^2 + a^2 + x^2}{\sqrt{x^2 + a^2}} = \frac{2x^2 + a^2}{\sqrt{x^2 + a^2}}$

11. $f(x) = x + \frac{36}{x}$ ($x > 0$) হলে x -এর কোন মানের জন্য $f'(x) = 0$ হবে? [14-15]

- A. 6 B. -6 C. ± 6 D. 12

Ans C Solve $f(x) = x + \frac{36}{x}$

$\Rightarrow f'(x) = 1 - \frac{36}{x^2} = 0 \Rightarrow x^2 = 36 \Rightarrow x = \pm 6$

12. $\int g(x) dx = \frac{e^x}{x+1} + c$ হলে $g(x) =$ কত? [14-15]

- A. $\frac{e^x}{(x+1)^2}$ B. $\frac{e^x}{x+1}$ C. $\frac{xe^x}{(x+1)^2}$ D. $\frac{xe^x}{x+1}$

Ans C Solve $\int g(x) dx = \frac{e^x}{x+1} + c$

$\Rightarrow \frac{d}{dx} \left(\int g(x) dx \right) = \frac{d}{dx} \left(\frac{e^x}{x+1} + c \right)$

$\Rightarrow g(x) = \frac{(x+1)e^x - e^x}{(x+1)^2} \Rightarrow g(x) = \frac{xe^x}{(x+1)^2}$

13. $y = e^{1+\log x}$ হলে $\frac{dy}{dx}$ এর মান কত? [14-15]

- A. $e^{1+\log x}$ B. $\frac{1}{x} e^{1+\log x}$ C. $\frac{1}{ex} (1+\log x)$ D. $e + \frac{1}{x}$

Ans B Solve $\frac{dy}{dx} = e^{1+\log x} \cdot \frac{1}{x} = \frac{1}{x} e^{1+\log x}$

$= \frac{1}{x} \cdot e \cdot e^{\log x} = \frac{1}{x} \cdot e \cdot x = e$

Shortcut: $y = e^{1+\log x} = e \cdot e^{\log x} = e \cdot x \Rightarrow \frac{dy}{dx} = e$.

14. $\frac{d}{dx}(3^x) =$ কত? [13-14]

- A. 3^x B. $3^x \log 3$ C. $e^x \log 3$ D. $3^x \log e$

Ans B Solve $\frac{d}{dx}(3^x) = 3^x \log 3$

15. $\frac{d^{100}}{dx^{100}}(x^{99}) =$ কত? [11-12]

- A. $99!$ B. $100!$ C. 0 D. $99!x$

Ans C Solve x^{99} এখানে সর্বোচ্চ ঘাত 99. x কে x এর সর্বোচ্চ ঘাতের চেয়ে একবার বেশি differentiation করলে তার Ans. 0 হয়।

16. $\frac{d}{dx}(\sin x^3) = ?$ [11-12]

- A. $3x^2 \cos x^3$ B. $3x^2 \sin x \cos x^2$ C. $3x^2 \sin x^2 \cos x$ D. কোনটিই না

Ans A Solve $\frac{d}{dx} \sin x^3 = \cos x^3 \cdot 3x^2 = 3x^2 \cos x^3$

17. $\frac{d}{dx} \left(\frac{x \sin x}{1 + \cos x} \right) = ?$ [11-12]

- A. $\frac{\sin x}{1 + \cos x}$ B. $\frac{\sin x}{1 + \cos x}$ C. $\frac{x + \sin x}{1 + \cos x}$ D. $\frac{x}{1 + \cos x}$

Ans C Solve ক্যালকুলেটর রেডিয়ান MODE এ নাও। এরপর shift $\downarrow dx$ চাপ।

এখন নিচের ভাবে উঠাও, $\frac{d}{dx} \left(\frac{x \sin x}{1 + \cos x} \right) = 1$

= চাপলে 1.1955 পাবে।

$\frac{x + \sin x}{1 + \cos x} = \frac{1 + \sin 1}{1 + \cos 1} = 1.1955$

18. $\frac{d}{dx} \left(\frac{1}{x} e^{2 \ln x} \right) = ?$ [10-11]

- A. 0 B. 1 C. 1 D. $\frac{1}{x}$

Ans B Solve

$\frac{d}{dx} \left(\frac{1}{x} e^{2 \ln x} \right) = \frac{d}{dx} \left(\frac{1}{x} e^{\ln x^2} \right) = \frac{d}{dx} \left(\frac{x^2}{x} \right) = \frac{d}{dx} (x) = 1$

[By Using Calculator]

19. $y = \ln \left\{ e^x \left(\frac{x-1}{x+1} \right)^{5/2} \right\}$ হলে, $\frac{dy}{dx} =$ কত? [10-11]

- A. $\frac{x^2+2}{x^2-1}$ B. $\frac{x^2-2}{x^2-1}$ C. $\frac{x^2+4}{x^2-1}$ D. $\frac{x^2-4}{x^2-1}$

Ans C Solve $y = \ln e^x + \frac{5}{2} \ln(x-1) - \frac{5}{2} \ln(x+1)$

$\frac{dy}{dx} = 1 + \frac{5}{2(x-1)} - \frac{5}{2(x+1)} = 1 + \frac{5}{2} \left(\frac{x+1-x+1}{x^2-1} \right)$

$= 1 + \frac{5}{x^2-1} = \frac{x^2+4}{x^2-1}$ [By Using Calculator]

20. $y = \log_x a$ হলে, $\frac{dy}{dx} =$ কত? [10-11]

- A. $-\frac{\log a}{x(\log x)^2}$ B. $-\frac{\ln a}{x(\ln x)^2}$ C. $\frac{\log a}{x(\log x)^2}$ D. $\frac{\ln a}{x(\ln x)^2}$

Ans B Solve $y = \log_x a = \log_e a \times \log_x e = \frac{\ln a}{\ln x}$

$\therefore \frac{dy}{dx} = -\frac{\ln a}{x(\ln x)^2}$

21. $\frac{d}{dx} \sin^2 x = ?$ [09-10]
 A. $\cos^2 x$ B. $\sin x \cos x$ C. $\sin 2x$ D. $\cos 2x$
Ans C Solve $\frac{d}{dx} \left[\frac{1}{2} (2 \sin^2 x) \right] = \frac{1}{2} \frac{d}{dx} (1 - \cos 2x) = \sin 2x$

22. $\sqrt{x} + \sin y = x^2$ সমীকরণে $\frac{dy}{dx}$ কত? [09-10]
 A. $\frac{2x-1-2\sqrt{x}}{\cos y}$ B. $\frac{2x-1-2\sqrt{2x}}{\cos y}$
 C. $\frac{2x-1-\sqrt{2x}}{\cos y}$ D. কোনটিই ন

Ans A Solve $\sqrt{x} + \sin y = x^2 \Rightarrow \frac{1}{2} x^{-\frac{1}{2}} + \cos y \frac{dy}{dx} = 2x$
 $\Rightarrow \frac{1}{2\sqrt{x}} + \cos y \frac{dy}{dx} = 2x \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{2x - \frac{1}{2\sqrt{x}}}{\cos y}$

23. $\frac{d}{dx} (x^n + a^n) =$ কত? [09-10]
 A. $nx^{n-1} - na^{n-1}$ B. $nx^{n-1} - a^n$
 C. nx^{n-1} D. $nx^{n-1} - a^n \log$
Ans C Solve $\frac{d}{dx} (x^n + a^n) = nx^{n-1}$

24. $\frac{d}{dx} (e^{-x})$ কত? [09-10]
 A. $x^2 e^{-x}$ B. $x^{-2} e^{-x}$ C. $x^2 e^{1/x}$ D. $e^{-1/x}$
Ans B Solve $\frac{d}{dx} (e^{-1/x}) = (x^{-2}) e^{-1/x}$

25. $x^2 y = 50$ হলে, $\frac{dy}{dx}$ কত? [09-10]
 A. $\frac{100}{x^3}$ B. $\frac{50}{x^3}$ C. $-\frac{100}{x^2}$ D. $-\frac{50}{x^3}$
Ans C Solve $x^2 \frac{dy}{dx} + y 2x = 0$
 $\Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{-2xy \times x}{x^2 \times x} = \frac{-100}{x^2}$ [∵ $x^2 y = 50$]

26. $px + qy + c = 0$ হলে, $\frac{dy}{dx}$ এর মান কত? [09-10]
 A. 0 B. p C. -q D. $-\frac{p}{q}$
Ans D Solve $p + q \frac{dy}{dx} = 0 \therefore \frac{dy}{dx} = -\frac{p}{q}$

27. যদি $x = \sin \theta$, $y = \cos \theta$ হয় তবে নিচের কোনটি সত্য? [09-10]
 A. $\frac{dy}{dx} = -\frac{x}{y}$ B. $\frac{dy}{dx} = \tan \theta$
 C. $\frac{dy}{dx} = -\frac{y}{x}$ D. $\frac{dy}{dx} = -\cot \theta$
Ans A Solve $y = \cos \theta \therefore dy = -\sin \theta$
 $x = \sin \theta \therefore dx = \cos \theta \therefore \frac{dy}{dx} = -\frac{x}{y}$

28. $y = x^{\sin x}$ হলে, $\frac{dy}{dx}$ এর মান কত? [09-10]
 A. $x^{\sin x} \left(\cos x \ln x + \frac{1}{x} \sin x \right)$ B. $x^{\sin x} \left(\frac{1}{x} \cos x + \sin \ln x \right)$
 C. $x^{\cos x} \left(\sin x \ln x + \frac{1}{x} \cos x \right)$ D. $x^{\sin x} \left(\sin x \ln x + \frac{1}{x} \cos x \right)$
Ans A Solve Hints: Type 07 এর Shortcut-4 মতে

29. $\frac{d}{dx} (a^n)$ এর মান- [09-10]
 A. $x a^{n-1}$ B. $a^n \log^e$ C. $e^n \log a$ D. 0
Ans D Solve $\frac{d}{dx} (a^n) = 0$

30. $\frac{d}{dx} (x^n) = ?$ [09-10]
 A. $(n-1)x^{n-1}$ B. $2n x^{n-1}$ C. $n x^{n-1}$ D. $(2n-1)x^n$
Ans C Solve $\frac{d}{dx} (x^n) = nx^{n-1}$ [BY FORMULA]

31. $\frac{d}{dx} (e^{-x}) =$ কত? [08-09]
 A. $-e^x$ B. $-e^{-x}$ C. $\log x$ D. $\frac{1}{x}$
Ans B Solve $\frac{d}{dx} (e^{-x}) = -e^{-x}$

32. $\frac{d}{dx} (a^x) =$ কত? [08-09]
 A. $x a^{x-1}$ B. $a^x \log a$ C. $e^x \log a$ D. 0
Ans B Solve $\frac{d}{dx} (a^x) = a^x \log a$

33. $\frac{d}{dx} (\log x^2) =$ কত? [08-09]
 A. $\frac{1}{x}$ B. $\frac{1}{2x}$ C. $\frac{2}{x}$ D. 2
Ans C Solve $\frac{d}{dx} (\log x^2) = \frac{2}{x}$

34. $xy = 4$ এবং $\frac{dx}{dy} = 0$ হলে, x এর মান হবে- [08-09]
 A. 0 B. 3 C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{3}$
Ans A Solve $xy = 4 \Rightarrow x \frac{dy}{dx} + y = 0 \Rightarrow \frac{dy}{dx} = -\frac{y}{x}$
 $\Rightarrow \frac{dy}{dx} = -\frac{y}{x} \therefore \frac{dx}{dy} = -\frac{x}{y} = 0 \therefore x = 0$

35. মনেকরি, $y = \sin \theta$ এবং $0^\circ < \theta < 180^\circ$ তাহলে, $\frac{dy}{d\theta}$ এর মান কোনটি হবে? [08-09]
 A. $\cos \theta$ B. $\sin \theta$ C. $\sin^2 \theta$ D. $\cos^2 \theta$
Ans A Solve $\frac{dy}{d\theta} = \cos \theta \therefore 0^\circ < \theta < 180^\circ$

16. $\sqrt{1+x^2}$ का अवकलन करने पर हमें प्राप्त होता है

$\frac{d}{dx} \sqrt{1+x^2} = \frac{1}{2\sqrt{1+x^2}} \cdot 2x = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$

17. $\frac{d}{dx} \log \frac{1}{1+x^2} = \frac{d}{dx} (-\log(1+x^2))$

$= -\frac{1}{1+x^2} \cdot 2x = -\frac{2x}{1+x^2}$

18. $\frac{d}{dx} \log \frac{1}{1+x^2} = -\frac{2x}{1+x^2}$

19. $\frac{d}{dx} \log \frac{1}{1+x^2} = -\frac{2x}{1+x^2}$

20. $\frac{d}{dx} \log \frac{1}{1+x^2} = -\frac{2x}{1+x^2}$

21. $\frac{d}{dx} \log \frac{1}{1+x^2} = -\frac{2x}{1+x^2}$

22. $\frac{d}{dx} \log \frac{1}{1+x^2} = -\frac{2x}{1+x^2}$

23. $\frac{d}{dx} \log \frac{1}{1+x^2} = -\frac{2x}{1+x^2}$

24. $\frac{d}{dx} \log \frac{1}{1+x^2} = -\frac{2x}{1+x^2}$

25. $\frac{d}{dx} \log \frac{1}{1+x^2} = -\frac{2x}{1+x^2}$

26. $\frac{d}{dx} \log \frac{1}{1+x^2} = -\frac{2x}{1+x^2}$

27. $\frac{d}{dx} \log \frac{1}{1+x^2} = -\frac{2x}{1+x^2}$

28. $\frac{d}{dx} \log \frac{1}{1+x^2} = -\frac{2x}{1+x^2}$

29. $\frac{d}{dx} \log \frac{1}{1+x^2} = -\frac{2x}{1+x^2}$

30. $\frac{d}{dx} \log \frac{1}{1+x^2} = -\frac{2x}{1+x^2}$

31. $\frac{d}{dx} \log \frac{1}{1+x^2} = -\frac{2x}{1+x^2}$

32. $\frac{d}{dx} \log \frac{1}{1+x^2} = -\frac{2x}{1+x^2}$

33. $\frac{d}{dx} \log \frac{1}{1+x^2} = -\frac{2x}{1+x^2}$

34. $\frac{d}{dx} \log \frac{1}{1+x^2} = -\frac{2x}{1+x^2}$

35. $\frac{d}{dx} \log \frac{1}{1+x^2} = -\frac{2x}{1+x^2}$

21. $y = \log(\log x)$; $\frac{dy}{dx} = ?$ [10-11, 08-09, 09-10, 03-04]

- A. $\frac{1}{\log x}$ B. $\frac{1}{2 \log x}$ C. $\frac{1}{x \log x}$
 D. $\frac{2}{\log x}$ E. $\frac{3}{\log x}$

Ans C Solve $\frac{d}{dx} \log(\log x) = \frac{1}{\log x} \cdot \frac{1}{x} = \frac{1}{x \log x}$

22. $(3x - 5)^4$ এর অন্তরক সহগ নির্ণয় কর। [G 08-09]

- A. $15(3x - 5)^3$ B. $4(3x - 5)^3$
 C. $3(3x - 5)^3$ D. $12(3x - 5)^3$ E. $6(3x - 5)^3$

Ans D Solve $y = (3x - 5)^4$
 $\therefore \frac{dy}{dx} = 4 \cdot 3(3x - 5)^3 = 12(3x - 5)^3$

23. $y = (\sin x)^x$ হলে, $\frac{dy}{dx} =$ কত? [08-09]

- A. $x(\sin x)^{x-1} \cos x$ B. $x \log \operatorname{cosec} x$
 C. $(\sin x)^x (x \cot x + \log \sin x)$ D. $(\sin x)^{x-1} \cot x$
 E. কোনটিই নয়

Ans C Solve $y = (\sin x)^x \Rightarrow \log y = x \log \sin x$
 $\Rightarrow \frac{1}{y} \frac{dy}{dx} = x \frac{\cos x}{\sin x} + \log \sin x$
 $\Rightarrow \frac{dy}{dx} = y(x \cot x + \log \sin x)$
 $\Rightarrow \frac{dy}{dx} = (\sin x)^x (x \cot x + \log \sin x)$

Shortcut: $\frac{dy}{dx} = (\sin x)^x \frac{d}{dx} (x \ln \sin x)$
 $= (\sin x)^x (x \cot x + \log \sin x)$

24. $y = f(x)$ হলে, $\frac{d}{dx} (e^y)$ হবে- [07-08, 04-05]

- A. $e^x \frac{dy}{dx}$ B. e^y C. $e^y \frac{dy}{dx}$ D. 0 E. $\frac{1}{2} e$

Ans C Solve $e^y \frac{dy}{dx}$ [Since y is function of x]

25. $\frac{d}{dx} (\log_a m^2) = ?$ [07-08]

- A. 2 B. কোনটিই নয় C. 1
 D. $\frac{1}{m^2}$ E. m^2

Ans B $\frac{d}{dx} (\log_a m^2) = 0$ [কারণ ফাংশনটি x চলক বিহীন]

26. $\tan^{-1} \left(\frac{1+x}{1-x} \right)$ এর অন্তরক সহগ = ? [02-03, 05-06, JNU 02-03]

- A. $\frac{1}{1+x^2}$ B. $\frac{1}{1-x^2}$ C. $\frac{1}{1+x}$ D. $\frac{1}{1-x}$

Ans A Solve $y = \tan^{-1} \frac{1+x}{1-x} = \tan^{-1} x + \tan^{-1} 1$

$\therefore \frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx} (\tan^{-1} x + \tan^{-1} 1)$
 $= \frac{d}{dx} (\tan^{-1} x) + \frac{d}{dx} (\tan^{-1} 1) = \frac{1}{1+x^2}$

27. $y = \cos(\sin x)$ হলে, $\frac{dy}{dx}$ এর মান? [C 05-06]

- A. $\cos x$ B. $\tan x$ C. $\cot x$
 D. $\sec x$ E. $\operatorname{cosec} x$

Sol: $\frac{dy}{dx} = -\sin(\sin x) \cdot \cos x = -\cos x \cdot \sin(\sin x)$

28. $y = x \log x$ হলে, $\frac{dy}{dx}$ হবে- [05-06]

- A. $\frac{1}{x} + x$ B. $\log x$ C. $1 + \log x$
 D. $\log x + x$ E. $\frac{1}{2} \log x + 1$

Ans C Solve $\frac{dy}{dx} = x \cdot \frac{1}{x} + \log x = 1 + \log x$

29. $y = 10^x$ হলে, $\frac{dy}{dx}$ এর মান হবে [05-06]

- A. $\frac{10^x}{\log_{10} e}$ B. $10^x \log_e 10$ C. $\frac{10^x}{\log_e 10}$
 D. $x (10)^{x-1}$ E. $\frac{10^x}{10}$

Ans B Solve সূত্র: $\frac{d}{dx} a^x = a^x \log_e a$

30. $y = \sin^{-1} \sqrt{1-x^2}$ হলে, $\frac{dy}{dx} = ?$ [05-06; CU C:11-12]

- A. $-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ B. $\cos^{-1} \sqrt{1-x^2}$ C. $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
 D. $\frac{1}{x^2}$ E. $\frac{1}{1+x^2}$

Ans A Solve $y = \sin^{-1} \sqrt{1-x^2} = \cos^{-1} x \Rightarrow \frac{dy}{dx} = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

31. $y = \log_{10} x$ হলে, $\frac{dy}{dx}$ এর মান কত? [ফিজিক্যাল, 04-05]

- A. $\frac{1}{x}$ B. 10^x C. 0 D. $\frac{1}{x} \log_{10} e$

Ans D Solve $y = \log_{10} x \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{1}{x} \cdot \log_{10} e$

32. $y = x^x$ হলে, $\frac{dy}{dx}$ হবে- [04-05; CU 12-13, RU 09-10]

- A. $x^x(1 + \log x)$ B. $x^x + x \log x$
 C. $x \log x^x$ D. $x^x(x + \log x)$

Ans A Solve $y = x^x$

$\therefore \frac{dy}{dx} = x^x \frac{d}{dx} (x \ln x) = x^x \left(\frac{x}{x} + \ln x \right) = x^x (1 + \ln x)$

33. $y = e^{2x+1}$ হলে, $\frac{dy}{dx}$ এর মান? [D 03-04]

- A. e^{2x+1} B. e^{2x} C. $1/2 e^{2x+1}$ D. $2 e^{2x+1}$

Ans D Solve $y = e^{2x+1} \Rightarrow \frac{dy}{dx} = e^{2x+1} \cdot 2 = 2 e^{2x+1}$

11. যদি $y = (x^2 + 1)^{\sin x}$ তাহলে, $y'(0)$ হবে- [09-10]

- A. $\frac{1}{2}$ B. e^2 C. 0 D. $\frac{3}{2}$

Ans C Solve

$$y = (x^2 + 1)^{\sin x} \therefore \frac{dy}{dx} = (x^2 + 1)^{\sin x} \left\{ \frac{d}{dx} \sin x \ln(x^2 + 1) \right\}$$

$$\therefore y'(x) = (x^2 + 1)^{\sin x} \left\{ \cos x \cdot \ln(x^2 + 1) + \sin x \cdot \frac{1}{x^2 + 1} \cdot 2x \right\}$$

$$\Rightarrow y'(0) = 0$$

12. $\frac{d}{dx} (9x^{-5}) = ?$ [01-02]

- A. $\frac{45}{x^6}$ B. $-\frac{45}{x^6}$ C. $\frac{45}{x^{-6}}$ D. $\frac{45}{x-6}$

Ans B Solve $\frac{d}{dx} (9x^{-5}) = 9 \times (-5) \cdot x^{-6} = -\frac{45}{x^6}$

শাহজালাল বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $y = e^x \log_a x$ হলে $x = a$ বিন্দুতে $\frac{dy}{dx}$ এর মান কত? [14-15]

- A. e^a B. $\frac{e^a \log_a e}{a}$ C. $e^a \left(1 + \frac{1}{a \ln a} \right)$
D. $e^a (1 + \log_a e)$ E. $1 + \frac{1}{a \ln a}$

Ans C Solve

$$y = e^x \log_a x$$

$$\Rightarrow y = e^x \log_a e \log_e x = e^x \log_a e \ln x$$

$$\therefore \frac{dy}{dx} = \log_a e \left\{ e^x \cdot \ln x + \frac{e^x}{x} \right\}$$

$$\therefore x = a, \text{ বিন্দুতে } \frac{dy}{dx} = \log_a e \left\{ e^a \cdot \ln a + \frac{e^a}{a} \right\}$$

$$= e^a \left(\log_a e \cdot \log_e a + \frac{1}{a \log_e a} \right) = e^a \left(1 + \frac{1}{a \ln a} \right)$$

02. $y = \tan^{-1} \left(\frac{a+x}{1-ax} \right)$ হলে $\frac{dy}{dx} = ?$ [13-14]

- A. $1/(a^2 - x^2)$ B. $1/(1 - ax)^2$ C. $1/(1 + x^2)$
D. $-1/(1 + x^2)$ E. $1/(a^2 + x^2)$

Ans C Solve $y = \tan^{-1} \left(\frac{a+x}{1-ax} \right)$

$$\Rightarrow y = \tan^{-1} a + \tan^{-1} x \therefore \frac{dy}{dx} = \left(\frac{1}{1+x^2} \right)$$

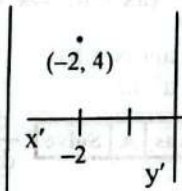
03. $y = |2x|$ হলে, $(-2, 4)$ বিন্দুতে $\frac{dy}{dx}$ এর মান কত? [B 12-13]

- A. -1 B. 1 C. 2 D. -2 E. 4

Ans D Solve $y = |2x|$

$(-2, 4)$ বিন্দুতে, $y = -2x$.

$$\therefore \frac{dy}{dx} = -2$$



04. $\ln x$ এর সাপেক্ষে $\ln(1/x)$ এর অন্তরক সহগ হলো- [11-12]

- A. $1/x$ B. $-1/x$ C. 1 D. -1 E. 0

Ans D Solve $\frac{d \left(\ln \left(\frac{1}{x} \right) \right)}{d(\ln x)} = \frac{d(\ln x^{-1})}{d(\ln x)} = \frac{-d(\ln x)}{d(\ln x)} = -1$

05. যদি $y = x^{30}$ হয়, $d^{40}y/dx^{40}$ এর মান KZ? [11-12]

- A. 0 B. 1 C. 30! D. $30x^{-10}$ E. 30

Ans A Solve

$y = x^{30}$
এখানে x এর ঘাত 30, কিন্তু একে differentiate করা হয়েছে 40 বার। x এর সর্বোচ্চ ঘাতের বেশি differentiate করলেই Ans. 0 হবে।

06. $y = 2x^2$ এবং $z = 3x^3$ হলে, $dy/dz = ?$ [10-11]

- A. $4/(9x)$ B. $9/(4x)$
C. $4/(9x^2)$ D. $2/(3x^3)$

Ans. A

07. $y = x^x$ হলে $\frac{dy}{dx}$ কত? [09-10]

- A. $\ln x$ B. $x \ln x$ C. $1 + 9 \ln x$ D. $(1 + \ln x)x^x$

Ans D Solve

$$y = x^x \Rightarrow \ln y = x \ln x$$

$$\Rightarrow \frac{1}{y} \frac{dy}{dx} = x \cdot \frac{1}{x} + \ln x \Rightarrow \frac{dy}{dx} = x^x (1 + \ln x)$$

08. $y^2 + xy + x^2 = 8$ হলে $\frac{dy}{dx}$ কত? [09-10]

- A. $-\frac{(y+2x)}{(2y+x)}$ B. $\frac{(y+2x)}{(2y+x)}$ C. $-\frac{(2y+x)}{(y+2x)}$ D. 0

Ans A Solve

$$y^2 + xy + x^2 = 8 \Rightarrow 2y \frac{dy}{dx} + x \frac{dy}{dx} + y + 2x = 0$$

$$\Rightarrow \frac{dy}{dx} (x + 2y) = -(y + 2x) \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{-(y + 2x)}{(2y + x)}$$

09. a এবং n এর মান কিরূপ হলে, a^n এর মান অনির্ণয়? [09-10]

- A. 0, 0 B. 0, 1 C. 1, 0 D. -1, -1

Ans A Solve

a ও n এর মান $(0, 0)$ হলে, অনির্ণয় হবে।

10. $y = |x|$ হলে, $\frac{dy}{dx}$ এর মান কত? [06-07, CU 12-13]

- A. 1 B. -1 C. 0 D. কোনটিই নয়

Ans D Solve

$$\frac{dy}{dx} = \frac{d|x|}{dx} = \frac{d(x)}{dx} = 1 \text{ আবার, } \frac{dy}{dx} = \frac{d(-x)}{dx} = -1$$

$$\therefore \frac{dy}{dx} \text{ বিদ্যমান নয়।}$$

11. $y = (\log_e x)^2$ হলে, $\frac{dy}{dx}$ এর মান? [05-06]

- A. $\frac{1}{x^2}$ B. $\frac{2 \log_e x}{x}$ C. $2 \log_e x$ D. $\frac{2}{x}$

Ans B Solve

$$y = (\log_e x)^2 \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{2 \log_e x}{x}$$

12. $x^2 y^2 = 1 - xy$ হলে, $\frac{dy}{dx}$ এর মান? [04-05]

- A. $\frac{y}{x}$ B. $\frac{x}{y}$ C. $-\frac{y}{x}$ D. $-\frac{x}{y}$

Ans C Solve

$$x^2 y^2 + xy = 1$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-(2xy^2 + 1 \cdot y)}{(2yx^2 + x \cdot 1)} = \frac{-y(2xy + 1)}{x(2xy + 1)} = -\frac{y}{x}$$

12. $\tan x$ এর প্রেক্ষিতে $\cot x$ এর অন্তরক সহগ- [F 12-13]

- A. $-1/\tan^2 x$ B. $1/\tan^2 x$ C. $1/\tan x$ D. $-1/\cot^2 x$

Ans A Solve $\frac{d(\cot x)}{d(\tan x)} = \frac{d\left(\frac{1}{z}\right)}{dz} \left(\frac{1}{z}\right)$ Let, $\tan x = z$
 $= -\frac{1}{z^2} = \frac{-1}{\tan^2 x}$ $\Rightarrow \cot x = \frac{1}{z}$
Shortcut: $\frac{d(\cot x)}{d(\tan x)} = \frac{-\operatorname{cosec}^2 x}{\sec^2 x} = -\frac{1}{\left(\frac{\sin^2 x}{\cos^2 x}\right)} = -\frac{1}{\tan^2 x}$

13. $y = \tan(b + ax)$ হলে, $\frac{dy}{dx} = ?$ [F 12-13]

- A. $a \cos^2(b + ax)$ B. $a \sec^2(b + ax)$
 C. $a \tan^2(b + ax)$ D. $a \cot^2(b + ax)$

Ans B Solve $\frac{dy}{dx} = \sec^2(b + ax) \cdot a$
 $= a \sec^2(b + ax)$

14. $x = at^2$; $y = 2at$ হলে, $\frac{dy}{dx} = ?$ [F 12-13]

- A. t B. t^2 C. t^{-1} D. t^{-2}

Ans C Solve $\frac{dy}{dt} = 2a$
 $\frac{dx}{dt} = 2at$

15. $x^2 + y^2 = 4$ হলে, $\frac{dy}{dx} = ?$ [11-12, DU 95-96]

- A. $-x/y$ B. $-y/x$ C. x/y D. y/x

Ans A Solve $x^2 + y^2 = 4$ এখানে $\frac{dy}{dx}$ এরপর সমান দিয়ে একটা
 $\Rightarrow x^2 + y^2 - 4 = 0$ - নিতে হবে। তারপর উপরে y কে ধ্রুব
 $\frac{dy}{dx} = \frac{2x + 0 - 0}{0 + 2y - 0} = -\frac{x}{y}$ ধরে differentiation করতে হবে।
 আর নিচে x কে ধ্রুব ধরতে হবে।

16. $y = x^n$ ফাংশনের $(n + 1)$ তম অন্তরক সহগ হবে- [11-12]

- A. 10 B. 0 C. 1 D. 2

Ans B Solve $y = x^n$ হলে, $(n + 1)$ তম অন্তরক সবসময় 0 হবে।
 যেমন, $y = x^4$ হলে, 5 তম অন্তরক 0 হবে।

17. x কে পরিবর্তনশীল ধরে $x^7 + 9$ ফাংশনটির অন্তরক- [11-12]

- A. $7x^6$ B. $-7x^6$ C. $5x^6$ D. $-5x^6$

Ans A Solve $y = x^7 + 9 \Rightarrow \frac{dy}{dx} = 7x^6$

18. $f(x) = \sqrt[3]{e^{\sqrt{x}}}$ হলে, $f'(x)$ হবে- [10-11]

- A. $\left(\sqrt[3]{e^{\sqrt{x}}}\right) / (2\sqrt{x})$ B. $\left(\sqrt[3]{e^{\sqrt{x}}}\right) / (6\sqrt{x})$
 C. $\left(\sqrt[3]{e^{\sqrt{x}}}\right) / (4\sqrt{x})$ D. $\left(\sqrt[3]{e^{\sqrt{x}}}\right) / (3\sqrt{x})$

Ans B Solve $\frac{1}{3} (e^{\sqrt{x}})^{\frac{2}{3}} \cdot e^{\sqrt{x}} \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}} = \frac{(e^{\sqrt{x}})^{\frac{1}{3}}}{6\sqrt{x}}$

19. x এর সাপেক্ষে $\tan^{-1}(ax)$ এর অন্তরক হবে- [10-11]

- A. $a/(1 + a^2x^2)$ B. $x/(1 + a^2x^2)$
 C. $a/\sqrt{1 + a^2x^2}$ D. $x/\sqrt{1 + a^2x^2}$

Ans A Solve $\frac{d}{dx} \tan^{-1}(ax) = \frac{1}{1+(ax)^2} a = \frac{a}{(1+a^2x^2)}$

20. $\sin x$ এর সাপেক্ষে $\sin 2x$ এর অন্তরক হবে- [10-11]

- A. $2\sec x$ B. $2\cos x$
 C. $2\tan x$ D. $2\cos 2x$

21. x এর সাপেক্ষে $(\log_a x)/\ln x$ এর অন্তরক হবে- [10-11]

- A. $(\log_a x)/x$ B. $(\log_a x + \{\ln x\} \log_a e)/x$
 C. $(\ln x - \log_a e)/x$ D. $(\log_a e)/x$

Ans Blank **Ans = Solve** $y = \frac{\log_a x}{\ln x} = \frac{\log_a e \cdot \log_e x}{\log_e x} = \log_a e = \frac{dy}{dx} = 0$

22. x এর সাপেক্ষে $\sin^{-1}\{2x/(1+x^2)\}$ এর $\frac{dy}{dx}$ হবে- [10-11, RU 02-03]

- A. $2/(1-x^2)$ B. $2/(1+x^2)$
 C. $2/\sqrt{1-x^2}$ D. $2/\sqrt{1+x^2}$

Ans B Solve $y = \sin^{-1}\{2x/(1+x^2)\} = 2 \tan^{-1} x \therefore \frac{dy}{dx} = \frac{2}{1+x^2}$

23. $\sec^{-1} x$ এর অন্তরক সহগ হবে- [05-06]

- A. $\frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$ B. $\frac{x}{\sqrt{x^2-1}}$ C. $\frac{-1}{x\sqrt{x^2-1}}$ D. $\frac{1}{x\sqrt{x^2-1}}$

Ans D Solve ধরি, $y = \sec^{-1} x$ তাহলে, $x = \sec y$
 $\therefore \frac{dx}{dy} = \sec y \tan y = \sec y \sqrt{\sec^2 y - 1} = x\sqrt{x^2 - 1}$
 $\therefore \frac{dy}{dx} = \frac{1}{\frac{dx}{dy}} = \frac{1}{x\sqrt{x^2 - 1}}$

Shortcut: $\frac{d}{dx} \sec^{-1} x = \frac{1}{x\sqrt{x^2 - 1}}$ [সূত্র দ্বারা]

24. $\frac{d}{dx} (\log_x a)$ এর মান- [05-06]

- A. $\log a \frac{1}{x}$ B. $\frac{1}{x} \log_a e$ C. $\frac{\log_x a}{(\log_e x)^2}$ D. $\frac{-\log_e a}{x(x \log_e x)^2}$

Ans D Solve $y = \log_x a = \frac{\ln a}{\ln(x)} = \ln(a) \cdot \{\ln(x)\}^{-1}$

$\therefore \frac{dy}{dx} = -\ln(a) \{\ln(x)\}^{-2} \cdot \frac{1}{x} = -\frac{\ln(a)}{x\{\ln(x)\}^2}$

25. $y = (e^x)^x$ হলে, $\frac{dy}{dx}$ কত? [04-05: BSMRSTU 14-15]

- A. $(e^x)^x e^x$ B. $2xe^{x^2}$ C. $(e^x)^x \log x$ D. $x^2 \log x$

Ans B Solve $y = (e^x)^x = e^{x^2} \Rightarrow \frac{dy}{dx} = 2xe^{x^2}$

বরিশাল বিশ্ববিদ্যালয়ের ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
 [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. যদি $y = \sqrt{\cos 2x}$ হয়, তাহলে $\frac{dy}{dx}$ সমান- [15-16; DU 12-13, 03-04]

- A. $-\frac{\sin 2x}{\sqrt{\cos 2x}}$ B. $\frac{\cos 2x}{\sqrt{\sin 2x}}$ C. $\frac{2 \sin x}{\sqrt{\tan x}}$ D. $\frac{\tan 2x}{\sqrt{\sin 2x}}$

Ans A Solve $y = \sqrt{\cos 2x}$
 $\Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{1}{2\sqrt{\cos 2x}} \times -2\sin 2x = -\frac{\sin 2x}{\sqrt{\cos 2x}}$

১১. $y = \ln(x + \sqrt{x^2 + 4})$ হলে $\frac{dy}{dx}$ এর মান- [15-16]

- A. $\sqrt{x^2 + 4}$ B. $\frac{1}{1 + \sqrt{x^2 + 4}}$ C. $\frac{1}{\sqrt{x^2 + 4}}$ D. $1 + \sqrt{x^2 + 4}$

Ans C Solve Shortcut: $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 4}}$

১২. $y = \tan^{-1} \frac{2x}{1-x^2}$ হলে, $\frac{dy}{dx}$ এর মান- [11-12, PU/ST 14-15, 13-14]

- A. $\frac{2}{1+x^2}$ B. $\frac{2}{1-x^2}$ C. $\frac{2}{\sqrt{1+x^2}}$ D. $\frac{2}{\sqrt{1-x^2}}$

Ans A Solve $y = \tan^{-1} \frac{2x}{1-x^2} = 2 \tan^{-1} x \therefore \frac{dy}{dx} = \frac{2}{1+x^2}$

কুমিল্লা বিশ্ববিদ্যালয়ের ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

১৩. $x = e^{\cos t}$ এবং $y = e^{\sin t}$ হলে $\frac{dy}{dx}$ এর মান কি? [15-16]

- A. $\frac{\sin t + \cos t}{\cos t - \sin t}$ B. $\frac{\sin t + \cos t}{\sin t - \cos t}$ C. $\frac{\sin t}{\cos t}$ D. $\frac{\cos t}{\sin t}$

Ans A Solve $x = e^{\cos t}$ $y = e^{\sin t}$
 $\frac{dx}{dt} = e^{\cos t} \cdot (-\sin t) = -e^{\cos t} \sin t$
 $\frac{dy}{dt} = e^{\sin t} \cdot \cos t = e^{\sin t} \cos t$
 $\frac{dy}{dx} = \frac{e^{\sin t} \cos t}{-e^{\cos t} \sin t} = -\frac{\cos t}{\sin t} = -\cot t$

$\frac{dy}{dx} = \frac{\left(\frac{dy}{dt}\right)}{\left(\frac{dx}{dt}\right)} = \frac{e^{\sin t} \cos t}{-e^{\cos t} \sin t} = -\frac{\cos t}{\sin t}$

বেগম রোকেয়া বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

১৪. নিচের কোনটি 3^x এর অন্তরক-সহগ? [15-16]

- A. $x^3 \ln 3$ B. $3^x \ln x$ C. $8^x \ln x$ D. $3^x \ln 3$

Ans D Solve $\frac{d}{dx} 3^x = 3^x \ln 3$

ভাসানী বিজ্ঞান ও প্রযুক্তি বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

১৫. x এর সাপেক্ষে $a^{\ln(\cos x)}$ অন্তরক কত? [15-16]

- A. $-\cot x a^{\ln(\cos x)}$ B. $-\tan x a^{\ln(\cos x)}$
 C. $\tan x a^{\ln(\cos x)}$ D. $\cot x a^{\ln(\cos x)}$

Ans B Solve $y = a^{\ln(\cos x)}$
 $\frac{dy}{dx} = a^{\ln(\cos x)} \cdot \frac{1}{\cos x} \cdot (-\sin x) \cdot \ln a = -a^{\ln(\cos x)} \cdot \tan x \cdot \ln a$

১৬. $f(x) = 10x - \frac{54}{(5x+4)^{1/2}}$ হলে $f'(1)$ এর মান- [15-16]

- A. 5 B. 10 C. 15 D. 20

Ans C Solve $f(x) = 10x - \frac{54}{(5x+4)^{1/2}}$

$f'(x) = 10 + \frac{54 \cdot \left(\frac{1}{2}\right) \cdot 5}{(5x+4)^{3/2}}$
 $\therefore f'(1) = 10 + \frac{54 \cdot \left(\frac{1}{2}\right) \cdot 5}{(5+4)^{3/2}} = 10 + \frac{27 \times 5}{9^{3/2}} = 15$

১৭. যদি $y = x^2 + 1$ হয়, তবে কোন বিন্দুতে y এর $\frac{dy}{dx}$ এর মান সমান হবে? [15-16]

- A. (2,1) B. (1,1) C. (1,2) D. (-1,0)

Ans C Solve $y = x^2 + 1 \Rightarrow \frac{dy}{dx} = 2x$
 প্রথমত, $x^2 + 1 = 2x \Rightarrow x^2 - 2x + 1 = 0$
 $\Rightarrow (x-1)^2 = 0 \Rightarrow x = 1, y = 1^2 + 1 = 2$
 বিন্দুটি (1,2)

১৮. $\frac{d}{dx}(e^{\sin x^2})$ এর মান কত? [15-16]

- A. $\cos x^2 e^{\sin x^2}$ B. $2x \sin x^2 e^{\sin x^2}$
 C. $x^2 \cos x^2 e^{\sin x^2}$ D. $2x \cos x^2 e^{\sin x^2}$

Ans D Solve $\frac{d}{dx}(e^{\sin x^2}) = e^{\sin x^2} \cdot \cos x^2 \cdot 2x = 2x \cos x^2 \cdot e^{\sin x^2}$

১৯. $y = e^{\sin^{-1} x}$ এবং $z = \log x$ হলে $\frac{dy}{dz} = ?$ [14-15]

- A. $\frac{e^{\sin^{-1} x}}{x\sqrt{1-x^2}}$ B. $xe^{\sin^{-1} x}$ C. $\frac{e^{\sin^{-1} x}}{x\sqrt{1-x^2}}$ D. $\frac{xe^{\sin^{-1} x}}{\sqrt{1-x^2}}$

Ans D Solve $\frac{dy}{dz} = \frac{d(e^{\sin^{-1} x})}{d(\ln x)} = \frac{e^{\sin^{-1} x} \cdot \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}}{\frac{1}{x}} = \frac{xe^{\sin^{-1} x}}{\sqrt{1-x^2}}$

২০. $y = \sin^{-1} x$ হলে $\frac{dy}{dx}$ এর মান কোনটি সঠিক? [14-15; CU 05-06]

- A. $\frac{1}{1-x^2}$ B. $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ C. $\frac{1}{1+x^2}$ D. $\frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$

Ans B Solve $y = \sin^{-1} x \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

২১. $y = \tan(\sin^{-1} x)$ হলে, $\frac{dy}{dx}$ নির্ণয় কর। [A 12-13]

- A. $(1-x^2)^{-1/2}$ B. $(1-x^2)^{-1/2}$ C. $(1-x^2)^{-1/2}$ D. $(1+x^2)^{-1/2}$

Ans C Solve $y = \tan(\sin^{-1} x)$
 $\Rightarrow \frac{dy}{dx} = \sec^2(\sin^{-1} x) \cdot \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
 $= \frac{1}{1-\sin^2(\sin^{-1} x)} \cdot \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} = \frac{1}{1-x^2} \cdot \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} = \frac{1}{(1-x^2)^{3/2}}$

যশোর বিজ্ঞান ও প্রযুক্তি বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

২২. $x = \sin \theta, y = \cos \theta$ হলে নিচের কোনটি সত্য? [15-16]

- A. $\frac{dy}{dx} = -\frac{x}{y}$ B. $\frac{dy}{dx} = \tan \theta$ C. $\frac{dy}{dx} = -\frac{y}{x}$
 D. $\frac{dy}{dx} = -\cot \theta$ E. কোনটিই নয়

Ans A Solve $x = \sin \theta, y = \cos \theta$
 $\frac{dx}{d\theta} = \cos \theta, \frac{dy}{d\theta} = -\sin \theta \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{-\sin \theta}{\cos \theta} = -\frac{y}{x}$

২৩. $\frac{d(\cot^{-1} e^x)}{dx} = ?$ [15-16]

- A. $\frac{e^x}{1+e^{2x}}$ B. $\frac{-e^x}{1+e^{2x}}$ C. $\frac{e^x}{1+e^{2x}}$
 D. $\frac{e^{-2x}}{1+e^{2x}}$ E. $\frac{-e^{-2x}}{1+e^{2x}}$

Ans B Solve $\frac{d}{dx}(\cot^{-1} e^x) = -\frac{e^x}{1+e^{2x}}$

পাবনা বিজ্ঞান ও প্রযুক্তি বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. যদি $y = (x^2 + 1)\tan^{-1}x - x$ হয়, তাহলে $\frac{dy}{dx} = ?$ [15-16]

- A. $2\tan^{-1}x$ B. $x\tan^{-1}x$
C. $\frac{2x}{\tan^{-1}x}$ D. $2x\tan^{-1}x$

Ans D Solve $y = (x^2 + 1)\tan^{-1}x - x$

$$\therefore \frac{dy}{dx} = \frac{x^2 + 1}{1 + x^2} + 2x\tan^{-1}x - 1$$

$$\Rightarrow \frac{dy}{dx} = 1 + 2x\tan^{-1}x - 1 = 2x\tan^{-1}x$$

02. যদি $y = \sin^{-1}[\sin(x + 1)]$ হয়, তবে $\frac{dy}{dx} =$ কত? [14-15]

- A. -1 B. 3 C. 2 D. 1

Ans D Solve $y = \sin^{-1}[\sin(x + 1)] \Rightarrow y = x + 1 \Rightarrow \frac{dy}{dx} = 1$

03. $\frac{d}{dx}((-2)^x) = ?$

- A. $2 \cdot (-2)^x$ B. $-2 \cdot (-2)^x$ C. $(-2)^x$ D. কোনটিই নয়

Ans D Solve $\frac{d}{dx}(-2)^x = (-2)^x \ln(-2) =$ অসঙ্গায়িত

শেরেবাংলা কৃষি বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $f(x) = x + \sin x$ এবং $f'(x) = 0$ হলে x এর মান কত হবে? [14-15]

- A. $\frac{\pi}{2}$ B. $-\pi$
C. π D. $-\frac{\pi}{2}$

Ans C Solve $f(x) = x + \sin x$

$$f'(x) = 1 + \cos x \Rightarrow \cos x = -1 = \cos \pi \Rightarrow x = \pi$$

বঙ্গবন্ধু শেখ মুজিবুর রহমান বিজ্ঞান ও প্রযুক্তি বিশ্ববিদ্যালয় [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $xy = 4$ এবং $\frac{dy}{dx} = 0$ হলে x এর মান নির্ণয় কর। [15-16]

- A. 0 B. 1 C. 4 D. $\frac{1}{4}$
বি.দ্র.: প্রশ্নে ভুল আছে তাই উত্তর নেই।

02. $y = \log_a x$ হলে $\frac{dy}{dx} =$ কত? [14-15, IU 12-13]

- A. $\frac{1}{x}$ B. $\frac{1}{x \log_e a}$ C. $\frac{\log_e a}{x}$ D. a^x

Ans B Solve $y = \log_a x = \log_a e \cdot \ln x \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \log_a e \cdot \frac{1}{x} = \frac{1}{x \log_e a}$

03. যদি $f(x) = \ln x^3$ হয়, তাহলে $f''(3)$ এর মান কত? [14-15]

- A. $-\frac{1}{3}$ B. -1 C. -3 D. 1

Ans A Solve $f(x) = \ln x^3 = 3 \ln x$

$$f'(x) = \frac{3}{x}$$

$$\Rightarrow f''(x) = -\frac{3}{x^2} \Rightarrow f''(3) = -\frac{3}{3^2} = -\frac{1}{3}$$

চট্টগ্রাম ভেটেরিনারী ও এনিম্যাল সাইন্স বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $y = \ln \sec(bx + c)$ হলে $\frac{dy}{dx}$ এর মান কোনটি? [14-15]

- A. $\tan(bx + c)$ B. $b \tan(bx + c)$
C. $c \tan(bx + c)$ D. $b \sec(bx + c)$

Ans B Solve $y = \ln \sec(bx + c)$

$$\Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{1}{\sec(bx + c)} \cdot \sec(bx + c) \tan(bx + c) \cdot b = b \tan(bx + c)$$

বাংলাদেশ কৃষি বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $e^x = \tan y$ হলে, $\frac{dy}{dx}$ এর মান কোনটি? [14-15]

- A. $\frac{e^x}{1 + e^{2x}}$ B. $\frac{1}{1 + e^{2x}}$ C. $\frac{e^{2x}}{1 + e^x}$ D. $\frac{1}{1 + e^x}$

Ans A Solve $e^x = \tan y$

$$\Rightarrow y = \tan^{-1}(e^x) \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{1}{1 + (e^x)^2} \cdot e^x = \frac{e^x}{1 + e^{2x}}$$

সিলেট কৃষি বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $\frac{d}{dx} \{ \tan^{-1}(\sec x + \tan x) \} = ?$ [15-16; IU 01-02]

- A. 0 B. 1 C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{x}{2}$

Ans C Solve $\frac{d}{dx} \tan^{-1}(\sec x + \tan x)$

$$= \frac{1}{1 + (\sec x + \tan x)^2} \times (\sec x \tan x + \sec^2 x)$$

$$= \frac{\sec x \tan x + \sec^2 x}{1 + \sec^2 x + \tan^2 x + 2 \sec x \tan x}$$

$$= \frac{\sec x \tan x + \sec^2 x}{\sec^2 x + \sec^2 x + 2 \sec x \tan x} = \frac{\sec x \tan x + \sec^2 x}{2 \sec^2 x + \sec x \tan x} = \frac{1}{2}$$

IUT ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. If $x = a \cos^3 \theta$ and $y = b \sin^3 \theta$ then $\frac{dy}{dx} = ?$ [14-15]

- A. $-\frac{b}{a} \cot \theta$ B. $\frac{a}{b} \tan \theta$
C. $\frac{a}{b} \cot \theta$ D. $-\frac{b}{a} \tan \theta$

Ans D Solve $y = b \sin^3 \theta$

$$\Rightarrow \frac{dy}{d\theta} = 3b \sin^2 \theta \cos \theta, x = a \cos^3 \theta \Rightarrow \frac{dx}{d\theta} = 3a \cos^2 \theta [-\sin \theta]$$

$$\therefore \frac{dy}{dx} = \frac{\left(\frac{dy}{d\theta}\right)}{\left(\frac{dx}{d\theta}\right)} = \frac{3b \sin^2 \theta \cos \theta}{-3a \cos^2 \theta \sin \theta} = -\frac{b}{a} \tan \theta$$

If $y = \cot^{-1} \frac{x}{e} + \cot^{-1} \frac{e}{x}$ then $\frac{dy}{dx} = ?$ [14-15]

- A. 1 B. 0 C. e D. -1

Ans B Solve $y = \cot^{-1} \frac{x}{e} + \cot^{-1} \frac{e}{x} = \tan^{-1} \frac{e}{x} + \cot^{-1} \frac{e}{x} = \frac{\pi}{2}$
 $\frac{dy}{dx} = 0$

হাজী মোহাম্মদ দানেশ বিজ্ঞান ও প্রযুক্তি বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

১১. $\frac{d}{dx} (\log_e x) = ?$ [14-15]

- A. $\frac{\log_e x}{x}$ B. $\frac{1}{x \ln x}$ C. $\frac{\ln x}{x}$ D. $\frac{-1}{x(\ln x)^2}$

Ans D Solve $\frac{d}{dx} \ln x^e = \frac{d}{dx} \left(\frac{1}{\ln x} \right) = -\frac{1}{(\ln x)^2} \cdot \frac{1}{x} = -\frac{1}{x(\ln x)^2}$

১২. $x + y = xy^2$ হলে $\frac{dy}{dx}$ এর মান কত? [14-15]

- A. $\frac{y^2+1}{1-2xy}$ B. $\frac{y^2-1}{1-2xy}$ C. $\frac{y^2-1}{2-2xy}$ D. $\frac{y^2-1}{-3xy}$

Ans B Solve $x + y = xy^2 \Rightarrow 1 + \frac{dy}{dx} = y^2 + 2xy \frac{dy}{dx}$
 $\Rightarrow \frac{dy}{dx} (1 - 2xy) = y^2 - 1 \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{y^2 - 1}{1 - 2xy}$

বাংলাদেশ টেক্সটাইল বিশ্ব: ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

১৩. যদি $x^p y^q = (x + y)^{p+q}$ হয় তাহলে $\frac{dy}{dx} = ?$ [15-16; IU 11-12; MBSTU A:12-13]

- A. $\frac{x}{y}$ B. $\frac{y}{x}$ C. $\frac{y^2}{x}$ D. $\frac{y}{x^2}$

Ans B Solve $x^p y^q = (x + y)^{p+q}$
 $\Rightarrow p \ln x + q \ln y = (p + q) \ln (x + y)$
 $\Rightarrow \frac{p}{x} + \frac{q}{y} \frac{dy}{dx} = \frac{p+q}{x+y} \left(1 + \frac{dy}{dx} \right)$
 $\Rightarrow \left(\frac{q}{y} - \frac{p+q}{x+y} \right) \frac{dy}{dx} = \frac{p+q}{x+y} - \frac{p}{x}$
 $\Rightarrow \frac{qx + qy - px - qy}{y(x+y)} \frac{dy}{dx} = \frac{px + qx - px - py}{x(x+y)}$
 $\Rightarrow \frac{qx - py}{y} \frac{dy}{dx} = \frac{qx - py}{x} \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{y}{x}$

কুয়েট, কুয়েট, চুয়েট ও কুয়েট ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

১৪. যদি $y = \left(\frac{1}{n} \right)^{\frac{1}{x}}$ হয়, তবে $\frac{dy}{dx}$ এর মান কোনটি? [KUET 15-16]

- A. $\left(\frac{1}{x} \right)^{\frac{1}{n}}$ B. $\frac{1}{nx} (\log_e x - 1)$
 C. $\frac{1}{nx} (\log_e x - 2)$ D. $\left(\frac{1}{x} \right)^{\frac{1}{n}} \left[\frac{1}{n} \left(\frac{\log_e x - 1}{x^2} \right) \right]$
 E. $\left(\frac{1}{x} \right)^{\frac{1}{n}} \left[\frac{1}{n} \left(\frac{\log_e x - 3}{x^2} \right) \right]$

Ans D Solve $y = x^{\frac{1}{n}}$

$\Rightarrow \frac{dy}{dx} = x^{\frac{1}{n}} \frac{d}{dx} \left(-\frac{1}{nx} \ln x \right) = x^{\frac{1}{n}} \left(-\frac{nx \cdot 1 - n \ln x}{n^2 x^2} \right)$
 $= x^{\frac{1}{n}} \left(\frac{\ln x - 1}{n \cdot x^2} \right) = x^{\frac{1}{n}} \left(\frac{\log_e x - 1}{n \cdot x^2} \right) = \left(\frac{1}{x} \right)^{\frac{1}{n}} \left(\frac{\log_e x - 1}{n \cdot x^2} \right)$

১৫. যদি $\sin y = x \sin(a + y)$ হয়, তবে $\frac{dy}{dx}$ এর মান কোনটি? [KUET 14-15]

- A. $\frac{\sin^2(a + y)}{\tan a}$ B. $\frac{\sin^2(a + y)}{\sin a}$ C. $\frac{\sin 2(a + y)}{\cos a}$
 D. $\frac{\sin^2(a + y)}{\sec a}$ E. $\frac{\sin^2(a + y)}{\cos y}$

Ans B Solve $x \sin(a + y) - \sin y = 0$
 $\therefore \frac{dy}{dx} = \frac{-\sin(a + y)}{x \cos(a + y) - \cos y} = \frac{\sin(a + y)}{\sin(a + y) \cos(a + y) - \cos y}$
 $= \frac{\sin^2(a + y)}{\sin(a + y) \cos y - \sin y \cos(a + y)} = \frac{\sin^2(a + y)}{\sin a}$

১৬. যদি $x = \tan^{-1} \sqrt{\frac{1 - \cos \theta}{1 + \cos \theta}}$ এবং $y = \tan^{-1} \frac{\cos \theta}{1 + \sin \theta}$ হয়, তাহলে

- $\frac{dy}{dx}$ এর মান কত? [CUET 14-15]
 A. -1 B. 1 C. ± 1 D. 0

Ans A Solve
 $x = \tan^{-1} \sqrt{\frac{1 - \cos \theta}{1 + \cos \theta}} \Rightarrow x = \tan^{-1} \sqrt{\tan^2 \frac{\theta}{2}} = \tan^{-1} \tan \frac{\theta}{2} = \frac{\theta}{2}$
 $y = \tan^{-1} \frac{\cos \theta}{1 + \sin \theta} = \tan^{-1} \frac{\sin(\frac{\pi}{2} - \theta)}{1 + \cos(\frac{\pi}{2} - \theta)} = \tan^{-1} \tan \frac{1}{2} (\frac{\pi}{2} - \theta) = \frac{1}{2} (\frac{\pi}{2} - \theta) = \frac{\pi}{4} - \frac{\theta}{2} \dots (ii)$

(i) ও (ii) হতে পাই- $y = \frac{\pi}{4} - x \therefore \frac{dy}{dx} = -1$

১৭. $y = \sin^2 2x + e^{2 \log \cos 2x}$ হলে $\frac{dy}{dx}$ এর মান কোনটি? [KUET 13-14]

- A. 0 B. -1 C. 1 D. -2 E. 2

Ans A Solve $y = \sin^2 2x + e^{2 \log \cos 2x} = \sin^2 2x + e^{\log(\cos 2x)^2}$
 $= \sin^2 2x + \cos^2 2x = 1 \therefore \frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx} (1) = 0$

১৮. যদি $y = \sin^{-1} x$ হয়, তবে $\frac{y_1}{y_2}$ এর মান কোনটি? [RUET 14-15]

- A. $\frac{1}{1-x^2}$ B. $\frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$ C. $\frac{x}{1-x^2}$
 D. $\frac{x}{2\sqrt{1-x^2}}$ E. $\frac{2x}{\sqrt{1-x^2}}$

Ans Blank Solve $y = \sin^{-1} x \Rightarrow y_1 = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
 $y_2 = \frac{\sqrt{1-x^2} \times 0 - 1 \cdot (-2x)}{(1-x^2)^2} = \frac{2x}{(1-x^2)\sqrt{1-x^2}}$
 $\therefore \frac{y_1}{y_2} = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \times \frac{(1-x^2)\sqrt{1-x^2}}{2x} = \frac{1-x^2}{2x} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1-x^2}{x}$

SELF TEST

১১. $\frac{d}{dx} \left(\frac{x^2}{x^2-4} \right) = ?$
 A. $\frac{-8x}{(x^2-4)^2}$ B. $\frac{8x}{(x-4)^2}$ C. $\frac{x}{(x-4)^2}$ D. $\frac{8}{(x-4)}$
১২. $\{5e^x \ln(x)\}$ এর অন্তরক সহগ নির্ণয় কর।
 A. $5e^x \cdot (x > 0)$ B. $e^x \left(\frac{1}{x} + \ln x \right), (x > 0)$
 C. $5e^x \left(\frac{1}{x} + \ln x \right), (x > 0)$ D. $5e^x \left(\frac{1}{x} - 2 \ln x \right), (x > 0)$
১৩. $\frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x-1}}$ এর অন্তরক নির্ণয় কর।
 A. $\frac{1}{(\sqrt{x-1})^2}$ B. $\frac{-1}{\sqrt{x}}$ C. $\frac{-1}{(1-\sqrt{x})^2}$ D. $\frac{-1}{\sqrt{x}(\sqrt{x-1})^2}$
১৪. $y = \sqrt{(1-x)(1+x)}$ হলে, $\frac{dy}{dx} = ?$
 A. $\frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$ B. $\frac{-x}{\sqrt{x^2-1}}$ C. $\frac{-x}{\sqrt{1-x^2}}$ D. None
১৫. $y = \tan(m \tan^{-1} x)$ হলে $\frac{dy}{dx}$ এর মান নির্ণয় কর।
 A. $\frac{m(1+y^2)}{1+x^2}$ B. $m(1+x^2)$ C. $\frac{(1+y^2)}{m(1+x^2)}$ D. $m(1+y^2)$
১৬. $y = 2x^0 \cos 3x^0$ হলে, $\frac{dy}{dx} = ?$
 A. $\cos \frac{\pi x}{60} - \frac{\pi x}{60} \sin \frac{\pi x}{60}$ B. $\frac{\pi}{90} \left\{ \cos \frac{\pi x}{60} - \frac{\pi x}{60} \sin \frac{\pi x}{60} \right\}$
 C. $\frac{\pi x}{90} \left\{ \cos \frac{\pi x}{60} - \frac{\pi x}{60} \sin \frac{\pi x}{60} \right\}$ D. $\frac{\pi}{90} \left\{ \cos \frac{\pi x}{60} + \frac{\pi x}{60} \sin \frac{\pi x}{60} \right\}$
১৭. $y = a^{\sin^{-1} x}$ হলে, $\frac{dy}{dx} = ?$
 A. $\frac{\ln a}{\sqrt{1-x^2}}$ B. $\frac{a^{\sin^{-1} x}}{\sqrt{1-x^2}}$ C. $\frac{a^{\sin^{-1} x} \cdot \ln a}{\sqrt{1+x^2}}$ D. $\frac{a^{\sin^{-1} x} \cdot \ln a}{\sqrt{1-x^2}}$
১৮. যদি $x = e^t \cos t$ এবং $y = e^t \sin t$ হয় তবে $\frac{dy}{dx}$ এর মান নির্ণয় কর।
 A. $\frac{\cos t - \sin t}{\cos t + \sin t}$ B. $\frac{\cos t + \sin t}{\cos t - \sin t}$ C. $\frac{\cos t + \sin t}{\sin t - \cos t}$ D. $\frac{\sin t - \cos t}{\cos t + \sin t}$
১৯. $\tan y = \frac{2t}{1-t^2}$ এবং $\sin x = \frac{2t}{1+t^2}$ হলে, $\frac{dy}{dx} = ?$
 A. 1 B. 0 C. 1/2 D. 2
২০. x^{x^2} এর অন্তরক নির্ণয় কর।
 A. $x^{x^2} \cdot x(1+2 \ln x)$ B. x
 C. x^{x^2} D. x^2
২১. $y = \cos \left\{ 2 \tan^{-1} \sqrt{\frac{1-x}{1+x}} \right\}$ হলে, $\frac{dy}{dx} = ?$
 A. 0 B. 2 C. 1 D. 4

১২. $x^y = y^x$ হলে, $\frac{dy}{dx} = ?$
 A. $\frac{x(x \ln y - y)}{y(y \ln x - x)}$ B. $\frac{y(y \ln x - x)}{x(y \ln x - x)}$
 C. $\frac{x(x \ln y - x)}{x(y \ln x - x)}$ D. $\frac{y(x \ln y - y)}{x(y \ln x - x)}$
১৩. $x^a y^b = (x-y)^{a+b}$ হলে, $\frac{dy}{dx} = ?$
 A. $-\frac{y}{x}$ B. $\frac{a+b}{a-b}$ C. $\frac{y}{x}$ D. $\frac{ab}{y+x}$
১৪. $5e^x \log_a x$ এর অন্তরক নির্ণয় কর।
 A. $5e^x \left(\frac{1}{x} \log_a e + \log_a x \right)$ B. $5e^x \left(\log_a e + \frac{1}{x} \log_a x \right)$
 C. $e^x \left(\frac{1}{x} \log_a e + \log_a x \right)$ D. $5e^x \left(\frac{1}{x} \log_a e + \frac{1}{x} \log_a x \right)$
১৫. $\ln(\cos x)$ এর অন্তরক নির্ণয় কর।
 A. $-\sin x$ B. $-\tan x$ C. $-\sin x \cos x$ D. $\tan x$
১৬. $\sin^{-1} 3x$ এর অন্তরক নির্ণয় কর।
 A. $\frac{1}{\sqrt{1-9x^2}}$ B. $\frac{3}{\sqrt{1-3x^2}}$ C. $\frac{9}{\sqrt{1-3x^2}}$ D. $\frac{3}{\sqrt{1-9x^2}}$
১৭. $\tan^{-1}(ax)$ এর অন্তরক নির্ণয় কর।
 A. $\frac{a}{1+a^2 x^2}$ B. $\frac{a}{1+ax}$ C. $\frac{a}{1-a^2 x^2}$ D. $\frac{a}{1-ax}$
১৮. $\tan(\sin^{-1} x)$ এর অন্তরক নির্ণয় কর।
 A. $(1-x^2)^{-1/2}$ B. $(1-x)^{-3/2}$ C. $(1-x^2)^{-3/2}$ D. $x^{-3/2}$
১৯. $(x^2+1) \tan^{-1} x - x$ এর অন্তরক নির্ণয় কর।
 A. $2x \sin^{-1} x$ B. $x \tan^{-1} x$ C. $2x \cos^{-1} x$ D. $2x \tan^{-1} x$
২০. $\frac{dy}{dx}$ নির্ণয় কর: $x = a \cos^3 \theta, y = b \sin^3 \theta$
 A. $\frac{b}{a} \tan \theta$ B. $-\frac{b}{a} \sin \theta$ C. $-\frac{b}{a} \cos \theta$ D. $-\frac{b}{a} \tan \theta$

OMR

01. A B C D	05. A B C D	09. A B C D	13. A B C D
02. A B C D	06. A B C D	10. A B C D	14. A B C D
03. A B C D	07. A B C D	11. A B C D	15. A B C D
04. A B C D	08. A B C D	12. A B C D	16. A B C D
17. A B C D	18. A B C D	19. A B C D	20. A B C D

Answer with Hints

01 A: Hints: Type-03, Prob-02	02 C: Hints: Type-02
03 D: Hints: Type-03, Prob-06	04 C: Hints: Type-02
05 A: Hints: Type-06	06 D: Hints: Type-02
07 B: Hints: Type-06	08 B: Hints: Type-05
09 A: Hints: Type-05	10 D: Hints: Type-07
11 C: Hints: Type-06	12 C: Hints: Type-07
13 C: Hints: Type-07	14 A: Hints: Type-02
15 B: Hints: Type-01	16 D: Hints: Type-01
17 A: Hints: Type-01	18 C: Hints: Type-01
19 D: Hints: Type-02	20 D: Hints: Type-05

৩য় অংশ: পর্যায়ক্রমিক অন্তরীকরণ

এক নজরে এই অংশের গুরুত্বপূর্ণ তথ্যাবলি

□ কোন ফাংশন $y = f(x)$ এর প্রথম অন্তরক $\frac{dy}{dx}$, $f'(x)$, y_1 বা y' প্রতীক দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

□ প্রথম অন্তরক সাধারণত x এর একটি ফাংশন x এর এই নতুন ফাংশনের অন্তরককে $f(x)$ এর দ্বিতীয় অন্তরক বলা হয়।

দ্বিতীয় অন্তরককে $\frac{d^2y}{dx^2}$, $f''(x)$, y_2 বা y'' দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

□ অনুরূপভাবে $f(x)$ এর n তম অন্তরক $\frac{d^n y}{dx^n}$, $f^n(x)$ বা y_n প্রতীক দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

কতগুলো বিশেষ ফাংশনের n তম অন্তরক :

(i) $y = x^n$ যেখানে n ধনাত্মক পূর্ণ সংখ্যা
 $\therefore y_n = n! \therefore y_{n+1} = 0, y_{n+2} = 0$

(ii) $y = (ax + b)^m$, যেখানে m যেকোন সংখ্যা

$$\therefore y_n = \frac{m!}{(m-n)!} a^n (ax+b)^{m-n} \quad [\therefore m > n]$$

$$m = n \text{ হলে, } y_n = n! a^n, \quad m < n \text{ হলে, } y_n = 0$$

(iii) $y = e^{ax} \therefore y_n = a^n e^{ax}$

(iv) $y = a^{mx}$ হলে $y_n = (m \ln a)^n \cdot a^{mx}$

$$(v) y = \frac{1}{x+a} \therefore y_n = \frac{(-1)^n n!}{(x+a)^{n+1}}$$

$$(vi) y = \ln(x+a) \therefore y_n = \frac{(-1)^{n-1} (n-1)!}{(x+a)^n}$$

$$(vii) y = \ln(ax+b) \therefore y_n = \frac{(-1)^{n-1} (n-1)! a^n}{(ax+b)^n}$$

$$(viii) y = \sin(ax+b) \therefore y_n = a^n \sin\left(\frac{n\pi}{2} + ax + b\right)$$

$$(ix) y = \cos(ax+b) \therefore y_n = a^n \cos\left(\frac{n\pi}{2} + ax + b\right)$$

$$(x) y = x^n \ln x \text{ হলে, } y_{n+1} = \frac{n!}{x}$$

এ অধ্যায়ের গাণিতিক সমস্যাসমূহকে নিম্নোক্ত Type-এ অন্তর্ভুক্ত করা যায়

Type-01: e^x এবং a^x এর পর্যায়ক্রমিক অন্তরক সংক্রান্ত

➤ $y = e^{mx}$ হলে, এর n তম অন্তরক, $y_n = m^n e^{mx}$

➤ $y = a^x$ হলে, $y_n = a^x (\log_e a)^n$

Prob 01 $y = e^{4x}$ হলে, $y_3 = ?$

$$\text{Sol: সূত্রমতে, } y_3 = 4^3 \cdot e^{4x} \quad \begin{cases} m = 4 \\ n = 3 \end{cases}$$

Prob 02 $y = 10 e^{9x}$ হলে, $y_6 = ?$

$$\text{Sol: } 10 \cdot 9^6 e^{9x} \quad [\text{এখানে, } m = 9, n = 6]$$

Prob 03 $y = 9^x$ হলে, $y_7 = ?$

$$\text{Sol: } y_7 = 9^x (\log_e 9)^7$$

For Practice :

1. $y = 5^x$ হলে, $y_n = ?$

$$\text{Ans: } y_n = 5^x (\log_e 5)^n$$

Type-02: $\sin x$ এর পর্যায়ক্রমিক অন্তরক সংক্রান্ত

➤ $y = \sin x$ হলে, y এর n তম অন্তরক, $y_n = \sin\left(\frac{n\pi}{2} + x\right)$

➤ $y = \sin(mx)$ হলে, y এর n তম অন্তরক, $y_n = m^n \cdot \sin\left(\frac{n\pi}{2} + mx\right)$

Prob 01 $y = \sin 5x$ হলে, $y_6 = ?$

$$\text{Sol: এখানে, } m = 5, \text{ এবং } n = 6$$

$$\therefore y_6 = 5^6 \sin\left(\frac{6\pi}{2} + 5x\right) = 5^6 \sin(3\pi + 5x)$$

Prob 02 $y = 6\sin x - 8\sin^3 x$ হলে, $y_n = ?$

$$\text{Sol: } y = 2(3\sin x - 4\sin^3 x) \Rightarrow y = 2 \cdot \sin 3x$$

$$\therefore y_n = 2 \cdot 3^n \left(\frac{n\pi}{2} + 3x\right) \quad [\therefore n = n, m = 3]$$

For Practice :

1. $y = \sin 2x$ হলে, $y_3 = ?$

$$\text{Ans: } y_3 = 2^3 \sin\left(\frac{3\pi}{2} + 2x\right)$$

2. $y = \sin x$ হলে, $y_4 = ?$

$$\text{Ans: } \sin(2\pi + x)$$

Type-03: $\cos x$ এর পর্যায়ক্রমিক অন্তরক সংক্রান্ত

➤ $y = \cos x$ হলে, $y_n = \cos\left(\frac{n\pi}{2} + x\right)$

➤ $y = \cos mx$ হলে, $y_n = m^n \cos\left(\frac{n\pi}{2} + mx\right)$

Prob 01 $y = \cos 4x$ হলে, $y_2 = ?$

$$\text{Sol: এখানে, } m = 4 \text{ এবং } n = 2$$

$$\therefore y_2 = 4^2 \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{2} + 4x\right) \therefore y_2 = 16 \cos(\pi + 4x)$$

Prob 02 $y = \cos bx$ হলে, $y_n = ?$

$$\text{Sol: } y_n = b^n \cos\left(\frac{n\pi}{2} + bx\right)$$

For Practice :

1. $y = \cos x$ হলে, $y_7 = ?$

$$\text{Ans: } \cos\left(\frac{7\pi}{2} + x\right)$$

2. $y = \cos 5x$ হলে $y_n = ?$

$$\text{Ans: } y_n = 5^n \cos\left(\frac{n\pi}{2} + 5x\right)$$

Type-04: গুণফল সংক্রান্ত পর্যায়ক্রমিক অন্তরীকরণ

Prob 01 $y = e^x \sin x$ হলে, $y_2 = ?$

Sol: $y_1 = e^x \sin x + e^x \cos x = e^x (\sin x + \cos x)$
 $y_2 = e^x (\sin x + \cos x) + e^x (\cos x - \sin x)$
 $= e^x (\sin x + \cos x + \cos x - \sin x) = 2e^x \cdot \cos x$

Prob 02 $y = e^x \cos x$ হলে, $y_2 = ?$

Sol: $y_1 = e^x \cos x - e^x \sin x$
 $y_2 = (e^x \cos x - e^x \sin x) - (e^x \cos x + e^x \sin x)$
 $= e^x \cos x - e^x \sin x - e^x \cos x - e^x \sin x = -2 e^x \sin x$

For Practice :

01. $y = e^x \cos x$ হলে, $y_2 = ?$

Ans: $-2 e^x \sin x$

Type-05: $\log_e x$ এবং $e^{ax} \sin bx$ ও $e^{ax} \cos bx$ এর পর্যায়ক্রমিক অন্তরক সংক্রান্ত

$y = \log_e x$ হলে, $y_n = (-1)^{n-1} (n-1)! x^{-n}$

Prob 01 $y = \log_e (\cos x)$ হলে, $y_3 = ?$

Sol: এখানে, $n = 3$

$\therefore y_3 = (-1)^{3-1} (3-1)! (\cos x)^{-3} \cdot \frac{d}{dx} (\cos x)$
 $= -2 \frac{1}{\cos^3 x} \cdot \sin x = -2 \frac{\sin x}{\cos^3 x}$

$y = e^{ax} \sin bx$ হলে, $y_n = (\sqrt{a^2 + b^2})^n \sin(bx + \tan^{-1} \frac{b}{a})$

$y = e^{ax} \cos bx$ হলে, $y_n = (\sqrt{a^2 + b^2})^n \cos(bx + \tan^{-1} \frac{b}{a})$

Type-06: x^{-1} বা $\frac{1}{x}$ এর পর্যায়ক্রমিক অন্তরক সংক্রান্ত

$y = x^{-1}$ বা $\frac{1}{x}$ হলে, $y_n = (-1)^n n! x^{-(n+1)} \frac{d(x)}{dx}$

Prob 01 $y = \frac{1}{mx+n}$ হলে, $y_3 = ?$

Sol: $y_3 = (-1)^3 \cdot 3! \cdot (mx+n)^{-4} \cdot m^3$

Type-07: ভাগফল সংক্রান্ত পর্যায়ক্রমিক অন্তরীকরণ

Prob-01 $y = \frac{\ln(x)}{x}$ হলে $y_2 = ?$

Sol: $y = \frac{\ln(x)}{x} \Rightarrow y_1 = \frac{x \cdot \frac{1}{x} - \ln x}{x^2} \Rightarrow y_1 = \frac{1 - \ln x}{x^2}$
 $\Rightarrow y_2 = \frac{x^2 \frac{d}{dx} (1 - \ln x) - (1 - \ln x) \frac{d}{dx} x^2}{x^4} = \frac{x^2 \left(-\frac{1}{x}\right) - (1 - \ln x) 2x}{x^4}$
 $= \frac{-x - 2x + 2x \ln x}{x^4} = \frac{-3x + 2x \ln x}{x^4} = \frac{2 \ln x - 3}{x^3}$ **Ans.**

For Practice :

(i) $\frac{x^2+1}{(x-1)(x-2)(x-3)}$ **Ans.** $(-1)^n n! \left\{ \frac{1}{(x-1)^{n+1}} - \frac{5}{(x-2)^{n+1}} + \frac{5}{(x-3)^{n+1}} \right\}$

ঢাকা বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
 [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $f(x) = \tan^{-1} x$ হলে $f''(0)$ এর মান কত? [14-15]

- A. 0
 B. 1
 C. $\frac{\pi}{2}$
 D. $\frac{\pi}{4}$

Ans A Solve $f(x) = \tan^{-1} x \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{1+x^2}$
 $\Rightarrow f''(x) = \frac{-2x}{(1+x^2)^2} \therefore f''(0) = 0$

02. $\sin(ax + b)$ এর n তম অন্তরক হবে- [12-13]

- A. $a^n \sin\left(\frac{\pi}{2}n + ax + b\right)$
 B. $a^n \cos\left(\frac{\pi}{2}n + ax + b\right)$
 C. $(-1)^n a^n \sin(ax + b)$
 D. $(-1)^n a^n \cos(ax + b)$

Ans A Solve $\frac{d}{dx} \{\sin(ax + b)\} = a \cos(ax + b)$

$\frac{d^2}{dx^2} \{\sin(ax + b)\} = -a^2 \sin(ax + b)$

$\frac{d^3}{dx^3} \{\sin(ax + b)\} = -a^3 \cos(ax + b)$

$\therefore \frac{d^n}{dx^n} \{\sin(ax + b)\} = a^n \sin\left(\frac{\pi}{2}n + ax + b\right)$

03. $y = \frac{x+1}{x}$ হলে- [08-09]

- A. $x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} = 1$
 B. $\frac{d^2 y}{dx^2} 2x^4 = 3x + 2$
 C. $x^3 \frac{d^2 y}{dx^2} = 2$
 D. $\frac{dy}{dx} = \frac{2x+1}{x^2}$

Ans C Solve $y = \frac{x+1}{x} = 1 + \frac{1}{x} \therefore \frac{dy}{dx} = -\frac{1}{x^2}$

Again, $\frac{d^2 y}{dx^2} = 2 \frac{1}{x^3} \therefore x^3 \frac{d^2 y}{dx^2} = 2$

04. $y = x^{\frac{1}{3}} + x^{-\frac{1}{3}}$ হলে, $3(y^2 - 1) \frac{dy}{dx}$ সমান- [04-05]

- A. $1 + \frac{1}{x^2}$
 B. $\frac{1}{x^2}$
 C. $1 - \frac{1}{x^2}$
 D. $-\frac{1}{x^2}$

Ans C Solve $y = x^{\frac{1}{3}} + x^{-\frac{1}{3}}$

$\Rightarrow y^3 = x + x^{-1} + 3 \left(x^{\frac{1}{3}} + x^{-\frac{1}{3}} \right)$

$\Rightarrow y^3 - 3y = x + \frac{1}{x} \Rightarrow 3y^2 \frac{dy}{dx} - 3 \frac{dy}{dx} = 1 - \frac{1}{x^2}$

$\therefore 3(y^2 - 1) = 1 - \frac{1}{x^2}$

09. $y = x(x^2-5)$ হলে, $\frac{d^3y}{dx^3}$ এর মান- [05-06]

- A. 2 B. 4 C. 6 D. 10 E. 12

Ans C Solve $y = x(x^2-5) \Rightarrow \frac{dy}{dx} = 3x^2-5 \Rightarrow \frac{d^2y}{dx^2} = 6x \Rightarrow \frac{d^3y}{dx^3} = 6$

10. যদি $y = mx + \frac{n}{x}$ হয়, তবে $x^2y_2 + xy_1 = ?$ [05-06]

- A. y B. x C. $\frac{1}{x}$
D. $\frac{1}{y}$ E. xy

Ans. A

11. $y = x^{\frac{1}{2}} + x^{-\frac{1}{2}}$ হলে, $3(y^2-1)\frac{dy}{dx}$ সমান- [04-05]

- A. $1 - \frac{1}{x^2}$ B. $-\frac{1}{x^2}$ C. $1 + \frac{1}{x^2}$ D. $\frac{1}{x^2}$

Ans. A

12. $y = \frac{x^2-1}{x}$ হলে, $\frac{d^3y}{dx^3} = ?$ [F 03-04]

- A. $-3x^{-4}$ B. $3x^4$ C. $-6x^4$ D. $6x^{-4}$

Ans D Solve $y = \frac{x^2-1}{x} \Rightarrow y = x - \frac{1}{x} \Rightarrow y_1 = 1 + \frac{1}{x^2}$
 $\Rightarrow y_2 = -2x^{-3} \Rightarrow y_3 = 6x^{-4}$

খুলনা বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $y = x^3 \log x$ হলে $\frac{d^4y}{dx^4}$ এর মান কত? [15-16; PUST 15-16]

- A. $\frac{6}{x}$ B. $\frac{x}{6}$ C. $6x \log x$ D. $6 \log x$

Ans A Solve $y = x^3 \log x$
 $\Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{x^3}{x} + 3x^2 \log x \Rightarrow \frac{d^2y}{dx^2} = 2x + 3 \frac{3x^2}{x} + 6x \log x$
 $\Rightarrow \frac{d^2y}{dx^2} = 2x + 3x + 6x \log x \Rightarrow \frac{d^3y}{dx^3} = 5x + 6x \log x$
 $\Rightarrow \frac{d^3y}{dx^3} = 5 + 6 \log x + \frac{6x}{x} \Rightarrow \frac{d^3y}{dx^3} = 5 + 6 \log x + 6 \Rightarrow \frac{d^4y}{dx^4} = \frac{6}{x}$

02. যদি $y = x^2 \log x$ হয়, তবে y_3 এর মান হলো- [A 12-13]

- A. $7x$ B. $9x$ C. $2x + 3$ D. $3x + 5$ E. $2/x$

Ans E Solve $y = x^2 \log x$
 $y_1 = 2x \log x + x^2 \frac{1}{x} \Rightarrow y_2 = 2x \cdot \frac{1}{x} + 2 \log x + 1 \therefore y_3 = \frac{2}{x}$

03. যদি $x = a(\theta + \sin \theta)$, $y = a(1 - \cos \theta)$ হয়, তবে $\frac{d^2y}{dx^2}$ এর মান হলো-

- [A 12-13]
A. $\frac{a}{(1 + \cos \theta)^2}$ B. $\frac{a}{(1 - \cos \theta)^2}$ C. $-\cot \theta$
D. $\frac{1}{a(1 + \cos \theta)^2}$ E. $\frac{1}{(1 + \cos \theta)^2}$

Ans C Solve $\frac{dx}{d\theta} = a + a \cos \theta \Rightarrow \frac{d^2x}{d\theta^2} = -a \sin \theta$

Again, $\frac{dy}{d\theta} = a \sin \theta \Rightarrow \frac{d^2y}{d\theta^2} = a \cos \theta$

$\therefore \frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{\cos \theta}{\sin \theta} = -\cot \theta$

04. $y = \log(\sin x)$ হলে, $\frac{d^2y}{dx^2}$ এর মান কত? [10-11]

- A. $-\frac{1}{\sin^2 x}$ B. $\cot x$ C. $\operatorname{cosec}^2 x$ D. $\tan x$

Ans A Solve $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{\sin x} \cos x = \cot x = \frac{d^2y}{dx^2} = -\operatorname{cosec}^2 x = -\frac{1}{\sin^2 x}$

শাহজালাল বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $y = \sin 2x$ এর 99-তম অন্তরকসহগ কত? [14-15]

- A. $2^{99} \cos 2x$ B. $2^{99} \sin 2x$ C. $-2^{99} \cos 2x$
D. $-2^{99} \sin 2x$ E. $2^{99} \sin 2x \cos 2x$

Ans C Solve $y = \sin 2x$
 $\Rightarrow y_{99} = 2^{99} \sin(99 \cdot \frac{\pi}{2} + 2x) = 2^{99} \sin(50\pi - \frac{\pi}{2} + 2x)$
 $= 2^{99} \sin(-\frac{\pi}{2} + 2x) = -2^{99} \sin(\frac{\pi}{2} - 2x) = -2^{99} \cos 2x$

02. $y = 3x^2$ যদি $2x^2y'' + 5xy' + ky = 0$ সমীকরণের সমাধান হয়, তবে k এর মান কত? [B 12-13]

- A. -10 B. 10 C. 5/2 D. -14 E. 14

Ans D Solve $y = 3x^2 \Rightarrow y' = 6x \Rightarrow y'' = 6$
 $\therefore 2x^2 \cdot 6 + 5x \cdot 6x + k \cdot 3x^2 = 0 \Rightarrow 12x^2 + 30x^2 + 3x^2k = 0$
 $\Rightarrow 42 + 3k = 0 \Rightarrow k = -14$

ইসলামী বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $y = \frac{1}{x}$ হলে $y_{15} = ?$ [14-15]

- A. $\frac{-15!}{x^{16}}$ B. $\frac{15!}{x^{15}}$ C. $\frac{14!}{x^{15}}$ D. $\frac{14!}{x^{16}}$

Ans A Solve $y = \frac{1}{x} \Rightarrow y_n = (-1)^n \frac{n!}{x^{n+1}}$ [সূত্রমতে]
 $\therefore y_{15} = (-1)^{15} \frac{15!}{x^{16}} = -\frac{15!}{x^{16}}$

02. যদি $x = \tan(\ln y)$ হয় তবে $\frac{y_2}{y_1}$ এর মান কত? [14-15; KUET 10-11]

- A. $\frac{1+x^2}{2x-1}$ B. $\frac{2x-1}{1+x^2}$ C. $\frac{1+x^2}{2x+1}$ D. $\frac{1-2x}{1+x^2}$

Ans D Solve $x = \tan(\ln y) \Rightarrow \tan^{-1} x = \ln y \Rightarrow y = e^{\tan^{-1} x}$
 $\therefore y_1 = +e^{\tan^{-1} x} \cdot \frac{1}{1+x^2} \Rightarrow y_1 = \frac{y}{1+x^2} \Rightarrow (1+x^2)y_1 = y$
 $\Rightarrow (1+x^2)y_2 + 2xy_1 = y_1 \Rightarrow (1+x^2)y_2 = -(2x-1)y_1$
 $\Rightarrow \frac{y_2}{y_1} = -\frac{2x-1}{1+x^2} = \frac{-2x+1}{1+x^2} = \frac{1-2x}{1+x^2}$

03. x এর সম্পর্ক $(2x-5)^3$ এর তৃতীয় অন্তরক- [13-14, 11-12]

- A. 84 B. 42 C. 50 D. 48

Ans D Solve $y = (2x-5)^3$
 $y_1 = 3(2x-5)^2 \times 2 = 6(2x-5)^2$
 $y_2 = 12(2x-5) \times 2 = 24(2x-5)$
 $y_3 = 24 \times 2 = 48$

জাঙ্গানী বিজ্ঞান ও প্রযুক্তি বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

০১. $y = \frac{1}{x}$ হলে $y_{98} =$ কত? [15-16]

- A. $\frac{98!}{x^{99}}$ B. $\frac{-98!}{x^{99}}$ C. $\frac{99!}{x^{99}}$ D. $\frac{98!}{x^{99}}$

Ans D Solve $y = \frac{1}{x}$ সূত্রমতে, $y_{98} = (-1)^{98} \frac{98!}{x^{99}} = \frac{98!}{x^{99}}$

০২. $y = \tan x$ হলে $\frac{d^2y}{dx^2} =$ কত? [15-16]

- A. $1 + y^2$ B. y^2 C. $y(1 + y^2)$ D. $2y(1 + y^2)$

Ans D Solve $y = \tan x \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \sec^2 x$

$\Rightarrow \frac{d^2y}{dx^2} = 2 \sec x \cdot \sec x \tan x = 2 \sec^2 x \tan x$
 $= 2 \tan x (1 + \tan^2 x) = 2y(1 + y^2)$

পাবনা বিজ্ঞান ও প্রযুক্তি বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

০১. যদি $y = Ae^{kx} + Be^{-kx}$ হয়, তবে কোনটি সত্য? [15-16]

- A. $y_2 = k^2 y$ B. $y_2 = 2ky$ C. $y_2 = ky_1$ D. $y_2 - k^2 y_1 = 0$

Ans A Solve $y = Ae^{kx} + Be^{-kx}$
 $\Rightarrow y = KAe^{kx} - KBe^{-kx} \Rightarrow y_2 = K^2 Ae^{kx} + K^2 Be^{-kx}$
 $= K^2 (Ae^{kx} + Be^{-kx}) = k^2 y$

০২. $f(x) = \cos \theta$ হলে $f^{19}(0)$ এর মান হবে- [15-16]

- A. 0 B. 1 C. -1 D. $\sqrt{2}$

Ans A Solve $f(x) = \cos \theta \Rightarrow f^{19}(0) = \cos\left(\frac{19\pi}{2} + \theta\right)$

$\Rightarrow f^{19}(0) = \cos\left(\frac{19\pi}{2}\right) = \cos\left(8\pi + \frac{3\pi}{2}\right) = \cos\left(\frac{3\pi}{2}\right) = 0$

০৩. যদি $y = x^{30}$ হয়, $\frac{d^{40}y}{dx^{40}}$ এর মান কত হবে? [15-16]

- A. 0 B. 1 C. 30! D. 30×10^{-10}

Ans A Solve $y = x^{30}$
 $\Rightarrow \frac{d^{40}y}{dx^{40}} = \frac{d^{40}x^{30}}{dx^{40}} = 0$ কারণ $40 > 30$

০৪. $y = x^n$ ফাংশনের $n + 1$ তম অন্তরক সহগ হবে- [14-15]

- A. 0 B. $(n - 1)!$ C. $n!$ D. $(n + 1)!$

Ans A Solve $y = x^n$, ফাংশনের $(n + 1)$ তম অন্তরক সহগ = 0, কারণ x এর ঘাত $n < n + 1$ বলে।

০৫. $y = x^n$ হলে $y_{n+1} = ?$ [14-15]

- A. 1 B. 0 C. $n!$ D. 1

Ans B Solve $y = x^n, y_{n+1} = 0 \therefore$ ঘাত $n < n + 1$

বঙ্গবন্ধু শেখ মুজিবুর রহমান বিজ্ঞান ও প্রযুক্তি বিশ্ববিদ্যালয় [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

০১. $y = x^2 \ln x$ হলে $\frac{d^2y}{dx^2} =$ কত? [14-15; JUST 12-13; RU-09-10, BAU 14-15]

- A. $-\frac{x}{2}$ B. $\frac{2}{x}$ C. $-\frac{2}{x}$ D. $\frac{x}{2}$

Ans B Solve $y = x^2 \ln x$

$\Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{x^2}{x} + 2x \ln x \Rightarrow \frac{dy}{dx} = x + 2x \ln x$

$\Rightarrow \frac{d^2y}{dx^2} = 1 + \frac{2x}{x} + 2 \ln x \Rightarrow \frac{d^2y}{dx^2} = 3 + 2 \ln x \Rightarrow \frac{d^2y}{dx^2} = \frac{2}{x}$

বাংলাদেশ কৃষি বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

০১. $\frac{1}{x}$ এর n তম অন্তরক সহগ কত? [14-15; IU 03-04, 10-11]

- A. $\frac{n!}{x^{n+1}}$ B. $\frac{(-1)^n n!}{x^n}$ C. $\frac{(-1)^{n-1} n!}{x^{n-1}}$ D. $\frac{(-1)^n n!}{x^{n-1}}$

Ans D Solve $y = \frac{1}{x} \Rightarrow y_n = \frac{(-1)^n n!}{x^{n+1}}$ সূত্রানুসারে

০২. $x + \frac{1}{x}$ হলে, $\frac{d^2y}{dx^2}$ এর মান কোনটি? [14-15]

- A. $25x^5$ B. $\frac{1}{x^3}$ C. $-\frac{1}{x^3}$ D. $\frac{25}{x^3}$

Ans D Solve $x = \frac{1}{x} \Rightarrow \frac{dy}{dx} = -\frac{1}{x^2} \Rightarrow \frac{d^2y}{dx^2} = \frac{2}{x^3}$

$\Rightarrow \frac{d^2y}{dx^2} = \frac{-2 \times 3}{x^4} \Rightarrow \frac{d^2y}{dx^2} = \frac{2 \times 3 \times 4}{x^5} = \frac{24}{x^5}$

বাংলাদেশ টেক্সটাইল বিশ্ব: ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

০১. যদি $y = x^2 \ln x$ হয়, তবে $\frac{d^2y}{dx^2}$ এর মান কত? [15-16]

- A. $-\frac{x}{2}$ B. $\frac{x}{2}$ C. $-\frac{2}{x}$ D. $\frac{2}{x}$

Ans D Solve বি.প্র. বঙ্গবন্ধু প্রযুক্তির ব্যাখ্যা দ্রষ্টব্য।

বাংলাদেশ মেরিন একাডেমী ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

০১. $y_n = ?$ যদি, $y = (2x - 5)^3$ হয়। [15-16]

- A. 48 B. 24 C. 64 D. 0

Ans D Solve $y = (2x - 5)^3$

$y_n = 0$, যখন $n > 3$

০২. $\frac{d^{100}}{dx^{100}}(x^{99}) = ?$ [15-16]

- A. 100i B. 99i C. 99ix D. কোনটিই নয়

Ans D Solve $\frac{d^{100}}{dx^{100}} x^{99} = 0 \therefore 100 > 99$

০৩. $y = \tan^{-1} x$, হলে $\frac{d^2y}{dx^2} = ?$ [15-16]

- A. 1 B. $\sec n$ C. 0 D. $\tan n$

Ans C Solve $y = \tan^{-1} x \Rightarrow y = x \therefore \frac{dy}{dx} = 1 \Rightarrow \frac{d^2y}{dx^2} = 0$

০৪. যদি $y = 5x^4 - 2x^3 + 7x^2 - x + 9$ হয় তবে $y_4 = ?$ [15-16]

- A. 0 B. 60 C. 120 D. 240

Ans C Solve $y = 5x^4 - 2x^3 + 7x^2 - x + 9$

$\Rightarrow y_1 = 20x^3 - 6x^2 + 14x - 1 \Rightarrow y_2 = 60x^2 - 12x + 14$

$\Rightarrow y_3 = 120x - 12 \Rightarrow y_4 = 120$

বুয়েট, কুয়েট, চুয়েট ও রুয়েট ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

০১. যদি $y = \sin^3 x$ হয়, তবে y_n এর মান কত? [KUET 15-16]

- A. $\frac{1}{4} \sin\left(\frac{n\pi}{2} + 3\right)$ B. $\frac{1}{4} \sin\left(\frac{n\pi}{2} + 4\right)$

- C. $\frac{1}{4} \sin\left(\frac{n\pi}{2} + 5\right)$ D. $\frac{1}{4} \sin\left(\frac{n\pi}{2} + 6\right)$

- E. $\frac{1}{4} \sin\left[3 \sin\left(\frac{n\pi}{2} + x\right) - 3^n \sin\left(\frac{n\pi}{2} + 3x\right)\right]$

SELF TEST

Ans E Solve $y = \sin^3 x$

$\Rightarrow y = \frac{1}{4} \times 4 \sin^3 x = \frac{1}{4} [3 \sin x - \sin 3x]$

$y_n = \frac{1}{4} \left[3 \sin \left(\frac{n\pi}{2} + x \right) - 3^n \sin \left(\frac{n\pi}{2} + 3x \right) \right]$

02. $y = (\sin^{-1} x)^2$ হলে $(1-x^2)y_2 - xy_1$ এর মান হবে- [BUET 13-14]
A. 0 B. 2 C. 4 D. 1

Ans B Solve $y = (\sin^{-1} x)^2$ $y_1 = \frac{2 \sin^{-1} x}{\sqrt{1-x^2}}$

$\Rightarrow y_1 \sqrt{1-x^2} = 2 \sin^{-1} x \Rightarrow y_1^2 (1-x^2) = 4$

$\Rightarrow (1-x^2) 2y_1 y_2 + 2y_1^2 (2x) = 4y_1 \Rightarrow (1-x^2) y_2 - xy_1 = 2$

03. $x = \cos \sqrt{y}$ হলে $((1-x^2)y_2 - xy_1)$ এর মান কত? [KUET 13-14]
A. 4 B. 0 C. -2 D. 2 E. -4

Ans D Solve $x = \cos \sqrt{y} \Rightarrow \sqrt{y} = \cos^{-1} x \Rightarrow y = (\cos^{-1} x)^2$

$\therefore y_1 = -2 \cos^{-1} x \cdot \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

$\Rightarrow y_1 \sqrt{1-x^2} = -2 \cos^{-1} x \Rightarrow y_1^2 (1-x^2) = 4 (\cos^{-1} x)^2$

$\Rightarrow -y_1^2 2x + (1-x^2) 2y_1 y_2 - 4y_1 = 0 \Rightarrow y_2 (1-x^2) - xy_1 = 2$

04. যদি $y = px^2 + qx^{-1/2}$ হয়, তাহলে, $2x^2 y'' - xy'$ হবে- [BUET 12-13]
A. $2y$ B. 0 C. y D. $2y^2$

Ans A Solve $y = px^2 + \frac{q}{\sqrt{x}} \Rightarrow y' = 2px - \frac{1}{2} \frac{q}{x^{3/2}}$

$\Rightarrow y'' = 2p - \frac{1}{2} \left(-\frac{3}{2} \right) \frac{q}{x^{5/2}} = 2p + \frac{3q}{4x^{5/2}}$

$\therefore 2x^2 y'' - xy' = 4px^2 + \frac{6q}{4\sqrt{x}} - 2px^2 + \frac{q}{2\sqrt{x}} = 2px^2 + \frac{2q}{\sqrt{x}} = 2y$

05. যদি $y = 1/x$ হয়, তবে y এর 20 তম অন্তরীকরণ কত? [CUET 10-11]
A. $\frac{20!}{x^{20}}$ B. $\frac{20!}{x^{21}}$ C. $\frac{21!}{x^{21}}$ D. None

Ans B Solve $y = \frac{1}{x}$ $y_1 = (-1) \frac{1}{x^2}$

$y_2 = (-2)(-1) \frac{1}{x^3} \rightarrow (-1)^2 2! x^{-3}$

$y_3 = (-3)(-2)(-1) \frac{1}{x^4} \rightarrow (-1)^3 3! x^{-4}$

$y_{20} = (-1)^{20} 20! x^{-21} = \frac{20!}{x^{21}}$

06. যদি $\sin y + y \cos x = \pi$ হয়, $y''(0)$ এর মান হবে- [RUET 10-11]
A. π B. $-\pi$ C. 1 D. 0 E. None

Ans. E

07. $y = x^{n-1} \ln x$ হলে, প্রমাণ কর যে, $x^2 y_2 + (3-2n)xy_1 + (n-1)^2 y = 0$ [BUET 09-10]

Sol: $y = x^{n-1} \ln x \therefore y_1 = x^{n-2} + (n-1) \ln x \cdot x^{n-2}$
 $\Rightarrow xy_1 = x^{n-1} + (n-1) x^{n-1} \ln x = x^{n-1} + (n-1)y$
 $\therefore y_2 = (n-2)x^{n-3} + (n-1) \{(n-2)x^{n-3} \ln x + x^{n-3}\}$
 $\Rightarrow x^2 y_2 = (n-2)x^{n-1} + (n-1)(n-2)x^{n-1} \ln x + (n-1)x^{n-1}$
 $= (2n-3)x^{n-1} + (n-1)(n-2)y$
 $\therefore x^2 y_2 + (3-2n)xy_1 + (n-1)^2 y$
 $= (2n-3)x^{n-1} + (n-1)(n-2)y + (3-2n)x^{n-1} + (n-1)(3-2n)y + (n-1)^2 y$
 $= (n-1)(1-n)y + (n-1)^2 y = -(n-1)^2 y + (n-1)^2 y = 0$ Ans.

08. $\cos 3x$ -এর n তম অন্তরক সহগ হবে: [BUET 05-06]

A. $3^n \sin \left(\frac{n\pi}{2} + 3x \right)$ B. $3^n \cos \left(\frac{n\pi}{2} - 3x \right)$

C. $3^n \sin \left(\frac{n\pi}{2} - 3x \right)$ D. $3^n \cos \left(\frac{n\pi}{2} + 3x \right)$

Ans. D

01. যদি $y = a^x$ হয়, তবে $y_3 = ?$
A. $a^x \{\ln(a)\}^3$ B. $3a^x \{\ln(a)\}$ C. $\ln a^3$ D. None
02. $y = e^{ax}$ হলে, $y_n = ?$
A. $na^n e^{ax}$ B. $a^{n-1} e^{ax}$ C. $a^n e^{ax}$ D. None
03. $y = \sin \theta$ হলে, $y_n = ?$
A. $\sin \left(\frac{n\pi}{3} + \theta \right)$ B. $\sin \left(\frac{n\pi}{2} + \theta \right)$ C. $\sin \left(\frac{n\pi}{5} + \theta \right)$ D. None
04. $\log(1+x)$ এর n তম পরিবর্তনের হার কত?
A. $n!$ B. $2n!$ C. $3n!$ D. None
05. $y = \sin x$ হলে, $y_4 - y = ?$
A. 0 B. 1 C. 2 D. 3
06. $1/x$ এর চতুর্থ অন্তরক সহগ কত?
A. $\frac{1}{x}$ B. $\frac{2}{x^2}$ C. $\frac{23}{x^3}$ D. $\frac{24}{x^5}$
07. $y = 3^x$ হলে $\frac{d^n y}{dx^n} = ?$
A. $x(\log_e 3)$ B. $3^x (\log_e 3)^n$ C. $\log_e 3$ D. None
08. $y = a \sin x + b \cos x$ হলে, $\frac{d^2 y}{dx^2} + y = ?$
A. 1 B. 0 C. 2 D. $1/2$
09. $y = \frac{\ln(x)}{x}$ হলে, $\frac{d^2 y}{dx^2} = ?$
A. $\frac{2 \ln x}{x^2}$ B. $\frac{2 \ln x}{x^3}$ C. $\frac{2 \ln x - 3}{x^3}$ D. $\frac{2 \ln x^2}{x^3}$
10. $y = \sin^{-1} x$ হলে, $(1-x^2) y_2 - xy_1 = ?$
A. -1 B. $1/2$ C. 1 D. 0
11. $\cos \sqrt{y} = x$ হলে, $y_2(1-x^2) - xy_1 = ?$
A. 2 B. 1 C. 0 D. $1/2$
12. $y = e^{\tan^{-1} x}$ হলে, $y_2 = ?$
A. $\frac{y_1(1+2x)}{(1+x^2)}$ B. $\frac{y_2(1-x^2)}{(1+x^2)}$ C. $\frac{y_1(1-2x)}{(1+x^2)}$ D. $\frac{y_1(1-2x)}{(1-x^2)}$
13. $y = \sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}$ হলে, $2x \frac{dx}{dy} + y$ এর মান কত?
A. \sqrt{x} B. x C. $2\sqrt{x}$ D. x^2

OMR

01. (A)(B)(C)(D)	05. (A)(B)(C)(D)	09. (A)(B)(C)(D)	13. (A)(B)(C)(D)
02. (A)(B)(C)(D)	06. (A)(B)(C)(D)	10. (A)(B)(C)(D)	
03. (A)(B)(C)(D)	07. (A)(B)(C)(D)	11. (A)(B)(C)(D)	
04. (A)(B)(C)(D)	08. (A)(B)(C)(D)	12. (A)(B)(C)(D)	

Answer with Hints

01 A: Hints: Type-01	02 C: Hints: Type-01
03 B: Hints: Type-02	04 D: Hints: Type-05
05 A: Hints: Type-02	06 D: Hints: Type-06
07 B: Hints: Type-01	08 B: Hints: Type-02
09 C: Hints: Type-07	10 D: Hints: Type-02
11 A: Hints: Type-03	12 C: Hints: Type-01
13 C: Hints: Type-06	

৪র্থ অংশ: অন্তরীকরণের প্রয়োগ

এক নজরে এই অংশের গুরুত্বপূর্ণ তথ্যাবলি

$y = f(x)$ বক্ররেখার উপরস্থ (x, y) বিন্দুতে অংকিত স্পর্শকের ঢাল $\frac{dy}{dx} = \tan \theta$ যা ঐ বিন্দুতে অন্তরকের মান নির্দেশ করে।

স্পর্শক x অক্ষের সাথে 45° কোণ উৎপন্ন করলে $\frac{dy}{dx} = 1$ হবে।

অক্ষদ্বয়ের সাথে সমান সমান কোণ উৎপন্ন করলে $\frac{dy}{dx} = \pm 1$ ।

স্পর্শক x অক্ষের সমান্তরাল হলে, $\frac{dy}{dx} = 0$ হবে।

স্পর্শক y অক্ষের সমান্তরাল হলে, $\frac{dx}{dy} = 0$ হবে।

সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$ ($a =$ বাহুর দৈর্ঘ্য)

$y = f(x)$ বক্ররেখার উপরস্থ (x, y) বিন্দুতে অংকিত স্পর্শকের ঢাল $\frac{dy}{dx} = \tan \theta$ যা ঐ বিন্দুতে অন্তরকের মান নির্দেশ করে।

স্পর্শক x অক্ষের সাথে θ কোণ উৎপন্ন করলে $\frac{dy}{dx} = \tan \theta$

স্পর্শক x অক্ষের সাথে 45° কোণ উৎপন্ন করলে $\frac{dy}{dx} = \tan 45^\circ = 1$ হবে।

অক্ষদ্বয়ের সাথে সমান সমান কোণ উৎপন্ন করলে $\frac{dy}{dx} = \pm 1$ ।

স্পর্শক x অক্ষের সমান্তরাল হলে, অর্থাৎ y অক্ষের উপর লম্ব হলে, $\frac{dy}{dx} = 0$ হবে।

স্পর্শক x অক্ষের উপর লম্ব বা y অক্ষের সমান্তরাল হলে, $\frac{dx}{dy} = 0$ হবে।

সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$ ($a =$ বাহুর দৈর্ঘ্য)

স্পর্শকের সমীকরণ:

$y = f(x)$ বক্ররেখার উপরস্থ $p(x_1, y_1)$ বিন্দুতে স্পর্শকের সমীকরণ $(y - y_1) = f'(x_1)(x - x_1)$

অভিলম্ব ও তার সমীকরণ:

স্পর্শ বিন্দুগামী ও স্পর্শকের উপর লম্ব রেখাটিকে অভিলম্ব বলে।

$p(x_1, y_1)$ বিন্দুতে অভিলম্বের সমীকরণ $(y - y_1) = -\frac{1}{f'(x_1)}(x - x_1)$

$\Rightarrow f'(x_1)(y - y_1) + (x - x_1) = 0$

স্পর্শক ও অভিলম্বের মধ্যবর্তী কোণ 90° হওয়ায় তাদের ঢালের গুণফল (-1) হবে।

স্পর্শক একটি সরলরেখা এবং একটি সরলরেখার ঢাল সকল পদ্ধতিতে (জ্যামিতিক ও ক্যালকুলাসীয়) একই।

ফাংশনের গুরুমান ও লঘুমান নির্ণয় সংক্রান্ত তথ্য:

গুরুমান ও লঘুমান নির্ণয়ের নিয়ম:

মনেকরি, $y = f(x)$ একটি ফাংশন।

গুরুমান ও লঘুমান নির্ণয় করার জন্য $\frac{dy}{dx}$ বের করে $\frac{dy}{dx} = 0$ বসাতে হবে এবং

এখান থেকে x এর মানগুলি নির্ণয় করতে হবে। এ সমস্ত মানগুলোকে সংকটবিন্দু/সন্ধিবিন্দু (critical point) বলে।

(ii) $\frac{d^2y}{dx^2}$ নির্ণয় করে তাতে x এর মানগুলো বসাতে হবে।

এ থেকে নিম্নোক্ত সিদ্ধান্তে উপনীত হওয়া যাবে।

যদি $\frac{d^2y}{dx^2} > 0$ হয় তবে x এর ঐ মানের জন্য $f(x)$ ফাংশনের লঘুমান পাওয়া যাবে। এবং যদি $\frac{d^2y}{dx^2} < 0$ হয় তবে x এর ঐ মানের জন্য $f(x)$ ফাংশনের গুরুমান পাওয়া যাবে।

(iii) x এর মানগুলো $y = f(x)$ এ বসিয়ে গুরুমান এবং লঘুমান নির্ণয় করা যাবে।

Technic: Calculator Process:

কোনো মানের জন্য লঘু/গুরুমান (চরমমান) বের করতে হলে option এর বিন্দুগুলোর জন্য প্রদত্ত ফাংশনের d/dx নির্ণয় করতে হবে। option এর যে মানের জন্য d/dx শূন্য হবে সেটিই হবে Ans.

- (i) যে সব differentiation এর জটিল এবং বড় তাদের L-HP Rule ব্যবহার না করে Calculator ব্যবহার করা ভাল।
- (ii) calculator এ যে সব রাশি চাপতে সমস্যা তাদের L-HP Rule ব্যবহার করা ভাল।

ম্যাকলরিনের উপপাদ্য সংক্রান্ত তথ্য

□ $f(x)$ যদি x এর এমন একটি ফাংশন হয়, যাকে x এর ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যিক, ক্রমবর্ধমান শক্তির একটি অসীম সিরিজে বিস্তৃত করা যায় এবং যদি ঐ বিস্তৃতির প্রতিটি পদ যেকোন সংখ্যকবার অন্তরীকরণযোগ্য হয়, তাহলে,

$$f(x) = f(0) + x f'(0) + \frac{x^2}{2!} f''(0) + \dots + \frac{x^3}{3!} f'''(0) + \dots + \frac{x^n}{n!} f^n(0) + \dots$$

□ ম্যাকলরিনের ধারা অনুসারে কতগুলো রাশির বিস্তৃতি-

$$\triangleright \sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \dots$$

$$\triangleright \sin^{-1} x = x + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + \dots \infty$$

$$\triangleright \cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \dots$$

$$\triangleright e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots$$

$$\triangleright e^{-x} = 1 - \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots \infty$$

$$\triangleright a^x = 1 + x \ln a + \frac{x^2}{2!} (\ln a)^2 + \frac{x^3}{3!} (\ln a)^3 + \dots$$

□ এই ধারাগুলো x এর সকল মানের জন্য প্রযোজ্য-

$$\triangleright (1+x)^n = 1 + nx + \frac{n(n-1)}{2!} x^2 + \dots \infty \text{ [যখন } |x| < 1]$$

$$\triangleright \ln(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \dots + (-1)^{n-1} \frac{x^n}{n} + \dots \infty \text{ [} -1 < x \leq 1]$$

$$\triangleright \ln(1-x) = -x - \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3} - \dots - \frac{x^n}{n} \dots \infty \text{ [যখন } -1 < x < 1]$$

$$\triangleright \tan x = x + \frac{x^3}{3} + \frac{2x^5}{15} + \frac{17x^7}{315} + \dots \infty$$

$$\triangleright \tan^{-1} x = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \dots \infty \text{ [} -1 < x \leq 1]$$

Prob 04) $y = x^2 + \sqrt{1-x^2}$ বক্ররেখাটির উপর যে সব বিন্দুতে স্পর্শক y অক্ষের সমান্তরাল তাদের স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর।

$y = x^2 + \sqrt{1-x^2} \therefore \frac{dy}{dx} = 2x - \frac{1}{2\sqrt{1-x^2}} \cdot 2x = \frac{2x\sqrt{1-x^2} - x}{\sqrt{1-x^2}}$

$\therefore y$ অক্ষের সমান্তরাল অর্থাৎ x অক্ষের উপর লম্ব।

$\therefore \frac{dy}{dx} = 0 \Rightarrow \frac{\sqrt{1-x^2}}{2x\sqrt{1-x^2} - x} = 0 \Rightarrow \sqrt{1-x^2} = 0 \Rightarrow 1-x^2 = 0$

$\Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm 1 \therefore y = 1 \therefore$ স্থানাঙ্ক- $(1, 1)$ এবং $(-1, 1)$

For Practise : $y = \frac{1}{3}x^3 + 2$ বক্ররেখার উপর এমন সকল বিন্দু নির্ণয় কর যেখানে স্পর্শক x অক্ষের সমান্তরাল।

Ans : $(1, \frac{7}{3}), (-1, \frac{5}{3})$

Type-04: গুরুমান ও লঘুমান নির্ণয় সংক্রান্ত

Prob 01 $1 + 2\sin x + 3\cos^2 x, (0 \leq x \leq \pi/2)$

Sol: $y = f(x) = 1 + 2\sin x + 3\cos^2 x$

$\frac{dy}{dx} = 2\cos x - 6\sin x \cos x$

গুরুমান ও লঘুমানের জন্য $\frac{dy}{dx} = 0 \therefore 2\cos x (1-3\sin x) = 0$

$\Rightarrow \cos x = 0$ এবং $\sin x = \frac{1}{3}$

$\frac{d^2y}{dx^2} = -2\sin x - 6\cos^2 x + 6\sin^2 x = -2\sin x - 6(\cos^2 x - \sin^2 x)$

যখন $\cos x = 0, \sin x = 1$

$\therefore \frac{d^2y}{dx^2} = -2 - 6 - (-1) = -7 < 0$, ফাংশনের মান লঘুমান

\therefore ফাংশনের লঘুমান $= 1 + 2 + 3 \cdot 0 = 3$; যখন, $\sin x = \frac{1}{3}$

$\frac{d^2y}{dx^2} = -2\sin x - 6(1-2\sin^2 x) = -\frac{2}{3} - 6(1-\frac{1}{9}) = -\frac{2}{3} - 6 + \frac{4}{3} = -\frac{16}{3} < 0$

\therefore ফাংশনের গুরুমান $= 1 + \frac{2}{3} + 36(1-\frac{2}{9})$

Prob 02 $f(x) = x^3 - 6x^2 + 24x + 4$ এর গুরুমান ও লঘুমান কত?

Sol: $f(x) = x^3 - 6x^2 + 24x + 4$

$f'(x) = 3x^2 - 12x + 24 = 3(x^2 - 4x + 8) = 3\{(x-2)^2 + 4\}$

$f'(x)$ এর মান কখনো শূন্য হতে পারে না। অতএব ফাংশনটির কোন গুরুমান বা লঘুমান নেই।

Prob 03 $f(x) = \frac{x}{\ln x}$ এর সর্বনিম্ন মান কত?

Sol: $f(x) = \frac{x}{\ln x} \therefore f'(x) = \frac{\ln x \cdot 1 - x \cdot \frac{1}{x}}{(\ln x)^2} = \frac{\ln x - 1}{(\ln x)^2}$

$\therefore f'(x) = 0 \Rightarrow \frac{\ln x - 1}{(\ln x)^2} = 0 \Rightarrow \ln x - 1 = 0 \Rightarrow \ln x = 1 \Rightarrow x = e$

\therefore সর্বনিম্ন মান $= \frac{e}{\ln e} = \frac{e}{1} = e$ Ans.

For Practise :

01. $x^3 - 3x^2 + 6x + 3$ এর কোন গুরু অথবা লঘু মান আছে কিনা নির্ণয় কর।
Ans: লঘু বা গুরুমান নেই।

Type-05: ম্যাকলরিনের উপপাদ্য সংক্রান্ত

Prob 01 ম্যাকলরিনের ধারার সাহায্যে $\sin x$ কে অনন্ত ধারায় বিকৃত কর।

$f(x) = \sin x$	$f(0) = 0$
$f'(x) = \cos x$	$f'(0) = 1$
$f''(x) = -\sin x$	$f''(0) = 0$
$f'''(x) = -\cos x$	$f'''(0) = -1$
$f^{(4)}(x) = \sin x$	$f^{(4)}(0) = 0$
$f^{(5)}(x) = \cos x$	$f^{(5)}(0) = 1$

$f^{(n)}(x) = \sin\left(\frac{n\pi}{2} + x\right)$

ম্যাকলরিনের ধারা,
 $f(x) = f(0) + xf'(0) + \frac{x^2}{2!} f''(0) + \frac{x^3}{3!} f'''(0) + \dots$

$\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \dots$

এই ধারা x -এর সকল মানের জন্য খাটে।

Prob 02 $\ln(1+x)$ -কে x -এর উর্ধ্বক্রমিক ঘাতে অনন্ত ধারায় বিস্তার কর।

$f(x) = \ln(1+x),$	$f(0) = 0;$
$f'(x) = \frac{1}{1+x},$	$f'(0) = 1;$
$f''(x) = \frac{-1}{(1+x)^2},$	$f''(0) = -1;$
$f'''(x) = \frac{2!}{(1+x)^3},$	$f'''(0) = 2!;$
$f^{(4)}(x) = \frac{-3!}{(1+x)^4},$	$f^{(4)}(0) = -3!$

$f^{(n)}(x) = \frac{(-1)^{n-1} (n-1)!}{(1+x)^n}$

ম্যাকলরিনের সূত্র অনুসারে,
 $\ln(1+x) = 0 + x \cdot 1 + \frac{x^2}{2!} (-1) + \frac{x^3}{3!} \cdot 2! + \dots$

$= x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \dots$

$\ln(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \dots + (-1)^{n-1} \cdot \frac{x^n}{n} + \dots \infty$

এই ধারা শুধু, $-1 < x \leq 1$ এর জন্য খাটে।

Prob 02 ক্রান্তিক্রমে ক্রমিক ক্রমের $\frac{1}{1+x}$ এর বিস্তার করে।

Sol: যদি $f(x) = \frac{1}{1+x}$ তবে $f'(x) = -\frac{1}{(1+x)^2}$ $f''(x) = \frac{2}{(1+x)^3}$
 $f'''(x) = -\frac{6}{(1+x)^4}$ $f^{(4)}(x) = \frac{24}{(1+x)^5}$
 $f^{(5)}(x) = -\frac{120}{(1+x)^6}$ $f^{(6)}(x) = \frac{720}{(1+x)^7}$
 ক্রান্তিক্রমে ক্রমিক ক্রমের $\frac{1}{1+x} = 1 - x + x^2 - \frac{x^3}{2} + \frac{x^4}{6} - \frac{x^5}{24} + \frac{x^6}{120} - \dots$ **Ans**

Type-06 নির্দিষ্ট

Prob 01 \sin এর ছবি কত ডিগ্রি, $x = \arcsin(1 - \sqrt{2})$ বক্ররেখার স্পর্শকীয়ের স্পর্শকটি x অক্ষের সাথে 60° কোণ উৎপন্ন করে।

Sol: $\frac{dy}{dx} = \cos x = 2\cos 60^\circ$
 স্পর্শকীয়ের $\frac{dy}{dx} = \cos x = 2\cos 60^\circ = 1$
 অর্থাৎ $\frac{dy}{dx} = \tan 60^\circ$
 $\tan 60^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\cos x}$

Prob 02 একটি বক্ররেখার (x, y) বিন্দুতে ঢাল $x^2 - 2$ এবং টিচ $(3, 4)$ বিন্দুতে বক্ররেখার সীমিতকরণ নির্দিষ্ট করে।

Sol: $\frac{dy}{dx} = x^2 - 2 \Rightarrow y = \frac{x^3}{3} - 2x + c$ [by integrating]
 $(3, 4)$ বিন্দুতে $4 = \frac{3^3}{3} - 2 \times 3 + c \Rightarrow c = 1$
 $y = \frac{x^3}{3} - 2x + 1 = x^2 - 6x + 3y + 3 = 0$

Ex. যেসব বক্ররেখা $(3, 4)$ বিন্দুতে মুক্তকণ্ডে প্রসঙ্গ বিন্দু নিয়ে অংশীয় সীমিতকরণ নিম্ন হল

Prob 03 যদি একটি বক্রের ক্ষেত্রফল সমস্তের মধ্যে, তবে দেখান যে, তার সীমিতকরণ অক্ষের সাথে 60° কোণ উৎপন্ন করে।

Sol: ক্ষেত্র A , বক্ররেখা f , x অক্ষের $A = \pi r^2$, $f = 2\pi r$
 $f' = 4\pi r' = 4\pi A$
 এখানে ক্ষেত্রের সীমিতকরণ করে পাই,
 $2\pi \frac{dA}{dr} = 4\pi \frac{dA}{dr} \Rightarrow \frac{dA}{dr} = \frac{2A}{r} = \frac{dA}{dr} \cdot \frac{1}{r} \cdot \frac{dA}{dr}$
 যেহেতু $\frac{dA}{dr}$ constant $\frac{dA}{dr} = \frac{1}{r}$

Prob 04 একটি গতিশীল কণা কোন সরলরেখার 1 সেকেন্ড সময়ে 3 ফুট দূরত্ব অতিক্রম করে যেখানে, $s = 63t - 6t^2 - t^3$ 2 সেকেন্ড পরে কণার বেগ কত? কণাটি কত সময়ে থেমে যাবে?

Sol: যেহেতু $s = 63t - 6t^2 - t^3$
 \therefore 1 সেকেন্ড পরে কণার বেগ, $\frac{ds}{dt} = 63 - 12t - 3t^2$
 দূরত্ব 2 সেকেন্ডের শেষে বেগ $= 63 - 12 \cdot 2 - 3(2)^2$
 $= 63 - 24 - 12 = 27$ একক/সেকেন্ড।

কণার কণাটি থেমে যাবে যখন বেগ $\frac{ds}{dt} = 0$
 $63 - 12t - 3t^2 = 0$ অর্থাৎ $t^2 + 4t - 21 = 0$
 $t = 3$ অথবা $t = -7$ $\therefore t = 3$
 $\therefore y = 3$ অর্থাৎ, 3 সেকেন্ডের পরে কণাটি থেমে যাবে।

For Practice:

- A) x এর ছবি কত ডিগ্রি, $y = \cos(1 - x)$ বক্ররেখার স্পর্শকীয়ের স্পর্শকটি x অক্ষের সাথে 30° কোণ উৎপন্ন করে। **Ans: $\frac{1}{\sqrt{3}}$**
- B) যদি কোন বক্রের ক্ষেত্রফল সমস্তের মধ্যে, তবে দেখান যে, তার সীমিতকরণ অক্ষের সাথে 60° কোণ উৎপন্ন করে।
- C) y অক্ষের সাথে কণার ছবি অতিক্রমের দূরত্ব $s = t^3 - 12t^2 + 6t + 8$ যখন কণাটি মুক্তকণ্ডে মুক্তকণ্ডে থেমে যাবে এর বেগ কত? **Ans: 12**

ডাক্তার বিশ্ববিদ্যালয়ের অধি-পরীক্ষার বিশেষ বছরের প্রশ্নাবলি
[নতুন টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. k এর কোন মানের জন্য $y = kx(1-x)$ বক্ররেখার স্পর্শকীয়ের স্পর্শকটি x অক্ষের সাথে 30° কোণ উৎপন্ন করে? [15, 16]

- A $\sqrt{3}$ B $\frac{1}{\sqrt{3}}$ C $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D 1

Ans B Solve $y = kx - kx^2$
 $\frac{dy}{dx} = k - 2kx$

$x = 0$ বিন্দুতে $\frac{dy}{dx} = k$, $\tan 30^\circ = k$
 $\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{3}} = k$ $k = \frac{1}{\sqrt{3}}$

02. $y = x(1-x)$ বক্ররেখার যে বিন্দুতে স্পর্শক x অক্ষের সমান্তরাল তার স্থানাঙ্ক- [14-15]

- A (1, 0) B $(\frac{1}{2}, \frac{1}{4})$ C $(\frac{1}{3}, \frac{1}{6})$ D $(\frac{1}{4}, \frac{1}{2})$

Ans B Solve $y = x(1-x) \Rightarrow y = x - x^2 \Rightarrow \frac{dy}{dx} = 1 - 2x$

\therefore স্পর্শক x অক্ষের সমান্তরাল হলে, $\frac{dy}{dx} = 0$
 $\Rightarrow 1 - 2x = 0$
 $\Rightarrow x = \frac{1}{2} \Rightarrow y = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{2}\right) = \frac{1}{4}$ $\therefore y = x(1-x)$
 \therefore স্পর্শক বিন্দু $(\frac{1}{2}, \frac{1}{4})$

03. $x^2 - 3x + 9$ এর ডকুম্যান কত? [14-15]

- A -11 B 10 C 7 D 11

Ans D Solve $f(x) = x^2 - 3x + 9 \Rightarrow f'(x) = 2x - 3$
 সর্বোচ্চ ডকুম্যানের জন্য, $f'(x) = 0 \Rightarrow 2x - 3 = 0 \Rightarrow x^2 - 1 = 0 \Rightarrow x^2 = 1$
 $\Rightarrow x = \pm 1, \Rightarrow x = 1, -1$
 অর্থাৎ, $f''(x) = 2x$
 $x = -1, f''(x) = -2 < 0$, ডকুম্যান হবে।
 \therefore ডকুম্যান $= (-1)^2 - 3(-1) + 9 = 1 + 3 + 9 = 11$

04. $4e^x + 9e^{-x}$ এর সর্বনিম্ন মান কত? [14-15]

- A. 10 B. 12 C. 15 D. -18

Ans B Solve

Let, $f(x) = 4e^x + 9e^{-x}$

$\Rightarrow f'(x) = 4e^x - 9e^{-x}$

সর্বনিম্ন মানের জন্য, $f'(x) = 0 \Rightarrow 4e^x - 9e^{-x} = 0 \Rightarrow 4e^{2x} - 9 = 0$

$\Rightarrow e^{2x} = \frac{9}{4} \Rightarrow e^x = \pm \frac{3}{2}$ কিন্তু $e^x > 0$ সর্বদা $\therefore e^x = \frac{3}{2} \Rightarrow x = \ln \frac{3}{2}$

সর্বনিম্ন মান = $4 \cdot \frac{3}{2} + 9 \cdot \frac{2}{3} = 6 + 6 = 12$.

05. $x=0$ বিন্দুতে $y = x + e^x$ এর লেখচিত্রে স্পর্শকের সমীকরণ হবে- [14-15]

- A. $y = x$ B. $y = x + 1$
C. $y = 2x + 1$ D. $y = 2x$

Ans C Solve

$y = x + e^x \Rightarrow \frac{dy}{dx} = 1 + e^x$

$x=0$ বিন্দুতে $\frac{dy}{dx} = 1 + e^0 = 1 + 1 = 2$

অর্থাৎ, $x=0, \Rightarrow y = 0 + e^0 = 1$

স্পর্শ বিন্দু (0, 1); স্পর্শকের সমীকরণ, $y - 1 = 2(x - 0) \Rightarrow y = 2x + 1$

06. x এর কোন মানের জন্য $y = x + \frac{1}{x}$ বক্ররেখাটির ঢাল শূন্য হবে? [13-14; JU 10-11, JnU 10-11, DU 98-99, CU 09-10, 03-04, Sust 98-99]

- A. $\pm \frac{3}{2}$ B. ± 2 C. 1 D. ± 1

Ans D Solve

$\frac{dy}{dx} = 1 - \frac{1}{x^2} = 0 \Rightarrow x = \pm 1$

07. $f(x) = x^3/3 - 2x^2 + 4x + 4$ বক্ররেখার কোন বিন্দুতে স্পর্শকের ঢাল শূন্য হলে, বিন্দুটির ভূজ- [A 12-13]

- A. 4 B. -3 C. 2 D. 0

Ans C Solve

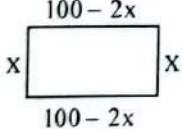
$f'(x) = x^2 - 4x + 4 = 0 \Rightarrow x = 2$

08. একজন কৃষক একটি আয়তাকার বাগানের তিন দিক বেড়া দিয়ে এবং চতুর্থদিকে একটি দেওয়াল দিয়ে ঘেরাও দিল। যদি তাঁর কাছে 100m বেড়া থাকে তবে ঘেরাও দেওয়া স্থানের সর্বোচ্চ আয়তন হবে- [12-13]

- A. 2500 m² B. 1250 m²
C. 750 m² D. 2000 m²

Ans B Solve

100 m বেড়া তিন দিকে থাকায় ধরি এক দিকের দৈর্ঘ্য x .



তাহলে অন্য দিকের দৈর্ঘ্য $100 - 2x$. \therefore ক্ষেত্রফল = $x \times (100 - 2x)$

সর্বোচ্চ আয়তনের জন্য ক্ষেত্রফল $f(x) = x \times (100 - 2x)$ হলে

$f(x) = 0 \Rightarrow 100 - 4x = 0 \Rightarrow x = 25$

\therefore সর্বোচ্চ ক্ষেত্রফল = $25 \times (100 - 2 \times 25) = 25 \times 50 = 1250 \text{ m}^2$

09. $3y + 6 = 0$ রেখাটির ঢাল- [A 12-13]

- A. ধনাত্মক B. ঋণাত্মক
C. শূন্য D. অসংজ্ঞায়িত

Ans C Solve

$3 \frac{dy}{dx} + 0 = 0 \Rightarrow \frac{dy}{dx} = 0$

10. $x^2 - 2x + 5 = 0$ এর ন্যূনতম মান- [11-12]

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Ans D Solve

ধরি, $y = x^2 - 2x + 5 \therefore \frac{dy}{dx} = 2x - 1$

$\therefore \frac{dy}{dx} = 0 \Rightarrow 2x - 2 = 0 \Rightarrow x = 1 \therefore$ ন্যূনতম মান = $1 - 2 + 5 = 4$

11. λ এর যে মানের জন্য $y = \lambda(1 - 2x)$ বক্ররেখার মূলবিন্দুতে স্পর্শকটি x -অক্ষের সাথে 30° কোণ উৎপন্ন করে। [11-12]

- A. $\sqrt{3}$ B. $\frac{1}{\sqrt{3}}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. 1

Ans B Solve

$\frac{dy}{dx} = \lambda - 2\lambda x$

মূলবিন্দুতে (0, 0) $\frac{dy}{dx} = \lambda - 2\lambda \cdot 0 = \lambda$

অতএব $\lambda = \tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$

12. $y = x^3 - 12x + 16$ বক্ররেখার যে সমস্ত বিন্দুতে স্পর্শক x অক্ষের সমান্তরাল তাদের স্থানাঙ্ক- [08-09; CU 07-08]

- A. (2, 0) and (-2, 24) B. (2, 0) and (-2, 0)
C. (4, 12) and (-4, 12) D. (2, 0) and (-2, 32)

Ans D Solve

$y = x^3 - 12x + 16 \therefore \frac{dy}{dx} = 3x^2 - 12$

যেহেতু, স্পর্শক x অক্ষের সমান্তরাল $\therefore \frac{dy}{dx} = 0$

$3x^2 = 12 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm 2$

$x = 2$ হলে, $y = 2^3 - 12 \cdot 2 + 16 = 0$

$x = -2$ হলে, $y = (-2)^3 + 24 + 16 = 32$

নির্ণয় বিন্দু দুইটি (2, 0) এবং (-2, 32)

13. সরলরেখা $y = kx - 1$ বক্ররেখা $y = x^2 + 3$ এর স্পর্শক হবে যদি k এর একটি মান- [07-08, JnU 07-08]

- A. 1 B. $2\sqrt{2}$ C. 3 D. 4

Ans D Solve

$x^2 + 3 = kx - 1 \Rightarrow x^2 - kx + 4 = 0$

নিশ্চায়ক = $k^2 - 4 = 0 \therefore k = \pm 4$

14. $x^2 - 3x + 5$ এর ন্যূনতম মান- [06-07, 03-04]

- A. 3 B. 5 C. $\frac{15}{4}$ D. $\frac{11}{4}$

Ans D Solve

ধরি, $y = x^2 - 3x + 5$

$\Rightarrow \frac{dy}{dx} = 2x - 3 \Rightarrow \frac{dy}{dx} = 0$ হলে, $x = 3/2$

$x = 3/2$ হলে, $x^2 - 3x + 5 = \left(\frac{3}{2}\right)^2 - 3 \cdot \frac{3}{2} + 5 = 11/4$

15. $3x^2 + 7y^2 + 4xy - 8x = 0$ বক্ররেখাটির (-1, 1) বিন্দুতে অঙ্কিত স্পর্শকের ঢাল- [02-03]

- A. 1 B. $-\frac{5}{6}$ C. $-\frac{9}{5}$ D. $\frac{9}{5}$

Ans A Solve

$\Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{-(6x + 4y - 8)}{14y + 4x}$ [By type-16, Tec-01]

(-1, 1) বিন্দুতে, $\frac{dy}{dx} = \frac{6 - 4 + 8}{14 - 4} = \frac{10}{10} = 1$

16. $y = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 7$ বক্ররেখার মূলবিন্দুতে নতির পরিমাণ কত? [00-01; SUST 00-01]

- A. 8 B. 12
C. 6 D. -12

Ans D Solve

$y = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 7$

$\frac{dy}{dx} = 6x^2 + 6x - 12$ মূলবিন্দুতে ঢাল, $\frac{dy}{dx} = -12$

জগন্নাথ বিশ্ববিদ্যালয় উচ্চতর পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. What type of values of the function $y = x^3 - 6x^2 + 24x + 4$? [13-14]

- A. minimum value B. maximum value
C. both D. None

Ans D Solve $y = x^3 - 6x^2 + 24x + 4$

$\Rightarrow y_1 = 3x^2 - 12x + 24 = 0 \Rightarrow x^2 - 4x + 8 = 0$

$\therefore x = -2 + 2i$ or $x = 2 - 2i$

\therefore ফাংশনের কোন চরমমান নেই।

02. For what values of x the slope of $y = x + \frac{9}{x}$ is zero? [13-14]

- A. 3 B. -3 C. ± 3 D. 4

Ans C Solve $\frac{dy}{dx} = 1 - \frac{9}{x^2} = 0$

$\Rightarrow \frac{x^2 - 9}{x^2} = 0 \Rightarrow x^2 - 9 = 0 \Rightarrow x = \pm 3$

03. $f'(a) = 0$ এবং $f''(a) < 0$ হলে, $f(a)$ - [A 12-13]

- A. সর্বোচ্চ B. সর্বনিম্ন
C. অসংজ্ঞায়িত D. কোনটিই নয়

Ans. A

04. $f(x) = -(x-3)^2 + 5$ ফাংশনের বৃহত্তম মান কত? [A 12-13]

- A. 2 B. 3 C. 1 D. 5

Ans D Solve $f'(x) = -2(x-3) = 0 \Rightarrow x = 3$

$\therefore f(x) = -(3-3)^2 + 5 = 5$

05. $e^x = ?$ [11-12]

- A. $x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \dots$ B. $1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \dots$
C. $x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \dots$ D. $1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots$

Ans D Solve $e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots$

06. $5 + 3x - x^2$ এর সর্বোচ্চ মান- [11-12]

- A. 3 B. $\frac{11}{4}$ C. $\frac{29}{4}$ D. $\frac{27}{4}$

Ans C Solve $5 + 3x - x^2$ সর্বোচ্চ মান $5 - \frac{3^2}{4(-1)} = 5 + \frac{9}{4} = \frac{29}{4}$

07. একটি ট্রেন t সেকেন্ডে $3t + \frac{t^2}{8}$ ফুট দূরত্ব যায়। 5 সেকেন্ড পর ট্রেনটির বেগ কত? [10-11]

- A. $\frac{17}{4}$ ft/s B. 17 ft/s C. 75 ft/s D. $\frac{145}{8}$ ft/s

Ans A Solve দূরত্ব, $S = 3t + \frac{t^2}{8}$; বেগ, v বা $\frac{ds}{dt} = 3 + \frac{2t}{8} = 3 + \frac{t}{4}$

\therefore 5 সেকেন্ড পর বেগ $= 3 + \frac{5}{4} = \frac{17}{4}$ ft/s

08. $x = \sqrt{t}$ এবং $y = t - \frac{1}{\sqrt{t}}$ হলে, $\frac{dy}{dx}$ এর মান কত? [10-11]

- A. $2\sqrt{t} + \frac{1}{t}$ B. $1 + \frac{1}{\sqrt{t}}$
C. $2\sqrt{t} + \frac{1}{t}$ D. $2t + \sqrt{t}$

Ans C Solve $\frac{dx}{dt} = \frac{1}{2\sqrt{t}}$, $\frac{dy}{dt} = 1 + \frac{1}{2\sqrt{t}}$

$\frac{dy}{dx} = \frac{1 + \frac{1}{2\sqrt{t}}}{\frac{1}{2\sqrt{t}}} = 2\sqrt{t} + \frac{1}{t}$

09. $f(x) = \cos x - \sin x$ হলে, x এর কোন মানের জন্য $f(x) = 0$ হবে? [10-11]

- A. $\frac{\pi}{2}$ B. $\frac{\pi}{4}$ C. $\frac{\pi}{3}$ D. π

Ans B Solve $0 = \cos x - \sin x \Rightarrow \tan x = 1 \Rightarrow x = \frac{\pi}{4}$

10. $x(12-2x)^2$ এর বৃহত্তম মান হয়- [09-10]

- A. 126 B. 120 C. 118 D. 128

Ans D Solve $y = x(12-2x)^2$

$\frac{dy}{dx} = x \cdot 2(12-2x) \cdot (-2) + (12-2x)^2$

$= -48x + 8x^2 + 144 + 4x^2 - 48x$

$\therefore 0 = 12x^2 - 96x + 144$

$\Rightarrow x^2 - 8x + 12 = 0 \Rightarrow x^2 - 6x - 2x + 12 = 0$

$\Rightarrow x(x-6) - 2(x-6) = 0 \Rightarrow (x-6)(x-2) = 0$

$\therefore x = 2, 6$ $x = 2$ বসালে বৃহত্তম মান পাওয়া যাবে

$2(12-2 \cdot 2)^2 = 2(12-4)^2 = 2(8)^2 = 128$

11. একটি ফাংশনের অন্তরক $f(x) = -4x - 7$ হলে, ফাংশনের ম্যাক্সিমাম মান x এর কোন মানের জন্য হবে? [09-10]

- A. 7 B. $-\frac{7}{4}$ C. $\frac{4}{7}$ D. $\frac{7}{4}$

Ans B Solve $f(x) = -4x - 7$ for maxima $-4x - 7 = 0$

$\Rightarrow 4x + 7 = 0 \Rightarrow x = -\frac{7}{4}$

12. $s = 6 + 4t - t^2$ হয় তাহলে, 2 সে. পর এর ড্রন- [09-10]

- A. $4m/s^2$ B. $-4m/s^2$
C. $2m/s^2$ D. $-2m/s^2$

Ans D Solve $s = 6 + 4t - t^2 \Rightarrow v = 4 - 2t \Rightarrow a = -2$

13. $3x - x^2 - 5$ এর গরিষ্ঠমান- [08-09, 06-07]

- A. $\frac{11}{3}$ B. $\frac{11}{4}$ C. $-\frac{11}{4}$ D. $\frac{17}{4}$

Ans C Solve ধরি, $y = 3x - x^2 - 5 \Rightarrow \frac{dy}{dx} = 3 - 2x$

$\Rightarrow \frac{dy}{dx} = 0$ হলে, $x = 3/2$ \therefore গরিষ্ঠমান $= \frac{-11}{4}$

14. $y^2 = x^2(a-x)$ বক্ররেখার যে সমস্ত বিন্দুতে স্পর্শক x -অক্ষের উপর লম্ব তাদের স্থানাঙ্ক- [05-06]

- A. (0, 0) B. (0, 0)(a, 0)
C. (0, 0)(a, 5a) D. (0, 0)(-a, 0)

Ans B Solve যে অপশন দ্বারা উপরোক্ত সমীকরণ সিদ্ধ হবে সেটি হবে সঠিক উত্তর। B অপশনে, $0^2 = a^2(a-a) \Rightarrow 0 = a^2 \cdot 0 \Rightarrow 0 = 0$

15. $y = x(x^2 - 12)$ হলে x এর মান কত হলে $\frac{dy}{dx}$ এর মান শূন্য হবে- [05-06]

- A. 2, -2 B. -2, 3 C. -2, -3 D. 2, 3

Ans A Solve $y = x(x^2 - 12) \therefore \frac{dy}{dx} = 3x^2 - 12$

$\therefore 0 = 3x^2 - 12 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm 2$

কাজী আব্দুল করিম বিশ্ববিদ্যালয়ের তৃতীয় পরীক্ষার সিগন্যাল বহুরেখ প্রস্তুতি
[শুধু তৈরিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

১৩. x এর মান কত হলে $y = x(12-2x)$ ফাংশনের গুরুতম থাকবে? [14-15]

A. ১ B. 2
C. 3 D. 4
Ans B Solve $y = x(12-2x) = f(x)$
 $f'(x) = (12-2x) - 2x(12-2x)$
শুধু গুরুতম হলে $f'(x) = 0$
 $(12-2x) - 4x(12-2x) = 0$
 $(12-2x)(12-2x-4x) = 0 \Rightarrow 2(6-x)(12-x) = 0$
 $\Rightarrow 12(6-x)(2-x) = 0 \Rightarrow x = 6, 2$
 $f''(x) = 2(12-2x)(-2) - 8(12-2x) - 8x(-2)$
 $= -4(12-2x) - 8(12-2x) + 8x$
 $f''(6) = -4(12-12) - 8(12-12) + 8 \times 6$
 $= 0 - 0 - 0 + 48 > 0$ $x = 6$ লঘুতম হবে।
 $f''(2) = -4(12-4) - 8(12-4) + 8 \times 2$
 $= -16 - 64 + 16 < 0$ $x = 2$ হলে গুরুতম হবে।

১৪. $y = x^2 - 2x^2 + 4$ ফাংশনের (২, ৪) বিন্দুতে স্পর্শকের সমীকরণ হবে- [14-15]

A. $4x - y - 4 = 0$ B. $4x + y - 4 = 0$
C. $4x - y + 4 = 0$ D. $4x + y + 1 = 0$
Ans C Solve $y = x^2 - 2x^2 + 4$
 $\frac{dy}{dx} = 2x - 4x = -2x$ বিন্দুতে $\frac{dy}{dx} = 12 - 8 = 4$
স্পর্শকের সমীকরণ $y - 4 = 4(x - 2)$
 $\Rightarrow 4x - y - 4 = 0 \Rightarrow 4x - y = 4$

কাজী আব্দুল করিম বিশ্ববিদ্যালয়ের তৃতীয় পরীক্ষার সিগন্যাল বহুরেখ প্রস্তুতি
[শুধু তৈরিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

১৫. একটি বৃত্তের সেন্ট্রামের দূরত্বের প্রসারিত হার যে বৃত্তের পরিধি a ফুট/সে. হলে বৃত্তি পায়। বৃত্তের ব্যাসার্ধের বৃদ্ধির হার কত? [15-16]

A. $\frac{a}{4}$ B. $\frac{a}{2}$ C. a D. 0
Ans A Solve $v = 2\pi r = \frac{dv}{dt} = 2\pi \frac{dr}{dt} = a$
 $\frac{dr}{dt} = \frac{a}{2\pi}$

১৬. $f(x)$ একটি ফাংশন। যদি $x = c$ বিন্দুতে $f(c) = 0$ এবং $f'(c) > 0$ হয়, তবে নিচের কোনটি সত্য? [15-16]

- A. ফাংশনের আংশিক লঘুতম আছে
- B. ফাংশনের আংশিক গুরুতম আছে
- C. ফাংশনের নিম্নলিখিত বিন্দু আছে
- D. ফাংশনের স্থানান্তরিত বিন্দু আছে

Ans. A

১৭. $f(x) = 2x^2 - 21x^2 + 36x$ এর গুরুতম ও লঘুতম যথাক্রমে নিচের কোনটি? [15-16]

- A. 20 ও -128
- B. -3 ও -128
- C. 17 ও -108
- D. -30 ও -128

Ans C Solve $f(x) = 2x^2 - 21x^2 + 36x$
 $f'(x) = 6x^2 - 42x + 36$
 $f'(x) = 0$
 $6x^2 - 42x + 36 = 0 \Rightarrow x^2 - 7x + 6 = 0$
 $\Rightarrow x^2 - 6x - x + 6 = 0 \Rightarrow x(x-6) - 1(x-6) = 0$
 $\Rightarrow (x-1)(x-6) = 0 \Rightarrow x = 1, 6$

$f''(x) = 12x - 42$
 $f''(1) = 12 - 42 < 0$ গুরুতম
 $f''(6) = 72 - 42 > 0$ লঘুতম
গুরুতম $f(1) = 2 - 21 + 36 = 17$
লঘুতম $f(6) = 2 \times 6^2 - 21 \times 6 + 36 \times 6 = -108$

১৪. যদি কোন বৃত্তের ব্যাসার্ধ সম্বন্ধে বৃদ্ধি পায়, তবে তার ক্ষেত্রফল বৃদ্ধির হার ব্যাসার্ধের- [15-16]

A. সমানুপাতিক B. ব্যস্তানুপাতিক C. সমান D. কোনটিই নয়
Ans A Solve প্রথমতে, $\frac{dr}{dt} = k$, বৃত্তের ব্যাসার্ধ = r
ক্ষেত্রফল, $A = \pi r^2$
 $\frac{dA}{dt} = 2\pi r \frac{dr}{dt} = 2\pi rk = (2\pi k)r$
 $\Rightarrow \frac{dA}{dt} \propto r$, অর্থাৎ ব্যাসার্ধের সমানুপাতিক

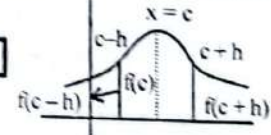
১৫. $x + \frac{1}{x}$ এর লঘুতম ও গুরুতম নিম্নের কোন সম্পর্কটিকে সিদ্ধ করে? [14-15]

- A. লঘুতম = গুরুতম
- B. গুরুতম > লঘুতম
- C. গুরুতম < লঘুতম
- D. কোনটিই নয়

Ans C Solve $f(x) = x + \frac{1}{x}$
 $f'(x) = 1 - \frac{1}{x^2} = 0 \Rightarrow x = \pm 1, 1, -1$
 $f''(x) = \frac{2}{x^3}$
 $f''(1) = 2 > 0$ লঘুতম হবে এবং $f''(-1) = -2 < 0$ গুরুতম হবে
লঘুতম = $1 + \frac{1}{1} = 2$ এবং গুরুতম = $1 + \frac{1}{-1} = 1 - 1 = 0$
গুরুতম < লঘুতম

১৬. $f(x)$ ফাংশনের $x = c$ বিন্দুতে $f(x)$ এর গরিষ্ঠ মান হলে নিম্নের কোন শর্তটি সঠিক? [14-15]

- A. $f(c) < f(c+h)$
- B. $f(c) + f(c+h) > 0$
- C. $f(c) - f(c+h) > 0$
- D. $f(c) - f(c+h) < 0$



গরিষ্ঠ মানের ক্ষেত্রে, $f(c) > f(c+h) \Rightarrow f(c) - f(c+h) > 0$

১৭. k -এর মান কত হলে $y = kx(1+x)$ বক্ররেখার মূলবিন্দুতে তার স্পর্শক x -অক্ষের সাথে 30° কোণ উৎপন্ন করবে? [14-15]

- A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$
- B. $\sqrt{3}$
- C. $\frac{2}{\sqrt{3}}$
- D. $2\sqrt{3}$

Ans A Solve $y = kx(1+x) \Rightarrow y = kx + kx^2 \Rightarrow \frac{dy}{dx} = k + 2kx$
 $x = 0$ বিন্দুতে, $\frac{dy}{dx} = k = \tan 30^\circ \Rightarrow k = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

১৪. একটি গোলকার সাবানের বুদ্ধিবৃদ্ধির হার তার ব্যাসার্ধের বৃদ্ধির হারের কতগুণ? [13-14]

- A. $4\pi r^2$
- B. $4\pi r^3$
- C. $\frac{4}{3}\pi r^3$
- D. πr^2

Ans A Solve $V = \frac{4}{3}\pi r^3 \therefore \frac{dV}{dt} = 4\pi r^2 \frac{dr}{dt} = 4\pi r^2 \frac{dr}{dt}$

09. $x(12-2x)^2$ এর ক্ষুদ্রতম মান কত? [13-14]

- A. 100 B. 64
C. 0 D. 27

Ans C Solve $x(12-2x)^2 = y$

$$\therefore y = x(144 - 48x + 4x^2) \Rightarrow y = 144x - 48x^2 + 4x^3$$

$$\therefore \frac{dy}{dx} = 144 - 96x + 12x^2$$

বৃহত্তম বা ক্ষুদ্রতম মানের জন্য $\frac{dy}{dx} = 0$

$$\therefore 144 - 96x + 12x^2 = 0 \quad \therefore x = 6, 2$$

এখন, $\frac{d^2y}{dx^2} = -96 + 24x$

$$\therefore x = 2 \text{ হলে } \frac{d^2y}{dx^2} = -96 + 48 = -48 < 0 \text{ যার জন্য } y \text{ বৃহত্তম।}$$

$$\therefore y = 6 \text{ হলে } \frac{d^2y}{dx^2} = -96 + 144 = 48 \text{ যার জন্য } y \text{ ক্ষুদ্রতম।}$$

এবং ক্ষুদ্রতম মান $= x(12-2x)^2 = 6(12-12)^2 = 0$

10. x এর কোন মানের জন্য $-x^2 + 2bx + c^2$ এর সর্বোচ্চ মান পাওয়া যায়?

[H 12-13]

- A. c^2 B. b^2
C. b D. c

Ans C Solve $\frac{dy}{dx} = -2x + 2b = 0 \Rightarrow x = b$

11. $f(x) = x^3 - 3x^2 - 45x + 13$ এর গরিষ্ঠ মান কত? [11-12]

- A. 100 B. 0
C. 94 D. 50

Ans C Solve $f'(x) = 3x^2 - 6x - 45, f''(x) = 6x - 6$

এখন, $3x^2 - 6x - 45 = 0 \Rightarrow x = -3, 5$

$f''(-3) = -24 < 0$

$x = -3$ তে গুরুমান থাকবে।

\therefore গুরুমান, $f(-3) = (-3)^3 - 3(-3)^2 - 45(-3) + 13 = 94$

12. $x = a$ বিন্দুতে $f(x)$ ফাংশনে গরিষ্ঠ বা লঘিষ্ঠ মান থাকার প্রয়োজনীয় শর্ত কি? [11-12]

- A. $f(a) = 0$ B. $f'(a) = 0$
C. $f'(a) > 0$ D. $f'(a) < 0$

Ans B Solve $f'(a) = 0$

13. $y = (x-1)^3$ হলে, y_4 এর মান কত? [09-10]

- A. 0 B. 6 C. 3 D. -6

Ans A Solve $y = (x-1)^3 \therefore y_1 = 3(x-1)^2$

$\Rightarrow y_2 = 6(x-1) \Rightarrow y_3 = 6 \therefore y_4 = 0$

14. $y = x(x^2 - 2)$ এবং $\frac{dy}{dx} = 1$ হলে, x -এর ধনাত্মক মান কত? [09-10]

- A. $-\frac{1}{3}$ B. -1 C. $\frac{1}{3}$ D. 1

Ans D Solve $\frac{dy}{dx} = 3x^2 - 2 = 1 \Rightarrow x^2 = 1 \therefore x = 1$

15. $y = x + \frac{9}{x}; (x > 0)$ বক্ররেখার স্পর্শকের ঢাল শূন্য হলে, x -এর মান কত? [09-10]

- A. ± 3 B. -3
C. 3 D. $\sqrt{3}$

Ans A Solve $\frac{dy}{dx} = 1 - \frac{9}{x^2} = 0 \Rightarrow x^2 = 9 \therefore x = \pm 3$

16. $f(x) = x + \sin x$ হলে, x এর কোন মানের জন্য $f'(x) = 0$ হবে? [09-10]

- A. $\frac{\pi}{4}$ B. π
C. $\frac{\pi}{5}$ D. $\frac{\pi}{2}$

Ans B Solve $f(x) = x + \sin x \Rightarrow f'(x) = 1 + \cos x$

$\therefore 0 = 1 + \cos x \Rightarrow \cos x = -1 \Rightarrow x = 180^\circ = \pi$

17. সরলরেখায় চলন্ত কণা t সেকেন্ডে s দূরত্ব অতিক্রম করে। $s = \frac{1}{2}t^3 + t^2 + 4t$

হলে, গতি শুরু হওয়ার 5 সে. পরে কণার ত্বরণ কত? [09-10]

- A. 17ms^{-2} B. 15ms^{-1} C. 11ms^2 D. 16ms^2

Ans A Solve $s = \frac{1}{2}t^3 + t^2 + 4t \therefore v = \frac{3}{2}t^2 + 2t + 4$

$a = \frac{3}{2}2t + 2 = 3t + 2 [t = 5 \text{ সে.}] \therefore a = 3.5 + 2 = 17 \text{ ms}^{-2}$

18. $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 15$ বক্ররেখার যে সমস্ত বিন্দুতে স্পর্শক x -অক্ষের সমান্তরাল তাদের স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর। [05-06]

Sol: $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 15 \therefore \frac{dy}{dx} = 3x^2 - 6x - 9$

যেহেতু, স্পর্শক x অক্ষের সমান্তরাল $\therefore \frac{dy}{dx} = 0$

$3x^2 - 6x - 9 = 0 \Rightarrow x^2 - 2x - 3 = 0$

$\Rightarrow (x-3)(x+1) = 0, x = 3, -1$

$x = 3$ হলে, $y = (3)^3 - 3(3)^2 - 9(3) + 15 = -12$

$x = -1$ হলে, $y = (-1)^3 - 3(-1)^2 - 9(-1) + 15 = 20$

নির্ণেয় বিন্দু দুইটি $(3, -12)$ এবং $(-1, 20)$ **Ans.**

19. $x^5 - 5x^4 + 5x^3 - 1 = 0$ ফাংশনটির লঘিষ্ঠ মান কত? [05-06]

- A. -20 B. -28
C. -24 D. -22

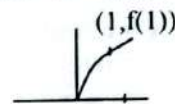
Ans. B

চট্টগ্রাম বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $y = f(x)$ এর গ্রাফে $(1, f(1))$ বিন্দুতে অবস্থিত স্পর্শকের ঢাল হচ্ছে- [15-16]

- A. $f(1)$ B. $f'(1)$ C. $f''(1)$
D. $f(0)$ E. পূর্ববর্তী একটিও নয়

Ans B Solve স্পর্শকের ঢাল $= f'(1)$



02. যদি $x = x(t)$ দ্বারা কোন বস্তুর চলার পথ বুঝায়, তাহলে $\frac{dx}{dt}$ দ্বারা বুঝায়:

- [15-16]
A. গতিবেগ B. দিকসহ গতিবেগ C. বেগ D. অন্য কিছু

Ans C Solve $\frac{dx}{dt}$ কে বেগ বুঝায়।

03. $y = f(x)$ দ্বারা নির্দেশিত বক্র রেখার $(b, f(b))$ একটা নির্দিষ্ট বিন্দু। এ বিন্দুতে যে রেখা স্পর্শ করে তার ঢাল হচ্ছে- [15-16]

- A. $f(0)$ B. $f'(0)$ C. $f'(b)$
D. $f(b)$ E. $\frac{dy}{dx}$

Ans D Solve স্পর্শকের ঢাল, $\frac{dy}{dx} = f'(x)$

$(b, f(b)) =$ বিন্দুতে ঢাল $= f'(b)$

04. $y = x^3 + 3x^2 + 3x$ বক্র রেখার কোন কোন বিন্দুতে স্পর্শক X-অক্ষের সমান্তরাল? [15-16]

- A. (1, 1) B. (-1, -1) C. (-1, 7)
D. (1, -7) E. (-1, -7)

Ans B Solve $y = x^3 + 3x^2 + 3x$

$\Rightarrow \frac{dy}{dx} = 3x^2 + 6x + 3$ ∴ স্পর্শক X অক্ষের সমান্তরাল ∴ $\frac{dy}{dx} = 0$
 $\Rightarrow 3x^2 + 6x + 3 = 0 \Rightarrow x^2 + 2x + 1 = 0$
 $\Rightarrow (x+1)^2 = 0 \Rightarrow x+1 = 0$
 $\Rightarrow x = -1 \Rightarrow x+1 = 0 \Rightarrow x = -1$
∴ $y = (-1)^3 + 3(-1)^2 + 3(-1) = -1 + 3 - 3 = -1$
∴ নির্ণেয় বিন্দু (-1, -1)

05. Let $y = f(x) = x^2$, then $f'(0) =$ [14-15]

- A. Slope of f B. slope of $f'(x)$ C. slope of $f(0)$
D. None E. slope of a straight line

Ans C Solve $y = f(x) = x^2 \Rightarrow f'(x) = 2x$, x বিন্দুতে $f'(x)$ এর ঢাল, $f(0)$, $f(0)$ এর ঢাল, অর্থাৎ Slope of, $f(0)$

06. $y = 20x - 5x^3$ ফাংশন এ $\frac{dy}{dx}$ এর মান শূন্য হলে, x এর মান কত হবে? [C 12-13]

- A. $\frac{4}{3}$ B. $\pm \frac{4}{3}$ C. $\frac{2}{\sqrt{3}}$
D. $\pm \frac{2}{\sqrt{3}}$ E. ± 2

Ans D Solve $y = 20x - 5x^3 \Rightarrow \frac{dy}{dx} = 20 - 15x^2$

$\therefore 20 - 15x^2 = 0 \Rightarrow x^2 = \frac{20}{15} = \frac{4}{3} \Rightarrow x = \pm \frac{2}{\sqrt{3}}$

07. (0, 1) বিন্দুতে $y = e^x$ বক্ররেখার স্পর্শকের সমীকরণ নির্ণয় কর। [H 12-13]

- A. $y = x + 1$ B. $y = 2x + e^x$ C. $x = e + 1$
D. $\frac{dy}{dx} = 1$ E. $y = -x + 1$

Ans A Solve $y = e^x \therefore \frac{dy}{dx} = e^x$

∴ (0, 1) বিন্দুতে স্পর্শকের সমীকরণ, $(y - y_1) = \frac{dy}{dx} (x - x_1)$
 $\Rightarrow (y - 1) = e^0 (x - 0) \Rightarrow y = x + 1$

08. x-এর যে মানের জন্য $f(x) = x^3$ এর মান সর্বোচ্চ হবে সেটি হলো- [C 12-13]

- A. 0 B. 1 C. 2
D. 3 E. $f(x) = x^3$ এর সর্বোচ্চ মান নেই

Ans. E

09. x এর যে মানের জন্য $f(x) = -x^2 + 2x + 1$ এর মান সর্বোচ্চ হয় সেটি হলো- [C 12-13]

- A. 1 B. 2 C. -1 D. -2 E. 0

Ans A Solve $f(x) = -x^2 + 2x + 1 \Rightarrow f'(x) = -2x + 2$

$f(x)$ এর সর্বোচ্চ মানের জন্য, $f'(x) = -2x + 2 = 0 \Rightarrow 2x = 2 \Rightarrow x = 1$

10. যদি $f(x) = \frac{2x+1}{2x-1}$ হয় তবে $\frac{f(x)+1}{f(x)-1} =$ কত? [12-13]

- A. 4x B. 4x+1 C. 4x-1 D. 2x E. 2x+1

Ans D Solve $\frac{f(x)+1}{f(x)-1} = \frac{\frac{2x+1}{2x-1} + 1}{\frac{2x+1}{2x-1} - 1} = \frac{2x+1+2x-1}{2x+1-2x+1} = \frac{4x}{2} = 2x$

11. $y = x^3 - 3x^2 - 1$ বক্ররেখায় (1, -3) বিন্দুতে অংকিত স্পর্শকের ঢাল নির্ণয় কর। [10-11]

- A. -6 B. -3 C. 2 D. 4 E. 0

Ans B Solve $y = x^3 - 3x^2 - 1 \therefore \frac{dy}{dx} = 3x^2 - 6x$

$\frac{dy}{dx} = 3(1)^2 - 6 \cdot 1 = 3 - 6 = -3$

12. $y = f(x)$ একটি বক্ররেখা হলে, $f(0)$ এর জ্যামিতিক মান হচ্ছে [09-10]

- A. $\{0, b(0)\}$ বিন্দুতে বক্ররেখার ঢাল B. $\{0, f(0)\}$ বিন্দুতে f এর ঢাল
C. $\{0, f(0)\}$ বিন্দুতে f এর ঢাল D. $\{0, f(0)\}$ বিন্দুতে স্পর্শকের মান
E. $\{0, f(0)\}$ বিন্দুতে f রেখার উপর অংকিত স্পর্শকের ঢাল

Ans E Solve $y = f(x)$ একটি বক্ররেখা,
 $\Rightarrow \frac{dy}{dx} = f'(x) \Rightarrow \frac{dy}{dx} = f'(0)$

13. কোন গাড়ী ঘণ্টায় 45 মাইল বেগে চলে; 2 মিনিট 20 সেকেন্ডে ইহা কত দূরে যাবে? [08-09]

- A. $1\frac{2}{5}$ মাইল B. $1\frac{3}{5}$ মাইল C. $1\frac{3}{4}$ মাইল
D. $1\frac{1}{5}$ মাইল E. $1\frac{1}{4}$ মাইল

Ans E Solve 3600s এ যায় 45 মাইল

1s " " $\frac{45}{1600}$ "

100 " " $\frac{45 \times 100}{3600}$ " = $5/4 = 1\frac{1}{4}$ মাইল।

14. একটি ট্রেন অচল অবস্থা হতে $4ft/sec^2$ ত্বরণে চলতে শুরু করার পর ঘণ্টায় 30 মাইল বেগ পেতে তার কত সময় লাগবে? [08-09]

- A. 8 সে. B. 11 সে. C. 9 সে.
D. 10 সে. E. 12 সে.

Ans B Solve $v = \frac{30 \times 1760 \times 3}{3600} = 44ft/sec^2, u = 0, a = 4$

∴ $v = u + at \Rightarrow t = 11s$

15. $y = x^5 - 2x^4 + 3x^3 + 7$ বক্ররেখার (1, 0) বিন্দুতে স্পর্শকের ঢাল এর মান কত? [08-09]

- A. 7 B. 9 C. 6
D. 13 E. 19

Ans C Solve $y = x^5 - 2x^4 + 3x^3 + 7$

$\frac{dy}{dx} = 5x^4 - 8x^3 + 9x^2$ (1, 0) বিন্দুতে ঢাল,

$m = \frac{dy}{dx} = 5 - 8 + 9 = 6$

16. $y = x^3 + 3x^2 + 3x$ বক্ররেখার কোন কোন বিন্দুতে স্পর্শক x অক্ষের সমান্তরাল? [07-08]

- A. (1, 1) B. (-1, 7) C. (-1, -7)
D. (-1, -1) E. (1, -7)

Ans D Solve $y = x^3 + 3x^2 + 3x$

$\frac{dy}{dx} = 3x^2 + 6x + 3$ স্পর্শক x অক্ষের সমান্তরাল,

$0 = 3x^2 + 6x + 3 \Rightarrow x^2 + 2x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1$

∴ $y = -1 + 3 - 3 \Rightarrow y = -1$ ∴ স্পর্শক বিন্দু = (-1, -1)

অথবা, যে অপশন দ্বারা $y = x^3 + 3x^2 + 3$ সমীকরণটি সিদ্ধ হবে সেটি সঠিক উত্তর। D অপশনে,

$-1 = (-1)^3 + 3(-1)^2 + 3 - 1$

$\Rightarrow -1 = 1 + 3 - 3 \Rightarrow -1 = -1$

17. $y = f(x) = x^2$ হলে, উক্ত বক্ররেখার $x = 2$ বিন্দুতে ঢাল = ? [06-07]

- A. $-\frac{1}{2}$ B. 4 C. $-\frac{1}{4}$ D. $\frac{1}{4}$

Ans B Solve $y = x^2 \Rightarrow \frac{dy}{dx} = 2x \therefore x = 2$ বিন্দুতে ঢাল = $2 \cdot 2 = 4$

18. $y = x + \frac{1}{x}$ বক্ররেখার যে সমস্ত বিন্দুতে স্পর্শক রেখা x অক্ষের

সমান্তরাল তাদের স্থানাঙ্ক হবে- [05-06]

- A. $(1, -2)(1, 0)$ B. $(1, 2)(-1, 0)$
C. $(-1, 2)(1, 0)$ D. $(1, 2)(-1, -2)$

Ans D Solve $y = x + \frac{1}{x}$

$\frac{dy}{dx} = 1 - \frac{1}{x^2}$ রেখাটি x অক্ষের সমান্তরাল হলে,

$$\therefore 0 = 1 - \frac{1}{x^2} \Rightarrow 1 - \frac{1}{x^2} \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm 1,$$

$$\therefore y = 1 + \frac{1}{1} = 1 + 1 = 2 \text{ অথবা, } y = -1 + \frac{1}{-1} = -2$$

19. একটি ট্রেন t সেকেন্ডে $5t + \frac{1}{2}t^2$ ফুট দূরত্ব অতিক্রম করে। 2 সেকেন্ড

পর ট্রেনটির বেগ কত হবে? [01-02; RUET 13-14]

- A. 15 ft/sec B. 7 ft/sec C. 12 ft/sec D. 10 ft/sec

Ans B Solve $s = 5t + \frac{1}{2}t^2 \Rightarrow \frac{ds}{dt} = 5 + t \therefore v = 5 + t$

2 সেকেন্ড পরে বেগ $v = 5 + 2 = 7 \text{ ft/sec}$

20. $x = 5$ বিন্দুতে $f(x) = x^3 - 3x^2 - 45x + 13$ এর লঘুমান আছে, কারণ- [01-02]

- A. $f'(5) = 0$ এবং $f''(5) < 0$ B. $f'(5) = 0$ এবং $f''(5) > 0$
C. $f''(5) = 0$ এবং $f'''(5) > 0$ D. $f''(5) = 0$ এবং $f'''(5) = 0$

Ans B Solve $y = x^3 - 3x^2 - 45x + 13$

$$\frac{dy}{dx} = 3x^2 - 6x - 45$$

$$\text{লঘুমান ও গুরুমানের জন্য } \frac{dy}{dx} = 0 \therefore 3x^2 - 6x - 45 = 0$$

$$\text{বা, } x^2 - 2x - 15 = 0 \therefore x = 5, -3$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = 6x - 6$$

$$\text{যখন, } x = 5, \frac{d^2y}{dx^2} = 6 \times 5 - 6 = 24$$

$x = 5$, এ ফাংশনটি লঘুমান।

$$\text{লঘুমান} = 53 - 3 \cdot 5^2 - 45 \cdot 5 + 13 = -162$$

21. $x = 1$ বিন্দুতে $f(x)$ এর গুরুমান থাকলে [01-02]

- A. $f(1) = 0$ B. $f(1) > 0$ C. $f''(1) < 0$ D. $f'(1) = 1$

Ans D Solve n যদি জোড় সংখ্যা হয় তবে $f''(c) < 0$ হলে,

$x = c$ বিন্দুতে $f(x)$ গরিষ্ঠ এবং $f''(c) > 0$ হলে,

$x = c$ বিন্দুতে $f(x)$ লঘিষ্ঠ হবে।

খুলনা বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. যদি একটি বৃত্তের ক্ষেত্রফল সমহারে বাড়ে, তবে তার পরিসীমা- [13-14]

- A. ব্যাসার্ধের ব্যস্তানুপাতে বাড়ে B. ব্যাসের ব্যস্তানুপাতে বাড়ে
C. ব্যাসের সমানুপাতে বাড়ে D. ব্যাসার্ধের সমানুপাতে বাড়ে

Ans. A

02. $x^2 + y^2 + 6x - 3y - 5 = 0$ এর $(1, 2)$ বিন্দুতে স্পর্শকের সমীকরণ

কত? [09-10]

- A. $8x + y = 10$ B. $8x + y = 0$ C. $8x + y = 10$ D. $6x - 3y = 5$

Ans C Solve $x^2 + y^2 + 6x - 3y - 5 = 0$

$$\Rightarrow 2x + 2y \frac{dy}{dx} + 6 - 3 \frac{dy}{dx} = 0$$

$$\therefore \frac{dy}{dx} = \frac{-2x - 6}{2y - 3} \therefore (1, 2) \text{ বিন্দুতে } \frac{dy}{dx} = -8$$

\therefore স্পর্শকের সমীকরণ $y - 2 = -8(x - 1) \Rightarrow 8x + y = 10$

Tec. যেহেতু বক্ররেখাটি $(1, 2)$ বিন্দুগামী সুতরাং প্রদত্ত বিন্দু দিয়ে অবশ্যই সমীকরণ দ্বয় সিদ্ধ হবে।

03. কোন গতিশীল বস্তু t সেকেন্ডে $5t + 2t^2$ ফুট দূরত্ব করলে 3 সেকেন্ড পর তার গতিবেগ হবে- [06-07]

- A. $\frac{17 \text{ ft}}{\text{s}}$ B. $\frac{15 \text{ ft}}{\text{s}}$ C. $\frac{12 \text{ ft}}{\text{s}}$ D. $\frac{18 \text{ ft}}{\text{s}}$

Ans A Solve $s = 5t + 2t^2 \Rightarrow v = 5 + 4t$ [$t = 3$ সে.]

$$\Rightarrow v = 5 + 4 \cdot 3 = 5 + 12 = \frac{17 \text{ ft}}{\text{s}}$$

শাহজালাল বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $x^3 - 2xy^2 = 1$ বক্ররেখার $(-1, 1)$ বিন্দুতে স্পর্শকের ঢাল কত? [15-16]

- A. -1 B. $-\frac{1}{4}$ C. 0 D. $\frac{1}{4}$ E. 1

Ans B Solve $x^3 - 2xy^2 = 1$

$$3x^2 - 2y^2 - 4xy \frac{dy}{dx} = 0$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{3x^2 - 2y^2}{4xy}$$

$$(-1, 1) \text{ বিন্দুতে ঢাল} = \frac{3 - 2}{-4} = -\frac{1}{4}$$

02. $f(x) = -(x - 5)^4$ ফাংশনের গুরুমান কত?

- A. -5 B. -1 C. 0 D. 5 E. 625

Ans C Solve $f(x) = -(x - 5)^4$

$$\Rightarrow f'(x) = -4(x - 5)^3 = 0 \Rightarrow x = 5$$

$$\text{আবার, } f''(x) = -12(x - 5)^2$$

$$f'''(x) = -24(x - 5)$$

$$f^{iv}(x) = -24 < 0 \text{ গুরুমান হবে যখন, } x = 5$$

$$\therefore \text{গুরুমান} = -(5 - 5)^4 = 0$$

03. $x = 0$ বিন্দুতে $f(x) = \ln(2x + 1)$ এবং নিচের কোন বক্ররেখার স্পর্শকের ঢাল সমান হবে?

- A. $f(x) = 1 + x + 2x^2$ B. $f(x) = -2x - 2x^2 + 4x^3$

C. $f(x) = x - \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{3}x^3$ D. $f(x) = 2x - 2x^2 + \frac{8}{3}x^3$

E. $f(x) = x - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!}$

Ans D Solve $f'(x) = \frac{2}{2x + 1}$

$$x = 0 \text{ বিন্দুতে } f'(x) = \frac{2}{0 + 1} = 2$$

$$\text{Option D, } f(x) = 2x - 2x^2 + \frac{8}{3}x^3$$

$$\therefore f'(x) = 2 - 4x + 8x^2 \therefore x = 0 \text{ হলে } f'(x) = 2$$

৩৪. $y^2 = x^3 - 2x^2 + 4$ বক্ররেখার (2, 2) বিন্দুতে স্পর্শকের উপরে লম্ব রেখার

- সমীকরণ কোনটি? [14-15]
 A. $4x - y - 4 = 0$ B. $x + 4y - 18 = 0$ C. $4x + y + 5 = 0$
 D. $x + y - 4 = 0$ E. $4x - 2y - 5 = 0$

Ans D Solve $y^2 = x^3 - 2x^2 + 4$
 $\Rightarrow 2y \frac{dy}{dx} = 3x^2 - 4x \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{3x^2 - 4x}{2y}$

(2, 2) বিন্দুতে $\frac{dy}{dx} = \frac{12 - 8}{4} = 1$ স্পর্শকের ঢাল।
 লম্বের ঢাল $m = 1 \times m = -1 \Rightarrow m = -1$

\therefore স্পর্শকের উপর লম্ব রেখার সমীকরণ, $y - 2 = -1(x - 2)$
 $\Rightarrow y - 2 = -x + 2 \Rightarrow x + y - 4 = 0$

৩৫. $x = \sin\theta - |\cos\theta|$, $0 < \theta < \pi$ এর লঘুমান এবং গুরুমান যথাক্রমে- [14-15]

- A. -2, 2 B. -2, 0 C. 0, 1 D. -1, 1 E. 1, 2

Ans D Solve $x = \sin\theta - |\cos\theta|$
 লঘুমান হবে যখন, $\sin\theta = 0, \cos\theta = 1$
 লঘুমান, $x = -1$
 গুরুমান হবে যখন, $\sin\theta = 1, \cos\theta = 0$
 গুরুমান, $x = 1$

৩৬. a এবং b এর মান যথাক্রমে কত হলে $y = ax + b$ সরলরেখাটি $y = x^3 - 2x^2 + 4$ বক্ররেখার (2, 4) বিন্দুতে স্পর্শক হবে? [13-14]

- A. -4, 4 B. 4, -4 C. 0, 4 D. 4, 0 E. -4, -4

Ans B Solve $a = \frac{dy}{dx} = 3x^2 - 4x = 3 \times 2^2 - 4 \times 2 = 4$
 $y = 4x + b \Rightarrow 4 = 4 \times 2 + b \Rightarrow b = 4 - 8 = -4$
 $\therefore a = 4; b = -4$

৩৭. (0, 2) বিন্দুটি $y = 5x^2 + 3x + c$ বক্ররেখার উপর অবস্থিত। ঐ বিন্দুতে বক্ররেখার উপর অঙ্কিত স্পর্শক $ax + cy + 1 = 0$ রেখার সমান্তরাল হলে, a এর মান কত? [B 12-13]

- A. 10 B. 6 C. 3 D. -3 E. -6

Ans E Solve $y = 5x^2 + 3x + c$
 $\frac{dy}{dx} = 10x + 3 \therefore \frac{dy}{dx} \Big|_{(0,2)} = 3$

\therefore স্পর্শকের সমীকরণ, $(y - 2) = 3(x - 0) \Rightarrow y - 3x - 2 = 0 \dots (i)$
 অথবা, (0, 2) বিন্দু $y = 5x^2 + 3x + c$ রেখার উপর অবস্থিত বলে, $c = 2$
 $\therefore ax + cy + 1 = 0 \Rightarrow ax + 2y + 1 = 0 \dots (ii)$
 (i) ও (ii) নং রেখা দুটি সমান্তরাল বলে, $\frac{1}{2} = \frac{-3}{a} \Rightarrow a = -6$

৩৮. x এর কোন মানের জন্য $y = (2x - 3)e^x$ এর গুরু বা লঘু মান পাওয়া যাবে? [A 12-13]

- A. 3/2 B. 1/5 C. 1/2 D. 1 E. -1/2

Ans C Solve $\frac{dy}{dx} = (2x - 3)e^x + (2)e^x = 0$
 $\Rightarrow e^x(2x - 3 + 2) = 0 \Rightarrow e^x(2x - 1) = 0 \therefore 2x - 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$

৩৯. $x^2 + y^2 = \log(xy)$ হলে $\frac{dy}{dx}$ [10-11]

- A. $(y - 2x^2y)/(2xy^2 - x)$ B. $(x - 2x^3)/(y - 2y^3)$
 C. $(2x^3 - x)/(y - 2y^3)$ D. $(y - 2x^2y)/(x - 2xy^2)$

Ans A Solve $2x + 2y \frac{dy}{dx} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} \frac{dy}{dx}$
 $\Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{2x - 1/y}{1/y - 2y} = \frac{2x^2 - 1}{x} \times \frac{y}{1 - 2y^2} = \frac{2x^2y - y}{x - 2y^2x} = \frac{y - 2x^2y}{2xy^2 - x}$

10. $x^2 + y^2 - 2x - 3 = 0$ বক্ররেখার (-1, 1) বিন্দুতে স্পর্শকের ঢাল কত? [09-10]

- A. -1 B. 0 C. 1 D. 2

Ans D Solve $x^2 + y^2 - 2x - 3 = 0$ সমীকরণটি x এর সাপেক্ষে ব্যাবকলন করে পাই, $\frac{d}{dx}(x^2 + y^2 - 2x - 3) = 0$

$\Rightarrow 2x + 2y \times \frac{dy}{dx} - 2 = 0 \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{2 - 2x}{2y}$

(-1, 1) বিন্দুতে স্পর্শকের ঢাল হল, $\frac{dy}{dx} = \frac{2 - 2(-1)}{2 \cdot 1} = \frac{2 - (-2)}{2} = 2$ Ans.

11. $y = 3x^5 - 1$ বক্ররেখার (1, -1) বিন্দুতে স্পর্শকের সমীকরণ কি? [09-10]

- A. $y = 13x - 14$ B. $y = 14x - 15$
 C. $y = 15x - 16$ D. $y = 16x - 17$

Ans C Solve $y = 3x^5 - 1 \therefore \frac{dy}{dx} = 15x^4 - 0$
 (1, -1) বিন্দুতে $m = 15$

$y = mx + c \Rightarrow y = 15x + c \Rightarrow -1 = 15 + c \Rightarrow c = -16$
 স্পর্শকের সমীকরণ: $y = 15x - 16$

Tec. যেহেতু বক্ররেখাটি (1, -1) বিন্দুগামী সুতরাং প্রদত্ত বিন্দু দিয়ে অবশ্যই সমীকরণদ্বয় সিদ্ধ হবে।

12. y একটি বক্ররেখা যা (0, 3) বিন্দু দিয়ে যায়। যদি $\frac{dy}{dx} = x^2 + x + 1$

তাহলে, y কে x এর ফাংশন হিসাবে প্রকাশ কর। [09-10]

- A. $y = \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + x$ B. $y = 2x + 1$

- C. $y = \frac{x^2}{2} + x + 3$ D. $y = \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + 3$

Ans D Solve $\frac{dy}{dx} = x^2 + x + 1$ হলে, y কে x এর ফাংশন হিসাবে

প্রকাশ $y = \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + x + c$ (By Integration) (0, 3) বিন্দুতে পাই,

$3 = 0 + c \Rightarrow c = 3 \Rightarrow y = \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + x + 3$

13. $f(x) = x^3 - 6x^2 + 24x + 4$ এর গুরুমান- [05-06]

- A. 5 B. 10 C. 15 D. কোনটিই নয়

Ans D Solve $\frac{dy}{dx} = 3x^2 - 12x + 24 = 0$
 $\Rightarrow x^2 - 4x + 8 = 0 \Rightarrow x = 4 \pm \sqrt{16 - 32} = 4 \pm 4i$

14. $y = f(x)$ ফাংশনের (x_0, y_0) বিন্দুতে স্পর্শকের সমীকরণ $y = \sqrt{2x} + 3$ হলে, $f'(x_0) =$ কত? [05-06]

- A. 0 B. $\sqrt{2}$ C. 1 D. None

Ans B Solve $f(x) = \sqrt{2x} + 3 \therefore f'(x) = \sqrt{2}$

15. a এর কোন মানের জন্য $y = ax(1 - x)$ বক্ররেখার মূল বিন্দুতে স্পর্শকটি x-অক্ষের সাথে 60° কোণ উৎপন্ন করবে? [05-06; BU 11-12]

- A. $\sqrt{2}$ B. $\frac{1}{\sqrt{2}}$ C. $\sqrt{3}$ D. $\frac{1}{\sqrt{3}}$

Ans C Solve $\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}(ax - ax^2) = a - 2ax$

$\therefore \frac{dy}{dx} \Big|_{(0,0)} = a, \frac{dy}{dx} = a = \tan 60^\circ = \sqrt{3}$

16. $f(x) = x^3 - 6x^2 + 24x + 4$ ফাংশনের [04-05]

- A. শুধু লঘুমান আছে B. শুধু উচ্চমান আছে
C. উচ্চ ও লঘু উভয় মানই আছে D. লঘুমান ও উচ্চমান কোনোটিই নেই

Ans D Solve $f(x) = x^3 - 6x^2 + 24x + 4$
 $f'(x) = 3x^2 - 12x + 24 = 3(x^2 - 4x + 8) = 3[(x-2)^2 + 4]$
 $f(x)$ কখনও শূন্য হয় না। অতএব ফাংশনটির কোন বৃহত্তম অথবা সূচ্যতম মান নেই।

17. $2y = \sqrt{3}x^2$ হলে, $(1, \frac{\sqrt{3}}{2})$ বিন্দুতে স্পর্শকটি x-অক্ষের দ্বন্দ্বাত্মক দিকের সাথে যে কোণ উৎপন্ন করে তা- [A 01]

- A. $\frac{\pi}{4}$ B. $\frac{\pi}{3}$ C. $\frac{\pi}{2}$ D. $\frac{2\pi}{3}$

Ans B Solve $\frac{dy}{dx} = \frac{\sqrt{3} \cdot 2x}{2} = \sqrt{3}x$
 $\therefore (1, \frac{\sqrt{3}}{2})$ বিন্দুতে $\frac{dy}{dx} = \sqrt{3} \cdot 1 = \sqrt{3}$
 $\frac{dy}{dx} = \sqrt{3} = \tan 60^\circ = \frac{\pi}{3}$

18. x এর কোন মানের জন্য $y = x + \frac{1}{x}$ বক্ররেখাটির ঢাল শূন্য হবে? [09-10]

- A. $-\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{2}$ C. +3
D. 0 E. ±1

Ans E Solve $\frac{dy}{dx} = 1 + (-1)x^{-2} = 1 - \frac{1}{x^2}$
 $\therefore \frac{1}{x^2} = 1 \therefore x = \pm 1$

02. t সময়ে কোন কণার অতিক্রান্ত দূরত্ব $s = t^3 - 12t^2 + 6t + 8$, যখন কণাটির ত্বরণ শূন্য তখন এর বেগ কত? [15-16]

- A. 48 B. -42 C. 42 D. 48

Ans B Solve $s = t^3 - 12t^2 + 6t + 8$
 $\Rightarrow \frac{ds}{dt} = 3t^2 - 24t + 6 \Rightarrow \frac{d^2s}{dt^2} = 6t - 24 = 0 \Rightarrow t = 4s$
বেগ, $\frac{ds}{dt} = 3 \times 4^2 - 24 \times 4 + 6 = 48 - 96 + 6 = -48$

03. $3x^2 - 7y^2 + 4xy - 8x = 0$ বক্ররেখাটির $(-1, 1)$ বিন্দুতে অংকিত স্পর্শকের ঢাল কত? [15-16, Sust 02-03]

- A. 5/9 B. 5/9 C. 9/5 D. -9/5

Ans A Solve $3x^2 - 7y^2 + 4xy - 8x = 0$
 $\Rightarrow 6x - 14y \frac{dy}{dx} + 4y + 4x \frac{dy}{dx} = 0$
 $\Rightarrow \frac{dy}{dx} (14y - 4x) = 6x - 4y \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{6x - 4y}{14y - 4x}$
 $(-1, 1)$ বিন্দুতে ঢাল $= \frac{-6 + 4}{14 + 4} = \frac{-2}{18} = \frac{-1}{9}$

04. $x^3 - 3xy + y^3 = 0$ বক্ররেখাটি $(2, 1)$ বিন্দু দিয়ে অতিক্রম করলে ঐ বিন্দুতে স্পর্শকের ঢাল হবে- [14-15]

- A. 9/5 B. 1 C. $2\sqrt{3}$ D. 3

Ans D Solve $x^3 - 3xy + y^3 = 0$
 $\Rightarrow 3x^2 - 3y - 3x \frac{dy}{dx} + 3y^2 \frac{dy}{dx} = 0$
 $\Rightarrow \frac{dy}{dx} (y^2 - x) = y - x^2 \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{y - x^2}{y^2 - x}$
 $(2, 1)$ বিন্দুতে স্পর্শকের ঢাল $= \frac{1 - 4}{1 - 2} = 3$

05. x এর কোন মানের জন্য $(x + \frac{1}{x})$ এর মান সর্বনিম্ন হবে? [14-15]

- A. -1 B. 0 C. 1 D. 2

Ans C Solve $f(x) = x + \frac{1}{x} \Rightarrow f'(x) = 1 - \frac{1}{x^2} = 0$
 $\Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm 1 \therefore f''(x) = \frac{2}{x^3}$
 $x = 1$, হলে $f''(1) = \frac{2}{1} = 2 > 0$ সর্বনিম্ন মান হবে অর্থাৎ যখন $x = 1$ হয়।

06. $x^2 + y^2 - 2x - 4 = 0$ বক্ররেখায় $(-1, 1)$ বিন্দুতে স্পর্শকের ঢাল কত? [14-15]

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Ans B Solve $x^2 + y^2 - 2x - 4 = 0$
 $\Rightarrow (-1, 1)$ বিন্দু স্পর্শক $x(-1) + y(1) - (x-1) - 4 = 0$
 $\Rightarrow -x + y - x + 1 - 4 = 0 \Rightarrow -2x + y - 3 = 0$
 $\Rightarrow y = 2x + 3$ এর ঢাল = 2

07. কোন বিন্দুতে অংকিত স্পর্শক x-অক্ষের সমান্তরাল হলে, $\frac{dy}{dx}$ -এর মান- [F 12-13]

- A. 0 B. 1 C. -1 D. ∞ **Ans. A**

08. x এর মান বাস্তব হলে $-9x^2 + 6px + q^2$ এর সর্বোচ্চ মান কত? [11-12]

- A. $p^2 + q^2$ B. $p^2 - q^2$ C. $q^2 - p^2$ D. $x^2 - p^2$

Ans A Solve সর্বোচ্চ মান $= q^2 - \frac{(6p)^2}{4 \cdot (-9)} = q^2 + \frac{36p^2}{36} = q^2 + p^2$

09. $f(x) = x - x^1$ হলে $\{f(x)\}^2$ হবে- [10-11]

- A. $f(x^2) + 2$ B. $f(x^2) - 3$ C. $f(x^2) - 2$ D. $f(x^2) + 3$

Ans C Solve $f(x) = x - x^1$
 $\Rightarrow \{f(x)\}^2 = (x - x^1)^2 = x^2 - 2 \cdot x \cdot x^1 + x^2 = x^2 - 2 + x^2 = 2x^2 - 2 = f(x^2) - 2$

বেগম রোকেয়া বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. x এর কোন মানের জন্য $x(12 - 2x)^2$ এর মান সর্বোচ্চ? [15-16]

- A. 2 B. 6 C. 8 D. 10

Ans A Solve বি.প্র. JU-1 নং প্রশ্নের ব্যাখ্যা দেখ।

02. যদি $\sec \theta = x$, হয়, তবে $\frac{d\theta}{dx} = ?$ [15-16]

- A. $\frac{1}{x^2 - 1}$ B. $\frac{1}{x\sqrt{1 - x^2}}$ C. $\frac{1}{x\sqrt{x^2 - 1}}$ D. $\frac{1}{\sqrt{x(x^2 - 1)}}$

Ans C Solve $\sec \theta = x \Rightarrow \theta = \sec^{-1} x \therefore \frac{d\theta}{dx} = \frac{1}{x\sqrt{x^2 - 1}}$

ইসলামী বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. a এর মান কত হলে, $y = cx(1 - x)$ বক্ররেখার মূলবিন্দুতে স্পর্শক y-অক্ষের সাথে 60° কোণ উৎপন্ন করে? [15-16; BU 15-16; JuU 13-14; HSTU 14-15; JuU 13-14; KU 14-15]

- A. 53 B. $\sqrt{2}$ C. $\sqrt{3}$ D. $\sqrt{7}$

Ans C Solve $y = cx(1 - x) \Rightarrow y = cx - cx^2$
 $\frac{dy}{dx} = c - 2cx$
মূলবিন্দুতে $(0, 0)$ $\frac{dy}{dx} = c$
 $\Rightarrow \tan 60 = \sqrt{3} = c \therefore c = \sqrt{3}$

10. $y = x^2 + 1$ হলে, কোন বিন্দুতে $\frac{dy}{dx}$ এর মান সমান [07-08]

- A. (1, 2) B. (2, 1) C. (1, 1) D. (-1, 0)

Ans A Solve A অপশন দ্বারা উৎসমীকরণ সিদ্ধ হবে তাই $2 = 1^2 + 1$

11. $y^3 + mx^2 + 2x - 9 = 0$ বক্ররেখাটির (1, 2) বিন্দু দিয়ে অতিক্রম করে। উক্ত বিন্দুতে স্পর্শকের ঢাল কত? [07-08]

- A. m B. 1 C. 0 D. 2

Ans C Solve $y^3 + mx^2 + 2x - 9 = 0 \therefore \frac{dy}{dx} = \frac{-(2mx + 2)}{3y^2}$

(1, 2) বিন্দুতে \therefore (1, 2) বিন্দুতে ঢাল

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-(2 \cdot m \cdot 1 + 2)}{3 \cdot 2^2} = -\left(\frac{m+1}{6}\right)$$

$y^3 + mx^2 + 2x - 9 = 0$ (1, 2) বিন্দুগামী

$$\therefore 2^3 + m + 2 - 9 = 0 \Rightarrow m = -1 \therefore \text{ঢাল} = \frac{-(-1+1)}{6} = 0$$

12. $y = f(x)$ এর উপরিস্থিত (x, y) বিন্দুতে অঙ্কিত স্পর্শক অক্ষদ্বয়ের সাথে সমান কোণ উৎপন্ন করলে- [04-05]

- A. $\frac{dy}{dx} = 0$ B. $\frac{dy}{dx} = 1$
C. $\frac{dy}{dx} = -1$ D. $\frac{dy}{dx} = \pm 1$

Ans. D

13. $y = x^2 - xy$ বক্ররেখার (1, 1/2) বিন্দুতে স্পর্শকের ঢাল কত? [02-03]

- A. 1 B. $\frac{3}{4}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{4}$

Ans B Solve $y = x^2 - xy \Rightarrow \frac{dy}{dx} = 2x - x \times \frac{dy}{dx} - y$

$$\Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{2x - y}{1 + x} \therefore (1, 1/2) \text{ বিন্দুতে } \frac{dy}{dx} = \frac{3}{4}$$

বরিশাল বিশ্ববিদ্যালয়ের ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $1 - x - x^2$ এর সর্বোচ্চ মান- [12-13]

- A. $-\frac{5}{2}$ B. $\frac{3}{5}$ C. $\frac{5}{4}$ D. $\frac{3}{4}$

Ans C Solve $y = 1 - x - x^2 \Rightarrow \frac{dy}{dx} = -1 - 2x$

$$\therefore -1 - 2x = 0 \text{ হলে, } x = -\frac{1}{2} \therefore \text{সর্বোচ্চ মান} = 1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \frac{5}{4}$$

$$\text{বিকল্প: সর্বোচ্চ মান} = c - \frac{b^2}{4a} = 1 - \frac{(-1)^2}{4(-1)} = 1 + \frac{1}{4} = \frac{5}{4}$$

02. $x^2 - 2x + 5$ এর সর্বনিম্ন মান- [11-12]

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Ans D Solve $x^2 - 2x + 5$ এর সর্বনিম্ন মান $= 5 - \frac{(-2)^2}{4 \cdot 1} = 5 - 1 = 4$

কুমিল্লা বিশ্ববিদ্যালয়ের ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $y = \frac{1}{x}$ বক্ররেখার যে বিন্দুতে $x = 2$ সেই বিন্দুতে স্পর্শকের ঢাল- [15-16]

- A. $-\frac{1}{4}$ B. -4 C. $\frac{1}{4}$ D. 4

Ans A Solve $y = \frac{1}{x}$

$$\Rightarrow \frac{dy}{dx} = -\frac{1}{x^2}, x = 2 \text{ বিন্দুতে ঢাল} = -\frac{1}{2^2} = -\frac{1}{4}$$

যশোর বিজ্ঞান ও প্রযুক্তি বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. একটি গাড়ী t সেকেন্ড সময়ে $3t^2 - 5t + 2$ দূরত্ব অতিক্রম করে। কখন তার বেগ শূন্য হবে? [15-16]

- A. 6/5 sec B. 2/3 sec C. 3/2 sec
D. 5/6 sec E. 7/8 sec

Ans D Solve $S = 3t^2 - 5t + 2 \Rightarrow \frac{ds}{dt} = 6t - 5 = 0 \Rightarrow t = \frac{5}{6} \text{ sec}$

02. যদি একটি সমবাহু ত্রিভুজের বাহুগুলো প্রতি সেকেন্ডে $\sqrt{3} \text{ cm}$ এবং এর ক্ষেত্রফল প্রতি সেকেন্ডে 12 sq. cm পরিমাণ বৃদ্ধি পায়, ত্রিভুজটির বাহুর দৈর্ঘ্য কত হবে? [14-15]

- A. 4 cm B. 9/3 cm C. 8 cm
D. 8 m E. কোনটিই নয়

Ans C Solve সমবাহু ত্রিভুজের দৈর্ঘ্য = x হলে

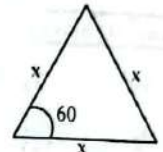
$$\text{ক্ষেত্রফল } A = \frac{\sqrt{3}x^2}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{dA}{dt} = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot 2x \cdot \frac{dx}{dt}$$

$$\Rightarrow 12 = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 2x \cdot \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow x = \frac{12 \times 2}{3} = 8 \text{ cm}$$

দেওয়া আছে, $\therefore \frac{dA}{dt} = 12, \frac{dx}{dt} = \sqrt{3}$



$$A = \Delta = \frac{1}{2} \times x \cdot x \cdot \sin 60 = \frac{x^2 \sqrt{3}}{2 \cdot 2} = \frac{\sqrt{3}x^2}{4}$$

03. একটি বাস t সেকেন্ডে $3t + \frac{1}{4}t^2$ মিটার দূরত্বে অতিক্রম করে। 2 মিনিট পর তার বেগ কত হবে? [14-15]

- A. 50 ms^{-1} B. 58 ms^{-1} C. 63 ms^{-1}
D. 70 ms^{-1} E. 78 ms^{-1}

Ans C Solve $S = 3t + \frac{1}{4}t^2$

$$\Rightarrow \frac{ds}{dt} = 3 + \frac{2}{4}t = 3 + \frac{1}{2}t$$

$$t = 5 \text{ মি. হলে, } \frac{ds}{dt} = 3 + \frac{1}{2} \times 2 \times 60 = 63 \text{ ms}^{-1}$$

04. যদি $0 < x < 2$ হয় তাহলে $x(1-x)^2$ এর সর্বোচ্চ মান কত? [13-14]

- A. 2 B. 4/27 C. 5/12
D. 0 E. 3/11

Ans B Solve $y = x^3 - 2x^2 + x$ এবং $y_1 = 3x^2 - 4x + 1$

সর্বোচ্চ ও সর্বনিম্ন মানের জন্য, $3x^2 - 4x + 1 = 0 \therefore x = 1 \text{ or } 1/3$

$$y_2 = 6x - 4 \quad x = 1/3 \text{ হলে, } y_2 = -2 < 0$$

$$\therefore y \text{ এর বৃহত্তম মান} = 1/3 (1 - 1/3)^2 = 4/27$$

05. $f(x) = -5x^2 + 24x + 4$ ফাংশনের গুরুমান কত? [A 12-13]

- A. 5 B. 2 C. 32 D. None

Ans D Solve $f(x) = -5x^2 + 24x + 4$

$$\Rightarrow f'(x) = -10x + 24 = 0 \Rightarrow x = \frac{12}{5}$$

$$\therefore \text{গুরুমান} = -5\left(\frac{12}{5}\right)^2 + 24 \cdot \frac{12}{5} + 4 = -\frac{144}{5} + \frac{288}{5} + 4 = \frac{164}{5}$$

বঙ্গবন্ধু বিজ্ঞান ও প্রযুক্তি বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $y = \frac{x}{\ln x}$ এর ক্ষুদ্রতম মান কত হবে? [15-16]

- A. e^2 B. e^{-2} C. $1/e$ D. e

Ans D Solve $y = \frac{x}{\ln x}$ $y_1 = \frac{\ln x - x \cdot \frac{1}{x}}{(\ln x)^2} = \frac{\ln x - 1}{(\ln x)^2} = 0$

$\Rightarrow \ln x = 1 \Rightarrow x = e$

$y_2 = \frac{\frac{(\ln x)^2}{x} - (\ln x - 1) \frac{2 \ln x}{x}}{(\ln x)^4}$

$x = e$ হলে, $y^2 = \frac{1}{e} + \frac{1}{e} > 0$

$x = e$ হলে ক্ষুদ্রতম মান হবে

\therefore ক্ষুদ্রতম মান $= \frac{e}{\ln e} = e$

02. $x^3 - 3xy + y^3 = 3$ বক্ররেখাটির (2,1) বিন্দুতে স্পর্শকের ঢাল কত? [15-16]

- A. 1 B. 2 C. 4 D. কোনটিই নয়

Ans D Solve $x^3 - 3xy + y^3 = 3$

$\Rightarrow 3x^2 - 3y - 3x \frac{dy}{dx} + 3y^2 \frac{dy}{dx} = 0$

$\Rightarrow \frac{dy}{dx} (3y^2 - 3x) = 3y - 3x^2 \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{3y - 3x^2}{3y^2 - 3x}$

(2, 1) বিন্দুতে ঢাল $= \frac{3 - 12}{3 - 6} = 3$

পাবনা বিজ্ঞান ও প্রযুক্তি বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $5 + 3x - x^2$ এর সর্বোচ্চ মান- [15-16; BSMRSTU 15-16]

- A. 3 B. 11/4
C. 29/4 D. 27/4

Ans C Solve $5 + 3x - x^2 = 5 - (x^2 - 3x)$

$= 5 - \left(x^2 - 3x + \frac{9}{4}\right) + \frac{9}{4} = \frac{29}{4} - \left(x - \frac{3}{2}\right)^2$

সর্বোচ্চ মান $\frac{29}{4}$ যখন $x - \frac{3}{2} = 0 \Rightarrow x = \frac{3}{2}$

বিকল্প: সর্বোচ্চ মান $= c + \frac{b^2}{4a} = 5 + \frac{9}{4} = \frac{29}{4}$

02. বৃত্তের ব্যাসার্ধ সম্বন্ধে বৃদ্ধি পেলে কোনটি সঠিক? [15-16]

- A. $\frac{dA}{dt} \propto \frac{1}{r}$ B. $\frac{dA}{dt} \propto r$
C. $A \propto 2\pi k$ D. কোনটিই নয়

Ans B Solve $\frac{dr}{dt} = k, \frac{dA}{dt} = \frac{d}{dt} \pi r^2$

$= 2\pi r \frac{dr}{dt} = 2\pi r k = 2\pi k r \therefore \frac{dA}{dt} \propto r$

03. $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ ব্যবধিতে $y = f(x) = 1 + 2\sin x + 3\cos^2 x$ ফাংশনটির লঘুমান- [15-16]

- A. 4 B. 3 C. 7 D. 8

Ans B Solve লঘুমান = 3

04. যদি কোন বর্গক্ষেত্রের প্রত্যেক বাহুর পরিমাণ 10% বৃদ্ধি পায়, তবে

ক্ষেত্রফল কত বৃদ্ধি পাবে? [14-15]

- A. 12% B. 15% C. 17% D. 21%

Ans D Solve বর্গের বাহুদৈর্ঘ্য = x হলে এর ক্ষেত্রফল = x^2

10% বৃদ্ধি করলে, বাহুর দৈর্ঘ্য = $x + 0.1x = 1.1x$

এক্ষেত্রে, ক্ষেত্রফল = $(1.1)^2 x^2$

\therefore ক্ষেত্রফল বৃদ্ধি = $\left\{(1.1)^2 - 1\right\} x^2 = 0.21x^2 \therefore$ ক্ষেত্রফল বৃদ্ধি = 21%

05. ম্যাকলরিনের উপপাদ্য অনুসারে নিচের কোনটি $\cos x$ এর ধারা- [14-15]

- A. $1 + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} + \dots$ B. $x + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + \dots$ C. $1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \dots$ D. $x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \dots$

Ans C Solve ম্যাকলরিনের উপপাদ্য অনুসারে: $\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \dots$

বাংলাদেশ কৃষি বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $y = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 7$ বক্ররেখার মূল বিন্দুতে নতির পরিমাণ কত? [14-15]

- A. 6 B. -6 C. -12 D. 12 E. -18

Ans C Solve $y = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 7 \Rightarrow \frac{dy}{dx} = 6x^2 + 6x - 12$

মূলবিন্দু (0, 0) তে $\frac{dy}{dx} = -12$

02. $y = 4e^x + 9e^{-x}$ এর লঘুমান কোনটি? [14-15]

- A. 13 B. 12 C. 5 D. 36 E. 16

Ans B Solve $y = 4e^x + 9e^{-x}$

$\Rightarrow \frac{dy}{dx} = 4e^x + 9e^{-x} = 0 \Rightarrow 4e^{2x} - 9 = 0 \Rightarrow e^{2x} = \frac{9}{4}$

$\Rightarrow e^x = \pm \frac{3}{2}$; $e^x \neq \frac{-3}{2}$ [কারণ $\ln x$ অসঙ্গায়িত হবে যখন $x \leq 0$ হয়]

$\Rightarrow e^x = 3/2 \Rightarrow x = \ln \frac{3}{2} \therefore$ লঘুমান $= 4 \cdot \frac{3}{2} + 9 \cdot \frac{2}{3} = 6 + 6 = 12$

03. যদি $S = 4t - t^2 + 10$ হয় তবে 4 সে. পরে ত্বরণ কত হবে? [14-15]

- A. -8 m/sec^2 B. 8 m/sec^2 C. 2 m/sec^2 D. -2 m/sec^2

Ans D Solve $S = 4t - t^2 + 10 \Rightarrow \frac{ds}{dt} = 4 - 2t \Rightarrow \frac{d^2s}{dt^2} = -2 \text{ m/sec}^2$

IUT ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. If the slope of a curve at a point (x, y) is $x^2 - 2$ and that curve passes through a point (3, 8), then the equation for that curve is: [14-15]

- A. $y = x^3 - 2x$ B. $y = x^3 - 2x + 5$

- C. $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x + 5$ D. $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x$

Ans C Solve $\frac{dy}{dx} = x^2 - 2 \Rightarrow dy = x^2 dx - 2dx$

$\Rightarrow \int dy = \int x^2 dx - 2 \int dx \Rightarrow y = \frac{x^3}{3} - 2x + c$

রেখাটি (3,4) বিন্দুগামী

$\therefore 8 = \frac{27}{3} - 6 + c \Rightarrow 8 = 9 - 6 + c \Rightarrow c = 5$

নির্ণেয় রেখা, $y^2 = \frac{x^3}{3} - 2x + 5$

বাংলাদেশ টেক্সটাইল বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $(x + \frac{1}{x})$ এর শুরু মান কোনটি? [15-16]
A. 2 B. 1 C. -2 D. -1

Ans C Solve $f(x) = x + \frac{1}{x}$
 $f'(x) = 1 - \frac{1}{x^2} = 0 \Rightarrow x = \pm 1 \Rightarrow x = 1, -1$
 $f''(x) = \frac{2}{x^3}$
 $f''(1) = \frac{2}{1} = 2 > 0$, লঘুমান হবে
 $f''(-1) = \frac{2}{(-1)^3} = -2 < 0$, শুরুমান হবে
 \therefore শুরুমান $= -1 + \frac{1}{-1} = -1 - 1 = -2$

02. $y = \frac{2}{x}$ বক্ররেখার যে বিন্দুতে $x = \frac{1}{2}$ সেই বিন্দুতে টহার ঢাল কত? [15-16]
A. 4 B. -8 C. 8 D. -2

Ans B Solve $y = \frac{2}{x}$
 $\frac{dy}{dx} = -\frac{2}{x^2}$
 $x = \frac{1}{2}$ বিন্দুতে ঢাল $= -\frac{2}{(\frac{1}{2})^2} = -8$

বুয়েট, কুয়েট, চুয়েট ও রুয়েট ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $y = \sqrt{x}$ গ্রাফে (x, y) বিন্দুটির মান নির্ণয় কর যা $(4, 0)$ বিন্দুর নিকটতম [15-16]

Solve $y = \sqrt{x}$ গ্রাফ
গ্রাফটির উপর (x, y) বিন্দু হতে $(4, 0)$ বিন্দুর দূরত্ব,
 $s = \sqrt{(x-4)^2 + y^2} = \sqrt{(x-4)^2 + x}$
 $\frac{ds}{dx} = \frac{1}{2\sqrt{(x-4)^2 + x}} (2x-7)$, নিকটতম দূরত্বের জন্য $\frac{ds}{dx} = 0$
 $\Rightarrow 2x-7=0 \Rightarrow x = \frac{7}{2}$
আবার,
 $\frac{d^2s}{dx^2} = \frac{2}{2\sqrt{(x-4)^2 + x}} + \frac{(2x-7)}{2} \left(-\frac{1}{2}\right) \{(x-4)^2 + x\}^{-3/2} (2x-8+1)$
 $= \frac{1}{\sqrt{(x-4)^2 + x}} - \frac{(2x-7)^2}{2 \{(x-4)^2 + x\}^{3/2}}$
 $x = \frac{7}{2}$ হলে, $\frac{d^2s}{dx^2} = \frac{2}{\sqrt{15}} > 0$ ন্যূনতম দূরত্ব হবে।
 \therefore নির্ণেয় বিন্দুটি $(\frac{7}{2}, \sqrt{\frac{7}{2}})$

02. $y = 3x^4 + 4x^3 - 12x^2$ এর $-2 < x < 1$ বাবধিতে সর্বোচ্চ হলো- [KUET 14-15]
A. 32 B. -5 C. -7 D. 0 E. 16
Ans D Solve $y = 3x^4 + 4x^3 - 12x^2$
 $\Rightarrow y_1 = 12x^3 + 12x^2 - 24x \Rightarrow y_2 = 36x^2 + 24x - 24$
সর্বোচ্চ বা সর্বনিম্ন মানের জন্য $y_1 = 0 \therefore x(x^2 + x - 2) = 0$
 $x = 1, -2, 0, x = 0$ হলে, $y_2 = -24 < 0 \therefore x = 0$ হলে সর্বোচ্চ মান হবে
 \therefore সর্বোচ্চ মান $= y(0) = 0$

03. একটি কোণকের উচ্চতা সর্বদা তার ভূমির ব্যাসার্ধের সমান থাকে। যদি তার ভূমির ব্যাস বৃদ্ধির হার 7 mm sec^{-1} হয় তবে 16 mm ব্যাস থাকা অবস্থায় তার আয়তন বৃদ্ধির আনুমানিক হার হবে- [KUET 14-15]
A. 0.7 cc sec^{-1} B. 7 cc sec^{-1} C. 7 cm sec^{-1}
D. $70 \text{ cubic mm sec}^{-1}$ E. কোনটিই নয়

Ans A Solve $\frac{d}{dt} (2r) = 7 \Rightarrow \frac{d}{dt} (r) = \frac{7}{2}$
Again, $\frac{d}{dt} (V) = \frac{d}{dt} (\frac{1}{3} \pi r^2 h) = \frac{1}{3} \pi \frac{d}{dt} (r^2 r) (\because h = r)$
 $= \frac{1}{3} \pi 3r^2 \frac{dr}{dt} = \pi r^2 \frac{7}{2}$ ($2r = 16 \Rightarrow r = 8$)
 $= 703.72 \text{ mm}^3/\text{sec} = 0.7 \text{ cc sec}^{-1}$

04. নির্দিষ্ট বিন্দু থেকে সরলরেখায় চলমান বস্তুর সরণ $S = 6 - 2t + 3t^3$ হলে $t = 1 \text{ sec}$ পর বস্তুর ত্বরণ কত হবে? [RUET 14-15]
A. 12 B. 16 C. 18 D. 20 E. None

Ans C Solve $\frac{ds}{dt} = v = -2 + 9t^2 \Rightarrow a = \frac{dv}{dt} = 9 \times 2t = 18t$
 $t = 1 \text{ sec}$ পর ত্বরণ $= 18 \times 1 = 18$

05. একটি গোলকের ব্যাসার্ধের বৃদ্ধিহার এবং পৃষ্ঠদেশের ক্ষেত্রফলের বৃদ্ধিহার সংখ্যাসূচক ভাবে সমান হলে, গোলকটির ব্যাসার্ধের মান কত হবে? [BUET 13-14]

A. $\frac{1}{4\pi}$ B. 8π C. 4π D. $\frac{1}{8\pi}$
Ans D Solve গোলকের ব্যাসার্ধ $= r$ এবং গোলকের ক্ষেত্রফল $4\pi r^2$
গোলকের ব্যাসার্ধ বৃদ্ধির হার $= \frac{dr}{dt}$
গোলকের ক্ষেত্রফল বৃদ্ধির হার $= \frac{dA}{dt} = 8\pi r \frac{dr}{dt}$

শর্তমতে, $\frac{dr}{dt} = \frac{dA}{dt} \Rightarrow \frac{dr}{dt} = 8\pi r \frac{dr}{dt} \Rightarrow 1 = 8\pi r \therefore r = \frac{1}{8\pi}$

06. $f(x) = x + \frac{1}{x}$ ফাংশনটির জন্য যে সমস্ত বিন্দুতে স্পর্শক x - অক্ষের সমান্তরাল তা হল- [BUET 13-14]
A. $(1, 2), (-1, -2)$ B. $(-1, 2), (1, 0)$
C. $(2, -1), (0, 1)$ D. $(-1, 2), (1, -2)$

Ans A Solve $y = x + \frac{1}{x} \therefore \frac{dy}{dx} = 1 - \frac{1}{x^2}$
 \therefore স্পর্শকগুলো x অক্ষের সমান্তরাল $\therefore \frac{dy}{dx} = 0 \Rightarrow 1 - \frac{1}{x^2} = 0 \Rightarrow \frac{1}{x^2} = 1$
 $x = 1$ হলে $y = 2$ আবার, $x = -1$ হলে $y = -2 \therefore$ স্থানাঙ্ক $(1, 2); (-1, -2)$

07. $x^2 + y^2 - 2x - 3 = 0$ বক্ররেখাটির যে সমস্ত বিন্দুতে স্পর্শক x - অক্ষের সমান্তরাল তা হল- [BUET 13-14]
A. $(-2, \pm 1)$ B. $(-1, \pm 2)$
C. $(1, \pm 2)$ D. $(-1, \pm 1)$

Ans C Solve $\frac{dy}{dx} = \frac{-(2x-2)}{2y} = \frac{-(x-1)}{y} = \frac{1-x}{y}$
 x অক্ষের সমান্তরাল হলে $\frac{dy}{dx} = 0 \Rightarrow 1-x=0 \therefore x = 1$
Now, $y^2 = 2x + 3 - x^2 = 2.1 + 3 - 1 = .5 - 1 = 4$
 $\therefore y = \pm 2 \therefore (1, \pm 2)$

18. k এর মান কত হলে, $y = k(x-1)(x+2)$ বক্ররেখার $x=1$ বিন্দুতে স্পর্শক x -অক্ষের সাথে 60° কোণ উৎপন্ন করবে? [BUET 13-14]

- A. $\frac{1}{\sqrt{3}}$ B. $\frac{2}{\sqrt{3}}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $\sqrt{3}$

Ans A Solve $\frac{dy}{dx} = k(2x+1)$ $y = k(x-1)(x+2) = k(x^2+x-2)$

$x=1$ বিন্দুতে $\frac{dy}{dx} = k(2+1) \Rightarrow \frac{dy}{dx} = k \times 3$

সর্বাঙ্ক, $\frac{dy}{dx} = \tan 60^\circ \Rightarrow k = \sqrt{3}/3 = \frac{1}{\sqrt{3}}$

19. একটি গোলাকার বুদ্ধবুদ্ধের ব্যাসার্ধ বৃদ্ধির হার 0.2 mm/sec যখন ব্যাসার্ধ 7 mm তখন ঐ গোলাকের আয়তন বৃদ্ধির হার হলো- [KUET 13-14]

- A. 0.0123 cc/sec B. 12.23 cc/sec C. 1.232 cc/sec
D. $12.3245 \text{ cm}^3/\text{sec}$ E. 0.1232 cc/sec

Ans E Solve $\frac{dr}{dt} = 0.2 \text{ mm/sec} \therefore r = 7 \text{ mm}$

আয়তন, $v = \frac{4}{3}\pi r^3 \Rightarrow \frac{dv}{dt} = \frac{4}{3}\pi \cdot 3r^2 \cdot \frac{dr}{dt} = 4\pi r^2 \cdot \frac{dr}{dt} = 4\pi \cdot 7^2 \times .02 = 123.5 \text{ mm}^3/\text{s} = 0.123 \text{ cc/sec}$

20. x কোন মানের জন্য $y = cx(1+x)$ বক্ররেখার মূলবিন্দুতে তার স্পর্শক x -অক্ষের সাথে 30° কোণ উৎপন্ন করবে? [CUET 13-14]

- A. $\sqrt{3}$ B. $\frac{1}{\sqrt{3}}$ C. $\frac{1}{\sqrt{2}}$ D. None

Ans B Solve স্পর্শকটি যেহেতু x অক্ষের সাথে 30° কোণ উৎপন্ন করে

$\tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$

21. $\sin\theta$ এর যে মানের জন্য $7\sec\theta + 3\tan\theta$ এর মান ন্যূনতম হয় তা কত হবে? [BUET 13-14]

- A. $\frac{7}{3}$ B. $\frac{3}{10}$ C. $\frac{7}{10}$ D. $\frac{3}{7}$

Ans D Solve [By Using Calculator]

22. $f(x) = x(2a-x)$ এর সর্বোচ্চ মান- [RUET 13-14]

- A. a B. $2a$ C. $2a^2$ D. a^2 E. None

Ans D Solve $f(x) = 2ax - x^2$
 $f'(x) = 2a - 2x$
 $f''(x) = -2$

-2 এর জন্য $f(x)$ এর সর্বোচ্চ মান বিদ্যমান সুতরাং $f'(x) = 0$ হবে।
 $2a - 2x = 0 \therefore x = a$ অতএব, সর্বোচ্চ মান $f(x) = a(2a-a) = a^2$

23. $f(x) = \ln(\sin x)$ হলে, $e^{2f(x)}$ -এর মান কোনটি? [RUET 12-13]

- A. $\frac{1}{2}(1 - \sin 2x)$ B. $(1 - \sin 2x)$ C. $\frac{1}{2}(1 - \cos 2x)$
D. $\frac{1}{2}(1 - \tan 2x)$ E. $(1 - \cos 2x)$

Ans C Solve $e^{2f(x)} = e^{2 \ln(\sin x)} = e^{\ln(\sin x)^2} = \sin^2 x = \frac{1}{2}(1 - \cos 2x)$

24. x এর কোন মানের জন্য $f(x) = x + \frac{1}{x}$ ফাংশনটি সর্বোচ্চ মান সম্পন্ন হবে [BUET 11-12; IU 12-13]

- A. 1 B. -1 C. 0 D. 2

Ans B Solve $f(x) = x + \frac{1}{x} \Rightarrow f'(x) = 1 - \frac{1}{x^2}$

বৃহত্তম ও ক্ষুদ্রতম মানের জন্য $f'(x) = 0$

$\therefore 1 - \frac{1}{x^2} = 0 \therefore x = \pm 1$ এখন $f(x) = \frac{2}{x^3}$

$\therefore x = 1$ হলে $f''(x) = 2$, ফাংশনটির মান ক্ষুদ্রতম

$x = -1$ হলে $f''(x) = -2$, ফাংশনটির মান বৃহত্তম

25. $y = x^2(1-x)$ এর সর্বোচ্চ মান- [RUET 12-13]

- A. $\frac{1}{27}$ B. $\frac{2}{27}$ C. $\frac{4}{27}$ D. $\frac{1}{8}$ E. None

Ans C Solve $y = (x^2 - x^3) \Rightarrow \frac{dy}{dx} = 2x - 3x^2 = 0$

$\Rightarrow x = 0, \frac{2}{3} \therefore y_{\max} = \frac{4}{27}$

26. $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 5$ বক্ররেখার যে সব বিন্দুতে স্পর্শক x -অক্ষের সমান্তরাল তাদের জুজের মান হলো। [RUET 10-11]

- A. $x = 0$ and 0 B. $x = 1$ and -1 C. $x = 1$ and -3
D. $x = -1$ and 3 E. $x = -1$ and -1

Ans D Solve $\frac{dy}{dx} = 3x^2 - 6x - 9 = 0 \therefore x = 3, -1$

27. $1 + 3\sin x + 9\cos^2 x$ এর চরম মান কত? যখন $0 \leq x < \frac{\pi}{2}$ [KUET 10-11]

- A. 4 B. 13 C. 10 D. $\frac{41}{4}$ E. $-\frac{13}{4}$

Ans D Solve $1 + 3\sin x + 9\cos^2 x$

$\Rightarrow 9 - 9\sin^2 x + 3\sin x + 1$

$\Rightarrow -9\sin^2 x + 3\sin x + 10 \dots (i)$

চরম মানের জন্য আমরা জানি $ax^2 + bx + c$ এর জন্য

$c + \frac{b^2}{4a} = 10 + \frac{3^2}{4 \times 9} + \frac{1}{4} = \frac{40+1}{4} = \frac{41}{4}$

28. x এর যে মানের জন্য $f(x) = \sin^3 x \cos x$, $(0 < x < \pi)$ এর মান বৃহত্তম হবে তা হচ্ছে- [BUET 10-11]

- A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{\pi}{4}$ C. $\frac{\pi}{3}$ D. $\frac{\pi}{12}$

Ans C Solve 4 টি option বসিয়ে check কর।

অথবা, $f'(x) = -\sin^4 x + 3\sin^2 x \cos^2 x$

$\therefore f'(x) = 0 \Rightarrow 3\cos^2 x = \sin^2 x$

$\Rightarrow \tan x = \pm \sqrt{3} \therefore x = \frac{\pi}{3}$ and $f''(x) < 0$

29. $y^2 = 2x^3$ বক্ররেখার কোন বিন্দুতে স্পর্শকটি $4x - 3y + 1 = 0$ সরলরেখার সাথে লম্ব হবে? [BUET 10-11]

- A. $(-\frac{1}{8}, \frac{1}{16})$ B. $(\frac{1}{8}, -\frac{1}{16})$ C. $(-\frac{1}{8}, -\frac{1}{16})$ D. $(\frac{1}{8}, \frac{1}{16})$

Ans B Solve $y^2 = 2x^3 \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{3x^2}{y}$

\therefore স্পর্শকটি $4x - 3y + 1 = 0$ রেখার উপর লম্ব বলে ঢাল $-\frac{3}{4}$ হবে।

$\therefore -\frac{3}{4} = \frac{3x^2}{y} \Rightarrow y = -4x^2 \therefore x = \frac{1}{8}$ এবং $y = -\frac{1}{16}$

20. তাপে সিরিভারের ব্যাস ও উচ্চতা বৃদ্ধির হার যথাক্রমে 0.025 ও 0.0135 হইলে আয়তন বৃদ্ধির হার কত? যদি ব্যাস ও উচ্চতা যথাক্রমে 10 ও 25 একক বিশিষ্ট হয়। [KUET 10-11]

- A. 10.8723 B. 11.0515 C. 14.3725
D. 11.3725 E. 17.0515

Ans A Solve $\frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt} \frac{1}{4} \pi R^2 h = \frac{1}{4} \pi \left(2R \frac{dR}{dt} \cdot h + \frac{dh}{dt} R^2 \right)$

$= \frac{1}{4} \pi (2 \times 10 \times 25 \times .025 + 0.0135 \times 100) = 10.87$

21. সাবানের একটি গোলাকার বুদবুদের আয়তন বৃদ্ধির হার ও তার ব্যাসার্ধের বৃদ্ধির হারের অনুপাত কত? [BUET 10-11]

A. π^2 B. $\frac{4}{3}\pi^2$ C. $\frac{4}{3}\pi$ D. $4\pi^2$

Ans D Solve $V = \frac{4}{3}\pi r^3$

$\Rightarrow \frac{dv}{dt} = \frac{4}{3}\pi \times 3r^2 \times \frac{dr}{dt} \Rightarrow \frac{dv}{dr} = 4\pi r^2$

22. তাপ প্রয়োগের ফলে ধাতুর তৈরি একটি বৃত্তাকার ধারার ব্যাসার্ধ প্রতি সেকেন্ডে 0.25 সে. মি বাড়ে। যখন ধারাটির ব্যাসার্ধ 7 সে. মি তখন তলের বৃদ্ধির হার বের কর। [BUET-09-10]

A. 49 cm^2 B. 11 cm^2 C. $7/25 \text{ cm}^2$ D. 1 cm^2

Ans B Solve এখানে, $\frac{dr}{dt} = 0.25$ $\therefore A = \pi r^2$

$\Rightarrow \frac{dA}{dt} = 2\pi r \frac{dr}{dt} = 2 \times \pi \times 7 \times 0.25 = 1 \text{ cm}^2$

23. $x^2 - 2x + 5$ এর ন্যূনতম মান হবে- [BUET-09-10]

A. 3 B. $11/4$ C. 4 D. 5

Ans C Solve $x^2 - 2x + 5 = (x-1)^2 + 4$

\therefore ন্যূনতম মান পাওয়া যাবে যখন $(x-1) = 0$ \therefore ন্যূনতম মান = 4

24. $x^2 + y^2 + 2x - 4y - 11 = 0$, $(-1, -2)$ বিন্দুতে স্পর্শকের সমীকরণ হবে

[BUET 08-09]

A. $y + 2 = 0$ B. $y - 2 = 0$
C. $x - 2 = 0$ D. $x + 2 = 0$

Ans A Solve যে অপশন $(-1, -2)$ দ্বারা সিদ্ধ হবে সেটি হবে সঠিক উত্তর।

A অপশনে, $-2 + 2 = 0 \Rightarrow 0 = 0$

25. যদি একটি সমবাহু ত্রিভুজের বাহুগুলো প্রতি সেকেন্ডে $\sqrt{3} \text{ cm}$ এবং এর ক্ষেত্রফলের প্রতি সেকেন্ডে 12 sq cm পরিমাণ বৃদ্ধি পায়, তাহলে, সমবাহু ত্রিভুজের বাহুর দৈর্ঘ্য হবে- [BUET 07-08]

A. 4 cm B. 8 cm
C. $\frac{8}{3} \text{ cm}$ D. $\frac{4}{3} \text{ cm}$

Ans B Solve ধরি, সমবাহু ত্রিভুজের একটি বাহুর দৈর্ঘ্য $x \text{ cm}$ এবং ক্ষেত্রফল $A \text{ sq.cm}$

দেওয়া আছে, $\frac{dx}{dt} = \sqrt{3} \text{ cm/s}$ এবং $\frac{dA}{dt} = 12 \text{ cm}^2/\text{s}$ (i)

আমরা জানি, $A = \frac{\sqrt{3}}{4} x^2$ সুতরাং (i) নং হতে পাই $\frac{d}{dt} \left(\frac{\sqrt{3}}{4} x^2 \right) = 12$

$\Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} \times x \frac{dx}{dt} = 12 \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \sqrt{3} x = 12 \therefore x = 8 \text{ cm}$

26. একটি ট্রেন t সেকেন্ডে $3t + \frac{t^2}{8}$ ফুট দূরত্ব যায়। 5 মিনিট পর ট্রেনটির বেগ কত হবে? [BUET 06-07, RU 15-16]

A. 78 ft/sec B. $\frac{17}{4}$ ft/sec
C. 75 ft/sec D. $\frac{145}{8}$ ft/sec

Ans A Solve $s = 3t + \frac{t^2}{8} \Rightarrow \frac{ds}{dt} = 3 + \frac{t}{4}$

5 min = 300 sec $\therefore v = 3 + \frac{300}{4} = 3 + 75 = 78 \text{ ft/sec}$

01. $y = x^3 - 3x + 2$ বক্ররেখার যে সব বিন্দুতে স্পর্শকগুলো x অক্ষের সমান্তরাল তাদের স্থানাংক কোনটি?
A. (1, 0) B. (-1, 4) C. A & B D. None

02. $y = 4x^2$ বক্ররেখাটির $x = 2$ বিন্দুতে $\frac{dy}{dx}$ এর মান কোনটি?
A. 8 B. 16 C. 32 D. 48

03. $x^2 + y^2 = 25$ হলে, $(3, -4)$ বিন্দুতে $\frac{dy}{dx}$ এর মান কত?
A. $\frac{4}{3}$ B. $-\frac{4}{3}$ C. $\frac{3}{4}$ D. $-\frac{3}{4}$

04. $x^2 + y^2 - 2x - 3 = 0$ বক্ররেখার $(-1, 1)$ বিন্দুতে স্পর্শকের ঢাল কত?
A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

05. x এর কোন মানের জন্য $y = x + \frac{1}{x}$ রেখাটির ঢাল শূন্য হবে?
A. 0 B. ± 1 C. ± 2 D. ± 3

06. $x^2 + y^2 + 3xy + 2x + 1 = 0$ বক্ররেখার $(0, 1)$ বিন্দুতে ঢাল কত?
A. $\frac{2}{5}$ B. $-\frac{2}{5}$ C. $-\frac{5}{2}$ D. $\frac{5}{2}$

07. $y = x^3 + 3x^2 + 3x$ বক্ররেখার কোন কোন বিন্দুতে স্পর্শক x অক্ষের সমান্তরাল?
A. (1, 1) B. (-1, 7)
C. (-1, -7) D. (-1, -1)

08. $x^2 + y^2 - 2x - 3 = 0$ বক্ররেখার যে সমস্ত বিন্দুতে স্পর্শকগুলো x অক্ষের সমান্তরাল, তাদের স্থানাংক কোনটি?
A. $(\pm 1, \pm 2)$ B. (1, 2) C. $(-1, \pm 2)$ D. (1, ± 2)

09. a এর যে মানের জন্য $y = ax(1-x)$ বক্ররেখার মূলবিন্দুতে স্পর্শকটি x অক্ষের সাথে 60° কোণ উৎপন্ন করে।
A. 2 B. $\sqrt{2}$ C. 3 D. $\sqrt{3}$

10. c এর কোন মানের জন্য $y = cx + cx^2$ বক্ররেখার মূলবিন্দুতে স্পর্শকটি x অক্ষের সাথে 30° কোণ উৎপন্ন করে।
A. 3 B. $\sqrt{3}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{1}{\sqrt{3}}$

11. $y = x^3 - 2x^2 + 4$ বক্ররেখার $(2, 4)$ বিন্দুতে স্পর্শকের সমীকরণ কোনটি?
A. $y - 4x + 4 = 0$ B. $x - 4y + 8 = 0$
C. $y + 4x + 8 = 0$ D. None

12. একটি বৃত্তের ব্যাসার্ধ একটি নির্দিষ্ট হারে বৃদ্ধি পেতে থাকলে ইহার ক্ষেত্রফলের বৃদ্ধির হার নির্ণয় কর।
A. $\frac{dA}{dt} \propto \frac{1}{r}$ B. $\frac{dA}{dt} \propto r^2$ C. $\frac{dA}{dt} \propto r$ D. $\frac{dA}{dt} \propto \frac{1}{r^3}$

13. সমবাহু ত্রিভুজের বাহু প্রতি সেকেন্ডে $\sqrt{3}$ সে.মি. এবং ক্ষেত্রফল 12 বর্গ সে.মি./সেকেন্ডে বৃদ্ধি পেলে, ত্রিভুজটির বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।
A. 13 B. 8 C. 14 D. 15

14. $x^2 - 2xy + y^2 = 10$ বক্ররেখার স্পর্শক x অক্ষের সাথে কত কোণ উৎপন্ন করে?
A. 40° B. 90° C. 30° D. 45°

15. $y = x^3 - 3x^2 - 2x + 1$ বক্ররেখার যে সকল বিন্দুতে স্পর্শকগুলো অক্ষদ্বয়ের সঙ্গে সমান সমান কোণ উৎপন্ন করে তাদের ভূজ নির্ণয় কর।
A. $1 \pm \sqrt{2}, 1 \pm \frac{2}{\sqrt{3}}$ B. $1 \pm \sqrt{3}, 1 \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$
C. $1 \pm \sqrt{2}, 1 \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $1 \pm \sqrt{3}, 1 \pm \frac{\sqrt{3}}{1}$

16. কোন গোলকের ব্যাসার্ধ = r পৃষ্ঠদেশের ক্ষেত্রফল = A এবং আয়তন = V হলে, $\frac{2dV}{dt}$ কে r ও $\frac{dA}{dt}$ এর মাধ্যমে প্রকাশ কর।

17. একটি গোলকের ব্যাসার্ধ হল r ইহার ব্যাসার্ধের বৃদ্ধি হার এবং পৃষ্ঠদেশের ক্ষেত্রফলের বৃদ্ধির হার সংখ্যা সূচকভাবে সমান হলে, ইহার ব্যাসার্ধের পরিমাপ নির্ণয় কর।

18. $x^3 - 3x^2 + 6x + 3$ এর গুরুমান কোনটি?

19. $f(x) = x^3 - 3x^2 - 45x + 13$ এর গুরুমান কোনটি?

20. $x^3 - 3x^2 - 45x + 13$ ফাংশনের লঘুমান কোনটি?

21. $f(x) = x(12 - 2x)^2$ এর গুরুমান কোনটি?

22. $f(x) = 2x^3 - 21x^2 + 36x - 20$ এ x এর কোন মানের জন্য গুরুমান বা লঘুমান পাওয়া যাবে?

23. $y = x \sin x + 4 \cos x$ ফাংশনটিতে x এর কোন মানের জন্য বৃহত্তম হবে?

24. $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 - 6x + 8$ এর কোন বিন্দুতে গুরুমান থাকবে?

25. x এর কোন মানের জন্য $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x + 5$ এর লঘু বা গুরুমান থাকবে?

26. $y = 4e^x + 9e^{-x}$ হলে, ফাংশনটির ক্ষুদ্রতম মান কত?

27. যদি সকল বাস্তব সংখ্যার জন্য $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$ হয়। তবে $f(x)$ এর সর্বনিম্ন মান কত?

28. নিচের কোনটি e^x এর সমতুল্য?

29. কোনটি $\cos x$ এর অসীম ধারার বিস্তৃতি?

30. কোনটি $\sin x$ এর বিস্তৃতি?

31. $\ln(1+x)$ এর বিস্তৃতি কোনটি?

32. কোনটি $\ln(1-x)$ এর বিস্তৃতি?

33. e^{-2x} এর বিস্তৃতি কোনটি?

34. ম্যাকলরিনের ধারা অনুযায়ী নিচের কোনটি $f(x)$ এর সমান?

35. $f(x) = x^2 + 2x + 1$ এর বিস্তৃতি কোনটি?

36. $f(x) = x^3 - 3x^2 + 6x + 3$ এর বিস্তৃতি কোনটি?

37. $f(x) = x^3 - 3x^2 - 45x + 13$ এর বিস্তৃতি কোনটি?

38. $f(x) = x(12 - 2x)^2$ এর বিস্তৃতি কোনটি?

39. $f(x) = 2x^3 - 21x^2 + 36x - 20$ এর বিস্তৃতি কোনটি?

40. $y = x \sin x + 4 \cos x$ এর বিস্তৃতি কোনটি?

41. $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 - 6x + 8$ এর বিস্তৃতি কোনটি?

42. x এর কোন মানের জন্য $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x + 5$ এর বিস্তৃতি কোনটি?

43. $y = 4e^x + 9e^{-x}$ এর বিস্তৃতি কোনটি?

44. $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$ এর বিস্তৃতি কোনটি?

45. e^x এর বিস্তৃতি কোনটি?

46. $\cos x$ এর বিস্তৃতি কোনটি?

47. $\sin x$ এর বিস্তৃতি কোনটি?

48. $\ln(1+x)$ এর বিস্তৃতি কোনটি?

49. $\ln(1-x)$ এর বিস্তৃতি কোনটি?

50. e^{-2x} এর বিস্তৃতি কোনটি?

51. $f(x) = x^2 + 2x + 1$ এর বিস্তৃতি কোনটি?

52. $f(x) = x^3 - 3x^2 + 6x + 3$ এর বিস্তৃতি কোনটি?

53. $f(x) = x^3 - 3x^2 - 45x + 13$ এর বিস্তৃতি কোনটি?

54. $f(x) = x(12 - 2x)^2$ এর বিস্তৃতি কোনটি?

55. $f(x) = 2x^3 - 21x^2 + 36x - 20$ এর বিস্তৃতি কোনটি?

OMR

01. (A)(B)(C)(D)	06. (A)(B)(C)(D)	11. (A)(B)(C)(D)	16. (A)(B)(C)(D)
02. (A)(B)(C)(D)	07. (A)(B)(C)(D)	12. (A)(B)(C)(D)	17. (A)(B)(C)(D)
03. (A)(B)(C)(D)	08. (A)(B)(C)(D)	13. (A)(B)(C)(D)	18. (A)(B)(C)(D)
04. (A)(B)(C)(D)	09. (A)(B)(C)(D)	14. (A)(B)(C)(D)	19. (A)(B)(C)(D)
05. (A)(B)(C)(D)	10. (A)(B)(C)(D)	15. (A)(B)(C)(D)	

Answer with Hints

01 C: Hints: Type-03, Prob-01	02 B: Hints: Type-01, Prob-01
03 C: Hints: Type-01, Prob-01	04 B: Hints: Type-02, Prob-01
05 C: Hints: Type-01	06 B: Hints: Type-01
07 D: Hints: Type-03, Prob-03	08 D: Hints: Type-03
09 D: Hints: Type-06, Prob-01	10 D: Hints: Type-06
11 D: Hints: Type-02, Prob-01	12 C: Hints: Type-06, Prob-03
13 B: Hints: Type-06	14 B: Hints: Type-06, Prob-01
15 A: Hints: Type-03, Prob-01	16 C: Hints: Type-06, Prob-03
17 D: Hints: Type-06	18 D: Hints: Type-04
19 C: Hints: Type-04, Prob-02	20 B: Hints: Type-04, Prob-02
21 A: Hints: Type-04, Prob-02	22 C: Hints: Type-04, Prob-02
23 A: Hints: Type-04, Prob-01	24 A: Hints: Type-04, Prob-02
25 B: Hints: Type-04, Prob-02	26 B: Hints: Type-04, Prob-01
27 D: Hints: Type-04, Prob-02	28 C: Hints: Type-05
29 D: Hints: Type-05	30 B: Hints: Type-05
31 D: Hints: Type-05	32 B: Hints: Type-05
33 A: Hints: Type-05	34 A: Hints: Type-05

১০ম অধ্যায়
প্রথম পত্র

যোগজীকরণ
(Integration)

১ম অংশ: অনির্দিষ্ট যোগজ

এক নজরে এই অংশের গুরুত্বপূর্ণ তথ্যাবলি

□ **Integration:** যোগজীকরণ বা সমাকলন হল অন্তরীকরণের বিপরীত বা প্রতিঅন্তরক প্রক্রিয়া।

$f(x)$ ফাংশনটির অন্তরক $f'(x) = g(x)$

অর্থাৎ $\frac{d}{dx} \{f(x)\} = g(x)$ হলে, $\int g(x) dx = f(x) + c$ হবে। $\frac{d}{dx}$ এবং $\int dx$ প্রতীক

দুটি একে অপরের বিপরীত। $\int dx$ বলতে x এর সাপেক্ষে সমাকলন করা

বুঝায়। $g(x)$ কে integrand বা যোজ্য রাশি এবং $f(x)$, integral বা যোজিতফল এবং c কে সমাকলন ধ্রুবক বা arbitrary constant বলে।

যেমন- $\frac{d}{dx} (\sin x) = \cos x \therefore \int \cos x dx = \sin x + c$

Note: প্রতীকটি হল একটি লম্ব S যা Summation শব্দটির প্রথম অক্ষর।

□ **Fundamental Properties:**

01. $\int [f_1(x) + f_2(x) + \dots + f_n(x)] dx$
 $= \int f_1(x) dx + \int f_2(x) dx + \dots + \int f_n(x) dx.$

02. $\int a f(x) dx = a \int f(x) dx$

□ **General Formula:**

01. $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c$, যখন $n \neq -1$ 02. $\int \frac{1}{x^n} dx = -\frac{1}{(n-1)x^{n-1}} + c$

02. $\int \frac{1}{x} dx = \ln |x| + c$ 04. $\int e^x dx = e^x + c$

03. $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + c$, [$a > 0$, $a \neq 1$] 06. $\int \cos x dx = \sin x + c$

04. $\int \sin x dx = -\cos x + c$ 08. $\int \sec^2 x dx = \tan x + c$

05. $\int \operatorname{cosec}^2 x dx = -\cot x + c$ 10. $\int \sec x \tan x dx = \sec x + c$

06. $\int \operatorname{cosec} x \cot x dx = -\operatorname{cosec} x + c$ 12. $\int \frac{1}{2\sqrt{x}} dx = \sqrt{x} + c$

07. $\int \sqrt{\frac{a+x}{a-x}} dx = a \sin^{-1} \frac{x}{a} - \sqrt{a^2 - x^2} + c$

08. $\int \sqrt{\frac{a-x}{a+x}} dx = a \sin^{-1} \frac{x}{a} + \sqrt{a^2 - x^2} + c$

09. $\int g\{f(x)\} f'(x) dx = \int g\{f(x)\} d\{f(x)\} = F\{f(x)\} + c$

10. $\int \{f(x)\}^n f'(x) dx = \int \{f(x)\}^n d\{f(x)\} = \frac{\{f(x)\}^{n+1}}{n+1} + c$

11. $\int \frac{1}{\sqrt{f(x)}} f'(x) dx = \int \frac{d\{f(x)\}}{\sqrt{f(x)}} = 2\sqrt{f(x)} + c$

12. $\int \frac{f'(x)}{f(x)} dx = \int \frac{d\{f(x)\}}{\sqrt{f(x)}} = \ln |f(x)| + c$

13. $\int e^{f(x)} f'(x) dx = e^{f(x)} + c$

14. $\int \cos\{f(x)\} f'(x) dx = \sin\{f(x)\} + c$

15. $\int \sin\{f(x)\} f'(x) dx = -\cos\{f(x)\} + c$

16. $\int \frac{f'(x) dx}{a^2 + \{f(x)\}^2} = \frac{1}{a} \tan^{-1} \frac{f(x)}{a} + c$ 23. $\int \frac{f'(x) dx}{a^2 - \{f(x)\}^2} = \tan^{-1} \frac{f(x)}{a} + c$

17. $\int \frac{f'(x) dx}{f(x) \sqrt{\{f(x)\}^2 - 1}} = \sec^{-1} f(x)$

18. $\int \sec^2 \{f(x)\} f'(x) dx = \tan \{f(x)\} + c$

19. $\int \operatorname{cosec}^2 \{f(x)\} f'(x) dx = -\cot \{f(x)\} + c$

20. $\int \sec \{f(x)\} \tan \{f(x)\} f'(x) dx = \sec \{f(x)\} + c$

21. $\int \operatorname{cosec} \{f(x)\} \cot \{f(x)\} f'(x) dx = -\operatorname{cosec} \{f(x)\} + c$

22. $\int \tan x dx = -\ln(\cos x) + c = \ln(\sec x) + c$

23. $\int \sec x dx = \ln \tan \left(\frac{\pi}{4} + \frac{x}{2} \right) + c = \ln |\sec x + \tan x| + c$

24. $\int \cot x dx = \ln(\sin x) + c = -\ln \operatorname{cosec} x + c$

25. $\int \operatorname{cosec} x dx = \ln \left| \tan \frac{x}{2} \right| + c = \ln(\operatorname{cosec} x + \cot x) + c$

26. $\int \frac{dx}{a^2 + x^2} = \frac{1}{a} \tan^{-1} \frac{x}{a} + c$ 34. $\int \frac{dx}{1 + x^2} = \tan^{-1} x + c$

27. $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 + x^2}} = \sin^{-1} \frac{x}{a}$ 36. $\int \frac{dx}{x\sqrt{x^2 - a^2}} = \frac{1}{a} \sec^{-1} \frac{x}{a} + c$

28. $\int \frac{dx}{a^2 - x^2} = \frac{1}{2a} \ln \left| \frac{a+x}{a-x} \right| + c$ 38. $\int \frac{dx}{x^2 - a^2} = \frac{1}{2a} \ln \left| \frac{x-a}{x+a} \right| + c$

29. $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + a^2}} = \ln(x + \sqrt{x^2 + a^2}) + c$

30. $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 - a^2}} = \ln(x + \sqrt{x^2 - a^2}) + c$

31. $\int \sqrt{a^2 - x^2} dx = \frac{x\sqrt{a^2 - x^2}}{2} + \frac{a^2}{2} \sin^{-1} \frac{x}{a} + c$

32. $\int \sqrt{a^2 + x^2} dx = \frac{x\sqrt{a^2 + x^2}}{2} + \frac{a^2}{2} \ln(x + \sqrt{x^2 + a^2}) + c$

33. $\int \sqrt{x^2 - a^2} dx = \frac{x\sqrt{x^2 - a^2}}{2} + \frac{a^2}{2} \ln(x + \sqrt{x^2 - a^2}) + c$

34. $\int \frac{x dx}{(x^2 + a^2)^{3/2}} = -\frac{1}{\sqrt{x^2 + a^2}} + c$ 45. $\int \frac{dx}{(x^2 + a^2)^{3/2}} = \frac{-x}{a^2 \sqrt{x^2 + a^2}} + c$

35. $\int \frac{dx}{x\sqrt{x^2 + a^2}} = \frac{1}{2a} \ln \frac{\sqrt{x^2 + a^2} - 1}{\sqrt{x^2 + a^2} + 1} + c$

36. $\int \frac{dx}{(x^2 + a^2)^2} = \frac{1}{2a^3} \left[\tan^{-1} \frac{x}{a} + \frac{ax}{a^2 + x^2} \right] + c$

37. $\int uv dx = u \int v dx - \int \left(\frac{du}{dx} \right) v dx$

38. $\int e^x [f(x) + f'(x)] dx = e^x f(x) + c$

39. $\int \ln x dx = x \ln x - x + c$

40. $\int \sec^2 x \operatorname{cosec}^2 x = \int (\sec^2 x + \operatorname{cosec}^2 x) dx = \tan x - \cot x + c$

□ কোন ফাংশনটিকে **u** বা **v** ধরতে হবে তার নিয়ম:

a. যার Integration সরাসরি জানা আছে তাকে **v** ও অন্যটিকে **u** ধরতে হবে

b. LIATE অনুক্রমের প্রথম ফাংশনটিকে **u** ও অপরটিকে **v** ধরতে হবে।

এখানে L = logarithmic function [যেমন, $\ln x$, $\ln x^2$, $\ln 2x$ ইত্যাদি]

I = Inverse function [যেমন, $\sin^{-1} x$, $\tan^{-1} x$ ইত্যাদি]

A = Algebraic function [যেমন, x , $2x$, x^4 , 5 , 7 ইত্যাদি]

T = Trigonometric function [যেমন, $\sin 2x$, $\cos x$, $\tan x$]

E = Exponential function [যেমন, e^x , e^{3x} , a^x ইত্যাদি]

c. LIPRO অণুক্রমে প্রথম ফাংশনটিকে u ও অপরটিকে v ধরতে হবে।

L = logarithmic function [যেমন, $\ln x$, $\log x$, $\ln x^2$, $\ln 2x$ ইত্যাদি]

I = Inverse function [যেমন, $\sin^{-1}x$, $\tan^{-1}x$ ইত্যাদি]

P = Polynomial function [যেমন, x^3 , $2x^2+5x$ ইত্যাদি]

R = Repeated function [Repeated ফাংশন হলো সেগুলো বেজেলের differentiation সেই function এরই কোন Linear combination আকারে বা তার সাথে পরিপূরক কোন function আকারে Repeat করে। যেমন- $\sin x$, e^{mx} , $e^{ax} \sin(bx+c)$ ইত্যাদি।

Note: $\sec x$, $\tan x$, repeated function নয়। কারণ $\frac{d}{dx}(\sec x) = \sec x \tan x$

$\tan x$ । $\sec x$ ও $\sec x \tan x$ এর মধ্যে repetition পাওয়া যাচ্ছে না। উপরন্তু function একটি বেড়ে যায় সুতরাং এগুলো other's শ্রেণীভুক্ত। O = other function.

□ Some important formula:

$$01. \int e^{ax} \{af(x) + f'(x)\} dx = e^{ax} f(x) + c$$

$$\int e^x \{f(x) + f'(x)\} dx = e^x f(x) + c$$

$$02. \int e^{ax} \sin(bx+c) dx = \frac{e^{ax}}{a^2+b^2} \{a \sin(bx+c) - b \cos(bx+c)\} + k$$

$$= \frac{e^{ax}}{\sqrt{a^2+b^2}} \sin(bx - \tan^{-1} \frac{b}{a}) + c$$

$$03. \int e^{ax} \cos(bx+c) dx = \frac{e^{ax}}{a^2+b^2} \{a \cos(bx+c) + b \sin(bx+c)\} + k$$

$$= \frac{e^{ax}}{\sqrt{a^2+b^2}} \cos(bx - \tan^{-1} \frac{b}{a}) + c$$

$$04. \int a^x \sin(bx+c) dx = \frac{a^x}{(\ln a)^2 + b^2} \{\ln a \sin(bx+c) - b \cos(bx+c)\} + k$$

$$05. \int a^x \cos(bx+c) dx = \frac{a^x}{(\ln a)^2 + b^2} \{\ln a \cos(bx+c) + b \sin(bx+c)\} + k$$

$$06. \int x^n \ln ax dx = \frac{x^{n+1}}{(n+1)^2} \{(n+1) \ln ax - 1\} + c$$

□ যোগজীকরণের নিয়মাবলি:

নিম্নলিখিত ত্রিকোণমিতিক সমীকরণগুলোকে ডান দিকের সূত্রানুসারে Integration করতে হবে।

$$(i) \sin^2 x = \frac{1}{2} (1 - \cos 2x)$$

$$(ii) \cos^2 x = \frac{1}{2} (2 \cos^2 x) = \frac{1}{2} (1 + \cos 2x)$$

$$(iii) \sin^3 x = \frac{1}{4} (4 \sin^3 x) = \frac{1}{4} (3 \sin x + \sin 3x)$$

$$(iv) \cos^3 x = \frac{1}{4} (4 \cos^3 x) = \frac{1}{4} (3 \cos x + \cos 3x)$$

$$(v) \sin A \cos B = \frac{1}{2} [\sin(A+B) + \sin(A-B)]$$

$$(vi) \cos A \sin B = \frac{1}{2} [2 \cos A \sin B] = \frac{1}{2} [\sin(A+B) - \sin(A-B)]$$

$$(vii) \cos A \cos B = \frac{1}{2} [2 \cos A \cos B] = \frac{1}{2} [\cos(A+B) + \cos(A-B)]$$

$$(viii) \sin A \sin B = \frac{1}{2} [2 \sin A \sin B] = \frac{1}{2} [\cos(A-B) - \cos(A+B)]$$

Calculator Type যোগজীকরণ (Integration)

□ প্রাথমিক আলোচনা:

➤ Required mode Radian(Rad):

Calculator এ integration করার জন্য বিভিন্ন numerical method ব্যবহার করে যেমন Gauss- kronod method. Simpsons. Rule numerical method ব্যবহার করতে Upper limit, Lower limit, Tolerancs, Number of partition লাগে। তাই Calculator দিয়ে Definite integral (যে integral এর Upper limit and Lower limit জানা আছে) এর প্রায় সকল সমাধান করা যায়।

Integration এর General form হলো:

$$\int (f(x), a, b, n \text{ অথবা } 0)$$

এখানে, $f(x)$ = Function of x (x ছাড়া অন্য কিছু constant বিবেচিত হয়)

a = Lower Limit.

b = Upper Limit.

n = Number of Partition (W series calculator).

o = Tolerance (Es series calculator)

n অথবা o এর মান না দিয়েও Intergrations করা যায়।

Integration Without Limit:

(fx - 991MS এর জন্য)

সব Integration ই Calculator এর মাধ্যমে করা যায়। এক্ষেত্রে দুইটি Limit ইচ্ছাস্বাধীন ধরা হয়। তারপর Integration করে যে মান পাওয়া যায়, Option এ Limit এর মান বসালে যার সাথে মান মিলে যাবে সেটাই Answer. যেমন:

$$\text{Example-1} \int \frac{3x^2}{1+x^6} dx \text{ এর মান কোনটি?}$$

A. $\sin^{-1}x^3 + c$

B. $\cos^{-1}x^3 + c$

C. $\tan^{-1}x^3 + c$

D. $\cos^2(xe^x) + c$

Ans C Solve Calculator radion mode-এ নিয়ে $\int dx$ বাটন চেপে

[আন। এখন নিম্নভাবে উঠাও,

$$\int ((3x^2 \div (1 + x^6)), 0, 1$$

এখন, সমান বাটন চাপলে 0.7854 আসে।

এখন Option এ

$$\tan^{-1}(1^3) - \tan^{-1}(0^3) = 0.7853$$

[Calculator অবশ্যই Radian mode এ রাখতে হবে]

$$\text{Shortcut: } \int \frac{3x^2}{1+x^6} dx = \int \frac{3x^2 dx}{1+x^6} = \int \frac{d(x^3)}{1+(x^3)^2} = \tan^{-1}(x^3) + c$$

➤ Limit ধরার নিয়ম:

Differentiation এর Limit ধরার নিয়মের প্রথম 3টি নিয়ম প্রযোজ্য।

➤ Integration With Limit:

Calculator এ Integration করার জন্য Upper Limit এবং Lower limit এর মধ্যে যে বিন্দুতে $\int x$ এর মান Undefined সেই বিন্দুর ক্ষেত্রে নিকটবর্তী মান নিতে হবে। এখন উদাহরণ গুলো লক্ষ্য করি,

$$\int_0^1 \frac{\cos^{-1} x}{\sqrt{1-x^2}} dx \text{ এর ক্ষেত্রে } f(x) = \frac{\cos^{-1} x}{\sqrt{1-x^2}}, a=0, b=1$$

$$\therefore f(b) = \frac{0}{0} = \text{Undefined.}$$

তাই $b \rightarrow 1$ ধরে ($b = 0.999$) integration করতে হবে। কিন্তু

$$\int_1^e \ln(x) dx \text{ এর ক্ষেত্রে } f(x) = \ln(x), a=1, b=e(2.718...)$$

$f(a) = \ln 1 = 0$ এবং $f(b) = \ln e = 1$ তাই $a=1$ এবং $b=e$ ধরে integration করা যাবে।

Shortcut $-\int_0^1 \cos^{-1} x \cdot \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}} dx = -\int_0^1 \cos^{-1} x \cdot d(\cos^{-1} x)$

$$= -\left[\frac{(\cos^{-1} x)^2}{2}\right]_0^1 = -\left[\frac{(\cos^{-1} 1)^2}{2} - \frac{(\cos^{-1} 0)^2}{2}\right] = -\left[\frac{0^2}{2} - \frac{\left(\frac{\pi}{2}\right)^2}{2}\right]$$

$$= \frac{\pi^2}{8}$$

[N.B. এই সূত্রগুলো ব্যবহার করলে লিমিট বা সীমার পরিবর্তন করতে হয় না]

Example -2 $\int_0^1 \frac{\cos^{-1} x}{\sqrt{1-x^2}} dx$ এর মান কত?

- A. $\frac{\pi}{2}$ B. $\frac{\pi^2}{8}$ C. $\frac{\pi^2}{4}$ D. 0

যেহেতু $b = 1$ এর জন্য $f(x) = \frac{\cos^{-1} x}{\sqrt{1-x^2}}$ Undefined তাই $a = 0$ এবং $b = 0.999$ ধরতে হবে।

এখন, Integration এর general form $f(f(x), a, b)$ এর $f(x), a, b$ মান বসিয়ে Integration টির মান বের করা যাবে।

নিম্নের চিত্রে WS/W/ES Series Calculator এ কিভাবে Integration টি করা যায় তা দেখানো হল।

MS/W Series:

$\int dx \text{ SHIFT } \cos \text{ ALPHA }) \div \sqrt{ (1 - \text{ALPHA }) x^2) ,$
 $0 \div \cdot 9 9) =$

ফলাফল = $1.2327 = \frac{\pi^2}{8}$

ES Series:

$\int dx \text{ SHIFT } \cos \text{ ALPHA }) \div \sqrt{ (1 - \text{ALPHA }) x^2) ,$
 Press down 1 time $\sqrt{ } \square 1 \square =$
 $\text{ALPHA }) x^2 \text{ Press right 3 times } \text{ Press up 1 time}$
 $1 \text{ Press down 1 time } 0 \square = 1.2337 = \frac{\pi^2}{8}$

ফলাফল = $1.2327 = \frac{\pi^2}{8}$

বিঃদ্র: Calculator টি অবশ্যই Rad এ নিতে হবে।

প্রাপ্ত মানটি অপশন গুলোর সাথে মিলিয়ে দেখতে হবে প্রাপ্ত মানটি যে অপশনের সমান বা কাছাকাছি সেটিকে সঠিক উত্তর ধরতে হবে।

ES Series এ কমা (,) লিখতে **SHIFT** (,) চাপতে হয়।

Example -3 $\int_1^e \ln x dx$ এর মান কত?

- A. e B. 1 C. 1-e D. -1

MS Series:

$\int dx \ln \text{ ALPHA }) , 1 , \text{ SHIFT } \ln (1) =$

ফলাফল: 1

ES Series:

এটি Line I₀ Set up এর জন্য SHIFT MODE 2.

$\int dx \ln \text{ ALPHA }) \text{ SHIFT }) 1 \text{ SHIFT })$
 $\text{ALPHA } x^{\ln}) = 1$

ফলাফল: 1

Mat I₀ SET UP এর জন্য

SHIFT MODE 1.1

$\int dx \ln \text{ ALPHA }) \text{ ALPHA } x^{\ln}) 1 =$

ফলাফল: 1

Example -4 $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{2x-x^2}} dx$ এর মান কত?

- A. $\frac{\pi}{2}$ B. 0 C. 0 D. $\frac{\pi}{3}$

ইংগিত $a = 0, b = 1$ $f(a) = f(0) = \frac{1}{\sqrt{2 \cdot 0 - 0^2}} = \frac{1}{0} = \text{Undefined}$

তাই $a \rightarrow 0$ ($a = 0.0001$) ধরতে হবে।

MS or W. Series:

$\int 1 \div \sqrt{ (2 \text{ ALPHA }) - \text{ALPHA }) x^2)$
 $= 1.53 = \frac{\pi}{2}$

Line I₀ Set up এর জন্য

$\int 1 \div \sqrt{ (2 \text{ ALPHA }) - \text{ALPHA }) x^2)$
 SHIFT) , 0 0 1 SHIFT) 1 = 1.5259.

ফলাফল: $\frac{\pi}{2}$ এভাবেই নির্দিষ্ট (যোগ) করতে হবে।

এ অধ্যায়ের গাণিতিক সমস্যাসমূহকে নিম্নোক্ত Type-এ অন্তর্ভুক্ত করা যায়

Type-01:

Prob 01 $\int \cos^4 x dx$

Sol: $\frac{1}{4} \int (1 + \cos 2x)^2 dx = \frac{1}{4} \int (1 + 2 \cos 2x + \cos^2 2x) dx$
 $= \frac{1}{4} \left(x + \sin 2x + \frac{x}{2} + \frac{1}{4} \sin 4x \right) + c$

Prob 02 $\int \frac{dx}{1 + \sin x}$ নির্ণয় কর।

Sol: $\int \frac{dx}{1 + \sin x} = \int \frac{(1 - \sin x)}{(1 + \sin x)(1 - \sin x)} dx$
 $= \int \frac{1 - \sin x}{1 - \sin^2 x} dx = \int \frac{1 - \sin x}{\cos^2 x} dx = \int \frac{dx}{\cos^2 x} - \int \frac{\sin x}{\cos^2 x} dx$
 $= \int \sec^2 x dx - \int \sec x \tan x dx = \tan x - \sec x + c$

Prob 03 $\int \frac{dx}{x \ln x}$ এর মান নির্ণয় কর।

Sol: ধরি, $\ln x = z \Rightarrow \frac{dx}{x} = dz \therefore \int \frac{dx}{x \ln x} = \int \frac{dz}{z} = \ln z + c = \ln(\ln x) + c$

Prob 04 $\int \frac{dx}{\sqrt{25 - 16x^2}}$ = কত?

Sol: $\int \frac{dx}{\sqrt{25 - 16x^2}} = \frac{1}{4} \int \frac{dx}{\sqrt{\frac{25}{16} - x^2}} = \frac{1}{4} \sin^{-1} \frac{4x}{5} + c \text{ Ans.}$

Prob 05 $\int \frac{dx}{9x^2 - 16}$ = কত?

Sol: $\int \frac{dx}{9x^2 - 16} = \int \frac{dx}{(3x)^2 - (4)^2}$
 $= \frac{1}{3} \times \frac{1}{8} \times \ln \left| \frac{3x-4}{3x+4} \right| = \frac{1}{24} \ln \left| \frac{3x-4}{3x+4} \right| + c \text{ Ans.}$

Prob 06 $\int \frac{x dx}{\sqrt{1-x}}$ = ?

Sol: $\int \frac{1-(1-x)}{\sqrt{1-x}} dx = \int \frac{dx}{\sqrt{1-x}} - \int \sqrt{1-x} dx$
 $= -2\sqrt{1-x} + \frac{2}{3}(1-x)^{3/2} + c$ Ans.

Prob 07 $\int \frac{d\theta}{1+3\cos^2\theta}$ এর মান নির্ণয় কর।

Sol: $\int \frac{d\theta}{\sin^2\theta + \cos^2\theta + 3\cos^2\theta} = \int \frac{d\theta}{\sin^2\theta + 4\cos^2\theta} = \int \frac{d\theta}{1+3\cos^2\theta}$
 $= \int \frac{\sec^2\theta d\theta}{\sec^2\theta + 3} = \int \frac{d(\tan\theta)}{1+\tan^2\theta+3} = \int \frac{d(\tan\theta)}{2^2+(\tan\theta)^2} = \frac{1}{2} \tan^{-1}\left(\frac{\tan\theta}{2}\right) + c$

Prob 08 $\int \frac{dx}{(x-3)\sqrt{x+1}}$ এর মান নির্ণয় কর।

Sol: ধরি, $(x+1) = z^2 \therefore x = z^2 - 1 \Rightarrow dx = 2z dz$
 এখন $\int \frac{dx}{(x-3)\sqrt{x+1}} = \int \frac{2z dz}{(z^2-4)z}$
 $= 2 \int \frac{dz}{z^2-2^2} = 2 \times \frac{1}{2 \times 2} \ln \left| \frac{z-2}{z+2} \right| + c = \frac{1}{2} \ln \left| \frac{\sqrt{x+1}-2}{\sqrt{x+1}+2} \right| + c$

Prob 09 $\int \frac{\sin x dx}{\cos x(1+\cos^2 x)}$ এর মান নির্ণয় কর।

Sol: $\int \frac{\sin x dx}{\cos x(1+\cos^2 x)} = \int \frac{\left(\frac{\sin x}{\cos x}\right) dx}{1+\cos^2 x} = \int \frac{\sec^2 x \tan x dx}{\sec^2 x + 1}$
 $= \int \frac{\tan x \sec^2 x dx}{2+\tan^2 x} = \frac{1}{2} \int \frac{2 \tan x \sec^2 x dx}{2+\tan^2 x} = \frac{1}{2} \int \frac{d(2+\tan^2 x)}{2+\tan^2 x}$
 $= \frac{1}{2} \ln(2+\tan^2 x) + c$

Prob 10 $\int \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{a^3-x^3}} = ?$

Sol: $\int \frac{\sqrt{x} dx}{\sqrt{(a^{3/2})^2 - (x^{3/2})^2}} = \frac{2}{3} \int \frac{d(x^{3/2})}{\sqrt{(a^{3/2})^2 - (x^{3/2})^2}}$ ধরি,
 $= \frac{2}{3} \sin^{-1}\left(\frac{x^{3/2}}{a^{3/2}}\right) + c = \frac{2}{3} \sin^{-1}\left(\frac{x}{a}\right)^{3/2} + c$ $x^{3/2} = z$
 $\therefore \frac{d}{dx} x^{3/2} = \frac{3}{2} x^{1/2} \Rightarrow d(x^{3/2}) = \frac{3}{2} \sqrt{x} dx \Rightarrow \frac{3}{2} \sqrt{x} dx = dz$

Prob 11 $\int \frac{\sin x + \cos x}{\sqrt{1+\sin 2x}} dx = ?$

Sol: $\int \frac{\sin x + \cos x}{\sqrt{1+\sin 2x}} dx = \int \frac{\sin x + \cos x}{\sqrt{(\sin x + \cos x)^2}} dx = \int dx = x + c$ Ans.

Prob 12 $\int 3\sin 3x \cos 4x dx$ নির্ণয় কর।

Sol: $\int 3\sin 3x \cos 4x dx = \frac{3}{2} \int 2\sin 3x \cos 4x dx$
 $= \frac{3}{2} \int (\sin 7x - \sin x) dx = \frac{3}{2} \left(-\frac{1}{7} \cos 7x + \cos x \right)$
 $= \frac{3}{14} (7 \cos x - \cos 7x) + c$ Ans.

Prob 13 $\int \operatorname{cosec}^2(a-bx) dx =$ কত?

Sol: $\int \operatorname{cosec}^2(a-bx) dx$
 $= -\operatorname{cot}(a-bx) \times \frac{1}{-b} + c = \frac{1}{b} \operatorname{cot}(a-bx) + c$ Ans.

Prob 14 $\int \sec^2 x \operatorname{cosec}^2 x dx = ?$

Sol: $\int \frac{dx}{\cos^2 x \sin^2 x} = \int \frac{(\sin^2 x + \cos^2 x) dx}{\sin^2 x \cos^2 x} = \int \frac{dx}{\cos^2 x} + \int \frac{dx}{\sin^2 x}$
 $= \int \sec^2 x dx + \int \operatorname{cosec}^2 x dx = \tan x - \operatorname{cot} x + c$

Prob 15 $\int \sin px \cos qx dx = ?$

Sol: $\frac{1}{2} \int \{\sin(p+q)x + \sin(p-q)x\} dx$
 $= -\frac{1}{2} \left\{ \frac{\cos(p+q)x}{p+q} + \frac{\cos(p-q)x}{p-q} \right\} + c$ Ans.

Prob 16 $\int \sec \sqrt{x} \frac{dx}{\sqrt{x}} =$ কত?

Sol: $\int \sec \sqrt{x} \frac{dx}{\sqrt{x}} = \int \sec \sqrt{x} \cdot \frac{dx}{\sqrt{x}} = 2 \int \sec \sqrt{x} \frac{dx}{2\sqrt{x}}$ ধরি, $\sqrt{x} = z$
 $= 2 \int \sec \sqrt{x} d(\sqrt{x}) = 2 \ln |\sec \sqrt{x} + \tan \sqrt{x}| + c$ $\Rightarrow \frac{dx}{2\sqrt{x}} = dz$

Prob 17 $\int e^x \tan e^x \operatorname{secc} e^x dx =$ কত?

Sol: $\int e^x \tan e^x \sec e^x dx = \int \sec e^x \tan e^x e^x dx$
 $= \int \sec e^x \tan e^x d(e^x) = \sec e^x + c$ Ans.

Prob 18 $\int x \sin x \cos x dx = ?$

Sol: $\frac{1}{2} \int x \sin 2x dx = -\frac{1}{4} x \cos 2x + \frac{1}{4} \sin 2x + c$ Ans.

Prob 19 $\int \sin^2 \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2} dx = ?$

Sol: $\int \sin^2 \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2} dx = 2 \int \left(\sin \frac{x}{2}\right)^2 d\left(\sin \frac{x}{2}\right)$
 $= 2 \cdot \frac{\left(\sin \frac{x}{2}\right)^3}{3} + c = \frac{2}{3} \left(\sin \frac{x}{2}\right)^3 + c$ Ans.

Prob 20 $\int \frac{1-\cos 2x}{1+\cos 2x} dx$

Sol: $\int \frac{1-\cos 2x}{1+\cos 2x} dx = \int \frac{2\sin^2 x}{2\cos^2 x} dx = \int \tan^2 x dx$
 $= \int (\sec^2 x - 1) dx = \tan x - x + c$ Ans.

Prob 21 $\int \frac{x^2 \tan^{-1} x^3}{1+x^6} dx = ?$

ধরি, $\tan^{-1} x^3 = z \Rightarrow \frac{3x^2}{1+x^6} dx = dz \Rightarrow \frac{x^2}{1+x^6} dx = \frac{1}{3} dz$
 $\therefore \int \frac{x^2 \tan^{-1} x^3}{1+x^6} dx = \frac{1}{3} \int z dz = \frac{1}{3} \cdot \frac{z^2}{2} + c = \frac{1}{6} (\tan^{-1} x^3)^2 + c$ Ans.

For Practise:

- $\int \cos^3 x dx$ Ans: $\frac{3}{4} \sin x + \frac{1}{12} \sin 3x + c$
- $\int \frac{\cos x dx}{3+2\sin x} =$ কত? Ans: $\frac{1}{2} \ln(3+2\sin x) + c$

Prob 02 $\int \frac{dx}{(x-3)\sqrt{x^2-6x+8}} = ?$

Sol: ধরি, $x-3 = \frac{1}{z} \Rightarrow dx = -\frac{1}{z^2} dz$ এবং $x = \left(\frac{1}{z} + 3\right)$

$$\therefore I = \int \frac{-\frac{1}{z^2} dz}{\frac{1}{z} \left(\frac{1}{z} + 3\right)^2 - 6\left(\frac{1}{z} + 3\right) + 8} = \int \frac{-dz}{\sqrt{(1+3z)^2 - 6z - 18z^2 + 8z^2}}$$

$$= \int \frac{-dz}{\sqrt{1+6z+9z^2-6z-18z^2+8z^2}}$$

$$= \int \frac{-dz}{\sqrt{1-z^2}} = \cos^{-1} z + c = \sec^{-1}\left(\frac{1}{z}\right) + c = \sec^{-1}(x-3) + c$$

For Practise:

1. $\int \frac{dx}{(2x+1)\sqrt{4x+3}}$ Ans: $\frac{1}{2} \ln\left(\frac{\sqrt{4x+3}-1}{\sqrt{4x+3}+1}\right) + c$

2. $\int \frac{dx}{(x+2)\sqrt{x+3}}$ Ans: $\ln\left(\frac{\sqrt{x+3}-1}{\sqrt{x+3}+1}\right) + c$

Type-05:

Technique: $\int \frac{dx}{\sqrt{(x-a)(b-x)}} = 2 \sin^{-1} \sqrt{\frac{x-a}{b-a}}$

Prob 01 $\int \frac{dx}{\sqrt{(x-5)(7-x)}} = ?$

Sol: $\int \frac{dx}{\sqrt{(x-5)(7-x)}} = 2 \sin^{-1} \sqrt{\frac{x-5}{7-5}} + c = 2 \sin^{-1} \sqrt{\frac{x-5}{2}} + c$ Ans.

Prob 02 $\int \frac{dx}{\sqrt{(x-2)(3-x)}} = ?$

Sol: $2 \sin^{-1} \sqrt{\frac{x-2}{3-2}} = 2 \sin^{-1} \sqrt{x-2}$ Ans.

Type-06:

Technique: $\int \frac{a \sin x + b \cos x}{c \sin x + d \cos x} dx$, $\int \frac{a \sin x + b \cos x + c}{d \sin x + e \cos x + f}$ আকারের

ইন্টিগ্রেশনের ক্ষেত্রে, যেখানে, a, b, c, d, e, f যেকোন ধ্রুবসংখ্যা।
 প্রথম সমাকলনের ক্ষেত্রে, লব = M (হয়) + N $\frac{d}{dx}$ (হয়) ধরে $\sin x$ ও $\cos x$ এর সহগ সমীকৃত করে মান বের করতে হবে।
 দ্বিতীয় সমাকলনের ক্ষেত্রে, লব = M (হয়) + N $\frac{d}{dx}$ (হয়) + P ধরে $\sin x$, $\cos x$ এবং ধ্রুবক পদের সহগ সমীকৃত করে মান বের করতে হবে।

$$\int \frac{a \sin x + b \cos x}{c \sin x + d \cos x} dx = \int \frac{M(c \sin x + d \cos x) + N(c \cos x - d \sin x)}{c \sin x + d \cos x} dx$$

$$= M \int dx + N \int \frac{c \cos x - d \sin x}{c \sin x + d \cos x} dx$$

$$= Mx + Nc \int \frac{c \sin x + d \cos x}{c \sin x + d \cos x} dx + C$$

এখানে, $Mc - Nd = a$
 $Md + Nc = b$
 $\therefore M = \frac{ac + bd}{c^2 + d^2}$
 $\therefore N = \frac{bc - ad}{c^2 + d^2}$

Prob-01 $\int \frac{3 \sin x + 4 \cos x}{7 \sin x + 8 \cos x} = ?$

Sol: $\int \frac{53}{113} (7 \sin x + 8 \cos x) + \frac{4}{113} (7 \cos x - 8 \sin x)}{7 \sin x + 8 \cos x} dx$

$$= \frac{53}{113} \int dx + \frac{4}{113} \int \frac{7 \cos x - 8 \sin x}{7 \sin x + 8 \cos x} dx$$

$M = \frac{ac + bd}{c^2 + d^2} = \frac{21 + 32}{49 + 64} = \frac{53}{113}$
 $N = \frac{bc - ad}{c^2 + d^2} = \frac{28 - 24}{49 + 64} = \frac{4}{113}$

Prob 02 $\int \frac{1+2 \cos x}{1+2 \sin x} dx$ -এর মান নির্ণয় কর।

Sol: $\int \frac{1+2 \cos x}{1+2 \sin x} = \int \frac{1}{1+2 \sin x} dx + \int \frac{2 \cos x}{1+2 \sin x} dx$

$$= \int \frac{1}{1+2 \frac{2 \tan x/2}{1+\tan^2 x/2}} dx + \log_e(1+2 \sin x)$$

$$= \int \frac{\sec^2 x dx}{1+4 \tan^2 x/2} + \log_e(1+2 \sin x)$$

ধরি $\tan \frac{x}{2} = z$
 $\therefore \sec^2 \frac{x}{2} dx = 2 dz$

$$= 2 \int \frac{dz}{1+4z} + \ln(1+2 \sin x) = \frac{2}{4} \ln(1+4z) + \ln(1+2 \sin x)$$

$$= \frac{1}{2} \ln(1+4 \tan^2 \frac{x}{2}) + \ln(1+2 \sin x) + c$$
 Ans.

Type-07:

Technique: $\int \sec^n x dx$, $\int \operatorname{cosec}^n x dx$ আকারের ইন্টিগ্রাল:

- (i) যখন $n = +ve$ জোড় সংখ্যা তখন $\sec^n x$ কে $\tan x$ এর ও $\operatorname{cosec}^n x$ কে $\cot x$ এ ফাংশন হিসেবে প্রকাশ করতে হয়।
- (ii) যখন $n = +ve$ বিজোড় সংখ্যা তখন $\int \sec^n x dx$ বা $\int \operatorname{cosec}^n x dx$ কে u-v method এ ইন্টিগ্রেট করতে হয় (আংশিক সমাকলন)।

Prob 01 $\int \sec^6 x dx = ?$

Sol: $\int \sec^6 x dx = \int \sec^4 x \sec^2 x dx$

$$= \int (1 + \tan^2 x)^2 \sec^2 x dx ; [\text{ধরি, } \tan x = z, \sec^2 x dx = dz]$$

$$= \int (z^2 + 1)^2 dz = \int (z^4 + 2z^2 + 1) dz$$

$$= \frac{1}{5} z^5 + \frac{2}{3} z^3 + z + c = \frac{1}{5} \tan^5 x + \frac{2}{3} \tan^3 x + \tan x + c$$

Prob 02 $\int \operatorname{cosec}^3 x \, dx = ?$

Sol: ধরি, $I = \int \operatorname{cosec}^3 x \, dx = \int \operatorname{cosec} x \cdot \operatorname{cosec}^2 x \, dx$
 $= -\operatorname{cosec} x \cot x - \int \operatorname{cosec} x \cot x \, dx$
 $= -\operatorname{cosec} x \cot x - \int \operatorname{cosec} x (\operatorname{cosec}^2 x - 1) \, dx$
 $= -\operatorname{cosec} x \cot x - \int \operatorname{cosec}^3 x \, dx + \int \operatorname{cosec} x \, dx$
 $\Rightarrow 2I = \int \operatorname{cosec} x \, dx - \operatorname{cosec} x \cot x$
 $= \ln \left| \tan \frac{x}{2} \right| - \operatorname{cosec} x \cot x + c$
 $\therefore I = \frac{1}{2} \left[\ln \left| \tan \frac{x}{2} \right| - \operatorname{cosec} x \cot x \right] + c \text{ Ans.}$

Type-08:

Technique: $\int f(x) \cos^2 x \, dx$, $\int f(x) \sin^2 x \, dx$ আকারের ইন্টিগ্রাল:

নিয়ম: $\cos^2 x$ ও $\sin^2 x$ কে গুণিতক কোণের ফাংশনে প্রকাশ করতে হবে।

Prob 01 $\int \sin 10x \cos^2 x \, dx$ এর মান নির্ণয় কর।

Sol: $\int \sin 10x \cos^2 x \, dx = \frac{1}{2} \int \sin 10x (1 + \cos 2x) \, dx$
 $= \frac{1}{2} \int [\sin 10x + \sin 10x \cos 2x] \, dx$
 $= \frac{1}{2} \left[\int \sin 10x \, dx + \frac{1}{2} (\sin 12x + \sin 8x) \right] \, dx$
 $= -\frac{1}{2} \left[\frac{1}{10} \cos 10x + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{12} \cos 12x + \frac{1}{8} \cos 8x \right) \right] + c$
 $= -\frac{1}{20} \cos 10x - \frac{1}{48} \cos 12x - \frac{1}{32} \cos 8x + c$

Type-09:

Technique: $\int \frac{a + bx^{p/q}}{c + dx^{r/s}}$ আকারের ইন্টিগ্রেশন:

ভগ্নাংশ সূচকদ্বয়ের হর q ও s -এর ল.সা.ও n হলে $x^{1/n} = z$ অর্থাৎ $x = z^n$ বসিয়ে ইন্টিগ্রেশন করতে হবে।

Prob 01 $\int \frac{1+x^{1/2}}{1+x^{1/4}} \, dx$ এর মান নির্ণয় কর।

Sol: $\int \frac{1+x^{1/2}}{1+x^{1/4}} \, dx = \int \frac{1+z^2}{1+z} \cdot 4z^3 \, dz = 4 \int \frac{z^3+z^5}{1+z} \, dz$ ধরি, $x^{1/4} = z$
 $\Rightarrow x = z^4$
 $dx = 4z^3 \, dz$
 $= 4 \int \frac{(z^5+z^4) - (z^4+z^3) + 2z^3+z^2 - 2z^2+z + 2z+1 - 2}{z+1} \, dz$
 $= 4 \int \left(z^4 - z^3 + 2z^2 - 2z + 2 - \frac{2}{z+1} \right) \, dz$
 $= 4 \left(\frac{z^5}{5} - \frac{z^4}{4} + \frac{2z^3}{3} - z^2 + 2z - 2 \ln|z+1| \right) + c$ যেখানে, $z = x^{1/4}$

Type-10:

Prob 01 $\int \frac{5-2x}{(x-1)^2(x+2)} \, dx = ?$

Sol: $\frac{5-2x}{(x-1)^2(x+2)} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{(x-1)^2} + \frac{C}{x+2}$
 $\Rightarrow 5-2x = A(x-1)(x+2) + B(x+2) + C(x-1)^2$
 $x=1$ হলে $3 = 3B \Rightarrow B=1$ $x=-2$ হলে $9 = 9C \Rightarrow C=1$
উভয় পক্ষ থেকে x^2 এর সহগ সমীকৃত করে পাই,
 $0 = A + C \Rightarrow A = -C = -1$
 $\therefore \int \frac{5-2x}{(x-1)^2(x+2)} \, dx = \int \left\{ -\frac{1}{x-1} + \frac{1}{(x-1)^2} + \frac{1}{x+2} \right\} \, dx$
 $= -\ln|x-1| - \frac{1}{x-1} + \ln|x+2| + c \text{ Ans.}$

Prob 02 $\int \frac{xdx}{(x-1)(x^2+1)} = ?$

Sol: ধরি, $\frac{x}{(x-1)(x^2+1)} = \frac{A}{x-1} + \frac{Bx+C}{x^2+1}$
 $\Rightarrow x = A(x^2+1) + Bx(x-1) + C(x-1)$
 $x=1 \Rightarrow 1 = 2A \Rightarrow A = \frac{1}{2}$ x^2 এবং ধ্রুব পদের সহগ সমীকৃত করে পাই,
 $0 = A + B \Rightarrow B = -\frac{1}{2}$ এবং $-c + A = 0 \Rightarrow c = \frac{1}{2}$
 $\therefore \int \frac{xdx}{(x-1)(x^2+1)} = \int \left\{ \frac{1}{2(x-1)} - \frac{x-1}{2(x^2+1)} \right\} \, dx$
 $= \frac{1}{2} \ln|x-1| - \frac{1}{4} \ln|x^2+1| + \frac{1}{2} \tan^{-1} x + c \text{ Ans.}$

Prob 03 $\int \frac{1}{16x^2+9} \, dx = ?$

Sol: $\int \frac{dx}{16x^2+9} = \frac{1}{16} \int \frac{dx}{(3/4)^2+x^2}$ [সূত্র - 18]
 $= \frac{1}{16} \cdot \frac{1}{3/4} \tan^{-1} \frac{4x}{3} = \frac{1}{12} \tan^{-1} \frac{4x}{3} + c \text{ Ans.}$

Prob 04 $\int \frac{1}{16-9x^2} \, dx = ?$

Sol: $\int \frac{1}{(4)^2 - (3x)^2} \, dx$ [সূত্র - 21]
 $= \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 4} \ln \frac{4+3x}{4-3x} = \frac{1}{24} \ln \frac{4+3x}{4-3x} \text{ Ans.}$

Prob 05 $\int \frac{1}{9+x^2} \, dx = ?$

Sol: $\frac{1}{3} \tan^{-1} \frac{x}{3} + c \text{ Ans.}$

Prob 06 $\int \frac{1}{\sqrt{25-x^2}} \, dx = ?$

Sol: $\int \frac{1}{\sqrt{5^2-x^2}} \, dx$ [Type 13] $= \sin^{-1}(\frac{x}{5}) + c \text{ Ans.}$

Prob 07 $\int \frac{dx}{\sqrt{9-16x^2}} = ?$

Sol: $\int \frac{dx}{4\sqrt{\frac{9}{16}-x^2}} = \frac{1}{4} \int \frac{dx}{\sqrt{(\frac{3}{4})^2-x^2}} = \frac{1}{4} \sin^{-1} \frac{x}{\frac{3}{4}} = \frac{1}{4} \sin^{-1} \frac{4x}{3} + c$

Prob 08 $\int \frac{dx}{\sqrt{2-3x^2}}$

Sol: $\int \frac{dx}{\sqrt{3(\frac{2}{3}-x^2)}} = \frac{2}{\sqrt{3}} \int \frac{dx}{\sqrt{\left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)^2 - x^2}}$

$= \frac{1}{\sqrt{3}} \sin^{-1} \frac{x}{\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \sin^{-1} \left(\sqrt{\frac{3}{2}} x \right) + c$ Ans.

Prob 09 $\int \sqrt{\frac{1+x}{1-x}} dx = ?$

Sol: $\sin^{-1} \frac{x}{1} = \sqrt{1-x^2} + c$ Ans.

$\therefore \int \sqrt{\frac{a+x}{a-x}} dx = a \sin^{-1} \frac{x}{a} - \sqrt{a^2-x^2}$

এবং $\int \sqrt{\frac{a-x}{a+x}} dx = a \sin^{-1} \frac{x}{a} + \sqrt{a^2-x^2}$

Prob 10 $\int \sqrt{\frac{5-x}{5+x}} dx = ?$

Sol: $5 \sin^{-1} \frac{x}{5} + \sqrt{25-x^2}$ [$\because \int \sqrt{\frac{a-x}{a+x}} dx = a \sin^{-1} \frac{x}{a} + \sqrt{a^2-x^2}$]

For Practise:

1. $\int \frac{1}{9x^2+4} dx = ?$

Ans: $\frac{1}{6} \tan^{-1} \frac{3x}{2} + c$

2. $\int \frac{1}{9-4x^2} dx = ?$

Ans: $\frac{1}{2} \ln \frac{3+2x}{3-2x} + c$

3. $\int \frac{1}{25+x^2} dx = ?$

Ans: $\frac{1}{5} \tan^{-1} \frac{x}{5} + c$

4. $\int \frac{dx}{\sqrt{25-16x^2}} = ?$

Ans: $\frac{1}{4} \sin^{-1} \frac{4x}{5}$

5. $\int \frac{dx}{\sqrt{5-4x^2}} = ?$

Ans: $\frac{1}{2} \sin^{-1} \frac{2x}{\sqrt{5}} + c$

Type-11:

Technique: যদি কোন ইন্টিগ্রেশনে x^n এর ফংশন এবং x^{n-1} রাশিযুক্ত গুণ আকারে থাকে তাহলে তখন x^n কে z ধরে integration সম্পন্ন করতে হবে।

Prob 01 $\int x^2 \sin x^3 dx = ?$

Sol: ধরি, $x^3 = z \therefore 3x^2 \cdot dx = dz \Rightarrow 3x^2 dx = dz \Rightarrow x^2 dx = \frac{dz}{3}$

\therefore প্রশ্নরাশি $= \frac{1}{3} \int \sin z dz = \frac{1}{3} (-\cos z) + c = -\frac{1}{3} \cos x^3 + c$ Ans.

Prob 02 $\int x^2 \cos x^3 dx = ?$

Sol: $\frac{1}{3} \sin x^3 + c$

Type-12:

Technique: Integration এর রাশি যদি কোন শক্তি বিশিষ্ট কোন ফাংশন এবং উক্ত ফাংশনের অন্তরক সহগের সাথে গুণফল বা ভাগফল আকারে থাকে, তখন উক্ত ফাংশনকে z ধরে Integration সমাধান করা হয়।

Prob 01 $\int \frac{\cos x}{\sqrt{\sin x}} dx = ?$

Sol: $\int \frac{f'(x)}{\sqrt{f(x)}} dx = 2\sqrt{f(x)} + c = 2\sqrt{\sin x} + c$ Ans.

Prob 02 $\int \sec^2 x e^{\tan x} dx = ?$

Sol: $\int e^{f(x)} f'(x) dx = e^{f(x)} + c = e^{\tan x} + c$ Ans.

Prob 03 $\int \frac{\cos x}{(1-\sin x)^2} dx = ?$

Sol: $\int f^n(x) f'(x) dx = \frac{f(x)^{n+1}}{n+1}$

$\therefore \int (1-\sin x)^{-2} \cos x dx = \frac{1}{(1-\sin x)} + c$ Ans.

Prob 04 $\int \frac{dx}{\sqrt{\sin^{-1} x} \sqrt{1-x^2}} = ?$

Sol: $\int \frac{f'(x)}{\sqrt{f(x)}} dx = 2\sqrt{f(x)} + c$

$\therefore \int \frac{dx}{\sqrt{\sin^{-1} x} \sqrt{1-x^2}} = 2\sqrt{\sin^{-1} x} + c$ Ans.

Prob 05 $\int \frac{\cos \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx = ?$

Sol: $2 \sin \sqrt{x} + c$ [Hints: $\sqrt{x} = z$]

Prob 06 $\int e^x \tan e^x \cdot \sec e^x dx = ?$

Sol: let, $z = \sec e^x \Rightarrow \frac{dz}{dx} = \sec e^x \cdot \tan e^x \cdot e^x$
 $\Rightarrow dz = e^x \cdot \tan e^x \cdot \sec e^x dx \therefore \int dz = z + c = \sec e^x + c$ Ans.

Prob 07 $\int \frac{\sec^2 x}{\sqrt{1+\tan x}} dx$

Sol: $\int \frac{f'(x)}{\sqrt{f(x)}} dx = 2\sqrt{f(x)} + c = \int \frac{\sec^2 x}{\sqrt{1+\tan x}} dx$
 $= 2\sqrt{1+\tan x} + c$ Ans.

Prob 08 $\int \cos x e^{\sin x} dx = ?$

Sol: let, $z = \sin x \Rightarrow \frac{dz}{dx} = \cos x \Rightarrow dz = \cos x dx$
 $\therefore \int e^z \cdot dz = e^z + c = e^{\sin x} + c$ Ans.

Prob 09 $\int (1+\cos x)^5 \sin x dx = ?$

Sol: $\int f^n(x) f'(x) dx = \frac{f(x)^{n+1}}{n+1} = \int (1+\cos x)^5 \sin x dx$
 $= -\frac{1}{6} (1+\cos x)^6 + c$ Ans.

For Practise:

1. $\int e^{\tan^{-1}x} \frac{1}{1+x^2} dx = ?$

Ans : $e^{\tan^{-1}x} + c$

2. $\int \frac{\tan^{-1}x dx}{1+x^2} = ?$

Ans : $\frac{(\tan^{-1}x)^2}{2} + c$

Type-13:

Technique:

$\int e^x (f(x) + f'(x)) dx = e^x f(x) + c$

$\int e^{mx} (m f(x) + f'(x)) dx = e^{mx} f(x) + c$

Prob 01 $\int e^x \sec x (1 + \tan x) dx = ?$

Sol : $\int e^x \left(\underbrace{\sec x}_{f(x)} + \underbrace{\sec x \tan x}_{f'(x)} \right) dx = e^x \sec x + c$ Ans.

Prob 02 $\int e^{5x} \left(5 \ln x + \frac{1}{x} \right) dx = ?$

Sol : $\int e^{5x} \left(\underbrace{5}_{m} \underbrace{\ln x}_{f(x)} + \underbrace{\frac{1}{x}}_{f'(x)} \right) dx = e^{5x} \ln x + c$ Ans.

Prob 03 $\int e^x \left\{ \frac{1}{(1-x)} + \frac{1}{(x-1)^2} \right\} dx$

Sol : $e^x \left\{ \frac{1}{1-x} + \frac{1}{(x-1)^2} \right\} dx = e^x \cdot \frac{1}{(1-x)} + c$ Ans.

For Practise :

(i) $\int e^{-2x} \left(\frac{1}{x} - 2 \ln x \right) dx$

Ans : $e^{-2x} \ln x + c$

Type-14:

Technique:

(i) $\int e^x x^n dx = e^x (x^n - nx^{n-1} + n(n-1)x^{n-2} - \dots + \text{ক্রমিক না আসা পর্যন্ত})$

(ii) $\int e^{ax} x^n dx = e^{ax} \left\{ \frac{x^n}{a} - \frac{nx^{n-1}}{a^2} + \frac{n(n-1)x^{n-2}}{a^3} - \dots \text{ক্রমিক না আসা পর্যন্ত} \right\}$

Prob 01 $\int e^x x^2 dx = ?$

Sol : $e^x (x^2 - 2x + 2.1)$ [\star অনুযায়ী]
 $= e^x (x^2 - 2x + 2) + c$ Ans.

Prob 02 $\int x^3 e^{3x} dx = ?$

Sol : $e^{3x} \left(\frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{3^2} + \frac{6x}{3^3} - \frac{6}{3^4} \right) + c$ [$\star \star$ অনুযায়ী]
 $= e^{3x} \left(\frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{3} + \frac{2x}{9} - \frac{2}{27} \right) + c$ Ans.

For Practise :

1. $\int 3e^{5-3x} dx = ?$ Ans: $-e^{5-3x} + c$

Type-15:

Technique:

$\int e^{ax} \sin(bx + c) dx = \frac{e^{ax}}{a^2 + b^2} \{ a \sin(bx + c) - b \cos(bx + c) \}$

$\int e^{ax} \cos(bx + c) dx = \frac{e^{ax}}{a^2 + b^2} \{ a \cos(bx + c) + b \sin(bx + c) \}$

Prob 01 $\int e^x \sin x dx$

Sol : $\frac{e^x}{1^2 + 1^2} (1 \cdot \sin x - 1 \cdot \cos x) = \frac{e^x}{2} (\sin x - \cos x)$ Ans.

Prob 02 $\int e^{2x} \cos 3x dx$

Sol : $\frac{e^{2x}}{2^2 + 3^2} (2 \cos 3x + 3 \sin 3x) = \frac{e^{2x}}{13} (2 \cos 3x + 3 \sin 3x)$ Ans.

For Practise :

1. $\int \frac{e^{\cos^{-1}x}}{\sqrt{1-x^2}} dx = ?$ Ans: $-e^{\cos^{-1}x} + c$

2. $\int e^{5x} \left\{ 5 \ln x + \frac{1}{x} \right\} dx = ?$ Ans: $e^{5x} \ln x + c$

Type-16:

Technique:

$\int \frac{dx}{\sqrt{ax+b} + \sqrt{ax-b}} = \frac{1}{b+b} \cdot \frac{2}{3a} [(ax+b)^{3/2} - (ax-b)^{3/2}]$

Prob 01 $\int \frac{dx}{\sqrt{2x+5} + \sqrt{2x-3}} = ?$

Sol : $\frac{1}{5+3} \cdot \frac{2}{3 \cdot 2} [(2x+5)^{3/2} - (2x-3)^{3/2}]$
 $= \frac{1}{24} [(2x+5)^{3/2} - (2x-3)^{3/2}] + c$

For Practise :

(i) $\int \frac{dx}{\sqrt{x+1} + \sqrt{x-1}} = ?$ Ans: $\frac{1}{3} [(x+1)^{3/2} - (x-1)^{3/2}] + c$

Type-17:

Technique: আংশিক ভগ্নাংশের ক্ষেত্রে:

1. $\frac{x+c}{(x-a)(x+b)} = \frac{c-(-a)}{(x-a)(b+a)} + \frac{c-b}{(-a-b)(x+b)}$

2. $\frac{x^2-c}{(x^2+a)(x^2-b)} = \frac{-c-a}{(x^2+a)(-a-b)} + \frac{-c+b}{(b+a)(x^2-b)}$

Prob 01 $\int \frac{x+1}{(x-3)(x+2)} dx$

Sol : $\frac{x+1}{(x-3)(x+2)} = \frac{1+3}{(x-3)(3+2)} + \frac{1-2}{(x+2)(-3-2)}$

$\therefore \int \left[\frac{4}{5(x-3)} + \frac{1}{5(x+2)} \right] dx = \frac{4}{5} \ln|x-3| + \frac{1}{5} \ln|x+2|$ Ans.

05. $\int \frac{\tan x}{\sqrt{2\cot x}} dx$ কত? [14-15]

- A. $\frac{1}{\sqrt{2}} (\cot x - x) + c$ B. $(\tan x - x) + c$
 C. $(\tan x + x) + c$ D. $\frac{1}{\sqrt{2}} (\tan x - x) + c$

Ans D Solve $\int \frac{\tan x}{\sqrt{2\cot x}} dx$
 $= \frac{1}{\sqrt{2}} \int \tan^2 x dx = \frac{1}{\sqrt{2}} \int (\sec^2 x - 1) dx = \frac{1}{\sqrt{2}} (\tan x - x) + c$

06. $\int 2\sqrt{x} d(\sqrt{x}) = ?$ [13-14]

- A. $\sqrt{x^2} + c$ B. $\frac{3}{4} x^{\frac{4}{3}} + c$
 C. $-\frac{3}{2\sqrt{x^2}} + c$ D. $-\frac{1}{2\sqrt{x^2}} + c$

Ans A Solve $\int 2\sqrt{x} d(\sqrt{x}) = 2 \cdot \frac{(\sqrt{x})^2}{2} + c = (\sqrt{x})^2 + c$

07. $\int \frac{3e^{2\ln x}}{x^3} dx =$ কত? [A 12-13]

- A. $\frac{x^3}{3} + c$ B. $\frac{x^4}{4} + c$ C. $\ln x^3 + c$ D. $\ln x^2 + c$

Ans C Solve $\int \frac{3e^{2\ln x}}{x^3} dx = \int \frac{3x^2}{x^3} dx = 3\ln x + c = \ln x^3 + c$

08. $\int \frac{1}{\sqrt{1-9x}} dx = ?$ [H 12-13]

- A. $-\frac{1}{6}(1+9x)^{\frac{1}{2}}$ B. $\frac{1}{6}(1+9x)^{\frac{1}{2}}$ C. $-\frac{1}{6}(1-9x)^{\frac{1}{2}}$ D. None

Ans C Solve $\int \frac{1}{\sqrt{1-9x}} dx = \int (1-9x)^{-1/2} dx$
 $= \frac{(1-9x)^{-1/2+1}}{(-1/2+1)(-9)} + c = -\frac{1}{6}(1-9x)^{1/2}$

09. $\int \frac{1}{(1-2x)^2} dx = ?$ [H 12-13]

- A. $1/(1+2x)$ B. $1/2(1-2x)$ C. $1/(1-2x)$ D. None

Ans B Solve $\int \frac{1}{(1-2x)^2} dx$ | Let $1-2x = z$
 $-2dx = dz$
 $= -\frac{1}{2} \int \frac{dz}{z^2}$
 $= -\frac{1}{2} \cdot \frac{-1}{z} = \frac{1}{2z} = \frac{1}{2(1-2x)}$

10. $\int \frac{1}{144+x^2} dx = ?$ [10-11]

- A. $12 \tan^{-1} \frac{x}{12}$ B. $\frac{1}{12} \tan^{-1} \frac{x}{12}$
 C. $\frac{1}{6} \tan^{-1} \frac{x}{12}$ D. $\frac{1}{12} \tan^{-1} \frac{12}{x}$

Ans. B

রাজশাহী বিশ্ববিদ্যালয় তৃতীয় পত্রিকা বিপণন বছরের প্রশ্নাবলি
 [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলাটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $\int \log 2 dx = ?$ [15-16]

- A. $x \log 2$ B. $\log 2 \cdot x$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\log x - x$

Ans A Solve $\int \log 2 dx = x \log 2$

02. $\int \frac{(\tan^{-1} x)^2}{1+x^2} dx$ এর মান কত? [15-16, CU 15-16]

- A. $\tan^{-1} x$ B. $\frac{1}{3} (\tan^{-1} x)^3$ C. $\frac{1}{\tan^{-1} x}$ D. $\frac{1}{3}$

Ans B Solve $\int \frac{(\tan^{-1} x)^2}{1+x^2} dx$
 $= \int (\tan^{-1} x)^2 \cdot \frac{1}{1+x^2} dx = \frac{(\tan^{-1} x)^3}{3}$

03. $\int e^x \left\{ \frac{1}{1-x} + \frac{1}{(x-1)^2} \right\} dx = ?$ [15-16; PUST 15-16]

- A. $\frac{e^x}{1-x}$ B. $\frac{x}{1-e^x}$ C. $\frac{e^x}{x-1}$ D. $\frac{e^x}{(x-1)}$

Ans A Solve $= \int e^x \left\{ \frac{1}{1-x} + \frac{1}{(x-1)^2} \right\} dx = \frac{e^x}{1-x}$

04. $x = \frac{e^{2\ln y}}{y}$ হলে, $\frac{dy}{dx} = ?$ [14-15]

- A. 1 B. 2 C. 0 D. x

Ans A Solve $x = \frac{e^{2\ln y}}{y} \Rightarrow x = \frac{e^{\ln y^2}}{y}$
 $\Rightarrow x = \frac{y^2}{y} \Rightarrow x = y \Rightarrow y = x \therefore \frac{dy}{dx} = 1$

05. $\int \frac{dx}{x\sqrt{x^4-1}}$ এর মান কত হবে? [13-14]

- A. $\cos^{-1} \left(\frac{1}{x^2} \right)$ B. $\frac{1}{2} \cos^{-1} \left(\frac{1}{x^2} \right)$ C. $\cos^{-1} \left(\frac{1}{x} \right)$ D. $\frac{1}{2} \cos^{-1} \left(\frac{1}{x} \right)$

Ans B Solve $\int \frac{dx}{x\sqrt{x^4-1}} = \int \frac{x dx}{x^2 \sqrt{(x^2)^2-1}}$
 $= \frac{1}{2} \int \frac{d(x^2)}{x^2 \sqrt{(x^2)^2-1}} = \frac{1}{2} \sec^{-1}(x^2) + c = \frac{1}{2} \cos^{-1} \frac{1}{x^2} + c$

06. $\int x \sec^2 x dx = ?$ [H 12-13]

- A. $x \sec x \tan x - \ln(\cos x)$ B. $x \tan x + \ln(\cos x)$
 C. $x \tan x - \ln(\cos x)$ D. কোনটিই নয়

Ans B Solve
 $\int x \sec^2 x dx = x \int \sec^2 x - \int \left\{ \frac{d}{dx} x \int \sec^2 x dx \right\} dx$
 $= x \tan x - \int \tan x dx = x \tan x + \ln(\cos x)$

07. $\int \frac{e^{\tan^{-1} x}}{1+x^2} dx$ এর মান কত? [10-11]

- A. $\log(\tan^{-1} x) + c$ B. $e^{\tan^{-1} x} + c$ C. $e^{\sin^{-1} x} + c$ D. কোনটিই নয়

Ans B Solve $\int \frac{e^{\tan^{-1} x}}{1+x^2} dx = \int e^z dz = e^z + c = e^{\tan^{-1} x} + c$

08. $\int \tan^2 x dx = ?$ [09-10]

- A. $\sec^2 x + C$ B. $\tan x - x + C$ C. $\sec x + C$ D. $x - \tan^2 x + C$

Ans B Solve $\int \tan^2 x dx = \int (\sec^2 x - 1) dx = \tan x - x + c$

09. $\int \frac{dx}{1+e^x}$ কত? [09-10, 11-12]

- A. $\log(1+e^x) + c$ B. $\log(e^{-x}+1) + c$
C. $\frac{1}{e^x} \log(1+e^{-x}) + c$ D. $-\log(1+e^{-x}) + c$

Ans D Solve $\int \frac{dx}{1+e^x} = \int \frac{e^{-x} dx}{e^{-x}+1} = -\int \frac{d(e^{-x}+1)}{e^{-x}+1} = -\ln(e^{-x}+1) + c$

10. $\int e^x(x^3 + 3x^2) dx$ এর মান কত? [09-10]

- A. $3x^2 e^x + c$ B. $3x e^x + c$ C. $x^3 e^x + c$ D. $x^2 e^x + c$

Ans C Solve $\int e^x(x^3 + 3x^2) dx = x^3 e^x + c$

[যেহেতু $\int e^x \{f(x) + f'(x)\} dx = e^x f(x) + c$]

11. $\int \sec^2 x e^{\tan x} dx$ এর মান কত? [09-10]

- A. $\tan x + c$ B. $\cot x + c$ C. $\sec x + c$ D. $e^{\tan x} + c$

Ans D Solve $\int \sec^2 x e^{\tan x} dx = \int e^{\tan x} \sec^2 x dx = \int e^{\tan x} d(\tan x) = e^{\tan x} + c$

12. $\int \frac{\sec^2 x dx}{\sqrt{1+\tan x}}$ এর মান কত? [09-10]

- A. $2\sqrt{\tan x} + c$ B. $2\sqrt{\sec x} + c$ C. $2\sqrt{1+\tan x} + c$ D. $\sqrt{\tan x} + c$

Ans C Solve $\int \frac{\sec^2 x dx}{\sqrt{1+\tan x}} = \int \frac{d(1+\tan x)}{\sqrt{1+\tan x}} = 2\sqrt{1+\tan x} + c$

13. $\int \frac{\sin x + \cos x}{\sqrt{1+\sin 2x}} dx$ [ম্যাট্রিকিয়ারাল সায়েন্স 09-10]

- A. $\sin x + \cos x + c$ B. $x + c$ C. $2x + c$ D. $x^2 + c$

Ans B Solve $\int \frac{\sin x + \cos x}{\sqrt{1+\sin 2x}} dx$

$= \int \frac{\sin x + \cos x}{\sqrt{\sin^2 x + \cos^2 x + 2 \sin x \cos x}} dx$

$= \int \frac{\sin x + \cos x}{\sin x + \cos x} dx = \int dx = x + c$

14. $\int \frac{1}{1+\cos x} dx =$ কত? [09-10; SUST 05-06]

- A. $\cot \frac{x}{2}$ B. $\tan^2 \frac{x}{2}$ C. $\tan \frac{x}{2}$ D. $\sec \frac{x}{2}$

Ans C Solve $\int \frac{1}{1+\cos x} dx = \int \frac{1}{2 \cos^2 \frac{x}{2}} dx$

$= \frac{1}{2} \int \sec^2 \frac{x}{2} dx = \frac{1}{2} \frac{\tan \frac{x}{2}}{1/2} = \tan \frac{x}{2}$

15. $\int \frac{dx}{\sqrt{25-16x^2}}$ এর মান কত? [09-10]

- A. $\frac{1}{5} \sin^{-1} \frac{5x}{4} + c$ B. $\frac{1}{4} \sin^{-1} \frac{4x}{5} + c$
C. $\frac{1}{5} \tan^{-1} \frac{4x}{5} + c$ D. $\frac{1}{4} \tan^{-1} \frac{5x}{4} + c$

Ans B Solve $\int \frac{dx}{\sqrt{25-16x^2}} = \int \frac{dx}{\sqrt{\left(\frac{25}{16} - x^2\right)16}}$

$= \frac{1}{4} \int \frac{dx}{\sqrt{\left(\frac{5}{4}\right)^2 - x^2}} = \frac{1}{4} \sin^{-1} \frac{4x}{5} + c$

16. $\int e^{3x} dx = ?$ [08-09]

- A. $3e^{3x}$ B. $\frac{e^{3x}}{3}$ C. $\frac{e^{4x}}{4}$ D. e^{-2x}

Ans B Solve $\int e^{3x} dx = \frac{e^{3x}}{3}$

17. $\int \frac{3x^2 + 8x}{x^3 + 4x^2} dx =$ কত? [08-09]

- A. $\log(3x^2 + 8x)$ B. $4x^3 + 3x^2$
C. $8x^3 + 4x$ D. $\log(x^3 + 4x^2)$

Ans D Solve ধরি, $x^3 + 4x^2 = z \Rightarrow (3x^2 + 8x) dx = dz$

$\int \frac{3x^2 + 8x}{x^3 + 4x^2} dx = \int \frac{dz}{z} = \log_e(x^3 + 4x^2)$

18. $\int \frac{3x^2}{1+x^6} dx =$ কত? [07-08]

- A. $\sin^{-1}(x^2)$ B. $\tan(x^3)$
C. $\tan^{-1}(x^3)$ D. কোনটিই নয়

Ans. C

19. $\int \frac{dx}{1+\sin x - \cos x}$ এর যোজিত ফল নির্ণয় কর। [05-06]

Sol: $\int \frac{dx}{1 + \frac{2 \tan x/2}{1 + \tan^2 x/2} - \frac{1 - \tan^2 x/2}{1 + \tan^2 x/2}}$

$= \int \frac{\sec^2 x/2 dx}{1 + \tan^2 x/2 + 2 \tan x/2 - 1 + \tan^2 x/2} = \int \frac{\sec^2 x/2 dx}{2(\tan^2 x/2 + \tan x/2)}$

$= \frac{2}{2} \int \frac{dz}{z^2 + z}$ | let, $\tan x/2 = z$
 $\Rightarrow \sec^2 x/2 dx = 2 dz$

$= \int \frac{dz}{\left(z + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4}} = \ln \left| \frac{z + \frac{1}{2} - \frac{1}{2}}{z + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}} \right| + c$ Ans.

20. যোজিত ফল নির্ণয় কর: [05-06]

$\int \frac{1}{x(x+1)^2} dx$

Sol: Shortcut: $\int \frac{1}{x(x+1)^2} dx = \int \frac{(x+1) - x}{x(x+1)^2} dx$

$= \int \left\{ \frac{1}{x(x+1)} - \frac{1}{(x+1)^2} \right\} dx = \int \left\{ \frac{(x+1) - x}{x(x+1)} - \frac{1}{(x+1)^2} \right\} dx$

$= \int \left\{ \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} - \frac{1}{(x+1)^2} \right\} dx = \ln x - \ln(x+1) + \frac{1}{x+1} + c$

Ans D Solve $\int \sin^{-1} x \, dx = \sin^{-1} x \int dx - \int \left\{ \left(\frac{d}{dx} \sin^{-1} x \right) \int dx \right\} dx$
 $= x \sin^{-1} x - \int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \cdot x \, dx$
 $= x \sin^{-1} x + \int \frac{d(1-x^2)}{2\sqrt{1-x^2}} = x \sin^{-1} x + \sqrt{1-x^2}$

10. $\int \frac{1}{\sqrt{1-6x}} \, dx =$ কত? [13-14]

- A. $\frac{1}{4}(1-6x)^{2/3} + c$ B. $-\frac{1}{4}(1-6x)^{2/3} + c$
 C. $\frac{1}{4}(1-6x)^{3/2} + c$ D. $\frac{1}{2}(1-6x)^{3/2} + c$ E. $\frac{1}{6}(1-6x)^{3/2} + c$

Ans B Solve $\int \frac{1}{\sqrt{1-6x}} \, dx = \frac{(1-6x)^{-1/2}}{(-1/2) \cdot 6} + c = -\frac{1}{4}(1-6x)^{-1/2} + c$

or, By Using Calculator

11. $\int \frac{(\cos x - x \sin x + 3x^2)}{x \cos x + x^3} \, dx =$ কত? [13-14]

$\int \frac{(\cos x - x \sin x + 3x^2)}{x \cos x + x^3} \, dx \quad \Rightarrow dz = (\cos x - x \sin x + 3x^2) dx$
 $= \int \frac{dz}{z} = \ln z + c = \ln(x \cos x + x^3) + c$

12. $\int (\sec^2 \theta - \tan^2 \theta) d\theta =$ কত? [13-14]

- A. $\theta + c$ B. $\tan \theta - 2 \log \sec \theta + c$ C. θ
 D. $\tan^{-1} \theta + \cos \theta + c$ E. $\cot \theta - \sqrt{\tan \theta} + c$

Ans A Solve $\int (\sec^2 \theta - \tan^2 \theta) d\theta = \int 1 \cdot d\theta = \theta + c$

13. $\int e^x \sin 2x \, dx$ নির্ণয় কর। [H 12-13]

- A. $\frac{1}{5} e^x (\sin 2x - 2 \cos 2x)$ B. $e^{5x} \log |x|$
 C. $e^x (\sin 2x + \cos 2x)$ D. $2 \sin^2 e^x$ E. $\frac{e^x}{x + \sin 2x}$

Ans A Solve $\int e^x \sin 2x \, dx$
 $= \frac{1}{1^2 + 2^2} e^x (\sin 2x - 2 \cos 2x)$ [By using some important formula 2]
 $= \frac{1}{5} e^x (\sin 2x - 2 \cos 2x)$

14. $\int \frac{dx}{x(\ln x)^2} =$ কত? [C 12-13]

- A. $-\frac{1}{\ln x} + k$ B. $-\frac{2}{\ln x} + k$ C. $-\frac{2x}{\ln x} + k$
 D. $\frac{1}{(\ln x)^2} + k$ E. $\frac{1}{(\ln x)^3} + k$

Ans A Solve

$\int \frac{dx}{x(\ln x)^2} = \int \frac{dz}{z^2}$
 $= -\frac{1}{z} + k = -\frac{1}{\ln x} + k$

Let, $z = \ln x$

$dz = \frac{1}{x} dx$

15. $\int \sqrt{1-\sin 2x} \, dx =$ কত? [C 12-13]

- A. $\sqrt{2} \cos x + k$ B. $\sin x + \cos x + k$ C. $\sin x - \cos x + k$
 D. $-\sqrt{2} \cos x + k$ E. $\cos x - \sin x + k$

Ans C

16. $\int \sin x \, d\theta =$ কত? [C 12-13]

- A. $-\cos x + k$ B. $\cos x + k$ C. $\theta \sin x + k$
 D. $-\theta \sin x + k$ E. $\theta \cos x + k$

Ans C Solve $\int \sin x \, d\theta = \sin x \int d\theta = \theta \sin x + k$

17. $\int \frac{72 \cos 8x - 3x^2}{x^3 - 9 \sin 8x} \, dx =$ কত? [A 12-13]

- A. $e^{7 \cos 8x - 3x^2} - C$ B. $\log(x^3 - 9 \sin 8x) - C$
 C. $\cos 8x \log(x^3 - 9 \sin 8x) - C$ D. $\log(x^3 - 9 \sin 4x) - C$
 E. $\log(x^3 + 9 \sin 8x) + C$

Ans B Solve

- A. $\sin^{-1} \frac{2x}{3} + k$ B. $\cos^{-1} \frac{2x}{3} + k$ C. $\frac{1}{2} \sin^{-1} \frac{2x}{3} + k$
 D. $\frac{2}{3} \sin^{-1} \frac{2x}{3} + k$ E. $\frac{1}{3} \sin^{-1} \frac{2x}{3} + k$

Ans C Solve $\int \frac{dx}{2 \left(\left(\frac{3}{2} \right)^2 - x^2 \right)} = \frac{1}{2} \sin^{-1} \frac{x}{3/2} = \frac{1}{2} \sin^{-1} \frac{2x}{3} + k$

19. $\int \frac{2 \cos x + 1}{x + 2 \sin x} \, dx = ?$ [10-11]

- A. $\log(x + 2 \sin x) + k$ B. $x + k$ C. $\log(x + 2 \sin x)$
 D. $2 \log(x + 2 \sin x)$ E. $2 \log(x + 2 \sin x) + k$

Ans A Solve $\int \frac{2 \cos x + 1}{x + 2 \sin x} \, dx = \log(x + 2 \sin x) + k$

যেহেতু $\frac{d}{dx} (x + 2 \sin x) = 1 + 2 \cos x = 2 \cos x + 1$

20. $\int x^2 \cos x^3 \, dx = ?$ [জীব বিজ্ঞান স্কুল 09-10]

- A. $\sin x^3 + c$ B. $\frac{1}{2} \sin x^3 + c$ C. $\sin x^2 + c$ D. $\frac{1}{3} \sin x^2 + c$

Ans Blank Solve $\int x^2 \cos x^3 \, dx = \frac{1}{3} \int \cos x^3 \, d(x^3) = \frac{1}{3} \sin x^3 + c$

21. $\int \sin(ax + b) \, dx$ এর মান হবে = ? [A 07]

- A. $\frac{1}{a \cos x}$ B. $\cos(ax + b)$ C. $\frac{1}{a \cos(ax + b)}$ D. $-\frac{\cos(ax + b)}{a}$

Ans D Solve $\int \sin(ax + b) \, dx = -\cos(ax + b) \frac{1}{a}$

A. $\sin^{-1}(e^x) + c$ B. $\tan^{-1}(e^x) + c$
 C. $\cos^{-1}(e^x) + c$ D. $\sec^{-1}(e^x) + c$

02. $\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx = \sin^{-1} x + c$
 A. $\sin^{-1} x + c$ B. $\cos^{-1} x + c$
 C. $\tan^{-1} x + c$ D. $\sec^{-1} x + c$

A. $e^x + c$ B. $\tan^{-1}(e^x) + c$
 C. $\cos^{-1}(e^x) + c$ D. $\sin^{-1}(e^x) + c$

03. $\int \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} dx = \int \frac{dz}{z} = \ln z = \log(e^x + e^{-x})$ (where $z = e^x + e^{-x}$)

03. $\int \sqrt{1 - \cos 2x} dx$ এর মান কত? [13-14]
 A. $\sqrt{2} \cos x + c$ B. $-\sqrt{2} \cos x + c$
 C. $2 \cos x + c$ D. $2 \sec x + c$ **Ans. B**

A. $\frac{1}{2} \tan^{-1}(e^{\sec^2 x}) + c$ B. $\tan^{-1}\left(\frac{1}{2} e^{\sec^2 x}\right) + c$
 C. $2 \tan^{-1}(e^{\sec^2 x}) + c$ D. $\tan^{-1}(2e^{\sec^2 x}) + c$

04. $\int \frac{e^{\tan^{-1} x}}{1+x^2} dx = \int \frac{e^u}{1+u^2} du$ (where $u = \tan^{-1} x$)
 $= \int \frac{e^u}{1+u^2} du = \tan^{-1}(e^u) + c = \tan^{-1}(e^{\tan^{-1} x}) + c$
Ans. B

$\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx = \sin^{-1} x + c$

05. $\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx = \sin^{-1} x + c$
 A. $\sin^{-1} x + c$ B. $\cos^{-1} x + c$
 C. $\tan^{-1} x + c$ D. $\sec^{-1} x + c$

C. $\frac{1}{15e^7}$ D. $-\frac{1}{15e^7}$

Ans. A Solve $\int e^x \frac{1}{1-x} dx + \int e^x \frac{1}{(1-x)^2} dx$
 $= \frac{1}{1-x} \int e^x dx - \int \left(\frac{d}{dx} \left(\frac{1}{1-x} \right) \int e^x dx \right) dx + \int e^x \frac{1}{(1-x)^2} dx = \frac{e^x}{1-x} + c$

09. $\int \cot x dx$ এর জন্য নীচের কোন মানটি সঠিক? [08-09]

Ans. B Solve $\int \cot x dx = \ln(\sin x) + c = -\ln(\operatorname{cosec} x) + c$

10. $\int \frac{xdx}{\sqrt{1-x^2}}$ এর মান কত? [08-09]

Ans. A Solve $\int \frac{xdx}{\sqrt{1-x^2}} = -\frac{1}{2} \int \frac{db}{\sqrt{b}} = -\sqrt{b} = -\sqrt{1-x^2}$

11. $\int \sqrt{\frac{5-x}{5+x}} dx = ?$ [07-08]

A. $5 \sin^{-1} \frac{x}{5} + \sqrt{25-x^2} + c$ B. $5 \sin^{-1} \frac{x}{5} + \sqrt{25-x^2} + c$
 C. $5 \sin^{-1} \frac{x}{5} + \sqrt{x^2-25} + c$ D. $5 \tan^{-1} \frac{x}{5} + \sqrt{25-x^2} + c$

স্বাধীকৃত বিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিলাত বছরের প্রশ্নাবলি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $\int x^3(1 + 1/x^2 + 1/x) dx = ?$ [14-15]

- A. $(x^2 + 1) \ln(x^2 + 1)$ B. $\frac{1}{2}(x^2 + 1) \ln(x^2 + 1)$ C. $\frac{x^2 + 1}{\ln(x^2 + 1)}$
D. $\frac{2(x^2 + 1)}{\ln(x^2 + 1)}$ E. $\frac{\ln(x^2 + 1)}{x^2 + 1}$ **Ans. Blank**

02. $\int x^2 \left(\frac{1}{x+2} - \frac{1}{(x+2)^2} \right) dx$ এর মান কত? [13-14]

- A. x^3 B. $(x+2)^3$ C. $(x+2)^2 e^x$ D. $e^x/(x+2)^2$ E. $e^x/(x+2)$

Ans. E. Solve $\int x^2 \left(\frac{1}{x+2} - \frac{1}{(x+2)^2} \right) dx$

যেহেতু, $\int x^2 [f(x) + f'(x)] dx = e^x f(x) = \frac{e^x}{x+2}$

03. $\int \frac{dx}{x^2 - 3x + 2} = ?$ [10-11]

- A. $\ln(x-2) - \ln(x-1)$ B. $\ln(x-2) + \ln(x-1)$
C. $\ln(x+2) - \ln(x+1)$ D. $\ln(x+2) + \ln(x+1)$

Ans. A. Solve $\frac{1}{x^2 - 3x + 2} = \frac{1}{(x-2)(x-1)} = \frac{A}{x-2} + \frac{B}{x-1}$
 $\Rightarrow 1 = A(x-1) + B(x-2) \dots A = 1, B = -1$

$\therefore \int \left(\frac{1}{x-2} - \frac{1}{x-1} \right) dx = \ln(x-2) - \ln(x-1)$

04. $\int x \log x dx$ এর মান- [05-06]

- A. $1 + x + c$ B. $\frac{1}{2}x^2 \log x - \frac{1}{4}x^2 + c$ C. $0 + c$ D. $1 + \log x + c$

Ans. B. Solve $\int x \ln x dx = \ln x \int x dx - \int \left\{ \frac{d}{dx} (\ln x) \int x dx \right\} dx$

$= \ln x \times \frac{x^2}{2} - \int \frac{1}{x} \times \frac{x^2}{2} dx = \frac{x^2}{2} \ln x - \frac{x^2}{4} + c$

ইসলামী বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিলাত বছরের প্রশ্নাবলি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $\int \sec^2 x \operatorname{cosec}^2 x dx$ এর যোজিত ফল নির্ণয় কর- [15-16, 14-15]

- A. $\tan x - \cot x - c$ B. $\tan x + \cot x - c$
C. $\tan x - \cot x + c$ D. $\sin x - \operatorname{cosec} x + c$

Ans. C. Solve $\int \sec^2 x \operatorname{cosec}^2 x dx$
 $= \int \frac{1}{\cos^2 x \sin^2 x} dx = \int \frac{\cos^2 x + \sin^2 x}{\cos^2 x \sin^2 x} dx = \int (\sec^2 x + \operatorname{cosec}^2 x) dx$
 $= \tan x - \cot x + c$

02. $\int (\ln x)^2 dx$ এর মান কত? [15-16]

- A. $x(\ln x)^2 - 2x \ln x - 2x$ B. $x(\ln x)^2 + 2x \ln x + 2x$
C. $x(\ln x)^2 - 2x \ln x + 2x$ D. $x(\ln x)^2 + 2x \ln x - 2x$

Ans. C. Solve $\int (\ln x)^2 dx = x(\ln x)^2 - \int 2 \ln x \cdot \frac{1}{x} \cdot x dx$

$= x(\ln x)^2 - \int 2 \ln x dx = x(\ln x)^2 - 2x \ln x + \int \frac{2}{x} dx$
 $= x(\ln x)^2 - 2x \ln x + 2x$

03. $\int \tan^2 x dx = [15-16]$

- A. $-x$ B. $\tan x - x$ C. $\tan x$ D. $\tan x - 2x$

Ans. B. Solve $\int \tan^2 x dx = \int (\sec^2 x - 1) dx = \tan x - x$

04. $\int e^{2x} \cos e^x dt = ?$ [14-15]

- A. $\frac{e^x}{1-x}$ B. $\frac{e^x}{x}$ C. $e^x \sin e^x + \operatorname{cose} e^x$ D. $\frac{e^x}{1+x}$

Ans. C. Solve

$\int e^{2x} \cos e^x dt = \int e^x \operatorname{cose} e^x e^x dt$ [z = e^x] = $\int z \cos z dz$, [dz = e^x dt]
 $= z \int \cos z dz - \int 1 \cdot \sin z dz = z \sin z + \cos z + c = e^x \sin e^x + \operatorname{cose} e^x$

05. $\int e^x \tan e^x \operatorname{secc} e^x dx = ?$ [14-15]

- A. $2\sqrt{\sin x}$ B. $e^{\sin x}$ C. $\operatorname{secc} e^x$ D. $\sin(\ln x)$

Ans. C. Solve $\int \tan e^x \sec e^x \cdot e^x dx = \int \sec e^x \tan e^x \cdot e^x dx$

$= \int \sec e^x \tan e^x \cdot d(e^x) = \sec e^x + c$

06. $\int e^{5x} dx$ এর মান- [13-14]

- A. $-1/x$ B. $5e^{5x}$ C. $-1/5e^{5x}$ D. $e^{5x}/5$

Ans. D. Solve $\int e^{5x} dx = \frac{e^{5x}}{5}$

07. $\int dx/x^2$ এর যোজিত ফল- [13-14]

- A. $-1/x$ B. $1/x$ C. x^2 D. $1/x^2$

Ans. A. Solve $\int \frac{dx}{x^2} = \frac{x^{-2+1}}{-2+1} = -\frac{1}{x}$

08. $\int \frac{dx}{\sqrt{9-16x^2}}$ এর মান- [F 12-13]

- A. $\frac{1}{4} \sin^{-1} \frac{3x}{4} + c$ B. $\frac{1}{4} \sin^{-1} \frac{4x}{3} + c$
C. $\frac{1}{3} \sin^{-1} \frac{4x}{4} + c$ D. $\frac{1}{3} \sin^{-1} \frac{3x}{4} + c$

Ans. B. Solve

$\int \frac{dx}{\sqrt{9-16x^2}} = \frac{1}{4} \int \frac{dx}{\sqrt{\left(\frac{3}{4}\right)^2 - x^2}} = \frac{1}{4} \sin^{-1} \frac{4x}{3} + c$

09. $\int \frac{xdx}{\sqrt{1+x^2}}$ এর যোজিত ফল- [F 12-13]

- A. $\sqrt{1+x^2} + c$ B. $1+x^2 + c$ C. $1-x^2 + c$ D. 2

Ans. A. Solve $\int \frac{xdx}{\sqrt{1+x^2}} = \frac{1}{2} \int \frac{dz}{\sqrt{z}} = \sqrt{z} = \sqrt{1+x^2} + c$
 $\Rightarrow 2x dx = dz$
 $\Rightarrow x dx = \frac{dz}{2}$

10. $\int \frac{6x^2}{1+2x^3} dx = [F 12-13]$

- A. $\log(1-2x^3)$ B. $\log(1+2x^3)$ C. $6\log(1+2x^3)$ D. $6\log(1-2x^3)$

Ans. B. Solve $\int \frac{6x^2}{1+2x^3} dx = \int \frac{dz}{z} = \ln|z| = \ln(1+2x^3)$
Let, $1+2x^3 = z$
 $\Rightarrow 6x^2 dx = dz$

11. যোগ্য $\int \frac{1}{\sqrt{15-4x^2}} dx$ এর কৃপায়ন হল- [14-14]

- A. $(1/2)\sin^{-1}(2x/\sqrt{15})$ B. $(1/5)\sin^{-1}(5x/\sqrt{2})$
 C. $(1/5)\sin^{-1}(2x/\sqrt{15})$ D. $(1/2)\sin^{-1}(5x/\sqrt{2})$

Ans A Solve

$$\int \frac{1}{\sqrt{15-4x^2}} dx = \int \frac{1}{2\sqrt{\left(\frac{\sqrt{15}}{2}\right)^2 - x^2}} dx = \frac{1}{2} \sin^{-1}\left(\frac{2x}{\sqrt{15}}\right)$$

12. যোগ্য $\int e^{-x}(1-e^{-x})^{-1} dx$ এর কৃপায়ন হল- [14-11]

- A. $\ln(1-e^{-x})+c$ B. $\ln(e^{-x}-1)+c$ C. $-\ln(e^{-x}-1)+c$ D. $-\ln(1-e^{-x})+c$

Ans A Solve

$$\int e^{-x}(1-e^{-x})^{-1} dx = \int \frac{e^{-x}}{(1-e^{-x})} dx$$

$$\frac{d}{dx}(1-e^{-x}) = e^{-x} \Rightarrow \int e^{-x}(1-e^{-x})^{-1} dx = \ln(1-e^{-x})+c$$

13. $\int \frac{x dx}{\sqrt{16-x^2}}$ এর যোগ্যিত হল- [05-06]

- A. $(16x^2-1)+c$ B. $\frac{-1}{\sqrt{16-x^2}}+c$
 C. $\sqrt{16-x^2}+c$ D. কোনটিই নয়

Ans B Solve

$$\text{ধরি, } 16-x^2 = z \Rightarrow -2x dx = dz$$

$$\Rightarrow x dx = -\frac{1}{2} dz \Rightarrow \int \frac{x dx}{\sqrt{16-x^2}} = -\frac{1}{2} \int \frac{dz}{\sqrt{z}} = -\frac{1}{2} \left[\frac{z^{-1/2}}{-1/2} \right] + c$$

$$= -\sqrt{z} + c = -\sqrt{16-x^2} + c$$

14. $\int \frac{\log g(x)}{g(x)} dx$ এর মান কত? [04-05]

- A. $\log g(x)+c$ B. $e^{g(x)}+c$ C. $\frac{(\log g(x))^2}{2}+c$ D. $2(g(x))^2+c$

Ans C Solve

$$\text{ধরি, } \log g(x) = z$$

$$\Rightarrow \frac{dx}{g(x)} = dz, \int \frac{\log g(x)}{g(x)} dx = \int z dz = \frac{z^2}{2} + c = \frac{(\log g(x))^2}{2} + c$$

15. $\int \frac{e^{\ln x}}{x^2} dx = ?$ [02-03]

- A. $\frac{x^2}{4}+c$ B. $\ln x + c$ C. $\frac{x}{2}+c$ D. $\log x^2 + c$

Ans B Solve

$$\int \frac{e^{\ln x}}{x^2} dx = \int \frac{x}{x^2} dx = \int \frac{1}{x} dx = \ln x + c$$

কুমিল্লা বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $\int e^x \sec x (1 + \tan x) dx$ এর মান = ? [15-16]

- A. $\sec x + \tan x + c$ B. $e^x \sec x + c$
 C. $e^x (\sec x + \tan x) + c$ D. $e^x \tan x + c$

Ans B Solve

$$\int e^x \sec x (1 + \tan x) dx = \int e^x (\sec x + \sec x \tan x) dx = e^x \sec x + c$$

12. $\int x^{-1} dx$ এর মান-

- A. $\frac{1}{x}$ B. $-\log x$ C. $\log x$ D. $\log x + c$

Ans D Solve $\int x^{-1} dx = \int \frac{1}{x} dx = \log x + c$

আসানী বিজ্ঞান ও প্রযুক্তি বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $\int xe^x dx =$ কত? [15-16]

- A. $e^x(x-1)$ B. $e^x(x+1)$ C. xe^x-1 D. $1-xe^x$

Ans A Solve

$$\int xe^x dx = xe^x - \int 1 \cdot e^x dx = xe^x - e^x = e^x(x-1)$$

12. $\int \frac{1}{e^x+1}$ এর মান কোনটি সঠিক? [15-16]

- A. $\ln(1+e^x)$ B. $-\ln(1+e^{-x})$ C. $-\ln(1+e^x)$ D. $\ln(1+e^{-x})$

Ans B Solve

$$\int \frac{1}{e^x+1} dx = \int \frac{e^{-x}}{1+e^{-x}} dx = \ln(1+e^{-x})$$

03. $\int \frac{dx}{9-16x^2} = ?$ [14-15, IU 14-15]

- A. $\frac{1}{4} \sin^{-1} \frac{4x}{3} + c$ B. $\frac{1}{2} \sin^{-1} \frac{4x}{3} + c$
 C. $\frac{1}{3} \sin^{-1} \frac{4x}{3} + c$ D. $\frac{3}{2} \sin^{-1} \frac{4x}{3} + c$

Ans = Solve

প্রশ্ন সঠিক নয়। তবে, প্রশ্ন $\int \frac{dx}{\sqrt{9-16x^2}}$ হলে option A সঠিক হবে, তাই সংশোধন করতে হবে।

বিশ্বের বিজ্ঞান ও প্রযুক্তি বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $\int \frac{xe^x}{(x+1)^2} dx = ?$ [15-16; DU 10-11; RU 09-10; CU 02-03]

- A. $\frac{x}{(x+1)^2} + C$ B. $\frac{e^x}{(x+1)^2} + C$ C. $\frac{x}{x+1} + C$
 D. $\frac{e^x}{x+1} + C$ E. $\frac{xe^x}{x+1} + C$

Ans D Solve

$$\int \frac{xe^x}{(x+1)^2} dx = \int \frac{(1+x)-1}{(x+1)^2} e^x dx$$

$$= \int \left\{ \frac{1}{x+1} - \frac{1}{(x+1)^2} \right\} dx = \frac{e^x}{x+1}$$

পাবনা বিজ্ঞান ও প্রযুক্তি বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $\int \frac{dx}{1+\cos 2x}$ এর মান কত? [14-15; CU 08-09]

- A. $\frac{\cot x}{2}$ B. $\frac{\tan x}{2}$ C. $\frac{\cos x}{2}$ D. $\frac{\sin x}{2}$

Ans B Solve

$$\int \frac{dx}{1+\cos 2x} = \int \frac{dx}{2\cos^2 x}$$

$$= \frac{1}{2} \int \sec^2 x dx = \frac{1}{2} \tan x = \frac{\tan x}{2}$$

02. $\int 2e^{3x} dx$ এর মান কত? [14-15]

- A. $6e^{3x} + c$ B. $3e^{3x} + c$ C. $6e^{3x} + c$ D. $3e^{3x} + c$

Ans C Solve $\int 2e^{3x} dx = 2 \cdot \frac{e^{3x}}{3} + c = \frac{2}{3}e^{3x} + c$

03. একটি ইট যে স্থান অধিকার করে তা কয়টি দিকে বিস্তৃত হয়? [14-15]

- A. একটি B. তিনটি C. দুইটি D. চারটি

Ans B Solve দৈর্ঘ্য \times প্রস্থ \times উচ্চতা। অর্থাৎ তিনটি দিক বিস্তৃত।

04. $\int \tan x dx = ?$ [14-15]

- A. $\ln|\sec x| + c$ B. $\ln(\sec x) + c$
C. $\sec^2 x + c$ D. $\sec x \tan x + c$

Ans A Solve $\int \tan x dx = \ln|\sec x| + c$

05. $\int \frac{e^x dx}{1+e^x}$ এর মান হবে- [14-15]

- A. $\log_{10} e^x + c$ B. $\log_{10}(1+e^x) + c$
C. $\ln(1+e^x) + c$ D. $e^x + c$

Ans C Solve $\int \frac{e^x dx}{1+e^x} = \int \frac{d(1+e^x)}{1+e^x} = \ln(1+e^x) + c$

06. $\int \frac{(\tan^{-1} x)^2}{1+x^2} dx = ?$ [14-15]

- A. $\frac{(\cot^{-1} x)^3}{3}$ B. $\frac{(\sin^{-1} x)^3}{3}$ C. $\frac{(\cos^{-1} x)^3}{3}$ D. $\frac{(\tan^{-1} x)^3}{3}$

Ans D Solve $\int \frac{(\tan^{-1} x)^2}{1+x^2} dx = \int (\tan^{-1} x)^2 \cdot \frac{1}{1+x^2} dx = \frac{(\tan^{-1} x)^3}{3}$

07. $\int x^3 e^{x^4} dx$ এর মান কত? [14-15]

- A. $\frac{1}{4} e^{x^4} + c$ B. $\frac{1}{4} e^{x^4} + c$ C. $\frac{1}{4} e^{4x^3} + c$ D. $\frac{1}{4} e^{x^5} + c$

Ans B Solve $\int x^3 e^{x^4} dx = \frac{1}{4} \int e^{x^4} \cdot 4x^3 dx = \frac{1}{4} \int e^{x^4} d(x^4) = \frac{1}{4} e^{x^4} + c$

08. $\int \frac{xdx}{\sqrt{16-x^2}}$ এর যোজিত ফল- [14-15]

- A. $(16x^2 - 1) + C$ B. $-\sqrt{16-x^2} + c$
C. $\frac{1}{\sqrt{16-x^2}} + C$ D. $\frac{-x}{\sqrt{16-x^2}} + C$

Ans B Solve $\int \frac{x dx}{\sqrt{16-x^2}} = -\frac{1}{2} \int \frac{-2x dx}{\sqrt{16-x^2}} = -\frac{1}{2} \int \frac{d(16-x^2)}{\sqrt{16-x^2}} = -\frac{1}{2} \sqrt{16-x^2} + c = -\sqrt{16-x^2} + c$

বঙ্গবন্ধু শেখ মুজিবুর রহমান বিজ্ঞান ও প্রযুক্তি বিশ্ববিদ্যালয়
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $x < 0$ হলে $\int \frac{1}{x} dx$ এর মান কত? [15-16]

- A. $\ln x + c$ B. $-\ln x + c$ C. $\ln(-x) + c$ D. $\ln\left(\frac{1}{x}\right) + c$

Ans A Solve $\int \frac{1}{x} dx = \ln x + c$

02. $f(x)$ এর মান কত হলে $\int x^2 \cos x dx = f(x) - \int 2x \sin x dx$ সূত্রটি

যেনে চলে? [14-15]

- A. $2 \sin x + 2x \cos x$ B. $x^2 \sin x$
C. $2x \cos x - x^2 \sin x$ D. $4 \cos x$

Ans B Solve $\int x^2 \cos x dx$

$= x^2 \int \cos x dx - \int \frac{d}{dx} x^2 \int \cos x dx = x^2 \sin x - \int 2x \sin x dx$

প্রদত্ত সমীকরণের সাথে তুলনা করে পাই, $f(x) = x^2 \sin x$

বাংলাদেশ কৃষি বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. 10 cm ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট একটি গোলক থেকে কয়টি 1cm ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট গোলক তৈরি করা সম্ভব? [14-15]

- A. 10 B. 100 C. 1000 D. 10000

Ans C Solve $\frac{4}{3} \pi 10^3 = n \cdot \frac{4}{3} \pi \cdot 10^3$

$\Rightarrow n = 10^3 = 1000$

02. পাশের চিত্রে কয়টি বর্গক্ষেত্র রয়েছে?



- A. 20 B. 24 C. 16 D. 29 E. 30

Ans A Solve বর্গক্ষেত্র সংখ্যা = 20

03. $\int e^{-x} \cdot x^2 dx$ এর সমাকলন কোনটি? [14-15]

- A. $-\frac{1}{3} e^{-x^3}$ B. $\frac{1}{3} e^{-x^3}$ C. $-\frac{1}{3} e^{+x^3}$
D. $-\frac{1}{3} e^{-x^4}$ E. $\frac{1}{3} e^{+x^4}$

Ans A Solve $\int e^{-x} \cdot x^2 dx = -\frac{1}{3} \int e^{-x} (-3x^2) dx = -\frac{1}{3} \int e^{-x} d(-x^3) = -\frac{1}{3} e^{-x^3}$

সিলেট কৃষি বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $\int F(x) dx = \sin^{-1} \frac{x}{a} + c$ হলে $F(x)$ এর সমান কোনটি?

- A. $\sin^{-1} \frac{a}{x}$ B. $\frac{1}{a^2-x^2}$ C. $\frac{1}{\sqrt{a^2-x^2}}$ D. $\frac{1}{\sqrt{x^2-a^2}}$

Ans C Solve $\int f(x) dx = \sin^{-1} \frac{x}{a} + c$

আমরা জানি,

$\int \frac{1}{\sqrt{a^2-x^2}} dx = \sin^{-1} \frac{x}{a} + c \therefore f(x) = \frac{1}{\sqrt{a^2-x^2}}$

IUT বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. Evaluate $\int \frac{dx}{x\sqrt{x^2-1}}$ [14-15]

- A. $\sec x$ B. $\sec^{-1} x + c$ C. $\sec^{-1} x$ D. $\sec x + c$

Ans B Solve $\int \frac{dx}{x\sqrt{x^2-1}} = \sec^{-1} x + c$ [সুত্রানুসারে]

07. $\int x \ln x dx$ এর মান কত? [CUET 13-14]

- A. $\frac{x^2}{2} \ln(x) - \frac{x^2}{4} + c$
- B. $x^2 \ln(x) - \frac{x^2}{4} + c$
- C. $\frac{x^2}{2} \ln(x) + \frac{x^2}{4} + c$
- D. None

Ans A Solve $\int x \ln x dx = \ln x \int x dx - \int \frac{d}{dx} \ln(x) \int x dx$

$$= \frac{x^2}{2} \ln x - \int \frac{1}{x} \cdot \frac{x^2}{2} dx$$

$$= \frac{x^2}{2} \ln x - \frac{x^2}{4} + c$$

or, [By Using Calculator]

08. $\int e^x \left(\frac{1 + \sin x}{1 + \cos x} \right) dx$ এর মান হল- [BUET 12-13; KU 11-12]

- A. $e^x \cos\left(\frac{x}{2}\right) + c$
- B. $e^x \sin\left(\frac{x}{2}\right) + c$
- C. $e^x \tan\left(\frac{x}{2}\right) + c$
- D. $e^x \cot\left(\frac{x}{2}\right) + c$

Ans C Solve $\int e^x \left(\frac{1}{2 \cos^2 \frac{x}{2}} + \frac{2 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2}}{2 \cos^2 \frac{x}{2}} \right) dx$

$$= \int e^x \left(\frac{1}{2} \sec^2 \frac{x}{2} + \tan \frac{x}{2} \right) dx$$

$$= \int e^x \left(\tan \frac{x}{2} + \frac{1}{2} \sec^2 \frac{x}{2} \right) dx$$

$$= e^x \tan\left(\frac{x}{2}\right) + c$$

$[\int e^x \{f(x) + f'(x)\} dx = e^x f(x) + c]$

09. $\int \frac{\sec^2(\cot^{-1} x)}{1+x^2} dx$ এর মান হচ্ছে- [BUET 10-11]

- A. $-\frac{1}{x} + c$
- B. $\frac{1}{x} + c$
- C. $x + c$
- D. $-x + c$

Ans A Solve $\cot^{-1} x = u$

$$\Rightarrow \frac{-1}{1+x^2} dx = du$$

$$\therefore -\int \sec^2 u \cdot du = \tan u + c$$

$$\Rightarrow \tan \cot^{-1} x + c = -\frac{1}{x} + c$$

10. $\int \sqrt{\frac{1-x}{1+x}} dx$ এর মান হচ্ছে- [BUET 10-11]

- A. $\sin^{-1} x - \sqrt{1-x^2} + c$
- B. $\sqrt{1-x^2} + c$
- C. $\sin^{-1} x + c$
- D. $\sin^{-1} x + \sqrt{1-x^2} + c$

Ans D Solve $\int \sqrt{\frac{1-x}{1+x}} dx = \int \frac{1-x}{\sqrt{1-x^2}} dx$

$$= \int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx - \int \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} dx$$

$$= \sin^{-1} x - \frac{1}{2} \int \frac{2x}{\sqrt{1-x^2}} dx$$

$$= \sin^{-1} x + \frac{1}{2} \sqrt{1-x^2} + c$$

11. $\int \frac{x^2}{e^{x^3} + e^{-x^3}} dx$ এর মান কত? [KUET 10-11]

- A. $\frac{1}{2} \tan^{-1}(e^{-x^3}) + C$
- B. $\frac{1}{3} \tan^{-1}(e^{-x^3}) + C$
- C. $\tan^{-1}(e^{-x^3}) + C$
- D. $\tan^{-1} 3x + C$
- E. $\tan^{-1} x + C$

Ans B Solve $\int \frac{x^2}{e^{x^3} + e^{-x^3}} dx$

$$= \frac{1}{3} \int \frac{dz}{e^z + e^{-z}}$$

$$= \frac{1}{3} \int \frac{e^z dz}{1 + (e^z)^2}$$

$$= \frac{1}{3} \int \frac{dt}{1+t^2} = \frac{1}{3} \tan^{-1}(t) + c$$

$$= \frac{1}{3} \tan^{-1}(e^{x^3}) + c$$

$$\begin{aligned} x^3 &= z \\ \Rightarrow 3x^2 dx &= dz \\ \Rightarrow x^2 dx &= \frac{1}{3} dz \\ e^z &= t \\ e^z dz &= dt \end{aligned}$$

12. যোগজ নির্ণয় কর (Integrate): $\int \frac{dx}{x\sqrt{x^2+1}}$ [CUET 10-11]

- A. $\sec^{-1} x + c$
- B. $\operatorname{cosec}^{-1} x + c$
- C. $-x^2 \sqrt{x^2-1} + c$
- D. None of these

Ans D Solve $\int \frac{dx}{x\sqrt{x^2+1}}$

$$= \int \frac{x dx}{x^2 \sqrt{x^2+1}} = \int \frac{z dz}{(z^2-1)z}$$

$$= \int \frac{dz}{z(z^2-1)} = \frac{1}{2} \ln \frac{z-1}{z+1} + c$$

$$= \frac{1}{2} \ln \frac{\sqrt{x^2+1}-1}{\sqrt{x^2+1}+1} + c$$

$$\begin{aligned} x^2 + 1 &= z^2 \\ 2x dx &= 2z dz \\ x dx &= z dz \end{aligned}$$

19. $\int \frac{dx}{\sqrt{x(4-x)}} = \text{কত?}$

- A. $\sin^{-1}\left(\frac{x-2}{2}\right) + c$
- C. $\sin^{-1}4x + c$

- B. $\sin^{-1}\left(\frac{x-1}{2}\right) + c$
- D. $\sin^{-1}\left(\frac{x+2}{2}\right) + c$

20. $\int \frac{dx}{\sqrt{15-4x-4x^2}} = ?$

- A. $\sin^{-1}\left(\frac{2x+1}{2}\right) + c$
- C. $\frac{1}{2} \sin^{-1}\left(\frac{2x+1}{2}\right) + c$

- B. $\frac{1}{2} \sin^{-1}\left(\frac{2x-1}{2}\right) + c$
- D. $\sin^{-1}(2x+1) + c$

21. $\int \frac{e^{3x}}{e^{3x}-1} dx = ?$

- A. $\frac{1}{3} \ln(e^{3x}-1) + c$
- C. $\ln(e^{3x}-1) + c$

- B. $5 \ln(e^{3x}-1) + c$
- D. None

22. $\int \frac{\sin\left(\frac{1}{x}\right)}{x^2} dx = ?$

- A. $-\sin\left(\frac{1}{x^2}\right) + c$
- C. $\cos x + c$

- B. $\cos \frac{1}{x} + c$
- D. $-\sin \frac{1}{x} + c$

23. $\int \frac{dx}{9x^2+4} = ?$

- A. $\frac{1}{2} \tan^{-1} \frac{3x}{2} + c$
- C. $\frac{1}{3} \tan^{-1} \frac{2x}{3} + c$

- B. $\frac{1}{6} \tan^{-1} \frac{3x}{2} + c$
- D. $\frac{1}{18} \tan^{-1} \frac{3x}{2} + c$

24. $\int \frac{\cos x dx}{(1-\sin x)^2} = ?$

- A. $-(1+\sin x)^2 + c$
- C. $\frac{2}{(1-\sin x)} + c$

- B. $\frac{1}{(1+\sin x)^2} + c$
- D. $\frac{1}{(1-\sin x)} + c$

25. $\int \frac{3x^2 dx}{1+x^6} = ?$

- A. $\tan^{-1} x^3 + c$
- C. $(\tan^{-1} x)^3 + c$

- B. $\frac{1}{3} \tan^{-1} x^3 + c$
- D. $\frac{1}{3} (\tan^{-1} x)^3 + c$

26. $\int \frac{\sin x dx}{3+4\cos x} = ?$

- A. $-\frac{1}{4} \ln(3+4\cos x) + c$
- C. $\ln|3-4\sin x| + c$

- B. $\frac{1}{4(3+4x\cos x)^2} + c$
- D. $\frac{1}{4} \ln(3+4\sin x) + c$

27. $\int \frac{dx}{16-4x^2} = ?$

- A. $\frac{1}{4} \ln \left| \frac{2+x}{2-x} \right| + c$
- C. $\frac{1}{4} \ln \left| \frac{x-2}{x+2} \right| + c$

- B. $\frac{1}{8} \ln \left| \frac{x+2}{x-2} \right| + c$
- D. $\frac{1}{16} \ln \left| \frac{2+x}{2-x} \right| + c$

28. $\int \frac{\sqrt{1+\ln x}}{x} dx = ?$

- A. $\frac{1}{3} (1+\ln x)^{3/2} + c$
- C. $\frac{2}{3} (1-\ln x)^{3/2} + c$

- B. $\frac{2}{3} (1+\ln x)^{3/2} + c$
- D. None of these

29. $\int \sec^2 x e^{\tan x} dx = ?$

- A. $e^{\tan^2 x} + c$
- C. $e^{\tan x} + c$

- B. $e^{\sec x} + c$
- D. $-e^{\cot x} + c$

30. $\int \frac{\sec^2 x dx}{\sqrt{1+\tan x}} = ?$

- A. $\frac{2}{3} (1+\tan x)^{3/2} + c$
- C. $2\sqrt{1+\tan x} + c$

- B. $\ln(\cos x + \sin x)^{1/2} + c$
- D. $\ln(\cos^{1/2} x + \sin^{1/2} x) + c$

OMR

01. (A) (B) (C) (D)	09. (A) (B) (C) (D)	17. (A) (B) (C) (D)	25. (A) (B) (C) (D)
02. (A) (B) (C) (D)	10. (A) (B) (C) (D)	18. (A) (B) (C) (D)	26. (A) (B) (C) (D)
03. (A) (B) (C) (D)	11. (A) (B) (C) (D)	19. (A) (B) (C) (D)	27. (A) (B) (C) (D)
04. (A) (B) (C) (D)	12. (A) (B) (C) (D)	20. (A) (B) (C) (D)	28. (A) (B) (C) (D)
05. (A) (B) (C) (D)	13. (A) (B) (C) (D)	21. (A) (B) (C) (D)	29. (A) (B) (C) (D)
06. (A) (B) (C) (D)	14. (A) (B) (C) (D)	22. (A) (B) (C) (D)	30. (A) (B) (C) (D)
07. (A) (B) (C) (D)	15. (A) (B) (C) (D)	23. (A) (B) (C) (D)	
08. (A) (B) (C) (D)	16. (A) (B) (C) (D)	24. (A) (B) (C) (D)	

Answer with Hints

01 B Hints: Type-11, Prob-02	02 A. Hints: Type-01, Prob-02
03 C: Hints: Type-01, Prob-10	04 D: Hints: Type-15, Prob-10
05 A: Hints: Type-03, Prob-02	06 B: Hints: Type-01, Prob-04
07 C: Hints: Type-01, Prob-23	08 B: Hints: Type-12, Prob-05
09 B: Hints: Type-15, Prob-10	10 A: Hints: Type-01, Prob-04
11 A. Hints: Type-12, Prob-01	12 B: Hints: Type-12
13 D: Hints: গুরুত্বপূর্ণ তথ্যাবলি	14 C: Hints: Type-02
15 A: Hints: গুরুত্বপূর্ণ তথ্যাবলি	16 C: Hints: Type-01, Prob-09
17 B: Hints: Type-02, Prob-08	18 D: Hints: Type-02, Prob-08
19 A: Hints: Type-01, Prob-13	20 C: Hints: Type-07, Prob-02
21 A: Hints: Type-02, Prob-04	22 B: Hints: Type-01, Prob-09
23 B: Hints: Type-12, Prob-08	24 D: Hints: Type-15, Prob-03
25 A: Hints: Type-01, Prob-02	26 A: Hints: Type-01, Prob-05
27 D: Hints: Type-10, Prob-04	28 B: Hints: Type-01, Prob-09
29 C: Hints: Type-12, Prob-08	30 C: Hints: Type-12, Prob-07

২য় অংশ: নির্দিষ্ট যোগজ ও এর প্রয়োগ

এক নজরে এই অংশের গুরুত্বপূর্ণ তথ্যাবলি

- $f(x)$ এর অনির্দিষ্ট যোগজ $\phi(x) + c$ হলে, a নিম্নসীমা এবং b উর্ধ্বসীমার মধ্যে এর নির্দিষ্ট যোগজকে

$$\int_a^b f(x) dx = [\phi(x)]_a^b = \phi(b) - \phi(a) \text{ দ্বারা প্রকাশ করা হয়।}$$

□ $\int_a^b f(x) dx = -\int_b^a f(x) dx$

□ $\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$

□ $\int_0^a f(x) dx = \int_0^a f(a-x) dx$

□ $\int_a^b g\{f(x)\}f'(x) dx = \int_a^b g\{f(x)\}d\{f(x)\}$

যদি $\int g\{f(x)\}d\{f(x)\} = F\{f(x)\}$ হয়

তবে, $\int_a^b g\{f(x)\}d\{f(x)\} = [F\{f(x)\}]_a^b = F\{f(b)\} - F\{f(a)\}$ হবে

NB: এই নিয়মে নির্দিষ্ট যোগজীকরণ বা সমাকলন করলে সীমা পরিবর্তন করা লাগে না। তাছাড়া অতি কম সময়ে সহজে ও সংক্ষেপে মান পাওয়া যায়।

▷ অনির্দিষ্ট যোগজের ফলাফল চলকের মাধ্যমে আসে কিন্তু নির্দিষ্ট যোগজের ফলাফল সর্বদা ধ্রুবক হয়।

□ $y = f(x)$ সমীকরণের ক্ষেত্রে Area = $\int_a^b y dx$ [$a \leq x \leq b$]

$x = f(y)$ সমীকরণের ক্ষেত্রে Area = $\int_c^d x dy$ [$c \leq y \leq d$]

□ আবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল,

$y = f(x)$ সমীকরণের ক্ষেত্রে = $\int_a^b (y_1 - y_2) dx$

$x = f(y)$ সমীকরণের ক্ষেত্রে = $\int_c^d (x_1 - x_2) dx$

এক্ষেত্রে y_1, y_2 বা x_1, x_2 প্রদত্ত রেখাদ্বয় হতে প্রাপ্ত যথাক্রমে y বা x এর মান a, b হল y_1, y_2 রেখা সমাধান করে প্রাপ্ত x এর মান c, d হল x_1, x_2 রেখা সমাধান করে প্রাপ্ত y এর মান।

Technique:

i. $x^2 + y^2 = a^2$ বৃত্ত দ্বারা আবদ্ধ ক্ষেত্রের একটি চতুর্ভাগের ক্ষেত্রফল = $\frac{\pi a^2}{4}$

বর্গ একক এবং মোট ক্ষেত্রফল = πa^2 বর্গ একক।

ii. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ উপবৃত্ত দ্বারা আবদ্ধ ক্ষেত্রের একটি চতুর্ভাগের ক্ষেত্রফল =

$\frac{\pi ab}{4}$ বর্গ একক এবং মোট ক্ষেত্রফল = πab বর্গ একক।

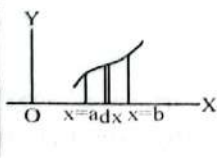
iii. $y^2 = 4ax$ এবং $x^2 = 4ay$ পরাবৃত্ত দুইটি দ্বারা আবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = $\frac{16}{3} a^2$

১ম ক্ষেত্র: যখন ফাংশনের আকার $y = f(x)$

নিয়ম: যদি (a, b) ব্যবধিতে $f(x)$ একটি

অবিচ্ছিন্ন ফাংশন হয়, তবে $y = f(x)$

বক্ররেখা x



অক্ষ এবং $x = a, x = b$ রেখাদ্বয় আবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল হবে $\int_a^b y dx$

অর্থাৎ $\int_a^b f(x) dx$

২য় ক্ষেত্র: মনে করি, CD এবং AB

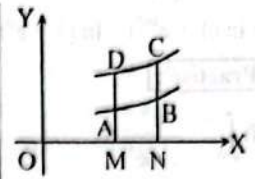
বক্ররেখা দুটির সমীকরণ $y_1 = f_1(x)$

এবং $y_2 = f_2(x)$ এবং এখানে, OM

= a ; ON = b , চিত্র হতে পাই,

ABCD ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল

= $\int_a^b f_1(x) dx - \int_a^b f_2(x) dx = \int_a^b (y_1 - y_2) dx$



এ অধ্যায়ের গাণিতিক সমস্যাসমূহকে নিম্নোক্ত Type-এ অন্তর্ভুক্ত করা যায়

Type-01:

Prob 01 $\int_0^{\pi/2} \sin^2 x dx$ এর মান নির্ণয় কর।

Sol. $\int_0^{\pi/2} \sin^2 x dx = \frac{1}{2} \int_0^{\pi/2} (1 - \cos 2x) dx$

= $\frac{1}{2} \left[x - \frac{\sin 2x}{2} \right]_0^{\pi/2} = \frac{1}{2} \left[\frac{\pi}{2} - \frac{1}{2} \sin \pi \right] = \frac{1}{2} \left[\frac{\pi}{2} - 0 \right] = \frac{\pi}{4}$ Ans.

Prob 02 $\int_1^{\sqrt{3}} \frac{dx}{1+x^2} = ?$

Sol: $\int_1^{\sqrt{3}} \frac{dx}{1+x^2} = [\tan^{-1} x]_1^{\sqrt{3}} = \tan^{-1} \sqrt{3} - \tan^{-1} 1$

= $\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{12}$ Ans.

Prob 03 $\int_1^3 x^3 dx$ এর মান কত?

Sol: $\int_1^3 x^3 dx = \left[\frac{x^4}{4} \right]_1^3 = \left(\frac{81}{4} - \frac{1}{4} \right) = \frac{80}{4} = 20$ Ans.

For Practise:

(i) $\int_0^{\pi/2} \cos^2 x dx = ?$ Ans: $\frac{\pi}{4}$ (ii) $\int_0^1 4x^{15} dx = ?$ Ans: $\frac{1}{4}$

(iii) $\int_0^2 (3x^2 - 2x) dx = ?$ Ans: 4 (iv) $\int_1^2 \frac{x^3 - 1}{x^2} dx = ?$ Ans: 1

Type-02:

Prob 01 $\int_0^1 \frac{dx}{e^x + e^{-x}} = ?$

Sol: $\int_0^1 \frac{dx}{e^x + e^{-x}} = \int_0^1 \frac{e^x dx}{1 + (e^x)^2} = \int_1^e \frac{dz}{1 + z^2}$

$e^x = z \Rightarrow e^x dx = dz$
 $x=0, z=1$
 $x=1, z=e$

= $[\tan^{-1} z]_1^e = \tan^{-1} e - \frac{\pi}{4}$ Ans.

Prob 02 $\int_0^{\ln 2} \frac{e^x}{1+e^x} dx = ?$

Sol : $\int_0^{\ln 2} \frac{e^x}{1+e^x} dx = [\ln(1+e^x)]_0^{\ln 2}$
 $= \ln(1+e^{\ln 2}) - \ln(1+e^0) = \ln 3 - \ln 2 = \ln \frac{3}{2}$ Ans.

For Practise :

(i) $\int_0^{\log 2} \frac{e^x}{1+e^x} dx$

Ans : $\log \frac{3}{2}$

Type-03 :

Prob 01 $\int_1^2 x^2 e^{x^3} dx$ এর মান কত?

Sol : $\int_1^2 x^2 e^{x^3} dx$
 $= \frac{1}{3} \int_1^8 e^z dz = \frac{1}{3} [e^z]_1^8 = \frac{1}{3} [e^8 - e]$

ধরি, $x^3 = z \Rightarrow 3x^2 dx = dz$
$x = 1 \quad z = 1$
$x = 2 \quad z = 8$

Prob 02 $\int_1^3 x^2 dx = ?$

Sol : $\left[\frac{x^3}{3} \right]_1^3 = \frac{1}{3} (3^3 - 1^3) = \frac{27-1}{3} = \frac{26}{3}$ Ans.

Prob 03 $\int_0^1 \sin^{-1} x dx = ?$

Sol : $\int \sin^{-1} x \cdot x - \int \left\{ \frac{d}{dx} (\sin^{-1} x) \right\} x dx = \sin^{-1} x \cdot x - \int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} x dx$
 $= \sin^{-1} x \cdot x - \frac{1}{2} \int \frac{-2x}{\sqrt{1-x^2}} dx$
 $= x \sin^{-1} x + \frac{1}{2} 2\sqrt{1-x^2} = x \sin^{-1} x + \sqrt{1-x^2}$
 $\therefore \int_0^1 \sin^{-1} x dx = [x \sin^{-1} x + \sqrt{1-x^2}]_0^1$
 $= [(1 \cdot \sin^{-1} 1 + \sqrt{1-1^2}) - (0 + \sqrt{1-0^2})] = \pi/2 - 1$ Ans.

For Practise :

(i) $\int_0^1 x e^x dx$ Ans : 1

Type-04 :

Prob 01 $\int_0^{\pi/3} \frac{dx}{1-\sin x} =$ কত?

Sol : $\int_0^{\pi/3} \frac{1+\sin x}{1-\sin^2 x} dx = \int_0^{\pi/3} \frac{1+\sin x}{\cos^2 x} dx$
 $= \int_0^{\pi/3} (\sec^2 x + \sec x \tan x) dx = [\tan x + \sec x]_0^{\pi/3}$
 $= \sqrt{3} + 2 - 1 = \sqrt{3} + 1$ Ans.

Prob 02 $\int_0^{\pi/2} \frac{\cos x}{1+\sin^2 x} dx = ?$

Sol : $\int_0^{\pi/2} \frac{\cos x}{1+\sin^2 x} dx = \int_0^{\pi/2} \frac{d(\sin x)}{1+(\sin x)^2} = [\tan^{-1} \sin x]_0^{\pi/2}$
 $= \tan^{-1} \sin \frac{\pi}{2} - \tan^{-1} \sin 0 = \tan^{-1} 1 - \tan^{-1} 0 = \frac{\pi}{4}$

Prob 03 $\int_0^{\pi/2} \tan^2 x \sec^2 x dx = ?$

Sol : Let, $\tan x = z$ or $\sec^2 x dx = dz$

x	$\pi/4$	0
z	1	0

$= \int_0^1 z^2 dz = \frac{1}{3} [z^3]_0^1 = \frac{1}{3} [1^3 - 0^3] = \frac{1}{3}$ Ans.

Prob 04 $\int_0^{\pi/4} \tan^2 x \sec^2 x dx = ?$

Sol : $\int_0^{\pi/4} \tan^2 x \sec^2 x dx = \int_0^{\pi/4} (\tan x)^2 d(\tan x)$
 $= \left[\frac{(\tan x)^3}{3} \right]_0^{\pi/4} = \left[\frac{(\tan^{\pi/4})^3}{3} - \frac{(\tan 0)^3}{3} \right] = \frac{1}{3} - 0 = \frac{1}{3}$

Prob 05 $\int_0^{\pi/2} \frac{\cos x dx}{(1+\sin x)^3} = ?$

Sol : $\int_0^{\pi/2} \frac{\cos x dx}{(1+\sin x)^3} = \left[-\frac{1}{2(1+\sin x)^2} \right]_0^{\pi/2} = -\frac{1}{2 \cdot 2^2} + \frac{1}{2} = -\frac{1}{8} + \frac{1}{2} = \frac{3}{8}$

For Practise :

(i) $\int_0^{\pi/2} \frac{dx}{1+\sin x}$ Ans : $2 - \sqrt{2}$ (ii) $\int_0^{\pi} \cos^2 x dx$ Ans : 1

(iii) $\int_0^{\pi/2} \frac{\cos^3 x}{\sqrt{\sin x}} = ?$ Ans : $\frac{8}{5}$ (iv) $\int_1^4 \frac{\ln x}{\sqrt{x}} dx = ?$ Ans : $8 \ln 2 - 4$

Type-05 :

Prob 01 $\int_1^{\sqrt{3}} x \tan^{-1} x dx = ?$

Sol : $\int x \tan^{-1} x dx = \tan^{-1} x \int x dx - \int \left(\frac{d}{dx} (\tan^{-1} x) \right) x dx dx$
 $= \frac{x^2}{2} \tan^{-1} x - \frac{1}{2} \int \frac{1+x^2-1}{1+x^2} dx = \frac{x^2}{2} \tan^{-1} x - \frac{1}{2} x + \tan^{-1} x$
 $\therefore \int_1^{\sqrt{3}} x \tan^{-1} x dx = \left[\frac{x^2}{2} \tan^{-1} x - \frac{1}{2} x + \tan^{-1} x \right]_1^{\sqrt{3}}$
 $= \frac{3}{2} \tan^{-1}(\sqrt{3}) - \frac{1}{2} \tan^{-1} 1 - \frac{1}{2}(\sqrt{3}-1) + \tan^{-1}(\sqrt{3}) - \tan^{-1}(1)$
 $= \frac{5}{2} \tan^{-1}(\sqrt{3}) - \frac{3}{2} \tan^{-1}(1) - \frac{1}{2}(\sqrt{3}-1) = 82.134$ Ans.

Prob 02 $\int_0^{\pi/2} x^2 \cos x dx$ এর মান কত?

Sol : $\int_0^{\pi/2} x^2 \cos x dx = x^2 \int \cos x dx - \int \frac{d}{dx} x^2 \int \cos x dx$
 $= x^2 \sin x - \int 2x \sin x dx = x^2 \sin x - 2 [x \int \sin x dx - \int \frac{d}{dx} x \int \sin x dx]$
 $= x^2 \sin x + 2x \cos x + 2 \int -\cos x dx = x^2 \sin x + 2x \cos x - 2 \sin x$
 $= [x^2 \sin x + 2x \cos x - 2 \sin x]_0^{\pi/2} = 0.467401$ Ans.
 [By Using Calculator]

04. $\int_0^{\pi/2} \cos^3 x \sqrt{\sin x} dx$ এর মান- [14-15]

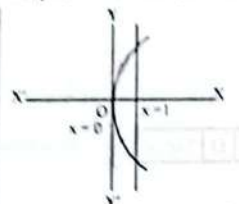
- A. $\frac{8}{21}$ B. $\frac{4}{21}$ C. $\frac{5}{14}$ D. $\frac{5}{7}$

Ans A Solve $\int_0^{\pi/2} \cos^3 x \sqrt{\sin x} dx$
 $= \int_0^{\pi/2} \cos^2 x \sqrt{\sin x} \cos x dx = \int_0^{\pi/2} (1 - \sin^2 x) \sqrt{\sin x} d(\sin x)$
 $= \int_0^{\pi/2} (\sin^{1/2} x - \sin^{5/2} x) d(\sin x)$
 $= \left[\frac{\sin^{3/2} x}{\frac{3}{2}} - \frac{\sin^{7/2} x}{\frac{7}{2}} \right]_0^{\pi/2} = \left(\frac{2}{3} \cdot 1 - \frac{2}{7} \cdot 1 - 0 + 0 \right) = \frac{14 - 6}{21} = \frac{8}{21}$

05. $y^2 = 4x$ এবং $x = 1$ দ্বারা আবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল- [14-15]

- A. $\frac{8}{5}$ বর্গ একক B. $\frac{8}{3}$ বর্গ একক C. $\frac{13}{2}$ বর্গ একক D. $\frac{7}{2}$ বর্গ একক

Ans B Solve $y^2 = 4x \Rightarrow y = 2\sqrt{x}$, সীমা $x = 0, x = 1$
 $A = 2 \int_0^1 y dx$
 $= 2 \int_0^1 2\sqrt{x} dx$
 $= 4 \left[\frac{x^{3/2}}{3/2} \right]_0^1 = \frac{8}{3} \cdot (1)^{3/2} = \frac{8}{3}$



06. $\int_0^1 \frac{\ln(x+1)}{x+1} dx = [14-15]$

- A. $\frac{1}{2} (\ln 2)^2$ B. $\frac{1}{2} \ln 2$ C. ∞ D. 0

Ans A Solve $\int_0^1 \frac{\ln(x+1)}{x+1} dx = \int_0^1 \ln(x+1) \cdot \frac{1}{x+1} dx$
 $= \left[\frac{[\ln(x+1)]^2}{2} \right]_0^1 = \frac{(\ln 2)^2}{2} - \frac{0^2}{2} = \frac{1}{2} (\ln 2)^2$

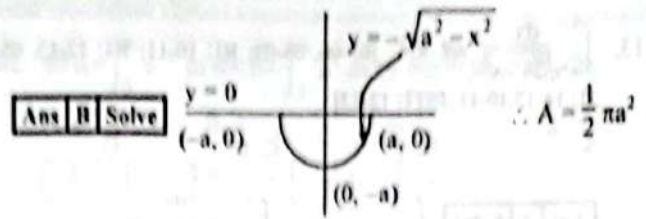
07. $y = x$, এবং $y = x^2$ দ্বারা আবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল (বর্গ এককে)- [14-15]

- A. $\frac{5}{6}$ B. $\frac{1}{6}$
 C. $-\frac{1}{6}$ D. $\frac{1}{3}$

Ans B Solve সীমা $x = x^2 \Rightarrow x^2 - x = 0 \Rightarrow x(x-1) = 0$
 $\Rightarrow x = 0, x = 1$ ক্ষেত্রফল, $A = \int_0^1 (y_1 - y_2) dx$
 $= \int_0^1 (x^2 - x) dx = \left[\frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} \right]_0^1 = \frac{1}{3} - \frac{1}{2} = -\frac{1}{6} \Rightarrow \frac{1}{6}$

08. $y = -\sqrt{a^2 - x^2}$ ও $y = 0$ দ্বারা আবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল- [13-14]

- A. $\frac{1}{4} \pi a^2$ B. $\frac{1}{2} \pi a^2$ C. πa^2 D. $\frac{1}{2} a^2$



09. ধনাত্মক x এর জন্য $F(x) = \int_1^x \ln t dt$ হলে $F'(x) = ?$ [13-14]

- A. $\frac{1}{x}$ B. $\ln x$ C. $x \ln x$ D. $x \ln x - x$

Ans B Solve $F(x) = \int_1^x \ln t dt$
 $= [t \ln t - t]_1^x = (x \ln x - x) - (\ln 1 - 1) = x \ln x - x + 1$
 $F'(x) = x \cdot \frac{1}{x} + \ln x - 1 = \ln x$

10. $x = y^2$ এবং $y = x - 2$ দ্বারা আবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল হবে- [12-13]

- A. $1\frac{1}{3}$ B. $3\frac{1}{6}$ C. $4\frac{1}{2}$ D. $4\frac{3}{4}$

Ans B Solve $x = (x-2)^2$
 $\Rightarrow x^2 - 4x + 4 - x = 0 \Rightarrow x^2 - 5x + 4 = 0$
 $\Rightarrow (x-4)(x-1) = 0 \therefore x = 4, 1$
 \therefore নির্ণয় ক্ষেত্রফল $= \int_1^4 (\sqrt{x} - x + 2) dx$
 $= \left[\frac{2}{3} x^{3/2} \right]_1^4 - \left[\frac{x^2}{2} \right]_1^4 + 2[x]_1^4 = \frac{2}{3}(8-1) - \frac{1}{2}(16-1) + 2(4-1)$
 $= \frac{14}{3} - \frac{15}{2} + 6 = \frac{28-45+36}{6} = \frac{19}{6} = 3\frac{1}{6}$

11. $\int_1^{e^2} \frac{dx}{x(1+\ln x)^2}$ এর মান কত? [10-11; JNU 10-11; JUST 13-14]

- A. 1/2 B. 1/3 C. 3/2 D. 2/3

Ans D Solve মনেকরি, $1 = \int_1^{e^2} \frac{dx}{x(1+\ln x)^2}$
 $= \int_1^{e^2} \frac{1}{(1+\ln x)^2} \cdot \frac{1}{x} dx = \int_1^{e^2} \frac{1}{(1+\ln x)^2} d(1+\ln x)$
 $= \left[-\frac{1}{(1+\ln x)} \right]_1^{e^2} = \frac{-1}{3} + 1 = \frac{2}{3}$

or, [By Using Calculator]

12. $\int_0^1 \frac{\cos^{-1} x}{\sqrt{1-x^2}} dx$ এর মান- [09-10; JNU 12-13, 08-09, 05-06]

- A. $\frac{\pi^2}{8}$ B. $\frac{\pi^2}{2}$ C. $\frac{\pi}{8}$ D. $\frac{\pi}{4}$

Ans A Solve ধরি, $z = \cos^{-1} x$

x	z
0	$\pi/2$
1	0

$\therefore dz = -\frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} \therefore -\int_{\pi/2}^0 z dz = \int_0^{\pi/2} z dz = \frac{\pi^2}{8}$

Ans A Solve যদি $2 - x^2 = p \cos - 2 \sin = dy$

$x = 1$ হলে $y = 1$, অন্য $x = 1$ হলে $y = 2$

$$\text{সুতরাং সমস্যা} = -\frac{1}{2} \int_1^2 \frac{dy}{y} = -\frac{1}{2} [\log_e y]_1^2$$

$$= -\frac{1}{2} (\log_e 2 - \log_e 1) = -\frac{1}{2} (0 - \log_e 2) = \frac{1}{2} \log_e 2$$

or, [By Using Calculator]

24. যদি $\int_0^1 \frac{1}{1+3x} dx = A$ হয় তবে $A = ?$ [97-98]

- A. $\frac{\pi}{\sqrt{3}}$ B. $\frac{\pi}{3\sqrt{3}}$ C. $\frac{\pi}{3}$ D. $\frac{\pi}{6}$

Ans B Solve $\int_0^1 \frac{1}{1+3x} dx = \int_0^1 \frac{1}{1+\sqrt{3x}} dx$

$$= \left[\frac{1}{\sqrt{3}} \tan^{-1} \sqrt{3x} \right]_0^1 = \frac{1}{\sqrt{3}} (\tan^{-1} \sqrt{3} - \tan^{-1} 0) = \frac{1}{\sqrt{3}} \left(\frac{\pi}{3} - 0 \right) = \frac{\pi}{3\sqrt{3}}$$

or, [By Using Calculator]

26. $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{1-3x}} dx = 1$ হলে $1 = ?$ [96-97]

- A. $\frac{\pi}{3\sqrt{3}}$ B. $\frac{\pi}{\sqrt{3}}$ C. $\frac{\pi}{6}$ D. $\frac{\pi}{9}$

Ans A Solve $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{1-3x^2}} dx = \int_0^1 \frac{1}{\sqrt{1-(\sqrt{3}x)^2}} dx$

$$= \left[\frac{1}{\sqrt{3}} \sin^{-1} \sqrt{3x} \right]_0^1 = \frac{1}{\sqrt{3}} (\sin^{-1} \sqrt{3} - \sin^{-1} 0)$$

$$= \frac{1}{\sqrt{3}} \left(\frac{\pi}{3} - 0 \right) = \frac{\pi}{3\sqrt{3}}$$

or, [By Using Calculator]

27. $a > 0$ হলে $\int_{2a}^a \frac{1}{x} dx$ এর মান কত? [95-96]

- A. $\log_e \frac{a}{2}$ B. $\log_e (a^2 - 2a)$ C. $\log_e 2$ D. 2

Ans A Solve $\int_{2a}^a \frac{1}{x} dx = [\log_e x]_{2a}^a = \log_e a^2 - \log_e 2a$

$$= \log_e \frac{a^2}{2a} = \log_e \frac{a}{2}$$

জগন্নাথ বিশ্ববিদ্যালয়ের তৃতী শতীকার বিশত বছরের অনুাবলি
[শট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $\int_0^{\pi/2} \sin^2 x dx$ সমান কত? [15-16]

- A. $\frac{\pi}{4}$ B. 1 C. $\frac{\pi}{2}$ D. 0

Ans A Solve $\int_0^{\pi/2} \sin^2 x dx = \frac{1}{2} \int_0^{\pi/2} (1 - \cos 2x) dx = \frac{1}{2} [x - \sin 2x]_0^{\pi/2}$

$$= \frac{1}{2} \left(\frac{\pi}{2} - 0 - 0 + 0 \right) = \frac{\pi}{4}$$

02. যদি $\alpha = \int_a^x e^{-x} dx$ এবং $\beta = \int_x^a e^x dx$ হয়, তবে নিম্নের কোনটি সঠিক? [13-14]

- A. $\alpha > \beta$ B. $\alpha = \beta$ C. $\alpha < \beta$ D. কোনটিই নয়

Ans C Solve $\beta - \alpha = \int_x^a e^x dx - \int_a^x e^{-x} dx$

$$= [e^x]_x^a + [e^{-x}]_a^x = e^a - e^x - e^{-a} + e^{-x} = \frac{e^{2a} + 1}{e^x} - \frac{2e^x}{e^x} = \frac{(e^x - 1)^2}{e^x} > 0 \Rightarrow \beta > \alpha$$

03. $\int_a^x \frac{\tan^{-1} u}{1+u^2} du$ এর মান কত? [13-14]

- A. $\frac{1}{2} (\tan^{-1} x)^2$ B. $\frac{x}{2}$ C. $\frac{1}{2} (\tan^{-1} a)^2$ D. $\frac{1}{2} (\tan^{-1} x)$

Ans A Solve $\int_a^x \frac{\tan^{-1} u}{1+u^2} du$

$\tan^{-1} u = z$
$du = \frac{1}{1+u^2} du$
নতুন সীমা
$u = 0 \Rightarrow z = 0$
$u = x \Rightarrow z = \tan^{-1} x$

04. যদি $\int_a^x f(x) dx = 6$ তবে $\int_0^4 f(x+1) dx$ এর মান- [08-09]

- A. 5 B. 7 C. 0 D. 6

Ans D Solve $\int_a^x f(x) dx = F(x) - F(a) = 6$

$$\int_0^4 f(x+1) dx = F(4) - F(0) = 6$$

05. $\int_a^{\pi/2} (1 + \sin x)^2 \cos x dx$ এর মান- [06-07]

- A. $\frac{7}{3}$ B. $\frac{8}{3}$ C. $\frac{5}{7}$ D. $\frac{2}{7}$

Ans A Solve $\int_1^2 z^2 dz = \left[\frac{z^3}{3} \right]_1^2 = \frac{7}{3}$

যদি, $1 + \sin x = z \Rightarrow \cos x dx = dz$

x	0	$\pi/2$
z	1	2

জাহাঙ্গীরনগর বিশ্ববিদ্যালয়ের তৃতী শতীকার বিশত বছরের অনুাবলি
[শট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. যদি $\int_1^k \frac{dx}{2x-1} = \ln k$ হয়, তবে k এর মান কত? [15-16]

- A. 9 B. 3 C. 10 D. 81

Ans B Solve $\int_1^k \frac{dx}{2x-1} = \left[\frac{1}{2} \ln(2x-1) \right]_1^k = \ln k$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} [\ln 9 - \ln 1] = \ln k \Rightarrow \ln 3 = \ln k \Rightarrow k = 3$$

02. $\int_3^2 \frac{x}{x^2+1} dx$ এর মান কত? [15-16]

- A. $\frac{1}{2} \ln 2$ B. $\frac{1}{2} \ln \frac{3}{2}$ C. $\ln 2$ D. $2 \ln 2$

Ans Blank Solve $\int_3^2 \frac{x}{x^2+1} dx = \frac{1}{2} \int_3^2 \frac{2x dx}{x^2+1} = \frac{1}{2} [\ln(x^2+1)]_3^2$

$$= \frac{1}{2} [\ln(4+1) - \ln(9+1)] = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{5}{10} \right) = \frac{1}{2} \ln \frac{1}{2}$$

15. $\int_0^1 \frac{3(\tan^{-1}x)^2}{1+x^2} dx$ -এর মান কত? [A 12-13]

- A. $\frac{\pi^3}{64}$ B. $\frac{\pi^3}{128}$ C. $\frac{\pi^3}{192}$ D. $\frac{\pi^3}{360}$

Ans A Solve $\int_0^1 \frac{3(\tan^{-1}x)^2}{1+x^2} dx$ | Let, $\tan^{-1}x = z$
 $= \int_0^{\pi/4} 3z^2 dz = [z^3]_0^{\pi/4} = \frac{\pi^3}{64}$

16. $\int_0^{\pi/2} \sqrt{1+\sin 2\theta} d\theta = ?$ [H 12-13]

- A. 2 B. 3 C. 1 D. 1/2

Ans A Solve $\int_0^{\pi/2} \sqrt{1+\sin 2\theta} d\theta = 2$ [By Using Calculator]

17. $f(x) = x^3$, x -অক্ষ এবং $x = 2$ রেখা দিয়ে আবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল- [A-12-13]

A. 4 B. 2 C. 1 D. 3
Ans A Solve $A = \int_0^2 x^3 dx = \frac{1}{4} [x^4]_0^2 = \frac{1}{4} [2^4 - 0^4] = 4$

18. $y = 3x$, $x = 2$ এবং x -অক্ষ দ্বারা আবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক? [A-12-13; CU 12-13]

- A. $\frac{3}{2}$ B. 3 C. 6 D. $\frac{1}{3}$

Ans C Solve $A = \int_0^2 3x dx = \frac{3}{2} [x^2]_0^2 = \frac{3}{2} \cdot 4 = 6$

19. $\int_0^{\pi/2} \cos^3 x \sqrt{\sin x} dx$ এর মান- [11-12; RU 11-12]

- A. 8/21 B. 4/21 C. 5/14 D. 3/7

Ans A Solve $\int_0^{\pi/2} \cos^3 x \sqrt{\sin x} dx$
 $= \int_0^{\pi/2} (1 - \sin^2 x) \sqrt{\sin x} d(\sin x) = \int_0^{\pi/2} (\sin^{1/2} x - \sin^{5/2} x) d(\sin x)$
 $= \left[\frac{2}{3} \sin^{3/2} x - \frac{2}{7} \sin^{7/2} x \right]_0^{\pi/2} = \frac{2}{3} - \frac{2}{7} = \frac{8}{21}$

20. $f(x) = 3x^2 + 2$, x ও y অক্ষ এবং $x = 2$ রেখা দিয়ে আবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল- [11-12]

- A. 8 B. 12 C. 10 D. 4

Ans B Solve $f(x) = 3x^2 + 2$

$\Delta = \int_0^2 (3x^2 + 2) dx = 12$ একক

By Using Calculator]

রাজশাহী বিশ্ববিদ্যালয়ের ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
 শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান।

01. $\int_0^4 \sqrt{16-x^2} dx = ?$ [15-16]

- A. 0 B. 4 C. 8 D. 4π

Ans D Solve $\int_0^4 \sqrt{16-x^2} dx = \int_0^4 \sqrt{4^2-x^2}$
 $= \left[\frac{4\sqrt{4-x}}{2} + \frac{4^2}{2} \sin^{-1} \frac{x}{4} \right]_0^4$
 $= \frac{4^2}{2} \sin^{-1} \frac{4}{4} = \frac{16}{2} \cdot \frac{\pi}{2} = 4\pi$

02. $\int_0^{\pi/2} \cos^3 x dx = ?$ [15-16]

- A. 0 B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{3}{2}$ D. $\frac{\pi}{2}$

Ans B Solve $\int_0^{\pi/2} \cos^3 x dx = \frac{1}{4} \int_0^{\pi/2} (3\cos x + \cos 3x) dx$
 $= \frac{1}{4} \left[3\sin x + \frac{\sin 3x}{3} \right]_0^{\pi/2} = \frac{1}{4} \left[3\sin \frac{\pi}{2} + \frac{1}{3} \sin \frac{3\pi}{2} - 0 \right]$
 $= \frac{1}{4} \left[3 + \frac{1}{3} \sin \left(\pi + \frac{\pi}{2} \right) \right] = \frac{1}{4} \left[3 + \frac{1}{3} (-\sin \frac{\pi}{2}) \right]$
 $= \frac{1}{4} \left[3 - \frac{1}{3} \right] = \frac{8}{4 \times 3} = \frac{2}{3}$

03. যদি $\int_0^5 f(x) dx = 5$ হয়, তবে $\int_1^5 f(x-1) dx = ?$ [15-16]

- A. 0 B. 5 C. 6 D. 4

Ans B Solve $\int_1^5 f(x-1) dx$
 যদি, $x-1 = z$
 $dx = dz$

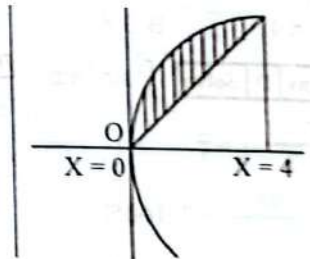
x	1	5
z	0	4

$= \int_0^4 f(z) dz$
 $= \int_0^4 f(x) dx = 5$

04. বক্ররেখা $y^2 = 4x$ এবং সরলরেখা $y = x$ দ্বারা আবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক? [15-16; RU 15-16]

- A. $\frac{3}{8}$ B. $\frac{8}{3}$ C. 8 D. 3

Ans B Solve $y^2 = 4x$
 $= x^2 - 4x = 0$
 $= x(x-4) = 0$
 $x = 0, x = 4$



\therefore ক্ষেত্রফল $A = \int_0^4 (y_1 - y_2) dx$

$= \int_0^4 (2\sqrt{x} - x) dx = \left[2 \cdot \frac{x^{3/2}}{3/2} - \frac{x^2}{2} \right]_0^4 = \frac{32}{3} - 8 = \frac{8}{3}$

05. যদি $\int_1^5 f(x) dx = 5$ হয়, তবে $\int_1^5 f(x-1) dx = ?$ [15-16]

- A. 0 B. 5 C. 6 D. 4

Ans B Solve $\int_1^5 f(x-1) dx = \int_0^4 f(z) dx = \int_0^4 f(x) dx = 5$

06. $\int_1^2 \frac{dx}{x(1+\ln x)^2} = ?$ [15-16, 11-12, 07-08, MBSTU 15-16]

- A. $\frac{3}{2}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{2}{3}$ D. কোনটিই নয়

Ans C Solve $\int_1^2 \frac{dx}{x(1+\ln x)^2} = \int_1^2 \frac{dx}{(1+\ln x)^2} \cdot \frac{dx}{x}$
 $= \int_1^2 \frac{dx}{x(1+\ln x)^2} = \left[-\frac{dx}{(1+\ln x)} \right]_1^2 = -\frac{1}{3} + 1 = \frac{2}{3}$

07. $\int_1^2 |x| dx = ?$ [15-16]

- A. 3/2 B. 1 C. 3 D. 5/2

Ans A Solve $\int_1^2 |x| dx$ (1, 2)-এর মধ্যে $|x| = x, x > 0$
 $= \int_1^2 x dx = \left[\frac{x^2}{2} \right]_1^2 = \frac{4}{2} - \frac{1}{2} = 2 - \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$

08. $\int_0^{\pi} \frac{\cos 2\theta}{\cos^3 \theta} d\theta = ?$ [15-16]

- A. $\frac{\pi}{2} - 1$ B. $\frac{\pi}{4} - 1$ C. $\frac{\pi}{3} - 2$ D. $2 - \frac{\pi}{4}$

Ans A Solve $\int_0^{\pi} \frac{\cos 2\theta}{\cos^3 \theta} d\theta = \int_0^{\pi} \frac{2\cos^2 \theta - 1}{\cos^3 \theta} d\theta$
 $= \int_0^{\pi} (2 - \sec^3 \theta) d\theta = [2\theta - \tan \theta]_0^{\pi} = \frac{\pi}{2} - 1$

09. $\int_1^3 \frac{2x}{1+x^2} dx$ এর মান কত? [14-15]

- A. $\ln 3$ B. $\ln 2$ C. $\ln 5$ D. 0

Ans C Solve $\int_1^3 \frac{2x}{1+x^2} dx = \int_1^3 \frac{d(1+x^2)}{1+x^2} \quad \because d(1+x^2) = 2xdx$
 $= [\ln(1+x^2)]_1^3 = \ln 10 - \ln 2 = \ln \left(\frac{10}{2}\right) = \ln 5$

10. একটি ব্যাঙ্কে 20টি শাল ও 10টি সাদা রং এর বল আছে ব্যাঙ্ক থেকে নিরপেক্ষভাবে 2টি বল উঠিয়ে নিলে প্রতিবার দুইটি ভিন্ন রং এর বল পাওয়ার সম্ভাব্যতা কত? [14-15]

- A. 40/87 B. 20/87 C. 10/87 D. 5/87

Ans A Solve Shortcut: $\frac{{}^{20}C_1 \times {}^{10}C_1}{{}^{30}C_2} = \frac{40}{87}$

11. $\int_0^{\pi/2} \sin^3 x dx$ এর মান কত? [14-15]

- A. $\pi/4$ B. 3/8 C. -2/3 D. 2/3

Ans D Solve $\int_0^{\pi/2} \sin^3 x dx = \frac{n-1}{n} \cdot 1$ [By using walli's formula]
 $= \frac{3-1}{3} \cdot 1 = \frac{2}{3}$

12. $\int_0^a \frac{dx}{a^2+x^2} = ?$ [14-15]

- A. $\frac{\pi}{4a}$ B. $\frac{4\pi}{a}$ C. π D. a

Ans A Solve $= \int_0^a \frac{dx}{a^2+x^2} = \left[\frac{1}{a} \tan^{-1} \frac{x}{a} \right]_0^a = \frac{1}{a} \left(\tan^{-1} \frac{a}{a} - \tan^{-1} 0 \right)$
 $= \frac{1}{a} (\tan^{-1} 1 - 0) = \frac{1}{a} \cdot \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4a}$

13. $\int_0^1 x^3 \sqrt{1+3x^4} dx =$ কত? [14-15]

- A. $\frac{3}{18}$ B. $\frac{7}{18}$ C. $\frac{7}{36}$ D. $\frac{14}{9}$

Ans B Solve $\int_0^1 x^3 \sqrt{1+3x^4} dx = \frac{1}{12} \int_0^1 \sqrt{1+3x^4} \cdot 12x^3 dx$
 $= \frac{1}{12} \int_0^1 \sqrt{1+3x^4} d(1+3x^4) \quad [\because d(1+3x^4) = 12x^3 dx]$
 $= \frac{1}{12} \left[\frac{(1+3x^4)^{3/2}}{3/2} \right]_0^1 = \frac{1}{18} [(1+3x^4)^{3/2}]_0^1 = \frac{1}{18} [(1+3)^{3/2} - 1]$
 $= \frac{1}{18} [4^{3/2} - 1] = \frac{1}{18} (8 - 1) = \frac{7}{18}$

14. $\int_0^{\pi} \sin^4 x \cos^5 x dx =$ কত? [14-15]

- A. 0 B. $\frac{22}{7}$ C. $\frac{8}{315}$ D. কোনটিই নয়

Ans A Solve $\int_0^{\pi} \sin^4 x \cos^5 x dx = \int_0^{\pi} \sin^4 x \cos^4 x \cos x dx$
 $= \int_0^{\pi} \sin^4 x (1 - \sin^2 x)^2 d(\sin x) = \int_0^{\pi} \sin^4 x (1 - 2\sin^2 x + \sin^4 x) d(\sin x)$
 $= \int_0^{\pi} (\sin^4 x - 2\sin^6 x + \sin^8 x) d(\sin x) = \left[\frac{\sin^5 x}{5} - 2 \cdot \frac{\sin^7 x}{7} + \frac{\sin^9 x}{9} \right]_0^{\pi}$
 $= (0 - 2 \cdot 0 + 0 - 0 + 2 \cdot 0 - 0) = 0$

15. $\int_0^9 \left(5 + \frac{1}{\sqrt{y}} \right) dy$ এর মান কত? [14-15]

- A. 51 B. 34 C. 44 D. 46

Ans A Solve $\int_0^9 \left(5 + \frac{1}{\sqrt{y}} \right) dy = [5(y) + 2\sqrt{y}]_0^9$
 $= 45 + 2\sqrt{9} = 45 + 6 = 51$

16. $y = \cos x$, $x = -\frac{\pi}{2}$ ও $x = \frac{\pi}{2}$ দ্বারা আবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক? [14-15]

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Ans B Solve $y = \cos x \quad \therefore A = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos x dx = 2 \int_0^{\pi/2} \cos x dx$
 $= 2 [\sin x]_0^{\pi/2} = 2 (\sin \frac{\pi}{2} - \sin 0) = 2 \cdot 1 = 2$

17. $\int f(x) dx = \log \frac{x-3}{x-2} + c$ হলে $f(x) =$ কত? [14-15]

- A. $\log \frac{x-3}{x-2}$ B. $\log \frac{x-2}{x-3}$ C. $\frac{x-3}{x-2}$ D. $\frac{1}{(x-2)(x-3)}$

Ans D Solve $\int f(x) dx = \log \frac{x-3}{x-2} + c$
 $\Rightarrow \int f(x) dx = \log(x-3) - \log(x-2) + c$ অন্তরীকরণ করে পাই
 $\Rightarrow f(x) = \frac{1}{x-3} - \frac{1}{x-2} \Rightarrow f(x) = \frac{x-2-x+3}{(x-3)(x-2)} = \frac{1}{(x-3)(x-2)}$

18. $y^2 = 4ax$ এবং $y = x$ দ্বারা আবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল- [14-15]

- A. $\frac{4}{3} a^2$ B. $\frac{7}{3} a^2$ C. $\frac{8}{3} a^2$ D. $\frac{4}{3}$

Ans C Solve $y^2 = 4ax \Rightarrow y = 2\sqrt{a}\sqrt{x} \Rightarrow x^2 = 4ax \therefore y = x$
 $\Rightarrow x^2 - 4ax = 0 \Rightarrow x(x-4a) = 0 \Rightarrow x = 0, 4a$
 \therefore ক্ষেত্রফল, $A = \int_0^{4a} (y_1 - y_2) dx \quad (\because \text{সীমা } 0 \text{ হতে } 4a)$
 $= \int_0^{4a} (2\sqrt{a}\sqrt{x} - x) dx = 2\sqrt{a} \cdot \left[\frac{x^{3/2}}{3/2} - \frac{x^2}{2} \right]_0^{4a} = \left[\frac{4\sqrt{a}}{3} \cdot x^{3/2} - \frac{x^2}{2} \right]_0^{4a}$
 $= \left[\frac{4\sqrt{a}}{3} \cdot (4a)^{3/2} - \frac{16a^2}{2} \right] = \left[\frac{32a^2}{3} - \frac{16a^2}{2} \right] = \frac{16a^2}{6} = \frac{8}{3} a^2$

31. $\int_1^3 \frac{2x dx}{1+x^2}$ এর মান কত? [09-10]

- A. 0 B. $\ln 3$ C. $\ln 4$ D. $\ln 5$

Ans D Solve ধরি, $1+x^2 = z$

$\Rightarrow 2x dx = dz$

$\therefore \int_2^{10} \frac{dz}{z} = [\ln(z)]_2^{10} = \ln\left(\frac{10}{2}\right) = \ln 5$

x	z
1	2
3	10

32. $\int_{-2}^5 \frac{7x}{\sqrt{x^2+3}} dx$ -এর মান কত? [09-10]

- A. $-7\sqrt{2}$ B. $-7\sqrt{5}$ C. $-7\sqrt{3}$ D. $7\sqrt{7}$

Ans D Solve ধরি, $\sqrt{x^2+3} = z$

$\Rightarrow x^2+3 = z^2 \Rightarrow 2x dx = 2z dz$

$\Rightarrow x dx = z dz$

$\therefore \int_{\sqrt{7}}^{\sqrt{28}} \frac{7z dz}{z} = 7[z]_{\sqrt{7}}^{\sqrt{28}}$

$= 7(\sqrt{28} - \sqrt{7}) = 7(2\sqrt{7} - \sqrt{7}) = 7\sqrt{7}$

x	z
-2	$\sqrt{7}$
5	$\sqrt{28}$

33. যদি $\int f(x) dx = F(x)$ হয় তাহলে $\int_a^b f(x) dx$ এর মান হবে- [08-09]

- A. $F(a) - F(b)$ B. $F(b) - F(a)$
C. $F(a) + F(b)$ D. $-F(a) - F(b)$

Ans. B

34. মান নির্ণয় কর: $\int_0^{\pi/2} \frac{\cos x}{(1+\sin x)^2} dx$ [04-05; KU 06-07]

Sol: ধরি, $1+\sin x = z \Rightarrow \cos x dx = dz$

যখন $x = 0$, তখন $z = 1$; যখন $x = \pi/2$, তখন $z = 2$

$\int_1^2 \frac{dz}{z^2} = \left[\frac{z^{-1}}{-1} \right]_1^2 = \frac{1}{2}$ Ans.

35. $\int_0^1 x e^{x^2} dx$ এর মান কত? [05-06]

- A. $\frac{1}{2}(e-1)$ B. $\frac{1}{2}(e+1)$ C. $\frac{1}{2}(1-e)$ D. $\frac{1}{2}e$

Sol: $\int_0^1 x e^{x^2} dx = \int_0^1 \frac{1}{2} e^{x^2} d(x^2) = \frac{1}{2} [e^{x^2}]_0^1 = \frac{1}{2}(e-1)$ Ans. A

36. মান নির্ণয় কর: $\int_0^{\pi/2} e^x (\cos x + \sin x) dx$ [04-05]

Sol: $\int_0^{\pi/2} e^x (\cos x + \sin x) dx$

Let, $\sin x = f(x)$

$\therefore \int_0^{\pi/2} e^x \{f(x) + f'(x)\} dx = [e^x f(x)]_0^{\pi/2}$

$\therefore \int_0^{\pi/2} e^x (\cos x + \sin x) dx = [e^x \sin x]_0^{\pi/2} = 4.81$ Ans.

37. $\int_0^{\pi/2} (1+\cos x)^2 \sin x dx$ [04-05]

Sol: ধরি, $1+\cos x = z \Rightarrow -\sin x dx = dz$

যখন $x = 0$, তখন $z = 2$

যখন $x = \pi/2$, তখন $z = 1$

$\int_2^1 (1+\cos x)^2 \sin x dx = -\int_2^1 z^2 dz = \left[\frac{z^3}{3} \right]_2^1 = -\frac{7}{3}$ Ans.

38. $\int_0^{\pi/2} \sqrt{\cos x} \sin^3 x dx$ এর মান কত? [03-04]

Sol: মনে করি, $\cos x = y, \therefore -\sin x dx = dy$

যখন $x = 0, y = 1$ এবং যখন $x = \frac{\pi}{2}, y = 0$

$\therefore \int_1^0 \sqrt{y} \sin^2 x \sin x dx$

$= \int_1^0 \sqrt{y} (1-y^2) (-dy) = -\int_1^0 \left(y^{1/2} - y^{5/2} \right) dy$

$= \left[\frac{2}{7} y^{7/2} - \frac{3}{2} y^{3/2} \right]_1^0 = -\left(\frac{2}{7} - \frac{3}{2} \right) = \frac{8}{21}$ Ans.

39. $\int_0^{\pi/2} x^2 \sin x dx$ এর মান নির্ণয় কর। [02-03]

Sol: $-x^2 \cos x + 2 \int x \cos x dx = -x^2 \cos x + 2x \sin x + 2 \cos x + c$

চট্টগ্রাম বিশ্ববিদ্যালয়ের ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $\int_1^4 \frac{\ln x}{\sqrt{x}} dx$ এর মান কত? [15-16]

- A. $4 \ln 2 - 4$ B. $\ln 2 - 8$ C. $8 \ln 2 - 4$
D. $8 \ln 2 + 4$ E. $8 \ln 2 - 8$

Ans E Solve $\int_1^4 \frac{\ln x}{\sqrt{x}} dx = \int_1^4 \frac{2 \ln \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx = 4 \int_1^4 \ln \sqrt{x} \frac{1}{\sqrt{x}} dx$

$= 4 \int_1^4 \ln \sqrt{x} d\sqrt{x} = 4 [\sqrt{x} \ln \sqrt{x} - \sqrt{x}]_1^4$

$= 4 [2 \ln 2 - 2 - 0 + 1] = 4 [2 \ln 2 - 1] = 8 \ln 2 - 8$

02. $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{2x-x^2}} = ?$ [15-16; MBSTU 15-16]

- A. 0 B. $\frac{\pi}{4}$ C. $\frac{\pi}{2}$
D. 2π E. কোনটিই নয়

Ans C Solve $\int \frac{dx}{\sqrt{1-(x-1)^2}} = [\sin^{-1}(x-1)]_0^1 = -\sin^{-1}(-1)$
 $= \sin^{-1} 1 = \frac{\pi}{2}$

03. $f(x) = |x|$ হলে $\int_{-1}^1 f(x) dx$ এর মান: [15-16]

- A. -1 B. $\frac{1}{2}$ C. 1 D. 2

Ans C Solve $f(x) = |x|, \int_{-1}^1 f(x) dx = \int_{-1}^1 |x| dx$

$= \int_{-1}^0 |x| dx + \int_0^1 |x| dx$

$= \int_{-1}^0 -x dx + \int_0^1 x dx = \left[-\frac{x^2}{2} \right]_{-1}^0 + \left[\frac{x^2}{2} \right]_0^1$

$= \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$

04. $\int_2^4 \frac{dx}{x}$ এর মান: [15-16]

A. -1 B. 1 C. 0 D. $e^4 - e^3$

Ans B Solve $\int_2^4 \frac{dx}{x} = [\ln x]_2^4 = \ln e^4 - \ln e^3 = 4 - 3 = 1$

05. $\int_1^4 \frac{dx}{\sqrt{2x+1}}$ এর মান হবে: [15-16]

A. $\frac{1}{2}$ B. 1 C. $\frac{2}{3}$
D. -2 E. 2

Ans E Solve $\int_1^4 \frac{dx}{\sqrt{2x+1}} = \left[\frac{2\sqrt{2x+1}}{2} \right]_1^4 = \frac{3}{2} - 1 = \frac{1}{2}$

06. $\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{dx}{x^2+4} = ?$ [15-16]

A. $\tan \frac{\pi}{2}$ B. $\frac{\pi}{4}$ C. 2π
D. 0 E. নির্ণয়যোগ্য নহে

Ans B Solve $\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{dx}{x^2+4} = 2 \int_0^{\pi/2} \frac{dx}{2^2+x^2} = 2 \cdot \frac{1}{2} \left[\tan^{-1} \frac{x}{2} \right]_0^{\pi/2} = \tan^{-1} 1 = \frac{\pi}{4}$

07. যদি $\int_{\pi/2}^a \sin x dx = \frac{1}{2}$ হয়, তবে a = কত? [15-16]

A. 0 B. 1 C. π
D. $-\frac{\pi}{2}$ E. $-\frac{\pi}{3}$

Ans = Solve $\int_{\pi/2}^a \sin x = \frac{1}{2}$
 $\Rightarrow [-\cos x]_{\pi/2}^a = \frac{1}{2}$
 $\Rightarrow -\cos a + 0 = \frac{1}{2}$
 $\cos a = -\frac{1}{2}$
 $a = 120^\circ$

08. $\int_e^a \frac{dx}{x}$ এর মান- [15-16]

A. $b-a$ B. $a-b$ C. e^a-b
D. e^{b-a} E. $e^b - e^a$

Ans A Solve $\int_e^a \frac{dx}{x} = [\ln x]_e^a = \ln e^b - \ln e^a = b - a$

09. $\int_0^b (-\sin x) dx = -1$ হলে b এর মান কত? [15-16]

A. $-\frac{\pi}{2}$ B. $\frac{\pi}{4}$ C. $\frac{\pi}{2}$
D. $\pm \frac{\pi}{2}$ E. π

Ans C Solve $\int_0^b (-\sin x) dx = -1 = [\cos x]_0^b = -1$
 $\Rightarrow \cos b - \cos 0 = -1$
 $\Rightarrow \cos b = -1$
 $\Rightarrow \cos b = 0 = \cos \frac{\pi}{2}$
 $\Rightarrow b = \frac{\pi}{2}$

10. $\int_1^4 \cos^2 x \sqrt{\sin x} dx =$ কত? [15-16]

A. $\frac{8}{21}$ B. $\frac{8}{15}$ C. $\frac{8}{7}$ D. $\frac{3}{7}$ E. $\frac{4}{21}$

Ans A Solve $\int_1^4 \cos^2 x \sqrt{\sin x} dx$
 $= \int_1^4 \cos^2 x \sqrt{\sin x} \cdot \cos x dx = \int_1^4 (\sqrt{\sin x} - \sin^2 x) d(\sin x)$
 $= \int_1^4 (\sin^{\frac{1}{2}} - \sin^2 x) d(\sin x) = \left[\frac{\sin^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} - \frac{\sin^{\frac{7}{2}}}{\frac{7}{2}} \right]$
 $= \frac{2}{3} - \frac{2}{7} = 2 \frac{7-3}{21} = \frac{8}{21}$

11. $\int_1^e \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx =$ কত? [15-16, 09-10; BAU 14-15]

A. 1 B. 0 C. $e-1+k$
D. $e-1$ E. $2(e-1)$

Ans E Solve $\int_1^e \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx$
 $\Rightarrow 2 \int_1^e e^{\sqrt{x}} \frac{1}{2\sqrt{x}} dx = 2 [e^{\sqrt{x}}]_1^e$
 $\Rightarrow 2(e - e^1) = 2(e-1)$

12. একখানি গাছের গুড়ির প্রস্থচ্ছেদকে $x^2\pi^2 - 10\pi^2x + 6\pi^2y + y^2\pi^2 + 34\pi^2 - 4 = 0$ সমীকরণ দ্বারা নির্দেশ করা যায়। ফুট লম্বা সিলিভার আকৃতির গুড়িখানির আয়তন কত ঘনফুট হবে? [15-16]

A. 24 B. $2\pi^3$ C. $8\pi^3$
D. $\frac{\pi^3}{8}$ E. 8

Ans = Solve $x^2 - 10x + 6y + y^2 + 34 - \frac{4}{\pi^2} = 0$
 $\Rightarrow x^2 + y^2 + 2(-5)x + 2(3)y + 34 - \frac{4}{\pi^2} = 0$
ব্যাসার্ধ = $\sqrt{(-5)^2 + 9 - 34 + \frac{4}{\pi^2}} = \frac{2}{\pi}$
 \therefore আয়তন = $\pi \left(\frac{2}{\pi}\right)^2 \cdot 1 = \frac{4}{\pi}$

13. আয়তন অপরিবর্তিত রেখা একটি সিলিভারের ব্যাস তিন ভাগের এক ভাগ করা হলে এর দৈর্ঘ্যের ক্ষেত্রে কি পরিবর্তন হবে? [15-16]

A. 3 একক B. 6 একক C. 5 একক
D. 12 একক E. 9 একক

Ans E Solve $\pi r^2 l = \pi \left(\frac{r}{3}\right)^2 l_1 \Rightarrow l_1 = 9l$, দৈর্ঘ্য 9 একক বৃদ্ধি হল।

14. $\int_0^{\pi/2} \frac{dx}{1+\cos x}$ এর মান নির্ণয় কর। [14-15; RU 09-10; CU 08-09]

A. 1 B. $\tan \pi/2$ C. $(1 + \sin x)^{-1}$ D. 0

Ans A Solve $\int_0^{\pi/2} \frac{dx}{1+\cos x} = \int_0^{\pi/2} \frac{dx}{2 \cos^2 \frac{x}{2}} = \frac{1}{2} \int_0^{\pi/2} \sec^2 \frac{x}{2} dx$
 $= \frac{1}{2} \left[\frac{\tan \frac{x}{2}}{\frac{1}{2}} \right]_0^{\pi/2} = \left[\tan \frac{x}{2} \right]_0^{\pi/2} = \tan \frac{\pi}{4} - \tan 0 = 1$

24. $\int_1^2 \frac{x^2 - 2}{x^2} dx =$ কত? [11-12]

- A. 0 B. 4 C. 2 D. $\frac{1}{2}$ E. কোনটিই নয়

Ans A Solve CALCULATOR এ $\int dx$ বাটন চাপ। চেপে নিচের মত উঠাত, $\int ((x^2 - 2) \div x^2)$, 1.0001, 2) এরপর = চাপ। তারপর .00001 Ans পাওয়া যাবে যা 0 এর কাছাকাছি।

25. $\int_1^e \log x dx =$ কত? [11-12]

- A. 0 B. (e-1) C. $\frac{1}{x}$ D. 1 E. $\frac{1}{e}$ **Ans. D**

26. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx$ এর মান কত? [11-12]

- A. 0 B. $\frac{\pi}{2} \cos$ C. 1 D. α E. -1

Ans C Solve $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx = [-\cos x]_0^{\frac{\pi}{2}}$
 $= -\cos \frac{\pi}{2} - (-\cos 0) = 0 + 1 = 1$

Or, [By Using Calculator]

27. $y = x^2$, x-অক্ষ এবং $x = 2$ ও $x = 5$ সরলরেখা দ্বারা আবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল হবে- [2008-09]

- A. 39 B. 29 C. 21 D. 40 E. 49

Ans A Solve $y = x^2$, x-অক্ষ এবং $x = 2$ ও $x = 5$.
 $\int_2^5 x^2 dx = \frac{1}{3} [x^3]_2^5 = \frac{1}{3} [5^3 - 2^3] = \frac{1}{3} \times 117 = 39$

28. $x^2 + y^2 = 16$ হলে বৃত্তের ক্ষেত্রফল কত? [H 08-09]

- A. π B. 10π C. 20π D. 16π E. 15π

Ans D Solve $x^2 + y^2 = r^2$ হলে বৃত্তের ক্ষেত্রফল = πr^2
 প্রদত্ত বৃত্তের ক্ষেত্রফল = $\pi \cdot 4^2 = 16\pi$

29. $y = 4x - x^2$ বক্ররেখা এবং x-অক্ষ দ্বারা বেষ্টিত ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল হবে- [11-12]

- A. $16/3$ বর্গএকক B. $8/3$ বর্গএকক
 C. $32/3$ বর্গএকক D. $4/3$ বর্গএকক

Ans C Solve $4x - x^2 = 0 \Rightarrow x(x - 4) = 0 \therefore x = 0, 4$
 $\therefore \int_0^4 (4x - x^2) dx = \left[2x^2 - \frac{x^3}{3} \right]_0^4 = \frac{32}{3}$

30. $\int_0^5 \sqrt{25 - x^2} dx$ [10-11]

- A. $\frac{\pi}{4}$ B. $\frac{25\pi}{4}$ C. $\frac{25}{4}$ D. 0 **Ans. B**

31. $\int_0^{\pi/4} \sin \sqrt{x} dx = ?$ [09-10]

- A. 0 B. 1 C. 2 D. কোনটিই নয়

Ans D Solve $\int_0^{\pi/4} \sin \sqrt{x} dx = \int_0^{\pi/4} 2\sqrt{x} \sin \sqrt{x} \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}} dx$
 $\Rightarrow \int 2z \sin z dz = -2z \cos z + 2 \sin z = -2\sqrt{x} \cos \sqrt{x} + 2 \sin \sqrt{x}$
 $\therefore \int_0^{\pi/4} \sin \sqrt{x} dx = \left[-2\sqrt{x} \cos \sqrt{x} + 2 \sin \sqrt{x} \right]_0^{\pi/4}$
 $= \left[-2\sqrt{\frac{\pi}{4}} \cos \sqrt{\frac{\pi}{4}} + \sin \sqrt{\frac{\pi}{4}} - 0 \right]$ এর মান 0, 1, 2 কোনটিই নয়।

32. $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{2x+1}}$ এর মান কোনটি? [07-08]

- A. 1 B. -1 C. 2 D. -2

Ans C Solve $\int_0^1 (2x+1)^{-1/2} dx = 2 \left[\frac{\sqrt{2x+1}}{2} \right]_0^1$
 $= 2 \left(\frac{3}{2} - \frac{1}{2} \right) = 2 \cdot \frac{2}{2} = 2$

শাহজালাল বিশ্ববিদ্যালয়ের ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
 [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $\int_1^a x \ln(1+x^2) dx$ এর মান কত? [15-16]

- A. 0 B. $\frac{1}{2} a^2 [\ln(1+a^2) - 1]$
 C. $a^2 [\ln(1+a^2) - 1]$ D. $\frac{1}{2} (1+a^2) [\ln(1+a^2) - 1]$
 E. $(1+a^2) [\ln(1+a^2) - 1]$

Ans A Solve $x \ln(1+x^2)$ odd function
 $\therefore \int_{-a}^a x \ln(1+x^2) dx = 0$

02. $\int_{-1}^2 |x| dx$ এর মান কত?

- A. $\frac{-5}{2}$ B. $\frac{3}{2}$ C. 2
 D. $\frac{5}{2}$ E. 3

Ans D Solve $\int_{-1}^2 |x| dx = \int_{-1}^0 |x| dx + \int_0^2 |x| dx$
 $= \int_{-1}^0 -x dx + \int_0^2 x dx = -\left[\frac{x^2}{2} \right]_{-1}^0 + \left[\frac{x^2}{2} \right]_0^2 = 0 + \frac{(-1)^2}{2} + \frac{2^2}{2} - 0$
 $= \frac{1}{2} + 2 = \frac{5}{2}$

03. a এর মান কত হলে $\int_{\sqrt{5}}^a \frac{2x}{x^2-4} dx = \ln 3a$?

- A. $\sqrt{6}$ B. $2\sqrt{2}$ C. $2\sqrt{3}$ D. 3 E. 4

Ans E Solve $\int_{\sqrt{5}}^a \frac{2x}{x^2-4} dx = \ln 3a$
 $\Rightarrow [\ln(a^2-4)]_{\sqrt{5}}^a = \ln 3a$
 $\Rightarrow [\ln(a^2-4) - \ln(5-4)] = \ln 3a$
 $\Rightarrow \ln(a^2-4) - \ln 1 = \ln 3a \Rightarrow \ln(a^2-4) = \ln 3a$
 $\Rightarrow a^2-4 = 3a \Rightarrow a^2-3a-4 = 0$
 $\Rightarrow a^2-4a+a-4 = 0 \Rightarrow a(a-4) + (a-4) = 0$
 $\Rightarrow (a-4)(a+1) = 0 \Rightarrow a = 4, a = -1$ গ্রহণযোগ্য নয়
 $\therefore a = 4$

04. $\int_0^{\ln 2} \frac{dx}{1+e^{-x}}$ এর মান কত? [14-15]

- A. $\ln \frac{2}{3}$ B. $\ln \frac{4}{3}$ C. $\ln \frac{1}{3}$ D. $\ln \frac{3}{2}$ E. 1

Ans D Solve $\int_0^{\ln 2} \frac{dx}{1+e^{-x}} = \int_0^{\ln 2} \frac{e^x dx}{1+e^x} = [\ln(1+e^x)]_0^{\ln 2}$
 $= \ln(1+e^{\ln 2}) - \ln(1+e^0) = \ln(1+2) - \ln(1+1) = \ln 3 - \ln 2 = \ln \frac{3}{2}$

Handwritten notes at the top of the page, including a date "10/11/20" and some illegible text.

Handwritten notes in the top-left quadrant of the page.	Handwritten notes in the top-right quadrant of the page.
---	--

Handwritten notes in the middle-left quadrant of the page.	Handwritten notes in the middle-right quadrant of the page.
--	---

Handwritten notes in the bottom-left quadrant of the page.	Handwritten notes in the bottom-right quadrant of the page.
--	---

ইসলামী বিশ্ববিদ্যালয়ের তৃত্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

18. $\int_0^5 \frac{x dx}{x^2 - 5x + 6}$? [10-11]

- A. $\ln(8/9)$ B. $\ln(9/32)$
C. $\ln(41)$ D. $\ln(1/41)$

$= A(x-2) + B(x-3)$
 $B = -2, A = 3$

$\int_0^5 \left(\frac{3}{x-3} - \frac{2}{x-2} \right) dx = [3 \ln(x-3) - 2 \ln(x-2)]_0^5$

$= 3 \ln 2 - 2 \ln 3 = \ln 8 - \ln 9 = \ln 8/9$

Ans D Solve $\int_0^\pi 3\sqrt{1-\cos x} \sin x dx = 3 \int_0^\pi \sqrt{1-\cos x} d(\cos x)$

$= 3 \left[\frac{(1-\cos x)^{3/2}}{3/2} \right]_0^\pi = -3 \left[\frac{2^{3/2}}{3/2} - 0 \right] = 4\sqrt{2}$

20. $\int_2^5 \frac{dx}{x^2 - 4x + 13}$ = ? [09-10]

- A. $\frac{\pi}{2}$ B. $\frac{3\pi}{4}$ C. $\frac{2\pi}{3}$ D. $\frac{\pi}{12}$

Ans D Solve

$\int_2^5 \frac{dx}{x^2 - 4x + 4 + 9} = \int_2^5 \frac{dx}{(x-2)^2 + 3^2} = \frac{1}{3} \left[\tan^{-1} \frac{x-2}{3} \right]_2^5 = \frac{\pi}{12}$

21. $\int_0^1 \frac{(\sin^{-1} x)^2}{\sqrt{1-x^2}} dx$ মান কত? [09-10]

- A. $\frac{\pi}{8}$ B. $\frac{\pi^2}{7}$ C. $\frac{\pi^3}{7}$ D. $\frac{1}{24} \pi^3$

Ans D Solve $\int_0^1 (\sin^{-1} x)^2 \cdot d(\sin^{-1} x)$

$= \left[\frac{(\sin^{-1} x)^3}{3} \right]_0^1 = \frac{\pi^3}{2^3 \times 3} = \frac{\pi^3}{24}$

22. $4x^2 + 4y^2 - 4x - 24y + 17 = 0$ বৃত্তের ক্ষেত্রফল- [09-10]

- A. 15.7 B. 7.02
C. 3.14 D. 6.28

Ans A Solve $4x^2 + 4y^2 - 4x - 24y + 17 = 0$

$= \sqrt{\frac{1}{4} + 9 - \frac{17}{4}} = \sqrt{\frac{1+36-17}{4}} = \sqrt{\frac{20}{4}} = \sqrt{5}$

বা, $r^2 = 5 \therefore$ বৃত্তের ক্ষেত্রফল $= \pi r^2 = 5\pi = 15.7$

01. $y^2 = 4ax$ এবং $x^2 = 4ay$ পরাবৃত্ত দুটি দ্বারা আবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কৌণটি? [15-16]

- A. $16a^2$ B. $18a^2$ C. $28a^2$ D. $29a^2$

Ans A Solve $y^2 = 4ax$

$x^2 = 4ay \Rightarrow \frac{x}{4a} = 4ax \Rightarrow x^4 = (4a)^3 x$

$\Rightarrow x^4 - (4a)^3 x = 0 \Rightarrow x(x^3 - (4a)^3) = 0$

$\therefore x = 0$ এবং $x = 4a$ সীমা $x = 0$ হতে $x = 4a$

ক্ষেত্রফল $= \int_0^{4a} (y_1 - y_2) dx$

$\int_0^{4a} \left[\frac{x}{2} \right]_0^{[12a]_0}$

$= \frac{4}{3} \sqrt{a} \cdot 8a \sqrt{a} - \frac{64a^3}{12a} = \frac{32a^2}{3} - \frac{16a^2}{3} = \frac{16a^2}{3}$

02. $\int_2^3 (x+3) dx =$ [15-16]

- A. $\frac{22}{3}$ B. $\frac{11}{2}$ C. $\frac{11}{3}$ D. 11

Ans B Solve $\int_2^3 (x+3) dx = \left[\frac{x^2}{2} + 3x \right]_2^3 = \frac{9}{2} + 9 - \frac{4}{2} - 6$

$= \frac{9+18-4-12}{2} = \frac{11}{2}$

03. $\int_0^1 x e^x dx =$ [15-16]

- A. e^x B. 0 C. 1 D. $\frac{1}{2}$

Ans C Solve $\int_0^1 x e^x = [x e^x - e^x]_0^1 = e - e + e^0 = 1$

04. $p v = 5$ হলে, $\int_1^2 p dv =$? [15-16; CoU 13-14]

- A. 10 B. $5 \ln 2$ C. $-5 \ln 2$ D. $10 \ln 2$

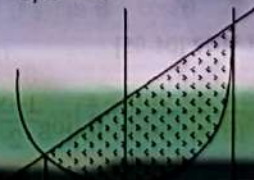
Ans B Solve $Pv = 5, P = \frac{5}{v} \therefore \int_1^2 P dv = \int_1^2 \frac{5}{v} dv = 5 [\ln v]_1^2 = 5 \ln 2$

05. $y = x^2$ এবং $x - y + 2 = 0$ দ্বারা আবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কত? [15-16]

- A. 7/3 B. 9/2 C. 7/2 D. 11/2

Ans B Solve $x - y + 2 = 0$ এবং $y = x^2$

$x^2 = 2 + x \Rightarrow x = -1, 2$ সীমা



$= \left[\frac{x^2}{2} + 2x - \frac{x^3}{3} \right]_{-1}^2 = \frac{4}{2} + 4 - \frac{8}{3} - \frac{1}{2} + 2 - \frac{1}{3}$

$= 2 + 4 + 2 - 3 - \frac{1}{2} = 5 - \frac{1}{2} = 4\frac{1}{2}$ বর্গ একক $= \frac{9}{2}$ বর্গ একক

06. $\int_0^1 \frac{1+x}{1+x^2} dx = ?$ [14-15]

- A. $\frac{\pi}{4}$ B. $\sqrt{3}$ C. $\frac{\pi}{4} + \frac{1}{2} \ln 2$ D. $\frac{8}{21}$

Ans A Solve

Shortcut:

$$\int \frac{1+x}{1+x^2} dx = \int \frac{1}{1+x^2} dx + \frac{1}{2} \int \frac{2x}{1+x^2} dx$$

$$\left[\tan^{-1} x \right] + \frac{1}{2} \left[\ln(1+x^2) \right] = \tan^{-1} x + \frac{1}{2} \ln 2 - \frac{\pi}{4} + \frac{1}{2} \ln 2$$

07. $\int_{\ln 2}^{\ln 3} \frac{e^{-x}}{1+e^{-x}} dx = ?$ [14-15]

- A. $\ln \frac{3}{2}$ B. $\ln \frac{1}{2}$ C. $\ln \frac{2}{3}$ D. $\ln \frac{1}{3}$

Ans A Solve

$$\int_{\ln 2}^{\ln 3} \frac{e^{-x}}{1+e^{-x}} dx = \int_{\ln 2}^{\ln 3} \frac{-d(1+e^{-x})}{1+e^{-x}} = -\int_{\ln 2}^{\ln 3} \frac{d(1+e^{-x})}{1+e^{-x}}$$

$$= -\left[\ln(1+e^{-x}) \right]_{\ln 2}^{\ln 3} = -\left[\ln(1+e^{-\ln 3}) - \ln(1+e^{-\ln 2}) \right]$$

$$= -\left[\ln 2 - \ln 3 \right] = \ln \frac{3}{2}$$

08. $\int_0^{\pi} \cos^2 x dx = ?$ [10-11]

- A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{\pi}{4}$ C. $\frac{\pi}{2}$ D. π

Ans B Solve

$$\int_0^{\pi} \cos^2 x dx = \frac{1}{2} \int_0^{\pi} (1 + \cos 2x) dx = \frac{1}{2} \left[x + \frac{\sin 2x}{2} \right]_0^{\pi} = \frac{1}{2} \left[\frac{\pi}{2} + 0 \right] = \frac{\pi}{4}$$

09. যোগক $\int_a^{\infty} \frac{1}{(a^2+x^2)} dx$ এর মূল্যায়ন হবে- [10-11]

- A. $4\pi/a$ B. $\pi/4a$ C. $4a/\pi$ D. $a/4\pi$

Ans B Solve

$$\int_a^{\infty} \frac{1}{a^2+x^2} dx = \left[\frac{1}{a} \tan^{-1} \frac{x}{a} \right]_a^{\infty}$$

$$= \frac{1}{a} \left[\tan^{-1} \infty - \tan^{-1} 1 \right] = \frac{\pi/4}{a}$$

10. $y = f(x) = k$ হলে $\int_a^b f(x) dx$ জ্যামিতিকভাবে বুঝায়- [05-06]

- A. ক্ষেত্রফল B. দৈর্ঘ্য C. আয়তন D. ঘনত্ব

Ans A

11. $\int_0^1 \frac{1-x}{1+x} dx$ এর মান কত? [04-05]

- A. $\log \frac{4}{e}$ B. $\log \frac{1-x}{2}$
C. $\log \frac{2}{e}$ D. $\log \frac{x}{3}$

Ans A Solve

$$\int_0^1 \frac{(1-x)}{1+x} dx = \int_0^1 \frac{x-1}{x+1} dx = \int_0^1 \frac{x+1-2}{x+1} dx$$

$$= -\int_0^1 \frac{1}{x+1} dx + 2 \int_0^1 \frac{1}{x+1} dx$$

$$= \left[-x + 2 \ln(x+1) \right]_0^1 = -1 + 2 \ln 2 = \log \frac{4}{e}$$

বরিশাল বিশ্ববিদ্যালয়ের জর্জ পটীকার বিপত বহরের লস্কানি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{4-3x^2}}$ এর মান- [13-14]

- A. $\frac{\pi}{3\sqrt{3}}$ B. $\frac{\pi}{\sqrt{3}}$ C. $\sqrt{3}\pi$ D. $3\sqrt{3}$

Ans A Solve

(Using Calculator)

02. $y^2 = x$ এবং $x = 1$ দ্বারা আবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল- [11-12]

- A. $\frac{2}{3}$ sq. units B. $\frac{3}{4}$ sq. units C. $\frac{4}{3}$ sq. units D. $\frac{1}{2}$ sq. units

Ans A Solve

ক্ষেত্রফল = $\int_0^1 \sqrt{x} dx = \frac{2}{3}$

কুমিল্লা বিশ্ববিদ্যালয়ের জর্জ পটীকার বিপত বহরের লস্কানি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $\int_1^3 x^2 dx$ এর মান কি? [15-16]

- A. 40 B. 20 C. 60 D. 80

Ans B Solve

$$\int_1^3 x^2 dx = \left[\frac{x^3}{3} \right]_1^3 = \frac{1}{3} (3^3 - 1) = 20$$

বেগম রোকেয়া বিশ্ববিদ্যালয়ের জর্জ পটীকার বিপত বহরের লস্কানি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $\int_1^2 \frac{x^3-1}{x^2} dx = 1$ [15-16]

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 5

Ans A Solve

$$\int_1^2 \frac{x^3-1}{x^2} dx = \int_1^2 \left(x - \frac{1}{x^2} \right) dx = \left[\frac{x^2}{2} + \frac{1}{x} \right]_1^2 = \frac{4}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} - 1 = \frac{4-2}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

02. $\int_1^e \ln x dx$ এর মান কত? [15-16; RU 15-16; DU 09-10, 02-03; JU 10-11, 06-07, 05-06; BUET 13-14, 05-06]

- A. 0 B. 1
C. e D. e⁻¹

Ans B Solve

$$\int_1^e \ln x dx = [x \ln x - x]_1^e = [e \ln e - e \ln + e] - [e - e - 0 + 1] = 1$$

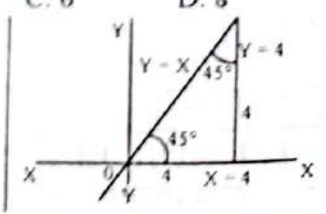
03. $y = x$, x অক্ষ এবং $x = 4$ দ্বারা আবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কত? [14-15]

- A. 2 B. 4 C. 6 D. 8 E. 10

Ans D Solve

Shortcut:

$$\therefore \text{ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} \cdot 4 \times 4 = 8$$



04. $\int_0^1 (\sin^{-1} x)^2 (1-x^2)^{-1/2} dx = ?$ [13-14]


- A. 4/5 B. 1/5 C. $\pi^2/24$ D. $\pi^2/8$

Ans C Solve $\int_0^1 \frac{(\sin^{-1} x)^2}{\sqrt{1-x^2}} dx$ $\sin^{-1} x = \theta$
 $\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx = d\theta$
 যখন, $x=0, \theta=0$
 এবং $x=1, \theta=\frac{\pi}{2}$

ভাসানী বিজ্ঞান ও প্রযুক্তি বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিপত বছরের প্রশ্নাবলি [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $y = \sqrt{1-x^2}$, y -অক্ষ এবং y -অক্ষ দ্বারা প্রথম চতুর্ভুজে আবদ্ধ অঞ্চলের ক্ষেত্রফল- [15-16]

- A. π B. 2π C. 4π D. $\frac{\pi}{4}$

Ans D Solve $y = \sqrt{1-x^2}$
 $\Rightarrow y^2 = 1-x^2 \Rightarrow x^2 + y^2 = 1^2$, যা বৃত্ত

 \therefore নির্ণেয় ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{4}\pi r^2 = \frac{1}{4}\pi \cdot 1^2 \therefore r = 1 = \frac{\pi}{4}$

02. $\int_0^{\sqrt{3}} \frac{dx}{1-\sin x} = ?$ [14-15]

- A. $\sqrt{3}+1$ B. $\sqrt{3}+2$ C. $\frac{1}{\sqrt{3}}+1$ D. $\frac{1}{\sqrt{3}}+2$

Ans A Solve $\int_0^{\sqrt{3}} \frac{dx}{1-\sin x} = \int_0^{\sqrt{3}} \frac{1+\sin x}{1-\sin^2 x} dx$
 $= \int_0^{\sqrt{3}} \left(\frac{1}{\cos^2 x} + \frac{\sin x}{\cos^2 x} \right) dx = \int_0^{\sqrt{3}} (\sec^2 x + \sec x \tan x) dx$
 $= [\tan x + \sec x]_0^{\sqrt{3}} = \tan \frac{\pi}{3} + \sec \frac{\pi}{3} - \tan 0 - \sec 0$
 $= \sqrt{3} + 2 - 0 - 1 = \sqrt{3} + 1$

03. $\int_0^{\beta} (a+\beta) dx = ?$ [14-15]

- A. $a\beta + \frac{\beta^3}{2} - a^2 + a^2\beta$ B. $a\beta + \frac{\beta^3}{2} - a^2 - a^2\beta^2$
 C. $a\beta + \frac{\beta^3}{2} - a^2 - \frac{a^2\beta}{2}$ D. $a^2 + a^2\beta + a\beta^2 + \frac{\beta^3}{2}$

Ans = Solve প্রশ্ন সঠিক নয়।

04. $\int_0^1 2x^3 e^{-x^2} dx = ?$ [14-15]

- A. $1 - \frac{2}{e}$ B. $-2e^{-1}$ C. $\frac{2}{e} - 1$ D. $1 + e^{-1}$

Ans C Solve $\int_0^1 2x^3 e^{-x^2} dx =$
 $= \int_0^1 x^2 e^{-x^2} \cdot 2x dx$ ধরি, $-x^2 = z$
 $\Rightarrow -2x dx = dz$
 $\Rightarrow 2x dx = -dz$

x	1	0
z	-1	0

 $= \int_0^1 -ze^z (-dz)$
 $= \int_{-1}^0 ze^z dz = [ze^z - e^z]_{-1}^0$
 $= 0 - e^0 - (-1 \cdot e^{-1} - e^{-1}) = -1 + e^{-1} + e^{-1} = \frac{2}{e} - 1$

05. $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{a^2-x^2}} = ?$ [14-15]

- A. $\frac{\pi}{2}$ B. $\frac{\pi}{3}$ C. $\frac{\pi}{4}$ D. $\frac{\pi}{6}$

Ans A Solve $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{a^2-x^2}} = \left[\sin^{-1} \frac{x}{a} \right]_0^1 = \sin^{-1} \frac{1}{a} - \sin^{-1} 0$
 $= \sin^{-1} 1 - 0 = \frac{\pi}{2}$

06. $\int_0^1 xe^{x^2} dx = ?$ [A 12-13]

- A. $\frac{1}{3}(e+1)$ B. $\frac{1}{2}(e+1)$ C. $\frac{1}{3}(e-1)$ D. $\frac{1}{2}(e-1)$

Ans D Solve $\int_0^1 xe^{x^2} dx$ Let, $x^2 = z$
 $= \frac{1}{2} \int_0^1 e^z dz$ $\Rightarrow x dx = \frac{dz}{2}$
 $= \frac{1}{2} (e^1 - e^0) = \frac{1}{2} (e-1)$

z	0	1
x	0	1

 Or, [By Using Calculator]

যশোর বিজ্ঞান ও প্রযুক্তি বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিপত বছরের প্রশ্নাবলি [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $\int_0^{\ln 2} \frac{e^x}{1+e^x} dx = ?$ [15-16; JU 15-16; BSMRSTU 14-15]

- A. $\ln \frac{3}{2}$ B. $\ln \frac{2}{3}$ C. $\ln \frac{1}{2}$
 D. $1-e$ E. $1+e$

Ans A Solve $\int_0^{\ln 2} \frac{e^x}{1+e^x} dx = [\ln(1+e^x)]_0^{\ln 2}$
 $= [\ln(1+e^{\ln 2}) - \ln(1+e^0)]$
 $= [\ln(1+2) - \ln(1+1)]$
 $= \ln \frac{3}{2}$

02. $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin 2\theta}{\sin^4 \theta + \cos^4 \theta} d\theta$ এর মান কোনটি? [15-16, PUST 15-16]

- A. $\frac{\pi}{3}$ B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{\pi}{5}$
 D. $\frac{\pi}{4}$ E. $\frac{\pi}{6}$

Ans B Solve $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin 2\theta}{\sin^4 \theta + \cos^4 \theta} d\theta = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin 2\theta / \cos^4 \theta}{1 + \tan^4 \theta} d\theta$
 $= \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{2 \sin \theta \cos \theta}{\cos^4 \theta} d\theta$
 $= \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{2 \tan \theta \cdot \sec^2 \theta d\theta}{1 + (\tan^2 \theta)^2} = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{d(\tan^2 \theta)}{1 + (\tan^2 \theta)^2}$
 $= [\tan^{-1}(\tan^2 \theta)]_0^{\frac{\pi}{4}} = \tan^{-1} \left(\tan^2 \frac{\pi}{4} \right) - 0 = \tan^{-1} 1 = \frac{\pi}{4}$

03. $\int_p^q f(t) dt$ জ্যামিতিক ভাবে কি নির্দেশ করে? [15-16]

- A. ফাংশন B. ক্ষেত্রফল C. দৈর্ঘ্য
 D. আয়তন E. পরিধি

Ans B Solve $\int_p^q f(t) dt$ দ্বারা ক্ষেত্রফল বুঝায়।

04. $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1}{1+\sin x} dx$ এর মান কত? [14-15]

- A. $\sqrt{2} - 2$ B. $2 - \sqrt{2}$ C. $1 - \sqrt{2}$
D. $1 + \sqrt{2}$ E. $\sqrt{2} - 1$

Ans B Solve $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1}{1+\sin x} dx = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1-\sin x}{1-\sin^2 x} dx$
 $= \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1-\sin x}{\cos^2 x} dx = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \left(\frac{1}{\cos^2 x} - \frac{\sin x}{\cos^2 x} \right) dx$
 $= \int_0^{\frac{\pi}{4}} (\sec^2 x - \sec x \tan x) dx = [\tan x - \sec x]_0^{\frac{\pi}{4}} = 1 - \sqrt{2} + 1 = 2 - \sqrt{2}$

Shortcut: Using Calculator and answer test.

পাবনা বিজ্ঞান ও প্রযুক্তি বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. যে গোলকের ব্যাস 1 তার পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফলের সংখ্যা মান- [15-16]

- A. π B. 4π C. 12π D. 6π

Ans A Solve ব্যাসার্ধ = $\frac{1}{2}$ পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল = $4\pi \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \pi$

02. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 + \cos x)^2 \sin x dx$ এর মান কত? [15-16]

- A. $\frac{3}{7}$ B. $\frac{7}{3}$ C. $\frac{5}{2}$ D. কোনটিই নয়

Ans B Solve $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 + \cos x)^2 \sin x dx$
 $= -\int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 + \cos x)^2 d(\cos x) = -\int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 + 2\cos x + \cos^2 x)^2 d(\cos x)$
 $= -\left[\cos x + \cos^2 x + \frac{\cos^3 x}{3} \right]_0^{\frac{\pi}{2}} = -\left[-1 - 1 - \frac{1}{3} \right] = \frac{7}{3}$

03. $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{2x(\tan^{-1} x^2)^2}{1+x^4} dx = ?$ [15-16]

- A. $\pi^3/192$ B. $\pi/192$ C. $\pi^2/192$ D. $1/192$

Ans A Solve $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{2x(\tan^{-1} x^2)^2}{1+x^4} dx = \int_0^1 \frac{(\tan^{-1} x^2)^2}{1+x^4} dx$
 $= \left[\frac{(\tan^{-1} x^2)^3}{3} \right]_0^1 = \frac{\left(\frac{\pi}{4}\right)^3}{3} = \frac{\pi^3}{192}$

04. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos 4x dx$ এর মান কত হবে? [15-16]

- A. 0 B. $\sin 2\pi$ C. $\cos \pi$ D. 1

Ans A Solve $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos 4x dx = \left[\frac{\sin 4x}{4} \right]_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{1}{4} [\sin 2\pi - \sin 0] = 0$

05. x-অক্ষের সহিত $y = \sin x$ বক্ররেখা ও $x = \pi/2$ সরলরেখা দ্বারা আবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কত? [15-16, BSMRSTU 15-16].

- A. 1 বর্গ একক B. 2 বর্গ একক C. $\pi/2$ বর্গ একক D. π বর্গ একক

Ans A Solve $A = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx$
 $= [-\cos x]_0^{\frac{\pi}{2}} = [-\cos \frac{\pi}{2} + \cos 0] = 1$ বর্গ একক

07. $y = x^2$ এবং $y = 2x$ দ্বারা আবদ্ধ এলাকার ক্ষেত্রফল কত? [14-15]

- A. 4 unit² B. $\frac{4}{3}$ unit² C. $\frac{3}{4}$ unit² D. 3 unit²

Ans B Solve $y = x^2; y = 2x \therefore x^2 - 2x = 0 \Rightarrow x(x-2) = 0$
 $\Rightarrow x = 0$ ও $x = 2 \therefore$ সীমা, 0 হতে 2

ক্ষেত্রফল, $A = \int_0^2 (y_1 - y_2) dx = \left[2 \cdot \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3} \right]_0^2 = 4 - \frac{8}{3} = \frac{4}{3}$ units

08. $\int_0^1 \frac{\sin^{-1} x}{\sqrt{1-x^2}} dx = ?$ [14-15, DU 11-12; RU 10-11, CU 07-09, 98-99]

- A. 1 B. 0 C. -1 D. কোনটিই নয়

Ans D Solve $\int_0^1 \frac{\sin^{-1} x}{\sqrt{1-x^2}} dx = \int_0^1 \sin^{-1} x \left(\frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx \right)$

$= \int_0^1 \sin^{-1} x d(\sin^{-1} x) [\therefore d(\sin^{-1} x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx]$

$= \left[\frac{(\sin^{-1} x)^2}{2} \right]_0^1 = \frac{(\sin^{-1} 1)^2}{2} - \frac{(\sin^{-1} 0)^2}{2} = \frac{\left(\frac{\pi}{2}\right)^2}{2} - \frac{0}{2} = \frac{\pi^2}{8}$

শেরেবাংলা কৃষি বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. একটি ঘনকের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল 486 বর্গ সে.মি. হলে ঘনকের আয়তন কত সে.মি.? [14-15]

- A. 81 B. 871 C. 729 D. 9

Ans C Solve ঘনকের বাহুর দৈর্ঘ্য = x হলে, সমগ্রতল $6x^2 = 486$
 $\Rightarrow x^2 = 81 \Rightarrow x = 9$ সে.মি, ঘনকের আয়তন = $9^3 = 729$

বঙ্গবন্ধু শেখ মুজিবুর রহমান বিজ্ঞান ও প্রযুক্তি বিশ্ববিদ্যালয়
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $\int_0^a \sqrt{a^2 - x^2} dx$ এর যোজিত ফল নিচের কোনটি? [15-16]

- A. $\frac{\pi a^2}{4}$ B. $\frac{\pi a^2}{2}$ C. $\frac{\pi a}{4}$ D. $\frac{\pi a}{2}$

Ans A Solve $\int_0^a \sqrt{a^2 - x^2} dx = \left[\frac{x\sqrt{a^2 - x^2}}{2} + \frac{a^2}{2} \sin^{-1} \frac{x}{a} \right]_0^a$

$= 0 + \frac{a^2}{2} \sin^{-1} 1 - 0 - \sin^{-1} 0 = \frac{a^2}{2} \cdot \frac{\pi}{2} = \frac{\pi a^2}{4}$

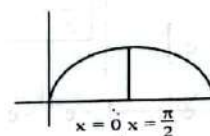
Technique: $\int_0^a \sqrt{a^2 - x^2} = \frac{\pi a^2}{4}$ কে সূত্র হিসেবে মনে রাখা ভালো।

02. $y = \sin x$ এবং $x = \frac{\pi}{2}$ বক্ররেখা দ্বারা আবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নিম্নের কোনটি? [15-16]

- A. 0 B. 1 C. π D. 1/2

Ans B Solve ক্ষেত্রফল, $A = \int_0^{\frac{\pi}{2}} y dx$

$= \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx = [-\cos x]_0^{\frac{\pi}{2}} = [-\cos \frac{\pi}{2} + \cos 0] = 1$



বাংলাদেশ কৃষি বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

03. $\int_0^{\pi} (1 + \sin 2x) dx$ এর মান বিচার কোণটি? [15-16]
A. 1 B. $\pi/2 - 1$ C. 0 D. 2

Ans B Solve

$$\int_0^{\pi} (1 + \sin 2x) dx = \left[x - \frac{\cos 2x}{2} \right]_0^{\pi}$$

$$= \pi - \frac{1}{2} - \left(-\frac{1}{2} \right) = \pi - 1$$

04. $\int_0^{\pi} \frac{\tan^{-1} x}{1+x^2} dx$ নিচের কোন মানটিকে নির্দেশ করে? [14-15]
A. $\frac{\pi}{4}$ B. $\frac{\pi^2}{192}$ C. $\frac{\pi^3}{192}$ D. $\frac{\pi}{192}$

Ans C Solve

$$\int_0^{\pi} \frac{(\tan^{-1} x)^2}{1+x^2} dx$$

$$= \int_0^{\pi} (\tan^{-1} x)^2 \cdot \frac{1}{1+x^2} dx = \int_0^{\pi} (\tan^{-1} x)^2 d(\tan^{-1} x)$$

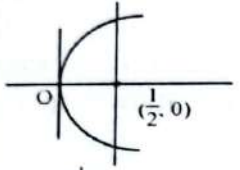
$$= \left[\frac{(\tan^{-1} x)^3}{3} \right]_0^{\pi} = \frac{(\tan^{-1} 1)^3}{3} = \frac{(\frac{\pi}{4})^3}{3} = \frac{\pi^3}{192}$$

05. প্যারাবল $y^2 = 2x$ এবং এর অভিলম্ব দ্বারা বেষ্টিত ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক? [14-15]
A. 1/3 B. 8/3 C. 2/3 D. 4/3

Ans C Solve

$$A = 2 \int_0^1 y dx$$

$$= 2 \int_0^1 \sqrt{2x} dx = 2\sqrt{2} \left[\frac{x^{3/2}}{3/2} \right]_0^1 = \frac{2\sqrt{2}}{3} \cdot \frac{2}{2} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$



$$y^2 = 4 \cdot \frac{1}{2} x \Rightarrow a = \frac{1}{2}$$

06. $\int_1^4 f(x) dx = 6$ হলে $\int_1^4 f(5-x) dx$ এর মান কত? [14-15]
A. 6 B. $\frac{1}{3}$ C. 0 D. -6

Ans A Solve

$$\int_1^4 f(x) dx = 6$$

$$\therefore \int_1^4 f(5-x) dx = \int_1^4 f(z) dz$$

$$\begin{aligned} 5-x &= z \\ \Rightarrow -dx &= dz \\ \Rightarrow dx &= -dz \end{aligned}$$

x	4	1
y	1	4

$$= \int_1^4 f(z) dz \quad [\because \text{সীমা অভিন্ন থাকলে চলক ভিন্ন হলেও মান অভিন্ন থাকে}]$$

$$= \int_1^4 f(x) dx = 6$$

টউগ্রাম ভেটেরিনারী ও এনিম্যাল সাইন্সেস বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $\int_0^1 a^n dx$ এর মান কোনটি? [14-15]
A. $\frac{a^{n+1}}{n+1}$ B. 0 C. na^{n-1} D. a^n

Ans D Solve

$$\int_0^1 a^n dx = a^n \int_0^1 dx = a^n [x]_0^1 = a^n$$

01. $\int_0^{\pi} \frac{\cos x + \sin x}{\sqrt{1 + \sin 2x}} dx$ এর মান কোনটি? [14-15]

A. π B. 0 C. 1 D. -1

Ans A Solve

$$\int_0^{\pi} \frac{\cos x + \sin x}{\sqrt{1 + \sin 2x}} dx$$

$$= \int_0^{\pi} \frac{\cos x + \sin x}{\sqrt{\cos^2 x + \sin^2 x + 2 \sin x \cos x}} dx = \int_0^{\pi} \frac{\cos x + \sin x}{\sqrt{(\cos x + \sin x)^2}} dx$$

$$= \int_0^{\pi} \frac{\cos x + \sin x}{\cos x + \sin x} dx = \int_0^{\pi} dx = [x]_0^{\pi} = \pi - 0 = \pi$$

Shortcut: $\sqrt{1 + \sin 2x} = \cos x + \sin x$, সর্বদা ২য় মান মনে রাখ
 \therefore প্রদত্ত সমীকরণ $\int_0^{\pi} dx = [x]_0^{\pi} = \pi$

02. $3 \int_0^1 (\tan^2 x + \tan^4 x) dx$ এর মান কোনটি? [14-15]

A. 3 B. -3
C. 1 D. -1

Ans C Solve

$$3 \int_0^{\frac{\pi}{4}} (\tan^2 x + \tan^4 x) dx$$

$$= 3 \int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan^2 x (1 + \tan^2 x) dx = 3 \int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan^2 x \sec^2 x dx$$

$$= 3 \int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan^2 x d(\tan x) = 3 \left[\frac{\tan^3 x}{3} \right]_0^{\frac{\pi}{4}} = \tan^3 \frac{\pi}{4} - \tan^3 0 = 1$$

03. $\int_0^a \frac{1}{\sqrt{a^2 - x^2}} dx = ?$ [14-15]

A. $\pi/3$ B. π C. $\pi/2$ D. $\pi/6$

Ans C Solve

$$\int_0^a \frac{1}{\sqrt{a^2 - x^2}} dx = \left[\sin^{-1} \frac{x}{a} \right]_0^a = \sin^{-1} 1 - \sin^{-1} 0 = \frac{\pi}{2} - 0 = \frac{\pi}{2}$$

IUT বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. Evaluate $\int_0^2 \frac{x}{\sqrt{9-2x^2}} dx$ [14-15]

A. 9 B. 2 C. 1 D. 0

Ans C Solve

$$\int_0^2 \frac{x}{\sqrt{9-2x^2}} dx = -\frac{1}{4} \int_0^2 \frac{-4x dx}{\sqrt{9-2x^2}}$$

$$= -\frac{1}{4} \int_0^2 \frac{d(9-2x^2)}{\sqrt{9-2x^2}} \quad [\because d(9-2x^2) = -4x dx]$$

$$= -\frac{1}{4} \cdot 2 \left[\sqrt{9-2x^2} \right]_0^2 = -\frac{1}{2} (1-3) = \frac{-2}{-2} = 1$$

বুয়েট, কুয়েট, চুয়েট ও রুয়েট জর্জি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $\int_0^{\infty} \frac{22dx}{x^2 - 14x + 170}$ এর মান কত? [KUET 15-16]

- A. $\frac{\pi}{2}$ B. π C. $\frac{\pi}{4}$ D. 22π E. 11π

Ans = Solve $\int_0^{\infty} \frac{22dx}{x^2 - 14x + 170} = \int_0^{\infty} \frac{22dx}{(x-7)^2 + 121}$

$= \int_0^{\infty} \frac{22dx}{(x-7)^2 + 11^2} = \frac{1}{2 \times 11} \times 22 \left[\tan^{-1} \left(\frac{x-7}{11} \right) \right]_0^{\infty}$
 $= \frac{\pi}{2} - \tan^{-1} \left(-\frac{7}{11} \right)$

02. $y^2 = 6x$ পরাবৃত্ত ও $y = x$ সরলরেখা দ্বারা সীমাবদ্ধ ক্ষেত্রফল বের কর। [CUET 15-16]

- A. $256/3$ unit B. $128/3$ unit C. $28/3$ unit D. $64/3$ unit

Ans = Solve

$x^2 = 6x$
 $x(x-6) = 0$
 $x = 0, x = 6$

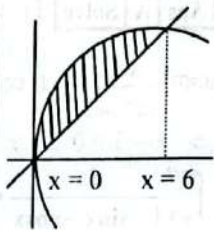
$A = \int_0^6 (y_1 - y_2) dx = \int_0^6 (\sqrt{6x} - x) dx$

$= \left[\sqrt{6} \frac{x^{3/2}}{3/2} - \frac{x^2}{2} \right]_0^6$

$= \left[\sqrt{6} \times \frac{2}{3} 6^{3/2} - \frac{6^2}{2} \right]$

$= \left[\frac{2\sqrt{6} \times 6\sqrt{6}}{3} - \frac{36}{2} \right]$

$= \frac{72}{3} - \frac{36}{2} = \frac{72}{3} - 18 = \frac{18}{3} = 6$ unit



03. $\int_0^1 \frac{1-x}{1+x} dx$ এর মান কোনটি? [14-15]

- A. $3 \ln 3 + \frac{1}{2}$ B. $2 \ln 2 - 1$ C. $4 \ln 3 + 1$ D. $\frac{1}{2} \ln 3$ E. $2 \ln 3 + 5$

Ans B Solve $\int_0^1 \frac{1-x}{1+x} dx = \int_0^1 \frac{2-(1+x)}{1+x} dx$

$= \int_0^1 \left(\frac{2}{1+x} - 1 \right) dx = [2 \ln(1+x) - x]_0^1$

$= 2 \ln 2 - 1 - 2 \ln 1 + 0 = 2 \ln 2 - 1$

04. $\int_0^1 2x^3 e^{-x^2} dx$ এর মান নির্ণয় কর। [CUET 14-15]

- A. $-\frac{2}{e} + 1$ B. $-\frac{2}{e}$ C. $-\frac{1}{e} + 1$ D. None

Ans A Solve $\int_0^1 2x^3 e^{-x^2} dx = \int_0^1 x^2 e^{-x^2} \cdot 2x dx$

$= \int_0^1 -ze^z(-dz) = \int_0^1 ze^z dz$

$= ze^z - \int \left(\frac{dz}{dz} \int e^z dz \right) dz = [ze^z - e^z]_0^1$

$= [-1e^{-1} - e^{-1} + e^0] = -\frac{2}{e} + 1$

ধরি,
 $-x^2 = z$
 $\Rightarrow -2x dx = dz$
 $\Rightarrow 2x dx = -dz$

$x = 0$	1
$z = 0$	-1

05. $\int_0^1 e^{-x^2} dx = ?$ [RUET 14-15]

- A. $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k x^{2k}}{2^{2k} (k!)^2}$ B. $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{(2k+1)k!}$ C. $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k \ln x}{\sqrt{k}k!}$
D. $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^{k+1} x^k}{k!}$ E. $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k x^{-1/2}}{2 \ln k}$

Ans B Solve $\int_0^1 1 - x^2 + \frac{x^4}{2!} + \dots$

$= \left[x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5 \cdot 2!} \dots \right]_0^1 = \left[1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5 \cdot 2!} \dots \right] = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{(2k+1)k!}$

06. $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x-x^2}}$ এর মান- [BUET 13-14]

- A. 0 B. π C. $-\pi$ D. $\pi/2$

Ans B Solve $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x-x^2}} = \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{\frac{1}{4} - \left\{ x^2 - 2 \cdot \frac{1}{2}x + \left(\frac{1}{2} \right)^2 \right\}}}$

$= \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{\left(\frac{1}{2} \right)^2 - \left(x - \frac{1}{2} \right)^2}} = \left[\sin^{-1} \frac{x - \frac{1}{2}}{\frac{1}{2}} \right]_0^1$

$= \sin^{-1} \left(\frac{1 - \frac{1}{2}}{\frac{1}{2}} \right) - \sin^{-1} \left(\frac{0 - \frac{1}{2}}{\frac{1}{2}} \right) = \sin^{-1} (1) - \sin^{-1} (-1)$

$= \frac{\pi}{2} - \left(-\frac{\pi}{2} \right) = \pi$

07. x এর মান কত হলে, $F(x) = \int_0^x \frac{t-4}{9-t^2} dt$ ফাংশনটির মান বৃহত্তম হবে? [BUET 13-14]

- A. 3 B. 4 C. 5 D. 25

Ans A Solve $F(x) = \int_0^x \frac{t-4}{9-t^2} dt = \int_0^x \frac{t}{9-t^2} dt - 4 \int_0^x \frac{dt}{9-t^2}$

$= \left[-\frac{1}{2} \ln(9-t^2) + \frac{2}{3} \ln \left(\frac{3+t}{3-t} \right) \right]_0^x$

$= -\frac{1}{2} \ln(9-x^2) + \frac{2}{3} \ln \left(\frac{3+x}{3-x} \right) - \ln(0) = \infty$ অর্থাৎ $9-x^2=0$

$\therefore x = \pm 3$ হলে $F(x)$ এর মান বৃহত্তম।

08. $\int_0^{\pi/2} \frac{\cos x}{4 - \sin x} dx$ এর মান [RUET 13-14]

- A. $\frac{1}{2} \ln(2)$ B. $\frac{1}{2} \ln \left(\frac{1}{3} \right)$ C. $\frac{1}{2} \ln(3)$
D. $\ln \left(\frac{1}{3} \right)$ E. None

Ans E Solve [By Using Calculator]

09. $\int_0^{\pi} e^{-2x} \cos 4x dx$ এর মান হলো- [KUET 13-14]

- A. e^{-2x} B. 0 C. 2/5 D. 1/10 E. 1/20

Ans D Solve Let, $I = \int e^{-2x} \cos 4x dx$

$$\begin{aligned} &= \cos 4x \int e^{-2x} dx - \int \left(\frac{d}{dx} \cos 4x \cdot \int e^{-2x} dx \right) dx \\ &= \frac{-1}{2} e^{-2x} \cos 4x - 2 \int e^{-2x} \sin 4x dx \\ &= \frac{-1}{2} e^{-2x} \cos 4x - \left[\sin 4x \int e^{-2x} dx - \int \left(\frac{d}{dx} \sin 4x \int e^{-2x} dx \right) dx \right] \\ &= \frac{-1}{2} e^{-2x} \cos 4x + \sin 4x e^{-2x} + 2(4) \left(\frac{-1}{2} \right) \int e^{-2x} \cos 4x dx \\ \therefore I &= \frac{1}{5} \left[\frac{-1}{2} e^{-2x} \cos 4x + e^{-2x} \sin 4x \right]_0^{\pi} = \frac{1}{5} \left[\frac{1}{2} \right] = \frac{1}{10} \end{aligned}$$

10. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{\sqrt{x(x-a)}}$ এর মান- [RUET 13-14]

- A. $\frac{\pi}{a}$ B. $\frac{\pi}{a}$ C. π D. $\frac{\pi}{2a^2}$ E. None

Ans C Solve $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{\sqrt{x(x-a)}} = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{\sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 - \left(x - \frac{a}{2}\right)^2}}$

$$\begin{aligned} &= \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{\sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 - \left(x - \frac{a}{2}\right)^2}} = \left[\sin^{-1} \frac{x - \frac{a}{2}}{\frac{a}{2}} \right]_0^{\frac{\pi}{2}} \\ &= \sin^{-1} 1 - \sin^{-1}(-1) = \left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} \right) = \pi \end{aligned}$$

11. $\int_0^{2a} \frac{dx}{\sqrt{2ax - x^2}}$ এর মান কত? [CUET 13-14]

- A. π B. $\pi/2$ C. 2π D. None

Ans A Solve $\int_0^{2a} \frac{dx}{\sqrt{2ax - x^2}} = \int_0^{2a} \frac{dx}{\sqrt{a^2 - (x-a)^2}}$

$$= \left[\sin^{-1} \frac{x-a}{a} \right]_0^{2a} = \sin^{-1}(1) - \sin^{-1}(-1) = \pi$$

or, [By Using Calculator]

12. x - অক্ষ, y - অক্ষ, $y = \ln 5$ এবং $y = \ln x$ বক্ররেখা দ্বারা সীমাবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল হবে- [BUET 13-14]

- A. $\ln 4$ sq. unit B. 5 sq. unit
C. 4 sq. unit D. $\ln 5$ sq. unit

Ans C Solve ক্ষেত্রফল $= \int_0^{\ln 5} e^y dy = [e^y]_0^{\ln 5} \left| \begin{array}{l} y = \ln x \\ \therefore x = e^y \end{array} \right.$
 $= e^{\ln 5} - e^0 = 4$ sq. unit

13. বক্ররেখা $x = y^2$ এবং রেখা $y = x - 2$ দ্বারা আবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল হবে? [BUET 13-14]

- A. $\frac{7}{3}$ B. $\frac{9}{2}$ C. $\frac{7}{2}$ D. $\frac{11}{2}$

Ans B Solve $x = y^2 \dots (i)$

$y = x - 2 \Rightarrow x = y + 2 \dots (ii)$

$\Rightarrow y^2 - y - 2 = 0 \Rightarrow y^2 - 2y + y - 2 = 0$

$\Rightarrow (y-2)(y+1) \therefore y = 2, -1$

\therefore ক্ষেত্রফল, $\int_{-1}^2 (x_2 - x_1) dy = \int_{-1}^2 \{(y+2) - y^2\} dy = \frac{9}{2}$

14. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x dx}{\sqrt{4 - \sin^2 x}} = ?$ [RUET-12-13]

- A. $\frac{\pi}{3}$ B. $\frac{\pi}{6}$ C. $\frac{\pi}{4}$ D. $\frac{\pi}{2}$ E. None

Ans B [By Using Calculator]

15. দেয়া আছে, $F(x) = \int_0^x \frac{t-3}{t^2+7} dt$ । x -এর মান কত হলে $F(x)$ ন্যূনতম হবে? [BUET 11-12]

- A. 3 B. 0 C. $\sqrt{7}$ D. $-\sqrt{7}$

Ans A Solve $F(x) = \int_0^x \frac{t-3}{t^2+7} dt = \frac{x-3}{x^2+7} - \frac{-3}{7} = \frac{x-3}{x^2+7} + \frac{3}{7}$

এখন, $\frac{x-3}{x^2+7} = 0$ হলে $F(x)$ এর মান ন্যূনতম হবে।

$\Rightarrow x-3=0 \therefore x=3$

16. $\int_{\pi/3}^{\pi/2} \frac{dx}{1 + \sin x - \cos x}$ এর মান নির্ণয় কর। [BUET 11-12]

Sol: $\int_{\pi/3}^{\pi/2} \frac{dx}{1 - \cos x + \sin x} = \int_{\pi/3}^{\pi/2} \frac{dx}{2 \sin^2 \frac{x}{2} + 2 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2}}$

$$= \frac{1}{2} \int_{\pi/3}^{\pi/2} \frac{\cos^2 \frac{x}{2}}{1 + \cot \frac{x}{2}} dx$$

এখন, $x = \frac{\pi}{3}$ হলে, $y = \sqrt{3}$

এবং $x = \frac{\pi}{2}$ হলে, $y = 1$

$$= - \int_{\sqrt{3}}^1 \frac{dy}{\sqrt{1+y}} = - [\ln(1+y)]_{\sqrt{3}}^1 = \left[\ln \frac{1}{1+y} \right]_{\sqrt{3}}^1 = \ln \frac{1}{2} - \ln \frac{1}{1+\sqrt{3}}$$

17. $y = x^3$ বক্ররেখা এবং $y = 0$, $x = 1$ ও $x = 3$ সরলরেখা তিনটি দ্বারা সীমাবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল হবে। [BUET 11-12]

- A. 5 sq. unit B. 20 sq. unit
C. 10 sq. unit D. 15 sq. unit

Ans B Solve ক্ষেত্রফল $= \int_1^3 x^3 dx = 20$

18. The value of $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^5 \theta \cos \theta d\theta$ is- $\left[\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^5 \theta \cos \theta d\theta \right]$ এর মান হবে- [BUET 07-08; KU 08-09; RU 09-10; CU 09-10; KUET 10-11]

- A. $\frac{1}{5}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{6}$ D. $\frac{1}{4}$

Ans C Solve $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^5 \theta \cos \theta d\theta = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^4 \theta d(\sin \theta)$

$$= \frac{1}{6} [\sin^6 \theta]_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{1}{6}$$

19. ধরা যাক $\int_0^{\pi/2} \cos^3 x \sqrt{\sin x} dx$ (BUET 10-11)

- A. 2 B. $\frac{8}{21}$ C. $\frac{8}{15}$ D. None

Ans: B Solve ধরি $\sin x = z \Rightarrow \cos x dx = dz$
 $x=0 \Rightarrow \sin x=0$ অর্থাৎ $z=0$, $x=\pi/2 \Rightarrow z=1$

$$\int_0^{\pi/2} \cos^3 x \sqrt{\sin x} dx = \int_0^1 (1-z^2)\sqrt{z} dz = \int_0^1 (\sqrt{z} - z^{3/2}) dz$$

$$\left[\frac{2}{5} z^{5/2} - \frac{2}{7} z^{7/2} \right]_0^1 = \frac{8}{21}$$

20. ধরা যাক $\int_0^{\pi/2} \frac{\sin 2\theta}{\sin^4 \theta + \cos^4 \theta} d\theta$ (BUET 10-11)

- A. 0 B. $\frac{\pi}{2}$ C. $\frac{\pi}{4}$ D. $\frac{\pi}{3}$ **Ans: C**

21. $\int_0^{\pi/2} \cos^3 x dx$ এর মান কত? (CUET 10-11)

- A. $\frac{2}{15}$ B. $\frac{8}{15}$ C. $\frac{7}{15}$ D. $\frac{11}{15}$ E. $\frac{8}{15}$

Ans: E Solve $\int_0^{\pi/2} \cos^3 x dx$ $\left\{ \begin{array}{l} \sin x = t \\ \Rightarrow \cos x dx = dt \\ x = \pi/2 \Rightarrow t = 1 \\ x = 0 \Rightarrow t = 0 \end{array} \right.$

$$= \int_0^1 \cos x (1 - \sin^2 x) dt = \int_0^1 (1 - t^2) dt = \left[t - \frac{2}{3} t^3 \right]_0^1 = \frac{8}{15}$$

বিঃদ্র: $\int_0^{\pi/2} \cos^3 x dx = \frac{8}{15}$

$$\int_0^{\pi/2} \cos^3 x dx = \frac{8}{15} - \frac{1}{5} - \frac{3}{5} = \frac{4}{5} - \frac{4}{5} = \frac{8}{15}$$

22. $\int_{-1}^1 \frac{dx}{(4-x^2)^{3/2}}$ এর মান কত? (CUET 10-11)

- A. $\frac{\pi}{8}$ B. $\frac{\pi}{4}$ C. $\frac{\pi}{3}$ D. $\frac{\pi}{2}$ E. $\frac{\pi}{7}$

Ans: C Solve $\int_{-1}^1 \frac{dx}{\sqrt{4-x^2}} = \int_{-1}^1 \frac{dx}{\sqrt{2^2-x^2}} = \left[\sin^{-1} \frac{x}{2} \right]_{-1}^1$

$$= \sin^{-1} \frac{1}{2} - \sin^{-1} \left(-\frac{1}{2} \right) = \frac{\pi}{6} - \left(-\frac{\pi}{6} \right) = \frac{\pi}{3}$$

23. $\int_1^2 \log x dx$ এর মান - (CUET 10-11)

- A. $\log 2$ B. $2 \log 2$ C. $2 \log 2 - 1$ D. None

Ans: C Solve $\int_1^2 \log x dx = [x \log x - x]_1^2$

$$= 2 \log 2 - 2 - 1 \log 1 + 1 = 2 \log 2 - 1$$

24. The value of $\int_0^1 \frac{\tan^{-1} x}{1+x^2} dx$ is: $\int_0^1 \frac{\tan^{-1} x}{1+x^2} dx$ এর মান হবে: (BUET-09-10)

- A. $\frac{\pi}{32}$ B. $\frac{\pi}{16}$ C. $\frac{\pi^2}{32}$ D. $\frac{\pi^2}{16}$

Ans: C Solve $\int_0^1 \frac{\tan^{-1} x dx}{1+x^2} = \int_0^1 \tan^{-1} x d(\tan^{-1} x)$

$$= \left[\frac{(\tan^{-1} x)^2}{2} \right]_0^1 = \frac{1}{2} [(\tan^{-1} 1)^2 - (\tan^{-1} 0)] = \frac{1}{2} \times \frac{\pi^2}{16} = \frac{\pi^2}{32}$$

25. ধরা যাক $\int_0^1 \frac{x}{\sqrt{9-2x^2}} dx$ (BUET-09-10)

- A. 1 B. 4 C. 3 D. None

Ans: A Solve $\int_0^1 \frac{x dx}{\sqrt{9-2x^2}} = \frac{1}{4} \int_0^1 \frac{-4x dx}{\sqrt{9-2x^2}}$

$$= \frac{1}{4} \int_0^1 \frac{d(9-2x^2)}{\sqrt{9-2x^2}} = -\frac{1}{4} \times 2 \left[\sqrt{9-2x^2} \right]_0^1$$

$$= -\frac{1}{2} \left[\sqrt{9-2x^2} \right]_0^1 = -\frac{1}{2} (\sqrt{9-2 \times 1} - \sqrt{9-2 \times 0}) = -\frac{1}{2} (3-3) = 0$$

27. Evaluate (ধরা যাক): $\int_1^{\sqrt{3}} x \cot^{-1} x dx$ (BUET-09-10)

Sol: $\int x \cot^{-1} x dx = \cot^{-1} x \int x dx - \int \left(\frac{d}{dx} (\cot^{-1} x) \int x dx \right) dx$

$$= \frac{x^2}{2} \cot^{-1} x - \int \left(\frac{-1}{1+x^2} \right) \frac{x^2}{2} dx + c,$$

$$= \frac{x^2 \cot^{-1} x}{2} + \frac{1}{2} \int \frac{1+x^2-1}{1+x^2} dx + c,$$

$$= \frac{x^2 \cot^{-1} x}{2} + \frac{1}{2} \left(dx - \frac{1}{2} \int \frac{dx}{1+x^2} \right) + c,$$

$$= \frac{x^2 \cot^{-1} x}{2} + \frac{x}{2} - \frac{1}{2} \tan^{-1} x + c$$

$$\therefore \int_1^{\sqrt{3}} x \cot^{-1} x dx = \left[\frac{x^2 \cot^{-1} x}{2} + \frac{x}{2} - \frac{1}{2} \tan^{-1} x \right]_1^{\sqrt{3}}$$

$$= \frac{3}{2} \cdot \frac{\pi}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2} \cdot \frac{\pi}{3} - \frac{1}{2} \cdot \frac{\pi}{4} - \frac{1}{2} \cdot \frac{\pi}{2} - \frac{1}{2} \cdot \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{3}-1}{2} + \frac{\pi}{12}$$

28. নীচের যোগজের মান হবে: $\int_{\pi/3}^{\pi/2} \frac{\cos^2 x}{\sin^3 x} dx$ (BUET-09-10)

- A. 1 B. $\frac{1}{152}$ C. 0 D. $\frac{1}{162}$

Ans: D Solve $\int_{\pi/3}^{\pi/2} \frac{\cos^2 x}{\sin^3 x} dx = \int_{\pi/3}^{\pi/2} \cot^2 x \operatorname{cosec}^2 x dx$

$$= - \int_{\pi/3}^{\pi/2} \cot^2 x d(\cot x) = - \int_{\pi/2}^{\pi/3} \cot^2 x d(\cot x)$$

$$= \left[\frac{\cot^3 x}{3} \right]_{\pi/2}^{\pi/3} = \frac{1}{3} \left[\left(\frac{1}{\sqrt{3}} \right)^3 - (0)^3 \right] = \frac{1}{3} \times \frac{1}{27} = \frac{1}{81}$$

29. $y^2 = 2x$ পরাবৃত্ত এবং এর উপকেন্দ্রিক লম্ব দ্বারা বেষ্টিত ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল হবে- (BUET 07-08)

- A. $\frac{1}{3}$ sq units B. $\frac{8}{3}$ sq units
 C. $\frac{2}{3}$ sq units D. $\frac{4}{3}$ sq units

Ans: C Solve

$$\text{নির্ণেয় ক্ষেত্রফল} = 2 \int_0^{1/2} \sqrt{2x} dx = 2\sqrt{2} \cdot \frac{2}{3} \left[x^{3/2} \right]_0^{1/2} = \frac{2}{3}$$

SELF TEST-01

01. $\int_0^{\pi/3} \frac{dx}{1-\sin x}$ এর মান-
 A. $\sqrt{3}$ B. $\sqrt{3}+1$ C. $\sqrt{9}+1$ D. 3
02. $\int_0^{\pi/2} \cos 3x dx = ?$
 A. $\frac{3}{2}$ B. $\frac{9}{2}$ C. $\frac{3}{4}$ D. $\frac{2}{3}$
03. $\int_0^1 \ln(1+x) dx$ এর মান কত ?
 A. $\ln(2)-1$ B. $2\ln(2)-1$ C. $2\ln(2)+1$ D. $\ln(2)$
04. $\int_{\pi/3}^{\pi/2} \frac{\cos^5 x}{\sin^7 x} dx = ?$
 A. $\frac{1}{162}$ B. $\ln(\frac{3}{2})$ C. $\frac{1}{144}$ D. $\frac{3}{2}$
05. $\int_1^{\sqrt{3}} x \tan^{-1} x dx = ?$
 A. $\frac{1}{12}(4\pi - 6\sqrt{3} + 6)$ B. $\frac{1}{6}(5\pi - 6\sqrt{3} + 6)$
 C. $\frac{1}{12}(5\pi + 6)$ D. $\frac{1}{12}(4\pi - 6\sqrt{3} + 6)$
06. $\int_{-1}^4 \frac{dx}{(2x+3)^2} = ?$
 A. $\frac{5}{17}$ B. $\frac{5}{11}$ C. $\frac{5}{9}$ D. 5
07. $\int_0^1 \frac{x dx}{\sqrt{4-x^2}} = ?$
 A. $2-\sqrt{3}$ B. 1 C. 0 D. $2+\sqrt{3}$
08. $\int_0^{\pi} \frac{\sin x}{1+\cos^2 x} dx = ?$
 A. $\frac{\pi}{2}$ B. $\frac{\pi}{4}$ C. $\frac{\pi}{8}$ D. $\frac{\pi}{10}$
09. $\int_0^{\pi/2} e^x (\sin x + \cos x) dx = ?$
 A. e^x B. $e^{\pi/2}$ C. $e^{\pi/2}$ D. none
10. $\int_0^a \frac{dx}{a^2+x^2} = ?$
 A. $\frac{4\pi}{a}$ B. $\frac{\pi}{4a}$ C. $\frac{\pi}{2}a$ D. none
11. $\int_1^e \log_e x dx = ?$
 A. 0 B. 1 C. 2 D. 3
12. $\int_0^1 \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx = ?$
 A. e B. $(e-1)$ C. $2(e-1)$ D. $4(e-1)$

13. $\int_0^{\infty} \frac{dx}{1+x^2} = ?$
 A. π B. $\frac{\pi}{2}$ C. $\frac{\pi}{3}$ D. none
14. $\int_0^{\pi} x^2 \cos x dx = ?$
 A. π B. $\frac{\pi}{2}$ C. $\frac{\pi}{3}$ D. none
15. $\int_0^{\pi} \cos^2 x dx = ?$
 A. π B. $\frac{\pi}{2}$ C. $\frac{\pi}{3}$ D. none
16. $\int_0^{\pi/2} \frac{\cos x}{\sqrt{4-\sin^2 x}} dx = ?$
 A. $\frac{\pi}{2}$ B. $\frac{\pi}{4}$ C. $\frac{\pi}{6}$ D. $\frac{\pi}{8}$
17. $\int_0^4 \sqrt{16-x^2} dx = ?$
 A. 4 B. 8 C. 12 D. 16
18. $\int_0^{\pi/2} \sin^3 x dx = ?$
 A. $\frac{3}{2}$ B. $-\frac{3}{2}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $-\frac{2}{3}$
19. $\int_0^2 \frac{x dx}{\sqrt{9-2x^2}} = ?$
 A. 0 B. -1 C. 1 D. 2
20. $\int_0^{\pi/2} \frac{\cos x}{(1+\sin x)^3} dx = ?$
 A. $\frac{2}{3}$ B. $\frac{3}{2}$ C. $\frac{3}{7}$ D. $\frac{3}{8}$

OMR

01. (A)(B)(C)(D)	06. (A)(B)(C)(D)	11. (A)(B)(C)(D)	16. (A)(B)(C)(D)
02. (A)(B)(C)(D)	07. (A)(B)(C)(D)	12. (A)(B)(C)(D)	17. (A)(B)(C)(D)
03. (A)(B)(C)(D)	08. (A)(B)(C)(D)	13. (A)(B)(C)(D)	18. (A)(B)(C)(D)
04. (A)(B)(C)(D)	09. (A)(B)(C)(D)	14. (A)(B)(C)(D)	19. (A)(B)(C)(D)
05. (A)(B)(C)(D)	10. (A)(B)(C)(D)	15. (A)(B)(C)(D)	20. (A)(B)(C)(D)

Answer with Hints

01 B Hints: Type-04, Prob-01	02 =: Hints: Type-01, Prob-02
03 B: Hints: Type-05	04 A: Hints: Type-04
05 =: Hints: Type-05	06 B: Hints: Type-01
07 A: Hints: Type-01	08 A: Hints: Type-04
09 C: Hints: Type-06	10 B: Hints: Type-01
11 B: Hints: Type-02	12 C: Hints: Type-02
13 B: Hints: Type-01	14 D: Hints: Type-05
15 B: Hints: Type-01	16 C: Hints: Type-04
17 =: Hints: Type-04	18 C: Hints: Type-01
19 C: Hints: Type-04	20 B: Hints: Type-03

SELF TEST-02

01. $x^2 + y^2 = 49$ এর ক্ষেত্রফল কত?
A. 7π B. 49π
C. 3π D. none
02. $x^2 + y^2 = 3^2$ এর ক্ষেত্রফল কোনটি?
A. 3π B. 6π
C. 9π D. 12π
03. $x^2 + y^2 = 16$ বৃত্ত দ্বারা আবদ্ধ এক চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল কোনটি?
A. 16π B. 18π
C. 4π D. none
04. $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{25} = 1$ উপবৃত্ত দ্বারা আবদ্ধ অংশের ক্ষেত্রফল কোনটি?
A. 16π B. 25π
C. 20π D. 30π
05. $4x^2 + 9y^2 = 36$ উপবৃত্তের ক্ষেত্রফল কত?
A. 2π B. 3π
C. 5π D. 6π
06. $y = x^2$, x অক্ষ এবং $x = 1$ ও $x = 3$ রেখা দ্বারা আবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কোনটি?
A. $\frac{13}{3}$ B. $\frac{26}{3}$
C. $\frac{38}{3}$ D. none
07. $y = x^3$, $y = 0$, $x = 1$, $x = 3$ রেখাদ্বয় দ্বারা আবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = ?
A. 10 B. 20
C. 30 D. 40
08. $y = x^2$, x অক্ষ এবং $x = 2$ ও $x = 5$ সরলরেখা আবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = ?
A. 13 B. 26
C. 39 D. 52
09. y অক্ষ, $y = \sin x$ বক্ররেখা এবং $x = \frac{\pi}{2}$ একটি চাপ দ্বারা গঠিত ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল?
A. 0 B. 1
C. 2 D. 3
10. $y^2 = 4x$ পরাবৃত্ত এবং $y = x$ সরলরেখা দ্বারা আবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কোনটি?
A. $\frac{8}{3}$ B. $\frac{16}{3}$
C. $\frac{24}{5}$ D. none
11. $y^2 = 4x$ এবং $y = 2x$ সরলরেখা দ্বারা আবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কোনটি?
A. 1 B. $\frac{1}{2}$
C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{1}{4}$
12. $\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{5}$ অধিবৃত্ত এবং স্থানাঙ্কের অক্ষ দুইটি দ্বারা গঠিত ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কোনটি?
A. $\frac{5}{2}$ B. $\frac{5}{6}$
C. $\frac{25}{6}$ D. $\frac{25}{3}$

13. $y^2 = x$ এবং $x^2 = y$ বক্ররেখা দ্বারা আবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কত?
A. 3 B. $\frac{1}{3}$
C. 4 D. $\frac{1}{4}$
14. $y = 3x$ সরলরেখা, x অক্ষ এবং $x = 2$ দ্বারা আবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কত?
A. 2 B. 4
C. 6 D. 8
15. $y = \cos x$ বক্ররেখা, x অক্ষ এবং $x = -\frac{\pi}{2}$ ও $x = \frac{\pi}{2}$ রেখা দ্বারা আবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কোনটি?
A. 1 B. 2
C. 3 D. 4
16. $x = 4y^2 - 3$ বক্ররেখা, y অক্ষ এবং $y = 2$ ও $y = 3$ রেখাদ্বয় দ্বারা আবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কত?
A. $\frac{17}{2}$ B. $\frac{18}{3}$
C. $\frac{32}{9}$ D. $\frac{67}{3}$
17. $y = 2x + 1$ এবং x অক্ষ ও $x = 2$ রেখা দ্বারা আবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কোনটি?
A. 25 B. $\frac{25}{3}$
C. 6 D. $\frac{25}{9}$
18. $y = x^2$, $x - y + 2 = 0$ সরলরেখা দ্বারা আবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।
A. $\frac{2}{3}$ B. $\frac{9}{2}$
C. $\frac{4}{9}$ D. $\frac{13}{8}$
19. $y = 4x^2$, y অক্ষ, এবং $y = 1$, $y = 9$ সরলরেখা দ্বারা আবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল-
A. $\frac{26}{5}$ B. $\frac{26}{7}$
C. $\frac{26}{3}$ D. $\frac{26}{11}$

OMR

01. (A)(B)(C)(D)	06. (A)(B)(C)(D)	11. (A)(B)(C)(D)	16. (A)(B)(C)(D)
02. (A)(B)(C)(D)	07. (A)(B)(C)(D)	12. (A)(B)(C)(D)	17. (A)(B)(C)(D)
03. (A)(B)(C)(D)	08. (A)(B)(C)(D)	13. (A)(B)(C)(D)	18. (A)(B)(C)(D)
04. (A)(B)(C)(D)	09. (A)(B)(C)(D)	14. (A)(B)(C)(D)	19. (A)(B)(C)(D)
05. (A)(B)(C)(D)	10. (A)(B)(C)(D)	15. (A)(B)(C)(D)	20. (A)(B)(C)(D)

Answer with Hints

01 B: Hints: Type-08, Prob-06	02 C: Hints: Type-08, Prob-06
03 C: Hints: Type-08, Prob-06	04 C: Hints: Type-08, Prob-07
05 D: Hints: Type-08, Prob-07	06 B: Hints: Type-08, Prob-03
07 B: Hints: Type-08	08 C: Hints: Type-08
09 B: Hints: Type-08, Prob-03	10 A: Hints: Type-08, Prob-04
11 C: Hints: Type-08, Prob-04	12 C: Hints: Type-08
13 B: Hints: Type-08, Prob-04	14 C: Hints: Type-08, Prob-03
15 B: Hints: Type-08	16 D: Hints: Type-08
17 C: Hints: Type-08	18 B: Hints: Type-08, Prob-04
19 C: Hints: Type-08	