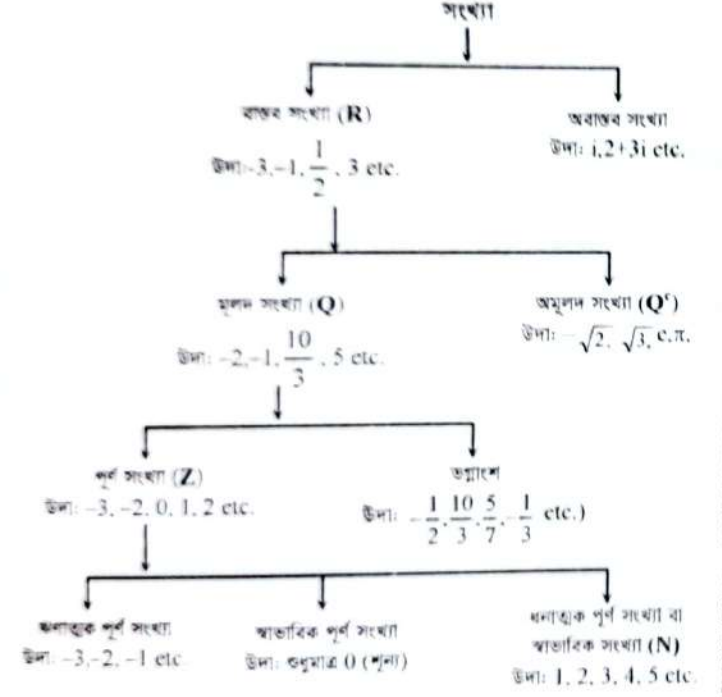


গণিত বিচিত্রা
২য় পত্র

১ম অধ্যায়
দ্বিতীয় পত্র
বাস্তব সংখ্যা ও অসমতা
Real Number & Inequalities

এক নজরে এ অধ্যায়ের গুরুত্বপূর্ণ তথ্যাবলি

- বাস্তব সংখ্যা (Real Number): যে সকল সংখ্যার বর্ণ একটি ধনাত্মক সংখ্যা তাদেরকে বাস্তব সংখ্যা বলে। জটিল সংখ্যা ছাড়া আমরা যাক ধরনের সংখ্যা নিয়ে কাজ করি সবগুলোই বাস্তব সংখ্যা। বাস্তব সংখ্যার সেটকে \mathbb{R} দ্বারা সূচিত করা হয়। [ঋণাত্মক সংখ্যা, ধনাত্মক সংখ্যা ও শূন্য সবই বাস্তব সংখ্যা]
 $\mathbb{R} = \{-\infty, \dots, -10, -5, \dots, 0, 1, \sqrt{2}, e, \pi, 6, 8, \dots, \infty\} = (-\infty, \infty)$
- স্বাভাবিক সংখ্যার সেট (Set of Natural Numbers): ধনাত্মক পূর্ণ সংখ্যার সেটকে স্বাভাবিক সংখ্যার সেট বলা হয়। স্বাভাবিক সংখ্যার সেটকে \mathbb{N} দ্বারা প্রকাশ করা হয়। $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$
- পূর্ণ সংখ্যার সেট (Set of Integer Numbers): ধনাত্মক পূর্ণ সংখ্যা, শূন্য এবং ঋণাত্মক পূর্ণ সংখ্যার সেটকে পূর্ণ সংখ্যার সেট বলে। পূর্ণ সংখ্যার সেটকে \mathbb{Z} দ্বারা প্রকাশ করা হয়। $\mathbb{Z} = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\} = \{0, \pm 1, \pm 2, \dots\}$
- অঋণাত্মক পূর্ণসংখ্যা (Non negative integer): শূন্য (0) সহ সকল স্বাভাবিক সংখ্যাকে অঋণাত্মক পূর্ণসংখ্যা বলা হয়। সকল অঋণাত্মক পূর্ণসংখ্যার সেটকে \mathbb{Z}_0 দ্বারা প্রকাশ করা হয়। $\mathbb{Z}_0 = \{0, 1, 2, 3, \dots\} = \{0\} \cup \mathbb{Z}_0$
- সংখ্যার শ্রেণীবিন্যাস নিম্নে দেওয়া হলো-



- মূলদ বা মেয় সংখ্যা (Rational): যে সকল সংখ্যাকে $\frac{p}{q}$ আকারে প্রকাশ করা যায় ($p, q \in \mathbb{Z}, q \neq 0$) তাদেরকে মূলদ সংখ্যা বলে। যেমন- 2, 5, 28.135, $\ln e^2$ ইত্যাদি। সকল মূলদ সংখ্যার সেটকে \mathbb{Q} দ্বারা প্রকাশ করা হয়।
- মূলদ বা মেয় সংখ্যা চেনার উপায়: তিনটি উপায়-
(i) যে কোন পূর্ণ সংখ্যা। যেমন- -7, -5, 0, 1, 2, 5 ইত্যাদি।
(ii) ভাগফল সসীম বা সমাপ্ত দশমিক। যেমন- $-\frac{6}{4}, \frac{5}{2}, 1.25, 5.112, 627.1235$ ইত্যাদি।

(iii) ভাগফল আবৃত দশমিক। যেমন- $\frac{1}{3}, \frac{100}{33}, \frac{10}{3}, 1.111\dots, 5.202202202\dots$ ইত্যাদি।

- অমূলদ বা অমেয় সংখ্যা (Irrational): যে সব সংখ্যাকে $\frac{p}{q}$ আকারে প্রকাশ করা যায় না ($p, q \in \mathbb{Z}, q \neq 0$) তাদেরকে অমূলদ সংখ্যা বলে বা যে সকল সংখ্যা মূলদ নয় তাদেরকে অমূলদ সংখ্যা বলে। যেমন- $\sqrt{2}, \sqrt[3]{3}, \sqrt{5}, e, \pi$ ইত্যাদি। সকল অমূলদ সংখ্যার সেটকে \mathbb{Q}^c বা \mathbb{Q}^c দ্বারা প্রকাশ করা হয়।
- অমূলদ সংখ্যা চেনার উপায়: তিনটি উপায়-
(i) $\frac{p}{q}$ আকারে থাকলে (ii) অসমাপ্ত দশমিক (iii) অসীম মান
- মৌলিক সংখ্যা (Prime Number): যে সংখ্যাকে 1 এবং ঐ সংখ্যা ভিন্ন অন্য কোন সংখ্যা দ্বারা ভাগ করা যায় না তাকে মৌলিক সংখ্যা বলে। একে \mathbb{P} দ্বারা সূচিত করা হয়। যেমন- 2, 3, 5, 7 ইত্যাদি মৌলিক সংখ্যা।

Note 1 কে মৌলিক সংখ্যা ধরা হয় না।

- অমৌলিক সংখ্যা (Composite Number): স্বাভাবিক সংখ্যার সেটে যে সংখ্যাতলি মৌলিক নয় তাদেরকে অমৌলিক সংখ্যা বলে। যেমন- 4, 6, 8, 10, 12, 14, 15, 16, 18, 20, 21, 22, 24, 25, 26, 27, 28, 30, 32, 33, 34, 35, 36, 38, 39, 40, 42, 44, 45, 46, 48, 49, 50, 52, 54, 55, 56, 57, 58, 60, 62, 63, 64, 65, 66, 68, 69, 70, 72, 74, 75, 76, 77, 78, 80, 81, 82, 84, 85, 86, 87, 88, 90, 92, 93, 94, 95, 96, 98, 99, 100, 102, 104, 105, 106, 108, 110, 112, 114, 115, 116, 117, 118, 120, 122, 123, 124, 125, 126, 128, 129, 130, 132, 134, 135, 136, 138, 140, 141, 142, 144, 145, 146, 147, 148, 150, 152, 153, 154, 155, 156, 158, 159, 160, 162, 164, 165, 166, 168, 169, 170, 171, 172, 174, 175, 176, 177, 178, 180, 182, 183, 184, 185, 186, 187, 188, 189, 190, 192, 194, 195, 196, 198, 199, 200, 202, 204, 205, 206, 207, 208, 210, 212, 213, 214, 215, 216, 217, 218, 219, 220, 222, 224, 225, 226, 228, 229, 230, 231, 232, 233, 234, 235, 236, 237, 238, 240, 242, 243, 244, 245, 246, 247, 248, 249, 250, 252, 254, 255, 256, 258, 259, 260, 261, 262, 264, 265, 266, 267, 268, 269, 270, 272, 273, 274, 275, 276, 277, 278, 279, 280, 282, 284, 285, 286, 287, 288, 289, 290, 291, 292, 293, 294, 295, 296, 297, 298, 299, 300, 302, 303, 304, 305, 306, 307, 308, 309, 310, 312, 314, 315, 316, 317, 318, 319, 320, 322, 323, 324, 325, 326, 327, 328, 329, 330, 332, 333, 334, 335, 336, 337, 338, 339, 340, 342, 343, 344, 345, 346, 347, 348, 349, 350, 352, 353, 354, 355, 356, 357, 358, 359, 360, 362, 363, 364, 365, 366, 367, 368, 369, 370, 372, 373, 374, 375, 376, 377, 378, 379, 380, 382, 383, 384, 385, 386, 387, 388, 389, 390, 392, 393, 394, 395, 396, 397, 398, 399, 400, 402, 403, 404, 405, 406, 407, 408, 409, 410, 412, 413, 414, 415, 416, 417, 418, 419, 420, 422, 423, 424, 425, 426, 427, 428, 429, 430, 432, 433, 434, 435, 436, 437, 438, 439, 440, 442, 443, 444, 445, 446, 447, 448, 449, 450, 452, 453, 454, 455, 456, 457, 458, 459, 460, 462, 463, 464, 465, 466, 467, 468, 469, 470, 472, 473, 474, 475, 476, 477, 478, 479, 480, 482, 483, 484, 485, 486, 487, 488, 489, 490, 492, 493, 494, 495, 496, 497, 498, 499, 500, 502, 503, 504, 505, 506, 507, 508, 509, 510, 512, 513, 514, 515, 516, 517, 518, 519, 520, 522, 523, 524, 525, 526, 527, 528, 529, 530, 532, 533, 534, 535, 536, 537, 538, 539, 540, 542, 543, 544, 545, 546, 547, 548, 549, 550, 552, 553, 554, 555, 556, 557, 558, 559, 560, 562, 563, 564, 565, 566, 567, 568, 569, 570, 572, 573, 574, 575, 576, 577, 578, 579, 580, 582, 583, 584, 585, 586, 587, 588, 589, 590, 592, 593, 594, 595, 596, 597, 598, 599, 600, 602, 603, 604, 605, 606, 607, 608, 609, 610, 612, 613, 614, 615, 616, 617, 618, 619, 620, 622, 623, 624, 625, 626, 627, 628, 629, 630, 632, 633, 634, 635, 636, 637, 638, 639, 640, 642, 643, 644, 645, 646, 647, 648, 649, 650, 652, 653, 654, 655, 656, 657, 658, 659, 660, 662, 663, 664, 665, 666, 667, 668, 669, 670, 672, 673, 674, 675, 676, 677, 678, 679, 680, 682, 683, 684, 685, 686, 687, 688, 689, 690, 692, 693, 694, 695, 696, 697, 698, 699, 700, 702, 703, 704, 705, 706, 707, 708, 709, 710, 712, 713, 714, 715, 716, 717, 718, 719, 720, 722, 723, 724, 725, 726, 727, 728, 729, 730, 732, 733, 734, 735, 736, 737, 738, 739, 740, 742, 743, 744, 745, 746, 747, 748, 749, 750, 752, 753, 754, 755, 756, 757, 758, 759, 760, 762, 763, 764, 765, 766, 767, 768, 769, 770, 772, 773, 774, 775, 776, 777, 778, 779, 780, 782, 783, 784, 785, 786, 787, 788, 789, 790, 792, 793, 794, 795, 796, 797, 798, 799, 800, 802, 803, 804, 805, 806, 807, 808, 809, 810, 812, 813, 814, 815, 816, 817, 818, 819, 820, 822, 823, 824, 825, 826, 827, 828, 829, 830, 832, 833, 834, 835, 836, 837, 838, 839, 840, 842, 843, 844, 845, 846, 847, 848, 849, 850, 852, 853, 854, 855, 856, 857, 858, 859, 860, 862, 863, 864, 865, 866, 867, 868, 869, 870, 872, 873, 874, 875, 876, 877, 878, 879, 880, 882, 883, 884, 885, 886, 887, 888, 889, 890, 892, 893, 894, 895, 896, 897, 898, 899, 900, 902, 903, 904, 905, 906, 907, 908, 909, 910, 912, 913, 914, 915, 916, 917, 918, 919, 920, 922, 923, 924, 925, 926, 927, 928, 929, 930, 932, 933, 934, 935, 936, 937, 938, 939, 940, 942, 943, 944, 945, 946, 947, 948, 949, 950, 952, 953, 954, 955, 956, 957, 958, 959, 960, 962, 963, 964, 965, 966, 967, 968, 969, 970, 972, 973, 974, 975, 976, 977, 978, 979, 980, 982, 983, 984, 985, 986, 987, 988, 989, 990, 992, 993, 994, 995, 996, 997, 998, 999, 1000, 1002, 1003, 1004, 1005, 1006, 1007, 1008, 1009, 1010, 1012, 1013, 1014, 1015, 1016, 1017, 1018, 1019, 1020, 1022, 1023, 1024, 1025, 1026, 1027, 1028, 1029, 1030, 1032, 1033, 1034, 1035, 1036, 1037, 1038, 1039, 1040, 1042, 1043, 1044, 1045, 1046, 1047, 1048, 1049, 1050, 1052, 1053, 1054, 1055, 1056, 1057, 1058, 1059, 1060, 1062, 1063, 1064, 1065, 1066, 1067, 1068, 1069, 1070, 1072, 1073, 1074, 1075, 1076, 1077, 1078, 1079, 1080, 1082, 1083, 1084, 1085, 1086, 1087, 1088, 1089, 1090, 1092, 1093, 1094, 1095, 1096, 1097, 1098, 1099, 1100, 1102, 1103, 1104, 1105, 1106, 1107, 1108, 1109, 1110, 1112, 1113, 1114, 1115, 1116, 1117, 1118, 1119, 1120, 1122, 1123, 1124, 1125, 1126, 1127, 1128, 1129, 1130, 1132, 1133, 1134, 1135, 1136, 1137, 1138, 1139, 1140, 1142, 1143, 1144, 1145, 1146, 1147, 1148, 1149, 1150, 1152, 1153, 1154, 1155, 1156, 1157, 1158, 1159, 1160, 1162, 1163, 1164, 1165, 1166, 1167, 1168, 1169, 1170, 1172, 1173, 1174, 1175, 1176, 1177, 1178, 1179, 1180, 1182, 1183, 1184, 1185, 1186, 1187, 1188, 1189, 1190, 1192, 1193, 1194, 1195, 1196, 1197, 1198, 1199, 1200, 1202, 1203, 1204, 1205, 1206, 1207, 1208, 1209, 1210, 1212, 1213, 1214, 1215, 1216, 1217, 1218, 1219, 1220, 1222, 1223, 1224, 1225, 1226, 1227, 1228, 1229, 1230, 1232, 1233, 1234, 1235, 1236, 1237, 1238, 1239, 1240, 1242, 1243, 1244, 1245, 1246, 1247, 1248, 1249, 1250, 1252, 1253, 1254, 1255, 1256, 1257, 1258, 1259, 1260, 1262, 1263, 1264, 1265, 1266, 1267, 1268, 1269, 1270, 1272, 1273, 1274, 1275, 1276, 1277, 1278, 1279, 1280, 1282, 1283, 1284, 1285, 1286, 1287, 1288, 1289, 1290, 1292, 1293, 1294, 1295, 1296, 1297, 1298, 1299, 1300, 1302, 1303, 1304, 1305, 1306, 1307, 1308, 1309, 1310, 1312, 1313, 1314, 1315, 1316, 1317, 1318, 1319, 1320, 1322, 1323, 1324, 1325, 1326, 1327, 1328, 1329, 1330, 1332, 1333, 1334, 1335, 1336, 1337, 1338, 1339, 1340, 1342, 1343, 1344, 1345, 1346, 1347, 1348, 1349, 1350, 1352, 1353, 1354, 1355, 1356, 1357, 1358, 1359, 1360, 1362, 1363, 1364, 1365, 1366, 1367, 1368, 1369, 1370, 1372, 1373, 1374, 1375, 1376, 1377, 1378, 1379, 1380, 1382, 1383, 1384, 1385, 1386, 1387, 1388, 1389, 1390, 1392, 1393, 1394, 1395, 1396, 1397, 1398, 1399, 1400, 1402, 1403, 1404, 1405, 1406, 1407, 1408, 1409, 1410, 1412, 1413, 1414, 1415, 1416, 1417, 1418, 1419, 1420, 1422, 1423, 1424, 1425, 1426, 1427, 1428, 1429, 1430, 1432, 1433, 1434, 1435, 1436, 1437, 1438, 1439, 1440, 1442, 1443, 1444, 1445, 1446, 1447, 1448, 1449, 1450, 1452, 1453, 1454, 1455, 1456, 1457, 1458, 1459, 1460, 1462, 1463, 1464, 1465, 1466, 1467, 1468, 1469, 1470, 1472, 1473, 1474, 1475, 1476, 1477, 1478, 1479, 1480, 1482, 1483, 1484, 1485, 1486, 1487, 1488, 1489, 1490, 1492, 1493, 1494, 1495, 1496, 1497, 1498, 1499, 1500, 1502, 1503, 1504, 1505, 1506, 1507, 1508, 1509, 1510, 1512, 1513, 1514, 1515, 1516, 1517, 1518, 1519, 1520, 1522, 1523, 1524, 1525, 1526, 1527, 1528, 1529, 1530, 1532, 1533, 1534, 1535, 1536, 1537, 1538, 1539, 1540, 1542, 1543, 1544, 1545, 1546, 1547, 1548, 1549, 1550, 1552, 1553, 1554, 1555, 1556, 1557, 1558, 1559, 1560, 1562, 1563, 1564, 1565, 1566, 1567, 1568, 1569, 1570, 1572, 1573, 1574, 1575, 1576, 1577, 1578, 1579, 1580, 1582, 1583, 1584, 1585, 1586, 1587, 1588, 1589, 1590, 1592, 1593, 1594, 1595, 1596, 1597, 1598, 1599, 1600, 1602, 1603, 1604, 1605, 1606, 1607, 1608, 1609, 1610, 1612, 1613, 1614, 1615, 1616, 1617, 1618, 1619, 1620, 1622, 1623, 1624, 1625, 1626, 1627, 1628, 1629, 1630, 1632, 1633, 1634, 1635, 1636, 1637, 1638, 1639, 1640, 1642, 1643, 1644, 1645, 1646, 1647, 1648, 1649, 1650, 1652, 1653, 1654, 1655, 1656, 1657, 1658, 1659, 1660, 1662, 1663, 1664, 1665, 1666, 1667, 1668, 1669, 1670, 1672, 1673, 1674, 1675, 1676, 1677, 1678, 1679, 1680, 1682, 1683, 1684, 1685, 1686, 1687, 1688, 1689, 1690, 1692, 1693, 1694, 1695, 1696, 1697, 1698, 1699, 1700, 1702, 1703, 1704, 1705, 1706, 1707, 1708, 1709, 1710, 1712, 1713, 1714, 1715, 1716, 1717, 1718, 1719, 1720, 1722, 1723, 1724, 1725, 1726, 1727, 1728, 1729, 1730, 1732, 1733, 1734, 1735, 1736, 1737, 1738, 1739, 1740, 1742, 1743, 1744, 1745, 1746, 1747, 1748, 1749, 1750, 1752, 1753, 1754, 1755, 1756, 1757, 1758, 1759, 1760, 1762, 1763, 1764, 1765, 1766, 1767, 1768, 1769, 1770, 1772, 1773, 1774, 1775, 1776, 1777, 1778, 1779, 1780, 1782, 1783, 1784, 1785, 1786, 1787, 1788, 1789, 1790, 1792, 1793, 1794, 1795, 1796, 1797, 1798, 1799, 1800, 1802, 1803, 1804, 1805, 1806, 1807, 1808, 1809, 1810, 1812, 1813, 1814, 1815, 1816, 1817, 1818, 1819, 1820, 1822, 1823, 1824, 1825, 1826, 1827, 1828, 1829, 1830, 1832, 1833, 1834, 1835, 1836, 1837, 1838, 1839, 1840, 1842, 1843, 1844, 1845, 1846, 1847, 1848, 1849, 1850, 1852, 1853, 1854, 1855, 1856, 1857, 1858, 1859, 1860, 1862, 1863, 1864, 1865, 1866, 1867, 1868, 1869, 1870, 1872, 1873, 1874, 1875, 1876, 1877, 1878, 1879, 1880, 1882, 1883, 1884, 1885, 1886, 1887, 1888, 1889, 1890, 1892, 1893, 1894, 1895, 1896, 1897, 1898, 1899, 1900, 1902, 1903, 1904, 1905, 1906, 1907, 1908, 1909, 1910, 1912, 1913, 1914, 1915, 1916, 1917, 1918, 1919, 1920, 1922, 1923, 1924, 1925, 1926, 1927, 1928, 1929, 1930, 1932, 1933, 1934, 1935, 1936, 1937, 1938, 1939, 1940, 1942, 1943, 1944, 1945, 1946, 1947, 1948, 1949, 1950, 1952, 1953, 1954, 1955, 1956, 1957, 1958, 1959, 1960, 1962, 1963, 1964, 1965, 1966, 1967, 1968, 1969, 1970, 1972, 1973, 1974, 1975, 1976, 1977, 1978, 1979, 1980, 1982, 1983, 1984, 1985, 1986, 1987, 1988, 1989, 1990, 1992, 1993, 1994, 1995, 1996, 1997, 1998, 1999, 2000, 2002, 2003, 2004, 2005, 2006, 2007, 2008, 2009, 2010, 2012, 2013, 2014, 2015, 2016, 2017, 2018, 2019, 2020, 2022, 2023, 2024, 2025, 2026, 2027, 2028, 2029, 2030, 2032, 2033, 2034, 2035, 2036, 2037, 2038, 2039, 2040, 2042, 2043, 2044, 2045, 2046, 2047, 2048, 2049, 2050, 2052, 2053, 2054, 2055, 2056, 2057, 2058, 2059, 2060, 2062, 2063, 2064, 2065, 2066, 2067, 2068, 2069, 2070, 2072, 2073, 2074, 2075, 2076, 2077, 2078, 2079, 2080, 2082, 2083, 2084, 2085, 2086, 2087, 2088, 2089, 2090, 2092, 2093, 2094, 2095, 2096, 2097, 2098, 2099, 2100, 2102, 2103, 2104, 2105, 2106, 2107, 2108, 2109, 2110, 2112, 2113, 2114, 2115, 2116, 21

- সমীকরণ ও অসমতা সমাধানের জ্যামিতিক ব্যাখ্যা:
মনে করি, $f(x)$ এবং $g(x)$ দুইটি ফাংশন।
 $f(x) = g(x)$ এর সমাধান হলো $y = f(x)$ ও $y = g(x)$ এর লেখদ্বয়ের ছেদবিন্দুর x -স্থানাঙ্ক।
 $f(x) < g(x)$ এর সমাধান সেট হলো x এর সেই মানগুলি যাদের জন্য $f(x)$ এর লেখ $g(x)$ এর লেখের নিচে (below) অবস্থান করে।
 $f(x) > g(x)$ এর সমাধান সেট হলো x এর সেই মানগুলি যাদের জন্য $f(x)$ এর লেখ $g(x)$ এর লেখের ওপরে (above) অবস্থান করে।

□ পরমমান (Absolute value): সকল বাস্তব সংখ্যার সেটকে \mathbf{R} দ্বারা প্রকাশ করা হলে, যদি $x \in \mathbf{R}$ হয় তাহলে x এর পরমমান $|x|$ (পড়তে হয়, Modulus of x) দ্বারা সূচিত করা হয়।

এর সংজ্ঞা নিম্নরূপ:
$$|x| = \begin{cases} x & \text{যখন } x \geq 0 \\ -x & \text{যখন } x < 0 \end{cases}$$

- পরমমানের ধর্ম:
(1) $a \in \mathbf{R}$ এর জন্য $|a| \geq a$
(2) $x \in \mathbf{R}$ এর জন্য (i) $|x| \leq a \Rightarrow -a \leq x \leq a$
(ii) $|a| > |b| \Rightarrow a^2 > b^2$
(3) $a, b \in \mathbf{R}$ এর জন্য (i) $|a|^2 = a^2 = |-a|^2$
(ii) $|ab| = |a| |b|$
(iii) $|abc| = |a| |b| |c|$
(4) $a, b \in \mathbf{R}$ এর জন্য $\left| \frac{a}{b} \right| = \frac{|a|}{|b|}$ ($b \neq 0$)
(5) $a, b \in \mathbf{R}$ এর জন্য (i) $|a| + |b| \geq |a+b|$
(ii) $|a| + |b| > |a-b|$
(6) $a, b \in \mathbf{R}$ এর জন্য $|a| - |b| \leq |a-b|$

- ভালোভাবে মূলদ-অমূলদ সংখ্যা চিনিবার উপায়:
(i) 30 300 3000 30000
(ii) 30 300 300 300 3
অমূলদ সংখ্যার শেষ নেই এবং এতে পৌন:পুনিক থাকে না। তবে যদি থাকে তা মূলদ। যেমন- (ii) নং সংখ্যা।
যেকোন পূর্ণ সংখ্যাই মূলদ সংখ্যা।
দশমিকের পরে নির্দিষ্ট সংখ্যক অংক থাকলে তা মূলদ।
যেমন- (-4.30247, 4.38927)

এ অধ্যায়ের গাণিতিক সমস্যাসমূহকে নিম্নোক্ত Type এ অন্তর্ভুক্ত করা যায়

Type-01: সংখ্যার ধারণা

- Prob 01 নিম্নের কোনটি মূলদ সংখ্যা নয়?
A. 2.12 B. 2.1010101
C. -2 D. e

Sol: পৌন:পুনিক দশমিক একটি মূলদ সংখ্যা, অতএব সঠিক উত্তর (D).

- Prob 02 $A = \{ 2, 1.732, \sqrt{2}, \pi, 1.i0i, \frac{2}{3}, e \}$ সেটের অমূলদ ও মূলদ উপাদানগুলো চিহ্নিত কর।

Sol: অমূলদ উপাদানগুলো হলো: $\sqrt{2}, \pi, e$
মূলদ উপাদানগুলো হলো: $1, 1.732, 1.i0i, \frac{2}{3}$

Type-02: পরমমান ব্যক্তিত প্রকাশ সংক্রান্ত

- $|ax + b| \leq c$ হলে, $-c \leq ax + b \leq c$ থেকে x এর মান বের করতে হবে। একেই সমাধানকে এবং (and) দিয়েও লেখা যায়।
□ $|ax + b| \geq c$ হলে, $-c \geq ax + b \geq c$ থেকে যে মান পাওয়া যাবে একই সাথে তা অসঙ্গতিপূর্ণ তাই দুটি মানকে অথবা (or) দিয়ে প্রকাশ করতে হবে।

□ Prob 01 $|3x + 2| < 7$ অসমতাটির সমাধান কি?
Sol: $|3x + 2| < 7 \Rightarrow -7 < 3x + 2 < 7$
 $\Rightarrow -9 < 3x < 5 \Rightarrow -3 < x < 5/3$ Ans.

□ Prob 02 $|4x - 5| < 7$ অসমতাটির সমাধান কি?
Sol: $|4x - 5| < 7 \Rightarrow -7 < 4x - 5 < 7 \Rightarrow \frac{-7+5}{4} < x < \frac{7+5}{4}$

$\Rightarrow -\frac{1}{2} < x < 3$
 $\therefore x > -\frac{1}{2}$ এবং $x < 3$
 $\{x | x > -\frac{1}{2}\} \cap \{x | x < 3\}$ যে কোন ভাবেই লেখা যাবে
 $(-\frac{1}{2}, 3)$

□ Prob 03 $|2x + 3| \geq 9$ অসমতাটির সমাধান কি?
Sol: $|2x + 3| \geq 9 \Rightarrow -9 \geq 2x + 3 \geq 9$
 $\Rightarrow \frac{-9-3}{2} \geq x \geq \frac{9-3}{2} \Rightarrow -6 \geq x \geq 3$

$\therefore x \leq -6$ or $x \geq 3$
 $\{x | x \leq -6\} \cup \{x | x \geq 3\}$ যে কোন ভাবেই লেখা যাবে
 $(-\infty, -6] \cup [3, \infty)$

□ Prob 04 $\frac{1}{|3x+1|} \geq 5$ ($x \neq -\frac{1}{3}$) x এর মান কত?
Sol: $\frac{1}{|3x+1|} \geq 5 \Rightarrow \frac{1}{5} \geq |3x+1|$

$\Rightarrow |3x+1| \leq \frac{1}{5} \Rightarrow -\frac{1}{5} \leq 3x+1 \leq \frac{1}{5}$
 $\Rightarrow \frac{-\frac{1}{5}-1}{3} \leq x \leq \frac{\frac{1}{5}-1}{3} \Rightarrow -\frac{2}{5} \leq x \leq -\frac{4}{15}$
 \therefore নির্ণেয় সমাধান = $[-\frac{2}{5}, -\frac{1}{3}) \cup (-\frac{1}{3}, -\frac{4}{15}]$ Ans.

Type-03: পরমমান আকারে প্রকাশ সংক্রান্ত

- $a \leq bx + c \leq d$ হলে, প্রত্যেক অংশ হতে a, d এর বীজগাণিতিক গড় বিয়োগ করতে হবে। অর্থাৎ

$$a - \frac{a+d}{2} \leq bx + c - \frac{a+d}{2} \leq d - \frac{a+d}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{a-d}{2} \leq bx + k \leq \frac{d-a}{2} \quad [k = c - \frac{a+d}{2} \text{ ধরে}]$$

$$\Rightarrow -\frac{d-a}{2} \leq bx + k \leq \frac{d-a}{2} \therefore |bx + k| \leq \frac{d-a}{2} \text{ লিখতে হবে।}$$

Prob 01 $-7 \leq x \leq -1$ কে পরমমানের সাহায্যে প্রকাশ কর।

Sol: $-7 \leq x \leq -1 \Rightarrow -7 + 4 \leq x + 4 \leq -1 + 4$
 $\Rightarrow -3 \leq x + 4 \leq 3 \therefore |x + 4| \leq 3$

Prob 02 $-1 < 2x - 3 < 5$ কে পরমমানের সাহায্যে লিখ।

Sol: $-1 < 2x - 3 < 5$
 $\Rightarrow -1 - 2 < 2x - 3 - 2 < 5 - 2$
 $\therefore |2x - 5| < 3$

Prob 03 $-2 < 3 - x < 8$ কে পরমমানের সাহায্যে লিখ।

Sol: $-2 < 3 - x < 8$
 $\Rightarrow -2 - 3 < 3 - x - 3 < 8 - 3$
 $\Rightarrow -5 < -x < 5$
 $\Rightarrow 5 > x > -5 \Rightarrow -5 < x < 5 \therefore |x| < 5$

Prob 04 $|x - 1| < \frac{1}{10}$ হলে, $|x^2 - 1| = ?$

Sol: $|x - 1| < \frac{1}{10}$
 $\Rightarrow |x - 1 + 2| < \frac{1}{10} + 2$
 $\Rightarrow |x + 1| < \frac{21}{10}$
 $\therefore |(x - 1)(x + 1)| < \frac{1}{10} \times \frac{21}{10}$
 $\Rightarrow |x^2 - 1| < \frac{21}{100}$
 $\therefore |x^2 - 1| < \frac{21}{100}$

অথবা, $|x - 1| < \frac{1}{10}$
 $\Rightarrow -\frac{1}{10} < x - 1 < \frac{1}{10}$
 $\Rightarrow \frac{9}{10} < x < \frac{11}{10}$
 $\Rightarrow \frac{81}{100} < x^2 < \frac{121}{100}$
 $\Rightarrow -\frac{19}{100} < x^2 - 1 < \frac{21}{100}$
 $\Rightarrow -\frac{21}{100} < -\frac{19}{100} < x^2 - 1 < \frac{21}{100}$
 $\Rightarrow -\frac{21}{100} < x^2 - 1 < \frac{21}{100}$
 $\Rightarrow |x^2 - 1| < \frac{21}{100}$

Type-04: মান নির্ণয় সংক্রান্ত

Prob 01 $|-5| + 2 - 3 + |-5| - 3 = ?$

Sol: $|-5| + 2 - 3 + |-5| - 3 = 5 - 1 + 5 - 3 = 6$ Ans.

Prob 02 $|x - 3| = |x - 5|$ হলে, $x = ?$

Sol: $x - 3 = -(x - 5)$ [+ মান গ্রহণযোগ্য নয়]
 $\Rightarrow 2x = 8 \Rightarrow x = 4$ Ans.

Prob 03 $x^2 \leq 4$ হলে, x এর মান কত?

Sol: $x^2 \leq 4 \Rightarrow |x| \leq 2 \Rightarrow -2 \leq x \leq 2$ Ans.

Prob 04 $x^2 \geq 16$ হলে, x এর মান কত?

Sol: $x^2 \geq 16 \Rightarrow |x| \geq 4 \Rightarrow -4 \geq x \geq 4$
 $\therefore x \leq -4$ or $x \geq 4$ Ans.

Prob 05 $0 < |2x - 5| < 3$ অসমতাটির সমাধান সেট কি?

Sol: $|2x - 5| < 3$
 $\Rightarrow -3 < 2x - 5 < 3 \Rightarrow 1 < x < 4$

কিয় $x = 2.5$ হলে $|2x - 5| = 0 \therefore x \neq 2.5$

$\therefore 1 < x < 2.5$ or $2.5 < x < 4$ Ans.

বিকল্প রূপ $\{x | 1 < x < 2.5\} \cup \{x | 2.5 < x < 4\}$

Prob 06 $2 \leq |x - 4| \leq 9$ অসমতাটির সমাধান সেট কি?

Sol: $(x - 4)$ অঋণাত্মক হলে, $2 \leq x - 4 \leq 9$
 $\Rightarrow 6 \leq x \leq 13$
 $(x - 4)$ ঋণাত্মক হলে, $2 \leq -(x - 4) \leq 9$
 $\Rightarrow -2 \geq x - 4 \geq -9$
 $\Rightarrow 2 \geq x \geq -5$
 $\Rightarrow -5 \leq x \leq 2$
 $\therefore [6, 13] \cup [-5, 2]$ Ans.

Note $0 < |রাশি| < a$ এর ক্ষেত্রে Ans. 'অথবা' দিয়ে আসে।

Prob 07 $0 \leq |x - 4| < 7$ অসমতাটির সমাধান সেট কি?

Sol: $|x - 4| < 7 \Rightarrow -7 < x - 4 < 7 \Rightarrow -3 < x < 11$ Ans.

Note $0 \leq$ থাকা বা না থাকার মানে একই।

Type-05: উর্ধ্বসীমা ও নিম্নসীমা সংক্রান্ত

Prob 01 $S = \left\{1, \frac{3}{2}, 5, \frac{11}{2}\right\}$ সেটের উর্ধ্বসীমা কোনটি?

Sol: উর্ধ্বসীমা $\frac{11}{2}$ অথবা $\frac{11}{2}$ এর চেয়ে বড় কোন সংখ্যা। Ans.

Prob 02 $S = \left\{1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \dots\right\}$ সেটের নিম্নসীমা কোনটি?

Sol: নিম্নসীমা $\frac{1}{3}$ বা $\frac{1}{3}$ এর চেয়ে ছোট কোন সংখ্যা যেমন 0. Ans.

Prob 03 $S = \{x : 5x^2 - 16x + 3 < 0\}$ হলে, $\text{Sup } S, \text{Inf } S$ কত?

Sol: $S = \{x : 5x^2 - 16x + 3 < 0\} = \{x : (5x - 1)(x - 3) < 0\}$
 $= \{x : \frac{1}{5} < x < 3\} \therefore \text{Sup } S = 3$ এবং $\text{Inf } S = \frac{1}{5}$ Ans.

Prob 04 $Y = \{-1, -4, 0, 2, 4\}$ এর $\text{Inf } Y, \text{Sup } Y$ কত?

Sol: $\text{Sup } Y = 4$ এবং $\text{Inf } Y = -4$ Ans.

Prob 05 $x^2 + 6x - 27 > 0$ হলে, x এর সীমা নির্ণয় কর।

Sol: $x^2 + 6x - 27 > 0$
 $\Rightarrow (x - 3)(x + 9) > 0$
 $\therefore x > 3$ অথবা $x < -9$ Ans.

Prob 06 $3x - x^2 + 4 > 0$ হলে, x এর মান নির্ণয় কর।

Sol: $3x - x^2 + 4 > 0$
 $\Rightarrow (x - 4)(x + 1) < 0$
 $\therefore x > -1$ এবং $x < 4$ অর্থাৎ $-1 < x < 4$ Ans.

Prob 07 $x^2 - 11x + 30 < 0$ হলে x এর মান নির্ণয় কর।

Sol: $x^2 - 11x + 30 < 0 \Rightarrow (x - 6)(x - 5) < 0$
অসমতা < দিয়ে বিধায় বৈধ সম্পর্ক।
 $\therefore x > 5$ এবং $x < 6$ অর্থাৎ $5 < x < 6$ Ans.

Type-06: এক চলক বিশিষ্ট অসমতার সমাধান সংক্রান্ত

সকল $a, b \in \mathbb{R}$ এর জন্য = (i) $a > b \Rightarrow -a < -b$
 (ii) $a > b \Rightarrow \frac{1}{a} < \frac{1}{b}$

Prob 01 সমাধান কর: $4x - 1 > 2x + 3$

Sol: $4x - 1 > 2x + 3$
 $\Rightarrow 4x - 1 - 2x > 2x + 3 - 2x$ [উভয় পক্ষে $(-2x)$ যোগ করে]
 $\Rightarrow 2x - 1 > 3$
 $\Rightarrow 2x - 1 + 1 > 3 + 1$ [উভয়পক্ষে 1 যোগ করে]
 $\Rightarrow 2x > 4$
 $\Rightarrow \frac{2x}{2} > \frac{4}{2}$ [উভয় পক্ষকে 2 দ্বারা ভাগ করে]
 $\therefore x > 2$ Ans.

Prob 02 সমাধান কর: $x \leq \frac{1}{3}x + 1$

Sol: $x \leq \frac{1}{3}x + 1$
 $\Rightarrow x - \frac{1}{3}x \leq \frac{1}{3}x + 1 - \frac{1}{3}x$ [উভয়পক্ষে $(-\frac{1}{3}x)$ যোগ করে]
 $\Rightarrow \frac{2}{3}x \leq 1$
 $\Rightarrow \frac{2}{3}x \leq \frac{3}{2} \cdot 1$ [উভয়পক্ষে $\frac{3}{2}$ গুণ করে]
 $\Rightarrow x \leq \frac{9}{4}$
 \therefore নির্ণেয় সমাধান সেট $S = \{x \in \mathbb{R} : x \leq \frac{9}{4}\}$ Ans.

Type-07: বিবিধ

Technic: এ ধরনের সমস্যাবলি Option সিদ্ধ করে করাই সবচেয়ে সুবিধাজনক। Option এর মানগুলো অসমতা/সমীকরণের বামপক্ষে বসিয়ে, যে Option টির জন্য অসমতা/সমীকরণ সিদ্ধ হবে সেটিই Ans.

Prob 01 $|1-x| - x = 0$ সমীকরণটি সমাধান কর।

- A. $x = 0$ B. $x = 1$ C. $x = 1/2$ D. $x = 1/3$

Sol: $|1-x| - x = 0$
 $x = 0.5$ বসালে সমীকরণ সিদ্ধ হয়। **Ans. C**

Prob 02 $|x-5| - 3x < 7$ অসমতাটি সমাধান কর।

- A. $x < -6$ B. $x > -6$ C. $x < -\frac{1}{2}$ D. $x > -\frac{1}{2}$

Sol: A $\rightarrow x < -6$ বলে $x = -7$ বসিয়ে, বামপক্ষ = 33 যা অসমতাকে সিদ্ধ করে না।
 B $\rightarrow x > -6$ বলে $x = -5$ বসিয়ে, বামপক্ষ = 25 যা অসমতাকে সিদ্ধ করে না।
 C $\rightarrow x < -\frac{1}{2}$ বলে $x = -1$ বসিয়ে, বামপক্ষ = 9 যা অসমতাকে সিদ্ধ করে না।
 D $\rightarrow x > -\frac{1}{2}$ বলে $x = 1$ বসিয়ে, বামপক্ষ = 2 যা অসমতাকে সিদ্ধ করে। **Ans. D**

Prob 01 $|x-5| = 2x + 4$ অসমতাটি সমাধান কর।

- A. $x = -9$ B. $x = -9$ C. $x = \frac{1}{3}$ D. $x = \frac{1}{3}$

Sol: $x = -9$ বলে $x = -10$ বসিয়ে, বামপক্ষ = 15 যা অসমতাকে সিদ্ধ করে। **Ans. A**

ঢাকা বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীকার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
 [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $\left|5 - \frac{2}{3x}\right| < 1$ অসমতাটির সমাধান সেট- [15-16]

- A. $3 < x < 4$ B. $\frac{1}{9} > x > \frac{1}{10}$ C. $\frac{1}{9} < x < \frac{1}{6}$ D. $\frac{1}{3} < x < \frac{1}{2}$

Ans C Solve $\left|5 - \frac{2}{3x}\right| < 1 \Rightarrow -1 < 5 - \frac{2}{3x} < 1$

$\Rightarrow -1 - 5 < -\frac{2}{3x} < 1 - 5 \Rightarrow -6 < -\frac{2}{3x} < -4 \Rightarrow 6 > \frac{2}{3x} > 4$

$\Rightarrow 3 > \frac{1}{3x} > 2 \Rightarrow \frac{1}{3} < 3x < \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{9} < x < \frac{1}{6}$

02. $-7 < x < -1$ কে পরমমানের সাহায্যে লিখলে পাঁড়ায়- [15-16]

- A. $|x+3| < 4$ B. $|x+1| < 3$ C. $|x+4| < 3$ D. $|x-4| < 1$

Ans C Solve $-7 < x < -1$ \therefore এখানে, $\frac{-7-1}{2} = -4$

$\Rightarrow -7 + 4 < x + 4 < -1 + 4$

$\Rightarrow -3 < x + 4 < 3 \Rightarrow |x + 4| < 3$

03. x এর বাস্তব মানের জন্য $|4x-3| > 1$ অসমতার সমাধান- [14-15]

- A. $(-\infty, \frac{1}{2})$ B. $(1, \infty)$
 C. $(-\infty, \frac{1}{2}) \cup (1, \infty)$ D. $(-\infty, \frac{1}{2}] \cup [1, \infty)$

Ans C Solve $|4x-3| > 1 \Rightarrow -1 > 4x-3 > 1$

$\Rightarrow -1 + 3 > 4x > 1 + 3 \Rightarrow 2 > 4x > 4 \Rightarrow \frac{1}{2} > x > 1$

$\Rightarrow x < \frac{1}{2}$ অথবা, $x > 1$ **Ans. $(-\infty, \frac{1}{2}) \cup (1, \infty) \Rightarrow (C)$**

04. যদি $a*b = \frac{ab}{a+b}$ দ্বারা a এবং b বাস্তব সংখ্যার মধ্যে সম্পর্ক * দ্বারা

সংজ্ঞায়িত করা হয়, তবে $10*2 = [14-15]$

- A. $5/3$ B. $5/2$ C. 5 D. 2

Ans A Solve $a*b = \frac{ab}{a+b} \therefore 10*2 = \frac{10 \times 2}{10+2} = \frac{20}{12} = \frac{5}{3}$

05. বাস্তব সংখ্যায় $\frac{1}{|3x+1|} \geq 5$ অসমতাটির সমাধান- [13-14]

- A. $(-\frac{2}{3}, -\frac{1}{3}) \cup (-\frac{1}{3}, -\frac{4}{5})$ B. $(-\frac{2}{5}, -\frac{1}{3}) \cup (-\frac{1}{3}, -\frac{4}{15})$
 C. $(-\frac{2}{3}, -\frac{4}{15})$ D. None

Ans B Solve $\frac{1}{|3x+1|} \geq 5 \Rightarrow |3x+1| \leq \frac{1}{5} \Rightarrow -\frac{1}{5} \leq 3x+1 \leq \frac{1}{5}$

$\Rightarrow -\frac{6}{5} \leq 3x \leq -\frac{4}{5} \Rightarrow -\frac{2}{5} \leq x \leq -\frac{4}{15}$ [যখন $x \neq -\frac{1}{3}$]

\therefore সমাধান = $(-\frac{2}{5}, -\frac{1}{3}) \cup (-\frac{1}{3}, -\frac{4}{15})$

06. বাস্তব সংখ্যা $\frac{1}{2x-3} > 5$ অসমতাটির সমাধান হলো: [12-13, 09-10]

- A. $\left(\frac{7}{5}, \frac{8}{5}\right)$ B. $\left(\frac{7}{5}, \frac{8}{5}\right]$
 C. $\left(\frac{7}{5}, \frac{3}{2}\right) \cup \left(\frac{3}{2}, \frac{8}{5}\right)$ D. $\left[\frac{7}{5}, \frac{3}{2}\right) \cup \left[\frac{3}{2}, \frac{8}{5}\right]$

Ans C Solve $\frac{1}{2x-3} > 5 \Rightarrow 2x-3 < \frac{1}{5} \Rightarrow -\frac{1}{5} < 2x-3 < \frac{1}{5}$
 $\Rightarrow \frac{-1+15}{5} < 2x < \frac{1+15}{5} \Rightarrow \frac{7}{5} < x < \frac{8}{5}$ অর্থাৎ, $2x-3 \neq 0$
 $\therefore x \in \left(\frac{7}{5}, \frac{8}{5}\right)$ সমাধান = $\left(\frac{7}{5}, \frac{3}{2}\right) \cup \left(\frac{3}{2}, \frac{8}{5}\right)$

07. বাস্তব সংখ্যা $|3-2x| \leq 1$ অসমতাটির সমাধান- [11-12]

- A. $1 < x < 2$ B. $1 \leq x \leq 2$ C. $x \leq 1$ or $x \geq 2$ D. $1 < x < 2$

Ans B Solve $|3-2x| \leq 1 \Rightarrow -1 \leq 3-2x \leq 1$
 $\Rightarrow -4 \leq -2x \leq -2 \Rightarrow 2 \geq x \geq 1 \Rightarrow 1 \leq x \leq 2$

08. $|5-2x| \leq 4$ অসমতাটির সমাধান- [10-11; 11-12-13]

- A. $-1 \leq x \leq 0$ B. $\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{9}{2}$
 C. $x \leq -\frac{1}{2}$ or $x \geq \frac{9}{2}$ D. $-\frac{1}{2} < x < \frac{9}{2}$

Ans B Solve $|5-2x| \leq 4$
 $\Rightarrow -4 \leq 5-2x \leq 4 \Rightarrow 4 \geq 2x-5 \geq -4$
 $\Rightarrow 9 \geq 2x \geq 1 \Rightarrow \frac{9}{2} \geq x \geq \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{2} \leq x \leq \frac{9}{2}$
 $\therefore S = \left\{x : x \geq \frac{1}{2} \text{ এবং } x \leq \frac{9}{2}\right\}$



09. $5x - x^2 - 6 > 0$ হলে- [08-09]

- A. $x < 2$ B. $2 > x > 3$
 C. $2 < x < 3$ D. $x > 3, x < 2$

Ans C Solve $5x - x^2 - 6 > 0$
 $\Rightarrow -(x^2 - 5x + 6) > 0 \Rightarrow x^2 - 5x + 6 < 0$
 $\Rightarrow (x-3)(x-2) < 0 \Rightarrow 2 < x < 3$

10. $|7-3x| \leq 5$ অসমতাটির সমাধান [06-07]

- A. $-\frac{5}{3} \leq x \leq \frac{7}{3}$ B. $\frac{2}{3} \leq x \leq 4$
 C. $x \leq -\frac{5}{3}$ D. $x \geq \frac{7}{3}$ অর্থাৎ $x \leq -\frac{5}{3}$

Ans B Solve $|7-3x| \leq 5 \Rightarrow -5 < 7-3x < 5$
 $\Rightarrow -12 \leq -3x \leq -2 \Rightarrow 2 \leq 3x \leq 12 \Rightarrow \frac{2}{3} \leq x \leq 4$

11. বাস্তব সংখ্যা $|3x-2| < 1$ অসমতাটির সমাধান [05-06]

- A. $\frac{1}{3} \leq x \leq 1$ B. $x \leq 2$ or $\frac{1}{2} \leq x$
 C. $x \geq 1$ D. $x \leq 3$ or $x > 1$

Ans A Solve $|3x-2| < 1$
 $\Rightarrow -1 < 3x-2 < 1 \Rightarrow 1 \leq 3x \leq 3 \Rightarrow \frac{1}{3} \leq x \leq 1$

12. কোনটি অমূলক সংখ্যা নয়? [04-05]

- A. 0 101001000100001... B. 0 101101101101...
 C. $\sqrt{11}$ D. π

Ans B Solve 0 101101101101... = 0.101

13. বাস্তব সংখ্যা: $|5-2x| \geq 4$ অসমতাটির সমাধান: [03-04]

- A. $\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{9}{2}$ B. $x \leq \frac{1}{2}$ or $\frac{9}{2} \leq x$
 C. $x \leq \frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{2} \leq x \leq 9$ or $x \geq \frac{27}{2}$

Ans B Solve $|5-2x| \geq 4 \Rightarrow (5-2x) \geq 4$
 or $-(5-2x) \geq 4$
 $\therefore x \leq \frac{1}{2}$ or $x \geq \frac{9}{2}$

14. বাস্তব সংখ্যার $0 < |x-3| < 4$ অসমতাটির সমাধান সেট? [02-03]

- A. $\{x : -1 < x < 7\}$
 B. $\{x : -1 < x < 7\}$
 C. $\{x : -1 < x < 3\} \cap \{x : 3 < x < 7\}$
 D. $\{x : -1 < x < 3\} \cup \{x : 3 < x < 7\}$

Ans D Solve $x-3 < 4 \Rightarrow -4 < x-3 < 4$
 $\Rightarrow -1 < x < 7$ [কিন্তু $x=3$ হলে, $|x-3|=0$ হয়]
 $\therefore \{x : -1 < x < 3\} \cup \{x : 3 < x < 7\}$

15. $|2x-7| > 5$ অসমতাটির বাস্তব সংখ্যার সমাধান কি? [01-02]

- A. $x < 1$ B. $x > 6$
 C. $x > 6$ অথবা $x < 1$ D. $x > 6$ এবং $x < 1$

Ans C Solve $|2x-7| > 5$ অথবা $2x-7 < -5$
 $x > 6$ অথবা $x < 1$

16. $|2x-7| < 5$ অসমতাটির বাস্তব সংখ্যার সমাধান কি? [00-01]

- A. $x > 1$ B. $x < 6$
 C. $x > 6$ অথবা $x < 6$ D. $x > 1$ এবং $x < 6$

Ans D Solve $-5 < 2x-7 < 5 \Rightarrow 1 < x < 6$
 $\therefore x > 1$ এবং $x < 6$

জগন্নাথ বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
 [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $x \leq \frac{1}{2}$ বা $x \geq \frac{9}{2}$ কে পরমমান (absolute value) আকারে প্রকাশ করলে হবে- [15-16]

- A. $|2x-5| \leq 4$ B. $|5-2x| \geq 4$ C. $|5-2x| \leq 4$ D. $|5-2x| \leq \frac{1}{4}$

Ans B Solve $x \leq \frac{1}{2}$ বা $x \geq \frac{9}{2}$
 $\Rightarrow 2x \leq 1$ বা $2x \geq 9 \therefore \frac{1+9}{2} = 5$

$\Rightarrow 2x-5 \leq 1-5$ বা, $2x-5 \geq 9-5$
 $\Rightarrow 2x-5 \leq -4$ বা, $2x-5 \geq 4 \Rightarrow |2x-5| \geq 4 \Rightarrow |5-2x| \geq 4$

02. বাস্তব সংখ্যার $|3-2x| \leq 1$ অসমতাটির সমাধান-[14-15]

- A. $1 < x < 2$ B. $1 \leq x \leq 2$ C. $x \leq 1$ or ≥ 2 D. $1 < x \leq 2$

Ans B Solve $|3-2x| \leq 1$

$-1 \leq 3-2x \leq 1$
 $\Rightarrow -1-3 \leq -2x \leq 1-3 \Rightarrow -4 \leq -2x \leq -2$
 $\Rightarrow 2 \leq 2x \leq 4 \Rightarrow 1 \leq x \leq 2$

08. $|2x + 4| < 8$ এর অসমতাটি হবে- [14-15]
 A. $-8 < x < 8$ B. $-4 < x < 4$ C. $-5 < x < 12$ D. $-6 < x < 2$
Ans D Solve $|2x + 4| < 8 \Rightarrow -8 < 2x + 4 < 8$
 $\Rightarrow -8 - 4 < 2x < 8 - 4 \Rightarrow -12 < 2x < 4 \Rightarrow -6 < x < 2$
09. If x is a real number and $x^2 \leq 81$, then which of the following is true? [13-14]
 A. $x \leq 9$ B. $-9 \leq x$ C. $-9 < x \leq 9$ D. $-9 \leq x \leq 9$
Ans D Solve [Same as type-04, prob-04]
10. What is the range of $y = |x - 2| + 3$? [13-14]
 A. $[3, \infty)$ B. $(-\infty, \infty)$ C. $(-\infty, 3]$ D. $[-3, \infty)$
Ans A Solve x এর মান 2 হলে, $y = 3$
 সুতরাং রেঞ্জ 3 থেকে শুরু হয়ে অসীম পর্যন্ত হবে।
 \therefore রেঞ্জ, $R_y = [3, \infty)$
11. $|3x + 2| < 7$ হলে, x -এর মান কত? [10-11, 11-12]
 A. $-3 < x < \frac{5}{3}$ B. $-5 < x < 5$ C. $-\frac{5}{3} < x < 3$ D. $-\frac{5}{3} < x < \frac{5}{3}$
Ans A Solve $|3x + 2| < 7 \Rightarrow -7 < 3x + 2 < 7$
 $\Rightarrow -9 < 3x < 5 \Rightarrow -3 < x < \frac{5}{3}$
12. $|x - 3| < 2$ এর সমাধান সেট হবে- [09-10]
 A. $-1 < x < 4$ B. $-1 < x < 5$ C. $1 < x < 5$ D. $1 < x < 3$
Ans C Solve $|x - 3| < 2 \Rightarrow -2 < x - 3 < 2 \Rightarrow 1 < x < 5$
13. নিচের কোনটিকে দুইটির পূর্ণ সংখ্যার অনুপাতে প্রকাশ করা যায় না। [08-09]
 A. $\sqrt{2}$ B. $\sqrt[3]{11}$ C. π D. সবগুলো
Ans D Solve $\sqrt{2}, \sqrt[3]{11}, \pi$ সবগুলো অমূলদ সংখ্যা।
14. সমাধান কর: $2x - 3 < 5$ [08-09]
 A. $8 < -4$ B. $x > 4$ C. $x = 4$ D. $x > -4$
Ans Blank Solve $2x < 5 + 3 \Rightarrow x < 4$
15. $x + 2y \leq 50$ এর সমাধান কোনটি? [08-09]
 A. (20, 25) B. (10, 50) C. (50, 25) D. (10, 5) **Ans. D**

চট্টগ্রাম বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
 [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $-2 < x < 5$ অসমতাটি পরম মানে লেখা যায়: [15-16; MBSTU 15-16]
 A. $|x-3| < 8$ B. $|2x-3| < 7$ C. $|2x+3| < 7$ D. $|2x-3| < 8$
Ans B Solve $-2 < x < 5 \Rightarrow \frac{-2+5}{2} < \frac{x}{2} < \frac{-2+5}{2}$
 $\Rightarrow -2 - \frac{3}{2} < x - \frac{3}{2} < 5 - \frac{3}{2} \Rightarrow -\frac{7}{2} < x - \frac{3}{2} < \frac{7}{2}$
 $\Rightarrow -7 < 2x - 3 < 7 \Rightarrow |2x - 3| < 7$
02. 5 এর গুনিতক এবং 50 থেকে ছোট সংখ্যা নিচের কোনটি দ্বারা প্রকাশ করা যায়? [15-16]
 A. ϕ B. $\{0, 5, 10, 50\}$ C. $\{5, 10, 15, \dots, 50\}$
 D. $\{x/x = 5k \ \& \ x \leq 50\}$ E. পূর্ববর্তী কোনটিই নয়
Ans E Solve পূর্ববর্তী কোনটিই নয়
03. যদি দুটি সংখ্যার যোগফল 7 এবং গুণফল 10 হয়, তবে সংখ্যা দুটির মধ্যে বড় সংখ্যাটি কত? [15-16]
 A. -2 B. 2 C. 3
 D. $\frac{1}{4}$ E. 5
Ans E Solve $7 = 5 + 2, 10 = 5 \times 2$
 বড় সংখ্যাটি = 5

04. $\log_8 81 = -4$ হতে x এর মান বের কর? [15-16]
 A. 3 B. -3 C. $\frac{1}{3}$
 D. 4 E. -4
Ans C Solve $\log_8 81 = -4 \Rightarrow x^{-4} = 81$
 $\Rightarrow x^4 = \frac{1}{81} = \frac{1}{3^4} \therefore x = \frac{1}{3}$
05. $(-2)^4 \times (-2)^4 =$ কত? [15-16]
 A. 1 B. 64 C. -64
 D. 256 E. -256
Ans D Solve $(-2)^4 \times (-2)^4 = 16 \times 16 = 256$
06. বাস্তব সংখ্যার সেট = \mathbb{R} , পূর্ণ সংখ্যার সেট = \mathbb{Z} এবং স্বাভাবিক সংখ্যা সেট = \mathbb{N} ধর। নিচের কোনটি সত্য? [15-16]
 A. $\mathbb{Z} \subset \mathbb{N} \subset \mathbb{R}$ B. $\mathbb{R} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{N}$ C. $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{R}$
 D. $\mathbb{Z} \subset \mathbb{R} \subset \mathbb{N}$ E. কোনটিই নয়
Ans C Solve প্রথমতে, $\mathbb{R} \supset \mathbb{Z} \supset \mathbb{N} \Rightarrow \mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{R}$
07. $2\log_2 x = 3 + \log_2 (x + 6)$ হলে x এর মান কত? [15-16]
 A. 9 B. 8 C. 18
 D. 12 E. 27
Ans D Solve $2\log_2 x = 3 + \log_2 (x + 6)$
 $\Rightarrow \log_2 x^2 - \log_2 (x + 6) = 3 \Rightarrow \log_2 \left(\frac{x^2}{x + 6}\right) = 3$
 $\Rightarrow \left(\frac{x^2}{x + 6}\right) = 2^3 \Rightarrow \frac{x^2}{x + 6} = 8 \Rightarrow x^2 = 8x + 48$
 $\Rightarrow x^2 - 8x - 48 = 0 \Rightarrow x^2 - 12x + 4x - 48 = 0$
 $\Rightarrow x(x - 12) + 4(x - 12) = 0 \Rightarrow (x - 12)(x + 4) = 0$
 $\Rightarrow x = 12, -4 \therefore x = 12$
08. $3^{2x-1}, 9^x$ এবং 243 কোন জ্যামিতিক প্রগমনের তিনটি ক্রমিক সংখ্যা হলে x এর মান কত? [15-16]
 A. 2 B. 7 C. 9
 D. 8 E. 212
Ans A Solve $3^{2x-1}, 9^x$ এবং 243 জ্যামিতিক প্রগমন
 $\therefore (9x)^2 = 3^{2x-1} \times 243$
 $\Rightarrow 3^{4x} = 3^{2x-1} \times 243 \Rightarrow 3^{2x+1} = 3^5$
 $\Rightarrow 2x + 1 = 5 \Rightarrow 2x = 4$
 $\therefore x = 2$
09. ধরা যাক $\log \frac{x}{2} = \log \frac{y}{3} = \log \frac{z}{5}$ যদি $A = xy$ এবং $B = yz$ হয়, তবে নিচের কোনটি সত্য? [15-16]
 A. $A > B$ B. $A < B$ C. $A = B$
 D. $A = B^2$ E. কোনটিই নয়
Ans B Solve $\log \frac{x}{2} = \log \frac{y}{3} = \log \frac{z}{5}$
 $\Rightarrow \frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{5} = k$
 $x = 2k$ | $A = xy = 6k^2$
 $y = 3k$ | $B = yz = 15k^2$
 $z = 5k$
 $B > A \Rightarrow A < B$
10. $|x - 5| = 5$ হলে x এর মান কত? [14-15]
 A. 10 B. 0 C. 10, -10 D. 10, 0 E. 0, -10
Ans D Solve $|x - 5| = 5 \Rightarrow x - 5 = \pm 5$
 $\Rightarrow x - 5 = 5$ অথবা, $x - 5 = -5 \Rightarrow x = 10 \Rightarrow x = 0$
 $\therefore x = 10, 0$

11. অসমতা $x \leq x^2$ এর সমাধান হবে- [14-15]
 A. $x \leq 0$ B. $1 \leq x$ C. $0 \leq x \leq 1$ D. $x \leq 0$ অথবা $1 \leq x$
Ans D Solve $x \leq x^2 \Rightarrow x^2 \geq x \Rightarrow x^2 - x \geq 0$
 $\Rightarrow x(x-1) \geq 0 \Rightarrow x \leq 0$ অথবা, $x-1 \geq 0$
 $\Rightarrow x \leq 0$ অথবা, $x \geq 1 \Rightarrow x \leq 0$ অথবা, $1 \leq x$.
12. For negative value of x what will be the solution of $3 < |x| < 5$? [14-15]
 A. $5 < x < 3$ B. $-3 < x < -5$ C. $3 < x < 5$
 D. $-5 < x < -3$ E. None of these
Ans D Solve $3 < |x| < 5$
 x -ঋণাত্মক হলে $3 < -x < 5$
 $\Rightarrow -3 > x > -5$
 $\Rightarrow -5 < x < -3$

13. Suppose $(x^2 - 1)^2 = 0$, then [14-15]
 A. $x = 1$ B. $x = \pm 1$ C. $\pm 1, \pm 1$
 D. 1, 1, 1 E. None of the above
Ans B Solve $(x^2 - 1)^2 = 0$
 $\Rightarrow (x^2 - 1)(x^2 - 1) = 0$
 $\Rightarrow x^2 - 1 = 0$ অথবা, $x^2 - 1 = 0$
 $\Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm 1$
 $\therefore x = \pm 1, \pm 1 \Rightarrow x = \pm 1$
14. যদি $|a| \leq 1$ ও $|a| \geq 1$ হয়, তাহলে [14-15]
 A. $a = 0$ B. $a > 1$ C. $a < 1$ D. $a = \pm 1$ E. $a = \pm 2$
Ans D Solve যদি $|a| \leq 1$ আবার $|a| \geq 1$
 তবে $|a| \leq 1 \Rightarrow -1 \leq a \leq 1$ $|a| \geq 1 \Rightarrow -1 \geq a \geq 1$

15. $\log_2 1278 = 6$ হলে x এর মান হয়- [14-15]
 A. $2\sqrt{3}$ B. $3\sqrt{2}$ C. $4\sqrt{3}$ D. $3\sqrt{3}$ E. $5\sqrt{2}$
Ans A Solve $\log_2 1278 = 6 \Rightarrow 1278 = x^6$
 $\Rightarrow x = 3.2942 \Rightarrow 2\sqrt{3}$
16. ছয়টি ক্রমিক বিজোড় সংখ্যার যোগফল ইহাদের সর্বোচ্চটির দ্বিগুণের থেকে 38 বেশি। সংখ্যা ছয়টির যোগফল নির্ণয় কর। [14-15]
 A. 43 B. 50 C. 64 D. 72 E. কোনটিই নয়
Ans D Solve প্রশ্নমতে,
 $(2n+1) + (2n+3) + (2n+5) + (2n+7) + (2n+9) + (2n+11)$
 $= 2(2n+11) + 38$
 $\Rightarrow 12n + 1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 = 4n + 22 + 38$
 $\Rightarrow 8n + 3 \times 12 = 60 \Rightarrow 8n = 60 - 36$
 $\Rightarrow 8n = 24 \Rightarrow n = 3$
 যোগফল $= (2n+11) + 38 = 2 \times 17 + 38 = 34 + 38 = 72$

17. যদি $3^{x+y} = 1$ এবং $7^{3x-y} = 49$ হয়, তবে x^y এর মান সংখ্যায় প্রকাশ কর। [14-15]
 A. 3^2 B. 3^7 C. 0 D. $y \log x$ E. $\sqrt{2}$
Ans E Solve
 $3^{x+y} = 1 \Rightarrow 3^{x+y} = 3^0$
 $\Rightarrow x+y = 0 \dots\dots(i)$
 $(i) + (ii) 4x = 2$
 $\Rightarrow x = \frac{1}{2}, y = -x = -\frac{1}{2}$
 $\therefore x^y = \left(\frac{1}{2}\right)^{-1/2} = 2^{1/2} = \sqrt{2}$

18. যদি $\frac{1}{x} + y = 2$ এবং $x + \frac{1}{y} = 3$ হয় তবে $x:y = ?$ [14-15]
 A. 1:2 B. 2:3 C. 3:2 D. 7:4 E. 11:13
Ans C Solve $\frac{1}{x} + y = 2$ $x + \frac{1}{y} = 3$
 $\Rightarrow 1 + xy = 2x \dots (i)$ $\Rightarrow 1 + xy = 3y \dots (ii)$
 $(i) - (ii)$ হতে $\Rightarrow 2x - 3y \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{3}{2} \therefore x:y = 3:2$
19. যদি $|x+3| = 5$ হয়, তাহলে- [11-13]
 A. $x = 3$ বা -8 B. $x = 2$ বা -6 C. $x = 3$ বা -7
 D. $x = 2$ বা -8 E. কোনটি নয়
Ans D Solve $|x+3| = 5 \therefore x = 2; x+3 = -5 \Rightarrow x = -8$

20. $A = \{1, \sqrt{2}, \frac{2}{3}, \sqrt{3}, \pi\}$ সেটের অমূলদ উপাদানগুলি হবে- [C 12-13]
 A. $\sqrt{2}, \frac{3}{2}$ এবং $\sqrt{3}$ B. $\sqrt{2}$ এবং $\frac{3}{2}$ C. $\sqrt{2}, \sqrt{3}$ এবং π
 D. $\frac{3}{2}$ এবং π E. $\sqrt{2}, \frac{3}{2}, \sqrt{3}$ এবং π **Ans. C**
21. $x^2 - 8x < 33$ হলে, x এর মান হবে- [11-12]
 A. $-3 < x < 11$ B. $11 < x < 22$
 C. $-1 \leq x < 10$ D. $-1 < x < 2$ E. $2 \leq x < 5$
Ans A Solve $x^2 - 8x < 33 \Rightarrow x^2 - 8x - 33 < 0$
 $\Rightarrow x^2 - 11x + 3x - 33 < 0 \Rightarrow x(x-11) + 3(x-11) < 0$
 $\Rightarrow (x-11)(x+3) < 0 \Rightarrow -3 < x < 11$
22. x এর সকল মান $x^3 \geq 1$ শর্তটি সিদ্ধ করে হচ্ছে- [10-11]
 A. $(-\infty, \infty)$ B. $(-\infty, 0)$ C. $(0, \infty)$
 D. $[1, \infty)$ E. $(1, \infty)$
Ans D Solve $x^3 - 1 \geq 0$
 $\Rightarrow (x-1)(x^2+x+1) \geq 0 \Rightarrow x-1 \geq 0 \Rightarrow x \geq 1$
 $\therefore x$ -এর $[1, \infty)$ এর মান সিদ্ধ করে।

23. $|3x-1| \leq 5$ এর পরমমান চিহ্ন অপসারণ করলে পাওয়া যাবে- [09-10]
 A. $2 \leq x \leq 3$ B. $-2 \leq x < 3$
 C. $2 \leq x \leq 5$ D. $-2 \leq x \leq 3$ E. কোনটিই নয়
Ans E Solve $|3x-1| \leq 5 \Rightarrow -5 \leq 3x-1 \leq 5$
 $\Rightarrow -4 \leq 3x \leq 6 \Rightarrow -\frac{4}{3} \leq x \leq 2$
24. $|3x+6| \leq 12$ বলতে কোনটি বুঝায়? [11 08-09]
 A. $-6 \leq x \leq 2$ B. $-2 \leq x < 6$
 C. $-3 \leq x \leq 4$ D. $-1 \leq x \leq 7$ E. কোনটি নয় **Ans. A**
25. $-5 < x+2 < 3$ কে পরমমানের মাধ্যমে প্রকাশ করলে- [08-09, 05-06]
 A. $|x+2| < 5$ B. $|x+1| < 3$
 C. $|x+3| < 4$ D. $|x+3| < 3$ E. $|x+2| < 8$
Ans C Solve $-5 < x+2 < 3 \Rightarrow -7 < x < 1$
 $\Rightarrow -4 < x+3 < 4 \Rightarrow |x+3| < 4$

26. $|x-5| = 5$ হলে, x এর মান কত? [08-09]
 A. 10 B. 0 C. 10, -10 D. 10, 0 E. 0, -10
Ans D Solve $(x-5)^2 = 25$ হলে $x = 10$
 $(x-5)$ ঋণাত্মক হলে $x = 0 \therefore x = 10, 0$
27. কোনটি মূলদ সংখ্যা? [G 08-09]
 A. $\sqrt{3}$ B. $\frac{1}{2}$ C. e D. π E. সবগুলো
Ans B Solve মূলদ সংখ্যার সীমায়িত মান আছে যা পৌনঃপুনিক দ্বারা আবদ্ধ করা যায় এবং p/q আকারে প্রকাশ করা যায়।

28. $|x| \geq 3$ অসমতার সমাধান হবে- [07-08]

- A. $(-\infty, -3] \cup [3, \infty)$ B. $(-\infty, -3) \cup (3, \infty)$
 C. $(-\infty, -3) \cap [3, \infty)$ D. $(-\infty, -3) \cap (3, \infty)$ E. কোনটিই নয়

Ans A Solve $|x| \geq 3 \Rightarrow -3 \geq x \geq 3$ $\therefore x \leq -3$ or $x \geq 3 \Rightarrow (-\infty, -3] \cup [3, \infty)$ 29. $-1 < x < 7$ এর অন্যরূপ হচ্ছে [04-05]

- A. $|x-2| < 3$ B. $|x+2| < 5$
 C. $|x-3| < 4$ D. $|x+3| < 4$

Ans C30. $|2x+4| < 8$ এর পরম মান চিহ্ন বর্জিত রূপ হবে- [04-05]

- A. $-6 < x < 2$ B. $-2 < x < 4$ C. $-4 < x < 2$ D. $2 < x < 6$

Ans A Solve $|2x+4| < 8 \Rightarrow -4 < x+2 < 4 \Rightarrow -6 < x < 2$ 31. $|x-4| = 2$ এর সমান হবে- [C 04-05]

- A. $x=3$ or 2 B. $x=6$ or -2 C. $x=6$ or 3 D. $x=2$ or 6

Ans D Solve x এর মান ধনাত্মক ধরে, $x-4=2 \Rightarrow x=6$ x এর মান ঋণাত্মক ধরে, $-(x-4)=2$ $\Rightarrow x-4=-2 \Rightarrow x=-2+4=2 \therefore x=6$ or 2 32. $|x-1| \geq 1$ এর পরমমান চিহ্নযুক্ত রূপ হচ্ছে- [03-04]

- A. $0 \geq x \geq 2$ B. $0 \leq x \leq 1$
 C. $-2 \leq x \leq 1$ D. $0 \geq x \geq 1$

Ans A33. $-9 \leq x \leq 1$ কে পরমমান চিহ্নযুক্ত করলে দাঁড়ায়- [03-04]

- A. $|x+4| \leq 5$ B. $|x+3| \leq 3$
 C. $|x+4| \geq 5$ D. $|x+4| < 5$

Ans A

খুলনা বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
 [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $4 < x < 10$ অসমতার পরম মান হলো- [15-16]

- A. $|x-4| < 10$ B. $4 < |x-10|$
 C. $|x-7| < 3$ D. $|x-7| > 3$

Ans C Solve $\frac{4+10}{2} = 7 \Rightarrow 4-7 < x-7 < 10-7$ $\Rightarrow -3 < x-7 < 3 \Rightarrow |x-7| < 3$ 02. $-7 < x < -1$ কে পরম মানের সাহায্যে লিখলে কি হবে? [14-15]

- A. $|x+4| < 3$ B. $|x+8| < 3$
 C. $|x-6| < 3$ D. $|x-8| < 3$

Ans A Solve $-7 < x < -1; \frac{-7-1}{2} = -4$ [সকল পক্ষে 4 যোগ করে] $\Rightarrow -7+4 < x+4 < -1+4 \Rightarrow -3 < x+4 < 3 \Rightarrow |x+4| < 3$ 03. $2 \leq x \leq 8$ কে পরমমানের সাহায্যে লিখলে কি হবে? [13-14]

- A. $|x-6| \leq 4$ B. $|x-5| \leq 3$ C. $|x-2| \leq 4$ D. $|x-10| \leq 4$

Ans B Solve $2 \leq x \leq 8 \Rightarrow 2-5 \leq x-5 \leq 8-5$ $\Rightarrow -3 \leq x-5 \leq 3 \therefore |x-5| \leq 3$ 04. $|x-5| = 4$ এর সমাধান কোনটি? [09-10]

- A. $\{9\}$ B. $\{1, 9\}$ C. $\{1\}$ D. $\{x \in R : x < 9\}$

Ans B Solve $|x-5| = 4 \therefore x=1, 9$

05. নিচের কোনটি ভুল? [09-10]

- A. $\frac{a}{b}$ একটি মূলদ সংখ্যা
 B. অমূলদ সংখ্যাকে দশমিকে প্রকাশ করলে তা হয় অসীম কিন্তু পৌনঃপুনিক হয় না
 C. কোন ঋণাত্মক সংখ্যার বর্গমূল কখনো বাস্তবসংখ্যা হতে পারে না
 D. বাস্তবসংখ্যার পরমমান ঋণাত্মক হতে পারে

Ans D06. যদি $x = y$ এবং $a < b$ হয়, তবে নিম্নের কোনটি সত্য? [03-04, 01-02]

- A. $(x+2b) = (y+2a)$ B. $(x+2b) > (y+2a)$
 C. $(y+2b) < 9x+2a$ D. $(y+2a) > (x+2b)$

Ans B Solve যেহেতু a এর মান ছোট এবং b এর মান বড়।
তাই B-ই একমাত্র উত্তর।07. $\|2-6| - |1-9|\|$ এর মান কত?

- A. 8 B. -4 C. 4 D. 12

Ans C Solve $\|2-6| - |1-9|\| = |4-8| = |-4| = 4$

শাহজালাল বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
 [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. এগারোটি ক্রমিক জোড় সংখ্যার যোগফল p হলে তাদের মধ্যে কতটি সংখ্যাটি কত? [15-16]

- A. $\frac{p}{11} + 10$ B. $\frac{p}{11} - 10$ C. $\frac{p}{11} + 5$
 D. $\frac{p}{11} - 5$ E. $\frac{p}{11} - 110$

Ans B Solve $2+4+6+8+10+12+14$
 $16+18+20+22 = 132 = p$
 $\frac{132}{11} = 12$ $\Rightarrow \frac{p}{11} = 12 \Rightarrow 2 = 12 - 10 = \frac{p}{11} - 10$ 02. x যে কোন বাস্তব সংখ্যা হলে কোন সম্পর্কটি সর্বদা সঠিক? [15-16]

- A. $x^2 \geq x$ B. $\frac{1}{x} < x$ C. $-x \leq x$
 D. $|x| \geq x$ E. $|x| < x$

Ans D Solve $|x| \geq x$ 03. $|x-1| > 2$ এর সমাধান সেট কোনটি?

- A. $(-2, 2)$ B. $(-1, 1)$ C. $(-2, 2) \cup (-1, 2)$
 D. $(-\infty, -1) \cup (3, \infty)$ E. $(-\infty, \infty)$

Ans D Solve $|x-1| > 2$ $\Rightarrow -2 > x-1 > 2 \Rightarrow -2+1 > x > 2+1 \Rightarrow -1 > x > 3$ $\therefore x < -1$ অথবা $x > 3$ \therefore সমাধান সেট, $(-\infty, -1) \cup (3, \infty)$ 04. $\log_{\frac{3}{4}} = -2$ হলে x এর মান কত? [14-15]

- A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{2}{\sqrt{3}}$ C. $\sqrt{3}$ D. 0 E. অসংজ্ঞায়িত

Ans B Solve $\log_{\frac{3}{4}} = -2$ $\Rightarrow x^{-2} = \frac{3}{4} \Rightarrow x^2 = \frac{4}{3} \Rightarrow x = \pm \frac{2}{\sqrt{3}}$ 05. $x + \frac{1}{x} = 3$ হলে $\frac{x^2+1}{x^2+2x+1}$ এর মান কত? [14-15]

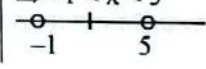
- A. 1 B. $\frac{3}{5}$ C. $\frac{3}{4}$ D. $\frac{4}{5}$ E. $\frac{2}{3}$

Ans B Solve $\frac{x + \frac{1}{x}}{x + \frac{1}{x} + 2} = \frac{3}{3+2} = \frac{3}{5}$

06. $|x-3| < 1$ এর সমাধান সেট কোনটি? [14-15]
 A. {2, 4} B. (2, 4) C. [2, 4] D. (2, 4) E. (1, 3)
Ans B Solve $|x-3| < 1 \Rightarrow -1 < x-3 < 1$
 $\Rightarrow -1+3 < x < 1+3 \Rightarrow 2 < x < 4 \Rightarrow (2, 4)$
07. সূচকের ক্ষেত্রে কোনটি সঠিক নয়? [14-15]
 A. $1^0 = 1$ B. $(-1)^0 = 1$ C. $0^0 = 1$
 D. $0^1 = 0$ E. $(-1)^{-1} = -1$
Ans C Solve সূচকের ক্ষেত্রে 0^0 অনির্ণেয় তাই সঠিক নয়।
08. শাহেদ 210 টাকা দিয়ে কিছু পেন্সিল কিনল। যদি সে একটি পেন্সিল বেশি পেত তবে প্রতিটি পেন্সিলের দাম গড়ে 1 টাকা কম পড়ত। শাহেদ কতটি পেন্সিল কিনেছিল? [14-15]
 A. 5 B. 10 C. 14 D. 15 E. 21
Ans C Solve n সংখ্যক পেন্সিল হলে $\frac{210}{n} - \frac{210}{n+1} = 1$
 $\Rightarrow n(n+1) = 210(n+1-n) \Rightarrow n^2 + n - 210 = 0$
 $\Rightarrow n^2 - 14n + 15n - 210 = 0 \Rightarrow (n-14)(n+15) = 0$
 $\Rightarrow n = 14$ এবং $n \neq -15$
09. যদি $x > 0$ এবং $y < 0$ হয়, তাহলে নিচের কোনটি সব সময়ই ধনাত্মক? [11-12]
 A. $x+y$ B. $x-y$ C. $\frac{x}{y}$ D. $|x| - |y|$ E. $-x-y$
Ans B Solve $x > 0$ এবং $y < 0$ হলে, $x-y$ সবসময়ই ধনাত্মক হবে।
10. কোনটি সত্য নয়? [10-11]
 A. $|a+b| \leq |a| + |b|$ B. $|a-b| \leq |a| + |b|$
 C. $-|a| \leq a \leq |a|$ D. $|ab| \leq |a| - |b|$ **Ans. D**
11. $x < y < 0$ হলে, কোনটি সত্য? [10-11]
 A. $x+y < xy$ B. $x+y = xy$
 C. $x+y > xy$ D. $x+y \geq xy$ **Ans. A**
12. সমাধান কর: $|x-5| - 2x > 4$ [08-09]
 A. $x < 9$ B. $x < -9$ C. $x < \frac{1}{3}$ D. $x > \frac{1}{3}$
Ans B Solve $|x-5| - 2x > 4 \Rightarrow x-5-2x > 4$
 $\Rightarrow -x-5 > 4 \Rightarrow x+5 < -4 \Rightarrow x < -9$
13. $-10 < 2x < 4$ অসমতাটি পরমমান আকারে প্রকাশ করলে তা হবে- [07-08]
 A. $|2x+3| < 7$ B. $|2x-5| < 3$ C. $|2x+5| < 1$ D. $|2x+4| < 6$
Ans A Solve $-10 < 2x < 4 \Rightarrow -10+3 < 2x+3 < 4+3$
 $\Rightarrow -7 < 2x+3 < 7 \Rightarrow |2x+3| < 7$
14. নিচের কোনটি সঠিক নয়? [07-08]
 A. $|a+b| \leq |a| + |b|$ B. $|ab| \leq |a| |b|$
 C. $|ab| = |a| |b|$ D. $|a| > 0$ **Ans. B**
15. $|x| = |y|$ থেকে নিচের কোনটি নির্দেশিত হয়? [06-07]
 A. $x = y$ B. $x = -y$ C. $\frac{x}{y} = \pm 1$ D. কোনটিই নয়
Ans C Solve $|x| = |y| \Rightarrow \frac{|x|}{|y|} = 1 \Rightarrow \frac{x}{y} = \pm 1$
16. $\frac{1}{|3x-5|} > 2$ এর সমাধান কত? [06-07]
 A. $\frac{9}{6} < x < \frac{11}{6}$ B. $\frac{10}{6} < x < \frac{11}{6}$
 C. $\frac{9}{6} < x < \frac{10}{6}$ D. $\frac{9}{6} < x < \frac{12}{6}$

- Ans A Solve** $\frac{1}{|3x-5|} > 2 \Rightarrow |3x-5| < \frac{1}{2} \Rightarrow -\frac{1}{2} < 3x-5 < \frac{1}{2}$
 $\Rightarrow -\frac{1}{2} + 5 < 3x < \frac{1}{2} + 5 \Rightarrow \frac{9}{6} < x < \frac{11}{6}$ কিন্তু $x \neq \frac{5}{3}$
17. $-2 < x < 5$ অসমতাটির পরমমানের প্রকাশ: [05-06]
 A. $|2x-3| < 7$ B. $|2x-3| > 7$ C. $|x-3| < 8$ D. $|2x-3| < 8$
Ans A Solve $-2 < x < 5$, এখানে $\frac{-2+5}{2}$ সকল অংশে বিয়োগ করে পাই,
 $-2 - \frac{3}{2} < x - \frac{3}{2} < 5 - \frac{3}{2}$
 $\Rightarrow -\frac{7}{2} < \frac{2x-3}{2} < \frac{7}{2} \Rightarrow -7 < 2x-3 < 7 \Rightarrow |2x-3| < 7$
18. $|x-3| < 1$ অসমতার সমাধান- [04-05]
 A. $|x| < 4$ B. $-1 < x < 1$ C. $2 < x < 4$ D. $x < 4$ **Ans. C**
19. কোন সংখ্যাটি মূলদ- [02-03]
 A. $\frac{11}{6}$ B. $-3.302314\dots$
 C. $0.202000\dots$ D. $1.1210123\dots$ **Ans. A**
20. মূলদ সংখ্যা কোনটি- [01-02]
 A. e B. $\sqrt{2}$ C. $\frac{2}{11}$ D. π **Ans. C**

ইসলামী বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
 [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. কোন সংখ্যাটি বৃহত্তম? [15-16]
 A. 0.8 B. $\frac{2}{5}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\sqrt{0.3}$
Ans A Solve বৃহত্তম সংখ্যা = 0.8
 $\therefore \frac{2}{5} = 0.4; \frac{1}{3} = 0.33 \dots \dots \dots \sqrt{0.3} < 0.3$
02. $|x+1| < 2$ এবং $|x-2| < 3$ হলে সমাধান [15-16]
 A. $-1 < x < 1$ B. $2 < x < 3$ C. $-2 < x < 3$ D. $1 < x < 2$
Ans A Solve $|x-2| < 3$
 $\Rightarrow -3 < x-2 < 3$
 $\Rightarrow -3+2 < x < 3+2$
 $\Rightarrow -1 < x < 5$

 সাধারণ $(-1, 5)$
 $\Rightarrow -1 < x < 1$
03. নিচের কোনটি মূলদ সংখ্যা? [15-16]
 A. e B. π C. $\sqrt{2}$ D. সবগুলোই সঠিক
Ans = Solve কোনটি মূলদ নয়
04. $|2-8x| \leq 6$ অসমতাটির সমাধান কোনটি? [14-15]
 A. $-\frac{1}{2} \leq x \leq 1$ B. $-\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{1}{2}$ C. $-1 \leq x \leq 1$ D. $-1 \leq x \leq -\frac{1}{2}$
Ans A Solve $|2-8x| \leq 6$
 $\Rightarrow -6 \leq 2-8x \leq 6 \Rightarrow -6-2 \leq -8x \leq 6-2$
 $\Rightarrow -8 \leq -8x \leq 4 \Rightarrow 8 \geq 8x \geq -4 \Rightarrow 1 \geq x \geq -\frac{1}{2}$
05. $5x - x^2 - 6 > 0$ হলে- [13-14]
 A. $x < 2$ B. $2 > x > 3$ C. $2 < x < 3$ D. $x < 3$
Ans C Solve $5x - x^2 - 6 > 0 \Rightarrow -x^2 + 5x - 6 > 0$
 $\Rightarrow x^2 - 5x + 6 < 0 \Rightarrow (x-2)(x-3) < 0 \therefore 2 < x < 3$

06. অমূলদ সংখ্যা নয়- [11-12]

- A. $-17/3\sqrt{3}$ B. $4\sqrt{4}$ C. $\sqrt{3}$ D. $17/3\sqrt{3}$

Ans B Solve $4\sqrt{4} = 4 \cdot 2 = 8$ যা একটি মূলদ সংখ্যা।

07. শূন্য (0) হল একটি- [05-06]

- A. ধনাত্মক সংখ্যা B. ঋণাত্মক সংখ্যা
C. নিরপেক্ষ সংখ্যা D. কোনটিই নয়

Ans. C

08. একটি স্বাভাবিক সংখ্যার বর্গের সাথে সংখ্যাটি যোগ করলে পরবর্তী স্বাভাবিক সংখ্যার নয়গুণের সমান হয়। সংখ্যাটি- [04-05]

- A. -1 B. 11 C. 19 D. 9

Ans. D

বেগম রোকেয়া বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $|x - 1| > 2$ অসমতাটির সমাধান- [15-16]

- A. $1 > x > 3$ B. $x < 3$ এবং $x > 1$
C. $-1 < x < 3$ D. $x > 3$ এবং $x < -1$

Ans D Solve $|x - 1| > 2$

$\Rightarrow -2 > x - 1 > 2 \Rightarrow -2 + 1 > x > 2 + 1 \Rightarrow -1 > x > 3$
অর্থাৎ $x > 3$ এবং $x < -1$

02. যদি $x < y < 0$ হয়, তবে নিচের কোনটি সত্য? [15-16]

- A. $x + y < xy$ B. $x + y = xy$ C. $x + y > xy$ D. $x + y \geq xy$

Ans A Solve $x + y < 0 \therefore x < y < 0$

আবার $xy > 0 \therefore x < y < 0 \therefore x + y < xy$

03. যদি $\frac{3^{n-1}}{9^n} = \frac{(81)^3}{9^n}$, তবে n এর মান কত? [15-16]

- A. 3 B. 5 C. 7 D. 8

Ans C Solve $\frac{3^{n-1}}{9^n} = \frac{(81)^3}{9^n}$

$\Rightarrow \frac{3^{n-1}}{3^{2n}} = \frac{(3^4)^3}{3^{2n}} \Rightarrow 3^{n-9} = 3^{12-2n}$

$\Rightarrow n - 9 = 12 - 2n \Rightarrow 3n = 21 \therefore n = 7$

বরিশাল বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $\frac{3}{|2x-1|} \geq 4$ অসমতাটির সমাধান সেট- [15-16]

- A. $[\frac{1}{8}, \frac{7}{8}]$ B. $[\frac{1}{8}, \frac{1}{2}] \cup (\frac{1}{2}, \frac{7}{8}]$
C. $(\frac{1}{8}, \frac{1}{2}) \cup (\frac{1}{2}, \frac{7}{8}]$ D. $[\frac{1}{8}, \frac{1}{2}) \cup [\frac{1}{2}, \frac{7}{8}]$

Ans D Solve $\frac{3}{|2x-1|} \geq 4$ এখানে, $2x - 1 \neq 0 \Rightarrow x \neq \frac{1}{2}$

$\Rightarrow |2x - 1| \leq \frac{3}{4} \Rightarrow -\frac{3}{4} \leq 2x - 1 \leq \frac{3}{4} \Rightarrow -\frac{3}{4} + 1 \leq 2x \leq \frac{3}{4} + 1$

$\Rightarrow \frac{1}{4} \leq 2x \leq \frac{7}{4} \Rightarrow \frac{1}{8} \leq x \leq \frac{7}{8}$

সমাধান সেট $[\frac{1}{8}, \frac{1}{2}) \cup (\frac{1}{2}, \frac{7}{8}]$

02. $|2x - 5| \leq 4$ অসমতাটির সমাধান- [11-12]

- A. $x \leq \frac{1}{2}$ or $x \geq \frac{9}{2}$ B. $\frac{1}{2} < x < \frac{9}{2}$
C. $-\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{9}{2}$ D. $\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{9}{2}$

Ans D Solve $|2x - 5| \leq 4 \Rightarrow -4 \leq 2x - 5 \leq 4$

$\Rightarrow 1 \leq 2x \leq 9 \Rightarrow \frac{1}{2} \leq x \leq \frac{9}{2}$

কুমিল্লা বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. মৌলিক সংখ্যা সেটের ক্ষুদ্রতম সদস্য কোনটি? [15-16]

- A. 0 B. 1 C. 2 D. n/2

Ans C Solve মৌলিক সংখ্যার ক্ষুদ্রতম সদস্য = 2

02. বাস্তব সংখ্যায় $|3x - 2| \leq 1$ অসমতাটির সমাধান- [13-14]

- A. $\frac{1}{3} \leq x$ or $x \leq 1$ B. $x \geq 2$ or $x \geq \frac{1}{2}$
C. $x \geq 1$ D. $x \leq 3$ or $x > 1$

Ans A Solve $|3x - 2| \leq 1 \Rightarrow -1 \leq 3x - 2 \leq 1$

$\Rightarrow 1 \leq 3x \leq 3 \Rightarrow \frac{1}{3} \leq x \leq 1$

ভাসানী বিজ্ঞান ও প্রযুক্তি বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $-5 < x + 2 < 3$ অসমতাটির পরমমান কোনটি? [15-16]

- A. $|x + 3| < 3$ B. $|x + 3| < 4$ C. $|x + 2| < 3$ D. $|x + 2| < 4$

Ans B Solve $\frac{-5 + 3}{2} = -1$

এখন, $-5 + 1 < x + 3 < 3 + 1$

$\Rightarrow -4 < x + 3 < 4 \Rightarrow |x + 3| < 4$

02. $\log_3 324 = 4$ হলে x এর মান কত? [15-16]

- A. $4\sqrt{2}$ B. $3\sqrt{2}$ C. $3\sqrt{3}$ D. $5\sqrt{2}$

Ans B Solve $\log_3 324 = 4$

$\Rightarrow x^4 = 324 \Rightarrow x^4 = (3\sqrt{2})^4 \Rightarrow x = 3\sqrt{2}$

03. অসমতা $-2 < x < 3$ এর পরমমান কোনটি? [15-16]

- A. $|x - 1| > 4$ B. $|2x - 1| < 5$ C. $|2x + 1| < 7$ D. $|x + 1| < 4$

Ans B Solve $\frac{-2 + 3}{2} = \frac{1}{2}$

এখানে, $-2 - \frac{1}{2} < x - \frac{1}{2} < 3 - \frac{1}{2} \Rightarrow -\frac{5}{2} < x - \frac{1}{2} < \frac{5}{2}$

$\Rightarrow -5 < 2x - 1 < 5 \Rightarrow |2x - 1| < 5$

04. $-2 < x < 5$ অসমতাটির পরমমানে প্রকাশ- [14-15]

- A. $|2x - 3| > 7$ B. $|x - 3| < 8$ C. $|2x - 3| < 8$ D. $|2x - 3| < 7$

Ans D Solve $-2 < x < 5$

এখানে, $\frac{-2 + 5}{2} = \frac{3}{2} \Rightarrow -2 - \frac{3}{2} < x - \frac{3}{2} < 5 - \frac{3}{2}$

$\Rightarrow -\frac{7}{2} < \frac{2x - 3}{2} < \frac{7}{2} \Rightarrow -7 < 2x - 3 < 7$

$\therefore |2x - 3| < 7$

যশোর বিজ্ঞান ও প্রযুক্তি বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. বাস্তব সংখ্যার স্বীকার্য নয় কোনটি? [14-15]

- A. আবদ্ধতা B. অনন্যতা C. বিনিময়যোগ্যতা
D. বন্টনযোগ্যতা E. অনুবন্ধিতা

Ans E Solve Option A, B, C, D সঠিক। E সঠিক নয়।

শাহাবুদ্দীন বিশ্ববিদ্যালয় জরিপ নথীকার বিভাগ
স্বাধীন বাংলাদেশি শির্ষ টেকনিক ও ক্যালকুলাসের সাহায্যে সমাধান।

১১. $\log_2 \sqrt{2} = \frac{1}{6}$ হলে, x এর মান কত? [15-16]

A. 5 B. 8 C. 7 D. 9
Ans B Solve $\log_2 \sqrt{2} = \frac{1}{6} \Rightarrow x^{\frac{1}{6}} = \sqrt{2} \Rightarrow x = (\sqrt{2})^6 \Rightarrow x = 8$

১২. $x^2 + 1 = \frac{1}{10}$ এর ক্ষেত্রে কোনটি সত্য? [15-16]

A. $x^2 + 1 = \frac{12}{100}$ B. $x^2 + 1 = \frac{21}{100}$
 C. $x^2 + 1 = \frac{11}{100}$ D. $x^2 + 1 = \frac{31}{100}$
Ans B Solve $x^2 + 1 = \frac{1}{10}$ হলে $x^2 + 1 = \frac{21}{100}$ হয়

১৩. ০.১৪১৪... এর ক্ষেত্রে কোনটি সঠিক? [14-15]

A. মূলক সংখ্যা B. অমূলক সংখ্যা
 C. স্বাভাবিক সংখ্যা D. ঐকিক সংখ্যা
Ans A Solve ০.১৪১৪... অমূলক

১৪. ৪০০ এর লগ k হলে, k এর মান কত? [14-15]

A. $\sqrt{10}$ B. $\sqrt{2}$ C. $2\sqrt{2}$ D. $2\sqrt{5}$
Ans C Solve $\log_2 400 = k \Rightarrow k^2 = 400$
 $\Rightarrow k = \sqrt{400} = \sqrt{(20)^2} = \sqrt{50} = 2\sqrt{5}$

১৫. খরিক পরমিতিক টিউ কোনটি? [14-15]

A. $abc > ab + bc$ B. $abc < ab + bc$
 C. $abc > 2(ab + bc)$ D. $abc < 2(ab + bc)$
Ans C Solve যেখানে a, b, c ঐকিক সংখ্যা

১৬. কোনটি অসীম অঙ্কিত সশব্দিক অমূলক? [14-15]

A. 5.654 B. 1.2121 C. $\frac{1}{3}$ D. কোনোটিই না
Ans D Solve $\sqrt{3}, x, \pi$ সবগুলোই অমূলক সংখ্যা

১৭. $x^2 + 4x + 3 = 0$ কে পরম মানের সাহায্যে সমাধান করুন [14-15]

A. $x = -4 < 3$ B. $x = -4 < 1$ C. $x = -4 < 1$ D. $x = -4 < 3$
Ans A Solve $-7 < x < -1$
 $\Rightarrow -7 - \left(\frac{-7-1}{2}\right) < x - \left(\frac{-7-1}{2}\right) < -1 - \left(\frac{-7-1}{2}\right)$
 $\Rightarrow -7 - 4 < x + 4 < -1 - 4 \Rightarrow -3 < x + 4 < 1 \Rightarrow x < -8 < 1$

১৮. কোন ক্ষেত্রে $a^2 = b^2$ হলে, $x = y$ হবে? [14-15]

A. $a > 0, b > 1$ B. $a > 0, b > 1$
 C. $a > 0, b > 1$ D. $a > 0, b > 1$ **Ans D**

১৯. $\log_{10} 81 = 0.9031$ [14-15]

A. 9 B. 8 C. 7 D. কোনোটিই না
Ans B Solve $\log_2 x = \log_{10} 81$
 $\Rightarrow \log_2 x = 0.9031 \Rightarrow x^{\frac{1}{2}} = 2^{0.9031} \Rightarrow 2 \times 2 = 4 \Rightarrow x = 8$

১১. $x^2 - \sqrt{3}x + 1 = 0$ হলে $x^2 + \frac{1}{x}$ এর মান কত? [14-15]

A. 8 B. $3\sqrt{3}$ C. $6\sqrt{3}$ D. $2\sqrt{3}$
Ans A Solve $x^2 - \sqrt{3}x + 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{\sqrt{3} \pm \sqrt{3}}{2}$
 $\Rightarrow x^2 + \frac{1}{x} = \left(\frac{\sqrt{3} \pm \sqrt{3}}{2}\right)^2 + \frac{2}{\sqrt{3} \pm \sqrt{3}}$
 $= \frac{(\sqrt{3} \pm \sqrt{3})^2 + 4}{2(\sqrt{3} \pm \sqrt{3})} = \frac{3 \pm 2\sqrt{3} + 3 + 4}{2(\sqrt{3} \pm \sqrt{3})} = \frac{10 \pm 2\sqrt{3}}{2(\sqrt{3} \pm \sqrt{3})} = \frac{5 \pm \sqrt{3}}{\sqrt{3} \pm \sqrt{3}} = 8$

১২. দুই ভিন্ন বিশিষ্ট একটি সংখ্যার সমষ্টির সমষ্টি ৭, তখন দুইটি স্থান নির্ধারণ করলে যে সংখ্যাটি পাওয়া যায় তা হল সংখ্যা হলে ৪৫ কত হলে সংখ্যাটি কত? [14-15]

A. 72 B. 45 C. 27 D. 81
Ans C Solve $\log_2 x + x = 9$ ----- (1)
 গড়মতে, $10x + y = 10y + x = 45 \Rightarrow 9x - 9y = -45$
 $\Rightarrow x - y = -5$ ----- (2)
 (1) - (2) $2x + 4 = 14 \Rightarrow x = 5$
 $x + y = 9 \Rightarrow y = 9 - x = 9 - 5 = 4$ সংখ্যা = 27

শাহাবুদ্দীন বিশ্ববিদ্যালয় জরিপ নথীকার বিভাগ
স্বাধীন বাংলাদেশি শির্ষ টেকনিক ও ক্যালকুলাসের সাহায্যে সমাধান।

১১. $x^2 - 2x < 1$ অসমতাটির সমাধান নির্ণয় করুন [14-15]

A. $1 < x < 2$ B. $1 < x < 2$
 C. $x < 1$ or $x > 2$ D. $1 < x < 2$
Ans B Solve $x^2 - 2x < 1 \Rightarrow x^2 - 2x - 1 < 0$
 $\Rightarrow x = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 4}}{2} = \frac{2 \pm 2\sqrt{2}}{2} = 1 \pm \sqrt{2}$
 $\Rightarrow 1 - \sqrt{2} < x < 1 + \sqrt{2}$

১২. $\frac{1}{2x-5} + 2$ এর সমাধান [14-15]

A. $\frac{1}{2} < x < \frac{11}{8}$ B. $\frac{10}{8} < x < \frac{11}{8}$
 C. $\frac{1}{2} < x < \frac{10}{8}$ D. $\frac{1}{2} < x < \frac{10}{8}$
Ans A Solve $\frac{1}{2x-5} + 2 = 0 \Rightarrow \frac{1}{2x-5} = -2 \Rightarrow 2x-5 = -\frac{1}{2} \Rightarrow 2x = 5 - \frac{1}{2} = \frac{10-1}{2} = \frac{9}{2}$
 $\Rightarrow x = \frac{9}{4} = 2.25$
 অথবা $\frac{1}{2x-5} + 2 = 0 \Rightarrow \frac{1}{2x-5} = -2 \Rightarrow \frac{1}{2} = 2x-5 = \frac{1}{2} \Rightarrow 2x = 5 + \frac{1}{2} = \frac{10+1}{2} = \frac{11}{2}$ $x = \frac{11}{4} = 2.75$

শাহাবুদ্দীন বিশ্ববিদ্যালয় জরিপ নথীকার বিভাগ
স্বাধীন বাংলাদেশি শির্ষ টেকনিক ও ক্যালকুলাসের সাহায্যে সমাধান।

১১. $\log_2 x = 3$ হলে x এর মান কত? [14-15]

A. $\frac{1}{8}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{1}{16}$ **Ans A**

১২. $\log_2 x = 3$ হলে x এর মান কত? [14-15]

A. $\frac{1}{8}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{1}{16}$
Ans B Solve $\log_2 x = 3 \Rightarrow x = 2^3 = 8$

বাংলাদেশ মেরিন একাডেমী ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. যদি $5x + 13 = 31$ হয়, $\sqrt{5x + 31} = ?$ [15-16]
A. 13 B. $\sqrt{13}$ C. 169 D. 7
Ans D Solve $5x + 13 = 31$
 $\Rightarrow 5x + 31 = 31 + 31 - 13 \Rightarrow 5x + 31 = 31 + 18 = 49$
 $\Rightarrow \sqrt{5x + 31} = \sqrt{49} = 7$
02. $-6 < x < 2$ কে পরম মান চিহ্ন ব্যবহার করে প্রকাশ কর। [15-16]
A. $|2x + 4| < 8$ B. $|2x + 4| > 8$
C. $|2x - 4| < 8$ D. কোনটিই নয়
Ans A Solve $-6 < x < 2, \frac{-6+2}{2} = -2$
 $\Rightarrow -6 + 2 < x + 2 < 2 + 2$
 $\Rightarrow -4 < x + 2 < 4 \Rightarrow |x + 2| < 4 \Rightarrow |2x + 4| < 8$
03. একটি ঘনকের প্রত্যেক বাহুকে দ্বিগুণ করা হলে সেটার আয়তন কত হবে? [15-16]
A. 2 গুণ B. 4 গুণ C. 6 গুণ D. 8 গুণ
Ans D Solve যার বাহুর দৈর্ঘ্য = x , তার আয়তন = x^3
যার বাহুর দৈর্ঘ্য = $2x$, তার আয়তন = $(2x)^3 = 8x^3$
 \therefore নতুন ও পুরাতন আয়তনের অনুপাত = $\frac{8x^3}{x^3} = 8$ গুণ
04. 7 টি ধারাবাহিক সংখ্যার গড় 33 হলে, বৃহত্তম সংখ্যাটি কত? [15-16]
A. 28 B. 30 C. 33 D. 36
Ans D Solve $7 \times 33 = 231$
 $x + x + 1 + x + 2 + x + 3 + x + 4 + x + 5 + x + 6 = 231$
 $7x = 231 - 21 = 210$
 $x = 30$, বৃহত্তম সংখ্যাটি = $30 + 6 = 36$
05. 2^{10} এবং 2^{20} -র গড় কত? [15-16]
A. 2^{15} B. $2^5 + 2^{10}$ C. $2^9 + 2^{19}$ D. 2^{29}
Ans C Solve গড় = $\frac{2^{10} + 2^{20}}{2} = 2^9 + 2^{19}$

হাজী দানেশ বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $|x| = |y|$ হলে নিচের কোনটি নির্দেশিত হয়? [14-15]
A. $\frac{x}{y} = \pm 1$ B. $x = y$ C. $x = -y$ D. কোনটিই নয়
Ans A Solve $|x| = |y| \Rightarrow \left|\frac{x}{y}\right| = 1 \Rightarrow \frac{x}{y} = \pm 1$
02. $-3 < 5 - 2x < 7$ অসমতাটিকে পরম মানে প্রকাশ করলে কোনটি সত্য? [14-15]
A. $|2x - 5| < 3$ B. $|3 - 2x| < 5$ C. $|3 + 2x| < -5$ D. $|3x + 2| < 2$
Ans B Solve $-3 < 5 - 2x < 7$
 $\Rightarrow -3 - 2 < 3 - 2x < 5$ [$\because \frac{7-3}{2} = 2$ সকল পক্ষে -2 যোগ করে]
 $\Rightarrow -5 < 3 - 2x < 5 \Rightarrow |3 - 2x| < 5$

চট্টগ্রাম ভেটেরিনারি বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $\log_x 324 = 4$ হলে x এর মান কত? [15-16]
A. 5 B. $3\sqrt{2}$ C. $2\sqrt{3}$ D. $4\sqrt{2}$
Ans B Solve $\log_x 324 = 4$
 $\Rightarrow x^4 = 324 \Rightarrow x^4 = (3\sqrt{2})^4 \Rightarrow x = 3\sqrt{2}$

বুয়েট, কুয়েট, চুয়েট ও রুয়েট ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. দুটি সংখ্যার যোগফল 7 হলে সংখ্যা দুটির গুণফলের সর্বোচ্চ মান কত? [KUET 15-16]
A. 6 B. 10 C. 12 D. ∞ E. কোনটিই নয়
Ans E Solve $x + y = 7 \Rightarrow y = 7 - x$
 $A = xy = x(7 - x) = 7x - x^2$
 $\frac{dA}{dx} = 7 - 2x = 0$
 $\Rightarrow x = \frac{7}{2}, y = \frac{7}{2}$
সর্বোচ্চ মান = $\frac{7}{2} \times \frac{7}{2} = \frac{49}{4}$
02. $(a + \sqrt{1 - a^2})^6 + (a - \sqrt{1 - a^2})^6$ এর মান কোনটি? [KUET 14-15]
A. $2 + 24a^2 - 24a^4$ B. $5 - 7a + a^2$ C. $9 - 8a + a^4$
D. $7 + 15a^2 - a^4$ E. $11 - 9a + 8a^2$
Ans A Solve $(a + \sqrt{1 - a^2})^6 + (a - \sqrt{1 - a^2})^6$
 $= [(a + \sqrt{1 - a^2})^2]^3 + [(a - \sqrt{1 - a^2})^2]^3$
 $= (a^2 + 2a\sqrt{1 - a^2} + 1 - a^2)^3 + (a^2 - 2a\sqrt{1 - a^2} + 1 - a^2)^3$
 $= (1 + 2a\sqrt{1 - a^2})^3 + (1 - 2a\sqrt{1 - a^2})^3$
 $= 2 \cdot 1^3 + 2 \cdot 3 \cdot 1 \cdot (2a\sqrt{1 - a^2})^2$ [$\because (a + b)^3 + (a - b)^3 = 2a^3 + 3ab^2$]
 $= 2 + 24a^2 - 24a^4$
03. $0 < |x - a| < p$ হলে x এর সকল মান নির্ণয় কর। এখানে a থেকে বাস্তব সংখ্যা এবং p একটি ধনাত্মক সংখ্যা। [RUET 14-15]
A. $(a - p, a) \cup (a, a + p)$ B. $a - p \leq x \leq a$
C. $a \leq x \leq a + p$ D. $a - p \leq x \leq a + p$
E. $(a, p - a) \cup (a + p, a)$
Ans A Solve $0 < |x - a| < p$
 $\Rightarrow 0 < x - a < p$ অথবা $-p < x - a < 0$
 $\Rightarrow a < x < a + p$ অথবা $a - p < x < a \Rightarrow (a - p, a) \cup (a, a + p)$
04. $|x - 1| < \frac{1}{10}$ হলে, $|x^2 - 1|$ -এর মান কোনটি? [RUET 12-13]
A. $1/100$ B. $7/100$ C. $14/100$
D. $21/100$ E. $21/10$
Ans E Solve $|x - 1| < \frac{1}{10} \Rightarrow |x - 1| + 2 < \frac{21}{10}$
 $\Rightarrow |x + 1| < \frac{21}{10}$
 $\therefore (x^2 - 1) < \frac{1}{10} \times \frac{21}{10} \Rightarrow |x^2 - 1| < \frac{21}{100}$
05. যদি $a, b \in \mathbb{R}$, হলে, $|a - b|$ এর মান কত? [CUET 10-11]
A. $> ||a| - |b||$ B. $= ||a| - |b||$
C. $\geq ||a| - |b||$ D. None of these
Ans C
06. K-এর কোন মানের জন্য নিম্নলিখিত সমীকরণ জোড়ের অসংখ্য সমাধান বিদ্যমান? [BUET 05-06]
 $x - y = 3, 2x - 2y = K$
A. $-\infty < K < \infty$ B. $K \neq 6$ C. $K = 3/2$ D. $K = 6$
Ans D Solve $\frac{1}{2} = \frac{-1}{-2} = \frac{3}{k} \therefore k = 6$

SELF TEST

01. নিচের কোনটি অমূলদ সংখ্যা-

- A. 908
B. 8.30 330 330 3303
C. $\sqrt{89}$
D. -1305

02. নিচের কোনটি মূলদ সংখ্যা-

- A. 482.5897
B. $\pi + 3$
C. $e^3 - 1$
D. 64.505005000500001 ...

03. $4 < x < 10$ অসমতাটির পরমমান চিহ্নিত ব্যবহার করে রূপ নেয়-

- A. $|x - 7| < -3$
B. $|x - 7| < 3$
C. $|x - 5| < 3$
D. $|x - 5| < 5$

04. $|3x + 2| < 7$ অসমতাটির সমাধান হবে-

- A. $-3 < x < \frac{5}{3}$
B. $3 < x < 5$

- C. $\frac{3}{2} < x < \frac{5}{3}$
D. None

05. $|3 + 1| - |1 - 4| - |3 - 8| = ?$

- A. 7
B. -7
C. 10
D. -10

06. $\frac{1}{|3x - 5|} > 2$ ($x \neq \frac{5}{3}$) অসমতাটির সমাধান কত?

- A. $\frac{3}{2} < x < \frac{11}{6}$
B. $\frac{3}{2} < x < \frac{11}{6}$ কিন্তু $x \neq \frac{5}{3}$

- C. $\frac{3}{2} < x < 11$
D. $3 < x < 11$

07. $-1 < 2x - 3 < 5$ অসমতাটির পরমমান চিহ্ন ব্যবহার করা হয়-

- A. $|2x - 3| < 5$
B. $|2x - 3| < 3$
C. $|2x - 5| < 3$
D. $|2x - 5| < -5$

08. পরমমান চিহ্ন ব্যবহার করে $\{x : -5 < x < 5\}$ সেট কে প্রকাশ কর-

- A. $x < 5$
B. $|x| < 5$
C. $|x| < -5$
D. $5 < |x|$

09. $2 \leq \frac{1}{|x - 1|}$ হলে x এর মান কত?

- A. $\left[\frac{1}{2}, 1\right) \cup \left(1, \frac{3}{2}\right]$
B. $\left[\frac{1}{2}, 1\right) \cup \left(1, \frac{3}{2}\right]$

- C. $\left[\frac{1}{2}, 1\right) \cup \left(1, \frac{3}{2}\right]$
D. $\left(\frac{1}{2}, 1\right) \cup \left(1, \frac{3}{2}\right)$

10. $\frac{1}{|3 - 2x|} \leq \frac{1}{5}$ হলে x এর মান কত?

- A. $-1 \geq x$ or $x \geq 4$
B. $x \geq -1$ or $x \leq 4$
C. $4 \geq x \geq -1$
D. None

11. বাস্তব সংখ্যা $|3x - 2| \leq 1$ অসমতাটির সমাধান-

- A. $\frac{1}{3} > x$ and $x \leq 1$
B. $\frac{1}{3} \leq x$ or $x > 1$

- C. $\frac{1}{2} \leq x$ and $x \leq 1$
D. $\frac{1}{3} \leq x$ and $x \leq 1$

12. $|x| \geq 4$ অসমতার সমাধান হবে-

- A. $(-\infty, -3] \cup [3, \infty)$
B. $(-\infty, -3) \cup (3, \infty)$
C. $(-\infty, -4] \cup [4, \infty)$
D. $(-\infty, -3) \cap (3, \infty)$

E. কোনটিই নয়

13. নিচের কোনটি মিথ্যা?

- A. $|a + b| \leq |a| + |b|$
B. $|ab| \leq |a| |b|$
C. $|ab| = |a| |b|$
D. $|a| < D$ or $-D < a < D$

14. $|3x - 5| < 8$ এর সমাধান কোনটি?

- A. $-1 < x < \frac{13}{3}$
B. $1 < x < \frac{13}{3}$

- C. $-1 > x > \frac{13}{3}$
D. $-1 < x < \frac{11}{3}$

15. $-7 < x < -1$ কে পরমমান চিহ্নের সাহায্য প্রকাশ করলে কোনটি সঠিক?

- A. $|x + 4| < 3$
B. $|x + 4| > 3$
C. $|x + 2| < 3$
D. $x + 4 < 2$

16. $|x - 3| = |x - 5|$ হলে, $x = ?$

- A. -4
B. 2
C. 4
D. None

17. $-18 < x < 20$ এর পরমমান চিহ্নের প্রকাশ কোনটি?

- A. $|x - 1| < 19$
B. $|x - 3| > 20$
C. $|x + 1| < 19$
D. None

18. কোনটি অমূলদ সংখ্যা নয়?

- A. 0.1010010001
B. π
C. $\sqrt{12}$
D. 3.87

19. $a, b \in \mathbb{R}$ হলে, নিচের কোনটি সঠিক?

- A. $|a + b| \geq |a| + |b|$
B. $|a + b| \leq |a| - |b|$
C. $|a + b| \leq |a| + |b|$
D. $|a - b| \geq |a| + |b|$

20. $|x - 1| < \frac{1}{10}$ হলে, কোনটি সঠিক?

- A. $|x - 1| < \frac{21}{100}$
B. $|x + 1| < \frac{21}{100}$
C. $|x + 10| \geq \frac{21}{100}$
D. $|x^2 - 1| < \frac{21}{100}$

OMR

01. (A)(B)(C)(D)	06. (A)(B)(C)(D)	11. (A)(B)(C)(D)	16. (A)(B)(C)(D)
02. (A)(B)(C)(D)	07. (A)(B)(C)(D)	12. (A)(B)(C)(D)	17. (A)(B)(C)(D)
03. (A)(B)(C)(D)	08. (A)(B)(C)(D)	13. (A)(B)(C)(D)	18. (A)(B)(C)(D)
04. (A)(B)(C)(D)	09. (A)(B)(C)(D)	14. (A)(B)(C)(D)	19. (A)(B)(C)(D)
05. (A)(B)(C)(D)	10. (A)(B)(C)(D)	15. (A)(B)(C)(D)	20. (A)(B)(C)(D)

Answer with Hints

01 C: Hints: Type-01	02 A: Hints: Type-01
03 B: Hints: Type-03, Prob-01	04 A: Hints: Type-02
05 D: Hints: Type-04	06 B: Hints: Type-02, Prob-04
07 C: Hints: Type-03, Prob-02	08 B: Hints: Type-03
09 B: Hints: Type-02, Prob-04	10 D: Hints: Type-02, Prob-04
11 D: Hints: Type-02, Prob-03	12 C: Hints: Type-02
13 B: Hints: গুরুত্বপূর্ণ তথ্যাবলি	14 A: Hints: Type-02, Prob-01
15 A: Hints: Type-03, Prob-02	16 C: Hints: Type-07, Prob-01
17 A: Hints: Type-03, Prob-01	18 D: Type-01
19 C: Hints: গুরুত্বপূর্ণ তথ্যাবলি	20 D: Hints: Type-03, Prob-01

২য় অধ্যায়
দ্বিতীয় পত্র

যোগাশ্রয়ী প্রোগ্রাম Linear Programming

এক নজরে এ অধ্যায়ের গুরুত্বপূর্ণ তথ্যাবলি

- যোগাশ্রয়ী প্রোগ্রামের মৌলিক ধারণা: ১৯৩৯ খৃষ্টাব্দে রাশিয়ার গণিতবিদ এল. ভি. ক্যান্টোরভিচ (KANTOROVICH) সর্বপ্রথম ব্যবসা প্রতিষ্ঠানের সমস্যাকে গাণিতিকভাবে সংজ্ঞায়িত করে যোগাশ্রয়ী প্রোগ্রামের একটি মডেল তৈরি করেন। কোন ব্যবসা প্রতিষ্ঠানের সমস্যাকে তার সীমাবদ্ধতা ও শর্তসাপেক্ষে একাধিক স্বাধীন চলকের বৈধিক অসমতা ও একটি অভীষ্ট ফাংশন গঠনই হল যোগাশ্রয়ী প্রোগ্রাম।

যোগাশ্রয়ী শব্দের অর্থ বৈধিক (linear) এবং প্রোগ্রাম শব্দের অর্থ পরিকল্পনা, যা দ্বারা কোন কর্মসম্পাদনের বিভিন্ন উপায়ের মধ্য হতে একটি উৎকৃষ্ট উপায় নির্ধারণ করা বুঝায়। ব্যক্তিগত জীবনে আমরা কাল্পিত লক্ষ্য অর্জনের জন্য পরিকল্পনা করি। বৃহৎ শিল্প প্রতিষ্ঠান এবং উৎপাদন কারখানাগুলোতেও সুপরিকল্পনা দ্বারা সর্বনিম্ন বিনিয়োগ করে সর্বোচ্চ মুনাফা অর্জন করা সম্ভব। কোন উৎপাদন কারখানায় পুঁজি, শ্রম, কাঁচামাল, যন্ত্রপাতি ইত্যাদির কোনটি কি পরিমাণ সমাবেশ ঘটালে সীমিত ব্যয়ে সর্বোচ্চ উৎপাদন সম্ভব হতে পারে তা নিরূপণ করা যোগাশ্রয়ী প্রোগ্রামের উদ্দেশ্য।

যোগাশ্রয়ী প্রোগ্রাম স্বল্পব্যয়ে উৎপাদিত পণ্যের পরিমাণ, আকৃতি ও গুণগত মান নির্ধারণ করে।

- যোগাশ্রয়ী প্রোগ্রামের সমস্যা গঠন: নিম্নলিখিত ধাপগুলো অনুসরণ করে যোগাশ্রয়ী প্রোগ্রামের সমস্যা গঠন করা হয়।

➤ প্রথম ধাপ: সিদ্ধান্তকারীকে সঠিক সিদ্ধান্ত গ্রহণ এবং এর সাথে সম্পর্কযুক্ত চলকগুলো চিহ্নিত করে সমস্যাটিকে চলকের মাধ্যমে প্রকাশ করা। যেমন- দুইটি দ্রব্যের কোনটি কি পরিমাণ উৎপাদন করলে সর্বোচ্চ মুনাফা হবে তা x , y চলক দ্বারা প্রকাশ করা।

➤ দ্বিতীয় ধাপ: যার পরিমাণকে সর্বোচ্চ অথবা সর্বনিম্ন করতে হবে তাকে উপরোক্ত চলক দ্বারা, গাণিতিক ফাংশনে প্রকাশ করা, যাকে অভীষ্ট ফাংশন (objective function) বলে।

➤ তৃতীয় ধাপ: সীমাবদ্ধতাগুলো চিহ্নিত করে তাদেরকে চলকের মাধ্যমে বৈধিক সমীকরণ বা অসমতা আকারে প্রকাশ করা। এগুলোকে সীমাবদ্ধতার (constraints) সেট বলে।

➤ চতুর্থ ধাপ: বৈধিক সমীকরণগুলোর লেখ অঙ্কন করে এদের সমাধান এলাকা বা অনুকূল এলাকা (Feasible Region) যা ছায়া ঘেরা ক্ষেত্র) চিহ্নিত করা।

➤ পঞ্চম ধাপ: ছায়া ঘেরা ক্ষেত্রের কৌণিক বিন্দুগুলোর স্থানাঙ্ক অভীষ্ট ফাংশনে বসিয়ে এর সর্বোচ্চ অথবা সর্বনিম্ন মান নির্ণয় করা।

- যোগাশ্রয়ী প্রোগ্রাম এর শর্তাবলি: কতকগুলো শর্তপূরণ সাপেক্ষে যে কোন সমস্যার (সর্বোচ্চ বা সর্বনিম্ন মান নির্ণয় করণ) সমাধান করার জন্য যোগাশ্রয়ী প্রোগ্রাম প্রয়োগ করা হয়। নিম্নে শর্তগুলো উল্লেখ করা হল-

- সমস্যার একটি অভীষ্ট ফাংশন (Objective function) যেমন- মুনাফা বা উৎপাদন ব্যয়, অবশ্যই থাকতে হবে যার সর্বোচ্চ বা সর্বনিম্ন মান নির্ণয় করতে হবে এবং তাকে সিদ্ধান্ত চলকের বৈধিক আপেক্ষিক হিসেবে প্রকাশ করা যাবে।
- সমস্যার অবশ্যই বিকল্প পদ্ধতির কার্যক্রম এর ব্যবস্থা থাকতে হবে। যেমন- একটি দ্রব্য দুইটি মেশিনে প্রস্তুত হতে পারে। এরূপক্ষেত্রে সমস্যা হবে কোন মেশিনে কত একক দ্রব্য প্রস্তুত হবে তা নির্ণয় করা।
- সমস্যার জন্য অবশ্যই সীমিত সম্পদ থাকতে হবে। যেমন, একটি উৎপাদন কারখানায় কাঁচা মালের যোগাড় সীমিত হতে বাধ্য।
- প্রতিষ্ঠানের প্রদত্ত সীমাবদ্ধতা ও শর্তগুলো একাধিক বৈধিক অসমতায় প্রকাশযোগ্য হবে।

- v) সিদ্ধান্ত চলকগুলো অবশ্যই পরস্পর সম্পর্কযুক্ত ও অস্বাভাবিক হতে হবে যেমন, দুই প্রকার দ্রব্যের একটি x একক এবং অন্যটি y একক প্রস্তুত হলে x ও y অস্বাভাবিক হবে অর্থাৎ $x \geq 0, y \geq 0$ ।

- যোগাশ্রয়ী প্রোগ্রাম এর সুবিধা: যোগাশ্রয়ী প্রোগ্রামের উদ্দেশ্য সর্ব বিনিয়োগ ও সর্বোচ্চ লাভ। এর সুবিধাগুলো নিম্নরূপ:

- উৎপাদন যোগ্য চলকের কার্যকর মান নির্ধারণে সহায়ক। যেমন, প্রতিষ্ঠানিক পণ্য যন্ত্রপাতি এবং কাঁচামালের ন্যূনতম ব্যবহার করে লক্ষ্যমাত্রার পণ্য উৎপাদন সম্ভব।
- ভবিষ্যৎকালের ব্যবস্থাপকের উৎপাদনের জ্ঞান ও দক্ষতা বৃদ্ধি করে।
- সকল প্রতিবন্ধকের সাথে পরিচিত হওয়া সম্ভব হয় এবং কার্যকর পরিমাণ উৎপাদন ও বিতরণের স্বল্প ব্যয় নিশ্চিত করা যায়।
- অন্যকারিত্ব প্রতিবন্ধকতা ও শর্ত হ্রাস পায়, যার ফলে সিদ্ধান্তের মান বৃদ্ধি করা সম্ভব হয়।
- বৃহৎ শিল্প কারখানায় উৎপাদিত পণ্যের আকৃতি ও গুণগত মান নির্ধারণে সাময়িক কার্যক্রমে যোগাশ্রয়ী প্রোগ্রামের ভূমিকা অপরিহার্য।

- লেখচিত্রের সাহায্যে যোগাশ্রয়ী প্রোগ্রামের সমস্যার সমাধান: প্রদত্ত যোগাশ্রয়ী প্রোগ্রামের সমস্যাটিকে প্রথমে গাণিতিক আকারে প্রকাশ করা প্রধান কাজ। এজন্য সমস্যাটিতে বর্ণিত সকল সীমাবদ্ধতা ও শর্তগুলো প্রয়োজনীয় সংখ্যক চলকের একঘাত বিশিষ্ট অসমতা এবং একটি অভীষ্ট ফাংশন গঠন করা হয়।

এ অসমতাগুলোকে সমীকরণে রূপান্তর করে তাদের লেখচিত্র অঙ্কন মাধ্যমে অসমতাগুলোর সমাধান এলাকা চিহ্নিত করা হয়। স্পষ্টতঃ সমস্ত এলাকার কৌণিক বিন্দু এবং প্রান্ত রেখার উপরোক্ত বিন্দুগুলো সকল শর্ত পূরণ করে। এ বিন্দুগুলো অভীষ্ট ফাংশনে বসিয়ে কার্যকর সর্বোচ্চ অথবা সর্বনিম্ন মান নির্ণয় করা যায়।

এ অধ্যায়ের গাণিতিক সমস্যাসমূহকে নিম্নোক্ত Type-এ অন্তর্ভুক্ত করা যায়

Type-01:

Prob-01 সর্বোচ্চ ও সর্বনিম্নকরণ কর। $Z = 2x - y$

শর্তসমূহ- $x + 2y \leq 8; 4x + 3y \geq 12; x + y \leq 5; x, y \geq 0$

Sol: অসমতাসমূহ: $x + 2y \leq 8; 4x + 3y \geq 12; x + y \leq 5; x, y \geq 0$

অসমতাগুলোকে সমীকরণ আকারে প্রকাশ করে পাই,

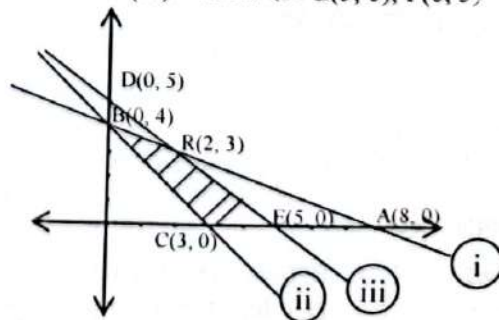
$$x + 2y = 8 \Rightarrow \frac{x}{8} + \frac{y}{4} = 1 \dots\dots\dots (i)$$

$$\text{আবার, } 4x + 3y = 12$$

$$\text{আবার, } \frac{x}{3} + \frac{y}{4} = 1 \dots\dots\dots (ii)$$

$$\text{আবার, } x + y = 5 \Rightarrow \frac{x}{5} + \frac{y}{5} = 1 \dots\dots\dots (iii)$$

বিন্দুসমূহ- (i) নং রেখা হতে A(8, 0), B(0, 4)
(ii) নং রেখা হতে C(3, 0), D(0, 4)
(iii) নং রেখা হতে E(5, 0), F(0, 5)



(i) ও (iii) নং রেখার ছেদাংশ R(2, 3)

শর্তাধীন বিন্দুসমূহ:

$C(3, 0), B(0, 4), E(5, 0)$ ও $R(2, 3)$

$C(3, 0)$ বিন্দুতে $Z = 6$

$B(0, 4)$ বিন্দুতে $Z = -4$

$E(5, 0)$ বিন্দুতে $Z = 10$

$R(2, 3)$ বিন্দুতে $Z = 1$

$Z_{\min} = -4$ যেখানে $x = 0$ এবং $y = 4$ Ans.

$Z_{\max} = 10$ যেখানে $x = 5$ এবং $y = 0$ Ans.

For Practice

01. $Z = 3x + y$ যখন $2x + y \leq 8, 2x + 3y \leq 12, x \geq 0, y \geq 0$.

Ans. $Z_{\max} = 12, Z_{\min} = 0$.

02. $5x + 10y \leq 50, x + y \geq 1, y \leq 4, x \leq 0, y \leq 0$ শর্তাধীনে $2x + 7y$ এর লঘিষ্ঠ ও গরিষ্ঠ মান নির্ণয় কর।

Ans. $Z_{\max} = 32, Z_{\min} = 2$.

Type-02:

যে সকল যোগাশ্রয়ী প্রোগ্রামে দুইয়ের অধিক অসমতা থাকে যেক্ষেত্রে গ্রাফের সাহায্য ছাড়া Solve করা যায় না তাই উপরোক্ত (Type-01) MCQ এর জন্য প্রয়োজ্য নয়।

যে সকল সমস্যায় দুটি অসমতা থাকে, সেক্ষেত্রে অসমতা চিহ্নের পরিবর্তে সমান চিহ্ন দিয়ে সমীকরণকে Solve করে প্রদত্ত সর্বোচ্চ/সর্বনিম্ন ফাংশনের মধ্যে বসিয়ে আমরা যোগাশ্রয়ী প্রোগ্রাম সহজে করতে পারি।

Prob 01 যোগাশ্রয়ী প্রোগ্রামকে সমাধান করে সর্বোচ্চ মান বের কর।

$z = 2x + 3y$

শর্ত, $x + y \leq 100$

$x + 3y \leq 150$

$x, y \geq 0$

Sol: মনেকরি, $x + y = 100$ ----- (i)

এবং $x + 3y = 150$ ----- (ii)

(i) ও (ii) নং কে ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান করে পাই,

$x = 75$ এবং $y = 25$

এখন সর্বোচ্চ মান, $z = 2 \times 75 + 3 \times 25 = 225$. Ans.

Prob 02 $x \geq 0, y \geq 0, x + y = 7, x \geq 3, y \leq 5$ শর্তসাপেক্ষে $z = 3x + 4y$ এর সর্বনিম্ন মান নির্ণয় কর।

Sol: $x + y = 7$ ----- (i)

$x = 3$ ----- (ii)

$y = 5$ ----- (iii)

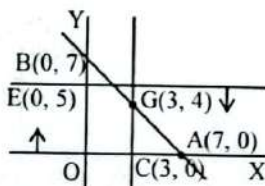
(i) ও (ii) থেকে পাই, $y = 7 - 3 = 4$

$\therefore G \equiv (3, 4)$

$G \equiv (3, 4)$ বিন্দুতে, $z = 3 \times 3 + 4 \times 4 = 25$

$A \equiv (7, 0)$ বিন্দুতে, $z = 3 \times 7 + 4 \times 0 = 21$

$\therefore A(7, 0)$ বিন্দুতে অভিন্ন ফাংশনটির সর্বনিম্ন মান 21. Ans.



Prob 03 নিম্নলিখিত শর্তে $z = 40x + 50y$ এর সর্বনিম্ন মান কত?

যেখানে, $8x + 12y \geq 32$ এবং $10x + 6y \geq 22$

$x, y > 0$

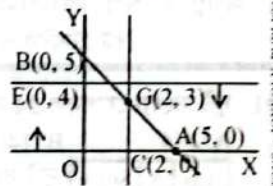
Sol: মনেকরি, $8x + 12y = 32$ ----- (i)

$10x + 6y = 22$ ----- (ii)

(i) ও (ii) নং কে ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান করে পাই,

$x = 1$ এবং $y = 2$

তাহলে সর্বনিম্ন মান, $z = 40 \times 1 + 50 \times 2 = 140$. Ans.



Type-03: এধরনের সমস্যায় প্রথমে সমীকরণ তৈরি করতে হবে তারপর সমাধান করে চলকের মান বের করে সমাধান করতে হবে।

Prob 01 একটি বাগানে সর্বোচ্চ 23 বর্গমিটার জমিতে পেয়ারা এবং সুপারির চারা লাগাতে হবে। একটি পেয়ারার জন্য 2 বর্গমিটার এবং একটি সুপারির জন্য 1 বর্গমিটার জায়গা বরাদ্দ। প্রতি পেয়ারার মূল্য 0.4 টাকা এবং প্রতি সুপারির মূল্য 1.20 টাকা। যদি মোট 11.60 টাকার বেশি ব্যয় না হয়, তবে সর্বোচ্চ কত সংখ্যক গাছ লাগানো যাবে?

Sol: মনেকরি, পেয়ারার চারার সংখ্যা x এবং সুপারির চারার সংখ্যা y ।
তাহলে $Z = x + y; 2x + y \leq 23; 40x + 120y \leq 1160; x, y \geq 0$
 \therefore মনেকরি, $2x + y = 23$ ----- (i)
এবং $40x + 120y = 1160$ ----- (ii)
(i) ও (ii) নং ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান করে,
 $x = 8$ এবং $y = 7$
 \therefore পেয়ারার চারার সংখ্যা 8 টি
সুপারির চারার সংখ্যা 7 টি Ans.

Prob. 02: একজন ব্যবসায়ী তার দোকানের জন্য রেডিও ও টেলিভিশন মিলে 100 সেট কিনতে পারেন। রেডিও সেট ও টেলিভিশন সেট প্রতিটির ক্রয়মূল্য যথাক্রমে 40 ডলার ও 120 ডলার। প্রতি রেডিও ও টেলিভিশনে লাভ যথাক্রমে 16 ডলার ও 32 ডলার। সর্বোচ্চ 10400 ডলার বিনিয়োগ করে তিনি সর্বোচ্চ কত লাভ করতে পারেন। উক্ত শর্তগুলোকে গাণিতিক আকারে প্রকাশ করলে দাঁড়ায়-

Sol: $x + y \leq 100, 40x + 120y \leq 10400$
 $x > 0, y > 0$, লাভ $P = 16x + 32y$ Ans.

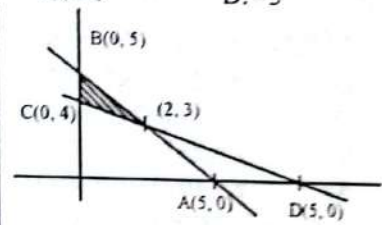
ঢাকা বিশ্ববিদ্যালয়ের ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $x \geq 0, y \geq 0, x + y \leq 5, x + 2y \geq 8$ শর্তানুসারে $z = 2x - y$ এর সর্বনিম্ন মান- [15-16]

- A. 1 B. -1 C. -4 D. -5

Ans	D	Solve
-----	---	-------

$\frac{x}{5} + \frac{y}{5} = 1$
 $\frac{x}{8} + \frac{y}{4} = 1$
 $z = 2x - y$
 $(2, 3), z = 4 - 3 = 1$
 $(0, 4), z = 0 - 4 = -4$
 $(0, 5), z = 0 - 5 = -5$

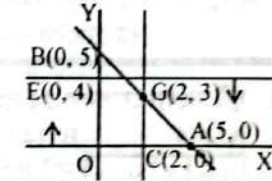


02. $x \geq 0, y \geq 0, x + y = 5, x \geq 2, y \leq 4$ শর্তসমূহ সাপেক্ষে $Z = 6x + 2y$ রাশিটির সর্বোচ্চ মান- [10-11]

- A. 32 B. 20 C. 18 D. 30

Ans	D	Solve
-----	---	-------

$x + y = 5$ ----- (i)
 $x = 2$ ----- (ii)
 $y = 4$ ----- (iii)
(i) ও (ii) থেকে পাই, $y = 5 - 2 = 3$
 $\therefore G \equiv (2, 3)$
 $G \equiv (2, 3)$ বিন্দুতে, $z = 6 \times 2 + 2 \times 3 = 18$
 $A \equiv (5, 0)$ বিন্দুতে, $z = 6 \times 5 + 2 \times 0 = 30$
 $\therefore A(5, 0)$ বিন্দুতে অভিন্ন ফাংশনটির সর্বোচ্চ মান 30.



03. নিম্নের শিনিয়ার প্রোগ্রামিং সমস্যার সমাধান কর: পরিষ্করণ কর [09-10]

$$z = 3x + 4y \text{ শর্ত হচ্ছে } x + y \leq 7, 2x + 5y \leq 20, x \geq 0, y \geq 0.$$

- A. (5,2) B. (7,0)
C. (10,0) D. (0,7)

Ans A Solve $\frac{x}{7} + \frac{y}{7} = 1 \dots (i)$

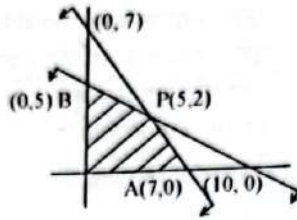
$$\frac{x}{10} + \frac{y}{5} = 1 \dots (ii)$$

\therefore ছেদ বিন্দু $(x, y) = (5, 2)$

$\therefore P(5, 2)$ বিন্দুতে $z = 23$

$A(7, 0)$ বিন্দুতে $z = 3 \times 7 = 21$ এবং $B(0, 5)$ বিন্দুতে $z = 4 \times 5 = 20$

$\therefore z_{\max} = 23$ যেখানে, $(x, y) = (5, 2)$



04. $5x_1 + 10x_2 \leq 50, x_1 + x_2 \geq 1, x_2 \leq 4, x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$ শর্তাবলী

সাপেক্ষে $2x_1 + 7x_2$ এর লঘিষ্ঠমান- [08-09]

- A. 2 B. 7 C. 20 D. 28

Ans A Solve $z = 2x_1 + 7x_2$

$$5x_1 + 10x_2 \leq 50 \dots (i)$$

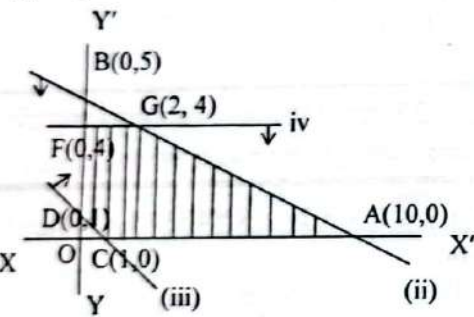
$$x_1 + x_2 \geq 1$$

$$x_2 \leq 4$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

(i) নং সমীকরণের অসমতাগুলোকে সমীকরণ আকারে প্রকাশ করে পাই-

$$\frac{x_1}{10} + \frac{x_2}{5} = 1 \dots (ii), x_1 + x_2 = 1 \dots (iii), x_2 = 4 \dots (iv)$$



F বিন্দুতে $z = 2x_1 + 7x_2 = 28$

G " $z = 2 \times 2 + 4 \times 7 = 32$

D " $z = 0 \times 1 + 7 \times 1 = 7$

C " $z = 2 \times 1 + 0 \times 7 = 2$

A " $z = 10 \times 2 + 0 \times 7 = 20$

$\therefore z_{\min} = 2$ যেখানে $x_1 = 1, x_2 = 0$

05. $x + y \geq 6, 2x + y \geq 8, x, y \geq 0$ শর্তসমূহ সাপেক্ষে $Z = 2x + 3y$

রাশিটির সর্বনিম্ন মান নির্ণয় কর। [06-07]

- A. 16 B. 10 C. 12 D. 14 **Ans. A**

জগন্নাথ বিশ্ববিদ্যালয়ের ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি

[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. দুটি সংখ্যা যোগফল 24 সংখ্যাঘরের পরিষ্করণ কত? [09-10]

- A. 144 B. 140 C. 280 D. 288

Ans A Solve দুটি সংখ্যার যোগফল 24

পরিষ্করণ মান পাওয়ার ক্ষেত্রে সংখ্যাটিকে সমান দু'ভাগে ভাগ করতে হবে।

$$\therefore 24 = 12 + 12$$

$$\therefore \text{গুণফল} = 12 \times 12 = 144$$

চট্টগ্রাম বিশ্ববিদ্যালয়ের ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি

[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. কোন কারখানায় পুরুষ ও মহিলা কর্মী যথাক্রমে x ও y । পুরুষ ও মহিলা কর্মী একত্রে অনধিক 500। আবার বিশেষ মহিলা ও পুরুষ কর্মী একত্রে অনধিক 700। উক্ত শর্তগুলিকে গাণিতিক আকারে প্রকাশ করলে দাঁড়ায়- [12-13]

- A. $x + y \geq 500, x + 2y \leq 700$ B. $x + y \leq 500, x + 2y \geq 700$
C. $x + y \geq 500, x + 2y \geq 700$ D. $x + y \leq 500, x + 2y \leq 700$
E. $x + y \leq 500, x + 2y \leq 700; x > 0, y > 0$

Ans. E

খুলনা বিশ্ববিদ্যালয়ের ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি

[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. যোগাশ্রমী প্রোগ্রামে সিদ্ধান্ত চলক সর্বদা- [13-14]

- A. ধনাত্মক B. ঋণাত্মক C. শূন্য D. B ও C

Ans. A

02. A ও B প্রকার যন্ত্র তৈরিতে যথাক্রমে 15 ও 5 একক সময় এবং 5 ও 10 একক কাঁচামাল লাগে। 105 একক সময় ও 60 একক কাঁচামাল দিয়ে সর্বোচ্চ যে লাভ হবে, যখন A এর প্রতি এককে লাভ 50 টাকা এবং তা B এর জন্য 30 টাকা, তা হলো- [A 12-13]

- A. 390 টাকা B. 420 টাকা C. 380 টাকা
D. 400 টাকা E. 350 টাকা

Ans A Solve $15x + 5y = 105$

$$5x + 10y = 60$$

$$\therefore x = 6$$

$$y = 3$$

মোট লাভ = $6 \times 50 + 3 \times 30 = 390$ টাকা

03. $x + y \leq 7, 2x + 5y \leq 20, x \geq 0, y \geq 0$ শর্তাবলী সাপেক্ষে $z = 3x + 4y$ এর সর্বোচ্চ মান কত? [09-10]

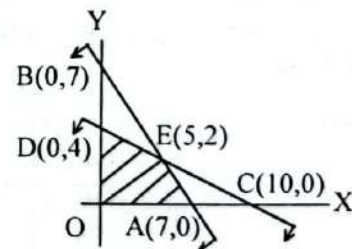
- A. 15 B. 23 C. 16 D. 18

Ans B Solve $z = 3x + 4y$

$$\left. \begin{aligned} x + y &\leq 7 \\ 2x + 5y &\leq 20 \\ x \geq 0, y &\geq 0 \end{aligned} \right\} \dots (i)$$

$$\therefore \frac{x}{7} + \frac{y}{7} = 1 \dots (ii)$$

$$\text{এবং } \frac{x}{10} + \frac{y}{4} = 1 \dots (iii)$$



(ii) ও (iii) এর ছেদবিন্দু $E(5, 2)$ \therefore প্রদত্ত শর্তাবলীতে $z_{\max} = 23$

শাহজালাল বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি

[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. যোগাশ্রমী প্রোগ্রামে $x + 2y \leq 10, 2x + y \geq 2, 0 \leq y \leq 3, x \geq 0$, সীমাবদ্ধতায় কোন বিন্দুতে $z = 2x + y$ এর সর্বোচ্চ মান পাওয়া যাবে? [14-15]

- A. (0, 0) B. (2, 3) C. (4, 3)
D. (10, 0) E. (10, 3)

Ans D Solve $x + 2y = 10 \dots (i)$

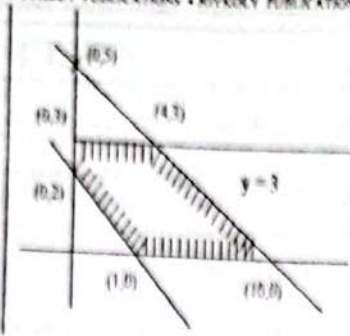
$$2x + y = 2 \dots (ii)$$

$$y = 3 \dots (iii)$$

(i) নং হতে পাই, $\frac{x}{10} + \frac{y}{5} = 1$; (ii) নং হতে পাই, $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} = 1$

৪৬৬. (i) ও (ii) দু'এক বিন্দু

$y = 3, x + 6 = 10$
 $\Rightarrow x = 4, (4, 3)$
 $z = 2x + y$
 $(1, 0) \Rightarrow z = 2$
 $(10, 0) \Rightarrow z = 20$
 $(4, 3) \Rightarrow z = 8 + 3 = 11$
 $(0, 3) \Rightarrow z = 3$
 $(0, 2) \Rightarrow z = 2$
 সর্বোচ্চ মান হবে (10, 0) বিন্দুতে।



ভাসানী বিজ্ঞান ও প্রযুক্তি বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. যদি $x \geq 0, y \geq 0, x + y \geq 4$ এবং $3x + y \geq 6$ হয়, তবে $x + 2y$ এর সর্বোচ্চ মান- [14-15]

- A. 4 B. 7
C. 12 D. 11

Ans C Solve $x + y = 4, 3x + y = 6$

$\Rightarrow \frac{x}{4} + \frac{y}{4} = 1$

$\Rightarrow \frac{x}{2} + \frac{y}{6} = 1$

$3x + y = 1$

(-) $x + y = 4$

$2x = 2$

$x = 1$

$y = 4 - x$

$= 4 - 1 = 3$

$z = x + 2y$

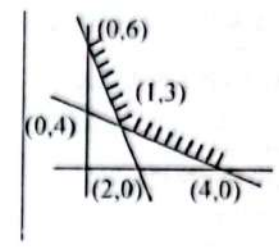
$(2, 0) \Rightarrow z = 2$

$(4, 0) \Rightarrow z = 4$

$(0, 4) \Rightarrow z = 0 + 8 = 8$

$(1, 3) \Rightarrow z = 1 + 6 = 7$

$(0, 6) \Rightarrow z = 0 + 12 = 12$ (সর্বোচ্চমান)



ইসলামী বিশ্ববিদ্যালয়ের ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. যোগাযোগী প্রোগ্রামের মূল উদ্দেশ্য কোনটি? [15-16]

- A. যোগাযোগী সমীকরণ জোট সমাধান
B. সর্বনিম্ন বিনিয়োগ ও সর্বোচ্চ লাভ
C. অসমতার সমাধান সেট নির্ণয়
D. অসমতার লেখচিত্র অঙ্কন

Ans B Solve সর্বনিম্ন বিনিয়োগ ও সর্বোচ্চ লাভ

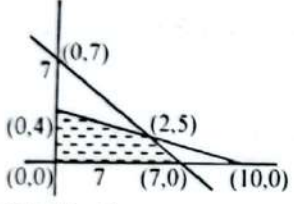
02. যখন $x + y \leq 7, 2x + 5y \leq 20, x, y \geq 0$ তখন $z = 3x + 4y$ এর সর্বোচ্চ মান কত? [14-15]

- A. -18 B. 18 C. 23 D. 21

Ans B Solve $x + y \leq 7, 2x + 5y \leq 20$

$\Rightarrow \frac{x}{7} + \frac{y}{7} \leq 1, \Rightarrow \frac{x}{10} + \frac{y}{4} \leq 1$

$2x + 2y = 14$
 $2x + 5y = 20$
 $-3y = -6$
 $y = 2$
 $x = 5$



$(7, 0)$ বিন্দুতে, $z = 3x + 4y = 21 + 0 = 21$

$(0, 4)$ বিন্দুতে, $z = 0 + 4 \times 4 = 16$

$(2, 5)$ বিন্দুতে, $z = 6 + 20 = 26$

03. যোগাযোগী প্রোগ্রাম মডেল তৈরি করেন- [D 12-13]

- A. L. V. Kantorovich B. A.C. Das
C. Arjonarayan D. Bartrand Russell **Ans. A**

04. যোগাযোগী প্রোগ্রাম উদ্ভাবনকারী গণিতবিদ L. V. Kantorovich কোন দেশের নাগরিক- [F 12-13]

- A. Australia B. USA
C. Russia D. Denmark **Ans. C**

বরিশাল বিশ্ববিদ্যালয়ের ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $2x_1 + x_2 \geq 5, 2x_1 + 5x_2 \geq 10, x_1 + x_2 \leq 5, x_1 \geq 0$ ও $x_2 \geq 0$ অর্ধসমতলসমূহ দ্বারা আবদ্ধ ক্ষেত্রটি হবে- [13-14]

- A. ত্রিভুজ B. চতুর্ভুজ
C. ট্রাপিজিয়াম D. পঞ্চভুজ **Ans. A**

বাংলাদেশ টেক্সটাইল বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $x \geq 0, y \geq 0, 3y - x \leq 10, x + y \leq 6, x - y \leq 2$ শর্তানুসারে $z = 2y - x$ এর সর্বোচ্চ মান কত? [15-16]

- A. -5 B. -4
C. -3 D. -2

Ans D Solve $3y - x \leq 10$

$\Rightarrow x - 3y \geq 10$

$\Rightarrow \frac{x}{10} + \frac{y}{-10} = 1$ ----- (i)

$x + y = 6 \Rightarrow \frac{x}{6} + \frac{y}{6} = 1$ ----- (ii)

$x - y = 2 \Rightarrow \frac{x}{2} + \frac{y}{-2} = 1$ ----- (iii)

$x + y = 6, x - y = 2$ সমাধান করে পাই, $x = 4, y = 2$

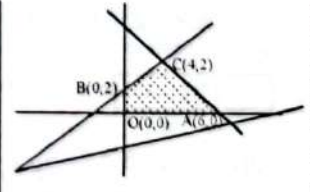
এখানে, $z = 2y - x$

$(6, 0)$ হলে $z = -6$

$(4, 2)$ হলে $z = 4 - 4 = 0$

$(0, 2)$ হলে $z = 0 - 2 = -2$

সর্বোচ্চ মান = -2



জটিল সংখ্যা Complex Number

এক নজরে এ অধ্যায়ের গুরুত্বপূর্ণ তথ্যাবলি

জটিল রাশি: $x, y \in \mathbb{R}$ এ থাকলে $x + iy$ কে জটিল সংখ্যা (Complex number) বলা হয় এবং z বা \mathbb{C} দ্বারা সূচিত করা হয়। $y = 0$ হলে, সংখ্যাটি বাস্তব এবং $x = 0$ হলে, সংখ্যাটি কাল্পনিক। x কে z এর বাস্তব অংশ [Real part of $z \equiv \text{Re}(z)$] এবং y কে z এর কাল্পনিক অংশ [Imaginary part of $z \equiv \text{Im}(z)$] বলা হয়।

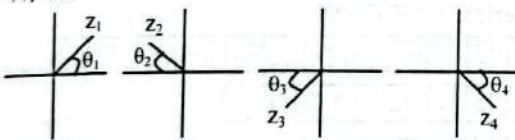
$x^2 + 1 = 0$ এবং $x^2 - 2x + 3 = 0$ সমীকরণদ্বয়ের কোন বাস্তব সমাধান নেই। ঐতিহাসিকভাবে এ ধরনের সমীকরণের অস্তিত্বের জন্য কাল্পনিক সংখ্যা বা জটিল সংখ্যার ধারণা সৃষ্টি করা হয়েছে। বিশিষ্ট গণিতবিদ অয়লার (Leonhard Euler: 1707-1783) এমন একটি প্রতীক ব্যবহার করেন যার বর্গ -1 হবে। এই প্রতীকটিকে i দ্বারা সূচিত করা হয়; অর্থাৎ $i^2 = -1$ । i কে imaginary number নাম দেওয়া হয়। অবশ্য ইটালীয় গণিত শাস্ত্রবিদ কার্তানোর অবদানের কথাও এখানে উল্লেখ্য। কার্তানো i কে 'Fictitious' or 'Sophistic' সংখ্যা নামে অবিহিত করেন।

i এর একটি জ্যামিতিক ব্যাখ্যা আছে। জার্মান গণিতবিদ গাউস প্রথমে এই ব্যাখ্যা দেন, i কে সংঘটন হিসাবে বিবেচনা করে এটি x অক্ষের উপর সংঘটিত করলে, x অক্ষের ধনাত্মক দিকে (Anti Clockwise) 90° কোণে আবর্তিত হয় এবং $-i$ ঋণাত্মক দিকে 90° কোণে আবর্তিত হয়।

জটিল রাশির জ্ঞাতব্য:
কার্ভেসীয় আকার, $z = x + iy$

মডুলাস, $|z| = \text{mod}(z) = r = \sqrt{x^2 + y^2}$

আর্গুমেন্ট, $z = \text{Arg}(z) = \text{amp } z = \theta =$ বিস্তার (Amplitude)
 $= \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right)$ । সর্বদাই $-\pi \leq \theta \leq \pi$ । আর্গুমেন্টের ক্ষেত্রে নিচের চিত্রগুলো



01) নং চিত্রে $\text{Arg } z_1$ বা $\text{Arg } z_1 = \theta_1$ 02) নং চিত্রে $\text{Arg } z_2 = \pi - \theta_2$

03) নং চিত্রে $\text{Arg } z_3 = -\pi + \theta_3$ 04) নং চিত্রে $\text{Arg } z_4 = -\theta_4$

iv. যদি $z = x + iy$ একটি জটিল সংখ্যা হয়, তবে সংখ্যাটির পোলার আকার হবে $z = r \cos \theta + i r \sin \theta$, যেখানে r এবং θ যথাক্রমের সংখ্যাটির মডুলাস এবং আর্গুমেন্ট।

v. De Moivre's Formula: $z^n = r^n e^{in\theta} = r^n (\cos n\theta + i \sin n\theta)$

$\therefore (\cos \theta + i \sin \theta)^n = \cos n\theta + i \sin n\theta$

সুতরাং, $z = x + iy$ এর মডুলাস $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ হলে, $z^n = (x + iy)^n$ এর মডুলাস হবে $(\sqrt{x^2 + y^2})^n$ । আর্গুমেন্ট হবে $n\theta$ ।

জটিল রাশির ধর্ম:

1) $a + ib = 0$ হলে, $a = 0, b = 0$

2) $a + ib = c + id$ হলে, $a = c$ এবং $b = d$

3) $a + ib$ রাশির অনুবন্ধী বা মিথুন (Conjugate) রাশি $a - ib$ । জটিল রাশিকে z দ্বারা প্রকাশ করা হলে অনুবন্ধী জটিল রাশিকে \bar{z} দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

$-3 - i5$ এর অনুবন্ধী $-3 + i5$

4) অনুবন্ধী দুটি জটিল রাশির যোগফল এবং গুণফল বাস্তব হয়।

যেমন- $(a + ib) + (a - ib) = 2a$; বাস্তব।

$(a + ib)(a - ib) = a^2 - i^2 b^2 = a^2 + b^2$; বাস্তব।

5) অনুবন্ধী নয় এরূপ দুটি জটিল রাশির যোগফল, বিয়োগফল, গুণফল এবং ভাগফল প্রত্যেকটিই জটিল হয়।

6) কোন ধনাত্মক অখণ্ড সূচকবিশিষ্ট জটিল সংখ্যা একটি জটিল সংখ্যা।

যেমন- $(a + ib)^n =$ একটি জটিল সংখ্যা।

7) কোন জটিল সংখ্যার মূল একটি জটিল সংখ্যা।

যেমন- $\sqrt[n]{a + ib}$ একটি জটিল সংখ্যা।

8) সকল বাস্তব সংখ্যা এক প্রকার জটিল সংখ্যা। কারণ যে কোন বাস্তব সংখ্যা x কে $x + i \cdot 0$ আকারে প্রকাশ করা যায়।

□ মনে রাখতে হবে:

01. a ও b বাস্তব সংখ্যা এবং $a^2 + b^2 = 1$ হলে x এর একটি বাস্তব মান $\frac{1 - ix}{1 + ix}$

$= a - ib$ সমীকরণকে সিদ্ধ করলে, $x = \frac{b}{a + 1}$

02. $\sqrt[3]{a + ib} = x + iy$ হলে,

i. $\sqrt[3]{a - ib} = x - iy$ ii. $4(x^2 - y^2) = \frac{a}{x} + \frac{b}{y}$

iii. $-2(x^2 + y^2) = \frac{a}{x} - \frac{b}{y}$

03. $\sqrt{i} + \sqrt{-i}$ এর মান $\pm \sqrt{2}$

04. $\sqrt{i} - \sqrt{-i}$ এর মান $\pm \sqrt{2}i$

Calculator Type

জটিল সংখ্যা (Complex Number)

□ সকল ক্ষেত্রে এই অধ্যায়ের **Mode** Complex এ রাখতে হবে।

কিভাবে Mode Complex করতে হয়-

Casio calculator এ **Mode** \rightarrow 2 চেপে mode complex এ করা যায়।

Complex number Calculator এ কিভাবে প্রবেশ করানো হয়?

মনে করি, জটিল সংখ্যাটি, $z = a + ib = 4 + 5i$

জটিল সংখ্যাটির বাস্তব অংশ (real part $a = 4$) এবং

অবাস্তব অংশ (imaginary part $b = 5$)

Calculator এ Mode 2 চেপে complex mode নিয়ে **4** **+** **5** **ENG** **=**

চাপলে ES series calculator screen এ সরাসরি $4 + 5i$ আসে। কিন্তু Ms/w

series এর screen এ real part (বাস্তব অংশ) 4 আসে। **SHIFT Re-im**

চাপলে অবাস্তব অংশ $5i$ দেখা যাবে।

□ **Re-im** বাটনটি W series এর **RCL** বাটন এবং

MS series এর **=** বাটন।

Example-1 $i^2 = -1$ হলে, $\frac{i^{-1} - i}{2i^{-1} + i} = ?$ [জ.বি 09-10]

সমাধান: $\frac{i^{-1} - i}{2i^{-1} + i} = \frac{\frac{1}{i} - i}{\frac{2}{i} + i} = \frac{\frac{1 + i^2}{i}}{\frac{2 + i^2}{i}} = 2$

এই problem টি Calculator এ করতে নিচের বাটন চিত্রটি অনুসরণ করতে হবে।

W/MS/ES Series: এর বাটন চিত্র:

$(\text{ENG } x^i) = (2 \times \text{ENG } x^i + \text{ENG }) =$

Ans. 2
বিশেষ দ্রষ্টব্য: এখানে $\text{ENG } - i$ এবং $\text{ENG } x^i = i^i$

Calculator Use Ex-02

মডুলাস ও আর্গুমেন্ট নির্ণয়:
 $|i - 3|$ এর মডুলাস ও আর্গুমেন্ট নির্ণয় কর

For MS Series:

$(\text{4} \text{ } \text{+} \text{ } \text{3} \text{ } \text{Eng} \text{ } \text{) shift} \text{ } \text{+} =$ মডুলাস পাবে 5

Again $\text{shift} =$ চাপলে আর্গুমেন্ট পাবে 36.87

For ES Series:

$(\text{4} \text{ } \text{+} \text{ } \text{3} \text{ } \text{) shift} \text{ } \text{complex} \text{ } \text{3} =$

Result দেখাবে 5×36.86 যা যথাক্রমে মডুলাস ও আর্গুমেন্ট এর মান।

Calculator Use Ex-03

i. কার্ভেসীয় থেকে পোলার স্থানান্তর নির্ণয়:

For MS Series:

$\text{shift} \text{ } \text{pol} \text{ } \text{) (} \text{)} =$ এরপর $\text{RCL} \text{ } \text{tan}$

For ES Series:

$\text{shift} \text{ } \text{pol} \text{ } \text{) (} \text{)} =$

Complex number বা জটিল সংখ্যার absolute value বা পরমমান হিসাব:

Example-4: $|(3 + 4i)| = ?$

W/MS Series: এর বাটন চিত্র:

$\text{SHIFT} \text{ } \text{) (} \text{3} \text{ } \text{+} \text{ } \text{4} \text{ } \text{ENG} \text{ } \text{) =}$ Ans. 5

ES Series: (Lin I0 Set up)

$\text{SHIFT} \text{ } \text{hyp} \text{ } \text{3} \text{ } \text{+} \text{ } \text{4} \text{ } \text{ENG} \text{ } \text{) =}$ Ans. 5

Note: Mth I0 setup দিতে absolute value নির্ণয় করা যাবে।

Addition and Subtraction:

Example-5: $(5 + 8i) + (9 + 11i) = ?$

W/MS Series: এর বাটন চিত্র:

$(\text{5} \text{ } \text{+} \text{ } \text{8} \text{ } \text{ENG} \text{ } \text{) } \text{+} \text{ } (\text{9} \text{ } \text{+} \text{ } \text{11} \text{ } \text{ENG} \text{ } \text{) =}$ Ans. 14

অবান্তর অংশ পেতে $\text{SHIFT} =$ Ans. 19i

Total Ans. 14 + 19i

ES Series: এর বাটন চিত্র:

$(\text{5} \text{ } \text{+} \text{ } \text{8} \text{ } \text{ENG} \text{ } \text{) } \text{+} \text{ } (\text{9} \text{ } \text{+} \text{ } \text{11} \text{ } \text{ENG} \text{ } \text{) =}$

Ans. 14 + 19i

Multiplication & Division:

Example-6 $(2 + 3i) \times (4 + 5i) = ?$

W/MS Series: এর বাটন চিত্র:

$(\text{2} \text{ } \text{+} \text{ } \text{3} \text{ } \text{ENG} \text{ } \text{) } \text{ } \text{ } \text{ } (\text{4} \text{ } \text{+} \text{ } \text{5} \text{ } \text{ENG} \text{ } \text{) =}$

Ans. -7

অবান্তর অংশ পেতে $\text{SHIFT} =$ Ans. 22.i

Total Answer: $-7 + 22i$

ES Series: এর বাটন চিত্র:

$(\text{2} \text{ } \text{+} \text{ } \text{3} \text{ } \text{ENG} \text{ } \text{) } \text{ } \text{ } \text{ } (\text{4} \text{ } \text{+} \text{ } \text{5} \text{ } \text{ENG} \text{ } \text{) =}$

Answer: $-7 + 22i$

Some Important Similiar Problems:

Example-7 $\frac{(2 + 3i)}{(2 - i)} = \rho + \alpha i$, ρ ও α বাস্তব সংখ্যা হলে, $\alpha = ?$

(DU 96-97)

- A. 5/3 B. -5/3 C. 8/5 D. 7/5

Ans. C

MS বা W Series: এর বাটন চিত্র:

$(\text{2} \text{ } \text{+} \text{ } \text{3} \text{ } \text{ENG} \text{ } \text{) } \text{ } \text{ } \text{ } (\text{2} \text{ } \text{-} \text{ } \text{ENG} \text{ } \text{) =}$

Ans. 0.2

এক অবান্তর অংশ পেতে $\text{SHIFT} =$

Ans. 1.6 i

1.6 কে ভগ্নাংশ আকারে পেতে $\text{SHIFT} \text{ } \text{a/b/c} =$

Ans. 8/5

$\therefore \alpha = \frac{8}{5}$ Ans.

ES Series:

Math I0 Set up করতে

1: Math I0	2: Line I0	→ Press I
3: Deg	4: Rad	
5: Gra	6: Fix	

Screen

বাটন চিত্র:

$\text{) (} \text{2} \text{ } \text{+} \text{ } \text{3} \text{ } \text{ENG} \text{ } \text{) } \text{ } \text{ } \text{ } \text{2} \text{ } \text{-} \text{ } \text{ENG} \text{ } \text{) =}$
Press down

Example-8: $\frac{(2 + 3i) \times (4 + 5i)}{(5 - 2i)}$ এর মান কত?

MS/W Series: এর বাটন চিত্র:

$(\text{2} \text{ } \text{+} \text{ } \text{3} \text{ } \text{ENG} \text{ } \text{) } \text{ } \text{ } \text{ } (\text{4} \text{ } \text{+} \text{ } \text{5} \text{ } \text{ENG} \text{ } \text{) } \text{ } \text{ } \text{ } (\text{5} \text{ } \text{-} \text{ } \text{2} \text{ } \text{ENG} \text{ } \text{) =}$

Ans. -2.7341

ভগ্নাংশ আকারে পেতে $\text{SHIFT} \text{ } \text{a/b/c} =$

Ans. $-\frac{79}{29}$

অবান্তর অংশ পেতে $\text{SHIFT} =$ Ans. $\frac{96}{29} i$

Ans. $-\frac{79}{29} + \frac{96}{29} i$

ES Series:

Math I0

$\text{SHIFT} \text{ } \text{Mode} \text{ } \text{1} \text{ } \text{) (} \text{2} \text{ } \text{+} \text{ } \text{3} \text{ } \text{ENG} \text{ } \text{) } \text{ } \text{ } \text{ } \text{4} \text{ } \text{+} \text{ } \text{5} \text{ } \text{ENG} \text{ } \text{) } \text{ } \text{ } \text{ } \text{5} \text{ } \text{-} \text{ } \text{2} \text{ } \text{ENG} \text{ } \text{) =}$

Press down

$(\text{5} \text{ } \text{-} \text{ } \text{2} \text{ } \text{ENG} \text{ } \text{) =}$

Ans. $-\frac{79}{29} + \frac{96}{29} i$

Example-9 $x = -1 + i$ হলে, $x^3 + 3x^2 + 4x + 7$ এর মান কত?

(DU-05-06)

A. $6 + i$

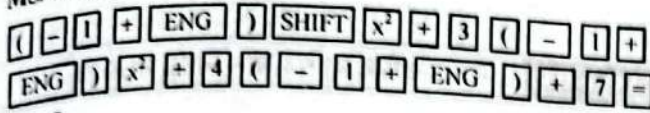
B. 8

C. 5

D. $9 + 2i$

Ans. C

MS/W Series: এর বাটন চিত্র:



Ans. 5

অবশ্যই অংশ পেতে SHIFT = Ans. 0 ∴ $5 + 0 \times i = 5$ Ans.

ES Series:

প্রথমে Calculator কে জটিল সংখ্যার mode এ নিতে হবে অর্থাৎ mode

2 তারপর $x^3 + 3x^2 + 4x + 7$ লিখে CALC বাটন চাপতে হবে।Screen এ আসবে $x = ?$ 

বাটন চাপলে Ans. 5

Example-1001. $7 - 30i\sqrt{2}$ এর বর্গমূল কত?A. $2 - 11i\sqrt{2}$ B. $11i\sqrt{2} - 32$ C. $5 - 3i\sqrt{2}$ D. $3 - 5i\sqrt{2}$

প্রত্যেকটি Option কে নিচের নিয়ম অনুসারে টেস্ট করতে হবে।

MS Series এর ক্ষেত্রে: $(5 - 3i\sqrt{2})^2 =$ (Screen এ দেখাবে 7)SHIFT = চাপলে $-42.43i \approx -30i\sqrt{2}$ অতএব, নির্ণেয় বর্গমূল $= 5 - 3i\sqrt{2}$

ES Series এর ক্ষেত্রে:

 $(5 - 3i\sqrt{2})^2$ ডানদিকে) Ans. $5 - 3i\sqrt{2}$ অতএব, নির্ণেয় বর্গমূল $= 5 - 3i\sqrt{2}$ 02. $\sqrt[4]{-144} = ?$

MS Series এর ক্ষেত্রে:

 $(\sqrt{6}(1+i))^2$ Screen এ দেখাবে 12 i.পুনরায় Ans² = করলে Screen এ দেখাবে -144∴ নির্ণেয় চারতম মূল $= \pm\sqrt{6}(1 \pm i)$

ES Series এর ক্ষেত্রে:

 $(\sqrt{6}(1+i))^2$ ডানদিকে) $(1+i)^2 =$ Screen এ দেখাবে 12 i তারপরAns² = করলে Screen এ দেখাবে -144∴ নির্ণেয় চারতম মূল $= \pm\sqrt{6}(1 \pm i)$

এ অধ্যায়ের গাণিতিক সমস্যাসমূহকে নিম্নোক্ত

Type এ অন্তর্ভুক্ত করা যায়

Type-01: মডুলাস ও আর্গুমেন্ট সংক্রান্ত(a) $z = x + iy$ হলে,(i) $|z| = \sqrt{x^2 + y^2}$ (ii) $|z| = |\bar{z}| = |-z| = |-\bar{z}|$ (iii) $|z|^2 = |\bar{z}|^2 = |-z|^2 = |-\bar{z}|^2 = z\bar{z}$ (iv) z_1 ও z_2 দুইটি জটিল সংখ্যা হলে, $|z_1 z_2| = |z_1| \times |z_2|$ (v) $\left| \frac{z_1}{z_2} \right| = \frac{|z_1|}{|z_2|}; z_2 \neq 0$ (vi) $|z_1 \pm z_2| \leq |z_1| + |z_2|$ (vii) $|z_1 - z_2| \geq ||z_1| - |z_2||$ (viii) $(x_1 + iy_1)(x_2 + iy_2)(x_3 + iy_3)$ আকারের জটিল সংখ্যার মডুলাস,

$$r = \sqrt{(x_1^2 + y_1^2)(x_2^2 + y_2^2)(x_3^2 + y_3^2)} \dots$$

(ix) $\frac{(x_1 + iy_1)(x_2 + iy_2)(x_3 + iy_3) \dots}{(x_4 + iy_4)(x_5 + iy_5)(x_6 + iy_6) \dots}$ আকারের জটিল সংখ্যার মডুলাস,

$$r = \sqrt{\frac{(x_1^2 + y_1^2)(x_2^2 + y_2^2)(x_3^2 + y_3^2) \dots}{(x_4^2 + y_4^2)(x_5^2 + y_5^2)(x_6^2 + y_6^2) \dots}}$$

(b) $z = x + iy$ হলে আর্গুমেন্ট $\theta = \tan^{-1} \frac{y}{x}$ (i) $z^n = (x + iy)^n$ হলে আর্গুমেন্ট হবে $n\theta$ ।(ii) $\frac{x_1 + iy_1}{x_2 + iy_2}$ আকারের জটিল সংখ্যার আর্গুমেন্ট, $\theta = \tan^{-1} \left(\frac{x_2 y_1 - x_1 y_2}{x_1 x_2 + y_1 y_2} \right)$

$$= \tan^{-1} \frac{y_1}{x_1} - \tan^{-1} \frac{y_2}{x_2}$$

(iii) $(x_1 + iy_1)(x_2 + iy_2)$ আকারের জটিল সংখ্যার আর্গুমেন্ট,

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{x_1 y_2 + x_2 y_1}{x_1 x_2 - y_1 y_2} \right) = \tan^{-1} \frac{y_1}{x_1} + \tan^{-1} \frac{y_2}{x_2}$$

(iv) $\text{Arg}(z_1 z_2) = \text{Arg } z_1 + \text{Arg } z_2$ (v) $\text{Arg}(z_1/z_2) = \text{Arg } z_1 - \text{Arg } z_2$ **Prob 01** $4 + 3i$ এর মডুলাস ও আর্গুমেন্ট নির্ণয় কর।**Sol:** মডুলাস, $r = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$ আর্গুমেন্ট, $\theta = \tan^{-1} \left(\frac{3}{4} \right)$ **Prob 02** $|a - ib| = ?$ **Sol:** $|a - ib| = \sqrt{a^2 + (-b)^2} = \sqrt{a^2 + b^2}$ **Prob 03** $z_1 = \sqrt{5} + i$ এবং $z_2 = \sqrt{5} - i$ হলে, $z_1 z_2$ এর মডুলাস কত?**Sol:** $|z_1| = \sqrt{5^2 + 1^2} = \sqrt{26} \Rightarrow |z_2| = \sqrt{5^2 + (-1)^2} = \sqrt{26}$ ∴ $z_1 z_2$ এর মডুলাস, $|z_1 z_2| = |z_1| \times |z_2| = \sqrt{26} \times \sqrt{26} = 26$ Ans.**Type-02:** পোলার ও $A + iB$ আকারে প্রকাশ সংক্রান্ত➤ $z = x + iy$ এর পোলার আকৃতি হবে, $z = r(\cos \theta + i \sin \theta)$ যেখানে $r =$ মডুলাস ও $\theta =$ আর্গুমেন্ট।

➤ দুটি জটিল সংখ্যা সমান হলে,

(i) $a + ib = c + id$ হলে, $a = c, b = d$ (ii) $\frac{a + ib}{c + id} = x + iy$ হলে

$$\therefore x = \frac{ac + bd}{c^2 + d^2}$$

$$y = \frac{bc - ad}{c^2 + d^2}$$

Prob 01 $-1 + i\sqrt{3}$ কে পোলার আকৃতিতে প্রকাশ কর:**Sol:** মডুলাস, $r = \sqrt{(-1)^2 + (\sqrt{3})^2} = 2$ আর্গুমেন্ট, $\theta = \tan^{-1} \left(\frac{\sqrt{3}}{-1} \right) = \frac{2\pi}{3}$ ∴ পোলার আকৃতি $= 2 \left(\cos \frac{2\pi}{3} + i \sin \frac{2\pi}{3} \right)$

Prob 02 $x^2 + y^2 = 16$ বৃত্তটিকে পোলার আকারে প্রকাশ কর।

Sol: $x^2 + y^2 = 16 \Rightarrow r^2 = 16 \Rightarrow r = 4$

Prob 03 $(\sqrt{3} + i)^{10}$ কে পোলার আকৃতিতে প্রকাশ কর।

Sol: $r = \sqrt{3+1} = 2, \theta = \tan^{-1} \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\pi}{6}$

$$\therefore (\sqrt{3} + i)^{10} = \left\{ 2 \left(\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6} \right) \right\}^{10} = 2^{10} \left(\cos \frac{10\pi}{6} + i \sin \frac{10\pi}{6} \right)$$

[By De Moivre's Formula]

Prob 04 $\frac{5-i}{2-3i} = A + iB$ হলে, A ও B এর মান কত?

Sol: $A + iB = \frac{5-i}{2-3i} = \frac{(5-i)(2+3i)}{(2-3i)(2+3i)} = \frac{10+15i-2i-3i^2}{4+9}$
 $= \frac{13+13i}{13} = 1+i \therefore A = 1 \text{ ও } B = 1$

Type-03: বর্গমূল নির্ণয় সংক্রান্ত

□ বর্গমূল বের করার নিয়ম:

- i যুক্ত পদটিকে 2ab আকারে নিতে হবে যেন a ও b এর মধ্যে কম পার্থক্য থাকে।
- বাস্তব অংশ ধনাত্মক হলে ছোটটির সাথে i নিতে হবে এবং বাস্তব অংশ ঋণাত্মক হলে বড়টির সাথে i নিতে হবে।
- সূত্রের মাঝখানের চিহ্নটি প্রদত্ত জটিল সংখ্যার i যুক্ত পদটির পূর্বের চিহ্ন হবে।

Technic 01 $Z = x + iy$ হলে,

$$\sqrt{x + iy} = \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \left\{ \left(\sqrt{x^2 + y^2} + x \right)^{\frac{1}{2}} \pm i \left(\sqrt{x^2 + y^2} - x \right)^{\frac{1}{2}} \right\}$$

Technic 02 পরীক্ষা নিরীক্ষা পদ্ধতি: অবাস্তব অংশকে 2 দ্বারা ভাগ করে যা থাকে তা থেকে এমন দুইটি উৎপাদক তৈরী কর যাদের বর্গের অন্তর বাস্তব অংশ।

যেমন: $-7+24i$ এর বর্গমূল নির্ণয়ের ক্ষেত্রে $\frac{24}{2} = 12 = 3 \times 4$

$\therefore 3^2 - 4^2 = -7$

$\therefore \sqrt{-7+24i} = \sqrt{3^2 + 2 \cdot 3 \cdot 4i + (4i)^2} = \sqrt{(3+4i)^2} = \pm(3+4i)$

Prob 01 $-7 + 24i$ এর বর্গমূল কত?

Sol: $-7 + 24i = -7 + 2 \cdot 3 \cdot 4i = 3^2 + 2 \cdot 3 \cdot 4i + (4i)^2 = (3 + 4i)^2$

$\therefore \sqrt{-7 + 24i} = \pm(3 + 4i)$, উপরোক্ত নিয়মানুযায়ী।

Prob 02 $2i$ এর বর্গমূল নির্ণয় কর।

Sol: $2i = 2 \cdot 1 \cdot i = (1)^2 + 2 \cdot 1 \cdot i + (i)^2 = (1 + i)^2 \therefore \sqrt{2i} = \pm(1 + i)$

Prob 03 $2a + i(a^2 - 1)$ এর বর্গমূল কত?

Sol: $2a + i(a^2 - 1) = 2a + i(a+1)(a-1) = \frac{1}{2} [4a + 2i(a+1)(a-1)]$

$\therefore \sqrt{2a + i(a^2 - 1)} = \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \{ (a+1) + i(a-1) \}$

Prob 04 $\sqrt{i} + \sqrt{-i}$ এর মান কত?

Sol: বর্গমূলের টেকনিক প্রয়োগ করে পাই,

$i = 2 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} i \therefore \sqrt{i} = \left(\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}} i \right)$

আবার $-i = -2 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} i \therefore \sqrt{-i} = \left(\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}} i \right)$

$\therefore \sqrt{i} + \sqrt{-i} = \left(\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}} i \right) + \left(\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}} i \right) = 2 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$ Ans

Type-04: জটিল রাশির মান নির্ণয় সংক্রান্ত

(a) $i^2 = -1$

(b) $i^3 = i^2 \cdot i = -i$

(c) $i^4 = i^2 \cdot i^2 = (-1) \cdot (-1) = 1$

(d) $i^{-1} = \frac{1}{i} = -i$

(e) $i^{18} = i^{4 \times 4 + 2} = i^{4 \times 4} \times i^2 = i^4 \times i^4 \times i^4 \times i^4 \times i^2 = 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times i^2 = -1$
 সূত্রানুযায়ী যদি n, p ∈ I হয় এবং p < 4 হয়, তবে আমরা সহজেই i^{4n+p} লিখতে পারি। যেমন-

$i^{39} = i^{4 \cdot 9 + 3} = i^3 = -i$

$i^{66} = i^{4 \cdot 16 + 2} = i^2 = -1$

$i^{928966} = i^{4 \cdot 232241 + 2} = i^2 = -1$

Or,

i এর ঘাত কে 4 দ্বারা ভাগ করে প্রদত্ত ভাগশেষই হবে এর ঘাত। ভাগশেষ বের করার সহজ নিয়ম:

দশমিকের পর 25 থাকলে ভাগশেষ 1, কারণ $0.25 \times 4 = 1$

দশমিকের পর 5 থাকলে ভাগশেষ 2, কারণ $0.5 \times 4 = 2$

দশমিকের পর 75 থাকলে ভাগশেষ 3, কারণ $0.75 \times 4 = 3$

ভাগফল পূর্ণ সংখ্যা হলে ভাগশেষ 0

তারপর নিম্নের সমতা প্রয়োগ করতে হবে-

$i^2 = -1$

$i^3 = -i$

$i^4 = 1$

$i^{-1} = -i$

যেমন: i^{909271} কে 4 দ্বারা ভাগ করলে ভাগশেষ হয় 3। তাহলে, $i^3 = -i$

Prob 01 $\frac{(1+i)^2 + (1-i)^2}{(1+i)^2 - (1-i)^2} = ?$

Sol: $\frac{(1+i)^2 + (1-i)^2}{(1+i)^2 - (1-i)^2} = \frac{1+2i+i^2+1-2i+i^2}{1+2i+i^2-1+2i-i^2} = \frac{0}{4i} = 0$ Ans.

Prob 02 $1 - \frac{i}{1-\frac{1}{1+i}}$ এর মান কত?

Sol: $1 - \frac{i}{1-\frac{1}{1+i}} = 1 - \frac{i}{\frac{1+i-1}{1+i}} = 1 - \frac{i(1+i)}{i} = 1 - (1+i) = -i$

[or By using Calculator]

Prob 03 $x = -1 + i$ হলে, $x^3 + 3x^2 + 4x + 7$ এর মান কত?

Sol: Ans. 5 [By Using Calculator]

Prob 04 $x = 2 + i$ হলে, $x^4 - 4x^3 + 6x^2 - 4x + 5$ এর মান কত?

Sol: Ans. 0 [By Using Calculator]

Prob 05 $p = \frac{1+\sqrt{-1}}{\sqrt{2}}$ হলে, $p^6 + p^4 + p^2 + 1$ এর মান কত?

Sol: $p = \frac{1+\sqrt{-1}}{\sqrt{2}} \Rightarrow p^2 = \frac{1+2i+i^2}{2} = i$

$\therefore p^6 + p^4 + p^2 + 1 = i^3 + i^2 + i + 1 = 0$

Type-05:

এককের ঘনমূল (ω) সংক্রান্ত

এককের বা একের ঘনমূল 3টি, একটি বাস্তব (1), অপর 2টি অবাস্তব।
বাস্তব মানস্বরূপ $\frac{-1 \pm \sqrt{-3}}{2}$ যাদের একটি অপরটির বর্গের সমান এবং
তাদেরকে ω, ω^2 দ্বারা সূচিত করা হয়।
 $\omega = \frac{1}{2}(-1+i\sqrt{3})$ হলে $\omega^2 = \frac{1}{2}(-1-i\sqrt{3})$

Note (i) $1 + \omega + \omega^2 = 0$ (ii) $\omega^3 = 1$ (iii) $\sqrt[3]{a^3} = a$

এককের ঘনমূলের বৈশিষ্ট্য:
এককের কাল্পনিক ঘনমূলদ্বয়ের গুণফল 1 অর্থাৎ $\omega \cdot \omega^2 = \omega^3 = 1$
এককের ঘনমূল তিনটির যোগফল শূন্য অর্থাৎ $1 + \omega + \omega^2 = 0$
i. $\omega^p = \omega^q, p < 3$ যেমন-
ii. $\omega^{2996} + \omega^{773033} + \omega^{375753}$
iii. $\omega^{3 \times 309655+1} + \omega^{3 \times 257677+2} + \omega^{3 \times 125251+0}$
 $= \omega^1 + \omega^2 + \omega^0 = 1 + \omega + \omega^2 = 0$ Ans.

Technique:

ω এর ঘাত কে 3 দ্বারা ভাগ করে প্রদত্ত ভাগশেষই হবে ω এর ঘাত
ভাগশেষ বের করার সহজ নিয়ম:
দশমিকের পর 33 থাকলে ভাগশেষ 1, কারণ $0.33 \times 3 = 0.99 \approx 1$
দশমিকের পর 66 থাকলে ভাগশেষ 2, কারণ $0.66 \times 3 = 1.98 \approx 2$
ভাগফল পূর্ণ সংখ্যা হলে ভাগশেষ 0
i. $\omega^{786} + \omega^{972} = \omega^2 + \omega^0 = \omega^2 + 1 = -\omega$

Prob 01 একের একটি জটিল ঘনমূল ω হলে, মান নির্ণয় কর-

(i) $(1 - \omega + \omega^2)^2 + (1 + \omega - \omega^2)^2$
Sol: $(1 - \omega + \omega^2)^2 + (1 + \omega - \omega^2)^2 = (-2\omega)^2 + (-2\omega^2)^2$
 $= 4(\omega^2 + \omega) = -4$

(ii) $(1 - \omega)(1 - \omega^2)(1 - \omega^4)(1 - \omega^8)$
Sol: $(1 - \omega)(1 - \omega^2)(1 - \omega^4)(1 - \omega^8)$
 $= (1 - \omega)^2(1 - \omega^2)^2 = \{(1 - \omega)(1 - \omega^2)\}^2$
 $= (1 - \omega^2 - \omega + \omega^3)^2 = 9$

(iii) $(1 + \omega^4 - \omega^2)^3 - (1 - \omega^4 + \omega^2)^3$
Sol: $(1 + \omega^4 - \omega^2)^3 - (1 - \omega^4 + \omega^2)^3$
 $= (-2\omega^2)^3 - (-2\omega)^3 = -8\omega^6 + 8\omega^3 = 0$

(iv) $(a + b)^2 + (a\omega + b\omega^2)^2 + (a\omega^2 + b\omega)^2$
Sol: $(a + b)^2 + (a\omega + b\omega^2)^2 + (a\omega^2 + b\omega)^2$
 $= a^2(1 + \omega^2 + \omega^4) + b^2(1 + \omega^4 + \omega^2) + 2ab(1 + \omega^3 + \omega^3)$
 $= 2ab \cdot 3 = 6ab$

(v) $(-1 + \sqrt{-3})^4 + (-1 - \sqrt{-3})^4$
Sol: $(-1 + \sqrt{-3})^4 + (-1 - \sqrt{-3})^4$
 $= 2^4 \left\{ \left(\frac{-1 + \sqrt{-3}}{2} \right)^4 + \left(\frac{-1 - \sqrt{-3}}{2} \right)^4 \right\} = 2^4 (\omega^4 + \omega^8) = -16$

Prob 02 যখন n এর মান 3 দ্বারা বিভাজ্য বা অপর কোন পূর্ণ সংখ্যা হলে

$\left(\frac{-1 + \sqrt{-3}}{2} \right)^n + \left(\frac{-1 - \sqrt{-3}}{2} \right)^n$ এর মান কত?

Sol: $\left(\frac{-1 + \sqrt{-3}}{2} \right)^n + \left(\frac{-1 - \sqrt{-3}}{2} \right)^n = \omega^n + (\omega^2)^n = \omega^n + \omega^{2n}$
 $n, 3$ দ্বারা বিভাজ্য হলে $\omega^{3n} + \omega^{6n} = 2$
 n অন্য কোন পূর্ণ সংখ্যা হলে $\omega^{3n+1} + \omega^{6n+2} = -1$

Prob 03 $x = \frac{1}{2}(-1 + \sqrt{-3})$ এবং $y = \frac{1}{2}(-1 - \sqrt{-3})$ হলে, $x^{-3} + y^{-3} = ?$

Sol: $x = \omega$ হলে $y = \omega^2$
এখন $x^{-3} + y^{-3} = \frac{1}{x^3} + \frac{1}{y^3} = \frac{1}{\omega^3} + \frac{1}{\omega^6} = 2$

Prob 04 $\left\{ \frac{1}{2}(1 - \sqrt{-3}) \right\}^6$ এর মান কত?

Sol: $\left\{ \frac{1}{2}(1 - \sqrt{-3}) \right\}^6 = (\omega^2)^6 = \omega^{12} = \omega^{3 \times 4} = 1$

Prob 05 যদি $a = \frac{1}{2}(-1 + \sqrt{-3})$ এবং $b = \frac{1}{2}(-1 - \sqrt{-3})$ হয়,

তবে $a^4 + a^2b^2 + b^4 =$ কত হবে?
Sol: $a = \omega$ হলে, $b = \omega^2$ হবে
 $\therefore \omega^4 + \omega^2\omega^4 + \omega^8 = \omega + 1 + \omega^2 = 0$

Type-06: **বিবিধ মূল নির্ণয় সংক্রান্ত**

Technique:

- i. $\sqrt[3]{-n^3} = -n, -n\omega, -n\omega^2$
[যেখানে, $\omega = \frac{-1+i\sqrt{3}}{2}, \omega^2 = \frac{-1-i\sqrt{3}}{2}$]
- ii. $\sqrt[4]{-n^2} = \pm \sqrt{\frac{n}{2}}(1 \pm i)$
- iii. $\sqrt[6]{-n^3} = \pm \sqrt{n}i, \pm \sqrt{n}\omega, \pm \sqrt{n}\omega^2$
 $= \pm \sqrt{\frac{n}{2}}(1+i), \pm \sqrt{\frac{n}{2}}(1+i)\omega, \pm \sqrt{\frac{n}{2}}(1+i)\omega^2$
- iv. $\sqrt[6]{-n^2} = \pm \sqrt[3]{\frac{n}{2}}i, \pm \sqrt[3]{\frac{n}{2}}\omega, \pm \sqrt[3]{\frac{n}{2}}\omega^2$

Prob 01 মান নির্ণয় কর:

(i) $\sqrt[4]{-144} = ?$
Sol: $\sqrt[4]{-144} = \sqrt[4]{(12i)^2} = \sqrt{\pm 12i}$
 $= \sqrt{6} \sqrt{\pm 2i} = \pm \sqrt{6}(1 \pm i)$

(ii) $\sqrt[6]{-64}$
Sol: $\sqrt[6]{-64} = \sqrt[6]{(8i)^2} = \sqrt[3]{\pm 8i} = \sqrt[3]{\pm 2i^3}$
 $= \pm 2i \left(1, \frac{-1+i\sqrt{3}}{2} \right) = \pm 2i, (\pm i \pm \sqrt{3})$ Ans.

Shortcut: প্রশ্নে প্রদত্ত অপশনগুলোকে একবার বর্গ এবং একবার ঘন করতে হবে। যে অপশনটির জন্য প্রদত্ত রাশিটি পাওয়া যাবে সেটিই

(iii) $\sqrt[3]{i}$

Sol: $\sqrt[3]{i} = \sqrt[3]{(-i)^3} = -i \left(1, \frac{-1 \pm i\sqrt{3}}{2}\right) = -i, \frac{i \pm \sqrt{3}}{2}$

(iv) $\sqrt[3]{-1}$

Sol: $\sqrt[3]{-1} = \sqrt[3]{(-1)^3} = -1 \left(1, \frac{-1 \pm i\sqrt{3}}{2}\right) = -1, \frac{1 \pm i\sqrt{3}}{2}$

Prob 02 $x^4 + 81 = 0$ সমীকরণের মূলগুলো নির্ণয় কর।

Sol: $x^4 = -81 \Rightarrow x^4 = (9i)^2$
 $\Rightarrow x^2 = \pm 9i = \frac{9}{2}(\pm 2i) = \frac{9}{2}(1^2 \pm 2.1.i + i^2)$
 $\therefore x = \pm \frac{3}{\sqrt{2}}(1 \pm i)$

Note মনে রাখা ভালো $\sqrt{\pm 2i} = (1 \pm i)$

Type-07: সঞ্চারণপথ সংক্রান্ত

সঞ্চারণপথের প্রকৃতি: $z = x + iy$ এর ক্ষেত্রে সঞ্চারণপথের সমীকরণের প্রকৃতি

Technic 01: $|z - k_1| = k_2$ আকৃতি বৃত্ত নির্দেশ করে যার কেন্দ্র $(k_1, 0)$; ব্যাসার্ধ $= k_2$

Technic 02: $|z| = k$ আকৃতি বৃত্ত নির্দেশ করে যার কেন্দ্র $(0, 0)$; ব্যাসার্ধ $= k$

Technic 03: $|z + k_1| = |z + k_2|$ আকৃতি সরলরেখা নির্দেশ করে।

Technic 04: $|az + k_1| = |bz + k_2|$ আকৃতি বৃত্ত নির্দেশ করে।

Technic 05: $|z + k_1| + |z + k_2| = k_3$ আকৃতি উপবৃত্ত নির্দেশ করে।

Technic 06: $|z + k_1| - |z + k_2| = k_3$ আকৃতি অধিবৃত্ত নির্দেশ করে।
 এখানে a, b, k প্রত্যেকে ধ্রুবক।

Technic 07: $z\bar{z} = a^2$ বৃত্ত সূচিত করে যার কেন্দ্র মূলবিন্দু ও ব্যাসার্ধ a ।

Technic 08: $z\bar{z} = 0$ বিন্দুবৃত্ত সূচিত করে যার কেন্দ্র $(0, 0)$ ও ব্যাসার্ধ 0

Technic 09: $|z + k_1| = x$ বা y আকৃতি পরাবৃত্ত নির্দেশ করে।

Prob 01 $z = x + iy$ হলে $|z - 1| = |2z|$ এর সমতুল্য সমীকরণটি কি? উহা কি নির্দেশ করে?

Sol: $|z - 1| = |2z|$
 $\Rightarrow \sqrt{(x-1)^2 + y^2} = \sqrt{(2x)^2 + (2y)^2}$
 $\Rightarrow x^2 - 2x + 1 + y^2 = 4x^2 + 4y^2$
 $\Rightarrow 3x^2 + 3y^2 + 2x - 1 = 0$ যা বৃত্ত নির্দেশ করে। **Ans.**

Prob 02 $z = x + iy$ হলে $|z - 5| = x$ সমীকরণটি কি নির্দেশ করে?

Sol: $|z - 5| = x \Rightarrow \sqrt{(x-5)^2 + y^2} = x$
 $\Rightarrow x^2 - 10x + 25 + y^2 = x^2 \Rightarrow y^2 = 10x - 25$
 যা পরাবৃত্ত নির্দেশ করে। **Ans.**

Prob 03 $z = x + iy$ হলে $|2z - 3| = y$ সমীকরণটি কি নির্দেশ করে?

Sol: $|2z - 3| = y \Rightarrow \sqrt{(2x-3)^2 + (2y)^2} = y$
 $\Rightarrow 4x^2 - 12x + 9 + 4y^2 = y^2 \Rightarrow 4x^2 - 12x + 3y^2 + 9 = 0$
 যা উপবৃত্ত নির্দেশ করে। **Ans.**

Type-08:

বিবিধ

Short Technic: $\sqrt{-n+n}\sqrt{-n+n}\sqrt{-n+\dots\infty} = \frac{n \pm \sqrt{n^2 - 4n}}{2}$

Prob 01 a ও b বাস্তব সংখ্যা এবং $a^2 + b^2 = 1$ হলে, x এর একটি বাস্তব মান

$\frac{1-ix}{1+ix} = a - ib$ সমীকরণকে সিদ্ধ করে, $x = ?$

Sol: $x = \frac{b}{a+1}$

Prob 02 $\sqrt{-2+2\sqrt{-2+2\sqrt{-2+\dots\infty}}}$ = ?

Sol: $\sqrt{-2+2\sqrt{-2+2\sqrt{-2+\dots\infty}}}$ = $\frac{2 \pm \sqrt{2^2 - 4.2}}{2} = 1 \pm i$

Prob 03 n এর ক্ষুদ্রতম ধনাত্মক মান নির্ণয় কর যখন $\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^n = \pm 1, \pm i$ হয়।

Sol: $\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^n = i^n$

- $n = 1$ হলে $i^n = i^1 = i$
- $n = 2$ হলে $i^n = i^2 = -1$
- $n = 3$ হলে $i^n = i^3 = -i$
- $n = 0, 4$ হলে $i^n = i^0 = 1$ or, $i^4 = 1$

Prob 04 $(2 - 3i), (4 + 5i)$ ও $(-3 + 7i)$ বিন্দুগুলো দ্বারা গঠিত ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

Sol: ত্রিভুজের শীর্ষত্রয় $(2, -3), (4, 5)$ ও $(-3, 7)$

$\Delta = \frac{1}{2} | \{2(5-7) + 4(7+3) - 3(-3-5)\} | = 30$

Prob 05 $(1+i\sqrt{3})^{10}$ কে পোলার আকারে প্রকাশ কর।

Sol: ধরি, $Z = 1 + i\sqrt{3} \therefore |Z| = \sqrt{1+3} = 2$
 $\therefore \theta = \tan^{-1} \sqrt{3} = \frac{\pi}{3} \therefore 1 + i\sqrt{3} = 2 \cos \frac{\pi}{3} + 2i \sin \frac{\pi}{3}$
 $= 2 \left(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3} \right)$

$\therefore (1+i\sqrt{3})^{10} = 2^{10} \left(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3} \right)^{10} = 2^{10} \left(\cos \frac{10\pi}{3} + i \sin \frac{10\pi}{3} \right)$
 [Using De Moivre's Theorem]

Joykoly Technic

বর্গমূল সংক্রান্ত শর্টকাট

- $\sqrt{-1024}, \sqrt{-81}, \sqrt{-144}, \sqrt{-169}$
- এক্ষেত্রে উত্তরের অপশনে সর্বদা $\pm(1 \pm i)$ থাকে।
- এবার এর সাথে সহগ রূপে যা থাকবে তার জন্য ভেতরের সংখ্যা ধনাত্মক ধরে বর্গমূল, এরপর 2 দিয়ে ভাগ, এরপর আবার বর্গমূল করলে যা পাওয়া যায় তাই Add করে মিলিয়ে নিতে হবে। যেমন- $\sqrt{-81}$ এর জন্য
- $\sqrt{81} = 9, 9/2, \sqrt{\frac{9}{2}} = \frac{3}{\sqrt{2}}$

$\sqrt{-4} = 1 \cdot \frac{3}{\sqrt{2}} (1+i)$
 $\sqrt{-144} \rightarrow \sqrt{144} = 12, 12/2 = 6, \sqrt{6} \therefore \sqrt{144} = \sqrt{6}(1+i)$
 $\sqrt{-16} \rightarrow \sqrt{16} = 4, 4/2 = 2, \sqrt{2} \therefore \sqrt{-16} = 1\sqrt{2}(1+i)$
 $\sqrt{-169} \rightarrow \sqrt{169} = 13, 13/2, \frac{\sqrt{13}}{2} \text{ or } \frac{\sqrt{26}}{2}$
 $\sqrt{-169} = 1 \cdot \frac{\sqrt{26}}{2} (1+i)$

7 ± 24i এই টাইপের বর্গমূল নির্ণয়:
 প্রথমে অব্যক্ত অংশকে 2ah format এ নিয়ে ছাই $1.2 \times 4i \times 3$ থাকলে উত্তর হবে $\pm(4i + 3)$
 + চিহ্ন হবে কারণ অব্যক্ত অংশের চিহ্ন +, আর - থাকলে - হবে।
 1-7 থাকার বড় সংখ্যাটি 4, i এর সহগ হয়েছে, +7 থাকলে ছোট সংখ্যাটি 3 এর সহগ হত।

ঢাকা বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
(শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান)

01. এককের একটি কাল্পনিক ঘনমূল ω হলে $(1-\omega)(1-\omega^2)(1-\omega^4)(1-\omega^8)$ এর মান কত? [15-16]
 A. 18 B. 6 C. -9 D. 9
Ans D Solve $(1-\omega)(1-\omega^2)(1-\omega^4)(1-\omega^8)$
 $= (1-\omega)(1-\omega^2)(1-\omega)(1-\omega^2)$
 $= ((1-\omega)(1-\omega^2))^2 = (1-w+w^2+w^3)^2$
 $= (1-(1+w+w^2)+2)^2 = 9$

02. $z = 1 - \frac{i}{1-i+i}$ জটিল সংখ্যাটির মডুলাস ও আর্গুমেন্ট. [15-16]
 A. 1, 0 B. 1, $\frac{\pi}{2}$ C. 1, π D. 1, $\frac{3\pi}{2}$
Ans D Solve $1 - \frac{i}{1-i+i} = 1 - \frac{i}{1+i-1} = 1 - (1+i) = -i$
 মডুলাস $= \sqrt{(-1)^2 + 0^2} = 1$
 আর্গুমেন্ট $= \tan^{-1}\left(\frac{-1}{0}\right) = \tan^{-1}(-\infty) = \tan^{-1}(-\tan\frac{\pi}{2})$
 $= \tan^{-1}\tan\left(2\pi - \frac{\pi}{2}\right) = \frac{3\pi}{2}$

03. $\frac{i-i^{-1}}{i+2i^{-1}}$ এর মান এবং নতি হবে যথাক্রমে. [14-15]
 A. 0, 0 B. -2i, $-\frac{\pi}{2}$ C. 2i, $\frac{\pi}{2}$ D. -2, π
Ans D Solve মান $= \frac{i-i^{-1}}{i+2i^{-1}} = \frac{i^2-1}{i^2+2} = \frac{-1-1}{-1+2} = -2$
 $-2 = -2 + i0, \theta = \tan^{-1}\left(\frac{0}{-2}\right) = \tan^{-1}0 = \pi$
 N.B: বিপরীতক ফাংশনের মান সর্বদা ধনাত্মক হবে, $\tan^{-1}0 = 0$ অথবা π (যদি $\theta = \pi$ হবে)। (D)

Shortcut:
 \therefore মান $= -2$, শুধু অপশন D তে আছে। তাই উত্তর D হবে।
Using Calculator

04. $z_1 = 2 + i$ এবং $z_2 = 3 + i$ হলে $z_1 z_2$ এর মডুলাস. [11-13]
 A. 6 B. $5\sqrt{2}$ C. 7 D. $5\sqrt{5}$
Ans B Solve $z_1 = 2 + i, z_2 = 3 + i, z_1 z_2 = 7 - 1 = 6$
 $z_1 z_2 = (2+i)(3+i) = 6 + i - 1 - i = 5$
 $\therefore |z_1 z_2| = \sqrt{7^2 + 1^2} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$

05. $\frac{(i+1)^2}{(i-1)^4}$ জটিল সংখ্যাটির আর্গুমেন্ট হবে. [12-13]
 A. π B. $-\pi$ C. $\frac{\pi}{2}$ D. $-\frac{\pi}{2}$
Ans C Solve $\frac{(i+1)^2}{(i-1)^4} = -\frac{2i}{4} = -\frac{i}{2}$
 $\theta = \tan^{-1}\left(\frac{-1/2}{0}\right) = \frac{\pi}{2}$ [By Using Calculator. Ex-02]

06. $8 + 4\sqrt{5}i$ এর বর্গমূল হবে. [12-13]
 A. $\pm(3-2i)$ B. $\pm(\sqrt{10} + \sqrt{2}i)$
 C. $\pm(\sqrt{10} - \sqrt{2}i)$ D. $\pm(3+2i)$
Ans B Solve $8 + 4\sqrt{5}i = 10 + 2\sqrt{20}i - 2$
 $= (\sqrt{10})^2 + 2\sqrt{10} \cdot \sqrt{2}i + (\sqrt{2}i)^2 = (\sqrt{10} + \sqrt{2}i)^2$
 $\therefore \sqrt{8 + 4\sqrt{5}i} = \pm(\sqrt{10} + \sqrt{2}i)$ [By Using Calculator. Ex-10]

07. $i^2 = -1$ হলে, $\frac{i-i^{-1}}{i+2i^{-1}}$ এর মান. [11-12, 07-08]
 A. 0 B. -2i C. 2i D. -2
Ans D Solve $\frac{i-i^{-1}}{i+2i^{-1}} = \frac{i-\frac{1}{i}}{i+\frac{2}{i}} = \frac{i^2-1}{i^2+2} = \frac{-1-1}{-1+2} = -2$
 [By Using Calculator. Ex-01]

08. এককের একটি জটিল ঘনমূল ω হলে, $(1+\omega-\omega^2)(\omega+\omega^2-1)(\omega^2+1-\omega)$ এর মান কত? [10-11, 04-05]
 A. -8 B. 8 C. 0 D. 1
Ans A Solve $(1+\omega-\omega^2)(\omega+\omega^2-1)(\omega^2+1-\omega)$
 $= (-\omega^2-\omega^3)(-1-1)(-\omega-\omega^2) = (-2\omega^2)(-2)(-2\omega) = -8\omega^3 = -8$

09. $i^2 = -1$ হলে $\frac{i^{-1}-i}{2i^{-1}+i}$ এর মান. [09-10, JNU 09-10]
 A. -2i B. 2i C. -2 D. 2
Ans D Solve $\frac{i^{-1}-i}{2i^{-1}+i} = \frac{1-i^2}{2+i^2} = \frac{1+1}{2-1} = 2$
 or, [By Using Calculator. Ex-01]

10. $x = -1 + i$ হলে, $x^3 + 3x^2 + 4x + 7$ এর মান. [05-06, JNU 06-07, 07-08]
 A. 6 + i B. 8 C. 5 D. 9 + 2i
Ans C Solve $x = -1 + i \Rightarrow x + 1 = i \Rightarrow (x+1)^2 = -1$
 $\Rightarrow x^2 + 2x + 2 = 0$
 এখন $x^3 + 3x^2 + 4x + 7$
 $= x^3 + 2x^2 + 2x + x^2 + 2x + 2 + 5$
 $= x(x^2 + 2x + 2) + (x^2 + 2x + 2) + 5 + 3 = x^3 + 2x^2 + 2 + 5 = 8$
 [By Using Calculator. Ex-08]

11. $\frac{i}{1 - \frac{1}{1-i}}$ এর মান ? [06-07]

- A. $1-i$ B. $1+i$ C. $2i$ D. $-1+i$

Ans B Solve $\frac{i}{1 - \frac{1}{1-i}} = \frac{i}{1 - \frac{1}{1-i}} = \frac{i}{1 - \frac{1}{1-i}}$
 $= \frac{i}{\frac{1-i-1}{1-i}} = \frac{i}{\frac{-2-i}{1-i}} = -i(i-1) = -i^2 + i = 1+i$

[By Using Calculator. Ex-01]

12. যদি ω এককের একটি কাল্পনিক জটিল ঘনমূল হয়, তবে $(1 - \omega + \omega^2)^2 + (1 + \omega - \omega^2)^2$ এর মান কত? [05-06, 01-02, 97-98; JNU 08-09]

- A. -4 B. 4 C. -3 D. 3

Ans A Solve $(1 - \omega + \omega^2)^2 + (1 + \omega - \omega^2)^2$
 $= (-2\omega)^2 + (-2\omega^2)^2 = 4\omega^2 + 4\omega = -4$

13. $i^2 = -1$ হলে, $\frac{i+i^{-1}}{i-i^{-1}}$ এর মান কত? [05-06, 99-00]

- A. 0 B. $-2i$ C. $2i$ D. 2

Ans A Solve $\frac{i+i^{-1}}{i-i^{-1}} = \frac{i+\frac{1}{i}}{i-\frac{1}{i}} = \frac{\frac{i^2+1}{i}}{\frac{i^2-1}{i}} = \frac{-1+1}{-1-1} = 0$

[or By using Calculator]

14. যদি ω এককের একটি নির্দিষ্ট জটিল ঘনমূল হয় রাশিমালা $(1 + \omega - \omega^5)(\omega + \omega^2 - 1)(\omega^5 + 1 - \omega)$ এর মান- [04-05]

- A. -4 B. -8
 C. 8 D. 4

Ans B Solve $(1 + \omega - \omega^5)(\omega + \omega^2 - 1)(\omega^5 + 1 - \omega)$
 $= (-2\omega^5)(-2)(-2\omega) = -8$

15. ω যদি এককের একটি জটিল (কাল্পনিক) ঘনমূল হয়, তবে $(1 - \omega + \omega^2)$ $(1 - \omega^2 + \omega^4)$ এর মান- [02-03]

- A. 4 B. 6 C. 3 D. 2

Ans A Solve $(1 - \omega + \omega^2)(1 - \omega^2 + \omega^4)$
 $= (1 - \omega + \omega^2)(1 - \omega^2 + \omega)$ [∵ $\omega^4 = \omega^3\omega = \omega$]
 $= (1 + \omega + \omega^2 - 2\omega)(1 + \omega + \omega^2 - 2\omega^2) = (-2\omega)(-2\omega^2) = 4\omega^3 = 4$

16. $\frac{2+3i}{2-i} = P+Qi$ হলে, এবং P, Q বাস্তব সংখ্যা হলে, $Q = ?$ [96-97]

- A. $\frac{4}{5}$ B. $\frac{8}{3}$ C. $\frac{8}{5}$ D. $\frac{7}{5}$

Ans C Solve $\frac{2+3i}{2-i} = \frac{1}{5} + \frac{8}{5}i$ ∴ $Q = \frac{8}{5}$

[By Using Calculator. Ex-07]

17. ω যদি 1 এর একটি জটিল ঘনমূল হয়, তবে প্রদত্ত নির্ণায়কটির মান-

$\begin{vmatrix} 1 & \omega & \omega^2 \\ \omega & \omega^2 & 1 \\ \omega^2 & 1 & \omega \end{vmatrix}$ [09-10]

- A. 0 B. 1 C. ω D. ω^2

Ans A Solve $\begin{vmatrix} 1+\omega+\omega^2 & \omega & \omega^2 \\ 1+\omega+\omega^2 & \omega^2 & 1 \\ 1+\omega+\omega^2 & 1 & \omega \end{vmatrix}$ [C₁' = C₁ + C₂ + C₃]
 $= (1 + \omega + \omega^2) \begin{vmatrix} 1 & \omega & \omega^2 \\ 1 & \omega^2 & 1 \\ 1 & 1 & \omega \end{vmatrix} = 0$

সারি বা কলাম এর সকল উপাদান একই হলে এর মান শূন্য

জগন্নাথ বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
 [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $(5+3i)$ মূল (root) বিশিষ্ট দ্বিঘাত সমীকরণ (quadratic equation)-টি হবে- [15-16]

- A. $x^2-10x+34=0$ B. $x^2-5x-34=0$
 C. $x^2+5x-34=0$ D. $x^2+5x+34=0$

Ans A Solve মূলদ্বয় $5+3i, 5-3i$
 সমীকরণ, $x^2 - (5+3i+5-3i)x + (5+3i)(5-3i) = 0$
 $\Rightarrow x^2 - 10x + 25 + 9 = 0 \Rightarrow x^2 - 10x + 34 = 0$

02. $(\sqrt{3}, 1)$ বিন্দুর পোলার স্থানাংক- [12-13]

- A. $(2, \pi/4)$ B. $(2, \pi/6)$ C. $(1, \pi/4)$ D. $(0, \pi/4)$

Ans B Solve $x = \sqrt{3}$
 $y = 1$

$r = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{3+1} = 2$

$\theta = \tan^{-1} \frac{y}{x} = \tan^{-1} \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\pi}{6}$

∴ $(r, \theta) = (2, \frac{\pi}{6})$ [By Using Calculator. Ex-03]

03. $i^2 = -1$ হলে, $\frac{i-i^{-1}}{i-2i^{-1}}$ এর মান- [11-12]

- A. 0 B. $-2i$ C. $2i$ D. $\frac{2}{3}$

Ans D Solve [By Using Calculator. Ex-01]

04. যদি ω এককের একটি কাল্পনিক ঘনমূল হয়, তবে $1 + \omega + \omega^2 = ?$ [10-11; DU 02-03]

- A. 0 B. ω^3
 C. 1 D. ω

Ans. A

05. এককের কাল্পনিক ঘনমূলদ্বয়ের গুণফল- [09-10]

- A. 1 B. -1 C. 0 D. ω^2

Ans A Solve এককের কাল্পনিক ঘনমূলদ্বয়ের গুণফল $= \omega \cdot \omega^2 = 1$

06. $\cos \pi + i \sin \pi = ?$ [09-10]

- A. 0 B. i C. -1 D. 1

Ans C Solve [By Using Calculator]

07. যদি $x = \frac{-1 + \sqrt{-3}}{2}$ হয়, তবে $x^3 + x^{-3}$ এর মান- [09-10]

- A. $\frac{1}{2}$ B. 2 C. 4 D. $\frac{1}{4}$

Ans B Solve ধরি, $x = \frac{-1 + \sqrt{-3}}{2} = \omega$

∴ $x^3 + x^{-3} = \omega^3 + \frac{1}{\omega^3} = 2$ or, [By Using Calculator. Ex-09]

এর মান- [07-08]

08. $\frac{i}{1-i}$ এর মান- [07-08]
 A. -1 B. 1 C. i D. $-\frac{1}{2}$

Ans A Solve $\frac{i}{1-i} = \frac{i(1+i)}{(1-i)(1+i)} = \frac{i+i^2}{1-i^2} = \frac{i-1}{1-(-1)} = \frac{i-1}{2}$

09. এককের একটি কাল্পনিক ঘনমূল ω হলে, $(1+\omega)(1+\omega^2)(1+\omega^3)(1+\omega^4)$ এর মান- [07-08]

- A. -1 B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{10}$ D. 1

Ans D Solve $(1+\omega)(1+\omega^2)(1+\omega)(1+\omega^2)$
 $= (-\omega^2)(-\omega)(-\omega^2)(-\omega) = 1$

10. ω এককের একটি জটিল ঘনমূল হলে, $(1-\omega-\omega^2)^3 + (1-\omega+\omega^2)^3$ এর মান- [06-07]

- A. 8 B. -8 C. 0 D. 16

Ans C Solve $(1-\omega-\omega^2)^3 + (1-\omega+\omega^2)^3$
 $= (1+1)^3 + (-\omega-\omega^2)^3 = 8 - 8\omega^3 = 0$

জাহাঙ্গীরনগর বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
 [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $4+3i$ জটিল সংখ্যার মডুলাস কত হবে? [15-16]

- A. 25 B. 4 C. 3 D. 5

Ans D Solve $4+3i$ এর মডুলাস
 $= \sqrt{4^2+3^2} = \sqrt{25} = 5$

02. যদি $a = \frac{1}{2}(-1 + \sqrt{-3})$ এবং $b = \frac{1}{2}(-1 - \sqrt{-3})$ হয়, তবে $a^4 + a^2b^2 + b^4$ সমীকরণের মান কত হবে? [15-16]

- A. -1 B. $\sqrt{3}$ C. 0 D. $\sqrt{-3}$

Ans C Solve $a = \frac{1}{2}(-1 + \sqrt{-3}) = w$
 $b = \frac{1}{2}(-1 - \sqrt{-3}) = w^2 \Rightarrow a^4 + a^2b^2 + b^4 = w^4 + w^2 \cdot w^4 + w^8$
 $= w + w^6 + w^2 = w + 1 + w^2 = 0$

03. i এর আর্গুমেন্ট কত? [15-16]

- A. 0 B. $\frac{\pi}{2}$ C. ∞ D. $\frac{\pi}{4}$

Ans B Solve i -এর আর্গুমেন্ট, $\theta = \tan^{-1}\left(\frac{1}{0}\right) = \tan^{-1}(\infty) = \frac{\pi}{2}$

04. $-i$ এর আর্গুমেন্ট কত? [15-16]

- A. 0 B. $\frac{\pi}{4}$ C. $-\infty$ D. $\frac{3\pi}{2}$

Ans D Solve $-i$ -এর আর্গুমেন্ট, $\theta = \tan^{-1}\left(\frac{-1}{0}\right) = \tan^{-1}(-\infty)$

$= \tan^{-1} \tan\left(-\frac{\pi}{2}\right) = \tan^{-1} \tan\left(2\pi - \frac{\pi}{2}\right) = \frac{3\pi}{2}$

05. $-\sqrt{3} + i$ এর আর্গুমেন্ট কত? [15-16]

- A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{3\pi}{6}$ C. $\frac{5\pi}{6}$ D. $\frac{7\pi}{6}$

Ans C Solve আর্গুমেন্ট $= \tan^{-1}\left(\frac{1}{-\sqrt{3}}\right)$

$= \tan^{-1} \tan\left(-\frac{\pi}{6}\right) = \tan^{-1} \tan\left(\pi - \frac{\pi}{6}\right) = \pi - \frac{\pi}{6} = \frac{5\pi}{6}$

06. $-1-i$ এর আর্গুমেন্ট কত? [15-16]

- A. $-\frac{\pi}{4}$ B. $\frac{2\pi}{4}$ C. $\frac{3\pi}{4}$ D. $\frac{5\pi}{4}$

Ans D Solve আর্গুমেন্ট $\tan^{-1}\left(\frac{-1}{-1}\right)$

$= \tan^{-1}(1) = \tan^{-1}\left(\tan \frac{\pi}{4}\right) = \tan^{-1} \tan\left(\pi + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{5\pi}{4}$

07. $1-\sqrt{3}i$ এর আর্গুমেন্ট কত? [15-16]

- A. $\frac{\pi}{3}$ B. $\frac{\pi}{6}$ C. $\frac{5\pi}{3}$ D. $\frac{\pi}{2}$

Ans C Solve আর্গুমেন্ট $= \tan^{-1}\left(\frac{-\sqrt{3}}{1}\right)$

$= \tan^{-1}\left(-\tan \frac{\pi}{3}\right) = \tan^{-1} \tan\left(2\pi - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{5\pi}{3}$

08. $x = \sqrt{i}$ হলে x এর মান কত? [15-16]

- A. $\pm \frac{1}{\sqrt{2}}(1+i)$ B. $\pm \frac{1}{\sqrt{2}}(1-i)$ C. $\pm \frac{1}{2}(1+i)$ D. $\pm \frac{1}{2}(1-i)$

Ans A Solve $x = \sqrt{i} = \sqrt{\frac{1}{2} \cdot 2i} = \sqrt{\frac{1}{2}(1+2i+i^2)}$

$= \sqrt{\frac{1}{2}(1+i)^2} = \pm \frac{1}{\sqrt{2}}(1+i)$

09. $\sqrt{3}-i$ এর মডুলাস কত? [14-15]

- A. $\sqrt{2}$ B. 2 C. 1 D. 4

Ans B Solve $\sqrt{3}-i$ এর মডুলাস

$= \sqrt{(\sqrt{3})^2 + (-1)^2} = \sqrt{4} = 2$

10. $-1+i$ এর আর্গুমেন্ট কত? [14-15]

- A. $-\frac{\pi}{4}$ B. $\frac{\pi}{4}$ C. $\frac{3\pi}{4}$ D. $\frac{\pi}{3}$

Ans C Solve $-1+i$ এর আর্গুমেন্ট $= \tan^{-1}\left(\frac{1}{-1}\right)$

$= \tan^{-1}(-1) = \tan^{-1}\left\{\tan\left(-\frac{\pi}{4}\right)\right\}$

$= \tan^{-1} \tan\left(\pi - \frac{\pi}{4}\right) = \pi - \frac{\pi}{4} = \frac{3\pi}{4}$

11. $3a + i(b-5) = 9 - 5bi$ হলে a ও b এর মান যথাক্রমে কত? [14-15]

- A. (3, 5) B. (5/6, 3) C. (3, 5/6) D. (2, 5/6)

Ans C Solve $3a + i(b-5) = 9 - 5bi$

$\Rightarrow 3a = 9 \Rightarrow a = 3$ এবং $b-5 = -5b \Rightarrow 6b = 5 \Rightarrow b = \frac{5}{6}$

$\therefore (3, \frac{5}{6})$

12. $-2i$ এর বর্গমূল কত? [14-15]

- A. $\pm(2-i)$ B. $\pm(1-i)$ C. $\pm(1+i)$ D. $\pm(1-2i)$

Ans B Solve $2i = 1-2i+i^2 = (1-i)^2$

$\therefore -2i$ এর বর্গমূল $= \pm(1-i)$

13. If $2x - i(y + 3) = (3 + i) + 7$ then the values of x and y are respectively. [13-14]

- A. 5, -4 B. -5, 3 C. -4, 5 D. $\frac{3}{2}, -7$

Ans A Solve $2x - i(y + 3) = 3 + i + 7$
 $\Rightarrow 2x - iy - 3i = 10 + i \Rightarrow 2x - i(y + 3) = 10 + i$
 বাস্তব ও অবাস্তব মান সমীকৃত করে পাই,
 $2x = 10 \Rightarrow x = 5$ এবং $-(y + 3) = 1 \Rightarrow y = -4$

14. $4 + 3i$ জটিল সংখ্যাটির মডুলাস ও আর্গুমেন্ট নির্ণয় কর। [H 12-13; RU 08-09, 12-13]

- A. $(5, \tan^{-1} \frac{3}{4})$ B. $(5, \tan^{-1} \frac{4}{3})$
 C. $(5, \tan^{-1} \frac{-3}{4})$ D. None

Ans A Solve $4 + 3i$ এর মডুলাস $= \sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{5^2} = 5$
 $\tan \theta = \frac{3}{4} \Rightarrow \theta = \tan^{-1} \frac{3}{4}$

[By Using Calculator. Ex-02]

15. i কাল্পনিক সংখ্যা হলে, $\frac{1}{i^{51}}$ এর মান- [A 12-13]

- A. 1 B. -1 C. i D. $-i$

Ans C Solve $\frac{1}{i^{51}} = \frac{1}{(i^2)^{24} \cdot i^3} = \frac{1}{-i} = i$ [See Technique]

16. $\sqrt[4]{-1024} = ?$ [10-11]

- A. $\pm 2(1 \pm i)$ B. $\pm 16(1 \pm i)$
 C. $\pm 4(1 \pm i)$ D. $\pm 32i$

Ans C Solve ধরি, $x = (-1024)^{\frac{1}{4}}$
 $= \{(32i)^2\}^{\frac{1}{4}} = (\pm 32i)^{\frac{1}{2}} = 4\sqrt{\pm 2i} = 4\sqrt{(1 \pm i)^2} = \pm 4(1 \pm i)$

[By Using Calculator. Ex-10]

রাজশাহী বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
 [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $z = x + iy$ হলে, $|2z - 1| = |z - 2|$ কি নির্দেশ করে? [15-16]

- A. বৃত্ত B. পরাবৃত্ত C. উপবৃত্ত D. অধিবৃত্ত

Ans A Solve $|2z - 1| = |z - 2|$
 $\Rightarrow |2x + 2iy - 1| = |x + iy - 2|$
 $\Rightarrow \sqrt{(2x - 1)^2 + (2y)^2} = \sqrt{(x - 2)^2 + y^2}$
 $\Rightarrow (2x - 1)^2 + (2y)^2 = (x - 2)^2 + y^2$
 $\Rightarrow 4x^2 - 4x + 1 + 4y^2 = x^2 - 4x + 4 + y^2$
 $\Rightarrow 3x^2 + 3y^2 = 3 \Rightarrow x^2 + y^2 = 1$ বৃত্ত

02. $x = \frac{1}{2}(-1 + \sqrt{-3})$ এবং $y = \frac{1}{2}(-1 - \sqrt{-3})$ হলে $x^3 + y^3 =$ কত? [15-16]

- A. 3 B. 2 C. -2 D. 6

Ans B Solve $x = w, y = w^2$
 $\therefore x^3 + y^3 = w^3 + (w^2)^3 = 1 + 1 = 2$

03. জটিল সংখ্যার বর্গমূল- [15-16]

- A. জটিল সংখ্যা B. বাস্তব সংখ্যা
 C. মূলদ সংখ্যা D. অমূলদ সংখ্যা

Ans A Solve জটিল সংখ্যার বর্গমূল জটিল সংখ্যা।

04. 1 এর ঘনমূলের সংখ্যা কয়টি? [15-16]

- A. 3 B. 2 C. 4 D. 1

Ans A

05. $\frac{1 - ix}{1 + ix} = a - ib$ এবং x, a ও b বাস্তব হলে, নিচের কোনটি সঠিক? [15-16]

- A. $a^2 + b^2 = 1$ B. $a^2 - b^2 = 1$
 C. $a^2 + b^2 = -1$ D. $a^2 + b^2 = 0$

Ans A Solve $a^2 + b^2 = 1$ হবে।

06. $x = -1 + i\sqrt{2}$ হলে $x^4 + 4x^3 + 6x^2 + 4x = ?$ [15-16]

- A. 3 B. 5 C. 7 D. 1

Ans A Solve $x = -1 + i\sqrt{2}$
 $\Rightarrow x + 1 = i\sqrt{2} \Rightarrow x^2 + 2x + 1 = -2$
 $\Rightarrow x^2 + 2x + 3 = 0$
 $\Rightarrow x^4 + 4x^3 + 6x^2 + 4x$
 $= x^4 + 2x^3 + 3x^2 + 2x^3 + 6x^2 + 6x - x^2 - 2x - 3 + 3$
 $= x^2(x^2 + 2x + 3) + 2(x^2 + 2x + 3) - (x^2 + 2x + 3) + 3 = 3$

07. i এর বর্গমূল কোনটি? [14-15]

- A. $\pm \frac{\sqrt{2}}{1-i}$ B. $\frac{1}{\sqrt{2}}(1-i)$ C. $\pm \frac{\sqrt{2}}{1+i}$ D. $\pm \sqrt{2}(1-i)$

Ans A Solve $i = \frac{1}{2} \cdot 2i = \frac{1}{2}(1 + 2i + i^2) = \frac{1}{2}(1 + i)^2$

$\therefore i$ এর বর্গমূল $= \pm \frac{1}{\sqrt{2}}(1 + i) = \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{(1+i)(1-i)}{1-i}$
 $= \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{1+1}{1-i} = \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{2}{1-i} = \pm \frac{\sqrt{2}}{1-i}$

08. $4 + i\sqrt{2}$ এবং $4 - i\sqrt{2}$ মূলবিশিষ্ট সমীকরণটি হবে- [14-15]

- A. $x^2 - 8x - 18 = 0$ B. $x^2 - 8x + 18 = 0$
 C. $x^2 - 8x + 16 = 0$ D. $x^2 - 8x - 16 = 0$

Ans B Solve $4 + i\sqrt{2}, 4 - i\sqrt{2}$ মূলদ্বয় বিশিষ্ট সমীকরণ,
 $x^2 - (4 + i\sqrt{2} + 4 - i\sqrt{2})x + (4 + i\sqrt{2})(4 - i\sqrt{2}) = 0$
 $\Rightarrow x^2 - 8x + (16 + 2) = 0 \Rightarrow x^2 - 8x + 18 = 0$

09. i -এর ঘনমূলগুলির দুইটি মান $\frac{1}{2}(i \pm \sqrt{3})$ হলে অপরটির মান- [14-15]

- A. i B. 1 C. $-i$ D. -1

Ans C Solve $x^3 = i \Rightarrow x^3 = -i \cdot i^2 \Rightarrow x^3 = (-i)^3$

মূলগুলো, $-i, -i \left(\frac{-1 \pm i\sqrt{3}}{2} \right) - i, \frac{i \pm \sqrt{3}}{2}$

অপর মূলটি $= -i$

10. $z = x + iy$ হলে $|2z - 1| = |z - 2|$ কি নির্দেশ করে? [14-15]

- A. বৃত্ত B. উপবৃত্ত C. পরাবৃত্ত D. সরলরেখা

Ans A Solve $|2z - 1| = |z - 2| \Rightarrow |2x + 2iy - 1| = |x + iy - 2|$
 $\Rightarrow (2x - 1)^2 + 4y^2 = (x - 2)^2 + y^2$
 $\Rightarrow 4x^2 - 4x + 1 + 4y^2 = x^2 - 4x + 4 + y^2$
 $\Rightarrow 3x^2 + 3y^2 = 3 \Rightarrow x^2 + y^2 = 1$ বৃত্ত.

11. এককের একটি কাল্পনিক ঘনমূল ω হলে এবং n -এর মান 3 দ্বারা বিভাজ্য হলে $\omega^{2n} + \omega^n =$ কত? [13-14]

- A. -1 B. 2 C. 0 D. 1

Ans B Solve n এর মান 3 দ্বারা বিভাজ্য হলে $n = 3m$ লেখা যায় যেখানে $m = 1, 2, 3, \dots$ etc

$\therefore \omega^{2n} + \omega^n = \omega^{6m} + \omega^{3m} = (\omega^3)^{2m} + (\omega^3)^m = 1^{2m} + 1^m = 2$

12. এককের কাল্পনিক ঘনমূলদ্বয়ের একটি ω হলে, $\omega^{16} + \omega^{32}$ এর মান কত? [11-12]

- A. 1 B. 2 C. -1 D. -2

Ans C Solve $\omega^{16} + \omega^{32} = (\omega^3)^5 \cdot \omega + (\omega^3)^{10} \cdot \omega^2 = \omega + \omega^2 = -1$

১৩. দুইটি জটিল সংখ্যার সমষ্টি ও গুণফল উভয়ই- [11-12]

- A. অসম্ভব সংখ্যা
B. বাস্তব সংখ্যা
C. জটিল সংখ্যা
D. কোনটিই না

Ans. B

১৪. $a + ib = c + id$ হলে, কোনটি সঠিক? [10-11; CU 01-02]
A. $a = c, b = d$
B. $a = d, b = c$
C. $a = c, b = d$
D. $a = b, c = d$

Ans. A

১৫. $(1-i)^2 - (1+i)^2$ এর মান কত? [09-10, IU 09-10]
A. 1
B. i
C. -i
D. -1

Ans B Solve $\frac{1}{(1-i)^2} - \frac{1}{(1+i)^2} = \frac{1}{1-2i+i^2} - \frac{1}{1+2i+i^2}$
 $= \frac{1}{-2i} - \frac{1}{2i} = -\frac{2}{2i} = -\frac{1}{i} = \frac{i^2}{i} = i$

[By Using Calculator. Ex-01]

১৬. $x = -1 + i\sqrt{2}$ হলে, $x^4 + 4x^3 + 6x^2 + 4x + 9$ এর মান কত? [09-10]
A. 23
B. 15
C. 10
D. 12

Ans D Solve $(x+1)^2 = (i\sqrt{2})^2$
 $\Rightarrow x^2 + 2x + 1 = -2 \Rightarrow x^2 + 2x + 3 = 0$
 $\therefore x^4 + 4x^3 + 6x^2 + 4x + 9$
 $= x^4 + 2x^3 + 3x^2 + 2x^3 + 4x^2 + 6x - x^2 - 2x - 3 + 12$
 $= x^2(x^2 + 2x + 3) + 2x(x^2 + 2x + 3) - 1(x^2 + 2x + 3) + 12$
 $= (x^2 + 2x - 1)(x^2 + 2x + 3) + 12 = 12$

[By Using Calculator. Ex-09]

১৭. যদি $z = x + iy$ হয় তাহলে $z\bar{z} = 0$ সমীকরণটি হবে- [09-10]
A. বৃত্ত
B. সরল রেখা
C. বিন্দুবৃত্ত
D. পরাবৃত্ত

Ans C Solve $(x + iy)(x - iy) = 0 \Rightarrow x^2 + y^2 = 0$
সুতরাং সমীকরণটি বৃত্ত নির্দেশ করে।

১৮. $a + ib$ একটি জটিল সংখ্যা হলে, i এর মান কত হবে? [08-09]
A. 1
B. $\sqrt{-1}$
C. $\sqrt{2}$
D. $\frac{a}{b}$

Ans B Solve i এর মান $\sqrt{-1}$

১৯. $2+i = A + iB$ হলে, $A^2 + B^2$ এর মান কোনটি? [08-09]
A. 3
B. 5
C. 2
D. 7

Ans B Solve $2+i = A + iB$
 $\therefore A = 2; B = 1 \therefore A^2 + B^2 = 2^2 + 1^2 = 5$

২০. যদি $a + ib = 0$ হয়, তবে কোনটি সঠিক? [08-09]
A. $a = 0, b = 0$
B. $a + b = 0$
C. $a = b$
D. $a - b = 0$

Ans. A

২১. $9 + 40i$ এর বর্গমূল কত? [08-09]
A. $\pm(4 + 5i)$
B. $\pm(5 + 4i)$
C. $\pm(3 + 4i)$
D. $(3 - 4i)$

Ans B Solve $9 + 40i = 9 + 2 \times 4 \times 5 \times i = (5 + 4i)^2$
নির্ণয় বর্গমূল $= \pm(5 + 4i)$

২২. $17 - 20\sqrt{-2}$ এর বর্গমূল কত? [07-08; PUST 14-15]
A. $\pm 5 \pm i2\sqrt{2}$
B. $\pm 4 \pm i3\sqrt{3}$
C. $\pm 4 \pm i3\sqrt{2}$
D. $\pm 5 \pm i3\sqrt{2}$

Ans A Solve $\sqrt{17 - 20\sqrt{-2}} = \pm(5 \pm 2\sqrt{2}i)$

[By Using Calculator. Ex-10(i)]

২৩. এককের ঘনমূলগুলোর জটিল ঘনমূলদ্বয় যথাক্রমে a ও b হলে, $(1-a)(1-b)$ এর মান কত? [06-07]
A. 2
B. 3
C. 4
D. 5

Ans B Solve $1 - (a+b) + ab = 1 - (-1) + 1 = 3$

চট্টগ্রাম বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

০১. ধর $z = \frac{a}{a^2 + b^2} + i \frac{b}{a^2 + b^2}$ তাহলে z^{-1} এর মান: [15-16]

- A. $\frac{a}{a^2 + b^2} - i \frac{b}{a^2 + b^2}$
B. $a + ib$
C. $a - ib$
D. $\frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} - i \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

Ans C Solve $z = \frac{a}{a^2 + b^2} + i \frac{b}{a^2 + b^2} = \frac{a + ib}{a^2 + b^2}$
 $\therefore z^{-1} = \frac{a^2 + b^2}{a + ib} = \frac{(a^2 + b^2)(a - ib)}{(a + ib)(a - ib)} = \frac{(a^2 + b^2)(a - ib)}{a^2 + b^2} = a - ib$

০২. w যদি এককের ঘনমূলের একটি কাল্পনিক মূল হয় তাহলে $(1 - w^4)(1 - w^8)$ এর মান কত? [15-16]

- A. 0
B. 4
C. 3
D. 9
E. $1 - w^2$

Ans C Solve $(1 - w^4)(1 - w^8)$
 $= (1 - w)(1 - w^2)(1 - w^4)$
 $= 1 - w - w^2 + w^3 - w^4 + w^5 - w^6 + w^7 - w^8 + w^9 - w^{10} + w^{11}$
 $= 2 - (1 + w + w^2) + 1 = 3$

০৩. $|z - 3| = 6$ সমীকরণে কেন্দ্র বিন্দুর স্থানাঙ্ক কত? [15-16]

- A. (3, 0)
B. (0, -3)
C. (-3, 0)
D. (3, 6)
E. (3, -3)

Ans A Solve $|z - 3| = 6$
 $= |z + iy - 3| = 6 = \sqrt{(x-3)^2 + y^2} = 6$
 $= (x-3)^2 + (y-0)^2 = 6^2$
কেন্দ্র (3, 0)

০৪. \bar{Z} এর মান কত হলে $Z\bar{Z} = 1$ হবে? [15-16]

- A. $\bar{Z} = -1$
B. $\bar{Z} = 1$
C. $\bar{Z} = i$
D. $\bar{Z} = -i$
E. $\bar{Z} = -i$ বা i

Ans E Solve $\bar{Z} = i$ হলে $Z = -i$, $Z = -i$ হলে $\bar{Z} = i$
 $= Z\bar{Z} = -i(-i) = i^2 = 1$
 $\therefore \bar{Z} = i$ বা $-i$

০৫. $z = \frac{3 + 4i}{25}$, $i^2 = -1$ হলে z^{-1} এর মান হবে- [15-16]

- A. $3 - 4i$
B. $3 + 4i$
C. $5\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{4}i\right)$
D. জানা নেই
E. $5\left(\frac{1}{4} + \frac{1}{3}i\right)$

Ans A Solve $z^{-1} = \frac{1}{z} = \frac{1}{\frac{3+4i}{25}} = \frac{25}{3+4i}$
 $\Rightarrow \frac{25(3-4i)}{3^2 + 4^2} = 3 - 4i$

০৬. যদি $C^2 = 5 + 12i$ হয় তবে এর C মান কত? [15-16]

- A. $\pm 4i$
B. $\pm(1 - 2i)$
C. $7i$
D. $2 - 3i$
E. $\pm(3 + 2i)$

Ans E Solve $C^2 = 5 + 12i = 5 + 2 \cdot 3 \cdot 2i$
 $\Rightarrow 3^2 + 2 \cdot 4 \cdot 3i + (2i)^2 = (3 + 2i)^2$
 $\therefore c = \pm(3 + 2i)$

07. বিঘাত সমীকরণের একটি মূল 3 - 2i হলে সমীকরণটি হবে- [15-16]

- A. $x^2 + 6x + 13 = 0$ B. $x^2 - 6x + 15 = 0$ C. $x^2 - 6x + 17 = 0$
D. $x^2 - 6x + 13 = 0$ E. $x^2 + 7x + 13 = 0$

Ans D Solve মূলদ্বয় 3 - 2i, 3 + 2i

সমীকরণ, $x^2 - (3 - 2i + 3 + 2i)x + (3 - 2i)(3 + 2i) = 0$
 $\Rightarrow x^2 - 6x + (9 + 4) = 0 \Rightarrow x^2 - 6x + 13 = 0$

08. $x = 3 + 2i$ এবং $y = 3 - 2i$ হলে $x^2 + xy + y^2 =$ কত? [14-15]

- A. 20 B. 23 C. 26 D. 29 E. 35

Ans B Solve $x^2 + xy + y^2 = (x + y)^2 - xy$

$= (3 + 2i + 3 - 2i)^2 - (3 + 2i)(3 - 2i)$
 $= 6^2 - (9 + 4) = 36 - 13 = 23.$

09. বিঘাত সমীকরণের একটি মূল 5 + 3i হলে, সমীকরণটি- [14-15]

- A. $x^2 - 5x + 3 = 0$ B. $x^2 - 10x + 34 = 0$ C. $x^2 - 6x + 16 = 0$
D. $x^2 + 10x - 34 = 0$ E. $x^2 - 10x - 34 = 0$

Ans B Solve একটি মূল 5 + 3i \therefore অপর মূল 5 - 3i

\therefore সমীকরণ $x^2 - (5 + 3i + 5 - 3i)x + (5 + 3i)(5 - 3i) = 0$
 $\Rightarrow x^2 - 10x + 25 + 9 = 0 \Rightarrow x^2 - 10x + 34 = 0$

10. If $z = 1 + i2 \in$, then $|z|^2$ is [14-15]

- A. A natural number B. an integer
C. an irrational number D. a fraction E. None

Ans A Solve $Z = 1 + i2 \Rightarrow |Z|^2 = |(1 + 2i)|^2$

$= (\sqrt{1 + 2^2})^2 = 1 + 2^2 = 5$ Natural Number

11. জটিল সংখ্যা $3 + \sqrt{7}i$ এর মডুলাস হচ্ছে- [14-15]

- A. 5 B. 4 C. 3 D. 6 E. $\sqrt{14}$

Ans B Solve $3 + \sqrt{7}i$ মডুলাস $= \sqrt{3^2 + (\sqrt{7})^2}$

$= \sqrt{9 + 7} = \sqrt{16} = 4$

12. $(2x - 3y) + (5x + 2y)i = 13 + 4i$ হলে- [C 12-13]

- A. $x = \frac{13}{2}, y = 0$ B. $x = 0, y = -\frac{13}{3}$ C. $x = 2, y = -3$
D. $x = 3, y = -2$ E. $x = 3, y = 2$

Ans C Solve $(2x - 3y) + (5x + 2y)i = 13 + 4i$

$\therefore 2x - 3y = 13$ এবং $5x + 2y = 4$

$\therefore x = 2, y = -3$ [By Using Calculator]

13. মনে কর $a = 4 + i3$ এবং $b = 4 - i3$, তাহলে- [H 12-13]

- A. $ab \in \mathbb{R}$ B. $ab \in$ (একটি জটিল সংখ্যার সেট)
C. $|ab| \neq ab$ D. $|ab| > ab$ E. $|ab| < ab$

Ans. A

14. $(\sqrt[3]{-64})$ এর মান হবে- [11-12]

- A. -8 B. +4 C. i2 D. -4 E. -i2

Ans D Solve $\sqrt[3]{-64} = \sqrt[3]{(-4)^3} = -4$

15. $7 - 24i$ এর বর্গমূল কোনটি? [11-12]

- A. $\pm(4i-3)$ B. $\pm(3i-4)$ C. $\sqrt{7} - \sqrt{24}i$ D. 7 E. $7+24i$

Ans B Solve Sama as Type-03, Prob-01

[Or By Using Calculator. Ex-10(ii)]

16. $\frac{8-i}{1+8i}$ এর মান কোনটি? [10-11]

- A. i B. -i C. 1 D. -1 E. $1+i$

Ans B Solve [By Using Calculator. Ex-01]

17. $\sqrt{i} - \sqrt{-i} = ?$ [10-11]

- A. $\sqrt{2}i$ B. $-i\sqrt{2}$ C. 2 D. -2 E. 1

Ans A Solve $\sqrt{i} - \sqrt{-i} = \sqrt{\frac{2i}{2}} - \sqrt{\frac{-2i}{2}}$

$= \sqrt{\frac{1+2i+i^2}{2}} - \sqrt{\frac{1-2i+i^2}{2}} = \sqrt{\frac{(1+i)^2}{2}} - \sqrt{\frac{(1-i)^2}{2}}$

$= \frac{1+i}{\sqrt{2}} - \frac{1-i}{\sqrt{2}} = \frac{1+i-1+i}{\sqrt{2}} = \frac{2i}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}i$

18. $x = 2 + i$ হলে, $6x^2 - 4x + 5 =$ কত? [09-10]

- A. 20 + 15i B. 10 + 12i C. 15 + 20i
D. 15 + 10i E. 12 + 10i

Ans C Solve $6(2+i)^2 - 4(2+i) + 5$

$= 6(4 + 4i + i^2) - 8 - 4i + 5 = 15 + 20i$

[By Using Calculator. Ex-09]

19. $\sqrt{4+6i\sqrt{5}} + \sqrt{4-6i\sqrt{5}}$ এর মান কত? [09-10]

- A. 34 B. 20 C. 36 D. 6 E. 42

Ans D Solve ধরি, $\sqrt{4+6i\sqrt{5}} + \sqrt{4-6i\sqrt{5}} = x$

$\Rightarrow 4+6i\sqrt{5} + 4-6i\sqrt{5} + 2\sqrt{4^2+36 \times 5} = x^2$ [বর্গ করে]

$\Rightarrow 8+28 = x^2 \therefore x = 6$

20. $\frac{1+i}{1-i}$ জটিল সংখ্যাটির আর্গমেন্ট হবে- [09-10]

- A. $\frac{\pi}{2}$ B. 0 C. π D. $\frac{2\pi}{3}$ E. $\frac{\pi}{4}$

Ans A Solve $\frac{(1+i)^2}{1-i^2} = \frac{1+2i+i^2}{2} = i$

আর্গমেন্ট $= \tan^{-1}\left(\frac{1}{0}\right) = \frac{\pi}{2}$ or, [By Using Calculator. Ex-02]

21. 1 এর ঘনমূল কত? [09-10]

- A. 1, ω, ω^2 B. 2, ω, ω^2 C. 3, ω, ω^2
D. 1, 0, ω^2 E. 0, ω, ω^2

Ans A Solve $1 = x^3 \Rightarrow (x-1)(x^2+x+1) = 0$

$x = 1, x^2 + x + 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{1-4 \cdot 1 \cdot 1}}{2 \cdot 1}$

$= \frac{-1 \pm \sqrt{-3}}{2} = \omega, \omega^2$

22. $1+i$ জটিল সংখ্যাটির আর্গমেন্ট কত? [H 08-09; 01-02]

- A. $\frac{\pi}{3}$ B. $\frac{\pi}{2}$ C. $\frac{\pi}{4}$ D. $\frac{\pi}{6}$ E. $\frac{2\pi}{3}$

Ans C Solve $\tan \theta = \frac{1}{1} \Rightarrow \tan \theta = 1$

$\Rightarrow \tan \theta = \tan \frac{\pi}{4} \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{4}$

23. এককের কাল্পনিক ঘনমূল কয়টি? [05-06]

- A. 1 টি B. 2 টি C. 3 টি D. 4 টি E. অসংখ্য **Ans. B**

24. $x = 3 + 2i$ এবং $y = 3 - 2i$ হলে, $x^2 + xy + y^2$ এর মান কত? [05-06]

- A. 20 B. 23 C. 26 D. 29 E. 35

Ans B Solve

$x^2 + xy + y^2 = (x + y)^2 - xy = 6^2 - 13 = 36 - 13 = 23$

$\therefore x + y = 3 + 2i + 3 - 2i = 6$ এবং $xy = (3 + 2i)(3 - 2i) = 9 + 4 = 13$

[By Using Calculator. Ex-09]

25. $\sqrt{3} + i$ জটিল সংখ্যার মডুলাস হবে- [07-08]
A. 2 B. -2 C. -3 D. কোনটিই নয় E. 0

Ans A Solve $r = \sqrt{(\sqrt{3})^2 + 1^2} = 2$

26. i জটিল সংখ্যার আর্গুমেন্ট কত? [04-05]
A. π B. $\frac{\pi}{2}$ C. ∞ D. নির্ণয় করা সম্ভব নয় **Ans. B**

27. $\sqrt[4]{-16} = ?$ [D 04-05; RUET 10-11]
A. $\pm\sqrt{5}(1+i)$ B. $\pm\sqrt{2}(1-i)$
C. $\sqrt{2}(1\pm i)$ D. $\pm\sqrt{2}(1\pm i)$

Ans D Solve Shortcut Method: $\sqrt[4]{-n^2} = \pm \frac{\sqrt{2n}}{2}(1\pm i)$

$\therefore \sqrt[4]{-16} = \pm \frac{\sqrt{8}}{2}(1\pm i) = \pm \frac{2\sqrt{2}}{2}(1\pm i) = \pm\sqrt{2}(1\pm i)$

[By Using Calculator. Ex-10(ii)]

28. $z = x - iy$ হলে, $|z + 1| = 2$ নির্দেশ করে- [03-04]
A. বৃত্ত B. সরলরেখা C. প্যারাবোলা D. অধিবৃত্ত
Ans A Solve $|x - iy + 1| = 2 \Rightarrow (x+1)^2 + y^2 = 2^2$ যা একটি বৃত্তকে নির্দেশ করে।

29. $(1+i)^{-1}$ কে $a + ib$ আকারে লিখলে পাওয়া যায়- [03-04]
A. $\frac{1}{2} + i\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{2} - i\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{\sqrt{2}} + i\frac{1}{\sqrt{2}}$ D. $\frac{1}{\sqrt{2}} - i\frac{1}{\sqrt{2}}$

Ans B Solve $\frac{1}{1+i} = \frac{1-i}{2} = \frac{1}{2} - i\frac{1}{2}$

30. $\sqrt{-3} \times \sqrt{-5}$ এর মান কত? [03-04]
A. $\sqrt{15}$ B. $-\sqrt{15}$ C. $\pm\sqrt{15}$ D. 15

Ans B Solve $\sqrt{i^2 3} \times \sqrt{i^2 5} = -\sqrt{15}$

31. যদি, $z_1 = 1 + i$ এবং $z_2 = 1 - i$ তাহলে $z_1 z_2$ এর মান- [02-03]
A. জটিল সংখ্যা B. বাস্তব সংখ্যা
C. অবাস্তব সংখ্যা D. কাল্পনিক সংখ্যা
Ans B Solve দুটি অনুবন্ধী জটিল সংখ্যার গুণফল একটি বাস্তব সংখ্যা।

খুলনা বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $\sqrt[4]{-81}$ এর মান কত? [15-16]
A. $(1\pm i)$ B. $\frac{\sqrt{3}}{2}i$ C. $\pm\frac{\sqrt{3}}{2}(1\pm i)$ D. $\pm\frac{3}{\sqrt{2}}(1\pm i)$

Ans D Solve $x = \sqrt[4]{-81} \Rightarrow x^4 = -81 \Rightarrow (x^2)^2 = (i9)^2$
 $\Rightarrow x^2 = \pm i9 = \frac{9}{2}(\pm 2i) \Rightarrow x^2 = \frac{9}{2}(1 \pm 2i + i^2)$
 $\Rightarrow x^2 = \frac{9}{2}(1 \pm i)^2 \therefore x = \pm \frac{3}{\sqrt{2}}(1 \pm i)$

02. $\sqrt[4]{-64}$ এর সঠিক মান কোনটি? [14-15, 07-08]
A. ± 1 B. ± 2
C. $\pm 2i$ D. $\pm 3i$

Ans C Solve $x = \sqrt[4]{-64}$
 $\Rightarrow x^4 = -64 \Rightarrow x^4 = -4^3 \Rightarrow (x^2)^2 = -4^3$
 $\Rightarrow (x^2)^2 + 4^3 = 0 \Rightarrow (x^2 + 4)(x^2 - 4x + 16) = 0$
 $\Rightarrow x^2 + 4 = 0 \Rightarrow x^2 = -4 \Rightarrow x = \pm\sqrt{-4} = \pm 2i$

03. $4 + 3i$ জটিল সংখ্যার মডুলাস কত? [13-14]
A. 5 B. 6 C. 7 D. 8 **Ans. A**

04. $(2\sqrt{3} - 2i)(-2\sqrt{3} + 6i)$ -এর পোলার আকার হলো- [A 12-13]

A. $16\sqrt{3}e^{i\frac{\pi}{3}}$ B. $16\sqrt{3}e^{2i\frac{\pi}{3}}$ C. $16\sqrt{3}e^{i\frac{\pi}{6}}$
D. $16\sqrt{3}e^{3i\frac{\pi}{6}}$ E. $16\sqrt{3}e^{5i\frac{\pi}{6}}$

Ans A Solve $(2\sqrt{3} - 2i)(-2\sqrt{3} + 6i)$
 $= -12 - 12\sqrt{3}i + 4\sqrt{3}i + 12 = 16\sqrt{3}i$
 $= 16\sqrt{3} \left[\cos \frac{\pi}{2} + i \sin \frac{\pi}{2} \right] = 16\sqrt{3}e^{i\frac{\pi}{2}}$

05. $\sqrt[6]{-64}$ এর সম্ভাব্য মান কত? [07-08]
A. $\pm 2i$ B. $\pm(\sqrt{3} \pm i)^2$ C. $\pm\sqrt{3}i$ D. $\pm\sqrt{2}i^2$

Ans A Solve $\sqrt[6]{-64} = \sqrt[6]{i^6 2^6} = \pm 2i$ [See Technique]

শাহজালাল বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. 8 এর অবাস্তব ঘনমূল কোন সমীকরণকে সিদ্ধ করে? [14-15]
A. $x^2 + 2x + 1 = 0$ B. $x^2 + 4x + 4 = 0$ C. $x^2 + 2x + 4 = 0$
D. $x^2 + 1 = 0$ E. $x^2 - 2 = 0$

Ans C Solve $x^3 = 8$
 $\Rightarrow x^3 = 2^3 \Rightarrow (x-2)(x^2 + 2x + 4) = 0$
 $\therefore x = 2$ বাস্তব, $x^2 + 2x + 4 = 0$
অবাস্তব ঘন মূলদ্বয় এর সমীকরণ।

02. যদি $x = \frac{1}{2}(-1 + \sqrt{-3})$ এবং $y = \frac{1}{2}(-1 - \sqrt{-3})$ হয়, তবে x এবং y এর মধ্যে সম্পর্ক কি? [13-14]
A. $x + y = -1$ B. $x = y$ C. $x^2 + y^2 = 1$
D. $y = -x$ E. কোনটিই নেই

Ans A Solve $x = \frac{1}{2}(-1 + \sqrt{-3}) = \omega$
 $\therefore y = \frac{1}{2}(-1 - \sqrt{-3}) = \omega^2$ আমরা জানি, $\omega + \omega^2 = -1$
 $\Rightarrow x + y = -1$

03. যদি $a = b^2$ এবং $b = a^2$ হয় যেখানে $a \neq b$, তাহলে কোনটি সত্য? [13-14]
A. $a + b = 0$ B. $a - b = 0$ C. $a + b + 1 = 0$
D. $a + b - 1 = 0$ E. $ab = 0$

Ans C Solve $a = b^2, b = a^2$
 $\therefore a$ এবং b হল এককের তিনটি ঘনমূলের দুইটি। সুতরাং $a + b + 1 = 0$

04. কোনটি $x^3 = 1$ এর সমাধান নয়? [11-12]
A. 1 B. $(-1 - i\sqrt{3})/2$ C. $(-1 + i\sqrt{3})/2$
D. $\cos \frac{2\pi}{3} + i \sin \frac{2\pi}{3}$ E. $\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3}$

Ans E Solve option A, B, C দৃশ্যতই সমাধান option D
 $\cos \frac{2\pi}{3} + i \sin \frac{2\pi}{3} = -\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$ সমাধান হবে, কিন্তু option E
 $\Rightarrow \cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$ সমাধান নয়।

05. $(-1+i)$ এর মডুলাস ও আর্গুমেন্ট কত? [10-11]

- A. 2, 135° B. 2, -135°
C. $\sqrt{2}$, 135° D. $\sqrt{2}$, -135°

Ans C Solve $r = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$

$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{1}{-1}\right) = \tan^{-1}\left(-\tan\frac{\pi}{4}\right) = \tan^{-1}\tan\left(\pi - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{3\pi}{4} = 135^\circ$

[By Using Calculator. Ex-02]

06. কোনটি $x^3 = 8$ এর সমাধান নয়? [09-10]

- A. 2 B. $-1+i\sqrt{3}$ C. $-1-i\sqrt{3}$ D. $\sqrt{2}(1+i)$

Ans D Solve 8 এর ঘনমূল = $-1+i\sqrt{3}$, $-1-i\sqrt{3}$, 2

$\therefore x^3 = 8$ এর ঘনমূল নয় $\sqrt{2}(1+i)$

07. $\sqrt[3]{-169}$ এর মান কত? [06-07; RU 06-07]

- A. $\pm \frac{\sqrt{23}}{2}(1 \pm i)$ B. $\pm \frac{\sqrt{24}}{2}(1 \pm i)$
C. $\pm \frac{\sqrt{25}}{2}(1 \pm i)$ D. $\pm \frac{\sqrt{26}}{2}(1 \pm i)$

Ans D Solve [By Using Calculator. Ex-10(ii)]

$\left(\frac{\sqrt{26}}{2}(1 \pm i)\right)^2 = 13i = (13i)^2 = -169$

08. নীচের কোনটি সত্য? (যেখানে $i^2 = -1$ এবং n ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা)

[A 2005]

- A. $\sqrt{-1}\sqrt{-1} = 1$ B. $i^3 + i^5 + i^7 = i$
C. $(1+i)^2(1+i)^2 = -4$ D. $i^{4n} + i^{-4n} = 2$

Ans D Solve $i^{24n} = 1$

09. $(1+i)(1-i)$ এর মডুলাস কত? [05-06]

- A. i B. 2
C. $\sqrt{2}$ D. 0

Ans. B

10. 8 এর ঘনমূল হবে? [03-04]

- A. 2 B. $(-1+i\sqrt{3})$
C. $(-1-i\sqrt{3})$ D. All

Ans. D

11. i জটিল সংখ্যার পোলার আকৃতি? [03-04]

- A. $\cos \pi - i \sin \pi$ B. $\cos \frac{\pi}{2} + i \sin \frac{\pi}{2}$
C. $\cos \frac{\pi}{2} - i \sin \frac{\pi}{2}$ D. $\cos 3\frac{\pi}{2} - i \sin 3\frac{\pi}{2}$

Ans. B

12. $(3+2i)(4+5i)$ এর মান কত? [00-01]

- A. $1+23i$ B. $3+23i$ C. $2+23i$ D. $5+23i$

Ans C Solve [By Using Calculator. Ex-06]

ইসলামী বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $-1+i\sqrt{3}$ এর মডুলাস- [15-16]

- A. $\sqrt{3}$ B. $\sqrt{2}$ C. 2 D. 3

Ans C Solve মডুলাস = $\sqrt{1^2 + (\sqrt{3})^2} = \sqrt{1+3} = 2$

02. $2+i\sqrt{x^2-4}$ এর বর্গমূল কত? [15-16]

- A. $\pm \frac{\sqrt{2}}{2}\sqrt{x+2} + i\sqrt{x-2}$ B. $\pm \frac{\sqrt{2}}{2}\sqrt{x+2} + i\sqrt{x+2}$
C. $\pm \frac{\sqrt{2}}{2}\sqrt{x-2} + i\sqrt{x+2}$ D. $\pm \frac{\sqrt{2}}{2}\sqrt{x-2} + i\sqrt{x-2}$

Ans A Solve $2+i\sqrt{x^2-4}$

$= 2+i\sqrt{x-2}\sqrt{x+2}$
 $= 2+2\sqrt{\frac{x-2}{2}}\sqrt{\frac{x+2}{2}}i$
 $= \left(\sqrt{\frac{x+2}{2}}\right)^2 + 2\sqrt{\frac{x+2}{2}}\sqrt{\frac{x-2}{2}}i + \left(\sqrt{\frac{x-2}{2}}i\right)^2$
 $= \left(\sqrt{\frac{x+2}{2}} + \sqrt{\frac{x-2}{2}}i\right)^2$
বর্গমূল = $\pm \left\{\sqrt{\frac{x+2}{2}} + i\sqrt{\frac{x-2}{2}}\right\} = \pm \frac{\sqrt{2}}{2} \{\sqrt{x+2} + i\sqrt{x-2}\}$

03. $|z-5|=3$ সমীকরণটি কি প্রকাশ করে? [15-16]

- A. সরলরেখা B. বৃত্ত C. পরাবৃত্ত D. উপবৃত্ত

Ans B Solve $|Z-5|=3$

$\Rightarrow |x+iy-5|=3 \Rightarrow \sqrt{(x-5)^2+y^2}=3$
 $\Rightarrow x^2+y^2-10x+25=9 \Rightarrow x^2+y^2-10x+16=0$ বৃত্ত

04. ω ঘনমূল হলে $(1-\omega^2)(1-\omega^4)(1-\omega^8)(1-\omega^{16})=?$ [14-15]

- A. 8 B. 4 C. 9 D. 16

Ans D Solve $(1-\omega^2)(1-\omega^4)(1-\omega^8)(1-\omega^{16})$

$= (1-\omega^2)(1-\omega)(1-\omega^2)(1-\omega)$
 $= \{(1-\omega^2)(1-\omega)\}^2 = (1-\omega-\omega^2+\omega^2)^2$
 $= \{2-(1+\omega+\omega^2)+1\}^2 = 3^2 = 9$

05. যদি $i^2 = -1$ হয় তবে $i+i^2+i^3+\dots+i^{11}=?$ [14-15]

- A. -1 B. 1 C. 0 D. 11

Ans A Solve $i+i^2+i^3+\dots+i^{11}$

$= 1+i+i^2+i^3+\dots+i^{11}-1$
 $= \frac{i^{12}-1}{i-1}-1 = \frac{(i^4)^3-1}{i-1}-1 = \frac{1-1}{i-1}-1 = -1$

Shortcut: $i+i^2+i^3+\dots+i^{12}-i^{12}=0+0+0+0-1 = -1$ [∵ প্রতি 4টি পদের সমষ্টি = 0]

06. এককের ঘনমূলে বাস্তব অংশ থাকে- [13-14]

- A. 2 টি B. 1 টি C. 3 টি D. বাস্তব অংশ নেই

Ans B Solve এককের ঘনমূল $\omega, \omega^2, 1$ । এখানে বাস্তব সংখ্যা 1 টি।

07. $2i$ এর বর্গমূল- [13-14]

- A. $\sqrt{2}i$ B. $\pm(1+i)$ C. $\pm 1/\sqrt{2}(\sqrt{2}+1)$ D. $\sqrt{2}i+1$

Ans B Solve Sama as Type-03, Prob-02

08. ω এককের একটি জটিল ঘনমূল হলে, $(1+\omega^4-\omega^3)^3 - (1-\omega^4+\omega^3)^3$ এর মান- [13-14]

- A. 2 B. 3 C. 4 D. 0

Ans D Solve $(1+\omega^4-\omega^3)^3 - (1-\omega^4+\omega^3)^3$

$= (-2\omega^3)^3 - (-2\omega)^3 = -8(\omega^3)^2 + 8\omega^3 = 0$

09. এককের ঘনমূলগুলোর সমষ্টি- [F 12-13]

- A. < 0 B. > 0 C. 0 D. 1

Ans C Solve $\omega^2 + \omega + 1 = 0$

02. এককের কাল্পনিক ঘনমূল- [14-15]

- A. 1 B. ω C. ω^2 D. সবগুলো

Ans D Solve এককের কাল্পনিক ঘনমূল, 1, ω , ω^2 । সবগুলো।

$1 + \omega + \omega^2 + \omega^3 + \omega^4 + \omega^5 = ?$ [14-15]

- A. 0 B. $-\omega^2$ C. $1 + \omega^2$ D. 2

Ans A Solve $1 + \omega + \omega^2 + \omega^3 + \omega^4 + \omega^5$
 $= (1 + \omega + \omega^2) + \omega^3(1 + \omega + \omega^2)$
 $= (1 + \omega + \omega^2) + (1 + \omega + \omega^2) = 0 + 0 = 0$

Shortcut: $1 + \omega + \omega^2 + 1 + \omega + \omega^2 = 0 + 0 = 0$

04. যদি $z = x + iy$ হয়, তবে $|z + i| = 3$ নির্দেশ করে একটি- [14-15]

- A. সরলরেখা B. বৃত্ত
 C. পরাবৃত্ত D. উপবৃত্ত

Ans B Solve $|z + i| = 3 \Rightarrow |x + iy + i| = 3$
 $\Rightarrow |x + i(y + 1)| = 3 \Rightarrow x^2 + (y + 1)^2 = 3^2$ যা একটি বৃত্তের সমীকরণ

বাংলাদেশ কৃষি বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
 [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $x = \frac{1}{2}(-1 - \sqrt{3}i)$ হলে x^{18} এর মান কোনটি? [14-15]

- A. 0 B. 1 C. -1 D. $1 + i$

Ans B Solve $x = \frac{1}{2}(-1 - \sqrt{3}i) = \omega$

$\therefore x^{18} = \omega^{18} = (\omega^3)^6 = 1^6 = 1$

02. $\sqrt{-81}$ এর মান কত? [14-15]

- A. $\frac{9}{2}(\pm 2i)$ B. $\pm \frac{3}{\sqrt{2}}\sqrt{\pm 2i}$ C. $\pm \frac{3}{\sqrt{2}}(1 \pm i)$ D. $\pm \frac{3}{2}(1 \pm i)$

Ans C Solve $x = \sqrt[4]{-81}$

$\Rightarrow x^4 = -81 \Rightarrow (x^2)^2 = (i9)^2 \Rightarrow (x^2)^2 - (i9)^2 = 0$
 $\Rightarrow (x^2 - i9)(x^2 + i9) = 0 \Rightarrow x^2 = i9$ এবং $x^2 = -i9$
 $\Rightarrow x^2 = \frac{9}{2}(2i)$ এবং $x^2 = \frac{9}{2}(-2i)$
 $= \frac{9}{2}(1 + 2i + i^2) = \frac{9}{2}(1 + i)^2$ $= \frac{9}{2}(1 - 2i + i^2) = \frac{9}{2}(1 - i)^2$
 $\therefore x = \pm \frac{3}{\sqrt{2}}(1 + i)$ $\therefore x = \pm \frac{3}{\sqrt{2}}(1 - i)$

একত্রে, $x = \pm \frac{3}{\sqrt{2}}(1 \pm i)$

বদ্বন্ধু শেখ মুজিবুর রহমান বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $x = -1 + i$ হলে $x^3 + 3x^2 + 4x + 7$ এর মান কত? [14-15]

- A. $6 + i$ B. 8 C. 5 D. $9 + 3i$

Ans C Solve

$x = -1 + i$ $x^3 + 3x^2 + 4x + 7$
 $\Rightarrow x + 1 = i$ $\Rightarrow x(x^2 + 2x + 2) + (x^2 + 2x + 2) + 5$
 $\Rightarrow (x + 1)^2 = -1$ $\Rightarrow x \times 0 + 0 + 5 = 5$
 $\Rightarrow x^2 + 2x + 2 = 0$

বাংলাদেশ টেক্সটাইল বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. এককের একটি কাল্পনিক ঘনমূল ω হলে, $(1 - \omega + \omega^2)^2 + (1 + \omega - \omega^2)^2$ এর মান কত? [15-16]

- A. -4 B. -8 C. 16 D. 4

Ans A Solve $(1 - \omega + \omega^2)^2 + (1 + \omega - \omega^2)^2$
 $= (1 + \omega + \omega^2 - 2\omega)^2 + (1 + \omega + \omega^2 - 2\omega^2)^2$
 $= (-2\omega)^2 + (-2\omega^2)^2$
 $= 4\omega^2 + 4\omega^4 = 4(\omega^2 + \omega^4) = 4(\omega^2 + \omega) = 4(-1) = -4$

02. $\frac{5-i}{2-3i}$ এর আর্গুমেন্ট কত? [14-15]

- A. $\frac{\pi}{4}$ B. $\frac{\pi}{2}$ C. $\frac{2\pi}{3}$ D. π

Ans A Solve $\frac{5-i}{2-3i} = \frac{(5-i)(2+3i)}{4+9} = \frac{10+13i+3}{13}$
 $= \frac{13+13i}{13} = 1+i$

আর্গুমেন্ট = $\tan^{-1}\left(\frac{1}{1}\right) = \tan^{-1}(1) = \tan^{-1}\left(\tan\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\pi}{4}$

হাজী দানেশ বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
 [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. যদি $z = x + iy$ হয় তাহলে $z\bar{z} = 0$ সমীকরণটি হবে- [14-15]

- A. সরলরেখা B. পরাবৃত্ত C. অধিবৃত্ত D. বৃত্ত

Ans D Solve $Z = x + iy, \bar{Z} = x - iy$

$Z\bar{Z} = (x + iy)(x - iy) = 0$
 $= x^2 + y^2 = 0$ যা বিন্দু বৃত্ত বা বৃত্ত।

02. P এর কিরূপ মানের জন্য $px^2 + 3x + 4 = 0$ সমীকরণের মূলগুলি জটিল হবে? [14-15]

- A. $P > \frac{3}{4}$ B. $P < -\frac{3}{4}$ C. $P > \frac{9}{16}$ D. $P < \frac{9}{16}$

Ans C Solve $Px^2 + 3x + 4 = 0$

মূলগুলো জটিল হবে যখন $3^2 - 4P < 0$

$\Rightarrow 9 - 16P < 0 \Rightarrow 16P - 9 > 0 \Rightarrow P > \frac{9}{16}$

03. জটিল সংখ্যার পোলার আকৃতি হবে- [14-15]

- A. $\cos \frac{\pi}{2} + i \sin \frac{\pi}{2}$ B. $\sin \frac{\pi}{2}$ C. $\cos \frac{\pi}{2}$ D. $\cos \pi + i \sin \pi$

Ans A Solve $\cos \frac{\pi}{2} + i \sin \frac{\pi}{2} = 0 + i = i$ জটিল

04. যদি $x = \frac{1}{2}(-1 + \sqrt{-3})$ এবং $y = \frac{1}{2}(-1 - \sqrt{-3})$ হয়, তবে $x^3 + y^3$ এর মান কত? [14-15]

- A. 2 B. 3 C. 4 D. 9

Ans A Solve $x = \frac{1}{2}(-1 + \sqrt{-3}) = \omega$

$y = \frac{1}{2}(-1 - \sqrt{-3}) = \omega^2$

$\therefore x^3 + y^3 = \omega^3 + \omega^6 = 1 + 1 = 2$

শেয়েবালা কৃষি বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $2i$ এর বর্গমূল কোনটি? [14-15]

- A. $-1 + i$ B. $1 + i$
C. -1 D. $\pm(1 + i)$

Ans D Solve $2i = 1 + 2i + i^2 = (1 + i)^2$

$\Rightarrow 2i$ এর বর্গমূল $= \pm(1 + i)$

02. প্রতিটি বাস্তব সংখ্যার ঘনমূল কয়টি? [14-15]

- A. 1 টি B. 2 টি C. 3 টি D. 4 টি

Ans C Solve 1টি বাস্তব সংখ্যার ঘনমূল 3টি যেমন $x^3 = 1$, এর ঘনমূল
 $1, \omega, \omega^2$

বাংলাদেশ মেরিন একাডেমী ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের
প্রশ্নাবলি [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $\sqrt{2}P = 1 + i$ হলে $P^6 + P^4 + P^2 + 1 =$ কত? [15-16]

- A. -1 B. 1
C. 0 D. কোনটিই নয়

Ans C Solve $\sqrt{2}P = 1 + i \Rightarrow 2P^2 = 1 + 2i - 1$

$\Rightarrow 2P^2 = 2i \Rightarrow P^2 = i$

$\therefore P^6 + P^4 + P^2 + 1 = (i)^3 + i^2 + i + 1 = -i - 1 + i + 1 = 0$

02. $(1+i)^8 + (1-i)^8 = ?$ [15-16]

- A. 2^8 B. 2^5
C. 2^4 D. 2^7

Ans B Solve $(1+i)^8 + (1-i)^8$

$= \{(1+i)^2\}^4 + \{(1-i)^2\}^4$

$= (1+2i+i^2)^4 + (1-2i+i^2)^4$

$= (1+2i-1)^4 + (1-2i-1)^4$

$= (2i)^4 + (-2i)^4 = 16i^4 + 16i^4 = 16 + 16 = 32 = 2^5$

03. যদি ω এককের ঘনমূল হয় তবে, $(-1 + \omega + \omega^2)(1 + \omega - \omega^2)$ [15-16]

- A. 4 B. $4\omega^2$
C. -4 D. ϕ

Ans B Solve $(-1 + \omega + \omega^2)(1 + \omega - \omega^2)$

$= (-2 + 1 + \omega + \omega^2)(1 + \omega + \omega^2 - 2\omega^2)$

$= (-2 + 0)(0 - 2\omega^2) = 4\omega^2$

04. $2i$ -এর বর্গমূল কত? [15-16]

- A. $\pm(1 - i)$ B. $\pm i$
C. $\pm(1 + i)$ D. কোনটিই নয়

Ans C Solve $2i = 1 + 2i + i^2 = (1 + i)^2$

$\therefore 2i$ -এর বর্গমূল $\pm(1 + i)$

বুয়েট, কুয়েট, চুয়েট ও রুয়েট ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের
প্রশ্নাবলি [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $\sqrt[6]{-64}$ এর মান কত? [CUET 15-16]

- A. none of them B. $\pm 2i, \pm\sqrt{3} \pm i$
C. $\pm 2i, \pm\sqrt{3} + i$ D. $\pm 2i, \pm\sqrt{3} \pm i$

Ans D Solve $x = \sqrt[6]{-64}$

$\Rightarrow x^6 = -64 \Rightarrow (x^3)^2 = (i8)^2$

$\Rightarrow x^3 = \pm i8 \Rightarrow x^3 = \pm (i2)^3$

$x = \pm 2i, \pm 2i \frac{-1 \pm i\sqrt{3}}{2} = \pm 2i, \pm(\sqrt{3} \pm i)$

02. $-8 - 6\sqrt{-1}$ এর বর্গমূল কোনটি? [RUET 14-15; Marine 15-16; CU 14-15]

- A. $1 - 3\sqrt{2}$ B. $\pm(1 - 3\sqrt{2})$ C. $1 - 3\sqrt{-2}$
D. $\pm(1 - 3\sqrt{-1})$ E. $\pm(1 + 3\sqrt{-1})$

Ans D Solve

Shortcut: $-8 - 6\sqrt{-1}$

$\therefore r = \sqrt{(-8)^2 + (-6)^2} = 10$

\therefore বর্গমূল $= \pm \frac{1}{\sqrt{2}} (\sqrt{10-8} - i\sqrt{10+8}) = \pm(1 - 3\sqrt{-1})$

Technique:

$a + bi, r = \sqrt{a^2 + b^2}$

$\therefore \sqrt{a+bi} = \pm \frac{1}{\sqrt{2}} (\sqrt{r+a} + i\sqrt{r-a})$

or $\sqrt{a-bi} = \pm \frac{1}{\sqrt{2}} (\sqrt{r+a} - i\sqrt{r-a})$

03. $A = \frac{a+ia}{b-ic} + id$ সমীকরণে a, b, c ও d বাস্তব ধনাত্মক সংখ্যা এবং
শূণ্যের চেয়ে বড়। $c > b$ হলে A এর আর্গুমেন্ট $\theta = ?$ [RUET 14-15]

- A. $0 < \theta < 90^\circ$ B. $90^\circ < \theta < 180^\circ$ C. $180^\circ < \theta < 270^\circ$
D. $270^\circ < \theta < 360^\circ$ E. $-90^\circ < \theta < 0^\circ$

Ans E Solve $c > b \therefore \theta = \tan^{-1}\left(-\frac{y}{x}\right)$ হবে যা $-90^\circ < \theta < 0^\circ$

04. $\log_e(1+i)$ এর সর্বাধিক সঠিক মান কোনটি? [RUET 14-15]

- A. $\frac{1}{2} \log_e 2 + \frac{\pi}{4} i$ B. $2 \log_e 2 + \frac{\pi}{4} i$

C. $\frac{1}{2} \log_e 2 - \frac{\pi}{4} i$

D. $\frac{1}{2} \log_e 2 + (2n + \frac{1}{4}) \pi i$ where n is an integer

E. $\frac{1}{2} \log_e 2 + (n + \frac{1}{4}) \pi i$ where n is an integer

Ans D Solve $\log_e(1+i) = u + iv$

$z = 1 + i = re^{i\theta}$

$z = r(\cos\theta + i \sin\theta) = 1 + i$

$\therefore r \cos\theta = 1 \Rightarrow r \sin\theta = 1$

so, $r = \sqrt{2} \therefore \theta = \frac{\pi}{4}$

so, $\log_e(1+i) = \ln r + i(\theta + 2n\pi)$

$= \ln \sqrt{2} + i\left(\frac{\pi}{4} + 2n\pi\right)$

$= \frac{1}{2} \ln 2 + (2n + \frac{1}{4}) \pi i$

05. $\frac{(2+i)^3}{2+3i}$ এর মান কোনটি? [KUET 13-14]

- A. $\frac{\sqrt{34}}{5}$ B. $\frac{5\sqrt{65}}{14}$ C. $\frac{\sqrt{11}}{9}$
 D. $\frac{\sqrt{29}}{7}$ E. $\frac{\sqrt{39}}{11}$

Ans B Solve $\frac{(2+i)^3}{2+3i} = \frac{2^3 + 3 \cdot 2^2 i + 3 \cdot 2 \cdot i^2 + i^3}{\sqrt{13}} = \frac{2+11i}{\sqrt{13}}$
 $= \frac{\sqrt{4+121}}{\sqrt{13}} = \frac{\sqrt{125}}{\sqrt{13}} = \frac{5\sqrt{5}}{\sqrt{13}} = \frac{5\sqrt{65}}{13}$

Option B. $\frac{5\sqrt{65}}{14}$ এর মান $\frac{5\sqrt{65}}{13}$ এর খুব কাছাকাছি

06. $8+4\sqrt{5}i$ এর বর্গমূল নির্ণয় কর? [RUET 13-14]

- A. $\pm(3-2i)$ B. $\pm(\sqrt{10}-\sqrt{2}i)$ C. $\pm(\sqrt{10}+\sqrt{2}i)$
 D. $\pm(3+2i)$ E. None

Ans C Solve $\sqrt{8+4\sqrt{5}i} = \sqrt{(\sqrt{10})^2 + 2\sqrt{10} \cdot \sqrt{2}i + (\sqrt{2}i)^2}$
 $= \sqrt{(\sqrt{10}+\sqrt{2}i)^2} = \pm(\sqrt{10}+\sqrt{2}i)$

Or, [Use of Calculator]

07. $|x-1+iy| + |x+1+iy| = 4$ দ্বারা প্রকাশ করা যায় একটি বক্র রেখা- [RUET 13-14]

- A. $x^2+y^2=7$ B. $y^3=4x$ C. $y^2=x^2+1$
 D. $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$ E. None

Ans. B

08. সমীকরণ $\frac{1}{x-\sqrt{3}k} + \frac{1}{x} + \frac{1}{x+\sqrt{3}k} = 0$ এর সমাধান- [RUET 13-14]

- A. $0, \pm\sqrt{3}k$ B. $0, \pm k$ C. $\pm k$
 D. $\pm \frac{k}{\sqrt{3}}$ E. None

Ans. C

09. যদি $a = \frac{1+i}{\sqrt{2}}$ হয়, তবে a^6 এর মান হবে- [BUET 11-12]

- A. -1 B. i C. 1 D. -i

Ans D Solve $a = \frac{1+i}{\sqrt{2}}$

$a^6 = -i$ [By Using Calculator. Ex-09]

10. n এর ধনাত্মক সর্বনিম্ন অখণ্ড মান বের কর যার জন্য $\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^n = 1$

[BUET 10-11]

- A. 2 B. 3 C. 6 D. 4

Ans D Solve $\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^n = \left\{ \frac{(1+i)^2}{(1-i)(1+i)} \right\}^n = \left(\frac{1+2i-1}{2}\right)^n = (i)^n$

এখানে, n = 4 হলে, $(i)^4 = 1$ হয়।

11. $1 + \sqrt{3}i$ এর মডুলাস ও আর্গুমেন্ট এর মান কত? [RUET 10-11]

- A. 2 & $\pi/3$ B. 2 & $\pi/2$ C. 2 & $\pi/2$
 D. 3 & $\pi/3$ E. 1 & π

Ans. A

12. $4 - 4\sqrt{-1}$ এর বর্গমূল কোনটি? [KUET 10-11]

- A. $\pm(2 - \sqrt{-2})$ B. $\pm(4 - \sqrt{-2})$
 C. $\pm \left[(\sqrt{8} + 2)^{1/2} - (\sqrt{8} - 2)^{1/2} \sqrt{-1} \right]$
 D. $\pm \left[(\sqrt{8} + 2)^{1/2} - (2 - \sqrt{8})^{1/2} \sqrt{-1} \right]$
 E. $\pm \left[(\sqrt{6} + 2)^{1/2} - (\sqrt{6} - 2)^{1/2} \sqrt{-1} \right]$

Ans C Solve [Using Type-03, Technic-01]

13. The square root of $-7+24i$ is $(-7+24i)$ এর বর্গমূল হবে: [BUET 09-10]

- A. $\pm(-3+4i)$ B. $\pm(3+4i)$
 C. $\pm(3-4i)$ D. $\pm(-3-4i)$

Ans B Solve [Same as Type-03, Prob-01]

[By Using Calculator. Ex-10]

14. $\sqrt[3]{-81}$ এর মান কত? [08-09]

- A. $\pm \frac{3}{\sqrt{2}}(1+i)$ B. $\pm \frac{3}{\sqrt{2}}(1+2i)$
 C. $\pm \frac{3}{\sqrt{2}}(1-i)$ D. $\pm \frac{\sqrt{3}}{2}(1+i)$

Ans A Solve $\sqrt[3]{-81} = \pm\sqrt[3]{9i} = \pm \frac{3}{\sqrt{2}}(1+i)$

[By Using Calculator. Ex-10]

15. $-2-2i$ জটিল রাশিটির আর্গুমেন্ট নির্ণয় কর। [BUET 07-08]

- A. $\frac{\pi}{4}$ B. $\frac{2\pi}{3}$ C. $\frac{5\pi}{4}$ D. $\frac{\pi}{3}$

Ans C Solve $-2-2i$ এর আর্গুমেন্ট $\equiv \pm\pi + \tan^{-1}\frac{2}{-2} = \pm\pi + \tan^{-1}(-1)$

$= \pm\pi + \frac{\pi}{4} = -\frac{3\pi}{4}$ এবং $\frac{5\pi}{4}$

16. i^{-49} এর মান- [The value of i^{-49}] [BUET 06-07]

- A. -1 B. i C. 1 D. -i

Ans D Solve $i^{-49} = i^{-48-1} = \frac{(i^4)^{-12}}{i} = \frac{1}{i} = \frac{-i^2}{i} = -i$

[$\because i^4 = 1, i^2 = -1$ বা, $-i^2 = 1$]

17. If $\sqrt[3]{x+iy} = p+iq$, then the value of $\frac{x}{p} + \frac{y}{q}$ is :

[$\sqrt[3]{x+iy} = p+iq$ হলে, $\frac{x}{p} + \frac{y}{q}$ এর মান কত?] [BUET 05-06, KUET 06-07]

- A. $p^2 - q^2$ B. $\frac{4}{p^2 - q^2}$ C. $4(p^2 - q^2)$ D. $\frac{p^2 - q^2}{4}$

Ans C Solve $x+iy = p^3 - q^3i + 3p^2qi - 3pq^2i$

$\frac{x}{p} + \frac{y}{q} = 4(p^2 - q^2)$ $\left\{ \begin{array}{l} x = p^3 - 3pq^2 \\ y = 3p^2q - q^3 \end{array} \right.$

SELF TEST

01. $\frac{5-i}{2-3i}$ মডুলাস কত?
A. 2 B. $\sqrt{2}$ C. $\sqrt{3}$ D. $\sqrt{2i}$
02. $\frac{i}{1-i}$ মডুলাস ও আর্গুমেন্ট কত?
A. $\frac{1}{2}, \frac{3\pi}{4}$ B. $\frac{1}{2}, \frac{\pi}{4}$ C. $\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{\pi}{4}$ D. $\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{\pi}{4}$
03. যদি $\frac{(2+i)}{(2+3i)} = A+iB$ হলে $A^2+B^2 = ?$
A. $\frac{12}{5}$ B. $\frac{1}{13}$ C. $\frac{5}{13}$ D. $\frac{5}{12}$
04. $-8-6\sqrt{-1}$ এর বর্গমূল কত?
A. $\pm(1+3i)$ B. $\pm(1-3i)$
C. $\pm(1-2i)$ D. $\pm[1-2i]$
05. $\sqrt[3]{-81} = ?$
A. $\pm\frac{3}{\sqrt{2}}(1\pm i)$ B. $\pm\frac{3}{2}(1+i)$
C. $\pm\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}(1\pm i)$ D. $\pm\frac{3}{2}(1\pm i)$
06. $\sqrt[3]{-16} = ?$
A. $\pm\sqrt{3}(1\pm i)$ B. $\pm\sqrt{6}(1\pm i)$
C. $\pm\sqrt{2}(1\pm i)$ D. $\pm\sqrt{2}(1+i)$
07. $\sqrt[3]{-64} = ?$
A. $\pm 2i$ B. $\pm(1+2i)$ C. $\pm(1-2i)$ D. $\pm i$
08. $(1-\omega^2)(1-\omega^4)(1-\omega^8)(1-\omega^{16}) = ?$
A. -8 B. 9 C. -4 D. 10
09. $\sqrt{2}p = 1+i$ হলে, $p^6 + p^4 + p^2 + 1 = ?$
A. 0 B. -1 C. 2 D. 1
10. $a = \frac{1}{2}(-1+\sqrt{3}), b = \frac{1}{2}(-1-\sqrt{3})$ হয় তবে $a^4 + a^2b^2 + b^4 = ?$
A. -1 B. -2 C. 0 D. 1
11. $(1+\omega-\omega^2)(\omega+\omega^2-1)(\omega^2+1-\omega) = ?$
A. 8 B. -8 C. 4 D. -4
12. $(1-\omega+\omega^2)(1-\omega^2+\omega^4)(1-\omega^4+\omega^8)(1-\omega^8+\omega^{16}) = ?$
A. -16 B. 8 C. 16 D. 24
13. $(1-i)^{-2} - (1+i)^{-2} = ?$
A. -i B. i C. i^3 D. 2i
14. $4+3i$ জটিল সংখ্যার আর্গুমেন্ট কোনটি?
A. $\frac{3}{4}$ B. $\frac{4}{3}$ C. $\tan^{-1}\frac{3}{4}$ D. None
15. $-7+24i$ এর বর্গমূল কোনটি?
A. $\pm(4+3i)$ B. $\pm(3+4i)$ C. $1\pm i$ D. $2\pm 2i$
16. $\frac{2}{1+\frac{2i}{1-2i}}$ এর মান কত?
A. $2(1+2i)$ B. $2(1-2i)$ C. $1-2i$ D. 2
17. $2i$ এর বর্গমূল কোনটি?
A. $\pm(1-i)$ B. $2\pm i$ C. $\pm(1\pm i)$ D. None

18. যদি $x = \frac{1}{2}(-1+\sqrt{-3})$ এবং $y = \frac{1}{2}(-1-\sqrt{-3})$ হলে, $x^{-3}+y^{-3} = ?$
A. $1+\sqrt{3}$ B. $1-\sqrt{3}$ C. 2 D. $1\pm\sqrt{3}$
19. $\frac{2+3i}{2-i} = P+Qi$ হলে, $Q = ?$
A. $\frac{5}{8}$ B. 2i C. $\frac{8}{5}$ D. $-\frac{2}{3}$
20. যদি $\frac{2+i}{i-1} = m+in$ হয়, তবে $\frac{2}{3}n = ?$
A. -1 B. $-\frac{1}{2}$ C. 1 D. -2
21. $(1+\omega^4-\omega^2)^3 - (1-\omega^4+\omega^2)^3 = ?$
A. 0 B. 2 C. 8 D. 10
22. $\sqrt{-144}$ এর মান কোনটি?
A. $\pm\sqrt{6}(1\pm i)$ B. $1\pm i$ C. $-1\pm i$ D. None
23. $a+ib$ এর মডুলাস $a-ib$ এর মডুলাসের-
A. অর্ধেক B. সমান C. দ্বিগুণ D. কোনটিই নয়
24. $-1+i\sqrt{3}$ কে পোলার আকারে প্রকাশ করলে-
A. $2\left(\cos\frac{2\pi}{3} + i\sin\frac{2\pi}{3}\right)$ B. $2\left(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right)$
C. $\left(\cos\frac{2\pi}{3} + i\sin\frac{2\pi}{3}\right)$ D. $\left(\tan\frac{2\pi}{3} + i\cot\frac{2\pi}{3}\right)$
25. $\sqrt{-1+1\sqrt{-1+1\sqrt{-1+\dots\infty}}} = ?$
A. $1\pm i$ B. $1\pm i\sqrt{3}$ C. $\frac{1\pm i\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{2\pm i\sqrt{3}}{2}$

OMR

01. (A)(B)(C)(D)	08. (A)(B)(C)(D)	15. (A)(B)(C)(D)	22. (A)(B)(C)(D)
02. (A)(B)(C)(D)	09. (A)(B)(C)(D)	16. (A)(B)(C)(D)	23. (A)(B)(C)(D)
03. (A)(B)(C)(D)	10. (A)(B)(C)(D)	17. (A)(B)(C)(D)	24. (A)(B)(C)(D)
04. (A)(B)(C)(D)	11. (A)(B)(C)(D)	18. (A)(B)(C)(D)	25. (A)(B)(C)(D)
05. (A)(B)(C)(D)	12. (A)(B)(C)(D)	19. (A)(B)(C)(D)	26. (A)(B)(C)(D)
06. (A)(B)(C)(D)	13. (A)(B)(C)(D)	20. (A)(B)(C)(D)	27. (A)(B)(C)(D)
07. (A)(B)(C)(D)	14. (A)(B)(C)(D)	21. (A)(B)(C)(D)	

Answer with Hints

01 B: Hints: Type-01, Prob-01	02 C: Hints: Type-01
03 C: Hints: Type-02	04 B: Hints: Type-03
05 A: Hints: Type-06	06 C: Hints: Type-06
07 A: Hints: Type-06, Prob-02	08 B: Hints: Type-05, Prob-01
09 A: Hints: Type-04	10 C: Hints: Type-05
11 B: Hints: Type-05	12 C: Hints: Type-05, Prob-01
13 B: Hints: Type-04	14 C: Hints: Type-01
15 B: Hints: Type-03	16 B: Hints: Type-04
17 C: Hints: Type-03	18 C: Hints: Type-05, Prob-03
19 C: Hints: Type-02	20 A: Hints: Type-02
21 A: Hints: Type-05	22 A: Hints: Type-06
23 B: Hints: গুরুত্বপূর্ণ তথ্যাবলি	24 A: Hints: Type-02, Prob-01
25 C: Hints: Type-08	

৪র্থ অধ্যায়
দ্বিতীয় পত্র

বহুপদী ও বহুপদী সমীকরণ
Polynomial and Polynomial Equations

এক নজরে এ অধ্যায়ের গুরুত্বপূর্ণ তথ্যাবলি

- বহুপদী: এক বা একাধিক পদ সমন্বিত বীজগাণিতিক রাশিকে বহুপদী বলে। বহুপদীর বিভিন্ন পদগুলো এক বা একাধিক চলকের কেবলমাত্র ধনাত্মক পূর্ণ সূচকীয় ঘাত ও গুণকের গুণফল দ্বারা গঠিত।
- বহুপদীর আদর্শ রূপ হচ্ছে $P_0x^n + P_1x^{n-1} + P_2x^{n-2} + \dots + P_n$ যেখানে $P_0, P_1, P_2, \dots, P_n$ প্রভৃতি ধ্রুবক এবং x বর্জিত কোন নির্দিষ্ট সংখ্যা।
- বহুপদীর ঘাত: x^n বহুপদীর পদসমূহের মধ্যে x এর উচ্চতম ঘাতকে বহুপদীর ঘাত বলে। উপরোক্ত বহুপদীতে $P_0 \neq 0$ হলে, এর ঘাত হবে n ।

উদা: $2x^2 + \frac{5}{x} + 6$ রাশিটি বহুপদী নয় কারণ এতে বিয়োগবোধক ঘাত আছে।

দুই চলক বিশিষ্ট বহুপদী: x ও y চলকবিশিষ্ট কোন বহুপদীর আদর্শ রূপ $ax^2 + by^2 + 2axy + 2ax + 2by + c$ এবং এর কোন পদ $cx^m y^n$ হলে, তার ঘাত হবে $(m+n)$ ।

বহুপদী সমীকরণ: যদি বহুপদী $P_0x^n + P_1x^{n-1} + P_2x^{n-2} + \dots + P_n = 0$ হয় এবং ইহা x এর অনধিক n সংখ্যক মানের জন্য সিদ্ধ হয় তবে তাকে বহুপদী সমীকরণ বলে। এখানে $P_0, P_1, P_2, \dots, P_n$ প্রভৃতি ধ্রুবক $P_0 \neq 0$ । এই সমীকরণকে n ঘাতবিশিষ্ট সমীকরণ বলে। P_0 কে বলা হয় মূখ্য সহগ। $n = 1, 2, 3$ হলে, সমীকরণটিকে যথাক্রমে সরল (linear), দ্বিঘাত (Quadratic), ত্রিঘাত (Cubic) সমীকরণ নামে অভিহিত করা হয়।

- Gauss এর উপপাদ্য: $f(x) = 0$ সমীকরণের কমপক্ষে একটি মূল আছে।
- সমীকরণের মূল: কোন বহুপদী সমীকরণ চলকের যেসব মানের জন্য সিদ্ধ হয়, অর্থাৎ বহুপদীর মান শূন্য হয় এই মানগুলোকে বহুপদী সমীকরণের মূল (root) বা বীজ বলে।
- সমীকরণের মূল সংখ্যা: n ঘাতবিশিষ্ট কোন বহুপদী সমীকরণের সর্বাধিক n সংখ্যক মূল রয়েছে।

উদা: যদি সমীকরণটি n এর অধিক সংখ্যক মানের জন্য সিদ্ধ হয় তবে তাকে অসম্ভব বলে। যেমন $x^2 - 2x + 1 - (x-1)^2 = 0$ একটি অসম্ভব।

- মূল সহগ বিশিষ্ট সমীকরণের মূল: একটি মূল জটিল $(a + ib)$ হলে, অপর মূলটি অধিক জটিল $(a - ib)$ হয়। আবার একটি মূল অমূলদ $(a + \sqrt{b})$ হলে, অপরটি অনুবন্ধী অমূলদ $(a - \sqrt{b})$ হয়।
- মূলসমূহের প্রতিসম ফাংশন: যে কোন দুটি রাশি স্থান বিনিময় করলে যদি ফাংশনের কোন পরিবর্তন না হয় তবে সে ফাংশনকে প্রতিসম ফাংশন বলে। বহুপদী সমীকরণের মূলের প্রতিসম ফাংশনের মান মূল সহগ সম্পর্ক হতে সহজেই নির্ণয় করা যায়।

মূল সহগ সম্পর্ক: যদি বহুপদী সমীকরণ-
 $f(x) = P_0x^n + P_1x^{n-1} + P_2x^{n-2} + \dots + P_n = 0$ এর n সংখ্যক মূলগুলো যথাক্রমে $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ হয় তাহলে-

- (i) সব মূলগুলোর যোগফল, অর্থাৎ $\sum a_i = -\frac{P_1}{P_0}$
- (ii) মূলগুলোর দুটি করে নিয়ে সম্ভাব্য সকল জোড়ার গুণফলের যোগফল, অর্থাৎ $\sum a_1 a_2 = (-1)^2 \frac{P_2}{P_0}$

(iii) মূলগুলোর তিনটি করে নিয়ে সম্ভাব্য সকল জোড়ার গুণফলের যোগফল, অর্থাৎ $\sum a_1 a_2 a_3 = (-1)^3 \frac{P_3}{P_0}$

(iv) সব মূলগুলোর গুণফল, অর্থাৎ $a_1 a_2 a_3 \dots a_n = (-1)^n \frac{P_n}{P_0}$

দ্বিঘাত সমীকরণের মূল: দ্বিঘাত সমীকরণের আদর্শ রূপ $ax^2 + bx + c = 0$ এর মূল দুটি হল $\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ এবং এসবকে α ও β দ্বারা সূচিত করা হলে,
(i) $\alpha + \beta = -\frac{b}{a}$ (ii) $\alpha\beta = \frac{c}{a}$ (iii) $\alpha - \beta = \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{a}$

- দ্বিঘাত সমীকরণটির বৈশিষ্ট্য:
 - $a = 0$ হলে, সমীকরণটি একঘাত হয়। দ্বিঘাত সূচিত করার শর্ত $a \neq 0$
 - $b = 0$ এবং $c < 0$ হলে, মূলদ্বয় সমান কিন্তু বিপরীত চিহ্ন যুক্ত হয়।
 - $c = 0$ হলে, একটি মূল শূন্য।
 - $b = c = 0$ হলে, উভয় মূলই শূন্য।
 - $c = a$ হলে, সমীকরণটির একটি মূল অপরটির উল্টা।
 - a ও c ধনাত্মক এবং b ঋণাত্মক হলে সমীকরণটির দুটি মূলই যোগবোধক হয়।
 - a ও c ঋণাত্মক এবং b ধনাত্মক হলে সমীকরণটির দুটি মূলই বিয়োগবোধক হয়।
 - $a + b + c = 0$ হলে একটি মূল 1 এবং অন্যটি $\frac{c}{a}$ হবে।

- নিশ্চায়ক ও তার বৈশিষ্ট্য: $ax^2 + bx + c = 0$ সমীকরণের নিরূপক/পৃথায়ক/নিশ্চায়ক $b^2 - 4ac$ একে D দ্বারা প্রকাশ করা হয়। দ্বিঘাত সমীকরণের মূলদ্বয়ের প্রকৃতি D এর উপর নির্ভর করে।
 - $D = 0$ হলে, মূল দুটি বাস্তব, মূলদ ও সমান এবং মূলদ্বয় $-\frac{b}{2a}$
 - $D > 0$ হলে, মূলদ্বয় বাস্তব ও অসমান হয়।
 - D পূর্ণ বর্গ হলে, মূলদ্বয় মূলদ ও অসমান হয়।
 - $D < 0$ হলে, মূলদ্বয় অবাস্তব, অসমান ও পরস্পরের অনুবন্ধী জটিল সংখ্যা হয়।

- সমীকরণ গঠন:
 - একটি দ্বিঘাত সমীকরণের মূলদ্বয় α, β হলে, দ্বিঘাত সমীকরণটি $(x - \alpha)(x - \beta) = 0 \Rightarrow x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha\beta = 0$
 $\Rightarrow x^2 - (\text{মূলদ্বয়ের যোগফল})x + \text{মূলদ্বয়ের গুণফল} = 0$
 - α, β, γ মূলবিশিষ্ট ত্রিঘাত সমীকরণ- $(x - \alpha)(x - \beta)(x - \gamma) = 0$
 $\Rightarrow x^3 - (\alpha + \beta + \gamma)x^2 + (\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha)x + \alpha\beta\gamma = 0$
 - $a_1x^2 + b_1x + c_1 = 0$ এবং $a_2x^2 + b_2x + c_2 = 0$ সমীকরণদ্বয়ের একটি সাধারণ মূল থাকার শর্ত- $(a_1b_2 - a_2b_1)(b_1c_2 - b_2c_1) = (c_1a_2 - c_2a_1)^2$
দুইটি সাধারণ মূল থাকার শর্ত- $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$

- বহুপদী সমীকরণের বিশেষ মূল: অমূলদ ও জটিল মূল যুগলরূপে আসে-
 - একটি মূল $a + ib$ হলে, অপর একটি $a - ib$ হবে।
 - একটি মূল $a + \sqrt{b}$ হলে, অপর একটি $a - \sqrt{b}$ হবে।
 - মূলগুলো সমান্তর ধারা গঠন করলে মূলগুলো-
 - ত্রিঘাতের ক্ষেত্রে $a - b, a, a + b$
 - মূলগুলো গুণোত্তর ধারা গঠন করলে মূলগুলো-
 - ত্রিঘাতের ক্ষেত্রে ar^{-1}, a, ar

- * একটি দ্বিঘাত রাশির পূর্ণবর্গ হওয়ার শর্ত এবং অনুরূপ দ্বিঘাত সমীকরণের মূলদ্বয় পরস্পর সমান হওয়ার শর্ত একই।
- * দুটি দ্বিঘাত রাশির সাধারণ উৎপাদক থাকার শর্ত তাদের অনুরূপ দ্বিঘাত সমীকরণদ্বয়ের সাধারণ মূল থাকার শর্তের অনুরূপ।

Short Technic: $f(x) = 0$ সমীকরণের মূলগুলো $\alpha, \beta, \gamma, \dots$ হলে

Technic 01: $-\alpha, -\beta, -\gamma, \dots$ মূলবিশিষ্ট সমীকরণ $f(-x) = 0$

Technic 02: $\frac{1}{\alpha}, \frac{1}{\beta}, \frac{1}{\gamma}, \dots$ মূলবিশিষ্ট সমীকরণ $f\left(\frac{1}{x}\right) = 0$

Technic 03: $-\frac{1}{\alpha}, -\frac{1}{\beta}, -\frac{1}{\gamma}, \dots$ মূলবিশিষ্ট সমীকরণ $f\left(-\frac{1}{x}\right) = 0$

Technic 04: $k\alpha, k\beta, k\gamma, \dots$ মূলবিশিষ্ট সমীকরণ $f\left(\frac{x}{k}\right) = 0$

Technic 05: $\alpha + h, \beta + h, \gamma + h, \dots$ মূলবিশিষ্ট সমীকরণ $f(x - h) = 0$

Technic 06: $\alpha - h, \beta - h, \gamma - h, \dots$ মূলবিশিষ্ট সমীকরণ $f(x + h) = 0$

Technic 07: $ax^2 + bx + c = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় α, β হলে $\frac{1}{\alpha^2}, \frac{1}{\beta^2}$ মূলবিশিষ্ট দ্বিঘাত সমীকরণে, $c^2x^2 - (b^2 - 2ca)x + a^2 = 0$

Technic 08: $(\alpha - 1), (\beta - 1)$ মূলবিশিষ্ট দ্বিঘাত সমীকরণ, $ax^2 + (2a + b)x + a + b + c = 0$

Technic 09: $(\alpha + \frac{1}{\beta}), (\beta + \frac{1}{\alpha})$ মূলবিশিষ্ট দ্বিঘাত সমীকরণ, $acx^2 + b(a + c)x + (a + c)^2 = 0$

Technic 10: $-\alpha, -\beta$ মূলবিশিষ্ট সমীকরণ $ax^2 - bx + c = 0$

Technic 11: $ax^2 + bx + c = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় α, β হলে $n\alpha, n\beta$ মূলবিশিষ্ট সমীকরণ, $ax^2 + nbx + n^2c = 0$

□ সর্বোচ্চ ও সর্বনিম্ন মান (দ্বিঘাত রাশির):

$ax^2 + bx + c$ এর সর্বোচ্চ ও সর্বনিম্ন মান $c - \frac{b^2}{4a} = \frac{4ac - b^2}{4a}$

- > $a > 0$ হলে, মান সর্বনিম্ন হবে।
- > $a < 0$ হলে, মান সর্বোচ্চ হবে।
- > সর্বোচ্চ বা সর্বনিম্ন মানের ক্ষেত্রে $x = -\frac{b}{2a}$

□ ত্রিঘাত সমীকরণ:

$ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ এর মূলগুলো α, β, γ হলে,

$\alpha + \beta + \gamma = -\frac{b}{a}, \alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = \frac{c}{a}, \alpha\beta\gamma = -\frac{d}{a}$

Note a) $\Sigma \alpha = \alpha + \beta + \gamma$

b) $\Sigma \alpha\beta = \alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha$

c) $\Sigma \alpha^2 = \alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = (\Sigma \alpha)^2 - 2\Sigma \alpha\beta$

d) $\Sigma \alpha^3 = \alpha^3 + \beta^3 + \gamma^3 = (\Sigma \alpha)^3 - 3(\alpha\beta\gamma - \Sigma \alpha\alpha\beta)$

e) $\Sigma \alpha^2\beta^2 = \alpha^2\beta^2 + \beta^2\gamma^2 + \gamma^2\alpha^2 = (\Sigma \alpha\beta)^2 - 2\alpha\beta\gamma \Sigma \alpha$

f) $\Sigma \alpha^2\beta = \alpha^2\beta + \alpha\beta^2 + \beta^2\gamma + \beta\gamma^2 + \gamma^2\alpha + \gamma\alpha^2 = \Sigma \alpha \Sigma \alpha\beta - 3\alpha\beta\gamma$

মনে রাখতে হবে:

01. $x^2 - bx + c = 0$ ও $x^2 - cx + b = 0$ এর মূলদ্বয়ের পার্থক্য একটি ধ্রুব হওয়ার শর্ত $b + c + 4 = 0$

02. $x^2 - px + q = 0$ ও $x^2 - qx + p = 0$ সমীকরণের একটি সাধারণ মূল থাকার শর্ত $p + q + 1 = 0$

03. $x^2 - bx + c = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয়ের পার্থক্য 1 হলে $b^2 - 4c - 1 = 0$ হয়।

04. $ax^2 + bx + 1 = 0$ এবং $bx^2 + ax + 1 = 0$ সমীকরণদ্বয়ের একটি সাধারণ মূল থাকলে $a + b = -1$ হয়।

05. সমীকরণটির মূলগুলো কোন বিশেষ ধারা গঠন করলে:
i. সমান্তর ধারা গঠন করলে মূলগুলো $a - d, a, a + d$
ii. গুণোত্তর ধারা গঠন করলে মূলগুলো ক্ষেত্রে ar^{-1}, a, ar

Note দ্বিঘাত সমীকরণের একটি মূল,

- i) $a + ib$ হলে, সমীকরণটি $x^2 - 2ax + (a^2 + b^2) = 0$
- ii) $\frac{c}{a + ib}$ " " $(a^2 + b^2)x^2 - 2cax + c^2 = 0$
- iii) $a + \sqrt{b}$ " " $x^2 - 2ax + a^2 - b = 0$
- iv) $\frac{c}{a + \sqrt{b}}$ " " $(a^2 - b)x^2 - 2cax + c^2 = 0$

বিভিন্ন সমীকরণে মূল

- i) $ax^2 + bx + c = 0$ এর জন্য α ও β মূল হলে $\alpha + \beta = -\frac{b}{a}, \alpha\beta = \frac{c}{a}$
- ii) $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$, α, β ও γ মূল হলে $\alpha + \beta + \gamma = -\frac{b}{a}$
 $\Sigma \alpha = -\frac{b}{a}, \alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = \frac{c}{a}, \alpha\beta\gamma = -\frac{d}{a}$
- iii) $ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e = 0$, মূলগুলো $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ হলে-
 $\alpha + \beta + \gamma + \delta = -\frac{b}{a}, \Sigma \alpha = -\frac{b}{a}, \alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\delta + \alpha\gamma + \alpha\delta + \beta\delta = \frac{c}{a}$
 $\alpha\beta\gamma + \beta\gamma\delta + \gamma\delta\alpha + \delta\alpha\beta = -\frac{d}{a}, \alpha\beta\gamma\delta = \frac{e}{a}$

□ লেখচিত্রের সাহায্যে দ্বিঘাত সমীকরণের মূলের প্রকৃতি নির্ণয়:

$ax^2 + bx + c = 0$ হলে $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

এখানে, পৃথায়ক = $b^2 - 4ac$

(i) যখন $b^2 - 4ac > 0$, তখন মূলদ্বয় বাস্তব ও অসমান। এক্ষেত্রে, $y = f(x) = ax^2 + bx + c$ বক্ররেখা x- অক্ষকে দুইটি বাস্তব বিন্দুতে ছেদ করে।	
(ii) যখন $b^2 - 4ac = 0$, তখন মূলদ্বয় বাস্তব ও সমান। এক্ষেত্রে $y = f(x) = ax^2 + bx + c$ বক্ররেখাটি x- অক্ষকে একটি বিন্দুতে স্পর্শ করে।	
(iii) যখন $b^2 - 4ac < 0$, তখন মূলদ্বয় অবাস্তব ও অসমান। এক্ষেত্রে, $y = f(x) = ax^2 + bx + c$ বক্ররেখাটি x- অক্ষকে ছেদ বা স্পর্শ করে না।	

Calculator Type

$ax^2 + bx + c = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয়ের মান নির্ণয়:

For MS: Mode (3 time) (EQN) (ডান দিকে) (Degree)

Screen এ দেখাতে হবে

Press করবে

Press x^2 এর সহগ

Press x এর সহগ

ধ্রুবপদ

a ?

b ?

c ?

x_1 = একটি মান

x_2 = অন্য একটি মান

For ES:

Mode (3: $ax^2 + bx + c = 0$) Then x^2 এর সহগ x এর সহগ

ধ্রুবপদ আবার

উদা: $2x^2 - 3x + 1 = 0$ সমীকরণের সমাধান।

Screen এর দেখাবে $x_1 = 1, x_2 = \frac{1}{2}$

$ax^2 + bx^2 + cx + d = 0$ এর সমাধান

For MS:

Mode (3 time) (EQN) (ডান দিকে) (Degree)

Screen এ দেখাতে হবে

Press করবে

x^3 এর সহগ

x^2 এর সহগ

x এর সহগ

ধ্রুবপদ

a ?

b ?

c ?

d ?

x_1 = একটি মান

x_2 = ২য় মান

x_3 = ৩য় মান

For ES:

Mode EQN 4($ax^3 + 2x^2 + cx + d = 0$) Then x^3 এর সহগ x^2

এর সহগ x এর সহগ ধ্রুবপদ আবার

দুইটি সরলরেখার ছেদবিন্দু নির্ণয় বা দুটি সমীকরণের সমাধান করে x, y নির্ণয়। প্রথমে প্রদত্ত রেখাদ্বয়কে $a_1x + b_1y = c_1, 3a_2x + b_2y = c_2$ (ডান দিকে ধ্রুবক) আকারে দিতে হবে। এরপর

For MS:

Mode (3 time) (EQN)

Screen এ দেখাতে হবে

Press করবে

1ম সমীকরণের x এর সহগ

1ম সমীকরণের y এর সহগ

1ম সমীকরণের ধ্রুবপদ

a_1 ?

b_1 ?

c_1 ?

a_2 ?

2য় সমীকরণের সহগ

b_2 ?

2য় সমীকরণের সহগ

c_2 ?

2য় সমীকরণের ধ্রুবপদ

x = একটি মান

y = একটি মান

For ES:

Mode ($a_nx + b_ny = c_n$)

Press এর 1ম সমীকরণের x এর সহগ Press 1ম সমীকরণের y এর

সহগ Press 1ম সমীকরণের ধ্রুবপদ Press 2য় সমীকরণের x এর

সহগ Press 2য় সমীকরণের y এর সহগ Press 2য় সমীকরণের

ধ্রুবপদ

Screen এ দেখাতে হবে

Press করবে

x এর মান

y এর মান

এ অধ্যায়ের গাণিতিক সমস্যাসমূহকে নিম্নোক্ত Type এ অন্তর্ভুক্ত করা যায়

Type-01: সমীকরণের নিশ্চায়কের মাধ্যমে মূলের প্রকৃতি নির্ণয় সংক্রান্ত

Prob 01 $2x^2 + 6x + 5 = 0$ সমীকরণের মূলের প্রকৃতি কেমন?

Sol: $b^2 - 4ac = 36 - 4 \cdot 2 \cdot 5 = -4 < 0 \therefore$ মূলদ্বয় জটিল।

Prob 02 k এর মান কত হলে, $kx^2 + 3x + 4 = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় জটিল হবে?

Sol: মূলদ্বয় জটিল হবে যদি $b^2 - 4ac < 0$ হয়।

এখন প্রদত্ত সমীকরণের জন্য $b^2 - 4ac = 9 - 4 \cdot k \cdot 4 < 0 \Rightarrow k > \frac{9}{16}$ Ans.

Prob 03 $2x^2 - bx + 2 = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় সমান হলে, b এর মান কত?

Sol: $D = (-b)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 2 = 0 \Rightarrow b^2 - 16 = 0 \Rightarrow b = \pm 4$

Prob 04 একটি দ্বিঘাত সমীকরণের জটিল মূলগুলি কিরূপে আসে?

Sol: জটিল মূলগুলি যুগলরূপে আসে। Ans.

Prob 05 $x^2 - kx + 4 = 0$ সমীকরণের মূলগুলো জটিল হলে, k এর মান কিরূপ হতে পারে?

Sol: $D = (-k)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4 < 0 \Rightarrow k^2 - 16 < 0$ [কারণ মূলগুলো জটিল]

$\Rightarrow k^2 < 16 \Rightarrow -4 < k < 4$

অর্থাৎ $k > -4$ এবং $k < 4$ হলে, মূলগুলো জটিল হবে। Ans.

Prob-06 $x^2 - 10x + 34 = 0$ সমীকরণের মূলের প্রকৃতি নির্ণয় কর।

Sol: $D = (-10)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 34 = 100 - 136 = -36 < 0 \therefore$ মূলদ্বয় জটিল।

Prob-07 $3x^2 - 4ax + 5 = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় বাস্তব ও অসমান হলে, 'a' এর মান কত?

Sol: $D = (-4a)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 5 > 0 \Rightarrow 16a^2 - 60 > 0 \Rightarrow a^2 > \frac{60}{16}$

$\therefore a > \frac{\sqrt{60}}{4}$ অথবা, $a < -\frac{\sqrt{60}}{4}$ হলে মূলদ্বয় বাস্তব ও অসমান হবে।

Prob-08 k এর কোন মানের জন্য $(k+1)x^2 + 4(k-2)x + 2k = 0$ এর

মূলদ্বয় সমান হবে?

Sol: $D = \{4(k-2)\}^2 - 4(k+1)2k = 0$
 $\Rightarrow 16(k^2 - 4k + 4) - 8k^2 - 8k = 0$
 $\Rightarrow 16k^2 - 64k + 64 - 8k^2 - 8k = 0$
 $\Rightarrow 8k^2 - 72k + 64 = 0 \Rightarrow k^2 - 9k + 8 = 0$
 $\Rightarrow k^2 - 8k - k + 8 = 0 \Rightarrow k(k-8) - 1(k-8) = 0$
 $\Rightarrow (k-1)(k-8) = 0 \therefore k = 1, 8 \text{ Ans.}$

Type-02: বহুপদী সমীকরণের মূল ও মান নির্ণয় সংক্রান্ত

Prob 01 $4x^4 + 5x^2 + 6x - 7 = 0$ সমীকরণের মূলগুলো $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ হলে, $\Sigma\alpha$ ও $\Sigma\alpha\beta$ এর মান কত?

Sol: $\Sigma\alpha = \alpha + \beta + \gamma + \delta = -\frac{a_1}{a_0} = \frac{-0}{4} = 0$
 $\Sigma\alpha\beta = \alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\delta + \delta\alpha = \frac{a_2}{a_0} = \frac{5}{4} \text{ Ans.}$

Prob 02 $3x^2 - 2x + 1 = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয়ের ঘনের সমষ্টি কত?

Sol: $\alpha + \beta = \frac{2}{3}, \alpha\beta = \frac{1}{3}$
 $\alpha^3 + \beta^3 = (\alpha + \beta)^3 - 3\alpha\beta(\alpha + \beta)$
 $= \left(\frac{2}{3}\right)^3 - 3 \times \frac{1}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{8}{27} - \frac{2}{3} = -\frac{10}{27}$

Prob 03 $x^2 - px + q = 0$ সমীকরণের মূল দুটি ক্রমিক পূর্ণ সংখ্যা হলে, প্রমাণ কর, $p^2 - 4q - 1 = 0$.

Sol: মূলদ্বয় যথাক্রমে α ও $(\alpha + 1)$, এখন $\alpha + (\alpha + 1) = p$
 $\Rightarrow \alpha = \frac{p-1}{2}$ এবং $\alpha(\alpha + 1) = q \Rightarrow \alpha^2 + \alpha = q$
 $\Rightarrow \left(\frac{p-1}{2}\right)^2 + \left(\frac{p-1}{2}\right) = q \Rightarrow p^2 - 4q - 1 = 0$

Prob 04 $x^3 + px^2 + qx + r = 0$ সমীকরণের মূলগুলো α, β, γ হলে, $\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = ?$

Sol: $\alpha + \beta + \gamma = -p, \alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = q$ এবং $\alpha\beta\gamma = -r$
 আমরা জানি, $\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = (\alpha + \beta + \gamma)^2 - 2(\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha)$
 $= (-p)^2 - 2q = p^2 - 2q$

Prob 05 $x^2 - 6x + p = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় α ও β এবং $8x^2 - 10x + q = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় $\frac{1-\alpha}{\alpha}$ ও $\frac{1-\beta}{\beta}$ হলে, p এর মান নির্ণয় কর।

Sol: ১ম সমীকরণ হতে, $\alpha + \beta = 6$ এবং $\alpha\beta = p$
 ২য় সমীকরণ হতে, $\frac{1-\alpha}{\alpha} + \frac{1-\beta}{\beta} = \frac{10}{8}$
 $\Rightarrow \frac{\beta - \alpha\beta + \alpha - \alpha\beta}{\alpha\beta} = \frac{10}{8}$
 $\Rightarrow \frac{6-2p}{p} = \frac{5}{4} \therefore p = \frac{24}{13}$

Prob 06 দু'টি মূলের যোগফল শূন্য হলে, $4x^3 + 16x^2 - 9x - 36 = 0$ সমীকরণের মূলগুলো কত?

Sol: পরি, মূলগুলো $a, -a, b \therefore a - a + b = -\frac{16}{4} \Rightarrow b = -4$
 আবার, $a(-a) + (-a)b + ab = -\frac{9}{4}$
 $\Rightarrow -a^2 = -\frac{9}{4} \Rightarrow a = \pm \frac{3}{2}$
 মূলগুলো $-4, -\frac{3}{2}, \frac{3}{2}$

Prob 07 $x^4 - 5x^3 + 7x^2 - 7x - 20 = 0$ সমীকরণের একটি মূল $(1+2i)$ হলে অন্য মূলগুলি নির্ণয় কর।

Sol: একটি মূল $(1-2i)$ হলে, অপর একটি মূল হবে $(1-2i)$
 মূলদুটি দ্বারা গঠিত সমীকরণ, $x^2 - (1+2i+1-2i)x + (1-2i)(1+2i) = 0$
 $\Rightarrow x^2 - 2x + 5 = 0$
 এখন, $x^4 - 5x^3 + 7x^2 - 7x - 20 = 0$
 $\Rightarrow x^2(x^2 - 2x + 5) - 3x^3 + 2x^2 - 7x - 20 = 0$
 $\Rightarrow x^2(x^2 - 2x + 5) - 3x(x^2 - 2x + 5) - 4(x^2 - 2x + 5) = 0$
 $\Rightarrow (x^2 - 2x + 5)(x^2 - 3x - 4) = 0$
 সুতরাং অপর দুটিমূল হল $x^2 - 3x - 4 = (x-4)(x+1) = 0$
 $\Rightarrow x = 4, -1$
 \therefore মূল তিনটি হল: $4, -1, (1-2i) \text{ Ans.}$

Type-03: সমীকরণ গঠন সংক্রান্ত

Prob 01 একটি দ্বিঘাত সমীকরণের মূলগুলো 2 এবং 3 হলে, সমীকরণটি কি হবে?

Sol: এখানে $\alpha = 2, \beta = 3 \therefore$ সমীকরণটি $= x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha\beta = 0$
 $\Rightarrow x^2 - (2+3)x + 2 \cdot 3 = 0 \Rightarrow x^2 - 5x + 6 = 0 \text{ Ans.}$

Prob 02 $x^3 + px^2 + qx + r = 0$ সমীকরণের মূলগুলো α, β, γ হলে $-\alpha, -\beta, -\gamma$ মূলবিশিষ্ট সমীকরণ কোনটি?

Sol: $(-x)^3 + p(-x)^2 + q(-x) + r = 0$
 $\Rightarrow -x^3 + px^2 - qx + r = 0 \Rightarrow x^3 - px^2 + qx - r = 0$

Prob 03 $x^2 - 2ax + a^2 - b^2 = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় α, β হলে, কোন সমীকরণের মূলদ্বয় $(\alpha + \beta)$ ও $(\alpha - \beta)$ হবে?

Sol: $\alpha + \beta = 2a$ এবং $\alpha\beta = a^2 - b^2$
 নির্ণয় সমীকরণ: $x^2 - (\alpha + \beta)x + (\alpha + \beta)(\alpha - \beta) = 0$
 $\Rightarrow x^2 - \{(\alpha + \beta) + \sqrt{(\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta}\}x + (\alpha + \beta)\sqrt{(\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta} = 0$
 $\Rightarrow x^2 - 2(a+b)x + 4ab = 0$

Prob 04 $5x^2 - 13x + 2 = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় α ও β হলে, $(\alpha + \beta)$ এবং $\frac{1}{2}\alpha\beta$ মূলদ্বয় দ্বারা গঠিত সমীকরণটি নির্ণয় কর।

Sol: $5x^2 - 13x + 2 = 0$ এর মূলদুটি α, β হলে, $\alpha + \beta = \frac{13}{5}$ $\alpha\beta = \frac{2}{5}$
 $\therefore x^2 - (\alpha + \beta) + \frac{1}{2}\alpha\beta)x + (\alpha + \beta) \times \frac{1}{2}\alpha\beta = 0$
 $\Rightarrow x^2 - \left(\frac{13}{5} + \frac{1}{2} \times \frac{2}{5}\right)x + \frac{13}{5} \times \frac{1}{2} \times \frac{2}{5} = 0 \Rightarrow 25x^2 - 70x + 13 = 0$

Prob 05 $4x^2 - 6x + 1 = 0$ সমীকরণের মূল দুইটি α ও β হলে $\alpha + \frac{1}{\beta}$ এবং $\beta + \frac{1}{\alpha}$ মূল বিশিষ্ট সমীকরণটি নির্ণয় কর।

সুধার α ও β হলে, $\alpha + \beta = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$ এবং $\alpha\beta = \frac{1}{4}$

বিশিষ্ট সমীকরণ, $x^2 - \left\{ \left(\alpha + \frac{1}{\beta} \right) + \left(\beta + \frac{1}{\alpha} \right) \right\} x + \left(\alpha + \frac{1}{\beta} \right) \left(\beta + \frac{1}{\alpha} \right) = 0$

$\Rightarrow x^2 - \left(\alpha + \beta + \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} \right) x + \alpha\beta + \frac{1}{\alpha\beta} + 2 = 0$

$\Rightarrow x^2 - \left(\frac{3}{2} + \frac{3 \cdot 2}{1 \cdot 4} \right) x + \frac{1}{4} + 4 + 2 = 0$

$\Rightarrow x^2 - (3 \cdot 2 + 6) x + \frac{1}{4} + 6 = 0 \Rightarrow x^2 - \left(\frac{3+12}{2} \right) x + \frac{1+24}{4} = 0$

$\Rightarrow x^2 - \frac{15}{2} x + \frac{25}{4} = 0 \Rightarrow 4x^2 - 30x + 25 = 0$ Ans.

Prob 06 একটি ত্রিঘাত সমীকরণের দুটি মূল 2 এবং $(1 + 2i)$ হলে, সমীকরণটি কি হবে?

সুধার মূল তিনটি 2, $1 + 2i$, $1 - 2i$

এবং $1 + 2i$ ও $1 - 2i$ ছরের সমীকরণ

$x^2 - (1 + 2i + 1 - 2i)x + (1 + 2i)(1 - 2i) = 0$

$\Rightarrow x^2 - 2x + 5 = 0$

বিশিষ্ট সমীকরণ $(x - 2)(x^2 - 2x + 5) = 0$

$\Rightarrow x^3 - 4x^2 + 9x - 10 = 0$

Prob 07 $ax^2 + bx + c = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় α ও β হলে, $\frac{1}{\alpha^2}$ এবং $\frac{1}{\beta^2}$ বিশিষ্ট সমীকরণ নির্ণয় কর।

$\alpha + \beta = -\frac{b}{a}$ এবং $\alpha\beta = \frac{c}{a}$

বিশিষ্ট সমীকরণ, $x^2 - \left(\frac{1}{\alpha^2} + \frac{1}{\beta^2} \right) x + \frac{1}{\alpha^2 \cdot \beta^2} = 0$

$\Rightarrow x^2 - \left(\frac{\alpha^2 + \beta^2}{\alpha^2 \beta^2} \right) x + \frac{1}{(\alpha\beta)^2} = 0$

$\Rightarrow x^2 - \left(\frac{(\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta}{\alpha^2 \beta^2} \right) x + \frac{1}{(\alpha\beta)^2} = 0$

$\Rightarrow x^2 - \left\{ \frac{(-b/a)^2 - 2c/a}{(c/a)^2} \right\} x + \frac{1}{(c/a)^2} = 0$

$\Rightarrow x^2 - \left(\frac{b^2/a^2 - 2c}{c^2/a^2} \right) x + \frac{1}{c^2/a^2} = 0 \Rightarrow x^2 - \left(\frac{b^2 - 2ac}{a^2} \times \frac{a^2}{c^2} \right) x + \frac{a^2}{c^2} = 0$

$\Rightarrow x^2 - \frac{(b^2 - 2ac)x}{c^2} + \frac{a^2}{c^2} = 0 \Rightarrow \frac{c^2 x^2 - (b^2 - 2ac)x + a^2}{c^2} = 0$

$\Rightarrow c^2 x^2 - (b^2 - 2ac)x + a^2 = 0$ Ans.

Prob 08 $5x^2 - 13x + 7 = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় α ও β হলে, $\frac{\alpha^2}{\beta}$ এবং $\frac{\beta^2}{\alpha}$ দ্বারা বিশিষ্ট সমীকরণটি নির্ণয় কর।

সুধার α, β হলে, $\alpha + \beta = \frac{13}{5}$, $\alpha\beta = \frac{7}{5}$

$\therefore x^2 - \left(\frac{\alpha^2 + \beta^2}{\beta} + \frac{\alpha^2}{\beta} \cdot \frac{\beta^2}{\alpha} \right) x + \frac{\alpha^2}{\beta} \cdot \frac{\beta^2}{\alpha} = 0$

$\Rightarrow x^2 - \left(\frac{\alpha^3 + \beta^3}{\alpha\beta} \right) x + \alpha\beta = 0$

$\Rightarrow x^2 - \left(\frac{(\alpha + \beta)^3 - 3\alpha\beta(\alpha + \beta)}{\alpha\beta} \right) x + \alpha\beta = 0$

$\Rightarrow x^2 - \left(\frac{\left(\frac{13}{5} \right)^3 - 3 \times \frac{7}{5} \times \frac{13}{5}}{\frac{7}{5}} \right) x + \frac{7}{5} = 0$

$\Rightarrow x^2 - \frac{832}{175} x + \frac{7}{5} = 0 \Rightarrow 175x^2 - 832x + 245 = 0$ Ans.

Prob 09 এইরূপ একটি সমীকরণ গঠন কর যার মূলদ্বয় যথাক্রমে $x^2 - px + q^2 = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয়ের গুণফল এবং অন্তরফলের বর্গ হইবে-

Sol: $\alpha + \beta = p$ এবং $\alpha\beta = q^2$, সমীকরণটি হবে,

$x^2 - \{ \alpha\beta + (\alpha - \beta)^2 \} x + \alpha\beta(\alpha - \beta)^2 = 0$

$\Rightarrow x^2 - \{ \alpha\beta + (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta \} x + \alpha\beta \{ (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta \} = 0$

$\therefore x^2 - (p^2 - 3q^2)x + q^2(p^2 - 4q^2) = 0$ Ans.

Prob 10 একটি সমীকরণ নির্ণয় কর যার মূলগুলো $2x^3 - 5x^2 + 7x + 10 = 0$ সমীকরণের মূলগুলো অপেক্ষা 1 করে বেশি।

Sol: নির্ণয়ে সমীকরণ হবে x এর পরিবর্তে $(x - 1)$ বসিয়ে প্রাপ্ত সমীকরণ।

\therefore সমীকরণ: $2(x - 1)^3 - 5(x - 1)^2 + 7(x - 1) + 10 = 0$

$\Rightarrow 2x^3 - 11x + 23x - 4 = 0$ Ans.

Prob 11 একটি সমীকরণ নির্ণয় কর যার মূলগুলো $x^4 + 2x^3 + 3x^2 + 4x + 5 = 0$ সমীকরণের মূলের তিনগুণ।

Sol: নির্ণয়ে সমীকরণ হবে x এর পরিবর্তে $\frac{x}{3}$ বসিয়ে প্রাপ্ত সমীকরণ হলো:

$\left(\frac{x}{3} \right)^4 + 2 \left(\frac{x}{3} \right)^3 + 3 \left(\frac{x}{3} \right)^2 + 4 \frac{x}{3} + 5 = 0$

$\Rightarrow x^4 + 6x^3 + 27x^2 + 108x + 405 = 0$

Type-04: সমীকরণের সাধারণ মূল সংক্রান্ত

Prob 01 $x^2 + 2x + c = 0$ এবং $x^2 + 2x + 1 = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় সাধারণ হলে, c এর মান কত?

Sol: $c = 1$ Ans.

Prob 02 $px^2 + qx + 1 = 0$ এবং $qx^2 + px + 1 = 0$ সমীকরণদ্বয়ের একটি মূল সাধারণ হওয়ার শর্ত কি?

Sol: $p + q + 1 = 0$ Ans.

Prob 03 $6x^2 + bx + c = 0$ এবং $12x^2 + 6x + 4 = 0$ সমীকরণ দুটির মূল সাধারণ হওয়ার শর্ত কোনটি?

Sol: আমরা জানি, মূল সাধারণ হওয়ার শর্ত, $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$

$\Rightarrow \frac{6}{12} = \frac{b}{6} = \frac{c}{4} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{c}{4} \Rightarrow c = 2$

আবার, $\frac{1}{2} = \frac{b}{6} \Rightarrow b = 3$ Ans.

Prob 04 $x^2 - px + q = 0$ ও $x^2 - qx + p = 0$ সমীকরণের (i) একটি মূল (ii) দুটি মূলই সাধারণ হবার শর্ত নির্ণয় কর।

Sol: (i) $\{1(-q) - 1(-p)\} \{(p-p) - (-q)q\} = (q \cdot 1 - p \cdot 1)^2$
 $\Rightarrow (p-q)(q^2 - p^2) = (p-q)^2$
 $\Rightarrow -(q+p) = 1 \Rightarrow p+q+1=0$ Ans.
 (ii) $\frac{1}{1} = \frac{-p}{-q} = \frac{-q}{p} \Rightarrow p^2 = q^2$ Ans.

Prob 05 $x^2 + kx - 6k = 0$ ও $x^2 - 2x - k = 0$ সমীকরণদ্বয়ের একটি সাধারণ মূল থাকলে k এর মান নির্ণয় কর।

Sol: $\{1(-2) - 1k\} \{k(-k) - (-2)(-6k)\} = \{-6k \cdot 1 - (-k) \cdot 1\}^2$
 $\Rightarrow (2+k)(k^2 + 12k) = 25k^2 \therefore k = 0, 3, 8$ Ans.

Prob 06 $x^2 + ax - 6 = 0$ ও $bx^2 - 2x - 3 = 0$ সমীকরণদ্বয়ের উভয় মূলই সাধারণ হলে a, b এর মান নির্ণয় কর।

Sol: $\frac{1}{b} = \frac{a}{-2} = \frac{-6}{-3} \therefore b = \frac{1}{2}, a = -4$ Ans.

Type-05: সর্বোচ্চ মান ও সর্বনিম্ন মান নির্ণয় সংক্রান্ত

Prob 01 $2x^2 + 3x + 7$ রাশিটির সর্বনিম্ন মান কত?

Sol: আমরা জানি, $[ax^2 + bx + c = 0$ এর ক্ষেত্রে] দ্বিঘাত রাশির সহগ ধনাত্মক হলে, রাশির সর্বনিম্ন মান পাওয়া যাবে এবং সর্বনিম্ন মান $= \frac{4ca - b^2}{4a}$
 \therefore প্রদত্ত রাশিটির জন্য সর্বনিম্ন মান $= \frac{4ca - b^2}{4a} = \frac{4 \times 7 \times 2 - 3^2}{4 \times 2} = \frac{47}{8}$ Ans.

Prob 02 $5x - x^2$ এর সর্বোচ্চ মান কত?

Sol: আমরা জানি, $[-ax^2 + bx + c = 0$ এর ক্ষেত্রে] দ্বিঘাত রাশির সহগ ঋণাত্মক হলে, সর্বোচ্চ মান পাওয়া যাবে এবং সর্বোচ্চ মান $= \frac{b^2 + 4ca}{4a}$
 এখানে প্রদত্ত রাশি $5x - x^2 = -x^2 + 5x + 0$
 \therefore উহার সর্বোচ্চ মান $= \frac{25 + 0}{4} = \frac{25}{4}$ Ans.

বিকল্প: (সূত্র ছাড়া): $5x - x^2 = -(x^2 - 5x) = -(x^2 - 5x + \frac{25}{4} - \frac{25}{4}) = -\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 + \frac{25}{4}$
 সর্বোচ্চ মান $= \frac{25}{4}$ যখন $x - \frac{5}{2} = 0 \Rightarrow x = \frac{5}{2}$
 [এ নিয়মে x এর কোন মানের জন্য সর্বনিম্ন মান বা সর্বোচ্চ পাওয়া যাবে, প্রদত্ত উক্ত $x = \frac{5}{2}$ হলে সর্বনিম্ন মান পাবে]

Prob 03 x এর মান বাস্তব হলে, $-9x^2 + 6px + q^2$ এর সর্বোচ্চ মান কত?

Sol: সর্বোচ্চ মান, $-p^2 + q^2$ Ans.

Type-06: প্রতিসম রাশির মান নির্ণয় সংক্রান্ত

Technique: দ্বিঘাত সমীকরণের ক্ষেত্রে প্রতিসম রাশিকে $(\alpha + \beta), (\alpha - \beta)$ এবং $\alpha\beta$ এর মাধ্যমে প্রকাশ করতে হবে।
 অতঃপর এদের মান বসিয়ে সরল করতে হবে।
 $\alpha + \beta$ এবং $\alpha\beta$ নির্ণয়ের জন্য সূত্রাবলি হল:
 01. $\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta$
 02. $\alpha^4 + \beta^4 = (\alpha^2 + \beta^2)^2 - 2\alpha^2\beta^2$

03. $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta}$
 04. $\frac{1}{\alpha^2} + \frac{1}{\beta^2} = \frac{\alpha^2 + \beta^2}{\alpha^2\beta^2}$
 05. $\alpha^3 + \beta^3 = (\alpha + \beta)(\alpha^2 + \beta^2 - \alpha\beta)$
 06. $\alpha - \beta = \sqrt{(\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta}$
 07. $\alpha^2 - \beta^2 = (\alpha + \beta)(\alpha - \beta)$
 08. $\alpha^3 - \beta^3 = (\alpha - \beta)(\alpha^2 + \beta^2 + \alpha\beta)$
 09. $\frac{1}{\beta} - \frac{1}{\alpha} = \frac{\alpha - \beta}{\alpha\beta}$
 10. $\frac{1}{\beta^2} - \frac{1}{\alpha^2} = \frac{\alpha^2 - \beta^2}{\alpha^2\beta^2}$
 11. $(\alpha^3 + \beta^3) = (\alpha + \beta)^3 - 3\alpha\beta(\alpha + \beta)$

Prob 01 $3x^2 - 2x - 1 = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় α, β হলে,

- i. $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}$ ii. $\frac{1}{\alpha^2} - \frac{1}{\beta^2}$ iii. $\frac{\alpha}{\beta^2} + \frac{\beta}{\alpha^2}$ এর মান?

Sol: $\alpha + \beta = \frac{2}{3}; \alpha\beta = -\frac{1}{3}$
 $|\alpha - \beta| = \sqrt{4 - 4 \cdot 3 \cdot (-1)/3} = \frac{4}{3}$
 i. $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = \frac{2/3}{-1/3} = -2$
 ii. $\frac{1}{\alpha^2} - \frac{1}{\beta^2} = \frac{\beta^2 - \alpha^2}{\alpha^2\beta^2} = \frac{(\beta + \alpha)(\beta - \alpha)}{(\alpha\beta)^2} = \frac{2/3(\pm 4/3)}{(-1/3)^2} = \pm 8$
 iii. $\frac{\alpha}{\beta^2} + \frac{\beta}{\alpha^2} = \frac{\alpha^3 + \beta^3}{\alpha^2\beta^2} = \frac{(\alpha + \beta)^3 - 3\alpha\beta(\alpha + \beta)}{(\alpha\beta)^2} = \frac{(2/3)^3 - 3(-1/3)(2/3)}{(-1/3)^2} = \frac{26}{3}$

Type-07: মূলদ্বয়ের অন্তরের ব্যবহার সংক্রান্ত

Technique: মূলদ্বয়ের অন্তর $= \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{a}$

Prob 01 $3x^2 - bx - 12 = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয়ের অন্তর 4 হলে $b = ?$

Sol: শর্তমতে, $\frac{\sqrt{b^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-12)}}{3} = 4 \Rightarrow b^2 + 144 = 12^2 \Rightarrow b = 0$ Ans.

Prob 02 $x^2 + px + q = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয়ের পার্থক্য 1 বা মূলদ্বয় ক্রমিক সংখ্যা হবার শর্ত কি?

Sol: শর্তমতে, $\frac{\sqrt{p^2 - 4 \cdot 1 \cdot q}}{1} = p^2 - 4q = 1$
 $\Rightarrow p^2 = 1 + 4q \Rightarrow p^2 - 4q = 1 \Rightarrow p^2 + 4q^2 = (1 + 2q)^2$ Ans.

Important Results:

01. $x^2 - bx + c = 0$ এবং $x^2 - cx + b = 0$ এবং মূলদ্বয়ের পার্থক্য একটি প্রকৃত রাশি হবার শর্ত $b + c + 4 = 0$
 02. $x^2 - px + q = 0$ এবং $x^2 - qx + p = 0$ সমীকরণের একটি সাধারণ মূল থাকার শর্ত $p + q + 1 = 0$
 03. $x^2 + px + q$ এবং $x^2 + qx + p$ রাশিদ্বয়ের একটি সাধারণ উৎপাদক থাকার শর্ত, $p + q + 1 = 0$
 04. $x^2 - px + q$ এবং $x^2 - qx + p$ রাশিদ্বয়ের একটি সাধারণ উৎপাদক থাকার শর্ত, $p + q + 1 = 0$
 05. $ax^2 + bx + b = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয়ের অন্তর $m : n$ হলে,

$\sqrt{\frac{m}{n}} + \sqrt{\frac{n}{m}} + \sqrt{\frac{b}{a}} = 0$

15. $x^2 - px + q = 0$ এবং $x^2 - qx + p = 0$ -এর একটি সাধারণ মূল থাকলে- [A 12-13]

- A. $p + q = 0$ B. $p - q = 0$ C. $p + q = -1$ D. $p + q = 1$

Ans C Solve (i) - (ii)

$$qx - px + q - p = 0$$

$$\Rightarrow x(q - p) = -(q - p) \Rightarrow x = -1$$

x এর value যে কোনো সমীকরণে বসিয়ে পাই

$$1 + p + q = 0 \Rightarrow p + q = -1$$

Note: এই সম্পর্কটি সূত্র হিসেবে মনে রাখবে।

16. $3x^2 - 2x + 1 = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয়ের বর্গের সমষ্টি কত? [A 12-13; CU 07-08]

- A. $-\frac{4}{3}$ B. $-\frac{2}{3}$ C. $-\frac{2}{9}$ D. কোনটিই নয়

Ans C Solve $\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = \left(\frac{2}{3}\right)^2 - 2 \times \frac{1}{3}$

$$= \frac{4}{9} - \frac{2}{3} = \frac{4-6}{9} = -\frac{2}{9}$$

17. $(4 - k)x^2 + (2k + 4)x + 8k + 1 = 0$ এর মূলদ্বয় সমান হলে, k এর মান- [11-12; RUET 12-13]

- A. 2, 3 B. 3, 5 C. 3, 7 D. 0, 3

Ans D Solve $(2k + 4)^2 - 4(4 - k)(8k + 1) = 0$

$$\Rightarrow 4k^2 + 16k + 16 - 4(32k - 8k^2 + 4 - k) = 0$$

$$\Rightarrow 4k^2 + 16k + 16 - 124k + 32k^2 - 16 = 0 \Rightarrow 36k^2 - 108k = 0$$

$$\Rightarrow 36k(k - 3) = 0 \therefore k = 0, 3$$

18. $x^3 - 3x^2 + 2x + 1 = 0$ সমীকরণের মূলগুলো α, β, γ হলে, $\sum \alpha\beta$ এর মান কত? [11-12]

- A. 3 B. 2 C. 1 D. 5

Ans B Solve $x^3 - 3x^2 + 2x + 1 = 0$

$$\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = 2$$

$$\sum \alpha\beta = \alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = 2$$

19. $x^2 - 2x + 2 = 0$, হলে, $x = ?$ [10-11]

- A. $1 \pm i$ B. $1 \pm \sqrt{-1}$ C. 1 D. A ও B উভয়ই

Ans D Solve $x^2 - 2x + 2 = 0 \Rightarrow x = \frac{2 \pm \sqrt{4 - 4 \times 2}}{2}$

$$\Rightarrow x = \frac{2(1 \pm \sqrt{-1})}{2} \Rightarrow x = 1 \pm \sqrt{-1} = (1 \pm i)$$

রাজশাহী বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $ax^2 + bx + c = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় শূন্য হওয়ার শর্ত কোনটি? [15-16]

- A. $b = 0$ B. $c = 0$ C. $b = 0 = c$ D. $c \neq 0$

Ans C Solve $ax^2 + bx + c = 0$

$$b = c = 0 \text{ হলে, } ax^2 = 0$$

$$\Rightarrow x = 0, 0$$

02. $x^2 + px + q = 0$ সমীকরণের মূল দুইটির পার্থক্য। হলে, নিচের কোনটি সঠিক? [15-16]

- A. $p^2 + q^2 = 1$ B. $p^2 = 1 + 4q$ C. $p^2 = 1 + q$ D. $p^2 = 1 - q$

Ans B Solve $\alpha + \beta = -p, \alpha\beta = q$

$$\therefore \alpha - \beta = 1$$

$$\Rightarrow (\alpha - \beta)^2 = 1 \Rightarrow (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta = 1$$

$$\Rightarrow p^2 - 4q = 1 \Rightarrow p^2 = 4q + 1$$

03. যদি $x^2 - bx + c = 0$ এবং $x^2 - cx + b = 0$ সমীকরণের মূলগুলোর মধ্যে কেবল একটি ধ্রুবকের পার্থক্য থাকে, তাহলে কোনটি সঠিক? [15-16]

- A. $b + c = 4$ B. $b + c = 1$ C. $b + c = -1$ D. $b + c = -4$

Ans D Solve $x^2 - bx + c = 0, \alpha, \beta$ মূল

$$\alpha + \beta = b$$

$$\alpha\beta = c$$

$$x^2 - cx + b = 0; \alpha + d, \beta + d \text{ মূল}$$

$$\therefore (\alpha + d) + (\beta + d) = c$$

$$(\alpha + d)(\beta + d) = b$$

$$\text{এখন, } \{(\alpha + d) - (\beta + d)\}^2 = (\alpha - \beta)^2$$

$$\Rightarrow c^2 - 4b = b^2 - 4c \Rightarrow b^2 - c^2 + 4b - 4c = 0$$

$$\Rightarrow (b - c)(b + c) + 4(b - c) = 0$$

$$\Rightarrow (b + c + 4)(b - c) = 0$$

$$b \neq c, \therefore b + c + 4 = 0$$

04. k-এর মান কত হলে $x^2 - 6x - 1 + k(2x + 1) = 0$ সমীকরণটির মূল দুইটি সমান হবে? [14-15; CU 14-15]

- A. 4 অথবা 2 B. 3 অথবা 2 C. 5 অথবা 2 D. 5 অথবা 3

Ans C Solve $x^2 - 6x - 1 + k(2x + 1) = 0$

$$\Rightarrow x^2 - 6x - 1 + 2kx + k = 0 \Rightarrow x^2 + (2k - 6)x + k - 1 = 0$$

$$\therefore \text{মূলদ্বয় সমান} \Rightarrow (2k - 6)^2 - 4(k - 1) = 0$$

$$\Rightarrow (k - 3)^2 - (k - 1) = 0 \Rightarrow k^2 - 6k + 9 - k + 1 = 0$$

$$\Rightarrow k^2 - 7k + 10 = 0 \Rightarrow (k - 2)(k - 5) = 0 \Rightarrow k = 2, 5$$

05. $a_1x^2 + b_1x + c_1 = 0$ এবং $a_2x^2 + b_2x + c_2 = 0$ সমীকরণের উভয় মূলই সাধারণ হলে- [14-15]

- A. $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$ B. $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2}$ C. $\frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$ D. $\frac{a_1}{a_2} = \frac{c_1}{c_2}$

Ans A Solve $a_1x^2 + b_1x + c_1 = 0$

$$a_2x^2 + b_2x + c_2 = 0$$

$$\therefore \text{উভয়মূল সমান শর্ত, } \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$$

06. কি শর্তে $x^3 - px^2 + qx - r = 0$ সমীকরণের দুইটি মূলের সমষ্টি শূন্য হবে? [03-04, 14-15]

- A. $pq - r = 0$ B. $pr = q$ C. $qr = p$ D. কোনটিই নয়

Ans A Solve $x^3 - px^2 + qx - r = 0, \alpha, \beta, \gamma$ মূল হলে $\alpha + \beta = 0$

$$\Rightarrow \alpha + \beta + \gamma = p$$

$$\Rightarrow 0 + \gamma = p$$

$$\Rightarrow \gamma = p$$

$$\alpha\beta + \gamma\beta + \gamma\alpha = q$$

$$\alpha\beta + \gamma(\alpha + \beta) = q$$

$$\alpha\beta = q$$

$$\text{এবং, } \alpha\beta\gamma = r \Rightarrow pq = r \Rightarrow pq - r = 0$$

Shortcut: $\therefore \gamma = p$, প্রদত্ত সমীকরণের একটি মূল।

$$\therefore p^3 + p.p^2 + pq - r = 0$$

$$\Rightarrow pq - r = 0$$

07. $2x^2 - 2(a + d)x + a^2 + d^2 = 0$ সমীকরণটির মূলদ্বয় বাস্তব হলে, কোনটি সত্য? [11-12]

- A. $a\sqrt{2} = d$ B. $a^2 = d$ C. $a = d$ D. $d = \sqrt{2}a$

Ans C Solve মূলদ্বয় বাস্তব বলে, $b^2 - 4ac = 0$

$$\Rightarrow \{2(a + d)\}^2 - 4.2(a^2 + d^2) = 0$$

$$\Rightarrow 4a^2 + 8ad + 4d^2 - 8a^2 - 8d^2 = 0 \Rightarrow 4a^2 - 8ad + 4d^2 = 0$$

$$\Rightarrow a^2 - 2ad + d^2 = 0 \Rightarrow (a - d)^2 = 0 \therefore a = d$$

১০৪. $x^3 - px^2 + qx - r = 0$ সমীকরণের মূলগুলো a, b, c হলে, $\sum \frac{1}{a^2}$

কত? [10-11]

A. $\frac{1}{r^2}(q^2 - 2rp)$

B. $\frac{1}{q^2}(r^2 - 2rp)$

C. $\frac{1}{r^2}(p^2 - 2rq)$

D. $\frac{1}{p^2}(q^2 - 2rp)$

Ans A Solve এখানে $a + b + c = p$ এবং $ab + bc + ca = q$ ও $abc = r$

$$\sum \frac{1}{a^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} = \frac{b^2c^2 + a^2c^2 + a^2b^2}{a^2b^2c^2}$$

$$= \frac{(ab + bc + ca)^2 - 2(ab \cdot bc + bc \cdot ca + ca \cdot ab)}{(abc)^2} = \frac{q^2 - 2rp}{r^2}$$

১০৯. $4x^2 - 6x - (p + 2) = 0$ সমীকরণের একটি মূল অপরটির দ্বিগুণ হলে, p -এর মান কোনটি? [10-11]

A. 3

B. -3

C. 4

D. -4

Ans D Solve $4x^2 - 6x - (p + 2) = 0$

ধরি মূল দুইটি α ও 2α

$$\therefore \alpha + 2\alpha = \frac{6}{4} \Rightarrow \alpha = \frac{1}{2} \text{ এবং } \alpha \times 2\alpha = \frac{-(p+2)}{4}$$

$$\Rightarrow 2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{-p-2}{4} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{-p-2}{4} \Rightarrow p = -4$$

১১০. $x^4 + 5x^3 + 3x + 9 = 0$ সমীকরণের মূলগুলো $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ হলে, $\alpha\beta\gamma\delta = ?$ [10-11]

A. 8

B. 9

C. 10

D. 11

Ans B Solve $x^4 + 5x^3 + 3x + 9 = 0$ এর মূলগুলো, $\alpha, \beta, \gamma, \delta$

হলে, $\alpha\beta\gamma\delta = \frac{9}{1} = 9$

১১১. $x^2 - 5x + c = 0$ সমীকরণের একটি মূল 4 হলে, c এর মান হবে- [09-10]

A. 0

B. 5

C. 4

D. -4

Ans C Solve $4^2 - 5 \times 4 + c = 0 \therefore c = 4$

১১২. p, q বাস্তব সংখ্যা এবং $2x^2 - 2(p+q)x + p^2 + q^2 = 0$ সমীকরণটির মূলদ্বয় বাস্তব হলে, p এর মান- [09-10]

A. q

B. 1

C. 0

D. কোনটিই নয়

Ans A Solve $D = \{-2(p+q)\}^2 - 8(p^2 + q^2)$
 $0 = -4(p-q)^2 \therefore p = q$

১১৩. যদি α, β সমীকরণ $x^2 + px + q = 0$ এর মূল হয় তবে $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}$ এর মান কত? [09-10]

A. $-\frac{p}{q}$

B. $\frac{q}{p}$

C. $-\frac{q}{p}$

D. $\frac{p}{q}$

Ans A Solve $\alpha + \beta = -p$ এবং $\alpha\beta = q \therefore \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = \frac{-p}{q}$

১১৪. বাস্তব সহগ বিশিষ্ট একটি বহুপদী সমীকরণের একটি মূল $a - ib$ হলে, অপরটি হবে- [09-10]

A. $-a - ib$

B. $-a + ib$

C. $a + ib$

D. কোনটিই নয়

Ans C Solve একটি মূল জটিল $(a + ib)$ হলে, অপর মূলটি অনুবন্ধী জটিল $(a - ib)$ হয়।

১১৫. $ax^2 + bx + c = 0$ সমীকরণের মূলগুলো জটিল ও অসমান হবে যদি- [09-10]

A. $b^2 - 4ac = 0$

B. $b^2 - 4ac > 0$

C. $b^2 - 4ac < 0$

D. কোনটিই নয়

Ans C Solve $b^2 - 4ac < 0$

১১৬. যদি $x^2 - 5x + k = 0$ সমীকরণটির একটি মূল 10 হয়, তবে k এর মান কত হবে? [09-10]

A. 50

B. -50

C. 5

D. -5

Ans B Solve $(10)^2 - 5 \times 10 + k = 0 \Rightarrow k = -50$

১১৭. যদি $2x^2 - 4x + 1 = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় α এবং β হয়, তবে α^2 এবং β^2 মূলবিশিষ্ট সমীকরণ কোনটি হবে? [09-10]

A. $4x^2 - 12x + 1 = 0$

B. $3x^2 - 12x + 1 = 0$

C. $4x^2 + 12x + 1 = 0$

D. $3x^2 + 12x + 1 = 0$

Ans A Solve $\alpha + \beta = 2 \therefore \alpha\beta = \frac{1}{2}$

α^2 ও β^2 মূলবিশিষ্ট সমীকরণ: $x^2 - x(\alpha^2 + \beta^2) + \alpha^2\beta^2 = 0$

$\Rightarrow x^2 - x\{(\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta\} + (\alpha\beta)^2 = 0$

$\Rightarrow x^2 - x(4 - 1) + \frac{1}{4} = 0 \Rightarrow 4x^2 - 12x + 1 = 0$

১১৮. $px^2 - x + q = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় জটিল হলে, মূলদ্বয়ের যোগফল সংখ্যাটি হবে? [09-10]

A. জটিল

B. বাস্তব

C. অমূলদ

D. মূলদ

Ans B Solve মূলদ্বয় জটিল হলে, মূলদ্বয়ের যোগফল বাস্তব হবে।

১১৯. $x^4 - 5x^3 + 7x^2 - 7x - 20 = 0$ সমীকরণের একটি মূল $1 + 2i$ হলে, অপর একটি মূল কত হবে? [09-10]

A. 3

B. -3

C. $1 - 2i$

D. $2 - i$

Ans C Solve অপর একটি অনুবন্ধী মূল হবে $(1 - 2i)$ ।

১২০. দ্বিঘাত সমীকরণে কত সংখ্যক মূল থাকে? [08-09]

A. 2

B. 1

C. 3

D. 4

Ans. A

১২১. $ax^2 + bx + c = 0$ সমীকরণে একটি মূল শূন্য হবে যদি- [08-09]

A. $a = 0$

B. $b = 0$

C. $c = 0$

D. $b^2 - 4ac = 0$

Ans. C

১২২. $x^2 + 1 = 0$ এর একটি মূল a হলে, $|a|$ এর মান কত? [08-09]

A. -1

B. $\sqrt{-1}$

C. $\sqrt{2}$

D. 1

Ans D Solve $|a|$ এর মান 1

১২৩. $(x-1)(x^2+x+1) = 0$ এর একটি মূল a হলে, নিচের কোনটি সত্য? [08-09]

A. $a^2 = 1$

B. $a^2 = -1$

C. $a^3 = 1$

D. $a = i$

Ans C Solve $(x-1)(x^2+x+1) = x^3 + x^2 + x - x^2 - x - 1 = x^3 - 1$

সমীকরণের একটি মূল a হলে, সমীকরণটি a দ্বারা সিদ্ধ হবে।

$a^3 - 1 = 0 \Rightarrow a^3 = 1$

১২৪. $x^2 + x + 1 = 0$ এর মূল α, β হলে $\frac{1}{\alpha}, \frac{1}{\beta}$ মূলবিশিষ্ট সমীকরণ হবে- [08-09]

A. $x^2 - x + 1 = 0$

B. $x^2 + x - 1 = 0$

C. $-x^2 + x + 1 = 0$

D. $x^2 + x + 1 = 0$

Ans D Solve সমীকরণটি হবে $\left(\frac{1}{x}\right)^2 + \frac{1}{x} + 1 = 0$

$\Rightarrow \frac{1+x+x^2}{x^2} = 0 \Rightarrow x^2 + x + 1 = 0$

১২৫. p এর মান কত হলে, $px^2 + 3x + 4 = 0$ সমীকরণের মূলগুলো বাস্তব ও অসমান হবে। [08-09, 11-12]

A. $p < \frac{9}{15}$

B. $p < \frac{7}{16}$

C. $p < \frac{9}{2}$

D. $p < \frac{9}{16}$

Ans D Solve $px^2 + 3x + 4 = 0$

সমীকরণের মূলগুলো বাস্তব ও অসমান।

নিশ্চায়ক, $D = 3^2 - 4 \cdot p \cdot 4 > 0 \Rightarrow 3^2 > 4 \cdot p \cdot 4$

$\Rightarrow 9 > 16p \Rightarrow \frac{9}{16} > p \Rightarrow p < \frac{9}{16}$

26. দুইটি মূলের অনুপাত 3 : 4 হলে, $2x^2 - x^2 - 22x - 24 = 0$ সমীকরণের মূল তিনটির মান কত হবে? [05-06]

Ans. মূলদ্বয় $-\frac{3}{2}, -2, 4$

27. মূলতলো ভণোত্তর ধণমন শ্রেণীভুক্ত হলে, $3x^3 - 26x^2 + 52x - 24 = 0$ সমীকরণটির সমাধান কর। [05-06]

Ans. মূলতলো $\frac{2}{3}, 2, 6$

28. $4x^2 - 6x + 1 = 0$ সমীকরণের মূল দুটি α, β হলে, $\alpha + \frac{1}{\beta}$ এবং $\beta + \frac{1}{\alpha}$ মূলবিশিষ্ট সমীকরণটি নির্ণয় কর। [05-06]

Solve $\alpha + \beta = \frac{3}{2}, \alpha\beta = \frac{1}{4}$

$\alpha + \frac{1}{\beta}$ ও $\beta + \frac{1}{\alpha}$ মূলবিশিষ্ট সমীকরণ-

$$x^2 - x(\alpha + \beta + \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}) + (\alpha + \frac{1}{\beta})(\beta + \frac{1}{\alpha}) = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - \frac{15}{2}x + \frac{25}{4} = 0 \therefore 4x^2 - 30x + 25 = 0 \text{ Ans.}$$

29. $x^2 + px + q = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় একটি অপরটির বর্গমূল হলে, দেখাও যে, $p^2 + q^2 = q(3p - 1)$ [05-06]

Solve মূলদ্বয় α, α^2

$$\therefore \alpha + \alpha^2 = -p, \alpha^3 = q \therefore \alpha = q^{\frac{1}{3}}$$

$$q^{\frac{1}{3}} + \left(q^{\frac{1}{3}}\right)^2 = -p \Rightarrow p^2 + q^2 = q(3p - 1) \text{ Ans.}$$

30. $2x^2 - 3x + 1 = 0$ সমীকরণের মূল দুটির যোগফলের সাথে মূল দুটির গুণফল যোগ করলে কত হবে? [04-05]

A. 2 B. 1 C. 0 D. 3

Ans A Solve $2x^2 - 3x + 1 = 0$; মূলদ্বয় α, β

$$\therefore \alpha + \beta = \frac{3}{2} \text{ এবং } \alpha\beta = \frac{1}{2} \therefore \alpha + \beta + \alpha\beta = \frac{3}{2} + \frac{1}{2} = 2$$

31. যদি $x^2 + cx - 6c = 0$ এবং $x^2 - 2x - c = 0$ সমীকরণদ্বয়ের একটি সাধারণ মূল থাকে তবে c এর মান নির্ণয় কর? [04-05]

Solve $x^2 + cx - 6c = 0 \dots (i)$

$x^2 - 2x - c = 0 \dots (ii)$

ধরি, সাধারণ মূলটি α

$\therefore \alpha^2 + c\alpha - 6c = 0 \dots (iii)$

$\alpha^2 - 2\alpha - c = 0 \dots (iv)$

(iii) ও (iv) বহুগুণন করে,

$$\frac{\alpha^2}{-c^2 - 12c} = \frac{\alpha}{-6c + c} = \frac{1}{-2 - c}$$

$$\Rightarrow \frac{\alpha^2}{-c^2 - 12c} = \frac{\alpha}{-5c}$$

$$\Rightarrow \frac{\alpha}{c(c + 12)} = \frac{1}{5c} \Rightarrow \frac{5c}{2 + c} = \frac{c(c + 12)}{5c}$$

$$\Rightarrow 25c^2 = (2 + c)(c^2 + 12c) = 2c^2 + 24c + c^3 + 12c^2$$

$$\Rightarrow c^3 - 11c^2 + 24c = 0$$

সমাধান করে পাই, $c = 0, 3, 8$

$$\alpha = \frac{-5c}{-2 - c} = \frac{5c}{2 + c}$$

চট্টগ্রাম বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $(a + 1)x^3 - 2x^2 + x + a = 0$ সমীকরণটির দুটি মূল সমান হলে 'a' এর মান কত? [15-16]

A. -1 B. 0 C. 3
D. 2 E. 4

Ans B Solve $a = 0$ ধরে পাই,

$$\therefore x^3 - 2x^2 + x = 0$$

$$\Rightarrow x(x^2 - 2x + 1) = 0$$

$$\Rightarrow x = 0, (x - 1)^2 = 0$$

$$x = 1, 1$$

সুতরাং সমীকরণটির মূল দুটি সমান অর্থাৎ 1, 1

02. একটি দ্বিঘাত সমীকরণের মূলদ্বয় -2 এবং 3 হলে সমীকরণটি হবে: [15-16]

A. $x^2 + x - 6 = 0$ B. $x^2 - x - 6 = 0$

C. $x^2 + 5x - 6 = 0$ D. $x^2 - 5x + 6 = 0$

Ans B Solve সমীকরণ, $x^2 - (-2 + 3)x + (-2)(3) = 0$

$$\Rightarrow x^2 - x - 6 = 0$$

03. কোন শর্তে $ax^2 + bx + c = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় পরস্পর সমান এবং বিপরীত চিহ্নের হবে? [15-16]

A. $a + c = 0$ B. $b + c = 0$ C. $a = 0$

D. $b = 0$ E. $c = 0$

Ans D Solve মূলদ্বয়ের যোগফল, $0 = -\frac{b}{a} \Rightarrow b = 0$

04. $x^3 + x^2 + 2x + 8 = 0$ সমীকরণের একটি মূল কাল্পনিক হলে অন্য মূল দুটি কি প্রকারের? [15-16]

A. দুটিই বাস্তব ও সমান B. দুটিই বাস্তব ও ভিন্ন

C. একটি বাস্তব ও একটি কাল্পনিক D. দুটিই কাল্পনিক

E. কোনটিই নয়

Ans C Solve সমীকরণের চলকের উচ্চতম ঘাত = 3 একটি মূল কাল্পনিক অপর একটি কাল্পনিক হবে। তৃতীয়টি কাল্পনিক না হয়ে বাস্তব হবে। কারণ কাল্পনিক জোড়ায় জোড়ায় থাকে।

05. $3x^2 - kx + 4 = 0$ সমীকরণটির একটি মূল অপরটির দ্বিগুণ হলে k এর মান কত? [15-16]

A. 0 B. ± 12 C. ± 6

D. $\pm 3\sqrt{6}$ E. ± 24

Ans D Solve মূলদ্বয় $\alpha, 2\alpha$, তাহলে।

$$\alpha + 2\alpha = \frac{k}{3}$$

$$\Rightarrow 3\alpha = \frac{k}{3}$$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{k}{9}$$

$$2\alpha^2 = \frac{4}{3} \Rightarrow 2 \frac{k^2}{81} = \frac{4}{3}$$

$$\Rightarrow k^2 = \frac{2 \times 81}{3}$$

$$\Rightarrow k^2 = 9 \times 6$$

$$\Rightarrow k = \pm 3\sqrt{6}$$

Shortcut: $\frac{(2 + 1)^2}{2} = \frac{k^2}{12} \Rightarrow k^2 = 54 \Rightarrow k = \pm 3\sqrt{6}$

06. $ax^2 + 1 = 0$ এর মূল জটিল হওয়ার শর্ত হচ্ছে- [15-16]

A. $a > 0$ B. $a < 0$ C. $a = \pm x$

D. $a = \pm 1$ E. $a \geq 0$

Ans A Solve $ax^2 + 1 = 0 = ax^2 - 1 = x^2 = -\frac{1}{a}$

$$= x = \pm \sqrt{-\frac{1}{a}}$$

= ইহা জটিল হবে যখন $a > 0$

১৩. $x^2 + qx + r = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় α, β হলে $\alpha - 2, \beta - 2$ মূলদ্বয়
বিশিষ্ট সমীকরণ কোনটি? [14-15]
A. $(x+q)^2 + qx - r + 2 = 0$ B. $x^2 + (q+2)x + r - 6 = 0$
C. $x^2 + (q+4)x + 2q + r + 4 = 0$ D. $rx^2 + (q-2)x + 3 = 0$
E. কোনটিই নয়

Ans C Solve $\because x^2 + qx + r = 0, \alpha, \beta$
 $\alpha - 2, \beta - 2$ এর সমীকরণ, $(x+2)^2 + q(x+2) + r = 0$
 $\Rightarrow x^2 + 4x + 4 + qx + 2q + r = 0$
 $\Rightarrow x^2 + (4+q)x + 4 + 2q + r = 0$
 $\Rightarrow x^2 + (q+4)x + 2q + r = 0$

১৪. যদি $ax^2 + bx + c = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় α এবং β হয়, তবে $\alpha^3 + \beta^3$
এর মান কত? [14-15]
A. $\frac{3abc - b^3}{a^3}$ B. $\frac{a^3 + b^3}{3abc}$ C. $\frac{3abc + b^3}{a^3}$
D. $\frac{-(3abc + b^3)}{a^3}$ E. $\frac{b^3 - 3abc}{a^3}$

Ans A Solve $ax^2 + bx + c = 0 \Rightarrow \alpha + \beta = \frac{-b}{a}$
 $\alpha\beta = \frac{c}{a} \therefore \alpha^3 + \beta^3 = (\alpha + \beta)^3 - 3\alpha\beta(\alpha + \beta)$
 $= \left(\frac{-b}{a}\right)^3 + 3 \frac{c}{a} \frac{b}{a} = \frac{-b^3}{a^3} + \frac{3bc}{a^2} = \frac{3abc - b^3}{a^3}$

১৫. এমন একটি সমীকরণ নির্ণয় কর, যার মূলদ্বয় $3x^2 + 2x - 1 = 0$
সমীকরণের মূলের বিপরীত চিহ্ন বিশিষ্ট হবে- [14-15]
A. $3x^2 + 2x + 1 = 0$ B. $3x^2 - 2x - 1 = 0$
C. $3x^2 + 2x - 1 = 0$ D. $3x^2 - 2x + 1 = 0$

Ans B Solve $3x^2 + 2x - 1 = 0$
 \therefore নির্ণয় সমীকরণ মূল প্রদত্ত সমীকরণের মূলের বিপরীত চিহ্নযুক্ত
 \therefore সে সমীকরণ $3(-x)^2 + 2(-x) - 1 = 0 \Rightarrow 3x^2 - 2x - 1 = 0$

১৬. $\frac{1}{x} + c + bx = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় সমান হলে কোনটি সঠিক?
A. $c^2 = 4b$ B. $b = c^2$ C. $b^2 = 4c$ D. $b = c$

Ans A Solve $\frac{1}{x} + c + bx = 0 \Rightarrow bx^2 + cx + 1 = 0$
 \therefore মূলদ্বয় সমান $\therefore c^2 - 4 \cdot b \cdot 1 = 0 \Rightarrow c^2 = 4b$

১৭. যদি $g(x) = x^2 - (a^4 + b^4)x + (ab)^4$ হয়, তাহলে $g(x) = 0$ সমীকরণের
মূলদ্বয় হবে- [14-15]
A. a, b B. a^2, b^2 C. a^3, b^3 D. a^4, b^4 E. ab, a^2b^2

Ans D Solve $g(x) = x^2 - (a^4 + b^4)x + (ab)^4$
 $= x^2 - (a^4 + b^4)x + a^4b^4 = (x - a^4)(x - b^4)$
 $\therefore g(x) = 0 \Rightarrow (x - a^4)(x - b^4) \Rightarrow x = a^4, b^4$

১৮. $x^2 + 7x^2 + cx + c = 0$ সমীকরণের একটি মূল 0 হলে c এর মান কত? [13-14]
A. 0 B. 2 C. -1 D. 3 E. 4

Ans A Solve মনেকরি, মূলদ্বয়, 0, α, β
তাহলে, $0 \times \alpha \times \beta = -C \Rightarrow C = 0$

১৯. $5x^4 - 3x^3 + 2x^2 - 6x + 4$ কে $(x+2)$ দ্বারা ভাগ করলে ভাগশেষ হবে- [12-13]
A. -2 B. 6 C. 80 D. $(X-2)$ E. 128

Ans E Solve $f(x) = 5x^4 - 3x^3 + 2x^2 - 6x + 4$
 \therefore কাংশনটি $(x+2)$ দ্বারা ভাগ করা হবে, তাই ভাগশেষ হবে-
 $f(-2) = 5(-2)^4 - 3(-2)^3 + 2(-2)^2 - 6(-2) + 4$
 $= 80 + 24 + 8 + 12 + 4 = 128$

Ans C Solve $x^2 - 10x + 34 = 0$
 \therefore মূল, $x = \frac{10 \pm \sqrt{100 - 136}}{2} = \frac{10 \pm \sqrt{-36}}{2} = \frac{10 \pm 6i}{2} = 5 \pm 3i$
 $\therefore x^2 - 10x + 34 = 0$ সমীকরণটির কোন বাস্তব মূল নাই।

15. $x^2 + x + 1 = 0$ সমীকরণের একটি মূল α হলে, অন্য মূলটি হবে- [C12-13]
A. $\alpha + 1$ B. $\alpha - 1$ C. α^2 D. $\frac{1}{\alpha}$ E. $-\frac{1}{\alpha}$

Ans C Solve $\alpha^2 + \alpha + 1 = 0 \Rightarrow \alpha = \frac{-1 \pm \sqrt{3}i}{2}$
মূলদ্বয় = $\frac{-1 + \sqrt{3}i}{2}, \frac{-1 - \sqrt{3}i}{2} = \alpha, \alpha^2$

16. একটি দ্বিঘাত সমীকরণের মূলগুলো হলো $\pm 2\sqrt{3}$, তাহলে সমীকরণটি
হচ্ছে- [H 12-13]
A. $x^2 = -12$ B. $(x + 2\sqrt{3})^2 = 0$ C. $x^2 - 12 = 0$
D. $(x - 2\sqrt{3})^2$ E. সঠিক উত্তর দেওয়া নাই

Ans C Solve মূলদ্বয়ের যোগফল = $2\sqrt{3} - 2\sqrt{3} = 0$
মূলদ্বয়ের গুণফল = $2\sqrt{3} \times (-2\sqrt{3}) = -12$
 \therefore সমীকরণটি, $x^2 - 12 = 0$

17. 'a' এর মান কত হলে, $2x^2 + ax + 4 = 0$ সমীকরণটির মূলদ্বয় বাস্তব ও
সমান হবে? [11-12]
A. 4 B. 2 C. $4\sqrt{2}$ D. 0 E. $2\sqrt{2}$

Ans C Solve মূলদ্বয় বাস্তব ও সমান হবে যখন, $a^2 - 4 \cdot 2 \cdot 4 = 0$
 $\Rightarrow a^2 = 32 \Rightarrow a = 4\sqrt{2}$

18. 'm' এর মান কত হলে, সমীকরণ $|mx - 8 = 6 - 7(x + 3)|$ এর
সমাধান সম্ভব নয়? [11-12]
A. 3 B. 7 C. -7 D. 0 E. 1

Ans C Solve $mx - 8 = 6 - 7(x + 3)$
 $\Rightarrow mx - 8 = 6 - 7x - 21 \Rightarrow mx + 7x = -7$
 $m = -7$ হলে, $-7x + 7x = -7$ হয় যা সম্ভব নয়।

19. p এর কোন মানের জন্য $x^2 - px + p + 3 = 0$ এর দুটি সমান মূল থাকবে? [11-12]
A. -2 B. 6 C. 3 বা 6 D. -2 বা 6 E. -1 বা 6

Ans D Solve $p^2 - 4(p + 3) = 0$
 $\Rightarrow p^2 - 4p - 12 = 0 \therefore p = 6, -2$
[By Using Calculator]

20. $px^2 + 7x + 7 = 0$ সমীকরণের দুটি মূল α, β হলে, $\alpha + 1, \beta + 1$
মূলবিশিষ্ট সমীকরণটি হচ্ছে- [10-11]
A. $px^2 + (2p-7)x + p = 0$ B. $px^2 - (2p-7)x + p = 0$
C. $px^2 + (2p-7)x - p = 0$ D. $px^2 - (2p-7)x - p = 0$
E. $px^2 + (2p-7)x - p = 0$

Ans B Solve $p(x-1)^2 + 7(x-1) + 7 = 0$
 $\therefore px^2 - (2p-7)x + p = 0$

বিকল্প পদ্ধতি: সমীকরণের মূল 1 বেশি করে বলে $x = x - 1$ বসিয়ে নির্ণয়
সমীকরণ পাওয়া যাবে।
21. দ্বিঘাত সমীকরণ $bx^2 + cx - d = 0$ এর দুটি মূল সমান ও বিপরীত চিহ্ন
বিশিষ্ট হবে যদি- [09-10]
A. $b = 0$ B. $d = 0$ C. $c = 1$
D. $c = 0$ E. $b = d$

Ans D Solve $(\alpha - \alpha = -\frac{c}{b} = 0, c = 0) b = 0$

22. যদি $x^2 - px + q = 0$ এবং $x^2 - qx + p = 0$ হয় এবং সমীকরণ দুইটির কেলস একটি মূল সাধারণ থাকে, তবে $p + q + 1$ এর মান নির্ণয় কর। [08-09]

- A. 0 B. 4 C. 2 D. 3 E. 5

Ans A Solve $x^2 - px + q = 0$ (i)
 $x^2 - qx + p = 0$ (ii)

তাদের একটি মূল সাধারণ যেটি α

$\therefore \alpha^2 - p\alpha + q = 0$ (iii)
 $\alpha^2 - q\alpha + p = 0$ (iv)

(iii) ও (iv) বহুগুণন করে পাই, $\frac{\alpha^2}{-p^2 + q^2} = \frac{\alpha}{q - p} = \frac{1}{-q + p}$

$\Rightarrow \frac{\alpha^2}{(p+q)(p-q)} = \frac{\alpha}{-(p-q)} = \frac{1}{(p-q)}$

$\Rightarrow \frac{\alpha^2}{(p+q)} = \frac{\alpha}{1} = \frac{1}{-1} \therefore (1)^2 = -1(p+q) \Rightarrow p+q+1 = 0$

Note এই সম্পর্কটি সূত্র হিসেবে মনে রাখবে।

23. p এর মান কত হলে, $px^2 + 3x + 4 = 0$ সমীকরণের মূলগুলি জটিল হবে? [07-08, 06-07, 03-04]

- A. $p = \frac{9}{16}$ B. $p = 0$ C. $p > \frac{9}{16}$ D. $p < \frac{9}{16}$

Ans C Solve $3^2 - 16p < 0 \Rightarrow p > \frac{9}{16}$

24. যে শর্তে $cx^2 + bx + a = 0$ এর মূলগুলো বাস্তব ও সমান হবে তা হলো- [07-08, 03-04, 04-05, 05-06]

- A. $b^2 - 4ac = 0$ B. $b^2 - 4ac < 0$
 C. $c^2 - 4ab > 0$ D. $b^2 + 4ac > 0$ **Ans. A**

25. p এর মান কত হলে, $x^2 - 6x - 1 + p(2x + 1) = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় সমান হবে? [07-08, 05-06, 03-04, 02-03; KU 09-10, 12-13; RU 14-15, CU 14-15]

- A. 5 বা 2 B. -5 বা -2 C. 3 বা 4 D. কোনটিই নয়

Ans A Solve $x^2 + (2p - 6)x + p - 1 = 0$
 $\therefore (2p - 6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (p - 1) = 0 \Rightarrow p^2 - 7p + 10 = 0$
 $\therefore p = 5$ or 2 [By Using Calculator]

26. সমীকরণের $2x^2 - 5x + 2 = 0$ এর একটি মূল 2 হলে, অপর মূলটি হবে [05-06]

- A. $\frac{1}{2}$ B. 3 C. -2 D. 1 E. -1

Ans A Solve $2 + \alpha = \frac{5}{2} \Rightarrow \alpha = \frac{1}{2}$

27. $2x^2 - 5x + 3 = 0$ সমীকরণের মূলদুটির গুণফলের সাথে যোগফল যোগ করলে হয়- [C, 04-05]

- A. $\frac{3}{2}$ B. -4 C. 4 D. $\frac{5}{2}$

Ans C Solve $\alpha + \beta = \frac{5}{2}, \alpha\beta = \frac{3}{2} \therefore \alpha + \beta + \alpha\beta = \frac{5}{2} + \frac{3}{2} = 4$

28. $px^2 - x + q = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় অবাস্তব হলে, মূলদ্বয়ের যোগফল হবে- [04-05]

- A. অবাস্তব সংখ্যা B. বাস্তব সংখ্যা
 C. অমূলদ সংখ্যা D. মূলদ সংখ্যা **Ans. B**

29. $x^2 + 4 = 0$ সমীকরণের একটি বীজ $-2i$ এবং অন্যটি- [D, 03-04]

- A. $2i$ B. -2 C. 2 D. $-2i$ **Ans. A**

Solve একটি মূল জটিল হলে, অন্যটি হবে অনুবন্ধী জটিল = $2i$

30. $x^2 + 2 = 0$ এর একটি সমাধান $x = \sqrt{2}i$ হলে, $x^2 + 2 = 0$ সমীকরণের

উৎপাদক বিশ্লেষণ হচ্ছে- [01-02]

- A. $(x + i\sqrt{2}) - 0$ B. $(x - i\sqrt{2}) - 0$
 C. $(x + i2)(x - i2) = 0$ D. $(x + i\sqrt{2})(x - i\sqrt{2})$

Ans D Solve অপর সমাধান, $x = -\sqrt{2}i$

উৎপাদক বিশ্লেষণ $(x - \sqrt{2}i)(x + \sqrt{2}i) = 0$

খুলনা বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $(k + 1)x^2 + 2(k + 3)x + 2k + 3$ রাশিটি একটি পূর্ণবর্গ হলে k -এর মান হবে- [15-16; RU 15-16; COU 15-16]

- A. ± 3 B. ± 2 C. 3 বা -2 D. -3 বা 2

Ans C Solve রাশিটি পূর্ণ বর্গ হবে যখন,

$\{2(k + 3)\}^2 - 4(k + 1)(2k + 3) = 0$
 $\Rightarrow k^2 + 6k + 9 - 2k^2 - 5k - 3 = 0$
 $\Rightarrow -k^2 + k + 6 = 0 \Rightarrow k^2 - k - 6 = 0$
 $\Rightarrow (k - 3)(k + 2) = 0 \Rightarrow k = -2, 3$

02. $x^2 - px + q = 0$ এবং $x^2 - qx + p = 0$ সমীকরণ দুটির একটি মাত্র সাধারণ মূল থাকলে, নিচের কোনটি সঠিক? [14-15]

- A. $p - q - 1 = 0$ B. $p + q + 1 = 0$
 C. $p + q - 1 = 0$ D. $p - q + 1 = 0$

Ans B Solve $x^2 - px + q = 0$
 $-x^2 - qx + p = 0$
 (-) করে $(q-p)x + q - p = 0$

$\Rightarrow x = -1 \therefore 1$ ম সমীকরণে বসাই, $1 + p + q = 0$

03. যদি $\alpha - \beta = 8$ ও $\alpha^3 - \beta^3 = 152$ হয়, তবে α ও β মূলবিশিষ্ট দ্বিঘাত সমীকরণটি হলো- [A 12-13]

- A. $x^2 - 8x - 12 = 0$ B. $x^2 + 2x - 15 = 0$
 C. $x^2 + 12x + 15 = 0$ D. $x^2 + 15x + 2 = 0$
 E. $x^2 + 12x + 8 = 0$

Ans B Solve $\alpha^3 - \beta^3 = (\alpha - \beta)^3 + 3\alpha\beta(\alpha - \beta)$

$\Rightarrow \alpha\beta = \frac{152 - 8^3}{3 \cdot 8} = -15$

$\alpha + \beta = \sqrt{(\alpha - \beta)^2 + 4\alpha\beta} = \sqrt{8^2 + 4(-15)} = \pm 2$

\therefore নির্ণেয় সমীকরণ $x^2 \pm 2x - 15 = 0$

04. $27x^2 + 6x - (p + 2) = 0$ সমীকরণটির একটি মূল অপরটির দ্বিগুণ হলে, p এর মান হবে- [A 12-13; RU 00-01]

- A. 6, -1 B. -6, 1 C. -6, -1 D. কোনটিই নয়

Ans D Solve মূলদ্বয়ের অনুপাত: $r = 2$

$\therefore \frac{(2+1)^2}{2} = \frac{b^2}{ac} = \frac{(2+1)^2}{27 \times (-p-2)}$

$\Rightarrow -(p+2) \times 27 = 8 \Rightarrow p = \frac{-62}{27}$

05. $x^3 - 5x^2 + 17x - 13 = 0$ সমীকরণের একটি মূল 1 হলে, অপর মূল দুটি- [09-10, 11-12]

- A. $2 \pm 3i$ B. $2 + 3i$
 C. $2 - 3i$ D. x **Ans. A**

পণিত বিক্রিমা • বহুপদী ও বহুপদী সমীকরণ

১৬. $x^2 + \lambda = 6x$ সমীকরণের মূলদ্বয় সমান হবে? [13-14]

A. 3 B. 6 C. 9 D. -1

Ans C Solve $x^2 - 6x + \lambda = 0 \dots (i)$

১৭. $x^2 - 4x + \lambda = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় সমান হলে নিচায়ক শূন্য।

A. $\lambda = 4$ B. $\lambda = 0$ C. $\lambda = -4$ D. $\lambda = 1$

Ans B Solve $ax^2 + bx + c = 0 \Rightarrow ax^2 = -c \Rightarrow x = \pm \sqrt{\frac{-c}{a}}$

১৮. $ax^2 + bx + c = 0$ সমীকরণের মূল দুইটি- [13-14]

A. সমান ও একই চিহ্ন বিশিষ্ট B. সমান ও বিপরীত চিহ্ন বিশিষ্ট

C. অসমান ও একই চিহ্ন বিশিষ্ট D. অসমান ও একই চিহ্ন বিশিষ্ট

Ans D

১৯. $ax^2 + bx + c = 0 \Rightarrow ax^2 = -c \Rightarrow x = \pm \sqrt{\frac{-c}{a}}$

A. মূলদ B. মূলদ ও অসমান

২০. একটি গুণকের দৈর্ঘ্য একটি দ্বিঘাত সমীকরণ গঠন করে। সমীকরণের মূলদ্বয় সমষ্টি ও গুনফল যথাক্রমে 11/2 ও -20 হলে গুণকটির দৈর্ঘ্য কত? [15-16]

A. 5 unit B. 2 unit C. 8 unit D. 2.5 unit E. 3 unit

Ans C Solve দ্বিঘাত সমীকরণ:

$x^2 - \frac{11}{2}x - 20 = 0 \Rightarrow 2x^2 - 11x - 40 = 0$

$\Rightarrow 2x^2 - 16x + 5x - 40 = 0 \Rightarrow 2x(x - 8) + 5(x - 8) = 0$

$\Rightarrow (2x + 5)(x - 8) = 0 \Rightarrow x = \frac{5}{2}, x = 8$ Unit

২১. $3x^2 - 2x + 1 = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয়ের বর্গের সমষ্টি কত? [14-15]

A. $\frac{2}{3}$ B. $\frac{8}{9}$ C. $-\frac{2}{9}$ D. $\frac{2}{9}$ E. $\frac{9}{2}$

Ans C Solve $3x^2 - 2x + 1 = 0, \alpha + \beta = \frac{2}{3}$

$\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = (\frac{2}{3})^2 - 2 \cdot \frac{1}{3} = \frac{4}{9} - \frac{2}{3} = -\frac{2}{9}$

২২. নিচের কোনটি $(x+2)^2 + (x+3)^2 + (x-1)^2 = 0$ এর একটি মূল? [13-14]

A. 2 B. 3 C. 4 D. 1 E. 0

Ans D Solve কয়েকটি বর্গের সমষ্টি শূন্য হলে এরা প্রত্যেকে পৃথকভাবে শূন্য হয়। $x-1=0 \Rightarrow x=1$

২৩. $x^2 - 11x + a = 0$ এবং $x^2 - 14x + 2a = 0$ দ্বিঘাত সমীকরণদ্বয়ের একটি সাধারণ মূল থাকে, তবে a এর মানগুলো হবে- [13-14]

A. 0, 24 B. 0, -24 C. 1, -1 D. -2, 1 E. 3, 4

Ans A Solve $x^2 - 11x + a = 0$

$x^2 - 14x + 2a = 0$

$\frac{x^2}{-22a + 14a} = \frac{x}{a - 2a} = \frac{1}{-14 + 11}$

$\frac{1}{-6a} = \frac{1}{-3a} \therefore a^2 = 24a$

$\Rightarrow 24a - 24a = 0 \therefore a = 0, 24$

২৪. $px^2 + 3x + 4 = 0$ সমীকরণ এর মূলগুলো সমান হতো যদি - [A-12-13]

A. $p = 9/16$ B. $p > 16/9$ C. $p < 9/16$ D. $p > 16/9$

Ans A Solve $px^2 + 3x + 4 = 0$ সমীকরণের মূলগুলো সমান হলে, এর নিচায়ক শূন্য হবে।

$\therefore (3)^2 - 4 \cdot p \cdot 4 = 0$

$\Rightarrow 9 - 16p = 0 \Rightarrow p = \frac{9}{16}$

২৫. -5 ও -7 মূলবিশিষ্ট সমীকরণটি হবে- [C-12-13]

A. $x^2 - 12x + 35 = 0$ B. $x^2 + 12x + 35 = 0$

C. $-5x^2 + 7x + 35 = 0$ D. $9x^2 - 5x - 35 = 0$

Ans B Solve মূলদ্বয়ের যোগফল = -12

মূলদ্বয়ের গুনফল = 35

\therefore সমীকরণটি, $x^2 - (\text{মূলদ্বয়ের যোগফল})x + \text{মূলদ্বয়ের গুনফল} = 0$

$= x^2 + 12x + 35 = 0$

২৬. মূলদ সহগবিশিষ্ট সমীকরণের একটি মূল $\frac{1}{3 + \sqrt{2}i}$ হলে, সমীকরণটি হবে- [C-12-13]

A. $x^2 + 4x - 1 = 0$ B. $11x^2 - 6x + 1 = 0$

C. $2x^2 - 6x + 7 = 0$ D. $x^2 - 6x + 11 = 0$

Ans B Solve

$x^2 - \left(\frac{1}{3 + \sqrt{2}i} + \frac{1}{3 - \sqrt{2}i}\right)x + \left(\frac{1}{3 + \sqrt{2}i} \times \frac{1}{3 - \sqrt{2}i}\right) = 0$

$\Rightarrow x^2 - \left(\frac{6}{9 + 2}\right)x + \frac{1}{9 + 2} = 0 \Rightarrow 11x^2 - 6x + 1 = 0$

ভাসানী বিজ্ঞান ও প্রযুক্তি বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

০১. k এর একটি মান কত হলে $x^2 - (k+7)x + 27 = 0$ সমীকরণের একটি মূল অপরটি তিন গুণ হবে? [15-16; IU 15-16, 14-15]

A. 5 B. -5 C. 19 D. -19

Ans D Solve মূলদ্বয়, $\alpha, 3\alpha$

$\therefore \alpha + 3\alpha = k + 7, 3\alpha^2 = 27$

$\Rightarrow 4\alpha = k + 7 \quad \alpha = \pm 3$

$\Rightarrow \pm 12 = k + 7 (-) \text{ ধরে } k = -19 \quad (+) \text{ ধরে } k = 5$

০২. $(4-k)x^2 + (2k+4)x + (8k+1) = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় সমান হলে k এর মান কত? [15-16]

A. 1,3 B. 0,3 C. 2,3 D. 5,3

Ans B Solve মূলদ্বয় সমান হবে যখন,

$(2k+4)^2 - 4(4-k)(8k+1) = 0$

$\Rightarrow k^2 + 4k + 4 - 32k + 8k^2 + k - 4 = 0$

$\Rightarrow 9k^2 - 27k = 0 \Rightarrow 9k(k-3) = 0 \Rightarrow k = 0, 3$

০৩. $16x^2 + kx + 25 = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় সমান হলে k এর মান- [14-15]

A. ± 16 B. ± 20 C. ± 25 D. ± 40

Ans D Solve $16x^2 + kx + 25 = 0$

\therefore মূলদ্বয় সমান \therefore নিচায়ক = 0 $\Rightarrow k^2 - 4 \cdot 16 \cdot 25 = 0$

$\Rightarrow k^2 = 4 \cdot 16 \cdot 25 \Rightarrow k = \pm (2 \times 4 \times 5) = \pm 40$

০৪. যদি $x + y = 10$ এবং $xy = 20$ হয়, তবে $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = ?$ [14-15]

A. $\frac{1}{20}$ B. $\frac{1}{15}$ C. $\frac{1}{2}$ D. 2

Ans C Solve $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{x+y}{xy} = \frac{10}{20} = \frac{1}{2}$

০৫. যদি $4y - 3x = 5$ হয়, তাহলে x এর সর্বনিম্ন পূর্ণসংখ্যিক মান কত হলে $y > 100$ হবে? [14-15]

A. 100 B. 128 C. 132 D. 142

Ans C Solve $4y - 3x = 5 \Rightarrow 4y = 5 + 3x$

$\Rightarrow y = \frac{5+3x}{4} \therefore y > 100 \therefore \frac{5+3x}{4} > 100 \Rightarrow 5 + 3x > 400$

$\Rightarrow 3x > 395 \Rightarrow x > 131.666 \approx 132$ (পূর্ণ সাংখ্যিক মান)

06. $3x^2 - 2x + 1 = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয়ের বর্গের সমষ্টি কোনটি? [14-15]

- A. $-\frac{2}{3}$ B. $\frac{2}{9}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $-\frac{2}{9}$

Ans D Solve $3x^2 - 2x + 1 = 0$

এর মূলদ্বয়, α ও β হলে, $\alpha + \beta = \frac{2}{3}$; $\alpha\beta = \frac{1}{3}$

$$\begin{aligned} \text{মূলদ্বয়ের বর্গের সমষ্টি} &= \alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta \\ &= \left(\frac{2}{3}\right)^2 - 2 \cdot \frac{1}{3} \\ &= \frac{4}{9} - \frac{2}{3} = \frac{4-6}{9} = -\frac{2}{9} \end{aligned}$$

07. নিচের কোন ফাংশনটি বহুপদী ফাংশন? [14-15]

- A. $\frac{2x^2 + 7x + 4}{3}$ B. $2x^2 + x^3 + 4$
C. $\frac{x^2 - 1}{x + 4}$ D. $x^4 + 3x^2 - \sqrt{2}x^2$

Ans A Solve বহুপদী ফাংশনের সঙ্গানুসারে

$$\frac{2x^2 + 7x + 4}{3} = \frac{2}{3}x^2 + \frac{7}{3}x + 4$$

ব্যাখ্যা বহুপদ ফাংশনের চলকের ঘাত হতে হবে ধনাত্মক পূর্ণ সংখ্যা। তাই Option A ব্যতীত অন্যগুলো সংজ্ঞায় পড়ে না।

08. $x^2 - 3x + 5$ এর ন্যূনতম মান কোনটি? [14-15]

- A. $\frac{11}{4}$ B. $-\frac{11}{4}$ C. $\frac{4}{11}$ D. $-\frac{4}{11}$

Ans B Solve $x^2 - 3x + 5 = x^2 - 2 \cdot \frac{3}{2}x + \left(\frac{3}{2}\right)^2 + 5 - \left(\frac{3}{2}\right)^2$

$$= \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + 5 - \frac{9}{4} = \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{11}{4}$$

$\therefore x - \frac{3}{2} \Rightarrow x = 3$, 2 হলে মান ন্যূনতম হবে। \therefore ন্যূনতম মান = $\frac{11}{4}$

Shortcut: ন্যূনতম মান = $c - \frac{b^2}{4a} = 5 - \frac{(-3)^2}{4 \cdot 1} = \frac{11}{4}$

09. $x^3 - 5x^2 + 17x - 13 = 0$ সমীকরণটির একটি মূল 1 হলে, অপর মূল দুইটি কত? [A-12-13]

- A. $2 + 3i$ এবং $2 + i$ B. $2 + i$ এবং $2 - i$
C. $3 + 3i$ এবং $2 - 3i$ D. $2 + 3i$ এবং $2 - 3i$

Ans D Solve $x^3 - 5x^2 + 17x - 13 = 0$ সমীকরণের একটি মূল 1

হলে, $(x - 1)$ ইহার একটি উৎপাদক।

$$\begin{aligned} \therefore x^3 - 5x^2 + 17x - 13 &= 0 \\ \Rightarrow x^3 - x^2 - 4x^2 + 4x + 13x - 13 &= 0 \\ \Rightarrow x^2(x - 1) - 4x(x - 1) + 13(x - 1) &= 0 \\ \Rightarrow (x - 1)(x^2 - 4x + 13) &= 0 \end{aligned}$$

এখন, $x^2 - 4x + 13$ এর সমাধান, $x = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 52}}{2}$

$\Rightarrow x = \frac{4 \pm 6i}{2} \Rightarrow x = 2 \pm 3i$ \therefore অপর দুটি মূল, $2 \pm 3i$

10. $x^2 - 2x + 3 = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় α , β হলে, $-\alpha$, $-\beta$ মূলবিশিষ্ট সমীকরণ হবে- [A 12-13; JNU 08-09]

- A. $x^2 - 2x + 3 = 0$ B. $x^2 + 2x + 3 = 0$
C. $x^2 - 2x - 3 = 0$ D. $x^2 + 2x - 3 = 0$

Ans B Solve $x^2 - 2x + 3 = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় α ও β

$\therefore \alpha + \beta = 2$; $\alpha\beta = 3$

এখন, $-\alpha - \beta = -(\alpha + \beta) = -2$; $(-\alpha)(-\beta) = \alpha\beta = 3$

\therefore নতুন মূলবিশিষ্ট সমীকরণ, $x^2 + 2x + 3 = 0$

Shortcut: $(-x)^2 - 2(-x) + 3 = 0 \Rightarrow x^2 + 2x + 3 = 0$

হাজী দানেশ বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. একটি দ্বিঘাত সমীকরণের একটি মূল $\sqrt{-5} - 1$ হলে সমীকরণটি হবে- [14-15]

- A. $x^2 - 2x - 4 = 0$ B. $x^2 + 2x + 6 = 0$
C. $x^2 - 2x + 6 = 0$ D. কোনটিই নয়

Ans B Solve একটি মূল $\sqrt{-5} - 1$
অপর মূল $-\sqrt{-5} - 1$

\therefore সমীকরণ,

$$x^2 - (\sqrt{-5} - 1 - \sqrt{-5} - 1)x + (\sqrt{-5} - 1)(-\sqrt{-5} - 1) = 0$$

$$\Rightarrow x^2 + 2x - \{(\sqrt{-5})^2 - 1^2\} = 0$$

$$\Rightarrow x^2 + 2x - (-5 - 1) = 0 \Rightarrow x^2 + 2x + 6 = 0$$

পাবনা বিজ্ঞান ও প্রযুক্তি বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. k এর মান কত হলে, $(k^2 - 3)x^2 + 3kx + 3k + 1 = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় পরস্পর উল্টো হবে? [15-16]

- A. 4 B. -1 C. -2 D. 2

Ans AB Solve প্রশ্নমতে, $\frac{3k+1}{k^2-3} = 1$

$$\Rightarrow k^2 - 3 = 3k + 1 \Rightarrow k^2 - 3k - 4 = 0$$

$$\Rightarrow k^2 - 4k + k - 4 = 0 \Rightarrow (k - 4)(k + 1) = 0 \Rightarrow k = -1, 4$$

02. s এর মান কত হলে $(s - 1)x^2 - (s + 2)x + 4 = 0$ এর মূলদ্বয় বাস্তব এবং সমান হবে? [15-16]

- A. 2, 10 B. 2, -10 C. -2, 10 D. -2, -10

Ans A Solve $\{(s + 2)\}^2 - 4(s - 1) \cdot 4 = 0$

$$\Rightarrow s^2 + 4s + 4 - 16s + 16 = 0 \Rightarrow s^2 - 12s + 20 = 0$$

$$\Rightarrow s^2 - 10s - 2s + 20 = 0 \Rightarrow s(s - 10) - 2(s - 10) = 0$$

$$\Rightarrow (s - 2)(s - 10) = 0 \therefore s = 2, 10$$

03. দুটি মূলের যোগফল শূন্য হলে $4x^3 + 16x^2 - 9x - 36 = 0$ সমীকরণটির মূলগুলো হবে- [15-16]

- A. 1.5, -1.5, -4 B. 1, 2, -1
C. 1.5, 1.5, 4 D. 1, -2, 2

Ans A Solve $4x^3 + 16x^2 - 9x - 36 = 0$

মূলত্রয়ের গুণফল = $\frac{-36}{4} = 9$ আবার, $\alpha + \beta + \gamma = -\frac{16}{4} = -4$

$$\Rightarrow 0 + \gamma = -4 \Rightarrow \gamma = -4$$

এখানে Option (A) = 1.5, -1.5, -4

এদের গুণফল $(1.5)(-1.5)(-4) = 9$

\therefore মূলত্রয় 1.5, -1.5, -4

04. $x^2 - 5x - 1 = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় হতে 2 কম মূলবিশিষ্ট সমীকরণটি হল- [14-15, IU 14-15]

- A. $x^2 + x - 7 = 0$ B. $x^2 - x + 7 = 0$
C. $x^2 + x + 7 = 0$ D. $x^2 - x - 7 = 0$

Ans D Solve নির্ণয়ে সমীকরণ, $(x + 2)^2 - 5(x + 2) - 1 = 0$

$$\Rightarrow x^2 + 4x + 4 - 5x - 10 - 1 = 0 \Rightarrow x^2 - x - 7 = 0$$

১. $ax^2 + bx + c = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় জটিল ও অসমান হবে যদি- [14-15]
 A. $b^2 - 4ac = 0$ B. $b^2 - 4ac < 0$ C. $b^2 - 4ac > 0$ D. $b^2 - 4ac \leq 0$
Ans B Solve $ax^2 + bx + c = 0$ যদি, $b^2 - 4ac < 0$ হয় তবে মূলদ্বয় জটিল ও অসমান হবে।
 ২. $x^2 - 4x + 3 = 0$ এর মূলদ্বয় কি প্রকৃতির? [14-15]
 A. বাস্তব, মূলদ B. অবাস্তব ও অসমান C. জটিল D. অমূলদ ও সমান
Ans A Solve $x^2 - 4x + 3 = 0$
 $\Rightarrow x^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3 = 4(4 - 3) = 4 = 2^2 > 0$
 মূলদ্বয় বাস্তব, অসমান ও মূলদ।
 ৩. $ax^2 + bx + c = 0$ সমীকরণটি দ্বিঘাত হওয়ার শর্ত কোনটি? [14-15]
 A. $a = 0$ B. $a \neq 0$ C. $b = 0$ D. $b \neq 0$
Ans B Solve $ax^2 + bx + c = 0$
 দ্বিঘাত হবার শর্ত $a \neq 0$, $a = 0$ হলে সমীকরণটি একঘাত হয়ে যায়।
 ৪. $b^2 - 4ac$ কে বলা হয় দ্বিঘাত সমীকরণের- [14-15]
 A. নিরূপিত B. নির্ণায়ক C. উভয় D. কোনটিই নয়
Ans A Solve $b^2 - 4ac$ কে নিরূপিত বলে।

ফকরুল শেখ মুজিবুর রহমান বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

১. যদি $x^2 - px + q = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় α, β হয়, তবে $\frac{q}{(p-\alpha)}$ এবং $\frac{q}{(p-\beta)}$ মূল বিশিষ্ট সমীকরণ নিম্নের কোনটি? [15-16]
 A. $x^2 - px - q = 0$ B. $x^2 - px + q = 0$
 C. $px^2 - x + q = 0$ D. $x^2 + px + q = 0$
Ans B Solve $x^2 - px + q = 0$, মূলটি α হলে, $\alpha^2 - p\alpha + q = 0$
 $\Rightarrow \alpha(\alpha - p) = -q \Rightarrow \alpha = \frac{q}{p - \alpha}$, অপর মূল $\beta = \frac{p}{q - \beta}$
 অতএব উভয়, হওয়ার নির্ণেয় সমীকরণ, $x^2 - px + q = 0$
 ২. $5x^2 - 3x - 2 = 0$ সমীকরণটির মূলদ্বয়ের প্রকৃতি কিরূপ? [15-16]
 A. বাস্তব ও মূলদ B. অবাস্তব C. বাস্তব ও অমূলদ D. বাস্তব
Ans A Solve $5x^2 - 3x - 2 = 0$
 নিরূপিতক = $(-3)^2 - 4 \cdot 5 \cdot (-2) = 9 + 40 = 49 = 7^2 > 0$
 মূলদ্বয় বাস্তব ও মূলদ
 ৩. $x^2 - 4x + 4 = 0$ এর মূলদ্বয় α এবং β হলে $\alpha^3 + \beta^3$ এর মান কত? [14-15]
 A. 24 B. 32 C. 16 D. 8
Ans C Solve $x^2 - 4x + 4 = 0 \therefore \alpha + \beta = 4$
 $\alpha\beta = 4$
 $\alpha^3 + \beta^3 = (\alpha + \beta)^3 - 3\alpha\beta(\alpha + \beta)$
 $= 4^3 - 3 \times 4 \times 4 = 64 - 48 = 16$
 ৪. $5 - 3x - x^2$ এর সর্বোচ্চ মান কত? [14-15]
 A. 3 B. 5 C. 47/4 D. 29/4
Ans D Solve $5 - 3x - x^2 = 5 - (x^2 + 3x + \frac{9}{4}) + \frac{9}{4}$
 $= \frac{29}{4} - (x + \frac{3}{2})^2 \therefore$ সর্বোচ্চমান = $\frac{29}{4}$ [যখন $x + \frac{3}{2} = 0 \Rightarrow x = -\frac{3}{2}$]

Shortcut: সূত্রানুসারে সর্বোচ্চমান = $c + \frac{b^2}{4a} = 5 + \frac{(-3)^2}{4 \cdot (-1)} = 5 + \frac{9}{4} = \frac{29}{4}$

৫. $2x^2 - 2(a+b)x + a^2 + b^2 = 0$ সমীকরণটির মূলদ্বয় বাস্তব হবে, নিম্নের কোন শর্তটির জন্য? [14-15]
 A. $a = \frac{b}{2}$ B. $a = 1 - b$ C. $a = b$ D. $a + b = 0$

Ans C Solve $2x^2 - 2(a+b)x + a^2 + b^2 = 0$
 মূলদ্বয় বাস্তব হবে যখন, $4(a+b)^2 - 4 \cdot 2(a^2 + b^2) = 0$
 $\Rightarrow a^2 + b^2 + 2ab - 2a^2 - 2b^2 = 0$
 $\Rightarrow -(a^2 + b^2 - 2ab) = 0 \Rightarrow (a-b)^2 = 0$
 $\Rightarrow a - b = 0 \Rightarrow a = b$

বাংলাদেশ টেক্সটাইল বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

০১. $x^3 - 5x^2 + 17x - 13 = 0$ সমীকরণের একটি মূল 1 হলে, অপর মূল দুইটি কি কি? [15-16]
 A. $2 + 3i, 2 - 3i$ B. $3 + 2i, 3 - 2i$
 C. $4 + 2i, 4 - 2i$ D. $2 + 4i, 2 - 4i$
Ans A Solve $x^3 - 5x^2 + 17x - 13 = 0$
 $\Rightarrow x^3 - x^2 - 4x^2 + 4x + 13x - 13 = 0$
 $\Rightarrow x^2(x-1) - 4x(x-1) + 13(x-1) = 0$
 $\Rightarrow (x-1)(x^2 - 4x + 13) = 0 \Rightarrow x^2 - 4x + 13 = 0$
 $\therefore x = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 52}}{2} = \frac{4 \pm \sqrt{-36}}{2} = 2 \pm 3i$
 ০২. $x^2 - 2x + 5 = 0$ ন্যূনতম মান- [14-15]
 A. 1 B. 2 C. 3 D. 4
Ans D Solve $x^2 - 2x + 5 = x^2 - 2x + 1 + 4 = (x-1)^2 + 4$
 $x - 1 = 0$
 $\Rightarrow x = 1$ হলে ন্যূনতম মান হবে
 \therefore ন্যূনতম মান = 4

চট্টগ্রাম ভেটেরিনারি বিশ্ব: ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

০১. $px^2 + qx + r = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় জটিল হলে কোনটি সত্য হবে? [15-16]
 A. $q^2 = 4pr$ B. $(q^2 - 4pr) < 0$ C. $q^2 > 4pr$ D. কোনটি নয়
Ans B Solve $px^2 + qx + r = 0$
 নিরূপিতক = $q^2 - 4pr < 0$
 ০২. দ্বিঘাত সমীকরণের একটি মূল $(3 + 2i)$ হলে সমীকরণটি হবে- [15-16]
 A. $x^2 + 6x - 13 = 0$ B. $x^2 - 6x - 13 = 0$
 C. $x^2 - 6x + 13 = 0$ D. $x^2 - 6x + 15 = 0$
Ans D Solve মূলদ্বয় $3 + 2i, 3 - 2i$
 সমীকরণ $x^2 - (3 + 2i + 3 - 2i)x + (3 + 2i)(3 - 2i) = 0$
 $\Rightarrow x^2 - 6x + (9 + 4) = 0 \Rightarrow x^2 - 6x + 13 = 0$

বিনাইদহ ভেটেরিনারি বিশ্ব: ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

০১. $4x^2 + 3x + 7 = 0$ এর মূলদ্বয় α ও β হলে, $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = ?$
 A. $-\frac{3}{7}$ B. $\frac{3}{7}$ C. $-\frac{3}{5}$ D. $\frac{3}{5}$
Ans A Solve মূলদ্বয়, α, β
 $\therefore \alpha + \beta = -\frac{3}{4}, \alpha\beta = \frac{7}{4}$
 এখন $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = \frac{-\frac{3}{4}}{\frac{7}{4}} = -\frac{3}{7}$

সিলেট কৃষি বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $x^2 - 3x + 5$ রাশিটির ক্ষুদ্রতম মান কোনটি?

- A. 3 B. 4 C. $\frac{15}{4}$ D. $\frac{11}{4}$

Ans D Solve $x^2 - 3x + 5$

$$= x^2 - 2 \cdot \frac{3}{2}x + \frac{9}{4} + 5 - \frac{9}{4} = \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{11}{4}$$

$x = \frac{3}{2}$ হলে মান ক্ষুদ্রতম হবে।

\therefore ক্ষুদ্রতম মান = $\frac{11}{4}$

সংক্ষেপে ক্ষুদ্রতম মান = $c - \frac{b^2}{4a} = 5 - \frac{9}{4} = \frac{11}{4}$

02. $ax^2 + bx + c = 0$ সমীকরণের একটি মূল অপরটির উল্টা হলে কোনটি সত্য?

- A. $c = 0$ B. $a = b$ C. $a = c$ D. $a + c = 0$

Ans C Solve মূলদ্বয়, $\alpha, \frac{1}{\alpha}$ তাহলে,

$\alpha \cdot \frac{1}{\alpha} = \frac{c}{a} \Rightarrow \frac{c}{a} = 1 \Rightarrow a = c$

বুয়েট, কুয়েট, চুয়েট ও রুয়েট ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $2x^3 + 3x^2 + 6x - 65 = 0$ সমীকরণের একটি মূল $5/2$ হলে, অপর মূলগুলো হলো: [KUET 15-16]

- A. $2 \pm 3i$ B. $4 \pm 3i$ C. $3 \pm 2i$
D. $-2 \pm 3i$ E. $-4 \pm 3i$

Ans D Solve $2x^3 + 3x^2 + 6x - 65 = 0$
 $2x^3 - 5x^2 + 8x^2 - 20x + 26x - 65 = 0$
 $x^2(2x - 5) + 4x(2x - 5) + 13(2x - 5) = 0$
 $(2x - 5)(x^2 + 4x + 13) = 0$

$\Rightarrow x^2 + 4x + 13 = 0$
 $x = \frac{-4 \pm \sqrt{16 - 4 \times 13}}{2} = \frac{-4 \pm \sqrt{-36}}{2} = \frac{-4 \pm 2 \times 3i}{2} = -2 \pm 3i$

02. k এর মান কত হলে $(k^2 - 3)x^2 + kx + (3k + 1) = 0$ সমীকরণটির মূলগুলি পরস্পরের উল্টা হবে? [KUET 14-15]

- A. 3, 11 B. 4, -1 C. 4, -7
D. 5, -3 E. 1, -7

Ans B Solve $\alpha \cdot \frac{1}{\alpha} = \frac{3k+1}{k^2-3}$

$\Rightarrow k^2 - 3 = 3k + 1 \Rightarrow k^2 - 3k - 4 = 0 \Rightarrow k = 4, -1$

03. $x^3 - 2x^2 - x + 2 = 0$ সমীকরণের a মূলটি $-2 < x < 0$ সীমায় অবস্থান করলে $3a^3 + 2a^2 + 1$ এর মান হল- [CUET 14-15]

- A. -1 B. 0
C. 1 D. None

Ans B Solve $x^3 - 2x^2 - x + 2 = 0 \Rightarrow x^2(x - 2) - (x - 2) = 0$

$\Rightarrow (x - 2)(x^2 - 1) = 0 \Rightarrow x = 2, x = \pm 1$

\therefore মূল, $a, -2 < x < 0 \therefore a = -1$

$3a^3 + 2a^2 + 1 = 3(-1)^3 + 2(-1)^2 + 1 = -3 + 2 + 1 = 0$

04. $(k - 4)x^2 - 2(k + 2)x - 1 = 0; (k \neq 0)$ সমীকরণের মূল দুটি সমান হলে, k এর মান হবে- [BUET 13-14]

- A. -5 B. 5
C. 0 D. 1

Ans A Solve \therefore মূলদ্বয় সমান $\therefore D = 0$

$\Rightarrow 4(k + 2)^2 + 4(k - 4) = 0 \Rightarrow k^2 + 4k + 4 + k - 4 = 0$

$\Rightarrow k^2 + 5k = 0 \Rightarrow k(k + 5) = 0 \Rightarrow k = -5 \therefore k \neq 0$

05. $2x^2 + 6x + 5 = 0$ সমীকরণটির মূলের প্রকৃতি নির্ণয় কর- [CUET 13-14]

- A. Complex & Unequal B. Complex & equal
C. Real & unequal D. None

Ans A Solve $2x^2 + 6x + 5 = 0$

নিশ্চায়ক, $D = (6)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 5 = 0 \Rightarrow 36 - 40 = -4 < 0$

$\therefore D < 0$ তাই মূলদ্বয় জটিল ও অসমান।

06. $27x^3 - 63x^2 + 42x - 8 = 0$ সমীকরণের মূলগুলো কোনটি? [KUET 10-11]

- A. $\frac{1}{27}, \frac{-2}{3}, -12$ B. $\frac{1}{3}, \frac{4}{9}, 2$ C. $\frac{1}{9}, \frac{1}{3}, 8$
D. $\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{4}{3}$ E. $\frac{-1}{3}, \frac{-2}{3}, \frac{4}{3}$

Ans D Solve [By Using Calculator]

07. m এর মান কত হলে, $(m^2 - 3)x^2 + 3mx + (3m + 1) = 0$ সমীকরণটির মূলগুলো পরস্পর উল্টো হবে? [CUET 10-11]

- A. 4 or -1 B. -4 or +1
C. $\frac{1}{4}$ or -1 D. None

Ans A Solve সমীকরণের মূলদ্বয় যথাক্রমে α ও $\frac{1}{\alpha}$

$\alpha \cdot \frac{1}{\alpha} = \frac{3m+1}{m^2-3} \Rightarrow m^2 - 3 = 3m + 1$

$\Rightarrow m^2 - 3m - 4 = 0 \therefore m = 4, -1$

বিঃদ্র: মূলদ্বয় উল্টো হলে, $m^2 - 3 = 3m + 1 \Rightarrow m = 4$ or -1

08. $x^2 + ax + b = 0$ সমীকরণের দুটি মূল যদি সমান হয় এবং অপর সমীকরণ $x^2 + ax + 8 = 0$ এর একটি মূল যদি 4 হয়, তবে b এর মান হবে- [BUET 09-10]

- A. 4 B. 8 C. 9 D. 12

Ans C Solve অন্য মূলটি $-\frac{8}{4} = -2$

$\therefore a = -(2 + 4) = -6 \therefore D = (-6)^2 - 4b = 0 \therefore b = \frac{36}{4} = 9$

09. $2x^2 + 3x + 5 = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় α ও β হলে, $\frac{1}{\alpha^3}$ এবং $\frac{1}{\beta^3}$

মূলদ্বয় দ্বারা গঠিত সমীকরণটি নির্ণয় কর।

Solve $\alpha + \beta = -3/2, \alpha\beta = 5/2$

$\frac{1}{\alpha^3} + \frac{1}{\beta^3} = \frac{\alpha^3 + \beta^3}{\alpha^3\beta^3} = \frac{(\alpha + \beta)^3 - 3\alpha\beta(\alpha + \beta)}{(\alpha\beta)^3}$

$= \frac{(-3/2)^3 - 3 \times 5/2 \times (-3/2)}{(5/2)^3} = \frac{117}{125}$

$\frac{1}{\alpha^3} \times \frac{1}{\beta^3} = \frac{1}{(5/2)^3} = \frac{8}{125}$

নির্ণয়ে সমীকরণ, $x^2 - \frac{117}{125}x + \frac{8}{125} = 0 \Rightarrow 125x^2 - 117x + 8 = 0$

SELF TEST

11. $x^2 - 5x + 6 = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় α এবং β হলে $\alpha + \beta$ এবং $\alpha\beta$ মূলবিশিষ্ট সমীকরণ:

A. $x^2 - 6x + 5 = 0$
B. $x^2 - 11x + 6 = 0$
C. $x^2 - 11x + 30 = 0$
D. $x^2 + 6x - 5 = 0$

12. যে সমীকরণ $ax^2 + bx + a = 0$ এর মূলগুলো বাস্তব ও সমান হবে তা হলো-

A. $b^2 - 4ac = 0$
B. $b^2 - 4ac < 0$
C. $b^2 - 4ab > 0$
D. $b^2 + 4ac > 0$

13. k এর মান কত হলে $kx^2 + 4x = 3$ সমীকরণটির মূল দুইটি সমান হবে-

A. 0
B. $-\frac{4}{3}$
C. 12
D. -1

14. p এর মান কত হলে $x^2 - 6x - 1 + p(2x + 1) = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় সমান হবে?

A. 5 বা 2
B. -5 বা -2
C. 3 বা 4
D. কোনটিই নয়

15. $ax^2 + bx^2 + cx + d = 0$ সমীকরণের মূলগুলির মধ্যে একটি মূল $p + iq$ হলে, অপর একটি মূল হবে-

A. $ip + q$
B. $p + q$
C. $p - qi$
D. $-p + q$

16. k এর মান কত হলে $(k^2 - 3)x^2 + 3kx + (3k + 1) = 0$ সমীকরণের মূল দুইটি পরস্পর উল্টো হবে?

A. 2, -3
B. 1, -4
C. 2, 5
D. 4, -1

17. $x^2 - 2x + 3 = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় α, β হলে, $-\alpha, -\beta$ মূলবিশিষ্ট সমীকরণটি হবে

A. $x^2 - 2x + 3 = 0$
B. $x^2 - 2x - 3 = 0$
C. $x^2 + 2x - 3 = 0$
D. $x^2 + 2x + 3 = 0$

18. $6x^2 - 5x + 1 = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় α, β হলে $\frac{1}{\alpha}, \frac{1}{\beta}$ মূলবিশিষ্ট সমীকরণটি হবে-

A. $x^2 - 3x + 5 = 0$
B. $x^2 + 3x - 5 = 0$
C. $x^2 + 3x - 5 = 0$
D. $x^2 - 5x + 6 = 0$

19. যদি $x^3 - px^2 + qx - r = 0$ সমীকরণের মূলগুলো a, b, c হয় তবে $\frac{1}{b^2c^2} + \frac{1}{c^2a^2} + \frac{1}{a^2b^2}$ এর মান কত?

A. $\frac{q^2 + pr}{r^2}$
B. $\frac{p^2 - 2q}{r^2}$
C. $\frac{-p^2 + 2q}{r^2}$
D. $\frac{-p^2 - 2q}{r^2}$

20. $x^2 - 5x - 2 = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয়-

A. $5 \pm \sqrt{33}$
B. $\frac{33 + \sqrt{5}}{2}$
C. $\frac{5 \pm \sqrt{33}}{2}$
D. $33 \pm \sqrt{5}$

21. $(k + 3)x^2 + (6 - 2k)x + (k - 1) = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় একটি অপরটির সমান কিন্তু বিপরীত চিহ্নযুক্ত হলে, $k = ?$

A. 1
B. 2
C. 3
D. 4

22. $3x^2 - kx + 4 = 0$ সমীকরণের একটি মূল অপরটির তিন গুণ হলে, k এর মান কত?

A. ± 8
B. 8
C. 64
D. $\frac{1}{1^2}$

13. $x^2 + x + 2 = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় α ও β হলে, $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = ?$

A. 2
B. -1
C. $-\frac{1}{2}$
D. $\frac{1}{2}$

14. এমন একটি দ্বিঘাত সমীকরণ গঠন কর যার একটি মূল $2 + \sqrt{3}i$ -

A. $x^2 + 4x + 7 = 0$
B. $x^2 - 4x + 7 = 0$
C. $x^2 - 4x - 2 = 0$
D. $x^2 - 2x + 7 = 0$

15. $x^2 + x + 1$ এর ক্ষুদ্রতম মান কত?

A. $\frac{1}{2}$
B. $\frac{3}{4}$
C. $\frac{1}{4}$
D. $\frac{1}{3}$

16. $-2x^2 + 10x + 6$ এর সর্বোচ্চ মান হবে-

A. $\frac{37}{4}$
B. $\frac{37}{2}$
C. $\frac{5}{2}$
D. $-\frac{27}{2}$

17. $x^2 - 3x - 4 = 0$ এর মূলদ্বয়ের চেয়ে 1 কম বিশিষ্ট সমীকরণটি হবে-

A. $x^2 - x - 6 = 0$
B. $x^2 + x + 6 = 0$
C. $x^2 - 3x + 4 = 0$
D. $x^2 + 3x - 4 = 0$

18. $x^2 - 4x + 6 = 0$ এর মূলদ্বয় α, β হলে, $-\frac{1}{\alpha}$ এবং $-\frac{1}{\beta}$ মূল বিশিষ্ট সমীকরণ-

A. $6x^2 + 4x + 1 = 0$
B. $x^2 + 4x + 6 = 0$
C. $4x^2 + x + 5 = 0$
D. $x^2 - 4x - 6 = 0$

19. একটি দ্বিঘাত সমীকরণে দুটি মূল 2 এবং $(1 + 2i)$ হলে, সমীকরণটি হবে-

A. $x^3 - 4x^2 + 9x - 10 = 0$
B. $x^3 + 4x^2 - 9x + 10 = 0$
C. $x^3 + 3x + 5x + 1 = 0$
D. $x^3 + 4x + 9 + 3 = 0$

20. বাস্তব সহগ বিশিষ্ট একটি দ্বিঘাত সমীকরণ গঠন কর যার একটি মূল $\sqrt{-5} - 1$

A. $x^2 - 2x + 6 = 0$
B. $x^2 + 2x + 6 = 0$
C. $x^2 + 2x - 6 = 0$
D. None

OMR

01. (A)(B)(C)(D)	06. (A)(B)(C)(D)	11. (A)(B)(C)(D)	16. (A)(B)(C)(D)
02. (A)(B)(C)(D)	07. (A)(B)(C)(D)	12. (A)(B)(C)(D)	17. (A)(B)(C)(D)
03. (A)(B)(C)(D)	08. (A)(B)(C)(D)	13. (A)(B)(C)(D)	18. (A)(B)(C)(D)
04. (A)(B)(C)(D)	09. (A)(B)(C)(D)	14. (A)(B)(C)(D)	19. (A)(B)(C)(D)
05. (A)(B)(C)(D)	10. (A)(B)(C)(D)	15. (A)(B)(C)(D)	20. (A)(B)(C)(D)

Answer with Hints

01 C: Hints: Type-03	02 A: Hints: Type-01
03 B: Hints: Type-01, Prob-03	04 A: Hints: Type-01, Prob-03
05 C: Hints: Type-02	06 D: Hints: Type-04
07 D: Hints: Type-03	08 D: Hints: Type-03
09 B: Hints: Type-06	10 C: Hints: Type-02
11 C: Hints: Type-07	12 A: Hints: Type-07
13 C: Hints: Type-06, Prob-01	14 B: Hints: Type-03
15 B: Hints: Type-05	16 B: Hints: Type-05
17 A: Hints: Type-03	18 A: Hints: Type-03
19 A: Hints: Type-03	20 B: Hints: Type-03

ষষ্ঠ অধ্যায়
দ্বিতীয় পত্র

দ্বিপদী বিস্তৃতি
Binomial Expansion

এক মজরে এই অধ্যায়ের গুরুত্বপূর্ণ তথ্যাবলি

□ **দ্বিপদী উপপাদ্য (Binomial Theorem):** যে বীজগণিতিক সূত্রের সাহায্যে একটি দ্বিপদ রাশির যে কোন শক্তি বা মূলকে একটি ধারায় প্রকাশ করা যায় তাকে দ্বিপদী উপপাদ্য বলা হয়। ইহাকে নিম্নরূপে প্রকাশ করা হয়:
 $(a + x)^n = a^n + {}^nC_1 a^{n-1} x + {}^nC_2 a^{n-2} x^2 + \dots + {}^nC_r a^{n-r} x^r + \dots + x^n$
 $= a^n + na^{n-1}x + \frac{n(n-1)}{2!} a^{n-2}x^2 + \dots + \frac{n(n-1)\dots(n-r+1)}{r!} a^{n-r}x^r + \dots + x^n; n \in \mathbb{N}$

Note (i) $(a+x)^n$ এর বিস্তৃতিতে পদসংখ্যা $(n+1)$
 (ii) r এর মান কখনও বিস্তারকের পূর্ণ সংখ্যা অথবা অঋণাত্মক হতে পারে না।

□ **সাধারণ পদ:** $(a+x)^n$ এর বিস্তৃতিতে $(r+1)$ তম পদের সাধারণ পদ বলা হয়। একে T_{r+1} দ্বারা প্রকাশ করা হয়। এখানে

$$T_{r+1} = {}^nC_r a^{n-r} x^r = \frac{n(n-1)\dots(n-r+1)}{r!} a^{n-r} x^r = \frac{n!}{r!(n-r)!} a^{n-r} x^r$$

□ n একটি বিয়োগাত্মক পূর্ণসংখ্যা অথবা অঋণাত্মক এবং $|x| < |a|$ হলে,

$$(a-x)^n = a^n - na^{n-1}x + \frac{n(n-1)}{2!} a^{n-2}x^2 - \dots + \frac{n(n-1)\dots(n-r+1)}{r!} a^{n-r}x^r + \dots + x^n$$

এ বিস্তৃতিতে শব্দের সংখ্যা অসীম হবে।

□ $(1+x)^n = 1 + nx + \frac{n(n-1)}{2!} x^2 + \dots + \frac{n(n-1)(n-2)\dots(n-r+1)}{r!} x^r + \dots \infty$ যখন $|x| < 1$

□ $n \in \mathbb{N}$ হলে $(a+x)^n$ এর বিস্তৃতিতে মধ্যপদ বা পদসমূহ নির্ণয়:

- (i) n জোড় সংখ্যা হলে মধ্যপদ হবে $(\frac{n}{2} + 1)$ তম পদ
- (ii) n বিজোড় সংখ্যা হলে মধ্যপদ হবে $(\frac{n+1}{2})$ এবং $(\frac{n+1}{2} + 1)$ তম পদ

যেমন: $(x^2 - \frac{1}{x})^{11}$ এর বিস্তৃতিতে

মধ্যপদ দুটি হচ্ছে $(\frac{11+1}{2}) = 6$ এবং $(\frac{11+1}{2} + 1) = 7$ তম পদ।

$$\text{সুতরাং } T_{6+1} = {}^{11}C_5 (x^2)^5 (-\frac{1}{x})^5 = -{}^{11}C_5 x^5$$

$$\text{এবং } T_{7+1} = {}^{11}C_6 (x^2)^5 (-\frac{1}{x})^6 = -{}^{11}C_6 x^2$$

□ **গুরুত্বপূর্ণ দ্বিপদী উপপাদ্য সমূহ-**

- (i) $(1-x)^{-1} = 1 + x + x^2 + x^3 + \dots + x^r + \dots$
- (ii) $(1+x)^{-1} = 1 - x + x^2 - x^3 + \dots + (-1)^r x^r + \dots$
- (iii) $(1-x)^{-2} = 1 + 2x + 3x^2 + \dots + (r+1)x^r + \dots$
- (iv) $(1+x)^{-2} = 1 - 2x + 3x^2 - \dots + (-1)^r (r+1)x^r + \dots$
- (v) $(1-x)^{-3} = 1 + 3x + 6x^2 + 10x^3 + \dots + \frac{1}{2}(r+1)(r+2)x^r + \dots$
- (vi) $(1+x)^{-3} = 1 - 3x + 6x^2 - 10x^3 + \dots + (-1)^r \frac{1}{2}(r+1)(r+2)x^r + \dots$

$$C_0 + C_1 + C_2 + C_3 + \dots + C_n = 2^n$$

$$e^x = 1 + \frac{x}{1} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} + \dots$$

$$e^{-1} = 1 - \frac{1}{1} + \frac{1}{2!} - \frac{1}{3!} + \frac{1}{4!} - \dots$$

$$\ln(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \dots = \sum_{r=1}^{\infty} (-1)^{r-1} \frac{x^r}{r}$$

$$\ln(1-x) = -x - \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} - \dots = -\sum_{r=1}^{\infty} \frac{x^r}{r}$$

$$\frac{1}{2} \ln \frac{1+x}{1-x} = x + \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} + \dots$$

$$\frac{1}{2} \ln \frac{1-x}{1+x} = -(\frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{4} + \frac{x^6}{6} + \dots)$$

$$\frac{1}{2} (e + \frac{1}{e}) = 1 + \frac{1}{2!} + \frac{1}{4!} + \frac{1}{6!} + \dots$$

$$\frac{1}{2} (e - \frac{1}{e}) = 1 + \frac{1}{3!} + \frac{1}{5!} + \frac{1}{7!} + \dots$$

$$\frac{1}{2} (e^x + e^{-x}) = 1 + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} + \dots$$

$$\frac{1}{2} (e^x - e^{-x}) = x + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + \dots$$

□ দ্বিপদী রাশির সহপ সমূহের গুণাবলি: $(1+x)^n$ এর বিস্তৃতিতে সহপ যথাক্রমে ${}^nC_0, {}^nC_1, {}^nC_2, {}^nC_3, \dots, {}^nC_n$ কে কোন সময় $C_0, C_1, C_2, C_3, \dots$ ইত্যাদি দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

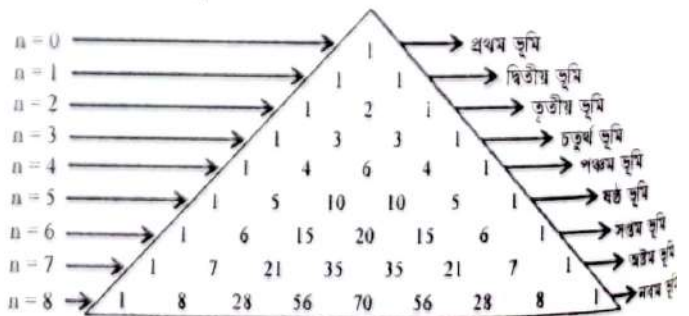
তাই $(1+x)^n = C_0 + C_1x + C_2x^2 + \dots + C_nx^n \dots (A)$

- (i) $C_0 + C_1 + C_2 + \dots + C_n = 2^n$
- (ii) $C_0 + C_2 + C_4 + \dots = C_1 + C_3 + C_5 + \dots = 2^{n-1}$

$$(iii) C_0^2 + C_1^2 + C_2^2 + \dots + C_n^2 = \frac{(2n)!}{(n)!}$$

$$(iv) C_0C_n + C_1C_{n-1} + \dots + C_nC_0 = \frac{(2n)!}{n!n!}$$

□ **প্যাসকেলের ত্রিভুজ :**



Type-03: পর্যায়ক্রমিক পদের মান সমান হলে চলরাশির মান

➤ $(1 + ax)^n$ এর বিস্তৃতিতে x^r এবং x^{r+1} এর সহগ দুটি পরস্পর সমান হলে,

$$n = \frac{r+1}{n-r}$$

➤ $(1 + ax)^n$ এর বিস্তৃতিতে r এবং $(r+1)$ তম পদ পরস্পর সমান হলে

$$\text{চলরাশি } x = \frac{r}{n-(r-1)}$$

➤ $(1 + x)^n$ এর বিস্তৃতিতে l তম পদ এবং m তম পদের সহগ পরস্পর সমান হলে $l + m = n + 2$

➤ $(a + x)^n$ এর বিস্তৃতিতে $r+1$ ও r তম পদ দুটির অনুপাত $\frac{T_{r+1}}{T_r} =$

$$\frac{n-r+1}{r} \times \frac{x}{a} \text{ তবে } (1 + ax)^n \text{ এর ক্ষেত্রে } x = \frac{r}{n-r+1}$$

এবং $r+2$; $r+1$ তম পদ দুইটির অনুপাত হবে

$$\frac{T_{r+2}}{T_{r+1}} = \frac{n-(r+1)+1}{r+1} \times \frac{x}{a} = \frac{n-r}{r+1} \times \frac{x}{a}$$

Prob 01 $(1+x)^{2n+1}$ এর বিস্তৃতিতে x^r এবং x^{r+1} এর সহগ সমান হলে r এর মান কত?

Sol: $T_{r+1} = {}^{2n+1}C_r x^r$, $T_{(r+1)+1} = {}^{2n+1}C_{r+1} x^{r+1}$

$$\therefore \frac{(2n+1)!}{r!(2n-r+1)!} = \frac{(2n+1)!}{(r+1)!(2n-r)!}$$

$\Rightarrow r = n$. Ans.

$$\text{Shortcut: } \frac{T_{r+2}}{T_{r+1}} = \frac{2n+1-(r+1)+1}{r+1} \times \frac{1}{1}$$

$$\Rightarrow 1 = \frac{2n+1-r-1+1}{r+1} \therefore n = r \text{ Ans.}$$

Prob 02 $(x+1)^{20}$ এর বিস্তৃতিতে r তম পদের সহগ $(r+4)$ তম পদের সহগ পরস্পর সমান হলে r এর মান কত?

Sol: $(x+1)^{20}$ এর বিস্তৃতিতে r তম পদ ও $(r+4)$ তম পদের সহগ পরস্পর সমান।

এখানে $l = r$, $m = r+4$ এবং $n = 20$

আমরা জানি, $l + m = n + 2$

$$\Rightarrow r + r + 4 = 20 + 2$$

$$\Rightarrow 2r = 18 \therefore r = 9 \text{ Ans.}$$

Prob 03 $(1+x)^{44}$ এর বিস্তৃতিতে 21 তম ও 22 তম পদ দুটি সমান হলে $x = ?$

Sol: এখানে, $r = 21$ এবং $n = 44$

$$\therefore x = \frac{r}{n-(r-1)} = \frac{21}{44-(21-1)} = \frac{21}{24} = \frac{7}{8} \text{ Ans.}$$

Prob 04 $\left(3 + \frac{x}{2}\right)^n$ এর বিস্তৃতিতে x^7 এবং x^8 এর সহগ দুটি সমান হলে, n এর মান-

$$\text{Sol:} \text{ প্রদত্ত বিপদী} = \left(3 + \frac{x}{2}\right)^n = 3^n \left(1 + \frac{x}{6}\right)^n \therefore \frac{1}{6} = \frac{7+1}{n-7}$$

$$\Rightarrow n-7 = 48 \therefore n = 55 \text{ Ans.}$$

$$\text{Shortcut: } \frac{T_9}{T_8} = \frac{n-8+1}{8} \times \frac{1}{2 \times 3} \Rightarrow 1 = \frac{n-7}{48} \therefore n = 55$$

Type-04:

পদসংখ্যা ও মধ্যপদ নির্ণয় সংক্রান্ত

Shortcut: $(a+x)^n$ এর বিস্তৃতিতে মোট পদসংখ্যা $n + (p-1)C_{p-1}$ যেখানে $p =$ পাওয়ার, $p =$ উপাদান সংখ্যা।

Prob 01 $(x+y)^{15}$ এর বিস্তৃতিতে পদসংখ্যা কত?

Sol: এখানে $n =$ পাওয়ার = 15, $p =$ উপাদান সংখ্যা = 2

$$\therefore \text{বিস্তৃতিতে পদসংখ্যা} = {}^{15+(2-1)}C_{2-1} = {}^{16}C_1 = 16 \text{ Ans.}$$

Prob 02 $(x+y+z)^{15}$ এর বিস্তৃতিতে মোট পদ কয়টি?

Sol: পদসংখ্যা = ${}^{15+(3-1)}C_{3-1} = {}^{17}C_2 = 136 \text{ Ans.}$

Prob 03 $\left(x^4 - \frac{1}{x^3}\right)^{11}$ এর বিস্তৃতিতে মধ্যপদ দুটির মান কত?

Sol: মধ্যপদ দুটি হল $\left(\frac{11+1}{2}\right)$ তম ও $\left(\frac{11+1}{2} + 1\right)$ তম = 6 তম ও 7 তম পদ।

$$\therefore 6 \text{ তম} = (5+1) \text{ তম পদ} = {}^{11}C_5 (x^4)^6 \left(-\frac{1}{x^3}\right)^5 = -462 x^9$$

$$7 \text{ তম} = (6+1) \text{ তম পদ} = {}^{11}C_6 (x^4)^5 \left(\frac{-1}{x^3}\right)^6 = 462 x^2$$

Prob 04 $(1+2x+x^2)^n$ এর বিস্তৃতিতে মধ্যপদ বের কর?

Sol: $(1+2x+x^2)^n = (1+x)^{2n}$

এখানে $2n$ জোড়, তাই মধ্যপদ 1টি এবং $\left(\frac{2n}{2} + 1\right) = (n+1)$ তম পদ।

$$\therefore \text{মধ্যপদ মান} = {}^{2n}C_n (1)^n \cdot x^n = \frac{2n!}{(n!)^2} x^n \text{ Ans.}$$

Type-05:

বৃহত্তম পদ নির্ণয় সংক্রান্ত

➤ $(a \pm x)^n$ এর বিস্তৃতিতে t তম পদটি বৃহত্তম হলে, $t = \frac{(n+1)x}{a+x}$

➤ $(a \pm x)^{-n}$ এর বিস্তৃতিতে t তম পদটি বৃহত্তম হলে, $t = \frac{(n-1)x}{a-x}$

Note উপরিউক্ত সূত্র দুটি দিয়ে t এর মান বের করার পর মানটি-

(i) পূর্ণ সংখ্যা হলে বৃহত্তম পদ (T_{\max}) দুটি। $T_{\max} = t$ এবং $(t+1)$ তম পদ।

(ii) দশমিক বিন্দুযুক্ত সংখ্যা হলে বৃহত্তম পদ (T_{\max}) একটি এবং $T_{\max} = (t \text{ এর পূর্ণ অংশ} + 1)$ তম পদ।

➤ $2(a+x)^{-n}$ এর বিস্তৃতিতে t তম পদটি বৃহত্তম হলে,

$$T_{\max} = \frac{(n-1)x}{a-x} \text{ (এখানে পাওয়ার ঋণাত্মক) বা, } T_{\max} = \frac{(\text{পাওয়ার}-1)x}{1 \text{ম পদ}-x}$$

Note উপরোক্ত সূত্রে T_{\max} এর মান বের করার পর মানটি-

(i) পূর্ণ সংখ্যা হলে বৃহত্তম পদ দুটি হবে T_{\max} এবং $T_{\max} + 1$ ।

(ii) দশমিক বিন্দুযুক্ত সংখ্যা হলে বৃহত্তম পদ হবে একটি এবং বৃহত্তম পদটি হবে $T_{\max} + 1$ ।

➤ $(a+b)^n$ এর বিস্তৃতিতে R তম পদটি বৃহত্তম হলে

$$R_{\max} = \frac{(n+1)b}{a+b} = \frac{(\text{পাওয়ার} + 1)b}{1 \text{ম পদ} + b}; \text{ যদি মান পূর্ণ সংখ্যা হয় তাহলে}$$

R_{\max} এর বৃহত্তম পদ দুটি $R_{\max} =$ প্রাপ্ত পূর্ণাঙ্গ মাত্র ও $(\text{প্রাপ্ত মান} + 1)$

আবার, পাওয়ার ঋণাত্মক হলে $R_{\max} = \frac{(n-1)b}{a-b};$ একইভাবে $R_{\max} =$ প্রাপ্ত

মান ও $(\text{প্রাপ্ত মান} + 1)$ ।

Prob 01 $x = \frac{2}{3}$ হলে $(1+x)^{21}$ এর বিস্তৃতিতে সংখ্যামান বৃহত্তম পদটি নির্ণয় কর।

Sol: এক্ষেত্রে $n = \frac{21}{2}, x = \frac{2}{3}, a = 1, (1+x)^{21}$ এর বিস্তৃতিতে সংখ্যামান বৃহত্তম পদ

$$T_{max} = \frac{(n+1)x}{a+x} = \frac{\left(\frac{21}{2}+1\right)\frac{2}{3}}{1+\frac{2}{3}} = \frac{\frac{23}{2} \times \frac{2}{3}}{\frac{5}{3}} = \frac{23}{5} = 4.6$$

$T_{max} = 4.6$ ভগ্নাংশ যুক্ত। \therefore বৃহত্তম মান = 4 + 1 = 5তম পদ।

Joykoly Technic

সহপদ নির্ণয়:

$\left(\frac{1+x}{1-x}\right)^2$ এর বিস্তৃতিতে x^n এর সহগ = $4n$

কেন: x^{20} এর সহগ = $4 \times 20 = 80$

$\frac{1+x}{1-x}$ এর বিস্তৃতিতে x^n এর সহগ = $(n+1)^2$

কেন: x^{10} এর সহগ = $(10+1)^2 = 121$

$\frac{1+x}{1-x^2}$ এর বিস্তৃতিতে x^n এর সহগ = $2n+1$

কেন: x^{10} এর সহগ = $2 \times 10 + 1 = 21$

কতিপয় ব্যতিক্রমধর্মী পদ নির্ণয় সংক্রান্ত

Prob 01 $(1-x)^8(1+x)^7$ এর বিস্তৃতি থেকে x^7 এর সহগ নির্ণয় কর।

Sol: $(1-x)(1-x)^7(1+x)^7 = (1-x)(1-x^2)^7$
 $= (1-x) \{1 + {}^7C_1(-x^2) + {}^7C_2(-x^2)^2 + {}^7C_3(-x^2)^3 + \dots\}$
 $\therefore x^7$ এর সহগ = ${}^7C_3 = 35$ Ans.

Prob 02 $\frac{1+x}{1-x}$ এর বিস্তৃতিতে x^7 এর সহগ কত?

Sol: $\frac{1+x}{1-x} = (1+x)(1-x)^{-1} = (1+x)x^r$ [শুধু সাধারণ পদ] = $x^r + x^{r+1}$

x^7 এর জন্য $r = 6, 7$

$r = 6$ হলে, x^7 এর সহগ = 1, $r = 7$ হলে, x^7 এর সহগ = 1

$\therefore x^7$ এর সহগ = 1 + 1 = 2 Ans.

Prob 03 $(1+2x+3x^2+4x^3 + \dots \infty)^{1/2}$ এর বিস্তৃতিতে x^r এর সহগ কত?

Sol: $(1+2x+3x^2+4x^3 + \dots \infty)^{1/2} = \left\{ (1-x)^{-2} \right\}^{1/2}$

$= (1-x)^{-1} = 1 + x + x^2 + \dots + x^r + \dots$

$\therefore x^r$ এর সহগ = 1 Ans.

Prob 04 $\frac{1}{5x^4} \left(4x^2 - \frac{1}{6x} \right)^{20}$ এর বিস্তৃতিতে x মুক্ত পদ নির্ণয় কর।

Sol: যেহেতু বাইরে x^4 আছে তাই x মুক্ত পদের জন্য x^4 এর সাপেক্ষে বিবেচনা

করে হবে। $(ax^p + bx^q)^n$ এর জন্য $r = \frac{np-m}{p-q} = \frac{20 \times 2 - 4}{2 - (-1)} = 12$

$\therefore x$ মুক্ত পদ = $\frac{1}{5} \times {}^{20}C_{12} \times 4^{20-12} \times \left(\frac{-1}{6}\right)^{12} = 0.7585$ Ans.

Prob 05 $\frac{x+17}{(x-3)(x+2)} = \frac{a}{x-3} + \frac{b}{x+2}$ হলে a ও b এর মান কত?

Sol: $(x+17) = a(x+2) + b(x-3)$

$x = -2$ ধরে, b এর মান ও $x = 3$ ধরে a এর মান নির্ণয় করি।

Ans. $a = 4; b = -3$

Prob 06 যদি $y = x - x^2 + x^3 - x^4 + \dots \infty$ হয়, তবে x কে y এর

শক্তির উর্ধ্বক্রম ধারায় প্রকাশ কর।

Solve $y = x - x^2 + x^3 - x^4 + \dots$

$$\Rightarrow -y = -x + x^2 - x^3 + x^4 - \dots$$

$$\Rightarrow 1-y = 1-x + x^2 - x^3 + x^4 - \dots$$

$$\Rightarrow 1-y = (1+x)^{-1} \Rightarrow 1-y = \frac{1}{1+x}$$

$$\Rightarrow 1+x = \frac{1}{1-y} \Rightarrow 1+x = (1-y)^{-1}$$

$$\Rightarrow 1+x = 1+y+y^2+y^3+y^4 + \dots$$

$$\Rightarrow x = y+y^2+y^3+y^4 + \dots \text{ Ans.}$$

Shortcut: একটিকে ঠিক রেখে পরেরটির চিহ্ন পরিবর্তন।

Prob 07 $y = x + x^2 + x^3 + \dots$ হলে, $x = ?$

Solve $y = x + x^2 + x^3 + \dots$

$$\Rightarrow 1+y = 1+x+x^2+x^3 + \dots$$

$$\Rightarrow 1+y = (1-x)^{-1} \Rightarrow 1+y = \frac{1}{1-x} \Rightarrow 1-x = \frac{1}{1+y}$$

$$\Rightarrow 1-x = (1+y)^{-1} \Rightarrow 1-x = 1-y+y^2-y^3 + \dots$$

$$\Rightarrow -x = -y+y^2-y^3 + \dots$$

$$\therefore x = y - y^2 + y^3 - y^4 - \dots \text{ Ans.}$$

Shortcut: প্রথম একটিকে ঠিক রেখে পরেরটির চিহ্ন পরিবর্তন।

For Practice

01. $y = 2x + 3x^2 + 4x^3 + \dots$ হলে, $x = ?$

$$\text{Ans. } x = \frac{1}{2}y - \frac{3}{8}y^2 + \frac{5}{16}y^3 - \dots$$

02. $y = 3x + 6x^2 + 10x^3 + \dots$ হলে, $x = ?$

$$\text{Ans. } x = \frac{y}{3} - \frac{1}{3^2} \cdot \frac{4}{2!} y^2 + \frac{1.4.7}{3^3 \cdot 3!} y^3 - \dots$$

□ মনে রাখতে হবে:

★ $(1-2x)^{-1/2}$ এর বিস্তৃতিতে $(r+1)$ তম পদের সহগ $\frac{(2r)!}{2^r(r!)^2}$

★ $(1-4x)^{-1/2}$ এর বিস্তৃতিতে x^r এর সহগ $\frac{(2r)!}{(r!)^2}$

★ $\frac{(1+x)^n}{(1-x)}$ এর বিস্তৃতিতে x^n এর সহগ 2^n

ঢাকা বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি

[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $\left(2x - \frac{1}{4x^2} \right)^{12}$ এর বিস্তৃতিতে x^1 এর সহগ- [15-16]

A. 495 B. 4223 C. -1760 D. 1760

Ans C Solve $\left(2x - \frac{1}{4x^2} \right)^{12} \Rightarrow r = \frac{12-3}{3} = 3$

সহগ = ${}^{12}C_3 2^9 \left(-\frac{1}{4} \right)^3 = \frac{12 \times 11 \times 10}{6} \times 2^9 \times (-1)^3$, যা ঋনাত্মক

একমাত্র (C) ঋনাত্মক।

[Faint handwritten notes on the left page, possibly bleed-through from the reverse side. Some words are partially legible but mostly illegible.]

[Faint handwritten notes on the right page, possibly bleed-through from the reverse side. Some words are partially legible but mostly illegible.]

05. $(1 + \frac{4}{5}x)^n$ এর বিস্তৃতিতে x^3 এবং x^4 এর সহগদ্বয় সমান হলে n এর মান কত? [15-16]

- A. 7 B. 8 C. 9 D. 10

Ans B Solve ${}^nC_3 \left(\frac{4}{5}\right)^3 = {}^nC_4 \left(\frac{4}{5}\right)^4 \Rightarrow {}^nC_3 = {}^nC_4 \frac{4}{5}$

$\frac{(n)!}{(3)!(n-3)!} = \frac{(n)!}{(4)!(n-4)!} \cdot \frac{4}{5}$

$\Rightarrow \frac{1}{(n-3)} = \frac{1}{4} \cdot \frac{4}{5} \Rightarrow n-3=5 \therefore n=8$

06. $(\frac{k}{2} + 2)^8$ এর বিস্তৃতির মধ্যপদের মান 1120 হলে, k এর মান কত? [15-16]

- A. ± 2 B. 5 C. 16 D. ± 4

Ans A Solve মধ্যপদ = $(\frac{8}{2} + 1)$ তম = $(4 + 1)$ তম

$= {}^8C_4 \left(\frac{k}{2}\right)^4 \cdot 2^4 = {}^8C_4 \cdot k^4$

$\therefore {}^8C_4 k^4 = 1120 \Rightarrow k^4 = 16 = 2^4 \therefore k = \pm 2$

07. $(a+x)^5$ এর বিস্তৃতিতে x^3 এর সহগ 40 হলে a এর মান কত? [14-15]

- A. 2 B. ± 2 C. -2 D. কোনটিই নয়

Ans B Solve $(a+x)^5$ এর x^3 এর সহগ ${}^5C_3 a^{5-3} = {}^5C_3 a^2$

প্রশ্নমতে, ${}^5C_3 a^2 = 40 \Rightarrow a^2 = \frac{40}{5} = \frac{40}{10} = 4 \Rightarrow a = \pm 2$.

08. $(1-x)^{-1}$ এর বিস্তৃতি x এর কোন মানের জন্য সত্য? [14-15]

- A. $-1 \leq x \leq 2$ B. x এর সকল ধনাত্মক মান
C. $x > 1$ D. $-1 < x < 1$

Ans D Solve $(1-x)^{-1}$ বিস্তৃতি হবে যখন, $|x| < 1 \Rightarrow -1 < x < 1$

09. $(1+x^2)^7$ এর বিস্তৃতিতে x^6 এর সহগ নির্ণয় কর। [14-15]

- A. 36 B. 30 C. 35 D. 25

Ans C Solve $(1+x^2)^7$ এর x^6 বা $(x^2)^3$

এর সহগ = ${}^7C_3 = 35$

10. Which is true in the expansion of $(1 + \frac{x}{a})^n$ (n is a rational number)? [13-14]

- A. $|x| > |a|$ B. $|x| < |a|$ C. $|a| \leq x$ D. $a \geq |x|$ **Ans. D**

11. $(a-2b)^4$ এর সর্বশেষ পদটি কত? [11-12-13]

- A. $16b^4$ B. $6b^4$ C. $16b^3$ D. $6b^4$

Ans A Solve $(a-2b)^4$ এর সর্বশেষ পদ = $(2b)^4 = 16b^4$

12. $(2x^2 - 1/x)^{12}$ এর বিস্তৃতিতে x -বর্জিত পদের মান- [A-12-13]

- A. 1760 B. -1760 C. 1250 D. কোনটিই নয়

Ans B Solve $r = \frac{3 \times 12 - 7}{3 - (-1)} = 9$

$\therefore x$ বর্জিত পদটি = ${}^{12}C_9 2^{12-9} (-1)^9 = -1760$

13. $(1-x)^4(1+x)^3$ এর বিস্তৃতিতে x^3 এর সহগ- [11-12]

- A. 6 B. 3 C. 9 D. কোনটিই নয়

Ans B Solve $(1-x)^4(1+x)^3$

$= (1-x)(1-x)^3(1+x)^3$

$= (1-x)(1-x^2)^3 = (1-x)(1-3x^2+3x^4-x^6)$

$= 1-3x^2+3x^4-x^6-x+3x^3-3x^5+x^7 \therefore x^3$ এর সহগ 3

14. $(x-1/x)^4$ এর বিস্তৃতিতে মধ্যপদটি কত? [11-12]

- A. 24 B. $1/x^2$ C. 4 D. 6

Ans D Solve মধ্যপদ = $\frac{4}{2} + 1 = 3$ তম পদ

$\therefore T_{3,1} = {}^4C_2 (1)^{4-2} (-1)^2 = 6$

15. $(1+x+x^2+\dots+\infty)^{-14}$ এর বিস্তৃতিতে x^8 এর সহগ [10-11]

- A. 2002 B. -3003
C. -2002 D. 3003

Ans D Solve $\{(1-x)^{-1}\}^{-14} = (1-x)^{14}$ এর বিস্তৃতিতে x^8 এর সহগ = ${}^{14}C_8 = 3003$

রাজশাহী বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি

[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $(1+x)^{44}$ এর বিস্তৃতিতে 21-তম ও 22-তম পদ দুইটি সমান হলে x -এর মান কত? [15-16; KU 11-12; JUST 14-15, 10-11; PUST 14-15]

- A. $\frac{8}{7}$ B. $\frac{7}{8}$ C. $\frac{6}{7}$ D. $\frac{7}{6}$

Ans B Solve Shortcut: $x = \frac{21}{44 - (21 - 1)} = \frac{21}{24} = \frac{7}{8}$

02. $(x^2 + \frac{2}{x})^6$ এর সম্প্রসারণে x মুক্ত পদটি কত? [15-16]

- A. 448 B. 120 C. 240 D. 3000

Ans C Solve $r = \frac{12-0}{2+1} = 4$

x মুক্ত পদ = $6C_4 \times 2^4 = 6C_2 \times 2^4 = 15 \times 16 = 240$

03. যদি $y = x - x^2 + x^3 - x^4 + \dots \infty$ হয়, তাহলে নিচের কোনটি সত্য? [15-16]

- A. $x = y + y^2 + y^3 + y^4 + \dots$ B. $x = y - y^2 + y^3 - y^4 + \dots$
C. $x = 1 + y + y^2 + y^3 + \dots$ D. $x = (1+y)^{-1}$

Ans A Solve $y = x - x^2 + x^3 - x^4 + \dots$

$\Rightarrow -1 + y = -1 + x - x^2 + x^3 - x^4 + \dots$

$\Rightarrow 1 - y = 1 - x + x^2 - x^3 + x^4 + \dots$

$\Rightarrow 1 - y = (1-x)^{-1}$

$\Rightarrow 1 + x = (1-y)^{-1}$

$\Rightarrow 1 + x = 1 + y + y^2 + y^3 + y^4 + \dots$

$\Rightarrow x = y + y^2 + y^3 + y^4 + \dots$

04. $\frac{1-x}{1+x}$ এর বিস্তৃতিতে x^9 এর সহগ কোনটি? [14-15]

- A. 4 B. 3 C. 2 D. -2

Ans D Solve $\frac{1-x}{1+x} = (1-x)(1+x)^{-1}$

$= (1-x)(1-x+x^2-x^3+x^4-x^5+x^6-x^7+x^8-x^9+\dots)$

-এর x^9 -এর সহগ = $-1 - 1 = -2$

05. $(\frac{a}{x} + \frac{x}{a})^{10}$ এর বিস্তৃতিতে মধ্য পদ কোনটি? [14-15]

- A. ${}^{10}C_5$ B. ${}^{10}C_5 (\frac{a}{x})^5$ C. ${}^{10}C_5 (\frac{x}{a})^5$ D. ${}^{10}C_5 (\frac{a}{x})^5$

Ans A Solve $(\frac{a}{x} + \frac{x}{a})^{10}$

মধ্যপদ $(\frac{10}{2} + 1)$ তম = $(5 + 1)$ তম পদ

$= {}^{10}C_5 (\frac{a}{x})^{10-5} \cdot (\frac{x}{a})^5 = {}^{10}C_5 (\frac{a}{x})^5 (\frac{x}{a})^5 = {}^{10}C_5$

06. $(2x^2 - \frac{1}{2x^2})^{10}$ এর বিস্তৃতিতে x -বর্জিত পদের মান কত? [13-14]
 A. 840 B. 580 C. 645 D. 1050

Ans Blank Solve $n + 1$ তম পদ, $T_{n+1} = {}^{10}C_r (2x^2)^{10-r} (\frac{-1}{2x^2})^r$

$= {}^{10}C_r 2^{10-r} \cdot x^{20-2r-2r} \cdot (-\frac{1}{2})^r$

x বর্জিত হলে, $20-2r-2r=0 \therefore r=5$

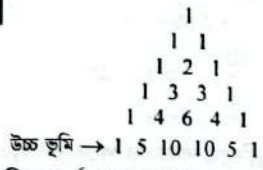
\therefore পদটি $= {}^{10}C_5 \cdot 2^{10-5} \cdot (-\frac{1}{2})^5 = 252$

Shortcut: $r = \frac{10 \times 2 - 0}{2 + 2} = 5 \therefore$ পদটি $= {}^{10}C_5 \cdot 2^{10-5} \cdot (-\frac{1}{2})^5 = 252$

07. প্যাসকেলের ত্রিভুজ -এ ষষ্ঠ ভূমির সংখ্যাগুলি হল- [13-14]

- A. 1,4,6,4,1 B. 1,4,6,6,4,1
 C. 1,5,10,10,5,1 D. 1,5,15,15,5,1

Ans C Solve



08. $(1-x)^{-3}$ এর বিস্তৃতিতে x^6 এর সহগ কত? [11-12]

- A. 28 B. 24 C. 48 D. 288

Ans A Solve $T_{r+1} = \frac{1}{2} (r+1) (r+2) x^r$

$T_{6+1} = \frac{1}{2} (6+1) (6+2) x^6 = 28$

09. $(2x^3 - \frac{1}{x})^{12}$ এর বিস্তৃতিতে x বর্জিত পদটি কত? [10-11]

- A. 1700 B. -1760 C. -1670 D. 1600

Ans B Solve $r = \frac{3 \times 12 - 0}{3 - (-1)} = 9$

$\therefore x$ বর্জিত পদ $= {}^{12}C_9 \cdot (2)^3 \cdot (-1)^9 = -1760$

10. $(1+x)^{28}$ এর বিস্তৃতিতে $(4r+5)$ তম ও $(2r+1)$ তম পদের সহগ সমান হলে r এর মান- [09-10]

- A. -3 B. 5 C. 4 D. 6

Ans C Solve $4r+5+2r+1=28+2 \Rightarrow 6r=24 \therefore r=4$

11. $(1+x)^5$ এর বিস্তৃতিতে x^3 এর সহগ কত? [08-09]

- A. 10 B. -10 C. 9 D. 11

Ans A Solve $T_{r+1} = {}^5C_r x^r$

$\therefore x^3 = x^r \Rightarrow r=3 \therefore x^3$ এর সহগ $= {}^5C_3 = 10$

12. $(x + \frac{1}{x})^8$ এর বিস্তৃতিতে মধ্যপদের মান- [08-09]

- A. 50 B. 60 C. 207 D. 70

Ans D Solve মধ্যপদের মান $= {}^8C_4 = 70$

13. $(1+x)^{2n+1}$ এর বিস্তৃতিতে x^r এবং x^{r+1} এর সহগ সমান হলে r এর মান কত? [07-08]

- A. n^2 B. $2n$ C. n D. $4n^2$

Ans C Solve $T_{r+1} = {}^{2n+1}C_r x^r$, $T_{(r+1)+1} = {}^{2n+1}C_{r+1} x^{r+1}$

$\therefore \frac{(2n+1)!}{r!(2n-r+1)!} = \frac{(2n+1)!}{(r+1)!(2n-r)!} \Rightarrow r=n$

Shortcut: We know,
 $\frac{2n+1-r-1+1}{r+1} = 1 \Rightarrow 2n = 2r \Rightarrow n = r$

14. $(x-1/x)^{16}$ এর বিস্তৃতিতে 9-তম পদের সহগ কোনটি? [06-07]
 A. 12870 B. 1480 C. 1387 D. 8712

Ans A Solve $T_{8+1} = {}^{16}C_8 \cdot x^8 \left(-\frac{1}{x}\right)^8 = 12870$

চট্টগ্রাম বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
 [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $(2x^3 + \frac{1}{6x})^{12}$ এর বিস্তৃতিতে x বর্জিত পদ কোনটি? [15-16]

- A. 9 তম B. 7 তম C. 10 তম D. 8 তম E. 11 তম

Ans C Solve $r = \frac{3 \times 12 - 0}{3 + 1} = \frac{36}{4} = 9$

$\therefore x$ বর্জিত পদ $= (9+1)$ তম $= 10$ তম

02. $(x^2 + \frac{2}{x})^6$ এর বিস্তৃতিতে x -মুক্ত পদটির মান হয়: [15-16]

- A. 248 B. 220 C. 224 D. 240

Ans D Solve $r = \frac{12-0}{3} = 4 \therefore x$ -মুক্ত পদ $= {}^6C_4 2^4 = 15 \times 16 = 240$

03. $(2 - \frac{1}{x})^8$ এর বিস্তৃতিতে x^{-10} এর সহগ নির্ণয় কর। [15-16]

- A. -448 B. 448 C. 16
 D. -16 E. 50

Ans B Solve $r = \frac{0 - (-10)}{2} = 5$

x^{-10} এর সহগ $= {}^8C_5 2^{8-5} = {}^8C_3 2^3 = 448$

04. $(\frac{x}{y} + \frac{y}{x})^{10}$ এর বিস্তৃতির মধ্যপদ হলো- [15-16]

- A. $210 \frac{x^2}{y^2}$ B. $210 \frac{y^2}{x^2}$ C. 252
 D. $252 \frac{x}{y}$ E. $252 \frac{y}{x}$

Ans C Solve মধ্য পদ $= \binom{10}{2} + 1$ তম

$= (5+1)$ তম পদ, যা $= {}^{10}C_5 (\frac{x}{y})^{10-5} (\frac{y}{x})^5 = {}^{10}C_5 = 252$

05. $(x^4 - \frac{1}{x^3})^8$ এর বিস্তৃতিতে x^{11} এর সহগ হবে- [15-16; DU 97-98]

- A. 48 B. 54 C. 56
 D. 60 E. -56

Ans E Solve $r = \frac{4 \times 8 - 11}{4 + 3} = \frac{32 - 11}{7} = \frac{21}{7} = 3$

\therefore নির্ণেয় সহগ $= {}^8C_3 (-1)^3 = -56$

06. $(2x^2 - \frac{1}{4x})^{11}$ এর বিস্তৃতিতে কত তম পদে x^7 আছে? [14-15]

- A. 5 তম B. 6 তম C. 7 তম D. 9 তম E. 11 তম

Ans B Solve $(2x^2 - \frac{1}{4x})^{11}$, $r = \frac{22-7}{2+1} = \frac{15}{3} = 5$

$(5+1)$ তম পদ x^7 যুক্ত, 6 তম পদ x^7 যুক্ত



07. $(2 + \frac{1}{3})^n$ এর বিস্তৃতিতে x^7 এবং x^8 এর সহগ সমান হলে n এর মান

কত? [14-15]

A. 55 B. 56 C. 47 D. 19 E. 18

Ans A Solve

Shortcut: We know,

$$\frac{n-r+1}{r} \cdot \frac{1}{a} = 1 \Rightarrow \frac{n-8+1}{8} \cdot \frac{1}{2} = 1$$

$$\Rightarrow n-7 = 8 \times 2 = 16 \Rightarrow n = 23$$

08. $|x| < 1$ হলে $1 + x + x^2 + x^3 + \dots$ ধারাটির যোগফল কোনটি? [14-15]

A. $\frac{1}{1-x}$ B. $\frac{1}{(1+x)^2}$ C. $\frac{1}{(1-x)^2}$ D. $\frac{1}{1-x}$

Ans D Solve

$$1 + x + x^2 + x^3 + \dots$$

$$= (1-x)^{-1} = \frac{1}{1-x}$$

09. $(x + \frac{1}{x})^{10}$ এর বিস্তৃতিতে x বর্জিত পদের মান হবে- [14-15]

A. 252 B. 522 C. 2502 D. 452 E. 2520

Ans A Solve $(x + \frac{1}{x})^{10}$ x - বর্জিত পদের জন্য

$$r = \frac{10-0}{1-1} = 5 \therefore (5+1) \text{ তম } x \text{ পদ বর্জিত যা } = {}^{10}C_5 = 252$$

10. $(3 + kx)^9$ এর বিস্তৃতিতে x^3 এবং x^4 এর সহগ সমান হলে k এর মান নির্ণয় কর [14-15]

A. 2 B. 5940 C. 912 D. 0 E. -2

Ans A Solve $(3 + kx)^9$

$$x^3 \text{ এর সহগ } = {}^9C_3 \cdot 3^{9-3} k^3, x^4 \text{ এর সহগ } = {}^9C_4 \cdot 3^{9-4} k^4$$

$$\Rightarrow {}^9C_3 \cdot 3^6 k^3 = {}^9C_4 \cdot 3^5 k^4 \Rightarrow {}^9C_3 \cdot 3 = {}^9C_4 \cdot k \Rightarrow k = \frac{{}^9C_3 \cdot 3}{{}^9C_4} = 2$$

Shortcut: $\frac{9-4+1}{4} \cdot \frac{k}{3} = 1 \Rightarrow k = 2$

11. $(3x - \frac{2}{x^2})^{15}$ এর বিস্তৃতিতে x বর্জিত পদ কোনটি? [13-14]

A. 7 তম B. 6 তম C. 15 তম D. 8 তম E. 9 তম

Ans B Solve $(3x - \frac{2}{x^2})^{15}$ এর বিস্তৃতিতে $(r-1)$ তম পদ x বর্জিত।

$$\frac{15-0}{1-(-2)} = 5 \therefore (5+1) = 6 \text{ তম পদ } x \text{ বর্জিত}$$

12. $(x^4 - \frac{1}{x^3})^{11}$ এর বিস্তৃতিতে সপ্তম রাশিটি কত? [H 12-13]

A. $402 x^6$ B. $-462 x^9$ C. $462 x^2$
D. $-462 x^2$ E. $7 x^{11}$

Ans C Solve $(x^4 - \frac{1}{x^3})^{11}$ এর বিস্তৃতিতে সপ্তম রাশিটি

$$= {}^{11}C_6 (x^4)^{11-6} \left(\frac{-1}{x^3}\right)^6 = 462 \times x^{20} \times x^{-18} = 462 x^2$$

13. $(2x^3 - \frac{1}{4x})^8$ এর বিস্তৃতিতে x মুক্ত সংখ্যাটি নির্ণয় কর। [11-12]

A. -28 B. 16 C. x^2 D. $\frac{1}{8}$ E. -12

Ans A Solve $(2x^3 - \frac{1}{4x})^8$ $r = \frac{24-0}{3+5} = \frac{24}{8} = 3$

$$\therefore x \text{ মুক্তপদ} = {}^8C_3 \times 2^5 \times \left(-\frac{1}{4}\right)^3 = -28$$

14. $(2x^2 - \frac{1}{4x})^{11}$ এর বিস্তৃতিতে কততম পদে x^7 আছে? [09-10, 08-09, 10-11]

A. 7 তম B. 6 তম C. 11 তম D. 5 তম E. 12 তম

Ans B Solve $r = \frac{np-m}{p-q} = \frac{11 \times 2 - 7}{2 - (-1)} = \frac{22-7}{3} = 5$

$$\therefore (r+1) = (5+1) = 6 \text{ তম পদ}$$

15. $(x + \frac{1}{x})^{50}$ এর বিস্তৃতিতে x বর্জিত পদটির মান কত? [H 08-09]

A. ${}^{50}C_{25}$ B. ${}^{50}C_{15}$ C. ${}^{50}C_{10}$ D. ${}^{50}C_9$

Ans A Solve $(x + \frac{1}{x})^{50}$ এর বিস্তৃতিতে $(r+1)$ তম x বর্জিত

$$\therefore r = \frac{50-0}{1+1} = \frac{50}{2} \Rightarrow r = 25 \therefore \text{পদটির মান} = {}^{50}C_{25}$$

16. $(2x^2 - \frac{3}{x})^{11}$ এর বিস্তৃতিতে কততম পদে x^{10} পাওয়া যাবে? [B 2007]

A. 8 তম পদে B. 5 তম পদে C. 6 তম পদে D. 7 তম পদে

Ans B Solve $r = \frac{2 \times 11 - 10}{2 - (-1)} = 4$

$$\therefore (4+1) = 5 \text{ তম পদে } x^{10} \text{ পাওয়া যাবে।}$$

17. $(2x + \frac{1}{2x})^{10}$ এর বিস্তৃতিতে মধ্যপদটির মান হবে- [05-06]

A. ${}^{10}C_4$ B. ${}^{10}C_4 / 2^5$ C. ${}^{10}C_5$
D. $2^5 \times {}^{10}C_5$ E. ${}^{10}C_4 \times 2^5$

Ans C Solve $T_{5+1} = {}^{10}C_5 (2x)^5 \left(\frac{1}{2x}\right)^5 \therefore \text{মধ্যপদটির মান} = {}^{10}C_5$

18. $(x - \frac{1}{x^2})^{12}$ এর সম্প্রসারণে কততম পদটি x বর্জিত? [04-05]

A. 12 B. 5 C. 7 D. 10 **Ans B**

19. যদি $|x| < 1$ এবং $n \in \mathbb{Q}$ এবং $n \notin \mathbb{N}$ হয় তবে $(1+x)^n$ এর বিস্তৃতিতে পদসংখ্যা হবে- [04-05]

A. n B. $2n$ C. $n+1$ D. ∞ **Ans C**

20. $(x - \frac{1}{x})^{12}$ এর বিস্তৃতিতে মধ্যপদ [01-02]

A. 924 B. 942 C. 492 D. 294

Ans A Solve মধ্যপদটির মান = ${}^{12}C_6 = 924$

খুলনা বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $(2x + \frac{1}{3x^2})^9$ এর বিস্তৃতিতে কত তম পদ x বর্জিত? [15-16]

A. 2 B. 3 C. 4 D. 9

Ans C Solve এখানে, $r = \frac{9-0}{1+2} = 3$

$$\therefore \text{বর্জিত পদ} = (3+1) \text{ তম} = 4 \text{ তম পদ}$$

02. $(x+1)^{20}$ এর বিকৃতিতে r -তম পদের সহগ $(r+4)$ তম পদের সমান
হলে r এর মান বের কর। [14-15; CoU 15-16]

- A. 6 B. 8 C. 9 D. 12

Ans C Solve

$(x+1)^{20}$ এর r -পদ $= \{(r-1)+1\}$ তম পদের সহগ $= {}^{20}C_{r-1}$
এবং $(r+4)$ তম $= \{(r+3)+1\}$ তম পদের সহগ $= {}^{20}C_{r+3}$
প্রকৃততে, ${}^{20}C_{r-1} = {}^{20}C_{r+3}$
 $\Rightarrow r+3+r-1=20 \Rightarrow 2r=18 \Rightarrow r=9$

03. $\frac{1+x}{(1-x)^2}$ এর বিকৃতিতে x^r এর সহগ কোনটি? [13-14]

- A. $2r+1$ B. $r+2$
C. $(r+1)^2$ D. r^{r-1}

Ans A Solve

$(1+x)(1-x)^{-2}$
 $= (1+x)(1+2x+3x^2+\dots+(r)x^{r-1}+(r+1)x^r+\dots)$
 $\therefore x^r$ এর সহগ $= r+(r+1) = (2r+1)$

04. $\left(\frac{1}{3}-x\right)^n$ এর বিকৃতিতে 13 তম পদ শূন্যক হলে n এর মান কত হবে? [13-14]

- A. 16 B. 18
C. 20 D. কোনটিই নয়

Ans. A

05. x -এর ক্রমবর্ধমান শক্তিতে $(1-3x+2x^2)^{-1}$ এর বিস্তরণে x^n এর সহগ হলো- [A 12-13]

- A. $\frac{1+2^n}{n}$ B. $\frac{3^n-11}{2}$ C. $\frac{\sum 3^n-11}{2}$
D. $\frac{\sum n-5}{6}$ E. $\sum_{n=0}^n 2^n$

Ans E Solve

$(1-3x+2x^2)^{-1} = (x-1)^{-1}(2x-1)^{-1}$
 $= (1-x)^{-1}(1-2x)^{-1} = (1+x+x^2+\dots+x^n)(1+2x+4x^2+\dots+2^n x^n)$
 x^n এর সহগ $= 2^n + 2^{n-1} + \dots + 2^0 = \sum_{n=0}^n 2^n$

06. $(1+2x+3x^2+4x^3+\dots+\infty)^{\frac{1}{2}}$ এর বিকৃতিতে x^2 এর সহগ হবে কোনটি? [A 12-13]

- A. $r+1$ B. r C. $r-1$ D. 1

Ans D Solve

$\{(1-x)^{-2}\}^{\frac{1}{2}} = (1-x)^{-1} = 1+x+x^2+\dots+x^n \therefore x^2$ এর সহগ $= 1$

07. $\frac{1}{1+x}$ কে x -এর উর্ধ্বক্রমিক ঘাতে অনন্ত ধারায় সম্প্রসারণ করলে নিচের কোনটি পাওয়া যায়? [11-12]

- A. $1-x+x^2-x^3 \dots |x| < 1$ B. $x-\frac{1}{3}x^3+\frac{1}{5}x^5 \dots |1 \leq x \leq 1$
C. $-x-\frac{x^2}{2}-\frac{x^3}{3}-\dots -1 \leq x \leq 1$ D. কোনটিই না

Ans A Solve

$\frac{1}{1+x} = (1+x)^{-1} = 1-x+x^2-x^2 \dots |x| < 1$

08. $\frac{(1+x)^2}{(1-x)^3}$ এর বিকৃতিতে x^n এর সহগ কোনটি? [04-05]

- A. $2n^3+2n^2+n$ B. $2n^2+n$
C. $2n+n$ D. $2n^2+2n+1$

Ans D Solve

$\frac{(1+x)^2}{(1-x)^3} = (1+2x+x^2)(1-x)^{-3}$
 $= (1+2x+x^2)\{1+3x+6x^2+\dots+\frac{1}{2}(x-1)nx^{n-1}+\frac{1}{2}n(n+1)x^{n-1}+\frac{1}{2}(n+1)(n+2)x^n+\dots\}$
 $\therefore x^n$ এর সহগ $= \frac{1}{2}\{(n+1)(n+2)+2n(n+1)+n(n-1)\}$
 $= \frac{1}{2}(x^2+3x+3+2n^2+2+n^2-n)$
 $= \frac{1}{2}(4n^2+4n+2) = 2n^2+2n+1$

09. $(1-4x)^{-1}$ এর বিকৃতিতে x^r এর সহগ কত? [03-04]

- A. $\frac{2r!}{\{(2r)!\}^2}$ B. $\frac{2!}{\{(r)!\}^2}$
C. $\frac{(2r)!}{\{(2r)!\}^2}$ D. $\frac{(2r)!}{\{(r)!\}^2}$

Ans. D

শাহজালাল বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $\left(2x^2-\frac{3}{x^3}\right)^9$ বিকৃতিতে x বর্জিত পদটি কত? [13-14]

- A. 1 B. ${}^9C_6 2^3 3^6$ C. ${}^9C_5 2^4 3^5$
D. ${}^9C_4 2^5 3^4$ E. নেই

Ans E Solve

$r = \frac{9 \times 2 - 0}{2+3} = \frac{18}{5} = 3.6$

পূর্ণসংখ্যা নয়, বিধায় x বর্জিত পদ নেই।

02. $(2x-3y)^{10}$ এ $x^4 y^6$ এর সহগ কত? [10-11]

- A. 210 B. 11664
C. 2449440 D. 5878560

Ans. C

03. $(1+x)^n = 1-2x+3x^2-4x^3+\dots+(-1)^r(r+1)x^r+\dots$ হলে $n=?$ [10-11]

- A. -1 B. -2
C. -3 D. -4

Ans. B

04. $\frac{1+x}{(1-x)^3}$ এর বিকৃতিতে x^{10} এর সহগ কত? [09-10]

- A. 121 B. 221 C. 212 D. 211

Ans A Solve

$(1+x)(1-x)^{-3}$ এর বিকৃতি
 $= (1+x)\{1+3x+6x^2+\dots+\frac{1}{2}(r+1)(r+2)x^r+\dots\} \therefore x^{10}$ এর সহগ $= 121$

05. $\left(x^4-\frac{1}{x^3}\right)^8$ এর বিকৃতিতে x^{11} এর সহগ [05-06]

- A. -56 B. 64
C. 70 D. -108

Ans. A

06. n ঋণাত্মক পূর্ণসংখ্যা হলে, $(1+x)^{-n}$ এর বিকৃতিতে মোট পদের সংখ্যা- [05-06]

- A. n B. $n+1$ C. অসীম D. কোনটিই নয়

Ans C Solve

n ঋণাত্মক \therefore পদ সংখ্যা অসীম হবে।

ইসলামী বিশ্ববিদ্যালয় জর্জ নরীকার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
(শেট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান)

01. $(ax^p - bx^q)^n$ এর বিস্তৃতিতে $(r + 1)$ তম পদ x^m সম্বলিত হলে $r = ?$ [15-16]

- A. $r = \frac{p'}{n(n-q)}$ B. $r = \frac{np-q}{p-q}$
C. $r = \frac{q'}{n(n-p)}$ D. $r = \frac{np-m}{p-q}$

Ans D Solve প্রসঙ্গত, $r = \frac{np-m}{p-q}$

02. $(1 - 4x)^{-1/2}$ এর বিস্তৃতিতে x^r সহগ [15-16]
A. $\frac{(2r)!}{2^r(r!)^2}$ B. $\frac{r!}{(r!)^2}$ C. $\frac{(2r)!}{(r!)^2}$ D. কোনটিই নয়

Ans C Solve $(1 - 4x)^{-1/2}$
 $(r + 1)$ তম পদ = $\frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} - 1 \right) \left(\frac{1}{2} - 2 \right) \dots \left(-\frac{1}{2} - r + 1 \right) \cdot (-4x)^r$
 $= \frac{(-1)^r (-1)^r \cdot 4^r \cdot x^r \cdot 1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \dots (2r-1)}{2^r r!} \cdot (-4x)^r$
 $= \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \dots (2r-1) 2r \cdot 4^r \cdot x^r}{2^r r! \cdot 2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8 \dots 2r}$
 $= \frac{(2r)! \cdot 4^r \cdot x^r}{2^r \cdot 2^r (r!)^2} = \frac{(2r)!}{(r!)^2}$

03. প্যাসকেলের ত্রিভুজ অনুযায়ী $n = 4$ হলে, বিপদী সহগগুলো হবে? [15-16]
A. 1, 3, 3, 1 B. 1, 5, 10, 10, 5, 1
C. 1, 2, 1 D. 1, 4, 6, 4, 1

Ans D Solve প্যাসকেলে ত্রিভুজের বিপদী সহগগুলো হতে- 1,4,6,4,1

04. $\frac{1-3x}{1-x^2}$ এর বিস্তৃতিতে x^5 এর সহগ কত? [15-16]
A. 2 B. 3 C. 4 D. 6

Ans B Solve $\frac{1+3x}{1-x^2} = (1+3x)(1-x^2)^{-1}$
 $= (1+3x)(1+x^2+x^4+x^6+\dots)$
 x^5 - এর সহগ = 3

05. $(1+x)^{1/2}$ এর বিস্তৃতিতে সাধারণ পদটি নির্ণয় কর? [14-15]

- A. $(-1)^r \frac{(2r)!}{(4x)^r!}$ B. $(-1)^r \frac{(2r)!}{(r!)^2} \left(\frac{1}{4}x\right)^r$
C. $(-1)^r \frac{(2x)^r}{(r!)^2}$ D. কোনটিই নয়

Ans D Solve $(1+x)^{1/2}$ এর সাধারণ পদ
 $= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} - 1 \right) \left(\frac{1}{2} - 2 \right) \dots \left(\frac{1}{2} - r + 1 \right) \cdot x^r$
 $= \frac{1 \left(-\frac{1}{2} \right) \left(-\frac{3}{2} \right) \dots \left(-(2r-1) \right)}{Lr} \cdot x^r$
 $= (-1)^r \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \dots (2r-1)}{Lr} \cdot x^r = (-1)^r \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \dots (2r-1) 2r}{(2 \cdot 4 \cdot 6 \dots 2r)r!} \cdot x^r$
 $= (-1)^r \frac{(2r)! \cdot x^r}{2^r \cdot (r!)^2} = (-1)^r \frac{(2r)! \cdot x^r}{2^r (r!)^2}$

06. $\left(2x - \frac{1}{4x^2}\right)^{12}$ এর বিস্তৃতিতে কত তম পদটি x বর্জিত? [14-15]
A. 495 B. 1024 C. 105 D. 252

Ans A Solve $\left(2x - \frac{1}{4x^2}\right)^{12}$ $r = \frac{12-0}{1+2} = 4$
 $(4+1)$ তম = 5 তম পদটি x বর্জিত। বর্জিত পদটি = ${}^{12}C_4 = 495$

07. $C_0 + C_1 + C_2 + \dots =$ কত? [13-14]
A. 2^n B. 2^{n-1} C. 2^n D. 2^{n-1}

08. যদি $(1+x)^{10}$ এর বিস্তৃতিতে x^r এর সহগ x^{r-1} এর সহগের দ্বিগুন হয়, তাহলে r এর মান- [13-14]
A. 6 B. 7 C. 5 D. -6

09. প্রত্যেক সারির মাঝ বরাবর প্যাসকেলের ত্রিভুজ symmetric কারণ- [F-12-13]
A. ${}^n P_r = {}^n C_r$ B. ${}^n C_r = {}^n C_{n-r}$
C. ${}^n P_r = {}^n P_{n-r}$ D. ${}^n C_r = {}^r C_{r-n}$

10. k -এর কোন মানের জন্য $\left(\sqrt{x} - \frac{k}{x^2}\right)^{10}$ -এর বিস্তৃতিতে x -বর্জিত পদের সংখ্যা 180 হবে- [D-12-13]
A. -2, 2 B. -3, 2 C. 3, 2 D. 3, -3

Ans A Solve $r = \frac{\frac{1}{2} \times 10 - 0}{\frac{1}{2} - (-2)} = 2$
 $\therefore x$ -বর্জিত পদ = ${}^{10}C_2 (-k)^2 = 180 \Rightarrow 45k^2 = 180 \therefore k = \pm 2$

11. $\ln\left(\frac{1-x}{1+x}\right)$ -এর বিস্তৃতিতে x^5 -এর সহগ- [D 12-13]
A. 0 B. $\frac{2}{5}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $-\frac{2}{3}$

12. $\left(\frac{3}{x} + \frac{x}{3}\right)^{10}$ -এর বিস্তৃতিতে মধ্যপদের মান- [F 12-13]
A. ${}^{10}C_5$ B. ${}^{10}C_7$ C. ${}^{10}C_3$ D. ${}^{10}C_9$

Ans A Solve $\left(\frac{3}{x} + \frac{x}{3}\right)^{10}$ এর বিস্তৃতিতে মধ্যপদ = $\frac{10}{2} + 1 = 6$
 $\therefore 6$ তম পদ = ${}^{10}C_5 \left(\frac{3}{x}\right)^{10-5} \left(\frac{x}{3}\right)^5 = {}^{10}C_5$

13. $(a + 1/a)^{18}$ এর বিস্তৃতিতে a^0 এর সহগ কত? [11-12]
A. 84620 B. 86420 C. 46820 D. 48620

Ans D Solve $r = \frac{18-0}{1+1} = 9$ a^0 এর সহগ = ${}^{18}C_9 = 48620$

14. $\left(y - \frac{1}{2y}\right)^{16}$ এর y বর্জিত পদ কোনটি? [D 04-05]
A. 7 তম পদ B. 9 তম পদ C. 10 তম পদ D. 8 তম পদ

Ans B Solve $r = \frac{1 \times 16 - 0}{1 - (-1)} = 8$
 $\therefore (r+1) = (8+1) = 9$ তম পদ হল y বর্জিত পদ।

15. $(p + 2x)^5$ এর বিস্তৃতিতে x^3 এর মান 320 হলে p এর মান কত হবে?
A. ± 8 B. ± 6 C. ± 4 D. ± 2

Ans D Solve $(p + 2x)^5$ এর বিস্তৃতিতে x^3 এর সহগ
 $= \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot p^{5-3} \cdot 2^3}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 320$
 $\Rightarrow 80 p^2 = 320 \Rightarrow p^2 = 4 \Rightarrow p = \pm 2$

বরিশাল বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $(x^2 + 2 + \frac{1}{x^2})^3$ এর বিস্তৃতিতে x বর্জিত পদের মান- [11-12]

- A. 21 B. 30
C. 24 D. 20

Ans D Solve $(x^2 + 2 + \frac{1}{x^2})^3 = (x^2 + 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^2})^3 = (x + \frac{1}{x})^6$

এখানে, $r = \frac{1 \times 6 - 0}{2} = 3 \therefore {}^6C_3 = 20$

কুমিল্লা বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $(1 + x)^{20}$ এর বিস্তৃতিতে r -তম পদের সহগ এবং $(r + 4)$ তম পদের সহগ পরস্পর সমান হলে r এর মান নির্ণয় করুন। [15-16; KU 14-15; COU 15-16]

- A. 9 B. 15
C. 18 D. 27

Ans A Solve r তম = $\{(r - 1) + 1\}$ তম পদের সহগ = ${}^{20}C_{r-1}$

$(r + 4)$ তম = $\{(r + 3) + 1\}$ তম পদের সহগ = ${}^{20}C_{r-5}$

প্রশ্নমতে, ${}^{20}C_{r-1} = {}^{20}C_{r-5} \Rightarrow r - 1 + r + 3 = 20$

$\Rightarrow 2r = 18 \Rightarrow r = 9$

বেগম রোকেয়া বিশ্বঃ ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. যদি $(a - 2)^{3k-5}$ এর বিস্তৃতিতে 23টি পদ থাকে তাহলে k এর মান কত? [15-16]

- A. 8 B. 9 C. 10 D. 11

Ans B Solve পদ সংখ্যা ঘাত সংখ্যার চেয়ে 1 বেশি

$\therefore 23 = 3k - 5 + 1 \Rightarrow 3k = 28 - 1 = 27 \Rightarrow k = 9$

ভাসানী বিজ্ঞান ও প্রযুক্তি বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $(x^4 - \frac{1}{x^3})^{11}$ এর বিস্তৃতিতে সপ্তম রাশিটি কত? [15-16]

- A. $402x^6$ B. $-462x^7$
C. $462x^2$ D. $-462x^2$

02. $(x + 5)^{10}$ এর বিস্তৃতিতে x^7 এর সহগ কত? [15-16]

- A. 20,000 B. 9,000
C. 15,000 D. 10,000

Ans C Solve $(x + 5)^{10}$ - এর x^7 -এর সহগ = ${}^{10}C_7 \cdot 5^3 = 15,000$

03. $(x + \frac{1}{x})^{10}$ এর বিস্তৃতিতে ষষ্ঠ পদ কোনটি? [14-15; CU A03-04]

- A. 522 B. 252 C. $252x$ D. $\frac{125}{x}$

Ans B Solve $(x + \frac{1}{x})^{10}$ এর 6ষ্ঠ পদ = $(5 + 1)$ তম পদ

$= {}^{10}C_5 \cdot x^{10-5} \cdot (\frac{1}{x})^5 = 10C_5 \cdot x^5 \cdot \frac{1}{x^5} = 252$

04. $(x^2 + \frac{2}{x})^6$ এর বিস্তৃতিতে মুক্ত পদটি- [14-15]

- A. 224 B. 248 C. 240 D. 220

Ans C Solve $(x^2 + \frac{2}{x})^6$ এর বিস্তৃতিতে $r = \frac{12 - 0}{2 + 1} = 4$

$\therefore x$ বর্জিত পদটি = $(r + 1)$ তম = $(4 + 1)$ তম পদ = ${}^6C_4 \cdot 2^4 = 240$

05. $(2x - \frac{1}{4x^2})^{12}$ এর সম্প্রসারণে x বর্জিত পদটির মান- [12-13; BU 12-13]

- A. 195 B. 295 C. 395 D. 495

Ans D Solve $r = \frac{1 \times 12 - 0}{1 - (-2)} = 4$

$\therefore x$ বর্জিত পদ = $(-1)^4 \cdot {}^{12}C_4 \cdot 2^0 = 495$

যশোর বিজ্ঞান ও প্রযুক্তি বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $(3x^2 - \frac{1}{2x})^9$ এর বিস্তৃতিতে কত তম পদ x বর্জিত? [15-16]

- A. 6 B. 3 C. 5 D. 9 E. 7

Ans E Solve $r = \frac{9 \times 2 - 0}{3} = 6$ x বর্জিত পদ = $(6 + 1)$ তম = 7 তম

02. যদি $(a + 2x)^3$ এর বিস্তৃতিতে x^3 এর সহগ 320 হয় তাহলে a এর মান কত? [15-16]

- A. 2 B. 4 C. 6 D. 8 E. 14

Ans = Solve প্রশ্নে ভুল আছে।

03. $(2x + \frac{1}{4x^2})^{12}$ এর বিস্তৃতিতে ধ্রুবক পদটি হবে- [15-16]

- A. 360 B. 395 C. 460
D. 495 E. 560

Ans D Solve $r = \frac{12 - 0}{3} = 4$

ধ্রুবক পদ = ${}^{12}C_4 \cdot 2^8 \cdot (\frac{1}{4})^4 = 495$

04. $\frac{1}{(1-x)(3-x)}$ এর বিস্তৃতিতে x^n এর সহগ কত? [14-15]

- A. $3^{n+1} - 2^{n+1}$ B. $2^{n+1} - 1$ C. $\frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{3^{n+1}}\right)$
D. 1 E. $3^{n+1} - 2^{n+1}$

Ans C Solve $\frac{1}{(1-x)(3-x)} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{1-x} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3-x}$

$= -\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \left(1 - \frac{x}{3}\right)^{-1} + \frac{1}{2} (1-x)^{-1}$ এর x^n এর সহগ

$= \frac{1}{2} \left\{ \frac{-1}{3} \cdot \frac{1}{3^n} + 1^n \right\} = \frac{1}{2} \left(\frac{-1}{3^{n+1}} + 1 \right) = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{3^{n+1}} \right)$

05. যদি $(1 + 2x)^8$ এর বিস্তৃতিতে $x = \frac{1}{2}$ এর জন্য বৃহত্তম পদটি কত? [13-14]

- A. 4th B. 5th C. 6th D. 7th E. 3rd

Ans B Solve $(1 + 2x)^8$

$x = \frac{1}{2}$ হলে, $r + 1$ তম পদ = ${}^nC_r \cdot 2^r \left(\frac{1}{2}\right)^r = {}^nC_r$

$n = 8$ হলে nC_r এর সর্বোচ্চ মান পাওয়া যায় $r = 4$ এর জন্য।

\therefore পদটি হবে $(4 + 1) = 5$ তম পদ।

SELF TEST

01. $(1+x)^{22}$ এর বিকৃতিতে 21 তম পদ.
 A $^{22}C_{20}x^{20}$ B $^{22}C_2 \cdot x^2$
 C $^{22}C_{21}x^{21}$ D $^{22}C_{20}x^{20}$
02. $(2x^2 - \frac{1}{2x})^8$ এর বিকৃতিতে 3 তম পদটি কত?
 A $25x^7$ B $30x^7$
 C $26x^7$ D $24x^7$
03. $(2x + \frac{1}{6x})^{10}$ এর বিকৃতিতে x মুক্ত পদটি-
 A $\frac{27}{28}$ B $\frac{580}{243}$
 C 0 D $\frac{28}{27}$
04. $(a+b)^{17}$ এর 7 তম পদের সহগ কত?
 A 50 B 5005
 C 2050 D None
05. $(2x^2 - \frac{1}{4x})^{11}$ এর বিকৃতিতে সর্বোচ্চ পদে x^7 আছে?
 A 7 তম B 6 তম
 C 11 তম D 12 তম
06. $(1+ax)^8$ এর বিকৃতিতে x^3 এবং x^4 এর সহগ পরস্পর সমান হলে $a = ?$
 A $\frac{x}{6}$ B $\frac{16}{5}$
 C $\frac{x}{4}$ D $\frac{4}{5}$
07. $(a+x)^n$ এর বিকৃতিতে পদ সংখ্যা কয়টি?
 A $n+1$ B $n-1$
 C n D $n+r$
08. $(a+x)^8$ এর বিকৃতিতে পদ সংখ্যা কয়টি?
 A 7 B 8
 C 9 D 10
09. $(p+2x)^8$ এর বিকৃতিতে x^3 এর মান 320 হলে p এর মান কত হবে?
 A ± 8 B ± 6
 C ± 4 D ± 2
10. $(x + \frac{1}{x})^8$ এর বিকৃতিতে অধাপদের মান-
 A 50 B 60
 C 207 D 70
11. $(\frac{x^4}{y^3} + \frac{y^2}{2x})^{10}$ এর বিকৃতিতে y মুক্ত পদ কত?
 A $\frac{105}{32}x^{10}$ B $\frac{3}{2}x^{10}$ C $\frac{311}{23}x^{11}$ D None
12. $(x^4 - \frac{1}{x^3})^8$ এর বিকৃতিতে x^{11} এর সহগ কত?
 A -64 B 108 C 80 D -56
13. $(\frac{1+x}{1-x})^2$ এর বিকৃতিতে x^{20} এর সহগ হবে?
 A 20 B 30 C 50 D 80

14. $x = \frac{3}{4}$ হলে, $(1+x)^8$ এর বিকৃতিতে বৃহত্তম পদটি কত?
 A 18 তম পদ B 20 তম পদ
 C 21 তম পদ D 23 তম পদ
15. $(2x^3 - y^2)^{10}$ এর বিকৃতিতে 10 তম পদটি কত?
 A $750xy^2$ B $770x^2y$
 C $70xy$ D None
16. $\frac{x}{(1-3x)(1-4x)}$ এর বিকৃতি হতে x^2 এর সহগ নির্ণয় কর।
 A $3^2 - 4^2$ B $4^2 - 3^2$
 C $4^2 - 3^2$ D None
17. $(\sqrt{x} - \frac{\sqrt{36}}{x})^{10}$ এর বিকৃতিতে x মুক্ত পদটির মান 108 হলে m এর মান কত?
 A 18 B 31 C 9 D 10
18. $(1+2x+3x^2+\dots)^{17}$ এর বিকৃতিতে x^7 এর সহগ নির্ণয় কর?
 A 2 B 1 C -1 D 2
19. $(x - \frac{1}{x})^{17}$ এর বিকৃতিতে অধাপের সংখ্য কত?
 A 20, 21 B 21, 22 C 9, 10 D 11, 12
20. $(2x^2 - \frac{1}{4x})^{11}$ এর বিকৃতিতে সর্বোচ্চ পদে x^7 আছে?
 A 7 B 6 C 9 D 5
21. $\frac{x+17}{(x-3)(x+2)} = \frac{a}{x-3} + \frac{b}{x+2}$ হলে a ও b এর মান কত?
 A 4, -3 B 4, -4 C 4, -5 D 4, 6
22. প্যাসকেলের ত্রিভুজে চতুর্থ স্তমির সংখ্যাগুলো হল-
 A 1, 1, 2 B 1, 3, 3, 1 C 1, 4, 6, 4, 1 D 1, 4, 4, 1

OMR

01. (A)(B)(C)(D)	08. (A)(B)(C)(D)	15. (A)(B)(C)(D)	22. (A)(B)(C)(D)
02. (A)(B)(C)(D)	09. (A)(B)(C)(D)	16. (A)(B)(C)(D)	23. (A)(B)(C)(D)
03. (A)(B)(C)(D)	10. (A)(B)(C)(D)	17. (A)(B)(C)(D)	24. (A)(B)(C)(D)
04. (A)(B)(C)(D)	11. (A)(B)(C)(D)	18. (A)(B)(C)(D)	25. (A)(B)(C)(D)
05. (A)(B)(C)(D)	12. (A)(B)(C)(D)	19. (A)(B)(C)(D)	
06. (A)(B)(C)(D)	13. (A)(B)(C)(D)	20. (A)(B)(C)(D)	
07. (A)(B)(C)(D)	14. (A)(B)(C)(D)	21. (A)(B)(C)(D)	

Answer with Hints

01 D Hints: Type-02	02 B Hints: Type-02
03 D Hints: Type-01, Prob-02	04 B Hints: Type-02
05 B Hints: Type-02, Prob-01	06 D Hints: Type-03, Prob-02
07 A Hints: Type-04	08 C Hints: Type-04
09 D Hints: Type-02	10 D Hints: Type-04, Prob-04
11 A Hints: Type-01, Prob-02	12 D Hints: Type-02, Prob-02
13 D Hints: Type-02, Prob-02	14 A Hints: Type-05, Prob-01
15 A Hints: Type-02	16 B Hints: Type-02, Prob-04
17 C Hints: Type-01	18 B Hints: Type-06
19 C Hints: Type-04	20 B Hints: Type-02, Prob-02
21 A Hints: Type-06	22 B Hints: প্যাসকেলের ত্রিভুজ।

৬ষ্ঠ অধ্যায়

দ্বিতীয় পত্র

কণিক (The Conics)

১ম অংশ: পরাবৃত্ত (Parabola)

এক নজরে এই অংশের গুরুত্বপূর্ণ তথ্যাবলি

- সূচনা: মিয়ানেকমাস নামক একজন গ্রিক গণিতবিদ খ্রিস্টপূর্ব ৩৫০ সালে একটি সমবৃত্তভূমিক কোণকে একটি সমতল দ্বারা বিভিন্ন অবস্থায় খণ্ডিত করে (শীর্ষ বিন্দুতে নয়) উপবৃত্ত (Ellipse), বৃত্ত (Circle), পরাবৃত্ত (Parabola) ও অধিবৃত্ত (Hyperbola) নামক বক্ররেখাগুলো আবিষ্কার করেন। বৃত্ত বাসে এগুলোর প্রত্যেকটিকে এক একটি কণিক বলে।
- A. একটি সমবৃত্তভূমিক কোণকে এর অক্ষের উপর লম্ব সমতল দ্বারা ছেদ করলে একটি বৃত্ত পাওয়া যায়।
- B. সমবৃত্তভূমিক কোণ উৎপাদনকারী রেখার সমান্তরালে সমতল দ্বারা কোণকে ছেদ করলে, একটি পরাবৃত্ত পাওয়া যায়।
- C. সমবৃত্তভূমিক কোণ উৎপাদনকারী রেখার সমান্তরাল নয় এবং অক্ষের উপর লম্ব নয় এরূপ একটি সমতল দ্বারা কোণকে ছেদ করলে একটি উপবৃত্ত পাওয়া যায়।
- D. শীর্ষবিন্দুগামী নয় এরূপ একটি সমতল দ্বারা একটি জোড়া কোণের উভয় অংশ ছেদ করলে, একটি অধিবৃত্ত পাওয়া যায়।
- কণিক: কার্ভেসীয় সমতলে একটি নির্দিষ্ট বিন্দু ও একটি নির্দিষ্ট সরলরেখা থেকে যেসব বিন্দুর দূরত্বের অনুপাত একটি ধ্রুবক তাদের সেট একটি সম্ভারপথ এবং এই সম্ভারপথকে কণিক বলা হয়।
- (a) স্থির বিন্দুটি উপকেন্দ্র বা ফোকাস (Focus) নামে অভিহিত।
- (b) স্থির সরলরেখাটি দিকাক্ষ (Directrix) নামে পরিচিত।
- (c) ধ্রুব অনুপাতটিকে উৎকেন্দ্রিকতা (Eccentricity) বলে এবং একে e দ্বারা সূচিত করা হয়।

Technic: সাধারণ দ্বিঘাত সমীকরণ-

$$ax^2 + 2hxy + by^2 + 2gx + 2fy + c = 0$$

i. পরাবৃত্ত হবে যদি $\Delta \neq 0$ এবং $h^2 = ab$ হয়।

$$\text{যেখানে, } \Delta = \begin{vmatrix} a & h & g \\ h & b & f \\ g & f & c \end{vmatrix}$$

ii. উপবৃত্ত হবে যদি $\Delta \neq 0$ এবং $h^2 < ab$ হয়।iii. অধিবৃত্ত হবে যদি $\Delta \neq 0$ এবং $h^2 > ab$ হয়।iv. জোড়া সরলরেখা হবে যদি $\Delta = 0$ হয়।
□ e এর বিভিন্ন মানের জন্য গতিশীল বিন্দুটির সম্ভারপথ বিভিন্নরূপ গ্রহণ করে:

- (i) $e = 1$ হলে, কণিকটি পরাবৃত্ত (Parabola) হবে।
- (ii) $0 < e < 1$ হলে, কণিকটি উপবৃত্ত (Ellipse) হবে।
- (iii) $e > 1$ হলে, কণিকটি অধিবৃত্ত (Hyperbola) হবে।
- (iv) $e = 0$ হলে, একটি বিন্দু বৃত্ত পাওয়া যায়।

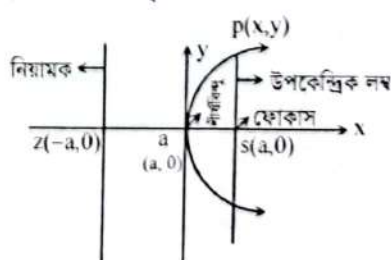
(v) $e = \infty$ হলে সরলরেখা পাওয়া যায়।[e এর আর এমন কোন মান নাই যে, কণিকের সংজ্ঞা হতে বৃত্তের সমীকরণ পাওয়া যায়। এ কারণে বৃত্তকে কণিক বলা যায় না।]□ একটি কণিকের ফোকাস (α, β) , দিকাক্ষ $ax + by + c = 0$ এবং উৎকেন্দ্রিকতা e হলে কণিকটির সমীকরণ হবে- $(x - \alpha)^2 + (y - \beta)^2 = e^2$

$$\frac{(ax + by + c)^2}{a^2 + b^2}$$

□ কণিক চেনার সহজ উপায়:

(i) x^2, y^2 -এর সহগ অভিন্ন এবং একই চিহ্ন বিশিষ্ট হলে এবং xy মুক্ত পদ না থাকলে, কণিকটি বৃত্ত হবে। অর্থাৎ $a = b, h = 0$ ∴ বৃত্ত হবে।(ii) x^2 ও y^2 -এর সহগের চিহ্ন ও একই চিহ্নমুক্ত হলে এবং xy মুক্তপদ না থাকলে, কণিকটি উপবৃত্ত হবে। অর্থাৎ $a \neq b$ চিহ্ন একই $h = 0$ ∴ উপবৃত্ত হবে।(a) যদি xy পদমুক্ত থাকে এবং যদি $h^2 < ab$ হয় তবে উপবৃত্ত হবে।(b) $h^2 > ab$ হয় তবে অধিবৃত্ত হবে।(iii) x^2 ও y^2 -এর সহগের চিহ্ন ও চিহ্ন বিপরীত হয় এবং xy মুক্তপদ অনুপস্থিত হলে, কণিকটি অধিবৃত্ত হবে। অর্থাৎ $a \neq b$ এবং চিহ্ন চিহ্ন $h = 0$ ∴ অধিবৃত্ত হবে।(a) যদি xy পদ মুক্ত থাকে এবং(iv) x^2 ও y^2 -এর সহগের অভিন্ন/চিহ্ন ও একই চিহ্ন বিশিষ্ট এবং xy পদ মুক্ত থাকে তবে, যদি x ও y -এর দ্বিঘাত পদ সমূহ পূর্ণবর্গ হয় তাহলে কণিকটি পরাবৃত্ত হবে। এক্ষেত্রে অবশ্যই $h^2 = ab$ হবে।(v) যদি কণিকের মান সমীকরণটি 2টি, x ও y একঘাত উৎপাদকে প্রকাশ করা যায় তবে কণিকটি জোড়া সরলরেখা হবে।□ সাধারণ সমীকরণ: পরাবৃত্তের উপর $P(x_1, y_1)$ কোন বিন্দু হলে, উহার সমীকরণ $PS = PM$ যেখানে, $PS = P$ থেকে ফোকাসের দূরত্ব; $PM = P$ থেকে দিকাক্ষের লম্ব দূরত্ব।□ y অক্ষের সমান্তরাল অক্ষবিশিষ্ট পরাবৃত্তের সমীকরণ, $y = ax^2 + bx + c$ এবং শীর্ষ $\left(-\frac{b}{2a}, \frac{b^2 - 4ac}{4a}\right)$ এবং উপকেন্দ্রিক লম্ব $\frac{1}{|a|}$ ।□ x অক্ষের সমান্তরাল অক্ষবিশিষ্ট পরাবৃত্তের সমীকরণ, $x = ay^2 + by + c$ এবং শীর্ষ $\left(\frac{b^2 - 4ac}{4a}, -\frac{b}{2a}\right)$ এবং উপকেন্দ্রিক লম্ব $\frac{1}{|a|}$ ।□ শীর্ষবিন্দু (x_1, y_1) বিন্দুতে এবং অক্ষ x অক্ষের সমান্তরাল এমন পরাবৃত্তের সমীকরণ, $(y - y_1)^2 = 4a(x - x_1)$ ।□ শীর্ষ বিন্দু (x_1, y_1) বিন্দুতে এবং অক্ষ y অক্ষের সমান্তরাল এমন পরাবৃত্তের সমীকরণ, $(x - x_1)^2 = 4a(y - y_1)$ ।

□ মনে রাখার সুবিধার্থে: দিকাক্ষ যার সমান্তরাল তার উপর বর্গ, আর অক্ষ যার সমান্তরাল তার বিপরীতে বর্গ।

01. পরাবৃত্তের উপকেন্দ্র মূলবিন্দু হলে সমীকরণ, $y^2 = 4a(x + a)$ 02. পরাবৃত্তের দিকাক্ষ ও অক্ষরেখার ছেদবিন্দু মূলবিন্দু হলে, সমীকরণ হবে $y^2 = 4(x - a)$ □ পরাবৃত্তের আদর্শ সমীকরণ: $SP = PM$ শর্ত ব্যবহার করে পরাবৃত্তের যে মান সমীকরণ পাওয়া গেছে তা হল, $y^2 = 4ax$ । তবে মোট চার প্রকার পরাবৃত্ত আছে। অন্য তিনটি হল-(i) $y^2 = -4ax$, (ii) $x^2 = 4ay$, (iii) $x^2 = -4ay$ □ $y^2 = 4ax$ পরাবৃত্তের লেখচিত্র:

১১ পরাবৃত্তের উল্লম্বরেখা এবং

	$y^2 - 8x$ সম্মুখের দিক	$y^2 - 8x$ পশ্চিমের দিক
(1) মূল কেন্দ্র বিন্দু	(0, 0)	(0, 0)
(2) উল্লম্বরেখা বিন্দু	(4, 0)	(0, 0)
(3) উল্লম্বরেখার সমকোণীণ	৪x	৪x
(4) উল্লম্বরেখার সমকোণীণ	$y^2 - 2x - 2$	$y^2 - 2x - 2$
(5) সূত্রের সমীকরণ	$y^2 - 2x - 2$	$y^2 - 2x - 2$
(6) মূল সমকোণীণ সমীকরণ	$x = 2$	$x = 2$
(7) উল্লম্বরেখা সমীকরণ	$x = 2 - x - 2$	$x = 2 - x - 2$
(8) উল্লম্বরেখার সমকোণীণের সমীকরণ	$(x - 2)$	$(2x, 0)$
(9) উল্লম্বরেখার সমকোণীণের সমীকরণ	$(x - 2)$	$(-2x, 0)$
(10) সূত্রের উল্লম্বরেখা সমীকরণ	$(x - 2)$	$(x, 0)$
(11) উল্লম্বরেখার উল্লম্বরেখা সমীকরণ	$x = 2 - x - 2$	$x = 2 - x - 2$
(12) উল্লম্বরেখা = উল্লম্বরেখা বিন্দু	৪	৪
(13) উল্লম্বরেখা = উল্লম্বরেখা বিন্দু	৪	৪

১২ $y^2 - 8x = 0$ এর (x, y) বিন্দু দুটির জন্য $2 < x < 10$ সমীকরণটি সমাধান করুন।

(1) মূল কেন্দ্র বিন্দু $(\frac{0}{2}, \frac{0}{2}) = (0, 0)$

(2) উল্লম্বরেখা $x = 4$ বিন্দু $(4, 0)$

(3) উল্লম্বরেখার সমকোণীণ $y^2 - 2x - 2 = 0$

(4) উল্লম্বরেখার সমকোণীণ $y^2 - 2x - 2 = 0$

(5) উল্লম্বরেখার সমকোণীণ $y^2 - 2x - 2 = 0$

(6) উল্লম্বরেখার সমকোণীণ $y^2 - 2x - 2 = 0$

(7) উল্লম্বরেখার সমকোণীণ $y^2 - 2x - 2 = 0$

(8) উল্লম্বরেখার সমকোণীণ $y^2 - 2x - 2 = 0$

(9) উল্লম্বরেখার সমকোণীণ $y^2 - 2x - 2 = 0$

(10) উল্লম্বরেখার সমকোণীণ $y^2 - 2x - 2 = 0$

(11) উল্লম্বরেখার সমকোণীণ $y^2 - 2x - 2 = 0$

বীজবিন্দু নির্ণয়ের পদ্ধতি

$y^2 - 8x = 0$ এর (x, y) বিন্দু দুটির জন্য $2 < x < 10$ সমীকরণটি সমাধান করুন।

$y^2 - 8x = 0$ এর (x, y) বিন্দু দুটির জন্য $2 < x < 10$ সমীকরণটি সমাধান করুন।

$y^2 - 8x = 0$ এর (x, y) বিন্দু দুটির জন্য $2 < x < 10$ সমীকরণটি সমাধান করুন।

$y^2 - 8x = 0$ এর (x, y) বিন্দু দুটির জন্য $2 < x < 10$ সমীকরণটি সমাধান করুন।

$y^2 - 8x = 0$ এর (x, y) বিন্দু দুটির জন্য $2 < x < 10$ সমীকরণটি সমাধান করুন।

$y^2 - 8x = 0$ এর (x, y) বিন্দু দুটির জন্য $2 < x < 10$ সমীকরণটি সমাধান করুন।

Calculator Type

এই পরাবৃত্তের মূল কেন্দ্র বিন্দু $(0, 0)$ এবং উল্লম্বরেখা $x = 4$ বিন্দু $(4, 0)$ ।
 উল্লম্বরেখার সমকোণীণ $y^2 - 2x - 2 = 0$ ।
 উল্লম্বরেখার সমকোণীণ $y^2 - 2x - 2 = 0$ ।

উল্লম্বরেখার সমকোণীণ $y^2 - 2x - 2 = 0$ ।
 উল্লম্বরেখার সমকোণীণ $y^2 - 2x - 2 = 0$ ।
 উল্লম্বরেখার সমকোণীণ $y^2 - 2x - 2 = 0$ ।

এ পরাবৃত্তের বামিকিক বক্রমাংশকে নির্দেশিত করে এ বক্রমুক করা যায়

উদাহরণ পরাবৃত্তের বীজবিন্দু ও উল্লম্বরেখার স্থানাঙ্ক নির্ণয় করুন

১. $y^2 - 8x = 0$ এর (x, y) বিন্দু দুটির জন্য $2 < x < 10$ সমীকরণটি সমাধান করুন।

২. $y^2 - 8x = 0$ এর (x, y) বিন্দু দুটির জন্য $2 < x < 10$ সমীকরণটি সমাধান করুন।

৩. $y^2 - 8x = 0$ এর (x, y) বিন্দু দুটির জন্য $2 < x < 10$ সমীকরণটি সমাধান করুন।

৪. $y^2 - 8x = 0$ এর (x, y) বিন্দু দুটির জন্য $2 < x < 10$ সমীকরণটি সমাধান করুন।

৫. $y^2 - 8x = 0$ এর (x, y) বিন্দু দুটির জন্য $2 < x < 10$ সমীকরণটি সমাধান করুন।

৬. $y^2 - 8x = 0$ এর (x, y) বিন্দু দুটির জন্য $2 < x < 10$ সমীকরণটি সমাধান করুন।

৭. $y^2 - 8x = 0$ এর (x, y) বিন্দু দুটির জন্য $2 < x < 10$ সমীকরণটি সমাধান করুন।

৮. $y^2 - 8x = 0$ এর (x, y) বিন্দু দুটির জন্য $2 < x < 10$ সমীকরণটি সমাধান করুন।

৯. $y^2 - 8x = 0$ এর (x, y) বিন্দু দুটির জন্য $2 < x < 10$ সমীকরণটি সমাধান করুন।

১০. $y^2 - 8x = 0$ এর (x, y) বিন্দু দুটির জন্য $2 < x < 10$ সমীকরণটি সমাধান করুন।

১১. $y^2 - 8x = 0$ এর (x, y) বিন্দু দুটির জন্য $2 < x < 10$ সমীকরণটি সমাধান করুন।

উদাহরণ: উপরেস্থিত বক্রের দৈর্ঘ্য এবং বাহু বিন্দুদের স্থানাঙ্ক নির্ণয়

১. $y^2 - 8x = 0$ এর (x, y) বিন্দু দুটির জন্য $2 < x < 10$ সমীকরণটি সমাধান করুন।

২. $y^2 - 8x = 0$ এর (x, y) বিন্দু দুটির জন্য $2 < x < 10$ সমীকরণটি সমাধান করুন।

৩. $y^2 - 8x = 0$ এর (x, y) বিন্দু দুটির জন্য $2 < x < 10$ সমীকরণটি সমাধান করুন।

৪. $y^2 - 8x = 0$ এর (x, y) বিন্দু দুটির জন্য $2 < x < 10$ সমীকরণটি সমাধান করুন।

৫. $y^2 - 8x = 0$ এর (x, y) বিন্দু দুটির জন্য $2 < x < 10$ সমীকরণটি সমাধান করুন।

৬. $y^2 - 8x = 0$ এর (x, y) বিন্দু দুটির জন্য $2 < x < 10$ সমীকরণটি সমাধান করুন।

Type-03: অক্ষ, দিকাক্ষ এবং উপকেন্দ্রিক লম্বের সমীকরণ**Prob 01** $4y^2 - 20x - 8y + 39 = 0$ পরাবৃত্তের অক্ষ ও দিকাক্ষের সমীকরণ নির্ণয় কর।**Sol:** প্রদত্ত পরাবৃত্ত, $4y^2 - 20x - 8y + 39 = 0$

$$\Rightarrow (y - 1)^2 = 5\left(x - \frac{7}{4}\right) = 4 \times \frac{5}{4}\left(x - \frac{7}{4}\right) \Rightarrow a = \frac{5}{4}$$

অতএব, অক্ষরেখার সমীকরণ- $Y = 0$

এক্ষেত্রে $\Rightarrow y - 1 = 0$

দিকাক্ষের সমীকরণ- $X + a = 0 \Rightarrow x - \frac{7}{4} + \frac{5}{4} = x - \frac{1}{2} = 0$ Ans.

Prob 02 $y = 4x^2 - 8x + 7$ পরাবৃত্তের নিয়ামক এবং অক্ষরেখা এবং উপকেন্দ্রিক লম্বের সমীকরণ নির্ণয় কর।**Sol:** $y = 4x^2 - 8x + 7$

$$\Rightarrow 4x^2 - 8x + 4 = y - 3 \Rightarrow 4(x^2 - 2x + 1) = y - 3$$

$$\Rightarrow (x - 1)^2 = \frac{1}{4}(y - 3) \therefore (x - 1)^2 = 4 \cdot \frac{1}{16}(y - 3) \Rightarrow a = \frac{1}{16}$$

এখন নিয়ামকের সমীকরণ: $Y = -a \therefore y - 3 = -\frac{1}{16} \Rightarrow 16y = 47$

অক্ষরেখার সমীকরণ: $X = 0 \therefore x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1$

উপকেন্দ্রিক লম্বের সমীকরণ: $Y = a \therefore y - 3 = \frac{1}{16} \Rightarrow 16y = 49$ Ans.

Prob 03 $3y^2 = 5x$ পরাবৃত্তের উপকেন্দ্রিক লম্বের সমীকরণ নির্ণয় কর।

Sol: $3y^2 = 5x \Rightarrow y^2 = \frac{5}{3}x = 4 \cdot \frac{5}{12}x$

\therefore উপকেন্দ্রিক লম্বের সমীকরণ, $X - a = 0; \Rightarrow x - \frac{5}{12} = 0$ Ans.

Type-04: পরাবৃত্তের সমীকরণ নির্ণয়(i) কোন কণিকের উপকেন্দ্র (α, β) এবং দিকাক্ষ $ax + by + c = 0$ এবং উৎকেন্দ্রিকতা e হলে কণিকটির সমীকরণ,

$$(x - \alpha)^2 + (y - \beta)^2 = e^2 \frac{(ax + by + c)^2}{a^2 + b^2}$$

(ii) (x_1, y_1) শীর্ষ এবং অক্ষরেখা y অক্ষের সমান্তরাল হলে পরাবৃত্তের সমীকরণ

$$(x - x_1)^2 = 4a(y - y_1)$$

(iii) (x_1, y_1) শীর্ষ এবং অক্ষরেখা x অক্ষের সমান্তরাল হলে পরাবৃত্তের সমীকরণ

$$(y - y_1)^2 = 4a(x - x_1)$$

Short technique যদি পরাবৃত্তের শীর্ষবিন্দু অথবা পরাবৃত্তের উপর কোন বিন্দু দেওয়া থাকে এবং পরাবৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় করতে বলা হয়, তবে যে অপশনটি শীর্ষবিন্দু অথবা উপরস্থ কোন বিন্দু দ্বারা সিদ্ধ হয় সেটি সঠিক উত্তর।**Prob 01** একটি পরাবৃত্তের উপকেন্দ্র $(-8, 0)$ এবং দিকাক্ষ $x + 2 = 0$ এর সমীকরণ নির্ণয় কর।**Sol:** যেহেতু পরাবৃত্ত, তাই এক্ষেত্রে $e = 1$

$$\therefore \text{পরাবৃত্তের সমীকরণ, } (x + 8)^2 + (y - 0)^2 = e^2 \frac{(x + 2)^2}{1^2 + 0^2}$$

$$\Rightarrow x^2 + 16x + 64 + y^2 = x^2 + 4x + 4$$

$$\Rightarrow y^2 + 12x + 60 = 0$$
 Ans.

Prob 02 একটি পরাবৃত্তের শীর্ষ $(3, -4)$ এবং অক্ষরেখা x অক্ষের সমান্তরাল। পরাবৃত্তটির সমীকরণ কী?**Sol:** পরাবৃত্তের সমীকরণ, $(y + 4)^2 = 4a(x - 3)$
এখানে a হল উপকেন্দ্র এবং শীর্ষবিন্দু মধ্যবর্তী দূরত্ব।**Prob 03** একটি পরাবৃত্তের শীর্ষবিন্দু $(3, 2)$ এবং এর দিকাক্ষ $x = 1$ হলে পরাবৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর।**Sol:** যেহেতু দিকাক্ষ $x = 1$, অর্থাৎ y অক্ষের সমান্তরাল, তাই পরাবৃত্তটির অক্ষরেখা x অক্ষের সমান্তরাল

\therefore পরাবৃত্তের সমীকরণ, $(y - 2)^2 = 4a(x - 3)$

এখানে $a =$ শীর্ষ হতে উপকেন্দ্রের দূরত্ব

$=$ শীর্ষ হতে দিকাক্ষের দূরত্ব $= 3 - 1 = 2$

\therefore পরাবৃত্তের সমীকরণ, $(y - 2)^2 = 8(x - 3)$ Ans.

Type-05: পরাবৃত্তের শীর্ষবিন্দুতে অংকিত স্পর্শক সংক্রান্ত $y^2 = 4ax$ পরাবৃত্তের শীর্ষবিন্দুতে অংকিত স্পর্শক y অক্ষ বরাবর, যার সমীকরণ $x = 0$. $x^2 = 4ay$ পরাবৃত্তের শীর্ষবিন্দুতে অংকিত স্পর্শক x অক্ষ বরাবর যার সমীকরণ $y = 0$.**Prob 01** $(y + 3)^2 = 16(x - 2)$ পরাবৃত্তের শীর্ষবিন্দুতে অংকিত স্পর্শকের সমীকরণ।**Sol:** প্রদত্ত পরাবৃত্ত, $(y + 3)^2 = 4 \times 4(x - 2)$ এখন শীর্ষবিন্দুতে অংকিত স্পর্শক, $X = 0$, এক্ষেত্রে $\Rightarrow x - 2 = 0$ Ans.**Prob 02** $x^2 = 4(y + 3)$ পরাবৃত্তের শীর্ষবিন্দুতে অংকিত স্পর্শকের সমীকরণ নির্ণয় কর।**Sol:** প্রদত্ত পরাবৃত্ত $x^2 = 4 \times 1 \times (y + 3)$, পরাবৃত্তটি X অক্ষ বরাবর। অতএব শীর্ষবিন্দুতে অংকিত স্পর্শকের সমীকরণ $Y = 0 \Rightarrow y + 3 = 0$ Ans.**Type-06: কোন সরলরেখা একটি পরাবৃত্তের স্পর্শক হওয়ার শর্ত** $y = mx + c$ সরলরেখাটি $y^2 = 4ax$ পরাবৃত্তের স্পর্শক হবে যদি

$c = \frac{a}{m}$ হয় এবং স্পর্শবিন্দুর স্থানাঙ্ক $\left(\frac{a}{m^2}, \frac{2a}{m}\right)$

 $y = mx + c$ সরলরেখাটি $-x^2 = 4ay$ পরাবৃত্তের স্পর্শক হবে যদি $c = -am^2$ এবং স্পর্শবিন্দু $(2am, am^2)$ **Prob 01** $y = 4x + 2$ সরলরেখা $y^2 = 12x$ পরাবৃত্তকে স্পর্শ করলে স্পর্শবিন্দু নির্ণয় কর।**Sol:** প্রদত্ত সরলরেখা $y = 4x + 2$ এবং পরাবৃত্ত $y^2 = 4 \cdot 3 \cdot x$ \therefore এখানে, $m = 4$ এবং $a = 3$

এখন স্পর্শবিন্দু $\left(\frac{a}{m^2}, \frac{2a}{m}\right) = \left(\frac{3}{4^2}, \frac{2 \cdot 3}{4}\right) = \left(\frac{3}{16}, \frac{3}{2}\right)$

Prob 02 $y = 3x + b$ রেখাটি $y^2 = 8x$ পরাবৃত্তকে স্পর্শ করলে b এর মান কত?**Sol:** $y = mx + c$ রেখাটি $y^2 = 4ax$ প্যারাবোলাকে স্পর্শ করার শর্ত: $c = \frac{a}{m}$

এখানে, $c = b$, $m = 3$ এবং $a = 2 \therefore b = \frac{2}{3}$. Ans.

Type-07: পরাবৃত্তের উপরোক্ত কোন বিন্দুতে স্পর্শকের সমীকরণ ও ঢাল $y^2 = 4ax$ পরাবৃত্তের (x_1, y_1) বিন্দুতে স্পর্শকের সমীকরণ হল, $yy_1 = 2a(x + x_1)$. $x^2 = 4ay$ পরাবৃত্তের (x_1, y_1) বিন্দুতে অংকিত স্পর্শকের সমীকরণ

$xx_1 = 2a(y + y_1)$

 $f(x)$ পরাবৃত্তের স্পর্শকের ঢাল হবে $f'(x)$

Prob 01 (2, 4) বিন্দুতে $y^2 = 8x$ পরাবৃত্তের স্পর্শকের সমীকরণ নির্ণয় কর।

Sol: প্রদত্ত পরাবৃত্ত, $y^2 = 8x = 4 \times 2 \times x$
 \therefore (2, 4) বিন্দুতে স্পর্শক, $y \times 4 = 2 \times 2(x + 2)$
 $\Rightarrow 4y = 4x + 8 \Rightarrow 4x - 4y + 8 = 0$ Ans.

Type-08: কোন বিন্দুর ফোকাস দূরত্ব নির্ণয় সংক্রান্ত

$y^2 = 4ax$ পরাবৃত্ত হলে এবং $p(x, y)$ পরাবৃত্তের উপর কোন বিন্দু হলে p বিন্দুর ফোকাস দূরত্ব $= a + x$.

Prob 01 যদি $y^2 = 18x$ কোন পরাবৃত্ত হয়, তাহলে $p(2, 4)$ বিন্দুর ফোকাস দূরত্ব নির্ণয় কর।

Sol: প্রদত্ত পরাবৃত্ত $y^2 = 18x = 4 \times \frac{18}{4} \times x \therefore a = \frac{18}{4}$
 সুতরাং $p(2, 4)$ বিন্দুর ফোকাস দূরত্ব $= \frac{18}{4} + 2 = \frac{26}{4}$ Ans.

Prob 02 $y^2 = 16x$ পরাবৃত্তের উপর কোন বিন্দুর ফোকাস দূরত্ব 4 হলে, p বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর।

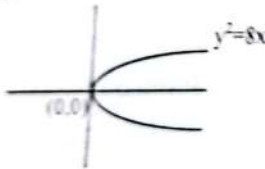
Sol: পরাবৃত্ত $y^2 = 16x = 4 \times 4 \times x$
 ফোকাস নির্ণয় বিন্দু (x, y)
 অতএব বিন্দুটির ফোকাস দূরত্ব $= 4 \Rightarrow 4 + x = 4 \Rightarrow x = 0$
 $x = 0$ বসিয়ে $y^2 = 16 \times 0 = 0 \therefore$ বিন্দুটির স্থানাঙ্ক $(0, 0)$ Ans.
 অর্থাৎ, যে অক্ষাংশটি প্রদত্ত পরাবৃত্তকে স্পর্শ করে সেটি হবে সঠিক উত্তর।

Type-09: পরাবৃত্তের লেখচিত্র সংক্রান্ত

পরাবৃত্তের লেখচিত্র নির্ণয়ে এটির শীর্ষবিন্দু এবং অক্ষবোঝার অতিমুখ জানতে হবে।

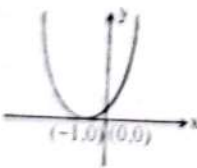
Prob 01 $y^2 = 8x$ পরাবৃত্তের লেখচিত্র কী?

Sol: $y^2 = 8x = 4 \times 2 \times x$
 উক্ত পরাবৃত্তের শীর্ষবিন্দু $(0, 0)$ এবং যেকোনো বিন্দুতে $y^2 = 8x$ বা সর্বদা ধনাত্মক। তাই অক্ষবোঝার অতিমুখ x অক্ষের ধনাত্মক দিকে। অতএব পরাবৃত্তটির লেখচিত্র



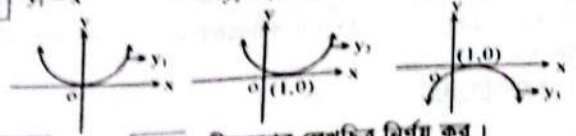
Prob 02 $y = (x + 1)^2$ সমীকরণের লেখ কোনটি?

Sol: প্রদত্ত পরাবৃত্ত, $(x + 1)^2 = y = 4 \times \frac{1}{4} \times y$
 শীর্ষবিন্দু $(0, 0)$
 অর্থাৎ, $X = 0$ এবং $Y = 0$
 $\Rightarrow x + 1 = 0 \Rightarrow y = 0 \Rightarrow x = -1$
 \therefore শীর্ষবিন্দুর স্থানাঙ্ক $(-1, 0)$
 অর্থাৎ, যেকোনো পরাবৃত্তের বিন্দুতে $(x + 1)^2 = y$ বা সর্বদা ধনাত্মক। তাই অক্ষবোঝার অতিমুখ y অক্ষের ধনাত্মক দিকে। সুতরাং পরাবৃত্তের লেখ:



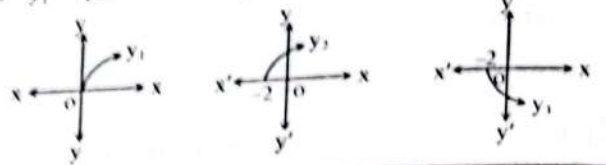
Prob 03 $y = -(x - 1)^2$ সমীকরণের লেখচিত্র নির্ণয় কর।

Sol: $y_1 = x^2$, $y_2 = (x - 1)^2$, $y_3 = -(x - 1)^2$



Prob 04 $y = -\sqrt{x + 2}$ সমীকরণের লেখচিত্র নির্ণয় কর।

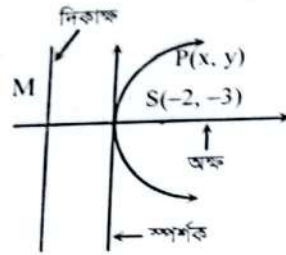
Sol: $y_1 = \sqrt{x}$, $y_2 = \sqrt{x + 2}$, $y_3 = -\sqrt{x + 2}$



Type-10: বিবিধ

Prob 01 একটি পরাবৃত্তের উপকেন্দ্র $(-2, -3)$ এবং শীর্ষে স্পর্শক $x + y + 4 = 0$ এর সমীকরণ নির্ণয় কর।

Sol: উপকেন্দ্র ও স্পর্শকের মধ্যবর্তী দূরত্ব:
 $= \frac{-2 - 3 + 4}{\sqrt{1^2 + 1^2}} = -\frac{1}{\sqrt{2}}$ \therefore দিকাক্ষের সমীকরণ, $x + y + k = 0$
 \therefore দিকাক্ষ শীর্ষবিন্দুতে স্পর্শকের সমান্তরাল।



এখন, দিকাক্ষ ও স্পর্শকের দূরত্ব $= \frac{|-1|}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$\therefore \frac{|k - 4|}{\sqrt{1 + 1}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow |k - 4| = 1 \Rightarrow k = 5, 3$

\therefore দিকাক্ষের সমীকরণ $x + y + 3 = 0$ [$\because x + y + 5 = 0$ $(-2, -3)$ কে স্পর্শ করে, অর্থাৎ তা উপকেন্দ্রিক লম্ব]

\therefore স্পর্শকের সমীকরণ, $(x + 2)^2 + (y + 3)^2 = \left\{ \frac{x + y + 3}{\sqrt{1^2 + 1^2}} \right\}^2$
 $\Rightarrow (x^2 + y^2 + 4x + 6y + 13) \times 2 = x^2 + y^2 + 2xy + 6x + 6y + 9$
 $\Rightarrow x^2 - 2xy + y^2 + 6y + 2x + 17 = 0$ Ans.

Prob 02 $(3, 3), (6, 5)$ এবং $(6, -3)$ বিন্দুগামী যে পরাবৃত্তের অক্ষ x -অক্ষের সমান্তরাল তার সমীকরণ নির্ণয় কর।

Sol: x -অক্ষের সমান্তরাল অক্ষ বিশিষ্ট পরাবৃত্তের সমীকরণ:
 $(y - b)^2 = 4a(x - c)$
 $\Rightarrow y^2 - 2by + b^2 = 4ax - 4ac \Rightarrow y^2 - 2by + b^2 + 4ac = 4ax$
 $\Rightarrow x = \frac{y^2 - 2by + b^2 + 4ac}{4a} = k_1 y^2 + k_2 y + k_3 \dots \dots \dots (i)$
 $(3, 3), (6, 5), (6, -3)$ বসিয়ে পাই
 $3 = 9k_1 + 3k_2 + k_3, 6 = 25k_1 + 5k_2 + k_3, 6 = 9k_1 - 3k_2 + k_3$
 $\therefore k_1 = \frac{1}{4}, k_2 = -\frac{1}{2}, k_3 = \frac{9}{4}$
 (i) নং সমীকরণে, k_1, k_2 ও k_3 এর মান বসিয়ে পাই
 $y^2 - 4x - 2y + 9 = 0$ Ans.

Prob 03 পরাবৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর শীর্ষ (3, 1) বিন্দুতে অবস্থিত এবং দিকাক্ষের সমীকরণ $4x + 3y - 5 = 0$

Sol: দিকাক্ষের ঢাল = $-\frac{4}{3}$

অন্য রেখার সমীকরণ, $(y - 1) = \frac{3}{4}(x - 3) \Rightarrow 3x - 4y - 5 = 0$



∴ দিকাক্ষ ও অন্য রেখার ছেদবিন্দু $(\frac{7}{5}, -\frac{1}{5})$

∴ উপকেন্দ্র (a, b) হলে, $\frac{7.5 + a}{2} = 3, \frac{-1.5 + b}{2} = 1$

∴ (a, b) = $(\frac{23}{5}, \frac{11}{5})$

SP = PM

$\Rightarrow (x - \frac{23}{5})^2 + (y - \frac{11}{5})^2 = \frac{(4x + 3y - 5)^2}{25}$

$\Rightarrow (3x - 4y)^2 - 190x - 80y + 625 = 0$ Ans.

Prob 04 পরাবৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর যার উপকেন্দ্র (-6, -3) এবং শীর্ষ (-2, 1) বিন্দুতে অবস্থিত।

Sol: দেওয়া আছে,

শীর্ষ (-2, 1) ও উপকেন্দ্র (-6, -3) অক্ষ ও দিকাক্ষের ছেদবিন্দু (α, β)

হলে, $\frac{\alpha - 6}{2} = -2, \frac{\beta - 3}{2} = 1$

∴ (α, β) = (2, 5)

∴ অক্ষরেখার ঢাল = 1 ∴ দিকাক্ষের ঢাল = -1

∴ দিকাক্ষের সমীকরণ: $(y - 5) = -(x - 2) \Rightarrow x + y - 7 = 0$

এবং, SP = PM

$\Rightarrow (x + 6)^2 + (y + 3)^2 = \frac{(x + y - 7)^2}{2}$

$\Rightarrow (x - y)^2 + 38x + 26y + 41 = 0$ Ans.

Prob 05 পরাবৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর যার শীর্ষ (4, -3) বিন্দুতে অবস্থিত এবং দিকাক্ষ x অক্ষের সমান্তরাল এবং যা (-4, -7) বিন্দু দিয়ে অতিক্রম করে।

Sol: পরাবৃত্তটির অক্ষ y অক্ষের সমান্তরাল যার শীর্ষ (4, -3)

∴ সমীকরণ, $(x - 4)^2 = 4a(y + 3)$

যা, (-4, -7) বিন্দুগামী

∴ $64 = -16a \Rightarrow a = -4$

∴ নির্ণেয় সমীকরণ, $x^2 - 8x + 16 = -16y - 48$

$\Rightarrow x^2 - 8x + 16y + 64 = 0$ Ans.

ঢাকা বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি

[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $5x^2 + 15x - 10y - 4 = 0$ পরাবৃত্তের নিয়ামকের সমীকরণ- [14-15]

A. $40x + 81 = 0$

B. $2x + 3 = 0$

C. $40y + 81 = 0$

D. $40y + 41 = 0$

Ans C Solve $5x^2 + 15x - 10y - 4 = 0 \Rightarrow 5(x^2 + 3x) = 10y + 4$

$\Rightarrow 5(x^2 + 2 \cdot \frac{3}{2}x + \frac{9}{4}) = 10y + 4 + \frac{45}{4} \Rightarrow 5(x + \frac{3}{2})^2 = 10y + \frac{61}{4}$

$\Rightarrow 5(x + \frac{3}{2})^2 = 10(y + \frac{61}{40}) \Rightarrow 5(x + \frac{3}{2})^2 = 4(\frac{10}{4})(y + \frac{61}{40})$

$\Rightarrow (x + \frac{3}{2})^2 = 4 \cdot \frac{1}{2}(y + \frac{61}{40}) \Rightarrow a = \frac{1}{2}$

নিয়ামকের সমীকরণ, $y + \frac{61}{40} + a = 0$

$\Rightarrow y + \frac{61}{40} + \frac{1}{2} = 0 \Rightarrow 40y + 61 + 20 = 0 \Rightarrow 40y + 81 = 0$

02. $x^2 - 4x + 12y - 40 = 0$ পরাবৃত্তের উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য- [13-14]

A. 12

B. 8

C. 6

D. 4

Ans A Solve $x^2 - 4x + 12y - 40 = 0$

$\Rightarrow (x - 2)^2 + 12y - 44 = 0 \Rightarrow (x - 2)^2 = -12(y - \frac{44}{12})$

∴ উপরের লম্বের দৈর্ঘ্য = 12

03. $x^2 + 4x + 2y = 0$ পরাবৃত্তের শীর্ষবিন্দু হবে- [12-13, 05-06; JU 11-12; C 05-06]

A. (2, -2)

B. (-2, -2)

C. (-2, 2)

D. (2, 2)

Ans C Solve $x^2 + 4x + 2y = 0 \Rightarrow x^2 + 4x + 4 = -2y + 4$

$\Rightarrow (x + 2)^2 = -4 \cdot \frac{1}{2}(y - 2) \dots (i)$

∴ শীর্ষবিন্দু, $x + 2 = 0 \Rightarrow x = -2$ $y - 2 = 0 \Rightarrow y = 2$

∴ শীর্ষবিন্দু, (-2, 2) [Calculator Use. Ex-01]

অথবা, বিন্দুগুলো $x^2 + 4x + 2y = 0$ পরাবৃত্তে বসিয়ে পাই

A. (2, -2) বসিয়ে বামপক্ষ ≠ ডানপক্ষ

B. (-2, -2) বসিয়ে বামপক্ষ ≠ ডানপক্ষ

C. (-2, 2) বসিয়ে বামপক্ষ = ডানপক্ষ

D. (2, 2) বসিয়ে বামপক্ষ ≠ ডানপক্ষ

Ans: C (-2, 2).

04. $x^2 - x + 4y - 4 = 0$ পরাবৃত্তের শীর্ষবিন্দুর স্থানাঙ্ক- [11-12]

A. (-4, 2)

B. (4, -2)

C. (4, 5)

D. (5, 4)

Ans Blank Solve $x^2 - x + 4y - 4 = 0$

$\Rightarrow x^2 - 2x \cdot \frac{1}{2} + (\frac{1}{2})^2 = -4y + 4 + (\frac{1}{2})^2$

$\Rightarrow (x - \frac{1}{2})^2 = -4(y - \frac{17}{16})$

∴ শীর্ষবিন্দু $x - \frac{1}{2} = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$, $y - \frac{17}{16} = 0 \Rightarrow y = \frac{17}{16}$

অর্থাৎ $(\frac{1}{2}, \frac{17}{16})$ যা অপশনে নাই [Calculator Use. Ex-02]

05. যে পরাবৃত্তের উপকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক (4, 0) এবং নিয়ামক (দিকাক্ষ) $x + 2 = 0$ তার সমীকরণ- [08-09]

A. $y^2 = 4(x - 1)$

B. $y^2 = 6(x - 2)$

C. $y^2 = 10(x - 3)$

D. $y^2 = 12(x - 1)$

Ans D Solve SP = PM \Rightarrow SP² = PM²

$\Rightarrow (x - 4)^2 + (y - 0)^2 = \frac{(x + 2)^2}{\sqrt{1^2}} \Rightarrow x^2 + 16 - 8x + y^2 = x^2 + 4x + 4$

$\Rightarrow y^2 = 12x - 12 = 12(x - 1)$

06. $y^2 - 4y - 4x + 16 = 0$ একটি পরাবৃত্ত নির্দেশ করে। এর উপকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক কি? [00-01]

- A. (4, 2) B. (-2, -4) C. (2, 4) D. (-4, -2)

Ans A Solve $y^2 - 4y = 4x - 16$

$$\Rightarrow y^2 - 4y + 4 = 4x - 16 + 4$$

$$\Rightarrow (y - 2)^2 = 4x - 12 \Rightarrow (y - 2)^2 = 4(x - 3)$$

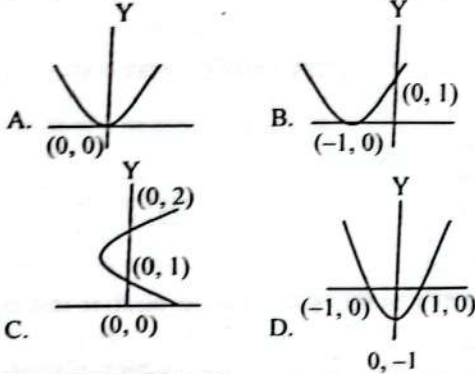
অতএব জানি, উপকেন্দ্র = $(x = a, y = 0)$,

$$\text{এক্ষেত্রে } (x - 3 = 1, y - 2 = 0)$$

$$\Rightarrow (x = 4, y = 2)$$

\therefore উপকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক (4, 2)।

07. $y = (x + 1)^2$ সমীকরণের লেখ কোনটি? [98-99]



Ans B Solve শীর্ষবিন্দুতে $X = 0$ এবং $Y = 0$

অর্থাৎ $x + 1 = 0$ এবং $y = 0$

\therefore শীর্ষবিন্দুর স্থানাঙ্ক $(-1, 0)$ । আবার পরাবৃত্তটি $x^2 = 4ay$ এর অনুরূপ।

তাই পরাবৃত্তটি হবে উপরের দিকে যার শীর্ষ $(-1, 0)$ । অর্থাৎ উত্তর হবে B।

08. $y = 2x + b$ রেখাটি $y^2 = 16x$ প্যারাবোলাকে স্পর্শ করলে $b = ?$ [96-97]

- A. -2 B. 2 C. -1 D. 1

Ans B Solve আমরা জানি, $y = mx + c$ রেখা $y^2 = 4ax$ প্যারাবোলাকে

$$\text{স্পর্শ করার শর্ত, } c = \frac{a}{m} \text{ এখানে, } c = b, a = 4 \text{ এবং } m = 2 \therefore b = \frac{4}{2} = 2$$

জগন্নাথ বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিপত বছরের প্রশ্নাবলি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $x^2 = 4ay$ পরাবৃত্তের দিকাক্ষের সমীকরণ- [12-13]

- A. $x + a = 0$ B. $x = a$ C. $y + a = 0$ D. $y = a$

Ans C Solve $x^2 = 4ay$ ----- (i)

দিকাক্ষের সমীকরণ, $y = -a \Rightarrow y + a = 0$

02. $y^2 = 9x$ পরাবৃত্তের (4, 6) বিন্দুতে স্পর্শকের সমীকরণ- [08-09]

- A. $3x - 4y + 12 = 0$ B. $4x - 3y - 12 = 0$
C. $7x + 3y - 5 = 0$ D. $7x - 3y + 6 = 0$

Ans A Solve $y^2 = 9x$ পরাবৃত্তের (4, 6) বিন্দুতে স্পর্শকের

$$\text{সমীকরণ, } 6y = 2 \times \frac{9}{4}(x + 4) \Rightarrow 3x - 4y + 12 = 0$$

[Calculator Use. Ex-01]

03. সরলরেখা $y = mx - 1$ বক্ররেখা $y = x^2 + 3$ এর স্পর্শক হবে যদি m এর মান হয়- [07-08]

- A. 1 B. $2\sqrt{2}$ C. -4 D. 4

Ans Blank Solve $y = mx - 1$

$$x^2 = y - 3 \Rightarrow x^2 = 4 \cdot \frac{1}{4}(y - 3) \Rightarrow (-1) = \frac{1}{m} \Rightarrow m = -\frac{1}{4}$$

জাহাঙ্গীরনগর বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিপত বছরের প্রশ্নাবলি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $3y^2 = 5x$ পরাবৃত্তের উপকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক কত হবে? [15-16, 14-15]

- A. $(\frac{3}{5}, 0)$ B. $(\frac{5}{13}, 0)$ C. $(\frac{12}{15}, 0)$ D. $(\frac{5}{12}, 0)$

Ans D Solve $3y^2 = 5x$

$$\Rightarrow y^2 = \frac{5}{3}x \Rightarrow y^2 = 4 \cdot (\frac{5}{12})x \Rightarrow a = \frac{5}{12}$$

উপকেন্দ্র $(\frac{5}{12}, 0)$

02. $y^2 + 8x - 2y - 23 = 0$ পরাবৃত্তের শীর্ষবিন্দু কোনটি? [15-16]

- A. (1, 1) B. (1, 3) C. (3, 1) D. (-1, 3)

Ans C Solve $y^2 - 2x + 1 = -3x + 24$

$$\Rightarrow (y - 1)^2 = -8(x - 3) \text{ শীর্ষ } (3, 1)$$

03. যদি $y = 2x + 2$ রেখাটি $y^2 = 4ax$ পরাবৃত্তকে স্পর্শ করে, তবে

- পরাবৃত্তটির উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য কত? [15-16]

A. 4 B. 0 C. 2 D. 16

Ans D Solve $C = \frac{a}{m} \Rightarrow 2 = \frac{a}{2} \Rightarrow a = 4$

উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য = $4a = 4 \times 4 = 16$

04. $y^2 = 4y + 4x - 16$ পরাবৃত্তের উপকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক কত? [15-16]

- A. (1, 2) B. (2, 2) C. (2, 1) D. (0, 0)

Ans Blank Solve $y^2 - 4y + 4 = 4x - 12$

$$\Rightarrow (y - 2)^2 = 4 \cdot 1 \cdot (x - 3) \Rightarrow a = 1$$

উপকেন্দ্র,

$$x - 3 = 1, \Rightarrow x = 4$$

$$y - 2 = 0 \Rightarrow y = 2$$

উপকেন্দ্র, (4, 2)

05. $x^2 + 4x + 2y = 0$ পরাবৃত্তের উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য কত? [15-16]

- A. 2 B. $\frac{1}{2}$ C. 4 D. 8

Ans A Solve $x^2 + 4x + 2y = 0$

$$\Rightarrow x^2 + 4x + 4 = -2y - 4$$

$$\Rightarrow (x + 2)^2 = -2(y - 2) = 4a(y - 2) \Rightarrow 4a = -2$$

$$\text{উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য} = |-2| = 2$$

06. $5x^2 + 30x + 2y + 59 = 0$ পরাবৃত্তের অক্ষরেখার সমীকরণ কোনটি? [15-16]

- A. $x - 3 = 0$ B. $x = 0$ C. $y + 7 = 0$ D. $x + 3 = 0$

Ans D Solve $5(x^2 + 6x) = -2y - 59$

$$\Rightarrow 5(x^2 + 6x + 9) = -2y - 59 + 45$$

$$\Rightarrow 5(x + 3)^2 = -2y - 14 \Rightarrow 5(x + 3)^2 = -2(y + 7)$$

অক্ষের সমীকরণ $x + 3 = 0$

07. $3x^2 + 6x - 4y = 5$ পরাবৃত্তের উপকেন্দ্র- [A 12-13]

- A. (-1, -5/3) B. (1, 8/3) C. (1, 2) D. (-1, -2)

Ans A Solve $3x^2 + 6x - 4y = 5 \Rightarrow (x + 1)^2 = 4 \times \frac{1}{3}(y + 2)$

$$x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1 \text{ এবং } y + 2 = \frac{1}{3} \Rightarrow y = -\frac{5}{3} \therefore \text{উপকেন্দ্র} = \left(-1, -\frac{5}{3}\right)$$

08. $y^2 = 8x - 8y$ পরাবৃত্তের উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য কত? [11-12]

- A. 4 B. 8 C. 9 D. 10

Ans B Solve $y^2 = 8x - 8y \Rightarrow y^2 + 8y = 8x$

$$\Rightarrow y^2 + 2 \cdot 4 \cdot y + (4)^2 = 8x + 16 \Rightarrow (y + 4)^2 = 8(x + 2)$$

\therefore উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য = 8

09. পরাবৃত্ত ও অক্ষরেখার ছেদ বিন্দুকে বলা হয়- [10-11]

- A. পরাবৃত্তের শীর্ষবিন্দু B. ফোকাস দূরত্ব
C. বৃত্তের শীর্ষবিন্দু D. পরাবৃত্তের কেন্দ্র

[Ans. A]

[Ans A Solve] পরাবৃত্ত ও অক্ষরেখার ছেদবিন্দু হল পরাবৃত্তের শীর্ষবিন্দু।

রাজশাহী বিশ্ববিদ্যালয় জাতি পরীক্ষার দ্বিতীয় বছরের প্রশ্নাবলি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. পরাবৃত্তের আদর্শ সমীকরণ $y^2 = 4ax$ হলে, দিকাক্ষের সমীকরণ- [15-16]

- A. $x = a$ B. $x = -a$
C. $y = 0$ D. $x = 0$

[Ans B Solve] $y^2 = 4ax$ -এর দিকাক্ষের সমীকরণ $x = -a \Rightarrow x+a=0$

02. $y^2 = 16x$ পরাবৃত্তের উপরিস্থিত কোন বিন্দুর উপকেন্দ্রিক দূরত্ব 6: ঐ বিন্দুর স্থানাঙ্ক কত? [15-16]

- A. $(2, \pm\sqrt{2})$ B. $(4\sqrt{2}, \pm 2)$
C. $(2, \pm 4\sqrt{2})$ D. $(2, 4\sqrt{2})$

[Ans C Solve] $y^2 = 4 \cdot 4 \cdot x$ $a = 4$

$\therefore x + a = 6$

$\Rightarrow x + 4 = 6 \Rightarrow x = 2, y^2 = 32 \Rightarrow y = \pm 4\sqrt{2}$

বিন্দুর স্থানাঙ্ক $(2, \pm 4\sqrt{2})$

03. $y^2 = 4x + 8y$ পরাবৃত্তটির শীর্ষবিন্দুর স্থানাঙ্ক কত? [14-15; DU 09-10, 99-00, 01-02]

- A. $(4, 4)$ B. $(-4, -4)$ C. $(4, -4)$ D. $(-4, 4)$

[Ans D Solve] $y^2 = 4x + 8y \Rightarrow y^2 - 8y = 4x$

$\Rightarrow y^2 - 8y + 16 = 4x + 16 \Rightarrow (y - 4)^2 = 4(x + 4)$

শীর্ষের স্থানাঙ্ক, $x + 4 = 0 \Rightarrow x = -4, y - 4 = 0 \Rightarrow y = 4$

শীর্ষ বিন্দু $(-4, 4)$

04. $y = 3x + 1$ রেখাটি $y^2 = 4ax$ পরাবৃত্তকে স্পর্শ করলে উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য কত? [14-15]

- A. 16 B. 8 C. 12 D. 4

[Ans C Solve] স্পর্শক হলে, $c = \frac{m}{a} \Rightarrow 1 = \frac{3}{a} \Rightarrow a = 3$

উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য $= 4a = 4 \times 3 = 12$

05. $x = pt^2, y = 2pt$ পরিমিতিক সমীকরণ দ্বারা সূচিত কনিক- [14-15, IU 10-11; Butex 4-15, 10-11]

- A. বৃত্ত B. উপবৃত্ত C. পরাবৃত্ত D. অধিবৃত্ত

[Ans C Solve] $x = pt^2, y = 2pt$

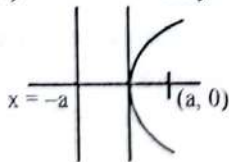
$y^2 = 4p^2t^2$

$\frac{x}{y^2} = \frac{pt^2}{4p^2t^2} = \frac{x}{y^2} = \frac{1}{4p} \Rightarrow y^2 = 4px$ পরাবৃত্ত

06. অক্ষরেখাকে x -অক্ষ এবং দিকাক্ষকে y -অক্ষ ধরে পরাবৃত্তের সমীকরণ হবে- [14-15]

- A. $y^2 = 4a(x + a)$ B. $y^2 = 4a(y - a)$
C. $y^2 = 4a(x - a)$ D. $y^2 = 4a(y + a)$

[Ans A Solve]



$y^2 = 4ax$

$(-a, 0)$ হলে সমীকরণ দাড়ায় $(y - 0)^2 = 4a(x + a) \Rightarrow y^2 = 4a(x + a)$

07. $5x^2 + 2y + 30x + 59 = 0$ এর অক্ষরেখার সমীকরণ- [13-14]

- A. $x + 1 = 0$ B. $x + 2 = 0$
C. $x + 3 = 0$ D. $x + 4 = 0$

[Ans C Solve] $5x^2 + 2y + 30x + 59 = 0$

$\Rightarrow x^2 + 6x = -\frac{2}{5}y - \frac{59}{5} \Rightarrow x^2 + 6x + 9 = -\frac{2}{5}y - \frac{14}{5}$

$\Rightarrow (x + 3)^2 = -4(\frac{1}{10})(y + 7)$

একে $X^2 = 4aY$ এর সাথে তুলনা করে পাঠি অক্ষরেখার সমীকরণ, $X = 0$

$\therefore x + 3 = 0$

08. $y^2 = 4x$ এবং $x^2 = 4y$ পরাবৃত্তদ্বয়ের উভয়কে স্পর্শ করে একপ সরলরেখা কোনটি? [H 12-13]

- A. $y + x + 1 = 0$ B. $y - x + 1 = 0$
C. $y - x - 1 = 0$ D. $y + x - 1 = 0$

[Ans C Solve] $y^2 = 4x = 4 \times 1 \times x$ হতে

যদি সরলরেখার ঢাল $m = +1$ হয় তবে, $c = \frac{1}{1} = 1$

যদি সরলরেখার ঢাল $m = -1$ হয় তবে, $c = \frac{1}{-1} = -1$

যা A ও C উভয়কেই সিক্ত করে।

আবার, $-x^2 = 4(-1)y$ হতে

যদি সরলরেখার ঢাল হয় $m = +1$ হয় তবে, $c = -(-1) \cdot (+1)^2 = 1$

যদি সরলরেখার ঢাল হয় $m = -1$ হয় তবে, $c = -(-1) \cdot (-1)^2 = 1$

বা শুধুমাত্র C কে সিক্ত করে। \therefore উভয় পরাবৃত্তের জন্য (C)

অর্থাৎ $y - x - 1 = 0$ হচ্ছে সাধারণ স্পর্শক।

09. $y^2 = 4px$ পরাবৃত্তে $x = p$ হলে উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য কত? [11-12]

- A. $2p$ B. $4p$ C. $4p^2$ D. $3p$

[Ans B Solve] উপকেন্দ্রিক লম্ব $= 4p$

10. $y^2 = 8x$ পরাবৃত্তস্থ কোন বিন্দুর ফোকাস দূরত্ব 10; ঐ বিন্দুর স্থানাঙ্ক কোনটি? [10-11]

- A. $(6, \pm 4\sqrt{3})$ B. $(7, \pm 2\sqrt{14})$
C. $(8, \pm 8)$ D. $(9, \pm 6\sqrt{2})$

[Ans C Solve] $y^2 = 8x \therefore a = 2$

ফোকাস দূরত্ব $= a + x = 10 \Rightarrow x = 10 - 2 = 8 \therefore y = \pm 8$

Tec: পরাবৃত্ত শীর্ষ বিন্দুগামী সূত্রাং শীর্ষ বিন্দু দিয়ে অপশন টেস্ট করলেই Ans আসবে।

11. $x^2 = 4(1-y)$ পরাবৃত্তের শীর্ষবিন্দুর স্থানাঙ্ক কোনটি? [09-10; CU 15-16; MBSTU 15-16]

- A. $(0, 1)$ B. $(1, 0)$ C. $(-1, 0)$ D. $(0, -1)$

[Ans A Solve] $x^2 = 4(1-y)$ এর শীর্ষবিন্দু $(X = 0, Y = 1 - y = 0)$

\therefore শীর্ষবিন্দু $(0, 1)$

12. $y^2 = 4px$ পরাবৃত্তটি $(3, -2)$ বিন্দু দিয়ে অতিক্রম করলে p এর মান- [08-09]

- A. $\frac{4}{3}$ B. $-\frac{1}{3}$ C. 4 D. 3

[Ans B Solve] $(-2)^2 = 4 \times p \times 3 \Rightarrow p = -\frac{1}{3}$

13. শূন্যে প্রক্ষিপ্ত একটি বস্তুর গতিপথ- [08-09]

- A. পরাবৃত্ত B. বৃত্ত
C. উপবৃত্ত D. সরলরেখা

[Ans. A]

14. $y^2 = 12x$ পরাবৃত্তের $(3, 6)$ বিন্দুতে স্পর্শকের সমীকরণ কোনটি? [06-07]

- A. $y = x + 3$ B. $y + x = 3$ C. $x + y = 9$ D. $y = x + 9$

[Ans A Solve] $6y = 2 \times 3(x + 3) \Rightarrow y = x + 3$

Tec: $(3, 6)$ বিন্দু দিয়ে অপশন টেস্ট করলেই Ans আসবে।

15. $x^2 + 2y - 8x + 7 = 0$ পরাবৃত্তটির শীর্ষবিন্দু, উপকেন্দ্র, এবং উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। [05-06]

Solve শীর্ষ $(4, \frac{9}{2})$, উপকেন্দ্র $(4, 4)$

উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য $= \left| 4 - \frac{9}{2} \right| = 2$ একক

চট্টগ্রাম বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $y = \sqrt{x-1}$ বক্ররেখাটির জ্যামিতিক পরিচয় কোনটি? [15-16]

- A. পরাবৃত্ত B. উপবৃত্ত C. বৃত্ত
D. অধিবৃত্ত E. কোনটিই নয়

Ans A Solve $y = \sqrt{x-1} \Rightarrow y^2 = x-1$ পরাবৃত্ত

02. উপকেন্দ্র $(a, 0)$ এবং দিকাক্ষ $x + a = 0$ বিশিষ্ট পরাবৃত্তটির সমীকরণ নির্ণয় কর। [15-16]

- A. $x^2 = 4ay$ B. $x^2 + y^2 = 2xy$ C. $y^2 = 4ax$
D. $x - 7 = y$ E. $y = 0$

Ans C Solve $y^2 = 4ax$ এর দিকাক্ষ $x = -a$ বা, $x + a = 0$
 \therefore পরাবৃত্ত $y^2 = 4ax$

03. $x^2 = 4ay$ পরাবৃত্তের উপকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক কত? [15-16]

- A. $(0, 0)$ B. $(0, a)$ C. $(a, 0)$
D. $(2a, a)$ E. $(a, 2a)$

Ans B Solve $x^2 = 4ay$ এর উপকেন্দ্র $(0, a)$

04. $3y^2 - 7x = 0$ পরাবৃত্তের নিয়ামক বা দিকের সমীকরণ কত? [15-16]

- A. $12x + 7 = 0$ B. $12x - 7 = 0$ C. $3x + 7 = 0$
D. $3x - 7 = 0$ E. $7x - 3 = 0$

Ans A Solve $3y^2 - 7x = 0 \Rightarrow y^2 = \frac{7}{3}x$

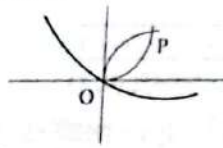
$\Rightarrow y^2 = 4 \cdot \frac{7}{12}x \Rightarrow a = \frac{7}{12}$

দিকাক্ষ $x = -a \Rightarrow x = -\frac{7}{12} \Rightarrow 12x + 7 = 0$

05. $y = x^2$ এবং $x = y^2$ এমন দু'টো প্যারাবোলার সমীকরণ বুঝায় যাদের- [15-16]

- A. একটা বিন্দু অসাধারণ B. দু'টো বিন্দু সাধারণ C. একটি বিন্দু সাধারণ
D. সাধারণ বিন্দু নেই E. অসংখ্য সাধারণ বিন্দু

Ans B Solve দু'টো বিন্দু সাধারণ



06. $x^2 + 2x = y$ এর জ্যামিতিক পরিচয় কোনটি? [14-15]

- A. অধিবৃত্ত B. পরাবৃত্ত C. উপবৃত্ত
D. বৃত্ত E. কোনটিই নয়

Ans B Solve $x^2 + 2x = y \Rightarrow x^2 + 2x + 1 = y + 1$

$\Rightarrow (x+1)^2 = y+1$

$x^2 = 4ay$ রূপে প্রকাশ করা যায় তাই এটা পরাবৃত্ত।

07. $y = 4x^2$ পরাবৃত্তের $(-1, 4)$ বিন্দুতে স্পর্শকের ঢাল হচ্ছে- [14-15]

- A. 8 B. -4 C. 3 D. 4 E. -8

Ans E Solve $y = 4x^2 \Rightarrow \frac{dy}{dx} = 8x$

$(-1, 4)$ বিন্দুতে ঢাল, $\frac{dy}{dx} = 8(-1) = -8$

08. $y^2 = 10x$ পরাবৃত্তের ন্যূনতম দৈর্ঘ্য কত? [13-14, 09-10]

- A. 0 B. 5 C. 8 D. 10 E. 12

Ans D

Note: ন্যূনতম, অভিলম্ব একই অর্থ বহন করে।

09. $(x-1)^2 = y$ এর জ্যামিতিক পরিচয়- [12-13, 04-05]

- A. পরাবৃত্ত B. অধিবৃত্ত C. উপবৃত্ত
D. বৃত্ত E. কোনটিই নয়

Ans A Solve $(x-1)^2 = y \Rightarrow (x-1)^2 = 4 \times \frac{1}{4}y$ ----- (i)

(i) নং সমীকরণকে $x^2 = 4ay$ এর সাথে তুলনা করে বোকা যায় ইহা একটি পরাবৃত্তের সমীকরণ।

10. $y^2 - 4y - 3x = 0$ পরাবৃত্তে শীর্ষবিন্দুর স্থানাঙ্ক কত? [C 12-13]

- A. $(\frac{3}{4}, 1)$ B. $(\frac{3}{4}, 2)$ C. $(-\frac{4}{3}, 2)$
D. $(\frac{4}{3}, -2)$ E. $(-\frac{3}{4}, 2)$

Ans C Solve $y^2 - 4y - 3x = 0 \Rightarrow y^2 - 4y + 4 = 3x + 4$

$\Rightarrow (y-2)^2 = 3(x + \frac{4}{3})$ ----- (i)

\therefore শীর্ষবিন্দুর স্থানাঙ্ক, $x + \frac{4}{3} = 0 \Rightarrow x = -\frac{4}{3}$

এবং $y - 2 = 0 \Rightarrow y = 2$

11. $y = x$ সরলরেখা $y = x^2$ পরাবৃত্তকে যেসব বিন্দুতে ছেদ করে সেগুলির স্থানাঙ্ক হবে- [C 12-13]

- A. $(0, 0)$ এবং $(1, 2)$ B. $(0, 0)$ এবং $(1, 1)$ C. $(1, 0)$ এবং $(2, 2)$
D. $(2, 2)$ এবং $(3, 3)$ E. $(3, 3)$ এবং $(4, 4)$

Ans B Solve $y = x$ এবং $y = x^2$ পরস্পরকে ছেদ করলে, $x = x^2$

$\Rightarrow x^2 - x = 0 \Rightarrow x(x-1) = 0$

$\therefore x = 0, 1 \therefore y = 0, 1 \therefore$ ছেদবিন্দু $(0, 0)$ ও $(1, 1)$

12. $x^2 + 4x + 2y = 0$ পরাবৃত্তটির উপকেন্দ্র কোনটি? [11-12]

- A. $(-2, 2)$ B. $(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ C. $(\frac{1}{2}, 0)$
D. $(-2, \frac{3}{2})$ E. $(\frac{1}{2}, \frac{1}{3})$

Ans D Solve $x^2 + 4x + 2y = 0$

$\Rightarrow x^2 + 4x + (2)^2 = -2y + 4$

$\Rightarrow (x+2)^2 = -2(y-2) = 4(-\frac{1}{2})(y-2) \Rightarrow a = -\frac{1}{2}$

\therefore উপকেন্দ্র $(0, a); x+2=0 \Rightarrow x=-2$

এবং $y-2 = -\frac{1}{2} \Rightarrow y = \frac{3}{2} \therefore$ উপকেন্দ্র $(-2, \frac{3}{2})$

Tip: পরাবৃত্ত শীর্ষ বিন্দুগামী সূত্রের শীর্ষ বিন্দু দিয়ে অংশন স্টেট করতেই Ans আসবে।

13. $5x^2 + 3y - 9 = 0$ সমীকরণটির জ্যামিতিক পরিচয় হচ্ছে- [10-11]

- A. পরাবৃত্ত B. উপবৃত্ত C. দু'দল সরলরেখা
D. বৃত্ত E. অধিবৃত্ত (পরাবৃত্ত)

Ans A

14. $v = \sqrt{u}$ এর জ্যামিতিক পরিচয় হচ্ছে- [A 03-04]

- A. $u = -v^2$ B. $u = v^2$ C. $v = u^2$ D. $v = -u^2$

Ans B Solve একঘাত বিশিষ্ট সমীকরণটি যোগেই অক্ষরেখা নির্দেশ করে। সূত্রের চিহ্নে অক্ষরেখা $u = v^2$ উল্লভ।

15. $3x^2 = 5x$ পরাবৃত্তের উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য- [CU 02-03]
 A. $\frac{3}{2}$ B. $\frac{5}{3}$ C. $\frac{5}{2}$ D. $\frac{3}{5}$

Ans: D Solve $x^2 = 5/3x$ পরাবৃত্তের উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য = $3x = \frac{5}{3}$

16. $y = x^2$ এর জ্যামিতিক পরিমাপ [01-02]
 A. পরামেয়তা B. পরাবৃত্ত C. উপবৃত্ত D. অধিবৃত্ত
Ans: B Solve $h^2 = ab$ সূত্র ব্যবহার করে
 অর্থাৎ, $h = 0, a = 1, b = 0 \therefore h^2 = ab$ **Ans:** পরাবৃত্ত

মুসলমান বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিপত বছরের প্রশ্নাবলি
 [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $3x^2 - 4y + 6x - 5 = 0$ পরাবৃত্তের উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য হলো- [15-16]
 A. $\frac{4}{3}$ B. $\frac{4}{5}$ C. $\frac{4}{3}$ D. $\frac{4}{4}$

Ans: B Solve $3x^2 - 4y + 6x - 5 = 0$
 $\Rightarrow 4y + 5 = 3(x^2 + 2x + 4) - 12$
 $\Rightarrow 3(x+2)^2 - 4y + 17 \Rightarrow 3(x+2)^2 - 4\left(y + \frac{17}{4}\right)$
 $\Rightarrow (x+2)^2 - \frac{4}{3}\left(y + \frac{17}{4}\right) \Rightarrow a = \frac{1}{3}$
 উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য = $4 \times \frac{1}{3} = \frac{4}{3}$

02. $y^2 = 8x$ পরাবৃত্তের উপস্থিত কোন বিন্দুর উপকেন্দ্রিক দূরত্ব 8 হলে ঐ বিন্দুর স্থানাঙ্ক হল- [14-15, CU 03-04]

A. $(6, 4\sqrt{3})$ B. $(6, -4\sqrt{3})$ C. $(6, \pm 4\sqrt{3})$ D. $(-6, \pm 4\sqrt{3})$
Ans: C Solve $x + 2 = 8 \Rightarrow x = 6$
 $\therefore y^2 = 8 \times 6 \Rightarrow y = \pm 4\sqrt{3}$
 স্থানাঙ্ক $(6, \pm 4\sqrt{3})$

Shortcut: Option A, $y^2 = 8x$ সিদ্ধ করে-
 $(\pm 4\sqrt{3})^2 = 8 \times 6 \Rightarrow 48 = 48$

03. যদি $5y = x + 50$ রেখাটি $y^2 = 4ax$ পরাবৃত্তের একটি স্পর্শক হয়, তবে তার ফোকাস হলো- [A 12-13]

A. $(1, 0)$ B. $(10, 0)$ C. $(2, 0)$ D. $(5, 0)$ E. $(4, 0)$
Ans: C Solve $m = \frac{1}{5}, c = 10 \therefore c = \frac{a}{m}$
 $10 = \frac{a}{\frac{1}{5}} \therefore a = 2 \therefore (2, 0)$ **Ans.**

04. $3y^2 = 5x$ পরাবৃত্তের উপকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক- [05-06; RU 08-09]

A. $\left(\frac{5}{12}, 0\right)$ B. $\left(\frac{7}{12}, 0\right)$ C. $\left(\frac{7}{12}, 1\right)$ D. $\left(-\frac{5}{12}, 0\right)$
Ans: A Solve $y^2 = \frac{5}{3}x \Rightarrow y^2 = 4 \times \frac{5}{12} \times x$
 উপকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক = $(x = a, y = 0) \Rightarrow \left(\frac{5}{12}, 0\right)$

শাহজালাল বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিপত বছরের প্রশ্নাবলি
 [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. m এর মান কত হলে $y = mx + 1$ সরল রেখাটি $y^2 = 4x$ পরাবৃত্তকে শুধুমাত্র একটি বিন্দুতে ছেদ করে? [13-14]
 A. 0 B. 1 C. 2 D. 4 E. 1/4

Ans: B Solve $c = \frac{a}{m} \Rightarrow 1 = \frac{1}{m} \Rightarrow m = 1$

02. একটি পরাবৃত্তের ডিকারেকর সমীকরণ $x - 1 = 0$ এবং শীর্ষবিন্দু $(3, 0)$ হলে পরাবৃত্তটির সমীকরণ [R 13-14]

A. $y^2 - 4(x - 1)$ B. $y^2 - 8(x - 1)$ C. $y^2 - 8(x + 1)$
 D. $y^2 - 8(x + 1)$ E. $y^2 - 16(x - 1)$

Ans: B Solve $y^2 - 4a(x - 3) \Rightarrow x - 1 = a$
 $\Rightarrow x - 3 = a - 1 \Rightarrow a = 2 \therefore y^2 - 8(x - 3)$

03. $x^2 + 4x + 2y = 0$ পরাবৃত্তটির উপকেন্দ্রিক লম্ব x অক্ষের সাথে কত কোণ তৈরি করে? [09-10]

A. $\frac{\pi}{2}$ B. π C. $\frac{\pi}{4}$ D. $\frac{\pi}{3}$ E. 0°

Ans: E Solve $x^2 + 4x + 2y = 0$ পরাবৃত্তটি y অক্ষের উপর অবস্থিত।
 $\therefore y$ অক্ষের উপর লম্ব x অক্ষের সাথে 0° কোণ উৎপন্ন করে।

04. $y^2 = 12x$ সমীকরণ বিশিষ্ট কণিকের উপকেন্দ্রিক লম্বের সমীকরণ- [08-09]

A. $x - 3 = 0$ B. $x - 4 = 0$ C. $x = 0$ D. None
Ans: A Solve $y^2 = 12x \therefore a = 3$
 \therefore উপকেন্দ্রিক লম্বের সমীকরণ, $x - 3 = 0$

05. যে পরাবৃত্তের শীর্ষবিন্দু $(4, -3)$, উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য 4 এবং অক্ষ x অক্ষের সমান্তরাল তার সমীকরণ- [02-03; JU 10-11]

A. $y^2 + 2y - 4x + 4 = 0$ B. $y^2 - 2x + 6y + 9 = 0$
 C. $y^2 + 20x - 6y - 71 = 0$ D. $y^2 + 6y - 4x + 25 = 0$

Ans: D Solve পরাবৃত্তের সমীকরণ $Y^2 = 4X$ [উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য = 3]
 শীর্ষবিন্দুর স্থানাঙ্ক $x = 4, \therefore x - 4 = 0$ এবং $y = -3 \Rightarrow y + 3 = 0$
 $Y^2 = 4X$ পরাবৃত্তের শীর্ষবিন্দু $X = 0, Y = 0$
 \therefore পরাবৃত্তের সমীকরণ $(y + 3)^2 = 4(x - 4) \Rightarrow y^2 + 6y - 4x + 25 = 0$

Tip: পরাবৃত্ত শীর্ষ বিন্দুগামী সূত্রব্যবহারে শীর্ষ বিন্দু দিয়ে অপশন টেস্ট করলেই **Ans** আসবে।

ইসলামী বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিপত বছরের প্রশ্নাবলি
 [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. যদি $y = 2x + 2$ রেখাটি $y^2 = 4ax$ পরাবৃত্তকে স্পর্শ করে, তবে উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য কত? [15-16]

A. 18 B. 16 C. 20 D. 22
Ans: B Solve শর্তমতে, $2 = \pm a\sqrt{1 + 4}$

$\Rightarrow 2 = \pm a\sqrt{5} \Rightarrow a = \pm \frac{2}{\sqrt{5}}$

উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য = $4|a| = 4 \left| \pm \frac{2}{\sqrt{5}} \right| = \frac{8}{5}$

02. উপকেন্দ্র $(2, 0)$ ও নিয়ামক রেখার $x + 2 = 0$ হলে পরাবৃত্তের সমীকরণ- [15-16]

A. $y^2 = 4x$ B. $y^2 = 8x$
 C. $y^2 = 2x$ D. $x^2 = 8y$

Ans: B Solve $\sqrt{(x - 2)^2 + (y - 0)^2} = (x + 2)$
 $\Rightarrow (x - 2)^2 + y^2 = (x + 2)^2$
 $\Rightarrow y^2 = (x + 2)^2 - (x - 2)^2 \Rightarrow y^2 = 8x$

03. $x^2 - y^2 = 0$ সমীকরণটির জ্যামিতিক রূপ কোনটি? [15-16]

A. জোড় সরলরেখা B. বৃত্ত
 C. অধিবৃত্ত D. উপবৃত্ত

Ans: A Solve $x^2 - y^2 = 0$
 $\Rightarrow (x - y)(x + y) = 0 \Rightarrow y = \pm x$ জোড়া সরলরেখা

04. যদি $y = 3x + 1$ রেখাটি $y^2 = 4ax$ পরাবৃত্তকে স্পর্শ করে, তবে

উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য কত? [15-16]

- A. 10 B. 11 C. 12 D. 13

Ans C Solve $y = 3x + 1$ রেখাটি $y^2 = 4ax$ এর স্পর্শক

$$C = \frac{a}{m} \Rightarrow 1 = \frac{a}{3} \Rightarrow a = 3$$

উপকেন্দ্রিক লম্ব = $4a = 4 \times 3 = 12$

05. $y^2 = 8px$ পরাবৃত্তের উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য এবং উপকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর যখন পরাবৃত্তটি $(4, -8)$ বিন্দু দিয়ে অতিক্রম করে? [14-15]

- A. 8 ও $(2, 0)$ B. 16 ও $(4, 0)$
C. 16 ও $(2, 0)$ D. 8 ও $(4, 0)$

Ans B Solve $y^2 = 8px \Rightarrow y^2 = 4.2P.x$ ইহা $(4, -8)$ বিন্দু গামী হলে
 $64 = 8P \times 4 \Rightarrow 8P = 16 \Rightarrow P = 2$ | উপকেন্দ্র $(2P, 0) = (4, 0)$

উপকেন্দ্রিক লম্ব = 16

06. $x^2 = 8y$ পরাবৃত্তের নিয়ামকের সমীকরণ কোনটি? [14-15]

- A. $y = -2$ B. $y = 2$ C. $x = 2$ D. $x = -2$

Ans A Solve $x^2 = 8y \Rightarrow x^2 = 4.2.y \Rightarrow a = 2$

নিয়ামক রেখা, $y + a = 0 \Rightarrow y + 2 = 0$

07. পরাবৃত্তের উপকেন্দ্র (a, b) এবং দিকাক্ষের সমীকরণ $lx + my + n = 0$ হলে, উক্ত পরাবৃত্তের সমীকরণ- [F 12-13]

A. $(x - a)^2 + (y - b)^2 = \left(\frac{\sqrt{l^2 + m^2}}{lx + my + n} \right)^2$

B. $(x + a)^2 + (y + b)^2 = \left(\frac{lx + my + n}{\sqrt{l^2 + m^2}} \right)^2$

C. $(x - a)^2 + (y - b)^2 = \left(\frac{lx + my + n}{\sqrt{l^2 + m^2}} \right)^2$

D. $\sqrt{l^2 + m^2} \{ (x - a)^2 + (y - b)^2 \} = (lx + my + n)^2$ **Ans. C**

08. $y = mx + c$ রেখাটি $y^2 = 4ax$ পরাবৃত্তকে স্পর্শ করে। $a = 8$ এবং $m = 2$ হলে, c এর মান- [F-12-13]

- A. -4 B. 4 C. -5 D. 5

Ans B Solve $c = \frac{a}{m} = \frac{8}{2} = 4$

09. পরাবৃত্তের সমীকরণ $y^2 = 4ax$ হলে, উপকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক হবে- [D 12-13]

- A. $(a, 0)$ B. (a, x)
C. (a, y) D. (x, y)

Ans. A

10. পরাবৃত্তের উৎকেন্দ্রিকতা বা বিকেন্দ্রিকতা e এর ক্ষেত্রে কোনটি সঠিক? [11-12]

- A. $e = 1$ B. $e \leq 1$ C. $e \leq 0$ D. $e \geq 1$

Ans A Solve বৃত্তের $e = 0$ পরাবৃত্তের $e = 1$
উপবৃত্ত, $e < 1$; অধিবৃত্ত $e > 1$

11. $y^2 = 8x$ পরাবৃত্তের উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য- [10-11]

- A. 4 B. 8 C. 16 D. 32

Ans B Solve $y^2 = 8x \therefore$ উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য = 8

বরিশাল বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি

[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $x^2 + 4x + 2y = 0$ পরাবৃত্তের শীর্ষবিন্দু- [13-14]

- A. $(-2, 2)$ B. $(2, -2)$
C. $(2, 2)$ D. $(-2, -2)$

Ans A Solve যে অপশন দ্বারা সমীকরণটি সিদ্ধ হবে সেটিই উভয়।

কুমিল্লা বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $y^2 = 4ax$ সমীকরণটি নির্দেশ করে- [15-16]

- A. অধিবৃত্ত B. বৃত্ত
C. সরলরেখা D. পরাবৃত্ত

Ans D Solve $y^2 + 4ax$ পরাবৃত্ত নির্দেশ করে।

02. $3y^2 = 5x$ পরাবৃত্তের উপকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক কত? [15-16]

- A. $(5, 0)$ B. $(5/12, 0)$
C. $(5/4, 0)$ D. $(3/5, 0)$

Ans B Solve $3y^2 = 5x$

$$\Rightarrow y^2 = 4 \cdot \left(\frac{5}{3 \times 4} \right) x = 4 \left(\frac{5}{12} \right) x \Rightarrow a = \frac{5}{12}$$

উপকেন্দ্র $\left(\frac{5}{12}, 0 \right)$

03. একটি পরাবৃত্তের উপকেন্দ্র $(-8, 0)$ এবং দিকাক্ষের সমীকরণ $x + 2 = 0$ হলে, পরাবৃত্তটির সমীকরণ হবে- [13-14]

- A. $y^2 + 4x + 8y = 0$ B. $y^2 + 12x + 60 = 0$
C. $y = 0$ D. কোনটিই নয়

Ans B Solve $SP = PM$

$$\Rightarrow \sqrt{(x+8)^2 + y^2} = |x+2|$$

$$\Rightarrow x^2 + 16x + 64 + y^2 = x^2 + 4x + 4$$

$$\Rightarrow y^2 + 12x + 60 = 0$$

ভাসানী বিজ্ঞান ও প্রযুক্তি বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $y^2 = -8x$ এবং $y^2 = 12x$ পরাবৃত্ত দুটির উপকেন্দ্রদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব কত একক? [15-16]

- A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

Ans C Solve $y^2 = 4(-2)x$ উপকেন্দ্র $(-2, 0)$

$y^2 = 4.3.x$ উপকেন্দ্র $(3, 0)$

মধ্যবর্তী দূরত্ব = $3 - (-2) = 5$

02. $x^2 + 20y + 4x = 56$ পরাবৃত্তের শীর্ষবিন্দুর স্থানাঙ্ক- [14-15]

- A. $(3, 2)$ B. $(-2, 3)$
C. $(2, 2)$ D. $(-2, -2)$

Ans B Solve $x^2 + 20y + 4x = 56$

$$\Rightarrow x^2 + 4x + 4 = -20y + 56 + 4$$

$$\Rightarrow (x+2)^2 = -20y + 60 \Rightarrow (x+2)^2 = -20(y-3)$$

শীর্ষবিন্দু $(-2, 3)$

03. $y^2 - x - 2y + 2 = 0$ পরাবৃত্তের উপকেন্দ্র কোনটি? [14-15]

- A. $\left(\frac{1}{4}, 0 \right)$ B. $(1, 2)$ C. $\left(\frac{3}{4}, 1 \right)$ D. $\left(\frac{5}{4}, 1 \right)$

Ans D Solve $y^2 - x - 2y + 2 = 0 \Rightarrow y^2 - 2y + 1 = x - 1$

$$\Rightarrow (y+1)^2 = 4 \cdot \frac{1}{4} (x-1) \Rightarrow a = \frac{1}{4}$$

উপকেন্দ্র, $x - 1 = \frac{1}{4}$

$$\Rightarrow x = 1 + \frac{1}{4} = \frac{5}{4} \text{ এবং } y - 1 = 0$$

$$\Rightarrow y = 1 \therefore \left(\frac{5}{4}, 1 \right)$$

04. $y = 4x^2 - 8x + 7$ পরাবোলার শীর্ষবিন্দু কত? [A 12-13; DU 95-96]

- A. (-1, 3) B. (1, 3) C. (1, 5) D. (2, 7)

Ans B Solve শীর্ষবিন্দুর স্থানাঙ্ক $= \left(-\frac{b}{2a}, -\frac{b^2 - 4ac}{4a} \right)$

$\therefore x = -\frac{b}{2a} = -\frac{-8}{2 \times 4} = 1$ এবং $y = -\frac{b^2 - 4ac}{4a} = \frac{-64 + 112}{16} = 3$

\therefore শীর্ষবিন্দুর স্থানাঙ্ক $(x, y) = (1, 3)$

Tip: Option Test করলে Ans. পাওয়া যাবে।

হাজী দানেশ বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $x^2 - 4x + 12y - 40 = 0$ পরাবৃত্তের উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য- [14-15]

- A. 12 B. 8 C. 6 D. 4

Ans A Solve $x^2 - 4x + 12y - 40 = 0$

$\Rightarrow x^2 - 4x + 4 - 12y + 44$

$\Rightarrow (x - 2)^2 - 12\left(y - \frac{44}{12}\right) \Rightarrow (x - 2)^2 = 4(-3)\left(y - \frac{11}{3}\right)$

উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য $= |4(-3)| = 12$

02. $2x = y^2 + 8y + 22$ পরাবৃত্তটি শীর্ষ বিন্দুর স্থানাঙ্ক কত? [14-15]

- A. (3, -4) B. (-3, 4) C. (-3, -4) D. (3, 4)

Ans A Solve $2x = y^2 + 8y + 22$

$\Rightarrow y^2 + 8y + 16 = 2x - 6 \Rightarrow (y + 4)^2 = 2(x - 3)$

\Rightarrow শীর্ষ বিন্দু (3, -4)

03. $y^2 = 4px$ পরাবৃত্তটির উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য কত হবে যদি পরাবৃত্তটি (2, -8) বিন্দু দিয়ে যায়? [14-15]

- A. 8 B. 16 C. 24 D. 32

Ans D Solve $y^2 = 4px$

(2, -8) বিন্দুগামী হলে

$\Rightarrow (-8)^2 = 4P \cdot 2 \Rightarrow 4P = \frac{64}{2} = 32$

\therefore উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য $= 4P = 32$

04. নিম্নের কোন সম্পর্কটি সত্য? [14-15]

- A. পরাবৃত্তের ক্ষেত্রে, $e = 1$ B. উপবৃত্তের ক্ষেত্রে, $0 < e < 1$
C. অধিবৃত্তের ক্ষেত্রে, $e > 1$ D. সবকয়টি

Ans D Solve পরাবৃত্তের ক্ষেত্রে $e = 1$

উপবৃত্তের ক্ষেত্রে $0 < e < 1$, অধিবৃত্তের ক্ষেত্রে $e > 1$

\therefore সবগুলোই সঠিক

যশোর বিজ্ঞান ও প্রযুক্তি বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের
প্রশ্নাবলি [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. পরাবৃত্তের সমীকরণ হল- [15-16]

A. $x^2 + y^2 = a^2$ B. $y^2 = 4ax$ C. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

D. $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ E. $x^2 - y^2 = a^2$

Ans B Solve $y^2 = 4ax$ পরাবৃত্ত।

02. কোন কণিকের উৎকেন্দ্রিকতা এর মান 1 হলে তার সম্ভাব্যপথকে কি বলে? [15-16]

- A. অধিবৃত্ত B. উপবৃত্ত C. পরাবৃত্ত
D. বৃত্ত E. কোনটিই নয়

Ans C Solve $e = 1$ \therefore কণিক পরাবৃত্ত।

03. $y = 2x + \lambda$ রেখাটি $y^2 = 2x$ পরাবৃত্তকে স্পর্শ করে না যদি- [15-16]

- A. $\lambda < 1/4$ B. $\lambda > 1/4$ C. $\lambda = 4$
D. $\lambda = 1$ E. $1 > \lambda > 1/4$

Ans A Solve $y = 2x + \lambda$, $y^2 = 2x$ হতে পাই

$(2x + \lambda)^2 = 2x$

$\Rightarrow 4x^2 + 4\lambda x + \lambda^2 = 2x \Rightarrow 4x^2 + (4\lambda - 2)x + \lambda^2 < 0$

$\Rightarrow 4x^2 + 2(2\lambda - 1)x + \lambda^2 < 0$

স্পর্শক হবে, $4(2\lambda - 1)^2 - 4 \cdot 4 \cdot \lambda^2 < 0$

$\Rightarrow 4\lambda^2 - 4\lambda + 1 - 4\lambda^2 < 0 \Rightarrow \lambda < \frac{1}{4}$

04. যে পরাবৃত্তের উপকেন্দ্র (4, 0) এবং দিকাক্ষ $x + 2 = 0$ তার সমীকরণ- [14-15]

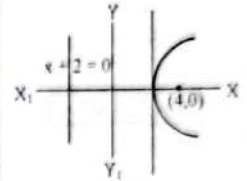
- A. $y^2 = 4(x - 1)$ B. $y^2 = 6(x - 2)$ C. $y^2 = 10(x - 3)$
D. $y^2 = 8(x - 1)$ E. $y^2 = 12(x - 1)$

Ans E Solve $(x - 4)^2 + y^2 = (x + 2)^2$

$\Rightarrow x^2 - 8x + 16 + y^2 = x^2 + 4x + 4$

$\Rightarrow y^2 = 12x - 12$

$\Rightarrow y^2 = 12(x - 1)$



05. $y + x + k = 0$ রেখাটি $y^2 = x$ পরাবৃত্তকে স্পর্শ করলে k এর মান কত? [12-13]

- A. $-\frac{1}{4}$ B. 0 C. $\frac{1}{4}$ D. 4

Ans C Solve $-k = \frac{a}{m} \therefore -k = \frac{1}{-1} = \frac{1}{4}$

06. $4x^2 + 11y^2 - 24xy - 50x - 225 = 0$ সমীকরণটির জ্যামিতিক পরিচয় কোনটি? [A 12-13]

- A. বৃত্ত B. সরলরেখা C. অধিবৃত্ত D. উপবৃত্ত

Ans C Solve $4x^2 + 11y^2 - 24xy - 50x - 225 = 0$

$a = 4, b = 11, h = -12, h^2 = 144$ এবং $ab = 44$

$\therefore h^2 > ab$ কণিকটি অধিবৃত্ত

07. $y^2 = 8x - 8y$ পরাবৃত্তের উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য কত? [12-13; 04-05]

- A. 4 B. 9 C. 8 D. 10

Ans C Solve $y^2 = 8x - 8y$

$\Rightarrow y^2 + 8y = 8x \Rightarrow y^2 + 8y + 16 = 8(x + 2)$

$\Rightarrow (y + 4)^2 = 4 \times 2(x + 2) \therefore$ উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য $= 4 \times 2 = 8$

পাবনা বিজ্ঞান ও প্রযুক্তি বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের
প্রশ্নাবলি [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. পরাবৃত্তের ক্ষেত্রে উৎকেন্দ্রিকতা e এর মান- [14-15]

- A. শূন্য B. 1 এর চেয়ে বেশি C. 1 D. 1 এর চেয়ে কম

Ans C Solve পরাবৃত্তের ক্ষেত্রে, উৎকেন্দ্রিকতা, $e = 1$

02. $y^2 = 4x + 8y$ পরাবৃত্তটির শীর্ষ বিন্দুটির স্থানাঙ্ক কত? [14-15]

- A. (-4, -4) B. (4, 4) C. (4, -4) D. (-4, 4)

Ans D Solve $y^2 - 8y = 4x$

$\Rightarrow y^2 - 8y + 16 = 4x + 16$

$\Rightarrow (y - 4)^2 = 4(x + 4) \therefore$ শীর্ষ (-4, 4)

বঙ্গবন্ধু শেখ মুজিবুর রহমান বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত
বছরের প্রশ্নাবলি [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. কোন কণিকের উৎকেন্দ্রিকতা 0 হলে তা একটি- [15-16]

- A. অধিবৃত্ত B. পরাবৃত্ত C. উপবৃত্ত D. বিন্দুবৃত্ত

Ans D Solve $e = 0$ হলে কণিকটি বিন্দুবৃত্ত হবে।

02. $y^2 = 4x - 8y$ পরাবৃত্তের শীর্ষবিন্দুর স্থানাঙ্ক কত? [14-15]
 A. (4, 4) B. (-4, -4) C. (4, -4) D. (-4, 4)

Ans B Solve $y^2 = 4x - 8y$

$\Rightarrow y^2 + 8y + 16 = 4x + 16$

$\Rightarrow (y + 4)^2 = 4(x + 4)$ শীর্ষবিন্দু (-4, -4)

Shortcut: Option D (-4, -4) ছাড়া প্রদত্ত সমীকরণ সঠিক হয়

$(4)^2 = 4(-4) - 8 \times -4 \Rightarrow 16 = 16$

বাংলাদেশ টেক্সটাইল বিশ্ববিদ্যালয় জর্জ পর্দার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
 [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $y^2 = 9x$ প্যারাবোলার উপরে অবস্থিত একটি বিন্দু P এর কোটি 12 ; P এর উপকেন্দ্রিক দূরত্ব কত? [15-16]

A. $19\frac{1}{2}$ B. $18\frac{1}{4}$ C. 10 D. 16

Ans B Solve $y^2 = 9x \Rightarrow y^2 = 4 \cdot \frac{9}{4} \cdot x$

$a = \frac{9}{4}$

$y = 12$

$\therefore 12^2 = 9x \Rightarrow x = 16$

\therefore উপকেন্দ্রিক দূরত্ব $= x + a = 16 + \frac{9}{4} = \frac{73}{4} = 18\frac{1}{4}$

সিলেট কৃষি বিশ্ববিদ্যালয় জর্জ পর্দার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
 [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $x^2 = 4ay$ পরাবৃত্তের উৎকেন্দ্রিকতা কোনটি?

A. a B. 4 C. 1 D. 4a

Ans C Solve $x^2 = 4ay$. উৎকেন্দ্রিকতা, $e = 1$ (\because পরাবৃত্ত)

02. $4y^2 = 5x$ পরাবৃত্তের উপকেন্দ্র ও শীর্ষ বিন্দুর মধ্যবর্তী দূরত্ব কত?

A. $\frac{5}{4}$ B. $\frac{5}{2}$ C. $\frac{5}{16}$ D. $\frac{5}{9}$

Ans C Solve $4y^2 = 5x \Rightarrow y^2 = \frac{5}{4}x \Rightarrow y^2 = 4 \cdot \frac{5}{16} \cdot x$

শীর্ষ বিন্দু (0,0) ও উপকেন্দ্র $(\frac{5}{16}, 0)$

\therefore বিন্দুদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব $= \frac{5}{16} - 0 = \frac{5}{16}$

বাংলাদেশ মেরিন একাডেমী জর্জ পর্দার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
 [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $x = at^2, y = 2at$ বক্ররেখার যে বিন্দুতে স্পর্শক X অক্ষের ওপর লম্ব? [15-16]

A. (a,a) B. (0,a) C. (a,0) D. (0,0)

Ans = Solve

$x = at^2, y = 2at$

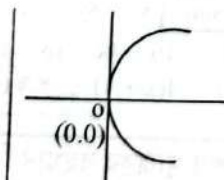
$\frac{x}{y^2} = \frac{at^2}{4a^2t^2}$

$\Rightarrow \frac{x}{y^2} = \frac{1}{4a}$

$\Rightarrow y^2 = 4ax$, বক্ররেখাটি স্পর্শক মূলবিন্দু (0,0) তে x অক্ষের উপর লম্ব।

02. $y^2 = 12x$ পরাবৃত্তের ওপরে ২য় বিন্দুর উপকেন্দ্রিক দূরত্ব 4। তার স্থানাঙ্ক কত? [15-16]

A. $(2, \sqrt{3}), (2, -\sqrt{3})$ B. $(1, 2\sqrt{3}), (1, -2\sqrt{3})$
 C. (1,2) D. কোনটিই নয়



Ans B Solve

$y^2 = 12x$

$\Rightarrow y^2 = 4 \cdot 3 \cdot x$

$a = 3$

$x + a = 4$

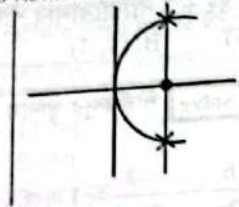
$\Rightarrow x + 3 = 4$

$\Rightarrow x = 1$

$y^2 = 12 \times 1 = 12$

$y = \pm 2\sqrt{3}$

বিন্দুদ্বয় $(1, 2\sqrt{3}), (1, -2\sqrt{3})$



বুয়েট, কুয়েট, চুয়েট ও রুয়েট জর্জ পর্দার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
 [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. পরাবৃত্ত $y^2 = -4ax$ -এর দিকাক্ষের সমীকরণ- [RUET12-13]

A. $x + a = 0$ B. $x - a = 0$ C. $x = 0$
 D. $x + y = a$ E. None

Ans B Solve $x = -(-a) \therefore x - a = 0$

02. $y^2 = 9x$ পরাবৃত্তের উপস্থিত p বিন্দুর কোটি 12 হলে ঐ বিন্দুর উপকেন্দ্রিক দূরত্ব হবে- [BUET 12-13]

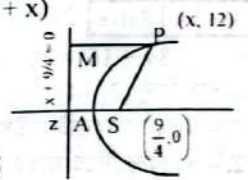
A. 9.50 B. 18.25 C. 10.50 D. 20.25

Ans B Solve উপকেন্দ্রিক দূরত্ব $= (a + x)$

এখানে, $a = \frac{9}{4}$

$\therefore y^2 = 9x \Rightarrow 12^2 = 9x \Rightarrow x = 16$

\therefore উপকেন্দ্রিক দূরত্ব $= \left| \frac{9}{4} + 16 \right| = 18.25$



03. এরূপ একটি পরাবৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর, যার শীর্ষ (4, -3) বিন্দুতে অবস্থিত, উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য 4 এবং যার অক্ষরেখা x-অক্ষের সমান্তরাল। [CUET 10-11]

A. $y^2 - 4x + 6y + 25 = 0$ B. $x^2 - 4y - 8x + 4 = 0$
 C. $y^2 - 16x + 6y + 73 = 0$ D. None of these

Ans A Solve উপকেন্দ্রিক লম্ব,

$4a = 4 \Rightarrow a = 1$

$(y + 3)^2 = 4(x - 4)$

$\Rightarrow y^2 + 6y + 9 - 4x + 16 = 0 \Rightarrow y^2 + 6y - 4x + 25 = 0$

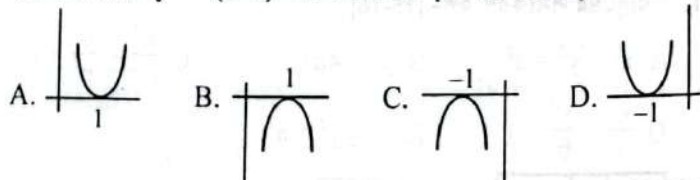
04. যদি $y = 3x + 1$ রেখাটি $y^2 = 4ax$ পরাবৃত্তকে স্পর্শ করে তবে উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্যের মান কত? [KUET 10-11]

A. 10 B. 11 C. 12
 D. 13 E. 14

Ans C Solve $a = mc = 3 \times 1 = 3$

\therefore উপকেন্দ্রিক লম্ব $= 4a = 4 \times 3 = 12$ একক।

05. নীচের কোনটি $y = -(x-1)^2$ এর লেখচিত্র? [BUET 10-11]



Ans. B

06. $y^2 - 6x + 4y + 11 = 0$ পরাবৃত্তের অক্ষের সমীকরণ নির্ণয় কর- [BUET 09-10]

A. $y = 0$ B. $y + 2 = 0$
 C. $6x - 7 = 0$ D. $x = 0$

Ans B Solve $y^2 - 6x + 4y + 11 = 0$

$\Rightarrow (y + 2)^2 = 6x - 7 \therefore y + 2 = 0$

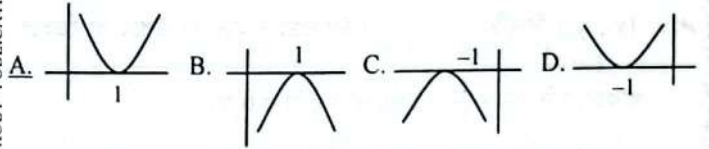
SELF TEST

01. $2x = y^2 + 8y + 22$ পরাবৃত্তটির শীর্ষ বিন্দুর স্থানাঙ্ক-
A. (3, -4) B. (-3, 4)
C. (-3, -4) D. (3, 4)
02. $5x^2 + 30x + 2y + 59 = 0$ পরাবৃত্তটির উপকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক কত?
A. (-3, 4) B. $(4, \frac{9}{2})$
C. $(-3, -\frac{71}{10})$ D. (4, 2)
03. $y^2 + 8x - 2y - 23 = 0$ পরাবৃত্তের উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য কত?
A. 2 B. 4
C. 4 D. 8
04. $y = 3x + p$ রেখাটি $y^2 = 4x$ পরাবৃত্তকে স্পর্শ করলে $p = ?$
A. 3 B. 1
C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{4}{3}$
05. $y^2 = 8x$ পরাবৃত্তের নাভিলম্বের দৈর্ঘ্য কত?
A. 0 B. 5
C. 8 D. 10
06. উপকেন্দ্র $(-8, -2)$ এবং দিকাক্ষ $2x - y - 9 = 0$ বিশিষ্ট পরাবৃত্তের সমীকরণ কোনটি?
A. $(x + 2y)^2 + 116x + 2y + 259 = 0$
B. $x^2 + y^2 + 6x + 11y + 19 = 0$
C. $(x - 2y)^2 + 8x - 16 = 0$
D. None
07. যে পরাবৃত্তের শীর্ষবিন্দু $(4, -3)$, উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য 4 এবং অক্ষ x অক্ষের সমান্তরাল তার সমীকরণ-
A. $y^2 + 2y - 4x + 4 = 0$ B. $y^2 - 2x + 6y + 9 = 0$
C. $y^2 + 20x - 6y - 71 = 0$ D. $y^2 + 6y - 4x + 25 = 0$
08. $y^2 = 8x$ পরাবৃত্তের উপরস্থ কোন বিন্দুর ফোকাস দূরত্ব 6; ঐ বিন্দুর স্থানাঙ্ক কত?
A. $(4\sqrt{2}, 4)$ B. (4, 2)
C. (2, 4) D. $(4, \pm 4\sqrt{2})$
09. কোন শর্ত থেকে পরাবৃত্ত কল্পনা করা যায়?
A. $e = 0$ B. $e = 1$
C. $e > 1$ D. $e < 1$
10. $y^2 = 4p(x - 2)$ পরাবৃত্তটি $(3, -4)$ বিন্দু দিয়ে অতিক্রম করলে p এর মান-
A. 1 B. -4
C. 4 D. 2
11. $y^2 = 16x$ পরাবৃত্তস্থ কোন বিন্দুর ফোকাস দূরত্বে 8; ঐ বিন্দুর স্থানাঙ্ক কোনটি?
A. $(4, \pm 8)$ B. $(-4, \pm 8)$
C. $(8, \pm 8)$ D. $(4, \sqrt{5})$
12. $5x^2 + 15x - 10y - 4 = 0$ সমীকরণটির জ্যামিতিক পরিচয় হচ্ছে-
A. পরাবৃত্ত B. উপবৃত্ত
C. যুগল সরলরেখা D. বৃত্ত
13. $y^2 - 8x + 8y = 0$ পরাবৃত্তটির উপকেন্দ্রিক লম্ব y অক্ষের সাথে কত কোণ উৎপন্ন করে?
A. $\pi/2$ B. π
C. 0 D. 2π

14. $y = mx + c$ রেখাটি $y^2 = 4ax$ পরাবৃত্তকে স্পর্শ করে। $a = 6$ এবং $m = 3$ হলে, c এর মান-
A. 1 B. 2
C. 3 D. 4

15. $y = mx - 2$ বক্ররেখা $y = 2x^2 - 3$ এর স্পর্শক হবে যদি m এর মান-
A. $\frac{1}{6}$ B. $\frac{1}{16}$
C. $-\frac{1}{16}$ D. 16

16. $(y-4)^2 = 12(x-3)$ পরাবৃত্তের শীর্ষ বিন্দুতে অংকিত স্পর্শকের সমীকরণ কোনটি?
A. $(x-3) = 0$ B. $y-3 = 0$
C. $x = 2$ D. None
17. নিচের কোনটি $y = (x-1)^2$ এর লেখচিত্র?



18. $(3, 6)$ বিন্দুতে $y^2 = 12x$ পরাবৃত্তের স্পর্শকের সমীকরণ নির্ণয় কর।
A. $x - y + 9 = 0$ B. $x + y + 9$
C. $x - y + 3 = 0$ D. $x + y + 3 = 0$
19. $y^2 = 12x$ পরাবৃত্তের কোন বিন্দুতে কোটি জুজের দ্বিগুন হবে।
A. (0, 0) B. (3, 6)
C. (6, 3) D. b ও c
20. $y^2 - 6x + 4y + 11 = 0$ পরাবৃত্তের অক্ষের সমীকরণ নির্ণয় কর।
A. $y = 0$ B. $y + 2 = 0$
C. $6x - 7 = 0$ D. $x = 0$

OMR

01. A B C D	06. A B C D	11. A B C D	16. A B C D
02. A B C D	07. A B C D	12. A B C D	17. A B C D
03. A B C D	08. A B C D	13. A B C D	18. A B C D
04. A B C D	09. A B C D	14. A B C D	19. A B C D
05. A B C D	10. A B C D	15. A B C D	20. A B C D

Answer with Hints

01 A: Hints: Type-01	02 C: Hints: Type-01, Prob-03
03 D: Hints: Type-02, Prob-01	04 C: Hints: Type-06, Prob-02
05 C: Hints: Type-02, Prob-01	06 A: Hints: Type-04, Prob-01
07 D: Hints: Type-04, Prob-02	08 D: Hints: Type-08, Prob-02
09 B: Hints: গুরুত্বপূর্ণ তথ্যাবলি	10 C: Hints: Type-04
11 A: Hints: Type-08	12 A Hints: গুরুত্বপূর্ণ তথ্যাবলি
13 C: Hints: x অক্ষের উপর অবস্থিত বলে	14 B: Hints: Type-06
15 C: Hints: Type-06	16 A: Hints: Type-05, Prob-05
17 A: Hints: Type-09	18 C: Hints: Type-07
19 B: Hints: Apply $(a, 2a)$ in the eq ⁿ .	20 B: Hints: Type-03

Prob 02 $2x^2 + 3y^2 = 1$ সমীকরণটি কী প্রকাশ করে?

Sol: যেহেতু x^2 এবং y^2 এর সহগদ্বয় সমান না, তাই এটি বৃত্তের সমীকরণ নয়। সুতরাং এটি উপবৃত্ত অথবা অধিবৃত্ত হতে পারে। কিন্তু যেহেতু সমীকরণটির উৎকেন্দ্রিকতা $e = \sqrt{1 - \frac{2}{3}} = \sqrt{\frac{1}{3}}$ তাই এটি উপবৃত্ত।

Type-02: উপবৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় সংক্রান্ত

যদি উপকেন্দ্র (α, β) , নিয়ামক $ax + by + c = 0$ এবং উৎকেন্দ্রিকতা হয় e তবে উপবৃত্তের সমীকরণ, $(x - \alpha)^2 + (y - \beta)^2 = e^2 \frac{(ax + by + c)^2}{a^2 + b^2}$

Prob 01 একটি উপবৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর যার উপকেন্দ্র $(1, -1)$ এবং নিয়ামকের সমীকরণ $x - y + 2 = 0$ এবং $e = \frac{1}{\sqrt{2}}$

Sol: উপবৃত্তের সমীকরণ $SP = e \cdot PM$
 $\Rightarrow (x - 1)^2 + (y + 1)^2 = \frac{1}{2} \times \frac{(x - y + 2)^2}{1^2 + (-1)^2}$
 $\Rightarrow (x - 1)^2 + (y + 1)^2 = \frac{(x - y + 2)^2}{4}$ Ans.

Prob 02 একটি উপবৃত্তের কেন্দ্র মূলবিন্দুতে এবং উৎকেন্দ্রিকতা $\frac{1}{2}$, যদি ইহার একটি নিয়ামকের সমীকরণ, $x - 4 = 0$ হয় তবে উহার সমীকরণ হবে কোনটি?

Sol: দেওয়া আছে, $e = \frac{1}{2} \Rightarrow e^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow 1 - \frac{b^2}{a^2} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{b^2}{a^2} = \frac{3}{4}$
 আবার নিয়ামকের সমীকরণ $x - 4 = 0 \Rightarrow x = 4$
 অতএব $\frac{a}{c} = 4 \Rightarrow a = 4c = 4 \times \frac{1}{2} = 2 \therefore a^2 = 4$ এবং $b^2 = 3$
 সুতরাং উপবৃত্তের সমীকরণ $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \Rightarrow \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$ Ans.

Prob 03 একটি উপবৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর যার উপকেন্দ্র $(5, 0)$ এবং $(-5, 0)$ বিন্দুতে অবস্থিত এবং উৎকেন্দ্রিকতা $\frac{1}{4}$ ।

Sol: আমরা জানি, উপকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক $(\pm ae, 0)$
 $\therefore \pm ae = \pm 5 \Rightarrow ae = 5 \Rightarrow a \cdot \frac{1}{4} = 5 \Rightarrow a = 20 \Rightarrow a^2 = 400$
 আবার, $e^2 = 1 - \frac{b^2}{a^2} \Rightarrow \frac{1}{16} = 1 - \frac{b^2}{(20)^2} \Rightarrow b^2 = 375$
 \therefore উপবৃত্তের সমীকরণ, $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \Rightarrow \frac{x^2}{400} + \frac{y^2}{375} = 1$ Ans.

Prob 04 p এর মান কত হলে $\frac{x^2}{p} + \frac{y^2}{5^2} = 1$ উপবৃত্তটি $(6, 4)$ বিন্দু দিয়ে অতিক্রম করে?

Sol: যেহেতু $\frac{x^2}{p} + \frac{y^2}{5^2} = 1$ উপবৃত্তটি $(6, 4)$ বিন্দু দিয়ে অতিক্রম করে
 সেহেতু, $\frac{36}{p} + \frac{16}{5^2} = 1$
 $\Rightarrow \frac{36}{p} = 1 - \frac{16}{5^2} = \frac{9}{25} \Rightarrow p = \frac{25}{9} \times 36 = 100$ Ans.

Prob 05 উপকেন্দ্র দুটির স্থানাঙ্ক $(3, 2)$, $(1, -1)$ এবং বৃহৎ অক্ষ = 1. উপবৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর।

Sol: উপকেন্দ্রে যে কোন বিন্দু $P(x, y)$ এবং $s(3, 2)$ এবং $s(1, -1)$
 $SP + S'P = 2a$
 $\Rightarrow \sqrt{(x - 3)^2 + (y - 2)^2} + \sqrt{(x - 1)^2 + (y + 1)^2} = 1$
 অতপর বর্গমূল অপসারণ করে,
 $3x^2 + 8y^2 + 12xy - 18x - 32y + 23 = 0$ Ans.

Type-03: উৎকেন্দ্রিকতা, কেন্দ্র, উপকেন্দ্রদ্বয়ের স্থানাঙ্ক নির্ণয় সংক্রান্ত

Prob 01 $4x^2 + 5y^2 - 16x + 10y + 1 = 0$ উপবৃত্তের উৎকেন্দ্রিকতা, কেন্দ্র এবং উপকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর।

Sol: প্রথমে উপবৃত্তটিকে আদর্শ সমীকরণে রূপান্তর করতে হবে।
 $4x^2 + 5y^2 - 16x + 10y + 1 = 0$
 $\Rightarrow \frac{(x - 2)^2}{5} + \frac{(y + 1)^2}{4} = 1 \Rightarrow \frac{(x - 2)^2}{(\sqrt{5})^2} + \frac{(y + 1)^2}{2^2} = 1$
 এখানে, $x = x - 2$, $y = y + 1$ এবং $a = \sqrt{5}$, $b = 2$; অর্থাৎ $a > b$.
 (i) উৎকেন্দ্রিকতা $e = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}} = \frac{1}{\sqrt{5}}$ Ans.

(ii) কেন্দ্র: $(0, 0)$
 অর্থাৎ, $X = 0$ এবং, $Y = 0$
 $\Rightarrow x - 2 = 0 \Rightarrow y + 1 = 0$
 $\Rightarrow x = 2 \Rightarrow y = -1$
 অতএব কেন্দ্রের স্থানাঙ্ক $(2, -1)$ Ans.

(iii) উপকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক: $(\pm ae, 0)$
 অর্থাৎ, $X = \pm ae$ এবং, $Y = 0$
 $\Rightarrow x - 2 = \pm \sqrt{5} \times \frac{1}{\sqrt{5}} \Rightarrow y + 1 = 0$
 $\Rightarrow x = \pm 1 + 2 \Rightarrow y = -1$
 $\Rightarrow x = 3$ এবং 1
 সুতরাং উপকেন্দ্রদ্বয়ের স্থানাঙ্ক $(3, -1)$ এবং $(1, -1)$ Ans.

Prob 02 কোন উপবৃত্তের বৃহৎ অক্ষ ক্ষুদ্র অক্ষের তিনগুণ, এর উৎকেন্দ্রিকতা নির্ণয় কর।

Sol: উপবৃত্তের বৃহৎ অক্ষ = $2a$, ক্ষুদ্র অক্ষ = $2b$
 শর্তমতে, $2a = 3 \times 2b \Rightarrow a = 3b$
 \therefore উৎকেন্দ্রিকতা $e = \sqrt{1 - \frac{b^2}{9b^2}} = \sqrt{\frac{8}{9}} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$ Ans.

Type-04: উপবৃত্তের বৃহৎ অক্ষ, ক্ষুদ্র অক্ষ, দিকাক্ষ এবং উপকেন্দ্রিক লম্বের সমীকরণ

Prob 01 $4x^2 + 5y^2 - 16x + 10y + 1 = 0$ উপবৃত্তের অক্ষ, ক্ষুদ্র অক্ষ, দিকাক্ষ এবং উপকেন্দ্রিক লম্বের সমীকরণ নির্ণয় কর।

Sol: প্রদত্ত উপবৃত্ত, $4x^2 + 5y^2 - 16x + 10y + 1 = 0$
 $\Rightarrow \frac{(x - 2)^2}{(\sqrt{5})^2} + \frac{(y + 1)^2}{2^2} = 1$

সুতরাং $X = x - 2$, $Y = y + 1$, $a = \sqrt{5}$, $b = 2$ এবং $e = \frac{1}{\sqrt{5}}$

(i) আমরা জানি বৃহৎ অক্ষের সমীকরণ $Y = 0 \Rightarrow y + 1 = 0$ Ans.

(ii) ক্ষুদ্র অক্ষের সমীকরণ, $X = 0 \Rightarrow x - 2 = 0$ Ans.

(iii) দিকাক্ষের সমীকরণ, $X = \pm \frac{a}{e} \Rightarrow x - 2 = \pm \frac{\sqrt{5}}{\frac{1}{\sqrt{5}}} = \pm 5$

$\Rightarrow x = 7$ এবং $x = -3$ হল দিকাক্ষের সমীকরণ। Ans.

(iv) উপকেন্দ্রিক লম্বের সমীকরণ, $X = \pm ae$

$\Rightarrow x - 2 = \pm \sqrt{5} \times \frac{1}{\sqrt{5}} = \pm 1$

$\Rightarrow x = 3$ এবং $x = 1$ হল উপকেন্দ্রিক লম্বের সমীকরণ। Ans.

Type-05: উপবৃত্তের বৃহৎ অক্ষ, ক্ষুদ্র অক্ষ, উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য এবং দূরত্ব নির্ণয়

Prob 01 $9x^2 + 4y^2 = 36$ উপবৃত্তটির উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য কত?

Sol: প্রদত্ত উপবৃত্ত, $9x^2 + 4y^2 = 36 \Rightarrow \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$

অতএব, $a^2 = 4$, $b^2 = 9$

সুতরাং, উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য $= \frac{2a^2}{b} = \frac{2 \times 4}{3} = \frac{8}{3}$ Ans.

Prob 02 $4x^2 + 5y^2 - 16x + 10y + 1 = 0$ উপবৃত্তের বৃহৎ অক্ষ এবং ক্ষুদ্র অক্ষের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

Sol: প্রদত্ত উপবৃত্ত, $4x^2 + 5y^2 - 16x + 10y + 1 = 0$

$\Rightarrow \frac{(x-2)^2}{(\sqrt{5})^2} + \frac{(y+1)^2}{2^2} = 1$ সুতরাং, $a = \sqrt{5}$, $b = 2$

\therefore বৃহৎ অক্ষের দৈর্ঘ্য $= 2a = 2\sqrt{5}$

এবং ক্ষুদ্র অক্ষের দৈর্ঘ্য $= 2b = 2 \times 2 = 4$ Ans.

Type-06: দুটি উপকেন্দ্র এবং দিকাক্ষের মধ্যবর্তী দূরত্ব সংক্রান্ত

$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ উপবৃত্তের উপকেন্দ্রিকতা যদি e হয় তবে

i. ফোকাসদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব $= 2ae$ ii. দিকাক্ষের মধ্যবর্তী দূরত্ব $= \frac{2a}{e}$

Prob 01 $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ উপবৃত্তের ফোকাসদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব কত?

Sol: উপবৃত্তটি, $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1 \Rightarrow \frac{x^2}{3^2} + \frac{y^2}{2^2} = 1$

$\therefore a = 3$ এবং $b = 2$ তাহলে $e = \sqrt{\frac{a^2 - b^2}{a^2}} = \sqrt{\frac{9 - 4}{9}} = \frac{\sqrt{5}}{3}$

\therefore ফোকাসদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব $= 2ae = 2 \times 3 \times \frac{\sqrt{5}}{3} = 2\sqrt{5}$ Ans.

Prob 02 কোন উপবৃত্তের বৃহৎ অক্ষ x অক্ষ বরাবর এবং ক্ষুদ্র অক্ষ y অক্ষ বরাবর। ফোকাসদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব 12 এবং দিকাক্ষের মধ্যবর্তী দূরত্ব 16 উপবৃত্তের সমীকরণ কী?

Sol: শর্তমতে, $2ae = 12$ (i) এবং $\frac{2a}{e} = 16$ (ii)

(i) ও (ii) থেকে পাই, $a = \sqrt{48}$ এবং $e = \frac{12}{2\sqrt{48}} = \frac{6}{\sqrt{48}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$$\therefore b^2 = a^2(1 - e^2) = 48 \times \left(1 - \frac{36}{48}\right) = 12$$

$$\therefore \text{উপবৃত্তের সমীকরণ, } \frac{x^2}{48} + \frac{y^2}{12} = 1 \text{ Ans.}$$

Type-07: উপবৃত্তের কোন বিন্দুতে স্পর্শকের সমীকরণ এবং স্পর্শবিন্দু

$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ উপবৃত্তের (x_1, y_1) বিন্দুতে স্পর্শকের সমীকরণ

$\frac{xx_1}{a^2} + \frac{yy_1}{b^2} = 1$ এবং $y = mx + c$ রেখাটি স্পর্শক হলে

$$\text{স্পর্শবিন্দু } \left(\pm \frac{a^2 m^2}{\sqrt{a^2 m^2 + b^2}}, \pm \frac{b^2}{\sqrt{a^2 m^2 + b^2}} \right)$$

উপবৃত্তের কোন বিন্দুতে স্পর্শকের ঢাল $= \frac{dy}{dx}$

Prob 01 $\frac{x^2}{4^2} + \frac{y^2}{3^2} = 1$ উপবৃত্তের $(4, 0)$ বিন্দুতে স্পর্শকের সমীকরণ নির্ণয় কর।

Sol: স্পর্শকের সমীকরণ, $\frac{x \times 4}{4^2} + \frac{y \times 0}{3^2} = 1 \Rightarrow x = 4$ Ans.

Prob 02 $y = 2x + c$ রেখাটি $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$ উপবৃত্তের স্পর্শক হলে c এর মান নির্ণয় কর।

Sol: $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1 \Rightarrow 3x^2 + 4y^2 = 12$

$\Rightarrow 3x^2 + 4(4x^2 + 4cx + c^2) = 12 \Rightarrow 19x^2 + 16cx + 4c^2 - 12 = 0$
এখন, নিচায়ক $= 0$

$$(16c)^2 - 4 \times 19 \times (4c^2 - 12) = 0 \Rightarrow 64c^2 - 76c^2 + 228 = 0$$

$$\Rightarrow c^2 = 19 \Rightarrow c = \sqrt{19} \text{ Ans.}$$

Type-08: উপবৃত্তের ক্ষেত্রফল সংক্রান্ত

$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ উপবৃত্তের ক্ষেত্রফল $= \pi ab$.

Prob 01 $\frac{x^2}{4^2} + \frac{y^2}{2^2} = 1$ উপবৃত্তের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

Sol: প্রদত্ত উপবৃত্তের ক্ষেত্রে, $a = 4$ এবং $b = 2$

\therefore উপবৃত্তের ক্ষেত্রফল $= \pi ab = \pi \times 4 \times 2 = 8\pi$ Ans.

Prob 02 $9(x-3)^2 + p(y-4)^2 = 144$ উপবৃত্তের ক্ষেত্রফল 12 π হলে এর মান কত?

$$\text{Sol: } 9(x-3)^2 + p(y-4)^2 = 144 \Rightarrow \frac{(x-3)^2}{4^2} + \frac{(y-4)^2}{\left(\frac{12}{\sqrt{p}}\right)^2} = 1$$

উপবৃত্তের ক্ষেত্রফল $\pi \times 4 \times \frac{12}{\sqrt{p}} = 12\pi$ (শর্তানুসারে)

$$\Rightarrow \frac{4}{\sqrt{p}} = 1 \Rightarrow p = 16 \text{ Ans.}$$

ঢাকা বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $3x^2 + 5y^2 = 15$ উপবৃত্তের উৎকেন্দ্রিকতা হবে- [12-13]

- A. $\sqrt{3/5}$ B. $\sqrt{5/3}$ C. $\sqrt{2/5}$ D. $\sqrt{5/2}$

Ans C Solve $3x^2 + 5y^2 = 15$

$$\Rightarrow \frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{3} = 1 \quad \therefore e = \sqrt{1 - \frac{3}{5}} = \sqrt{\frac{2}{5}}$$

02. $3x^2 + 4y^2 = 12$ উপবৃত্তের উৎকেন্দ্রিকতা? [04-05; JnU 10-11]

- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{3}{4}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

Ans C Solve প্রদত্ত সমীকরণটিকে standard form এ লিখলে হয়,

$$\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1, \text{ সুতরাং } \frac{x^2}{(2)^2} + \frac{y^2}{(\sqrt{3})^2} = 1 \text{ অর্থাৎ এক্ষেত্রে } a = 2 \text{ এবং}$$

$$b = \sqrt{3}, \text{ সুতরাং উপবৃত্তের উৎকেন্দ্রিকতা, } e = \sqrt{1 - \frac{(\sqrt{3})^2}{(2)^2}} = \frac{1}{2}$$

03. $3(x-1)^2 + 4y^2 = 12$ সমীকরণ কি বর্ণনা করে? [98-99]

- A. বৃত্ত যার কেন্দ্র (1, 0)
B. পরাবৃত্ত যার শীর্ষ (1, 0)
C. উপবৃত্ত যার একটি ফোকাস (1, 0)
D. উপবৃত্ত যার একটি ফোকাস (0, 0)

Ans D Solve $3(x-1)^2 + 4y^2 = 12$

$$\Rightarrow \frac{(x-1)^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1 \Rightarrow \frac{X^2}{4} + \frac{Y^2}{3} = 1$$

$$\therefore e^2 = \frac{4-3}{4} = \frac{1}{4} \therefore e = \frac{1}{2}$$

সুতরাং ফোকাস (X = ±ae, Y = 0)

$$\therefore (x-1 = \pm 2 \times \frac{1}{2}, y = 0) \Rightarrow (x-1 = \pm 1, y = 0)$$

$$\Rightarrow (x = 2, y = 0) \text{ এবং } (x = 0, y = 0) \text{।}$$

সুতরাং ফোকাস হবে (2, 0) এবং (0, 0)।

04. $\frac{(x-4)^2}{100} + \frac{(y+2)^2}{64} = 1$ উপবৃত্তের উৎকেন্দ্রিকতা e হলে e =? [07-08, 11-12]

- A. $\frac{3}{5}$ B. $\frac{4}{5}$ C. $\frac{5}{3}$ D. 1

Ans A Solve প্রদত্ত সমীকরণ, $\frac{(x-4)^2}{100} + \frac{(y+2)^2}{64} = 1$

$$\therefore a^2 = 100 \text{ এবং } b^2 = 64$$

$$\therefore e^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2} = \frac{100 - 64}{100} = \frac{36}{100} \therefore e = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$

জগন্নাথ বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $4x^2 + 9y^2 = 36$ উপবৃত্ত (ellipse) দ্বারা আবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কত? [15-16]

- A. 6π বর্গ একক B. 12π বর্গ একক
C. 8π বর্গ একক D. 2π বর্গ একক

Ans A Solve $4x^2 + 9y^2 = 36$

$$\Rightarrow \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1 \Rightarrow \frac{x^2}{3^2} + \frac{y^2}{2^2} = 1$$

ক্ষেত্রফল = $\pi \times 3 \times 2 = 6\pi$ বর্গ একক।

02. P এর মান কত হলে $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{p} = 1$ উপবৃত্তটি (6,4) বিন্দু দিয়ে যাবে? [09-10]

- A. 52 B. $\frac{5}{2}$ C. 25 D. $\frac{2}{5}$

Ans C Solve $\frac{6^2}{100} + \frac{4^2}{p} = 1 \Rightarrow \frac{36}{100} + \frac{16}{p} = 1 \therefore p = 25$

03. $x^2 - y^2 = 0$ এর জ্যামিতিক রূপ কি? [09-10]

- A. পরাবৃত্ত B. উপবৃত্ত C. অধিবৃত্ত D. জোড়া সরলরেখা

Ans D Solve $x^2 - y^2 = 0$

$$\Rightarrow x^2 = y^2 \Rightarrow x \pm y \Rightarrow x = y \text{ এবং } x = -y \text{ কিন্তু}$$

যদি $x^2 - y^2 = 1$ হতে তাহলে অধিবৃত্ত হত

যদি $x^2 + y^2 = 1$ হতে তাহলে বৃত্ত হত

যদি $x^2 + y^2 = 0$ হতে তাহলে বিন্দুবৃত্ত হত

04. $\frac{(x+4)^2}{100} + \frac{(y-2)^2}{64} = 1$ উপবৃত্তের উৎকেন্দ্রিকতা? [07-08, 08-09]

- A. 1 B. $\frac{5}{3}$ C. $\frac{3}{5}$ D. $\frac{4}{5}$

Ans C Solve $e = \sqrt{\frac{100-64}{100}} = \sqrt{\frac{36}{100}} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$

জাহাঙ্গীরনগর বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $9x^2 + 16y^2 = 144$ উপবৃত্তের নিয়ামক রেখাছয়ের সমীকরণ কোনটি? [15-16; IU 10-11]

- A. $\sqrt{3}x = \sqrt{4}y$ B. $\sqrt{7}x = \pm 9$
C. $\sqrt{7}x = \pm 16$ D. $\sqrt{7}x = \pm 12$

Ans C Solve $9x^2 + 16y^2 = 144$

$$\Rightarrow \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 144 \Rightarrow \frac{x^2}{4^2} + \frac{y^2}{3^2} = 144$$

$$\therefore e = \sqrt{1 - \frac{9}{16}} = \frac{\sqrt{7}}{4}$$

$$\therefore \text{নিয়ামকের রেখাছয়, } x = \pm \frac{4}{\sqrt{7}} = \pm \frac{16}{\sqrt{7}}$$

$$\Rightarrow \sqrt{7}x = \pm 16$$

02. $\frac{x^2}{p} + \frac{y^2}{25} = 1$ উপবৃত্তটি (6,4) বিন্দু দিয়ে যায়। উপবৃত্তের উৎকেন্দ্রিকতা কত? [15-16]

- A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. 100 C. $\frac{3}{4}$ D. $5\sqrt{3}$

Ans A Solve $\frac{36}{p} + \frac{16}{25} = 1$

$$\Rightarrow \frac{36}{p} = 1 - \frac{16}{25} = \frac{9}{25}$$

$$p = 100$$

$$\frac{x^2}{10^2} + \frac{y^2}{5^2} = 1$$

$$e = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}} = \sqrt{1 - \frac{5^2}{10^2}} = \frac{5\sqrt{3}}{10} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

03. $4x^2 + py^2 = 80$ উপবৃত্তটি $(0, \pm 4)$ বিন্দু দিয়ে গেলে, এর উপকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক কত? [15-16]

- A. $(0, \pm 2)$ B. $(\pm 2, 0)$ C. $(0, 0)$ D. $(\frac{1}{2\sqrt{5}}, 4)$

Ans B Solve শর্তমতে, $0 + 16p = 80$

$$p = 5$$

$$4x^2 + 5y^2 = 80 \Rightarrow \frac{x^2}{20} + \frac{y^2}{16} = 1$$

$$e = \sqrt{1 - \frac{16}{20}} = \sqrt{\frac{4}{20}} = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$\text{উপকেন্দ্র } (\pm \sqrt{20} \cdot \frac{1}{\sqrt{5}}, 0) = (\pm 2, 0)$$

04. $9x^2 + 25y^2 = 225$ উপবৃত্তের উৎকেন্দ্রিকতা কত? [15-16]

- A. 9 B. 25 C. $\frac{16}{25}$ D. $\frac{4}{5}$

Ans D Solve $9x^2 + 25y^2 = 225$

$$\Rightarrow \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$$

$$e = \sqrt{1 - \frac{9}{25}} = \sqrt{\frac{16}{25}} = \frac{4}{5}$$

05. উৎকেন্দ্রিকতা $\frac{4}{5}$ এবং $(\frac{10}{3}, \sqrt{5})$ বিন্দু দিয়ে যার এমন উপবৃত্তের সমীকরণ কোনটি? [15-16; JuU 14-15]

- A. $25x^2 + 16y^2 = 400$ B. $16x^2 + 25y^2 = 400$
C. $3x^2 + 4y^2 = 12$ D. $9x^2 + 25y^2 = 225$

Ans D Solve $(\frac{10}{3}, \sqrt{5})$ বিন্দু $9x^2 + 25y^2 = 225$ দিবে করে আবার

$$\text{এর উপকেন্দ্রিকতা } e = \sqrt{1 - \frac{9}{25}} = \frac{4}{5}$$

06. $2x^2 + 3y^2 = 1$ উপবৃত্তের উপকেন্দ্রিক লনের দৈর্ঘ্য কত? [15-16]

- A. $\frac{1}{\sqrt{2}}$ B. $\frac{1}{\sqrt{3}}$ C. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ D. $\frac{2\sqrt{3}}{2}$

Ans C Solve $2x^2 + 3y^2 = 1$

$$\Rightarrow \frac{x^2}{(\frac{1}{\sqrt{2}})^2} + \frac{y^2}{(\frac{1}{\sqrt{3}})^2} = 1$$

$$\text{উপকেন্দ্রিক লন} = \frac{2(\frac{1}{\sqrt{3}})^2}{\frac{1}{\sqrt{2}}} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

07. Eccentricity of the ellipse $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ is- [13-14]

- A. $\frac{\sqrt{13}}{3}$ B. $\frac{\sqrt{5}}{3}$ C. $\frac{\sqrt{13}}{2}$ D. None **Ans. B**

08. $\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{3} = 1$ উপবৃত্তের $(0, 3)$ বিন্দুতে স্পর্শকের ঢাল- [A 12-13]

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 0

Ans D Solve $f(x, y) = \frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{3} - 1 = 0$

$$\therefore \frac{dy}{dx} = -\frac{f_x}{f_y} \Rightarrow \frac{dy}{dx} = -\frac{2x}{\frac{2}{3}y}$$

$$\therefore (0, 3) \text{ বিন্দুতে ঢাল, } \frac{dy}{dx} = -\frac{0}{\frac{2}{3} \cdot 3} = 0$$

Shortcut: $\frac{0 \cdot x}{2} + \frac{y \cdot 3}{3} = 1 \Rightarrow y = 1 \therefore y = 0 \cdot x + 1 \therefore \text{ঢাল} = 0$

09. $16x^2 + 25y^2 = 400$ উপবৃত্তের উৎকেন্দ্রিকতা কত? [A 12-13; RU 08-09]

- A. $\frac{5}{3}$ B. $\frac{3}{5}$ C. $\frac{4}{3}$ D. $\frac{4}{5}$

Ans B Solve $\frac{x^2}{5^2} + \frac{y^2}{4^2} = 1 \therefore e = \sqrt{1 - \frac{4^2}{5^2}} = \frac{3}{5}$

10. $4x^2 + 5y^2 - 16x + 10y + 1 = 0$ সমীকরণটি নির্দেশ করে- [11-12]

- A. বৃত্ত B. উপবৃত্ত C. পরাবৃত্ত D. অধিবৃত্ত

Ans B Solve কণিকটির x^2 ও y^2 -এর সহগ একই চিহ্ন বিশিষ্ট কিন্তু মানের এবং xy -যুক্তপদ অনুপস্থিত। \therefore কণিকটি উপবৃত্ত।

রাজশাহী বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $\frac{x^2}{144} + \frac{y^2}{169} = 1$ উপবৃত্তের উপকেন্দ্র দুইটি- [14-15]

- A. $(0, \pm 5)$ B. $(0, \pm 12)$ C. $(0, \pm 13)$ D. $(0, \pm 25)$

Ans A Solve $\frac{x^2}{144} + \frac{y^2}{169} = 1 \Rightarrow \frac{x^2}{12^2} + \frac{y^2}{13^2} = 1$

$$a = 12, b = 13, b > a.$$

$$e = \sqrt{1 - \frac{a^2}{b^2}} = \sqrt{1 - \frac{144}{169}} = \sqrt{\frac{25}{169}} = \frac{5}{13}$$

$$\therefore \text{উপকেন্দ্র } (0, \pm be) = (0, \pm 13 \times \frac{5}{13}) = (0, \pm 5)$$

02. $\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{3} = 1$ উপবৃত্তীয় ক্ষেত্রের যে অংশ খনাত্মক বৃহৎ অক্ষ ও ক্ষুদ্র অক্ষ দ্বারা বেষ্টিত তার ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক? [14-15]

- A. $\frac{3\pi}{2}$ B. $\frac{\pi}{6}$ C. $\frac{\pi\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{\pi\sqrt{6}}{4}$

Ans D Solve $\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{3} = 1 \Rightarrow \frac{x^2}{(\sqrt{2})^2} + \frac{y^2}{(\sqrt{3})^2} = 1$

$$A = \frac{1}{4} \pi ab = \frac{1}{4} \pi \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{3} = \frac{\pi\sqrt{6}}{4}$$

03. কোন উপবৃত্তের উৎকেন্দ্রিকতা শূন্য হলে তা কি নির্দেশ করে? [14-15]

- A. এক জোড়া সরলরেখা B. পরাবৃত্ত C. অধিবৃত্ত D. বৃত্ত

Ans D Solve $e = 0$ হলে, উপবৃত্তটি বৃত্ত নির্দেশ করে। কারণ,

$$\sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}} = 0 \Rightarrow \frac{b^2}{a^2} = 1 \Rightarrow a^2 = b^2$$

$$\Rightarrow a = b. \text{ হলে, উপবৃত্তটি বৃত্ত হবে}$$

04. $\frac{x^2}{1+4} - \frac{y^2}{25} = 1$ অধিবৃত্তের উপকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক কোনটি? [14-15]

- A. $(\pm 10, 0)$ B. $(\pm 12, 0)$ C. $(\pm 13, 0)$ D. $(\pm 14, 0)$

Ans Blank Solve $\frac{x^2}{1+4} - \frac{y^2}{25} = 1 \Rightarrow \frac{x^2}{5} - \frac{y^2}{25} = 1$

$$a = \sqrt{5}, b = 5, e = \sqrt{\frac{a^2 + b^2}{a^2}} = \sqrt{\frac{5 + 25}{5}} = \sqrt{\frac{30}{5}}$$

$$\text{উপকেন্দ্র, } (\pm ae, 0) = (\pm \sqrt{5} \cdot \sqrt{\frac{30}{5}}, 0) = (\pm \sqrt{30}, 0)$$

05. (6,4) বিন্দুগামী $\frac{x^2}{p} + \frac{y^2}{25} = 1$ উপবৃত্তটির উৎকেন্দ্রতা কত? [13-14]

- A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{3}{4}$ C. $\frac{3}{\sqrt{2}}$ D. $\sqrt{\frac{3}{2}}$

Ans A Solve (6, 4) বিন্দুগামী হলে, $\frac{6^2}{p} + \frac{4^2}{25} = 1$ $\therefore p = 100$

\therefore উপবৃত্তের সমীকরণ, $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{25} = 1$

\therefore উৎকেন্দ্রিকতা, $e = \sqrt{1 - \frac{25}{100}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

06. কোন উপবৃত্তের উৎকেন্দ্রিকতা e হলে- [08-09; CU 01-02, 07-08]

- A. $e = 1$ B. $e = 0$
C. $e > 1$ D. $e < 1$

Ans. D

07. একটি উপবৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর যার উপকেন্দ্র দুইটি $S(2, 0)$ ও $S'(-2, 0)$ এবং যাহা $P(\frac{3}{2}, \frac{\sqrt{15}}{2})$ বিন্দু দিয়া অতিক্রম করে। [01-02]

Solve মনে করি উপবৃত্তের সমীকরণ $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

$$PS' = \sqrt{\left(\frac{3}{2} + 2\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{15}}{2} - 0\right)^2} = \sqrt{\frac{49}{4} + \frac{15}{4}} = 4$$

$$\text{এবং } PS = \sqrt{\left(\frac{3}{2} - 2\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{15}}{2} - 0\right)^2} = \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{15}{4}} = 2$$

P বিন্দুর ফোকাস দূরত্বের যোগফল বৃহৎ অক্ষের দৈর্ঘ্যের সমান।

$$\therefore 2a = PS' + PS = 4 + 2 = 6 \therefore a = 3$$

\therefore উপবৃত্তের সমীকরণ হবে $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ যেহেতু, উপবৃত্ত $(\frac{3}{2}, \frac{\sqrt{15}}{2})$ বিন্দু

$$\text{দিয়ে যায়, } \therefore \frac{(3/2)^2}{9} + \frac{(\sqrt{15}/2)^2}{b^2} = 1 \Rightarrow b^2 = 5$$

$$\therefore \text{নির্ণয় সমীকরণ, } \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{5} = 1$$

চট্টগ্রাম বিশ্ববিদ্যালয় জর্জি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. জ্যামিতিতে $3x^2 + 6y^2 = 18$ কিসের সমীকরণ নির্দেশ করে? [15-16]

- A. বৃত্ত B. উপবৃত্ত C. পরাবৃত্ত
D. অধিবৃত্ত E. সরলরেখা

Ans B Solve $3x^2 + 6y^2 = 18$

$$\Rightarrow \frac{x^2}{6} + \frac{y^2}{3} = 1 \text{ উপবৃত্ত}$$

02. $4x^2 + 9y^2 = 36$ উপবৃত্তে ধনাত্মক দিকে X-অক্ষের খণ্ডিত অংশের দৈর্ঘ্য এবং Y-অক্ষের খণ্ডিত অংশের দৈর্ঘ্য কত? [15-16]

- A. 3, 2 B. 6, 4 C. 9, 4
D. 1, 1 E. কোনটিই নয়

Ans A Solve $4x^2 + 9y^2 = 36 = \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1 = \frac{x^2}{3^2} + \frac{y^2}{2^2} = 1$

x ও y অক্ষে খণ্ডিতাংশ যথাক্রমে 3, 2

03. উৎকেন্দ্রিকতা e এর জন্য $0 < e < 1$ সত্য হলে সম্ভাব্যরূপে হবে- [15-16]

- A. অধিবৃত্ত B. বৃত্ত C. সরলরেখা
D. পরাবৃত্ত E. উপবৃত্ত

Ans E Solve $0 < e < 1$ হলে কনিকটি উপবৃত্ত হবে।

04. p এর মান কত হলে $px^2 + 4y^2 = 1$ উপবৃত্তটি $(\pm 1, 0)$ বিন্দুদ্বয় দিয়ে অতিক্রম করবে? [15-16]

- A. 2 B. 3 C. 1 D. 0 E. ± 1

Ans C Solve $p(\pm 1)^2 + 4 \cdot 0^2 = 1$
 $p = 1$

05. $\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{36} = 1$ উপবৃত্তের উৎকেন্দ্রিকতা e এর মান হচ্ছে- [14-15]

- A. $\frac{5}{8}$ B. $\frac{\sqrt{7}}{8}$ C. $\frac{\sqrt{7}}{4}$ D. $\frac{7}{8}$ E. $2\frac{\sqrt{7}}{9}$

Ans C Solve $\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{36} = 1 \Rightarrow \frac{x^2}{8^2} + \frac{y^2}{6^2} = 1$

$$e = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}} = \sqrt{1 - \frac{36}{64}} = \sqrt{\frac{64 - 36}{64}} = \sqrt{\frac{28}{64}} = \frac{\sqrt{7}}{4}$$

06. $5x^2 + 6y^2 + 12y = 0$ সমীকরণটি নির্দেশ করে- [13-14]

- A. একজোড়া সরল রেখা B. বৃত্ত C. উপবৃত্ত
D. অধিবৃত্ত E. পরাবৃত্ত

Ans. C

07. $4x^2 + 9y^2 = 36$ সমীকরণ কি নির্দেশ করে? [C 12-13]

- A. বৃত্ত B. উপবৃত্ত C. পরাবৃত্ত D. অধিবৃত্ত E. সরল রেখা

Ans B Solve $4x^2 + 9y^2 = 36 \Rightarrow \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$

09. $\frac{(x-1)^2}{9} + \frac{(y-2)^2}{16} = 1$ উপবৃত্তের কেন্দ্রের স্থানাঙ্ক হবে- [C 12-13]

- A. (1, 2) B. (2, 1) C. (3, 4) D. (4, 3) E. (0, 0)

Ans A Solve কেন্দ্রের স্থানাঙ্ক, $x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1$
 $y - 2 = 0 \Rightarrow y = 2$

10. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ উপবৃত্তের নাভিলম্বের দৈর্ঘ্য কত? [10-11; RU 05-06]

- A. $\frac{2b^2}{a}$ B. $\sqrt{3}$ C. $\frac{a}{c}$
D. $\frac{a^2}{b^2}$ E. $\frac{a}{b}$

Ans. A

11. $9x^2 + 25y^2 = 225$ উপবৃত্তের উৎকেন্দ্রিকতা এবং উপকেন্দ্র হবে- [07-08, 11-12]

- A. $e = \frac{4}{5}, (\pm 4, 0)$ B. $e = -\frac{4}{5}, (4, 0)$
C. $e = -\frac{2}{5}, (\pm 2, 0)$ D. $e = \frac{4}{5}, (0, \pm 4)$

Ans A Solve $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1 \therefore e = \sqrt{1 - \frac{9}{25}} = \frac{4}{5}$

\therefore উপকেন্দ্র $= (\pm 5, 0) = (\pm 4, 0)$

12. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ উপবৃত্তের দিকাক্ষের সমীকরণ কোনটি? [04-05]

- A. $4P = \pm 25$ B. $5y = \pm 16$ C. $5x = \pm 16$ D. $4x = \pm 25$

Ans D Solve উৎকেন্দ্রিকতা $e = \sqrt{\frac{a^2 - b^2}{a^2}}$, $x = \pm \frac{a}{e}$

এখানে $a = 5, b = 3 \Rightarrow 4x = \pm 25$

05. $4x^2 + 5y^2 = 80$ উপবৃত্তের অক্ষ দুটির দৈর্ঘ্য কত? [02-03]

A. $2\sqrt{5}$ এবং 4 B. $4\sqrt{5}$ এবং 8 C. 20 এবং 16 D. 4 এবং 5

Ans B Solve $4x^2 + 5y^2 = 80 \Rightarrow \frac{x^2}{20} + \frac{y^2}{16} = 1$

বৃহৎ অক্ষ = $2a$, ক্ষুদ্র অক্ষ = $2b$ \therefore অক্ষ দুটির দৈর্ঘ্য = $4\sqrt{5}$ এবং 8

বরিশাল বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $7x^2 + 8y^2 = 56$ ঘাটা আবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল- [14-15]

A. $\sqrt{2}$ sq.unit B. $\sqrt{8}$ sq.unit C. 56 sq.unit D. $\sqrt{56} \pi$ sq.unit

Ans D Solve $7x^2 + 8y^2 = 56 \Rightarrow \frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{7} = 1$,

উপবৃত্ত $\Rightarrow \frac{x^2}{(\sqrt{8})^2} + \frac{y^2}{(\sqrt{7})^2} = 1 \Rightarrow a = \sqrt{8}, b = \sqrt{7}$

\therefore ক্ষেত্রফল $A = \pi ab$.

ক্ষেত্রফল $A = \pi \sqrt{8} \sqrt{7} = \pi \sqrt{56} = \sqrt{56} \pi$ squar unit

কুমিল্লা বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{36} = 1$ किसের সমীকরণ? [13-14]

A. বৃত্ত B. উপবৃত্ত C. পরাবৃত্ত D. অধিবৃত্ত

Ans B Solve $\frac{x^2}{5^2} + \frac{y^2}{6^2} = 1$

as like, $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ যা উপবৃত্তের সমীকরণ।

বেগম রোকেয়া বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ বক্ররেখাটির ক্ষেত্রফল কত? [15-16]

A. $\pi^2 a$ B. πab C. $\pi^2 b$ D. $\pi^2 ab$

Ans B Solve $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ক্ষেত্রফল = πab

02. কোনটি $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ এর নিয়ামকের সমীকরণ- [15-16]

A. $x = \pm ae$ B. $x = \pm a$ C. $x = \pm \frac{a}{e}$ D. $x = \pm e$

Ans C Solve এর নিয়ামকের সমীকরণ, $x = \pm \frac{a}{e}$

03. কোন উপবৃত্তের উপকেন্দ্রিক লম্ব উপবৃত্তটির বৃহৎ অক্ষের অর্ধেক। উপবৃত্তটির উৎকেন্দ্রিকতা- [13-14]

A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{\sqrt{2}}$ D. $\frac{1}{2\sqrt{2}}$

Ans C Solve $\frac{2b^2}{a} = \frac{2a}{2}$

$\Rightarrow a^2 = 2b^2 \Rightarrow \frac{b^2}{a^2} = \frac{1}{2} \Rightarrow 1 - \frac{b^2}{a^2} = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

$\Rightarrow \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}} = e = \sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \therefore e = \frac{1}{\sqrt{2}}$

ভাসানী বিজ্ঞান ও প্রযুক্তি বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $9x^2 + 25y^2 = 225$ উপবৃত্তের $(0, -5)$ বিন্দুতে উৎকেন্দ্রিক কোণ কত? [15-16]

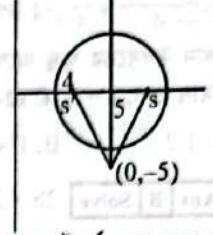
A. $\frac{\pi}{2}$ B. $\frac{\pi}{3}$ C. $\frac{2\pi}{2}$ D. $\frac{\pi}{4}$

Ans = Solve $9x^2 + 25y^2 = 225$

$\Rightarrow \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1 \Rightarrow \frac{x^2}{5^2} + \frac{y^2}{3^2} = 1$

$e = \sqrt{1 - \frac{3^2}{5^2}} = \frac{4}{5}$

উপকেন্দ্রীয় $(\pm 5 \cdot \frac{4}{5}, 0) = (\pm 4, 0)$



02. $9x^2 + 16y^2 = 144$ উপবৃত্তটির উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য কত? [15-16]

A. $7/2$ B. $5/2$ C. $9/2$ D. $3/2$

Ans C Solve $9x^2 + 16y^2 = 144$

$\Rightarrow \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1 \Rightarrow \frac{x^2}{4^2} + \frac{y^2}{3^2} = 1$

উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য = $\frac{2b^2}{a} = \frac{2 \times 9}{4} = \frac{9}{2}$

03. নিচের কোনটি উপবৃত্তের সমীকরণ? [15-16]

A. $16x^2 - 9y^2 = 144$ B. $9x^2 + 16y^2 = 144$

C. $y^2 = 16x$ D. $y^2 = 4x$

Ans B Solve $9x^2 + 16y^2 = 144$

$\Rightarrow \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1 \Rightarrow \frac{x^2}{4^2} + \frac{y^2}{3^2} = 1$

যা একটি উপবৃত্ত।

04. $\frac{(x+y-2)^2}{9} + \frac{(x-y)^2}{16} = 1$ উপবৃত্তের কেন্দ্র কোনটি? [14-15]

A. $(0, 0)$ B. $(1, 1)$ C. $(0, 1)$ D. $(1, 0)$

Ans B Solve উপবৃত্তটি, $\frac{(x+y-2)^2}{9} + \frac{(x-y)^2}{16} = 1$ হয়। তবে

$x + y = 2$ } এর ছেদবিন্দু $(1, 1)$

এবং $x - y = 0$ }

উপবৃত্তের কেন্দ্র হবে। এ ক্ষেত্রে Option B সঠিক হবে।

05. $3x^2 + 4y^2 = 12$ উপবৃত্তের উৎকেন্দ্রিকতা- [14-15]

A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{\sqrt{2}}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{1}{\sqrt{3}}$

Ans A Solve $3x^2 + 4y^2 = 12 \Rightarrow \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$

$\Rightarrow \frac{x^2}{2^2} + \frac{y^2}{(\sqrt{3})^2} = 1$

\therefore উৎকেন্দ্রিকতা, $e = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}} = \sqrt{1 - \frac{3}{4}} = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$

যশোর বিজ্ঞান ও প্রযুক্তি বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. কোন উপবৃত্তের উপকেন্দ্রের লম্ব এর বৃহদাক্ষের অর্ধেক। এর উৎকেন্দ্রিকতা হল- [15-16]

A. $1/2$ B. $1/\sqrt{2}$ C. 2

D. $\sqrt{2}$ E. $\sqrt{3}$

Ans B Solve $\frac{2b^2}{a} = a \Rightarrow \frac{b^2}{a^2} = \frac{1}{2}$

$\therefore e = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}} = \sqrt{1 - \frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

02. $3(x-1)^2 + 4y^2 = 12$ সমীকরণ কি নির্দেশ করে? [15-16]

- A. বৃত্ত যার কেন্দ্র B. পরাবৃত্ত যার শীর্ষ (1,0)
C. বৃত্ত যার একটি ফোকাস (1,0) D. উপবৃত্ত যার ফোকাস (0,0)
E. অধিবৃত্ত যার ফোকাস (0,0)

Ans D Solve $3(x-1)^2 + 4y^2 = 12$

$\Rightarrow \frac{(x-1)^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$ উপবৃত্ত

03. কোন উপবৃত্তের ক্ষুদ্র অক্ষের দৈর্ঘ্য তার ফোকাস দ্বয়ের মধ্যকার দূরত্বের সমান হলে, $e = ?$ [C 12-13]

- A. $1/2$ B. $1/\sqrt{2}$ C. $\sqrt{2}$ D. $\sqrt{3}$

Ans B Solve $2b = 2ac \Rightarrow e = \frac{b}{a}$

$\therefore \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}} = \sqrt{1 - e^2} \Rightarrow e^2 = \frac{1}{2} \therefore e = \frac{1}{\sqrt{2}}$

04. P এর মান কত হলে $px^2 + 4y^2 = 1$ উপবৃত্তটি $(\pm 1, 0)$ বিন্দু দিয়ে যাবে? [A 12-13; RU 09-10; SUST 02-03]

- A. 1 B. -1 C. 0 D. -2

Ans A Solve $px^2 + 4y^2 = 1$ (উপবৃত্তটি $(\pm 1, 0)$ বিন্দুগামী বলে,

$p \cdot 1 + 4 \cdot 0 = 1 \Rightarrow p = 1$

05. $4x^2 + 11y^2 - 24xy - 50x - 225 = 0$ সমীকরণটির জ্যামিতিক পরিচয় কোণটি? [A 12-13]

- A. বৃত্ত B. সরলরেখা
C. অধিবৃত্ত D. উপবৃত্ত

Ans. C

শেরেবাংলা কৃষি বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. কোন উপবৃত্তের উপকেন্দ্রিক লম্ব এর বৃহদাক্ষের অর্ধেক হলে এর উৎকেন্দ্রিকতা কত? [14-15]

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\sqrt{2}$ C. 2 D. $\frac{1}{\sqrt{2}}$

Ans D Solve প্রশ্নমতে, $\frac{2b^2}{a} = a \Rightarrow \frac{b^2}{a^2} = \frac{1}{2}$

$e = \sqrt{1 + \frac{b^2}{a^2}} = \sqrt{1 - \frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

পাবনা বিজ্ঞান ও প্রযুক্তি বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $4x^2 + 5y^2 = 1$ উপবৃত্তের একটি ফোকাস এবং এর অনুরূপ দিকাক্ষের মধ্যকার দূরত্ব কত? [15-16]

- A. $\frac{1}{\sqrt{5}}$ B. 4 C. $4\sqrt{5}$ D. কোনটিই নয়

Ans D Solve $4x^2 + 5y^2 = 1$

$e = \sqrt{1 - \frac{1}{5}} = \sqrt{1 - \frac{4}{5}} = \sqrt{\frac{1}{5}}$

$\Rightarrow \frac{x^2}{\frac{1}{4}} + \frac{y^2}{\frac{1}{5}} = 1 \Rightarrow a = \frac{1}{2}$

নির্ণেয় দূরত্ব $= \frac{a}{e} - ac = \frac{1}{\frac{1}{\sqrt{5}}} - \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{5}} = \frac{\sqrt{5}}{2} - \frac{1}{2\sqrt{5}}$
 $= \frac{5-1}{2\sqrt{5}} = \frac{4}{2\sqrt{5}} = \frac{2}{\sqrt{5}}$ কোনটিই নয়।

02. $\frac{x^2}{144} + \frac{y^2}{169} = 1$ উপবৃত্তের উপকেন্দ্র কতটি? [14-15]

- A. দুইটি B. একটি C. তিনটি D. চারটি

Ans A Solve $\frac{x^2}{12^2} + \frac{y^2}{13^2} = 1 \Rightarrow e = \sqrt{1 - \frac{144}{169}} = \frac{5}{13}$

উপকেন্দ্র $(0, \pm be) = (0, \pm 13 \times \frac{5}{13}) = (0, \pm 5)$

অর্থাৎ (0,5) ও (0,-5), 2টি

বি.দ্র: উপবৃত্তের দুইটি উপকেন্দ্র, শীর্ষ 2টি, দিকক্ষে বা নিয়ামক 2টি, অক্ষ 2টি, উপকেন্দ্রিক লম্ব 2টি থাকে।

03. $y^2 = 4ax$ এর উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য হবে- [14-15]

- A. 2a B. a C. 4a D. $4a^2$

Ans C Solve $y^2 = 4ax$. উপকেন্দ্রিক দৈর্ঘ্য = 4a

বঙ্গবন্ধু শেখ মুজিবুর রহমান বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. কোন উপবৃত্তের ক্ষুদ্র দৈর্ঘ্যের অর্ধেক তার কেন্দ্র ও উপকেন্দ্রের মধ্যবর্তী দূরত্বের সমান হলে তার উৎকেন্দ্রিকতা হবে- [14-15]

- A. $\frac{1}{\sqrt{2}}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\sqrt{2}$ D. $\frac{1}{2}$

Ans A Solve প্রশ্নমতে, $b = ae \Rightarrow e = \frac{b}{a}$

$\therefore e = \sqrt{1 - \left(\frac{b}{a}\right)^2} = \sqrt{1 - e^2}$

$\Rightarrow e^2 = 1 - e^2 \Rightarrow 2e^2 = 1 \Rightarrow e = \frac{1}{\sqrt{2}}$

02. $9x^2 + 5y^2 = 45$ উপবৃত্তের উপকেন্দ্রদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব কত একক? [14-15]

- A. 5 B. 4 C. 6 D. 3

Ans B Solve $9x^2 + 5y^2 = 45$

$\Rightarrow \frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{9} = 1 \Rightarrow \frac{x^2}{(\sqrt{5})^2} + \frac{y^2}{3^2} = 1$ $a = \sqrt{5}, b = 3, b > a$

$\therefore e = \sqrt{1 - \frac{a^2}{b^2}} = \sqrt{1 - \frac{5}{9}} = \sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{2}{3}$

উপকেন্দ্র দ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব $= 2be = 2 \times 3 \times \frac{2}{3} = 4$

বাংলাদেশ টেক্সটাইল বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $3x^2 + 5y^2 = 15$ উপবৃত্তের উৎকেন্দ্রিকতা হবে- [14-15]

- A. $\sqrt{\frac{3}{5}}$ B. $\sqrt{\frac{5}{3}}$ C. $\sqrt{\frac{5}{2}}$ D. $\sqrt{\frac{2}{5}}$

Ans D Solve $3x^2 + 5y^2 = 15$

$\Rightarrow \frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{3} = 1 \therefore a^2 = 5; b^2 = 3$

$e = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}} = \sqrt{\frac{2}{5}}$

বৃত্ত, বৃত্ত, বৃত্ত ও বৃত্তের উল্লিখিত গুণিত বিন্দু বহুরের প্রমাণিত
(শর্ত সঠিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান)

01. $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{25} = 1$ উপবৃত্তের কোকাসদয় ও $2x^2 + 2y^2 + 12x - 16y - 13 = 0$

বৃত্তের কেন্দ্র হারা পটিত বিন্দুটির কেন্দ্রফল কত? [KUET 15-16]

- A. 6 sq units B. 0 sq units
C. 12 sq units D. 18 sq units E. 24 sq units

Ans B Solve $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{25} = 1$

$e = \sqrt{1 - \frac{16}{25}} = \frac{3}{5}$

কোকাসদয় (0, -3), (0, 3)

বৃত্ত $x^2 + y^2 + 6x - 8y + \frac{13}{2} = 0$

কেন্দ্র (-3, 4)

কেন্দ্রফল = $\frac{1}{2} \begin{vmatrix} 0 & -3 & 1 \\ 0 & 3 & 1 \\ -3 & 4 & 1 \end{vmatrix} = \frac{1}{2} (-3 \cdot -3) = \frac{-3 \times -6}{2} = 9$

02. একটি উপবৃত্তের উপকেন্দ্রিক লম উহার ছুঁ অক্ষের অর্ধেকের সমান। উপবৃত্তটি (0, 1) বিন্দু দিয়ে অতিক্রম করলে উহার সমীকরণ নির্ণয় কর। [KUET 14-15]

- A. $3x^2 + y^2 = 16$ B. $3x^2 + y^2 = 11$ C. $x^2 + y^2 = 9$
D. $x^2 + 9y^2 = 25$ E. $x^2 + 4y^2 = 4$

Ans E Solve $\frac{2b^2}{a} = \frac{2b}{2} \Rightarrow b = \frac{a}{2} \Rightarrow a = 2b$

$\therefore \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

$= \frac{x^2}{4b^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ যা (0, 1) বিন্দুগামী

$\Rightarrow 0 + \frac{1}{b^2} = 1 \Rightarrow b^2 = 1$

$\therefore \frac{x^2}{4} + y^2 = 1 \Rightarrow x^2 + 4y^2 = 4$

03. $5x^2 + 4y^2 = 1$ উপবৃত্তের দিকাক্ষের সমীকরণ কি? [CUET 13-14]

- A. $y = \pm \frac{\sqrt{5}}{2}$ B. $y = \pm \frac{\sqrt{5}}{4}$ C. $x = \pm \frac{\sqrt{5}}{2}$ D. None

Ans A Solve $\frac{x^2}{\left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right)^2} + \frac{y^2}{\left(\frac{1}{2}\right)^2} = 1$

উৎকেন্দ্রিকতা $e = \sqrt{\frac{b^2 - a^2}{b^2}} = \sqrt{\frac{\frac{1}{4} - \frac{1}{5}}{\frac{1}{4}}} = \frac{1}{\sqrt{5}}$

দিকাক্ষের সমীকরণ $y = \pm \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{\sqrt{5}}} = \pm \frac{\sqrt{5}}{2}$

04. p এর মান কত হলে $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{p} = 1$ উপবৃত্তটি (6, 4) বিন্দু দিয়ে যাবে? [RUET 13-14]

- A. 52 B. 5/2 C. 25
D. 2/5 E. None

Ans C Solve $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{p} = 1$

যেহেতু (6, 4) বিন্দু দিয়ে যাবে $\frac{36}{100} + \frac{16}{p} = 1$

$\Rightarrow \frac{16}{p} = 1 - \frac{36}{100} = \frac{64}{100} \therefore p = 25$

05. একটি উপবৃত্তের দীর্ঘতর (0, ± 5) ও দিকাক্ষের $y = \pm 25/3$ হলে উপবৃত্তের সমীকরণ হলো- [KUET 13-14]

- A. $16x^2 + 25y^2 = 400$ B. $9x^2 + 25y^2 = 225$
C. $25x^2 + 9y^2 = 225$ D. $25x^2 + 16y^2 = 400$
E. $9x^2 + 16y^2 = 144$

Ans Blank Solve $\pm be = \pm 5 \Rightarrow e = \frac{5}{b}$

আবার, দিকাক্ষ, $\pm \frac{b}{e} = \pm \frac{25}{3} \Rightarrow \frac{b}{e} = \frac{25}{3}$

$\Rightarrow b = \frac{25}{3} \times \frac{5}{b} \Rightarrow b^2 = \frac{125}{3}$

$e^2 = \frac{5^2}{b^2} = \frac{25}{\frac{125}{3}} = \frac{75}{125} \Rightarrow e^2 = 1 - \frac{a^2}{b^2} \therefore a^2 = \frac{50}{3}$

\therefore সমীকরণ, $\frac{x^2}{\frac{50}{3}} + \frac{y^2}{\frac{125}{3}} = 1 \Rightarrow \frac{3x^2}{50} + \frac{3y^2}{125} = 1$

$\Rightarrow 15x^2 + 6y^2 = 250$ Ans.

06. কোন উপবৃত্তের উপকেন্দ্রিক লম উপবৃত্তটির বৃহৎ অক্ষের অর্ধেক। এর উৎকেন্দ্রিকতা হল- [BUET 11-12]

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{\sqrt{2}}$
C. 2 D. $\sqrt{2}$

Ans B Solve কোন উপবৃত্তের উপকেন্দ্রিক লম উপবৃত্তটির বৃহৎ অক্ষের অর্ধেক হলে

অর্থাৎ, $\frac{2b^2}{a} = \frac{1}{2} \cdot 2a$

$\Rightarrow a^2 = 2b^2$

$\therefore e = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}} = \sqrt{1 - \frac{b^2}{2b^2}} = \sqrt{1 - \frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

07. একটি উপবৃত্তের অক্ষদ্বয় স্থানাঙ্কের অক্ষদ্বয় বরাবর অবস্থিত। উপবৃত্তটি

$\frac{x}{9} + \frac{y}{4} = 1$ রেখাকে x অক্ষের উপর এবং $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1$ রেখাকে y- অক্ষের

উপর ছেদ করে। উপবৃত্তটির সমীকরণ, উৎকেন্দ্রিকতা এবং উপকেন্দ্র দুটির স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর। [BUET 11-12]

Solve $\frac{x}{9} + \frac{y}{4} = 1$; x অক্ষে ছেদবিন্দু (9, 0) $\therefore a = 9$

$\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1$; y অক্ষে ছেদবিন্দু (0, 3) $\therefore b = 3$

সমীকরণ: $\frac{x^2}{9^2} + \frac{y^2}{3^2} = 1$

$\therefore e = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}} = \sqrt{\frac{72}{81}} = \sqrt{\frac{8}{9}} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$

উপকেন্দ্রদ্বয়ের স্থানাঙ্ক, $(\pm ae, 0)$ বা $(\pm 9 \times \frac{\sqrt{72}}{9}, 0)$ বা $(\pm \sqrt{72}, 0)$ Ans.

08. উপবৃত্তের বৃহৎ ও ক্ষুদ্র অক্ষদুইটিকে যথাক্রমে x ও y অক্ষের দ্বারা উপবৃত্তটির সমীকরণ নির্ণয় কর, যাহার ফোকাসদ্বয়ের মধ্যকার দূরত্ব 8 এবং দিকাক্ষদ্বয়ের মধ্যকার দূরত্ব 18। [KUET 10-11]

- A. $5x^2 + 9y^2 = 180$ B. $6x^2 + 9y^2 = 183$
 C. $2x^2 + y^2 = 25$ D. $5x^2 + 7y^2 = 25$ E. $3x^2 + 2y^2 = 16$

Ans A Solve $2ac = 8$ এবং $2 \frac{a}{c} = 18 \therefore c = \frac{2}{3}, a = 6$

$e = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}} \Rightarrow b^2 = 20 \therefore \frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{20} = 1 \therefore 5x^2 + 9y^2 = 180$

09. $y^2 = 9x$ পরাবৃত্তের উপস্থিত P বিন্দুর কোটি 12 হলে ঐ বিন্দুর উপকেন্দ্রিক দূরত্ব হচ্ছে- [BUET 10-11]

- A. $21 \frac{2}{3}$ B. $16 \frac{1}{3}$ C. $3 \frac{1}{4}$ D. $18 \frac{1}{4}$

Ans D Solve $y^2 = 9x$
 $y = 12$ হলে, $x = 16$

\therefore উপকেন্দ্রিক দূরত্ব = $a + x = \frac{9}{4} + 16 = 18 \frac{1}{4}$

10. কোন উপবৃত্তের ক্ষুদ্র অক্ষের দৈর্ঘ্যের অর্ধেক তার কেন্দ্র ও উপকেন্দ্রের মধ্যবর্তী দূরত্বের সমান হলে তার উপকেন্দ্রতা হবে- [BUET 10-11]

- A. $\frac{1}{\sqrt{2}}$ B. $\frac{1}{\sqrt{3}}$ C. $\sqrt{2}$ D. $\frac{1}{2}$

Ans A Solve $\frac{1}{2} 2b = ac \Rightarrow b = ac$

$\therefore c^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2} \Rightarrow a^2 c^2 = a^2 - b^2 \Rightarrow a^2 = 2b^2$

$\therefore c = \sqrt{\frac{2b^2 - b^2}{2b^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

11. $y = 2x + c$ রেখাটি $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$ উপবৃত্তের স্পর্শক হলে c এর মান নির্ণয় কর। [BUET 09-10]

- A. 19 B. 25
 C. 7 D. None of the above

Ans D Solve $3x^2 + 4y^2 = 12 \Rightarrow 3x^2 + 4(2x+c)^2 = 12$

$\Rightarrow 3x^2 + 4(4x^2 + 4cx + c^2) = 12$
 $\Rightarrow 19x^2 + 16cx + 4c^2 - 12 = 0$

এখানে নিশ্চায়ক = 0 হলে।

$\Rightarrow (16c)^2 - 4 \times 19 \times (4c^2 - 12) = 0 \Rightarrow 64c^2 - 76c^2 + 228 = 0$

$\Rightarrow c^2 = 19 \Rightarrow c = \sqrt{19}$

12. কোন উপবৃত্তের একটি উপকেন্দ্র ও অনুরূপ দিকাক্ষের মধ্যকার দূরত্ব 16 ইঞ্চি এবং তার উৎকেন্দ্রিকতা $\frac{3}{5}$; উপবৃত্তের উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। [BUET 09-10]

- A. 12.5 B. 15.3 C. 19.2 D. 18

Ans C Solve $\frac{a}{c} - ac = 16$

$\Rightarrow a \left(\frac{5}{3} - \frac{3}{5} \right) = 16 \Rightarrow a = 15$

$b^2 = a^2(1 - e^2) = 144$

\therefore লম্ব = $\frac{2b^2}{a} = 19.2 \therefore b = 12$

SELF TEST

01. $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$ উপবৃত্তের উৎকেন্দ্রিকতার পরিমাপ-

- A. $3/4$ B. $3/2$ C. $\frac{\sqrt{2}}{4}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

02. p এর কোন মানের জন্য $4x^2 + py^2 = 80$ উপবৃত্তটি (0, ±4) বিন্দু দিয়ে যায়

- A. 2 B. $\sqrt{5}$ C. 5 D. $\sqrt{2}$

03. $7(x^2 + y^2) + 2xy + 10x - 10y + 7 = 0$ সমীকরণটির জ্যামিতিক পরিচয় কি?

- A. বৃত্ত B. উপবৃত্ত C. পরাবৃত্ত D. অবিবৃত্ত

04. $\frac{(x+4)^2}{9} + \frac{(y-3)^2}{4} = 1$ উপবৃত্তের কেন্দ্রের স্থানাঙ্ক হবে-

- A. (0, 0) B. (2, 1) C. (-4, 3) D. (4, -3)

05. $4x^2 + 9y^2 = 1$ উপবৃত্তের দিকাক্ষের সমীকরণ কত?

- A. $x \pm 3 = 0$ B. $2\sqrt{5}x \pm \sqrt{3} = 0$ C. $x \pm \sqrt{3} = 0$ D. $2x + 3 = 0$

06. $\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{3} = 1$ উপবৃত্তের ক্ষেত্রফল কত?

- A. 6π B. $\sqrt{6}\pi$ C. π D. 2π

07. $9x^2 + 25y^2 = 225$ উপবৃত্তের উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য কত?

- A. $\frac{2}{5}$ B. $\frac{22}{9}$ C. $\frac{18}{5}$ D. $\frac{9}{8}$

08. $3x^2 + 4y^2 = 12$ উপবৃত্তের উপকেন্দ্রিক লম্বের সমীকরণ-

- A. $x = \pm 1$ B. $x = 0$ C. $y = 0$ D. $y = 1$

09. উপকেন্দ্র (-1, 1), উৎকেন্দ্রতা $\frac{1}{2}$ এবং দিকাক্ষ $x - y = 3 = 0$ হলে উপবৃত্তটির সমীকরণ-

- A. $7(x^2 + y^2) + 10x - 10y + 7 = 0$
 B. $7(x^2 + y^2) + 2xy + 10x - 10y + 7 = 0$
 C. $x^2 + y^2 + 10x - 10y = 0$
 D. $5(x^2 + y^2) + 2xy + 10x - 10y = 0$

10. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ উপবৃত্তের ফোকাসদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব কত?

- A. 2 B. $\frac{3}{5}$ C. 6 D. 8

11. $7x^2 + 9y^2 - 14x - 36y - 20 = 0$ উপবৃত্তের বৃহৎ অক্ষ ও ক্ষুদ্র অক্ষ কত?

- A. 2, 4 B. $6, 2\sqrt{7}$ C. $3, \sqrt{7}$ D. $2\sqrt{3}, 7$

OMR

01. (A)(B)(C)(D)	04. (A)(B)(C)(D)	07. (A)(B)(C)(D)	10. (A)(B)(C)(D)
02. (A)(B)(C)(D)	05. (A)(B)(C)(D)	08. (A)(B)(C)(D)	11. (A)(B)(C)(D)
03. (A)(B)(C)(D)	06. (A)(B)(C)(D)	09. (A)(B)(C)(D)	12. (A)(B)(C)(D)

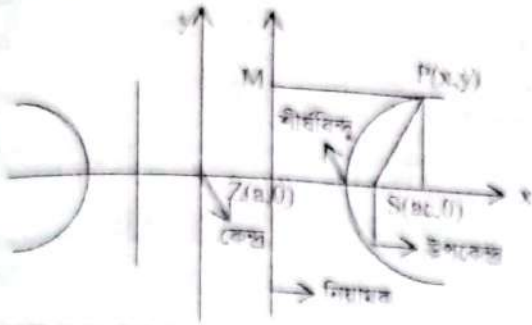
Answer with Hints

01 D: Hints: Type-03	02 C: Hints: Type-02
03 B: Hints: Type-01	04 C: Hints: Type-03
05 B: Hints: Type-04	06 B: Hints: Type-08
07 C: Hints: Type-05	08 A: Hints: Type-04
09 B: Hints: Type-02	10 D: Hints: Type-06
11 B: Hints: Type-04	

৩য় অংশ: অধিবৃত্ত (Hyperbola)

এক মজার এই অংশের সফলত্বপূর্ণ তথ্যাবলি

অধিবৃত্ত: কোন কণিকার কোণ উৎকেন্দ্রতা $e > 1$ হলে উহাকে অধিবৃত্ত বা Hyperbola বলা হয়।
 সমীকরণ:



সূত্র ৩ সমীকরণসমূহ:

আদর্শ সমীকরণ	$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$	$\frac{y^2}{b^2} - \frac{x^2}{a^2} = 1$
১. কেন্দ্র	(0, 0)	(0, 0)
২. শীর্ষবিন্দু	(± a, 0)	(0, ± b)
৩. বৃহৎ অক্ষের দৈর্ঘ্য	2a	2b
৪. ক্ষুদ্র অক্ষের দৈর্ঘ্য	2b	2a
৫. উপকেন্দ্র / ফোকাস	(± ac, 0)	(0, ± bc)
৬. বৃহৎ অক্ষের সমীকরণ	y = 0	x = 0
৭. ক্ষুদ্র অক্ষের সমীকরণ	x = 0	y = 0
৮. দিকাক্ষ/নিয়ামকের সমীকরণ	x = ± a/c	y = ± b/c
৯. উ. লম্বের দৈর্ঘ্য	2b ² /a	2a ² /b
১০. উ. লম্বের সমীকরণ	x = ± ac	y = ± bc
১১. উৎকেন্দ্রিকতা/উৎকেন্দ্রিকতা	$e = \sqrt{1 + \frac{b^2}{a^2}}$ $= \sqrt{1 + b^2/a^2}$	$e = \sqrt{1 + \frac{a^2}{b^2}}$ $= \sqrt{a^2/b^2 + 1}$

- (h, k) কেন্দ্র বিশিষ্ট অধিবৃত্ত, $\frac{(x-h)^2}{a^2} - \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$
- (x₁, y₁) বিন্দুতে স্পর্শক, $\frac{xx_1}{a^2} - \frac{yy_1}{b^2} = 1$
- P(x, y) পরাবৃত্তের উপর যেকোন বিন্দু হলে এবং S ও S' যদি উপকেন্দ্র হয়, তবে PS' - PS = 2a
- আয়তাকার অধিবৃত্তের উৎকেন্দ্রিকতা $e = \sqrt{2}$
- বক্ররেখার সাথে সরলরেখার স্পর্শক (স্পর্শক বা ছেদক)
 $lx + my + n = 0$ সরলরেখাটি $ax^2 + by^2 + 2hxy + 2gx + 2fy + c = 0$ বক্ররেখার স্পর্শক না ছেদক নির্ণয়ের জন্য সরলরেখা হতে y এর মান বক্ররেখায় বসাতে হবে। এতে বক্ররেখার আকৃতি $Ax^2 + Bx + c = 0$ হবে। এই দ্বিঘাত সমীকরণটির নিশ্চায়ক D হলে,
 i. D = 0 হলে সরলরেখাটি বক্ররেখার স্পর্শক
 ii. D > 0 হলে সরলরেখাটি বক্ররেখার ছেদক
 iii. D < 0 হলে সরলরেখাটি বক্ররেখার স্পর্শক/ছেদক কোনটিই নয়।
 $\Rightarrow y = mx + c$ রেখাটি $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ অধিবৃত্তে স্পর্শক হবে-
 যদি $c = \pm \sqrt{a^2 m^2 - b^2}$ হয়।

এ অধ্যায়ের গাণিতিক সমস্যাসমূহকে নিম্নোক্ত Type এ অন্তর্ভুক্ত করা যায়

Type-01: অধিবৃত্তের পরিচিতি

➤ অধিবৃত্তের সমীকরণ e এবং ψ এই দুই চলকের মাত্রা দুই থাকে এবং এটি একটি দ্বিঘাত সমীকরণ। উৎকেন্দ্রিকতা অবশ্যই 1 এর চেয়ে বেশী হবে, অর্থাৎ $e > 1$ ।

Prob 01 $16x^2 - 9y^2 = 144$ সমীকরণটি কি নির্দেশ করে?

Sol: উৎকেন্দ্রিকতা, $e = \sqrt{1 + \frac{b^2}{a^2}} = \sqrt{1 + \frac{4^2}{3^2}} = \sqrt{\frac{5^2}{3^2}} = \frac{5}{3} > 1$
 ∴ সমীকরণটি একটি অধিবৃত্তের সমীকরণ। **Ans.**

Prob 02 $2x^2 + 8y^2 = 1$ সমীকরণটি কী অধিবৃত্ত?

Sol: সমীকরণটি উপবৃত্তের, কেননা সমীকরণটির উৎকেন্দ্রিকতা,
 $e = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}} = \sqrt{1 - \frac{1/64}{1/4}} = \sqrt{\frac{15}{16}} < 1$ **Ans.**

Shortcut: x^2, y^2 এর সহগ ভিন্ন, ভিন্ন অভিন্ন, xy মুক্ত পদ নাই। ∴ উপবৃত্ত।

Type-02: অধিবৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় সংক্রান্ত

- উপকেন্দ্র (α, β) এবং দিকাক্ষ $ax + by + c = 0$ এবং উৎকেন্দ্রিকতা $e > 1$ হলে অধিবৃত্তের সমীকরণ, $(x - \alpha)^2 + (y - \beta)^2 - e^2 \frac{(ax + by + c)^2}{a^2 + b^2}$
- (h, k) কেন্দ্র বিশিষ্ট অধিবৃত্ত, $\frac{(x-h)^2}{a^2} - \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$

Prob 01 কোন অধিবৃত্তের একটি উপকেন্দ্র (1, -1) এবং দিকাক্ষ $2x + y + 1 = 0$ হলে উহার সমীকরণ নির্ণয় কর। যেখানে অধিবৃত্তটির উৎকেন্দ্রিকতা $\sqrt{3}$ ।

Sol: $(x - 1)^2 + (y + 1)^2 = (\sqrt{3})^2 \times \frac{(2x + y + 1)^2}{4 + 1}$
 $\Rightarrow (x - 1)^2 + (y + 1)^2 = \frac{3}{5} (2x + y + 1)^2$ **Ans.**

Type-03: অধিবৃত্তের উৎকেন্দ্রিকতা, উপকেন্দ্র, শীর্ষবিন্দু নির্ণয়

Prob 01 $9x^2 - 16y^2 - 18x - 64y - 199 = 0$ অধিবৃত্তের উৎকেন্দ্রিকতা, উপকেন্দ্র, শীর্ষবিন্দু নির্ণয় কর।

Sol: অধিবৃত্তের সমীকরণটিকে আদর্শ রূপে নিতে হবে।
 $9x^2 - 16y^2 - 18x - 64y - 199 = 0$
 $\Rightarrow 9(x^2 - 2x + 1) - 16(y^2 + 4y + 4) - 144 = 0$
 $\Rightarrow \frac{(x-1)^2}{4^2} - \frac{(y+2)^2}{3^2} = 1$
 সুতরাং এক্ষেত্রে, X = x - 1, Y = y + 2 এবং a = 4, b = 3
 (i) উৎকেন্দ্রিকতা: $e = \sqrt{1 + \frac{b^2}{a^2}} = \sqrt{1 + \frac{9}{16}} = \sqrt{\frac{25}{16}} = \frac{5}{4}$ **Ans.**

04. দিকাকের সমীকরণ $3x - 4y = 10$, উৎকেন্দ্রিকতা $\sqrt{5}$ এবং উপকেন্দ্র (1, -8) বিশিষ্ট অধিবৃত্তের সমীকরণ কোনটি? [15-16]

- A. $x^2 - 3y^2 - 2x - 8$
 B. $9x^2 - 7y^2 + 63 = 0$
 C. $4x^2 + 11y^2 - 50x - 24xy - 225 = 0$
 D. $2x^2 - 7y^2 - 12xy - 14x - 18y + 62 = 0$

Ans C Solve Hints, নির্ণয় সমীকরণ,

$$(x^2 - 1)^2 + (y + 8)^2 = 5 \left(\frac{3x - 4y - 10}{\sqrt{3^2 + 4^2}} \right)^2$$

$$\Rightarrow 4x^2 + 11y^2 - 50x - 24xy - 225 = 0$$

রাজশাহী বিশ্ববিদ্যালয় জাতি পরীকার বিপন্ন বছরের প্রস্তাবনি
 [পট টেকনিক ও ক্যালকুলাসের সাহায্যে সমাধান]

01. কনিকের উপকেন্দ্রিকতা, $e > 1$ হলে সম্ভাব্যপথকে বলে- [15-16]

- A. পরাবৃত্ত
 B. উপবৃত্ত
 C. অধিবৃত্ত
 D. কোনটিই নয়

Ans C Solve $e > 1$ হলে কনিকটি অধিবৃত্ত হবে।

02. $\frac{x^2}{144} - \frac{y^2}{25} = 1$ অধিবৃত্তের উপকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক কত? [15-16]

- A. $(\pm 10, 0)$
 B. $(\pm 12, 0)$
 C. $(\pm 13, 0)$
 D. $(\pm 14, 0)$

Ans C Solve $\frac{x^2}{144} - \frac{y^2}{25} = 1$

$$\Rightarrow \frac{x^2}{12^2} - \frac{y^2}{5^2} = 1$$

$$e = \sqrt{1 + \frac{5^2}{12^2}} = \sqrt{\frac{169}{144}} = \frac{13}{12}$$

$$\text{উপকেন্দ্র } (\pm ac, 0) = (\pm 12 \times \frac{13}{12}, 0) = (\pm 13, 0)$$

03. $9x^2 - 16y^2 - 36x - 32y - 124 = 0$ সমীকরণ দ্বারা সূচিত কনিকটি কি নির্দেশ করে? [14-15; CUET 10-11]

- A. অধিবৃত্ত
 B. পরাবৃত্ত
 C. উপবৃত্ত
 D. বৃত্ত

Ans A Solve $9x^2 - 16y^2 - 36x - 32y - 124 = 0$

$\therefore x^2$ ও y^2 -এর সহগ ভিন্ন ও বিপরীত চিহ্ন যুক্ত এবং xy পদ অনুপস্থিত।
 \therefore অধিবৃত্ত।

04. $xy = 4c^2$ সমীকরণটি কি নির্দেশ করে? [13-14]

- A. সরলরেখা
 B. বৃত্ত
 C. পরাবৃত্ত
 D. কোনোটিই নয়

Ans D Solve $xy = 4c^2$ একটি অধিবৃত্তের সমীকরণ।

05. $(x/a)^2 - (y/b)^2 = 1$ এর উৎকেন্দ্রিতা কার উপর নির্ভরশীল? [10-11]

- A. $x = a$
 B. $x = \pm a/e$
 C. $x = b$
 D. $x = a/e$

Ans. B

06. নিম্নের কোন মানটি কোন অধিবৃত্তের উৎকেন্দ্রিকতার সমান হবে? [08-09]

- A. 1
 B. $\frac{1}{2}$
 C. $\frac{\sqrt{5}}{2}$
 D. -3

Ans C Solve যেহেতু অধিবৃত্তের উৎকেন্দ্রিকতা, $e > 1$

সেহেতু Option C কোন অধিবৃত্তের উৎকেন্দ্রিকতার সমান হবে।

চট্টগ্রাম বিশ্ববিদ্যালয় জাতি পরীকার বিপন্ন বছরের প্রস্তাবনি
 [পট টেকনিক ও ক্যালকুলাসের সাহায্যে সমাধান]

01. $2x^2 - y^2 = 4$ অধিবৃত্তের উৎকেন্দ্রিকতা e এর মান নির্ণয় কর। [15-16; JU 14-15]

- A. $\frac{1}{4}$
 B. $\frac{2}{3}$
 C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$
 D. $\sqrt{3}$
 E. $\frac{1}{\sqrt{2}}$

Ans D Solve $2x^2 - y^2 = 4$

$$\Rightarrow \frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{4} = 1 \therefore e = \sqrt{\frac{2+4}{2}} = \sqrt{3}$$

02. $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$ অধিবৃত্তের উৎকেন্দ্রিকতা e এর মান কত? [15-16; CU C12-13]

- A. $\frac{1}{5}$
 B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$
 C. $\frac{2}{\sqrt{3}}$
 D. 1
 E. $\frac{5}{3}$

Ans E Solve $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$

$$\Rightarrow \frac{x^2}{3^2} - \frac{y^2}{4^2} = 1$$

$$e = \sqrt{1 + \frac{b^2}{a^2}} = \sqrt{\frac{a^2 + b^2}{a^2}} = \sqrt{\frac{9+16}{9}} = \sqrt{\frac{25}{9}} = \frac{5}{3}$$

03. $x^2 - 8y^2 = 2$ উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য নিচের কোনটি? [15-16]

- A. $\frac{1}{4\sqrt{2}}$
 B. 4
 C. $\frac{1}{2\sqrt{2}}$
 D. 4
 E. 5

Ans C Solve $x^2 - 8y^2 = 2$

$$\Rightarrow \frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{2} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{x^2}{\sqrt{2}^2} - \frac{y^2}{\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2} = 1$$

উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য

$$= \frac{2b^2}{a} = \frac{2\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2}{\sqrt{2}} = \frac{1}{2\sqrt{2}}$$

04. $y^2 - 4x^2 = 4$ অধিবৃত্তের শীর্ষবিন্দুদ্বয়ের স্থানাঙ্ক হবে- [C 12-13]

- A. $(0, \pm 2)$
 B. $(\pm 2, 0)$
 C. $(0, \pm 1)$
 D. $(\pm 1, 0)$
 E. $(0, \pm 3)$

Ans A Solve $y^2 - 4x^2 = 4; \Rightarrow \frac{y^2}{2^2} - \frac{x^2}{1^2} = 1$

\therefore শীর্ষবিন্দুর স্থানাঙ্ক, $(0, \pm b) = (0, \pm 2)$

05. $x^2 - 3y^2 - 2x = 8$ অধিবৃত্তের উৎকেন্দ্রিকতা নির্ণয় কর। [H 12-13]

- A. $\frac{13}{12}$
 B. $\frac{2}{\sqrt{3}}$
 C. $\frac{6}{\sqrt{3}}$
 D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$
 E. e^2

Ans B Solve $x^2 - 3y^2 - 2x = 8 \Rightarrow x^2 - 2x + 1 - 3y^2 = 9$

$$\Rightarrow (x-1)^2 - 3y^2 = 9 \Rightarrow \frac{(x-1)^2}{9} - \frac{y^2}{3} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{(x-1)^2}{3^2} - \frac{y^2}{(\sqrt{3})^2} = 1 \therefore \text{উৎকেন্দ্রিকতা} = \sqrt{1 + \frac{3}{9}} = \sqrt{\frac{12}{9}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

শেখেরাংলা কৃষি বিশ্ববিদ্যালয় জর্জি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} = 1$ অধিবৃত্তের উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য কত? [14-15]

- A. $\sqrt{2}$ B. $\sqrt{3}$
C. $-\sqrt{2}$ D. $-\sqrt{3}$

Ans Blank Solve $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} = 1$

$\Rightarrow \frac{x^2}{3^2} - \frac{y^2}{2^2} = 1$

উপকেন্দ্রিক লম্ব = $2 \cdot \frac{2^2}{3} = \frac{8}{3}$

বুয়েট, কুয়েট, চুয়েট ও রুয়েট জর্জি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. আড় অক্ষের দৈর্ঘ্য 8 এবং $(\pm 12, 0)$ উপকেন্দ্রীয় বিশিষ্ট অধিবৃত্তের উপকেন্দ্রতা হচ্ছে- [BUET 13-14]

- A. 3 B. $\frac{1}{3}$
C. $\frac{1}{2}$ D. 2

Ans A Solve $2a = 8$
 $\Rightarrow a = 4$

আবার, $\pm ae = \pm 12$
 $\Rightarrow \pm 4e = \pm 12$
 $\therefore e = 3$

02. $\frac{y^2}{2} - x^2 = 1$ অধিবৃত্তের উপকেন্দ্রিকতা নির্ণয় কর- [RUET 12-13]

- A. $\frac{\sqrt{13}}{3}$ B. $\frac{13}{\sqrt{3}}$ C. $\frac{3}{\sqrt{13}}$
D. $\pm\sqrt{13}$ E. $\pm\sqrt{3}$

Ans Blank Solve $\frac{y^2}{2} - x^2 = 1$

$\Rightarrow \frac{y^2}{2} - \frac{x^2}{1} = 1$ [$a^2 = 1; b^2 = 2$]

$e = \sqrt{\frac{b^2 + a^2}{b^2}} = \sqrt{\frac{2+1}{2}} = \sqrt{\frac{3}{2}}$

03. একটি অধিবৃত্ত $(6, 4)$ এবং $(-3, 1)$ বিন্দুগামী। এর কেন্দ্র মূল বিন্দুতে এবং x-অক্ষ বরাবর এর আড় অক্ষ (অনুবন্ধী অক্ষের দৈর্ঘ্য কত) অবস্থিত। [BUET 11-12]

- A. $\frac{36}{\sqrt{5}}$ B. 8
C. 2 D. 4

Ans D Solve $\frac{36}{a^2} - \frac{16}{b^2} = 1, \frac{(-3)^2}{a^2} - \frac{1}{b^2} = 1$

$\therefore a^2 = \frac{36}{5}, b^2 = 4$

\therefore অনুবন্ধী অক্ষের দৈর্ঘ্য = $2b = 4$

SELF TEST

01. $3x^2 - y^2 - 12x + 9 = 0$ সমীকরণ সূচিত বক্ররেখাটি কি নির্দেশ করে?
A. অধিবৃত্ত B. উপবৃত্ত
C. পরাবৃত্ত D. কোনটিই নয়

02. $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} = 1$ হাইপারবোলার উপকেন্দ্রিকতা-

- A. $\frac{\sqrt{13}}{3}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{13}$ C. $\frac{13}{\sqrt{3}}$ D. $\sqrt{\frac{3}{13}}$

03. $\frac{y^2}{9} - \frac{x^2}{7} = 1$ অধিবৃত্তের শীর্ষ বিন্দুর স্থানাঙ্ক হবে-

- A. $(0, 0)$ B. $(0, \pm\sqrt{7})$
C. $(0, \pm 3)$ D. $(3, \sqrt{7})$

04. $9x^2 - 16y^2 = 144$ অধিবৃত্তের নিয়ামকের সমীকরণ কোনটি?

- A. $x \pm 2 = 0$ B. $5x \pm 6 = 0$
C. $5x \pm 16 = 0$ D. $x = 0$

05. নিম্নের কোন মানটি একটি অধিবৃত্তের উপকেন্দ্রিকতা হবে?

- A. 1 B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{3}{2}$ D. 0

06. $\frac{y^2}{p} - \frac{x^2}{2} = 1$ অধিবৃত্তটি $(1, 3)$ বিন্দুতে স্পর্শ করলে p এর মান কত?

- A. 6 B. $\frac{1}{2}$ C. 4 D. $\sqrt{6}$

07. $\frac{y^2}{2} - x^2 = 1$ অধিবৃত্তের বৃহৎ ও ক্ষুদ্র অক্ষের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে-

- A. $2\sqrt{2}, 1$ B. $2\sqrt{2}, 2$
C. $2, 2\sqrt{2}$ D. $2\sqrt{3}, 2$

08. $3x^2 - y^2 + 12x + 2y - 1 = 0$ অধিবৃত্তের উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য-

- A. $\frac{1}{12}$ B. $\frac{1}{\sqrt{2}}$ C. 12 D. $\frac{1}{\sqrt{12}}$

09. $x^2 - 8y^2 = 2$ অধিবৃত্তের উপকেন্দ্রিক স্থানাঙ্ক কত?

- A. $(0, 0)$ B. $(\pm\sqrt{2}, 0)$
C. $(0, \pm\sqrt{2})$ D. $(\pm\frac{3}{2}, 0)$

10. $\frac{x^2}{100} - \frac{y^2}{49} = 1$ অধিবৃত্তের স্পর্শক $y = mx + 6$ তবে $m = ?$

- A. $\sqrt{\frac{17}{20}}$ B. $\sqrt{\frac{20}{17}}$
C. $\sqrt{\frac{3}{20}}$ D. $\sqrt{\frac{20}{3}}$

OMR

01. (A)(B)(C)(D)	04. (A)(B)(C)(D)	07. (A)(B)(C)(D)	10. (A)(B)(C)(D)
02. (A)(B)(C)(D)	05. (A)(B)(C)(D)	08. (A)(B)(C)(D)	
03. (A)(B)(C)(D)	06. (A)(B)(C)(D)	09. (A)(B)(C)(D)	

Answer with Hints

01 A: Hints: Type-01	02 A: Hints: Type-03, Prob-01
03 C: Hints: Type-03, Prob-01	04 C: Hints: Type-04, Prob-01
05 C: Hints: Type-03	06 A: Hints: Type-05, Prob-01
07 B: Hints: Type-04, Prob-01	08 C: Hints: Type-04, Prob-01
09 D: Hints: Type-03, Prob-01	10 A: Hints: $C = \sqrt{a^2 m^2 - b^2}$

For Practice

01. $\sec^{-1} 8 + \operatorname{cosec}^{-1} 8 = ?$

Ans. $\frac{\pi}{2}$

02. $2 \tan^{-1} \frac{4}{5} = ?$

Ans. $\tan^{-1} \frac{40}{9}$

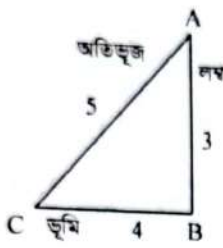
03. $\sin(2(\sin^{-1} x + \cos^{-1} x)) = ?$

Ans. 0

Type-02: ত্রিভুজ সূত্র ব্যবহার সংক্রান্ত

কোন ত্রিকোণমিতিক ফাংশনের মান দেওয়া থাকলে আমরা একটি ত্রিভুজ অঙ্কনের মাধ্যমে অন্য যেকোন ত্রিকোণমিতিক ফাংশনের মান নির্ণয় করতে পারি। যেমন $\cos \theta = \frac{4}{5}$ হলে, আমরা সহজেই জানতে পারি যে $\sin \theta = \frac{3}{5}$ হবে। অনুরূপভাবে ত্রিভুজ সূত্রের মাধ্যমেই আমরা $\sin^{-1} x$ বা $\cos^{-1} x$ প্রকৃতির কোন বিপরীত বৃত্তীয় ফাংশনে রূপান্তর করতে পারি। যেমন: $\sin^{-1} \frac{3}{5}$ কে $\tan^{-1} x$ আকারে লিখতে হবে।

ধরি $\sin^{-1} \frac{3}{5} = \theta$
 $\Rightarrow \sin \theta = \frac{3}{5} = \frac{\text{লম্ব}}{\text{অতিভুজ}}$

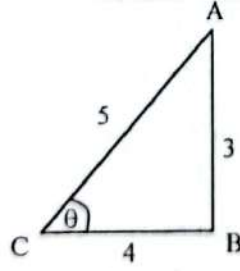


ভূমি $BC = \sqrt{(CA)^2 - (AB)^2} = \sqrt{25 - 9} = 4$
 $\therefore \tan \theta = \frac{\text{লম্ব}}{\text{ভূমি}} = \frac{3}{4} \Rightarrow \theta = \tan^{-1} \frac{3}{4} = \sin^{-1} \frac{3}{5}$
 আমরা $\sin^{-1} \frac{3}{5}$ এ ক্ষেত্রে সরাসরি ধরে নিতে পারি লম্ব 3 এবং অতিভুজ 5.

Prob 01 $\sin^{-1} \frac{3}{5} + \cot^{-1} \frac{17}{19} = ?$ [Calculator Type-Ex-01]

Sol: ত্রিভুজ ABC হতে পাই, $\sin^{-1} \frac{3}{5} = \tan^{-1} \frac{3}{4}$

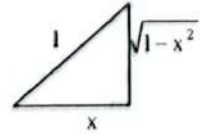
আবার, $\cot^{-1} \frac{17}{19} = \tan^{-1} \frac{19}{17}$
 $\therefore \sin^{-1} \frac{3}{5} + \cot^{-1} \frac{17}{19}$
 $= \tan^{-1} \frac{3}{4} + \tan^{-1} \frac{19}{17}$
 $= \tan^{-1} \frac{127}{11}$ Ans.



Prob 02 $\sin \cot^{-1} \tan \cos^{-1} x = ?$

Sol: পার্শ্বের ত্রিভুজ থেকে পাই

$\cos^{-1} x = \tan^{-1} \frac{\sqrt{1-x^2}}{x}$
 $\therefore \sin \cot^{-1} \tan \cos^{-1} x$
 $= \sin \cot^{-1} \tan \tan^{-1} \frac{\sqrt{1-x^2}}{x} = \sin \cot^{-1} \frac{\sqrt{1-x^2}}{x}$



আবার পার্শ্বের ত্রিভুজ থেকে পাই

$\cot^{-1} \frac{\sqrt{1-x^2}}{x} = \sin^{-1} x \therefore \sin \cot^{-1} \frac{\sqrt{1-x^2}}{x}$
 $= \sin \sin^{-1} x = x$ Ans.



Teo-01: $\sin \cot^{-1} \cot \left(\frac{\pi}{2} - \cos^{-1} x \right)$

$= \sin \left(\frac{\pi}{2} - \cos^{-1} x \right) = \cos \cos^{-1} x = x$

Teo-02: উপরোক্ত আকারে যদি কোন problem থাকে এবং প্রথমে ও শেষে যথাক্রমে \sin এবং \cos^{-1} অথবা, \cos এবং \sin^{-1} থাকে এবং তারপর ভিতরে যথাক্রমে \cot^{-1} এবং \tan অথবা, \tan^{-1} এবং \cot থাকে, তাহলে, শেষে যা থাকে, তাই উত্তর হয়। অনুরূপভাবে, যদি কোন problem-এ প্রথমে এবং শেষে যথাক্রমে \tan এবং \cot^{-1} অথবা, \cot এবং \tan^{-1} থাকে এবং তারপর ভিতরে যথাক্রমে \sin^{-1} এবং \cos অথবা, \cos^{-1} এবং \sin থাকে, তাহলে, শেষে যা থাকে, তাই উত্তর হয়। অতএব, এক কথায় $FN \operatorname{cofn}^{-1} \operatorname{fnCOFN}^{-1} x = x$

For Practice

01. $\cot \sin^{-1} \frac{1}{2}$ এর মান কত?

Ans. $\sqrt{3}$

Type-03: পারস্পরিক রূপান্তরের মাধ্যম সংক্রান্ত

Prob 01 $\tan \left(\frac{1}{2} \sin^{-1} \frac{2x}{1+x^2} + \frac{1}{2} \cos^{-1} \frac{1-x^2}{1+x^2} \right) = ?$

Sol: $\tan \left(\frac{1}{2} \sin^{-1} \frac{2x}{1+x^2} + \frac{1}{2} \cos^{-1} \frac{1-x^2}{1+x^2} \right)$
 $= \tan(\tan^{-1} x + \tan^{-1} x)$
 $= \tan \tan^{-1} \frac{2x}{1-x^2} = \frac{2x}{1-x^2}$ Ans.

Prob 02 $\sin^{-1} \frac{2a}{1+a^2} - \cos^{-1} \frac{1-b^2}{1+b^2} = 2 \tan^{-1} x$ হলে $x = ?$

Sol: $\sin^{-1} \frac{2a}{1+a^2} - \cos^{-1} \frac{1-b^2}{1+b^2} = 2 \tan^{-1} x$
 $\Rightarrow 2 \tan^{-1} a - 2 \tan^{-1} b = 2 \tan^{-1} x$
 $\Rightarrow \tan^{-1} \frac{a-b}{1+ab} = \tan^{-1} x$
 $\Rightarrow x = \frac{a-b}{1+ab}$ Ans.

Type-04: রাশির মান নির্ণয় সংক্রান্ত

আমরা জানি $\sin^{-1} x, \cos^{-1} x$ ইত্যাদির প্রতিটি এক একটি কোণ। তাই দুটি কোণের সমষ্টি $\frac{\pi}{2}$ হলে, প্রতিটি কোণ $\frac{\pi}{4}$, আবার তিনটি কোণের সমষ্টি $\pi = 180^\circ$ হলে, প্রতিটি কোণ 60° ধরতে হবে।

Prob 01 $\sin^{-1} x + \sin^{-1} y = \frac{\pi}{2}$ হলে, $x \sqrt{1-y^2} + y \sqrt{1-x^2} = ?$

Sol: $\sin^{-1} x + \sin^{-1} y = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \sin^{-1}(x \sqrt{1-y^2} + y \sqrt{1-x^2}) = \frac{\pi}{2}$
 $\therefore x \sqrt{1-y^2} + y \sqrt{1-x^2} = \sin \frac{\pi}{2} = 1$ Ans.

Prob 02 $\cos^{-1}x + \cos^{-1}y + \cos^{-1}z = \pi$ হলে, $x^2 + y^2 + 2xyz$ এর মান কত?

Sol: দেওয়া আছে, $\cos^{-1}x + \cos^{-1}y + \cos^{-1}z = \pi$

$$\cos^{-1}x = 60^\circ \therefore x = \frac{1}{2}, \cos^{-1}y = 60^\circ \therefore y = \frac{1}{2}$$

$$\cos^{-1}z = 60^\circ \therefore z = \frac{1}{2}$$

$$\therefore x^2 + y^2 + z^2 + 2xyz = \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = 1 \text{ Ans.}$$

Type-05: সাধারণ ধারণার প্রয়োগ সংক্রান্ত

Prob 01 $\sec^2\left(\tan^{-1}\frac{1}{3}\right) + \tan^2\left(\tan^{-1}\frac{3}{5}\right) = ?$

Sol: $\sec^2\left(\tan^{-1}\frac{1}{3}\right) + \tan^2\left(\tan^{-1}\frac{3}{5}\right)$

$$= 1 + \left(\tan \tan^{-1}\frac{1}{3}\right)^2 + \left(\tan \tan^{-1}\frac{3}{5}\right)^2 = 1 + \frac{1}{9} + \frac{9}{25} = \frac{331}{225} \text{ Ans.}$$

Tec: [Calculator Type-Ex-01]

Prob 02 $\tan^{-1}2x + \tan^{-1}3x = \frac{\pi}{4}$ হলে $x = ?$

- A. $\sqrt{2}$ B. $\frac{1}{\sqrt{2}}$ C. $\frac{1}{6}$ D. 5

Sol: $\tan^{-1}2x + \tan^{-1}3x = \frac{\pi}{4} \Rightarrow \tan^{-1}\frac{2x+3x}{1-6x^2} = \frac{\pi}{4}$

$$\Rightarrow \frac{5x}{1-6x^2} = \tan \frac{\pi}{4} \Rightarrow \frac{5x}{1-6x^2} = 1 \Rightarrow 6x^2 + 5x - 1 = 0$$

$$\Rightarrow (6x-1)(x+1) = 0 \text{ x সর্বদা ধনাত্মক } \therefore x = \frac{1}{6}$$

Sol: $x = \sqrt{2}$ ধরলে, বামপক্ষ = $\tan^{-1}2\sqrt{2} + \tan^{-1}3 \cdot \sqrt{2} = 147^\circ$

$x = \frac{1}{6}$ ধরলে, বামপক্ষ = $\tan^{-1}\frac{2}{6} + \tan^{-1}\frac{3}{6} = 45^\circ = \frac{\pi}{4} \therefore \text{Ans. C}$

Tec: [Calculator Type-Ex-01]

Prob 03 $\tan^{-1}\frac{1-x}{1+x} = \frac{1}{2} \tan^{-1}x$ হলে, $x = ?$

Sol: $\tan^{-1}\frac{1-x}{1+x} = \frac{1}{2} \tan^{-1}x \Rightarrow 2 \tan^{-1}\frac{1-x}{1+x} = \tan^{-1}x$

$$\Rightarrow \tan^{-1}\frac{2\left(\frac{1-x}{1+x}\right)}{1-\left(\frac{1-x}{1+x}\right)^2} = \tan^{-1}x \Rightarrow \frac{2(1-x^2)}{4x} = x \Rightarrow x = \pm \frac{1}{\sqrt{3}} \text{ Ans.}$$

For Practice

01. $\sec^2(\cot^{-1}3) + \operatorname{cosec}^2(\tan^{-1}2) = ?$

Ans. 2 $\frac{13}{36}$

Type-06: $F_n^{-1} + \operatorname{coF}_n^{-1}$ এর ব্যবহার সংক্রান্ত

Technic: যে কোন F_n^{-1} + ঐ ফাংশনের $\operatorname{coF}_n^{-1} = \frac{\pi}{2}$

অর্থাৎ $\sin^{-1}x + \cos^{-1}x = \frac{\pi}{2}$, $\tan^{-1}x + \cot^{-1}x = \frac{\pi}{2}$ এবং

$$\sec^{-1}x + \operatorname{cosec}^{-1}x = \frac{\pi}{2}$$

Prob 01 $\sin^{-1}\frac{2}{5} + \cos^{-1}\frac{2}{5}$ এর মান কত?

Sol: $\sin^{-1}\frac{2}{5} + \cos^{-1}\frac{2}{5} = \frac{\pi}{2}$ [$\because x = \frac{2}{5}$] Ans.

Prob 02 $\cos\left[2\left(\cot^{-1}\frac{7}{12} + \tan^{-1}\frac{7}{12}\right)\right] = a$ হলে a এর মান কত?

Sol: $a = \cos\left[2 \cdot \frac{\pi}{2}\right] = \cos\pi = -1$ Ans.

Prob 03 $\tan\left(\operatorname{cosec}^{-1}\frac{a}{a+\sqrt{b}} + \sec^{-1}\frac{a}{a+\sqrt{b}}\right)$ এর মান কত?

Sol: প্রদত্ত রাশি = $\tan\frac{\pi}{2} = \infty$ Ans.

Prob 04 $\cos^{-1}x = 30^\circ$ হলে $\sin^{-1}x$ এর মান কত?

Sol: $\sin^{-1}x + \cos^{-1}x = 90^\circ \Rightarrow \sin^{-1}x + 30^\circ = 90^\circ \therefore \sin^{-1}x = 60^\circ$ Ans.

Prob 05 $\tan^{-1}\frac{3x}{2} = \frac{\pi}{4}$ হলে, $\cot^{-1}\frac{3x}{2}$ এবং x এর মান কত?

Sol: $\tan^{-1}\frac{3x}{2} + \cot^{-1}\frac{3x}{2} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \frac{\pi}{4} + \cot^{-1}\frac{3x}{2} = \frac{\pi}{2}$

$$\Rightarrow \cot^{-1}\frac{3x}{2} = \frac{\pi}{4} \text{ Ans.}$$

$$\text{আবার, } \tan^{-1}\frac{3x}{2} = \frac{\pi}{4} \Rightarrow \frac{3x}{2} = 1 \Rightarrow x = \frac{2}{3} \text{ Ans.}$$

Prob 06 $\sin^{-1}\frac{2}{5x} = \frac{\pi}{3}$ হলে, $\sec^{-1}\frac{5x}{2}$ এর মান কত?

Sol: $\sin^{-1}\frac{2}{5x} = \frac{\pi}{3} \Rightarrow \operatorname{cosec}^{-1}\frac{5x}{2} = \frac{\pi}{3}$

$$\text{এখন, } \sec^{-1}\frac{5x}{2} + \operatorname{cosec}^{-1}\frac{5x}{2} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \sec^{-1}\frac{5x}{2} = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{6} \text{ Ans.}$$

ঢাকা বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি

[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $\sec^2(\cot^{-1}3) + \operatorname{cosec}^2(\tan^{-1}2) = [15-16; \text{KUET 14-15}]$

- A. $\frac{85}{36}$ B. $\frac{36}{85}$ C. $\frac{10}{9}$ D. $\frac{9}{10}$

Ans A Solve $\sec^2(\cot^{-1}3) + \operatorname{cosec}^2(\tan^{-1}2)$

$$= 1 + \tan^2(\cot^{-1}3) + 1 + \cot^2(\tan^{-1}2)$$

$$= 1 + \frac{1}{9} + 1 + \frac{1}{4} = 2 + \frac{1}{4} + \frac{1}{9} = \frac{72+9+4}{36} = \frac{85}{36}$$

02. $\sin^{-1}\frac{4}{5} + \cos^{-1}\frac{2}{\sqrt{5}}$ সমান- [14-15]

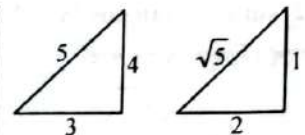
- A. $\tan^{-1}\frac{2}{11}$ B. $\sin^{-1}\frac{11}{2}$ C. $\tan^{-1}\frac{11}{2}$ D. $\cos^{-1}\frac{11}{2}$

Ans C Solve

$$\sin^{-1}\frac{4}{5} + \cos^{-1}\frac{2}{\sqrt{5}}$$

$$= \tan^{-1}\frac{4}{5} + \tan^{-1}\frac{1}{2}$$

$$= \tan^{-1}\frac{\frac{4}{5} + \frac{1}{2}}{1 - \frac{4}{5} \cdot \frac{1}{2}} = \tan^{-1}\frac{11}{2}$$



১ম হতে, $\sin^{-1}\frac{4}{5} = \tan^{-1}\frac{4}{3}$ এবং

২য় হতে, $\cos^{-1}\frac{2}{\sqrt{5}} = \tan^{-1}\frac{1}{2}$

03. $\arctan \left\{ \sin \left(\arccos \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \right) \right\}$ সমান- [13-14]

- A. $\frac{\pi}{2}$ B. $\frac{\pi}{3}$ C. $\frac{\pi}{4}$ D. $\frac{\pi}{6}$

Ans D Solve $\arctan \left\{ \sin \left(\arccos \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \right) \right\}$

$= \arctan \left\{ \sin \left(\cos^{-1} \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \right) \right\}$



$= \arctan \left\{ \sin \left(\sin^{-1} \frac{1}{\sqrt{3}} \right) \right\} = \arctan \left(\frac{1}{\sqrt{3}} \right) = \arctan \left(\tan \frac{\pi}{6} \right) = \frac{\pi}{6}$

04. $\tan \left(\tan^{-1} \left(\frac{1}{3} \right) + \tan^{-1} \left(\frac{1}{2} \right) \right)$ এর মান হবে- [12-13]

- A. 5/6 B. 1 C. $\pi/4$ D. -5/6

Ans B Solve $\tan \left(\tan^{-1} \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{2} \right) \right) = \tan \tan^{-1} 1 = 1$

05. $\cos \tan^{-1} \cot \sin^{-1} x$ সমান-[11-12; KUET 13-14; JnU 14-15; RU 15-16, 09-10; JU 14-15; JUST 14-15; BU 14-15; IU 14-15]

- A. x B. $\frac{\pi}{2} - x$ C. -x D. $x - \frac{\pi}{2}$

Ans A Solve x এর মান যে কোন একটা ধর। যেমন, 0.5 (1 এর নিচে ধরতে হবে)

এখন, ক্যালকুলেটর এ এভাবে উঠাও, $\cos \tan^{-1} (1 \div \tan(\sin^{-1} 0.5))$ ফমান চাপলে 0.5 Ans আসবে। আমরা $x = 0.5$ ধরেছিলাম। Ans ও 0.5 আসছে। তাই Ans হবে x।

Shortcut: $\cos \tan^{-1} \cot \sin^{-1} x = \cos \tan^{-1} \tan \left(\frac{\pi}{2} - \sin^{-1} x \right)$
 $= \cos \left(\frac{\pi}{2} - \sin^{-1} x \right) = \sin \sin^{-1} x = x$

06. $\tan^{-1} 6 + \tan^{-1} \frac{7}{5}$ এর মান- [07-08; JnU 07-08]

- A. $\frac{\pi}{2}$ B. $\frac{3\pi}{2}$ C. $\frac{3\pi}{4}$ D. $\frac{\pi}{3}$

Ans C Solve $\tan^{-1} \frac{6 + \frac{7}{5}}{1 - 6 \times \frac{7}{5}} = \frac{3\pi}{4}$

07. $\tan^{-1} 1 + \tan^{-1} \frac{1}{2} + \tan^{-1} \frac{1}{3}$ -এর মান [04-05]

- A. $\frac{\pi}{2}$ B. $\frac{3\pi}{2}$ C. π D. $\frac{\pi}{3}$

Ans A Solve $\tan^{-1} 1 + \tan^{-1} \frac{1}{2} + \tan^{-1} \frac{1}{3}$
 $= \tan^{-1} \left(\frac{1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{6}}{1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{6} - \frac{1}{3}} \right) = \tan^{-1} \left(\tan \frac{\pi}{2} \right) = \frac{\pi}{2}$

বিকল্প পদ্ধতি: [By Using Calculator Ex-01]

08. $\tan^{-1} 1 + \tan^{-1} 2 + \tan^{-1} 3$ এর মান- [06-07, 03-04; JnU 08-09; IU 05-06]

- A. $\pi/4$ B. $\pi/2$ C. π D. 2π

Ans C Solve $\tan^{-1} 1 + \tan^{-1} 2 + \tan^{-1} 3$

$= \tan^{-1} \frac{1 + 2 + 3 - (1 \cdot 2 \cdot 3)}{1 - 1 \cdot 2 - 2 \cdot 3 - 3 \cdot 1} = \tan^{-1} 0 = \tan^{-1} \tan \pi = \pi$

[যেহেতু $\tan^{-1} x$ এর মান সর্বদা ধনাত্মক]

09. $\cos \left(\sin^{-1} \frac{1}{4} + \cos^{-1} \frac{1}{4} \right)$ এর মান কত? [00-01]

- A. 1 B. $\frac{\pi}{4}$ C. $\frac{\pi}{2}$ D. 0

Ans D Solve $\cos \left(\sin^{-1} \frac{1}{4} + \cos^{-1} \frac{1}{4} \right) = \cos \left(\frac{\pi}{2} \right) = 0$

[$\because \sin^{-1} x + \cos^{-1} x = \frac{\pi}{2}$]

10. $\sin \{ 2(\sin^{-1} x + \cos^{-1} x) \} = a$ হলে, a = ? [97-98]

- A. 0 B. 1 C. -1 D. 2

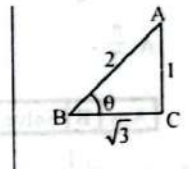
Ans A Solve $x = 1$ বসালে $\sin (2(90^\circ)) = \sin 180^\circ = 0$

11. $\cot \sin^{-1} \frac{1}{2}$ এর মান কত? [98-99]

- A. 1 B. $\frac{1}{\sqrt{3}}$ C. $\sqrt{3}$ D. $\left(\frac{\pi}{2} \right)$

Ans C Solve $\cot \sin^{-1} \frac{1}{2} = \cot \cot^{-1} \sqrt{3} = \sqrt{3}$

[নিচের ত্রিভুজ থেকে পাই, $\sin^{-1} \frac{1}{2} = \cot^{-1} \sqrt{3}$]



বিকল্প পদ্ধতি: [By Using Calculator]

জগন্নাথ বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
 [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. যদি $\sin^{-1} x = \theta$ হয়, তবে $\cos \theta$ -এর মান কত? [13-14]

- A. $1 - x^2$ B. $\sqrt{1 - x^2}$ C. $\frac{1}{\sqrt{1 - x^2}}$ D. $\frac{x}{\sqrt{1 - x^2}}$

Ans B Solve $\sin^{-1} x = \theta$

$\therefore \sin \theta = x \therefore \cos \theta = \sqrt{1 - \sin^2 \theta} = \sqrt{1 - x^2}$

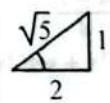
জাহাঙ্গীরনগর বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
 [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $4 \left(\sin^{-1} \frac{1}{\sqrt{5}} + \cot^{-1} 3 \right)$ = কত? [15-16; KU 10-11]

- A. $\frac{\pi}{4}$ B. $\frac{\pi}{2}$ C. π D. 4π

Ans C Solve $4 \left(\sin^{-1} \frac{1}{\sqrt{5}} + \cot^{-1} 3 \right)$

$= 4 \left(\tan^{-1} \frac{1}{2} + \tan^{-1} \frac{1}{3} \right) = 4 \tan^{-1} \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}}{1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}}$

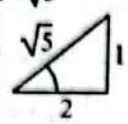


$= 4 \tan^{-1} 1 = 4 \cdot \frac{\pi}{4} = \pi$

02. $\cot^{-1}3 + \operatorname{cosec}^{-1}\sqrt{5} =$ কত? [15-16]

- A. $\frac{\pi}{4}$ B. $\frac{\pi}{2}$ C. π D. 2π

Ans A Solve $\cot^{-1}3 + \operatorname{cosec}^{-1}\sqrt{5}$
 $= \tan^{-1}\frac{1}{3} + \tan^{-1}\frac{1}{2}$
 $= \tan^{-1}\frac{\frac{1}{3} + \frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}}$
 $= \tan^{-1}\frac{\frac{5}{6}}{1 - \frac{1}{6}} = \tan^{-1}1 = \frac{\pi}{4}$



$\cos^{-1}\sqrt{5} = \tan^{-1}\frac{1}{2}$

03. $\sin^{-1}(\sqrt{2} \sin \theta) + \sin^{-1}(\sqrt{\cos 2\theta}) =$ কত? [15-16]

- A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{\pi}{4}$ C. $\frac{\pi}{2}$ D. 1

Ans C Solve $\sin^{-1}(\sqrt{2} \sin \theta) + \sin^{-1}(\sqrt{\cos 2\theta})$
 $= \sin^{-1}(\sqrt{2} \sin \theta \cdot \sqrt{1 - \cos 2\theta} + \sqrt{\cos 2\theta} \cdot \sqrt{1 - 2\sin^2 \theta})$
 $= \sin^{-1}(\sqrt{2} \sin \theta \cdot \sqrt{2} \sin \theta + \sqrt{\cos 2\theta} \sqrt{\cos 2\theta})$
 $= \sin^{-1}(2 \sin^2 \theta + \cos 2\theta)$
 $= \sin^{-1}(2 \sin^2 \theta + 1 - 2 \sin^2 \theta) = \sin^{-1}1 = \frac{\pi}{2}$

04. $2 \tan^{-1}\frac{1}{4} + \tan^{-1}\frac{1}{7} + 2 \tan^{-1}\frac{1}{13} =$ কত? [15-16]

- A. $\frac{\pi}{2}$ B. $\frac{\pi}{4}$ C. 0 D. 1

Ans B Solve $2 \tan^{-1}\frac{1}{4} + \tan^{-1}\frac{1}{7} + 2 \tan^{-1}\frac{1}{13} = \frac{\pi}{4}$ Hints

05. $4 \tan^{-1}\frac{1}{2} - \tan^{-1}\frac{1}{239} =$ কত? [15-16]

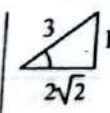
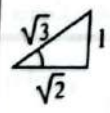
- A. $\frac{\pi}{2}$ B. $\frac{\pi}{3}$ C. $\frac{\pi}{4}$ D. 1

Ans C Solve $4 \tan^{-1}\frac{1}{2} - \tan^{-1}\frac{1}{239} = \frac{\pi}{4}$ Hints

06. $\sin^{-1}\frac{1}{3} + \cos^{-1}\sqrt{\frac{2}{3}} - \tan^{-1}\sqrt{2} =$ কত? [15-16]

- A. $\frac{\pi}{2}$ B. $\frac{\pi}{4}$ C. $\sqrt{2}$ D. 0

Ans D Solve
 $\sin^{-1}\frac{1}{3} + \cos^{-1}\sqrt{\frac{2}{3}} - \tan^{-1}\sqrt{2}$
 $= \tan^{-1}\frac{1}{2\sqrt{2}} + \tan^{-1}\frac{1}{\sqrt{2}} - \tan^{-1}\sqrt{2}$
 $= \tan^{-1}\frac{\frac{1}{2\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}}}{1 - \frac{1}{2\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}} - \tan^{-1}\sqrt{2}$
 $= \tan^{-1}\frac{\frac{1+2}{2\sqrt{2}}}{4-1} - \tan^{-1}\sqrt{2} = \tan^{-1}\sqrt{2} - \tan^{-1}\sqrt{2} = 0$

07. $(\operatorname{cosec}^{-1}x + \sec^{-1}x) =$ কত? [14-15]

- A. $\frac{\pi}{2}$ B. $\frac{\pi}{4}$ C. $\frac{3\pi}{2}$ D. $\frac{\pi}{6}$

Ans A Solve $\operatorname{cosec}^{-1}x + \sec^{-1}x = \frac{\pi}{2}$ সূত্রমতে,

08. $\tan^{-1}\frac{4}{3} + \tan^{-1}\frac{1}{2} =$ কত? [14-15]

- A. $\tan^{-1}\frac{1}{2}$ B. $\tan^{-1}\frac{11}{11}$ C. $\tan^{-1}\frac{2}{3}$ D. $\tan^{-1}\frac{11}{2}$

Ans D Solve $\tan^{-1}\frac{4}{3} + \tan^{-1}\frac{1}{2} = \tan^{-1}\frac{\frac{4}{3} + \frac{1}{2}}{1 - \frac{4}{3} \cdot \frac{1}{2}}$
 $= \tan^{-1}\frac{11}{6-4} = \tan^{-1}\frac{11}{2}$

09. $\sin \cot^{-1} \tan \cos^{-1} x =$ কত? [14-15; KU 14-15; CU 05-06; Butex 15-16]

- A. x B. $\frac{1}{x}$ C. 2x D. -x

Ans A Solve $\sin \cot^{-1} \tan \cos^{-1} x$
 $= \sin \cot^{-1} \cot\left(\frac{\pi}{2} - \cos^{-1} x\right) = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \cos^{-1} x\right) = \cos \cos^{-1} x = x$

10. সমকোণী ত্রিভুজের লম্বের মান x এবং ভূমির মান $\sqrt{1-x^2}$ হলে, $\tan \theta = ?$ [10-11]

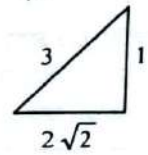
- A. $\sqrt{1-x^2}$ B. $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ C. $\frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$ D. $\frac{\sqrt{1-x^2}}{x}$ **Ans. C**

11. $\sin^{-1}\frac{1}{3} = \theta$ হলে, $\tan \theta = ?$ [10-11]

- A. 1 B. $\frac{1}{2\sqrt{2}}$ C. $\frac{1}{\sqrt{2}}$ D. 0

Ans B Solve $\sin^{-1}\frac{1}{3} = \theta$

$\tan^{-1}\frac{1}{2\sqrt{2}} = \theta, \frac{1}{2\sqrt{2}} = \tan \theta$

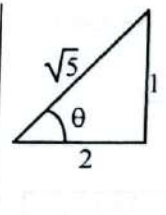


12. $\sin \theta = \frac{1}{\sqrt{5}}$ হলে, $\sin^{-1}\frac{1}{\sqrt{5}} + \tan^{-1}\frac{1}{3} = ?$ [10-11]

- A. $\frac{\pi}{4}$ B. $\frac{\pi}{3}$ C. 2π D. π

Ans A Solve $\sin^{-1}\frac{1}{\sqrt{5}} = \tan^{-1}\frac{1}{2}$

$\therefore \tan^{-1}\frac{1}{2} + \tan^{-1}\frac{1}{3} = \tan^{-1}\left(\frac{\frac{5}{6}}{\frac{5}{6}}\right) = \frac{\pi}{4}$



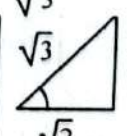
[Calculator Use. Ex-01]

রাজশাহী বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
 [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $\tan^{-1} \sin \cos^{-1} \sqrt{\frac{2}{3}} = ?$ [15-16]

- A. $\pi/4$ B. $\pi/6$ C. $\pi/8$ D. $\pi/9$

Ans B Solve $\tan^{-1} \sin \cos^{-1} \sqrt{\frac{2}{3}}$
 $= \tan^{-1} \sin \sin^{-1} \sqrt{\frac{1}{3}}$
 $= \tan^{-1} \sqrt{\frac{1}{3}} = \frac{\pi}{6}$



02. $\tan^{-1} \frac{1}{7} + \tan^{-1} \frac{1}{8} + \tan^{-1} \frac{1}{18} =$ কত? [14-15, DU 10-11]

- A. $\cot^{-1} \frac{1}{3}$ B. $\tan^{-1} \frac{1}{3}$ C. $\cot^{-1} 5$ D. $\sin^{-1} 3$

Ans B Solve $\tan^{-1} \frac{1}{7} + \tan^{-1} \frac{1}{8} + \tan^{-1} \frac{1}{18}$

$$= \tan^{-1} \frac{\frac{1}{7} + \frac{1}{8}}{1 - \frac{1}{7} \cdot \frac{1}{8}} + \tan^{-1} \frac{1}{18} = \tan^{-1} \frac{15}{55} + \tan^{-1} \frac{1}{18}$$

$$= \tan^{-1} \frac{3}{11} + \tan^{-1} \frac{1}{18} = \tan^{-1} \frac{\frac{3}{11} + \frac{1}{18}}{1 - \frac{3}{11} \cdot \frac{1}{18}} = \tan^{-1} \frac{65}{195} = \tan^{-1} \frac{1}{3}$$

03. যদি $A + B + C = \pi$, $\tan^{-1} 2 = A$ এবং $\tan^{-1} 3 = B$ হয়, তবে C এর মান কত? [11-12]

- A. $\pi/2$ B. $\pi/4$ C. $3\pi/4$ D. $-\pi/4$

Ans B Solve $A + B + C = \pi$

$$\therefore C = \pi - A - B = \pi - \tan^{-1} 2 - \tan^{-1} 3$$

$$= 180^\circ - \tan^{-1} 2 - \tan^{-1} 3 = 45^\circ = \frac{\pi}{4} \text{ [By Using Calculator]}$$

04. $\sec^{-1} x + \operatorname{cosec}^{-1} x =$ কত? [10-11]

- A. π B. $\pi/3$ C. $\pi/4$ D. $\pi/2$

Ans. D

05. $\sin \cot^{-1} \tan \cos^{-1} (3/4)$ এর মান কত? [10-11]

- A. $4/3$ B. $3/5$ C. $3/4$ D. $4/5$

Ans. C

06. $\tan(\cos^{-1} x) = \sin(\tan^{-1} 2)$ হলে x-এর মান কত? [09-10]

- A. $\frac{\sqrt{5}}{3}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{1}{\sqrt{3}}$ D. $\frac{3}{\sqrt{5}}$

Ans A Solve $\tan\left(\tan^{-1} \frac{\sqrt{1-x^2}}{x}\right) = \sin\left(\sin^{-1} \frac{2}{\sqrt{5}}\right)$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{1-x^2}}{x} = \frac{2}{\sqrt{5}} \Rightarrow 5(1-x^2) = 4x^2$$

$$\Rightarrow x^2 = \frac{5}{9} \therefore x = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

[Calculator Use. Ex-02]

07. $2\sin^{-1} x$ এর মান কোনটি সঠিক? [09-10]

- A. $\sin^{-1} x \sqrt{1-x^2}$ B. $\sin^{-1}(2x^2-1)$
C. $\sin^{-1}(2x\sqrt{1-x^2})$ D. $\sin^{-1}(x^2-1)$

Ans. C

08. $\sin^{-1} x + \cos^{-1} x =$ কত? [08-09]

- A. π B. $\frac{\pi}{2}$ C. $\frac{\pi}{2}$ D. $-\pi$

Ans C Solve $\sin^{-1} x + \cos^{-1} x = \frac{\pi}{2}$

09. $2\tan^{-1} 2 =$ কত? [08-09]

- A. $\tan^{-1}(-\frac{4}{3})$ B. $\tan^{-1} 3$ C. $\cot^{-1} \frac{1}{3}$ D. $\tan^{-1} \frac{1}{3}$

Ans A Solve $2 \tan^{-1} 2 = \tan^{-1} \frac{2 \cdot 2}{1-2^2} = \tan^{-1}(-\frac{4}{3})$

[Calculator Use. Ex-01]

10. $\sin \tan^{-1} \frac{3}{4}$ এর মান- [08-09]

- A. $\frac{3}{5}$ B. $\frac{4}{5}$ C. $\frac{3}{4}$ D. $\frac{4}{3}$

Ans A Solve $\sin \sin^{-1} \left(\frac{3}{5}\right) = \frac{3}{5}$ [Calculator Use. Ex-01]

11. $\theta = \sin^{-1} \frac{4}{5}$ হলে, $\operatorname{cosec} \theta$ এর মান- [08-09]

- A. $\frac{5}{4}$ B. $\frac{4}{5}$ C. $\frac{4}{25}$ D. $\frac{16}{25}$

Ans A Solve $\theta = \sin^{-1} \frac{4}{5} \Rightarrow \sin \theta = \frac{4}{5} \therefore \operatorname{cosec} \theta = \frac{5}{4}$

12. $\sin^{-1} \frac{1}{3} + \cos^{-1} \frac{\sqrt{2}}{3}$ এর মান- [06-07]

- A. $\tan^{-1} \sqrt{2}$ B. $\frac{\pi}{4}$ C. $\tan^{-1} \frac{\pi}{4}$ D. $\tan^{-1} \left(\frac{\sqrt{2} + \sqrt{8}}{3}\right)$

Ans A Solve $\sin^{-1} \frac{1}{3} + \cos^{-1} \frac{\sqrt{2}}{3}$

$$= \tan^{-1} \frac{1}{2\sqrt{2}} + \tan^{-1} \frac{1}{\sqrt{2}} = \tan^{-1} \frac{\frac{1}{2\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}}}{1 - \frac{1}{2\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}}$$

$$= \tan^{-1} \frac{3}{4-1} = \tan^{-1} \left(\frac{3}{2\sqrt{2}} \times \frac{4}{3}\right) = \tan^{-1} \sqrt{2}$$

[Calculator Use. Ex-01]

চট্টগ্রাম বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $\sin^{-1} x + \cos^{-1} x =$ কত? [15-16; JU 14-15; MBSTU 14-15]

- A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{\pi}{4}$ C. $\frac{\pi}{3}$ D. $\frac{\pi}{2}$ E. $\frac{2\pi}{3}$

Ans D Solve $\sin^{-1} x + \cos^{-1} x = \frac{\pi}{2}$

02. $\sin^{-1} x + \tan^{-1} \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} = ?$ [15-16]

- A. $2\cos^{-1} x$ B. $\frac{\pi}{2} + \sin^{-1} x$ C. $\pi - \sin^{-1} x$
D. $\pi - 2\cos^{-1} x$ E. $\pi - 2\sin^{-1} x$

Ans D Solve ধরি, $x = \cos \theta \Rightarrow \theta = \cos^{-1} x$

আবার, $\sqrt{1-x^2} = \sqrt{1-\cos^2 \theta} = \sin \theta$

$$\therefore \tan^{-1} \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} = \tan^{-1} \frac{\cos \theta}{\sin \theta} = \tan^{-1} \cot \theta = \tan^{-1} \tan \left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)$$

$$= \frac{\pi}{2} - \theta = \frac{\pi}{2} - \cos^{-1} x$$

$$\therefore \sin^{-1} x + \tan^{-1} \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} = \sin^{-1} x + \frac{\pi}{2} - \cos^{-1} x$$

$$= \frac{\pi}{2} - \cos^{-1} x + \frac{\pi}{2} - \cos^{-1} x = \pi - 2\cos^{-1} x$$

03. $\tan^{-1} 7 - \tan^{-1} \frac{3}{4}$ এর মান কত? [14-15, RU 10-11]

- A. $\sin^{-1} 1$ B. $\tan^{-1} \frac{1}{\sqrt{3}}$ C. $\cos^{-1} \frac{1}{\sqrt{2}}$
 D. $\sin^{-1} \frac{1}{\sqrt{2}}$ E. $\sin^{-1} \frac{1}{\sqrt{3}}$

Ans D Solve $\tan^{-1} 7 - \tan^{-1} \frac{3}{4} = \tan^{-1} \frac{7 - \frac{3}{4}}{1 + 7 \cdot \frac{3}{4}}$
 $= \tan^{-1} \frac{25}{25} = \tan^{-1} 1 = \sin^{-1} \frac{1}{\sqrt{2}}$

04. $\tan^{-1} \theta + \cot^{-1} \theta = ?$ [14-15; Jnu 10-11; KU 10-11]

- A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{\pi}{4}$ C. $\frac{\pi}{3}$ D. $\frac{\pi}{2}$ E. α

Ans D Solve $\tan^{-1} \theta + \cot^{-1} \theta = \frac{\pi}{2}$ (স্বাভাবিক)

05. If $\sin x = \frac{1}{\sqrt{10}}$, $\sin y = \frac{1}{\sqrt{5}}$ then $x + y = ?$ [14-15]

- A. 60° B. 45° C. 30°
 D. 35° E. None of the above

Ans B Solve $\sin^{-1} \left(\frac{1}{\sqrt{10}} \right) \sqrt{1 - \frac{1}{5}} + \frac{1}{\sqrt{5}} \sqrt{1 - \frac{1}{10}}$
 $= \sin^{-1} \left(\frac{1}{\sqrt{10}} \cdot \frac{2}{\sqrt{5}} + \frac{1}{\sqrt{5}} \cdot \frac{3}{\sqrt{10}} \right)$
 $= \sin^{-1} \frac{5}{\sqrt{10}\sqrt{5}} = \sin^{-1} \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\pi}{4}$

06. $2\tan^{-1} \frac{1}{5} + \tan^{-1} \frac{1}{4} =$ কত? [13-14]

- A. $\tan^{-1} \frac{12}{13}$ B. 45° C. $\tan^{-1} \frac{32}{43}$
 D. 60° E. $\tan^{-1} \frac{72}{45}$

Ans C Solve $2 \tan^{-1} \frac{1}{5} + \tan^{-1} \frac{1}{4} = \tan^{-1} \frac{\frac{2}{5}}{1 - \frac{1}{25}} + \tan^{-1} \frac{1}{4}$
 $= \tan^{-1} \frac{5}{12} + \tan^{-1} \frac{1}{4} = \tan^{-1} \frac{\frac{5}{12} + \frac{1}{4}}{1 - \frac{5}{12} \cdot \frac{1}{4}} = \tan^{-1} \frac{32}{43}$

07. $\tan^{-1} \frac{1}{2} + \tan^{-1} \frac{1}{3}$ এর মান কোনটি? [11-12]

- A. $\frac{\pi}{4}$ B. $\frac{\pi}{2}$ C. $\frac{\pi}{6}$ D. $\frac{\pi}{3}$ E. π

Ans A Solve [Calculator Use, Ex-01]

08. $\cos \left(\sin^{-1} \frac{1}{2} + \cos^{-1} \frac{1}{2} \right)$ এর মান কত? [05-06, 03-04]

- A. $\frac{\pi}{2}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C. 0 D. $\frac{1}{2}$ E. x

Ans C Solve $\cos \left(\sin^{-1} \frac{1}{2} + \cos^{-1} \frac{1}{2} \right) = \cos \pi/2 = 0$

কারণ, $[\sin^{-1} x + \cos^{-1} x = \pi/2]$ [Calculator Use, Ex-01]

09. $\sec^2(\tan^{-1} 3) + \operatorname{cosec}^2(\cot^{-1} 5)$ এর মান কত? [04-05]

- A. 36 B. 63 C. 1 D. 0

Ans A Solve $\sec^2(\tan^{-1} 3) + \operatorname{cosec}^2(\cot^{-1} 5)$
 $= 1 + (\tan \tan^{-1} 3)^2 + 1 + (\cot \cot^{-1} 5) = 1 + 9 + 1 + 25 = 36$
 [Calculator Use, Ex-01]

10. $\cot^{-1} \sqrt{3} + \sin^{-1} \frac{1}{\sqrt{2}}$ এর মান কত? [02-03]

- A. $\frac{\pi}{4}$ B. $\frac{\pi}{2}$ C. π D. 0

Solve $\cot^{-1} \sqrt{3} + \sin^{-1} \frac{1}{\sqrt{2}} = \tan^{-1} \frac{1}{\sqrt{3}} + \sin^{-1} \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{4}$
 $= 30^\circ + 45^\circ = 75^\circ$ correct Ans (Blank)
 [Calculator Use, Ex-01]

খুলনা বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
 [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $\sin^{-1} x + \sin^{-1} 2x = \frac{\pi}{3}$ হলে $x = ?$ [14-15]

- A. $\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{7}}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{7}}$ C. $\frac{-2\sqrt{3}}{\sqrt{7}}$ D. $-\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{7}}$

Ans B Solve $\sin^{-1} x + \sin^{-1} 2x = \frac{\pi}{3}$

$\Rightarrow \sin^{-1}(x\sqrt{1-4x^2} + 2x\sqrt{1-x^2}) = \frac{\pi}{3}$

বিঃদ্র: $x = \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{7}}$ বসালে, $\sin^{-1} \left(\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{7}} \sqrt{1 - \frac{3}{7}} + 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{7}} \sqrt{1 - \frac{3}{28}} \right) = \frac{\pi}{3}$

$\Rightarrow \sin^{-1} \left(\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{7}} \cdot \frac{2}{\sqrt{7}} + \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}} \sqrt{\frac{25}{28}} \right) = \frac{\pi}{3}$

$\Rightarrow \sin^{-1} \left(\frac{\sqrt{3}}{7} + \frac{5\sqrt{3}}{14} \right) = \sin^{-1} \frac{2\sqrt{3} + 5\sqrt{3}}{14} = \sin^{-1} \left(\frac{7\sqrt{3}}{14} \right) = \frac{\pi}{3}$

$\therefore \sin^{-1} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right) = \frac{\pi}{3}$

02. $\tan^{-1} \left(\frac{x}{y} \right) - \tan^{-1} \left(\frac{x-y}{x+y} \right) = ?$ [09-10]

- A. $\frac{\pi}{2}$ B. $\frac{\pi}{3}$ C. $-\frac{\pi}{3}$ D. $\frac{\pi}{4}$

Ans D Solve $\tan^{-1} \left(\frac{x}{y} \right) - \tan^{-1} \frac{1 - \frac{x}{y}}{1 + \frac{x}{y}}$

$= \tan^{-1} \left(\frac{x}{y} \right) - \tan^{-1} + \tan^{-1} \frac{x}{y} = \tan^{-1} \left(\frac{x}{y} \right) + \cot^{-1} \frac{x}{y} - \frac{\pi}{4}$

$= \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4}$ [Calculator Use, Ex-02]

03. $\sin^{-1} \frac{\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}} + \cos^{-1} \frac{\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}$ এর মান হলো- [A 06-07]

- A. 180° B. $\frac{\pi}{2}$ C. $\frac{\pi}{4}$ D. $\frac{\pi}{8}$

Ans B Solve [Calculator Use, Ex-02]

04. $\cot^{-1}3 + \sin^{-1}\frac{1}{\sqrt{5}}$ এর মান- [A 02-03]

- A. $\frac{\pi}{4}$ B. $\frac{\pi}{2}$ C. π D. 0

Ans A Solve

এখানে, $\sin^{-1}\frac{1}{\sqrt{5}}$ ত্রিকোণমিত্রের সাহায্যে লেখা যায় $= \tan^{-1}\frac{1}{2}$

$\therefore \cot^{-1}3 + \sin^{-1}\frac{1}{\sqrt{5}} = \tan^{-1}\frac{1}{3} + \tan^{-1}\frac{1}{2}$

$= \tan^{-1}\frac{\frac{1}{3} + \frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{6}} = \tan^{-1}1 = \frac{\pi}{4}$ অথবা, [Calculator Use Ex-01]

05. $\sin^{-1}3x + \cos^{-1}3x =$ কত?

- A. 1 B. $\frac{\pi}{2}$ C. $\frac{3\pi}{2}$ D. $\frac{3\pi}{4}$

Ans B Solve [Using Rule]

06. যদি $A + B + C = \pi$, $\tan^{-1}2 = A$ এবং $\tan^{-1}3 = B$ হয়, তবে $C = ?$

- A. 1 B. 2 C. $\frac{\pi}{2}$ D. $\frac{\pi}{4}$

Ans D Solve $C = \pi - A - B$

$= \pi - \tan^{-1}2 - \tan^{-1}3 = 45^\circ = \frac{\pi}{4}$ [By Using Calculator]

শাহজালাল বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $\frac{1}{2}\sin^{-1}\frac{2x}{1+x^2} + \cot^{-1}x$ এর মান কত? [14-15]

- A. $\frac{\pi}{2}$ B. $-\frac{\pi}{2}$ C. $\pm\frac{\pi}{2}$ D. $\frac{\sqrt{\pi}}{2}$ E. 0

Ans A Solve $\frac{1}{2}\sin^{-1}\frac{2x}{1+x^2} + \cot^{-1}x$

$= \frac{1}{2}2\tan^{-1}x + \cot^{-1}x = \tan^{-1}x + \cot^{-1}x = \frac{\pi}{2}$

02. $(\cot^{-1}3 + \operatorname{cosec}^{-1}\sqrt{5}) =$ কত? [11-12]

- A. π B. 2π C. $\pi/3$ D. $\pi/4$ E. $\pi/6$

Ans D Solve $(\cot^{-1}3 + \operatorname{cosec}^{-1}\sqrt{5}) = \frac{\pi}{4}$

[Calculator Use. Ex-01]

03. $\sin \cot^{-1} \tan \cos^{-1}(2x^2) = 1$, x এর মান কত? [11-12]

- A. 1, 1 B. 2, 1/2 C. $\sqrt{2}, -\sqrt{2}$
D. 2, -2 E. $-1/\sqrt{2}, 1\sqrt{2}$

Ans E Solve [Calculator Use. Ex-02]

04. $\sin^{-1}x + \sin^{-1}y = \frac{\pi}{2}$ হলে, $x^2 + y^2 = ?$ [07-08]

- A. 1 B. 0 C. -1 D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

Ans A Solve $\sin^{-1}x + \sin^{-1}y = \frac{\pi}{2}$ হলে, $x^2 + y^2 = ?$

$\sin^{-1}x + \sin^{-1}y = \frac{\pi}{2} \therefore \sin^{-1}x = \frac{\pi}{4}$ বা, $x = \frac{1}{\sqrt{2}}$

আবার, $\sin^{-1}y = \frac{\pi}{4} \therefore y = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$\therefore x^2 + y^2 = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$

05. $\cos(2\tan^{-1}x)$ এর মান কোনটি? [05-06]

- A. $\frac{1+x^2}{1-x^2}$ B. $\frac{1-x^2}{1+x^2}$ C. $\frac{2x}{1-x^2}$ D. $\frac{2x}{1+x^2}$

Ans B Solve $\cos \cos^{-1}\left(\frac{1-x^2}{1+x^2}\right) = \frac{1-x^2}{1+x^2}$

[Calculator Use. Ex-02]

06. $\sin(2\tan^{-1}x)$ এর মান কত? [D 05-06]

- A. $\frac{2x}{1-x^2}$ B. $\frac{1-x^2}{1+x^2}$ C. $\frac{2x}{1+x^2}$ D. $2x$

Ans C Solve $\sin(2\tan^{-1}x) = \sin\left(\sin^{-1}\frac{2x}{1+x^2}\right) = \frac{2x}{1+x^2}$

Shortcut: $\sin(2\tan^{-1}x) = \sin\left(2 \cdot \frac{\pi}{4}\right) = \sin\frac{\pi}{2} = 1$

$= \sin(2 \tan^{-1}1) = \sin\left(2 \cdot \frac{\pi}{4}\right) = \sin\frac{\pi}{2} = 1$

option C $\Rightarrow \frac{2 \cdot 1}{1+1^2} = \frac{2}{2} = 1$

07. কোন সম্পর্কটি সত্য নয়? [A 04-05]

- A. $\sin^{-1}x = (\sin x)^{-1}$ B. $\sin^2x = (\sin x)^2$
C. $\sin\theta = \sin(2n\pi + \theta)$ D. $\sin(\sin^{-1}x) = x$ **Ans. A**

08. $\tan(\tan^{-1}3 - \tan^{-1}2)$ এর মান [01-02]

- A. 5/7 B. -5/7 C. 1/7 D. -1/7

Ans C Solve $\tan \tan^{-1}\left(\frac{3-2}{1+6}\right) = 1/7$

[Calculator Use. Ex-01]

ইসলামী বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $\tan^{-1}x + \tan^{-1}y + \tan^{-1}z = \pi$ হলে $x + y + z =$ [15-16]

- A. $\tan x$ B. $x-1 \tan$
C. xyz D. $x^2/(y+z)$

Ans C Solve $\tan^{-1}x = A \Rightarrow \tan A = x$

$\tan^{-1}y = B \Rightarrow \tan B = y$

$\tan^{-1}z = C = \tan C = z$

$\therefore A + B + C = \pi$, আবার

$\tan A + \tan B + \tan C = \tan A \tan B \tan C = xyz$

02. প্রতীক arc sinx দ্বারা কি বোঝায়? [15-16]

- A. অক্ষর B. ফাংশন C. উভয়ই D. কোনটিই নয়

Ans B Solve arc sin x দ্বারা ফাংশন বোঝায়।

03. যদি $x = \sin \cos^{-1}y$ হয়, তবে $x^2 + y^2 = ?$ [15-16]

- A. 2 B. 1
C. -1 D. 0

Ans B Solve $x = \sin \cos^{-1}y$

$\Rightarrow x^2 = \sin^2 \cos^{-1}y \Rightarrow x^2 = 1 - \cos^2 \cos^{-1}y$

$\Rightarrow x^2 = 1 - y^2 \Rightarrow x^2 + y^2 = 1$

04. $\tan^{-1} 2x + \tan^{-1} 3x = \pi/4$ সমীকরণে x এর মান কত? [14-15]
 A. $1/\sqrt{2}$ B. $1/3$ C. $1/6$ D. $4/\sqrt{3}$

Ans C Solve $\tan^{-1} 2x + \tan^{-1} 3x = \frac{\pi}{4}$
 $\Rightarrow \tan^{-1} \frac{2x+3x}{1-2x \cdot 3x} = \frac{\pi}{4} \Rightarrow \frac{5x}{1-6x^2} = \tan \frac{\pi}{4}$
 $\Rightarrow \frac{5x}{1-6x^2} = 1 \Rightarrow 6x^2 + 5x - 1 = 0$
 $\Rightarrow 6x(x+1) - (x+1) = 0 \Rightarrow (6x-1)(x+1) = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{6}, -1$

05. $\tan^{-1} x + \tan^{-1} y = ?$ [F 12-13]

- A. $\tan^{-1} \frac{x-y}{1+xy}$ B. $\tan^{-1} \frac{x+y}{1+xy}$
 C. $\tan^{-1} \frac{x+y}{1-xy}$ D. কোনটিই নয়

Ans. C

06. $\tan^{-1} \frac{1}{2} + \tan^{-1} \frac{1}{5} + \tan^{-1} \frac{1}{8}$ এর মান- [F 12-13]

- A. $\frac{\pi}{4}$ B. $-\frac{\pi}{4}$ C. $\frac{\pi}{3}$ D. $-\frac{\pi}{3}$

Ans A Solve [Calculator Use. Ex-01]

07. $\tan \cos^{-1} x = \sin \cot^{-1} \frac{1}{2}$ এর সমাধান কত? [11-12]

- A. $3/\sqrt{5}$ B. $\sqrt{3}/4$ C. $\sqrt{5}/4$ D. $\sqrt{5}/3$

Ans D Solve $\tan^2 \cos^{-1} x = \sin^2 \cot^{-1} \frac{1}{2}$
 $\Rightarrow \sec^2 \cos^{-1} x - 1 = \frac{1}{1 + \cot^2 \cot^{-1} \frac{1}{2}}$
 $\Rightarrow \frac{1}{x^2} - 1 = \frac{1}{1 + \frac{1}{4}} \Rightarrow \frac{1}{x^2} = \frac{4}{5} + 1 = \frac{9}{5} \Rightarrow x^2 = \frac{5}{9} \Rightarrow x = \frac{\sqrt{5}}{3}$

বরিশাল বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
 [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $\cot(\sin^{-1} \frac{1}{2})$ এর মান- [14-15]

- A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $\sqrt{3}$ C. $\frac{2}{\sqrt{3}}$ D. $\frac{1}{\sqrt{3}}$

Ans D Solve

$\cot(\sin^{-1} \frac{1}{2})$
 $= \cot(\cot^{-1} \sqrt{3}) = \sqrt{3}$

$\therefore \sin^{-1} \frac{1}{2}$
 $= \cot^{-1} \frac{\sqrt{3}}{1}$
 $= \cot^{-1} \sqrt{3}$

02. $\tan(\cot^{-1} 2 + \cot^{-1} 3) =$ কত? [13-14]

- A. $\sqrt{3}$ B. $\frac{\pi}{4}$ C. $\frac{\pi}{2}$ D. 1

Ans D Solve $\tan(\tan^{-1} \frac{1}{2} + \tan^{-1} \frac{1}{3})$
 $= \tan \tan^{-1} \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}}{1 - \frac{1}{2} \times \frac{1}{3}} = \frac{5}{5} = 1$

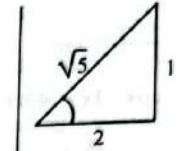
হাজী দানেশ বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
 [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $\cot^{-1} 3 + \operatorname{cosec}^{-1} \sqrt{5} = ?$ [14-15]

- A. $\frac{\pi}{2}$ B. π
 C. $\frac{\pi}{4}$ D. $\frac{\pi}{3}$

Ans C Solve $\cot^{-1} 3 + \operatorname{cosec}^{-1} \sqrt{5}$

$= \tan^{-1} \frac{1}{3} + \tan^{-1} \frac{1}{2}$
 $= \tan^{-1} \frac{\frac{1}{3} + \frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}} = \tan^{-1} 1 = \frac{\pi}{4}$



$\operatorname{cosec}^{-1} \sqrt{5} = \tan^{-1} \frac{1}{2}$

ভাসানী বিজ্ঞান ও প্রযুক্তি বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $\tan^{-1} \sqrt{x} - \frac{1}{2} \cos^{-1} \frac{1-x}{1+x} =$ কত? [15-16]

- A. 0 B. 1
 C. 2 D. x

Ans A Solve $\tan^{-1} \sqrt{x} - \frac{1}{2} \cos^{-1} \frac{1-x}{1+x}$

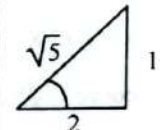
$= \tan^{-1} \sqrt{x} - \frac{1}{2} \cos^{-1} \frac{1-(\sqrt{x})^2}{1+(\sqrt{x})^2} = \tan^{-1} \sqrt{x} - \frac{1}{2} \cdot 2 \tan^{-1} \sqrt{x} = 0$

02. $\cot^{-1} 3 + \operatorname{cosec}^{-1} \sqrt{5} =$ কত? [15-16]

- A. $\frac{\pi}{2}$ B. π C. $\frac{\pi}{4}$ D. $\frac{\pi}{3}$

Ans C Solve $\cot^{-1} 3 + \operatorname{cosec}^{-1} \sqrt{5}$

$= \tan^{-1} \frac{1}{3} + \tan^{-1} \frac{1}{2} = \tan^{-1} \frac{\frac{1}{3} + \frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}}$



$\operatorname{cosec}^{-1} \sqrt{5} = \tan^{-1} \frac{1}{2}$

$= \tan^{-1} \frac{5}{5} = \tan^{-1} 1 = \frac{\pi}{4}$

কুমিল্লা বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
 [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $\tan^{-1} \frac{1}{2} + \tan^{-1} \frac{1}{3} =$ কত? [13-14]

- A. $\frac{\pi}{4}$ B. $\frac{\pi}{2}$ C. π D. 0

Ans A Solve

$\tan^{-1} \frac{1}{2} + \tan^{-1} \frac{1}{3} = \tan^{-1} \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}}{1 - \left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{3}\right)} = \tan^{-1} \frac{\pi}{4}$

যশোর বিজ্ঞান ও প্রযুক্তি বিশ্ববিদ্যালয় তর্জি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $\tan\left(\tan^{-1}\frac{1}{2} + \tan^{-1}\frac{1}{3}\right) = ?$ [15-16; SAU 14-15]

- A. 5/6 B. 6/5
D. $3\pi/4$ E. 1 C. $\pi/4$

Ans E Solve $\tan\left(\tan^{-1}\frac{1}{2} + \tan^{-1}\frac{1}{3}\right)$
 $= \tan\left(\frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}}{1 - \frac{1}{2} \times \frac{1}{3}}\right) = \frac{5}{6-1} = \frac{5}{5} = 1$

পাবনা বিজ্ঞান ও প্রযুক্তি বিশ্ববিদ্যালয় তর্জি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $\sec^2(\tan^{-1} 2) + \operatorname{cosec}^2(\cot^{-1} 3) = ?$ [15-16; IU 15-16]

- A. 15 B. 16 C. -15 D. -16

Ans A Solve $\sec^2(\tan^{-1} 2) + \operatorname{cosec}^2(\cot^{-1} 3)$
 $= 1 + \tan^2(\tan^{-1} 2) + 1 + \cot^2(\cot^{-1} 3) = 1 + 4 + 1 + 9 = 15$

02. $2\tan^{-1}\frac{1}{3} + \tan^{-1}\frac{1}{7} = ?$ [15-16]

- A. $\frac{\pi}{4}$ B. $\frac{\pi}{2}$ C. π D. $\frac{3\pi}{4}$

Ans A Solve $2\tan^{-1}\frac{1}{3} + \tan^{-1}\frac{1}{7}$
 $= \tan^{-1}\frac{\frac{2}{3}}{1 - \left(\frac{1}{3}\right)^2} + \tan^{-1}\frac{1}{7} = \tan^{-1}\frac{\frac{2}{3}}{1 - \frac{1}{9}} + \tan^{-1}\frac{1}{7}$
 $= \tan^{-1}\frac{6}{8} + \tan^{-1}\frac{1}{7} = \tan^{-1}\frac{3}{4} + \tan^{-1}\frac{1}{7}$
 $= \tan^{-1}\frac{\frac{3}{4} + \frac{1}{7}}{1 - \frac{3}{4} \times \frac{1}{7}} = \tan^{-1}\frac{\frac{25}{28}}{\frac{25}{28}} = \tan^{-1} 1 = \frac{\pi}{4}$

03. $\cos \tan^{-1} \sin \cot^{-1} x = ?$ [15-16; KU 13-14]

- A. $\sqrt{\frac{1+x^2}{2+x^2}}$ B. $\sqrt{\frac{1+x^2}{2-x^2}}$ C. $\sqrt{\frac{1-x^2}{2+x^2}}$ D. $\sqrt{\frac{1-x^2}{2-x^2}}$

Ans A Solve $\cos \tan^{-1} \sin \cot^{-1} x$
 $= \cos \tan^{-1} \sin \sin^{-1} \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$
 $= \cos \tan^{-1} \frac{1}{\sqrt{1+x^2}} = \cos \cos^{-1} \frac{\sqrt{1+x^2}}{\sqrt{2+x^2}} = \sqrt{\frac{1+x^2}{2+x^2}}$

04. $\tan^{-1} 6 + \tan^{-1}\left(\frac{7}{5}\right)$ এর মান কত? [15-16]

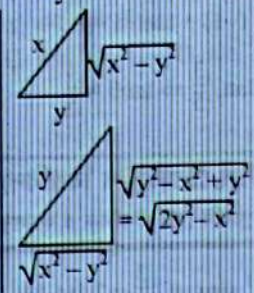
- A. $\frac{\pi}{2}$ B. $\frac{3\pi}{2}$ C. $\frac{3\pi}{4}$ D. $\frac{\pi}{3}$

Ans C Solve $\tan^{-1} 6 + \tan^{-1}\frac{7}{5} = \tan^{-1} \frac{6 + \frac{7}{5}}{1 - 6 \times \frac{7}{5}}$
 $= \tan^{-1}\left(\frac{37}{-37}\right) = \tan^{-1}(-1)$
 $= \tan^{-1} \tan\left(-\frac{\pi}{4}\right) = \tan^{-1} \tan\left(\pi - \frac{\pi}{4}\right) = \pi - \frac{\pi}{4} = \frac{3\pi}{4}$

05. $\sin \cos^{-1} \tan \sec^{-1} \frac{x}{y} = ?$ [15-16; KUET 10-11]

- A. $\frac{\sqrt{2y^2-x^2}}{y}$ B. $\frac{\sqrt{y^2-x^2}}{y}$
C. $\frac{\sqrt{2x^2-xy^2}}{y}$ D. $\frac{x}{y}$

Ans A Solve $\sin \cos^{-1} \tan \sec^{-1} \frac{x}{y}$
 $= \sin \cos^{-1} \tan \tan^{-1} \frac{\sqrt{x^2-y^2}}{y}$
 $= \sin \cos^{-1} \frac{\sqrt{x^2-y^2}}{y}$
 $= \sin \sin^{-1} \frac{\sqrt{2y^2-x^2}}{y}$
 $= \frac{\sqrt{2y^2-x^2}}{y}$



06. $\cos\left(\sin^{-1}\frac{1}{4} + \cos^{-1}\frac{1}{4}\right)$ এর মান কত? [15-16]

- A. 1 B. $\frac{\pi}{4}$ C. $\frac{\pi}{2}$ D. 0

Ans D Solve $\cos\left(\sin^{-1}\frac{1}{4} + \cos^{-1}\frac{1}{4}\right) = \cos \frac{\pi}{2} = 0$

07. $\sin^{-1}(-\cos x) + \sin^{-1}(\cos 3x)$ এর মান [14-15; KU 11-12]

- A. -2x B. 2x C. x D. -x

Ans A Solve $\sin^{-1}(-\cos x) + \sin^{-1}(\cos 3x)$
 $= \sin^{-1}(-\cos x \sqrt{1-\cos^2 3x} + \cos 3x \sqrt{1-\cos^2 x})$
 $= \sin^{-1}(-\sin 3x \cos x + \cos 3x \sin x)$
 $= \sin^{-1}(\sin(-3x + x))$
 $= -3x + x = -2x$
 Shortcut: $x = 30^\circ$ ধরে পাই,
 $\sin^{-1}(-\cos x) + \sin^{-1}(\cos 3x) = \sin^{-1}(-\cos 30^\circ) + \sin^{-1}(\cos 90^\circ)$
 $= \sin^{-1}\frac{-\sqrt{3}}{2} + \sin^{-1} 0 = -60^\circ = -2.30 = -2x$

বঙ্গবন্ধু শেখ মুজিবুর রহমান বিশ্ববিদ্যালয় তর্জি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $\cot \cos^{-1} \sin \tan^{-1} \frac{3}{4}$ এর মান নিচের কোনটি? [15-16]

- A. 1 B. 1/2 C. 3/2 D. 3/4

Ans D Solve $\cot \cos^{-1} \sin \tan^{-1} \frac{3}{4} = \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4}$

02. $\sin^{-1} x + \sin^{-1} 2x = \frac{\pi}{2}$ হলে x এর মান কত? [15-16]

- A. $\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{7}}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{7}}$ C. $\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{7}}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{7}}$

Ans B Solve $\sin^{-1} x + \sin^{-1} 2x = \frac{\pi}{2}$
 $\Rightarrow \sin^{-1} 2x = \frac{\pi}{2} - \sin^{-1} x \Rightarrow 2x = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \sin^{-1} x\right)$
 $\Rightarrow 2x = \cos(\sin^{-1} x) \Rightarrow 2x = \sqrt{1 - \sin^2 \sin^{-1} x}$
 $\Rightarrow 2x = \sqrt{1 - x^2} \Rightarrow 4x^2 = 1 - x^2$
 $\Rightarrow 5x^2 = 1 \Rightarrow x^2 = \frac{1}{5} \Rightarrow x = \frac{1}{\sqrt{5}}$

SELF TEST

১১. $2 \tan^{-1} x = ?$
 A. $\tan^{-1} \frac{x}{1-x^2}$ B. $\tan^{-1} \frac{2x}{1+x^2}$ C. $\tan^{-1} \frac{2x}{1-x^2}$ D. $\tan^{-1} \frac{x}{1+x^2}$
১২. $\tan^{-1} x + \cot^{-1} x = ?$
 A. 0 B. $\frac{\pi}{2}$ C. π D. $\frac{\pi}{3}$
১৩. $\tan^{-1} \frac{1}{7} + \tan^{-1} \frac{1}{8} + \tan^{-1} \frac{1}{18} = ?$
 A. $\cot^{-1} 3$ B. $\tan^{-1} 3$ C. $\tan^{-1} \frac{1}{3}$ D. $\cot^{-1} 3$
১৪. $\sin^{-1} \frac{4}{5} + \cos^{-1} \frac{2}{\sqrt{5}} = ?$
 A. $\cot^{-1} 3$ B. $\tan^{-1} 3$ C. $\tan^{-1} \frac{11}{2}$ D. $\sin^{-1} 1$
১৫. $\tan^{-1} \frac{1}{3} + \tan^{-1} \frac{1}{7} + \tan^{-1} \frac{1}{3}$ এর মান কোনটি?
 A. $\frac{\pi}{3}$ B. $\frac{\pi}{4}$ C. 2π D. 3π
১৬. $4 \sin^{-1} \frac{1}{\sqrt{17}} - \tan^{-1} \frac{79}{401} = ?$
 A. $\frac{\pi}{4}$ B. $\frac{\pi}{8}$ C. $\frac{\pi}{12}$ D. $\frac{\pi}{16}$
১৭. $\cos^{-1} \tan^{-1} x$ এর মান কোনটি?
 A. $2x$ B. $3x$ C. x D. $x/2$
১৮. $\sin^{-1} \cot^{-1} x$ এর মান কোনটি?
 A. x B. $2x$ C. $3x$ D. $4x$
১৯. $\cot^{-1} \cos^{-1} x$ এর মান কোনটি?
 A. x B. $2x$ C. $3x$ D. $4x$
২০. $\sin(2 \sin^{-1} x)$ এর মান কোনটি লেখা যায়?
 A. $2x \sqrt{1+x^2}$ B. $2x$ C. x D. $2x \sqrt{1-x^2}$
২১. $\sin \cot^{-1} \cos \tan^{-1} x = ?$
 A. $\frac{\sqrt{1+x^2}}{\sqrt{2+x^2}}$ B. $\frac{\sqrt{1+2x}}{\sqrt{1+5x}}$ C. $\frac{\sqrt{1-3x}}{\sqrt{1+3x}}$ D. None
২২. $\tan^{-1} \left(\frac{x}{y} \right) - \tan^{-1} \left(\frac{x-y}{x+y} \right) = ?$
 A. $\frac{\pi}{2}$ B. $\frac{\pi}{3}$ C. $\frac{\pi}{4}$ D. $\frac{\pi}{8}$
২৩. $\sin \cos^{-1} \tan \sec^{-1} \frac{x}{y} = ?$
 A. $\frac{\sqrt{2y^2-x^2}}{y}$ B. $\frac{\sqrt{3y+x^2}}{y}$ C. $\frac{\sqrt{4y-x^2}}{y}$ D. None
২৪. $\sin(\operatorname{cosec}^{-1} 3 + \sec^{-1} 3) = ?$
 A. 0 B. ∞ C. 1 D. -1
২৫. $\tan^{-1} \left(\frac{x \cos \theta}{1-x \sin \theta} \right) - \tan^{-1} \left(\frac{x - \sin \theta}{\cos \theta} \right)$ এর মান কত?
 A. θ° B. -25 C. -1 D. 1
২৬. $\sec^2(\tan^{-1} 4) + \tan^2(\sec^{-1} 3)$ এর মান কত?
 A. 21 B. 22 C. 23 D. 25

১৭. $\sin^2 \left(\cos^{-1} \frac{1}{3} \right) - \cos^2 \left(\sin^{-1} \frac{1}{\sqrt{3}} \right)$ এর মান কত?
 A. 2 B. $\frac{2}{9}$
 C. $\frac{2}{5}$ D. $\frac{7}{9}$
১৮. $\operatorname{cosec}^2 \left(\tan^{-1} \frac{1}{2} \right) - 3 \sec^2 \left(\cot^{-1} \sqrt{3} \right)$ এর মান কত?
 A. 1 B. 2 C. 3 D. 4
১৯. $2 \tan^{-1} (\operatorname{cosec} \tan^{-1} x - \tan \cot^{-1} x)$ এর মান কত?
 A. $\cos^{-1} x$ B. $\tan^{-1} x$ C. $\sec^{-1} x$ D. $\sin^{-1} x$
২০. $\cot \sin^{-1} x$ এর মান কত?
 A. $\frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$ B. $\frac{4x}{\sqrt{1-x^2}}$ C. $\frac{\sqrt{1-x^2}}{x}$ D. $\frac{x}{\sqrt{4-x^2}}$
২১. $\sin^{-1} \frac{2a}{1+a^2} - \cos^{-1} \frac{1-b^2}{1+b^2} - 2 \tan^{-1} x$ হলে $x = ?$
 A. $\frac{a-b}{1+ab}$ B. $\frac{a+b}{1-ab}$ C. $\frac{b-a}{ab-1}$ D. $\frac{a+b}{ab-a}$
২২. $\tan^{-1} x + 2 \cot^{-1} x = \frac{2}{3} \pi$ হলে $x = ?$
 A. $\frac{1}{\sqrt{2}}$ B. $\sqrt{3}$ C. $\sqrt{2}$ D. $\sqrt{4}$
২৩. $\sin^{-1} x + \sin^{-1} (1-x) = \cos^{-1} x$ সমাধান কত?
 A. 1 B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{3}$ D. 4
২৪. $\tan^{-1} \frac{5}{7} - \cot^{-1} \frac{8}{5}$ এর মান কত?
 A. $\cot^{-1} \frac{81}{5}$ B. $\tan^{-1} \frac{25}{33}$ C. $\sin^{-1} \frac{5}{2}$ D. $\cos^{-1} \frac{2}{5}$

OMR

01. (A)(B)(C)(D)	08. (A)(B)(C)(D)	15. (A)(B)(C)(D)	23. (A)(B)(C)(D)
02. (A)(B)(C)(D)	09. (A)(B)(C)(D)	16. (A)(B)(C)(D)	24. (A)(B)(C)(D)
03. (A)(B)(C)(D)	10. (A)(B)(C)(D)	17. (A)(B)(C)(D)	25. (A)(B)(C)(D)
04. (A)(B)(C)(D)	11. (A)(B)(C)(D)	18. (A)(B)(C)(D)	26. (A)(B)(C)(D)
05. (A)(B)(C)(D)	12. (A)(B)(C)(D)	19. (A)(B)(C)(D)	
06. (A)(B)(C)(D)	13. (A)(B)(C)(D)	20. (A)(B)(C)(D)	
07. (A)(B)(C)(D)	14. (A)(B)(C)(D)	21. (A)(B)(C)(D)	

Answer with Hints

01 C: Hints: গুরুত্বপূর্ণ তথ্যাবলি	02 B: Hints: গুরুত্বপূর্ণ তথ্যাবলি
03 C: Hints: Type-01, Prob-02	04 C: Hints: Type-02, Prob-01
05 B: Hints: Type-01, Prob-02	06 A: Hints: Type-02, Prob-01
07 C: Hints: Type-02, Prob-02	08 A: Hints: Type-02, Prob-02
09 A: Hints: Type-02, Prob-02	10 D: Hints: Type-02, Prob-02
11 A: Hints: Type-02, Prob-02	12 C: Hints: Type-05, Prob-03
13 A: Hints: Type-02, Prob-01	14 C: Hints: Type-02, Prob-02
15 A: Hints: Type-05, Prob-03	16 D: Hints: Type-05, Prob-01
17 B: Hints: Type-05, Prob-01	18 A: Hints: Type-05, Prob-01
19 B: Hints: Type-05, Prob-01	20 C: Hints: Type-02, Prob-02
21 A: Hints: গুরুত্বপূর্ণ তথ্যাবলি	22 B: Hints: Type-01, Prob-02
23 B: Hints: Type-04, Prob-02	24 A: Hints: Type-01, Prob-01

২য় অংশ: ত্রিকোণমিতিক সমীকরণ

এক নজরে এই অংশের গুরুত্বপূর্ণ তথ্যাবলি

⇒ ত্রিকোণমিতিক সমীকরণ: এক বা একাধিক ত্রিকোণমিতিক অনুপাত বিশিষ্ট সমীকরণকে ত্রিকোণমিতিক সমীকরণ বলে। যে সমস্ত কোণ হ'ল একটি ত্রিকোণমিতিক সমীকরণ সিদ্ধ হয় সেগুলোকে ঐ সমীকরণের সমাধান বলে।

Note: অনেক সময় ত্রিকোণমিতিক সমীকরণ সমাধানের ফলে এমন মূল পাওয়া যায় যেগুলো ঐ সমীকরণকে সিদ্ধ করে না তাকে অপ্রাসঙ্গিক মূল বলে। এক্ষেত্রে সমাধান লেখার সময় ঐ মূলগুলোকে পরিত্যক্ত করা হয়।

⇒ ত্রিকোণমিতিক সমীকরণের সাধারণ সমাধান: একটি ত্রিকোণমিতিক অনুপাতের একটি নির্দিষ্ট মানের জন্য অসংখ্য কোণ পাওয়া যায়। এ অসংখ্য কোণগুলো কেবল একটি বাস্তব সাহায্যে প্রকাশ করা যায়।

□ নিচের সূত্রগুলো খুবই গুরুত্বপূর্ণ:

- $\tan \theta = \tan \alpha$ হলে, $\theta = n\pi + \alpha$
 - $\sin \theta = 0$ হলে, $\theta = n\pi$
 - $\cos \theta = 0$ হলে, $\theta = (2n+1)\frac{\pi}{2}$
 - $\cos \theta = 1$ হলে, $\theta = 2n\pi$
 - $\sin \theta = 1$ হলে, $\theta = (4n+1)\frac{\pi}{2}$
 - $\sin \theta = \sin \alpha$ হলে, $\theta = n\pi + (-1)^n \alpha$
 - $\cos \theta = \cos \alpha$ হলে, $\theta = 2n\pi \pm \alpha$
 - $\tan \theta = 0$ হলে, $\theta = n\pi$
 - $\cot \theta = 0$ হলে, $\theta = (2n+1)\frac{\pi}{2}$
 - $\cos \theta = -1$ হলে, $\theta = (2n+1)\pi$
 - $\sin \theta = -1$ হলে, $\theta = (4n-1)\frac{\pi}{2}$
- [সকল ক্ষেত্রে n এর মান শূন্য অথবা যেকোন পূর্ণ সংখ্যা।] অর্থাৎ $n \in \mathbb{Z}$

⇒ মুখ্যমান (Principal value):

- (i) $f(\theta) = \sin \theta$ ফাংশনের ক্ষেত্রে, $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ ব্যবধিতে প্রাপ্ত θ এর মানটিকে ($\sin \theta$ এর জন্য) মুখ্যমান বলা হয়।
যেমন: $\sin \theta = \frac{-1}{2}$ হলে, মুখ্যমান হবে $\theta = -\frac{\pi}{6}$
- (ii) $f(\theta) = \cos \theta$ ফাংশনের ক্ষেত্রে, $[0, \pi]$ ব্যবধিতে প্রাপ্ত θ এর মানটিকে ($\cos \theta$ এর জন্য) মুখ্যমান বলা হয়।
যেমন: $\cos \theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$ হলে, মুখ্যমান হবে $\theta = \frac{\pi}{4}$
- (iii) $f(\theta) = \tan \theta$ ফাংশনের ক্ষেত্রে, $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ ব্যবধিতে প্রাপ্ত θ এর মানটিকে ($\tan \theta$ এর জন্য) মুখ্যমান বলা হয়।
যেমন: $\tan \theta = 1$ হলে, মুখ্যমান $\theta = \frac{\pi}{4}$
আবার, $\tan \theta = -1$ হলে, মুখ্যমান $\theta = -\frac{\pi}{4}$

Note: উপরোক্ত ব্যবধিতে θ এর মানগুলো ছাড়া বাকী সকল মান গৌণ হবে।

Calculator Type

MCQ এর option গুলো দেখে উত্তর নির্ণয়:

Ex-1: যে option গুলো থাকবে সেখানে n এর বিভিন্ন মান বসিয়ে সেটি সমীকরণের বামপক্ষ বা ডানপক্ষে বসালে ডানপক্ষে = বামপক্ষ হলে উক্ত option টি সঠিক উত্তর। যেমন-

$\tan 3\theta = 1$ সমীকরণের সমাধান কোনটি?

- A. $\frac{n\pi}{3} + \frac{\pi}{12}$ B. $\frac{n\pi}{3} + \frac{\pi}{6}$ C. $\frac{3n\pi}{12}$ D. $n\pi$

A নং option এ $n = 2$ বসালে $\theta = \frac{2\pi}{3} + \frac{\pi}{12} = \frac{3\pi}{4}$

এটি বামপক্ষে বসালে $\tan \frac{3\pi}{4} = 1 =$ ডানপক্ষ।

সুতরাং A নং option টি সঠিক।

NB: * $n = 0, 1$ বসালে যদি দুটি অপশনের জন্য সঠিক মান আসে তাহলে n এর মান 1 করে বাড়ালে পাওয়া যাবে। সম্পূর্ণ বা মিললেও কাছাকাছি উত্তরটি সঠিক হবে। পাই (π) বসালে radian mood এ নিতে হবে। ডিগ্রী থাকলে degree mood এ নিতে হবে।

Ex-2: $\sin \theta - 2 = ?$

- A. $\sin 2\theta$ B. $\tan 2\theta$

- C. $\cos 2\theta$ D. $\cot 2\theta$

এ ক্ষেত্রে $\theta = 60^\circ$ ধরলে perfect উত্তর পাওয়া যাবে অপসনগুলোতে $\theta = 60^\circ$ বসালে $\sin \theta - 2 = \cos 2\theta$ হবে উত্তর $\cos 2\theta$ হবে। θ এর অন্য মান বসালেও উত্তর পাওয়া যাবে কিছু কিছু অংক সমস্যা হতে পারে।

Ex-3: এর কোন লিখিত মানের জন্য $\cos \theta = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ হয়?

- A. $\frac{5\pi}{18}$ B. $\frac{5\pi}{6}$ C. $\frac{\pi}{3}$ D. $\frac{\pi}{18}$

অপশন গুলোর মান সমীকরণের θ এ বসিয়ে যে অপশনের জন্য মান $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ বা -0.866025403 পাওয়া যাবে সেটিই সঠিক Answer.

Ex-4: $5 \tan \theta = 4$ হলে $5 \sin \theta - 4 \cos \theta$ এর মান কত?

- A. 0 B. 5 C. 4 D. কোনটিই নয়

এক্ষেত্রে প্রথমে $\tan \theta = \frac{4}{5}$ বা, $\theta = \tan^{-1} \frac{4}{5}$ এভাবে θ এর মান বের করে y সমীকরণে θ এর মান বসালে Answer পাওয়া যাবে।

Ex-5: $\tan \theta = \frac{y}{x}$ তবে $x \cos 2\theta + y \sin 2\theta$ এর মান কত হবে?

- A. 2x B. x + y C. x - y D. x

এক্ষেত্রে x ও y এর যেকোন মান নিয়ে θ এর মান বের করতে হবে। তারপর θ, x এবং y এর মান সমীকরণে বসালে সে মান পাওয়া যাবে সেটিই উত্তর। ধরি, $x = 5, y = 4$

তাহলে, $\tan \theta = \frac{4}{5} \Rightarrow \theta = \tan^{-1} \frac{4}{5}$

সুতরাং $5 \cos 2\theta + 4 \sin 2\theta = 5$ যা x এর মান

এ অধ্যায়ের গাণিতিক সমস্যাসমূহকে নিম্নোক্ত Type এ অন্তর্ভুক্ত করা যায়

Type-01:

সরাসরি সূত্র প্রয়োগ সংক্রান্ত

Prob 01 $\tan 3\theta = 1$ সমীকরণের সমাধান কোনটি?

Sol: $\tan 3\theta = 1 = \tan \frac{\pi}{4}$

$\therefore 3\theta = n\pi + \frac{\pi}{4} \Rightarrow \theta = \frac{n\pi}{3} + \frac{\pi}{12}$ Ans.

Prob 02 $2\cos x = 1$ এর সাধারণ সমাধান.

- A. $n\pi \pm \frac{\pi}{6}$ B. $2n\pi + \frac{\pi}{4}$ C. $n\pi \pm \frac{\pi}{3}$ D. $2n\pi \pm \frac{\pi}{3}$

Sol: $2\cos x = 1 \Rightarrow \cos x = \frac{1}{2} = \cos \frac{\pi}{3}$

$\therefore x = 2n\pi \pm \frac{\pi}{3}$ Ans.

Prob 03 $\sin x + 1 = 0$ এর সাধারণ সমাধান কোনটি?

- A. $n\pi \pm \frac{\pi}{6}$ B. $2n\pi + \frac{\pi}{4}$ C. $(4n-1)\frac{\pi}{2}$ D. $2n\pi \pm \frac{\pi}{3}$

Sol: $\sin x + 1 = 0 \Rightarrow \sin x = -1 \therefore x = (4n-1)\frac{\pi}{2}$ Ans.

For Practice

01. $\sin \theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$ সমীকরণের সমাধান কোনটি? Ans. $n\pi + (-1)^n \frac{\pi}{4}$

Type-02: $a \cos x + b \sin x = c$ আকারের সমীকরণের সমাধান সংক্রান্ত

Prob 01 $\cos \theta + \sqrt{3} \sin \theta = 2$ এর সমাধান কত?

Sol: সমীকরণটি $a \cos x + b \sin x = c$ আকারের,

যেখানে $a = 1, b = \sqrt{3}$ এবং $c = 2$

$\therefore \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{1+3} = \sqrt{4} = 2$

এখন উভয়পক্ষকে 2 দ্বারা ভাগ করে পাই, $\frac{1}{2} \cos \theta + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \theta = 1$

$\Rightarrow \cos \frac{\pi}{3} \cdot \cos \theta + \sin \frac{\pi}{3} \cdot \sin \theta = 1$

$\Rightarrow \cos(\theta - \frac{\pi}{3}) = 1 \Rightarrow \theta = 2n\pi + \frac{\pi}{3}$ Ans.

Note: এই ধরনের অঙ্কে Option Test এর মাধ্যমে সমাধান করা ভালো।

Prob 02 $\sqrt{3} \cos x + \sin x = 2$ সমীকরণটির সাধারণ সমাধান হবে-

- A. $2n\pi + \frac{\pi}{6}$ B. $n\pi + \frac{\pi}{4}$ C. $n\pi \pm \frac{\pi}{3}$ D. $2n\pi \pm \frac{\pi}{3}$

Sol: $n = 0$ হলে, $A \Rightarrow x = 30^\circ$

$x = 30^\circ$ বসালে সমীকরণটির বামপক্ষ = 2

A Option টি দ্বারা সমীকরণ সিদ্ধ হয়। \therefore Ans. A

For Practice

01. $\cos \theta + \sin \theta = 1$ হলে, সমাধান নির্ণয় কর। Ans. $2n\pi + \frac{\pi}{2}, 2n\pi$

Type-03: সাধারণ অভিজ্ঞতার প্রয়োগ

Prob 01 $3 \tan^2 \theta + 1 = \frac{2\sqrt{3}}{\cot \theta}$

Sol: $3 \tan^2 \theta + 1 = \frac{2\sqrt{3}}{\cot \theta}$

$\Rightarrow 3 \tan^2 \theta = 2\sqrt{3} \tan \theta - 1 \Rightarrow (\sqrt{3} \tan \theta - 1)^2 = 0$

$\Rightarrow \tan \theta = \frac{1}{\sqrt{3}} = \tan \frac{\pi}{6} \therefore \theta = n\pi + \frac{\pi}{6}$ Ans.

Prob 02 $4(\sin^2 \theta + \cos \theta) = 5$

Sol: $4 \sin^2 \theta + 4 \cos \theta - 5 = 0$

$\Rightarrow 4 - 4 \cos^2 \theta + 4 \cos \theta - 5 = 0$

$\Rightarrow 4 \cos^2 \theta - 4 \cos \theta + 1 = 0$

$(2 \cos \theta - 1)^2 = 0$

$\Rightarrow \cos \theta = \frac{1}{2} = \cos \frac{\pi}{3} \therefore \theta = 2n\pi \pm \frac{\pi}{3}$ Ans.

Prob 03 $2\cos^2 \theta + 2\sqrt{2} \sin \theta = 3$

Sol: $2(1 - \sin^2 \theta) + 2\sqrt{2} \sin \theta = 3$

বা, $2 - 2\sin^2 \theta + 2\sqrt{2} \sin \theta = 3$

বা, $-2\sin^2 \theta + 2\sqrt{2} \sin \theta - 1 = 0$

বা, $2 \sin^2 \theta - 2\sqrt{2} \sin \theta + 1 = 0$

বা, $(\sqrt{2} \sin \theta)^2 - 2\sqrt{2} \sin \theta + (1)^2 = 0$

বা, $(\sqrt{2} \sin \theta - 1)^2 = 0$ বা, $\sqrt{2} \sin \theta = 1$

বা, $\sin \theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$ বা, $\sin \theta = \sin \frac{\pi}{4}$

$\therefore \theta = n\pi + (-1)^n \frac{\pi}{4}; n \in Z.$

Prob 04 $4\sin \theta \cos \theta = \sqrt{3}$

Sol: $4\sin \theta \cos \theta = \sqrt{3}$

or, $2(2 \sin \theta \cos \theta) = \sqrt{3}$

or, $2 \sin 2\theta = \sqrt{3}$

or, $\sin 2\theta = \frac{\sqrt{3}}{2} = \sin \frac{\pi}{3}$

$\therefore 2\theta = n\pi + (-1)^n \frac{\pi}{3}$

$\therefore \theta = \frac{n\pi}{2} + (-1)^n \frac{\pi}{6}; n \in Z.$ Ans.

Prob 05 $\sec^2 \frac{x}{2} = 2\sqrt{2} \tan \frac{x}{2}$

Sol: $\frac{1}{\cos^2 \frac{x}{2}} = 2\sqrt{2} \frac{\sin \frac{x}{2}}{\cos \frac{x}{2}}$

$\Rightarrow \frac{1}{\cos \frac{x}{2}} = 2\sqrt{2} \sin \frac{x}{2} \Rightarrow 1 = 2\sqrt{2} \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2}$

$\Rightarrow 1 = \sqrt{2} \sin x \Rightarrow \sin x = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \sin x = \sin \frac{\pi}{4}$

$\therefore x = n\pi + (-1)^n \frac{\pi}{4}; n \in Z$ Ans.

Prob 06 $\sin \theta - 2 = \cos 2\theta$ হলে, $\theta = ?$

Sol: $\sin \theta - 2 = \cos 2\theta$

$\Rightarrow \sin \theta - 2 = 1 - 2\sin^2 \theta$

$\Rightarrow (\sin \theta - 1)(2\sin \theta + 3) = 0$

$\Rightarrow \sin \theta - 1 = 0$ বা, $2\sin \theta + 3 = 0$

কিন্তু $2\sin \theta + 3 \neq 0$

$\therefore \sin \theta = 1 \Rightarrow \theta = (4n+1) \frac{\pi}{2}$ Ans.

Prob 07 $\sin 4\theta = \cos 3\theta + \sin 2\theta$ হলে, $\theta =$ কত?

Sol: $\sin 4\theta - \sin 2\theta = \cos 3\theta$
 $\Rightarrow 2 \cos 3\theta \sin \theta - \cos 3\theta = 0$
 $\Rightarrow \cos 3\theta (2 \sin \theta - 1) = 0$
 $\cos 3\theta = 0$ $2 \sin \theta - 1 = 0$
 $\Rightarrow 3\theta = (2n+1) \frac{\pi}{2}$ $\Rightarrow \sin \theta = \frac{1}{2} = \sin \frac{\pi}{6}$
 $\Rightarrow \theta = (2n+1) \frac{\pi}{6}$ $\theta = n\pi + (-1)^n \frac{\pi}{6}$ Ans.

Prob 08 $\tan x \tan 3x = 1$ হলে, $x = ?$

Sol: $\tan x \tan 3x = 1$
 $\Rightarrow \frac{\sin x \sin 3x}{\cos x \cos 3x} = 1 \Rightarrow \cos x \cos 3x - \sin x \sin 3x = 0$
 $\Rightarrow \cos(x+3x) = 0 \Rightarrow 4x = (2n+1) \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = (2n+1) \frac{\pi}{8}$ Ans.

Prob 09 $4 \sin \theta \cos \theta = 1 - 2 \sin \theta + 2 \cos \theta$ হলে, $\theta = ?$

Sol: $4 \sin \theta \cos \theta + 2 \sin \theta - 1 - 2 \cos \theta = 0$
 $\Rightarrow 2 \sin \theta (2 \cos \theta + 1) - 1 (2 \cos \theta + 1) = 0$
 $\Rightarrow (2 \sin \theta - 1)(2 \cos \theta + 1) = 0$
 $\Rightarrow \sin \theta = \frac{1}{2}$ $\cos \theta = -\frac{1}{2}$
 $\theta = n\pi + (-1)^n \frac{\pi}{6}$ $\theta = 2n\pi \pm \frac{2\pi}{3}$ Ans.

Prob 10 $\tan x + \tan 2x + \tan 3x = \tan x \tan 2x \tan 3x$ হলে, $x = ?$

Sol: $\tan x + \tan 2x + \tan 3x = \tan x \tan 2x \tan 3x$
 $\Rightarrow \tan x + \tan 2x = -\tan 3x (1 - \tan x \tan 2x)$
 $\Rightarrow \frac{\tan x + \tan 2x}{1 - \tan x \tan 2x} = -\tan 3x$
 $\Rightarrow \tan(x+2x) = -\tan 3x \Rightarrow 2 \tan 3x = 0$
 $\Rightarrow \tan 3x = 0 \therefore x = \frac{n\pi}{3}$ Ans.

Prob 11 $2(\cos^2 \theta - \sin^2 \theta) = \sqrt{3}$ হলে, $\theta =$ কত?

Sol: $2(\cos^2 \theta - \sin^2 \theta) = \sqrt{3}$
 $\Rightarrow \cos 2\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$
 $\Rightarrow 2\theta = 2n\pi \pm \frac{\pi}{6} \Rightarrow \theta = n\pi \pm \frac{\pi}{12}$ Ans.

Prob 12 $\tan \theta + \tan 2\theta + \sqrt{3} \tan \theta \tan 2\theta = \sqrt{3}$ হলে, $\theta = ?$

Sol: $\tan \theta + \tan 2\theta = \sqrt{3}(1 - \tan \theta \tan 2\theta)$
 $\Rightarrow \frac{\tan \theta + \tan 2\theta}{1 - \tan \theta \tan 2\theta} = \sqrt{3}$
 $\Rightarrow \tan 3\theta = \tan \frac{\pi}{3} \therefore \theta = \frac{n\pi}{3} + \frac{\pi}{9}$ Ans.

For Practice

01. $\sin 2\theta + 4 \cos \theta = \sqrt{3} \sin \theta + 2\sqrt{3}$ হলে, $\theta = ?$ Ans. $2n\pi \pm \frac{\pi}{6}$

02. $\tan \theta + \cot \theta = 2$ হলে, $\theta =$ কত?

Ans. $(4n+1) \frac{\pi}{4}$

03. $\tan^2 x + \sec^2 x = 3$ হলে, $x = ?$

Ans. $n\pi \pm \frac{\pi}{4}$

04. $\sin \theta + \cos \theta = \sqrt{2 \sin 2\theta}$ হলে, $\theta = ?$

Ans. $\frac{n\pi}{2} + (-1)^n \frac{\pi}{4}$

05. $\cos x + \cos 2x + \cos 3x = 0$ হলে, $x = ?$ Ans. $\frac{n\pi}{2} + \pi/4, 2n\pi \pm 2\pi/3$

Joykoly Special

□ সমাধানের জন্য শর্টকাট: Calculator Method.

$\cos 3\theta = \cos 2\theta$ হলে $\theta = ?$
 A. $n\pi$ বা $2n\pi$ ($n = 1$ ধরে 180° বা 360°)
 B. $\frac{2n\pi}{5}$ বা $2n\pi$ (72° বা 360°)
 C. $(2n+1)\pi$ বা $2n\pi$ (540° বা 360°)
 D. $n\pi$ বা $2n - \pi$ (180° বা $2 - 180^\circ$)
 Calculator এ সব একপাশে রেখে ও ডানপাশে শূন্য করে যেমন $\cos 3\theta = \cos 2\theta$ বসিয়ে **calc** press করি। B এর ক্ষেত্রে সমীকরণটি বসিয়ে **calc** press করার পর option গুলো বসাই। যেমন- **calc** **72** **=** **0** আসবে আবার - **calc** **360** **=** **0** আসবে। এই 0 মানই সিক নির্দেশ করে।

ঢাকা বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
 [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $\cot^2 \theta - (\sqrt{3} + 1) \cot \theta + \sqrt{3} = 0, 0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ হলে, $\theta = ?$ [15-16]

A. $\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}$ B. $\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}$ C. $\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{5}$ D. $\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}$

Ans D Solve $\cot^2 \theta - \sqrt{3} \cot \theta - \cot \theta + \sqrt{3} = 0$
 $\Rightarrow \cot \theta (\cot \theta - \sqrt{3}) - (\cot \theta - \sqrt{3}) = 0$
 $\Rightarrow (\cot \theta - 1)(\cot \theta - \sqrt{3}) = 0$
 $\Rightarrow \cot \theta - 1 = 0$ অথবা, $\cot \theta - \sqrt{3} = 0$
 $\Rightarrow \cot \theta = 1$ বা, $\cot \theta = \sqrt{3}$
 $\Rightarrow \cot \theta = \cot \frac{\pi}{4}$ $\cot \theta = \cot \frac{\pi}{6}$
 $\Rightarrow \theta = \frac{\pi}{4}$ $\theta = \frac{\pi}{6}$

02. $\operatorname{cosec} \theta + \cot \theta = \sqrt{3}, (0 < \theta < 2\pi)$ হলে θ এর মান- [14-15]

A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{\pi}{4}$ C. $\frac{\pi}{3}$ D. $\frac{2\pi}{3}$

Ans C Solve $\operatorname{cosec} \theta + \cot \theta = \sqrt{3}$
 $\Rightarrow \frac{1}{\sin \theta} + \frac{\cos \theta}{\sin \theta} = \sqrt{3} \Rightarrow \frac{1 + \cos \theta}{\sin \theta} = \sqrt{3} \Rightarrow \frac{2 \cos^2 \frac{\theta}{2}}{2 \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2}} = \sqrt{3}$
 $\Rightarrow \cot \frac{\theta}{2} = \sqrt{3} \Rightarrow \tan \frac{\theta}{2} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \tan \frac{\pi}{6} \Rightarrow \frac{\theta}{2} = \frac{\pi}{6} \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{3}$

Shortcut: Answer test



03. $\cos\theta + \sqrt{3} = 2 \operatorname{cosec}\theta$ সমীকরণের সাধারণ সমাধান- [13-14]

- A. $\theta = 2n\pi - \frac{\pi}{3}$ B. $\theta = 2n\pi + \frac{\pi}{3}$
 C. $\theta = 2n\pi + \frac{\pi}{6}$ D. $\theta = 2n\pi - \frac{\pi}{6}$

Ans B Solve $\cos\theta + \sqrt{3} = 2 \operatorname{cosec}\theta$
 $\Rightarrow \frac{\cos\theta}{\sin\theta} + \sqrt{3} = \frac{2}{\sin\theta} \Rightarrow \cos\theta + \sqrt{3} \sin\theta = 2$
 $\Rightarrow \frac{1}{2} \cos\theta + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin\theta = 1 \Rightarrow \cos \frac{\pi}{3} \cos\theta + \sin \frac{\pi}{3} \sin\theta = 1$
 $\Rightarrow \cos(\theta - \frac{\pi}{3}) = \cos 2n\pi \Rightarrow \theta - \frac{\pi}{3} = 2n\pi \Rightarrow \theta = 2n\pi + \frac{\pi}{3}$

[Using Calculator Ex-01]

04. $\sin^2 2\theta - 3\cos^2 \theta = 0$ সমীকরণের সাধারণ সমাধান- [10-11]

- A. $2n\pi \pm \pi/3$ B. $n\pi \pm \pi/3$ C. $n\pi \pm \pi/6$ D. $2n\pi \pm \pi/6$

Ans B Solve $\sin^2 2\theta - 3\cos^2 \theta = 0$
 $\Rightarrow 4\sin^2 \theta \cos^2 \theta - 3\cos^2 \theta = 0 \Rightarrow \cos^2 \theta (4\sin^2 \theta - 3) = 0$
 $\Rightarrow \cos^2 \theta = 0$ অথবা $4\sin^2 \theta - 3 = 0 \Rightarrow \sin^2 \theta = \frac{3}{4}$
 $\Rightarrow \sin\theta = \frac{\sqrt{3}}{2} = \sin \frac{\pi}{3}$
 $\therefore \theta = (2n+1)\frac{\pi}{2} \Rightarrow \theta = n\pi + (-1)^n \frac{\pi}{3} \therefore \theta = n\pi \pm \frac{\pi}{3}$

[Calculator Use. Ex-01]

05. $4(\sin^2 \theta + \cos \theta) = 5$ সমীকরণের সাধারণ সমাধান- [09-10, 03-04]

- A. $2n\pi \pm \frac{\pi}{2}$ B. $2n\pi \pm \frac{\pi}{3}$ C. $2n\pi \pm \frac{\pi}{4}$ D. $2n\pi \pm \frac{\pi}{5}$

Ans B Solve $4\sin^2 \theta + 4\cos \theta - 5 = 0$
 $\Rightarrow 4\cos^2 \theta - 4\cos \theta + 1 = 0 \Rightarrow (2\cos \theta - 1)^2 = 0$
 $\Rightarrow \cos \theta = \frac{1}{2} = \cos \pi/3 \therefore \theta = 2n\pi \pm \pi/3$

[Calculator Use. Ex-01]

06. $\cot x - \tan x = 2$ সমীকরণের সাধারণ সমাধান- [05-06, JnU 05-06]

- A. $\frac{n\pi}{4}$ B. $\frac{n\pi}{2}$ C. $\frac{(4n+1)\pi}{8}$ D. $\frac{(4n+1)\pi}{2}$

Ans C Solve $\cot x - \tan x = 2$
 $\Rightarrow \frac{\cos x}{\sin x} - \frac{\sin x}{\cos x} = 2 \Rightarrow \cos^2 x - \sin^2 x = 2\sin x \cos x$
 $\Rightarrow \cos 2x = \sin 2x \Rightarrow \tan 2x = 1 \Rightarrow \tan 2x = \tan \frac{\pi}{4}$
 $\therefore 2x = n\pi + \frac{\pi}{4} \therefore x = \frac{(4n+1)\pi}{8}$

[Calculator Use. Ex-01]

07. $2\cos\theta = 1$ সমীকরণের সাধারণ সমাধান- [08-09, 98-99, 97-98]

- A. $\theta = n\pi + \frac{\pi}{3}$ B. $\theta = 2n\pi \pm \frac{\pi}{6}$
 C. $\theta = 2n\pi + \frac{\pi}{3}$ D. $\theta = 2n\pi \pm \frac{\pi}{3}$

Ans D Solve $\cos\theta = \frac{1}{2} = \cos \frac{\pi}{3} \Rightarrow \theta = 2n\pi \pm \frac{\pi}{3}$

[$\because \cos \theta = \cos \alpha$ হলে, $\theta = 2n\pi \pm \alpha$]

[Calculator Use. Ex-01]

08. $\cos\theta = \frac{1}{2}$ সমীকরণের সাধারণ সমাধান কোনটি? [08-09, 97-98]

- A. $\frac{2}{3}n\pi - \frac{\pi}{6}$ B. $\frac{2}{3}n\pi + \frac{\pi}{6}$
 C. $\frac{2}{3}n\pi \pm \frac{\pi}{6}$ D. $\frac{2}{3}n\pi \pm \frac{\pi}{9}$

Ans C Solve $\cos \theta = \frac{1}{2} \Rightarrow \cos \theta = \cos \frac{\pi}{3}$
 $\Rightarrow 3\theta = 2n\pi \pm \frac{\pi}{3} \quad [\cos \theta = \cos \alpha \text{ হলে, } \theta = 2n\pi \pm \alpha]$
 $\therefore \theta = \frac{2}{3}n\pi \pm \frac{\pi}{9}$ [Calculator Use. Ex-01]

09. θ এর কোণ লম্বিত মানের জন্য $\cos\theta = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ হয়? [95-96]

- A. $\frac{5\pi}{18}$ B. $\frac{5\pi}{6}$ C. $\frac{11\pi}{3}$ D. $\frac{\pi}{18}$

Ans B Solve $\cos \theta = -\frac{\sqrt{3}}{2} = -\cos \frac{\pi}{6} = \cos(\pi \pm \frac{\pi}{6})$

[এখানে n এর মান সব পূর্ণ সংখ্যা (Z)]

$\therefore \theta = \pi \pm \frac{\pi}{6}$: এখন θ এর লম্বিত মানের জন্য n এর মান 1 বলিলে পাই,

$\theta = \pi - \frac{\pi}{6}$ এবং $\pi + \frac{\pi}{6}$:

অর্থাৎ $\frac{5\pi}{6}$ অথবা $\frac{7\pi}{6}$; লম্বিত মান $\frac{5\pi}{6}$: [Calculator Use. Ex-03]

জগন্নাথ বিশ্ববিদ্যালয় ভূমি পরীক্ষার বিপন্ন বছরের পদ্মাবলি
 [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $2(\sec x + \cos x) = 5$ সমীকরণের সাধারণ সমাধান কোনটি? [15-16]

- A. $n\pi + \frac{\pi}{3}$ B. $2n\pi \pm \frac{\pi}{6}$ C. $2n\pi \pm \frac{\pi}{3}$ D. $2n\pi + \frac{\pi}{3}$

Ans C Solve $2(\sec x + \cos x) = 5$
 $\Rightarrow 2(1 + \cos^2 x) = 5 \cos x \Rightarrow 2 + 2 \cos^2 x = 5 \cos x$
 $\Rightarrow 2 \cos^2 x - 5 \cos x + 2 = 0$
 $\Rightarrow 2 \cos^2 x - 4 \cos x - \cos x + 2 = 0$
 $\Rightarrow 2 \cos x (\cos x - 2) - (\cos x - 2) = 0$
 $\Rightarrow (\cos x - 2)(2 \cos x - 1) = 0$
 $\therefore \cos x - 2 = 0$ বা, $2 \cos x - 1 = 0$
 $\Rightarrow \cos x = 2$ এবং $\Rightarrow \cos x = \frac{1}{2} = \cos \frac{\pi}{3}$

[গ্রহণযোগ্য নয়] $\therefore x = 2n\pi \pm \frac{\pi}{3}$

02. $\sin\theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$ সমীকরণের সাধারণ সমাধান কি? [11-12; DU 99-00, 96-97]

- A. $n\pi + (-1)^n \frac{\pi}{4}$ B. $2n\pi + \frac{\pi}{4}$ C. $n\pi - \frac{\pi}{4}$ D. $2n\pi - \frac{\pi}{4}$

Ans A Solve $\sin \theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$\therefore \theta = \sin^{-1} \frac{1}{\sqrt{2}} = n\pi + (-1)^n \frac{\pi}{4}$ [Calculator Use. Ex-01]

03. $\cos\theta + \sqrt{3}\sin\theta = 2$ হলে θ -এর মান কত? [09-10; BUET10-11]

- A. 60° B. 30° C. 45° D. 90°

Ans A Solve $\frac{1}{2}\cos\theta + \frac{\sqrt{3}}{2}\sin\theta = 1$

$\Rightarrow \cos\left(\theta - \frac{\pi}{3}\right) = \cos 0^\circ \therefore \theta - \frac{\pi}{3} = 2\pi n \therefore \theta = 2\pi n + \frac{\pi}{3}$

$n = 0$ হলে, $\theta = \frac{\pi}{3} = 60^\circ$ [Calculator Use, Ex-03]

04. $2\cos^2\theta + 2\sqrt{2}\sin\theta = 3$ হলে, θ এর মান- [08-09; DU 06-07; RU 06-07]

- A. 30° B. 45° C. 60° D. 120°

Ans B Solve $2\sin^2\theta - 2\sqrt{2}\sin\theta + 1 = 0$

$\Rightarrow (\sqrt{2}\sin\theta - 1)^2 = 0 \Rightarrow \sin\theta = \frac{1}{\sqrt{2}} = \sin 45^\circ \therefore \theta = 45^\circ$

[Calculator Use, Ex-03]

জাহাঙ্গীরনগর বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $2(\cos^2\theta - \sin^2\theta) = \sqrt{3}$ হলে θ এর মান কত? [09-10, 14-15, JnU 09-10, RU 09-10]

- A. $\pi + \frac{\pi}{12}$ B. $n\pi \pm \frac{\pi}{12}$ C. $n\pi \pm \frac{\pi}{6}$ D. $n\pi + \frac{\pi}{12}$

Ans B Solve $2(\cos^2\theta - \sin^2\theta) = \sqrt{3}$

$\Rightarrow 2\cos 2\theta = \sqrt{3} \Rightarrow \cos 2\theta = \frac{\sqrt{3}}{2} = \cos \frac{\pi}{6}$

$\Rightarrow 2\theta = 2n\pi \pm \frac{\pi}{6} \Rightarrow \theta = n\pi \pm \frac{\pi}{12}$

02. $\sin x = \cos x$ হলে, x এর মান কোনটি? [14-15]

- A. $\frac{\pi}{3}$ B. $\frac{5\pi}{4}$ C. $\frac{5\pi}{6}$ D. $\frac{\pi}{2}$

Ans B Solve $\sin x = \cos x \Rightarrow \tan x = 1 = \tan \frac{\pi}{4}$

$\Rightarrow \tan x = \tan\left(\pi + \frac{\pi}{4}\right) \Rightarrow x = \pi + \frac{\pi}{4} = \frac{5\pi}{4}$

03. যখন n এর মান শূন্য অথবা যে কোন পূর্ণ সংখ্যা এবং $\sin\theta = -1$ তখন θ এর মান কত? [14-15]

- A. $(4n+1)\frac{\pi}{2}$ B. $(4n-1)\frac{\pi}{2}$ C. $(2n+1)\frac{\pi}{2}$ D. $(2n-1)\frac{\pi}{2}$

Ans B Solve $\sin\theta = -1 \Rightarrow \theta = (4n-1)\frac{\pi}{2}$

04. $5\tan\theta = 4$ হলে, $5\sin\theta - 4\cos\theta$ -এর মান- [A 12-13]

- A. 0 B. 5 C. 4 D. কোনটিই নয়

Ans A Solve $5\sin\theta - 4\cos\theta = \cos\theta(5\tan\theta - 4)$

$= \cos\theta(4 - 4) = 0$

[Calculator Use, Ex-04]

05. $\sin\theta = -\frac{\sqrt{3}}{2}$, $0^\circ < \theta < 360^\circ$ হলে, θ এর মান হলো- [A 12-13]

- A. 300° B. 180° C. 90° D. 270°

Ans A Solve $\sin\theta = -\frac{\sqrt{3}}{2} \therefore \theta = -60^\circ + 360^\circ = 300^\circ$

[Calculator Use, Ex-03]

06. $\cos\theta = -1/2$, $450^\circ < \theta < 540^\circ$ হলে, θ এর মান হলো- [11-12]

- A. 460° B. 530°
C. 480° D. 470°

Ans C Solve [Calculator Use, Ex-03]

রাজশাহী বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. কোনটি সঠিক নয়? [14-15]

- A. $\sin^{-1}x$ একটি সংখ্যা
B. $\sin(\sin^{-1}x)$ এর মান একটি সংখ্যা
C. $\sin^{-1}x$ এবং $(\sin x)^{-1}$ এর মান এক নয়

D. $\sin^{-1}x = \frac{\pi}{2} - \cos^{-1}x$

Ans A Solve $\sin^{-1}x$ একটি কোণ, সংখ্যা নয়।

02. $\sin\theta - \cos 2\theta = 2$ এর সাধারণ সমাধান কোনটি? [14-15]

- A. $\frac{\pi}{2}$ B. $(4n+1)\frac{\pi}{2}$

- C. $(2n+1)\frac{\pi}{2}$ D. $(2n+1)\frac{\pi}{3}$

Ans B Solve $\sin\theta - \cos 2\theta = 2$

$\Rightarrow \sin\theta - 1 + 2\sin^2\theta = 2 \Rightarrow 2\sin^2\theta + \sin\theta - 3 = 0$

$\Rightarrow 2\sin^2\theta - 2\sin\theta + 3\sin\theta - 3 = 0$

$\Rightarrow 2\sin\theta(\sin\theta - 1) + 3(\sin\theta - 1) = 0$

$\Rightarrow (\sin\theta - 1)(2\sin\theta + 3) = 0$

$\Rightarrow \sin\theta = 1$ এবং $\sin\theta = -3/2 < -1$ [গ্রহণযোগ্য নয়]

$\therefore \theta = (4n+1)\frac{\pi}{2}$

03. $\tan\theta = -\sqrt{3}$ হলে, θ এর মান কত হবে? [11-12]

- A. 200° B. 300° C. 90° D. 180°

Ans B Solve $\tan\theta = -\sqrt{3}$

$\therefore \theta = -60^\circ \Rightarrow \theta \approx (360^\circ - 60^\circ) = 300^\circ$

[Calculator Use, Ex-03]

04. $\sin\theta + \cos\theta = \sqrt{2}$ হলে, $(-\pi, \pi)$ ব্যবধিতে θ এর মান কত? [10-11]

- A. $\pi/4$ B. $\pi/6$ C. $\pi/3$ D. $2\pi/3$

Ans A Solve [θ এর মান সমীকরণে বসালে L.H.S = R.H.S]

[Calculator Use, Ex-03]

05. $0^\circ < \theta < 90^\circ$ তে $\tan\theta + \cot\theta = 2$ হলে, θ এর মান কত? [09-10]

- A. 30° B. 60° C. 45° D. কোনটিই নয়

Ans C Solve $\tan\theta + \cot\theta = 2$

$\Rightarrow \frac{\sin\theta}{\cos\theta} + \frac{\cos\theta}{\sin\theta} = 2 \Rightarrow \frac{\sin^2\theta + \cos^2\theta}{\sin\theta\cos\theta} = 2$

$\Rightarrow 1 = 2\sin\theta\cos\theta \Rightarrow 1 = \sin 2\theta \Rightarrow \theta = 45^\circ$

[Calculator Use, Ex-03]

06. $\cos\theta = 0$ হলে, θ এর মান কত? [08-09]

- A. $\frac{n\pi}{2}$ B. $\frac{n\pi}{3}$ C. $(2n+1)\frac{\pi}{2}$ D. $n\pi$

Ans C Solve $\cos\theta = 0$ হলে, $\theta = (2n+1)\frac{\pi}{2}$

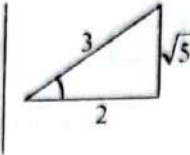
[Calculator Use, Ex-03]

11. $\cos\theta = \frac{2}{3}$ হলে, $\sin\theta =$ কত? [11 08-09]

- A. $\pm \frac{\sqrt{5}}{3}$ B. $\pm \frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $\pm \frac{\sqrt{7}}{3}$
D. $\pm \frac{1}{3}$ E. $\pm \frac{\sqrt{5}}{4}$

Ans A Solve $\cos\theta = \frac{2}{3}$

$$\therefore \sin\theta = \pm \frac{\sqrt{5}}{3}$$



[Calculator Use. Ex-04]

12. $2\cos 4x = 1$ হলে, x মান কত? [A 06-07]

- A. $n\pi + (-1)^n \frac{\pi}{12}$ B. $\frac{n\pi}{2} \pm \frac{\pi}{4}$ C. $\frac{n\pi}{2} \pm \frac{\pi}{12}$ D. $\frac{n\pi}{2} \pm \frac{\pi}{2}$

Ans C Solve [Calculator Use. Ex-02]

13. $\sin\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$ হলে, θ এর মান হবে, যখন $360^\circ < \theta < 540^\circ$ [A 06-07]

- A. 420° B. 390° C. 410° D. 500°

Ans A Solve $\sin\theta = \frac{\sqrt{3}}{2} = \sin \frac{\pi}{3} \therefore \theta = n\pi + (-1)^n \frac{\pi}{3}$

[যেহেতু $360^\circ < \theta < 540^\circ$ সুতরাং $n = 2$ বসিয়ে পাই, $\theta = \frac{7\pi}{3} = 420^\circ$]

[Calculator Use. Ex-03]

14. $\tan^2\theta + \cot^2\theta = 2$ হলে, θ এর মান কত? [05-06]

- A. 60° B. 45° C. 30° D. 90° E. 0

Ans B Solve $\tan^2\theta + \frac{1}{\tan^2\theta} = 2$

$$\Rightarrow \tan^4\theta - 2\tan^2\theta + 1 = 0 \Rightarrow \tan\theta = 1 \Rightarrow \theta = 45^\circ$$

15. $\sin\theta = 1$ হলে, θ এর মান কত? [03-04]

- A. $(4n+1)\pi/2$ B. $(4n-1)\pi/2$
C. $n\pi$ D. $2n\pi$

Ans A Solve [সূত্রানুসারে] [Calculator Use. Ex-01]

16. $\sin 2\theta - \cos 2\theta = 0$ হলে, θ এর মান- [01-02]

- A. $\frac{45^\circ}{2}$ B. 0° C. $\sin\theta = \cos\theta$ D. অসম্ভব

Ans A Solve $\sin 2\theta - \cos 2\theta = 0$

$$\Rightarrow \tan 2\theta = 1 = \tan \pi/4 \Rightarrow 2\theta = \pi/4 \therefore \theta = \frac{45^\circ}{2}$$

[Calculator Use. Ex-03]

খুলনা বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. θ ধনাত্মক সূক্ষকোণ হলে, $2\sin^2\theta = 3\cos\theta$ সমীকরণের θ -এর মান কত? [A 12-13]

- A. 30° B. 45° C. 60° D. 75°

Ans C Solve $2(1 - \cos^2\theta) = 3\cos\theta$

$$\Rightarrow 2\cos^2\theta + 3\cos\theta - 2 = 0 \Rightarrow (\cos\theta + 2)(2\cos\theta - 1) = 0$$

$$\therefore \cos\theta = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta = 60^\circ$$

বিকল্প- Option থেকে θ এর মান বসিয়ে Ans চেক করা যায়।

[Calculator Use. Ex-03]

02. $\cos 2x + \sin x = 1$ সমীকরণটির সমাধান হবে- [A 12-13]

- A. $n\pi + (-1)^n \frac{\pi}{6}$ B. $2n\pi \pm \frac{2\pi}{3}$
C. $(2n+1)\frac{\pi}{2}$ D. কোনটিই নয়

Ans A Solve $\cos 2x + \sin x = 1$

$$\Rightarrow 1 - 2\sin^2 x + \sin x = 1 \Rightarrow 2\sin^2 x - \sin x = 0$$

$$\Rightarrow \sin x (2\sin x - 1) = 0$$

$$\sin x = 0 \Rightarrow x = n\pi$$

$$\text{or } \sin x = \frac{1}{2} = \sin \frac{\pi}{6} \Rightarrow x = n\pi + (-1)^n \frac{\pi}{6}$$

[Calculator Use. Ex-01]

03. $\cos 2\theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$ সমীকরণের সাধারণ সমাধান কোনটি? [10-11]

- A. $2n\pi \pm \frac{\pi}{2}$ B. $n\pi \pm \frac{\pi}{3}$ C. $n\pi \pm \frac{\pi}{8}$ D. $2n\pi \pm \frac{\pi}{4}$

Ans C Solve [Calculator Use. Ex-01]

04. যদি $6\cos 2\theta + 2\cos^2 \frac{\theta}{2} + 2\sin^2 \theta = 0$ [09-10]

- A. $\frac{\pi}{3}$ B. $\frac{\pi}{3}, \cos^{-1}\left(\frac{1}{5}\right)$
C. $\cos^{-1}\left(\frac{3}{5}\right)$ D. $\frac{\pi}{3}, \pi - \cos^{-1}\left(\frac{1}{5}\right)$

Ans A Solve $6\cos 2\theta + 2\cos^2 \frac{\theta}{2} + 2\sin^2 \theta = 0$

A অপশনে, $\therefore \theta = \frac{\pi}{3} = 60^\circ$

$$\therefore 6\cos 2 \cdot 60 + 2\cos^2 \frac{60}{2} + 2\sin^2 60 = 0$$

[Calculator Use. Ex-03]

05. $(\cos x + 1) = 0$ হলে, কোনটি সত্য? [A 06-07]

- A. $x = n\pi$ B. $x = 2n\pi$
C. $x = (2n+1)\pi$ D. $x = n\pi + \pi$

Ans C Solve $\cos x = -1$ হলে, $x = (2n+1)\pi$

[Calculator Use. Ex-01]

শাহজালাল বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $-\pi/2 < x < \pi/2$ সীমার মধ্যে $\tan x - 3x = 0$ এর কয়টি মূল আছে? [13-14]

- A. 0 B. 1 C. 2
D. 3 E. 4

Ans B Solve $\tan x - 3x = 0 \Rightarrow \tan(0) - 3 \times 0 = 0$

02. $\tan 2x \tan x = 1$ সমীকরণে x এর কোন দুটি মানই সঠিক নয়? [11-12]

- A. $7\pi/6, 5\pi/6$ B. $13\pi/6, 15\pi/6$ C. $8\pi/6, 9\pi/6$
D. $13\pi/6, 11\pi/6$ E. $19\pi/6, 17\pi/6$

Ans C Solve $\tan\left(2 \times \frac{8\pi}{6}\right) \tan\left(\frac{8\pi}{6}\right) = -3$

$$\tan\left(2 \times \frac{9\pi}{6}\right) \tan\left(\frac{9\pi}{6}\right) = \text{অসঙ্গায়িত}$$

[Calculator Use. Ex-03]

03. $\cos\theta - \cos 7\theta = \sin 4\theta$ সমীকরণে θ এর মান- [09-10]

- A. $\frac{n\pi}{2} + \frac{\pi}{3}$ B. $\frac{n\pi}{3} + \frac{\pi}{16}$
 C. $\frac{n\pi}{3} + (-1)^n \frac{\pi}{18}$ D. $\frac{n\pi}{3} + (-1)^n \frac{\pi}{6}$

Ans C Solve $\cos\theta - \cos 7\theta = \sin 4\theta$

$\Rightarrow 2\sin 4\theta \cdot \sin 3\theta = \sin 4\theta$

$\therefore \sin 3\theta = \frac{1}{2} = \sin \pi/6 \quad \therefore \theta = \frac{n\pi}{3} + (-1)^n \frac{\pi}{18}$

[Calculator Use. Ex-01]

04. $\cos 3\theta = \cos 2\theta$ হলে, $\theta = ?$ [06-07]

- A. $n\pi$ বা $2n\pi$ B. $\frac{2}{5}n\pi$ বা $2n\pi$
 C. $(2n+1)\frac{\pi}{2}$ বা $n\pi$ D. $(4n+1)\frac{\pi}{2}$ বা $n\pi$

Ans B Solve $\cos 3\theta = \cos 2\theta$, B অপশনে, $\frac{2\pi}{5} = 72$

বামপক্ষ $\cos 3.72 = -0.8090$ ডানপক্ষ $\cos 2.72 = -0.8090$

[Calculator Use. Ex-01]

05. $\sin\theta + \cos\theta = 1$ হলে, θ এর মান কত? [A 99-00]

- A. $2n\pi, 2n\pi + \frac{\pi}{2}$ B. $n\pi, n\pi + \frac{\pi}{2}$
 C. $n\pi + (-1)^n \frac{\pi}{4}$ D. $2n\pi + (-1)^n \frac{\pi}{4}$

Ans A Solve [Calculator Use. Ex-01]

ইসলামী বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
 [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $\tan\theta + \tan 2\theta + \sqrt{3} \tan\theta \tan 2\theta = \sqrt{3}$ হলে θ [15-16]

- A. $\frac{n\pi}{3} - \frac{\pi}{6}$ B. $\frac{n\pi}{3} + \frac{\pi}{9}$ C. $\frac{n\pi}{3} + \frac{\pi}{3}$ D. $\frac{n\pi}{3} + \frac{\pi}{9}$

Ans B Solve $\tan\theta + \tan 2\theta + \sqrt{3} \tan\theta \tan 2\theta = \sqrt{3}$

$\Rightarrow \tan\theta + \tan 2\theta = \sqrt{3} - \sqrt{3} \tan\theta \tan 2\theta$

$\Rightarrow \tan\theta + \tan 2\theta = \sqrt{3}(1 - \tan\theta \tan 2\theta)$

$\Rightarrow \frac{\tan\theta + \tan 2\theta}{1 - \tan\theta \tan 2\theta} = \sqrt{3} \Rightarrow \tan(\theta + 2\theta) = \sqrt{3} \Rightarrow \tan 3\theta = \tan \frac{\pi}{3}$

$\therefore 3\theta = n\pi + \frac{\pi}{3} \Rightarrow \theta = \frac{n\pi}{3} + \frac{\pi}{9}$

02. $\sin\theta + \cos\theta = 0$ হলে $\theta = ?$ [14-15]

- A. $n\pi - \frac{\pi}{4}$ B. $n\pi + \frac{\pi}{4}$ C. $n\pi \pm \frac{\pi}{4}$ D. $n\pi$

Ans A Solve $\sin\theta + \cos\theta = 0$

$\Rightarrow \tan\theta + 1 = 0 \Rightarrow \tan\theta = -1 = \tan\left(-\frac{\pi}{4}\right) \therefore \theta = n\pi - \frac{\pi}{4}$

03. $\cos\theta = 0$ হলে, θ -এর মান- [D 12-13]

- A. $n\pi$ B. $(2n+1)\pi/2$
 C. $(2n-1)\pi/2$ D. $-n\pi$

Ans B Solve $\cos\theta = 0 = \cos \frac{\pi}{2} \therefore \theta = 2n\pi \pm \frac{\pi}{2}$

[Calculator Use. Ex-01]

04. $\tan\theta$ অসংগায়িত হলে, θ -এর মান- [D 12-13]

- A. $(2n+1)\pi$ B. $(2n+1)\pi/2$ C. $2n\pi$ D. $(2n-1)\pi/2$

Ans B Solve $\tan\theta = \text{undetermined}$

$\Rightarrow \tan\theta = \tan \frac{\pi}{2} \Rightarrow \theta = n\pi + \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{2}(2n+1)$

[Calculator Use. Ex-01]

05. n -এর মান শূন্য কিংবা যে কোন পূর্ণ সংখ্যা এবং $\sin\theta = -1$ হলে, θ -এর মান হবে- [F 12-13]

- A. $0.5(4n+1)\pi$ B. $0.5(4n-1)\pi$
 C. 0.25π D. $(4n+1)\pi$

Ans B Solve $\sin\theta = -1 \therefore \theta = 0.5(4n-1)\pi$

[Calculator Use. Ex-01]

06. $\sin\theta = -1$ হলে, θ এর সাধারণ মান হবে- [10-11]

- A. $(2n-1)\pi/2$ B. $(4n+1)\pi/2$
 C. $(2n+1)\pi/2$ D. $(4n-1)\pi/2$

Ans D Solve [Calculator Use. Ex-01]

যশোর বিজ্ঞান ও প্রযুক্তি বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. যদি n একটি পূর্ণ সংখ্যা হয় তবে $\sin\left\{n\pi + (-1)^n \frac{\pi}{4}\right\}$ এর মান

কোনটি? [14-15]

- A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{1}{\sqrt{2}}$ C. 1 D. $\frac{1}{2}$ E. $\frac{2}{\sqrt{3}}$

Ans B Solve $\sin\left\{n\pi + (-1)^n \frac{\pi}{4}\right\}$

$= \sin\left\{0 \times \pi + (-1)^0 \frac{\pi}{4}\right\} = \sin \frac{\pi}{4} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

02. $4(\sin^2\theta + \cos\theta) = 5$ সমীকরণটির সমাধান- [14-15]

- A. $2n\pi \pm \frac{\pi}{2}$ B. $2n\pi \pm \frac{\pi}{3}$ C. $2n\pi \pm \frac{\pi}{4}$
 D. $2n\pi \pm \frac{\pi}{6}$ E. $2n\pi \pm \frac{\pi}{8}$

Ans B Solve $4(\sin^2\theta + \cos\theta) = 5 \Rightarrow 4(1 - \cos^2\theta + \cos\theta) = 5$

$\Rightarrow 4\cos^2\theta - 4\cos\theta + 1 = 0 \Rightarrow (2\cos\theta - 1)^2 = 0$

$\Rightarrow \cos\theta = \frac{1}{2} = \cos \frac{\pi}{3} \therefore \theta = 2n\pi \pm \frac{\pi}{3}$

পাবনা বিজ্ঞান ও প্রযুক্তি বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $\cos 2\theta = \sin 2\theta$ এর সাধারণ সমাধান কত? [15-16]

- A. $\theta = (4n+1)\frac{\pi}{8}$ B. $\theta = (4n+1)\frac{\pi}{4}$
 C. $\theta = (4n+1)\frac{\pi}{2}$ D. $\theta = (4n+1)\frac{\pi}{6}$

Ans A Solve $\cos 2\theta = \sin 2\theta$

$\Rightarrow \tan 2\theta = 1 = \tan \frac{\pi}{4} \Rightarrow 2\theta = n\pi + \frac{\pi}{4}$

$\Rightarrow \theta = \frac{n\pi}{2} + \frac{\pi}{8} = (4n+1)\frac{\pi}{8}$

02. $\operatorname{cosec} x = 2$ এবং $\cot x = -\sqrt{3}$ হলে নিচের কোনটি সত্য? [15-16]

- A. $\sin x = -\frac{1}{2}$ B. $\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$
C. $\tan x = -\frac{\sqrt{3}}{3}$ D. $\sec x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

Ans C Solve $\cot x = -\sqrt{3}$, $\tan x = -\frac{1}{\sqrt{3}} = -\frac{\sqrt{3}}{3}$

বরিশাল বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. যদি $\operatorname{cosec} x \cot x = 2\sqrt{3}$ হয়, তবে $x = ?$ [15-16]

- A. $2n\pi \pm \frac{\pi}{2}$ B. $2n\pi \pm \frac{\pi}{3}$ C. $2n\pi \pm \frac{\pi}{4}$ D. $2n\pi \pm \frac{\pi}{6}$

Ans D Solve $\operatorname{cosec} x \cot x = 2\sqrt{3} \Rightarrow \frac{1}{\sin x} \frac{\cos x}{\sin x} = 2\sqrt{3}$

$\Rightarrow \cos x = 2\sqrt{3} \sin^2 x \Rightarrow \cos x = 2\sqrt{3}(1 - \cos^2 x)$

$\Rightarrow 2\sqrt{3}\cos^2 x + \cos x - 2\sqrt{3} = 0$

$\Rightarrow 2\sqrt{3}\cos^2 x + 4\cos x - 3\cos x - 2\sqrt{3} = 0$

$\Rightarrow 2\cos x (\sqrt{3}\cos x + 2) - \sqrt{3}(\sqrt{3}\cos x + 2) = 0$

$\Rightarrow (\sqrt{3}\cos x + 2)(2\cos x - \sqrt{3}) = 0$

$\Rightarrow \sqrt{3}\cos x + 2 = 0$ অথবা $2\cos x - \sqrt{3} = 0$

$\Rightarrow \cos x = -\frac{2}{\sqrt{3}} < -1$ গ্রহণযোগ্য নয় $\Rightarrow \cos x = \frac{\sqrt{3}}{2} = \cos \frac{\pi}{6}$

$\therefore x = 2n\pi \pm \frac{\pi}{6}$

02. $\cos \theta + \sin \theta = \sqrt{2}$ সমীকরণের সাধারণ সমাধান হবে- [13-14]

- A. $\theta = 2n\pi + \frac{\pi}{4}$ B. $\theta = 2n\pi - \frac{\pi}{4}$
C. $\theta = (2n+1)\pi + \frac{\pi}{4}$ D. $\theta = (2n+1)\pi - \frac{\pi}{4}$

Ans A Solve [Using Calculator]

কুমিল্লা বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $\sec \theta = \sec a$ হলে সাধারণ সমাধান কোনটি? [15-16]

- A. $2n\pi \pm a$ B. a
C. $n\pi \pm a$ D. 0

Ans A Solve $\sec \theta = \sec a$

$\Rightarrow \cos \theta = \cos a \therefore \theta = 2n\pi \pm a$

বেগম রোকেয়া বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি [শর্ট
টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. যদি $\sin x = \cos x$ হয়, তবে x এর মান কত? [15-16]

- A. $\frac{\pi}{3}$ B. $\frac{5\pi}{4}$ C. $\frac{5\pi}{6}$ D. $\frac{\pi}{2}$

Ans B Solve $\sin x = \cos x$

$\Rightarrow \tan x = 1 = \tan \frac{\pi}{4} = \tan \left(\pi + \frac{\pi}{4} \right) = \tan \frac{5\pi}{4}$

$\therefore x = \frac{5\pi}{4}$

ভাসানী বিজ্ঞান ও প্রযুক্তি বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের
প্রশ্নাবলি [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $\cos \theta + \sqrt{3} \sin \theta = 2$ হলে θ এর মান কত? [15-16; DU 11-12, IU 12-13,
03-04; KU 09-10; SUST 09-10, 00-01; RU 13-14; BUET 10-11]

- A. 30° B. 45° C. 60° D. 90°

Ans C Solve $\cos \theta \cdot \frac{1}{2} + \sin \theta \frac{\sqrt{3}}{2} = 1$

$\Rightarrow \cos \theta \cos \frac{\pi}{4} + \sin \theta \sin \frac{\pi}{3} = 1$

$\Rightarrow \cos \left(\theta - \frac{\pi}{3} \right) = \cos 0 \Rightarrow \theta - \frac{\pi}{3} = 0 \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{3} = 60^\circ$

বি.প্র. $\theta = 60^\circ$ হলে প্রদত্ত সমীকরণ,

$\cos 60^\circ + \sqrt{3} \sin 60^\circ = \frac{1}{2} + \sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{2} + \frac{3}{2} = 2$ সিদ্ধ করে তাই,

02. $2\cos \theta = 1$ সমীকরণের সাধারণ সমাধান কত? [14-15]

- A. $\theta = n\pi \pm \frac{\pi}{3}$ B. $\theta = 2n\pi \pm \frac{\pi}{6}$ C. $\theta = 2n\pi \pm \frac{\pi}{2}$ D. $\theta = 2n\pi \pm \frac{\pi}{3}$

Ans D Solve $2\cos \theta = 1 \Rightarrow \cos \theta = \frac{1}{2}$

$\Rightarrow \cos \theta = \cos \frac{\pi}{3} \Rightarrow x = 2n\pi \pm \frac{\pi}{3}$

বঙ্গবন্ধু শেখ মুজিবুর রহমান বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত
বছরের প্রশ্নাবলি [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $\cos \theta = \cos a$ হলে θ এর মান কত? [15-16]

- A. $2n\pi \pm a$ B. $n\pi \pm a$
C. $2n\pi + (-1)^n a$ D. $(2n+1)\frac{\pi}{2} \pm a$

Ans A Solve $\cos \theta = \cos a$

$\therefore \theta = 2n\pi \pm a$

02. $\cos \theta + \sin \theta = \sqrt{2}$ হলে θ এর মান কত? [14-15, MBSTU 12-13;
JnU 07-08, SU 03,04; BUET 02-03; IU 04-05; PSTU 14-15]

- A. $2n\pi$ B. $(2n+1)\pi$ C. $2n\pi + \frac{\pi}{4}$ D. $(2n-1)\pi$

Ans C Solve $\cos \theta + \sin \theta = \sqrt{2} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} \cos \theta + \frac{1}{\sqrt{2}} \sin \theta = 1$

$\Rightarrow \cos \theta \cos \frac{\pi}{4} + \sin \theta \sin \frac{\pi}{4} = 1 \Rightarrow \cos \left(\theta - \frac{\pi}{4} \right) = 1$

$\Rightarrow \theta - \frac{\pi}{4} = 2n\pi \Rightarrow \theta = 2n\pi + \frac{\pi}{4}$

বাংলাদেশ টেক্সটাইল বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের
প্রশ্নাবলি [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $\sqrt{5} \sin \theta = \sqrt{3}$ এবং $\sqrt{5} \cos \theta = 1$ হলে θ এর মান কত? [14-15]

- A. 60° B. 45° C. 30° D. 0°

Ans A Solve $\sqrt{5} \sin \theta = \sqrt{3}$

$\sqrt{5} \cos \theta = \sqrt{3}$

$\therefore \frac{\sqrt{5} \sin \theta}{\sqrt{5} \cos \theta} = \frac{\sqrt{3}}{1} \Rightarrow \tan \theta = \sqrt{3}$

$\Rightarrow \tan \theta = \tan 60^\circ \Rightarrow \theta = 60^\circ$

SELF TEST

01. $\cos 3\theta = \cos 2\theta$ হলে, $\theta = ?$

- A. $n\pi$ বা $2n\pi$ B. $\frac{2}{5}n\pi$ বা $2n\pi$
C. $(2n+1)\pi$ বা $2n\pi$ D. $n\pi$ বা $2n-\pi$

02. $\sin \theta - 2 = \cos 2\theta$ হলে, $\theta = ?$

- A. $(4n+1)\frac{\pi}{2}$ B. $(4n-1)\frac{\pi}{3}$
C. $(2n+1)\pi$ D. $2n\pi$

03. $\tan 2\theta \cdot \tan \theta = 1$ হলে, $\theta = ?$

- A. $n\pi + \frac{\pi}{6}$ B. $n\pi + \frac{\pi}{3}$
C. $n\pi + \frac{\pi}{4}$ D. $n\pi + \frac{\pi}{2}$

04. $\tan \theta + \cot \theta = 2$ হলে, $\theta = ?$

- A. $(4n+1)\frac{\pi}{2}$ B. $n\pi$
C. $(4n+1)\frac{\pi}{4}$ D. $n\pi + (-1)n\frac{\pi}{4}$

05. $\sin 2\theta + 4 \cos \theta = \sqrt{3} \sin \theta + 2\sqrt{3}$ হলে, $\theta = ?$

- A. $2n\pi \pm \frac{\pi}{3}$ B. $2n\pi \pm \frac{\pi}{6}$
C. $n\pi + (-1)^n \frac{\pi}{2}$ D. None

06. $\cos 2\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$ হলে, $\theta = ?$

- A. $\frac{n\pi}{2} + (-1)^n \frac{\pi}{12}$ B. $\frac{n\pi}{2} + (-1)^n \frac{\pi}{6}$
C. $2n\pi \pm \frac{\pi}{6}$ D. $n\pi \pm \frac{\pi}{12}$

07. $\tan \theta + \tan 2\theta + \sqrt{3} \tan \theta \tan 2\theta = \sqrt{3}$

- A. $n\pi + \frac{\pi}{4}$ B. $n\pi + \frac{\pi}{3}$
C. $n\pi + \frac{\pi}{6}$ D. $\frac{n\pi}{3} + \frac{\pi}{9}$

08. $\sin \theta = -1$ হলে, $\theta = ?$

- A. $(4n-1)\frac{\pi}{2}$ B. $n\pi + (-1)^n \alpha$
C. $(2n+1)\pi$ D. $2n\pi$

09. $4(\sin^2 \theta + \cos \theta) = 5$ সমীকরণটির সাধারণ সমাধান হবে-

- A. $\theta = n\pi \pm \frac{\pi}{6}$ B. $\theta = 2n\pi + \frac{\pi}{6}$
C. $\theta = n\pi \pm \frac{\pi}{3}$ D. $\theta = 2n\pi \pm \frac{\pi}{3}$

10. $\cos x - \sin x = 1$ হলে, $x = ?$

- A. $2n\pi, 2n\pi - \frac{\pi}{2}$ B. $n\pi \pm \frac{\pi}{4}$
C. $n\pi, 2n\pi + \frac{\pi}{2}$ D. $2n\pi \pm \frac{\pi}{3}$

11. $\sin x + \cos x = \sqrt{2}$ হলে, $x = ?$

- A. $n\pi \pm \frac{\pi}{6}$ B. $2n\pi + \frac{\pi}{4}$
C. $n\pi \pm \frac{\pi}{3}$ D. $2n\pi \pm \frac{\pi}{3}$

12. $\cos 2\theta = \sin 2\theta$ এর সাধারণ সমাধান কত?

- A. $\theta = (4n+1)\frac{\pi}{8}; n \in \mathbb{Z}$ B. $\theta = (2n+1)\frac{\pi}{4}$
C. $\theta = (2n+1)\frac{\pi}{8}$ D. $\theta = (3n+1)\frac{\pi}{2}$

13. $\tan^2 x + \cot^2 x = 2$ এর সমাধান কত?

- A. $n\pi \pm \frac{\pi}{4}$ B. $(4n-1)\frac{\pi}{2}$
C. $(2n+1)\pi$ D. $(4n+1)\frac{\pi}{2}$

14. $2(\cos x + \sec x) = 5$ সমীকরণের সাধারণ সমাধান কত?

- A. $3n\pi \pm \frac{\pi}{3}$ B. $n\pi \pm \frac{\pi}{2}$
C. $2n\pi \pm \frac{\pi}{3}$ D. $3n\pi \pm \frac{\pi}{2}$

15. $\sqrt{3} \sin \theta - \cos \theta = 2$ হলে সমীকরণটির সাধারণ সমাধান?

- A. $(2n+1)\frac{\pi}{6}$ B. $(2n+1)\frac{3\pi}{6}$
C. $(2n+1)\pi$ D. $(3n+1)\frac{2\pi}{3}$

16. $\cos x + \sqrt{3} \sin x = \sqrt{2}$ হলে x এর সাধারণ সমাধান কোনটি?

- A. $2n\pi + \frac{7\pi}{12}$ B. $2n\pi + \frac{\pi}{12}$
C. $\left(3n\pi \pm \frac{\pi}{6}\right)$ D. $(4n-1)\frac{\pi}{2}$

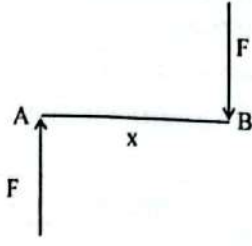
OMR

01. (A)(B)(C)(D)	06. (A)(B)(C)(D)	11. (A)(B)(C)(D)	16. (A)(B)(C)(D)
02. (A)(B)(C)(D)	07. (A)(B)(C)(D)	12. (A)(B)(C)(D)	17. (A)(B)(C)(D)
03. (A)(B)(C)(D)	08. (A)(B)(C)(D)	13. (A)(B)(C)(D)	
04. (A)(B)(C)(D)	09. (A)(B)(C)(D)	14. (A)(B)(C)(D)	
05. (A)(B)(C)(D)	10. (A)(B)(C)(D)	15. (A)(B)(C)(D)	

Answer with Hints

01 B: Hints: Type-03	02 A: Hints: Type-03, Prob-06
03 A: Hints: Type-03	04 C: Hints: Type-02, Prob-02
05 B: Hints: Type-03	06 D: Hints: Type-01, Prob-01
07 D: Hints: Type-03	08 A: Hints: Type-01, Prob-01
09 D: Hints: Type-03	10 A: Hints: Type-02
11 B: Hints: Type-02	12 A: Hints: Type-03
13 A: Hints: Type-03	14 C: Hints: Type-03
15 D: Hints: Type-02	16 A,B: Hints: Type-03

যুগল বা জোড়: দুইটি সমমানের বিসদৃশ সমান্তরাল বল দুইটি ভিন্ন রেখা বরাবর ক্রিয়ারত হলে, এরা একটি যুগল বা জোড় গঠন করে।



যুগল বা জোড়

এবং জোড়ের যে কোন একটি বল ও তার বাহুর গুণফলকে জোড়ের ভ্রামক বা মোমেন্ট বলে। সুতরাং, জোড়ের ভ্রামক = $P \cdot AB = P \cdot x$ ।

একই সমতলে অবস্থিত দুইটি জোড়ের মোমেন্ট সমমানের এবং একই চিহ্নবিশিষ্ট হলে, ঐ জোড়দ্বয় একে অপরের সমতুল্য (equivalent) হবে।

কোন অনড় বস্তুর উপর একই সমতলে ক্রিয়ারত যে কোন সংখ্যক জোড় একটি মাত্র জোড়ের সমান এবং জোড়ের মোমেন্ট প্রদত্ত জোড়সমূহের মোমেন্টের বীজগাণিতিক যোগফলের সমান।

কোন অনড় বস্তুর উপর ক্রিয়ারত এবং ঐ সমতলের অবস্থিত দুইটি জোড়ের মোমেন্ট সমান ও বিপরীত হলে, তারা ভারসাম্য সৃষ্টি করে।

একই সমতলে অবস্থিত একটি বল ও একটি জোড় প্রদত্ত বলের সমান ও সমান্তরাল এবং একটি মাত্র বলের সমান।

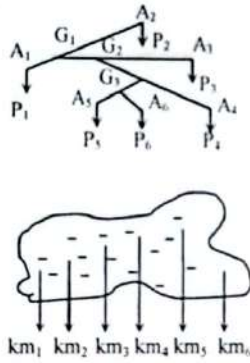
কতগুলো একতলীয় বলের সমতলে অবস্থিত তিনটি অসমরোখ বিন্দুর প্রত্যেকটির চারিদিকে ঐ বল গুলোর মোমেন্টের বীজগাণিতিক যোগফল শূন্য না হয়ে একই ধ্রুবক হলে, বলগুলো একটি জোড়ের সমান হবে।

কোন অনড় বস্তুর উপর ক্রিয়ারত একগুচ্ছ একতলীয় বলকে একটি জোড় ও ঐ তলের যে কোন বিন্দুতে ক্রিয়ারত একটি একক বলে পরিণত করা যায়।

ভরকেন্দ্র ও ভারকেন্দ্র:

মনে করি, $P_1, P_2, P_3 \dots P_n$ সমান্তরাল বলগুলো যথাক্রমে $A_1, A_2, A_3 \dots A_n$ বিন্দুতে ক্রিয়ারত। P_1 ও P_2 এর লঙ্কির সাথে P_3 সংযোজন করে একটি লঙ্কি নির্ণয় করা যাবে। মনে করি, ঐ লঙ্কির মান P এবং ক্রিয়াবিন্দু এ বিন্দুই উক্ত সমান্তরাল বলগুচ্ছের কেন্দ্র।

আবার মনে করি, $m_1, m_2 \dots m$ ভরের n সংখ্যক বস্তু $A_1, A_2 \dots$ অহ বিন্দুতে দৃড়ভাবে আবদ্ধ আছে তাহলে মনে করা যায় যে ঐ সকল বিন্দুতে $m_1, m_2 \dots$ এর সমানুপাতিক $km_1, km_2 \dots$ সমুখী সমান্তরাল বলগুলো ক্রিয়ারত। এই বলগুচ্ছের কেন্দ্রকে ঐ ভরগুলো দ্বারা গঠিত বস্তুর ভরকেন্দ্র বা জাজ্যকেন্দ্র (Centre of inertia) বলা হয়।



প্রতিটি বস্তুকনার উপর পৃথিবীর আকর্ষণের ফলে ঐ বস্তুর ভরের সমানুপাতিক একটি বল পৃথিবীর কেন্দ্রভিমুখে ক্রিয়া করছে— এই বলকে ঐ বস্তুর ওজন বলা হয়। কোন বস্তুর ভর m হলে তার ওজন $w = mg$ । প্রতিটি জড় বস্তু অসংখ্য কণা দ্বারা গঠিত এবং প্রতিটি কণার উপর পৃথিবীর আকর্ষণ বলা ক্রিয়া করছে। পৃথিবীর তুলনায় বস্তুটি অতি ক্ষুদ্র বিধায় এই বলগুচ্ছকে পরস্পর সমান্তরাল মনে করা যায়। এই বলগুচ্ছকে পরস্পর সমান্তরাল মনে করা হয়। এই বলগুচ্ছের লঙ্কি তাদের সমান্তরাল এবং কণাগুলোর ওজনের সমষ্টি সমান।

সুতরাং এই লঙ্কি বল সমগ্র বস্তুটির ওজন বা ভর এবং বস্তুটিকে যেভাবে রাখা হোক না কেন বস্তুটির যে বিন্দু দিয়ে এই লঙ্কি বাড়া নিম্নমুখী দিকে ক্রিয়া করে সেই বিন্দুটিকে বস্তুর ভারকেন্দ্র (Centre of gravity) বলা হয়।

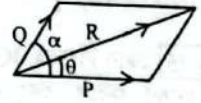
সুতরাং যে বিন্দুর মধ্য দিয়ে কোন বস্তুর বা দৃড়ভাবে আবদ্ধ কোন বস্তুকণা রাশির চারের ক্রিয়াবোধ্য বস্তুটির সর্ব অবস্থানেই সর্বদা অতিক্রম করে, সেই বিন্দুকে ঐ বস্তুর ভারকেন্দ্র বলা হয়।

এ অধ্যায়ের গাণিতিক সমস্যাসমূহকে নিম্নোক্ত Type-এ অন্তর্ভুক্ত করা যায়

Type-01: বল সংক্রান্ত লঙ্কি নির্ণয়

বলের সামান্তরিকের সূত্রানুযায়ী-

$$R^2 = P^2 + Q^2 + 2PQ \cos \alpha$$



(i) $\alpha = 0^\circ$ হলে লঙ্কির মান সর্বোচ্চ হয় এবং $R_{\max} = P + Q$

(ii) $\alpha = 90^\circ$ হলে $R = \sqrt{P^2 + Q^2}$

(iii) $\alpha = 180^\circ$ হলে লঙ্কির মান সর্বনিম্ন মান $R_{\min} = \pm(P - Q)$

(iv) $P = Q = R$ হলে $\alpha = 120^\circ$

(v) $P = 2Q$ এবং লঙ্কি লম্ব বরাবর ক্রিয়া করলে $\alpha = 120^\circ$

(vi) $P = Q$ এবং $\alpha = 90^\circ$ হলে $R = \sqrt{2}P$

দুইটি বলের লঙ্কি বৃহত্তম বলটির সাথে যে কোণ উৎপন্ন করে, বৃহত্তম বলটিকে দ্বিগুণ করায় আগের কোণটি অর্ধেক হলে, বলদ্বয়ের অন্তর্ভুক্ত কোণ 120° ।

P ও Q বলদ্বয় ($P > Q$) α কোণে ক্রিয়ারত। P কে যদি m দিয়ে গুণ করা হয় এবং লঙ্কি যদি m গুণ হয়, তাহলে- $\cos \alpha = \frac{-(m+1)Q}{2mP}$

আবার, θ কে m গুণ করায় লঙ্কি m গুণ হলে $\cos \alpha = \frac{-(m+1)P}{2mQ}$

দুইটি বলের লঙ্কির দিক বলদ্বয়ের মান পরিবর্তন করার পরও অপরিবর্তিত থাকলে প্রাথমিক বলদ্বয়ের অনুপাত অপরিবর্তিত ও পরিবর্তিত বলদ্বয়ের

অনুপাত সমান হয় অর্থাৎ $\frac{P}{Q} = \frac{P'}{Q'}$

Prob 01 6N ও 8N মানের দু'টি বল-

- পরস্পর লম্ব দিকে,
- পরস্পর বিপরীত দিকে,
- একই রেখায় একই দিকে ক্রিয়া করলে তাদের লঙ্কির মান কত?

Sol: (i) $R = \sqrt{P^2 + Q^2 + 2PQ \cos \alpha}$

$$= \sqrt{6^2 + 8^2 + 2 \times 6 \times 8 \cos 90^\circ} = \sqrt{36 + 64 + 0} = 10N$$

(ii) বিপরীতে ক্রিয়া করলে $\alpha = 180^\circ$ হলে $R = P - Q = 8 - 6 = 2N$

(iii) একই রেখায় ক্রিয়া করলে $\alpha = 0^\circ$, $R = P + Q = 8 + 6 = 14N$

Prob 02 $\sqrt{3}N, 2N$ এবং $1N$ তিনটি সমবিন্দু বল সাম্যাবস্থায় আছে। প্রথম দুইটির অন্তর্ভুক্ত কোণ কত?

Sol: যেহেতু সমবিন্দুগামী তিনটি বল সাম্যাবস্থায় থাকলে যেকোন একটি বল অপর দুইটি বলের লঙ্কির সমান হয়।

$$\therefore \sqrt{(\sqrt{3})^2 + 2^2 + 2 \times \sqrt{3} \times 2 \cos \theta} = 1 \Rightarrow 3 + 4 + 4\sqrt{3} \cos \theta = 1$$

$$\Rightarrow 4\sqrt{3} \cos \theta = -6 \Rightarrow \cos \theta = -\frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \theta = 150^\circ \text{ Ans.}$$

Prob 03 একটি কণার উপর সেকেন্ডে 3, 5, 7 m মানের তিনটি বেগ বিভিন্ন দিক হতে কার্যকর ও স্থিতিশীল রয়েছে। ক্ষুদ্রতর দুইটি বেগের মধ্যবর্তী কোণের পরিমাণ কত?

Sol: ক্ষুদ্রতম কোণের অর্থাৎ $P = 3$ এবং $Q = 5$ এর মধ্যবর্তী কোণ = α

$$\therefore R = 7$$

$$\therefore \text{সামান্তরিকের সূত্র হতে, } 7^2 = 3^2 + 5^2 + 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \cos \alpha$$

$$\Rightarrow \alpha = 60^\circ \text{ Ans.}$$

Prob 04 কোন বিন্দুতে 60° কোণে ক্রিয়ারত দুইটি সমান বলকে একই বিন্দুতে ক্রিয়ারত 9 N বলের সাহায্যে ভারসাম্য রাখা হয়েছে। সমান বলদ্বয় নির্ণয় কর।

Sol: $P = Q$ হলে, $R = 2P \cos \frac{\alpha}{2}$

$$\Rightarrow 9 = 2P \cos \frac{60}{2} \Rightarrow 9 = 2P \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow P = \frac{9}{\sqrt{3}} = 3\sqrt{3} \text{ Ans.}$$

Prob 05 কোন বিন্দুতে $3Q$ ও $5Q$ মানের দুইটি বল ক্রিয়াশীল। প্রথমটিকে তিনগুণ করলে এবং ২য় টির মান 1 একক বৃদ্ধি করলে ও লব্ধি অপরিবর্তিত থাকে, Q এর মান কত?

Sol: শর্তমতে, $\frac{3Q}{5Q} = \frac{3Q \times 3}{5Q + 1} \Rightarrow 15Q + 3 = 45Q$

$$\Rightarrow 30Q = 3 \Rightarrow Q = \frac{1}{10} \text{ Ans.}$$

Prob 06 5 N মানের দুইটি বল কোন বিন্দুতে ক্রিয়া করে এবং উহাদের মধ্যবর্তী নতি 90° হলে লব্ধি কত?

Sol: $R = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2} \text{ Ans.}$

Type-02: লব্ধি নির্ণয়

➤ লব্ধি ক্ষুদ্রতম বলের (মনেকরি Q) সাথে সমকোণ উৎপন্ন করলে P বলের-

(i) দিক $= \tan \theta = \frac{Q \text{ (অপর বল)}}{P \text{ (যে বলের দিকে)}}$

(ii) বলদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণ $= \cos \alpha = -\frac{Q}{P} = -\frac{\text{ছোট বল}}{\text{বড় বল}}$
[P ও Q এর মধ্যবর্তী কোণ, α]

(iii) লব্ধি, $R = \sqrt{P^2 - Q^2}$

➤ $R_{\max}^2 + R_{\min}^2 = 2R_p^2$,
যেখানে R_{\max} লব্ধির বৃহত্তম মান ও R_{\min} লব্ধির ক্ষুদ্রতম মান।

➤ ΔABC এর BC, CA, AB এবং P, Q, R বলগুলো সমান্তর হলে-
লব্ধি $= \sqrt{\text{বাহুর সংখ্যা} \times \text{বলের পার্থক্য}}$ ।

Prob 01 কোন বিন্দুতে α কোণে ক্রিয়াশীল ক্ষুদ্রতর বলের মান 3 এবং বৃহত্তর বলের মান 6, $\alpha = ?$

Sol: $\cos \alpha = -\frac{Q}{P} = -\frac{1}{2} \therefore \alpha = 120^\circ \text{ Ans.}$

Prob 02 দুইটি বল সমকোণে ক্রিয়া করলে লব্ধির মান 10 এবং লব্ধির সর্বোচ্চ মান 14 হলে, বল দুইটির লব্ধির ক্ষুদ্রতম মান কত?

Sol: আমরা জানি, $R_{\max}^2 + R_{\min}^2 = 2R_p^2$
 $\Rightarrow (14)^2 + (P \sim Q)^2 = 2(10)^2 \Rightarrow (P \sim Q)^2 = 4 \Rightarrow (P \sim Q) = 2 \text{ Ans.}$

Prob 03 কোন বিন্দুতে দুইটি বল 120° কোণে ক্রিয়াশীল। বৃহত্তর উপাংশ 10 N এবং তাদের লব্ধি ক্ষুদ্রতর উপাংশের সাথে সমকোণ উৎপন্ন করে। ক্ষুদ্রতর উপাংশ ও লব্ধি নির্ণয় কর।

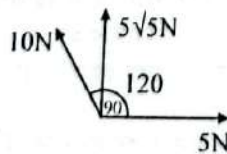
Sol: $\cos \alpha = -\frac{Q}{P} = -\frac{\text{ছোট বল}}{\text{বড় বল}}$

$$\Rightarrow Q = -P \cos \alpha$$

$$\Rightarrow Q = -10 \cos 120^\circ = 5$$

$$\therefore R = \sqrt{P^2 - Q^2}$$

$$\Rightarrow R = \sqrt{100 - 25} = 5\sqrt{3} \text{ N Ans.}$$



Prob 04 ABC একটি সমবাহু ত্রিভুজ এবং $3P, 7P$ ও $11P$ মানের তিনটি বলের দিক যথাক্রমে AB, BC ও CA এর দিকে। বল তিনটির লব্ধির মান কত?

Sol: যেহেতু $3P, 7P$ ও $11P$ বলদ্বয়ে সমান্তর ধারা গঠন করে যার সাধারণ অন্তর $4P$ সেহেতু বল তিনটির লব্ধি $= \sqrt{\text{বাহুর সংখ্যা} \times \text{বলের পার্থক্য}}$
 $= \sqrt{3} \times 4P = 4\sqrt{3} P \text{ Ans.}$

Type-03: লব্ধির দিক সংক্রান্ত

☐ একই বিন্দুতে ক্রিয়ারত দুটি বল P ও Q এর মধ্যবর্তী কোণ $= \alpha$ এবং লব্ধি বল R , প্রথম বলের সাথে অর্থাৎ P এর সাথে θ কোণ উৎপন্ন করলে- লব্ধির দিক, $\theta = \tan^{-1} \frac{Q \sin \alpha}{P + Q \cos \alpha}$

Prob 01 কোন বিন্দুতে একই সময়ে P ও $2P$ এককের বলদ্বয় 30° কোণে ক্রিয়ারত হলে লব্ধির দিক নির্ণয় কর।

Sol: $\theta = \tan^{-1} \frac{2P \sin 30^\circ}{P + 2P \cos 30^\circ} = \tan^{-1} \frac{P}{P + 2P \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}$
 $= \tan^{-1} \frac{1}{(1 + \sqrt{3})} = 20^\circ \text{ Ans.}$

Prob 02 কোন বিন্দুতে ক্রিয়ারত 10 N ও 15 N বলদ্বয় 60° কোণে ক্রিয়ারত থাকলে লব্ধির দিক নির্ণয় কর।

Sol: $\theta = \tan^{-1} \frac{15 \sin 60^\circ}{10 + 15 \cos 60^\circ} = 36.58^\circ \text{ Ans.}$

Type-03: লামীর উপপাদ্য সংক্রান্ত

➤ কোন বিন্দুতে ভিন্ন ভিন্ন রেখা বরাবর ক্রিয়ারত তিনটি একতলীয় বল সাম্যাবস্থায় থাকলে তাদের প্রত্যেকটির মান অপর দুটির অন্তর্গত কোণের সাইনের সামানুপাতিক।

☐ লামীর উপপাদ্যের ক্ষেত্রে:

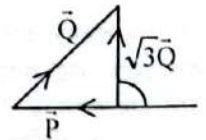
➤ লব্ধির মান শূন্য $\therefore R = 0$

➤ $P = Q = R$ হলে $\alpha = \beta = \gamma = 120^\circ$

Prob 01 একটি নির্দিষ্ট বিন্দুতে ক্রিয়ারত P ও Q বলদ্বয়ের লব্ধি $\sqrt{3}Q$ এবং তা P বলের ক্রিয়ারেখার সাথে 30° কোণ উৎপন্ন করে। প্রদত্ত শর্তে P এর মান Q দ্বারা প্রকাশ কর?

Sol: $\frac{\sqrt{3}Q}{\sin B} = \frac{Q}{\sin 30^\circ} = \frac{P}{\sin C}$
 $\Rightarrow P = 2Q$

অথবা, $P = Q \text{ Ans.}$



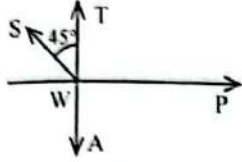
Prob 02 কোন বিন্দুতে ক্রিয়ারত তিনটি বল ভারসাম্য সৃষ্টি করে। তাদের প্রথমটি ও দ্বিতীয়টির মধ্যে কোণ 90° এবং দ্বিতীয়টি ও তৃতীয়টি মধ্যে 120° হলে বলগুলোর অনুপাত কত।

Sol: $\frac{P}{\sin 120^\circ} = \frac{Q}{\sin (360 - 210^\circ)} = \frac{R}{\sin 90^\circ}$
 $\Rightarrow \frac{P}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{Q}{\frac{1}{2}} = \frac{R}{1} \therefore P : Q : R = \sqrt{3} : 1 : 2 \text{ Ans.}$

Type-05: বলের লম্বাংশ উপপাদ্য ও ত্রিভুজ সূত্র সংক্রান্ত

- বলের লম্বাংশ উপপাদ্য: কোন বিন্দুতে ক্রিয়ারত দুটি বলের কোন নির্দিষ্ট দিকের লম্বাংশের বীজগাণিতীয় যোগফল তাদের লঙ্কির উক্ত দিকের লম্বাংশের সমান।
- বলের ত্রিভুজ সূত্র: কোন বিন্দুতে ক্রিয়ারত তিনটি বলের মান, দিক যদি একইক্রমে গৃহীত কোন ত্রিভুজের তিনটি বাহু দ্বারা সূচিত করা যায় তবে বলত্রয় সাম্যাবস্থায় থাকবে।

Prob 01 যদি A বিন্দুতে একটি কণা নিম্নের চিত্রানুযায়ী কার্যরত T, S, P ও W পরিমাপ বল দ্বারা স্থিতাবস্থায় থাকে, তবে T = ?



Sol: যেহেতু একই বিন্দুতে বলগুলো কার্যরত সেহেতু লম্বাংশ উপপাদ্য প্রয়োগ করা যায়।

এখন P বলের দিকের সাথে লম্বাংশ নিয়ে বলের অংশক সূত্র হতে পাই,
 $P\cos 0^\circ + T\cos 90^\circ + S\cos(90^\circ + 45^\circ) + W\cos 270^\circ = 0$
 [কোনো স্থিতাবস্থায় থাকার কারণে $R\cos\theta = 0^\circ$ হবে]

$$\Rightarrow P - S\sin 45^\circ = 0, \Rightarrow P - \frac{S}{\sqrt{2}} = 0, \Rightarrow P = \frac{S}{\sqrt{2}} \text{ ----- (i)}$$

এখন বলের লম্ব দিকের সাথে লম্বাংশ নিয়ে পাই,
 $P\sin 0^\circ + T\sin 90^\circ + S\sin(90^\circ + 45^\circ) + W\sin 270^\circ = 0$

$$\Rightarrow T + S\frac{1}{\sqrt{2}} - W = 0 \Rightarrow T + P - W = 0 \text{ [} P = \frac{S}{\sqrt{2}} \text{]}$$

$$\therefore T = W - P \text{ Ans.}$$

Prob 02 5, 5 এবং 8 ফুট দীর্ঘ বাহু বিশিষ্ট কোন ত্রিভুজের বাহুগুলি দ্বারা দিকে, মানে এবং একইক্রমে সূচিত বলত্রয়ের লঙ্কি হয়-

Sol: $R\cos\theta = 5\cos 0^\circ + 5\cos 120^\circ + 8\cos 240^\circ$
 $\therefore R\sin\theta = 5\sin 0^\circ + 5\sin 120^\circ + 8\sin 240^\circ$
 $\therefore R = 3 \text{ ft/lb Ans.}$

Prob 03 কোন বিন্দুতে P, Q, R মানের তিনটি বলের মান একই ক্রমে গৃহীত ত্রিভুজের তিনটি বাহু দ্বারা সূচিত হলে লঙ্কি কত?

Sol: বলের ত্রিভুজ সূত্রানুযায়ী, বলত্রয় সাম্যাবস্থায় আছে বলে লঙ্কি $R = 0$.

Type-06: বলের উপাংশের সাইনের সূত্র সংক্রান্ত

বলের উপাংশের সাইনের সূত্র: $\frac{P}{\sin\beta} = \frac{Q}{\sin\alpha} = \frac{R}{\sin(\alpha+\beta)}$

$$\therefore P = \frac{R\sin\beta}{\sin(\alpha+\beta)} \text{ এবং } Q = \frac{R\sin\alpha}{\sin(\alpha+\beta)}$$

এখানে, $P \wedge R = \alpha$, $Q \wedge R = \beta$ এবং $P \wedge Q = (\alpha + \beta)$

Prob 01 কোন বিন্দুতে ক্রিয়ারত P ও Q মানের দুটি বলের লঙ্কি, তাদের অন্তর্গত কোণকে এক তৃতীয়াংশে বিভক্ত করে। তাদের অন্তর্গত কোণের মান কত?

Sol: মনে করি অন্তর্গত কোণ = 3α

বলের উপাংশের সাইন এর সূত্র মতে, $\frac{P}{\sin 2\alpha} = \frac{Q}{\sin\alpha} = \frac{R}{\sin 3\alpha}$

$$\therefore \frac{P}{2\sin\alpha \cdot \cos\alpha} = \frac{Q}{\sin\alpha} \Rightarrow \cos\alpha = \frac{P}{2Q}$$

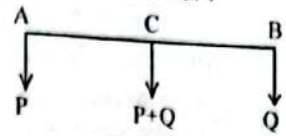
$$\Rightarrow \alpha = \cos^{-1} \frac{P}{2Q} \therefore 3\alpha = 3\cos^{-1} \frac{P}{2Q} \text{ Ans.}$$

Type-07: সদৃশ সমান্তরাল বল সংক্রান্ত

কোন দৃঢ় বস্তুর উপর ক্রিয়াশীল দুটি পরস্পর সমমুখী সমান্তরাল বল P ও Q এর লঙ্কি P+Q যার দিক P ও Q বলদ্বয়ের সংযোজক রেখার উপর অবস্থিত এবং যার ক্রিয়াবিন্দু ঐ রেখাকে P ও Q বলদ্বয়ের ব্যাস্তানুপাতে অন্তর্বিভক্ত করে।

$$\therefore P \cdot AC = Q \cdot BC$$

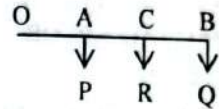
$$\Rightarrow \frac{P}{BC} = \frac{Q}{AC} = \frac{P+Q}{AB}$$



Prob 01 একটি দণ্ডের একপ্রান্ত হতে 2, 8, 6 মিটার দূরত্বে অবস্থিত তিনটি বিন্দুতে যথাক্রমে P, Q, R মানের তিনটি সমান্তরাল বল ক্রিয়া করছে। দণ্ডটি সাম্যাবস্থায় থাকলে শর্ত কোনটি?

Sol: এখানে, OA = 2m
 OB = 8m
 OC = 6m

$$\therefore \frac{P}{BC} = \frac{Q}{AC} = \frac{R}{AB}$$

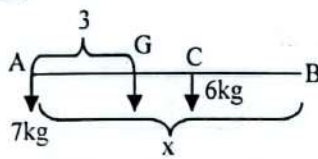


$$\Rightarrow \frac{P}{8-6} = \frac{Q}{6-2} = \frac{R}{8-2} \Rightarrow \frac{P}{2} = \frac{Q}{4} = \frac{R}{6}$$

$$\therefore P : Q : R = 1 : 2 : 3 \text{ Ans.}$$

Prob 02 মিটার প্রতি 6kg ওজনের একটি লৌহদণ্ডের এক প্রান্ত 7 kg ওজনের একটি বস্তুর ঝুলালে তার উক্ত প্রান্ত হতে 3m দূরে একটি বিন্দুতে ভারসাম্য হয়। দণ্ডটি কত লম্বা?

Sol: মনে করি, দণ্ডটি x মিটার লম্বা



\therefore শর্তমতে, $6x \cdot CG = 7AG$

$$\Rightarrow 6x \left(\frac{x}{2} - 3 \right) = 7 \times 3 \text{ [} \therefore CG = AC - AG = \frac{x}{2} - 3 \text{]}$$

$$\Rightarrow 3x^2 - 18x - 21 = 0 \Rightarrow (x-7)(x+1) = 0$$

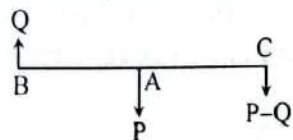
$$\therefore x = 7 \text{ এবং } x \neq -1$$

Type-08: বিসদৃশ অসমান সমান্তরাল বল সংক্রান্ত

P ও Q মানের দুটি অসদৃশ অসমান সমান্তরাল বলের লঙ্কির মান, $R = P - Q$ এবং দিক বৃহত্তর বলের সমান্তরাল।

Prob 01 দুইটি বিপরীতমুখী সমান্তরাল বলের লঙ্কি 12 ডাইন তাদের একটি হতে 3 cm ও অপরটি হতে 4 cm দূরে ক্রিয়া করে। বলদ্বয়ের মান কোনটি?

Sol: $P - Q = 12$
 $BC = 4$
 $AC = 3$



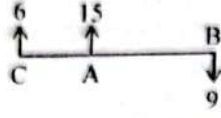
এখন, $P \cdot AC = Q \cdot BC$

$$\Rightarrow 3P = 4Q \Rightarrow \frac{4Q}{3} - Q = 12$$

$$\therefore Q = 36 \text{ এবং } P = 48 \text{ Ans.}$$

Prob 02 32 cm ব্যবধানে দুইটি বিন্দুতে 15 kg এবং 9 kg ওজনের দুইটি সমান্তরাল বল কার্যরত আছে। এদের লব্ধি ও তার প্রয়োগ বিন্দু নির্ণয় কর, যখন বল দুইটি বিসদৃশ।

Sol: এখানে, AB = 32 cm
লব্ধি = 15 - 9 = 6 kg
 $\therefore \frac{15}{BC} = \frac{9}{AC} = \frac{6}{32}$

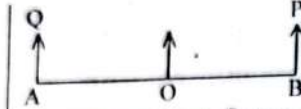


$\therefore BC = 80 \text{ cm}$ এবং $AC = 48 \text{ cm}$ অর্থাৎ ক্ষুদ্রতম ওজন হতে 80 cm ও বৃহত্তম ওজন হতে 48 cm বাহিরে। **Ans.**

Type-09: লব্ধির অবস্থান সংক্রান্ত

➤ দুটি সদৃশ সমান্তরাল বলের অবস্থান পরিবর্তন করলেও যদি লব্ধির অবস্থান একই থাকে তাহলে বলদ্বয় পরস্পর সমান।

* $P \times AO = Q \times OB$
** $Q \cdot AO = P \cdot OB$
 $\therefore P = Q$



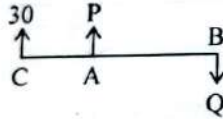
➤ দুটি সদৃশ বা বিসদৃশ সমান্তরাল বলের ক্ষেত্রে লব্ধি বৃহত্তম বলের কাছাকাছি থাকে।

Prob 01 15 ও Q বলের লব্ধি একই বিন্দুতে থাকবে যখন Q ও 15 একক বলদ্বয় তাদের অবস্থান বিনিময় করে। Q এর মান কত?

Sol: $Q = 15$ [$\because P = Q$]

Prob 02 12 cm ব্যবধানে ক্রিয়াশীল দুইটি বিপরীতমুখী সমান্তরাল বলের লব্ধি 30kg ওজনের সমতুল্য, যা বৃহত্তম বল থেকে 6 cm দূরে ক্রিয়া করে। বল দুটি নির্ণয় কর।

Sol: এখানে, AB = 12 cm; AC = 6 cm
 $\therefore \frac{P}{BC} = \frac{Q}{AC} = \frac{30}{AB}$
 $\Rightarrow \frac{P}{18} = \frac{Q}{6} = \frac{30}{12}$
 $\therefore P = 45 \text{ kg}, Q = 15 \text{ kg}$ **Ans.**



Type-10: লব্ধির সরণ সংক্রান্ত

(i) P ও Q বিসদৃশ সমান্তরাল বলদ্বয় পরস্পর d দূরত্বে অবস্থিত। প্রত্যেকটি বলের পরিমাণ x একক বৃদ্ধি পেলে,

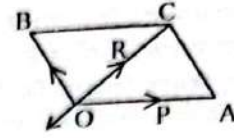
লব্ধির সরণ = $\frac{d \cdot x}{P - Q} = \frac{\text{মোট দূরত্ব} \times \text{ওজন বৃদ্ধি}}{\text{ওজন ছয়ের পার্থক্য}}$

(ii) P ও Q দুইটি সদৃশ সমান্তরাল বল। যদি d নিজের সমান্তরালে x দূরত্বে স্থানান্তরিত হয় তবে P ও Q এর লব্ধির সরণ = $\frac{dx}{P + Q}$

Prob 01 16N ও 11N বিসদৃশ সমান্তরাল বলদ্বয় 5m দূরত্বে অবস্থিত। যদি পরবর্তীতে 18N ও 13N হয়, তাহলে লব্ধির সরণ কত?

Sol: $d = 5 \text{ m}$
বৃদ্ধি, $x = 2 \text{ N}$
 $P = 16 \text{ N}$
 $Q = 11 \text{ N}$
 \therefore লব্ধির সরণ, $x = \frac{5 \times 2}{5} = 2 \text{ m}$ **Ans.**

Type-11: বলের সমান্তরাল অংশক ও বলের ভ্রামক



$\frac{Q \text{ এবং } R \text{ এর কার্যবিন্দুর দূরত্ব}}{R} = \frac{P \text{ এবং } R \text{ এর কার্যবিন্দুর দূরত্ব}}{P}$
 $= \frac{P \text{ এবং } Q \text{ এর কার্যবিন্দুর দূরত্ব}}{P}$

➤ A বলের ক্রিয়া রেখার বহিঃস্থ কোন বিন্দু O হতে ঐ বলের ক্রিয়া রেখার উপর লম্বের দৈর্ঘ্য ON হলে, O বিন্দু সাপেক্ষে A বলের মোমেন্ট = $F \times ON$.
➤ ভ্রামক = বল \times দূরত্ব $\times \sin \theta$
যেখানে, $\theta =$ দস্ত ও দস্তের উপর প্রযুক্ত বলের ক্রিয়ারেখার মধ্যবর্তী কোণ।

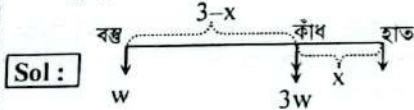
Prob 01 15 পাউন্ড ওজনের একটি বল 20 ইঞ্চি দীর্ঘ একটি দস্তের প্রান্তে প্রয়োগ করা হলো অপর প্রান্ত বিন্দুর চতুর্দিকে বলটির ভ্রামক কত? যখন ইহার ক্রিয়ারেখা দস্তের উপর লম্ব।

Sol: ভ্রামক = বল \times দূরত্ব $\times \sin \theta = 15 \times 20 \times \sin 90^\circ$
 $= 15 \times \frac{20}{12} \times \sin 90^\circ = 25$ [$\because 12 \text{ ইঞ্চি} = 1 \text{ ফুট}$] **Ans.**

Type-12: বিবিধ

➤ একজন লোক একটি লাঠিকে তার কাঁধের উপর আনুভূমিকভাবে নিয়ে এর এক প্রান্তে একটি w ওজনের বস্ত্র বহন করলে এবং তার কাঁধ হতে বস্ত্র ও হাতের দূরত্ব যথাক্রমে a ও b হলে, কাঁধের উপর চাপের পরিমাণ = $\frac{w(a+b)}{b}$

Prob 01 একজন লোক তার কাঁধে অনুভূমিকভাবে স্থাপিত 3m দীর্ঘ একটি লাঠির একপ্রান্ত হাতে রেখে অপর প্রান্তে w ওজনের বস্ত্র বহন করছে কাঁধের উপর চাপের পরিমাণ বস্ত্রটির ওজনের তিনগুণ হলে কাঁধ হতে বস্ত্র দূরত্ব কত?



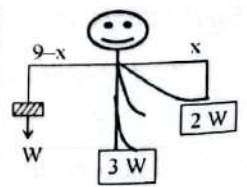
ধরি, কাঁধ হতে হাতের দূরত্ব, $b = x \text{ m}$
 \therefore কাঁধ হতে বস্ত্র দূরত্ব, $a = (3 - x) \text{ m}$
 \therefore কাঁধের উপর প্রযুক্ত বল = $\frac{w(a+b)}{b}$

$\Rightarrow 3w = \frac{w(3 - x + x)}{x} \Rightarrow x = 1$

$\therefore a = 3 - 1 = 2 \text{ m}$ \therefore কাঁধ হতে বস্ত্র দূরত্ব 2 মিটার। **Ans.**

Prob 02 একজন লোক তার কাঁধে অনুভূমিকভাবে স্থাপিত 9 ফুট দীর্ঘ একটি লাঠির প্রান্তে হাতে রেখে অপর প্রান্তে W ওজনের একটি বস্ত্র বহন করছেন। কাঁধের উপর চাপের পরিমাণ বস্ত্রটির ওজনের তিনগুণ হলে কাঁধ থেকে হাতের দূরত্ব-

Sol: ধরি, কাঁধ হতে হাতের দূরত্ব, $b = x \text{ feet}$
 \therefore কাঁধ হতে বস্ত্র দূরত্ব, $a = (9 - x) \text{ feet}$
 \therefore কাঁধের উপর প্রযুক্ত বল = $\frac{w(a+b)}{b}$
 $\Rightarrow 3w = \frac{w(9 - x + x)}{x} \Rightarrow x = 3 \text{ feet}$
 \therefore কাঁধ হতে হাতের দূরত্ব 3 feet **Ans.**



Joykoly Technic

01. কাঁধ হতে হাতের দূরত্ব = l/n . (l = প্রদত্ত দৈর্ঘ্য, n = যত গুণ দেওয়া থাকে)
02. স্রোতের গতিবেগ $V = \frac{d}{t_1 t_2} \sqrt{t_2^2 - t_1^2}$, (d = প্রশস্ত) অথবা, একটি সময় দেয়া থাকলে এবং অপর সময়টি যদি এর n গুণ হয় তাহলে স্রোতের গতিবেগ $V = \frac{d}{tn} \sqrt{n^2 - 1}$, (d = প্রশস্ত, t = সময়, n = যত গুণ সময় লাগে)
03. ট্রেন v বেগে চলছে, t সময়ে থামানো হলে অতিক্রান্ত দূরত্ব $S = vt/2$

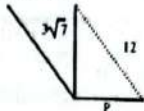
ঢাকা বিশ্ববিদ্যালয়ের ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. 8N এবং 3N দুইটি বল একটি বিন্দুতে 60° কোণে একটি বস্তুতে ক্রিয়ারত। বলদ্বয়ের লব্ধির মান- [15-16; JnU 09-10]
A. $\sqrt{73}N$ B. $\sqrt{97}N$ C. $\sqrt{55}N$ D. 11N
[Ans B Solve] বলদ্বয়ের লব্ধি
 $= \sqrt{8^2 + 3^2 + 2 \cdot 8 \cdot 3 \cdot \cos 60^\circ} = \sqrt{64 + 9 + 2 \cdot 8 \cdot 3 \cdot \frac{1}{2}}$
 $= \sqrt{64 + 9 + 24} = \sqrt{97}N$
02. 3p এবং 2p মানের বল দুইটির লব্ধির মান R. যদি প্রথম বলের পরিমাণ দ্বিগুণ করা হয়, তবে লব্ধির মানও দ্বিগুণ হয়। বলদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণ হবে- [14-15]
A. 60° B. 90° C. 120° D. 150°
[Ans C Solve] 1ম ক্ষেত্রে, $R^2 = 9P^2 + 16P^2 + 12P^2 \cos \alpha = 25P^2 + 12P^2 \cos \alpha$
2য় ক্ষেত্রে, $4R^2 = 36P^2 + 16P^2 + 24P^2 \cos \alpha = 52P^2 + 24P^2 \cos \alpha$
 $\Rightarrow \frac{R^2}{4R^2} = \frac{25P^2 + 12P^2 \cos \alpha}{52P^2 + 24P^2 \cos \alpha} \Rightarrow \frac{1}{4} = \frac{25 + 12 \cos \alpha}{52 + 24 \cos \alpha}$
 $\Rightarrow 100 + 48 \cos \alpha = 52 + 24 \cos \alpha \Rightarrow 24 \cos \alpha = -48$
 $\Rightarrow \cos \alpha = -\frac{1}{2} = \cos 120^\circ \Rightarrow \alpha = 120^\circ$

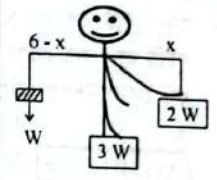
03. কোনো বিন্দুতে P এবং 2P মানের দুইটি বল ক্রিয়াশীল। প্রথম বলটিকে দ্বিগুণ করে দ্বিতীয়টির মান 8 একক বৃদ্ধি করা হলে তাদের লব্ধির দিক অপরিবর্তিত থাকে। P এর মান- [13-14; KU 09-101; IU 04-05; RUET 12-13]
A. 1 B. 2 C. 4 D. 8
[Ans C Solve] **Shortcut:** $\frac{P}{2P} = \frac{2P}{2P+8} \Rightarrow 4P - 2P = 8 \therefore P = 4$
04. $\sqrt{3}$ এককের দুইটি সমান বল 120° কোণে এক বিন্দুতে কাজ করে। তাদের লব্ধির মান - [11-12]
A. $\sqrt{3}$ units B. $4\sqrt{3}$ units C. 3 units D. $2\sqrt{3}$ units
[Ans A Solve] দুটি সমান বল 120° কোণে ক্রিয়া করলে তার লব্ধি ঐ দুটি বলের সমান হয়। \therefore লব্ধি $\sqrt{3}$ হবে।
অথবা, $R = \sqrt{(\sqrt{3})^2 + (\sqrt{3})^2 + 2\sqrt{3} \cdot \sqrt{3} \cos 120} = \sqrt{3}$ units

05. 3P এবং 2P বলদ্বয়ের লব্ধি R। প্রথম বল দ্বিগুণ করলে লব্ধির পরিমাণও দ্বিগুণ হয়। বলদ্বয়ের অন্তর্গত কোণ- [09-10]
A. 130° B. 120° C. 110° D. 100°
[Ans B Solve] প্রথম বল দ্বিগুণ করলে লব্ধির পরিমাণও দ্বিগুণ হয় তাহলে বলদ্বয়ের অন্তর্ভুক্ত কোণ, $\alpha = 120^\circ$

06. কোন বিন্দুতে 60° কোণে ক্রিয়ারত দুইটি সমান বলকে একই বিন্দুতে ক্রিয়ারত 9N বলের সাহায্যে ভারসাম্যে রাখলে সমান বলদ্বয়ের প্রতিটির মান- [08-09]
A. $3\sqrt{3}N$ B. 3N C. $\sqrt{3}$ D. 9N
[Ans A Solve] ধরি বলদ্বয় p, p
 $\therefore 9^2 = p^2 + p^2 + 2p \cdot p \cos 60^\circ \Rightarrow p = 3\sqrt{3}$
সুতরাং বলদ্বয় $3\sqrt{3}$, $3\sqrt{3}$

07. একটি বিন্দুতে ক্রিয়াশীল P নিউটন এবং 12N মানের দুইটি বলের লব্ধি $3\sqrt{7}N$, যার ক্রিয়ারেখা P-এর দিকে 90° কোণ উৎপন্ন করে। P এর মান- [08-09]
A. 11N B. 9N C. 12N D. $2\sqrt{7}N$
[Ans B Solve] 
 $\therefore P^2 + (3\sqrt{7})^2 = 12^2 \Rightarrow P = 9$

08. একজন লোক তার কাঁধে অনুভূমিকভাবে স্থাপিত 6 ফুট দীর্ঘ একটি লাঠির প্রান্তে হাত রেখে অপর প্রান্তে W ওজনের একটি বস্তু বহন করছেন। কাঁধের উপর চাপের পরিমাণ বস্তুটির ওজনের তিনগুণ হলে কাঁধ থেকে হাতের দূরত্ব- [07-08; JnU 07-08]
A. 3 feet B. 4 feet C. 2 feet D. 1 feet
[Ans C Solve] ধরি, কাঁধ হতে হাতের দূরত্ব, $b = x$ feet
 \therefore কাঁধ হতে বস্তুর দূরত্ব, $a = (6 - x)$ feet
 \therefore কাঁধের উপর প্রযুক্ত বল = $\frac{w(a+b)}{b}$
 $\Rightarrow 3w = \frac{w(6-x+x)}{x} \Rightarrow x = 2$ feet Ans



Shortcut: কাঁধ হতে হাতের দূরত্ব = $l/n = 6/3 = 2$ ft

09. \vec{F}_1 এবং \vec{F}_2 বল দুইটির লব্ধি \vec{F}_3 যেখানে $\vec{F}_1 = 2\hat{i} - 3\hat{j}$, $\vec{F}_3 = 5\hat{i} + 4\hat{j}$ হলে $\vec{F}_2 = ?$ [06-07]
A. $-3\hat{i} - 7\hat{j}$ B. $7\hat{i} + \hat{j}$ C. $7\hat{i} + 7\hat{j}$ D. $3\hat{i} + 7\hat{j}$
[Ans D Solve] $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{F}_3 \Rightarrow \vec{F}_2 = \vec{F}_3 - \vec{F}_1 = 3\hat{i} + 7\hat{j}$
10. কোন বিন্দুতে দুইটি বল 120° কোণে ক্রিয়াশীল। বৃহত্তম বলটির মান 10N এবং তাদের লব্ধি ক্ষুদ্রতম বলের সাথে সমকোণ উৎপন্ন করলে ক্ষুদ্রতম বলের মান- [06-07, 03-04; IU F 12-13]
A. 4N B. 5N C. 6N D. 8N
[Ans B Solve] ধরি, ক্ষুদ্রতম বল P, বলের দিক বরাবর 10N ও P এর লম্বাংশের যোগফল = একই দিকে লব্ধির উপাংশ।
 $P + 10 \cos 120^\circ = R \cos 90^\circ \Rightarrow P - 5 = 0 \therefore P = 5N$

Shortcut: $\cos \alpha = -\frac{\text{ক্ষুদ্রতম বল}}{\text{বৃহত্তম বল}} = -\frac{Q}{10} \Rightarrow Q = -10 \cos 120^\circ = 5$

11. একই বিন্দুতে পরিবর্তনশীল কোণে প্রযুক্ত দুইটি বলের লব্ধির বৃহত্তম মান 17N; বল দুইটি লম্বভাবে ক্রিয়াশীল হলে লব্ধির মান হয় 13N। বল দুইটির লব্ধির ক্ষুদ্রতম মান- [04-05]
A. 6N B. 7N C. 5N D. 8N
[Ans C Solve] বৃহত্তম লব্ধি $P + Q = 17$ (i)
 \therefore বল দুইটি লম্বভাবে ক্রিয়াশীল
 \therefore তাদের অন্তর্গত কোণ 90° হলে লব্ধি 13 হয়।
 $13^2 = P^2 + Q^2 + 2PQ \cos 90^\circ$
 $\Rightarrow 13^2 = P^2 + (17-P)^2 \Rightarrow 2P^2 - 34P + 120 = 0 \Rightarrow P = 5, 12$
 $\therefore Q = 5, 12$. $Q \neq 12$ সুতরাং $Q = 5$

Ans C Solve ধরি, সমমানের বল p এবং লক্কি R ।

$$\text{প্রথমতঃ } R^2 = 3p \cdot p \text{ আমরা জানি, } 3p^2 = p^2 + p^2 + 2 \cdot p \cdot p \cos \alpha \\ = p^2 + p^2 + 2p^2 \cos \alpha$$

$$\Rightarrow 2p^2 \cos \alpha = p^2 \Rightarrow \cos \alpha = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = 60^\circ$$

18. যদি A বিন্দুতে একটি কণা পাশের চিত্রানুযায়ী কার্যরত T, S, P ও W পরিমাণের বল দ্বারা স্থিতিবস্থায় থাকে তবে T কত? [98-99]

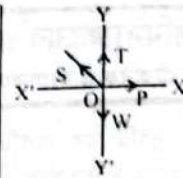
A. $W - P$ B. $P - W$ C. $p + \sqrt{2}w$ D. $\frac{2p}{w}$

Ans A Solve আনুভূমিক দিকে বলগুলোর বিশ্লেষণ করে পাই

$$P + S \cos(45^\circ + 90^\circ) = 0$$

$$\Rightarrow P - S \sin 45^\circ = 0$$

$$\Rightarrow P - \frac{S}{\sqrt{2}} = 0 \Rightarrow P = \frac{S}{\sqrt{2}}$$



আবার, উল্লম্ব দিকে বলগুলোর বিশ্লেষণ করে পাই

$$T - W + S \cos 45^\circ = 0 \Rightarrow T - W + \frac{S}{\sqrt{2}} = 0$$

$$\therefore T = W - \frac{S}{\sqrt{2}} = W - P$$

19. একটি কণার উপর 2 মি./সে., 3 মি./সে. এবং 5 মি./সে. মানের তিনটি বেগ এমন তিনটি দিকে আরোপ করা হলো যেন কণাটি স্থিতিশীল থাকে। ক্ষুদ্রতর মানের বেগ দুটির মধ্যবর্তী কোণের পরিমাপ কত? [97-98, 96-97]

A. 30° B. 180° C. 0 D. 90°

Ans C Solve মধ্যবর্তী কোণ α হলে, $5^2 = 2^2 + 3^2 + 2 \cdot 2 \cdot 3 \cos \alpha$

$$\Rightarrow 25 = 4 + 9 + 12 \cos \alpha \Rightarrow 12 \cos \alpha = 12$$

$$\Rightarrow \cos \alpha = 1 = \cos 0^\circ \therefore \alpha = 0^\circ$$

Shortcut: এখানে, $2 + 3 = 5 \Rightarrow R_{\max} = 5 \therefore \alpha = 0^\circ$

জগন্নাথ বিশ্ববিদ্যালয়ের ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $\sqrt{3}$ এককের দুইটি সমান বল। 120° কোণে এক বিন্দুতে কাজ করে। এদের লক্কির (Resultant) মান কত? [13-14]

A. $4\sqrt{3}$ একক B. 3 একক C. $2\sqrt{3}$ একক D. $\sqrt{3}$ একক

Ans D Solve দুটি বল সমান এবং পরস্পর 120° কোণে ক্রিয়া করলে

তাদের লক্কি বল দুটির সমান। অর্থাৎ $P = Q = R$ ।

02. লামীর উপপাদ্য কোনটি? [10-11]

A. $\frac{P}{\sin \alpha} = \frac{Q}{\sin \beta} = \frac{R}{\sin \gamma}$ B. $P^2 + Q^2 = R^2$

C. $S = ut + \frac{1}{2} ft^2$ D. $\sin^2 \alpha + \sin^2 \beta = \sin^2 \gamma$ **Ans. A**

03. একটি কণার উপর সেকেন্ডে 2, 3 এবং 5 মিটার/সে. মানের তিনটি বেগ বিভিন্ন দিক হতে কার্যকর থাকলেও কণাটি স্থিতিশীল রয়েছে। ক্ষুদ্রতর দুইটি বেগের মধ্যবর্তী কোণের পরিমাপ- [08-09]

A. 30° B. 180° C. 0° D. 90°

Ans C Solve Same As চা: বি: [96-97, 97-98]

04. কোন বিন্দুতে ক্রিয়ারত দুইটি বলের একটির মান অপরটির দ্বিগুণ হলে এবং তাদের লক্কি ক্ষুদ্রতরটির উপর লম্ব হলে বলদ্বয়ের অন্তর্ভুক্ত কোণ- [08-09; DU 07-08]

A. 210° B. 120° C. 90° D. 60°

Ans B Solve $P = 2Q, R \perp Q, \alpha = 120^\circ$

12. ABC একটি সমবাহু ত্রিভুজ এবং 3P, 7P ও 5P মানের তিনটি বলের দিক যথাক্রমে AB, BC ও CA এর দিকে। বল তিনটির লক্কির মান কত? [00-01]

A. $3\sqrt{2}p$ B. $3\sqrt{3}p$ C. $2\sqrt{3}p$ D. $2\sqrt{2}p$

Ans C Solve ধরি, লক্কি R, যা AX এর সাথে θ কোণ উৎপন্ন করে।

$$\therefore R \cos \theta = 3P \cos 0^\circ + 7P \cos 120^\circ + 5P \cos 240^\circ$$

$$\Rightarrow R \cos \theta = 3P - \frac{7P}{2} - \frac{5P}{2} \\ = \frac{6P - 7P - 5P}{2} = \frac{-6P}{2}$$

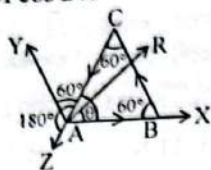
$$\Rightarrow R \cos \theta = -3P \dots \dots (i)$$

$$\text{এবং } R \sin \theta = 3P \sin 0^\circ + 7P \sin 120^\circ + 5P \sin 240^\circ$$

$$= R \sin \theta = \frac{7\sqrt{3}P}{2} - \frac{5\sqrt{3}P}{2} = \frac{2\sqrt{3}P}{2} \Rightarrow R \sin \theta = \sqrt{3}P \dots \dots (ii)$$

$$(i)^2 + (ii)^2 \text{ হতে, } R^2(\cos^2 \theta + \sin^2 \theta) = 9P^2 + 3P^2 = 12P^2$$

$$\Rightarrow R^2 = 12P^2 \therefore R = 2\sqrt{3}P$$



Shortcut: 3P, 5P ও 7P বলদ্বয় সমান্তর দ্বারা গঠন করে যার সাধারণ অন্তর 2P

$$\therefore \text{বলদ্বয়ের লক্কি} = \sqrt{\text{বাহুসংখ্যা} \times \text{বলের পার্শ্বক্য}} = \sqrt{3} \times 2P = 2\sqrt{3}P$$

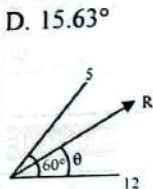
13. যদি দুইটি বল 12 N ও 5 N একটি কণার উপরে ক্রিয়া করে এবং বল দুইটি দ্বারা সৃষ্ট কোণ 60° হয়, তবে বল দুইটির লক্কি প্রথম বলের সাথে কত কোণ উৎপন্ন করবে? [00-01]

A. 15.5° B. 16.63° C. 16.3° D. 15.63°

Ans B Solve আমরা জানি,

$$\tan \theta = \frac{Q \sin \alpha}{P + Q \cos \alpha} \therefore \tan \theta = \frac{5 \sin 60^\circ}{12 + 5 \cos 60^\circ} = \frac{5\sqrt{3}}{29}$$

$$\therefore \theta = \tan^{-1} \left(\frac{5\sqrt{3}}{29} \right) = 16.63^\circ$$



14. 4N এবং 6N মানের দুইটি বল পরস্পর লম্ব দিকে ক্রিয়া করে। তাদের লক্কির মান R হলে R = ? [97-98; IU 00-01]

A. 10N B. $2\sqrt{13}N$ C. $4\sqrt{21}N$ D. 100N

Ans B Solve আমরা জানি,

$$R = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{4^2 + 6^2} = \sqrt{16 + 36} = \sqrt{52} = 2\sqrt{13}N$$

15. 3p এবং 5p মানের দুইটি বল পরস্পর লম্বভাবে ক্রিয়া করে। তাদের লক্কির মান কত? [01-02, 95-96, 99-00; JnU 11-12, 07-08, 06-07]

A. $\sqrt{43}P$ B. 9P C. $2\sqrt{2}P$ D. $\sqrt{34}P$

Ans D Solve দুইটি বল পরস্পর লম্বভাবে ক্রিয়া করলে লক্কি

$$R = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{(5p)^2 + (3p)^2} = \sqrt{9p^2 + 25p^2} = \sqrt{34}p$$

16. নিম্নের কোন বলদ্বয় ত্রিভুজের বাহু দ্বারা দিকে, মানে ও একই ক্রমে প্রকাশ করলে স্থিতিবস্থায় থাকবে? [99-00; 96-97]

A. 1N, 2N, 4N B. 3N, 4N, 5N
C. 10N, 20N, 50N D. 5N, 20N, 50N

Ans B Solve A. এ 1 ও 2 বলের লক্কি মান (যেকোন কোণের জন্য)

কখনই 4 এর সমান হয় না। অনুরূপ C ও D নং উত্তরের জন্যও প্রযোজ্য।

তাই উত্তর B হবে। কারণ B-তে 3 ও 4 বলের লক্কি 5 হতে পারে। ফলে উহারা তিনজন সাম্যাবস্থায় আসতে পারে।

17. সমমানের দুটি বলের লক্কির বর্গ বলদ্বয়ের গুণফলের তিনগুণ হলে এদের মধ্যবর্তী কোণ কত? [99-00, 01-02; BUET 10-11; CUET 10-11]

A. 0° B. 45°
C. 60° D. 90°

05. কোন বিন্দুতে দুইটি বল 120° কোণে ক্রিয়াশীল। বৃহত্তর উপাংশ $20N$ এবং তাদের লব্ধি ক্ষুদ্রতর উপাংশের সাথে সমকোণ উৎপন্ন করে। ক্ষুদ্রতর উপাংশ কত? [07-08]
 A. $5N$ B. $10N$ C. $20N$ D. $15N$
Ans B Solve $Q \cos 0^\circ + 20 \cos 120^\circ = R \cos 90^\circ$
 $\Rightarrow Q + 20 \left(-\frac{1}{2}\right) = 0 \therefore Q = 10N$

06. কোন বিন্দু বা রেখার চতুর্দিকে কোন বলের মোমেন্ট সমান? [11-12]
 A. ভর \times লম্ব দূরত্ব B. ভর \times বল
 C. বল \times লম্ব দূরত্ব D. বল \times ত্বরণ
Ans C Solve বলের মোমেন্ট = বল \times লম্বদূরত্ব।
 07. কোন কণার উপর একই দিকে ক্রিয়াশীল দুইটি বেগের লব্ধি তাদের- [11-12]
 A. যোগফলের সমান B. বিয়োগফলের সমান
 C. গুণফলের সমান D. বিয়োগফলের দ্বিগুণ **Ans. A**

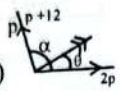
জাহাঙ্গীরনগর বিশ্ববিদ্যালয়ের ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
 [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

রাজশাহী বিশ্ববিদ্যালয়ের ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
 [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. কোনো একটি বিন্দুতে $2P$ এবং P মানের দুটি বল ক্রিয়ায়। প্রথমটিকে তিনগুণ এবং দ্বিতীয়টিকে 12 একক বৃদ্ধি করলে লব্ধির দিক অপরিবর্তিত থাকে। P এর মান কত? [15-16]
 A. 6 একক B. 12 একক
 C. 18 একক D. 3 একক

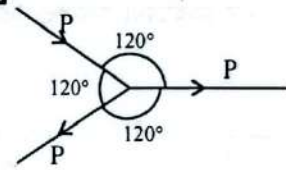
01. $3P$ এবং $2P$ বলদ্বয়ের লব্ধি R । প্রথম বল দ্বিগুণ করলে লব্ধির পরিমাণও দ্বিগুণ হয়। বলদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণ কত হবে? [15-16]
 A. 120° B. 90° C. 60° D. 30°
Ans A Solve প্রথমে দ্বিগুণ কথা থাকলে, কোন = 120° হবে।
 02. কোন তিনটি বল একটি বিন্দুতে ক্রিয়া করলে সাম্যাবস্থা সৃষ্টি করতে পারে? [15-16]
 A. $3N, 4N, 5N$ B. $6N, 8N, 12N$
 C. $3N, 4N, 6N$ D. A & B
Ans A Solve $3N, 4N, 5N$ সাম্যাবস্থা সৃষ্টি করবে।

Ans A Solve 1ম ক্ষেত্রে $\tan \theta = \frac{p \sin \alpha}{2p + p \cos \alpha}$ ---(i)
 2য় ক্ষেত্রে, $\tan \theta = \frac{(p+2)\sin \alpha}{6p + (p+2)\cos \alpha}$ ---- (ii)
 (i) ও (ii) হতে পাই,
 $\frac{p \sin \alpha}{2p + p \cos \alpha} = \frac{(p+2)\sin \alpha}{6p + (p+2)\cos \alpha}$
 $\Rightarrow 6p + (p+2)\cos \alpha = 2p + 24 + (p+2)\cos \alpha$
 $\Rightarrow 4p = 24 \Rightarrow p = 6$ একক।



02. একটি ধ্রুবক বল 40 কেজি ভরের একটি বস্তুর উপর স্থিরাবস্থা হতে 6 সেকেন্ড ক্রিয়া করে 18 ms^{-1} বেগের সৃষ্টি করে। বলের পরিমাণ কত? [14-15]
 A. $120N$ B. $110N$ C. $210N$ D. $100N$
Ans A Solve $v = u + ft$
 $u = 0, v = 18 \text{ ms}^{-1}, t = 6 \Rightarrow f = \frac{v}{t} = \frac{18}{6} = 3$
 বলের পরিমাণ, $p = 40 \times 3 = 120N$

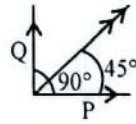
03. কোন বিন্দুতে ক্রিয়ায় তিনটি সমান বল সাম্যাবস্থা সৃষ্টি করলে এদের মধ্যবর্তী কোণ কত? [15-16]
 A. 120° B. 45° C. 90° D. 75°
Ans A Solve



সম্যবস্থা কোণ = 120°

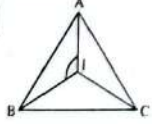
03. The resultant of two equal forces P is P , then the angle between them is- [13-14]
 A. 120° B. 90° C. 180° D. 60°
Ans A Solve $p^2 = p^2 + p^2 + 2p^2 \cos \theta \Rightarrow \theta = 120^\circ$

04. একই বিন্দুতে পরস্পর α কোণে ক্রিয়ায় P ও Q বল দুইটির লব্ধি R . $\alpha = 90^\circ$ ও $Q = P$ হলে R P বলের সাথে কত ডিগ্রী কোণ উৎপন্ন করে? [15-16]
 A. 45° B. 30° C. 60° D. 120°
Ans A Solve



$P = Q$ এবং মধ্যবর্তী কোণ = 90°
 $\therefore R$ ও P এর মধ্যবর্তী কোণ = 45°

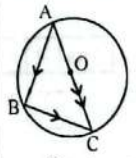
04. ABC ত্রিভুজের অন্তঃকেন্দ্র I বিন্দুতে IA, IB, IC বরাবর P, Q, R বল তিনটি ক্রিয়ায় আছে। তারা ভারসাম্য সৃষ্টি করলে কোণ AIB সমান কত? [11-12]
 A. $90^\circ + B/2$ B. $90^\circ - B/2$ C. $90^\circ - C/2$ D. $90^\circ + C/2$
Ans D Solve



$$\angle AIB = 180^\circ - \left(\frac{1}{2}A + \frac{1}{2}B\right) = 180^\circ - \frac{1}{2}(A+B)$$

$$= 180^\circ - \frac{1}{2}(180^\circ - C) = 90^\circ + \frac{1}{2}C$$

05. ABC ত্রিভুজের AB, BC বাহুদ্বারা দুইটি বলের মান, দিক ও ভাব সূচীত হল। তাদের লব্ধি ত্রিভুজটির পরিকেন্দ্রগামী হলে, ত্রিভুজটি কেমন হবে? [14-15]
 A. সমবাহু B. সমদ্বিবাহু C. বিষমবাহু D. কোনটিই নয়
Ans D Solve $\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC}$
 $\therefore \vec{AC}$, পরিকেন্দ্র O গামী $\therefore \angle ABC = 90^\circ$
 $\therefore \Delta ABC$ সমকোণী \therefore উত্তর হবে কোনটিই নয়।



05. একগুচ্ছ বলের ক্রিয়ায় একই সমতলে অবস্থান করলে ঐ বলগুচ্ছকে কি বলে? [11-12]
 A. সমতলীয় বলজোট B. সমমুখী বলজোট
 C. বিপরীতমুখী বলজোট D. কোনটিই নয় **Ans. A**

06. $4N$ এর একটি বল 2 kg ভরের একটি স্থির বস্তুর উপর ক্রিয়া করলে ত্বরণ- [14-15]
 A. 4 m/s^2 B. 8 m/s^2 C. 2 m/s^2 D. 1 m/s^2
Ans C Solve $f = \frac{F}{m} = \frac{4}{2} = 2 \text{ ms}^{-2}$

07. পরস্পর a কোণে ক্রিয়াশীল দু'টি বল P ও Q এর দিকে- [14-15]

- A. $\tan^{-1} \frac{P}{Q}$ B. $\sqrt{P^2 + Q^2 + 2PQ \cos a}$
 C. $\tan^{-1} \frac{P \sin a}{P + Q \cos a}$ D. $\tan^{-1} \frac{Q \sin a}{P + Q \cos a}$

Ans D Solve $\theta = \tan^{-1} \frac{Q \sin a}{P + Q \cos a}$ স্থানানুযায়ী

08. $1.1\sqrt{2}$ মানের তিনটি বল A, B, C একটি বস্তুকে সাম্যাবস্থায় রাখে। B ও C এর অন্তর্ভুক্ত কোণ কত? [14-15; 12-13]

- A. 90° B. 60° C. 45° D. 0°

Ans Blank Solve $1^2 = 1^2 + (\sqrt{2})^2 + 2.1\sqrt{2} \cos \alpha$

$2\sqrt{2} \cos \alpha = -2$

$\cos \alpha = -\frac{1}{\sqrt{2}} = -\cos 45^\circ$

$\cos \alpha = \cos 180^\circ - 45^\circ = \cos 135^\circ$

$\therefore \alpha = 135^\circ$



09. কোন বিন্দুতে P এবং 2P মানের দুইটি বল ক্রিয়াশীল। প্রথমটিকে দ্বিগুণ করে দ্বিতীয়টির মান 8 একক বৃদ্ধি করলে লব্ধির দিক অপরিবর্তিত থাকে। P এর মান কত একক? [14-15]

- A. 16 B. 2 C. 8 D. 4

Ans D Solve $\frac{P}{2P} = \frac{2P}{2P+8} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{2P}{2P+8}$

$\Rightarrow 2P+8 = 4P \Rightarrow 4P = 8 \Rightarrow P = 4$

10. P, Q, R বল তিনটি যথাক্রমে ABC ত্রিভুজের BC, CA, AB বাহু বরাবর ক্রিয়া করে। তাদের লব্ধির ক্রিয়ারেখা পরিকেন্দ্র দিয়ে গেলে কোন শর্তটি সঠিক হবে? [13-14]

- A. $P + Q + R = 0$
 B. $\frac{P}{\sin A} + \frac{Q}{\sin B} + \frac{R}{\sin C}$
 C. $P \cos A + Q \cos B + R \cos C = 0$
 D. $\frac{P}{\cos A} + \frac{Q}{\cos B} + \frac{R}{\cos C} = 0$

Ans. C

11. কোন নির্দিষ্ট বেগের মান 100 মি./সে.; তার সাথে 60° কোণের অংশক কত? [13-14]

- A. 200 B. $\frac{200}{\sqrt{3}-1}$ C. 0 D. $\frac{200}{\sqrt{3}+1}$

Ans Blank Solve 60° কোণের অংশক = $100 \cos 60^\circ = 100 \cdot \frac{1}{2} = 50$

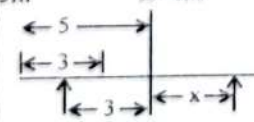
12. W ওজনের 10 মিটার দীর্ঘ একটি ভারী সুমম বারকে ভূমিতলের সমান্তরাল একই সরলরেখায় দুটি পেরেকের উপর এমনভাবে রাখা হয়েছে যে, এর এক প্রান্ত একটি পেরেক হতে দুই মিটার বাইরে আছে। পেরেক দুটির দূরত্ব কত হলে তাদের একটির উপর চাপ অপরাটির উপর চাপের তিন গুণ হবে? [12-13]

- A. 1m B. 2m C. 3m D. 4m

Ans D Solve

$3p = x \times 3p \Rightarrow x = 1$

\therefore মধ্যবর্তী দূরত্ব = $3 + 1 = 4m$



13. 5N, 7N এবং 8N বলত্রয় একটি বস্তুর উপর ক্রিয়া করে ভারসাম্য সৃষ্টি করলে 8N এবং 5N বলদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণ- [12-13; BUET 05-06]

- A. 30° B. 60° C. 90° D. 120°

Ans D Solve $7^2 = 8^2 + 5^2 + 2 \times 8 \times 5 \cos \theta$
 $\Rightarrow 80 \cos \theta = -40 \Rightarrow \theta = 120^\circ$

14. কোন বিন্দুতে ক্রিয়ারত দুইটি বলের লব্ধি 17 N এবং তাদের অন্তর্গত কোণ এক সমকোণ হলে লব্ধি 13 N হয়। বলদ্বয় কত হবে? [11-12]

- A. 11N ও 6N B. 10N ও 7N
 C. 12N ও 5N D. 9N ও 8N

Ans C Solve বল দুটি মধ্যবর্তী কোণ সমকোণ হলে, লব্ধি $R = \sqrt{P^2 + Q^2}$
 এখন $R = 13N$ এখন option এ যাদের বর্গ করে যোগ করে বর্গমূল করলে 13 পাওয়া

যাবে সেটাই Ans. হবে। $\therefore \sqrt{12^2 + 5^2} = \sqrt{144 + 25} = \sqrt{169} = 13$

15. একটি বিন্দুতে ক্রিয়ারত তিনটি বল যদি সাম্যাবস্থায় থাকে তবে প্রতিটি বল অপর বল দুইটির অন্তর্গত কোণের sine এর- [11-12]

- A. ব্যস্তানুপাতিক B. সমানুপাতিক
 C. বর্গানুপাতিক D. কোনটিই নয়

Ans. B

16. P এবং Q বল দুটির লব্ধির মান R। Q কে বিতণ করলে যদি নতুন লব্ধি P বলের ক্রিয়া রেখার উপর লম্ব হয়, তাহলে- [11-12]

- A. $R = 0$ B. $P = Q$ C. $R = -Q$ D. $P + Q = 0$

Ans B Solve $\tan 90^\circ = \frac{2Q \sin \alpha}{P + 2Q \cos \alpha} \Rightarrow \frac{1}{0} = \frac{2Q \sin \alpha}{P + 2Q \cos \alpha}$

$\therefore P = -2Q \cos \alpha$

এখন, $R^2 = P^2 + Q^2 + 2PQ \cos \alpha = P^2 + Q^2 - P^2$

$\Rightarrow R^2 = Q^2 \therefore R = \pm Q \therefore R = -Q$

17. P মানের দুটি বলের লব্ধি $P\sqrt{2+\sqrt{2}}$; এদের যেকোন একটি বলের সাথে লব্ধির নতি কত? [10-11]

- A. 60° B. $\frac{45^\circ}{2}$ C. 45° D. 22°

Ans B Solve $P\sqrt{2+\sqrt{2}} = 2P \cos \frac{\alpha}{2}$

$\Rightarrow \sqrt{2+\sqrt{2}} = 2 \cos \frac{\alpha}{2} \Rightarrow 2 + \sqrt{2} = 4 \cos^2 \frac{\alpha}{2}$

$\Rightarrow 1 + \frac{\sqrt{2}}{2} = 2 \cos^2 \frac{\alpha}{2} \Rightarrow \frac{1}{2} = 2 \cos^2 \frac{\alpha}{2} - 1$

$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} = \cos \alpha \Rightarrow \cos \alpha = \cos 45^\circ$

$\therefore \alpha = 45^\circ$

18. $P, \sqrt{3}P, P$ বল তিনটি সাম্যাবস্থায় আছে। প্রথম দুইটি বলের মধ্যবর্তী কোণ কত? [09-10, 12-13]

- A. 90° B. 120° C. 135° D. 150°

Ans D Solve ধরি, প্রথম দুইটি বলের মধ্যবর্তী কোণ α

$\therefore R^2 = P^2 + Q^2 + 2PQ \cos \alpha$

$\therefore \alpha = \cos^{-1} \frac{R^2 - P^2 - Q^2}{2PQ} = \frac{P^2 - P^2 - (\sqrt{3}P)^2}{2.P.\sqrt{3}P} = 150^\circ$ Ans.

19. ঝাড়া উপরের দিকে ক্রিয়ারত 12N বলের একটি অংশ আনুভূমিক দিকে 5N হলে অপরটি কত? [09-10]

- A. 7N B. 11N C. 13N D. 17N

Ans C Solve $R = \sqrt{P^2 + Q^2} \therefore R = 13N$

20. দুইটি সমমানের ভেক্টর একটি বিন্দুতে ক্রিয়াশীল। এদের লব্ধির মান যে কোন একটি ভেক্টরের সমান। ভেক্টরদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণ কত? [09-10; CU 05-06, 02-03]

- A. 90° B. 120° C. 180° D. 360°

Ans B Solve Note-5: দুটি সমান বল P এবং এদের লব্ধি ও P এর সমান হলে বলদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণ 120° .

21. ABC ত্রিভুজের সমতলে অবস্থিত O একটি বিন্দু। BC, CA, AB বাহুর মধ্য বিন্দু যথাক্রমে D, E, F। OD, OF এবং EO দ্বারা সৃষ্টিত বলগুলির লব্ধি বল সৃষ্টিত হবে কোনটি দ্বারা? [09-10]

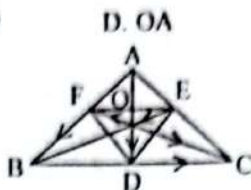
- A. OB B. OC C. OD D. OA

Ans A Solve EF যোগ করি।

$$\vec{EO} + \vec{OF} = \vec{EF} = \frac{1}{2} \vec{CB} = \vec{DB}$$

$$\therefore \vec{OF} + \vec{OD} + \vec{EO} = \vec{DB} + \vec{OD} = \vec{OB}$$

\therefore OB দ্বারা লব্ধি বল সৃষ্টিত হবে।



22. P বলটি মানে, দিকে ও অবস্থানে OAB ত্রিভুজের AB বাহু দ্বারা সৃষ্টিত হলে, O বিন্দুর চারদিকে P বলের ভ্রামকের মান কোনটি? [09-10]

- A. 2AB B. PAB C. ΔOAB D. 2ΔOAB

Ans D Solve O হতে AB এর উপর লম্ব OD

O বিন্দুর চারদিকে P বলের ভ্রামক = P.OD = AB.OD

$$\text{অতএব, } \Delta OAB = \frac{1}{2} AB.OD \Rightarrow AB.OD = 2\Delta OAB$$

\therefore O বিন্দুর চারদিকে P বলের ভ্রামক = 2ΔOAB Ans.



23. P এবং Q একই দিকে ক্রিয়ারত দুটি সমবিন্দু বল হলে উহাদের লব্ধি- [08-09]

- A. $P^2 - Q^2$ B. $\vec{P} + \vec{Q}$ C. $\vec{P} - \vec{Q}$ D. $\sqrt{P^2 + Q^2}$ **Ans. B**

24. কোন কণার উপর একই সময়ে ক্রিয়াশীল দুইটি বেগ 12ms^{-1} ও 5ms^{-1} এবং তাদের অন্তর্গত কোণ 60° হয় তবে লব্ধি দিক নির্ণয় কর। [05-06]

- A. 16° B. 17.63° C. 16.63° D. 15.63° **Ans. C**

চট্টগ্রাম বিশ্ববিদ্যালয়ের সর্ভ পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
[সর্ভ টেকনিক ও ক্যালকুলাসের সাহায্যে সমাধান]

01. P ও Q বল দুটির মধ্যবর্তী কোণ $\theta = 180^\circ$ হলে, লব্ধির মান ও দিক হবে ---। [15-16]

- A. $P - Q, 0^\circ$ B. $\sqrt{P^2 + Q^2}, \tan^{-1}\left(\frac{P}{Q}\right)$ C. $P + Q, 0^\circ$
D. $2P \cos \frac{\theta}{2}, \frac{\theta}{2}$ E. $P + Q, \tan^{-1}\left(\frac{P}{Q}\right)$

Ans A Solve

$$P - Q, 0^\circ$$



02. 2p এবং 3p মানের দুটি বল যদি একটি বিন্দুতে বিপরীতমুখীভাবে ক্রিয়ারত তা হলে উদ্যদের লব্ধি কত? [15-16]

- A. 2p B. 13p C. p
D. $\sqrt{5}p$ E. p^2

Ans C Solve



$$\text{লব্ধি} = 3P - 2P = P$$

03. p মানের একটি বল ইহার দ্বিগুণ মানের অন্য বলের সাথে 60° কোণে ক্রিয়া করলে বল দুটির লব্ধি কত? [15-16]

- A. $7p^2$ B. $\left(5 + \frac{4}{\sqrt{3}}\right)^{1/2} p$ C. $\sqrt{7} p$
D. $(5 + 3\sqrt{2})^{1/2} p$ E. $(5 + 3\sqrt{2})p$

Ans C Solve $R^2 = P^2 + (2P)^2 + 2 \cdot P \cdot 2P \cos 60^\circ$

$$= P^2 + 4P^2 + 2P^2 \cdot 2 \cdot \frac{1}{2} = P^2 + 4P^2 + 2P^2 = 7P^2$$

$$R = \sqrt{7} p$$

04. 1, 1 এবং $\sqrt{2}$ একক মানের তিনটি বল P, Q, R একটি বিন্দুতে সাম্যাবস্থায় রাখলে P ও Q এর মধ্যবর্তী কোণ হবে- [15-16]

- A. 15° B. 60° C. 90°
D. 45° E. 135°

Ans C Solve $(\sqrt{2})^2 = 1^2 + 1^2 + 2 \cdot 1 \cdot 1 \cdot \cos \alpha$

$$\Rightarrow 2 = 2 + 2 \cos \alpha \Rightarrow \cos \alpha = 0 \therefore \alpha = 90^\circ$$

05. If the two forces of magnitude 4p and 5p acting perpendicularly on each other, what be their resultant? [14-15]

- A. $41p^2$ B. $9p^2$ C. $\sqrt{41} p$
D. $3p^2$ E. $-3p^2$

Ans C Solve $R = \sqrt{(5P)^2 + (4P)^2} = P\sqrt{25 + 16} = \sqrt{41} P$

06. If two forces with equal magnitude acting at a point and if the square of their resultant is twice the product of these forces, then what will be the angle between them? [14-15]

- A. $\frac{\pi}{3}$ B. $\frac{\pi}{2}$ C. $\frac{\pi}{4}$
D. $\frac{\pi}{6}$ E. $\frac{2\pi}{3}$

Ans B Solve $R^2 = 2P^2, \theta = ?$

$$R^2 = P^2 + P^2 + 2P^2 \cos \theta$$

$$\Rightarrow 2P^2 = P^2 + P^2 + 2P^2 \cos \theta$$

$$\Rightarrow 2P^2 \cos \theta = 0 \Rightarrow \cos \theta = \cos \frac{\pi}{2} \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{2}$$

07. Lami's theorem for three force \vec{P}, \vec{Q} and \vec{R} in equilibrium at a point [14-15]

- A. $\frac{P}{\sin(P \wedge Q)} = \frac{R}{\sin(R \wedge Q)}$ B. $\frac{P}{\sin(Q \wedge R)} = \frac{Q}{\sin(R \wedge P)}$
C. $\frac{R}{\sin(P \wedge Q)} = \frac{Q}{\sin(P \wedge R)}$ D. None
E. $\frac{P}{\sin(Q \wedge R)} = \frac{Q}{\sin(P \wedge R)} = \frac{R}{\sin(P \wedge Q)}$

Ans E Solve লামির উপপাদ্য

$$\frac{P}{\sin(Q \wedge R)} = \frac{Q}{\sin(P \wedge R)} = \frac{R}{\sin(P \wedge Q)}$$

08. কোন বিন্দুতে ক্রিয়ারত দুইটি সমান বলের লব্ধির বর্গ বলদ্বয়ের গুণফলের তিনগুণের সমান হলে বলদ্বয়ের অন্তর্গত কোণ নির্ণয় কর। [14-15]

- A. 90° B. 30° C. 120° D. 60°

Ans D Solve $3P^2 = P^2 + P^2 + 2 \cdot P^2 \cos \alpha$

$$\Rightarrow \cos \alpha = \frac{1}{2} = \cos 60^\circ \therefore \alpha = 60^\circ$$

09. $2\sqrt{5}$ এবং 3 মানের তিনটি বল কোন একটি বিন্দুতে ক্রিয়ারত। ইহারা পরস্পর ভারসাম্য সৃষ্টি করলে প্রথমোক্ত বলদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণের মান কত? [13-14, 11-12, 03-04, 02-03; KU 10-11]

- A. 30° B. 45° C. 60° D. 90° E. 120°

Ans D Solve $3^2 = 2^2 + (\sqrt{5})^2 + 2 \cdot 2\sqrt{5} \cos \alpha$

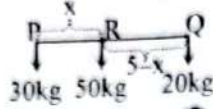
$$\Rightarrow 9 = 4 + 5 + 2 \cdot 2\sqrt{5} \cos \alpha$$

$$\Rightarrow 0 = \cos \alpha \therefore \alpha = 90^\circ$$

10. দুইজন লোক 5 মিটার লম্বা একটি হালকা তক্তা PQ এর উপর 50 কেজি ওজনের একটি পাথর রেখে বহন করবে। পাথরটি যেভাবে রাখলে P প্রান্তের লোকটির উপর 30 কেজি ও Q প্রান্তের উপর 20 কেজি ভার পড়বে তা হবে- [C 12-13]

- A. P প্রান্ত হতে 1 মিটার দূরে
B. P প্রান্ত হতে 2 মিটার দূরে
C. P প্রান্ত হতে 3 মিটার দূরে
D. P প্রান্ত হতে $2\frac{1}{2}$ মিটার দূরে
E. P প্রান্ত হতে $1\frac{1}{2}$ মিটার দূরে

Ans B Solve $30x = 20(5 - x)$
 $\Rightarrow 50x = 100 \Rightarrow x = 2$
 \therefore P প্রান্ত হতে 2m দূরে।



11. কোন সমবাহু ত্রিভুজের এক কৌণিক বিন্দুতে দুই বাহু বরাবর দুটি বল p এবং 2p ক্রিয়া করে। বল দুটির লক্কি কত? [10-11]

- A. $\sqrt{7}p, \tan^{-1} \frac{\sqrt{3}}{2}$
B. $\sqrt{5}p, \tan^{-1} \frac{2}{3}$
C. $\sqrt{7}p, \tan^{-1} \frac{1}{2}$
D. $\sqrt{5}p, \tan^{-1} 2$
E. $\sqrt{5}p, \tan^{-1} \frac{2}{\sqrt{3}}$

Ans A Solve লক্কি $= \sqrt{p^2 + (2p)^2 + 2 \cdot p \cdot 2p \cdot \cos 60^\circ}$
 $= \sqrt{5p^2 + 4p^2 \cdot \frac{1}{2}} = \sqrt{7}p$

$\theta = \tan^{-1} \frac{2p \sin \alpha}{p + 2p \cos \alpha} = \tan^{-1} \frac{\sqrt{3}}{2}$

12. 3P এবং 2P মানের দুটি বলের লক্কি R। প্রথম বলটির মান দ্বিগুণ করলে লক্কির মান ও দ্বিগুণ হয়। বলদ্বয়ের অন্তর্গত কোণ কত? [ক, 07]

- A. 120°
B. 60°
C. 30°
D. 90°

Ans A Solve দ্বিগুণ শব্দ থাকলে, $\alpha = 120^\circ$

13. কোন বিন্দুতে পরস্পর লম্বভাবে ক্রিয়ারত দুটি বল u ও v এর লক্কি কত? [04-05, 01-02]

- A. $\sqrt{u^2 - v^2}$
B. $\sqrt{u^2 + v^2}$
C. $\sqrt{u^2 + v^2 - 2uv \cos \theta}$
D. $u - v$

Ans B Solve $R = \sqrt{u^2 + v^2 + 2uv \cos 90^\circ} = \sqrt{u^2 + v^2}$

14. দুটি অসদৃশ সমান্তরাল বল পরস্পরের সাথে স্থান পরিবর্তন করলে ও যদি লক্কির অবস্থান অপরিবর্তিত থাকে তবে- [03-04]

- A. $P > Q$
B. $P < Q$
C. $P = Q$
D. $p \propto \frac{1}{Q}$

Ans. C

খুলনা বিশ্ববিদ্যালয়ের ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. 10 kg ভরের মান কত হবে? [15-16]

- A. 9.8kN
B. 98 kN
C. 9.8N
D. 98N

Ans D Solve 10 kg ভরের ওজন কত? $= 9.8 \times 10 \text{ N} = 98 \text{ N}$

02. কোন একটি বিন্দুতে ক্রিয়ারত তিনটি বল ভারসাম্য সৃষ্টি করেছে, যেখানে 1ম ও 2য় বলের অন্তর্গত কোণ 90° এবং 2য় ও 3য় বলের অন্তর্গত কোণ 120° । তাহলে বল তিনটির অনুপাত কত? [14-15]

- A. P:Q:R = $\sqrt{2}:1:2$
B. P:Q:R = $2:1:\sqrt{2}$
C. P:Q:R = $3:1:\sqrt{2}$
D. P:Q:R = $\sqrt{3}:1:2$

Ans D Solve $\frac{p}{\sin 120^\circ} = \frac{Q}{\sin(90^\circ + 60^\circ)} = \frac{R}{\sin 90^\circ}$

$\Rightarrow \frac{p}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{Q}{\cos 60^\circ} = \frac{R}{1}$

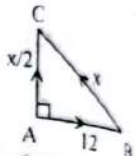
$\Rightarrow \frac{p}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{Q}{\frac{1}{2}} = \frac{R}{1} \Rightarrow P:Q:R = \frac{\sqrt{3}}{2} : \frac{1}{2} : 1$

$\Rightarrow \sqrt{3} : 1 : 2$

03. যদি 12 একক বিশিষ্ট একটি বল ও অজানা একটি বল একই বিন্দুতে এমনভাবে ক্রিয়া করে যে, তাদের লক্কি অজানা বলের অর্ধেক এবং 3য় বলের উপর লম্ব হয়, তবে অজানা বলটির মান কোনটি? [A-12-13]

- A. $9\sqrt{2}$ units
B. $8\sqrt{3}$ units
C. $16\sqrt{3}$ units
D. $18\sqrt{2}$ units
E. $4\sqrt{6}$ units

Ans B Solve $\left(\frac{x}{2}\right)^2 + 12^2 = x^2$
 $\Rightarrow x^2 + 4 \cdot 12^2 = 4x^2 \Rightarrow 3x^2 = 4 \cdot 12^2$
 $\Rightarrow x^2 = 192 \Rightarrow x = 8\sqrt{3}$



04. তিনটি সমান, সদৃশ ও সমান্তরাল বল একটি ত্রিভুজের বাহুগুলোর মধ্যবিন্দুতে ক্রিয়ারত। এদের লক্কি ত্রিভুজটির- [11-12]

- A. অন্তঃকেন্দ্রগামী হইবে
B. ভরকেন্দ্রগামী হইবে
C. যে কোন একটি শীর্ষবিন্দুগামী হইবে
D. উপরের কোনটাই নয়

Ans B Solve ভরকেন্দ্রগামী হবে।

05. এক গুচ্ছ সমতলীয় বল সুস্থিত থাকলে ঐ তলের যে কোন বিন্দুর চারদিকের এদের ডামকের বীজগাণিতীয় সমষ্টি কত হবে? [10-11]

- A. 1
B. অসীম
C. 0
D. অনির্ণেয়

06. একই বিন্দুতে ক্রিয়ারত 2 একক ও 3 একক মানের দুটি বলের লক্কির মান 4 একক। বল দুটির অন্তর্ভুক্ত কোণ কত? [09-10; DU 02-03]

- A. $\cos^{-1}\left(\frac{1}{4}\right)$
B. $\cos^{-1}\left(\frac{1}{5}\right)$
C. 60°
D. $\cos^{-1}\left(\frac{1}{3}\right)$

Ans A Solve $4^2 = 2^2 + 3^2 + 2 \cdot 2 \cdot 3 \cos \alpha \therefore \alpha = \cos^{-1}\left(\frac{1}{4}\right)$

07. মিটার প্রতি 6 কেজি ওজনের একটি লৌহদণ্ডের একপ্রান্তে 7 কেজি ওজনের একটি বস্তু ঝুলালে তার উক্ত প্রান্ত হতে 3 মিটার দূরে একই বিন্দুতে ভারসাম্য হয় দণ্ডটি কত লম্বা? [09-10]

- A. 6 মিটার
B. 7 মিটার
C. 21 মিটার
D. 12 মিটার

Ans B Solve [Same as type-07, Prob-02]

শাহজালাল বিশ্ববিদ্যালয়ের ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. 10N ও 18N মানের দুটি বিপরীত মুখী সমান্তরাল বলদ্বয়ের লক্কি ক্ষুদ্রতম বল হতে 12cm দূরে ক্রিয়া করে। বলদুটির মধ্যবর্তী দূরত্ব কত? [বিজ্ঞান, প্রকৌশল, প্রযুক্তি বিদ্যা স্কুল, 09-10]

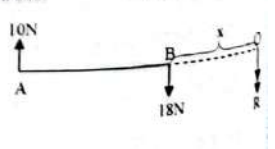
- A. 5cm
B. 7cm
C. 8cm
D. কোনটিই নয়

Ans D Solve

$10 \cdot AO = 18 \cdot OB \Rightarrow 10 \times 12 = 18 \cdot x$

$\therefore x = \frac{20}{3} = 6.67$

বলদুটির মধ্যবর্তী দূরত্ব $= 12 - 6.67 = 5.33 \text{ cm}$



13. কোন বিন্দুতে ত্রিভুজের দুটি বাহুর ত্রিকোণমের অধিকতম কোণ ৭৫° এর কোন মানটির জন্য বহুভুজের অন্তর্গত কোণের সমষ্টি হবে ৭২০°
 A. 90° B. 135° C. 45° D. 150°
Ans (C) Solve প্রতি $2 = \sqrt{180 - 2x}$ $\Rightarrow 2x = 180 - 2x$
 $\Rightarrow x = 45^\circ$ এর জন্য বহুভুজের অন্তর্গত কোণের সমষ্টি হবে ৭২০°

14. ত্রিভুজের কোনো বাহুর দৈর্ঘ্য $\sqrt{2}$ ও অন্য দুই বাহুর দৈর্ঘ্য 1 এবং 1 হলে ত্রিভুজের অন্তর্গত কোণের সমষ্টি কত?
 A. 120° B. 135° C. 150° D. 90°
Ans (C) Solve $\sin 90^\circ = \frac{\sqrt{2} \sin 45^\circ}{\sqrt{2}}$
 $\Rightarrow \frac{1}{1} = \frac{\sqrt{2} \sin 45^\circ}{\sqrt{2}}$ $\Rightarrow 1 = \sqrt{2} \sin 45^\circ = 1$
 $\Rightarrow \sin 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}$ $\Rightarrow 45^\circ = 135^\circ$

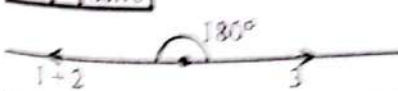
15. কোন বিন্দুতে ত্রিভুজের দুটি বাহুর একটি অপরটির দৈর্ঘ্য একে মূল ত্রিভুজের উপর লম্ব। বহুভুজের অন্তর্গত কোণের পরিমাণ- (০৫-১৬)
 A. 45° B. 150°
 C. 120° D. 135°

16. দুটি অক্ষের সমান্তরাল রেখা R ও S এর ত্রিকোণমের অনুপাত $\frac{R}{S} = 1$ হলে একটি নির্দিষ্ট ত্রিকোণমের অনুপাত নির্ণয় কর।
 A. $\frac{R}{S} = 1$ B. $\frac{R}{S} = 2$ C. $\frac{R}{S} = 3$ D. কোনোটিই নয়
Ans (A) Solve বসে $\frac{R}{S} = 1$
 $\Rightarrow R = S$ হলে তখন ত্রিকোণমের অনুপাত সত্য

17. R, R₂, R₃ বাহুর বহুভুজ ABC ত্রিভুজের BC, CA এবং AB বাহুর বহুভুজ ত্রিভুজের পরিমাপ কত? (০৩-১৪)
 A. $\sqrt{R_1^2 + R_2^2 + R_3^2}$ B. 1 C. 0 D. $R_1^2 - R_2^2 - R_3^2$
Ans (C) Solve বাহুর ত্রিভুজের সূত্রানুসারে, বহুভুজ সমান্তরাল বাহুর পরিমাপ ০ হয়

18. একটি সমকোণী ত্রিভুজের ভূমির কেন্দ্র, সূত্রের উপর কেন্দ্র এবং শীর্ষ বিন্দুর সংযোগ রেখা কত? (০১-০১)
 A. ২:১ অনুপাতে বিভক্ত করে B. ১:১ অনুপাতে বিভক্ত করে
 C. ২:৩ অনুপাতে বিভক্ত করে D. ৩:২ অনুপাতে বিভক্ত করে **Ans (B)**
 19. একটি ত্রিভুজের তিনটি কোণের বিন্দুতে সমমানের তিনটি সন্দেশ সমান্তরাল বাহু ত্রিভুজীয়। উক্ত বহুভুজের পরিমাপ কোন বিন্দুতে ত্রিভুজীয় হবে? (০৩-০১)
 A. সর্বত্র B. অত্র কোণে C. পরিমাপে D. অত্র কোণে **Ans (D)**

ইসলামী বিশ্ববিদ্যালয়ের সর্বত্র পরীক্ষার বিষয় বসবে প্রস্তুতি
 [শর্ত প্রকল্পিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

20. কোন বিন্দুতে 1 পাউন্ড, 2 পাউন্ড এবং 3 পাউন্ড ওজনসের 3 টি বল ত্রিভুজ করে সাম্যাবস্থা সৃষ্টি করে। বলগুলির মধ্যবর্তী কোণ কোনটি? (০৫-১৬)
 A. $120^\circ, 150^\circ, 90^\circ$ B. $130^\circ, 150^\circ, 90^\circ$
 C. $120^\circ, 190^\circ, 90^\circ$ D. $120^\circ, 150^\circ, 90^\circ$
Ans = Solve


21. যদি $\sin \theta = \frac{1}{2}$ হয় তবে $\cos \theta$ এর মান কত? (০৫-১৬)
 A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{\sqrt{3}}$ D. $\frac{2}{\sqrt{3}}$
Ans (A) Solve


22. 
 প্রতি $2 = \sqrt{2} \sin 45^\circ = 2 \sin 45^\circ$
 $\Rightarrow \sin 45^\circ = \frac{2}{2\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

23. $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$ হলে $\cos 30^\circ$ এর মান কত? (০৫-১৬)
 A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{\sqrt{3}}$ D. $\frac{2}{\sqrt{3}}$
Ans (A) Solve $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$
 $\Rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \cos^2 30^\circ = 1$
 $\Rightarrow \cos^2 30^\circ = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$
 $\Rightarrow \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$

24. 
 $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$
 $\Rightarrow \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$
 $\Rightarrow \sin 90^\circ = 1$

25. কোন বিন্দুতে ত্রিভুজের 30° কোণের উপর লম্ব দুটি বাহুর দৈর্ঘ্য ১ ও ১ হলে ত্রিভুজের অন্তর্গত কোণের পরিমাণ কত? (০৫-১৬)
 A. 90° B. 120° C. 45° D. 30°
Ans (B) Solve প্রতি কোণ 90°
 ত্রিভুজের $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$
 $\Rightarrow \sin^2 30^\circ + \cos^2 30^\circ = 1$
 $\Rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \cos^2 30^\circ = 1$
 $\Rightarrow \cos^2 30^\circ = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$
 $\Rightarrow \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$
 $\Rightarrow \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$
 $\Rightarrow \sin 90^\circ = 1$
 $\Rightarrow \sin 120^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$
 $\Rightarrow \sin 150^\circ = \frac{1}{2}$
 $\Rightarrow \sin 180^\circ = 0$

Shortcut: বাহুর কোণের পরিমাপ 30° হলে $\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$

26. $\sin \theta = \frac{1}{2}$ হলে $\cos \theta$ এর মান কত? (০৫-১৬)
 A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{\sqrt{3}}$ D. $\frac{2}{\sqrt{3}}$
Ans (A) Solve $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$
 $\Rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \cos^2 \theta = 1$
 $\Rightarrow \cos^2 \theta = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$
 $\Rightarrow \cos \theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$


12. 3p ও 5p মানের দুইটি বল পরস্পর লম্বভাবে ত্রিভুজ করে। তাদের লব্ধির মান কত? [15-16]

- A. 3p B. $2\sqrt{13}p$ C. $\sqrt{34}p$ D. $\sqrt{41}p$

Ans C Solve লব্ধি = $\sqrt{(3p)^2 + 5p^2} = \sqrt{34}p$

13. 3p ও 5p মানের দুইটি বল পরস্পর লম্বভাবে ত্রিভুজ করে। তাদের লব্ধির মান কত? [13-14]

- A. $\sqrt{41}p$ B. 3p
C. $\sqrt{34}p$ D. $2\sqrt{13}p$

Ans. C.

সোলম স্কোলেজা বিশ্ববিদ্যালয়ের ৯ম পত্রিকার বিলম্ব হয়েছে প্রকাশ
[শর্ত প্রক্রমিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

14. 3N এবং 5N মানের দুইটি বল কোন নির্দিষ্ট বিন্দু হতে বিপরীত দিকে ত্রিভুজীকৃত হলে, লব্ধি বলের মান কত? [15-16]

- A. 2N B. 4N C. 6N D. 8N

Ans A Solve লব্ধিবলের মান 5N - 3N = 2N

12. 3p এবং 5p মানের দুইটি বল পরস্পরের সাথে লম্বভাবে ত্রিভুজীকৃত হলে, লব্ধি বলের মান কত? [15-16]

- A. $\sqrt{41}p$ B. 3p C. $2\sqrt{13}p$ D. $\sqrt{34}p$

Ans D Solve লব্ধি = $\sqrt{(3p)^2 + 5p^2} = \sqrt{34}p$

13. একটি নির্দিষ্ট বিন্দুতে দুইটি অংশ-এ বিভাজিত করা যায়- [13-14]

- A. এক উপভাগ B. দুই উপভাগ
C. তিন উপভাগ D. অসংখ্য উপভাগ

Ans. B.

ভাসানী বিজ্ঞান ও প্রযুক্তি বিশ্ববিদ্যালয় ৯ম পত্রিকার বিলম্ব হয়েছে প্রকাশ
[শর্ত প্রক্রমিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

11. 3p এবং 2p বলদ্বয়ের লব্ধি R, প্রথম বল ত্রিভুজ করলে লব্ধির পরিমাণ ও দিক হল। বলদ্বয়ের অন্তর্গত কোণ কোন্টি? [15-16]

- A. 110° B. 120° C. 135° D. 150°

Ans B Solve বলদ্বয়ের অন্তর্গত কোণ = 120°

12. 3p এবং 2p বলদ্বয়ের লব্ধি R, প্রথম বলটি ত্রিভুজ করলে লব্ধির পরিমাণ ও দিক হল। বলদ্বয়ের অন্তর্গত কোণ কোন্টির কোন্টি? [15-16]

- A. 110° B. 120° C. 135° D. 150°

Ans B Solve বলদ্বয়ের অন্তর্গত কোণ = 120°

13. 5N এবং 7N মানের দুইটি বল কোনো একটি বিন্দুতে পরস্পর বিপরীত দিকে ত্রিভুজ করে। তাদের লব্ধিমান কত? [14-15]

- A. 2N B. 74N C. 12N D. 144N

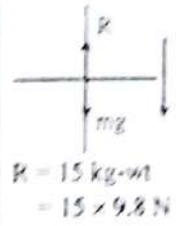
Ans A Solve লব্ধি = 7N - 5N = 2N

14. 20kg ভরের একটি বস্তু চলন্ত লিফটে শিথল নির্ভিত হওয়া মেপে 15kg পাওয়া গেল। গড়ন মাপার সময় লিফটের ত্বরণ ছিল- [14-15]

- A. 2.5 ms^{-2} B. 2.45 ms^{-2} C. 0.45 ms^{-2} D. 3.45 ms^{-2}

Ans B Solve $mg - R = m\ddot{a}$

$$\ddot{a} = \frac{mg - R}{m} = \frac{20 \times 9.8 - 15 \times 9.8}{20} = \frac{5 \times 9.8}{20} = \frac{9.8}{4} = 2.45 \text{ ms}^{-2}$$



15. 3p ও 4p মানের দুইটি বল লম্বভাবে ত্রিভুজ করলে লব্ধিবলের মান = ? [A 12-13]
A. 2p B. 3p C. 5p D. 7p
Ans C Solve $R = \sqrt{(3p)^2 + 4p^2} = 5p$

যশোর বিজ্ঞান ও প্রযুক্তি বিশ্ববিদ্যালয় ৯ম পত্রিকার বিলম্ব হয়েছে প্রকাশ
[শর্ত প্রক্রমিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. কোন বিন্দুতে 60° কোণে ত্রিভুজীকৃত দুইটি সমান বল কে একই বিন্দুতে ত্রিভুজীকৃত 15 N বলের সাহায্যে ভারসাম্য রাখলে সমান বলের মান কত? [15-16]

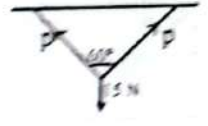
- A. $2\sqrt{3} \text{ N}$ B. $4\sqrt{3} \text{ N}$ C. $5\sqrt{3} \text{ N}$
D. $7\sqrt{3} \text{ N}$ E. 6 N

Ans C Solve $15^2 = p^2 + p^2 - 2p^2 \cos 60^\circ$

$$\Rightarrow 225 = p^2 + p^2 - 2p^2 \cdot \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow 3p^2 = 225 \Rightarrow p^2 = 75$$

$$\Rightarrow p = \sqrt{75} = 5\sqrt{3} \text{ N}$$



02. 3kg ও 2kg ভরের দুইটি বস্তুকে একটি ঝিলির সাহায্যে সমান কণিকালের দুই প্রান্তে ঝুলালে নিম্নে কণিকালের উপর প্রযুক্ত বলের মান- [15-16]

- A. 23.52 N B. 47.04 N C. 49 N
D. 9.8 N E. 9.8 kN

Ans B Solve প্রযুক্ত বল, $P = \frac{4 \times 3 \times 2}{3 - 2} \times 9.8 = 47.04 \text{ N}$

03. 4 Kg ভরের একটি বস্তু 150 মিটার উচ্চতা থেকে পতিত হয়ে কানার ভেতর 2 মিটার প্রবেশ করে স্থির হলো। বস্তুর উপর কানার গড় চাপ কত? [14-15]

- A. 29882.2 Pa B. 29882.2 N C. 1982.2 N
D. 1982.2 Pa E. 2982.1 Hg(mm)

Ans B Solve কানার গড় চাপ

$$R = mg \frac{(h+x)}{x}$$

$$\Rightarrow R = 4 \times 9.8 \frac{(150+2)}{2} = 2982.2 \text{ N}$$

h = উচ্চতা
x = কানার দূরত্ব

04. কোন বিন্দুতে P ও 2P মানের দুইটি বল ত্রিভুজীকৃত। প্রথমটিকে বিস্তল করে দ্বিতীয়টির মান 8 একক বাড়ালে লব্ধির নিক অপরিবর্তিত থাকে, P এর মান কত? [14-15]

- A. 8 একক B. 12 একক C. 4 একক
D. 16 একক E. 2 একক

Ans C Solve $\frac{P}{2P} = \frac{2P}{2P - 8}$

$$\Rightarrow 2P + 8 = 4P \Rightarrow 2P = 8 \Rightarrow P = 4$$

05. ২টি সমান বলের লব্ধি যদি ২য়টির সমান হয় তবে প্রথমোক্ত বলদ্বয়ের অন্তর্গত কোণ- [A 12-13; CU 07-08, 05-06, 02-03]

- A. 60° B. 120°
C. 90° D. 180°

Ans. B

06. একটি বিন্দুতে ত্রিভুজীকৃত PN এবং 12N মানের দুইটি বলের লব্ধি $3\sqrt{7} \text{ N}$ যার ত্রিভুজীকরণ P এর দিকে 90° কোণ উৎপন্ন করে। P এর মান কত? [A 12-13]

- A. 11 N B. 9 N C. 13 N D. 27 N

Ans B Solve $12^2 = P^2 + (3\sqrt{7})^2 \therefore P = 9 \text{ N}$

07. কোন কণার উপর ক্রিয়ারত দুইটি সমান বলের লঙ্কির বর্গ তাদের গুণফলের তিনগুণ হলে, বলদ্বয়ের অন্তর্গত কোণ কত? [C 12-13; CU 12-13, 02-03; DU 01-02]

A. 30° B. 90° C. 60° D. 120°

Ans C Solve $3p^2 = p^2 + p^2 + 2p^2 \cos \alpha$

$\Rightarrow 2p^2 \cos \alpha = p^2 \Rightarrow \cos \alpha = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = 60^\circ$

পাবনা বিজ্ঞান ও প্রযুক্তি বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. 1 পাউন্ডাল = কত নিউটন? [15-16]

A. $13250 \times 10^{-5} \text{ N}$ B. $13285 \times 10^{-5} \text{ N}$
C. $13825 \times 10^{-5} \text{ N}$ D. $12825 \times 10^{-5} \text{ N}$

Ans C Solve 1 পাউন্ডাল = $13825 \times 10^{-5} \text{ N}$

02. যদি P ও Q বলদ্বয়ের লঙ্কির মান P হয়, তবে এদের কার্যেরা বরাবর 2P ও Q বলের লঙ্কি Q বলের সাথে কত কোণে কাজ করবে? [15-16]

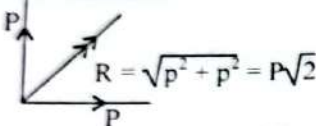
A. 60° B. 45° C. 120° D. 90°

Ans C Solve প্রশ্নে একটি বল অপরিচিত দ্বিগুণ থাকায় কোণের মান = 120°

03. সমকোণে ক্রিয়াশীল দুটি সমান বলের লঙ্কির মান যে কোনো একটি বলের- [15-16]

A. 2 গুণ B. $\sqrt{2}$ গুণ C. সমান D. কোনটিই নয়

Ans B Solve $\sqrt{2}$ গুণ



04. 2টি বলের একই তলে অবস্থিত কোন বিন্দুতে মোমেন্টের বীজগাণিতিক যোগফল ঐ বিন্দুতে তাদের লঙ্কির মোমেন্টের- [15-16]

A. দ্বিগুণ B. সমান C. অর্ধেক D. সমান্তরাল

Ans B Solve লঙ্কির মোমেন্টের সমান।

05. $\sqrt{3}$ এককের দুইটি সমান বল 120° কোণে এক বিন্দুতে কাজ করে। তাদের লঙ্কির মান কত? [14-15]

A. $\sqrt{3}$ units B. $4\sqrt{3}$ units C. 3 units D. $2\sqrt{3}$ units

Ans A Solve $R^2 = (\sqrt{3})^2 + (\sqrt{3})^2 + 2(\sqrt{3})^2 \cos 120^\circ$

$\Rightarrow R^2 = 3 + 3 + 2 \times 3 \left(-\frac{1}{2}\right) \Rightarrow R = \sqrt{3}$

বি.দ্র.: 2টি বল সমান এবং কোণ গুলো সমান হলে, লর্দি = বল দ্বয়ের 1টির সমান।

06. দুটি সমান বল একটি বিন্দুতে কার্যরত, এদের লঙ্কির বর্গ এদের গুণফলের তিনগুণ হলে বলদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণের মান হবে- [14-15]

A. 90° B. 30° C. 120° D. 60°

Ans D Solve $3p^2 = p^2 + p^2 + 2p^2 \cos \theta \Rightarrow \theta = 60^\circ$

বঙ্গবন্ধু শেখ মুজিবুর রহমান বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. একটি সমবাহু ত্রিভুজের বাহুগুলির সমান্তরাল এবং একই ক্রমানুসারে ক্রিয়ারত 1, 2, 3 একক বেগের লঙ্কির মান নিম্নের কোনটি? [15-16]

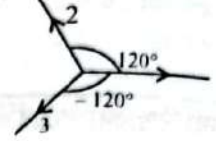
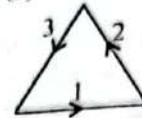
A. $\sqrt{5}$ একক B. $\sqrt{3}$ একক
C. $\sqrt{2}$ একক D. $\sqrt{\frac{3}{2}}$ একক

Ans B Solve $x = 1 + 2 \cos 120^\circ + 3 \cos(-120^\circ)$

$= 1 - 1 + 3\left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{3}{2}$

$y = 0 + 2 \sin 120^\circ + 3 \sin(-120^\circ) = \sqrt{3} - 3 \frac{\sqrt{3}}{2} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

লঙ্কি = $\sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{9}{4} + \frac{3}{4}} = \sqrt{\frac{12}{4}} = \sqrt{3}$



02. একটি মসৃণ হেলানো তলের উপর W ওজনের একটি বস্তুকে তলের সমান্তরাল P বলের সাহায্যে স্থিতাবস্থায় রাখায় যদি তলে তা R চাপ সৃষ্টি করে এবং $P = R = \frac{W}{\sqrt{3}}$ হলে P এর দিক নির্ণয় কর। [15-16]

A. 30° B. 45° C. 60° D. 90°

Ans A Solve $P \cos(\alpha + \theta) + R \cos(90^\circ + \alpha) + W \cos(-90^\circ) = 0$

$\Rightarrow P \cos(\alpha + \theta) - R \sin \alpha + W \times 0 = 0$

$\Rightarrow \frac{W}{\sqrt{3}} \cos(\alpha + \theta) = \frac{W}{\sqrt{3}} \sin \alpha \Rightarrow \cos(\alpha + \theta) = \sin \alpha$ — (i)

আবার, $P \sin(\alpha + \theta) + R \sin(90^\circ + \alpha) + W \sin(-90^\circ) = 0$

$\Rightarrow P \sin(\alpha + \theta) + R \cos \alpha - W = 0$

$\Rightarrow \frac{W}{\sqrt{3}} \sin(\alpha + \theta) + \frac{W}{\sqrt{3}} \cos \alpha - W = 0$

$\Rightarrow \sin(\alpha + \theta) + \cos \alpha - \sqrt{3} = 0$

$\Rightarrow \sin(\alpha + \theta) = \sqrt{3} - \cos \alpha$ — (ii)

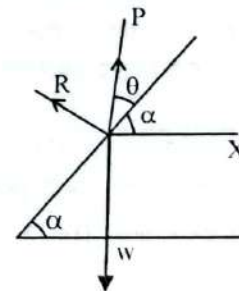
(i) ও (ii) বর্গ করে যোগ করি-

$\Rightarrow 1 = \sin^2 \alpha + 3 - 2\sqrt{3} \cos \alpha + \cos^2 \alpha \Rightarrow 1 = 1 + 3 - 2\sqrt{3} \cos \alpha$

$\Rightarrow \cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2} = \cos 30^\circ \therefore \alpha = 30^\circ$

$\Rightarrow \cos(\alpha + \theta) = \sin \alpha \Rightarrow \cos(30^\circ + \theta) = \sin 30^\circ = \cos 60^\circ$

$\Rightarrow 30^\circ + \theta = 60^\circ \therefore \theta = 30^\circ$



03. একটি 125N ওজনের গোলক ছাদের দুই প্রান্তের সাথে বাধা একটি দড়ি মধ্যে বাধা আছে। দড়িটির দুই প্রান্ত ছাদের সাথে 37° ও 53° কোণে তৈরি করলে দড়ির দুই প্রান্তে টান- [14-15]

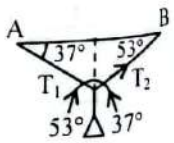
A. 75.1 N, 99.9 N B. 75 N, 50 N
C. 100 N, 25 N D. 60 N, 65 N

Ans A Solve $\frac{T_1}{\sin 53^\circ} = \frac{T_2}{\sin 37^\circ} = \frac{125}{\sin 90^\circ}$

$\Rightarrow \frac{T_1}{\sin 53^\circ} = \frac{T_2}{\sin 37^\circ} = \frac{125}{1}$

$\therefore T_1 = 125 \times \sin 53^\circ = 99.83 \text{ N} \approx 99.9 \text{ N}$

$\therefore T_2 = 125 \times \sin 37^\circ = 75.23 \text{ N} \approx 75.1 \text{ N}$



সিলেট কৃষি বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

বুয়েট, কুয়েট, চুয়েট ও রংপুরে ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. একটি বলের অনুভূমিক ও উল্লম্ব উপাংশের মান যথাক্রমে 6N ও 8N হলে বলটির মান কোনটি?

- A. 10N
B. 12N
C. 10.5N
D. 11N

Ans C Solve বলটির মান = $\sqrt{6^2 + 8^2} = 10N$

বাংলাদেশ মেরিন একাডেমী ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. 7, 5, 3 তিনটি বল একটি বিন্দুতে ক্রিয়ারত থেকে সাম্যাবস্থায় আছে। 5 ও 3 বলের মধ্যবর্তী কোণ কত? [15-16]

- A. 120°
B. 90°
C. 60°
D. 30°

Ans C Solve $7^2 = 5^2 + 3^2 + 2 \cdot 5 \cdot 3 \cos \alpha$
 $\Rightarrow 49 = 25 + 9 + 30 \cos \alpha \Rightarrow 30 \cos \alpha = 15$
 $\Rightarrow \cos \alpha = \frac{1}{2} = \cos 60^\circ \therefore \alpha = 60^\circ$

বাংলাদেশ টেক্সটাইল বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. 3p, 2p বল দুইটির লব্ধি R; যদি প্রথম বলকে দ্বিগুন করা হয় তবে, লব্ধিও দ্বিগুন হয়। বলদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণ কত? [15-16]

- A. 60°
B. 240°
C. 120°
D. -60°

Ans B Solve যদি বল দ্বিগুন হলে লব্ধি দ্বিগুন হয় তবে বলদ্বয়ের মধ্যবর্তীকোণ = 120°

02. একটি বিন্দুতে ক্রিয়াশীল দুইটি বলের বৃহত্তম ও ক্ষুদ্রতম লব্ধির মান 8 ও 2 কেজি ওজন। যখন বলদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণ 60° তখন লব্ধির মান কত? [14-15]

- A. 5 kg-wt
B. 7 kg-wt
C. 3 kg-wt
D. 9 kg-wt

Ans B Solve $P + Q = 8 \Rightarrow P = 5$
 $P - Q = 2 \Rightarrow Q = 3$

$\therefore R = \sqrt{P^2 + Q^2 + 2PQ \cos 60^\circ} = \sqrt{5^2 + 3^2 + 2 \cdot 5 \cdot 3 \cdot \cos 60^\circ}$
 $= \sqrt{25 + 9 + 15} = \sqrt{49} = 7 \text{ kg-wt}$

03. তিনটি বল P, $\sqrt{3}P$, P সাম্যাবস্থায় থাকলে প্রথম দুইটি বলের মধ্যবর্তী কোণ-[14-15]

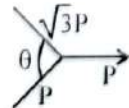
- A. 60°
B. 90°
C. 120°
D. 150°

Ans D Solve

$P^2 = P^2 + (\sqrt{3}P)^2 + 2P \cdot \sqrt{3}P \cos \theta$

$\Rightarrow 2\sqrt{3}P^2 \cos \theta = -3P^2$
 $\Rightarrow \cos \theta = \frac{3P^2}{2\sqrt{3}P^2} = \frac{\sqrt{3}}{2} = -\cos 30^\circ$

$= \cos (180^\circ - 30^\circ) = \cos 150^\circ \therefore \theta = 150^\circ$



01. যদি 12 ও 8 এর একক মানের বলদ্বয় একটি বিন্দুতে এমন কোণে ক্রিয়াশীল হেন তাদের লব্ধি তাদের অন্তর্গত কোণের সমন্ধিতক কোণের সাথে 45° কোণ উৎপন্ন করে, তবে তাদের মধ্যবর্তী কোণের মান কত? [KUET 15-16]

- A. $2 \tan^{-1} 10$
B. $2 \tan^{-1} 4$
C. $2 \tan^{-1} 2$
D. $2 \tan^{-1} 5$
E. কোনটিই নয়

Ans C Solve $\theta = \frac{\pi}{4}$ এখানে,

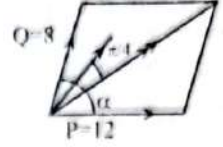
$P \tan \theta = Q \tan \alpha$

$\Rightarrow 12 \tan \frac{\pi}{4} = 6 \tan \alpha$

$\tan \alpha = 2$

$\alpha = \tan^{-1} 2$

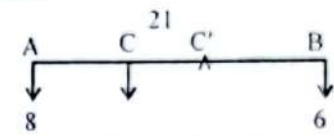
কোণ = $2\alpha = 2 \tan^{-1} 2$



02. 8 ও 6 একক মানের দুইটি সম্মুখী সমান্তরাল বল 2l একক দৈর্ঘ্যের একটি অনড় বস্তুর উপর ক্রিয়ারত। বলদ্বয় অবস্থান বিনিময় করলে লব্ধির ক্রিয়া বিন্দু যে দূরত্বে সরে যাবে তা কত একক? [KUET 15-16]

- A. 1 একক
B. 2 একক
C. 3 একক
D. 4 একক
E. কোনটিই নয়

Ans C Solve



8 AC = 6 BC (i) | 8 BC' = 6 AC' (ii)

8 (AC' - CC') = 6 (BC' + CC')

8 AC' - 8 CC' = 6 BC' + 6 CC'

8 AC' = 6 BC' + 14 CC' (iii)

(ii) + (iii)

8 (AC' + BC') = 6 (BC' + AC') + 14 CC'

8 AB = 6 AB + 14 CC'

14 CC' = 2 AB

$CC' = \frac{2 \times 2l}{14} = 3$ একক

03. ABCD আয়তক্ষেত্রের AB, BC, CD, DA এবং AC রেখা বরাবর যথাক্রমে 3, 8, 7, 11 ও 5 একক বলসমূহ কার্যরত আছে। যদি AC = 10 একক ও BC = 6 একক হয় তবে বলগুলো দ্বারা সৃষ্টি যুগলের ভ্রামক এর মান কত হবে? [CUET 15-16]

- A. None of them
B. $35\frac{1}{3}$ unit
C. 53 unit
D. 106 unit

Ans B Solve

$\vec{F}_{AB} = 3 + 5 \cos \tan^{-1} \frac{6}{\sqrt{10^2 - 6^2}}$

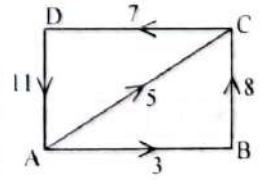
$\Rightarrow \vec{F}_{AB} = 3 + 5 \cos \cos^{-1} \frac{8}{10}$

$\Rightarrow \vec{F}_{DA} = (3 + 4) = 7 \text{ N}$

$\Rightarrow \vec{F}_{DA} = 11 - 5 \cos \left(90 - \tan^{-1} \frac{6}{\sqrt{10^2 - 6^2}} \right)$

$\Rightarrow \vec{F}_{DA} = 11 - 5 \sin \sin^{-1} \frac{6}{10} \Rightarrow \vec{F}_{DA} = 8 \text{ N}$

\therefore ভ্রামক = $(8 \times AB + 7 \times BC) = (8 \times 8 + 7 \times 6) = 106 \text{ unit}$



Shortcut: A বিন্দুর সাপেক্ষে মোট মোমেন্ট = $AB \cdot \theta - BC \cdot \theta + CD \cdot \theta + AC \cdot \theta$
 $= 3 \times 8 - 7 \times 6 + 6 \times 4 + 2 \times 2$
 $= 106 \text{ uni}$ (BC = $\sqrt{AC^2 - AB^2} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8$)

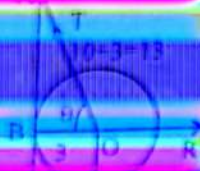
04. 10 ft দৈর্ঘ্য বিশিষ্ট একটি সোপান এক প্রান্তে একটি বাঁকানো দেওয়ালের সাথে আটকানো আছে এবং অপর প্রান্ত একটি মসুম পোলকের উপস্থিতিতে একটি বিলুপ্ত সর্বোচ্চ মাত্রের। যদি পোলকটি দেওয়ালের সাপেক্ষে বিলুপ্ত হলে পোলকটির ওজন কত হবে? (CUET 14-15)

ক) ১০০০ lb
 খ) ১০০০ lb
 গ) ১০২৭ lb
 ঘ) ১০২৭ lb

[Ans: A] Solve $\sin 90^\circ = \sin (180^\circ - \theta)$

$$T = \frac{10000}{\sin \theta} = \frac{10000}{\frac{\sqrt{169}}{13}} = 10277 \text{ lb}$$

$$AB = \sqrt{13^2 - 3^2} = \sqrt{169 - 9} = \sqrt{160}$$



[Ans: A] Solve $\sum M_A = 0$

$$\rightarrow 5 \times 2 - 3 \times 6 + R_2 \times 24 = 0$$

$$R_2 = 4.5 \text{ ton}$$

$$\rightarrow R_1 + R_2 = 5 + 3$$

$$\rightarrow R_1 = 8 - 4.5 = 3.5 \text{ ton}$$

09. 4 মিটার দীর্ঘ সমরূপ AB তক্তার ওজন 53 kg এবং তা A ও B বিন্দুতে স্থির উপর অবস্থান করবে। A বিন্দু থেকে 1.5 মিটার দূরে তক্তার উপর 151 kg ওজনের একটি বস্তু রাখা হবে। তক্তার উপর A ও B বিন্দুতে কত ক্রিয়া হবে? (CUET 14-15)

[Ans: A] Solve

$$A: (120.87 \text{ and } 83.12) \text{ kg}$$

$$B: (125.87 \text{ and } 80.10) \text{ kg}$$

$$C: (120.87 \text{ and } 83.12) \text{ kg}$$

$$D: (125.87 \text{ and } 80.10) \text{ kg}$$

$$E: (125 \text{ and } 90) \text{ kg}$$

[Ans: A] Solve

$$\Rightarrow P_A = P_B = 53/2$$

$$A: 1.5 \quad 2.5 \quad B: P_A \quad P_A + P_B = 151$$

$$P_A = 26.5 \quad P_B = 94.575 = 120.875$$

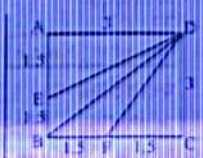
$$\text{এবং } B: P_B = 26.5 \quad P_B = 56.625 = 83.125$$

10. 3 cm বাহুবিশিষ্ট ABCD একটি বর্গ এবং E ও F যথাক্রমে AB ও BC এর মধ্যবিন্দু। EBFD চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। (RUET 14-15)

- A. 2.25 sq cm
- B. 3 sq cm
- C. 4 sq cm
- D. 4.5 sq cm
- E. 6 sq cm

[Ans: D] Solve EBD = ক্ষেত্রফল ADE = $\frac{1}{2} \times 3 \times 1.5 = 2.25 \text{ sq cm}$

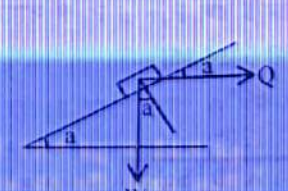
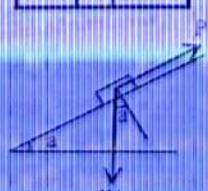
$$\therefore \text{ক্ষেত্রফল EBFD} = 2 \times \text{ক্ষেত্রফল EBD} = 2 \times 2.25 \text{ sq cm} = 4.5 \text{ sq cm}$$



11. ভূমির সাথে a কোণ হেলানো এক সমতলের উপর W ওজনের একটি বস্তুকে তলের সমান্তরালে P বল প্রয়োগ করে স্থির রাখা যায়। আবার পৃথকভাবে ভূমির সমান্তরালে Q বল প্রয়োগ করেও বস্তুটিকে স্থির রাখা সম্ভব। $0 < a < \frac{\pi}{2}$ হলে নিচের কোনটি সত্য? (RUET 14-15)

- A. $P > Q$
- B. $P = Q$
- C. $P < Q$
- D. $P = Q \tan a$
- E. $Q = P \tan a$

[Ans: C] Solve



$$\sin a \times \tan a = Q$$

$$\therefore P = Q \cos a \quad \therefore P < Q$$

$$\therefore 0 < a < \frac{\pi}{2} \quad \therefore \cos a < 1$$

মানস ও মননের সমান, সেক্ষেত্রে বলদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণ হলো- (KUET 14-15)

- A. $\frac{\pi}{2}$
- B. π
- C. $\frac{3\pi}{4}$
- D. $\frac{2\pi}{3}$
- E. $\frac{5\pi}{6}$

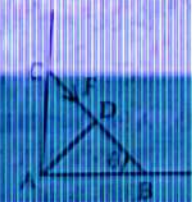
[Ans: D] Solve $p^2 = p^2 + p^2 - 2p^2 \cos \theta \Rightarrow \theta = 120^\circ = \frac{2\pi}{3}$

06. ভূমির উপর ঝড়োয়ানে সর্বোচ্চমান একটি টেলিগ্রাম পোস্টের সাথে 20 মিটার দীর্ঘ একটি শক্ত সড়ির এক প্রান্ত ঝড়োয়ানে আছে এবং অপর প্রান্ত ধরে একটি লোক নির্দিষ্ট বল প্রয়োগে টানবে। পোস্টটির কোন স্থানে সড়ি ঝড়োয়ানে পোস্টটির পক্ষে তা টানিয়ে ফেলা সহজতম হবে? (KUET 14-15)

- A. 5:2
- B. 4:2
- C. 3:5
- D. 4:5
- E. 10:2

[Ans: E] Solve

A বিন্দুর সাপেক্ষে T সর্বোচ্চ মানক।
 $M = F \cdot AD = F \cdot AB \sin \theta$
 $= F \cdot AC \cos \theta \sin \theta = \frac{F}{2} \cdot AC \sin 2\theta$
 M সর্বোচ্চ হবে, $\sin 2\theta = 1$ হলে, $\theta = 45^\circ$



$$\therefore AC = BC \sin 45^\circ = 10\sqrt{2}$$

07. 4 kg ভরের একটি বস্তু 150 মিটার উচ্চতা থেকে পতিত হয়ে কানার ভিতর 2 মিটার প্রবেশ করে স্থির হল। বস্তুটির উপর কানার গড় চাপ হবে- (CUET 14-15)

- A. 2979.2 N
- B. 2879.2 N
- C. 2880.2 N
- D. None

[Ans: A] Solve

সেতুটির এক প্রান্ত হতে 2/3 অংশ লম্ব দূরে তার উপরে দাঁড়ায়, তবে থামে দুইটির উপর চাপের পরিমাণ বের কর। (CUET 14-15)

- A. 4.5 ton-wt; 3.5 ton-wt
- B. 5.5 ton-wt; 3.5 ton-wt
- C. 4.5 ton-wt; 5.5 ton-wt
- D. None

[Ans: A] Solve

দ্বিতীয় বিভাগ

12. কেস বিন্দুতে ক্রিয়ারত P ও 25N মানের দুইটি বলের লব্ধি 20 N যা P এর দিকে সাবে সমকোণ উৎপন্ন করে। P এর মান কত? [BUET 13-14]

- A. 10N
- B. 20N
- C. 25N
- D. 15N

[Ans] D [Solve] লব্ধি R

$$R^2 = 25^2 - P^2 \Rightarrow P^2 = 25^2 - 20^2 \Rightarrow P = \sqrt{625 - 400} = 15$$

13. লব্ধি 9 একক বিশিষ্ট একটি বল ও অজানা একটি বল একই বিন্দুতে একসাথে ক্রিয়া করে যে তাদের লব্ধি অজানা বলের দুইতৃতীয়াংশ এবং লব্ধি লম্ব হয় তবে অজানা বলটির মান কত? [BUET 13-14]

- A. 3 units
- B. 6 units
- C. 12 units
- D. 18 units

14. কেস বিন্দুতে ক্রিয়ারত দুইটি বলের লব্ধির মান $\sqrt{10} N$ এবং লব্ধি 45° কোণে পরিণত হয়। উভয়ের একটি বলের মান $\sqrt{2} N$ হলে অন্যটির মান কত? [KUET 13-14]

- A. 3N
- B. 2N
- C. 3N
- D. 7N
- E. 3N

15. 3N ও 5N মানের দুইটি বল এক বিন্দুতে পরস্পর বিপরীত দিকে ক্রিয়া করে। তাদের লব্ধির মান কৌণটি? [RUET 13-14]

- A. 12N
- B. 10N
- C. 8N
- D. 2N
- E. None

[Ans] D [Solve] $R = 5 - 3 = 2N$

16. দুইটি বল F ও 4F একটি বিন্দুতে ক্রিয়াশীল। যদি বল দুইটি যথাক্রমে 2F ও 4F + 8 দ্বারা পরিবর্তিত করা হয়, তবে লব্ধি বলের দিক পরিবর্তিত থাকে। F এর মান- [RUET 13-14]

- A. 5
- B. 4
- C. 3
- D. 2
- E. None

[Ans] D [Solve] $\frac{F}{4F} = \frac{2F}{4F+8}$

$$\Rightarrow \frac{1}{4} = \frac{2F}{4F+8} \Rightarrow 4F+8 = 8F$$

$$\Rightarrow 4F = 8 \Rightarrow F = 2$$

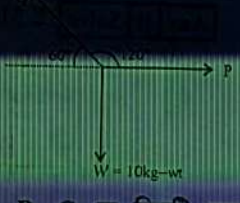
17. 10 kg ওজনের একটি বুলবুল বস্তুকে দুটি বল দ্বারা টেনে রাখা হয়েছে। তাদের একটি আনুভূমিক এবং অপরটি আনুভূমিকের সাথে 60° কোণে ক্রিয়ারত আছে। আনুভূমিক দিকে ক্রিয়ারত বলের মান কত? [CUET 13-14]

- A. 10 kg
- B. 10√3 kg
- C. 20 kg
- D. None

[Ans] B [Solve]

$$\sin 120^\circ = \sin 150^\circ$$

$$\therefore P = \frac{10}{\sqrt{3}}$$



18. ABC ত্রিভুজের তিনটি কৌণিক বিন্দু A, B, C তে তিনটি সদৃশ সমান্তরাল বল 2, 2, P ক্রিয়ারত। তাদের লব্ধি ত্রিভুজের ভারকেন্দ্রগামী বলে, P-এর মান কত? [BUET 13-14]

- A. 2
- B. 3
- C. 6
- D. 4

19. 12N ও 8N মানের দুটি সমমুখী সমান্তরাল বল যথাক্রমে কোন অনড় বস্তু A ও B বিন্দুতে ক্রিয়ারত আছে। তাদের অবস্থান বিনিময় করা হলে তাদের লব্ধি ক্রিয়াবিন্দু AB বরাবর কতদূর সরে যাবে? দেওয়া আছে, AB = 5m [BUET 13-14]

- A. 2m
- B. 1m
- C. 1.5m
- D. None

[Ans] A [Solve]

[Ans] B [Solve]



$$12 \times x = 8 \times (5 - x) \Rightarrow 12x = 40 - 8x \Rightarrow x = 2$$

$$8x' = 12(5 - x') \Rightarrow 8x' + 12x' = 60 \Rightarrow x' = 3$$

$$\therefore AB \text{ বরাবর সরে যাবে } x' - x = 3 - 2 = 1m$$

20. ABCD বিন্দুতে ক্রিয়ারত দুইটি বলের লব্ধির মান 20 units এবং লব্ধি 45° কোণে পরিণত হয়। উভয়ের একটি বলের মান 5 units হলে অন্যটির মান কত? [CUET 14-15, 17-18]

- A. 80 units
- B. 40 units
- C. 50 units
- D. None

[Ans] B [Solve]

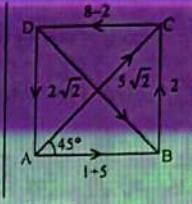
$$AB \text{ এর দিকে} = 1 + 5\sqrt{2} \cos 45^\circ = 1 + 5 = 6$$

$$CD \text{ এর দিকে} = 8 - 2\sqrt{2} \cos 45^\circ = 8 - 2 = 6$$

$$BC \text{ এর দিকে} = 2$$

$$DA \text{ এর দিকে} = 5 - 5\sqrt{2} \cos 45^\circ + 2\sqrt{2} \cos 45^\circ = 5 - 5 + 2 = 2$$

$$\therefore \text{বলগুলির মোট মোমেন্ট বা লব্ধি} = 6 \times 5 + 2 \times 5 = 40 \text{ Units}$$



21. 12m লম্বা একটি ভারী সুথম দণ্ডের এক প্রান্তে 9kg ওজন ঝুলানো আছে। উক্ত প্রান্ত থেকে 5.25 m দূরে যদি একটি বুটির উপর দণ্ডটি সমান্তরালে অবস্থান করে তবে দণ্ডটির ওজন হবে। [BUET 12-13]

- A. 65 kg
- B. 61 kg
- C. 63 kg
- D. 31.5 kg

[Ans] C [Solve]

$$\frac{9}{75} = \frac{w}{5.25} = \frac{R}{6}$$

$$\therefore w = 63 \text{ kg}$$



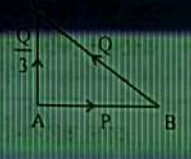
22. যদি কোন কণার উপর ক্রিয়ারত দুইটি বলের লব্ধি একটি বলের উপর লম্ব এবং এর মান অপরটির মানের এক-তৃতীয়াংশের সমান হয় তবে বলদ্বয়ের মানের অনুপাত হবে- [BUET 12-13]

- A. 2/3
- B. 3/2
- C. 3/4
- D. 4/3

[Ans] B [Solve]

$$\Rightarrow P^2 + \frac{Q^2}{9} = Q^2$$

$$\Rightarrow P^2 = \frac{8Q^2}{9} \Rightarrow \frac{P^2}{Q^2} = \frac{8}{9} \therefore \frac{P}{Q} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$



23. 5 মিটার দীর্ঘ একটি হালকা রডের দুই প্রান্তে 10.5 kg ও 24.5 kg ওজনের দুটি বস্তু ঝুলানো আছে। একজন লোক বস্তু দুটি সমেত রডটি অনুভূমিক অবস্থায় বহন করতে চায়। সে রডটির কম ওজন ঝুলানো স্থান থেকে কত দূরে ধরবে? [BUET 11-12]

- A. 0.5 meter
- B. 2 meter
- C. 3.5 meter
- D. 3 meter

[Ans] C [Solve] [Shortcut]

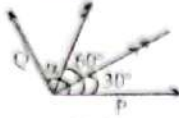
$$10.5x = 24.5(5 - x)$$

$$\Rightarrow 35x = 24.5 \times 5 \Rightarrow x = 3.5$$



24. কোন বিন্দুতে ক্রিয়াবাহক P ও Q ($P > Q$) মানের দুটি বলের লব্ধি P বলের দিকের সাথে 60° কোণ উৎপন্ন করে। P বলটিকে বিভক্ত করলে উক্ত কোণ 30° হয়। বল দুটির অঙ্কিত কোণ নির্ণয় কর। [BUET 11-12]

Solve



$$1ম ক্ষেত্রে, \tan 60^\circ = \frac{Q \sin \alpha}{P + Q \cos \alpha} \quad \text{----- (1)}$$

$$2য় ক্ষেত্রে, \tan 30^\circ = \frac{Q \sin \alpha}{2P + Q \cos \alpha} \quad \text{----- (2)}$$

$$(1) + (2) \frac{\tan 60^\circ}{\tan 30^\circ} = \frac{2P + Q \cos \alpha}{P + Q \cos \alpha}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{1} = \frac{2P + Q \cos \alpha}{P + Q \cos \alpha}$$

$$\Rightarrow P = -2Q \cos \alpha \quad \text{----- (3)}$$

$$(1) \text{ ও } (3) \text{ হতে, } \tan 60^\circ = \frac{Q \sin \alpha}{-2Q \cos \alpha + Q \cos \alpha}$$

$$\Rightarrow \tan \alpha = -\tan 60^\circ \quad \therefore \alpha = 120^\circ \text{ (Ans.)}$$

25. $10\sqrt{2}$ একক বিশিষ্ট একটি বল এবং অজানা একটি বল একটি বিন্দুতে ক্রিয়াশীল। তাদের লব্ধি অজানা বলটির উপর লম্ব এবং এর মান অজানা বলের একতৃতীয়াংশে, অজানা বলটির মান কত? [Kuet 10-11]

- A. $6\sqrt{5}$ একক B. $5\sqrt{2}$ একক C. $15\sqrt{2}$ একক
D. 12 একক E. $\sqrt{190}$ একক

Ans A Solve $P + 10\sqrt{2} \cos \alpha = 0 \Rightarrow \cos \alpha = -\frac{P}{10\sqrt{2}}$

$$\therefore \left(\frac{P}{3}\right)^2 = P^2 + (10\sqrt{2})^2 + 2 \times P \times 10\sqrt{2} \times \left(-\frac{P}{10\sqrt{2}}\right)$$

$$\therefore P = \sqrt{180} = 6\sqrt{5}$$

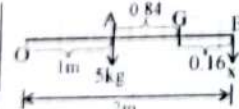
26. 2m দীর্ঘ এবং 5kg ওজনের একটি সুমম রডকে একটি টেবিলের উপর এমন ভাবে রাখা হয়েছে যে রডটির দৈর্ঘ্যের 16 cm ধারের বাইরে আছে। রডটি পড়ে যাওয়ার পূর্বে ঐ প্রান্তে কত ওজন ঝুলানো যাবে? [BUET 10-11]

- A. 25 kg B. 25.25 kg C. 26 kg D. 26.25 kg

Ans D Solve

2m দীর্ঘ রডের ভারকেন্দ্রের অবস্থান 1m দূরে ভারকেন্দ্র থেকে টেবিলের ধারের দূরত্ব:

$$(1 - 0.16) = 0.84m$$



$$\therefore \text{বলের ভারসাম্য নীতি অনুযায়ী, } 5 \times 0.84 = x \times 0.16$$

$$\Rightarrow x = 26.25kg$$

27. 20 মি. দীর্ঘ একটি ভারী সুমম তক্তা দুটি খুটির উপর আনুভূমিকভাবে সাম্যাবস্থায় রয়েছে। প্রথম খুটি তক্তাটির এক প্রান্তে এবং দ্বিতীয় খুটি তক্তাটির অপর প্রান্ত থেকে 5 মি. দূরে অবস্থিত। তক্তাটিকে না উল্টিয়ে দ্বিতীয় প্রান্তে যদি সর্বোচ্চ 50 কেজি ওজন ঝুলানো যায়। সেক্ষেত্রে তক্তাটির ওজন হবে- [CUET 10-11]

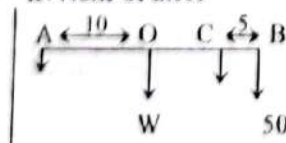
- A. 33.33 kg B. 50 kg
C. 25 kg D. None of these

Ans B Solve

$$W \times OC = 50 \times BC$$

$$\Rightarrow W(10 - 5) = 50 \times 5$$

$$\Rightarrow W = 50kg-wt$$

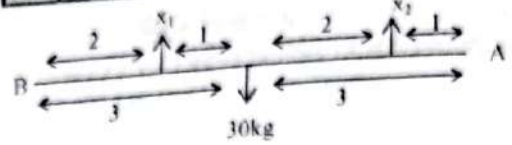


28. দুইজন লোক 6 m লম্বা ও 30 kg ওজনের একটি ভারী সুমম বার বহন করছে। একজন বারটির এক প্রান্ত থেকে 1 m ও অন্যজন অপর প্রান্ত থেকে 2 m দূরত্বে বারটি বহন করে নিয়ে যাচ্ছে। তাদের প্রত্যেকে কত ওজন বহন করে? [BUET 10-11]

- A. 10 kg, 20 kg
C. 12 kg, 18 kg

- B. 15 kg, 15 kg
D. None

Ans A Solve

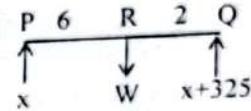


$$\frac{30}{3} = \frac{x_1}{2} = \frac{x_2}{1} \Rightarrow x_1 = 20kg, x_2 = 10kg$$

29. ভূমিতলের সমান্তরাল একই রেখা দুটি মসৃণ পেরেক P ও Q এর উপর 8 মিটার দীর্ঘ একটি বাঁশের প্রান্তবয় অবস্থান করছে। বাঁশটির উপরস্থ R বিন্দুতে একটি ভারী বোঝা ঝুলানো হল যদি $PR = 3RQ$ হয় এবং Q বিন্দুতে চাপ P বিন্দুতে চাপ অপেক্ষা 325 গ্রাম- ওজন বেশী হয় তবে বোঝাটির ওজন নির্ণয় কর। [BUET 09-10]

- A. 650 gm B. 750 gm
C. 850 gm D. 980 gm

Ans A Solve



$$\text{চিত্র হতে পাই, } x \times 6 = 2 \times (x + 325)$$

$$\Rightarrow 6x = 2x + 650 \Rightarrow 4x = 650 \Rightarrow x = 162.5$$

$$\text{আবার, চিত্র হতে পাই, } \frac{W}{8} = \frac{x}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{W}{8} = \frac{162.5}{2} \quad \therefore W = 650 \text{ গ্রাম ওজন}$$

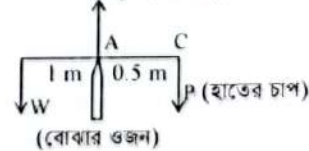
30. একটি লোক লাঠির একপ্রান্তে বাঁধা একটি বোঝা কাঁধে বহন করছে। বোঝাটির ওজন W এবং লোকটির কাঁধ হতে বোঝাটির ও লোকটির হাতের দূরত্ব যথাক্রমে 1 metre এবং 1/2 metres, লোকটির কাঁধের উপর চাপ কত? [BUET 07-08]

- A. w B. 3w C. 1.5w D. 2w

Ans B Solve

$$\Sigma M_c = \text{লব্ধি বলের মোমেন্ট}$$

$$\Rightarrow W \times 1.5 + P \times 0 = R \times 0.5 \quad \therefore R = 3W$$



31. অনুভূমিক দিকে এবং অনুভূমিকের সাথে 30° কোণে ক্রিয়াশীল দুটি বল 5 একক ওজনের বস্তুকে স্থিরভাবে ধরে রাখে। বল দুটির মান কত? [BUET 06-07]

- A. $\frac{5}{\sqrt{3}}, 10$ B. $5\sqrt{3}, 10$

- C. 5, 10 D. 5, $10\sqrt{3}$

Ans B Solve

$$\text{সাম্যাবস্থায়, } Q \cos 30^\circ = P, Q \sin 30^\circ = 5$$

$$\therefore Q = 10; 10 \cos 30^\circ = P \quad \therefore P = 5\sqrt{3}$$

SELF TEST

০১. ৩N ও ৫N মানের দুইটি বল পরস্পর লম্ব দিকে একই বিন্দুতে ক্রিয়া করলে তাদের লব্ধির মান কত?
- A. ৫N B. ৬N C. $\sqrt{34}N$ D. $\sqrt{41}N$
০২. একটি কণার উপর সেকেক ১, ৫ ও ৭ মি/সে. মানের তিনটি বেশ বিভিন্ন দিক হতে কার্যকর থাকলেও স্থিতিশীল রয়েছে। ক্ষুদ্রতর দুইটি বেশের মধ্যবর্তী কোণের পরিমাপ কত?
- A. 90° B. 30° C. 60° D. 45°
০৩. কোন বিন্দুতে ক্রিয়ারত দুইটি বলের একটির মান অপরাটের বিপরীত হলে এবং তাদের লব্ধি ক্ষুদ্রতরটির উপর লম্ব হলে বলদ্বয়ের অন্তর্গত কোণ হবে-
- A. 60° B. 120° C. 90° D. 210°
০৪. একটি বস্তুকণার দুটো সমান বেশ আছে। তাদের লব্ধির বর্ণ যদি বেশের কণফলের তিনগুন হয়। তাহলে বেশ দুটোর অন্তর্গত কোণ হচ্ছে-
- A. 30° B. 45° C. 60° D. কোনটিই নয়
০৫. দুই সমান বলের লব্ধি যদি তৃতীয়টির সমান হয় তবে প্রথমোক্ত বলদ্বয়ের অন্তর্গত কোণ-
- A. 60° B. 120° C. 180° D. 90°
০৬. ৭N এবং ৪N মানের দুইটি বল একই রেখায় বিপরীত দিকে ক্রিয়া করে। উহাদের লব্ধি কত?
- A. 11N B. $3\frac{1}{2}N$ C. 3N D. 28N
০৭. ৪ পাউন্ড-ওজন ও ৩ পাউন্ড-ওজনের দুইটি বলের অন্তর্গত কোণ কত হলে উহাদের লব্ধির মান ৭ পাউন্ড-ওজন হবে?
- A. 60° B. 0° C. 180° D. 210°
০৮. দুইটি বল p ও 2p একটি বস্তুর উপর ক্রিয়াশীল। যদি বল দুইটি 2p ও 2p + ৪ পরিমাণ বৃদ্ধি করা হয়, তবে লব্ধির দিক অপরিবর্তিত থাকে তাহলে p এর মান-
- A. ২ B. ৪ C. ৪ D. ১
০৯. দুইটি বল বৃহত্তম লব্ধি 14 একক এবং ক্ষুদ্রতম লব্ধি ২ একক। বলদ্বয় পরস্পর লম্ব হলে তখন লব্ধি হবে।
- A. ৫ B. 10 C. 15 D. 20
১০. কোন বিন্দুতে দুইটি বল 135° কোণে ক্রিয়াশীল। বৃহত্তম বলটির মান 16N এবং তাদের লব্ধি ক্ষুদ্রতম বলের সাথে সমকোণ উৎপন্ন করলে ক্ষুদ্রতম বলের মান-
- A. 12N B. 10.31N C. 10N D. 11.31N
১১. $2\sqrt{5}$ এককের দুইটি সমান বল 60° কোণে এক বিন্দুতে কাজ করে। তাদের লব্ধির মান-
- A. $\sqrt{3}$ units B. $2\sqrt{15}$ units C. $3\sqrt{15}$ units D. $2\sqrt{3}$ units
১২. একটি বিন্দুতে ক্রিয়াশীল P নিউটন এবং 12 N মানের দুইটি বলের লব্ধি 10 N হার ক্রিয়ারেখা P-এর দিকে 90° কোণ উৎপন্ন করে। P এর মান-
- A. 11N B. $2\sqrt{11}N$ C. 12N D. $2\sqrt{7}N$
১৩. ABC একটি সমবাহু ত্রিভুজ এবং 2N, 5N ও 8N মানের তিনটি বলের দিক যথাক্রমে AB, BC ও CA এর দিকে। বল তিনটির লব্ধির মান কত?
- A. $3\sqrt{2}N$ B. $3\sqrt{3}N$ C. $2\sqrt{3}N$ D. $2\sqrt{2}N$
১৪. P এবং Q বল দুটির লব্ধির মান R। Q কে দ্বিগুণ করলে যদি নতুন লব্ধি P বলের ক্রিয়া রেখার উপর লম্ব হয়, তাহলে-
- A. R=0 B. P=Q C. R=-Q D. P+Q=0
১৫. কোন বিন্দুতে 120° কোণে ক্রিয়াশীল 6N ও X মানের বলের লব্ধি 6N বলের সাথে সমকোণ উৎপন্ন করলে X এর মান হবে-
- A. 12N B. 20N C. 14N D. 21N
১৬. কোন সমবাহু ত্রিভুজের এক কৌণিক বিন্দুতে দুই বাহু বরাবর দুটি বল 3p এবং 5p ক্রিয়া করে। বল দুটির লব্ধির মান ও দিক কত?
- A. $\sqrt{7}p, \tan^{-1}\frac{3\sqrt{3}}{11}$ B. $7p, \tan^{-1}\frac{2}{3}$ C. $7p, \tan^{-1}\frac{3\sqrt{3}}{11}$ D. $\sqrt{5}p, \tan^{-1}2$
১৭. যদি দুইটি বল 4 N ও 6 N একটি কণার উপরে ক্রিয়া করে এবং বল দুইটি ঘরা সূত্র কোণ 30° হয়, তবে বল দুইটির লব্ধি প্রথম বলের সাথে কত কোণ উৎপন্ন করবে?
- A. 15.5° B. 16.63° C. 16.3° D. 18.07°
১৮. ছাড়া উপরের দিকে ক্রিয়ারত 12N একটি বলের দুইটি অংশকের মধ্যে অনুভূমিকটি 5N হলে অপরটির কত?
- A. 9 B. 12 C. 13 D. 17
১৯. 10N ও 8N বিসদৃশ সমান্তরাল বলদ্বয় পরস্পর 4m দূরত্বে অবস্থিত। যদি পরবর্তীতে বল 12N ও 10N হয়, তাহলে লব্ধির সরণ হবে?
- A. ২ B. ৪ C. ৬ D. ৮
২০. 32cm ব্যবধানে দুইটি বিন্দুতে 15kg এবং 9kg ওজনের দুইটি সমান্তরাল বল কার্যরত আছে। এদের লব্ধি কত যখন বল দুইটি বিসদৃশ।
- A. 3 B. 6 C. 15 D. 24

২১. দুইটি বিপরীতমুখী সমান্তরাল বল 14 শে.মি. দূরত্বে এখনকালে ক্রিয়া করছে শে. তাহা 2N হাথ ওজনের একটি বলের সমতুল্য এবং তাদের বৃহত্তর বলটি এদের নগাটি হতে ৬ শে.মি. দূরে ক্রিয়ারত। বলদ্বয় নির্ণয় কর।
- A. ৪x 12 B. 12, 6 C. 40, 6 D. 20, 12
২২. একজন লোক তার কাঁধে অনুভূমিকভাবে স্থাপিত 4m দীর্ঘ একটি লাঠির একপ্রান্ত হাতে রেখে অপর প্রান্তে w ওজনের বস্তু বহন করছে। কাঁধের উপর চাপের পরিমাণ বস্তুর ওজনের বিপরীত হলে কাঁধ হতে বস্তুর দূরত্ব কত?
- A. 1m B. 2m C. 3m D. 4m
২৩. দুইটি সদৃশ সমান্তরাল বলের একটি ৩ জাইন, যা থেকে 3 cm দূরত্বে এদের লব্ধি 1N জাইন কার্যরত। বলদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব কত?
- A. ২ B. ৪ C. ৬ D. ৫
২৪. একজন লোক তার কাঁধের উপর একটি লাঠির প্রান্তে বেঁধে বোঝা বহন করবে। তার হাত ও কাঁধের উপরে চাপ কিতানের পরিবর্তিত হবে?
- A. $R \propto x^2$ B. $R \propto \frac{1}{x}$ C. $R \propto \frac{1}{x^2}$ D. $R \propto x$
২৫. ৩ পাউন্ড ওজনের একটি বল 16 ইঞ্চি দীর্ঘ একটি দণ্ডের প্রান্তে প্রামোশ করা হলে, অপর প্রান্তে বিশ্বর চতুর্নিকে বলটির জামক কত? যখন ইহার ক্রিয়ারেখা দণ্ডের সাথে 30° কোণ উৎপন্ন করে।
- A. 10 B. 8 C. 5 D. 6
২৬. একটি দণ্ডের ৩m দূরত্বে এক প্রান্তে হাত ও অপর প্রান্তে বস্তু স্থাপন করলে কাঁধের উপর চাপ বস্তু চাপের 3 গুন হয়। কাঁধ ও বস্তুর দূরত্ব কত?
- A. 1 B. 3 C. 6 D. 2
২৭. দুটি সদৃশ সমান্তরাল বল পরস্পরের সাথে স্থান পরিবর্তন করলে ও যদি লব্ধির অবস্থান অপরিবর্তিত থাকে তবে-
- A. $P > Q$ B. $P < Q$ C. $P = Q$ D. $p < \frac{1}{Q}$
২৮. একটি দণ্ডের একপ্রান্ত হতে 2, 4, 6 m দূরত্বে অবস্থিত তিনটি বিন্দুতে যথাক্রমে যথাক্রমে P, Q, R মানের তিনটি সমান্তরাল বল ক্রিয়া করে নগাটি ভারসাম্যাবস্থায় $P:Q:R = ?$
- A. 2:3:6 B. 2:4:6 C. 1:3:6 D. None
২৯. 1, 1, 2 একক মানের তিনটি বল P, Q, R একটি বস্তুকে সামান্যস্থায় রাখবে। $p \wedge Q$ এবং $Q \wedge R$ কোনগুলো-
- A. $0^\circ, 180^\circ$ B. $60^\circ, 135^\circ$ C. $45^\circ, 65^\circ$ D. $120^\circ, 60^\circ$
৩০. ABCD একটি বর্গক্ষেত্রে, $2\overline{AB}, 2\overline{BC}, 3\overline{CD}, \overline{DA}, \overline{DB}$ বলগুলো কোন এক বিন্দুতে ক্রিয়া করলে তাদের লব্ধির মান-
- A. $2AC$ B. 5AB C. 0 D. None

OMR

01. <input type="radio"/>	09. <input type="radio"/>	17. <input type="radio"/>	25. <input type="radio"/>
02. <input type="radio"/>	10. <input type="radio"/>	18. <input type="radio"/>	26. <input type="radio"/>
03. <input type="radio"/>	11. <input type="radio"/>	19. <input type="radio"/>	27. <input type="radio"/>
04. <input type="radio"/>	12. <input type="radio"/>	20. <input type="radio"/>	28. <input type="radio"/>
05. <input type="radio"/>	13. <input type="radio"/>	21. <input type="radio"/>	29. <input type="radio"/>
06. <input type="radio"/>	14. <input type="radio"/>	22. <input type="radio"/>	30. <input type="radio"/>
07. <input type="radio"/>	15. <input type="radio"/>	23. <input type="radio"/>	
08. <input type="radio"/>	16. <input type="radio"/>	24. <input type="radio"/>	

Answer with Hints

01 C: Hints: Type-01, Prob-01	02 C: Hints: Type-01, Prob-03
03 B: Hints: গুরুত্বপূর্ণ তথ্যাবলি	04 C: Hints: গুরুত্বপূর্ণ তথ্যাবলি
05 B: Hints: গুরুত্বপূর্ণ তথ্যাবলি	06 C: Hints: Type-01
07 B: Hints: Type-01	08 C: Hints: Type-01, Prob-05
09 B: Hints: Type-02, Prob-02	10 D: Hints: Type-02, Prob-03
11 B: Hints: Type-01, Prob-03	12 B: Hints: Type-02, Prob-03
13 B: Hints: Type-02, Prob-04	14 C: Hints: Type-02, Prob-03
15 A: Hints: Type-02, Prob-01	16 C: Hints: Type-01, Prob-01
17 D: Hints: Type-03, Prob-01	18 C: Hints: Type-01, Prob-01
19 B: Hints: Type-10, Prob-01	20 B: Hints: Type-07, Prob-02
21 A: Hints: Type-09, Prob-02	22 B: Hints: Type-12, Prob-01
23 C: Hints: Type-07, Prob-03	24 C: Hints: Type-12
25 D: Hints: Type-11, Prob-01	26 C: Hints: Type-12, Prob-01
27 C: Hints: Type-09	28 B: Hints: $\frac{P}{Q} = \frac{BC}{AC}$
29 A: Hints: Type-01	30 C: Hints: Rule



৪ম অধ্যায়

দ্বিতীয় পত্র

সমতলীয় বস্তুগণার গতি
Motion of a Particle in a Plane

এক নজরে এ অধ্যায়ের গুরুত্বপূর্ণ তথ্যাবলি

□ সময়ের পরিবর্তনের সাথে বেগ পরিবর্তনের হারকে ত্বরণ (acceleration) বলে। ত্বরণকে সাধারণত a বা f দ্বারা চিহ্নিত করা হয়। ত্বরণের একক:

- (i) সি, জি, এস-সে. মি./সে.² (ii) এফ, পি, এস- ফুট/সে.²
(iii) SI- মি/সে.²

▶ প্রাথমিকীয় সমীকরণ: ধবি, আদি বেগ = u , শেষ বেগ = v ,
সময় = t , দূরত্ব = s , এবং ত্বরণ = a

$$(i) v = u + at \quad (ii) s = ut + \frac{1}{2} at^2$$

$$(iii) v^2 = u^2 + 2as \quad (iv) s = \left(\frac{u+v}{2} \right) \times t$$

$$(v) t\text{-তম সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূরত্ব } s_t = u + \frac{1}{2} t(2t-1)$$

$$(vi) \text{ সমবেগের ক্ষেত্রে, অতিক্রান্ত দূরত্ব } s = vt$$

$$(vii) \text{ ত্বরণ} = \frac{\text{শেষবেগ} - \text{আদিবেগ}}{\text{সময়}} \therefore \text{অর্থাৎ, } f = \frac{v-u}{t}$$

▶ একটি বস্তু আদিবেগের t তম সেকেন্ডে S_{1t} এবং n তম সেকেন্ডে S_{nt} দূরত্ব অতিক্রম করলে, ত্বরণ, $f = \frac{S_{1t} - S_{nt}}{t - n}$

▶ একটি বস্তু একটি লক্ষ্যবস্তুর x মিটার প্রবেশ করার পর এর বেগ $\frac{1}{n}$ অংশ কমে গেলে এটি লক্ষ্যবস্তুর ভেতর আরও $\frac{(n-1)^2}{(2n-1)} x$ মিটার প্রবেশ করবে।

▶ বস্তুকের গতি x দূরত্ব প্রবেশ করার পর বেগ অর্ধেক হলে, এটি আরও $\frac{x}{3}$ দূরত্ব প্রবেশ করবে।

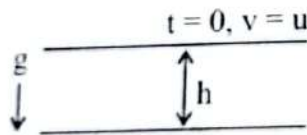
□ উচ্চস্থান হতে অভিকর্ষের অধীনে পড়ন্ত বস্তু:

$$a) v = u + gt$$

$$b) h = ut + \frac{1}{2} gt^2$$

$$c) v^2 = u^2 + 2gh$$

$$d) h_{\text{up}} = u + \frac{1}{2} g(2t-1) = v - \frac{g}{2}$$

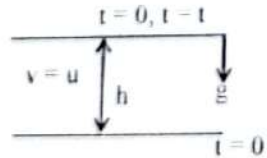


□ ঋড়াতাবে উর্ধ্বে নিক্ষিপ্ত বস্তুর গতি:

$$a) v = u - gt,$$

$$b) h = ut - \frac{1}{2} gt^2,$$

$$c) v^2 = u^2 - 2gh$$



$$d) t \text{ তম second এ সরণ } h_{\text{up}} = u - \frac{1}{2} g(2t-1) = v + \frac{g}{2}$$

$$e) \text{ সর্ববিক উচ্চতা } H = \frac{u^2}{2g}$$

$$f) \text{ উত্থানকাল বা পতনকাল } t = \frac{u}{g}$$

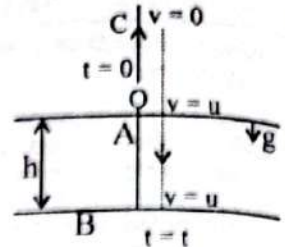
$$h) \text{ বিচরণকাল } T = \frac{2u}{g}$$

□ h উচ্চতা হতে উর্ধ্বে নিক্ষিপ্ত বস্তুর গতি:

$$a) h = -ut + \frac{1}{2} gt^2$$

$$b) v = -u + gt$$

$$c) h_{\text{up}} = -u + \frac{1}{2} g(2t-1) = v - \frac{g}{2}$$



একটি বস্তুকে যে বেগে ঋড়া উপরের দিকে নিক্ষেপ করা হয় বস্তুটি ক্ষিপ্ত

এসে ঠিক একই বেগে ভূমিকে আঘাত করে।

বিভিন্ন এককে অভিকর্ষজ ত্বরণ g এর মান

$$(i) \text{ C.G.S পদ্ধতিতে } g = 981 \text{ cm/sec}^2$$

$$(ii) \text{ F.P.S পদ্ধতিতে } g = 32 \text{ ft/sec}^2$$

$$(iii) \text{ M.K.S পদ্ধতিতে } g = 9.81 \text{ m/sec}^2$$

বেগের সামান্তরিক সূত্র:

□ α কোণে আনত u ও v মানের দুটি সমবিন্দু বেগের লব্ধি w হলে,

$$w = \sqrt{u^2 + v^2 + 2uv \cos \alpha} \text{ এবং } v \text{ বেগের সাথে } w \text{ এর আনতি } \theta \text{ হলে,}$$

$$\tan \theta = \frac{v \sin \alpha}{u + v \cos \alpha}$$

$$\alpha = 0^\circ \text{ হলে, } R = R_{\text{max}} = u + v$$

$$\alpha = 180^\circ \text{ হলে, } R_{\text{min}} = u - v$$

$$\alpha = 90^\circ \text{ হলে, } R = \sqrt{u^2 + v^2} \text{ এবং } \tan \theta = \frac{u}{v}$$

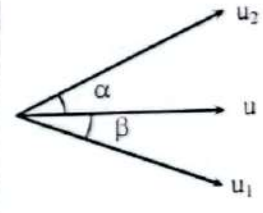
$$u = v \text{ হলে } R = 2u \cos \frac{\alpha}{2}, \theta = \frac{\alpha}{2}$$

□ দুই নির্দিষ্ট রেখা বরাবর বেগের উপাংশ: v বেগটির α ও β কোণে আনত রেখা বরাবর u_1 ও u_2 হলে,

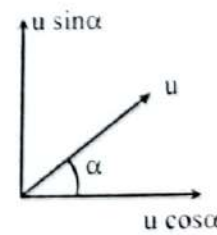
$$\frac{u_1}{\sin \beta} = \frac{u_2}{\sin \alpha} = \frac{u}{\sin(\alpha + \beta)}$$

$$\Rightarrow u_1 = \frac{u \sin \beta}{\sin(\alpha + \beta)}$$

$$u_2 = \frac{u \sin \alpha}{\sin(\alpha + \beta)}$$

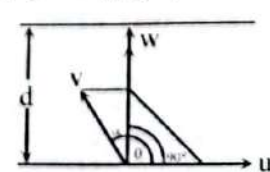


□ u বেগটির α কোণে নত রেখা বরাবর লম্বাংশক = $u \cos \alpha$ । α কোণে নত রেখাটির নত রেখাটির লম্ব বরাবর অংশক = $u \sin \alpha$



□ বেগের লম্বাংশ সূত্র: একটি নির্দিষ্ট দিকে বিন্দু সংখ্যার বেগের লম্বাংশের সমষ্টি একই দিকে এদের লব্ধির লম্বাংশের সমান।

□ নদী পার হওয়া সংক্রান্ত আলোচনা: ধরি শ্রোতের বেগ u , নৌকার বেগ v হয় তাহলে, সোজাসুজি/সর্বনিম্ন দূরত্ব/সমকোণে নদী পার হলে:



Prob 02 একটি বিমান রক্তি দ্রুত 300km বেগে ঘাটি স্পর্শ করে 11km দূরত্ব অতিক্রম করে যেতে পারে। সমস্যার ক্রিয়াকাল কত?

Sol: $a = \frac{v^2 - u^2}{2s} = \frac{300^2 - 0^2}{2 \times 11} = 4090.9 \text{ ms}^{-2}$

$\therefore t = \frac{v - u}{a} = \frac{0 - 300}{-4090.9} = 0.073 \text{ s}$ Ans.

Type-01 তড়াকার সংখ্যা সংক্রান্ত

একটি বুলেট একটি তড়াক ভেদ করতে তার বেগের $\frac{1}{20}$ অংশ হারায়, যেহেতু থাকার পূর্বে কতকগুলো তড়াক ভেদ করতে পারবে (n এর মান 0 বা 2 হতে পারবে না)? ভেদকৃত তড়াক সংখ্যা = $\frac{(\text{শেষ বেগের হর})^2}{(\text{শেষ বেগের হর})^2 - (\text{শেষ বেগের গণ})^2}$

অথবা, ভেদকৃত তড়াক সংখ্যা = $\frac{n}{2}$

Prob 01 একটি বুলেট একটি তড়াক ভেদ করতে তার বেগের $\frac{1}{20}$ অংশ হারায়। যেহেতু থাকার পূর্বে কতকগুলো তড়াক ভেদ করতে পারবে?

Sol: সূত্র = ভেদকৃত তড়াক

$= \frac{(\text{শেষ বেগের হর})^2}{(\text{শেষ বেগের হর})^2 - (\text{শেষ বেগের গণ})^2}$

প্রদত্ত সমস্যায়,

বুলেটের আদি বেগ 1 অংশ, শেষ বেগ = $1 - \frac{1}{20} = \frac{19}{20}$

\therefore ভেদকৃত তড়াক = $\frac{(20)^2}{(20)^2 - (19)^2} = 10$ টি Ans.

Shortcut: $n = 20 \therefore$ ভেদকৃত তড়াক = $\frac{n}{2} = \frac{20}{2} = 10$ টি

Type-05: ত্বরণ সংক্রান্ত

ত্বরণ, $a = \frac{\text{শেষবেগ} - \text{আদিবেগ}}{\text{সময়}} = \frac{v - u}{t}; a = \frac{v^2 - u^2}{2s}$

$u = 0$ হলে, $a = \frac{v - s}{t} = \frac{v^2}{2s}$

আদিবেগ সহ কোন বস্তু সমত্বরণে m তম সেকেন্ডে ও n তম সেকেন্ডে যথাক্রমে S_m ও S_n দূরত্ব অতিক্রম করলে ত্বরণ, $a = \frac{S_m - S_n}{t_m - t_n}$

Prob 01 একটি গাড়ী স্থিতিবস্থা থেকে সমত্বরণে চলা শুরু করে 4 sec এ 36 m/s গতিপ্রাপ্ত হল। গাড়ীটির ত্বরণ-

Sol: $a = \frac{v - u}{t} = \frac{36 - 0}{4} = 9 \text{ ms}^{-2}$ Ans.

Prob 02 একটি ট্রেন 22.5 m/sec গতিবেগ নিয়ে যাত্রা করে 10 sec এ 325 m গেল। এর ত্বরণ কত?

Sol: $S = ut + \frac{1}{2}at^2$

$\Rightarrow 325 = 22.5 \times 10 + \frac{1}{2} a \times 10^2 \Rightarrow a = 2 \text{ ms}^{-2}$

Prob 03 একটি গাড়ী সমত্বরণে 30 km/hour আদিবেগ 100km দূর অতিক্রম করে 80 km/hour ত্বরণ বেগ হারায়। গাড়ীটির ত্বরণ-

Sol: আদিবেগ, $v^2 = u^2 + 2as$

$\Rightarrow a = \frac{v^2 - u^2}{2s} = \frac{80^2 - 30^2}{2 \times 100} \therefore a = 8 \text{ km/h}^2$ Ans.

Prob 04 যদি $s = t^2 + 3t^2 + 6$ হয়, তবে 2 সে. পর এর ত্বরণ-

Sol: $v = \frac{ds}{dt} = 3t^2 + 6t$

$\therefore a = \frac{dv}{dt} = 6t + 6$

\therefore 2s পর ত্বরণ, $a = 6 \times 2 + 6 = 12 + 6 = 18 \text{ ms}^{-2}$ Ans.

Prob 05 একটি বিন্দু সমত্বরণে সরলরৈখী পরাবর্তন চলে 12 তম সেকেন্ডে 72 cm এবং 20 তম সেকেন্ডে 120 cm দূরত্ব অতিক্রম করে। বিন্দুটির ত্বরণ কত?

Sol: আদিবেগ সহ কোন বস্তু সমত্বরণে m তম সেকেন্ডে S_m ও n তম সেকেন্ডে S_n দূরত্ব অতিক্রম করলে, ত্বরণ $a = \frac{S_m - S_n}{t_m - t_n} = \frac{120 - 72}{20 - 12} = 6 \text{ cm/s}^2$ Ans.

Type-05 সরণ সংক্রান্ত

বেগের মান = $\sqrt{\text{ভেদকৃত তড়াক সংখ্যা}}$

যখন হারানো বেগ = $\frac{1}{n}$ অংশ, তখন দূরত্ব/সরণ = $\frac{S(n-1)^2}{2n-1}$

যেখানে S = আদি সরণ।

যখন হারানো বেগ = $\frac{1}{2}$ বা আদিবেগের অর্ধেক, তখন দূরত্ব/সরণ = $\frac{S}{3}$

Prob 01 একটি বুলেট একটি নির্দিষ্ট পুরুত্বের তড়াক ভেদ করতে পারে। যদি বেগ 6 গুণ করা হয় তবে কতকগুলো তড়াক ভেদ করতে পারবে?

Sol: সূত্র 8 বেগের মান = $\sqrt{\text{ভেদকৃত তড়াক সংখ্যা}}$

\therefore ভেদকৃত তড়াক সংখ্যা = $(\text{বেগ})^2 - 6^2 = 36$ টি Ans.

Prob 02 একটি বুলেট একটি নির্দিষ্ট পুরুত্বের তড়াক ভেদ করতে পারে। যদি 49টি তড়াক ভেদ করতে পারে তবে তার বেগ কত গুণ করতে হবে?

Sol: বেগের মান = $\sqrt{\text{ভেদকৃত তড়াক সংখ্যা}} = \sqrt{49} = 7$ Ans.

Prob 03 একটি রাইফেলের গুলি 15m দৈর্ঘ্য ভেদ করার পর তার বেগ অর্ধেক হল। কতদূর অতিক্রম করার পর তার বেগ শূন্য হবে?

Sol: সরণ = $S' = \frac{S(n-1)^2}{2n-1} = \frac{15(2-1)^2}{2 \cdot 2 - 1} = 5 \text{ m}$ Ans.

অথবা, সরণ = $S' = \frac{S}{3} = \frac{15}{3} = 5 \text{ m}$ Ans.

Prob 04 20m দূরত্ব অতিক্রম করার পর বস্তুর বেগ $\frac{1}{4}$ হলে আর কতটুকু সরণ ঘটবে?

Sol: $S' = \frac{S(n-1)^2}{2n-1} = \frac{20(4-1)^2}{2 \cdot 4 - 1} = \frac{180}{7} \text{ m}$ Ans.

Prob 05 5m দূরত্ব অতিক্রম করার পর বস্তুর বেগ $\frac{1}{3}$ হলে আর কত দূরত্ব অতিক্রম করবে?

Sol: $S' = \frac{S(n-1)^2}{2n-1} = \frac{5(3-1)^2}{2 \cdot 3 - 1} = 4 \text{ m}$ Ans.

Type-07:

গড় বেগ সংক্রান্ত

$$\text{গড় বেগ} = \frac{\text{বেগের সংখ্যা}}{\frac{1}{\text{1ম বেগ}} + \frac{1}{\text{2য় বেগ}}}$$

$$\Rightarrow \text{গড় বেগ} = \frac{2V_1V_2}{V_1 + V_2}$$

$$n \text{ সংখ্যক বেগের ক্ষেত্রে গড়বেগ} = \frac{n}{\frac{1}{\text{1ম বেগ}} + \frac{1}{\text{2য় বেগ}} + \dots + \frac{1}{\text{nতম বেগ}}}$$

Prob 01 রহিম ঢাকা থেকে সাভারে 20km/hr বেগে গেল এবং 40 km/hr বেগে পুনরায় ঢাকায় পৌঁছাল। তার গড় বেগ কত?

Sol: গড় বেগ = $\frac{\text{বেগের সংখ্যা}}{\frac{1}{\text{1ম বেগ}} + \frac{1}{\text{2য় বেগ}}} = \frac{2}{\frac{1}{20} + \frac{1}{40}} = \frac{80}{3} \text{ km/hr Ans.}$

Type-08:

আপেক্ষিক বেগ সংক্রান্ত

ক্রেত-1: দুটি বস্তু যখন একই দিকে গমন করে, তখন

A বস্তুর সাপেক্ষে B বস্তুর আপেক্ষিক বেগ = $V_B - V_A$
এবং B বস্তুর সাপেক্ষে A " " " = $V_A - V_B$

ক্রেত-2: দুটি বস্তু যখন পরস্পর বিপরীত দিকে গমন করে, তখন-

A বস্তুর সাপেক্ষে B বস্তুর আঃ বেগ = $V_A + V_B$
B বস্তুর সাপেক্ষে A বস্তুর আঃ বেগ = $V_A + V_B$

Prob 01 শ্রোতের বেগ 10 km/h⁻¹ এবং নৌকার বেগ 5 km/h⁻¹ নৌকাটি শ্রোতের বিপরীত দিকে চালালে শ্রোতের সাপেক্ষে নৌকাটির আপেক্ষিক বেগ কত?

Sol: শ্রোতের বেগ, $V_A = 10 \text{ km/h}^{-1}$, নৌকার বেগ, $V_B = 5 \text{ km/h}^{-1}$
 \therefore শ্রোতের সাপেক্ষে নৌকাটির আপেক্ষিক বেগ = $V_A + V_B = 10 + 5 = 15 \text{ Ans.}$

Prob 02 সুন্দরবন ও সুবর্ণা ট্রেনওয় ঢাকা থেকে খুলনার দিকে 12 ms⁻¹ ও 19 ms⁻¹ রওনা দিল। সুবর্ণার আপেক্ষিক বেগ কত?

Sol: $V_A = 12 \text{ ms}^{-1}$, $V_B = 19 \text{ ms}^{-1}$
 \therefore সুবর্ণার আপেক্ষিক বেগ $V_B - V_A = (19 - 12) = 7 \text{ ms}^{-1} \text{ Ans.}$

Type-09:

নৌকার বেগ ও শ্রোতের বেগ সংক্রান্ত

▶ সাতার বা নৌকার বেগ = u, শ্রোতের বেগ = v হলে,

i. শ্রোতের অনুকূলে বেগ = $u + v$

ii. শ্রোতের অনুকূলে বেগ = $u - v$

iii. ন্যূনতম দূরত্বে নদী পার হতে লব্ধি বেগ = $\sqrt{u^2 - v^2}$

iv. তীরের সাথে সাতার বা নৌকার বেগের মধ্যবর্তী কোণ $\alpha = \cos^{-1}\left(-\frac{v}{u}\right)$

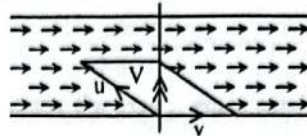
v. নদী পার হতে সময়, $t = \frac{s}{\sqrt{u^2 - v^2}}$

vi. স্বল্পতম সময়ে নদী পার হওয়ার সময়, $t_{\min} = \frac{s}{u \sin \alpha}$

$$t_{\min} = \frac{s}{u} \quad (\alpha = 90^\circ)$$

Prob 01

শ্রোতহীন অবস্থায় 100m প্রস্থ একটি নদী একজন সাতার 4 মিনিটে সোজাসাজী নদী পার হতে পারে। কিন্তু শ্রোত থাকলে এই একই পথে তিনি নদীটি 5 মিনিটে অতিক্রম করতে পারেন। শ্রোতের গতিবেগ নির্ণয় কর?



Sol:

মনেকরি, ব্যক্তির বেগ $u = \frac{100}{4} = 25 \text{ m/min}$

শ্রোতের বেগ = v

লব্ধি বেগ $V = \frac{100}{5} = 20 \text{ m/min}$

\therefore শ্রোতের বেগ $v = \sqrt{u^2 - V^2} = \sqrt{25^2 - 20^2}$
 $= \sqrt{625 - 400} = \sqrt{225} = 15 \text{ m/min}$

[By Shortcut] : শ্রোতের গতিবেগ $V = \frac{d}{t_1 t_2} \sqrt{t_2^2 - t_1^2}$, (d = প্রশস্ত)

Prob 02

শ্রোতের বেগের $\sqrt{2}$ গুণ মানের বেগে সাতার কেটে সাতার নদীর অপর পাড়ে সোজাসাজী গিয়ে পৌঁছল। নদীর তীরের সাথে সাতারের বেগের নতি নির্ণয় কর।

Sol: সাতারের বেগ u এবং শ্রোতের বেগ v হলে,

সোজাসাজীভাবে পার হতে উৎপন্ন কোণ, $\alpha = \cos^{-1}\left(-\frac{v}{u}\right)$

\therefore তীরের সাথে সাতারের বেগের নতি, $\alpha = \cos^{-1}\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = 135^\circ$

Type-10:

নির্দিষ্টতম সেকেন্ডে দূরত্ব সংক্রান্ত

▶ t তম সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূরত্ব, $S_t = u \pm \frac{1}{2} a (2t-1)$

Prob 01 একটি কণা স্থির অবস্থা হতে 10 ms⁻² ত্বরণে চলতে শুরু করলে 8 তম সেকেন্ডে কণাটির অতিক্রান্ত দূরত্ব কত?

Sol: আমরা জানি, $S_t = u + \frac{1}{2} a (2t-1)$

$\therefore S_8 = 0 + \frac{1}{2} \cdot 10 (2 \cdot 8 - 1) = 5 \times 15 = 75 \text{ m Ans.}$

Prob 02

একটি বাস স্থির অবস্থা থেকে 16ms⁻² ত্বরণে চললে 4 তম সেকেন্ডে কত দূরত্ব অতিক্রম করবে? **Ans. 56m**

Joykoly Technic

01. কুয়ার অঙ্কের শটকাট: $t = \sqrt{\frac{2h}{g}} + \frac{h}{v}$ (h = গভীরতা, V = শব্দের বেগ)

02. টাওয়ারের উচ্চতা $H = vt - \frac{1}{2} gt^2$

03. টাওয়ারের ছাদ থেকে u বেগে উপরে নিষ্কৃত বস্তু t সময়ে মাটিতে পড়ে এক্ষেত্রে টাওয়ারের উচ্চতা, $H = -ut + \frac{1}{2} gt^2$

04. মাটিতে পতন কালে বেগ বা উড়জাহাজ এর উচ্চতা = $H + ut = \frac{1}{2} gt^2$

Type-13:

কুণ্ডের গভীরতা = h, শব্দের বেগ = v হলে কুণ্ডে বস্ত্র ফেলে দেয়ার t সময়
 নই প্রত্যক্ষ শব্দ শোনা গেলে, $t = \sqrt{\frac{2h}{g}} + \frac{h}{v}$ এবং গভীরতা $h = \frac{gt^2}{2(1 + \frac{gt}{v})}$
 পানিতে শব্দের বেগ 327 ms^{-1} এবং বাতাসে শব্দের বেগ 332 ms^{-1}

Prob 01 একটি পাথরকে 50m গভীর একটি কুয়ার মধ্যে ফেলা হল।
 পানিতে পাথর গড়ার শব্দ কতক্ষণ পর শোনা যাবে?

Sol: $t = \sqrt{\frac{2h}{g}} + \frac{h}{v} = \sqrt{\frac{2 \times 50}{9.8}} + \frac{50}{327} = 3.34 \text{ s}$
 পানিতে শব্দের বেগ, $v = 327 \text{ ms}^{-1}$ Ans.

Prob 02 একটি কুণ্ডে একটি পাথরের টুকরা ফেলা হলো। 3.5 s পরে কুণ্ডের
 তলদেশে টুকরাটির পতনের শব্দ শোনা গেলো। শব্দের বেগ 327 ms^{-1}
 এবং $g = 9.81 \text{ ms}^{-2}$ হলে কুণ্ডের গভীরতা কত?

Sol: গভীরতা, $h = \frac{gt^2}{2(1 + \frac{gt}{v})} = \frac{9.8 \times (3.5)^2}{2(1 + \frac{9.8 \times 3.5}{327})} = 54.3 \text{ m}$ Ans.

Prob 03 একটি শূন্য কুণ্ডে একটি পাথর খণ্ড ফেললে তা 3 sec-এ কুণ্ডের
 তলদেশে পৌঁছালে কুণ্ডের গভীরতা হবে-

Sol: $h = \frac{1}{2}gt^2 = \frac{1}{2} \times (9.8) \times 3^2 = 44.1 \text{ m}$

Type-14: বেগ সংক্রান্ত

উচ্চস্থান থেকে খাড়া উপরের দিকে নিষ্কিণ্ড বস্তুর ভূমিতে পতনবেগ $v = -u + gt$
 u আদিবেগে খাড়া উপরের দিকে নিষ্কিণ্ড কোন বস্তুর t সেকেন্ড পর প্রাপ্ত বেগ
 $v = u - gt$

Prob 01 কোন উচ্চস্থান থেকে 19.5 ms^{-1} বেগে খাড়া উপরে নিষ্কিণ্ড কোন
 বস্ত্র 4sec পর কত বেগে মাটিতে পড়বে?

Sol: আমরা জানি, পতনবেগ $v = -u + gt = -19.5 + 9.8 \times 4 = 19.7 \text{ ms}^{-1}$

Prob 02 কোন বস্ত্রকে 100 ms^{-1} বেগে খাড়া উপরে নিক্ষেপ করা হল।
 8sec পর তার বেগ কত হবে?

Sol: $v = u - gt = 100 - 9.8 \times 8 = 21.6 \text{ ms}^{-1}$

Type-15: মূলসূত্র সংক্রান্ত

Prob 01 একটি কণা v বেগে নিষ্কিণ্ড হলে যদি তার অনুভূমিক পাল্লা বৃহত্তম
 উচ্চতার দিক হয়, তবে তার অনুভূমিক পাল্লা কত?

Sol: এখানে $R = 2H \therefore \frac{4H}{R} = \tan \alpha = 2$
 $R = \frac{v^2 \sin 2\alpha}{g} = \frac{v^2 \cdot 2 \tan \alpha}{g(1 + \tan^2 \alpha)} = \frac{v^2 \cdot 4}{g \cdot 5}$ Ans.

Prob 02 α কোণে একটি বস্ত্রকে নিক্ষেপ করলে কোন সময় সর্বাধিক
 উচ্চতা অনুভূমিক পাল্লার সমান হবে যখন-

Sol: $\frac{u^2 \sin^2 \alpha}{2g} = \frac{u^2 \sin 2\alpha}{g}$
 $\Rightarrow \frac{\sin^2 \alpha}{2} = 2 \sin \alpha \cos \alpha \Rightarrow \tan \alpha = 4$

Prob 03 একটি প্রক্ষেপক 21 মি/সে. বেগে এবং অনুভূমিকের সাথে 30°
 কোণে শূন্যে প্রক্ষেপ করা হল। এর পাল্লা, সর্বাধিক উচ্চতা এবং শূন্যে
 বিচরণকাল নির্ণয় কর।

Sol: $R = \frac{21^2 \times \sin 60^\circ}{9.8} = 38.97 \text{ m}$
 সর্বাধিক অনুভূমিক পাল্লা = $\frac{21^2}{9.8} = 45$ [যখন $\alpha = 45^\circ$]
 $H = \frac{21^2 \sin^2 30^\circ}{2 \times 9.8} = 5.625 \text{ m}$
 $T = \frac{2 \times 21 \sin 30^\circ}{9.8} = 2.14 \text{ sec}$ Ans.

Prob 04 একটি খাড়া দেয়ালের পাদদেশ থেকে ভূমি বরাবর 147 m দূরত্বে
 কোন বিন্দু থেকে একটি বস্ত্র 49 ms^{-1} বেগে অনুভূমিকের সাথে α কোণে
 ছোড়া হল। $\alpha = 60^\circ$ হলে বস্ত্রটি দেয়ালের যে বিন্দুতে আঘাত করবে
 তার উচ্চতা নির্ণয় কর। ($g = 9.81 \text{ ms}^{-2}$)

Sol: $y = x \tan \alpha - \frac{gx^2}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} = 78.03 \text{ m}$ Ans.

Type-16:

U উচ্চতায় অনুভূমিকের সাথে α কোণে নিষ্কিণ্ড বস্তুর ক্ষেত্রে-
 উলম্ব দূরত্ব, $h = -u \sin \alpha \times t + \frac{1}{2}gt^2$
 অনুভূমিক দূরত্ব, $d = u \cos \alpha t$

Prob 01 30m উঁচু একটি টাওয়ার হতে একটি বস্ত্র 45 ms^{-1} বেগে
 অনুভূমিকের সাথে 30° কোণে নিষ্কিণ্ড করা হল। বস্ত্রটি টাওয়ারের
 পাদদেশ হতে কত দূরে ভূমিতে পড়বে?

Sol: মনেকরি, পতনকাল = t
 উলম্ব দূরত্ব, $h = -u \sin \alpha \times t + \frac{1}{2}gt^2$
 $\Rightarrow 30 = -45 \times \sin 30^\circ \times t + \frac{1}{2} \cdot 9.8 t^2$
 $\Rightarrow 30 = -45 \times \frac{1}{2} \times t + 4.9 t^2$
 $\Rightarrow 9.8 t^2 - 45t - 60 = 0 \Rightarrow t = 5.65$
 $\therefore d = u \cos \alpha \times t = 45 \times \cos 30^\circ \times 5.65 = 220.97 \text{ m}$ Ans.

For Practice

01. একটি মিনারের চূড়া থেকে একখণ্ড পাথর অনুভূমিকের সাথে 30° কোণে
 নিষ্কিণ্ড হল। যদি মিনারের উচ্চতা 80m এবং পাথরের বেগ 128 ms^{-1} হয় তবে
 পাথর খণ্ডটি পাদদেশ হতে কত দূরে ভূমিতে পড়বে? Ans. 1575.2 m

Type-17: অনুভূমিকভাবে নিষ্কিণ্ড প্রক্ষেপক সংক্রান্ত

U অনুভূমিকভাবে নিষ্কিণ্ড প্রক্ষেপকের ক্ষেত্রে-
 (i) অনুভূমিক দূরত্ব, $d = ut$
 (ii) উলম্ব দূরত্ব, $h = \frac{1}{2}gt^2$
 (iii) v বেগে ভূমিকে θ কোণে আঘাত করলে $u \cos \theta = v$, $v \sin \theta = gt$

Prob 01 একটি পাহাড়ের চূড়া থেকে 60ms^{-1} বেগে অনুভূমিক দিকে নিক্ষেপ

একখণ্ড পাথর পাহাড়ের পাদদেশ হতে 45m দূরত্বে মাটিতে পড়ে।

পাহাড়ের উচ্চতা কত?

Sol: পাহাড়ের উচ্চতা, h

অনুভূমিক দূরত্ব, $d = ut$

$$\Rightarrow 45 = 60t \Rightarrow t = \frac{45}{60} = 0.75 \text{ s}$$

$$\text{পাহাড়ের উচ্চতা, } h = \frac{1}{2}gt^2 = \frac{1}{2} \times 9.8 \times (0.75)^2 = 2.75625 \text{ m Ans.}$$

Prob 02 4s অন্তর দুইটি বস্তু 68.6ms^{-1} বেগে খাড়া উপরের দিকে একই বিন্দু থেকে নিক্ষেপ করা হল। কোথায় ও কখন তারা মিলিত হবে?

$$\text{Sol: } t = \left(\frac{u}{g} - \frac{n}{2} \right) = \left(\frac{68.6}{9.8} - \frac{4}{2} \right) = 7 - 2 = 5$$

$$\therefore \text{ ভূমি হতে মিলনবিন্দুর উচ্চতা, } h = ut - \frac{1}{2}gt^2$$

$$= 68.6 \times 5 - \frac{1}{2} \times 9.8 \times 5^2 = 220.5 \text{ m Ans.}$$

For Practice

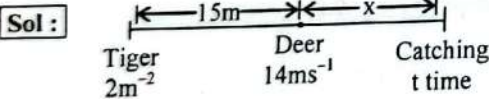
01. একটি টাওয়ারের শীর্ষবিন্দু থেকে ভূমির সমান্তরালে 50ms^{-1} বেগে নিক্ষেপ একটি বস্তু এর পাদদেশ হতে 335m দূরে ভূমিতে পতিত হয়। টাওয়ারের উচ্চতা কত?

Ans. 219.96 m

02. দুইটি বস্তু 2s অন্তর 49ms^{-1} বেগে খাড়া উপরের দিকে একই বিন্দু থেকে নিক্ষেপ করা হল। কোথায় ও কখন তারা মিলিত হবে? Ans. $t = 4, h = 117.6 \text{ m}$

Type-18: বাঘ-হরিণ, বাস-ট্রেন ধরা সংক্রান্ত.

Prob-01 একটি বাঘ এর সম্মুখে 15m দূরত্বে একটি হরিণ দেখতে পেয়ে তাকে ধরার জন্য 2ms^{-2} সমত্বরণে দৌঁড়াতে শুরু করল। হরিণটি 14ms^{-1} সমবেগে সরলপথে চলতে থাকলে কোথায় এবং কখন বাঘটি হরিণটিকে ধরতে পারবে?



$$x = 14t \dots\dots\dots (i)$$

$$x + 15 = 0 + \frac{1}{2}2t^2 \dots\dots\dots (ii)$$

$$(ii) - (i)$$

$$t^2 - 14t - 15 = 0$$

$$t = 15, t = -1$$

$$t \neq -1$$

$$x = 14 \times 15 = 210\text{m}$$

$$x + 15 = 210 + 15 = 225\text{m}$$

Ans: 15s পর 225 m দূরে।

For Practice

01. একটি বাস স্থির অবস্থা থেকে 6ms^{-2} সুষম ত্বরণে সরল পথে যাত্রা করার সাথে সাথে এর 40 m পিছন হতে 23 ms^{-1} সমবেগে একজন সাইকেল চালক বাসটির দিকে চলতে শুরু করল। কখন এরা মিলিত হবে? Ans. 8s, 15s.

ঢাকা বিশ্ববিদ্যালয়ের ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. 32 ft/sec আদিবেগ এবং ভূমির সাথে 30° কোণে বস্তু নিক্ষেপ করা হলো। ইহার অনুভূমিক পাল্লা- [13-14]
A. 16 ft B. $21\sqrt{3} \text{ ft}$ C. 32 ft D. $16\sqrt{3} \text{ ft}$

Ans D Solve $R = \frac{32^2 \sin 60^\circ}{2g} = 32 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 16\sqrt{3}$

02. একটি বস্তুকণা খাড়া উপরের দিকে প্রক্ষেপ করলে নির্দিষ্ট বিন্দু P তে পৌঁছাতে t_1 সময় লাগে। যদি আরও t_2 সময় পর বস্তুটি ভূমিতে পতিত হয় তবে কণাটির সর্বোচ্চ উচ্চতা হবে- [12-13]

A. $\frac{1}{2}g(t_1 + t_2)^2$ B. $\frac{1}{8}g(t_1 + t_2)^2$

C. $\frac{1}{2}g(t_1^2 + t_2^2)$ D. $\frac{1}{8}g(t_1^2 + t_2^2)$

Ans B Solve এখানে, $T = t_1 + t_2 = \frac{2u}{g} \Rightarrow u = \frac{(t_1 + t_2)g}{2}$

$$\therefore \text{ সর্বোচ্চ উচ্চতা, } H = \frac{u^2}{2g} = \frac{(t_1 + t_2)^2 g^2}{4 \times 2g} = \frac{(t_1 + t_2)^2 g}{8}$$

03. স্রোত না থাকলে একটি ছেলে 5 মিনিটে স্রোতের কেটে সোজাসুজিভাবে 80 মিটার প্রশস্ত একটি খাল পার হতে পারে এবং স্রোত থাকলে তার দ্বিগুণ সময় লাগে। স্রোতের বেগ- [11-12]

A. 15 m / min B. 12 m / min
C. 16.5 m / min D. 13.86 m / min

Ans D Solve স্রোতের গতিবেগ $V = \frac{d}{tn} \sqrt{n^2 - 1}$,

(d = প্রশস্ত, t = সময়, n = যতগুণ সময় লাগে)

04. কোন স্তম্ভের শীর্ষ হতে 19.5 m/sec বেগে খাড়া উপরের দিকে নিক্ষেপ কোন কণা 5 সেকেন্ড পরে স্তম্ভের পাদদেশে পতিত হলে স্তম্ভের উচ্চতা- [11-12, 05-06; JnU 06-07]

A. 20 m B. 25 m C. 30 m D. 50 m

Ans B Solve $h = -ut + \frac{1}{2}gt^2$

$$= -19.5 \times 5 + \frac{1}{2} \times 9.8 \times 5^2 = 25\text{m}$$

05. 20 m/sec বেগে উর্ধ্বগামী কোন বেলুন থেকে পতিত এক টুকরা পাথর 20 সেকেন্ড পরে মাটিতে পড়ল। পাথরের টুকরা পতিত হওয়ার সময় বেলুনের উচ্চতা কত ছিল? [10-11]

A. 390 m B. 560 m C. 1250 m D. 1560 m

Ans D Solve আমরা জানি, $h = -ut + \frac{1}{2}gt^2$

$$\Rightarrow h = (-20 \times 20) + \frac{1}{2} \times 9.8 \times (20)^2 \therefore h = 1560 \text{ m}$$

এখানে, বেলুনটি উর্ধ্বমুখী ছিল বলে $-u$ ব্যবহার করা হয়েছে।

06. ভূমি হতে u আদিবেগে খাড়া উর্ধ্বমুখে নিক্ষেপ কণার সর্বোচ্চ উচ্চতা- [10-11]

A. $\frac{u}{2g}$ B. $\frac{u^2}{g}$ C. $\frac{u^2}{2g}$ D. $\frac{2u}{g}$

Ans C Solve আমরা জানি, সর্বাধিক উচ্চতা $H = \frac{u^2 \sin^2 \alpha}{2g}$

$$\alpha = 90^\circ \text{ হলে } H = \frac{u^2}{2g}$$

১০. একটি গাড়ী সমত্বরণে 30 km/hour আদিবেগে 100km পথ অতিক্রম করে 50 km/hour চূড়ান্ত বেগ প্রাপ্ত হয়। গাড়ীটির ত্বরণ = [10-11]
 A. 8 km/h² B. 800 km/h² C. 16 km/h² D. 80 km/h²
Ans A Solve আমরা জানি, $v^2 = u^2 + 2as$
 $\Rightarrow a = \frac{v^2 - u^2}{2s} \Rightarrow a = \frac{50^2 - 30^2}{2 \times 100} \therefore a = 8 \text{ km/h}^2$

১১. একটি বুলেট কোন দেওয়ালের মধ্যে 2 ইঞ্চি চূকার পর উহার অর্ধেক বেগ হারায়। বুলেটটি দেওয়ালের মধ্যে আরও কত দূর চূকবে? [09-10]
 A. 2" B. $\left(\frac{2}{3}\right)$ " C. 1" D. $\left(\frac{1}{2}\right)$ "
Ans B Solve $S_2 = \frac{S}{3} = \left(\frac{2}{3}\right)$ (সারণ, $S = 2$)

১২. একটি গাড়ি স্থিতাবস্থা হতে সমত্বরণে চলা শুরু করে 5 সেকেন্ডে 180 মিটার/সেকেন্ড গতিবেগ প্রাপ্ত হল। গাড়ীটির ত্বরণ কত? [06-07]
 A. 36m/s² B. 32m/s² C. 30m/s² D. 40m/s²
Ans A Solve $v = u + ft$
 $\Rightarrow 180 = 0 + f \cdot 5 \Rightarrow f = \frac{180}{5} = 36 \text{ m/s}^2$

১৩. একটি গাড়ি স্থিতাবস্থা হতে সমত্বরণে চলা শুরু করে 5 সেকেন্ডে 75 মি./সে. গতিবেগ প্রাপ্ত হল। গাড়ীটির ত্বরণ: [04-05]
 A. 15m/s² B. 12m/s² C. 18m/s² D. 5m/s²
Ans A Solve $v = 75 \text{ মি./সে.}; t = 5 \text{ সে.}; u = 0$
 $\therefore v = u + ft \Rightarrow 75 = 0 + f \times 5 \Rightarrow f = 15 \text{ m/s}^2$

১৪. প্রক্ষেপকের ভ্রমণকাল T, অনুভূমিক পাল্লা R এবং অনুভূমিকের সঙ্গে প্রক্ষেপণ কোণ α হলে $\frac{T^2}{R}$ সমান- [02-03]
 A. $\frac{2}{g} \tan \alpha$ B. $\frac{2}{g} \cot \alpha$ C. $\frac{g}{2} \tan \alpha$ D. $\frac{g}{2} \cot \alpha$
Ans A Solve ভ্রমণকাল $T = \frac{2u \sin \alpha}{g}$ এবং
 অনুভূমিক পাল্লা $R = \frac{u^2 2 \sin \alpha \cos \alpha}{g}$
 $\frac{T^2}{R} = \frac{\frac{4u^2 \sin^2 \alpha}{g^2}}{\frac{2u^2 \sin \alpha \cos \alpha}{g}} = \frac{2}{g} \tan \alpha$

১৫. একটি কণা অনুভূমিক তল থেকে 78.4 মি. উঁচু কোন স্থান থেকে অনুভূমিক প্রক্ষেপ করা হয় এবং t সময় পরে তা ঐ অনুভূমিক তলে পতিত হয়। $g = 9.8 \text{ মিঃ/সেঃ}$ ধরা হলে t কত? (98-99)
 A. 9.8 sec B. 7.8 sec C. 3 sec D. 4 sec
Ans D Solve $h = ut + \frac{1}{2} gt^2 \Rightarrow 78.4 = 0 + \frac{1}{2} gt^2$
 $\Rightarrow t^2 = \frac{78.4 \times 2}{g} \Rightarrow t = 4 \text{ sec.}$

১৬. একটি কণা স্থিতাবস্থা থেকে ধ্রুব ত্বরণে 2 মি/সে.² সহকারে চলতে শুরু করলে তৃতীয় সেকেন্ডে কণাটির অভিক্রান্ত দূরত্ব কত? [97-98]
 A. 13 মিটার B. 9 মিটার C. 5 মিটার D. 4 মিটার
Ans C Solve $S = u + \frac{1}{2} a (2t-1) = 0 + \frac{1}{2} \times 2 \times (2 \times 3 - 1) = 5 \text{ মি.}$

১৭. একটি কণাকে a মিঃ/সেঃ আদিবেগে অনুভূমিক রেখার সঙ্গে 30° কোণে প্রক্ষেপ করা হল। কণাটির সর্বাধিক উচ্চতা b মিটার হলে $b = ?$ [97-98]
 A. $\frac{a^2}{2g}$ B. $\frac{a^2}{4g}$ C. $\frac{a^2}{8g}$ D. $\frac{a^2}{2g^2}$
Ans C Solve $b = \frac{a^2 \sin^2 30}{2g} = \frac{a^2 \cdot \frac{1}{4}}{2g} = \frac{a^2}{8g}$

১৮. একটি প্রক্ষেপককে কত আদিবেগে নিক্ষেপ করা হলে সর্বাধিক অনুভূমিক পাল্লা 90 m হবে, যেখানে $g = 10 \text{ m/sec}^2$. [96-97]
 A. 30 m/sec B. 40 m/sec C. 90 m/sec² D. 50 m/sec
Ans A Solve আমরা জানি, অনুভূমিক পাল্লা $R = \frac{u^2 \sin 2\alpha}{g}$ এবং

সর্বাধিক অনুভূমিক পাল্লা $R_m = \frac{u^2}{g}$
 $\therefore 90 = \frac{u^2}{10} \Rightarrow u^2 = 900 \Rightarrow u = 30 \text{ মি./সে.}$

১৯. একটি প্রক্ষেপককে অনুভূমিকের সঙ্গে α কোণে v বেগে নিক্ষেপ করলে সর্বোচ্চ উচ্চতা লাভের সময় কত হবে? [96-97]
 A. $\frac{v^2 \sin \alpha}{2g}$ B. $\frac{v^2 \sin^2 \alpha}{2g}$
 C. $\frac{v \sin \alpha}{g}$ D. $\frac{v \sin \alpha}{2g}$ **Ans. C**

২০. একটি প্রক্ষেপককে অনুভূমিকের সাথে 30° কোণে $8\sqrt{g} \text{ m/sec}$ বেগে নিক্ষেপ করা হলে তার সর্বোচ্চ উচ্চতা কত হবে? [96-97]
 A. 8m B. 80m C. 4m D. 32m
Ans A Solve সর্বোচ্চ উচ্চতা,
 $H = \frac{u^2 \sin^2 \alpha}{2g} = \frac{(8\sqrt{g})^2 \sin^2 30^\circ}{2g} = \frac{64g \cdot \frac{1}{4}}{2g} = \frac{16}{2} = 8 \text{ m}$

২১. একটি প্রক্ষেপককে আদিবেগ 30 মি./সে. সহকারে নিক্ষেপ করা হলো যেখানে $g = 10 \text{ মি./সে.}^2$ । প্রক্ষেপকটির সর্বাধিক অনুভূমিক পাল্লা কত? [95-96]
 A. 30 মি. B. 90 মি. C. 300 মি. D. 900 মি.
Ans B Solve $R_m = \frac{u^2}{g} = \frac{30^2}{10} = \frac{900}{10} = 90 \text{ মি.}$

২২. u বেগে অনুভূমিকের সাথে α কোণে প্রক্ষিপ্ত বস্তুর সর্বোচ্চ উচ্চতা হবে- [95-96, 98-99, 09-10, 12-13]
 A. $\frac{u^2 \sin 2\alpha}{2g}$ B. $\frac{u^2 \sin^2 \alpha}{2g}$
 C. $\frac{u^2 \sin 2\alpha}{g}$ D. $\frac{u^2 \sin^2 \alpha}{g}$ **Ans. B**

২৩. একটি কণা স্থিতাবস্থা হতে সমত্বরণে এক সরলরেখায় চলে এবং 2 সেকেন্ডে 1 মিটার দূরত্ব যাওয়ার পর সমবেগে চলতে থাকে। পরবর্তী 1 মিটার হতে কণাটির কত সময় লাগবে?
 A. 1 সে. B. 1.5 সে. C. 2 সে. D. 3 সে.
Ans A Solve ধরি, 2 সেকেন্ড পরে বেগ = v

$\therefore \text{দূরত্ব} = \text{গড়বেগ} \times \text{সময়} = \frac{u+v}{2} t$
 $\Rightarrow 1 = \frac{0+v}{2} \times 2 \Rightarrow v = 1 \text{ মি/সে.}$
 সুতরাং পরবর্তী মিটার যেতে সময় লাগবে, $t = \frac{s}{v} = \frac{1}{1} = 1 \text{ সে.}$

জগন্নাথ বিশ্ববিদ্যালয়ের ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. একটি গাড়ি স্থিতাবস্থা হতে সমত্বরণ (uniform acceleration)-এ চলা শুরু করে 5 সেকেন্ডে 75 m/s গতিবেগে প্রাপ্ত হল। গাড়িটির ত্বরণ (acceleration) কত? [15-16]

- A. 15 m/s² B. 7 m/s²
C. 18 m/s² D. 12 m/s²

Ans A Solve $V = u + at \Rightarrow 75 = 0 + a \times 5 \Rightarrow a = 15 \text{ ms}^{-2}$

02. একটি গাড়ি সমত্বরণে 30 km/hour আদিবেগে 100 km পথ অতিক্রম করে 50 km/hour চূড়ান্ত বেগে প্রাপ্ত হয়। গাড়িটির ত্বরণ কত? [14-15]

- A. 8 km/h² B. 800 km/h²
C. 16 km/h² D. 80 km/h²

Ans A Solve $v^2 = u^2 + 2fs$, $v = 50 \text{ km/h}$, $u = 30 \text{ km/h}$

$s = 100 \text{ km} \therefore 50^2 = 30^2 + 2f \times 100$

$\therefore f = \frac{50^2 - 30^2}{2 \times 100} = \frac{(50 + 30)(50 - 30)}{2 \times 100} = \frac{80 \times 20}{2 \times 100} = 8 \text{ km/h}^2$

03. কোন লক্ষ 12 km/h বেগে চলে 6 km/h বেগে প্রবাহিত নদীর এক তীর থেকে কোন দিকে যাত্রা করলে অপর তীরে সোজাসুজি যেতে পারবে? [13-14]

- A. 120° B. 90° C. 130° D. 150°

Ans A Solve $\theta = \cos^{-1}\left(-\frac{6}{12}\right) = 120^\circ$

04. সমত্বরণে (Uniform acceleration) চলমান একটি বস্তুকণা চতুর্থ সেকেন্ডে 19 মিটার এবং ষষ্ঠ সেকেন্ডে 27 মিটার দূরত্ব অতিক্রম করলে 10 সেকেন্ডে পর শেষবেগ কত হবে? [13-14]

- A. 5 মিটার/সেকেন্ডে B. 45 মিটার/সেকেন্ডে
C. 10 মিটার/সেকেন্ডে D. 8 মিটার/সেকেন্ডে

Ans B Solve $a = \frac{27 - 19}{6 - 4} = 4 \text{ ms}^{-2}$

$v_0 = 19 - \frac{1}{2} \times 4 \times (8 - 1) = 19 - 14 = 5$

\therefore শেষ বেগ, $v = v_0 + at = 5 + 4 \times 10 = 45 \text{ ms}^{-1}$

05. একটি গাড়ি স্থিতাবস্থা থেকে সমত্বরণে চলা শুরু করে 5 sec এ 80 m/s গতিপ্রাপ্ত হল। গাড়িটির ত্বরণ- [12-13]

- A. 15 m/s² B. 20 m/s² C. 16 m/s² D. 30 m/s²

Ans C Solve $a = \frac{v - u}{t} = \frac{80 - 0}{5} = 16 \text{ ms}^{-2}$

06. $s = 6 + 4t - t^2$ হলে 2 সে. পর এর ত্বরণ কত হবে? [11-12, 09-10]

- A. 4m/s² B. -4m/s² C. 2m/s² D. -2m/s²

Ans D Solve $s = 6 + 4t - t^2$

$v = \frac{ds}{dt} = 4 - 2t \therefore a = \frac{dv}{dt} = -2 \text{ m/s}^2$

07. একটি প্রক্ষেপকের সর্বাধিক উচ্চতায় পৌঁছবার সময়কাল কত? [11-12]

- A. $\frac{u^2}{g}$ B. $\frac{u \sin \alpha}{g}$ C. $\frac{u \sin \alpha}{2g}$ D. $\frac{u}{2g}$

Ans B Solve $t = \frac{u \sin \alpha}{g}$

08. একটি ট্রেন 1 সেকেন্ডে $3t + \frac{t^2}{8}$ ফুট দূরত্ব যায়। 5 সেকেন্ডে পর ট্রেনটির বেগ কত? [10-11]

- A. $\frac{17}{4}$ ft/s B. 17 ft/s C. 75 ft/s D. $\frac{145}{8}$ ft/s

Ans A Solve দূরত্ব, $S = 3t + \frac{t^2}{8}$

বেগ, V বা $\frac{ds}{dt} = 3 + \frac{2t}{8} = 3 + \frac{t}{4}$

\therefore 5 সেকেন্ডে পর বেগ $= 3 + \frac{5}{4} = \frac{17}{4} \text{ ft/s}$

09. একটি পাথর একটি টাওয়ারের ছাদ থেকে সোজাসুজি উপরের দিকে ছোড়া হল। পাথরটি 10 সেকেন্ডে পর 51 m/s বেগে মাটিতে পড়ল। টাওয়ারটির উচ্চতা কত? [10-11]

- A. 10 m B. 15 m C. 20 m D. 25 m

Ans C Solve টাওয়ারের উচ্চতা $H = vt - \frac{1}{2}gt^2$

$= 51 \times 10 - \frac{1}{2} \times 9.8 \times 10^2 = 20 \text{ m}$

10. u বেগে আনুভূমিকের সাথে α কোণে প্রক্ষিপ্ত বস্তুর সর্বোচ্চ উচ্চতা- [10-11, 06-07]

- A. $\frac{u^2 \sin 2\alpha}{2g}$ B. $\frac{u^2 \sin^2 \alpha}{2g}$ C. $\frac{u^2 \sin 2\alpha}{g}$ D. $\frac{u^2 \sin^2 \alpha}{g}$

Ans B Solve উত্থানকাল = পতনকাল = $\frac{u \sin \alpha}{g}$

বিচরণকাল, $T = \frac{2u \sin \alpha}{g}$, সর্বোচ্চতা = $\frac{u^2 \sin^2 \alpha}{2g}$

আনুভূমিক পাল্লা, $R = \frac{u^2 \sin 2\alpha}{g}$

11. প্রক্ষেপকের উত্থানকাল t এবং সর্বোচ্চ উচ্চতা H হলে $\frac{H}{t^2}$ এর মান-

[07-08; DU 01-02]

- A. $\frac{g}{2}$ B. $\frac{2g}{3}$ C. $\frac{3g}{2}$ D. $\frac{3}{2g}$

Ans A Solve উত্থানকাল, $t = \frac{u}{g} \Rightarrow t^2 = \frac{u^2}{g^2}$ এবং

সর্বোচ্চ উচ্চতা, $H = \frac{u^2}{2g} \therefore \frac{H}{t^2} = \frac{u^2/2g}{u^2/g^2} = \frac{u^2}{2g} \times \frac{g^2}{u^2} = \frac{g}{2}$

জাহাঙ্গীরনগর বিশ্ববিদ্যালয়ের ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. প্রতি সেকেন্ডে 981 সে.মি. সুষম বেগে উর্ধ্বগামী একটি বেলুন থেকে একটি পাথরের টুকরা ফেলে দেয়া হলো। পাথরটি 10 সেকেন্ডে ভূমিতে পতিত হলে, পাথরটি ফেলে দেয়ার সময় ভূমি থেকে বেলুনের উচ্চতা কত হবে?

- A. 293.4 মিটার B. 932.4 মিটার
C. 492.4 মিটার D. 392.4 মিটার

Ans D Solve বেলুনের উচ্চতা, $h = -ut + \frac{1}{2}gt^2$

$= -981 \times 10 + \frac{1}{2} \times 981 \times 10^2 = 392.4 \text{ মিটার}$

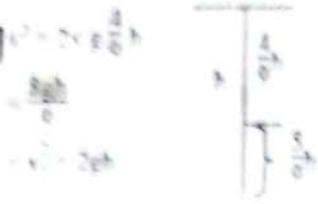
02. 36 কে.জি. ভরের একটি বস্তুর উপর কি পরিমাণ বল প্রয়োগ করলে এক মিনিটে এর বেগ ঘণ্টায় 15 কি.মি. বৃদ্ধি পাবে?

- A. 2.5N B. 2N C. 3.5N D. 3N

Ans A Solve প্রযুক্ত বল, $F = mf = 36 \times \frac{15 \times 1000}{60 \times 60 \times 60} = 2.5 \text{ N}$

১১. একটি ক্রিকেট বল থেকে অবধি পর্যন্ত একটি বস্তু তার পতনের শেষ
 পর্যন্ত কতটা উচ্চতা? [13-14]
 A. 12.2 গুণ B. 18.2 গুণ
 C. 17.2 গুণ D. 18.5 গুণ

Ans B Solve



$$v^2 = u^2 + 2as$$

$$0 = 0 + 2 \times 10 \times (h - \frac{h}{2})$$

$$0 = 20 \times \frac{h}{2} = 10h$$

$$h = \frac{0}{10} = 0$$

$$h = \frac{v^2}{2g} = \frac{0}{2 \times 10} = 0$$

$$\frac{h}{2} = \frac{v^2}{2g} = \frac{0}{2 \times 10} = 0$$

$$\frac{h}{2} = \frac{v^2}{2g} = \frac{0}{2 \times 10} = 0$$

$$h = \frac{v^2}{2g} = \frac{0}{2 \times 10} = 0$$

$$h = \frac{v^2}{2g} = \frac{0}{2 \times 10} = 0$$

১২. একই কক্ষীয় উপরে একই সময়ে একই দিকে ক্রিয়ামূল দুইটি বেল 12 ms⁻¹
 এবং 5 ms⁻¹ হলে, তাদের লক্ষ্য বেল কত? [14-15]

- A. 17 ms⁻¹ B. 16 ms⁻¹ C. 17 ms⁻¹ D. 10 ms⁻¹

Ans C Solve



১৩. একটি ক্রমবর্ধমান বৃত্ত হতে 5 ms⁻¹ বেগে অনুভূমিক দিকে নিক্ষেপ একটি বল ক্রমবর্ধমান
 পথচলন হতে 20 মিটার দূরে মটিতে পড়ে। ক্রমবর্ধমান উচ্চতা কত? [14-15]

- A. 78.4 m B. 78.0 m C. 68.4 m D. 80.4 m

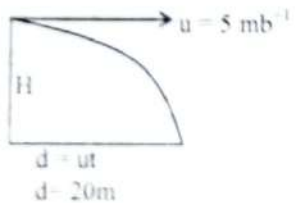
Ans A Solve

$$d = ut$$

$$20 = 5 \times t \Rightarrow t = 4 \text{ sec}$$

ক্রমবর্ধমান উচ্চতা

$$H = \frac{1}{2}gt^2 = \frac{1}{2} \times 9.8 \times 4^2 = 78.4 \text{ m}$$



১৪. A particle is projected vertically upwards from land with velocity 19.6 m/s. What is the greatest height attained by the particle? [13-14]

- A. 18.6 m B. 20.6 m
 C. 19.6 m D. 17.6 m

Ans C

১৫. u বেগে অনুভূমিকের সাথে α কোণে প্রক্ষিপ্ত কণার বৃহত্তম উচ্চতায়
 পৌঁছানোর সময় কত? [11-12; CU 04-05]

- A. (u sin α) B. (u sin α) g
 C. (u sin² α) D. (u cos α) g

Ans B

রাজশাহী বিশ্ববিদ্যালয়ের ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
 [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

১৬. শূন্যে প্রক্ষিপ্ত বস্তুর গমন পথ একটি- [15-16]

- A. পরাবৃত্ত B. অধিবৃত্ত
 C. অর্ধবৃত্ত D. সরলরেখা

Ans A

১৭. একটি বুলেট কোন কোণে লক্ষ্যের দিকে 3° কক্ষীয় পর উহার অর্ধেক বেগ
 হারায়। বুলেটটি লক্ষ্যের দিকের কক্ষীয় কক্ষকে? [14-15]
 A. 2° B. (2/3)° C. 1° D. (1/2)°

Ans B Solve

Shortcut: আরও প্রকল্প করে, $x = \frac{u^2 \sin^2 \theta}{2g}$
 $\frac{u}{2} = \frac{u \cos^2 \theta}{2}$
 $\frac{1}{2} = \frac{\cos^2 \theta}{2}$
 $\cos^2 \theta = 1$
 $\cos \theta = 1$
 $\theta = 0$

১৮. 1 cm বেগে অনুভূমিকের সাথে α কোণে প্রক্ষিপ্ত কণার বৃহত্তম উচ্চতায়
 পৌঁছানোর সময় কত হবে? [14-15]

- A. $\frac{4 \sin \alpha}{g}$ B. $\frac{4 \cos \alpha}{g}$ C. $\frac{4 \tan \alpha}{g}$ D. $\frac{4 \cot \alpha}{g}$

Ans A Solve

$$\text{বৃহত্তম উচ্চতায় পৌঁছানোর সময়} = \frac{u \sin \alpha}{g} = \frac{4 \sin \alpha}{g}$$

১৯. u আদি বেগে শূন্যে নিক্ষেপ বস্তুকণার সর্বোচ্চ উচ্চতা হবে- [14-15]

- A. $\frac{u^2}{g}$ B. $\frac{u}{g}$ C. $\frac{2u}{g}$ D. $\frac{u^2}{2g}$

Ans D Solve

$$\text{শূন্য হতে সর্বোচ্চ উচ্চতা} = \frac{u^2}{2g}$$

২০. বায়ুশূন্য স্থানে প্রক্ষিপ্ত বস্তুকণার পতিতের কোণ কত হবে? [14-15]

- A. বৈকিক B. বৃত্তাকার
 C. পরাবৃত্তাকার D. অসিদ্ধাকার

Ans C

২১. বাইফেলের একটি গুলি একটি তড়া ভেদ করে। গুলির বেগ তিনগুণ করা
 হলে একই পুরুত্বের কয়টি তড়া ভেদ করবে? [14-15]

- A. 3 B. 9 C. 12 D. 18

Ans B Solve

$$\text{তড়ার সংখ্যা} = 3^2 = 9$$

২২. একটি বাঘ 20 মিটার দূরে একটি হরিণকে দেখতে পেয়ে স্থির অবস্থা হতে
 3 মিটার/বর্গসেকেন্ডে ত্বরনে হরিণটিকে তাড়া করল। হরিণটি 13 মিটার /
 সেকেন্ড সমবেগে পালাতে থাকলে কত সেকেন্ড পর বাঘটি হরিণটিকে
 ধরতে পারবে? [14-15]

- A. 5 B. 10 C. 15 D. 20

Ans B Solve

$$\text{Tiger} \rightarrow 20 + d = \frac{1}{2} \times 3 \times t^2$$

$$\text{Deer} \rightarrow d = 13t$$

$$\Rightarrow 20 + 13t = \frac{3}{2}t^2$$

$$\Rightarrow 3t^2 - 26t + 40 = 0 \quad [\cdot 40 \times 3]$$

$$\Rightarrow 3t^2 - 30t + 4t - 40 = 0 \quad [-5 \times 8 \times 3]$$

$$\Rightarrow 3t(t - 10) + 4(t - 10) = 0 \quad [-5 \times 4 \times 6 = 30 \times 4]$$

$$\Rightarrow (t - 10)(3t - 4) = 0$$

$$\therefore t = 10 \text{ sec. } t = \frac{4}{3} \text{ [গ্রহণযোগ্য নয়]}$$

২৩. একটি কণা v বেগে নিক্ষেপ হলে যদি তার অনুভূমিক পাল্লা লক্ষ্য বৃহত্তম
 উচ্চতার বিত্তন হয়, তবে তার অনুভূমিক পাল্লা কত? [13-14]

- A. $\frac{5v^2}{4g}$ B. $\frac{4v^2}{5g}$ C. $\frac{5v}{4g}$ D. $\frac{3v^2}{4g}$

Ans B Solve

$$R = 2H$$

$$\tan \theta = \frac{4H}{R} = \frac{4H}{2H} = 2$$

অনুভূমিক পাল্লা,

$$R = \frac{V^2 \sin 2\theta}{g} = \frac{v^2 \times 2 \times \tan \theta}{g \times (1 + \tan^2 \theta)} = \frac{V^2 \times 2 \times 2}{g \times (1 + 4)} = \frac{V^2 \times 4}{5g} = \frac{4v^2}{5g}$$

09. ভূমি হতে 19.6 m/sec বেগে খাড়া উপরের দিকে কোন বস্তু নিক্ষেপ হলে কতক্ষণ পরে ভূমিতে পড়িত হবে? [11-12]

- A. 3 sec B. 4 sec C. 5 sec D. 6 sec

Ans B Solve $T = \frac{2u}{g} = \frac{2 \times 19.6}{9.8} = 4 \text{ sec}$

10. স্রোতহীন অবস্থায় 100 মিটার দ্রুত একটি নদী স্নাতকরাইয়া একজন লোক 4 মিনিটে সোজাশুষ্টি একে অতিক্রম করতে পারে। কিন্তু স্রোত থাকলে, সে একই পথে 5 মিনিটে একে অতিক্রম করে। স্রোতের গতিবেগ কত? [09-10]

- A. 15 মি./মিনিট B. 20 মি./মিনিট C. 18 মি./মিনিট D. 12 মি./মিনিট

Ans A Solve [Same as Type-09, Prob-01]

11. সরলরৈখিক চলাচল কোন কণা t সেকেন্ডে $x = t^3 - 2t - 16$ সেন্টিমিটার পথ অতিক্রম করে। 3 সেকেন্ড পর এর বেগ কত হবে? [09-10]

- A. 30 cm/sec B. 20 cm/sec C. 25 cm/sec D. 40 cm/sec

Ans C Solve $x = t^3 - 2t - 16$
 $\Rightarrow \frac{dx}{dt} = 3t^2 - 2 \therefore v = 3t^2 - 2$
 $\therefore 3s \text{ পরে বেগ} = 27 - 2 = 25 \text{ cm/sec}$

12. একটি বুলেট কোন দেওয়ালের ভিতর 3 সে.মি. প্রবেশ করতে তার অর্ধেক বেগ হারায়। বুলেটটির বেগ শূন্য হবার পূর্বে বুলেটটি দেওয়ালের ভিতর আর কতদূর প্রবেশ করবে? [09-10]

- A. $\frac{1}{2}$ সে.মি. B. $\frac{2}{3}$ সে.মি. C. 1 সে.মি. D. $1\frac{1}{2}$ সে.মি.

Ans C Solve এখানে, $S = 3 \text{ সে.মি.} \therefore S' = \frac{S}{3} = \frac{3}{3} = 1 \text{ সে.মি.}$

13. h উচ্চতা হতে পতনশীল বস্তুকণার গতি হবে- [09-10]

- A. \sqrt{g} B. \sqrt{gh} C. $\sqrt{\frac{gh}{2}}$ D. $\sqrt{2gh}$

Ans D Solve আমরা জানি, $h = \frac{u^2}{2g} \Rightarrow u = \sqrt{2gh}$

14. একটি বস্তুকে 19.6 ms⁻¹ বেগে খাড়া উপরের দিকে নিক্ষেপ করা হলো। 2 সে. পর বস্তুটির বেগ কত হবে? [09-10]

- A. 0.0 B. 9.8 C. 98 D. 40

Ans A Solve $v = u - gt = 19.6 - 9.8 \times 2 = 0.0$

15. একটি কণা অনুভূমিকের সাথে 30° কোণে 100 মিটার/সেকেন্ড আদিবেগে নিক্ষেপ হলে এর উদ্ভয়ন সময় কত হবে? [09-10]

- A. $10\frac{10}{49}$ সে. B. $10\frac{1}{49}$ C. $10\frac{1}{2}$ সে. D. 12 সে.

Ans A Solve $T = \frac{2 \times 100 \sin 30^\circ}{9.8} = 10.204 = 10\frac{10}{49} \text{ সে.}$

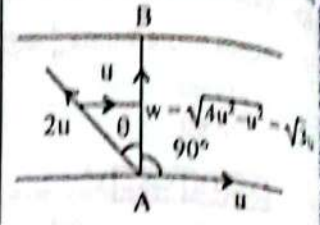
চট্টগ্রাম বিশ্ববিদ্যালয়ের ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
 [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. একজন সাঁতার শ্রোতের বেগের দুই গুন বেগে সাঁতার দিয়ে একটি নদীর অপর তীরে যাত্রাবিন্দুর বিপরীত বিন্দুতে পৌঁছল। শ্রোতের সাথে তার দিক নির্ণয় কর। [15-16]

- A. 90° B. 45° C. -45°
 D. 30° E. 120°

Ans E Solve $\tan \theta = \frac{u}{\sqrt{3}u} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \theta = 30^\circ$
 $\therefore \text{শ্রোতের সাথে তার দিক} = 90^\circ + 30^\circ = 120^\circ$

বিকল্প:
 $\tan 90^\circ = \frac{2u \sin \alpha}{u + 2u \cos \alpha} = \infty$
 $u + 2u \cos \alpha = 0$
 $\cos \alpha = -\frac{1}{2}$
 $\Rightarrow \alpha = 120^\circ$



02. একটি গাড়ি স্থিতিবস্থা হতে সমদ্রুত চলা শুরু করে 5 সেকেন্ডে 180 মিটার/সেকেন্ড গতিবেগ লাভ হল। গাড়িটির দ্রুত কত? [15-16]

- A. 32 m/s² B. 36 m/s² C. 30 m/s²
 D. 45 m/s² E. 40 m/s²

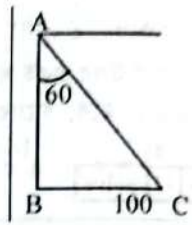
Ans B Solve $v = u + at$
 $180 = 0 + 5a \Rightarrow a = 36 \text{ m/s}^2$

03. একটি নদীর প্রস্থ বরাবর দুই পাড়ে দুটি খুঁটি A ও B রয়েছে। B খুঁটি হতে নদীর পাড় দিয়ে 100 মিটার দূরত্বে C খুঁটিতে যাওয়ার পর দেখা গেল A খুঁটিতে 60° কোণ উৎপন্ন হয়েছে। নদীটির প্রস্থ কত? [14-15]

- A. $100\sqrt{3}$ মিটার B. $\frac{100}{\sqrt{3}}$ মিটার C. 50 মিটার

- D. $\frac{100}{\sqrt{2}}$ মিটার E. কোনটিই নয়

Ans B Solve $\frac{AB}{100} = \cot 60^\circ$
 $AB = 100 \cot 60 = \frac{100}{\sqrt{3}} \text{ মিটার}$



04. ভূমির সাথে 90° কোণে u বেগে নিক্ষেপ কোন প্রক্ষেপকের সর্বোচ্চ উচ্চতা হবে- [14-15]

- A. $\frac{u^2}{g}$ B. $\frac{u^2}{2g}$ C. $\frac{2u^2}{g}$ D. $\frac{u^2}{4g}$

Ans B Solve সর্বোচ্চ উচ্চতা = $\frac{u^2 \sin^2 \alpha}{2g}$
 $= \frac{u^2 \sin^2 90^\circ}{2g} [\because \alpha = 90^\circ] = \frac{u^2}{2g}$

05. খাড়া উপরের দিকে নিক্ষেপিত একটি বস্তু সর্বোচ্চ 64 ফুট উচ্চতায় উঠলে নিক্ষেপ বেগের মান হচ্ছে- [14-15]

- A. 64 ft/sec B. 32 ft/sec C. 16 ft/sec
 D. 48 ft/sec E. 24 ft/sec

Ans A Solve প্রশ্নমতে, $\frac{u^2}{2g} = 64$
 $\Rightarrow u^2 = 2g \times 64 = 2 \times 32 \times 64 \Rightarrow u = 64 \text{ ft/sec.}$

06. কোন লোক 12 মিনিটে 4800 ফুট পথ গেলে তার বেগ মাইল/ঘন্টা এককে কত? [13-14]

- A. $3\frac{5}{11}$ B. $4\frac{6}{11}$ C. $4\frac{5}{6}$
 D. $3\frac{6}{11}$ E. $4\frac{5}{11}$

Ans B Solve $s = \frac{4800}{3 \times 1760} = \frac{30}{3 \times 11} = \frac{10}{11} \text{ mile}$
 $S = vt \Rightarrow v = \frac{s}{t} = \frac{\frac{10}{11} \text{ mile}}{\frac{12}{60} \text{ hour}} = 4\frac{6}{11} \text{ mile/h.}$

১১. কোন লোক 12 মিনিটে 4800 ফুট পথ গেলে তার বেগ মাইল/ঘন্টা এককে কত? [A-12-13]

- A. $3\frac{5}{11}$ B. $4\frac{6}{11}$ C. $4\frac{5}{6}$
D. $3\frac{6}{11}$ E. $4\frac{5}{11}$

Ans B Solve লোকটির বেগ = $\frac{4800}{12}$ ফুট/মিনিট

$$\frac{4800 \times 60}{3.28 \times 1000 \times 12} = 7.315 \text{ কিলোমিটার/ঘন্টা}$$

$$= (7.315 \times 0.6214) = 4.545 \text{ মাইল/ঘন্টা}$$

একটি কণা খাড়া উপরের দিকে এমনভাবে নিক্ষেপ করা হল যে এটি মাত্র 49 ফুট উর্ধ্বে উঠতে পারে। কণাটির আদি বেগের মান হবে- [C 12-13]

- A. 22 ফুট/সে. B. 25 ফুট/সে. C. 36 ফুট/সে.
D. 50 ফুট/সে. E. 56 ফুট/সে.

Ans E Solve $H = \frac{v^2 \sin^2 90^\circ}{2g}$

$$\Rightarrow v^2 = 2gH = 2 \times 32 \times 49 \Rightarrow v = 56 \text{ ফুট/সে.}$$

একটি কামান হতে গোলা নিক্ষেপ করলে গোলার চরম পাল্লা হয় 3200 ফুট। গোলার প্রারম্ভিক বেগ হবে- [C 12-13]

- A. 320 ফুট/সে. B. 321 ফুট/সে. C. 322 ফুট/সে.
D. 323 ফুট/সে. E. 325 ফুট/সে.

Ans A Solve $R_{\max} = \frac{v^2}{g}$

$$\Rightarrow v = \sqrt{R_{\max} \times g} = \sqrt{3200 \times 32} = 320 \text{ ft/sec}$$

১২. একটি মানুষ একটি পাথর ঠিক 392 ফুট ছুড়তে পারে তবে নিক্ষেপের গতি কোনটি? [11-12]

- A. 112 ফুট B. 211 ফুট C. 212 ফুট
D. 110 ফুট E. 121 ফুট

Ans A Solve $R_{\max} = \frac{u^2}{g}$, $g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$ or 32 ft s^{-2}

$$\Rightarrow 392 = \frac{u^2}{32} \Rightarrow u^2 = 12544 \therefore u = 112 \text{ ফুট}$$

১৩. কোন লোক 12 মিনিটে 4800 ফুট পথ গেলে তার বেগকে মাইল/ঘন্টা এককে প্রকাশ কর। [09-10]

- A. $3\frac{5}{11}$ B. $4\frac{5}{11}$ C. $4\frac{6}{11}$ D. $4\frac{6}{6}$ E. $3\frac{6}{611}$

Ans C Solve $4800 \text{ ফুট} = \frac{4800}{5280} = \frac{30}{33}$ মাইল
 $12 \text{ মিনিট} = \frac{12}{60}$ ঘন্টা \therefore বেগ = $\frac{30}{33} \div \frac{12}{60} = 4\frac{6}{11}$

১৪. একটি কণা খাড়া উপরের দিকে এমনভাবে নিক্ষেপ করা হল যে এটি মাত্র 49 ফুট উর্ধ্বে উঠতে পারে। কণাটির আদি বেগের মান হবে- [C 12-13]

- A. 22 ফুট/সে. B. 25 ফুট/সে. C. 36 ফুট/সে.
D. 50 ফুট/সে. E. 56 ফুট/সে.

Ans E Solve $H = \frac{v^2 \sin^2 90^\circ}{2g}$

$$\Rightarrow v^2 = 2gH = 2 \times 32 \times 49 \Rightarrow v = 56 \text{ ফুট/সে.}$$

১৫. একটি কামান হতে গোলা নিক্ষেপ করলে গোলার চরম পাল্লা হয় 3200 ফুট। গোলার প্রারম্ভিক বেগ হবে- [C 12-13]

- A. 320 ফুট/সে. B. 321 ফুট/সে. C. 322 ফুট/সে.
D. 323 ফুট/সে. E. 325 ফুট/সে.

Ans A Solve $R_{\max} = \frac{v^2}{g}$

$$\Rightarrow v = \sqrt{R_{\max} \times g} = \sqrt{3200 \times 32} = 320 \text{ ft/sec}$$

১৬. শ্রোতের বেগ u এবং নৌকার বেগ v, নৌকাটি শ্রোতের বিপরীত দিকে চালালে শ্রোতের সাপেক্ষে নৌকাটির আপেক্ষিক বেগ হবে- [07-08]

- A. $u + v$ B. $v - u$ C. v
D. $u - v$ E. $u^2 - v$

১৭. ভূমি হতে 19.6 মিটার/সে. বেগে খাড়া উপরের দিকে কোন বস্তু নিক্ষেপ করা হল। বস্তুটি সর্বোচ্চ কত উচ্চতায় উঠবে- [05-06, 09-10]

- A. 29.4 মি. B. 50 মি. C. 19.6 মি.
D. 39.2 মি. E. 9.8 মি.

Ans C Solve $H = \frac{u^2}{2g} = \frac{(19.6)^2}{2 \times 9.81} = 19.6 \text{ মি.}$

১৮. একটি কণা বিরাম হতে সমত্বরণে চলে। 10 তম সেকেন্ডে 133 ফুট পথ অতিক্রম করলে কণাটির ত্বরণ কত? [ক, 04-05]

- A. 13 ft/sec² B. 14 ft/sec² C. 15 ft/sec² D. 10 ft/sec²

Ans B Solve $S_1 = u + \frac{1}{2} a(2^t - 1)$
 $\Rightarrow 133 = 0 + \frac{1}{2} \times a \times 19 \Rightarrow 266 = 19a \Rightarrow a = 14 \text{ ft/sec}^2$

১৯. একটি বস্তুর নিক্ষেপণ কোণ 45° এবং উহার পাল্লা 3200 ফুট হলে বস্তুর বেগ- [02-03]

- A. 320 ft/sec B. 320 ft/sec² C. 220 ft/sec D. 320 poundal

Ans B Solve $R = \frac{u^2 \sin 2\alpha}{g} \Rightarrow 3200 \times g \Rightarrow u = 320 \text{ ft/sec}$

২০. একটি কঠিন বস্তুকে ভূমির সাথে α কোণে আদিবেগে শূন্যে নিক্ষেপ করা হল। তার আনুভূমিক পাল্লা হবে? [A 02-03]

- A. $\frac{u \sin 2\alpha}{g}$ B. $\frac{u^2 \sin 2\alpha}{g}$
C. $\frac{u^2 \sin^2 \alpha}{g}$ D. $\frac{u \sin 2\alpha}{g^2}$

Ans B

21. একটি ট্রেন বিদ্যমান হতে 4 ft/sec^2 ত্বরণে চলতে শুরু করে 44 ft/sec বেগ থেকে কত সময় লাগবে? [01-02]

- A. 8 সেক. B. 11 সেক. C. 22 সেক. D. 10 সেক.

Ans B Solve $v = u + at \Rightarrow 44 = 0 + 4 \times t \Rightarrow t = 11 \text{ সেক.}$

22. ভূমির সাথে α কোণে নিক্ষেপিত বস্তুর অনুভূমিক পাল্লা সর্বাধিক হবে যদি- [01-02]

- A. $\alpha = 90^\circ$ B. $\alpha = 45^\circ$
C. $\alpha = 30^\circ$ D. $\alpha = 60^\circ$

Ans. B

খুলনা বিশ্ববিদ্যালয়ের ভর্তি পরীক্ষার বিনত বহুরের রস্তুাবলি
[শ্রী টেকনিক ও কালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. চন্দ্রের মহাকর্ষন শক্তি পৃথিবীর মহাকর্ষন শক্তির $\frac{1}{6}$ হলে, 12 মি./সে. অবস্থিবেশে নিক্ষেপিত বস্তু চাঁদের তল হতে কত মিটার উপরে উঠতে পারে? [15-16]

- A. 44.08 B. 45.08 C. 46.08 D. 47.08

Ans A Solve $H = \frac{u^2}{2g} = \frac{12^2}{2 \times \left(\frac{g}{6}\right)} = \frac{12^2 \times 6}{2 \times 9.8} = 44.08 \text{ m}$

02. বায়ুশূন্য স্থানে কোন প্রক্ষিপ্ত বস্তুর গতিপথ একটি- [15-16]

- A. অধিবৃত্ত B. পদাবৃত্ত C. অধিবৃত্ত D. উপবৃত্ত

Ans B Solve গতিপথ পদাবৃত্ত হবে।

03. প্রান্ত R পাল্লার ক্ষেত্রে প্রক্ষিপ্ত বস্তুর দুইটি গমন পথে সর্বাধিক উচ্চতা h ও h' হলে নিচের কোনটি সঠিক? [14-15]

- A. $R = 2\sqrt{hh'}$ B. $R = \sqrt{hh'}$
C. $R^2 = 4\sqrt{hh'}$ D. $R = 4hh'$

Ans A Solve $R = \frac{u^2 \sin 2\alpha}{g} = \frac{2u^2 \sin \alpha \cos \alpha}{g}$

$h = \frac{u^2 \sin^2 \alpha}{2g}$, $h' = \frac{u^2 \sin^2(\frac{\pi}{2} - \alpha)}{2g} = \frac{u^2 \cos^2 \alpha}{2g}$

$hh' = \frac{u^4 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha}{4g^2} = \frac{1}{16} \frac{u^4 \sin^2 2\alpha}{g^2} = \frac{R^2}{16}$

$\therefore R = 4\sqrt{hh'}$

04. অনুভূমিকের সাথে α কোণে u বেগে প্রক্ষিপ্ত কণার অনুভূমিক পাল্লা R = $\frac{u^2 \sin 2\alpha}{g}$ । প্রক্ষেপ কোণ α কত হলে R বৃহত্তম হবে? [14-15]

- A. 30° B. 60° C. 45° D. 90°

Ans C Solve বৃহত্তম পাল্লার ক্ষেত্রে প্রক্ষেপন কোণ = 45°

05. 5g ত্বরের একটি বুলেট 160 cm দীর্ঘ রাইফেল নলের মুখ হতে 800 cms^{-1} বেগে নির্গত হলে বুলেটের উপর প্রযুক্ত বলের মান হবে- [14-15]

- A. 1000 Dyne B. 0.01 N
C. 0.1 N D. 1.0 N

Ans C Solve $800^2 = 0^2 + 2f \times 160$

$= f = \frac{800^2}{2 \times 160} = \frac{8^2}{2 \times 1.6} \therefore p = mf = 5 \times 10^{-3} \times \frac{8^2}{2 \times 1.6} = 0.1 \text{ N}$

06. 380 m উঁচু একটি দালানের শীর্ষ হতে A বস্তুকে এবং দালানের পাদদেশ হতে B বস্তুকে যথাক্রমে 20 ms^{-1} এবং 210 ms^{-1} বেগে ছাড়া উপরের দিকে নিক্ষেপ করা হল। দালানের পাদদেশ হতে কত উঁচুতে বস্তু দুটি মিলিত হবে? [14-15]

- A. 380.2 m B. 400.2 m
C. 410.2 m D. 240.2 m

07. বিক্তিং এর ছাদের উপর থেকে একটি পাথর ফেলা হল এবং 3.5 সেকেন্ড পর পাথরটি ভূমিতে পড়ার শব্দ শোনা গেল। বিক্তিংটির উচ্চতা কত? ($g = 9.8 \text{ মি./সে}^2$, শব্দের বেগ 327 মি./সে) [13-14]

- A. 100 মি B. 50 মি C. 54.5 মি D. 150 মি

08. খুলনা ঢাকার মধ্যে একই লাইনে চলাচলকারী বিপরীত দিক থেকে আসা 50 কি.মি/ঘ. বেগে চিত্রা ও 40 কি.মি/ঘ. বেগে সুন্দরবন এক্সপ্রেস ট্রেন দুটি 10 কি.মি দূরত্বে একে অন্যকে দেখতে পেল। চিত্রা এক্সপ্রেসটি 250 কি.মি./ঘ² মন্দন সৃষ্টি করে। সুন্দরবন এক্সপ্রেস ট্রেনটি কত মন্দন সৃষ্টি করলে দুইটিনা এড়ানো যাবে? [13-14]

- A. 250 কি.মি./ঘ² B. 155 কি.মি./ঘ²
C. 40 কি.মি./ঘ² D. 50 কি.মি./ঘ²

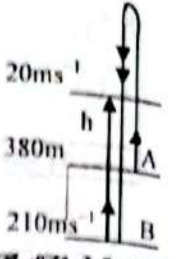
09. শুণ্যে নিক্ষেপ্ত একটি পাথর খণ্ডের সর্বাধিক পাল্লার মান 120 ft হলে সর্বোচ্চ উচ্চতার মান- [A 12-13]

- A. 30 ft B. $60\sqrt{3}$ ft C. 120 ft D. 240 ft

10. খুলনা-ঢাকার মধ্যে চলাচলকারী চিত্রা এক্সপ্রেস ট্রেনটি খুলনা থেকে যশোর পর্যন্ত 50 কি.মি. পথ 50 মিনিটে এবং যশোর থেকে দর্শনা পর্যন্ত 75 কি.মি. পথ 50 মিনিটে অতিক্রম করে। ত্বরণ সুষম হলে খুলনা ও দর্শনা থেকে ট্রেনটির বেগ কত হবে যথাক্রমে- [A-12-13]

- A. 27 কি.মি./ঘন্টা ও 6 কি.মি./ঘন্টা
B. 45 কি.মি./ঘন্টা ও 105 কি.মি./ঘন্টা
C. 25 কি.মি./ঘন্টা ও 27 কি.মি./ঘন্টা
D. কোনটিই নয়

Ans B Solve মনেকরি, t সে সময়ে ছাদ হতে hm থাকলে,
 $h = 20t - \frac{1}{2} \times 9.8t^2 \dots\dots (i)$
 $h + 380 = 210t - \frac{1}{2} \times 9.8t^2 \dots\dots (ii)$
(i) + (ii) $\Rightarrow -380 = -190t \Rightarrow t = 2 \text{ sec.}$
 $h = 20 \times 2 - 4.9 \times 2^2 = 40 - 19.6 = 20.4$
ভূমি হতে উত্থয়ের মিলিত উচ্চতা
 $= 380 + 20.4 = 400.4$
উত্তরটি Option B- এর কাছাকাছি।



Ans C Solve Shortcut $h = \frac{gt^2}{2(1 + \frac{gt}{v})}$

07. বিক্তিং এর ছাদের উপর থেকে একটি পাথর ফেলা হল এবং 3.5 সেকেন্ড পর পাথরটি ভূমিতে পড়ার শব্দ শোনা গেল। বিক্তিংটির উচ্চতা কত? ($g = 9.8 \text{ মি./সে}^2$, শব্দের বেগ 327 মি./সে) [13-14]

- A. 100 মি B. 50 মি C. 54.5 মি D. 150 মি

08. খুলনা ঢাকার মধ্যে একই লাইনে চলাচলকারী বিপরীত দিক থেকে আসা 50 কি.মি/ঘ. বেগে চিত্রা ও 40 কি.মি/ঘ. বেগে সুন্দরবন এক্সপ্রেস ট্রেন দুটি 10 কি.মি দূরত্বে একে অন্যকে দেখতে পেল। চিত্রা এক্সপ্রেসটি 250 কি.মি./ঘ² মন্দন সৃষ্টি করে। সুন্দরবন এক্সপ্রেস ট্রেনটি কত মন্দন সৃষ্টি করলে দুইটিনা এড়ানো যাবে? [13-14]

- A. 250 কি.মি./ঘ² B. 155 কি.মি./ঘ²
C. 40 কি.মি./ঘ² D. 50 কি.মি./ঘ²

09. শুণ্যে নিক্ষেপ্ত একটি পাথর খণ্ডের সর্বাধিক পাল্লার মান 120 ft হলে সর্বোচ্চ উচ্চতার মান- [A 12-13]

- A. 30 ft B. $60\sqrt{3}$ ft C. 120 ft D. 240 ft

Ans A Solve $R = \frac{u^2}{g} = 120 \text{ ft}; \alpha = 45^\circ$

$H = \frac{u^2 \sin^2 45}{2g} = \frac{u^2}{2g} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4} \frac{u^2}{g} = \frac{1}{4} \times 120 = 30 \text{ ft}$

10. খুলনা-ঢাকার মধ্যে চলাচলকারী চিত্রা এক্সপ্রেস ট্রেনটি খুলনা থেকে যশোর পর্যন্ত 50 কি.মি. পথ 50 মিনিটে এবং যশোর থেকে দর্শনা পর্যন্ত 75 কি.মি. পথ 50 মিনিটে অতিক্রম করে। ত্বরণ সুষম হলে খুলনা ও দর্শনা থেকে ট্রেনটির বেগ কত হবে যথাক্রমে- [A-12-13]

- A. 27 কি.মি./ঘন্টা ও 6 কি.মি./ঘন্টা
B. 45 কি.মি./ঘন্টা ও 105 কি.মি./ঘন্টা
C. 25 কি.মি./ঘন্টা ও 27 কি.মি./ঘন্টা
D. কোনটিই নয়

Ans D Solve জয়কলি স্পেশাল 3, $S = vt/2$, বেগকে মিটার/সেকেন্ডে নিয়ে আসতে হবে। এখানে প্রথমে $t = 50 \text{ min} = 50/60 \text{ hr}$,

$v_1 = 2st = \frac{2 \times 50 \times 60}{50} = 120 \text{ km/h}$

$v_2 = 2st = \frac{2 \times 75 \times 60}{50} = 180 \text{ km/h}$

11. খুলনা-ঢাকার মধ্যে চলাচলকারী ঘটায় 60 কি.মি. বেগে চলন্ত সুন্দরবন এক্সপ্রেস ট্রেনটিকে ব্রেকের সাহায্যে 10 সেকেন্ডের মধ্যে যশোর স্টেশনে থামানো হল। স্টেশন হতে কতদূরে থাকতে ব্রেক করা হয়েছিল? [11-12]

- A. $\frac{100}{3}$ মিটার B. $\frac{150}{7}$ মিটার C. $\frac{200}{3}$ মিটার D. $\frac{250}{3}$ মিটার

Ans D Solve জয়কলি স্পেশাল 3, $S = vt/2$, বেগকে মিটার/সেকেন্ডে নিয়ে আসতে হবে।

গণিত বিচিত্রা ■ সমতলীয় বস্তুকণার গতি

১৩. একটি পাথর একটি কুয়ার মধ্যে ফেলে দেওয়া হল যার গভীরতা 30 মিটার। পানিতে পাথর পড়ার আওয়াজ শোনা যাবে- [11-12]

A. 2.47 সেকেন্ড পরে
B. 2.56 সেকেন্ড পরে
C. 2.60 সেকেন্ড পরে
D. 2.65 সেকেন্ড পরে

Ans B Solve $t = \sqrt{\frac{2h}{g}} + \frac{h}{v} = \sqrt{\frac{2 \times 30}{9.8}} + \frac{30}{327} = 2.56 \text{ s}$

১৪. একটি কণা v বেগে নিষ্কণ্ড হয়ে $\frac{4v^2}{5g}$ মানের অনুভূমিক পান্না অতিক্রম করলে অনুভূমিক পান্না হবে বৃহত্তম উচ্চতার- [11-12, 02-03]

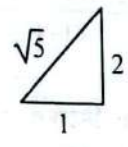
A. দ্বিগুণ
B. ত্রিগুণ
C. সমান
D. অর্ধেক

Ans C Solve $R = \frac{4v^2}{5g} = \frac{v^2}{g} \sin 2\alpha$
 $\sin 2\alpha = \frac{4}{5}$

$\frac{2 \tan \alpha}{1 + \tan^2 \alpha} = \frac{4}{5} \Rightarrow 4 \tan^2 \alpha - 10 \tan \alpha + 4 = 0$

$\Rightarrow (\tan \alpha - 2)(4 \tan \alpha - 2) = 0$
 $\tan \alpha = 2$ অথবা $\tan \alpha = \frac{1}{2}$

$\tan \alpha = \frac{1}{2}$ [গ্রহণযোগ্য নয়]



$\therefore \tan \alpha = 2 \Rightarrow \sin \alpha = \frac{2}{\sqrt{5}}$

$\therefore H = \frac{v^2}{2g} \sin^2 \alpha = \frac{v^2}{2g} \times \frac{4}{5} = \frac{1}{2} R \Rightarrow R = 2H$

১৫. একটি ঝাড়া দেয়ালের পাদদেশ হতে ভূমি বরাবর x দূরত্বে কোন বিন্দু হতে 45° কোণে একটি বস্তু নিক্ষেপ করা হল। তা দেয়ালের ঠিক উপর দিয়ে গেল এবং দেয়ালের অপর পাশে y দূরত্বে গিয়ে পড়ল। দেয়ালটির উচ্চতা কত? [10-11]

- A. $\frac{xy}{x+y}$ B. $\frac{x+y}{xy}$ C. $\frac{x-y}{xy}$ D. $\frac{xy}{x-y}$

Ans A Solve α কোনে নিষ্কণ্ড কোন বস্তু H উচ্চতায় পৌঁছালে এবং

বদি তার অনুভূমিক দূরত্ব x হয়, তবে $H = x \tan \alpha (1 - \frac{x}{R})$

$= x \tan 45 \left(1 - \frac{x}{x+y}\right) \therefore R = x + y$ সর্বাধিক পান্না

$= x \left(\frac{x+y-x}{x+y}\right) = \frac{xy}{x+y}$

১৬. কত কোণে 400m/s বেগে নিক্ষেপ করলে একটি বস্তুর পান্না পাওয়া যাবে 8km (g=10m/s²)? [09-10]

- A. $\frac{\pi}{12}$ B. $\frac{\pi}{6}$ C. $\frac{\pi}{4}$ D. $\frac{2\pi}{3}$

Ans A Solve $8000 = \frac{(400)^2 \sin 2\alpha}{10} \therefore 2\alpha = 30^\circ$

$\alpha = 15^\circ = \pi/12$

১৭. দ্বিভঙ্গি থেকে ঝাড়া নিম্নমুখী গমনের ক্ষেত্রে পতন কাল t = ? [07-08]

- A. $\sqrt{\frac{2h}{3g}}$ B. $2\sqrt{\frac{h}{2g}}$ C. $2\sqrt{\frac{2h}{g}}$ D. $\sqrt{\frac{h}{g}}$

Ans B Solve $h = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$

$\Rightarrow t = \sqrt{\frac{2 \cdot 2h}{2g}} \Rightarrow t = 2\sqrt{\frac{h}{2g}}$

১৭. 50 মি. দূরত্ব অতিক্রম করতে একটি গাড়ির বেগ 10 মি/সে থেকে 20 মি/সে. হয়। আরো 200 মি যাওয়ার পর বেগ কত হবে? [04-05]

A. 40 মি/সে. B. 42 মি/সে.
C. 45 মি/সে. D. 60 মি/সে.

Ans A Solve $a = \frac{v^2 - u^2}{2s} = \frac{(20)^2 - (10)^2}{2 \times 50} = 3 \text{ ms}^{-2}$

$v = \sqrt{u^2 + 2as} = \sqrt{(10)^2 + 2 \cdot 3(200 + 50)} = \sqrt{1600} = 40 \text{ মি/সে.}$

১৮. ঘন্টায় 45 মাইল বেগে চলন্ত সুন্দরবন এক্সপ্রেসকে নিশ্চিত দুর্ঘটনা এড়ানোর জন্য ব্রেকের সাহায্যে 10 সেকেন্ডের মধ্যে কোন স্টেশনে থামানো হল। ব্রেক প্রয়োগের ফলে উৎপন্ন মন্দন কত? সেখান হতে কত দূর দূরত্বে থাকতে ব্রেক করা হয়েছিল? [03-04]

- A. $\frac{33}{3}$ ফুট/সে² ও 330 ফুট B. $\frac{33}{5}$ ফুট/সে² ও 200 ফুট
C. $\frac{33}{5}$ মাইল/সে² ও 330 মাইল D. কোনটিই নয়

Ans D Solve $u = 45 \text{ মাইল/ঘন্টায়} = \frac{45 \times 5280}{60 \times 60} = 66 \text{ ft/s}$

মন্দন $a = \frac{v}{t} = \frac{66}{10} = \frac{33}{5} \text{ ft/s}^2$

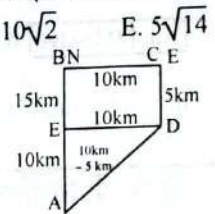
আবার, দূরত্ব $s = \frac{1}{2} \times vt = \frac{1}{2} \times 66 \times 10 = 330$

শাহজালাল বিশ্ববিদ্যালয়ের ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

০১. একজন লোক কোন একটি নির্দিষ্ট স্থান থেকে 15 কি.মি. উত্তর দিকে গেল এবং সেখান থেকে 10 কি.মি. পূর্ব দিকে যাওয়ার পর 5 কি.মি. দক্ষিণ দিকে গেল। লোকটি যাত্রাস্থান থেকে কত কি.মি. দূরে অবস্থান করছে? [14-15]

- A. 10 B. 20 C. 30 D. $10\sqrt{2}$ E. $5\sqrt{14}$

Ans E Solve $AD = \sqrt{10^2 + 10^2} = 10\sqrt{2} \text{ km}$

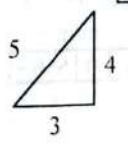


০২. ভূমির সাথে $\tan^{-1}(4/3)$ কোণে 9.8 m/s বেগে একটি বস্তুকে উপরের দিকে ছোঁড়া হলো। 3/5 sec পরে বস্তুর বেগ ভূমির সাথে কত কোণ তৈরি করে? [12-13]

- A. $\tan^{-1}(1/3)$ B. $\tan^{-1}(1/4)$ C. $\tan^{-1}(3/5)$
D. $\tan^{-1}(4/5)$ E. $\tan^{-1}(3/4)$

Ans A Solve $\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{4}{3}\right)$

$\Rightarrow \tan \alpha = \frac{4}{3} \Rightarrow \sec \alpha = \frac{5}{3}$



$\therefore \tan \theta = \frac{v \sin \theta}{v \cos \theta} = \frac{u \sin \alpha - gt}{u \cos \alpha} = \tan \alpha - \frac{gt}{u} \times \sec \alpha$

$= \frac{4}{3} - \frac{9.8}{9.8} \times \frac{3}{9} \times \frac{5}{3} = \frac{4}{3} - 1 = \frac{1}{3} \therefore \theta = \tan^{-1}\left(\frac{1}{3}\right)$

০৩. স্রোতের বেগের মানের $\sqrt{2}$ গুণ মানের বেগে সাঁতার কেটে একজন সাঁতারু নদীর অপর পাড়ে সোজাসুজি গিয়ে পৌঁছল। নদীর তীরের সাথে সাঁতারুর বেগের নতি নির্ণয় কর। [07-08]

- A. 120° B. 130° C. 135° D. 65°

Ans C Solve [Same as Type-09, Prob-02]

৪ গ্রাম ভরের একটি বুলেট 400 মি./সে. বেগে ছুটিছে। যে সমবল তাকে 1 সেকেন্ডে থামিয়ে দেয় তার মান কত? [14-15]

- A. 2.6 N B. 2.3 N C. 1.6 N D. 1.3 N

Ans C Solve $V = u - ft \Rightarrow V = 0, u = 400 \text{ms}^{-1}, t = 1 \text{s}$

$0 = 400 - f \times 1 \Rightarrow f = 400 \text{ms}^{-1}$

সমবল = mf

$4 \times 10^{-2} \times 400 = 1.6 \text{ N}$

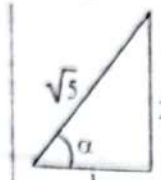
একটি কণা v বেগে নিক্ষেপ হলে যদি তার অনুভূমিক পাতার লম্বিত বৃহত্তম উচ্চতায় বিভক্ত হয়, তবে অনুভূমিক পাতা কত হবে? [14-15, KU 14-15]

- A. $\frac{4v}{5(v+g)}$ B. $\frac{4v^2}{6g}$ C. $\frac{3v^2}{4g}$ D. $\frac{4v^2}{5g}$

Ans D Solve প্রথমতে, $R = 2H$

$\Rightarrow \frac{R}{H} = 2 \Rightarrow \tan \alpha = 2$ [$\tan \alpha = \frac{R}{H}$]

$R = \frac{u^2 \sin 2\alpha}{g} = \frac{u^2 \cdot 2 \tan \alpha}{g(1 + \tan^2 \alpha)} = \frac{u^2 \cdot 2 \times 2}{g(1 + 4)} = \frac{4u^2}{5g}$



50 মিটার দূরত্ব অতিক্রম করতে একটি গাড়ীর বেগ 10 মি./সে. হতে 20 মি./সে. হয়। আরও 200 মিটার যাওয়ার পর বেগ হবে- [13-14]

- A. 40 মি./সে. B. 20 মি./সে. C. 30 মি./সে. D. 50 মি./সে.

Ans A Solve Calculation সহজ করা-

$V_2 = \sqrt{u^2 + 2as} = \sqrt{20^2 + 2 \times 3 \times 200}$
 $= \sqrt{20^2 + 20^2 \times 3} = 20\sqrt{1+3}$
 $= 20 \times 2 = 40 \text{ Ans.}$

কোন স্তম্ভের শীর্ষ হতে 19.5 sec বেগে খাড়া উপরের দিকে নিক্ষেপ বস্তুকনা 5 সেকেন্ড পর স্তম্ভের পাদদেশে পতিত হলে- [13-14]

- A. 15 m B. 20m C. 25m D. 125m

Ans C Solve $h = -ut + \frac{1}{2}gt^2 = -19.5 \times 5 + \frac{1}{2} \times 9.8 \times 5^2 = 25 \text{m}$

একটি গাড়ি সমত্বরণে 20 km/h আদিবেগে 100 km পথ অতিক্রম করার পর 40 km/h গতিবেগে অর্জন করে। গাড়িটির ত্বরণ- [F-12-13]

- A. 4 km/h² B. 5 km/h² C. 6 km/h² D. 12 km/h²

Ans C Solve $v^2 = u^2 + 2as$

$\Rightarrow a = \frac{v^2 - u^2}{2s} = \frac{(40)^2 - (20)^2}{2 \times 100} = 6 \text{ km/h}^2$

প্রক্ষেপকের সর্বাধিক পাতার নিক্ষেপন কোণ- [11-12; CU 04-05]

- A. 50° B. 45° C. 40° D. 54°

একটি বস্তুকনা u গতিবেগে এবং অনুভূমিকের সাথে α কোণে শূন্যে নিক্ষেপ হলে এবং ইহার অনুভূমিক পাতা ও বৃহত্তম পাতার মান যথাক্রমে R ও D হলে এদের মধ্যে সম্পর্ক হবে- [10-11]

- A. $R = D \sin \alpha$ B. $R = D \sin 2\alpha$
 C. $D = R \sin 2\alpha$ D. $D = R \sin \alpha$

Ans B Solve অনুভূমিক পাতা $R = \frac{u^2 \sin 2\alpha}{g}$

সর্বাধিক পাতা $D = \frac{u^2}{g} \therefore R = D \sin 2\alpha$

একটি কণা ছিঁড়াবস্থা থেকে যাত্রা শুরু করে সরলপথে সুষম ত্বরণে চলে চতুর্থ সেকেন্ডে 14cm দূরত্ব অতিক্রম করলে অষ্টম সেকেন্ডে কণাটি কর্তৃক অতিক্রান্ত দূরত্ব হবে- [10-11]

- A. 10 cm B. 30 cm C. 20 cm D. 15 cm

Ans B Solve t তম সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূরত্ব, $s = u + \frac{1}{2} a(2t-1)$

$\therefore 0.14 = 0 + 0.5 \times a(2 \times 4 - 1) \Rightarrow a = 0.04 \text{ m/s}^2$

$\therefore S_{8\text{th}} = 0 + \frac{1}{2} \times 0.04(2 \times 8 - 1) = 0.3 \text{ m} = 30 \text{ cm}$

17. একটি রেলগাড়ি স্টেশন ছেড়ে 8 মিনিট পরে 4 কিলোমিটার দূরে অবস্থিত অপর স্টেশনে পামে। গাড়িখানা গতি পথের প্রথম x সমত্বরণে এবং পরে y সমমন্দনে চললে x এবং y এর সম্পর্ক হবে [05-06]

- A. $x + y = 8$ B. $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{8}$

- C. $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 8$ D. $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{4}$ **Ans. D**

18. একটি বস্তুর ভূমি থেকে উপরে নিক্ষেপ করলে সর্বোচ্চ উচ্চতা হবে- [05-06]

- A. $\frac{u^2}{2g}$ B. $\frac{2u}{g}$

- C. $\frac{\pi}{g}$ D. $\frac{2\pi}{g}$ **Ans. A**

19. একটি পাথর 200ft/s বেগে অনুভূমিক তলের সহিত 30° কোণে গ্রক্ষিত হলে পাথরটির সর্বোচ্চ উচ্চতা কত হবে? [A 04-05]

- A. $256 \frac{1}{6}$ ft B. $356 \frac{1}{4}$ ft

- C. $156 \frac{1}{4}$ ft D. $56 \frac{1}{4}$ ft **Ans. C**

20. একটি বস্তুকে u বেগে ভূমির α কোণে নিক্ষেপ করা হলে h উচ্চতায় বস্তুটির বেগ হবে- [F 12-13]

- A. $(u^2 - 2gh)^{0.5}$ B. $(u^2 + 2gh)^{0.5}$
 C. $u^2 + 2gh$ D. $u^2 - 2gh$

Ans A Solve $v^2 = u^2 - 2gh \Rightarrow v = (u^2 - 2gh)^{0.5}$

21. \vec{u} এবং \vec{v} বেগদ্বয়ের লব্ধিবেগ \vec{w} যা অনুভূমিকের সাথে θ কোণে উৎপন্ন করে। লব্ধিবেগের অনুভূমিক উপাংশের মান- [F 12-13]

- A. $u \sin \theta$ B. $v \cos \theta$
 C. $w \sin \theta$ D. $w \cos \theta$ **Ans. D**

22. u বেগে খাড়া উর্দ্ধমুখী নিক্ষেপ বস্তুর বিচরণকাল- [F 12-13]

- A. ug^{-1} B. $2u^{-1}g$
 C. $2ug$ D. $2ug^{-1}$ **Ans. D**

23. একটি বস্তুকে u বেগে ভূমির সাথে α কোণে নিক্ষেপ করা হলে, কত সময় পরে সর্বাধিক উচ্চতায় পৌঁছাবে- [12-13]

- A. $ug \cos \alpha$ B. $ug^{-1} \cos \alpha$ C. $ug \sin \alpha$ D. $ug^{-1} \sin \alpha$

Ans D Solve $t = \frac{u \sin \alpha}{g} = ug^{-1} \sin \alpha$

বরিশাল বিশ্ববিদ্যালয়ের ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
 [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. নিক্ষেপন বেগ 240 ফুট/সেকেন্ড এবং নিক্ষেপন কোণ 30° হলে 3 সেকেন্ড পর এর উচ্চতা- [15-16]

- A. 180 ft B. 240 ft C. 216 ft D. 300 ft

Ans C Solve $h = usin\alpha t + \frac{1}{2}gt^2$
 $= 240 \times \sin 30^\circ \times 3 - \frac{1}{2} \times 32 \times 3^2 = 216 \text{ ফুট}$

03. চালকসহ 200 kg ভরের একটি সাইকেল 16 m/sec বেগে চলছে। সর্বমোট বাধা 10 kg ওজন হলে, প্যাডেলিং বন্ধ করার পর সাইকেল আর কত দূর চলবে? [C-12-13]

A. 216.22 m B. 261.22 m
C. 612.22 m D. 621.22 m

Ans B Solve $a = \frac{10 \times 9.8}{200} = 0.49$; $s = \frac{16^2}{2 \times 0.49} = 261.22$ m

হাজী দানেশ বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. একটি গাড়ী সমত্বরণে 30km/hour আদিবেগ 100km অতিক্রম করে 50km/hour ফুড়া বেগ গ্রাস্ত হয়। গাড়িটির ত্বরণ কত? [14-15]

A. 8km/h² B. 800km/h²
C. 16km/h² D. 80km/h²

Ans A Solve গাড়ীর ত্বরণ = $\frac{50^2 - 30^2}{2 \times 100}$
= $\frac{(50+30)(50-30)}{2 \times 100} = \frac{80 \times 20}{2 \times 100} = 8$ km/h²

N.B: Calculator ছাড়া সহজভাবে করা।

02. 32 ft/sec আদিবেগে এবং ভূমির সাথে 30° কোণে একটি বস্তু নিক্ষেপ করা হলো। ইহার আনুভূমিক পাল্লা- [14-15]

A. 16 ft B. 32√3 ft C. 32 ft D. 16√3 ft

Ans D Solve পাল্লা R = $\frac{u^2 \sin 2\alpha}{g}$
= $\frac{32^2 \times \sin 60^\circ}{32} = \frac{32\sqrt{3}}{2} = 16\sqrt{3}$ ft

03. একজন লোক 49 মি./সে. বেগে একটি বল খাড়া উপরের দিকে নিক্ষেপ করে। বলটি কত সময় শূন্য অবস্থান করবে? [14-15]

A. 9.8 সে. B. 10 সে. C. 98 সে. D. 100 সে.

Ans B Solve $T = \frac{2u}{g} = \frac{2 \times 49}{9.8} = 10$ sec.

ভাসানী বিজ্ঞান ও প্রযুক্তি বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. একটি খাড়া টওয়ারের শীর্ষ বিন্দু হতে একটি পাথর ছেড়ে দেয়া হলো। পাথরটি শেষতম সেকেন্ডে 49 m দূরত্ব অতিক্রম করলে টাওয়ারের উচ্চতা কত? [15-16]

A. 148m B. 148.2m C. 184m D. 184.4m

Ans B Solve $49 = \frac{2t-1}{2} \cdot 9.8$
 $\Rightarrow t = \left(\frac{49 \times 2}{9.8} + 1\right) \div 2 = 5.5$

টাওয়ারের উচ্চতা = $\frac{1}{2} \times 9.8 \times 5.5^2 = 148.2$ m

02. একটি কণা স্থিরাবস্থা হতে 1 cm/sec² ত্বরণে চলতে শুরু করলে 2 মিনিট পর তার বেগ কত হবে? [15-16]

A. 140 cm/sec B. 120 cm/sec
C. 100 cm/sec D. 80 cm/sec

Ans B Solve $V = 0 + 1 \times 2 \times 60 = 120$ cm/sec²

03. কোন গাড়ি ঘন্টায় 45 কিলোমিটার বেগে চলে। 2 মিনিট 20 সেকেন্ডে তা কত কিলোমিটার যাবে? [15-16]

A. 1 $\frac{3}{4}$ B. 1 $\frac{3}{5}$ C. 1 $\frac{1}{4}$ D. 1 $\frac{1}{5}$

Ans A Solve $t = 2$ মি 20 সে = $\left(\frac{2}{60} + \frac{20}{60 \times 60}\right)$ ঘন্টা

অতিক্রান্ত দূরত্ব = $45 \times t = 45 \left(\frac{2}{60} + \frac{20}{60 \times 60}\right) = 1\frac{3}{4}$ কি. মি।

04. একটি গাড়ী স্থিতিবস্থা হতে সমত্বরণে চলা শুরু করে 5 সেকেন্ডে 75 মি/সে. গতিবেগ গ্রাস্ত হল। গাড়িটির ত্বরণ কোনটি? [15-16]

A. 15m/s² B. 12m/s²
C. 18 m/s² D. 5m/s²

Ans A Solve $75 = t \times a \Rightarrow t = 15$ মি/সে²

05. একটি শূন্য কুপে একটি পাথরের টুকরা ফেলা হল এবং 3.5 সে. পরে টুকরাটির কুপের তলদেশে পতনের শব্দ শোনা গেল। শব্দের বেগ 327 মি./সে. এবং $g = 9.81$ মি./সে.² হলে কুপের গভীরতা কত? [A-12-13]

A. 16.89 মিটার B. 54.5 মিটার
C. 45.5 মিটার D. 46.5 মিটার

Ans B Solve [Same as Type-03, Prob-02]

বাংলাদেশ টেক্সটাইল বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. u বেগে অনুভূমিকের সাথে α-কোণে প্রক্ষিপ্ত বস্তুর বৃহত্তম উচ্চতা কত? [15-16]

A. $\frac{u^2 \sin^2 \alpha}{2g}$ B. $\frac{u \sin^2 \alpha}{2g}$ C. $\frac{u^2 \sin 2\alpha}{2g}$ D. $\frac{u^2 \sin \alpha}{2g}$

Ans A Solve বৃহত্তম উচ্চতা = $\frac{u^2 \sin^2 \alpha}{2g}$

02. একটি বস্তু কণায় 3ms⁻¹, 7ms⁻¹ এবং 8ms⁻¹ বেগে ক্রিয়া করে সাম্যাবস্থা বন্ধ করে। বৃহত্তর ও ক্ষুদ্রতর বেগ দুইটির অন্তর্ভুক্ত কোণ নির্ণয় কর। [15-16]

A. 90° B. 180° C. 160° D. 120°

Ans D Solve $7^2 = 3^2 + 8^2 + 2 \cdot 3 \cdot 8 \cdot \cos \alpha$

$\Rightarrow 49 = 9 + 64 + 2 \times 3 \times 8 \cos \alpha$

$\cos \alpha = \frac{49 - 9 - 64}{2 \times 3 \times 8} = \frac{-24}{48} = -\frac{1}{2} = \cos 120^\circ$

$\therefore \alpha = 120^\circ$

03. একটি দালানের ছাদ হতে অবাধে পড়ন্ত একটি বস্তু পতনের শেষতম সেকেন্ডে

দালানের $\frac{9}{25}$ অংশ অতিক্রম করে। দালানের উচ্চতা কত? [15-16]

A. 44.1 m B. 122.5 m C. 78.4 m D. 93.36 m

Ans B Solve

$h = \frac{1}{2} g t^2$ (i)

$\frac{9}{25} h = \frac{2t-1}{2} \cdot g$ (ii)

(i) ÷ (ii)

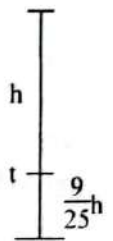
$\Rightarrow \frac{h}{\frac{9}{25} h} = \frac{\frac{1}{2} g t^2}{\frac{2t-1}{2} g}$

$\Rightarrow \frac{25}{9} = \frac{t^2}{2t-1} \Rightarrow 9t^2 - 50t + 25 = 0 \Rightarrow 9t^2 - 45t - 5t + 25 = 0$

$\Rightarrow 9t(t-5) - 5(t-5) = 0 \Rightarrow (t-5)(9t-5) = 0$

$t = 5, t = \frac{5}{9}$ গ্রহণযোগ্য নয়

\therefore উচ্চতা, $h = \frac{1}{2} \times 9.8 \times 5^2 = 4.9 \times 25 = 122.5$



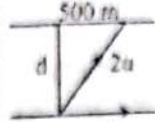
04. একজন সীতারু নদীর স্রোতের সাথে সমকোণে যাত্রা শুরু করে অপর পাড়ে বিপরীত দিশে হতে 500m দূরে পৌঁছানো। স্রোতের বেগ u এবং সীতারুর বেগ $2u$ হলে নদীর প্রস্থ কত? [14-15]

- A. 1 km
C. 3 km

- B. 2 km
D. 4 km

Ans A Solve সময়, $t = \frac{d}{2u}$

আরও, $500 = ut$
 $\Rightarrow 500 = u \times \frac{d}{2u}$
 $\Rightarrow d = 1000 \text{ m} = 1 \text{ km}$



05. প্রদত্ত R আনুভূমিক পাল্লায় ক্ষেত্রে প্রকিণ বস্তুর দুইটি গমন পথের সর্ববিক্রম উচ্চতা h ও h' হলে $R = ?$ [14-15]

- A. $\frac{1}{4}\sqrt{hh'}$
C. $\frac{h'}{4h}$

- B. $4\sqrt{hh'}$
D. $\frac{1}{4}h^2h'$

Ans B Solve

$R = \frac{u^2 \sin 2\alpha}{g}$... (i)
 $hh' = \frac{u^4 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha}{4g^2}$

$h = \frac{u^2 \sin^2 \alpha}{g}$
 $h' = \frac{u^2 \sin^2 (\pi/2 - \alpha)}{g}$
 $h' = \frac{u^2 \cos^2 \alpha}{g}$

(i) $\Rightarrow R = \frac{u^2 \sin 2\alpha}{g}$
 $R^2 = 4u^4 \frac{2\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha}{g^2}$
 $\Rightarrow \frac{R^2}{hh'} = 16 \Rightarrow R^2 = 16hh' \Rightarrow R = 4\sqrt{hh'}$

ঝিনাইদহ ভেটেরিনারি বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. g ত্বরণে একটি রকেট উপরে উঠছে। এর ভর কত কমাতে রকেটটি $2g$ ত্বরণে উপরে উঠবে?

- A. $\frac{1}{2}$ অংশ
C. $\frac{1}{5}$ অংশ

- B. $\frac{1}{3}$ অংশ
D. $\frac{2}{3}$ অংশ

Ans A Solve রকেটের ভর = m কমানো হল m_1 তাহলে,

$mg = (m - m_1) 2g \Rightarrow mg = 2mg - 2m_1g$
 $\Rightarrow 2m_1g = mg \Rightarrow \frac{m_1}{m} = \frac{1}{2}$ [$\frac{1}{2}$ অংশ কমাতে হবে।]

বাংলাদেশ মেরিন একাডেমী ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. সর্ববিক্রম পাল্লা R হলে সর্ববিক্রম উচ্চতা হবে : [15-16]

- A. $R/5$
C. $1/R$

- B. $R/3$
D. $R/4$

Ans D Solve সর্ববিক্রম পাল্লা হবে যখন $\theta = \frac{\pi}{4}$, $R = \frac{u^2}{g}$

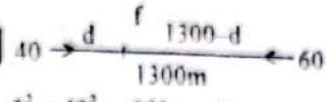
\therefore সর্বোচ্চতা = $\frac{u^2 \sin^2 \frac{\pi}{4}}{2g} = \frac{u^2}{4g} = \frac{R}{4}$

বুয়েট, কুয়েট, চুয়েট ও কয়েট ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. দুইটি ট্রেন একই বেল পথে বিপরীত দিক বেগে গতি ঘটায় 40 m/s এবং 60 m/s গতিবেগে অগসর হচ্ছে। 1300 m দূরত্বে থাকাকালে উভয় ইঞ্জিনে একই মানের মন্দন প্রবেশ করা হলো। মন্দনের সর্বনিম্ন মান নির্ণয় কর যাতে সংঘর্ষ এড়ানো যেতে পারে। [KUET 15-16]

- A. -3 m/sec^2
D. 15 m/sec^2
- B. 5 m/sec^2
E. 11 m/sec^2
- C. 2 m/sec^2

Ans C Solve



$0^2 = 40^2 - 2fd$... (i)
 $0^2 = 60^2 - 2f(1300 - d)$
 $\Rightarrow 0 = 60^2 - 2f \times 1300 + 2fd$... (ii)
 (i) + (ii) $\Rightarrow 2 \times 1300f = 60^2 + 40^2$
 $f = \frac{60^2 + 40^2}{2 \times 1300} = \frac{3600 + 1600}{2 \times 1300} = \frac{5200}{2 \times 1300} = 2 \text{ m/sec}^2$

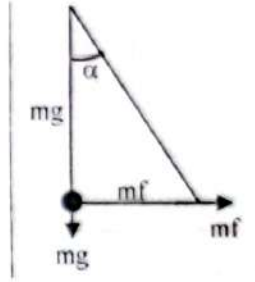
02. সমত্বরণে চলমান একটি গাড়ির বাইরে খুলানো W ওজননের একটি বস্তু উলফের সঙ্গে $\pi/6$ কোণে খুলে থাকলে গাড়িটির ত্বরণ কত? [KUET 15-16]

- A. 17 m sec^{-2} (প্রায়)
C. 170 cm sec^{-2} (প্রায়)
E. 566 cm sec^{-2} (প্রায়)
- B. 6 m sec^{-2} (প্রায়)
D. 1.7 m sec^{-2} (প্রায়)

Ans B Solve

$\tan \alpha = \frac{mf}{mg} = \frac{f}{g}$

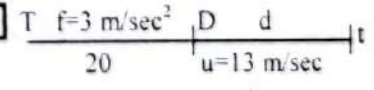
ত্বরণ $f = g \tan \alpha = 9.8 \times \tan \frac{\pi}{6}$
 $= 9.8 \times \frac{1}{\sqrt{3}} = 6 \text{ m sec}^{-2}$



03. একটি বাঘ 20m দূরে একটি হরিণকে দেখতে পেয়ে স্থিরাবস্থা হতে 3 m/sec^2 ত্বরণে হরিণটির পশ্চাতে দৌড়াল। হরিণটি 13 m/sec সমবেগে দৌড়াতে থাকলে কতক্ষণ পরে বাঘটি হরিণকে ধরতে পারবে? [CUET 15-16]

- A. none of them
C. 10
- B. -10 or $\frac{4}{3}$
D. 10 or $\frac{4}{3}$

Ans C Solve



বাঘের ক্ষেত্রে, $20 + d = \frac{1}{2} 3 t^2$... (i)
 হরিণের ক্ষেত্রে, $d = 13t$... (ii)

(i) ও (ii) হতে, $20 + 13t = \frac{3}{2} t^2$
 $\Rightarrow 40 + 26t = 3t^2 \Rightarrow 3t^2 - 26t - 40 = 0$
 $\Rightarrow 3t^2 - 30t + 4t - 40 = 0$
 $\Rightarrow 3t(t - 10) + 4(t - 10) = 0$
 $\Rightarrow (t - 10)(3t + 4) = 0$
 $t = 10 \text{ sec}$ $t \neq -\frac{4}{3}$

13. 19.6 m/sec বেগে একটি পাথর খাড়া উপরের দিকে নিক্ষেপ করলে যে সময় পরে এটি জমিতে পড়বে তা হল- [BUET 13-14]

- A. 2 secs B. $\frac{1}{2}$ secs C. 4 secs D. $\frac{1}{4}$ secs

Ans C Solve $T = \frac{2V_0}{g} = \frac{2 \times 19.6}{9.8} = 4s$

14. 10 m/sec বেগে উর্ধ্বগামী কোন বেলুন হতে একটি পাথরের টুকরা ফেলে দেওয়ার 10 sec পর মাটিতে পড়ে। পাথরটি ফেলে দেওয়ার সময় বেলুনের উচ্চতা কত ছিল? [BUET 13-14]

- A. 500 m B. 390 m C. 49 m D. 490 m

Ans B Solve $h = -ut + \frac{1}{2}gt^2$
 $= -10 \times 1.0 + \frac{1}{2} \times 9.8 \times 10^2 = 390 m$

15. কুয়ার ভেতর একটি পাথর ছেড়ে দেওয়ার $3\frac{1}{2}$ sec পর পাথরটি পড়ার শব্দ পাওয়া গেল। যদি শব্দের বেগ 327m/s হয়, তবে কুয়ার গভীরতা হবে- [CUET 13-14]

- A. 45.5 m B. 54.5 m C. 50.0 m D. None

Ans B Solve ধরি, কুয়ার গভীরতা h এবং পাথরের টুকরা t সেকেন্ডে কুয়ার পড়ে। তবে $(3.5 - t) s$ হ্রদ্ব অতিক্রম করে,
 $h = \frac{1}{2}gt^2(3.5 - t) \times 327 \Rightarrow \frac{1}{2} \times 9.81t^2 - 327(3.5 - t) = 0$
 $\therefore t = \frac{10}{3}$ আবার, $h = \frac{1}{2}g \times 9.81 \times \left(\frac{10}{3}\right)^2 = 54.5$

16. দুইটি ট্রেন একই রেলপথে বিপরীত দিকে হতে 44 ft/sec ও 66 ft/sec গতিবেগে অগ্রসর হচ্ছে। ট্রেন দুইটি 1573 ft দূরত্বে থাকাকালে সংঘর্ষ এড়ানোর জন্য উভয় ইঞ্জিনে ব্রেক করা হলো। উভয় ইঞ্জিনের মন্দন সমান। মন্দনের সর্বনিম্ন মান কত? [RUET 13-14]

- A. 5 ft/sec² B. $\frac{5}{2}$ ft/sec² C. 3 ft/sec²
 D. 2 ft/sec² E. None

Ans D Solve $S_1 = \frac{-u_1^2}{2f}, S_2 = \frac{-u_2^2}{2f}$
 শর্তমতে, $\frac{44^2}{2f} + \frac{66^2}{2f} = -1573 \therefore f = 2ft/sec^2$

17. 1/8 kg ভরের একটি বুলেট 4m লম্বা নল বিশিষ্ট রাইফেলের নলমুখ হতে 1280 m/s গতিবেগে নির্গত হয়। নলের মধ্যে বুলেটের উপর কার্যরত বলের মান কত? [CUET 13-14]

- A. 2560 N B. 25600 N C. 256 N D. None

Ans B Solve $F = ma = m \cdot \frac{v^2}{2s} = \frac{1}{8} \cdot \frac{(1280)^2}{2 \times 4} = 25600N$

18. 50 m মিটার দূরত্ব অতিক্রম করতে একখানি গাড়ির বেগ 10 m/s হতে 20 m/s হয়। আরও 200 m যাবার পর তার বেগ কত হবে? [Ruet-12-13]

- A. 30 m/s B. 20 m/s C. 40 m/s
 D. 50 m/s E. None

Ans C Solve $a = \frac{20^2 - 10^2}{2 \times 50} = 3 m/s^2$
 $v^2 = 20^2 + 2 \times 3 \times 200 = 400 + 1200 = 1600$
 $\therefore v = 40 m/s$

19. একটি উঁচু টাওয়ারের শীর্ষবিন্দু হতে এটি বল 21 m/s গতিবেগে অনুভূমিক দিকে নিক্ষেপ করা হলো। বসটি টাওয়ারের পাদদেশ হতে 84 m দূরে জমিতে আঘাত করলে টাওয়ারের উচ্চতা কত? (RUET 12-13)

- A. 30 m B. 39 m C. 45 m
 D. 20 m E. None

Ans E Solve $21 \cos \theta \times t = 84 \Rightarrow t = 4 sec$
 $h = \frac{1}{2} \times 9.8 \times t^2 = \frac{1}{2} \times 9.8 \times 4^2 = 78.4 m$

20. 80 m প্রশস্ত একটি নদীতে স্রোত না থাকলে তা সোজাসুজি পাড়ি দিতে একজন লোকের সময় লাগে 4 minutes, কিন্তু স্রোত থাকলে তা পার হতে সময় লাগে 5 minutes। স্রোতের বেগ নির্ণয় কর। [Ruet-12-13]

- A. 15 m/min B. 12 m/min C. 16 m/min
 D. 14 m/min E. 13 m/min

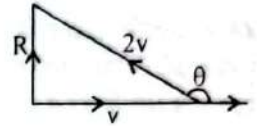
Ans B Solve $v = \sqrt{\left(\frac{80}{4}\right)^2 - \left(\frac{80}{5}\right)^2} = 12 m/min$

21. একটি গাড়ী 8 km h⁻¹ বেগে চলছে। গাড়ী থেকে 16km h⁻¹ বেগে একটি বস্তু কোন দিকে নিক্ষেপ করলে বস্তুটি গাড়ীর বেগের সাথে সমকোণে চলবে? [BUET 12-13]

- A. 120° B. 150° C. 135° D. 90°

Ans A Solve $V_1 = 8km/h$
 $V_2 = 16km/h$

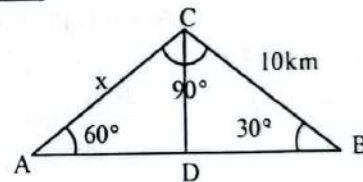
$\cos \theta = \left(-\frac{v}{2v}\right) = -\frac{1}{2}$
 $\theta = \cos^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right) = 120^\circ$



22. AB সরলরেখার সাথে 60° কোণে A বিন্দু হতে একটি কণা যাত্রা করে। BA সরলরেখার সাথে 30° কোণে B বিন্দু হতে একই সময়ে অপর একটি কণা ঘন্টায় 10 km সমবেগে যাত্রা করে এবং কিছুক্ষণ পর প্রথম কণার সাথে মিলিত হয়। প্রথম কণার বেগ নির্ণয় কর। [BUET 10-11]

- A. $\frac{2}{\sqrt{3}}$ km h⁻¹ B. $\frac{20}{\sqrt{3}}$ km h⁻¹ C. $\frac{10}{\sqrt{3}}$ km h⁻¹ D. $\frac{4}{\sqrt{3}}$ km h⁻¹

Ans C Solve



$CD = CB \sin 30^\circ = x \sin 60^\circ$
 $\Rightarrow x = \frac{10 \sin 30^\circ}{\sin 60^\circ} \Rightarrow x = \frac{10}{\sqrt{3}} kmh^{-1}$

23. একটি ট্রেন 22.5 m/sec গতিবেগ নিয়ে যাত্রা করে 10 sec-এ 325 m গেল। এর ত্বরণ কত? [RUET 10-11]

- A. 2 m/sec² B. 3 m/sec² C. 4 m/sec²
 D. 2.5 m/sec² E. 1.5 m/sec²

Ans A Solve $S = ut + \frac{1}{2}at^2$
 $\Rightarrow 325 = 22.5 \times 10 + \frac{1}{2} a \times 10^2 \Rightarrow a = 2 ms^{-2}$

24. একটি শূন্য কূপে একটি পাথর খত ফেললে তা 3 sec-এ কূপের তলদেশে পৌঁছালে কূপের গভীরতা হবে- [CUET 10-11]

- A. 14.72 m B. 88.29 m C. 44.15 m D. None

Ans C Solve $h = \frac{1}{2}gt^2 = \frac{1}{2} \times (9.8) \times 3^2 = 44.1m$

25. একটি খাড়া দেয়ালের পাদদেশ থেকে ভূমি বরাবর 147 m দূরত্বে কোন বিন্দু থেকে একটি বস্তু 49 ms⁻¹ বেগে অনুভূমিকের সাথে α কোণে ছোড়া হল। α = 60° হলে বস্তুটি দেয়ালের যে বিন্দুতে আঘাত করবে তার উচ্চতা নির্ণয় কর। (g = 9.81 ms⁻²) [BUET 10-11]

- A. 26.01 m B. 78.03 m C. 254.61 m D. 46.20 m

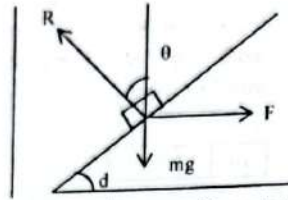
Ans B Solve $y = x \tan \alpha - \frac{gx^2}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} = 78.03m$

26. অনুভূমিকের সাথে θ কোণ হেলানো একটি মসূন তলে অবস্থিত m ভরের একটি ছোট বস্তু P এর উপর F পরিমাণ অনুভূমিক বল প্রয়োগ করা হলো F বলটি P বস্তুটিকে কেবলমাত্র সাম্যাবস্থায় রাখতে সমর্থ হয়। তাহলে F এর মান হলো। [RUET 10-11]

- A. mg cos²θ B. mg sin²θ C. mg cosθ
D. mg tanθ E. mg sinθ

Ans D Solve

$\frac{F}{\sin(180 - \theta)} = \frac{mg}{\sin(90 + \theta)}$
⇒ F = mg tan θ



27. একজন বৈমানিক 4900 মি. উপর দিয়ে 126 কি./ঘন্টা বেগে উড়ে যাবার সময় একটি বোমা ফেলে দিল। সে যে বস্তুতে আঘাত করতে চায় সে বস্তু হতে তার অনুভূমিক দূরত্ব কত (g = 9.8 m/s²)? [CUET 10-11]

- A. 1106.8 m B. 553.4 m C. 1660.2 m D. None of these

Ans A Solve $h = (u \sin \alpha)t + \frac{1}{2}gt^2$

⇒ 4900 = (35 sin θ)t + $\frac{1}{2} \times 9.8 t^2$
∴ t = 31.6233
∴ x = (u cos α)t = 35 × cos θ × 31.623 = 1106.8 m

28. A man walks towards the north a distance of 10 km at rate of 5 km per hour and then walks towards the west a distance of 12 km in 3 hours. What is the average velocity of the man? [BUET-09-10]

- A. $\frac{22}{5}$ km per hour B. $\frac{2\sqrt{61}}{8}$ km per hour
C. $\frac{2\sqrt{61}}{5}$ km per hour D. None of the above

Ans C Solve $S = \sqrt{10^2 + 12^2} = 2\sqrt{61}$

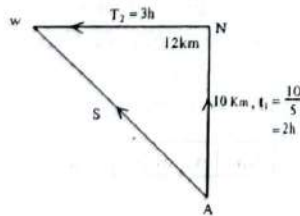
$t_1 = \frac{10}{5} = 2\bar{w}$

$t_2 = 3\bar{w} \quad s_1 = 10 \text{ km,}$

$s_2 = 12 \text{ km}$

মোট দূরত্ব, $Aw = S = \sqrt{10^2 + 12^2}$
 $= 2\sqrt{5^2 + 6^2} = 2\sqrt{61}$

∴ গড় বেগ = $\frac{Aw}{t} = \frac{2\sqrt{61}}{5}$



29. একটি বুলেট কোন লক্ষ্যবস্তুতে 3 সে. মি. ভেদ করতে তার বেগের অর্ধেক অংশ হারায়। এটি আরও কতটা ভেদ করবে? [BUET-09-10]

- A. 1cm B. 1.5 cm
C. 2cm D. 3 cm

Ans A Solve আরো ভেদ করবে = $s/3 = 3/3 = 1 \text{ cm}$

30. এক ব্যক্তি ঘন্টায় 7 মাইল গতিতে তার গন্তব্যে পৌছায় এবং ঘন্টায় 8 মাইল গতিতে পূর্বের স্থানে ফিরে আসে। তার গড় গতি নির্ণয় কর। [BUET-09-10]

Ans D Solve $t_1 = \frac{S}{7}$

$t = \frac{S}{7} + \frac{S}{8} = S \left(\frac{1}{7} + \frac{1}{8} \right); \quad t_2 = \frac{S}{8}$

∴ গড় গতি = $\frac{2S}{S \left(\frac{1}{7} + \frac{1}{8} \right)} = 7.47 \text{ miles}$

- B. 7.66 miles per hour
D. 7.47 miles per hour

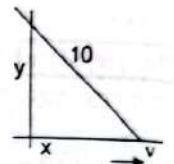
31. 10 ফুট দৈর্ঘ্যের একটি মই একটি খাড়া দেয়ালের (y বরাবর) সাথে হেলানো আছে। যদি মইটির মেঝে সংলগ্ন প্রান্ত v বেগে দেয়াল হতে (x বরাবর) দূরে সরতে থাকে তবে দেয়াল সংলগ্ন প্রান্তের বেগ কত? [BUET-09-10]

- A. v B. $-\frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{x}yv$ C. $-\frac{x}{y}v$ D. None

Ans C Solve $v = \frac{dx}{dt}; \quad x^2 + y^2 = 10^2$

⇒ $2x \frac{dx}{dt} + 2y \frac{dy}{dt} = 0$

⇒ $xv + y \frac{dy}{dt} = 0 \Rightarrow \frac{dy}{dt} = -\frac{x}{y}v$ Ans.



32. একটি বুলেট একটি তক্তা ভেদ করতে তার বেগের $\frac{1}{10}$ অংশ হারায় তক্তার প্রতিরোধ ক্ষমতা সুস্থম হলে ধামবার পূর্বে বুলেটটি কতগুলো তক্তা ভেদ করতে পারবে? [BUET-09-10]

Solve $v^2 = v_0^2 - 2as_1$

⇒ $\left(v_0 - \frac{v_0}{10} \right)^2 = v_0^2 - 2as_1$

⇒ $\frac{81v_0^2}{100} = v_0^2 - 2as_1 \quad \therefore 2as_1 = \frac{19v_0^2}{100}$

আবার, $v_0^2 - 2as_2 = 0$

∴ $2as_2 = v_0^2 \quad \therefore \frac{s_1}{s_2} = \frac{19}{100} \quad \therefore \frac{s_2}{s_1} = \frac{100}{19} = 5.263$ (প্রায়)

∴ মোট 5টি তক্তা। (Ans.)

[By Shortcut]: বেগের 1/n অংশ হারালে তক্তার সংখ্যা = $n/2 = 10/2 = 5$ টি তক্তা।

33. একটি বুলেট লক্ষ্যবস্তুর 3 cm ভিতরে প্রবেশ করতে তার অর্ধেক বেগ হারায় লক্ষ্যবস্তুর প্রতিরোধ সুস্থম হলে আর কতদূর এটি প্রবেশ করবে? [BUET 06-07]

- A. 1 cm B. 1 m C. 2cm D. 2m

Ans A Solve [By Shortcut]: বেগ অর্ধেক হারালে সরণ = $s/3 = 3/3 = 1 \text{ cm.}$

34. কতজন ব্যক্তি কোন স্থানে যাওয়ার সময় ঘন্টায় 4 মাইল বেগে যায় এবং আসার সময় ঘন্টায় 5 মাইল বেগে ফেরৎ আসে। তার গড় গতিবেগ কত? [BUET 05-06]

- A. 5 B. 4.54 C. 4.44 D. 4.50

Ans C Solve $s = 4t_1 \Rightarrow t_1 = \frac{s}{4}; \quad t_2 = \frac{s}{5}$

$\bar{v} = \frac{2s}{\frac{s}{4} + \frac{s}{5}} = \frac{1}{1/4 + 1/5} = 4.44$

SELF TEST

01. একটি বাস 50 km/h বেগে স্ট্যান্ড স্পর্শ করে এবং 300 m দূরত্ব অতিক্রম করে থাকে। মন্দন সুখম হলে বাসটি থামতে কত সময় লাগে?
A. 43 s B. 43.2 s C. 45.2 s D. 50 s
02. একটি কণা স্থিতিাবস্থা থেকে ধ্রুব ত্বরণ 2m/s^2 সহকারে চলতে শুরু করলে তৃতীয় সেকেন্ডে কণাটির অতিক্রান্ত দূরত্ব কত মিটার?
A. 2 B. 3 C. 4 D. 5
03. একটি গাড়ি স্থিতিাবস্থা থেকে সমত্বরণে চলা শুরু করে 5 সেকেন্ডে 180 m/s গতিপ্রাপ্ত হল। গাড়িটিকে ত্বরণ—
A. 26 B. 30 C. 36 D. 46
04. কোন গাড়ী ঘন্টায় 45 মাইল বেগে চলে 2 মিনিট 20 সেকেন্ডে কত মাইল যাবে?
A. $\frac{7}{4}$ B. $1\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{7}$ D. $\frac{1}{9}$
05. একটি তক্তা ভেদ করতে একটি বুলেট তার বেগের $\frac{1}{30}$ অংশ হারায়। প্রতিরোধ ক্ষমতা সুখম হলে, ধামবার পূর্বে সেটি কতগুলো তক্তা ভেদ করবে?
A. 10 টি B. 15 টি C. 30 টি D. 12 টি
06. স্থির অবস্থা হতে যাত্রা করে একটি রেলগাড়ি সমত্বরণে চলছে। 5 সেকেন্ড পর তার বেগ 10 কি.মি. হলে, আরও 10 সেকেন্ড পর তার দূরত্ব নির্ণয় কর।
A. 225 km B. 100 km C. 200 km D. 150 km
07. একটি বুলেট কোন দেওয়ালের মধ্যে 9 ইঞ্চি ঢুকানোর পর উহার অর্ধেক বেগ হারায়। বুলেটটি দেওয়ালের মধ্যে আরও কত দূর ঢুকবে?
A. 4.5 ইঞ্চি B. 2 ইঞ্চি C. 3 ইঞ্চি D. 18 ইঞ্চি
08. $S = 7 + 3t + \frac{t^3}{9}$ হলে 6 সেকেন্ড পর বেগ কত?
A. 10 সেকেন্ড B. 12 সেকেন্ড C. 8 সেকেন্ড D. 15 সেকেন্ড
09. স্রোতের বেগ u এবং নৌকার বেগ v, নৌকাটি স্রোতের দিকে চালালে স্রোতের সাপেক্ষে নৌকাটির আপেক্ষিক বেগ হবে—
A. u+v B. v-u C. u-v D. $u^2 - v$
10. একটি বুলেট কোন লক্ষ্যবস্তুতে 3 সে.মি. ভেদ করতে তার বেগের $\frac{1}{5}$ অংশ হারায়। এটি আরও কতটা ভেদ করবে?
A. $\frac{15}{7}$ সে.মি. B. 4 সে.মি. C. $\frac{16}{3}$ সে.মি. D. 3 সে.মি.
11. একজন ব্যক্তি কোন স্থানে যাওয়ার সময় ঘন্টায় 10 মাইল বেগে যায় এবং আসার সময় ঘন্টায় 15 মাইল বেগে ফেরৎ আসে। তার গড় গতিবেগ কত?
A. 5 মাইল/ঘন্টা B. $\frac{2}{3}$ মাইল/ঘন্টা
C. 12.5 মাইল/ঘন্টা D. 12 মাইল/ঘন্টা
12. 100 মিটার প্রশস্ত একটি নদীতে স্রোত না থাকলে তা সোজাসুজি পাড়ি দিতে একজন লোকের 8 মিনিট সময় লাগে; কিন্তু স্রোত থাকলে তা পার হতে 10 মিনিট সময় লাগে। স্রোতের বেগ নির্ণয় কর।
A. 15m/min B. 30m/min
C. 20m/min D. 5m/min
13. একটি বুলেট একটি নির্দিষ্ট পুরুত্বের তক্তা ভেদ করতে পারে। যদি বেগ 10 গুণ করা হয় তবে কতগুলো তক্তা ভেদ করতে পারবে?
A. 100 B. $\frac{10}{3}$ C. $\sqrt{10}$ D. 90
14. 50 m মিটার দূরত্ব অতিক্রম করতে একখানি গাড়ির বেগ 10 m/s হতে 20 m/s হয়। আরও 200 m যাবার পর তার বেগ কত হবে?
A. 30 m/s B. 20 m/s
C. 40 m/s D. 50 m/s
15. একটি বিন্দু সমত্বরণে সরলরেখা বরাবর চলে 10 তম সেকেন্ডে 50 cm এবং 15 তম সেকেন্ডে 120 cm দূরত্ব অতিক্রম করে। বিন্দুটির ত্বরণ কত cm/s^2 ?
A. 14 cm/s^2 B. 12 cm/s^2 C. 10 cm/s^2 D. 15 cm/s^2
16. একটি প্রক্ষেপককে অনুভূমিকের সাথে 60° কোণে 2g ms^{-1} বেগে নিক্ষেপ করা হলে তার সর্বোচ্চ উচ্চতা কত হবে?
A. 0.75 m B. 39.2 m C. 10 m D. 14.7 m
17. কোন স্তম্ভের শীর্ষ হতে 20 m/sec বেগে খাড়া উপরের দিকে নিক্ষেপ কোন কণা 6 সেকেন্ড পরে স্তম্ভের পাদদেশে পতিত হলে স্তম্ভের উচ্চতা—
A. 120 m B. 56.4 m C. 30 m D. 50 m
18. একটি বাশক একটি বলকে খাড়া 60 m উর্ধ্বে উৎক্ষেপ করতে পারে। বলটির বিচরণ কাল কোনটি?
A. 6.99 B. 7.99 C. 8.99 D. 10
19. কত ms^{-1} বেগে বস্তুকে নিক্ষেপ করলে অভিকর্ষজ ত্বরণের মানের দ্বিগুণ উচ্চতায় উঠবে।
A. 9.6 B. 19.6 C. 196 D. 296
20. একটি বস্তুকে 180 ms^{-1} বেগে খাড়া উপরের দিকে নিক্ষেপ করা হল। 10 সেকেন্ড পর তার বেগ কত হবে?
A. 82 B. 92 C. 278 D. 339
21. একটি শূন্য কুপে একটি পাথরের টুকরা ফেলা হল এবং 5 s পরে টুকরাটির কুপের তলদেশে পড়নের শব্দ শোনা গেল। শব্দের বেগ 327 ms^{-1} এবং $g = 9.81\text{ ms}^{-2}$ হলে কুপের গভীরতা কোনটি?
A. 50.5 m B. 100 m C. 83.5 m D. 106.54 m
22. মুক্তভাবে পড়ন্ত কোন বস্তু 5^{th} সেকেন্ডে কত দূরত্ব অতিক্রম করবে?
A. 50 m B. 44.1 m C. 49 m D. 25 m
23. একটি বাড়ির ছাদ হতে খাড়া উপরের দিকে একটি বল ছোড়া হল। বলটি 12 সেকেন্ডে পর 60 ms^{-1} বেগে মাটিতে পড়ল। বাড়িটির উচ্চতা কত?
A. 20 m B. 15 m C. 14.4 m D. 15.4 m
24. একটি বস্তুকে 25 ms^{-1} বেগে উপরে নিক্ষেপ করা হলো। 1.5 sec পর বস্তুটির বেগ কত হবে?
A. 10.3 ms^{-1} B. 16.67 ms^{-1} C. 25 ms^{-1} D. 9 ms^{-1}

OMR

01. (A)(B)(C)(D)	07. (A)(B)(C)(D)	13. (A)(B)(C)(D)	19. (A)(B)(C)(D)
02. (A)(B)(C)(D)	08. (A)(B)(C)(D)	14. (A)(B)(C)(D)	20. (A)(B)(C)(D)
03. (A)(B)(C)(D)	09. (A)(B)(C)(D)	15. (A)(B)(C)(D)	21. (A)(B)(C)(D)
04. (A)(B)(C)(D)	10. (A)(B)(C)(D)	16. (A)(B)(C)(D)	22. (A)(B)(C)(D)
05. (A)(B)(C)(D)	11. (A)(B)(C)(D)	17. (A)(B)(C)(D)	23. (A)(B)(C)(D)
06. (A)(B)(C)(D)	12. (A)(B)(C)(D)	18. (A)(B)(C)(D)	24. (A)(B)(C)(D)

Answer with Hints

01 B: Hints: গুরুত্বপূর্ণ তথ্যাবলি	02 D: Hints: Type-11, Prob-01
03 C: Hints: Type-05, Prob-01	04 A: Hints: গুরুত্বপূর্ণ তথ্যাবলি
05 B: Hints: Type-04, Prob-01	06 A: Hints: Type-01 Prob-01
07 C: Hints: Type-06, Prob-03	08 D: Hints: Type-05, Prob-04
09 B: Hints: Type-08	10 C: Hints: Type-06, Prob-04
11 D: Hints: Type-07, Prob-01	12 B: Hints: Type-09
13 C: Hints: Type-06, Prob-01	14 C: Hints: Type-02, Prob-02
15 A: Hints: Type-05, Prob-05	16 D: Hints: Type-15, Prob-03
17 B: Hints: Type-11, Prob-01	18 A: Hints: Type-12, Prob-03
19 B: Hints: Type-11, Prob-07	20 A: Hints: Type-14, Prob-02
21 D: Hints: Type-13, Prob-02	22 B: Hints: Type-12, Prob-03
23 C: Hints: Type-14, Prob-01	24 A: Hints: Type-14, Prob-02

১০ম অধ্যায়
দ্বিতীয় পত্র

বিস্তার পরিমাপ ও সম্ভাবনা
Measures of Dispersion & Probability

১ম অংশ: বিস্তার পরিমাপ

এক নজরে এই অংশের গুরুত্বপূর্ণ তথ্যাবলি

১) পরিসংখ্যান:

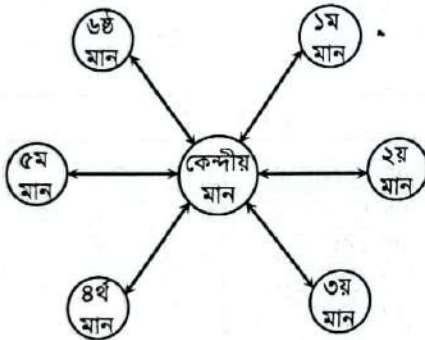
□ সংখ্যা তত্ত্বের যে বিজ্ঞান তাই হল পরিসংখ্যান। মানব সভ্যতার উত্থাপন থেকে বর্তমান পর্যন্ত জ্ঞান বিজ্ঞানের অন্যান্য শাখার সাথে স্বতন্ত্র বিজ্ঞান হিসাবে পরিসংখ্যান কাজ করে আসছে। বিভিন্ন উপাত্তের উপস্থাপনে পরিসংখ্যান ব্যাপকভাবে প্রায় সকল ক্ষেত্রে ব্যবহৃত হয়।

□ উপাত্তের বিস্তার (Dispersion of Data): যেমন একটি উপাত্ত-
পাঁচ জন ব্যক্তির আয়-

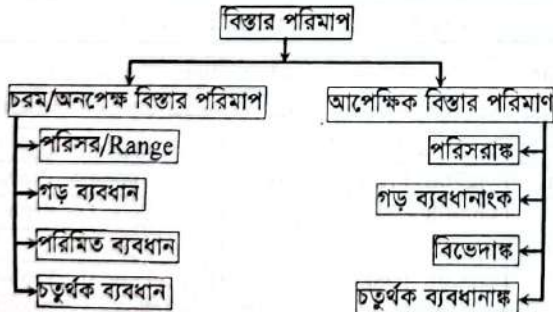
A	B	C	D	E
56	58	60	62	64

উপাত্ত থেকে দেখা যায় যে, উপাত্তের মান গুলির কেন্দ্রের দিকে যত দূর থাকার একটি প্রবণতা বিদ্যমান থাকে। এই ঝোঁককেই বলা হয় কেন্দ্রীয় প্রবণতা। যেমন গড়, মধ্যমা বা প্রচুরক হলো কেন্দ্রীয় প্রবণতা। উপরের উপাত্তের মধ্যে কেন্দ্রীয় মান থেকে দূরে যাবার ও একটা প্রবণতা থাকে এটিই হল বিস্তার (Dispersion) যেমন উপরের A এর সাধারণ বিস্তার হল '4'। কারণ কেন্দ্রীয় প্রবণতা 60 এবং A এর মান ব্যবধান 4।

□ উপাত্তের বিস্তার পরিমাপ (Measures of dispersion of data): সাধারণত কোন নিবেশনের বিস্তার পরিমাপ বলতে নিবেশনের কেন্দ্রীয় মান হতে অন্যান্য মানগুলির ব্যবধানকেই বোঝায়।



২) বিস্তার পরিমাপের প্রকারভেদ (Type of measures of dispersion):



□ পরম বা অনপেক্ষ বিস্তার পরিমাপ (Absolute measures of dispersion): কোন উপাত্তের কেন্দ্রীয় মান হতে অন্যান্য মান সমূহের ব্যবধানের গড় যা উপাত্তের মান সমূহের মূল এককে প্রকাশিত হয়, তাই পরম বা অনপেক্ষ বিস্তার পরিমাপ। পরম বা অনপেক্ষ বিস্তার পরিমাপ চার প্রকার। যথা:-

01. পরিসর (Range): অশ্রেণিবদ্ধ উপাত্তের ক্ষেত্রে, কোন উপাত্তের বৃহত্তম মান x_n এবং ক্ষুদ্রতম মান x_1 হলে পরিসর $R = (x_n - x_1)$ অথবা $R = |x_n - x_1|$ । আর, শ্রেণিবদ্ধ উপাত্তের ক্ষেত্রে, সর্বশেষ শ্রেণির উচ্চসীমা এবং সর্বপ্রথম শ্রেণির নিম্নসীমার পার্থক্য কে পরিসর বলে। অর্থাৎ সর্বশেষ শ্রেণির উচ্চসীমা L_n এবং সর্বপ্রথম শ্রেণির নিম্নসীমা L_1 হলে, পরিসর $R = (L_n - L_1)$ অথবা $|L_n - L_1|$ ।

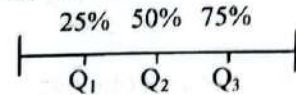
* পরিসরের ব্যবহার (Uses of Range):

1. শিল্প কারখানায় উৎপাদিত পণ্যের মান নিয়ন্ত্রণে এটি ব্যবহৃত হয়।
2. শেয়ার বাজারে মূল্য-হ্রাস-বৃদ্ধি পরিমাপে ইহা ব্যবহৃত হয়।
3. আবহাওয়ার পূর্বাভাস প্রদানে ব্যবহৃত হয়।
4. সুদের হার নির্ণয়ে ব্যবহৃত হয়।

02. গড় ব্যবধান (Mean Deviation): কোন উপাত্তের মান গুলি হতে তাদের কেন্দ্রমানের (গড়/মধ্যমা/প্রচুরক) ব্যবধানের পরমমানের সমষ্টিকে মোট উপাত্ত সংখ্যা দ্বারা ভাগ করলে যে মান পাওয়া যায় তাকে ঐ কেন্দ্র মান হতে মাথা গড় ব্যবধান বলে।

03. পরিমিত ব্যবধান (Standard Deviation): উপাত্তের মানগুলি থেকে গাণিতিক গড়ের ব্যবধানের বর্গের সমষ্টিতে উপাত্তের মোট সংখ্যা দ্বারা ভাগ করলে যে মান পাওয়া যায় তার ধনাত্মক বর্গমূলকে পরিমিত ব্যবধান বলে।

04. চতুর্থক ব্যবধান (Quartile Deviation): উপাত্তের মানগুলি কে মানের ক্রমানুসারে সাজালে যে মান গুলি উপাত্তের মানকে সমান চার ভাগে ভাগ করে সেগুলিই চতুর্থক। চতুর্থক তিনটি-



যথা- ১ম, ২য় ও ৩য় চতুর্থক। এদেরকে যথাক্রমে Q_1 , Q_2 ও Q_3 দ্বারা প্রকাশ করা হয়। Q_1 উপাত্তকে 1:3, Q_2 উপাত্তকে 2:2 এবং Q_3 উপাত্তকে 3:1 অনুপাতে বিভক্ত করে।

$$\text{এখানে, চতুর্থক ব্যবধান } QD = \frac{(Q_3 - Q_2) + (Q_2 - Q_1)}{2} = \frac{(Q_3 - Q_1)}{2}$$

□ আপেক্ষিক বিস্তার পরিমাপ (Relative measures of Dispersion): কোন উপাত্তের পরম/অনপেক্ষ বিস্তার পরিমাপ এবং ঐ পরম বিস্তার পরিমাপের সাথে সংশ্লিষ্ট কেন্দ্রীয় মান সমূহের যোগফলের অনুপাতকে আপেক্ষিক বিস্তার পরিমাপ বলে।

আপেক্ষিক বিস্তার পরিমাপ চার প্রকার। যথা-

1. পরিসরাঙ্ক (Coefficient of range): কোন উপাত্তের পরিসরকে তার বৃহত্তম ও ক্ষুদ্রতম মানের যোগফল দ্বারা ভাগ করলে যে মান পাওয়া যায়, তাকে পরিসরাঙ্ক বলে।
2. গড় ব্যবধানাঙ্ক (Coefficient of mean deviation): কোন নিবেশনের গড় ব্যবধান এবং ঐ গড় ব্যবধান নির্ণয়ে সংশ্লিষ্ট মধ্যক মানের (গড় বা মধ্যমা বা প্রচুরক) অনুপাত কে গড় ব্যবধানাঙ্ক বলে।
3. বিভেদাঙ্ক বা ব্যবধানাঙ্ক (Coefficient of Variation): কোন উপাত্তের পরিমিত ব্যবধান ও গাণিতিক গড়ের অনুপাত কে বিভেদাঙ্ক বলে। একে শতকরায় প্রকাশ করা হয়।
4. চতুর্থক ব্যবধানাঙ্ক (Coefficient of Quartile Deviation): কোন উপাত্তের প্রথম ও তৃতীয় চতুর্থকের পার্থক্যকে উহাদের যোগফল দ্বারা ভাগ করলে যে মান পাওয়া যায়। তাই চতুর্থক ব্যবধানাঙ্ক।
- ভেদাঙ্ক (Variance): পরিমিত ব্যবধানের বর্গকেই ভেদাঙ্ক বলা হয়ে থাকে। অর্থাৎ পরিমিত ব্যবধান σ হলে ভেদাঙ্ক হল σ^2 ।

প্রয়োজনীয় সূত্রসমূহ

গড় ব্যবধান নির্ণয়:

কেন্দ্রীয় গড় ব্যবধান	অশ্রেণিকৃত উপাত্তের ক্ষেত্রে	শ্রেণিকৃত উপাত্তের ক্ষেত্রে
গড়	$MD_x = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i - \bar{x} $	$MD_x = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^n f_i x_i - \bar{x} $
মধ্যমা	$MD_m = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i - M_c $	$MD_m = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^n f_i x_i - M_c $
প্রচুরক	$MDm_o = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i - M_o $	$MDm_o = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^n f_i x_i - M_o $

পরিমিত ব্যবধান নির্ণয়:

অশ্রেণিকৃত উপাত্তের ক্ষেত্রে পরিমিত ব্যবধান	
পরিমিত ব্যবধান	$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$ (তাত্ত্বিক সূত্র)
	$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2 - \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i\right)^2}$ (গণনা সূত্র)
শ্রেণিকৃত উপাত্তের ক্ষেত্রে পরিমিত ব্যবধান	
পরিমিত ব্যবধান	$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^n f_i (x_i - \bar{x})^2}$ (তাত্ত্বিক সূত্র)
	$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^n f_i x_i^2 - \left(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^n f_i x_i\right)^2}$ (গণনা সূত্র)

চতুর্থক ব্যবধান নির্ণয়:

চতুর্থক ব্যবধান $QD = \left(\frac{Q_3 - Q_1}{2}\right)$

অশ্রেণিকৃত কোনো নিবেশনের i-তম চতুর্থক, $Q_i =$

$$\left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{N \times i}{4}\right) \text{ তম পদ} + \left(\frac{N \times i}{4} + 1\right) \text{ তম পদ} \\ \hline 2, \text{ যখন } N \text{ জোড়} \\ \left(\frac{(N+1) \times i}{4}\right) \text{ তম পদ}, \text{ যখন } N \text{ জোড়} \end{array} \right.$$

শ্রেণিকৃত কোনো নিবেশনের i-তম চতুর্থক, $Q_i = L_i + \frac{N \times i}{4} - f_c \times C$

যেখানে, $L_i = i$ -তম চতুর্থক শ্রেণির নিম্নসীমা।

$f_c = i$ -তম চতুর্থক শ্রেণির পূর্ব শ্রেণির ক্রমযোজিত গণসংখ্যা।

$f_i = i$ -তম চতুর্থক শ্রেণির গণসংখ্যা। $C =$ চতুর্থক শ্রেণির শ্রেণি ব্যবধান।

পরিসরাঙ্ক নির্ণয়:

অশ্রেণিকৃত উপাত্তের ক্ষেত্রে বৃহত্তম মান x_n এবং ক্ষুদ্রতম মান x_1 হলে

পরিসরাঙ্ক, $CR = \left(\frac{x_n - x_1}{x_n + x_1}\right) \times 100$

আর, শ্রেণিকৃত উপাত্তের ক্ষেত্রে সর্বপ্রথম শ্রেণির নিম্নসীমা L_1 এবং সর্বশেষ

শ্রেণির উচ্চসীমা L_n হলে পরিসরাঙ্ক, $CR = \frac{L_n - L_1}{L_n + L_1} \times 100$

গড় ব্যবধানাত্মক নির্ণয়: কোন উপাত্তের কেন্দ্রীয় মানের গড়, মধ্যমা ও প্রচুরক থেকে নিম্নীত গড় ব্যবধান যথাক্রমে $MD(x)$, $MD(me)$ ও $MD(m_o)$ হলে,

গড় হতে নিম্নীত গড় ব্যবধান, $CMD(x) = \frac{MD(\bar{x})}{\bar{x}} \times 100$

মধ্যমা হতে নিম্নীত গড় ব্যবধান, $CMD(me) = \frac{MD(me)}{Me} \times 100$

প্রচুরক হতে নিম্নীত গড় ব্যবধান, $CMD(m_o) = \frac{MD(m_o)}{M_o} \times 100$

বিভেদাঙ্ক বা ব্যবধানাত্মক নির্ণয়:

বিভেদাঙ্ক $= \left(\frac{\sigma}{\bar{x}} \times 100\right)$ $\left\{ \begin{array}{l} \bar{x} = \text{গাণিতিক গড়} \\ \sigma = \text{পরিমিত ব্যবধান} \end{array} \right.$

চতুর্থক ব্যবধানাত্মক নির্ণয়:

$CQD = \left(\frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1} \times 100\right)$ $\left\{ \begin{array}{l} Q_1 = \text{প্রথম চতুর্থক।} \\ Q_3 = \text{তৃতীয় চতুর্থক।} \end{array} \right.$

ভেদাঙ্ক নির্ণয়:

অশ্রেণিকৃত উপাত্তের ক্ষেত্রে ভেদাঙ্ক	
ভেদাঙ্ক, $\sigma^2 =$	$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$ (তাত্ত্বিক সূত্র)
ভেদাঙ্ক, $\sigma^2 =$	$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2 - \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i\right)^2$ (গণনা সূত্র)
শ্রেণিকৃত উপাত্তের ক্ষেত্রে ভেদাঙ্ক	
ভেদাঙ্ক, $\sigma^2 =$	$\frac{1}{N} \sum_{i=1}^n f_i (x_i - \bar{x})^2$ (তাত্ত্বিক সূত্র)
ভেদাঙ্ক, $\sigma^2 =$	$\frac{1}{N} \sum_{i=1}^n f_i x_i^2 - \left(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^n f_i x_i\right)^2$ (গণনা সূত্র)

Calculator Type
বিস্তার পরিমাপ

তোমার Calculator গড়, পরিমিত ব্যবধান এগুলোর Answer নিম্নেই করে দিতে পারবে এবং অবশ্যই নির্ভুল পদ্ধতিতে।
আমরা নিচের অংকটার ক্ষেত্রেই গড় ও পরিমিত ব্যবধান দুই-ই বের করে দেখাচ্ছি:

Ex-01 নিম্নের গণসংখ্যা সারণী থেকে পরিমিত ব্যবধান নির্ণয় কর:

শ্রেণি	৫-১৪	১৫-২৪	২৫-৩৪	৩৫-৪৪	৪৫-৫৪	৫৫-৬৪	৬৫-৭৪	৭৫-৮৪
গণসংখ্যা	১০	২০	৩০	৪০	৫০	৬০	৭০	৮০

আমাদের অংকটি মধ্যবর্তী এক ধাপেই গড়ও বের করা লাগবে। তাই আমরা এখানে দুটো বের করাই শিখিয়ে দিচ্ছি:

এখানে আমাদের নিচের দুটি Column এর Data input লাগবে।

শ্রেণি মধ্যবিন্দু (x_i)	গণসংখ্যা (f_i)
9.5	10
19.5	20
29.5	30
39.5	40
49.5	50
59.5	60
69.5	70
79.5	80

Model ($f_x - 100/570/MS$)

এবার **1** **2** চাপ এবং **□** চাপার পর Screen হবে পাশের চিত্রের মতো:

STAT	freq
X	10
9.5	

এখানে Shaded bar টাকে **RECALL** button এর সাহায্যে Mouse এর

Cursor এর মতো সরাও এবং অবিকল আমাদের Table এর মতো কর। সব Data input দেয়া শেষ হলে Screen টি হবে পরবর্তী পৃষ্ঠার চিত্রের মতো:

STAT	FREQ	
X	60	
50.5	70	
60.5	80	80
70.5		

সব fillup করা শেষ হলে **AC** দিয়ে Screen Clear কর।

Step-3: গড় (x̄) এবং পরিমিত ব্যবধান (Standard Deviation, SD) নির্ণয়: এবার **SHIFT** **□** চাপলে display আসবে নিচের মতো:

1: Type	2: Data
3: Edit	4: Sum
5: Var	6: Min Max
7: Distr	

চাপলে display আসবে নিম্নরূপ:

1:n	2:x̄
3:σn	4:σn-1

গড় চাইলে → পরিমিত ব্যবধান চাইলে →

চাপলে display হবে এরকম:

চাপলে display হবে এরকম:

STAT	□	0
x̄		

σn	STAT	□	0
----	------	---	---

চাপলে Ans. আসবে 56.166....

চাপলে answer. আসবে 19.72

বিস্তারের গাণিতিক সমস্যা সমূহকে নিম্নোক্ত Type ভাগ করা যায়।

Type-01: গড় ব্যবধান ও গড় ব্যবধানাঙ্ক নির্ণয়

Prob 01 10 জন শ্রমিকের বয়স হলো 18, 20, 35, 55, 38, 24, 45, 85, 37, 53 প্রদত্ত উপাত্তের গড় হতে নির্ণীত গড় ব্যবধান নির্ণয় কর।

Sol: আমরা জানি, উপাত্তের গড় হতে নির্ণীত গড় ব্যবধান, $MD_x = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |x_i - \bar{x}|$

$$\sum_{i=1}^n |x_i - \bar{x}| \text{ যেখানে গাণিতিক গড়, } \bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

গণনা সারণি

x_i	\bar{x}	$x_i - \bar{x}$	$ x_i - \bar{x} $
18	$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} = \frac{410}{10} = 41$	18 - 41 = -23	23
20		20 - 41 = -21	21
35		35 - 41 = -6	6
55		55 - 41 = 14	14
38		38 - 41 = -3	3
24		24 - 41 = -17	17
45		45 - 41 = 4	4
85		85 - 41 = 44	44

37	37 - 41 = -4	4
53	53 - 41 = 12	12
$\sum x_i = 410$		$\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) = 148$

অতএব, গড় ব্যবধান $MD_x = \frac{1}{x} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) = \left(\frac{1}{10} \times 148\right) = 14.8 \text{ Ans.}$

Prob 02 নিচের নিবেশনের (সারণি) গড় থেকে গড় ব্যবধান নির্ণয় কর:

শ্রেণিব্যাপ্তি	গণসংখ্যা
20 - 29	7
30 - 39	11
40 - 49	15
50 - 59	19
60 - 69	5
70 - 79	3

Sol: গড় ব্যবধান নির্ণয়ের সারণি নিম্নরূপ:

শ্রেণিব্যাপ্তি	গণসংখ্যা f_i	শ্রেণি মধ্যমান x_i	$f_i x_i$	$\bar{x} = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i}$	$ x_i - \bar{x} $	$f_i x_i - \bar{x} $
20 - 29	7	24.5	171.5	46.67	22.17	155.19
30 - 39	11	34.5	379.5		12.17	133.87
40 - 49	15	44.5	667.5		2.17	32.55
50 - 59	19	54.5	1035.5		7.83	148.77
60 - 69	5	64.5	322.5		17.83	89.15
70 - 79	3	74.5	223.5		27.83	83.49
	$N = \sum f_i = 60$		$\sum f_i x_i = 2800$			$\sum f_i x_i - \bar{x} = 643.02$

গড় থেকে নির্ণীত গড় ব্যবধান, $MD(\bar{x}) = \frac{\sum f_i |x_i - \bar{x}|}{N} = \frac{643.02}{60} = 10.72$
 \therefore গড় ব্যবধান = 10.72 Ans.

Prob 03 নিম্নের উপাত্ত হতে মধ্যমা ও প্রচুরক হতে গড় ব্যবধানাঙ্ক নির্ণয় কর।

x:	2	4	6	8
f:	1	4	6	6

Sol: মধ্যমা ও প্রচুরক নির্ণয় সারণি:

x	f	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
2	1	1
4	4	5
6	6	11
8	4	15
10	1	16

এখানে, n = 16

অর্থাৎ, মধ্যমা = $\frac{16}{2}$ -তম পদের বিপরীত মান = 6 এবং প্রচুরক = 6.

[যেহেতু 6 সংখ্যাটি বেশিবার ঘটেছে]

এক্ষেত্রে মধ্যমা ও প্রচুরক উভয়ই সমান অর্থাৎ গড় ব্যবধান উভয় ক্ষেত্রে একই হবে।

\therefore গড় ব্যবধান, $MD = \frac{1}{16} \left(\sum_{i=1}^{16} f_i |x_i - 6| \right)$

$= \frac{1}{16} (1|2-6| + 4|4-6| + \dots + 1|10-6|) = \frac{24}{16} = 1.5$

এবং গড় ব্যবধানাঙ্ক, $CMD = \frac{MD}{6} \times 100 = \frac{1.5}{6} \times 100 = 25\% \text{ Ans.}$

For Practice

01. $-2a, -a, 0, a, 2a$ সংখ্যাগুলির গড় ব্যবধান হিসাব কর।

Ans. $\frac{6a}{5}$

Type-02:

পরিমিত ব্যবধান এবং বিভেদাঙ্ক নির্ণয়

Prob 01

নিচের তথ্য ছক হতে পরিমিত ব্যবধান নির্ণয় কর:

শ্রেণি	গণসংখ্যা
0 - 5	5
5 - 10	12
10 - 15	20
15 - 20	8
20 - 25	3

Sol: এখানে শ্রেণিগুলির মধ্যবিন্দু যথাক্রমে 2.5, 7.5, 12.5, 17.5, 22.5; প্রতিটি শ্রেণি ব্যবধান = 5.

তাই $a = 12.5$ এবং $c = 5$ নিয়ে নতুন চলক $u = \frac{x - 12.5}{5}$ প্রবর্তন করি।

নিচের সারণিতে ফল সংকলন করা হলো।

সারণি

শ্রেণি	গণসংখ্যা f_i	মধ্যবিন্দু x_i	$u_i = \frac{x_i - a}{c}$	$f_i u_i$	$f_i u_i^2$
0 - 5	5	2.5	-2	-10	20
5 - 10	12	7.5	-1	-12	12
10 - 15	20	12.5	0	0	0
15 - 20	8	17.5	1	8	8
20 - 25	3	22.5	2	6	12
সর্বমোট	$N = 48$			$\sum f_i u_i = -8$	$\sum f_i u_i^2 = 52$

সর্বমোট $\frac{-8}{48} = -\frac{1}{6} = -0.16667$;

এখানে $\sigma = \frac{52}{n} = \frac{13}{12} = 1.08333$

অতএব $\sigma_u = \frac{1}{N} \sum f_i u_i^2 = 1.08333 - 0.02777 = 1.05556$.

সুতরাং পরিমিত ব্যবধান $\sigma_x = c \sigma_u = 5 \sqrt{1.05556} = 6.137$ (প্রায়). Ans.

Prob 02 কোনো কারখানার 32 জন শ্রমিকের বাৎসরিক অনুপস্থিতির আদর্শ বিচ্যুতির মান 5 দিন। শ্রমিকদের অনুপস্থিতির বর্গের সমষ্টি 1000 হলে, বিভেদাঙ্কের মান কত?

Sol: ধরি, সংখ্যাগুলির চলক, x

আমরা জানি, $\sigma_x^2 = \frac{\sum x_i^2}{n} - \bar{x}^2$

$\Rightarrow (5)^2 = \frac{1000}{32} - \bar{x}^2$

$\Rightarrow \bar{x}^2 = \frac{1000 - 800}{32}$

$\Rightarrow \bar{x} = 2.5$

সুতরাং, বিভেদাঙ্ক, $CV(x) = \frac{\sigma_x}{\bar{x}} \times 100 = \frac{5}{2.5} \times 100 = 200\%$ Ans.

এখানে, $\sigma_x = 5$

$\sum x_i^2 = 1000$

$n = 32$

Prob 03

একজন ছাত্রের চতুর্থ শ্রেণির পরীক্ষায় প্রাপ্ত নম্বর যথাক্রমে 13, 12, 14, 15, 18 হলে, প্রাপ্ত নম্বরের পরিমিত ব্যবধান হিসাব কর। পরিমিত ব্যবধান নির্ণয়ের তালিকা:

প্রাপ্ত নম্বর (x_i)	x_i^2
13	169
16	256
12	144
14	196
15	225
18	324
$\sum x_i = 88$	$\sum x_i^2 = 1314$

Sol:

পরিমিত ব্যবধান $\sigma = \sqrt{\frac{\sum x_i^2}{n} - \left(\frac{\sum x_i}{n}\right)^2} = \sqrt{3.89} = 1.98$ Ans.

$= \sqrt{\frac{1314}{6} - \left(\frac{88}{6}\right)^2}$

$= \sqrt{(219 - 215.11)}$

For Practice

01. নিম্নের প্রদত্ত নিকেশন হতে পরিমিত ব্যবধান এবং বিভেদাঙ্ক নির্ণয় কর।

শ্রেণি	10 - 20	20 - 30	30 - 40	40 - 50	50 - 60	60 - 70
গণসংখ্যা	5	10	15	20	10	5

Ans. 13.37, 33.11%

Type-03:

চতুর্থক ব্যবধান এবং চতুর্থক ব্যবধানাঙ্ক নির্ণয়

Prob 01

15 জন শ্রমিকের দৈনিক খরচ এর উপাত্ত দেওয়া আছে, তাদের চতুর্থক ব্যবধান নির্ণয় কর। 20, 30, 15, 25, 22, 27, 15, 20, 35, 22, 32, 12, 30, 25, 17

Sol:

প্রথমে উপাত্তের মানগুলিকে মানের ক্রমানুসারে সাজিয়ে পাই, 12, 15, 15, 17, 20, 20, 22, 22, 25, 25, 27, 30, 30, 32, 35

এরপর Q_1 ও Q_3 এর মান বের করতে হবে।

এখানে, $N = 15$ (বিজোড়)

$Q_1 = \frac{N+1}{4}$ তম পদের মান = $\frac{(15+1)}{4}$ তম পদের মান = 4 তম পদের মান = 17

$Q_3 = \frac{3(N+1)}{4}$ তম পদের মান = $\frac{3(15+1)}{4}$ তম পদের মান = 12 তম পদের মান = 30

আমরা জানি, চতুর্থক ব্যবধান = $\frac{Q_3 - Q_1}{2} = \frac{30 - 17}{2} = \frac{13}{2} = 6.5$

Prob 02

নিম্নলিখিত উপাত্ত হতে চতুর্থক ব্যবধান এবং চতুর্থক ব্যবধানাঙ্ক নির্ণয় কর।

5, 7, 0, -3, 11, 25, 17, 4, 20, 26

Sol:

প্রদত্ত সংখ্যাগুলিকে মানের উর্ধ্বক্রমে সাজিয়ে পাই, -3, 0, 4, 5, 7, 11, 17, 20, 25, 26

আমরা জানি, চতুর্থক ব্যবধান $\frac{Q_3 - Q_1}{2}$ এবং চতুর্থক ব্যবধানাঙ্ক

$= \frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 - Q_1} \times 100$

এরপর Q_1 ও Q_3 হলো প্রথম ও তৃতীয় চতুর্থক।

যেহেতু, $n = 10$, জোড় সংখ্যা এবং ইহা ৪ খারা বিভাজ্য নয়। সেহেতু তথ্যসারিতিকে সমান দুইটি অংশে বিভক্ত করে নিয়ে প্রত্যেক অংশের মধ্যমা নিয়ে নিবেশনটির চতুর্থক নির্ণয় করা হলো।

$$\therefore Q_1 = 1\text{ম অংশের } \frac{5+1}{2} \text{ তম পদ} = 1\text{ম অংশের } 3\text{য় পদ} = 4$$

$$Q_3 = 2\text{য় অংশের } \frac{5+1}{2} \text{ তম পদ} = 2\text{য় অংশের } 3\text{য় পদ} = 20$$

$$\therefore \text{চতুর্থক ব্যবধান} = \frac{20+4}{2} = \frac{16}{2} = 8 \text{ এবং চতুর্থক ব্যবধানানু } \frac{20-4}{20+4}$$

$$\times 100 = \frac{16}{24} \times 100 = 66.67\% \text{ (প্রায়)} \text{। Ans.}$$

For Practice

01. নিম্নের ঘটন সংখ্যা বিন্যাস হতে চতুর্থক ব্যবধানানু নির্ণয় কর।

উচ্চতা	58	59	60	61	62	63	64	65	66
ঘটকের সংখ্যা	15	20	32	35	35	22	20	10	8

02. নিম্নের প্রদত্ত নিকেশন হতে চতুর্থক ব্যবধান এবং চতুর্থক ব্যবধানানু নির্ণয় কর।

শ্রেণি	0-5	5-10	10-15	15-20	20-25	25-30	30-35	35-40
গণসংখ্যা	4	5	7	12	20	15	8	2

Ans: 5.73, 13.16%

Type-04:

ভেদাঙ্ক নির্ণয়

বিঃ: পরিমিত ব্যবধান এর বর্গই হল ভেদাঙ্ক।

Prob 01 অনন্যাদের পরিবারের 5 জনের বয়স হলো যথাক্রমে 55, 45, 15, 7 ও 30 বছর হলে, বয়সের বিচ্যুতির পরিমাপ নির্ণয় কর।

Sol: ধরি, বয়সের চলক, $x_i = 55, 45, 15, 7, 30$

এখানে, মোট সদস্য, $n = 5$

$$\therefore \Sigma x_i = 55 + 45 + 15 + 7 + 30 = 152 \text{ বছর এবং } \Sigma x_i^2 = 55^2 + 45^2 + 15^2 + 7^2 + 30^2 = 6224 \text{ বছর}$$

$$\text{আমরা জানি, ভেদাঙ্ক, } \sigma^2 = \frac{\Sigma x_i^2}{n} - \left(\frac{\Sigma x_i}{n}\right)^2 = \frac{6224}{5} - \left(\frac{152}{5}\right)^2 = 320.64 \text{ বছর Ans.}$$

Prob 02 প্রথম n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার গড়, ভেদাঙ্ক ও বিভেদাঙ্ক নির্ণয় কর।

Sol: আমরা জানি, প্রথম n স্বাভাবিক সংখ্যা 1, 2 n

$$\text{এখন সংখ্যাগুলির যোগফল, } \sum_{i=1}^n x_i = 1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$\text{আমরা জানি, গাণিতিক গড়, } \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} = \frac{n(n+1)}{2 \cdot n} = \frac{n+1}{2}$$

$$\text{আমরা জানি, ভেদাঙ্ক, } \sigma^2 = \frac{\Sigma x_i^2}{n} - \bar{x}^2$$

$$\text{এখন, } \sum_{i=1}^n x_i^2 = x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2 = 1^2 + 2^2 + \dots + n^2$$

$$= \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

$$\therefore \text{ভেদাঙ্ক, } \sigma^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6n} - \left(\frac{n+1}{2}\right)^2$$

$$= \frac{n+1}{2} \left[\frac{2n+1}{3} - \frac{n+1}{2} \right] = \frac{n+1}{2} \left[\frac{4n+2-3n-3}{6} \right] = \frac{n^2-1}{12}$$

$$\therefore \text{বিভেদাঙ্ক, } CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} \times 100 = \frac{\sqrt{\frac{n^2-1}{12}}}{\frac{n+1}{2}} \times 100 = \frac{1}{\sqrt{3}} \times \sqrt{\frac{n-1}{n+1}} \times 100$$

Prob 03

একটি অফিসের এক দিনের টেলিফোন তথ্য সারণী নিম্নে দেওয়া হলো। পরিমিত ব্যবধান ও ভেদাঙ্ক নির্ণয় কর।

টেলিফোন কলের দৈর্ঘ্য (মিনিটে)	$0 < l \leq 5$	$5 < l \leq 10$	$10 < l \leq 15$	$15 < l \leq 20$	$20 < l \leq 60$	$60 < l \leq 70$
সংখ্যা	4	15	5	2	0	1

Sol: পরিমিত ব্যবধান নির্ণয়ের তালিকা:

টেলিফোন কলের দৈর্ঘ্য	গণসংখ্যা (f)	মধ্যবিন্দু (x)	fx	fx ²
$0 < l \leq 5$	4	2.5	$4 \times 2.5 = 10$	$4 \times 6.25 = 25$
$5 < l \leq 10$	15	7.5	112.5	843.75
$10 < l \leq 15$	5	12.5	62.5	781.25
$15 < l \leq 20$	2	17.5	35	612.5
$20 < l \leq 60$	0	40	0	0
$60 < l \leq 70$	1	65	65	4225
মোট	27	285	285	6487.5

$$\therefore \Sigma fx^2 = 6487.5, \Sigma fx = 285, \Sigma f = 27$$

$$\text{ভেদাঙ্ক, } \sigma^2 = \frac{6487.5}{27} - \left(\frac{285}{27}\right)^2 = 128.85802$$

$$\text{পরিমিত ব্যবধান, } \sigma = \sqrt{128.85802} = 11.35 \text{ Ans.}$$

For Practice

01. নিম্নের গণসংখ্যা নিবেশন হতে মধ্যমা হতে নির্ণীত গড় ব্যবধানানু নির্ণয় কর।

শ্রেণি	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80	80-90	90-100
গণসংখ্যা	4	7	14	20	12	9	4

Ans. 220.82; 14.86

02. নিম্নের উপাত্ত হতে ভেদাঙ্ক নির্ণয় কর।

শ্রেণি ব্যাপ্তি	200-300	300-400	400-500	500-600	600-700	700-800
গণসংখ্যা	12	18	36	24	10	8

Ans. 18124.142

Type-05:

সমষ্টি

Prob 01 দুইটি সংখ্যার গড় 7 ও পরিমিত ব্যবধান 1 হলে সংখ্যা দুইটি কত?

Sol: মনে করি, সংখ্যা দুইটি x_1 ও x_2 তাহলে,

$$\text{গড়, } \bar{x} = \frac{x_1 + x_2}{2} = 7$$

$$\Rightarrow x_1 + x_2 = 14 \Rightarrow x_1 = 14 - x_2 \dots \dots (i) \text{ এবং}$$

$$\text{পরিমিত ব্যবধান} = \sqrt{\frac{\Sigma x^2}{n} - (\bar{x})^2} = 1$$

$$\Rightarrow \sqrt{\frac{x_1^2 + x_2^2}{2} - 7^2} = 1 \Rightarrow \frac{x_1^2 + x_2^2}{2} - 49 = 1$$

$$\Rightarrow \frac{x_1^2 + x_2^2}{2} = 50 \Rightarrow x_1^2 + x_2^2 = 100$$

$$\Rightarrow (14 - x_2)^2 + x_2^2 = 100, [(i) \text{ হতে}]$$

$$\Rightarrow 196 - 28x_2 + x_2^2 + x_2^2 = 100 \Rightarrow 2x_2^2 - 28x_2 + 96 = 0$$

$$\Rightarrow x_2^2 - 14x_2 + 48 = 0$$

$$\Rightarrow (x_2 - 8)(x_2 - 6) = 0 \Rightarrow x_2 = 8, 6$$

$$\therefore (i) \text{ হতে পাই, } x_1 = 14 - 8 = 6, \text{ যখন } x_2 = 8 \text{ এবং } x_1 = 14 - 6 = 8$$

$$\text{যখন } x_2 = 6 \therefore \text{নির্ণয়ে সংখ্যা দুইটি 6 ও 8. Ans.}$$

Prob 02 কোন শ্রেণির 15 জন ছাত্রের বয়সের গড় ও পরিমিত ব্যবধান যথাক্রমে 10 ও 2; এই শ্রেণিতে 20 বছর বয়সী একজন নতুন ছাত্র ভর্তি হলে তাদের বয়সের গড় ও পরিমিত ব্যবধান নির্ণয় কর।

Sol: ধরি, x চলক 15 জন ছাত্রের বয়স গ্রহণ করে এবং তাদের বয়সের গড় x

$$\therefore \text{গড়, } \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{15} x_i}{15} = 10 \Rightarrow \sum_{i=1}^{15} x_i = 15 \times 10 = 150$$

$$\text{পরিমিত ব্যবধান} = 2 = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{15} x_i^2}{15} - (\bar{x})^2} \Rightarrow \frac{\sum_{i=1}^{15} x_i^2}{15} - (10)^2 = 4$$

$$\Rightarrow \frac{\sum_{i=1}^{15} x_i^2}{15} = 104 \Rightarrow \sum_{i=1}^{15} x_i^2 = 1560$$

\(\therefore\) 20 বছর বয়সী একজন নতুন ছাত্র ভর্তি হলে তাদের বয়সের সমষ্টি =

$$\sum_{i=1}^{15} x_i + x_{16} = 150 + 20$$

$$= 170, \text{ বয়সের বর্গের সমষ্টি} = \sum_{i=1}^{15} x_i^2 + x_{16}^2 = 1560 + 20^2$$

$$= 1960 \text{ এবং ছাত্রসংখ্যা} = 15 + 1 = 16$$

$$\therefore \text{তাদের বয়সের গড়} = \frac{170}{16} = 10.625 \text{ বছর এবং পরিমিত ব্যবধান} =$$

$$\sqrt{\frac{1960}{16} - (10.625)^2} = \sqrt{9.61} = 3.1 \text{ বছর। Ans.}$$

Prob 03 কোন তথ্যসারির 10টি সংখ্যার গড় ও ভেদাঙ্ক যথাক্রমে 20 ও 153.8; এই তথ্য সারিতে 15 ও 25 সংখ্যা দুইটি অন্তর্ভুক্ত করা হলে নতুন গড় ও ভেদাঙ্ক কত হবে?

Sol: ধরি, তথ্যসারির x চলকের n = 10টি সংখ্যার গড় = x এবং তাদের সমষ্টি = $\sum_{i=1}^{10} x_i$

$$\therefore \text{গড়, } \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{10} x_i}{10} = 20 \Rightarrow \sum_{i=1}^{10} x_i = 20 \times 10 = 200$$

$$\text{ভেদাঙ্ক} = \frac{\sum_{i=1}^{10} x_i^2}{10} - (\bar{x})^2 = 153.8 \Rightarrow \frac{\sum_{i=1}^{10} x_i^2}{10} - (20)^2 = 153.8$$

$$\Rightarrow \frac{\sum_{i=1}^{10} x_i^2}{10} - 400 = 153.8 \Rightarrow \sum_{i=1}^{10} x_i^2 = 5538$$

\(\therefore\) এই তথ্য সারিতে 15 ও 25 সংখ্যা দুইটি অন্তর্ভুক্ত করা হলে তাদের সমষ্টি

$$= \sum_{i=1}^{10} x_i = \sum_{i=1}^{10} x_i + x_{11} + x_{12} = 200 + 15 + 25 = 240$$

$$\text{তাদের বর্গের সমষ্টি} = \sum_{i=1}^{10} x_i^2 + x_{11}^2 + x_{12}^2 = 5538 + 15^2 + 25^2 = 6388$$

$$\text{এবং সংখ্যাগুলির সংখ্যা} = 10 + 2 = 12$$

$$\therefore \text{নতুন গড়} = \frac{240}{12} = 20 \text{ বছর এবং নতুন ভেদাঙ্ক} = \frac{6388}{12} - (20)^2 = 132.33 \text{ বছর}$$

Prob 04 50টি সংখ্যার গড় 2 ও ভেদাঙ্ক 9; এই তথ্যসারিতে আরও দুইটি সংখ্যা যোগ করা হলে সম্মিলিত গড় 2 এবং ভেদাঙ্ক $\frac{113}{13}$ হয়। নতুন সংখ্যা দুইটি নির্ণয় কর।

Sol: 50টি সংখ্যার সমষ্টি = $50 \times$ তাদের গড় = $50 \times 2 = 100$ এবং 50টি সংখ্যার বর্গের সমষ্টি = $50 \times$ (তাদের গড় + তাদের ভেদাঙ্ক) = $50(2 + 9) = 550$

$$\text{আরও } (50 + 2) \text{ অর্থাৎ } 52 \text{টি সংখ্যার সমষ্টি} = 52 \times \text{তাদের গড়} = 52 \times 2 = 104 \text{ এবং}$$

$$52 \text{টি সংখ্যার বর্গের সমষ্টি} = 52 \times (\text{তাদের গড়} + \text{তাদের ভেদাঙ্ক}) = 52 \left(2 + \frac{113}{13} \right) = 556$$

ধরি সংখ্যা দুইটি x ও y.

$$\therefore x + y = 104 - 100 \Rightarrow x + y = 4$$

$$\Rightarrow y = 4 - x \dots \dots (i) \text{ এবং}$$

$$x^2 + y^2 = 556 - 550$$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 = 6 \Rightarrow x^2 + (4 - x)^2 = 6$$

$$\Rightarrow x^2 + 16 - 8x + x^2 = 6$$

$$\Rightarrow 2x^2 - 8x + 10 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 4x + 5 = 0 \Rightarrow (x - 3)(x - 1) = 0$$

$$\therefore (i) \text{ হতে পাই, } y = 4 - 1 = 3, \text{ যখন } x = 1 \text{ এবং } x_1 = 4 - 3 = 1 \text{ যখন } x = 3.$$

\(\therefore\) নির্ণেয় সংখ্যা দুইটি 1 ও 3. Ans.

For Practice

- দুইটি রাশির গড় ও ভেদাঙ্ক যথাক্রমে 10 এবং 38 হলে সংখ্যাক্রম এবং বিভেদাঙ্ক নির্ণয় কর। **Ans.** 16, 16, 3.84, 61.6%
- 4, 5, 8, 11 তথ্যসারির গড় ব্যবধান ও বিভেদাঙ্ক নির্ণয় কর।
- দুই জন ক্রিকেট খেলোয়াড়ের 10 ইনিংসের স্কোর নিচে দেয়া হলো। ক্রিকেটার দ্বয়ের দক্ষতা তুলনা কর-

ক	114	45	0	31	75	102	198	8	0	7
খ	15	25	18	30	11	4	23	21	31	22

জাহাঙ্গীরনগর বিশ্ববিদ্যালয়ের ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

- 10, 8, 11, 9, 12 সংখ্যাগুলোর ভেদাঙ্ক কত? [15-16]
A. 10 B. 2
C. $\sqrt{2}$ D. $\sqrt{10}$

Ans B Solve গড় = $\frac{10 + 8 + 11 + 9 + 12}{5} = 10$

$$\text{ভেদাঙ্ক} = \frac{(10 - 10)^2 + (8 - 10)^2 + (11 - 10)^2 + (9 - 10)^2 + (12 - 10)^2}{5} = 2$$

- 19, 18, 20, 22, 21 সংখ্যাগুলোর পরিমিত ব্যবধান কত? [15-16]
A. $\sqrt{10}$ B. 2
C. $\sqrt{2}$ D. 10

Ans C Solve গড় = $\frac{19 + 18 + 20 + 22 + 21}{5} = 20$

$$\text{পরিমিত ব্যবধান,}$$

$$= \sqrt{\frac{(19 - 20)^2 + (18 - 20)^2 + (20 - 20)^2 + (22 - 20)^2 + (21 - 20)^2}{5}}$$

$$= \sqrt{\frac{1^2 + 2^2 + 0^2 + 2^2 + 1^2}{5}} = \sqrt{\frac{10}{5}} = \sqrt{2}$$

03. 101, 100, 102, 99, 98 সংখ্যাগুলোর ভেদাঙ্ক কত? [15-16]

- A. 100
B. 2
C. $\sqrt{2}$
D. 10

Ans B Solve গড় = $\frac{101 + 100 + 102 + 99 + 98}{5} = 100$
 \therefore ভেদাঙ্ক = $\frac{(101-100)^2 + (100-100)^2 + (102-100)^2 + (99-100)^2 + (98-100)^2}{5}$
 $= \frac{10}{5} = 2$

04. 96, 100, 104, 102, 98 এর পরিমিত ব্যবধান কত? [15-16]

- A. 1
B. $2\sqrt{2}$
C. 0
D. 8

Ans B Solve গড় = $\frac{96 + 100 + 104 + 102 + 98}{5} = 100$
 পরিমিত ব্যবধান,
 $= \sqrt{\frac{(96-100)^2 + (100-100)^2 + (104-100)^2 + (102-100)^2 + (98-100)^2}{5}}$

$= \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$
 05. 32, 26, 30, 28, 34 সংখ্যাগুলোর ভেদাঙ্ক কত? [15-16]

- A. $2\sqrt{2}$
B. 1
C. 8
D. 40

Ans B Solve $\bar{x} = \frac{32 + 26 + 30 + 28 + 34}{5} = 30$
 ভেদাঙ্ক = $\frac{(32-30)^2 + (26-30)^2 + (30-30)^2 + (28-30)^2 + (34-30)^2}{5}$
 $= \frac{4 + 16 + 0 + 4 + 16}{5} = 8$

06. 108, 92, 100, 96, 104 সংখ্যাগুলোর ভেদাঙ্ক কত? [15-16]

- A. 32
B. $\sqrt{32}$
C. 160
D. $\sqrt{160}$

Ans A Solve গড় = $\frac{108 + 92 + 100 + 96 + 104}{5}$
 ভেদাঙ্ক = $\frac{(108-100)^2 + (92-100)^2 + (100-100)^2 + (96-100)^2 + (104-100)^2}{5}$
 $= 32$

চট্টগ্রাম বিশ্ববিদ্যালয়ের ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
 [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. 4, 8 এবং 16 এর জ্যামিতিক গড় ---- । [15-16]

- A. 8
B. 12
C. 16
D. 4
E. 28

Ans A Solve জ্যামিতিক গড় = $\sqrt[3]{4 \times 8 \times 16} = 8$

02. 17, 23, 30, 38, 47 এই ধারাটির পরবর্তী সংখ্যা কোনটি? [15-16]

- A. 48
B. 55
C. 62
D. 53
E. 57

Ans E Solve $17 + 6 = 23$
 $23 + 7 = 30$
 $30 + 8 = 38$
 $38 + 9 = 47$
 $47 + 10 = 57$

শাহজালাল বিশ্ববিদ্যালয়ের ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
 [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. $x, x + 2, 7, 11$ ধনাত্মক সংখ্যাগুলির বর্গের গড় 51 হলে x এর মান কত? [15-16]

- A. 8
B. 5
C. 4
D. 3
E. 2

Ans D Solve প্রশ্নমতে, $\frac{x^2 + (x+2)^2 + 7^2 + 11^2}{4} = 51$
 $\Rightarrow x^2 + (x+2)^2 = 4 \times 51 - 7^2 - 11^2$
 $\Rightarrow x^2 + (x+2)^2 = 34$
 $\Rightarrow x^2 + x^2 + 4x + 4 = 34$
 $\Rightarrow 2x^2 + 4x - 30 = 0$
 $\Rightarrow x^2 + 2x - 15 = 0$
 $\Rightarrow x^2 + 5x - 3x - 15 = 0$
 $\Rightarrow (x-3)(x+5) = 0$
 $\therefore x = 3$

02. 3, 4, 6, 11 তথ্যসারির পরিমিত ব্যবধান কত? [14-15]

- A. $\frac{38}{4}$
B. $\frac{\sqrt{38}}{2}$
C. $\frac{\sqrt{182}}{2}$
D. $\frac{\sqrt{19}}{4}$
E. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

Ans B Solve $\bar{x} = \frac{3 + 4 + 6 + 11}{4} = 6$
 পরিমিত ব্যবধান = $\sqrt{\frac{(6-3)^2 + (6-4)^2 + (6-6)^2 + (6-11)^2}{4}}$
 $= \frac{\sqrt{38}}{2}$

কুমিল্লা বিশ্ববিদ্যালয়ের ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
 [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. কোনটি বিস্তারের আপেক্ষিক পরিমাপক? [15-16]

- A. পরিদর
B. গড় ব্যবধান
C. চতুর্থক ব্যবধান
D. বিভেদাঙ্ক

Ans D

বঙ্গবন্ধু শেখ মুজিবুর রহমান বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
 [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. 3, 4, 6, 11 তথ্য সারির পরিমিত ব্যবধান কত? [15-16]

- A. $\frac{38}{4}$
B. $\frac{\sqrt{38}}{2}$
C. $\frac{\sqrt{182}}{2}$
D. $\frac{\sqrt{19}}{4}$

Ans B Solve গড় = $\frac{3+4+6+11}{4} = 6$
 \therefore পরিমিত ব্যবধান = $\sqrt{\frac{(3-6)^2 + (4-6)^2 + (6-6)^2 + (11-6)^2}{4}}$
 $= \sqrt{\frac{9+4+25}{4}}$
 $= \frac{\sqrt{38}}{2}$

SELF TEST

01. 4, 7, 10 সংখ্যা তিনটির পরিমিত ব্যবধান নিচের কোনটি?
A. 3.45 B. 2.10
C. 2.45 D. 3.40
02. 7 জন শিক্ষার্থী গণিতে যথাক্রমে 64, 84, 78, 82, 85, 75, 82 নম্বর পেয়েছে তথ্যসারিতে প্রচুরক হচ্ছে-
A. 78 B. 85
C. 75 D. 82
03. 82, 75, 70, 35, 62, 45, 30 সংখ্যাগুলোর চতুর্থ ব্যবধান নিচের কোনটি?
A. 35 B. 82
C. 70 D. 20
04. 7, 11, 13, 17 তথ্যসারির গড় ব্যবধান কোনটি?
A. 4 B. 3
C. 5 D. 2
05. 5 জন শিশুর বয়স যথাক্রমে 8, 7, 6, 9, 10 হলে তাদের বয়সের ধারিতিক গড়-
A. 8 B. 6
C. 9 D. 12
06. সূমনের বিভিন্ন বিষয়ে প্রাপ্ত নম্বর- 55, 50, 65, 75, 85 এর পরিসর কত?
A. 40 B. 35
C. 37 D. 20
07. 4, 9, 11, 12 সংখ্যা চারটির গড় ব্যবধান কত হচ্ছে-
A. 27.77% B. 17.77%
C. 31.3% D. 49%
08. 10 জন শ্রমিকের বাৎসরিক অনুপস্থিতির আর্পণ বিচ্যুতির মান 3 দিন শ্রমিকদের অনুপস্থিতির বর্ষের সমষ্টি 500 হলে বিভেদক কত?
A. 90% B. 41.46%
C. 46.85% D. 85.9%
09. 4, 7, 10 সংখ্যা তিনটির ভেদাংক নিচের কোনটি?
A. 9 B. 2
C. 3 D. 6
10. $a, -a$ সংখ্যা দুটির পরিমিত ব্যবধান কত? যখন $a < 0$
A. a B. $-a$
C. $\frac{a}{2}$ D. $2a$
11. প্রথম n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার ভেদাংক নিচের কোনটি?
A. $\frac{n^2-1}{12}$ B. $\frac{n-1}{12}$
C. $\frac{n^3-1}{6}$ D. $\frac{n^2-1}{3}$
12. প্রথম n সংখ্যক বিজোড় স্বাভাবিক সংখ্যার ভেদাংক কোনটি?
A. $\frac{n^3-1}{3}$ B. $\frac{n^2-1}{3}$
C. $\frac{n^2-2}{3}$ D. $\frac{n^2-1}{12}$
13. কতগুলো সংখ্যার পরিমিত ব্যবধান 7 হলে ভেদাংক কত?
A. 14 B. 7
C. 49 D. 35

14. প্রথম n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার ভেদাংক 80 হলে n এর মান কোনটি?
A. 21 B. 41
C. 25 D. 31
15. প্রথম n সংখ্যক জোড় স্বাভাবিক সংখ্যার ভেদাংক নিচের কোনটি?
A. $\frac{n^2-1}{3}$ B. $\frac{n^2-3}{12}$
C. $\frac{n^2-1}{4}$ D. $\frac{n^3-1}{3}$
16. প্রথম n সংখ্যক বিজোড় স্বাভাবিক সংখ্যার ভেদাংক 85 হলে n এর মান কত?
A. 18 B. 16
C. 20 D. 30
17. 11, 13, 15 25 সংখ্যাগুলোর ভেদাংক 21 হলে পরিমিত ব্যবধান কত?
A. $\sqrt{21}$ B. $(21)^2$
C. $\sqrt{2 \times 21}$ D. 42
18. 2 টি সংখ্যার পরিমিত ব্যবধান 1 হলে ভেদাংক কত হবে?
A. 2 B. 3
C. 1 D. $\sqrt{2}$
19. 5 জন দোকের বয়স যথাক্রমে 35, 50, 20, 30, 60 হলে তাদের বয়সের পরিসর কত?
A. 50 B. 30
C. 10 D. 40
20. 6 টি সংখ্যার ভেদাংক 36 হলে পরিমিত ব্যবধান কত?
A. 8 B. 36^2
C. 6 D. 7

OMR

01. (A)(B)(C)(D)	06. (A)(B)(C)(D)	11. (A)(B)(C)(D)	16. (A)(B)(C)(D)
02. (A)(B)(C)(D)	07. (A)(B)(C)(D)	12. (A)(B)(C)(D)	17. (A)(B)(C)(D)
03. (A)(B)(C)(D)	08. (A)(B)(C)(D)	13. (A)(B)(C)(D)	18. (A)(B)(C)(D)
04. (A)(B)(C)(D)	09. (A)(B)(C)(D)	14. (A)(B)(C)(D)	19. (A)(B)(C)(D)
05. (A)(B)(C)(D)	10. (A)(B)(C)(D)	15. (A)(B)(C)(D)	20. (A)(B)(C)(D)

Answer with Hints

01 C: Hints: Type-02, Prob-03	02 D: Hints: যে সংখ্যাটি সর্বদিককার বিদ্যমান
03 D: Hints: Type-03, Prob-01	04 B: Hints: Type-01, Prob-01
05 A: Hints: Type-01 Prob-01	06 B: Hints: গুরুত্বপূর্ণ তথ্যাবলী- 01
07 A: Hints: Type-01, Prob-01	08 C: Hints: Type-02, Prob-02
09 D: Hints: Type-04	10 B: Hints: Type-02
11 A: Hints: Type-04	12 B: Hints: Type-04
13 C: Hints: Type-04	14 D: Hints: Type-04, prob-02
15 A: Hints: Type-04, Prob-02	16 B: Hints: Type-04, Prob-02
17 A: Hints: Type-04, বি:দ্র:	18 C: Hints: Type-04, বি:দ্র:
19 D: Hints: গুরুত্বপূর্ণ তথ্যাবলি	20 C: Hints: Type-04, বি:দ্র:

২য় অংশ: সম্ভাবনা

এক নজরে এই অংশের গুরুত্বপূর্ণ তথ্যাবলি

জুয়াখেলার আসরে হার-জিত নিয়ে সৃষ্ট কলহ হতে সম্ভাব্যতা নামক বিষয়ের সৃষ্টি।

সম্ভাব্যতা = $\frac{\text{সম্ভাব্য অনুকূল ঘটনার সংখ্যা}}{\text{সম্ভাব্য মোট ফলাফলের সংখ্যা}}$

Example: ফলাফলের সংখ্যা $n(S)$ এবং কোন A ঘটনার অনুকূল ঘটনা সংখ্যা $n(A)$ হলে A ঘটনাটি ঘটার সম্ভাবনা $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$

Note: যে সকল ঘটনা ঘটার সম্ভাব্যতা সমান তাদের সমসম্ভাব্য (Equiprobable) ঘটনা বলা হয়।

সম্ভাবনার আরোহী সংজ্ঞা:

কোন একটি চেষ্টা অনেকবার পুনরাবৃত্তি করা হলে এর নমুনাক্ষেত্র মোট ফলাফলের সংখ্যা $n(s)$ খুব বেশি বা অসীম এবং ঐ নমুনাক্ষেত্রের কোন ঘটনা A এর অনুকূল ফলাফলের সংখ্যা $n(A)$ হলে $\frac{n(A)}{n(s)}$ একটি স্থির রাশি হবে।

এ স্থির রাশিটির সীমাস্থ মানকে ঐ ঘটনার আরোহী সম্ভাবনা বলে। এক্ষেত্রে ঘটনা A এর সম্ভাবনা হবে, $P(A) = \lim_{n(s) \rightarrow \infty} \frac{n(A)}{n(s)}$

$P(A) = \lim_{n(s) \rightarrow \infty} \frac{n(A)}{n(s)}$

যে সকল ক্ষেত্রে ঘটনা ঘটতে পারে তাকে ঘটনাজগত (Event space) বলে এবং পরীক্ষণে প্রাপ্ত সকল সম্ভাব্য স্বতন্ত্র ফলাফলের সেটকে নমুনা ক্ষেত্র (Sample spac) বলে।

সম্ভাব্যতার মান 0 থেকে 1 এর মধ্যে সীমাবদ্ধ। অর্থাৎ $0 \leq P(A) \leq 1$ । কোন নিশ্চিত ঘটনার সম্ভাব্যতা 1 (যেমন- মানুষ মরণশীল) এবং একেবারেই অনিশ্চিত বা কখনোই ঘটবে না এরকম ঘটনার সম্ভাব্যতা 0 (যেমন- মানুষ অমর)।

বর্জনশীল ঘটনার ক্ষেত্রে সম্ভাব্যতার যোগসূত্র:

$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

সম্ভাব্যতার গুণন সূত্র:

$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$

শর্তাধীন সম্ভাব্যতা: কোন নমুনাজগত A ও B দুটি ঘটনা এবং $P(B) > 0$ হলে B ঘটনাটি ঘটার শর্তাধীনে A ঘটনাটি ঘটার সম্ভাব্যতা:

$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$

কোন ঘটনা ঘটার সম্ভাব্যতা p এবং না ঘটার সম্ভাব্যতা q হলে, $p + q = 1$ হবে।

Card পরিচিতি:

- Total number of cards = 52
- এদের চার শ্রেণী আছে
 - হরতন → 13
 - রুইতন → 13
 - ইস্পান → 13
 - চিরাতন → 13
- Colour: লাল → 26 কাল → 26
- 13টি কার্ড এর সমন্বয়:

Tecca → 1	
King → 1	
Queen → 1	
Jack → 1	
৪টি + 9টি = 13	

↓
নব্বয়যুক্ত কার্ড

□ **বায়ম্পের সূত্র:** একটি ঘটনা X ঘটতে পারে যদি n সংখ্যক পরস্পর পৃথক (Mutually exclusive) ও সম্পূর্ণ (Exhaustive) ঘটনা A_1, A_2, \dots, A_n এর মধ্যে একটি ঘটে। ধরা যাক, $P(A_1), P(A_2), \dots, P(A_n)$ সম্ভাব্যতা সমূহ এবং $P\left(\frac{X}{A_1}\right), P\left(\frac{X}{A_2}\right), \dots, P\left(\frac{X}{A_n}\right)$ শর্তাধীন সম্ভাবনাসমূহের মান জানা আছে। তাহলে X ঘটনা ঘটেছে এই শর্তে কোন A_i ঘটনার শর্তাধীন সম্ভাব্যতা বা $P\left(\frac{A_i}{X}\right)$ এর মান নিম্নরূপ:

$$P\left(\frac{A_i}{X}\right) = \frac{P(A_i)P\left(\frac{X}{A_i}\right)}{P(A_1)P\left(\frac{X}{A_1}\right) + P(A_2)P\left(\frac{X}{A_2}\right) + \dots + P(A_n)P\left(\frac{X}{A_n}\right)}$$

[যেখানে $i = 1, 2, \dots, n$]

□ **মৌলিক সংখ্যা: (1 থেকে 100 এর মধ্যে)**

মৌলিক সংখ্যা	0-11	11-20	21-30	31-40	41-50	51-60	61-70	71-80	81-90	91-100
	4	4	2	2	3	2	2	3	2	1

এ অধ্যায়ের গাণিতিক সমস্যাসমূহকে নিম্নোক্ত Type-এ অন্তর্ভুক্ত করা যায়

Type-01: মুদ্রা ও ছক্কা নিক্ষেপ সম্পর্কিত

- একটি মুদ্রা n বার বা n টি মুদ্রা 1 বার নিক্ষেপ করলে মোট নমুনা ক্ষেত্রের সংখ্যা = 2^n
- একটি মুদ্রা n বার নিক্ষেপ করলে P বার হেড পাওয়ার অনুকূল ঘটনা = nC_P
- একটি মুদ্রা n বার নিক্ষেপ করলে P বার টেইল পাওয়ার অনুকূল ঘটনা = nC_P
- একটি ছক্কা m বার বা m টি ছক্কা 1 বার নিক্ষেপ করলে মোট নমুনা ক্ষেত্রের সংখ্যা = 6^m
- ছক্কা ও মুদ্রা একত্রে নিক্ষেপের ক্ষেত্রে মোট নমুনা ক্ষেত্রের সংখ্যা = $2^n \times 6^m$

Prob 01 (i) দু'টি মুদ্রা (ii) তিনটি মুদ্রা এবং (iii) তিনটি ছক্কার গুটি, একত্রে নিক্ষেপ করলে প্রত্যেকক্ষেত্রে কতটি নমুনাক্ষেত্র পাওয়া যাবে।

Sol: (i) দু'টি মুদ্রা একসাথে নিক্ষেপ করলে সম্ভাব্য ঘটনা বা নমুনা ক্ষেত্র $2^2 = 4$ টি। এরা হল

HH	HT	TH	TT
----	----	----	----

(ii) তিনটি মুদ্রা একসাথে নিক্ষেপ করলে মোট নমুনাক্ষেত্র হবে $2^3 = 8$ টি। এরা হল

HHH	HHT	HHT	TTT
THT	TTH	HTH	THH

(iii) তিনটি ছক্কার গুটি একসাথে নিক্ষেপ করলে মোট নমুনাক্ষেত্র = $6^3 = 216$ টি।

Prob 02 1টি মুদ্রা 3 বার নিক্ষেপ করলে কমপক্ষে 2টি হেড পাওয়ার সম্ভাবনা কত?

Sol: এখানে মুদ্রাটি মোট 3 বার নিক্ষেপ করা হয়েছে। এ কারণে সর্বাধিক হেড হতে পারে 3 বার।

কমপক্ষে 2টি হেড মানে 2টি বা 3টি (সর্বাধিক) হেড হতে পারে।

2টি হেড পাবার সম্ভাব্যতা = $\frac{{}^3C_2}{2^3} = \frac{3}{8}$

3টি হেড পাবার সম্ভাব্যতা = $\frac{{}^3C_3}{2^3} = \frac{1}{8}$

∴ সম্ভাব্যতা = $\frac{3}{8} + \frac{1}{8} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$ Ans.

(ii) (a) ১ম বাস্তব হতে কালো ২য় বাস্তব হতে সাদা = $\frac{3}{5} \times \frac{3}{7} = \frac{9}{35}$

(b) ১ম বাস্তব হতে সাদা ২য় বাস্তব হতে কালো = $\frac{2}{5} \times \frac{4}{7} = \frac{8}{35}$

∴ নির্ণয় সম্ভাবনা = $\frac{9}{35} + \frac{8}{35} = \frac{17}{35}$

Type-05:

বল/মার্বেল সংক্রান্ত

ধরি, ১ম রঙের বল = a, ২য় রঙের বল = b এবং মোট বল, a + b = n
প্রতিবারে ১টি করে মোট দুটি বল তোলা হলে

পুনঃস্থাপন করার ক্ষেত্রে:

(i) বল দুটি একই রঙের হওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{a^2 + b^2}{n^2}$

(ii) বল দুটি ভিন্ন রঙের হওয়ার সম্ভাবনা = বলের বিভিন্ন রঙের সংখ্যা $\times \frac{ab}{n^2}$

পুনঃস্থাপন না করার ক্ষেত্রে:

(i) বল দুটি একই রঙের হওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{a(a-1) + b(b-1)}{n(n-1)}$

(ii) বল দুটি ভিন্ন রঙের হওয়ার সম্ভাবনা = বলের বিভিন্ন রঙের সংখ্যা $\times \frac{ab}{n(n-1)}$

Prob 01 একটি বাস্তবে 15টি সাদা ও 10টি কালো রঙের মার্বেল আছে। একটি বালক বাস্তব থেকে নিরপেক্ষভাবে দুইটি মার্বেল উঠিয়ে নিলে প্রতিবারে দুইটি একই রঙের ও ভিন্ন রঙের মার্বেল হওয়ার সম্ভাব্যতা নির্ণয় কর।

Sol: সাদা রঙের মার্বেল, a = 15টি
কালো রঙের মার্বেল, b = 10টি, n = 25

(i) একই রঙের মার্বেল হওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{a(a-1) + b(b-1)}{n(n-1)}$
= $\frac{15 \times 14 + 10 \times 9}{25 \times 24} = \frac{1}{2}$ Ans.

(ii) বল দুটি ভিন্ন রঙের হওয়ার সম্ভাবনা
= বলের বিভিন্ন রঙের সংখ্যা $\times \frac{ab}{n(n-1)} = 2 \times \frac{15 \times 10}{25 \times 24} = \frac{1}{2}$ Ans.

Prob 02 একটি ব্যাগে 10টি লাল ও 15টি সবুজ মার্বেল আছে। দৈব চয়নে একটি মার্বেল তুলে আবার রেখে দেওয়া হল আবার আরেকটি মার্বেল তোলা হল।

(i) মার্বেল দুটি একই রঙের হওয়ার সম্ভাবনা কত?

(ii) বল দুটি ভিন্ন রঙের হওয়ার সম্ভাবনা কত?

Sol: এখানে a = 10, b = 15 এবং n = a + b = 25

(i) মার্বেল দুটি একই রঙের হওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{10^2 + 15^2}{(25)^2} = \frac{325}{625} = \frac{13}{25}$

(ii) বল দুটি ভিন্ন রঙের হওয়ার সম্ভাবনা
= বলের বিভিন্ন রঙের সংখ্যা $\times \frac{ab}{n^2} = 2 \times \frac{10 \times 15}{(25)^2} = \frac{300}{625} = \frac{12}{25}$

Type-05:

সম্ভাব্যতার মৌলিক সূত্র সংক্রান্ত বিবিধ সমস্যা

দুইটি ঘটনা A, B এর যেকোন একটি ঘটনার সম্ভাব্যতা,

$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

- দুইটি বর্জনশীল ঘটনার ক্ষেত্রে, যে কোন একটি ঘটনার সম্ভাব্যতা,
 $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
- দুইটি ঘটনা এক সাথে ঘটার সম্ভাব্যতা তাদের পৃথক পৃথক সম্ভাব্যতার গুণফলের সমান ∴ $P(A \cup B) = P(A) \times P(B)$
- যেকোন একটি ঘটনা ঘটার সম্ভাব্যতা, $P^c(A) = 1 - P(A)$

Prob 01 কোন জরীপে দেখা গেল 70% লোক ইন্ডেক্স পড়ে 60% লোক সংবাদ পড়ে এবং 40% লোক উভয় পত্রিকা পড়ে। নিরপেক্ষভাবে বাছাই করলে একজন লোকের ইন্ডেক্স বা সংবাদ পড়ার সম্ভাব্যতা কত?

Sol: $P(A) = \frac{70}{100}$, $P(B) = \frac{60}{100}$, $P(A \cap B) = \frac{40}{100}$
 $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
= $\frac{70}{100} + \frac{60}{100} - \frac{40}{100} = \frac{90}{100} = \frac{9}{10}$ Ans.

Prob 02 $P(AB) = 0.48$, $P(A) = 0.6$ হয়, তবে $P(B)$ এর মান কত হলে A ও B স্বাধীন হবে?

Sol: A ও B স্বাধীন হলে

$P(AB) = P(A) \times P(B) \Rightarrow 0.48 = 0.6 \times P(B) \Rightarrow P(B) = 0.8$ Ans.

Prob 03 $P(A) = \frac{1}{2}$, $P(B) = \frac{1}{3}$ এবং $P(B | A) = \frac{3}{5}$ হলে $P(A | B)$ এর মান কত?

Sol: আমরা জানি, $P(A \cap B) = P(B) \cdot P(A | B) \dots (i)$

এখন, $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B | A) = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{5} = \frac{3}{10}$

(i) নং সমীকরণ থেকে,

$\frac{3}{10} = \frac{1}{3} \cdot P(A | B) \therefore P(A | B) = \frac{9}{10}$

Prob 04 1 থেকে 60 পর্যন্ত সংখ্যাগুলো হতে যেকোন একটি সংখ্যা দৈবচয়ন বেছে নিলে সংখ্যাটি মৌলিক বা 5 এর গুণিতক হওয়ার সম্ভাব্যতা কত? সংখ্যাটি বর্গ সংখ্যা হওয়ার সম্ভাবনা কত?

Sol: 1 থেকে 60 পর্যন্ত মৌলিক সংখ্যা = 18 টি।

∴ মৌলিক হওয়ার সম্ভাবনা = $P(A) = \frac{18}{60} = \frac{3}{10}$

5 এর গুণিতক হওয়ার সম্ভাবনা, $P(B) = \frac{12}{60} = \frac{1}{5}$

আবার, A ও B এর মাঝে কমন সংখ্যা = 1টি (যা হল 5)

∴ $P(A \cap B) = \frac{1}{60}$

∴ $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{9}{30} + \frac{1}{5} - \frac{1}{60} = \frac{29}{60}$ Ans.

আবার, 1 থেকে 60 এর মধ্যে বর্গ সংখ্যা = 7টি

∴ বর্গসংখ্যা হওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{7}{60}$ Ans.

Prob 05 A ও B স্বাধীন ঘটনা এবং $P(A) = \frac{1}{2}$, $P(B) = \frac{1}{3}$ হলে, $P(A \cup B)$

এর মান কত?

Sol: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

= $P(A) + P(B) - P(A) \times P(B) = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$

ঢাকা বিশ্ববিদ্যালয়ের জর্জ পৰীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. 1 থেকে 21 পর্যন্ত সংখ্যা হতে যেকোনো একটিকে দৈবচয়নের মাধ্যমে নিলে সেই সংখ্যাটি 3 বা 7 এর গুণিতক হবার সম্ভাবনা কত? [14-15]

- A. $\frac{8}{21}$ B. $\frac{3}{7}$ C. $\frac{10}{21}$ D. $\frac{11}{21}$

Ans B Solve

3-এর গুণিতক সংখ্যা A = {3, 6, 9, 12, 15, 18, 21} = 7টি

7- " " " B = {7, 14, 21} = 3টি

$A \cap B = \{21\} = 1$ টি, মোট সংখ্যা = 21

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{7}{21} + \frac{3}{21} - \frac{1}{21} = \frac{9}{21} = \frac{3}{7}$$

Shortcut:

মোট সংখ্যা = 21

3-এর গুণিতক সংখ্যা = 7টি

7- " " " = 3টি } মোট = 10টি

$$\therefore \text{এদের মধ্যে 1টি 21 সাধারণ} \therefore \text{নির্ভেয় সম্ভাব্যতা} = \frac{10-1}{21} = \frac{9}{21} = \frac{3}{7}$$

02. 1, 0, 2 দ্বারা গঠিত তিন অঙ্কবিশিষ্ট সংখ্যাগুলো হতে দৈবচয়ন পদ্ধতিতে একটি সংখ্যা নেয়া হলে সংখ্যাটি 10 দ্বারা বিভাজ্য হওয়ার সম্ভাবনা- [13-14]

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{2}{9}$ D. $\frac{1}{6}$

Ans A Solve সংখ্যাগুলো : 102, 120, 210, 201

$$\therefore 10 \text{ দ্বারা বিভাজ্য হওয়ার সম্ভাবনা} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

03. একজন লোকের 3 জোড়া কালো মোজা এবং 2 জোড়া বাদামী মোজা আছে। একদিন অন্ধকারে তাড়াহুড়া করে লোকটি কাপড় পরল। সে প্রথমে একটি বাদামী মোজা পরার পর পরবর্তী মোজাও বাদামী হওয়ার সম্ভাবনা- [12-13]

- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{2}{15}$ C. $\frac{1}{10}$ D. $\frac{3}{10}$

Ans A Solve সম্ভাবনা = $\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$

04. একটি নিটোল মুদ্রা ও একটি নিটোল ছক্কা একত্রে নিক্ষেপ করা হলো। একই সঙ্গে মুদ্রাটির মাথা ও ছক্কাটির জোড় সংখ্যা আসার সম্ভাবনা- [11-12]

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{1}{5}$

Ans C Solve মাথা হবার সম্ভাবনা = $\frac{1}{2}$, জোড় হবার সম্ভাবনা = $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

$$\therefore \text{মোট সম্ভাবনা} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

05. 1 থেকে 520 পর্যন্ত সংখ্যাগুলি থেকে দৈবচয়ন পদ্ধতিতে একটি সংখ্যা চয়ন করা হলে সংখ্যাটি অযুগ্ম ঘনসংখ্যা হওয়ার সম্ভাবনা- [10-11]

- A. $\frac{1}{65}$ B. $\frac{2}{65}$ C. $\frac{1}{130}$ D. $\frac{1}{64}$

Ans C Solve 520 কে ঘনমূল করে পাই, $\sqrt[3]{520} = 8.04$ অর্থাৎ 520 পর্যন্ত পূর্ণ ঘনসংখ্যা আছে 8টি যার মধ্যে 4টি অযুগ্ম।

$$\therefore \text{নির্ভেয় সম্ভাব্যতা} = \frac{\text{অনুকূল ঘটন সংখ্যা}}{\text{মোট ঘটন সংখ্যা}} = \frac{4}{520} = \frac{1}{130}$$

06. 40 হতে 50 সংখ্যাগুলি থেকে দৈবচয়ন পদ্ধতিতে একটি সংখ্যা নেয়া হল। সংখ্যাটি মৌলিক না হওয়ার সম্ভাব্যতা কত? [09-10; JnU 11-12]

- A. $\frac{8}{11}$ B. $\frac{5}{11}$ C. $\frac{3}{11}$ D. $\frac{1}{11}$

Ans A Solve

40 থেকে 50 পর্যন্ত মৌলিক সংখ্যা আছে 3টি

40 থেকে 50 পর্যন্ত মোট সংখ্যা আছে 11টি

$$\therefore \text{সংখ্যাটি মৌলিক হওয়ার সম্ভাবনা} = \frac{3}{11}$$

$$\therefore \text{মৌলিক না হওয়ার সম্ভাবনা} = 1 - \frac{3}{11} = \frac{8}{11}$$

07. 2 থেকে 40 পর্যন্ত সংখ্যা হতে যে কোনও একটি পূর্ণ সংখ্যা দৈবচয়ন করলে সংখ্যাটি মৌলিক হওয়ার সম্ভাব্যতা- [08-09]

- A. $\frac{11}{39}$ B. $\frac{4}{13}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{11}{38}$

Ans B Solve সংখ্যাটি মৌলিক হওয়ার সম্ভাব্যতা = $\frac{12}{39} = \frac{4}{13}$

08. একটি বাস্কে 10 টি নীল ও 15 টি লাল মার্বেল আছে। একটি বাস্কে যেমন খুশি টেনে প্রতিবারে একটি করে পর পর দুইটি মার্বেল উঠালে দুটি একই রংয়ের মার্বেল হবার সম্ভাবনা- [05-06]

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{4}{5}$ C. $\frac{3}{20}$ D. $\frac{7}{20}$

Ans A Solve একই রঙের মার্বেল হওয়ার সম্ভাবনা,

$$= \frac{a(a-1) + b(b-1)}{n(n-1)} = \frac{10 \times 9 + 15 \times 14}{25 \times 24} = \frac{1}{2}$$

09. 1 থেকে 99 পর্যন্ত সংখ্যাগুলি থেকে দৈবচয়ন পদ্ধতিতে একটি সংখ্যা নেওয়া হল। সংখ্যাটি বর্গসংখ্যা হওয়ার সম্ভাবনা- [04-05]

- A. $\frac{1}{11}$ B. $\frac{10}{99}$ C. $\frac{4}{33}$ D. $\frac{1}{10}$

Ans A Solve বর্গ সংখ্যা হওয়ার সম্ভাব্যতা = $\frac{9}{99} = \frac{1}{11}$

10. এক প্যাকেট তাস থেকে একটি তাস দৈবভাবে নেওয়া হলো। তাসটি হরতন বা চিরাতন হওয়ার সম্ভাবনা কত? [02-03]

- A. $\frac{1}{2}$ B. 2 C. $\frac{4}{13}$ D. $\frac{1}{4}$

Ans A Solve মোট 52 টি তাসের মধ্যে হরতন ও চিরাতনের সংখ্যা 26 টি।

$$\text{তাসটি হরতন বা চিরাতন হওয়ার সম্ভাবনা} = \frac{26}{52} = \frac{1}{2}$$

11. একটি বাস্কে 10টি নীল ও 15টি সবুজ মার্বেল রয়েছে। দৈব চয়নে একটির পর আরেকটি মোট দুটি মার্বেল বাস্কে থেকে তোলা হলো। মার্বেল দুটি বিভিন্ন রংয়ের হওয়ার সম্ভাবনা কত? [01-02; KU 06-07]

- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{3}{5}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{2}{5}$

Ans C Solve মার্বেল দুটি ভিন্ন রঙের হওয়ার সম্ভাবনা

$$= \text{বলের বিভিন্ন রঙের সংখ্যা} \times \frac{ab}{n(n-1)} = 2 \times \frac{10 \times 15}{25 \times 24} = \frac{1}{2}$$

12. একটি খলিতে 4টি নীল, 5টি কালো ও 6টি সবুজ বল আছে। দৈবচয়নে ব্যাগটি হতে একটি বল নেয়া হলে বলটি কালো হওয়ার সম্ভাব্যতা কত? [00-01]

- A. $\frac{4}{15}$ B. $\frac{6}{15}$ C. $\frac{1}{5}$ D. $\frac{1}{3}$

Ans D Solve মোট বল = 4+5+6 = 15টি

$$\therefore \text{বলটি কালো হওয়ার সম্ভাব্যতা} = \frac{5}{15} = \frac{1}{3}$$

জগন্নাথ বিশ্ববিদ্যালয়ের ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
(শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান)

01. 26 থেকে 50 পর্যন্ত সংখ্যাগুলোর মধ্য থেকে দৈবচয়ন করে (randomly) একটি সংখ্যা নিলে সংখ্যাটি মৌলিক (prime number) না হওয়ার সম্ভাবনা (probability) কত? [14-15]

- A. $\frac{6}{25}$ B. $\frac{19}{25}$ C. $\frac{18}{25}$ D. $\frac{4}{5}$

Ans B Solve 26 - 50 এর সংখ্যা 25টি

মৌলিক 29, 31, 37, 41, 43, 47 = 6টি

∴ নির্ণেয় সম্ভাব্যতা = $1 - \frac{6}{25} = \frac{19}{25}$

02. একটি ক্লাসে 40 জন ছাত্র-ছাত্রীর মধ্যে 25 জন ছাত্রী। একজনকে দৈবচয়ন পদ্ধতিতে নেয়া হলে তার ছাত্র হওয়ার সম্ভাবনা কত? [12-13]

- A. $\frac{5}{8}$ B. 1 C. 15 D. $\frac{3}{8}$

Ans D Solve ছাত্র হওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{(40-25)}{40} = \frac{15}{40} = \frac{3}{8}$

03. 40 হতে 50 সংখ্যাগুলি থেকে দৈবচয়ন পদ্ধতিতে একটি সংখ্যা নেওয়া হলো। সংখ্যাটি মৌলিক হওয়ার সম্ভাবনা কত? [10-11; DU 03-04]

- A. $\frac{2}{11}$ B. $\frac{3}{11}$ C. $\frac{1}{5}$ D. $\frac{3}{10}$

Ans B Solve 40 থেকে 50 পর্যন্ত সংখ্যাগুলি মধ্যে মৌলিক সংখ্যা 3 টি এবং মোট সংখ্যা 11 টি।

∴ দৈবচয়ন পদ্ধতিতে একটি সংখ্যা নিলে মৌলিক হওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{3}{11}$

Note:	0-11	11-20	21-30	31-40	41-50	51-60	61-70	71-80	81-90	91-100
মৌলিক সংখ্যা	4	4	2	2	3	2	2	3	2	1

04. একটি বাগ্জে 10টি নীল ও 15টি লাল মার্বেল আছে। একটি বালিকা যেমন খুশি টেনে প্রতিবারে একটি করে পরপর দুইটি মার্বেল উঠালে একই রঙের মার্বেল হবার সম্ভাবনা- [07-08]

- A. $\frac{4}{5}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{3}{20}$ D. $\frac{7}{20}$

Ans B Solve সম্ভাবনা = $\frac{10}{25} \times \frac{9}{24} + \frac{15}{25} \times \frac{14}{24} = \frac{1}{2}$

জাহাঙ্গীরনগর বিশ্ববিদ্যালয়ের ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
(শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান)

01. একটি বাগ্জে 4টি সাদা ও 6টি কালো বল আছে। বাগ্জ হতে দৈবচয়নভাবে দুইটি বল একসাথে তুলে নিলে, বল দুইটি ভিন্ন রঙের হওয়ার সম্ভাবনা কত? [15-16]

- A. $\frac{3}{15}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{7}{15}$ D. $\frac{8}{15}$

Ans D Solve ভিন্ন রং হওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{{}^4C_1 \times {}^6C_1}{{}^{10}C_2} = \frac{24}{45} = \frac{8}{15}$

02. একটি ব্যাগে 5টি সাদা, 7টি লাল এবং 8টি কালো বল আছে। যদি বিনিময় না করে একটি একটি করে পর পর চারটি বল তুলে নেওয়া হয়, তবে সবগুলো বল সাদা হবার সম্ভাবনা কত? [15-16]

- A. $\frac{4}{20}$ B. $\frac{1}{969}$ C. $\frac{4}{5}$ D. $\frac{4}{4045}$

Ans B Solve $\frac{{}^5C_1 \times {}^4C_1 \times {}^3C_1 \times {}^2C_1}{{}^{20}C_4} = \frac{5 \times 4 \times 3 \times 2}{20 \times 19 \times 18 \times 17} = \frac{1}{969}$

03. একটি প্রতিষ্ঠানে 7 জন পুরুষ ও 5 জন মহিলা চাকরি করে। দৈবচয়নের মাধ্যমে 4 জনের একটি কমিটি গঠন করা হল। কমিটিতে 3 জন মহিলা থাকার সম্ভাবনা কত? [15-16]

- A. $\frac{14}{99}$ B. $\frac{5}{12}$ C. $\frac{4}{99}$ D. $\frac{1}{11}$

Ans A Solve

3 জন মহিলা ও 1 জন পুরুষ নিয়ে গঠিত কমিটির সংখ্যা = ${}^7C_1 \times {}^5C_3$
আবার, 7 + 5 = 12 জন হতে 4 জনের গঠিত কমিটির সংখ্যা = ${}^{12}C_4$

∴ নির্ণেয় সম্ভাব্যতা = $\frac{{}^7C_1 \times {}^5C_3}{{}^{12}C_4} = \frac{14}{99}$

04. 200 জন পরীক্ষার্থীর মধ্যে 40 জন গণিতে, 20 জন পরিসংখ্যানে ফেল করে। উভয় বিষয়ে 10 জন ফেল করে। একজন ছাত্র দৈবচয়নে নেওয়া হলো। সে গণিতে ফেল কিন্তু পরিসংখ্যানে পাস করার সম্ভাবনা কত? [15-16]

- A. $\frac{1}{20}$ B. $\frac{3}{20}$ C. $\frac{1}{10}$ D. $\frac{1}{5}$

Ans B Solve গণিতে ফেল = 40 জন

উভয় বিষয়ে ফেল = 10 জন

∴ গণিতে ফেল এবং পরিসংখ্যানে পাস ছাত্রের সংখ্যা = 40 - 10 = 30

∴ গণিতে ফেল কিন্তু পরিসংখ্যানে পাস হবার সম্ভাব্যতা = $\frac{30}{200} = \frac{3}{20}$

05. 52 টি তাসের এক প্যাকেট তাস হতে পুন:স্থাপন করে 2 টি তাস উঠানো হল। তাসগুলো টেঁকা হবার সম্ভাবনা কত? [15-16]

- A. $\frac{1}{169}$ B. $\frac{8}{663}$ C. $\frac{3}{663}$ D. $\frac{1}{13}$

Ans B Solve নির্ণেয় সম্ভাব্যতা, $\frac{{}^4C_1 \times {}^4C_1}{{}^{52}C_2} = \frac{8}{663}$

06. একটি শহরে 2050 জন লোকের উপর জরিপ করে দেখা গেল যে, 910 জন ইত্তেফাক পড়ে, 612 জন সংবাদ পড়ে এবং 130 জন উভয় পত্রিকা পড়ে। ঐ শহরের একজন লোকের কোন পত্রিকা না পড়ার সম্ভাবনা কত? [15-16]

- A. $\frac{696}{1025}$ B. $\frac{1}{1025}$ C. $\frac{761}{1025}$ D. $\frac{329}{1025}$

Ans D Solve n(s) = 910 + 612 - 130

= 1522 - 130 = 1392

কোন পত্রিকা পড়ে না = 2050 - 1392 = 658

নির্ণেয় সম্ভাব্যতা = $\frac{658}{2050} = \frac{329}{1025}$

07. 1 হতে 50 এর মধ্যে একটি সংখ্যা দৈবভাবে চয়ন করলে তা মৌলিক সংখ্যা হওয়ার সম্ভাবনা কত? [14-15]

- A. $\frac{14}{50}$ B. $\frac{15}{50}$ C. $\frac{13}{50}$ D. $\frac{16}{50}$

Ans C Solve মৌলিক সংখ্যা = 4 + 4 + 3 + 2 + 2 = 13

মোট সংখ্যা = 50 টি

নির্ণেয় সম্ভাব্যতা = $\frac{13}{50}$

[1 - 10, 11 - 20, 21 - 30, 31 - 40, 41 - 50]

1 - 10 পর্যন্ত মৌলিক সংখ্যা, 4

11 - 20 পর্যন্ত মৌলিক সংখ্যা, 4

21 - 30 পর্যন্ত মৌলিক সংখ্যা, 3

31 - 40 পর্যন্ত মৌলিক সংখ্যা, 2

41 - 50 পর্যন্ত মৌলিক সংখ্যা, $\frac{2}{[মোট = 13]}$

08. ঢাকা-আরিচা সড়কে সাপ্তাহিক দুর্ঘটনার সম্ভাব্যতা 5 এর ভিতর 2; যশোর-খুলনা সড়কে তা 15 এর ভিতর 1 হলে, ঐ দুইটি এলাকার যে কোনো একটিতে সাপ্তাহিক দুর্ঘটনার সম্ভাব্যতা কত? [14-15]

- A. $\frac{7}{5}$ B. $\frac{7}{20}$ C. $\frac{1}{15}$ D. $\frac{7}{15}$

Ans D Solve $P(A) = \frac{2}{5}$, $P(B) = \frac{1}{15}$

পরস্পর স্বাধীন ঘটনা, $P(A \cup B) = P(A) + P(B) = \frac{2}{5} + \frac{1}{15} = \frac{6+1}{15} = \frac{7}{15}$

09. 15 জন বালক ও 12 জন বালিকা একটি দৌড় প্রতিযোগিতায় অংশগ্রহণ করলে বালকের প্রথম হওয়ার সম্ভাব্যতা কত? [14-15]

- A. $\frac{12}{27}$ B. $\frac{15}{27}$ C. $\frac{1}{27}$ D. 0

Ans B Solve মোট ছাত্র, $15 + 12 = 27$, বালক সংখ্যা = 15

\therefore 1 জন বালক 1ম হবার সম্ভাব্যতা = $\frac{15}{27}$

10. 52 খানা তাসের প্যাকেটে 4টি টেকা আছে। নিরপেক্ষভাবে যে কোন একখানা তাস টেনে টেকা না পাওয়ার সম্ভাব্যতা কত? [14-15]

- A. $\frac{1}{13}$ B. $\frac{12}{13}$ C. $\frac{1}{12}$ D. $\frac{1}{52}$

Ans B Solve পাওয়ার সম্ভাব্যতা = $\frac{4}{52} = \frac{1}{13}$

\therefore না পাওয়ার সম্ভাব্যতা = $1 - \frac{1}{13} = \frac{12}{13}$

11. 10 থেকে 30 পর্যন্ত সংখ্যা হতে যে কোন একটিকে ইচ্ছামতো নিলে সেই সংখ্যাটি মৌলিক অথবা 5 এর গুণিতক হওয়ার সম্ভাব্যতা কত? [RU 09-10]

- A. $\frac{11}{21}$ B. $\frac{1}{21}$ C. $\frac{5}{21}$ D. $\frac{1}{11}$

Ans A Solve 10 হতে 30 এর মধ্যে মৌলিক সংখ্যা 11, 13, 17, 19, 23, 29 সহ

5 এর গুণিতক 10, 15, 20, 25, 30 = 11 টি সংখ্যা আছে।

10 হতে 30 এর মধ্যে মোট সংখ্যা = 21 টি

নির্ণয় সম্ভাব্যতা = $\frac{11}{21}$

12. What is the probability to occur an event if the probability not to be occurred of that event is $p(X)$? [13-14]

- A. $p(X) - 1$ B. $1 - p(X)$
C. 0 D. 1

Ans. B

রাজশাহী বিশ্ববিদ্যালয়ের ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. A ও B দুইটি স্বাধীন ঘটনা এবং $P(A) = \frac{1}{5}$ ও হলে $P(A \cap B)$ এর মান কত? [15-16]

- A. $\frac{31}{35}$ B. $\frac{18}{35}$ C. $\frac{1}{35}$ D. $3\frac{6}{5}$

Ans = Solve $P(A) = \frac{1}{5}$, $P(B) = 1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$

$P(A \cap B) = P(A) \times P(B) = \frac{1}{5} \times \frac{4}{5} = \frac{4}{25}$

02. একটি সুস্থম মুদ্রা তিন বার নিক্ষেপ করা হলো। কমপক্ষে দুইটি টেল পাবার সম্ভাব্যতা কত? [15-16]

- A. $\frac{3}{8}$ B. $\frac{7}{8}$
C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{3}{4}$

Ans C Solve নমুনাক্ষেত্র = $2^3 = 8$

(H, H, H), (HHT) (HTT) (TTT)
(THT) (HTH) (THH), (TTH)

কমপক্ষে 2 টেল 4 বার

\therefore সম্ভাব্যতা = $\frac{4}{8} = \frac{1}{2}$

03. একটি বস্ত্রে 6টি লাল কাগজ, 4টি সাদা কাগজ এবং 5টি নীল কাগজ আছে। ফেরত না দিয়ে ক্রমাগত ভাবে 3টি কাগজ বস্ত্র থেকে তোলা হলে লাল \rightarrow সাদা \rightarrow নীল অথবা, নীল \rightarrow সাদা \rightarrow লাল কাগজ পাবার সম্ভাব্যতা কত? [15-16]

- A. $\frac{1}{91}$ B. $\frac{3}{91}$ C. $\frac{5}{91}$ D. $\frac{8}{91}$

Ans D Solve $\frac{6}{15} \times \frac{5}{14} \times \frac{4}{13} + \frac{5}{15} \times \frac{4}{14} \times \frac{3}{13} = \frac{4}{31} + \frac{4}{91} = \frac{8}{91}$

04. একটি সুস্থম মুদ্রা তিন বার নিক্ষেপ করা হলো, কমপক্ষে দুইটি হেড পাবার সম্ভাব্যতা কত? [15-16]

- A. $\frac{3}{8}$ B. $\frac{7}{8}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{3}{4}$

Ans C Solve নমুনা ক্ষেত্র $2^3 = 8$ কমপক্ষে 2টি হেড আসে 4 বার

\therefore সম্ভাব্যতা = $\frac{4}{8} = \frac{1}{2}$

05. পুনরাবৃত্তি না ঘটিয়ে 2, 4, 7, 9, 3, 8 সংখ্যাগুলি ব্যবহার করে দুই অংক বিশিষ্ট সংখ্যা লিখলে তা জোড় হবার সম্ভাব্যতা কত? [15-16; 04-05; MBSTU 12-13; IU 12-13; BUET 06-07]

- A. 0.5 B. 0.25 C. 0.75 D. 0.6

Ans A Solve প্রদত্ত অংক 6টি, 2 অংকের সংখ্যা $6p_2 = 30$

জোড় অংক 3টি, একক স্থানে 3টিকে $3c_1$ এবং বাকি 5টিকে $5p_1$ স্থানে

বসিয়ে জোড় সংখ্যা = $3c_1 \times 5p_1 = 15$ সম্ভাব্যতা = $\frac{15}{30} = 0.5$

06. 30 থেকে 40 পর্যন্ত সংখ্যা হতে যে কোন একটি সংখ্যা ইচ্ছামত নিলে সেই সংখ্যাটি মৌলিক অথবা 5 এর গুণিতক হওয়ার সম্ভাব্যতা কত? [14-15]

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{5}{11}$ C. $\frac{6}{11}$ D. $\frac{3}{5}$

Ans B Solve 30, 35, 40, 31, 37 মোট 5 টি

মোট সংখ্যা = 11 \therefore নির্ণয় সম্ভাব্যতা = $\frac{5}{11}$

07. একটি বস্ত্রে 10টি সাদা ও 5টি কালো রং এর মার্বেল আছে। বাক্স থেকে নিরপেক্ষ ভাবে 2টি মার্বেল উঠিয়ে নিলে প্রতিবারে দু'টি ভিন্ন রং এর মার্বেল পাওয়ার সম্ভাব্যতা কত? [14-15]

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{10}{21}$ C. $\frac{5}{21}$ D. $\frac{1}{4}$

Ans B Solve **Shortcut:** নির্ণয় সম্ভাব্যতা = $\frac{{}^{10}C_1 \times {}^5C_1}{{}^{15}C_2} = \frac{10}{21}$

08. একটি ব্যাগে 4টি সাদা এবং 5টি কালো বল আছে। একজন লোক নিরপেক্ষভাবে তিনটি বল উঠালেন। তিনটি বলই কালো হওয়ার সম্ভাব্যতা কত? [11-12]

- A. $\frac{5}{42}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{5}{9}$ D. $\frac{4}{9}$

Ans A Solve তিনটি বলই কালো হওয়ার সম্ভাব্যতা = $\frac{{}^5C_3}{{}^9C_3} = \frac{10}{84} = \frac{5}{42}$

09. যদি $n(A) = 17$, $n(B) = 28$ এবং $n(A \cap B) = 14$ হয় তবে $n(A \cup B)$ কত? [09-10]

- A. 30 B. 29 C. 31 D. 35

Ans C Solve $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$
 $= 17 + 28 - 14 = 31$

10. n সংখ্যক ঘটনার মধ্যে m সংখ্যক ঘটনা ঘটানোর সম্ভাব্যতা হবে- [08-09]

- A. $\frac{m}{n}$ B. $\frac{n}{m}$
C. $n + m$ D. $n - m$

Ans. A

চট্টগ্রাম বিশ্ববিদ্যালয়ের তৃতী পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. একটি কুড়িতে সম আকারের 6টি কালো, 5টি সাদা ও 8টি লাল মার্বেল আছে। কুড়ি হতে দৈবক্রমে একটি মার্বেল নেয়া হলে মার্বেলটি কালো বা লাল হওয়ার সম্ভাবনা কত? [15-16]

- A. $\frac{2}{3}$ B. $\frac{1}{3}$ C. 1 D. $\frac{2}{5}$ E. $\frac{3}{5}$

Ans A Solve কাল ও লাল মার্বেল = 6 + 4 = 10

মোট মার্বেল = 6 + 4 + 5 = 15

∴ নির্ণয় সম্ভাব্যতা = $\frac{10}{15} = \frac{2}{3}$

02. একটি মসূন কয়েনের দুটি পৃষ্ঠ H এবং T। যদি কয়েনটি 6 বার নিক্ষেপ করা হয় তাহলে ঠিক চারবার H পাবার সম্ভাবনা কত? [15-16]

- A. $\frac{15}{64}$ B. $\frac{4}{6}$ C. $\frac{3}{4}$
D. $\frac{13}{64}$ E. $\frac{4}{9}$

Ans B Solve নমুনা ক্ষেত্র = 6, H - 4 বার

∴ নির্ণয় সম্ভাব্যতা = $\frac{4}{6}$

03. If an unbiased coin is tossed three times, then what is the probability of getting one head? [14-15]

- A. $\frac{3}{2}$ B. 1 C. $\frac{1}{8}$ D. $\frac{3}{8}$ E. $\frac{1}{2}$

Ans C Solve নমুনাক্ষেত্র = 2^3 , হেড = 1, ∴ সম্ভাব্যতা = $\frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$

04. একটি ব্যাগে একটি লাল বল, একটি নীল বল ও একটি সবুজ বল রয়েছে। অজ্ঞাতসারে একটি বল তুলে নেয়া হলো। এ বলটি সাদা বল, সবুজ বল ও যে কোনো রংয়ের বল হবার সম্ভাবনা যথাক্রমে-[14-15]

- A. 0, 0 ও 1/2 B. 1/2, 0 ও 1/3 C. 1/3, 0 ও 1
D. 0, 1/3 ও 1 E. 0, 1 ও 0

Ans D Solve 1 টি লাল, 1 টি নীল, 1 টি সবুজ, 1 টি সাদা

সাদা হবার সম্ভাবনা = $\frac{0}{3} = 0$, সবুজ হবার সম্ভাবনা = $\frac{1}{3} = \frac{1}{3}$

লাল, নীল ও সবুজ হবার সম্ভাবনা = $\frac{3}{3} = 1$, ∴ 0, $\frac{1}{3}$, 1

05. যদি A এবং B স্বাধীন, $P(A) = \frac{1}{3}$ এবং $P(B) = \frac{3}{4}$ হয় তবে $P(A \cup B)$ এর মান নির্ণয় কর। [14-15]

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{5}{6}$ D. $\frac{9}{16}$ E. $\frac{3}{20}$

Ans C Solve $P(A) = \frac{1}{3}$, $P(B) = \frac{3}{4}$

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A) \cdot P(B)$
 $= \frac{1}{3} + \frac{3}{4} - \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{4} = \frac{1}{3} + \frac{3}{4} - \frac{1}{4} = \frac{1}{3} + \frac{2}{4} = \frac{1}{3} + \frac{1}{2} = \frac{2+3}{6} = \frac{5}{6}$

06. 2^{10} এবং 2^{20} এর গড় নির্ণয় কর। [14-15]

- A. 2^{15} B. $2^5 + 2^{10}$ C. $2^9 + 2^{19}$ D. 2^{29}

Ans C Solve $\frac{2^{10} + 2^{20}}{2} = 2^{10-1} + 2^{20-1} = 2^9 + 2^{19}$

07. একটি বাস্তবে 5 টি সাদা এবং 8 টি লাল গোলক আছে। দৈবভাবে একটি গোলক উঠানো হলে গোলকটি সাদা হবার সম্ভাবনা কত? [13-14]

- A. $\frac{5}{18}$ B. $\frac{5}{12}$ C. $\frac{8}{5}$ D. $\frac{6}{5}$ E. $\frac{5}{13}$

Ans E Solve মোট গোলক সংখ্যা = 13 টি, গোলকটি সাদা হবার সম্ভাব্যতা = $\frac{5}{13}$ টি

08. একটি লুচুর গুটি নিক্ষেপ করা হলে 3 এর চেয়ে বড় সংখ্যা পাওয়ার সম্ভাবনা-। [A 12-13]

- A. 1/3 B. 1/2 C. 2/3 D. 1/4 E. কোনটিই নয়

Ans B Solve লুচুর গুটিতে মোট সংখ্যা 6টি।

এদের মধ্যে 3 এর চেয়ে বড় সংখ্যা 3টি।

∴ বড় সংখ্যা পাওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

09. একটি থলেতে লাল, সাদা, এবং হলুদ রং এর একটি করে বল আছে। উহা হতে নির্বিচারে একটি বল উত্তোলন করা হলে বলটি সাদা বা হলুদ রং এ হওয়ার সম্ভাবনা কত? [C 12-13]

- A. $\frac{1}{9}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{2}{9}$ E. $\frac{1}{6}$

Ans C Solve বলটি সাদা রং এর হওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{1}{3}$

বলটি হলুদ " " " " = $\frac{1}{3}$

∴ বলটি সাদা বা হলুদ রং এর হওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$

10. 3 টি মুদ্রা একত্রে টস করলে সবকটি হেড উঠার সম্ভাবনা হবে- [C 12-13]

- A. $\frac{1}{8}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{1}{4}$ E. $\frac{3}{8}$

Ans A Solve যে কোন একটি মুদ্রার হেড উঠার সম্ভাবনা = $\frac{1}{2}$

তিনটি মুদ্রার একত্রে হেড উঠার সম্ভাবনা = $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$

11. একটি মুদ্রাকে দুইবার নিক্ষেপ করলে উভয়ক্ষেত্রে হেড পাবার সম্ভাবনা কত? [05-06, 09-10, 11-12]

- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{1}{2}$ D. 1 E. 0

Ans B Solve মোট নমুনাবিন্দু = $2^2 = 4$

	T	H
H	HT	HH
T	TT	TH

উভয় ক্ষেত্রে হেড পাওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{1}{4}$

12. দুটি নিটোল মুদ্রা নিক্ষেপ করা হলে একটি head পাওয়ার সম্ভাবনা কত? [04-05]

- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{2}$ C. 1 D. 0

Ans B Solve মোট নমুনা বিন্দু = $2^2 = 4$ এবং

অনুকূল ঘটনা হেড পাওয়ার ক্ষেত্রে = ${}^2C_1 = 2$ ∴ সম্ভাবনা = $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

13. 52 খানা তাস হতে যেকোন একটি টেকা পাওয়ার সম্ভাবনা কত? [03-04, 05-06, 08-09, 10-11]

- A. $\frac{1}{52}$ B. $\frac{4}{52}$ C. 1 D. $\frac{3}{52}$ **Ans. B**

14. একটি বাস্তবে 5টি সাদা এবং 4টি লাল গোলক আছে। নিরপেক্ষভাবে একটি গোলক উঠানো হল। গোলকটি সাদা হওয়ার সম্ভাবনা কত? [02-03]

- A. 5/8 B. $\frac{5}{18}$ C. $\frac{5}{12}$ D. $\frac{8}{5}$ **Ans. Blank**

খুলনা বিশ্ববিদ্যালয়ের ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. একটি পাত্রে ৬টি লাল ও ৪টি সাদা বল আছে। দৈবভাবে দুটি বল নিয়ে দুটিই একই রঙের হবার সম্ভাবনা কত? [15-16]

A. 8/10 B. 7/15 C. 8/15 D. 9/15

Ans A Solve নির্ণয় সম্ভাব্যতা = $\frac{{}^6C_2}{{}^{10}C_2} + \frac{{}^4C_2}{{}^{10}C_2}$
= $\frac{{}^6C_2 + {}^4C_2}{{}^{10}C_2} = \frac{15+6}{45} = \frac{21}{45} = \frac{7}{15}$

02. 1 থেকে 100 এর ভেতর যে কোন একটি সংখ্যাকে ইচ্ছামত নিলে সেটি একাধিক মৌলিক সংখ্যার গুনফল হওয়ার সম্ভাবনা কত? [14-15]

A. 74% B. 75% C. 25% D. 26%

Ans A Solve 1 হতে 100 পর্যন্ত মৌলিক সংখ্যা মোট = 4 + 4 + 3 + 2 + 2 + 3 + 2 + 2 + 3 + 2 = 26টি মৌলিক অথচ একাধিক মৌলিক গুণফল সংখ্যা = 100 - 26 = 74 ∴ নির্ণয় সম্ভাব্যতা = (74/100) = 74%

03. একটি বন্দু কারখানার A, B, C যন্ত্রে যথাক্রমে 25%, 35%, ও 40% বন্দু উৎপাদিত হয়। যন্ত্রত্রয়ের উৎপাদিত বন্দুগুলির যথাক্রমে 5%, 4% ও 2% ত্রুটিপূর্ণ। উৎপাদিত বন্দুগুলো থেকে 1টি বন্দু তোলা হল এবং দেখা গেল যে বন্দুটি ত্রুটিপূর্ণ। বন্দুটি B যন্ত্রে তৈরি হওয়ার সম্ভাব্যতা কত? [14-15]

A. 0 B. 25/69 C. 28/69 D. 16/69

Ans C Solve নি:স = $\frac{0.35 \times 0.4}{0.25 \times 0.05 + 0.35 \times 0.04 + 0.4 \times 0.2} = \frac{28}{69}$

04. একটি মনিটর তৈরির কারখানায় তিনটি ইউনিট A, B, C তে প্রতিদিন যথাক্রমে 1000, 1500, 2500 মনিটর উৎপাদিত হয়। কারখানার তিনটি ইউনিটের উৎপাদিত মনিটরের মধ্যে যথাক্রমে 2%, 3% 2.5% ত্রুটিপূর্ণ। যে কোন একদিনের উৎপাদন হতে নিরপেক্ষভাবে একটি মনিটর নিয়ে দেখা গেল তা ত্রুটিপূর্ণ। মনিটরটি B ইউনিটে উৎপাদিত হবার সম্ভাব্যতা কত? [11-12]

A. 0.16 B. 0.5 C. 0.25 D. 0.35

Ans D Solve B ইউনিটে সম্ভাব্যতা
= $\frac{0.03 \times 1500}{0.02 \times 1000 + 0.03 \times 1500 + 0.025 \times 2500} = 0.35$

05. একটি ছক্কা একবার নিক্ষেপ পরীক্ষায় নীচের পিঠে 2 অথবা 3 দ্বারা বিভাজ্য এরূপ সংখ্যা আসার সম্ভাবনা কত? [10-11]

A. $\frac{1}{2}$ B. 1 C. $\frac{1}{6}$ D. $\frac{2}{3}$ **Ans. D**

06. একটি ট্রেতে সাতটি নীল রং এর এবং তিনটি লাল রঙের চিপ রাখা আছে। পরপর দুটি চিপ দৈবচয়িত ভাবে ট্রে থেকে তোলা হল। উল্লোলিত দুটি চিপই লাল রঙের হবে এর সম্ভাবনা কত? [Eng. Aptitude Test: 09-10]

Solve নীল রং চিপ = 7টি
লাল রং এর চিপ = 3টি
মোট চিপ = 10টি

1ম চিপটি লাল হবার সম্ভাবনা = $\frac{3}{10}$

২য় চিপটি লাল হবার সম্ভাবনা = $\frac{3}{10}$

∴ দুটি চিপ লাল হবার সম্ভাবনা = $\frac{3}{10} \times \frac{3}{10} = \frac{9}{100}$ **Ans.**

07. কোন জরিপে দেখা গেল 70% লোক ইন্তেফাক পড়ে, 60% লোক সংবাদ পড়ে এবং 40% লোক উভয় পত্রিকা পড়ে। নিরপেক্ষভাবে বাছাই করলেই একজন লোকের ইন্তেফাক বা সংবাদ পড়ার সম্ভাবনা কত? [09-10]

A. $\frac{5}{3}$ B. $\frac{3}{5}$ C. $\frac{10}{9}$ D. $\frac{9}{10}$

Ans D Solve [Same as Type-05, Prob-01]

08. $P(A \cup B) = \frac{1}{3}$, $P(A \cap B) = \frac{5}{6}$, $P(A) = \frac{1}{2}$ হলে, $P(B) =$ কত? [09-10]

A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{3}{5}$ D. $\frac{5}{6}$

Ans B Solve $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$\Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{1}{2} + P(B) - \frac{5}{6} \therefore P(B) = \frac{2}{3}$

09. একটি মুদ্রা পরপর তিনবার টস করা হলে পর্যায়ক্রমে মুদ্রাটির হেড এবং টেল পাবার সম্ভাবনা কত? [09-10]

A. $\frac{1}{8}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{3}{4}$ D. $\frac{1}{4}$

Ans D Solve একটি মুদ্রা পরপর তিনবার নিক্ষেপ করলে মোট নমুনা বিন্দু = $2^3 = 8$, হেড ও টেল পাওয়ার সম্ভাবনা = 1/4

শাহজালাল বিশ্ববিদ্যালয়ের ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. 0 হতে 30 পর্যন্ত বিজোড় সংখ্যার সেট থেকে দৈবচয়ন পদ্ধতিতে একটি সংখ্যা নেওয়া হলে সংখ্যাটি মৌলিক হওয়ার সম্ভাবনা কত? [15-16]

A. $\frac{3}{5}$ B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{11}{15}$ D. $\frac{8}{15}$ E. $\frac{1}{15}$

Ans A Solve বিজোড় সংখ্যা = 15
মৌলিক 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29 = 9টি

নির্ণয় সম্ভাব্যতা = $\frac{9}{15} = \frac{3}{5}$

02. 10 থেকে 50 এর মধ্যে পূর্ণসংখ্যা হতে যে কোনো একটিতে নিলে সেই সংখ্যাটি জোড় অথবা 3 এর গুণিতক হওয়ার সম্ভাবনা কত? [13-14]

A. 34/41 B. 15/41 C. 27/41 D. 7/41 E. 24/41

Ans C Solve 10 হতে 50 পর্যন্ত জোড় সংখ্যা = 21
জোড় নয় কিন্তু 3 এর গুণিতক = 6 টি

∴ সম্ভাবনা = $\frac{21+6}{41} = \frac{27}{41}$

03. দুই অঙ্ক বিশিষ্ট সংখ্যাগুলি হতে দৈবচয়ন প্রক্রিয়ায় একটি সংখ্যা তুললে 5 দ্বারা বিভাজ্য জোড়সংখ্যা হওয়ার সম্ভাবনা [A 12-13]

A. 1/2 B. 1/5 C. 1/9 D. 1/10 E. 1/90

Ans D Solve দুই অঙ্ক বিশিষ্ট 5 দ্বারা বিভাজ্য জোড় সংখ্যা = 9 টি

∴ সম্ভাবনা = $\frac{9}{90} = \frac{1}{10}$

04. 50 সংখ্যাটিকে কতভাবে দুইটি প্রাইম সংখ্যার যোগফল হিসেবে প্রকাশ করা যায়? [10-11]

A. 2 B. 3 C. 4 D. 5 **Ans. C**

Ans C Solve 47 + 3 = 50; 43 + 7 = 50, 31 + 19 = 50
37 + 13 = 50 মোট 4 প্রকারে প্রকাশ করা যায়।

05. A ও B এর একটি অংক সমাধান করতে পারার সম্ভাবনা $\frac{1}{3}$ ও $\frac{1}{4}$

তারা একত্রে সমাধানের চেষ্টা করলে অংকটি সমাধান করতে পারার সম্ভাবনা কত? [05-06, 04-5]

A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{7}{12}$ C. $\frac{1}{12}$ D. $\frac{3}{4}$

Ans A Solve $P(A) = \frac{1}{3}$, $P(B) = \frac{1}{4}$

∴ $P(A \cap B) = P(A) \times P(B) = \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$

∴ নির্ণয় সম্ভাবনা $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{1}{3} + \frac{1}{4} - \frac{1}{12} = \frac{1}{2}$

ইসলামী বিশ্ববিদ্যালয়ের ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. একটি নিরপেক্ষ ছক্কা একবার নিক্ষেপ করলে যদি জোড় সংখ্যা উঠে তাহলে সংখ্যাটি মৌলিক হবার সম্ভাবনা কত? [15-16]

- A. $\frac{1}{6}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{2}$ D. এদের একটিও নয়

Ans A Solve জোড় মৌলিক সংখ্যা = 2 অর্থাৎ 1টি
নমুনা ক্ষেত্র = 6 \therefore সম্ভাব্যতা = $\frac{1}{6}$

02. 26টি তাসের মধ্যে 13টি ইক্সপন ও 13টি রুইতন আছে। একসাথে 2টি তাসের টেকা হওয়ার সম্ভাবনা কত? [14-15]

- A. $\frac{1}{13}$ B. $\frac{2}{26 \cdot 25}$ C. $\frac{1}{26 \cdot 25}$ D. $\frac{1}{24 \cdot 26}$

Ans A Solve 26 খানা তাসের মধ্যে টেকা 2 খানা
 \therefore 2 খানা টেকা হবার সম্ভাব্যতা = $\frac{2}{26} = \frac{1}{13}$

03. দাবা খেলাই একজন খেলোয়াড়ের জয়ের সম্ভাবনা কত? [14-15]

- A. $\frac{1}{2}$ B. 1 C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{1}{3}$

Ans A Solve দাবা খেলায় 2জন প্রয়োজন। জয় 1টি।
 \therefore জয়ের সম্ভাবনা = $\frac{1}{2}$

04. পুনরাবৃত্তি না ঘটিয়ে 2, 4, 7, 9, 3, 8 সংখ্যাগুলো ব্যবহার করে দুই অংক বিশিষ্ট একটি সংখ্যা বানানো হবে। সংখ্যাটির জোড় হবার সম্ভাব্যতা- [14-15; BUET 1011]

- A. 0.25 B. 0.5 C. 0.75 D. 1.0

Ans B Solve 2, 4, 7, 9, 3, 8 নমুনা ক্ষেত্র = 6P_2
জোড় সংখ্যা = $3 \times {}^5P_1 = 15 \therefore$ নির্ণেয় সম্ভাব্যতা = $\frac{15}{{}^6P_2} = \frac{15}{30} = \frac{1}{2} = 0.5$

05. ইসলামী বিশ্ববিদ্যালয়ে 1ম বর্ষ ভর্তি পরীক্ষায় একজন পরীক্ষার্থীর ভর্তি হওয়ার সম্ভাব্যতা D ইউনিটে 7212 জনে 135 জন, E ইউনিটে 7754 জনে 135 জন, এবং F ইউনিটে 2029 জনে 100 জন। ঐ তিনটি ইউনিটের যে কোন একটিতে একজন পরীক্ষার্থীর ভর্তি হওয়ার সম্ভাব্যতা- [F 12-13]

- A. $\frac{135+135+100}{16995}$ B. $\frac{370}{7212} + \frac{370}{7754} + \frac{370}{2029}$
C. $\frac{135}{7212} + \frac{135}{7754} + \frac{100}{2029}$ D. $\frac{135}{7212} \times \frac{135}{7754} \times \frac{100}{2029}$

Ans D

06. একটি নিরপেক্ষ ছক্কা একবার নিক্ষেপ করলে উপরের পিঠ জোড় সংখ্যা আসার সম্ভাবনা- [F 12-13; CU 03-04]

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{6}$ C. $\frac{5}{6}$ D. কোনটিই নয়

Ans A Solve ছক্কায় জোড় সংখ্যা মোট তিনটি
 \therefore জোড় সংখ্যা আসার সম্ভাবনা = $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

07. দুটি স্বাধীন ঘটনা A ও B এর জন্য $P(A) = \frac{1}{3}$ ও $P(B) = \frac{3}{4}$ হলে,

$P(A \cap B)$ এর মান- [F 12-13]

- A. $\frac{5}{6}$ B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{1}{6}$ D. $\frac{1}{4}$

Ans D Solve $P(A \cap B) = P(A) \times P(B) = \frac{1}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$

08. ইসলামী বিশ্ববিদ্যালয়ে 1ম বর্ষ ভর্তি পরীক্ষায় E ইউনিটে 4254 জন ছাত্র এবং 3500 জন ছাত্রী অংশগ্রহণ করে। পরীক্ষায় ছাত্রের প্রথম হওয়ার সম্ভাব্যতা ($\frac{4254}{7754}$) এবং ছাত্রীর জন্য তা ($\frac{3500}{7754}$)। একজন ছাত্রের দ্বিতীয় হওয়ার সম্ভাব্যতা- [F 12-13]

- A. $\frac{4253}{7754}$ B. $\frac{4254}{7753}$ C. $\frac{4353}{7753}$ D. কোনটিই নয়

Ans B

09. দুটি বর্জনশীল ঘটনা একত্রে ঘটর সম্ভাবনা কত? [11-12]

- A. 3 B. 1
C. 2 D. 0

Ans D

10. 1 হতে 30 পর্যন্ত কয়টি মৌলিক সংখ্যা আছে? [11-12]

- A. 11টি B. 10টি C. 9টি D. 8টি

Ans B Solve 1 হতে 30 পর্যন্ত মৌলিক সংখ্যা-
2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29 (মোট 10 টি)

11. 1 থেকে 520 পর্যন্ত সংখ্যাগুলি থেকে দ্বৈবচয়ন পদ্ধতিতে একটি সংখ্যা চয়ন করা হলে সংখ্যাটি অযুগ্ম ঘনসংখ্যা হওয়ার সম্ভাবনা। [10-11]

Solve 1 থেকে 520 পর্যন্ত মোট সংখ্যা = 520টি

অযুগ্ম ঘন সংখ্যা = 1, 3, 5, 7 = 4টি

$1^3 = 1$ $5^3 = 125$

$3^3 = 9$ $7^3 = 373$

$9^3 = 729$ যেটা হবে না, অযুগ্ম হবার সম্ভাবনা = $\frac{4}{520} = \frac{1}{130}$ **Ans.**

12. একটি ছক্কা নিক্ষেপ করা হলে ছয় না উঠার সম্ভাবনা হবে- [10-11]

- A. $\frac{1}{6}$ B. $\frac{5}{6}$ C. $\frac{1}{5}$ D. $\frac{4}{5}$

Ans A Solve সম্ভাব্যতা = $1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$

13. $P(A \cap B) = \frac{1}{4}$, $P(A \cup B) = \frac{1}{5}$ এবং $P(A) = P(B) = P$ হলে P

এর মান- [04-05]

- A. $\frac{12}{13}$ B. $\frac{40}{21}$ C. $\frac{9}{40}$ D. $\frac{21}{40}$

Ans C Solve $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$\Rightarrow \frac{1}{5} = 2P - \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{9}{20} = 2P \Rightarrow P = \frac{9}{40}$

14. $P(A) = \frac{1}{2}$; $P(B) = \frac{1}{5}$; এবং $P(A/B) = \frac{3}{8}$ হলে, $P(B/A) =$

- A. $\frac{3}{40}$ B. $\frac{3}{10}$
C. $\frac{3}{16}$ D. $\frac{3}{20}$

Ans D

কুমিল্লা বিশ্ববিদ্যালয়ের ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি
[শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. এক প্যাকেট তাস হতে একটি তাস টানলে উহা হরতন বা রাজা হওয়ার সম্ভাব্যতা কত? [13-14]

- A. $\frac{17}{52}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{4}{13}$ D. $\frac{2}{13}$

Ans A Solve $\frac{13}{52} + \frac{4}{52} - \frac{1}{52} = \frac{4}{13}$

বেগম রোকেয়া বিশ্ববিদ্যালয়ের ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. যদি 1, 0 এবং 2 অংক দ্বারা গঠিত তিন অংকের সংখ্যা থেকে একটি সংখ্যা দৈবভাবে চয়ন করা হয় তবে সংখ্যাটি 10 দ্বারা বিভাজ্য হবার সম্ভাব্যতা কত? [15-16]

- A. $\frac{1}{6}$ B. $\frac{2}{19}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{1}{2}$

Ans D Solve 10 দ্বারা বিভাজ্য তিন অংকের সংখ্যা = ${}^2P_2 = 2$
আবার 3 অংকের যে কোন সংখ্যা, $3! - 2! = 6 - 2 = 4$

\therefore নির্ণেয় সম্ভাব্যতা = $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

02. যদি 40 থেকে 50 এর মধ্যে একটি সংখ্যা দৈবভাবে চয়ন করা হয়, তবে সেটি মৌলিক না হবার সম্ভাব্যতা কত? [15-16]

- A. $\frac{8}{11}$ B. $\frac{5}{11}$ C. $\frac{8}{10}$ D. $\frac{3}{10}$

Ans A Solve মৌলিক নয় সংখ্যা 40, 43, 44, 45, 46, 48, 49, 50
8টি মোট সংখ্যা = 11

$$\therefore \text{নির্ণেয় সম্ভাব্যতা} = \frac{8}{11}$$

ভাসানী বিজ্ঞান ও প্রযুক্তি বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. 1, 0, 2 দ্বারা গঠিত তিন অংক বিশিষ্ট সংখ্যাগুলো হতে দৈবচয়নের মাধ্যমে একটি সংখ্যা নেয়া হলে সংখ্যাটি 10 দ্বারা বিভাজ্য হওয়ার সম্ভাবনা কত? [15-16]

- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{2}{3}$

Ans C Solve 3 অঙ্কের প্রকৃত সংখ্যা
= $[3 -]_2 = 4$ [102, 120, 210, 201]

$$10 \text{ দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যা} = [2] = 2$$

$$\text{নির্ণেয় সম্ভাব্যতা} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

02. একটি নিরপেক্ষ ছক্কা নিক্ষেপ করলে জোড় সংখ্যা পাওয়ার সম্ভাবনা কত? [15-16]

- A. $\frac{1}{6}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{1}{4}$

Ans C Solve নমুনাক্ষেত্র = 6
জোড়সংখ্যা = 3

$$\text{নির্ণেয় সম্ভাব্যতা} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

03. একটি নিরপেক্ষ মুদ্রা দুইবার নিক্ষেপ করা হলো। কমপক্ষে একবার মাথা আসার সম্ভাবনা কোনটি? [14-15]

- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{3}{4}$ D. 1

Ans B Solve মুদ্রার নমুনা ক্ষেত্র = $2^2 = 4$
দুইবার নিক্ষেপে মাথা = 2

$$\therefore \text{নির্ণেয় সম্ভাব্যতা} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

04. একটি মুদ্রা ও একটি ছক্কা একত্রে একবার নিক্ষেপ করা হলে নমুনাক্ষেত্রে নমুনা বিন্দুর সংখ্যা কত হবে? [14-15]

- A. 2 B. 6 C. 10 D. 12

Ans D Solve 1টি মুদ্রার নমুনা ক্ষেত্র = 2
1টি ছক্কার নমুনা ক্ষেত্র = 6

$$\text{একত্রে নমুনা ক্ষেত্র} = 2 \times 6 = 12$$

05. একটি মুদ্রা তিনবার নিক্ষেপ করলে দুইবার হেড আসার সম্ভাবনা- [14-15]

- A. $\frac{3}{8}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{4}$ D. কোনটিই নয়

Ans A Solve তিনবার নিক্ষেপের নমুনা ক্ষেত্র 8টি; হেড দুবার আসে 3 বার

$$\therefore \text{নির্ণেয় সম্ভাব্যতা} = \frac{3}{8}$$

06. 30 হতে 40 পর্যন্ত সংখ্যা হতে যেকোন একটি সংখ্যা দৈবভাবে চয়ন করলে সংখ্যাটি 5 এর গুণিতক হবার সম্ভাবনা কত? [14-15]

- A. $\frac{3}{11}$ B. $\frac{4}{11}$ C. $\frac{5}{11}$ D. $\frac{2}{11}$

Ans A Solve 30 - 40 মোট সংখ্যা = 11
 \therefore 5 এর গুণিতক সংখ্যা 30, 35, 40 = 3টি

$$\therefore \text{নির্ণেয় সম্ভাব্যতা} = \frac{3}{11}$$

07. একটি বলিতে 4টি নীল, 5টি কালো ও 6টি সবুজ বল আছে। উক্ত বলি হতে একটি বল নেওয়া হলে, বলটি কালো হওয়ার সম্ভাবনা কত? [A 12-13]

- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{2}$ D. 1

Ans B Solve কালো হওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{5}{4+5+6} = \frac{1}{3}$

পাবনা বিজ্ঞান ও প্রযুক্তি বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিগত বছরের প্রশ্নাবলি [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

01. 1 থেকে 20 পর্যন্ত স্বাভাবিক সংখ্যাগুলি হতে একটি সংখ্যা খুঁশিমত নিলে সংখ্যাটি 3 অথবা 5 গুণিতক হওয়ার সম্ভাব্যতা কত? [15-16]

- A. $\frac{9}{20}$ B. $\frac{6}{20}$ C. $\frac{4}{20}$ D. $\frac{1}{20}$

Ans A Solve 3, 6, 9, 12, 15, 18
5, 10, 15, 20

$$\text{সংখ্যা} = 9\text{টি, মোট সংখ্যা} = 20$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় সম্ভাব্যতা} = \frac{9}{20}$$

02. একটি কলেজের একাদশ শ্রেণির 80 জন ছাত্রের মধ্যে 20 জন ফুটবল খেলে, 25 জন ক্রিকেট খেলে এবং 10 জন ফুটবল ও ক্রিকেট খেলে। তাদের মধ্য থেকে একজনকে দৈবচিত্ত উপায়ে নির্বাচন করা হল। যদি ছেলেটি ক্রিকেট খেলে তবে তার ফুটবল খেলার সম্ভাবনা কত? [15-16]

- A. $\frac{1}{5}$ B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{3}{5}$ D. $\frac{2}{5}$

Ans D Solve ফুটবল খেলার ঘটনা F আর ক্রিকেট খেলার ঘটনা C
ঘটনাজগত = S

$$n(S) = 80, n(F) = 20, n(C) = 25, n(F \cap C) = 10$$

$$\text{তাহলে } n(F|C) = \frac{n(F \cap C)}{n(C)} = \frac{10}{25} = \frac{2}{5}$$

03. 52 খানা তাসের প্যাকেটে 4টি টেক্কা আছে। নিরপেক্ষভাবে যে কোনো একখানা তাস টেনে টেক্কা না পাওয়ার সম্ভাবনা কত? [15-16]

- A. $\frac{12}{13}$ B. $\frac{13}{12}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{4}{52}$

Ans A Solve $52 - 4 = 48$ সম্ভাব্যতা = $\frac{48}{52} = \frac{12}{13}$

04. 40 হতে 50 পর্যন্ত সংখ্যাগুলো থেকে দৈবচয়ন পদ্ধতিতে একটি সংখ্যা নেওয়া হল। সংখ্যাটি মৌলিক না হওয়ার সম্ভাব্যতা কত? [15-16]

- A. $\frac{8}{11}$ B. $\frac{5}{11}$ C. $\frac{3}{11}$ D. $\frac{1}{11}$

Ans A Solve 40 - 50 সংখ্যা 11টি

মৌলিক নয় সংখ্যা 8টি

$$\text{নির্ণেয় সম্ভাব্যতা} = \frac{8}{11}$$

05. একটি ব্যাগে 7 টি লাল বল এবং 5 টি সাদা বল আছে। নিরপেক্ষভাবে 4টি বল তোলা হলে তাদের মধ্যে 2টি লাল বল এবং 2টি সাদা বল পাবার সম্ভাবনা কত? [15-16]

- A. $\frac{14}{33}$ B. $\frac{4}{13}$ C. $\frac{7}{12}$ D. $\frac{5}{12}$

Ans A Solve মোট বল = $7 + 5 = 12$

$$\text{নির্ণেয় সম্ভাব্যতা} = \frac{{}^7C_2 \times {}^5C_2}{{}^{12}C_4} = \frac{14}{33}$$

১৩. ছবিবারে ৫২টি ছাত্রের থাকার সন্ধাননা কত? [13-14]
 A. 2/7 B. 3/7 C. 4/7 D. 5/7
Ans: B Solve ১২ সপ্তাহে বরষ হয়ে তিন বর্ষ, তাই ৭ দিনের এই দুই দিন ছাত্রের আনবে (মুন্সাপি, জা): (জা, শনি)
 নিম্নো সন্ধাননা = $\frac{3}{7}$

১৪. একটি মুদ্রা তিনবার টস করা হয়। পর্যায়ক্রমে মুদ্রাটির হেড এবং টেইল পাওয়ার সন্ধাননা কত? [15-16]
 A. $\frac{1}{8}$ B. $\frac{1}{6}$ C. $\frac{1}{8}$ D. $\frac{1}{10}$

Ans: C Solve নমুনা কোড = $2^3 = 8$
 (HHH), (HHT), (HTH), (HTT)
 (THH), (THT), (TTH), (TTT)
 এদের মধ্যে (HTH) টি পাওয়া যাবে।
 নিম্নো সন্ধাননা = $\frac{1}{8}$

মহাশের বিজ্ঞান ও প্রযুক্তি বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিপত বছরের প্রশ্নাবলি [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

১১. ৪১-৫১ সংখ্যাগুলি থেকে দৈব চয়ন পদ্ধতিতে একটি সংখ্যা নেয়া হল। সংখ্যাটি মৌলিক না হবার সন্ধাননা কত? [15-16]
 A. 8/11 B. 5/11 C. 3/11
 D. 0/11 E. 7/11

Ans: B Solve মৌলিক সংখ্যা নং. 40, 42, 44, 45, 46, 48, 49, 50
 মোট ৮টি, মোট সংখ্যা = 11 ∴ সন্ধাননা = $\frac{8}{11}$

১২. কোন ব্যক্তির ৫টি মাস ও ৫টি সাদা বল আছে। পুনঃস্থাপন না করে ২টি বল নেয়া হলে বল দুইটি সাদা হওয়ার সন্ধাননা হবে- [14-15]
 A. $\frac{7}{15}$ B. $\frac{7}{15}$ C. $\frac{8}{15}$ D. $\frac{1}{15}$ E. $\frac{4}{15}$

Ans: A Solve $\frac{{}^4C_0}{{}^{10}C_0} \times \frac{{}^3C_0}{{}^3C_0} = \frac{4}{10} \times \frac{3}{9} = \frac{2}{15}$

১৩. মহাশের বিজ্ঞান ও প্রযুক্তি বিশ্ববিদ্যালয়ের ভর্তি পরীক্ষা-২০১৪ এ A ইউনিটে ৯৫১১ জন, B ইউনিটে ৭৪৪৭ জন, C ইউনিটে ৪১৩৪ জন, D ইউনিটে ২৬১৫ জন এবং E ইউনিটে ৪২৩ জন নিবন্ধনকৃত পরীক্ষার্থী রয়েছে। একজন পরীক্ষার্থী C ইউনিটে মেটা ডালিকার প্রথম স্থান লাভ করলে, E ইউনিটে তার ভর্তির সুযোগের সন্ধাননা কত? C ইউনিটে আসন সংখ্যা ১৭০। [14-15]
 A. $\frac{1}{170}$ B. $\frac{170}{4134}$ C. 1
 D. $\frac{4134}{25062}$ E. $\frac{170}{25362}$

Ans: A Solve
 প্রথম স্থান = 1, আসন সংখ্যা = 170
 তার ভর্তি সুযোগের সন্ধাননা = $\frac{1}{170}$

১৪. কোন সপ্তাহে ৫৩ টি ছাত্রের থাকার সন্ধাননা কত? [13-14]
 A. 2/7 B. 3/7 C. 4/7
 D. 5/7 E. 6/7

Ans: A Solve এক বছরে ৫২ টি সপ্তাহ থাকে। ফলে ৫২ টি ছাত্রের অবশেষ হবে। অবশেষ দিন = $366 - 52 \times 7 = 2$
 ∴ ৫১ টি ছাত্রের হতে হলে ঐ ২ দিনের একদিন ছাত্রের হতে হবে।
 এতে ৭ টি সপ্তাহ ফল হিসেবান।
 ∴ ৫১ টি ছাত্রের থাকার সন্ধাননা = 2/7

১৫. ৪০ হতে ৫০ সংখ্যাগুলি থেকে দৈবচয়ন পদ্ধতিতে একটি সংখ্যা নেওয়া হলো। সংখ্যাটি মৌলিক হবার সন্ধাননা কত? [A 12-13]
 A. 2/11 B. 3/11 C. 5/22 D. 1/5
Ans: B Solve ৪০ হতে ৫০ পর্যন্ত মৌলিক সংখ্যা ৩টি।
 ∴ মৌলিক হবার সন্ধাননা = $\frac{3}{11}$

১৬. একটি অসম্বল ঘটনা বা ঘটবে না, তার সন্ধাননা কত? [A 12-13]
 A. 1 B. 2
 C. 3 D. 0

১৭. একটি মুদ্রা পঞ্চম তিনবার টস করলে পর্যায়ক্রমে মুদ্রাটির হেড এবং টেইল পাওয়ার সন্ধাননা কত হবে? [C 12-13]
 A. 1/2 B. 2/3 C. 1/8 D. 1/4
Ans: D Solve নমুনা কোড = $2^3 = 8$
 ∴ পর্যায়ক্রমে হেড ও টেইল পাওয়ার সন্ধাননা = $\frac{2}{8} = \frac{1}{4}$

বাংলাদেশ কৃষি বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিপত বছরের প্রশ্নাবলি [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

১১. ৪ থেকে ১৫ পর্যন্ত সংখ্যাগুলির মধ্যে থেকে যে কোন একটি সংখ্যা নিলে সেটি ৩ দ্বারা বিভাজ্য না হওয়ার সন্ধাননা কত? [14-15]
 A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{1}{5}$ D. $\frac{4}{5}$

Ans: B Solve
 সংখ্যা 3, 6, 9, 15; ৪টি। তাহলে নির্ণয় ৪ হতে ১৫ মোট সংখ্যা ১২টি এদের মধ্যে ৩ দ্বারা বিভাজ্য হওয়ার সন্ধাননা = $\frac{4}{12} = \frac{1}{3}$
 না হবার সন্ধাননা = $1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$

বঙ্গবন্ধু শেখ মুজিবুর রহমান বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষার বিপত বছরের প্রশ্নাবলি [শর্ট টেকনিক ও ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সমাধান]

১১. ৪০ হতে ৫০ সংখ্যাগুলি থেকে দৈবচয়ন পদ্ধতিতে একটি সংখ্যা নেয়া হল। সংখ্যাটি মৌলিক না হওয়ার সন্ধাননা কত? [14-15]
 A. 8/11 B. 3/11 C. 1 D. 1/11
Ans: A Solve

মৌলিক নং সংখ্যা, 40, 42, 44, 45, 46, 48, 49, 50 = ৮ টি
 মোট সংখ্যা = 11
 মৌলিক নং = $\frac{8}{11}$
 [বিবন্ধ: মৌলিক হবার সন্ধাননা = $\frac{3}{11}$, না হবার সন্ধাননা = $1 - \frac{3}{11} = \frac{8}{11}$]
 ∴ মৌলিক সংখ্যা, 41, 43, 47 = ৩ টি।

১২. দুই থেকে ৪০ পর্যন্ত সংখ্যা হতে বেকোন একটি পূর্ণসংখ্যা দৈবচয়ন করলে সংখ্যাটি মৌলিক হওয়ার সন্ধাননা কত? [14-15]
 A. $\frac{11}{39}$ B. $\frac{4}{13}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{11}{38}$

Ans: C Solve ২-৪০ পর্যন্ত সংখ্যা = ৩৯টি
 মৌলিক সংখ্যা = 4 + 4 + 3 + 2 = 13
 ∴ নির্ণয় সন্ধাননা = $\frac{13}{39} = \frac{1}{3}$

Note: মৌলিকসংখ্যা

1-10	11-20	21-30	31-40	41-50	51-60	61-70	71-80	81-90	91-100
4	4	2	2	3	2	2	3	2	2

9. তিনটি ছাড়া একই সময়ে নিক্ষেপ করলে গ্রাউ ভিন্দুর যোগফল 17 হওয়ার সম্ভাবনা হবে। [BUET 13-14]

A. $\frac{1}{72}$
C. $\frac{1}{216}$

B. $\frac{1}{144}$
D. $\frac{1}{108}$

Ans A Solve $P(A) = \left(\frac{3}{6^3}\right) = \left(\frac{1}{72}\right)$

$6 + 6 + 5 = 17$
 $6 + 5 + 6 = 17$
 $5 + 6 + 6 = 17$

10. একজন বিক্রয় প্রত্যেক ঋষিকারের নিকট শতকরা 70 ভাগ সুযোগে দ্রব্য বিক্রি করে। পর্যায়ক্রমিক ঋষিকারদের আচরণ পারস্পরিক গ্রন্থাবলুজ। যদি A এবং B দুইজন ঋষিকার দোকানে গ্রন্থেশ করে, তাহলে A অথবা B এর নিকট বিক্রয় দ্রব্য বিক্রয়ের সম্ভাবনা কত? [BUET 12-13]

A. 0.50
C. 0.91

B. 0.72
D. 0.93

Ans C Solve $P(A) = 0.7$ এবং $P(B) = 0.7$

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
 $= P(A) + P(B) - P(A)P(B)$
 $= 0.7 + 0.7 - 0.7 \times 0.7 = 0.91$

11. একটি মুদ্রা পুনর তিনবার টস করা হলে পর্যায়ক্রমে মুদ্রাটির হেড এবং টেইল পাবার সম্ভাব্যতা হবে। [BUET 11-12]

A. $\frac{1}{4}$

B. $\frac{1}{2}$

C. $\frac{1}{8}$

D. None

Ans A Solve মোট নমুনাক্রম = $2^3 = 8$

হেড এবং টেইল পাওয়া সম্ভাব্যতা = $\frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{1}{4}$

12. A ও B মেশিন দুটি বোল্ড প্রস্তুত করে, কিন্তু একটি নির্দিষ্ট সময়ে A মেশিনটি, B মেশিন-এর বিল্ড বোল্ড তৈরী করে। জানা আছে যে, A ও B মেশিন দুটি যথাক্রমে 2% ও 1% ত্রুটিপূর্ণ বোল্ড তৈরী করে। একটি বোল্ড পরীক্ষা করে দেখা গেল যে, বোল্ডটি ত্রুটিপূর্ণ। বোল্ডটি A মেশিনে প্রস্তুত হবার সম্ভাব্যতা কত? [BUET 11-12]

Solve $P(A) = \frac{2}{3}$, $P(B) = \frac{1}{3}$

$P(D/A) = \frac{2}{100} = \frac{1}{50}$, $P(D/B) = \frac{1}{100}$

$P(A/D) = \frac{P(D/A)P(A)}{P(D/A)P(A) + P(D/B)P(B)}$

$= \frac{\frac{1}{50} \cdot \frac{2}{3}}{\frac{1}{50} \cdot \frac{2}{3} + \frac{1}{100} \cdot \frac{1}{3}} = \frac{4}{5}$

13. একটি ব্যাগে বিভিন্ন আকারের 6টি সাদা বল, 7টি লাল বল এবং 8টি কাল বল আছে। দৈবভাবে একটি বল তুলে নেয়া হল। বলটি লাল বা সাদা হবার সম্ভাব্যতা হল- [CUET 10-11]

A. 7/21
C. 6/21

B. 13/21
D. None of these

Ans B Solve $P(\text{লাল অথবা সাদা}) = P(\text{লাল}) + P(\text{সাদা})$

$= \frac{7}{21} + \frac{6}{21} = \frac{13}{21}$

12. একই রকম 3টি বসে যথাক্রমে 2টি লাল ও 5টি কালো, 3টি লাল ও 5টি সাদা এবং 7টি কালো বল আছে। দৈবচয়নের মাধ্যমে একটি বস হইতে একটি বল নেওয়া হইলে সেটি কালো হবার সম্ভাবনা কত? [KUET 10-11]

A. $\frac{4}{9}$
D. $\frac{5}{9}$

B. $\frac{3}{4}$
E. $\frac{4}{7}$

C. $\frac{1}{4}$

Ans E Solve সম্ভাব্যতা = $\frac{1}{3} \times \frac{5}{7} + \frac{1}{3} \times \frac{0}{8} + \frac{1}{3} \times \frac{7}{7} = \frac{1}{3} \left(\frac{5}{7} + 1 \right) = \frac{4}{7}$

13. একজন চাকুরী প্রার্থী তিনটি ভিন্ন ভিন্ন প্রতিষ্ঠানে চাকুরীর জন্য আবেদন করেন। জানুয়ারী মাসের তিনটি ভিন্ন ভিন্ন দিনে তার নির্বাচন পরীক্ষা হবে এমন সম্ভাবনা নির্ণয় কর। [BUET 09-10]

A. 1.0

B. 0.992

C. 0.905

D. None

Ans C Solve সম্ভাব্যতা = $\frac{31}{31} \times \frac{30}{31} \times \frac{29}{31} = 0.905$

14. 100 থেকে শুরু করে 999 পর্যন্ত সংখ্যাগুলোর মধ্য দিয়ে একটি পূর্ণ সংখ্যা নেয়া হল। পূর্ণ সংখ্যাটির সবগুলো অঙ্ক বিজোড় হওয়ার সম্ভাবনা কত? [BUET 07-08]

A. $\frac{25}{102}$

B. $\frac{5}{36}$

C. $\frac{25}{36}$

D. $\frac{5}{102}$

Ans B Solve 100 থেকে 999 পর্যন্ত তিন অঙ্ক বিশিষ্ট মোট 900টি সংখ্যা আছে। 1 থেকে 9-এর মধ্যে বিজোড় অঙ্ক 5টি। তিন অঙ্কবিশিষ্ট সংখ্যার প্রতিটি অঙ্ক বিজোড় হবে এমন সংখ্যার মোট পরিমাণ = $5^3 = 125$

সুতরাং নির্ণেয় সম্ভাবনা = $\frac{125}{900} = \frac{5}{36}$

15. A ও B স্বাধীন ঘটনা এবং $P(A) = \frac{1}{3}$, $P(B) = \frac{3}{4}$ হলে $P(A \cup B)$ এর মান হবে- [BUET 06-07]

A. $\frac{7}{12}$

B. $\frac{5}{12}$

C. $\frac{1}{6}$

D. $\frac{5}{6}$

Ans D Solve $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$= P(A) + P(B) - P(A)P(B) = \frac{1}{3} + \frac{3}{4} - \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{4} = \frac{5}{6}$

16. একই পোটে দুটি শূন্য পদে একজন পুরুষ ও একজন মহিলা চাকুরী প্রার্থী। পুরুষ ও মহিলার চাকুরী পাওয়ার সম্ভাবনা যথাক্রমে 1/7 এবং 1/5. উভয়ের চাকুরী না পাওয়ার সম্ভাবনা কত? [BUET 05-06]

A. $\frac{1}{35}$

B. $\frac{24}{35}$

C. $\frac{34}{35}$

D. $\frac{28}{35}$

Ans B Solve পুরুষের না পাবার সম্ভাবনা = $1 - \frac{1}{7} = \frac{6}{7}$

মহিলার না পাবার সম্ভাবনা = $1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$

উভয়ের না পাবার সম্ভাবনা = $\frac{6}{7} \cdot \frac{4}{5} = \frac{24}{35}$

17. কোন শিক্ষা প্রতিষ্ঠানের 410 জন ছাত্রের মধ্যে 240 জন স্প্যানিশ এবং 180 জন ফ্রেঞ্চ ভাষা শিখছে। যদি 25 জন ছাত্র কোন ভাষা না শিখে, তবে কতজন উভয় ভাষা শিখছে? [BUET 05-06]

A. 205

B. 265

C. 35

D. 385

Ans C Solve $410 - 25 = n(S) + n(F) - n(S \cap F)$ বা, $n(S \cap F) = 35$

