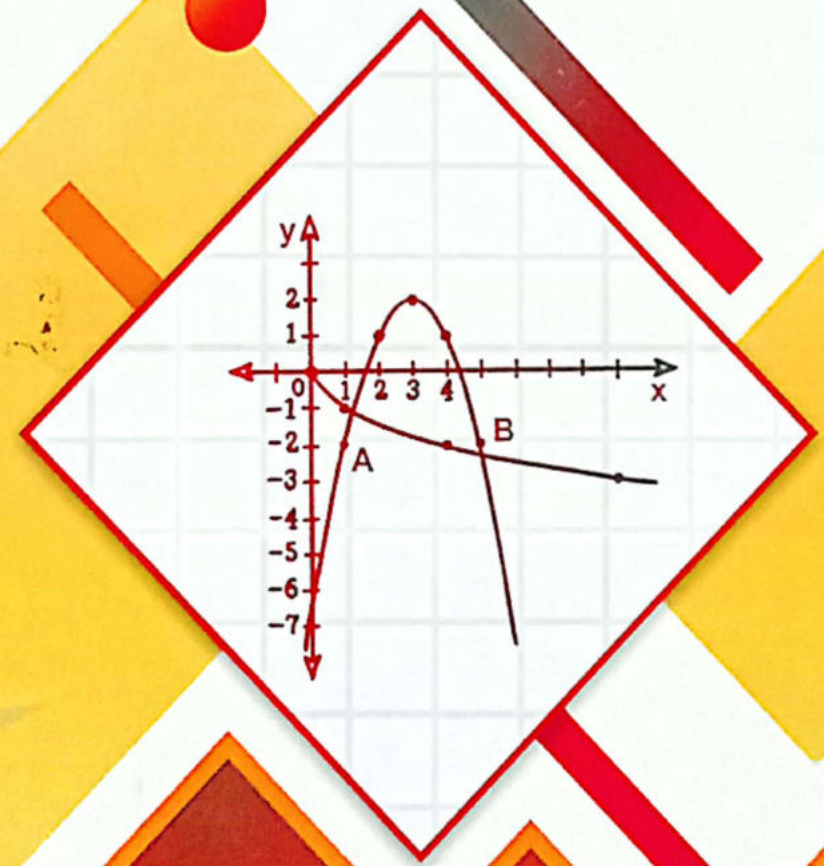
Educationblog24.com

HSC 2025

উচ্চতর গণিত ২য় পত্র
প্রশ্নব্যাংক

শর্ট সিলেবাস



উদ্ভাস
একাডেমিক এন্ড এডমিশন কেয়ার

Educationblog24.com

HSC 2025

উচ্চতর গণিত ২য় পত্র

প্রশ্নব্যাংক

সার্বিক ব্যবস্থাপনায়
ভূদ্বাস ম্যাথ টিম

অনুপ্রেরণা ও সহযোগিতায়
মাহমুদুল হাসান সোহাগ
মুহাম্মদ আবুল হাসান লিটন

কৃতজ্ঞতা
ভূদ্বাস-উন্মেষ-উত্তরণ
শিক্ষা পরিবারের সকল সদস্য

প্রকাশনায়
ভূদ্বাস একাডেমিক এন্ড এডমিশন কেয়ার

প্রকাশকাল
সর্বশেষ সংস্করণ: নভেম্বর, ২০২৪ ইং

কপিরাইট © ভূদ্বাস

সমস্ত অধিকার সংরক্ষিত। এই বইয়ের কোনো অংশই প্রতিষ্ঠানের লিখিত অনুমতি ব্যতীত ফটোকপি, রেকর্ডিং, বৈদ্যুতিক বা যান্ত্রিক পদ্ধতিসহ কোনো উপায়ে পুনরুৎপাদন বা প্রতিলিপি, বিতরণ বা প্রেরণ করা যাবে না। এই শর্ত লঙ্ঘিত হলে উপযুক্ত আইনি ব্যবস্থা গ্রহণ করা হবে।

Educationblog24.com

সূচিপত্র

শর্ট সিলেবাস ২০২৫

ক্র.নং	বিষয়বস্তু	পৃষ্ঠা
০১	অধ্যায়-০৩ : জটিল সংখ্যা	০৩-২৭
০২	অধ্যায়-০৪ : বহুপদী ও বহুপদী সমীকরণ	২৮-৬৯
০৩	অধ্যায়-০৬ : কনিক	৭০-১১৫
০৪	অধ্যায়-০৭ : বিপরীত ত্রিকোণমিতিক ফাংশন ও ত্রিকোণমিতিক সমীকরণ	১১৬-১৫৭
০৫	অধ্যায়-০৮ : স্থিতিবিদ্যা	১৫৮-২০৩
০৬	অধ্যায়-০৯ : সমতলে বস্তুকণার গতি	২০৪-২৪৪
০৭	মডেল টেস্ট	২৪৫-২৪৮

Educationblog24.com

উচ্চতর গণিত ২য় পত্র

◆ বিগত বিভিন্ন বোর্ড পরীক্ষায় আগত প্রশ্নের পরিসংখ্যান:

বোর্ড	অধ্যায়	২০২৩				২০২২				২০২১				২০১৯				২০১৮				২০১৭			
		CQ			MCQ	CQ			MCQ	CQ			MCQ	CQ			MCQ	CQ			MCQ	CQ			MCQ
		a	b	c		a	b	c		a	b	c		a	b	c		a	b	c		a	b	c	
ঢাকা	০১					1	1	1						1	1		2		1		3	1	1	1	1
	০২															1	1	1	1	1	1				2
	০৩	1	1	1	4	1	1	1	4					1			3	1		1	3				3
	০৪	2	2	2	4	1	1	1	5	2	2	2	6		1	1	5	1	1		3	1	1	1	3
	০৫													1	1	1	2			1	1	1	1	1	4
	০৬	2	2	2	5	2	2	2	5	2	2	2	6	1	1	1	3	1	1	1	4	1	1	1	3
	০৭	1	1	1	3	1	1	1	5	2	2	2	6	1	1	1	3	1	1	1	3	1	1	1	3
	০৮	1	1	1	4	1	1	1	2	2	2	2	6	1	1	1	2	1	1	1	2	1	1	1	1
	০৯	1	1	1	5	1	1	1	4				1	1	1	1	2	1	1	1	2	1	1	1	2
	১০													1	1	1	2	1	1	1	3	1	1	1	3
রাজশাহী	০১														1		3	1	1		3	1	1		1
	০২															1	2			1	1			1	2
	০৩	1	2	1	4	2	1	1	5					1		1		1	1	1	3	1	1		3
	০৪	2	1	2	6	1	2	2	3	2	2	2	6	1	1	1	1			1	3	1		1	3
	০৫													1	1		2	1	1		1		1	1	2
	০৬	2	2	2	6	2	2	2	5	2	2	2	8	1	1	1	7	1	1	1	4	1	1	1	3
	০৭	1	1	1	4	1	1	1	5	2	2	2	6	1	1	1	2	1	1	1	3	1	1	1	3
	০৮	1	1	1	3	1	1	1	2	2	2	2	5	1	1	1	3	1	1	1	2	1	1	1	4
	০৯	1	1	1	3	1	1	1	5					1	1	1	2	1	1	1	2	1	1	1	1
	১০													1	1	1	3	1	1	1	3	1	1	1	3
চট্টগ্রাম	০১													1	1		2	1	1		3			1	3
	০২															1	1			1	1				2
	০৩	1	1	1	4	2	2	2	4					2			3	1	1	1	3	1	1		4
	০৪	2	2	2	4	1	1	1	5	2	2	2	7		1	1	3			1	3	1	1	1	2
	০৫														1	1	3	1	1		1	1	1	1	3
	০৬	2	2	2	4	2	2	2	5	2	2	2	6	1	1	1	3	1	1	1	4	1	1	1	3
	০৭	1	1	1	4	1	1	1	5	2	2	2	5	1	1	1	2	1	1	1	3	1	1	1	2
	০৮	1	1	1	5	1	1	1	2	2	2	2	7	1	1	1	4	1	1	1	2	1	1	1	2
	০৯	1	1	1	4	1	1	1	4					1	1	1	2	1	1	1	2	1	1	1	2
	১০													1	1	1	2	1	1	1	3	1	1	1	2
সিলেট	০১													1	1		2		1		3	1	1		4
	০২														1			1	1	1	1			1	1
	০৩	1	1	2	4	1	2	1	4					1		2	2	1		1	3	1	1		1
	০৪	1	2	1	5	2	1	2	4	2	2	2	7	1	1		3	1	1		3			1	2
	০৫															1	3			1	1	1	1	1	1
	০৬	2	2	2	5	2	2	2	6	2	2	2	6	1	1	1	3	1	1	1	4	1	1	1	4
	০৭	2	1	1	4	1	1	1	5	2	2	2	7	1	1	1	3	1	1	1	3	1	1	1	3
	০৮	1	1	1	3	1	1	1	3	2	2	2	5	2	1	1	3	1	1	1	2	1	1	1	4
	০৯	1	1	1	4	1	1	1	3						1	1	3	1	1	1	2	1	1	1	1
	১০													1	1	1	3	1	1	1	3	1	1	1	4
বরিশাল	০১													1	1		3	1	1		3		1		2
	০২															1	2			1	1		1	1	1
	০৩	1	1	1	4	1	1	2	3					1	1	1	2	1	1	1	3	2		1	3
	০৪	2	2	2	5	2	2	1	4	2	2	2	6	1	1		4			1	3	1	1		3
	০৫															1	2	1	1		1			1	2
	০৬	2	2	2	5	2	2	2	5	2	2	2	7	1	1	1	2	1	1	1	4	1	1	1	4
	০৭	1	1	1	5	1	1	1	7	2	2	2	6	1	1	1	2	1	1	1	3	1	1	1	3
	০৮	1	1	1	3	1	1	1	3	2	2	2	6	1	1	1	2	1	1	1	2	1	1	1	2
	০৯	1	1	1	3	1	1	1	3					1	1	1	3	1	1	1	2	1	1	1	2
	১০													1	1	1	3	1	1	1	3	1	1	1	3

Educationblog24.com

বোর্ড	ক্রমিক	২০২৩				২০২২				২০২১				২০১৯				২০১৮				২০১৭			
		CQ			MCQ	CQ			MCQ	CQ			MCQ	CQ			MCQ	CQ			MCQ	CQ			MCQ
		a	b	c		a	b	c		a	b	c		a	b	c		a	b	c		a	b	c	
যশোর	০১													১	১		২		১		৩	১	১	১	২
	০২																	১	১	১	১			১	২
	০৩	১	১	১	৫	১	১	১	৪							১	৪	১		১	৩	১	১		২
	০৪	১	১	১	৪	২	২	২	৪	২	২	২	৭	১	১	১	৩	১	১		৩		১		২
	০৫													১	১	১	২			১	১	১		১	২
	০৬	২	২	২	৪	১	১	১	৫	২	২	২	৭	১	১	১	৩	১	১	১	৪	১	১	১	৩
	০৭	২	২	২	৪	১	১	১	৪	২	২	২	৬	১	১	১	২	১	১	১	৩	১	১	১	৩
	০৮	১	১	১	৪	২	২	২	৪	২	২	২	৫	১	১	১	৩	১	১	১	২	১	১	১	৩
	০৯	১	১	১	৪	১	১	১	৪					১	১	১	৩	১	১	১	২	১	১	১	৩
	১০													১	১	১	৩	১	১	১	৩	১	১	১	৩
কুমিল্লা	০১													১		১	২	১	১		৩	১	১		৩
	০২																২			১	১			১	২
	০৩	২	১	২	৪	১	১	১	৫					২	১	১	৩	১	১	১	৩	১	১	১	৩
	০৪	১	২	১	৪	২	২	২	৩	২	২	২	৭		১		৩			১	৩	১	১		৩
	০৫													১	১	২	৩	১	১		১			১	৩
	০৬	২	২	২	৫	২	২	২	৪	২	২	২	৬	১	১	১	৩	১	১	১	৪	১	১	১	৩
	০৭	১	১	১	৪	১	১	১	৪	২	২	২	৬		১		২	১	১	১	৩	১	১	১	৩
	০৮	১	১	১	৪	১	১	১	৪	২	২	২	৬	১	১	১	২	১	১	১	২	১	১	১	১
	০৯	১	১	১	৪	১	১	১	৫					১	১	১	২	১	১	১	২	১	১	১	১
	১০													১	১	১	৩	১	১	১	৩	১	১	১	৩
দিনাজপুর	০১													১	১		২		১		৩				২
	০২															১	১	১	১	১	১	১	১	১	২
	০৩	২	১	১	৪	১	১	১	৪					১		১	৩	১		১	৩				২
	০৪	১	২	২	৪	২	২	২	৪	২	২	২	৬	১	১	১	৩	১	১		৩	১	১	১	২
	০৫														১		২			১	১	১	১	১	২
	০৬	১	১	১	৫	২	২	২	৫	২	২	২	৭	১	১	১	৪	১	১	১	৪	১	১	১	৩
	০৭	১	১	১	৫	১	১	১	৪	২	২	২	৬	১	১	১	৩	১	১	১	৩	১	১	১	৩
	০৮	১	২	১	২	১	১	১	৪	২	২	২	৬	১	১	১	২	১	১	১	২	১	১	১	৩
	০৯	২	১	২	৫	১	১	১	৪					১	১	১	২	১	১	১	২	১	১	১	৩
	১০													১	১	১	৩	১	১	১	৩	১	১	১	৩
ময়মনসিংহ	০১																								
	০২																								
	০৩	২	১	১	৫	২	১	১	৪																
	০৪	১	২	২	৫	১	২	২	৪	২	২	২	৬												
	০৫																								
	০৬	১	১	১	৫	২	২	২	৫	২	২	২	৯												
	০৭	১	১	১	৪	১	১	১	৪	২	২	২	৫												
	০৮	১	১	১	৩	১	১	১	৪	২	২	২	৫												
	০৯	২	২	২	৩	১	১	১	৪																
	১০																								
মাদ্রাসা	০১																								
	০২																								
	০৩				৫																				
	০৪				৫																				
	০৫																								
	০৬				৫																				
	০৭				৪																				
	০৮				৩																				
	০৯				৩																				
	১০																								

[বি.দ্র.- ২০২৪ ও ২০২০ সালে বোর্ড পরীক্ষা অনুষ্ঠিত হয় নাই।]

Educationblog24.com

অধ্যায় ০৩

জটিল সংখ্যা

- সৃজনশীল (ক), (খ) ও (গ) নং প্রশ্নের জন্য এ অধ্যায়ের গুরুত্বপূর্ণ টাইপসমূহ:

গুরুত্ব	টাইপ	টাইপের নাম	যতবার প্রশ্ন এসেছে			যে বোর্ডে যে বছর এসেছে
			ক	খ	গ	CQ
০০	T-01	A+iB ও পোলার আকারে প্রকাশ	04	-	-	Ctg.B'23; CB'23; RB'22; Din.B'22
০০০	T-02	জটিল সংখ্যার মডুলাস ও আর্গুমেন্ট সংক্রান্ত সমস্যা	09	06	02	RB'23, 22; BB'23, 22; JB'23; CB'23; Din.B'23, 19; DB'22; Ctg.B'22, 19; SB'22, 17; CB'22, 17; MB'22
০	T-03	অনুবন্ধী জটিল সংখ্যা সংক্রান্ত	01	-	01	MB'23; CB'19
০০০	T-04	মূল নির্ণয় সংক্রান্ত	13	09	02	RB'23, 22, 19, 17; SB'23, 19, 22; BB'23, 22, 17; CB'23, 22, 17; Din.B'23, 19, 22; MB'23, 22; Ctg.B'22, 19; JB'22;
০	T-05	i এর ঘাত এবং ধারা সংক্রান্ত	01	01	-	CB'23
০০	T-06	ω এর ঘাত এবং ধারা সংক্রান্ত	02	-	07	DB'23; SB'23; BB'23, 19; Din.B'23; MB'23; RB'19, 17
০০০	T-07	মান নির্ণয় ও প্রমাণ সংক্রান্ত	02	07	09	DB'23, 22; RB'23; Ctg.B'23, 22; SB'22, 17; BB'22, 17, 19; JB'22, 17; MB'22
০০০	T-08	জটিল সংখ্যার লেখচিত্র ও জ্যামিতিক প্রয়োগ সংক্রান্ত	03	05	11	RB'23; SB'23, 17, 19, 22' JB'23, 19, 17; Din.B'23, 22, 18; MB'23; DB'22; Ctg.B'22; BB'22; CB'22; DB'17

CQ প্রশ্ন ও সমাধান (ক, খ ও গ)

Type-01: A+iB ও পোলার আকারে প্রকাশ

Concept

বাস্তব অংশগুলোকে A ও কাল্পনিক অংশগুলোকে B আকারে প্রকাশ করতে হবে।

- যদি দুইটি জটিল সংখ্যা গুণ আকারে থাকে তবে সাধারণ নিয়মে গুণ করে A + iB আকারে প্রকাশ করতে হবে।
- যদি দুইটি জটিল সংখ্যা ভাগ আকারে থাকে তবে হরের জটিল সংখ্যার অনুবন্ধী জটিল সংখ্যা দ্বারা লব ও হরকে গুণ করে A + iB আকারে প্রকাশ করতে হবে।

Shortcut for MCQ: $\frac{a+ib}{c+id} = \frac{ac+bd}{c^2+d^2} + i\frac{bc-ad}{c^2+d^2}$

অর্থাৎ, $\frac{a+ib}{c+id} = \frac{ac}{c^2+d^2} + i\frac{ab-ab}{c^2+d^2}$

- $A \pm iB$ আকারে প্রকাশিত জটিল সংখ্যার পোলার আকার হবে: $r(\cos\theta \pm i\sin\theta)$; যেখানে, $r = \sqrt{A^2+B^2}$; [θ এর মান সংক্রান্ত বিস্তারিত তথ্য Type-02 তে আছে]

Educationblog24.com

সৃজনশীল প্রশ্ন (ক, খ ও গ)

01. $Z_1 = 1 - ix$ [Ctg.B'23]

(ক) $x = \sqrt{3}$ হলে Z_1 কে পোলার আকারে প্রকাশ কর।

(ক) **Sol^n:** $x = \sqrt{3}$ হলে, $Z_1 = 1 - ix = 1 - \sqrt{3}i$

$\therefore r = \sqrt{(1)^2 + (-\sqrt{3})^2} = \sqrt{1+3} = 2$

এবং $\theta = -\tan^{-1}\left|\frac{-\sqrt{3}}{1}\right| = -\frac{\pi}{3}$

$\therefore Z_1 = 2\left\{\cos\left(\frac{-\pi}{3}\right) + i \cdot \sin\left(\frac{-\pi}{3}\right)\right\}$ **(Ans.)**

02. (ক) $3 + 4i$ কে পোলার আকারে প্রকাশ করো। [CB'23]

(ক) **Sol^n:** ধরি, $Z_1 = 3 + 4i$ যেখানে $x = 3, y = 4$

$\therefore r = \sqrt{(3)^2 + (4)^2} = \sqrt{9+16} = 5$

এবং $\theta = \tan^{-1}\left|\frac{4}{3}\right| = \tan^{-1}\frac{4}{3}$

$\therefore Z_1 = re^{i\theta} = 5(\cos\theta + i\sin\theta)$

03. (ক) $\frac{2-3i}{4-4i}$ কে $A + iB$ আকারে প্রকাশ কর। [RB'2

(ক) **Sol^n:** $\frac{2-3i}{4-4i} = \frac{(2-3i)(4+4i)}{(4-4i)(4+4i)} = \frac{8-12i+8i-12i^2}{4^2+4^2}$

$= \frac{20-4i}{32} = \frac{5-i}{8} = \frac{5}{8} - \frac{1}{8}i$ **(Ans.)**

04. (ক) $(2 + i)(x + iy) = 1 + 3i$ হলে x, y নির্ণয় কর।

[Din.B'2

(ক) **Sol^n:** $(2 + i)(x + iy) = (1 + 3i)$

$\Rightarrow x + iy = \frac{1+3i}{2+i} = \frac{(1+3i)(2-i)}{(2+i)(2-i)} = \frac{2+6i-i-3i^2}{4+1}$

$= \frac{5+5i}{5} = 1 + i \therefore x = 1; y = 1$ **(Ans.)**

Type-02: জটিল সংখ্যার মডুলাস ও আর্গুমেন্ট সংক্রান্ত সমস্যা

Concept

➤ **মডুলাস:** মডুলাস হলো মূলবিন্দু থেকে কোনো জটিল সংখ্যার প্রতিরূপী বিন্দুর দূরত্ব। প্রকাশ: mod(z), |z|, r ।

➤ **আর্গুমেন্ট:** কোনো জটিল সংখ্যা x-অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে যে কোণ উৎপন্ন করে, তাকে ঐ জটিল সংখ্যার আর্গুমেন্ট বলে।

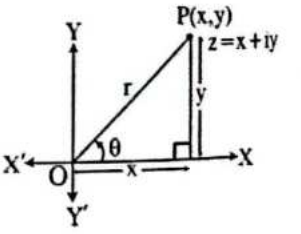
প্রকাশ: θ , arg(z)

চিত্র হতে, মডুলাস, $r = \sqrt{x^2 + y^2}$

অর্থাৎ, $z = x + iy$ একটি জটিল সংখ্যা হলে, এর মডুলাস, $|z| = \sqrt{x^2 + y^2} = r$

আর্গুমেন্ট ২ প্রকার: (i) মুখ্য আর্গুমেন্ট (Principal argument)

(ii) সাধারণ আর্গুমেন্ট (General argument)

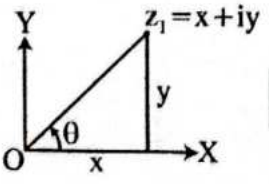


(i) মুখ্য আর্গুমেন্ট (Principal argument): x-অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে কোনো জটিল সংখ্যা যে ক্ষুদ্রতম কোণ উৎপন্ন করে তাকে মুখ্য আর্গুমেন্ট বলে। সীমা: $-\pi < x \leq \pi$ (আমরা আর্গুমেন্ট নির্ণয় করতে বললে মুখ্য আর্গুমেন্টই নির্ণয় করবো)

(ii) সাধারণ আর্গুমেন্ট (General argument): মুখ্য আর্গুমেন্টসহ বাকি সব আর্গুমেন্টই সাধারণ আর্গুমেন্ট। মুখ্য আর্গুমেন্ট θ_p এবং সাধারণ আর্গুমেন্ট θ_g হলে, $\theta_g = 2n\pi + \theta_p [n \in \mathbb{Z}]$

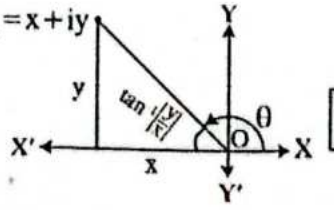
◆ **মুখ্য আর্গুমেন্ট নির্ণয়:**

(i) প্রথম চতুর্ভাগে (1st Quadrant):



$\arg(z) = \tan^{-1}\left|\frac{y}{x}\right|$

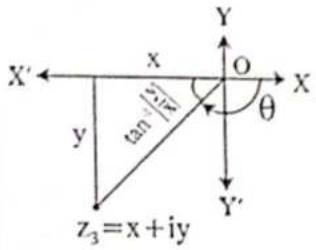
(ii) দ্বিতীয় চতুর্ভাগে (2nd Quadrant):



$\arg(z) = \pi - \tan^{-1}\left|\frac{y}{x}\right|$

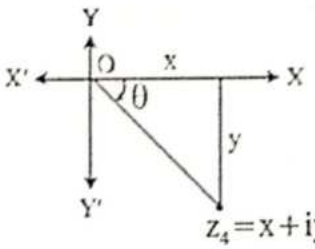
Educationblog24.com

(iii) তৃতীয় চতুর্ভাগে (3rd Quadrant):



$\arg(z) = -\pi + \tan^{-1}\left|\frac{y}{x}\right|$

(iv) চতুর্থ চতুর্ভাগে (4th Quadrant):



$\arg(z) = -\tan^{-1}\left|\frac{y}{x}\right|$

(v) অক্ষদ্বয়ের উপরে থাকলে:

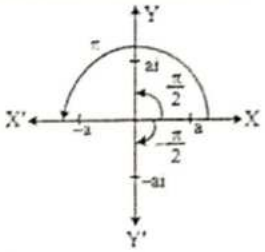
$a > 0$ হলে,

a এর মুখ্য আর্গুমেন্ট $= 0$

ai এর মুখ্য আর্গুমেন্ট $= \frac{\pi}{2}$

$-a$ এর মুখ্য আর্গুমেন্ট $= \pi$

$-ai$ এর মুখ্য আর্গুমেন্ট $= -\frac{\pi}{2}$



Note: (i) $|z_1 \cdot z_2| = |z_1| \cdot |z_2|$; $\arg(z_1 \cdot z_2) = \arg(z_1) + \arg(z_2)$

(ii) $\left|\frac{z_1}{z_2}\right| = \frac{|z_1|}{|z_2|}$; $\arg\left(\frac{z_1}{z_2}\right) = \arg(z_1) - \arg(z_2)$

(iii) $|z^n| = |z|^n$; $\arg(z^n) = n\arg(z)$

[আর্গুমেন্ট লগের মতো কাজ করে]

সৃজনশীল প্রশ্ন (ক, খ ও গ)

01 দৃশ্যকল্প-১: $z_1 = -1 + \sqrt{3}i$ এবং $z_2 = 1 - \sqrt{3}i$ [RB'23]

(খ) প্রমাণ কর যে, $\arg(z_1 z_2) = \arg(z_1) + \arg(z_2)$

(খ) Sol^n: দেওয়া আছে, $z_1 = -1 + \sqrt{3}i$; $z_2 = 1 - \sqrt{3}i$

এখন, $z_1 z_2 = (-1 + \sqrt{3}i)(1 - \sqrt{3}i)$

$= -1 + \sqrt{3}i + \sqrt{3}i - 3i^2 = 2 + 2\sqrt{3}i$

এখন, $\arg(z_1) = \pi - \tan^{-1}\left|\frac{\sqrt{3}}{1}\right| = \pi - \tan^{-1}(\sqrt{3})$

$= \pi - \frac{\pi}{3} = \frac{2\pi}{3}$ এবং $\arg(z_2) = -\tan\left|\frac{-\sqrt{3}}{1}\right| = -\frac{\pi}{3}$

L.H.S $= \arg(z_1 z_2) = \tan^{-1}\left|\frac{2\sqrt{3}}{2}\right| = \frac{\pi}{3}$

R.H.S $= \arg(z_1) + \arg(z_2) = \frac{2\pi}{3} - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{3}$

$\therefore$ L.H.S = R.H.S **(প্রমাণিত)**

02 $z_1 = -1 - \sqrt{3}i, z_2 = \sqrt{3} - i$ [BB'23]

(খ) দেখাও যে, $\arg\left(\frac{z_1}{z_2}\right) = \arg z_1 - \arg z_2$

(খ) Sol^n: $\frac{z_1}{z_2} = \frac{-1-\sqrt{3}i}{\sqrt{3}-i} = \frac{(-1-\sqrt{3}i)(\sqrt{3}+i)}{(\sqrt{3}+i)(\sqrt{3}-i)} = \frac{-\sqrt{3}-i-3i+\sqrt{3}}{(\sqrt{3})^2+(1)^2}$

$= \frac{-4i}{4} = -i$ $\therefore \arg\left(\frac{z_1}{z_2}\right) = -\tan^{-1}\left(\frac{1}{0}\right) = -\frac{\pi}{2}$ ..... (i)

আবার, $\arg(z_1) = -\pi + \tan^{-1}\left|\frac{-\sqrt{3}}{-1}\right| = -\pi + \frac{\pi}{3} = -\frac{2\pi}{3}$

$\arg(z_2) = -\tan^{-1}\left|-\frac{1}{\sqrt{3}}\right| = -\frac{\pi}{6}$

$\arg z_1 - \arg z_2 = -\frac{2\pi}{3} - \left(-\frac{\pi}{6}\right) = -\frac{\pi}{2}$ ..... (ii)

(i) ও (ii) থেকে বলা যায়, $\arg\left(\frac{z_1}{z_2}\right) = \arg z_1 - \arg z_2$

(দেখানো হলো)

03 **(ক) $(-1 - \sqrt{3}i)$ সংখ্যাটির আর্গুমেন্ট নির্ণয় কর।** [JB'23]

(ক) Sol^n: $\arg(-1 - \sqrt{3}i) = -\pi + \tan^{-1}\left|\frac{-\sqrt{3}}{-1}\right| = -\pi + \frac{\pi}{3}$

$= -\frac{2\pi}{3}$ **(Ans.)**

04 দৃশ্যকল্প: $z = r\cos\theta + ir\sin\theta$. [CB'23]

(গ) দৃশ্যকল্প হতে প্রমাণ কর যে, $\text{Arg}(z^2) = 2\text{Arg}(z)$.

(গ) Sol^n: দেওয়া আছে, $z = r\cos\theta + ir\sin\theta$

$z^2 = r^2\cos^2\theta + i^2 r^2 \sin^2\theta + 2i \cdot r^2 \sin\theta\cos\theta$

$= r^2(\cos^2\theta - \sin^2\theta) + ir^2(2\sin\theta\cos\theta)$

$= r^2\cos 2\theta + ir^2 \sin 2\theta$

এখন, L.H.S $= \text{Arg}(z^2) = \tan^{-1}\left(\frac{r^2\sin 2\theta}{r^2\cos 2\theta}\right)$

$= \tan^{-1}(\tan 2\theta) = 2\theta$

আবার, R.H.S $= 2\text{Arg}(z) = 2\tan^{-1}\left(\frac{r\sin\theta}{r\cos\theta}\right)$

$= 2\tan^{-1}(\tan\theta) = 2\theta$

$\therefore$ L.H.S = R.H.S $\Rightarrow \text{Arg}(z^2) = 2\text{Arg}(z)$ **(প্রমাণিত)**

05. $P = \frac{1+5i}{1+i}, Q = 3-2i$ [Din.B'23]

(খ) $\bar{Q} - 2P$ এর মডুলাস ও আর্গুমেন্ট নির্ণয় কর।

(খ) Sol^n: দেওয়া আছে, $Q = 3-2i; \bar{Q} = 3+2i$

এবং $P = \frac{1+5i}{1+i} = \frac{(1+5i)(1-i)}{1^2-i^2} = \frac{1-i+5i-5i^2}{2} = 3+2i = \bar{Q}$

$\therefore \bar{Q} - 2P = \bar{Q} - 2\bar{Q} = -\bar{Q} = -3-2i$

$\therefore \bar{Q} - 2P$ এর মডুলাস $= |\bar{Q} - 2P| = |-3-2i|$ (Ans.)

$= \sqrt{(-3)^2 + (-2)^2} = \sqrt{13}$

$\therefore (\bar{Q} - 2P)$ এর আর্গুমেন্ট $= \arg(\bar{Q} - 2P)$

$= -\pi + \tan^{-1}\left|\frac{-2}{-3}\right| = -\pi + \tan^{-1}\left(\frac{2}{3}\right)$ (Ans.)

06. **(ক) $z = \frac{1+2i}{1-3i}$ এর মডুলাস বের কর।** [SB'22]

(ক) Sol^n: $z = \frac{1+2i}{1-3i} = \frac{(1+2i)(1+3i)}{(1-3i)(1+3i)} = \frac{1+2i+3i+6i^2}{1^2+3^2}$

$= \frac{-5+5i}{10} = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i \therefore |z| = \sqrt{\left(-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

বিকল্প: $|z| = \left|\frac{1+2i}{1-3i}\right| = \frac{|1+2i|}{|1-3i|} = \frac{\sqrt{1^2+2^2}}{\sqrt{1^2+(-3)^2}} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{10}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

07. $a = x^3$, $b = 8$. [Din.B'19]

(গ) $a - b = 0$ সমীকরণের জটিল মূলদ্বয় z_1 ও z_2 হলে প্রমাণ কর যে, $\arg(z_1z_2) = \arg(z_1) + \arg(z_2)$।

(গ) Sol^n: $a - b = 0 \Rightarrow x^3 - 8 = 0 \Rightarrow x^3 = 2^3$

$\Rightarrow \left(\frac{x}{2}\right)^3 = 1 \Rightarrow \frac{x}{2} = 1, \omega, \omega^2$

$\therefore x = 2, 2\omega, 2\omega^2 = 2, -1+\sqrt{3}i, -1-\sqrt{3}i$

$\therefore z_1 = -1+\sqrt{3}i \; ; \; z_2 = -1-\sqrt{3}i$

$z_1z_2 = (-1+i\sqrt{3})(-1-i\sqrt{3})$

$= (1+i\sqrt{3})(1-i\sqrt{3}) = 1 - i^2 \cdot 3 = 4$

$\therefore \arg(z_1z_2) = 0$

আবার $\arg(z_1) = \tan^{-1}\frac{\sqrt{3}}{-1} = \pi - \frac{\pi}{3} = \frac{2\pi}{3}$

এবং $\arg(z_2) = \tan^{-1}\frac{-\sqrt{3}}{-1} = -\pi + \frac{\pi}{3} = -\frac{2\pi}{3}$

$\therefore \arg(z_1) + \arg(z_2) = \frac{2\pi}{3} - \frac{2\pi}{3} = 0$

$\therefore \arg(z_1z_2) = \arg(z_1) + \arg(z_2)$ (Proved)

08. **$z = -2 - 2\sqrt{3}i$ একটি জটিল রাশি।** [SB'17]

(খ) $\text{Arg}(\sqrt{z})$ নির্ণয় কর।

(খ) Sol^n: $\text{Arg}(z) = \text{Arg}(-2-2\sqrt{3}i)$

$= \tan^{-1}\left|\frac{-2\sqrt{3}}{-2}\right| - \pi = \frac{\pi}{3} - \pi = -\frac{2\pi}{3}$

$\therefore \text{Arg}(\sqrt{z}) = \text{Arg}\left(z^{\frac{1}{2}}\right) = \frac{1}{2}\text{Arg}(z) = \frac{1}{2} \times \left(\frac{-2\pi}{3}\right)$

$= \frac{-\pi}{3}$ (Ans.)

নিজে করো

09. উদ্দীপকে: $z = x + iy$ [DB'22]

(ক) $-1+\sqrt{3}i$ এর মডুলাস ও আর্গুমেন্ট নির্ণয় কর।

[Ans: $2, \frac{2\pi}{3}$]

10. (ক) $6 - 2\sqrt{3}i$ জটিল সংখ্যার মডুলাস ও আর্গুমেন্ট নির্ণয় কর।

[Ctg.B'22] [Ans: $4\sqrt{3}, -\frac{\pi}{6}$]

11. (ক) $z = -4 + 4i$ এর মডুলাস ও মুখ্য আর্গুমেন্ট নির্ণয় কর।

[RB'22] [Ans: $4\sqrt{2}, \frac{3\pi}{4}$]

12. $z_1 = 1 + ia, z_2 = a + i$; [BB'22]

(খ) $a = \sqrt{3}$ হলে দেখাও যে, $\arg\left(\frac{z_1}{z_2}\right) = \arg(z_1) - \arg(z_2)$.

13. উদ্দীপক-১: $z = -1 + i$ একটি জটিল সংখ্যা। [CB'22]

(খ) উদ্দীপক-১ এ উল্লিখিত জটিল সংখ্যার মডুলাস ও আর্গুমেন্ট আর্গন্ড চিত্রে দেখাও। [Ans: $\sqrt{2}, \frac{3\pi}{4}$]

14. (ক) $i - \sqrt{3}$ এর আর্গুমেন্ট নির্ণয় কর। [MB'22]

[Ans: $\frac{5\pi}{6}$]

15. (ক) $-4 - 4i$ জটিল সংখ্যার আর্গুমেন্ট নির্ণয় কর। [Ctg.B'19]

[Ans: $-\frac{3\pi}{4}$]

16. উদ্দীপক: $z = -2 + 2i$ একটি জটিল সংখ্যা [CB'19]

(ক) z এর মুখ্য আর্গুমেন্ট বের কর। [Ans: $\frac{3\pi}{4}$]

17. (ক) $\frac{1}{2-i}$ এর আর্গুমেন্ট নির্ণয় কর। [CB'17] [Ans: $\tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$]

Type-03: অনুবন্ধী জটিল সংখ্যা সংক্রান্ত

Concept

$z = x + iy$ জটিল সংখ্যার অনুবন্ধী, $\bar{z} = x - iy$

অনুবন্ধী জটিল সংখ্যার কিছু গুরুত্বপূর্ণ গাণিতিক ধর্ম:

(i) কোনো জটিল সংখ্যা z এবং এর অনুবন্ধী জটিল সংখ্যা $\bar{z}$ এর বাস্তব অংশদ্বয় পরস্পর সমান হবে এবং কাল্পনিক অংশদ্বয় পরস্পর একই মান কিন্তু বিপরীত চিহ্নবিশিষ্ট হবে। অর্থাৎ $\text{Re}(z) = \text{Re}(\bar{z})$ এবং $\text{Im}(z) = -\text{Im}(\bar{z})$

Educationblog24.com

(ii) কোনো জটিল সংখ্যা z এর অনুবন্ধী জটিল সংখ্যা $\bar{z}$ হলে, $\bar{z}$ এর অনুবন্ধী জটিল সংখ্যা হবে z। অর্থাৎ, $\overline{(\bar{z})} = z$

(iii) $z = \bar{z}$ হলে, $z \in \mathbb{R}$। অর্থাৎ, z কে অবশ্যই সম্পূর্ণ বাস্তব হতে হবে।

(iv) $z = -\bar{z}$ বা $z + \bar{z} = 0$ হলে, z হয় 0 হবে, নতুবা সম্পূর্ণ কাল্পনিক সংখ্যা হবে। $[z \in i\mathbb{R}]$

(v) $\overline{(z_1 + z_2)} = \bar{z_1} + \bar{z_2}$; যেখানে z_1 ও z_2 দুইটি জটিল সংখ্যা।

(vi) $z + \bar{z} = 2\text{Re}(z) = 2\text{Re}(\bar{z})$

(vii) $z - \bar{z} = 2\text{Im}(z) = -2\text{Im}(\bar{z})$

সৃজনশীল প্রশ্ন (ক, খ ও গ)

01. (ক) $z_1 = 3 + 3i, z_2 = 4 + 5i$ হলে দেখাও যে, $\overline{z_1 + z_2} = \overline{z_1} + \overline{z_2}$ [MB'23]

(ক) Sol^n: দেওয়া আছে, $z_1 = 3 + 3i$ এবং $z_2 = 4 + 5i$

$\therefore \bar{z}_1 = 3 - 3i$ ..... (i) এবং $\bar{z}_2 = 4 - 5i$ ..... (ii)

$\therefore$ L.H.S $= \overline{z_1 + z_2} = \overline{(3 + 4) + (3 + 5)i}$

$= \overline{7 + 8i} = 7 - 8i = (3 - 3i) + (4 - 5i)$

$= \bar{z}_1 + \bar{z}_2$ [(i) ও (ii) হতে] = R.H.S **[Showed]**

02. উদ্দীপক: $z = -2 + 2i$ একটি জটিল সংখ্যা [CB'19]

(গ) $\bar{z} = (a^2 + 2) + ib$ সমীকরণটির মূল a এবং b এর প্রকৃতি নিরূপণ কর।

(গ) Sol^n: $\bar{z} = (a^2 + 2) + ib \Rightarrow -2 - 2i = (a^2 + 2) + ib$

$\therefore a^2 + 2 = -2,\ b = -2;\ a^2 = -4 \therefore a = \pm 2i;$

কাজেই a জটিল মূল, b বাস্তব মূল। **(Ans.)**

Type-04: মূল নির্ণয় সংক্রান্ত

Concept

Case – (a): বর্গমূল নির্ণয় সংক্রান্ত সমস্যা

♦ **জটিল সংখ্যার বর্গমূল নির্ণয়ের পদ্ধতি:**

Step-01: যেখানে i থাকবে সেখানে 2 নিয়ে আসতে হবে।

Step-02: 2 এর সাথে যা থাকবে তাকে দুইটি উৎপাদকের গুণফল আকারে এমনভাবে প্রকাশ করতে হবে যেন তাদের বর্গের যোগফল বাস্তব হয়।

Step-03: প্রদত্ত জটিল সংখ্যার বাস্তব অংশ যদি ধনাত্মক [+ve] হয় তবে ছোট উৎপাদকের সাথে i আর যদি বাস্তব অংশ ঋণাত্মক [−ve] হয় তবে বড় উৎপাদকের সাথে i নিতে হবে। [বাস্তব অংশ শূন্য হলে সেক্ষেত্রে যেকোনোটির সাথে i নিলে হবে, কারণ উৎপাদকদ্বয় সমান হবে।]

Step-04: উৎপাদক দুটির মধ্যে যার সাথে i থাকবে না সেটাকে a এবং যার সাথে i থাকবে সেটাকে b বিবেচনা করে $(a + b)^2$ বা, $(a - b)^2$ এর সূত্র প্রয়োগ হবে।

Shortcut for MCQ: $b > 0$ হলে, $a + ib$ এর বর্গমূল $= \pm\frac{1}{\sqrt{2}}(\sqrt{r + a} + i\sqrt{r - a})$ [যেখানে, $r = \sqrt{a^2 + b^2}$]

$b > 0$ হলে, $a - ib$ এর বর্গমূল $= \pm\frac{1}{\sqrt{2}}(\sqrt{r + a} - i\sqrt{r - a})$ [যেখানে, $r = \sqrt{a^2 + b^2}$]

Case – (b): ঘনমূল সম্বলিত

$\sqrt[3]{\text{রাশি}} = x$ ধরে সমাধান করতে হবে।

Note: এককের 3 টি ঘনমূল $1, \omega, \omega^2$ [যেখানে, $\omega = \frac{-1+\sqrt{3}i}{2}, \omega^2 = \frac{-1-\sqrt{3}i}{2}$]

(i) $\omega^3 = 1$ (ii) $1 + \omega + \omega^2 = 0$

Shortcut for MCQ: $a > 0$ হলে,

(i) $\sqrt[3]{a^3} = a, a\omega, a\omega^2$ (ii) $\sqrt[3]{-a^3} = -a, -a\omega, -a\omega^2$

(iii) $\sqrt[3]{-a^3 i} = ai, ai\omega, ai\omega^2$ (iv) $\sqrt[3]{a^3 i} = -ai, -ai\omega, -ai\omega^2$

Educationblog24.com

Case – (c): চতুর্মূল সম্বলিত

$\sqrt[4]{\text{রাশি}} = x$ ধরে করতে হবে।

Shortcut for MCQ: $a > 0$ হলে, (i) $\sqrt[4]{-a^4} = \pm\frac{a}{\sqrt{2}}(1 \pm i)$ (ii) $\sqrt[4]{a^4} = \pm a, \pm ai$

Case – (d): ষষ্ঠমূল সম্বলিত

$\sqrt[6]{\text{রাশি}} = x$ ধরে করতে হবে।

Note: $\sqrt[6]{1} = \pm 1, \pm\omega, \pm\omega^2$;

Shortcut for MCQ: $a > 0$ হলে, (i) $\sqrt[6]{a^6} = \pm a, \pm a\omega, \pm a\omega^2$ (ii) $\sqrt[6]{-a^6} = \pm a, \pm ai\omega, \pm ai\omega^2$

সৃজনশীল প্রশ্ন (ক, খ ও গ)

01 (ক) i এর বর্গমূল নির্ণয় কর। [RB'23]

(ক) Sol^n: $\sqrt{i} = \sqrt{\frac{2i}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{1 + 2i - 1}$

$= \frac{1}{\sqrt{2}} \times \sqrt{1^2 + 2 \times 1 \times i + i^2}$

অথবা, $\frac{1}{\sqrt{2}} \times \sqrt{(-1)^2 + 2(-1)(-i) + (-i)^2}$

$= \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{\{\pm(1+i)\}^2} = \pm\frac{1}{\sqrt{2}}(1+i)$ (Ans.)

02 $z = x + iy$ জটিল সংখ্যাটির অনুবন্ধী জটিল সংখ্যা $\bar{z}$। [SB'23]

(ক) $\sqrt[4]{-49}$ এর মান নির্ণয় কর।

(খ) $x = 2$ এবং $y = 2$ হলে, z এর বর্গমূল নির্ণয় কর।

(ক) Sol^n: $\sqrt[4]{-49} = \sqrt[4]{(\pm 7i)^2} = (\pm 7i)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{7}{2}(\pm 2i)}$

$= \sqrt{\frac{7}{2}(1 \pm 2i + i^2)}$ [$\because i^2 = -1$]

$= \sqrt{\frac{7}{2}} \cdot \sqrt{\{\pm(1 \pm i)\}^2} = \pm\sqrt{\frac{7}{2}}(1 \pm i)$ (Ans.)

(খ) Sol^n: দেওয়া আছে, $z = x + iy$

$\Rightarrow z = 2 + 2i$ [$x = 2, y = 2$]

ধরি, $\sqrt{2 + 2i} = a + ib \Rightarrow 2 + 2i = a^2 + i \cdot 2ab + i^2b^2$

$\Rightarrow 2 + 2i = a^2 - b^2 + i \cdot 2ab$

বাস্তব ও কল্পনিক অংশ সমীকৃত করে পাই,

$a^2 - b^2 = 2 \ldots\ldots\ldots$ (i) ও $2ab = 2 \ldots\ldots\ldots$ (ii)

$\therefore (a^2 + b^2)^2 = (a^2 - b^2)^2 + 4a^2b^2 = 2^2 + 2^2 = 8$

$\therefore a^2 + b^2 = 2\sqrt{2} \ldots\ldots\ldots$ (iii)

[$\because a^2$ এবং b^2 এর প্রত্যেকটি ধনাত্মক]

(i) এবং (iii) যোগ করে আমরা পাই, $2a^2 = 2 + 2\sqrt{2}$

$\therefore a = \pm\sqrt{1 + \sqrt{2}}$ এবং $2b^2 = 2\sqrt{2} - 2$

$\therefore b = \pm\sqrt{\sqrt{2} - 1}$

$\because ab$ ধনাত্মক, সুতরাং a এবং b একই চিহ্নযুক্ত হবে।

$\therefore \sqrt{2 + 2i} = \pm\left(\sqrt{1 + \sqrt{2}} + \sqrt{\sqrt{2} - 1}i\right)$ (Ans.)

03 $z_1 = -1 - \sqrt{3}i$ [BB'23]

(ক) z_1 এর বর্গমূল নির্ণয় কর।

(ক) Sol^n: $z_1 = -1 - \sqrt{3}i = 2 \times \frac{-1-\sqrt{3}i}{2} = 2\omega^2$

$\therefore z_1$ এর বর্গমূল $= \pm\sqrt{2\omega^2} = \pm\sqrt{2}\omega$

$= \pm\sqrt{2} \times \frac{-1+\sqrt{3}i}{2} = \pm\left(\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)$ (Ans.)

04 দৃশ্যকল্প-১: $q = 729$ [CB'23]

(গ) $\sqrt[6]{-q}$ এর মান নির্ণয় কর।

(গ) Sol^n: দেওয়া আছে, $q = 729$

ধরি, $\sqrt[6]{-q} = x \Rightarrow -729 = x^6 \Rightarrow x^6 = 729i^2$

$\Rightarrow (x^3)^2 = (27i)^2 \Rightarrow x^3 = \pm 27i \Rightarrow \frac{x^3}{\pm 27i} = 1$

$\Rightarrow \left(\frac{x}{\pm 3i}\right)^3 = 1 \Rightarrow \frac{x}{\pm 3i} = \sqrt[3]{1}$

$\Rightarrow \frac{x}{\pm 3i} = 1, \omega, \omega^2 \left[\omega = \frac{-1+\sqrt{-3}}{2}; \omega^2 = \frac{-1-\sqrt{-3}}{2}\right]$

$\therefore x = \pm 3i, \pm 3\omega i, \pm 3\omega^2 i$ (Ans.)

05 দৃশ্যকল্প-১: $z = 32 + i$. [Ctg.B'22]

(খ) দৃশ্যকল্প-১ থেকে $z + \bar{z}$ এর ঘনমূল নির্ণয় কর।

(খ) Sol^n: $z + \bar{z} = 32 + i + 32 - i = 64$

ধরি, $z + \bar{z}$ এর ঘনমূল x

$\therefore \sqrt[3]{z + \bar{z}} = x \Rightarrow \sqrt[3]{64} = x \Rightarrow x^3 - 64 = 0$

$\Rightarrow \frac{x^3}{64} = 1 \Rightarrow \left(\frac{x}{4}\right)^3 = 1 \Rightarrow \frac{x}{4} = 1, \omega, \omega^2$

$\therefore x = 4, 4\omega, 4\omega^2$

$\therefore$ নির্ণেয় ঘনমূল: $4, 4\omega, 4\omega^2$ (Ans.)

06 $a = 4, b = \sqrt{-4}, z = \frac{1}{n}(l + im)$ একটি জটিল সংখ্যা।

(খ) $\sqrt{a + b}$ নির্ণয় কর। [RB'22]

(গ) $l = m = 3, n = \sqrt{18}$ হলে $|z|$ এর ঘনমূলগুলোর যোগফল নির্ণয় কর।

Educationblog24.com

(খ) Sol^n: ধরি, $\sqrt{a+b} = \sqrt{4+\sqrt{-4}} = \sqrt{4+2i} = x+iy$

$\therefore (x+iy)^2 = 4+2i \Rightarrow x^2-y^2+2xyi = 4+2i$

$\therefore x^2-y^2 = 4 \ldots\ldots\ldots$ (i) ; $2xy = 2 \ldots\ldots\ldots$ (ii)

$\therefore x^2+y^2 = \sqrt{(x^2-y^2)^2+4x^2y^2} = \sqrt{16+4}$

$= 2\sqrt{5} \ldots\ldots\ldots$ (iii)

(i) ও (iii) যোগ করে পাই, $2x^2 = 4+2\sqrt{5}$

$\Rightarrow x^2 = 2+\sqrt{5} \Rightarrow x = \pm\sqrt{2+\sqrt{5}}$

(iii) হতে (i) বিয়োগ করে পাই, $2y^2 = 2\sqrt{5}-4$

$\Rightarrow y^2 = \sqrt{5}-2 \Rightarrow y = \pm\sqrt{\sqrt{5}-2}$

$\therefore \sqrt{a+ib} = \pm\sqrt{\sqrt{5}+2} + \left(\pm\sqrt{\sqrt{5}-2}\right)i$

$= \pm\left(\sqrt{\sqrt{5}+2} + \sqrt{\sqrt{5}-2}i\right)$ (Ans.)

(গ) Sol^n: $z = \frac{1}{n}(l+im) = \frac{1}{\sqrt{18}}(3+3i) = \frac{1}{3\sqrt{2}}(3+3i)$

$= \frac{1}{\sqrt{2}}(1+i) \therefore |z| = \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{1^2+1^2} = 1$

ধরি, $\sqrt[3]{|z|} = x \Rightarrow x^3-|z| = 0 \Rightarrow x^3 = 1$

$\Rightarrow x = 1, \omega, \omega^2 \therefore 1+\omega+\omega^2 = 0$

$\therefore$ নির্ণেয় যোগফল 0 (Ans.)

07 $f(x) = \frac{2x}{1+x^2}$ [SB'22]

(খ) $f(1)$ এর ঘনমূল নির্ণয় কর।

(খ) Sol^n: $f(1) = \frac{2}{1+1} = \frac{2}{2} = 1$

এখন, ধরি, $\sqrt[3]{f(1)} = x \Rightarrow \sqrt[3]{1} = x$

$\Rightarrow 1 = x^3 \Rightarrow x^3-1 = 0 \Rightarrow (x-1)(x^2+x+1) = 0$

এখন, $x-1 = 0$ $\therefore x = 1$

বা, $x^2+x+1 = 0$ $\therefore x = \frac{-1\pm\sqrt{1-4}}{2} = \frac{-1\pm\sqrt{-3}}{2}$

$\therefore f(1)$ এর ঘনমূলসমূহ: $1, \frac{-1\pm\sqrt{3}i}{2}$ (Ans.)

08 দৃশ্যকল্প-১: $z_1 = 1-3i, z_2 = 1-i$ [Din.B'22]

(খ) দৃশ্যকল্প-১ হতে $\sqrt{z_1z_2}$ নির্ণয় কর।

(খ) Sol^n: $z_1z_2 = (1-3i)(1-i) = 1-3i-i+3i^2$

$= -2-4i$

ধরি, $\sqrt{z_1z_2} = x+iy$

$\Rightarrow z_1z_2 = (x+iy)^2 = x^2-y^2+2xyi$

$\Rightarrow -2-4i = x^2-y^2+2xyi$

$\therefore x^2-y^2 = -2 \ldots\ldots\ldots$ (i)

এবং $2xy = -4 \ldots\ldots\ldots$ (ii)

$\therefore x^2+y^2 = \sqrt{(x^2-y^2)^2+4x^2y^2}$

$= \sqrt{4+16} = \sqrt{20} \ldots\ldots\ldots$ (iii)

(iii) ও (i) যোগ করে পাই,

$2x^2 = -2+2\sqrt{5} \Rightarrow x = \pm\sqrt{-1+\sqrt{5}}$

(iii) হতে (i) বিয়োগ করে পাই, $2y^2 = 2+2\sqrt{5}$

$\Rightarrow y = \pm\sqrt{1+\sqrt{5}}$

$\therefore \sqrt{z_1z_2} = x+iy = \left(\pm\sqrt{-1+\sqrt{5}}\right) - \left(\pm\sqrt{1+\sqrt{5}}\right)i$

$= \pm\left(\sqrt{-1+\sqrt{5}} - i\sqrt{1+\sqrt{5}}\right)$ (Ans.)

09 দৃশ্যকল্প ১: $z = 2+4i-i^2$ [RB'17]

(খ) দৃশ্যকল্প-১ এ $\bar{z}$ এর বর্গমূলের মডুলাস সর্বদা $\sqrt{5}$ সঠিক কী না যাচাই কর। যেখানে $\bar{z}$ হচ্ছে z এর অনুবন্ধী জটিল সংখ্যা।

(খ) Sol^n: দেওয়া আছে, $z = 2+4i-i^2$

$= 2+4i+1 = 3+4i$

$\bar{z}$, z এর অনুবন্ধী জটিল সংখ্যা। $\therefore \bar{z} = 3-4i$

এখন, $3-4i = 2^2-4i+(i)^2 = (2-i)^2$

$\therefore \sqrt{\bar{z}} = \sqrt{3-4i} = \pm(2-i) = 2-i, -2+i$

$2-i$ এর মডুলাস $= \sqrt{2^2+(-1)^2} = \sqrt{5}$

$-2+i$ এর মডুলাস $= \sqrt{(-2)^2+1^2} = \sqrt{5}$

$\therefore$ মন্তব্যটি সঠিক।

10 $A = \sqrt[3]{-1} + \sqrt[3]{-i}$ যেখানে, i একটি কাল্পনিক সংখ্যার একক। [ময়মনসিংহ গার্লস ক্যাডেট কলেজ]

(খ) A এর মান নির্ণয় কর।

(খ) Sol^n: দেওয়া আছে, $A = \sqrt[3]{-1} + \sqrt[3]{-i}$

ধরি, $a = \sqrt[3]{-1} \Rightarrow a^3 = -1 \Rightarrow a^3+1 = 0$

$\Rightarrow (a+1)(a^2-a+1) = 0$

হয়, $a+1 = 0$ $\therefore a = -1$ অথবা $a^2-a+1 = 0$

$\therefore a = \frac{-(-1)\pm\sqrt{(-1)^2-4}}{2} = \frac{1\pm\sqrt{-3}}{2} = \frac{1\pm\sqrt{3}i}{2}$

আবার, ধরি, $b = \sqrt[3]{-i} \Rightarrow b^3 = -i = i^3$

$\Rightarrow b^3-i^3 = 0 \Rightarrow (b-i)(b^2+ib+i^2) = 0$

$\Rightarrow (b-i)(b^2+ib-1) = 0$

হয়, $b-i = 0$ $\therefore b = i$ অথবা, $b^2+ib-1 = 0$

$\therefore b = \frac{-i\pm\sqrt{i^2+4}}{2} = \frac{-i\pm\sqrt{-1+4}}{2} = \frac{-i\pm\sqrt{3}}{2}$

এখন, $a = -1$ হলে, $b = i, \frac{-i\pm\sqrt{3}}{2}$

$\therefore A = -1+i, -1+\frac{-i\pm\sqrt{3}}{2}$ (Ans.)

আবার, $a = \frac{1\pm\sqrt{3}i}{2}$ হলে, $b = i, \frac{-i\pm\sqrt{3}}{2}$

$\therefore A = \frac{1\pm\sqrt{3}i}{2}+i, \frac{1\pm\sqrt{3}i}{2}+\frac{-i\pm\sqrt{3}}{2}$ (Ans.)

11 $f(x,y) = x+iy$ [আদমজী ক্যান্টনমেন্ট কলেজ, ঢাকা]

(ক) $f(0,i^2)$ এর বর্গমূল নির্ণয় কর।

(ক) Sol^n: দেওয়া আছে, $f(x,y) = x+iy$

$\therefore f(0,i^2) = i^3 = -i$ [$\because i^2 = -1$]

$= \frac{1}{2}(-2i) = \frac{1}{2}(1-2i-1)$

$= \frac{1}{2}(1-2i+i^2) = \frac{1}{2}(1-i)^2$

অতএব, $\sqrt{f(0,i^2)} = \pm\frac{1}{\sqrt{2}}(1-i)$ (Ans.)

নিজে করো

12. (ক) $-3+4\sqrt{-1}$ এর বর্গমূল নির্ণয় কর। [Din.B'23] [Ans: $\pm(1+2i)$]
13. (ক) $\sqrt[4]{-2401}$ এর মান নির্ণয় কর। [MB'23] [Ans: $\pm\frac{7}{\sqrt{2}}(1\pm i)$]
14. (ক) $\sqrt{-1}$ এর বর্গমূল নির্ণয় কর। [BB'22] [Ans: $\pm\frac{1}{\sqrt{2}}(1+i)$]
15. $M=-5+12\sqrt{-1}$ [JB'22, RB'19]
    (খ) M এর বর্গমূল নির্ণয় কর। [Ans: $\pm 2+3i$]
16. (ক) $z=i$ হলে $\bar{z}$ এর বর্গমূল নির্ণয় কর। [CB'22] [Ans: $\pm\frac{1}{\sqrt{2}}(1-i)$]
17. (ক) $-2i$ এর বর্গমূল নির্ণয় কর। [MB'22] [Ans: $\pm(1-i)$]
18. (ক) মান নির্ণয় কর: $\sqrt[3]{i}$ [Ctg.B'19] [Ans: $-i, -i\omega, -i\omega^2$]
19. (ক) $5i$ এর বর্গমূল নির্ণয় কর। [SB'19] [Ans: $\pm\sqrt{\frac{5}{2}}(1+i)$]
20. $b=8$. [Din.B'19]
    (ক) bi এর বর্গমূল নির্ণয় কর। [Ans: $\pm(2+2i)$]
21. (ক) $15+8i$ বর্গমূল নির্ণয় কর। [BB'17] [Ans: $\pm(4+i)$]
22. (ক) 1 এর ঘনমূল নির্ণয় কর। [BB'17] [Ans: $1, \omega, \omega^2$]
23. $z_1=2+3i, z_2=1+2i$ [CB'17]
    (খ) উদ্দীপকের আলোকে $\overline{z_1-z_2}$ এর বর্গমূল নির্ণয় কর।
    [Ans: $\pm\frac{1}{\sqrt{2}}\left(\sqrt{\sqrt{2}+1}-i\sqrt{\sqrt{2}-1}\right)$]

Type-05: i এর ঘাত এবং ধারা সংক্রান্ত

Concept

(i) $i^{4n+1}=i^1=i, i^{4n+2}=i^2=-1, i^{4n+3}=i^3=-i, i^{4n}=i^4=1$

(ii) a, b, c, d চারটি ক্রমিক পূর্ণ সংখ্যা হলে, $i^a+i^b+i^c+i^d=0$

(iii) a ও b দুইটি ক্রমিক বিজোড় সংখ্যা হলে, $i^a+i^b=0$

(iv) a ও b দুইটি ক্রমিক জোড় সংখ্যা হলে, $i^a+i^b=0$

সৃজনশীল প্রশ্ন (ক, খ ও গ)

01. দৃশ্যকল্প: $z=r\cos\theta+ir\sin\theta$. [CB'23]

(ক) $(1-i)^{-2}-(1+i)^{-2}$ এর মান নির্ণয় কর।

(খ) দৃশ্যকল্পে $\theta=45°$ ও $r=1$ হলে, $z^8+z^6+z^4+z^2+1$ এর মান নির্ণয় কর।

(ক) Sol^n: $(1-i)^{-2}-(1+i)^{-2}=\frac{1}{(1-i)^2}-\frac{1}{(1+i)^2}$

$=\frac{1}{1-2i+i^2}-\frac{1}{1+2i+i^2}=\frac{1}{-2i}-\frac{1}{2i}=\frac{-1-1}{2i}=-i^{-1}$

$=\frac{-1}{i}=\frac{(-1)\times i}{i\times i}=-(-i)=i$ (Ans.)

(খ) Sol^n: দেওয়া আছে, $z=r\cos\theta+ir\sin\theta$ যদি, $\theta=45°$ এবং $r=1$ হয়, $z=1\cos 45°+i\times 1\sin 45°=\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{i}{\sqrt{2}}$

$\therefore z^2=\left(\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{i}{\sqrt{2}}\right)^2=\frac{1}{2}+2\times\frac{i}{2}+\frac{i^2}{2}=i$

$\therefore z^8+z^6+z^4+z^2+1=i^8+i^6+i^4+i^2+1$

$=(i^4)^2+(i^3)^2+(i^2)^2+i^2+1$

$=(1)^2+(-i)^2+(-1)^2+(-1)+1$

$=1+(-1)+1=1$ (Ans.)

Type-06: ω এর ঘাত এবং ধারা সংক্রান্ত

Concept

(i) $\omega^{3n}=(\omega^3)^n=1^n=1$

(ii) $\omega^{3n+1}=\omega^{3n}\cdot\omega^1=(\omega^3)^n\cdot\omega^1=1^n\cdot\omega=\omega$

(iii) $\omega^{3n+2}=\omega^{3n}\cdot\omega^2=1\cdot\omega^2=\omega^2$

$\therefore$ ω এর ঘাতকে 3 দ্বারা ভাগ করলে ভাগশেষ থাকলে, ω এর ঘাতের মান $=\omega^{\text{ভাগশেষ}}$

ω এর তিনটি ক্রমিক ঘাতের যোগফল $=0$ অর্থাৎ, a, b, c তিনটি ক্রমিক সংখ্যা হলে, $\omega^a+\omega^b+\omega^c=0$

Educationblog24.com

সৃজনশীল প্রশ্ন (ক, খ ও গ)

01. (ক) একের একটি কাল্পনিক ঘনমূল ω হলে, দেখাও যে, $\left(1+\omega+\frac{3}{\omega}\right)^6 = 64$ [DB'23]

(ক) Sol^n: একের একটি কাল্পনিক ঘনমূল ω হলে,
আমরা জানি, $1+\omega+\omega^2 = 0$ এবং $\omega^3 = 1$

$L.H.S = \left(1+\omega+\frac{3}{\omega}\right)^6 = \left(-\omega^2+\frac{3}{\omega}\right)^6 = \left(\frac{-\omega^3+3}{\omega}\right)^6$

$= \left(\frac{-1+3}{\omega}\right)^6 = \left(\frac{2}{\omega}\right)^6 = \frac{2^6}{\omega^6} = \frac{64}{(\omega^3)^2} = \frac{64}{1^2}$

$= 64 = R.H.S$ **(Showed)**

02. দৃশ্যকল্প: $x^3 - 1 = 0$ সমীকরণের জটিল মূলদ্বয় a ও b.

(গ) দৃশ্যকল্প হতে প্রমাণ কর যে, $a^n + b^n = 2$ অথবা -1, যখন n এর মান যথাক্রমে 3 দ্বারা বিভাজ্য অথবা অন্য কোনো পূর্ণ সংখ্যা। [SB'23; BB'23, 19]

(গ) Sol^n: $x^3 - 1 = 0; x = 1, \omega, \omega^2$
x এর দুটি মূল $a = \omega, b = \omega^2$
অর্থাৎ, $a^n + b^n = 2$; $\omega^n + \omega^{2n} = 2$ ..... (i)
এখন, প্রশ্নমতে, n হলো 3 দ্বারা বিভাজ্য, m যদি কোনো পূর্ণসংখ্যা হয় তাহলে $n = 3m$
$\therefore \omega^n + (\omega^2)^n = \omega^{3m} + (\omega^2)^{3m}$
$= \omega^{3m} + \omega^{6m} = 1 + 1 = 2\ [m \in \mathbb{Z}]$
আবার, $m \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{Z}$ এবং n যদি 3 দ্বারা বিভাজ্য না হয়,
$n = 3m + 1 \Rightarrow \omega^n + (\omega^2)^n = \omega^{3m+1} + \omega^{6m+2}$
$= \omega^{3m} \cdot \omega + \omega^{6m} \cdot \omega^2 = \omega + \omega^2\ [m \in \mathbb{Z}]$
$= -1$ [যেহেতু $1 + \omega + \omega^2 = 0$]
অথবা, $n = 3m + 2 \Rightarrow \omega^n + (\omega^2)^n = \omega^{3m+2} + \omega^{6m+4}$
$= \omega^2 + \omega^4 = \omega^2 + \omega\ [m \in \mathbb{Z}] = -1$ **[প্রমাণিত]**

03. $2x = -1 + \sqrt{-3}, 2y = -1 - \sqrt{-3}$. [Din.B'23]
(গ) প্রমাণ কর যে, $3x^4 + x^3y + xy^2 + y^4 = -3$.

(গ) Sol^n: দেওয়া আছে, $2x = -1 + \sqrt{-3} \Rightarrow x = \frac{-1+\sqrt{-3}}{2} = \omega$
এবং $2y = -1 - \sqrt{-3} \Rightarrow y = \frac{-1-\sqrt{-3}}{2} = \omega^2$
এখন, $3x^4 + x^3y + xy^2 + y^4$
$= 3(\omega)^4 + \omega^3\omega^2 + \omega(\omega^2)^2 + (\omega^2)^4$
$= 3\omega^4 + \omega^5 + \omega^5 + \omega^8$
$= 3\omega + 2\omega^2 + \omega^2 = 3\omega + 3\omega^2 = 3(\omega + \omega^2)$
$= 3 \times -1 = -3$
$[\because 1 + \omega^2 + \omega = 0 \Rightarrow \omega^2 + \omega = -1]$ **(প্রমাণিত)**

04. $p^2 + p + 1 = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় α ও β। [MB'23]
(গ) প্রমাণ কর যে, $\alpha^S + \beta^S = -1$, যখন S এর মান 3 দ্বারা বিভাজ্য নয় এরূপ পূর্ণসংখ্যা।

(গ) Sol^n: দেওয়া আছে, $p^2 + p + 1 = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় α ও β অর্থাৎ, $\alpha + \beta = -1$ ..... (i) ; $\alpha\beta = 1$ ..... (ii)
$p^2 + p + 1 = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় α ও β হলে, $\alpha = \omega$ এবং $\beta = \omega^2 \therefore \omega + \omega^2 + 1 = 0$
ধরি, $S = 3m + 1$; $L.H.S = \alpha^S + \beta^S$
$= (\omega)^{3m+1} + (\omega^2)^{3m+1} = \omega^{3m} \cdot \omega + \omega^{2\cdot 3m} \cdot \omega^2$
$= 1 \cdot \omega + 1 \cdot \omega^2 = -1 = R.H.S$
আবার, $S = 3m + 2$;
$L.H.S = \alpha^S + \beta^S = (\omega)^{3m+2} + (\omega^2)^{3m+2}$
$= \omega^{3m} \cdot \omega^2 + \omega^{6m} \cdot \omega^4 = 1 \cdot \omega^2 + 1 \cdot \omega$
$= -1 = R.H.S$
$\therefore \alpha^S + \beta^S = -1$ হবে, যখন S এর মান 3 দ্বারা বিভাজ্য নয়, এমন কোনো পূর্ণসংখ্যা। **(প্রমাণিত)**

05. (ক) একের জটিল ঘনমূল ω, ω^2 হলে $\left(-1+\sqrt{-3}\right)^7 + \left(-1-\sqrt{-3}\right)^7$ এর মান নির্ণয় কর। [RB'17]

(ক) Sol^n: আমরা জানি, একের কাল্পনিক মূলদ্বয়, $\omega = \frac{-1+\sqrt{-3}}{2}$
এবং $\omega^2 = \frac{-1-\sqrt{-3}}{2}$
অর্থাৎ, $2\omega = -1 + \sqrt{-3}$ এবং $2\omega^2 = -1 - \sqrt{-3}$
$\therefore \left(-1+\sqrt{-3}\right)^7 + \left(-1-\sqrt{-3}\right)^7 = (2\omega)^7 + (2\omega^2)^7 = 2^7\omega^7 + 2^7\omega^{14} = 128(\omega^7 + \omega^{14})$
$= 128(\omega + \omega^2) = 128 \times (-1) = -128$ **(Ans.)**

06. (ক) প্রমাণ কর যে, $1 + \omega + \omega^2 = 0$ যেখানে, ω একের ঘনমূল। [ময়মনসিংহ গার্লস ক্যাডেট কলেজ]

(ক) Sol^n: আমরা জানি, ω একের ঘনমূল হলে, $\omega = \frac{-1+\sqrt{3}i}{2}$
এবং $\omega^2 = \frac{-1-\sqrt{3}i}{2}$
এখন, $L.H.S = 1 + \omega + \omega^2 = 1 + \frac{-1+\sqrt{3}i}{2} + \frac{-1-\sqrt{3}i}{2}$
$= \frac{2-1+\sqrt{3}i-1-\sqrt{3}i}{2} = \frac{0}{2} = 0 = R.H.S$
$\therefore 1 + \omega + \omega^2 = 0$ **(Proved)**

নিজে করো

07. দৃশ্যকল্প-২: $2x = -1 + \sqrt{-3}$ এবং $2y = -1 - \sqrt{-3}$
(গ) দৃশ্যকল্প-২ এর আলোকে প্রমাণ কর, $x^4 + x^3y + x^2y^2 + xy^3 + y^4 = -1$. [RB'19]

08. দৃশ্যকল্প-২: একের একটি কাল্পনিক ঘনমূল ω। [BB'19]
(গ) দৃশ্যকল্প-২ হতে প্রমাণ কর যে, $1 + \omega + \omega^2 = 0$.

Educationblog24.com

Type-07: মান নির্ণয় ও প্রমাণ সংক্রান্ত

Concept

এক্ষেত্রে জটিল সংখ্যার ধর্মগুলো ব্যবহার করতে হবে।

সৃজনশীল প্রশ্ন (ক, খ ও গ)

01 দৃশ্যকল্প-২: $g(x) = l + mx + nx^2$ [RB'23]

(গ) দৃশ্যকল্প-২-এ, $l + m + n = 0$ হলে প্রমাণ কর যে, $\{g(\omega)\}^3 + \{g(\omega^2)\}^3 = 27lmn$

(গ) **Sol^n:** দেওয়া আছে, $l + m + n = 0$

এবং $g(x) = l + mx + nx^2$; $g(\omega) = l + m\omega + n\omega^2$;

$g(\omega^2) = l + m\omega^2 + n\omega^4 = l + m\omega^2 + n\omega$

L. H. S $= \{g(\omega)\}^3 + \{g(\omega^2)\}^3$

$= (l + m\omega + n\omega^2)^3 + (l + m\omega^2 + n\omega)^3 = a^3 + b^3$

[ধরি, $l + m\omega + n\omega^2 = a$; $l + m\omega^2 + n\omega = b$]

$= (a + b)(a^2 - ab + b^2)$

$= (a + b)\{a^2 + (\omega + \omega^2)ab + b^2\omega^3\}$

$= (a + b)(a + \omega b)(a + \omega^2 b)$

$= (l + m\omega + n\omega^2 + l + m\omega^2 + n\omega)(l + m\omega + n\omega + l\omega + m\omega^3 + n\omega^2)(l + m\omega + n\omega^2 + l\omega^2 + m\omega^4 + n\omega^3)$

$= \{2l + m(\omega + \omega^2) + n(\omega + \omega^2)\}\{l(1 + \omega) + m(1 + \omega) + 2n\omega^2\}\{l(1 + \omega^2) + 2m\omega + n(1 + \omega^2)\}$

$= (2l - m - n)(2n\omega^2 - l\omega^2 - m\omega^2)(2m\omega - n\omega - l\omega)$

$= (2l - m - n)(2n - l - m)(2m - n - l)[\because \omega^3 = 1]$

$= \{2l - (m + n)\}\{2n - (l + m)\}\{2m - (n + l)\}$

$= (2l + l)(2n + n)(2m + m)$

$= 3l \times 3n \times 3m = 27lmn$ (প্রমাণিত)

02 $Z_1 = 1 - ix$ এবং $Z_2 = a + ib$ যেখানে $a, b \in \mathbb{R}$ [Ctg.B'23]

(খ) প্রমাণ কর যে, x এর একটি বাস্তব মান $\frac{Z_1}{\bar{Z}_1} = \bar{Z}_2$ সমীকরণকে সিদ্ধ করে যেখানে $a^2 + b^2 = 1$

(খ) **Sol^n:** দেওয়া আছে, $Z_1 = 1 - ix$

$Z_2 = a + ib$ এবং $a^2 + b^2 = 1$

এখন, প্রশ্নমতে $\frac{Z_1}{\bar{Z}_1} = \bar{Z}_2 \Rightarrow \frac{1-ix}{1+ix} = a - ib \Rightarrow \frac{1+ix}{1-ix} = \frac{1}{a-ib}$

$\Rightarrow \frac{1+ix-1+ix}{1+ix+1-ix} = \frac{1-a+ib}{1+a-ib} \Rightarrow ix = \frac{(1-a+ib)(1+a+ib)}{(1+a-ib)(1+a+ib)}$

$\Rightarrow ix = \frac{(1+ib)^2-a^2}{(1+a)^2-(ib)^2} \Rightarrow ix = \frac{1+2ib-a^2-b^2}{1+2a+a^2+b^2}$

$\Rightarrow ix = \frac{1+2ib-1}{1+2a+1} \Rightarrow ix = \frac{2ib}{2(1+a)} \Rightarrow x = \frac{b}{1+a}$

যা একটি বাস্তব সংখ্যা [যেহেতু $a, b, \in \mathbb{R}$] (প্রমাণিত)

03 $f(x) = x^2 + x + 1$ [Ctg.B'23]

(খ) $\{f(x)\}^n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \ldots\ldots + a_{2n}x^{2n}$ হলে প্রমাণ কর যে, $a_0 + a_3 + a_6 + \ldots\ldots = 3^{n-1}$

(খ) **Sol^n:** $\{f(x)\}^n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \ldots\ldots + a_{2n}x^{2n}$

এবং $f(x) = x^2 + x + 1$

$x = \omega$ বসিয়ে পাই,

$(\omega^2 + \omega + 1)^n = a_0 + a_1\omega + a_2\omega^2 + a_3\omega^3 + \ldots\ldots$

$\Rightarrow 0 = a_0 + a_1\omega + a_2\omega^2 + a_3 + \ldots\ldots$ (i)

$x = \omega^2$ বসিয়ে পাই,

$(\omega^4 + \omega^2 + 1)^n = a_0 + a_1\omega^2 + a_2\omega^4 + a_3\omega^6 \ldots\ldots$

$\Rightarrow (\omega + \omega^2 + 1)^n = a_0 + a_1\omega^2 + a_2\omega + a_3 + \ldots\ldots$

$\Rightarrow 0 = a_0 + a_1\omega^2 + a_2\omega + a_3 + \ldots\ldots$ (ii)

$x = 1$ বসিয়ে পাই,

$(1^2 + 1 + 1)^n = a_0 + a_1 + a_2 + a_3 + \ldots\ldots$

$\Rightarrow 3^n = a_0 + a_1 + a_2 + a_3 + \ldots\ldots$ (iii)

(i), (ii) ও (iii) যোগ করে পাই

$0 + 0 + 3^n = (a_0 + a_1\omega + a_2\omega^2 + a_3 + \ldots\ldots) + (a_0 + a_1\omega^2 + a_2\omega + a_3 + \ldots\ldots) + (a_0 + a_1 + a_2 + a_3 + \ldots\ldots)$

$\Rightarrow 3^n = 3(a_0 + a_3 + a_6 + \ldots\ldots) + a_1(\omega + \omega^2 + 1) + a_2(1 + \omega + \omega^2) + \ldots\ldots$

$\Rightarrow 3^n = 3(a_0 + a_3 + a_6 + \ldots\ldots) + 0$

$\therefore a_0 + a_3 + a_6 + \ldots\ldots = \frac{3^n}{3} = 3^{n-1}$ (প্রমাণিত)

04 দৃশ্যকল্প-২: $(1 + y)^n = b_0 + b_1y + b_2y^2 + b_3y^3 + \ldots + b_ny^n$. [Ctg.B'22]

(গ) দৃশ্যকল্প-২ এর সমীকরণ হতে দেখাও যে, $(b_0 - b_2 + b_4 - \ldots\ldots)^2 = (b_0 + b_1 + b_2 + b_3 + \ldots\ldots) - (b_1 - b_3 + b_5 - \ldots\ldots)^2$

(গ) **Sol^n:** $(1 + y)^n = b_0 + b_1y + b_2y^2 + b_3y^3 + \ldots\ldots b_ny^n$

$y = 1, i$ ও $-i$ বসিয়ে পাই,

$(1 + 1)^n = b_0 + b_1 + b_2 + b_3 + \ldots\ldots + b_n$ ..... (i)

$(1 + 1)^n = (1 - i^2)^n = (1 + i)^n(1 - i)^n$ ..... (ii)

এখন, $(1 + i)^n = b_0 + b_1i + b_2i^2 + b_3i^3 + b_4i^4 + b_5i^5 + \ldots\ldots$

$= b_0 + b_1i - b_2 - b_3i + b_4 + b_5i + \ldots\ldots$

$= (b_0 - b_2 + b_4 - \ldots\ldots) + (b_1 - b_3 + b_5 - \ldots\ldots)i$

আবার, $(1 - i)^n = b_0 + b_1(-i) + b_2(-i)^2 + b_3(-i)^3 + b_4(-i)^4 + b_5(-i)^5 + \ldots\ldots$

$= b_0 - b_1i - b_2 + b_3i + b_4 - b_5i + \ldots\ldots$

$= (b_0 - b_2 + b_4 - \ldots\ldots) - (b_1 - b_3 + b_5 - \ldots\ldots)i$

$\therefore (1 + i)^n(1 - i)^n = \{(b_0 - b_2 + b_4 - \ldots\ldots) + (b_1 - b_3 + b_5 \ldots\ldots)i\}\{(b_0 - b_2 + b_4 - \ldots\ldots) - (b_1 - b_3 + b_5 - \ldots\ldots)i\}$

Educationblog24.com

$= (b_0 - b_2 + b_4 - \dots\dots)^2 + (b_1 - b_3 + b_5 - \dots\dots)^2$ [$\because i^2 = -1$]

$\Rightarrow (1+1)^n = (b_0 - b_2 + b_4 - \dots\dots\dots)^2 + (b_1 - b_3 + b_5 - \dots\dots\dots)^2$ [(ii) হতে]

$\Rightarrow b_0 + b_1 + b_2 + b_3 + \dots\dots\dots = (b_0 - b_2 + b_4 - \dots\dots\dots)^2 + (b_1 - b_3 + b_5 - \dots\dots\dots)^2$ [(i) হতে]

$\therefore (b_0 - b_2 + b_4 + \dots\dots\dots)^2 = (b_0 + b_1 + b_2 + b_3 + \dots\dots\dots) - (b_1 - b_3 + b_5 - \dots\dots\dots)^2$ **(Showed)**

05. **(ক) $a + ib = e^{i\theta}$ হলে দেখাও যে, $a^2 + b^2 = 1$** **[Ctg.B'22]**

(ক) Sol^n: $a + ib = e^{i\theta} \Rightarrow a + ib = \cos\theta + i\sin\theta$

$\Rightarrow |a + ib| = |\cos\theta + i\sin\theta|$

$\Rightarrow \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{\cos^2\theta + \sin^2\theta} \Rightarrow \sqrt{a^2 + b^2} = 1$

$\therefore a^2 + b^2 = 1$ **(Showed)**

06. **$z_2 = a + ib$ এবং $z_3 = x + iy$ দুইটি জটিল সংখ্যা।** **[MB'22]**

(গ) $\sqrt[3]{z_2} = z_3$ হলে প্রমাণ কর যে, $|z_3| = \sqrt{\frac{b}{2y} - \frac{a}{2x}}$.

(গ) Sol^n: দেওয়া আছে, $z_2 = a + ib, z_3 = x + iy$

প্রশ্নমতে, $\sqrt[3]{z_2} = z_3 \Rightarrow z_2 = (z_3)^3$

$\Rightarrow a + ib = (x + iy)^3 = x^3 + 3x^2yi + 3xy^2i^2 + y^3i^3$

$= x^3 + 3x^2yi - 3xy^2 - y^3i = (x^3 - 3xy^2) + (3x^2y - y^3)i$

$\therefore a = x^3 - 3xy^2 \therefore b = 3x^2y - y^3$

$\therefore \frac{b}{2y} - \frac{a}{2x} = \frac{3x^2y - y^3}{2y} - \frac{x^3 - 3xy^2}{2x}$

$= \frac{3}{2}x^2 - \frac{1}{2}y^2 - \frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{2}y^2$

$= x^2 + y^2 = \left(\sqrt{x^2 + y^2}\right)^2 = (|x + iy|)^2 = (|z_3|)^2$

$\therefore |z_3| = \sqrt{\frac{b}{2y} - \frac{a}{2x}}$ **(Proved)**

07. **দৃশ্যকল্প-১: $p(x) = a + bx + cx^2$** **[BB'19]**

(খ) দৃশ্যকল্প-১ এর সাহায্যে যদি $\{p(\omega)\}^3 + \left\{p\left(\frac{1}{\omega}\right)\right\}^3 = 0$ হয়, তবে দেখাও যে, $a = \frac{1}{2}(b + c)$ অথবা $c = \frac{1}{2}(a + b)$.

(খ) Sol^n: এখানে, $\{p(\omega)\}^3 = \{a + b\omega + c\omega^2\}^3$

আর, $\left\{p\left(\frac{1}{\omega}\right)\right\}^3 = \left(a + \frac{b}{\omega} + \frac{c}{\omega^2}\right)^3 = (a\omega^2 + b\omega + c)^3$

প্রশ্নমতে, $(a + b\omega + c\omega^2)^3 + (a\omega^2 + b\omega + c)^3 = 0$

$\Rightarrow (a + b\omega + c\omega^2)^3 = -(a\omega^2 + b\omega + c)^3$

$\Rightarrow -\frac{a + b\omega + c\omega^2}{a\omega^2 + b\omega + c} = 1, \omega, \omega^2$

1 হলে, $-a - b\omega - c\omega^2 = a\omega^2 + b\omega + c$

$\Rightarrow a(1 + \omega^2) + 2b\omega + c(1 + \omega^2) = 0$

$\Rightarrow -a\omega + 2b\omega - c\omega = 0 \Rightarrow 2b = c + a \therefore b = \frac{c+a}{2}$

ω হলে, $-a - b\omega - c\omega^2 = a + b\omega^2 + c\omega \therefore a = \frac{b+c}{2}$

ω^2 হলে, $-a - b\omega - c\omega^2 = a\omega + b + c\omega^2$

$\therefore c = \frac{a+b}{2}$ **(Showed)**

08. **(ক) $x + iy = \sqrt{\frac{p+iq}{r+is}}$ হলে দেখাও, $(x^2 + y^2)^2 = \frac{p^2+q^2}{r^2+s^2}$** **[SB'17]**

(ক) Sol^n: $x + iy$ এর জটিল অনুবন্ধী $x - iy \therefore x - iy = \sqrt{\frac{p-iq}{r-is}}$

$\therefore (x + iy)(x - iy) = \sqrt{\frac{p+iq}{r+is}}\sqrt{\frac{p-iq}{r-is}}$

$\Rightarrow x^2 + y^2 = \sqrt{\frac{p^2 - i^2q^2}{r^2 - i^2s^2}}$

$\Rightarrow x^2 + y^2 = \sqrt{\frac{p^2+q^2}{r^2+s^2}}$ [$\because i^2 = -1$]

$\therefore (x^2 + y^2)^2 = \frac{p^2+q^2}{r^2+s^2}$ **(দেখানো হল)**

09. **দৃশ্যকল্প-১: $x + iy = 2e^{-i\theta}$.** **[JB'17]**

(খ) দৃশ্যকল্প-১ হতে প্রমাণ কর যে, $x^2 + y^2 = 4$

(খ) Sol^n: দেওয়া আছে, $x + iy = 2e^{-i\theta}$

$\Rightarrow x + iy = 2(\cos\theta - i\sin\theta)$

$\Rightarrow x + iy = 2\cos\theta - 2i\sin\theta$

বাস্তব ও কাল্পনিক সংখ্যা সমীকৃত করে পাই, $x = 2\cos\theta$ এবং $y = -2\sin\theta$

এখন, $x^2 + y^2 = (2\cos\theta)^2 + (2\sin\theta)^2$

$\Rightarrow x^2 + y^2 = 4(\cos^2\theta + \sin^2\theta)$

$\therefore x^2 + y^2 = 4$ **(প্রমাণিত)।**

10. **(ক) $z = \cos\theta + i\sin\theta$ হলে দেখাও যে, $\frac{2}{1+z} = 1 - i\tan\frac{\theta}{2}$** **[চট্টগ্রাম সরকারি মহিলা কলেজ]**

(ক) Sol^n: দেওয়া আছে, $z = \cos\theta + i\sin\theta$

$L.H.S = \frac{2}{1+z} = \frac{2}{1+\cos\theta+i\sin\theta} = \frac{2}{2\cos^2\frac{\theta}{2} + i2\sin\frac{\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2}}$

$= \frac{1}{\cos^2\frac{\theta}{2} + i\sin\frac{\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2}} = \frac{1}{\cos\frac{\theta}{2}\left(\cos\frac{\theta}{2} + i\sin\frac{\theta}{2}\right)}$

$= \frac{\frac{1}{\cos\frac{\theta}{2}} \times \left(\cos\frac{\theta}{2} - i\sin\frac{\theta}{2}\right)}{\left(\cos\frac{\theta}{2} + i\sin\frac{\theta}{2}\right)\left(\cos\frac{\theta}{2} - i\sin\frac{\theta}{2}\right)} = \frac{1 - i\tan\frac{\theta}{2}}{\cos^2\frac{\theta}{2} + \sin^2\frac{\theta}{2}}$

$= 1 - i\tan\frac{\theta}{2} = R.H.S$

$\therefore \frac{2}{1+z} = 1 - i\tan\frac{\theta}{2}$ **(দেখানো হলো)**

11. **$P = (a - ib)(a + ib)(c + id)$** **[ময়মনসিংহ গার্লস ক্যাডেট কলেজ]**

(গ) $P = x + iy$ হলে, প্রমাণ কর যে, $dx = cy$

(গ) Sol^n: দেওয়া আছে, $P = x + iy$

$\Rightarrow (a - ib)(a + ib)(c + id) = x + iy$

$\Rightarrow \{a^2 - (ib)^2\}(c + id) = x + iy$

$\Rightarrow (a^2 + b^2)(c + id) = x + iy$ [$\because i^2 = -1$]

$\therefore c(a^2 + b^2) + id(a^2 + b^2) = x + iy$

এখন, বাস্তব ও কাল্পনিক অংশ সমীকৃত করে পাই,

$c(a^2 + b^2) = x \dots\dots\dots$ (i); $d(a^2 + b^2) = y \dots\dots\dots$ (ii)

(i) ÷ (ii) করে পাই, $\frac{c(a^2+b^2)}{d(a^2+b^2)} = \frac{x}{y} \Rightarrow \frac{c}{d} = \frac{x}{y}$

$\therefore dx = cy$ **(প্রমাণিত)**

Educationblog24.com

12. (ক) $a = 2 + \sqrt{-3}$ হলে, $3a^4 - 17a^3 + 41a^2 - 35a + 5$ এর মান কত? [নটর ডেম কলেজ, ঢাকা]

(ক) Sol^n: দেওয়া আছে, $a = 2 + \sqrt{-3} \Rightarrow a - 2 = \sqrt{-3}$

$\Rightarrow a^2 - 4a + 4 = -3$ [বর্গ করে]

$\therefore a^2 - 4a + 7 = 0$

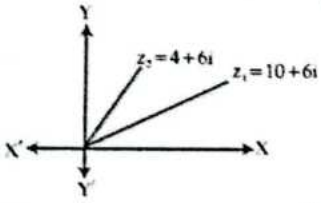
প্রদত্ত রাশি $= 3a^4 - 17a^3 + 41a^2 - 35a + 5$

$= 3a^4 - 12a^3 + 21a^2 - 5a^3 + 20a^2 - 35a + 5$

$= 3a^2(a^2 - 4a + 7) - 5a(a^2 - 4a + 7) + 5$

$= 3a^2 \cdot 0 - 5a \cdot 0 + 5 = 5$ **(Ans.)**

13. [সরকারি বিজ্ঞান কলেজ, ঢাকা]



(গ) $z = x + iy$ এবং $\arg\left(\frac{z-z_1}{z-z_2}\right) = \frac{\pi}{4}$ হলে, প্রমাণ কর যে, $x^2 + y^2 - 14x - 18y + 112 = 0$

(গ) Sol^n: দেওয়া আছে, $z = x + iy$

$z_1 = 10 + 6i$ ও $z_2 = 4 + 6i$

$\therefore z - z_1 = x + iy - (10 + 6i) = x - 10 + i(y - 6)$

এবং $z - z_2 = x + iy - (4 + 6i) = x - 4 + i(y - 6)$

শর্তমতে, $\arg\left(\frac{z-z_1}{z-z_2}\right) = \frac{\pi}{4}$

$\Rightarrow \arg(z - z_1) - \arg(z - z_2) = \frac{\pi}{4}$

$\Rightarrow \tan^{-1}\frac{y-6}{x-10} - \tan^{-1}\frac{y-6}{x-4} = \frac{\pi}{4}$

$\Rightarrow \tan^{-1}\left(\frac{y-6}{x-10}\right) = \frac{\pi}{4} + \tan^{-1}\left(\frac{y-6}{x-4}\right)$

$\Rightarrow \tan\left(\tan^{-1}\frac{y-6}{x-10}\right) = \tan\left(\frac{\pi}{4} + \tan^{-1}\frac{y-6}{x-4}\right)$

$\Rightarrow \frac{y-6}{x-10} = \frac{\tan\frac{\pi}{4} + \tan\tan^{-1}\left(\frac{y-6}{x-4}\right)}{1 - \tan\frac{\pi}{4}\tan\tan^{-1}\left(\frac{y-6}{x-4}\right)}$

$\Rightarrow \frac{y-6}{x-10} = \frac{1 + \frac{y-6}{x-4}}{1 - \frac{y-6}{x-4}} = \frac{x-4+y-6}{x-4-y+6} \Rightarrow \frac{y-6}{x-10} = \frac{x+y-10}{x-y+2}$

$\Rightarrow (x - 10)(x + y - 10) = (y - 6)(x - y + 2)$

$\Rightarrow x^2 + xy - 10x - 10x - 10y + 100 = xy - y^2 + 2y - 6x + 6y - 12$

$\Rightarrow x^2 + y^2 - 14x - 18y + 112 = 0$ **(Proved)**

নিজে করো

14. উদ্দীপক-১: $x = (a + b\omega + c\omega^2)$, $y = (a + b\omega^2 + c\omega)$

উদ্দীপক-২: $7 + i8 = (p + iq)^3$. [DB'23]

(খ) উদ্দীপক-১ এর সাহায্যে, যদি $x^3 + y^3 = 0$ হয়, তবে দেখাও যে, $b = \frac{1}{2}(c + a)$

(গ) উদ্দীপক-২ এর সাহায্যে প্রমাণ কর যে, $p^2 - q^2 = \frac{7}{4p} + \frac{2}{q}$.

15. $Z_2 = a + ib$ যেখানে $a, b \in \mathbb{R}$ [Ctg.B'23]

(গ) $\sqrt[3]{Z_2} = p + iq$ হলে প্রমাণ কর যে, $-2(p^2 + q^2) = \frac{a}{p} - \frac{b}{q}$

16. উদ্দীপকে: $z = x + iy$ [DB'22]

(খ) $\sqrt[3]{p + iq} = z$ হলে, দেখাও যে, $\sqrt[3]{p - iq} = \bar{z}$

17. $g(x) = p + qx + rx^2$ একটি ফাংশন। [SB'22]

(গ) $p + q + r = 0$ হলে প্রমাণ কর যে, $\{g(\omega)\}^2 + \{g(\omega^2)\}^2 = 3(p^2 + 2qr)$, যেখানে ω এককের ঘনমূলগুলোর একটি জটিল মূল।

18. উদ্দীপক-২: $(y + ix)^{\frac{1}{3}} = a + ib$ একটি সমীকরণ। [BB'22]

(গ) উদ্দীপক-২ এর সাহায্যে দেখাও যে, $ax + by = 4ab(a^2 - b^2)$.

19. $p = \sqrt[3]{a + ib}$ এবং $q = x + iy$ [JB'22]

(গ) $p = q$ হলে, প্রমাণ কর যে, $4(x^2 - y^2) = \frac{a}{x} + \frac{b}{y}$.

20. $z_1 = 1 + ix, z_2 = a + ib$ [MB'22]

(খ) $|z_2|^2 = 1$ হলে দেখাও যে, x এর একটি বাস্তব মান $\frac{z_1}{z_1} = \overline{z_2}$ সমীকরণকে সিদ্ধ করে।

21. $g(x) = p + qx + rx^2$ [BB'17]

(গ) $p + q + r = 0$ হলে প্রমাণ কর যে, $\{g(\omega)\}^3 + \{g(\omega^2)\}^3 = a^x pqr$ যেখানে ω একটি কাল্পনিক ঘনমূল এবং $a = x = 3$.

Type-08: জটিল সংখ্যার লেখচিত্র ও জ্যামিতিক প্রয়োগ সংক্রান্ত

Concept

$z = x + iy$ (বা প্রশ্নে উল্লিখিত রাশি) বসিয়ে সমাধান করতে হবে।

Shortcut for MCQ: কোন জটিল সংখ্যা $z = x + iy$ এর জন্য,

(i) $|z + a| = |z + b|$ সরলরেখা নির্দেশ করে। (ii) $|z + a| = k$ বৃত্ত নির্দেশ করে।

(iii) $\left|\frac{z+a}{z+b}\right| = k\ [k > 0]$; $k = 1$ হলে সরলরেখা নির্দেশ করে। $k \neq 1$ হলে বৃত্ত নির্দেশ করে।

(iv) $|az + k_1| = |bz + k_2|$ এর ক্ষেত্রে $a = b$ হলে সরলরেখা এবং $a \neq b$ হলে বৃত্ত নির্দেশ করে।

(v) $z\bar{z} = 0$ বিন্দুবৃত্ত নির্দেশ করে।

(vi) $|z-a| + |z-b| = k$; $|a-b| < k$ হলে উপবৃত্ত নির্দেশ করে।

(vii) $||z-a| - |z-b|| = k$; $|a-b| > k$ হলে অধিবৃত্ত নির্দেশ করে। [যেখানে a, b, k বাস্তব ধ্রুব সংখ্যা]

সৃজনশীল প্রশ্ন (ক, খ ও গ)

01. $z = x + iy$ [RB'23]

(খ) $|z+3| + |z-3| = 10$ দ্বারা নির্দেশিত সঞ্চারপথের সমীকরণের শীর্ষবিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর।

(খ) Sol^n: দেওয়া আছে, $|z+3| + |\bar{z}-3| = 10$

$\Rightarrow |x - iy + 3| + |x + iy - 3| = 10$

$\Rightarrow |x + 3 - iy| + |x - 3 + iy| = 10$

$\Rightarrow \sqrt{(x+3)^2 + y^2} + \sqrt{(x-3)^2 + y^2} = 10$

$\Rightarrow \sqrt{(x+3)^2 + y^2} = 10 - \sqrt{(x-3)^2 + y^2}$

$\Rightarrow (x+3)^2 + y^2 = 100 - 20\sqrt{(x-3)^2 + y^2} + x^2 + y^2 - 6x + 9$

$\Rightarrow x^2 + y^2 + 6x + 9 - x^2 - y^2 + 6x - 109 = -20\sqrt{(x-3)^2 + y^2}$

$\Rightarrow 12x - 100 = -20\sqrt{(x-3)^2 + y^2}$

$\Rightarrow 3x - 25 = -5\sqrt{(x-3)^2 + y^2}$

$\Rightarrow 9x^2 - 150x + 625 = 25\{(x-3)^2 + y^2\}$

$\Rightarrow 9x^2 - 150x + 625 = 25x^2 + 25y^2 - 150x + 225$

$\Rightarrow 16x^2 + 25y^2 = 400 \Rightarrow \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$

$\therefore \frac{x^2}{5^2} + \frac{y^2}{4^2} = 1$, যা একটি উপবৃত্ত।

∴ সঞ্চারপথের সমীকরণের শীর্ষবিন্দুর স্থানাঙ্ক $(\pm 5, 0)$ **(Ans.)**

02. $z = x + iy$ জটিল সংখ্যাটির অনুবন্ধী জটিল সংখ্যা $\bar{z}$। [SB'23]

(গ) $|z+4| - |\bar{z}-4| = 10$, দ্বারা নির্দেশিত সঞ্চারপথের সমীকরণ নির্ণয় কর।

(গ) Sol^n: দেওয়া আছে, $z = x + iy \therefore \bar{z} = x - iy$

প্রদত্ত রাশি, $|z+4| - |\bar{z}-4| = 10$

$\Rightarrow |x + iy + 4| - |x - iy - 4| = 10$

$\Rightarrow |(x+4) + iy| - |(x-4) - iy| = 10$

$\Rightarrow \sqrt{(x+4)^2 + y^2} - \sqrt{(x-4)^2 + y^2} = 10$

$\Rightarrow \sqrt{(x+4)^2 + y^2} = 10 + \sqrt{(x-4)^2 + y^2}$

$\Rightarrow (x+4)^2 + y^2 = 100 + (x-4)^2 + y^2 + 20\sqrt{(x-4)^2 + y^2}$ [বর্গ করে]

$\Rightarrow (x+4)^2 - (x-4)^2 - 100 = 20\sqrt{(x-4)^2 + y^2}$

$\Rightarrow 4 \cdot x \cdot 4 - 100 = 20\sqrt{(x-4)^2 + y^2}$

$\Rightarrow 4x - 25 = 5\sqrt{(x-4)^2 + y^2}$

$\Rightarrow 16x^2 + 625 - 200x = 25(x^2 - 8x + 16 + y^2)$

$\Rightarrow 16x^2 + 625 - 200x = 25x^2 - 200x + 400 + 25y^2$

$\therefore 25y^2 + 9x^2 = 225$ যা একটি উপবৃত্তের সমীকরণ। **(Ans.)**

03. (ii) $p = x + iy$. [JB'23]

(খ) p জটিল সংখ্যাটির অনুবন্ধী জটিল সংখ্যা q হলে $|p + 3i| = |q + 4|$ দ্বারা নির্দেশিত সঞ্চারপথ নির্ণয় কর।

(খ) Sol^n: ধরি, $p = x + iy \therefore q = x - iy$

দেওয়া আছে, $|p + 3i| = |q + 4|$

$\Rightarrow |x + iy + 3i| = |x - iy + 4|$

$\Rightarrow |x + i(y+3)| = |(x+4) - iy|$

$\Rightarrow \sqrt{x^2 + (y+3)^2} = \sqrt{(x+4)^2 + y^2}$

$\Rightarrow x^2 + y^2 + 6y + 9 = x^2 + 8x + 16 + y^2$

$\Rightarrow 8x - 6y + 7 = 0$

যা একটি সরলরেখাকে নির্দেশ করে। **(Ans.)**

04. **(ক)** $z = x + iy$ হলে $\text{Re}\left(\frac{1}{\bar{z}}\right) = \frac{1}{2}$ দ্বারা নির্দেশিত সঞ্চারপথটি নির্ণয় কর। [Din.B'23]

(ক) Sol^n: দেওয়া আছে, $z = x + iy$; $\bar{z} = x - iy$

এখন, $\left(\frac{1}{\bar{z}}\right) = \frac{1}{x-iy} = \frac{x+iy}{(x-iy)(x+iy)} = \frac{x+iy}{x^2-(iy)^2}$

$= \frac{x+iy}{x^2+y^2} = \frac{x}{x^2+y^2} + i\frac{y}{x^2+y^2}$

$\therefore \text{Re}\left(\frac{1}{\bar{z}}\right) = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{x}{x^2+y^2} = \frac{1}{2}$

$\Rightarrow x^2 + y^2 - 2x = 0$ যা একটি বৃত্ত।

05. $z = x + iy$ একটি জটিল রাশি [SB'22]

(খ) $|z+3| = 4$ বৃত্তের কেন্দ্র ও ব্যাসার্ধ নির্ণয় কর।

(খ) Sol^n: $|z+3| = 4 \Rightarrow |x + iy + 3| = 4$

$\Rightarrow |(x+3) + iy| = 4 = \sqrt{(x+3)^2 + y^2} = 4$

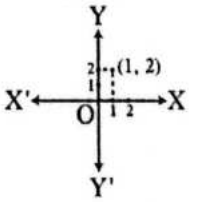
$\Rightarrow (x+3)^2 + y^2 = 16$

∴ বৃত্তের কেন্দ্র $(-3, 0)$ ও ব্যাসার্ধ 4 একক। **(Ans.)**

06. **(ক)** $1 + 2i$ কে আর্গন্ড চিত্রের সাহায্যে প্রকাশ কর। [JB'22]

(ক) Sol^n: $1 + 2i = x + iy \therefore x = 1, y = 2$

∴ আর্গন্ড তলে জটিল সংখ্যাটির প্রতিরূপী বিন্দু $(1, 2)$।



07. দৃশ্যকল্প-২: $p(x) = x^3 - 1$ [নটর ডেম কলেজ, ঢাকা]

(গ) দৃশ্যকল্প-২ এর আলোকে দেখাও যে, $p(x) = 0$ সমীকরণের মূলগুলো আর্গন্ড চিত্রে একটি সমবাহু ত্রিভুজ গঠন করে।

Educationblog24.com

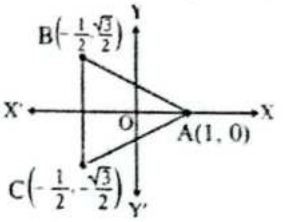
(গ) **Sol^n:** দেওয়া আছে, $p(x) = x^3 - 1 = 0$

$\Rightarrow (x-1)(x^2+x+1) = 0$

হয়, $x - 1 = 0$ অথবা, $x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4\,1\,1}}{2\,1}$

$\therefore x = 1$ $= \frac{-1+\sqrt{-3}}{2}, \frac{-1-\sqrt{-3}}{2} = \omega, \omega^2$

অর্থাৎ, $p(x) = 0$ সমীকরণটির মূলত্রয় হলো, $1, \omega$ ও ω^2



মনে করি, আর্গন্ড চিত্রে, 1 বা, $1 + 0 \cdot i$ এর প্রতিরূপী বিন্দু $A(1, 0)$

$\frac{-1+\sqrt{-3}}{2}$ বা, $-\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$ এর প্রতিরূপী বিন্দু, $B\left(-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

$\frac{-1-\sqrt{-3}}{2}$ বা, $-\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}$ এর প্রতিরূপী বিন্দু, $C\left(-\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

এখন, $(1, 0)$ ও ω এর মধ্যবর্তী দূরত্ব,

$AB = \sqrt{\left(1+\frac{1}{2}\right)^2 + \left(0-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2}$ একক $= \sqrt{3}$ একক।

একইভাবে, $(1, 0)$ ও ω^2 এর মধ্যবর্তী দূরত্ব $= \sqrt{3}$ একক

এবং ω ও ω^2 এর মধ্যবর্তী দূরত্ব $= \sqrt{3}$ একক

আর্গন্ড চিত্রে $1, \omega$ ও ω^2 এর প্রতিরূপী বিন্দুগুলো দ্বারা গঠিত ABC ত্রিভুজের প্রতিটি বাহুর দৈর্ঘ্য সমান।

$\therefore p(x) = 0$ সমীকরণের মূলগুলো আর্গন্ড চিত্রে সমবাহু ত্রিভুজ গঠন করে। **(দেখানো হলো)**

08. $f(x, y) = x + iy$ **[আদমজী ক্যান্টনমেন্ট কলেজ, ঢাকা]**

(খ) $|f(x-8, y)| + |f(x+8, y)| = 20$ সমীকরণ দ্বারা নির্দেশিত সঞ্চারপথের প্রকৃতি নির্ণয় কর।

(খ) **Sol^n:** দেওয়া আছে, $f(x, y) = x + iy$

এবং $|f(x-8, y)| + |f(x+8, y)| = 20$

$\Rightarrow |x - 8 + iy| + |x + 8 + iy| = 20$

$\Rightarrow \sqrt{(x-8)^2 + y^2} + \sqrt{(x+8)^2 + y^2} = 20$

$\Rightarrow (x+8)^2 + y^2 = \left\{20 - \sqrt{(x-8)^2 + y^2}\right\}^2$

[উভয়পক্ষকে বর্গ করে]

$\Rightarrow x^2 + 16x + 64 + y^2 = 400 + (x-8)^2 + y^2 - 40\sqrt{(x-8)^2 + y^2}$

$\Rightarrow x^2 + y^2 + 16x + 64 = 400 + x^2 + 64 - 16x + y^2 - 40\sqrt{(x-8)^2 + y^2}$

$\Rightarrow 32x - 400 = -40\sqrt{(x-8)^2 + y^2}$

$\Rightarrow 8(4x - 50) = -40\sqrt{(x-8)^2 + y^2}$

$\Rightarrow 4x - 50 = -5\sqrt{(x-8)^2 + y^2}$

$\Rightarrow (4x-50)^2 = 25\{(x-8)^2 + y^2\}$ [উভয়পক্ষকে বর্গ করে]

$\Rightarrow 16x^2 - 400x + 2500 = 25(x^2 - 16x + 64 + y^2)$

$\Rightarrow 25x^2 - 400x + 1600 + 25y^2 - 16x^2 + 400x - 2500 = 0$

$\Rightarrow 9x^2 + 25y^2 = 900 \Rightarrow \frac{9x^2}{900} + \frac{25y^2}{900} = 1 \Rightarrow \frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{36} = 1$

$\therefore \frac{x^2}{10^2} + \frac{y^2}{6^2} = 1$ সঞ্চারপথটি একটি উপবৃত্ত। **(Ans.)**

09. $z = x - iy$ একটি জটিল সংখ্যা। **[চট্টগ্রাম কলেজ]**

(খ) $|\bar{z} + 1| + |\bar{z} - 1| = 4$ দ্বারা নির্দেশিত সঞ্চারপথের বাস্তব সমীকরণ প্রমিত আকারে নির্ণয় কর।

(খ) **Sol^n:** দেওয়া আছে, $z = x - iy \therefore \bar{z} = x + iy$

প্রদত্ত রাশি, $|\bar{z} + 1| + |\bar{z} - 1| = 4$

$\Rightarrow |x + iy + 1| + |x + iy - 1| = 4$

$\Rightarrow |(x+1) + iy| + |(x-1) + iy| = 4$

$\Rightarrow \sqrt{(x+1)^2 + y^2} + \sqrt{(x-1)^2 + y^2} = 4$

$\Rightarrow \left\{\sqrt{(x+1)^2 + y^2}\right\}^2 = \left\{4 - \sqrt{(x-1)^2 + y^2}\right\}^2$

[উভয়পক্ষকে বর্গ করে]

$\Rightarrow (x+1)^2 + y^2 = 16 - 8\sqrt{(x-1)^2 + y^2} + (x-1)^2 + y^2$

$\Rightarrow (x+1)^2 - (x-1)^2 = 16 - 8\sqrt{(x-1)^2 + y^2}$

$\Rightarrow 4x = 16 - 8\sqrt{x^2 + y^2 - 2x + 1}$

$[\because (a+b)^2 - (a-b)^2 = 4ab]$

$\Rightarrow x = 4 - 2\sqrt{x^2 + y^2 - 2x + 1}$

$\Rightarrow x - 4 = -2\sqrt{x^2 + y^2 - 2x + 1}$

$\Rightarrow (x-4)^2 = 4(x^2 + y^2 - 2x + 1)$ [উভয়পক্ষকে বর্গ করে]

$\Rightarrow x^2 - 8x + 16 = 4x^2 + 4y^2 - 8x + 4$

$\therefore 3x^2 + 4y^2 = 12$; যা উপবৃত্তের সমীকরণ। **(Ans.)**

নিজে করো

10. $z = x + iy$ **[MB'23]**

(খ) $|z+4| + |z-4| = 10$ দ্বারা নির্দেশিত সঞ্চারপথের নাম উল্লেখসহ সমীকরণটি নির্ণয় কর।

[Ans: $\frac{x^2}{5^2} + \frac{y^2}{3^2} = 1$, যা উপবৃত্ত নির্দেশ করে।]

11. উদ্দীপকে: $z = x + iy$ **[DB'22]**

(গ) $3|z-1| = 2|z-2|$ দ্বারা নির্দেশিত সঞ্চারপথের সমীকরণ নির্ণয় কর।

[Ans: $5x^2 + 5y^2 - 2x - 7 = 0$]

Educationblog24.com

12. দৃশ্যকল্প-১: $|z+6|+|z-6|=20$ যেখানে $z=x+iy$. [Ctg.B'22]

(খ) দৃশ্যকল্প-১ দ্বারা নির্দেশিত সমীকরণটির সঞ্চারপথ এবং উহার নাম উল্লেখ করে চিত্র অঙ্কন কর।

[Ans: সঞ্চারপথটি একটি উপবৃত্ত নির্দেশ করে]

13. $|z+2|+|z-2|=6$, $z=x+iy$ একটি কনিক। [BB'22]

(গ) কনিকটির অক্ষদ্বয়ের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

[Ans: বৃহদাক্ষ: 6 একক ও ক্ষুদ্রাক্ষ: $2\sqrt{5}$ একক]

14. উদ্দীপক-২: $z=x+iy$. [CB'22]

(গ) উদ্দীপক-২ এর সাহায্যে $|z+2|=5$ বৃত্তের কেন্দ্র ও ব্যাসার্ধ নির্ণয় কর।

[Ans: বৃত্তের কেন্দ্র $(-2, 0)$ ও ব্যাসার্ধ 5 একক।]

15. দৃশ্যকল্প-২: $|z-3|-|z+3|=4$ [Din.B'22]

(গ) দৃশ্যকল্প-২ হতে সঞ্চারপথের সমীকরণ নির্ণয় কর যখন $z=x+iy$. [Ans: $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{5}=1$]

16. $f(z)=z-2$. [SB'19]

(গ) $z=p+iq$ হলে, $|f(z+6)|+|f(z-2)|=10$ দ্বারা নির্দেশিত সঞ্চারপথের সমীকরণ নির্ণয় কর।

[Ans: $\frac{q^2}{3^2}-\frac{p^2}{5^2}=1$]

17. z একটি জটিল সংখ্যা [JB'19]

(গ) $|2z+3|=|3z+1|$ দ্বারা নির্দেশিত সঞ্চারপথ নির্ণয় কর। [Ans: $5x^2+5y^2-6x-8=0$]

18. দৃশ্যকল্প-২: $|z-5|=3$ [DB, SB, JB, Din.B'18]

(গ) $z=x+iy$ হলে দৃশ্যকল্প-২ এর সঞ্চারপথ জ্যামিতিকভাবে কী নির্দেশ করে? চিত্র আঁক।

[Ans: সঞ্চারপথটি একটি বৃত্ত নির্দেশ করে যার ব্যাসার্ধ 3 একক]

19. (ক) $z=x+iy$ হলে, $|z+i|=|\bar{z}+2|$ দ্বারা নির্দেশিত সঞ্চারপথ নির্ণয় কর। [JB'17]

[Ans: $4X-2Y+3=0$]

MCQ প্রশ্নের জন্য এই অধ্যায়ের বিভিন্ন টাইপের তুলনামূলক গুরুত্ব:

গুরুত্ব	টাইপ	টাইপের নাম	যতবার প্রশ্ন এসেছে	যে বোর্ডে যে বছর এসেছে
				MCQ
০০	T-01	A+iB ও পোলার আকারে প্রকাশ	09	DB'23; RB'23; Ctg.B'23, SB'23; Din.B'23; Mad.B'23; CB'22; BB'19, 17
০০০	T-02	জটিল সংখ্যার মডুলাস ও আর্গুমেন্ট সংক্রান্ত সমস্যা	27	DB'23, 22, 19; RB'22, 17; Ctg.B'19, 17; SB'19; SB'17; JB'23, CB'23, 22, Din.B'23, 19, 22; MB'23, 22, Mad.B'23; All B'18;
০০	T-03	অনুবন্ধী জটিল সংখ্যা সংক্রান্ত	13	RB'23, 19; Ctg.B'23; JB'23, 22; MB'23; Mad.B'23; SB'22; CB'22
০০	T-04	মূল নির্ণয় সংক্রান্ত	16	DB'23, 22, 17; RB'23; SB'23, 22, 19; BB'23, 22; JB'23; CB'23, 19
০০০	T-05	i এর ঘাত এবং ধারা সংক্রান্ত	14	DB'23; Ctg.B'23, 22, 17; CB'23, 22; Mad.B'23; SB'22; JB'22, 17; Din.B'22, MB'22; All B'18; RB'17
০০০	T-06	ω এর ঘাত এবং ধারা সংক্রান্ত	21	SB'23; BB'23, 22, 19, 17; JB'23, 17; Mad.B'23; RB'22; Ctg.B'22, 19, Din.B'22, 17; DB'19, 17, CB'19, 17;
০	T-07	মান নির্ণয় ও প্রমাণ সংক্রান্ত	02	RB'22; MB'22
০০০	T-08	জটিল সংখ্যার লেখচিত্র ও জ্যামিতিক প্রয়োগ সংক্রান্ত	16	Ctg.B'23, 19, 17; JB'23, 22; BB'23; Din.B'23, 19; MB'23; RB'22, 19; CB'22, 19; DB'19; SB'17

Educationblog24.com

বিগত বোর্ড পরীক্ষামূহের MCQ প্রশ্ন

01. $z = \frac{2-3i}{2+i}$ হলে Re(z) =? [DB'23]
(a) $-\frac{8}{5}$ (b) $-\frac{1}{5}$ (c) $\frac{1}{5}$ (d) $\frac{8}{5}$

02. $\sqrt{-6i}$ এর মান— [DB'23]
(a) $\pm\sqrt{3}(1+i)$ (b) $\pm\frac{\sqrt{3}}{2}(1+i)$
(c) $\pm\sqrt{3}(1-i)$ (d) $\frac{\sqrt{3}}{2}(1-i)$

03. $z = (1-i)^3$ হলে arg (z) হবে— [DB'23]
(a) $-\frac{3\pi}{4}$ (b) $-\frac{\pi}{4}$ (c) $\frac{\pi}{4}$ (d) $\frac{3\pi}{4}$

04. $n \in \mathbb{Z}$ হলে— [DB'23]
(i) $i^{4n} = 1$ (ii) $i^{2n+1} = -1$ (iii) $i^{8n+4} = 1$
নিচের কোনটি সঠিক?
(a) i, ii (b) i, iii (c) ii, iii (d) i, ii, iii

05. $z = \frac{1}{2}(-1 - i\sqrt{7})$ হলে $z - \bar{z}$ এর মান কত? [RB'23]
(a) $-i\sqrt{7}$ (b) -1 (c) $i\sqrt{7}$ (d) 1

06. $\frac{1+i}{i} = p + iq$ হলে q এর মান কত? [RB'23]
(a) $-i$ (b) -1 (c) i (d) 1

07. i এর বর্গমূল কোনটি? [RB'23]
(a) $\pm\frac{1}{2}(1+i)$ (b) $\pm\frac{1}{2}(1-i)$
(c) $\pm\frac{1}{\sqrt{2}}(1-i)$ (d) $\pm\frac{1}{\sqrt{2}}(1+i)$

08. $z = -1 - i$ জটিল সংখ্যাটির— [RB'23]
(i) আর্গুমেন্ট $-\frac{3\pi}{4}$ (ii) বাস্তব অংশ -1
(iii) অনুবন্ধী জটিল সংখ্যা $1 - i$
নিচের কোনটি সঠিক?
(a) i, ii (b) ii, iii (c) i, iii (d) i, ii, iii

09. $z = \frac{1}{2+i}$ হলে x এর মান হবে— [Ctg.B'23]
(a) $\frac{3}{2}$ (b) $\frac{1}{2}$ (c) $\frac{1}{3}$ (d) $\frac{2}{3}$

10. i^{4n+4} এর মান কত? [Ctg.B'23]
(a) 1 (b) -1 (c) i (d) $-i$

11. $z = 2x + 3iy$ হলে $|z| = 1$ কী নির্দেশ করে? [Ctg.B'23; DB'19]
(a) বৃত্ত (b) পরাবৃত্ত (c) উপবৃত্ত (d) অধিবৃত্ত

12. $z = -i + 1$— [Ctg.B'23]
(i) z এর মডুলাস $\sqrt{2}$ (ii) z এর আর্গুমেন্ট $\frac{-\pi}{4}$
(iii) $z\bar{z} = z + \bar{z}$
নিচের কোনটি সঠিক?
(a) i, ii (b) i, iii (c) ii, iii (d) i, ii, iii

13. $-5 + 12i$ এর বর্গমূল কোনটি? [SB'23]
(a) $\pm(-2+3i)$ (b) $\pm(2+3i)$
(c) $\pm(2-3i)$ (d) $\pm(-2-3i)$

MCQ উত্তরমালা ও ব্যাখ্যামূলক সমাধান

01. c	02. c	03. a	04. b	05. a	06. b	07. d	08. a	09. -	10. a	11. c	12. d	13. b, d

01. $z = \frac{2-3i}{2+i} = \frac{(2-3i)(2-i)}{(2+i)(2-i)} = \frac{4-6i-2i+3i^2}{4-i^2} = \frac{1-8i}{5} = \frac{1}{5} - \frac{8}{5}i \therefore \text{Re}(z) = \frac{1}{5}$

02. ধরি, $\sqrt{-6i} = a + bi \Rightarrow -6i = a^2 + 2ab \cdot i + b^2i^2$
$\Rightarrow -6i = a^2 - b^2 + 2ab \cdot i$
বাস্তব ও কাল্পনিক অংশ সমীকৃত করে পাই,
$a^2 - b^2 = 0 \ldots\ldots\ldots$ (i) এবং $2ab = -6 \ldots\ldots\ldots$ (ii)
$\therefore (a^2 + b^2)^2 = (a^2 - b^2)^2 + 4 \cdot a^2 \cdot b^2 = 0 + (-6)^2$
$\Rightarrow a^2 + b^2 = 6 \ldots\ldots\ldots$ (iii)
(i) এবং (iii) সমাধান করে পাই, $2a^2 = 6 \Rightarrow a^2 = 3 \therefore a = \pm\sqrt{3}$
এবং (ii) হতে পাই, $a = +\sqrt{3}$ হলে, $b = -\sqrt{3}$
$a = -\sqrt{3}$ হলে, $b = +\sqrt{3} \therefore \sqrt{-6i} = \sqrt{3} - \sqrt{3}i, -\sqrt{3} + \sqrt{3}i = \pm\sqrt{3}(1-i)$
Shortcut: $\sqrt{-6i} = \sqrt{6}\sqrt{-i} = \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{-2i}$
$= \sqrt{3} \cdot \sqrt{1 - 2i + i^2} = \sqrt{3} \cdot \sqrt{(1-i)^2} = \pm\sqrt{3}(1-i)$

03. $z = (1-i)^3 = 1 - 3i + 3i^2 + (-i)^3$
$= 1 - 3i - 3 + i = -2 - 2i$; $\arg(z) = -\pi + \tan^{-1}\left|\frac{2}{2}\right| = -\pi + \frac{\pi}{4} = -\frac{3\pi}{4}$
Shortcut: $\arg(z^n) = \arg(z) = \arg\{(1-i)^3\}$
$= 3\arg(1-i) = 3\left[-\tan^{-1}\left|\frac{1}{-1}\right|\right] = -\frac{3\pi}{4}$

04. (i) $i^{4n} = (i^4)^n = 1^n = 1$; (ii) $i^{2n+1} = i^{2n} \cdot i^1 = (-1)^n \cdot i$;
(iii) $i^{8n+4} = i^{8n} \cdot i^4 = (i^4)^{2n} \cdot i^4 = 1 \cdot 1 = 1$

05. $\bar{z} = \frac{1}{2}(-1 + i\sqrt{7}) \therefore z - \bar{z} = \frac{1}{2}(-1 - i\sqrt{7} + 1 - i\sqrt{7})$
$\Rightarrow z - \bar{z} = \frac{1}{2} \cdot (-2i\sqrt{7}) = -i\sqrt{7}$

06. $\frac{1+i}{i} = \frac{(i+1)i}{i^2} = \frac{i^2+i}{-1} = 1 - i = p + iq$ হলে q এর মান হবে -1

07. $\sqrt{i} = \sqrt{\frac{1}{2} \times 2i} = \sqrt{\frac{1}{2}(1 + 2i - 1)} = \sqrt{\frac{1}{2}(1 + 2i + i^2)}$
$= \sqrt{\frac{1}{2} \times (1+i)^2} = \pm\frac{1}{\sqrt{2}}(1+i)$

09. (সঠিক উত্তর নেই); $z = \frac{1}{2+i} = \frac{2-i}{(2+i)(2-i)} = \frac{2-i}{2^2-i^2} = \frac{2-i}{4+1} = \frac{2}{5} - \frac{1}{5}i$
$z = \frac{2}{5} - \frac{1}{5}i$ কে $x + iy$ এর সঙ্গে তুলনা করে পাই, $x = \frac{2}{5}$

10. $i^{4n+4} = i^{4n} \cdot i^4 = (i^4)^n \cdot i^4 = 1^n \cdot 1 = 1$
বিকল্প: $i^{4n+4} = i^{4(n+1)} = (i^4)^{n+1} = 1$

11. $z = 2x + i3y$; প্রশ্নমতে, $|z| = 1$
$\Rightarrow \sqrt{(2x)^2 + (3y)^2} = 1 \Rightarrow 4x^2 + 9y^2 = 1$
$\Rightarrow \frac{x^2}{\left(\frac{1}{2}\right)^2} + \frac{y^2}{\left(\frac{1}{3}\right)^2} = 1$ যা $\frac{X^2}{a^2} + \frac{Y^2}{b^2} = 1$ এর সাথে তুলনীয়, যা উপবৃত্ত নির্দেশ করে।

12. $z = -i + 1 \Rightarrow |z| = \sqrt{1^2 + (-1)^2} = \sqrt{2}$;
$\arg(z) = -\tan^{-1}\left|\frac{-1}{1}\right| = -\frac{\pi}{4}$; $\bar{z} = i + 1 \therefore z\bar{z} = (-i+1)(i+1)$
$= 1 - i^2 = 1 + 1 = 2 = -i + 1 + i + 1$
$= z + \bar{z}$ (i), (ii), (iii) সঠিক।

13. (b) ও (d); উভয়ই সঠিক; $-5 + 12i$
$= -9 + 12i + 4 = 2^2 + 2 \cdot 2 \cdot 3i + (3i)^2 = (2 + 3i)^2$
$\therefore \sqrt{-5 + 12} = \pm(2 + 3i)$ বেশি গ্রহণযোগ্য অথবা $\pm(-2 - 3i)$

Educationblog24.com

14. $\frac{i^{-5}}{1+i^3}$ এর বাস্তব ও কাল্পনিক অংশের সমষ্টি কত? [SB'23]

(a) -1 (b) 0 (c) 1 (d) 2

15. $p = x + iy$ হলে $|p - 2| = 3$ সমীকরণটি নির্দেশ করে- [SB'23; Din.B'23, 19]

(a) বৃত্ত (b) সরলরেখা

(c) বিন্দুবৃত্ত (d) উপবৃত্ত

16. একক জটিল ঘনমূল α, β হলে- [SB'23]

(i) $\alpha\beta = 1$ (ii) $\alpha^2 = \beta$ (iii) $\alpha + \beta = -1$

নিচের কোনটি সঠিক?

(a) i, ii (b) i, iii (c) ii, iii (d) i, ii, iii

17. $z = 3 - 4i$ এবং $\sqrt{z} = x + iy$ হলে নিচের কোনটি সঠিক? [BB'23]

(a) $x^2 - y^2 = 5$ (b) $x^2 + y^2 = 5$

(c) $x^2 + y^2 = 3$ (d) $x^2 - y^2 = 4$

18. যদি $z = x + iy$, $z_1 = x_1 + iy_1, z_2 = x_2 + iy_2$ তিনটি জটিল সংখ্যা হয়, তবে- [BB'23]

(i) $\text{Re}(z) \le |z|$

(ii) $\arg(z_1 z_2) \le \arg z_1 + \arg z_2$

(iii) $|z_1 - z_2| \ge |z_1| - |z_2|$

নিচের কোনটি সঠিক?

(a) i, ii (b) i, iii (c) ii, iii (d) i, ii, iii

নিচের উদ্দীপকের আলোকে পরবর্তী দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও:

$p = \frac{1}{2}(-1 + \sqrt{-3})$ একটি জটিল সংখ্যা।

19. $(p + \bar{p})^2 =$ কত? [BB'23]

(a) 1 (b) p (c) -1 (d) $\bar{p}$

20. $\sqrt{p^2 + \bar{p}^2} =$ কত? [BB'23]

(a) i (b) $-i$ (c) -1 (d) 1

21. $\sqrt[3]{2^3}$ এর মূলত্রয়ের যোগফল কত? [JB'23]

(a) 0 (b) 2 (c) 2ω (d) $2\omega^2$

22. $z = x + iy$ হলে $|z + 1| = |z - 2|$ দ্বারা নির্দেশিত সঞ্চারপথ কোনটি? [JB'23]

(a) সরলরেখা (b) বৃত্ত

(c) পরাবৃত্ত (d) উপবৃত্ত

23. $z = i - 1$ এর- [JB'23]

(i) মডুলাস $= \sqrt{2}$ (ii) আর্গুমেন্ট $= \frac{\pi}{4}$

(iii) $z\bar{z}$ একটি বাস্তব সংখ্যা

নিচের কোনটি সঠিক?

(a) i, ii (b) i, iii (c) ii, iii (d) i, ii, iii

24. $z = x + iy$ হলে $\sqrt{z - \bar{z}}$ এর মান কত? [JB'23]

(a) $\sqrt{y}(1 + i)$ (b) $\sqrt{y}(1 - i)$

(c) $\sqrt{x}(1 + i)$ (d) $\sqrt{x}(1 - i)$

MCQ উত্তরমালা ও ব্যাখ্যামূলক সমাধান

14. a	15. a	16. d	17. b	18. b	19. a	20. a	21. a	22. a	23. b	24. a

14. $\frac{i^{-5}}{1+i^3} = \frac{\frac{1}{i^5}}{\frac{1}{i^3}+i^3} = \frac{\frac{1}{i^4 \cdot i}}{\frac{1}{i^3}+i^3} = \frac{\frac{1}{1 \cdot i}}{\frac{1}{i^3}+i^3} = \frac{\frac{1}{i}}{\frac{1}{i^3}+i^3} = \frac{\frac{1}{i}}{\frac{1}{-i}+i} = \frac{\frac{1}{i}}{\frac{1}{i^2-1}} = \frac{1+1}{-2} = -\frac{1}{2} - \frac{1}{2}$

$\therefore$ বাস্তব ও কাল্পনিক অংশের সমষ্টি $= -\frac{1}{2} - \frac{1}{2} = -1$

15. $|p - 2| = 3 \Rightarrow |(x - 2) + iy| = 3 \Rightarrow \sqrt{(x-2)^2 + y^2} = 3$

$\therefore (x - 2)^2 + y^2 = 3^2$ যা একটি বৃত্তের সমীকরণ। [কেন্দ্র (2,0), ব্যাসার্ধ = 3]

16. একক জটিল ঘনমূল $1, \alpha, \beta$ হলে, $1 + \alpha + \beta = 0 \therefore \alpha + \beta = -1$ [(iii) সঠিক]

[$\because \omega + \omega^2 + 1 = 0$] এবং $\omega^3 = 1$]

এবং $\alpha^2 = \beta$ [(ii) সঠিক]। আবার, $\alpha\beta = \alpha \cdot \alpha^2 = \alpha^3 = 1$ [(i) সঠিক]

17. $z = 3 - 4i$; $\sqrt{z} = x + iy \Rightarrow (\sqrt{z})^2 = (x + iy)^2$

$\Rightarrow z = x^2 - y^2 + 2ixy$

সমতা করে পাই, $\therefore x^2 - y^2 = 3, 2xy = -4 \Rightarrow xy = -2$

$\therefore (x^2 + y^2)^2 = (x^2 - y^2)^2 + 4x^2y^2$

$= 3^2 + 4(-2)^2 = 25 \therefore x^2 + y^2 = 5$

18. $\arg(z_1 z_2) = \arg(z_1) + \arg(z_2)$ (i) ও (iii) নং সঠিক।

19. $\bar{p} = \frac{1}{2}(-1 - \sqrt{-3})$

$(p + \bar{p})^2 = \left\{\frac{1}{2}(-1 + \sqrt{-3} - 1 - \sqrt{-3})\right\}^2 = \left\{\frac{1}{2}(-2)\right\}^2 = 1$

20. $p = \frac{1}{2}(-1 + \sqrt{-3}) = \omega$; $\bar{p} = \frac{1}{2}(-1 - 3) = \omega^2$;

$1 + \omega + \omega^2 = 0 \Rightarrow \omega + \omega^2 = -1$

$\therefore \sqrt{p^2 + \bar{p}^2} = \sqrt{\omega + \omega^2} = \sqrt{-1} = i$

21. ধরি, $x = \sqrt[3]{2^3} \Rightarrow x^3 = 2^3 \Rightarrow x^3 - 2^3 = 0$

$\Rightarrow (x - 2)(x^2 + 2x + 4) = 0$

হয়, $x - 2 = 0$ $\therefore x = 2$

অথবা, $x^2 + 2x + 4 = 0$

$\Rightarrow x = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \cdot 4}}{2 \cdot 1} \Rightarrow \frac{-2 \pm \sqrt{-12}}{2} = -1 \pm \sqrt{3}i$

$\therefore$ মূলত্রয়ের যোগফল $= 2 + (-1 + \sqrt{3}i) + (-1 - \sqrt{3}i) = 0$

22. $|z + 1| = |z - 2| \Rightarrow |(x + 1) + iy| = |(x - 2) + iy|$

$\Rightarrow \sqrt{(x+1)^2 + y^2} = \sqrt{(x-2)^2 + y^2}$ [বর্গ করে]

$\Rightarrow 2x + 1 = -4x + 4 \Rightarrow 6x = 3 \Rightarrow 2x = 1$

$\Rightarrow 2x - 1 = 0$ যা y অক্ষের সমান্তরাল সরলরেখা।

23. $z = i - 1$ হলে, $|z| = \sqrt{1 + (-1)^2} = \sqrt{2}$ (i) সঠিক,

$\arg z = \pi - \tan^{-1}\left|\frac{1}{-1}\right| = \pi - \frac{\pi}{4} = \frac{3\pi}{4}$ (ii) সঠিক নয়।

$z\bar{z} = (i - 1)(-i - 1) = (-1)^2 - i^2 = 1 + 1 = 2 \in \mathbb{R}$ (iii) সঠিক।

24. $z - \bar{z} = (x + iy) - (x - iy) = i2y$

$\therefore \sqrt{z - \bar{z}} = \sqrt{i \cdot 2y} = \sqrt{y} \cdot \sqrt{2i} = \sqrt{y} \cdot \sqrt{(1 + i)^2} = \sqrt{y}(1 + i)$

Educationblog24.com

25. এককের জটিল ঘনমূলদ্বয় p ও q হলে $p^5 + q^5 =$ কত? [JB'23]
(a) −1 (b) 1 (c) ω (d) ω^2

26. $\frac{-1-\sqrt{-3}}{2}$ এর মুখ্য আর্গুমেন্ট কত? [CB'23, 22, 17; DB, RB, MB'22; DB, Ctg.B, Din.B'19; All Board'18;DB, RB, Ctg.B'17]
(a) $-\frac{2\pi}{3}$ (b) $-\frac{\pi}{3}$ (c) $\frac{\pi}{3}$ (d) $\frac{2\pi}{3}$

27. $\frac{1}{i}$ এর বর্গমূল কত? [CB'23]
(a) $\pm\frac{1}{\sqrt{2}}(1+i)$ (b) $\pm\frac{1}{\sqrt{2}}(1-i)$
(c) $\pm(1+i)$ (d) $\pm(1-i)$

28. $i^5 + i^6 + i^7 + i^8 + i^9$ এর মান কত? [CB'23; Din.B'22]
(a) −1 (b) −i (c) 1 (d) i

29. $z = 2 - 2i$ হলে— [CB'23]
(i) $Re(z) + Im(z) = 0$ (ii) $z\bar{z} = 8$
(iii) z এর পোলার আকার $2\sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{4} - i\sin\frac{\pi}{4}\right)$
নিচের কোনটি সঠিক?
(a) i, ii (b) i, iii (c) ii, iii (d) i, ii, iii

30. $A + iB = \frac{2-3i}{5-4i}$ হলে, B এর মান কোনটি? [Din.B'23, BB'19]
(a) $-\frac{7}{9}$ (b) $-\frac{7}{41}$ (c) $\frac{22}{41}$ (d) $\frac{1}{4}$

31. $-i\sqrt{3}$ এর আর্গুমেন্ট কত? [Din.B'23]
(a) 0 (b) $\frac{\pi}{2}$ (c) $-\frac{\pi}{2}$ (d) $-\frac{\pi}{3}$

32. ω এককের কাল্পনিক ঘনমূল হলে, $(\omega^5 + \omega^6 + \omega^7 + \omega^8)(\omega^{-1} + \omega^{-2} + \omega^{-3} + \omega^{-4})$ এর মান [Din.B'23]
(a) ω (b) ω^2 (c) 1 (d) 0

33. $-2 + i\sqrt{5}$ এর মডুলাস কোনটি? [MB'23]
(a) −2 (b) $\sqrt{5}$ (c) 3 (d) 9

34. $z = 2 + 3i$ একটি জটিল সংখ্যা হলে $z - \bar{z}$ এর মুখ্য আর্গুমেন্ট কত? [MB'23]
(a) 0 (b) $\frac{\pi}{2}$ (c) π (d) $\frac{3\pi}{2}$

নিচের উদ্দীপকের আলোকে পরবর্তী দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও:
একটি জটিল সংখ্যা $z = \frac{1}{2+i}$

35. z এর অনুবন্ধি জটিল সংখ্যা কোনটি? [MB, Mad.B'23]
(a) $\frac{2-i}{4}$ (b) $\frac{2+i}{4}$ (c) $\frac{2+i}{5}$ (d) $\frac{2-i}{5}$

36. জটিল সংখ্যাটি কার্তেসীয় সমতলে যে বিন্দু নির্দেশ করে, তা স্থানাঙ্ক [MB'23]
(a) $\left(-\frac{1}{5}, \frac{2}{5}\right)$ (b) $\left(\frac{1}{5}, \frac{2}{5}\right)$
(c) $\left(\frac{2}{5}, -\frac{1}{5}\right)$ (d) $\left(\frac{2}{5}, \frac{1}{5}\right)$

37. z একটি জটিল সংখ্যা হলে, [MB'23]
(i) $\frac{|z|}{|\bar{z}|} = 1$ (ii) $z \cdot \bar{z} = |z|^2$
(iii) $\arg\left(\frac{z}{\bar{z}}\right) = \arg(z) + \arg(\bar{z})$
নিচের কোনটি সঠিক?
(a) i, ii (b) i, iii (c) ii, iii (d) i, ii, iii

MCQ উত্তরমালা ও ব্যাখ্যামূলক সমাধান

25. a	26. a	27. b	28. d	29. d	30. b	31. c	32. a	33. c	34. b	35. c	36. c	37. a

25. $p^5 + q^5 = \omega^5 + (\omega^2)^5 = \omega^2 + \omega = -1$

26. $\frac{-1-\sqrt{-3}}{2} = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i \therefore$ আর্গুমেন্ট $= -\pi + \tan^{-1}\left|\frac{-\frac{\sqrt{3}}{2}}{-\frac{1}{2}}\right|$
$= -\pi + \tan^{-1}\sqrt{3} = -\pi + \frac{\pi}{3} = -\frac{2\pi}{3}$

27. $\frac{1}{i} = \frac{1}{i^2} = -1 = \frac{1}{2}(-2i) = \frac{1}{2}(1 - 2i - 1) = \frac{1}{2}(1 - 2i + i^2)$
$= \frac{1}{2}(1-i)^2 \therefore \sqrt{\frac{1}{i}} = \pm\frac{1}{\sqrt{2}}(1-i)$

28. $i^5 + i^6 + i^7 + i^8 + i^9 = (1 + i^2 + i^3 + i^4) + i = 0 + i = i$
[$\because$ a, b, c, d চারটি ক্রমিক পূর্ণসংখ্যা হলে $i^a + i^b + i^c + i^d = 0$]

29. $z = 2 - 2i$; (i) $Re(z) + Im(z) = 2 - 2 = 0$
(ii) $z \cdot \bar{z} = (2-2i)(2+2i) = 4 - 4i^2 = 4 + 4 = 8$
(iii) $r = \sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2}$ এবং $\theta = -\tan^{-1}\left|\frac{2}{2}\right| = -\frac{\pi}{4}$
$\therefore z = 2\sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{4} - i\sin\frac{\pi}{4}\right)$

30. $A + iB = \frac{2-3i}{5-4i} = \frac{(2-3i)(5+4i)}{(5-4i)(5+4i)} = \frac{10-15i+8i-12i^2}{25+16} = \frac{22-7i}{41}$
$\therefore A + iB = \frac{22}{41} - \frac{7}{41}i \therefore B = -\frac{7}{41}$

31. $-i\sqrt{3}$ এর আর্গুমেন্ট $= -\tan^{-1}\left|\frac{\sqrt{3}}{0}\right| = -\frac{\pi}{2}$

32. $(\omega^5 + \omega^6 + \omega^7 + \omega^8)(\omega^{-1} + \omega^{-2} + \omega^{-3} + \omega^{-4})$
$= (\omega^2 + 1 + \omega + \omega^2)\left(\frac{1}{\omega} + \frac{1}{\omega^2} + \frac{1}{\omega^3} + \frac{1}{\omega^4}\right)$
$= (\omega^2 + 0)(\omega^2 + 1 + \omega + \omega^2) = \omega^2 \cdot (0 + \omega^2) = \omega^4 = \omega$

33. $r = \sqrt{(-2)^2 + (\sqrt{5})^2} = \sqrt{4+5} = \sqrt{9} = 3$

34. $z - \bar{z} = 2 + 3i - 2 + 3i = 6i \therefore \theta = \tan^{-1}\frac{6}{0} = \frac{\pi}{2}$

35. $z = \frac{1}{2+i} = \frac{2-i}{(2+i)(2-i)} = \frac{2-i}{5} \therefore \bar{z} = \frac{2+i}{5}$

36. $z = \frac{2-i}{5} = \frac{2}{5} + \left(\frac{-1}{5}\right)i$ কে $a + bi$ এর সাথে তুলনা করে পাই,
$a = \frac{2}{5}$ ও $b = -\frac{1}{5}$ বিন্দুটি হবে। $\equiv (a, b) \equiv \left(\frac{2}{5}, \frac{-1}{5}\right)$

37. ধরি, $z = a + bi, \bar{z} = a - bi$
(i) $\frac{|z|}{|\bar{z}|} = \frac{\sqrt{a^2+b^2}}{\sqrt{a^2+b^2}} = 1$
(ii) $z.\bar{z} = (a+bi)(a-bi) = a^2 - b^2i^2 = a^2 + b^2$
$|z|^2 = \left(\sqrt{a^2+b^2}\right)^2 = a^2 + b^2$
(iii) $z = r(\cos\theta_1 + i\sin\theta_1)$ ও $\bar{z} = r(\cos\theta_2 + i\sin\theta_2)$ যেখানে argument হলো θ_1 ও θ_2
$\frac{z}{\bar{z}} = \frac{r(\cos\theta_1+i\sin\theta_1)}{r(\cos\theta_2+i\sin\theta_2)} = \frac{(\cos\theta_1+i\sin\theta_1)(\cos\theta_2-i\sin\theta_2)}{(\cos\theta_2+i\sin\theta_2)(\cos\theta_2-i\sin\theta_2)}$
$= \frac{(\cos\theta_1\cos\theta_2+\sin\theta_1\sin\theta_2)+i(\sin\theta_1\cos\theta_2-\cos\theta_1\sin\theta_2)}{\cos^2\theta_2-i^2\sin^2\theta_2}$
$= \frac{\cos(\theta_1-\theta_2)+i\sin(\theta_1-\theta_2)}{\cos^2\theta_2+\sin^2\theta_2} = \cos(\theta_1-\theta_2) + i\sin(\theta_1-\theta_2)$
অর্থাৎ, $\arg\left(\frac{z}{\bar{z}}\right) = \theta_1 - \theta_2$; আর $\arg(z) = \theta_1$ ও $\arg(\bar{z}) = \theta_2$
$\therefore \arg\left(\frac{z}{\bar{z}}\right) = \arg(z) - \arg(\bar{z})$

Educationblog24.com

38. i^{4n+3} এর মান কত? যখন $n \in N$. [Mad.B'23]
(a) $-i$ (b) i (c) -1 (d) 1

39. $\frac{3+i}{3-i} = A + iB$ হলে, A এর মান নিচের কোনটি? [Mad.B'23; BB'17]
(a) $\frac{4}{5}$ (b) $\frac{5}{4}$ (c) $\frac{3}{5}$ (d) $\frac{5}{3}$

40. $-2\sqrt{3} + 2i$ এর আর্গুমেন্ট নিচের কোনটি? [Mad.B'23]
(a) $\frac{\pi}{6}$ (b) $\frac{\pi}{3}$ (c) $\frac{2\pi}{3}$ (d) $\frac{5\pi}{6}$

41. $z = -6 - 4i$ হলে, $\bar{z} - z$ এর মান কত? [Mad.B'23]
(a) 12 (b) -12
(c) $8i$ (d) $-8i$

42. $z_1 = 1 + 2i$ এবং $z_2 = 3 + i$, হলে $\bar{z_1} - z_2$ এর মডুলাস হল— [DB'22]
(a) $\sqrt{5}$ (b) $\sqrt{13}$
(c) $\sqrt{25}$ (d) $5\sqrt{2}$

43. $z = 1 - i$ হলে $z - \bar{z}$ এর বর্গমূল কত? [DB, SB, BB'22; SB, CB'19; DB'17]
(a) $-1 - i$ (b) $\pm(1 + i)$
(c) $\pm(1 - i)$ (d) $\pm\frac{1}{\sqrt{2}}(1 - i)$

44. $\sqrt[4]{-49}$ এর মান কোনটি? [DB'22]
(a) $\pm\sqrt{7}i$ (b) $\pm\sqrt{\frac{7}{2}}(1 \pm i)$
(c) $\pm\frac{7}{2}(1 \pm i)$ (d) $\frac{7}{\sqrt{2}}(1 \pm 2i)$

45. $i^2 = -1$ হলে $\frac{-i-i^{-5}}{2i^{-5}+i}$ এর মান— [Ctg.B'22, 17; CB, MB'22; JB'22, 17]
(a) -2 (b) 0 (c) $\frac{1}{2}$ (d) 2

46. $\sqrt[3]{1}$ এর মূলত্রয়ের— [Ctg.B'22]
(i) যোগফল শূন্য (ii) দুইটি মূলদ্বয় জটিল
(iii) একটি মূল অপর একটি মূলের বর্গের সমান
নিচের কোনটি সঠিক?
(a) i, ii (b) i, iii (c) ii, iii (d) i, ii, iii

47. $-i$ এর মডুলাস ও আর্গুমেন্ট— [Ctg.B, Din.B'22; SB'19; BB'17]
(a) 1 ও 0 (b) 1 ও $-\frac{\pi}{2}$
(c) 1 ও π (d) 1 ও $\frac{\pi}{2}$

48. এককের একটি জটিল ঘনমূল ω হলে, $\frac{2}{\omega^{13}+\omega^{26}}$ এর মান— [Ctg.B'22]
(a) -2 (b) -1 (c) 0 (d) 2

49. $x + iy = i^{-2021} + 2(\omega)^{-2019}$ হলে $\frac{y}{x} = ?$ [RB'22]
(a) $\frac{1}{2}$ (b) $-\frac{1}{2}$ (c) 2 (d) -2

50. $-1 - i\sqrt{3}$ এর অনুবন্ধী রাশির আর্গুমেন্ট কত? [RB'22]
(a) $-\frac{\pi}{3}$ (b) $\frac{\pi}{3}$
(c) $-\frac{2\pi}{3}$ (d) $\frac{2\pi}{3}$

নিচের উদ্দীপকের আলোকে পরবর্তী দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও
$z = 3i$

51. $\bar{z}$ দ্বারা গঠিত বিন্দু কোনটি? [RB'22, 19]
(a) $(0, -3)$ (b) $(0, 3)$
(c) $(-3, 0)$ (d) $(3, 0)$

52. $\bar{z}$ এর সাধারণ আর্গুমেন্ট কত? [RB'22]
(a) $2n\pi + \frac{\pi}{2}$ (b) $2n\pi - \frac{\pi}{2}$
(c) $n\pi + \frac{\pi}{2}$ (d) $n\pi - \frac{\pi}{2}$

MCQ উত্তরমালা ও ব্যাখ্যামূলক সমাধান

38. a	39. a	40. d	41. c	42. b	43. c	44. b	45. b	46. d	47. b	48. a	49. b	50. d	51. a	52. b

38. $i^{4n+3} = i^{4n}i^3 = 1(-i) = -i$

39. $\frac{3+i}{3-i} = \frac{(3+i)^2}{(3-i)(3+i)} = \frac{9+6i+i^2}{9-i^2} = \frac{9+6i-1}{9+1} = \frac{8+6i}{10} = \frac{4}{5} + \frac{3}{5}i = A + iB$
$\therefore A = \frac{4}{5}$

40. $\arg(-2\sqrt{3} + 2i) = \theta = \pi - \tan^{-1}\left|\frac{2}{2\sqrt{3}}\right| = \pi - \tan^{-1}\left|\frac{1}{\sqrt{3}}\right|$
$= \pi - \frac{\pi}{6} = \frac{5\pi}{6}$

41. $Z = -6 - 4i$; $\bar{Z} = -6 + 4i \therefore \bar{Z} - Z = -6 - 4i + 6 - 4i = 8i$

42. $|\bar{z}_1 - z_2| = |1 - 2i - 3 - i| = |-2 - 3i|$
$= \sqrt{(-2)^2 + (-3)^2} = \sqrt{13}$

43. $z - \bar{z} = 1 - i - (1 + i) = -2i \therefore \sqrt{z - \bar{z}} = \pm\sqrt{-2i}$
$= \pm\sqrt{1 - 2i - 1} = \pm\sqrt{1 - 2 \cdot 1 \cdot i + i^2} = \pm\sqrt{(1 - i)^2} = \pm(1 - i)$

44. $\sqrt[4]{-49} = \pm\sqrt{\sqrt{49i^2}} = \pm\sqrt{(\pm 7i)} = \pm\sqrt{7}.\sqrt{\pm i} = \pm\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{2}}\sqrt{\pm 2i}$
$= \pm\sqrt{\frac{7}{2}}\sqrt{(1 \pm 2i + i^2)} = \pm\sqrt{\frac{7}{2}}\sqrt{(1 \pm i)^2} = \pm\sqrt{\frac{7}{2}}(1 \pm i)$

47. $|-i| = \sqrt{0^2 + (-1)^2} = 1, \arg(-i) = -\tan^{-1}\left(\frac{-1}{0}\right) = -\frac{\pi}{2}$

48. $\frac{2}{\omega^{13}+\omega^{26}} = \frac{2}{\omega^{4\times3+1}+\omega^{8\times3+2}} = \frac{2}{\omega+\omega^2} = \frac{2}{-1} = -2$

49. $i^{-2021} + 2(\omega)^{-2019} = \frac{1}{i^{2021}} + \frac{2}{\omega^{2019}} = \frac{1}{i} + \frac{2}{\omega^3} = -i + 2 = 2 - i$
$\therefore x + iy = 2 - i \therefore \frac{y}{x} = \frac{-1}{2} = -\frac{1}{2}$

50. $\bar{z} = -1 + i\sqrt{3} \therefore \arg(\bar{z}) = \pi - \tan^{-1}\frac{\sqrt{3}}{1} = \frac{2\pi}{3}$

52. $\arg(\bar{z}) = 2n\pi + \left(-\tan^{-1}\frac{\beta}{0}\right) = 2n\pi - \frac{\pi}{2}$

Educationblog24.com

53. $\sqrt{-3} \times \sqrt{-1}$ এর মান কোনটি? [RB'22]
(a) $\sqrt{3}i$ (b) $\pm\sqrt{3}$
(c) $-\sqrt{3}$ (d) $\sqrt{3}$

54. $n \in \mathbb{N}$ হলে i^{8n+5} এর মান কত? [SB'22]
(a) 1 (b) -1 (c) i (d) $-i$

55. অনুবন্ধী জটিল সংখ্যার ক্ষেত্রে– [SB'22]
(i) $\overline{z_1 + z_2} = \bar{z_1} + \bar{z_2}$ (ii) $\bar{\bar{z}} = z$
(iii) $\overline{z_1 z_2} = \bar{z_1}.\bar{z_2}$
নিচের কোনটি সঠিক?
(a) i, ii (b) i, iii (c) ii, iii (d) i, ii, iii

56. $x = \frac{1}{2}(-1 + \sqrt{-3})$ এবং $y = \frac{1}{2}(-1 - \sqrt{-3})$ হলে $1 - x - y + xy$ এর মান কত? [BB'22]
(a) -2 (b) 2 (c) 3 (d) -3

57. $z = x + iy$ হলে, $|z| = 5$ সমীকরণটি প্রকাশ করে- [JB, CB'22; Ctg.B'17]
(a) সরলরেখা (b) বৃত্ত
(c) পরাবৃত্ত (d) উপবৃত্ত

58. $z = i - 1$ হলে- [JB'22]
(i) $\bar{z} = -i - 1$ (ii) $|z| = \sqrt{2}$
(iii) z এর পোলার আকার $\cos\frac{\pi}{4} - i\sin\frac{\pi}{4}$
নিচের কোনটি সঠিক?
(a) i, ii (b) i, iii (c) ii, iii (d) i, ii, iii

59. একটি দ্বিঘাত সমীকরণের একটি মূল $\frac{1}{1+i}$ হলে অপর মূলটি কত? [CB'22]
(a) $\frac{1}{1-i}$ (b) $\frac{1-i}{2}$
(c) $\frac{1+i}{2}$ (d) $1 - i$

60. $-1 + i$ এর পোলার আকার– [CB
(a) $\sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4}\right)$ (b) $\sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{4} - i\sin\frac{\pi}{4}\right)$
(c) $\sqrt{2}\left(\cos\frac{3\pi}{4} - i\sin\frac{3\pi}{4}\right)$ (d) $\sqrt{2}\left(\cos\frac{3\pi}{4} + i\sin\frac{3\pi}{4}\right)$
নিচের উদ্দীপকের আলোকে পরবর্তী দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও:
$x = \sqrt[3]{1}$ একটি সমীকরণ।

61. সমীকরণের মূলগুলোর যোগফল- [Din.B
(a) ω (b) ω^2 (c) 0 (d) 1

62. সমীকরণের মূলগুলোর গুণফল- [Din.B
(a) -1 (b) 0 (c) 1 (d) $1 + i$

63. $z = x + iy$ হলে- [MB
(i) $|z| = |\bar{z}|$ (ii) $z.\bar{z} = |z|^2$
(iii) $\arg(\bar{z}) = \arg(z)$
নিচের কোনটি সঠিক?
(a) i, ii (b) i, iii (c) ii, iii (d) i, ii, iii

64. $x = 1 + \sqrt{2}i$ হলে $2x^3 - 3x^2 + 4x + 1$ এর মান কত? [MB
(a) 4 (b) 2 (c) 1 (d) -2

65. এককের জটিল ঘনমূল x ও y হলে- [DB
(i) $x^2 = y$ (ii) $x^2 + y^2 = i^2$ (iii) $x^2y^2 = i^4$
নিচের কোনটি সঠিক?
(a) i, ii (b) i, iii (c) ii, iii (d) i, ii, iii

66. $z = x + iy$ হলে- [RB
(i) $z - \bar{z}$ একটি কাল্পনিক সংখ্যা
(ii) $z.\bar{z}$ একটি বাস্তব সংখ্যা
(iii) z^n একটি বাস্তব সংখ্যা, যেখানে $n \in \mathbb{N}$
নিচের কোনটি সঠিক?
(a) i, ii (b) ii, iii (c) i, iii (d) i, ii, iii

MCQ উত্তরমালা ও ব্যাখ্যামূলক সমাধান

53. c	54. c	55. d	56. c	57. b	58. a	59. c	60. d	61. c	62. c	63. a	64. d	65. d	66.

53. $\sqrt{-3} \times \sqrt{-1} = \sqrt{3}i \times i = i^2\sqrt{3} = -\sqrt{3}$

54. $i^{8n+5} = i^{4\times 2n}.i^5 = 1.i = i$

56. $x = \frac{1}{2}(-1 + \sqrt{-3}) = \omega \Rightarrow y = \frac{1}{2}(-1 - \sqrt{-3}) = \omega^2$
$1 - x - y + xy = 1 - \omega - \omega^2 + \omega^3$
$= 1 - (\omega + \omega^2) + \omega^3 = 1 - (-1) + 1 = 3$

57. $|z| = 5 \Rightarrow |x + iy| = 5 \Rightarrow \sqrt{x^2 + y^2} = 5 \Rightarrow x^2 + y^2 = 25$; যা একটি বৃত্ত

58. $|z| = \sqrt{(-1)^2 + 1^2} = \sqrt{2}$, $\arg(z) = \pi - \tan^{-1}\frac{1}{1} = \frac{3\pi}{4}$
$\therefore 1 - i = \sqrt{2}\left(\cos\frac{3\pi}{4} + i\sin\frac{3\pi}{4}\right)$

59. একটি মূল $= \frac{1}{1+i} = \frac{1-i}{(1+i)(1-i)} = \frac{1-i}{1+1} = \frac{1-i}{2} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}i$,
অপর মূল $= \frac{1}{2} + \frac{1}{2}i = \frac{1+i}{2}$

60. $|z| = \sqrt{(-1)^2 + 1^2} = \sqrt{2}$, $\arg(z) = \pi - \tan^{-1}\frac{1}{1} = \frac{3\pi}{4}$
$\therefore 1 - i = \sqrt{2}\left(\cos\frac{3\pi}{4} + i\sin\frac{3\pi}{4}\right)$

61. $\sqrt[3]{1} = x \Rightarrow x^3 = 1 \Rightarrow x = 1, \omega, \omega^2 \therefore 1 + \omega + \omega^2 = 0$

64. $x = 1 + \sqrt{2}i \Rightarrow x - 1 = \sqrt{2}i \Rightarrow x^2 - 2x + 1 = -2$
$\Rightarrow x^2 - 2x + 3 = 0$
এখন, $2x^3 - 3x^2 + 4x + 1 = 2x^3 - 4x^2 + 6x + x^2 - 2x + 3 - 2$
$= 2x(x^2 - 2x + 3) + 1(x^2 - 2x + 3) - 2 = 0 + 0 - 2 = -2$

65. $(\omega^2)^2 + (\omega)^2 = \omega^4 + \omega^2 = \omega + \omega^2 = -1 = i^2.\ \omega^2\omega^4 = \omega^6$
$= 1 = i^4$

66. ধরি, $n = 1$; $z^n = (x + iy)^1 = x + iy$
$z - \bar{z} = x + iy - (x - iy) = 2yi$
এবং $z.\bar{z} = (x + iy)(x - iy) = x^2 + y^2$

67. ω এককের কাল্পনিক ঘনমূল হলে
$(1-\omega^4)(1-\omega^8)(1-\omega^{10})(1-\omega^{14})$ এর মান হল- [Ctg.B'19]
(a) -1 (b) 1 (c) 3 (d) 9

68. $z = x - 2iy$ হলে, $z\bar{z} = 7$ এর সঞ্চারপথ একটি- [Ctg.B, CB'19]
(a) পরাবৃত্ত (b) উপবৃত্ত (c) বৃত্ত (d) অধিবৃত্ত

69. $2i$ এর বর্গমূল কত? [SB'19]
(a) $2+i$ (b) $-(1+i)$
(c) $\pm(1+i)$ (d) $\pm(1-i)$

70. 1 এর ঘনমূল তিনটির- [BB'19; DB, CB'17]
(i) যোগফল = 0 (ii) গুণফল = 1
(iii) জটিল মূল দুটির একটি অপরটির বর্গ
নিচের কোনটি সঠিক?
(a) i, ii (b) i, iii (c) ii, iii (d) i, ii, iii

71. $(2i)^{-\frac{1}{2}} + (-2i)^{-\frac{1}{2}}$ এর মান কত? [JB'19]
(a) $\frac{1}{2}$ (b) 1 (c) 0 (d) ∞

72. 1 এর ঘনমূল তিনটির যোগফল- [CB'19]
(i) 0 (ii) ω^3 (iii) $1+\omega+\omega^2$
নিচের কোনটি সঠিক?
(a) i, ii (b) i, iii (c) ii, iii (d) i, ii, iii

73. কাল্পনিক সংখ্যা i এবং $n \in \mathbb{N}$ এর জন্য
$i^{4n} - i + i^{4n+1} - 1$ এর মান কত? [All.B'18]
(a) $-i$ (b) i (c) 0 (d) 1

74. $\alpha = \frac{-1+\sqrt{3}i}{2}$ এবং এর অনুবন্ধী $\bar{\alpha}$ হলে কোনটি সত্য? [All.B'18]
(a) $\alpha\bar{\alpha} = \alpha^2$ (b) $\alpha + \bar{\alpha} = 2\alpha$
(c) $\alpha + \bar{\alpha} = -1$ (d) $\bar{\alpha} + \alpha^2 = -1$

75. $i^m + i^{m+1} + i^{m+2} + i^{m+3} =$ কত? $[m \in \mathbb{Z}]$ [RB'17]
(a) -1 (b) $-i$ (c) 0 (d) i

76. নিচের কোনটি মূলদ সংখ্যা? [Ctg.B'17]
(a) π (b) e (c) $\frac{1}{\sqrt{5}}$ (d) $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{125}}$

77. $2x - i3y$ জটিল সংখ্যাটি কোন চতুর্ভাগে অবস্থিত? [SB'17]
(a) ১ম চতুর্ভাগে (b) ২য় চতুর্ভাগে
(c) ৩য় চতুর্ভাগে (d) ৪র্থ চতুর্ভাগে

78. এককের একটি জটিল ঘনমূল ω হলে $\omega^{6n+3} = ?$ [BB'17]
(a) -1 (b) 1 (c) ω (d) ω^2

79. ω এককের একটি কাল্পনিক ঘনমূল হলে, $\omega^{92} + \omega^{16}$ এর মান কত? [JB'17]
(a) -1 (b) $-\omega$ (c) $-\omega^2$ (d) 2ω

80. কাল্পনিক একক i এবং এককের জটিল ঘনমূল ω হলে- [CB'17]
(i) $\omega^3 = -1$ (ii) $i^2 = -1$
(iii) $\omega + \omega^2 = -1$
নিচের কোনটি সঠিক?
(a) i, ii (b) i, iii (c) ii, iii (d) i, ii, iii

81. $z = -1 + i\sqrt{3}$ হলে– [Din.B'17]
(i) $z^9 = 64$
(ii) z এর আর্গুমেন্ট 120°
(iii) z- এর বর্গমূল $\pm\frac{1}{\sqrt{2}}(1 - i\sqrt{3})$
নিচের কোনটি সঠিক?
(a) i (b) ii (c) ii, iii (d) i, ii, iii

82. $\frac{1}{\omega^{2015}} + \frac{1}{\omega^{2016}} + \frac{1}{\omega^{2017}}$ এর মান কোনটি? [Din.B'17]
(a) $-2\omega^2$ (b) -2ω (c) 0 (d) 3

MCQ উত্তরমালা ও ব্যাখ্যামূলক সমাধান

67. d	68. b	69. c	70. d	71. b	72. b	73. c	74. c	75. c	76. d	77. d	78. b
79. a	80. c	81. b	82. c								

67. $(1-\omega^4)(1-\omega^8)(1-\omega^{10})(1-\omega^{14})$
$= (1-\omega^3.\omega)(1-\omega^3.\omega^3.\omega^2)(1-\omega^3.\omega^3.\omega^3.\omega)(1-\omega^3.\omega^3.\omega^3.\omega^3.\omega^2)$
$= (1-\omega)(1-\omega^2)(1-\omega)(1-\omega^2)$ [$\because \omega^3 = 1$]
$= (1-\omega)^2(1-\omega^2)^2 = (1-\omega-\omega^2+\omega^3)^2 = 3^2 = 9$

68. $z\bar{z} = |z|^2 = 7 \Rightarrow x^2 + 4y^2 = 7 \Rightarrow \frac{x^2}{7} + \frac{y^2}{\frac{7}{4}} = 1$; যা একটি উপবৃত্ত।

69. $2i = 1 + 2i + i^2 = (1+i)^2 \therefore \sqrt{2i} = \pm(1+i)$

71. $2i = 1 + i^2 + 2\cdot 1\cdot i = (1+i)^2 \Rightarrow (2i)^{\frac{1}{2}} = 1+i$;
$-2i = 1 + i^2 - 2\cdot 1\cdot i = (1-i)^2 \Rightarrow (-2i)^{\frac{1}{2}} = 1-i$
$\therefore (2i)^{-\frac{1}{2}} + (-2i)^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{1+i} + \frac{1}{1-i} = \frac{1+i+1-i}{1-i^2} = \frac{2}{2} = 1$

73. $(i^4)^n - i + (i^4)^n.i - 1 = 1 - i + i - 1 = 0$

74. $\alpha = \frac{-1+\sqrt{3}i}{2} = \omega \therefore \bar{\alpha} = \omega^2 \therefore 1 + \omega + \omega^2 = 0 \therefore \omega + \omega^2 = -1$

75. $i^m + i^{m+1} + i^{m+2} + i^{m+3} = i^m(1 + i + i^2 + i^3)$
$= i^m(1 + i - 1 - i) = 0$

78. $\omega^{6n+3} = \omega^{6n}.\omega^3 = 1.$

79. $\omega^{92} + \omega^{16} = \omega^{90} \times \omega^2 + \omega^{15} \times \omega = \omega^2 + \omega = -1$

81. $z^9 = \frac{(-1+\sqrt{3}i)^9}{2^9}.2^9 = \left(\frac{-1+\sqrt{3}i}{2}\right)^9.2^9 = (\omega^2)^9 2^9 = 2^9 = 512$;
$\theta = \pi - \tan^{-1}\left|\frac{\sqrt{3}}{-1}\right| = \frac{2\pi^c}{3} = 120°$

82. $\frac{1}{\omega^{2015}} + \frac{1}{\omega^{2016}} + \frac{1}{\omega^{2017}} = \frac{1}{\omega^2} + \frac{1}{\omega^3} + \frac{1}{\omega} = \frac{\omega+\omega^3+\omega^2}{\omega^3} = 0$

Educationblog24.com

বিভিন্ন কলেজের টেস্ট পরীক্ষার MCQ প্রশ্ন

83. $i^{50} \cdot i^{18351493} = ?$ [রাজশাহী ক্যাডেট কলেজ]

(a) i (b) $-i$ (c) 1 (d) -1

84. $x = i - 1$ হলে $x^3 + 3x^2 + 4x + 7$ এর মান কত? [ঝালকাঠি সরকারি মহিলা কলেজ]

(a) 3 (b) 4 (c) 5 (d) 6

85. এককের কাল্পনিক ঘনমূলক ω হলে, $(1 - \omega^{-2})(1 - \omega^{10})(1 - \omega^8)(1 - \omega^{14})$ [রংপুর ক্যাডেট কলেজ]

(a) -1 (b) 1 (c) 3 (d) 9

86. $i^m + i^{m+1} + i^{m+2} + i^{m+3} = ?\ (m \in \mathbb{Z})$ [রংপুর ক্যাডেট কলেজ]

(a) 1 (b) $-i$ (c) 0 (d) i

87. $\frac{1}{3}i$ এর বর্গমূল কোনটি? [ফৌজদারহাট ক্যাডেট কলেজ, চট্টগ্রাম]

(a) $\pm\frac{1}{\sqrt{3}}(1+i)$ (b) $\pm\frac{1}{\sqrt{3}}(1-i)$

(c) $\pm\frac{1}{\sqrt{6}}(1+i)$ (d) $\pm\frac{1}{\sqrt{6}}(1-i)$

88. $i^2 = -1$ এবং $\omega^2 = 1$ হলে- [সিলেট ক্যাডেট কলেজ]

(i) $i^{4n+3} = -i, n \in \mathbb{N}$

(ii) $\omega^{48} = i^{100}$

(iii) $\omega^{12n} + 1 = 2, n \in \mathbb{N}$

নিচের কোনটি সঠিক?

(a) i, ii (b) ii, iii

(c) i, iii (d) i, ii, iii

89. $i^{-2024} + 1$ এর মান কত? [সিলেট ক্যাডেট কলেজ]

(a) 0 (b) $1 - i$

(c) 2 (d) $1 + i$

90. $\left(\omega^{i^{27}}\right)^i$ এর মান কত? [সিলেট ক্যাডেট কলেজ]

(a) $\frac{1}{\omega^i}$ (b) $\frac{1}{\omega}$ (c) ω (d) ω^i

91. $\frac{(1+i)^n}{(1-i)^{n-2}}$ এর মান নিচের কোনটি? [বরিশাল ক্যাডেট কলেজ]

(a) $-i^{n+1}$ (b) i^{n+1}

(c) $-2i^{n+1}$ (d) 1

নিচের উদ্দীপকের আলোকে পরবর্তী প্রশ্নের উত্তর দাও:

$$z = \frac{5-i}{2-3i}$$

92. $\bar{z} =$ কত? [রাজউক উত্তরা মডেল কলেজ, ঢাকা]

(a) $1 + i$ (b) $1 - i$

(c) $2 + 3i$ (d) $5 + i$

93. $1 + \omega + \omega^2 + \omega^3 + \ldots\ldots\ldots + \omega^{99} = ?$ [ভিকারুননিসা নূন স্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা]

(a) 0 (b) 1 (c) ω (d) ω^2

94. যদি $x + iy = 2i + 3i^2 + 4i^3 + 5i^4$ হয়, তবে xy এর মান কত? [আদমজী ক্যান্টনমেন্ট কলেজ, ঢাকা]

(a) -4 (b) 4 (c) 2 (d) -2

95. এককের কাল্পনিক মূল ω হলে, $(1 - \omega + \omega^2)^2 + (1 + \omega - \omega^2)^2 = ?$ [জয়পুরহাট গার্লস ক্যাডেট কলেজ]

(a) -4 (b) -3 (c) 3 (d) 4

96. $x = \sqrt{-2 + 2\sqrt{-2 + 2\sqrt{-2 + \cdots}}}$ হলে, x এর মান কোনটি? [হলি ক্রস কলেজ, ঢাকা]

(a) $-1 - i$ (b) $1 + i$

(c) $-1 + i$ (d) $-2 - 2i$

MCQ উত্তরমালা ও ব্যাখ্যামূলক সমাধান

83. b	84. c	85. d	86. c	87. c	88. d	89. c	90. c	91. c	92. b	93. b	94. a	95. a	96. b

83. $i^{50} \cdot i^{18351493} = i^{(4\times12)+2} \cdot i^{(4\times4587873)+1}$
$= i^2 \cdot 1 \cdot 1 \cdot i = i^2 \cdot i = (-1) \cdot i = -i$

85. $(1 - \omega^{-2})(1 - \omega^{10})(1 - \omega^8)(1 - \omega^{14})$
$= \left(1 - \frac{1}{\omega^2}\right)(1 - \omega^{10})(1 - \omega^8)(1 - \omega^{14})$
$= \left(1 - \frac{\omega^3}{\omega^2}\right)(1 - \omega^9 \cdot \omega)(1 - \omega^6 \cdot \omega^2)(1 - \omega^{12} \cdot \omega^2)$
$= (1 - \omega)(1 - \omega)(1 - \omega^2)(1 - \omega^2) = (1 - \omega)^2(1 - \omega^2)^2$
$= \{(1 - \omega)(1 - \omega^2)\}^2 = (1 - \omega^2 - \omega + \omega^3)^2$
$= (1 + \omega^3 - \omega - \omega^2)^2 = (1 + 1 - \omega - \omega^2)^2 = \{2 - (\omega + \omega^2)\}^2$
$= -\{2 - (-1)\}^2 = 3^2 = 9$

89. $i^{-2024} + 1 = \frac{1}{i^{2024}} + 1 = \frac{1}{(i^4)^{506}} + 1 = 1 + 1 = 2$

91. $\frac{(1+i)^n}{(1-i)^{n-2}} = \frac{(1+i)^n}{(1-i)^n}(1-i)^2 = \left(\frac{1+i}{1-i}\right)^n(1 - 2i + i^2) = \left\{\frac{(1+i)^2}{1-i^2}\right\}^n(-2i)$
$= \left(\frac{2i}{2}\right)^n(-2i) = (i)^n(-2i) = -2i^{n+1}$

94. $x + iy = 2i + 3i^2 + 4i^3 + 5i^4 = 2i - 3 - 4i + 5 = 2 - 2i$
$\therefore xy = (2)(-2) = -4$

95. $(1 - \omega + \omega^2)^2 + (1 + \omega - \omega^2)^2 = (1 + \omega^2 - \omega)^2 + (1 + \omega - \omega^2)^2$
$= (-\omega - \omega)^2 + (-\omega^2 - \omega^2)^2 = (-2\omega)^2 + (-2\omega^2)^2$
$= 4\omega^2 + 4\omega^4 = 4\omega^2 + 4\omega = 4(\omega + \omega^2) = 4(-1) = -4$

সাজেশনভিত্তিক মডেল টেস্ট: অধ্যায়-০৩

পূর্ণমান: ৪০ | MCQ | সময়: ৪০ মিনিট

০৩

01. $1-i$ জটিল সংখ্যাটির—
(i) মডুলাস $=\sqrt{2}$ (ii) আর্গুমেন্ট $=\frac{\pi}{4}$
(iii) পোলার আকৃতি, $\sqrt{2}\left(\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right)+i\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)\right)$
নিচের কোনটি সঠিক?
(a) i, ii (b) i, iii (c) ii, iii (d) i, ii, iii

02. $z=x+iy$ হলে $|z-5|=3$ দ্বারা নির্দেশিত সমীকরণ কি নির্দেশ করে?
(a) সরলরেখা (b) পরাবৃত্ত (c) উপবৃত্ত (d) বৃত্ত

03. এককের ঘনমূল-
(i) i (ii) $\frac{1}{2}(-1+i\sqrt{3})$
(iii) $\frac{1}{2}(-1-i\sqrt{3})$
নিচের কোনটি সঠিক?
(a) i, ii (b) i, iii (c) ii, iii (d) i, ii, iii

নিচের উদ্দীপকের আলোকে পরবর্তী প্রশ্নের উত্তর দাও।
$z_1=1+i$

04. $\bar{z_1}$ এর পরমমান কত?
(a) 0 (b) 1 (c) $\sqrt{2}$ (d) 2

05. এককের একটি কাল্পনিক ঘনমূল ω হলে $\omega^{3000}+\omega^{3001}+\omega^{3002}$ এর মান নিচের কোনটি?
(a) 0 (b) 1 (c) ω (d) ω^2

06. $x^2+px+q=0$ সমীকরণের একটি মূল $1+i$ হলে p ও q এর মান কোনটি? $[p,q\in\mathbb{R}]$
(a) $p=2,q=1$ (b) $p=2,q=2$
(c) $p=-2,q=2$ (d) $p=2,q=-2$

নিচের উদ্দীপকের আলোকে পরবর্তী দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও।
এককের একটি কাল্পনিক ঘনমূল ω, যেখানে $\omega=\frac{-1-\sqrt{-3}}{2}$

07. $(1+\omega)(1+\omega^2)$ এর মান কোনটি?
(a) -1 (b) 0 (c) 1 (d) 2

08. $\arg(\omega)$ কোনটি?
(a) $-\frac{2\pi}{3}$ (b) $\frac{\pi}{6}$ (c) $-\frac{\pi}{3}$ (d) $\frac{\pi}{3}$

09. $i+i^2+i^3+i^4+\cdots\ldots+i^{25}$ এর মান কত?
(a) -1 (b) 1 (c) i (d) $-i$

10. $z=\frac{i}{1-i}$ জটিল সংখ্যার-
(i) আর্গুমেন্ট $\frac{3\pi}{4}$
(ii) পোলার আকৃতি $\frac{1}{\sqrt{2}}\left(\cos\frac{3\pi}{4}+i\sin\frac{3\pi}{4}\right)$
(iii) বাস্তব অংশ $\frac{1}{2}$
নিচের কোনটি সঠিক?
(a) i (b) i, ii (c) ii, iii (d) i, ii, iii

11. $z_1=3+i$; $z_2=5+i$ হলে-
(i) $z_1+z_2=8$ (ii) $z_1^2+z_2^2=32+16i$
(iii) $|z_1+z_2|=2\sqrt{17}$
নিচের কোনটি সঠিক?
(a) i, ii (b) i, iii (c) ii, iii (d) i, ii, iii

12. যদি $z=x+iy$ হয় হবে $z\bar{z}=0$ সমীকরণটি হবে-
(a) সরলরেখা (b) পরাবৃত্ত
(c) অধিবৃত্ত (d) বৃত্ত

13. একের কাল্পনিক ঘনমূল ω হলে–
(i) $1+\omega^4+\omega^8=0$ (ii) $\sqrt{\omega+\omega^2}=1$
(iii) $\omega^3=1$
নিচের কোনটি সঠিক?
(a) i, ii (b) ii, iii (c) i, iii (d) i, ii, iii

14. $x+iy=3i$ হলে (x,y) এর মান নিচের কোনটি?
(a) $(x,y)\equiv(1,3)$ (b) $(x,y)\equiv(0,3)$
(c) $(x,y)\equiv(3,1)$ (d) $(x,y)\equiv(1,3)$

15. এককের ঘনমূলত্রয় $1,\omega,\omega^2$ হলে—
(i) $\omega+\omega^2=1$ (ii) $\omega^3=1$
(iii) $\omega=\frac{1}{\omega^2}$
নিচের কোনটি সঠিক?
(a) i, ii (b) i, iii (c) ii, iii (d) i, ii, iii

16. $(x-1)(x^2+4)=0$ সমীকরণের সমাধান নিচের কোনটি?
(a) $1,2,-2$ (b) $1,-2,-2$
(c) $1,2i,-2i$ (d) $1,-2i,-2i$

17. $y=3-5i$ এখানে-
(i) y একটি জটিল সংখ্যা
(ii) y একটি বাস্তব সংখ্যা
(iii) y এর মডুলাস ও আর্গুমেন্ট নির্ণয় করা যায়
নিচের কোনটি সঠিক?
(a) i (b) iii (c) i, iii (d) ii, iii

18. $(\omega^{3n}+\omega^{3n+1}+\omega^{3n+2})^5$ $(n\in\mathbb{N})$ এর মান কত?
(a) ω (b) ω^2 (c) 0 (d) 1

19. নিচের তথ্যগুলো লক্ষ কর:
(i) এককের জটিল ঘনমূল দুইটির গুণফল একক
(ii) এককের জটিল ঘনমূল দুইটির একটি অপরটির উল্টা
(iii) এককের তিনটি ঘনমূলের সমষ্টি শূন্য
নিচের কোনটি সঠিক?
(a) ii (b) i (c) i, ii, iii (d) iii

Educationblog24.com

20. $\frac{2+3i}{2-i} = x + iy$ হলে $y =$ কত?
(a) $\frac{4}{5}$ (b) $\frac{8}{3}$ (c) $\frac{8}{5}$ (d) $\frac{7}{5}$

21. $z = 3 + 4i$ এবং $\bar{z} = 3 - 4i$ হলে $z - \bar{z}$ সংখ্যাটি একটি–
(i) বাস্তব (ii) অবাস্তব (iii) জটিল
নিচের কোনটি সঠিক?
(a) i, ii (b) ii, iii (c) i, iii (d) i, ii, iii

22. $a + ib = p + iq$ হলে কোনটি সঠিক?
(a) $a = p, b = q$ (b) $a = q, b = p$
(c) $a = b, p = q$ (d) কোনটিই নয়

23. $\frac{i}{1-\frac{1}{1-i}}$ এর মান কত?
(a) $1 + i$ (b) $1 - i$ (c) -2 (d) 2

24. $a = \frac{1+i}{\sqrt{2}}$ হলে a^6 এর মান কত?
(a) 1 (b) -1 (c) i (d) $-i$

25. এককের একটি কাল্পনিক ঘনমূল ω হলে $(1 - \omega + \omega^2)^5 + (1 + \omega - \omega^2)^5$ এর মান কত?
(a) 64 (b) -32 (c) 32 (d) -64

26. $i = \sqrt{2}a - 1$ হলে $a^8 + a^6 + a^4 + a^2 + 1$ এর মান কত?
(a) 5 (b) -1 (c) 1 (d) 0

27. $\frac{1}{\omega^2} + \frac{1}{\omega^3} + \frac{1}{\omega^4} = ?$
(a) 0 (b) ω (c) ω^2 (d) $-\omega^2$

28. $x + iy$ জটিল সংখ্যাটির মডুলাস r এবং আর্গুমেন্ট θ হলে এর পোলার আকার নিচের কোনটি?
(a) $re^{-i\theta}$ (b) $re^{i\theta}$ (c) $e^{i\theta}$ (d) $e^{-i\theta}$

29. $\sqrt{i} + \sqrt{-i}$ এর মান নিচের কোনটি?
(a) $\sqrt{3}$ (b) $\sqrt{2}$ (c) 2 (d) 1

30. ω একটি এককের কাল্পনিক ঘনমূল হলে, $1 + \omega + \omega^2 + \omega^3 + \cdots\cdots + \omega^{34}$ এর মান কত?
(a) 0 (b) ω (c) ω^2 (d) কোনোটিই নয়

31. $z_1 = 2 + i$ এবং $z_2 = 3 + i$ হলে $z_1\bar{z}_2$ এর সঠিক মডুলাস নিচের কোনটি?
(a) 6 (b) 7 (c) $5\sqrt{2}$ (d) $5\sqrt{3}$

নিচের উদ্দীপকের আলোকে পরবর্তী তিনটি প্রশ্নের উত্তর দাও।
$a = 3 - 2i, b = 3 + 2i$

32. $(a + b)$ কী ধরনের রাশি?
(a) বাস্তব (b) অবাস্তব
(c) কাল্পনিক (d) কোনটিই নয়

33. $|a| + |b| =$ কত?
(a) 3 (b) 13 (c) $\sqrt{13}$ (d) $2\sqrt{13}$

34. উদ্দীপকের আলোকে—
(i) $a - b = 0$
(ii) $a - b$ কাল্পনিক রাশি
(iii) $a^2 + b^2 = 10$
নিচের কোনটি সঠিক?
(a) i, ii (b) ii, iii (c) i, iii (d) i, ii, iii

35. $\sqrt{2}(\sqrt{i} + \sqrt{-i}) = ?$
(a) $\sqrt{2}$ (b) 2 (c) $2\sqrt{2}$ (d) 4

নিচের উদ্দীপকের আলোকে পরবর্তী দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও।
$z = \frac{5-i}{2-3i}$

36. $\bar{z} = ?$
(a) $1 + i$ (b) $1 - i$ (c) $2 + 3i$ (d) $5 + i$

37. $\arg(\bar{z}) = ?$
(a) $\frac{\pi}{4}$ (b) $\frac{\pi}{2}$ (c) $\frac{3\pi}{4}$ (d) $-\frac{\pi}{4}$

38. $4 + 3i$ এর অনুবন্ধী জটিল সংখ্যা নিম্নের কোনটি?
(a) $-3 - 4i$ (b) $-4 + 3i$
(c) $4 - 3i$ (d) $3 - 4i$

39. $a + ib = 0$ বলতে কি বোঝায়? $[a, b \in \mathbb{R}]$
(a) $a = 0, b = 0$ (b) $a = 0, b \neq 0$
(c) $a \neq 0, b = 0$ (d) $a \neq 0, b \neq 0$

40. $z = i - 1$ হলে –
(i) $|z| = \sqrt{2}$ (ii) $\arg(z) = 135°$
(iii) $\bar{z} = i + 1$
নিচের কোনটি সঠিক?
(a) i, ii (b) ii, iii (c) i, iii (d) i, ii, iii

CQ

পূর্ণমান: ৫০ | সময়: ২:৩৫ মিনিট

(যেকোনো পাঁচটি প্রশ্নের উত্তর দাও:)

01. (i) $x = a + b$, $y = a\omega + b\omega^2$ এবং $z = a\omega^2 + b\omega$
(ii) ω হলো এককের একটি জটিল ঘনমূল।
(ক) মডুলাস ও আর্গুমেন্ট বলতে কী বুঝো? 2
(খ) (i) নং থেকে দেখাও যে, $x^2 + y^2 + z^2 = 6ab$ 4
(গ) (ii) থেকে প্রমাণ কর যে,
$(1 - \omega)(1 - \omega^2)(1 - \omega^4)(1 - \omega^8) = 9$ 4

02. $z_1 = a + ib, z_2 = c + id$ এবং $z_1z_2 = p + iq$
(ক) দেখাও যে, $x^3 - 1 = 0$ সমীকরণের জটিল মূলদ্বয়ের একটি অপরটির বিপরীত। 2
(খ) প্রমাণ কর যে, $(c^2 + d^2)z_1^2 - 2(ac + bd)z_1z_2 + (a^2 + b^2)z_2^2 = 0$ 4
(গ) $a = b = 1$ হলে, z_1 এর বর্গমূল নির্ণয় কর। 4

Educationblog24.com

03. $\sqrt[3]{a+ib} = x+iy$ এবং $g(x) = ax^2+bx+c$
(ক) i^3 এর বর্গমূল নির্ণয় কর। 2
(খ) দেখাও যে, $\sqrt[3]{a-ib} = x-iy$ 4
(গ) $\{g(\omega)\}^3 + \{g(\omega^2)\}^3 = 0$ হলে দেখাও যে, $a = \frac{1}{2}(b+c)$ অথবা, $b = \frac{1}{2}(c+a)$ অথবা, $c = \frac{1}{2}(a+b)$ যেখানে ω হলে এককের জটিল একটি ঘনমূল। 4

04. $\left(\frac{-1+\sqrt{-3}}{2}\right)^n + \left(\frac{-1-\sqrt{-3}}{2}\right)^n = p$ এবং $q = a+b+c$
(ক) i এর ঘনমূলগুলি নির্ণয় কর। 2
(খ) দেখাও যে, p এর মান 2 অথবা -1, যখন n যথাক্রমে 3 দ্বারা বিভাজ্য অথবা, অপর কোনো পূর্ণসংখ্যা। 4
(গ) $q = 0$ হলে প্রমাণ কর যে, $(a+b\omega+c\omega^2)^3 + (a+b\omega^2+c\omega)^3 = 27abc$ [যেখানে ω এককের একটি কাল্পনিক ঘনমূল।] 4

05. $b = 64$ এবং $\sqrt[3]{a+ib} = x+iy$
(ক) $(1-\omega^2)(1-\omega^4)$ এর মান নির্ণয় কর। 2
(খ) $\sqrt[6]{-b}$ এর মানগুলো নির্ণয় কর। 4
(গ) প্রমাণ কর যে, $4(x^2-y^2) = \frac{a}{x}+\frac{b}{y}$. 4

06. $z_1 = 3+4i$, $z_2 = 4+3i$ এবং $p = a-ib$
(ক) z_1+z_2 জটিল সংখ্যাটির পোলার আকার নির্ণয় কর। 2
(খ) z_1z_2 এর মডুলাস ও আর্গুমেন্ট নির্ণয় কর। 4
(গ) যদি $a^2+b^2 = 1$ হয়, তবে দেখাও যে, x এর একটি বাস্তব মান $\frac{1-ix}{1+ix} = p$ সমীকরণকে সিদ্ধ করে, এখানে a ও b বাস্তব সংখ্যা। 4

07. (i) $(1+x+x^2)^n = p_0+p_1x+p_2x^2+\cdots p_{2n}x^{2n}$
(ii) জটিল সংখ্যা, $z = x+iy$
(ক) $\frac{i^{-1}-i}{2i^{-1}+i}$ এর মান নির্ণয় কর। 2
(খ) (i) থেকে প্রমাণ কর যে, $p_0+p_3+p_6+\cdots = 3^{n-1}$. 4
(গ) (ii) অনুযায়ী $|z-8|+|z+8| = 20$ দ্বারা নির্দেশিত সঞ্চারপথের সমীকরণ নির্ণয় কর। 4

MCQ উত্তরমালা ও ব্যাখ্যামূলক সমাধান

MCQ

01. b	02. d	03. c	04. c	05. a	06. c	07. c	08. a	09. c	10. b	11. c	12. d	13. c	14. b	15. c
16. c	17. c	18. c	19. c	20. c	21. b	22. a	23. a	24. d	25. c	26. c	27. a	28. b	29. b	30. d
31. c	32. a	33. d	34. b	35. b	36. b	37. d	38. c	39. a	40. a					

02. $|z-5| = 3$ হল বৃত্তের সমীকরণ যার কেন্দ্র (5,0) ও ব্যাসার্ধ $3, \pm\sqrt{(x-5)^2+y^2} = 3$

06. $-p = 1+i+1-i = 2$ এবং $q = (1^2-i^2) = 1+1 = 2 \Rightarrow p = -2$

09. $(i+i^2+i^3+i^4)+i^4(i+i^2+i^3+i^4)+\cdots\cdots\cdots+i^{20}(i+i^2+i^3+i^4)+i^{25} = 0+0+\cdots\cdots\cdots\cdots+0+i^{25} = (i^{24}).i = i$

10. $z = \frac{i}{1-i} = -\frac{1}{2}+\frac{1}{2}i = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{2}}i\right)$

12. $z = x+iy$ হলে, $z\bar{z} = x^2+y^2$; $z\bar{z} = 0$ একটি বিন্দুবৃত্ত নির্দেশ করে।

20. $\frac{2+3i}{2-i} = \frac{(2+3i)(2+i)}{(2-i)(2+i)} = \frac{4+6i+2i-3}{5} = \frac{1}{5}+\frac{8}{5}i \therefore y = \frac{8}{5}$

23. $\frac{i}{1-\frac{1}{1-i}} = \frac{i}{1-\frac{1}{1-i}} = \frac{i(i-1)}{-1} = 1+i$

24. $a = \frac{1+i}{\sqrt{2}} \Rightarrow a^2 = \frac{1+2i-1}{2} = i$; $a^6 = (a^2)^3 = (i)^3 = -i$

25. $(1-\omega+\omega^2)^5+(1+\omega-\omega^2)^5 = ?$
$(1-\omega+\omega^2)^5+(1+\omega-\omega^2)^5 = (-2\omega)^5+(-2\omega^2)^5$
$= -32\omega^2-32\omega = -32(\omega+\omega^2) = 32$

26. $i = \sqrt{2}a-1 \Rightarrow a = \frac{1+i}{\sqrt{2}} = \pm\sqrt{i} \therefore a^2 = i$; $a^4 = -1$; $a^6 = -i$
$a^8 = 1 \therefore a^8+a^6+a^4+a^2+1 = 1$

27. $\frac{1}{\omega^2}+\frac{1}{\omega^3}+\frac{1}{\omega^4} = \frac{1}{\omega^2}+1+\frac{1}{\omega} = \omega+1+\omega^2\left[\because \omega = \frac{1}{\omega^2}\right] = 0$

29. $\sqrt{i}+\sqrt{-i} = \sqrt{\frac{1}{2}(1+2i+i^2)}+\sqrt{\frac{1}{2}(1-2i+i^2)}$
$= \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{(1+i)^2}+\frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{(1-i)^2} = \frac{1}{\sqrt{2}}(1+i+1-i) = \sqrt{2}$

30. $(1+\omega+\omega^2)+\omega^3(1+\omega+\omega^2)+\omega^6(1+\omega+\omega^2)+\cdots+\omega^{30}(1+\omega+\omega^2)+\omega^{33}+\omega^{34} = 0+\omega^{33}(1+\omega) = 1+\omega = -\omega^2$

31. $|z_1.z_2| = |z_1|.|z_2|$; $[|z_2| = |\bar{z_2}|]$

35. $\sqrt{i} = \pm\frac{1+i}{\sqrt{2}}$; $\sqrt{-i} = \pm\frac{1-i}{\sqrt{2}}$; $\sqrt{i}+\sqrt{-i} = \pm\frac{[(1+i)\pm(1-i)]}{\sqrt{2}} = \frac{\pm 2}{\sqrt{2}}$ or $\pm\frac{2i}{\sqrt{2}}$
$\therefore \sqrt{2}(\sqrt{i}+\sqrt{-i}) = \pm 2$ or $\pm 2i$

36. $z = \frac{5-i}{2-3i}$; $\bar{z} = \frac{(5+i)(2-3i)}{(2+3i)(2-3i)} = \frac{13-13i}{13} = 1-i$

37. $\bar{z} = 1-i$; $\arg(\bar{z}) = -\tan^{-1}1 = -\frac{\pi}{4}$

CQ

02. (গ) $\pm\frac{1}{\sqrt{2}}\left\{(\sqrt{2}+1)^{\frac{1}{2}}+(\sqrt{2}-1)^{\frac{1}{2}}i\right\}$

03. (ক) $\pm\frac{1}{\sqrt{2}}(1-i)$

04. (ক) $-i, -i\omega, -i\omega^2$]

05. (ক) 3 (খ) $\pm 2i, \pm 2i\omega, \pm 2i\omega^2$

06. (ক) $7\sqrt{2}(\cos 45^\circ + i\sin 45^\circ)$
(খ) মডুলাস = 25, আর্গুমেন্ট = $\frac{\pi}{2}$]

07. (ক) 2
(গ) $\frac{x^2}{5^2}+\frac{y^2}{3^2} = 1$, উপবৃত্তের সমীকরণ

Educationblog24.com

অধ্যায় ০৪ বহুপদী ও বহুপদী সমীকরণ

- সৃজনশীল (ক), (খ) ও (গ) নং প্রশ্নের জন্য এ অধ্যায়ের গুরুত্বপূর্ণ টাইপসমূহ:

গুরুত্ব	টাইপ	টাইপের নাম	যতবার প্রশ্ন এসেছে			যে বোর্ডে যে বছর এসেছে
			ক	খ	গ	CQ
✪	T-01	কোনো রাশি বহুপদী কিনা নির্ণয়	01	-	-	CB'17
✪✪✪	T-02	নিশ্চায়ক (D) ও মূলগুলোর প্রকৃতি	26	03	01	DB'23, 21, 18; RB'23, 22, 21; Ctg.B'23, 22; SB'23, 22, 21, 18; JB'23, 22, 21, 19, 18; CB'23, 22; Din.B'23, 22, 21, 19, 18; MB'23, 22
✪✪✪	T-03	মূল-সহগ সম্পর্ক সংক্রান্ত	03	16	06	DB'23, 18, 17; BB'23, 22; JB'23, 22, 21, 18; CB'23; Din.B'23, 22, 21, 18; RB'22; SB'22, 18; MB'22, 21; Ctg.B'21;
✪✪✪	T-04	দুইটি সমীকরণের মূলের সম্পর্ক সংক্রান্ত	-	07	09	RB'23, 21, 19; Ctg.B'23, 22; SB'23, 22; BB'23, 22; CB'23, 22; DB'21; Din.B'21, 17; MB'21; JB'19
✪✪	T-05	বহুপদী সমীকরণের মূল নির্ণয়	06	02	04	DB'23, 22, RB'23; Din.B'23, 21; JB'22; CB'22; SB'21; BB'21; MB'21; SB'19
✪✪	T-06	সমীকরণ গঠন সংক্রান্ত	06	07	06	DB'23; RB'23; JB'23, 19; SB'22, 21; CB'22, 17; Din.B'22, 21, 19; MB'22; Ctg.B'21
✪✪✪	T-07	প্রতিসম রাশি ও প্রতিসম মূলবিশিষ্ট সমীকরণ	03	11	12	DB'23, 21; Ctg.B'23, 21, 22; SB'23, 21; BB'23, 22, 21; CB'23, 22, 19; Din.B'23, 21; MB'23, 21; RB'22, 17; JB'22, 21, 17
✪✪	T-08	মূলগুলো বিভিন্ন প্রগমনভুক্ত সম্পর্কিত	01	-	04	JB'23, 22; MB'23; DB'22, 21
✪✪	T-09	সাধারণ মূল সংক্রান্ত	-	04	08	DB'23, 21, 19; Ctg.B'23, 21; BB'23; MB'23, 22; RB'22; Din.B'22; JB'21; CB'21

CQ প্রশ্ন ও সমাধান (ক, খ ও গ)

Type-01: কোনো রাশি বহুপদী কিনা নির্ণয়

Concept

$f(x) = \sum_{i=0}^{n} a_i x^{n-i} = a_0x^n + a_1x^{n-1} + a_2x^{n-2} + \dots\dots + a_{n-1}x + a_n$ আকারের রাশি হলো বহুপদী রাশি এবং $\sum_{i=0}^{n} a_i x^{n-i} = 0$ আকারের সমীকরণ হলো বহুপদী সমীকরণ। [যেখানে $a_0 \neq 0$ এবং $n \in W; = \{0,1,2,3, \dots\dots\}$ = অঋণাত্মক পূর্ণ সংখ্যার সেট]

x-চলকের বহুপদীর পদসমূহ Cx^p আকারের হয়, যেখানে C একটি x-বর্জিত নির্দিষ্ট সংখ্যা (যা শূন্যও হতে পারে) এবং p একটি অঋণাত্মক পূর্ণসংখ্যা। কোনো বহুপদীর সাধারণ পদ Cx^p হলে, C হচ্ছে x^p এর সহগ এবং p হচ্ছে ঐ পদের ঘাত।

$3x - 6x^2 + 2x^4 - 1$ একটি x চলকের বহুপদী। এর মাত্রা 4, মুখ্যপদ $2x^4$, মুখ্যসহগ 2 এবং ধ্রুবপদ -1।

সৃজনশীল প্রশ্ন (ক, খ ও গ)

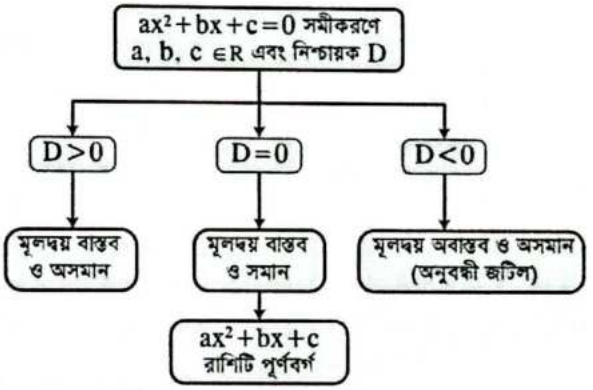
01. (ক) $\frac{x^3-8}{x-2}$ বহুপদীর ঘাত নির্ণয় কর। [CB'17]

(ক) Sol^n: $\frac{x^3-8}{x-2} = \frac{(x^3-2^3)}{x-2} = \frac{(x-2)(x^2+2x+4)}{x-2}$; এখানে x এর সর্বোচ্চ ঘাত 2 । (Ans.)

Type-02: নিশ্চায়ক (D) ও মূলগুলোর প্রকৃতি

Concept

$ax^2 + bx + c = 0\ (a \neq 0)$ দ্বিঘাত সমীকরণের মূলদ্বয়, $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$; যেখানে $b^2 - 4ac$ কে প্রদত্ত দ্বিঘাত সমীকরণের পৃথায়ক বা নিশ্চায়ক (Discriminant) বলে। একে D দ্বারা প্রকাশ করা হয়।



➢ $a, b, c \in \mathbb{Q}, D \geq 0$ এবং D পূর্ণবর্গ হলে, মূলদ্বয় মূলদ হবে।

সৃজনশীল প্রশ্ন (ক, খ ও গ)

01. (ক) $2x^2 - 2(p+q)x + (p^2+q^2) = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় বাস্তব ও সমান হলে, প্রমাণ কর যে, $p = q$ [DB'23]

(ক) Sol^n: $2x^2 - 2(p+q)x + (p^2+q^2) = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় বাস্তব ও সমান হলে, $D = 0$

$\Rightarrow \{-2(p+q)\}^2 - 4 \cdot 2(p^2+q^2) = 0$

$\Rightarrow 4(p+q)^2 - 4 \cdot 2(p^2+q^2) = 0$

$\Rightarrow (p+q)^2 - 2p^2 - 2q^2 = 0$

$\Rightarrow -p^2 + 2pq - q^2 = 0 \Rightarrow -(p-q)^2 = 0$

$\Rightarrow (p-q)^2 = 0 \Rightarrow p - q = 0 \Rightarrow p = q$ (Proved)

02. $f(x) = 3x^2 - 4x + 1$ [RB'23]

(ক) $f(x) = 0$ সমীকরণের মূলের প্রকৃতি নির্ণয় কর।

(ক) Sol^n: $f(x) = 0 \Rightarrow 3x^2 - 4x + 1 = 0$

সমীকরণের নিশ্চায়ক $= b^2 - 4ac = (-4)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 1$

$= 16 - 12 = 4 > 0$

∴ মূল দুটি হবে বাস্তব ও অসমান।

আবার, $3, -4, 1 \in \mathbb{Q}$ ∴ $D = 4$ পূর্ণবর্গ বিধায় মূলদ্বয় মূলদ। (Ans.)

03. $f(x) = x^2 + x + 1$ [Ctg.B'23]

(ক) $f(x) = 0$ সমীকরণের মূলের প্রকৃতি নির্ণয় কর।

(ক) Sol^n: $f(x) = 0 \Rightarrow x^2 + x + 1 = 0$

নিশ্চায়ক, $D = b^2 - 4ac = (1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1 = -3 < 0$

∴ মূলের প্রকৃতি জটিল ও অসমান। ∵ x^2, x ও x^0 এর সহগ $1, 1, 1 \in \mathbb{R}$ ∴ মূলদ্বয় পরস্পর অনুবন্ধী। (Ans.)

04. (ii) $ax^2 + 2bx + 2c = 0$ [Ctg.B'23]

(ক) $a + b + c = 0$ এবং a, b, c অশূন্য বাস্তব হলে দেখাও যে, (ii) নং সমীকরণের মূলদ্বয় বাস্তব ও অসমান হবে।

(ক) Sol^n: $a + b + c = 0 \Rightarrow a + c = -b$

$\Rightarrow (a+c)^2 = (-b)^2 \Rightarrow a^2 + c^2 + 2ac = b^2$

এখন (ii) নং সমীকরণ $\Rightarrow ax^2 + 2bx + 2c = 0$

নিশ্চায়ক $= (2b)^2 - 4 \cdot 2c \cdot a = 4b^2 - 8ac$

$= 4(a^2 + c^2 + 2ac) - 8ac = 4(a^2 + c^2)$

আমরা জানি, দুটি বাস্তব সংখ্যার বর্গের যোগফল অঋণাত্মক হয়।

∴ $4(a^2 + c^2) \geq 0$. আবার, $a, b, c \neq 0$ ∴ $a^2, b^2, c^2 > 0$

∴ $4(a^2 + c^2) > 0$ বা, $D > 0$.

∴ সমীকরণের মূলদ্বয় বাস্তব ও অসমান। (Showed)

Educationblog24.com

25 (ক) $9x^2 - (k+2)x + 4$ রাশিটি পূর্ণবর্গ হলে, k এর মান নির্ণয় কর। [SB'23]

(ক) Sol^n: রাশিটি পূর্ণবর্গ হলে $9x^2 - (k+2)x + 4 = 0$ সমীকরণের নিশ্চায়ক শূন্য হবে।
$\therefore$ নিশ্চায়ক, $D = (k+2)^2 - 144 = 0$
$\Rightarrow (k+2)^2 = 144 \Rightarrow k+2 = \pm 12$
$\therefore k = 10, -14$ (Ans.)

26 (ক) কোন শর্তে $2x^2 - 2(a+b)x + a^2 + b^2 = 0$ সমীকরণের মূলগুলো বাস্তব হবে? [Din.B'23]

(ক) Sol^n: $2x^2 - 2(a+b)x + a^2 + b^2 = 0$ এর মূলগুলো বাস্তব হবে যদি এর নিশ্চায়ক ≥ 0 হয়।
নিশ্চায়ক $D = \{-2(a+b)\}^2 - 4 \cdot 2(a^2+b^2) \geq 0$
$\Rightarrow 4(a+b)^2 - 8(a^2+b^2) \geq 0$
$\Rightarrow a^2 + b^2 + 2ab - 2a^2 - 2b^2 \geq 0$
$\Rightarrow 2ab - a^2 - b^2 \geq 0$
$\Rightarrow a^2 - 2ab + b^2 \leq 0 \Rightarrow (a-b)^2 \leq 0$
$\Rightarrow a - b \leq 0 \therefore a \leq b$
সুতরাং $a \leq b$ শর্তে $2x^2 - 2(a+b)x + a^2 + b^2 = 0$ এর মূলগুলো বাস্তব হবে।

27 (ক) λ এর কোন মানের জন্য $(\lambda+1)x^2 + 2(\lambda+2)x + (\lambda-3) = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় বাস্তব ও সমান হবে? [MB'23]

(ক) Sol^n: $(\lambda+1)x^2 + 2(\lambda+2)x + (\lambda-3) = 0$
সমীকরণের মূলদ্বয় বাস্তব ও সমান হলে, $D = 0$
$\therefore \{2(\lambda+2)\}^2 - 4(\lambda+1)(\lambda-3) = 0$
$\Rightarrow \lambda^2 + 4\lambda + 4 - \lambda^2 + 2\lambda + 3 = 0 \Rightarrow 6\lambda + 7 = 0$
$\therefore \lambda = -\frac{7}{6}$ (Ans.)

28 (ক) $(a+1)x^2 + x + 1 = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় বাস্তব ও অসমান হলে a এর মান বের কর। [Ctg.B'22]

(ক) Sol^n: প্রদত্ত সমীকরণ, $(a+1)x^2 + x + 1 = 0$ ..... (i)
শর্তমতে, সমীকরণটির মূলগুলো বাস্তব ও অসমান।
$\therefore$ নিশ্চায়ক > 0 হবে। $\Rightarrow 1^2 - 4(a+1) \cdot 1 > 0$
$\Rightarrow 1 - 4a - 4 > 0 \Rightarrow -4a - 3 > 0 \Rightarrow -4a > 3$
$\Rightarrow a < -\frac{3}{4}$ (Ans.)

29 দৃশ্যকল্প: $(m^2+n^2)x^2 + 2(mp+nq)x + p^2 + q^2 = 0$ [Ctg.B'22]
(গ) দেখাও যে, দৃশ্যকল্প এর সমীকরণের মূলদ্বয় বাস্তব হলে তারা সমান হবে এবং সমান মূলগুলো নির্ণয় কর।

(গ) Sol^n: $(m^2+n^2)x^2 + 2(mp+nq)x + p^2 + q^2 = 0$
$\therefore a = m^2+n^2; b = 2(mp+nq); c = p^2+q^2$
$\therefore D = b^2 - 4ac = 4(mp+nq)^2 - 4(m^2+n^2)(p^2+q^2)$
$= 4(m^2p^2 + 2mnpq + n^2q^2 - m^2p^2 - n^2p^2 - m^2q^2 - n^2q^2)$
$= 4(-m^2q^2 + 2mqnp - n^2p^2)$
$= -4(m^2q^2 - 2mq \cdot np + n^2p^2)$
$= -4(mq - np)^2 \leq 0$
কিন্তু সমীকরণটির মূলদ্বয় বাস্তব। তাই, $D \not< 0 \therefore D = 0$
অর্থাৎ, মূলদ্বয় বাস্তব হলে সমান হবে।
সমান মূল $= -\frac{b}{2a} = -\frac{2(mp+nq)}{2(m^2+n^2)} = -\frac{mp+nq}{m^2+n^2}$ (Showed)

30 $f(x) = px^2 + 2qx + r, g(x) = x^2 + (p+r)x + (p^2 + r^2 + 2q^2)$. [JB'2
(খ) $f(x) = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় বাস্তব এবং অসমান হ
দেখাও যে, $g(x) = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় কাল্পনিক হ

(খ) Sol^n: $f(x) = px^2 + 2qx + r = 0$
শর্তমতে, $(2q)^2 - 4 \cdot p \cdot r > 0 \Rightarrow 4q^2 - 4pr > 0$
$\Rightarrow q^2 - pr > 0 \Rightarrow q^2 > pr$ ..... (i)
আবার, $g(x) = x^2 + (p+r)x + (p^2 + r^2 + 2q^2) = 0$ ..... (
সমীকরণ (ii) এর নিশ্চায়ক $= (p+r)^2 - 4(p^2 + r^2 + 2q^2$
$= p^2 + 2pr + r^2 - 4p^2 - 4r^2 - 8q^2$
$= -3p^2 + 2pr - 3r^2 - 8q^2$
$= -3p^2 - 3r^2 - 8q^2 + 2pr$
$= -(3p^2 + 3r^2 + 8q^2 - 2pr)$
যেহেতু, $pr < q^2$ [সমীকরণ (i) হতে]
তাই, আমরা বলতে পারি, সমীকরণ (ii) এর নিশ্চায়ক ঋণাত্মক হ
অর্থাৎ, $g(x) = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় কাল্পনিক হবে। (Showe

31 $x^2 - 2ax + a^2 - b^2 = 0$ ..... (i) [Din.B'2
(ক) a, b মূলদ হলে দেখাও যে, (i) সমীকরণের মূলদ্বয় সর্বদ মূলদ হবে।

(ক) Sol^n: $x^2 - 2ax + a^2 - b^2 = 0$
সমীকরণটির নিশ্চায়ক $= (-2a)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (a^2 - b^2)$
$= 4a^2 - 4a^2 + 4b^2 = 4b^2 > 0$
যেহেতু a ও b মূলদ, তাই নিশ্চায়কের মান $4b^2 > 0$
তাই মূলদ্বয় সর্বদা মূলদ হবে। (Showed)

32 দৃশকল্প-১: $p(x) = (x-a)(x-b) + (x-b)(x-c) + (x-c)(x-a)$. [MB'2
(খ) $p(x)$ রাশিটি পূর্ণবর্গ হলে দেখাও যে, $a = b = c$.

(খ) Sol^n: $p(x) = (x-a)(x-b) + (x-b)(x-c) + (x-c)(x-$
$= x^2 - ax - bx + ab + x^2 - bx - cx + bc + x^2 - c$
$-ax + a$
$= 3x^2 - 2(a+b+c)x + ab + bc + ca$
$p(x)$ পূর্ণবর্গ হবে যদি $p(x) = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় বাস্তব ও সমান হয়।
$\therefore$ নিশ্চায়ক $= 4(a+b+c)^2 - 4 \cdot 3 \cdot (ab + bc + ca$
$= 4(a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca) - 12$
$(ab + bc + ca$
$= 4a^2 + 4b^2 + 4c^2 + 8ab + 8bc + 8ca - 12ab$
$-12bc - 12c$
$= 4a^2 + 4b^2 + 4c^2 - 4ab - 4bc - 4ca$

Educationblog24.com

$= 4(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca) = 4 \cdot \frac{1}{2}$
$[(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2]$
$= 2[(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2]$
$p(x)$ পূর্ণবর্গ হবে যদি নিশ্চায়ক $= 0$ হয়
$\therefore 2[(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2] = 0$
$\Rightarrow (a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2 = 0$
একাধিক বর্গ রাশির যোগফল শূন্য হবে যদি প্রত্যেকে পৃথকভাবে শূন্য হয়। $\therefore (a-b)^2 = 0$ বা, $a = b$;
$(b-c)^2 = 0 \Rightarrow b = c$ এবং $(c-a)^2 = 0 \Rightarrow c = a$
$\therefore a = b = c$ (দেখানো হলো)

13. (ক) $x^2 - x + k = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় বাস্তব হলে, k এর মান নির্ণয় কর। [DB'21]

(ক) Sol^n: মূলদ্বয় বাস্তব হলে $D \geq 0 \Rightarrow 1 - 4k \geq 0$
$\Rightarrow 4k - 1 \leq 0 \Rightarrow k \leq \frac{1}{4}$ (Ans.)

14. (ক) a এর মান কত হলে $x^2 - 4ax + 4 = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় জটিল হবে? [RB'21]

(ক) Sol^n: মূলদ্বয় জটিল হলে $D < 0 \Rightarrow 16a^2 - 16 < 0$
$\Rightarrow 16(a^2 - 1) < 0 \Rightarrow a^2 < 1 \Rightarrow |a|^2 < 1$
$\Rightarrow -1 < a < 1$ (Ans.)

15. (ক) দেখাও যে, $b = p$ না হলে, $2x^2 - 2(b+p)x + b^2 + p^2 = 0$ সমীকরণটির মূলগুলো বাস্তব হতে পারে না। [SB'21]

(ক) Sol^n: $2x^2 - 2(b+p)x + b^2 + p^2 = 0$
$\Rightarrow D = 4(b+p)^2 - 8(b^2 + p^2)$
$\Rightarrow D = 4(b^2 + 2bp + p^2) - 8(b^2 + p^2)$
$\Rightarrow D = -4(b-p)^2 \therefore D \leq 0$,
তাই মূল বাস্তব হলে $D = 0 \Rightarrow b - p = 0 \Rightarrow b = p$
$\therefore b = P$ না হলে $2x^2 - 2(b+p)x + b^2 + p^2 = 0$
সমীকরণটির মূলগুলো বাস্তব হতে পারে না।

16. (ক) p এর মান কত হলে $px^2 + 4x + 3$ রাশিটি পূর্ণবর্গ হবে? [SB'21]

(ক) Sol^n: শর্তমতে, $D = 0 \Rightarrow (4)^2 - 4 \times p \times 3 = 0$
$\Rightarrow 16 - 12p = 0 \Rightarrow p = \frac{16}{12} = \frac{4}{3}$ (Ans.)

17. দৃশ্যকল্প: $f(x) = ax^2 + bx + c, a \neq 0$ একটি দ্বিঘাত ফাংশন। [Din.B'21]

(ক) $a = 1, b = -2, c = 1$ হলে, $f(x) = 0$ সমীকরণের মূলের প্রকৃতি নির্ণয় কর।

(ক) Sol^n: $ax^2 + bx + c = 0$ সমীকরণের নিশ্চায়ক
$D = b^2 - 4ac = 4 - 4 \cdot 1 \cdot 1 = 0$
$\therefore$ সমীকরণের মূলদ্বয় বাস্তব সমান ও মূলদ (Ans.)

18. $P(x) = mx^3 + nx^2 + qx + r$. [Din.B'19]

(ক) $m = 0$ এবং $n = q = r = 1$ হলে, $P(x) = 0$ সমীকরণের মূলের প্রকৃতি নির্ণয় কর।

(ক) Sol^n: $P(x) = mx^3 + nx^2 + qx + r \Rightarrow 0 = x^2 + x + 1$
$\therefore$ নিশ্চায়ক, $D = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1 = -3$
$\therefore$ মূলদ্বয় অনুবন্ধী জটিল সংখ্যা। $\therefore$ মূলদ্বয়ের প্রকৃতি জটিল।

19. দৃশ্যকল্প-১: $\frac{1}{x} + \frac{1}{p-x} = \frac{1}{q}$ [DB, SB, JB, Din.B'18]

(ক) $p = q = 1$ হলে দৃশ্যকল্প-১ এর সমীকরণটির মূলের প্রকৃতি নির্ণয় কর।

(ক) Sol^n: $\frac{1}{x} + \frac{1}{1-x} = 1 \Rightarrow \frac{1-x+x}{x(1-x)} = 1$
$\Rightarrow 1 = x - x^2 \Rightarrow x^2 - x + 1 = 0$
$\therefore D = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1 = -3 < 0$
$\therefore$ মূলদ্বয় জটিল, অনুবন্ধী।

20. (ক) q এর মান কত হলে $qx^2 + 4x + 3$ রাশিটি পূর্ণবর্গ হবে? [সরকারি রাজেন্দ্র কলেজ, ফরিদপুর]

(ক) Sol^n: $qx^2 + 4x + 3 = 0$ রাশিটি পূর্ণবর্গ হলে,
$4^2 - 4 \cdot 3 \cdot q = 0 \Rightarrow 16 - 12q = 0 \therefore q = \frac{4}{3}$ (Ans.)

নিজে করো

21. (ক) দেখাও যে, $p = q$ না হলে $2x^2 - 2(p+q)x + (p^2 + q^2) = 0$ সমীকরণের মূলগুলো বাস্তব হতে পারে না। [RB'23]

22. (ক) $4x^2 - kx + 1 = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় সমান হলে k-এর মান নির্ণয় কর। [CB'23] [Ans: ± 4]

23. (ক) দেখাও যে, $2x^2 + 6x - 8 = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় মূলদ হবে। [RB'22]

24. (ক) $x^2 - 4x + 4 = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয়ের প্রকৃতি নির্ণয় কর। [SB'22] [Ans: $b^2 - 4ac = 0$]

25. (ক) a এর মান কত হলে $(a-1)x^2 + (a+2)x + 4 = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় বাস্তব ও সমান হবে? [CB'22] [Ans:10, 2]

26. দৃশ্যকল্প-১: $(p+1)x^2 + 2(p+3)x + 2p + 3 = 0$ একটি রাশি। [Din.B'22]
(খ) p এর মান কত হলে ১ম দৃশ্যকল্পে উল্লিখিত রাশিটি পূর্ণবর্গ হবে? [Ans: 3, −2]

27. (ক) $(m-1)x^2 - (m+1)x + 2 = 0$, m এর মান কত হলে প্রদত্ত সমীকরণের মূলগুলো সমান হবে? [JB'21] [Ans: 3]

28. (ক) $x^2 - 2mx + 8m - 15 = 0$ এর মূলদ্বয় বাস্তব ও সমান হলে m এর মান কত? [JB'19] [Ans: 3, 5]

Educationblog24.com

Type-03: মূল-সহগ সম্পর্ক সংক্রান্ত

Concept

(i) $ax^2 + bx + c = 0$ এর মূলদ্বয় α, β হলে, [দ্বিঘাত সমীকরণের মূল 2 টি]

$\sum\alpha = \alpha + \beta = -\frac{b}{a}$; $\sum\alpha\beta = \alpha\beta = \frac{c}{a}$

(ii) $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ এর মূলত্রয় α, β, γ হলে [ত্রিঘাত সমীকরণের মূল 3টি]

$\sum\alpha = \alpha + \beta + \gamma = -\frac{b}{a}$

$\sum\alpha\beta = \alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = \frac{c}{a}$

$\sum\alpha\beta\gamma = \alpha\beta\gamma = -\frac{d}{a}$

(iii) $ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e = 0$ এর মূলগুলো $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ হলে [চতুর্ঘাত সমীকরণের মূল 4 টি]

$\sum\alpha = \alpha + \beta + \gamma + \delta = -\frac{b}{a} \rightarrow$ 4 টি থেকে 1 টি করে নিয়ে সকল সমাবেশ (Combination) এর [$^4C_1 = 4$ টি]

যোগফল $= -\frac{b}{a}$

$\sum\alpha\beta = \alpha\beta + \alpha\gamma + \alpha\delta + \beta\gamma + \beta\delta + \gamma\delta = \frac{c}{a} \rightarrow$ 4 টি থেকে 2 টি করে নিয়ে সকল সমাবেশের (Combination) [$^4C_2 = 6$টি] যোগফল $= \frac{c}{a}$

$\sum\alpha\beta\gamma = \alpha\beta\gamma + \alpha\beta\delta + \alpha\gamma\delta + \beta\gamma\delta = -\frac{d}{a} \rightarrow$ 4 টি থেকে 3 টি করে নিয়ে সকল সমাবেশ (Combination) এর [$^4C_3 = 4$ টি] যোগফল $= -\frac{d}{a}$

$\sum\alpha\beta\gamma\delta = \alpha\beta\gamma\delta = \frac{e}{a} \rightarrow$ 4 টি থেকে 4 টি করে নিয়ে সকল সমাবেশ (Combination) এর [$^4C_4 = 1$ টি] যোগফল $= \frac{e}{a}$

সৃজনশীল প্রশ্ন (ক, খ ও গ)

01 উদ্দীপক: দ্বিঘাত সমীকরণ $ax^2 + bx + b = 0; [a \neq 0]$

(খ) উদ্দীপকের মূলদ্বয়ের অনুপাত m: 3n হলে, প্রমাণ কর যে, $\sqrt{\frac{m}{n}} + 3\sqrt{\frac{n}{m}} + \sqrt{\frac{3b}{a}} = 0$ [DB'23]

(খ) Sol^n: প্রদত্ত সমীকরণ: $ax^2 + bx + b = 0 \quad [a \neq 0]$

ধরি, মূলদ্বয় α ও β

অর্থাৎ, $\alpha + \beta = -\frac{b}{a}$; $\alpha\beta = \frac{b}{a} \therefore \alpha + \beta = -\alpha\beta$

প্রশ্নমতে, $\frac{\alpha}{\beta} = \frac{m}{3n} \Rightarrow \frac{m}{n} = \frac{3\alpha}{\beta}$ ..... (ii)

$\therefore$ L.H.S $= \sqrt{\frac{m}{n}} + 3\sqrt{\frac{n}{m}} + \sqrt{\frac{3b}{a}} = \frac{\sqrt{3\alpha}}{\sqrt{\beta}} + 3\sqrt{\frac{\beta}{3\alpha}} + \sqrt{\frac{3b}{a}}$ [(ii) হতে]

$= \frac{\sqrt{3\alpha}}{\sqrt{\beta}} + \frac{3\sqrt{\beta}}{\sqrt{3}\sqrt{\alpha}} + \sqrt{\frac{3b}{a}} = \frac{\sqrt{3}(\alpha+\beta)}{\sqrt{\alpha}\sqrt{\beta}} + \sqrt{\frac{3b}{a}} = \frac{-\sqrt{3}\alpha\beta}{\sqrt{\alpha}\sqrt{\beta}} + \sqrt{\frac{3b}{a}}$ [(i) হতে]

$= -\sqrt{3\alpha\beta} + \sqrt{3\alpha\beta} = 0 =$ R.H.S (Proved)

02 $f(x) = mx^2 + nx + l$ [BB'23]

(খ) যদি $f(x) = 0$ সমীকরণের মূল দুটি p ও q হয়, তবে দেখাও যে, $(mp + n)^{-2} + (mq + n)^{-2} = \frac{n^2 - 2lm}{l^2m^2}$

(খ) Sol^n: $f(x) = 0 \Rightarrow mx^2 + nx + l = 0$ সমীকরণের মূল p ও q হলে, $p + q = -\frac{n}{m}$ ..... (i)

$pq = \frac{l}{m}$ ..... (ii) ; (i) $\Rightarrow p + q = -\frac{n}{m}$

$\Rightarrow mp + mq = -n \therefore mp + n = -mq$ ..... (iii)

এবং $mq + n = -mp$ ..... (iv)

এখন, $(mp + n)^{-2} + (mq + r)^{-2}$

$= (-mq)^{-2} + (-mp)^{-2} = \frac{1}{m^2q^2} + \frac{1}{m^2p^2} = \frac{p^2+q^2}{m^2p^2q^2}$

$= \frac{(p+q)^2 - 2pq}{m^2 \cdot (pq)^2} = \frac{\left(\frac{-n}{m}\right)^2 - 2\frac{l}{m}}{m^2\left(\frac{l}{m}\right)^2}$ [(i) ও (ii) থেকে]

$= \frac{\frac{n^2}{m^2} - \frac{2l}{m}}{\frac{m^2l^2}{m^2}} = \frac{n^2 - 2lm}{l^2m^2} =$ R.H.S (দেখানো হলো)

03 দৃশ্যকল্প-২: $g(x) = px^2 + qx + r$ [C B

(খ) $g(x) = 0$ সমীকরণের মূল দুইটি α ও α^2 হলে প্রমা যে, $p^2r + pr^2 + q^3 = 3pqr$.

(খ) Sol^n: দেওয়া আছে, $g(x) = 0$ সমীকরণের মূল দুটি α ও

$g(x) = 0 \Rightarrow px^2 + qx + r = 0$

এখন, $\alpha \cdot \alpha^2 = \frac{r}{p} \therefore \alpha^3 = \frac{r}{p}$

আবার, $(\alpha+\alpha^2)=\frac{-q}{p}\Rightarrow(\alpha+\alpha^2)^3=\left(-\frac{q}{p}\right)^3$

$\Rightarrow \alpha^3+(\alpha^2)^3+3\alpha\cdot\alpha^2(\alpha+\alpha^2)=-\frac{q^3}{p^3}$

$\Rightarrow \alpha^3+(\alpha^3)^2+3\alpha^3(\alpha+\alpha^2)=-\frac{q^3}{p^3}$

$\Rightarrow \frac{r}{p}+\frac{r^2}{p^2}+3\frac{r}{p}\left(-\frac{q}{p}\right)=-\frac{q^3}{p^3}$

$\Rightarrow p^2r+pr^2+(-3pqr)=-q^3$

$\Rightarrow p^2r+pr^2+q^3=3pqr$ [প্রমাণিত]

04. দৃশ্যকল্প-১: $f(x)=\frac{1}{x}+\frac{1}{l-x}-\frac{1}{m}$. [Din.B'23]

দৃশ্যকল্প-২: $g(x)=x^2+\frac{q}{p}x+\frac{r}{p}$.

(খ) দৃশ্যকল্প-১ এ $f(x)=0$ সমীকরণের মূলদ্বয়ের অন্তর n হলে প্রমাণ কর যে, $l=2m\pm\sqrt{4m^2+n^2}$

(গ) দৃশ্যকল্প-২ এ $g(x)=0$ সমীকরণের একটি মূল অপরটির বর্গের সমান হলে দেখাও যে, $\frac{p}{r}=\left(\frac{p-q}{r-q}\right)^3$ এবং $3q-p-r=\frac{q^3}{pr}$

(খ) Sol^n: দেওয়া আছে, $f(x)=\frac{1}{x}+\frac{1}{l-x}-\frac{1}{m}$ আর $f(x)=0$

তাহলে, $\frac{1}{x}+\frac{1}{l-x}-\frac{1}{m}=0\Rightarrow\frac{1}{x}+\frac{1}{l-x}=\frac{1}{m}$

$\Rightarrow\frac{l}{x(l-x)}=\frac{1}{m}\Rightarrow lx-x^2=lm$

$\therefore x^2-lx+lm=0$ ..... (i)

মনে করি, (i) এর মূলদ্বয় হলো α,β

$\therefore \alpha+\beta=l$ এবং $\alpha\beta=lm$

প্রশ্নানুসারে, $|\alpha-\beta|=n\Rightarrow\alpha-\beta=\pm n$

$\Rightarrow(\alpha-\beta)^2=n^2\Rightarrow(\alpha+\beta)^2-4\alpha\beta=n^2$

$\Rightarrow l^2-4lm=n^2\Rightarrow l^2-4lm+(2m)^2=n^2+4m^2$

$\Rightarrow(l-2m)^2=n^2+4m^2\Rightarrow l-2m=\pm\sqrt{n^2+4m^2}$

$\therefore l=2m\pm\sqrt{n^2+4m^2}$ (প্রমাণিত)

(গ) Sol^n: দেওয়া আছে, $g(x)=x^2+\frac{q}{p}x+\frac{r}{p}$ আর $g(x)=0$

$\therefore x^2-\left(-\frac{q}{p}\right)x+\frac{r}{p}=0$ ..... (i)

(i) নং সমীকরণের মূলদ্বয় α,α^2 হওয়ায়

$\alpha+\alpha^2=-\frac{q}{p}$ ..... (ii)

এবং $\alpha\cdot\alpha^2=\frac{r}{p}\Rightarrow\alpha^3=\frac{r}{p}$ ..... (iii)

R.H.S: $\left(\frac{p-q}{r-q}\right)^3=\left(\frac{1-\frac{q}{p}}{\frac{r}{p}-\frac{q}{p}}\right)^3=\left(\frac{1+\alpha+\alpha^2}{\alpha^3+\alpha+\alpha^2}\right)^3$

[(ii) ও (iii) নং হতে]

$=\left\{\frac{1+\alpha+\alpha^2}{\alpha(1+\alpha+\alpha^2)}\right\}^3=\frac{1}{\alpha^3}=\frac{p}{r}$ =L.H.S (Showed)

এখন, $\left(\frac{p-q}{r-q}\right)^3=\frac{p}{r}$

$\Rightarrow(p^3-3p^2q+3q^2p-q^3)r=p(r^3-3r^2q+3rq^2-q^3)$

$\Rightarrow p^3r-3p^2qr+3q^2pr-q^3r=pr^3-3r^2qp+3rq^2p-q^3p$

$\Rightarrow q^3p-q^3r=pr^3-p^3r+3p^2qr-3r^2qp$

$\Rightarrow q^3(p-r)=pr(r+p)(r-p)+3pqr(p-r)$

$\Rightarrow q^3(p-r)=-pr(r+p)(p-r)+3pqr(p-r)$

$\Rightarrow q^3=-pr^2-p^2r+3pqr\Rightarrow\frac{q^3}{pr}=\frac{-pr^2}{pr}-\frac{p^2r}{pr}+\frac{3pqr}{pr}$

$\therefore\frac{q^3}{pr}=3q-p-r$ [Showed]

05. $f_2(x)=\alpha x^2+\beta x+\gamma$ [RB'22]

(খ) $f_2(x)=0$ সমীকরণের একটি মূল অপরটির বর্গের সমান হলে a এর মান নির্ণয় কর, যেখানে $\alpha=9,\beta=2$ এবং $\gamma=-\frac{1}{3}(a+2)$.

(খ) Sol^n: প্রদত্ত সমীকরণ, $f_2(x)=\alpha x^2+\beta x+\gamma=0$;

যেখানে, $\alpha=9,\beta=2,\ \gamma=-\frac{1}{3}(a+2)$

$\therefore$ সমীকরণটি হলো: $9x^2+2x-\frac{1}{3}(a+2)=0$ ..... (i)

ধরি, (i) নং সমীকরণের মূলদ্বয়, p ও $p^2\ \therefore p^2+p=-\frac{2}{9}$

$\Rightarrow p^2+p+\frac{2}{9}=0\Rightarrow p=-\frac{1}{3},-\frac{2}{3}$

এখন, $p=-\frac{1}{3}$ হলে, $-\frac{1}{27}=-\frac{1}{27}(a+2)$ $\Rightarrow a=-1$ (Ans.)

$p=-\frac{2}{3}$ হলে, $-\frac{8}{27}=-\frac{1}{27}(a+2)$ $\Rightarrow a+2=8$ $\Rightarrow a=6$ (Ans.)

06. $P(x)=ax^2+bx+c$ [SB'22]

(গ) $P(x)=0$ সমীকরণের মূলদ্বয়ের পার্থক্য 2π হলে প্রমাণ কর যে, $b^2-4ac=4a^2\pi^2$।

(গ) Sol^n: $p(x)=ax^2+bx+c=0$ ..... (i)

ধরি, (i) নং সমীকরণের মূলদ্বয়, α ও $\alpha+2\pi$

শর্তমতে, $\alpha+\alpha+2\pi=-\frac{b}{a}$ ..... (ii)

এবং $\alpha^2+2\pi\alpha=\frac{c}{a}$ ..... (iii)

$(ii)^2-4\times(iii)$

$\Rightarrow\frac{b^2}{a^2}-\frac{4c}{a}=(2\alpha+2\pi)^2-4(\alpha^2+2\pi\alpha)$

$\Rightarrow\frac{b^2-4ac}{a^2}=4\alpha^2+8\pi\alpha+4\pi^2-4\alpha^2-8\pi\alpha$

$\Rightarrow b^2-4ac=4\pi^2\alpha^2$ [Proved]

07. $g(x)=x^2+2x+q$ একটি ফাংশন। [SB'22]

(গ) $g(x)=0$ সমীকরণের একটি মূল অপরটির বর্গের সমান হলে, প্রমাণ কর যে, $q^2-5q+8=0$।

(গ) Sol^n: $g(x)=x^2+2x+q=0$ ..... (i)

ধরি, মূলদ্বয় α ও $\alpha^2\ \therefore\alpha+\alpha^2=-2$

$\Rightarrow\alpha^2+\alpha+2=0$ ..... (ii) এবং $\alpha^3=q$ ..... (iii)

L. H. S $=q^2-5q+8$

$=(\alpha^3)^2-5\alpha^3+8=\alpha^6-5\alpha^3+8$

Educationblog24.com

$= \alpha^6 + \alpha^5 + 2\alpha^4 - \alpha^5 - \alpha^4 - 2\alpha^3 - \alpha^4 - \alpha^3 - 2\alpha^2 - 2\alpha^3 - 2\alpha^2 - 4\alpha + 4\alpha^2 + 4\alpha + 8$

$= \alpha^4(\alpha^2 + \alpha + 2) - \alpha^3(\alpha^2 + \alpha + 2) - \alpha^2(\alpha^2 + \alpha + 2) - 2\alpha(\alpha^2 + \alpha + 2) + 4(\alpha^2 + \alpha + 2)$

$= 0 = \text{R.H.S}$ [Proved]

08. উদ্দীপক-১: $x^2 - bx - c = 0$ সমীকরণের একটি মূল অপরটির বর্গের সমান। [BB'22]

(খ) উদ্দীপক-১ এর সাহায্যে দেখাও যে, $b^3 + c(3b + 1) - c^2 = 0$

(খ) Soln: $x^2 - bx - c = 0$ ..... (i);

সমীকরণটির মূলদ্বয় α ও α^2

$\therefore \alpha + \alpha^2 = b$ ..... (ii) এবং $\alpha^3 = -c$ ..... (iii)

$\text{L.H.S} = b^3 + c(3b + 1) - c^2$

$= (\alpha + \alpha^2)^3 + (-\alpha^3)(3\alpha^2 + 3\alpha + 1) - (-\alpha^3)^2$

$= \alpha^3 + 3\alpha^2 \cdot \alpha^2 + 3\alpha \cdot \alpha^4 + \alpha^6 - 3\alpha^5 - 3\alpha^4 - \alpha^3 - \alpha^6;$

$= \alpha^3 + 3\alpha^4 + 3\alpha^5 - 3\alpha^5 - 3\alpha^4 - \alpha^3$

$= 0 = \text{R.H.S}$ [Showed]

09. $f(x) = ax^2 + bx + c$ [JB'22]

(ক) $3x^2 - mx + 4 = 0$ সমীকরণের একটি মূল অপর মূলটির তিনগুণ হলে, m এর মান নির্ণয় কর।

(খ) $f(x) = 0$ সমীকরণের মূল দুটির অনুপাত r হলে দেখাও যে, $\frac{(r+1)^2}{r} = \frac{b^2}{ac}$.

(ক) Soln: প্রদত্ত সমীকরণ, $3x^2 - mx + 4 = 0$ যার মূলদ্বয়, α ও 3α $\therefore \alpha + 3\alpha = \frac{m}{3} \Rightarrow 4\alpha = \frac{m}{3}$ ..... (i)

এবং $3\alpha^2 = \frac{4}{3} \Rightarrow \alpha^2 = \frac{4}{9} \Rightarrow \alpha = \pm\frac{2}{3}$

$\therefore$ সমীকরণ (i) থেকে, $4\alpha = \frac{m}{3} \Rightarrow 4 \times \left(\pm\frac{2}{3}\right) = \frac{m}{3}$

$\therefore m = \pm 8$ (Ans.)

(খ) Soln: $f(x) = ax^2 + bx + c = 0$

ধরি, সমীকরণটির মূলদ্বয় α ও αr.

$\alpha + \alpha r = -\frac{b}{a} \Rightarrow \alpha(r + 1) = -\frac{b}{a}$ ..... (i)

এবং $\alpha^2 r = \frac{c}{a}$ ..... (ii)

$(i)^2 \div (ii) \Rightarrow \frac{\alpha^2(r+1)^2}{\alpha^2 r} = \frac{\frac{b^2}{a^2}}{\frac{c}{a}} \quad \therefore \frac{(r+1)^2}{r} = \frac{b^2}{ac}$ (Showed)

10. (ক) $2x^3 - 9x^2 + 9x + 2 \equiv (x - 2)(ax^2 + bx + c)$ হলে a, b, c এর মান নির্ণয় কর যেখানে a, b এবং c ধ্রুবক। [Din.B'22]

(ক) Soln: প্রদত্ত সমীকরণ,

$2x^3 - 9x^2 + 9x + 2 \equiv (x - 2)(ax^2 + bx + c)$

$\Rightarrow 2x^3 - 9x^2 + 9x + 2 \equiv ax^3 + bx^2 + cx - 2ax^2 - 2bx - 2c$

$\Rightarrow 2x^3 - 9x^2 + 9x + 2 \equiv ax^3 + (b - 2a)x^2 + (c - 2b)x - 2c$

সমীকরণ (i) এর x^3, x^2, x ও ধ্রুব পদের সহগ সমীকৃত করে পাই, x^3 এর সহগ সমীকৃত করে পাই, $a = 2$

x^2 এর সহগ সমীকৃত করে, $b - 2a = -9$

$\Rightarrow b - 4 = -9 \Rightarrow b = -5$

ধ্রুব রাশি সহগ সমীকৃত করে পাই, $-2c = 2 \Rightarrow c = -1$

(Ans.)

11. দৃশ্যকল্প-২: $x^3 - 9x^2 + 14x + 24 = 0$ একটি ত্রিঘাত সমীকরণ। [Ctg.B'21]

(গ) দৃশ্যকল্প-২ এর দুইটি মূলের অনুপাত 3:2 হলে সমীকরণটি সমাধান কর।

(গ) Soln: দৃশ্যকল্প-২ এর সমীকরণ, $x^3 - 9x^2 + 14x + 24 = 0$

এর মূলত্রয় $3\alpha, 2\alpha$ ও β

$\therefore 3\alpha + 2\alpha + \beta = 9$

$\Rightarrow 5\alpha + \beta = 9$

$\therefore \beta = 9 - 5\alpha$ .... (i)

$6\alpha^2 + 3\alpha\beta + 2\alpha\beta = 14$ .... (ii)

$\Rightarrow 6\alpha^2 + 5\alpha\beta = 14$

$\Rightarrow 6\alpha^2 + 5\alpha(9 - 5\alpha) = 14$

$\Rightarrow 6\alpha^2 + 45\alpha - 25\alpha^2 = 14$

$\Rightarrow 19\alpha^2 - 45\alpha + 14 = 0$

$\therefore \alpha = 2, \frac{7}{19}$

$\alpha = 2$ হলে, $\beta = -1$; $\alpha = \frac{7}{19}$ হলে, $\beta = \frac{136}{19}$;

$(3\alpha)(2\alpha)\beta = -24 \Rightarrow \alpha^2\beta = -4$ ..... (iii)

$\alpha = 2$ ও $\beta = -1$ (iii) নং সমীকরণকে সিদ্ধ করে।

কিন্তু $\alpha = \frac{7}{19}$ ও $\beta = \frac{136}{19}$ (iii) নং সমীকরণকে সিদ্ধ করে না।

$\therefore \alpha = 2$ ও $\beta = -1$ $\therefore$ মূলত্রয়: 6, 4, −1 (Ans.)

12. দৃশ্যকল্প-২: $lx^2 + mx + m = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয়ের অনুপাত a: b. [JB'21]

(গ) দৃশ্যকল্প-২ থেকে প্রমাণ কর যে, $\sqrt{\frac{a}{b}} + \sqrt{\frac{b}{a}} + \sqrt{\frac{m}{l}} = 0$

(গ) Soln: ধরি, মূলদ্বয় $a\alpha$ ও $b\alpha$ $\therefore \alpha(a + b) = -\frac{m}{l}$ ..... (i)

$\alpha^2 ab = \frac{m}{l} \Rightarrow \alpha\sqrt{ab} = \sqrt{\frac{m}{l}}$ ..... (ii)

এখন, (i) $\div$ (ii) $\Rightarrow \frac{a+b}{\sqrt{ab}} = -\sqrt{\frac{m}{l}} \Rightarrow \sqrt{\frac{a}{b}} + \sqrt{\frac{b}{a}} = -\sqrt{\frac{m}{l}}$

$\Rightarrow \sqrt{\frac{a}{b}} + \sqrt{\frac{b}{a}} + \sqrt{\frac{m}{l}} = 0$ (প্রমাণিত)

13. (ক) $x^2 + 5x + 3 = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় α, β হলে, $\frac{1}{\beta} - \frac{1}{\alpha}$ এর মান নির্ণয় কর। [Din.B'21]

(ক) Soln: প্রশ্নমতে, $\alpha + \beta = -5, \alpha\beta = 3$

এখন, $(\alpha - \beta)^2 = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta \Rightarrow (\alpha - \beta)^2 = 25 - 12$

$\Rightarrow \alpha - \beta = \pm\sqrt{13}; \frac{1}{\beta} - \frac{1}{\alpha} = \frac{\alpha - \beta}{\alpha\beta} = \pm\frac{\sqrt{13}}{3}$ (Ans.)

Educationblog24.com

14. $px^2 + qx + 1 = 0 \ldots\ldots\ldots (i)$ [MB'21]

(খ) (i) নং সমীকরণের মূল দুইটি α ও β হলে দেখাও যে,

$$(p\alpha + q)^{-3} + (p\beta + q)^{-3} = \frac{q(q^2-3p)}{p^3}.$$

(খ) Sol^n: $px^2 + qx + 1 = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় α, β হলে-

$\alpha + \beta = -\frac{q}{p} \ldots\ldots\ldots (i)$; $\alpha\beta = \frac{1}{p} \ldots\ldots\ldots (ii)$

$(i) \Rightarrow p\alpha + q = -p\beta \ldots\ldots\ldots (iii)$;

$p\beta + q = -p\alpha \ldots\ldots\ldots\ldots (iv)$

$L.H.S = (p\alpha + q)^{-3} + (p\beta + q)^{-3}$

$= (-p\beta)^{-3} + (-p\alpha)^{-3} = -\frac{1}{p^3\beta^3} - \frac{1}{p^3\alpha^3} = -\frac{1}{p^3}\left(\frac{\alpha^3+\beta^3}{\alpha^3\beta^3}\right)$

$= -\frac{1}{p^3}\left\{\frac{(\alpha+\beta)^3 - 3\alpha\beta(\alpha+\beta)}{(\alpha\beta)^3}\right\} = -\frac{1}{p^3} \times \frac{-\frac{q^3}{p^3} + \frac{3q}{p^2}}{\frac{1}{p^3}}$

$= -\frac{1}{p^3} \times (3pq - q^3) = \frac{q}{p^3}(q^2 - 3p)$

$= R.H.S$ **(Showed)**

15. $P(x) = x^2 + mx - n$ [সরকারি রাজেন্দ্র কলেজ, ফরিদপুর]

(খ) $P(x) = 0$ সমীকরণের একটি মূল অপরটির বর্গের সমান হলে প্রমাণ কর যে, $m^3 + n^2 + 3mn - n = 0$

(খ) Sol^n: প্রদত্ত সমীকরণ, $P(x) = x^2 + mx - n = 0$

ধরি, মূলদ্বয় α ও α^2

$\therefore \alpha + \alpha^2 = -m \ldots\ldots\ldots (i)$

এবং $\alpha \cdot \alpha^2 = -n \Rightarrow \alpha^3 = -n \ldots\ldots\ldots (ii)$

(i) নং হতে পাই,

$(\alpha + \alpha^2) = -m \Rightarrow \alpha^3 + \alpha^6 + 3\alpha^3(\alpha + \alpha^2) = -m^3$ [উভয় পক্ষে ঘন করে]

$\Rightarrow -n + (-n)^2 + 3(-n)(-m) = -m^3$

$\therefore m^3 + n^2 + 3mn - n = 0$ **(প্রমাণিত)**

16. **(ক) $2x^2 + bx + c = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় পরস্পর উল্টা হলে c এর মান নির্ণয় কর।** [চট্টগ্রাম কলেজ]

(ক) Sol^n: ধরি, $2x^2 + bx + c = 0$ এর মূল দুটি হলো: $\alpha, \frac{1}{\alpha}$

$\therefore \alpha \cdot \frac{1}{\alpha} = \frac{c}{2} \Rightarrow \frac{c}{2} = 1 \ \therefore c = 2$ **(Ans.)**

17. **$x^2 - x + 2 = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় $\frac{1}{\alpha}$ ও $\frac{1}{\beta}$** [সরকারি মাইকেল মধুসূদন কলেজ, যশোর]

(খ) প্রমাণ কর যে, $4(\alpha^2 - \beta^2) = 1 - 8\alpha\beta$

(খ) Sol^n: দেওয়া আছে, $x^2 - x + 2 = 0$ সমীকরণে মূলদ্বয় $\frac{1}{\alpha}, \frac{1}{\beta}$

$\therefore \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = -(-1) = 1 \ldots\ldots\ldots (i)$

এবং $\frac{1}{\alpha} \cdot \frac{1}{\beta} = 2 \Rightarrow \frac{1}{\alpha\beta} = 2 \ldots\ldots\ldots (ii)$

(i) নং হতে পাই,

$\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta} = 1 \Rightarrow \alpha + \beta = \alpha\beta \Rightarrow \alpha + \beta = \frac{1}{2}$ [(ii) নং হতে]

$\Rightarrow 2(\alpha + \beta) = 1 \Rightarrow 4(\alpha^2 + \beta^2 + 2\alpha\beta) = 1$

$\Rightarrow 4(\alpha^2 + \beta^2) + 8\alpha\beta = 1$

$\therefore 4(\alpha^2 + \beta^2) = 1 - 8\alpha\beta$ **(Proved)**

নিজে করো

18. (i) $mx^2 + nx + n = L$ [JB'23]

(খ) যদি $L = 0$ সমীকরণের মূল দুটির অনুপাত p: q হয় তাহলে প্রমাণ কর যে, $\sqrt{\frac{p}{q}} + \sqrt{\frac{q}{p}} + \sqrt{\frac{n}{m}} = 0$.

19. $8x^2 + 2x - (b + 4) = 0$ এবং $y^2 + y + 1 = 0$ একটি দ্বিঘাত সমীকরণ। [MB'22]

(খ) ১ম সমীকরণের একটি মূল যদি অপরটির বর্গের সমান হয় তবে b এর মান নির্ণয় কর। **[Ans: −3]**

20. দৃশ্যকল্প-১: $ax^2 + bx - c = 2$. [CB'21]

(খ) যদি দৃশ্যকল্প-১ এ $a = 27, b = 6, c = m$ এবং সমীকরণটির একটি মূল অপরটির বর্গের সমান হয়, তবে m এর মানগুলো নির্ণয় কর। **[Ans: $m = -1, 6$]**

21. দৃশ্যকল্প: $\frac{1}{x} + \frac{1}{p-x} = \frac{1}{q}$ [DB, SB, JB, Din.B'18]

(খ) দৃশ্যকল্প-এ মূলদ্বয়ের অন্তর r হলে p, q এবং r এর মধ্যে একটি সম্পর্ক লিখ। **[Ans: $p^2 = 2q \pm \sqrt{4q^2 - r^2}$]**

22. যদি $f(x) = ax^2 + bx + c$ এবং $g(x) = cx^2 + bx + a$ হয় তবে, [DB'17]

(খ) $f(x) = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় যথাক্রমে α, β হলে দেখাও যে, $(a\alpha + b)^{-3} + (a\beta + b)^{-3} = \frac{b^3 - 3abc}{a^3c^3}$.

(গ) $f(x) = 0$ এর একটি মূল, $g(x) = 0$ সমীকরণের একটি মূলের দ্বিগুণ হলে দেখাও যে, $2a = c$ অথবা $(2a + c)^2 = 2b^2$.

Type-04: দুইটি সমীকরণের মূলের সম্পর্ক সংক্রান্ত

Concept

Type-03 তে আলোচিত মূল-সহগ সম্পর্ক ব্যবহার করে সমাধান করতে হবে।

Educationblog24.com

সৃজনশীল প্রশ্ন (ক, খ ও গ)

01. $q(x) = lx^2 + mx + n$ [RB'23]
$r(x) = nx^2 + mx + l$
(গ) $r(x) = 0$ সমীকরণের একটি মূল $q(x) = 0$ সমীকরণের একটি মূলের দ্বিগুণ হলে, দেখাও যে, $l = 2n$ অথবা $2m^2 = (l + 2n)^2$

(গ) Sol^n: দেওয়া আছে, $q(x) = lx^2 + mx + n$
$r(x) = nx^2 + mx + l$
ধরি, $q(x) = 0$ সমীকরণের একটি মূল α
বলা আছে, $r(x) = 0$ সমীকরণের একটি মূল $q(x) = 0$ সমীকরণের দ্বিগুণ।
প্রশ্নমতে, $r(x) = 0$ সমীকরণের মূল 2α
$\therefore q(\alpha) = l\alpha^2 + m\alpha + n = 0 \ldots\ldots\ldots$ (i)
$\therefore r(\alpha) = 4n\alpha^2 + 2m\alpha + l = 0 \ldots\ldots\ldots$ (ii)
এখন, (ii) $- 2 \times$ (i) করে পাই,
$4n\alpha^2 + 2m\alpha + l = 0 \ldots\ldots\ldots$ (iii)
$2l\alpha^2 + 2m\alpha + 2n = 0 \ldots\ldots\ldots$ (iv)
(iii) $-$ (iv)
$(4n - 2l)\alpha^2 - 2n + l = 0$
$\Rightarrow 2(2n - l)\alpha^2 + (l - 2n) = 0$
$\Rightarrow 2(2n - l)\alpha^2 - (2n - l) = 0$
$\Rightarrow (2n - l)(2\alpha^2 - 1) = 0$
$\therefore l = 2n$ অথবা $2\alpha^2 = 1 \Rightarrow \alpha^2 = \frac{1}{2}$
এখন, $\alpha^2 = \frac{1}{2}$ (iii) নং এ বসিয়ে পাই,
$4n\left(\frac{1}{2}\right) + 2m\alpha + l = 0 \Rightarrow 2n + l = -2m\alpha$
$\Rightarrow (2n + l)^2 = 4m^2\alpha^2 \Rightarrow (2n + l)^2 = 4m^2\frac{1}{2}$
$\Rightarrow (2n + l)^2 = 2m^2 \therefore 2m^2 = (2n + l)^2$ (Showed)

02. (i) $ax^2 + 2cx + 2b = 0$; (ii) $ax^2 + 2bx + 2c = 0$
(গ) সমীকরণ (i) ও (ii) নং মূলদ্বয়ের পার্থক্য সমান হলে দেখাও যে, $b = c$ এবং $b + c + 2a = 0$ [Ctg.B'23]

(গ) Sol^n: $ax^2 + 2cx + 2b = 0 \ldots\ldots\ldots$ (i)
এর মূলদ্বয় α, β হলে $\alpha + \beta = -\frac{2c}{a}$
$\alpha\beta = \frac{2b}{a}$ এবং $ax^2 + 2bx + 2c = 0 \ldots\ldots\ldots$ (ii)
এর মূলদ্বয় γ, δ হলে $\gamma + \delta = \frac{-2b}{a}$; $\gamma\delta = \frac{2c}{a}$
প্রশ্নমতে, $\alpha - \beta = \gamma - \delta$
$\Rightarrow (\alpha - \beta)^2 = (\gamma - \delta)^2$ [বর্গ করে]
$\Rightarrow (\alpha + \beta)^2 - 4\gamma\beta = (\gamma + \delta)^2 - 4\gamma\delta$
$\Rightarrow \left(\frac{-2c}{a}\right)^2 - 4 \cdot \frac{2b}{a} = \left(\frac{-2b}{a}\right)^2 - 4 \cdot \frac{2c}{a}$
$\Rightarrow \frac{4c^2}{a^2} - \frac{8b}{a} = \frac{4b^2}{a^2} - \frac{8c}{a} \Rightarrow \frac{4c^2 - 8ab}{a^2} = \frac{4b^2 - 8ac}{a^2}$
$\Rightarrow 4c^2 - 8ab = 4b^2 - 8ac$
$\Rightarrow 4(b^2 - c^2) + (8ab - 8ac) = 0$
$\Rightarrow 4(b + c)(b - c) + 8a(b - c) = 0$
$\Rightarrow (b - c)(b + c + 2a) = 0$
হয়, $b - c = 0$ | অথবা $b + c + 2a = 0$ (Showed
$\therefore b = c$ (Showed)

03. দৃশ্যকল্প-২: $x^2 - qx + r = 0$ সমীকরণের মূল দুইটি α β. [SB'
(গ) দৃশ্যকল্প-২ এর α ও β ব্যবহার করে $r(x^2 + 1) - (q^2 - 2r)x = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয়কে α ও β এর মাধ্যমে প্রকাশ কর।

(গ) Sol^n: দেওয়া আছে, $x^2 - qx + r = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয়
এবং $\beta \therefore \alpha + \beta = q$ এবং $\alpha\beta = r$
এখন, $r(x^2 + 1) - (q^2 - 2r)x = 0$
$\Rightarrow \alpha\beta(x^2 + 1) - \{(\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta\}x = 0$
$\Rightarrow \alpha\beta x^2 + \alpha\beta - \{\alpha^2 + \beta^2 + 2\alpha\beta - 2\alpha\beta\}x = 0$
$\Rightarrow \alpha\beta x^2 + \alpha\beta - \alpha^2 x - \beta^2 x = 0$
$\Rightarrow \alpha\beta x^2 - \alpha^2 x - \beta^2 x + \alpha\beta = 0$
$\Rightarrow \alpha x(\beta x - \alpha) - \beta(\beta x - \alpha) = 0$
$\Rightarrow (\beta x - \alpha)(\alpha x - \beta) = 0 \therefore x = \frac{\alpha}{\beta}, \frac{\beta}{\alpha}$ (Ans.)

04. দৃশ্যকল্প-১: $f(x) = ax^2 + bx + c$ [CB'
দৃশ্যকল্প-২: $g(x) = px^2 + qx + r$
(গ) $f(x) = 0$ ও $g(x) = 0$ সমীকরণদ্বয়ের মূলগুলোর অনুপাত সমান হলে প্রমাণ কর, $\frac{b^2}{ca} = \frac{q^2}{pr}$.

(গ) Sol^n: $f(x) = 0 \Rightarrow ax^2 + bx + c = 0$
সমীকরণের মূলদ্বয় α, β হলে $\alpha + \beta = -\frac{b}{a}$; $\alpha\beta = \frac{c}{a}$ এবং
$g(x) = 0 \Rightarrow px^2 + qx + r = 0$
সমীকরণের মূলদ্বয় γ, δ হলে $\gamma + \delta = -\frac{q}{p}$; $\gamma\delta = \frac{r}{p}$
প্রশ্নমতে, $\frac{\alpha}{\beta} = \frac{\gamma}{\delta} \Rightarrow \frac{\alpha}{\gamma} = \frac{\beta}{\delta} = \frac{\alpha+\beta}{\gamma+\delta} \therefore \frac{\alpha}{\gamma} \cdot \frac{\beta}{\delta} = \frac{(\alpha+\beta)^2}{(\gamma+\delta)^2}$
$\Rightarrow \frac{\frac{c}{a}}{\frac{r}{p}} = \frac{\frac{b^2}{a^2}}{\frac{q^2}{p^2}}$ [যেহেতু সবগুলো অনুপাত সমান]
$\Rightarrow \frac{cp}{ar} = \frac{b^2p^2}{a^2q^2} \Rightarrow \frac{b^2}{ca} = \frac{q^2}{pr}$ [প্রমাণিত]

05. $P(x) = ax^2 + bx + c$ [SB'
(খ) $P(x) = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় α ও β হলে $ax^2 - 2bx + 4c = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় α ও β এর মাধ্যমে প্রকাশ কর।

(খ) Sol^n: প্রদত্ত সমীকরণ, $p(x) = ax^2 + bx + c = 0 \ldots\ldots$
সমীকরণ (i) এর মূলদ্বয় α ও $\beta \therefore \alpha + \beta = -\frac{b}{a} \ldots\ldots$
এবং $\alpha\beta = \frac{c}{a} \ldots\ldots\ldots$ (iii)
আবার, $ax^2 - 2bx + 4c = 0 \ldots\ldots\ldots$ (iv)

Educationblog24.com

ধরি, সমীকরণ (iv) এর মূলদ্বয় α_1 ও β_1

$\therefore \alpha_1 + \beta_1 = \frac{2b}{a} \ldots\ldots\ldots$ (v) এবং $\alpha_1\beta_1 = \frac{4c}{a} \ldots\ldots\ldots$ (vi)

$\therefore \alpha_1 - \beta_1 = \sqrt{(\alpha_1+\beta_1)^2 - 4\alpha_1\beta_1} = \sqrt{\frac{4b^2}{a^2} - 4\cdot\frac{4c}{a}}$

$= 2\sqrt{\frac{b^2}{a^2} - \frac{4c}{a}} = 2\sqrt{(\alpha+\beta)^2 - 4\cdot\alpha\beta}$

$= 2(\alpha - \beta) \ldots\ldots\ldots$ (vii)

আবার, $\alpha_1 + \beta_1 = \frac{2b}{a} = -2(\alpha+\beta) \ldots\ldots\ldots$ (viii)

(vii) + (viii) $\Rightarrow 2\alpha_1 = -2\alpha - 2\beta + 2\alpha - 2\beta$

$\Rightarrow 2\alpha_1 = -4\beta \Rightarrow \alpha_1 = -2\beta$

(viii) – (vii) $\Rightarrow 2\beta_1 = -2\alpha - 2\beta - 2\alpha + 2\beta$

$\Rightarrow 2\beta_1 = -4\alpha \Rightarrow \beta_1 = -2\alpha$ **(Ans.)**

06. **উদ্দীপক-২: $ax^2 + 2bx + c = 0$ এর একটি মূল। [BB'22]**
$cx^2 + 2bx + a = 0$ সমীকরণের একটি মূলের তিনগুণ।
(গ) উদ্দীপক-২ এর সাহায্যে দেখাও যে, $c = 3a$ অথবা $12b^2 = (c+3a)^2$

(গ) **Sol^n:** প্রদত্ত সমীকরণ, $ax^2 + 2bx + c = 0 \ldots\ldots\ldots$ (i);
$cx^2 + 2bx + a = 0 \ldots\ldots\ldots$ (ii)
ধরি, সমীকরণ (i) এর মূলদ্বয় 3α ও β এবং সমীকরণ (ii) এর মূলদ্বয় α ও γ
শর্তমতে, $3\alpha + \beta = -\frac{2b}{a} \ldots\ldots\ldots$ (iii);
$3\alpha\beta = \frac{c}{a} \ldots\ldots\ldots$ (iv) এবং $\alpha + \gamma = -\frac{2b}{c} \ldots\ldots\ldots$ (v);
$\alpha\gamma = \frac{a}{c} \ldots\ldots\ldots$ (vi)
সমীকরণ (i) ও (ii) এ, $x = 3\alpha$ ও $x = \alpha$ বসিয়ে,
$9a\alpha^2 + 6b\alpha + c = 0$; $c\alpha^2 + 2b\alpha + a = 0$

$\therefore \frac{\alpha^2}{6ba-2bc} = \frac{\alpha}{c^2-9a^2} = \frac{1}{18ab-6bc}$

এখন, $\alpha^2 = \frac{6ab-2bc}{18ab-6bc} = \frac{2(3ab-bc)}{6(3ab-bc)} = \frac{1}{3} \therefore \alpha = \pm\frac{1}{\sqrt{3}}$

$\alpha = \frac{c^2-9a^2}{18ab-6bc} = \frac{(c+3a)(c-3a)}{6b(3a-c)} \Rightarrow \alpha^2 = \frac{(c+3a)^2(c-3a)^2}{36b^2(3a-c)^2}$

$\Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{(c+3a)^2(c-3a)^2}{36b^2(3a-c)^2}$

$\Rightarrow 12b^2(3a-c)^2 = (c+3a)^2(c-3a)^2$

$\Rightarrow (c-3a)^2[12b^2 - (c+3a)^2] = 0$

হয়, $(c-3a)^2 = 0 \Rightarrow c = 3a$

অথবা, $12b^2 - (c+3a)^2 = 0$

$\Rightarrow 12b^2 = (c+3a)^2$ **(Showed)**

07. **উদ্দীপক-১: $x^2 - 2x + b = 0$ এবং $x^2 - bx + 2 = 0$ দুইটি দ্বিঘাত সমীকরণ।** **[CB'22]**
(খ) দৃশ্যকল্প-১ এ উল্লিখিত সমীকরণ দুইটির মূলদ্বয়ের পার্থক্য একটি ধ্রুব রাশি হলে প্রমাণ কর যে, $b^2 + 4b - 12 = 0$.

(খ) **Sol^n:** $x^2 - 2x + b = 0 \ldots\ldots\ldots$ (i)
এবং $x^2 - bx + 2 = 0 \ldots\ldots\ldots$ (ii)
ধরি, (i) নং সমীকরণ এর মূলদ্বয়, $\alpha, \beta \therefore \alpha + \beta = 2$,
$\alpha\beta = b$ এবং $\alpha - \beta = c$ [ধ্রুবরাশি]
(ii) নং সমীকরণের মূলদ্বয় α', β' : $\alpha' + \beta' = b$; $\alpha'\beta' = 2$
এবং $\alpha' - \beta' = c$
আবার, (i) নং সমীকরণের ক্ষেত্রে, $\alpha - \beta =$
$\sqrt{(\alpha+\beta)^2 - 4\alpha\beta} = \sqrt{4-4b} = 2\sqrt{1-b} \ldots\ldots\ldots$ (iii)
(ii) নং সমীকরণের ক্ষেত্রে, $\alpha' - \beta' = \sqrt{(\alpha'+\beta')^2 - 4\alpha'\beta'}$
$= \sqrt{b^2 - 4\cdot 2} = \sqrt{b^2-8} \ldots\ldots\ldots$ (iv)
(iii) ও (iv) হতে,
$\alpha - \beta = \alpha' - \beta' = c = 2\sqrt{1-b} = \sqrt{b^2-8}$
$\Rightarrow 4(1-b) = b^2 - 8 \Rightarrow 4 - 4b = b^2 - 8$
$\Rightarrow b^2 + 4b - 12 = 0$ **(Proved)**

08. **$x^2 + cx + b = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় α, β.** [RB'21]
(খ) $b(x^2+1) - (c^2 - 2b)x = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয়কে α ও β এর মাধ্যমে প্রকাশ কর।

(খ) **Sol^n:** $x^2 + cx + b = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় α, β হলে
$\alpha + \beta = -c \ldots\ldots\ldots$ (i); $\alpha\beta = b \ldots\ldots\ldots$ (ii)
এখন, (i)$^2 \div$ (ii) $\Rightarrow \frac{(\alpha+\beta)^2}{\alpha\beta} = \frac{c^2}{b} \ldots\ldots\ldots$ (iii)
$b(x^2+1) - (c^2-2b)x = 0$
$\Rightarrow x^2 + 1 - \left(\frac{c^2}{b} - 2\right)x = 0$
$\Rightarrow x^2 + 1 - \left\{\frac{(\alpha+\beta)^2}{\alpha\beta} - 2\right\}x = 0$
$\Rightarrow x^2 + 1 - \left\{\frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha}\right\}x = 0$
$\Rightarrow x^2 - \left\{\frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha}\right\}x + \frac{\alpha}{\beta}\cdot\frac{\beta}{\alpha} = 0 \Rightarrow \left(x - \frac{\alpha}{\beta}\right)\left(x - \frac{\beta}{\alpha}\right) = 0$
$\therefore x = \frac{\alpha}{\beta}, \frac{\beta}{\alpha}$ **(Ans.)**
বিকল্প: $b(x^2+1) - (c^2-2b)x = 0$
$\Rightarrow \alpha\beta(x^2+1) - \{(\alpha+\beta)^2 - 2\alpha\beta\}x$
$\Rightarrow \alpha\beta x^2 + \alpha\beta - (\alpha^2+\beta^2)x \Rightarrow (\alpha x - \beta)(\beta x - \alpha) = 0$
$\Rightarrow x = \frac{\beta}{\alpha}, \frac{\alpha}{\beta}$ **(Ans.)**

09. **দৃশ্যকল্প: $f(x) = ax^2 + bx + c, a \neq 0$ একটি দ্বিঘাত ফাংশন।** [Din.B'21]
(খ) দৃশ্যকল্পের আলোকে $f(x) = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় α, β হলে, $cx^2 - \left(\frac{b^2}{a} - 2c\right)x + c = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় α, β এর মাধ্যমে প্রকাশ কর।

(খ) **Sol^n:** প্রশ্নমতে, $f(x) = 0 \Rightarrow ax^2 + bx + c = 0$ [$\because a \neq 0$]
$\therefore \alpha + \beta = -\frac{b}{a} \ldots\ldots\ldots$ (i); $\alpha\beta = \frac{c}{a} \ldots\ldots\ldots$ (ii)
(i)$^2 \div$ (ii) $\Rightarrow \frac{(\alpha+\beta)^2}{\alpha\beta} = \frac{b^2}{a^2} \times \frac{a}{c} = \frac{b^2}{ac} \ldots\ldots\ldots$ (iii)
$cx^2 - \left(\frac{b^2}{a} - 2c\right)x + c = 0 \Rightarrow x^2 - \left(\frac{b^2}{ac} - 2\right)x + 1 = 0$
$\Rightarrow x^2 - \left\{\frac{(\alpha+\beta)^2}{\alpha\beta} - 2\right\}x + 1 = 0$ [(iii) দ্বারা]
$\Rightarrow x^2 - \left\{\frac{(\alpha+\beta)^2 - 2\alpha\beta}{\alpha\beta}\right\}x + 1 = 0$
$\Rightarrow x^2 - \left(\frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha}\right)x + \frac{\alpha}{\beta}\cdot\frac{\beta}{\alpha} = 0$
$\Rightarrow \left(x - \frac{\alpha}{\beta}\right)\left(x - \frac{\beta}{\alpha}\right) = 0 \therefore x = \frac{\alpha}{\beta}, \frac{\beta}{\alpha}$ **(Ans.)**

Educationblog24.com

10 $f(x) = ax^2 + bx + c$
$g(x) = px^2 + qx + r$ [MB'21]

(গ) যদি $f(x) = 0$ সমীকরণের মূল দুইটির অনুপাত $g(x) = 0$ সমীকরণের মূল দুইটির অনুপাতের সমান হয়, তাহলে দেখাও যে, $b:q = \sqrt{6}:\sqrt{35}$ যখন $a = 2$, $c = 3, p = 5, r = 7$.

(গ) Sol^n: ধরি, $x^2 + bx + c = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় $\alpha, m\alpha$;
$px^2 + qx + r = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় $\beta, m\beta$
শর্তমতে, $\alpha(m + 1) = -\frac{b}{a}$ ..... (i)
$\alpha^2 m = \frac{c}{a}$ ..... (ii)
আবার, $\beta(m + 1) = -\frac{q}{p}$ ..... (iii)
$\beta^2 m = \frac{r}{p}$ ..... (iv)
এখন, (i)^2 ÷ (ii) $\Rightarrow \frac{(m+1)^2}{m} = \frac{b^2}{ac}$
(iii)^2 ÷ (iv) $\Rightarrow \frac{(m+1)^2}{m} = \frac{q^2}{pr}$
$\therefore \frac{b^2}{ac} = \frac{q^2}{pr} \Rightarrow \frac{b^2}{6} = \frac{q^2}{35} \Rightarrow \frac{b^2}{q^2} = \frac{6}{35} \Rightarrow \frac{b}{q} = \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{35}}$
$\therefore b:q = \sqrt{6}:\sqrt{35}$ **(Showed)**

11 $x^2 + px + q = 0$, $p, q \neq 0$ এর মূলদ্বয় u এবং v [JB'19]

(খ) দেখাও যে, $qx^2 + px + 1 = 0$ এর মূলদ্বয় $\frac{1}{u}$ এবং $\frac{1}{v}$।

(খ) Sol^n: $x^2 + px + q = 0$ $\therefore u + v = -p; uv = q$
$\therefore qx^2 + px + 1 = 0 \Rightarrow uvx^2 - (u + v)x + 1 = 0$
$\Rightarrow ux(vx - 1) - 1(vx - 1) = 0$
$\Rightarrow (ux - 1)(vx - 1) = 0 \therefore x = \frac{1}{u}, \frac{1}{v}$
$\therefore$ সমীকরণটির মূলদ্বয় $\frac{1}{u}$ এবং $\frac{1}{v}$। **(Showed)**

12 $g(x) = cx^2 + bx + 2a$ [সরকারি মাইকেল মধুসূদন কলেজ, যশো

(খ) $ax^2 + bx + 2c = 0$ এর একটি মূল $g(x) = 0$ সমীকরণের একটি মূলের চারগুণ হলে দেখাও যে, $c = 4a$ অথবা, $2b^2 = (c + 4a)^2$

(খ) Sol^n: $g(x) = cx^2 + bx + 2a$ .... (i)
এবং $ax^2 + bx + 2c = 0$ .... (ii)
ধরি, (i) নং সমীকরণের একটি মূল α.
প্রশ্নমতে, (ii) নং সমীকরণের মূলটি 4α
$\therefore c\alpha^2 + b\alpha + 2a = 0$ .... (iii)
এবং $a(4\alpha)^2 + b(4\alpha) + 2c = 0$
$\Rightarrow 8a\alpha^2 + 2b\alpha + c = 0$ .... (iv)
(iii) ও (iv) নং এ বজ্রগুণন পদ্ধতিতে পাই,
$\frac{\alpha^2}{bc-4ab} = \frac{\alpha}{16a^2-c^2} = \frac{1}{2bc-8ab}$
$\Rightarrow \alpha = \frac{16a^2-c^2}{2bc-8ab}$ [২য় ও ৩য় অনুপাত হতে]
আবার, $\alpha = \frac{bc-4ab}{16a^2-c^2}$ [১ম ও ২য় অনুপাত হতে]
$\therefore \frac{bc-4ab}{16a^2-c^2} = \frac{16a^2-c^2}{2bc-8ab}$
$\Rightarrow (16a^2 - c^2)^2 = (bc - 4ab)(2bc - 8ab)$
$\Rightarrow (c^2 - 16a^2)^2 - 2b^2(c - 4a)^2 = 0$
$\Rightarrow (c - 4a)^2(c + 4a)^2 - 2b^2(c - 4a)^2 = 0$
$\Rightarrow (c - 4a)^2\{(c + 4a)^2 - 2b^2\} = 0$

$\therefore (c - 4a)^2 = 0$	অথবা, $(c + 4a)^2 - 2b^2 = 0$
$\Rightarrow c - 4a = 0$	$\therefore 2b^2 = (4a + b)^2$
$\therefore c = 4a$	

$\therefore c = 4a$ অথবা $2b^2 = (4a + b)^2$ **(Showed)**

নিজে করো

13. $g(x) = px^2 + qx + r$ [BB'23]

(গ) যদি $g(x) = 0$ সমীকরণের মূল দুটি γ ও δ হয়, তবে $rp(x^2 + 1) - (q^2 - 2rp)x = 0$ সমীকরণের মূল দুটি γ, δ এর মাধ্যমে প্রকাশ কর। [Ans: $x = \frac{\alpha}{\beta}, \frac{\beta}{\alpha}$]

14. দৃশ্যকল্প-১: $mx^2 + nx + p = 0$..... (1) [Ctg.B'22]
$px^2 - 4nx + 16m = 0$ ..... (2)
দৃশ্যকল্প-২: $x^3 + dx + h = 0$.

(খ) দৃশ্যকল্প-১ এর (1) নং সমীকরণের মূলদ্বয় α ও β হলে (2) নং সমীকরণের মূলদ্বয়কে α ও β এর মাধ্যমে প্রকাশ কর।
[Ans: $(\alpha_1, \beta_1) = \left(-\frac{4}{\alpha}, -\frac{4}{\beta}\right)$]

15. $\varphi(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ [DB'2
$\Psi(x) = x^2 - mx + l$
(গ) $\varphi(x) = 0$ সমীকরণে $a = 0, b = 1, c = -l$ এবং $d = m$ হলে; $\varphi(x) = 0$ এবং $\Psi(x) = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয়ের পার্থক্য একটি ধ্রুবক রাশি হলে প্রমাণ কর যে, $l + m + 4 = 0$.

16. $f(x) = px^2 + qx + r$ [RB'
(খ) উদ্দীপক থেকে $f(x) = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় α, β হ $rx^2 + 4qx + 16p = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয়কে α ও এর মাধ্যমে প্রকাশ কর। [Ans: $x = \frac{4}{\beta}$

17. $mx^2 + nx + l = 0$ এবং $lx^2 + nx + m = 0$. [Din.B'
(গ) উদ্দীপকের ১ম সমীকরণটির মূলদ্বয় α, β হলে $ml(x^2 - 1) - (n^2 - 2ml)x = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় α, β মাধ্যমে প্রকাশ কর। [Ans: মূল দুটি $\frac{\alpha}{\beta}$ এবং

Type-05: বহুপদী সমীকরণের মূল নির্ণয়

Concept

- বাস্তব সহগবিশিষ্ট একটি বহুপদী সমীকরণের জটিল মূলগুলো অনুবন্ধী যুগলে থাকে। অর্থাৎ, একটি মূল $a + ib$ হলে অপর মূল $a - ib$ হবে $[a, b \in \mathbb{R}]$।
- মূলদ সহগবিশিষ্ট বহুপদী সমীকরণের অমূলদ মূলগুলি অনুবন্ধী যুগলে থাকে। অর্থাৎ, একটি মূল $a + \sqrt{b}$ হলে অপর মূলটি হবে $a - \sqrt{b}$ $[a, b \in \mathbb{R}]$। আর মূলদ সহগবিশিষ্ট না হলে বহুপদী সমীকরণের মূলগুলি অনুবন্ধী যুগলে থাকবে না।

সৃজনশীল প্রশ্ন (ক, খ ও গ)

01. (ক) $x^3 + (p^2 - 3)x - (p + 2) = 0$ সমীকরণের একটি মূল $-1 + ip$ হলে, সমীকরণটি সমাধান কর। [DB'23]

(ক) Sol^n: $x^3 + (p^2 - 3)x - (p + 2) = 0$ সমীকরণের একটি মূল $-1 + ip$ হলে, এর অনুবন্ধী মূলটি $-1 - ip$

ধরি, অন্য মূলটি α

অর্থাৎ, $(-1 + ip) + (-1 - ip) + \alpha = 0$

$\Rightarrow -2 + \alpha = 0 \therefore \alpha = 2$

$\therefore$ সমীকরণের মূলত্রয় $-1 \pm ip$ ও 2 (Ans.)

02. $P(x) = x^3 - 7x^2 + 8x + 10$ [RB'23]

(গ) $P(x) = 0$ সমীকরণের একটি মূল 5 হলে, অপর মূলগুলো নির্ণয় কর।

(গ) Sol^n: দেওয়া আছে, $x^3 - 7x^2 + 8x + 10 = 0$ এর একটি মূল 5. $\therefore x - 5$ একটি উৎপাদক।

$\Rightarrow x^3 - 5x^2 - 2x^2 + 10x - 2x + 10 = 0$

$\Rightarrow x^2(x - 5) - 2x(x - 5) - 2(x - 5) = 0$

$\Rightarrow (x - 5)(x^2 - 2x - 2) = 0$

এখন, $x^2 - 2x - 2 = 0$

$\Rightarrow x = \frac{2 \pm \sqrt{4 - 4 \cdot 1 \cdot (-2)}}{2 \cdot 1} = \frac{2 \pm \sqrt{12}}{2} = 1 \pm \sqrt{3}$

সমীকরণের মূলদ্বয় $= 5, 1 + \sqrt{3}, 1 - \sqrt{3}$ (Ans.)

03. দৃশ্যকল্প-২: $g(x) = x^4 + 3x^3 + x^2 + 13x + 30$

(গ) দৃশ্যকল্প-২ এ $g(x) = 0$ সমীকরণের একটি মূল $1 - 2i$ হলে সমীকরণটির সমাধান কর। [Din.B'23]

(গ) Sol^n: দেওয়া আছে, $g(x) = x^4 + 3x^3 + x^2 + 13x + 30$ এবং $g(x) = 0$

তাহলে, $x^4 + 3x^3 + x^2 + 13x + 30 = 0$ এর একটি মূল $1 - 2i$ হলে আরেকটি হবে $1 + 2i$

এখন, $1 + 2i$ ও $1 - 2i$ মূলবিশিষ্ট দ্বিঘাত সমীকরণ হলো,

$x^2 - (1 + 2i + 1 - 2i)x + (1 + 2i)(1 - 2i) = 0$

$\Rightarrow x^2 - 2x + 1 + 2^2 = 0 \therefore x^2 - 2x + 5 = 0$

এখন, $x^4 + 3x^3 + x^2 + 13x + 30 = 0$

$\Rightarrow x^4 - 2x^3 + 5x^2 + 5x^3 - 10x^2 + 25x + 6x^2 - 12x + 30 = 0$

$\Rightarrow x^2(x^2 - 2x + 5) + 5x(x^2 - 2x + 5) + 6(x^2 - 2x + 5) = 0$

$\Rightarrow (x^2 - 2x + 3)(x^2 + 5x + 6) = 0$

সুতরাং, $g(x) = 0$ এর বাকী দুটি মূল হবে $x^2 + 5x + 6 = 0$ এর মূল।

এখন, $x^2 + 5x + 6 = 0 \Rightarrow x^2 + 3x + 2x + 6 = 0$

$\Rightarrow x(x + 3) + 2(x + 3) = 0$

$\Rightarrow (x + 3)(x + 2) = 0 \therefore x = -3, -2$

অতএব, $g(x) = 0$ এর বাকী মূলগুলো হলো $1 + 2i, -3, -2$ (Ans.)

04. (ক) $x^2 + 7x + k = 0$ সমীকরণের একটি মূল -8 হলে k এর মান ও অপর মূলটি নির্ণয় কর। [DB'22]

(ক) Sol^n: প্রদত্ত সমীকরণ: $x^2 + 7x + k = 0$ এবং একটি মূল -8 সুতরাং, $(-8)^2 + 7 \times (-8) + k = 0 \Rightarrow k = -8$

সমীকরণটি হলো, $x^2 + 7x - 8 = 0$;

এটি $ax^2 + bx + c = 0$ সমীকরণের সাথে তুলনা করে পাই,

$\alpha\beta = \frac{c}{a}$ [α, β হলো সমীকরণের দুটি মূল]

$\Rightarrow -8 \times \beta = -8 \Rightarrow \beta = 1$

$\therefore$ অপর মূলটি হলো 1. (Ans.)

05. (ক) $x^2 - 6x + 25 = 0$ সমীকরণের x এর মান নির্ণয় কর। [JB'22]

(ক) Sol^n: $x = \frac{-(-6) \pm \sqrt{(-6)^2 - 4 \times 1 \times 25}}{2 \times 1} = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 100}}{2}$

$= \frac{2(3 \pm 4i)}{2} = 3 \pm 4i$ (Ans.)

06. উদ্দীপক-২: $x^4 - 7x^3 + 18x^2 - 22x + 12 = 0$ সমীকরণের একটি মূল $1 + i$. [CB'22]

(গ) দৃশ্যকল্প-২ এ উল্লিখিত সমীকরণটি সমাধান কর।

(গ) Sol^n: প্রদত্ত সমীকরণ, $x^4 - 7x^3 + 18x^2 - 22x + 12 = 0$ এবং একটি মূল $1 + i$ সুতরাং অন্য একটি মূল হবে $1 - i$

ধরি, অন্য দুটি মূল α ও $\beta \therefore \alpha + \beta + 1 + i + 1 - i = 7$

$\Rightarrow \alpha + \beta = 5$ ..... (i) এবং $\alpha \cdot \beta \cdot (1 + i)(1 - i) = 12$

$\therefore \alpha \cdot \beta \cdot 2 = 12 \Rightarrow \alpha\beta = 6$

Educationblog24.com

$\therefore \alpha - \beta = \sqrt{(\alpha+\beta)^2 - 4\alpha\beta} = \sqrt{5^2 - 4\cdot 6} = 1 \ldots$ (ii)

(i) ও (ii) হতে, $2\alpha = 6 \Rightarrow \alpha = 3$ এবং $2\beta = 4 \Rightarrow \beta = 2$

$\therefore$ মূলগুলো হলো, $3, 2, 1+i, 1-i$ **(Ans.)**

07. $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ একটি ত্রিঘাত সমীকরণ।

(গ) যদি $a = 1, b = -9, c = 23, d = -15$ হয় এবং সমীকরণটির একটি মূল 3 হয়, তবে অপর মূলগুলো নির্ণয় কর। [SB'21]

(গ) **Sol^n:** $x^3 - 9x^2 + 23x - 15 = 0$ এর একটি মূল 3 হলে $(x-3)$ রাশিটির একটি উৎপাদক।

$x^3 - 9x^2 + 23x - 15 = 0$

$\Rightarrow x^3 - 3x^2 - 6x^2 + 18x + 5x - 15 = 0$

$\Rightarrow x^2(x-3) - 6x(x-3) + 5(x-3) = 0$

$\Rightarrow (x-3)(x^2 - 6x + 5) = 0$

$\Rightarrow (x-3)(x-5)(x-1) = 0 \therefore x = 1, 3, 5$

$\therefore$ অপর মূলগুলি $1, 5$ **(Ans.)**

08. **(ক) উৎপাদকের সাহায্যে $x^2 + i2\sqrt{2}x + 16 = 0$ সমীকরণের সমাধান নির্ণয় কর।** [BB'21]

(ক) **Sol^n:** $x^2 + i2\sqrt{2}x + 16 = 0$

$\Rightarrow x^2 + 2\cdot x\cdot \sqrt{2}i + (\sqrt{2}i)^2 = -16 - 2$

$\Rightarrow (x + \sqrt{2}i)^2 = (3\sqrt{2}i)^2$

$\Rightarrow (x + \sqrt{2}i)^2 - (3\sqrt{2}i)^2 = 0$

$\Rightarrow (x + \sqrt{2}i + 3\sqrt{2}i)(x + \sqrt{2}i - 3\sqrt{2}i) = 0$

$\Rightarrow (x + 4\sqrt{2}i)(x - 2\sqrt{2}i) = 0$

$\therefore x = -4\sqrt{2}i$ অথবা $x = 2\sqrt{2}i$ **(Ans.)**

09. $\varphi(x) = x^3 - 9x^2 + 21x - 5$ [BB'21]

(খ) $\varphi(x) = 0$ সমীকরণের একটি মূল 5 হলে অপর মূলদ্বয় নির্ণয় কর।

(খ) **Sol^n:** দেওয়া আছে, $\phi(x) = x^3 - 9x^2 + 21x - 5 = 0$

ধরি, মূলদ্বয় α, β ও 5; যেখানে, $\alpha \geq \beta$ হিসেবে নেওয়া হয়েছে

$\therefore \alpha + \beta + 5 = 9 \Rightarrow \alpha + \beta = 4 \cdots\cdots$ (i)

এবং $5\alpha\beta = 5 \Rightarrow \alpha\beta = \frac{5}{5} = 1 \cdots\cdots$ (ii)

$\therefore \alpha - \beta = \sqrt{(\alpha+\beta)^2 - 4\alpha\beta} = \sqrt{16-4} = 2\sqrt{3} \ldots$ (iii)

(i) ও (iii) হতে পাই,

$\therefore \alpha = 2 + \sqrt{3}; \beta = 2 - \sqrt{3}$ **(Ans.)**

10. দৃশ্যকল্প-২: $g(x) = x^3 - 3x^2 - 8x + 30$. [Din.B'21]

(খ) দৃশ্যকল্প-২ এর আলোকে $g(x) = 0$ সমীকরণের একটি মূল $3 + i$ হলে, অপর মূলগুলি নির্ণয় কর।

(খ) **Sol^n:** একটি মূল, $3 + i$ হলে অপর মূল $3 - i$

শর্তমতে, $3 + i + 3 - i + \alpha = 3 \Rightarrow 6 + \alpha = 3$

$\Rightarrow \alpha = -3 \therefore$ অপর মূলগুলি $-3, 3 - i$ **(Ans.)**

11. **(ক) $x - \frac{1}{x} = k$ সমীকরণটির একটি মূল $\sqrt{5} - 2$ হলে, k-এর মান নির্ণয় কর।** [MB'21

(ক) **Sol^n:** $x - \frac{1}{x} = k \Rightarrow (\sqrt{5} - 2) - \frac{\sqrt{5}+2}{(\sqrt{5}-2)(\sqrt{5}+2)} = k$

$\Rightarrow \sqrt{5} - 2 - (\sqrt{5} + 2) = k \Rightarrow k = -4$ **(Ans.)**

বিকল্প: $x^2 - kx - 1 = 0$

একটি মূল $-2 + \sqrt{5}$ হলে অপর মূল $= -2 - \sqrt{5}$

অর্থাৎ, $-2 + \sqrt{5} - 2 - \sqrt{5} = -\left(-\frac{k}{1}\right) \Rightarrow k = -4$ **(Ans.)**

12. **(ক) $x^3 + x^2 + 4x + 4 = 0$ সমীকরণের একটি মূল $2i$ হলে, সমীকরণটি সমাধান কর।** [SB'19

(ক) **Sol^n:** একটি মূল $2i$ হলে, অপর মূলটি $-2i$

ধরি, অপর মূল α হলে, $\alpha + 2i - 2i = -1 \therefore \alpha = -1$

$\therefore$ সমাধান, $x = -1, 2i, -2i$ **(Ans.)**

13. $P(x) = x^2 + mx - n$ [সরকারি রাজেন্দ্র কলেজ, ফরিদপুর]

(গ) $x^2P(x) - 10x + 4 = 0$ সমীকরণের একটি মূল $1 + i$ হলে অন্য মূলগুলি নির্ণয় কর যখন $m = -5, n = -10$

(গ) **Sol^n:** প্রদত্ত রাশি, $x^2p(x) - 10x + 4 = 0$

$\Rightarrow x^2(x^2 + mx - n) - 10x + 4 = 0$

$\Rightarrow x^2(x^2 - 5x + 10) - 10x + 4 = 0$ [$\because m = -5, x = -10$]

$\Rightarrow x^4 - 5x^3 + 10x^2 - 10x + 4 = 0 \ldots\ldots\ldots$ (ii)

(i) নং সমীকরণের একটি মূল $1 + i$ হলে অপর মূল $1 - i$

$1 + i$ ও $1 - i$ মূলবিশিষ্ট সমীকরণ:

$x^2 - (1 + i + 1 - i)x + (1 + i)(1 - i) = 0$

$\Rightarrow x^2 - 2x + 2 = 0 \ldots\ldots\ldots$ (ii)

(ii) নং সমীকরণটি (i) নং সমীকরণের একটি উৎপাদক,

(i) নং কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ করে পাই,

$x^4 - 5x^3 + 10x^2 - 10x + 4$

$= x^4 - 2x^3 + 2x^2 - 3x^3 + 6x^2 - 6x + 2x^2 - 4x + 4$

$= x^2(x^2 - 2x + 2) - 3x(x^2 - 2x + 2) + 2(x^2 - 2x + 2)$

$= (x^2 - 3x + 2)(x^2 - 2x + 2)$

অপর দুটি মূলের জন্য $x^2 - 3x + 2 = 0 \ldots\ldots\ldots$ (ii)

(iii) নং সমীকরণ সমাধান করে পাই অপর মূল দুটি: $2, 1$

$\therefore$ নির্ণেয় অন্য মূলগুলো: $1 - i, 2, 1$ **(Ans.)**

Educationblog24.com

Type-06: সমীকরণ গঠন সংক্রান্ত

Concept

- α, β মূলবিশিষ্ট দ্বিঘাত সমীকরণ, $x^2 - (\alpha+\beta)x + \alpha\beta = 0$ বা, $(x-\alpha)(x-\beta) = 0$
- α, β, γ মূলবিশিষ্ট ত্রিঘাত সমীকরণ, $x^3 - (\alpha+\beta+\gamma)x^2 + (\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha)x - \alpha\beta\gamma = 0$ বা, $(x-\alpha)(x-\beta)(x-\gamma) = 0$
- **দ্বিঘাত সমীকরণ:** $x^2 -$ (মূলদ্বয়ের যোগফল) $x +$ মূলদ্বয়ের গুণফল $= 0 \Rightarrow x^2 - (\alpha+\beta)x + \alpha\beta = 0$

সৃজনশীল প্রশ্ন (ক, খ ও গ)

01. উদ্দীপক: দ্বিঘাত সমীকরণ $ax^2 + bx + b = 0; [a \neq 0]$

(গ) $a = 1, b = -4$ এবং উদ্দীপকের সমীকরণের মূলদ্বয় α ও β হলে, $(\alpha+\beta)$ ও $(\alpha-\beta)$ মূলবিশিষ্ট সমীকরণটি নির্ণয় কর। [DB'23]

(গ) Sol^n: $a = 1, b = -4$ হলে, প্রদত্ত সমীকরণটি হবে:

$x^2 - 4x - 4 = 0$

প্রশ্নমতে, মূলদ্বয় α ও β হলে, $\alpha + \beta = -\left(\frac{-4}{1}\right) = 4$

এবং $\alpha\beta = \frac{-4}{1} = -4$

এখন $\alpha - \beta = \pm\sqrt{(\alpha+\beta)^2 - 4\alpha\beta}$

$= \pm\sqrt{4^2 - 4(-4)} = \pm 4\sqrt{2}$

$\therefore (\alpha+\beta)$ ও $(\alpha-\beta)$ মূলবিশিষ্ট সমীকরণ হবে:

$x^2 - \{(\alpha+\beta) + (\alpha-\beta)\}x + (\alpha+\beta)(\alpha-\beta) = 0$

$\Rightarrow x^2 - (4 \pm 4\sqrt{2})x + 4 \times (\pm 4\sqrt{2}) = 0$

$\therefore x^2 - 4(1 \pm \sqrt{2})x \pm 16\sqrt{2} = 0;$

যা নির্ণেয় সমীকরণ। **(Ans.)**

02. $f(x) = 3x^2 - 4x + 1$ [RB'23]

(খ) $f(x) = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় α, β হলে, $|\alpha - \beta|$ এবং $\alpha^2 + \beta^2$ মূলবিশিষ্ট সমীকরণ নির্ণয় কর।

(খ) Sol^n: দেওয়া আছে, $f(x) = 3x^2 - 4x + 1$ এবং $f(x) = 0$

$\therefore 3x^2 - 4x + 1 = 0$

ধরি, সমীকরণের মূলদ্বয় α, β; $\alpha + \beta = \frac{4}{3}; \alpha\beta = \frac{1}{3}$

এখন, $|\alpha - \beta| = \sqrt{(\alpha+\beta)^2 - 4\alpha\beta} = \sqrt{\frac{16}{9} - \frac{4}{3}} = \frac{2}{3}$

[মডুলাস আছে তাই কেবল ধনাত্মক মান]

আবার, $\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha+\beta)^2 - 2\alpha\beta = \frac{16}{9} - \frac{2}{3} = \frac{10}{9}$

$|\alpha - \beta|$ ও $\alpha^2 + \beta^2$ দ্বারা গঠিত সমীকরণ,

$x^2 - \{|\alpha-\beta| + \alpha^2 + \beta^2\} + |\alpha-\beta| \times (\alpha^2 + \beta^2) = 0$

$\therefore |\alpha - \beta| + \alpha^2 + \beta^2 = \frac{2}{3} + \frac{10}{9} = \frac{6+10}{9} = \frac{16}{9}$

এখন, $|\alpha - \beta| \cdot (\alpha^2 + \beta^2) = \frac{2}{3} \times \frac{10}{9} = \frac{20}{27}$

$\therefore$ সমীকরণদ্বয়, $x^2 - \frac{16}{9}x + \frac{20}{27} = 0$

$\therefore 27x^2 - 48x + 20 = 0$ **(Ans.)**

03. **(ক) একটি দ্বিঘাত সমীকরণ নির্ণয় কর যার একটি মূল $\frac{1}{2+i3}$** [JB'23]

(ক) Sol^n: দেওয়া আছে, দ্বিঘাত সমীকরণটির একটি মূল

$\frac{1}{2+3i} = \frac{2-3i}{(2+3i)(2-3i)} = \frac{2-3i}{4+9} = \frac{2}{13} - \frac{3}{13}i$

$\therefore$ অপর মূল $= \frac{2}{13} + \frac{3}{13}i$

$\therefore$ মূলদ্বয়ের যোগফল $= \left(\frac{2}{13} + \frac{3}{13}i\right) + \left(\frac{2}{13} - \frac{3}{13}i\right) = \frac{4}{13}$

$\therefore$ মূলদ্বয়ের গুণফল $= \left(\frac{2}{13} + \frac{3}{13}i\right)\left(\frac{2}{13} - \frac{3}{13}i\right)$

$= \frac{4}{13^2} + \frac{9}{13^2} = \frac{1}{13}$

$\therefore$ নির্ণেয় সমীকরণ, $x^2 - \frac{4}{13}x + \frac{1}{13} = 0$

$\Rightarrow 13x^2 - 4x + 1 = 0$ **(Ans.)**

04. **(ক) $(2 - 3i)$ মূলবিশিষ্ট সমীকরণ নির্ণয় কর।** [SB'22]

(ক) Sol^n: $(x - 2 + 3i) \times p(x) = 0$ [যেখানে $p(x)$ হলো x চলকের অশূন্য বহুপদী] আকারের যেকোনো সমীকরণই $2 - 3i$ মূলবিশিষ্ট সমীকরণ। উদাহরণস্বরূপ: আমরা যদি মূলদ সহগবিশিষ্ট দ্বিঘাত সমীকরণ চাই, সেক্ষেত্রে অপর মূলটি $2 + 3i$

$\therefore$ সমীকরণ: $x^2 - \{(2 - 3i) + (2 + 3i)\}x + (2 - 3i)(2 + 3i) = 0$

$\Rightarrow x^2 - 4x + 2^2 + 3^2 = 0 \therefore x^2 - 4x + 13 = 0$ **(Ans.)**

05. $10x^2 - 8x + 1 = 0$ বহুপদী সমীকরণ। [CB'22]

(খ) একটি দ্বিঘাত সমীকরণ নির্ণয় কর যার মূলদ্বয় হবে উদ্দীপকে উল্লিখিত দ্বিঘাত সমীকরণের মূলদ্বয়ের যোগফল ও অন্তরফলের যোগবোধক মান।

(খ) Sol^n: প্রদত্ত দ্বিঘাত সমীকরণ $10x^2 - 8x + 1 = 0$

যার মূলদ্বয়, α ও $\beta \therefore \alpha + \beta = -\frac{(-8)}{10} = \frac{4}{5} \ldots\ldots\ldots$ (i);

$\alpha\beta = \frac{1}{10} \ldots\ldots\ldots$ (ii) $\therefore \alpha - \beta = \sqrt{(\alpha+\beta)^2 - 4\alpha\beta}$

$= \sqrt{\frac{16}{25} - \frac{4}{10}} = \sqrt{\frac{6}{25}} = \frac{\sqrt{6}}{5} \ldots\ldots\ldots$ (iii)

$\therefore$ নতুন সমীকরণের মূলদ্বয় $\frac{4}{5}$ ও $\frac{\sqrt{6}}{5}$

$\therefore$ সমীকরণটি $x^2 - \left(\frac{4}{5} + \frac{\sqrt{6}}{5}\right)x + \frac{4}{5} \times \frac{\sqrt{6}}{5} = 0$

$\Rightarrow 25x^2 - (20 + 5\sqrt{6})x + 4\sqrt{6} = 0$ **(Ans.)**

Educationblog24.com

06. দৃশ্যকল্প-১: $2x^2 - 3x + 1 = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় α ও β.
(খ) দৃশ্যকল্প-১ এর আলোকে $\alpha + \beta$ এবং $\alpha\beta$ মূলবিশিষ্ট সমীকরণ নির্ণয় কর। [Ctg.B'21]

(খ) Sol^n: $2x^2 - 3x + 1 = 0$ এর মূলদ্বয় α ও β হলে,
$\alpha + \beta = \frac{3}{2}$; $\alpha\beta = \frac{1}{2}$
$\therefore$ নতুন সমীকরণে, মূলদ্বয়ের যোগফল $= (\alpha + \beta) + \alpha\beta$
$= \frac{3}{2} + \frac{1}{2} = 2$
মূলদ্বয়ের গুণফল $= (\alpha + \beta)(\alpha\beta) = \frac{3}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{4}$
$\therefore$ নতুন সমীকরণ: $x^2 - 2x + \frac{3}{4} = 0$
$\therefore\ 4x^2 - 8x + 3 = 0$ (Ans.)

07. $f(x) = x^2 - 5x + 4$ [BB'21]
(খ) $f(x) = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় a, b হলে $a^2 + b^2$ ও $a^3 + b^3$ মূলবিশিষ্ট দ্বিঘাত সমীকরণটি নির্ণয় কর।

(খ) Sol^n: $f(x) = x^2 - 5x + 4 = 0$;
এর মূলদ্বয় a, b $\Rightarrow x^2 - 4x - x + 4 = 0$
$\Rightarrow (x - 4)(x - 1) = 0 \therefore a = 4$ ও $b = 1$
$\therefore a^2 + b^2 = 16 + 1 = 17$; $a^3 + b^3 = 64 + 1 = 65$
$\therefore$ নির্ণেয় সমীকরণ $x^2 - \{(a^2 + b^2) + (a^3 + b^3)\}x + (a^2 + b^2)(a^3 + b^3) = 0$
$\Rightarrow x^2 - (17 + 65)x + 17 \times 65 = 0$
$\therefore\ x^2 - 82x + 1105 = 0$ (Ans.)

08. দৃশ্যকল্প: $f(x) = ax^2 + bx + c, a \neq 0$ একটি দ্বিঘাত ফাংশন। [Din.B'21]
(গ) দৃশ্যকল্পে $a = 1, b = -2n, c = n^2 - m^2$ হলে এমন একটি সমীকরণ গঠন কর যার মূলদ্বয়, $f(x) = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয়ের যোগফল ও অন্তরফলের যোগবোধক মান হবে।

(গ) Sol^n: প্রশ্নমতে, $f(x) = 0 \Rightarrow x^2 - 2nx + n^2 - m^2 = 0$
$\Rightarrow x^2 - \{(n - m) + (n + m)\}x + (n - m)(n + m) = 0$
$\Rightarrow \{x - (n - m)\}\{x - (n + m)\} = 0$
$\Rightarrow x = n + m, n - m \therefore$ মূলদ্বয়ের যোগফল $= 2n$;
মূলদ্বয়ের বিয়োগফল $= 2m$
$\therefore$ নির্ণেয় সমীকরণ: $x^2 - (2m + 2n)x + 4mn = 0$
$\Rightarrow x^2 - 2(m + n)x + 4mn = 0$ (Ans.)

09. $2x^3 - 9x^2 + 14x - 5 = 0$ এর একটি মূল $2 - i$. [JB'19]
(গ) উদ্দীপকের দ্বিতীয় সমীকরণের বাস্তব মূল এবং $\frac{1}{4}$ মূলবিশিষ্ট একটি দ্বিঘাত সমীকরণ নির্ণয় কর।

(গ) Sol^n: একটি মূল $2 - i$ হলে অপরটি হবে $2 + i$;
এখন, $2x^3 - 9x^2 + 14x - 5 = 0$ সমীকরণের বাস্তব মূল α হলে $\alpha + 2 - i + 2 + i = \frac{9}{2} \therefore \alpha = \frac{1}{2} \therefore \frac{1}{2}$ ও $\frac{1}{4}$ মূলবিশিষ্ট দ্বিঘাত সমীকরণ $\left(x - \frac{1}{2}\right)\left(x - \frac{1}{4}\right) = 0$
$\Rightarrow (2x - 1)(4x - 1) = 0 \Rightarrow 8x^2 - 6x + 1 = 0$ (Ans.)

10. $z = \alpha + \beta i$, যেখানে α ও β বাস্তব সংখ্যা। [CB'17]
(খ) উদ্দীপকে $\alpha = 2, \beta = \sqrt{3}$ হলে z মূলবিশিষ্ট দ্বিঘাত সমীকরণ নির্ণয় কর।

(খ) Sol^n: দেওয়া আছে, $z = \alpha + \beta i$
যখন $\alpha = 2, \beta = \sqrt{3}$
তখন $z = 2 + i\sqrt{3}$
আমরা জানি, কোনো বাস্তব সহগ বিশিষ্ট দ্বিঘাত সমীকরণের জটিল মূলগুলি যুগলে থাকে। একটি মূল $2 + i\sqrt{3}$ হলে অপর মূলটি হবে $2 - i\sqrt{3}$ এবং সমীকরণটি হবে,
$x^2 - (2 + i\sqrt{3} + 2 - i\sqrt{3})x + (2 + i\sqrt{3})(2 - i\sqrt{3}) = 0$
$\Rightarrow x^2 - 4x + (4 - i^2 3) = 0$
$\Rightarrow x^2 - 4x + (4 + 3) = 0$
$\Rightarrow x^2 - 4x + 7 = 0$, ইহাই নির্ণেয় সমীকরণ। (Ans.)

11. দৃশ্যকল্প-২: $(a + b)^2 + (a\omega + b\omega^2)^2 + (a\omega^2 + b\omega)^2 = 12$ এবং $(a\omega + b\omega^2)^2 + (a\omega^2 + b\omega)^2 = 3$
(গ) x চলকবিশিষ্ট একটি দ্বিঘাত সমীকরণ নির্ণয় কর যার মূলদ্বয় a^5 ও b^7. [ময়মনসিংহ গার্লস ক্যাডেট কলেজ]

(গ) Sol^n: দেওয়া আছে, $(a + b)^2 + (a\omega + b\omega^2)^2 + (a\omega^2 + b\omega)^2 = 12$ ..... (i)
এবং $(a\omega + b\omega^2)^2 + (a\omega^2 + b\omega)^2 = 3$ ..... (ii)
এখন, (i) $-$ (ii) $\Rightarrow (a + b)^2 = 12 - 3$
$\Rightarrow a^2 + b^2 + 2ab = 9$ ..... (iii)
(i) নং হতে পাই,
$a^2 + b^2 + 2ab + a^2\omega^2 + 2ab\omega^3 + b^2\omega^4 + a^2\omega^4 + 2ab\omega^3 + b^2\omega^2 = 12$
$\Rightarrow a^2 + b^2 + a^2(\omega^2 + \omega) + b^2(\omega + \omega^2) + 6ab = 12$ [$\because \omega^4 = \omega$]
$\Rightarrow a^2 + b^2 - a^2 - b^2 + 6ab = 12$ [$\because \omega^2 + \omega = -1$]
$\Rightarrow 6ab = 12 \Rightarrow ab = 2 \Rightarrow b = \frac{2}{a}$ ..... (iv)
(iv) নং হতে b এর মান (iii) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,
$\frac{4}{a^2} + a^2 + 4 = 9 \Rightarrow 4 + a^4 = 5a^2$
$\Rightarrow a^4 - 5a^2 + 4 = 0$
$\Rightarrow a^2(a^2 - 1) - 4(a^2 - 1) = 0$
$\Rightarrow (a^2 - 1)(a^2 - 4) \therefore a = \pm 1, \pm 2$
$a = 1$ হলে, $b = 2$
$\therefore a^5 + b^7 = 1^5 + 2^7 = 1 + 128 = 129$
এবং $a^5b^7 = 1^5 \cdot 2^7 = 128$
আবার, $a = -1$ হলে, $b = -2$
$\therefore a^5 + b^7 = (-1)^5 + (-2)^7 = -1 - 128 = -129$
এবং $a^5b^7 = (-1)^5 \cdot (-2)^7 = 128$
অর্থাৎ, $a = \pm 1$ ও $b = \pm 2$ এর জন্য,
$a^5 + b^7 = \pm 129$ এবং $a^5b^7 = 128$

Educationblog24.com

∴ a^5 ও b^7 দ্বারা গঠিত সমীকরণ:
$x^2 - (a^5 + b^7)x + a^5b^7 = 0$
∴ $x^2 \pm 129x + 128 = 0$ **(Ans.)**
অনুরূপভাবে, $a = \pm 2$ ও $b = \pm 1$ এর জন্য,
$a^5 + b^7 = (\pm 2)^5 + (\pm 1)^7 = \pm 33$
এবং $a^5b^7 = (\pm 2)^5 \cdot (\pm 1)^7 = 32$
এক্ষেত্রে নির্ণেয় সমীকরণ: $x^2 \pm 33x + 32 = 0$ **(Ans.)**

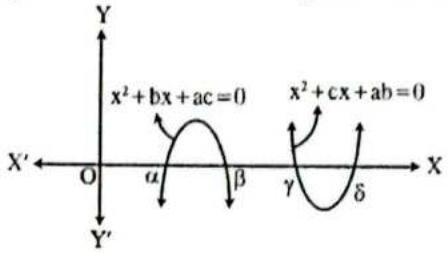
12. দৃশ্যকল্প-২: $\frac{3-i}{1-2i}$ একটি জটিল সংখ্যা।
[সরকারি রাজেন্দ্র কলেজ, ফরিদপুর]
(গ) বাস্তব সহগবিশিষ্ট একটি ত্রিঘাত সমীকরণ গঠন কর যার একটি মূল 0 এবং অপর মূল দৃশ্যকল্প-২ এর জটিল সংখ্যা।

(গ) **Sol^n:** উদ্দীপক হতে পাই,
অপর মূল: $\frac{3-i}{1-2i} = \frac{(3-i)(1+2i)}{(1-2i)(1+2i)} = \frac{3+6i-i-2i^2}{1^2-(2i)^2} = \frac{5+5i}{1+4} = 1+i$
যেহেতু, জটিল মূল অনুবন্ধী যুগলে থাকে, সেহেতু আরেকটি মূল $1-i$
$0, (1-i)$ ও $(1+i)$ মূলবিশিষ্ট সমীকরণ:
$x^3 - (0+1-i+1+i)x^2 + \{(1+i)\cdot 0 + (1-i)\cdot 0 + (1+i)(1-i)\}x - \{(1+i)\cdot(1-i)\cdot 0\} = 0$
$\Rightarrow x^3 - 2x^2 + (1-i^2)x = 0$
∴ $x^3 - 2x^2 + 2x = 0$ **(Ans.)**

13. $g(x) = qx^2 + px + q$ যেখানে $p, q \in \mathbb{R}$
(খ) $g(x) = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয়ের সমষ্টি এদের অন্তরফলের তিনগুণ হলে এমন একটি সমীকরণ নির্ণয় কর যার মূলদ্বয় $\frac{p}{q}$ ও $\frac{q}{p}$ এর বর্গের সমষ্টি ও অন্তরফলের পরম মানের সমান। [চট্টগ্রাম কলেজ]

(খ) **Sol^n:** দেওয়া আছে, $g(x) = qx^2 + px + q = 0$
সমীকরণটির মূলদ্বয় α ও β হলে,
$\alpha + \beta = -\frac{p}{q}, \alpha\beta = \frac{q}{q} = 1$
এবং $|\alpha - \beta| = \sqrt{(\alpha+\beta)^2 - 4\alpha\beta} = \sqrt{\frac{p^2}{q^2} - 4}$
প্রশ্নমতে, $\alpha + \beta = 3|\alpha - \beta|$
$\Rightarrow -\frac{p}{3q} = \sqrt{\frac{p^2}{q^2} - 4} \Rightarrow \frac{p^2}{9q^2} = \frac{p^2}{q^2} - 4$
$\Rightarrow \frac{8}{9}\cdot\frac{p^2}{q^2} = 4 - \left(\frac{p}{q}\right)^2 = \frac{9}{2}$
∴ $\frac{p}{q}$ ও $\frac{q}{p}$ এর বর্গের সমষ্টি $= \left(\frac{p}{q}\right)^2 + \left(\frac{q}{p}\right)^2 = \frac{9}{2} + \frac{2}{9} = \frac{85}{18}$
এবং অন্তরফলের পরমমান: $\left|\left(\frac{p}{q}\right)^2 - \left(\frac{q}{p}\right)^2\right| = \left|\frac{9}{2} - \frac{2}{9}\right| = \frac{77}{18}$
নির্ণেয় সমীকরণ: $x^2 - \left(\frac{85}{18} + \frac{77}{18}\right)x + \frac{85}{18}\cdot\frac{77}{18} = 0$
$\Rightarrow x^2 - 9x + \frac{6545}{324} = 0$
∴ $324x^2 - 2916x + 6545 = 0$ **(Ans.)**

14. দৃশ্যকল্প-১: [সিলেট সরকারি মহিলা কলেজ]



(ক) $i - 3$ মূলবিশিষ্ট সমীকরণ নির্ণয় কর।
(খ) $\beta = \gamma$ হলে দৃশ্যকল্প-১ হতে দেখাও যে, তাদের ভিন্ন দুইটি মূল দ্বারা গঠিত সমীকরণ, $x^2 + ax + bc = 0$

(ক) **Sol^n:** $f(x) = 0$ সমীকরণের একটি মূল $i - 3$ হলে অপর মূল $-i - 3$
∴ দ্বিঘাত সমীকরণটি, $x^2 - (i-3-i-3)x + (i-3)(-i-3) = 0$
$\Rightarrow x^2 + 6x + (9 - i^2) = 0$
∴ $x^2 + 6x + 10 = 0$ **(Ans.)**

(খ) **Sol^n:** প্রদত্ত সমীকরণদ্বয়, $x^2 + bx + ac = 0$ এবং $x^2 + cx + ab = 0$
১ম সমীকরণের একটি মূল β এবং ২য় সমীকরণটির একটি মূল γ।
দেওয়া আছে, $\beta = \gamma$ অর্থাৎ β উভয় সমীকরণকে সিদ্ধ করবে।
∴ $\beta^2 + b\beta + ac = 0$ ..... (i)
এবং $\beta^2 + c\beta + ab = 0$ ..... (ii)
(i) ও (ii) বজ্রগুণন প্রক্রিয়ায় পাই,
$\frac{\beta^2}{ab^2-ac^2} = \frac{\beta}{ac-ab} = \frac{1}{c-b} \Rightarrow \frac{\beta^2}{a(b-c)(b+c)} = \frac{\beta}{a(c-b)} = \frac{1}{c-b}$
$\Rightarrow \frac{\beta}{a(c-b)} = \frac{1}{c-b} \Rightarrow \beta = a$ ..... (iii)
আবার, $\frac{\beta^2}{a(b-c)(b+c)} = \frac{\beta}{a(c-b)}$
$\Rightarrow \beta = \frac{a(b-c)(b+c)}{a(c-b)} = -(b+c)$
∴ $a = -(b+c)$ ..... (iv)
$\Rightarrow a + b + c = 0$
সমীকরণ দুটির অপর দুটি মূল যথাক্রমে α ও δ।
∴ $\alpha\beta = ca \Rightarrow \alpha a = ca$ ∴ $\alpha = c$
এবং $\gamma\delta = ab \Rightarrow a\delta = ab$ [∵ $\gamma = \beta = a$]
∴ $\delta = b$
∴ α ও δ মূলবিশিষ্ট সমীকরণ হলো:
$x^2 - (\alpha + \delta)x + \alpha\delta = 0 \Rightarrow x^2 - (c+b)x + cb = 0$
∴ $x^2 + ax + cb = 0$ [∵ $-(b+c) = a$] **(Showed)**

15. $h(x) = 4x^2 - 32x + 48 = 0$
[সরকারি মাইকেল মধুসূদন কলেজ, যশোর]
(গ) এমন একটি সমীকরণ নির্ণয় কর যার মূলদ্বয় $h(x) = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয়ের সমষ্টি ও ভাগফলের সমান।

Educationblog24.com

(গ) Sol^n: প্রদত্ত সমীকরণ, $h(x) = 4x^2 - 32x + 48 = 0$
$\Rightarrow x^2 - 8x + 12 = 0 \Rightarrow x^2 - 6x - 2x + 12 = 0$
$\Rightarrow x(x-6) - 2(x-6) = 0 \Rightarrow (x-6)(x-2) = 0$
$\therefore x = 6, 2$
মূলদ্বয়ের সমষ্টি $= 6 + 2 = 8$
মূলদ্বয়ের ভাগফল $= \frac{6}{2} = 3$ অথবা, $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$
$\therefore$ নির্ণেয় সমীকরণ $x^2 - (8+3)x + 8 \cdot 3 = 0$
$\Rightarrow x^2 - 11x + 24 = 0$ **(Ans.)**
অথবা, $x^2 - \left(8 + \frac{1}{3}\right)x + 8 \cdot \frac{1}{3} = 0$
$\Rightarrow x^2 - \frac{25}{3}x + \frac{8}{3} = 0 \therefore 3x^2 - 25x + 8 = 0$ **(Ans.)**

16. $x^2 - x + 2 = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় $\frac{1}{\alpha}$ ও $\frac{1}{\beta}$

(ক) 3, −2 মূলবিশিষ্ট সমীকরণ নির্ণয় কর।

(গ) এমন একটি চতুর্ঘাত সমীকরণ নির্ণয় কর যার তিনটি মূল α, β ও $2 - i$ [সরকারি মাইকেল মধুসূদন কলেজ, যশোর]

(ক) Sol^n: 3, −2 মূলবিশিষ্ট সমীকরণ $= x^2 - (3-2)x + 3 \cdot (-2) = 0 \therefore x^2 - x - 6 = 0$ **(Ans.)**

(গ) Sol^n: দেওয়া আছে, চতুর্ঘাত সমীকরণটির তিনটি মূল $\alpha, \beta, 2$
$\therefore$ চতুর্থ মূলটি হলো: $\overline{2-i} = 2 + i$
প্রদত্ত সমীকরণ হতে আমরা পাই, $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = 1$ ..... (i)
এবং $\frac{1}{\alpha\beta} = 2$ ..... (ii)
(ii) নং হতে, $\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta} = 1 \Rightarrow \alpha + \beta = \alpha\beta \Rightarrow \alpha + \beta = \frac{1}{2}$
$\Rightarrow \beta = \frac{1}{2} - \alpha$ ..... (iii)
(iii) নং হতে β এর মান (ii) নং বসিয়ে পাই,
$\frac{1}{\alpha\left(\frac{1}{2}-\alpha\right)} = 2 \Rightarrow \frac{1}{2}\alpha - \alpha^2 = \frac{1}{2} \Rightarrow 2\alpha^2 - \alpha + 1 = 0$
$\therefore \alpha, \beta$ মূলবিশিষ্ট সমীকরণ: $2x^2 - x + 1 = 0$ ..... (i
$2 + i$ ও $2 - i$ মূলবিশিষ্ট দ্বিঘাত সমীকরণ:
$x^2 - (2+i+2-i)x + (2+i)(2-i) = 0$
$\Rightarrow x^2 - 4x + 5 = 0$ ..... (v)
$\therefore \alpha, \beta, 2+i, 2-i$ মূলবিশিষ্ট চতুর্ঘাত সমীকরণ:
$(2x^2 - x + 1)(x^2 - 4x + 5) = 0$
$2x^4 - 8x^3 + 10x^2 - x^3 + 4x^2 - 5x + x^2 - 4x + 5 =$
$\Rightarrow 2x^4 - 9x^3 + 15x^2 - 9x + 5 = 0$ **(Ans.)**

নিজে করো

17. $x^4 - 9x^3 + 27x^2 - 33x + 14 = 0$ ..... (ii) **[Din.B'22]**

(গ) (ii) নং সমীকরণের একটি মূল $3 - \sqrt{2}$ হলে সমীকরণটি সমাধান কর।

[Ans: মূলগুলো হলো $= 2, 1, 3 + \sqrt{2}, -\sqrt{2}$]

18. (ক) $2 - \sqrt{-3}$ মূলবিশিষ্ট একটি দ্বিঘাত সমীকরণ নির্ণয় কর।

[MB'22] [Ans: $x^2 - 4x + 7 = 0$]

19. $\varphi(x) = x^3 - 9x^2 + 21x - 5$ [BB'

(ক) একটি দ্বিঘাত সমীকরণ নির্ণয় কর যার একটি মূল $2 -$

[Ans: $x^2 - 4x + 13 =$

20. $P(x) = mx^3 + nx^2 + qx + r$. [Din.B'

(গ) এমন একটি সমীকরণ নির্ণয় কর যার মূলদ্বয় যথাক্র $P(x) = 0$ সমীকরণের মূল দুটির সমষ্টি ও অন্তরফ পরমমান হবে, যেখানে $m = 0, n = 2, q = 1, r =$

[Ans: $4x^2 - 4x - 3 =$

Type-07: প্রতিসম রাশি ও প্রতিসম মূলবিশিষ্ট সমীকরণ নির্ণয়

Concept

একাধিক চলকবিশিষ্ট যে সকল রাশির যে কোনো দুইটি চলককে পরস্পরের সাথে স্থান বিনিময় করলে রাশিটির কোনো পরিবর্তন হয় না তাদেরকে প্রতিসম রাশি বলা হয়।
যেমন: $\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2$ -এ α এর পরিবর্তে β এবং β এর পরিবর্তে α বসালে পাওয়া যায় $\beta^2 + \alpha^2 + \gamma^2$। অর্থাৎ রাশিটি অপরিবর্তি আছে। অনুরূপভাবে β এর পরিবর্তে γ এবং γ এর পরিবর্তে β বসালেও রাশিটি অপরিবর্তিত থাকে। $\therefore$ এটি একটি প্রতিসম রাশি।

সৃজনশীল প্রশ্ন (ক, খ ও গ)

1. উদ্দীপক-২: $x^3 + px^2 + qx + r = 0$. **[DB'23]**

(গ) উদ্দীপক-২ এর সমীকরণটির মূলত্রয় α, β, γ হলে, $\sum(\alpha - \beta)^2$ এর মান নির্ণয় কর।

গ) Sol^n: প্রশ্নমতে, $x^3 + px^2 + qx + r = 0$ এর মূলত্রয় α, β ও γ হলে,
অর্থাৎ, $\sum\alpha = -p, \sum\alpha\beta = q$ এবং $\sum\alpha\beta\gamma = -r$
$\therefore \sum(\alpha - \beta)^2 = (\alpha - \beta)^2 + (\beta - \gamma)^2 + (\gamma - \alpha)^2$
$= 2(\sum\alpha^2 - \sum\alpha\beta) = 2\{(\sum\alpha)^2 - 2\sum\alpha\beta - \sum\alpha\beta\}$
$= 2\{(\sum\alpha)^2 - 3\sum\alpha\beta\} = 2 \times \{(-p)^2 - 3 \times q\}$
$= 2(p^2 - 3q)$ **(Ans.)**

Educationblog24.com

02. $f(x) = x^2 + x + 1$ [Ctg.B'23]

(গ) $f(x) = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় α, β হলে $\alpha + \frac{1}{\beta}$ এবং $\beta + \frac{1}{\alpha}$ মূলবিশিষ্ট সমীকরণটি নির্ণয় কর।

(গ) Sol^n: $f(x) = 0 \Rightarrow x^2 + x + 1 = 0$

সমীকরণের মূলদ্বয় α, β হলে $\alpha + \beta = -1$ ও $\alpha\beta = 1$

$\therefore \left(\alpha + \frac{1}{\beta} + \beta + \frac{1}{\alpha}\right) = (\alpha + \beta) + \frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta} = -1 + \frac{-1}{1} = -2$

এবং $\left(\alpha + \frac{1}{\beta}\right)\left(\beta + \frac{1}{\alpha}\right) = \alpha\beta + 1 + 1 + \frac{1}{\alpha\beta}$

$= 1 + 1 + 1 + \frac{1}{1} = 4$

$\therefore \left(\alpha + \frac{1}{\beta}\right)$ এবং $\left(\beta + \frac{1}{\alpha}\right)$ মূলবিশিষ্ট সমীকরণ

$\Rightarrow x^2 - \left(\alpha + \frac{1}{\beta} + \beta + \frac{1}{\alpha}\right)x + \left(\alpha + \frac{1}{\beta}\right)\left(\beta + \frac{1}{\alpha}\right) = 0$

$\Rightarrow x^2 - (-2)x + 4 = 0 \therefore x^2 + 2x + 4 = 0$ (Ans.)

03. দৃশ্যকল্প-১: $5x^3 - 4x^2 + 1 = 0$ সমীকরণের মূলগুলো α, β ও γ [SB'23]

(খ) দৃশ্যকল্প ১ হতে $\sum \alpha^2\beta$ এর মান নির্ণয় কর।

(খ) Sol^n: দেওয়া আছে, $5x^3 - 4x^2 + 1 = 0$ সমীকরণের মূলগুলো α, β এবং γ $\therefore \alpha + \beta + \gamma = -\frac{-4}{5} = \frac{4}{5}$ ..... (i)

$\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = \frac{0}{5} = 0$ ..... (ii)

এবং $\alpha\beta\gamma = -\frac{1}{5}$ ..... (iii)

$\therefore \sum \alpha^2\beta = \alpha^2\beta + \alpha\beta^2 + \beta^2\gamma + \beta\gamma^2 + \gamma^2\alpha + \gamma\alpha^2$

$= \alpha^2\beta + \alpha\beta^2 + \alpha\beta\gamma + \beta^2\gamma + \beta\gamma^2 + \alpha\beta\gamma + \gamma^2\alpha + \gamma\alpha^2 + \alpha\beta\gamma - 3\alpha\beta\gamma$

$= \alpha\beta(\alpha + \beta + \gamma) + \beta\gamma(\alpha + \beta + \gamma) + \gamma\alpha(\alpha + \gamma + \beta) - 3\alpha\beta\gamma = (\alpha + \beta + \gamma)(\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha) - 3\alpha\beta\gamma$

$= \frac{4}{5} \times 0 - 3 \times \left(-\frac{1}{5}\right) = \frac{3}{5}$ (Ans.)

04. (ক) $3x^3 - 2x^2 + 1 = 0$ সমীকরণের মূলগুলো α, β, γ হলে, $\sum \alpha^2$ এর মান নির্ণয় কর। [BB'23]

(ক) Sol^n: প্রদত্ত সমীকরণ $3x^3 - 2x^2 + 1 = 0$; α, β, γ যদি সমীকরণের মূল হয়, $\alpha + \beta + \gamma = \frac{2}{3}$; $\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = 0$

$\alpha\beta\gamma = -\frac{1}{3} \therefore \sum \alpha^2 = \alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2$

$= (\alpha + \beta + \gamma)^2 - 2(\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha)$

$= \left(\frac{2}{3}\right)^2 - 2 \cdot 0 = \frac{4}{9}$ (Ans.)

05. দৃশ্যকল্প-১: $f(x) = 3x^3 - 2x^2 + x - 4$ [Din.B'23]

(খ) দৃশ্যকল্প-১ এ $f(x) = 0$ সমীকরণের মূলত্রয় a, b, c হলে, $\sum \frac{1}{a^2b}$ এর মান নির্ণয় কর।

(খ) Sol^n: দৃশ্যকল্প-১ হতে পাই, $f(x) = 3x^3 - 2x^2 + x - 4$

আর $f(x) = 0$

তাহলে, $3x^3 - 2x^2 + x - 4 = 0$ এর মূল গুলো a, b, c হলে, $a + b + c = \frac{2}{3}$, $ab + bc + ca = \frac{1}{3}$ এবং $abc = \frac{4}{3}$

এখন, $\sum \frac{1}{a^2b} = \frac{1}{a^2b} + \frac{1}{b^2a} + \frac{1}{b^2c} + \frac{1}{c^2b} + \frac{1}{c^2a} + \frac{1}{a^2c}$

$= \frac{c^2b + c^2a + a^2c + a^2b + b^2a + b^2c}{a^2b^2c^2}$

$= \frac{c^2b + b^2c + abc + c^2a + a^2c + abc + a^2b + b^2a + abc - 3abc}{(abc)^2}$

$= \frac{bc(a+b+c) + ca(c+a+b) + ab(a+b+c) - 3abc}{(abc)^2}$

$= \frac{(a+b+c)(ab+bc+ca) - 3abc}{(abc)^2} = \frac{\frac{2}{3} \times \frac{1}{3} - 3 \times \frac{4}{3}}{\left(\frac{4}{3}\right)^2} = \frac{\frac{2}{9} - 4}{\frac{16}{9}}$

$= \frac{2-36}{9} \times \frac{9}{16} = \frac{-34}{16} = \frac{-17}{8}$ (Ans.)

06. দৃশ্যকল্প-১: $3x^2 + 4x + 7 = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় α ও β।

দৃশ্যকল্প-২: $f(x) = x^3 - px^2 + qx - r$. [MB'23]

(খ) দৃশ্যকল্প-১ এর আলোকে α^{-2} ও β^{-2} মূলবিশিষ্ট সমীকরণ নির্ণয় কর।

(গ) $f(x) = 0$ সমীকরণের মূলত্রয়, α, β, γ হলে $\sum \frac{1}{\alpha^3}$ এর মান নির্ণয় কর।

(খ) Sol^n: দেওয়া আছে, $3x^2 + 4x + 7 = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় α ও β অর্থাৎ, $\alpha + \beta = \frac{-4}{3}$ ..... (i); $\alpha\beta = \frac{7}{3}$ ..... (ii)

এখন, $\alpha^{-2} + \beta^{-2} = \frac{1}{\alpha^2} + \frac{1}{\beta^2} = \frac{\alpha^2+\beta^2}{(\alpha\beta)^2} = \frac{(\alpha+\beta)^2 - 2\alpha\beta}{(\alpha\beta)^2}$

$= \frac{\left(-\frac{4}{3}\right)^2 - 2 \times \frac{7}{3}}{\left(\frac{7}{3}\right)^2} = -\frac{26}{49}$ এবং $\alpha^{-2}\beta^{-2} = \frac{1}{(\alpha\beta)^2} = \frac{1}{\left(\frac{7}{3}\right)^2} = \frac{9}{49}$

$\therefore \alpha^{-2}$ ও β^{-2} মূলবিশিষ্ট নির্ণেয় সমীকরণ:

$x^2 - \left(\frac{-26}{49}\right)x + \frac{9}{49} = 0 \Rightarrow 49x^2 + 26x + 9 = 0$ (Ans.)

(গ) Sol^n: প্রশ্নমতে, $x^3 - px^2 + qx - r = 0$ সমীকরণের মূলত্রয়, α, β ও γ. অর্থাৎ, $\alpha + \beta + \gamma = p$ ..... (i)

ও $\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = q$ ..... (ii) এবং $\alpha\beta\gamma = r$ ..... (iii)

$\therefore \sum \frac{1}{\alpha^3} = \frac{1}{\alpha^3} + \frac{1}{\beta^3} + \frac{1}{\gamma^3} = \frac{(\beta\gamma)^3 + (\gamma\alpha)^3 + (\alpha\beta)^3}{(\alpha\beta\gamma)^3}$

$= \frac{\sum \alpha\beta\{(\sum \alpha\beta)^2 - 3\alpha\beta\gamma(\sum \alpha)\} - 3(\alpha\beta\gamma)^2}{(\alpha\beta\gamma)^3} = \frac{q\{q^2 - 3r \cdot p\} - 3r^2}{r^3}$

$= \frac{q^3 - 3pqr - 3r^2}{r^3}$ (Ans.)

07. $f(x) = x^2 - 4x + 5$, $g(x) = x + 1$ [RB'22]

(গ) $f(x) \cdot g(x) = 0$ সমীকরণের মূলত্রয় p, q, r হলে $\sum p^3q$ নির্ণয় কর।

(গ) Sol^n: প্রদত্ত রাশি, $f(x) = x^2 - 4x + 5$

এবং $g(x) = x + 1$

শর্তমতে, $f(x) \cdot g(x) = 0 \Rightarrow (x + 1)(x^2 - 4x + 5) = 0$

$\Rightarrow x^3 - 3x^2 + x + 5 = 0$ ..... (i)

মূলত্রয় p, q, r হলে, $p + q + r = 3$ ..... (ii);

$pq + qr + pr = 1$ ..... (iii); $pqr = -5$ ..... (iv)

এখন, $\sum p^3q = p^3q + p^3r + q^3p + q^3r + r^3p + r^3q$

$= p^3q + pq^3 + pqr^2 + q^3r + qr^3 + p^2qr + r^3p + rp^3 + pq^2r - pqr^2 - p^2qr - pq^2r$

Educationblog24.com

$= pq(p^2+q^2+r^2) + qr(p^2+q^2+r^2)$
$+rp(p^2+q^2+r^2) - pqr(p+q+r)$
$= (p^2+q^2+r^2)(pq+qr+rp) - pqr(p+q+r)$
$= [(p+q+r)^2 - 2(pq+qr+rp)](pq+qr+rp)$
$-pqr(p+q+r)$
$= [(3)^2 - 2\cdot 1]1 - (-5)\times 3$
$= (9-2) + 15 = 22$ (Ans.)

08. $f_1(x) = 4x^2 - 7x + 3$
$f_2(x) = \alpha x^2 + \beta x + \gamma$ [RB'22]

(গ) $f_1(x) = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় p, q হলে $\frac{1}{p^3}$ ও $\frac{1}{q^3}$ মূলবিশিষ্ট সমীকরণটি নির্ণয় কর।

(গ) Sol^n: $f_1(x) = 4x^2 - 7x + 3 = 0$ ..... (i);
যার মূলদ্বয় p ও q
$\therefore p+q = \frac{7}{4}$ ..... (ii) এবং $pq = \frac{3}{4}$ ..... (iii)
$\therefore p-q = \sqrt{(p+q)^2 - 4pq} = \sqrt{\frac{49}{16} - 3} = \frac{1}{4}$ ..... (iv)
এখন, (ii) + (iv) $\Rightarrow 2p = \frac{7}{4} + \frac{1}{4} = 2 \Rightarrow p = 1$
এবং (ii) − (iv) $\Rightarrow 2q = \frac{7}{4} - \frac{1}{4} = \frac{3}{2} \Rightarrow q = \frac{3}{4}$
$\therefore \frac{1}{p^3}$ ও $\frac{1}{q^3}$ মূলবিশিষ্ট সমীকরণটি হবে,
$x^2 - \left(\frac{1}{p^3} + \frac{1}{q^3}\right)x + \frac{1}{p^3q^3} = 0$
$\Rightarrow x^2 - \left(\frac{1}{1^3} + \frac{1}{\left(\frac{3}{4}\right)^3}\right)x + \frac{1}{\left(\frac{3}{4}\right)^3} = 0$
$\Rightarrow x^2 - \frac{91}{27}x + \frac{64}{27} = 0 \Rightarrow 27x^2 - 91x + 64 = 0$ (Ans.)

09. উদ্দীপক: $ax^3 + bx + c = 0$ সমীকরণের মূলত্রয় α, β, γ।

(ক) $3x^2 + 2x + 2 = 0$ এর মূলদ্বয় α, β হলে $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}$ এর মান বের কর। [BB'22]

(খ) উদ্দীপক এর সাহায্যে $\frac{\gamma^2}{\alpha+\beta}, \frac{\alpha^2}{\beta+\gamma}$ ও $\frac{\beta^2}{\gamma+\alpha}$ মূলবিশিষ্ট সমীকরণ নির্ণয় কর।

(ক) Sol^n: প্রদত্ত সমীকরণ, $3x^2 + 2x + 2 = 0$; যার মূলদ্বয় α ও β $\therefore \alpha + \beta = -\frac{2}{3}$ ..... (i) এবং $\alpha\beta = \frac{2}{3}$ ..... (ii)
$\therefore \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta} = \frac{-\frac{2}{3}}{\frac{2}{3}} = -1$ (Ans.)

(খ) Sol^n: প্রদত্ত সমীকরণ, $ax^3 + bx + c = 0$
যার মূলত্রয় $\alpha, \beta, \gamma \therefore \alpha + \beta + \gamma = 0$ ..... (i)
$\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = \frac{b}{a}$ ..... (ii); $\alpha\beta\gamma = -\frac{c}{a}$ ..... (iii)
এখন, $\frac{\alpha^2}{\beta+\gamma}, \frac{\beta^2}{\alpha+\gamma}, \frac{\gamma^2}{\alpha+\beta}$ মূলবিশিষ্ট সমীকরণ এর ক্ষেত্রে, $\frac{\alpha^2}{\beta+\gamma} + \frac{\beta^2}{\alpha+\gamma} + \frac{\gamma^2}{\alpha+\beta} = \frac{\alpha^2(\alpha+\beta)(\gamma+\alpha) + \beta^2(\alpha+\beta)(\beta+\gamma) + \gamma^2(\beta+\gamma)(\gamma+\alpha)}{(\alpha+\beta)(\beta+\gamma)(\gamma+\alpha)}$
$= \frac{\alpha^2(-\gamma)(-\beta) + \beta^2(-\gamma)(-\alpha) + \gamma^2(-\alpha)(-\beta)}{-\gamma(-\alpha)(-\beta)} = \frac{\alpha^2\beta\gamma + \alpha\beta^2\gamma + \alpha\beta\gamma^2}{-\alpha\beta\gamma}$
$= \frac{\alpha\beta\gamma(\alpha+\beta+\gamma)}{-\alpha\beta\gamma} = 0$

আবার, $\frac{\alpha^2}{\beta+\gamma}\cdot\frac{\beta^2}{\alpha+\gamma} + \frac{\beta^2}{\alpha+\gamma}\cdot\frac{\gamma^2}{\alpha+\beta} + \frac{\alpha^2}{\beta+\gamma}\cdot\frac{\gamma^2}{\alpha+\beta}$
$= \frac{\alpha^2\beta^2}{-\beta(-\alpha)} + \frac{\beta^2\gamma^2}{-\beta(-\gamma)} + \frac{\alpha^2\gamma^2}{-\alpha(-\gamma)} = \alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = \frac{b}{a}$
আবার, $\frac{\alpha^2}{\beta+\gamma}\cdot\frac{\beta^2}{\gamma+\alpha}\cdot\frac{\gamma^2}{\alpha+\beta} = \frac{\alpha^2\beta^2\gamma^2}{-\alpha\cdot-\beta\cdot-\gamma} = \alpha\beta\gamma = \frac{c}{a}$
$\therefore$ সমীকরণটি হবে, $x^3 - \left(\frac{\alpha^2}{\beta+\gamma} + \frac{\beta^2}{\gamma+\alpha} + \frac{\gamma^2}{\alpha+\beta}\right)x^2$
$+\left(\frac{\alpha^2\beta^2}{(\alpha+\gamma)(\beta+\gamma)} + \frac{\beta^2\gamma^2}{(\alpha+\gamma)(\alpha+\beta)} + \frac{\alpha^2\gamma^2}{(\alpha+\beta)(\beta+\gamma)}\right)x$
$- \frac{\alpha^2\beta^2\gamma^2}{(\alpha+\beta)(\beta+\gamma)(\gamma+\alpha)} = 0$
$\Rightarrow x^3 - 0\cdot x^2 + \frac{b}{a}x - \frac{c}{a} = 0 \Rightarrow x^3 + \frac{b}{a}x - \frac{c}{a} = 0$
$\Rightarrow ax^3 + bx - c = 0$ (Ans.)

10. $g(x) = x^2 - px + q$. [JB'22]

(গ) $g(x) = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় α, β হলে, $\frac{q}{p-\alpha}$ এবং $\frac{q}{p-\beta}$ মূলবিশিষ্ট সমীকরণ নির্ণয় কর।

(গ) Sol^n: $g(x) = x^2 - px + q = 0$;
যার মূলদ্বয় α, β ; $\alpha + \beta = p$ ..... (i)
এবং $\alpha\beta = q$ ..... (ii)
এখন, $\frac{q}{p-\alpha}$ ও $\frac{q}{p-\beta}$ মূলবিশিষ্ট সমীকরণ:
$\therefore \frac{q}{p-\alpha} + \frac{q}{p-\beta} = \frac{q}{\beta} + \frac{q}{\alpha}$ [$\because p = \alpha + \beta$]
$= \frac{q(\alpha+\beta)}{\alpha\beta} = \frac{pq}{q} = p$
আবার, $\frac{q}{p-\alpha}\cdot\frac{q}{p-\beta} = \frac{q^2}{\beta.\alpha} = q$
$\therefore$ সমীকরণটি হবে $x^2 - px + q = 0$ (Ans.)

11. (ক) $x^3 - ax^2 + bx - c = 0$ সমীকরণের মূলত্রয় α, β ও γ হলে $\sum\frac{1}{\alpha^2}$ নির্ণয় কর। [Ctg.B'21]

(ক) Sol^n: $x^3 - ax^2 + bx - c = 0$ এর মূলত্রয় α, β ও γ হলে,
$\alpha + \beta + \gamma = a$ ..... (i);
$\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = b$ ..... (ii)
$\alpha\beta\gamma = c$ ..... (iii)
এখন, $\sum\frac{1}{\alpha^2} = \frac{1}{\alpha^2} + \frac{1}{\beta^2} + \frac{1}{\gamma^2}$
$= \frac{\beta^2\gamma^2 + \alpha^2\gamma^2 + \alpha^2\beta^2}{\alpha^2\beta^2\gamma^2} = \frac{(\alpha\beta)^2 + (\beta\gamma)^2 + (\gamma\alpha)^2}{(\alpha\beta\gamma)^2}$
$= \frac{(\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha)^2 - 2(\alpha\beta.\beta\gamma + \beta\gamma.\gamma\alpha + \gamma\alpha.\alpha\beta)}{(\alpha\beta\gamma)^2}$
$= \frac{(\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha)^2 - 2\alpha\beta\gamma(\alpha+\beta+\gamma)}{(\alpha\beta\gamma)^2} = \frac{b^2-2ca}{c^2}$ (Ans.)

12. দৃশ্যকল্প-১: $3x^3 + 2x^2 - x - 1 = 0$ সমীকরণের তিনটি মূল α, β, γ. [JB'21]

(খ) দৃশ্যকল্প-১ এর আলোকে $\frac{1}{\alpha}, \frac{1}{\beta}, \frac{1}{\gamma}$ মূলবিশিষ্ট সমীকরণটি গঠন কর।

Educationblog24.com

(খ) Sol^n: $3x^3 + 2x^2 - x - 1 = 0$ সমীকরণের মূল তিনটি $\alpha, \beta, \gamma \therefore x = \alpha \Rightarrow \frac{1}{\alpha} = \frac{1}{x}$

$\therefore 3\left(\frac{1}{x}\right)^3 + 2\left(\frac{1}{x}\right)^2 - \frac{1}{x} - 1 = 0$

$\Rightarrow \frac{3}{x^3} + \frac{2}{x^2} - \frac{1}{x} - 1 = 0 \Rightarrow 3 + 2x - x^2 - x^3 = 0$

$\Rightarrow x^3 + x^2 - 2x - 3 = 0$ (Ans.)

13. দৃশ্যকল্প-১: $f(x) = x^4 - 3x^3 - 11x^2 + 23x - 10$.

(গ) দৃশ্যকল্প-১ এর আলোকে $f(x) = 0$ সমীকরণের একটি মূল 1 এবং অপর মূলগুলি α, β, γ হলে $\alpha^3 + \beta^3 + \gamma^3$ নির্ণয় কর। [Din.B'21]

(গ) Sol^n: প্রশ্নমতে, $1 + \alpha + \beta + \gamma = 3$

$\Rightarrow \alpha + \beta + \gamma = 2 \ldots\ldots\ldots$ (i)

আবার, $1 \cdot \alpha\beta\gamma = -10 \Rightarrow \alpha\beta\gamma = -10 \ldots\ldots\ldots$ (ii)

আবার, $\alpha\beta\gamma + \alpha\beta + \gamma\alpha + \beta\gamma = -23$

$\Rightarrow -10 + \alpha\beta + \gamma\alpha + \beta\gamma = -23$

$\Rightarrow \alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = -13 \ldots\ldots\ldots$ (iii)

আবার, $\alpha^3 + \beta^3 + \gamma^3 - 3\alpha\beta\gamma$

$= (\alpha + \beta + \gamma)\{(\alpha + \beta + \gamma)^2 - 3(\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha)\}$

$= 2\{4 + 39\} = 86$

$\therefore \alpha^3 + \beta^3 + \gamma^3 = 86 + 3\alpha\beta\gamma$

$= 86 + 3 \times (-10) = 56$ (Ans.)

14. $x^3 - 11x^2 + 47x - 85 = 0 \ldots\ldots\ldots$ (ii) [MB'21]

(গ) (ii) নং সমীকরণের মূলগুলি 5, α, β হলে, $\alpha + \frac{1}{\beta}$ এবং $\beta + \frac{1}{\alpha}$ মূলবিশিষ্ট সমীকরণটি নির্ণয় কর।

(গ) Sol^n: শর্তমতে, $5 + \alpha + \beta = 11$

$\Rightarrow \alpha + \beta = 6 \ldots\ldots\ldots$ (i);

$5\alpha\beta = 85 \Rightarrow \alpha\beta = 17 \ldots\ldots\ldots$ (ii)

নির্ণেয় সমীকরণ,

$x^2 - \left(\alpha + \beta + \frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}\right)x + 2 + \alpha\beta + \frac{1}{\alpha\beta} = 0$

$\Rightarrow x^2 - \left(6 + \frac{6}{17}\right)x + 2 + 17 + \frac{1}{17} = 0$

$\Rightarrow x^2 - \frac{108x}{17} + \frac{324}{17} = 0$

$\Rightarrow 17x^2 - 108x + 324 = 0$ (Ans.)

15. দৃশ্যকল্প: $px^2 + qx + r = 0$. [RB'17]

(গ) দৃশ্যকল্প এ উল্লিখিত সমীকরণের মূলদ্বয় α, β হলে $\frac{2}{\alpha}, \frac{2}{\beta}$ মূলবিশিষ্ট সমীকরণ নির্ণয় কর।

(গ) Sol^n: প্রদত্ত সমীকরণ, $px^2 + qx + r = 0$;

মূলদ্বয়, $\alpha, \beta \therefore \alpha + \beta = -\frac{q}{p}$ এবং $\alpha\beta = \frac{r}{p}$

$\frac{2}{\alpha}$ এবং $\frac{2}{\beta}$ মূলবিশিষ্ট সমীকরণ, $x^2 - \left(\frac{2}{\alpha} + \frac{2}{\beta}\right)x + \frac{2}{\alpha} \times \frac{2}{\beta} = 0$

$\Rightarrow x^2 - 2\left(\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}\right)x + \frac{4}{\alpha\beta} = 0$

$\Rightarrow x^2 - 2\left(\frac{\frac{-q}{p}}{\frac{r}{p}}\right)x + \frac{4}{\frac{r}{p}} = 0$

$\Rightarrow x^2 + \frac{2qx}{r} + 4 \times \frac{p}{r} = 0 \Rightarrow rx^2 + 2qx + 4p = 0$

$\therefore rx^2 + 2qx + 4p = 0$ যা নির্ণেয় সমীকরণ। (Ans.)

16. দৃশ্যকল্প: $x^2 - 5x + 3 = 0$ এর মূলদ্বয় α ও β. [JB'17]

(খ) দৃশ্যকল্প এর সাহায্যে $\frac{3}{5-\alpha}$ ও $\frac{3}{5-\beta}$ মূলবিশিষ্ট সমীকরণ নির্ণয় কর।

(খ) Sol^n: যেহেতু $x^2 - 5x + 3 = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় α ও β

$\therefore \alpha + \beta = 5 \ldots\ldots\ldots$ (i) এবং $\alpha\beta = 3 \ldots\ldots\ldots$ (ii)

এখন, প্রদত্তমূলদ্বয়ের যোগফল $\frac{3}{5-\alpha} + \frac{3}{5-\beta} = \frac{15-3\beta+15-3\alpha}{(5-\alpha)(5-\beta)}$

$= \frac{30-3(\alpha+\beta)}{25-5\alpha-5\beta+\alpha\beta}$

$\Rightarrow \frac{30-3\,5}{25-5(\alpha+\beta)+\alpha\beta} = \frac{15}{25-5\,5+3} = \frac{15}{3} = 5$

আবার, প্রদত্তমূলদ্বয়ের গুণফল

$= \frac{3}{5-\alpha} \times \frac{3}{5-\beta} = \frac{9}{25-5(\alpha+\beta)+\alpha\beta} = \frac{9}{25-5\,5+3} = \frac{9}{3} = 3$

$\therefore$ নির্ণেয় সমীকরণ $x^2 - 5x + 3 = 0$ (Ans.)

17. দৃশ্যকল্প-১: $p(x) = (a + b + c)x^2 + (b + 2c)x + c$ [নটর ডেম কলেজ, ঢাকা]

(খ) দৃশ্যকল্প-১ এর $p(x) = 0$ সমীকরণটির দুইটি মূল α এবং β হলে, $\frac{\alpha}{\alpha+1}$ এবং $\frac{\beta}{\beta+1}$ মূলবিশিষ্ট দ্বিঘাত সমীকরণ নির্ণয় কর।

(খ) Sol^n: দেওয়া আছে,

$p(x) = (a + b + c)x^2 + (b + 2c)x + c$

ধরি, সমীকরণের মূলদ্বয় α ও β

$\therefore \alpha + \beta = -\frac{b+2c}{a+b+c}, \alpha\beta = \frac{c}{a+b+c}$

এখন, $\frac{\alpha}{\alpha+1} + \frac{\beta}{\beta+1} = \frac{2\alpha\beta+\alpha+\beta}{\alpha\beta+\alpha+\beta+1} = \frac{\frac{2c}{a+b+c} - \frac{b+2c}{a+b+c}}{\frac{c}{a+b+c} - \frac{b+2c}{a+b+c}+1}$

$= \frac{2c-b-2c}{c-b-2c+a+b+c} = -\frac{b}{a}$ এবং $\left(\frac{\alpha}{\alpha+1}\right)\left(\frac{\beta}{\beta+1}\right) = \frac{\alpha\beta}{\alpha\beta+\alpha+\beta+1}$

$= \frac{\frac{c}{a+b+c}}{\frac{c}{a+b+c} - \frac{b+2c}{a+b+c}+1} = \frac{c}{c-b-2c+a+b+c} = \frac{c}{a}$

$\therefore \frac{\alpha}{\alpha+1}$ এবং $\frac{\beta}{\beta+1}$ মূলবিশিষ্ট সমীকরণ: $x^2 - \left(-\frac{b}{a}\right)x + \frac{c}{a} = 0$

$\Rightarrow x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0 \therefore ax^2 + bx + c = 0$ (Ans.)

18. দৃশ্যকল্প-১: $x^3 - 2x^2 + 3x - 4 = 0$ সমীকরণের মূলত্রয় α, β ও γ [ময়মনসিংহ গার্লস ক্যাডেট কলেজ]

(ক) দৃশ্যকল্প-১ হতে $\sum \alpha^3$ এর মান নির্ণয় কর।

(ক) Sol^n: দেওয়া আছে, $x^3 - 2x^2 + 3x - 4 = 0$ সমীকরণের মূলত্রয় α, β ও γ

$\therefore \alpha + \beta + \gamma = -\frac{-2}{1} = 2, \alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = \frac{3}{1} = 3$

এবং $\alpha\beta\gamma = -\frac{-4}{1} = 4$

Educationblog24.com

তখন, $\sum\alpha^3 = \alpha^3+\beta^3+\gamma^3 = (\alpha+\beta+\gamma)(\alpha^2+\beta^2+\gamma^2-\alpha\beta-\beta\gamma-\gamma\alpha)+3\alpha\beta\gamma$
$= (\alpha+\beta+\gamma)\{(\alpha+\beta+\gamma)^2-3(\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha)\}+3\alpha\beta\gamma = 2\{2^2-3\cdot3\}+3\cdot4 = 2$ (Ans.)

19. দৃশ্যকল্প-২: $3x^3-2x^2+1=0$ সমীকরণের মূলগুলি p, q এবং r [সিলেট সরকারি মহিলা কলেজ]

(গ) $\sum\frac{p^2q}{r}$ এর মান নির্ণয় কর।

(গ) Sol^n: দেওয়া আছে,
$3x^3-2x^2+1=0$ সমীকরণের মূলত্রয় p, q ও r
$\therefore \sum p = p+q+r = \frac{2}{3}, \sum pq = pq+qr+rp = 0$
এবং $pqr = -\frac{1}{3}$

প্রদত্ত রাশি: $\sum\frac{p^2q}{r} = \frac{p^2q}{r}+\frac{p^2r}{q}+\frac{q^2p}{r}+\frac{q^2r}{p}+\frac{r^2p}{q}+\frac{r^2q}{p}$
$= \frac{p^3q^2+p^3r^2+q^3p^2+q^3r^2+r^3p^2+r^3q^2}{pqr}$
$= \frac{p^2q^2(p+q+r)+p^2r^2(p+q+r)+q^2r^2(p+q+r)-r^2p^2q-p^2q^2r-q^2r^2p}{pqr}$
$= \frac{\sum p(p^2q^2+q^2r^2+r^2p^2)-pqr\cdot\sum pq}{pqr}$
$= \frac{\sum p\{(\sum(pq)^2-2pq^2r-2p^2qr-2pqr\}-pqr\cdot\sum pq}{pqr}$
$= \frac{\frac{2}{3}\{0-2(-\frac{1}{3})\frac{2}{3}\}-(-\frac{1}{3})0}{-\frac{1}{3}} = -\frac{8}{9}$ (Ans.)

নিজে করো

20. দৃশ্যকল্প-১: $3x^2-4x+1=0$ সমীকরণের মূলদ্বয় a ও b. [SB'23]
(খ) দৃশ্যকল্প-১ হতে $a+\frac{1}{b}$ ও $b+\frac{1}{a}$ মূলবিশিষ্ট দ্বিঘাত সমীকরণ নির্ণয় কর। [Ans: $3x^2-16x+16=0$]

21. দৃশ্যকল্প: $ax^3+3bx^2+3cx+d=0$ সমীকরণের মূলদ্বয় α, β, γ [CB'23]
(খ) দেখাও যে, $\sum(\alpha-\beta)^2 = \frac{18(b^2-ac)}{a^2}$

22. দৃশ্যকল্প-২: $x^3+dx+h=0$. [Ctg.B'22]
(গ) দৃশ্যকল্প-২ এর সমীকরণের মূলত্রয় α, β, γ হইলে $\sum\frac{1}{\alpha^3}$ এর মান নির্ণয় কর। [Ans: $\frac{3h^2-d^3}{h^3}$]

23. $2x^3-3x^2+4x-1=0$ বহুপদী সমীকরণ। [CB'22]
(গ) উদ্দীপকে উল্লিখিত ত্রিঘাত সমীকরণের মূলত্রয় α, β, γ হলে $\sum\alpha^2\beta$ এর মান নির্ণয় কর। [Ans: $\frac{3}{2}$]

24. $\varphi(x) = ax^3+bx^2+cx+d$ [DB'21]
(খ) $\Phi(x)=0$ সমীকরণে $a=4, b=-2, c=0$ এবং $d=3$ হলে এবং মূলগুলো α, β, γ হলে $\sum\alpha^2\beta$ এর মান নির্ণয় কর। [Ans: 1]

25. $ax^3+bx^2+cx+d=0$ একটি ত্রিঘাত সমীকরণ। [SB'21]
(খ) যদি $a=3, b=-2, c=0, d=1$ হয় এবং সমীকরণটির মূলত্রয় α, β, γ হয় তবে $\sum\alpha^2\beta$ বের কর। [Ans: অপর মূলগুলি 1, 5]

26. $\Psi(x) = x^3-3x^2+5x-8$ [BB'21]
(গ) $\Psi(x)=0$ সমীকরণের মূলত্রয় a, b, c হলে $\sum a^3b$ এর মান নির্ণয় কর। [Ans: −29]

27. $f(x) = x^3+2x^2+x+3$ একটি বহুপদী রাশি। [CB'19]
(খ) $f(x)=0$ বহুপদীর সমীকরণের মূলত্রয় α, β, γ হলে, $\sum\alpha^3$ এর মান নির্ণয় কর। [Ans: −11]

Type-08: মূলগুলো বিভিন্ন প্রগমনভুক্ত সম্পর্কিত

Concept

- কোনো ত্রিঘাত সমীকরণের মূলগুলো-
  (i) সমান্তর প্রগমনে থাকলে মূলগুলোকে $\alpha-d, \alpha, \alpha+d$ ধরতে হবে। [সাধারণ অন্তর = d]
  (ii) গুণোত্তর প্রগমনে থাকলে $\frac{\alpha}{r}, \alpha, \alpha r$ ধরতে হবে। [সাধারণ অনুপাত = r]
- কোনো চতুর্ঘাত সমীকরণের মূলগুলো-
  (i) সমান্তর প্রগমনে থাকলে $\alpha-3d, \alpha-d, \alpha+d, \alpha+3d$ ধরতে হবে। [সাধারণ অন্তর = 2d]
  (ii) গুণোত্তর প্রগমনে থাকলে $\frac{\alpha}{r^3}, \frac{\alpha}{r}, \alpha r, \alpha r^3$ ধরতে হবে। [সাধারণ অনুপাত = r^2]
- a, b, c ভাজিত/হারমোনিক/বিপরীত প্রগমনে থাকলে, $\frac{1}{a}+\frac{1}{c}=\frac{2}{b}$

Educationblog24.com

সৃজনশীল প্রশ্ন (ক, খ ও গ)

01. (ii) $S = 6x^3 - 20x^2 + 5$ এবং $T = 6 - 6x - 9x^2$

(গ) যদি $S = T$ সমীকরণটির মূলগুলো সমান্তর প্রগমনের গৌণিক বিপরীত প্রগমনভুক্ত হয় তবে, x এর মান নির্ণয় কর। [JB'23]

(গ) Sol^n: দেওয়া আছে, $S = T$

$\Rightarrow 6x^3 - 20x^2 + 5 = 6 - 6x - 9x^2$

$\Rightarrow 6x^3 + 9x^2 - 20x^2 + 6x + 5 - 6 = 0$

$\Rightarrow 6x^3 - 11x^2 + 6x - 1 = 0$

ধরি, মূলগুলো যথাক্রমে $\frac{1}{\alpha-d}, \frac{1}{\alpha}, \frac{1}{\alpha+d}$

প্রশ্নমতে, $\frac{1}{(\alpha-d)\alpha(\alpha+d)} = \frac{1}{6} \Rightarrow \alpha(\alpha^2 - d^2) = 6 \ldots\ldots\ldots$ (i)

আবার, $\frac{1}{(\alpha-d)\alpha} + \frac{1}{\alpha(\alpha+d)} + \frac{1}{(\alpha+d)(\alpha-d)} = 1$

$\Rightarrow \frac{\alpha+d+\alpha-d+\alpha}{\alpha(\alpha-d)(\alpha+d)} = 1 \Rightarrow \frac{3\alpha}{\alpha(\alpha^2-d^2)} = 1 \ldots\ldots\ldots$ (ii)

$\Rightarrow \frac{3\alpha}{6} = 1 \Rightarrow \alpha = 2$ [(i) নং হতে পাই]

(ii) নং সমীকরণ হতে পাই, $\frac{3\alpha}{\alpha(\alpha^2-d^2)} = 1 \Rightarrow \frac{3}{\alpha^2-d^2} = 1$

$\Rightarrow \frac{3}{4-d^2} = 1 \Rightarrow 3 = 4 - d^2 \Rightarrow d^2 = 1 \therefore d = \pm 1$

$\therefore$ নির্ণেয় মূলত্রয় $\left(\frac{1}{2-1}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2+1}\right) = \left(1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}\right)$ (Ans.)

02. দৃশ্যকল্প-২: $8x^3 - 36x^2 + 22x + 21 = 0$. [MB'23]

(গ) দৃশ্যকল্প-২: এর সমীকরণের মূলত্রয় সমান্তর প্রগমনভুক্ত হলে মূলগুলো নির্ণয় কর।

(গ) Sol^n: দেওয়া আছে, $8x^3 - 36x^2 + 22x + 21 = 0$

সমীকরণের মূলত্রয় সমান্তর প্রগমনভুক্ত।

ধরি, মূলত্রয় $\alpha + k, \alpha$ ও $\alpha - k$;

[যেখানে k একটি ইচ্ছামূলক ধ্রুবক]

এখন, $(\alpha + k) + \alpha + (\alpha - k) = -\left(\frac{-36}{8}\right) = \frac{9}{2}$

$\Rightarrow 3\alpha = \frac{9}{2} \Rightarrow \alpha = \frac{3}{2} \ldots\ldots\ldots$ (i)

এবং $\alpha(\alpha + k)(\alpha - k) = \frac{-21}{8} \Rightarrow \alpha(\alpha^2 - k^2) = \frac{-21}{8}$

$\Rightarrow k^2 = \alpha^2 + \left(\frac{21}{8}\right) \times \frac{1}{\alpha}$

$\Rightarrow k^2 = \left(\frac{3}{2}\right)^2 + \frac{21}{8} \times \frac{2}{3} = \frac{9}{4} + \frac{7}{4} = \frac{16}{4} = 4$

$\therefore k = \pm 2$; $\therefore$ মূলত্রয় α ও $\alpha \pm 2$ অর্থাৎ, $-\frac{1}{2}, \frac{3}{2}$ ও $\frac{7}{2}$ (Ans.)

03. $g(x) = 3x^3 - 26x^2 + 52x - 24$ [DB'22]

(গ) $g(x) = 0$ সমীকরণের মূলগুলো গুণোত্তর প্রগমনে হলে, সমীকরণটি সমাধান কর।

(গ) Sol^n: প্রদত্ত সমীকরণ,

$g(x) = 3x^3 - 26x^2 + 52x - 24 = 0 \ldots\ldots\ldots$ (i)

ধরি, মূলগুলো হলো $\alpha r, \alpha, \frac{\alpha}{r}$;

শর্তমতে, $\alpha r + \alpha + \frac{\alpha}{r} = \frac{26}{3}$

$\Rightarrow \alpha\left(r + 1 + \frac{1}{r}\right) = \frac{26}{3} \ldots\ldots\ldots$ (ii)

এবং, $\alpha r \cdot \alpha \cdot \frac{\alpha}{r} = \frac{24}{3} \Rightarrow \alpha^3 = \frac{24}{3} = 8 \Rightarrow \alpha = 2$

সমীকরণ (ii) থেকে-$2\left(r + 1 + \frac{1}{r}\right) = \frac{26}{3}$

$\Rightarrow \frac{r^2+r+1}{r} = \frac{13}{3} \Rightarrow 3r^2 + 3r + 3 = 13r$

$\Rightarrow 3r^2 - 10r + 3 = 0 \Rightarrow r = 3, \frac{1}{3}$

$\therefore r = 3$ হলে, $\alpha r = 6$, $\alpha = 2, \frac{\alpha}{r} = \frac{2}{3}$ এবং $r = \frac{1}{3}$ হলে,

$\alpha r = \frac{2}{3}$, $\alpha = 2, \frac{\alpha}{r} = 6$ $\therefore$ মূলগুলো $= 2, 6, \frac{2}{3}$ (Ans.)

04. $M(y) = 8y^3 - 42y^2 + 63y - 27$. [JB'22]

(গ) $M(x) = 0$ সমীকরণটির মূলগুলো গুণোত্তর প্রগমনভুক্ত হলে সমীকরণটির সমাধান কর।

(গ) Sol^n: $M(x) = 8x^3 - 42x^2 + 63x - 27 = 0 \ldots\ldots\ldots$ (i)

ধরি, মূলগুলো হলো $a, ar, \frac{a}{r}$ $\therefore a + ar + \frac{a}{r} = \frac{42}{8} = \frac{21}{4}$

$\Rightarrow a\left(1 + r + \frac{1}{r}\right) = \frac{21}{4} \ldots\ldots\ldots$ (ii)

এবং $a^3 = \frac{27}{8}$ বা, $a = \frac{3}{2}$

(ii) থেকে $\Rightarrow \frac{3}{2}\left(r + \frac{1}{r} + 1\right) = \frac{21}{4}$

$\Rightarrow \frac{1+r+r^2}{r} = \frac{7}{2} \Rightarrow 2r^2 + 2r + 2 = 7r$

$\Rightarrow 2r^2 - 5r + 2 = 0 \Rightarrow 2r^2 - 4r - r + 2 = 0$

$\Rightarrow (r - 2)(2r - 1) = 0 \therefore r = 2, \frac{1}{2}$

এখন, $r = 2$ হলে, $\frac{a}{r} = \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{4}$; $ar = 3$ এবং $a = \frac{3}{2}$

আবার, $r = \frac{1}{2}$ হলে, $\frac{a}{r} = \frac{\frac{3}{2}}{\frac{1}{2}} = 3$ এবং $ar = \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{4}$

$\therefore$ মূলগুলি $\frac{3}{4}, \frac{3}{2}, 3$ (Ans.)

05. (ক) m এর মান কত হলে $(m^2 - 3)x^2 + 3mx + 3m + 1 = 0$ সমীকরণের মূল দুটি পরস্পর গৌণিক বিপরীতক হবে? [DB'21]

(ক) Sol^n: $(m^2 - 3)x^2 + 3mx + (3m + 1) = 0$ এর মূলদ্বয় α ও $\frac{1}{\alpha}$ হলে, $\alpha \times \frac{1}{\alpha} = \frac{3m+1}{m^2-3} \Rightarrow m^2 - 3 = 3m + 1$

$\Rightarrow m^2 - 3m - 4 = 0 \Rightarrow (m - 4)(m + 1) = 0$

$\therefore m = 4, -1$ (Ans.)

06. $f(x) = x^2 - 4qx + p^2$ ও $g(x) = qx^2 + px + q$ যেখানে $p, q \in \mathbb{R}$ [চট্টগ্রাম কলেজ]

(গ) যদি $g(x) = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় α, β এবং $f(x) = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় μ, δ হয় এবং $\alpha, \beta, \mu, \delta$ গুণোত্তর প্রগমনভুক্ত হয়, তবে দেখাও যে, $p^4 - 16q^4 = 0$

(গ) Sol^n: $g(x) = qx^2 + px + q = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় α, β হলে, $\alpha + \beta = -\frac{p}{q}$ এবং $\alpha\beta = \frac{q}{q} = 1$

Educationblog24.com

আবার, $f(x) = x^2 - 4qx + p^2$ এর মূলদ্বয় μ, δ হলে,

$\mu + \delta = 4q$ এবং $\mu\delta = p^2$

α, β, μ ও δ গুণোত্তর প্রগমনভুক্ত হলে,

$\frac{\alpha}{\beta} = \frac{\mu}{\delta} \Rightarrow \frac{\alpha}{\mu} = \frac{\beta}{\delta} = \frac{\alpha+\beta}{\mu+\delta} \therefore \frac{\alpha}{\mu} = \frac{\alpha+\beta}{\mu+\delta}$ এবং $\frac{\beta}{\delta} = \frac{\alpha+\beta}{\mu+\delta}$

$\therefore \frac{\alpha\beta}{\mu\delta} = \frac{(\alpha+\beta)^2}{(\mu+\delta)^2} \Rightarrow \frac{1}{p^2} = \frac{p^2}{16q^2} \Rightarrow \frac{1}{p^2} = \frac{p^2}{16q^4}$

$\Rightarrow 16q^4 = p^4 \therefore p^4 - 16q^4 = 0$ **(Showed)**

07 **দৃশ্যকল্প-২: $ax^3 - bx^2 + cx + d = 0$**

[চুয়াডাঙ্গা সরকারি কলেজ]

(গ) দৃশ্যকল্প-২ হতে $a = 3, b = 22, c = 48$ ও $d = -32$ এবং মূলগুলি ভাজিত প্রগমনে থাকলে সমীকরণটি সমাধান কর।

(গ) Sol^n: দেওয়া আছে, $a = 3, b = 22, c = 48$ ও $d = -32$

প্রদত্ত সমীকরণ: $ax^3 - bx^2 + cx + d = 0$

$\Rightarrow 3x^3 - 22x^2 + 48x - 32 = 0$

ধরি, মূলত্রয় α, β ও γ।

মূলত্রয় ভাজিত প্রগমনে থাকলে: $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{2}{\gamma}$ ..... (i)

এবং $\sum\alpha = \alpha + \beta + \gamma = \frac{22}{3}$,

$\sum\alpha\beta = \alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = \frac{48}{3} = 16, \alpha\beta\gamma = \frac{32}{3}$

(i) নং হতে পাই, $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{2}{\gamma} \Rightarrow \frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta} = \frac{2}{\gamma}$

$\Rightarrow \beta\gamma + \gamma\alpha + \alpha\beta = 3\alpha\beta \Rightarrow 3\alpha\beta = 16$

$\therefore \alpha\beta = \frac{16}{3}$ ..... (ii)

আবার, $\alpha\beta\gamma = \frac{32}{3} \Rightarrow \frac{16}{3} \cdot \gamma = \frac{32}{3} \therefore \gamma = 2$

এবং $\alpha + \beta + \gamma = \frac{22}{3}$

$\Rightarrow \alpha + \beta = \frac{22}{3} - \gamma = \frac{22}{3} - 2 = \frac{16}{3}$ ..... (iii)

ধরি, $\alpha > \beta \therefore \alpha - \beta = \sqrt{(\alpha+\beta)^2 - 4\alpha\beta}$

$= \sqrt{\left(\frac{16}{3}\right)^2 - 4\left(\frac{16}{3}\right)} = \frac{8}{3}$ ..... (iv)

তখন, (iii) + (iv) $\Rightarrow 2\alpha = \frac{16}{3} + \frac{8}{3} \Rightarrow \alpha = \frac{24}{6} \therefore \alpha = 4$

এবং (ii) নং এ α এর মান বসিয়ে পাই, $4\beta = \frac{16}{3} \therefore \beta = \frac{4}{3}$

$\therefore$ নির্ণেয় মূলত্রয়: $\frac{4}{3}, 2, 4$ **(Ans.)**

Type-09: সাধারণ মূল সংক্রান্ত

Concept

♦ **দুইটি দ্বিঘাত সমীকরণের একটি সাধারণ মূল থাকলে:**

$a_1x^2 + b_1x + c_1 = 0$ এবং $a_2x^2 + b_2x + c_2 = 0$ এর একটি সাধারণ মূল α হলে,

$a_1\alpha^2 + b_1\alpha + c_1 = 0$ এবং $a_2\alpha^2 + b_2\alpha + c_2 = 0$

বজ্রগুণনের মাধ্যমে সমাধান করে পাই, $\boxed{(a_1b_2 - a_2b_1)(b_1c_2 - b_2c_1) = (c_1a_2 - c_2a_1)^2}$ [12 21 rule]

♦ **দুইটি দ্বিঘাত সমীকরণের দুইটি সাধারণ মূল থাকলে:**

দুইটি দ্বিঘাত সমীকরণের দুইটি মূলই সমান হবে (বা দুইটি সাধারণ মূল থাকবে) যদি একটি সমীকরণ অপরটির গুণিতক হয় বা সমীকরণদ্বয়ের x^2, x এর সহগগুলোর এবং ধ্রুবক পদের অনুপাত সমান হয়।

অর্থাৎ, $a_1x^2 + b_1x + c_1 = 0$ এবং $a_2x^2 + b_2x + c_2 = 0$ এর 2 টি মূলই সমান হলে, $\boxed{\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}}$

Shortcut for MCQ:

$x^2 - 5x + 6 = 0 \longrightarrow (x-2)(x-3) = 0$
$x^2 - 6x + 8 = 0 \longrightarrow (x-2)(x-4) = 0$
} এখান থেকে বলা যায় সাধারণ মূল 2

কিন্তু দুইটি সমীকরণ দেওয়া থাকলে যদি তাদের সাধারণ মূল থাকে তাহলে তা নির্ণয়ের সহজ উপায় হলো সমীকরণদ্বয় বিয়োগ করে দেওয়া (x^2 এর সহগ একই রেখে)-

$x^2 - 5x + 6 = 0$
$x^2 - 6x + 8 = 0$
$(-) \quad (+) \quad (-)$
$x - 2 = 0$

$\therefore \boxed{x = 2}$ ← সাধারণ মূল= 2

বি. দ্র.: 2 টি সমীকরণের সাধারণ মূল না থাকলেও বিয়োগ করলে x এর একটি মান আসবে। কিন্তু সেটা উক্ত সমীকরণদ্বয়ের একটিরও মূল নয়। তাই 2 টি সমীকরণ বিয়োগ করে প্রাপ্ত x এর মানটিকে যেকোন একটি সমীকরণে বসিয়ে দিলে যদি L.H.S = R.H.S হয়, তাহলে ঐটাই সাধারণ মূল।

Educationblog24.com

সৃজনশীল প্রশ্ন (ক, খ ও গ)

01. উদ্দীপক-১: $2mx^2 + nx + 1 = 0$ এবং $nx^2 + 2mx + 1 = 0$ [DB'23]

(খ) উদ্দীপক-১ এর সমীকরণ দুইটির একটিমাত্র সাধারণ মূল থাকলে, প্রমাণ কর যে, $2m + n + 1 = 0$

(খ) Sol^n: ধরি, সাধারণ মূলটি α

অর্থাৎ, $2m\alpha^2 + n\alpha + 1 = 0$ ... ... (i)

$n\alpha^2 + 2m\alpha + 1 = 0$ ... ... (ii)

আড়গুণন পদ্ধতি প্রয়োগ করে, $\frac{\alpha^2}{n-2m} = \frac{\alpha}{n-2m} = \frac{1}{(2m)^2-m^2}$

প্রথম দুটি অনুপাত নিয়ে পাই, $\frac{\alpha^2}{n-2m} = \frac{\alpha}{n-2m} = \alpha$

$\Rightarrow \alpha = 1$ ... ... (iii)

(iii) হতে α এর মান (i) এ বসিয়ে পাই,

$2m \times 1^2 + n \times 1 + 1 = 0$

$\Rightarrow 2m + n + 1 = 0$ **(Proved)**

02. **(i) $ax^2 + 2cx + 2b = 0$; (ii) $ax^2 + 2bx + 2c = 0$** [Ctg.B'23]

(খ) (i) ও (ii) নং সমীকরণের একটি সাধারণ মূল থাকলে দেখাও যে, $a + 2b + 2c = 0$

(খ) Sol^n: দেওয়া আছে, $ax^2 + 2cx + 2b = 0$ ... ... (i)

$ax^2 + 2bx + 2c = 0$ ... ... (ii)

(i) ও (ii) নং সমীকরণের একটি সাধারণ মূল α হলে,

$a\alpha^2 + 2c\alpha + 2b = 0$ ... ... (iii)

$a\alpha^2 + 2b\alpha + 2c = 0$ ... ... (iv)

(iii) ও (iv) আড়গুণন করে পাই,

$$\frac{\alpha^2}{\begin{vmatrix} 2c & 2b \\ 2b & 2c \end{vmatrix}} = \frac{-\alpha}{\begin{vmatrix} a & 2b \\ a & 2c \end{vmatrix}} = \frac{1}{\begin{vmatrix} a & 2c \\ a & 2b \end{vmatrix}}$$

$$\Rightarrow \frac{\alpha^2}{4c^2-4b^2} = \frac{-\alpha}{2ca-2ba} = \frac{1}{2ab-2ac}$$

২য় ও ৩য় অনুপাত হতে, $\frac{\alpha}{2ba-2ca} = \frac{1}{2ab-2ac} \therefore \alpha = 1$

১ম ও ২য় অনুপাত হতে, $\frac{\alpha^2}{4(c^2-b^2)} = \frac{\alpha}{2ab-2ca}$

$\Rightarrow \alpha = \frac{4(c^2-b^2)}{2a(b-c)} \Rightarrow 4(c+b)(c-b) = 2a(b-c)$

$\Rightarrow 2(c+b)(c-b) + a(c-b) = 0$

$(c-b)\{2(c+b) + a\} = 0$

হয়, $c - b = 0$	অথবা, $a + 2b + 2c = 0$
কিন্তু, $c \neq b$	**(Showed)**
যেহেতু (i) ও (ii) নং সরলরেখা একই হবে	

03. $f(x) = mx^2 + nx + l$ [BB'23]

(গ) যদি $f(y) = 0$ এবং $f\left(\frac{1}{y}\right) = 0$ সমীকরণের একটি মূল সাধারণ হয়, তবে দেখাও যে, $l + m = \pm n$.

(গ) Sol^n: $f(y) \Rightarrow my^2 + ny + l = 0$ ... ... (i)

$f\left(\frac{1}{y}\right) = 0 \Rightarrow \frac{m}{y^2} + \frac{n}{y} + l = 0$

$\Rightarrow ly^2 + ny + m = 0$ ... ... (ii)

(i) ও (ii) এর সাধারণ মূল ধরি α

(i) $\Rightarrow m\alpha^2 + n\alpha + l = 0$; (2) $\Rightarrow l\alpha^2 + n\alpha + m = 0$

$\therefore \frac{\alpha^2}{mn-ln} = \frac{\alpha}{l^2-m^2} = \frac{1}{mn-ln} \Rightarrow \alpha^2 = 1$

আবার, $\alpha = \frac{mn-ln}{l^2-m^2} = \frac{n(m-l)}{(m+l)(l-m)} = \frac{-n(l-m)}{(m+l)(l-m)} = \frac{-n}{m+l}$

$\Rightarrow \alpha^2 = \left(\frac{-n}{m+l}\right)^2 = 1 \Rightarrow \frac{n^2}{(m+l)^2} = 1 \Rightarrow (l+m)^2 = n^2$

$\therefore l + m = \pm n$ **(দেখানো হলো)**

04. দৃশ্যকল্প-১: $ax^2 + bx + c = 0$ এবং $bx^2 + cx + a = 0$

(খ) দৃশ্যকল্প-১: এর দ্বিঘাত সমীকরণদ্বয়ের একটি সাধারণ মূল থাকলে দেখাও যে, $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$. [MB'23]

(খ) Sol^n: ধরি, সাধারণ মূলটি λ। সুতরাং λ দ্বারা উভয় সমীকরণ সিদ্ধ হবে।

অর্থাৎ, $a\lambda^2 + b\lambda + c = 0$ ... ... (i)

এবং $b\lambda^2 + c\lambda + a = 0$ ... ... (ii)

আড়গুণন পদ্ধতি প্রয়োগ করে পাই, $\frac{\lambda^2}{ab-c^2} = \frac{\lambda}{bc-a^2} = \frac{1}{ca-b^2}$

প্রথম দুটি অনুপাত নিয়ে পাই, $\frac{\lambda^2}{ab-c^2} = \frac{\lambda}{bc-a^2}$	শেষের দুটি অনুপাত নিয়ে পাই, $\frac{\lambda}{bc-a^2} = \frac{1}{ca-b^2}$
$\Rightarrow \lambda = \frac{ab-c^2}{bc-a^2}$ ... ... (iii)	$\Rightarrow \lambda = \frac{bc-a^2}{ca-b^2}$ ... ... (iv)

(iii) ও (iv) কে সমন্বয় করে পাই, $\frac{ab-c^2}{bc-a^2} = \frac{bc-a^2}{ca-b^2}$

$\Rightarrow (bc - a^2)^2 = (ab - c^2)(ca - b^2)$

$\Rightarrow b^2c^2 + a^4 - 2a^2bc = a^2bc - ab^3 - c^3a + b^2c^2$

$\Rightarrow a^4 + ab^3 + c^3a = 3a^2bc$

$\Rightarrow a(a^3 + b^3 + c^3) = a \cdot 3abc$

$\therefore a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$ **[Showed]**

05. $\varphi(x) = lx^2 + mx + n$ এবং $\Psi(x) = nx^2 + mx + l$ [RB'22]

(খ) $\varphi(x) = 0$ এবং $\Psi(x) = 0$ সমীকরণদ্বয়ের একটিমাত্র সাধারণ মূল থাকলে m কে l ও n এর মাধ্যমে প্রকাশ কর।

(খ) Sol^n: প্রদত্ত সমীকরণ, $\phi(x) = lx^2 + mx + n = 0$ ... (i)

এবং $\psi(x) = nx^2 + mx + l = 0$ ... ... (ii)

সমীকরণদ্বয়ের সাধারণ মূল $\alpha \therefore l\alpha^2 + m\alpha + n = 0$ ... (iii)

এবং $n\alpha^2 + m\alpha + l = 0$ ... ... (iv)

(iii) ও (iv) থেকে $\Rightarrow \frac{\alpha^2}{ml-mn} = \frac{\alpha}{n^2-l^2} = \frac{1}{ml-mn}$ ... ... (v)

সমীকরণ (v) হতে, $\alpha^2 = 1 \Rightarrow \alpha = \pm 1$ এবং $\alpha = \frac{n^2-l^2}{ml-mn}$

$\alpha = 1$ হলে, $n^2 - l^2 = m(l - n) \Rightarrow m = -(n + l)$

$\alpha = -1$ হলে, $n^2 - l^2 = m(n - l) \Rightarrow m = n + l$ **(Ans.)**

Educationblog24.com

06. দৃশ্যকল্প-২: $ax^2 + 3x + c = 0$ এবং $cx^2 + 3x + a = 0$ দুইটি দ্বিঘাত সমীকরণ। [Din.B'22]

(গ) যদি দৃশ্যকল্প-২ এর সমীকরণদ্বয়ের একটি সাধারণ মূল থাকে তাহলে প্রমাণ কর যে, $c + a = \pm 3$.

(গ) Sol^n: ধরি, সাধারণ মূল $= \beta$

$\therefore a\beta^2 + 3\beta + c = 0 \therefore ca\beta^2 + 3c\beta + c^2 = 0$ ... (i)

এবং $c\beta^2 + 3\beta + a = 0 \therefore ca\beta^2 + 3a\beta + a^2 = 0$ ... (ii)

এখন, (i) − (ii) $\Rightarrow 3(c-a)\beta + (c^2 - a^2) = 0$

$\Rightarrow 3\beta + c + a = \frac{0}{c-a} \therefore \beta = \frac{c+a}{-3}$

$\therefore$ সাধারণ মূল, $x = \frac{c+a}{-3}$

তাহলে, $ax^2 + 3x + c = 0$ [১ম সমীকরণ]

$\Rightarrow a\left(\frac{c+a}{-3}\right)^2 + 3 \times \frac{c+a}{-3} + c = 0$

$\Rightarrow a \times \frac{c^2+2ca+a^2}{9} - c - a + c = 0$

$\Rightarrow c^2 + 2ca + a^2 - 9 = 0$ [উভয়পক্ষকে $\frac{9}{a}$ দ্বারা গুণ]

$\Rightarrow (c+a)^2 = (\pm 3)^2 \therefore c + a = \pm 3$ **(Proved)**

07. দৃশকল্প-২: $ax^2 + bx + c = 0$ ... ... (i) [MB'22]

$cx^2 - 2bx + 4a = 0$ ... ... (ii)

(গ) (i) নং সমীকরণের মূলদ্বয় α ও β এবং (ii) নং সমীকরণের মূলদ্বয় β ও γ হলে প্রমাণ কর যে, $2a + c = 0$ অথবা $(2a - c)^2 + 2b^2 = 0$.

(গ) Sol^n: $ax^2 + bx + c = 0$ যার মূলদ্বয় α ও β এবং $cx^2 - 2bx + 4a = 0$ যার মূলদ্বয় β ও $\gamma \therefore \alpha + \beta = -\frac{b}{a}$

$\alpha\beta = \frac{c}{a}; \beta + \gamma = \frac{2b}{c}; \beta\gamma = \frac{4a}{c}$

উভয় সমীকরণের সাধারণ মূল $\beta \therefore c\beta^2 - 2b\beta + 4a = 0$ .... (i)

$a\beta^2 + b\beta + c = 0$ ... ... (ii)

$\therefore \frac{\beta^2}{-2bc-4ab} = \frac{\beta}{4a^2-c^2} = \frac{1}{bc+2ab}$,

এখন, $\beta^2 = -\frac{2(2ab+bc)}{2ab+bc} = -2$

আবার, $\beta = \frac{(2a+c)(2a-c)}{b(2a+c)} \Rightarrow \beta^2 = \frac{(2a+c)^2(2a-c)^2}{b^2(2a+c)^2}$

$\Rightarrow -2b^2(2a+c)^2 - (2a+c)^2(2a-c)^2 = 0$

$\Rightarrow (2a+c)^2[2b^2 + (2a-c)^2] = 0$;

হয়, $(2a+c)^2 = 0 \Rightarrow 2a + c = 0$

অথবা, $2b^2 + (2a-c)^2 = 0$ **(Proved)**

08. $f(x) = x^2 + 2px + q$ [DB'21]

$g(x) = x^2 + mx + l$

(গ) $f(x) = 0$ সমীকরণে $p = \frac{l}{2}$ এবং $q = m$. আবার, $f(x) = 0$ ও $g(x) = 0$ সমীকরণদ্বয়ের একটি সাধারণ মূল বিদ্যমান হলে দেখাও যে, $2x^2 + (l + m - 2)x = (l + m - 2)^2$ সমীকরণের মূলদ্বয় 3 এবং $\frac{-1}{2}$.

(গ) Sol^n: $f(x) = 0 \Rightarrow x^2 + 2px + q = 0$

$\Rightarrow x^2 + 2 \times \frac{l}{2}x + m = 0 \Rightarrow x^2 + lx + m = 0$ ..... (i)

$g(x) = 0 \Rightarrow x^2 + mx + l = 0$ ... ... (ii)

এখন, সাধারণ মূল α হলে,

$\alpha^2 + l\alpha + m = 0$ ... ... (iii)

$\alpha^2 + m\alpha + l = 0$ ... ... (iv)

(−) করে, $(l - m)\alpha + (m - l) = 0 \Rightarrow \alpha = 1$

(iii) এ বসাই, $1 + l + m = 0 \therefore l + m = -1$

এখন, $2x^2 + (l + m - 2)x = (l + m - 2)^2$

$\Rightarrow 2x^2 - 3x = 9 \Rightarrow 2x^2 - 3x - 9 = 0$

$\Rightarrow 2x^2 - 6x + 3x - 9 = 0$

$\Rightarrow 2x(x-3) + 3(x-3) = 0 \Rightarrow (x-3)(2x+3) = 0$

হয়, $x - 3 = 0; x = 3$ অথবা, $2x + 3 = 0 \therefore x = -\frac{3}{2}$

$\therefore$ মূলদ্বয় 3 ও $-\frac{3}{2}$ (দেখানো হলো)

09. দৃশ্যকল্প-২: $x^2 + x - k = 0$ এবং $x^2 - 7x + (k + 4) = 0$ দুটি দ্বিঘাত সমীকরণ। [Ctg.B'21]

(গ) দৃশ্যকল্প-২ এর আলোকে সমীকরণ দুটির একটি মাত্র সাধারণ মূল থাকলে k এর মান নির্ণয় কর।

(গ) Sol^n: সাধারণ মূল β হলে,

$\beta^2 + \beta - k = 0$

$\beta^2 - 7\beta + (k + 4) = 0$

$8\beta - k - (k + 4) = 0$ [বিয়োগ করে]

$\Rightarrow 8\beta - 2k - 4 = 0 \Rightarrow 8\beta = 2k + 4 \therefore \beta = \frac{k+2}{4}$

$\therefore$ সাধারণ মূল, $x = \frac{k+2}{4}$

$\therefore \left(\frac{k+2}{4}\right)^2 + \frac{k+2}{4} - k = 0$ [১ম সমীকরণ এ মান বসিয়ে]

$\Rightarrow \frac{k^2+4k+4+4k+8-16k}{16} = 0 \Rightarrow k^2 - 8k + 12 = 0$

$\therefore k = \frac{-(-8) \pm \sqrt{(-8)^2 - 4 \times 1 \times 12}}{2 \times 1} = 2, 6$ **(Ans.)**

10. দৃশ্যকল্প-২: $x^2 + gx + h = 0, x^2 + hx + g = 0$.

(গ) দৃশ্যকল্প-২ এর সমীকরণদ্বয়ের একটি সাধারণ মূল থাকলে, অপর মূলদ্বয় দ্বারা সমীকরণ গঠন কর। [JB'21]

(গ) Sol^n: ধরি, সাধারণ মূল α; $\alpha^2 + g\alpha + h = 0$ ..... (i);

$\alpha^2 + h\alpha + g = 0$ ..... (ii)

এখন, (i) − (ii) $\Rightarrow \alpha(g - h) + h - g = 0$

$\Rightarrow (g - h)(\alpha - 1) = 0$

এখানে, $g \neq h \therefore \alpha = 1 \therefore$ অন্য মূল দুটি $\frac{h}{1}, \frac{g}{1} = h, g$

$\therefore$ নির্ণেয় সমীকরণ, $x^2 - (g + h)x + gh = 0$ **(Ans.)**

11. দৃশ্যকল্প-২: $x^2 + ax + b = 0$ এবং $x^2 + bx + a = 0$. [CB'21]

(গ) দৃশ্যকল্প-২ এর সমীকরণদ্বয়ের একটি সাধারণ মূল থাকলে দেখাও যে, তাদের অপর দুটি মূল দ্বারা গঠিত সমীকরণটি $x^2 + x + ab = 0$.

Educationblog24.com

(গ) Sol^{n}: $x^2 + ax + b = 0 \cdots\cdots\cdots$ (i);

$x^2 + bx + a = 0 \cdots\cdots\cdots$ (ii)

একটি সাধারণ মূল থাকলে ধরি, সেটি α

$\therefore \frac{\alpha^2}{a^2-b^2} = \frac{-\alpha}{a-b} = \frac{1}{b-a}$

$\therefore \alpha = -(a+b) = 1 \cdots\cdots\cdots$ (iii)

এখন (i) নং এর অপর মূল β হলে, $\beta = -a - 1$

$[\because \alpha + \beta = -a]$

(ii) নং এর অপর মূল γ হলে, $\gamma = -b - 1$

$[\because \alpha + \gamma = -b]$

$\therefore \beta + \gamma = -a - b - 2 = -(a+b) - 2 = 1 - 2 = -1$

$\beta\gamma = \{-(a+1)\}\{-(b+1)\} = ab + (a+b) + 1 = ab$

$\therefore \beta$ ও γ দ্বারা গঠিত সমীকরণটি $x^2 + x + ab = 0$

(দেখানো হলো)

12 $P(x) = rx^2 - 2nx + 4m$ এবং $Q(x) = mx^2 + nx + r$. [DB'19]

(গ) $P(x) = 0$ এবং $Q(x) = 0$ সমীকরণ দুটির একটি সাধারণ মূল থাকলে, প্রমাণ কর যে, $(2m - r)^2 + 2n^2 = 0$ অথবা $2m + r = 0$.

(গ) Sol^{n}: $rx^2 - 2nx + 4m = 0 = P(x) \ldots\ldots$ (i)

$mx^2 + nx + r = 0 = Q(x) \ldots\ldots$ (ii)

ধরি, সাধারণ মূল α $\therefore r\alpha^2 - 2n\alpha + 4m = 0$

এবং $m\alpha^2 + n\alpha + r = 0$

$\therefore$ বজ্রগুণন করে পাই, $\frac{\alpha^2}{-2nr-4mn} = \frac{\alpha}{-r^2+4m^2} = \frac{1}{nr+2mn}$

$\Rightarrow \alpha = \frac{-2n(r+2m)}{4m^2-r^2} = \frac{4m^2-r^2}{n(r+2m)}$

$\therefore (4m^2 - r^2)^2 = -2n^2(r+2m)^2$

$\Rightarrow (2m - r)^2(2m + r)^2 + 2n^2(2m + r)^2 = 0$

$\Rightarrow (2m + r)^2\{(2m - r)^2 + 2n^2\} = 0$

$\therefore 2m + r = 0$

অথবা, $(2m - r)^2 + 2n^2 = 0$ **[Proved]**

০৪

♦ MCQ প্রশ্নের জন্য এই অধ্যায়ের বিভিন্ন টাইপের তুলনামূলক গুরুত্ব:

গুরুত্ব	টাইপ	টাইপের নাম	যতবার প্রশ্ন এসেছে	যে বোর্ডে যে বছর এসেছে
				MCQ
০০	T-01	কোনো রাশি বহুপদী কিনা নির্ণয়	05	DB'23; RB'23; SB'22; Din.B'22; All.B'18
০০০	T-02	নিশ্চায়ক (D) ও মূলগুলোর প্রকৃতি	41	SB'23, 22, 21, 19; JB'23, 22, 21, 19; CB'23, 22, 21, 19, 17; RB'22, 21; Ctg.B'22, 21, 19, 17; BB'22, 21, 19, 17; MB'22; DB'21, 19; Din.B'21, 19;
০০০	T-03	মূল-সহগ সম্পর্ক সংক্রান্ত	40	DB'23, 22; RB'23, 21, 17; Ctg.B'23, 22, 21, 19, 17; BB'23, 22, 21; JB'23, 22, 21, 17; MB'23, 21; Mad.B'23; CB'22, 21; Din.B'22, 21; SB'21, 19
০০	T-04	দুইটি সমীকরণের মূলের সম্পর্ক সংক্রান্ত	09	RB'23; BB'23; Din.B'23; SB'22; JB'22, 21, 19; MB'22; DB'17
০০০	T-05	বহুপদী সমীকরণের মূল নির্ণয়	25	DB'23, 21, 17; Ctg.B'23, 22, 21, 19; SB'23, 19, 17; BB'23, 21, 19; MB'23, 22; Mad.B'23; RB'21; JB'19; CB'19; Din.B'19, 17; All.B'18
০০০	T-06	সমীকরণ গঠন সংক্রান্ত	35	RB'23, 17; Din.B'23, 22, 21, 19, 17; MB'23, 21; DB'22, 21, 19; SB'22, 21, 17; BB'22, 21, 19, 17; RB'21, JB'21; CB'21, 19, 17
০০০	T-07	প্রতিসম রাশি ও প্রতিসম মূলবিশিষ্ট সমীকরণ	22	DB'23, 22, 21; SB'23, 21; JB'23; CB'23, 22; Din.B'23, 21; MB'23, 22, 21; Mad.B'23; BB'22; Ctg.B'21; BB'21, RB'19
	T-08	মূলগুলো বিভিন্ন প্রগমনভুক্ত সম্পর্কিত		-
০	T-09	সাধারণ মূল সংক্রান্ত	03	Ctg.B'21; JB'21; DB'19

Educationblog24.com

বিগত বোর্ড পরীক্ষাসমূহের MCQ প্রশ্ন

01. $(k-2)x^2 + 2kx - 1 = 0$ সমীকরণের মূলগুলো জটিল সংখ্যা হলে k এর মান- [DB, RB'23]
(a) $-2 \le k \le 1$ (b) $-2 < k < 1$
(c) $-2 > k > 1$ (d) $-2 \ge k \ge 1$

02. $3x^3 - 2x^2 + 1 = 0$ সমীকরণের মূলগুলো α, β এবং γ হলে $\sum\alpha\beta = ?$ [DB'23]
(a) $-\frac{1}{3}$ (b) 0 (c) $\frac{2}{3}$ (d) $-\frac{2}{3}$

03. $2x^2 - 3x + k = 0$ সমীকরণের একটি মূল 2 হলে অপর মূলটি হবে- [DB'23, 21; RB, Ctg.B'21]
(a) $-\frac{7}{2}$ (b) $-\frac{1}{2}$
(c) $\frac{1}{2}$ (d) $\frac{7}{2}$

04. $\sqrt{2}x^2 + 3x + 1 = 0$ সমীকরণের মূল দুটি α, β হলে, $\frac{1}{\alpha}$ ও $\frac{1}{\beta}$ মূলবিশিষ্ট সমীকরণ হবে- [DB'23; MB'21]
(a) $\sqrt{2}x^2 - 3x + 1 = 0$ (b) $\sqrt{2}x^2 + 3x - 1 = 0$
(c) $x^2 + 3x + \sqrt{2} = 0$ (d) $x^2 - 3x + \sqrt{2} = 0$

05. k এর মান কত হলে $x^2 + 7x + 3 + k = 0$ সমীকরণের একটি উৎপাদক $x + 3$ হবে? [RB'23; MB'22; DB'17]
(a) -33 (b) -9
(c) 9 (d) 33

06. $\sqrt{-3} + 1$ মূলবিশিষ্ট দ্বিঘাত সমীকরণ নিচের কোনটি? [RB'23, 21; BB'22, 21; MB'21]
(a) $x^2 + 2x + 4 = 0$ (b) $x^2 - 2x + 4 = 0$
(c) $x^2 + 2x - 4 = 0$ (d) $x^2 - 2x - 4 = 0$

07. $x^3 - 3x + 10 = 0$ সমীকরণের মূলগুলো α, β, γ হলে $\sum\alpha =$ কত? [RB'23; JB'22; Ctg.B, MB'21]
(a) 7 (b) 3 (c) 0 (d) -3

08. $x^2 - 2x - 3 = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় α ও β হলে $\alpha - \beta =$ কত? [RB'23]
(a) ± 4 (b) ± 8 (c) $\pm\sqrt{-4}$ (d) $\pm\sqrt{-8}$

09. c এর মান কত হলে $x^2 - 7x + c = 0$ সমীকরণের মূল দুটি ক্রমিক পূর্ণসংখ্যা হবে? [RB, BB'23; MB'21]
(a) 3 (b) 4 (c) 7 (d) 12

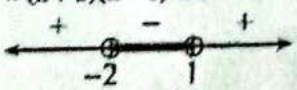
10. $4x^2 + 5x + k = 0$ এর মূলদ্বয়ের একটি অপরটির বিপরীত হলে k-এর মান হবে- [Ctg.B'23]
(a) -4 (b) 4 (c) $\frac{5}{4}$ (d) $\frac{-5}{4}$

11. দ্বিঘাত সমীকরণের একটি মূল $\frac{1}{-1+i}$ হলে অপর মূলটি- [Ctg.B'23; BB'19]
(a) $1 + i$ (b) $-i + 1$
(c) $\frac{1}{2}(-i + 1)$ (d) $\frac{1}{2}(i + 1)$

MCQ উত্তরমালা ও ব্যাখ্যামূলক সমাধান

01. b	02. b	03. b	04. c	05. c	06. b	07. c	08. a	09. d	10. b	11. c

01. সমীকরণের মূলগুলো জটিল সংখ্যা হলে, নির্ণায়কের মান শূন্য হতে ছোট হবে।
অর্থাৎ, $D < 0 \Rightarrow 4k^2 + 4(k-2) < 0$
$\Rightarrow 4k^2 + 4k - 8 < 0 \Rightarrow k^2 + k - 2 < 0$
$\Rightarrow k^2 + 2k - k - 2 < 0 \Rightarrow k(k+2) - 1(k+2) < 0$
$\therefore (k+2)(k-1) < 0$



$\therefore -2 < k < 1$

02. এখানে, $\sum\alpha\beta = \alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = \frac{0}{3} = 0$

03. ধরি, অপর মূলটি $\alpha \therefore \alpha + 2 = \frac{3}{2} \Rightarrow \alpha = \frac{3}{2} - 2 = -\frac{1}{2}$

04. এখানে, $\alpha + \beta = -\frac{3}{\sqrt{2}}$ এবং $\alpha\beta = \frac{1}{\sqrt{2}}$
এখন, $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta} = \frac{-\frac{3}{\sqrt{2}}}{\frac{1}{\sqrt{2}}} = -3 \therefore \frac{1}{\alpha}\cdot\frac{1}{\beta} = \frac{1}{\alpha\beta} = \frac{1}{\frac{1}{\sqrt{2}}} = \sqrt{2}$
$\frac{1}{\alpha}$ এবং $\frac{1}{\beta}$ মূলবিশিষ্ট সমীকরণ, $x^2 - \left(\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}\right)x + \frac{1}{\alpha}\cdot\frac{1}{\beta} = 0$
$\Rightarrow x^2 - (-3)x + \sqrt{2} = 0 \therefore x^2 + 3x + \sqrt{2} = 0$

05. $f(-3) = 0 \Rightarrow (-3)^2 + 7(-3) + 3 + k = 0$
$\Rightarrow 9 - 21 + 3 + k = 0 \therefore k = 9$

06. একটি মূল $\sqrt{-3} + 1$ হলে আরেকটি মূল $-\sqrt{-3} + 1$
$\therefore$ সমীকরণ $x^2 - (\sqrt{-3} + 1 - \sqrt{-3} + 1)x + (\sqrt{-3} + 1)(-\sqrt{-3} + 1) = 0$
$\Rightarrow x^2 - 2x + (1^2 + 3) = 0 \Rightarrow x^2 - 2x + 4 = 0$

07. $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ এর $\sum\alpha = \frac{-b}{a}$,
তাই $x^3 - 3x + 10 = 0$ এর $\sum\alpha = \frac{0}{1} = 0$

08. $x^2 - 2x - 3 = 0$ এ $\alpha + \beta = 2$ এবং $\alpha\beta = -3$
$(\alpha - \beta)^2 = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta = (2)^2 - 4 \times (-3)$
$= 4 + 12 \therefore \alpha - \beta = \pm 4$

09. ধরি মূলদ্বয় $\alpha, \alpha + 1$; তাহলে $\alpha + \alpha + 1 = 7$
$\Rightarrow 2\alpha = 6 \therefore \alpha = 3 \therefore c$ হবে $\alpha(\alpha + 1) = 3 \times 4 = 12$

10. প্রশ্নমতে, একটি মূল α হলে, অপরটি $\frac{1}{\alpha}$
অর্থাৎ, মূলদ্বয়ের গুণফল $= \alpha \times \frac{1}{\alpha} = \frac{k}{4} \Rightarrow 1 = \frac{k}{4} \therefore k = 4$

11. প্রদত্ত মূলটি $= \frac{1}{-1+i} = \frac{1+i}{(-1+i)(1+i)}$
$= \frac{1+i}{1-i^2} = \frac{1+i}{1-(-1)} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}i \therefore$ অপর মূলটি $= \frac{1}{2} - \frac{1}{2}i = \frac{1}{2}(-i + 1)$

Educationblog24.com

12. $2x^2 - x - 1 = 0$ এর মূলদুটি a, b (a > b) হলে b এর মান কত? [Ctg.B'23]

(a) -1 (b) 1
(c) $-\frac{1}{2}$ (d) $\frac{1}{2}$

13. $3x^2 + 2x + 1 = 0$ এর ক্ষেত্রে— [Ctg.B'23]

(i) মূলদ্বয় বাস্তব ও সমান
(ii) মূলদ্বয়ের যোগফল $-\frac{2}{3}$
(iii) মূলদ্বয়ের গুণফল $\frac{1}{3}$

নিচের কোনটি সঠিক?

(a) i, ii (b) i, iii
(c) ii, iii (d) i, ii, iii

14. $x^2 + 4x - 2 = 0$ সমীকরণের মূলের চেয়ে 1 বেশি মূলবিশিষ্ট সমীকরণ- [SB'23]

(a) $x^2 - 2x - 5 = 0$ (b) $x^2 + 2x - 5 = 0$
(c) $x^2 - 2x + 5 = 0$ (d) $x^2 + 2x + 5 = 0$

15. $x^3 - 3x^2 - 25x + 75 = 0$ সমীকরণের দুটি মূলের যোগফল শূন্য হলে মূলগুলো কত? [SB'23]

(a) 3, 5, −5 (b) 5, −3, 3
(c) 2, 5, −5 (d) 5, 2, −2

16. কোন শর্তে $px^2 + qx + r = 0$ সমীকরণটির একটি মূল শূন্য হবে? [SB'23; Ctg.B'22]

(a) p = 0 (b) q = 0 (c) r = 0 (d) p = q

নিচের উদ্দীপকের আলোকে পরবর্তী দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও:

$x^2 + ax + (a + 2) = 0$ একটি দ্বিঘাত সমীকরণ যার মূলদ্বয় $\frac{1}{\alpha}, \frac{1}{\beta}$

17. $\alpha + \beta$ এর মান কত? [SB'23]

(a) $-\frac{1}{a+2}$ (b) $-\frac{a}{a+2}$
(c) $\frac{1}{a+2}$ (d) $\frac{a}{a+2}$

18. a = 1 হলে সমীকরণটির মূলগুলোর প্রকৃতি কীরূপ? [SB'23]

(a) বাস্তব ও সমান (b) বাস্তব ও অসমান
(c) মূলদ (d) জটিল সংখ্যা

19. $x^2 + 1 = 0$ এর একটি মূল α হলে $|\alpha|$ এর মান কত? [BB'23]

(a) 2 (b) $\sqrt{-1}$ (c) $\sqrt{2}$ (d) 1

20. $x^2 + ax + b = 0$ এবং $x^2 + bx + a = 0$ সমীকরণের একটি সাধারণ মূল থাকলে a + b = কত? [BB'23]

(a) 0 (b) −1 (c) 1 (d) ∞

MCQ উত্তরমালা ও ব্যাখ্যামূলক সমাধান

12. c	13. c	14. b	15. a	16. c	17. b	18. d	19. d	20. b

12. $a + b = -\left(\frac{-1}{2}\right) = \frac{1}{2} \dots\dots\dots$ (i)

$Ab = -\frac{1}{2} \because a > b \therefore a - b = \sqrt{(a+b)^2 - 4ab} = \sqrt{\frac{1}{4} + 2}$

$\Rightarrow a - b = \frac{3}{2} \dots\dots\dots$ (ii)

(i) − (iii) $\Rightarrow 2b = -1 \Rightarrow b = -\frac{1}{2}$

13. (i) $= b^2 - 4ac = 2^2 - 4 \times 3 \times 1 = 4 - 12 = -8 < 0$

∴ মূলদ্বয় অনুবন্ধী জটিল। (ii) মূলদ্বয়ের যোগফল $= \frac{-2}{3}$

(iii) মূলদ্বয়ের গুণফল $= \frac{1}{3}$; (ii) ও (iii) সঠিক।

14. $x^2 + 4x - 2 = 0$ মূলদ্বয় α, β হলে $\alpha + \beta = -4; \alpha\beta = -2$

এখন নতুন সমীকরণের মূলদ্বয় $(\alpha + 1), (\beta + 1)$

$\therefore (\alpha + 1) + (\beta + 1) = \alpha + \beta + 2 = -4 + 2 = -2$

এবং $(\alpha + 1)(\beta + 1) = \alpha\beta + \alpha + \beta + 1 = -2 + (-4) + 1 = -5$

∴ নতুন সমীকরণ $x^2 - (-2)x + (-5) = 0 \Rightarrow x^2 + 2x - 5 = 0$

15. $x^3 - 3x^2 - 25x + 75 = 0$ ধরে পাই,

$\alpha + \beta + \gamma = 3 \dots\dots\dots$ (i)
$\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = -11 \dots\dots$ (ii)
$\alpha\beta\gamma = -75 \dots\dots\dots$ (iii)

এবং $\alpha + \beta = 0 \Rightarrow \alpha = -\beta$

$\therefore 0 + \gamma = 3; \gamma = 3$ আবার, $\alpha\beta\gamma = -75 \Rightarrow (-\beta).\beta.3 = -75 [\because \alpha = -\beta]$

$\Rightarrow \beta^2 = 25 \therefore \beta = \pm 5$; $\beta = 5$ হলে $\alpha = -5 \therefore$ মূলত্রয় = 3, 5, −5

16. একটি মূল শূন্য হলে $p(0)^2 + q(0) + r = 0 \Rightarrow r = 0$

17.

$\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = -a \Rightarrow \frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta} = -a$

$\therefore \alpha + \beta = -a(\alpha\beta) = \frac{-a}{a+2}$

এবং $\frac{1}{\alpha} \times \frac{1}{\beta} = (a + 2)$

$\Rightarrow \frac{1}{\alpha\beta} = a + 2 \therefore \alpha\beta = \frac{1}{a+2}$

18. a = 1 হলে সমীকরণ $\Rightarrow x^2 + x + 3 = 0$

∴ নিশ্চায়ক $D = 1^2 - 4 \cdot 3 = 1 - 12 = -11$

∴ মূলগুলো জটিল।

19. $a^2 + 1 = 0 \Rightarrow \alpha = \pm\sqrt{-1} = \pm i$

$\therefore |\alpha| = |\pm i| = 1$ [জটিল সংখ্যা i এর modulus এর মান 1]

20. ধরি, সাধারণ মূলটি α অতএব, $\alpha^2 + a\alpha + b = 0 \dots\dots\dots$ (i)

$\alpha^2 + b\alpha + a = 0 \dots\dots\dots$ (ii)

(i)-(ii) $\Rightarrow (a - b)\alpha = a - b \therefore \alpha = 1$

এখন, (i) $\Rightarrow 1 + a + b = 0 \therefore a + b = -1$

Educationblog24.com

নিচের উদ্দীপকের আলোকে পরবর্তী দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও:

একটি দ্বিঘাত সমীকরণের একটি মূল $\sqrt{-3} + 5i^2$

21. অপর মূলটি কত? [BB'23]

(a) $\sqrt{3} - 5i^2$ (b) $\sqrt{3} + 5i^2$
(c) $-5 - \sqrt{3}i$ (d) $5 - \sqrt{3}i$

22. দ্বিঘাত সমীকরণ কোনটি? [BB'23]

(a) $x^2 - 9x + 20 = 0$ (b) $x^2 + 9x - 28 = 0$
(c) $x^2 - 10x - 28 = 0$ (d) $x^2 + 10x + 28 = 0$

নিচের উদ্দীপকের আলোকে পরবর্তী দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও:

$x^3 - 5x^2 + 11x - 7 = 0$ একটি ত্রিঘাত সমীকরণ।

23. সমীকরণটির একটি মূল $2 + i\sqrt{3}$ হলে উহার বাস্তব মূলটি কত? [JB'23]

(a) -15 (b) -9 (c) -1 (d) 1

24. সমীকরণটির মূল a, b, c এবং $\sum ab = kabc$ হলে k এর মান কত? [JB'23]

(a) $-\frac{5}{7}$ (b) $-\frac{11}{7}$ (c) $\frac{5}{7}$ (d) $\frac{11}{7}$

25. $x^2 + 4x + 5 = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় α, β হলে $\alpha + 2$ এবং $\beta + 2$ মূলবিশিষ্ট সমীকরণ নিচের কোনটি? [JB'23; CB'22]

(a) $x^2 - 1 = 0$ (b) $x^2 - 8x + 1 = 0$
(c) $x^2 + 1 = 0$ (d) $x^2 + 8x + 1 = 0$

26. $x^2 - kx + 9 = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় জটিল হলে k এর মান কত? [JB'23; BB'22]

(a) ± 6 (b) $\{-6, 6\}$
(c) $(-6, 6)$ (d) $(-\infty, -6) \cup (6, \infty)$

27. $2x^2 - x + k = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় সমান হলে, k-এর মান কত? [CB'23; Din.B'19; BB'17]

(a) $-\frac{1}{4}$ (b) $-\frac{1}{8}$ (c) $\frac{1}{8}$ (d) $\frac{1}{4}$

28. $ax^2 + bx + c = 0$ দ্বিঘাত সমীকরণের দুইটি মূলই অশূন্য হওয়ার শর্ত নিচের কোনটি? [CB'23]

(a) $b \neq 0$ (b) $c \neq 0$
(c) $c = 0$ (d) $b = c = 0$

29. $2x^2 - 5x + 3 = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় α, β হলে, $\sum \alpha^3$ এর মান কত? [CB'23]

(a) $\frac{8}{35}$ (b) $\frac{35}{8}$ (c) 20 (d) $\frac{215}{8}$

30. $x^2 - 5x + 9 = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় α, β হলে, $\alpha + \beta$ ও $\alpha\beta$ মূলবিশিষ্ট সমীকরণ কোনটি? [Din.B'23]

(a) $x^2 - 14x + 45 = 0$
(b) $x^2 + 14x + 45 = 0$
(c) $x^2 + 4x + 45 = 0$
(d) $x^2 + 4x - 45 = 0$

MCQ উত্তরমালা ও ব্যাখ্যামূলক সমাধান

21. c	22. d	23. d	24. d	25. c	26. c	27. c	28. b	29. b	30. a

21. একটি মূল $\sqrt{-3} + 5i^2 = \sqrt{3}i - 5 \therefore$ অপর মূল $= -5 - \sqrt{3}i$;
মূলদ্বয় $-5 + \sqrt{3}i, -5 - \sqrt{3}i$

22. $x^2 - \{(-5 + \sqrt{3}i) + (-5 - \sqrt{3}i)\}$
$x + (-5 + \sqrt{3}i)(-5 - \sqrt{3}i) = 0$
$\Rightarrow x^2 - (-10)x + (-5)^2 - (\sqrt{3}i)^2 = 0$
$\Rightarrow x^2 + 10x + 25 + 3 = 0 \Rightarrow x^2 + 10x + 28 = 0$

23. অনুবন্ধী জটিল মূলগুলো $2 \pm \sqrt{3}i$, ধরি, বাস্তব মূলটি a
$\therefore$ সবগুলো মূলের সমষ্টি $= -\left(\frac{-5}{1}\right) = 5 \Rightarrow 2 + \sqrt{3}i + (2 - \sqrt{3}i) + a = 5$
$\Rightarrow 4 + a = 5 \therefore a = 1$

24. $\Sigma ab = 11 \Rightarrow abc = -(-7) = 7$
শর্তমতে, $\Sigma ab = k\,abc \Rightarrow 11 = k \cdot 7 \therefore k = \frac{11}{7}$

25. শর্তমতে, $\alpha + \beta = -4$ এবং $\alpha\beta = 5$
$\therefore$ নির্ণেয় সমীকরণ হবে: $x^2 - \{(\alpha + 2) + (\beta + 2)\}x + (\alpha + 2)(\beta + 2) = 0$
$\Rightarrow x^2 - (\alpha + \beta + 4)x + \alpha\beta + 2(\alpha + \beta) + 4 = 0$
$\Rightarrow x^2 - (-4 + 4)x + 5 + 2(-4) + 4 = 0 \Rightarrow x^2 + 9 - 8 = 0$
$\therefore x^2 + 1 = 0$ হবে নির্ণেয় সমীকরণ।

26. মূলদ্বয় জটিল বলে, নিশ্চায়ক $D < 0 \Rightarrow (-k)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 9 < 0$
$\Rightarrow k^2 < 36 \therefore -6 < k < 6 \therefore (-6, 6)$ সঠিক

27. $2x^2 - x + k = 0$; ধরি, মূলদ্বয় α এবং α
মূলদ্বয় সমান হলে, $\alpha + \alpha = \frac{1}{2} \Rightarrow 2\alpha = \frac{1}{2} \therefore \alpha = \frac{1}{4}$ এবং $\alpha \cdot \alpha = \frac{k}{2}$
$\Rightarrow \alpha^2 = \frac{k}{2} \therefore k = 2\alpha^2 = 2\left(\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{1}{8}$
বিকল্প: $D = 0 \Rightarrow (-1)^2 - 4 \cdot 2 \cdot k = 0 \Rightarrow 1 = 8k \therefore k = \frac{1}{8}$

28. $ax^2 + bx + c = 0$ এর মূল শূন্য হলে $a(0)^2 + b(0) + c = 0$
$\Rightarrow c = 0 \therefore$ অশূন্য মূলের জন্য শর্ত $c \neq 0$

29. $2x^2 - 5x + 3 = 0$ এর মূলদ্বয় α, β; $\alpha + \beta = \frac{5}{2}$; $\alpha\beta = \frac{3}{2}$
এখন, $\sum \alpha^3 = \alpha^3 + \beta^3 = (\alpha + \beta)^3 - 3\alpha\beta(\alpha + \beta)$
$= \left(\frac{5}{2}\right)^3 - 3 \times \frac{3}{2} \times \frac{5}{2} = \frac{125}{8} - \frac{45}{4} = \frac{35}{8}$

30. প্রদত্ত সমীকরণে, $\alpha + \beta = 5$ এবং $\alpha\beta = 9$
এখন, $\alpha + \beta + \alpha\beta = 5 + 9 = 14$ এবং $(\alpha + \beta)(\alpha\beta) = 5 \times 9 = 45$
$\therefore \alpha + \beta$ এবং $\alpha\beta$ মূলবিশিষ্ট সমীকরণ,
$x^2 - (\alpha + \beta + \alpha\beta)x + (\alpha + \beta)\alpha\beta = 0 \Rightarrow x^2 - 14x + 45 = 0$

Educationblog24.com

31. $x^2 + bx + a = 0$ এবং $x^2 - 4x + b = 0$ সমীকরণদ্বয়ের একটি সাধারণ মূল 3 হলে a এর মান কোনটি? [Din.B'23]
(a) -18 (b) 0 (c) 3 (d) 18

নিচের উদ্দীপকের আলোকে পরবর্তী দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও:

$f(x) = 2x^2 - 7x + 7, g(x) = x$

32. $f(x) = 0$ সমীকরণের মূলগুলোর প্রকৃতি কীরূপ? [CB, Din.B'23; Ctg.B'22]
(a) বাস্তব ও সমান (b) বাস্তব ও অসমান
(c) মূলদ (d) অবাস্তব

33. $f(x) \cdot g(x) = 0$ সমীকরণের মূলগুলো α, β, γ হলে, $\sum \alpha^2$ এর মান- [Din.B'23]
(a) $\frac{77}{4}$ (b) $\frac{21}{4}$ (c) $\frac{49}{4}$ (d) $\frac{35}{4}$

34. একটি দ্বিঘাত সমীকরণের একটি মূল $-i$ হলে সমীকরণটি— [MB'23]
(a) $x^2 + 1 = 0$ (b) $x^2 - 1 = 0$
(c) $x^2 + i = 0$ (d) $x^2 - i = 0$

35. $2x^2 + bx + 6 = 0$ সমীকরণের মূল দুইটির যোগফল 5 হলে b এর মান হল— [MB'23]
(a) -10 (b) $-\frac{5}{2}$ (c) $\frac{5}{2}$ (d) 10

নিচের উদ্দীপকের আলোকে পরবর্তী প্রশ্নের উত্তর দাও:

$\alpha + \beta = 2, \alpha^3 + \beta^3 = 8$

36. $\sum \alpha^2$ এর মান কত? [MB'23,22]
(a) 0 (b) 4 (c) 8 (d) 16

37. α, β মূলবিশিষ্ট সমীকরণ হলো- [MB'23]
(a) $x^2 + 2 = 0$ (b) $x^2 + 2x = 0$
(c) $2x^2 - 1 = 0$ (d) $x^2 - 2x = 0$

38. $f(x) = x^4 - 3x^2 - 2x$ একটি বহুপদী হলে [MB'23]
(i) $f(x) = 0$ সমীকরণের মূল 4টি
(ii) $f(x) = 0$ এর একটি মূল 2
(iii) $x - 1, f(x)$ এর একটি উৎপাদক
নিচের কোনটি সঠিক?
(a) i, ii (b) i, iii (c) ii, iii (d) i, ii, iii

39. $3x^3 + 2x^2 + x + 2 = 0$ সমীকরণের মূলত্রয় α, β, γ হলে– [Mad.B'23, Ctg.B.22]
(i) $\alpha + \beta + \gamma = -\frac{2}{3}$ (ii) $\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = \frac{1}{3}$
(iii) $\alpha\beta\gamma = \frac{2}{3}$
নিচের কোনটি সঠিক?
(a) i, ii (b) i, iii (c) ii, iii (d) i, ii, iii

40. $3x^2 - 5x + 1 = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় কোনটি? [Mad.B'23]
(a) $\frac{-5 \pm \sqrt{13}}{6}$ (b) $\frac{5 \pm \sqrt{13}}{6}$
(c) $\frac{-5 \pm \sqrt{13}}{2}$ (d) $\frac{5 \pm \sqrt{13}}{2}$

41. $x^2 - 2x + 5 = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় α, β হলে, $\alpha^2 + \beta^2 =$ কত? [Mad.B'23]
(a) -16 (b) -6 (c) 14 (d) 24

MCQ উত্তরমালা ও ব্যাখ্যামূলক সমাধান

31. a	32. d	33. b	34. a	35. a	36. b	37. d	38. a	39. a	40. b	41. b

31. সমীকরণদ্বয়ের একটি সাধারণ মূল 3 হলে, $3^2 + b \cdot 3 + a = 0$
$\Rightarrow a + 3b + 9 = 0 \ldots\ldots\ldots$ (i) এবং $9 - 4 \times 3 + b = 0 \therefore b = 3$
(i) হতে পাই, $a + 3 \times 3 + 9 = 0 \therefore a = -18$

32. প্রদত্ত সমীকরণের নির্ণায়ক, $D = (-7)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 7 = -7 < 0$
$\therefore$ মূলদ্বয় অবাস্তব।

33. প্রদত্ত সমীকরণ, $f(x) \cdot g(x) = 0$
$\Rightarrow (2x^2 - 7x + 7)x = 0 \Rightarrow 2x^3 - 7x^2 + 7x = 0$
সমীকরণের মূলগুলো α, β এবং γ হলে, $\alpha + \beta + \gamma = -\frac{-7}{2} = \frac{7}{2}$
$\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = \frac{7}{2}$ এবং $\alpha\beta\gamma = -\frac{0}{2} = 0$
$\sum \alpha^2 = \alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = (\alpha + \beta + \gamma)^2 - 2(\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha)$
$= \frac{49}{4} - 2 \cdot \frac{7}{2} = \frac{49}{4} - 7 = \frac{21}{4}$

34. দ্বিঘাত সমীকরণের একটি মূল $-i \therefore$ অপর মূল হলো i. সমীকরণটি হলো:
$x^2 + (-i + i)x + (-i) \times (i) = 0 \Rightarrow x^2 - i^2 = 0 \Rightarrow x^2 + 1 = 0$

35. ধরি, মূলদ্বয় হলো α, β
এখন, $\alpha + \beta = -\frac{b}{2} = 5 \therefore b = -10$

36. আমরা জানি, $(\alpha + \beta)^3 = \alpha^3 + \beta^3 + 3\alpha^2\beta + 3\beta^2\alpha$
$\Rightarrow (\alpha + \beta)^3 = \alpha^3 + \beta^3 + 3\alpha\beta(\alpha + \beta)$
$\Rightarrow 2^3 = 8 + 3\alpha\beta \cdot 2 \therefore \alpha\beta = 0$
এখন, $\sum \alpha^2 = \alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = 2^2 - 0 = 4$

37. $\alpha + \beta = 2$ ও $\alpha\beta = 0$
তাহলে, $\alpha - \beta = \sqrt{(\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta} = \sqrt{4 - 0} = 2$
এখন, $\alpha + \beta = 2$ ও $\alpha - \beta = 2$ যোগ বিয়োগ করে পাই, $\alpha = 2$ ও $\beta = 0$
সুতরাং, α ও β মূলবিশিষ্ট সমীকরণ হবে $x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha\beta = 0$
$\Rightarrow x^2 - 2x = 0$

39. $3x^3 + 2x^2 + x + 2 = 0$ সমীকরণের মূল α, β, γ
$\therefore \alpha + \beta + \gamma = -\frac{2}{3}; \alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = \frac{1}{3}; \alpha\beta\gamma = -\frac{2}{3}$

40. $3x^2 - 5x + 1 = 0; x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \cdot 3}}{2 \cdot 3} = \frac{5 \pm \sqrt{13}}{6}$

41. $x^2 - 2x + 5 = 0$ এর মূলদ্বয় $\alpha, \beta \therefore \alpha + \beta = 2, \alpha\beta = 5$
$\therefore \alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = 2^2 - 2 \cdot 5 = -6$

Educationblog24.com

42. $x^2 + 9x + P = 0$ সমীকরণের একটি মূল -4 হলে, P এর মান কত? [Mad.B'23]
(a) -52 (b) -20 (c) 20 (d) 52

43. $5x^2 - 7x - 3 = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয়ের গুণফল কত? [Mad.B'23]
(a) $-\frac{7}{3}$ (b) $-\frac{3}{5}$ (c) $\frac{3}{5}$ (d) $\frac{7}{5}$

44. $3x^3 - 1 = 0$ সমীকরণের মূলত্রয় α, β, γ হলে, $\alpha^3 + \beta^3 + \gamma^3 = ?$ [DB, BB'22]
(a) -1 (b) 0 (c) $\frac{1}{3}$ (d) 1

45. কোনো দ্বিঘাত সমীকরণের একটি মূল $\frac{1}{2+i}$ হলে সমীকরণটি হবে- [DB'22]
(a) $9x^2 - 12x + 5 = 0$ (b) $5x^2 - 4x + 1 = 0$
(c) $5x^2 + 4x + 1 = 0$ (d) $25x^2 - 20x + 3 = 0$

46. $x^2 - kx + 2 = 0$ সমীকরণের একটি মূল 3 হলে- [DB'22]
(i) অপর মূল $\frac{2}{3}$ (ii) k এর মান $\frac{11}{3}$
(iii) প্রদত্ত সমীকরণের নিশ্চায়ক = 7
নিচের কোনটি সঠিক?
(a) i, ii (b) ii, iii (c) i, iii (d) i, ii, iii

47. $(p^2 - 4)x^2 + 4px + (4p + 1) = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় পরস্পর গৌণিক বিপরীত হলে p এর মান কত? [DB'22]
(a) $-1, 5$ (b) $1, 5$
(c) $-2, -2$ (d) $-3, 1$

48. $\frac{1}{x} - \frac{1}{x-p} = \frac{1}{q}$ সমীকরণের মূলদ্বয় α, β হলে- [DB'22]
(i) $\alpha + \beta = p$ (ii) $\alpha\beta = pq$
(iii) $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{1}{q}$
নিচের কোনটি সঠিক?
(a) i, ii (b) ii, iii
(c) i, iii (d) i, ii, iii

49. $x^3 - 2x^2 - 2x + 4 = 0$ সমীকরণের [CB, RB'22]
(i) একটি মূল 2 (ii) দুইটি মূল অমূলদ
(iii) মূলত্রয়ের গুণফল 4
নিচের কোনটি সঠিক?
(a) i, ii (b) i, iii (c) ii, iii (d) i, ii, iii

50. $x^2 - 8x + c = 0$ এর মূলদ্বয়- [RB'22]
(i) সমান হবে যদি $c = 8$ হয়
(ii) জটিল হবে যদি $c > 16$ হয়
(iii) বাস্তব হবে যদি $c \le 16$ হয়
নিচের কোনটি সঠিক?
(a) i, ii (b) ii, iii (c) i, iii (d) i, ii, iii

51. নিচের কোনটি বহুপদী রাশি নয়? [SB'22]
(a) $ax^2 + 2hxy + by^2$
(b) $2x^2 + 3xy + y^2$
(c) $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c$
(d) $2x^2 + \frac{3y}{x} + y^2$

নিচের উদ্দীপকের আলোকে পরবর্তী দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও:
$x^2 - 5x + 6 = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় γ, δ

52. সমীকরণটির মূলদ্বয়ের ক্ষেত্রে নিচের কোনটি সঠিক? [SB'22; RB, SB, BB'21]
(a) মূলদ্বয় বাস্তব ও সমান (b) মূলদ্বয় অমূলদ
(c) মূলদ্বয় মূলদ ও অসমান (d) মূলদ্বয় জটিল

53. $\gamma > \delta$ হলে, $\gamma - \delta =$ কত? [SB'22]
(a) 1 (b) 3 (c) 4 (d) 5

54. $a_1x^2 + b_1x + c_1 = 0$ এবং $a_2x^2 + b_2x + c_2 = 0$ সমীকরণের উভয় মূলই সাধারণ হওয়ার শর্ত- [SB, JB'22]
(a) $a_1b_2 = a_2b_1$
(b) $(a_1b_2 - a_2b_1) = (c_1a_2 - c_2a_1)^2$
(c) $a_1 + a_2 = b_1 + b_2 = c_1 + c_2$
(d) $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$

MCQ উত্তরমালা ও ব্যাখ্যামূলক সমাধান

42. c	43. b	44. d	45. b	46. a	47. a	48. d	49. a	50. b	51. d	52. c	53. a	54. d

42. $x^2 + 9x + P = 0$ এর মূল -4 হলে
$\Rightarrow (-4)^2 + 9(-4) + P = 0 \Rightarrow -20 + P = 0 \therefore P = 20$

43. $5x^2 - 7x - 3 = 0$ এর মূলদ্বয় α, β হলে, $\alpha\beta = -\frac{3}{5}$

44. $\alpha + \beta + \gamma = 0, \alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = 0$
এবং $\alpha\beta\gamma = \frac{1}{3}$; প্রদত্ত রাশি $= \alpha^3 + \beta^3 + \gamma^3$
$= (\alpha + \beta + \gamma)(\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 - \alpha\beta - \beta\gamma - \gamma\alpha) + 3\alpha\beta\gamma = 0 + 3 \times \frac{1}{3} = 1$

45. মূল: $\frac{1}{2+i} = \frac{2}{5} - \frac{1}{5}i$; $\therefore$ অন্য মূল $= \frac{2}{5} + \frac{1}{5}i$
$\therefore$ সমীকরণ, $x^2 - \left(\frac{2}{5} - \frac{1}{5}i + \frac{2}{5} + \frac{1}{5}i\right)x + \left(\frac{2}{5} - \frac{1}{5}i\right)\left(\frac{2}{5} + \frac{1}{5}i\right) = 0$
$\Rightarrow x^2 - \frac{4}{5}x + \frac{1}{5} = 0 \Rightarrow 5x^2 - 4x + 1 = 0$

46. (i) $\therefore$ অন্য মূল $= \frac{2}{3}$ [Use Calculator] (ii) $3^2 - 3k + 2 = 0$
$\Rightarrow k = \frac{11}{3}$; (iii) নিশ্চায়ক $= b^2 - 4ac = \left(-\frac{11}{3}\right)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2 = \frac{49}{9}$

47. মূলদ্বয়, α ও $\frac{1}{\alpha}$ $\therefore \frac{4P+1}{P^2-4} = \alpha \cdot \frac{1}{\alpha} = 1$
$\Rightarrow 4P + 1 = P^2 - 4 \Rightarrow P^2 - 4P - 5 = 0 \therefore P = -1, 5$

48. $\frac{1}{x} - \frac{1}{x-p} = \frac{1}{q} \Rightarrow \frac{x-p-x}{x(x-p)} = \frac{1}{q} \Rightarrow x^2 - px = -pq \Rightarrow x^2 - px + pq = 0$
(i) $\alpha + \beta = p$; (ii) $\alpha\beta = pq$; (iii) $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta} = \frac{p}{pq} = \frac{1}{q}$

49. (i) Use Calculator (ii) Use Calculator; (iii) $\alpha\beta\gamma = -\frac{4}{1} = -4$

53. মূলদ্বয় 3 ও 2 $\therefore \gamma - \delta = 3 - 2 = 1$ [Use Calculator]

Educationblog24.com

55. $x^2 - 2x + 4 = 0$ সমীকরণটির – [BB'22]

(i) মূলদ্বয়ের যোগফল = 3 (ii) মূলদ্বয়ের গুণফল = 4

(iii) মূলগুল জটিল সংখ্যা

নিচের কোনটি সঠিক?

(a) i, ii (b) ii, iii (c) i, iii (d) i, ii, ii

নিচের উদ্দীপকের আলোকে পরবর্তী প্রশ্নের উত্তর দাও:

$P(x) = x^2 - Kx + 9$ একটি দ্বিঘাত বহুপদী, যেখানে K একটি ধ্রুবক।

56. $P(x) = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় বাস্তব ও সমান হবে যদি- [JB'22]

(a) $K > 6$ (b) $K < 6$

(c) $K = \pm 6i$ (d) $K = \pm 6$

নিচের উদ্দীপকের আলোকে পরবর্তী প্রশ্নের উত্তর দাও:

$x^2 - 5x + k = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় α, β

57. k এর মান কত হলে সমীকরণটির মূলদ্বয় বাস্তব ও সমান হবে? [CB'22]

(a) $k = 4$ (b) $k = \frac{25}{4}$

(c) $k < \frac{25}{4}$ (d) $k > \frac{25}{4}$

58. $x^3 - \frac{1}{3}x - 15 = 0$ সমীকরণের মূলগুলি α, β, γ হলে– [CB'22]]

(i) $\sum \alpha = 0$ (ii) $\sum \alpha\beta = -\frac{1}{3}$

(iii) $\alpha\beta\gamma = 15$

নিচের কোনটি সঠিক?

(a) i, ii (b) i, iii (c) ii, iii (d) i, ii, iii

59. নিচের কোনটি বহুপদী রাশি? [Din.B'22]

(a) $x^{-2} + x^{-3}$ (b) $\sqrt[3]{x^2} + \sqrt{x^3}$ (c) $x^{\frac{1}{4}}$ (d) x

60. কোনো দ্বিঘাত সমীকরণের মূলদ্বয় মূলদ ও অসমান হলে পৃথায়ক হবে- [Din.B'22]

(i) পূর্ণবর্গ (ii) ধনাত্মক সংখ্যা (iii) ঋণাত্মক সংখ্যা

নিচের কোনটি সঠিক?

(a) i, ii (b) i, iii (c) ii, iii (c) i, ii, iii

নিচের উদ্দীপকের আলোকে পরবর্তী দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও:

$3x^2 - 5x + 1 = 0$ সমীকরণের মূল α ও β

61. $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}$ এর মান- [Din.B'22; BB'17]

(a) $\frac{5}{3}$ (b) $-\frac{5}{3}$ (c) 5 (d) -5

62. α^2 ও β^2 মূলবিশিষ্ট সমীকরণ- [Din.B'22]

(a) $9x^2 + 19x + 1 = 0$ (b) $9x^2 - 19x + 1 = 0$

(c) $9x^2 + 19x - 1 = 0$ (d) $9x^2 - 19x - 1 = 0$

63. বাস্তব সহগবিশিষ্ট দ্বিঘাত সমীকরণের একটি মূল $\frac{1}{\sqrt{2}+1}$ হলে অপর মূল কোনটি? [MB'22; All.B'18]

(a) $\sqrt{2} + 1$ (b) $-\sqrt{2} - 1$

(c) $\sqrt{2} - 1$ (d) $-\sqrt{2} + 1$

নিচের উদ্দীপকের আলোকে পরবর্তী প্রশ্নের উত্তর দাও:

$2x - x^2 + k = 0$ একটি দ্বিঘাত সমীকরণ।

64. সমীকরণটির মূলদ্বয় বাস্তব হলে- [Ctg.B, MB'22]

(a) $k \le -1$ (b) $k \ge -1$

(c) $k < -1$ (d) $k > -1$

65. $x^2 + x + 1 = 0$ সমীকরণের মূলগুলোর প্রকৃতি – [Ctg.B'22; DB'21]

(a) বাস্তব ও সমান (b) বাস্তব ও অসমান

(c) অবাস্তব ও অসমান (d) অবাস্তব ও সমান

নিচের উদ্দীপকের আলোকে পরবর্তী দুটি প্রশ্নের উত্তর দাও:

$7x^2 - 5x - 3 = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় α ও β।

66. $\sum\alpha^2$ এর মান কোনটি? [DB'21]

(a) $\frac{67}{49}$ (b) $\frac{11}{7}$ (c) $\frac{-59}{49}$ (d) $\frac{-17}{49}$

67. $\alpha + \beta$ ও $\alpha\beta$ মূলবিশিষ্ট সমীকরণ কোনটি? [DB'21]

(a) $49x^2 - 56x - 15 = 0$

(b) $49x^2 - 56x + 15 = 0$

(c) $49x^2 - 14x - 15 = 0$

(d) $49x^2 - 14x + 15 = 0$

MCQ উত্তরমালা ও ব্যাখ্যামূলক সমাধান

55. b	56. d	57. b	58. d	59. d	60. a	61. c	62. b	63. b	64. b	65. c	66. a	67. c

55. $\alpha + \beta = 2$ (i) নং ভুল

56. $P(x) = 0 \Rightarrow x^2 - Kx + 9 = 0 \therefore K^2 - 9 \times 4 = 0 \Rightarrow K = \pm 6$

61. $\alpha + \beta = \frac{5}{3}$ এবং $\alpha\beta = \frac{1}{3} \therefore \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta} = \frac{\frac{5}{3}}{\frac{1}{3}} = 5$

62. $\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = \left(\frac{5}{3}\right)^2 - 2 \times \frac{1}{3} = \frac{19}{9}$

$\alpha^2\beta^2 = (\alpha\beta)^2 = \frac{1}{9} \therefore x^2 - \frac{19}{9}x + \frac{1}{9} = 0 \Rightarrow 9x^2 - 19x + 1 = 0$

63. একটি মূল $= \frac{1}{\sqrt{2}+1} = \frac{\sqrt{2}-1}{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)} = \frac{\sqrt{2}-1}{2-1} = \sqrt{2} - 1$

$\therefore$ অন্য মূলটি হবে $= -\sqrt{2} - 1$

64. $2^2 - 4(-1) \cdot k \ge 0 \Rightarrow 4 + 4k \ge 0 \Rightarrow k \ge -1$

65. $D = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1 = -3 < 0 \therefore$ মূল অবাস্তব ও অসমান।

66. $\alpha + \beta = \frac{5}{7}; \alpha\beta = \frac{-3}{7}; \sum\alpha^2 = \alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta$

$= \left(\frac{5}{7}\right)^2 - 2\left(-\frac{3}{7}\right) = \frac{25}{49} + \frac{6}{7} = \frac{25+42}{49} = \frac{67}{49}$

67. $(\alpha + \beta) + \alpha\beta = \frac{5}{7} - \frac{3}{7} = \frac{2}{7}; (\alpha + \beta)\alpha\beta = \frac{5}{7} \times \left(-\frac{3}{7}\right) = \frac{-15}{49}$

$\therefore$ সমীকরণ, $x^2 - \frac{2}{7}x - \frac{15}{49} = 0 \Rightarrow 49x^2 - 14x - 15 = 0$

Educationblog24.com

68. দ্বিঘাত সমীকরণের নিশ্চায়ক ধনাত্মক পূর্ণবর্গ সংখ্যা হলে মূলগুলো হবে- [DB'21]
(a) অবাস্তব ও মূলদ (b) বাস্তব ও মূলদ
(c) বাস্তব ও অমূলদ (d) অবাস্তব ও অমূলদ

69. $-i+2$ মূলবিশিষ্ট সমীকরণ কোনটি? [DB'21]
(a) $x^2-4x+3=0$ (b) $x^2+4x+3=0$
(c) $x^2+4x+5=0$ (d) $x^2-4x+5=0$

70. a এর কোন মানের জন্য $ax^2-x+4=0$ সমীকরণের মূলদ্বয় সমান হবে? [RB'21]
(a) $\frac{1}{16}$ (b) $-\frac{1}{16}$ (c) $\frac{1}{4}$ (d) $-\frac{1}{4}$

71. $3x^2-9x-5=0$ সমীকরণের মূলদ্বয়ের যোগফল কত? [RB'21]
(a) -9 (b) $\frac{-5}{3}$ (c) $\frac{5}{3}$ (d) 3

72. $2x^3-4x^2+6x+1=0$ সমীকরণের মূলগুলো α, β, γ হলে $\sum\alpha\beta$ এর মান কোনটি? [RB'21; JB'17]
(a) 2 (b) 3 (c) 4 (d) 6

নিচের উদ্দীপকের আলোকে পরবর্তী দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও:

$$f(x)=1+3x-2x^2.$$

73. f এর গরিষ্ঠ মান কত? [Ctg.B'21; DB'19]
(a) $-\frac{17}{8}$ (b) $-\frac{1}{8}$ (c) $\frac{1}{8}$ (d) $\frac{17}{8}$

74. $f(x)=0$ এর মূলদ্বয় α ও β হলে $-\alpha$ ও $-\beta$ মূলবিশিষ্ট সমীকরণ নিচের কোনটি? [Ctg.B'21]
(a) $2x^2-3x+1=0$ (b) $2x^2+3x-1=0$
(c) $2x^2-3x-1=0$ (d) $2x^2+3x+1=0$

75. $2x^2-kx+2=0$ সমীকরণের মূলদ্বয় বাস্তব ও অসমান হলে k এর মান কত? [Ctg.B'21]
(a) $(-4,4)$ (b) $(-4,4]$
(c) $(-\infty,-4)\cup(4,\infty)$ (d) $(-\infty,-4]\cup[4,\infty)$

76. $2x^2-px+8$ রাশিটি একটি পূর্ণবর্গ হলে p এর মান কত? [Ctg.B'21]
(a) $\pm2\sqrt{2}$ (b) ±4 (c) $\pm4\sqrt{2}$ (d) ±8

77. যদি $x^2+x+2=0$ সমীকরণের মূলদ্বয় α ও β হয় তবে $\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}$ এর মান কত? [Ctg.B, SB, BB'21]
(a) -1 (b) $-\frac{1}{2}$ (c) $\frac{1}{2}$ (d) 2

78. $3x^2-px+4=0$ সমীকরণের একটি মূল অপরটির তিনগুণ হলে p এর মান কত? [Ctg.B'21]
(a) ±3 (b) $\pm2\sqrt{2}$ (c) ±6 (d) ±8

79. $mx^2-x+n=0$ সমীকরণের মূলদ্বয়ের বর্গের সমষ্টি কত? (যেখানে $m\neq0$) [SB'21]
(a) $\frac{2mn-1}{m^2}$ (b) $\frac{1-2mn}{m^2}$ (c) $\frac{2n-1}{m^2}$ (d) $\frac{1-2n}{m^2}$

80. $2x^2-5x-3=0$ সমীকরণের মূলদ্বয় হতে 1 কম মূলবিশিষ্ট সমীকরণ কোনটি? [SB'21]
(a) $2x^2-x+4=0$ (b) $2x^2+x+6=0$
(c) $2x^2-x-6=0$ (d) $2x^2+9x+4=0$

MCQ উত্তরমালা ও ব্যাখ্যামূলক সমাধান

68. b	69. d	70. a	71. d	72. b	73. d	74. b	75. c	76. d	77. b	78. d	79. b	80. c

69. $x=-i+2\Rightarrow x-2=-i\Rightarrow(x-2)^2=-1$
$\Rightarrow x^2-4x+4=-1\Rightarrow x^2-4x+5=0$

70. $1-16a=0\Rightarrow a=\frac{1}{16}$

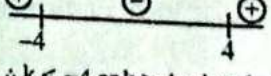
71. যোগফল $=-\left(\frac{-9}{3}\right)=3$

72. $\sum\alpha\beta=\frac{6}{2}=3$

73. $f(x)=1+3x-2x^2$
$f'(x)=0\Rightarrow3-4x=0\therefore x=\frac{3}{4}$
$\therefore$ গরিষ্ঠ মান $=f\left(\frac{3}{4}\right)=1+3\times\frac{3}{4}-2\times\left(\frac{3}{4}\right)^2$
$=1+\frac{9}{4}-2\times\frac{9}{16}=1+\frac{9}{4}-\frac{9}{8}=\frac{8+18-9}{8}=\frac{17}{8}$

74. $f(x)=0$ এর মূল α হলে, $f(\alpha)=1+3\alpha-2\alpha^2=0$
নতুন সমীকরণে, $x=-\alpha\Rightarrow\alpha=-x$
$\therefore1+3(-x)-2(-x)^2=0\Rightarrow1-3x-2x^2=0$
$\Rightarrow2x^2+3x-1=0$

75. $2x^2-kx+2=0;\ D>0\Rightarrow(-k)^2-4\cdot2\cdot2>0$
$\Rightarrow(k+4)(k-4)>0$



$\therefore k<-4$ or $k>4\therefore k\in(-\infty,-4)\cup(4,\infty)$

76. $(-p)^2-4\cdot2\cdot8=0\Rightarrow p^2=64\therefore p=\pm8$

77. $x^2+x+2=0;\alpha+\beta=-1;\alpha\beta=2;\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}=\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}=\frac{-1}{2}$

78. $\alpha\cdot3\alpha=\frac{4}{3}\therefore\alpha^2=\frac{4}{9}\therefore\alpha=\pm\frac{2}{3}$
$\alpha+3\alpha=\frac{p}{3}\Rightarrow4\left(\pm\frac{2}{3}\right)=\frac{p}{3}\Rightarrow p=\pm8$

79. মূল $\alpha,\beta\ \therefore\alpha+\beta=\frac{1}{m};\alpha\beta=\frac{n}{m}$
$\therefore\alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta=\left(\frac{1}{m}\right)^2-2\frac{n}{m}\Rightarrow\left(\frac{1}{m}\right)^2-\frac{2n}{m}=\frac{1-2mn}{m^2}$

80. $2x^2-5x-3=0$ এর মূলদ্বয় $3,-\frac{1}{2}$
$\therefore$ নির্ণেয় সমীকরণ $x^2-\left(2-\frac{3}{2}\right)x-3=0$
$\Rightarrow x^2-\frac{x}{2}-3=0\Rightarrow2x^2-x-6=0$
বিকল্প: $2(x+1)^2-5(x+1)-3=0\Rightarrow2x^2-x-6=0$

Educationblog24.com

নিচের উদ্দীপকের আলোকে পরবর্তী প্রশ্নের উত্তর দাও:

$4x^2 + kx + 2 = 0$ সমীকরণের একটি মূল 2.

81. k এর মান কত? [SB'21]

(a) −5 (b) −18 (c) −9 (d) −10

82. $6x^3 + 3x^2 + 2 = 0$ ত্রিঘাত সমীকরণটির মূলত্রয় a, b ও c হলে $\sum a^2b^2$ এর মান কোনটি? [SB'21]

(a) $-\frac{1}{3}$ (b) 3 (c) $\frac{4}{3}$ (d) $\frac{3}{4}$

83. $2 + i$ মূলবিশিষ্ট দ্বিঘাত সমীকরণ কোনটি? [BB'21; CB'17]

(a) $x^2 - 4x + 5 = 0$ (b) $x^2 + 4x - 3 = 0$
(c) $x^2 - 4x + 3 = 0$ (d) $x^2 + 4x - 5 = 0$

84. $x^3 - 2x^2 + 4 = 0$ এর মূলগুলো p, q, r হলে pqr এর মান- [BB'21]

(a) −2 (b) −4 (c) 2 (d) 4

নিচের উদ্দীপকের আলোকে পরবর্তী দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও:

$x^2 + 2x - p = 0$ একটি দ্বিঘাত সমীকরণ।

85. সমীকরণের মূলদ্বয়ের গুণফল 4 হলে p এর মান কত? [BB'21]

(a) 4 (b) 2 (c) −4 (d) −2

86. সমীকরণের একটি মূল অপরটির দ্বিগুণ হলে মূলদ্বয় কত? [BB'21]

(a) $\frac{-2}{3}, \frac{4}{3}$ (b) $\frac{-2}{3}, \frac{-4}{3}$
(c) $\frac{-4}{3}, \frac{2}{3}$ (d) $\frac{2}{3}, \frac{4}{3}$

87. k এর মান কত হলে $kx^2 + 4x + 4 = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় জটিল হবে? [JB'21]

(a) $k > 4$ (b) $k < 4$
(c) $k > 1$ (d) $k > 16$

88. কী শর্তে $x^3 + px^2 + qx - r = 0$ সমীকরণের দুটি মূলের সমষ্টি শূন্য হবে? [JB'21]

(a) $pr = q$ (b) $pq + r = 0$
(c) $qr = p$ (d) $r = p$

89. $x^2 - 5x + 6 = 0$ এবং $x^2 + x - 12 = 0$ সমীকরণদ্বয়ের [JB'21]

(i) প্রতিটির মূলদ্বয় মূলদ
(ii) সাধারণ মূল 3
(iii) প্রথম সমীকরণের মূলদ্বয়ের সমষ্টি 5

নিচের কোনটি সঠিক?

(a) i (b) ii (c) i, iii (d) i, ii, iii

নিচের উদ্দীপকের আলোকে পরবর্তী দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও:

$x^2 + x + 1 = 0$ এর মূলদ্বয় α^{-1} ও β^{-1} হলে-

90. $(\alpha - \beta)$ এর মান কত? [JB'21]

(a) 1 (b) $\sqrt{3}i$ (c) −1 (d) $1 + 3i$

91. α এর মান কত? [JB'21]

(a) $1 - i$ (b) $1 + i$
(c) $-\frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{3}}{2}i$ (d) $\frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{5}}{2}$

92. x এর মান বাস্তব হলে $-4x^2 + 4ax + b^2$ এর সর্বোচ্চ মান- [JB'21]

(a) $a^2 + b^2$ (b) $a + b$
(c) $a^2 - b^2$ (d) $a - b$

93. $x^2 - 7x + p = 0$ সমীকরণের একটি মূল −4 হলে, p এর মান কত? [CB'21]

(a) −66 (b) −44 (c) 44 (d) 60

নিচের উদ্দীপকের আলোকে পরবর্তী দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও:

$5x^2 - 7x - 3 = 0$ সমীকরণের মূল α ও β.

94. কোন সমীকরণের মূল $\alpha + \beta$ এবং $\alpha\beta$? [CB'21]

(a) $25x^2 - 20x - 21 = 0$
(b) $25x^2 - 20x + 21 = 0$
(c) $25x^2 + 20x - 21 = 0$
(d) $25x^2 + 20x + 21 = 0$

MCQ উত্তরমালা ও ব্যাখ্যামূলক সমাধান

81. c	82. a	83. a	84. b	85. c	86. b	87. c	88. b	89. d	90. b	91. c	92. a	93. b	94. a

81. $16 + 2k + 2 \Rightarrow 2k = -18 \Rightarrow k = -9$

82. $\sum a^2b^2 = (\sum ab)^2 - 2abc(\sum a)$
$= 0 - 2 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{3}\left[\sum a = -\frac{1}{2}; \sum ab = 0; \sum abc = -\frac{1}{3}\right]$

83. $x = 2 + i \Rightarrow (x - 2)^2 = i^2 \Rightarrow x^2 - 4x + 4 = -1$
$\therefore x^2 - 4x + 5 = 0$

84. $pqr = -\frac{4}{1} = -4$

85. $\alpha\beta = -P = 4 \Rightarrow p = -4$

86. $\alpha + 2\alpha = -2 \Rightarrow \alpha = -\frac{2}{3}; 2\alpha = -\frac{4}{3}$

87. $4^2 - 4 \cdot k \cdot 4 < 1$ অর্থাৎ $k > 1$

88. শর্তমতে, $\alpha, -\alpha, \beta$ তিনটি মূল $\therefore \beta = -p$
$\therefore -p^3 + p \cdot p^2 - pq - r = 0 \Rightarrow pq + r = 0$

89. স্পষ্টত (iii) সঠিক। আবার, $3^2 - 5 \cdot 3 + 6 = 0$
$3^2 + 3 - 12 = 0$, অর্থাৎ (ii) সঠিক।

90. $\frac{\beta+\alpha}{\alpha\beta} = -1 \therefore \alpha + \beta = -1; \alpha\beta = 1$
$\therefore (\alpha - \beta)^2 = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta = (-1)^2 - 4 \cdot 1 = -3$
$\Rightarrow \alpha - \beta = \pm\sqrt{3}i$

91. '90' থেকে $\alpha + \beta = -1$; $\alpha - \beta = \pm\sqrt{3}i \therefore \alpha = \frac{-1}{2} \pm \frac{\sqrt{3}i}{2}$

92. $-(4x^2 - 4ax - b^2) = -[(2x - a)^2 - a^2 - b^2]$
$\Rightarrow a^2 + b^2 - (2x - a)^2$ [$(2x - a)^2$ এর সর্বনিম্ন মান 0]
$\therefore$ Max value $= a^2 + b^2$

93. $(-4)^2 - 7(-4) + p = 0 \therefore p = -44$

94. $\alpha + \beta = \frac{7}{5}; \alpha\beta = -\frac{3}{5}$
$\therefore$ সমীকরণ $x^2 - \left(\frac{7}{5} - \frac{3}{5}\right)x + \frac{7}{5}\left(-\frac{3}{5}\right) = 0$ বা, $25x^2 - 20x - 21 = 0$

Educationblog24.com

95. α - এর মান কত (যদি $\alpha > \beta$ হয়)? [CB'21]
(a) $-\frac{1}{10}(7+\sqrt{109})$ (b) $\frac{1}{10}(-7+\sqrt{109})$
(c) $\frac{1}{10}(7-\sqrt{109})$ (d) $\frac{1}{10}(7+\sqrt{109})$

96. $4x^2+4x-1=0$ সমীকরণে- [CB'21]
(i) মূলদ্বয় বাস্তব ও অসমান
(ii) একটি মূল $\frac{\sqrt{2}-1}{2}$
(iii) মূলদ্বয় জটিল ও অসমান
নিচের কোনটি সঠিক?
(a) i, ii (b) i, iii
(c) ii, iii (d) i, ii, iii

97. k-এর কোন মানের জন্য $(k-1)x^2-(k+2)x+4$ রাশিটি পূর্ণবর্গ হবে? [CB'21]
(a) $(-10, 2)$ (b) $(10, -2)$
(c) $(2, 10)$ (d) $(-2, -10)$

98. $\sqrt{3}-1$ মূলবিশিষ্ট দ্বিঘাত সমীকরণ কোনটি? [Din.B'21; DB'19]
(a) $x^2-2x-2=0$ (b) $x^2+2x-2=0$
(c) $x^2-2\sqrt{3}x+2=0$ (d) $x^2+2\sqrt{3}x+2=0$

99. দ্বিঘাত সমীকরণের মূলগুলো বাস্তব হবে যদি- [Din.B'21]
(i) পৃথায়ক শূন্য হয় (ii) পৃথায়ক ধনাত্মক হয়
(iii) পৃথায়ক ঋণাত্মক হয়
নিচের কোনটি সঠিক?
(a) i, ii (b) i, iii
(c) ii, iii (d) i, ii, iii

100. $x^2+5x-7=0$ সমীকরণের মূলগুলো- [Din.B'21; DB, Ctg.B, SB'19]
(a) বাস্তব ও মূলদ (b) বাস্তব ও অমূলদ
(c) জটিল (d) বাস্তব ও সমান

101. $2x^2-5x+c=0$ সমীকরণের মূলদ্বয় পরস্পর গুণাত্মক বিপরীত হলে c এর মান কত? [Din.B'21]
(a) $\frac{1}{2}$ (b) $-\frac{1}{2}$ (c) -2 (d) 2

102. $2x^3-x^2-5x-2=0$ সমীকরণের মূলত্রয়ের সমষ্টি কত? [Din.B'21]
(a) $-\frac{5}{2}$ (b) $\frac{1}{2}$ (c) -2 (d) 2

103. $x^3-px^2+q=0$ সমীকরণের মূলত্রয় α, β ও γ হলে $\sum\alpha^2$ এর মান কত? [Din.B'21]
(a) p^2 (b) p^2-2q
(c) $-p^2$ (d) $-q$

104. $x^2+4x+16=0$ সমীকরণের- [MB'21]
(i) মূলদ্বয় জটিল (ii) মূলদ্বয়ের যোগফল -4
(iii) মূলদ্বয়ের গুণফল 16
নিচের কোনটি সঠিক?
(a) i, ii (b) i, iii (c) ii, iii (d) i, ii, iii

105. $x^3-bx^2+cx-a=0$ সমীকরণের মূলগুলির বিপরীত মুলগুলি দ্বারা গঠিত সমীকরণ নিচের কোনটি? [DB'19]
(a) $-x^3+bx^2-cx+a=0$
(b) $ax^3+cx^2-bx+1=0$
(c) $x^3+bx^2+cx+a=0$
(d) $ax^3-cx^2+bx-1=0$

106. k এর মান কত হলে $x^2+(k^2-4)x+2k-6=0$ সমীকরণের মূল দুইটি পরস্পর উল্টা ও বিপরীত চিহ্ন বিশিষ্ট হবে? [DB'19]
(a) $\pm\sqrt{3}$ (b) $\pm\sqrt{5}$ (c) $\frac{5}{2}$ (d) $\frac{7}{2}$

107. $x^2+4x+13=0$ সমীকরণের মূলদ্বয় α ও β হলে $\alpha+1$ এবং $\beta+1$ মূলবিশিষ্ট সমীকরণ নিচের কোনটি? [RB'19]
(a) $x^2+2x+10=0$ (b) $x^2+6x+18=0$
(c) $x^2-2x+10=0$ (d) $x^2-6x+18=0$

MCQ উত্তরমালা ও ব্যাখ্যামূলক সমাধান

95. d	96. a	97. c	98. b	99. a	100. b	101. d	102. b	103. a	104. d	105. d	106. c	107. a

95. $\alpha = \frac{7+\sqrt{49-4\times5\times(-3)}}{2\times5} = \frac{1}{10}(7+\sqrt{109})$

96. মূলদ্বয় $\frac{-4\pm\sqrt{16+16}}{8} = \frac{\pm\sqrt{2}-1}{2}$

97. $(k+2)^2 = 4\times4\times(k-1) \Rightarrow k^2+4k+4 = 16k-16$
$\Rightarrow k^2-12k+20=0 \Rightarrow (k-10)(k-2)=0 \therefore k=2, 10$

98. $x=\sqrt{3}-1 \Rightarrow x+1=\sqrt{3}$
$(x+1)^2=3 \Rightarrow x^2+2x+1=3 \Rightarrow x^2+2x-2=0$

100. $D = 25-4\cdot1(-7) = 53$ যা পূর্ণবর্গ নয়।

101. $\frac{c}{2}=1 \Rightarrow c=2$

102. $\alpha+\beta+\gamma = -\frac{b}{a} = \frac{1}{2}$

103. $\sum\alpha^2 = (\sum\alpha)^2-2\sum\alpha\beta = p^2-2\times0 = p^2$

104. $b^2-4ac = -48 \therefore$ মূলদ্বয় জটিল

105. $\left(\frac{1}{x}\right)^3-b\left(\frac{1}{x}\right)^2+c\left(\frac{1}{x}\right)-a=0 \Rightarrow 1-bx+cx^2-ax^3=0$
$\Rightarrow ax^3-cx^2+bx-1=0$

106. $\alpha\cdot\frac{1}{-\alpha} = (2k-6) \Rightarrow 2k=6-1=5 \therefore k=\frac{5}{2}$

107. $\alpha+\beta=-4$; $\alpha\beta=13$, $\alpha+\beta+2=-4+2=-2$
$\alpha\beta+\alpha+\beta+1=13-4+1=10$
$\therefore$ সমীকরণ, $x^2-(-2)x+10=0 \therefore x^2+2x+10=0$

Educationblog24.com

নিচের উদ্দীপকের আলোকে পরবর্তী প্রশ্নের উত্তর দাও:

$f(x) = 2x^2 - 5x + 1$; $g(x) = x$.

108. $f(x)\,g(x) = 0$ সমীকরণের মূলত্রয় α, β, γ হলে, $\sum \alpha\beta$ এর মান- [Ctg.B'19]

(a) $-\frac{5}{2}$ (b) $-\frac{1}{2}$ (c) $\frac{1}{2}$ (d) $\frac{5}{2}$

109. $x^2 - 8x + k = 0$ সমীকরণের একটি মূল 4 হলে অন্য মূলটি- [Ctg.B'19]

(a) $k - 4$ (b) -4 (c) 4 (d) $4 - k$

নিচের উদ্দীপকের আলোকে পরবর্তী দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও:

$3x^2 - 4x - k = 0$ একটি দ্বিঘাত সমীকরণ।

110. সমীকরণের মূলদ্বয়ের গুণফল 10 হলে, k এর মান কোনটি? [SB'19]

(a) +30 (b) −10 (c) 10 (d) −30

111. সমীকরণটির একটি মূল অপরটির দ্বিগুণ হলে, মূলদ্বয়ের মান কোনটি? [SB'19]

(a) $-4, -8$ (b) $\frac{4}{9}, \frac{8}{9}$ (c) $4, 8$ (d) $\frac{-4}{9}, \frac{-8}{9}$

112. $3x^2 + x + 2 = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় α ও β হলে, $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} =$ কত? [BB'19]

(a) $-\frac{1}{2}$ (b) $-\frac{2}{3}$ (c) $\frac{1}{2}$ (d) $\frac{2}{3}$

113. p এর কোন মানের জন্য $px^2 + 3x + 4 = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় বাস্তব ও অসমান হবে? [BB'19]

(a) $p = \frac{9}{16}$ (b) $p < \frac{16}{9}$ (c) $p < \frac{9}{16}$ (d) $p > \frac{9}{16}$

114. $ax^2 + bx + c = 0$ একটি দ্বিঘাত সমীকরণ- [JB'19]

(i) $c = 0$ হলে, একটি মূল শূন্য

(ii) $b = 0$ হলে, মূল দুটি সমান ও বিপরীত চিহ্নযুক্ত হবে

(iii) c ও a একই চিহ্নবিশিষ্ট হলে মূল দুটি বাস্তব হবে

নিচের কোনটি সঠিক?

(a) i, ii (b) i, iii (c) ii, iii (d) i, ii, iii

115. $4x^3 + 2x^2 + 3x - 6$ কে $x - 1$ দ্বারা ভাগ করলে ভাগশেষ কত হবে? [JB'19]

(a) 1 (b) 3 (c) −11 (d) 0

116. $x^2 + x + 1 = 0$ সমীকরণের একটি মূল α হলে অন্য মূলটি হবে- [JB'19]

(a) $-\alpha$ (b) $\frac{1}{\alpha^2}$ (c) $\frac{1}{\alpha}$ (d) α^2

নিচের উদ্দীপকের আলোকে পরবর্তী দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও:

$x^2 - 5x + 4 = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় α ও β.

117. সমীকরণটির মূলদ্বয়ের ক্ষেত্রে কোনটি সঠিক? [CB'19]

(a) মূলদ্বয় বাস্তব ও সমান (b) মূলদ্বয় অমূলদ

(c) মূলদ্বয় মূলদ ও অসমান (d) মূলদ্বয় জটিল

118. $\alpha > \beta$ হলে, $\alpha - \beta =$ কত? [CB'19]

(a) 1 (b) 3 (c) 4 (d) 5

119. $x^3 - 3x^2 - 16x + 48 = 0$ সমীকরণের দুটি মূলের যোগফল শূন্য হলে, তৃতীয় মূল কোনটি? [CB'19]

(a) −4 (b) −3 (c) 3 (d) 4

নিচের উদ্দীপকের আলোকে পরবর্তী দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও:

$2x^2 - 2x + 1 = 0$ সমীকরণের মূল দুটি $\frac{1}{p}, \frac{1}{q}$.

120. $p + q$ এর মান কত? [Din.B'19]

(a) −2 (b) 0 (c) 2 (d) ±2

121. q এর মান কত? [Din.B'19]

(a) $-1 \pm i$ (b) $1 \pm i$ (c) $\frac{-1 \pm i}{2}$ (d) $\frac{1 \pm i}{2}$

122. কোন ফাংশনটি বহুপদী? [All.B'18]

(a) $2x^2 - 5\sqrt{x} + 1$ (b) $x^3 - \frac{3}{x^2} + 4x + 1$

(c) $x^3 + 2x^2 - 3x + x^{-1}$ (d) $2x^2 - x + 1$

123. $4x - x^2 - 4 = 0$ সমীকরণের একটি মূল 2 হলে অপর মূল কত? [DB'17]

(a) −4 (b) −2 (c) 0 (d) 2

MCQ উত্তরমালা ও ব্যাখ্যামূলক সমাধান

108. c	109. c	110. d	111. b	112. a	113. c	114. a	115. b	116. c	117. c
118. b	119. c	120. c	121. b	122. d	123. d				

108. $2x^3 - 5x^2 + x = 0 \;\therefore \sum \alpha\beta = \frac{1}{2}$

109. $x^2 - 8x + k = (x-4)(x-\alpha) = x^2 - (4+\alpha)x + 4\alpha$
$\therefore 4 + \alpha = 8 \Rightarrow \alpha = 4$

110. $-\frac{k}{3} = 10 \;\therefore k = -30$

111. $\alpha + 2\alpha = \frac{4}{3} \;\therefore 3\alpha = \frac{4}{3} \;\therefore \alpha = \frac{4}{9} \;\therefore 2\alpha = \frac{8}{9}$

112. $\alpha + \beta = -\frac{1}{3}$, $\alpha\beta = \frac{2}{3}$; $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta} = \frac{-\frac{1}{3}}{\frac{2}{3}} = -\frac{1}{2}$

113. $9 - 16p > 0 \Rightarrow p < \frac{9}{16}$

115. $x = 1 \Rightarrow 4 \cdot 1^3 + 2 \cdot 1^2 + 3 \cdot 1 - 6 = 3$

116. $\alpha.\beta = 1 \Rightarrow \beta = \frac{1}{\alpha}$

117. $x = 4, 1$। আবার, $b^2 - 4ac = 9$, যা পূর্ণবর্গ সংখ্যা।

118. $\alpha = 4, \beta = 1$ হলে, $\alpha - \beta = 4 - 1 = 3$

119. $\alpha + \beta + \gamma = 3 \;\therefore \gamma = 3 \;[\because \alpha + \beta = 0]$

120. $\frac{1}{p}.\frac{1}{q} = \frac{1}{2} \Rightarrow pq = 2$ এবং $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = -\frac{-2}{2} = 1 \Rightarrow p + q = pq = 2$

121. $(p-q)^2 = (p+q)^2 - 4pq = 2^2 - 4 \cdot 2 = -4$;
$p - q = 2i$ আবার, $p + q = 2$
$\therefore 2p = 2 + 2i$; $p = 1 + i$ এবং $q = 1 - i \;\therefore q = 1 \pm i$

122. বহুপদী রাশিতে x এর ঘাত ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা।

123. $x^2 - 4x + 4 = 0 \Rightarrow (x-2)^2 = 0 \;\therefore x = 2$

Educationblog24.com

124. $mx^3 - nx + 3 = 0$ সমীকরণের মূলত্রয় a, b ও c হলে $ab + bc + ca$ এর মান কোনটি? [RB'17]

(a) $-\frac{n}{m}$ (b) 0 (c) $\frac{n}{m}$ (d) $\frac{3}{m}$

125. $x^2 + px + q = 0$ সমীকরণের একটি মূল $3 + i$ হলে p ও q এর মান কত? [RB'17]

(a) $-6, -10$ (b) $-6, 10$ (c) $6, -10$ (d) $6, 10$

126. $x^2 = 0$ সমীকরণের পৃথায়ক কত? [Ctg.B'17]

(a) -4 (b) 0 (c) 1 (d) 4

127. $2x^3 - 3x - 5 = 0$ সমীকরণের মূলত্রয় α, β, γ হলে $\sum\alpha\beta$ এর মান কত? [Ctg.B'17]

(a) $\frac{-3}{2}$ (b) 0 (c) $\frac{3}{2}$ (d) $\frac{5}{2}$

128. $ax^2 + bx + c = 0, (a \neq 0)$ সমীকরণের পৃথায়ক D হলে-

(i) মূলদ্বয় বাস্তব যখন $D \geq 0$ [Ctg.B'17]

(ii) মূলদ্বয় সমান যখন $D = 0$

(iii) মূলদ্বয় মূলদ যখন $D \leq 0$

নিচের কোনটি সঠিক?

(a) i, ii (b) ii, iii (c) i, iii (d) i, ii, iii

নিচের উদ্দীপকের আলোকে পরবর্তী দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও:

$2x^3 + 3x^2 - 5x - 6 = 0$ ত্রিঘাত সমীকরণের মূলত্রয় a, b, c-

129. $\sum a^2$ এর মান নিচের কোনটি? [SB'17]

(a) $\frac{9}{4}$ (b) $\frac{25}{4}$ (c) $\frac{29}{4}$ (d) $\frac{36}{4}$

130. x এর মানগুলি- [SB'17]

(a) $1, -\frac{3}{2}, -2$ (b) $-1, -\frac{3}{2}, 2$

(c) $-1, \frac{3}{2}, -2$ (d) $-1, -\frac{3}{2}, -2$

131. $9x^3 + 45x^2 + 60x - 27 = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয়ের সমষ্টি কত? [BB'17]

(a) 45 (b) 5 (c) -5 (d) -45

132. $3x^2 + x + 2 = 0$ এর ক্ষেত্রে- [JB'17]

(i) মূলদ্বয় বাস্তব ও সমান

(ii) মূলদ্বয়ের যোগফল $-\frac{1}{3}$

(iii) মূলদ্বয়ের গুণফল $\frac{2}{3}$

নিচের কোনটি সঠিক?

(a) i, ii (b) i, iii (c) ii, iii (d) i, ii, iii

133. $1 + \sqrt{2}$ মূলবিশিষ্ট দ্বিঘাত সমীকরণ কোনটি? [JB'17]

(a) $x^2 - 2x - 1 = 0$ (b) $x^2 + 2x - 1 = 0$

(c) $x^2 - 2x + 1 = 0$ (d) $x^2 + 2x + 1 = 0$

নিচের উদ্দীপকের আলোকে পরবর্তী দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও:

$x^2 - 3x - p = 0$ একটি দ্বিঘাত সমীকরণ।

134. সমীকরণের একটি মূল -2 হলে p এর মান কত? [CB'17]

(a) -10 (b) -2 (c) 2 (d) 10

135. মূলদ্বয় বাস্তব ও সমান হলে p এর মান- [CB'17]

(a) $\frac{9}{4}$ (b) $\frac{-9}{4}$ (c) $\frac{3}{4}$ (d) $\frac{-3}{4}$

136. $13x^2 - 6x - 7 = 0$ এর মূলদ্বয় α ও β হলে $\alpha^{-1} + 1$ ও $\beta^{-1} + 1$ মূলবিশিষ্ট সমীকরণ কোনটি? [Din.B'17]

(a) $7x^2 - 8x - 12 = 0$ (b) $7x^2 - 20x = 0$

(c) $7x^2 + 8x - 12 = 0$ (d) $7x^2 + 8x = 0$

137. $4x^3 + 12x^2 - 3x + 52 = 0$ সমীকরণের একটি মূল $\frac{1}{2} - \sqrt{3}i$ হলে, এর বাস্তব মূল কোনটি? [Din.B'17]

(a) -5 (b) -4

(c) 4 (d) 5

MCQ উত্তরমালা ও ব্যাখ্যামূলক সমাধান

124. a	125. b	126. b	127. a	128. a	129. c	130. c	131. c	132. c	133. a
134. d	135. b	136. a	137. b						

125. $3 + i, 3 - i$ যোগফল $= 6 \therefore$ গুণফল $= 10 \therefore p = -6, q = 10$

126. $(0)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 0 = 0$

129. $2x^3 + 3x^2 - 5x - 6 = 0 \therefore a + b + c = -\frac{3}{2}$; $ab + bc + ca = -\frac{5}{2}$

এখন, $(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca)$

$\therefore a^2 + b^2 + c^2 = \left(-\frac{3}{2}\right)^2 - 2\left(-\frac{5}{2}\right) = \frac{9}{4} + 5 = \frac{9+20}{4} = \frac{29}{4}$

132. (i) নিশ্চায়ক $= (1)^2 - 4 \times 3 \times 2 = -11 \therefore$ মূলদ্বয় অবাস্তব ও অসমান।

(ii) মূলদ্বয়ের যোগফল $= -\frac{b}{a} = -\frac{1}{3}$;

(iii) মূলদ্বয়ের গুণফল $= \frac{2}{3}$

133. একটি মূল $1 + \sqrt{2}$ হলে অপর মূল $1 - \sqrt{2} \therefore$ মূলদ্বয়ের যোগফল $= 2$

$\therefore$ মূলদ্বয়ের গুণফল $= (1 + \sqrt{2})(1 - \sqrt{2}) = 1 - 2 = -1$

$\therefore$ নির্ণেয় সমীকরণ $= x^2 - 2x - 1$

134. $\alpha + \beta = 3 \Rightarrow -2 + \beta = 3$

$\therefore \beta = 5$; $\alpha\beta = -p \Rightarrow (-2)5 = -p \therefore p = 10$

135. $(-3)^2 - 4 \cdot 1(-p) = 0 \Rightarrow 9 + 4p = 0 \therefore p = -\frac{9}{4}$

136. $\frac{1}{\alpha} + 1 = x \Rightarrow \alpha = \frac{1}{x-1} \therefore 13\left(\frac{1}{x-1}\right)^2 - 6\left(\frac{1}{x-1}\right) - 7 = 0$

$\Rightarrow 7x^2 - 8x - 12 = 0$

Educationblog24.com

বিভিন্ন কলেজের টেস্ট পরীক্ষার MCQ প্রশ্ন

138. $x^2 = 0$ সমীকরণের নিশ্চায়ক কত? [রংপুর ক্যাডেট কলেজ]
(a) -4 (b) 0
(c) 1 (d) 4

139. $4x^3 + 12x^2 - 3x + 52 = 0$ সমীকরণটির একটি মূল $\frac{1}{2} - \sqrt{3}i$ হলে এর বাস্তব মূলটি কত? [কুমিল্লা ক্যাডেট কলেজ]
(a) -5 (b) -4
(c) 4 (d) 5

140. $2x^2 - 7x + 5 = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় α, β এবং $x^2 - 4x + 3 = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় β ও γ হলে $(\gamma + \alpha) : (\gamma - \alpha) = ?$ [ফৌজদারহাট ক্যাডেট কলেজ, চট্টগ্রাম]
(a) 6 : 5 (b) 5 : 6
(c) 11 : 1 (d) 1 : 6

141. $ax^2 + bx + c = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় $\sin\alpha$ ও $\sin\beta$ হলে $\sin^2\alpha + \sin^2\beta = ?$
[ভিকারুননিসা নূন স্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা]
(a) $\frac{b^2-c^2}{a^2}$ (b) $\frac{b^2+2ac}{a^2}$
(c) $\frac{2ac-b^2}{a^2}$ (d) $\frac{b^2-2ac}{a^2}$

142. $x^2 - 5x + 6 = 0$ সমীকরণের দুইটি মূল α এবং β। α^4 এবং β^4 মূলবিশিষ্ট সমীকরণ নিচের কোনটি?
[আদমজী ক্যান্টনমেন্ট কলেজ, ঢাকা]
(a) $x^2 + 97x + 1296 = 0$
(b) $x^2 - 97x + 1296 = 0$
(c) $x^2 + 97x - 1296 = 0$
(d) $x^2 - 97x - 1296 = 0$

143. $ax^n + bx + c = 0; n \in \mathbb{Z}$ সমীকরণের কতটি মূল থাকবে? [বাংলাদেশ মহিলা সমিতি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয় ও কলেজ, চট্টগ্রাম]
(a) 0 (b) 1 (c) n (d) n + 1

144. $x^3 + 5x^2 - 49x - 245 = 0$ সমীকরণের দুইটি মূলের যোগফল শূন্য হলে, অপর মূলটি কত?
[বাংলাদেশ নৌবাহিনী কলেজ, চট্টগ্রাম]
(a) 5 (b) 3 (c) 2 (d) -5

145. $2x^3 - 3x - 5 = 0$ সমীকরণের মূলত্রয় a, b, c হলে, $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$ এর মান কত? [খাগড়াছড়ি সরকারি কলেজ]
(a) $\frac{3}{5}$ (b) $-\frac{3}{5}$ (c) $\frac{3}{2}$ (d) $-\frac{3}{2}$

MCQ উত্তরমালা ও ব্যাখ্যামূলক সমাধান

138. b	139. b	140. c	141. d	142. b	143. d	144. d	145. b

138. $x^2 = 0$ ..... (i)
নিশ্চায়ক, $b^2 - 4ac = (0)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 0 = 0$

139. $\frac{1}{2} - \sqrt{3}i + \frac{1}{2} + \sqrt{3}i + \alpha = \frac{-12}{4}$ [মানগুলোর যোগফল $= -\frac{b}{a}$]
$\Rightarrow 1 + \alpha = -\frac{12}{14} \Rightarrow \alpha = -\frac{12}{4} - 1 \Rightarrow \alpha = \frac{-12-4}{4} = \frac{-16}{4} = -4$

140. $2x^2 - 7x + 5 = 0$ ..... (i); $x^2 - 4x + 3 = 0$ ..... (ii)
(i) নং সমীকরণের মূলদ্বয় α, β
(ii) নং সমীকরণের মূলদ্বয় β, γ
$\alpha + \beta = \frac{7}{2}$ ..... (iii); $\beta + \gamma = \frac{-(-4)}{1} = 4$ ..... (iv)
(iii) $-$ (iv) $\Rightarrow (\gamma - \alpha) = 4 - \frac{7}{2} = \frac{1}{2}$
সাধারণ মূল, β হওয়ায়,
(i) $-$ (ii) $\times 2 \Rightarrow$
$2x^2 - 7x + 5 = 0$
$2x^2 - 8x + 6 = 0$
$(-) \quad (+) \quad (-)$
$x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1$
$\therefore$ সাধারণ মূল, $\beta = 1$
$\therefore \alpha = \frac{7}{2} - 1 = \frac{5}{2}$ [(iii) নং থেকে]
$\gamma = 4 - 1 = 3$ [(iv) নং থেকে]
$\therefore (\gamma + \alpha) : (\gamma - \alpha) = \left(\frac{11}{2}\right) : \left(\frac{1}{2}\right) = 11 : 1$

141. $\sin\alpha + \sin\beta = -\frac{b}{a}$ ..... (i)
$\sin\alpha \sin\beta = \frac{c}{a}$ ..... (ii)
$\sin^2\alpha + \sin^2\beta = (\sin\beta + \sin\beta)^2 - 2\sin\alpha\sin\beta$
$= \left(-\frac{b}{a}\right)^2 - 2\frac{c}{a} = \frac{b^2}{a^2} - \frac{2c}{a} = \frac{b^2-2ac}{a^2}$

142. $x^2 - 5x + 6 = 0 \Rightarrow x^2 - 3x - 2x + 6 = 0$
$\Rightarrow x(x-3) - 2(x-3) = 0 \Rightarrow (x-3)(x-2) = 0$
$\therefore \alpha = 3, \beta = 2$
$\alpha^4 = 81, \beta^4 = 16$
$\therefore$ সমীকরণ: $x^2 - (81 + 16)x + 81 \times 16 = 0$
$\Rightarrow x^2 - 97x + 1296 = 0$

143. মনে করি, $n = +k, n = -k$ হলে, $[k > 0]$
$x^{-k} + 2x + 1 = 0 \Rightarrow x^{-k+k} + 2x^{k+1} + x^k = 0$ [x^{+k} দ্বারা গুণ করে]
$\Rightarrow 2x^{n+1} + x^n + 1 = 0$
মূল থাকবে $= n + 1$
N.B. আসলে মূল থাকবে $= (|n| + 1)$ টি কারণ $n \in \mathbb{Z}$

144. $\alpha + (-\alpha) + \beta = -\frac{5}{1} \Rightarrow \beta = -5$

145. $2x^3 - 3x - 5 = 0$ সমীকরণের মূলগুলো a, b, c হলে,
$ab + bc + ca = \frac{-3}{2}$
আবার, $abc = \frac{-(-5)}{2} = \frac{5}{2}$
$\therefore \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{ab+bc+ca}{abc} = \frac{-\frac{3}{2}}{\frac{5}{2}} = -\frac{3}{5} \times \frac{2}{5} = -\frac{3}{5}$

Educationblog24.com

সাজেশনভিত্তিক মডেল টেস্ট: অধ্যায়-০৪

MCQ

পূর্ণমান: ৫০ সময়: ৫০ মিনিট

01. চলকের যে সকল মানের জন্য বহুপদীর মান শূন্য হয় তারা প্রত্যেকেই ঐ বহুপদী সমীকরণের কী?
(a) মূল (b) ঘাত (c) সূচক (d) মাত্রা

02. $3x^2 + 4x + 1 = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় α, β হলে-
(i) $\alpha + \beta = \frac{-4}{3}$
(ii) $\alpha\beta = \frac{1}{3}$
(iii) $\alpha + 1$ এবং $\beta + 1$ মূলবিশিষ্ট সমীকরণ $3x^2 - 2x = 0$
নিচের কোনটি সঠিক?
(a) i, ii (b) i, iii (c) ii, iii (d) i, ii, iii

03. $x^2 + 4x + 4 = 0$ এর মূলদ্বয় α, β হলে এর মূলদ্বয়ের ঘন এর সমষ্টি কত?
(a) 112 (b) 16 (c) −16 (d) −112

04. $x^2 - 5x + m = 0$ এর একটি মূল −3 হলে m এর মান কত?
(a) −6 (b) −12 (c) −24 (d) −30

05. $4x^2 - 20x + 25 = 0$ দ্বিঘাত সমীকরণের মূলদ্বয়-
(i) অমূলদ (ii) বাস্তব (iii) সমান
নিচের কোনটি সঠিক?
(a) i, ii (b) i, iii (c) ii, iii (d) i, ii, iii

06. $x^2 - 4x + 16 = 0$ সমীকরণের-
(i) মূলদ্বয় মূলদ (ii) মূলদ্বয়ের যোগফল −4
(iii) মূলদ্বয়ের গুণফল 16
নিচের কোনটি সঠিক?
(a) iii (b) ii, iii (c) i, iii (d) i, ii, iii

07. $1 - 2\sqrt{-1}$ মূলবিশিষ্ট সমীকরণটি হবে-
(a) $x^2 - 2x + 5 = 0$ (b) $x^2 + 2x + 5 = 0$
(c) $x^2 + 2x - 5 = 0$ (d) $x^2 - 2x - 5 = 0$

08. $2x^2 - 3x - P = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় পরস্পর উল্টো হলে, P এর মান কত?
(a) −2 (b) 2 (c) 3 (d) −3

09. $x^2 - 4x + a = 0$ এর মূলদ্বয়—
(i) সমান হবে যদি $a = 4$ হয়
(ii) জটিল হবে যদি $a > 4$ হয়
(iii) বাস্তব হবে যদি $a \le 4$ হয়
নিচের কোনটি সঠিক?
(a) i, ii (b) i, iii (c) ii, iii (d) i, ii, iii

নিচের উদ্দীপকের আলোকে পরবর্তী দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও:
$3x^3 - 5x^2 - 12 = 0$ সমীকরণের মূলত্রয় a, b, c.

10. $\sum ab$ এর মান কোনটি?
(a) 5 (b) −5 (c) 0 (d) 6

11. abc এর মান কোনটি?
(a) 4 (b) −4 (c) −12 (d) 12

12. যদি $f(x) = 0$ এর তিনটি মূল 1, −1, 2 হয় তবে $f(2x) = 0$ এর মূলগুলি-
(a) $-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 1$ (b) $\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, -1$
(c) 2, −2, 4 (d) 0, 1, −2

নিচের উদ্দীপকের আলোকে পরবর্তী দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও:
$2x^3 - 5x^2 + 6x - 1 = 0$ বহুপদী সমীকরণের মূল তিনটি α, β এবং γ।

13. $\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha$ এর মান নিচের কোনটি?
(a) $\frac{5}{2}$ (b) $\frac{1}{2}$ (c) −3 (d) 3

14. $\sum\alpha^2$ এর মান নিচের কোনটি?
(a) $\frac{1}{4}$ (b) $-\frac{1}{4}$ (c) 4 (d) −4

15. 1, 1 ও 1 মূল তিনটি দ্বারা গঠিত সমীকরণ কোনটি?
(a) $x^3 + 3x^2 + 3x + 1 = 0$
(b) $x^3 - 3x^2 + 3x - 1 = 0$
(c) $x^3 - 3x^2 - 3x - 1 = 0$
(d) $x^3 - 3x^2 - 3x + 1 = 0$

16. $2x^2 + ax + 6 = 0$ সমীকরণটির মূলদ্বয়ের যোগফল 5 হলে a এর মান কত?
(a) −10 (b) −3 (c) 3 (d) 10

17. একটি ত্রিঘাত সমীকরণের দুইটি মূল 1 ও i সমীকরণটি-
(a) $x^3 - x^2 + x - 1 = 0$ (b) $x^3 + 1 = 0$
(c) $x^3 + x^2 - x - 1 = 0$ (d) $x^3 + x^2 + x + 1 = 0$

18. $x = \sqrt[3]{1}$ সমীকরণের মূল তিনটির গুণফল কত?
(a) −1 (b) 0 (c) 1 (d) 1 + i

19. 7 + 2i ও 7 − 2i মূলদ্বয়বিশিষ্ট সমীকরণ নিচের কোনটি?
(a) $x^2 - 14x + 53 = 0$ (b) $x^2 - 14x - 53 = 0$
(c) $x^2 + 14x - 53 = 0$ (d) $x^2 + 14x + 53 = 0$

20. $4x^3 - 7x^2 + 2x - 8 = 0$ সমীকরণের মূলত্রয়ের সমষ্টি কোনটি?
(a) $-\frac{4}{7}$ (b) $\frac{-7}{4}$ (c) $\frac{7}{4}$ (d) $\frac{4}{7}$

21. যদি $\alpha + \beta = 3$ ও $\alpha^3 + \beta^3 = 7$ হয় তবে α ও β যে সমীকরণের মূল তা নিচের কোনটি হবে?
(a) $x^2 - 3x + 7 = 0$ (b) $x^2 - 3x - 7 = 0$
(c) $9x^2 - 27x + 20 = 0$ (d) $9x^2 - 27x - 20 = 0$

22. $x^3\left(\frac{1}{x} + \frac{2}{x^2} + \frac{1}{x^3}\right) = 0$ সমীকরণটি-
(i) দ্বিঘাত (ii) ত্রিঘাত (iii) বাস্তব মূলবিশিষ্ট
নিচের কোনটি সঠিক?
(a) i, ii (b) ii, iii (c) i, iii (d) i, ii, iii

Educationblog24.com

23. $2x^2 + 4x + 1 = 0$ সমীকরণের মূল দুটি α ও β হলে α^2 ও β^2 মূল বিশিষ্ট সমীকরণ কোনটি?
(a) $4x^2 - 12x + 1 = 0$ (b) $4x^2 + 12x + 1 = 0$
(c) $4x^2 + 12x - 1 = 0$ (d) $4x^2 - 12x - 1 = 0$

24. $x^2 + ax + 2 = 0$ এর একটি মূল অন্যটির দ্বিগুণ হলে a এর মান কত?
(a) ± 2 (b) ± 3 (c) ± 4 (d) ± 5

নিচের উদ্দীপকের আলোকে পরবর্তী দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও:
$x^2 - 3x + 5 = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় $\alpha, \beta(\alpha > \beta)$

25. সমীকরণটির মূলদ্বয়ের সমষ্টি কত?
(a) 3 (b) $\frac{1}{3}$ (c) 5 (d) $\frac{1}{5}$

26. সমীকরণটির ন্যূনতম মান কত?
(a) $-\frac{4}{11}$ (b) $\frac{4}{11}$ (c) $-\frac{11}{4}$ (d) $\frac{11}{4}$

27. $2x^2 + 3x + 1 = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় m, n হলে $|m - n|$ এর মান নিচের কোনটি?
(a) $\frac{1}{2}$ (b) 1 (c) 2 (d) $\frac{1}{4}$

28. $x^3 - px^2 - qx - r = 0$ সমীকরণের মুলগুলোর বিপরীত মুলগুলো দ্বারা গঠিত সমীকরণ কোনটি?
(a) $x^3 + px^2 + px + r = 0$
(b) $x^3 + qx^2 + rx + p = 0$
(c) $rx^3 + qx^2 + px - 1 = 0$
(d) $rx^3 - px^2 + px - 1 = 0$

29. $2x^2 + 2x - k$ রাশিটি পূর্ণবর্গ হলে, k এর সঠিক মান নিচের কোনটি?
(a) $\frac{2}{3}$ (b) $\frac{2}{9}$ (c) $-\frac{2}{3}$ (d) $-\frac{1}{2}$

30. $x^2 + ax + b = 0$ সমীকরণের একটি মূল $1 - i$ হলে a এবং b এর মান নিম্নের কোন দুইটি? [$ab \in \mathbb{R}$]
(a) $a = 2, b = 1$ (b) $a = -2, b = 2$
(c) $a = 2, b = 2$ (d) $a = 2, b = -2$

31. $x^3 + x^2 + 4x + 7 = 0$ একটি-
(i) এক চলকের বহুপদী সমীকরণ
(ii) ত্রিঘাতবিশিষ্ট বহুপদী সমীকরণ
(iii) সমমাত্রিক বহুপদী সমীকরণ
নিচের কোনটি সঠিক?
(a) i, ii (b) ii, iii (c) i, iii (d) i, ii, iii

নিচের উদ্দীপকের আলোকে পরবর্তী দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও:
$x^2 - 5x + k = 0$

32. $x^2 - 2x + 1 = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয়—
(i) সমান (ii) এর গুণফল -1
(iii) এর একটি অপরটির গুণাত্মক বিপরীত
নিচের কোনটি সঠিক?
(a) i, ii (b) ii, iii (c) i, iii (d) i, ii, iii

33. $x^3 - x^2 + x - 1 = 0$ সমীকরণের একটি মূল i হলে অপর মূলদ্বয়ের গুণফল কোনটি?
(a) $-i$ (b) i (c) 1 (d) -1

34. $-2x^2 - x + 3 = 0$ সমীকরণের পৃথায়ক কত?
(a) -25 (b) -23 (c) 23 (d) 25

35. $x^2 - 2x + 3 = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় p, q হলে $p^2 + q^2$ = কত?
(a) -2 (b) 1 (c) 2 (d) 8

36. $-\alpha$ ও β মূলবিশিষ্ট দ্বিঘাত সমীকরণ কোনটি?
(a) $x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha\beta = 0$
(b) $x^2 - (\beta - \alpha)x - \alpha\beta = 0$
(c) $x^2 - (\alpha - \beta)x - \alpha\beta = 0$
(d) $x^2 - (\beta - \alpha)x + \alpha\beta = 0$

37. $x^2 + kx + 1 = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় জটিল হলে k এর মান কোনটি?
(a) $k > -2$ (b) $k > 2$
(c) $k < 2$ (d) $-2 < k < 2$

38. $x^2 = 0$ সমীকরণের পৃথায়ক কত?
(a) -4 (b) 0 (c) 1 (d) 4

39. $f(x) = (x - a_1)f_1(x)$ হলে, $f_1(x)$ বহুপদীর ঘাত নিচের কোনটি? [f(x) -এর ঘাত n]
(a) n (b) n + 1 (c) n − 1 (d) n − 2

40. $9x^2 - 6px + q^2$ এর সর্বনিম্ন মান কোনটি?
(a) $p^2 - q^2$ (b) $q^2 - p^2$
(c) $p^2 + q^2$ (d) $p^2 + 2q^2$

41. দ্বিঘাত সমীকরণ $ax^2 + bx + c = 0$ এর দুইটি মূল অশূন্য হওয়ার শর্ত-
(a) $c = 0$ (b) $a = 0$
(c) $b = c = 0$ (d) $c \neq 0$

42. $ax^2 + bx + c = 0$ সমীকরণটি-
(i) দ্বিঘাত হবে, যদি $a \neq 0$ হয়
(ii) দ্বিঘাত সমীকরণের নিশ্চায়ক $\sqrt{c^2 - 4ab}$
(iii) $c = 0$ হলে একটি মূল 0 হবে
নিচের কোনটি সঠিক?
(a) i, ii (b) ii, iii (c) i (d) i, iii

43. $x^2 + ax + b = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয়ের পার্থক্য 1 হলে কোন সম্পর্কটি সত্য?
(a) $a^2 + 4b + 1 = 0$ (b) $a^2 + 4b = 1$
(c) $a^2 - 4b + 1 = 0$ (d) $a^2 - 4b = 1$

44. $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$ সমীকরণের মুলগুলো α, β, γ হলে, $\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2$ এর মান কত?
(a) $a^2 + 2b$ (b) $a^2 - 2b$
(c) $a^2 + 2bc$ (d) $a^2 - 2bc$

45. $x^4 + 3x^3 + 5x + 6 = 0$ সমীকরণের মুলগুলো $\alpha, \beta, \delta, \gamma$ হলে, $\sum\alpha\beta$ এর মান কত?
(a) 6 (b) 5 (c) −3 (d) 0

46. $2x^3 + 3x^2 + 5x - 1$ রাশিকে $(x + 2)$ দ্বারা ভাগ করলে ভাগশেষ কত হবে?
(a) −7 (b) 17 (c) 37 (d) −15

Educationblog24.com

47. $(x+\alpha)(x-\beta)+(x-\beta)(x+\gamma)+(x+\gamma)(x+\alpha)=0$ সমীকরণের মূলগুলির যোগফল শূন্য হবে যদি
(a) $\alpha+\beta+\gamma=0$ (b) $\alpha=\beta+\gamma$
(c) $\beta=\alpha+\gamma$ (d) $\gamma=\alpha+\beta$

48. k এর মান কত হলে $(3k+1)x^2+(11+k)x+9=0$ সমীকরণের মূলদ্বয় জটিল সংখ্যা হবে?
(a) $k>1$ (b) $k<85$
(c) $k>85$ (d) $1<k<85$

49. $\alpha-\beta=8, \alpha^3-\beta^3=152$ হলে, α ও β মূলবিশিষ্ট সমীকরণ কোনটি?
(a) $x^2-8x-2=0$ (b) $x^2-2x-15=0$
(c) $x^2+15x+12=0$ (d) $x^2+12x+8=0$

50. যদি $-1, 0$ এবং 2 সমীকরণ $f(x)=0$ এর মূল হয়, তবে $f(3x)=0$ সমীকরণের তিনটি মূল হবে-
(a) $-1,0,2$ (b) $0,1,2$
(c) $-3,0,6$ (d) $0, -\frac{1}{3}, \frac{2}{3}$

পূর্ণমান: ৫০ **CQ** **সময়: ২:৩৫ মিনিট**

01. $px^2+qx+r=0$ একটি দ্বিঘাত সমীকরণ।
(ক) দেখাও যে, $m=n$ না হলে, $2x^2-2(m+n)x+m^2+n^2=0$ সমীকরণের মূলগুলো বাস্তব হতে পারে না। 2
(খ) উদ্দীপকের সমীকরণের একটি মূল যদি p ও r স্থান বিনিময় করলে যে সমীকরণ পাওয়া যায় তার একটি মূলের দ্বিগুণ হয় তবে প্রমাণ কর যে, $2p=r$ অথবা $(2p+r)^2=2q^2$। 4
(গ) উদ্দীপকে $p=1, q=5, r=6$ এর জন্য দ্বিঘাত সমীকরণের মূলদ্বয় α, β হলে, $\alpha-2$ এবং $\beta-3$ মূলবিশিষ্ট সমীকরণ গঠন কর। 4

02. $ax^2+bx+c=0$ সমীকরণের মূলদ্বয় α ও β এবং $2x^3-x^2-22x-24=0$ একটি ত্রিঘাত সমীকরণ।
(ক) দ্বিতীয় সমীকরণের মূলগুলো α, β ও γ হলে $\sum\alpha^2\beta$ এর মান নির্ণয় কর। 2
(খ) দ্বিতীয় সমীকরণের দুটি মূলের অনুপাত 3:4 হলে সমীকরণটির সমাধান কর। 4
(গ) ১ম সমীকরণ থেকে $(a\alpha+b)^{-2}$ এবং $(a\beta+b)^{-2}$ মূল দুটি দ্বারা গঠিত সমীকরণ নির্ণয় কর। 4

03. $f(x)=4+3x-x^2$; $g(x)=x^3-7x^2+8x+10$
(ক) বহুপদী দ্বিঘাত সমীকরণের মূল বের করার পদ্ধতিটি লিখ। 2
(খ) $f(x)=0$ সমীকরণের মূলদ্বয় α ও β হলে $\alpha^2+\beta^2$ ও $\alpha^3+\beta^3$ মূলবিশিষ্ট সমীকরণ গঠন কর। 4
(গ) $g(x)=0$ সমীকরণের একটি মূল $1+\sqrt{3}$; সমীকরণটি সমাধান কর। 4

04. $x^2-px+6=0, x^2-6x-16=0$ দুইটি দ্বিঘাত সমীকরণ।
(ক) $2x^2-3x-35=0$ সমাধান কর। 2
(খ) উদ্দীপকে উল্লিখিত দ্বিতীয় দ্বিঘাত সমীকরণের মূলদ্বয় α, β হলে $(\alpha+\beta)$ এবং $(\alpha-\beta)$ মূলবিশিষ্ট সমীকরণটি গঠন কর। 4
(গ) উদ্দীপকের প্রথম ও দ্বিতীয় দ্বিঘাত সমীকরণের একটি সাধারণ মূল থাকলে p এর মান নির্ণয় কর। 4

05. (i) $P(x)=x^2+px+q$ এবং $Q(x)=x^2+qx+p$
(ii) $\frac{1}{x}+\frac{1}{p-x}=\frac{1}{q}$
(ক) k এর মান কত হলে $(k-1)x^2-(k+2)x+4=0$ সমীকরণের মূলদ্বয় বাস্তব ও সমান হবে? 2
(খ) $P(x)=0$ এবং $Q(x)=0$ হলে এবং সমীকরণ দুইটির একটি সাধারণ মূল থাকলে দেখাও যে, তাদের অপর মূল দুইটি $x^2+x+pq=0$ সমীকরণের মূল হবে। 4
(গ) উদ্দীপকে (ii) নং হতে মূলদ্বয়ের অন্তর r হলে, p কে q ও r এর মাধ্যমে প্রকাশ কর। 4

MCQ উত্তরমালা ও ব্যাখ্যামূলক সমাধান

MCQ

01. a	02. d	03. c	04. c	05. c	06. a	07. a	08. a	09. d	10. c	11. a	12. a	13. d	14. a	15. b
16. a	17. a	18. c	19. a	20. c	21. c	22. c	23. a	24. b	25. a	26. d	27. a	28. c	29. d	30. b
31. a	32. c	33. a	34. d	35. a	36. b	37. d	38. b	39. c	40. b	41. d	42. d	43. d	44. b	45. d
46. d	47. c	48. d	49. b	50. d										

Educationblog24.com

02. $\alpha+1+\beta+1=\frac{-4}{3}+2=\frac{2}{3}$; $(\alpha+1)(\beta+1)=\alpha\beta+(\alpha+\beta)+1$
$=\frac{1}{3}-\frac{4}{3}+1=0$ ∴ সমীকরণ, $3x^2-2x=0$

04. $(-3)^2-5(-3)+m=0 \therefore m=-24$

07. মূলদ্বয় $1-2i$ এবং $1+2i$
∴ সমীকরণটি $=(x-1-2i)(x-1+2i)=0 \Rightarrow x^2-2x+5=0$

09. $D=16-4a$ বাস্তব হবে যদি $16-4a\geq 0$ অর্থাৎ, $a\leq 4$ জটিল হবে যদি $16-4a<0$ অর্থাৎ, $a>4$

12. $f(x)=(x-1)(x+1)(x-2)=0$;
$f(2x)=(2x-1)(2x+1)(2x-2)=0$
অর্থাৎ, $2(4x^2-1)(x-1)=0 \therefore x=\pm\frac{1}{2}; x=1.$

14. $\alpha^2+\beta^2+\gamma^2=(\alpha+\beta+\gamma)^2-2(\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha)$
$=\left(\frac{5}{2}\right)^2-2\times 3=\frac{25}{4}-6=\frac{1}{4}$

15. $(x-1)(x-1)(x-1)=0 \therefore x^3-3x^2+3x-1=0$

16. $\frac{-a}{2}=5 \therefore a=-10$

17. $x^3-(1+i-i)x^2+(1\cdot i-i\cdot 1-i^2)x-1\cdot i\cdot(-i)=0$
$\Rightarrow x^3-x^2+x-1=0$

19. $x^2-(7+2i+7-2i)x+\{(7+2i)(7-2i)\}=0$
$\Rightarrow x^2-14x+53=0$

21. $\alpha+\beta=3;\ \alpha^3+\beta^3=7$
$(\alpha+\beta)^3-3\alpha\beta(\alpha+\beta)=7 \Rightarrow 27-3\times\alpha\beta\times 3=7 \Rightarrow \alpha\beta=\frac{20}{9}$
∴ সমীকরণ $x^2-3x+\frac{20}{9}=0 \Rightarrow 9x^2-27x+20=0$

22. $x^3\left(\frac{1}{x}+\frac{2}{x^2}+\frac{1}{x^3}\right)=x^2+2x+1=(x+1)^2$

23. $\alpha+\beta=-2$; $\alpha\beta=\frac{1}{2}$; $\alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2.\alpha\beta=4-1=3$
$\alpha^2\beta^2=\frac{1}{4}$ ∴ সমীকরণ, $4x^2-12x+1=0$

24. $2\alpha^2=2 \Rightarrow \alpha=\pm 1 \therefore 3\alpha=-a \Rightarrow a=\pm 3$

26. $x^2-3x+5=x^2-2\cdot x\cdot\frac{3}{2}+\frac{9}{4}+5-\frac{9}{4}=\left(x-\frac{3}{2}\right)^2+\frac{11}{4}$
$x-\frac{3}{2}=0$ হলে রাশিটির মান ন্যূনতম হবে। ∴ ন্যূনতম মান $\frac{11}{4}$ ।

27. $m+n=-\frac{3}{2}$; $mn=\frac{1}{2}$; $(m-n)^2=(m+n)^2-4mn$
$=\frac{9}{4}-4\times\frac{1}{2}=\frac{9}{4}-2=\frac{1}{4}$ ∴ $|m-n|=\frac{1}{2}$

28. $\alpha+\beta+\gamma=p$; $\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha=-q$
$\alpha\beta\gamma=r$; $\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}+\frac{1}{\gamma}=\frac{\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha}{\alpha\beta\gamma}=\frac{-q}{r}$; $\frac{1}{\alpha\beta}+\frac{1}{\beta\gamma}+\frac{1}{\gamma\alpha}=\frac{\alpha+\beta+\gamma}{\alpha\beta\gamma}=\frac{p}{q}$;
$\frac{1}{\alpha\beta\gamma}=\frac{1}{r}$ ∴ সমীকরণ, $x^3+\frac{q}{r}x^2+\frac{p}{q}x-\frac{1}{r}=0$
$\Rightarrow rx^3+qx^2+px-1=0$

29. $2^2+8k=0 \therefore k=-\frac{1}{2}$

30. Option test. $a=-2$ ও $b=2$ বসালে মূলদ্বয় $1\pm i$ হয়।

33. একটি মূল i হলে অপর মূল হবে $-i$ $(x+i)(x-i)=0 \Rightarrow x^2+1=0$
$x^3-x^2+x-1=0 \Rightarrow x(x^2+1)-1(x^2+1)=0$
$\Rightarrow (x-1)(x^2+1)=0 \therefore x=1; x=\pm i$
∴ অপর মূলদ্বয়ের গুণফল $-i$ ।

34. $2x^2+x-3=0$ পৃথায়ক $D=b^2-4ac=1^2-4\times(-3)\times 2=25$

35. $p+q=2$; $pq=3$; $p^2+q^2=2^2-2\cdot 3=-2$

37. $k^2-4<0$; $k^2<4 \Rightarrow -2<k<2$

40. $9x^2-6px+q^2=(3x)^2-2\cdot 3x\cdot p+p^2+q^2-p^2$
$=(3x+p)^2+q^2-p^2$
$3x+p=0$ হলে সর্বনিম্ন মান পাওয়া যাবে। ∴ সর্বনিম্ন মান $=q^2-p^2$ ।

43. মূলদ্বয় α ও $\alpha+1$ হলে, $\alpha+\alpha+1=-a \therefore \alpha=\frac{1+a}{-2}$
$\alpha(\alpha+1)=b \Rightarrow \left(\frac{1+a}{-2}\right)^2+\frac{1+a}{-2}=b \Rightarrow \frac{1+a^2+2a}{4}-\frac{1+a}{2}=b$
$\Rightarrow 1+a^2+2a-2-2a=4b \therefore a^2-4b=1$

44. $\alpha+\beta+\gamma=-a$; $\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha=b$; $\alpha\beta\gamma=-c$
$\alpha^2+\beta^2+\gamma^2=(\alpha+\beta+\gamma)^2-2(\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha)$
$\therefore \alpha^2+\beta^2+\gamma^2=a^2-2b$

45. $\sum\alpha\beta=\frac{x^2\text{ এর সহগ}}{x^4\text{ এর সহগ}}=0$

46. $f(x)=2x^3+3x^2+5x-1 \therefore f(-2)=-15$

47. $(x+\alpha)(x-\beta)+(x-\beta)(x+\gamma)+(x+\gamma)(x+\alpha)=0$
$\Rightarrow x^2+x\alpha-x\beta-\alpha\beta+x^2+x\gamma-\beta x-\beta\gamma+x^2+x\alpha+x\gamma+\alpha\gamma=0$
$\Rightarrow 3x^2+x(\alpha-\beta+\gamma-\beta+\alpha+\gamma)-\alpha\beta-\beta\gamma+\gamma\alpha=0$
মূলগুলোর যোগফল $=\alpha-\beta+\gamma-\beta+\alpha+\gamma=0$
$\Rightarrow 2\alpha+2\gamma=2\beta \therefore \beta=\alpha+\gamma$

48. $(11+k)^2-4(9)(3k+1)<0$
$\Rightarrow 121+22k+k^2-108k-36<0$
$\Rightarrow k^2-86k+85<0 \Rightarrow (k-85)(k-1)<0 \therefore 1<k<85$

49. $\alpha-\beta=8\cdots\cdots$ (i)
$\alpha^3-\beta^3=152\cdots\cdots$ (ii)
(ii) ÷ (i) করে পাই, $\frac{(\alpha-\beta)(\alpha^2+\alpha\beta+\beta^2)}{(\alpha-\beta)}=19$
$\therefore \alpha^2+\beta^2+\alpha\beta=19\cdots\cdots$ (iii)
$(\alpha-\beta)^2=8^2 \therefore \alpha^2+\beta^2-2\alpha\beta=64\cdots\cdots$ (iv)
(iii) − (iv) করে পাই, $\alpha\beta=-15$
$\alpha+\beta=\pm\sqrt{(\alpha-\beta)^2+4\alpha\beta} \therefore \alpha+\beta=\pm 2$
∴ সমীকরণটি- $x^2-2x-15=0$
অথবা, $x^2+2x-15=0$

50. $f(x)=0 \Rightarrow (x+1)(x-2)x=0$
$\therefore f(3x)=(3x+1)(3x-2)(3x)=0$ $f(3x)=0$ হলে $x=0, \frac{-1}{3}, \frac{2}{3}$

CQ

01. (গ) $x^2+10x+24=0$

02. (ক) $-\frac{83}{2}$ (খ) $-\frac{3}{2}, -2.4$
(গ) $x^2-\left(\frac{b^2-2ca}{a^2c^2}\right)x+\frac{1}{a^2c^2}=0$

03. (খ) $x^2-80x+1071=0$ (গ) $1-\sqrt{3}$ এবং 5.

04. (ক) $x=5, -\frac{7}{2}$ (খ) $x^2-16x+60=0$
(গ) $p=\frac{35}{4}, -5$

05. (ক) $k=10,2$
(গ) $p=2q\pm\sqrt{4q^2+r^2}$]

“ধ্বংসের সময়েও নতুন কিছু গড়ো।”
- Maxine Hong Kingston

Educationblog24.com

অধ্যায় ০৬ কনিক

- সৃজনশীল (ক), (খ) ও (গ) নং প্রশ্নের জন্য এ অধ্যায়ের গুরুত্বপূর্ণ টাইপসমূহ:

গুরুত্ব	টাইপ	টাইপের নাম	যতবার প্রশ্ন এসেছে			যে বোর্ডে যে বছর এসেছে
			ক	খ	গ	CQ
০০	T-01	কনিকের প্রকৃতি নির্ণয়	03			DB'22; CB'22; BB'17
০০০	T-02	পরাবৃত্তের সমীকরণ হতে বিভিন্ন উপাদান নির্ণয়	16	02	01	RB'23, 22, 17; Ctg.B'23, 22; SB'23, 22, 18; BB'23, 22; JB'23, 22, 18; CB'23; Din.B'23, 18; DB'22, 18
০০	T-03	বিভিন্ন শর্ত হতে পরাবৃত্তের সমীকরণ এবং উপাদান নির্ণয় সংক্রান্ত	-	04	02	DB'23; Ctg.B'23; BB'23; BB'23; JB'22; Din.B'22
০০	T-04	পরাবৃত্তের উপকেন্দ্রিক দূরত্ব সম্পর্কিত	01	02		CB'23, 17; BB'22
০০০	T-05	উপবৃত্তের সমীকরণ হতে বিভিন্ন উপাদান নির্ণয়	11	04	04	DB'23, 22, 19, 17; RB'23; SB'23, 22; CB'23, 22; Ctg.B'22, 19; BB'22; Din.B'22; MB'22; JB'17
০০০	T-06	বিভিন্ন শর্ত হতে উপবৃত্তের সমীকরণ এবং উপাদান নির্ণয় সংক্রান্ত	02	04	09	RB'23, 22, 19; SB'23, 22, 17; BB'23, 22; JB'23, DB'22, 17; Din.B'22; CB'17
০০০	T-07	অধিবৃত্তের সমীকরণ হতে বিভিন্ন উপাদান নির্ণয়	08	03	06	RB'23, 22; Ctg.B'23, 17; SB'23, 19, 18; JB'23, 18; CB'23; MB'23, 22; BB'22; DB'18; Din.B'18
০০০	T-08	বিভিন্ন শর্ত থেকে অধিবৃত্তের সমীকরণ নির্ণয়	-	02	07	DB'23; BB'23; RB'22, 17; Ctg.B'22; SB'22; CB'22; Din.B'22; JB'17
০	T-09	SP + S'P = বৃহৎ/আড় অক্ষের দৈর্ঘ্য সংক্রান্ত	-	-	01	MB'22
০০	T-10	অধিবৃত্তের অসীমতট সম্পর্কিত সমস্যাবলি	02	01	02	DB'23; RB'23; Din.B'23; MB'23; Ctg.B'22;
	T-11	কনিকের পরামিতিক সমীকরণ	-	-	-	-
০০০	T-12	কনিকের উপকেন্দ্র, উৎকেন্দ্রিকতা ও দিকাক্ষ হতে কনিকের সমীকরণ নির্ণয়। (SP = e · PM)	-	11	09	DB'23, 22; RB'23; Ctg.B'23, 22, 19, 17; SB'23, 22, 19; BB'23, 22; CB'23, 22; MB'23, 22; Din.B'22
০০	T-13	স্পর্শক/ছেদক সম্পর্কিত	-	04	-	DB'18; SB'18; JB18; Din.B'18

Educationblog24.com

CQ প্রশ্ন ও সমাধান (ক, খ ও গ)

Type-01: কনিকের প্রকৃতি নির্ণয়

Concept

কনিকের সাধারণ সমীকরণ, $ax^2 + by^2 + 2hxy + 2gx + 2fy + c = 0$

(i) $\Delta = 0$ হলে সমীকরণটি একজোড়া সরলরেখা নির্দেশ করে। $[e \to \infty]$

(ii) $\Delta \neq 0; a = b \neq 0$ এবং $h = 0$ হলে সমীকরণটি বৃত্ত নির্দেশ করে। $[e \to 0]$

(iii) $\Delta \neq 0$ এবং $h^2 - ab = 0$ হলে, $[e = 1]$ সমীকরণটি পরাবৃত্ত।

(iv) $\Delta \neq 0$ এবং $h^2 - ab > 0$ হলে, $[e > 1]$ সমীকরণটি অধিবৃত্ত।

(v) $\Delta \neq 0$ এবং $h^2 - ab < 0$ হলে, $[0 < e < 1]$ সমীকরণটি উপবৃত্ত।

যেখানে, $\Delta = \begin{vmatrix} a & h & g \\ h & b & f \\ g & f & c \end{vmatrix}$

সৃজনশীল প্রশ্ন (ক, খ ও গ)

01. (ক) কনিক ও কনিকের উপকেন্দ্রের সংজ্ঞা লিখ। [DB'22]

(ক) **Sol^n:** কোনো সমতলে একটি বিন্দু যদি এমনভাবে চলে যে, ঐ সমতলের উপর অবস্থিত একটি স্থির বিন্দু ও চলমান বিন্দুর মধ্যবর্তী দূরত্ব এবং চলমান বিন্দু থেকে সমতলটির ওপর অবস্থিত একটি স্থির সরলরেখার লম্ব দূরত্বের অনুপাত সর্বদা ধ্রুবক থাকে, তবে ঐ চলমান বিন্দুর সঞ্চারপথকে কনিক বলে এবং ঐ স্থির বিন্দুটিকে কনিকের উপকেন্দ্র বলে।

02. (ক) $4x^2 - 9y^2 - 1 = 0$ কনিকটি প্রমাণ আকারে প্রকাশ করে শনাক্ত কর। [CB'22; BB'17]

(ক) **Sol^n:** প্রদত্ত সমীকরণটি, $4x^2 - 9y^2 - 1 = 0$

$\Rightarrow \frac{x^2}{\left(\frac{1}{2}\right)^2} - \frac{y^2}{\left(\frac{1}{3}\right)^2} = 1$; যা, $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ আকারের

$\therefore$ ইহা একটি অধিবৃত্ত। **(Ans.)**

Type-02: পরাবৃত্তের সমীকরণ হতে বিভিন্ন উপাদান নির্ণয়

Concept

- পরাবৃত্তের শীর্ষবিন্দু হতে উপকেন্দ্র এবং অক্ষরেখা ও নিয়ামকরেখার ছেদবিন্দু নিয়ামকের পাদবিন্দু সমদূরবর্তী।
- পরাবৃত্তের কতিপয় উপাদান

পরাবৃত্ত (Parabola)

পরাবৃত্তের আকার	$a > 0, a < 0$ $y^2 = 4ax$	$a > 0, a < 0$ $x^2 = 4ay$	$a > 0, a < 0$ $(y-\beta)^2 = 4a(x-\alpha)$	$a > 0, a < 0$ $(x-\alpha)^2 = 4a(y-\beta)$
(i) শীর্ষবিন্দুর স্থানাঙ্ক, A:	$(0, 0)$	$(0, 0)$	(α, β)	(α, β)
(ii) উপকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক, S:	$(a, 0)$	$(0, a)$	$(a+\alpha, \beta)$	$(\alpha, a+\beta)$
(iii) নিয়ামকরেখার পাদবিন্দুর স্থানাঙ্ক, Z:	$(-a, 0)$	$(0, -a)$	$(-a+\alpha, \beta)$	$(\alpha, -a+\beta)$
(iv) অক্ষরেখার সমীকরণ:	$y = 0$	$x = 0$	$y - \beta = 0$	$x - \alpha = 0$
(v) নিয়ামকরেখার সমীকরণ:	$x + a = 0$	$y + a = 0$	$x - \alpha + a = 0$	$y - \beta + a = 0$
(vi) উপকেন্দ্রিক লম্বের সমীকরণ/ নাভিলম্বের সমীকরণ:	$x = a$	$y = a$	$x - \alpha = a$	$y - \beta = a$
(vii) শীর্ষে স্পর্শকের সমীকরণ:	$x = 0$	$y = 0$	$x - \alpha = 0$	$y - \beta = 0$
(viii) উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য, LL':	$4\lvert a\rvert$	$4\lvert a\rvert$	$4\lvert a\rvert$	$4\lvert a\rvert$
(ix) উপকেন্দ্রিক লম্বের/নাভিলম্বের প্রান্ত বিন্দু দুইটির স্থানাঙ্ক:	$(a, \pm 2a)$	$(\pm 2a, a)$	$(a+\alpha, \pm 2a+\beta)$	$(\pm 2a+\alpha, a+\beta)$
(x) (x, y) বিন্দুর উপকেন্দ্রিক দূরত্ব, SP:	$\lvert x + a\rvert$	$\lvert y + a\rvert$	$\lvert x - \alpha + a\rvert$	$\lvert y - \beta + a\rvert$
(xi) উপকেন্দ্র ও শীর্ষের দূরত্ব:	a	a	a	a
(xii) পরামিতিক সমীকরণ:	$x = at^2$ $y = 2at$	$x = 2at$ $y = at^2$	$x = \alpha + at^2$ $y = \beta + 2at$	$x = \alpha + 2at$ $y = \beta + at^2$
(xiii) পোলার সমীকরণ:	$r = 4a\cot\theta$ $\text{cosec}\,\theta$	$r = 4a\tan\theta$ $\sec\theta$	$(r\sin\theta - \beta)^2$ $= 4a(r\cos\theta - \alpha)$	$(r\cos\theta - \alpha)^2$ $= 4a(r\sin\theta - \beta)$

Educationblog24.com

সৃজনশীল প্রশ্ন (ক, খ ও গ)

01. দৃশ্যকল্প-১: $3x^2 + 9x - 6y - 8 = 0$ একটি কনিকের সমীকরণ।

(খ) দৃশ্যকল্প-১ এ উল্লিখিত কনিকটির উপকেন্দ্রিক লম্বের প্রান্তবিন্দুদ্বয়ের স্থানাঙ্ক ও নিয়ামক রেখার সমীকরণ নির্ণয় কর। [RB'23]

(খ) Sol^n: দেওয়া আছে, $3x^2 + 9x - 6y - 8 = 0$

$\Rightarrow 3(x^2 + 3x) = 6y + 8$

$\Rightarrow 3\left(x^2 + 2 \cdot x \cdot \frac{3}{2} + \frac{9}{4}\right) = 6y + 8 + \frac{27}{4}$

$\Rightarrow 3\left(x + \frac{3}{2}\right)^2 = 6y + \frac{59}{4} \Rightarrow 3\left(x + \frac{3}{2}\right)^2 = 6\left(y + \frac{59}{24}\right)$

$\Rightarrow \left(x + \frac{3}{2}\right)^2 = 2\left(y + \frac{59}{24}\right) \ldots\ldots\ldots (i)$

(i) নং সমীকরণকে $(x - \alpha)^2 = 4a(y - \beta)$ এর সাথে তুলনা করে পাই, $\alpha = -\frac{3}{2}, \beta = \frac{-59}{24}$

শীর্ষবিন্দু $(\alpha, \beta) \equiv \left(-\frac{3}{2}, -\frac{59}{24}\right)$ এবং $4a = 2 \therefore a = \frac{1}{2}$

উপকেন্দ্র: $(X, Y) = (0, a) \Rightarrow \left(x + \frac{3}{2}, y + \frac{59}{24}\right) = \left(0, \frac{1}{2}\right)$

$x + \frac{3}{2} = 0$ সুতরাং $x = \frac{-3}{2}$

আবার, $y + \frac{59}{24} = \frac{1}{2} \Rightarrow y = -\frac{47}{24}$

সুতরাং, উপকেন্দ্র: $(x, y) = \left(-\frac{3}{2}, -\frac{47}{24}\right)$

উপকেন্দ্রিক লম্বের প্রান্তবিন্দুদ্বয়ের স্থানাঙ্ক; $X = \pm 2a$

$Y = a; x + \frac{3}{2} = \pm 2 \cdot \frac{1}{2} \Rightarrow x + \frac{3}{2} = \pm 1 \therefore x = -\frac{5}{2}, -\frac{1}{2}$

$\therefore$ উপকেন্দ্রিক লম্বের প্রান্তবিন্দুদ্বয়, $(x, y) \equiv \left(-\frac{5}{2}, \frac{-47}{24}\right)$

অথবা, $\left(-\frac{1}{2}, \frac{-47}{24}\right)$ (Ans.)

নিয়ামক রেখার সমীকরণ, $Y = -a \Rightarrow y + \frac{59}{24} = \frac{-1}{2}$

$\Rightarrow y = -\frac{59}{24} - \frac{1}{2} \Rightarrow y = \frac{-59-12}{24}$

$\Rightarrow y = \left(-\frac{71}{24}\right) \Rightarrow 24y = -71 \Rightarrow 24y + 71 = 0$ (Ans.)

02. (ক) $3x^2 - 4y + 6x - 5 = 0$ পরাবৃত্তের নিয়ামকরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর। [SB'23]

(ক) Sol^n: দেওয়া আছে, $3x^2 - 4y + 6x - 5 = 0$

$\Rightarrow 3x^2 + 6x = 4y + 5 \Rightarrow 3(x^2 + 2x + 1) = 4y + 8$

$\Rightarrow 3(x + 1)^2 = 4(y + 2) \Rightarrow (x + 1)^2 = \frac{4}{3}(y + 2)$

$\therefore X^2 = \frac{4}{3}Y$ [যেখানে, $X = x + 1, Y = y + 2$]

$\therefore$ নিয়ামক রেখার সমীকরণ, $Y = -a$

$\Rightarrow y + 2 = -\frac{1}{3}$ [$\because a = \frac{1}{3}$]

$\Rightarrow y = -\frac{1}{3} - 2 \Rightarrow y = \frac{-7}{3} \therefore 3y + 7 = 0$ (Ans.)

03. (ক) $x^2 - 4y - 2 = 0$ পরাবৃত্তটির অক্ষরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর। [JB'23]

(ক) Sol^n: দেওয়া আছে, $x^2 = 4y + 2 \Rightarrow x^2 = 4 \cdot 1 \cdot \left(y + \frac{1}{2}\right)$

$\therefore$ অক্ষরেখার সমীকরণ, $x = 0$ (Ans.)

04. (ক) $y^2 = 4(4 - x)$ পরাবৃত্তের শীর্ষবিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর। [CB'23]

(ক) Sol^n: দেওয়া আছে, $y^2 = 4(4 - x) \Rightarrow y^2 = -4(x - 4)$

এখানে, $a = -1 \therefore$ শীর্ষবিন্দু $\equiv (4, 0)$ (Ans.)

05. (ক) $x^2 = 8(1 - y)$ পরাবৃত্তের নিয়ামক রেখার সমীকরণ নির্ণয় কর। [Din.B'23]

(ক) Sol^n: দেওয়া আছে, $x^2 = 8(1 - y) = -8(y - 1)$

$= 4 \times -2 \times (y - 1)$ এর $a = -2$

পরাবৃত্তের নিয়ামকের সমীকরণ হবে, $y = -a$

$\Rightarrow y = -(-2) \therefore y - 2 = 0$ (Ans.)

06. উদ্দীপক-১: $3x^2 - 4y - 6x - 5 = 0$ [DB'22]

(খ) উদ্দীপক-১ এ উল্লিখিত সমীকরণটিকে পরাবৃত্তের আদর্শ সমীকরণ আকারে প্রকাশ কর ও এর শীর্ষবিন্দু, উপকেন্দ্র, অক্ষের সমীকরণ নির্ণয় কর।

(খ) Sol^n: উদ্দীপক-১ হতে পাই, $3x^2 - 4y - 6x - 5 = 0$

$\Rightarrow 3(x^2 - 2x + 1 - 1) = 4y + 5$

$\Rightarrow 3(x - 1)^2 - 3 = 4y + 5 \Rightarrow 3(x - 1)^2 = 4y + 8$

$\Rightarrow (x - 1)^2 = \frac{4}{3}(y + 2) \Rightarrow X^2 = 4 \cdot \frac{1}{3} \cdot Y \ldots\ldots\ldots (i)$

[ধরি, $X = x - 1$, $Y = y + 2$]

(i) নং কে $X^2 = 4aY$ সমীকরণের সাথে তুলনা করে পাই,

$a = \frac{1}{3}$; এখন শীর্ষবিন্দু, $A(X, Y) \equiv (0, 0)$

$X = 0 \Rightarrow x - 1 = 0 \therefore x = 1,$

$Y = 0 \Rightarrow y + 2 = 0 \therefore y = -2$

$\therefore$ শীর্ষবিন্দু, $A(x, y) \equiv (1, -2)$ (Ans.)

আবার, উপকেন্দ্র $S(X, Y) \equiv (0, a) \equiv \left(0, \frac{1}{3}\right)$

$X = 0 \Rightarrow x - 1 = 0 \therefore x = 1$

$Y = \frac{1}{3} \Rightarrow y + 2 = \frac{1}{3} \therefore y = -\frac{5}{3}$

$\therefore$ উপকেন্দ্র, $S(x, y) \equiv \left(1, -\frac{5}{3}\right)$ (Ans.)

অক্ষের সমীকরণ, $X = 0 \Rightarrow x - 1 = 0 \therefore x = 1$ (Ans.)

Educationblog24.com

07. (ক) $y^2 = 80x$ কনিকের উপকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর। [RB'22]

(ক) Sol^n: প্রদত্ত সমীকরণটি,

$y^2 = 80x \Rightarrow y^2 = 4 \cdot 20x \ldots\ldots\ldots$ (i)

(i) নং কে $y^2 = 4ax$ এর সাথে তুলনা করে পাই, $a = 20$

$\therefore$ উপকেন্দ্র, $S(20, 0)$ **(Ans.)**

08. $f(x, y) = x^2 - 8x - 4y + 20$ একটি ফাংশন। [SB'22]

(গ) $f(x, y) = 0$ পরাবৃত্তের উপকেন্দ্রিক লম্বের সমীকরণ, নিয়ামকের সমীকরণ ও অক্ষরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর।

(গ) Sol^n: এখানে, $f(x, y) = x^2 - 8x - 4y + 20 = 0$

$\Rightarrow x^2 - 2 \cdot 4 \cdot x + 4^2 - 4^2 = 4y - 20$

$\Rightarrow (x - 4)^2 = 4y - 4 \Rightarrow (x - 4)^2 = 4(y - 1)$

$\Rightarrow X^2 = 4 \cdot 1 \cdot Y \ldots\ldots\ldots$ (i)

[ধরি, $X = x - 4$ এবং $Y = y - 1$]

(i) নং কে $x^2 = 4ay$ এর সাথে তুলনা করে পাই, $a = 1$

$\therefore$ উপকেন্দ্রিক লম্বের সমীকরণ,

$Y = a \Rightarrow y - 1 = 1 \therefore y = 2$ **(Ans.)**

$\therefore$ নিয়ামকের সমীকরণ, $Y = -a, \Rightarrow y - 1 = -1$

$\therefore y = 0$ **(Ans.)**

এবং অক্ষরেখার সমীকরণ, $X = 0 \Rightarrow x - 4 = 0$

$\therefore x = 4$ **(Ans.)**

09. (ক) $y^2 + 4x + 2y - 11 = 0$ পরাবৃত্তটির শীর্ষবিন্দু নির্ণয় কর। [BB'22]

(ক) Sol^n: দেওয়া আছে, পরাবৃত্তটির সমীকরণ,

$y^2 + 4x + 2y - 11 = 0$

$\Rightarrow y^2 + 2y + 1 = -4x + 12$

$\Rightarrow (y + 1)^2 = -4(x - 3) \ldots\ldots\ldots$ (i)

$\therefore$ পরাবৃত্তটির শীর্ষ, $A(3, -1)$ **(Ans.)**

10. (ক) $y^2 + 6y - 4x = 0$ পরাবৃত্তের উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। [RB'17]

(ক) Sol^n: প্রদত্ত পরাবৃত্তের সমীকরণ, $y^2 + 6y - 4x = 0$

$\Rightarrow y^2 + 2 \cdot 3 \cdot y + 3^2 - 4x = 9 \Rightarrow (y + 3)^2 = 4x + 9$

$\therefore (y + 3)^2 = 4 \cdot 1\left(x + \frac{9}{4}\right)$

$\therefore$ উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য $= |4a| = |4 \times 1| = 4$। **(Ans.)**

11. দৃশ্যকল্প-২: একটি পরাবৃত্তের সমীকরণ, $Nx^2 + Ky + Px + L = 0$ [নটর ডেম কলেজ, ঢাকা]

(গ) দৃশ্যকল্প-২ এ প্রদত্ত পরাবৃত্তের শীর্ষবিন্দুর স্থানাঙ্ক এবং উপকেন্দ্রিক লম্বের সমীকরণ নির্ণয় কর।

(যেখানে, $N = 3, K = 2, P = -NK, L = 17$)

(গ) Sol^n: প্রদত্ত সমীকরণ: $Nx^2 + Ky + Px + L = 0$

$\Rightarrow 3x^2 + 2y - 6x + 17 = 0$ [মান বসিয়ে]

$\Rightarrow 3(x^2 - 2x + 1) = -2y - 17 + 3$

$\Rightarrow (x - 1)^2 = -\frac{2}{3}(y + 7)$

আদর্শ সমীকরণের সাথে তুলনা করে পাই, $4a = -\frac{2}{3} \therefore a = -\frac{1}{6}$

উপকেন্দ্রিক লম্বের সমীকরণ, $y + 7 = a \Rightarrow y + 7 + \frac{1}{6} = 0$

$\Rightarrow y + \frac{43}{6} = 0 \therefore 6y + 43 = 0$ **(Ans.)**

12. (ক) $x^2 = -5y$ প্যারাবোলার উপকেন্দ্র ও উপকেন্দ্রিক লম্বের সমীকরণ নির্ণয় কর। [চুয়াডাঙ্গা সরকারি কলেজ]

(ক) Sol^n: প্রদত্ত সমীকরণ: $x^2 = -5y \Rightarrow x^2 = 4\left(-\frac{5}{4}\right)y$

$\therefore$ আদর্শ সমীকরণের সাথে তুলনা করে পাই, $a = -\frac{5}{4}$

$\therefore$ উপকেন্দ্র $(0, a) = \left(0, -\frac{5}{4}\right)$ **(Ans.)**

উপকেন্দ্রিক লম্বের সমীকরণ, $y = a \Rightarrow y = -\frac{5}{4}$

$\therefore 4y + 5 = 0$ **(Ans.)**

নিজে করো

13. (ক) $y^2 = -6x$ পরাবৃত্তের উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। [Ctg.B'23] [Ans: 6 একক]

14. (ক) $y^2 = 8x + 5$ কনিকের নিয়ামকের সমীকরণ নির্ণয় কর। [BB'23] [Ans: $8x + 21 = 0$]

15. (ক) $x^2 = -7y$ পরাবৃত্তটির দিকাক্ষের সমীকরণ নির্ণয় কর। [Ctg.B'22] [Ans: $4y - 7 = 0$]

16. (ক) $(x - 3)^2 = 4(y + 2)$ পরাবৃত্তের উপকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর। [SB'22] [Ans: $(3, -1)$]

17. (ক) $y^2 - 8x + 8y = 0$ পরাবৃত্তটির উপকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক কত? [JB'22] [Ans: $(0, -4)$]

18. (ক) $x^2 = -12y$ পরাবৃত্তের নিয়ামকের সমীকরণ বের কর। [DB, SB, JB, Din.B'18] [Ans: $y = 3$]

19. (ii) $5x^2 + 15x - 10y - 4 = 0$ একটি কনিকের সমীকরণ। [ইবনে তাইমিয়া স্কুল এন্ড কলেজ, কুমিল্লা]

(গ) (ii) নং কনিকের শীর্ষবিন্দু, ফোকাস, অক্ষের সমীকরণ নির্ণয় কর। [Ans: $\left(-\frac{3}{2}, -\frac{61}{40}\right); \left(-\frac{3}{2}, -\frac{41}{40}\right); x = \frac{-3}{2}$]

Educationblog24.com

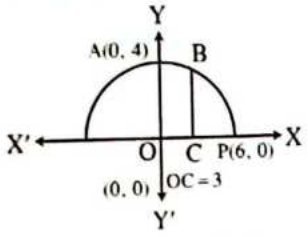
Type-03: বিভিন্ন শর্ত হতে পরাবৃত্তের সমীকরণ ও উপাদান নির্ণয় সংক্রান্ত

Concept

- (α, β) শীর্ষবিশিষ্ট পরাবৃত্তের প্রধান অক্ষ,
  (i) x-অক্ষের সমান্তরাল হলে, $(y-\beta)^2 = 4a(x-\alpha)$; সাধারণ রূপ: $x = ay^2 + by + c$
  (i) y-অক্ষের সমান্তরাল হলে, $(x-\alpha)^2 = 4a(y-\beta)$; সাধারণ রূপ: $y = ax^2 + bx + c$ যেখানে, $a \neq 0$

সৃজনশীল প্রশ্ন (ক, খ ও গ)

01 উদ্দীপক-২: [DB'23]



(গ) উদ্দীপক-২ এর চিত্রটি একটি পরাবৃত্ত এবং শীর্ষবিন্দু A হলে, CB রেখার দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

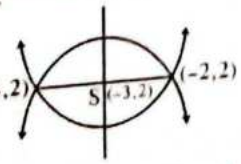
(গ) Sol^n: যেহেতু, পরাবৃত্তটির শীর্ষ (0,4), অক্ষরেখা y অক্ষ।
অতএব, পরাবৃত্তটির সমীকরণ:
$x^2 = -4a(y-4) \ldots\ldots\ldots (i)$
যা P(6,0) বিন্দুগামী। $\therefore$ (i) হতে পাই,
$6^2 = -4a(0-4) \Rightarrow a = \frac{36}{16} = \frac{9}{4}$
$\therefore$ পরাবৃত্তটির সমীকরণ: $x^2 = -4 \times \frac{9}{4}(y-4)$
$\Rightarrow x^2 = -9(y-4) \ldots\ldots\ldots (ii)$
চিত্রমতে, B বিন্দুটি পরাবৃত্তের উপরে অবস্থিত।
যার ভুজ = OC = 3
(ii) হতে পাই, $3^2 = -9(y-4) \Rightarrow -1 = y-4 \therefore y = 3$
$\therefore$ B বিন্দুর স্থানাঙ্ক (3,3); C(3,0)
$\therefore$ CB রেখার দৈর্ঘ্য = (3 − 0) একক = 3 একক **(Ans.)**

02 দৃশ্যকল্প-১: $x = by^2 + cy + a$ একটি কনিক। [Ctg.B'23]
দৃশ্যকল্প-২: কোনো পরাবৃত্তের উপকেন্দ্রিক লম্বের প্রান্তবিন্দুদ্বয় $(-2, 2)$ এবং $(-4, 2)$ ।

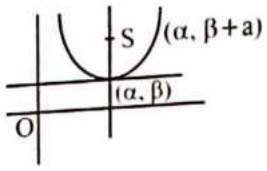
(খ) দৃশ্যকল্প-২ থেকে পরাবৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর।

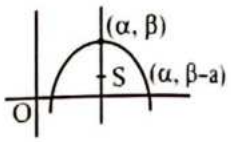
(গ) দৃশ্যকল্প-১ এ কনিকের শীর্ষবিন্দু (1, −2) এবং এটি (3, 0) বিন্দুগামী হলে a, b, c এর মান নির্ণয় কর।

(খ) Sol^n:



উক্ত পরাবৃত্তের সমীকরণ, $X^2 = 4aY$
$4|a| = \sqrt{(-2+4)^2 + (2-2)^2} \Rightarrow |a| = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$
উপকেন্দ্র $\equiv \left(\frac{-4-2}{2}, \frac{2+2}{2}\right)$ অর্থাৎ $(-3, 2)$
ধরি, শীর্ষ (α, β) অর্থাৎ উপকেন্দ্র $(\alpha, \beta \pm a) \equiv (-3, 2)$





অতএব, $\alpha = -3; \beta \pm a = \beta \pm \frac{1}{2} = 2 \therefore \beta = \frac{5}{2}, \frac{3}{2}$
$\therefore$ নির্ণেয় পরাবৃত্তের সমীকরণ: $(x+3)^2 = 4\left(\frac{1}{2}\right)\left(y - \frac{3}{2}\right)$
$\Rightarrow (x+3)^2 = 2y - 3$ **(Ans.)** [$a = +\frac{1}{2}$ এর জন্য]
ও $(x+3)^2 = -4\left(\frac{1}{2}\right)\left(y - \frac{5}{2}\right)$
$\Rightarrow (x+3)^2 = -2\left(y - \frac{5}{2}\right)$ **(Ans.)** [$a = -\frac{1}{2}$ এর জন্য]

(গ) Sol^n: ধরি, কনিকটির সমীকরণ,
$(y+2)^2 = 4p(x-1)$ [যেহেতু শীর্ষবিন্দু $(1, -2)$]
$(3, 0)$ বিন্দুগামী হলে, $(0+2)^2 = 4p(3-1)$
$\Rightarrow 4 = 4p \times 2 \therefore p = \frac{1}{2}$
$\therefore$ সমীকরণটি $(y+2)^2 = 4 \times \frac{1}{2}(x-1)$
$\Rightarrow y^2 + 4y + 4 = 2x - 2$
$\Rightarrow 2x = y^2 + 4y + 6 \Rightarrow x = \frac{1}{2}y^2 + 2y + 3$
$x = by^2 + cy + a$ -এর সাথে তুলনা করে পাই,
$a = 3 ; b = \frac{1}{2} ; c = 2$ **(Ans.)**

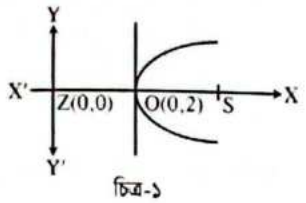
03 উদ্দীপক-১: একটি পরাবৃত্তের শীর্ষবিন্দু (5,3) অক্ষরেখা y অক্ষের সমান্তরাল এবং যা (7,2) বিন্দু দিয়ে অতিক্রম করে। [JB'22]

(খ) পরাবৃত্তটির সমীকরণ নির্ণয় কর।

(খ) Sol^n: অক্ষরেখা y-অক্ষের সমান্তরাল এবং A (5, 3) শীর্ষবিশিষ্ট পরাবৃত্তের সমীকরণ, $(x-5)^2 = 4a(y-3) \ldots\ldots\ldots (i)$
(i) নং (7, 2) বিন্দুগামী বলে, $(7-5)^2 = 4a(2-3)$
$\Rightarrow 4 = -4a \therefore a = -1$
$\therefore$ নির্ণেয় পরাবৃত্তের সমীকরণ, $(x-5)^2 = -4(y-3)$ **(Ans.)**

Educationblog24.com

04. [ময়মনসিংহ গার্লস ক্যাডেট কলেজ]

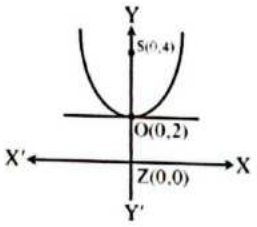


চিত্র-১

চিত্র-১: O, S ও Z বিন্দুত্রয় যথাক্রমে শীর্ষ, ফোকাস এবং দিকাক্ষ ও অক্ষরেখার ছেদবিন্দু।

(খ) চিত্র-১ এর আলোকে পরাবৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর।

(খ) Sol^{n}: এখানে, Z(0,0) , শীর্ষ O(0,2)। অর্থাৎ দিকাক্ষ রেখা x অক্ষ। সুতরাং অক্ষ রেখা হবে x অক্ষের উপর লম্ব। যেহেতু শীর্ষ O(0,2), সেহেতু অক্ষরেখা y অক্ষ হবে। শীর্ষ O হতে দিকাক্ষের পাদবিন্দু Z এর দূরত্ব, a = 2 একক।



সুতরাং উপকেন্দ্র, S = (0, 2 + 2) = (0,4)।

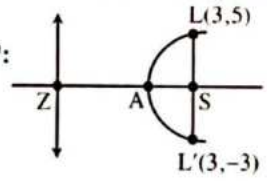
∴ পরাবৃত্তের সমীকরণ: $(x-0)^2 = 4 \times 2(y-2)$

$\Rightarrow x^2 = 8y - 16 \Rightarrow x^2 - 8y + 16 = 0$ **(Ans.)**

05. **উদ্দীপক-২: কোনো পরাবৃত্তের উপকেন্দ্রিক লম্বের প্রান্ত বিন্দুদ্বয় (3, 5) এবং (3, −3)** [সরকারি মাইকেল মধুসূদন কলেজ, যশোর]

(খ) উদ্দীপক-২ থেকে পরাবৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর।

(খ) Sol^{n}:



এখানে, উপকেন্দ্রিক লম্বের প্রান্তবিন্দুদ্বয় L(3,5), L′(3, −3)

অতএব, উপকেন্দ্র $S\left(\frac{3+3}{2}, \frac{5-3}{2}\right) = (3,1)$

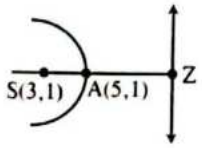
দেখা যাচ্ছে উপকেন্দ্রিক লম্ব y-অক্ষের সমান্তরাল। সুতরাং অক্ষরেখা হবে x-অক্ষের সমান্তরাল।

উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য,

$LL' = |4a| \Rightarrow |4a| = \sqrt{(5+3)^2} = 8 \Rightarrow a = \pm 2$

∴ শীর্ষ $A(3+2, 1) \equiv (5,1)$

অথবা, $A(3-2, 1) = (1,1)$

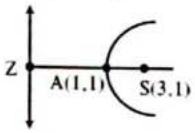


শীর্ষ A(5,1), উপকেন্দ্র S(3, 1) শীর্ষ হতে উপকেন্দ্রের দূরত্ব 2 একক এবং অক্ষ x অক্ষের সমান্তরাল হলে সমীকরণ,

$(y-1)^2 = -4 \times 2(x-5)$

$\Rightarrow y^2 - 2y + 1 = -8x + 40$

$\Rightarrow y^2 - 2y + 8x - 39 = 0$



আবার, শীর্ষ A(1, 1), উপকেন্দ্রে S(3,1), শীর্ষ হতে উপকেন্দ্রের দূরত্ব 2 একক এবং অক্ষ x-অক্ষের সমান্তরাল হলে সমীকরণ-

$(y-1)^2 = 4 \times 2(x-1) \Rightarrow y^2 - 2y + 1 = 8x - 8$

$\Rightarrow y^2 - 2y - 8x + 9 = 0$

∴ নির্ণেয় সমীকরণ: $y^2 - 2y + 8x - 39 = 0$

এবং $y^2 - 2y - 8x + 9 = 0$ **(Ans.)**

০৬

নিজে করো

06. দৃশ্যকল্প-১: $f(y) = ay^2 + by + c$. [BB'23]

(খ) দৃশ্যকল্প-১ এর আলোকে, $x = f(y)$ কনিকের শীর্ষবিন্দু (3, −2) এবং এটি (5, 0) বিন্দুগামী হলে a, b, c এর মান নির্ণয় কর। [Ans: $a = \frac{1}{2}, b = 2, c = 5$]

07. A(1, −3), B(0,7), C(1,1) [Din.B'22]

(খ) $y = ax^2 + bx + c$ পরাবৃত্তটির শীর্ষ A এবং এটি B বিন্দুগামী হলে a, b, c এর মান নির্ণয় কর।

[Ans: a = 10, b = −20 এবং c = 7]

Type-04: পরাবৃত্তের উপকেন্দ্রিক দূরত্ব সম্পর্কিত

Concept

কোনো পরাবৃত্তের উপকেন্দ্র হতে পরাবৃত্তটির উপরস্থ যেকোনো বিন্দুর দূরত্বকে ফোকাস দূরত্ব বা উপকেন্দ্রিক দূরত্ব বলে।

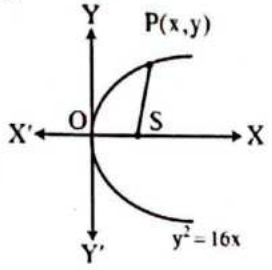
(i) $y^2 = 4ax$ পরাবৃত্তের উপরস্থ যেকোনো বিন্দু P(x, y) এর উপকেন্দ্রিক দূরত্ব, $SP = |a + x|$

(ii) $x^2 = 4ay$ পরাবৃত্তের উপরস্থ যেকোনো বিন্দু P(x, y) এর উপকেন্দ্রিক দূরত্ব, $SP = |a + y|$

Educationblog24.com

সৃজনশীল প্রশ্ন (ক, খ ও গ)

01. দৃশ্যকল্প-১: [CB'23]



(খ) দৃশ্যকল্প-১ এ S উপকেন্দ্র এবং SP = 6 একক হলে, P বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর।

(খ) Sol^n: পরাবৃত্তের সমীকরণ, $y^2 = 16x$ [দেওয়া আছে]

$y^2 = 4 \cdot 4x \therefore a = 4 \therefore$ উপকেন্দ্র $\equiv (4, 0)$

P বিন্দুর উপকেন্দ্রিক দূরত্ব $= |x + a| \Rightarrow 6 = |x + 4|$

$\therefore x = 2$ [যেহেতু P বিন্দুটি প্রথম চতুর্ভাগে]

$x = 2$ বসিয়ে পাই, $y^2 = 16 \times 2 \therefore y = \pm 4\sqrt{2} = 4\sqrt{2}$

[যেহেতু P বিন্দুটি প্রথম চতুর্ভাগে]

$\therefore P(x, y) \equiv (2, 4\sqrt{2})$ **(Ans.)**

02. দৃশ্যকল্প-১: মনে করি, একটি কনিকের সমীকরণ, $Bx^2 + Ry^2 + Nxy + Tx + Sy + A = 0$ [নটর ডেম কলেজ, ঢাকা]

(খ) দৃশ্যকল্প-১ এ প্রদত্ত কনিকের উপরস্থ যে বিন্দুর উপকেন্দ্রিক দূরত্ব 12 একক তার স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর।

(যেখানে, $R = 1, T = -16, B = N = S = A = 0$)

(খ) Sol^n: প্রদত্ত সমীকরণ: $Bx^2 + Ry^2 + Nxy + Tx + Sy + A = 0 \Rightarrow y^2 - 16x = 0$ [মান বসিয়ে]

$\Rightarrow y^2 = 4 \cdot 4x \therefore a = 4$

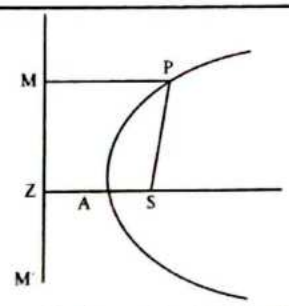
প্রশ্নমতে, উপকেন্দ্রিক দূরত্ব: $a + x = 12 \Rightarrow 4 + x = 12$

$\therefore x = 8$ এবং $y^2 - 16 \times 8 = 0 \therefore y = \pm 8\sqrt{2}$

$\therefore$ নির্ণেয় বিন্দুর স্থানাঙ্ক: $(8, \pm 8\sqrt{2})$ **(Ans.)**

নিজে করো

03.



[MB'22]

উপরের চিত্রটি একটি কনিক নির্দেশ করে। যার উপকেন্দ্র S, শীর্ষবিন্দু A এবং MZM' নিয়ামক রেখা।

(খ) উদ্দীপকের কনিকটির সমীকরণ, $y^2 = 6x$ এবং SP = 6 হলে, P বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর। [Ans: $\left(\frac{9}{2}, \pm\frac{9\sqrt{6}}{2}\right)$]

04. (ক) $y^2 = 32x$ পরাবৃত্তস্থ কোনো বিন্দুর ফোকাস দূরত্ব 10; বিন্দুটির স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর। [CB'17] [Ans: $(2, \pm 8)$]

Type-05: উপবৃত্তের সমীকরণ হতে বিভিন্ন উপাদান নির্ণয়

Concept

এসব ক্ষেত্রে $\frac{X^2}{a^2} + \frac{Y^2}{b^2} = 1$, আকারের উপবৃত্তের আদর্শ সমীকরণের সাথে তুলনা করে বিভিন্ন উপাদান বের করতে হবে।

◆ **$0 < e < 1$ হলে কোনো বিন্দুর সঞ্চারপথকে উপবৃত্ত বলে।**

ক্রমিক নং	উপবৃত্তের আকার:	$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, $a > b$	$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, $a < b$	$\frac{(x-\alpha)^2}{a^2} + \frac{(y-\beta)^2}{b^2} = 1$, $a > b$	$\frac{(x-\alpha)^2}{a^2} + \frac{(y-\beta)^2}{b^2} = 1$, $a < b$
(i)	কেন্দ্র, C:	$(0, 0)$	$(0, 0)$	(α, β)	(α, β)
(ii)	বৃহৎ অক্ষের দৈর্ঘ্য:	$2a$	$2b$	$2a$	$2b$
(iii)	ক্ষুদ্র অক্ষের দৈর্ঘ্য:	$2b$	$2a$	$2b$	$2a$
(iv)	উপকেন্দ্র, S:	$(\pm ae, 0)$	$(0, \pm be)$	$(\alpha \pm ae, \beta)$	$(\alpha, \beta \pm be)$

Educationblog24.com

(v)	বৃহৎ অক্ষের সমীকরণ:	$y = 0$	$x = 0$	$y - \beta = 0$	$x - \alpha = 0$
(vi)	ক্ষুদ্র অক্ষের সমীকরণ:	$x = 0$	$y = 0$	$x - \alpha = 0$	$y - \beta = 0$
(vii)	দিকাক্ষের সমীকরণ:	$x = \pm\frac{a}{e}$	$y = \pm\frac{b}{e}$	$x = \alpha \pm \frac{a}{e}$	$y = \beta \pm \frac{b}{e}$
(viii)	উপকেন্দ্রিক লম্ব, LL′:	$\frac{2b^2}{a}$	$\frac{2a^2}{b}$	$\frac{2b^2}{a}$	$\frac{2a^2}{b}$
(ix)	উপকেন্দ্রিক লম্বের/ নাভিলম্বের সমীকরণ:	$x = \pm ae$	$y = \pm be$	$x = \alpha \pm ae$	$y = \beta \pm be$
(x)	উপকেন্দ্রিক লম্বের/ নাভিলম্বের প্রান্তবিন্দুগুলো:	$\left(\pm ae, \pm\frac{b^2}{a}\right)$	$\left(\pm\frac{a^2}{b}, \pm be\right)$	$\left(\alpha \pm ae, \beta \pm \frac{b^2}{a}\right)$	$\left(\alpha \pm \frac{a^2}{b}, \beta \pm be\right)$
(xi)	উৎকেন্দ্রিকতা, e:	$\sqrt{1-\frac{b^2}{a^2}}$	$\sqrt{1-\frac{a^2}{b^2}}$	$\sqrt{1-\frac{b^2}{a^2}}$	$\sqrt{1-\frac{a^2}{b^2}}$
(xii)	বৃহৎ অক্ষের প্রান্তবিন্দু (শীর্ষবিন্দু):	$(\pm a, 0)$	$(0, \pm b)$	$(\alpha \pm a, \beta)$	$(\alpha, \beta \pm b)$
(xiii)	ক্ষুদ্র অক্ষের প্রান্তবিন্দু:	$(0, \pm b)$	$(\pm a, 0)$	$(\alpha, \beta \pm b)$	$(\alpha \pm a, \beta)$
(xiv)	ফোকাসদ্বয়ের দূরত্ব, SS′:	$2ae$	$2be$	$2ae$	$2be$
(xv)	নিয়ামকের দূরত্ব, ZZ′:	$2\frac{a}{e}$	$2\frac{b}{e}$	$2\frac{a}{e}$	$2\frac{b}{e}$
(xvi)	ক্ষেত্রফল :	πab	πab	πab	πab
(xvii)	পরামিতিক সমীকরণ:	$x = a\cos\theta$, $y = b\sin\theta$, যেখানে $\theta = \tan^{-1}\left(\frac{ay}{bx}\right)$	$x = a\cos\theta$, $y = b\sin\theta$, যেখানে $\theta = \tan^{-1}\left(\frac{ay}{bx}\right)$	$x = \alpha + a\cos\theta$, $y = \beta + b\sin\theta$ যেখানে $\theta = \tan^{-1}\left(\frac{a(y-\beta)}{b(x-\alpha)}\right)$	$x = \alpha + a\cos\theta$, $y = \beta + b\sin\theta$, যেখানে $\theta = \tan^{-1}\left(\frac{a(y-\beta)}{b(x-\alpha)}\right)$

০৬

সৃজনশীল প্রশ্ন (ক, খ ও গ)

01. উদ্দীপক-১: $16x^2 + 25y^2 - 32x + 100y - 284 = 0$ [DB'23]

(খ) উদ্দীপক-১ এর নিয়ামক রেখার সমীকরণ নির্ণয় কর।

(খ) Sol^n: $16x^2 + 25y^2 - 32x + 100y - 284 = 0$

$\Rightarrow 16(x^2 - 2x + 1) + 25(y^2 + 4y + 4) = 284 + 16 + 100$

$\Rightarrow 16(x-1)^2 + 25(y+2)^2 = 400$

$\Rightarrow \frac{(x-1)^2}{25} + \frac{(y+2)^2}{16} = 1$

$\Rightarrow \frac{(x-1)^2}{5^2} + \frac{(y+2)^2}{4^2} = 1$ কে উপবৃত্তের সাধারণ সমীকরণ $\frac{X^2}{a^2} + \frac{Y^2}{b^2} = 1$ এর সঙ্গে তুলনা করে পাই,

$a = 5, b = 4$ এবং $a > b$

∴ উপবৃত্তটির প্রধান অক্ষ x-অক্ষের সমান্তরাল।

উৎকেন্দ্রিকতা, $e = \sqrt{1-\left(\frac{b}{a}\right)^2} = \sqrt{1-\frac{16}{25}} = \frac{3}{5}$

$\therefore \frac{a}{e} = \frac{5}{\frac{3}{5}} = \frac{25}{3}$

∴ নিয়ামকের সমীকরণ: $X = \pm\frac{a}{e} \Rightarrow x - 1 = \pm\frac{25}{3}$ (Ans.)

02. (ক) $\frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{4} = 1$ উপবৃত্তের বৃহৎ অক্ষের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। [DB'23]

(ক) Sol^n: $\frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{4} = 1 \Rightarrow \frac{x^2}{(2\sqrt{2})^2} + \frac{y^2}{2^2} = 1$ কে $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

এর সঙ্গে তুলনা করে পাই, $a = 2\sqrt{2}$ এবং $b = 2; a > b$

অর্থাৎ x-অক্ষ বরাবর পরাবৃত্তটির বৃহৎ অক্ষ অবস্থিত।

∴ বৃহৎ অক্ষের দৈর্ঘ্য $= 2a = 2 \times 2\sqrt{2} = 4\sqrt{2}$ একক (Ans.)

03. (ক) $2x^2 + y^2 = 2$ কনিকটির শীর্ষবিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর। [RB'23]

(ক) Sol^n: দেওয়া আছে, $2x^2 + y^2 = 2 \Rightarrow \frac{2x^2+y^2}{2} = 1$

$\Rightarrow \frac{x^2}{(1)^2} + \frac{y^2}{(\sqrt{2})^2} = 1 \ldots\ldots\ldots$ (i)

সমীকরণ (i) কে $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ এর সাথে তুলনা করে পাই,

$a = 1$ এবং $b = \sqrt{2}$; $b > a$ অর্থাৎ প্রধান অক্ষ y-অক্ষ।

আমরা জানি, শীর্ষবিন্দুর স্থানাঙ্ক $(0, \pm b)$

∴ প্রদত্ত কনিকের শীর্ষবিন্দু $(0, \pm\sqrt{2})$ (Ans.)

Educationblog24.com

04. (ক) $3x^2 + 2y^2 = 1$ উপবৃত্তের উৎকেন্দ্রিকতা নির্ণয় কর। [SB'23]

(ক) Sol^n: দেওয়া আছে, উপবৃত্তের সমীকরণ, $3x^2 + 2y^2 = 1$

$\Rightarrow \frac{x^2}{\frac{1}{3}} + \frac{y^2}{\frac{1}{2}} = 1$

উপবৃত্তটির সমীকরণকে $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ এর সাথে তুলনা করে পাই, $a^2 = \frac{1}{3}, b^2 = \frac{1}{2}$

এখন, উৎকেন্দ্রিকতা, $e = \sqrt{1 - \frac{a^2}{b^2}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$ (Ans.)

05. দৃশ্যকল্প-২: $4x^2 + 5y^2 + 10y - 16x + 1 = 0$ [CB'23]

(গ) দৃশ্যকল্প-২ হতে কনিকটির উপকেন্দ্র ও উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

(গ) Sol^n: দেওয়া আছে, $4x^2 + 5y^2 + 10y - 16x + 1 = 0$

$\Rightarrow 4(x^2 - 4x + 4) + 5(y^2 + 2y + 1) = 20$

$\Rightarrow \frac{(x-2)^2}{5} + \frac{(y+1)^2}{4} = 1 \therefore a = \sqrt{5}, b = 2$

এক্ষেত্রে $a > b$ অর্থাৎ প্রধান অক্ষ x-অক্ষের সমান্তরাল।

এবং $e = \sqrt{1 - \frac{4}{5}} = \frac{1}{\sqrt{5}}$

এখন উপকেন্দ্র $(X, Y) \equiv \left(\pm\sqrt{5}\frac{1}{\sqrt{5}}, 0\right)$

$\Rightarrow (x - 2, y + 1) \equiv (\pm 1, 0)$

$\Rightarrow (x, y) \equiv (\pm 1 + 2, -1) \equiv (3, -1), (1, -1)$

এবং উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য $= \frac{2b^2}{a} = \frac{2\,2^2}{\sqrt{5}} = \frac{8}{\sqrt{5}}$ (Ans.)

06. (ক) $4x^2 + 5y^2 = 1$ উপবৃত্তটির উৎকেন্দ্রিকতা নির্ণয় কর। [CB'23]

(ক) Sol^n: দেওয়া আছে, $4x^2 + 5y^2 = 1 \Rightarrow \frac{x^2}{\frac{1}{4}} + \frac{y^2}{\frac{1}{5}} = 1$

$\therefore a = \frac{1}{2}, b = \frac{1}{\sqrt{5}}$

$\therefore e = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}} = \sqrt{1 - \frac{\frac{1}{5}}{\frac{1}{4}}} = \frac{1}{\sqrt{5}}$ (Ans.)

07. (ক) $2x^2 + 3y^2 = 1$ উপবৃত্তটির উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। [DB'22]

(ক) Sol^n: উপবৃত্তের সমীকরণ: $2x^2 + 3y^2 = 1$

$\Rightarrow \frac{x^2}{\frac{1}{2}} + \frac{y^2}{\frac{1}{3}} = 1$ ..... (i)

(i) নং কে $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ এর সাথে তুলনা করে পাই,

$a^2 = \frac{1}{2}, b^2 = \frac{1}{3} \therefore a > b$

$\therefore$ উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য $= \frac{2b^2}{a} = \frac{2\times\frac{1}{3}}{\frac{1}{\sqrt{2}}} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$ একক (Ans.)

08. দৃশ্যকল্প-১: $4x^2 - 8x + 8y^2 - 8y = 10$ একটি উপবৃত্তের সমীকরণ। [CB'22]

(খ) দৃশ্যকল্প-১ এর উপবৃত্তটির কেন্দ্র, উপকেন্দ্র এবং উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

(খ) Sol^n: উপবৃত্তের সমীকরণটি, $4x^2 - 8x + 8y^2 - 8y = 10$

$\Rightarrow 4(x^2 - 2x + 1 - 1) + 8\left(y^2 - y + \frac{1}{4} - \frac{1}{4}\right) = 10$

$\Rightarrow 4(x-1)^2 - 4 + 8\left(y - \frac{1}{2}\right)^2 - 2 = 10$

$\Rightarrow 4(x-1)^2 + 8\left(y - \frac{1}{2}\right)^2 = 16$

$\Rightarrow \frac{(x-1)^2}{4} + \frac{\left(y-\frac{1}{2}\right)^2}{2} = 1 \Rightarrow \frac{X^2}{2^2} + \frac{Y^2}{(\sqrt{2})^2} = 1$ ..... (i)

[ধরি, $X = x - 1$, এবং $Y = y - \frac{1}{2}$]

(i) নং কে $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ এর সাথে তুলনা করে পাই, $a = 2$ এবং $b = \sqrt{2} \therefore a > b$; কেন্দ্র, $C(X, Y) \equiv (0, 0)$

$X = 0 \Rightarrow x - 1 = 0 \therefore x = 1, Y = 0 \Rightarrow y - \frac{1}{2} = 0$

$\therefore y = \frac{1}{2} \therefore$ কেন্দ্র $\equiv \left(1, \frac{1}{2}\right)$ (Ans.)

উৎকেন্দ্রিকতা, $e = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}} = \sqrt{1 - \frac{2}{4}} = \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

উপকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক, $S(X, Y) \equiv (\pm ae, 0)$

$X = \pm ae \Rightarrow x - 1 = \pm 2 \times \frac{1}{\sqrt{2}} \therefore x = 1 \pm \sqrt{2}$;

$Y = 0 \Rightarrow y - \frac{1}{2} = 0 \therefore y = \frac{1}{2}$

$\therefore$ উপকেন্দ্র, $\equiv \left(1 \pm \sqrt{2}, \frac{1}{2}\right)$ (Ans.)

এবং উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য $= \frac{2b^2}{a} = \frac{2\times 2}{2} = 2$ একক (Ans.)

09. উদ্দীপক-২: $4x^2 + 9y^2 - 40x - 108y + 388 = 0$ একটি কনিক। [BB'22]

(গ) উদ্দীপক-২ এ উল্লিখিত কনিকটির উপকেন্দ্রিক লম্বের সমীকরণ নির্ণয় কর।

(গ) Sol^n: উদ্দীপক-২ হতে পাই,

$4x^2 + 9y^2 - 40x - 108y + 388 = 0$

$\Rightarrow 4(x^2 - 10x) + 9(y^2 - 12y) + 388 = 0$

$\Rightarrow 4(x^2 - 10x + 25 - 25) + 9(y^2 - 12y + 36 - 36) + 388 = 0$

$\Rightarrow 4(x-5)^2 - 100 + 9(y-6)^2 - 324 + 388 = 0$

$\Rightarrow 4(x-5)^2 + 9(y-6)^2 = 36$

$\Rightarrow \frac{(x-5)^2}{9} + \frac{(y-6)^2}{4} = 1$

$\Rightarrow \frac{X^2}{3^2} + \frac{Y^2}{2^2} = 1$ ..... (i) [ধরি, $X = x - 5$ এবং $Y = y - 6$]

(i) নং কে $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ এর সাথে তুলনা করে পাই, $a = 3$ এবং $b = 2 \therefore a > b$

Educationblog24.com

$\therefore$ উৎকেন্দ্রিকতা, $e = \sqrt{1-\frac{b^2}{a^2}} = \sqrt{1-\frac{4}{9}} = \frac{\sqrt{5}}{3}$

$\therefore$ উপকেন্দ্রিক লম্বের সমীকরণ, $X = \pm ae$

$\Rightarrow x - 5 = \pm 3 \times \frac{\sqrt{5}}{3} \Rightarrow x = 5 \pm \sqrt{5}$ **(Ans.)**

10. **(ক) $4x^2 + 5y^2 = 1$ উপবৃত্তের একটি উপকেন্দ্র ও এর অনুরূপ নিয়ামক রেখার মধ্যবর্তী দূরত্ব নির্ণয় কর।** **[Din.B'22]**

(ক) **Sol^n:** $4x^2 + 5y^2 = 1 \Rightarrow \frac{x^2}{\left(\frac{1}{2}\right)^2} + \frac{y^2}{\left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right)^2} = 1 \therefore a = \frac{1}{2}$ এবং

$b = \frac{1}{\sqrt{5}} \therefore a > b \therefore e = \sqrt{1-\frac{b^2}{a^2}} = \sqrt{1-\frac{4}{5}} = \frac{1}{\sqrt{5}}$

$\therefore$ উপকেন্দ্র ও এর অনুরূপ নিয়ামক রেখার মধ্যবর্তী দূরত্ব,

$= \frac{a}{e} - ae = \frac{\sqrt{5}}{2} - \frac{1}{2\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$ **(Ans.)**

11. **(ক) $5x^2 + 4y^2 = 1$ উপবৃত্তের নিয়ামক রেখার সমীকরণ নির্ণয় কর।** **[Ctg.B'19]**

(ক) **Sol^n:** উপবৃত্তটি, $5x^2 + 4y^2 = 1$; $\left(\frac{x}{\frac{1}{\sqrt{5}}}\right)^2 + \left(\frac{y}{\frac{1}{2}}\right)^2 = 1$

এখানে, $e = \sqrt{1-\frac{a^2}{b^2}} = \sqrt{1-\frac{4}{5}} = \frac{1}{\sqrt{5}}$

এখন, নিয়ামক রেখা, $y = \pm\frac{b}{e} \Rightarrow y = \pm\frac{1}{2} \times \sqrt{5} \Rightarrow 2y = \pm\sqrt{5}$

12. **[সিলেট ক্যাডেট কলেজ, সিলেট]**

(ii) $2x^2 + y^2 - 8x - 2y - 7 = 0$

(গ) (ii) নং হতে কনিকটির নিয়ামকের সমীকরণ এবং অক্ষদ্বয়ের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

(গ) **Sol^n:** প্রদত্ত সমীকরণ: $2x^2 + y^2 - 8x - 2y - 7 = 0$

$\Rightarrow 2(x^2 - 4x + 4) - 8 + (y^2 - 2y + 1) - 1 - 7 = 0$

$\Rightarrow 2(x-2)^2 + (y-1)^2 = 16 \Rightarrow \frac{(x-2)^2}{8} + \frac{(y-1)^2}{16} = 1$

$\therefore \frac{(x-2)^2}{(2\sqrt{2})^2} + \frac{(y-1)^2}{4^2} = 1$; $a = 2\sqrt{2}$ এবং $b = 4$

অর্থাৎ, $b > a$ হলে বৃহৎ অক্ষ-y অক্ষের সমান্তরাল। বৃহৎ অক্ষের দৈর্ঘ্য $= 2 \times 4 = 8$ একক এবং ক্ষুদ্র অক্ষের দৈর্ঘ্য $= 2 \times 2\sqrt{2} = 4\sqrt{2}$ একক

উৎকেন্দ্রিকতা, $e = \sqrt{1-\frac{a^2}{b^2}} = \sqrt{1-\frac{8}{16}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$\therefore$ নিয়ামকের সমীকরণ, $y - 1 = \pm\frac{b}{e} \Rightarrow y = 1 \pm \frac{4}{\frac{1}{\sqrt{2}}}$

$\Rightarrow y = 1 \pm 4\sqrt{2} \therefore y - 1 \pm 4\sqrt{2} = 0$ **(Ans.)**

13. **দৃশ্যকল্প-২: $6x^2 + 4y^2 - 36x - 4y + 43 = 0$ একটি সমীকরণ।** **[ঢাকা রেসিডেনসিয়াল মডেল কলেজ]**

(গ) দৃশ্যকল্প-২ সমীকরণটির উপকেন্দ্র ও নিয়ামকের সমীকরণ বের কর।

(গ) **Sol^n:** প্রদত্ত সমীকরণ: $6x^2 + 4y^2 - 36x - 4y + 43 = 0$

$\Rightarrow 6(x^2 - 6x + 9) + 4\left(y^2 - y + \frac{1}{4}\right) = -43 + 54 + 1$

$\Rightarrow \frac{(x-3)^2}{2} + \frac{\left(y-\frac{1}{2}\right)^2}{3} = 1 \Rightarrow \frac{(x-3)^2}{(\sqrt{2})^2} + \frac{\left(y-\frac{1}{2}\right)^2}{(\sqrt{3})^2} = 1$

$\therefore a = \sqrt{2}, b = \sqrt{3}$ অর্থাৎ $b > a$ এবং কেন্দ্র $(\alpha, \beta) \equiv \left(3, \frac{1}{2}\right)$

$\therefore$ উপকেন্দ্রের সমীকরণ: $(\alpha, \beta \pm be) \equiv \left(\alpha, \beta \pm \sqrt{b^2 - a^2}\right)$

$\equiv \left(3, \frac{1}{2} \pm 1\right) \equiv \left(3, \frac{3}{2}\right), \left(3, -\frac{1}{2}\right)$ **(Ans.)**

এবং নিয়ামকরেখার সমীকরণ: $y - \frac{1}{2} = \pm\frac{b}{e}$

$\Rightarrow y - \frac{1}{2} = \pm\frac{b^2}{\sqrt{b^2-a^2}} \Rightarrow y = \frac{1}{2} \pm \frac{3}{1}$

$\Rightarrow y = \frac{1}{2} + 3 = \frac{7}{2} \therefore 2y - 7 = 0$ এবং $y = \frac{1}{2} - 3 = \frac{-5}{2}$

$\therefore 2y + 5 = 0$ **(Ans.)**

নিজে করো

14. (ক) $4x^2 + 7y^2 = 28$ কনিকের উৎকেন্দ্রিকতা নির্ণয় কর। **[SB'22] [Ans: $\frac{1}{\sqrt{5}}$]**

15. উদ্দীপক-২: $x^2 + 2y^2 - 12x + 28 = 0$ **[CB'22]**

(গ) উদ্দীপক-২ এ উল্লিখিত কনিকের উপকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক ও নিয়ামক রেখার সমীকরণ নির্ণয় কর।

[Ans: $(8, 0), (4, 0)$; $x - 6 = \pm 4$]

16. উদ্দীপক-১: $4x^2 + 6y^2 - 4x - 36y + 43 = 0$. **[MB'22]**

(ক) $5x^2 + 4y^2 = 1$ কনিকের উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। **[Ans: $\frac{4}{5}$]**

(খ) উদ্দীপক-১ এ বর্ণিত সমীকরণকে প্রমিত আকারে প্রকাশ করে কনিকটির নিয়ামক রেখার সমীকরণ নির্ণয় কর।

[Ans: $x - \frac{1}{2} = \pm 3$]

17. $16x^2 + 25y^2 = 400$. **[DB'17]**

(খ) উৎকেন্দ্রিকতাসহ উদ্দীপকের কনিকটির শীর্ষদ্বয়ের স্থানাঙ্ক, ফোকাস ও উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

[Ans: $e = \frac{3}{5}$ শীর্ষবিন্দুসমূহ, $(\pm 5, 0)$ ও $(0, \pm 4)$; ফোকাসদ্বয় $(\pm 3, 0)$: $\frac{32}{5}$]

(গ) চিত্র অঙ্কনপূর্বক উদ্দীপকের কনিকটির উপকেন্দ্রিক লম্বদ্বয় ও নিয়ামকদ্বয় এর সমীকরণ নির্ণয় কর।

[Ans: $x = \pm 3; 3x = \pm 25$]

18. (ক) $3x^2 + 5y^2 = 1$ এর উৎকেন্দ্রিকতা নির্ণয় কর। **[DB'19; JB'17] [Ans: $\sqrt{\frac{2}{5}}$]**

Educationblog24.com

Type-06: বিভিন্ন শর্ত হতে উপবৃত্তের সমীকরণ এবং উপাদান নির্ণয় সংক্রান্ত

Concept

- (α, β) কেন্দ্রবিশিষ্ট উপবৃত্তের বৃহৎ অক্ষ
  (i) x-অক্ষের সমান্তরাল হলে উপবৃত্তের সমীকরণ $\frac{(x-\alpha)^2}{a^2} + \frac{(y-\beta)^2}{b^2} = 0$; [যেখানে $a > b$]
  (ii) y-অক্ষের সমান্তরাল হলে উপবৃত্তের সমীকরণ $\frac{(x-\alpha)^2}{a^2} + \frac{(y-\beta)^2}{b^2} = 0$; [যেখানে $a < b$]

সৃজনশীল প্রশ্ন (ক, খ ও গ)

01. দৃশ্যকল্প-২: একটি কনিকের কেন্দ্র মূলবিন্দুতে, উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য 10 ও উৎকেন্দ্রিকতা $\frac{1}{\sqrt{3}}$। [RB'23]

(গ) স্থানাঙ্কের অক্ষদ্বয়কে দৃশ্যকল্প-২ এ বর্ণিত কনিকের অক্ষদ্বয় বিবেচনা করে এর সমীকরণ নির্ণয় কর।

(গ) Sol^n: দেওয়া আছে, উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য = 10

উৎকেন্দ্রিকতা = $e = \frac{1}{\sqrt{3}}$

ধরি, $a > b$ ∴ আমরা জানি, উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য = $\frac{2b^2}{a} = 10$

$\therefore b^2 = 5a$ ..... (i)

আবার, $e = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}} \Rightarrow e^2 = 1 - \frac{b^2}{a^2}$

$\Rightarrow b^2 = a^2(1 - e^2) \Rightarrow b^2 = a^2\left(1 - \frac{1}{3}\right)$

$\therefore b^2 = \frac{2a^2}{3}$ ..... (ii)

(i) ও (ii) তুলনা করে পাই, $5a = \frac{2a^2}{3} \Rightarrow 15 = 2a \therefore a = \frac{15}{2}$

এখন, (ii) $\Rightarrow b^2 = \frac{2}{3} \times \left(\frac{15}{2}\right)^2 \therefore b^2 = \frac{75}{2}$

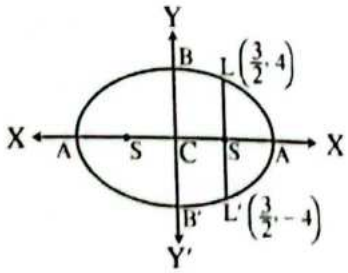
নির্ণেয় সমীকরণ: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \Rightarrow \frac{x^2}{\left(\frac{15}{2}\right)^2} + \frac{y^2}{\frac{75}{2}} = 1$

$\Rightarrow \frac{x^2}{\frac{225}{4}} + \frac{y^2}{\frac{75}{2}} = 1 \Rightarrow \frac{4x^2}{225} + \frac{2y^2}{75} = 1$

$\Rightarrow 4x^2 + 6y^2 = 225$

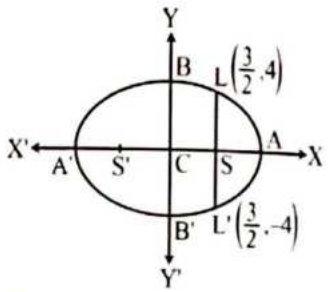
∴ নির্ণেয় সমীকরণ: $4x^2 + 6y^2 = 225$ (Ans.)

02. দৃশ্যকল্প-১: [SB'23]



(খ) দৃশ্যকল্প-১ এর উপবৃত্তটির উৎকেন্দ্রিকতা $\frac{1}{3}$ হলে, এর সমীকরণ নির্ণয় কর।

(খ) Sol^n:



যেহেতু উপবৃত্তের অক্ষদ্বয় x-অক্ষ এবং y-অক্ষ বরাবর অবস্থিত

ধরি, উপবৃত্তের সমীকরণ, $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ $(a > b)$

[যা L বিন্দুগামী]

$\therefore \frac{9}{4a^2} + \frac{16}{b^2} = 1$ ..... (i)

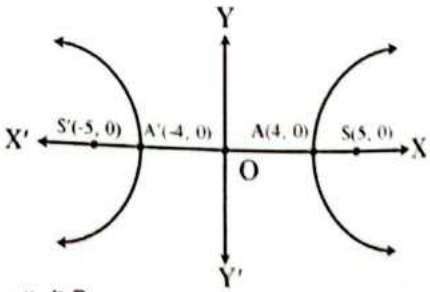
এখন, উপকেন্দ্র $S\left(\frac{\frac{3}{2}+\frac{3}{2}}{2}, \frac{4-4}{2}\right)$ বা $\left(\frac{3}{2}, 0\right)$

এখন, $ae = \frac{3}{2} \Rightarrow a \times \frac{1}{3} = \frac{3}{2}$ [$\because e = \frac{1}{3}$] $\therefore a = \frac{9}{2}$

(i) হতে পাই, $\frac{9}{4\frac{81}{4}} + \frac{16}{b^2} = 1 \Rightarrow \frac{16}{b^2} = 1 - \frac{1}{9} \Rightarrow b^2 = 18$

∴ উপবৃত্তের সমীকরণ, $\frac{4x^2}{81} + \frac{y^2}{18} = 1$ (Ans.)

03. [BB'23]



(গ) উদ্দীপকের A ও A′ কে উপকেন্দ্র ধরে উপবৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর যার একটি নিয়ামকের সমীকরণ, $5x - 36 = 0$

(গ) Sol^n: $A'(-4, 0)$ ও $A(4, 0)$ ∴ কেন্দ্র, $C \equiv (0, 0)$ এবং

$2ae = 8 \Rightarrow ae = 4$ ..... (i)

এখন, কেন্দ্র $(0, 0)$ থেকে নিয়ামক রেখার দূরত্ব,

$\frac{|5 \cdot 0 - 36|}{\sqrt{25}} = \frac{36}{5} = \frac{a}{e}$ ..... (ii)

(i) × (ii) $\Rightarrow ae \times \frac{a}{e} = 4 \times \frac{36}{5} \Rightarrow a^2 = \frac{144}{5} \therefore a = \frac{12}{\sqrt{5}}$

Educationblog24.com

আবার, $ae = 4 \Rightarrow e = \frac{4}{a} = \frac{4\sqrt{5}}{12} = \frac{\sqrt{5}}{3}$

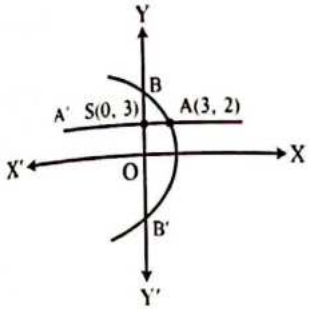
আবার, $e^2 = 1 - \frac{b^2}{a^2} \Rightarrow \frac{b^2}{a^2} = 1 - e^2 = \frac{4}{9}$

$\Rightarrow b^2 = \frac{4}{9} \times \frac{144}{5} = \frac{64}{5}$

$\therefore$ উপবৃত্তের সমীকরণ, $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

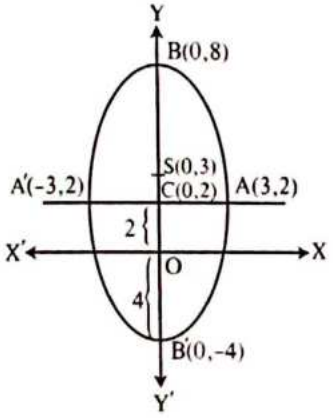
$\Rightarrow \frac{x^2}{\frac{144}{5}} + \frac{y^2}{\frac{64}{5}} = 1 \Rightarrow \frac{5x^2}{144} + \frac{5y^2}{64} = 1$ **(Ans.)**

04. **[JB'23, SB'17]**



(গ) উদ্দীপকে $OB' = 4$ এবং $AS = A'S$ হলে BB' কে বৃহৎ অক্ষ ও AA' কে ক্ষুদ্র অক্ষ ধরে অঙ্কিত উপবৃত্তের উপকেন্দ্রিক লম্বের সমীকরণ বাহির কর।

(গ) **Sol^n:** যেহেতু, $OB' = 4$ একক, সেহেতু $B'(0, -4)$



আবার C, AA' এর মধ্যবিন্দু $\therefore C(0,2)$ এবং $BC = B'C$;

$B'C = 2 - (-4) = 6 \therefore B(0, 2 + 6)$ বা, $B(0,8)$।

$a = AC = A'C = 3 - 0 = 3; b = BC = 6$

BB' কে বৃহৎ অক্ষ এবং AA' কে ক্ষুদ্র অক্ষ ধরে উপবৃত্তটির সমীকরণ $\frac{x^2}{3^2} + \frac{(y-2)^2}{6^2} = 1$

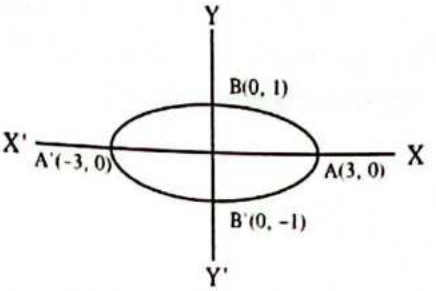
$\therefore$ উৎকেন্দ্রিকতা $e = \sqrt{\frac{b^2 - a^2}{b^2}} = \sqrt{\frac{36-9}{36}} = \frac{3\sqrt{3}}{6}$

$\therefore$ উপবৃত্তের উপকেন্দ্রিক লম্বের সমীকরণ,

$y - 2 = \pm be \Rightarrow y - 2 = \pm 6 \times \frac{3\sqrt{3}}{6}$

$\therefore y - 2 = \pm 3\sqrt{3}$. **(Ans.)**

05. উদ্দীপক-১: **[DB'22]**



(খ) উদ্দীপক-১ এ উল্লিখিত উপবৃত্তের উৎকেন্দ্রিকতা, উপকেন্দ্র ও নিয়ামকের সমীকরণ নির্ণয় কর।

(খ) **Sol^n:** উদ্দীপক-১ এর চিত্র হতে পাই, উপবৃত্তটির বৃহদাক্ষের দৈর্ঘ্য, $2a = \sqrt{(3+3)^2 + 0} \Rightarrow a = 3$

এবং ক্ষুদ্রাক্ষের দৈর্ঘ্য, $2b = \sqrt{(1+1)^2 + 0}$

$\therefore b = 1 \because a > b$

$\therefore$ উৎকেন্দ্রিকতা, $e = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}} = \sqrt{1 - \frac{1}{9}} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$ **(Ans.)**

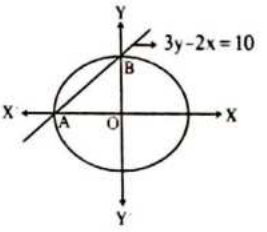
উপকেন্দ্রের সমীকরণ, $x = \pm ae \Rightarrow x = \pm 3 \times \frac{2\sqrt{2}}{3}$

$\therefore x = \pm 2\sqrt{2}$ **(Ans.)**

নিয়ামকের সমীকরণ, $x = \pm \frac{a}{e} \Rightarrow x = \pm \frac{3}{\frac{2\sqrt{2}}{3}}$

$\therefore 2\sqrt{2}x \pm 9 = 0$ **(Ans.)**

06. দৃশ্যকল্প-১: **[RB'22]**



(খ) দৃশ্যকল্প-১ এ বর্ণিত উপবৃত্তের উপকেন্দ্রিক লম্বের সমীকরণ নির্ণয় কর।

(খ) **Sol^n:** মনে করি, উপবৃত্তের সমীকরণটি,

$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \ldots\ldots\ldots (i)$

প্রদত্ত সরলরেখার সমীকরণ, $3y - 2x = 10$

$\Rightarrow \frac{y}{\frac{10}{3}} + \frac{x}{-5} = 1$

অর্থাৎ, উপবৃত্তটি $(-5, 0)$ এবং $(0, \frac{10}{3})$ বিন্দুগামী।

$\therefore \frac{(-5)^2}{a^2} + 0 = 1 \Rightarrow a^2 = 25 \Rightarrow a = 5$

এবং $0 + \frac{\left(\frac{10}{3}\right)^2}{b^2} = 1 \Rightarrow b^2 = \frac{100}{9} \Rightarrow b = \frac{10}{3} \therefore a > b$

$\therefore$ উৎকেন্দ্রিকতা, $e = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}} = \sqrt{1 - \frac{100}{9 \times 25}} = \frac{\sqrt{5}}{3}$

$\therefore$ উপকেন্দ্রিক লম্বের সমীকরণ, $x = \pm ae \Rightarrow x = \pm 5 \times \frac{\sqrt{5}}{3}$

$\therefore 3x \pm 5\sqrt{5} = 0$ **(Ans.)**

০৬

Educationblog24.com

07. দৃশ্যকল্প-১: $4x^2 + ay^2 = 1$ একটি কনিকের সমীকরণ। [SB'22]

(খ) দৃশ্যকল্প-১ এর কনিকটি $(0, \pm 1)$ বিন্দু দিয়ে অতিক্রম করলে কনিকটির অক্ষদ্বয়ের দৈর্ঘ্য বের কর।

(খ) Sol^n: প্রদত্ত সমীকরণ, $4x^2 + ay^2 = 1$ ..... (i)

(i) নং কনিকটি, $(0, \pm 1)$ বিন্দুগামী বলে,

$4 \times 0^2 + a \times (\pm 1)^2 = 1 \therefore a = 1$

(i) $\Rightarrow 4x^2 + y^2 = 1 \Rightarrow \frac{x^2}{\left(\frac{1}{2}\right)^2} + \frac{y^2}{(1)^2} = 1$ ..... (ii)

(ii) নং কে $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ এর সাথে তুলনা করে পাই,

$a = \frac{1}{2}, b = 1 \therefore b > a$

$\therefore$ বৃহদাক্ষের দৈর্ঘ্য $= 2b = 2 \times 1 = 2$ একক

এবং ক্ষুদ্রাক্ষের দৈর্ঘ্য $= 2a = 2 \times \frac{1}{2} = 1$ একক **(Ans.)**

08. $A(1, -3), B(0, 7), C(1, 1)$ [Din.B'22]

(গ) A ও C কোনো উপবৃত্তের শীর্ষ এবং উৎকেন্দ্রিকতা $\frac{\sqrt{3}}{2}$ হলে, উপবৃত্তটির সমীকরণ নির্ণয় কর।

(গ) Sol^n: দেওয়া আছে, শীর্ষবিন্দুদ্বয়, A $(1, -3)$ এবং C $(1, 1)$

যেহেতু শীর্ষের ভুজ একই সুতরাং, বৃহদাক্ষ y-অক্ষের সমান্তরাল।

$\therefore$ কেন্দ্র, C $\left(\frac{1+1}{2}, \frac{-3+1}{2}\right) = (1, -1)$

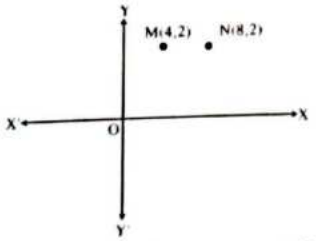
$\therefore$ উপবৃত্তের সমীকরণ, $\frac{(x-1)^2}{a^2} + \frac{(y+1)^2}{b^2} = 1$

বৃহদাক্ষের দৈর্ঘ্য, $2b = \sqrt{(1+3)^2 + 0} \Rightarrow 2b = 4 \therefore b = 2$

আবার, $e^2 = 1 - \frac{a^2}{b^2} \Rightarrow \frac{3}{4} = 1 - \frac{a^2}{4} \Rightarrow a^2 = 1$

$\therefore$ নির্ণেয় উপবৃত্তের সমীকরণ, $(x-1)^2 + \frac{(y+1)^2}{4} = 1$ **(Ans.)**

09. [Din.B'22]



(ক) M ও N বিন্দুদ্বয় কোনো উপবৃত্তের ফোকাস এবং বৃহৎ অক্ষের দৈর্ঘ্য 6 হলে উপবৃত্তটির সমীকরণ নির্ণয় কর।

(ক) Sol^n: দেওয়া আছে, উপবৃত্তের ফোকাসদ্বয়, M $(4, 2)$ ও N $(8, 2)$ কোটি একই বলে, বৃহদাক্ষ x-অক্ষের সমান্তরাল, $\therefore a > b$;

কেন্দ্র, C $(6, 2)$

প্রশ্নমতে, $2a = 6 \Rightarrow a = 3$ এবং $MN = 2ae$

$\Rightarrow 4 = 2 \times 3 \times e \therefore e = \frac{2}{3}$

আবার, $e^2 = 1 - \frac{b^2}{a^2} \Rightarrow \frac{4}{9} = 1 - \frac{b^2}{9} \therefore b^2 = 5$

$\therefore$ নির্ণেয় উপবৃত্তের সমীকরণ, $\frac{(x-6)^2}{9} + \frac{(y-2)^2}{5} = 1$ **(Ans.)**

10. দৃশ্যকল্প-২: উপবৃত্তের একটি উপকেন্দ্র ও তার নিকটস্থ নিয়ামকের দূরত্ব 14 সে.মি.। [DB'19]

(গ) দৃশ্যকল্প-২ এর উপবৃত্তটির উৎকেন্দ্রিকতা $\frac{3}{4}$ হলে উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

(গ) Sol^n: $\frac{a}{e} - ae = 14 \Rightarrow a\left(\frac{1}{e} - e\right) = 14$

$\Rightarrow a\left(\frac{4}{3} - \frac{3}{4}\right) = 14 \therefore a = 24$

আবার, $e^2 = 1 - \frac{b^2}{a^2} \therefore b^2 = 252$

উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য $= \frac{2b^2}{a} = \frac{2 \times 252}{24} = 21$ cm **(Ans.)**

11. (ক) এমন একটি উপবৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর যা $(0, 2\sqrt{2})$ ও $(-3, 0)$ বিন্দু দিয়ে যায়। [DB'17]

(ক) Sol^n: মনে করি, উপবৃত্তের সমীকরণ, $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ..... (i)

$\therefore$ উপবৃত্তটি $(0, 2\sqrt{2})$ বিন্দুগামী $\therefore 0 + \frac{(2\sqrt{2})^2}{b^2} = 1$

$\Rightarrow b^2 = 8$

আবার, (i) নং উপবৃত্তটি $(-3, 0)$ বিন্দুগামী।

$\therefore \frac{9}{a^2} + 0 = 1 \Rightarrow a^2 = 9$

(i) নং সমীকরণে a^2 ও b^2 এর মান বসিয়ে পাই,

$\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{8} = 1 \Rightarrow \frac{8x^2 + 9y^2}{72} = 1 \Rightarrow 8x^2 + 9y^2 = 72$;

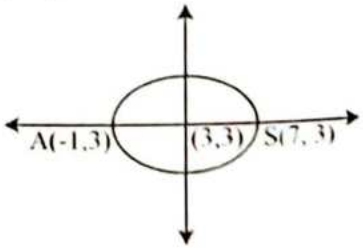
যা নির্ণেয় উপবৃত্তের সমীকরণ। **(Ans.)**

12. S এর স্থানাঙ্ক $(7, 3)$ এবং A বিন্দুর স্থানাঙ্ক $(-1, 3)$ [CB'17]

(গ) উদ্দীপকের SA রেখাংশকে বৃহদাক্ষ ধরে কনিকের সমীকরণ নির্ণয় কর যার উৎকেন্দ্রিকতা $\frac{\sqrt{3}}{2}$।

(গ) Sol^n: এখানে, বৃহদাক্ষ $= SA = 2a = \sqrt{(7+1)^2 + (3-3)^2}$

$= 8 \therefore a = 4$



দেওয়া আছে, উৎকেন্দ্রিকতা $e = \frac{\sqrt{3}}{2}$

তাহলে, $e^2 = \frac{3}{4}$ [বর্গ করে]

$\Rightarrow 1 - \frac{b^2}{a^2} = \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{b^2}{16} = 1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4} \Rightarrow b^2 = 4 \therefore b = 2$

কেন্দ্রের স্থানাঙ্ক, $\left(\frac{7-1}{2}, \frac{3+3}{2}\right) = (3, 3)$;

$\therefore$ উপবৃত্তের সমীকরণ, $\frac{(x-3)^2}{4^2} + \frac{(y-3)^2}{2^2} = 1$; যা নির্ণেয় কনিকটির সমীকরণ। **(Ans.)**

Educationblog24.com

13. দৃশ্যকল্প-১: একটি উপবৃত্তের দুইটি উপকেন্দ্র S(10, 2) এবং S′(−6, 2) [নটর ডেম কলেজ, ঢাকা]

(খ) দৃশ্যকল্প-১ হতে, উপবৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর, যার যেকোনো উপকেন্দ্র হতে শীর্ষদ্বয়ের দূরত্বের গুণফল 36 একক।

(খ) Sol^n: প্রদত্ত উপবৃত্তের উপকেন্দ্র দুটি হলো: S(10, 2) এবং S′(−6,2)

∴ কেন্দ্রের স্থানাঙ্ক: $\left(\frac{10-6}{2}, \frac{2+2}{2}\right) \equiv (2,2)$

উপকেন্দ্রদ্বয় এর কোটির স্থানাঙ্ক সমান।

∴ অক্ষ x-অক্ষের সমান্তরাল।

∴ উপকেন্দ্রদ্বয়ের দূরত্ব $2ae = \sqrt{(10+6)^2 + (2-2)^2} = 16$

∴ $ae = 8$

প্রশ্নমতে, $(a - ae)(a + ae) = 36 \Rightarrow a^2 - a^2e^2 = 36$

$\Rightarrow a = \sqrt{36 + (ae)^2} = \sqrt{36 + 8^2} = 10$

এবং $ae = 8 \Rightarrow a \times \sqrt{\frac{a^2-b^2}{a^2}} = 8 \Rightarrow \sqrt{a^2 - b^2} = 8$

$\Rightarrow b = \sqrt{a^2 - 8^2} = \sqrt{10^2 - 8^2} = 6$

∴ উপবৃত্তটির সমীকরণ, $\frac{(x-2)^2}{10^2} + \frac{(y-2)^2}{6^2} = 1$

$\Rightarrow \frac{(x-2)^2}{100} + \frac{(y-2)^2}{36} = 1$ **(Ans.)**

14. B(2, 3) এবং A(9, 2), A′(−1, 2) [হলি ক্রস কলেজ, ঢাকা]

(গ) শীর্ষবিন্দু A, A′ এবং উপকেন্দ্রদ্বয়ের মধ্যকার দূরত্ব 8, একক হলে, উপবৃত্তের সমীকরণ ও নিয়ামকদ্বয়ের সমীকরণ নির্ণয় কর।

(গ) Sol^n: উপবৃত্তের শীর্ষবিন্দু A ও A′ হলে উপবৃত্তটির কেন্দ্রের স্থানাঙ্ক $\left(\frac{9-1}{2}, \frac{2+2}{2}\right) \equiv (4,2)$

উপকেন্দ্রদ্বয় এর মধ্যবর্তী দূরত্ব, $2ae = 8$ ..... (i)

শীর্ষদ্বয় এর মধ্যবর্তী দূরত্ব,

$2a = AA' = \sqrt{(9+1)^2 + (2-2)^2} = 10 \Rightarrow a = 5$

(i) নং সমীকরণে a এর মান বসিয়ে পাই, $10e = 8 \therefore e = \frac{4}{5}$

∴ উৎকেন্দ্রিকতা $e = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}}$

$\Rightarrow b = a\sqrt{1-e^2} = 5 \times \sqrt{1 - \left(\frac{4}{5}\right)^2} = 3$

∴ উপবৃত্তটির সমীকরণ: $\frac{(x-4)^2}{5^2} + \frac{(y-2)^2}{3^2} = 1$ **(Ans.)**

এবং নিয়ামক রেখার সমীকরণ: $x - 4 = \pm\frac{a}{e}$

$\Rightarrow x - 4 = \pm\frac{5}{\frac{4}{5}} \Rightarrow x - 4 = \pm\frac{25}{4} \Rightarrow 4x - 16 \pm 25 = 0$

∴ $4x - 41 = 0$ এবং $4x + 9 = 0$ **(Ans.)**

15. **(i) উপবৃত্তের একটি শীর্ষবিন্দু এবং তার নিকটতম নিয়ামকের মধ্যবর্তী দূরত্ব 7 সে.মি.।** [ইবনে তাইমিয়া স্কুল এন্ড কলেজ, কুমিল্লা]

(খ) (i) নং এর $e = \frac{3}{4}$ হলে, উদ্দীপকের উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

(খ) Sol^n: প্রশ্নমতে, $\frac{a}{e} - a = 7$

$\Rightarrow a\left(\frac{1}{e} - 1\right) = 7 \Rightarrow a\left(\frac{4}{3} - 1\right) = 7 \quad \left[\because e = \frac{3}{4}\right]$

$\Rightarrow a = 21$ সে.মি.

আবার, $e = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}}$

$\Rightarrow b = a\sqrt{1-e^2} = 21\sqrt{1 - \left(\frac{3}{4}\right)^2} = \frac{21\sqrt{7}}{4}$ সে.মি.

∴ উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য $= \frac{2b^2}{a} = \frac{2\left(\frac{21\sqrt{7}}{4}\right)^2}{21}$

$= \frac{147}{8}$ সে.মি. **(Ans.)**

নিজে করো

16. দৃশ্যকল্প-২: [RB'22]

OA = OS = 1, AA′ = 6, AO < OB.

(গ) দৃশ্যকল্প-২ এ বর্ণিত উপবৃত্তের উপকেন্দ্র S এর স্থানাঙ্ক (0, 4) হলে এর নিয়ামক রেখার সমীকরণ নির্ণয় কর।

[Ans: $y = \pm\frac{5}{\frac{4}{8}} \therefore 4y \pm 25 = 0$]

17. উদ্দীপক-২: $\frac{1}{\sqrt{2}}$ উৎকেন্দ্রিকতা বিশিষ্ট একটি কনিক যা $(4, -2\sqrt{6})$ বিন্দুগামী; যার অক্ষদ্বয় যথাক্রমে x ও y অক্ষ বরাবর অবস্থিত। [BB'22]

(গ) উদ্দীপক-২ এ উল্লিখিত কনিকটির সমীকরণ নির্ণয় কর।

[Ans: $\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{32} = 1$]

Educationblog24.com

Type-07: অধিবৃত্তের সমীকরণ হতে বিভিন্ন উপাদান নির্ণয়

Concept

$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ বা $\frac{y^2}{b^2} - \frac{x^2}{a^2} = 1$ অর্থাৎ অধিবৃত্তের প্রমিত আকারের সাথে তুলনা করে উপাদান নির্ণয় করতে হবে।

Note: আয়তাকার অধিবৃত্তের (a = b) ক্ষেত্রে উৎকেন্দ্রিকতা, $e = \sqrt{2}$

Sl. No.	অধিবৃত্তের আকার:	$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$	$\frac{y^2}{b^2} - \frac{x^2}{a^2} = 1$	$\frac{(x-\alpha)^2}{a^2} - \frac{(y-\beta)^2}{b^2} = 1$	$\frac{(y-\beta)^2}{b^2} - \frac{(x-\alpha)^2}{a^2} = 1$
(i)	পরামিতিক সমীকরণ:	$x = a\sec\theta$, $y = b\tan\theta$	$x = a\tan\theta$, $y = b\sec\theta$	$x = \alpha + a\sec\theta$, $y = \beta + b\tan\theta$	$x = \alpha + a\tan\theta$, $y = \beta + b\sec\theta$
(ii)	পোলার স্থানাঙ্কে সমীকরণ:	$r^2(b^2\cos^2\theta - a^2\sin^2\theta) = a^2b^2$	$r^2(a^2\sin^2\theta - b^2\cos^2\theta) = a^2b^2$	$b^2(r\cos\theta - \alpha)^2 - a^2(r\sin\theta - \beta)^2 = a^2b^2$	$a^2(r\sin\theta - \beta)^2 - b^2(r\cos\theta - \alpha)^2 = a^2b^2$
(iii)	কেন্দ্র, C:	(0, 0)	(0, 0)	(α, β)	(α, β)
(iv)	শীর্ষদ্বয়ের স্থানাঙ্ক:	$(\pm a, 0)$	$(0, \pm b)$	$(\alpha \pm a, \beta)$	$(\alpha, \beta \pm b)$
(v)	উপকেন্দ্র, S:	$(\pm ae, 0)$	$(0, \pm be)$	$(\alpha \pm ae, \beta)$	$(\alpha, \beta \pm be)$
(vi)	আড় অক্ষের দৈর্ঘ্য:	2a	2b	2a	2b
(vii)	অনুবন্ধী অক্ষের দৈর্ঘ্য:	2b	2a	2b	2a
(viii)	উৎকেন্দ্রিকতা, e:	$\sqrt{1 + \frac{b^2}{a^2}}$	$\sqrt{1 + \frac{a^2}{b^2}}$	$\sqrt{1 + \frac{b^2}{a^2}}$	$\sqrt{1 + \frac{a^2}{b^2}}$
(ix)	উপকেন্দ্রিক লম্বের/ নাভিলম্বের দৈর্ঘ্য:	$\frac{2b^2}{a}$	$\frac{2a^2}{b}$	$\frac{2b^2}{a}$	$\frac{2a^2}{b}$
(x)	আড় অক্ষের সমীকরণ:	$y = 0$	$x = 0$	$y - \beta = 0$	$x - \alpha = 0$
(xi)	অনুবন্ধী অক্ষের সমীকরণ:	$x = 0$	$y = 0$	$x - \alpha = 0$	$y - \beta = 0$
(xii)	উপকেন্দ্রিক লম্বের/ নাভিলম্বের সমীকরণ:	$x = \pm ae$	$y = \pm be$	$x = \alpha \pm ae$	$y = \beta \pm be$
(xiii)	নিয়ামক রেখার সমীকরণ:	$x = \pm\frac{a}{e}$	$y = \pm\frac{b}{e}$	$x = \alpha \pm \frac{a}{e}$	$y = \beta \pm \frac{b}{e}$
(xiv)	উপকেন্দ্রদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব, SS':	2ae	2be	2ae	2be
(xv)	উপকেন্দ্র ও অনুরূপ নিয়ামকের মধ্যবর্তী দূরত্ব:	$ae - \frac{a}{e}$	$be - \frac{b}{e}$	$ae - \frac{a}{e}$	$be - \frac{b}{e}$
(xvi)	নিয়ামক/দিকাক্ষদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব, ZZ':	$\frac{2a}{e}$	$\frac{2b}{e}$	$\frac{2a}{e}$	$\frac{2b}{e}$
(xvii)	অসীমতটের সমীকরণ:	$y = \pm\frac{b}{a}x$	$y = \pm\frac{b}{a}x$	$y - \beta = \pm\frac{b}{a}(x - \alpha)$	$y - \beta = \pm\frac{b}{a}(x - a)$
(xviii)	শীর্ষবিন্দুতে অঙ্কিত স্পর্শকের সমীকরণ:	$x = \pm a$	$y = \pm b$	$x = \alpha \pm a$	$y = \beta \pm b$

Educationblog24.com

সৃজনশীল প্রশ্ন (ক, খ ও গ)

01. (ক) $3y^2 - 5x^2 = 15$ কনিকটির উপকেন্দ্র নির্ণয় কর। [RB'23]

(ক) Sol^n: প্রদত্ত কনিকের সমীকরণ $3y^2 - 5x^2 = 15$

$\Rightarrow \frac{y^2}{5} - \frac{x^2}{3} = 1 \Rightarrow \frac{y^2}{(\sqrt{5})^2} - \frac{x^2}{(\sqrt{3})^2} = 1; a = \sqrt{3}, b = \sqrt{5}$

উৎকেন্দ্রিকতা, $e = \sqrt{1 + \frac{a^2}{b^2}} = \sqrt{\frac{8}{5}} = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$

উপকেন্দ্র $= (0, \pm be) \equiv \left(0, \pm\sqrt{5} \times \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{5}}\right)$

$= (0, \pm 2\sqrt{2})$ (Ans.)

02. (ক) $x^2 - 4y^2 = 2$ কনিকের উৎকেন্দ্রিকতা নির্ণয় কর। [Ctg.B'23]

(ক) Sol^n: প্রদত্ত কনিক $x^2 - 4y^2 = 2 \Rightarrow \frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{\frac{1}{2}} = 0$

$\therefore$ উৎকেন্দ্রিকতা $e = \sqrt{1 + \frac{\frac{1}{2}}{2}} = \sqrt{1 + \frac{1}{4}} = \frac{\sqrt{5}}{2}$ (Ans.)

03. দৃশ্যকল্প-২: $4x^2 - 9y^2 - 16x + 54y - 101 = 0$ [SB'23]

(গ) দৃশ্যকল্প-২ এর কনিকটির উপকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর।

(গ) Sol^n: প্রদত্ত সমীকরণ, $4x^2 - 9y^2 - 16x + 54y - 101 = 0$

$\Rightarrow 4x^2 - 16x - 9y^2 + 54y = 101$

$\Rightarrow 4(x^2 - 4x + 4) - 9(y^2 - 6y + 9) = 101 + 16 - 81$

$\Rightarrow 4(x-2)^2 - 9(y-3)^2 = 36$

$\Rightarrow \frac{(x-2)^2}{9} - \frac{(y-3)^2}{4} = 1 \Rightarrow \frac{X^2}{3^2} - \frac{Y^2}{2^2} = 1$

[$X = x - 2, Y = y - 3$ (ধরি)]; $a = 3, b = 2$

$\therefore$ উৎকেন্দ্রিকতা, $e = \sqrt{\frac{9+4}{9}} = \frac{\sqrt{13}}{3}$

$\therefore$ উপকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক $(\pm ae, 0)$

$\therefore X = \pm ae \Rightarrow x - 2 = \pm 3 \times \frac{\sqrt{13}}{3} \therefore x = 2 \pm \sqrt{13}$

এবং $Y = 0 \Rightarrow y - 3 = 0 \therefore y = 3$

$\therefore$ উপকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক $(2 \pm \sqrt{13}, 3)$ (Ans.)

04. $f(x, y) = x^2 - 4y^2 - 6x - 16y - 11$ [JB'23]

(খ) $f(x, y) = 0$ কনিকের প্রকৃতি নির্ণয় করে উহার উপকেন্দ্রদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব নির্ণয় কর।

(খ) Sol^n: দেওয়া আছে, $f(x, y) = 0$

$\Rightarrow x^2 - 4y^2 - 6x - 16y - 11 = 0$

$\Rightarrow (x^2 - 6x + 9) - (4y^2 + 16y + 16) - 9 + 16 - 11 = 0$

$\Rightarrow (x-3)^2 - 4(y+2)^2 = 4 \Rightarrow \frac{(x-3)^2}{4} - \frac{(y+2)^2}{1} = 1$

যা একটি অধিবৃত্তকে নির্দেশ করে।

$\therefore a^2 = 4 \Rightarrow a = 2$ এবং $b^2 = 1 \Rightarrow b = 1$

$\therefore$ উৎকেন্দ্রিকতা, $e = \sqrt{\frac{a^2 + b^2}{a^2}} = \sqrt{\frac{4+1}{4}} = \frac{\sqrt{5}}{2}$

$\therefore$ উপকেন্দ্রদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব $= 2ae = 2 \times 2 \times \frac{\sqrt{5}}{2}$

$= 2\sqrt{5}$ একক (Ans.)

05. (ক) $9x^2 - 4y^2 = 36$ কনিকের নিয়ামকের সমীকরণ নির্ণয় কর। [JB'23]

(ক) Sol^n: দেওয়া আছে, $9x^2 - 4y^2 = 36 \Rightarrow \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} = 1$

$\therefore a^2 = 4$ এবং $b^2 = 9$

$\therefore$ উৎকেন্দ্রিকতা, $e = \sqrt{\frac{a^2 + b^2}{a^2}} = \frac{\sqrt{13}}{2}$

তাহলে, নিয়ামকের সমীকরণ, $x = \pm\frac{a}{e} \Rightarrow x = \pm 2 \times \frac{2}{\sqrt{13}}$

$\Rightarrow \sqrt{13}x \pm 4 = 0$ (Ans.)

06. দৃশ্যকল্প-২: $x^2 - 3y^2 - 4x - 8 = 0$ [CB'23]

(গ) দৃশ্যকল্প-২ এর কনিকটির উপকেন্দ্রিক লম্বের সমীকরণ ও দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

(গ) Sol^n: দৃশ্যকল্প-২ এ দেওয়া আছে, $x^2 - 3y^2 - 4x - 8 = 0$

$\Rightarrow x^2 - 4x + 4 - 3y^2 - 12 = 0$

$\Rightarrow (x-2)^2 - 3y^2 = 12 \Rightarrow \frac{(x-2)^2}{12} - \frac{y^2}{4} = 1$

$\therefore a = 2\sqrt{3}, b = 2 \therefore e = \sqrt{1 + \frac{4}{12}} = \frac{2}{\sqrt{3}}$

$\therefore$ উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য $= \frac{2b^2}{a} = \frac{2\times4}{2\sqrt{3}} = \frac{4}{\sqrt{3}}$ একক এবং

সমীকরণ $\Rightarrow X = \pm ae \Rightarrow (x - 2) = \pm 2\sqrt{3} \times \frac{2}{\sqrt{3}}$

$\Rightarrow x - 2 = \pm 4 \therefore x = 6$ অথবা $x = -2$ (Ans.)

07. (ক) $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} + 1 = 0$ কনিকের উৎকেন্দ্রিকতা নির্ণয় কর। [MB'22]

(ক) Sol^n: প্রদত্ত সমীকরণটি $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} = -1 \Rightarrow \frac{y^2}{9} - \frac{x^2}{4} = 1$

$a = 2, b = 3$; $e = \sqrt{1 + \frac{a^2}{b^2}} = \sqrt{1 + \frac{4}{9}} = \frac{\sqrt{13}}{3}$ (Ans.)

08. (ক) $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{25} + 1 = 0$ কনিকের অক্ষদ্বয়ের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। [SB'19]

(ক) Sol^n: $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{25} + 1 = 0 \Rightarrow \frac{y^2}{25} - \frac{x^2}{9} = 1 \therefore \frac{y^2}{5^2} - \frac{x^2}{3^2} = 1$

$\therefore$ আড় অক্ষের দৈর্ঘ্য $= 2 \times 5 = 10$ একক এবং অনুবন্ধী অক্ষের দৈর্ঘ্য $= 2 \times 3 = 6$ একক (Ans.)

Educationblog24.com

নিজে করো

09. দৃশ্যকল্প-১: $4x^2 - 9y^2 - 16x + 54y - 101 = 0$. [MB'23]

(খ) দৃশ্যকল্প-১ এর কনিকটিকে প্রমাণ আকারে প্রকাশ করে উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য ও নিয়ামক রেখার সমীকরণ নির্ণয় কর। [Ans: $\frac{8}{3}$; $x = 2 \pm \frac{9\sqrt{13}}{13}$]

10. (ক) $3x^2 - 4y^2 = 12$ কনিকের উৎকেন্দ্রিকতা নির্ণয় কর। [RB'22] [Ans: $\frac{\sqrt{7}}{2}$]

11. (ক) $\frac{y^2}{2} - x^2 = 1$ অধিবৃত্তটির উপকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর। [BB'22] [Ans: $(0, \pm\sqrt{3})$]

12. উদ্দীপক-১: $9x^2 - 4y^2 + 36x - 8y - 4 = 0$ একটি কনিকের সমীকরণ। [BB'22]

(খ) উদ্দীপক-১ এ উল্লিখিত কনিকের উপকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর। [Ans: $(2 \pm \sqrt{13}, -1)$]

13. দৃশ্যকল্প-২: $4x^2 - 5y^2 - 16x - 10y - 9 = 0$ [DB, SB, JB, Din.B'18]

(গ) দৃশ্যকল্প-২ এ বর্ণিত সমীকরণটি প্রমিত আকার প্রকাশ করে উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য ও সমীকরণ নির্ণয় কর। [Ans: $\frac{8}{\sqrt{5}}$ একক; $x = 5, x = -1$]

14. (ক) $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} = 1$ অধিবৃত্তের উৎকেন্দ্রিকতা নির্ণয় কর। [Ctg.B'17] [Ans: $\frac{\sqrt{13}}{2}$]

Type-08: বিভিন্ন শর্ত থেকে অধিবৃত্তের সমীকরণ নির্ণয়

Concept

- (α, β) কেন্দ্রবিশিষ্ট অধিবৃত্তের আড় অক্ষ,

(i) x-অক্ষের সমান্তরাল হলে অধিবৃত্তের সমীকরণ, $\frac{(x-\alpha)^2}{a^2} - \frac{(y-\beta)^2}{b^2} = 1$

(ii) y-অক্ষের সমান্তরাল হলে অধিবৃত্তের সমীকরণ, $\frac{(y-\beta)^2}{b^2} - \frac{(x-\alpha)^2}{a^2} = 1$

সৃজনশীল প্রশ্ন (ক, খ ও গ)

01. উদ্দীপক-২: একটি অধিবৃত্তের উৎকেন্দ্রিকতা $\sqrt{3}$, উপকেন্দ্রদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব 18। [DB'23]

(গ) অধিবৃত্তের অক্ষদ্বয়কে স্থানাঙ্কের অক্ষ ধরে উদ্দীপক-২ এর অধিবৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর।

(গ) Sol^n: ধরি, অধিবৃত্তের সমীকরণ: $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ..... (i)

দেওয়া আছে, উৎকেন্দ্রিকতা $e = \sqrt{3}$ এবং উপকেন্দ্রদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব $2ae = 18$ [ধরি, x অক্ষ বরাবর আড় অক্ষ অবস্থিত]

$\therefore a = \frac{18}{2 \times \sqrt{3}} = 3\sqrt{3} \Rightarrow a^2 = 27$ ..... (ii)

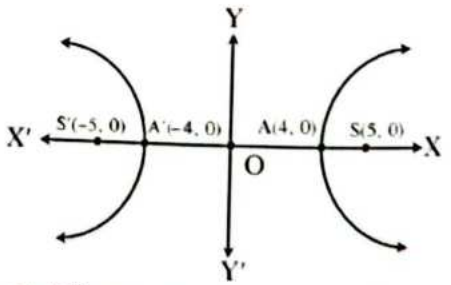
আবার, $e^2 = 1 + \frac{b^2}{a^2} \Rightarrow 1 + \frac{b^2}{27} = 3$

$\Rightarrow b^2 = 27 \times 2 = 54$ ..... (iii)

(i), (ii) ও (iii) কে সমন্বয় করে পাই, $\frac{x^2}{27} - \frac{y^2}{54} = 1$

$\Rightarrow 2x^2 - y^2 = 54$; যা নির্ণেয় অধিবৃত্তের সমীকরণ (Ans.)

02. [BB'23]



(খ) উদ্দীপকের সাহায্যে অধিবৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর।

(খ) Sol^n: উদ্দীপক অনুসারে, আড়-অক্ষ = x অক্ষ

$\therefore$ অধিবৃত্তের সমীকরণ, $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ..... (i)

আবার, $2a = 8 \Rightarrow a = 4$ এবং $2ae = 10$

$\Rightarrow ae = 5 \Rightarrow e = \frac{5}{a} = \frac{5}{4}$

এখন, $e^2 = 1 + \frac{b^2}{a^2}$

$\Rightarrow e^2 - 1 = \frac{b^2}{a^2} \Rightarrow \frac{25}{16} - 1 = \frac{b^2}{16} \Rightarrow b^2 = 9$

$\therefore$ (i) $\Rightarrow \frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$; ইহাই অধিবৃত্তের সমীকরণ। (Ans.)

Educationblog24.com

03 দৃশ্যকল্প-২: কেন্দ্র মূলবিন্দুতে এবং y-অক্ষ বরাবর আড় অক্ষবিশিষ্ট কোনো অধিবৃত্তের উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য 24 এবং উপকেন্দ্রদ্বয়ের দূরত্ব 16। [Ctg.B'22]

(গ) দৃশ্যকল্প-২ এর তথ্যের সাহায্যে অধিবৃত্তটির সমীকরণ নির্ণয় কর।

(গ) Sol": মনে করি, মূলবিন্দুতে কেন্দ্রবিশিষ্ট এবং y-অক্ষ বরাবর আড় অক্ষবিশিষ্ট অধিবৃত্তের সমীকরণটি, $\frac{y^2}{b^2} - \frac{x^2}{a^2} = 1$ ..... (i)

প্রশ্নমতে, উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য, $\frac{2a^2}{b} = 24$

$\Rightarrow a^2 = 12b$ ..... (ii)

এবং উপকেন্দ্রদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব,

$2be = 16 \Rightarrow be = 8$ ..... (iii)

আবার, $e = \sqrt{1 + \frac{a^2}{b^2}} \Rightarrow e^2 = \frac{b^2+a^2}{b^2}$

$\Rightarrow (be)^2 = b^2 + 12b$ [(ii) নং হতে]

$\Rightarrow 8^2 = b^2 + 12b$ [(iii) নং হতে]

$\Rightarrow b^2 + 12b - 64 = 0 \Rightarrow b^2 + 16b - 4b - 64 = 0$

$\Rightarrow b(b + 16) - 4(b + 16) = 0$

$\Rightarrow (b + 16)(b - 4) = 0$

$\therefore$ হয়, $b = -16$ [গ্রহণযোগ্য নয়]

অথবা, $b = 4 \Rightarrow b^2 = 16$

(ii) $\Rightarrow a^2 = 12 \times 4 = 48$

$\therefore$ নির্ণেয় অধিবৃত্তের সমীকরণটি, $\frac{y^2}{16} - \frac{x^2}{48} = 1$ (Ans.)

04 উদ্দীপক-১: একটি কনিকের উৎকেন্দ্রিকতা $\frac{\sqrt{13}}{3}$ এবং উহা $\left(4, \frac{\sqrt{28}}{3}\right)$ বিন্দুগামী। [CB'22]

(খ) উদ্দীপক-১ এ উল্লিখিত কনিকের অক্ষদ্বয়কে x- অক্ষ ও y- অক্ষ ধরে উহার অক্ষদ্বয়ের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

(খ) Sol": উদ্দীপক-১ হতে পাই, উৎকেন্দ্রিকতা, $e = \frac{\sqrt{13}}{3} > 1$

$\therefore$ এটি অধিবৃত্ত।

মনে করি, অধিবৃত্তের সমীকরণটি, $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ..... (i)

(i) নং $\left(4, \frac{\sqrt{28}}{3}\right)$ বিন্দুগামী হলে, $\frac{16}{a^2} - \frac{28}{9b^2} = 1$ ..... (ii)

আবার, $e^2 = 1 + \frac{b^2}{a^2} \Rightarrow \frac{13}{9} = 1 + \frac{b^2}{a^2}$

$\Rightarrow \frac{b^2}{a^2} = \frac{4}{9} \therefore b^2 = \frac{4}{9}a^2$ ..... (iii)

(ii) $\Rightarrow \frac{16}{a^2} - \frac{28}{4a^2} = 1 \Rightarrow 64 - 28 = 4a^2$

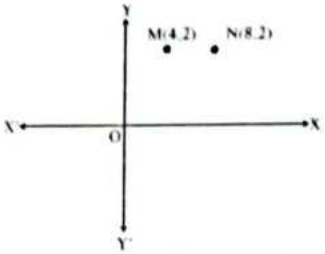
$\therefore a^2 = 9 \therefore b^2 = 4$ [(iii) হতে]

$\therefore$ নির্ণেয় অধিবৃত্তের সমীকরণ, $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} = 1$

$\therefore$ আড় অক্ষের দৈর্ঘ্য $= 2a = 2 \times 3 = 6$ একক এবং

অনুবন্ধী অক্ষের দৈর্ঘ্য $= 2b = 2 \times 2 = 4$ একক (Ans.)

05 [Din.B'22]



(গ) M ও N বিন্দুদ্বয় কোনো অধিবৃত্তের উপকেন্দ্র এবং উৎকেন্দ্রিকতা 2 হলে অধিবৃত্তটির সমীকরণ নির্ণয় কর।

(গ) Sol": দেওয়া আছে, অধিবৃত্তের উপকেন্দ্রদ্বয় M (4, 2) এবং N (8, 2) $\therefore$ কেন্দ্র, C $\left(\frac{4+8}{2}, \frac{2+2}{2}\right) = (6, 2)$ এবং $e = 2$

যেহেতু উপকেন্দ্রদ্বয়ের কোটি একই, আড় অক্ষ x-অক্ষের সমান্তরাল তাহলে, অধিবৃত্তের সমীকরণটি,

$\frac{(x-6)^2}{a^2} - \frac{(y-2)^2}{b^2} = 1$ ..... (i)

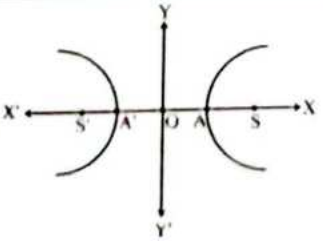
এখানে, $MN = 2ae \Rightarrow 2 \times a \times 2 = 4 \therefore a = 1$

আবার, $e^2 = 1 + \frac{b^2}{a^2} \Rightarrow 4 = 1 + \frac{b^2}{1} \therefore b^2 = 3$

$\therefore$ অধিবৃত্তের সমীকরণ: $(x - 6)^2 - \frac{(y-2)^2}{3} = 1$ (Ans.)

নিজে করো

06. দৃশ্যকল্প-২: [RB'22]



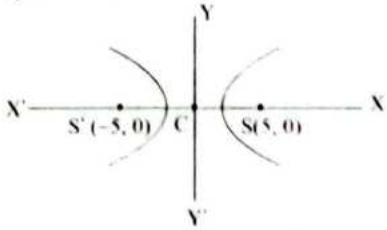
$AA' = 8, SS' = 10$

(গ) দৃশ্যকল্প-২ এর আলোকে অধিবৃত্তটির সমীকরণ নির্ণয় কর। [Ans: $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$]

07. দৃশ্যকল্প-২: $\sqrt{3}$ উৎকেন্দ্রিকতাবিশিষ্ট একটি কনিকের নিয়ামক রেখাদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব 4। [SB'22]

(গ) দৃশ্যকল্প-২ এর কনিকের অক্ষদ্বয় স্থানাঙ্কের অক্ষদ্বয় বরাবর হলে, কনিকের সমীকরণ নির্ণয় কর। [Ans: $\frac{x^2}{12} - \frac{y^2}{24} = 1$]

08. দৃশ্যকল্প ২: [RB'17]



(গ) দৃশ্যকল্প-২ এ অধিবৃত্তের উৎকেন্দ্রিকতা $\sqrt{5}$ হলে অধিবৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর। [Ans: $4x^2 - y^2 = 20$]

09. দৃশ্যকল্প-২: একটি অধিবৃত্তের উপকেন্দ্র দুইটি (6,1) ও (10,1) এবং উৎকেন্দ্রিকতা 3. [JB'17]

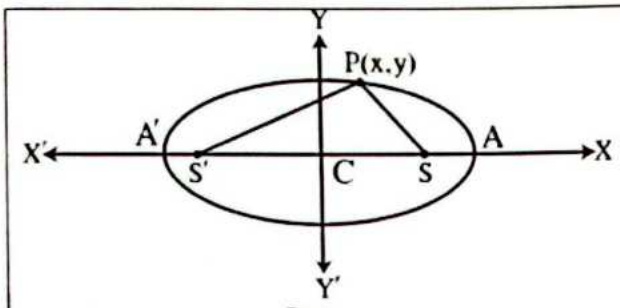
(গ) দৃশ্যকল্প-২ হতে অধিবৃত্তটির সমীকরণ নির্ণয় কর।

[Ans: $\frac{(x-8)^2}{\frac{4}{9}} - \frac{(y-1)^2}{\frac{32}{9}} = 1$]

Educationblog24.com

Type-09: SP + S'P = বৃহৎ/আড় অক্ষের দৈর্ঘ্য সংক্রান্ত

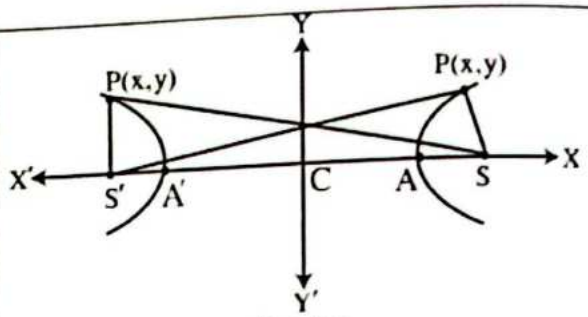
Concept



চিত্র-(a)

চিত্র-(a) তে উপবৃত্তের উপকেন্দ্রদ্বয় S ও S' বৃহৎ অক্ষের দৈর্ঘ্য AA' এবং উপবৃত্তের উপরস্থ যেকোনো বিন্দু P(x,y) হলে,

SP + S'P = বৃহৎ অক্ষের দৈর্ঘ্য।



চিত্র-(b)

চিত্র-(b) তে অধিবৃত্তের উপকেন্দ্রদ্বয় S ও S' আড় অক্ষের দৈর্ঘ্য AA' এবং অধিবৃত্তের উপরস্থ যেকোনো বিন্দু P(x,y) হলে,

|SP − S'P| = আড় অক্ষের দৈর্ঘ্য।

সৃজনশীল প্রশ্ন (ক, খ ও গ)

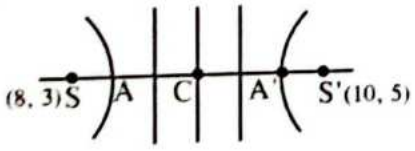
01 **উদ্দীপক-২:** একটি কনিকের উপকেন্দ্রদ্বয় (10, 5) ও (8, 3) এবং উৎকেন্দ্রিকতা $\sqrt{2}$ [MB'22]

(গ) উদ্দীপক-২ এ বর্ণিত কনিকটির সমীকরণ নির্ণয় কর।

(গ) **Sol^n:** দেওয়া আছে, অধিবৃত্তের উপকেন্দ্রদ্বয়, S(8,3) এবং S'(10,5)

এখন, $SS' = 2ae \Rightarrow \sqrt{(10-8)^2+(5-3)^2} = 2a\sqrt{2}$

$\Rightarrow 2\sqrt{2} = 2\sqrt{2} \times a \Rightarrow a = 1$



আবার, $e^2 = 1 + \frac{b^2}{a^2} \Rightarrow 2 = 1 + \frac{b^2}{1} \therefore b = 1$

আমরা জানি, অধিবৃত্তের ক্ষেত্রে, $|SP - S'P| = 2b$

$\Rightarrow \sqrt{(x-8)^2+(y-3)^2} - \sqrt{(x-10)^2+(y-5)^2} = \pm 2$

$\Rightarrow (x-8)^2 - (y-3)^2 = 4 + (x-10)^2 + (y-5)^2$

$\pm 4\sqrt{(x-10)^2+(y-5)^2}$

$\Rightarrow x^2 - 16x + 64 + y^2 - 6y + 9 = 4 + x^2 - 20x$

$+100 + y^2 - 10y + 25 \pm 4\sqrt{(x-10)^2+(y-5)}$

$\Rightarrow 4x + 4y - 56 = \pm 4\sqrt{(x-10)^2+(y-5)^2}$

$\Rightarrow x + y - 14 = \pm\sqrt{(x-10)^2+(y-5)^2}$

$\Rightarrow (x+y-14)^2 = (x-10)^2 + (y-5)^2$ **(Ans.)**

Type-10: অধিবৃত্তের অসীমতট সম্পর্কিত সমস্যাবলি

Concept

- $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ বা $\frac{y^2}{b^2} - \frac{x^2}{a^2} = 1$ অধিবৃত্তের অসীমতটের সমীকরণ, $y = \pm\frac{b}{a}x$
- $\frac{(x-\alpha)^2}{a^2} - \frac{(y-\beta)^2}{b^2} = 1$ বা, $\frac{(y-\beta)^2}{b^2} - \frac{(x-\alpha)^2}{a^2} = 1$ অধিবৃত্তের অসীমতটের সমীকরণ, $y - \beta = \pm\frac{b}{a}(x-\alpha)$

  বা, $Y = \pm\frac{b}{a}X$ [যেখানে, $X = x - \alpha; Y = y - \beta$]
- অধিবৃত্তের অসীমতটদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণ $2\tan^{-1}\frac{b}{a}$।

Educationblog24.com

সৃজনশীল প্রশ্ন (ক, খ ও গ)

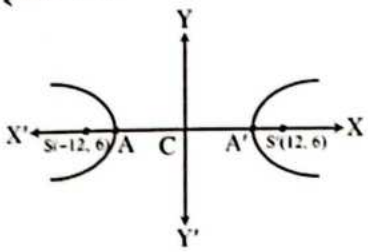
01. (ক) $4x^2 - 9y^2 = 36$ অধিবৃত্তের অসীমতটের সমীকরণ নির্ণয় কর। [DB'23]

(ক) Sol^n: $4x^2 - 9y^2 = 36 \Rightarrow \frac{x^2}{3^2} - \frac{y^2}{2^2} = 1$ কে $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ এর সঙ্গে তুলনা করে পাই, $a = 3, b = 2$

$\therefore$ প্রদত্ত অধিবৃত্তের অসীমতটের সমীকরণ:

$y = \pm\frac{b}{a}x \Rightarrow y = \pm\frac{2}{3}x$ (Ans.)

02. দৃশ্যকল্প-২: [RB'23]



(গ) দৃশ্যকল্প-২ এর উৎকেন্দ্রিকতা 3 হলে কনিকটির অসীমতট রেখার সমীকরণ নির্ণয় কর।

(গ) Sol^n: দৃশ্যকল্প-২ এ অধিবৃত্তের কেন্দ্র $\left(\frac{-12+12}{2}, \frac{6+6}{2}\right)$ বা $(0, 6)$ হলে অধিবৃত্তের সমীকরণ $\frac{(x-0)^2}{a^2} - \frac{(y-6)^2}{b^2} = 1$ হলে,

উপকেন্দ্র $(\alpha \pm ae, \beta) = (\pm 12, 6)$; যেখানে, $\alpha = 0, \beta = 6$

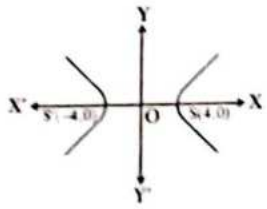
$\therefore \pm ae = \pm 12 \Rightarrow ae = 12 \Rightarrow a = \frac{12}{e} = \frac{12}{3} = 4$

এবং $e = \sqrt{1 + \frac{b^2}{a^2}} \Rightarrow 3^2 = 1 + \frac{b^2}{4^2} \Rightarrow \frac{b^2}{4^2} = 8 \Rightarrow b = 8\sqrt{2}$

অসীমতট রেখার সমীকরণ: $y - 6 = \pm\frac{8\sqrt{2}}{4}(x - 0)$

$\Rightarrow y = 6 \pm 2\sqrt{2}x$ (Ans.)

03. দৃশ্যকল্প-২: [Din.B'23]



(গ) দৃশ্যকল্প-২ এ S ও S′ উপকেন্দ্র, কেন্দ্র হতে নিয়ামক রেখার দূরত্ব 3 একক হলে, অধিবৃত্তটির সমীকরণ এবং অসীমতটের সমীকরণ নির্ণয় কর।

(গ) Sol^n: দেওয়া আছে, উপকেন্দ্রদ্বয় হলো $S'(-4,0), S(4,0)$

$\therefore$ উপকেন্দ্রদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব $= \sqrt{(4+4)^2 + 0^2} = 8$

$\therefore 2ae = 8$ ..... (i) [আড় অক্ষ x-অক্ষের সমান্তরাল]

আবার, কেন্দ্র হতে নিয়ামকের দূরত্ব হলো $\frac{a}{e} = 3$ ..... (ii)

(i) × (ii) $\Rightarrow 2ae \times \frac{a}{e} = 8 \times 3 \Rightarrow 2a^2 = 24$

$\Rightarrow a^2 = 12 \therefore a = \sqrt{12}$

এখন, (i) নং এ $a = \sqrt{12}$ বসিয়ে পাই,

$ae = 4 \Rightarrow \sqrt{12}e = 4 \therefore e = \frac{2}{\sqrt{3}}$

আমরা জানি, $e^2 = 1 + \frac{b^2}{a^2} \Rightarrow e^2 - 1 = \frac{b^2}{a^2}$

$\Rightarrow b^2 = a^2(e^2 - 1) \Rightarrow b = \sqrt{a^2(e^2 - 1)}$

$\Rightarrow b = \sqrt{12\left(\frac{4}{3} - 1\right)} = \sqrt{4} \therefore b = 2$

$\therefore$ অধিবৃত্তের কেন্দ্রের স্থানাঙ্ক $(0,0)$

অতএব, অধিবৃত্তের সমীকরণ $\frac{x^2}{(\sqrt{12})^2} - \frac{y^2}{(\sqrt{4})^2} = 1$

$\therefore \frac{x^2}{12} - \frac{y^2}{4} = 1$

এবং অসীমতট রেখার সমীকরণ হলো, $\frac{x^2}{12} - \frac{y^2}{4} = 0$

$\Rightarrow \frac{x^2}{12} = \frac{y^2}{4} \Rightarrow y^2 = \frac{4}{12}x^2 \therefore y = \pm\frac{1}{\sqrt{3}}x$ (Ans.)

04. (ক) শীর্ষবিন্দু $(0, \pm 2)$ অসীমতটের সমীকরণ $y = \pm\frac{1}{2}x$ হলে, অধিবৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর। [হলি ক্রস কলেজ, ঢাকা]

(ক) Sol^n: অধিবৃত্তটির শীর্ষবিন্দু $(0, \pm 2)$ অর্থাৎ আড় অক্ষ y-অক্ষ বরাবর। অসীমতটের সমীকরণ, $y = \pm\frac{1}{2}x$;

সমীকরণটিকে $y = \pm\frac{b}{a}x$ এর সাথে তুলনা করে পাই, $b = 1$ এবং $a = 2$

$\therefore$ অধিবৃত্তের সমীকরণ, $\frac{y^2}{1^2} - \frac{x^2}{2^2} = 1$

$\Rightarrow 4y^2 - x^2 = 4$ (Ans.)

05. (ক) $25x^2 - 16y^2 = 400$ অধিবৃত্তের অসীমতটদ্বয়ের অন্তর্ভুক্ত সূক্ষ্মকোণ নির্ণয় কর। [সরকারি মাইকেল মধুসূদন কলেজ, যশোর]

(ক) Sol^n: $25x^2 - 16y^2 = 400 \Rightarrow \frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{25} = 1$ কে $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ এর সাথে তুলনা করে $a = 4, b = 5$

$\therefore$ অসীমতটদ্বয়ের সমীকরণ: $y = \pm\frac{b}{a}x = \pm\frac{5}{4}x$

আমরা জানি, অসীমতটদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণ $= 2\tan^{-1}\frac{b}{a}$

$= 2\tan^{-1}\frac{5}{4} = \tan^{-1}\left|\frac{2\times\frac{5}{4}}{1-\frac{25}{16}}\right| = \tan^{-1}\left|\frac{\frac{5}{2}}{\frac{9}{16}}\right|$

$= \tan^{-1}\left(\frac{5}{2} \times \frac{16}{9}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{40}{9}\right)$ (Ans.)

Educationblog24.com

নিজে করো

06. (ক) $\frac{x^2}{5} - \frac{y^2}{3} = 1$ অধিবৃত্তটির অসীমতটের সমীকরণ নির্ণয় কর। [MB'23] [Ans: $\sqrt{5}y = \pm\sqrt{3}x$]

07. দৃশ্যকল্প-১: একটি অধিবৃত্তের উপকেন্দ্রদ্বয় (4, 2), (10, 2) এবং উৎকেন্দ্রিকতা 3। [Ctg.B'22]

(খ) দৃশ্যকল্প-১ এর অধিবৃত্তের অসীমতটের সমীকরণ নির্ণয় কর। [Ans: $y = \pm 2(x-7)$]

08. (ক) $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{25} = 1$ অধিবৃত্তের অসীমতট রেখার সমীকরণ নির্ণয় কর। [নটর ডেম কলেজ, ঢাকা] [Ans: $4y \pm 5x = 0$]

Type-11: কনিকের পরামিতিক সমীকরণ

Concept

এক্ষেত্রে একটি সমীকরণ থেকে পরামিতির (যেমন: t, θ ইত্যাদি) মান অপর সমীকরণে বসিয়ে কার্তেসীয় সমীকরণ গঠন করতে হবে। যে রাশিটি পরামিতি তাকে vanish করতে হবে।

আদর্শ সমীকরণ	$y^2 = 4ax$	$x^2 = 4ay$	$(y-\beta)^2 = 4a(x-\alpha)$	$(x-\alpha)^2 = 4a(y-\beta)$
পরামিতিক সমীকরণ	$x = at^2$, $y = 2at$	$y = at^2$, $x = 2at$	$x = \alpha + at^2$ $y = \beta + 2at$	$y = \beta + at^2$ $x = \alpha + 2at$

- $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ উপবৃত্তের উপরস্থ একটি বিন্দুর পরামিতিক স্থানাঙ্ক $(a\cos\theta, b\sin\theta)$ বা, $\left(a\frac{1-t^2}{1+t^2}, b\frac{2t}{1+t^2}\right)$ যেখানে, θ বা t কে পরামিতি বা Parameter বলে। যেখানে, $\theta = \tan^{-1}\left(\frac{ay}{bx}\right)$। θ কে উৎপকেন্দ্রিক/ উপকেন্দ্রিক কোণও বলা হয়।
- পরামিতিক সমীকরণ (ত্রিকোণমিতিক) থেকে কার্তেসীয় সমীকরণ পাওয়ার জন্য $\sin\theta$ এবং $\cos\theta$ কে পৃথকভাবে বর্গ করে এক পাশে যোগ করতে হবে।
- $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ অধিবৃত্তের উপরস্থ একটি বিন্দু P(x, y) এর পরামিতিক স্থানাঙ্ক $P(a\sec\theta, b\tan\theta)$ [যেখানে, $\theta = \tan^{-1}\frac{y}{b}$]
- $\frac{y^2}{b^2} - \frac{x^2}{a^2} = 1$ অধিবৃত্তের উপরস্থ একটি বিন্দু P(x, y) এর পরামিতিক স্থানাঙ্ক $P(a\tan\theta, b\sec\theta)$ [যেখানে, $\theta = \tan^{-1}\frac{x}{a}$]
- পরামিতির সমীকরণ থেকে কার্তেসীয় সমীকরণ পাওয়ার জন্য $\sec\theta$ এবং $\tan\theta$ কে পৃথকভাবে বর্গ করে এক পাশে রেখে বিয়োগ করা হবে।

সৃজনশীল প্রশ্ন (ক, খ ও গ)

[এই টাইপ থেকে বিগত বোর্ড পরীক্ষায় কোনো সৃজনশীল প্রশ্ন আসেনি।]

01. (ক) $9x^2 + 25y^2 = 225$ উপবৃত্তের উপরস্থ $\left(\frac{10}{3}, \sqrt{5}\right)$ বিন্দুর উপকেন্দ্রিক কোণের মান নির্ণয় কর। [নটর ডেম কলেজ, ঢাকা]

(ক) Sol^n: প্রদত্ত সমীকরণ, $9x^2 + 25y^2 = 225$

$\Rightarrow \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1 \therefore \frac{x^2}{5^2} + \frac{y^2}{3^2} = 1$

∴ উপবৃত্তটির পরমিতিক সমীকরণ: $(5\cos\theta, 3\sin\theta)$

$\left(\frac{10}{3}, \sqrt{5}\right)$ বিন্দুর জন্য, $5\cos\theta = \frac{10}{3}$

$\Rightarrow \cos\theta = \frac{2}{3}$ ..... (i)

$3\sin\theta = \sqrt{5} \Rightarrow \sin\theta = \frac{\sqrt{5}}{3}$ ..... (ii)

(ii) ও (i) $\Rightarrow \tan\theta = \frac{\sqrt{5}}{3} \times \frac{3}{2} = \frac{\sqrt{5}}{2}$

$\therefore \theta = \tan^{-1}\frac{\sqrt{5}}{2}$ (Ans.)

02. (ক) $(\sqrt{3}\sec\theta, 2\tan\theta)$ পরামিতিক স্থানাঙ্ক বিশি অধিবৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর।

[ইবনে তাইমিয়া স্কুল এন্ড কলেজ

(ক) Sol^n: দেওয়া আছে, পরিমিতিক স্থানাঙ্ক $(\sqrt{3}\sec\theta, 2\tan$

ধরি, $x = \sqrt{3}\sec\theta \Rightarrow \sec\theta = \frac{x}{\sqrt{3}}$ ..... (i)

এবং $y = 2\tan\theta \Rightarrow \tan\theta = \frac{y}{2}$ ..... (ii)

(i)^2 − (ii)^2 $\Rightarrow \sec^2\theta - \tan^2\theta = \frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{4}$

$\Rightarrow \frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{4} = 1 \therefore 4x^2 - 3y^2 = 12$ (Ans.)

Educationblog24.com

Type-12: কনিকের উপকেন্দ্র, উৎকেন্দ্রিকতা ও দিকাক্ষ হতে কনিকের সমীকরণ নির্ণয়। (SP = e · PM)

Concept

(i) উপকেন্দ্র S হতে সঞ্চরণশীল বিন্দু বা পরাবৃত্তের উপরস্থ বিন্দু P(x, y) এর দূরত্ব SP এবং P(x, y) হতে নিয়ামকরেখার লম্ব দূরত্ব PM হলে SP = PM [∵ e = 1] প্রয়োগ করে পরাবৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় করতে হবে।

(ii) উপবৃত্ত ও অধিবৃত্তের ক্ষেত্রে, SP = e · PM ⇒ $SP^2 = e^2PM^2$ সূত্র প্রয়োগ করতে হবে। [উপবৃত্তে $0 < e < 1$ এবং অধিবৃত্তে $e > 1$ হয়।]

[**Note:** কনিকের অক্ষ স্থানাঙ্কের অক্ষগুলো বা তাদের সমান্তরাল না হলে এই পদ্ধতিতে সমীকরণ নির্ণয় করতে হবে। তবে অক্ষ স্থানাঙ্কের অক্ষগুলো বা তাদের সমান্তরাল হলেও এই পদ্ধতি প্রযোজ্য]

সৃজনশীল প্রশ্ন (ক, খ ও গ)

01 **উদ্দীপক-১: একটি উপবৃত্তের উপকেন্দ্র $(-2, 3)$ এবং উৎকেন্দ্রিকতা $\frac{1}{\sqrt{3}}$** [DB'23]

(খ) উদ্দীপক-১ এর উপবৃত্তটির নিয়ামকের সমীকরণ $x + 2y - 1 = 0$ হলে, উপবৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর।

(খ) **Sol^n:** দেওয়া আছে, উপবৃত্তের উপকেন্দ্র S(−2,3)

উৎকেন্দ্রিকতা, $e = \frac{1}{\sqrt{3}}$।

নিয়ামকের সমীকরণ: $x + 2y - 1 = 0$ ..... (i)

সংজ্ঞানুসারে, উপবৃত্তের উপরস্থ একটি বিন্দু P(x, y) হলে,

SP = e · PM

$\Rightarrow \sqrt{\{x-(-2)\}^2 + (y-3)^2} = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{|x+2y-1|}{\sqrt{1^2+2^2}}$

$\Rightarrow (x+2)^2 + (y-3)^2 = \frac{(x+2y-1)^2}{3\times 5}$ [বর্গ করে]

$\Rightarrow 15x^2 + 15y^2 + 60x - 90y + 195$

$= x^2 + 4y^2 + 1 + 4xy - 4y - 2x$

$\therefore 14x^2 + 11y^2 - 4xy + 62x - 86y + 194 = 0$

যা নির্ণেয় উপবৃত্তের সমীকরণ। **(Ans.)**

02 **দৃশ্যকল্প-১: একটি পরাবৃত্তের শীর্ষবিন্দু (1, 1) এবং নিয়ামক রেখার সমীকরণ, $2x + y - 1 = 0$।** [RB'23]

(খ) দৃশ্যকল্প-১ এর আলোকে পরাবৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর।

(খ) **Sol^n:** দেওয়া আছে, পরাবৃত্তের শীর্ষবিন্দু A(1, 1) এবং নিয়ামক রেখার সমীকরণ $2x + y - 1 = 0$ ..... (i)

নিয়ামকের লম্ব রেখার সমীকরণ (অক্ষের সমীকরণ)

$x - 2y + k = 0$ ..... (ii)

(ii) রেখাটি (1, 1) বিন্দুগামী, $1 - 2 + k = 0 \Rightarrow k = 1$

$\therefore$ অক্ষের সমীকরণ: $x - 2y + 1 = 0$ ..... (iii)

(i) ও (iii) সমাধান করে, আমরা নিয়ামক রেখার পাদবিন্দু পাই, $(x, y) = \left(\frac{1}{5}, \frac{3}{5}\right)$

আমরা জানি, শীর্ষবিন্দু হলো নিয়ামক রেখার পাদবিন্দু ও উপকেন্দ্রের মধ্যবিন্দু।

ধরি, উপকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক (m, n); শীর্ষবিন্দু (1, 1)

এখন, $1 = \frac{m+\frac{1}{5}}{2} \Rightarrow m = \frac{9}{5}$; $1 = \frac{\frac{3}{5}+n}{2} \Rightarrow n = \frac{7}{5}$

উপকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক $S\left(\frac{9}{5}, \frac{7}{5}\right)$

ধরি, P(x, y) কনিকের একটি বিন্দু

আমরা জানি, SP = PM

$\Rightarrow \sqrt{\left(x-\frac{9}{5}\right)^2 + \left(y-\frac{7}{5}\right)^2} = \frac{|2x+y-1|}{\sqrt{2^2+1^2}}$

$\Rightarrow \left(x-\frac{9}{5}\right)^2 + \left(y-\frac{7}{5}\right)^2 = \frac{(2x+y-1)^2}{5}$ [বর্গ করে]

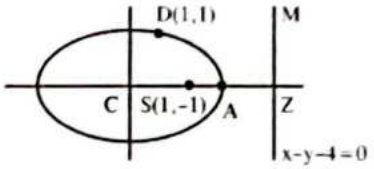
$\Rightarrow x^2 - \frac{18}{5}x + \frac{81}{25} + y^2 - \frac{14}{5}y + \frac{49}{25} = \frac{4x^2+y^2+1+4xy-2y-4x}{5}$

$\Rightarrow 5x^2 - 18x + \frac{81}{5} + 5y^2 - 14y + \frac{49}{5}$

$= 4x^2 + y^2 + 1 + 4xy - 2y - 4x$

$\Rightarrow x^2 + 4y^2 - 4xy - 14x - 12y + 25 = 0$ **(Ans.)**

03 **দৃশ্যকল্প-১:** [Ctg.B'23]



উপবৃত্তের উপকেন্দ্র S এবং নিয়ামক MZ.

(খ) দৃশ্যকল্প-১ থেকে উপবৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর।

(খ) **Sol^n:** D(1, 1) হতে নিয়ামক রেখা $x - y - 4 = 0$ এর দূরত্ব

$DM = \frac{|1-1-4|}{\sqrt{1^2+1^2}} = \frac{4}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$ একক

এবং $SD = \sqrt{(1-1)^2 + (1+1)^2} = 2$

$\therefore e = \frac{2}{2\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$ [∵ SD = e · DM]

ধরি, P(x, y) উপবৃত্তের উপর একটি বিন্দু।

$\therefore \frac{SP}{MP} = e \Rightarrow SP^2 = e^2 \times MP^2$

$\Rightarrow (x-1)^2 + (y+1)^2 = \frac{1}{2} \times \frac{(x-y-4)^2}{1^2+1^2}$

$\Rightarrow x^2 - 2x + 1 + y^2 + 2y + 1 = \frac{1}{4}(x^2 + y^2 + 16 - 2xy - 8x + 8y)$

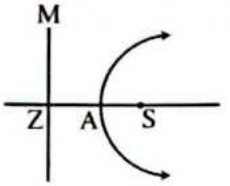
$\Rightarrow x^2 + y^2 - 2x + 2y + 2 = \frac{1}{4}(x^2 + y^2 + 16 - 2xy - 8x + 8y)$

$\Rightarrow 4x^2 + 4y^2 - 8x + 8y + 8 = x^2 + y^2 + 16 - 2xy - 8x + 8y$

$\Rightarrow 3x^2 + 3y^2 + 2xy - 8 = 0$ যা নির্ণেয় কনিকের সমীকরণ।

Educationblog24.com

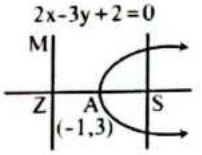
04. [SB'23]



চিত্রের পরাবৃত্তটির উপকেন্দ্র S, শীর্ষ A এবং MZ নিয়ামকরেখা।

(গ) A বিন্দুর স্থানাঙ্ক $(-1, 3)$ এবং MZ রেখার সমীকরণ $2x - 3y + 2 = 0$ হলে, পরাবৃত্তের উপকেন্দ্রিক লম্বের সমীকরণ নির্ণয় কর।

(গ) Sol^n: যেহেতু MZ রেখা এবং উপকেন্দ্রিক লম্ব পরস্পর সমান্তরাল।



ধরি, উপকেন্দ্রিক লম্বের সমীকরণ, $2x - 3y + k = 0$

$AZ = a = \left|\frac{2(-1)-3\cdot3+2}{\sqrt{2^2+3^2}}\right| = \frac{9}{\sqrt{13}}$

$\therefore AS = a = \left|\frac{2(-1)-3\cdot3+k}{\sqrt{2^2+3^2}}\right| = \frac{9}{\sqrt{13}}$

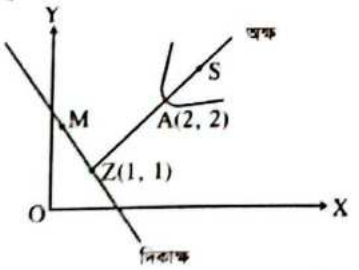
$\Rightarrow |-11 + k| = 9 \Rightarrow -11 + k = \pm 9 \therefore k = 20, 2$

কিন্তু $k = 2$ হতে পারে না। কারণ $k = 2$ হলে তা নিয়ামক রেখার সমীকরণ হবে।

$\therefore$ পরাবৃত্তের উপকেন্দ্রিক লম্বের সমীকরণ,

$2x - 3y + 20 = 0$ (Ans.)

05. দৃশ্যকল্প-১: [CB'23]



(খ) দৃশ্যকল্প-১ হতে পরাবৃত্তটির উপকেন্দ্র ও নিয়ামকের সমীকরণ নির্ণয় কর।

(খ) Sol^n: উপকেন্দ্র S যদি (x, y) হয় তবে A বিন্দুটি Z এবং S এর মধ্যবিন্দু।

$\therefore 2 = \frac{x+1}{2} \Rightarrow x = 3$ এবং $2 = \frac{y+1}{2} \Rightarrow y = 3$

$\therefore S \equiv (3, 3)$

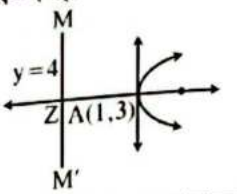
আবার, SZ রেখার ঢাল $= \frac{3-1}{3-1} = 1$

$\therefore$ MZ রেখার ঢাল, $m = -1$

$\therefore$ দিকাক্ষ MZ যেহেতু $(1, 1)$ বিন্দুগামী

$\therefore$ সমীকরণ $(y - 1) = -1(x - 1) \Rightarrow x + y - 2 = 0$

06. দৃশ্যকল্প-২: [MB'23]



(গ) দৃশ্যকল্প-২ এর পরাবৃত্তটির সমীকরণ নির্ণয় কর।

(গ) Sol^n: $A(1, 3)$ বিন্দুগামী AZ অক্ষরেখা নিয়ামকরেখা MZ_M কে Z বিন্দুতে ছেদ করে।

$\therefore$ Z বিন্দুটি নিয়ামকের পাদবিন্দু। অক্ষরেখা, $y = 4$ রেখাটির উপর লম্ব যা $A(1, 3)$ বিন্দুগামী।

$\therefore$ অক্ষরেখার সমীকরণ: $x = a = 1 \Rightarrow x = 1$

$\therefore$ অক্ষরেখা ও নিয়ামকের ছেদবিন্দু $Z(1, 4)$

ধরি, উপকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক, $S(\alpha, \beta)$

অর্থাৎ, $\frac{\alpha+1}{2} = 1 \Rightarrow \alpha = 1$ এবং $\frac{\beta+4}{2} = 3 \Rightarrow \beta = 2 \therefore S(1,2)$

সংজ্ঞানুসারে, আমরা জানি, $SP = PM$ [ধরি, $P(x, y)$ পরাবৃত্তের উপরস্থ একটি বিন্দু]

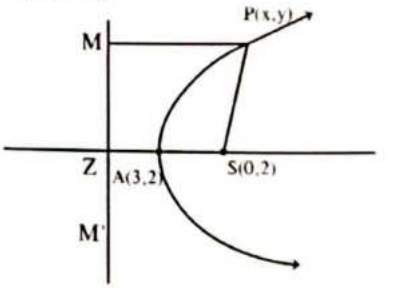
$\therefore SP = PM \Rightarrow \sqrt{(x-1)^2 + (y-2)^2} = \frac{|y-4|}{\sqrt{1^2}}$

$\Rightarrow x^2 + y^2 - 2x - 4y + 5 = y^2 - 8y + 16$ [বর্গ করে]

$\Rightarrow x^2 - 2x + 4y - 11 = 0$

$\therefore (x - 1)^2 = -4(y - 3)$ যা নির্ণেয় পরাবৃত্তের সমীকরণ। (Ans.)

07. উদ্দীপক-২: [DB'22]



(গ) উদ্দীপক-২ এ চিহ্নিত পরাবৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর।

(গ) Sol^n: দেওয়া আছে, উপকেন্দ্র $S(0,2)$ এবং শীর্ষবিন্দু $A(3,2)$

ধরি, পরাবৃত্তের উপর একটি বিন্দু $P(x, y)$ ও নিয়ামক রেখা MZ_M

আমরা জানি, Z ও S এর মধ্যবিন্দু A

ধরি, Z এর স্থানাঙ্ক (x_1, y_1) $\therefore \frac{x_1+0}{2} = 3 \Rightarrow x_1 = 6$

এবং $\frac{y_1+2}{2} = 2 \Rightarrow y + 2 = 4 \Rightarrow y_1 = 2$ $\therefore Z(6,2)$

পরাবৃত্তের অক্ষরেখার ঢাল, $m_1 = \frac{2-2}{3-0} = 0$

$\therefore$ নিয়ামক রেখার ঢাল, $m_2 = \frac{-1}{0}$ $[\because m_1 \times m_2 = -1]$

$\therefore$ নিয়ামক রেখার সমীকরণ, $y - 2 = \frac{-1}{0}(x - 6)$

$\Rightarrow -x + 6 = 0 \Rightarrow x - 6 = 0$

এখন, $SP = PM \Rightarrow SP^2 = PM^2$

$\Rightarrow x^2 + (y-2)^2 = (x-6)^2$

$\Rightarrow x^2 + (y-2)^2 = x^2 - 12x + 36$

$\Rightarrow (y-2)^2 = -12(x-3)$,

ইহাই নির্ণেয় পরাবৃত্তের সমীকরণ। (Ans.)

Educationblog24.com

08. উদ্দীপক-১: একটি পরাবৃত্তের শীর্ষবিন্দু $(-1,1)$ এবং উপকেন্দ্র $(2,-3)$। [BB'22]

(খ) উদ্দীপক-১ এর সাহায্যে পরাবৃত্তের নিয়ামক রেখার সমীকরণ নির্ণয় কর।

(খ) Sol^n: উদ্দীপক-১ হতে পাই, পরাবৃত্তের শীর্ষবিন্দু, $A(-1,1)$ এবং উপকেন্দ্র, $S(2,-3)$

$\therefore$ অক্ষের ঢাল, $\frac{-3-1}{2+1} = -\frac{4}{3}$ $\therefore$ নিয়ামকের ঢাল $= \frac{3}{4}$

ধরি, অক্ষরেখা ও নিয়ামক রেখার ছেদবিন্দু $Z(\alpha,\beta)$

যেহেতু S ও Z এর মধ্যবিন্দু, A সুতরাং, $\frac{2+\alpha}{2} = -1$

$\Rightarrow \alpha = -4$ এবং $\frac{-3+\beta}{2} = 1 \Rightarrow \beta = 5 \therefore Z(-4,5)$

নিয়ামক রেখাটি $(-4,5)$ বিন্দুগামী এবং $\frac{3}{4}$ ঢালবিশিষ্ট।

$\therefore$ নিয়ামক রেখার সমীকরণ, $\frac{y-5}{x+4} = \frac{3}{4}$

$\therefore 3x - 4y + 32 = 0$ **(Ans.)**

09. উদ্দীপক-১: একটি উপবৃত্তের অক্ষদ্বয় x ও y অক্ষরেখা, একটি উপকেন্দ্র $(2,0)$ এবং উৎকেন্দ্রিকতা $\frac{1}{\sqrt{2}}$. [CB'22]

(খ) নিয়ামকরেখা x অক্ষরেখার উপর লম্ব ও $(8,0)$ বিন্দুগামী হলে দৃশ্যকল্প-১ হতে দেখাও যে উপবৃত্তের সমীকরণ, $x^2 + 2y^2 + 8x - 56 = 0$.

(খ) Sol^n: উদ্দীপক ১ হতে পাই, $S(2,0)$ এবং $e = \frac{1}{\sqrt{2}} < 1$

x-অক্ষের উপর লম্ব এবং $(8,0)$ বিন্দুগামী নিয়ামকের সমীকরণ,

$x = 8 \Rightarrow x - 8 = 0 \ldots\ldots\ldots$ (i)

ধরি, উপবৃত্তের উপর অবস্থিত একটি বিন্দু, $P(x,y)$

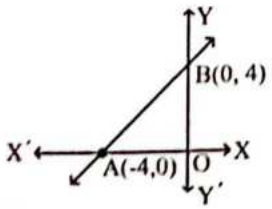
আমরা জানি, $SP = e \times PM$

$\Rightarrow \sqrt{(x-2)^2 + y^2} = \frac{1}{\sqrt{2}} \times \left|\frac{x-8}{1}\right|$

$\Rightarrow x^2 - 4x + 4 + y^2 = \frac{1}{2}(x^2 - 16x + 64)$ [বর্গ করে]

$\therefore x^2 + 2y^2 + 8x - 56 = 0$ (দেখানো হলো)

10. [SB'19]



(খ) O-কে উপকেন্দ্র এবং AB- কে শীর্ষবিন্দুতে স্পর্শক ধরে অঙ্কিত পরাবৃত্তের নিয়ামকের সমীকরণ নির্ণয় কর।

(গ) O-কে কেন্দ্র এবং AB- কে নিয়ামক ধরে অঙ্কিত উপবৃত্তের উপকেন্দ্রদ্বয়ের স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর যার উৎকেন্দ্রিকতা $\frac{1}{\sqrt{2}}$।

(খ) Sol^n: AB এর সমীকরণ, $\frac{x}{-4} + \frac{y}{4} = 1$

$\therefore -x + y = 4 \therefore x - y + 4 = 0 \ldots\ldots\ldots$ (i)

$\therefore$ অক্ষের সমীকরণ, $x + y + k = 0$ যা (i) এর উপর লম্ব ও $(0,0)$ বিন্দু দিয়ে যায়।

$\therefore x + y = 0 \ldots\ldots\ldots$ (ii)

(i) ও (ii) সমাধান করে পাই, শীর্ষবিন্দু y $(-2,2)$

ধরি, নিয়ামক ও অক্ষরেখার ছেদবিন্দু (α,β) ; $\frac{\alpha+0}{2} = -2$

$\therefore \alpha = -4$; $\frac{\beta+0}{2} = 2 \therefore \beta = 4 \therefore (\alpha,\beta) = (-4,4)$

$\therefore$ নিয়ামকের সমীকরণ, $x - y + k = 0$

$\Rightarrow -4 - 4 + k = 0 \therefore k = 8 \therefore x - y + 8 = 0$ **(Ans.)**

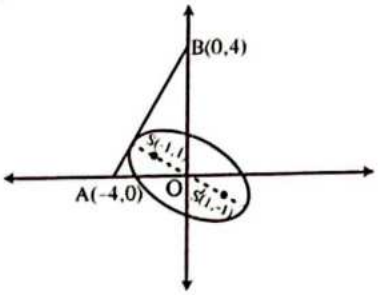
(গ) Sol^n: নিয়ামকের সমীকরণ: $\frac{x}{-4} + \frac{y}{4} = 1$

$\therefore x - y + 4 = 0 \ldots\ldots\ldots$ (i)

$\because$ উপবৃত্তের বৃহদাক্ষ $\perp$ নিয়ামক এবং বৃহদাক্ষ কেন্দ্রগামী।

$\therefore$ বৃহদাক্ষের সমীকরণ: $x + y = 0 \ldots\ldots\ldots$ (ii)

(i) ও (ii) সমাধান করে পাই, নিয়ামকের পাদবিন্দু $A'(-2,2)$



চিত্রানুসারে, $OS : SA' = ae : \left(\frac{a}{e} - ae\right) = e : \left(\frac{1}{e} - e\right)$

$= \frac{1}{\sqrt{2}} : \left(\sqrt{2} - \frac{1}{\sqrt{2}}\right) = 1:1$ [অন্তর্বিভক্তি]

$\therefore$ S হলো OA এর মধ্যবিন্দু।

$\therefore S = \left(\frac{0-2}{2}, \frac{0+2}{2}\right) = (-1,1)$

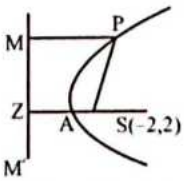
আবার, কেন্দ্র O হলো SS′ এর মধ্যবিন্দু।

$\therefore \frac{x_{s'}+x_s}{2} = 0 \therefore -x_{s'} = x_s = 1$ এবং $\frac{y_{s'}+y_s}{2} = 0$

$\therefore y_{s'} = -y_s = -1$

$\therefore$ উপকেন্দ্রদ্বয় $(-1,1), (1,-1)$ **(Ans.)**

11. [Ctg.B'17]



চিত্রটি একটি কনিক নির্দেশ করে যার নিয়ামক রেখা MZM′

(গ) SP : PM = 1 : 2 এবং MZM′ রেখার সমীকরণ $3x + 4y = 1$ হলে কনিকটির সমীকরণ নির্ণয় কর।

(গ) Sol^n: দেওয়া আছে, SP : PM = 1 : 2

$\Rightarrow \frac{SP}{PM} = \frac{1}{2} \Rightarrow PM = 2SP \ldots\ldots\ldots$ (i)

ধরি, P বিন্দুর স্থানাঙ্ক, (x,y); আবার, উপকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক $S(-2,2)$ এবং MZM′ রেখার সমীকরণ $3x + 4y = 1$

(i) থেকে পাই, $\left|\frac{3x+4y-1}{\sqrt{3^2+4^2}}\right| = 2 \cdot \sqrt{(x+2)^2 + (y-2)^2}$

$\Rightarrow \left|\frac{3x+4y-1}{5}\right| = 2\sqrt{x^2 + 4x + 4 + y^2 - 4y + 4}$

Educationblog24.com

$\Rightarrow (3x + 4y - 1)^2 = \left(10\sqrt{x^2 + y^2 + 4x - 4y + 8}\right)^2$

$\Rightarrow 9x^2 + 16y^2 + 1 + 24xy - 6x - 8y$

$= 100(x^2 + y^2 + 4x - 4y + 8)$

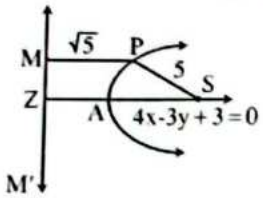
$\Rightarrow 100x^2 + 100y^2 + 400x - 400y + 800 - 9x^2$

$-16y^2 - 24xy + 6x + 8y - 1 = 0$

$\therefore 91x^2 + 84y^2 - 24xy + 406x - 392y + 799 = 0$

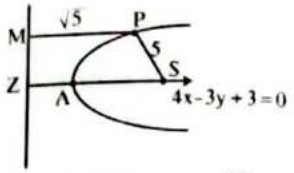
যা নির্ণেয় কনিকের সমীকরণ। (Ans.)

12. **দৃশ্যকল্প-২: চিত্রে উল্লেখিত প্রতীকগুলো প্রচলিত অর্থ বহন করে।** [নটর ডেম কলেজ, ঢাকা]



(গ) দৃশ্যকল্প-২ এ প্রদত্ত চিত্রের কনিকের সমীকরণ নির্ণয় কর। যেখানে, উপকেন্দ্র S(6, 9) এবং M(1, −1)

(গ) Sol^n:



প্রদত্ত কনিকের উৎকেন্দ্রিকতা, $e = \frac{SP}{PM} = \frac{5}{\sqrt{5}} = \sqrt{5}$

অক্ষের সমীকরণ, $4x - 3y + 3 = 0$ ..... (i)

(i) নং সমীকরণের উপর লম্ব ও M(1, −1) বিন্দুগামী সমীকরণ

$3x + 4y = 3 \cdot 1 + 4 \cdot (-1) \Rightarrow 3x + 4y = -1$ ..... (ii)

$\therefore$ নিয়ামকের সমীকরণ, $3x + 4y + 1 = 0$

উপকেন্দ্র S(6,9) ও উৎকেন্দ্রিকতা, $e = \sqrt{5}$

$\therefore$ কনিকটির সমীকরণ: $\sqrt{(x-6)^2 + (y-9)^2} = \sqrt{5}\left|\frac{3x+4y+1}{\sqrt{3^2+4^2}}\right|$

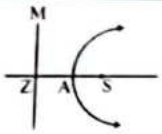
$\Rightarrow x^2 + y^2 - 12x - 18y + 117 = \frac{9x^2+16y^2+1+24xy+6x+8y}{5}$

$\Rightarrow (9-5)x^2 + (16-5)y^2 + 24xy + (6 + 5 \times 12)x$

$+(8 + 18 \times 5)y + 1 - 5 \times 117 = 0$

$\therefore 4x^2 + 11y^2 + 24xy + 66x + 98y - 584 = 0$ (Ans.)

নিজে করো

13. 

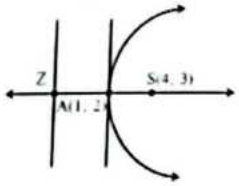
[SB'23]

চিত্রের পরাবৃত্তটির উপকেন্দ্র S, শীর্ষ A এবং MZ নিয়ামকরেখা।

(খ) উদ্দীপকের উল্লিখিত A ও S বিন্দুর স্থানাঙ্ক যথাক্রমে (2, 3) ও (2, 7) হলে, পরাবৃত্তটির সমীকরণ নির্ণয় কর।

[Ans: $x^2 - 4x - 16y + 52 = 0$]

14. দৃশ্যকল্প-২: A শীর্ষবিন্দু ও S উপকেন্দ্র। [BB'23]



(গ) দৃশ্যকল্প-২ হতে পরাবৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর।

[Ans: $x^2 + 9y^2 - 110x - 70y - 6xy - 225 = 0$]

15. দৃশ্যকল্প-২: একটি কনিকের কেন্দ্র (−2, −2) এবং শীর্ষবিন্দু (4, −1), উৎকেন্দ্রিকতা $\frac{1}{3}$। [Ctg.B'22]

(গ) দৃশ্যকল্প-২ এর কনিকটির নাম উল্লেখ কর এবং উহার সমীকরণ নির্ণয় কর।

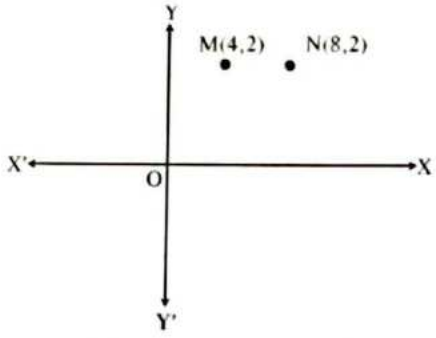
[Ans: উপবৃত্ত, $(x-0)^2 + \left(y + \frac{5}{3}\right)^2 = \left(\frac{1}{3}\right)^2 \times \frac{(6x+y-9)^2}{6^2+1^2}$]

16. A(1, −2) একটি বিন্দু [SB'22]

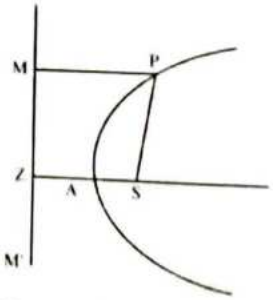
(খ) নিয়ামক রেখার সমীকরণ $3x - 4y = 1$ হলে, পরাবৃত্তের সমীকরণ বের কর যার শীর্ষবিন্দু A

[Ans: $16x^2 + 9y^2 + 24xy - 104x + 172y + 444 = 0$]

17. [Din.B'22]



(খ) একটি পরাবৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর যার উপকেন্দ্র M এবং শীর্ষ O। [Ans: $(x - 2y)^2 - 80x - 40y = 0$]

18. 

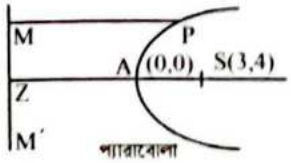
[MB'22]

উপরের চিত্রটি একটি কনিক নির্দেশ করে। যার উপকেন্দ্র S শীর্ষবিন্দু A এবং MZM' নিয়ামক রেখা।

(গ) উদ্দীপকের কনিকটির সমীকরণ নির্ণয় কর, যার উপকেন্দ্র (−1, 1) এবং শীর্ষবিন্দু (2, −3)।

[Ans: $(4x + 3y)^2 + 308x - 394y - 1799 = 0$]

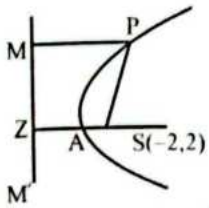
Educationblog24.com

19. দৃশ্যকল্প-২: 

[Ctg.B'19]

(গ) দৃশ্যকল্প-২ হতে MZM' এর সমীকরণ নির্ণয় কর।

[Ans: $3x + 4y + 25 = 0$]

20. 

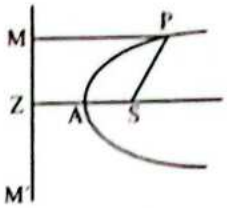
[Ctg.B'17]

চিত্রটি একটি কনিক নির্দেশ করে যার নিয়ামক রেখা MZM'

(খ) A(1, −2) হলে MZM' এর সমীকরণ নির্ণয় কর।

[Ans: $3x - 4y - 36 = 0$]

21. [সিলেট ক্যাডেট কলেজ]



(i) চিত্রের কনিকের উপকেন্দ্র S এবং MZM' নিয়ামকের সমীকরণ।

(ii) $2x^2 + y^2 - 8x - 2y - 7 = 0$

(খ) S(−8, −2), SP = PM এবং MZM' এর সমীকরণ $2x - y - 9 = 0$ হলে কনিকটির সমীকরণ নির্ণয় কর।

[Ans: $(x + 2y)^2 + 116x + 2y + 259 = 0$]

Type-13: স্পর্শক/ছেদক সম্পর্কিত

Concept

(i) কনিকের উপরস্থ বিন্দুতে স্পর্শক:

$ax^2 + by^2 + 2hxy + 2gx + 2fy + c = 0$ কনিকের উপরস্থ যেকোনো একটি বিন্দু (x_1, y_1) হলে, (x_1, y_1) বিন্দুতে অঙ্কিত স্পর্শক নির্ণয়ের জন্য কনিকের সমীকরণে,

x^2 এর পরিবর্তে $\rightarrow xx_1$ | x এর পরিবর্তে $\rightarrow \frac{x+x_1}{2}$ | xy এর পরিবর্তে $\rightarrow \frac{xy_1+yx_1}{2}$

y^2 এর পরিবর্তে $\rightarrow yy_1$ | y এর পরিবর্তে $\rightarrow \frac{y+y_1}{2}$

ইত্যাদি বসাতে হয়।

$\therefore ax^2 + by^2 + 2hxy + 2gx + 2fy + c = 0$ এর উপরস্থ (x_1, y_1) বিন্দুতে কনিকটির স্পর্শকের সমীকরণ: $axx_1 + byy_1 + 2h\frac{xy_1+yx_1}{2} + 2g\frac{x+x_1}{2} + 2f\frac{y+y_1}{2} + c = 0 \therefore \boxed{axx_1 + byy_1 + h(xy_1 + yx_1) + g(x + x_1) + f(y + y_1) + c = 0}$

(ii) $y = mx + c$ সরলরেখাটি

(a) $y^2 = 4ax$ কে স্পর্শ করলে, $c = \frac{a}{m}$

(b) $x^2 = 4ay$ কে স্পর্শ করলে, $c = -am^2$

(c) $x^2 + y^2 = r^2$ কে স্পর্শ করলে, $c^2 = r^2(m^2 + 1)$

(d) $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ কে স্পর্শ করলে, $c^2 = a^2m^2 + b^2$

(e) $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ কে স্পর্শ করলে, $c^2 = a^2m^2 - b^2$

(f) $\frac{y^2}{b^2} - \frac{x^2}{a^2} = 1$ কে স্পর্শ করলে, $c^2 = b^2 - a^2m^2$

সৃজনশীল প্রশ্ন (ক, খ ও গ)

01. দৃশ্যকল্প-১: $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$ [DB, SB, JB, Din.B'18]

(খ) $x - y - 5 = 0$ রেখাটি দৃশ্যকল্প-১ এ বর্ণিত কনিকটিকে স্পর্শ করলে স্পর্শ বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর।

(খ) Sol^n: (x_1, y_1) বিন্দুতে $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$ কনিকের স্পর্শকের সমীকরণ,

$\frac{xx_1}{16} + \frac{yy_1}{9} = 1 \Rightarrow \frac{xx_1}{16} + \frac{yy_1}{9} - 1 = 0$ ....(i); আবার, $x - y - 5 = 0$ .....(ii)

(i) ও (ii) একই সরলরেখা নির্দেশ করলে, $\frac{\frac{x_1}{16}}{1} = \frac{\frac{y_1}{9}}{-1} = \frac{-1}{-5} \Rightarrow x_1 = \frac{16}{5}, y_1 = \frac{-9}{5}$

$\therefore$ নির্ণেয় বিন্দু $(x_1, y_1) = \left(\frac{16}{5}, \frac{-9}{5}\right)$ (Ans.)

Educationblog24.com

♦ MCQ প্রশ্নের জন্য এই অধ্যায়ের বিভিন্ন টাইপের তুলনামূলক গুরুত্ব:

গুরুত্ব	টাইপ	টাইপের নাম	যতবার প্রশ্ন এসেছে	যে বোর্ডে যে বছর এসেছে
				MCQ
✪✪✪	T-01	কনিকের প্রকৃতি নির্ণয়	18	RB'23, 22, 17, 17; SB'23; BB'23; MB'23, 21; Din.B'22; JB'21, 19; CB'21, 17; CB'17
✪✪✪	T-02	পরাবৃত্তের সমীকরণ হতে বিভিন্ন উপাদান নির্ণয়	65	DB'23, 22, 21, 19; RB'23, 22, 21, 19, 17; SB'23, 22, 21, 19, 17; BB'23, 22, 21, 19, 17; JB'23, 22, 21, 19; Din.B'23, 22, 21, 19, 17; MB'23, 22, 21; Mad.B'23; Ctg.B'22, 21, 17; CB'22, 21, 19, 17; All.B'18
✪	T-03	বিভিন্ন শর্ত হতে পরাবৃত্তের সমীকরণ এবং উপাদান নির্ণয় সংক্রান্ত	03	SB'23; JB'21
✪✪	T-04	পরাবৃত্তের উপকেন্দ্রিক দূরত্ব সম্পর্কিত	05	CB'23, 22; JB'22, 21, 17
✪✪✪	T-05	উপবৃত্তের সমীকরণ হতে বিভিন্ন উপাদান নির্ণয়	48	DB'23, 21, 17; RB'23, 21; Ctg.B'23, 22, 21; SB'23, 22, 21, 19; BB'23, 22, 21; JB'23, 22, 21, 19, 17; CB'23, 22, 21, 19; Din.B'23, 21, 19, 17; MB'23, 22, 21; Mad.B'23
✪	T-06	বিভিন্ন শর্ত হতে উপবৃত্তের সমীকরণ এবং উপাদান নির্ণয় সংক্রান্ত	01	Mad.B'23
✪✪✪	T-07	অধিবৃত্তের সমীকরণ হতে বিভিন্ন উপাদান নির্ণয়	48	DB'23, 22, 21, 19, 17; RB'23, 22, 21, 19, 17; BB'23, 22, 21, 17; CB'23, 19; Din.B'23, 22, 21, 17; SB'22, 17; Ctg.B'21, 19; SB'21; JB'22, 21, 17; MB'22, 21; All.B'18
✪	T-08	বিভিন্ন শর্ত থেকে অধিবৃত্তের সমীকরণ নির্ণয়	01	CB'21
	T-09	SP + S'P = বৃহৎ/আড় অক্ষের দৈর্ঘ্য সংক্রান্ত	-	-
✪✪	T-10	অধিবৃত্তের অসীমতট সম্পর্কিত সমস্যাবলি	03	RB'23; CB'23; JB'21
✪✪	T-11	কনিকের পরামিতিক সমীকরণ	06	Ctg.B'23, 21; BB'23; JB'23; Din.B'23; MB'21
	T-12	কনিকের উপকেন্দ্র, উৎকেন্দ্রিকতা ও দিকাক্ষ হতে কনিকের সমীকরণ নির্ণয়। (SP = e · PM)	-	-
✪✪✪	T-13	স্পর্শক/ছেদক সম্পর্কিত	13	DB'23, 22, 21; RB'23, 19; Ctg.B'23, 19; CB'23; SB'22, 21; BB'21; Din.B'21;

Educationblog24.com

বিগত বোর্ড পরীক্ষামূহের MCQ প্রশ্ন

01. $y^2 = 4x + 3y - 7$ পরাবৃত্তটির উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য- [DB'23]
(a) 4 (b) 8
(c) 16 (d) কোনোটি নয়

02. $y^2 = 4x + 4y - 8$ পরাবৃত্তের শীর্ষের স্থানাঙ্ক— [DB'23]
(a) (1, 2) (b) (2, 1)
(c) (2, 2) (d) (2, 4)

03. $\frac{(x-2)^2}{5} + \frac{(y+1)^2}{4} = 1$ উপবৃত্তের উৎকেন্দ্রিকতা হলো— [DB, SB'23]
(a) $\frac{3}{5}$ (b) $\frac{2}{5}$ (c) $\frac{2}{\sqrt{5}}$ (d) $\frac{1}{\sqrt{5}}$

04. $y = x + c$ সরলরেখাটি $9x^2 + 16y^2 = 144$ উপবৃত্তকে স্পর্শ করলে c এর মান— [DB'23]
(a) ± 3 (b) ± 4 (c) ± 5 (d) ± 6

05. $7x^2 - 9y^2 + 63 = 0$ অধিবৃত্তের উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য হলো— [DB'23]
(a) $\frac{14}{3}$ (b) $\frac{14}{9}$ (c) $\frac{18}{7}$ (d) $\frac{18}{\sqrt{7}}$

06. $r(1 + \cos\theta) = 2$ সমীকরণটি কী প্রকাশ করে? [RB'23]
(a) সরলরেখা (b) বৃত্ত
(c) পরাবৃত্ত (d) উপবৃত্ত

07. $y^2 = 8x$ পরাবৃত্তের নিয়ামকরেখার সমীকরণ কোনটি? [RB'23]
(a) $x - 2 = 0$ (b) $x + 2 = 0$
(c) $y - 2 = 0$ (d) $y + 2 = 0$

08. $\frac{(x-3)^2}{16} + \frac{(y+1)^2}{12} = 1$ উপবৃত্তটির— [RB'23]
(i) কেন্দ্রের স্থানাঙ্ক (3, −1) (ii) বৃহৎ অক্ষের দৈর্ঘ্য 8 একক
(iii) উৎকেন্দ্রিকতা $\frac{1}{2}$
নিচের কোনটি সঠিক?
(a) i, ii (b) ii, iii (c) i, iii (d) i, ii, iii

09. b এর মান কত হলে $y = 4x + 1$ সরলরেখাটি $y^2 = 8bx$ পরাবৃত্তকে স্পর্শ করবে? [RB'23]
(a) $\frac{1}{4}$ (b) $\frac{1}{2}$ (c) 2 (d) 4

নিচের উদ্দীপকের আলোকে পরবর্তী দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও:
$9x^2 - 16y^2 = 144$

10. অধিবৃত্তটির শীর্ষবিন্দুর স্থানাঙ্ক কোনটি? [RB'23]
(a) $(\pm 4, 0)$ (b) $(\pm 5, 0)$
(c) $(0, \pm 4)$ (d) $(0, \pm 5)$

11. অধিবৃত্তটির অসীমতটের সমীকরণ কোনটি? [RB, CB'23; JB'21]
(a) $2x = \pm 3y$ (b) $3y = \pm 2x$
(c) $3x = \pm 4y$ (d) $4x = \pm 3y$

MCQ উত্তরমালা ও ব্যাখ্যামূলক সমাধান

01. a	02. a	03. d	04. c	05. d	06. c	07. b	08. d	09. c	10. a	11. c

01. $y^2 = 4x + 3y - 7 \Rightarrow y^2 - 3y = 4x - 7$
$\Rightarrow y^2 - 2 \cdot y \cdot \frac{3}{2} + \frac{9}{4} = 4x - 7 + \frac{9}{4} \Rightarrow \left(y - \frac{3}{2}\right)^2 = 4x - \frac{19}{4}$
$\therefore \left(y - \frac{3}{2}\right)^2 = 4 \cdot 1\left(x - \frac{19}{16}\right)$ ∴ উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য $= 4 \cdot 1 = 4$

02. $y^2 = 4x + 4y - 8 \Rightarrow y^2 - 4y = 4x - 8$
$\Rightarrow y^2 - 4y + 4 = 4x - 8 + 4 \Rightarrow (y - 2)^2 = 4x - 4$
$\therefore (y - 2)^2 = 4(x - 1)$ ∴ পরাবৃত্তের শীর্ষের স্থানাঙ্ক (1,2)

03. $\frac{(x-2)^2}{5} + \frac{(y+1)^2}{4} = 1$; এখানে, $a^2 = 5, b^2 = 4, \therefore a > b$
∴ উৎকেন্দ্রিকতা, $e = \sqrt{\frac{a^2 - b^2}{a^2}} = \sqrt{\frac{5-4}{5}} = \frac{1}{\sqrt{5}}$

04. $9x^2 + 16y^2 = 144 \Rightarrow \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1 \Rightarrow \frac{x^2}{4^2} + \frac{y^2}{3^2} = 1 \therefore a = 4, b = 3$
$y = x + c$ সরলরেখাটি উপবৃত্তকে স্পর্শ করলে,
$c^2 = a^2m^2 + b^2 \Rightarrow c^2 = 4^2 \cdot 1^2 + 3^2 = 25 \therefore c = \pm 5$

05. $7x^2 - 9y^2 + 63 = 0 \Rightarrow 7x^2 - 9y^2 = -63 \Rightarrow \frac{x^2}{-9} + \frac{y^2}{7} = 1$
$\Rightarrow \frac{y^2}{7} - \frac{x^2}{9} = 1$; এখানে, $a = 3, b = \sqrt{7}$
∴ উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য $= \frac{2a^2}{b} = \frac{2 \times 9}{\sqrt{7}} = \frac{18}{\sqrt{7}}$

06. $r(1 + \cos\theta) = 2 \Rightarrow r + r\cos\theta = 2 \Rightarrow r + x = 2$
$\Rightarrow r = 2 - x \Rightarrow r^2 = (2 - x)^2$ [বর্গ করে]
$\Rightarrow x^2 + y^2 = 4 + x^2 - 4x \Rightarrow y^2 = -4 \cdot 1(x - 1)$
যা $y^2 = -4ax$ এর সাথে তুলনীয় অর্থাৎ, পরাবৃত্ত নির্দেশ করে।

07. $y^2 = 8x \Rightarrow y^2 = 4 \cdot 2 \cdot x \therefore a = 2$
∴ নিয়ামক রেখা, $x = -a \Rightarrow x = -2 \therefore x + 2 = 0$

08. $\frac{(x-3)^2}{16} + \frac{(y+1)^2}{12} = 1$ এর (i) কেন্দ্রের স্থানাঙ্ক হলো (3, −1),
(ii) বৃহৎ অক্ষের দৈর্ঘ্য $= 2 \times 4 = 8$ একক
(iii) উৎকেন্দ্রিকতা, $e = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}} = \sqrt{1 - \frac{12}{16}} = \frac{1}{2}$

10. $9x^2 - 16y^2 = 144 \Rightarrow \frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1 \therefore a = 4, b = 3$
∴ শীর্ষবিন্দু $(\pm a, 0) = (\pm 4, 0)$

11. $9x^2 - 16y^2 = 0 \Rightarrow 9x^2 = 16y^2 \therefore 3x = \pm 4y$

Educationblog24.com

12. $3x^2 - 4y^2 = 12$ অধিবৃত্তের (4, 3) বিন্দুতে স্পর্শকের ঢালের মান— [Ctg.B'23]

(a) -1 (b) $\frac{3}{4}$ (c) 1 (d) $\frac{4}{3}$

13. $2x^2 + y^2 = 4$ কনিকটির বৃহৎ অক্ষের দৈর্ঘ্য- [Ctg.B, JB'23]

(a) 4 (b) 2 (c) $2\sqrt{2}$ (d) $\sqrt{2}$

14. $x^2 = -3y$ পরাবৃত্তের— [Ctg.B'23]

(i) উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য $\frac{3}{4}$

(ii) উপকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক $\left(0, \frac{-3}{4}\right)$

(iii) উপকেন্দ্রিক লম্বের সমীকরণ $4y - 3 = 0$

নিচের কোনটি সঠিক?

(a) i, ii (b) i, iii

(c) ii, iii (d) i, ii, iii

15. কোনো কনিকের উৎকেন্দ্রিকতা $\frac{\sqrt{3}}{2}$ হলে, সেটি একটি- [SB'23]

(a) পরাবৃত্ত (b) উপবৃত্ত

(c) অধিবৃত্ত (d) সম অধিবৃত্ত

নিচের উদ্দীপকের আলোকে পরবর্তী দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও:

$x^2 + 5y = 0$ একটি কণিক।

16. কনিকটির নিয়ামকের সমীকরণ কোনটি? [SB'23]

(a) $5x + 4 = 0$ (b) $5x - 4 = 0$

(c) $4y + 5 = 0$ (d) $4y - 5 = 0$

17. কনিকটির উপকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক কত? [SB'23]

(a) $\left(0, \frac{5}{4}\right)$ (b) $\left(0, -\frac{5}{4}\right)$

(c) $\left(0, \frac{4}{5}\right)$ (d) $\left(0, -\frac{4}{5}\right)$

18. $\frac{y^2}{25} - \frac{x^2}{16} = 1$ অধিবৃত্তের পরামিতিক সমীকরণ- [SB'23]

(a) $x = 5\tan\theta, y = 4\sec\theta$

(b) $x = 5\sec\theta, y = 4\tan\theta$

(c) $x = 5\sin\theta, y = 4\cos\theta$

(d) $x = 4\tan\theta, y = 5\sec\theta$

নিচের উদ্দীপকের আলোকে পরবর্তী দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও:

কোনো বিন্দুর পরামিতিক স্থানাঙ্ক $(2\cos\theta, \sqrt{3}\sin\theta)$

19. সঞ্চারপথটি কী নির্দেশ করে? [BB'23]

(a) পরাবৃত্ত (b) উপবৃত্ত (c) বৃত্ত (d) অধিবৃত্ত

20. কেন্দ্রের স্থানাঙ্ক কত? [BB'23]

(a) $(2, \sqrt{3})$ (b) (0, 0)

(c) (2, 0) (d) $(0, \sqrt{3})$

21. $x^2 - 4x + 12y - 32 = 0$ পরাবৃত্তের- [BB'23]

(i) উপকেন্দ্র $(2, -6)$

(ii) নিয়ামকের সমীকরণ $y = 6$

(iii) শীর্ষবিন্দু $(2, 3)$

নিচের কোনটি সঠিক?

(a) i, ii (b) i, iii (c) ii, iii (d) i, ii, iii

MCQ উত্তরমালা ও ব্যাখ্যামূলক সমাধান

12. c	13. a	14. -	15. b	16. d	17. b	18. d	19. b	20. b	21. c

12. (4,3) বিন্দুটি অধিবৃত্তের উপরে অবস্থিত।
∴ অধিবৃত্তের উক্ত বিন্দুতে অঙ্কিত স্পর্শক: $3x \times 4 - 4y \times 3 = 12$
$\Rightarrow 12x - 12y = 12 \Rightarrow y = x - 1 \therefore$ ঢাল $m = 1$
বিকল্প: $3x^2 - 4y^2 = 12 \Rightarrow 6x - 8y\frac{dy}{dx} = 0 \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{3x}{4y}$
$\therefore \left.\frac{dy}{dx}\right|_{(4,3)} = \frac{3\times4}{4\times3} = 1$

13. $2x^2 + y^2 = 4 \Rightarrow \frac{x^2}{(\sqrt{2})^2} + \frac{y^2}{2^2} = 1$
$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ এর সঙ্গে তুলনা করলে, $a = \sqrt{2}, b = 2$ [b > a]
∴ বৃহৎ অক্ষের দৈর্ঘ্য $= 2b = 2 \times 2 = 4$

14. (সঠিক উত্তর শুধু ii): $x^2 = -3y$
$\Rightarrow x^2 = -4.\left(\frac{3}{4}\right)y$ কে $x^2 = -4ay$ এর সঙ্গে তুলনা করলে, $a = \frac{3}{4}$
∴ উপকেন্দ্র $(0, -a)$ বা $\left(0, \frac{-3}{4}\right)$; উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য $= 4a = 4 \times \frac{3}{4} = 3$

উপকেন্দ্রিক লম্ব: $y = -a \Rightarrow y = \frac{-3}{4} \Rightarrow 4y + 3 = 0$

15. $e = \frac{\sqrt{3}}{2}$ যেহেতু $0 < e < 1$ তাই উপবৃত্ত।

16. $x^2 = -5y; x^2 = 4.\left(-\frac{5}{4}\right)y$
∴ নিয়ামক রেখা $y + \left(-\frac{5}{4}\right) = 0 \therefore 4y - 5 = 0$

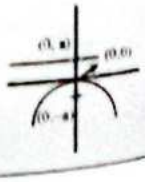
17. $x^2 = 4.\left(-\frac{5}{4}\right)y \therefore$ উপকেন্দ্র $= \left(0, -\frac{5}{4}\right)$

18. $\frac{y^2}{25} - \frac{x^2}{16} = 1 \Rightarrow \frac{y^2}{5^2} - \frac{x^2}{4^2} = 1$
$a = 4; b = 5 \therefore x = a\tan\theta = 4\tan\theta; y = b\sec\theta = 5\sec\theta$
যেখানে $\theta = \tan^{-1}\left(\frac{x}{a}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{x}{4}\right)$

19. উপবৃত্তের পরামিতিক স্থানাঙ্ক $(a\cos\theta, b\sin\theta)$

20. (0,0) কেন্দ্রবিশিষ্ট উপবৃত্তের পরামিতিক স্থানাঙ্ক $(a\cos\theta, b\sin\theta)$

21. $x^2 - 4x + 12y - 32 = 0$
$\Rightarrow x^2 - 2.2.x + 4 = 32 - 12y + 4 \Rightarrow (x-2)^2 = 36 - 12y$
$\Rightarrow (x-2)^2 = -12(y-3)$
এখানে, $\alpha = 2, \beta = 3, a = \frac{-12}{4} = -3$, উপকেন্দ্র $(\alpha, a + \beta) \equiv (2,0)$
নিয়ামকের সমীকরণ, $y - \beta + a = 0$
$\Rightarrow y - 3 - 3 = 0 \Rightarrow y = 6$
শীর্ষবিন্দু $(\alpha, \beta) \equiv (2,3)$
সুতরাং (ii) ও (iii) নং সঠিক।



Educationblog24.com

22. $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ উপবৃত্তের উপকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক কত? $(a>b)$ [BB, JB'23]

(a) $(\pm\sqrt{a^2+b^2},0)$ (b) $(\pm\sqrt{a^2-b^2},0)$
(c) $(\pm a/e,0)$ (d) $(0,\pm ae)$

23. $4x^2-y^2+16=0$ অধিবৃত্তের পরামিতিক স্থানাঙ্ক কোনটি? [JB'23]

(a) $(4\sec\theta, 2\tan\theta)$ (b) $(2\sec\theta, 4\tan\theta)$
(c) $(4\tan\theta, 2\sec\theta)$ (d) $(2\tan\theta, 4\sec\theta)$

24. $(x-1)^2=-y$ এর [JB'23]

(i) শীর্ষ $(1,0)$ (ii) উপকেন্দ্র $\left(-\frac{1}{4},0\right)$
(iii) উপকেন্দ্র থেকে নিকটতম নিয়ামকের দূরত্ব $=\frac{1}{2}$

নিচের কোনটি সঠিক?

(a) i, ii (b) i, iii (c) ii, iii (d) i, ii, iii

25. $3x^2+4y^2=12$ উপবৃত্তের— [CB'23]

(i) উৎকেন্দ্রিকতা $\frac{1}{2}$ (ii) উপকেন্দ্র $(\pm 1,0)$
(iii) নিয়ামক রেখার সমীকরণ $y=\pm\sqrt{3}$

নিচের কোনটি সঠিক?

(a) i, ii (b) i, iii (c) ii, iii (d) i, ii, iii

26. $x^2=16y$ পরাবৃত্তের উপরিস্থিত P বিন্দুর ভুজ 16 হলে, P বিন্দুর উপকেন্দ্রিক দূরত্ব কত? [CB'23]

(a) 12 (b) 20 (c) 24 (d) 36

নিচের উদ্দীপকের আলোকে পরবর্তী প্রশ্নের উত্তর দাও:

$4y^2-5x^2=20$ একটি অধিবৃত্তের সমীকরণ।

27. অধিবৃত্তটির নিয়ামক রেখাদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব কত একক? [CB'23]

(a) $\frac{4\sqrt{5}}{3}$ (b) $\frac{10}{3}$ (c) $\frac{12}{\sqrt{5}}$ (d) 6

28. $x+y+c=0$ সরলরেখাটি $y^2=x$ পরাবৃত্তটিকে স্পর্শ করলে c এর মান কত? [CB'23]

(a) -4 (b) $-\frac{1}{4}$ (c) $\frac{1}{4}$ (d) 4

29. $x^2=Py$ পরাবৃত্তটি $(6,-3)$ বিন্দুগামী হলে, পরাবৃত্তের উপকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক- [Din.B'23]

(a) $(0,3)$ (b) $(3,0)$ (c) $(0,-3)$ (d) $(-3,0)$

30. $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{4}=1$ অধিবৃত্তের উপকেন্দ্রদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব– [BB, Din.B'23]

(a) $2\sqrt{13}$ (b) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ (c) $\frac{2\sqrt{13}}{3}$ (d) $\sqrt{2}$

31. $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{9}=1$ উপবৃত্তের ক্ষেত্রে– [Din.B'23]

(i) উৎকেন্দ্রিকতা $\frac{\sqrt{5}}{3}$
(ii) নিয়ামকের সমীকরণ $\sqrt{5y}=\pm 9$
(iii) শীর্ষবিন্দুদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব $=4$

নিচের কোনটি সঠিক?

(a) i, ii (b) i, iii (c) ii, iii (d) i, ii, iii

MCQ উত্তরমালা ও ব্যাখ্যামূলক সমাধান

22. b	23. d	24. b	25. a	26. b	27. b	28. c	29. c	30. a	31. a

23. $4x^2-y^2+16=0 \Rightarrow y^2-4x^2=16$
$\Rightarrow \frac{y^2}{4^2}-\frac{x^2}{2^2}=1$ কে $\frac{y^2}{b^2}-\frac{x^2}{a^2}=0$
এর সঙ্গে তুলনা করে পাই, $b=4$ এবং $a=2$
∴ প্রদত্ত অধিবৃত্তের পরামিতিক স্থানাঙ্ক $(a\tan\theta, b\sec\theta)$
অর্থাৎ $(2\tan\theta, 4\sec\theta)$

24. $(x-1)^2=-y \Rightarrow (x-1)^2=-4\cdot\left(\frac{1}{4}\right)y$ কে
$X^2=-4aY$ এর সঙ্গে তুলনা করে পাই, $a=\frac{1}{4}$
শীর্ষ $(x-1,y)\equiv(0,0)$ অর্থাৎ $(1,0)$; (i) সঠিক।
উপকেন্দ্র $(x-1,y)\equiv(0,-a)$ অর্থাৎ $\left(1,-\frac{1}{4}\right)$ উপকেন্দ্র থেকে নিকটতম নিয়ামকরেখার দূরত্ব $=2a=2\times\frac{1}{4}=\frac{1}{2}$ (ii) সঠিক নয়, (iii) সঠিক

25. $3x^2+4y^2=12 \Rightarrow \frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$
∴ $a=2$ ∴ $b=\sqrt{3}$ ∴ $e=\sqrt{1-\frac{3}{4}}=\frac{1}{2}$
উপকেন্দ্র $\left(\pm 2\times\frac{1}{2},0\right)=(\pm 1,0)$ এবং নিয়ামক রেখা, $x=\pm\frac{2}{\frac{1}{2}} \Rightarrow x=\pm 4$

26. $x^2=16y=4\times 4y$, $a=4$; আবার, $x=16$ হলে, $y=\frac{x^2}{16}=\frac{16^2}{16}=16$
∴ উপকেন্দ্রিক দূরত্ব $=|y+a|=16+4=20$

27. $4y^2-5x^2=20 \Rightarrow \frac{y^2}{5}-\frac{x^2}{4}=1$ ∴ $a=2$ ∴ $b=\sqrt{5}$
∴ $e=\sqrt{1+\frac{4}{5}}=\frac{3}{\sqrt{5}}$ ∴ নিয়ামক রেখাদ্বয়ের মধ্যে দূরত্ব $=\frac{2b}{e}=\frac{2\sqrt{5}}{\frac{3}{\sqrt{5}}}=\frac{10}{3}$

28. $x+y+c=0$ রেখাটি $y^2=x$ পরাবৃত্তকে স্পর্শ করলে,
$-c=\frac{\frac{1}{4}}{-1}=-\frac{1}{4}$ [$x+y+c=0 \Rightarrow y=-x-c$
∴ $m=-1$ এবং $y^2=\frac{1}{4}\cdot 4x$ ∴ $a=\frac{1}{4}$] ∴ $c=\frac{1}{4}$

29. $x^2=Py$ পরাবৃত্তটি $(6,-3)$ বিন্দুগামী হলে, $36=P(-3)$
∴ $P=-12$ ∴ পরাবৃত্তের সমীকরণ, $x^2=-12y$
$\Rightarrow x^2=4.(-3)y$ ∴ উপকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক $(0,-3)$

30. $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{4}=1$ এখানে, $a=3, b=2$
$e=\sqrt{\frac{a^2+b^2}{a^2}}=\sqrt{\frac{9+4}{9}}=\sqrt{\frac{13}{9}}=\frac{\sqrt{13}}{3}$
∴ উপকেন্দ্রদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব $=2ae=2\times 3\times\frac{\sqrt{13}}{3}=2\sqrt{13}$

31. $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{9}=1$ এখানে, $a=2, b=3$ ∴ $a<b$
(i) উৎকেন্দ্রিকতা, $e=\sqrt{\frac{b^2-a^2}{b^2}}=\sqrt{\frac{9-4}{9}}=\frac{\sqrt{5}}{3}$
(ii) নিয়ামকের সমীকরণ, $y=\pm\frac{3}{\frac{\sqrt{5}}{3}}$ বা, $y=\pm\frac{9}{\sqrt{5}}$ ∴ $\sqrt{5}y=\pm 9$
(iii) শীর্ষবিন্দুদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব $=2b=6$

Educationblog24.com

32. $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ অধিবৃত্তের (x, y) বিন্দুর পরামিতিক স্থানাঙ্ক- [Ctg.B, Din.B'23]

(a) $(4\sec\theta, 3\tan\theta)$ (b) $(4\sin\theta, -3\cos\theta)$
(c) $(4\cos\theta, 3\sin\theta)$ (d) $(4\tan\theta, 3\sec\theta)$

33. $y^2 + 3y = 3x - 8$ পরাবৃত্তের উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য– [Din.B'23]

(a) $-\frac{3}{2}$ (b) $\frac{3}{4}$ (c) $\frac{23}{12}$ (d) 3

34. $(x-1)^2 + 3y = 0$ সমীকরণটি কী নির্দেশ করে? [MB'23]

(a) সরলরেখা (b) বৃত্ত
(c) পরাবৃত্ত (d) অধিবৃত্ত

35. $y^2 - kx = 0$ পরাবৃত্তটির নিয়ামক রেখার সমীকরণ $x - 1 = 0$ হলে k এর মান— [MB'23]

(a) $4\sqrt{2}$ (b) 4
(c) -4 (d) $-4\sqrt{2}$

36. $27x^2 + 8y^2 = 216$ উপবৃত্তের বৃহৎ অক্ষের সমীকরণ হল- [MB'23]

(a) $x = 0$ (b) $y = 0$
(c) $x = 2\sqrt{2}$ (d) $y = 3\sqrt{3}$

নিচের উদ্দীপকের আলোকে পরবর্তী দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও:

$y^2 - 4x + 4y - 6 = 0$ হচ্ছে একটি পরাবৃত্তের সমীকরণ

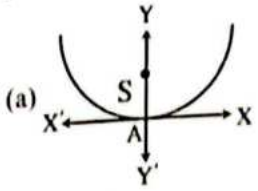
37. পরাবৃত্তটির উপকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক— [MB'23; DB, Ctg.B'22; SB, BB'19]

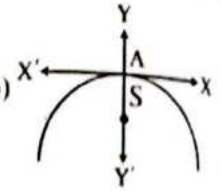
(a) $\left(\frac{3}{2}, -2\right)$ (b) $\left(-2, -\frac{3}{2}\right)$
(c) $\left(-\frac{3}{2}, 2\right)$ (d) $\left(-\frac{3}{2}, -2\right)$

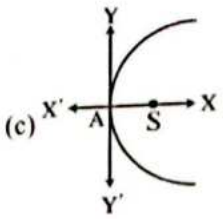
38. পরাবৃত্তটির শীর্ষবিন্দুর স্থানাঙ্ক– [MB'23]

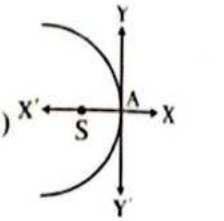
(a) $\left(\frac{5}{2}, 2\right)$ (b) $\left(\frac{5}{2}, -2\right)$
(c) $\left(-\frac{5}{2}, 2\right)$ (d) $\left(-\frac{5}{2}, -2\right)$

39. $y^2 = -4x$ এর লেখচিত্র কোনটি? [Mad.B'23]

(a) 

(b) 

(c) 

(d) 

40. e এর কোন মানের জন্য উপবৃত্ত নির্দেশ করে? [Mad.B'23]

(a) $e = 0$ (b) $e = 1$
(c) $0 < e < 1$ (d) $e > 1$

41. $3x^2 + 5y^2 = 15$ উপবৃত্তটির— [Mad.B'23]

(i) কেন্দ্রের স্থানাঙ্ক (0, 0)
(ii) উৎকেন্দ্রিকতা $\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$
(iii) ক্ষুদ্র অক্ষের দৈর্ঘ্য $2\sqrt{3}$

নিচের কোনটি সঠিক?

(a) i, ii (b) i, iii (c) ii, iii (d) i, ii, iii

MCQ উত্তরমালা ও ব্যাখ্যামূলক সমাধান

32. a	33. d	34. c	35. c	36. a	37. d	38. d	39. d	40. c	41. b

32. $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ এখানে, $a = 4, b = 3$
অধিবৃত্তটির (x, y) বিন্দুটির পরামিতিক স্থানাঙ্ক $(a\sec\theta, b\tan\theta)$
বা, $(4\sec\theta, 3\tan\theta)$ যেখানে $\theta = \tan^{-1}\frac{3}{4}$

33. $y^2 + 3y = 3x - 8 \Rightarrow y^2 + 2\cdot y\cdot\frac{3}{2} + \frac{9}{4} = 3x - 8 + \frac{9}{4}$
$\Rightarrow \left(y + \frac{3}{2}\right)^2 = 3x - \frac{23}{4} \Rightarrow \left(y + \frac{3}{2}\right)^2 = 3\left(x - \frac{23}{12}\right)$
$\therefore$ উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য = 3

35. $y^2 = kx \Rightarrow y^2 = 4\cdot\frac{k}{4}\cdot x$ এখানে $a = \frac{k}{4}$
আর আমরা জানি, $y^2 = 4ax$ এর নিয়ামকের সমীকরণ, $x = -a$
তাহলে $x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1$ থেকে পাই $a = -1$
এখন, $\frac{k}{4} = -1 \Rightarrow k = -4$

36. $27x^2 + 8y^2 = 216 \Rightarrow \frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{27} = 0, a = 2\sqrt{2}, b = 3\sqrt{3}$, কেন্দ্র (0,0)
যেহেতু $b > a$, বৃহৎ অক্ষের সমীকরণ $x = 0$

37. $y^2 - 4x + 4y - 6 = 0 \Rightarrow (y+2)^2 = 4x + 10$
$\Rightarrow (y+2)^2 = 4\left(x + \frac{5}{2}\right)$ এর $a = 1, (\alpha, \beta) \equiv \left(-\frac{5}{2}, -2\right)$
উপকেন্দ্র হবে $\equiv (\alpha + a, \beta) \equiv \left(-\frac{5}{2} + 1, -2\right) \equiv \left(-\frac{3}{2}, -2\right)$

38. $y^2 - 4x + 4y - 6 = 0 \Rightarrow (y+2)^2 = 4\left(x + \frac{5}{2}\right)$
$\therefore$ শীর্ষবিন্দু $(X, Y) = (0,0) \Rightarrow \left\{\left(x + \frac{5}{2}\right), (y+2)\right\} = (0,0)$
$\therefore (x, y) = \left(-\frac{5}{2}, -2\right)$

41. $3x^2 + 5y^2 = 15 \Rightarrow \frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{3} = 1; a = \sqrt{5}, b = \sqrt{3}$
কেন্দ্র $\equiv (0,0)$; $e = \sqrt{1 - \frac{3}{5}} = \sqrt{\frac{2}{5}}$
ক্ষুদ্র অক্ষের দৈর্ঘ্য $= 2b = 2\sqrt{3}$

Educationblog24.com

নিচের উদ্দীপকের আলোকে পরবর্তী দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও:

$y^2 = 3x$ একটি পরাবৃত্তের সমীকরণ।

42. উপকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক কোনটি? [Mad.B'23]

(a) $\left(\frac{3}{4}, 0\right)$ (b) $\left(\frac{4}{3}, 0\right)$ (c) $\left(0, \frac{3}{4}\right)$ (d) $\left(0, \frac{4}{3}\right)$

43. নিয়ামক রেখার সমীকরণ কোনটি? [Mad.B'23]

(a) $3x + 4 = 0$ (b) $3x - 4 = 0$

(c) $4x - 3 = 0$ (d) $4x + 3 = 0$

44. $y^2 = 6x$ পরাবৃত্তটি $y = mx + c$, রেখাকে স্পর্শ করলে— [DB, SB'22; DB, SB'21]

(i) $c = \frac{3}{2m}$

(ii) পরাবৃত্ত ও সরলরেখার সমীকরণ উভয়ই মূলবিন্দুগামী

(iii) স্পর্শ বিন্দুর স্থানাঙ্ক $\left(\frac{3}{2m^2}, \frac{3}{m}\right)$

নিচের কোনটি সঠিক?

(a) i, ii (b) ii, iii

(c) i, iii (d) i, ii, iii

নিচের তথ্যের আলোকে পরবর্তী দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও:

$16y^2 - 9x^2 = 144$

45. কনিকটির উৎকেন্দ্রিকতা কত? [DB, JB'22; RB, SB, JB, Din.B'21; DB, Ctg.B'19; All.B'18]

(a) $\frac{5}{3}$ (b) $\frac{5}{4}$ (c) $\frac{\sqrt{7}}{3}$ (d) $\frac{\sqrt{7}}{4}$

46. কনিকটির— [DB, MB'22; RB'19]

(i) অসীমতট রেখার সমীকরণ, $y = \pm\frac{3}{4}x$

(ii) নিয়ামক রেখার সমীকরণ, $5y \pm 9 = 0$

(iii) পরামিতিক সমীকরণ, $x = 3\sec\theta, y = 4\tan\theta$

নিচের কোনটি সঠিক?

(a) i, ii (b) i, iii (c) ii, iii (d) i, ii, iii

47. স্থানাঙ্কের অক্ষদ্বয়কে উপবৃত্তের অক্ষ বিবেচনা করে, বৃহৎ অক্ষের দৈর্ঘ্য 12 একক এবং উৎকেন্দ্রিকতা $\frac{1}{3}$ হলে ক্ষুদ্রাক্ষের দৈর্ঘ্য কত? [DB'22]

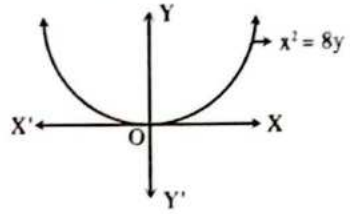
(a) $4\sqrt{2}$ (b) $8\sqrt{2}$ (c) $9\sqrt{2}$ (d) $4\sqrt{6}$

48. $y^2 = 32x - 64$ পরাবৃত্তটির নিয়ামক রেখার সমীকরণ— [Ctg.B, SB, JB'22; DB, RB'21; Din.B'19; BB'17]

(a) $x - 6 = 0$ (b) $x + 8 = 0$

(c) $x - 10 = 0$ (d) $x + 6 = 0$

নিচের তথ্যের আলোকে পরবর্তী প্রশ্নের উত্তর দাও:



49. পরাবৃত্তটির উপকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক— [RB, Ctg.B, SB'22]

(a) (8, 0) (b) (2, 0)

(c) (0, 2) (d) (0, 8)

50. $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$ উপবৃত্তের বৃহৎ অক্ষের সমীকরণ- [Ctg.B'22]

(a) $x = 0$ (b) $y = 3$

(c) $x = 4$ (d) $y = 0$

নিচের উদ্দীপকের আলোকে পরবর্তী দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও:

$9x^2 - 16y^2 = 144$ একটি অধিবৃত্তের সমীকরণ।

51. অধিবৃত্তের উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য কোনটি? [RB'22]

(a) $\frac{9}{8}$ (b) $\frac{9}{2}$ (c) $\frac{32}{5}$ (d) $\frac{32}{9}$

52. নিয়ামক রেখার সমীকরণ কোনটি? [RB, SB'22; DB'21]

(a) $x = \frac{16}{5}$ (b) $y = \frac{16}{5}$

(c) $x = \pm\frac{16}{5}$ (d) $y = \pm\frac{16}{5}$

MCQ উত্তরমালা ও ব্যাখ্যামূলক সমাধান

42. a	43. d	44. c	45. a	46. a	47. b	48. d	49. c	50. d	51. b	52. c

42. $y^2 = 3x \Rightarrow y^2 = \frac{3}{4}\cdot 4x \therefore a = \frac{3}{4}$, উপকেন্দ্র $\left(\frac{3}{4}, 0\right)$

46. $16y^2 - 9x^2 = 144 \Rightarrow \frac{y^2}{9} - \frac{x^2}{16} = 1 \Rightarrow \frac{y^2}{3^2} - \frac{x^2}{4^2} = 1$

এখানে, $a = 4, b = 3$; (i) $y = \pm\frac{b}{a}x = \pm\frac{3}{4}x$; (i) নং সঠিক

(ii) $y = \pm\frac{b}{e} = \pm\frac{3}{\frac{5}{3}} = \pm\frac{9}{5} \Rightarrow 5y \pm 9 = 0$

(ii) নং সঠিক (iii) পরামিতিক স্থানাঙ্ক

$(a\tan\theta, b\sec\theta) = (4\tan\theta, 3\sec\theta)$ সুতরাং, (i) ও (ii) নং সঠিক।

47. $2a = 12 \Rightarrow a = 6 \Rightarrow e = \frac{1}{3}$

$\therefore$ ক্ষুদ্রাক্ষের দৈর্ঘ্য $= 2b = 2a\sqrt{1 - e^2} = 8\sqrt{2}$

48. $X = -a \Rightarrow x - 2 = -8 \Rightarrow x - 2 + 8 = 0 \therefore x + 6 = 0$

49. $x^2 = 8y \Rightarrow x^2 = 4\cdot 2\cdot y \therefore$ উপকেন্দ্র: $(0, a) \equiv (0, 2)$

50. $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1 \Rightarrow \frac{x^2}{4^2} + \frac{y^2}{3^2} = 1 \therefore$ বৃহৎ অক্ষের সমীকরণ: $y = 0$

51. $9x^2 - 16y^2 = 144 \Rightarrow \frac{x^2}{4^2} - \frac{y^2}{3^2} = 1$; এখানে, $a = 4, b = 3$

$\therefore$ উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য: $\frac{2b^2}{a} = \frac{2\cdot 3^2}{4} = \frac{9}{2}$

52. $x = \pm\frac{a}{e} = \pm\frac{4}{\frac{4}{5}} = \pm\frac{16}{5}$

Educationblog24.com

HSC প্রশ্নব্যাংক ২০২৫

53. $9x^2 + 7y^2 = 63$ কনিকের ক্ষেত্রফল কত? [RB'22]

(a) 7π (b) 9π (c) $7\sqrt{3}\pi$ (d) $3\sqrt{7}\pi$

54. $9x^2 - 24xy + 12y^2 - 48x - 24y + 36 = 0$ সমীকরণটি কী নির্দেশ করে? [RB'22; JB'19]

(a) বৃত্ত (b) পরাবৃত্ত

(c) উপবৃত্ত (d) অধিবৃত্ত

55. $x^2 = -12y$ পরাবৃত্তের – [SB'22]

(i) উপকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক $(0, -3)$

(ii) নিয়ামকের সমীকরণ $y - 3 = 0$

(iii) উপকেন্দ্রিক লম্বের সমীকরণ $y + 3 = 0$

নিচের কোনটি সঠিক?

(a) i, ii (b) i, iii (c) ii, iii (d) i, ii, iii

নিচের উদ্দীপকের আলোকে পরবর্তী দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও:

$25x^2 - 16y^2 + 400 = 0$ একটি অধিবৃত্তের সমীকরণ।

56. অধিবৃত্তটির আড় অক্ষ ও অনুবন্ধী অক্ষের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে– [SB'22; DB, Ctg.B'21]

(a) 10, 8 (b) 8, 10 (c) 5, 4 (d) 4, 5

57. $3x^2 + 5y^2 = 15$ উপবৃত্তের উৎকেন্দ্রিকতা হবে– [SB'22, 21; Ctg.B'21; CB'19; JB'17]

(a) $\sqrt{\frac{3}{5}}$ (b) $\sqrt{\frac{5}{3}}$

(c) $\sqrt{\frac{5}{2}}$ (d) $\sqrt{\frac{2}{5}}$

58. $x^2 + 4x + 2y = 0$ পরাবৃত্তটির উপকেন্দ্রিক লম্ব x-অক্ষের সাথে কত কোণ তৈরি করে? [SB'22]

(a) $\frac{\pi}{2}$ (b) π (c) $\frac{\pi}{4}$ (d) 0

59. $(x-4)^2 = -4(y-5)$ পরাবৃত্তের নিয়ামকের সমীকরণ নিচের কোনটি? [BB'22]

(a) $x = 4$ (b) $y = 6$

(c) $x = 5$ (d) $y = 5$

60. $y^2 = -12x$ পরাবৃত্তের - [BB'22]

(i) উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য 16 একক

(ii) অক্ষের সমীকরণ $y = 0$

(iii) নিয়ামকের সমীকরণ $x = 3$

নিচের কোনটি সঠিক?

(a) i, ii (b) ii, iii (c) i, iii (d) i, ii, iii

নিচের তথ্যের আলোকে পরবর্তী দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও:

$8x^2 + 3y^2 = 1$ একটি উপবৃত্তের সমীকরণ।

61. উপবৃত্তটির উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য নিচের কোনটি? [BB'22; DB, CB'21; Din.B'19]

(a) $\frac{\sqrt{2}}{3}$ (b) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (c) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ (d) $\frac{\sqrt{3}}{4}$

62. উপবৃত্তটির শীর্ষবিন্দুর স্থানাঙ্ক নিচের কোনটি? [BB'22]

(a) $\left(0, \pm\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$ (b) $\left(\pm\frac{1}{\sqrt{3}}, 0\right)$

(c) $\left(0, \pm\frac{2}{\sqrt{3}}\right)$ (d) $\left(\pm\frac{2}{\sqrt{3}}, 0\right)$

MCQ উত্তরমালা ও ব্যাখ্যামূলক সমাধান

53. d	54. d	55. d	56. a	57. d	58. d	59. b	60. b	61. d	62. a

53. $9x^2 + 7y^2 = 63 \Rightarrow \frac{x^2}{7} + \frac{y^2}{9} = 1 \Rightarrow \frac{x^2}{(\sqrt{7})^2} + \frac{y^2}{3^2} = 1$, বা উপবৃত্ত।

$\therefore$ এর ক্ষেত্রফল $= \pi ab = \pi.\sqrt{7}.3 = 3\sqrt{7}\pi$

54. এখানে, $h = -12, a = 9, b = 12$ অর্থাৎ, $h^2 = 144$

$ab = 9 \times 12 = 108 \therefore h^2 > ab \therefore$ কনিকটি অধিবৃত্ত।

55. $x^2 = -12y \Rightarrow x^2 = -4.3.y$; উপকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক: $(0, -a) \equiv (0, -3)$

নিয়ামকের সমীকরণ: $y = a \Rightarrow y = 3 \Rightarrow y - 3 = 0$

উপকেন্দ্রিক লম্বের সমীকরণ: $y = -a$

$\Rightarrow y = -3 \therefore y + 3 = 0 \therefore$ (i), (ii) ও (iii) নং সঠিক

56. $25x^2 - 16y^2 + 400 = 0 \Rightarrow 16y^2 - 25x^2 = 400$

$\Rightarrow \frac{y^2}{25} - \frac{x^2}{16} = 1 \Rightarrow \frac{y^2}{5^2} - \frac{x^2}{4^2} = 1$ এখন, $a = 4, b = 5$

$\therefore$ আড় অক্ষের দৈর্ঘ্য $= 2b = 2 \times 5 = 10$

অনুবন্ধী অক্ষের দৈর্ঘ্য $2a = 2 \times 4 = 8$

57. $3x^2 + 5y^2 = 15 \Rightarrow \frac{x^2}{\frac{15}{3}} + \frac{y^2}{\frac{15}{5}} = 1 \Rightarrow \frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{3} = 1 \Rightarrow \frac{x^2}{(\sqrt{5})^2} + \frac{y^2}{(\sqrt{3})^2} = 1$

এখানে $a > b \therefore$ উৎকেন্দ্রিকতা, $e = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}} = \sqrt{1 - \frac{3}{5}} = \frac{\sqrt{10}}{5} = \frac{\sqrt{10}}{5}$

$\therefore e = \frac{\sqrt{10}}{5} = \frac{\sqrt{5\times2}}{(\sqrt{5})^2} = \frac{\sqrt{5\times2}}{(\sqrt{5})^2} = \frac{\sqrt{5}\sqrt{2}}{\sqrt{5}\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}} = \sqrt{\frac{2}{5}}$

58. $x^2 + 4x + 2y = 0 \Rightarrow x^2 + 4x + 4 = -2y + 4$

$\Rightarrow x^2 + 2.x.2 + (2)^2 = -2(y - 2)$

$\Rightarrow (x + 2)^2 = -4.\frac{1}{2}(y - 2) \Rightarrow X^2 = -4.\frac{1}{2}Y$

$\therefore$ উপকেন্দ্রিক লম্বের সমীকরণ: $Y = -a \Rightarrow y - 2 = -\frac{1}{2}$

$\Rightarrow 2y - 4 = -1 \therefore 2y - 3 = 0$

উপকেন্দ্রিক লম্ব x-অক্ষের সমান্তরাল অর্থাৎ x অক্ষের সাথে 0° কোণ উৎপন্ন করে।

59. $(x-4)^2 = -4(y-5) \Rightarrow y - 5 = 1 \Rightarrow y = 6$

60. (i) এ উপকেন্দ্রিক লম্ব $= 4(3) = 12$ একক

61. $8x^2 + 3y^2 = 1 \Rightarrow \frac{x^2}{\frac{1}{8}} + \frac{y^2}{\frac{1}{3}} = 1$; দৈর্ঘ্য $= \frac{2a^2}{b} = \frac{2\times\frac{1}{8}}{\frac{1}{\sqrt{3}}} = \frac{\sqrt{3}}{4}$

62. শীর্ষবিন্দু: $(0, \pm b) \equiv \left(0, \pm\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$

Educationblog24.com

63. $x^2 - y^2 = 18$ অধিবৃত্তের ফোকাসদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব কত? [BB'22]

(a) 6 (b) 12 (c) 16 (d) 18

64. $y^2 = 16x$ পরাবৃত্তের উপরস্থ (4, 8) বিন্দুর উপকেন্দ্রিক দূরত্ব কত? [JB, CB'22; JB'21, 17]

(a) 20 (b) 16 (c) 12 (d) 8

65. $4x^2 + y^2 = 4$ উপবৃত্তের ক্ষেত্রে- [JB'22]

(i) বৃহৎ অক্ষের দৈর্ঘ্য 4 (ii) উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য 1

(iii) উপকেন্দ্রদ্বয়ের স্থানাঙ্ক $(0, \pm\sqrt{2})$

নিচের কোনটি সঠিক?

(a) i, ii (b) i, iii (c) ii, iii (d) i, ii, iii

নিচের তথ্যের আলোকে পরবর্তী প্রশ্নের উত্তর দাও:

$y^2 = 1 - x$ একটি পরাবৃত্তের সমীকরণ।

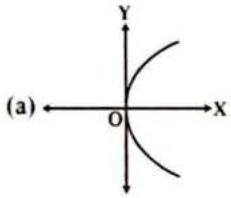
66. পরাবৃত্তটির শীর্ষবিন্দু কোনটি? [JB'22; RB, BB, MB'21]

(a) $(-1, 0)$ (b) $(1, 0)$

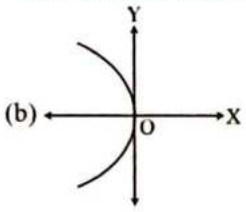
(c) $(0, -1)$ (d) $(0, 1)$

67. $x^2 = -12y$ এর স্কেচ কোনটি? [CB'22; BB'21; RB'17]

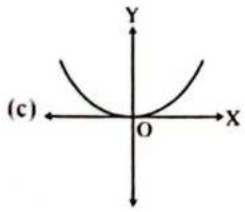
(a)



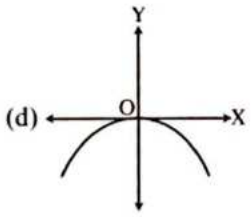
(b)



(c)



(d)



নিচের উদ্দীপকের আলোকে পরবর্তী দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও:

$9x^2 + 25y^2 = 225$

68. উদ্দীপকের কনিকের উপকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক কোনটি? [CB'22; DB, SB'21; Din.B'19; BB'17]

(a) $(\pm4, 0)$ (b) $(\pm5, 0)$

(c) $(0, \pm4)$ (d) $(0, \pm5)$

69. উদ্দীপকের কনিকের নিয়ামকদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব কত? [CB'22]

(a) $\frac{25}{4}$ (b) $\frac{25}{2}$ (c) 4 (d) 8

70. $\frac{y^2}{16} - \frac{x^2}{25} = 1$ অধিবৃত্তের আড় অক্ষ নিচের কোনটি? [Din.B'22]

(a) x-অক্ষ (b) y-অক্ষ

(c) x-অক্ষের সমান্তরাল (d) y-অক্ষের সমান্তরাল

71. $x^2 = 16y$ কনিকের উৎকেন্দ্রিকতা কত হবে? [Din.B, MB'22]

(a) $e = 1$ (b) $e = 0$

(c) $e > 1$ (d) $0 < e < 1$

72. $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{36} = 1$ [Din.B'22]

(i) উৎকেন্দ্রিকতা $= \frac{4}{5}$

(ii) উপকেন্দ্রদ্বয়ের স্থানাঙ্ক $= \left(0, \pm\frac{24}{5}\right)$

(iii) নিয়ামক দুইটির দূরত্ব = 25

নিচের কোনটি সঠিক?

(a) i, ii (b) i, iii (c) ii, iii (d) i, ii, iii

নিচের তথ্যের আলোকে পরবর্তী দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও:

স্থানাঙ্কের অক্ষদ্বয়কে উপবৃত্তের অক্ষ ধরে ক্ষুদ্রাক্ষের দৈর্ঘ্য 2 একক এবং উৎকেন্দ্রিকতা $\frac{1}{\sqrt{5}}$।

73. বৃহৎ অক্ষের দৈর্ঘ্য কত একক? [Din.B'22]

(a) $\sqrt{5}$ (b) $\frac{3}{\sqrt{5}}$ (c) $\frac{2}{\sqrt{5}}$ (d) $\frac{1}{\sqrt{5}}$

MCQ উত্তরমালা ও ব্যাখ্যামূলক সমাধান

63. b	64. d	65. a	66. b	67. d	68. a	69. b	70. b	71. a	72. b	73. a

63. $x^2 - y^2 = 18 \Rightarrow \frac{x^2}{18} - \frac{y^2}{18} = 1; e = \sqrt{2}$ $a = b = 3\sqrt{2}$

দূরত্ব $= 2ae = 2 \times 3\sqrt{2} \times \sqrt{2} = 6 \times 2 = 12$

64. $a = 4$; উপকেন্দ্রিক দূরত্ব: $a + x = 4 + 4 = 8$, $y^2 = 16x = 4.4x$

65. $4x^2 + y^2 = 4 \Rightarrow \frac{x^2}{1^2} + \frac{y^2}{2^2} = 1$

So, $a = 1, b = 2$ | $e = \sqrt{1 - \frac{1}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

বৃহৎ অক্ষ $= 2b = 2 \times 2 = 4$; উপকেন্দ্রিক লম্ব $= \frac{2a^2}{b} = \frac{2 \times 1^2}{2} = 1$

উপকেন্দ্রদ্বয়ের স্থানাঙ্ক $= (0, \pm be) \equiv \left(0, \pm 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2}\right) \equiv (0, \pm\sqrt{3})$

সঠিক উত্তর, (a): i, ii

68. $9x^2 + 25y^2 = 225 \Rightarrow \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1 \Rightarrow \frac{x^2}{5^2} + \frac{y^2}{3^2} = 1 ; a > b$

এখানে, $a = 5, b = 3 \therefore e = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}} = \sqrt{1 - \frac{9}{25}} = \frac{4}{5}$

$\therefore$ উপকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক: $(\pm ae, 0) \equiv \left(\pm 5 \cdot \frac{4}{5}, 0\right) \equiv (\pm 4, 0)$

69. নিয়ামকদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব: $2\frac{a}{e} = 2 \cdot \frac{5}{\frac{4}{5}} = \frac{25}{2}$

73. $2b = 2 \Rightarrow b = 1$; $e^2 = 1 - \frac{b^2}{a^2} \Rightarrow \left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right)^2 = 1 - \frac{1^2}{a^2} \therefore a = \frac{\sqrt{5}}{2}$

$\therefore 2a = 2 \cdot \frac{\sqrt{5}}{2} = \sqrt{5}$

Educationblog24.com

74. উপবৃত্তের সমীকরণ নিচের কোনটি? [Din.B'22]
(a) $3x^2 + 5y^2 = 5$ (b) $4x^2 + 3y^2 = 5$
(c) $2x^2 + 3y^2 = 5$ (d) $4x^2 + 5y^2 = 5$

75. $3x^2 + 4y^2 = 12$ উপবৃত্তের উপকেন্দ্রদ্বয়ের দূরত্ব কত? [MB'22]
(a) 2 (b) $\sqrt{3}$ (c) 1 (d) $\frac{2}{\sqrt{3}}$

76. $\frac{(y+2)^2}{4} - \frac{x^2}{5} = 1$ অধিবৃত্তের- [MB'22]
(i) কেন্দ্রের স্থানাঙ্ক $(-2, 0)$ (ii) আড় অক্ষের দৈর্ঘ্য 4
(iii) উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য 5
নিচের কোনটি সঠিক?
(a) i, ii (b) i, iii (c) ii, iii (d) i, ii, iii

নিচের উদ্দীপকের আলোকে পরবর্তী প্রশ্নের উত্তর দাও:
$25x^2 + y^2 = 25$

77. কনিকটির ক্ষেত্রে- [DB, Ctg.B, BB'21; DB'17]
(i) কেন্দ্রের স্থানাঙ্ক $(0, 0)$
(ii) উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য $\frac{5}{2}$ (iii) বৃহৎ অক্ষের দৈর্ঘ্য 10
নিচের কোনটি সঠিক?
(a) i, ii (b) ii, iii (c) i, iii (d) i, ii, iii

78. $(2, 4)$ বিন্দুতে $y^2 = 8x$ পরাবৃত্তের স্পর্শকের সমীকরণ কোনটি? [DB'21]
(a) $x + y - 2 = 0$ (b) $x - y - 2 = 0$
(c) $x - y + 2 = 0$ (d) $x = 0$

79. $2x^2 + 3y^2 = 6$ কনিকের- [RB'21]
(i) বৃহদাক্ষের দৈর্ঘ্য $2\sqrt{3}$ একক
(ii) ক্ষুদ্রতম অক্ষের দৈর্ঘ্য $2\sqrt{2}$ একক
(iii) উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য $4\sqrt{3}$
নিচের কোনটি সঠিক?
(a) i, ii (b) i, iii (c) ii, iii (d) i, ii, iii

80. $2x^2 + 3y^2 - 4x - 12y + 8 = 0$ সমীকরণটি- [RB, JB, CB'21; JB'19]
(a) বৃত্তের (b) পরাবৃত্তের
(c) অধিবৃত্তের (d) উপবৃত্তের

81. একটি কনিকের উৎকেন্দ্রিকতা $\sqrt{2}$। কনিকটি একটি- [RB'21]
(a) বৃত্ত (b) উপবৃত্ত
(c) অধিবৃত্ত (d) পরাবৃত্ত

82. $y^2 = 4ax$ পরাবৃত্তের পরামিতিক স্থানাঙ্ক কোনটি? [RB'21]
(a) $(at^2, 2at)$ (b) $(-at^2, 2at)$
(c) $(2at, at^2)$ (d) $(-2at, at^2)$

83. একটি অধিবৃত্তের উপর যে কোনো বিন্দুর পরামিতিক স্থানাঙ্ক $(4\sec\theta, 6\tan\theta)$ অধিবৃত্তটির সমীকরণ- [Ctg.B'21]
(a) $16x^2 - 25y^2 = 400$ (b) $16x^2 - 25y^2 = 400$
(c) $9x^2 - 4y^2 = 144$ (d) $4x^2 - 9y^2 = 144$

84. $x^2 = 1 - y$ পরাবৃত্তটির- [Ctg.B'21]
(i) শীর্ষবিন্দু $(1, 0)$ (ii) উপকেন্দ্র $\left(0, \frac{3}{4}\right)$
(iii) নিয়ামক রেখার সমীকরণ $4y = 5$
নিচের কোনটি সঠিক?
(a) i, ii (b) ii, iii
(c) ii, iii (d) i, ii, iii

নিচের উদ্দীপকের আলোকে পরবর্তী প্রশ্নের উত্তর দাও:
$9x^2 - 4y^2 + 36 = 0$ একটি অধিবৃত্তের সমীকরণ।

85. অধিবৃত্তটির উপকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক কত? [Ctg.B'21]
(a) $(\pm\sqrt{13}, 0)$ (b) $(\pm\sqrt{5}, 0)$
(c) $(0, \pm\sqrt{5})$ (d) $(0, \pm\sqrt{13})$

MCQ উত্তরমালা ও ব্যাখ্যামূলক সমাধান

74. d	75. a	76. c	77. c	78. c	79. a	80. d	81. c	82. a	83. c	84. c	85. d

74. $\frac{x^2}{\left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^2} + \frac{y^2}{(1)^2} = 1 \Rightarrow \frac{x^2}{\frac{5}{4}} + \frac{y^2}{1} = 1 \Rightarrow \frac{4x^2}{5} + \frac{y^2}{1} = 1 \Rightarrow \frac{4x^2+5y^2}{5} = 1$
$\therefore 4x^2 + 5y^2 = 5$

76. $\frac{(y+2)^2}{4} - \frac{x^2}{5} = 1 \Rightarrow \frac{Y^2}{2^2} - \frac{X^2}{(\sqrt{5})^2} = 1 \therefore$ কেন্দ্রের স্থানাঙ্ক: $(0, -2)$

77. $\frac{x^2}{(1)^2} + \frac{y^2}{(5)^2} = 1 \therefore$ কেন্দ্র $\equiv (0, 0) \therefore$ বৃহৎ অক্ষ $= 2b = 10$ একক।
উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য $= 2\frac{a^2}{b} = 2 \times \frac{1}{5} = \frac{2}{5}$ একক

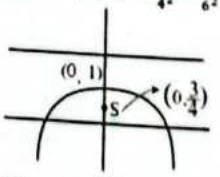
78. $y.4 = 8\left(\frac{x+2}{2}\right) \Rightarrow 4y = 4(x + 2) \therefore y = x + 2 \Rightarrow x - y + 2 = 0$

79. $\frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{2} = 1;\ a = \sqrt{3}, b = \sqrt{2}$
(i) বৃহদাক্ষ $= 2a = 2\sqrt{3}$; (ii) ক্ষুদ্রাক্ষ $= 2b = 2\sqrt{2}$
(iii) উপকেন্দ্রিক লম্ব $= \frac{2b^2}{a} = \frac{4}{\sqrt{3}}$; (i) ও (ii) সঠিক।

80. $h^2 - ab = 0 - 6 = -6 < 0$

82. $x = at^2$ হলে, $y^2 \equiv (2at)^2 = 4a^2t^2$
$4ax = 4a \times at^2 = 4a^2t^2 \therefore y^2 = 4ax$

83. $x = 4\sec\theta \Rightarrow \frac{x}{4} = \sec\theta$ ..... (i)
$y = 6\tan\theta \Rightarrow \frac{y}{6} = \tan\theta$ ..... (ii)
$\{(i)^2 - (ii)^2\} \Rightarrow \frac{x^2}{4^2} - \frac{y^2}{6^2} = 1 \Rightarrow \frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{36} = 1 \Rightarrow 9x^2 - 4y^2 = 144$

84. 

$X^2 = -4.\left(\frac{1}{4}\right).(y - 1)$; নিয়ামক, $y = 1 + \frac{1}{4} = \frac{5}{4} \therefore 4y = 5$

85. $9x^2 - 4y^2 + 36 = 0 \Rightarrow 4y^2 - 9x^2 = 36$
$\Rightarrow \frac{y^2}{9} - \frac{x^2}{4} = 1 \Rightarrow \frac{y^2}{3^2} - \frac{x^2}{2^2} = 1$ [অধিবৃত্ত]
$a = 2, b = 3;\ e = \sqrt{1 + \frac{a^2}{b^2}} = \sqrt{1 + \frac{4}{9}} = \sqrt{\frac{13}{9}}$
উপকেন্দ্র $= (0, \pm be) = \left(0, \pm 3\sqrt{\frac{13}{9}}\right) = (0, \pm\sqrt{13})$

Educationblog24.com

86. $y^2 = 12ax$ পরাবৃত্তটি $(3, -2)$ বিন্দুগামী হলে পরাবৃত্তটির উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য কত? [SB'21]

(a) $\frac{4}{3}$ (b) $\frac{9}{4}$ (c) $\frac{4}{9}$ (d) $\frac{2}{3}$

নিচের উদ্দীপকের আলোকে পরবর্তী প্রশ্নের উত্তর দাও:

$16y^2 - 25x^2 = 400$ একটি কনিকের সমীকরণ।

87. কনিকটির উপকেন্দ্রিক লম্বের সমীকরণ কত? [SB, MB'21]

(a) $x = \pm\sqrt{41}$ (b) $y = \pm\sqrt{41}$
(c) $x = \pm 3$ (d) $y = \pm 3$

88. $(x-2)^2 = 16(y+3)$ পরাবৃত্তের- [SB'21]

(i) উপকেন্দ্র $(2, 1)$
(ii) নিয়ামকের সমীকরণ, $y - 7 = 0$
(iii) অক্ষরেখার সমীকরণ, $x - 2 = 0$

নিচের কোনটি সঠিক?

(a) i, ii (b) i, iii (c) ii, iii (d) i, ii, iii

89. $y^2 = 4x + 8y$ পরাবৃত্তের শীর্ষবিন্দু- [BB'21]

(a) $(4, 4)$ (b) $(-4, 4)$
(c) $(-4, -4)$ (d) $(4, -4)$

90. $y = 3x + c$ রেখাটি $\frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{3} = 1$ উপবৃত্তের স্পর্শক হলে c এর মান কত? [BB, Din.B'21]

(a) $\pm 2\sqrt{7}$ (b) $\pm 3\sqrt{26}$ (c) $\pm 6\sqrt{6}$ (d) $\pm 4\sqrt{3}$

91. $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ অধিবৃত্তের (hyperbola) অনুবন্ধী অক্ষের দৈর্ঘ্য কত? [BB'21]

(a) 4 (b) 5 (c) 6 (d) 8

92. $4y^2 - 9x^2 = 36$ অধিবৃত্তের শীর্ষবিন্দু কত? [BB'21]

(a) $(\pm 3, 0)$ (b) $(0, \pm 3)$
(c) $(\pm 2, 0)$ (d) $(0, \pm 2)$

93. $x^2 + 3y^2 = 3$ কনিকের নিয়ামকের সমীকরণ কোনটি? [BB, Din.B'21]

(a) $\sqrt{2}x = \pm 3$ (b) $2x = \pm 3$
(c) $x = \pm\sqrt{2}$ (d) $x = \pm 2$

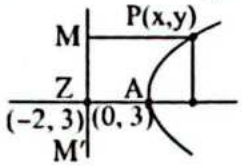
94. $x^2 = 4 - 4y^2$ উপবৃত্তের- [JB'21]

(i) পরামিতিক স্থানাঙ্ক $(2\cos\theta, \sin\theta)$
(ii) ক্ষুদ্রাক্ষ x-অক্ষ বরাবর
(iii) ফোকাসদ্বয়ের দূরত্ব $2\sqrt{3}$

নিচের কোনটি সঠিক?

(a) i, ii (b) i, iii (c) ii, iii (d) i, ii, iii

নিচের উদ্দীপকের আলোকে পরবর্তী দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও:



95. পরাবৃত্তের দ্বিকাক্ষের সমীকরণ- [JB'21]

(a) $y = 3$ (b) $x + 2 = 0$
(c) $y = -3$ (d) $x - 2 = 0$

96. উপকেন্দ্রিক লম্বের সমীকরণ- [JB'21]

(a) $x = 4$ (b) $x = -2$
(c) $x = 8$ (d) $x = 2$

97. $x^2 = 2y$ কনিকের জন্য- [CB'21]

(i) উপকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক $\left(0, \frac{1}{2}\right)$
(ii) অক্ষের সমীকরণ $y = 0$
(iii) নিয়ামকের সমীকরণ $2y + 1 = 0$

নিচের কোনটি সঠিক?

(a) i, ii (b) ii, iii (c) i, iii (d) i, ii, iii

০৬

MCQ উত্তরমালা ও ব্যাখ্যামূলক সমাধান

86. a	87. b	88. b	89. b	90. d	91. c	92. b	93. a	94. b	95. b	96. d	97. d

86. $4 = 36q \Rightarrow q = \frac{1}{9} \therefore$ সমীকরণ: $y^2 = 12 \times \frac{1}{9}x = 4 \times \frac{1}{3}x$
$\therefore$ উপকেন্দ্রিক লম্ব $= |4a| = \left|4 \times \frac{1}{3}\right| = \frac{4}{3}$

87. $y = \pm be \Rightarrow y = \pm 5.\frac{\sqrt{41}}{5} \Rightarrow y = \pm\sqrt{41}$

88. $(x-2)^2 = 4.4(y+3)$; $a = 4$
উপকেন্দ্র $\equiv (2, a-3) \equiv (2, 4-3) \equiv (2, 1)$
নিয়ামক রেখার সমীকরণ: $y + 3 = -4 \Rightarrow y + 7 = 0$
অক্ষরেখার সমীকরণ: $x - 2 = 0$

90. $c = \pm\sqrt{a^2m^2 + b^2} = \pm\sqrt{5 \times 3^2 + 3} = \pm 4\sqrt{3}$

91. $2b = 2 \times 3 = 6$

92. $\frac{y^2}{9} - \frac{x^2}{4} = 1$ শীর্ষ $(0, \pm b) \equiv (0, \pm 3)$

93. $\frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{1} = 1$; নিয়ামকের সমীকরণ $x = \pm\frac{a}{e} = \pm\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{1-\frac{1}{3}}} = \pm\frac{3}{\sqrt{2}}$
$x = \pm\frac{3}{\sqrt{2}}$; $\sqrt{2}x = \pm 3$

94. $x^2 + 4y^2 = 4 \Rightarrow \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{1} = 1$, ক্ষুদ্রাক্ষ x অক্ষ বরাবর নয়।
পরামিতিক স্থানাঙ্ক $= (a\cos\theta, b\sin\theta) = (2\cos\theta, \sin\theta)$
ফোকাসদ্বয়ের দূরত্ব $= 2ae = e = \sqrt{1 - \frac{1}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2} = 2 \times 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$
$= 2\sqrt{3}$ একক

95. অক্ষের সমীকরণ $y = 3$ চিত্রে, দিকাক্ষপাদ, $z \equiv (-2, 3)$
$\therefore$ দিকাক্ষ $x = -2 \Rightarrow x + 2 = 0$

96. উপকেন্দ্র $\equiv (0 + 2, 3) \equiv (2, 3) \therefore$ উপকেন্দ্রিক লম্ব $x = 2$

97. $x^2 = 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot y$ (i) উপকেন্দ্র $\equiv \left(0, \frac{1}{2}\right)$
(ii) অক্ষ, $y = 0$ (iii) নিয়ামক $y = -\frac{1}{2}$

Educationblog24.com

98. $(\pm 3, 0)$ শীর্ষবিন্দুতে এবং $\sqrt{3}$ উৎকেন্দ্রিকতাবিশিষ্ট অধিবৃত্তের সমীকরণ নিচের কোনটি? [CB'21]

(a) $x^2 - 2y^2 = 18$ (b) $2x^2 - y^2 = 18$
(c) $2y^2 - x^2 = 18$ (d) $y^2 - 2x^2 = 18$

নিচের উদ্দীপকের আলোকে পরবর্তী প্রশ্নের উত্তর দাও:

$\frac{(x-2)^2}{2} + \frac{(y-1)^2}{8} = 1$ একটি উপবৃত্তের সমীকরণ।

99. উপকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক কোনটি? [CB'21]

(a) $(\sqrt{2}, 0), (-\sqrt{2}, 0)$ (b) $(0, 2), (0, -2)$
(c) $(2, 3), (2, -1)$ (d) $(2, -3), (2, 1)$

100. কেন্দ্রবিহীন কনিক কোনটি? [CB'21; Ctg.B'17]

(a) $x^2 + y^2 = 0$ (b) $x^2 + y = 0$
(c) $x^2 - y^2 = 10$ (d) $x^2 + 2y^2 = 10$

নিচের উদ্দীপকের আলোকে পরবর্তী দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও:

$3x^2 - 4y + 6x - 5 = 0$ একটি পরাবৃত্ত।

101. পরাবৃত্তটির ফোকাস কোনটি? [Din.B'21]

(a) $\left(-1, -\frac{5}{3}\right)$ (b) $\left(0, -\frac{1}{3}\right)$
(c) $\left(0, \frac{1}{3}\right)$ (d) $(-1, -2)$

102. পরাবৃত্তটির নিয়ামক রেখা কোনটি? [Din.B'21]

(a) $3y + 2 = 0$ (b) $3y + 5 = 0$
(c) $3y + 7 = 0$ (d) $3y - 7 = 0$

103. $3x^2 + 4y^2 = 1$ উপবৃত্তের- [Din.B'21]

(i) উৎকেন্দ্রিকতা $= \frac{1}{2}$ (ii) উপকেন্দ্র $(\pm 2\sqrt{3}, 0)$

(iii) উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য $= \frac{\sqrt{3}}{2}$

নিচের কোনটি সঠিক?

(a) i, ii (b) i, iii (c) ii, iii (d) i, ii, iii

104. $4x^2 - 9y^2 - 1 = 0$ অধিবৃত্তের উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য কত? [Din.B'21]

(a) 9 (b) $\frac{4}{9}$ (c) $\frac{3}{2}$ (d) $\frac{8}{3}$

105. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ উপবৃত্তটির পরামিতিক স্থানাঙ্ক- [MB'21]

(a) $(a \sec\theta, b \operatorname{cosec}\theta)$ (b) $(b \sec\theta, a \operatorname{cosec}\theta)$
(c) $(a \cos\theta, b \sin\theta)$ (d) $(a \sin\theta, b \cos\theta)$

106. $(x-3)^2 = -4(y-4)$ পরাবৃত্তটির উপকেন্দ্রিক লম্বের সমীকরণ- [MB'21]

(a) $y + 3 = 0$ (b) $y - 3 = 0$
(c) $x + 3 = 0$ (d) $x - 3 = 0$

107. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ কনিকটির উৎকেন্দ্রিকতা শূন্য হলে বক্ররেখাটির নাম- [MB'21]

(a) উপবৃত্ত (b) বৃত্ত
(c) পরাবৃত্ত (d) অধিবৃত্ত

108. u ও a ধ্রুবক হলে $v^2 = u^2 + 2as$ এর লেখচিত্র হবে- [MB'21]

(a) সরলরেখা (b) পরাবৃত্ত
(c) অধিবৃত্ত (d) উপবৃত্ত

109. $3x^2 + 2y^2 = 12$ কনিকটির নিয়ামকরেখার সমীকরণ- [MB'21]

(a) $2x = \pm\sqrt{3}$ (b) $x = \pm 2\sqrt{3}$
(c) $y = \pm 2\sqrt{3}$ (d) $y = \pm 3\sqrt{2}$

110. $x^2 - 8y^2 = 2$ কনিকটির উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য- [MB'21]

(a) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (b) $\sqrt{\frac{3}{2}}$ (c) $\frac{1}{2\sqrt{2}}$ (d) $\frac{1}{2}$

MCQ উত্তরমালা ও ব্যাখ্যামূলক সমাধান

98. b	99. -	100. b	101. a	102. c	103. b	104. b	105. c	106. b	107. b	108. b	109. d	110. c

99. (সঠিক উত্তর নেই); $b > a$

$\therefore$ উপকেন্দ্র $(x-2, y-1) \equiv \left(0, \pm 2\sqrt{2}\sqrt{1 - \frac{2}{8}}\right)$

বা, $(x, y) \equiv (2, 1 \pm \sqrt{6})$

100. পরাবৃত্তের কেন্দ্র নেই।

101. $3\{(x+1)^2 - 1\} = 4y + 5 \Rightarrow 3(x+1)^2 = 4y + 8$

$\Rightarrow (x+1)^2 = \frac{4}{3}(y+2)$

শীর্ষবিন্দু $A(-1, -2)$, ফোকাস $S\left(-1, -2 + \frac{1}{3}\right)$

102. $y + 2 = -\frac{1}{4} \Rightarrow 3y + 7 = 0$

103. $e = \sqrt{1 - \frac{3}{4}} = \frac{1}{2}$; উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য $= \frac{2b^2}{a} = \frac{2 \cdot 1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

উপকেন্দ্র $\equiv \left(\pm\frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{1}{2}, 0\right) \equiv \left(\pm\frac{1}{2\sqrt{3}}, 0\right)$; $\frac{x^2}{\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2} + \frac{y^2}{\left(\frac{1}{2}\right)^2} = 1$ [$a > b$]

106. সমীকরণ $y - 4 = -1$

$\Rightarrow y - 3 = 0$

108. $3v^2 = u^2 + 2as$ সমীকরণে,

u ও a ধ্রুবক হলে, $u^2 = c$ ধরে

$v^2 = 2as + c$ ..... (i)

(i) $y^2 = 4ax + c$ এর সাথে তুলনাযোগ্য।

তাই, সমীকরণটি পরাবৃত্ত নির্দেশ করবে।

109. $3x^2 + 2y^2 = 12 \Rightarrow \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{6} = 1 \therefore e = \sqrt{1 - \frac{4}{6}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

নিয়ামক রেখা $x = \pm\frac{a}{e} = \pm\sqrt{6} \cdot \sqrt{3} = \pm 3\sqrt{2}$

Educationblog24.com

নিচের উদ্দীপকের আলোকে পরবর্তী দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও:

$px^2 - 16y^2 = 144$ কনিকটি $(\pm 4, 0)$ বিন্দুগামী।

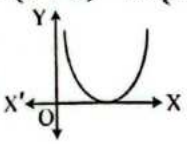
111. p এর মান- [MB'21]

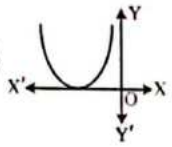
(a) -9 (b) -4 (c) 4 (d) 9

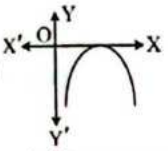
112. উপকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক- [MB'21; DB, RB'19]

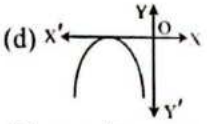
(a) $(0, \pm 4)$ (b) $(\pm 4, 0)$ (c) $(0, \pm 5)$ (d) $(\pm 5, 0)$

113. $y = (x + 2)^2$ পরাবৃত্তের লেখচিত্র কোনটি? [DB'19]

(a) 

(b) 

(c) 

(d) 

নিচের উদ্দীপকের আলোকে পরবর্তী প্রশ্নের উত্তর দাও:

$9x^2 - 4y^2 = 36$ এর-

114. উৎকেন্দ্রিকতা কোনটি? [DB, Ctg.B'19; All.B'18]

(a) $\frac{\sqrt{13}}{2}$ (b) $\frac{\sqrt{13}}{3}$ (c) $\frac{\sqrt{5}}{3}$ (d) $\frac{\sqrt{5}}{2}$

নিচের উদ্দীপকের আলোকে পরবর্তী দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও:

$y = ax^2 + bx + c$ $(a \neq 0)$ বক্ররেখাটি একটি পরাবৃত্তের সমীকরণ।

115. পরাবৃত্তটির অক্ষরেখা হলো- [RB'19]

(a) x-অক্ষের সমান্তরাল (b) y-অক্ষের সমান্তরাল

(c) x-অক্ষ (d) y-অক্ষ

116. পরাবৃত্তটি x-অক্ষকে স্পর্শ করলে $ax^2 + bx + c = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয়- [RB'19]

(a) বাস্তব ও সমান (b) মূলদ ও অসমান

(c) অমূলদ ও অসমান (d) জটিল ও অসমান

117. $y = 4x + c$ সরলরেখাটি $y^2 = 32x$ বক্ররেখাকে স্পর্শ করলে c এর মান কত? [Ctg.B'19]

(a) -128 (b) $\frac{1}{2}$ (c) 2 (d) 128

নিচের উদ্দীপকের আলোকে পরবর্তী প্রশ্নের উত্তর দাও:

$\frac{x^2}{256} - \frac{y^2}{225} = 1$ একটি অধিবৃত্তের সমীকরণ।

118. শীর্ষবিন্দুর স্থানাঙ্ক- [Ctg.B'19]

(a) $(\pm 16, 0)$ (b) $(\pm 15, 0)$

(c) $(0, \pm 16)$ (d) $(0, \pm 15)$

119. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ উপবৃত্তের- [SB'19]

(i) উৎকেন্দ্রিকতা $\frac{\sqrt{5}}{3}$ (ii) উপকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক $(\pm\sqrt{5}, 0)$

(iii) ক্ষুদ্র অক্ষের দৈর্ঘ্য = 4

নিচের কোনটি সঠিক?

(a) i, ii (b) i, iii (c) ii, iii (d) i, ii, iii

নিচের উদ্দীপকের আলোকে পরবর্তী প্রশ্নের উত্তর দাও:

$y^2 - 4y - 4x + 16 = 0$ একটি প্যারাবোলার সমীকরণ।

120. অক্ষরেখার সমীকরণ কোনটি? [SB'19]

(a) $x - 3 = 0$ (b) $y - 2 = 0$

(c) $x = 0$ (d) $y = 0$

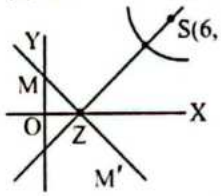
121. $\frac{(x+2)^2}{3} + \frac{(y-1)^2}{4} = 1$ উপবৃত্তের- [JB'19]

(i) কেন্দ্রের স্থানাঙ্ক $(-2, 1)$ (ii) ক্ষুদ্রাক্ষের দৈর্ঘ্য 6

(iii) একটি উপকেন্দ্রিক লম্বের সমীকরণ $y = 2$

নিচের কোনটি সঠিক?

(a) i, ii (b) i, iii (c) ii, iii (d) i, ii, iii

122. 

উদ্দীপকের পরাবৃত্তের দিকাক্ষের সমীকরণ $x + y - 2 = 0$ হলে শীর্ষবিন্দুর স্থানাঙ্ক কত? [JB'19]

(a) (2, 0) (b) (4, 2)

(c) (2, 4) (d) (0, 2)

MCQ উত্তরমালা ও ব্যাখ্যামূলক সমাধান

111. d	112. d	113. b	114. a	115. -	116. a	117. c	118. a	119. d	120. b	121. b	122. b

111. $(\pm 4, 0) \Rightarrow 16p - 16 \times 0 = 144 \Rightarrow p = 9$

112. $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1; e = \sqrt{1 + \frac{9}{16}} = \frac{5}{4}$

উপকেন্দ্র $\equiv (\pm ae, 0) \equiv \left(\pm 4 \times \frac{5}{4}, 0\right) \equiv (\pm 5, 0)$

114. $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} = 1; e = \sqrt{\frac{4+9}{4}} \therefore e = \sqrt{\frac{13}{4}} = \frac{\sqrt{13}}{2}$

115. (সঠিক উত্তর নেই); এক্ষেত্রে অক্ষরেখা প্রকৃতপক্ষে x অক্ষের ওপর লম্ব।

এখন, $b = 0$ হলে (d) সঠিক, $b \neq 0$ হলে (b) সঠিক।

প্রশ্নে $a \neq 0$ উল্লেখ থাকলেও, b সম্পর্কে কিছুই বলা নেই।

117. $\frac{a}{m} = c \Rightarrow \frac{8}{4} = c \therefore c = 2$

118. $(\pm a, 0) = (\pm 16, 0)$

119. $e = \sqrt{1 - \frac{4}{9}} = \frac{\sqrt{5}}{3}$; উপকেন্দ্র $\equiv (\pm ae, 0)$ বা, $(\pm\sqrt{5}, 0)$;

ক্ষুদ্র অক্ষের দৈর্ঘ্য $= 2 \times 2 = 4$ একক।

120. $(y - 2)^2 = 4.1.(x - 3) \therefore$ অক্ষের সমীকরণ, $y - 2 = 0$

121. কেন্দ্র $(-2, 1)$; ক্ষুদ্রাক্ষ $= 2\sqrt{3}$

উপকেন্দ্রিক লম্বের সমীকরণ: $y - 1 = \frac{1}{2}.2 \therefore y = 2$

122. দিকাক্ষ সমীকরণ: $x + y - 2 = 0$
$\therefore$ অক্ষরেখা সমীকরণ: $x - y = 6 - 4 = 2$
} যেখানে, $z = (2, 0)$

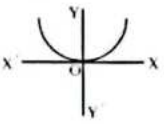
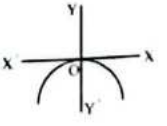
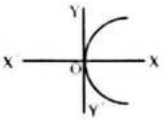
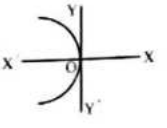
$\therefore$ শীর্ষ $= \left(\frac{x_1+x_3}{2}, \frac{y_1+y_3}{2}\right)\left(\frac{2+6}{2}, \frac{4+0}{2}\right) = (4, 2)$

Educationblog24.com

123. $x^2 - y^2 = 2$ অধিবৃত্তের ফোকাসদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব কোনটি? [CB'19]

(a) 2 (b) $2\sqrt{2}$ (c) 4 (d) $4\sqrt{2}$

124. $x^2 = 3y$ কনিকের লেখচিত্র কোনটি? [CB'19]

(a) 
(b) 
(c) 
(d) 

125. $x^2 + 12x + 3y = 0$ পরাবৃত্তের শীর্ষবিন্দু- [Din.B'19]

(a) $(-6, -12)$ (b) $(6, 12)$
(c) $(-6, 12)$ (d) $(6, -12)$

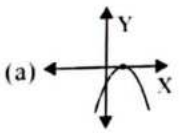
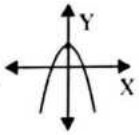
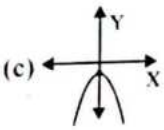
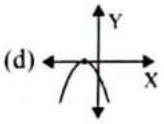
126. $y^2 = -2x$ পরাবৃত্তের- [All.B'18]

(i) উপকেন্দ্রিক লম্বের সমীকরণ $2x = 1$
(ii) উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য 2 একক
(iii) উপকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক $\left(-\frac{1}{2}, 0\right)$

নিচের কোনটি সঠিক?

(a) i, ii (b) i, iii
(c) ii, iii (d) i, ii, iii

127. $(x - 1)^2 = -4y$ কনিকটির জন্য কোনটি সত্য? [All.B'18]

(a) 
(b) 
(c) 
(d) 

নিচের উদ্দীপকের আলোকে পরবর্তী প্রশ্নের উত্তর দাও:

$\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{2} = 1$ একটি কনিকের সমীকরণ।

128. কনিকটির উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য নিচের কোনটি? [All.B'18; SB'17]

(a) 9 (b) $3\sqrt{2}$ (c) $\frac{8}{3}$ (d) $\frac{4}{\sqrt{3}}$

নিচের উদ্দীপকের আলোকে পরবর্তী প্রশ্নের উত্তর দাও:

$25x^2 - 16y^2 + 400 =$ একটি অধিবৃত্তের সমীকরণ।

129. অধিবৃত্তটির শীর্ষবিন্দুদ্বয়ের স্থানাঙ্ক কোনটি? [DB, RB'17]

(a) $(\pm, 0)$ (b) $(0, \pm 2)$
(c) $(0, \pm 5)$ (d) $(\pm 5, 0)$

130. $3x^2 + 2y^2 = 6$ কনিকের উৎকেন্দ্রিকতা $\frac{1}{\sqrt{3}}$ হলে উপকেন্দ্র দুইটির স্থানাঙ্ক কত? [RB'17]

(a) $\left(\pm\frac{2}{\sqrt{3}}, 0\right)$ (b) $\left(\pm\sqrt{\frac{2}{3}}, 0\right)$
(c) $(0, \pm\sqrt{3})$ (d) $(0, \pm 1)$

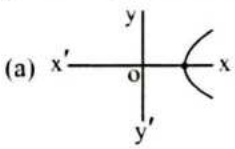
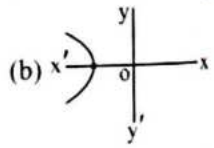
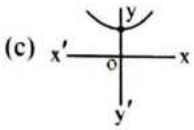
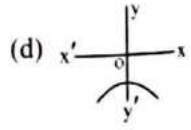
131. কেন্দ্রবিহীন কনিক কোনটি? [Ctg.B'17]

(a) বৃত্ত (b) পরাবৃত্ত
(c) উপবৃত্ত (d) অধিবৃত্ত

132. $x^2 = -4y$ পরাবৃত্তের উপকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক- [Ctg.B'17]

(a) $(0,1)$ (b) $(0, -1)$
(c) $(1, 0)$ (d) $(-1, 0)$

133. $y^2 = -4ax, a > 0$ পরাবৃত্তের লেখ চিত্র কোনটি? [SB'17]

(a) 
(b) 
(c) 
(d) 

MCQ উত্তরমালা ও ব্যাখ্যামূলক সমাধান

123. c	124. a	125. c	126. c	127. a	128. d	129. c	130. d	131. b	132. b	133. ·

125. $x^2 + 12x + 36 = -3y + 36 \Rightarrow (x + 6)^2 = -3 \cdot (y - 12)$
$\therefore$ শীর্ষবিন্দু $(-6, 12)$

126. $y^2 = 4\left(-\frac{1}{2}\right)x \therefore a = \frac{1}{2}$,
উপকেন্দ্রিক লম্বের সমীকরণ $x = -\frac{1}{2} \therefore 2x = -1$
উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য $= |4a| = 2 \therefore$ উপকেন্দ্র $\left(-\frac{1}{2}, 0\right)$

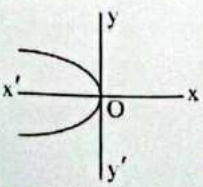
127. শীর্ষ $(1, 0)$ বিন্দুতে

128. উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য $\frac{2b^2}{a} = \frac{2\times 2}{\sqrt{3}} = \frac{4}{\sqrt{3}}$

129. $16y^2 - 25x^2 = 400 \Rightarrow \frac{y^2}{25} - \frac{x^2}{16} = 1$
$b = 5$ এবং $a = 4$: শীর্ষবিন্দু $(0, \pm 5)$

130. $3x^2 + 2y^2 = 6 \therefore \frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{3} = 1 \therefore b = \sqrt{3}, e = \sqrt{1 - \frac{2}{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$
$\therefore$ উপকেন্দ্র দুইটির স্থানাঙ্ক $= (0, \pm be) = \left(0, \pm\sqrt{3} \times \frac{1}{\sqrt{3}}\right) = (0, \pm 1)$

132. $x^2 = -4y$ কে $x^2 = 4ay$ তুলনা করে, $4a = -4 \therefore a = -1$
$\therefore$ স্থানাঙ্ক $(0, -1)$

133. (সঠিক উত্তর নেই); 

Educationblog24.com

নিচের উদ্দীপকের আলোকে পরবর্তী প্রশ্নের উত্তর দাও:

$x^2 = -y$ একটি কনিক।

134. কনিকটির দিকাক্ষের সমীকরণ কোনটি? [SB, BB'17]

(a) $4x - 1 = 0$ (b) $4x + 1 = 0$

(c) $4y - 1 = 0$ (d) $4y + 1 = 0$

নিচের উদ্দীপকের আলোকে পরবর্তী প্রশ্নের উত্তর দাও:

$9x^2 + 4y^2 = 324$ কনিকের সমীকরণ।

135. উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য কত? [BB'17]

(a) $\frac{4}{3}$ (b) 3 (c) 8 (d) 27

136. $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{9} = 1$ সমীকরণ $(-5, -4)$ বিন্দুগামী, a^2 এর মান কত? [BB'17]

(a) 9 (b) 3 (c) $\frac{1}{3}$ (d) $\frac{1}{9}$

137. $\frac{y^2}{4} - \frac{x^2}{5} = 1$ অধিবৃত্তের ক্ষেত্রে– [JB'17]

(i) আড় অক্ষের দৈর্ঘ্য 4 একক

(ii) শীর্ষবিন্দুর স্থানাঙ্ক $(\pm\sqrt{5}, 0)$ (iii) উৎকেন্দ্রিকতা $\frac{3}{2}$

নিচের কোনটি সঠিক?

(a) i, ii (b) i, iii

(c) ii, iii (d) i, ii, iii

নিচের উদ্দীপকের আলোকে পরবর্তী প্রশ্নের উত্তর দাও:

$5x^2 + 7y^2 = 1$

138. উপবৃত্তটির বৃহৎ অক্ষের দৈর্ঘ্য কত? [JB'17]

(a) $\frac{2}{\sqrt{5}}$ (b) $\frac{2}{5}$ (c) $\frac{2}{\sqrt{7}}$ (d) $\frac{2}{7}$

139. $3x^2 = 12 - 4y^2$ সমীকরণটি কী নির্দেশ করে? [CB'17]

(a) বৃত্তের সমীকরণ (b) উপবৃত্তের সমীকরণ

(c) পরাবৃত্তের সমীকরণ (d) অধিবৃত্তের সমীকরণ

নিচের উদ্দীপকের আলোকে পরবর্তী দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও:

$x^2 = 4(1 - y)$ একটি কনিক।

140. কনিকটির উৎকেন্দ্রিকতা- [CB'17]

(a) 0 (b) $0 < e < 1$

(c) $e = 1$ (d) $e > 1$

141. কনিকটির উপকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক - [CB'17]

(a) $(0, 0)$ (b) $(0, -1)$

(c) $(0, 1)$ (d) $(0, 2)$

142. $y^2 - 2(x + 3)^2 = 18$ কনিকের নিয়ামকদ্বয়ের দূরত্ব কোনটি? [Din.B'17]

(a) $4\sqrt{3}$ (b) $4\sqrt{2}$ (c) $3\sqrt{2}$ (d) $2\sqrt{3}$

143. $3y^2 - 30y + 5x + 55 = 0$ কনিকের উপকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক কোনটি? [Din.B'17]

(a) $\left(-\frac{53}{12}, 5\right)$ (b) $\left(-\frac{43}{12}, 5\right)$

(c) $\left(\frac{43}{12}, 5\right)$ (d) $\left(\frac{53}{12}, 5\right)$

144. $\frac{(x-3)^2}{3} + \frac{(y+1)^2}{4} = 1$ উপবৃত্তের– [Din.B'17]

(i) শীর্ষের একটি স্থানাঙ্ক (3,1) (ii) ক্ষুদ্রাক্ষের দৈর্ঘ্য 6

(iii) একটি উপকেন্দ্রিক লম্বের সমীকরণ $y + 2 = 0$

নিচের কোনটি সঠিক?

(a) i, ii (b) ii, iii (c) i, iii (d) i, ii, iii

MCQ উত্তরমালা ও ব্যাখ্যামূলক সমাধান

134. c	135. c	136. a	137. b	138. a	139. b	140. c	141. a	142. a	143. c	144. c

134. $x^2 = -y$, $x^2 = 4ay$ সাথে তুলনা করে। $4a = -1 \therefore a = -\frac{1}{4}$

$\therefore$ নিয়ামকরেখার সমীকরণ $y - \frac{1}{4} = 0 \therefore 4y - 1 = 0$

135. $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{81} = 1 \therefore a = 6,\ b = 9; a < b$

$\therefore$ লম্বের দৈর্ঘ্য $= 2\frac{a^2}{b} = 2 \times \frac{36}{9} = 8$

138. $\therefore$ বৃহৎ অক্ষের দৈর্ঘ্য $= 2 \times \sqrt{\frac{1}{5}} = \frac{2}{\sqrt{5}}$

139. $3x^2 + 4y^2 = 12 \Rightarrow \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$

140. $x^2 = -4(y - 1)$ পরাবৃত্তের সমীকরণ।

141. $x^2 = 4(1 - y) = -4.1.(y - 1) \therefore$ উপকেন্দ্র $(0, 0)$

142. $y^2 - 2(x + 3)^2 = 18; \frac{y^2}{18} - \frac{(x+3)^2}{9} = 1 \therefore a^2 = 9, b^2 = 18$

$\therefore$ নিয়ামকদ্বয়ের দূরত্ব $= \frac{2b^2}{\sqrt{a^2+b^2}} = 4\sqrt{3}$

143. $3y^2 - 30y + 5x + 55 = 0 \Rightarrow y^2 - 10y + \frac{5}{3}x + \frac{55}{3} = 0$

$\Rightarrow y^2 - 2 \times 5 \times y + 25 + \frac{5x}{3} - \frac{20}{3} = 0 \Rightarrow (y - 5)^2 = \frac{20}{3} - \frac{5x}{3}$

$\Rightarrow (y - 5)^2 = -\frac{5}{3}(x - 4) \therefore 4a = \frac{-5}{3} \Rightarrow a = \frac{-5}{12}$

$\therefore$ উপকেন্দ্র $= \left(\frac{-5}{12} + 4, 5\right) \equiv \left(\frac{43}{12}, 5\right)$

144. (i) শীর্ষের স্থানাঙ্ক (3, 1) (ii) ক্ষুদ্রাক্ষ $= 2 \times \sqrt{3} = 2\sqrt{3}$

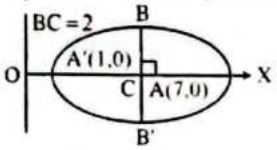
(iii) উপকেন্দ্রিক লম্বের সমীকরণ, $y + 1 = \pm\frac{2.1}{2}$

$\Rightarrow y + 1 = \pm 1 \therefore y + 2 = 0$ অথবা $y = 0$

Educationblog24.com

বিভিন্ন কলেজের টেস্ট পরীক্ষার MCQ প্রশ্ন

145. চিত্রানুসারে, উপবৃত্তটির সমীকরণ- (যখন C উপবৃত্তটির কেন্দ্র)



[ভিকারুননিসা নূন স্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা]

(a) $\frac{(x+8)^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$ (b) $\frac{(x-4)^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$

(c) $\frac{(x-4)^2}{4}+\frac{y^2}{9}=1$ (d) $\frac{x^2}{4}+\frac{(y-4)^2}{9}=1$

146. যদি কোনো উপবৃত্তের উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য তার বৃহৎ অক্ষের এক তৃতীয়াংশ হয়, তবে উপবৃত্তটির উৎকেন্দ্রিকতা-

[আদমজী ক্যান্টনমেন্ট কলেজ, ঢাকা]

(a) $\sqrt{\frac{3}{2}}$ (b) $\sqrt{\frac{2}{3}}$ (c) $\sqrt{\frac{3}{5}}$ (d) $\sqrt{\frac{5}{3}}$

147. $\frac{(x+2)^2}{3}+\frac{(y-1)^2}{4}=1$ উপবৃত্তের- [মাইলস্টোন কলেজ, ঢাকা]

(i) কেন্দ্রের স্থানাঙ্ক $(-2,1)$

(ii) ক্ষুদ্র অক্ষের দৈর্ঘ্য 6

(iii) একটি উপকেন্দ্রিক লম্বের সমীকরণ $y=2$

নিচের কোনটি সঠিক?

(a) i, ii (b) ii, iii (c) i, iii (d) i, ii, iii

নিচের উদ্দীপকের আলোকে পরবর্তী দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও:

স্থানাঙ্কের অক্ষদ্বয়কে উপবৃত্তের অক্ষ ধরে ক্ষুদ্রাক্ষের দৈর্ঘ্য 2 একক এবং উৎকেন্দ্রিকতা $\frac{1}{\sqrt{5}}$

148. বৃহৎ অক্ষের দৈর্ঘ্য কত একক? [রাজশাহী সরকারি মহিলা কলেজ]

(a) $\sqrt{5}$ (b) $\frac{3}{\sqrt{5}}$ (c) $\frac{2}{\sqrt{5}}$ (d) $\frac{1}{\sqrt{5}}$

149. উপবৃত্তের সমীকরণ নিচের কোনটি?

[রাজশাহী সরকারি মহিলা কলেজ]

(a) $3x^2+5y^2=5$ (b) $4x^2+3y^2=5$

(c) $2x^2+3y^2=5$ (d) $4x^2+5y^2=5$

150. $y=2x+5$ রেখাটি $y^2=4ax$ কে স্পর্শ করলে উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য কত হবে? [বেপজা পাবলিক স্কুল ও কলেজ, চট্টগ্রাম]

(a) 4 (b) 10 (c) 20 (d) 40

151. আতশ কাঁচের সাহায্যে সূর্য রশ্মিকে কেন্দ্রীভূত করে কোনো বস্তুকে উত্তপ্ত করা বা আগুন ধরানো যায় কোন কনিকের সাহায্যে? [বাংলাদেশ মহিলা সমিতি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয় ও কলেজ, চট্টগ্রাম]

(a) অধিবৃত্ত (b) উপবৃত্ত (c) পরাবৃত্ত (d) বৃত্ত

152. $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ উপবৃত্তের সহায়ক বৃত্তের সমীকরণ কোনটি?

[বাংলাদেশ মহিলা সমিতি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয় ও কলেজ, চট্টগ্রাম]

(a) $x^2-y^2=a^2$ (b) $x^2+y^2=a^2$

(c) $x^2-y^2=b^2$ (d) $x^2+y^2=b$

নিচের উদ্দীপকের আলোকে পরবর্তী দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও:

$9x^2-16y^2-144=0$ একটি অধিবৃত্ত।

153. অধিবৃত্তটির শীর্ষবিন্দুর স্থানাঙ্ক কোনটি? [নটর ডেম কলেজ, ঢাকা]

(a) $(\pm4,0)$ (b) $(\pm5,0)$

(c) $(0,\pm4)$ (d) $(0,\pm5)$

154. অধিবৃত্তটির অসীমতটের সমীকরণ কোনটি?

[নটর ডেম কলেজ, ঢাকা]

(a) $2x=\pm3y$ (b) $3y=\pm2x$

(c) $3x=\pm4y$ (d) $4x=\pm3y$

MCQ উত্তরমালা ও ব্যাখ্যামূলক সমাধান

145. b	146. b	147. c	148. a	149. d	150. d	151. a	152. b	153. a	154. c

145. $A'(1,0), A(7,0), C \equiv \left(\frac{1+7}{2},0\right) \equiv (4,0)$ কেন্দ্র $(4,0), AA' = 7-1=6$

$BC = 2, CA = \frac{6}{2} = 3$

$\therefore$ উপবৃত্তের সমীকরণ: $\frac{(x-4)^2}{3^2}+\frac{y^2}{2^2}=1$ বা, $\frac{(x-4)^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$

146. উপকেন্দ্রিক লম্ব $=\frac{2b^2}{a}$ [বৃহদাক্ষ x অক্ষের সমান্তরাল ধরে] বৃহৎ অক্ষ $= 2a$

প্রশ্নমতে, $\frac{2b^2}{a}=\frac{1}{3}\cdot 2a=\frac{2a}{3} \Rightarrow 2b^2\times 3=2a^2 \Rightarrow 3b^2=a^2 \Rightarrow \frac{b^2}{a^2}=\frac{1}{3}$

উৎকেন্দ্রিকতা, $e=\sqrt{1-\frac{b^2}{a^2}}=\sqrt{1-\left(\frac{1}{3}\right)}=\sqrt{\frac{2}{3}}$

147. $\frac{(x+2)^2}{3}+\frac{(y-1)^2}{4}=1$ ..... (i); কেন্দ্র $\equiv (-2,1)$

(i) কে $\frac{(x-a)^2}{a^2}+\frac{(y-\beta)^2}{b^2}=1$ এর সাথে তুলনা করে পাই,

$b^2 > a^2$ | $a^2=3 \Rightarrow a=\sqrt{3}$ | $b^2=4 \Rightarrow b=2$

ক্ষুদ্র অক্ষ $2a = 2\sqrt{3}$; উপকেন্দ্রিক লম্বের সমীকরণ, $y-1=\pm be$

$\Rightarrow y-1=\pm b\sqrt{1-\frac{a^2}{b^2}}=\pm2\sqrt{1-\frac{3}{4}}=\pm2\sqrt{\frac{1}{4}}$

$\Rightarrow y-1=\pm1 \quad \Rightarrow y=\pm1+1=2,0 \Rightarrow y=2$

148. ক্ষুদ্রাক্ষ $= 2b = 2 \Rightarrow b=1; e=\frac{1}{\sqrt{5}}=\sqrt{1-\frac{b^2}{a^2}}=\sqrt{1-\frac{1}{a^2}}$

$\Rightarrow \frac{1}{5}=\frac{a^2-1}{a^2} \Rightarrow 5a^2-5=a^2 \Rightarrow 4a^2=5 \Rightarrow a=\sqrt{\frac{5}{4}}=\frac{\sqrt{5}}{2}$

বৃহদাক্ষ, $2a=2\cdot\frac{\sqrt{5}}{2}=\sqrt{5}$

149. $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1 \Rightarrow \frac{x^2}{\frac{5}{4}}+\frac{y^2}{1}=1$ | $b=1$

$\Rightarrow 4x^2+5y^2=5$ | $a=\frac{\sqrt{5}}{2}$

150. $y^2=4ax$ পরাবৃত্তকে $y=mx+c$ স্পর্শ করলে, $c=\frac{a}{m}$

প্রশ্নমতে, $5=\frac{a}{2} \Rightarrow a=10$, উপকেন্দ্রিক লম্ব $= |4a| = 40$

152. প্রদত্ত option গুলোর মধ্যে (b) $x^2+y^2=a^2$ একমাত্র বৃত্তের সমীকরণ।

153. $9x^2-16y^2-144=0 \Rightarrow \frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}=144 \Rightarrow \frac{x^2}{4^2}-\frac{y^2}{3^2}=12^2$

শীর্ষবিন্দু $(\pm4,0)$

154. $y=\pm\frac{b}{a}x \Rightarrow \pm\frac{3}{4}x$ | $b=3; a=4$

$\Rightarrow 4y=\pm3x \Rightarrow 3x=\pm4y$

Educationblog24.com

সাজেশনভিত্তিক মডেল টেস্ট: অধ্যায়-০৬

পূর্ণমান: ৫০ | MCQ | সময়: ৫০ মিনিট

01. একটি পরাবৃত্তের শীর্ষবিন্দু (0,2), অক্ষরেখা y অক্ষের সমান্তরাল এবং যা (2, 5) বিন্দু দিয়ে অতিক্রম করে, তার সমীকরণ হলো-
(a) $4x^2 = 3(y-2)$ (b) $3x^2 = 12(y-2)$
(c) $3x^2 = 4(y-2)$ (d) $2x^2 = 3(y-2)$

02. কনিক বিভিন্ন প্রকার হতে পারে যেমন–
(i) উপবৃত্ত (ii) অধিবৃত্ত (iii) যুগল সরলরেখা
নিচের কোনটি সঠিক?
(a) i, ii (b) i, iii (c) ii, iii (d) i, ii, iii

নিচের উদ্দীপকের আলোকে পরবর্তী প্রশ্নের উত্তর দাও:
$x^2 + 3y^2 = 4$ একটি উপবৃত্তের সমীকরণ নির্দেশ করে।

03. উপবৃত্তের দিকাক্ষের সমীকরণ কোনটি?
(a) $x = \pm\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$ (b) $y = \pm\frac{2\sqrt{3}}{3}$
(c) $x = \pm\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$ (d) $y = \pm\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$

04. $y^2 = 32x$ পরাবৃত্তের উপরিস্থিত যে বিন্দুর উপকেন্দ্রিক দূরত্ব 12 ঐ বিন্দুর ভুজ কত?
(a) –4 (b) –8 (c) 4 (d) 8

নিচের উদ্দীপকের আলোকে পরবর্তী প্রশ্নের উত্তর দাও:
$5x^2 + 4y^2 = 20$

05. $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} = 1$ অধিবৃত্ত—
(i) আড় অক্ষ x অক্ষ, অনুবন্ধী অক্ষ y অক্ষ
(ii) উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য 9 (iii) শীর্ষ $(\pm 3, 0)$
নিচের কোনটি সঠিক?
(a) i, ii (b) i, iii (c) ii, iii (d) i, ii, iii

06. $\frac{y^2}{2} - x^2 = 1$ একটি অধিবৃত্তের সমীকরণ —
(i) অধিবৃত্তের শীর্ষবিন্দু $(0, \pm\sqrt{2})$
(ii) উপকেন্দ্র $(0, \pm\sqrt{3})$
(iii) দিকাক্ষদ্বয়ের সমীকরণ $x = \pm\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$
নিচের কোনটি সঠিক?
(a) i, ii (b) ii, iii (c) i, iii (d) i, ii, iii

07. $x^2 - y^2 = 2$ অধিবৃত্তের—
(i) শীর্ষবিন্দু $(0, \pm\sqrt{2})$ (ii) উৎকেন্দ্রিকতা $\sqrt{2}$
(iii) আড় অক্ষের দৈর্ঘ্য $2\sqrt{2}$
নিচের কোনটি সঠিক?
(a) i, ii (b) i, iii (c) ii, iii (d) i, ii, iii

08. $(x-4)^2 = -4(y-5)$ পরাবৃত্তের সমীকরণ-
(i) এর শীর্ষবিন্দু (4,5)
(ii) অক্ষের সমীকরণ $x - 4 = 0$
(iii) উপকেন্দ্রিক লম্বের সমীকরণ $y - 4 = 0$
নিচের কোনটি সঠিক?
(a) i, ii (b) ii, iii (c) i, iii (d) i, ii, iii

নিচের উদ্দীপকের আলোকে পরবর্তী দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও:
$x = pt^2$ ও $y = 2pt$ পরামিতিক সমীকরণ।

09. সমীকরণটি কোন কনিককে নির্দেশ করে?
(a) বৃত্ত (b) উপবৃত্ত (c) পরাবৃত্ত (d) অধিবৃত্ত

10. p এর মান $\frac{1}{2}$ হলে উপকেন্দ্রিক লম্বের সমীকরণ হবে-
(a) $2x - 1 = 0$ (b) $2x + 1 = 0$
(c) $x - 2 = 0$ (d) $x + 2 = 0$

নিচের উদ্দীপকের আলোকে পরবর্তী দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও:
$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{25} = 1$ একটি উপবৃত্তের সমীকরণ।

11. উপবৃত্তটি (6,4) বিন্দুগামী হলে a এর মান কত?
(a) 10 (b) 100 (c) 3 (d) 9

12. $a = 6$ হলে উপবৃত্তটির উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য কোনটি?
(a) $\frac{5}{3}$ একক (b) $\frac{12}{5}$ একক
(c) $\frac{25}{3}$ একক (d) $\frac{72}{5}$ একক

13. $\frac{y^2}{3} - \frac{x^2}{4} = 1$ অধিবৃত্তের অসীমতটের সমীকরণ—
(a) $2y = \pm\sqrt{3}x$ (b) $\sqrt{3}y = \pm 2x$
(c) $3y = \pm 4x$ (d) $4y = \pm 3x$

14. $x^2 = 6ky$ পরাবৃত্তটি (9, 2) বিন্দুগামী হলে, পরাবৃত্তটির উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য কত?
(a) $\frac{81}{2}$ (b) $\frac{81}{8}$ (c) $\frac{27}{4}$ (d) $\frac{27}{2}$

15. $y = 3x + 1$ রেখাটি $y^2 = 4ax$ পরাবৃত্তের স্পর্শক হলে পরাবৃত্তটির উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য কোনটি?
(a) $\frac{4}{\sqrt{3}}$ (b) $\frac{4}{3}$ (c) 3 (d) 12

16. $4x^2 - 5y^2 = 20$ অধিবৃত্তের—
(i) নিয়ামক রেখার সমীকরণ $3x = \pm 5$
(ii) কেন্দ্রের স্থানাঙ্ক (0, 0)
(iii) অনুবন্ধী অক্ষের সমীকরণ $y = 0$
নিচের কোনটি সঠিক?
(a) i, ii (b) i, iii (c) ii, iii (d) i, ii, iii

Educationblog24.com

17. নিচের কোনটি অধিবৃত্তের আদর্শ সমীকরণ-
(a) $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ (b) $\frac{x^2}{b^2} - \frac{y^2}{a^2} = 1$
(c) $\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1$ (d) $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

18. $x^2 + 4x + 2y = 0$ কনিকটির শীর্ষবিন্দুর স্থানাঙ্ক কত?
(a) (0,0) (b) (−2,0) (c) (0,2) (d) (−2,2)

19. $(\pm 3,0)$ উপকেন্দ্র এবং $\frac{1}{3}$ উৎকেন্দ্রিকতা বিশিষ্ট উপবৃত্তের নিয়ামক রেখার সমীকরণ কোনটি?
(a) $x = \pm 9$ (b) $x = \pm 27$
(c) $x = \pm 3$ (d) $x = \pm 8$

20. $\frac{y^2}{b^2} - \frac{x^2}{a^2} = 1$ অধিবৃত্তের পরামিতিক সমীকরণ কোনটি?
(a) $x = a\tan\theta, y = b\sec\theta$
(b) $x = a\sec\theta, y = b\tan\theta$
(c) $x = a\cos\theta, y = b\sin\theta$
(d) $x = a\cos\theta, y = b\tan\theta$

21. $y^2 - 6x + 4y + 11 = 0$ পরাবৃত্তের অক্ষের সমীকরণ কোনটি?
(a) $y = 0$ (b) $y + 2 = 0$
(c) $6x - 7 = 0$ (d) $x = 0$

22. $x^2 - \frac{y^2}{4} = 1$ অধিবৃত্তের নিয়ামকের পাদবিন্দু দুইটির স্থানাঙ্ক কত?
(a) $\left(\pm\frac{1}{2}, 0\right)$ (b) $\left(0, \pm\frac{2}{\sqrt{3}}\right)$
(c) $\left(\pm\frac{1}{\sqrt{5}}, 0\right)$ (d) $\left(0, \pm\frac{2}{\sqrt{5}}\right)$

নিচের উদ্দীপকের আলোকে পরবর্তী দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও:
$y = mx + c$ রেখাটি $y^2 = 4ax$ পরাবৃত্তের স্পর্শক।

23. স্পর্শবিন্দুর স্থানাঙ্ক–
(a) $\left(\frac{2a}{m}, \frac{a}{m^2}\right)$ (b) $\left(\frac{a}{m^2}, \frac{2a}{m}\right)$ (c) $\left(\frac{2a}{m^2}, \frac{a}{m}\right)$ (d) $\left(\frac{a}{m}, \frac{2a}{m^2}\right)$

24. আয়ত অধিবৃত্তের উৎকেন্দ্রিকতা নিচের কোনটি?
(a) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (b) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ (c) $\sqrt{2}$ (d) $\sqrt{3}$

25. $\frac{y^2}{b^2} - \frac{x^2}{a^2} = 1$ অধিবৃত্তের নিয়ামক রেখার সমীকরণ কোনটি?
(a) $x = \pm\frac{a}{e}$ (b) $x = \pm\frac{b}{e}$
(c) $y = \pm\frac{b}{e}$ (d) $y = \pm\frac{a}{e}$

নিচের উদ্দীপকের আলোকে পরবর্তী প্রশ্নের উত্তর দাও:
$3y^2 = 27x$ একটি পরাবৃত্ত।

26. (4, 6) বিন্দুতে স্পর্শকের সমীকরণ হবে—
(a) $3x - 4y - 12 = 0$ (b) $3x - 4y = 0$
(c) $3x - 4y + 12 = 0$ (d) $4x + 3y = 0$

27. $4y^2 - 5x^2 = 20$ অধিবৃত্তের—
(i) শীর্ষের স্থানাঙ্ক (0,0)
(ii) অনুবন্ধী অক্ষের সমীকরণ, $y = 0$
(iii) নিয়ামকের সমীকরণ $3y \pm 5 = 0$
নিচের কোনটি সঠিক?
(a) i, ii (b) i, iii (c) ii, iii (d) i, ii, iii

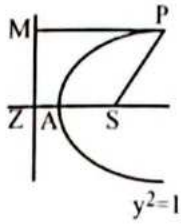
নিচের উদ্দীপকের আলোকে পরবর্তী দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও:
$y^2 = 8x + 5$ একটি পরাবৃত্ত।

28. পরাবৃত্তটির উপকেন্দ্রিক লম্বের সমীকরণ-
(a) $8x - 11 = 0$ (b) $8x - 21 = 0$
(c) $8x + 11 = 0$ (d) $8x + 21 = 0$

29. $y^2 = 4x + 8y$ পরাবৃত্তটির শীর্ষবিন্দু-
(a) (1, 2) (b) (4, −4)
(c) (2, 4) (d) (−4, 4)

30. (3, 4) উপকেন্দ্র এবং (0,0) শীর্ষবিশিষ্ট পরাবৃত্তের উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য–
(a) 12 (b) 16 (c) 20 (d) 25

31. চিত্রে অঙ্কিত পরাবৃত্তের AS =?

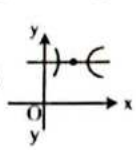


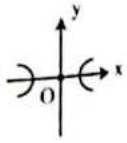
(a) 13 (b) $\frac{13}{2}$ (c) $\frac{13}{4}$ (d) $\frac{13}{8}$

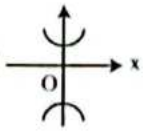
32. আড় অক্ষের দৈর্ঘ্য 8 এবং $(\pm 2,0)$ নিয়ামকের পাদবিন্দু বিশি অধিবৃত্তের উৎকেন্দ্রিকতা কত?
(a) 3 (b) $\frac{1}{3}$ (c) 2 (d) $\frac{1}{2}$

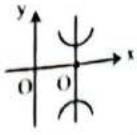
33. $y^2 = 16x$ পরাবৃত্তের শীর্ষবিন্দু A এবং উপকেন্দ্রিক লম্বের প্রান্তবিন্দুদ্বয় P, Q হলে ΔAPQ এর ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক?
(a) 16 (b) 32 (c) 64 (d) 25

34. $\frac{(x-1)^2}{4} - \frac{(y-1)^2}{1} = 1$ এর চিত্ররূপ কোনটি?

(a) 

(b) 

(c) 

(d) 

35. $\frac{1}{2}x^2 = 4y^2 + 1$ অধিবৃত্তের উৎকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য–
(a) $\frac{2}{\sqrt{3}}$ (b) $\frac{1}{2\sqrt{2}}$ (c) $\frac{3}{2}$ (d) $2\sqrt{2}$

36. একটি পরাবৃত্তের নিয়ামকরেখার সমীকরণ $x - 1 = 0$ এবং শীর্ষবিন্দু (3, 0) হলে পরাবৃত্তটির সমীকরণ-
(a) $y^2 = 4(x - 3)$ (b) $y^2 = 8(x - 3)$
(c) $y^2 = 4(x + 3)$ (d) $y^2 = 8(x + 3)$

Educationblog24.com

37. $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ এর—
(i) (x_1, y_1) বিন্দুতে স্পর্শকের সমীকরণ $\frac{xx_1}{a^2} - \frac{yy_1}{b^2} = 1$
(ii) (x_1, y_1) বিন্দুতে অভিলম্বের সমীকরণ
$\frac{a^2x}{x_1} + \frac{b^2y}{y_1} = a^2 + b^2$
(iii) $y = mx + c$ রেখা স্পর্শক হওয়ার শর্ত
$c = \sqrt{a^2m^2 + b^2}$
নিচের কোনটি সঠিক?
(a) i, ii (b) i, iii (c) ii, iii (d) i, ii, iii

নিচের উদ্দীপকের আলোকে পরবর্তী দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও:
$9x^2 - 16y^2 - 18x - 64y - 199 = 0$

38. কনিকটির কেন্দ্র–
(a) $(-2, 1)$ (b) $(1, -2)$
(c) $(2, -1)$ (d) $(1, 2)$

39. অধিবৃত্তের সমীকরণের—
(i) উপকেন্দ্র দুইটি সর্বদাই বৃহদাক্ষের উপর অবস্থিত
(ii) আদর্শ আকার $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$
(iii) সাধারণ আকার, $(a^2 + b^2)\{(x - \alpha)^2 + (y - \beta^2)\} = e^2(ax + by + c)^2$
নিচের কোনটি সঠিক?
(a) i, iii (b) ii, iii (c) ii (d) i, ii, iii

নিচের উদ্দীপকের আলোকে পরবর্তী দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও:
$y^2 = 12x$ একটি পরাবৃত্ত এবং $x + 2y - 1 = 0$ একটি রেখা।

40. পরাবৃত্তের একটি স্পর্শকের $x + 2y - 1 = 0$ রেখার উপর লম্ব নিচের কোনটি?
(a) $4x - 2y + 3 = 0$ (b) $3x + 2y + 4 = 0$
(c) $2x + 2y + 1 = 0$ (d) $4x + 2y - 3 = 0$

41. পরাবৃত্তটির—
(i) উপকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক $(3, 0)$
(ii) আকার x-অক্ষের সাপেক্ষে প্রতিসম
(iii) আকার y-অক্ষের সাপেক্ষে প্রতিসম
নিচের কোনটি সঠিক?
(a) i, ii (b) ii, iii (c) i, iii (d) i, ii, iii

42. $y^2 = 4x$ পরাবৃত্তের মূলবিন্দুতে স্পর্শকের ঢাল কত?
(a) -1 (b) 1 (c) ∞ (d) 0

43. কোন উপবৃত্তের উপকেন্দ্রিক লম্ব এর বৃহদাক্ষের অর্ধেক। এর উৎকেন্দ্রিকতা কত?
(a) $\frac{1}{2}$ (b) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (c) 2 (d) $\sqrt{2}$

44. a ও b এর মান কত হলে $y = ax^2 + b$ পরাবৃত্তটি $(0,1)$ বিন্দু দিয়ে যাবে ও $(1,0)$ বিন্দুতে উহার স্পর্শকের ঢাল 6 হবে?
(a) $-1, 1$ (b) $3, 1$ (c) $1, -1$ (d) $1, 3$

45. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b)$ উপবৃত্তের নিয়ামকের সমীকরণ কোনটি?
(a) $x = \frac{a}{e}$ (b) $x = -\frac{a}{e}$
(c) $x = \pm\frac{a}{e}$ (d) $x = \pm\frac{e}{a}$

46. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ কনিকটি-
(i) অধিবৃত্ত যখন $a = -b$ (ii) উপবৃত্ত যখন $a \neq b$
(iii) বৃত্ত যখন $a = b$
নিচের কোনটি সঠিক?
(a) i, ii (b) ii, iii (c) i, iii (d) i, ii, iii

47. কোনো উপবৃত্তের বৃহৎ অক্ষ ক্ষুদ্র অক্ষের চারগুণ হলে e =?
(a) $\frac{3}{4}$ (b) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ (c) $\frac{\sqrt{15}}{4}$ (d) $\frac{2}{3}$

48. $y^2 = 4x$ এবং $x^2 = 4y$ উভয় পরাবৃত্তকে স্পর্শ করে এরূপ সরলরেখা-
(a) $y + x + 1 = 0$ (b) $y - x + 1 = 0$
(c) $y - x - 1 = 0$ (d) $y + x - 1 = 0$

49. B বিন্দু $(y - 2)^2 = 4(x + 1)$ এর উপর অবস্থিত হলে, B এর স্থানাঙ্ক কোনটি?
(a) $(4, 0)$ (b) $(0, 4)$
(c) $(1, 2)$ (d) $(1, -2)$

50. $y^2 = 16x$ পরাবৃত্তের কোনো বিন্দু থেকে তার উপকেন্দ্রের দূরত্ব 6 হলে ঐ বিন্দুর স্থানাঙ্ক কত?
(a) $(2, \pm4\sqrt{2})$ (b) $(2, 4\sqrt{2})$
(c) $(2, -4\sqrt{2})$ (d) $(4\sqrt{2}, \pm2)$

পূর্ণমান: ৫০ **CQ** **সময়: ২:৩৫ মিনিট**

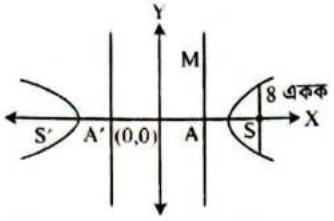
(যেকোনো পাঁচটি প্রশ্নের উত্তর দাও:)

01. $y^2 = 4ax$ একটি পরাবৃত্তের সমীকরণ।
(ক) একটি সরল চিত্রের সাহায্যে পরাবৃত্ত উপস্থাপন কর। 2
(খ) $ln = am^2$ হয় তবে দেখাও যে, $lx + my + n = 0$ রেখা পরাবৃত্তটিকে স্পর্শ করে। 4
(গ) $a = 4$ এবং কোন বিন্দুর উপকেন্দ্রিক দূরত্ব 6 হলে ঐ বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর। 4

02. $Px^2 + 25y^2 = 25P$ একটি উপবৃত্তের সমীকরণ এবং ইহা $(4, 6)$ বিন্দুগামী।
(ক) $y = mx + c, y^2 = 4ax$ পরাবৃত্তকে স্পর্শ করার শর্ত লেখ। 2
(খ) উপবৃত্তটি $(4, 6)$ বিন্দুগামী হলে এর অক্ষদ্বয়ের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। 4
(গ) $P = 16$ হলে প্রমাণ কর যে, একটি উপকেন্দ্র এবং অনুরূপ নিয়ামক রেখার মধ্যবর্তী দূরত্ব $\frac{16}{3}$। 4

Educationblog24.com

03. একটি অধিবৃত্তের কেন্দ্র মূল বিন্দুতে অবস্থিত।



(ক) কোন অধিবৃত্তের আড় ও অনুবন্ধী অক্ষের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 8 এবং 10 একক হলে উৎকেন্দ্রিকতা নির্ণয় কর। 2

(খ) উদ্দীপকের আড় অক্ষ x অক্ষ বরাবর এবং উৎকেন্দ্রিকতা 3 হলে অধিবৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর। 4

(গ) উদ্দীপকের আড় অক্ষ y অক্ষ বরাবর এবং যা (2,3) ও (1,−2) বিন্দুগামী হলে অধিবৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর। 4

04. $\frac{x^2}{p^2}+\frac{y^2}{5^2}=1$ একটি কনিকের সমীকরণ।

(ক) উৎকেন্দ্রিকতা $e=2k+3$ হলে k এর উপর কি শর্ত আরোপ করলে কনিকটি উপবৃত্ত হবে। 2

(খ) উদ্দীপকে উল্লিখিত কনিকটি (6,4) বিন্দুগামী উপবৃত্ত হলে উপকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর। 4

(গ) একটি অধিবৃত্তের অনুবন্ধী অক্ষের দৈর্ঘ্য 24 এবং উপকেন্দ্রদ্বয় $(0,\pm13)$ হলে দেখাও যে, $p^2=-144$। 4

05. $4x^2+Py^2=80 \cdots\cdots$ (i)
$5x^2-4y^2=20 \cdots\cdots$ (ii)

(ক) উৎকেন্দ্রিকতা e এর মানের উপর কনিকের আকৃতি নির্ভর করে। ব্যাখ্যা কর। 2

(খ) (i) উপবৃত্তটি $(0,\pm4)$ বিন্দুগামী হলে P নির্ণয় করে উৎকেন্দ্রিকতা নির্ণয় কর। 4

(গ) (ii) এর উৎকেন্দ্রিকতা নির্ণয় করে দেখাও যে, কনিকটি অধিবৃত্ত নির্দেশ করে। 4

06. একটি পরাবৃত্তের উপকেন্দ্র (2,5) এবং $x=4$ রেখাটি পরাবৃত্তের শীর্ষবিন্দুতে অক্ষের উপর লম্ব।

(ক) $7x^2+16y^2=112$ উপবৃত্তের উপকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর। 2

(খ) উদ্দীপকের পরাবৃত্তটির সমীকরণ নির্ণয় কর। 4

(গ) পরাবৃত্তটির শীর্ষবিন্দু ও উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য এবং অক্ষরেখা ও উপকেন্দ্রিক লম্বের সমীকরণ নির্ণয় কর। 4

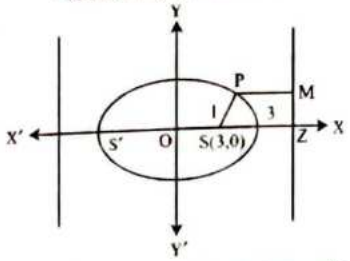
07. একটি পরাবৃত্তের সমীকরণ $(y-4)^2=5(x-2)$ যার অক্ষ x অক্ষের সমান্তরাল।

(ক) পরাবৃত্তের দিকাক্ষের সমীকরণ নির্ণয় কর যার উপকেন্দ্র $(-6,-3)$ এবং শীর্ষবিন্দু $(-2,1)$ বিন্দুতে অবস্থিত। 2

(খ) উদ্দীপকের সমীকরণ হতে শীর্ষবিন্দু উপকেন্দ্র, অক্ষরেখা ও দিকাক্ষের সমীকরণ নির্ণয় কর। 4

(গ) উদ্দীপকের পরাবৃত্তের উপস্থিত কোন বিন্দুর ফোকাস দূরত্ব $\frac{25}{4}$। উক্ত বিন্দুর স্থানাঙ্ক, উপকেন্দ্রিক লম্বের সমীকরণ ও লম্বের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। 4

08.



(ক) $y^2=4(x-2)$ পরাবৃত্তের উপকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর। 2

(খ) উদ্দীপকের উপবৃত্তটির নিয়ামক রেখার সমীকরণ নির্ণয় কর। 4

(গ) SS' আড় অক্ষ এবং 9 উৎকেন্দ্রিকতা বিশিষ্ট অধিবৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর। 4

09. (i) একটি অধিবৃত্তের উপকেন্দ্র দুটি (10,5), (8,3) এবং উৎকেন্দ্রিকতা $\sqrt{2}$

(ii) একটি উপবৃত্তের নিয়ামক রেখার সমীকরণ $2x+y=3$

(ক) $y^2=12Px$ পরাবৃত্তটি $(2,-1)$ বিন্দুগামী হলে তার উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য কত? 2

(খ) দৃশ্যকল্প (i) এর অধিবৃত্তের অসীমতটের সমীকরণ নির্ণয় কর। 4

(গ) উপকেন্দ্র (3,2) উৎকেন্দ্রিকতা $\frac{1}{\sqrt{8}}$ এবং (ii) এ বর্ণিত নিয়ামক বিশিষ্ট উপবৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর। 4

10. $9(x-2)^2+25(y-3)^2=225$ উপবৃত্তের অক্ষদ্বয় স্থানাঙ্ক বরাবর অবস্থিত।

(ক) (4,5) বিন্দুতে $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$ উপবৃত্তের স্পর্শকের সমীকরণ এবং ক্ষুদ্র অক্ষের প্রান্তবিন্দু নির্ণয় কর। 2

(খ) যে ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দুগুলি উদ্দীপকের উপবৃত্তের ফোকাসদ্বয় ও মূলবিন্দু সেই ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। 4

(গ) উদ্দীপকের উপবৃত্তের ক্ষুদ্র অক্ষের সমীকরণ দিকাক্ষের সমীকরণ, উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য, উপকেন্দ্র ও অনুরূপ নিয়ামকের দূরত্ব নির্ণয় কর। 4

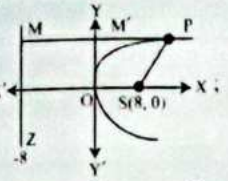
MCQ উত্তরমালা ও ব্যাখ্যামূলক সমাধান

MCQ

01. c	02. d	03. a	04. c	05. b	06. a	07. c	08. d	09. c	10. a	11. a	12. c	13. a	14. a	15. d
16. a	17. a	18. d	19. b	20. a	21. b	22. c	23. b	24. c	25. c	26. c	27. c	28. a	29. d	30. c
31. c	32. c	33. b	34. a	35. b	36.b	37. a	38. b	39. d	40. a	41. a	42. c	43. b	44. b	45. c
46. b	47. c	48. a	49. b	50. a										

Educationblog24.com

02. যুগল সরলরেখাও কনিক হতে পারে। যেমন: $x^2 = y^2$ একটি hyperbola

04. 

$y^2 = 4.8.x$ দিকাক্ষের সমীকরণ, $x = -8$; পরাবৃত্তে, SP = PM

$SP = 12 = PM = PM' + MM' = x + 8 \Rightarrow x = 4 \therefore$ ভুজ $= 4$

06. $\frac{y^2}{2} - x^2 = 1$; $e = \sqrt{1+\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{3}{2}}$; শীর্ষ $\equiv (0, -\sqrt{2})$ ও $(0, \sqrt{2})$

08. $(x-\alpha)^2 = 4a(y-\beta)^2$;

(i) পরাবৃত্তের শীর্ষবিন্দু (α, β); (ii) অক্ষরেখার সমীকরণ $x = 0$ বা, $x - \alpha = 0$

(iii) উপকেন্দ্রিক লম্বের সমীকরণ $Y = -1$

বা, $y - \beta + 1 = 0$

10. $y^2 = 4px$ হল পরাবৃত্ত। উপকেন্দ্রিক লম্ব, $x = p = \frac{1}{2} \Rightarrow 2x - 1 = 0$

13. $\frac{y^2}{b^2} - \frac{x^2}{a^2} = 1$ -এর অসীমতটের সমীকরণ: ধ্রুবক পদকে শূন্য ধরে পাই,

$\frac{y^2}{3} - \frac{x^2}{4} = 0 \Rightarrow y = \pm\frac{\sqrt{3}}{2}x$

14. $x^2 = 6ky$; $(9, 2)$ বিন্দু গামী। $\Rightarrow 6k = \frac{9^2}{2} = \frac{81}{2}$

$\therefore$ উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য $= \frac{81}{2}$

15. $y^2 = 4ax$ এর স্পর্শক $y = mx + c$ হলে $c = \frac{a}{m} \therefore 1 = \frac{a}{3} \Rightarrow a = 3$

$\therefore |4a| = 12$

16. $\frac{x^2}{5} - \frac{y^2}{4} = 1$; $e = \sqrt{1+\frac{4}{5}} = \frac{3}{\sqrt{5}}$

$a = \sqrt{5}$; $x = \pm\frac{a}{e} = \pm\frac{\sqrt{5}\sqrt{5}}{3} = \pm\frac{5}{3} \Rightarrow 3x = \pm 5$

18. $(x+2)^2 = -2y + 4 \Rightarrow (x+2)^2 = -2(y-2) \therefore$ শীর্ষবিন্দু $(-2, 2)$

19. $ae = 3$; $e = \frac{1}{3} \Rightarrow a = 9 \therefore \frac{a}{e} = 27 \therefore x = \pm 27$

21. $(y+2)^2 = 6x - 11 + 4 = 6x - 7 = 4.\frac{3}{2} \times \left(x - \frac{7}{6}\right)$

$\therefore$ অক্ষের সমীকরণ: $y + 2 = 0$

23. স্পর্শবিন্দুর ক্ষেত্রে, $x = -\frac{2mc-4a}{2m^2}$

[(13)- এর (i)- নং থেকে Discriminant 0 ধরলে]

$= -\frac{mc-2a}{m^2} = -\frac{a-2a}{m^2} = \frac{a}{m^2} \therefore y = \sqrt{4a.\frac{a}{m^2}} = \frac{2a}{m}$

24. $xy = e^2$ or, $x^2 - y^2 = a^2$ or, $y^2 - x^2 = a^2 \therefore e = \sqrt{\frac{a^2+a^2}{a^2}} = \sqrt{2}$

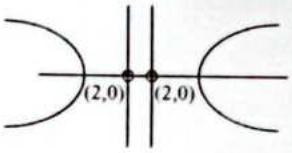
26. $3y^2 = 27x \Rightarrow 6y.\frac{dy}{dx} = 27 \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{27}{6} \times \frac{1}{y} = \frac{9}{2y}$

$(4,6)$ বিন্দুতে স্পর্শকের ঢাল $\frac{9}{2\times 6} = \frac{3}{4} \therefore$ সমীকরণ, $3x - 4y + 12 = 0$

28. $y^2 = 4.2\left(x + \frac{5}{8}\right)$; শীর্ষবিন্দু $= \left(-\frac{5}{8}, 0\right)$; $a = 2$

$\therefore$ কেন্দ্র $= \left(-\frac{5}{8} + 2, 0\right) = \left(\frac{11}{8}, 0\right)$

$\therefore$ উপকেন্দ্রিক লম্বের সমীকরণ: $x = \frac{11}{8} \Rightarrow 8x = 11 \Rightarrow 8x - 11 = 0$

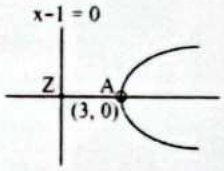
32. 

নিয়ামকদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব $= 4$ একক $\Rightarrow 2\left(\frac{a}{e}\right) = 4 \Rightarrow \frac{a}{e} = 4 \therefore e = 2$

36. $AZ = \left|\frac{3-1}{1}\right| = 2 \therefore a = 2$

$\therefore$ সমীকরণ $(y-0)^2 = 4(2)(x-3)$

$\therefore y^2 = 8(x-3)$



38. $9x^2 - 16y^2 - 18x - 64y - 199 = 0$ $9(x-1)^2 - 16(y+2)^2 = 12^2$

$\therefore$ কেন্দ্র $(1, -2)$

43. $\frac{2b^2}{a} = a \Rightarrow b = \frac{a}{\sqrt{2}} \Rightarrow e = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

CQ

01. (গ) $(2, \pm 4\sqrt{2})$

02. (খ) বৃহৎ অক্ষের দৈর্ঘ্য 20 ও ক্ষুদ্র অক্ষের দৈর্ঘ্য 10

03. (ক) $\frac{\sqrt{41}}{4}$

(খ) $8x^2 - y^2 = 2$

(গ) $3y^2 - 5x^2 = 7$

04. (ক) $\frac{-3}{2} < k < -1$;

(খ) $(\pm 5\sqrt{3}, 0)$

05. (খ) $\frac{1}{\sqrt{3}}$

06. (ক) $(\pm 3, 0)$

(গ) $x - 2 = 0$

07. (ক) $x + y - 7 = 0$

(খ) $4x - 3 = 0$

(গ) বিন্দুর স্থানাঙ্ক $(7, -1)$ ও $(7, 9)$, উপকেন্দ্রিক লম্বের সমীকরণ $x = \frac{13}{4}$ ও উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য 5

08. (ক) $(3,0)$ (খ) $x = \pm 27$

(গ) $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{720} = 1$

09. (ক) $\frac{1}{2}$

(খ) $y - 4 = \pm(x - 9)$

(গ) $36x^2 + 39y^2 - 228x - 154y - 4xy + 511 = 0$

10. (ক) $(0, \pm 2)$ (খ) 12 বর্গ একক (গ) $\frac{9}{4}$

> প্রকৃত জ্ঞান হচ্ছে- তুমি জানো যে তুমি কিছুই জানো না।
>
> - Socrates

Educationblog24.com

অধ্যায় ০৭ বিপরীত ত্রিকোণমিতিক ফাংশন ও ত্রিকোণমিতিক সমীকরণ

- সৃজনশীল (ক), (খ) ও (গ) নং প্রশ্নের জন্য এ অধ্যায়ের গুরুত্বপূর্ণ টাইপসমূহ:

গুরুত্ব	টাইপ	টাইপের নাম	যতবার প্রশ্ন এসেছে			যে বোর্ডে যে বছর এসেছে
			ক	খ	গ	CQ
○	T-01	গ্রাফ সংক্রান্ত	-	03	-	MB'23; JB'21; BB'17
○○○	T-02	মান সংক্রান্ত	20	06	-	Ctg.B'23, 22; SB'23, 22, 21, 18; Din.B'23, 22, 19, 18, 17; MB'23; JB'22, 22, 21, 18; CB'222, 21, 17; RB'21, 19; BB'21; DB'18, 17
○○○	T-03	বিপরীত ত্রিকোণমিতিক সমীকরণের প্রমাণ ও সমাধান সংক্রান্ত সমস্যা	21	29	11	DB'23, 21, 19, 18, 17; RB'23, 22, 21, 17; Ctg.B'23, 22, 21, 19, 17; SB'23, 22, 21, 18, 17; BB'23, 22, 21, 19, 17; JB'23, 22, 21, 19, 18, 17; CB'23, 22, 21, 17; Din.B'23, 22, 21, 19, 18; MB'22, 21
	T-04	ত্রিকোণমিতিক সমীকরণের সমাধান সংক্রান্ত সাধারণ সমস্যা	-	-	-	
	T-05	বর্গসূত্রের প্রয়োগ সংক্রান্ত সমস্যা	-	-	-	
○○○	T-06	$\sin\theta, \cos\theta, \tan\theta, \sec\theta$ এর দ্বিঘাতরাশি সম্বলিত পদ থাকলে	02	02	07	RB'23, 21; MB'23, Ctg.B'22, 21; Din.B'22, 18; DB'21, 18; JB'21, 18; BB'19, 17, SB'18
○○○	T-07	$a\cos\theta + b\sin\theta = c$ [যেখানে $\lvert c\rvert \le \sqrt{a^2+b^2}$] আকৃতির ত্রিকোণমিতিক সমীকরণ সংক্রান্ত সমস্যা	-	06	13	Ctg.B'23, 21; SB'23; BB'23, 22, 21; CB'23, 22, 17; MB'22, 21; DB'21, 17; RB'21, 19; JB'19; Din.B'17
○○○	T-08	$\sin\theta, \cos\theta$ ইত্যাদি ত্রিকোণমিতিক অনুপাত যোগ আকারে থাকলে	-	03	15	DB'23, 21; SB'23, 21, 17; JB'23, 22, 17; CB'23, 21, 19; Din.B'23, 21, 17; RB'21; Ctg.B'21, 17; MB'21
○○	T-09	$\sin\theta, \cos\theta$ ইত্যাদি ত্রিকোণমিতিক অনুপাত গুণ আকারে থাকলে	-	02	04	RB'22; SB'21; JB'21; CB'21; Din.B'21, 19
○○	T-10	$\cot\theta, \tan\theta, \sec\theta, \operatorname{cosec}\theta$ বিশিষ্ট ত্রিকোণমিতিক সমীকরণ সংক্রান্ত সমস্যা	1	1	4	DB'23, 21; JB'23; MB'21; Din.B'19

CQ প্রশ্ন ও সমাধান (ক, খ ও গ)

Type-01: গ্রাফ সংক্রান্ত

Concept

যেকোনো ফাংশনের লেখ অঙ্কন করতে প্রথমেই x এর ভিন্ন ভিন্ন মানের জন্য y এর প্রতিরূপী মানগুলো নির্ণয় করতে হয়। এরপর x ও y এর সমন্বয়ে তৈরি বিন্দুগুলো (x, y) ছক কাগজে স্থাপন করে মুক্ত হস্তে যোগ করলে সেই ফাংশনের লেখচিত্র পাওয়া যায়।

যেহেতু বিপরীত ত্রিকোণমিতিক ফাংশনের ক্ষেত্রে ডোমেনগুলো নির্দিষ্ট শর্তে বাঁধা, তাই শর্তানুযায়ী x এর মানের বিপরীতে y এর মূখ্যমান নির্ণয় করতে হয়। যেমন: $y = \sin^{-1}x$ এবং $y = \cos^{-1}x$ এর জন্য $x \in [-1, 1]$, $y = \tan^{-1}x$ এবং $y = \cot^{-1}x$ এর জন্য $x \in \mathbb{R}$ আর $y = \sec^{-1}x$ এবং $y = \operatorname{cosec}^{-1}x$ এর জন্য $x \le -1$ বা $x \ge 1$ এর বিভিন্ন মানের জন্য y এর প্রতিরূপী মূখ্যমান নির্ণয় করার পর, x ও y এর সমন্বয়ে তৈরি বিন্দুগুলো ছক কাগজে বসিয়ে মুক্ত হস্তে বিন্দুগুলো যুক্ত করলে বিপরীত ত্রিকোণমিতিক ফাংশনের লেখচিত্র পাওয়া যায়।

Educationblog24.com

সৃজনশীল প্রশ্ন (ক, খ ও গ)

01. দৃশ্যকল্প-১: $q = \tan^{-1} p, -\infty < p < \infty$. [MB'23]

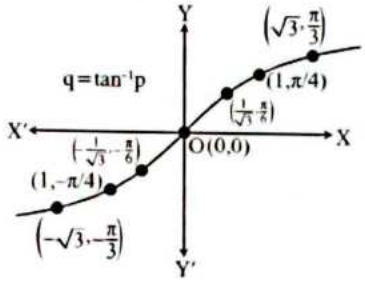
(খ) দৃশ্যকল্প-১ এর সমীকরণটির লেখচিত্র অঙ্কন কর।

(খ) Sol^n: দৃশ্যকল্প-১ মতে, $q = \tan^{-1} P$

$p \in (-\infty, \infty)$ এর নিচের তালিকায় ভিন্ন ভিন্ন মানের জন্য $q = \tan^{-1} p$ এর প্রতিরূপী মান নির্ণয় করি:

p	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$
$q = \tan^{-1} p$	$-\frac{\pi}{3}$	$-\frac{\pi}{4}$	$-\frac{\pi}{6}$	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$

একটি ছক কাগজে স্থানাঙ্কের অক্ষ রেখা X′OX এবং YOY′ আঁকি।

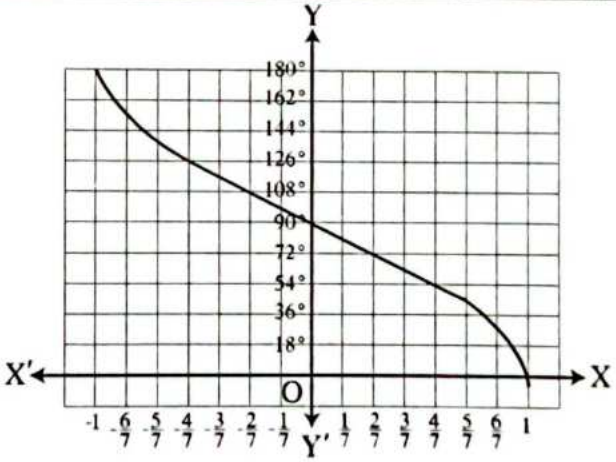


02. দৃশ্যকল্প-১: $q = \cos^{-1} p$. [JB'21]

(খ) দৃশ্যকল্প-১ হতে $q = \cos^{-1} p$ এর $-1 \le p \le 1$ ব্যবধিতে লেখচিত্র অঙ্কন কর।

(খ) Sol^n: ধরি, $q = \cos^{-1} p$ এখানে, $-1 \le p \le 1$ ব্যবধিতে p এর বেশ কিছু মানের জন্য q এর মান নিম্নরূপ–

p	-1	$-\frac{5}{7}$	$-\frac{4}{7}$	$-\frac{2}{7}$	0	$\frac{2}{7}$	$\frac{4}{7}$	$\frac{5}{7}$	1
$\cos^{-1} p$	180°	135.6°	124.9°	106.6°	90°	74.4°	55.1°	44.4°	0°



ছক কাগজে XOX′ বরাবর p এবং YOY′ বরাবর q এর মান বসানো হয়েছে। x অক্ষ বরাবর 35 ক্ষুদ্র বর্গঘর = 1 একক এবং y অক্ষ বরাবর 5 ক্ষুদ্র বর্গঘর = 18 একক ধরা হয়েছে।

03. $g(x) = p\sin^{-1} x$ [BB'17]

(খ) $g(x)$ এর লেখচিত্র অঙ্কন কর, যখন $p = \frac{1}{2}, -1 \le x \le 1$.

(খ) Sol^n: দেওয়া আছে, $P = \frac{1}{2}$ এবং $g(x) = p\sin^{-1} x = \frac{1}{2}\sin^{-1} x$ যেখানে $-1 \le x \le 1$

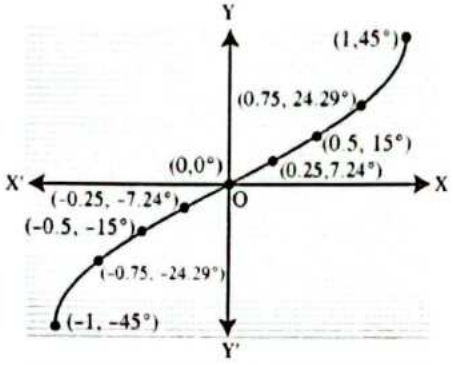
ধরি, $y = \frac{1}{2}\sin^{-1} x$

x এর বিভিন্ন মানের জন্য প্রতিসঙ্গী y এর মানগুলো নির্ণয় করি।

x	-1	-0.75	-0.5	-0.25	0	0.25	0.5	0.75	1
$y = \frac{1}{2}\sin^{-1} x$	$-45°$	$-24.29°$	$-15°$	$-7.24°$	0°	7.24°	15°	24.29°	45°

Educationblog24.com

ছক কাগজের x অক্ষ বরাবর 10 ঘর = 1 একক এবং y অক্ষ বরাবর 1 ক্ষুদ্রতম ঘর = 5° একক ধরে প্রাপ্ত x ও y এর মানগুলি বসিয়ে $y = \frac{1}{2}\sin^{-1} x$ লেখচিত্র পাওয়া যায়।



Type-02: মান নির্ণয় সংক্রান্ত

Concept

বিপরীত ত্রিকোণমিতিক ফাংশনের মান নির্ণয় সংক্রান্ত সমস্যা সমাধানের জন্য নিম্নলিখিত সম্পর্ক, ফাংশনের রূপান্তর সূত্রাবলী প্রয়োজন অনুসারে ব্যবহার করতে হবে।

বিপরীত ত্রিকোণমিতিক ফাংশনগুলোর মধ্যকার কিছু সম্পর্ক:

01.

$\sin^{-1} x = \text{cosec}^{-1}\frac{1}{x}$	$\cos^{-1} x = \sec^{-1}\frac{1}{x}$	$\tan^{-1} x = \cot^{-1}\frac{1}{x}$

02.

$\sin^{-1}(-x) = -\sin^{-1} x$	$\cos^{-1}(-x) = \pi - \cos^{-1} x$
$\tan^{-1}(-x) = -\tan^{-1} x$	$\cot^{-1}(-x) = \pi - \cot^{-1} x$
$\text{cosec}^{-1}(-x) = -\text{cosec}^{-1} x$	$\sec^{-1}(-x) = \pi - \sec^{-1} x$

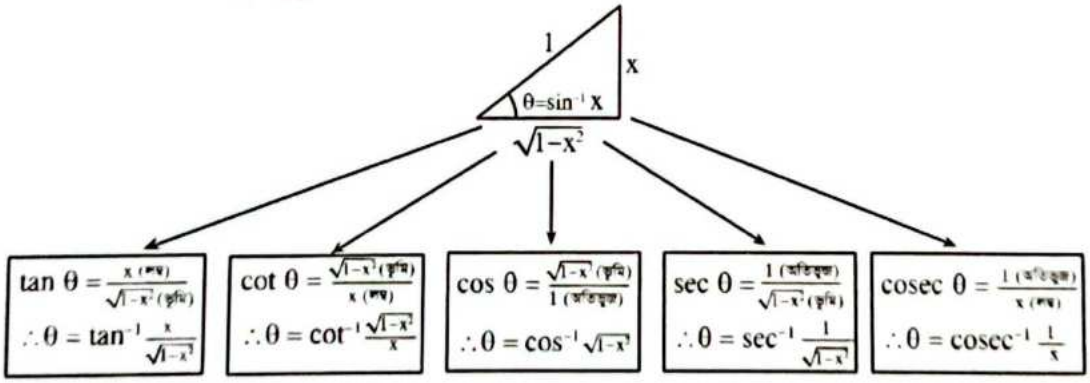
03.

$\sin^{-1} x + \cos^{-1} x = \frac{\pi}{2}$	$\tan^{-1} x + \cot^{-1} x = \frac{\pi}{2}$	$\sec^{-1} x + \text{cosec}^{-1} x = \frac{\pi}{2}$

বিপরীত ত্রিকোণমিতিক ফাংশনের রূপান্তর:

পদ্ধতিটি সংক্ষেপে উপস্থাপন করা হলো:

ধরি, $\theta = \sin^{-1} x = \sin^{-1}\frac{x\ (\text{লম্ব})}{1\ (\text{অতিভুজ})}$



বিপরীত ত্রিকোণমিতিক ফাংশনের প্রয়োজনীয় সূত্রাবলি:

01. $\sin^{-1} x + \sin^{-1} y = \sin^{-1}\left(x\sqrt{1-y^2} + y\sqrt{1-x^2}\right); x^2 + y^2 \le 1$ এবং $x \ge 0, y \ge 0$
02. $\cos^{-1} x + \cos^{-1} y = \cos^{-1}\left(xy - \sqrt{1-x^2}\cdot\sqrt{1-y^2}\right); x \ge 0,\ y \ge 0$
03. $\tan^{-1} x + \tan^{-1} y = \tan^{-1}\frac{x+y}{1-xy}; x \ge 0, y \ge 0$ এবং $xy < 1$
04. $\tan^{-1} x + \tan^{-1} y = \pi + \tan^{-1}\frac{x+y}{1-xy}; x \ge 0, y \ge 0$ এবং $xy > 1$

Educationblog24.com

05. $\tan^{-1}x+\tan^{-1}y+\tan^{-1}z=\tan^{-1}\frac{x+y+z-xyz}{1-xy-yz-zx}; x\geq 0, y\geq 0, z\geq 0$

06. $2\tan^{-1}x=\sin^{-1}\frac{2x}{1+x^2}=\operatorname{cosec}^{-1}\frac{1+x^2}{2x}=\cos^{-1}\frac{1-x^2}{1+x^2}=\sec^{-1}\frac{1+x^2}{1-x^2}=\tan^{-1}\frac{2x}{1-x^2}=\cot^{-1}\frac{1-x^2}{2x}$

07. $2\sin^{-1}x=\sin^{-1}\left(2x\sqrt{1-x^2}\right), 2\cos^{-1}x=\cos^{-1}(2x^2-1)$

08. $3\sin^{-1}x=\sin^{-1}(3x-4x^3), 3\cos^{-1}x=\cos^{-1}(4x^3-3x)$

Shortcut for MCQ: ১ম ও ৪র্থ অবস্থানে সহ অনুপাত এবং ২য় ও ৩য় অবস্থানে সহ অনুপাত থাকলে শেষে যা থাকবে তাই উত্তর।

সহঅনুপাত

$\sin\cot^{-1}\tan\cos^{-1}x=x$

একইভাবে, সহঅনুপাত $\cot\sin^{-1}\cos\tan^{-1}x=x$ এবং সহঅনুপাত $\cos\tan^{-1}\cot\sin^{-1}x=x$

Note: এ সকল ক্ষেত্রে ৪র্থ অবস্থানে থাকা বিপরীত ত্রিকোণমিতিক ফাংশনটি অবশ্যই সংজ্ঞায়িত হতে হবে, অন্যথায় উত্তর হবে অসংজ্ঞায়িত।
যেমন: $\sin\tan^{-1}\cot^{-1}\cos^{-1}(5)$ অসংজ্ঞায়িত, কারণ $\cos^{-1}5$ অসংজ্ঞায়িত।

সৃজনশীল প্রশ্ন (ক, খ ও গ)

01. (ক) $\sin\cot^{-1}\tan\sec^{-1}x$ এর মান নির্ণয় কর। [Ctg.B'23]

(ক) Soln: প্রদত্ত রাশি, $\sin\cot^{-1}\tan\sec^{-1}x$

$=\sin\cot^{-1}\tan\tan^{-1}\frac{\sqrt{x^2-1}}{1}$

$=\sin\cot^{-1}\sqrt{x^2-1}=\sin\sin^{-1}\frac{1}{x}=\frac{1}{x}$ (Ans.)

02. (ক) দেখাও যে, $\sec^2\left(\cot^{-1}\frac{1}{2}\right)+\operatorname{cosec}^2\left(\tan^{-1}\frac{1}{3}\right)=15$. [SB'23]

(ক) Soln: L.H.S $=\sec^2\left(\cot^{-1}\frac{1}{2}\right)+\operatorname{cosec}^2\left(\tan^{-1}\frac{1}{3}\right)$

$=\sec^2(\tan^{-1}2)+\operatorname{cosec}^2(\cot^{-1}3)$

$\left[\because \tan^{-1}x=\cot^{-1}\frac{1}{x}\right]$

$=1+\tan^2(\tan^{-1}2)+1+\cot^2(\cot^{-1}3)$

$=1+2^2+1+3^2=15$ (Ans.)

03. (ক) $\cos^2\left(\sin^{-1}\frac{1}{\sqrt{3}}\right)-\sin^2\left(\cos^{-1}\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$ এর মান নির্ণয় কর। [Din.B'23]

(ক) Soln: প্রদত্ত রাশি, $\cos^2\left(\sin^{-1}\frac{1}{\sqrt{3}}\right)-\sin^2\left(\cos^{-1}\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$

$=\left\{\cos\left(\cos^{-1}\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)\right\}^2-\left\{\sin\left(\sin^{-1}\frac{1}{\sqrt{2}}\right)\right\}^2$

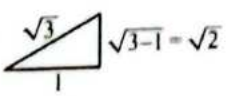
$=\left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)^2-\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2=\frac{2}{3}-\frac{1}{2}=\frac{1}{6}$ (Ans.)

04. (ক) $\sin\cos^{-1}\tan\sec^{-1}\frac{2}{\sqrt{3}}$ এর মান নির্ণয় কর। [MB'23]

(ক) Soln: $\sin\cos^{-1}\tan\sec^{-1}\frac{2}{\sqrt{3}}=\sin\cos^{-1}\tan\frac{\pi}{6}$

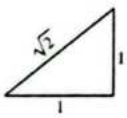
$=\sin\cos^{-1}\frac{1}{\sqrt{3}}$

$=\sin\sin^{-1}\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$ (Ans.)



05. (ক) $\cos^{-1}\sin\cos^{-1}\frac{1}{\sqrt{2}}$ এর মুখ্যমান নির্ণয় কর। [Ctg.B'22]

(ক) Soln: $\cos^{-1}\sin\cos^{-1}\frac{1}{\sqrt{2}}$

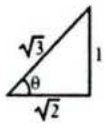


$=\cos^{-1}\sin\sin^{-1}\frac{1}{\sqrt{2}}$

$=\cos^{-1}\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{\pi}{4}$ (Ans.)

06. (ক) $\cos^2(\sin^{-1}\frac{1}{\sqrt{3}})$ এর মান বের কর। [SB'22]

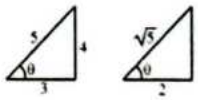
(ক) Soln: প্রদত্ত রাশি, $\cos^2\left(\sin^{-1}\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$



$=\cos^2\left(\cos^{-1}\sqrt{\frac{2}{3}}\right)=\frac{2}{3}$ (Ans.)

07. (ক) $\sin^{-1}\frac{4}{5}+\cos^{-1}\frac{2}{\sqrt{5}}$ এর মান নির্ণয় কর। [JB'22]

(ক) Soln: $\sin^{-1}\frac{4}{5}+\cos^{-1}\frac{2}{\sqrt{5}}$



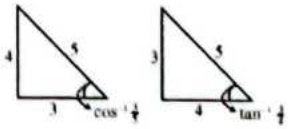
$=\tan^{-1}\frac{4}{3}+\tan^{-1}\frac{1}{2}$

$=\tan^{-1}\frac{\frac{4}{3}+\frac{1}{2}}{1-\frac{4}{3}\times\frac{1}{2}}=\tan^{-1}\frac{11}{2}$ (Ans.)

08. (ক) $\cot\cos^{-1}\sin\tan^{-1}\frac{3}{4}$ এর মান নির্ণয় কর। [CB'22]

(ক) Soln: $\cot\cos^{-1}\sin\tan^{-1}\frac{3}{4}$

$=\cot\cos^{-1}\sin\sin^{-1}\frac{3}{5}$



$=\cot\cos^{-1}\frac{3}{5}$

$=\cot\cot^{-1}\frac{3}{4}=\frac{3}{4}$ (Ans.)

09. (ক) $\cos^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right)$ এর মুখ্যমান নির্ণয় কর। [Din.B'22]

(ক) Soln: $\cos^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right)=\pi-\cos^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)=\pi-\frac{\pi}{3}=\frac{2\pi}{3}$ (Ans.)

Educationblog24.com

10. (ক) $\cos^{-1}\tan\cot^{-1}\sqrt{2}$ এর মুখ্যমান নির্ণয় কর। [BB'21]

(ক) Sol^n: $\cos^{-1}\tan\cot^{-1}\sqrt{2} = \cos^{-1}\left\{\frac{1}{\cot(\cot^{-1}\sqrt{2})}\right\}$

$= \cos^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = \frac{\pi}{4}$ (Ans.)

11. (ক) $\tan^{-1}\frac{1}{2} + \tan^{-1}\frac{1}{3}$ এর মান বের কর। [JB'21]

(ক) Sol^n: $\tan^{-1}\frac{1}{2} + \tan^{-1}\frac{1}{3} = \tan^{-1}\left(\frac{\frac{1}{2}+\frac{1}{3}}{1-\frac{1}{6}}\right)$

$= \tan^{-1}\left(\frac{5}{6}\times\frac{6}{5}\right) = \frac{\pi}{4}$ (Ans.)

12. (ক) $\cos\left(2\cot^{-1}\frac{3}{2}\right)$ এর মান নির্ণয় কর। [CB'21]

(ক) Sol^n: $\cos\left(2\cot^{-1}\frac{3}{2}\right) = \frac{1-\tan^2\left(\cot^{-1}\frac{3}{2}\right)}{1+\tan^2\left(\cot^{-1}\frac{3}{2}\right)}$

$= \frac{1-\tan^2\left(\tan^{-1}\frac{2}{3}\right)}{1+\tan^2\left(\tan^{-1}\frac{2}{3}\right)} = \frac{1-\frac{4}{9}}{1+\frac{4}{9}} = \frac{5}{13}$ (Ans.)

13. (ক) যদি $x = \frac{1}{2}\cos^{-1}\frac{3}{4}$ হয়, তবে tanx এর মান কত হবে? [Din.B'21]

(ক) Sol^n: $x = \frac{1}{2}\cos^{-1}\frac{3}{4} \Rightarrow 2x = \cos^{-1}\frac{3}{4} \Rightarrow \cos 2x = \frac{3}{4}$

$\Rightarrow \frac{1-\tan^2 x}{1+\tan^2 x} = \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{1+\tan^2 x}{1-\tan^2 x} = \frac{4}{3} \Rightarrow \frac{1}{\tan^2 x} = 7$

$\Rightarrow \tan x = \pm\frac{1}{\sqrt{7}}$ [tanx = $-\frac{1}{\sqrt{7}}$ গ্রহণযোগ্য নয় কারণ x সূক্ষ্মকোণ]

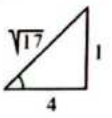
$\therefore \tan x = \frac{1}{\sqrt{7}}$ (Ans.)

14. দৃশ্যকল্প-১: $\sec A = \sqrt{5}$, $\operatorname{cosec} B = \frac{5}{3}$ এবং $\cot C = 3$. [RB'19]

(ক) $\operatorname{cosec}^{-1}\sqrt{17} + \sec^{-1}\frac{\sqrt{26}}{5}$ এর মান নির্ণয় কর।

(খ) দৃশ্যকল্প-১ থেকে, $A + C - \frac{1}{2}B$ এর মান নির্ণয় কর।

(ক) Sol^n $\therefore \operatorname{cosec}^{-1}\sqrt{17} = \tan^{-1}\frac{1}{4}$



$\therefore \sec^{-1}\frac{\sqrt{26}}{5} = \tan^{-1}\frac{1}{5}$

$\therefore \operatorname{cosec}^{-1}\sqrt{17} + \sec^{-1}\frac{\sqrt{26}}{5} = \tan^{-1}\frac{1}{4} + \tan^{-1}\frac{1}{5}$

$= \tan^{-1}\frac{\frac{1}{4}+\frac{1}{5}}{1-\frac{1}{4}\times\frac{1}{5}} = \tan^{-1}\frac{9}{19}$ (Ans.)

(খ) Sol^n: $A = \sec^{-1}\sqrt{5}$; $C = \cot^{-1}3$; $B = \operatorname{cosec}^{-1}\frac{5}{3}$

$\frac{1}{2}B = \frac{1}{2}\operatorname{cosec}^{-1}\frac{5}{3} = \frac{1}{2}\sin^{-1}\frac{3}{5}$

ধরি, $\sin\theta = \frac{3}{5} \therefore \theta = \sin^{-1}\frac{3}{5} \therefore \cos\theta = \frac{4}{5}$

$\tan\frac{\theta}{2} = \frac{\sin\frac{\theta}{2}}{\cos\frac{\theta}{2}} \Rightarrow \tan\frac{\theta}{2} = \frac{2\sin\frac{\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2}}{2\cos^2\frac{\theta}{2}} = \frac{\sin\theta}{1+\cos\theta} = \frac{\frac{3}{5}}{1+\frac{4}{5}}$

$\tan\frac{\theta}{2} = \frac{1}{3} \quad \therefore \frac{1}{2}\sin^{-1}\frac{3}{5} = \tan^{-1}\frac{1}{3}$

$\therefore \frac{1}{2}\operatorname{cosec}^{-1}\frac{5}{3} = \tan^{-1}\frac{1}{3}$; $\cot^{-1}3 = \tan^{-1}\frac{1}{3}$

$\sec^{-1}\sqrt{5} = \tan^{-1}2$

$A + C - \frac{1}{2}B = \tan^{-1}2 + \tan^{-1}\frac{1}{3} - \tan^{-1}\frac{1}{3}$

$= \tan^{-1}2$ (Ans.)

15. (ক) $\tan^{-1}4$ ও $\tan^{-1}\frac{5}{3}$ এর সমষ্টি নির্ণয় কর। [Din.B'19]

(ক) Sol^n: $\tan^{-1}4 + \tan^{-1}\frac{5}{3} = \pi + \tan^{-1}\left(\frac{4+\frac{5}{3}}{1-4\frac{5}{3}}\right)$

$= \pi + \tan^{-1}(-1) = \frac{3\pi}{4}$ $\left[\because \tan^{-1}x + \tan^{-1}y = \pi + \tan^{-1}\frac{x+y}{1-xy}\right]$

16. দৃশ্যকল্প-১: $\sin^{-1}\left(\frac{4}{5}\right) - \cos^{-1}\left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right) - \cot^{-1}\left(\frac{2}{11}\right)$

(খ) দৃশ্যকল্প-১ এর মান নির্ণয় কর। [DB, SB, JB, Din.B'18]

(খ) Sol^n: $\sin^{-1}\frac{4}{5} + \cos^{-1}\frac{2}{\sqrt{5}} - \cot^{-1}\frac{2}{11}$

$= \tan^{-1}\frac{4}{3} + \tan^{-1}\frac{1}{2} - \tan^{-1}\frac{11}{2} = \tan^{-1}\frac{\frac{4}{3}+\frac{1}{2}}{1-\frac{4}{3}\frac{1}{2}} - \tan^{-1}\frac{11}{2}$

$= \tan^{-1}\frac{11}{2} - \tan^{-1}\frac{11}{2} = 0$ (Ans.)

17. দৃশ্যকল্প-১: $\sec^{-1}\frac{5}{3} + \cot^{-1}\frac{12}{5} + \sin^{-1}\frac{16}{65}$. [DB'17]

(খ) দেখাও যে, দৃশ্যকল্প-১ এর মান $\frac{\pi}{2}$.

(খ) Sol^n: $\sec^{-1}\frac{5}{3} = \tan^{-1}\frac{4}{3}$; $\cot^{-1}\frac{12}{5} = \tan^{-1}\frac{5}{12}$

$\tan^{-1}\frac{4}{3} + \tan^{-1}\frac{5}{12} = \tan^{-1}\frac{\frac{4}{3}+\frac{5}{12}}{1-\frac{4}{3}\times\frac{5}{12}} = \tan^{-1}\frac{63}{16}$

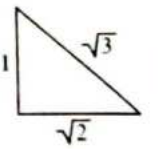
$= \cos^{-1}\frac{16}{65} \therefore \sec^{-1}\frac{5}{3} + \cot^{-1}\frac{12}{5} + \sin^{-1}\frac{16}{65}$

$= \cos^{-1}\frac{16}{65} + \sin^{-1}\frac{16}{65} = \frac{\pi}{2}$

$[\because \sin^{-1}x + \cos^{-1}x = \frac{\pi}{2}]$ (Showed)

18. (ক) মান নির্ণয় কর: $\tan^{-1}\sin\cos^{-1}\sqrt{\frac{2}{3}}$ [Din.B'17]

(ক) Sol^n: $\tan^{-1}\sin\cos^{-1}\sqrt{\frac{2}{3}} = \tan^{-1}\sin\sin^{-1}\frac{1}{\sqrt{3}}$



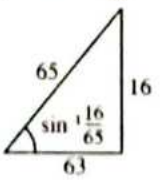
$= \tan^{-1}\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\pi}{6}$ (Ans.)

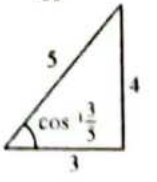
19. দৃশ্যকল্প-১: $\sec^{-1}\frac{5}{3} + \cot^{-1}\frac{12}{5} + \sin^{-1}\frac{16}{65}$ [ঢাকা রেসিডেনসিয়াল মডেল কলেজ]

(খ) দেখাও যে, দৃশ্যকল্প-১ এর মান $\frac{\pi}{2}$

(খ) Sol^n: প্রদত্ত রাশি: $\sec^{-1}\frac{5}{3} + \cot^{-1}\frac{12}{5} + \sin^{-1}\frac{16}{65}$

$= \cos^{-1}\frac{3}{5} + \tan^{-1}\frac{5}{12} + \sin^{-1}\frac{16}{65}$





এখন, $\cos^{-1}\frac{3}{5} = \tan^{-1}\frac{4}{3}$ এবং $\sin^{-1}\frac{16}{65} = \tan^{-1}\frac{16}{63}$

$\therefore \cos^{-1}\frac{3}{5} + \tan^{-1}\frac{5}{12} + \sin^{-1}\frac{16}{65}$

$= \tan^{-1}\frac{4}{3} + \tan^{-1}\frac{5}{12} + \tan^{-1}\frac{16}{63} = \tan^{-1}\frac{\frac{4}{3}+\frac{5}{12}}{1-\frac{4}{3}\times\frac{5}{12}} + \tan^{-1}\frac{16}{63}$

$= \tan^{-1}\frac{63}{16} + \cot^{-1}\frac{63}{16} = \frac{\pi}{2}$ (Showed)

Educationblog24.com

নিজে করো

20. $f(x) = \sin x$. [RB'21]
(ক) $\sin\tan^{-1}\cos\sec^{-1} y$ এর মান নির্ণয় কর।
[Ans: $\frac{1}{\sqrt{1+y^2}}$]

21. (ক) $\sec^2\left(\cot^{-1}\frac{1}{4}\right) + \tan^2\left(\cos^{-1}\frac{1}{3}\right)$ এর মান নির্ণয় কর।
[SB'21][Ans: 25]

22. (ক) $\sec^2(\cot^{-1} 1) + \sin^2\left(\cos^{-1}\frac{1}{2}\right)$ এর মান নির্ণয় কর।
[BB'21][Ans: $\frac{11}{4}$]

23. (ক) $\text{cosec}^{-1}\sqrt{5} + \sec^{-1}\frac{3}{\sqrt{10}}$ এর মান নির্ণয় কর। [CB'17]
[Ans: $\frac{\pi}{4}$]

Type-03: বিপরীত ত্রিকোণমিতিক সমীকরণের প্রমাণ ও সমাধান সংক্রান্ত সমস্যা

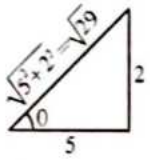
Concept

এক্ষেত্রে পূর্বের Type এর সূত্র ও রূপান্তর পদ্ধতি ব্যবহার করে প্রমাণ করতে হবে।

সৃজনশীল প্রশ্ন (ক, খ ও গ)

01 উদ্দীপক-১: $\cos x = \frac{p}{a}, \cos y = \frac{q}{b}$ [DB'23]
(ক) প্রমাণ কর যে, $\tan^{-1}\frac{2}{5} = \frac{\pi}{2} - \text{cosec}^{-1}\frac{\sqrt{29}}{5}$
(খ) উদ্দীপক-১ এর সাহায্যে $x + y = \alpha$ হলে, প্রমাণ কর যে,
$b^2p^2 - 2abpq\cos\alpha + a^2q^2 = a^2b^2\sin^2\alpha$

(ক) Sol^n: L.H.S. $= \tan^{-1}\frac{2}{5}$
$= \sec^{-1}\frac{\sqrt{29}}{5} = \frac{\pi}{2} - \text{cosec}^{-1}\frac{\sqrt{29}}{5}$
$\left[\because \sec^{-1}x + \text{cosec}^{-1}x = \frac{\pi}{2}\right]$
= R.H.S (Proved)



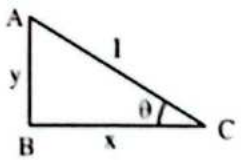
(খ) Sol^n: দেওয়া আছে, $\cos x = \frac{p}{a}, \cos y = \frac{q}{b}$
প্রশ্নমতে, $x + y = \alpha \Rightarrow \cos^{-1}\left(\frac{p}{a}\right) + \cos^{-1}\left(\frac{q}{b}\right) = \alpha$
$\Rightarrow \cos^{-1}\left[\frac{p}{a}\cdot\frac{q}{b} - \sqrt{\left\{1-\left(\frac{p}{a}\right)^2\right\}\left\{1-\left(\frac{q}{b}\right)^2\right\}}\right] = \alpha$
$\Rightarrow \cos^{-1}\left[\frac{pq}{ab} - \sqrt{1 - \frac{q^2}{b^2} - \frac{p^2}{a^2} + \frac{p^2q^2}{a^2b^2}}\right] = \alpha$
$\Rightarrow \frac{pq}{ab} - \sqrt{1 - \frac{q^2}{b^2} - \frac{p^2}{a^2} + \frac{p^2q^2}{a^2b^2}} = \cos\alpha$
$\Rightarrow \frac{pq}{ab} - \cos\alpha = \sqrt{1 - \frac{q^2}{b^2} - \frac{p^2}{a^2} + \frac{p^2q^2}{a^2b^2}}$
$\Rightarrow \frac{p^2q^2}{a^2b^2} + \cos^2\alpha - 2\frac{pq}{ab}\cos\alpha = 1 - \frac{q^2}{b^2} - \frac{p^2}{a^2} + \frac{p^2q^2}{a^2b^2}$
$\Rightarrow 1 - \sin^2\alpha - \frac{2pq}{ab}\cos\alpha = 1 - \frac{q^2}{b^2} - \frac{p^2}{a^2}$
$\Rightarrow -\sin^2\alpha - \frac{2pq}{ab}\cos\alpha = -\frac{a^2q^2 + b^2p^2}{a^2b^2}$
$\Rightarrow a^2b^2\sin^2\alpha + 2abpq\cos\alpha = a^2q^2 + b^2p^2$
$\Rightarrow b^2p^2 - 2abpq\cos\alpha + a^2q^2 = a^2b^2\sin^2\alpha$ (Proved)

02 $f(x) = \sin^{-1}p + \sin^{-1}q + \sin^{-1}r$ [RB'23]
(ক) প্রমাণ কর যে, $\tan^{-1}\frac{1}{3} = \frac{1}{2}\sin^{-1}\frac{3}{5}$
(খ) $f(x) = \pi$ হলে দেখাও যে,
$p\sqrt{1-p^2} + q\sqrt{1-q^2} + r\sqrt{1-r^2} = 2pqr$

(ক) Sol^n: L.H.S. $= \tan^{-1}\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{1}{2}\times 2\tan^{-1}\frac{1}{3}$
$= \frac{1}{2}\sin^{-1}\frac{2\times\frac{1}{3}}{1+\left(\frac{1}{3}\right)^2} = \frac{1}{2}\sin^{-1}\frac{\frac{2}{3}}{\frac{10}{9}}$
$= \frac{1}{2}\sin^{-1}\frac{3}{5}$ = R.H.S. (Proved)

(খ) Sol^n: দেওয়া আছে, $f(x) = \sin^{-1}p + \sin^{-1}q + \sin^{-1}r$
ধরি, $A = \sin^{-1}p \Rightarrow p = \sin A$
$B = \sin^{-1}q \Rightarrow q = \sin B$;
$C = \sin^{-1}r \Rightarrow r = \sin C$
আমরা জানি, $\sin 2A + \sin 2B + \sin 2C$
$= 4\sin A\sin B\sin C$ [যখন $A + B + C = \pi$]
$\Rightarrow 2\sin A\cos A + 2\sin B\cos B + 2\sin C\cos C$
$= 4\sin A\sin B\sin C$
$\Rightarrow 2(\sin A\cos A + \sin B\cos B + \sin C\cos C)$
$= 4\sin A\sin B\sin C$
$\Rightarrow \sin A\sqrt{1-\sin^2 A} + \sin B\sqrt{1-\sin^2 B}$
$+ \sin C\sqrt{1-\sin^2 C} = 2pqr$
$\Rightarrow p\sqrt{1-p^2} + q\sqrt{1-q^2} + r\sqrt{1-r^2} = 2pqr$
(Showed)

03 [Ctg.B'23]



(খ) উদ্দীপকে $\angle BAC = \alpha$ হলে, $\alpha + \theta = \frac{\pi}{2}$ থেকে দেখাও যে, $x^2 + y^2 = 1$

Educationblog24.com

(খ) Sol^n: চিত্রে $\angle BAC = \alpha$, $\angle ACB = \theta$

$\sin\alpha = \frac{x}{1}$ এবং $\sin\theta = \frac{y}{1} \Rightarrow \alpha = \sin^{-1}x \therefore \theta = \sin^{-1}y$

এখন $\alpha + \theta = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \sin^{-1}x + \sin^{-1}y = \frac{\pi}{2}$

$\Rightarrow \sin^{-1}x = \frac{\pi}{2} - \sin^{-1}y$

$\Rightarrow \sin^{-1}x = \frac{\pi}{2} - \cos^{-1}\sqrt{1-y^2}$

$\Rightarrow x = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \cos^{-1}\sqrt{1-y^2}\right)$

$\Rightarrow x = \cos\left(\cos^{-1}\sqrt{1-y^2}\right)$

$\Rightarrow x = \sqrt{1-y^2} \Rightarrow x^2 = 1 - y^2$ [বর্গ করে]

$\therefore x^2 + y^2 = 1$ **(Showed)**

04. $A = \sin^{-1}\frac{2}{3}, B = \cos^{-1}\frac{3}{4}, C = \tan^{-1}\frac{1}{\sqrt{5}}$ [SB'23]

(ক) প্রমাণ কর যে, $\cos^{-1}x = 2\cos^{-1}\sqrt{\frac{1+x}{2}}$

(খ) প্রমাণ কর যে, $A - \frac{1}{2}B + C = \tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{35}-1}{\sqrt{7}+\sqrt{5}}\right)$.

(ক) Sol^n: ধরি, $\cos^{-1}x = \theta \Rightarrow \cos\theta = x$

$\Rightarrow 2\cos^2\frac{\theta}{2} - 1 = x \Rightarrow 2\cos^2\frac{\theta}{2} = 1 + x$

$\Rightarrow \cos^2\frac{\theta}{2} = \frac{1+x}{2} \Rightarrow \cos\frac{\theta}{2} = \sqrt{\frac{1+x}{2}}$

$\Rightarrow \frac{\theta}{2} = \cos^{-1}\sqrt{\frac{1+x}{2}} \Rightarrow \theta = 2\cos^{-1}\sqrt{\frac{1+x}{2}}$

$\therefore \cos^{-1}x = 2\cos^{-1}\sqrt{\frac{1+x}{2}}$ **(Proved)**

(খ) Sol^n: দেওয়া আছে, $A = \sin^{-1}\frac{2}{3}, B = \cos^{-1}\frac{3}{4}$

এবং $C = \tan^{-1}\frac{1}{\sqrt{5}}$

L.H.S $= A - \frac{1}{2}B + C = \sin^{-1}\frac{2}{3} - \frac{1}{2}\cos^{-1}\frac{3}{4} + \tan^{-1}\frac{1}{\sqrt{5}}$

$= \tan^{-1}\frac{2}{\sqrt{5}} - \frac{1}{2}\cos^{-1}\frac{3}{4} + \tan^{-1}\frac{1}{\sqrt{5}}$

$= \tan^{-1}\frac{2}{\sqrt{5}} - \tan^{-1}\frac{1}{\sqrt{7}} + \tan^{-1}\frac{1}{\sqrt{5}}$

$= \tan^{-1}\frac{2}{\sqrt{5}} + \tan^{-1}\frac{1}{\sqrt{5}} - \tan^{-1}\frac{1}{\sqrt{7}}$

$= \tan^{-1}\frac{\frac{2}{\sqrt{5}} + \frac{1}{\sqrt{5}}}{1 - \frac{2}{5}} - \tan^{-1}\frac{1}{\sqrt{7}}$

$= \tan^{-1}\sqrt{5} - \tan^{-1}\frac{1}{\sqrt{7}}$

$= \tan^{-1}\frac{\sqrt{5} - \frac{1}{\sqrt{7}}}{1 + \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{7}}} = \tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{35}-1}{\sqrt{7}+\sqrt{5}}\right)$

= R.H.S **(Proved)**

এখানে,

$\frac{1}{2}\cos^{-1}\frac{3}{4} = \theta$

(ধরি)

$\Rightarrow \cos 2\theta = \frac{3}{4}$

$\Rightarrow \frac{1-\tan^2\theta}{1+\tan^2\theta} = \frac{3}{4}$

$\Rightarrow \frac{2}{-2\tan^2\theta} = \frac{7}{-1}$

$\Rightarrow \tan\theta = \sqrt{\frac{1}{7}}$

$\therefore \theta = \tan^{-1}\frac{1}{\sqrt{7}}$

05. $f(x) = \sin^{-1}x, g(x) = \cos x$ [BB'23; CB'21; JB'19]

(খ) দেখাও যে, $f\left\{\sqrt{2}g\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)\right\} + f\{\sqrt{g(2\theta)}\} = \frac{\pi}{2}$

(খ) Sol^n: দেওয়া আছে, $f(x) = \sin^{-1}x; g(x) = \cos x$

$\therefore f\left\{\sqrt{2}g\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)\right\} + f\{\sqrt{g(2\theta)}\}$

$= \sin^{-1}\left\{\sqrt{2}\cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)\right\} + \sin^{-1}\left(\sqrt{\cos 2\theta}\right)$

$= \sin^{-1}\left(\sqrt{2}\sin\theta\right) + \sin^{-1}\left(\sqrt{\cos 2\theta}\right)$ .... (i)

$= \sin^{-1}\left\{\sqrt{2}\sin\theta \times \sqrt{1-\cos 2\theta} + \sqrt{\cos 2\theta} \times \sqrt{1-\left(\sqrt{2}\sin\theta\right)^2}\right\}$

$= \sin^{-1}\left(\sqrt{2}\sin\theta\sqrt{2\sin^2\theta} + \sqrt{1-2\sin^2\theta} \times \sqrt{1-2\sin^2\theta}\right)$

$= \sin^{-1}\{2\sin^2\theta + 1 - 2\sin^2\theta\} = \sin^{-1}(1) = \frac{\pi}{2}$

06. $\sin A = \frac{2}{\sqrt{5}}, \cos B = \frac{4}{5}, \cot C = 3$ [JB'23]

(ক) প্রমাণ কর যে, $\sin.\tan^{-1}.\cot.\cos^{-1}y = y$.

(খ) প্রমাণ কর যে, $A - \frac{1}{2}B + C = \tan^{-1}2$

(ক) Sol^n: $\sqrt{1-y^2}$, 1, y ; y, 1, $\sqrt{1-y^2}$

L.H.S $= \sin\tan^{-1}\cot\cos^{-1}y = \sin\tan^{-1}\left(\frac{y}{\sqrt{1-y^2}}\right)$

$= \frac{y}{\sqrt{y^2+(1-y^2)}} = y$ = R.H.S **(Proved)**

(খ) Sol^n: 2, $\sqrt{5}$, 1

দেওয়া আছে, $\sin A = \frac{2}{\sqrt{5}} \Rightarrow A = \sin^{-1}\frac{2}{\sqrt{5}}$

$\cos B = \frac{4}{5} \Rightarrow B = \cos^{-1}\frac{4}{5}$

$\cot C = 3 \Rightarrow \tan C = \frac{1}{3} \Rightarrow C = \tan^{-1}\frac{1}{3}$

এখন, $\tan\frac{1}{2}B = \sqrt{\frac{1-\cos B}{1+\cos B}} = \sqrt{\frac{1-\frac{4}{5}}{1+\frac{4}{5}}} = \sqrt{\frac{1}{9}} = \frac{1}{3} \therefore \frac{1}{2}B = \tan^{-1}\frac{1}{3}$

L.H.S $= A - \frac{1}{2}B + C = \sin^{-1}\frac{2}{\sqrt{5}} - \tan^{-1}\frac{1}{3} + \tan^{-1}\frac{1}{3}$

$= \sin^{-1}\frac{2}{\sqrt{5}} = \tan^{-1}\frac{2}{\sqrt{5-2^2}} = \tan^{-1}2$ = R.H.S **(Proved)**

07. **(ক) প্রমাণ কর যে, $\sin^{-1}\frac{2x}{1+x^2} = \cos^{-1}\frac{1-x^2}{1+x^2}$** [CB'23]

(ক) Sol^n: L.H.S $= \sin^{-1}\frac{2x}{1+x^2}$

$2x$, $1+x^2$, θ, $\sqrt{(1+x^2)^2-4x^2}$ $=(1-x^2)$

ত্রিভুজের চিত্র ব্যবহার করে, $\sin^{-1}\frac{2x}{1+x^2} = \cos^{-1}\frac{1-x^2}{1+x^2}$

= R.H.S **(Proved)**

08. দৃশ্যকল্প-১: $P = \cos^{-1}\left(\frac{x}{3}\right), Q = \cos^{-1}\left(\frac{y}{2}\right)$ [Din.B'23]

(খ) দৃশ্যকল্প-১ এ $P + Q = \theta$ হলে, প্রমাণ কর যে, $4x^2 - 12xy\cos\theta + 9y^2 = 36\sin^2\theta$

Educationblog24.com

(খ) Sol^n: দেওয়া আছে, $P = \cos^{-1}\left(\frac{x}{3}\right), Q = \cos^{-1}\left(\frac{y}{2}\right)$

আর, $P + Q = \theta \Rightarrow \cos^{-1}\left(\frac{x}{3}\right) + \cos^{-1}\left(\frac{y}{2}\right) = 0$

$\Rightarrow \cos^{-1}\left\{\frac{xy}{6} - \sqrt{\left(1-\frac{x^2}{9}\right)}\cdot\sqrt{\left(1-\frac{y^2}{4}\right)}\right\} = \theta$

$\Rightarrow \frac{xy}{6} - \sqrt{1-\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{4}+\frac{x^2y^2}{36}} = \cos\theta$

$\Rightarrow \left(\frac{xy}{6} - \cos\theta\right)^2 = 1 - \frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} + \frac{x^2y^2}{36}$

$\Rightarrow \frac{x^2y^2}{36} - 2\cdot\frac{xy\cos\theta}{6} + \cos^2\theta = 1 - \frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{9} + \frac{x^2y^2}{36}$

$\Rightarrow \frac{x^2}{9} - \frac{xy\cos\theta}{3} + \frac{y^2}{4} = 1 - \cos^2\theta$

$\Rightarrow \frac{x^2}{9} - \frac{xy\cos\theta}{3} + \frac{y^2}{4} = \sin^2\theta$

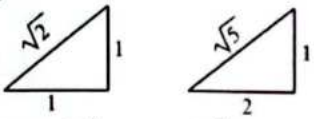
$\Rightarrow 4x^2 - 12xy\cos\theta + 9y^2 = 36\sin^2\theta$

$\therefore 4x^2 - 12xy\cos\theta + 9y^2 = 36\sin^2\theta$ (Showed)

09. দৃশ্যকল্প-১: $A = 3\sin^{-1}\frac{1}{\sqrt{2}} + \cos^{-1}\frac{2}{\sqrt{5}}$. [Ctg.B'22]

(খ) দৃশ্যকল্প-১ হতে দেখাও যে, $A = \tan^{-1}3$.

(খ) Sol^n:



$A = 3\sin^{-1}\frac{1}{\sqrt{2}} + \cos^{-1}\frac{2}{\sqrt{5}}$

$= \sin^{-1}\left\{\frac{3}{\sqrt{2}} - 4\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^3\right\} + \cos^{-1}\frac{2}{\sqrt{5}}$

$[\because 3\sin^{-1}x = \sin^{-1}(3x - 4x^3)]$

$= \sin^{-1}\left\{\frac{3}{\sqrt{2}} - \frac{4}{2\sqrt{2}}\right\} + \cos^{-1}\frac{2}{\sqrt{5}} = \sin^{-1}\frac{1}{\sqrt{2}} + \cos^{-1}\frac{2}{\sqrt{5}}$

$= \tan^{-1}1 + \tan^{-1}\frac{1}{2} = \tan^{-1}\frac{1+\frac{1}{2}}{1-\frac{1}{2}} = \tan^{-1}\frac{\frac{3}{2}}{\frac{1}{2}}$

$= \tan^{-1}3$ (Proved)

10. $A = \sec^{-1}\sqrt{5}$, $B = \frac{1}{2}\sin^{-1}\frac{p}{q}$, $C = \sin^{-1}r$ [RB'22]

(ক) দেখাও যে, $2\tan^{-1}x = \tan^{-1}\frac{2x}{1-x^2}$.

(খ) $p = 3, q = 5, r = \frac{1}{\sqrt{10}}$ হলে প্রমাণ কর যে,

$A - B + C = \cot^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$.

(ক) Sol^n: ধরি, $\tan^{-1}x = \theta \Rightarrow x = \tan\theta$

এখন, $\tan^{-1}\frac{2x}{1-x^2} = \tan^{-1}\frac{2\tan\theta}{1-\tan^2\theta} = \tan^{-1}\tan 2\theta$

$= 2\theta = 2\tan^{-1}x$

$\therefore 2\tan^{-1}x = \tan^{-1}\frac{2x}{1-x^2}$ (Showed)

(খ) Sol^n: $p = 3, q = 5, r = \frac{1}{\sqrt{10}}$

ধরি, $\frac{1}{2}\sin^{-1}\frac{3}{5} = \theta \Rightarrow \frac{3}{5} = \sin 2\theta$

এখন, $\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{2\sin\theta\cos\theta}{2\cos^2\theta}$

$= \frac{\sin 2\theta}{1+\cos 2\theta} = \frac{\sin 2\theta}{1+\sqrt{1-\sin^2 2\theta}} = \frac{\frac{3}{5}}{1+\sqrt{1-\frac{9}{25}}} = \frac{1}{3}$

$\therefore \theta = \tan^{-1}\frac{1}{3}$

L. H. S $= A - B + C$

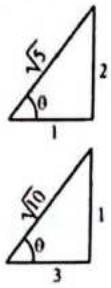
$= \sec^{-1}\sqrt{5} - \frac{1}{2}\sin^{-1}\frac{3}{5} + \sin^{-1}\frac{1}{\sqrt{10}}$

$= \tan^{-1}2 - \frac{1}{2}\sin^{-1}\frac{3}{5} + \tan^{-1}\frac{1}{3}$

$= \tan^{-1}2 - \tan^{-1}\frac{1}{3} + \tan^{-1}\frac{1}{3}$

$= \tan^{-1}2 = \cot^{-1}\frac{1}{2}$

$\therefore A - B + C = \cot^{-1}\frac{1}{2}$ (Proved)



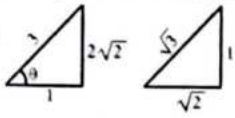
11. দেওয়া আছে $\varphi(x) = \cos^{-1}x$ [BB'22]

(ক) প্রমাণ কর যে, $\sin^2\left(\cos^{-1}\frac{1}{3}\right) - \cos^2\left(\sin^{-1}\frac{1}{\sqrt{3}}\right) = \frac{2}{9}$.

(খ) $\varphi(x) + \varphi(y) + \varphi((z) = \pi$ হলে দেখাও যে,

$x^2 + y^2 + z^2 + 2xyz = 1$.

(ক) Sol^n:



L. H. S $= \sin^2\left(\cos^{-1}\frac{1}{3}\right) - \cos^2\left(\sin^{-1}\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$

$= \sin^2\left(\sin^{-1}\frac{2\sqrt{2}}{3}\right) - \cos^2\left(\cos^{-1}\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)$

$= \left(\frac{2\sqrt{2}}{3}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)^2 = \frac{2}{9}$ = R. H. S (Proved)

(খ) Sol^n: $\cos^{-1}x + \cos^{-1}y + \cos^{-1}z = \pi$

$\Rightarrow \cos^{-1}\left(xy - \sqrt{(1-x^2)(1-y^2)}\right) = \pi - \cos^{-1}z$

$\Rightarrow xy - \sqrt{1-x^2-y^2+x^2y^2} = -\cos(\cos^{-1}z)$

$\Rightarrow xy + z = \sqrt{1-x^2-y^2+x^2y^2}$

$\Rightarrow x^2y^2 + z^2 + 2xyz = 1 - x^2 - y^2 + x^2y^2$

$\Rightarrow x^2 + y^2 + z^2 + 2xyz = 1$ (Showed)

12. $f(x) = \sin x$ এবং $g(y) = \cos y$. [JB'22]

(গ) প্রমাণ কর যে,

$$2\tan^{-1}\frac{f\left(\frac{\alpha}{2}\right)}{f\left(\frac{\pi}{2}-\frac{\alpha}{2}\right)}\tan\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\beta}{2}\right) = \tan^{-1}\frac{f(\alpha)g(\beta)}{g\left(\frac{\pi}{2}-\beta\right)+f\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)}$$

(গ) Sol^n: L. H. S $= 2\tan^{-1}\frac{f\left(\frac{\alpha}{2}\right)}{f\left(\frac{\pi}{2}-\frac{\alpha}{2}\right)}\tan\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\beta}{2}\right)$

$= 2\tan^{-1}\frac{\sin\frac{\alpha}{2}}{\sin\left(\frac{\pi}{2}-\frac{\alpha}{2}\right)}\tan\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\beta}{2}\right) = 2\tan^{-1}\frac{\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)}{\cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)}\tan\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\beta}{2}\right)$

$= 2\tan^{-1}\left\{\tan\left(\frac{\alpha}{2}\right)\tan\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\beta}{2}\right)\right\}$

$= 2\tan^{-1}\frac{\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)\sin\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\beta}{2}\right)}{\cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)\cos\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\beta}{2}\right)} = \tan^{-1}\frac{2\times\frac{\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)\sin\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\beta}{2}\right)}{\cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)\cos\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\beta}{2}\right)}}{1-\frac{\sin^2\left(\frac{\alpha}{2}\right)\sin^2\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\beta}{2}\right)}{\cos^2\left(\frac{\alpha}{2}\right)\cos^2\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\beta}{2}\right)}}$

$= \tan^{-1}\frac{2\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)\sin\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\beta}{2}\right)\times\cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)\cos\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\beta}{2}\right)}{\cos^2\left(\frac{\alpha}{2}\right)\cos^2\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\beta}{2}\right)-\sin^2\left(\frac{\alpha}{2}\right)\sin^2\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\beta}{2}\right)}$

$= \tan^{-1}\frac{\frac{1}{2}\times\left\{2\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)\cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)\right\}\times\left\{2\sin\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\beta}{2}\right)\cos\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\beta}{2}\right)\right\}}{\left\{\cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)\cos\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\beta}{2}\right)+\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)\sin\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\beta}{2}\right)\right\}\left\{\cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)\cos\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\beta}{2}\right)-\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)\sin\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\beta}{2}\right)\right\}}$

$= \tan^{-1}\frac{\frac{1}{2}\sin\alpha\sin\left(\frac{\pi}{2}-\beta\right)}{\cos\left(\frac{\alpha}{2}+\frac{\pi}{4}-\frac{\beta}{2}\right)\cos\left(\frac{\alpha}{2}-\frac{\pi}{4}+\frac{\beta}{2}\right)}$

$= \tan^{-1}\frac{\frac{1}{2}\sin\alpha\cos\beta}{\frac{1}{2}\times2\cos\left\{\frac{\alpha}{2}+\left(\frac{\beta}{2}-\frac{\pi}{4}\right)\right\}\cos\left\{\frac{\alpha}{2}-\left(\frac{\beta}{2}-\frac{\pi}{4}\right)\right\}}$

Educationblog24.com

$$= \tan^{-1}\frac{\sin\alpha\cos\beta}{\cos\left\{\frac{\alpha}{2}+\left(\frac{\beta}{2}-\frac{\pi}{4}\right)+\frac{\alpha}{2}-\left(\frac{\beta}{2}-\frac{\pi}{4}\right)\right\}+\cos\left\{\frac{\alpha}{2}+\left(\frac{\beta}{2}-\frac{\pi}{4}\right)-\frac{\alpha}{2}+\left(\frac{\beta}{2}-\frac{\pi}{4}\right)\right\}}$$

$$= \tan^{-1}\frac{\sin\alpha\cos\beta}{\cos\alpha+\cos\left(\beta-\frac{\pi}{2}\right)} = \tan^{-1}\frac{\sin\alpha\cos\beta}{\cos\alpha+\sin\beta}$$

$$= \tan^{-1}\frac{f(\alpha)g(\beta)}{f\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)+g\left(\frac{\pi}{2}-\beta\right)} = \text{R. H. S (Proved)}$$

13. উদ্দীপক-২: $\cot^{-1}\left(\frac{1}{x}\right)+\frac{1}{2}\sec^{-1}\left(\frac{1+y^2}{1-y^2}\right)+\frac{1}{2}\text{cosec}^{-1}\left(\frac{1+z^2}{2z}\right)=\pi$. |CB'22|

(গ) উদ্দীপক-২ হতে প্রমাণ কর যে, $x+y+z=xyz$.

(গ) Sol^n: প্রদত্ত রাশি, $\cot^{-1}\frac{1}{x}+\frac{1}{2}\sec^{-1}\frac{1+y^2}{1-y^2}+\frac{1}{2}\text{cosec}^{-1}\frac{1+z^2}{2z}=\pi$

$\Rightarrow \tan^{-1}x+\frac{1}{2}\cos^{-1}\frac{1-y^2}{1+y^2}+\frac{1}{2}\sin^{-1}\frac{2z}{1+z^2}=\pi$

$\Rightarrow \tan^{-1}x+\frac{1}{2}2\tan^{-1}y+\frac{1}{2}2\tan^{-1}z=\pi$

$\Rightarrow \tan^{-1}x+\tan^{-1}y+\tan^{-1}z=\pi$

$\Rightarrow \tan^{-1}\frac{x+y+z-xyz}{1-xy-yz-zx}=\pi \Rightarrow x+y+z-xyz=0$

$\therefore x+y+z=xyz$ (Proved)

14. দৃশ্যকল্প-২: $f(y)=\tan^{-1}y$. |Din.B'22|

(গ) দৃশ্যকল্প-২ হতে প্রমাণ কর যে, $\tan\{2f(x)\}=2\tan\{f(x)+f(x^3)\}$.

(গ) Sol^n: দেওয়া আছে, $f(y)=\tan^{-1}y$

L. H. S $=\tan\{2f(x)\}=\tan\{2\tan^{-1}x\}$

$=\tan\tan^{-1}\frac{2x}{1-x^2}=\frac{2x}{1-x^2}$

R. H. S $=2\tan\{f(x)+f(x^3)\}$

$=2\tan\{\tan^{-1}x+\tan^{-1}x^3\}=2\tan\left(\tan^{-1}\frac{x+x^3}{1-x^4}\right)$

$=2\times\frac{x(1+x^2)}{(1+x^2)(1-x^2)}=\frac{2x}{1-x^2}$ $\therefore$ L. H. S = R. H. S

$\therefore \tan\{2f(x)\}=2\tan\{f(x)+f(x^3)\}$ (Proved)

15. $f(x)=\cos x$ একটি ত্রিকোণমিতিক ফাংশন। |MB'22|

(ক) $\tan^{-1}x+\tan^{-1}y=\frac{\pi}{2}$ হলে দেখাও যে, $x=\frac{1}{y}$ [যেখানে, $x>0, y>0,\ 0<xy<1$]

(খ) যদি $f^{-1}(2x)+f^{-1}(2y)=\frac{3\pi}{2}$ হলে দেখাও যে, $x^2+y^2=\frac{1}{4}$.

(ক) Sol^n: দেওয়া আছে, $\tan^{-1}x+\tan^{-1}y=\frac{\pi}{2}$

$\Rightarrow \tan^{-1}\frac{x+y}{1-xy}=\frac{\pi}{2} \Rightarrow \cot^{-1}\frac{1-xy}{x+y}=\frac{\pi}{2} \Rightarrow \frac{1-xy}{x+y}=\cot\frac{\pi}{2}=0$

$\Rightarrow 1-xy=0 \Rightarrow xy=1 \therefore x=\frac{1}{y}$ (Showed)

(খ) Sol^n: দেওয়া আছে, $f^{-1}(2x)+f^{-1}(2y)=\frac{3\pi}{2}$

$\Rightarrow \cos^{-1}(2x)+\cos^{-1}(2y)=\frac{3\pi}{2}$

$\Rightarrow \cos^{-1}\left(4xy-\sqrt{(1-4x^2)(1-4y^2)}\right)=\frac{3\pi}{2}$

$\Rightarrow 4xy-\sqrt{1-4x^2-4y^2+16x^2y^2}=\cos\frac{3\pi}{2}=0$

$\Rightarrow 4xy=\sqrt{1-4x^2-4y^2+16x^2y^2}$

$\Rightarrow 16x^2y^2=1-4x^2-4y^2+16x^2y^2$

$\Rightarrow 4x^2+4y^2=1 \therefore x^2+y^2=\frac{1}{4}$ (Showed)

16. $h(x)=\tan^{-1}x; f(\theta)=\cos\theta$ |DB'21|

(ক) প্রমাণ কর: $\cot^{-1}(\tan2\varphi)+\cot^{-1}(-\tan3\varphi)=\varphi$

(গ) প্রমাণ কর যে, $2h\left(\frac{\sqrt{a-b}}{\sqrt{a+b}}\tan\frac{\theta}{2}\right)=\cos^{-1}\frac{b+af(\theta)}{a+bf(\theta)}$

(ক) Sol^n: L.H. S $=\cot^{-1}(\tan2\varphi)+\cot^{-1}(-\tan3\varphi)$

$=\tan^{-1}\left(\frac{1}{\tan2\varphi}\right)+\tan^{-1}\left(\frac{1}{-\tan3\varphi}\right)$

$=\tan^{-1}\frac{\frac{1}{\tan2\varphi}+\left(-\frac{1}{\tan3\varphi}\right)}{1-\frac{1}{\tan2\varphi}\left(\frac{-1}{\tan3\varphi}\right)}=\tan^{-1}\frac{\frac{\tan3\varphi-\tan2\varphi}{\tan2\varphi\tan3\varphi}}{\frac{\tan2\varphi\tan3\varphi+1}{\tan2\varphi\tan3\varphi}}$

$=\tan^{-1}\frac{\tan3\varphi-\tan2\varphi}{1+\tan2\varphi\tan3\varphi}=\tan^{-1}\{\tan(3\varphi-2\varphi)\}$

$=\tan^{-1}\tan\varphi=\varphi=$ R. H. S (Proved)

বিকল্প: $\cot^{-1}(\tan2\varphi)-\cot^{-1}(\tan3\varphi)$

$=\frac{\pi}{2}-\tan^{-1}(\tan2\varphi)-\left(\frac{\pi}{2}-\tan^{-1}(\tan3\varphi)\right)$

$=\frac{\pi}{2}-2\varphi-\left(\frac{\pi}{2}-3\varphi\right)=\frac{\pi}{2}-2\varphi-\frac{\pi}{2}+3\varphi=\varphi=$ R. H. S

(গ) Sol^n: L. H. S $=2h\left(\frac{\sqrt{a-b}}{\sqrt{a+b}}\tan\frac{\theta}{2}\right)=2\tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{a-b}}{\sqrt{a+b}}\tan\frac{\theta}{2}\right)$

$=\cos^{-1}\frac{1-\frac{a-b}{a+b}\tan^2\frac{\theta}{2}}{1+\frac{a-b}{a+b}\tan^2\frac{\theta}{2}}=\cos^{-1}\frac{(a+b)-(a-b)\tan^2\frac{\theta}{2}}{(a+b)+(a-b)\tan^2\frac{\theta}{2}}$

$=\cos^{-1}\frac{a\left(1-\tan^2\frac{\theta}{2}\right)+b\left(1+\tan^2\frac{\theta}{2}\right)}{a\left(1+\tan^2\frac{\theta}{2}\right)+b\left(1-\tan^2\frac{\theta}{2}\right)}=\cos^{-1}\frac{a\left(\frac{1-\tan^2\frac{\theta}{2}}{1+\tan^2\frac{\theta}{2}}\right)+b}{a+b\left(\frac{1-\tan^2\frac{\theta}{2}}{1+\tan^2\frac{\theta}{2}}\right)}$

$=\cos^{-1}\frac{a\cos\left(2\frac{\theta}{2}\right)+b}{a+b\cos\left(2\frac{\theta}{2}\right)}=\cos^{-1}\frac{a\cos\theta+b}{a+b\cos\theta}$

$=\cos^{-1}\frac{af(\theta)+b}{a+bf(\theta)}=$ R. H. S [Proved]

17. $f(a)=\tan^{-1}a, f(x)=\sin x$ |RB'21|

(খ) দেখাও যে, $2f\left(\sqrt{\frac{x-y}{x+y}}\tan\frac{\theta}{2}\right)=\sec^{-1}\frac{x+yg\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)}{y+xg\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)}$

(খ) Sol^n: L. H. S $=2\tan^{-1}\left(\sqrt{\frac{x-y}{x+y}}\tan\frac{\theta}{2}\right)$

$=\cos^{-1}\frac{1-\frac{x-y}{x+y}\tan^2\frac{\theta}{2}}{1+\frac{x-y}{x+y}\tan^2\frac{\theta}{2}}=\cos^{-1}\frac{x+y-(x-y)\tan^2\frac{\theta}{2}}{x+y+(x-y)\tan^2\frac{\theta}{2}}$

$=\cos^{-1}\frac{x\left(1-\tan^2\frac{\theta}{2}\right)+y\left(1+\tan^2\frac{\theta}{2}\right)}{x\left(1+\tan^2\frac{\theta}{2}\right)+y\left(1-\tan^2\frac{\theta}{2}\right)}=\cos^{-1}\frac{y+x\frac{1-\tan^2\frac{\theta}{2}}{1+\tan^2\frac{\theta}{2}}}{x+y\frac{1-\tan^2\frac{\theta}{2}}{1+\tan^2\frac{\theta}{2}}}$

$=\cos^{-1}\frac{y+x\cos\theta}{x+y\cos\theta}=\sec^{-1}\frac{x+y\sin\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)}{y+x\sin\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)}$

$=\sec^{-1}\frac{x+yg\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)}{y+xg\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)}=$ R. H. S (Showed)

18. $f(x)=\sin x$. |RB'21; Ctg.B'19, 21|

(খ) $f\left(\pi f\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)\right)=f\left(\frac{\pi}{2}+\pi f(\theta)\right)$ হলে, দেখাও যে, $\theta=\pm\frac{1}{2}\sin^{-1}\frac{3}{4}$.

Educationblog24.com

(খ) Sol^n: দেওয়া আছে, $\sin\left(\pi\sin\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)\right)=\sin\left(\frac{\pi}{2}+\pi\sin\theta\right)$

$\Rightarrow \sin(\pi\cos\theta)=\cos(\pi\sin\theta)$

$\Rightarrow \sin(\pi\cos\theta)=\sin\left(\frac{\pi}{2}\pm\pi\sin\theta\right)$

$\Rightarrow \pi\cos\theta=\frac{\pi}{2}\pm\pi\sin\theta \Rightarrow \cos\theta=\frac{1}{2}\pm\sin\theta$

$\Rightarrow \cos\theta\pm\sin\theta=\frac{1}{2} \Rightarrow 1\pm\sin 2\theta=\frac{1}{4}$

$\Rightarrow \pm\sin 2\theta=-\frac{3}{4} \Rightarrow \sin 2\theta=\pm\frac{3}{4}$

$\Rightarrow 2\theta=\sin^{-1}\left(\pm\frac{3}{4}\right) \Rightarrow 2\theta=\pm\sin^{-1}\frac{3}{4}$

$\Rightarrow \theta=\pm\frac{1}{2}\sin^{-1}\frac{3}{4}$ (Showed)

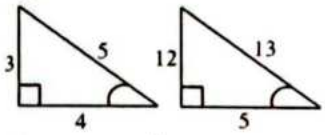
19. $A=\sin^{-1}\frac{3}{5}, B=\cos^{-1}\frac{5}{13}, C=\cot^{-1}2,$ $D=\tan^{-1}\frac{28}{29}$. [Ctg.B'21]

(গ) উদ্দীপকের আলোকে প্রমাণ কর যে, $2A+B=2(C+D)$.

(গ) Sol^n: L.H.S $=2A+B=2\sin^{-1}\frac{3}{5}+\cos^{-1}\frac{5}{13}$

$=2\tan^{-1}\frac{3}{4}+\tan^{-1}\frac{12}{5}=\tan^{-1}\frac{2\times\frac{3}{4}}{1-\left(\frac{3}{4}\right)^2}+\tan^{-1}\frac{12}{5}$

$=\tan^{-1}\frac{\frac{3}{2}}{1-\frac{9}{16}}+\tan^{-1}\frac{12}{5}=\tan^{-1}\frac{24}{7}+\tan^{-1}\frac{12}{5}$



$=\pi+\tan^{-1}\frac{\frac{24}{7}+\frac{12}{5}}{1-\left(\frac{24}{7}\times\frac{12}{5}\right)}$ | [$xy>1$ হলে, $\tan^{-1}x+\tan^{-1}y=\pi+\tan^{-1}\frac{x+y}{1-xy}$]

$=\pi+\tan^{-1}\frac{\frac{204}{35}}{1-\frac{288}{35}}=\pi+\tan^{-1}\frac{\frac{204}{35}}{-\frac{253}{35}}$

$=\pi-\tan^{-1}\frac{204}{253}$

R.H.S $=2(C+D)=2\left(\cot^{-1}2+\tan^{-1}\frac{28}{29}\right)$

$=2\left(\tan^{-1}\frac{1}{2}+\tan^{-1}\frac{28}{29}\right)=2\left(\tan^{-1}\frac{\frac{1}{2}+\frac{28}{29}}{1-\frac{14}{29}}\right)$

$=2\tan^{-1}\frac{\frac{85}{58}}{\frac{15}{29}}=2\tan^{-1}\frac{17}{6}=\pi+\tan^{-1}\frac{2\times\frac{17}{6}}{1-\left(\frac{17}{6}\right)^2}$

$=\pi+\tan^{-1}\frac{\frac{17}{3}}{1-\frac{289}{36}}=\pi+\tan^{-1}\frac{\frac{17}{3}}{-\frac{253}{36}}$

$=\pi+\tan^{-1}\left(\frac{204}{-253}\right)=\pi-\tan^{-1}\frac{204}{253}$

$\therefore$ L.H.S = R.H.S (Proved)

20. দৃশ্যকল্প-১: $P=\sec^{-1}\sqrt{5}-\frac{1}{2}\sin^{-1}\frac{3}{5}+\cot^{-1}3.$ [SB'21]

(খ) দৃশ্যকল্প-১ হতে প্রমাণ কর যে, $P=\tan^{-1}2$.

(খ) Sol^n: ধরি, $\frac{1}{2}\sin^{-1}\frac{3}{5}=\theta \Rightarrow \sin 2\theta=\frac{3}{5}$

আমরা জানি, $\tan\theta=\frac{\sin 2\theta}{1+\cos 2\theta}=\frac{\frac{3}{5}}{1+\sqrt{1-\frac{9}{25}}}=\frac{\frac{3}{5}}{1+\frac{4}{5}}=\frac{1}{3}$

$\therefore \theta=\tan^{-1}\left(\frac{1}{3}\right)$

$P=\sec^{-1}\sqrt{5}-\frac{1}{2}\sin^{-1}\frac{3}{5}+\cot^{-1}3$

$=\tan^{-1}2-\tan^{-1}\frac{1}{3}+\tan^{-1}\frac{1}{3}$

$=\tan^{-1}2-\tan^{-1}\frac{1}{3}+\tan^{-1}\frac{1}{3}=\tan^{-1}2$

$\therefore P=\tan^{-1}2$ (Proved)

21. উদ্দীপক-১: $A=\cot^{-1}7, B=\cot^{-1}3,$ $g(A)=\cos 2A, h(B)=\sin 4B$. [BB'21]

(খ) উদ্দীপক-১ এ প্রমাণ কর যে, $A=g^{-1}\{h(B)\}$.

(খ) Sol^n: এখানে, $g(A)=\cos 2A=\cos 2(\cot^{-1}7)$

$=\frac{1-\tan^2(\cot^{-1}7)}{1+\tan^2(\cot^{-1}7)}=\frac{1-\tan^2\left(\tan^{-1}\frac{1}{7}\right)}{1+\tan^2\left(\tan^{-1}\frac{1}{7}\right)}=\frac{1-\frac{1}{49}}{1+\frac{1}{49}}=\frac{24}{25}$

$h(B)=\sin 4B=\sin 4(\cot^{-1}3)$

$=2\sin(2\cot^{-1}3)\cos(2\cot^{-1}3)$

$=2\left\{\frac{2\tan(\cot^{-1}3)}{1+\tan^2(\cot^{-1}3)}\right\}\left\{\frac{1-\tan^2(\cot^{-1}3)}{1+\tan^2(\cot^{-1}3)}\right\}$

$=2\times\left\{\frac{2\tan\left(\tan^{-1}\frac{1}{3}\right)}{1+\tan^2\left(\tan^{-1}\frac{1}{3}\right)}\right\}\left\{\frac{1-\tan^2\left(\tan^{-1}\frac{1}{3}\right)}{1+\tan^2\left(\tan^{-1}\frac{1}{3}\right)}\right\}$

$=2\times\left\{\frac{\frac{2}{3}}{1+\frac{1}{9}}\right\}\left\{\frac{1-\frac{1}{9}}{1+\frac{1}{9}}\right\}=2\times\frac{6}{10}\times\frac{4}{5}=\frac{24}{25}$

$\therefore g(A)=h(B)\,; g^{-1}\{g(A)\}=g^{-1}\{h(B)\}$

$\Rightarrow A=g^{-1}\{h(B)\}$ (Proved)

22. দৃশ্যকল্প-২: $A=\text{cosec}^{-1}\sqrt{5}-\frac{1}{2}\sin^{-1}\frac{3}{5}+\tan^{-1}\frac{1}{4}.$ [JB'21]

(ক) দেখাও যে, $\sec^2\left(\tan^{-1}\sqrt{15}\right)+\text{cosec}^2\left(\cot^{-1}\sqrt{13}\right)=30$.

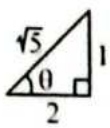
(গ) দৃশ্যকল্প-২ থেকে দেখাও যে, $A=\tan^{-1}\frac{11}{27}$.

(ক) Sol^n: L.H.S $=\sec^2\left(\tan^{-1}\sqrt{15}\right)+\text{cosec}^2\left(\cot^{-1}\sqrt{13}\right)$

$=1+\tan^2\left(\tan^{-1}\sqrt{15}\right)+1+\cot^2\left(\cot^{-1}\sqrt{13}\right)$

$=1+\left(\sqrt{15}\right)^2+1+\left(\sqrt{13}\right)^2=30=$ R.H.S (Showed)

(গ) Sol^n: ধরি, $\frac{1}{2}\sin^{-1}\frac{3}{5}=\theta \therefore \sin 2\theta=\frac{3}{5}$



$\Rightarrow \tan\theta=\frac{\sin\theta}{\cos\theta}=\frac{2\sin^2\theta}{2\sin\theta\cos\theta}$

$=\frac{1-\cos 2\theta}{\sin 2\theta}=\frac{1-\sqrt{1-\sin^2 2\theta}}{\sin 2\theta}=\frac{1-\sqrt{1-\left(\frac{3}{5}\right)^2}}{\left(\frac{3}{5}\right)}$

$=\frac{1}{3} \therefore \theta=\tan^{-1}\left(\frac{1}{3}\right)$

L.H.S $=A=\text{cosec}^{-1}\sqrt{5}-\frac{1}{2}\sin^{-1}\frac{3}{5}+\tan^{-1}\frac{1}{4}$

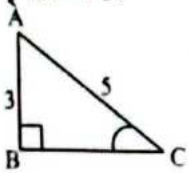
$=\tan^{-1}\frac{1}{2}-\tan^{-1}\frac{1}{3}+\tan^{-1}\frac{1}{4}$

$=\tan^{-1}\left\{\frac{\frac{1}{2}+\left(-\frac{1}{3}\right)+\frac{1}{4}-\frac{1}{2\times\frac{1}{4}\times\left(-\frac{1}{3}\right)}}{1+\frac{1}{6}+\frac{1}{12}-0}\right\}=\tan^{-1}\frac{11}{27}=$ R.H.S (Showed)

০৭

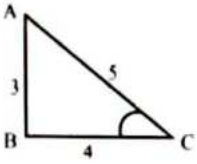
Educationblog24.com

23. দৃশ্যকল্প-১:



[CB'21]

(খ) দৃশ্যকল্প-১ এ $\angle ACB = 2x$ হলে $\cot^{-1} 3 - x$ এর মান নির্ণয় কর।



(খ) Sol^n: এখানে, $\sin\angle ACB = \frac{AB}{AC} = \frac{3}{5}$

$\Rightarrow \sin 2x = \frac{3}{5} \Rightarrow \frac{2\tan x}{1+\tan^2 x} = \frac{3}{5}$

$\Rightarrow 3\tan^2 x - 10\tan x + 3 = 0$

$\Rightarrow 3\tan^2 x - 9\tan x - \tan x + 3 = 0$

$\Rightarrow (3\tan x - 1)(\tan x - 3) = 0$

$\therefore \tan x = \frac{1}{3}$ অথবা $\tan x = 3$

কিন্তু $2x$ সূক্ষ্মকোণ ও $\tan 2x = \frac{3}{4} < 3 \Rightarrow \tan 2x < \tan x$

$\therefore \tan x \neq 3 \therefore \tan x = \frac{1}{3}$ বা, $x = \tan^{-1}\frac{1}{3}$

$\therefore \cot^{-1} 3 - x = \cot^{-1} 3 - \tan^{-1}\frac{1}{3}$

$= \cot^{-1} 3 - \cot^{-1} 3 = 0$ (Ans.)

24. $N = \tan^{-1}(\operatorname{cosec}\tan^{-1} x - \tan\cot^{-1} x)$ [Din.B'21]

(খ) দেখাও যে, $N = \frac{1}{2}\tan^{-1} x$.

(খ) Sol^n: $N = \tan^{-1}(\operatorname{cosec}\tan^{-1} x - \tan\cot^{-1} x)$

$= \tan^{-1}\left\{\operatorname{cosec}\operatorname{cosec}^{-1}\frac{\sqrt{1+x^2}}{x} - \tan\tan^{-1}\frac{1}{x}\right\}$

$= \tan^{-1}\left\{\frac{\sqrt{1+x^2}}{x} - \frac{1}{x}\right\} = \frac{1}{2}\cdot 2\tan^{-1}\left\{\frac{\sqrt{1+x^2}}{x} - \frac{1}{x}\right\}$

$= \frac{1}{2}\tan^{-1}\frac{2(\sqrt{1+x^2}-1)}{x\left\{1-\frac{(\sqrt{1+x^2}-1)^2}{x^2}\right\}} = \frac{1}{2}\tan^{-1}\frac{2x(\sqrt{1+x^2}-1)}{x^2-(1+x^2-2\sqrt{1+x^2}+1)}$

$= \frac{1}{2}\tan^{-1}\frac{2x(\sqrt{1+x^2}-1)}{2\sqrt{1+x^2}-2} = \frac{1}{2}\tan^{-1} x$

$\therefore N = \frac{1}{2}\tan^{-1}(x)$ (Showed)

25. (ক) $\cot^{-1} x + \cot^{-1} y = \frac{\pi}{2}$ হলে, দেখাও যে, $xy = 1$. [Din.B'21]

(ক) Sol^n: $\cot^{-1} x + \cot^{-1} y = \frac{\pi}{2}$

$\Rightarrow \cot^{-1} x = \frac{\pi}{2} - \cot^{-1} y \Rightarrow \cot^{-1} x = \tan^{-1} y$

$\Rightarrow \tan^{-1}\frac{1}{x} = \tan^{-1} y \Rightarrow \frac{1}{x} = y \Rightarrow xy = 1$ (Showed)

26. $A = \sec^{-1}\frac{2}{x}, B = \sec^{-1}\frac{3}{y}$. [MB'21]

(গ) দেখাও যে, $A + B = \frac{\pi}{2}$ সমীকরণটি একটি উপবৃত্ত নির্দেশ করে।

(গ) Sol^n: $\sec^{-1}\frac{2}{x} + \sec^{-1}\frac{3}{y} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \cos^{-1}\frac{x}{2} + \cos^{-1}\frac{y}{3} = \frac{\pi}{2}$

$\Rightarrow \cos^{-1}\frac{x}{2} = \frac{\pi}{2} - \cos^{-1}\frac{y}{3}$

$\Rightarrow \cos^{-1}\frac{x}{2} = \sin^{-1}\frac{y}{3}$ $[\because \sin^{-1} x + \cos^{-1} x = \frac{\pi}{2}]$

$\Rightarrow \frac{x}{2} = \sqrt{1-\frac{y^2}{9}} \Rightarrow \frac{x^2}{4} = 1 - \frac{y^2}{9} \Rightarrow \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$

যা একটি উপবৃত্ত নির্দেশ করে। (Showed)

27. $f(x) = \frac{2x}{1+x^2}, g(y) = \frac{1-y^2}{1+y^2}$. [DB'19]

(খ) $\operatorname{cosec}^{-1}\frac{1}{f(a)} - \sec^{-1}\frac{1}{g(b)} = 2\tan^{-1} x$ হলে, দেখাও যে, $x = \frac{a-b}{1+ab}$.

(খ) Sol^n: $\operatorname{cosec}^{-1}\frac{1}{\frac{2a}{1+a^2}} - \sec^{-1}\frac{1}{\frac{1-b^2}{1+b^2}} = 2\tan^{-1} x$

$\Rightarrow \sin^{-1}\frac{2a}{1+a^2} - \cos^{-1}\frac{1-b^2}{1+b^2} = 2\tan^{-1} x$

$\Rightarrow 2\tan^{-1}(a) - 2\tan^{-1}(b) = 2\tan^{-1} x$

$\Rightarrow \tan^{-1} a - \tan^{-1} b = \tan^{-1} x$

$\Rightarrow x = \tan(\tan^{-1} a - \tan^{-1} b) \therefore x = \frac{a-b}{1+ab}$ [Showed]

28. দৃশ্যকল্প-১: $f(a) = \sec^{-1}\frac{1}{a} + \sec^{-1}\frac{1}{b}$. [Cgt.B'19]

(গ) দৃশ্যকল্প-১ হতে $f(a) = \alpha$ হতে প্রমাণ কর যে, $\sin\alpha = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab\cos\alpha}$

(গ) Sol^n: প্রশ্নানুসারে, $f(a) = \alpha$; $\sec^{-1}\frac{1}{a} + \sec^{-1}\frac{1}{b} = \alpha$

$\Rightarrow \cos^{-1} a + \cos^{-1} b = \alpha$

$\Rightarrow ab - \sqrt{1-a^2}.\sqrt{1-b^2} = \cos\alpha \ldots\ldots\ldots$ (i)

$\Rightarrow ab - \cos\alpha = \sqrt{(1-a^2)(1-b^2)}$

$\Rightarrow (ab - \cos\alpha)^2 = (1-a^2)(1-b^2)$

$\Rightarrow -2ab\cos\alpha + \cos^2\alpha = 1 - a^2 - b^2$

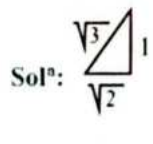
$\Rightarrow a^2 + b^2 - 2ab\cos\alpha = 1 - \cos^2\alpha$

$\therefore \sin\alpha = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab\cos\alpha}$ (Proved)

29. দৃশ্যকল্প-২: $A = 2\sin^{-1}\frac{1}{3} + \cos^{-1}\sqrt{\frac{2}{3}}$. [BB'19]

(গ) দৃশ্যকল্প-২ হতে প্রমাণ কর যে, $A = \tan^{-1}\frac{5}{\sqrt{2}}$.

(গ) Sol^n:



দেওয়া আছে, $A = 2\sin^{-1}\frac{1}{3} + \cos^{-1}\sqrt{\frac{2}{3}}$

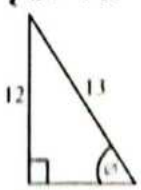
$= 2\tan^{-1}\frac{1}{\sqrt{8}} + \tan^{-1}\frac{1}{\sqrt{2}}$

$= \tan^{-1}\frac{\frac{2}{2\sqrt{2}}}{1-\frac{1}{8}} + \tan^{-1}\frac{1}{\sqrt{2}} = \tan^{-1}\frac{8}{7\sqrt{2}} + \tan^{-1}\frac{1}{\sqrt{2}}$

$= \tan^{-1}\frac{\frac{8}{7\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{2}}}{1-\frac{8}{7\sqrt{2}}} = \tan^{-1}\frac{8\sqrt{2}+7\sqrt{2}}{6} = \tan^{-1}\frac{5}{\sqrt{2}}$

$\therefore A = \tan^{-1}\frac{5}{\sqrt{2}}$ [Proved]

30. দৃশ্যকল্প-১:



[Din.B'19]

(খ) দৃশ্যকল্প-১ এর আলোকে প্রমাণ কর যে, $\frac{1}{2}\theta + \sin^{-1}\frac{3}{5} = \cot^{-1} 2 + \cot^{-1}\frac{29}{28}$.

Educationblog24.com

(খ) Sol^n: $\frac{1}{2}\emptyset = \frac{1}{2}\sin^{-1}\frac{12}{13}$

ধরি, $\theta = \frac{1}{2}\sin^{-1}\frac{12}{13} \Rightarrow \frac{12}{13} = \sin 2\theta$

আবার, $\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{2\sin\theta\cos\theta}{2\cos^2\theta} = \frac{\sin2\theta}{1+\cos2\theta}$

$= \frac{\sin2\theta}{1+\sqrt{1-\sin^2 2\theta}} = \frac{\frac{12}{13}}{1+\sqrt{1-\left(\frac{12}{13}\right)^2}} = \frac{2}{3} \therefore \theta = \tan^{-1}\frac{2}{3}$

L.H.S $= \frac{1}{2}\emptyset + \sin^{-1}\frac{3}{5} = \tan^{-1}\frac{2}{3} + \tan^{-1}\frac{3}{4}$

$= \tan^{-1}\frac{\frac{2}{3}+\frac{3}{4}}{1-\frac{2}{3}\frac{3}{4}} = \tan^{-1}\frac{17}{6}$

R.H.S $= \cot^{-1}2 + \cot^{-1}\frac{29}{28} = \tan^{-1}\frac{1}{2} + \tan^{-1}\frac{28}{29}$

$= \tan^{-1}\frac{\frac{1}{2}+\frac{28}{29}}{1-\frac{28}{29}\frac{1}{2}} = \tan^{-1}\frac{17}{6}$

$\therefore \frac{1}{2}\emptyset + \sin^{-1}\frac{3}{5} = \cot^{-1}2 + \cot^{-1}\frac{29}{28}$ **(Proved)**

31. **(ক) প্রমাণ কর যে, $2\sin^{-1}x = \sin^{-1}\left(2x\sqrt{1-x^2}\right)$.** [DB, SB, JB, Din.B'18]

(ক) Sol^n: ধরি, $x = \sin\theta$; R.H.S $= \sin^{-1}(2x\sqrt{1-x^2})$

$= \sin^{-1}\left(2\sin\theta\sqrt{1-\sin^2\theta}\right) = \sin^{-1}(2\sin\theta\cos\theta)$

$\sin^{-1}(\sin2\theta) = 2\theta = 2\sin^{-1}x$ = L.H.S **(Proved)**

32. **(ক) দেখাও যে, $2\tan^{-1}x = \sin^{-1}\frac{2x}{1+x^2}$.** [DB'17]

(ক) Sol^n: ধরি, $\tan^{-1}x = A \therefore \tan A = x$

আমরা জানি, $\sin 2A = \frac{2\tan A}{1+\tan^2 A} \Rightarrow 2A = \sin^{-1}\left(\frac{2\tan A}{1+\tan^2 A}\right)$

$\therefore 2\tan^{-1}x = \sin^{-1}\left(\frac{2x}{1+x^2}\right)$ **(Showed)**

33. $f(x) = \tan x$. [RB'17]

(খ) উদ্দীপকে উল্লিখিত $f(x)$ এর জন্য $f^{-1}(x) + f^{-1}(y) = \pi$ হলে প্রমাণ কর যে প্রাপ্ত সঞ্চারপথটি একটি সরলরেখা নির্দেশ করে যার ঢাল -1 হবে।

(খ) Sol^n: দেওয়া আছে, $f(x) = \tan x$

$\therefore f^{-1}(x) = \tan^{-1}x$ এবং $f^{-1}(y) = \tan^{-1}y$

প্রশ্নমতে, $\tan^{-1}x + \tan^{-1}y = \pi \Rightarrow \tan^{-1}\frac{x+y}{1-xy} = \pi$

$\Rightarrow \frac{x+y}{1-xy} = 0 \Rightarrow x + y = 0 \therefore y = -x$

অতএব, প্রাপ্ত সঞ্চারপথটি একটি সরলরেখা নির্দেশ করে এবং সরলরেখাটির ঢাল -1। **(Proved)**

34. $f(x) = \cot^{-1}y - \tan^{-1}x$ ..... (i) [Ctg.B'17]

(খ) $f(x) = \frac{\pi}{6}$ হলে প্রমাণ কর যে, $x + y + \sqrt{3}xy = \sqrt{3}$.

(খ) Sol^n: $f(x) = \frac{\pi}{6} \therefore \cot^{-1}y - \tan^{-1}x = \frac{\pi}{6}$

$\Rightarrow \tan^{-1}\frac{1}{y} - \tan^{-1}x = \frac{\pi}{6}$

$\Rightarrow \tan^{-1}\frac{\frac{1}{y}-x}{1+\frac{1}{y}x} = \frac{\pi}{6} \Rightarrow \frac{\frac{1-xy}{y}}{\frac{y+x}{y}} = \tan\frac{\pi}{6} \Rightarrow \frac{1-xy}{x+y} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

$\Rightarrow x + y = \sqrt{3} - \sqrt{3}xy \therefore x + y + \sqrt{3}xy = \sqrt{3}$ **(Proved)**

35. দৃশ্যকল্প -১: $\cot\theta - \tan\theta = \frac{6}{5}$ [JB'17]

(ক) প্রমাণ কর যে, $\tan^{-1}(\cot3x) + \tan^{-1}(-\cot5x) = 2x$.

(খ) দৃশ্যকল্প-১ হতে প্রমাণ কর যে, $\theta = \frac{1}{2}\sin^{-1}\frac{5}{\sqrt{34}}$

(ক) Sol^n: L.H.S $= \tan^{-1}(\cot3x) + \tan^{-1}(-\cot5x)$

$\Rightarrow \tan^{-1}\tan\left(\frac{\pi}{2} - 3x\right) - \tan^{-1}\tan\left(\frac{\pi}{2} - 5x\right)$

$= \frac{\pi}{2} - 3x - \frac{\pi}{2} + 5x = 2x$ = R.H.S

$\therefore$ L.H.S = R.H.S **(Proved)**

(খ) Sol^n: দৃশ্যকল্প-১ হতে পাই, $\cot\theta - \tan\theta = \frac{6}{5}$

$\Rightarrow \frac{\cos\theta}{\sin\theta} - \frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{6}{5} \Rightarrow \frac{\cos^2\theta - \sin^2\theta}{\sin\theta\cos\theta} = \frac{6}{5}$

$\Rightarrow \frac{\cos2\theta}{\sin\theta\cos\theta} = \frac{6}{5} \Rightarrow 5\cos2\theta = 6\sin\theta\cos\theta$

$\Rightarrow 5\cos2\theta = 6\sin\theta\cos\theta \Rightarrow 5\cos2\theta = 3\sin2\theta$

$\Rightarrow \frac{\sin2\theta}{\cos2\theta} = \frac{5}{3} \Rightarrow \tan2\theta = \frac{5}{3} \Rightarrow \sin2\theta = \frac{5}{\sqrt{5^2+3^2}}$

$\Rightarrow 2\theta = \sin^{-1}\frac{5}{\sqrt{34}} \therefore \theta = \frac{1}{2}\sin^{-1}\frac{5}{\sqrt{34}}$ **(Proved)**

36. $\cos A = x$ এবং $\cos B = y$ [হলি ক্রস কলেজ, ঢাকা]

(ক) $2(\sin^{-1}2x + \sin^{-1}2y) = \pi$ হলে, দেখাও যে, $4x^2 + 4y^2 = 1$

(খ) $A + B = \theta$ হলে, দেখাও যে, $x^2 + y^2 - 2xy\cos\theta = \sin^2\theta$

(গ) $\sin\cos^{-1}\tan\sec^{-1}\frac{\cos A}{\cos B} = \frac{1}{2}$ হলে, দেখাও যে, $4x^2 - 7y^2 = 0$

(ক) Sol^n: দেওয়া আছে, $2(\sin^{-1}2x + \sin^{-1}2y) = \pi$

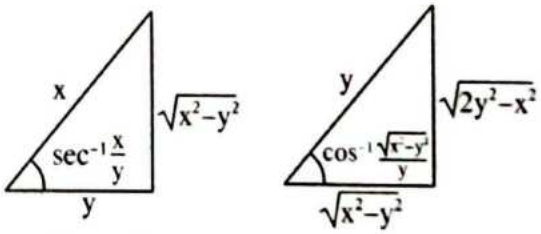
$\Rightarrow \sin^{-1}2x = \frac{\pi}{2} - \sin^{-1}2y$

$\Rightarrow 2x = \sin^{-1}\left(\frac{\pi}{2} - \sin^{-1}2y\right) = \cos^{-1}(\sin^{-1}2y)$

$\Rightarrow 2x = \sqrt{1-(2y)^2} \therefore 4x^2 + 4y^2 = 1$ **(Showed)**

(খ) Sol^n: দেওয়া আছে, $\cos A = x \therefore A = \cos^{-1}x$

এবং $\cos B = y \therefore B = \cos^{-1}y$



প্রশ্নমতে, $A + B = \theta$

$\Rightarrow \cos^{-1}x + \cos^{-1}y = \theta$

$\Rightarrow \cos^{-1}\left(xy - \sqrt{1-x^2}\sqrt{1-y^2}\right) = \theta$

$\Rightarrow xy - \sqrt{1-x^2}\sqrt{1-y^2} = \cos\theta$

$\Rightarrow xy - \cos\theta = \sqrt{1-x^2}\sqrt{1-y^2}$

$\Rightarrow x^2y^2 - 2xy\cos\theta + \cos^2\theta = (1-x^2)(1-y^2)$

$\Rightarrow x^2y^2 - 2xy\cos\theta = 1 - x^2 - y^2 + x^2y^2 - \cos^2\theta$

$\therefore x^2 + y^2 - 2xy\cos\theta = \sin^2\theta$ **(Showed)**

Educationblog24.com

(গ) Sol^n: দেওয়া আছে, $\sin\cos^{-1}\tan\sec^{-1}\frac{\cos A}{\cos B}=\frac{1}{2}$

$\Rightarrow \sin\cos^{-1}\tan\sec^{-1}\frac{x}{y}=\frac{1}{2}$

[$\because \cos A = x$ এবং $\cos B = y$]

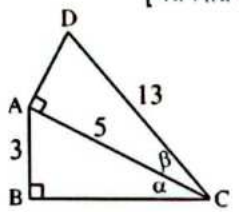
$\Rightarrow \sin\cos^{-1}\tan\tan^{-1}\frac{\sqrt{x^2-y^2}}{y}=\frac{1}{2}$

$\Rightarrow \sin\cos^{-1}\frac{\sqrt{x^2-y^2}}{y}=\frac{1}{2} \Rightarrow \sin\sin^{-1}\frac{\sqrt{2y^2-x^2}}{y}=\frac{1}{2}$

$\Rightarrow \frac{\sqrt{2y^2-x^2}}{y}=\frac{1}{2} \Rightarrow \frac{2y^2-x^2}{y^2}=\frac{1}{4} \Rightarrow 8y^2-4x^2=y^2$

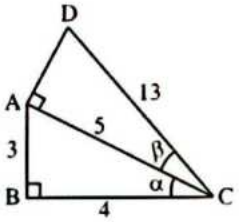
$\therefore 4x^2-7y^2=0$ **(দেখানো হলো)**

37. [সরকারি বিজ্ঞান কলেজ, ঢাকা]



(গ) প্রমাণ কর যে, $\alpha-\frac{1}{2}\beta+\cos^{-1}2=\frac{1}{2}\tan^{-1}\frac{56}{33}$

(গ) Sol^n:



L. H. S $=\alpha-\frac{1}{2}\beta+\cot^{-1}2$

$=\tan^{-1}\frac{3}{4}-\frac{1}{2}\tan^{-1}\frac{12}{5}+\tan^{-1}\frac{1}{2}$

ধরি, $\tan^{-1}x=\frac{1}{2}\tan^{-1}\frac{12}{5} \Rightarrow 2\tan^{-1}x=\tan^{-1}\frac{12}{5}$

$\Rightarrow \frac{2x}{1-x^2}=\frac{12}{5} \Rightarrow 10x=12-12x^2$

$\Rightarrow 12x^2+10x-12=0$

$\Rightarrow 6x^2+5x-6=0 \Rightarrow 6x^2+9x-4x-6=0$

$\Rightarrow 3x(2x+3)-2(2x+3)=0$

$\Rightarrow (2x+3)(3x-2)=0 \therefore x=\frac{2}{3}$ [$x \neq 0$]

$\therefore \tan^{-1}\frac{3}{4}-\frac{1}{2}\tan^{-1}\frac{12}{5}+\tan^{-1}\frac{1}{2}$

$=\tan^{-1}\frac{3}{4}-\tan^{-1}\frac{2}{3}+\tan^{-1}\frac{1}{2}$

$=\tan^{-1}\frac{\frac{3}{4}+\frac{1}{2}}{1-\frac{3}{4}\cdot\frac{1}{2}}-\tan^{-1}\frac{2}{3}=\tan^{-1}2-\tan^{-1}\frac{2}{3}$

$=\tan^{-1}\frac{2-\frac{2}{3}}{1+\frac{2}{3}\cdot 2}=\tan^{-1}\frac{4}{7}=\frac{1}{2}\times 2\tan^{-1}\frac{4}{7}$

$=\frac{1}{2}\tan^{-1}\frac{2\times\frac{4}{7}}{1-\left(\frac{4}{7}\right)^2}=\frac{1}{2}\tan^{-1}\frac{56}{33}=$ R. H. S **(Proved)**

38. $g(x)=\sin^{-1}\sqrt{2(1-x^2)}+\sin^{-1}\sqrt{2x^2-1}$

[হালিশহর ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল এন্ড কলেজ, চট্টগ্রাম]

(খ) দেখাও যে, $g(\cos\theta)=\frac{\pi}{2}$

(খ) Sol^n: দেওয়া আছে,

$g(x)=\sin^{-1}\sqrt{2(1-x^2)}+\sin^{-1}\sqrt{2x^2-1}$

$\therefore g(\cos\theta)=\sin^{-1}\sqrt{2(1-\cos^2\theta)}$

$+\sin^{-1}\sqrt{2\cos^2\theta-1}$

$=\sin^{-1}\sqrt{2\sin^2\theta}+\cos^{-1}\sqrt{1-\left(\sqrt{2\cos^2\theta-1}\right)^2}$

$=\sin^{-1}\sqrt{2\sin^2\theta}+\cos^{-1}\sqrt{1-2\cos^2\theta+1}$

$=\sin^{-1}\sqrt{2\sin^2\theta}+\cos^{-1}\sqrt{2(1-\cos^2\theta)}$

$=\sin^{-1}\sqrt{2\sin^2\theta}+\cos^{-1}\sqrt{2\sin^2\theta}=\frac{\pi}{2}$

[$\because \sin^{-1}x+\cos^{-1}x=\frac{\pi}{2}$]

$\therefore g(\cos\theta)=\frac{\pi}{2}$ **(Showed)**

39. **উদ্দীপক-১: $\cos^{-1}x+\cos^{-1}y+\cos^{-1}\frac{1}{2}=\pi$**

উদ্দীপক-২: $g(x)=\sin^{-1}x$

[আলেকান্দা সরকারি কলেজ, বরিশাল]

(ক) $\sin^{-1}x=\cos^{-1}x$ হলে, দেখাও যে, $x=\pm\frac{1}{\sqrt{2}}$

(খ) প্রমাণ কর যে, $4g\left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right)+4g\left(\frac{1}{\sqrt{10}}\right)=\pi$

(গ) উদ্দীপক-১ হতে দেখাও যে, $x^2+y^2+xy=\frac{3}{4}$

(ক) Sol^n: দেওয়া আছে,

$\sin^{-1}x=\cos^{-1}x=\sin^{-1}\sqrt{1-x^2}$

$\Rightarrow x=\sqrt{1-x^2} \Rightarrow x^2=1-x^2 \Rightarrow x^2=\frac{1}{2}$

$\therefore x=\pm\frac{1}{\sqrt{2}}$ **(Showed)**

(খ) Sol^n: দেওয়া আছে, $g(x)=\sin^{-1}x$

L. H. S $=4g\left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right)+4g\left(\frac{1}{\sqrt{10}}\right)$

$=4\sin^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right)+4\sin^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{10}}\right)$

$=4\sin^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{5}}\sqrt{1-\frac{1}{10}}+\frac{1}{\sqrt{10}}\sqrt{1-\frac{1}{5}}\right)$

$=4\sin^{-1}\left(\frac{3}{\sqrt{5}\sqrt{10}}+\frac{2}{\sqrt{5}\sqrt{10}}\right)$

$=4\sin^{-1}\frac{5}{\sqrt{5}\sqrt{10}}=4\sin^{-1}\frac{1}{\sqrt{2}}$

$=4\cdot\frac{\pi}{4}=\pi$ **(Proved)**

(গ) Sol^n: দেওয়া আছে, $\cos^{-1}x+\cos^{-1}y+\cos^{-1}\frac{1}{2}=\pi$

$\Rightarrow \cos^{-1}x+\cos^{-1}y=\pi-\frac{\pi}{3}$

$\Rightarrow \cos^{-1}\left(xy-\sqrt{1-x^2}\sqrt{1-y^2}\right)=\frac{2\pi}{3}$

$\Rightarrow xy-\sqrt{1-x^2-y^2+x^2y^2}=\cos\frac{2\pi}{3}$

$\Rightarrow xy+\frac{1}{2}=\sqrt{1-x^2-y^2+x^2y^2}$

$\Rightarrow x^2y^2+xy+\frac{1}{4}=1-x^2-y^2+x^2y^2$

$\Rightarrow x^2+y^2+xy=1-\frac{1}{4}$

$\therefore x^2+y^2+xy=\frac{3}{4}$ **(Showed)**

Educationblog24.com

নিজে করো

40. $x = a\cos P, y = b\cos Q$ [JB'23]
(ক) যদি $\sin^{-1} m + \sin^{-1} n = \frac{\pi}{2}$ হয়, তবে দেখাও যে, $m^2 + n^2 = 1$
(খ) যদি $P + Q = \Psi$ হয় তবে, প্রমাণ কর যে, $\frac{x^2}{a^2} - \frac{2xy}{ab}\cos\Psi + \frac{y^2}{b^2} = \sin^2\Psi$

41. $f(\theta) = \sin\theta$ [SB'22]
(খ) প্রমাণ কর যে, $\sin^{-1}(\sqrt{2}f(\theta)) + \sin^{-1}\left(\sqrt{f\left(\frac{\pi}{2} - 2\theta\right)}\right) = \frac{\pi}{2}$.

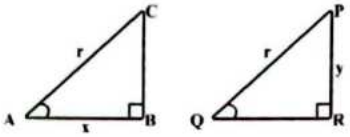
42. (ক) প্রমাণ কর যে, [Ctg.B'21]
$\text{cosec}^2\left(\tan^{-1}\frac{1}{2}\right) - 3\sec^2\left(\cot^{-1}\sqrt{3}\right) = 1.$

43. দৃশ্যকল্প-২: $\cos^{-1}\frac{m}{a} + \cos^{-1}\frac{n}{b} = x.$ [SB'21]
(গ) দৃশ্যকল্প-২ এর সাহায্যে দেখাও যে, $\frac{m^2}{a^2} - \frac{2mn}{ab}\cos x + \frac{n^2}{b^2} = \sin^2 x$

44. উদ্দীপক-১: $\sec\alpha = \frac{p}{x}, \sec\beta = \frac{q}{y}$. [BB'21]
(খ) উদ্দীপক-১ এ $\alpha + \beta = \gamma$ হলে প্রমাণ কর যে, $\frac{x^2}{p^2} + \frac{y^2}{q^2} - \frac{2xy}{pq}\cos\gamma = \sin^2\gamma$.

45. দৃশ্যকল্প-২: $f(x) = \cos^{-1} x$. [Din.B'21]
(গ) দৃশ্যকল্প-২ এ $f(x) + f(y) + f(z) = \pi$ হলে দেখাও যে, $x^2 + y^2 + z^2 + 2xyz = 1$.

46. (ক) $\sin^{-1} m + \sin^{-1} n = \frac{\pi}{2}$ হলে, প্রমাণ কর যে, $m^2 + n^2 = 1$. [DB'19]

47. 

[SB'17]
(ক) দেখাও যে, $\cos(2\tan^{-1}\frac{y}{x}) = \frac{x^2-y^2}{x^2+y^2}$
(খ) উদ্দীপকে $A + P = \varphi$ হলে প্রমাণ কর যে, $x^2 - 2xy\cos\varphi + y^2 = r^2\sin^2\varphi$

48. $\sin\theta = \frac{4}{5}$
(খ) উদ্দীপকের আলোকে প্রমাণ কর যে, $\sec^{-1}\sqrt{5} + \frac{1}{2}\theta - \sin^{-1}\frac{1}{\sqrt{5}} = \tan^{-1} 2.$ [CB'17]

Type-04: ত্রিকোণমিতিক সমীকরণের সমাধান সংক্রান্ত সাধারণ সমস্যা

Concept

Note: সমীকরণ সমাধানের ক্ষেত্রে সীমা অবশ্যই খেয়াল রাখতে হবে। সীমা উল্লেখ না থাকলে সাধারণ আকারে সমাধান বের করবে।

(i) $\sin\theta = 0$ হলে, সাধারণ সমাধান হবে, $\theta = n\pi; n \in \mathbb{Z}$	(viii) $\sin\theta = -1$ হলে, $\theta = (4n-1)\frac{\pi}{2}; n \in \mathbb{Z}$
(ii) $\cos\theta = 0$ হলে, সাধারণ সমাধান হবে, $\theta = (2n+1)\frac{\pi}{2}; n \in \mathbb{Z}$	(ix) $\cos\theta = -1$ হলে, $\theta = (2n+1)\pi; n \in \mathbb{Z}$
(iii) $\tan\theta = 0$ হলে, সাধারণ সমাধান হবে, $\theta = n\pi; n \in \mathbb{Z}$	(x) $\tan\theta = -1$ হলে, $\theta = (4n-1)\frac{\pi}{4} = n\pi - \frac{\pi}{4}, n \in \mathbb{Z}$
(iv) $\cot\theta = 0$ হলে, সাধারণ সমাধান হবে, $\theta = (2n+1)\frac{\pi}{2}, n \in \mathbb{Z}$	(xi) $\sin\theta = \sin\alpha$ বা, $\text{cosec}\,\theta = \text{cosec}\,\alpha$ হলে, $\theta = n\pi + (-1)^n\alpha; n \in \mathbb{Z}$
(v) $\sin\theta = 1$ হলে, $\theta = (4n+1)\frac{\pi}{2}; n \in \mathbb{Z}$	(xii) $\cos\theta = \cos\alpha$ বা, $\sec\theta = \sec\alpha$ হলে, $\theta = 2n\pi \pm \alpha; n \in \mathbb{Z}$
(vi) $\cos\theta = 1$ হলে, $\theta = 2n\pi; n \in \mathbb{Z}$	(xiii) $\tan\theta = \tan\alpha$ বা, $\cot\theta = \cot\alpha$ হলে, $\theta = n\pi + \alpha; n \in \mathbb{Z}$
(vii) $\tan\theta = 1$ হলে, $\theta = (4n+1)\frac{\pi}{4} = n\pi + \frac{\pi}{4}, n \in \mathbb{Z}$	

উপরোক্ত সূত্রগুলো ত্রিকোণমিতিক সমীকরণ সমাধানের জন্য অপরিহার্য। সৃজনশীল প্রশ্নে নানান গাণিতিক অপারেশনের পর উক্ত সূত্রগুলো প্রয়োগ করে সমাধান করা হয় যা পরবর্তী টাইপগুলোতে বর্ণনা করা হয়েছে। তবে বোর্ড পরীক্ষায় আসা বেশ কিছু MCQ-এ এসব সূত্র প্রয়োগ করে সমাধান করা যায়।

উদাহরণ: $n \in \mathbb{Z}$ হলে $\sin 2\theta = 1$ সমীকরণের সাধারণ সমাধান কোনটি? [RB'23]

সমাধান: $\sin 2\theta = 1 \Rightarrow 2\theta = (4n+1)\frac{\pi}{2} \therefore \theta = (4n+1)\frac{\pi}{4}$

সৃজনশীল প্রশ্ন (ক, খ ও গ)

[এই টাইপ থেকে বিগত বোর্ড পরীক্ষায় কোনো সৃজনশীল প্রশ্ন আসেনি।]

Educationblog24.com

Type-05: বর্গসূত্রের প্রয়োগ সংক্রান্ত সমস্যা

Concept

অপ্রাসঙ্গিক/ অবান্তর মূল: ত্রিকোণমিতিক সমীকরণ সমাধান করার সময় সমীকরণের উভয়পক্ষে বর্গ করলে (বা ঘাত বৃদ্ধি করলে) প্রাপ্ত সমাধানের মূলগুলোর প্রত্যেকটি প্রদত্ত সমীকরণটি সিদ্ধ করে না। যে মূলগুলো সিদ্ধ করে না তাদেরকে অপ্রাসঙ্গিক/ অবান্তর মূল বলে। এক্ষেত্রে শুদ্ধি পরীক্ষা করে অবান্তর মূলগুলোকে বাদ দিতে হবে।

সৃজনশীল প্রশ্ন (ক, খ ও গ)

[এই টাইপ থেকে বিগত বোর্ড পরীক্ষায় কোনো সৃজনশীল প্রশ্ন আসেনি।]

01. (ক) $\sin\theta + \cos\theta = \sqrt{(2\sin 2\theta)}$ সমীকরণটি সমাধান কর। [সরকারি বিজ্ঞান কলেজ, ঢাকা]

(ক) Sol^n: প্রদত্ত সমীকরণ: $\sin\theta + \cos\theta = \sqrt{2\sin 2\theta}$

$\Rightarrow (\sqrt{\sin\theta})^2 - 2\sqrt{\sin\theta}\sqrt{\cos\theta} + (\sqrt{\cos\theta})^2 = 0$

$\Rightarrow (\sqrt{\sin\theta} - \sqrt{\cos\theta})^2 = 0 \Rightarrow \sqrt{\sin\theta} = \sqrt{\cos\theta}$

$\Rightarrow \sqrt{\tan\theta} = 1 \Rightarrow \tan\theta = 1$ [বর্গ করে]

$\Rightarrow \theta = n\pi + \frac{\pi}{4},\ n \in \mathbb{Z}$

কিন্তু n বিজোড় হলে θ তৃতীয় চতুর্ভাগে অবস্থান করে যেখানে $\sin\theta$ ও $\cos\theta$ ঋণাত্মক। ফলে $\sqrt{\sin\theta}$ ও $\sqrt{\cos\theta}$ অবাস্তব হবে। একই সাথে ২য় ও ৪র্থ চতুর্ভাগে অবস্থানের জন্যও $\sqrt{\sin\theta}$ ও $\sqrt{\cos\theta}$ এর যেকোনো একটি অবাস্তব হবে।

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান: $2n\pi + \frac{\pi}{4},\ n \in \mathbb{Z}$ (Ans.)

02. $\alpha = \sin\theta$ এবং $\beta = \cos\theta$ [হালিশহর ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল এন্ড কলেজ, চট্টগ্রাম]

(গ) সমাধান কর: $\alpha + \beta = \sqrt{4\alpha\beta}$, যখন $0 \le \theta \le \pi$

(গ) Sol^n: দেওয়া আছে, $\alpha + \beta = \sqrt{4\alpha\beta}$

$\Rightarrow \alpha^2 + \beta^2 + 2\alpha\beta = 4\alpha\beta \Rightarrow (\alpha - \beta)^2 = 0$

$\Rightarrow \alpha = \beta \Rightarrow \sin\theta = \cos\theta \Rightarrow \tan\theta = 1$

$\therefore \theta = n\pi + \frac{\pi}{4}; n \in \mathbb{Z}$

এখন, $0 \le \theta \le \pi$

$\Rightarrow 0 \le n\pi + \frac{\pi}{4} \le \pi$

$0 \le n + \frac{1}{4} \le 1 \Rightarrow -\frac{1}{4} \le n \le \frac{3}{4}$

$\therefore$ সীমার মধ্যে n এর মান: 0

$\therefore \theta = 0 \cdot \pi + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4}$ (Ans.)

Type-06: $\sin\theta, \cos\theta, \tan\theta, \sec\theta$ এর দ্বিঘাতরাশি সম্বলিত পদ থাকলে

Concept

এক্ষেত্রে পূর্ণবর্গ রাশি বানাতে হবে অথবা দ্বিঘাত সমীকরণের ন্যায় সমাধান করতে হবে। দ্বিঘাত ত্রিকোণমিতিক সমীকরণে আমাদেরকে প্রথমেই ভিন্ন ভিন্ন ত্রিকোণমিতিক অনুপাতকে একই ত্রিকোণমিতিক অনুপাতে রূপান্তরিত করতে হবে। তারপর, দ্বিঘাত সমীকরণ যেভাবে সমাধান করা হয় সেভাবে সমাধান করতে হবে।

সৃজনশীল প্রশ্ন (ক, খ ও গ)

01. $A = \cos x - \cos 2x$ এবং $R = 1 - \cos x$ [RB'23]

(গ) সমাধান কর: $\frac{A}{R} = 1$ যখন $0 < x < \pi$

(গ) Sol^n: দেওয়া আছে, $A = \cos x - \cos 2x$

$R = 1 - \cos x$ এবং $\frac{A}{R} = 1$

[$R \neq 0 \therefore 1 - \cos x \neq 0 \because R = 0$ হলে, সমীকরণের বামপক্ষ অসংজ্ঞায়িত হয়ে যাবে।]

$\Rightarrow \frac{\cos x - \cos 2x}{1 - \cos x} = 1 \Rightarrow \cos x - \cos 2x = 1 - \cos x$

$\Rightarrow 2\cos x - (2\cos^2 x - 1) - 1 = 0$

$\Rightarrow 2\cos x - 2\cos^2 x + 1 - 1 = 0$

$\Rightarrow \cos x - \cos^2 x = 0 \Rightarrow \cos x(1 - \cos x) = 0$

কিন্তু $1 - \cos x \neq 0 \therefore \cos x = 0$

$x = (2n + 1)\frac{\pi}{2}$ [$n \in \mathbb{Z}$]

$n = 0$ হলে, $x = \frac{\pi}{2}$; $n = 1$ হলে, $x = \frac{3\pi}{2}$ [অগ্রহণযোগ্য]

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান $x = \frac{\pi}{2}$ (Ans.)

02. দৃশ্যকল্প-২: $f(x) = \cot\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$ [MB'23]

(গ) দৃশ্যকল্প-২ এর সাহায্যে $\{f(x)\}^2 + 4\{f(x)\} - 5 = 0$ সমীকরণটি সমাধান কর।

(গ) Sol^n: দেওয়া আছে, $f(x) = \cot\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$

প্রশ্নমতে, $\{f(x)\}^2 + 4f(x) - 5 = 0$

$\Rightarrow \cot^2\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + 4\cot\left(\frac{\pi}{2} - x\right) - 5 = 0$

$\Rightarrow \tan^2 x + 4\tan x - 5 = 0$

$\Rightarrow \tan^2 x + 5\tan x - \tan x - 5 = 0$

$\Rightarrow (\tan x + 5)(\tan x - 1) = 0$

হয়, $\tan x = -5$

$\Rightarrow \tan x = \tan\alpha$ [$\alpha = \tan^{-1}(-5)$]

অথবা, $\tan x = 1 = \tan\frac{\pi}{4}$

$\Rightarrow x = n\pi + \frac{\pi}{4}$, [$n \in \mathbb{Z}$]

$\therefore x = n\pi + \alpha$, [$n \in \mathbb{Z}$] (Ans.)

Educationblog24.com

03. দৃশ্যকল্প-২: $f(x) = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$. [Ctg.B'22]

(গ) দৃশ্যকল্প-২ হতে $2\{f(x)\}^2 - 11f(x) + 5 = 0$, সমীকরণটির সমাধান কর। যেখানে $0 \le x \le 2\pi$.

(গ) Sol^n: $f(x) = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x$

এখন, $2\sin^2 x - 11\sin x + 5 = 0$

$\Rightarrow 2\sin^2 x - 10\sin x - \sin x + 5 = 0$

$\Rightarrow 2\sin x(\sin x - 5) - 1(\sin x - 5) = 0$

$\Rightarrow 2\sin x = 1 \; [\sin x - 5 \neq 0]$

$\Rightarrow \sin x = \frac{1}{2} = \sin\frac{\pi}{6} \therefore x = n\pi + (-1)^n\frac{\pi}{6}; [n \in \mathbb{Z}]$

এখন,

n এর মান	$x = n\pi + (-1)^n\frac{\pi}{6}$	গ্রহণযোগ্য মান
0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{6}$
1	$\frac{5\pi}{6}$	$\frac{5\pi}{6}$
2	$\frac{13\pi}{6}$	
3	$\frac{17\pi}{6}$	

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান: $\frac{\pi}{6}$ এবং $\frac{5\pi}{6}$ (Ans.)

04. দৃশ্যকল্প-১: $2\sin^2\theta - 2 = \cos 2\theta$ [Din.B'22]

(খ) দৃশ্যকল্প-১ এর সমীকরণ নির্ণয় কর যেখানে $-2\pi \le \theta \le 2\pi$.

(খ) Sol^n: দেওয়া আছে, $2\sin^2\theta - 2 = \cos 2\theta$

$\Rightarrow 2\sin^2\theta - 1 - 1 = \cos 2\theta$

$\Rightarrow -\cos 2\theta - 1 = \cos 2\theta \Rightarrow 2\cos 2\theta = -1$

$\Rightarrow \cos 2\theta = -\frac{1}{2} = \cos\frac{2\pi}{3} \Rightarrow 2\theta = 2n\pi \pm \frac{2\pi}{3}$

$\Rightarrow \theta = n\pi \pm \frac{\pi}{3}; [n \in \mathbb{Z}]$

$n = -2$ হলে, $\theta = -\frac{7\pi}{3}, -\frac{5\pi}{3}$; $n = -1$ হলে,

$\theta = -\frac{4\pi}{3}, -\frac{2\pi}{3}$; $n = 0$ হলে, $\theta = -\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3}$

$n = 1$ হলে, $\theta = \frac{2\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}$; $n = 2$ হলে, $\theta = \frac{5\pi}{3}, \frac{7\pi}{3}$

$\therefore \theta = -\frac{5\pi}{3}, -\frac{4\pi}{3}, -\frac{2\pi}{3}, -\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}$ (Ans.)

05. (ক) $\cos 2\theta + \sin\theta = 1$ এর সাধারণ সমাধান বের কর। [DB'21]

(ক) Sol^n: $\cos 2\theta + \sin\theta = 1 \Rightarrow 1 - 2\sin^2\theta + \sin\theta = 1$

$\Rightarrow 2\sin^2\theta - \sin\theta = 0 \Rightarrow \sin\theta(2\sin\theta - 1) = 0$

হয়, $\sin\theta = 0 \therefore \theta = n\pi$;

অথবা, $\sin\theta = \sin\frac{\pi}{6} \Rightarrow \theta = n\pi + (-1)^n\frac{\pi}{6}$

$\therefore \theta = n\pi$ অথবা $n\pi + (-1)^n\frac{\pi}{6}$ [যেখানে, $n \in \mathbb{Z}$]

06. (ক) সমাধান কর: $\tan^2\theta - 3\,\text{cosec}^2\theta + 1 = 0$.

(ক) Sol^n: $\tan^2\theta - 3\,\text{cosec}^2\theta + 1 = 0$ [Ctg.B'21]

$\Rightarrow (1 + \tan^2\theta) - 3\,\text{cosec}^2\theta = 0$

$\Rightarrow \sec^2\theta = 3\,\text{cosec}^2\theta \Rightarrow \frac{1}{\cos^2\theta} = \frac{3}{\sin^2\theta}$

$\Rightarrow \tan^2\theta = 3 \Rightarrow \tan\theta = \pm\sqrt{3} \Rightarrow \tan\theta = \pm\tan\frac{\pi}{3}$

$\Rightarrow \tan\theta = \tan\left(\pm\frac{\pi}{3}\right) \therefore \theta = n\pi \pm \frac{\pi}{3}, [n \in \mathbb{Z}]$ (Ans.)

07. দৃশ্যকল্প-২: $f(x) = \sin x$. [JB'21]

(গ) দৃশ্যকল্প-২ হতে $2\{f(x)\}^2 + 5f(x) - 3 = 0$ সমীকরণটির সমাধান কর।

(গ) Sol^n: $2\sin^2 x + 5\sin x - 3 = 0$

$\Rightarrow 2\sin^2 x + 6\sin x - \sin x - 3 = 0$

$\Rightarrow 2\sin x(\sin x + 3) - (\sin x + 3) = 0$

$\Rightarrow (\sin x + 3)(2\sin x - 1) = 0$

যেহেতু, $\sin x \neq -3$

$\therefore \sin x = \frac{1}{2}; \sin x = \sin\frac{\pi}{6}$

$\therefore x = n\pi + (-1)^n\frac{\pi}{6}; [n \in \mathbb{Z}]$ (Ans.)

08. দৃশ্যকল্প-১: $f(x) = \sqrt{2}x^2 - 3x + \sqrt{2}$. [BB'19]

(খ) দৃশ্যকল্প-১ হতে সমাধান কর: $f(\sin\theta) = 0$.

(খ) Sol^n: দেওয়া আছে, $f(x) = \sqrt{2}x^2 - 3x + \sqrt{2}$

$\therefore f(\sin\theta) = \sqrt{2}\sin^2\theta - 3\sin\theta + \sqrt{2}$

এখন প্রশ্নানুসারে, $\sqrt{2}\sin^2\theta - 3\sin\theta + \sqrt{2} = 0$

$\Rightarrow \sin\theta = \frac{3 \pm \sqrt{9-8}}{2\sqrt{2}} = \frac{3 \pm 1}{2\sqrt{2}}$

হয় $\sin\theta = \frac{1}{\sqrt{2}} = \sin\frac{\pi}{4} \Rightarrow \theta = n\pi + (-1)^n\frac{\pi}{4}$ [$n \in \mathbb{Z}$]

অথবা, $\sin\theta = \sqrt{2} \Rightarrow \sin\theta = \sin\alpha$; [যা অগ্রহণযোগ্য]

09. দৃশ্যকল্প-২: $4(\sin^2\theta + \cos\theta) = 5, -2\pi < \theta < 2\pi$ [DB, SB, JB, Din.B'18]

(গ) দৃশ্যকল্প-২ এ বর্ণিত সমীকরণটি সমাধান কর।

(গ) Sol^n: $4(\sin^2\theta + \cos\theta) = 5$

$\Rightarrow 4(1 - \cos^2\theta + \cos\theta) = 5$

$\Rightarrow 4 - 4\cos^2\theta + 4\cos\theta = 5$

$\Rightarrow 4\cos^2\theta - 4\cos\theta + 1 = 0$

$\Rightarrow (2\cos\theta - 1)^2 = 0$

$\Rightarrow \cos\theta = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta = 2n\pi \pm \frac{\pi}{3}, [n \in \mathbb{Z}]$

$\Rightarrow n = 0, 1, -1$ বসিয়ে; $\theta = \frac{\pi}{3}, -\frac{5\pi}{3}, -\frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}$ (Ans.)

10. $f(x) = \tan x$. [RB'17]

(গ) $\{f(x)\}^2 + f'(x) = 3f(x)$ হলে বিশেষ সমাধান নির্ণয় কর যখন $0 \le x \le 2\pi$.

(গ) Sol^n: দেওয়া আছে, $f(x) = \tan x \therefore f'(x) = \frac{d}{dx}(\tan x) = \sec^2 x$

প্রদত্ত সমীকরণ, $\{f(x)\}^2 + f'(x) = 3f(x)$

$\Rightarrow \tan^2 x + \sec^2 x = 3\tan x$

$\Rightarrow \tan^2 x + 1 + \tan^2 x - 3\tan x = 0$

$\Rightarrow 2\tan^2 x - 3\tan x + 1 = 0$

$\Rightarrow 2\tan^2 x - 2\tan x - \tan x + 1 = 0$

$\Rightarrow 2\tan x(\tan x - 1) - 1(\tan x - 1) = 0$

$\Rightarrow (2\tan x - 1)(\tan x - 1) = 0$

$\therefore 2\tan x - 1 = 0 \therefore \tan x = \frac{1}{2}$

$\therefore x = n\pi + \tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$ [$n \in \mathbb{Z}$]

[ধরি, $\tan\alpha = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = \tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$]

Educationblog24.com

অথবা, $\tan x - 1 = 0 \Rightarrow \tan x = 1 \Rightarrow \tan x = \tan\frac{\pi}{4}$

$\therefore x = n\pi + \frac{\pi}{4}$; যখন, $n \in \mathbb{Z}$

$n = 0$ হলে, $x = \tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$

এবং $x = \frac{\pi}{4}$; $n = 1$ হলে, $x = \pi + \tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$

এবং $x = \pi + \frac{\pi}{4} = \frac{5\pi}{4}$; $n = 2$ হলে, $x = 2\pi + \tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$

এবং $x = 2\pi + \frac{\pi}{4} = \frac{9\pi}{4} > 2\pi$

নির্দিষ্ট সীমার মধ্যে সমাধানসমূহ,

$\tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\right), \pi + \tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\right), \frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}$ (Ans.)

11. $h(x) = \cos x$. [BB'17]

(গ) $2\{h(x)\}^2 + \{h(2x)\}^2 = 2$ সমীকরণটির সাধারণ সমাধান নির্ণয় কর।

(গ) Sol^n: দেওয়া আছে, $h(x) = \cos x \quad \therefore h(2x) = \cos 2x$

প্রদত্ত সমীকরণ, $2\{h(x)\}^2 + \{h(2x)\}^2 = 2$

$\Rightarrow 2\cos^2 x + \cos^2 2x = 2$

$\Rightarrow 1 + \cos 2x + \cos^2 2x - 2 = 0$

$\Rightarrow \cos^2 2x + \cos 2x - 1 = 0$

$\Rightarrow \cos 2x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4\,1(-1)}}{2\,1} = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}$

কিন্তু $\frac{-1-\sqrt{5}}{2}$ গ্রহণযোগ্য নয়। কেননা তা -1 অপেক্ষা ছোট মান এবং cos এর সীমা -1 হতে 1 পর্যন্ত।

$\therefore \cos 2x = \frac{-1+\sqrt{5}}{2} \Rightarrow \cos 2x = \cos\alpha$

ধরি, $\alpha = \cos^{-1}\left(\frac{-1+\sqrt{5}}{2}\right) \Rightarrow 2x = 2n\pi \pm \alpha$

$\therefore x = n\pi \pm \frac{\alpha}{2}$; যেখানে $\alpha = \cos^{-1}\left(\frac{-1+\sqrt{5}}{2}\right)$ $[n \in \mathbb{Z}]$

Type-07: $a\cos\theta + b\sin\theta = c$ [যেখানে $|c| \le \sqrt{a^2+b^2}$] আকৃতির ত্রিকোণমিতিক সমীকরণ সংক্রান্ত সমস্যা

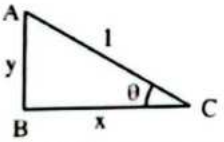
Concept

এ ধরনের অঙ্কে উভয়পক্ষকে $\sqrt{a^2+b^2}$ দ্বারা ভাগ করে $\cos(A \pm B)$ এর সূত্র প্রয়োগ করাই উত্তম।

Note: $a\cos\theta + b\sin\theta = c$; সমীকরণটি সমাধান করতে পারার শর্ত: $|c| \le \sqrt{a^2+b^2}$

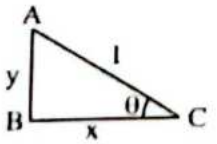
সৃজনশীল প্রশ্ন (ক, খ ও গ)

01. [Ctg.B'23]



(গ) উদ্দীপক অনুসারে $x + y = \sqrt{2}$ সমীকরণটি সমাধান কর যখন $-2\pi < \theta < 2\pi$.

(গ) Sol^n:



দেওয়া আছে, $x + y = \sqrt{2} \Rightarrow \cos\theta + \sin\theta = \sqrt{2}$

$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}\cos\theta + \frac{1}{\sqrt{2}}\sin\theta = 1$

$\Rightarrow \cos\left(\frac{\pi}{4}\right)\cos\theta + \sin\left(\frac{\pi}{4}\right)\sin\theta = 1$

$\Rightarrow \cos\left(\theta - \frac{\pi}{4}\right) = 1 \Rightarrow \theta - \frac{\pi}{4} = 2n\pi$

$\Rightarrow \theta = 2n\pi + \frac{\pi}{4}$ $[n \in \mathbb{Z}]$

$\therefore -2\pi < \theta < 2\pi$ ব্যবধিতে $\theta = -\frac{7\pi}{4}, \frac{\pi}{4}$ (Ans.)

02. $g(x) = \cos x$ [BB'23]

(গ) সমাধান কর: $g(x) + \sqrt{3}g'(x) = \sqrt{2}$, যখন $-\pi < x < \pi$

(গ) Sol^n: $g(x) = \cos x \Rightarrow g'(x) = -\sin x$

$\therefore g(x) + \sqrt{3}g'(x) = \sqrt{2} \Rightarrow \cos x - \sqrt{3}\sin x = \sqrt{2}$

$\Rightarrow \frac{1}{2}\cos x - \frac{\sqrt{3}}{2}\sin x = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \cos\frac{\pi}{3}\cos x - \sin\frac{\pi}{3}\sin x = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$\Rightarrow \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \cos\frac{\pi}{4} \Rightarrow x + \frac{\pi}{3} = 2n\pi \pm \frac{\pi}{4}$

$\Rightarrow x = 2n\pi \pm \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{3}$ $[n \in \mathbb{Z}]$

$-\pi$ থেকে π ব্যবধির মধ্যে $x = -\frac{\pi}{12}, -\frac{7\pi}{12}$ (Ans.)

03. $g(x) = \sin x$. [CB'23]

(গ) $g\left(\pi g\left(\frac{\pi}{2} - x\right)\right) = g\left(\frac{\pi}{2} - \pi g(x)\right)$ হলে দেখাও যে, $x = \pm\frac{\pi}{4} + \cos^{-1}\frac{1}{2\sqrt{2}}$.

(গ) Sol^n: দেওয়া আছে, $g(x) = \sin x$

এখন, $g\left(\pi g\left(\frac{\pi}{2} - x\right)\right) = g\left(\frac{\pi}{2} - \pi g(x)\right)$

$\Rightarrow \sin\left\{\pi\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)\right\} = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \pi\sin x\right)$

$\Rightarrow \sin(\pi\cos x) = \cos(\pi\sin x)$

$\Rightarrow \sin(\pi\cos x) = \sin\left(\frac{\pi}{2} \pm \pi\sin x\right)$

$\Rightarrow \pi\cos x = \frac{\pi}{2} \pm \pi\sin x \Rightarrow \cos x = \frac{1}{2} \pm \sin x$

$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}\cos x \pm \frac{1}{\sqrt{2}}\sin x = \frac{1}{2\sqrt{2}}$

$\Rightarrow \cos\frac{\pi}{4}\cos x \pm \sin\frac{\pi}{4}\sin x = \frac{1}{2\sqrt{2}} \Rightarrow \cos\left(x \pm \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{2\sqrt{2}}$

$\therefore x = \pm\frac{\pi}{4} + \cos^{-1}\frac{1}{2\sqrt{2}}$ (Showed)

Educationblog24.com

04. $f(\theta) = \sin\theta$ [SB'22]

(গ) সমাধান কর: $f\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) + \sqrt{3}f(\theta) = \sqrt{2}$ ।

(গ) Sol^n: $f\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) + \sqrt{3}f(\theta) = \sqrt{2}$

$\Rightarrow \cos\theta + \sqrt{3}\sin\theta = \sqrt{2} \Rightarrow \frac{1}{2}\cos\theta + \frac{\sqrt{3}}{2}\sin\theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$\left[\sqrt{1^2 + (\sqrt{3})^2} = 2 \text{ দ্বারা উভয় পক্ষকে ভাগ করে}\right]$

$\Rightarrow \sin\frac{\pi}{6}\cos\theta + \sin\theta.\cos\frac{\pi}{6} = \sin\frac{\pi}{4}$

$\Rightarrow \sin\left(\theta + \frac{\pi}{6}\right) = \sin\frac{\pi}{4} \therefore \theta + \frac{\pi}{6} = n\pi + (-1)^n\frac{\pi}{4}$

$\theta = n\pi + (-1)^n\frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{6}$ [$n \in \mathbb{N}$]

05. $h(\theta) = \cos\theta - \sin\theta$ [BB'22]

(গ) $(-\pi, \pi)$ **ব্যবধিতে** $h(\theta) = \frac{1}{\sqrt{2}}$ **সমীকরণটির সমাধান নির্ণয় কর।**

(গ) Sol^n: $h(\theta) = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \cos\theta - \sin\theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}\cos\theta - \frac{1}{\sqrt{2}}\sin\theta = \frac{1}{2}$

[$\sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$ দ্বারা উভয়পক্ষকে ভাগ করে পাই]

$\Rightarrow \cos\frac{\pi}{4}\cos\theta - \sin\frac{\pi}{4}.\sin\theta = \cos\frac{\pi}{3}$

$\Rightarrow \cos\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right) = \cos\frac{\pi}{3} \Rightarrow \theta + \frac{\pi}{4} = 2n\pi \pm \frac{\pi}{3}$

(+) চিহ্ন নিয়ে, $\theta + \frac{\pi}{4} = 2n\pi + \frac{\pi}{3} \Rightarrow \theta = 2n\pi + \frac{\pi}{12}$

$\therefore \theta = (24n + 1)\frac{\pi}{12}$; [$n \in \mathbb{Z}$]

(−) চিহ্ন নিয়ে, $\theta + \frac{\pi}{4} = 2n\pi - \frac{\pi}{3} \Rightarrow \theta = 2n\pi - \frac{7\pi}{12}$

$\therefore \theta = (24n - 7)\frac{\pi}{12}$; [$n \in \mathbb{Z}$]

n এর মান	$\theta = (24n + 1)\frac{\pi}{12}$	$\theta = (24n - 7)\frac{\pi}{12}$	গ্রহণযোগ্য মান
−2	$-\frac{47}{12}\pi$	$-\frac{55\pi}{12}$	
−1	$-\frac{23\pi}{12}$	$-\frac{31\pi}{12}$	
0	$\frac{\pi}{12}$	$-\frac{7\pi}{12}$	$\frac{\pi}{12}, -\frac{7\pi}{12}$
1	$\frac{25\pi}{12}$	$\frac{17\pi}{12}$	
2	$\frac{49\pi}{12}$	$\frac{41\pi}{12}$	

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান: $\frac{\pi}{12}, -\frac{7\pi}{12}$ **(Ans.)**

06. উদ্দীপক-১: $f(x) = \cos x$. [CB'22]

(খ) $(-2\pi, 2\pi)$ **ব্যবধিতে** $f(x) + \frac{1}{\sqrt{3}}f\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \frac{1}{\sqrt{3}}$ **সমীকরণটি সমাধান কর।**

(খ) Sol^n: প্রদত্ত রাশি, $\cos x + \frac{1}{\sqrt{3}}\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \frac{1}{\sqrt{3}}$

$\Rightarrow \cos x + \frac{1}{\sqrt{3}}\sin x = \frac{1}{\sqrt{3}}$ $\left[\sqrt{1 + \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2}$ দ্বারা ভাগ করে$\right]$

$\Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2}\cos x + \frac{1}{2}\sin x = \frac{1}{2}$

$\Rightarrow \cos x\cos\frac{\pi}{6} + \sin x\sin\frac{\pi}{6} = \cos\frac{\pi}{3}$

$\Rightarrow \cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = \cos\frac{\pi}{3} \therefore x - \frac{\pi}{6} = 2n\pi \pm \frac{\pi}{3}$

'+' চিহ্ন নিয়ে $\therefore x = 2n\pi + \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{2}(4n + 1)$; [$n \in \mathbb{Z}$]

$n = 0$ হলে, $x = \frac{\pi}{2}$; $n = 1$ হলে, $x = \frac{5\pi}{2} \notin (-2\pi, 2\pi)$.

$n = -1$ হলে $x = -\frac{3\pi}{2}$

(−) চিহ্ন নিয়ে $x = 2n\pi - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{6}(12n - 1)$; [$n \in \mathbb{Z}$]

$x = -\frac{\pi}{6}$ [যখন $n = 0$], $x = \frac{11\pi}{6}$ [$n = 1$].

$x = -\frac{13\pi}{6} \notin (-2\pi, 2\pi)$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান: $\frac{\pi}{2}, \frac{11\pi}{6}, -\frac{\pi}{6}, -\frac{3\pi}{2}$ **(Ans.)**

07. $f(x) = \cos x$ একটি ত্রিকোণমিতিক ফাংশন। [MB'22]

(গ) $f(x) + \sqrt{3}\ f\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sqrt{2}$ **হলে সমীকরণটির সমাধান কর।**

(গ) Sol^n: $f(x) + \sqrt{3}f\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sqrt{2}$

$\Rightarrow \cos x + \sqrt{3}\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sqrt{2}$

$\Rightarrow \cos x + \sqrt{3}\sin x = \sqrt{2}$

$\Rightarrow \frac{1}{2}\cos x + \frac{\sqrt{3}}{2}\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ [উভয় পক্ষকে 2 দ্বারা ভাগ করে]

$\Rightarrow \cos\frac{\pi}{3}\cos x + \sin\frac{\pi}{3}\sin x = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$\Rightarrow \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = \cos\frac{\pi}{4} \Rightarrow x - \frac{\pi}{3} = 2n\pi \pm \frac{\pi}{4}$

$\Rightarrow x = 2n\pi \pm \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{3}$

$\Rightarrow x = 2n\pi + \frac{7\pi}{12}, 2n\pi + \frac{\pi}{12}$ [$n \in \mathbb{Z}$]

$\therefore x = 2n\pi + \frac{7\pi}{12}, 2n\pi + \frac{\pi}{12}$ [$n \in \mathbb{Z}$] **(Ans.)**

08. $g(x) = \cos x$; $h(x) = \sin x$. [DB'21]

(খ) উদ্দীপকের আলোকে $\sqrt{3}g(\theta) + g\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = 1$ **সমীকরণটি সমাধান কর। যখন** $0 < \theta < 2\pi$.

(গ) $g\{\pi h(\theta)\} = h\{\pi g(\theta)\}$ **হলে দেখাও যে,** $\theta = \pm\frac{\pi}{4} + \tan^{-1}\sqrt{7}$.

(খ) Sol^n: $\sqrt{3}g(\theta) + g\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = 1$

$\Rightarrow \sqrt{3}\cos\theta + \cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = 1$

$\Rightarrow \sqrt{3}\cos\theta + \sin\theta = 1 \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2}\cos\theta + \frac{1}{2}\sin\theta = \frac{1}{2}$

$\Rightarrow \cos\theta\cos\frac{\pi}{6} + \sin\theta\sin\frac{\pi}{6} = \cos\frac{\pi}{3}$

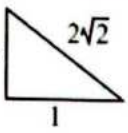
$\Rightarrow \cos\left(\theta - \frac{\pi}{6}\right) = \cos\frac{\pi}{3} \Rightarrow \theta - \frac{\pi}{6} = 2n\pi \pm \frac{\pi}{3}$

$\Rightarrow \theta = 2n\pi \pm \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{6}$ [$n \in \mathbb{Z}$]

হয়, $\theta = 2n\pi + \frac{\pi}{2}$ অথবা, $\theta = 2n\pi - \frac{\pi}{6}$

n	$\theta = 2n\pi + \frac{\pi}{2}$	$\theta = 2n\pi - \frac{\pi}{6}$	গ্রহণযোগ্য মান
0	$\frac{\pi}{2}$	$-\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{2}$
1	$\frac{5\pi}{2}$	$\frac{11\pi}{6}$	$\frac{11\pi}{6}$

$\therefore \theta = \frac{\pi}{2}, \frac{11\pi}{6}$ **(Ans.)**

(গ) Sol^n: 

$g\{\pi h(\theta)\} = h\{\pi g(\theta)\} \Rightarrow \cos(\pi h(\theta)) = \sin(\pi g(\theta))$

$\Rightarrow \cos(\pi\sin\theta) = \sin(\pi\cos\theta)$

$\Rightarrow \sin(\frac{\pi}{2} \pm \pi\sin\theta) = \sin(\pi\cos\theta)$

$\Rightarrow \frac{\pi}{2} \pm \pi\sin\theta = \pi\cos\theta \Rightarrow \frac{1}{2} \pm \sin\theta = \cos\theta$

$\Rightarrow \frac{1}{2} = \cos\theta \pm \sin\theta \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}\cos\theta \pm \frac{1}{\sqrt{2}}\sin\theta = \frac{1}{2\sqrt{2}}$

$\Rightarrow \cos\theta\cos\frac{\pi}{4} \pm \sin\theta\sin\frac{\pi}{4} = \frac{1}{2\sqrt{2}}$

$\Rightarrow \cos\left(\theta \pm \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{2\sqrt{2}} \Rightarrow \theta \pm \frac{\pi}{4} = \cos^{-1}\left(\frac{1}{2\sqrt{2}}\right)$

$\Rightarrow \theta \pm \frac{\pi}{4} = \tan^{-1}(\sqrt{7}) \Rightarrow \theta = \pm\frac{\pi}{4} + \tan^{-1}(\sqrt{7})$ (Showed)

09. $f(x) = \cos x$ [DB'21]

(খ) উদ্দীপকের আলোকে সমাধান কর:

$(2+\sqrt{3})f(2\theta) = 1 - f\left(\frac{\pi}{2} - 2\theta\right)$.

(খ) Sol^n: $(2+\sqrt{3})\cos2\theta = 1 - \cos(\frac{\pi}{2} - 2\theta) = 1 - \sin2\theta$

$\Rightarrow (2+\sqrt{3})\cos2\theta + \sin2\theta = 1$

$\Rightarrow \frac{2+\sqrt{3}}{\sqrt{(4+4\sqrt{3}+3)+1}}\cos2\theta + \frac{1}{\sqrt{(8+4\sqrt{3})}}\sin2\theta = \frac{1}{\sqrt{8+4\sqrt{3}}}$

$\Rightarrow \frac{2+\sqrt{3}}{\sqrt{(8+4\sqrt{3})}}\cos2\theta + \frac{1}{\sqrt{(8+4\sqrt{3})}}\sin2\theta = \frac{1}{\sqrt{(8+4\sqrt{3})}}$

$\Rightarrow \cos\alpha\cos2\theta + \sin\alpha\sin2\theta = \sin\alpha$

$[\cos\alpha = \frac{2+\sqrt{3}}{\sqrt{8+4\sqrt{3}}}, \sin\alpha = \frac{1}{\sqrt{8+4\sqrt{3}}} \therefore \tan\alpha = \frac{1}{2+\sqrt{3}}]$

$\Rightarrow \cos(2\theta - \alpha) = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) \Rightarrow 2\theta - \alpha = 2n\pi \pm \left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)$

হয়, $2\theta - \alpha = 2n\pi + \frac{\pi}{2} - \alpha \Rightarrow \theta = n\pi + \frac{\pi}{4}, [n \in \mathbb{Z}]$

অথবা, $2\theta - \alpha = 2n\pi - \frac{\pi}{2} + \alpha \Rightarrow 2\theta = 2n\pi - \frac{\pi}{2} + 2\alpha$

$\therefore \theta = n\pi - \frac{\pi}{4} + \alpha$ যেখানে, $\alpha = \tan^{-1}\frac{1}{2+\sqrt{3}}$ এবং $[n \in \mathbb{Z}]$

10. $g(a) = \sin a$. [RB'21]

(গ) সমাধান কর: $g\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + g(x) = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

(গ) Sol^n: $g\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + g(x) = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$\Rightarrow \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + \sin x = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \sin x + \cos x = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}\sin x + \frac{1}{\sqrt{2}}\cos x = \frac{1}{2}$

$\Rightarrow \cos\frac{\pi}{4}\cos x + \sin\frac{\pi}{4}\sin x = \frac{1}{2}$

$\Rightarrow \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = \cos\frac{\pi}{3} \therefore x - \frac{\pi}{4} = 2n\pi \pm \frac{\pi}{3}; [n \in \mathbb{Z}]$

$(+) \Rightarrow x - \frac{\pi}{4} = 2n\pi + \frac{\pi}{3}$

$\Rightarrow x = 2n\pi + \frac{7\pi}{12}; [n \in \mathbb{Z}]$ (Ans.)

$(-) \Rightarrow x - \frac{\pi}{4} = 2n\pi - \frac{\pi}{3}$

$\Rightarrow x = 2n\pi - \frac{\pi}{12}; [n \in \mathbb{Z}]$ (Ans.)

11. দৃশ্যকল্প-১: $a\sin x + b\cos x = 1$. [Ctg.B'21]

(খ) $a = \sqrt{3}$ এবং $b = 1$ হলে দৃশ্যকল্প-১ এর সমীকরণটি সমাধান কর, যেখানে $-2\pi < x < 2\pi$.

(খ) Sol^n: $a = \sqrt{3}$ ও $b = 1$ হলে, $\sqrt{3}\sin x + \cos x = 1$

$\Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2}\sin x + \frac{1}{2}\cos x = \frac{1}{2}$

$\Rightarrow \cos x\cos\frac{\pi}{3} + \sin x\sin\frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}$

$\Rightarrow \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = \cos\frac{\pi}{3}$

$\Rightarrow x - \frac{\pi}{3} = 2n\pi \pm \frac{\pi}{3} \Rightarrow x = 2n\pi \pm \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{3}$

হয়, $x = 2n\pi + \frac{2\pi}{3}, [n \in \mathbb{Z}]$ অথবা, $x = 2n\pi\ [n \in \mathbb{Z}]$

	$x = 2n\pi + \frac{2\pi}{3}$	$x = 2n\pi$	গ্রহণযোগ্য মান $(-2\pi < x < 2\pi)$
$n = 0$	$2\frac{\pi}{3}$	0	$0, \frac{2\pi}{3}$
$n = 1$	$\frac{8\pi}{3}$	2π	কোনোটিই নয়
$n = -1$	$-\frac{4\pi}{3}$	-2π	$-\frac{4\pi}{3}$

$\therefore x = 0, \frac{2\pi}{3}, -\frac{4\pi}{3}$ (Ans.)

12. উদ্দীপক-২: $f(\alpha) = \cos\alpha, g(\alpha) = \sin2\alpha, h(\alpha) = \frac{1}{\sqrt{2}}$ [BB'21]

(গ) উদ্দীপক-২ এর আলোকে সমাধান কর:

$f(\alpha) + g\left(\frac{\alpha}{2}\right) = h(\alpha)$, যখন $-2\pi \le \alpha \le 2\pi$.

(গ) Sol^n: $f(\alpha) + g\left(\frac{\alpha}{2}\right) = h(\alpha)$

$\Rightarrow \cos\alpha + \sin\left(2 \times \frac{\alpha}{2}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \cos\alpha + \sin\alpha = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}\cos\alpha + \frac{1}{\sqrt{2}}\sin\alpha = \frac{1}{2}$

$\Rightarrow \cos\alpha\cos\frac{\pi}{4} + \sin\alpha\sin\frac{\pi}{4} = \frac{1}{2}\left[\cos\frac{\pi}{4} = \sin\frac{\pi}{4} = \frac{1}{\sqrt{2}}\right]$

$\Rightarrow \cos\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) \therefore \alpha - \frac{\pi}{4} = 2n\pi \pm \frac{\pi}{3}$

$\Rightarrow \alpha = 2n\pi + \frac{\pi}{4} \pm \frac{\pi}{3}\ [n \in \mathbb{Z}]$

'+' নিয়ে, $\alpha = 2n\pi + \frac{7\pi}{12}$; '−' নিয়ে, $\alpha = 2n\pi - \frac{\pi}{12}$

n	$2n\pi + \frac{7\pi}{12}$	$2n\pi - \frac{\pi}{12}$
−1	$-\frac{17}{12}\pi$	
0	$\frac{7\pi}{12}$	$-\frac{\pi}{12}$
1		$\frac{23\pi}{12}$

$\therefore \alpha = -\frac{17\pi}{12}, \frac{7\pi}{12}, -\frac{\pi}{12}, \frac{23\pi}{12}$ (Ans.)

13. দৃশ্যকল্প-২: $f(x) = \sin x$. [RB'19]

(গ) সমাধান কর: দৃশ্যকল্প-২ থেকে $\sqrt{3}f(x) - f\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = 2$, যখন $-2\pi < x < 2\pi$.

Educationblog24.com

(গ) Sol^n: $\sqrt{3}\,f(x) - f\left(\frac{\pi}{2}+x\right) = 2$

$\Rightarrow \sqrt{3}\sin x - \sin\left(\frac{\pi}{2}+x\right) = 2$

$\Rightarrow \sqrt{3}\sin x - \cos x = 0 \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2}\sin x - \frac{1}{2}\cos x = 1$

$\Rightarrow \sin x\cos\frac{\pi}{6} - \cos x\sin\frac{\pi}{6} = 1 \Rightarrow \sin\left(x-\frac{\pi}{6}\right) = 1$

$\therefore x - \frac{\pi}{6} = (4n+1)\frac{\pi}{2}\,;[n\in\mathbb{Z}] \quad \therefore x = (4n+1)\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{6}$

n	$(4n+1)\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{6}$	গ্রহণযোগ্য মান
0	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{2\pi}{3}$
1	$\frac{8\pi}{3}$	×
−1	$-\frac{4\pi}{3}$	$-\frac{4\pi}{3}$
−2	$-\frac{10\pi}{3}$	×

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান, $x = \frac{2\pi}{3}, -\frac{4\pi}{3}$ **(Ans.)**

14. $f(x) = \sin x, g(x) = \cos x$ **[CB'17]**

(গ) উদ্দীপকের আলোকে সমাধান কর: $\sqrt{3}g(x) + f(x) = \sqrt{3}$.

(গ) Sol^n: দেওয়া আছে, $f(x) = \sin x$ এবং $g(x) = \cos x$

প্রদত্ত রাশি, $\sqrt{3}\,g(x) + f(x) = \sqrt{3}$

$\Rightarrow \sqrt{3}\cos x + \sin x = \sqrt{3}$

$\Rightarrow \frac{1}{2}\sin x + \frac{\sqrt{3}}{2}\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ [2 দ্বারা ভাগ করে]

$\Rightarrow \sin x.\sin\frac{\pi}{6} + \cos x\cos\frac{\pi}{6} = \cos\frac{\pi}{6}$

$\Rightarrow \cos\left(x-\frac{\pi}{6}\right) = \cos\frac{\pi}{6}$

$\Rightarrow x - \frac{\pi}{6} = 2n\pi \pm \frac{\pi}{6}$ যেখানে, $[n\in\mathbb{Z}]$

$\Rightarrow x = 2n\pi \pm \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{6} \Rightarrow x = 2n\pi, 2n\pi + \frac{\pi}{3}$,

যখন, $[n\in\mathbb{Z}]$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান: $x = 2n\pi, 2n\pi + \frac{\pi}{3}$ যেখানে $[n\in\mathbb{Z}]$

(Ans.)

15. $A = \cos\theta, B = \sin\theta$ **[Din.B'17]**

(খ) $A + \sqrt{3}B = \sqrt{2}$ হলে, সমীকরণটি সমাধান কর।

(খ) Sol^n: দেওয়া আছে, $A = \cos\theta, B = \sin\theta$

এখন, $A + \sqrt{3}B = \sqrt{2}$

$\Rightarrow \cos\theta + \sqrt{3}\sin\theta = \sqrt{2}$

উভয়পক্ষকে $\sqrt{1^2 + (\sqrt{3})^2}$ অর্থাৎ 2 দ্বারা ভাগ করে পাই,

$\frac{1}{2}\cos\theta + \frac{\sqrt{3}}{2}\sin\theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$\Rightarrow \cos\left(\theta - \frac{\pi}{3}\right) = \cos\frac{\pi}{4}$

$\Rightarrow \theta - \frac{\pi}{3} = 2n\pi \pm \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{3}$

$\therefore \theta = 2n\pi + \frac{7\pi}{12}, 2n\pi + \frac{\pi}{12}$ যখন $[n\in\mathbb{Z}]$ **(Ans.)**

16. দৃশ্যকল্প-২: $\sqrt{3}\sin\theta = 2 + \cos\theta$

[ঢাকা রেসিডেনসিয়াল মডেল কলেজ, ঢাকা]

(গ) দৃশ্যকল্প-২ এর সমাধান কর যখন $-2\pi < \theta < 2\pi$

(গ) Sol^n: দেওয়া আছে, $\sqrt{3}\sin\theta = 2 + \cos\theta$

$\Rightarrow \sqrt{3}\sin\theta - \cos\theta = 2$

$\Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2}\sin\theta - \frac{1}{2}\cos\theta = 1$

$\Rightarrow \sin\theta\cos\frac{\pi}{6} - \cos\theta\sin\frac{\pi}{6} = 1$

$\Rightarrow \sin\left(\theta - \frac{\pi}{6}\right) = 1$

$\therefore \theta - \frac{\pi}{6} = (4n+1)\frac{\pi}{2}$

$\Rightarrow \theta = (4n+1)\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{6}\,;[n\in\mathbb{Z}]$

$\therefore$ সীমার মধ্যে নির্ণেয় সমাধান: $\frac{2\pi}{3}, -\frac{4\pi}{3}$ **(Ans.)**

০৭

নিজে করো

17. $f(x) = \cos x$ **[MB'21]**

(খ) সমাধান কর: $\sqrt{2}f(x) - \sqrt{2}f\left(\frac{\pi}{2}-x\right) = 1$; যখন $-\pi < x < \pi$. **[Ans: $x = \frac{\pi}{12}, \frac{-7\pi}{12}$]**

18. $g(x) = \cos x$. **[JB'19]**

(গ) সমাধান কর: $\sqrt{3}\,g(x) + g\left(\frac{\pi}{2}+x\right) = 1$ যখন $-2\pi < x < 2\pi$. **[Ans: $x = \left\{\frac{\pi}{6}, -\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \frac{-11\pi}{6}\right\}$]**

19. দৃশ্যকল্প-২: $\sqrt{3}\sin\theta = 2 + \cos\theta$. **[DB'17]**

(গ) দৃশ্যকল্প-২ এর সমাধান কর যখন $-2\pi < \theta < 2\pi$. **[Ans: $\theta = -\frac{4\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}$]**

Type-08: $\sin\theta$, $\cos\theta$ ইত্যাদি ত্রিকোণমিতিক অনুপাত যোগ আকারে থাকলে

Concept

যখন সমীকরণে $\sin\theta$ এবং $\cos\theta$ কোণের অনুপাত সমূহ যোগ আকারে থাকে, তখন $\sin C \pm \sin D$, $\cos C \pm \cos D$, $\cos 2A$, $\sin 2A$, $\sin 3A$ এবং $\cos 3A$ এর সূত্র প্রয়োজন অনুসারে ব্যবহার করতে হবে। এখানে মূল লক্ষ্য হলো common নেওয়া।

সৃজনশীল প্রশ্ন (ক, খ ও গ)

01. উদ্দীপক-২: $f(\theta) = \sin\theta$ [DB'23]

(গ) উদ্দীপক-২ এর সাহায্যে, সমাধান কর:

$$f(x) - \sqrt{1 - \{f(x)\}^2} = 1, -2\pi < x < 2\pi$$

(গ) Sol^n: দেওয়া আছে, $f(\theta) = \sin\theta$

প্রশ্নমতে, $f(x) - \sqrt{1 - \{f(x)\}^2} = 1 \Rightarrow \sin x - \sqrt{1 - \sin^2 x} = 1$

$\Rightarrow \sin x - \cos x = 1 \ldots\ldots\ldots (i)$

$\Rightarrow 2\sin\frac{x}{2}\cdot\cos\frac{x}{2} - 2\cos^2\frac{x}{2} = 0 \Rightarrow 2\cos\frac{x}{2}\left(\sin\frac{x}{2} - \cos\frac{x}{2}\right) = 0$

হয়, $2\cos\frac{x}{2} = 0$

$\Rightarrow \cos\frac{x}{2} = 0$

$\Rightarrow \frac{x}{2} = \frac{(2n+1)\pi}{2}$

$\therefore x = (2n+1)\pi, [n \in \mathbb{Z}]$

অথবা, $\sin\frac{x}{2} - \cos\frac{x}{2} = 0$

$\Rightarrow \tan\frac{x}{2} = 1$

$\Rightarrow \frac{x}{2} = n\pi + \frac{\pi}{4}$

$\therefore x = 2n\pi + \frac{\pi}{2}, [n \in \mathbb{Z}]$

n \ x	$(2n+1)\pi$	$2n\pi + \frac{\pi}{2}$
0	π (√)	$\frac{\pi}{2}$ (√)
1	3π (×)	$\frac{5\pi}{2}$ (×)
−1	$-\pi$ (√)	$-\frac{3}{2}\pi$ (√)
−2	-3π (×)	$-\frac{7\pi}{2}$ (×)

$\therefore -2\pi < x < 2\pi$ ব্যবধিতে নির্ণেয় সমাধান:

$x = -\frac{3\pi}{2}, -\pi, \frac{\pi}{2}, \pi$. **(Ans.)**

Note: (i) সমীকরণকে $\sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$ দিয়ে ভাগ করেও সমীকরণটি সমাধান করা যাবে।

02. $f(x) = \sin x$ [SB'23]

(গ) উদ্দীপকের আলোকে $f(x) + f(2x) + f(3x) = 0$ সমীকরণটি সমাধান কর, যখন $0 \le x \le \pi$.

(গ) Sol^n: দেওয়া আছে, $f(x) = \sin x$

এখানে, $f(x) + f(2x) + f(3x) = 0, 0 \le x \le \pi$

$\Rightarrow \sin x + \sin 2x + \sin 3x = 0$

$\Rightarrow \sin x + \sin 3x + \sin 2x = 0$

$\Rightarrow 2\sin\frac{x+3x}{2}\cos\frac{x-3x}{2} + \sin 2x = 0$

$\Rightarrow 2\sin 2x\cos x + \sin 2x = 0$

$\Rightarrow \sin 2x(2\cos x + 1) = 0$

হয়, $\sin 2x = 0$

$\Rightarrow 2x = n\pi$

$\therefore x = \frac{n\pi}{2}, [n \in \mathbb{Z}]$

$2\cos x + 1 = 0$

$\Rightarrow \cos x = -\frac{1}{2} = \cos\frac{2\pi}{3}$

$\therefore x = 2n\pi \pm \frac{2\pi}{3}, [n \in \mathbb{Z}]$

$n = 0$ হলে, $x = 0, \frac{2\pi}{3}$; $n = 1$ হলে, $x = \frac{\pi}{2}$;

$n = 2$ হলে, $x = \pi$ $\therefore$ নির্ণেয় সমাধান $0, \frac{\pi}{2}, \frac{2\pi}{3}, \pi$ **(Ans.)**

03. $g(\theta) = \cos\theta - \cos 7\theta$. [JB'2

(গ) যদি $g(\theta) = \sin 4\theta$ হয়, তাহলে θ এর মান নির্ণয় কর

(গ) Sol^n: দেওয়া আছে, $g(\theta) = \cos\theta - \cos 7\theta$

$\Rightarrow \sin 4\theta = \cos\theta - \cos 7\theta \Rightarrow \sin 4\theta = 2\sin 4\theta \sin 3\theta$

$\Rightarrow 2\sin 4\theta\sin 3\theta - \sin 4\theta = 0 \Rightarrow \sin 4\theta(2\sin 3\theta - 1) = 0$

হয়, $\sin 4\theta = 0$

$\Rightarrow 4\theta = n\pi$

$\Rightarrow \theta = \frac{n\pi}{4}$

যেখানে, $[n \in \mathbb{Z}]$

অথবা, $2\sin 3\theta - 1 = 0$

$\Rightarrow \sin 3\theta = \frac{1}{2} = \sin\frac{\pi}{6}$

$\Rightarrow 3\theta = n\pi + (-1)^n\frac{\pi}{6}$

$\therefore \theta = \frac{n\pi}{3} + (-1)^n\frac{\pi}{18}$

যেখানে, $[n \in \mathbb{Z}]$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান, $\theta = \frac{n\pi}{4}, \frac{n\pi}{3} + (-1)^n\frac{\pi}{18}$

(যেখানে $[n \in \mathbb{Z}]$) **(Ans.)**

04. দৃশ্যকল্প-২: $f(x) = \sin x$. [Din.B'2

(গ) দৃশ্যকল্প-২ এ $(0, 2\pi)$ ব্যবধিতে $f(x) + f(2x) + f(3x) = 1 + f\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + f\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right)$ সমীকরণটির সমাধান কর।

(গ) Sol^n: দেওয়া আছে, $f(x) = \sin x$ এবং

$f(x) + f(2x) + f(3x) = 1 + f\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + f\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right)$

$\Rightarrow \sin x + \sin 2x + \sin 3x = 1 + \cos x + \cos 2x$

$\Rightarrow \sin x + \sin 3x + \sin 2x = 1 + \cos x + 2\cos^2 x - 1$

$\Rightarrow 2\sin 2x\cdot\cos x + \sin 2x = \cos x(2\cos x + 1)$

$\Rightarrow \sin 2x(2\cos x + 1) = \cos x(2\cos x + 1)$

$\Rightarrow (2\cos x + 1)(\sin 2x - \cos x) = 0$

$\Rightarrow (2\cos x + 1)(2\sin x\cos x - \cos x) = 0$

$\Rightarrow (2\cos x + 1)(2\sin x - 1)\cdot\cos x = 0$

এখন, $2\cos x + 1 = 0 \Rightarrow \cos x = \frac{-1}{2} \therefore x = 2n\pi \pm \frac{2\pi}{3}$;

$\cos x = 0 \therefore x = (2n+1)\frac{\pi}{2}$ $[n \in \mathbb{Z}]$

$2\sin x = 1 \Rightarrow \sin x = \frac{1}{2} \Rightarrow \sin x = \sin\frac{\pi}{6}$

$\therefore x = n\pi + (-1)^n\frac{\pi}{6}$ $[n \in \mathbb{Z}]$

$n = -1$ হলে, $x = \frac{4\pi}{3}, \frac{\pi}{2}, \frac{7\pi}{6}$; $n = -2$ হলে,

$x = -\frac{3\pi}{2}, \frac{11\pi}{6}$

$n = -3$ হলে কোন মান গ্রহণযোগ্য নহে।

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধানসমূহ: $\frac{4\pi}{3}, \frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{6}, \frac{2\pi}{3}, \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}$ **(Ans.)**

05. উদ্দীপক-২: $f(x) = \sin x$ ও $g(x) = \cos x$

(গ) $f(x) + g(x) = g(2x) + f(2x)$ সমীকরণটি সমাধান কর। [DB'22; SB'21]

Educationblog24.com

(গ) Sol^n: $f(x) + g(x) = g(2x) + f(2x)$
$\Rightarrow \sin x + \cos x = \sin 2x + \cos 2x$
$\Rightarrow \cos x - \cos 2x = \sin 2x - \sin x$
$\Rightarrow 2\sin\frac{3x}{2}\sin\frac{x}{2} = 2\sin\frac{x}{2}.\cos\frac{3x}{2}$
হয়, $\sin\frac{x}{2} = 0 \Rightarrow \frac{x}{2} = n\pi$; $[n \in \mathbb{Z}]$
$\Rightarrow x = 2n\pi$ অথবা, $\sin\frac{3x}{2} = \cos\frac{3x}{2}$
$\Rightarrow \tan\frac{3x}{2} = 1 = \tan\frac{\pi}{4} \Rightarrow \frac{3x}{2} = n\pi + \frac{\pi}{4} = (4n+1)\frac{\pi}{4}$
$\therefore x = (4n+1)\frac{\pi}{6}$, $[n \in \mathbb{Z}]$ (Ans.)

06. দৃশ্যকল্প-২: $f(x) = \cos x$. [Ctg.B'21]
(গ) দৃশ্যকল্প-২ এর আলোকে $f(x) + f(3x) + f(5x) + f(7x) = 0$ সমীকরণটি সমাধান কর, যেখানে $0 < x < \pi$.

(গ) Sol^n: $f(x) + f(3x) + f(5x) + f(7x) = 0$
$\Rightarrow \cos x + \cos 3x + \cos 5x + \cos 7x = 0$
$\Rightarrow (\cos x + \cos 7x) + (\cos 3x + \cos 5x) = 0$
$\Rightarrow 2\cos 4x\cos 3x + 2\cos 4x\cos x = 0$
$\Rightarrow 2\cos 4x(\cos 3x + \cos x) = 0$
$\Rightarrow \cos 4x \times 2\cos 2x\cos x = 0$
$\Rightarrow \cos 4x\cos 2x\cos x = 0$

হয়, $\cos 4x = 0$	অথবা, $\cos 2x = 0$
$\Rightarrow 4x = (2n+1)\frac{\pi}{2}$	$\Rightarrow 2x = (2n+1)\frac{\pi}{2}$
$\therefore x = (2n+1)\frac{\pi}{8}$, $[n \in \mathbb{Z}]$	$\therefore x = (2n+1).\frac{\pi}{4}$, $[n \in \mathbb{Z}]$

অথবা, $\cot x = 0$
$\Rightarrow x = (2n+1)\frac{\pi}{2}$, $[n \in \mathbb{Z}]$

	$x = (2n+1)\frac{\pi}{8}$	$x = (2n+1)\frac{\pi}{4}$	$x = (2n+1)\frac{\pi}{2}$	গ্রহণযোগ্য মান $0 < x < \pi$
$n = 0$	$\frac{\pi}{8}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{8}, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}$
$n = 1$	$\frac{3\pi}{8}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{8}, \frac{3\pi}{4}$
$n = 2$	$\frac{5\pi}{8}$	$\frac{5\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{8}$
$n = 3$	$\frac{7\pi}{8}$	$\frac{7\pi}{4}$	$\frac{7\pi}{2}$	$\frac{7\pi}{8}$

$\therefore x = \frac{\pi}{8}, \frac{3\pi}{8}, \frac{5\pi}{8}, \frac{7\pi}{8}, \frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}, \frac{\pi}{2}$ (Ans.)

07. $f(\theta) = \cos\theta$. [Din.B'21]
(গ) সমাধান কর: $f(\theta) + f(2\theta) + f(3\theta) = 0$, যখন $-2\pi \le \theta \le 2\pi$.

(গ) Sol^n: $\cos\theta + \cos 2\theta + \cos 3\theta = 0$
$\Rightarrow 2\cos 2\theta\cos\theta + \cos 2\theta = 0$
$\Rightarrow \cos 2\theta(2\cos\theta + 1) = 0$
এখানে, $\cos 2\theta = 0 \therefore \theta = (2n+1)\frac{\pi}{4}$; $[n \in \mathbb{Z}]$
আবার, $\cos\theta = -\frac{1}{2} \therefore \theta = 2n\pi \pm \frac{2\pi}{3}$; $[n \in \mathbb{Z}]$
১ম ক্ষেত্রে $n = 0, 1, 2, 3, -1, -2, -3, -4$ বসিয়ে পাই,
$\theta = \frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}, -\frac{\pi}{4}, -\frac{3\pi}{4}, -\frac{5\pi}{4}, -\frac{7\pi}{4}$
২য় ক্ষেত্রে $n = 0, 1, -1$ বসিয়ে পাই, $\theta = \pm\frac{2\pi}{3}, \pm\frac{4\pi}{3}$
$\therefore \theta = \pm\frac{\pi}{4}, \pm\frac{3\pi}{4}, \pm\frac{5\pi}{4}, \pm\frac{7\pi}{4}, +\frac{2\pi}{3}, \pm\frac{4\pi}{3}$ (Ans.)

08. $g(x) = \sin x$. [MB'21]
(গ) $g(5\theta) - \sqrt{3}g(\theta) = g(3\theta)$ সমীকরণটির সাধারণ সমাধান নির্ণয় কর।

(গ) Sol^n: $\sin 5\theta - \sqrt{3}\sin\theta = \sin 3\theta$
$\Rightarrow \sin 5\theta - \sin 3\theta = \sqrt{3}\sin\theta$
$\Rightarrow 2\sin\theta\cos 4\theta = \sqrt{3}\sin\theta \Rightarrow \sin\theta(2\cos 4\theta - \sqrt{3}) = 0$
$\sin\theta = 0$ হলে $\theta = n\pi$; $n \in \mathbb{Z}$ (Ans.)
আবার, $2\cos 4\theta = \sqrt{3} \Rightarrow \cos 4\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$
$\Rightarrow 4\theta = 2n\pi \pm \frac{\pi}{6} \Rightarrow \theta = \frac{n\pi}{2} \pm \frac{\pi}{24}$; $[n \in \mathbb{Z}]$ (Ans.)

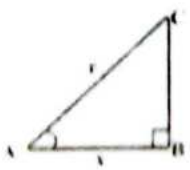
09. উদ্দীপক: দুটি বিপরীত ত্রিকোণমিতিক ফাংশন হলো $\sqrt{2}x = \sin^{-1}A, \frac{-x}{2} = \cos^{-1}B$ [CB'19]
(খ) $A - B = 0$ হলে x এর সমাধানের জন্য সাধারণ রাশিমালা বের কর।

(খ) Sol^n: $A - B = 0 \Rightarrow A = B \Rightarrow \sin(\sqrt{2}x) = \cos\left(-\frac{x}{2}\right)$
$\Rightarrow \cos\left(\frac{\pi}{2} - \sqrt{2}x\right) = \cos\left(-\frac{x}{2}\right)$
$\Rightarrow \frac{\pi}{2} - \sqrt{2}x = 2n\pi \pm \frac{-x}{2} \Rightarrow \pi - 2\sqrt{2}x = 4n\pi \pm (-x)$
$\Rightarrow \pi - 4n\pi = (2\sqrt{2} \pm 1)x$
$\therefore x = \frac{(1-4n)\pi}{2\sqrt{2}\pm 1}$, $[n \in \mathbb{Z}]$ (Ans.)

10. উদ্দীপক-২: $\cos\theta - \cos 9\theta = \sin 5\theta$ [Ctg.B'17]
(গ) উদ্দীপক-২ এর সাধারণ সমাধান নির্ণয় কর।

(গ) Sol^n: $\cos\theta - \cos 9\theta = \sin 5\theta$
$\Rightarrow 2\sin 5\theta\sin 4\theta = \sin 5\theta \Rightarrow \sin 5\theta(2\sin 4\theta - 1) = 0$
$\therefore \sin 5\theta = 0 \Rightarrow \theta = \frac{n\pi}{5} \Rightarrow 2\sin 4\theta - 1 = 0$
$\Rightarrow 2\sin 4\theta = 1 \Rightarrow \sin 4\theta = \frac{1}{2} = \sin\frac{\pi}{6}$
$\Rightarrow 4\theta = n\pi + (-1)^n\frac{\pi}{6} \quad \therefore \theta = \frac{n\pi}{4} + (-1)^n\frac{\pi}{24}$
$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান, $\theta = \frac{n\pi}{5}, \frac{n\pi}{4} + (-1)^n\frac{\pi}{24}$; $[n \in \mathbb{Z}]$
যখন n এর মান শূন্য অথবা অন্য যেকোনো পূর্ণসংখ্যা। (Ans.)

11.



[SB'17]
(গ) $f(\theta) = \frac{r}{x}$ হলে $-\pi \le x \le \pi$ ব্যবধিতে $f(2\theta) - f(\theta) = 2$ সমীকরণটি সমাধান কর।

(গ) Sol^n: $f(\theta) = \frac{r}{x} = \sec\theta$; $f(2\theta) = \sec 2\theta$

প্রশ্নমতে, $f(2\theta) - f(\theta) = 2$

$\therefore \frac{1}{\cos 2\theta} - \frac{1}{\cos\theta} = 2 \therefore \frac{\cos\theta - \cos 2\theta}{\cos 2\theta \cos\theta} = 2$

$\therefore \cos\theta - \cos 2\theta = 2\cos 2\theta.\cos\theta$

$\therefore \cos\theta - \cos 2\theta = \cos\theta + \cos 3\theta$

$\therefore \cos 3\theta + \cos 2\theta = 0$

$\therefore 2\cos\frac{5\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2} = 0 \therefore \cos\frac{5\theta}{2} = 0$ এবং $\cos\frac{\theta}{2} = 0$

এখন, $\cos\frac{5\theta}{2} = 0; \therefore \theta = \frac{2n\pi+\pi}{5}, [n \in \mathbb{Z}]$

এবং $\cos\frac{\theta}{2} = 0 \therefore \theta = 2n\pi + \pi, [n \in \mathbb{Z}]$

$n = 1$ হলে, $\theta = \frac{3\pi}{5}, 3\pi$, $n = -2$ হলে, $\theta = -\frac{3\pi}{5}, -3\pi$

$n = -1$ হলে, $\theta = -\frac{\pi}{5}, -\pi$; $n = 0$ হলে, $\theta = \frac{\pi}{5}, \pi$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান, $\theta = \frac{\pi}{5}, \pi, -\frac{\pi}{5}, -\pi, \frac{3\pi}{5}, \frac{-3\pi}{5}$ (Ans.)

12 **দৃশ্যকল্প- ২: $2\sin 2\theta + 2(\sin\theta + \cos\theta) + 1 = 0$**

(গ) দৃশ্যকল্প-২ এ বর্ণিত সমীকরণটির সাধারণ সমাধান নির্ণয় কর। [JB'17]

(গ) Sol^n: প্রদত্ত সমীকরণটি, $2\sin2\theta + 2(\sin\theta + \cos\theta) + 1 = 0$

$\Rightarrow 2\sin2\theta + 2\sin\theta + 2\cos\theta + 1 = 0$

$\Rightarrow 4\sin\theta\cos\theta + 2\sin\theta + 2\cos\theta + 1 = 0$

$\Rightarrow 2\sin\theta(2\cos\theta + 1) + 1(2\cos\theta + 1) = 0$

$\Rightarrow (2\sin\theta + 1)(2\cos\theta + 1) = 0$

হয়, $2\sin\theta + 1 = 0$

$\Rightarrow 2\sin\theta = -1$

$\Rightarrow \sin\theta = -\frac{1}{2}$

$\Rightarrow \sin\theta = \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)$

$\Rightarrow \theta = n\pi + (-1)^n\left(-\frac{\pi}{6}\right)$, $[n \in \mathbb{Z}]$

অথবা, $2\cos\theta + 1 = 0$

$\Rightarrow 2\cos\theta = -1$

$\Rightarrow \cos\theta = -\frac{1}{2}$

$\Rightarrow \cos\theta = \cos\frac{2\pi}{3}$

$\therefore \theta = 2n\pi \pm \frac{2\pi}{3}$, $[n \in \mathbb{Z}]$

সুতরাং, $\theta = n\pi + (-1)^n\left(-\frac{\pi}{6}\right), 2n\pi \pm \frac{2\pi}{3}$

যেখানে $[n \in \mathbb{Z}]$ (Ans.)

13 $f(x) = \sin x$ [সরকারি এডওয়ার্ড কলেজ, পাবনা]

(খ) $f\left(\frac{\pi}{2} + x\right) + f(x) = f\left(\frac{5\pi}{2} - 2x\right) + f(2x)$

সমীকরণটি সমাধান কর যখন $-2\pi \le x \le 2\pi$

(খ) Sol^n: দেওয়া আছে, $f(x) = \sin x$

প্রদত্ত সমীকরণ: $f\left(\frac{\pi}{2} + x\right) + f(x) = f\left(\frac{5\pi}{2} - 2x\right) + f(2x)$

$\Rightarrow \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) + \sin x = \sin\left(\frac{5\pi}{2} - 2x\right) + \sin 2x$

$\Rightarrow \cos x + \sin x = \cos 2x + \sin 2x$

$\Rightarrow \cos x - \cos 2x = \sin 2x - \sin x$

$\Rightarrow 2\sin\frac{3x}{2}\sin\frac{x}{2} = 2\cos\frac{3x}{2}\sin\frac{x}{2}$

$\Rightarrow \sin\frac{x}{2}\left(\sin\frac{3x}{2} - \cos\frac{3x}{2}\right) = 0$ হয়, $\sin\frac{3x}{2} - \cos\frac{3x}{2} = 0$

$\Rightarrow \tan\frac{3x}{2} = 1 \Rightarrow \frac{3x}{2} = (4m+1)\frac{\pi}{4}$

$\therefore x = \frac{(4m+1)\pi}{6}; m \in \mathbb{Z}$

অথবা, $\sin\frac{x}{2} = 0 \Rightarrow \frac{x}{2} = n\pi$

$\therefore x = 2n\pi; n \in \mathbb{Z}$

n	$2n\pi$	$\frac{4n+1}{6}\pi$
0	0	$\frac{\pi}{6}$
1	2π	$\frac{5\pi}{6}$
2	-	$\frac{9\pi}{6}$
3	-	-
-1	-2π	$\frac{-3\pi}{6}$
-2	-	$\frac{-7\pi}{6}$
-3	-	$\frac{-11\pi}{6}$

$\therefore$ সমাধান, $x = 0, \pm 2\pi, \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}, \frac{9\pi}{6}, \frac{-3\pi}{6}, \frac{-7\pi}{6}, \frac{-11\pi}{6}$

নিজে করো

14. $f(x) = \cos x - \cos 7x$ [CB'23]

(খ) $f(\alpha) = \sin 4\alpha$ সমীকরণের সাধারণ সমাধান নির্ণয় কর।

[Ans: $\alpha = \frac{n\pi}{3} + (-1)^n\frac{\pi}{18}$ $[n \in \mathbb{Z}]$]

15. $f(x) = \sin x$ এবং $g(y) = \cos y$. [JB'22]

(খ) $f(x) + g\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right) + f(3x) = 1 + g(x) + f\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right)$

সমীকরণটির সমাধান কর। [Ans: $x = (2n+1)\frac{\pi}{2}$, $2n\pi \pm \frac{2\pi}{3}, n\pi + (-1)^n\frac{\pi}{6}$ $[n \in \mathbb{Z}]$]

16. $f(x) = \sin x$. [RB'21]

(গ) সমাধান কর: $1 + f\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right) + f\left(\frac{\pi}{2} - 4x\right) + f\left(\frac{\pi}{2} - 6x\right) = 0$ [Ans: $x = (2n+1)\frac{\pi}{4}$, $[n \in \mathbb{Z}]$]

17. $f(x) = \sin x$ [CB'21]

(গ) সমাধান কর: $f\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) + f(\theta) = f\left(\frac{\pi}{2} - 2\theta\right) + f(2\theta)$

[Ans: $\theta = 2n\pi$; $(4n+1)\frac{\pi}{2}$

18. $A = \cos\theta, B = \sin\theta, C = \cos 2\theta, D = \sin 2\theta$ [Din.B'17]

(গ) $A + B = C + D$ সমীকরণটির $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ ব্যবধিতে সমাধান আছে কিনা যাচাই কর।

Educationblog24.com

Type-09: $\sin\theta$, $\cos\theta$ ইত্যাদি ত্রিকোণমিতিক অনুপাত গুণ আকারে থাকলে

Concept

sine এবং cosine গুণ আকারে থাকলে $2\sin A\cos B$; $2\cos A\sin B$; $2\cos A\cos B$; $2\sin A\sin B$; এর সূত্রগুলো প্রয়োজন অনুসারে ব্যবহার করতে হবে। এখানেও মূল লক্ষ্য হলো common নেওয়া।

সৃজনশীল প্রশ্ন (ক, খ ও গ)

01. $f(x) = \sin\alpha x, g(x) = \sin\beta x$. [RB'22]

(গ) $\alpha = 1, \beta = 3$ হলে $-\pi$ হতে π ব্যবধির মধ্যে $2f(x).g(x) = 1$ সমীকরণের সমাধান নির্ণয় কর।

(গ) Sol^n: $2\sin x.\sin 3x = 1 \Rightarrow 2\sin x(3\sin x - 4\sin^3 x) = 1$

$\Rightarrow 6\sin^2 x - 8\sin^4 x = 1$

$\Rightarrow 8\sin^4 x - 6\sin^2 x + 1 = 0$

$\Rightarrow 8\sin^4 x - 4\sin^2 x - 2\sin^2 x + 1 = 0$

$\Rightarrow 4\sin^2 x(2\sin^2 x - 1) - 1(2\sin^2 x - 1) = 0$

হয়, $2\sin^2 x - 1 = 0 \Rightarrow \sin x = \pm\frac{1}{\sqrt{2}}$

$\Rightarrow \sin x = \sin\left(\pm\frac{\pi}{4}\right) \Rightarrow x = n\pi + (-1)^n\left(\pm\frac{\pi}{4}\right)$

$\therefore x = n\pi \pm \frac{\pi}{4} = (4n \pm 1)\frac{\pi}{4}$ [$\because n \in \mathbb{Z}$]

অথবা, $4\sin^2 x - 1 = 0 \Rightarrow \sin x = \pm\frac{1}{2}$

$\Rightarrow \sin x = \sin\left(\pm\frac{\pi}{6}\right) \Rightarrow x = n\pi + (-1)^n\left(\pm\frac{\pi}{6}\right)$

$\Rightarrow x = n\pi \pm \frac{\pi}{6}$ $\therefore x = (6n \pm 1)\frac{\pi}{6}$

n এর মান	$x = (4n \pm 1)\frac{\pi}{4}$	$x = (6n \pm 1)\frac{\pi}{6}$	গ্রহণযোগ্য মান
-2	$-\frac{7\pi}{4}, -\frac{9\pi}{4}$	$-\frac{11\pi}{6}, -\frac{13\pi}{6}$	
-1	$-\frac{3\pi}{4}, -\frac{5\pi}{4}$	$-\frac{7\pi}{6}, -\frac{5\pi}{4}$	$-\frac{3\pi}{4}$
0	$\frac{\pi}{4}, -\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{6}, -\frac{\pi}{6}$	$-\frac{\pi}{4}, -\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}$
1	$\frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}$	$\frac{7\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}$	$\frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{6}$
2	$\frac{7\pi}{4}, \frac{9\pi}{4}$	$\frac{11\pi}{6}, \frac{13\pi}{6}$	

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান: $-\frac{3\pi}{4}, -\frac{\pi}{4}, -\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{6}$ (Ans.)

02. $g(x) = \cos x$ [SB'21]

(ক) সমাধান কর: $2(\cos^2 x - \sin^2 x) = \sqrt{3}$

(গ) সমাধান কর: $4g(x)g(2x)g(3x) = 1$, যখন $0 < x < \pi$

(ক) Sol^n: $2(\cos^2 x - \sin^2 x) = \sqrt{3} \Rightarrow \cos 2x = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\Rightarrow \cos 2x = \cos\frac{\pi}{6}$ $\therefore 2x = 2n\pi \pm \frac{\pi}{6}$

$\Rightarrow x = n\pi \pm \frac{\pi}{12}$; [$n \in \mathbb{Z}$] (Ans.)

(গ) Sol^n: $4\cos x\cos 2x\cos 3x = 1$

$\Rightarrow 2\{\cos 4x + \cos 2x\}\cos 2x = 1$

$\Rightarrow 2\cos 4x\cos 2x + 2\cos^2 2x - 1 = 0$

$\Rightarrow 2\cos 4x\cos 2x + \cos 4x = 0$

$\Rightarrow \cos 4x(2\cos 2x + 1) = 0$ $\therefore \cos 4x = 0$

$\Rightarrow x = (2n + 1)\frac{\pi}{8}$; [$n \in \mathbb{Z}$]

আবার, $\cos 2x = -\frac{1}{2} \Rightarrow \cos 2x = \cos\frac{2\pi}{3}$

$\therefore 2x = 2n\pi \pm \frac{2\pi}{3} \Rightarrow x = n\pi \pm \frac{\pi}{3}$; [$n \in \mathbb{Z}$]

১ম ক্ষেত্রে, $n = 0, 1, 2, 3$ বসিয়ে $x = \frac{\pi}{8}, \frac{3\pi}{8}, \frac{5\pi}{8}, \frac{7\pi}{8}$

২য় ক্ষেত্রে, $n = 0, 1$ বসিয়ে $x = \frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}$

$\therefore x = \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{8}, \frac{3\pi}{8}, \frac{5\pi}{8}, \frac{7\pi}{8}, \frac{2\pi}{8}$ (Ans.)

03. দৃশ্যকল্প-১: $f(\theta) = \sin\theta$. [JB'21]

(খ) দৃশ্যকল্প-১ এর আলোকে $2f\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right).f\left(\frac{\pi}{2} - 3\theta\right) + 1 = 0$ সমীকরণের সমাধান কর।

(খ) Sol^n: $2f\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right).f\left(\frac{\pi}{2} - 3\theta\right) + 1 = 0$

$\Rightarrow 2\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)\sin\left(\frac{\pi}{2} - 3\theta\right) + 1 = 0$

$\Rightarrow 2\cos\theta\cos 3\theta + 1 = 0$

$\Rightarrow \cos 4\theta + \cos 2\theta + 1 = 0$

$\Rightarrow 2\cos^2 2\theta + \cos 2\theta = 0$

$\Rightarrow \cos 2\theta(2\cos 2\theta + 1) = 0$

$\therefore \cos 2\theta = 0$ $\therefore \theta = (2n + 1)\frac{\pi}{4}$; [$n \in \mathbb{Z}$] (Ans.)

আবার, $\cos 2\theta = -\frac{1}{2} \Rightarrow \cos 2\theta = \cos\frac{2\pi}{3}$;

$\theta = n\pi \pm \frac{\pi}{3}$; [$n \in \mathbb{Z}$] (Ans.)

04. দৃশ্যকল্প-২: $4\cos x\cos 2x\cos 3x = 1$. [CB'21]

(গ) দৃশ্যকল্প-২ এর সমীকরণটি $0 < x < \pi$ ব্যবধিতে সমাধান কর।

(গ) Sol^n: $4\cos x\cos 2x\cos 3x = 1$

$\Rightarrow 2\cos 2x(\cos 4x + \cos 2x) = 1$

$\Rightarrow 2\cos 2x\cos 4x = 1 - 2\cos^2 2x$

$\Rightarrow 2\cos 2x\cos 4x = -\cos 4x$ [$\because \cos 2x = 2\cos^2 x - 1$]

$\Rightarrow \cos 4x(2\cos 2x + 1) = 0$

$\therefore \cos 4x = 0$

$\therefore 4x = n\pi + \frac{\pi}{2}$

বা, $x = \frac{n\pi}{4} + \frac{\pi}{8}$

অথবা $2\cos 2x = -1$

বা, $\cos 2x = -\frac{1}{2} = \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right)$

$\therefore 2x = 2n\pi \pm \frac{2\pi}{3}$ $\therefore x = n\pi \pm \frac{\pi}{3}$

x	$\frac{n\pi}{4} + \frac{\pi}{8}$	$n\pi + \frac{\pi}{3}$	$n\pi - \frac{\pi}{3}$
0	$\frac{\pi}{8}$	$\frac{\pi}{3}$	×
1	$\frac{3\pi}{8}$	×	$\frac{2\pi}{3}$

$\therefore x = \frac{\pi}{8}, \frac{3\pi}{8}, \frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}$

Educationblog24.com

নিজে করো

05. $h(x) = \sin x$. [Din.B'21, 19]

(গ) $0 \le \theta \le 2\pi$ ব্যবধিতে $2h(\theta) \cdot h(3\theta) = 1$ সমীকরণটির সমাধান কর। [Ans: $\theta = \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{6}, \frac{7\pi}{6}, \frac{5\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}, \frac{11\pi}{6}$]

Type-10: $\cot\theta, \tan\theta, \sec\theta, \operatorname{cosec}\theta$ বিশিষ্ট ত্রিকোণমিতিক সমীকরণ সংক্রান্ত সমস্যা

Concept

এই টাইপের সমস্যাগুলোতে tan বা cot এর সূত্র আনার চেষ্টা করতে হবে। যদি সূত্র না আনা যায়, তাহলে, $\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}, \cot\theta = \frac{\cos\theta}{\sin\theta}, \sec\theta = \frac{1}{\cos\theta}, \operatorname{cosec}\theta = \frac{1}{\sin\theta}$ আকারে ভেঙ্গে সমাধান করতে হবে। $\tan\theta$ ও $\sec\theta$ থাকলে $\cos\theta \neq 0$ এবং $\cot\theta$ ও $\operatorname{cosec}\theta$ থাকলে $\sin\theta \neq 0$ বিবেচনা করতে হবে।

সৃজনশীল প্রশ্ন (ক, খ ও গ)

01 দৃশ্যকল্প-২: $g(x) = \cot x$. [BB'23; Din.B'19]

(গ) সমাধান কর: $g\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) \cdot g\left(\frac{3\pi}{2} - 2\theta\right) = 1$, যখন $0 \le \theta \le \pi$.

(গ) Sol^n: $g\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) \cdot g\left(\frac{3\pi}{2} - 2\theta\right) = 1$

$\Rightarrow \cot\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)\cot\left(\frac{3\pi}{2} - 2\theta\right) = 1$

$\Rightarrow \tan\theta.\tan 2\theta = 1 \Rightarrow \sin\theta\sin 2\theta = \cos\theta\cos 2\theta$

$\Rightarrow \cos\theta\cos 2\theta - \sin\theta\sin 2\theta = 0 \Rightarrow \cos(\theta + 2\theta) = \cos\frac{\pi}{2}$

$\therefore 3\theta = (2n+1)\frac{\pi}{2} \quad \therefore \theta = (2n+1)\cdot\frac{\pi}{6}$ [$n \in \mathbb{Z}$]

$\therefore n = 0$ হলে, $\theta = \frac{\pi}{6}$

$n = 1$ হলে, $\theta = \frac{\pi}{2}$; যা অগ্রহণযোগ্য

$n = 2$ হলে, $\theta = \frac{5\pi}{6} \quad \therefore \theta = \left\{\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}\right\}$ (Ans.)

02 $f(z) = \tan z . \tan 3z$ [JB'23]

(গ) যদি $f(z) = 1$ হয় তবে z এর মান নির্ণয় কর যখন $-\frac{\pi}{2} \le z \le \frac{\pi}{2}$

(গ) Sol^n: দেওয়া আছে, $f(z) = 1 \Rightarrow \tan z \tan 3z = 1$

$\Rightarrow \frac{\sin z \sin 3z}{\cos z \cos 3z} = 1 \Rightarrow \sin z \sin 3z = \cos z \cos 3z$

$\Rightarrow \cos z \cos 3z - \sin z \sin 3z = 0 \Rightarrow \cos 4z = 0$

$\Rightarrow 4z = (2n+1)\frac{\pi}{2} \quad \therefore z = (2n+1)\frac{\pi}{8}$; যেখানে [$n \in \mathbb{Z}$]

যেহেতু, $-\frac{\pi}{2} \le z \le \frac{\pi}{2}$ তাই, $n = -2, -1, 0, 1$ নিয়ে পাই

$z = -\frac{3\pi}{8}, -\frac{\pi}{8}, \frac{\pi}{8}, \frac{3\pi}{8}$ (Ans.)

03 উদ্দীপক-২: $f(x) = \sec x$ [BB'21]

(গ) উদ্দীপক-২ এর আলোকে $f(x).f(3x) + 2 = 0$ সমীকরণের সাধারণ সমাধান নির্ণয় কর।

(গ) Sol^n: $f(x).f(3x) + 2 = \sec x . \sec(3x) + 2 = 0$

$\Rightarrow \frac{1}{\cos x \cos 3x} + 2 = 0$ [$\cos x \neq 0 ; \cos 3x \neq 0$]

$\Rightarrow 2\cos 3x . \cos x + 1 = 0$

$\Rightarrow \cos(3x + x) + \cos(3x - x) = -1$

$\Rightarrow \cos 2x = -(1 + \cos 4x)$

$\Rightarrow \cos 2x = -(2\cos^2 2x)$

$\Rightarrow \cos 2x (1 + 2\cos 2x) = 0$

$\therefore \cos 2x = 0 \Rightarrow 2x = n\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{n\pi}{2} + \frac{\pi}{4}$

$\Rightarrow x = (2n+1)\frac{\pi}{4}; n \in \mathbb{Z}$

অথবা, $\cos 2x = -\frac{1}{2} = \cos\left(\pi - \frac{\pi}{3}\right) \Rightarrow 2x = 2n\pi \pm \left(\frac{2\pi}{3}\right)$

$\Rightarrow x = n\pi \pm \frac{\pi}{3} = (3n \pm 1)\frac{\pi}{3}; [n \in \mathbb{Z}]$ (Ans.)

04 $f(x) = \operatorname{cosec} x - \cot x$ [MB'21]

(খ) $f(\theta) = \frac{3}{4}$ হলে, দেখাও যে, $\theta = \pm\sin^{-1}\left(\frac{24}{25}\right)$.

(খ) Sol^n: $f(\theta) = \frac{3}{4} \Rightarrow \operatorname{cosec}\theta - \cot\theta = \frac{3}{4} \ldots\ldots\ldots (i)$

আবার, $\operatorname{cosec}^2\theta - \cot^2\theta = 1$

$\Rightarrow (\operatorname{cosec}\theta - \cot\theta)(\operatorname{cosec}\theta + \cot\theta) = 1$

$\Rightarrow \operatorname{cosec}\theta + \cot\theta = \frac{4}{3} \ldots\ldots\ldots (ii)$

এখন, (ii) - (i) $\Rightarrow 2\cot\theta = \frac{7}{12} \Rightarrow \cot^2\theta = \frac{49}{576}$

$\Rightarrow \operatorname{cosec}^2\theta = 1 + \frac{49}{576} \Rightarrow \operatorname{cosec}^2\theta = \frac{625}{576}$

$\Rightarrow \sin^2\theta = \frac{576}{625} \Rightarrow \sin\theta = \pm\frac{24}{25}$

$\therefore \theta = \pm\sin^{-1}\left(\frac{24}{25}\right)$ (Showed)

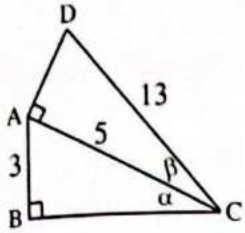
05 (ক) সমাধান কর: $\tan 2x - \tan x = 0$. [MB'21]

(ক) Sol^n: $\tan 2x - \tan x = 0 \Rightarrow \frac{\sin 2x}{\cos 2x} = \frac{\sin x}{\cos x}$

$\Rightarrow \sin 2x \cos x - \cos 2x \sin x = 0 \Rightarrow \sin x = 0$

$\therefore x = n\pi; [n \in \mathbb{Z}]$ (Ans.)

06. $f(x) = \tan x$ [সরকারি বিজ্ঞান কলেজ, ঢাকা]



(খ) $f(x) + f(2x) + f(3x) = 0$ সমীকরণের সমাধান নির্ণয় কর।

(খ) Sol^n: দেওয়া আছে, $f(x) = \tan x$

প্রদত্ত সমীকরণ: $f(x) + f(2x) + f(3x) = 0$

$\Rightarrow \tan x + \tan 2x + \tan 3x = 0$

$\Rightarrow \tan x + \tan 2x + \frac{\tan x + \tan 2x}{1 - \tan x \tan 2x} = 0$

$\Rightarrow \tan x + \tan 2x \left(1 + \frac{1}{1 - \tan x \tan 2x}\right) = 0$

$\Rightarrow (\tan x + \tan 2x)\left(\frac{2 - \tan x \tan 2x}{1 - \tan x \tan 2x}\right) = 0$

$\Rightarrow \frac{\tan x + \tan 2x}{1 - \tan x \tan 2x}(2 - \tan x \tan 2x) = 0$

$\Rightarrow \tan 3x\,(2 - \tan x \tan 2x) = 0$

হয়, $\tan x \tan 2x = 2 \Rightarrow \frac{2\tan^2 x}{1 - \tan^2 x} = 2 \Rightarrow 4\tan^2 x = 2$

$\Rightarrow \tan x = \pm\frac{1}{\sqrt{2}} = \tan\alpha$

$\Rightarrow x = n\pi + \alpha = n\pi \pm \tan^{-1}\frac{1}{\sqrt{2}}; n \in \mathbb{Z}$

অথবা, $\tan 3x = 0 \Rightarrow 3x = m\pi \therefore x = \frac{m\pi}{3}; m \in \mathbb{Z}$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান: $x = \frac{m\pi}{3}, n\pi \pm \tan^{-1}\frac{1}{\sqrt{2}}; m, n \in \mathbb{Z}$

MCQ প্রশ্নের জন্য এই অধ্যায়ের বিভিন্ন টাইপের তুলনামূলক গুরুত্ব:

গুরুত্ব	টাইপ	টাইপের নাম	যতবার প্রশ্ন এসেছে	যে বোর্ডে যে বছর এসেছে MCQ
✪✪	T-01	গ্রাফ সংক্রান্ত	02	SB'21; CB'21
✪✪✪	T-02	মান সংক্রান্ত	78	DB'23, 22, 21, 19, 17; RB'23, 22, 21, 17; Ctg.B'23, 22, 21, 19, 17; BB'23, 22, 21; JB'23, 22, 21, 19, 17; CB'23, 22, 21, 17; Din.B'23, 22, 21, 17; MB'23, 22, 21, 19; Mad.B'23; SB'19, 17; All.B'18
✪✪✪	T-03	বিপরীত ত্রিকোণমিতিক সমীকরণের প্রমাণ ও সমাধান সংক্রান্ত সমস্যা	27	DB'23, 22, 19; RB'23, 22, 21, 17; Ctg.B'23, 17; BB'23, 22, 17; MB'23, 21; Mad.B'23; SB'22, 21; JB'21; CB'21; Din.B'21, 19, 17;
	T-04	ত্রিকোণমিতিক সমীকরণের সমাধান সংক্রান্ত সাধারণ সমস্যা	-	-
✪✪✪	T-05	বর্গসূত্রের প্রয়োগ সংক্রান্ত সমস্যা	11	SB'23; CB'2, 193; Ctg.B'22; RB'21; SB'21, 19; BB'21; Din.B'21; All.B'18; DB'17
✪✪	T-06	$\sin\theta, \cos\theta, \tan\theta, \sec\theta$ এর দ্বিঘাতরাশি সম্বলিত পদ থাকলে	02	SB'22; RB'17
✪✪✪	T-07	$a\cos\theta + b\sin\theta = c$ [যেখানে $\lvert c\rvert \le \sqrt{a^2 + b^2}$] আকৃতির ত্রিকোণমিতিক সমীকরণ সংক্রান্ত সমস্যা	09	SB'23, 19; JB'23; CB'23, 22; Din.B'23; BB'22, 21; Ctg.B'22; SB'19
✪✪	T-08	$\sin\theta, \cos\theta$ ইত্যাদি ত্রিকোণমিতিক অনুপাত যোগ আকারে থাকলে	03	BB'21; Din.B'21; JB'19
✪	T-09	$\sin\theta, \cos\theta$ ইত্যাদি ত্রিকোণমিতিক অনুপাত গুণ আকারে থাকলে	01	DB'23
✪✪✪	T-10	$\cot\theta, \tan\theta, \sec\theta, \operatorname{cosec}\theta$ বিশিষ্ট ত্রিকোণমিতিক সমীকরণ সংক্রান্ত সমস্যা	48	Ctg.B'23, 22, 21; BB'23, 22, 21, 19, 17; JB'23, 22, 21, 17; CB'23, 22, 21, 19, 17; Din.B'23, 22, 21, 19, 17; MB'23, 22, 21; Mad.B'23; DB'22, 21, 19, 17; RB'22, 21, 19; All.B'18;

Educationblog24.com

বিগত বোর্ড পরীক্ষাসমূহের MCQ প্রশ্ন

01. $\frac{1}{2}\sin^{-1}\frac{4}{5}=?$ [DB'23; JB'19]

(a) $\tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$ (b) $\tan^{-1}(2)$

(c) $\cos^{-1}\left(\frac{3}{4}\right)$ (d) $\sin^{-1}\left(\frac{2}{5}\right)$

02. নিচের কোনটি সঠিক [DB'23]

(i) $\sin^{-1}x+\cos^{-1}x=\frac{\pi}{2}$

(ii) $\tan^{-1}x+\cot^{-1}x=\pi$

(iii) $\sec^{-1}x+\text{cosec}^{-1}x=\frac{\pi}{2}$

নিচের কোনটি সঠিক?

(a) i (b) ii (c) i, ii (d) i, iii

03. $\tan\theta=0$ হলে θ এর সাধারণ সমাধান— [DB'23]

(a) $(2n+1)\pi$ (b) $n\pi$

(c) π (d) 0

04. $4\left(\cos^{-1}\frac{2}{\sqrt{5}}+\tan^{-1}\frac{1}{3}\right)=$ কত? [RB'23]

(a) $\frac{\pi}{4}$ (b) $\frac{\pi}{2}$ (c) π (d) 2π

05. $\sin^{-1}\frac{1}{x}=\tan^{-1}\frac{2}{3}$ হলে $x=$ কত? [RB, MB, Mad.B'23]

(a) $\frac{2}{3}$ (b) $\frac{3}{2}$ (c) $\frac{\sqrt{13}}{3}$ (d) $\frac{\sqrt{13}}{2}$

06. $\cos(\sin^{-1}x)$ এর মান কোনটি? [RB'23]

(a) $\sqrt{x^2-1}$ (b) $\sqrt{1-x^2}$

(c) x^2+1 (d) $1-x^2$

07. $n\in\mathbb{Z}$ হলে $\sin 2\theta=1$ সমীকরণের সাধারণ সমাধান কোনটি [RB'2

(a) $(4n+1)\frac{\pi}{4}$ (b) $(4n+1)\frac{\pi}{2}$

(c) $(4n-1)\frac{\pi}{4}$ (d) $(4n-1)\frac{\pi}{2}$

08. $\sin 2\theta-\cos 2\theta=0$ সমীকরণের সাধারণ সমাধান— [Ctg.B'2

(a) $\frac{n\pi}{2}+\frac{\pi}{4}$ (b) $\frac{n\pi}{2}-\frac{\pi}{4}$

(c) $\frac{n\pi}{2}-\frac{\pi}{8}$ (d) $\frac{n\pi}{2}+\frac{\pi}{8}$

09. $\cos^{-1}\left(\frac{2}{3}\right)$ এর মান হলো— [Ctg.B, JB'2

(a) $\tan^{-1}\frac{\sqrt{5}}{2}$ (b) $\sin^{-1}\frac{3}{2}$

(c) $\sec^{-1}\frac{2}{3}$ (d) $\cot^{-1}\frac{\sqrt{5}}{3}$

10. $\tan^{-1}\frac{3}{4}$ এর মান কোনটি? [Ctg.B'2

(a) $\frac{1}{2}\tan^{-1}\frac{24}{25}$ (b) $\frac{1}{2}\sin^{-1}\frac{24}{25}$

(c) $\frac{1}{2}\sin^{-1}\frac{24}{7}$ (d) $\frac{1}{2}\tan^{-1}\frac{7}{24}$

11. $\sin\left(x-\frac{3\pi}{2}\right)=0, n\in\mathbb{Z}$ এর সমাধান কোনটি? [Ctg.B'2

(a) $2n\pi+\frac{3\pi}{2}$ (b) $2n\pi-\frac{3\pi}{2}$

(c) $n\pi-\frac{3\pi}{2}$ (d) $n\pi+\frac{3\pi}{2}$

MCQ উত্তরমালা ও ব্যাখ্যামূলক সমাধান

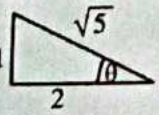
01. a	02. d	03. b	04. c	05. d	06. b	07. a	08. d	09. a	10. b	11. d

01. ধরি, $\frac{1}{2}\sin^{-1}\frac{4}{5}=\theta\Rightarrow\sin^{-1}\frac{4}{5}=2\theta\Rightarrow\sin 2\theta=\frac{4}{5}$

$\therefore\tan\theta=\frac{\sin\theta}{\cos\theta}=\frac{2\sin\theta\sin\theta}{2\cos\theta\sin\theta}=\frac{1-\cos 2\theta}{\sin 2\theta}=\frac{1-\sqrt{1-\sin^2 2\theta}}{\sin 2\theta}$

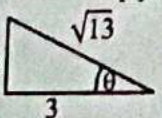
$=\frac{1-\sqrt{1-\frac{16}{25}}}{\frac{4}{5}}=\frac{\frac{2}{5}}{\frac{4}{5}}=\frac{1}{2}\therefore\theta=\tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$

03. $\tan\theta=0,\therefore\theta=n\pi, n\in\mathbb{Z}$

04. 

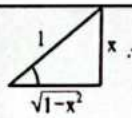
$4\left(\cos^{-1}\frac{2}{\sqrt{5}}+\tan^{-1}\frac{1}{3}\right)=4\left(\tan^{-1}\frac{1}{2}+\tan^{-1}\frac{1}{3}\right)$

$=4\left(\tan^{-1}\frac{\frac{1}{2}+\frac{1}{3}}{1-\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}}\right)=4\tan^{-1}(1)=4\times\frac{\pi}{4}=\pi$

05. 

$\tan^{-1}\frac{2}{3}=\sin^{-1}\frac{2}{\sqrt{13}}\therefore\sin^{-1}\frac{1}{x}=\tan^{-1}\frac{2}{3}\Rightarrow\sin^{-1}\frac{1}{x}=\sin^{-1}\frac{2}{\sqrt{13}}$

$\Rightarrow\sin^{-1}\frac{1}{x}=\sin^{-1}\frac{1}{\frac{\sqrt{13}}{2}}\therefore x=\frac{\sqrt{13}}{2}$

06. 

$\therefore\sin^{-1}x=\cos^{-1}\sqrt{1-x^2}$

$\therefore\cos(\sin^{-1}x)=\cos\left(\cos^{-1}\sqrt{1-x^2}\right)=\sqrt{1-x^2}$

07. $\sin 2\theta=1\Rightarrow 2\theta=(4n+1)\frac{\pi}{2}\therefore\theta=(4n+1)\frac{\pi}{4}$

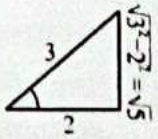
08. $\sin 2\theta-\cos 2\theta=0\Rightarrow\sin 2\theta=\cos 2\theta$

$\Rightarrow\tan 2\theta=1=\tan\frac{\pi}{4}\Rightarrow 2\theta=n\pi+\frac{\pi}{4}\therefore\theta=\frac{n\pi}{2}+\frac{\pi}{8}; n\in\mathbb{Z}$

09. $\cos^{-1}\left(\frac{2}{3}\right)=\tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)$

$=\sin^{-1}\left(\frac{\sqrt{5}}{3}\right)$

$=\sec^{-1}\left(\frac{3}{2}\right)=\cot^{-1}\left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right)$



10. $\tan^{-1}\frac{3}{4}=\frac{1}{2}\times 2\tan^{-1}\frac{3}{4}=\frac{1}{2}\times\sin^{-1}\frac{2\times\frac{3}{4}}{1+\left(\frac{3}{4}\right)^2}=\frac{1}{2}\sin^{-1}\frac{24}{25}$

11. $\sin\left(x-\frac{3\pi}{2}\right)=0\Rightarrow x-\frac{3\pi}{2}=n\pi\therefore x=n\pi+\frac{3\pi}{2}$

Educationblog24.com

12. $\text{cosec}^2\left(\tan^{-1}\frac{1}{2}\right) - \sec^2(\cot^{-1}\sqrt{3})$ এর মান নিচের কোনটি? [SB'23; Ctg.B'22; BB'21; DB'17]

(a) $\frac{11}{3}$ (b) $\frac{13}{3}$ (c) $\frac{35}{9}$ (d) $\frac{37}{9}$

13. $\sin^{-1}\frac{2a}{1+a^2} + \cot^{-1}\frac{1-b^2}{2b} = 2\tan^{-1}x$ হলে x এর মান- [SB'23]

(a) $a + b$ (b) $a - b$

(c) $\frac{a-b}{1+ab}$ (d) $\frac{a+b}{1-ab}$

14. n পূর্ণসংখ্যা হলে, $\cos 3\theta = \frac{1}{2}$ সমীকরণের সমাধান কোনটি? [SB'23]

(a) $\frac{2}{3}n\pi - \frac{\pi}{9}$ (b) $\frac{2}{3}n\pi + \frac{\pi}{9}$

(c) $\frac{2}{3}n\pi \pm \frac{\pi}{9}$ (d) $\frac{3}{2}n\pi \pm \frac{\pi}{9}$

15. $\cos\theta - \sin\theta = 0$ হলে θ এর মান কত? [SB'23]

(a) 30° (b) 45° (c) 60° (d) 120°

16. $\tan^{-1}x + \tan^{-1}y =$ কত? যখন $(xy > 1)$ [BB'23]

(a) $\tan^{-1}\frac{x+y}{1-xy}$ (b) $\tan^{-1}\frac{x+y}{1-xy} - \pi$

(c) $\tan^{-1}\frac{x+y}{1-xy} + \pi$ (d) $\tan^{-1}\frac{x+y}{1-xy} + \frac{\pi}{2}$

17. $\cos^{-1}\left\{\cos\left(-\frac{\pi}{3}\right)\right\} =$ কত? [BB'23]

(a) $-\frac{\pi}{3}$ (b) $\frac{\pi}{3}$ (c) $\frac{2\pi}{3}$ (d) $-\frac{2\pi}{3}$

18. বিপরীত বৃত্তীয় ফাংশনের ক্ষেত্রে- [BB'23]

(i) $\sin^{-1}(-x) = -\sin^{-1}x\ (-1 \le x \le 1)$

(ii) $\sin^{-1}\left(\sin\frac{3\pi}{4}\right) = \frac{3\pi}{4}$

(iii) $\sec^{-1}(-x) = \pi - \sec^{-1}x\ (|x| \ge 1)$

নিচের কোনটি সঠিক?

(a i, ii (b) i, iii

(c) ii, iii (d) i, ii, iii

19. $\sin\theta = \sin\alpha$ হলে θ এর মান কত? (যেখানে α একটি ধ্রুবক কোণ) [BB'23]

(a) $n\pi + (-1)^n\alpha, n \in \mathbb{Z}$ (b) $n\pi \pm (-1)^n\alpha, n \in \mathbb{Z}$

(c) $n\pi \pm \alpha, n \in \mathbb{Z}$ (d) $n\pi - (-1)^n\alpha, n \in \mathbb{Z}$

20. $\sin\theta + \cos\theta$ এর বৃহত্তম মান কত? [BB'23]

(a) $+\sqrt{2} + 1$ (b) $\sqrt{2}$ (c) 1 (d) 2

21. $\sin x + \text{cosec}\, x = -2$ এবং $n \in \mathbb{Z}$ হলে x এর মান কত? [JB'23]

(a) $2n\pi + \frac{\pi}{2}$ (b) $2n\pi - \frac{\pi}{2}$

(c) $2n\pi$ (d) $2n\pi - \pi$

22. $\cos^{-1}\{-\sin(\tan^{-1}2 + \cot^{-1}2)\}$ এর মান কত? [JB'23]

(a) $-\frac{\pi}{2}$ (b) 0 (c) $\frac{\pi}{2}$ (d) π

MCQ উত্তরমালা ও ব্যাখ্যামূলক সমাধান

০৭

12. a	13. d	14. c	15. b	16. c	17. b	18. b	19. a	20. b	21. b	22. d

12. $\text{cosec}^2\left(\tan^{-1}\frac{1}{2}\right) - \sec^2(\cot^{-1}\sqrt{3})$ $\left[\because \tan^{-1}\frac{1}{2} = \sin^{-1}\frac{1}{\sqrt{5}} = \text{cosec}^{-1}\sqrt{5}\right.$ এবং $\left.\cot^{-1}\sqrt{3} = \cos^{-1}\frac{\sqrt{3}}{2} = \sec^{-1}\frac{2}{\sqrt{3}}\right]$

$= \text{cosec}^2\left(\text{cosec}^{-1}\sqrt{5}\right) - \sec^2\left(\sec^{-1}\frac{2}{\sqrt{3}}\right)$

$= (\sqrt{5})^2 - \left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^2 = 5 - \frac{4}{3} = \frac{11}{3}$

13. $\sin^{-1}\frac{2a}{1+a^2} + \cot^{-1}\frac{1-b^2}{2b} = 2\tan^{-1}x$

$\Rightarrow 2\tan^{-1}a + \tan^{-1}\frac{2b}{1-b^2} = 2\tan^{-1}x$

$\Rightarrow 2\tan^{-1}a + 2\tan^{-1}b = 2\tan^{-1}x$

$\left[\because 2\tan^{-1}x = \tan^{-1}\frac{2x}{1-x^2} = \sin^{-1}\frac{2x}{1+x^2}\right]$

$\Rightarrow \tan^{-1}a + \tan^{-1}b = \tan^{-1}x \Rightarrow \tan^{-1}\frac{a+b}{1-ab} = \tan^{-1}x \therefore x = \frac{a+b}{1-ab}$

14. $\cos 3\theta = \frac{1}{2} = \cos\frac{\pi}{3} \Rightarrow 3\theta = 2n\pi \pm \frac{\pi}{3}$

$[\because \cos\theta = \cos\alpha \therefore \theta = 2n\pi \pm \alpha] \therefore \theta = \frac{2}{3}n\pi \pm \frac{\pi}{9}$

15. $\cos\theta - \sin\theta = 0 \Rightarrow \sin\theta = \cos\theta \Rightarrow \tan\theta = 1 \Rightarrow \theta = 45°$

16. $xy > 1$ হওয়ায় $x > 0, y > 0$ তাই $x + y$ ধনাত্মক এবং $1 - xy$ ঋণাত্মক।

$\therefore \frac{x+y}{1-xy}$ ঋণাত্মক। $\tan^{-1}x + \tan^{-1}y = \tan^{-1}\frac{x+y}{1-xy} + \pi$

17. $\cos^{-1}\left\{\cos\left(-\frac{\pi}{3}\right)\right\} = \cos^{-1}\left\{\cos\frac{\pi}{3}\right\} = \frac{\pi}{3}$

18. $\sin^{-1}\left(\sin\frac{3\pi}{4}\right) = \pi - \frac{3\pi}{4} = \frac{\pi}{4}$ সুতরাং (i) ও (iii) নং সঠিক।

19. $\sin\theta = \sin\alpha$ হলে, $\theta = n\pi + (-1)^n\alpha, n \in \mathbb{Z}$

20. $f(x) = \sin x + \cos x ; f'(x) = \cos x - \sin x$

For maximum value, $f'(x) = 0 \Rightarrow \cos x = \sin x$

$\Rightarrow \tan x = 1 = \tan\frac{\pi}{4} \therefore x = \frac{\pi}{4}$

$\therefore$ বৃহত্তম মান, $f\left(\frac{\pi}{4}\right) = \sin\frac{\pi}{4} + \cos\frac{\pi}{4} = \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$

21. $\sin x + \text{cosec}\, x = -2 \Rightarrow \sin x + \frac{1}{\sin x} = -2$

$\Rightarrow \sin^2 x + 1 = -2\sin x \Rightarrow \sin^2 x + 2\sin x + 1 = 0$

$\Rightarrow (\sin x + 1)^2 = 0 \Rightarrow \sin x + 1 = 0 \Rightarrow \sin x = -1$

$\Rightarrow x = (4n - 1)\frac{\pi}{2} = 2n\pi - \frac{\pi}{2}, n \in \mathbb{Z}$

22. $\cos^{-1}\{-\sin(\tan^{-1}2 + \cot^{-1}2)\}$

$= \cos^{-1}\left\{-\sin\frac{\pi}{2}\right\} = \cos^{-1}(-1) = \pi$

23. $2(3\cos\theta - 4\cos^3\theta) = -1$ এর সমাধান নিচের কোনটি? [JB'23]

(a) $2n\pi \pm \frac{\pi}{3}$ (b) $\frac{2n\pi}{3} \pm \frac{\pi}{9}$

(c) $2n\pi \pm \frac{\pi}{6}$ (d) $\frac{2n\pi}{3} \pm \frac{\pi}{18}$

24. $\cos^2\left(\tan^{-1}\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$ এর মান কত? [CB'23]

(a) $\frac{2}{3}$ (b) $\frac{3}{4}$ (c) $\frac{4}{3}$ (d) $\frac{3}{2}$

25. $f(x) = \cos^{-1}x$ ফাংশনের রেঞ্জ কত? [CB'23]

(a) $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ (b) $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$

(c) $(0, \pi)$ (d) $[0, \pi]$

26. $\text{cosec}\theta + \cot\theta = \sqrt{3}(0 < \theta < \pi)$ হলে, θ এর মান কত? [CB'23]

(a) $\frac{\pi}{6}$ (b) $\frac{\pi}{4}$ (c) $\frac{\pi}{3}$ (d) $\frac{2\pi}{3}$

27. n একটি পূর্ণসংখ্যা হলে $\sin 2\theta = 1$ সমীকরণের সাধারণ সমাধান কোনটি? [CB'23]

(a) $(4n+1)\frac{\pi}{4}$ (b) $(4n-1)\frac{\pi}{4}$

(c) $(2n+1)\frac{\pi}{2}$ (d) $(2n-1)\frac{\pi}{2}$

28. $\tan\left(\sec^{-1}\frac{a}{b}\right)$ এর মান– [Din.B'23]

(a) $\frac{\sqrt{b^2-a^2}}{a}$ (b) $\frac{a}{\sqrt{b^2-a^2}}$ (c) $\frac{\sqrt{a^2-b^2}}{b}$ (d) $\frac{b^2}{\sqrt{a^2-b^2}}$

29. $\cos x + 2 + \sec x = 0$ সমীকরণের সাধারণ সমাধান কত? [Din.B'23]

(a) $2n\pi$ (b) $(2n+1)\pi$

(c) $(2n+1)\frac{\pi}{2}$ (d) $(2n+1)\frac{\pi}{4}$

30. $2\tan^{-1}\frac{1}{5} =$ কত? [Din.B'23]

(a) $\tan^{-1}\frac{5}{12}$ (b) $\tan^{-1}\frac{5}{13}$

(c) $\tan^{-1}\frac{5}{24}$ (d) $\tan^{-1}\frac{5}{26}$

31. $\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = 1$ এর সমাধান কোনটি? [Din.B'23]

(a) $-\frac{\pi}{4}$ (b) $\frac{\pi}{4}$ (c) $\frac{\pi}{2}$ (d) $\frac{3\pi}{4}$

32. $\tan^{-1}x$ এর ডোমেন– [Din.B'23]

(a) $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ (b) $[-1, 1]$

(c) $[-2\pi, 2\pi]$ (d) R

33. $\tan^{-1}p + \tan^{-1}q = \frac{\pi}{4}$ হলে— [MB'23]

(a) $pq = 1$ (b) $p + q = 0$

(c) $p + q - pq = 1$ (d) $p + q + pq = 1$

34. $\cos^2 x + 2\sin x = 2$ সমীকরণের সাধারণ সমাধান (যখন $n \in \mathbb{Z}$) [MB'23]

(a) $(4n-1)\frac{\pi}{2}$ (b) $n\pi$

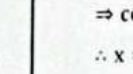
(c) $(4n+1)\frac{\pi}{2}$ (d) $(2n+1)\pi$

MCQ উত্তরমালা ও ব্যাখ্যামূলক সমাধান

23. b	24. a	25. d	26. c	27. a	28. c	29. b	30. a	31. d	32. d	33. d	34. c

23. $2(3\cos\theta - 4\cos^3\theta) = -1 \Rightarrow 2(-\cos 3\theta) = -1$
$\Rightarrow \cos 3\theta = \frac{1}{2} = \cos\frac{\pi}{3} \Rightarrow 3\theta = 2n\pi \pm \frac{\pi}{3} \therefore \theta = \frac{2n\pi}{3} \pm \frac{\pi}{9}$

24. $\cos^2\left(\tan^{-1}\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = \cos^2\left(\cos^{-1}\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right) = \left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)^2 = \frac{2}{3}$

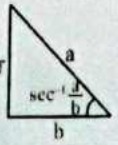


26. $\text{cosec}\theta + \cot\theta = \sqrt{3}$
$\Rightarrow \frac{1}{\sin\theta} + \frac{\cos\theta}{\sin\theta} = \sqrt{3}$
$\Rightarrow 1 + \cos\theta = \sqrt{3}\sin\theta$
$\Rightarrow 1 + 2\cos\theta + \cos^2\theta = 3(1 - \cos^2\theta)$
$\Rightarrow 4\cos^2\theta + 2\cos\theta - 2 = 0$
$\Rightarrow 2\cos^2\theta + \cos\theta - 1 = 0$
$\Rightarrow 2\cos^2\theta + 2\cos\theta - \cos\theta - 1 = 0$
$\Rightarrow 2\cos\theta(\cos\theta + 1) - (\cos\theta + 1) = 0$
$\Rightarrow (2\cos\theta - 1)(\cos\theta + 1) = 0$

যেহেতু, $(0 < \theta < \pi)$
$\cos\theta \neq -1$
$\therefore 2\cos\theta - 1 = 0$
$\Rightarrow \cos\theta = \frac{1}{2} = \cos\frac{\pi}{3}$
$\Rightarrow \theta = 2n\pi \pm \frac{\pi}{3}$
$0 < \theta < \pi$
শর্তমতে, $\theta = \frac{\pi}{3}$

27. $\sin 2\theta = 1 \Rightarrow 2\theta = (4n+1)\frac{\pi}{2} \therefore \theta = (4n+1)\frac{\pi}{4}$

28. $\tan\left(\sec^{-1}\frac{a}{b}\right) = \tan\left(\tan^{-1}\frac{\sqrt{a^2-b^2}}{b}\right) = \frac{\sqrt{a^2-b^2}}{b}$



29. প্রদত্ত সমীকরণ, $\cos x + 2 + \sec x = 0$
$\Rightarrow \cos x + \frac{1}{\cos x} = -2 \Rightarrow \cos^2 x + 1 = -2\cos x$
$\Rightarrow \cos^2 x + 2\cos x + 1 = 0 \Rightarrow (\cos x + 1)^2 = 0 \Rightarrow \cos x = -1$
$\therefore x = (2n+1)\pi,\ n \in \mathbb{Z}$

30. $2\tan^{-1}\frac{1}{5} = \tan^{-1}\frac{\frac{2}{5}}{1-\frac{1}{5^2}} = \tan^{-1}\left(\frac{2}{5} \times \frac{5^2}{24}\right) = \tan^{-1}\frac{10}{24} = \tan^{-1}\frac{5}{12}$

31. প্রদত্ত সমীকরণ, $\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = 1 \Rightarrow \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = \sin\frac{\pi}{2}$
$\Rightarrow x - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2} \therefore x = \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{4} = \frac{3\pi}{4}$

33. $\tan^{-1}p + \tan^{-1}q = \frac{\pi}{4} \Rightarrow \tan^{-1}\frac{p+q}{1-pq} = \frac{\pi}{4}$
$\Rightarrow \frac{p+q}{1-pq} = \tan\left(\frac{\pi}{4}\right) \Rightarrow p + q = 1 - pq \therefore p + q + pq = 1$

34. $\cos^2 x + 2\sin x = 2 \Rightarrow 1 - \sin^2 x + 2\sin x - 2 = 0$
$\Rightarrow \sin^2 x - 2\sin x + 1 = 0 \Rightarrow (\sin x - 1)^2 = 0 \Rightarrow \sin x = 1$
$\therefore x = (4n+1)\frac{\pi}{2}$

35. $\sin^{-1}\frac{1}{\sqrt{2}} + \cos^{-1}\frac{1}{\sqrt{2}}$ এর মান কোনটি? [MB'23; RB, Ctg.B, MB, JB, CB'22; DB'21]

(a) $\frac{\pi}{4}$ (b) $\frac{\pi}{2}$ (c) $\frac{2\pi}{3}$ (d) π

36. $\sin\left(\tan^{-1}\frac{1}{2}\right)$ এর মান কত? [Mad.B'23]

(a) $\frac{1}{\sqrt{5}}$ (b) $\frac{1}{2}$ (c) 2 (d) $\sqrt{5}$

37. $\tan\theta = -\sqrt{3}$ হলে θ এর মান নিচের কোনটি? [Mad.B'23]

(a) $n\pi + \frac{2\pi}{3}; n \in \mathbb{Z}$ (b) $n\pi + \frac{\pi}{3}; n \in \mathbb{Z}$

(c) $2n\pi + \frac{2\pi}{3}; n \in \mathbb{Z}$ (d) $2n\pi + \frac{\pi}{3}; n \in \mathbb{Z}$

38. $2\sin\theta - 1 = 0$ হলে θ এর মান নিচের কোনটি? [Mad.B'23]

(a) $n\pi + \frac{\pi}{6}; n \in \mathbb{Z}$ (b) $2n\pi + \frac{\pi}{6}; n \in \mathbb{Z}$

(c) $2n\pi - (-1)^n\frac{\pi}{6}; n \in \mathbb{Z}$ (d) $n\pi + (-1)^n\frac{\pi}{6}; n \in \mathbb{Z}$

39. $\sin\cot^{-1}\tan\cos^{-1}\frac{3}{4} =$ কত? [DB, RB, SB'22]

(a) $\frac{3}{4}$ (b) $\frac{5}{4}$ (c) $\frac{4}{3}$ (d) $\frac{3}{\sqrt{7}}$

40. n একটি পূর্ণসংখ্যা হলে $\cos 3\theta = \frac{1}{2}$ সমীকরণের সাধারণ সমাধান কোনটি? [DB, SB, MB, BB'22]

(a) $(6n-1)\frac{\pi}{9}$ (b) $\frac{2n\pi}{3} + \frac{\pi}{3}$

(c) $\frac{2n\pi}{3} \pm \frac{\pi}{9}$ (d) $(2n+1)\frac{\pi}{6}$

41. $\sec x = \sec(x + \pi)$ এর সাধারণ সমাধান: [DB'22]

(a) $(2n+1)\frac{\pi}{2}$ (b) $(4n+1)\frac{\pi}{2}$

(c) $n\pi + \frac{\pi}{4}$ (d) $n\pi + \frac{3\pi}{4}$

42. $\sin^{-1}\left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right) + \tan^{-1}x = \frac{\pi}{4}$ হলে x এর মান— [DB'22]

(a) $\frac{1}{3}$ (b) $\frac{-1}{3}$ (c) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ (d) $\frac{-1}{\sqrt{3}}$

43. $\cos^{-1}\left(\frac{-1}{2}\right)$ এর মুখ্যমান কত? [DB'22]

(a) $\frac{\pi}{2}$ (b) $\frac{-2\pi}{3}$ (c) $\frac{\pi}{3}$ (d) $\frac{2\pi}{3}$

44. $-\pi \le x \le \pi$ ব্যবধিতে $\sin x = -\frac{1}{2}$ সমীকরণের সমাধান— [Ctg.B'22]

(a) $-\frac{\pi}{6}, -\frac{5\pi}{6}$ (b) $-\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}$

(c) $\frac{\pi}{6}, -\frac{5\pi}{6}$ (d) $\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}$

45. $\text{cosec}^2\left(\sec^{-1}\sqrt{5}\right)$ এর মান— [Ctg.B'22; CB'21]

(a) $\frac{5}{4}$ (b) $\frac{4}{5}$ (c) $\frac{\sqrt{5}}{2}$ (d) $\frac{2}{\sqrt{5}}$

46. $\cos 2\theta = -1$ হলে [Ctg.B'22]

(a) $\theta = (2n+1)\frac{\pi}{2}, n \in \mathbb{Z}$

(b) $\theta = (2n+1)\pi, n \in \mathbb{Z}$

(c) $\theta = (4n-1)\frac{\pi}{2}, n \in \mathbb{Z}$

(d) $\theta = (4n+1)\frac{\pi}{2}, n \in \mathbb{Z}$

47. যদি $\sec\theta = -2$ এবং $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$ হয়, তবে θ এর মান কত? [RB'22]

(a) $-\frac{2\pi}{3}$ (b) $\frac{2\pi}{3}$ (c) $-\pi$ (d) π

48. $\cot^{-1}p = \text{cosec}^{-1}\frac{3}{2}$ হলে $p =$? [RB'22]

(a) $\frac{2}{\sqrt{5}}$ (b) $\frac{3}{\sqrt{5}}$

(c) $\frac{\sqrt{5}}{3}$ (d) $\frac{\sqrt{5}}{2}$

০৭

MCQ উত্তরমালা ও ব্যাখ্যামূলক সমাধান

35. b	36. a	37. a	38. d	39. a	40. c	41. -	42. b	43. d	44. a	45. a	46. a	47. b	48. d

35. $\sin^{-1}\frac{1}{\sqrt{2}} + \cos^{-1}\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$

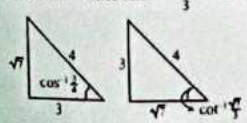
36. $\sin\left(\tan^{-1}\frac{1}{2}\right) = \sin\left(\sin^{-1}\frac{1}{\sqrt{5}}\right) = \frac{1}{\sqrt{5}}$

37. $\tan\theta = -\sqrt{3} = \tan\frac{2\pi}{3} \Rightarrow \theta = n\pi + \frac{2\pi}{3}; n \in \mathbb{Z}$

38. $2\sin\theta - 1 = 0 \Rightarrow \sin\theta = \frac{1}{2} = \sin\frac{\pi}{6}$

$\therefore \theta = n\pi + (-1)^n\frac{\pi}{6}; n \in \mathbb{Z}$

39. $\sin\cot^{-1}\tan\tan^{-1}\frac{\sqrt{7}}{3} = \sin\cot^{-1}\frac{\sqrt{7}}{3} = \sin\sin^{-1}\frac{3}{4} = \frac{3}{4}$

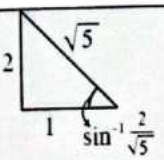


Shortcut: $\sin\cot^{-1}\tan\cos^{-1}x = x$

40. $\cos 3\theta = \cos\frac{\pi}{3} \Rightarrow 3\theta = 2n\pi \pm \frac{\pi}{3} \therefore \theta = \frac{2n\pi}{3} \pm \frac{\pi}{9}$

41. (সঠিক উত্তর নেই)। $\sec x = \sec(\pi + x)$ এর কোন সাধারণ সমাধান নেই।

42.

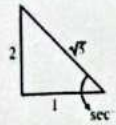


$\therefore$ ভূমি = 1,

$\sin^{-1}\frac{2}{\sqrt{5}} + \tan^{-1}x = \frac{\pi}{4} \Rightarrow \tan^{-1}x + \tan^{-1}2 = \frac{\pi}{4}$

$\Rightarrow \tan^{-1}\frac{2+x}{1-2x} = \frac{\pi}{4} \Rightarrow 2 + x = 1 - 2x \Rightarrow x = -\frac{1}{3}$

45.

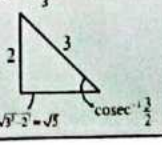


$\text{cosec}^2\left(\text{cosec}^{-1}\frac{\sqrt{5}}{2}\right) = \frac{5}{4}$

46. $\cos 2\theta = -1 \Rightarrow 2\theta = (2n+1)\pi \therefore \theta = (2n+1)\frac{\pi}{2}, n \in \mathbb{Z}$

47. $\sec\theta = -2 \Rightarrow \cos\theta = -\frac{1}{2} \therefore \theta = \frac{2\pi}{3}$

48. $\tan^{-1}\frac{1}{p} = \tan^{-1}\frac{2}{\sqrt{5}} \therefore p = \frac{\sqrt{5}}{2}$



Educationblog24.com

49. $\tan 3\theta = 1$ সমীকরণের সমাধান কোনটি? [RB'22]
(a) $\frac{n\pi}{3} + \frac{\pi}{12}$ (b) $\frac{n\pi}{3} + \frac{\pi}{6}$
(c) $\frac{3n\pi}{12}$ (d) $n\pi$

50. বিপরীত ত্রিকোণমিতিক ফাংশনের ক্ষেত্রে– [SB'22; CB'21]
(i) $\sin^{-1} x$ এর ডোমেন $[-1, 1]$
(ii) $\cos^{-1} x$ এর রেঞ্জ $[0, \pi]$
(iii) $\tan^{-1} x$ এর ডোমেন $(-\infty, \infty)$
নিচের কোনটি সঠিক?
(a) i, ii (b) i, iii (c) ii, iii (d) i, ii, iii

51. $\cos\theta + \sin\theta = \sqrt{2}$ হলে θ মান– [SB'22]
(a) $2n\pi$ (b) $(2n + 1)\pi$
(c) $2n\pi + \frac{\pi}{4}$ (d) $(2n - 1)\pi$

52. বিপরীত বৃত্তীয় ফাংশনের ক্ষেত্রে– [SB'22]
(i) $\sin^{-1} x + \sin^{-1} y = \sin^{-1}\{x\sqrt{1-y^2} + y\sqrt{1-x^2}\}$
যেখানে $-1 \le x, y \le 1$ এবং $x^2 + y^2 \le 1$
(ii) $\cos^{-1} x + \cos^{-1} y = \cos^{-1}\{xy - \sqrt{(1-x^2)(1-y^2)}\}$ যেখানে $-1 \le x, y \le 1$ এবং $x + y \ge 0$
(iii) $\tan^{-1} x + \tan^{-1} y = \tan^{-1}\frac{x+y}{1-xy}$
যেখানে $x > 0, y > 0$ এবং $0 \le xy \le 1$
নিচের কোনটি সঠিক?
(a) i, ii (b) i, iii
(c) ii, iii (d) i, ii, iii

53. $\tan\left(\tan^{-1}\frac{1}{3} + \tan^{-1}\frac{1}{2}\right)$ এর মান কত? [BB'22; Din.B'21; SB'17]
(a) 2 (b) 1 (c) 3 (d) 5

54. $\tan(\cos^{-1} x) = \sin(\tan^{-1} 2)$ হলে x এর মান কত? [BB'22]
(a) $\frac{\sqrt{5}}{3}$ (b) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (c) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ (d) $\frac{3}{\sqrt{5}}$

55. $\text{arc}\tan\left\{\sin\left(\text{arc}\cos\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)\right\}$ এর মান কত? [BB'22]
(a) $\frac{\pi}{2}$ (b) $\frac{\pi}{3}$ (c) $\frac{\pi}{4}$ (d) $\frac{\pi}{6}$

56. $\text{cosec}\,\theta + \cot\theta = \sqrt{3}$ হলে, θ এর মান কত? $(0 < \theta < 2\pi)$ [BB'22]
(a) $\frac{\pi}{2}$ (b) $\frac{\pi}{4}$ (c) $\frac{\pi}{3}$ (d) $\frac{\pi}{6}$

নিচের তথ্যের আলোকে পরবর্তী দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও:
$f(x) = \tan x$ এবং $g(x) = \sin^{-1} x$

57. $g(y) + g(\sqrt{1-y^2})$ এর মান কোনটি? [BB'22; Din.B'21]
(a) π (b) 2π (c) $\frac{\pi}{2}$ (d) $\frac{\pi}{3}$

58. $f(x)f(2x) = 1$ হলে, x এর মান কত? [CB, BB'22]
(a) $n\pi \pm \frac{\pi}{6}, n \in \mathbb{Z}$ (b) $n\pi \pm \frac{\pi}{3}, n \in \mathbb{Z}$
(c) $2n\pi \pm \frac{\pi}{3}, n \in \mathbb{Z}$ (d) $2n\pi \pm \frac{\pi}{6}, n \in \mathbb{Z}$

59. $\tan\theta + 1 = 0$ এর সাধারণ সমাধান কোনটি? [JB'22]
(a) $(4n - 1)\frac{\pi}{4}; n \in \mathbb{Z}$ (b) $(4n + 1)\frac{\pi}{4}; n \in \mathbb{Z}$
(c) $(8n - 1)\frac{\pi}{4}; n \in \mathbb{Z}$ (d) $(8n + 1)\frac{\pi}{4}; n \in \mathbb{Z}$

60. $\cos\cot^{-1} 2$ এর মান কত? [JB, MB'22; DB, JB'21]
(a) $\frac{1}{2}$ (b) $\frac{2}{\sqrt{5}}$ (c) $\frac{\sqrt{5}}{2}$ (d) $\frac{1}{\sqrt{5}}$

61. $\tan^{-1} 2 + \tan^{-1} 3$ এর মান কত? [RB, JB'22]
(a) $-\frac{\pi}{4}$ (b) $\frac{\pi}{4}$ (c) $\frac{3\pi}{4}$ (d) $\frac{5\pi}{4}$

62. $\sin 2\theta + 3\sin\theta = 0$ হলে θ এর মান কোনটি? [CB'22]
(a) $(2n + 1)\frac{\pi}{2}$ (b) $(4n + 1)\frac{\pi}{2}$
(c) $(2n + 1)\pi$ (d) $n\pi$

MCQ উত্তরমালা ও ব্যাখ্যামূলক সমাধান

49. a	50. d	51. c	52. d	53. b	54. a	55. d	56. c	57. c	58. a	59. a	60. b	61. c	62. d

49. $\tan 3\theta = \tan\frac{\pi}{4} \Rightarrow 3\theta = n\pi + \frac{\pi}{4} \Rightarrow \theta = \frac{n\pi}{3} + \frac{\pi}{12}$

51. $\frac{1}{\sqrt{2}}\cos\theta + \frac{1}{\sqrt{2}}\sin\theta = 1 \Rightarrow \cos\theta\cos\frac{\pi}{4} + \sin\theta\sin\frac{\pi}{4} = 1$
$\Rightarrow \cos\left(\theta - \frac{\pi}{4}\right) = 1 \Rightarrow \theta - \frac{\pi}{4} = 2n\pi \Rightarrow \theta = 2n\pi + \frac{\pi}{4}$

53. $\tan\left(\tan^{-1}\frac{1}{3} + \tan^{-1}\frac{1}{2}\right) = \tan\tan^{-1}\frac{\frac{1}{3}+\frac{1}{2}}{1-\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}} = \tan\left(\tan^{-1}\frac{2+3}{5}\right)$
$= \tan(\tan^{-1} 1) = 1$

54. $\tan\left(\cos^{-1}\frac{x}{1}\right) = \sin(\tan^{-1} 2) \Rightarrow \frac{\sqrt{1-x^2}}{x} = \frac{2}{\sqrt{1+4}}$
$\Rightarrow 2x = \sqrt{5(1-x^2)} \Rightarrow 4x^2 = 5 - 5x^2 \Rightarrow 9x^2 = 5 \therefore x = \frac{\sqrt{5}}{3}$

55. $\text{arc}\tan\left\{\sin\left(\cos^{-1}\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)\right\} = \tan^{-1}\left\{\sin\left(\cos^{-1}\sqrt{\frac{2}{3}}\right)\right\}$
$= \tan^{-1}\left\{\frac{1}{\sqrt{3}}\right\} = \frac{\pi}{6}$

56. $\frac{1+\cos\theta}{\sin\theta} = \frac{2\cos^2\frac{\theta}{2}}{2\sin\frac{\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2}} = \cot\frac{\theta}{2} = \sqrt{3} \therefore \tan\frac{\theta}{2} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \tan\frac{\pi}{6} \Rightarrow \frac{\theta}{2} = \frac{\pi}{6}$
$\therefore \theta = \frac{\pi}{3}$

57. $\sin^{-1} y + \sin^{-1}\sqrt{1-y^2} = \sin^{-1} y + \cos^{-1} y = \frac{\pi}{2}$

58. $\tan x \tan 2x = \frac{2\tan^2 x}{1-\tan^2 x} = 1; \tan^2 x = \frac{1}{3} \therefore x = n\pi \pm \frac{\pi}{6}, n \in \mathbb{Z}$

59. $\tan\theta = -1 = -\tan\frac{\pi}{4} = \tan\left(-\frac{\pi}{4}\right)$
$\Rightarrow \theta = n\pi - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4}(4n - 1), n \in \mathbb{Z}$

60. $\cos\cot^{-1} 2 = \cos\cos^{-1}\frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{2}{\sqrt{5}}$

61. $\tan^{-1}\frac{2+3}{1-2\cdot3} = \tan^{-1}\frac{5}{-5} = \frac{3\pi}{4}$

62. $2\sin\theta\cos\theta + 3\sin\theta = 0 \Rightarrow \sin\theta(2\cos\theta + 3) = 0$
$\therefore \sin\theta = 0 \Rightarrow \theta = n\pi$

Educationblog24.com

63. $\sin\left(\frac{\pi}{2} - \cos^{-1} x\right) =$ কত? [Din.B'22]
(a) $\sin x$ (b) x (c) $1 - x$ (d) $1 + x$

64. $2\sin^{-1} x = \sin^{-1} y$ সমীকরণে $x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ হলে y এর মান কত? [Din.B'22]
(a) $\frac{1}{2}$ (b) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (c) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (d) 1

নিচের তথ্যের আলোকে পরবর্তী দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও:

$\cot\theta = k$ সমীকরণটির সমাধান $\theta = n\pi + \alpha$

65. $k = \frac{1}{\sqrt{3}}$ হলে $\alpha =$ কত? [Din.B'22]
(a) $\frac{\pi}{6}$ (b) $\frac{\pi}{4}$ (c) $\frac{\pi}{3}$ (d) $\frac{\pi}{2}$

66. $k = 1$ এবং $\frac{\pi}{4} < \theta < 2\pi$ হলে θ এর মান কত? [Din.B'22]
(a) $\frac{3\pi}{2}$ (b) $\frac{5\pi}{4}$ (c) $\frac{3\pi}{4}$ (d) $\frac{\pi}{2}$

67. অবান্তর মূল ত্রিকোণমিতিক সমীকরণকে- [MB'22]
(i) সিদ্ধ করে না (ii) বর্গ করলে পাওয়া যায়
(iii) বর্গমূল করলে পাওয়া যায়
নিচের কোনটি সঠিক?
(a) i, ii (b) i, iii (c) ii, iii (d) i, ii, iii

68. $\theta = (2n + 1)\frac{\pi}{2}, n \in \mathbb{Z}$ হবে যখন- [DB'21]
(a) $\cos\theta = 0$ (b) $\sin\theta = 0$
(c) $\cos\theta = 1$ (d) $\sin\theta = 1$

69. $2\tan^{-1}\sqrt{2} = \theta$ হলে- [DB'21]
(i) $\tan\frac{\theta}{2} = \sqrt{2}$ (ii) $\cot\theta = -\frac{1}{2\sqrt{2}}$
(iii) $\sin\theta = \frac{2\sqrt{2}}{3}$
নিচের কোনটি সঠিক?
(a) i, ii (b) ii, iii (c) i, iii (d) i, ii, iii

70. $x = \sin\cos^{-1} y$ হলে, $x^2 + y^2$ এর মান হবে- [DB'21]
(a) π (b) 1 (c) -1 (d) 0

71. $\frac{1}{2}\text{cosec}^{-1}\left(\frac{1+x^2}{2x}\right)$ এর মান কোনটি? [DB'21]
(a) $2\tan^{-1} x$ (b) $\tan^{-1} x$
(c) $\frac{1}{2}\sin^{-1} x$ (d) $\frac{1}{2}\tan^{-1} x$

72. নিচের কোনটি সঠিক? [RB'21]
(a) $\cos^{-1}\frac{4}{5} = \tan^{-1}\frac{5}{4}$ (b) $\cos^{-1}\frac{4}{5} = \sin^{-1}\frac{3}{5}$
(c) $\cos^{-1}\frac{4}{5} = \text{cosec}^{-1}\frac{3}{5}$ (d) $\cos^{-1}\frac{4}{5} = \tan^{-1}\frac{4}{3}$

73. $\tan^2\left(\cos^{-1}\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ এর মান কত? [RB, SB'21; SB, CB'19]
(a) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (b) $\frac{2}{\sqrt{3}}$ (c) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ (d) $\frac{1}{3}$

74. নিচের তথ্যগুলো লক্ষ কর: [RB'21]
(i) $\tan^{-1} x + \cot^{-1} x = \pi$
(ii) $\tan^{-1}\frac{x}{\sqrt{1-x^2}} = \sec^{-1}\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
(iii) $\cos^{-1} x + \cos^{-1} y = \cos^{-1}\{xy - \sqrt{(1-y^2)(1-x^2)}\}$
উপরের তথ্যের প্রেক্ষিতে নিচের কোনটি সঠিক?
(a) i, ii (b) i, iii (c) ii, iii (d) i, ii, iii

75. $\sin\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$ হলে, $\theta =$ কত? [RB'21]
(a) $n\pi + (-1)^n\frac{\pi}{6}; n \in \mathbb{Z}$
(b) $2n\pi + (-1)^n\frac{\pi}{6}; n \in \mathbb{Z}$
(c) $n\pi + (-1)^n\frac{\pi}{3}; n \in \mathbb{Z}$
(d) $2n\pi + (-1)^n\frac{\pi}{3}; n \in \mathbb{Z}$

০৭

MCQ উত্তরমালা ও ব্যাখ্যামূলক সমাধান

63. b	64. c	65. c	66. b	67. a	68. a	69. d	70. b	71. b	72. b	73. d	74. c	75. c

63. $\cos\cos^{-1} x = x$

64. $2.\sin^{-1}\frac{\sqrt{3}}{2} = \sin^{-1} y \Rightarrow 2.\frac{\pi}{3} = \sin^{-1} y \therefore y = \frac{\sqrt{3}}{2}$

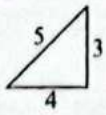
65. $\cot\theta = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \tan\theta = \tan\frac{\pi}{3} \Rightarrow \theta = n\pi + \frac{\pi}{3}$

66. $\cot\theta = 1 \Rightarrow \tan\theta = \tan\frac{\pi}{4} \Rightarrow \theta = n\pi + \frac{\pi}{4}, n \in \mathbb{Z}$
$n = 1$ হলে $\theta = \frac{5\pi}{4}$

69. $\tan^{-1}\sqrt{2} = \frac{\theta}{2} \therefore \tan\frac{\theta}{2} = \sqrt{2} \therefore \tan\theta = \frac{2\tan\frac{\theta}{2}}{1-\tan^2\frac{\theta}{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{1-2} = -2\sqrt{2}$
$\therefore \cot\theta = -\frac{1}{2\sqrt{2}} \therefore \sin\theta = \frac{2\tan\frac{\theta}{2}}{1+\tan^2\frac{\theta}{2}} = \frac{2\times\sqrt{2}}{1+2} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$

70. $\sin^{-1} x = \sin^{-1}(\sin(\cos^{-1} y))$
$\Rightarrow \sin^{-1} x = \cos^{-1} y = \sin^{-1}\sqrt{1-y^2}$
$\therefore x = \sqrt{1-y^2} \Rightarrow x^2 = 1 - y^2 \therefore x^2 + y^2 = 1$

71. $\frac{1}{2}\text{cosec}^{-1}\left(\frac{1+x^2}{2x}\right) = \frac{1}{2}\sin^{-1}\frac{2x}{1+x^2} = \frac{1}{2}\times 2\tan^{-1} x = \tan^{-1} x$

72. 

$\therefore \cos^{-1}\frac{4}{5} = \sin^{-1}\frac{3}{5}$

73. $(\tan 30)^2 = \frac{1}{3}$

74. $\tan^{-1} x + \cot^{-1} x = \frac{\pi}{2}$

75. $\sin\theta = \sin\frac{\pi}{3} \therefore \theta = n\pi + (-1)^n\frac{\pi}{3}; n \in \mathbb{Z}$

Educationblog24.com

76. $\cos\theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$ হলে, θ = কত? [RB'21]

(a) $2n\pi + \frac{\pi}{4}$; $n \in \mathbb{Z}$ (b) $2n\pi \pm \frac{\pi}{4}$; $n \in \mathbb{Z}$

(c) $2n\pi - \frac{\pi}{4}$; $n \in \mathbb{Z}$ (d) $n\pi \pm \frac{\pi}{4}$; $n \in \mathbb{Z}$

77. $\sin^{-1} x$ এর মুখ্যমানের সীমা নিচের কোনটি? [RB'21]

(a) $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ (b) $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$

(c) $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ (d) $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$

78. $f(x) = \text{cosec}(\cot^{-1} x)$ হলে $f(2)$ এর মান কত?

(a) $\frac{1}{\sqrt{5}}$ (b) $\frac{1}{3}$ [Ctg.B'21]

(c) $\sqrt{5}$ (d) 3

79. নিচের কোনটি $\sin(2\sin^{-1} x)$ এর মান? [Ctg.B'21]

(a) $2x\sqrt{x^2 - 1}$ (b) $2x\sqrt{1 - x^2}$

(c) $\frac{2x}{1-x^2}$ (d) $\frac{2x}{1+x^2}$

80. $2\cos\theta + 1 = 0$ এর সাধারণ সমাধান কোনটি? [Ctg.B'21]

(a) $2n\pi \pm \frac{\pi}{6}$, $n \in \mathbb{Z}$ (b) $2n\pi \pm \frac{\pi}{3}$, $n \in \mathbb{Z}$

(c) $2n\pi \pm \frac{2\pi}{3}$, $n \in \mathbb{Z}$ (d) $2n\pi \pm \frac{5\pi}{6}$, $n \in \mathbb{Z}$

নিচের উদ্দীপকের আলোকে পরবর্তী দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও:

$p = \cos\theta, q = \sin\theta$

81. $\sec\theta$ এর মান কোনটি? [Ctg.B'21]

(a) $\frac{1}{\sqrt{1-q^2}}$ (b) $\sqrt{1 - q^2}$

(c) $\frac{1}{\sqrt{q^2-1}}$ (d) $\sqrt{q^2 - 1}$

82. $p - \sqrt{3}q = 0$ এর সাধারণ সমাধান কোনটি? [Ctg.B, BB'21]

(a) $n\pi - \frac{\pi}{6}, n \in \mathbb{Z}$ (b) $n\pi - \frac{\pi}{2}, n \in \mathbb{Z}$

(c) $n\pi + \frac{\pi}{6}, n \in \mathbb{Z}$ (d) $n\pi - \frac{\pi}{2}, n \in \mathbb{Z}$

83. যদি $\tan^{-1} x + \cot^{-1} x = \frac{\pi}{2}$ হয়, তবে- [SB'21]

(i) $x \le -1$ (ii) $x = 0$ (iii) $x > 0$

নিচের কোনটি সঠিক?

(a) i, ii (b) i, iii (c) ii, iii (d) i, ii, iii

84. $\cot^{-1} 3 = ?$ [SB'21]

(a) $\sin^{-1} \frac{3}{\sqrt{10}}$ (b) $\cos^{-1} \frac{1}{\sqrt{10}}$

(c) $\frac{1}{2}\tan^{-1} \frac{3}{5}$ (d) $\frac{1}{2}\sin^{-1} \frac{3}{5}$

85. $[0°, 180°]$ ব্যবধিতে $\sqrt{3}\tan x + 1 = 0$ সমীকরণের সমাধান কোনটি? [SB'21]

(a) 30° (b) 60° (c) 120° (d) 150°

86. $\sin^3\theta + \sin\theta\cos^2\theta = -1$ হলে, নিচের কোনটি সত্য? [SB'21]

(a) $\theta = n\pi$ (b) $\theta = (2n + 1)\pi$

(c) $\theta = (4n - 1)\frac{\pi}{2}$ (d) $\theta = (4n + 1)\frac{\pi}{2}$

87. $\tan^{-1} \frac{1}{\sqrt{3}} + \tan^{-1} x = \frac{\pi}{2}$ হলে, x = ? [SB'21]

(a) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ (b) $-\frac{1}{\sqrt{3}}$

(c) $\sqrt{3}$ (d) $-\sqrt{3}$

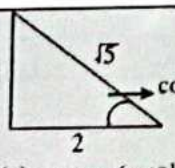
88. $-2(\cos^2 x - \sin^2 x) = 1$ এর সমাধান নিচের কোনটি? [SB'21]

(a) $n\pi \pm \frac{\pi}{3}$ (b) $n\pi \pm \frac{\pi}{6}$

(c) $2n\pi \pm \frac{\pi}{3}$ (d) $2n\pi \pm \frac{\pi}{6}$

MCQ উত্তরমালা ও ব্যাখ্যামূলক সমাধান

76. b	77. c	78. c	79. b	80. c	81. a	82. c	83. c	84. d	85. d	86. c	87. c	88. a

78. 

$F(x) = \text{cosec}(\cot^{-1} x)$; $f(2) = \text{cosec}(\cot^{-1} 2)$

$= \text{cosec}(\text{cosec}^{-1}\sqrt{5}) = \sqrt{5}$

79. $\sin(2\sin^{-1} x) = 2x\sqrt{1 - x^2}$

80. $2\cos\theta + 1 = 0 \Rightarrow \cos\theta = -\frac{1}{2} = \cos\frac{2\pi}{3} \therefore \theta = 2n\pi \pm \frac{2\pi}{3}$

81. $\sec\theta = \frac{1}{\cos\theta} = \frac{1}{\sqrt{1-\sin^2\theta}} = \frac{1}{\sqrt{1-q^2}}$

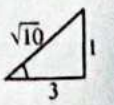
82. $p - \sqrt{3}q = 0 \Rightarrow \cos\theta - \sqrt{3}\sin\theta = 0 \Rightarrow \cos\theta = \sqrt{3}\sin\theta$

$\Rightarrow \tan\theta = \frac{1}{\sqrt{3}} = \tan\frac{\pi}{6} \therefore \theta = n\pi + \frac{\pi}{6}$

84. $\cot^{-1} 3 = \sin^{-1}\frac{1}{\sqrt{10}} = \cos^{-1}\frac{3}{\sqrt{10}}$

$\tan^{-1}\frac{1}{3} = \frac{1}{2}\cdot 2\tan^{-1}\frac{1}{3} = \frac{1}{2}\cdot\sin^{-1}\frac{\frac{2}{3}}{1+\frac{1}{9}}$

$= \frac{1}{2}\sin^{-1}\frac{2}{3}\times\frac{9}{10} = \frac{1}{2}\sin^{-1}\frac{3}{5}$



85. $\tan x = -\frac{1}{\sqrt{3}} = \tan\left(\pi - \frac{\pi}{6}\right) \therefore x = \frac{5\pi}{6}$

86. $\sin\theta(\sin^2\theta + \cos^2\theta) = -1 \Rightarrow \sin\theta = -1$

$\therefore \theta = (4n - 1)\frac{\pi}{2}$; $n \in \mathbb{Z}$

87. $\tan^{-1}\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\pi}{2} - \tan^{-1} x \Rightarrow \cot^{-1}\sqrt{3} = \frac{\pi}{2} - \tan^{-1} x$

$\Rightarrow \sqrt{3} = \cot\left(\frac{\pi}{2} - \tan^{-1} x\right) = \tan\tan^{-1} x \therefore x = \sqrt{3}$

বিকল্প: $\tan^{-1} x + \cot^{-1} x = \frac{\pi}{2} \therefore \tan^{-1}\frac{1}{\sqrt{3}} + \cot^{-1}\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\pi}{2}$

$\tan^{-1}\frac{1}{\sqrt{3}} + \tan^{-1}\sqrt{3} = \frac{\pi}{2} \therefore x = \sqrt{3}$

88. $\cos 2x = -\frac{1}{2} \therefore 2x = 2n\pi \pm \frac{2\pi}{3} \Rightarrow x = n\pi \pm \frac{\pi}{3}$

Educationblog24.com

89. $\cot k = \frac{1}{2}$ হলে $\cot\tan^{-1}\sec\sin^{-1}\cot k$ এর মান কত? [BB'21]
(a) $\frac{1}{2}$ (b) $\frac{2}{\sqrt{3}}$
(c) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (d) 2

90. $2\sin\frac{\theta}{2} - 1 = 0$ এর সাধারণ সমাধান কোনটি? [BB'21]
(a) $2n\pi - \frac{\pi}{3}$ (b) $2n\pi + \frac{\pi}{3}$
(c) $n\pi + (-1)^n\frac{\pi}{6}$ (d) $2n\pi + (-1)^n\frac{\pi}{3}$

91. $f(x) = \sin^{-1}x$ হলে- [BB, Din.B'21]
(i) $f(x) + f(\sqrt{1-x^2}) = \frac{\pi}{2}$
(ii) $\text{cosec}\{f(x)\} = \frac{1}{x}$
(iii) $f(1) = \frac{\pi}{2}$
নিচের কোনটি সঠিক?
(a) i, ii (b) i, iii (c) ii, iii (d) i, ii, iii

92. $\cot\theta.\cot 2\theta = 1$ সমীকরণের সমাধান- [Din.B, BB'21]
(a) $2n\pi$ (b) $(2n+1)\frac{\pi}{3}$
(c) $\frac{2n\pi}{3}$ (d) $(2n-1)\frac{\pi}{3}$

93. $\sin x = \cos x$ হয় তবে x এর মান কত? [JB'21]
(a) $\frac{\pi}{3}$ (b) $\frac{5\pi}{4}$
(c) $\frac{5\pi}{6}$ (d) $\frac{\pi}{2}$

94. $\sin^{-1}\frac{2}{5} + \sin^{-1}\frac{\sqrt{21}}{5}$ এর মান কত? [JB'21]
(a) π (b) $\frac{\pi}{2}$
(c) 2π (d) $\frac{\pi}{4}$

95. $3\sec^{-1}(2) = \cos^{-1}x$ হলে x এর মান কত? [JB'21]
(a) $\frac{1}{3}$ (b) $-\frac{1}{3}$
(c) $\frac{1}{2}$ (d) -1

96. বিপরীত বৃত্তীয় ফাংশনের ক্ষেত্রে- [JB'21]
(i) $\sin^{-1}\frac{1}{2}$ এর পূরক কোণ $\cos^{-1}\frac{1}{2}$
(ii) $\text{cosec}^{-1}\frac{1}{x} = \sec^{-1}\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
(iii) $\tan^{-1}x + \tan^{-1}y = \tan^{-1}\frac{x+y}{1-xy}$ যখন $xy > 1$
নিচের কোনটি সঠিক?
(a) i, ii (b) i, iii (c) ii, iii (d) i, ii, iii

নিচের উদ্দীপকের আলোকে পরবর্তী প্রশ্নের উত্তর দাও:
$\tan^{-1}3 = A, \tan^{-1}2 = B$ এবং $A + B + C = \pi$

97. নিচের কোন সম্পর্কটি সত্য? [JB'21]
(a) $A - B = \frac{\pi}{4}$ (b) $\cot B = 2$
(c) $\cot^{-1}2 = \frac{\pi}{2} + B$ (d) $\cot^{-1}2 = \frac{\pi}{2} - B$

98. কোন সম্পর্কটি সঠিক? [CB'21]
(a) $2\tan^{-1}x = \sin^{-1}\frac{2x}{1-x^2}$
(b) $3\tan^{-1}x = \tan^{-1}\frac{x^3-3x}{1-3x^2}$
(c) $2\cos^{-1}x = \cos^{-1}(1-2x^2)$
(d) $3\sin^{-1}x = \sin^{-1}(3x-4x^3)$

99. $\theta = (2n+1)\frac{\pi}{2}, n \in \mathbb{Z}$ যদি- [CB'21]
(a) $\cot\theta = 0$ (b) $\cos\theta + 1 = 0$
(c) $\sin\theta = 1$ (d) $\cos\theta = 1$

নিচের উদ্দীপকের আলোকে পরবর্তী দুটি প্রশ্নের উত্তর দাও:
$4(\cos^2x + \sin x) = 5$ একটি ত্রিকোণমিতিক সমীকরণ।

100. x এর মান কত? [CB'21]
(a) $2n\pi \pm \frac{\pi}{3}, n \in \mathbb{Z}$
(b) $n\pi + (-1)^n\frac{\pi}{3}, n \in \mathbb{Z}$
(c) $n\pi + (-1)^n\frac{\pi}{6}, n \in \mathbb{Z}$
(d) $2n\pi \pm \frac{\pi}{6}, n \in \mathbb{Z}$

০৭

MCQ উত্তরমালা ও ব্যাখ্যামূলক সমাধান

89. c	90. d	91. d	92. -	93. b	94. b	95. d	96. a	97. d	98. d	99. a	100. c

89. $\cot\tan^{-1}\sec\sin^{-1}\frac{1}{2} = \cot\tan^{-1}\left(\frac{1}{\cos\left(\frac{\pi}{6}\right)}\right) = \cot\tan^{-1}\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)$
$= \frac{1}{\tan\left(\tan^{-1}\frac{2}{\sqrt{3}}\right)} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

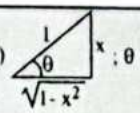
90. $\sin\frac{\theta}{2} = \frac{1}{2} = \sin\frac{\pi}{6}; \frac{\theta}{2} = n\pi + (-1)^n\frac{\pi}{6}$

91. (i) $\sin^{-1}x + \sin^{-1}\sqrt{1-x^2} = \sin^{-1}x + \cos^{-1}x = \frac{\pi}{2}$
(ii) $\text{cosec}(\sin^{-1}x) = \text{cosec}\left(\text{cosec}^{-1}\frac{1}{x}\right) = \frac{1}{x}$; (iii) $\sin^{-1}1 = \frac{\pi}{2}$

92. (সঠিক উত্তর নেই); $\frac{\cos\theta\cos 2\theta}{\sin\theta\sin 2\theta} = 1 \Rightarrow \cos\theta\cos 2\theta - \sin\theta\sin 2\theta = 0$
$\Rightarrow \cos(2\theta + \theta) = 0 \therefore 3\theta = (2n+1)\frac{\pi}{2} \therefore \theta = (2n+1)\frac{\pi}{6}$

93. $\tan x = 1, x = n\pi + \frac{\pi}{4}[n = 1]$

95. $3\cdot\frac{\pi}{3} = \cos^{-1}x \Rightarrow \cos^{-1}x = \frac{\pi}{3}\cdot 3 \Rightarrow x = \cos\pi \Rightarrow x = -1$

96. (ii) 

; $\theta = \sec^{-1}\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

97. $\cot^{-1}2 = \frac{\pi}{2} - \tan^{-1}2 = \frac{\pi}{2} - B\left[\tan^{-1}x + \cot^{-1}x = \frac{\pi}{2}\right]$

99.
$\cot\theta = 0; \theta = n\pi + \frac{\pi}{2}$

100. $4 - 4\sin^2x + 4\sin x = 5 \Rightarrow 4\sin^2x - 4\sin x + 1 = 0$
$\Rightarrow (2\sin x - 1)^2 = 0 \Rightarrow \sin x = \frac{1}{2} = \sin\frac{\pi}{6} \therefore x = n\pi + (-1)^n\frac{\pi}{6}$

Educationblog24.com

101. x এর মান কত, যখন $0 < x < 2\pi$. [CB'21]

(a) $\frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}$ (b) $\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}$ (c) $\frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}$ (d) $\frac{\pi}{6}, \frac{11\pi}{6}$

102. $\cos 2\theta = \frac{1}{2}$ সমীকরণের সাধারণ সমাধান কোনটি? (n একটি পূর্ণ সংখ্যা) [Din.B'21]

(a) $2n\pi \pm \frac{\pi}{6}$ (b) $2n\pi \pm \frac{\pi}{3}$

(c) $n\pi \pm \frac{\pi}{6}$ (d) $n\pi \pm \frac{\pi}{3}$

103. যদি $f(x) = \tan^{-1} x$ হলে- [Din.B'21]

(i) $2f(x) = \tan^{-1}\frac{2x}{1-x^2}$ (ii) $2f(x) = \sin^{-1}\frac{2x}{1-x^2}$

(iii) $2f(x) = \cos^{-1}\frac{1-x^2}{1+x^2}$

নিচের কোনটি সঠিক?

(a) i, ii (b) i, iii (c) ii, iii (d) i, ii, iii

104. $\sec^2(\tan^{-1} 2) + \operatorname{cosec}^2(\cot^{-1} 3) =$ কত? [Din.B'21; All.B'18]

(a) 5 (b) 7 (c) 11 (d) 15

105. $f(\theta) = \cos\theta, f(\theta) = f(\alpha)$ এবং $n \in \mathbb{Z}$ হলে, θ এর মান- [MB'21]

(a) $2n\pi \pm \alpha$ (b) $n\pi \pm \alpha$

(c) $n\pi + (-1)^n\alpha$ (d) $n\pi - (-1)^n\alpha$

106. $2\sin 2\theta = 1$ সমীকরণটির সাধারণ সমাধান- [MB'21]

(a) $n\pi - (-1)^n\frac{\pi}{6}, n \in \mathbb{Z}$

(b) $n\pi + (-1)^n\frac{\pi}{6}; n \in \mathbb{Z}$

(c) $\frac{n\pi}{2} - (-1)^n\frac{\pi}{12}, n \in \mathbb{Z}$

(d) $\frac{n\pi}{2} + (-1)^n\frac{\pi}{12}, n \in \mathbb{Z}$

107. $f(x) = \cos^{-1} x$ এর ডোমেন- [MB'21]

(a) $[-1, 1]$ (b) $(-1, 1]$ (c) $(-1, 1)$ (d) $[-1, 1)$

108. বিপরীত বৃত্তীয় ফাংশনের ক্ষেত্রে- [MB'21]

(i) $\cos^{-1} x + \cos^{-1} y = \cos^{-1}\{xy - \sqrt{(1-x^2)(1-y^2)}\}$

(ii) $2\tan^{-1} x = \cos^{-1}\frac{2x}{1-x^2}$

(iii) $\sin^{-1} x + \cos^{-1} x = \frac{\pi}{2}$

নিচের কোনটি সঠিক?

(a) i, ii (b) i, iii (c) ii, iii (d) i, ii, iii

109. $(\tan^{-1}\sqrt{3})$ এর মান নিচের কোনটি? [DB'19]

(a) $\frac{1}{2}$ (b) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ (c) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (d) $\frac{2}{\sqrt{3}}$

110. $\cot\theta = -\frac{1}{\sqrt{3}}$ হলে, θ এর মান কত হবে? যখন $180° < \theta < 360°$. [DB'19]

(a) 210° (b) 240° (c) 300° (d) 330°

111. (i) $\operatorname{cosec}^{-1} x + \sec^{-1} x = \frac{\pi}{2}$ [DB'19]

(ii) $2\cot^{-1} x = \cot^{-1}\frac{x^2-1}{2x}$

(iii) $\cos^{-1} x = \tan^{-1}\frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$

নিচের কোনটি সঠিক?

(a) i, ii (b) i, iii (c) ii, iii (d) i, ii, iii

112. $\sin\theta + 1 = 0$ হলে, $\theta =$? [RB'19]

(a) $(4n-1)\frac{\pi}{2}, n \in \mathbb{Z}$ (b) $(4n+1)\frac{\pi}{2}, n \in \mathbb{Z}$

(c) $(2n+1)\frac{\pi}{2}, n \in \mathbb{Z}$ (d) $(2n-1)\pi, n \in \mathbb{Z}$

113. $\sin\tan^{-1}\frac{a}{b}$ এর মান- [Ctg.B'19]

(a) $\frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}$ (b) $\frac{\sqrt{a^2+b^2}}{a}$

(c) $\frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}$ (d) $\frac{\sqrt{a^2+b^2}}{b}$

MCQ উত্তরমালা ও ব্যাখ্যামূলক সমাধান

101. b	102. c	103. b	104. d	105. a	106. d	107. a	108. b	109. -	110. c	111. a	112. a	113. a

101.

n	$n\pi + (-1)^n\frac{\pi}{6}$
0	$\frac{\pi}{6}$
1	$\frac{5\pi}{6}$
2	×

102. $2\theta = 2n\pi \pm \frac{\pi}{3} \Rightarrow \theta = n\pi \pm \frac{\pi}{6}$

103. $2\tan^{-1} x = \sin^{-1}\frac{2x}{1+x^2}$

104. $1 + \tan^2(\tan^{-1} 2) + 1 + \cot^2(\cot^{-1} 3)$
$= 1 + 2^2 + 1 + 3^2 = 1 + 4 + 1 + 9 = 15$

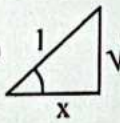
105. $\cos\theta = \cos\alpha \therefore \theta = 2n\pi \pm \alpha; n \in \mathbb{Z}$

106. $\sin 2\theta = \frac{1}{2} \therefore \theta = \frac{n\pi}{2} + (-1)^n\frac{\pi}{12}, n \in \mathbb{Z}$

108. কারণ $2\tan^{-1} x = \cos^{-1}\frac{1-x^2}{1+x^2}$

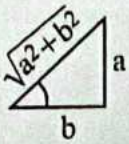
109. (সঠিক উত্তর নেই); সঠিক উত্তর: $60° = \frac{\pi^c}{3}$

111. (ii) $2\cot^{-1} x = 2\tan^{-1}\frac{1}{x} = \tan^{-1}\frac{\frac{2}{x}}{1-\frac{1}{x^2}} = \tan^{-1}\frac{2x}{x^2-1} = \cot^{-1}\frac{x^2-1}{2x}$

(iii) 

; $\cos^{-1} x = \tan^{-1}\frac{\sqrt{1-x^2}}{x}$

112. $\sin\theta + 1 = 0 \Rightarrow \sin\theta = -1 \therefore \theta = (4n-1)\frac{\pi}{2}; n \in \mathbb{Z}$

113. $\sin\sin^{-1}\frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}} = \frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}$ 

$\left[\because \tan^{-1}\frac{a}{b} = \sin^{-1}\frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}\right]$

Educationblog24.com

114. $\sin^{-1}x$ এর ডোমেন- [Ctg.B'19]

(a) $[-\pi, \pi]$ (b) $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ (c) $[-1, 1]$ (d) $(-\infty, \infty)$

115. $\cos x + \sec x = 2$ হলে, x এর মান কত? [SB'19]

(a) $(2n+1)\pi$ (b) $(2n+1)\frac{\pi}{2}$

(c) $2n\pi$ (d) $(2n+1)\frac{\pi}{4}$

116. $\sin(2\tan^{-1}x)$ এর সমান কোনটি? [MB'21; SB'19]

(a) $\frac{2x}{1-x^2}$ (b) $\frac{1-x^2}{1+x^2}$ (c) $\frac{1+x^2}{1-x^2}$ (d) $\frac{2x}{1+x^2}$

117. n একটি পূর্ণ সংখ্যা হলে $\sin 2\theta = \frac{1}{2}$ সমীকরণের সাধারণ সমাধান কোনটি? [Din.B, BB'19]

(a) $n\pi + \frac{\pi}{12}$ (b) $n\pi + (-1)^n\frac{\pi}{6}$

(c) $n\pi - \frac{\pi}{12}$ (d) $\frac{n\pi}{2} + (-1)^n\frac{\pi}{12}$

118. $\sin x \cos x = \frac{1}{4}$ হলে x এর মান কত? [JB'19]

(a) $\frac{n\pi}{2} + (-1)^n\frac{\pi}{12}$ (b) $2n\pi + (-1)^n\frac{\pi}{12}$

(c) $\frac{n\pi}{2} + (-1)^n\frac{\pi}{6}$ (d) $n\pi + (-1)^n\frac{\pi}{6}$

119. $2\cos\theta = 1$ সমীকরণের সমাধান- [CB'19]

(i) $\theta = \frac{\pi}{3}$; $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$

(ii) $\theta = 2n\pi \pm \frac{\pi}{3}$; $n \in \mathbb{Z}$

(iii) $\theta = 2n\pi \pm \frac{\pi}{6}$; $n \in \mathbb{Z}$

নিচের কোনটি সঠিক?

(a) i, ii (b) i, iii (c) ii, iii (d) i, ii, iii

120. যদি $\sin^{-1}x = 2\theta$ হয়, তবে $\cos 2\theta$ এর মান কত? [Din.B'19]

(a) $1 - x^2$ (b) $2x^2 - 1$

(c) $1 - 2x^2$ (d) $\sqrt{1-x^2}$

121. $\cos\left\{2\left(\sin^{-1}\frac{3x}{2} + \cos^{-1}\frac{3x}{2}\right)\right\} = p$ হলে p এর মান কত? [Din.B'19]

(a) 0 (b) 1 (c) -1 (d) $\frac{\pi}{2}$

122. $\sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right) = 0, n \in \mathbb{Z}$ সমীকরণের সমাধান কোনটি? [All.B'18]

(a) $n\pi + \frac{\pi}{2}$ (b) $2n\pi + \frac{\pi}{2}$

(c) $n\pi - \frac{\pi}{2}$ (d) $2n\pi - \frac{\pi}{2}$

123. ΔABC এ $A = \sin^{-1}\frac{1}{2}$, $B = \cos^{-1}\frac{1}{2}$ এবং C এর বহিঃস্থ কোণ θ হলে, $2\sin\theta - \sin C$ এর মান কোনটি? [All.B'18]

(a) 0 (b) 1 (c) 2 (d) 3

নিচের উদ্দীপকের আলোকে পরবর্তী দুটি প্রশ্নের উত্তর দাও:

$\cot\theta = k$ সমীকরণটির সমাধান $\theta = n\pi + \alpha$.

124. $k = \frac{1}{\sqrt{3}}$ হলে, $\alpha =$ কত? [DB'17]

(a) $\frac{\pi}{6}$ (b) $\frac{\pi}{4}$ (c) $\frac{\pi}{3}$ (d) $\frac{\pi}{2}$

125. $k = 1$ এবং $\frac{\pi}{4} < \theta < 2\pi$ হলে, θ এর মান কত? [DB'17]

(a) $\frac{3\pi}{2}$ (b) $\frac{5\pi}{4}$ (c) $\frac{3\pi}{4}$ (d) $\frac{\pi}{2}$

126. $\sin x + \cos x = 0$ এবং $n \in \mathbb{Z}$ হলে x এর মান কোনটি?

(a) $n\pi$ (b) $n\pi - \frac{\pi}{4}$ [RB'17]

(c) $n\pi + \frac{\pi}{4}$ (d) $(2n+1)\frac{\pi}{2}$

127. $\frac{1}{2}\cos^{-1}\left(\frac{9}{41}\right) = ?$ [RB'17]

(a) $\sin^{-1}\left(\frac{40}{41}\right)$ (b) $\sec^{-1}\left(\frac{9}{41}\right)$

(c) $\tan^{-1}\left(\frac{4}{5}\right)$ (d) $\tan^{-1}\left(\frac{5}{4}\right)$

০৭

MCQ উত্তরমালা ও ব্যাখ্যামূলক সমাধান

114. c	115. c	116. d	117. d	118. a	119. a	120. d	121. c	122. a	123. b	124. c	125. b	126. b	127. c

115. $\cos x + \frac{1}{\cos x} = 2 \Rightarrow \cos^2 x + 1 = 2\cos x$
$\Rightarrow \cos^2 x - 2\cos x + 1 = 0 \Rightarrow (\cos x - 1)^2 = 0 \Rightarrow \cos x = 1$
$\therefore x = 2n\pi; n \in \mathbb{Z}$

116. $\sin(2\tan^{-1}x) = \sin\sin^{-1}\frac{2x}{1+x^2} = \frac{2x}{1+x^2}$

117. $\sin 2\theta = \sin\frac{\pi}{6} \therefore 2\theta = (-1)^n\frac{\pi}{6} + n\pi \Rightarrow \theta = \frac{n\pi}{2} + (-1)^n\frac{\pi}{12}$

118. $2\sin x\cos x = \frac{1}{2} \Rightarrow \sin 2x = \sin\frac{\pi}{6}$
$\therefore 2x = n\pi + (-1)^n.\frac{\pi}{6} \therefore x = \frac{n\pi}{2} + (-1)^n.\frac{\pi}{12}$

119. $\cos\theta = \cos\frac{\pi}{3} \therefore \theta = 2n\pi \pm \frac{\pi}{3}, n \in \mathbb{Z}$

120. $x = \sin 2\theta \Rightarrow x^2 = 1 - \cos^2 2\theta \Rightarrow \cos^2 2\theta = 1 - x^2$
$\Rightarrow \cos 2\theta = \sqrt{1-x^2}$

121. $\cos\left\{2\left(\sin^{-1}\frac{3x}{2} + \cos^{-1}\frac{3x}{2}\right)\right\} = p \Rightarrow \cos\left\{2\cdot\frac{\pi}{2}\right\} = p$
$\Rightarrow p = \cos\pi = -1$

122. $\sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right) = 0 \Rightarrow -\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = 0 \Rightarrow \cos x = 0 = \cos\frac{\pi}{2}$
$\therefore x = (2n+1)\frac{\pi}{2} = n\pi + \frac{\pi}{2}$
বিকল্প: $\sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right) = 0 \Rightarrow x - \frac{\pi}{2} = n\pi \Rightarrow x = n\pi + \frac{\pi}{2}$

123. $A + B = \sin^{-1}\frac{1}{2} + \cos^{-1}\frac{1}{2} = \frac{\pi}{2}$
$\therefore C = \frac{\pi}{2}, \theta = \frac{\pi}{2} \therefore 2\sin\theta - \sin C = 2 \times 1 - 1 = 1$

125. $\cot\theta = 1 \Rightarrow \tan\theta = 1 \Rightarrow \tan\theta = \tan\frac{\pi}{4} \Rightarrow \theta = n\pi + \frac{\pi}{4} = \frac{5\pi}{4}[n = 1]$

126. $\sin x = -\cos x \Rightarrow \tan x = -1 \Rightarrow \tan x = \tan\left(-\frac{\pi}{4}\right) \Rightarrow x = n\pi - \frac{\pi}{4}$

127. $\frac{1}{2}\cos^{-1}\left(\frac{9}{41}\right) = \theta \Rightarrow \cos 2\theta = \frac{9}{41}$
$\therefore \tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{2\sin\theta\cos\theta}{2\cos^2\theta} = \frac{\sin 2\theta}{1+\cos 2\theta} = \frac{\sqrt{1-\cos^2 2\theta}}{1+\cos 2\theta} = \frac{\sqrt{1-\left(\frac{9}{41}\right)^2}}{1+\frac{9}{41}} = \frac{4}{5}$

Educationblog24.com

128. $\sin^{-1}\left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right) + \tan^{-1} x = \frac{\pi}{2}$ হলে, x এর মান কোনটি? [RB'17]

(a) $\frac{1}{\sqrt{5}}$ (b) $\frac{1}{2}$ (c) 2 (d) $\sqrt{5}$

129. $\theta = (2n+1)\pi, n \in \mathbb{Z}$ হবে যখন- [Ctg.B'17]

(a) $\sin\theta = 1$ (b) $\cos\theta = 1$

(c) $\sin\theta = -1$ (d) $\cos\theta = -1$

130. বিপরীত বৃত্তীয় ফাংশনের ক্ষেত্রে- [Ctg.B'17]

(i) $\sin^{-1} x + \cos^{-1} x = \frac{\pi}{2}$

(ii) $\tan^{-1} x + \tan^{-1} y = \tan^{-1}\frac{x-y}{1+xy}$

(iii) $3\sin^{-1} x = \sin^{-1}(3x - 4x^3)$

নিচের কোনটি সঠিক?

(a) i, ii (b) ii, iii (c) i, iii (d) i, ii, iii

131. $\tan^{-1} x$ ফাংশনের রেঞ্জ কোনটি? [SB'17]

(a) $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ (b) $(-1, 1)$

(c) $\left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$ (d) $(0, \pi)$

132. $f(x) = \sin x$ এর মুখ্য সমাধান নিচের কোনটি? [SB'17]

(a) $[0, 1]$ (b) $[1, 0]$ (c) $[1, 1]$ (d) $[-1, 1]$

133. $2\cos\theta - 1 = 0$ হলে θ =? [BB'17]

(a) $2n\pi \pm \frac{\pi}{6}$ (b) $n\pi \pm \frac{\pi}{6}$

(c) $n\pi \pm \frac{\pi}{3}$ (d) $2n\pi \pm \frac{\pi}{3}$

134. $f(x) = \tan^{-1} x$ হলে- [BB'17]

(i) $f(1) = \frac{\pi}{4}$

(ii) $f\left(\frac{1}{2}\right) + f\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{\pi}{4}$

(iii) $f(2x) = \cos^{-1}\frac{1-x^2}{1+x^2}$

নিচের কোনটি সঠিক?

(a) i, ii (b) i, iii (c) ii, iii (d) i, ii, iii

135. $\cot^{-1} p = \text{cosec}^{-1}\frac{3}{2}$ হলে p = ? [BB'17]

(a) $\frac{2}{\sqrt{5}}$ (b) $\frac{\sqrt{5}}{3}$ (c) $\frac{\sqrt{5}}{2}$ (d) $\frac{3}{\sqrt{5}}$

136. $\sec^{-1}\left(\frac{25}{24}\right) + \sin^{-1}\left(\frac{24}{25}\right)$ এর মান কত? [JB'17]

(a) $-\pi$ (b) $-\frac{\pi}{2}$ (c) $\frac{\pi}{2}$ (d) π

137. $2\cos\frac{\theta}{5} + 1 = 0$ এর সাধারণ সমাধান কোনটি? [JB'17]

(a) $(2n+1)\frac{5\pi}{3}$ (b) $(2n+1)\frac{10\pi}{3}$

(c) $10n\pi \pm \frac{10\pi}{3}$ (d) $10n\pi \pm \frac{5\pi}{3}$

138. $2(\sec^{-1} x + \text{cosec}^{-1} x)$ এর মান কত? [CB'17]

(a) 0 (b) $\frac{\pi}{2}$ (c) π (d) 2π

139. $f(x) = \text{cosec}(\cot^{-1} x)$ একটি ত্রিকোণমিতিক ফাংশন হলে f(2) এর মান কোনটি? [CB'17]

(a) $\sqrt{5}$ (b) $\frac{1}{\sqrt{5}}$ (c) 2 (d) $\frac{1}{2}$

140. $\sin\theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$ হলে- [CB'17]

(i) θ এর মুখ্যমান $\frac{\pi}{4}$ (ii) $\theta = \frac{\{4n+(-1)^n\}\pi}{4}$, $n \in \mathbb{Z}$

(iii) $\theta = \frac{(4n+1)\pi}{2}$, যখন, $n \in \mathbb{Z}$

নিচের কোনটি সঠিক?

(a) i, ii (b) i, iii (c) ii, iii (d) i, ii, iii

নিচের উদ্দীপকের আলোকে পরবর্তী দুটি প্রশ্নের উত্তর দাও:

$y = \sin^{-1}\frac{\sqrt{3}}{2} + \cos^{-1} x$ সমীকরণে-

141. $y = 90°$ হলে x এর মান কোনটি? [Din.B'17]

(a) $\frac{1}{2}$ (b) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (c) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (d) $\frac{2}{\sqrt{3}}$

142. $x = \frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{31}}$ হলে y- এর মান কোনটি? [Din.B'17]

(a) $\tan^{-1}\frac{5\sqrt{3}}{-7}$ (b) $\tan^{-1}\frac{11}{\sqrt{3}}$

(c) $\tan^{-1}\frac{-\sqrt{3}}{11}$ (d) $\tan^{-1}\frac{7}{5\sqrt{3}}$

143. $\sin 2\theta + 3\sin\theta = 0$ হলে, θ এর মান কোনটি? [Din.B'17]

(a) $(2n+1)\pi$ (b) $(4n+1)\frac{\pi}{2}$

(c) $(2n+1)\frac{\pi}{2}$ (d) $n\pi$

MCQ উত্তরমালা ও ব্যাখ্যামূলক সমাধান

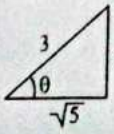
128. b	129. d	130. c	131. a	132. d	133. d	134. a	135. c	136. c	137. c
138. c	139. a	140. a	141. c	142. b	143. d				

128. $\sin^{-1}\frac{2}{\sqrt{5}} + \cos^{-1}\frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{\pi}{2} \therefore \cos^{-1}\frac{2}{\sqrt{5}} = \tan^{-1} x$

$\Rightarrow \tan^{-1}\frac{1}{2} = \tan^{-1} x \Rightarrow x = \frac{1}{2}$

133. $\cos\theta = \frac{1}{2} = \cos\frac{\pi}{3} \therefore \theta = 2n\pi \pm \frac{\pi}{3}$

134. $2\tan^{-1} x = \cos^{-1}\frac{1-x^2}{1+x^2}$

135. 

$\text{cosec}^{-1}\frac{3}{2} = \sin^{-1}\frac{2}{3} = \cot^{-1}\frac{\sqrt{5}}{2}$

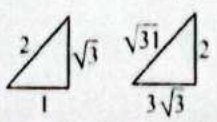
136. $\sec^{-1}\left(\frac{25}{24}\right) + \sin^{-1}\left(\frac{24}{25}\right) = \cos^{-1}\left(\frac{24}{25}\right) + \sin^{-1}\left(\frac{24}{25}\right) = \frac{\pi}{2}$

137. $2\cos\frac{\theta}{5} + 1 = 0 \therefore \cos\frac{\theta}{5} = -\frac{1}{2} \therefore \frac{\theta}{5} = 2n\pi \pm \frac{2\pi}{3} \therefore \theta = 10n\pi \pm \frac{10\pi}{3}$

139. $\text{cosec}(\cot^{-1} 2) = \sqrt{1 + \cot^2(\cot^{-1} 2)} = \sqrt{1 + 2^2} = \sqrt{5}$

140. $\sin\theta = \frac{1}{\sqrt{2}} \therefore \theta = \frac{\pi}{2} = n\pi + (-1)^n\frac{\pi}{4} = \frac{\{4n+(-1)^n\}\pi}{4}$; $n \in \mathbb{Z}$

142. $\sin^{-1}\frac{\sqrt{3}}{2} + \cos^{-1}\frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{31}} = \tan^{-1}\sqrt{3} + \tan^{-1}\frac{2}{3\sqrt{3}} = \tan^{-1}\frac{\sqrt{3}+\frac{2}{3\sqrt{3}}}{3-\sqrt{3}\cdot\frac{2}{3\sqrt{3}}}$



143. $\sin 2\theta + 3\sin\theta = 0 \Rightarrow 2\sin\theta\cos\theta + 3\sin\theta = 0$

$\Rightarrow \sin\theta(2\cos\theta + 3) = 0$

$\therefore \sin\theta = 0, \cos\theta = -\frac{3}{2} \therefore \theta = n\pi$ কারণ $\cos\theta \neq -\frac{3}{2}$

Educationblog24.com

বিভিন্ন কলেজের টেস্ট পরীক্ষার MCQ প্রশ্ন

নিচের উদ্দীপকের আলোকে পরবর্তী প্রশ্নের উত্তর দাও:

$\tan^{-1}2 = A, \tan^{-1}3 = B$ এবং $A + B + C = \pi$

144. উদ্দীপকটিতে- [রংপুর ক্যাডেট কলেজ]

(i) $\tan^{-1}2$ এর পূরক কোণ $\cot^{-1}2$

(ii) C এর পূরক কোণ $\frac{\pi}{4}$

(iii) A − B এর পূরক কোণ $\frac{\pi}{2} + \tan^{-1}\frac{1}{7}$

নিচের কোনটি সঠিক?

(a) i, ii (b) i, iii (c) ii, iii (d) i, ii, iii

145. $\sin^{-1}(0.001) + \cos^{-1}(0.001)$ এর মান কত? [সিলেট ক্যাডেট কলেজ]

(a) 0.25 (b) 1 (c) $-\frac{\pi}{2}$ (d) $\frac{\pi}{2}$

146. নিচের কোনটি সত্য? [ভিকারুননিসা নূন স্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা]

(i) $\sin\theta$ এর রেঞ্জ $[-1, 1]$ (ii) $\cos^{-1}(-x) = \cos^{-1}x$

(iii) $\sin^{-1}\frac{3}{\sqrt{5}} + \sec^{-1}\frac{\sqrt{5}}{3} = \frac{\pi}{2}$

নিচের কোনটি সঠিক?

(a) i, ii (b) i, iii (c) ii, iii (d) i, ii, iii

147. বিপরীত ত্রিকোণমিতিক ফাংশনের ক্ষেত্রে- [আদমজী ক্যান্টনমেন্ট কলেজ, ঢাকা]

(i) $\tan^{-1}x$ এর রেঞ্জ $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$

(ii) $\cot^{-1}x$ এর রেঞ্জ $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$

(iii) $\sin^{-1}x$ এর ডোমেইন $[-1, 1]$

নিচের কোনটি সঠিক?

(a) i, ii (b) i, iii (c) ii, iii (d) i, ii, iii

148. $\tan 2x + \tan 5x = 0$ এর সমাধান নিচের কোনটি? [আদমজী ক্যান্টনমেন্ট কলেজ, ঢাকা]

(a) $7n\pi; n \in \mathbb{Z}$ (b) $(7n + 1)\pi; n \in \mathbb{Z}$

(c) $(7n - 1)\pi; n \in \mathbb{Z}$ (d) $\frac{n\pi}{7}; n \in \mathbb{Z}$

149. $\tan\theta\cos\theta = 1$ সমীকরণের সাধারণ সমাধান- [উত্তরা হাই স্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা]

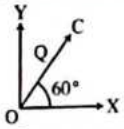
(a) $(2n + 1)\frac{\pi}{4}, n \in \mathbb{Z}$ (b) $(4n + 1)\frac{\pi}{2}, n \in \mathbb{Z}$

(c) $\frac{n\pi}{4}, n \in \mathbb{Z}$ (d) $(2n - 1)\frac{\pi}{4}, n \in \mathbb{Z}$

150. $f(x) = \text{cosec}(\cot^{-1}x)$ একটি ত্রিকোণমিতিক ফাংশন হলে, $f(2)$ এর মান কোনটি? [চট্টগ্রাম ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক কলেজ]

(a) $\sqrt{5}$ (b) $\frac{1}{\sqrt{5}}$ (c) 2 (d) $\frac{1}{2}$

নিচের তথ্যের আলোকে পরবর্তী প্রশ্নের উত্তর দাও:



151. $\sin^{-1}x$ এর রেঞ্জ কোনটি? [বাংলাদেশ নৌবাহিনী কলেজ, চট্টগ্রাম]

(a) $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ (b) $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$

(c) $(0, \pi)$ (d) $[0, \pi]$

152. কোন মানটি $\sin x + \sin 2x + \sin 3x = 0$ সমীকরণকে সিদ্ধ করে? [যশোর শিক্ষাবোর্ড সরকারি মডেল স্কুল এন্ড কলেজ]

(a) $\frac{\pi}{2}$ (b) $\frac{\pi}{3}$ (c) $\frac{\pi}{4}$ (d) $\frac{\pi}{6}$

153. $n \in \mathbb{Z}$ এবং $4\sin 4\theta + 1 = \sqrt{5}$ হলে, θ = কত? [ঢাকা কলেজ]

(a) $n\pi + (-1)^n\frac{\pi}{10}$ (b) $2n\pi + \frac{\pi}{10}$

(c) $\frac{n\pi}{2} + \frac{\pi}{20}$ (d) $\frac{n\pi}{4} + (-1)^n\frac{\pi}{40}$

154. $\frac{\cos\theta}{1+\sin\theta} + \tan\theta = 2$ সমীকরণের সমাধান কোনটি? যেখানে n শূন্য বা যেকোনো পূর্ণসংখ্যা- [আইডিয়াল স্কুল অ্যান্ড কলেজ, মতিঝিল, ঢাকা]

(a) $(4n - 1)\frac{\pi}{2}$ (b) $(4n + 1)\frac{\pi}{2}$

(c) $2n\pi \pm \frac{\pi}{3}$ (d) $n\pi + \frac{\pi}{3}$

০৭

MCQ উত্তরমালা ও ব্যাখ্যামূলক সমাধান

144. d	145. d	146. d	147. a	148. d	149. b	150. a	151. b	152. a	153. d	154. c

144. (i) $\tan^{-1}2 + \cot^{-1}2 = \frac{\pi}{2} \therefore \tan^{-1}2$ এর পূরক কোণ $\cot^{-1}2$

(ii) $\tan^{-1}2 + \tan^{-1}3 = \tan^{-1}\frac{2+3}{1-6} = \tan^{-1}(-1) = \frac{3\pi}{4} = A + B$

$\therefore C = \pi - (A + B) = \pi - \frac{3\pi}{4} = \frac{\pi}{4} \therefore C$ এর পূরক কোণ $= \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4}$

(iii) $A - B = \tan^{-1}2 - \tan^{-1}3 = \tan^{-1}\frac{2-3}{1+6} = \tan^{-1}\left(-\frac{1}{7}\right) = -\tan^{-1}\frac{1}{7}$

$(A - B) + (A - B)$ এর পূরক কোণ $= \frac{\pi}{2}$

$\Rightarrow -\tan^{-1}\frac{1}{7} + (A - B)$ এর পূরক কোণ $= \frac{\pi}{2}$

$\therefore (A - B)$ এর পূরক কোণ $= \frac{\pi}{2} + \tan^{-1}\frac{1}{7}$

146. $\sin^{-1}\frac{3}{\sqrt{5}} + \sec^{-1}\frac{\sqrt{5}}{3} = \sin^{-1}\frac{3}{\sqrt{5}} + \cos^{-1}\frac{3}{\sqrt{5}} = \frac{\pi}{2}$

147. $\sin^{-1}x$ এর ডোমেইন $= \mathbb{R}$

148. $\frac{\sin 2x}{\cos 2x} + \frac{\sin 5x}{\cos 5x} = 0 \Rightarrow \frac{\sin 2x\cos 5x + \sin 5x\cos 2x}{\cos 2x\cos 5x} = 0$

$\Rightarrow \sin 7x = 0 \Rightarrow 7x = n\pi \therefore x = \frac{n\pi}{7}; n \in \mathbb{Z}$

149. $\tan\theta\cos\theta = 1 \Rightarrow \frac{\sin\theta}{\cos\theta}\cdot\cos\theta = 1 \Rightarrow \sin\theta = 1$

$\therefore \theta = (4x + 1)\frac{\pi}{2}; n \in \mathbb{Z}$

150. $f(x) = \text{cosec}(\cot^{-1}x) = \text{cosec}\left(\text{cosec}^{-1}\sqrt{1 + x^2}\right) = \sqrt{1 + x^2}$

$\therefore f(2) = \sqrt{1 + 2^2} = \sqrt{5}$

152. $\sin x + \sin 2x + \sin 3x = 0 \Rightarrow 2\cdot\sin\frac{x+3x}{2}\cos\frac{3x-x}{2} + \sin 2x = 0$

$\Rightarrow 2\sin 2x\cos x + \sin 2x = 0 \Rightarrow \sin 2x(2\cos x + 1) = 0$

$2x = 0 \therefore 2x = n\pi \Rightarrow x = \frac{n\pi}{2}$

$n = 1$ হলে, $x = \frac{\pi}{2}$

153. $4\sin 4\theta + 1 = \sqrt{5} \Rightarrow \sin 4\theta = \frac{\sqrt{5}-1}{4} = \sin\left(\frac{\pi}{10}\right)$

$\Rightarrow 4\theta = n\pi + (-1)^n\frac{\pi}{10} \therefore \theta = \frac{n\pi}{4} + (-1)^n\frac{\pi}{40}$

154. $\frac{\cos\theta}{1+\sin\theta} + \frac{\sin\theta}{\cos\theta} = 2 \Rightarrow \frac{\cos^2\theta + \sin\theta + \sin^2\theta}{\cos\theta(1+\sin\theta)} = 2 \Rightarrow \frac{(1+\sin\theta)}{\cos\theta(1+\sin\theta)} = 2$

$\Rightarrow \frac{1}{\cos\theta} = 2 \Rightarrow \cos\theta = \frac{1}{2} = \cos\frac{\pi}{3} \therefore \theta = 2n\pi \pm \frac{\pi}{3}$

Educationblog24.com

সাজেশনভিত্তিক মডেল টেস্ট: অধ্যায়-০৭

পূর্ণমান: ৫০ | MCQ | সময়: ৫০ মিনিট

01. $\cos\theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$ হলে θ = কত?
(a) $n\pi + (-1)^n \frac{\pi}{4}$ (b) $n\pi \pm \frac{\pi}{4}$
(c) $2n\pi \pm \frac{\pi}{4}$ (d) $(2n+1)\frac{\pi}{2}$

02. $\sin 2x = 0$ হলে x =? [$n \in \mathbb{Z}$]
(a) $\frac{n\pi}{2}$ (b) $n\pi$ (c) $2n\pi$ (d) $n\pi + \frac{\pi}{4}$

03. $\frac{1}{2}\sin^{-1} x = \tan^{-1} y$ হলে কোনটি সঠিক?
(a) $x = \frac{2y}{1-y^2}$ (b) $x = \frac{2y}{1+y^2}$
(c) $x = \frac{1-y^2}{2y}$ (d) $x = \frac{1-y^2}{1+y^2}$

নিচের উদ্দীপকের আলোকে পরবর্তী দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও:

$\tan x = \sqrt{3}; \frac{\pi}{2} < x < 2\pi$

04. প্রদত্ত ত্রিকোণমিতিক সমীকরণের সাধারণ সমাধান কোনটি?
(a) $n\pi + \frac{\pi}{3}$ (b) $n\pi - \frac{\pi}{3}$ (c) $n\pi \pm \frac{\pi}{3}$ (d) $n\pi + \frac{\pi}{6}$

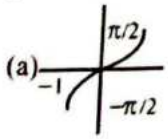
05. প্রদত্ত সীমার মধ্যে সমাধান কত?
(a) $\frac{\pi}{6}$ (b) $\frac{\pi}{3}$ (c) $\frac{2\pi}{3}$ (d) $\frac{4\pi}{3}$

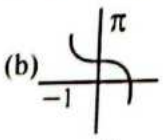
06. বিপরীত বৃত্তীয় ফাংশনের ক্ষেত্রে-
(i) $\sin^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$ এর মুখ্যমান 30°
(ii) $\sin^{-1} x = \sec^{-1}\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
(iii) $\sin^{-1} x + \cos^{-1} x = \frac{\pi}{2}$
নিচের কোনটি সঠিক?
(a) i, ii (b) i, iii (c) ii, iii (d) i, ii, iii

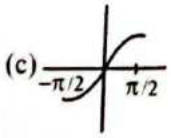
07. $\sin\theta - \cos\theta = 0$ সমীকরণের সমাধান কোনটি? [যেখানে $0 \le \theta \le \frac{\pi}{2}$]
(a) $\frac{\pi}{3}$ (b) $\frac{\pi}{2}$ (c) $\frac{\pi}{4}$ (d) $\frac{\pi}{6}$

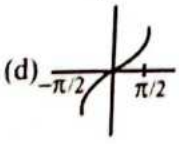
08. $\cos^{-1}\frac{1}{\sqrt{5}} = \sin^{-1} x$ হলে, x এর মান কোনটি?
(a) $\frac{1}{\sqrt{5}}$ (b) $\frac{2}{\sqrt{5}}$ (c) $\frac{\sqrt{5}}{2}$ (d) $\sqrt{5}$

09. $\tan^{-1}(-1) + \cot^{-1}\frac{1}{2} + \tan^{-1}\frac{1}{2}$ এর মান-
(a) $\frac{\pi}{4}$ (b) $\frac{3\pi}{4}$ (c) $-\frac{\pi}{4}$ (d) $-\frac{3\pi}{4}$

10. $y = \cos^{-1} x$, $(x \in \mathbb{R}$, এবং $-1 \le x < 1)$ এর লেখচিত্র-
(a) 

(b) 

(c) 

(d) 

11. ত্রিকোণমিতিক সমীকরণের সমাধানের ক্ষেত্রে—
(i) $2\sin\theta - 1 = 0$ হলে $\theta = n\pi + (-1)^n \frac{\pi}{6}; n \in \mathbb{Z}$
(ii) $2\cos\theta - 2 = 0$ হলে $\theta = 2n\pi \pm \frac{\pi}{2}; n \in \mathbb{Z}$
(iii) $\tan\theta = \tan\frac{3\pi}{4}$ হলে $\theta = (4n-1)\frac{\pi}{4}; n \in \mathbb{Z}$
নিচের কোনটি সঠিক?
(a) i, ii (b) i, iii (c) ii, iii (d) i, ii, iii

12. $\cot(\cos^{-1} x)$ এর মান কোনটি?
(a) $\frac{\sqrt{1-x^2}}{x}$ (b) $\frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$
(c) $\frac{\sqrt{1+x^2}}{x}$ (d) $\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$

13. $f(x) = \sin^{-1} x$ হলে-
(i) $f(x)f\left(\sqrt{1-x^2}\right) = \frac{\pi}{2}$ (ii) $\text{cosec}\{f(x)\} = \frac{1}{x}$
(iii) $f(1) = \frac{\pi}{2}$
নিচের কোনটি সঠিক?
(a) i, ii (b) i, iii (c) ii, iii (d) i, ii, iii

14. $\sin\theta = \sin\alpha$ হলে θ এর মান কোনটি? [$n \in \mathbb{Z}$]
(a) $2n\pi \pm \alpha$ (b) $n\pi + \alpha$
(c) $2n\pi + (-1)^n a$ (d) $n\pi + (-1)^n\alpha$

15. $\frac{1}{2}\cos^{-1}\frac{1-x^2}{1+x^2} + \cot^{-1} x$ এর মান কত?
(a) $\frac{\pi}{2}$ (b) $-\frac{\pi}{2}$ (c) $\pm\frac{\pi}{2}$ (d) $\frac{\sqrt{\pi}}{2}$

16. $\sin\{2(\sin^{-1} x + \cos^{-1} x)\} = a$ হলে a = কত?
(a) 1 (b) −1 (c) 2 (d) 0

17. $\tan\theta$ অসংজ্ঞায়িত হলে θ এর মান-
(a) $(2n+1)\pi$ (b) $(2n+1)\frac{\pi}{2}$
(c) $2n\pi$ (d) $(2n-1)\pi$

18. $\cos(2\tan^{-1} x)$ এর মান কোনটি?
(a) $\frac{2x}{1-x^2}$ (b) $\frac{1-x^2}{1+x^2}$
(c) $\frac{2x}{1+x^2}$ (d) $\frac{1+x^2}{1-x^2}$

19. $\tan^2\theta + 2\sec^2\theta = 5$ সমীকরণটির সমাধান কত? [$n \in \mathbb{Z}$]
(a) $\theta = \frac{\pi}{4}(2n+1)$ (b) $\theta = \frac{n\pi+\pi}{6}$
(c) $2n\pi$ (d) $n\pi \pm \frac{\pi}{4}$

20. $\sin x + 2 = 3$ হলে $0° < x < 360°$ ব্যবধিতে x এর মান কত?
(a) 30° (b) 90° (c) 45° (d) −90°

Educationblog24.com

21. $\cos x = 0$ সমীকরণের ক্ষেত্রে-
(i) এর সাধারণ সমাধান $x = (2n + 1)\frac{\pi}{2}$
(ii) একটি বিশেষ সমাধান হবে $\frac{\pi}{2}$
(iii) এর সাধারণ সমাধান $x = n\pi$
নিচের কোনটি সঠিক?
(a) i (b) i, ii (c) ii, iii (d) ii

22. $\tan^{-1} x$ এর মুখ্য মানের সীমা কোনটি?
(a) $-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$ (b) $-\frac{\pi}{2} \le x < \frac{\pi}{2}$
(c) $-\frac{\pi}{2} < x \le \frac{\pi}{2}$ (d) $-\frac{\pi}{2} \le x \le \frac{\pi}{2}$

23. $n \in \mathbb{Z}$ হলে, $\cos 2x = \frac{1}{\sqrt{2}}$ এর সাধারণ সমাধান কোনটি?
(a) $(8n \pm 1)\frac{\pi}{8}$ (b) $(8n \pm 1)\frac{\pi}{4}$
(c) $(n \pm 1)\frac{\pi}{8}$ (d) $(n \pm 1)\frac{\pi}{4}$

24. $\tan^2\theta - 2\sqrt{3}\tan\theta + 3 = 0$ এর সমাধান কোনটি? [যেখানে $0 < \theta < \pi$]
(a) $\frac{\pi}{6}$ (b) $\frac{\pi}{3}$ (c) $\frac{2\pi}{3}$ (d) $\frac{\pi}{4}$

25. $\sec^{-1} x + \text{cosec}^{-1} x$ = কত?
(a) π (b) $\frac{\pi}{4}$ (c) $-\frac{\pi}{2}$ (d) $\frac{\pi}{2}$

26. নিচের ফাংশনগুলোর ক্ষেত্রে—
(i) $\sin^{-1} x = \text{cosce}^{-1}\frac{1}{x}, -1 \le x \le 1$
(ii) $\tan^{-1} x + \tan^{-1} y = \tan^{-1}\frac{x-y}{1+xy}$
(iii) $\tan^{-1} x$ এর ডোমেন $(-\infty, \infty)$
নিচের কোনটি সঠিক?
(a) i, ii (b) ii, iii (c) i, iii (d) i, ii, iii

27. $2\tan^{-1} x = ? (0 \le x < 1)$
(i) $\sin^{-1}\frac{2x}{1+x^2}$ (ii) $\cos^{-1}\frac{1-x^2}{1+x^2}$ (iii) $\tan^{-1}\frac{2x}{1-x^2}$
নিচের কোনটি সঠিক?
(a) i, ii (b) i, iii (c) ii, iii (d) i, ii, iii

28. $2\tan^{-1}\frac{1}{3} + \tan^{-1}\frac{1}{7} = ?$
(a) $\frac{\pi}{2}$ (b) $\frac{\pi}{3}$ (c) $\frac{\pi}{4}$ (d) $\frac{\pi}{6}$

29. কয়েকটি গাণিতিক উক্তি হচ্ছে-
(i) $\sin^{-1} x = \frac{1}{\sin x}$
(ii) $\cos^{-1} x = \sec^{-1}\frac{1}{x}$
(iii) $\tan^{-1} x = \cos^{-1}\frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$
নিচের কোনটি সঠিক?
(a) i, ii (b) i, iii (c) ii, iii (d) i, ii, iii

30. $\sin^{-1} x$ ও $\cos^{-1} x$ প্রতিটি এক একটি কোণ হলে-
(i) $\sin^{-1} x + \cos^{-1} x = \frac{\pi}{2}$
(ii) $3\sin^{-1} x = \sin^{-1}(4x^3 - 3x)$
(iii) $3\cos^{-1} x = \cos^{-1}(4x^3 - 3x)$
নিচের কোনটি সঠিক?
(a) i, ii (b) i, iii (c) ii, iii (d) i, ii, iii

নিচের উদ্দীপকের আলোকে পরবর্তী দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও:
$A = \cos^{-1} x, \quad B = \cos^{-1} y$

31. $A = 0$ হলে নিচের কোনটি সঠিক?
(a) $x = 1$ (b) $x = 2$ (c) $x = 3$ (d) $x = 4$

32. $A - B = \frac{\pi}{2}$ হলে নিচের কোনটি সঠিক?
(a) $x\sqrt{1-y^2} + y\sqrt{1-x^2} = 1$
(b) $x\sqrt{1-y^2} - y\sqrt{1-x^2} = 1$
(c) $xy + \sqrt{(1-x^2)(1-y^2)} = 0$
(d) $xy - \sqrt{(1-x^2)(1-y^2)} = 0$

33. $\frac{1}{2}\text{cosec}^{-1}\frac{1+x^2}{2x}$ এর মান কত?
(a) $2\tan^{-1} x$ (b) $\tan^{-1} x$
(c) $\frac{1}{2}\sin^{-1} x$ (d) $\frac{1}{2}\tan^{-1} x$

34. $\tan\left\{\frac{1}{2}\sin^{-1}\frac{2x}{1+x^2} + \frac{1}{2}\cos^{-1}\frac{1-x^2}{1+x^2}\right\}$ = কত?
(a) $\frac{1-x^2}{1+x^2}$ (b) $\frac{2x}{1-x^2}$ (c) $\frac{2x}{1+x^2}$ (d) 0

35. $\text{arc}\tan\left\{\sin\left(\text{arc}\cos\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)\right\}$ এর মান কত?
(a) $\frac{\pi}{2}$ (b) $\frac{\pi}{3}$ (c) $\frac{\pi}{4}$ (d) $\frac{\pi}{6}$

36. $\sin 4\theta = \sin 2\theta$ (যেখানে $0 < \theta < 90°$); $\theta = ?$
(a) $\frac{\pi}{3}$ (b) $\frac{\pi}{6}$ (c) $\frac{\pi}{12}$ (d) $\frac{\pi}{4}$

37. $\tan^{-1}(p) = \sin^{-1}\frac{2}{3}$ হলে, p এর মান কোনটি?
(a) $\frac{\sqrt{5}}{2}$ (b) $\frac{2}{\sqrt{5}}$ (c) $\frac{3}{\sqrt{5}}$ (d) $\frac{\sqrt{5}}{3}$

38. $\sin^{-1}\frac{2a}{1+a^2} - \cos^{-1}\frac{1-b^2}{1+b^2} = 2\tan^{-1} x$ হলে, x এর মান কত?
(a) $a + b$ (b) $a - b$
(c) $\frac{a-b}{1+ab}$ (d) $\frac{1+ab}{a-b}$

39. $\cos 3x = -1$ হলে $x = ?$
(a) $(2n + 1)\frac{\pi}{12}$ (b) $(2n + 1)\frac{\pi}{6}$
(c) $(2n + 1)\frac{\pi}{3}$ (d) $(2n + 1)\frac{\pi}{2}$

40. $\tan\left\{\cos^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)\right\}$ = কত?
(a) -1 (b) 1 (c) $-\frac{1}{2}$ (d) $\frac{1}{2}$

41. $2\cos x + 1 = 0$ সমীকরণের সাধারণ সমাধান কোনটি? [যেখানে $n \in \mathbb{Z}$]
(a) $n\pi \pm \frac{\pi}{3}$ (b) $2n\pi \pm \frac{\pi}{3}$
(c) $2\left(n\pi \pm \frac{\pi}{3}\right)$ (d) $n\pi \pm \frac{2\pi}{3}$

42. $\sin^{-1}\frac{1}{2}$ এর মুখ্যমান নিচের কোনটি?
(a) 30° (b) 90° (c) 90° (d) 180°

Educationblog24.com

43. $2\sin^{-1}\frac{1}{5} = \sin^{-1}\frac{2p\sqrt{6}}{5}$ হলে p এর মান কত?

(a) $\frac{1}{5}$ (b) $\frac{2}{5}$

(c) $\frac{3}{5}$ (d) $\frac{4}{5}$

44. $\tan^{-1}\sin\tan^{-1}x = \cos^{-1}\sqrt{\frac{3}{5}}$ সমীকরণের সমাধান কোনটি?

(a) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (b) $\sqrt{2}$

(c) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ (d) $\sqrt{3}$

45. $\sin\left(2\sin^{-1}\frac{1}{2}\right)$ এর মান—

(a) $\frac{1}{2}$ (b) 1

(c) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (d) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

46. x এর কোন মানের জন্য $f(x) = \sec x$ এর বিপরীত ফাংশন $f^{-1}(x) = \sec^{-1}x$ হবে?

(a) $x \in [0, \pi]$ (b) $x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right] \cup \left[\frac{\pi}{2}, \pi\right]$

(c) $x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right) \cup \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right]$ (d) $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$

47. $\sin\cot^{-1}\tan\cos^{-1}x = ?$

(a) $\sqrt{1-x^2}$ (b) x (c) $\sqrt{x}$ (d) $\frac{1}{\sqrt{x}}$

48. $\tan^{-1}6 + \tan^{-1}\frac{7}{5}$ এর মান-

(a) $\frac{\pi}{2}$ (b) $\frac{3\pi}{2}$ (c) $\frac{3\pi}{4}$ (d) $\frac{\pi}{3}$

49. $\tan^{-1}1 + \tan^{-1}2 + \tan^{-1}3$ এর মান–

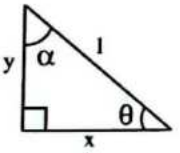
(a) 0 (b) $\frac{\pi}{2}$ (c) π (d) 2π

50. যদি $A + B + C = \pi, \tan^{-1}2 = A$ এবং $\tan^{-1}3 = B$ হয় তবে $C = ?$

(a) 2 (b) $\frac{\pi}{2}$ (c) $\frac{\pi}{4}$ (d) $\frac{2\pi}{3}$

পূর্ণমান: ৫০ **CQ** সময়: ২:৩৫ মিনি

(যেকোনো পাঁচটি প্রশ্নের উত্তর দাও:)

01. 

(ক) α ও θ কে sine এর বিপরীত ত্রিকোণমিতিক অনুপাতের সাহায্যে প্রকাশ কর। 2

(খ) $x + y = \sqrt{2}$ হলে θ নির্ণয় কর। 4

(গ) $\alpha + \theta = \frac{\pi}{2}$ হলে দেখাও যে, $x^2 + y^2 = 1$। 4

02. $f(x) = \cos x$ এবং $g(x) = \tan^{-1}x$

(ক) দেখাও যে, $g\left(\frac{1}{2}\right) + g\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{\pi}{4}$। 2

(খ) প্রমাণ কর যে, $2g\left(\sqrt{\frac{a-b}{a+b}}.\tan\frac{\theta}{2}\right) = \cos^{-1}\frac{b+af(\theta)}{a+bf(\theta)}$। 4

(গ) সমাধান কর: $\sqrt{3}f(x) + f\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = 1, -2\pi < x < 2\pi$। 4

03. $\sin^{-1}x + \sin^{-1}y + \sin^{-1}z = p$

(ক) $\left(\sin^{-1}\frac{3}{5} + \sin^{-1}\frac{8}{17}\right)$- কে সাইনের বিপরীত ত্রিকোণমিতিক অনুপাতে প্রকাশ কর। 2

(খ) $x = -\cos\theta; y = \cos 3\theta$ এবং $z = 0$ হলে p নির্ণয় কর। 4

(গ) $p = \pi$ হলে প্রমাণ কর যে,
$x\sqrt{1-x^2} + y\sqrt{1-y^2} + z\sqrt{1-z^2} = 2xyz$। 4

04. $P = \cos\theta$ এবং $Q = \sin\theta$; এখানে θ জ্যামিতিক কোণ।

(ক) $Q = \frac{\sqrt{3}}{2}$ হলে, θ নির্ণয় কর। 2

(খ) $P + \sqrt{3}Q = \sqrt{2}$ হলে, θ নির্ণয় কর। 4

(গ) $P^3 - PQ - Q^3 = 1$ হলে প্রমাণ করে যে, θ কখনোই একটি সূক্ষ্মকোণী ত্রিভুজের অন্তঃস্থ কোণ হতে পারে না। 4

05. α ও β দুইটি বাস্তব সংখ্যা যেখানে $\alpha = \frac{x}{a}$ এবং $\beta = \frac{y}{b}$।

(ক) $\sin^{-1}\frac{2}{5x} = \frac{\pi}{3}$ হলে $\sec^{-1}\frac{5x}{2}$ এর মান কত? 2

(খ) উদ্দীপকের $a = b = 2$ এবং $\cos^{-1}\alpha + \cos^{-1}\beta = \theta$ হলে দেখাও যে, $\frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{2}xy\cos\theta + \frac{1}{4}y^2 = \sin^2\theta$। 4

(গ) যদি উদ্দীপকের $a = 2$ এবং $b = 3$ হয় তবে সমাধান কর $\sec^{-1}\alpha - \sec^{-1}\beta = \sec^{-1}3 - \sec^{-1}2$। 4

06. $y = f(x) = \sin x$

(ক) $f^{-1}(x)$ ফাংশন হলে ডোমেন নির্ণয় কর। 2

(খ) $f^{-1}(x)$ এর লেখচিত্র অঙ্কন কর। $[-1 < x < 1$ মুখ্যমানের ভিত্তিতে] 4

(গ) $x = \sin^{-1}\frac{1}{2} + \cos^{-1}\frac{5}{13}$ হলে দেখাও যে, $y = \frac{5+12\sqrt{3}}{26}$ 4

07. $\cos\left(\tan^{-1}\frac{1}{3} + \tan^{-1}3\right), \tan^{-1}x + \tan^{-1}y + \tan^{-1}z$ দুটি রাশি এবং $\cot\theta + \tan\theta = 2\sec\theta$ একটি সমীকরণ।

(ক) ১ম রাশির মান নির্ণয় কর। 2

(খ) ২য় রাশিটির মান π হলে দেখাও যে, $x + y + z = xyz$। 4

(গ) সমীকরণটি $-2\pi < \theta < 2\pi$ ব্যবধিতে সমাধান কর। 4

Educationblog24.com

উত্তরমালা

MCQ

01. c	02. a	03. b	04. a	05. d	06. d	07. c	08. b	09. a	10. b	11. b	12. b	13. c	14. d	15. a
16. d	17. b	18. b	19. d	20. b	21. b	22. a	23. a	24. b	25. d	26. c	27. d	28. c	29. c	30. b
31. a	32. c	33. b	34. b	35. d	36. b	37. b	38. c	39. c	40. b	41. c	42. a	43. b	44. b	45. d
46. c	47. b	48. c	49. c	50. c										

08. $\sin^{-1}\sqrt{1-\left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right)^2} = \sin^{-1}x \Rightarrow \sqrt{1-\frac{1}{5}} = x \therefore x = \frac{2}{\sqrt{5}}$

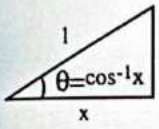
11. (i) $2\sin\theta - 1 = 0 \Rightarrow \sin\theta = \sin\frac{\pi}{6}$

$\therefore \theta = n\pi + (-1)^n\frac{\pi}{6}$

(ii) $2\cos\theta - 2 = 0 \Rightarrow \cos\theta = 1 \therefore \theta = 2n\pi$

(iii) $\tan\theta = \tan\frac{3\pi}{4} \Rightarrow \tan\theta = \tan\left(-\frac{\pi}{4}\right)$

$\therefore \theta = n\pi - \frac{\pi}{4} = (4n-1)\frac{\pi}{4}$

12. 

$\cot\theta = \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$

15. ধরি, $x = \tan\alpha \therefore \frac{1}{2}\cos^{-1}\frac{1-x^2}{1+x^2} = \frac{1}{2}\times 2\tan^{-1}x = \tan^{-1}x$

$\therefore \tan^{-1}x + \cot^{-1}x = \frac{\pi}{2}$

18. $\cos(2\tan^{-1}x) = \cos\left(\cos^{-1}\frac{1-x^2}{1+x^2}\right) = \frac{1-x^2}{1+x^2}$

19. $\tan^2\theta + 2\sec^2\theta = 5 \Rightarrow \sec^2\theta = 2 \Rightarrow \cos\theta = \pm\frac{1}{\sqrt{2}}$

$\therefore \theta = 2n\pi \pm \frac{\pi}{4}$

23. $\cos 2x = \frac{1}{\sqrt{2}} = \cos\frac{\pi}{4} \Rightarrow 2x = 2n\pi \pm \frac{\pi}{4}$

$\Rightarrow x = n\pi \pm \frac{\pi}{8} \therefore x = (8n \pm 1)\frac{\pi}{8}$

36. $\sin 4\theta = \sin 2\theta \Rightarrow 2\sin 2\theta\cos 2\theta = \sin 2\theta$

$\Rightarrow \cos 2\theta = \frac{1}{2} \Rightarrow 2\theta = \frac{\pi}{3} \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{6}$

38. $\sin^{-1}\frac{2a}{1+a^2} - \cos^{-1}\frac{1-b^2}{1+b^2} = 2\tan^{-1}x$

$\Rightarrow 2\tan^{-1}a - 2\tan^{-1}b = 2\tan^{-1}x$

$\Rightarrow \tan^{-1}\frac{a-b}{1+ab} = \tan^{-1}x \therefore x = \frac{a-b}{1+ab}$

44. $\tan^{-1}\sin\tan^{-1}x = \cos^{-1}\sqrt{\frac{3}{5}}$

$\Rightarrow \tan^{-1}\sin\sin^{-1}\frac{x}{\sqrt{1+x^2}} = \tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)$

$\Rightarrow \frac{x}{\sqrt{1+x^2}} = \sqrt{\frac{2}{3}} \Rightarrow 3x^2 = 2 + 2x^2 \therefore x = \sqrt{2}$

CQ

01. (ক) $\alpha = \sin^{-1}(x), \theta = \sin^{-1}(y)$

(খ) $\theta = \frac{\pi}{4}$

02. (গ) $x = -\frac{3\pi}{2}, -\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}, \frac{11\pi}{6}$

03. (ক) $\sin^{-1}\frac{77}{85}$

(খ) -2θ

04. (ক) $60°$

(খ) $2n\pi + \frac{7\pi}{12}, 2n\pi + \frac{\pi}{12}$

05. (ক) $\frac{\pi}{6}$

(গ) $x = 6$

06. (ক) $[-1,1]$

07. (ক) 0

(গ) $\theta = -\frac{11\pi}{6}, -\frac{7\pi}{6}, \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}$

০৭

> আমি কাউকে কিছু শিখিয়ে দিতে পারি না, আমি কেবল চিন্তার রসদ যোগাতে পারি।
> - Socrates

Educationblog24.com

অধ্যায় ০৮ স্থিতিবিদ্যা

- সৃজনশীল (ক), (খ) ও (গ) নং প্রশ্নের জন্য এ অধ্যায়ের গুরুত্বপূর্ণ টাইপসমূহ:

গুরুত্ব	টাইপ	টাইপের নাম	যতবার প্রশ্ন এসেছে			যে বোর্ডে যে বছর এসেছে
			ক	খ	গ	CQ
০০০	T-01	দুইটি বলের লব্ধি নির্ণয়ের ক্ষেত্রে সামান্তরিক সূত্রের প্রয়োগ	24	03	03	CB'23; Ctg.B'22, 17; JB'22, 21, 19, 18; Din.B'22, 21, 19, 18, 17; MB'22, 21; RB'21, 19, 17; SB'21, 19, 18; BB'21, 19; DB'19, 18, 17
০০০	T-02	দুইটি বলের অন্তর্ভুক্ত কোণ নির্ণয় ও sine সূত্রের প্রয়োগ সংক্রান্ত	11	12	01	DB'23, 21, 19; RB'23; Sb'23, 21, 17; BB'23, 22; JB'23, 22, 19; CB'23, 22, 21; MB'23, 22; Ctg.B'22, 19; Din.B'22, 19
০	T-03	লব্ধির দিক অপরিবর্তিত থাকা	-	02	-	RB'19; BB'17
০০০	T-04	দুই বা দুই এর অধিক বলের লব্ধি নির্ণয়ের ক্ষেত্রে লম্বাংশ সূত্রের প্রয়োগ	09	08	05	Ctg.B'23, 22, 21; BB'23, 21; BB'23, 21, 17; JB'23, 22, 21, 17; Din.B'23, 22; MB'22, 21; DB'21; RB'21; CB'21; SB'17
	T-05	বলের সংযোজন ও বিভাজন	-	-	-	-
০০	T-06	তিনটি সমবিন্দু বল সাম্যাবস্থা সৃষ্টি করলে তা হতে বলত্রয়ের অন্তর্গত কোণ নির্ণয়	06	-	-	BB'22, 17; Din.B'21; MB'21; Ctg.B'19; JB'19
০০০	T-07	তিনটি বল সাম্যাবস্থায় থাকার শর্ত (লামির সূত্র)	03	15	02	RB'23, 17; SB'23, 22, 19, 17; BB'23, 22, 21, 19; DB'22, 21; JB'22, 21; Ctg.B'21; CB'21, 19, 17
০০০	T-08	তিনটি বল সাম্যাবস্থায় থাকলে তা থেকে বিভিন্ন অজানা রাশির মান নির্ণয়	-	07	06	DB'23; Din.B'23, 21, 19; MB'23, 21; RB'21; CB'19; JB'17
০০০	T-09	সদৃশ সমান্তরাল বল এর লব্ধি	-	04	11	DB'22, 21, 17; Ctg.B'22, 19; SB'22; BB'22, 17; CB'22; MB'22; RB'21; JB'21
০০০	T-10	সদৃশ সমান্তরাল বলের ক্ষেত্রে ত্রিভুজ	-	08	12	DB'23, 22, 18; Ctg.B'23; BB'23, 21; RB'21; SB'21, 19, 18; JB'21, 18; CB'21, 17; MB'21; Din.B'18
০০০	T-11	অসদৃশ/বিসদৃশ সমান্তরাল বলের লব্ধি নির্ণয়ের সূত্র	03	01	11	SB'23, 21; CB'23, 21; JB'22, 17; Db'21, 17; Ctg.B'21; BB'21, 19; Din.B'21, 17; RB'19
০০০	T-12	সমান্তরাল বলের লব্ধি নির্ণয় এর সূত্র প্রয়োগ করে চাপ ও প্রতিক্রিয়া বল নির্ণয়	-	02	07	RB'23; JB'23, 22, 21; Din.B'23; MB'23, 21; BB'21; Ctg.B'17

Educationblog24.com

CQ প্রশ্ন ও সমাধান (ক, খ ও গ)

Type-01: দুইটি বলের লব্ধি নির্ণয়ের ক্ষেত্রে সামান্তরিক সূত্রের প্রয়োগ

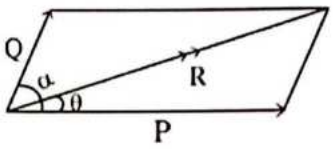
Concept

(i) মধ্যবর্তী কোণ, $\alpha = 0°$ হলে, $R = R_{max} = P + Q$ (বৃহত্তম লব্ধি)

(ii) মধ্যবর্তী কোণ, $\alpha = 180°$ হলে, $R = R_{min} = P \sim Q$ (ক্ষুদ্রতম লব্ধি)

(iii) $\alpha = 90°$ হলে লব্ধি, $R_p = \sqrt{P^2 + Q^2}$ [p ⇒ Perpendicular (লম্ব)]

(iv) $P = Q$ হলে, $R_e = 2P\cos\frac{\alpha}{2}$; $\theta = \frac{\alpha}{2}$ [e ⇒ Equal (সমান)]



Shortcut for MCQ: $(P + Q)^2 + (P \sim Q)^2 = 2(P^2 + Q^2) \Rightarrow R_{max}^2 + R_{min}^2 = 2R_p^2$

➢ P ও Q দুইটি সমবিন্দু বল এবং এদের মধ্যবর্তী কোণ α হলে, এদের লব্ধি, $R = \sqrt{P^2 + Q^2 + 2PQ\cos\alpha}$; $\tan\theta = \frac{Q\sin\alpha}{P + Q\cos\alpha}$

[যেখানে, Q হলো, P ও R এর মধ্যবর্তী কোণ]

সৃজনশীল প্রশ্ন (ক, খ ও গ)

01. (ক) 4N ও 3N মানের দুইটি বল পরস্পর 120° কোণে ক্রিয়া করলে তাদের লব্ধি নির্ণয় কর। [CB'23]

(ক) Sol^n: লব্ধি বল, $R = \sqrt{4^2 + 3^2 + 2 \cdot 4 \cdot 3\cos 120°}$

$= \sqrt{16 + 9 - 12} = \sqrt{13}$ N **(Ans.)**

02. (ক) 120° কোণে ক্রিয়ারত দুটি সমান বলের লব্ধি 9N হলে সমান বল দুটি নির্ণয় কর। [DB'22; JB'21]

(ক) Sol^n: মনে করি, সমান বল দুটি F. এখানে, R = 9N এবং $\alpha = 120°$

প্রশ্নমতে, $R = 2F\cos\frac{\alpha}{2} \Rightarrow 9 = 2F\cos\frac{120°}{2}$

$\Rightarrow 9 = 2F\cos 60° \therefore F = 9N$ **(Ans.)**

03. (ক) কোনো বিন্দুতে পরস্পর α কোণে ক্রিয়ারত P মানের দুইটি সমান বলের লব্ধির মান নির্ণয় কর। [Ctg.B'22; MB'22]

(ক) Sol^n: $R = \sqrt{P^2 + P^2 + 2 \cdot P \cdot P \cdot \cos\alpha}$

$\Rightarrow R = \sqrt{2P^2 + 2P^2\cos\alpha} \Rightarrow R = \sqrt{2P^2(1 + \cos\alpha)}$

$\Rightarrow R = \sqrt{2P^2 \times 2\cos^2\frac{\alpha}{2}} \Rightarrow R = \sqrt{4P^2\cos^2\frac{\alpha}{2}}$

$\therefore R = 2P\cos\frac{\alpha}{2}$ **(Ans.)**

04. একটি বিন্দুতে α কোণে ক্রিয়ারত P ও Q (P > Q) মানের বলদ্বয়ের বৃহত্তম ও ক্ষুদ্রতম লব্ধির মান যথাক্রমে L ও M। [RB'21]

(গ) দেখাও যে, বলদ্বয়ের লব্ধির মান $\sqrt{L\cos^2\frac{\alpha}{2} + M\sin^2\frac{\alpha}{2}}$

(গ) Sol^n: প্রশ্নমতে, $L = P + Q$; $M = P - Q$;

বলদ্বয়ের লব্ধির মান $= \sqrt{P^2 + Q^2 + 2PQ\cos\alpha}$

$= \sqrt{P^2\left(\sin^2\frac{\alpha}{2} + \cos^2\frac{\alpha}{2}\right) + Q^2\left(\sin^2\frac{\alpha}{2} + \cos^2\frac{\alpha}{2}\right) + 2PQ\left(\cos^2\frac{\alpha}{2} - \sin^2\frac{\alpha}{2}\right)}$

$= \sqrt{\left(\cos^2\frac{\alpha}{2}\right)(P^2 + 2PQ + Q^2) + \left(\sin^2\frac{\alpha}{2}\right)(P^2 - 2PQ + Q^2)}$

$= \sqrt{\left(\cos^2\frac{\alpha}{2}\right)(P + Q)^2 + \left(\sin^2\frac{\alpha}{2}\right)(P - Q)^2}$

$= \sqrt{L^2\cos^2\frac{\alpha}{2} + M^2\sin^2\frac{\alpha}{2}}$ (দেখানো হল)

[প্রশ্নে, L ও M এর জায়গায় L^2 ও M^2 হবে]

05. (ক) দুটি বলের সর্বোচ্চ ও সর্বনিম্ন লব্ধির মান যথাক্রমে 9N ও 4N হলে বলদ্বয় নির্ণয় কর। [SB'21]

(ক) Sol^n: ধরি, বলদ্বয় P ও Q এবং P > Q

প্রশ্নমতে, $P + Q = 9N$ ..... (i);

$P - Q = 4N$ ..... (ii)

(i) + (ii) ⇒ $2P = 13N \Rightarrow P = \frac{13}{2}N$

(i) − (ii) ⇒ $2Q = 5N \Rightarrow Q = \frac{5}{2}N$

$\therefore$ বলদ্বয় $\frac{13}{2}N, \frac{5}{2}N$ **(Ans.)**

06. (ক) পরস্পর 60° কোণে ক্রিয়ারত দুইটি সমান বলের লব্ধি 12N, বলদ্বয় নির্ণয় কর। [BB'21]

(ক) Sol^n: ধরি, সমান বলদ্বয় F

প্রশ্নমতে, $R = 12 \Rightarrow 2F\cos\frac{60°}{2} = 12 \Rightarrow F \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 6$

$\Rightarrow F = \frac{12}{\sqrt{3}}N = 4\sqrt{3}N$ **(Ans.)**

07. (ক) P ও Q দুইটি বলের বৃহত্তম লব্ধির মান ক্ষুদ্রতম লব্ধির মানের দ্বিগুণ হলে বল দুইটির অনুপাত নির্ণয় কর। [JB'21]

(ক) Sol^n: প্রশ্নমতে, $P + Q = 2(P - Q)$

$\Rightarrow P + Q = 2P - 2Q \Rightarrow 3Q = P \Rightarrow \frac{P}{Q} = 3$

$\therefore$ P: Q = 3: 1 **(Ans.)**

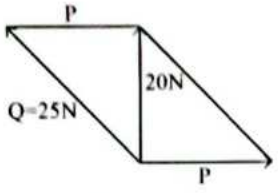
Educationblog24.com

08. (ক) 4N ও 3N মানের দুইটি বল 90° কোণে ক্রিয়ারত থাকলে তাদের লব্ধির মান কত? [JB'21]

(ক) Sol^n: লব্ধির মান $= \sqrt{4^2 + 3^2 + 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \cos 90}$
$= 5N$ (Ans.)

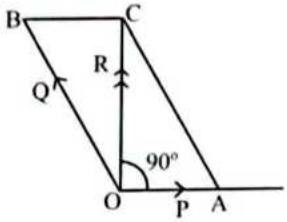
09. (ক) কোনো বিন্দুতে ক্রিয়ারত P ও Q বলদ্বয়ের লব্ধি 20N যা P বলের সাথে লম্ব। Q এর মান 25N হলে P এর মান কত? [MB'21]

(ক) Sol^n:



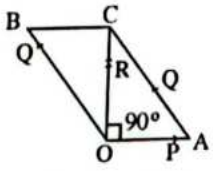
শর্তমতে, $P = \sqrt{25^2 - 20^2}N = 15N$ (Ans.)

10. দৃশ্যকল্প-১: [BB'19]



(খ) দৃশ্যকল্প-১ হতে যদি $R = \frac{2}{3}Q$ হয় তবে, P ও Q বলের অনুপাত নির্ণয় কর।

(খ) Sol^n:

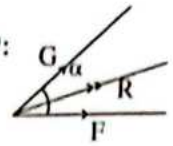


ΔOAC-এ: পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে পাই,
$CA^2 = OC^2 + OA^2 \Rightarrow Q^2 = R^2 + P^2$
$\Rightarrow Q^2 = \left(\frac{2}{3}Q\right)^2 + P^2 \left[\because R = \frac{2}{3}Q\right]$
$\Rightarrow \frac{5}{9}Q^2 = P^2 \Rightarrow \frac{P^2}{Q^2} = \frac{5}{9} \therefore \frac{P}{Q} = \frac{\sqrt{5}}{3}$
$\therefore P : Q = \sqrt{5} : 3$ (Ans.)

11. P ও Q দুইটি বল যেখানে $P > Q$. [JB'19]

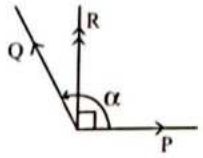
(গ) যদি উদ্দীপকে উল্লিখিত বলদ্বয়ের বৃহত্তম ও ক্ষুদ্রতম লব্ধি যথাক্রমে F ও G হয় এবং উহারা পরস্পর একটি বিন্দুতে α কোণে ক্রিয়াশীল হয় তবে বল দুইটির লব্ধিকে F, G ও $\frac{\alpha}{2}$ এর মাধ্যমে প্রকাশ কর।

(গ) Sol^n:



$F = P + Q ; G = P - Q$
$\therefore$ লব্ধি R হলে $R^2 = F^2 + G^2 + 2FG\cos\alpha$
$= F^2 + G^2 + 2FG\left(2\cos^2\frac{\alpha}{2} - 1\right)$
$= (F - G)^2 + 4FG\cos^2\frac{\alpha}{2}$
$\therefore$ লব্ধি, $R = \sqrt{(F - G)^2 + 4FG\cos^2\frac{\alpha}{2}}$ (Ans.)

12. দৃশ্যকল্প-১: [Din.B'19]



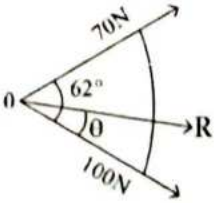
, $Q > P$

(খ) R = 15 N এবং P ও Q বলদ্বয়ের বৃহত্তম লব্ধি 25 হলে, বলদ্বয় নির্ণয় কর।

(খ) Sol^n: প্রশ্নমতে, $P + Q = 25N$ ..... (i)
আবার, $\tan 90° = \frac{Q\sin\alpha}{P + Q\cos\alpha} \Rightarrow P + Q\cos\alpha = 0$
$\Rightarrow Q\cos\alpha = -P$
আবার, $R^2 = P^2 + Q^2 + 2PQ\cos\alpha$
$= P^2 + Q^2 + 2P(-P) = Q^2 - P^2 = (Q - P)(Q + P)$
$\Rightarrow Q - P = \frac{15^2}{25} = 9N$ ..... (ii)
(i) + (ii) $\Rightarrow Q = 17N \quad \therefore P = 8N$ (Ans.)

13. (ক) 100N ও 70N মানের দুইটি বলের লব্ধি কোনো বিন্দুতে ক্রিয়া করে। এদের মধ্যবর্তী কোণের পরিমাণ 62° হলে ব দুইটির লব্ধির মান ও দিক নির্ণয় কর। [DB, Din.B'17

(ক) Sol^n:



লব্ধির মান, $R = \sqrt{(100)^2 + (70)^2 + 2 \cdot 100 \cdot 70\cos 62°}$
$= 146.54$ N (প্রায়)
এবং লব্ধির দিক, $\theta = \tan^{-1}\left(\frac{70\sin 62°}{100 + 70\cos 62°}\right)$
$= \tan^{-1}\left(\frac{61.80}{132.86}\right) = 24.95°$ (প্রায়) [100 N বলের সাথে]

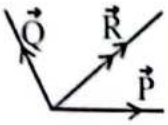
Educationblog24.com

14 দৃশ্যকল্প-১: [RB'17]

(ক) বলের অংশক ও লব্ধি ব্যাখ্যা কর।

(খ) দৃশ্যকল্প-১ এ $\frac{1}{2}\vec{P}$ বলকে কোন বাহু বরাবর স্থানান্তর করা যাবে? যদি বলদ্বয়ের লব্ধি P বলের $\frac{\sqrt{5}}{2}$ গুণ হয় তবে বলদ্বয়ের অন্তর্গত কোণ ও লব্ধির দিক নির্ণয় কর।

(ক) Sol": কোনো বস্তুকণার উপর একই সময়ে একাধিক বল কার্যরত হলে এদের সম্মিলিত ক্রিয়াফল যদি বস্তুকণার উপর নির্দিষ্ট দিকে একটি মাত্র বলের ক্রিয়া-ফলের সমান হয়, তবে ঐ একটিমাত্র বলকে উপরিউক্ত একাধিক বলের লব্ধি বলে এবং একাধিক বলের প্রত্যেকটিকে লব্ধি বলের অংশক বা উপাংশ বলে।



চিত্রে O বিন্দুতে ক্রিয়ারত $\vec{P}$ ও $\vec{Q}$ বল দুইটির সম্মিলিত ক্রিয়াফল একটি মাত্র $\vec{R}$ বলের ক্রিয়াফলের সমান হলে, $\vec{P}$ ও $\vec{Q}$ এর লব্ধি হলো $\vec{R}$ এবং $\vec{P}$ ও $\vec{Q}$ হলো $\vec{R}$ এর অংশক বা উপাংশ। ভেক্টর সংকেতে লব্ধি, $\vec{R} = \vec{P} + \vec{Q}$

(খ) Sol": দৃশ্যকল্প-১ এ $\frac{1}{2}\vec{P}$ বলকে AC বাহু বরাবর স্থানান্তর করা যাবে যেহেতু OACB একটি সামান্তরিক।

প্রশ্নমতে, লব্ধির মান $= \frac{\sqrt{5}P}{2}$ $\therefore$ P ও $\frac{1}{2}$P বল দুইটি লব্ধি $= \frac{\sqrt{5}P}{2}$

$\left(\frac{\sqrt{5}P}{2}\right)^2 = P^2 + \left(\frac{1}{2}P\right)^2 + 2 \cdot P \cdot \frac{1}{2} \cdot P\cos\alpha$

$\Rightarrow \frac{5P^2}{4} = P^2 + \frac{P^2}{4} + P^2\cos\alpha \Rightarrow P^2\cos\alpha = 0$

$\Rightarrow \cos\alpha = 0 \therefore \alpha = 90°$ **(Ans.)**

$\therefore$ বলদ্বয়ের অন্তর্গত কোণ $\alpha = 90°$

$\tan\theta = \frac{\frac{P}{2}\sin\alpha}{P + \frac{P}{2}\cos\alpha}$

$\Rightarrow \tan\theta = \frac{\frac{P}{2}\sin 90°}{P + \frac{P}{2}\cos 90°} = \frac{\frac{P}{2}}{P + 0} = \frac{P}{2} \times \frac{1}{P}$

$\Rightarrow \tan\theta = \frac{1}{2} \therefore \theta = \tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) = 26.56°$

$\therefore$ লব্ধি P বলের সাথে 26.56° কোণ উৎপন্ন করে। **(Ans.)**

15 দৃশ্যকল্প-১: একই বিন্দুতে কার্যরত দুটি বল P ও Q এর লব্ধি R। Q কে দ্বিগুণ করলে R দ্বিগুণ হয় আবার Q কে বিপরীতমুখী করলেও R দ্বিগুণ হয়। [চুয়াডাঙ্গা সরকারি কলেজ]

(খ) দৃশ্যকল্প-১: হতে প্রমাণ কর যে, P : Q : R = $\sqrt{2} : \sqrt{3} : \sqrt{2}$

(খ) Sol": ধরি, P এবং Q এর মধ্যবর্তী কোণ α এবং Q কে বিপরীতমুখী করলে মধ্যবর্তী কোণের মান হবে $(\pi - \alpha)$

P এবং Q এর লব্ধি হলো R.

প্রথমক্ষেত্রে, $R^2 = P^2 + Q^2 + 2PQ\cos\alpha$ ..... (i)

দ্বিতীয়ক্ষেত্রে, $(2R)^2 = P^2 + (2Q)^2 + 2P \cdot 2Q \cdot \cos\alpha$

$\Rightarrow 4R^2 = P^2 + 4Q^2 + 4PQ\cos\alpha$ ..... (ii)

তৃতীয়ক্ষেত্রে, $(2R)^2 = P^2 + Q^2 + 2PQ\cos(\pi - \alpha)$

$\Rightarrow 4R^2 = P^2 + Q^2 - 2PQ\cos\alpha$ ..... (iii)

এখন, (i) + (iii) $\Rightarrow 5R^2 = 2P^2 + 2Q^2$

$\Rightarrow 2P^2 + 2Q^2 - 5R^2 = 0$ ..... (iv)

আবার, (ii) + 2 × (iii) $\Rightarrow 12R^2 = 3P^2 + 6Q^2$

$\Rightarrow P^2 + 2Q^2 - 4R^2 = 0$ ..... (v)

বজ্রগুণন পদ্ধতিতে (iv) এবং (v) থেকে পাই,

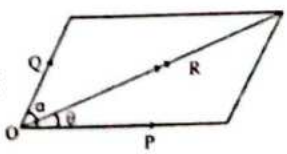
$\frac{P^2}{-8+10} = \frac{Q^2}{-5+8} = \frac{R^2}{4-2}$

$\therefore$ P : Q : R = $\sqrt{2} : \sqrt{3} : \sqrt{2}$ **(প্রমাণিত)**

নিজে করো

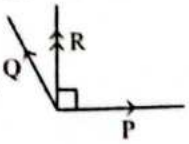
16. (ক) 5N এবং 12N দুটি বল একটি বিন্দুতে 45° কোণে ক্রিয়ারত থাকলে, বল দুটির লব্ধি নির্ণয় কর। [JB'22] [Ans: 15.93N]

17. দৃশ্যকল্প-১: [MB'22]



(ক) P = Q, R = $3\sqrt{3}$ N এবং $\alpha = 60°$ হলে সমান বলদ্বয় নির্ণয় কর। [Ans: P = 3N]

18. দৃশ্যকল্প-২: [Din.B'21]



(গ) দৃশ্যকল্প-২ এ Q = 13N এবং P ও Q এর লব্ধি R = 12N হলে, P এর মান নির্ণয় কর। [Ans: 5N]

19. (ক) 8N ও 6N মানের দুটি বল পরস্পর 120° কোণে ক্রিয়া করলে তাদের লব্ধি নির্ণয় কর। [DB'19] [Ans: $2\sqrt{13}$N]

20. (ক) কোনো বিন্দুতে পরস্পর 120° কোণে ক্রিয়ারত একই মানের দুইটি বলের লব্ধি 4N হলে, বলদ্বয় নির্ণয় কর। [RB'19] [Ans: 4N]

21. (ক) S মানের দুইটি সমান বল পরস্পর 120° কোণে ক্রিয়ারত হলে, এদের লব্ধির মান নির্ণয় কর। [RB'21; SB'19] [Ans: R = S]

22. (ক) 60° কোণে ক্রিয়ারত দুইটি সমান বলের লব্ধি কত? [DB, SB, JB, Din.B'18] [Ans: $\sqrt{3}$ F, 30°]

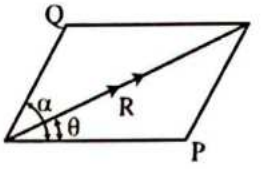
23. (ক) 8N ও 5N মানের দুইটি বল 60° কোণে ক্রিয়ারত বলদ্বয়ের লব্ধির মান কত? [Ctg.B'17] [Ans: $\sqrt{129}$N]

Educationblog24.com

Type-02: দুইটি বলের অন্তর্ভুক্ত কোণ নির্ণয় ও sine সূত্রের প্রয়োগ সংক্রান্ত

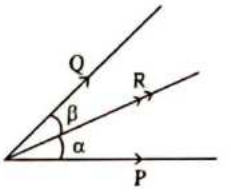
Concept

- সামান্তরিকের সূত্র এবং বলের sine সূত্র প্রয়োজন অনুসারে ব্যবহার করতে হবে।



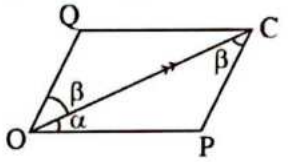
সামান্তরিক সূত্র হতে পাই, $\cos\alpha = \frac{R^2-(P^2+Q^2)}{2PQ}$ এবং $\tan\theta = \frac{Q\sin\alpha}{P+Q\cos\alpha}$

- বলের sine সূত্রানুসারে, $\frac{P}{\sin\beta} = \frac{Q}{\sin\alpha} = \frac{R}{\sin(\alpha+\beta)}$ $\left[\begin{array}{l}\beta = Q \text{ ও } R \text{ এর মধ্যবর্তী কোণ}\\ \alpha = P \text{ ও } R \text{ এর মধ্যবর্তী কোণ}\\ \alpha+\beta = P \text{ ও } Q \text{ এর মধ্যবর্তী কোণ}\end{array}\right]$



Note: লব্ধি বৃহত্তর বলের দিকে বেশি হেলে থাকে।

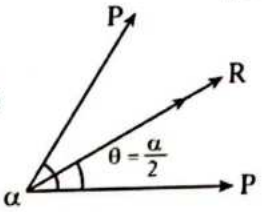
চিত্রে $P > Q$ হলে $\alpha < \beta$



সৃজনশীল প্রশ্ন (ক, খ ও গ)

01. (ক) কোনো বিন্দুতে α কোণে ক্রিয়ারত P মানের দুইটি সমান বলের লব্ধি θ কোণ সৃষ্টি করলে, দেখাও যে, $\theta = \frac{\alpha}{2}$ [DB'23; Din.B'22; Din.B'19]

(ক) Sol^n:



আমরা জানি, $\tan\theta = \frac{P\sin\alpha}{P+P\cos\alpha} = \frac{\sin\alpha}{1+\cos\alpha} = \frac{2\sin\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\alpha}{2}}{2\cos^2\frac{\alpha}{2}}$

$= \tan\frac{\alpha}{2} \therefore \theta = \frac{\alpha}{2}$ (Showed)

02. (ক) 7 ও 8 কিলোগ্রাম ওজনের দুইটি বলের লব্ধি 13 কিলোগ্রাম হলে বলদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণ নির্ণয় কর। [RB'23]

(ক) Sol^n: দেওয়া আছে, $P = 7$ kg-wt; $Q = 8$ kg-wt

লব্ধি $R = 13$ kg-wt

P ও Q এর মধ্যবর্তী কোণ $\alpha = ?$

আমরা জানি, $R^2 = P^2 + Q^2 + 2PQ\cos\alpha$

$\Rightarrow \frac{13^2-8^2-7^2}{2\times7\times8} = \cos\alpha \Rightarrow \alpha = \cos^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$

$\Rightarrow \alpha = 60°$ (Ans.)

03. (ক) দুটি সমান বলের লব্ধির বর্গ বল দুটির গুণফলের তিন গুণের সমান হলে, বল দুটির অন্তর্ভুক্ত কোণ নির্ণয় কর। [SB'23]

(ক) Sol^n: ধরি, সমান বলদ্বয় P, এদের লব্ধি R এবং সমান বলদ্বয়ের অন্তর্ভুক্ত কোণ θ

$\therefore$ লব্ধি, $R = \sqrt{P^2 + P^2 + 2\cdot P\cdot P\cdot\cos\theta}$

$= \sqrt{2P^2 + 2P^2\cos\theta}$ .... (i)

এবং $R^2 = 3\times P\times P = 3P^2$ .... (ii)

(i) ও (ii) হতে পাই, $\left(\sqrt{2P^2 + 2P^2\cos\theta}\right)^2 = 3P^2$

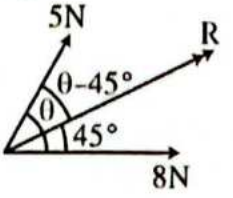
$\Rightarrow 2P^2 + 2P^2\cos\theta = 3P^2 \Rightarrow 2P^2\cos\theta = P^2$

$\Rightarrow \cos\theta = \frac{1}{2} = \cos\frac{\pi}{3} \therefore \theta = \frac{\pi}{3}$

$\therefore$ বল দুটির অন্তর্ভুক্ত কোণ $\frac{\pi}{3}$ (Ans.)

04. (ক) 8N ও 5N মানের দুটি বলের লব্ধি বৃহত্তর বলের সাথে 45° কোণ উৎপন্ন করলে বল দুটির মধ্যবর্তী কোণের মান নির্ণয় কর। [JB'23]

(ক) Sol^n:



Educationblog24.com

ধরি, বলদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণ θ এবং লব্ধি R.

$\therefore \frac{5}{\sin 45^\circ} = \frac{8}{\sin(\theta-45^\circ)} \Rightarrow \sin(\theta-45^\circ) = \frac{8\sin 45^\circ}{5}$

$\Rightarrow \sin(\theta-45^\circ) = \frac{4\sqrt{2}}{5} > 1 \quad [\because -1 \le \sin x \le 1]$

তাই, এমন θ এর এমন মান নেই যা প্রদত্ত শর্তকে পূরণ করে।

05. **দৃশ্যকল্প-১: একটি বিন্দুতে P = Q মানের দুইটি বল 2θ কোণে ক্রিয়ারত হলে লব্ধি 2R এবং 2φ কোণে ক্রিয়ারত হলে লব্ধি R.**

(খ) দৃশ্যকল্প-১ হতে প্রমাণ কর যে, $\theta = \cos^{-1}(2\cos\varphi)$. [CB'23; DB'21]

(খ) Sol^n: প্রশ্নমতে, $R^2 = P^2 + Q^2 + 2P\cdot Q\cos(2\varphi)$

$\Rightarrow R^2 = P^2 + P^2 + 2P^2\cos(2\varphi) \quad [\because P = Q]$

$\Rightarrow R^2 = 2P^2\{1+\cos(2\varphi)\}$

$\therefore R^2 = 4P^2\cos^2(\varphi) \ldots\ldots\ldots (i)$

আবার, $(2R)^2 = P^2 + Q^2 + 2PQ\cos 2\theta$

$\Rightarrow 4R^2 = P^2 + P^2 + 2P^2\cos 2\theta$

$\Rightarrow 4(4P^2\cos^2\varphi) = 2P^2(1+\cos 2\theta)$

$\Rightarrow 4(4P^2\cos^2\varphi) = 4P^2\cos^2\theta$

$\Rightarrow 16\cos^2\varphi = 4\cos^2\theta$

$\Rightarrow 4\cos^2\varphi = \cos^2\theta \Rightarrow \cos\theta = 2\cos\varphi$

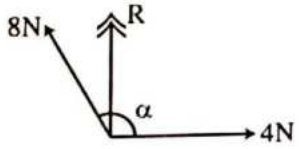
$\therefore \theta = \cos^{-1}(2\cos\varphi)$ **(প্রমাণিত)**

06. **দৃশ্যকল্প-১: F_1 ও F_2 বলদ্বয়ের অন্তর্গত কোণ α; বলদ্বয় পরস্পর অবস্থান বিনিময় করলে তাদের লব্ধি θ কোণে সরে যায়।** [Ctg.B'22]

(ক) কোনো বিন্দুতে ক্রিয়ারত 4N ও 8N মানের দুইটি বলের লব্ধি 4N বলের ক্রিয়ারেখার উপর লম্ব হলে, তাদের অন্তর্গত কোণ নির্ণয় কর।

(খ) দৃশ্যকল্প-১ হতে প্রমাণ কর যে, $\tan\frac{\theta}{2} = \frac{F_1-F_2}{F_1+F_2}\tan\frac{\alpha}{2}$.

(ক) Sol^n:



মনে করি, অন্তর্গত কোণ α

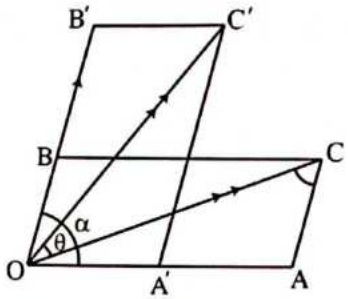
প্রশ্নমতে, $4 + 8\cos\alpha = 0 \Rightarrow 8\cos\alpha = -4$

$\Rightarrow \cos\alpha = -\frac{4}{8} \Rightarrow \cos\alpha = -\frac{1}{2}$

$\therefore \alpha = 120^\circ$ **(Ans.)**

(খ) Sol^n: মনে করি, F_1 ও F_2 বল দুটি যথাক্রমে OA ও OB দ্বারা সূচিত হলো ও এদের লব্ধি OACB সামান্তরিকের কর্ণ OC দ্বারা সূচিত হবে। ধরি, বল দুটির অবস্থান বিনিময় করলে OB' ও OA' যথাক্রমে F_1 ও F_2 নির্দেশ করে এবং এদের লব্ধি OA'C'B' সামান্তরিকের কর্ণ OC' দ্বারা সূচিত হবে।

শর্তানুসারে, $\angle COC' = \theta$ ও $\angle AOB = \alpha$



$\Delta AOC \cong \Delta C'OB'$, $\therefore \angle AOC = \angle B'OC' = x$ (ধরি)

$\therefore 2x + \theta = \alpha \Rightarrow x = \frac{\alpha-\theta}{2} \therefore \angle AOC = \frac{1}{2}(\alpha-\theta)$

$\therefore \angle BOC = x + \theta = \frac{1}{2}(\alpha-\theta) + \theta = \frac{1}{2}(\alpha+\theta) = \angle ACO$

এখন, ΔOAC এ, $\frac{OA}{\sin ACO} = \frac{AC}{\sin AOC} \Rightarrow \frac{F_1}{\sin\frac{\alpha+\theta}{2}} = \frac{F_2}{\sin\frac{\alpha-\theta}{2}}$

$\Rightarrow \frac{F_1}{F_2} = \frac{\sin\frac{1}{2}(\alpha+\theta)}{\sin\frac{1}{2}(\alpha-\theta)} \Rightarrow \frac{F_1-F_2}{F_1+F_2} = \frac{\sin\frac{1}{2}(\alpha+\theta)-\sin\frac{1}{2}(\alpha-\theta)}{\sin\frac{1}{2}(\alpha+\theta)+\sin\frac{1}{2}(\alpha+\theta)}$

$\Rightarrow \frac{F_1-F_2}{F_1+F_2} = \frac{2\cos\frac{1}{2}\alpha\sin\frac{1}{2}\theta}{2\sin\frac{1}{2}\alpha\cos\frac{1}{2}\theta} \Rightarrow \frac{F_1-F_2}{F_1+F_2} = \cot\frac{1}{2}\alpha\cdot\tan\frac{1}{2}\theta$

$\therefore \tan\frac{\theta}{2} = \frac{F_1-F_2}{F_1+F_2}\tan\frac{\alpha}{2}$ **(Proved)**

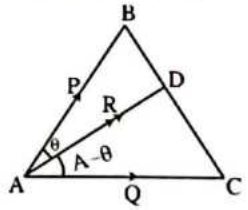
07. **উদ্দীপক-১: দুইটি বল ABC ত্রিভুজের AB ও AC বাহু বরাবর ক্রিয়া করে এবং এদের মান যথাক্রমে cosB ও cosC এর সমানুপাতিক।** [BB'22' Ctg.B'19; SB'17]

(খ) উদ্দীপক-১ ব্যবহার করে দেখাও যে, বলদ্বয়ের লব্ধি A কোণকে $\frac{1}{2}(A+B-C)$ ও $\frac{1}{2}(C+A-B)$ এই দুই অংশে বিভক্ত করে।

(খ) Sol^n: মনে করি, A বিন্দুতে AB বরাবর $P = k\cos B$ মানের ও AC বরাবর $Q = k\cos C$ মানের 2টি বল ক্রিয়ারত আছে।

ধরি, বল 2টি লব্ধির মান, R যা AD রেখা বরাবর ক্রিয়াশীল।

$\therefore \angle BAD = \theta$ ও $\angle CAD = A - \theta$



এখন, $\tan\theta = \frac{Q\sin A}{P+Q\sin A} = \frac{k\cos C\sin A}{k\cos B + k\cos C\cos A}$

$= \frac{\cos C\sin A}{\cos\{\pi-(C+A)\}+\cos C\cos A} = \frac{\cos C\sin A}{-\cos(C+A)+\cos A\cos C}$

$= \frac{\cos C\sin A}{-(\cos A\cos C - \sin A\sin C)+\cos A\cos C}$

$= \frac{\cos C\sin A}{\sin A\sin C - \cos A\cos C + \cos A\cos C} = \frac{\cos C\sin A}{\sin C\sin A} = \cot C$

$\Rightarrow \tan\theta = \cot C = \tan\left(\frac{\pi}{2} - C\right)$

$\therefore \theta = \frac{\pi}{2} - C = \frac{1}{2}(\pi - 2C)$

$= \frac{1}{2}(A+B+C-2C) = \frac{1}{2}(A+B-C)$

Educationblog24.com

আবার, $A-\theta = A-\frac{1}{2}(A+B-C)$

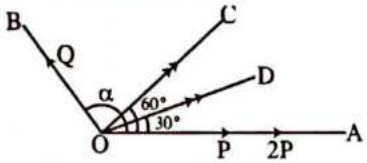
$=\frac{1}{2}(2A-A-B+C)=\frac{1}{2}(C+A-B)$

সুতরাং, বলদ্বয়ের লব্ধি A কোণকে $\frac{1}{2}(A+B-C)$ ও $\frac{1}{2}(C+A-B)$ এই দুই অংশে বিভক্ত করে। **(Showed)**

08. **উদ্দীপক-১: কোনো কণার উপর একই সময়ে ক্রিয়াশীল P এবং Q(P > Q) দুটি বলের লব্ধি P বলের সাথে 60° কোণ উৎপন্ন করে। P বলকে দ্বিগুণ করলে উক্ত কোণটি পূর্বের কোণের অর্ধেক হয়।** [JB'22]

(খ) P এবং Q বলের মধ্যবর্তী কোণের পরিমাণ নির্ণয় কর।

(খ) **Sol^n:** মনে করি, P ও Q (P > Q) বলদ্বয় O বিন্দুতে যথাক্রমে OA ও OB বরাবর ক্রিয়াশীল।



১ম ক্ষেত্রে, লব্ধি OC বরাবর ক্রিয়াশীল।

২য় ক্ষেত্রে, লব্ধি OD বরাবর ক্রিয়াশীল।

অর্থাৎ, $\tan 60° = \frac{Q\sin\alpha}{P+Q\cos\alpha}$ ..... (i)

$\tan 30° = \frac{Q\sin\alpha}{2P+Q\cos\alpha}$ ..... (ii)

(i) ÷ (ii) $\Rightarrow \tan60° \div \tan30° = \frac{Q\sin\alpha}{P+Q\cos\alpha}\times\frac{2P+Q\cos\alpha}{Q\sin\alpha}$

$\Rightarrow \sqrt{3}\div\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{2P+Q\cos\alpha}{P+Q\cos\alpha} \Rightarrow \sqrt{3}\times\sqrt{3} = \frac{2P+Q\cos\alpha}{P+Q\sin\alpha}$

$\Rightarrow 3P+3Q\cos\alpha = 2P+Q\cos\alpha$

$\Rightarrow P = -2Q\cos\alpha$ ..... (iii)

(i) $\Rightarrow \tan 60° = \frac{Q\sin\alpha}{-2Q\cos\alpha+Q\cos\alpha} = \frac{Q\sin\alpha}{-Q\cos\alpha}$

$\Rightarrow \sqrt{3} = -\tan\alpha \Rightarrow \tan\alpha = -\sqrt{3} \Rightarrow \tan\alpha = -\tan 60°$

$\Rightarrow \tan\alpha = \tan(180°-60°) \Rightarrow \tan\alpha = \tan 120°$

$\therefore \alpha = 120°$

$\therefore$ P ও Q বলের মধ্যবর্তী কোণ 120° **(Ans.)**

09. **(ক) α কোণে ক্রিয়ারত 3 ও 2 একক মানের বলদ্বয়ের লব্ধি R এবং একই কোণে ক্রিয়ারত 6 ও 2 একক মানের বলদ্বয়ের লব্ধি 2R. α এর মান নির্ণয় কর।** [CB'22]

(ক) **Sol^n:** ১ম ক্ষেত্রে, $R^2 = 3^2+2^2+2\cdot3\cdot2\cdot\cos\alpha$

$\Rightarrow R^2 = 9+4+12\cos\alpha$

$\Rightarrow R^2 = 13+12\cos\alpha$ ..... (i)

২য় ক্ষেত্রে, $(2R)^2 = 6^2+2^2+2\cdot6\cdot2\cos\alpha$

$\Rightarrow 4R^2 = 36+4+24\cos\alpha$

$\Rightarrow 4(13+12\cos\alpha) = 36+4+24\cos\alpha$

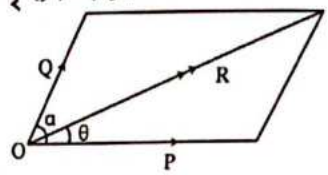
$\Rightarrow 52+48\cos\alpha = 40+24\cos\alpha$

$\Rightarrow 48\cos\alpha-24\cos\alpha = 40-52 \Rightarrow 24\cos\alpha = -12$

$\Rightarrow \cos\alpha = -\frac{12}{24} = -\frac{1}{2} = \cos 120°$

$\therefore \alpha = 120°$ সুতরাং, α এর মান 120° **(Ans.)**

10. দৃশ্যকল্প-১: [MB'22; JB'19



(খ) দৃশ্যকল্প-১ এ $\alpha = 3\theta$ হলে প্রমাণ কর যে, $R = \frac{P^2-Q^2}{Q}$; (P > Q).

(খ) **Sol^n:** দেওয়া আছে, $\alpha = 3\theta$; বলের sine সূত্র হতে পাই,

$\frac{P}{\sin(\alpha-\theta)} = \frac{Q}{\sin\theta} = \frac{R}{\sin\alpha} \Rightarrow \frac{P}{\sin(3\theta-\theta)} = \frac{Q}{\sin\theta} = \frac{R}{\sin3\theta}$

$\Rightarrow \frac{P}{\sin2\theta} = \frac{Q}{\sin\theta} = \frac{R}{\sin3\theta} \Rightarrow \frac{P}{2\sin\theta\cos\theta} = \frac{Q}{\sin\theta} = \frac{R}{3\sin\theta-4\sin^3\theta}$

এখন, $\frac{Q}{\sin\theta} = \frac{R}{3\sin\theta-4\sin^3\theta}$ ..... (i)

আবার, $\frac{P}{2\sin\theta\cos\theta} = \frac{Q}{\sin\theta} \Rightarrow \frac{P}{2\cos\theta} = \frac{Q}{1}$

$\therefore \cos\theta = \frac{P}{2Q}$ ..... (ii)

(i) থেকে পাই, $\frac{Q}{\sin\theta} = \frac{R}{3\sin\theta-4\sin^3\theta}$

$\Rightarrow Q = \frac{R}{3-4\sin^2\theta} \Rightarrow Q = \frac{R}{3-4(1-\cos^2\theta)}$

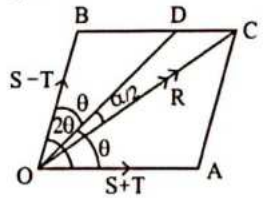
$\Rightarrow Q = \frac{R}{3-4+4\cos^2\theta} \Rightarrow Q = \frac{R}{4\cos^2\theta-1}$

$\Rightarrow Q = \frac{R}{4\times\frac{P^2}{4Q^2}-1}$ [(ii) নং হতে মান বসিয়ে]

$\Rightarrow Q = \frac{R}{\frac{P^2}{Q^2}-1} \Rightarrow R = Q\times\left(\frac{P^2}{Q^2}-1\right) \Rightarrow R = Q\left(\frac{P^2-Q^2}{Q^2}\right)$

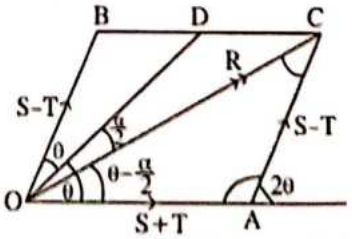
$\therefore R = \frac{P^2-Q^2}{Q}$; (P > Q) **(Proved.)**

11. দৃশ্যকল্প-১: [DB'2



(খ) দৃশ্যকল্প-১ এর আলোকে প্রমাণ কর যে, $T\tan\theta = S\tan\frac{\alpha}{2}$.

(খ) **Sol^n:**



ΔOAC এ sin সূত্রানুসারে, $\frac{S+T}{\sin\left(\theta+\frac{\alpha}{2}\right)} = \frac{S-T}{\sin\left(\theta-\frac{\alpha}{2}\right)}$

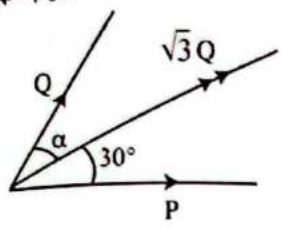
$\Rightarrow \frac{S+T}{S-T} = \frac{\sin\left(\theta+\frac{\alpha}{2}\right)}{\sin\left(\theta-\frac{\alpha}{2}\right)} \Rightarrow \frac{S+T+S-T}{S+T-S+T} = \frac{\sin\left(\theta+\frac{\alpha}{2}\right)+\sin\left(\theta-\frac{\alpha}{2}\right)}{\sin\left(\theta+\frac{\alpha}{2}\right)-\sin\left(\theta-\frac{\alpha}{2}\right)}$

$\Rightarrow \frac{S}{T} = \frac{2\sin\theta\cos\frac{\alpha}{2}}{2\cos\theta\sin\frac{\alpha}{2}} \Rightarrow \frac{S}{T} = \tan\theta\cot\frac{\alpha}{2} \Rightarrow \frac{S}{\cot\frac{\alpha}{2}} = T\tan\theta$

$\therefore T\tan\theta = S\tan\frac{\alpha}{2}$ **(Proved)**

Educationblog24.com

12 দৃশ্যকল্প-১: [SB'21]



(খ) দৃশ্যকল্প-১ হতে প্রমাণ কর যে, $P = Q$ ও $P = 2Q$.

(খ) Sol^n: চিত্রানুযায়ী, $Q = \frac{\sqrt{3}Q \sin 30°}{\sin(30°+\alpha)} \ldots\ldots\ldots$ (i)

$\sin(30 + \alpha) = \frac{\sqrt{3}}{2}$

১ম ক্ষেত্রে, $\sin(30° + \alpha) = \sin 60° \therefore \alpha = 30°$

২য় ক্ষেত্রে, $\sin(30° + \alpha) = \sin 120° \therefore \alpha = 90°$

$P = \frac{\sqrt{3}Q \sin \alpha}{\sin(30°+\alpha)} \ldots\ldots\ldots$ (ii)

(ii) ÷ (i) $\Rightarrow \frac{P}{Q} = \frac{\sin \alpha}{\sin 30°} \Rightarrow P = 2Q \sin \alpha$

$\alpha = 30°$ হলে, $P = 2Q \times \sin 30° \Rightarrow P = Q$

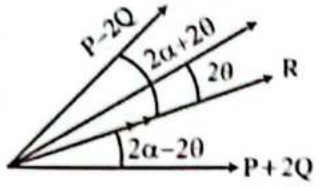
$\alpha = 90°$ হলে, $P = 2Q \cdot \sin 90° \Rightarrow P = 2Q$

$\therefore P = Q$ বা, $P = 2Q$ **(Proved)**

13 কোনো বিন্দুতে 4α কোণে কার্যরত $R_1 = P + 2Q$ এবং $R_2 = P - 2Q$ দুটি বল। [হলি ক্রস কলেজ, ঢাকা]

(খ) R_1 এবং R_2 বল দুইটির লব্ধি এদের অন্তর্গত কোণের সমদ্বিখণ্ডকের সাথে 2θ কোণ উৎপন্ন করে। দেখাও যে, $P \tan 2\theta = 2Q \tan 2\alpha$

(খ) Sol^n:



বলের sine সূত্র হতে পাই,

$\frac{P+2Q}{\sin(2\alpha+2\theta)} = \frac{P-2Q}{\sin(2\alpha-2\theta)}$

$\Rightarrow \frac{P+2Q}{P-2Q} = \frac{\sin(2\alpha+2\theta)}{\sin(2\alpha-2\theta)}$

$\Rightarrow \frac{P+2Q+P-2Q}{P+2Q-P+2Q} = \frac{\sin(2\alpha+2\theta)+\sin(2\alpha-2\theta)}{\sin(2\alpha+2\theta)-\sin(2\alpha-2\theta)}$ [যোজন-বিয়োজন করে]

$\Rightarrow \frac{2P}{4Q} = \frac{2\sin 2\alpha \cos 2\theta}{2\cos 2\alpha \sin 2\theta} \Rightarrow \frac{P}{2Q} = \frac{\tan 2\alpha}{\tan 2\theta}$

$\therefore P \tan 2\theta = 2Q \tan 2\alpha$ **(Showed)**

নিজে করো

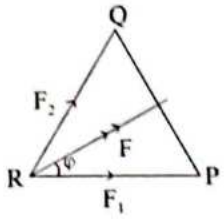
14. (ক) যদি কোনো বিন্দুতে ক্রিয়ারত a ও b ($a > b$) বলের লব্ধি তাদের অন্তর্গত কোণকে এক-তৃতীয়াংশ বিভক্ত করে, তবে বলদ্বয়ের অন্তর্গত কোণ নির্ণয় কর। [BB'23]
[Ans: $\theta = \cos^{-1}\frac{a}{2b}$]

15. (ক) একই বিন্দুতে ক্রিয়ারত 8N ও 5N মানের বলদ্বয়ের লব্ধি 7N হলে, বলদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণ নির্ণয় কর। [MB'23]
[Ans: $\alpha = 120°$]

16. (ক) কোনো বিন্দুতে ক্রিয়ারত P ও 2P মানের বলদ্বয়ের লব্ধি যদি P এর ক্রিয়ারেখার উপর লম্ব হয় তবে বলদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণ নির্ণয় কর। [CB'21] **[Ans: $\theta = 120°$]**

17. দৃশ্যকল্প-২: P ও Q($P > Q$) বল দুটি পরস্পর α কোণে ক্রিয়ারত। এদের অবস্থান বিনিময় করলে লব্ধি θ কোণে ঘুরে যায়। [DB'19]
(গ) দৃশ্যকল্প-২ হতে প্রমাণ কর যে, $\tan\frac{\theta}{2} = \frac{P-Q}{P+Q}\tan\frac{\alpha}{2}$.

18. দৃশ্যকল্প-১ [SB'17]



(খ) দৃশ্যকল্প-১ এ $F_1 \propto \cos P, F_2 \propto \cos Q$ এবং F_1, F_2 এর লব্ধি F হলে দেখাও যে, $R - \varphi = \frac{1}{2}(R + Q - P)$

Type-03: লব্ধির দিক অপরিবর্তিত থাকা

Concept

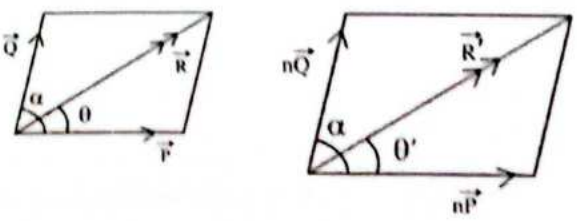
$\vec{P}$ এবং $\vec{Q}$ এর লব্ধি $\vec{R}$। $\vec{P}$ এবং $\vec{Q}$ এর মধ্যবর্তী কোণ α, $\vec{P}$ এবং $\vec{R}$ এর মধ্যবর্তী কোণ θ হলে, $\tan\theta = \frac{Q\sin\alpha}{P+Q\cos\alpha}$

এখন, $\vec{P}$ এর পরিবর্তে $n\vec{P}$ ও $\vec{Q}$ এর পরিবর্তে $n\vec{Q}$ ক্রিয়া করলে যদি লব্ধি R' হয়।

এবং R' ও $n\vec{P}$ এর মধ্যবর্তী কোণ θ' হলে,

$\tan\theta' = \frac{nQ\sin\alpha}{nP+nQ\cos\alpha} = \frac{Q\sin\alpha}{P+Q\cos\alpha} = \tan\theta$

$\therefore \boxed{\theta = \theta'}$ [MCQ এর জন্য মনে রাখবে]



Educationblog24.com

অর্থাৎ, একই বিন্দুতে ক্রিয়াশীল দুইটি বলকে সমান অনুপাতে বৃদ্ধি বা হ্রাস করা হলে লব্ধির দিক অপরিবর্তিত থাকে।
অথবা, এভাবে চিন্তা করা যায়, প্রথম বলকে যতগুণ বাড়ানো হবে, ২য় বলকেও ততগুণ বাড়ালে লব্ধির দিক অপরিবর্তিত থাকে।

➤ সদৃশকোণী ত্রিভুজের ধর্ম ব্যবহার করেও সমস্যাগুলো সমাধান করা যায়।

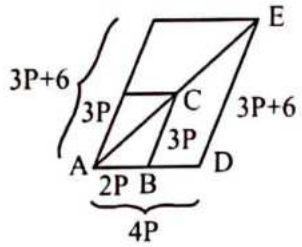
Shortcut for MCQ: $\left(\frac{\text{১ম বল}}{\text{২য় বল}}\right)_{\text{১ম ক্ষেত্র}} = \left(\frac{\text{১ম বল}}{\text{২য় বল}}\right)_{\text{২য় ক্ষেত্র}} \therefore \frac{P}{Q} = \frac{nP}{nQ}$

সৃজনশীল প্রশ্ন (ক, খ ও গ)

01. দৃশ্যকল্প-১: কোনো বিন্দুতে 2P এবং Q মানের দুইটি বল ক্রিয়ারত আছে। [RB'19]

(খ) দৃশ্যকল্প-১ এ যদি Q = 3P হয় এবং ১ম বলটিকে দ্বিগুণ ও ২য় বলটির মান 6 একক করে বৃদ্ধি পায় তবে লব্ধির দিক অপরিবর্তিত থাকে। Q এর মান নির্ণয় কর।

(খ) Sol^n: ΔABC ও ΔADE সদৃশ।



$\therefore \frac{AB}{BC} = \frac{AD}{DE} \Rightarrow \frac{2P}{3P} = \frac{4P}{3P+6} \Rightarrow \frac{2}{3} = \frac{4P}{3P+6}$

$\Rightarrow 6P + 12 = 12P$

$\Rightarrow 6P = 12 \therefore P = 2$ একক।

$\therefore Q = 3 \times 2 = 6$ একক। **(Ans.)**

02. দৃশ্যকল্প-১: কোনো বিন্দুতে P এবং 3P দুইটি বল ক্রিয়াশীল। [BB'17]

(খ) দৃশ্যকল্প-১ এ, প্রথমটিকে চারগুণ ও দ্বিতীয়টির মান 18 একক বৃদ্ধি করলে উভয়ক্ষেত্রে লব্ধির দিক অপরিবর্তিত থাকে। P এর মান নির্ণয় কর।

(খ) Sol^n: মনে করি, P এবং 3P বলদ্বয় α কোণে ক্রিয়ারত এবং তাদের লব্ধি P এর সাথে θ কোণ উৎপন্ন করে।

$\therefore \tan\theta = \frac{3P\sin\alpha}{P+3P\cos\alpha}$

আবার, বলদ্বয় 4P এবং 3P + 18 হলে, $\tan\theta = \frac{(3P+18)\sin\alpha}{4P+(3P+18)\cos\alpha}$

শর্তমতে, $\frac{3P\sin\alpha}{P+3P\cos\alpha} = \frac{(3P+18)\sin\alpha}{4P+18\cos\alpha+3P\cos\alpha}$

$\Rightarrow \frac{4P+18\cos\alpha+3P\cos\alpha}{P+3p\cos\alpha} = \frac{3P+18}{3P}$

$\Rightarrow \frac{4P+18\cos\alpha+3P\cos\alpha-P-3P\cos\alpha}{P+3P\cos\alpha} = \frac{3P+18-3P}{3P}$ [বিয়োজন করে]

$\Rightarrow \frac{3P+18\cos\alpha}{P+3P\cos\alpha} = \frac{18}{3P} \Rightarrow \frac{3P+18\cos\alpha}{P(1+3\cos\alpha)} = \frac{18}{3P} \Rightarrow \frac{3P+18\cos\alpha}{1+3\cos\alpha} = 6$

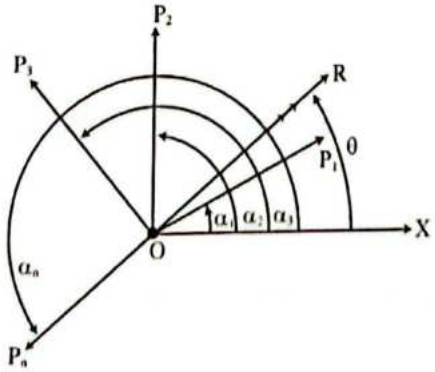
$\Rightarrow 3P + 18\cos\alpha = 6 + 18\cos\alpha$

$\Rightarrow 3P = 6 \therefore P = 2$ **(Ans.)**

Type-04: দুই বা দুই এর অধিক বলের লব্ধি নির্ণয়ের ক্ষেত্রে লম্বাংশ সূত্রের প্রয়োগ

Concept

লম্বাংশ উপপাদ্য: কোনো সমতলে নির্দিষ্ট দিকে একই বিন্দুতে একই সময়ে ক্রিয়ারত দুই বা ততোধিক বলের লম্বাংশের বীজগাণিতিক সমষ্টি ঐ একই দিকে বলগুলোর লব্ধির লম্বাংশের সমান।



(i) $R\cos\theta = P_1\cos\alpha_1 + P_2\cos\alpha_2 + P_3\cos\alpha_3 + \ldots\ldots\ldots + P_n\cos\alpha_n = R_x$

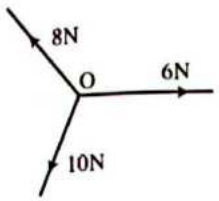
(ii) $R\sin\theta = P_1\sin\alpha_1 + P_2\sin\alpha_2 + P_3\sin\alpha_3 + \ldots\ldots\ldots + P_n\sin\alpha_n = R_y$

এখন, $\tan\theta = \frac{R_y}{R_x}$ এবং $R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}$

Educationblog24.com

সৃজনশীল প্রশ্ন (ক, খ ও গ)

01.



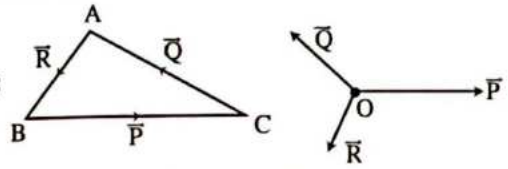
[Ctg.B'23]

চিত্র-২

(ক) তিনটি বলের মান ও দিক ABC ত্রিভুজের বাহু বরাবর একইক্রমে গৃহীত হলে ভেক্টর পদ্ধতিতে বলত্রয়ের লব্ধি নির্ণয় কর।

(গ) ২নং চিত্রে বলগুলোর ক্রিয়ারেখা কোনো সমবাহু ত্রিভুজের বাহুগুলোর সমান্তরাল বাহু বরাবর হলে তাদের লব্ধি মান নির্ণয় কর।

(ক) Sol^n:



মনে করি, O বিন্দুতে ক্রিয়ারত $\vec{P}, \vec{Q}$ এবং $\vec{R}$ বলত্রয়কে ΔABC এর BC, CA এবং AB বাহুগুলো দ্বারা একইক্রমে মানে ও দিকে সূচিত করা যায়।

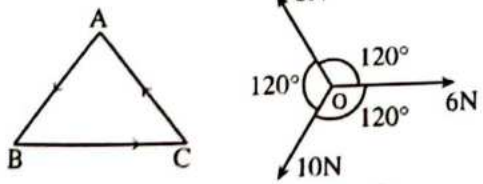
অর্থাৎ, $\overrightarrow{BC} = \vec{P}, \overrightarrow{CA} = \vec{Q}$ এবং $\overrightarrow{AB} = \vec{R}$।

এখন, ΔABC -এ ভেক্টর যোগের ত্রিভুজবিধি অনুসারে,

$\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{BA} \Rightarrow \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA} = -\overrightarrow{AB}$

$\Rightarrow \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB} = \underline{0} \therefore \vec{P} + \vec{Q} + \vec{R} = \underline{0}$ (Ans.)

(গ) Sol^n:



যেহেতু বলগুলোর ক্রিয়ারেখা সমবাহু ত্রিভুজের বাহুগুলোর সমান্তরাল, সুতরাং প্রত্যেকটি বল পরস্পরের সাথে 120° কোণে ক্রিয়ারত। এখন, 6N বলের দিকে সবগুলো বলের উপাংশ,

$F_x = 6 \times \cos 0° + 8 \times \cos 120° + 10 \times \cos 240°$

$= 6 - 8 \times \frac{1}{2} - 10 \times \frac{1}{2} = 6 - 4 - 5 = -3$N এবং

6N বলের লম্ব দিকে সবগুলো বলের উপাংশ,

$F_y = 6 \times \sin 0° + 8 \times \sin 120° + 10 \times \sin 240°$

$= 8 \times \frac{\sqrt{3}}{2} - 10 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3} - 5\sqrt{3} = -\sqrt{3}$ N

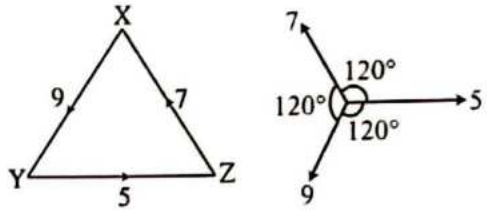
$\therefore$ নির্ণেয় লব্ধি $= \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \sqrt{(-3)^2 + \left(-\sqrt{3}\right)^2}$

$= \sqrt{9+3} = 2\sqrt{3}$ N (Ans.)

02. দৃশ্যকল্প-১: XYZ সমবাহু ত্রিভুজের YZ, ZX এবং XY বাহুর সমান্তরাল যথাক্রমে 5, 7 এবং 9 একক মানের তিনটি বল ক্রিয়ারত।

(খ) দৃশ্যকল্প-১ হতে বলত্রয়ের লব্ধি নির্ণয় কর। [JB'23]

(খ) Sol^n:



বলগুলোর x-উপাংশ,

$F_x = 5 + 7\cos 120° + 9\cos(-120°) = 5 - \frac{7}{2} - \frac{9}{2} = -3$

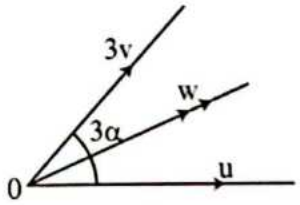
বলগুলোর y-উপাংশ, $F_y = 7\sin 120° + 9\sin(-120°)$

$= \frac{7\sqrt{3}}{2} - \frac{9\sqrt{3}}{2} = -\sqrt{3}$

$\therefore$ লব্ধি বলের মান $= \sqrt{(-3)^2 + \left(-\sqrt{3}\right)^2} = 2\sqrt{3}$ একক (Ans.)

$\therefore$ দিক $= \pi + \tan^{-1}\left|\frac{\sqrt{3}}{3}\right| = \pi + \frac{\pi}{6} = \frac{7\pi}{6}$ (yz এর ধনাত্মক দিকের সাথে।) (Ans.)

03. দৃশ্যকল্প-১: [Din.B'23]

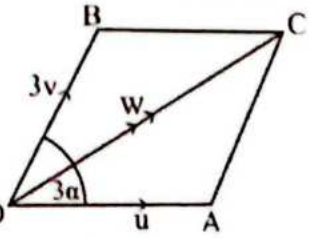


(খ) দৃশ্যকল্প-১ এ u এর দিক বরাবর w এর লম্বাংশ 3v হলে দেখাও যে, $\alpha = \frac{2}{3}\sin^{-1}\left(\sqrt{\frac{u}{6v}}\right)$ এবং $w = \sqrt{9v^2 - u^2 + 6uv}$.

(খ) Sol^n: OACB সামান্তরিকের, $u = \overrightarrow{OA}, w = \overrightarrow{OC}$ ও $3v = \overrightarrow{OB}$

OA বরাবর u ও 3v বলের লম্বাংশের সমষ্টি

$= u\cos 0° + 3v\cos 3\alpha = u + 3v\cos 3\alpha$



যেকোনো সরলরেখা বরাবর লব্ধির লম্বাংশ এবং অংশক বলগুলোর লম্বাংশের সমষ্টি পরস্পর সমান।

Educationblog24.com

প্রশ্নমতে, $3v = u + 3v\cos 3\alpha$

$\Rightarrow 3v(1 - \cos 3\alpha) = u \Rightarrow 3v \cdot 2 \cdot \sin^2\frac{3\alpha}{2} = u$

$\Rightarrow \sin^2\frac{3\alpha}{2} = \frac{u}{6v} \Rightarrow \sin\frac{3\alpha}{2} = \sqrt{\frac{u}{6v}} \Rightarrow \frac{3\alpha}{2} = \sin^{-1}\sqrt{\frac{u}{6v}}$

$\therefore \alpha = \frac{2}{3}\sin^{-1}\sqrt{\frac{u}{6v}}$ **(Showed)**

এখন, লব্ধি $w = \sqrt{u^2 + (3v)^2 + 2 \cdot u \cdot 3v \cdot \cos 3\alpha}$

$= \sqrt{9v^2 + u^2 + 6uv\cos 3\alpha}$

$= \sqrt{9v^2 + u^2 + 6uv \times \left(1 - \frac{u}{3v}\right)}$

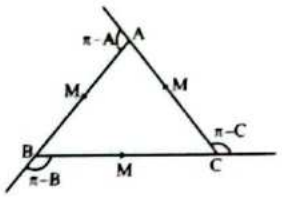
$= \sqrt{9v^2 + u^2 + 6uv - 2u^2}$

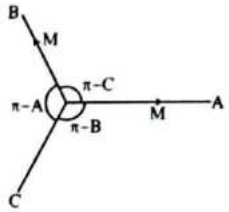
$\therefore w = \sqrt{9v^2 - u^2 + 6uv}$ **(Showed)**

04. উদ্দীপক-২: M মানের তিনটি বল একটি বিন্দুতে এরূপভাবে কার্যরত যেন এদের দিক ΔABC এর BC, CA এবং AB বাহুর সমান্তরাল। **[JB'22]**

(গ) প্রমাণ কর যে, বলত্রয়ের লব্ধির পরিমাণ $M\sqrt{3 - 2\cos A - 2\cos B - 2\cos C}$.

(গ) **Sol^n:** মনে করি, O বিন্দুতে ΔABC এর BC, CA, AB বাহুর সমান্তরাল বরাবর M মানের তিনটি বল ক্রিয়াশীল। পর্যায়ক্রমে বলগুলোর মধ্যবর্তী কোণ $\pi - C, \pi - A, \pi - B$। বল তিনটির লব্ধি F।





OA এর উপর লম্ব বরাবর লম্বাংশ নিয়ে পাই,

$F\sin\theta = M\sin 0° + M\sin(\pi - C) + M\sin\{-(\pi - B)\}$

$= M\sin C - M\sin(\pi - B)$

$= M\sin C - M\sin B \ldots\ldots\ldots (ii)$

OA বরাবর বলগুলোর লম্বাংশ নিয়ে পাই,

$F\cos\theta = M\cos 0° + M\cos(\pi - C) + M\cos\{-(\pi - B)\}$

$= M - M\cos C - M\cos B \ldots\ldots\ldots (i)$

এখন, $(i)^2 + (ii)^2 \Rightarrow$

$F^2\cos^2\theta + F^2\sin^2\theta = (M - M\cos C - M\cos B)^2 + (M\sin C - M\sin B)^2$

$\Rightarrow F^2(\cos^2\theta + \sin^2\theta) = M^2 + M^2\cos^2 C + M^2\cos^2 B - 2M^2\cos C - 2M^2\cos B + 2M^2\cos B\cos C + M^2\sin^2 C + M^2\sin^2 B - 2M^2\sin B\sin C$

$\Rightarrow F^2 = M^2 + M^2(\cos^2 C + \sin^2 C) + M^2(\cos^2 B + \sin^2 B) - 2M^2\cos C - 2M^2\cos B + 2M^2(\cos B\cos C - \sin B\sin C)$

$\Rightarrow F^2 = M^2 + M^2 + M^2 - 2M^2\cos B - 2M^2\cos C + 2M^2\cos(B + C)$

$[\because \cos(A + B) = \cos A\cos B - \sin A\sin B]$

$\Rightarrow F^2 = 3M^2 - 2M^2\cos B - 2M^2\cos C + 2M^2\cos(\pi - A)$

$\Rightarrow F^2 = 3M^2 - 2M^2\cos B - 2M^2\cos C - 2M^2\cos A$

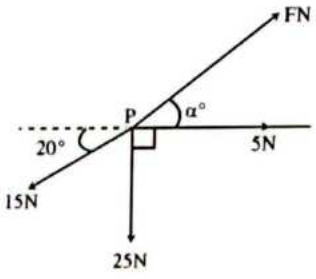
$\Rightarrow F^2 = M^2(3 - 2\cos A - 2\cos B - 2\cos C)$

$\therefore F = M\sqrt{3 - 2\cos A - 2\cos B - 2\cos C}$

সুতরাং, বলত্রয়ের লব্ধির পরিমাণ,

$M\sqrt{3 - 2\cos A - 2\cos B - 2\cos C}$ **(Proved)**

05.



চিত্র: ১

[Din.B'22]

(খ) চিত্র-১ এর বলগুলো P বিন্দুতে সাম্যাবস্থায় থাকলে F এবং α এর মান নির্ণয় কর।

(খ) **Sol^n:** 5N বরাবর লম্বাংশ নিয়ে পাই,

$5\cos 0° + F\cos\alpha + 15\cos(180° + 20°) + 25\cos 270° = 0$ [$\because$ সাম্যবস্থায় ধরে লব্ধি, $R = 0$]

$\Rightarrow F\cos\alpha = 9.09 \ldots\ldots\ldots (i)$

আবার, 5N এর লম্ব বরাবর লম্বাংশ নিয়ে পাই,

$5\sin 0° + F\sin\alpha + 15\sin(180° + 20°) + 25\sin(270°) = 0$

$\Rightarrow F\sin\alpha = 30.13 \ldots\ldots\ldots (ii)$

এখন, $(i)^2 + (ii)^2 \Rightarrow F^2 = (9.09)^2 + (30.13)^2$

$\therefore F = 31.47$ N (প্রায়)

আবার, $(ii) \div (i) \Rightarrow \tan\alpha = \frac{30.13}{9.09}$ [১ম চতুর্ভাগে]

$\therefore \alpha = 73.21°$ (প্রায়) **(Ans.)**

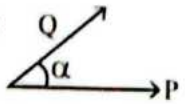
06. **(ক) বলের লম্বাংশ এর সংজ্ঞা দাও।** **[DB, Ctg.B, CB'21; BB'17]**

(ক) **Sol^n:** লব্ধি বলকে যখন পরস্পর সমকোণে অবস্থিত দুইটি অংশকে বিভক্ত করা হয়, তখন অংশকদ্বয়ের প্রত্যেকটিকে লব্ধির লম্বাংশ বলে।

07. একটি বিন্দুতে α কোণে ক্রিয়ারত P ও Q ($P > Q$) মানের বলদ্বয়ের বৃহত্তম ও ক্ষুদ্রতম লব্ধির মান যথাক্রমে L ও M।

(খ) P এর দিক বরাবর লব্ধির লম্বাংশের পরিমাণ Q হলে প্রমাণ কর যে, $\alpha = \cos^{-1}\frac{Q-P}{Q}$ **[RB'21]**

(খ) **Sol^n:**



প্রশ্নমতে, $Q = P + Q\cos\alpha \Rightarrow \cos\alpha = \frac{Q-P}{Q}$

$\Rightarrow \alpha = \cos^{-1}\frac{Q-P}{Q}$ **(প্রমাণিত)**

Educationblog24.com

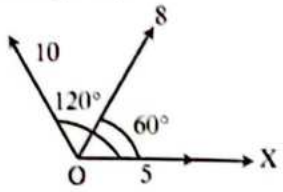
০৮. (ক) মূল বিন্দুতে 5, 8 ও 10 একক মানের তিনটি বল X -অক্ষের সাথে যথাক্রমে $0°, 60°$ ও $120°$ কোণে ক্রিয়া করছে। OX বরাবর বলগুলোর লম্বাংশের সমষ্টি নির্ণয় কর।

[CB'21]

(ক) Sol^n: OX বরাবর লম্বাংশ,

$= 5\cos 0° + 8\cos 60° + 10\cos 120° = 5 + 4 - 5$

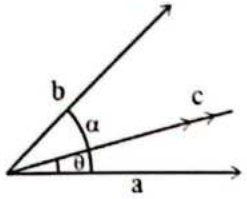
একক $= 4$ একক (Ans.)



০৯. (ক) কোনো বিন্দুতে ক্রিয়ারত a ও b বেগদ্বয়ের লব্ধি c এবং a এর দিক বরাবর c এর লম্বাংশের পরিমাণ b হলে দেখাও যে, $c = \sqrt{b^2 - a^2 + 2ab}$. [BB'23]

(ক) Sol^n: a ও b বেগদ্বয়ের লব্ধি c হলে,

$c^2 = a^2 + b^2 + 2ab\cos\alpha$ ..... (i)



অন্তর্ভুক্ত কোণ α হলে, $c\cos\theta = a + b\cos\alpha = b$

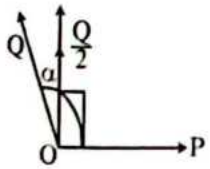
$\Rightarrow b\cos\alpha = b - a \therefore \cos\alpha = \frac{b-a}{b}$

(i) $\Rightarrow c^2 = a^2 + b^2 + 2ab \times \frac{b-a}{b} = a^2 + b^2 + 2ab - 2a^2$

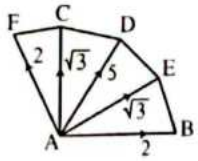
$= b^2 - a^2 + 2ab$

$\therefore c = \sqrt{b^2 - a^2 + 2ab}$ (দেখানো হলো)

১০. [সরকারি সিটি কলেজ, চট্টগ্রাম]



দৃশ্যকল্প-১:



দৃশ্যকল্প-২:

(খ) দৃশ্যকল্প-১ এর P, Q বলদ্বয় এবং তাদের লব্ধির O বিন্দুতে ক্রিয়ারত হলে, P এবং Q এর সরলতম সম্পর্ক প্রতিষ্ঠা কর।

(গ) দৃশ্যকল্প-২ এর চিত্র ABEDCF একটি সুষম ষড়ভুজ হলে, A বিন্দুত ক্রিয়ারত বলগুলির লব্ধি নির্ণয় কর।

(খ) Sol^n: P বল বরাবর উপাংশ নিয়ে পাই,

$P + Q\cos\alpha = \frac{Q}{2}\cos 90° \therefore P + Q\cos\alpha = 0$ ..... (i)

আবার, P এর লম্ব বরাবর উপাংশ নিয়ে পাই,

$Q\sin\alpha + P\sin 0° = \frac{Q}{2}\sin 90°$

$\Rightarrow \sin\alpha = \frac{1}{2} \therefore \alpha = 30°$ অথবা $150°$

যেহেতু $\alpha > 90°$

অতএব, P এবং Q এর মধ্যবর্তী কোণ হলো $150°$.

$\alpha = 150°$ সমীকরণ (i) এ বসিয়ে পাই,

$P + Q\cos 150° = 0 \Rightarrow P = -Q \times \frac{-\sqrt{3}}{2} \therefore 2P = \sqrt{3}Q$

$\therefore 2P = \sqrt{3}Q$ (Ans.)

(গ) Sol^n: সুষম ষড়ভুজের প্রত্যেকটি অন্তঃস্থ কোণ

$= \frac{2\times 6-4}{6} \times 90° = 120°$

অর্থাৎ, $\angle BAF = 120°$

$\therefore \angle BAE = \angle EAD = \angle DAC = \angle CAF = 30°$

ধরি, বলগুলোর লব্ধি হলো R এবং লব্ধির দিক হলো Q।

এখন AB বরাবর বলগুলির উপাংশ নিয়ে পাই,

$R\cos\theta = 2 + \sqrt{3}\cos 30° + 5\cos 60° + \sqrt{3}\cos 90° + 2\cos 120°$

$R\cos\theta = 5$ ..... (i)

আবার, AB এর লম্ব বরাবর উপাংশ নিয়ে পাই,

$R\sin\theta = 0 + \sqrt{3}\sin 30° + 5\sin 60° + \sqrt{3}\sin 90° + 2\sin 120° = 5\sqrt{3}$ ..... (ii)

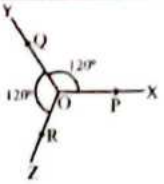
$(i)^2 + (ii)^2 \Rightarrow R^2 = 5^2 + \left(5\sqrt{3}\right)^2 \therefore R = 10$

এবং (ii) ÷ (i) $\Rightarrow \frac{R\sin\theta}{R\cos\theta} = \frac{5\sqrt{3}}{5} \Rightarrow \tan\theta = \sqrt{3} \therefore \theta = 60°$

$\therefore$ A বিন্দুতে ক্রিয়ারত লব্ধির মান হলে 10 যা AB এর সাথে $60°$ কোণে ক্রিয়ারত। (Ans.)

নিজে করো

11. দৃশ্যকল্প-২:

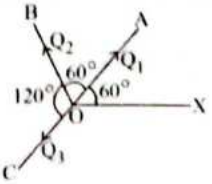


[Ctg.B'22; MB'22]

(গ) দৃশ্যকল্প-২ এ $P = 6$ N, $Q = 9$ N ও $R = 5$ N হলে বলগুলোর লব্ধির মান ও দিক নির্ণয় কর।

[Ans: $\alpha = 106.102°$ (প্রায়)]

12.



[BB'21]

(গ) দৃশ্যকল্প-২ এ বলত্রয়ের লব্ধির মান ও দিক নির্ণয় কর।

[Ans: $\theta = \tan^{-1}\left\{\frac{\sqrt{3}(Q_1+Q_2-Q_3)}{(Q_1-Q_2-Q_3)}\right\}$]

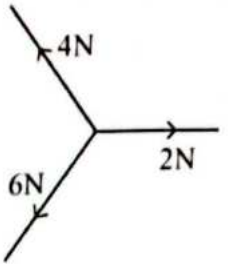
Educationblog24.com

13. দৃশ্যকল্প-১: কোনো একটি বিন্দুতে পরস্পর 120° কোণে 3N, 4N, 6N বলত্রয় ক্রিয়ারত আছে। [JB'21]
(খ) দৃশ্যকল্প-১ হতে বলগুলোর লব্ধি নির্ণয় কর। [Ans: 220.89°]

14. দৃশ্যকল্প-১: কোনো বিন্দুতে কার্যরত Q − R, Q, Q + R মানের বলগুলোর দিক একইক্রমে কোনো সমবাহু ত্রিভুজের বাহুগুলোর সমান্তরাল। [Ctg.B, CB'21]
(খ) দৃশ্যকল্প-১ এর বলগুলোর লব্ধি নির্ণয় কর। [Ans: $\frac{7\pi}{6}$]

15. (ক) কোনো বিন্দুতে ক্রিয়ারত u_1 ও u_2 মানের দুইটি বেগের লব্ধির মান u এবং u_1 এর দিক বরাবর u এর লম্বাংশের পরিমাণ u_2 হলে দেখাও যে, $u = \sqrt{u_2^2 - u_1^2 + 2u_1u_2}$। [SB'17]

16. চিত্র-১: [MB'21]



(খ) চিত্র-১ এ বলগুলির ক্রিয়ারেখা কোনো সমবাহু ত্রিভুজের বাহুগুলির সমান্তরাল বরাবর হলে, তাদের লব্ধি মান নির্ণয় কর। [Ans: $2\sqrt{3}$N]

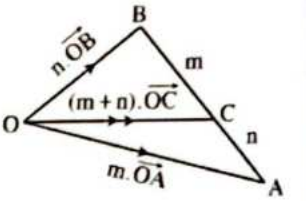
17. (ক) 4N ও $2\sqrt{3}$N মানের বলদ্বয় 30° কোণে ক্রিয়া করে। এ মানের বল বরাবর বলদ্বয়ের লম্বাংশের সমষ্টি নির্ণয় কর। [JB'17] [Ans: 7N]

Type-05: বলের সংযোজন ও বিভাজন

Concept

(m, n) উপপাদ্য:

দুইটি সমবিন্দু বল $m.\overrightarrow{OA}$ এবং $n.\overrightarrow{OB}$ $(m > 0, n > 0)$ এর লব্ধির মান $(m + n).\overrightarrow{OC}$, যেখানে C বিন্দুটি AB কে এমনভাবে অন্তর্বিভক্ত করে যেন $m.AC = n.BC$ বা $AC : BC = n : m$ হয় (C বিন্দু AB কে n: m অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত করে)।



সৃজনশীল প্রশ্ন (ক, খ ও গ)

[এই টাইপ থেকে বিগত বোর্ড পরীক্ষায় কোনো সৃজনশীল প্রশ্ন আসেনি]

Type-06: তিনটি সমবিন্দু বল সাম্যাবস্থা সৃষ্টি করলে তা হতে বলত্রয়ের অন্তর্গত কোণ নির্ণয়

Concept

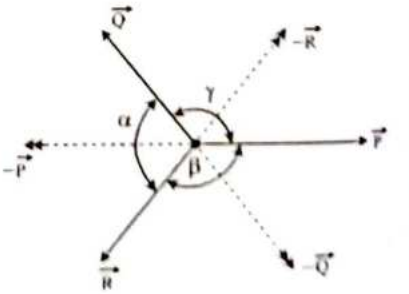
এখানে, $\vec{P} + \vec{Q} + \vec{R} = 0$

$\therefore \vec{P} + \vec{Q} = -\vec{R}$

$\therefore \vec{Q} + \vec{R} = -\vec{P}$

$\therefore \vec{P} + \vec{R} = -\vec{Q}$

যেহেতু বল তিনটির লব্ধি = 0 তাই যেকোনো দুইটি বলের লব্ধির মান তৃতীয় বলটির সমান এবং লব্ধির দিক তৃতীয় বলটির দিকের বিপরীত দিকে কার্যরত হবে।



$\therefore \vec{P}$ ও $\vec{Q}$ এর লব্ধির মান $\vec{R}$ এর মানের সমান,

$\therefore R^2 = P^2 + Q^2 + 2PQ\cos\gamma \Rightarrow \boxed{\cos\gamma = \frac{R^2 - P^2 - Q^2}{2PQ}}$

অনুরূপভাবে, $\boxed{\cos\alpha = \frac{P^2 - Q^2 - R^2}{2QR}}$ এবং $\boxed{\cos\beta = \frac{Q^2 - P^2 - R^2}{2PR}}$

এভাবে এদের মধ্যবর্তী কোণগুলো নির্ণয় করা যাবে।

Educationblog24.com

সৃজনশীল প্রশ্ন (ক, খ ও গ)

01. (ক) কোনো বিন্দুতে ক্রিয়াশীল 3P, 4P ও 5P মানের বলত্রয় সাম্যাবস্থায় থাকলে প্রমাণ কর যে, প্রথম বল দুইটি পরস্পর লম্ব। [Din.B'21; MB'21]

(ক) Sol^{n}: প্রশ্নমতে,

$\sqrt{(3P)^2 + (4P)^2 + 2 \cdot 3P \cdot 4P \cdot \cos\theta} = 5P$

$\Rightarrow 25P^2 + 24P^2\cos\theta = 25P^2 \Rightarrow 24P^2\cos\theta = 0$

$\therefore \theta = 90^\circ \therefore$ 3P ও 4P পরস্পর লম্ব (প্রমাণিত)

02. (ক) কোন বিন্দুতে 1, 2 এবং $\sqrt{3}$ একক বলত্রয় ক্রিয়া করে সাম্যাবস্থা সৃষ্টি করে। বলগুলোর মধ্যবর্তী কোণ নির্ণয় কর। [Ctg.B'19]

(ক) Sol^{n}: $P = 1,\ Q = 2,\ R = \sqrt{3}$

$P^2 + R^2 = 1 + 3 = 4 = 2^2 = Q^2$

অর্থাৎ P ও R এর মধ্যবর্তী কোণ 90° (Ans.)

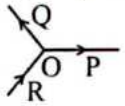
03. P ও Q দুইটি বল যেখানে $P > Q$. [JB'19]

(ক) যদি P, Q, R বলত্রয় সাম্যাবস্থায় থাকে এবং $\sqrt{2}P = \sqrt{2}Q = R$ হয় তবে P, Q এবং R, P এর মধ্যবর্তী কোণ নির্ণয় কর।

(ক) Sol^{n}: $\sqrt{2}P = \sqrt{2}Q = R$

যেহেতু, বলত্রয় সাম্যাবস্থায় আছে,

$R^2 = P^2 + Q^2 + 2PQ\cos(P \wedge Q)$



$\Rightarrow \cos(P \wedge Q) = \frac{R^2 - P^2 - Q^2}{2PQ} = \frac{2P^2 - P^2 - P^2}{2P^2} = 0$

$\therefore P \wedge Q = \frac{\pi}{2}$ (Ans.)

একইভাবে, $\cos(R \wedge P) = \frac{Q^2 - P^2 - R^2}{2PR} = \frac{Q^2 - Q^2 - 2Q^2}{2Q\sqrt{2}Q} = -\frac{1}{\sqrt{2}}$

$\therefore R \wedge P = \frac{3\pi}{4}$ (Ans.)

04. (ক) একটি বিন্দুর উপর ক্রিয়ারত বল তিনটি সাম্যাবস্থায় থাকলে এবং শেষ বল দুইটির মধ্যবর্তী কোণ 45° হলে বল তিনটির মধ্যে সম্পর্ক প্রতিষ্ঠা কর। [BB'17]

(ক) Sol^{n}: মনে করি, কোন বিন্দুতে ক্রিয়ারত তিনটি বল R, P, Q; P, Q এর মধ্যবর্তী কোণ 45°। বল তিনটি সাম্যাবস্থায় থাকলে R হবে P ও Q বলের লব্ধির সমান এবং এর দিক হবে P ও Q বলের লব্ধির বিপরীত দিক।

$\therefore R^2 = P^2 + Q^2 + 2PQ\cos 45^\circ$

$\Rightarrow R^2 = P^2 + Q^2 + 2PQ \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}$

$\therefore R^2 = P^2 + Q^2 + \sqrt{2}PQ$; ইহা নির্ণেয় সম্পর্ক। (Ans.)

নিজে করো

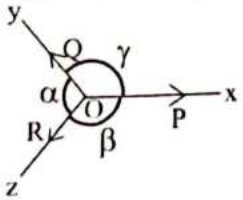
05. (ক) 5N, 7N ও 8N মানের বলত্রয় একটি কণার উপর ক্রিয়া করে ভারসাম্য সৃষ্টি করেছে। 8N ও 5N মানের বলদ্বয়ের ক্রিয়ারেখার মধ্যবর্তী কোণ নির্ণয় কর। [BB'22] [Ans: $\alpha = 120^\circ$]

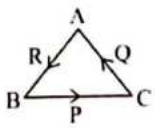
06. (ক) 3N, 7N ও 5N বলত্রয় একটি বস্তুর উপর ক্রিয়া করে ভারসাম্য সৃষ্টি করলে 3N ও 5N বলদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণ নির্ণয় কর। [MB'21] [Ans: 60°]

Type-07: তিনটি বল সাম্যাবস্থায় থাকার শর্ত (লামির সূত্র)

Concept

- **বলের ত্রিভুজ সূত্র:** যদি এক বিন্দুতে ক্রিয়ারত তিনটি বলের মান ও দিক কোনো ত্রিভুজের তিনটি বাহু দ্বারা একইক্রমে মানে ও দিকে (অবস্থানে নয়) সূচিত করা যায়, তবে তারা সাম্যাবস্থায় থাকবে।





$\vec{P} + \vec{Q} + \vec{R} = 0$

- **বলের সাম্যাবস্থার লামির উপপাদ্য:** যদি কোনো সমতলের উপর একই বিন্দুতে একই সময়ে তিনটি ভিন্ন ভিন্ন দিক বরাবর ক্রিয়ারত তিনটি বল সাম্যাবস্থার সৃষ্টি করে, তবে এদের প্রত্যেকটি বলের মান অপর দুইটি বলের ক্রিয়ারেখার অন্তর্গত কোণের বা প্রথমোক্ত বলটির বিপরীত কোণের সাইন (sine) এর সমানুপাতিক। $\therefore \frac{P}{\sin\alpha} = \frac{Q}{\sin\beta} = \frac{R}{\sin\gamma}$

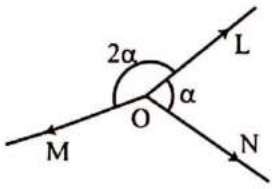
Note: n টি সমান বল 360° কে সমান n ভাগে ভাগ করলে তাদের লব্ধি = 0, সেক্ষেত্রে তাদের যেকোনো দুইটি বলের মধ্যবর্তী কোণ = $\frac{360^\circ}{n}$.

Educationblog24.com

- **লম্ববিন্দু:** লম্ববিন্দু হলো শীর্ষ থেকে বিপরীত বাহুগুলোর উপর অঙ্কিত লম্বগুলোর ছেদবিন্দু।
- **অন্তঃকেন্দ্র:** অন্তঃকেন্দ্র হলো কোনো ত্রিভুজের কোণের সমদ্বিখণ্ডকগুলোর ছেদবিন্দু।
- **পরিকেন্দ্র:** পরিকেন্দ্র হলো কোনো ত্রিভুজের বাহুগুলোর লম্ব সমদ্বিখণ্ডকগুলোর ছেদবিন্দু।

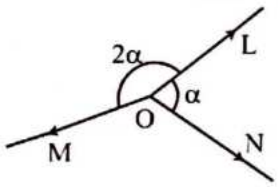
সৃজনশীল প্রশ্ন (ক, খ ও গ)

01. দৃশ্যকল্প-১: [RB'23; Ctg.B, CB'21; SB'17]



(খ) দৃশ্যকল্প-১ এর আলোকে L, M, N বল তিনটি O বিন্দুতে ভারসাম্য সৃষ্টি করেছে। প্রমাণ কর যে, $N^2 = M(M - L)$

(খ) **Sol^n:** লামির উপপাদ্য হতে পাই, $\frac{M}{\sin\alpha} = \frac{N}{\sin 2\alpha} = \frac{L}{\sin\angle MON}$



$$\Rightarrow \frac{M}{\sin\alpha} = \frac{N}{\sin 2\alpha} = \frac{L}{\sin\{360^\circ-(2\alpha+\alpha)\}}$$

$$\Rightarrow \frac{M}{\sin\alpha} = \frac{N}{\sin 2\alpha} = \frac{L}{-\sin 3\alpha}$$

$$\Rightarrow \frac{M}{\sin\alpha} = \frac{N}{\sin 2\alpha} = \frac{L}{-\sin 3\alpha} = \frac{M-L}{\sin\alpha+\sin 3\alpha}$$

$$\Rightarrow \frac{M}{\sin\alpha} = \frac{N}{\sin 2\alpha} = \frac{L}{-\sin 3\alpha} = \frac{M-L}{4\sin\alpha-4\sin^3\alpha}$$

$$\Rightarrow \frac{M}{\sin\alpha} = \frac{N}{\sin 2\alpha} = \frac{L}{-\sin 3\alpha} = \frac{M-L}{4\sin\alpha-4\sin^3\alpha}$$

$$= \frac{M(M-L)}{4\sin^2\alpha-4\sin^4\alpha} = \frac{N^2}{(\sin 2\alpha)^2}$$

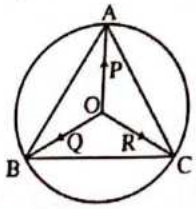
৫ম অনুপাত নিয়ে পাই,

$$\frac{M(M-L)}{4\sin^2\alpha(1-\sin^2\alpha)} = \frac{M(M-L)}{4\sin^2\alpha(\cos^2\alpha)} = \frac{M(M-L)}{\sin^2 2\alpha}$$

$\therefore$ ৫ম ও ৬ষ্ঠ অনুপাত নিয়ে পাই, $\frac{M(M-L)}{\sin^2 2\alpha} = \frac{N^2}{\sin^2 2\alpha}$

$\therefore N^2 = M(M - L)$ **(Proved)**

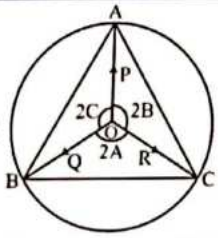
02. দৃশ্যকল্প-১: [SB'23]



চিত্রে O ত্রিভুজটির পরিকেন্দ্র

(খ) দৃশ্যকল্প-১ এ P, Q ও R বল তিনটি সাম্যাবস্থায় থাকলে প্রমাণ কর যে, $\frac{P}{a^2(b^2+c^2-a^2)} = \frac{Q}{b^2(a^2+c^2-b^2)} = \frac{R}{c^2(a^2+b^2-c^2)}$.

(খ) **Sol^n:**



মনে করি, ΔABC এর পরিকেন্দ্র O। O এবং OA, OB এবং (বরাবর P, Q এবং R মানের তিনটি বল ক্রিয়া করে সাম্যাবস্থ আছে। ABC বৃত্তে ∠BAC, BC চাপের উপর দণ্ডায়মান বৃ কোণ এবং ∠BOC, BC চাপের উপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ কোণ

$\therefore \angle BOC = 2\angle BAC = 2A$ [একই চাপের উপর দণ্ডায় কেন্দ্রস্থ কোণ বৃত্তস্থ কোণের দ্বিগুণ]

অনুরূপভাবে প্রমাণ করা যায় $\angle AOC = 2B, \angle AOB = 2C$

এখন, লামির উপপাদ্য অনুসারে,

$$\Rightarrow \frac{P}{\sin\angle BOC} = \frac{Q}{\sin\angle AOC} = \frac{R}{\sin\angle AOB}$$

$$\Rightarrow \frac{P}{\sin 2A} = \frac{Q}{\sin 2B} = \frac{R}{\sin 2C}$$

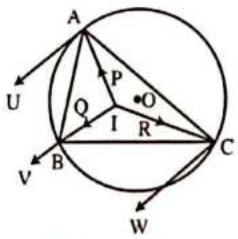
$$\Rightarrow \frac{P}{2\sin A\cos A} = \frac{Q}{2\sin B\cos B} = \frac{R}{2\sin C\cos C}$$

$$\Rightarrow \frac{P}{2\times\frac{a}{2R'}\times\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}a} = \frac{Q}{2\frac{b}{2R'}\frac{c^2+a^2-b^2}{2ca}b} = \frac{R}{2\frac{c}{2R'}\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}c}$$

$$\left[\because \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R\right] [R' = \text{পরিবৃত্তটির ব্যাসার্ধ}]$$

$$\therefore \frac{P}{a^2(b^2+c^2-a^2)} = \frac{Q}{b^2(a^2+c^2-b^2)} = \frac{R}{c^2(a^2+b^2-c^2)}$$ **(Proved**

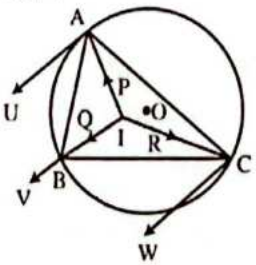
03. [BB'23; SB, BB'2

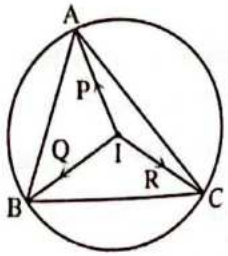


(খ) উদ্দীপকে অন্তঃকেন্দ্র I গামী P, Q, R বল তিনটি সাম্যাবস্থ থাকলে দেখাও যে,

$P : Q : R = \sin\left(\frac{\pi}{2}-\frac{A}{2}\right) : \sin\left(\frac{\pi}{2}-\frac{B}{2}\right) : \sin\left(\frac{\pi}{2}-\frac{C}{2}\right)$

(খ) **Sol^n:**





Educationblog24.com

ABC ত্রিভুজের অন্তঃকেন্দ্র I, সুতরাং IA, IB ও IC কোণ তিনটির সমদ্বিখণ্ডক।

ABC ত্রিভুজে, $A + B + C = 180°$

$\Rightarrow \frac{A}{2} + \frac{B}{2} + \frac{C}{2} = 90° \Rightarrow \frac{B}{2} + \frac{C}{2} = 90° - \frac{A}{2} \dots\dots\dots$ (i)

আবার, BIC ত্রিভুজে, $\angle BIC + \angle IBC + \angle ICB = 180°$

$\Rightarrow \angle BIC + \frac{B}{2} + \frac{C}{2} = 180°$

$\angle BIC = 180° - \left(\frac{B}{2} + \frac{C}{2}\right) = 180° - \left(90° - \frac{A}{2}\right) = 90° + \frac{A}{2}$

এখন, P, Q, R মানের বলত্রয় ক্রিয়াশীল হয়ে সাম্যাবস্থায় থাকলে লামির সূত্র থেকে আমরা পাই,

$\frac{P}{\sin BIC} = \frac{Q}{\sin CIA} = \frac{R}{\sin AIB}$

$\Rightarrow \frac{P}{\sin\left(90°+\frac{A}{2}\right)} = \frac{Q}{\sin\left(90°+\frac{B}{2}\right)} = \frac{R}{\sin\left(90°+\frac{C}{2}\right)}$

$\Rightarrow \frac{P}{\cos\frac{A}{2}} = \frac{Q}{\cos\frac{B}{2}} = \frac{R}{\cos\frac{C}{2}} \Rightarrow \frac{P}{\sin\left(\frac{\pi}{2}-\frac{A}{2}\right)} = \frac{Q}{\sin\left(\frac{\pi}{2}-\frac{B}{2}\right)} = \frac{R}{\sin\left(\frac{\pi}{2}-\frac{C}{2}\right)}$

$\Rightarrow P : Q : R = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \frac{A}{2}\right) : \sin\left(\frac{\pi}{2} - \frac{B}{2}\right) : \sin\left(\frac{\pi}{2} - \frac{C}{2}\right)$

(দেখানো হলো)

04. উদ্দীপক-১: P, Q, R বলত্রয় একটি বিন্দুতে ক্রিয়া করে সাম্যাবস্থার সৃষ্টি করে। P ও Q এর মধ্যবর্তী কোণ 60° এবং P ও R এর মধ্যবর্তী কোণ 150°। [JB'22]

(খ) প্রমাণ কর যে, $P = Q = \frac{R}{\sqrt{3}}$.

(খ) Sol^n: দেওয়া আছে, $P \wedge Q = 60°$, $R \wedge P = 150°$

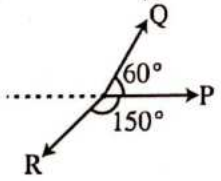
$\therefore Q \wedge R = 360° - (150° + 60°) = 150°$

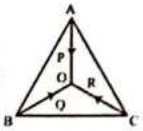
যেহেতু, P, Q, R বল তিনটি সাম্যাবস্থার সৃষ্টি করে, সেহেতু,

$\frac{P}{\sin(Q\wedge R)} = \frac{Q}{\sin(R\wedge P)} = \frac{R}{\sin(P\wedge Q)}$

$\Rightarrow \frac{P}{\sin 150°} = \frac{Q}{\sin 150°} = \frac{R}{\sin 60°} \Rightarrow \frac{P}{\frac{1}{2}} = \frac{Q}{\frac{1}{2}} = \frac{R}{\frac{\sqrt{3}}{2}}$

$\Rightarrow P = Q = \frac{R}{\sqrt{3}} \therefore P = Q = \frac{R}{\sqrt{3}}$ (Proved)



05. দৃশ্যকল্প-২:  [Ctg.B'21]

(ক) সাম্যাবস্থায় লামির সূত্রটি লিখ। [BB'19]

(গ) দৃশ্যকল্প-২ এ O ত্রিভুজের অন্তঃকেন্দ্র। P, Q ও R বল তিনটি সাম্যাবস্থায় থাকলে প্রমাণ কর যে,

$\frac{P^2}{a(b+c-a)} = \frac{Q^2}{b(c+a-b)} = \frac{R^2}{c(a+b-c)}$.

(ক) Sol^n: "ভিন্ন ভিন্ন রেখা বরাবর কার্যরত তিনটি সমবিন্দু সমতলীয় বল সাম্যাবস্থায় থাকলে, তাদের প্রতিটি বলের মান অপর দুইটির অন্তর্গত কোণের সাইনের সমানুপাতিক হবে।"

(গ) Sol^n: O অন্তঃকেন্দ্র হওয়ায়, $\angle OBD = \angle OBF = \frac{1}{2}\angle B$

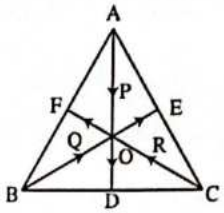
$\angle OCD = \angle OCA = \frac{1}{2}\angle C$

$\therefore \angle OBD + \angle OCD + \angle BOC = 180°$

$\Rightarrow \frac{1}{2}\angle B + \frac{1}{2}\angle C + \angle BOC = 180°$

$\Rightarrow \angle BOC = 180° - \frac{1}{2}(\angle B + \angle C)$

$= 180° - \frac{1}{2}(180° - \angle A) = 90° + \frac{1}{2}\angle A$



এখন, সাম্যাবস্থায় লামির উপপাদ্য অনুসারে,

$\frac{P}{\sin\angle EOF} = \frac{Q}{\sin\angle DOF} = \frac{R}{\sin\angle DOE}$

$\Rightarrow \frac{P}{\sin\angle BOC} = \frac{Q}{\sin\angle AOC} = \frac{R}{\sin\angle AOB}$ [বিপ্রতীপ কোণ]

$\Rightarrow \frac{P}{\sin\left(90°+\frac{A}{2}\right)} = \frac{Q}{\sin\left(90°+\frac{B}{2}\right)} = \frac{R}{\sin\left(90°+\frac{C}{2}\right)}$

$\Rightarrow \frac{P}{\cos\frac{A}{2}} = \frac{Q}{\cos\frac{B}{2}} = \frac{R}{\cos\frac{C}{2}} \Rightarrow \frac{P^2}{\cos^2\frac{A}{2}} = \frac{Q^2}{\cos^2\frac{B}{2}} = \frac{R^2}{\cos^2\frac{C}{2}}$

$\Rightarrow \frac{P^2}{2\cos^2\frac{A}{2}} = \frac{Q^2}{2\cos^2\frac{B}{2}} = \frac{R^2}{2\cos^2\frac{C}{2}}$

$\Rightarrow \frac{P^2}{1+\cos A} = \frac{Q^2}{1+\cos B} = \frac{R^2}{1+\cos C}$

$\Rightarrow \frac{P^2}{1+\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}} = \frac{Q^2}{1+\frac{c^2+a^2-b^2}{2ca}} = \frac{R^2}{1+\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}}$

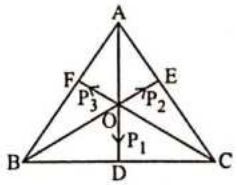
$\Rightarrow \frac{P^2\times 2bc}{(b+c)^2-a^2} = \frac{Q^2\times 2ca}{(c+a)^2-b^2} = \frac{R^2\times 2ab}{(a+b)^2-c^2}$

$\Rightarrow \frac{P^2\times bc}{(b+c+a)(b+c-a)} = \frac{Q^2\times ca}{(c+a+b)(c+a-b)} = \frac{R^2\times ab}{(a+b+c)(a+b-c)}$

$\Rightarrow \frac{P^2\times abc}{a(b+c-a)} = \frac{Q^2\times abc}{b(c+a-b)} = \frac{R^2\times abc}{c(a+b-c)}$

$\Rightarrow \frac{P^2}{a(b+c-a)} = \frac{Q^2}{b(c+a-b)} = \frac{R^2}{c(a+b-c)}$ (Proved)

06. [BB'21]



(খ) দৃশ্যকল্প-১ এ O, ABC ত্রিভুজের লম্বকেন্দ্র এবং P_1, P_2, P_3 বলত্রয় সাম্যাবস্থার সৃষ্টি করলে প্রমাণ কর যে, $P_1 : P_2 : P_3 = BC : CA : AB$.

(খ) Sol^n:

এখানে, $A + \angle EOF = 180°$

$\Rightarrow \angle EOF = 180° - A$

অনুরূপভাবে,

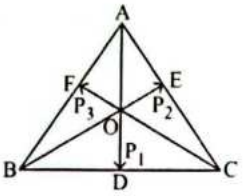
$\angle DOE = 180° - C$

$\angle DOF = 180° - B$

$\frac{BC}{\sin A} = \frac{CA}{\sin B} = \frac{AB}{\sin C} = 2R$

[এখানে, R ত্রিভুজটির পরিবৃত্তের ব্যাসার্ধ]

Educationblog24.com



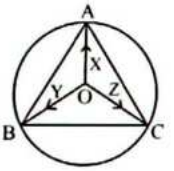
লামির সূত্রানুযায়ী $\frac{P_1}{\sin\angle EOF} = \frac{P_2}{\sin\angle DOF} = \frac{P_3}{\sin\angle DOE}$

$\Rightarrow \frac{P_1}{\sin(180°-A)} = \frac{P_2}{\sin(180°-B)} = \frac{P_3}{\sin(180°-C)}$

$\Rightarrow \frac{P_1}{\sin A} = \frac{P_2}{\sin B} = \frac{P_3}{\sin C} \Rightarrow \frac{P_1}{\frac{BC}{2R}} = \frac{P_2}{\frac{CA}{2R}} = \frac{P_3}{\frac{AB}{2R}}$

$\Rightarrow \frac{P_1}{BC} = \frac{P_2}{CA} = \frac{P_3}{AB} \therefore P_1 : P_2 : P_3 = BC : CA : AB$ **(Proved)**

07. O হলো বৃত্তটির কেন্দ্র। [SB'19]



(খ) X, Y, Z বলত্রয় সাম্যাবস্থায় থাকলে দেখাও যে,

$X : Y : Z = a\cos A : b\cos B : c\cos C$

(খ) Sol^n: $\angle BOC = 2\angle A$ [কেন্দ্রস্থ কোণ বৃত্তস্থ কোণের দ্বিগুণ]

অনুরূপে $\angle AOC = 2\angle B$; $\angle AOB = 2\angle C$

এখন, $\frac{X}{\sin 2A} = \frac{Y}{\sin 2B} = \frac{Z}{\sin 2C}$

$\Rightarrow \frac{X}{2\sin A\cos A} = \frac{Y}{2\sin B\cos B} = \frac{Z}{2\sin C\cos C}$

$\Rightarrow \frac{X}{\frac{a}{2R}\times\cos A} = \frac{Y}{\frac{b}{2R}\times\cos B} = \frac{Z}{\frac{c}{2R}\times\cos C}$

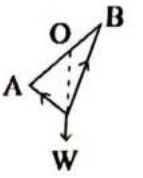
$\therefore X : Y : Z = a\cos A : b\cos B : c\cos C$ **(Showed)**

08. চিত্র-১: [CB'19]

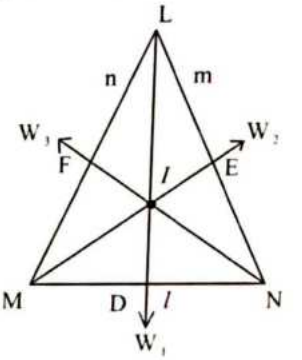
প্রতিটি চিত্রে A ও B বিন্দুতে হাল্কা মসৃণ দড়ির দুই প্রান্ত বাঁধা যার ভেতর দিয়ে বিভিন্ন ওজন অবাধে গড়িয়ে চলতে পারে।

(ক) ১ নং চিত্রের ক্ষেত্রে দড়ির ভেতর দিয়ে একটি ওজন অবাধে ছেড়ে দিলে সেটি কোথায় কীভাবে ঝুলবে চিত্র অঙ্কনপূর্বক দেখাও।

(ক) Sol^n: O বরাবর নিচের দিকে ক্রিয়া করবে,



09. দৃশ্যকল্প-২: [RB'1



LD, ME ও NF যথাক্রমে MN, NLও LM এর উপর লম্ব।

(গ) দৃশ্যকল্প-২ এ উল্লিখিত বলগুলির লব্ধি শূন্য হলে প্রমা কর যে, $W_1 = W_2 = W_3$ যখন $l = m = n$.

(গ) Sol^n: LMN ত্রিভুজের L, M, N কৌণিক বিন্দু হতে বিপরী বাহুর উপর লম্বভাবে ক্রিয়ারত তিনটি বল W_1, W_2, W_3 এর লব্ধি শূন্য।

লামির সূত্র থেকে পাই, $\frac{W_1}{\sin FIE} = \frac{W_2}{\sin DIF} = \frac{W_3}{\sin EID}$

$\Rightarrow \frac{W_1}{\sin(\pi-L)} = \frac{W_2}{\sin(\pi-M)} = \frac{W_3}{\sin(\pi-N)}$

$\Rightarrow \frac{W_1}{\sin L} = \frac{W_2}{\sin M} = \frac{W_3}{\sin N}$ ..... (i)

আবার, ΔMNL হতে ত্রিভুজের সাইন সূত্র থেকে পাই,

$\frac{l}{\sin L} = \frac{m}{\sin M} = \frac{n}{\sin N}$ ..... (ii)

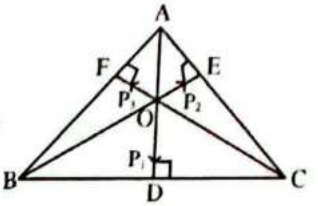
(i) ও (ii) হতে পাই, $\frac{W_1}{l} = \frac{W_2}{m} = \frac{W_3}{n}$

আবার, দেওয়া আছে, $l = m = n$

$\therefore W_1 = W_2 = W_3$ (প্রমাণিত)

নিজে করো

10. উদ্দীপক-১: [DB'22; JB'21]

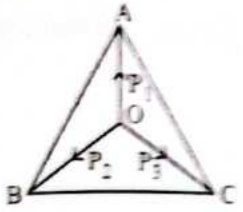


(খ) উদ্দীপক-১ এ উল্লিখিত ত্রিভুজটির লম্বকেন্দ্র O। P_1, P_2, P_3 তিনটি বল যথাক্রমে OD, OE, OF বরাবর ক্রিয়া করে সাম্যাবস্থায় আছে। প্রমাণ কর যে,

$$\frac{P_1}{a^2(b^2+c^2-a^2)} = \frac{P_2}{b^2(c^2+a^2-b^2)} = \frac{P_3}{c^2(a^2+b^2-c^2)}$$

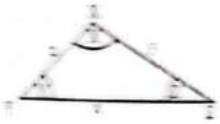
Educationblog24.com

11. দৃশ্যকল্প-১: [DB'21]



(খ) দৃশ্যকল্প-১ এর আলোকে O, ABC ত্রিভুজের অন্তঃকেন্দ্র এবং বলত্রয় সাম্যাবস্থায় থাকলে দেখাও যে,
$P_1^2 : P_2^2 : P_3^2 = (1 + \cos A) : (1 + \cos B) : (1 + \cos C)$.

12. [CB'17]



P, Q, R বলত্রয় $\triangle XYZ$ এর লম্ব কেন্দ্র হতে যথাক্রমে YZ, ZX ও XY বাহুর উপর লম্বভাবে ক্রিয়া করে সাম্যাবস্থায় থাকে। অথবা বলত্রয় যথাক্রমে X, Y, Z বিন্দুতে সদৃশ সমান্তরালভাবে ক্রিয়া করলে তাদের লাভি ত্রিভুজটির অন্তঃকেন্দ্রে ক্রিয়া করে।

(খ) উদ্দীপকের বলত্রয়ের সাম্যাবস্থায় থাকায় ক্ষেত্রে প্রমাণ কর যে, P : Q : R = x : y : z

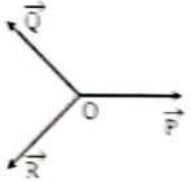
Type-08: তিনটি বল সাম্যাবস্থায় থাকলে তা থেকে বিভিন্ন অজানা রাশির মান নির্ণয়

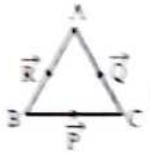
Concept

লামির সূত্র: একই বিন্দুতে ভিন্ন ভিন্ন রেখা বরাবর ক্রিয়ারত তিনটি সমতলীয় বল যদি সাম্যাবস্থায় থাকে তবে প্রত্যেকটি বলের মান অপর বল দুইটির অন্তর্ভুক্ত কোণের সাইন (sine) এর সমানুপাতিক।

অর্থাৎ, $\frac{P}{\sin\alpha} = \frac{Q}{\sin\beta} = \frac{R}{\sin\gamma}$

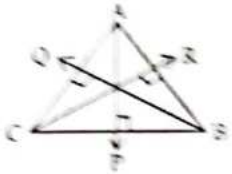
বলের ত্রিভুজ সূত্রের বিপরীত সূত্র: একটি বিন্দুতে ক্রিয়ারত তিনটি বল সাম্যাবস্থায় থাকলে তাদেরকে ক্রমানুসারে ত্রিভুজের তিনটি বাহু দ্বারা মানে ও দিকে (অবস্থানে নয়) একই ক্রমে সূচিত করা যায়। সেক্ষেত্রে, যে বলটি যে বাহু বরাবর ক্রিয়ারত তা ঐ বাহুর দৈর্ঘ্যের সমানুপাতিক।





$\therefore \frac{P}{BC} = \frac{Q}{CA} = \frac{R}{AB}$

বলের লম্ব ত্রিভুজ সূত্র: কোন বিন্দুতে ক্রিয়ারত তিনটি বলের মান যদি ত্রিভুজের তিনটি বাহুর সমানুপাতিক হয় এবং ইহারা যদি অনুষঙ্গী বাহুর উপর লম্ব বরাবর ক্রিয়া করে তবে বলগুলো সুস্থিত থাকবে।



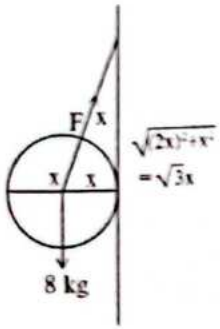
$\frac{P}{BC} = \frac{Q}{AC} = \frac{R}{AB}$

সৃজনশীল প্রশ্ন (ক, খ ও গ)

01 উদ্দীপক-১: x cm দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট একটি সুতার একপ্রান্ত একটি উলম্ব দেওয়ালে আটকানো এবং অন্য প্রান্ত x cm ব্যাসার্ধবিশিষ্ট একটি সুষম গোলকের সাথে যুক্ত আছে। [DB'23]

(খ) উদ্দীপক-১ এর গোলকের ওজন 8 kg হলে সুতার টান নির্ণয় কর।

(খ) Sol^n:



বলের ত্রিভুজ সূত্রের বিপরীত সূত্রানুসারে, $\frac{8}{\sqrt{3}x} = \frac{F}{2x}$

$\therefore$ সুতার টান $= F = \frac{2x}{\sqrt{3}} = \frac{16x\sqrt{3}}{3}$ kg (Ans.)

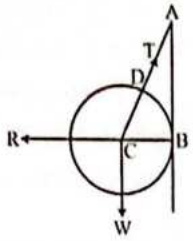
02 দৃশ্যকল্প-১:

[Dhk.B'23; RB'21]

(খ) দৃশ্যকল্প-১ এ CD = r ব্যাসার্ধবিশিষ্ট একটি সুষম গোলকের একপ্রান্ত AD = l দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট একটি অপরিবর্তনশীল সুতার সাহায্যে কোনো খাড়া দেয়ালে আটকানো। এটি দেয়ালকে B বিন্দুতে স্পর্শ করে। প্রমাণ কর যে, দেয়ালের প্রতিক্রিয়া বল, $R = \frac{Wa}{\sqrt{2al+l^2}}$

Educationblog24.com

(খ) Sol^n: দেওয়া আছে, CD = r আর AD = l. সাম্যাবস্থার জন্য গোলকের ওজন (W), দেয়ালের প্রতিক্রিয়া (R) ও সুতার টান (T), C বিন্দুতে সাম্যাবস্থায় থাকবে।



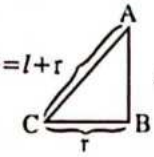
সুতরাং, লামির উপপাদ্য অনুসারে,

$$\frac{T}{\sin(W\wedge R)} = \frac{W}{\sin(R\wedge T)} = \frac{R}{\sin(T\wedge W)}$$

এখানে, $W \wedge R = 90°$

আর $T \wedge R = 180° - \angle ACB, T \wedge W = 90° + \angle ACB$

$$\Rightarrow \frac{W}{\sin(180°-\angle ACB)} = \frac{R}{\sin(90°+\angle ACB)}$$



$AC = CB + AD = l + r$ $\quad AB = \sqrt{(l+r)^2 - r^2} = \sqrt{2rl + l^2}$

$$\Rightarrow \frac{W}{\sin(\angle ACB)} = \frac{R}{\cos(\angle ACB)} \Rightarrow \frac{W}{\frac{AB}{AC}} = \frac{R}{\frac{CB}{AC}} \Rightarrow R = \frac{W\times CB}{AB}$$

$$\therefore R = \frac{W\times r}{\sqrt{2rl+l^2}}$$

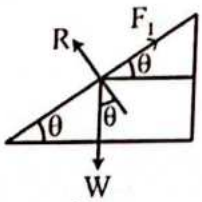
সুতরাং, দেয়ালের প্রতিক্রিয়া বল $R = \frac{W\times r}{\sqrt{2rl+l^2}}$

$$\therefore R = \frac{Wa}{\sqrt{2al+l^2}}$$ [r = a ধরে] **(Proved)**

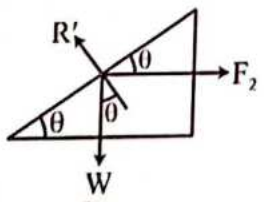
03. দৃশ্যকল্প-২: একটি হেলানো মসৃণ সমতলের দৈর্ঘ্য ও ভূমির সমান্তরাল বরাবর যথাক্রমে F_1 ও F_2 বলদ্বয় ক্রিয়ারত থেকে প্রত্যেকে এককভাবে তলের উপরস্থ W ওজনের একটি বস্তুকে স্থিরভাবে ধরে রাখতে পারে। [MB'23]

(গ) প্রমাণ কর যে, $W = \frac{F_1 F_2}{\sqrt{F_2^2 - F_1^2}}$

(গ) Sol^n:



চিত্র-১



চিত্র-২

ধরি, θ কোণে তলটি হেলানো রয়েছে। W = বস্তুর ওজন।

চিত্র-১ হতে, $\frac{W}{\sin 90°} = \frac{F_1}{\sin(180°-\theta)} \Rightarrow W = \frac{F_1}{\sin\theta}$

$$\Rightarrow \operatorname{cosec}\theta = \frac{W}{F_1} \ldots\ldots\ldots (i)$$

চিত্র-২ হতে, $\frac{W}{\sin(90°+\theta)} = \frac{F_2}{\sin(180°-\theta)}$

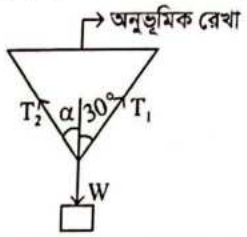
$$\Rightarrow \frac{W}{\cos\theta} = \frac{F_2}{\sin\theta} \Rightarrow \cot\theta = \frac{W}{F_2} \ldots\ldots\ldots (ii)$$

$(i)^2 - (ii)^2 \Rightarrow \operatorname{cosec}^2\theta - \cot^2\theta = \frac{W^2}{F_1^2} - \frac{W^2}{F_2^2} = 1$

$$\Rightarrow W^2 \times \frac{F_2^2 - F_1^2}{F_1^2 F_1^2} = 1 \Rightarrow W^2 = \frac{F_1^2 F_2^2}{F_2^2 - F_1^2}$$

$$\Rightarrow W = \frac{F_1 F_2}{\sqrt{F_2^2 - F_1^2}}$$ (প্রমাণিত)

04. W এর ওজনের বস্তুটি দুইটি সুতার সাহায্যে বেঁধে ঝুলিয়ে সাম্যাবস্থায় রাখা হল। [Din.B'21; MB'21]



(খ) α এর মান কত হলে T_2 টানের মান সর্বনিম্ন হবে?

(গ) $\alpha = 30°$ হলে, T_1 ও T_2 নির্ণয় কর যখন, W = 10N.

(খ) Sol^n: সাম্যাবস্থায় লামির সূত্রানুসারে,

$$\frac{T_2}{\sin(180°-30°)} = \frac{T_1}{\sin(180°-\alpha)} = \frac{W}{\sin(\alpha+30°)}$$

$$\frac{T_2}{\sin150°} = \frac{T_1}{\sin\alpha} = \frac{W}{\sin(\alpha+30°)} \Rightarrow T_2 = \frac{W\sin150°}{\sin(\alpha+30°)}$$

এখন $\sin(\alpha + 30)$ সর্বোচ্চ হলে T_2 সর্বনিম্ন হবে। সেক্ষেত্রে $\alpha + 30° = 90°$; $\alpha = 60°$ **(Ans.)**

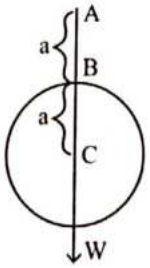
(গ) Sol^n: $\alpha = 30°$ এবং W = 10N হলে,

$$\frac{T_2}{\sin150°} = \frac{T_1}{\sin150°} = \frac{10}{\sin60°}$$

$$\therefore T_1 = T_2 = \sin30° \cdot \frac{10}{\sin60°} = \frac{1}{2}\cdot\frac{10}{\sqrt{3}} \times 2 = \frac{10}{\sqrt{3}}N$$

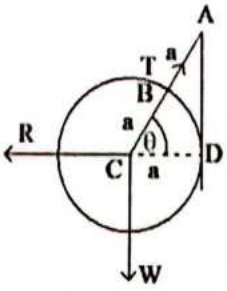
$$\therefore T_1 = T_2 = \frac{10}{\sqrt{3}}N$$ **(Ans.)**

05. চিত্র-২: [MB'21]



(গ) চিত্র-২ এ AB সুতার A প্রান্ত একটি খাড়া দেয়ালে আটকানো এবং গোলকটির ওজন W হলে AB সুতাটির টান নির্ণয় কর।

(গ) Sol^n:



Educationblog24.com

লামির উপপাদ্য অনুযায়ী, $\frac{T}{\sin 90^\circ} = \frac{W}{\sin(\pi-\theta)}$

$\Rightarrow T = \frac{W}{\sin\theta}$

$\Rightarrow T = \frac{W}{\frac{AD}{AC}} \Rightarrow T = W \times \frac{AC}{AD}$

$\Rightarrow T = W \times \frac{2a}{\sqrt{4a^2-a^2}}$

$\Rightarrow T = W \times \frac{2a}{\sqrt{3}a}$

$\Rightarrow T = \frac{2}{\sqrt{3}}W$ **(Ans.)**

06. দৃশ্যকল্প-১: L, M, N মানের সুস্থিত তিনটি বলের ক্রিয়ারেখা ABC ত্রিভুজের BC, CA, AB বাহুর সমান্তরাল। বাহু তিনটির দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 25, 60, 65 সে.মি। L ও M মানের বলদ্বয়ের সমষ্টি 51 গ্রাম ওজন। [JB'17]

(খ) দৃশ্যকল্প-১ হতে বলগুলির মান নির্ণয় কর।

(খ) Sol^n: দেওয়া আছে, BC = 25 সে.মি. ; CA = 60 সে.মি. ; AB = 65 সে.মি.

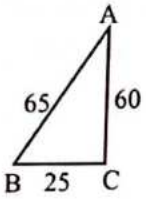
$\therefore \Delta ABC$ এর $\angle C = 90^\circ$

যেহেতু বলগুলো সুস্থিত এবং ΔABC এর বাহুগুলোর সমান্তরাল কাজেই,

$\frac{L}{BC} = \frac{M}{CA} = \frac{N}{AB} \Rightarrow \frac{L}{25} = \frac{M}{60} = \frac{N}{65}$

$\Rightarrow \frac{L}{5} = \frac{M}{12} = \frac{N}{13} \Rightarrow \frac{L}{5} = \frac{M}{12}$

$\Rightarrow 12L = 5M \therefore M = \frac{12}{5}L$ ..... (i)



আবার, $\frac{M}{12} = \frac{N}{13} \Rightarrow 13M = 12N$

$\Rightarrow \frac{13\cdot12}{5}L = 12N$ [(i) হতে]

$L = \left(\frac{5\times12}{13\times12}\right)N \therefore L = \frac{5}{13}N$ ..... (ii)

$\therefore \frac{L+M}{5+12} = \frac{N}{13} \Rightarrow \frac{51}{17} = \frac{N}{13} \Rightarrow N = 39$;

এখন N এর মান (ii) এ বসিয়ে পাই, $L = \frac{5}{13} \times 39$

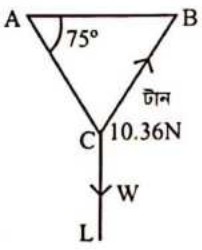
$\therefore L = 15$

L এর মান (i) এ বসিয়ে পাই, $M = \frac{12}{5} \times 15 \therefore M = 36$

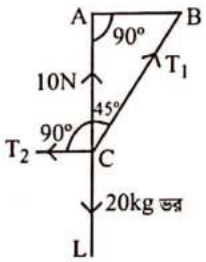
$\therefore$ L = 15 গ্রাম ওজন, M = 36 গ্রাম ওজন এবং N = 39 গ্রাম ওজন। **(Ans.)**

নিজে করো

07. [CB'19]



চিত্র-২



চিত্র-৩

প্রতিটি চিত্রে A ও B বিন্দুতে হাল্কা মসৃণ দড়ির দুই প্রান্ত বাঁধা যার ভেতর দিয়ে বিভিন্ন ওজন অবাধে গড়িয়ে চলতে পারে।

(খ) ২ নং চিত্রের ক্ষেত্রে W ওজন সাম্যাবস্থায় থাকলে W এর মান কত নিউটন নির্ণয় কর। **[Ans: 20.014N]**

(গ) ৩ নং চিত্রে C বিন্দুতে 20 kg ভরকে সাম্যাবস্থায় ঝুলানোর জন্য T_1 এবং T_2 এর মান কত হওয়া প্রয়োজন তা নিউটন এককে নির্ণয় কর। **[Ans: 263.044N]**

08. দৃশ্যকল্প-২: 17 সে.মি. দীর্ঘ একটি সুতার প্রান্তদ্বয় একই আনুভূমিক রেখায় 13 সে.মি. দূরে অবস্থিত দুটি বিন্দুতে আবদ্ধ আছে। সুতাটির এক প্রান্ত হতে 5 সে.মি. দূরে তার সাথে 3 কেজি ওজনের একটি বস্তু সংযুক্ত করা হলো। **[Din.B'19]**

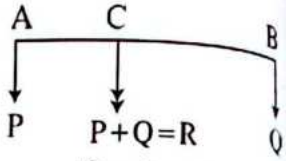
(গ) দৃশ্যকল্প-২ অনুযায়ী সুতাটির প্রত্যেক অংশের টান নির্ণয় কর। **[Ans: $\frac{15}{13}$ kg-wt; $\frac{36}{13}$ kg-wt]**

Educationblog24.com

Type-09: সদৃশ সমান্তরাল বল এর লব্ধি

Concept

সদৃশ সমান্তরাল বলের লব্ধি: P ও Q সদৃশ সমান্তরাল বলদ্বয় কোনো বস্তুর উপর যথাক্রমে A ও B বিন্দুতে ক্রিয়ারত থাকলে এদের লব্ধির মান হবে $R = P + Q$ যা এদের মধ্যবর্তী কোনো বিন্দু C (যা বৃহত্তর বলের নিকটবর্তী) তে কাজ করবে।



[চিত্রে P > Q]

(1) $P \cdot AC = Q \cdot BC \Rightarrow \frac{P}{BC} = \frac{Q}{AC} = \frac{P+Q}{AB} = \frac{R}{AB}$

(2) সূত্র হিসেবে মনে রাখতে পারো: (For MCQ)

(i) P ও Q দুইটি সদৃশ সমান্তরাল বল হলে, P এর ক্রিয়ারেখা সমান্তরাল রেখে তার ক্রিয়াবিন্দুকে x দূরত্বে সরালে লব্ধি $\frac{Px}{P+Q}$ দূরে সরে যাবে।

(ii) A ও B বিন্দুতে ক্রিয়ারত P ও Q দুইটি সদৃশ সমান্তরাল বল পরস্পর অবস্থান বিনিময় করলে লব্ধি $\frac{P-Q}{P+Q} \cdot AB$ দূরত্ব সরে যাবে।

সৃজনশীল প্রশ্ন (ক, খ ও গ)

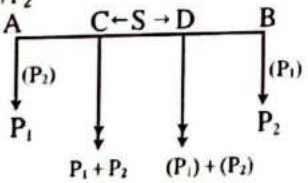
01. দৃশ্যকল্প-২: P_1 ও P_2 দুইটি সমমুখী সমান্তরাল বল একটি দৃঢ় বস্তুর A ও B বিন্দুতে ক্রিয়া করে এবং বলদ্বয় অবস্থান বিনিময় করলে তাদের লব্ধি AB বরাবর S দূরত্বে সরে যায়। [Ctg.B, CB'22; RB'21]

(গ) দৃশ্যকল্প-২ হতে দেখাও যে, $S = \frac{P_1 - P_2}{P_1 + P_2} AB$ যেখানে $P_1 > P_2$.

(গ) Sol^n: মনে করি, A ও B বিন্দুতে কার্যরত দুটি সদৃশ সমান্তরাল বলের লব্ধি $(P_1 + P_2)$ যা C বিন্দুতে ক্রিয়া করে।

$\therefore P_1 \cdot AC = P_2 \cdot BC \Rightarrow \frac{P_1}{BC} = \frac{P_2}{AC} = \frac{P_1+P_2}{AB}$

$\therefore AC = \frac{P_2}{P_1+P_2} \cdot AB \ldots\ldots\ldots$ (i)



আবার ধরি, বল দুটি স্থান বিনিময় করলে লব্ধি D বিন্দুতে ক্রিয়ারত হবে।

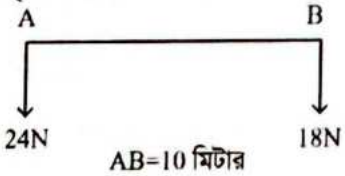
$\therefore P_2 \cdot AD = P_1 \cdot BD \Rightarrow \frac{P_2}{BD} = \frac{P_1}{AD} = \frac{P_1+P_2}{AB}$

$\therefore AD = \frac{P_1}{P_1+P_2} \cdot AB \ldots\ldots\ldots$ (ii)

(ii) − (i) $\Rightarrow AD - AC = \frac{P_1}{P_1+P_2} \cdot AB - \frac{P_2}{P_1+P_2} \cdot AB$

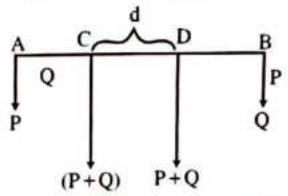
$\Rightarrow CD = \frac{P_1-P_2}{P_1+P_2} \cdot AB \therefore S = \frac{P_1-P_2}{P_1+P_2} AB$ (Showed)

02. দৃশ্যকল্প-১: [Ctg.B'22; MB'22]



(খ) দৃশ্যকল্প-১ এ নির্দেশিত সদৃশ, সমান্তরাল বলদ্বয় পরস্পর স্থান বিনিময় করলে লব্ধির ক্রিয়াবিন্দু AB বরাবর d দূরত্বে সরে যায়। প্রমাণ কর যে, $d = \frac{10}{7}$ মিটার।

(খ) Sol^n: মনে করি, $P = 24\ N, Q = 18\ N, AB = 10\ m$



মনে করি, P ও Q বলের লব্ধি (P + Q) বলটি C বিন্দুতে ক্রিয়ারত

অর্থাৎ $P \cdot AC = Q \cdot BC \Rightarrow \frac{P}{BC} = \frac{Q}{AC}$

অর্থাৎ, $\frac{P}{BC} = \frac{Q}{AC} = \frac{P+Q}{AB} \therefore AC = \frac{Q}{P+Q} \cdot AB \ldots\ldots\ldots$ (i)

আবার, বল দুটি স্থান বিনিময় করলে লব্ধি (P + Q) বলটি D বিন্দুতে ক্রিয়া করে। (ধরি)

অর্থাৎ, $Q \cdot AD = P \cdot BD \Rightarrow \frac{Q}{BD} = \frac{P}{AD}$

$\Rightarrow \frac{P}{AD} = \frac{Q}{BD} = \frac{P+Q}{AD+BD} \Rightarrow \frac{AD}{P} = \frac{AB}{P+Q}$

$\therefore AD = \frac{P}{P+Q} \cdot AB \ldots\ldots\ldots$ (ii)

এখন, (ii) − (i), $\Rightarrow AD - AC = \frac{P-Q}{P+Q} \cdot AB$

$\therefore d = \frac{P-Q}{P+Q} \cdot AB = \frac{24-18}{24+18} \times 10 \therefore d = \frac{10}{7}$ মিটার। (প্রমাণিত)

03. দৃশ্যকল্প-২: P ও Q মানের দুইটি সমমুখী সমান্তরাল বল একটি কঠিন বস্তুর উপর ক্রিয়া করছে। P বলটির ক্রিয়ারেখা সমান্তরাল রেখে তার ক্রিয়াবিন্দুকে Q এর দিকে b দূরত্বে সরানো হলো।

(গ) দৃশ্যকল্প-২ হতে দেখাও যে, বলদ্বয়ের লব্ধি $\frac{Pb}{P+Q}$ দূরে সরে যায়। [SB'22; BB'22; DB'19]

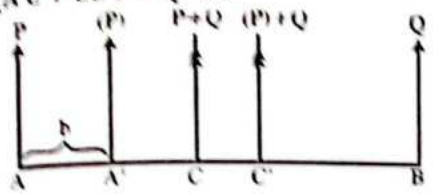
Educationblog24.com

(গ) Sol^n: মনে করি, A ও B বিন্দুতে ক্রিয়াশীল P ও Q দুইটি সদৃশ সমান্তরাল বলের লব্ধির ক্রিয়াবিন্দু C হলে,

$P \cdot AC = Q \cdot BC$ ..... (i)

আবার, P বলটির ক্রিয়ারেখা সমান্তরালে রেখে ক্রিয়াবিন্দুকে Q এর দিকে b দূরত্বে সরিয়ে A' এ আনলে যদি লব্ধির ক্রিয়াবিন্দু C' হয় তবে $P \cdot A'C' = Q \cdot BC'$

$\Rightarrow P(A'C + CC') = Q \cdot BC'$



$\Rightarrow P(AC - AA') + P \cdot CC' = Q \cdot BC'$

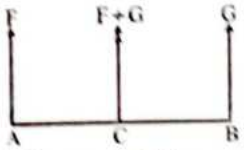
$\Rightarrow P \cdot AC - P \cdot AA' + P \cdot CC' = Q(BC - CC')$

$\Rightarrow P \cdot AC - P \cdot AA' + P \cdot CC' = Q \cdot BC - Q \cdot CC'$

$\Rightarrow P \cdot AA' = P \cdot CC' + Q \cdot CC'$ [(i) হতে]

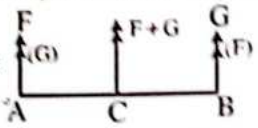
$\Rightarrow P \cdot b = (P + Q) \cdot CC' \therefore CC' = \frac{Pb}{P+Q}$ (Showed)

১১ [CB'22]



(খ) উদ্দীপকে উল্লিখিত সমান্তরাল বলদ্বয়ের ক্রিয়াবিন্দুর অবস্থান বিনিময় করলেও যদি তাদের লব্ধির ক্রিয়াবিন্দুর অবস্থান অপরিবর্তিত থাকে তবে দেখাও যে, F = G.

(খ) Sol^n:



১ম ক্ষেত্রে, $F \cdot AC = G \cdot BC$

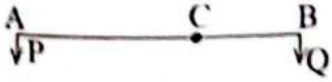
$\Rightarrow \frac{F}{BC} = \frac{G}{AC} \Rightarrow \frac{AC}{BC} = \frac{G}{F}$ ..... (i)

২য় ক্ষেত্রে, $G \cdot AC = F \cdot BC \Rightarrow \frac{G}{F} = \frac{BC}{AC}$

$\Rightarrow \frac{AC}{BC} = \frac{F}{G} \Rightarrow \frac{G}{F} = \frac{F}{G}$ [(i) হতে]

$\Rightarrow F^2 = G^2 \therefore F = G$ (Showed)

১২ [DB'17]



(খ) P কে (R + 3) পরিমাণে এবং Q কে (S + 2) পরিমাণে বৃদ্ধি করলেও লব্ধি C বিন্দুতে ক্রিয়া করে। আবার P, Q এর পরিবর্তে যথাক্রমে Q, (R + 3) ক্রিয়া করলেও লব্ধি C বিন্দুতে ক্রিয়া করে। প্রমাণ কর যে, $R = S + \frac{(Q-R-3)^2}{P-Q} - 1$

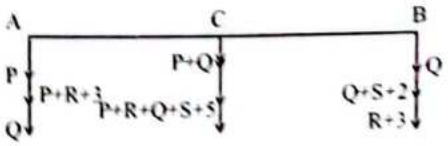
(খ) Sol^n: মনে করি, A ও B বিন্দুতে ক্রিয়ারত যথাক্রমে সদৃশ সমান্তরাল বল P, Q এর লব্ধি C বিন্দুতে ক্রিয়া করে।

সুতরাং আমরা পাই, $P \cdot AC = Q \cdot BC$ ..... (i)

প্রদত্ত বলদ্বয়কে যথাক্রমে (R + 3) ও (S + 2) পরিমাণে বৃদ্ধি করলে A ও B বিন্দুতে ক্রিয়ারত সদৃশ সমান্তরাল বলদ্বয়ের মান হয় যথাক্রমে (P + R + 3) ও (Q + S + 2) এবং এদের লব্ধিও C বিন্দুগামী হয়।

সুতরাং আমরা পাই, $(P + R + 3)AC = (Q + S + 2)BC$ ..... (ii)

আবার, A ও B বিন্দুতে ক্রিয়ারত বলদ্বয়কে যথাক্রমে Q ও (R + 3) দ্বারা প্রতিস্থাপন করলেও লব্ধির ক্রিয়াবিন্দু অপরিবর্তিত থাকে।



সুতরাং আমরা পাই, $Q \cdot AC = (R + 3) \cdot BC$ ..... (iii)

সমীকরণ (i) ÷ (iii) হতে পাই $\Rightarrow \frac{P}{Q} = \frac{Q}{R+3}$

$\Rightarrow \frac{P}{Q} = \frac{Q}{R+3} = \frac{P-Q}{Q-R-3}$ ..... (iv)

আবার, (ii) − (i) $\Rightarrow (R + 3)AC = (S + 2)BC$ ..... (v)

আবার, (iii) ÷ (v) $\Rightarrow \frac{Q}{R+3} = \frac{R+3}{S+2}$

$\Rightarrow \frac{Q}{R+3} = \frac{R+3}{S+2} = \frac{Q-R-3}{R-S+1}$ ..... (vi)

(iv) ও (vi) নং সমীকরণ থেকে পাই,

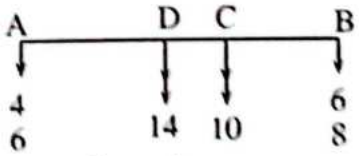
$\frac{P-Q}{Q-R-3} = \frac{Q-R-3}{R-S+1} \Rightarrow R - S + 1 = \frac{(Q-R-3)^2}{P-Q}$

$\therefore R = S + \frac{(Q-R-3)^2}{P-Q} - 1$ (প্রমাণিত)।

১৩ দৃশ্যকল্প-২: P_1 এবং P_2 দুইটি সদৃশ সমান্তরাল বল যথাক্রমে A ও B বিন্দুতে ক্রিয়াশীল। [BB'17]

(গ) দৃশ্যকল্প-২ এ, $P_1 = 4$, $P_2 = 6$ হলে এবং বল দুইটির প্রত্যেককে 2 একক পরিমাণে বৃদ্ধি করলে লব্ধির সরণ নির্ণয় কর।

(গ) Sol^n:



মনে করি, A ও B বিন্দুতে ক্রিয়ারত যথাক্রমে $P_1 = 4$ একক ও $P_2 = 6$ একক বলদ্বয়ের লব্ধি C বিন্দুতে ক্রিয়াশীল।

অতএব, $\frac{AC}{6} = \frac{BC}{4} = \frac{AC+BC}{6+4} = \frac{AB}{10} \Rightarrow AC = \frac{6}{10}AB$

$\Rightarrow AC = \frac{3AB}{5}$ ..... (i)

দ্বিতীয় ক্ষেত্রে, প্রত্যেকের সাথে 2 একক পরিমাণে বল বৃদ্ধির ফলে লব্ধি D বিন্দুতে ক্রিয়া করলে, $\frac{AD}{8} = \frac{BD}{6} = \frac{AD+BD}{8+6} = \frac{AB}{14}$

$\Rightarrow AD = \frac{8}{14}AB \Rightarrow AD = \frac{4AB}{7}$ ..... (ii)

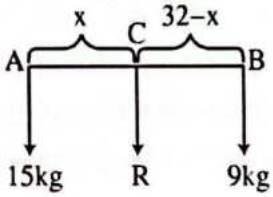
(i) − (ii) $\Rightarrow AC - AD = \left(\frac{3}{5} - \frac{4}{7}\right)AB \Rightarrow CD = \frac{AB}{35}$

$\therefore$ লব্ধির সরণ $= \frac{\text{বলদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব}}{35}$ (Ans.)

Educationblog24.com

07. (ক) 32cm ব্যবধানে দুটি বিন্দুতে 15kg ও 9kg ওজনের দুটি সদৃশ সমান্তরাল বল কার্যরত আছে। উহাদের লব্ধি ও প্রয়োগ বিন্দু নির্ণয় কর। [চুয়াডাঙ্গা সরকারি কলেজ]

(ক) Sol^{n}:



দুটি সদৃশ সমান্তরাল বলদ্বয়ের লব্ধি,

$R = (15 + 9)kg = 24kg.$ (Ans.)

এখন, $AC \times 15 = BC \times 9$

$\Rightarrow x \times 15 = (32 - x) \times 9$

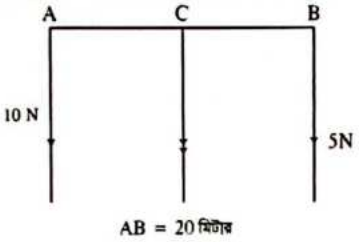
$\Rightarrow 15x = 32 \times 9 - 9x \Rightarrow 24x = 32 \times 9$

$\Rightarrow x = \frac{32 \times 9}{24} \therefore x = 12$

সুতরাং, প্রয়োগবিন্দু A থেকে 12cm দূরে অবস্থিত। (Ans.)

নিজে করো

08. দৃশ্যকল্প-২:

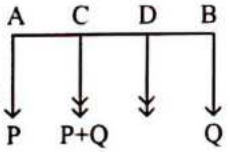


[MB'22]

(গ) দৃশ্যকল্প-২ এ বলদ্বয় স্থান বিনিময় করলে তাদের লব্ধি AB বরাবর কত মিটার দূরে সরে যাবে তা নির্ণয় কর।

[Ans: $d = \frac{20}{3}$ মিটার।]

09. দৃশ্যকল্প-২:



P>Q এবং AC=CD=BD

[DB'21]

(গ) দৃশ্যকল্প-২ এর আলোকে বলদ্বয়ের লব্ধি C বিন্দুতে এবং বলদ্বয় পরস্পর স্থান বিনিময় করলে লব্ধি D বিন্দুতে ক্রিয়াশীল হলে প্রমাণ কর যে, P: Q = 2: 1.

10. দৃশ্যকল্প-১: 16N ও 12N দুইটি সমমুখী সমান্তরাল একটি কঠিন বস্তুর উপর যথাক্রমে L ও M বিন্দুতে ক্রিয়ারত আছে।

(গ) দৃশ্যকল্প-১ হতে বলদ্বয় অবস্থান বিনিময় করলে LM বরাবর তাদের লব্ধির সরণ নির্ণয় কর।

[JB'21; Ctg.B'19] [Ans: $y - x = \frac{1}{7}a$]

11. (ক) 10N ও 5N দুইটি সমমুখী সমান্তরাল বল A ও B বিন্দুতে ক্রিয়া করে। 10N বলটির ক্রিয়ারেখা সমান্তরাল রেখে তার ক্রিয়া বিন্দুকে B বিন্দুর দিকে 2 সে.মি. দূরত্বে সরালে লব্ধি কত দূরত্বে সরে যাবে? [হলি ক্রস কলেজ, ঢাকা]

[Ans: $\frac{4}{3}$ cm]

Type-10: সদৃশ সমান্তরাল বলের ক্ষেত্রে ত্রিভুজ

Concept

এসব ক্ষেত্রে সমান্তরাল বলের Concept এবং ত্রিভুজের গুণাবলি ব্যবহার করে হিসাব করতে হবে।

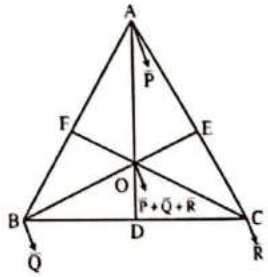
ΔABC এর A, B, C তে তিনটি সমমুখী সমান্তরাল বল $\vec{P}, \vec{Q}, \vec{R}$ ক্রিয়া করলে এবং লব্ধি O বিন্দুগামী হলে:

(i) O বিন্দু ভরকেন্দ্র হলে, P = Q = R

(ii) O বিন্দু লম্ববিন্দু হলে, P : Q : R = tan A : tan B : tan C

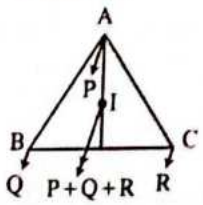
(iii) O বিন্দু অন্তঃকেন্দ্র হলে, P : Q : R = sinA : sinB : sinC

(iv) O বিন্দু পরিকেন্দ্র হলে, P : Q : R = sin 2A : sin2B : sin2C



সৃজনশীল প্রশ্ন (ক, খ ও গ)

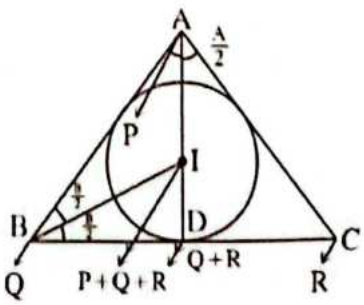
01. উদ্দীপক-২:



[DB'23, 22; JB, RB'21; CB'17]

(গ) উদ্দীপক-২ এর বলত্রয় সদৃশ সমান্তরাল এবং I বিন্দুটি ত্রিভুজের অন্তঃকেন্দ্র হলে, প্রমাণ কর যে, P: Q: R = a: b: c

(গ) Sol^{n}:



Educationblog24.com

Q ও R সদৃশ সমান্তরাল বলদ্বয়ের লব্ধি Q + R, BC রেখার কোথাও ক্রিয়াশীল হবে। আবার, P ও Q + R বলদ্বয়ের লব্ধি (অবশ্যই সদৃশ সমান্তরাল) চিত্রমতে I বিন্দুতে P + Q + R হিসেবে ক্রিয়াশীল। অর্থাৎ Q + R, অবশ্যই BC ও AD এর ছেদবিন্দু D তে ক্রিয়াশীল।

এখন, $Q \cdot BD = R \cdot CD$

$\Rightarrow Q \cdot \frac{BD}{AD} = R \cdot \frac{CD}{AD}$

$\Rightarrow Q \cdot \frac{\sin\frac{A}{2}}{\sin B} = R \cdot \frac{\sin\frac{A}{2}}{\sin C}$

$\Rightarrow \frac{Q}{\sin B} = \frac{R}{\sin C}$

অনুরূপভাবে, $\frac{R}{\sin C} = \frac{P}{\sin A}$

ΔABD এ,

$\frac{BD}{\sin\angle BAD} = \frac{AD}{\sin\angle ABD}$

$\Rightarrow \frac{BD}{\sin\frac{A}{2}} = \frac{AD}{\sin B}$

$\therefore \frac{BD}{AD} = \frac{\sin\frac{A}{2}}{\sin B}$

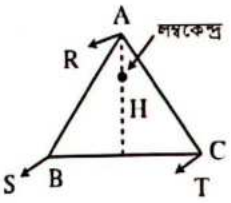
অনুরূপভাবে, $\frac{CD}{AD} = \frac{\sin\frac{A}{2}}{\sin C}$

অর্থাৎ, $\frac{P}{\sin A} = \frac{Q}{\sin B} = \frac{R}{\sin C} \Rightarrow \frac{2R' \cdot P}{a} = \frac{2R' \cdot Q}{b} = \frac{2R' \cdot R}{c}$

[sine সূত্র অনুসারে যেখানে R′ = পরিব্যাসার্ধ]

P: Q: R = a: b: c (প্রমাণিত)

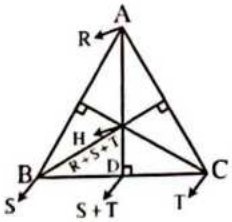
02. [Ctg.B'23; SB'21]



চিত্র-১

(খ) ১নং চিত্রে R, S, T বলত্রয়ের লব্ধি H বিন্দুগামী হলে প্রমাণ কর যে, $\frac{R}{\tan A} = \frac{S}{\tan B} = \frac{T}{\tan C}$

(খ) Sol^n:



এখানে, H লম্ববিন্দু এবং R, S, T বলত্রয়ের লব্ধি H বিন্দুগামী।

$\therefore$ AD ⊥ BC; S ও T বলের লব্ধি (S + T)। বলটি BC রেখাস্থ কোনো বিন্দুতে ক্রিয়া করে। আবার R বলটি A বিন্দুতে এবং বলত্রয়ের লব্ধি H বিন্দুতে ক্রিয়া করে। কাজেই, (S + T) বলটি AD এবং BC-এর ছেদবিন্দু D -তে অবশ্যই ক্রিয়া করবে।

$\therefore S \cdot BD = T \cdot CD \Rightarrow S \cdot \frac{BD}{AD} = T \cdot \frac{CD}{AD}$

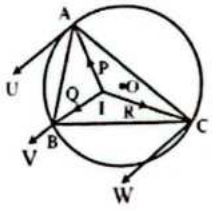
$\Rightarrow S \cdot \cot B = T \cot C$

অনুরূপভাবে, $R \cot A = S \cot B$

সুতরাং, $R \cot A = S \cot B = T \cot C$

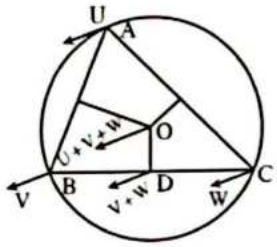
$\Rightarrow \frac{R}{\tan A} = \frac{S}{\tan B} = \frac{T}{\tan C}$ (প্রমাণিত)

03. [BB'23]



(গ) উদ্দীপকের P, Q, R বলগুলো ক্রিয়া না করলে, শুধুমাত্র A, B, C বিন্দুতে ক্রিয়ারত U, V, W মানের সদৃশ, সমান্তরাল বলের লব্ধি পরিকেন্দ্র O গামী হলে প্রমাণ কর যে, U: V: W = a cos A : b cos B : c cos C.

(গ) Sol^n:



A, B, C বিন্দুতে ক্রিয়ারত যথাক্রমে U, V, W এর লব্ধি U + V + W, ΔABC এর পরিকেন্দ্র O বিন্দুগামী হতে হলে, B ও C বিন্দুতে ক্রিয়ারত V এবং W বলের লব্ধি V + W অবশ্যই AD ও BC এর ছেদবিন্দু D বিন্দুগামী হতে হবে।

$\therefore V \cdot BD = W \cdot CD \Rightarrow V \cdot \frac{BD}{OD} = W \cdot \frac{CD}{OD}$

$\Rightarrow V \cdot \frac{\sin\angle BOD}{\sin\angle OBD} = W \cdot \frac{\sin\angle COD}{\sin\angle OCD}$

$\Rightarrow V\frac{\sin(\pi - \angle AOB)}{\sin\angle OBD} = W\frac{\sin(\pi - \angle AOC)}{\sin\angle OBD}$

[OB = OC (একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ) $\therefore \angle OBD = \angle OCD$]

$\Rightarrow V \sin(\pi - 2C) = W \sin(\pi - 2B)$

[কেন্দ্রস্থ কোণ বৃত্তস্থ কোণের দ্বিগুণ]

$\Rightarrow V \sin 2C = W \sin 2B \Rightarrow \frac{V}{\sin 2B} = \frac{W}{\sin 2C}$

অনুরূপভাবে প্রমাণ করা যায়, $\frac{U}{\sin 2A} = \frac{V}{\sin 2B}$

$\therefore \frac{U}{\sin 2A} = \frac{V}{\sin 2B} = \frac{W}{\sin 2C}$

$\Rightarrow \frac{U}{2\sin A\cos A} = \frac{V}{2\sin B\cos B} = \frac{W}{2\sin C\cos C}$

$\Rightarrow \frac{U}{2\frac{a}{2R}\cos A} = \frac{V}{2\frac{b}{2R}\cos B} = \frac{W}{2\frac{c}{2R}\cos C}$

$\Rightarrow \frac{U}{a\cos A} = \frac{V}{b\cos B} = \frac{W}{c\cos C}$

$\Rightarrow U: V: W = a\cos A : b\cos B : c\cos C$ (প্রমাণিত)

04. দৃশ্যকল্প-১: [BB'21]

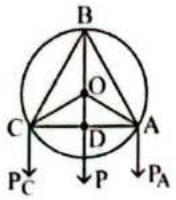
(খ) দৃশ্যকল্প-১ এর আলোকে প্রমাণ কর যে, C ও A বিন্দুতে P বলের সমান্তরাল অংশকদ্বয়ের অনুপাত sin 2C : sin 2A.

Educationblog24.com

(খ) Sol^n: এখানে $OA = OB = OC = r$ এবং $\angle BOC = 2A$, $\angle AOB = 2C$, $\angle AOC = 2B$

[$\because$ কেন্দ্রস্থ কোণ বৃত্তস্থ কোণের দ্বিগুণ]

O, A ও O, C যোগ করি। ধরি, A ও C বিন্দুতে সমান্তরাল অংশকদ্বয় যথাক্রমে P_A ও P_C



এখানে, $\frac{AD}{CD} = \frac{\Delta ABD \text{ এর ক্ষেত্রফল}}{\Delta BCD \text{ এর ক্ষেত্রফল}} = \frac{\Delta AOD \text{ এর ক্ষেত্রফল}}{\Delta COD \text{ এর ক্ষেত্রফল}}$

$\Rightarrow \frac{AD}{CD} = \frac{\Delta ABD \text{ এর ক্ষেত্রফল} - \Delta AOD \text{ এর ক্ষেত্রফল}}{\Delta BCD \text{ এর ক্ষেত্রফল} - \Delta COD \text{ এর ক্ষেত্রফল}} = \frac{\Delta AOB \text{ এর ক্ষেত্রফল}}{\Delta BOC \text{ এর ক্ষেত্রফল}}$

$\Rightarrow \frac{AD}{CD} = \frac{\frac{1}{2} \times r^2 \sin \angle AOB}{\frac{1}{2} \times r^2 \sin \angle BOC} = \frac{\sin 2C}{\sin 2A}$

আবার, $P_A \times AD = P_C \times CD \Rightarrow \frac{P_A}{P_C} = \frac{CD}{AD} = \frac{\sin 2A}{\sin 2C}$

(Proved)

05. **দৃশ্যকল্প-১: একটি কাঁঠাল গাছের তিনটি ডালের A, B, C বিন্দুতে যথাক্রমে 8kg, 7kg ও 5kg ওজনের তিনটি কাঁঠাল ঝুলছে।** [MB'21]

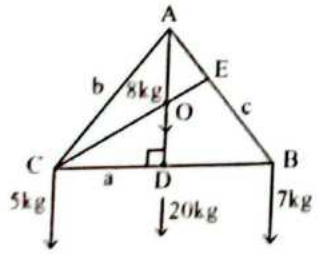
(খ) দৃশ্যকল্প-১ এ কাঁঠালগুলোর ওজনের লব্ধি ABC ত্রিভুজের লম্ববিন্দুগামী হলে দেখাও যে,

$\cos A : \cos B : \cos C = 35 : 50 : 28$

যেখানে $a = 4, b = 5, c = 2$.

(খ) Sol^n: লব্ধি বল 20 kg এবং A বিন্দু থেকে 8kg ওজনের বল AD বরাবর ক্রিয়ারত।

$\therefore$ 7kg ও 5kg বলের লব্ধি D বিন্দুতে ক্রিয়ারত।



$\therefore 5 \times CD = 7 \times BD$

$\Rightarrow 5 \times AC \times \cos C = 7 \times AB \times \cos B$

$\Rightarrow 5b \cos C = 7c \cos B \Rightarrow \cos B : \cos C = 5b : 7c$

$\Rightarrow \cos B : \cos C = 25 : 14 \ldots\ldots\ldots$ (i)

একইভাবে, $8 \times AE = 7 \times BE$

$\Rightarrow 8 \times AC \times \cos A = 7 \times BC \times \cos B$

$\Rightarrow 8b \cos A = 7a \cos B \Rightarrow \cos A : \cos B = 28 : 40$

$\Rightarrow \cos A : \cos B = 7 : 10 \ldots\ldots\ldots$ (ii)

(i) $\Rightarrow \cos B : \cos C = 25 : 14$

$\Rightarrow \cos B : \cos C = (25 \times 2) : (14 \times 2)$

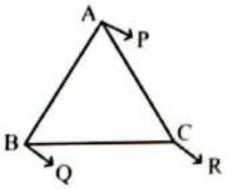
$\Rightarrow \cos B : \cos C = 50 : 28 \ldots\ldots\ldots$ (iii)

(ii) $\Rightarrow \cos A : \cos B = (7 \times 5) : (10 \times 5)$

$\Rightarrow \cos A : \cos B = 35 : 50 \ldots\ldots\ldots$ (iv)

(iii) & (iv) $\Rightarrow \cos A : \cos B : \cos C = 35 : 50 : 28$ **(Showed**

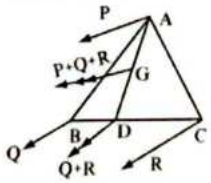
06. [CB'21; DB, SB, JB, Din.B'18



P, Q, R বলত্রয় সমমুখী সমান্তরালভাবে ক্রিয়ারত।

(গ) বলত্রয়ের লব্ধি ΔABC এর ভরকেন্দ্রগামী হলে P, Q এবং R বলের মধ্যে সম্পর্ক স্থাপন কর।

(গ) Sol^n: ধরি, ভরকেন্দ্র G; AG কে বর্ধিত করলে তা BC কে D বিন্দুতে ছেদ করে। এই Q ও R এর লব্ধি Q + R, D বিন্দুতে ক্রিয়া করতে বাধ্য।



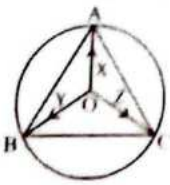
$\therefore Q \cdot BD = R \cdot CD \Rightarrow \frac{Q}{R} = \frac{CD}{BD}$ [$\because$ D, BC এর মধ্যবিন্দু]

$\Rightarrow \frac{Q}{R} = 1 \therefore Q = R$;

অনুরূপভাবে, $P = Q \therefore P = Q = R$ **(Ans.)**

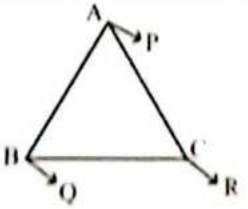
নিজে করো

07. O হলো বৃত্তটির কেন্দ্র। [SB'19]



(গ) যদি X, Y, Z মানের বলত্রয় যথাক্রমে A, B, C বিন্দুতে সদৃশ সমান্তরালভাবে ক্রিয়া করে, তবে এদের লব্ধি O বিন্দুগামী হয়। দেখাও যে, $X \operatorname{cosec} 2A = Y \operatorname{cosec} 2B = Z \operatorname{cosec} 2C$.

08. [DB, SB, JB, Din.B'18]



P, Q, R বলত্রয় সমমুখী সমান্তরালভাবে ক্রিয়ারত।

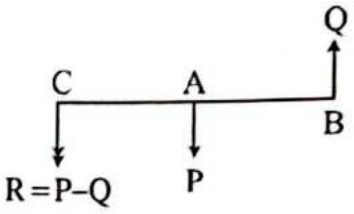
(খ) বলত্রয়ের লব্ধি ΔABC এর অন্তঃকেন্দ্রগামী হলে, দেখাও যে, $P : Q : R = \sin A : \sin B : \sin C$.

Educationblog24.com

Type-11: অসদৃশ/বিসদৃশ সমান্তরাল বলের লব্ধি নির্ণয়ের সূত্র

Concept

P ও Q বিসদৃশ সমান্তরাল বলদ্বয় কোনো বস্তুর উপর যথাক্রমে A ও B বিন্দুতে ক্রিয়া করলে এদের লব্ধির মান হবে, $R = P \sim Q$ যা AB রেখাংশের বর্ধিতাংশে C বিন্দুতে ক্রিয়া করবে (C বিন্দু বৃহত্তর বলের নিকটবর্তী হবে)।



চিত্রে, $P > Q$

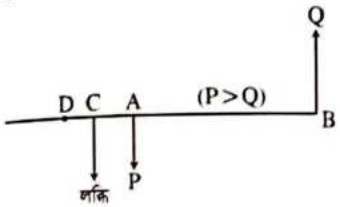
$P \cdot AC = Q \cdot BC \Rightarrow \frac{P}{BC} = \frac{Q}{AC} = \frac{P \sim Q}{AB} = \frac{R}{AB}$

P ও Q দুইটি বিসদৃশ সমান্তরাল বল A ও B তে ক্রিয়ারত হলে, এদেরকে x একক করে বাড়ালে লব্ধি $\frac{x}{P-Q} \cdot AB$ দূরত্ব সরে যাবে।

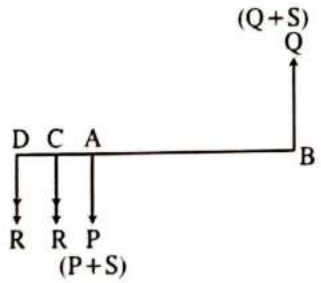
[MCQ এর জন্য মনে রাখতে পারো]

সৃজনশীল প্রশ্ন (ক, খ ও গ)

01. দৃশ্যকল্প-২: [SB, CB'23; Ctg.B'21]



(গ) দৃশ্যকল্প-২ এ P ও Q বল দুটিকে S পরিমাণে বৃদ্ধি করলে যদি লব্ধি C বিন্দু হতে D বিন্দুতে স্থানান্তরিত হয়, তবে দেখাও যে, $CD = \frac{S}{P-Q} AB$.



(গ) Sol^n:

ধরি, P ও Q বিসদৃশ সমান্তরাল বলদ্বয়ের লব্ধি R, C বিন্দুতে ক্রিয়াশীল ছিল। S পরিমাণে বলদ্বয়কে বৃদ্ধি করলে (P + S) ও (Q + S) এর লব্ধি D তে ক্রিয়া করে।

প্রথম ক্ষেত্রে: $P \times AC = Q \times BC$

$\Rightarrow \frac{P}{BC} = \frac{Q}{AC} = \frac{P-Q}{BC-AC} = \frac{P-Q}{AB}$ ..... (i)

দ্বিতীয় ক্ষেত্রে: $(P + S) \times AD = (Q + S) \times BD$

$\Rightarrow \frac{P+S}{BD} = \frac{Q+S}{AD} = \frac{(P+S)-(Q+S)}{BD-AD} = \frac{P-Q}{AB}$ ..... (ii)

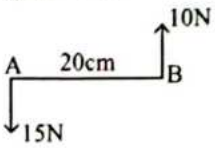
চিত্রমতে, $CD = BD - BC = (P + S) \times \frac{AB}{P-Q} - P \times \frac{AB}{P-Q}$

[(i) ও (ii) হতে]

$= \frac{AB}{P-Q}(P + S - P)$

$\therefore CD = \frac{S}{P-Q} AB$ **(Showed)**

02. দৃশ্যকল্প-২: [DB'21]

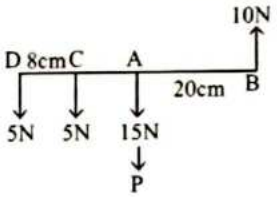


(গ) দৃশ্যকল্প-২ এর আলোকে বলদ্বয়ের প্রত্যেকের সাথে সমপরিমাণ কত বল যোগ করলে নতুন লব্ধি পূর্বের লব্ধি থেকে 8 cm দূরে সরে যাবে?

(গ) Sol^n: ১ম ক্ষেত্রে, $10 \times (20 + AC) = 15 \times AC$

$\Rightarrow 2(20 + AC) = 3AC \Rightarrow 40 + 2AC = 3AC$

$\Rightarrow AC = 40$ cm $\therefore AD = 48$ cm



এখন, $(10 + P) \times 68 = (15 + P) \times 48$

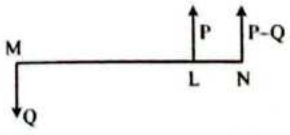
$\Rightarrow 680 + 68P = 720 + 48P \Rightarrow 20P = 40 \therefore P = 2$

$\therefore$ অতিরিক্ত 2N বল যোগ করতে হবে।

Shortcut: লব্ধির সরণ $= \frac{\text{প্রযুক্ত বলের মোমেন্ট}}{\text{লব্ধি}}$

$\Rightarrow 8 = \frac{P \times 20}{5} \Rightarrow P = 2N$ **(Ans.)**

03. (ক) P ও Q (যখন $P > Q$) অসদৃশ সমান্তরাল বল দুটি যথাক্রমে L ও M বিন্দুতে কার্যরত হলে, প্রমাণ কর যে, তাদের লব্ধির ক্রিয়াবিন্দু $\frac{Q}{P-Q}$ LM দূরত্বে কার্যরত হবে। [SB'21]



(ক) Sol^n:

শর্তমতে, $P \times LN = Q(LM + LN)$

$\Rightarrow P \times LN = Q \times LM + Q \times LN$

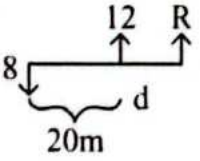
$\Rightarrow LN = \frac{Q}{P-Q} \times LM$ **(Proved)**

40

Educationblog24.com

04. (ক) একটি বস্তুর উপর পরস্পর 20 মিটার দূরত্বে ক্রিয়াশীল বিসদৃশ, সমান্তরাল বল 8N ও 12N এর লব্ধির ক্রিয়াবিন্দু নির্ণয় কর। [BB'21]

(ক) Sol^n:



ধরি লব্ধি 12N বল থেকে d দূরত্বে ক্রিয়া করে।

$\therefore 8(20 + d) = 12d \Rightarrow 4d = 8 \times 20 \Rightarrow d = 40$ m

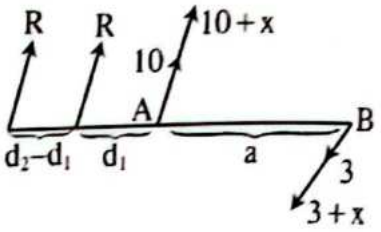
$\therefore$ 8N বল থেকে দূরত্ব $(40 + 20)$m $= 60$ m **(Ans.)**

05. দৃশ্যকল্প-২: দুটি অসদৃশ সমান্তরাল বল 10 একক এবং 3 একক যথাক্রমে একটি বস্তুর A ও B বিন্দুতে ক্রিয়া করছে। [CB'21]

(গ) দৃশ্যকল্প-২ এ যদি AB = a একক এবং উভয় বলকে যদি x পরিমাণ বৃদ্ধি করা হয় তাহলে দেখাও যে, তাদের লব্ধি $\frac{ax}{7}$ দূরত্বে সরে যাবে।

(গ) Sol^n: লব্ধি $R = (10 - 3) = 7$ একক।

A হতে লব্ধির দূরত্ব d_1 হলে $\frac{d_1}{3} = \frac{a}{7} \Rightarrow d_1 = \frac{3a}{7}$



উভয় বলকে x পরিমাণ বাড়ালে লব্ধি

$\{(10 + x) - (3 + x)\}$ একক $= 7$ একক

A হতে নতুন লব্ধির দূরত্ব d_2 হলে,

$\frac{d_2}{3+x} = \frac{a}{7} \Rightarrow d_2 = \frac{3a}{7} + \frac{ax}{7}$

$\therefore$ লব্ধি সরে যাবে $d_2 - d_1 = \left(\frac{3a}{7} + \frac{ax}{7}\right) - \frac{3a}{7} = \frac{ax}{7}$ **(Showed)**

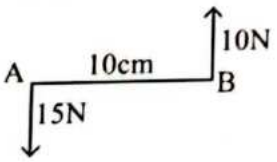
নিজে করো

06. (ক) 15N এবং 20N ওজনের দুইটি অসদৃশ সমান্তরাল বল দুইটি বিন্দুতে ক্রিয়ারত থাকলে, তাদের লব্ধি কত? [JB'22] **[Ans: 5N]**

07. দৃশ্যকল্প-২: P ও Q দুটি সদৃশ সমান্তরাল বল। [SB'21]

(গ) দৃশ্যকল্প-২ এর P বলটির ক্রিয়ারেখা সমান্তরাল রেখে তার ক্রিয়ারেখা d দূরত্বে সরালে, দেখাও যে, এদের লব্ধির ক্রিয়াবিন্দু $\frac{Pd}{P+Q}$ দূরত্বে সরে যাবে।

08. দৃশ্যকল্প-১:



[Din.B'21]

(খ) দৃশ্যকল্প-১ এর বল দুটির সাথে সমমানের কত বল যোগ করলে নতুন লব্ধির ক্রিয়াবিন্দু 5cm দূরে সরে যাবে?

09. দৃশ্যকল্প-২: 5N ও 3N মানের বিপরীতমুখী দুইটি সমান্তরাল ব যথাক্রমে A ও B বিন্দুতে ক্রিয়াশীল, যেখানে AB = 10 সে.মি. [RB'19

(গ) দৃশ্যকল্প-২ এ, প্রত্যেক বলের মান যদি 3N করে বৃদ্ধি কর হয়, তবে লব্ধির ক্রিয়াবিন্দু কত দূরত্বে সরে যায়? **[Ans: 15cm]**

10.

[BB'19; DB, Din.B'17

(গ) উদ্দীপকে উল্লিখিত বলদ্বয়ের সমতলে x দূরত্বের ব্যবধানে R মানের দুইটি অসদৃশ সমান্তরাল বল প্রয়োগ করা হলো। প্রমাণ কর যে, এদের লব্ধি $\frac{xR}{P+Q}$ দূরত্বে সরে যাবে।

11. দৃশ্যকল্প-২: 20 সে.মি. ব্যবধানে একটি সুষম হালকা দণ্ডের দুই প্রান্তে 8N ও 4N মানের বিপরীতমুখী দুইটি সমান্তরাল বল ক্রিয় করে। [JB'17]

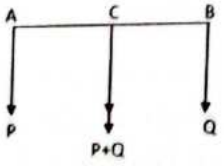
(গ) দৃশ্যকল্প-২ প্রত্যেক বলের মান 4N করে বৃদ্ধি করা হলে লব্ধির ক্রিয়াবিন্দু কত দূরত্বে সরে যাবে? **[Ans: 20 সে.মি.]**

Type-12: সমান্তরাল বলের লব্ধি নির্ণয় এর সূত্র প্রয়োগ করে চাপ ও প্রতিক্রিয়া বল নির্ণয়

Concept

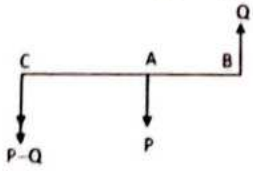
সদৃশ বা সমমুখ সমান্তরাল বলের লব্ধি:

(i) $P \cdot AC = Q \cdot BC \Rightarrow \frac{P}{BC} = \frac{Q}{AC} = \frac{P+Q}{AB}$



অসমান, বিসদৃশ বা বিপরীতমুখী সমান্তরাল বলের লব্ধি:

(i) $P \cdot AC = Q \cdot BC \Rightarrow \frac{P}{BC} = \frac{Q}{AC} = \frac{P-Q}{AB}$



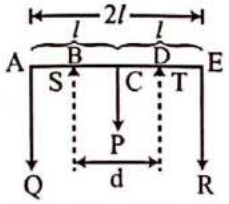
Educationblog24.com

সৃজনশীল প্রশ্ন (ক, খ ও গ)

01. দৃশ্যকল্প-২: $2l$ দীর্ঘ এবং P ওজনবিশিষ্ট একটি সুষম তক্তা d দূরত্বে অবস্থিত দুইটি খুঁটির উপর আনুভূমিক ভাবে অবস্থিত। একে না উল্টিয়ে এর দুই প্রান্তে পর্যায়ক্রমে Q এবং R ওজন ঝুলানো যায়। [RB'23]

(গ) দৃশ্যকল্প-২ থেকে প্রমাণ কর যে, $\frac{Q}{P+Q}+\frac{R}{P+R}=\frac{d}{l}$।

(গ) **Sol^n:** ধরি, A ও C বিন্দুতে ক্রিয়ারত Q ও P বলের লব্ধি B বিন্দুতে ক্রিয়ারত।



$\therefore Q \cdot AB = P \cdot BC \Rightarrow \frac{Q}{P}=\frac{BC}{AB} \Rightarrow \frac{Q}{P+Q}=\frac{BC}{AB+BC}$

$\Rightarrow \frac{Q}{P+Q}=\frac{BC}{l} \Rightarrow BC=\frac{Ql}{P+Q}$ ..... (i)

আবার, C ও E বিন্দুতে ক্রিয়ারত P ও R বলের লব্ধি D বিন্দুতে ক্রিয়ারত।

$\therefore P \cdot CD = R \cdot DE$

$\Rightarrow \frac{R}{P}=\frac{CD}{DE} \Rightarrow \frac{R}{P+R}=\frac{CD}{CD+DE}$

$\Rightarrow \frac{R}{P+R} \times l = CD$ ..... (ii)

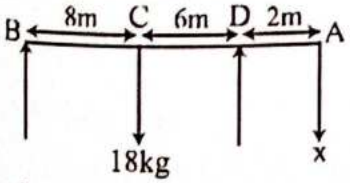
(i) + (ii) করে পাই, $BC + CD = l\left(\frac{Q}{P+Q}+\frac{R}{P+R}\right)$

$\Rightarrow \frac{d}{l}=\frac{Q}{P+Q}+\frac{R}{P+R}$ **(Proved)**

02. দৃশ্যকল্প-২: 16 মিটার দীর্ঘ 18 কেজি ওজনের একটি সুষম তক্তা দুইটি খুঁটির উপর আনুভূমিকভাবে স্থির আছে। একটি খুঁটি A প্রান্ত হতে 2 মিটার ভিতরে অবস্থিত। [Din.B'23]

(গ) দৃশ্যকল্প-২ হতে একজন বালক তক্তাটিকে না উল্টিয়ে এর উপর দিয়ে b প্রান্তে পৌঁছালে বালকের ওজন কত?

(গ) **Sol^n:** দেওয়া আছে, তক্তার দৈর্ঘ্য 16m আর ওজন 18kg। একটি খুঁটি B প্রান্তে, অপরটি A প্রান্ত হতে 2m ভিতরে।



ধরি, বালকের ওজন x kg। তাহলে CA অংশে D বিন্দুতে সাম্যাবস্থা তৈরি হবে।

সুতরাং, $CD \times 18 = DA \times x \Rightarrow 18 \times 6 = 2 \times x$

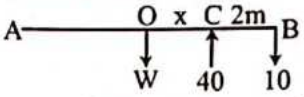
$\Rightarrow x=\frac{18\times6}{2} \therefore x = 54$ kg

অতএব, বালকের সর্বোচ্চ ওজন হবে 54 kg। **(Ans.)**

03. দৃশ্যকল্প-১: একটি সুষম রডের একপ্রান্তে 10 কেজি ওজনের একটি বস্তু ঝুলানো হলে ঐ প্রান্ত হতে 2 মিটার দূরে একটি খুঁটির উপর আনুভূমিক ভাবে স্থির থাকে। [MB'23]

(খ) খুঁটির উপর চাপের পরিমাণ 40 কেজি ওজন হলে রডের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

(খ) **Sol^n:**



AB রডের মধ্যবিন্দু O তে ওজন W ক্রিয়াশীল থাকবে।

C বিন্দুতে খুটির ওপর চাপের পরিমাণ 40 kg-wt.

এবং B তে 10 kg-wt ওজন ঝুলানো।

প্রশ্নমতে, $W + 10 = 40 \therefore W = 30$ kg-wt

ধরি, $OC = x$, প্রশ্নমতে, $BC = 2m$

এখন, $W \times OC = 10 \times BC \Rightarrow 30x = 10 \times 2 \therefore x = \frac{2}{3}$m

$\therefore$ রডের দৈর্ঘ্য $= AB = 2OB = 2(OC + BC)$

$= 2(x + 2) = 2\left(\frac{2}{3}+2\right)$m $= \frac{16}{3}$m **(Ans.)**

04. উদ্দীপক-২: 20 সে.মি দীর্ঘ AB হাল্কা দণ্ডটি 10 সে.মি. ব্যবধানে দুইটি খুঁটির উপর আনুভূমিক ভাবে অবস্থিত। A ও B বিন্দুতে যথাক্রমে 2W এবং 3W ওজন ঝুলানো হলো। [JB'22]

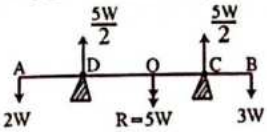
(গ) খুঁটি দুইটির অবস্থান নির্ণয় কর।

(গ) **Sol^n:** (প্রশ্নটিতে খুঁটিদ্বয়ের উপর চাপের পরিমাণ বা অনুপাত কিছুই দেওয়া হয় নি। এখানে খুঁটিদ্বয়ের উপর চাপের পরিমাণ সমান ধরে সমস্যাটির সমাধান করা হলো:)

মনে করি, AB = 20 cm দৈর্ঘ্যের একটি হালকা দণ্ডের A ও B বিন্দুতে যথাক্রমে 2W ও 3W ওজন ঝুলানো আছে যাদের লব্ধি R = 5W, O বিন্দুতে ক্রিয়াশীল।

$\therefore \frac{R}{AB}=\frac{2W}{OB}=\frac{3W}{OA} \Rightarrow \frac{5W}{20}=\frac{2W}{OB}=\frac{3W}{OA}$

$\therefore OB = 8$ cm এবং $OA = 12$ cm



দণ্ডটি C ও D বিন্দুতে দুইটি খুঁটির উপর আনুভূমিক ভাবে অবস্থিত। এখানে, CD = 10 cm এবং প্রতিটি খুঁটিতে চাপের পরিমাণ $=\frac{2W+3W}{2}=\frac{5W}{2}$। দণ্ডটিকে ভারসাম্যে থাকতে হলে খুঁটিদ্বয়ের চাপের লব্ধি O বিন্দুগামী হতে হবে।

$\therefore \frac{5W}{CD}=\frac{\frac{5W}{2}}{OD}=\frac{\frac{5W}{2}}{OC} \Rightarrow \frac{5}{10}=\frac{5}{2OD}=\frac{5}{2OC}$

$\therefore OD = 5$ cm এবং $OC = 5$ cm

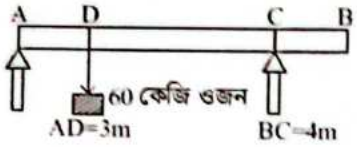
এখন, $AD = OA - OD = 12 - 5 = 7$ cm

$AC = AD + CD = 7 + 10 = 17$ cm

সুতরাং, খুঁটিদ্বয় A প্রান্ত থেকে যথাক্রমে 7 cm ও 17 cm দূরে অবস্থান করছে। **(Ans.)**

Educationblog24.com

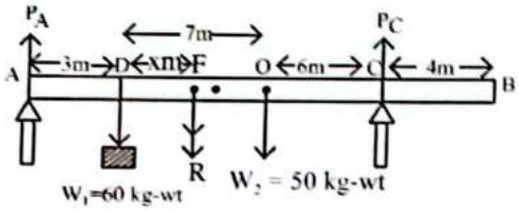
05. দৃশ্যকল্প-২: [BB'21]



(গ) দৃশ্যকল্প-২ এ 50 কেজি ওজনের AB সমরূপ তক্তাটির দৈর্ঘ্য 20 মিটার হলে খুঁটিদ্বয়ের উপর চাপের পরিমাণ নির্ণয় কর।

(গ) Sol^{n}: ধরি, A ও C বিন্দুতে খুঁটির চাপ যথাক্রমে P_A ও P_C

$\therefore P_A + P_C = 60 + 50 = 110$kg-wt



আবার ধরি, বলদ্বয়ের লব্ধি R = 110 kg-wt যা D থেকে DF= x মি. দূরত্বে F বিন্দুতে ক্রিয়াশীল।

$\therefore \frac{R}{DO} = \frac{W_2}{DF} \Rightarrow \frac{110}{DO} = \frac{50}{x} \Rightarrow x = \frac{35}{11}$ m

এবং $\frac{R}{AC} = \frac{P_C}{AF} = \frac{P_A}{CF} \Rightarrow \frac{110}{(20-4)} = \frac{P_C}{\left(3+\frac{35}{11}\right)} = \frac{P_A}{6+\left(7-\frac{35}{11}\right)}$

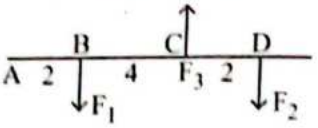
$\therefore P_C = 42.5$ kg-wt এবং $P_A = 67.5$ kg-wt **(Ans.)**

06. দৃশ্যকল্প-১: একটি হালকা লাঠির এক প্রান্ত হতে 2, 8, 6 ফুট দূরে অবস্থিত তিনটি বিন্দুতে যথাক্রমে F_1, F_2, F_3 মানের তিনটি সমান্তরাল বল ক্রিয়ারত আছে। [JB'21]

(খ) দৃশ্যকল্প-১ অনুসারে লাঠিটি ভারসাম্যে থাকলে দেখাও যে, $F_1 : F_2 : F_3 = 1 : 2 : 3$.

(খ) Sol^{n}: লাঠিটি ভারসাম্যে থাকলে, $\vec{F_1} + \vec{F_2} = -\vec{F_3}$

$\therefore F_1 + F_2 = F_3 \cdots\cdots\cdots$ (i)



$F_1 \times BC = F_2 \times CD \Rightarrow F_1 \times 4 = F_2 \times 2$

$\Rightarrow \frac{F_1}{1} = \frac{F_2}{2} = \frac{F_1+F_2}{3}$

$\Rightarrow \frac{F_1}{1} = \frac{F_2}{2} = \frac{F_3}{3}$ [(i) থেকে]

$\therefore F_1 : F_2 : F_3 = 1 : 2 : 3$ **(Showed)**

07. দৃশ্যকল্প-২: AB = 15 মিটার দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট একটি হালকা তক্তা দুইটি খুঁটির উপর আনুভূমিক ভাবে অবস্থিত। A ও B প্রান্তে যথাক্রমে 24kg ও 32kg ওজনের দুইজন বালক ঝুলছে।

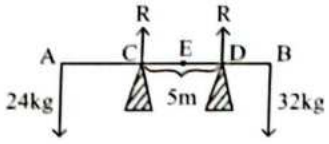
(গ) দৃশ্যকল্প-২ এ খুঁটি দুইটির মধ্যবর্তী দূরত্ব AB এর এক তৃতীয়াংশ হলে খুঁটি দুইটির অবস্থান নির্ণয় কর। [MB'21]

(গ) Sol^{n}: ধরি, খুঁটি দুটির প্রতিক্রিয়া বল সমান।

$\therefore CE = \frac{CD}{2} = \frac{5}{2} = 2.5$ m

আবার, $AE \times 24 = 32 \times (15 - AE)$

$\Rightarrow 3AE = 60 - 4AE$



$\Rightarrow 7AE = 60 \Rightarrow AE = \frac{60}{7}$

$\therefore AC = AE - CE = \left(\frac{60}{7} - 2.5\right)$ m $= \frac{85}{14}$ m

$\therefore$ একটি খুটি A বিন্দু থেকে B বিন্দুর দিকে $\frac{85}{14}$ m দূরে। **(Ans.)**

আবার, $BD = AB - (AE + ED) = 15 - \left(\frac{60}{7} + \frac{5}{2}\right)$ m $= \frac{55}{14}$ m

অন্যটি B বিন্দু থেকে A বিন্দুর দিকে $\frac{55}{14}$ m দূরে। **(Ans.)**

নিজে করো

08. দৃশ্যকল্প-২: 2P দীর্ঘ এবং M ওজন বিশিষ্ট একটি সুষম তক্তা l দূরত্বে অবস্থিত দুটি খুঁটির উপর আনুভূমিক ভাবে অবস্থিত। একে না উল্টিয়ে এর দুই প্রান্তে পর্যায়ক্রমে সর্বাধিক M_1 ও M_2 ওজন ঝুলানো যায়। [JB'23]

(গ) দৃশ্যকল্প-২ হতে প্রমাণ কর যে, $\frac{M_1}{M+M_1} + \frac{M_2}{M+M_2} = \frac{l}{P}$

09. দৃশ্যকল্প-২: 8 মিটার দীর্ঘ 12kg ওজনের একটি সুষম তক্তা দুইটি খুঁটির উপর আনুভূমিক ভাবে স্থির আছে। একটি খুঁটি A প্রান্ত এবং অন্যটি B প্রান্ত হতে 1 মিটার ভিতরে অবস্থিত।

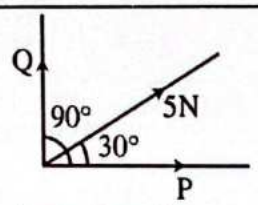
(গ) দৃশ্যকল্প-২ হতে একজন বালক তক্তাটিকে না উল্টিয়ে এর উপর দিয়ে B প্রান্তে পৌঁছালে বালকের ওজন কত? [Ctg.B'17] [Ans: 36 কেজি।]

MCQ প্রশ্নের জন্য এই অধ্যায়ের বিভিন্ন টাইপের তুলনামূলক গুরুত্ব:

গুরুত্ব	টাইপ	টাইপের নাম	যতবার প্রশ্ন এসেছে	যে বোর্ডে যে বছর এসেছে
				MCQ
০০০	T-01	দুইটি বলের লব্ধি নির্ণয়ের ক্ষেত্রে সামান্তরিক সূত্রের প্রয়োগ	40	DB'23, 22, 21; Ctg.B'23, 22, 21, 17; BB'23, 22, 21; JB'23, 22, 21, 19, 17; CB'23, 22, 21, 19, 17; Din.B'23, 22, 21, 19; MB'23, 21; RB'22, 21, 19; SB'21, 17
০০০	T-02	দুটি বলের অন্তর্ভুক্ত কোণ নির্ণয় ও sine সূত্রের প্রয়োগ সংক্রান্ত	21	Ctg.B'23, 19; JB'23; Mad.B'23; JB'22; Din.B'22, 21, 17; MB'22, 21; DB'21, 17; SB'21, 17; BB'21, 19, 17
	T-03	লব্ধির দিক অপরিবর্তিত থাকা	-	-
০০	T-04	দুই বা দুই এর অধিক বলের লব্ধি নির্ণয়ের ক্ষেত্রে লম্বাংশ সূত্রের প্রয়োগ	04	BB'23; JB'21; All.B'18; RB'17
০০০	T-05	বলের সংযোজন ও বিভাজন	05	DB, BB'23; SB, CB'22; RB, JB, CB'21
০০০	T-06	তিনটি সমবিন্দু বল সাম্যাবস্থা সৃষ্টি করলে তা হতে বলত্রয়ের অন্তর্গত কোণ নির্ণয়	13	RB, Ctg.B, SB, CB, MB'23; SB, BB, CB'22; JB'22, 17; RB'21; All.B'18
০০০	T-07	তিনটি বল সাম্যাবস্থায় থাকার শর্ত (লামির সূত্র)	06	Ctg.B'23, 17; JB, MB'22; DB, SB'21; RB'19; RB, Din.B'17
০	T-08	তিনটি বল সাম্যাবস্থায় থাকলে তা থেকে বিভিন্ন অজানা রাশির মান নির্ণয়	02	Din.B'23; BB'21
০০০	T-09	সদৃশ সমান্তরাল বল এর লব্ধি নির্ণয় এর সূত্র	21	DB'23; RB'23, 22, 21; SB'23, 22; CB'23, 21; MB'23, 21; JB'22, 21, 17; Din.B'22, 21; BB'21
০	T-10	সদৃশ সমান্তরাল বলের ক্ষেত্রে ত্রিভুজ	02	SB, BB'21
০০০	T-11	অসদৃশ/বিসদৃশ সমান্তরাল বলের লব্ধি নির্ণয়ের সূত্র	12	DB'23, 22; SB, JB, Mad.B'23; MB'22; Ctg.B, MB'21; Din.B'21, 17
	T-12	সমান্তরাল বলের লব্ধি নির্ণয় এর সূত্র প্রয়োগ করে চাপ ও প্রতিক্রিয়া বল নির্ণয়	-	-

Educationblog24.com

বিগত বোর্ড পরীক্ষামূহের MCQ প্রশ্ন

01. 

উপরের চিত্রে দুটি বল P এবং Q ক্রিয়া করছে। [DB'23]

P এবং Q এর মান কত?

(a) $\frac{25}{2}$N, $\frac{5\sqrt{3}}{2}$N (b) $\frac{5}{2}$N, 5N

(c) $\frac{5\sqrt{3}}{2}$N, $\frac{5}{2}$N (d) $\frac{25\sqrt{3}}{2}$N, $\frac{25}{2}$N

02. দুটি বলের লব্ধি 12N যা ক্ষুদ্রতর 5N বলের উপর লম্ব। বৃহত্তর বলটি হলো- [DB'23]

(a) 7N (b) 13N

(c) $\sqrt{119}$N (d) 17N

নিচের উদ্দীপকের আলোকে পরবর্তী দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও:

15kg ও 9kg ওজনের দুটি সমান্তরাল বল 32cm ব্যবধানে ক্রিয়া করে। বৃহত্তর বল হতে এদের লব্ধির প্রয়োগ বিন্দু-

03. যখন বল দুটি সদৃশ- [DB'23]

(a) 12cm (b) 16cm

(c) 20cm (d) কোনোটিই নয়

04. যখন বল দুটি অসদৃশ- [DB'23]

(a) 16cm (b) 20cm

(c) 47cm (d) কোনোটিই নয়

05. $\sqrt{3}, 1, 2$ মানের তিনটি বল এক বিন্দুতে ক্রিয়া করে সাম্যাবস্থা রয়েছে। প্রথম দুটি বলের মধ্যবর্তী কোণ কত? [RB'23; SB, BB'22; All B'18; JB'17

(a) 90° (b) 120° (c) 150° (d) 180°

06. 12 মিটার দীর্ঘ একটি সূক্ষ্ম হালকা রডের দুই বিপরীত প্রান্তে 3W এবং W ওজন দুটি ক্রিয়া করছে। W ওজন থেকে এদের লব্ধি ক্রিয়াবিন্দুর দূরত্ব কত মিটার? [RB'23

(a) 1 (b) 3 (c) 6 (d) 9

07. P মানের তিনটি সমান একতলীয় বল সাম্যাবস্থায় থাকলে এদে মধ্যবর্তী কোণ কত? [RB'23; RB'21

(a) 60° (b) 90° (c) 120° (d) 180°

08. P ও Q বলের লব্ধি ক্ষুদ্রতম হলে, বলদ্বয়ের অন্তর্ভুক্ত কোণ- [Ctg.B'23

(a) 0° (b) 30° (c) 120° (d) 180°

09. কোনো বিন্দুতে ক্রিয়াশীল P এবং Q বলের লব্ধি R। P = Q = হলে P, Q বলের অন্তর্গত কোণ কত? [Ctg.B'23

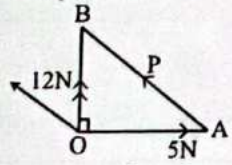
(a) 120° (b) 90° (c) 60° (d) 45°

MCQ উত্তরমালা ও ব্যাখ্যামূলক সমাধান

01. c	02. b	03. a	04. d	05. a	06. d	07. c	08. d	09. a

01. বলের লম্বাংশ সূত্রানুযায়ী, $P = 5\cos 30° = \frac{5\sqrt{3}}{2}$N, $Q = 5\sin 30° = \frac{5}{2}$N

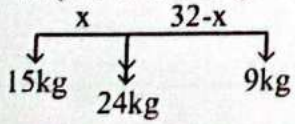
02. ধরি, বৃহত্তম বলটি P



ΔOAB হতে পাই, $AB^2 = OB^2 + OA^2 \Rightarrow P^2 = 12^2 + 5^2 = 169$

$\therefore P = 13N$

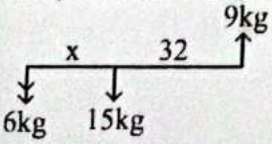
03. ধরি, বৃহত্তর বল হতে x cm দূরে লব্ধি আছে।



$\therefore 15 \times x = 9 \times (32 - x) \Rightarrow 15x = 288 - 9x \Rightarrow 24x = 288$

$\therefore x = 12$cm

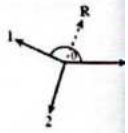
04. ধরি, বৃহত্তম বল হতে x cm দূরে লব্ধি আছে।



$\therefore 15 \times x = 9 \times (32 + x) \Rightarrow 15x = 288 + 9x$

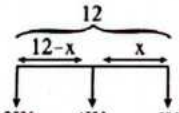
$\Rightarrow 6x = 288 \therefore x = 48$ cm

05. তিনটি বল সাম্যাবস্থায় থাকলে প্রথম দুটি বলের লব্ধি তৃতীয় বলের সমান হবে।



$R^2 = 2^2 = (\sqrt{3})^2 + (1)^2 + 2 \cdot \sqrt{3} \cdot 1 \cdot \cos\theta$

$\Rightarrow 4 = 4 + 2\sqrt{3}\cos\theta \Rightarrow \cos\theta = 0 \therefore \theta = \frac{\pi}{2}$

06. 

$\therefore \frac{3W}{x} = \frac{W}{12-x} \Rightarrow 36 - 3x = x$

$\Rightarrow 4x = 36 \therefore x = 9$

07. P মানের তিনটি বল যেহেতু সাম্যাবস্থায় আছে,

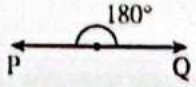
$\therefore P^2 = P^2 + P^2 + 2 \cdot P \cdot P\cos\theta$

$\Rightarrow P^2 = 2P^2(1 + \cos\theta) \Rightarrow 1 = 2(1 + \cos\theta) \Rightarrow 1 + \cos\theta = \frac{1}{2}$

$\Rightarrow \cos\theta = -\frac{1}{2} \therefore \theta = 120°$

বিকল্প: সাম্যাবস্থায় থাকায় মধ্যবর্তী কোণ $= \frac{360°}{3} = 120°$

08. লব্ধি ক্ষুদ্রতম হতে হলে, P ও Q বলকে পরস্পর বিপরীতে ক্রিয়া করতে হবে। তখন লব্ধি = P~Q



09. $\because P = Q = R \therefore P^2 = 2P^2 + 2P^2\cos\alpha$

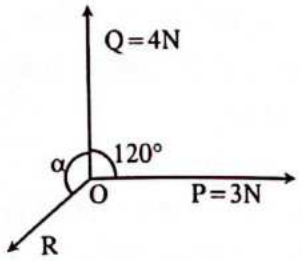
$\Rightarrow \frac{P^2}{2P^2} = 1 + \cos\alpha \Rightarrow \cos\alpha = -\frac{1}{2} \therefore \alpha = 120°$

Educationblog24.com

10. 3 N এবং 4 N মানের বল দুইটি পরস্পর লম্বভাবে ক্রিয়াশীল হলে লব্ধির মান কত? [Ctg.B'23; BB'22; JB'17]

(a) 3 N (b) 4 N (c) 5 N (d) 6 N

নিচের উদ্দীপকের আলোকে পরবর্তী দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও:



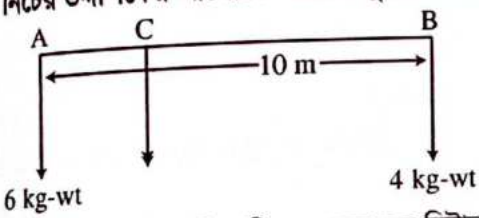
11. O বিন্দুতে বলত্রয় সাম্যাবস্থায় থাকলে R এর মান কত হবে? [Ctg.B'23]

(a) 37 N (b) $\sqrt{37}$ N (c) $\sqrt{13}$ N (d) 13 N

12. R এর মান 3 N হলে α এর মান হবে— [Ctg.B'23]

(a) 120° (b) 90° (c) 60° (d) 30°

নিচের উদ্দীপকের আলোকে পরবর্তী দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও:



13. A বিন্দু হতে লব্ধির ক্রিয়াবিন্দুর দূরত্ব কত মিটার? [SB'23; JB'22]

(a) 3 (b) 4 (c) 5 (d) 6

14. বলদ্বয় বিসদৃশ হলে লব্ধির মান কত? [SB'23]

(a) 1 (b) 2 (c) 4 (d) 10

15. কোনো বিন্দুতে $\sqrt{5}$, 2 ও 1 একক বলত্রয় ক্রিয়া করে সাম্যাবস্থায় আছে। ক্ষুদ্রতম বলদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণ কত? [SB'23]

(a) 30° (b) 60° (c) 90° (d) 120°

16. কোনো বিন্দুতে ক্রিয়ারত P ও Q বল দুটি তাদের লব্ধি R বলের উভয় দিকে যথাক্রমে 30° ও 60° কোণে আনত। বলদ্বয়ের অনুপাত কত? [BB'23]

(a) $1:\sqrt{3}$ (b) $\sqrt{3}:1$ (c) $\frac{\sqrt{3}}{2}:1$ (d) $\frac{1}{2}:\sqrt{3}$

17. 2 N ও $2\sqrt{3}$ N মানের বলদ্বয় 30° কোণে ক্রিয়ারত। 2 N মানের বল বরাবর বলদ্বয়ের লম্বাংশের সমষ্টি কত? [BB'23]

(a) $4\sqrt{3}$ N (b) 5N
(c) 7N (d) $\sqrt{3}+2$N

18. P ও Q (P > Q) বলদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণ α এবং এদের লব্ধি R হলে- [BB'23]

(i) P = Q হলে $R = 2P\cos\frac{\alpha}{2}$

(ii) $\alpha = 90°$ হলে $\tan\theta = \frac{Q}{P}$

(iii) লব্ধি R, Q বলের সাথে সমকোণ উৎপন্ন করলে $\cos\alpha = -\frac{Q}{P}$

নিচের কোনটি সঠিক?

(a) i, ii (b) i, iii (c) ii, iii (d) i, ii, iii

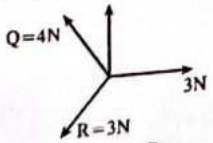
MCQ উত্তরমালা ও ব্যাখ্যামূলক সমাধান

10. c	11. c	12. -	13. b	14. b	15. c	16. b	17. b	18. d

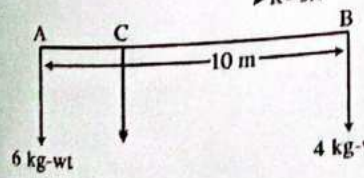
10. লব্ধি $R = \sqrt{3^2+4^2}$ N = 5N

11. $R = \sqrt{3^2+4^2+2\times3\times4\times\cos(120°)} = \sqrt{25+24\left(-\frac{1}{2}\right)} = \sqrt{13}$ N

12. (প্রদত্ত তথ্যানুসারে সঠিক উত্তর নির্ণয় করা সম্ভব নয়।);



13.



ধরি AC = x ∴ BC = 10 − x;

এখন AC × 6 = 4 × BC ⇒ 6x = 4(10 − x) ⇒ 10x = 40 ∴ x = 4

14. বলদ্বয় বিসদৃশ হলে লব্ধির মান = |6 − 4| = 2

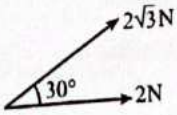
15. ধরি, ক্ষুদ্রতম বলদ্বয়ের মধ্যে কোণ = θ

$\therefore \sqrt{5} = \sqrt{1^2+2^2+2\cdot2\cdot1\cos\theta}$

$\Rightarrow 5 = 1+4+4\cos\theta \Rightarrow \cos\theta = 0 \therefore \theta = 90°$

16. $\frac{P}{\sin60°} = \frac{Q}{\sin30°} \Rightarrow \frac{P}{Q} = \frac{\sin60°}{\sin30°} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{1}$

17.



∴ 2N মানের বল বরাবর বলদ্বয়ের লব্ধাংশের সমষ্টি $= 2+2\sqrt{3}\cos30°$

$= 2+2\sqrt{3}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} = 5$ N

18. (i) P = Q হলে, $R = \sqrt{P^2+P^2+2\cdot P\cdot P\cos^2\alpha}$

$= \sqrt{2P^2+2P^2\cos\alpha} = \sqrt{2P^2(1+\cos\alpha)} = \sqrt{2P^2\cdot2\cos^2\frac{\alpha}{2}}$

$= 2P\cos\frac{\alpha}{2}$

(ii) $\alpha = 90°$ হলে, $\tan\theta = \frac{Q\sin90°}{P+Q\cos90°} = \frac{Q}{P}$;

(iii) $\theta = 90°$ হলে, $\tan90° = \frac{P\sin\alpha}{Q+P\cos\alpha}$

$\Rightarrow Q+P\cos\alpha = 0 \Rightarrow \cos\alpha = \frac{-Q}{P}$ সুতরাং, (i), (ii) ও (iii) সঠিক।

Educationblog24.com

19.

[JB'23]

A ও B বলদ্বয়ের লব্ধি R বিন্দুতে ক্রিয়ারত হলে PQ: QR এর মান কত?

(a) 4 : 1 (b) 1 : 4
(c) 5 : 1 (d) 1 : 5

20. 7 N ও 11 N বল দুইটির লব্ধি বল নিচের কোনটি হতে পারে না? [JB'23]

(a) 4 N (b) 7 N (c) 11 N (d) 20 N

নিচের উদ্দীপকের আলোকে পরবর্তী দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও:

$P = 5\sqrt{2}$ N এবং Q = 10 N দুইটি অসমান্তরাল বল।

21. লব্ধি বল P বলের উপর লম্ব হলে বলদ্বয়ের অন্তর্গত কোণ কত? [JB'23]

(a) 45° (b) 60° (c) 120° (d) 135°

22. R বল P ও Q বলের সাথে সাম্যাবস্থা সৃষ্টি করলে এবং P ও Q বলদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণ 45° হলে R এর মান কত? [JB'23]

(a) $5\sqrt{10}$ N (b) 250 N
(c) $5\sqrt{2}$ N (d) 50 N

23. পরস্পর 60° কোণে ক্রিয়াশীল দুইটি বলের বৃহত্তম লব্ধি 10N এবং ক্ষুদ্রতম লব্ধি 4N হলে, তাদের লব্ধির মান কত? [CB'23]

(a) $\sqrt{37}$ N (b) $2\sqrt{19}$ N
(c) $\sqrt{79}$ N (d) $2\sqrt{39}$ N

নিচের উদ্দীপকের আলোকে পরবর্তী দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও:

একটি জড়বস্তুর উপর পরস্পর 40 সে.মি. ব্যবধানে 12 কেজি ও 8 কেজি ওজনের দুইটি বল সদৃশ সমান্তরাল ক্রিয়া করে।

24. বলদ্বয়ের লব্ধির মান কত কেজি? [CB'23]

(a) 4 (b) 8 (c) 12 (d) 20

25. লব্ধির ক্রিয়া বিন্দু 12 কেজি ওজনের বলের ক্রিয়া বিন্দু হতে কত সে.মি. দূরে অবস্থিত? [CB'23]

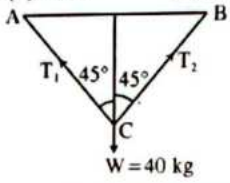
(a) 16 (b) 24 (c) 32 (d) 80

26. কোনো বিন্দুতে 1, 2, $\sqrt{3}$ একক বলত্রয় ক্রিয়া করে সাম্যাবস্থা সৃষ্টি করলে, শেষ বল দুইটির মধ্যবর্তী কোণ কত? [CB'23]

(a) 60° (b) 90° (c) 120° (d) 150°

27. কোনো বিন্দুতে 4N ও $\sqrt{3}$ N দুইটি বল পরস্পর 30° কোণে কার্যরত। এদের লব্ধি– [Din.B'23]

(a) 31N (b) 7N (c) $\sqrt{31}$ N (d) $\sqrt{7}$ N

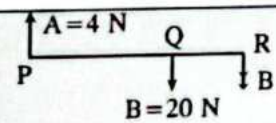
28. 

যখন T_1, T_2, W ভারসাম্য অবস্থায় থাকে, উদ্দীপকের আলোকে T_1 এর মান কত? [Din.B'23]

(a) $40\sqrt{2}$ kg-wt (b) 40 kg-wt
(c) $20\sqrt{2}$ kg-wt (d) 20 kg-wt

MCQ উত্তরমালা ও ব্যাখ্যামূলক সমাধান

19. a	20. d	21. d	22. a	23. c	24. d	25. a	26. d	27. c	28. c

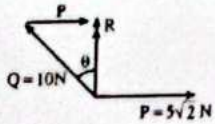
19. 

A. $PR = B \cdot QR \Rightarrow 4 \cdot PR = 20.QR \Rightarrow \frac{PR}{QR} = \frac{20}{4} = \frac{5}{1}$

$\Rightarrow \frac{PR}{5} = \frac{QR}{1} = \frac{PR-QR}{5-1} = \frac{PQ}{4} \Rightarrow \frac{PQ}{QR} = \frac{4}{1} \therefore PQ:QR = 4:1$

20. সর্বোচ্চ লব্ধি = (11 + 7)N = 18N

সর্বনিম্ন লব্ধি = (11 – 8)N = 3N ∴ 20N লব্ধি হতে পারে না।

21. 

$\theta = \sin^{-1}\frac{5\sqrt{2}}{10} = 45° \therefore$ বলদ্বয়ের অন্তর্গত কোণ = 90° + 45° = 135°

বিকল্প: $10\cos\alpha + 5\sqrt{2} = 0 \Rightarrow \cos\alpha = -\frac{5\sqrt{2}}{10} = \frac{-1}{\sqrt{2}}$

$\therefore \alpha = \cos^{-1}\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = 135°$

22. $R = \sqrt{P^2 + Q^2 + 2PQ\cos 45°}$

$= \sqrt{(5\sqrt{2})^2 + 10^2 + 2 \times 5\sqrt{2} \times 10 \times \frac{1}{\sqrt{2}}} = \sqrt{250} = 5\sqrt{10}$ N

23. বল দুটি P, Q হলে [P > Q]

$R_{max} = P + Q = 10N$

$R_{min} = P - Q = 4.N$

সমাধান করে পাই,

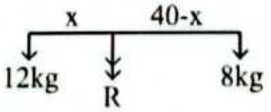
P = 7N, Q = 3N

∴ লব্ধি,

$R = \sqrt{7^2 + 3^2 + 2 \cdot 7 \cdot 3\cos 60°}$

$= \sqrt{79}$ N.

24. লব্ধি বল = 12 + 8 = 20

25. 

$12x = 8(40 - x) \Rightarrow 20x = 8 \times 40 \therefore x = 16$cm

26. ধরি, $\sqrt{3}$, 2 বলের মধ্যবর্তী কোণ θ

যেহেতু তারা সাম্যাবস্থায় আছে, $1^2 = 2^2 + (\sqrt{3})^2 + 2 \cdot 2 \cdot \sqrt{3}\cos\theta$

$\Rightarrow 4\sqrt{3}\cos\theta = -6 \Rightarrow \cos\theta = \frac{-6}{4\sqrt{3}} = \frac{-\sqrt{3}}{2} \therefore \theta = 150°$

27. লব্ধি, $R = \sqrt{4^2 + (\sqrt{3})^2 + 2 \cdot 4\sqrt{3} \cdot \cos 30°} = \sqrt{31}$N

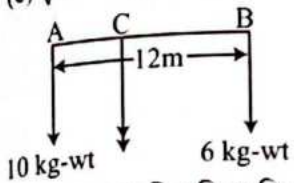
28. লামির সূত্রানুযায়ী, $\frac{T_1}{\sin 135°} = \frac{T_2}{\sin 135°} = \frac{W}{\sin 90°} \Rightarrow \frac{T_1}{\frac{1}{\sqrt{2}}} = \frac{40}{1}$

$\therefore T_1 = 40 \times \frac{1}{\sqrt{2}} = 20\sqrt{2}$ kg-wt

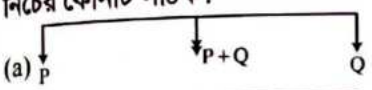
Educationblog24.com

29. একটি বস্তুকণার উপরস্থ কোনো বিন্দুতে $\sqrt{3}P, \sqrt{2}P$ ও P মানের তিনটি বল ক্রিয়া করে সাম্যাবস্থার সৃষ্টি করে। $\sqrt{2}P$ ও P মানের বলদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণ কত? [MB'23]
(a) 150° (b) 135° (c) 120° (d) 90°

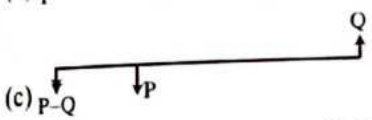
30. $P, Q(P < Q)$ দুইটি বলের ক্ষুদ্রতম লব্ধি কত? [MB'23]
(a) $P - Q$ (b) $Q - P$
(c) $\sqrt{P^2 - Q^2}$ (d) $\sqrt{Q^2 - P^2}$

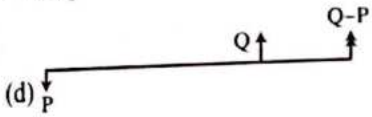
31. 

A বিন্দু হতে লব্ধির ক্রিয়া বিন্দুর দূরত্ব কত? [MB'23; RB'22]
(a) 3 মিটার (b) 4.5 মিটার (c) 5 মিটার (d) 7.5 মিটার

32. P ও Q দুইটি বিসদৃশ সমান্তরাল বল এবং $Q > P$ হলে, নিচের কোনটি সঠিক? [Mad.B'23]
(a) 

(b)

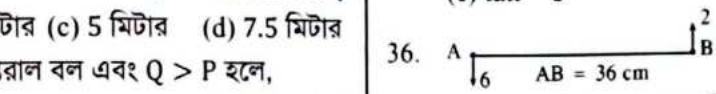
(c) 

(d) 

33. P মানের সমান দুইটি বলের লব্ধি P হলে উহাদের মধ্যবর্তী কোণ কত? [Mad.B'23; Din.B'22]
(a) 30° (b) 60° (c) 120° (d) 180°

34. 2N মানের দুইটি বল পরস্পর 60° কোণে ক্রিয়ারত হলে বলদ্বয়ের লব্ধির দিক কোনটি? [Mad.B'23]
(a) $\tan^{-1}\left(\frac{1}{2-\sqrt{3}}\right)$ (b) $\tan^{-1}\left(\frac{1}{2+\sqrt{3}}\right)$
(c) 60° (d) 30°

35. যদি 12 এবং 8 একক মানের বলদ্বয় একটি বিন্দুতে এমন কোণে ক্রিয়াশীল যেন তাদের লব্ধি তাদের অন্তর্গত কোণের সমদ্বিখণ্ডকের সাথে 45° কোণ উৎপন্ন করে, তবে বলদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণের মান কত? [DB'22]
(a) $2\tan^{-1}10$ (b) $2\tan^{-1}5$
(c) $\tan^{-1}5$ (d) $2\tan^{-1}2$

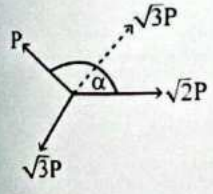
36. 

[DB'22; Din.B'21]
বৃহত্তম বল হতে বলদ্বয়ের লব্ধির দূরত্ব হবে-
(a) 54 cm (b) 36 cm (c) 27 cm (d) 18 cm

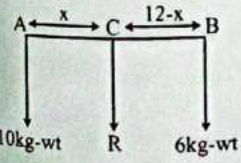
37. P ও $Q(P > Q)$ বলদ্বয় O বিন্দুতে পরস্পর α কোণে ক্রিয়াশীল– [Ctg.B'22]
(i) $\alpha = 0$ হলে লব্ধি বৃহত্তম হবে
(ii) $\alpha = 180°$ হলে লব্ধি ক্ষুদ্রতম হবে
(iii) P বলের ক্রিয়ারেখা বরাবর তাদের লম্বাংশের যোগফল $P + Q\cos\alpha$
নিচের কোনটি সঠিক?
(a) i, ii (b) i, iii (c) ii, iii (d) i, ii, iii

MCQ উত্তরমালা ও ব্যাখ্যামূলক সমাধান

29. d	30. b	31. b	32. d	33. c	34. d	35. b	36. d	37. d

29. $\sqrt{3}P, \sqrt{2}P$ ও P সাম্যাবস্থা তৈরি করলে $\sqrt{2}P$ ও P এর লব্ধি $\sqrt{3}P$ এর সমান হবে। তাহলে $(\sqrt{3}P)^2 = (\sqrt{2}P)^2 + P^2 + 2\cdot\sqrt{2}P\cdot P\cos\alpha$
[$\because \alpha$ হলো $\sqrt{2}$ P ও P এর মধ্যবর্তী কোণ]


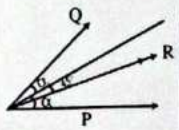
$\Rightarrow 3P^2 = 2P^2 + P^2 + 2\sqrt{2}P^2\cos\alpha \Rightarrow \cos\alpha = 0$
$\therefore \alpha = \cos^{-1}(0) = 90°$

31. $\frac{10}{12-x} = \frac{6}{x}$


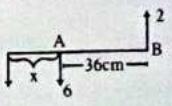
$\Rightarrow 10x = 72 - 6x \therefore 16x = 72\ x = \frac{72}{16} = \frac{9}{2} = 4.5$ মিটার

33. $P = \sqrt{P^2 + P^2 + 2P\cdot P\cdot\cos\theta}$ [ধরি, বলদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণ θ]
$\Rightarrow P^2 = 2P^2 + 2P^2\cos\theta \Rightarrow 1 = 2 + 2\cos\theta$
$\Rightarrow 1 = 2(1+\cos\theta) \Rightarrow 1 = 4\cos^2\frac{\theta}{2} \Rightarrow \cos\frac{\theta}{2} = \frac{1}{2}$
$\therefore \frac{\theta}{2} = 60° \therefore \theta = 120°$

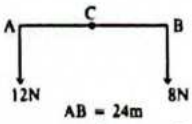
34. $\theta = \tan^{-1}\frac{2\sin 60°}{2+2\cos 60°} = \tan^{-1}\frac{\sqrt{3}}{3} = \tan^{-1}\frac{1}{\sqrt{3}} = 30°$

35. মনে করি, মধ্যবর্তী কোণ 2α, P = 12N, Q = 8N


বলের সাইন সূত্রানুসারে,
$\frac{P}{\sin(\alpha+45°)} = \frac{Q}{\sin(\alpha-45°)} = \frac{R}{\sin 2\alpha} \Rightarrow \frac{P}{Q} = \frac{\sin(\alpha+45°)}{\sin(\alpha-45°)}$
$\Rightarrow \frac{12}{8} = \frac{\sin(\alpha+45°)}{\sin(\alpha-45°)} \Rightarrow \frac{12+8}{12-8} = \frac{\sin(\alpha+45°)+\sin(\alpha-45°)}{\sin(\alpha+45°)-\sin(\alpha-45°)}$
$\Rightarrow \frac{20}{4} = \frac{2\sin\alpha\cos 45°}{2\cos\alpha\sin 45°} \Rightarrow 5 = \tan\alpha$
$\therefore \alpha = \tan^{-1}5 \therefore$ মধ্যবর্তী কোণ $= 2\alpha = 2\tan^{-1}5$

36. মনে করি, বৃহত্তম বল হতে বলদ্বয়ের লব্ধির দূরত্ব x cm।
এখন, $\frac{6}{36+x} = \frac{2}{x} = \frac{6-2}{36} \Rightarrow \frac{6}{36+x} = \frac{2}{x} = \frac{4}{36}$
অর্থাৎ, $\frac{2}{x} = \frac{1}{9} \therefore x = 18$ cm


Educationblog24.com

38. 

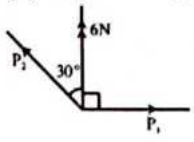
[Ctg.B'22; RB, JB'21]

A ও B বিন্দুতে ক্রিয়াশীল বলদ্বয়ের লব্ধি C বিন্দুতে ক্রিয়াশীল হলে AC =?

(a) $\frac{5}{48}$ m (b) $\frac{48}{5}$ m (c) $\frac{72}{5}$ m (d) 48 m

39. দুটি বলের লব্ধি বৃহত্তম হলে, তাদের মধ্যবর্তী কোণ কত? [RB'22]

(a) 180° (b) 90° (c) −180° (d) 0°

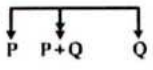
40. 

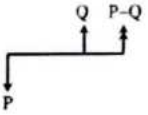
[SB, CB'22, RB'21]

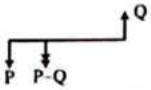
6N বলের অংশকদ্বয় P_1 ও P_2 হলে P_1 এর মান নিচের কোনটি?

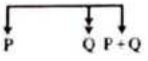
(a) $3\sqrt{3}$ (b) $6\sqrt{3}$ (c) $\frac{6\sqrt{3}}{3}$ (d) $\frac{3}{\sqrt{3}}$

41. P ও Q দুটি সমান্তরাল বল এবং P > Q হলে নিচের কোনটি সত্য/সঠিক? [SB'22]

(a) 

(b) 

(c) 

(d) 

42. যদি $\sqrt{5}$ এককের দুইটি সমান বল 120° কোণে এক বিন্দুতে কাজ করে তাহলে, [BB, CB, Din.B'22; Din.B, MB'21; SB'17]

(i) তাদের লব্ধি $\sqrt{5}$ একক

(ii) $\sqrt{5}$ একক বলের সাথে লব্ধি 60° কোণ উৎপন্ন করে

(iii) লব্ধি বলদ্বয়ের যোগফল অপেক্ষা ছোট

নিচের কোনটি সঠিক?

(a) i, ii (b) ii, iii (c) i, iii (d) i, ii, ii

43. একটি কণার উপর $3ms^{-1}$, $4ms^{-1}$ এবং $5ms^{-1}$ বেগ তিনটি ক্রিয়া করায় কণাটি সাম্যাবস্থায় আছে। ক্ষুদ্রতর বেগ দুইটির মধ্যবর্তী কোণ কত? [JB, CB'22]

(a) 0° (b) 60°

(c) 90° (d) 120°

নিচের তথ্যের আলোকে পরবর্তী দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও:

2N ও 3N মানের বলদ্বয় 60° কোণে একটি বিন্দুতে ক্রিয়ারত।

44. বলদ্বয়ের লব্ধির মান কত? [JB, CB'22]

(a) $\sqrt{7}$ N (b) $\sqrt{19}$ N

(c) 7 N (d) 19 N

45. লব্ধির বলের ক্রিয়ারেখা ক্ষুদ্রতর বলটির সাথে কত কোণ তৈরি করবে? [JB'22]

(a) $\tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{3}}{4}\right)$ (b) $\tan^{-1}\left(\frac{3\sqrt{3}}{7}\right)$

(c) $\tan^{-1}\left(\frac{3}{4+3\sqrt{3}}\right)$ (d) $\tan^{-1}\left(\frac{1}{3+\sqrt{3}}\right)$

46. একটি বিন্দুতে একই সময়ে ক্রিয়ারত নিচের কোন বলত্রয়ের তাদের সাম্যাবস্থার জন্য একটি ত্রিভুজের তিনটি বাহু দ্বারা একই ক্রমে মানে ও দিকে প্রকাশ করা সম্ভব নয়? [JB'22]

(a) 1N, 2N, ও 3N (b) 2N, 3N, ও 4N

(c) 3N, 4N, ও 5N (d) 3N, 5N, ও 7N

47. একই বিন্দুতে α কোণে ক্রিয়ারত P ও Q বলের লব্ধি R হলে–

(i) R = P + Q, যখন α = 90° [CB'22]

(ii) R = P~Q, যখন α = 180°

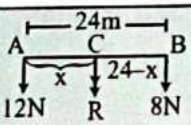
(iii) Q = P হলে $R = 2P\cos\frac{\alpha}{2}$

নিচের কোনটি সঠিক?

(a) i, ii (b) i, iii (c) ii, iii (d) i ii, iii

MCQ উত্তরমালা ও ব্যাখ্যামূলক সমাধান

38. b	39. d	40. c	41. a	42. d	43. c	44. b	45. b	46. a	47. c

38. 

$\frac{12}{14-x} = \frac{8}{x} = \frac{12+8}{24}$

$\Rightarrow \frac{8}{x} = \frac{20}{24} \therefore x = \frac{48}{5}$ m

39. $R^2 = P^2 + Q^2 + 2pq\cos\alpha$

$A = 0$ হলে, $R^2 = P^2 + Q^2 + 2PQ\cos 0°$

$= P^2 + Q^2 + 2PQ \Rightarrow R^2 = (P+Q)^2 \therefore R = P + Q$

40. $\tan 90° = \frac{P_2 \sin 120°}{P_1 + P_2 \cos 120°}$

$\Rightarrow \cos 120° = -\frac{P_1}{P_2} \Rightarrow -\frac{1}{2} = -\frac{P_1}{P_2} \therefore P_2 = 2P_1$

আবার, $R^2 = P_1^2 + P_2^2 + 2P_1P_2\cos 120°$

$\Rightarrow 6^2 = P_1^2 + 4P_1^2 - 2P_1^2 \Rightarrow 36 = 3P_1^2 \therefore P_1 = \frac{6\sqrt{3}}{3}$

42. $R^2 = (\sqrt{5})^2 + (\sqrt{5})^2 + 2\sqrt{5}\cdot\sqrt{5}\cos 120°$

$= 5 + 5 + 2\cdot 5\left(-\frac{1}{2}\right) = 10 - 5 = 5 \therefore R = \sqrt{5}$

$\therefore$ (i) নং সঠিক $\theta = \tan^{-1}\frac{5\sin 120°}{5+5\cos 120°} = \frac{5\frac{\sqrt{3}}{2}}{5+5\left(-\frac{1}{2}\right)}$

$= \frac{\frac{5\sqrt{3}}{2}}{\frac{10-5}{2}} = \frac{5\sqrt{3}}{5} = \tan^{-1}\sqrt{3} = 60° \therefore$ (ii) নং সঠিক

43. $3^2 + 4^2 + 2\cdot 3\cdot 4\cdot\cos 90° = 25 = 5^2$

$\therefore$ ক্ষুদ্রতর বেগ দুটির মধ্যবর্তী কোণ 90°

44. $R^2 = 2^2 + 3^2 + 2\cdot 2\cdot 3\cdot\cos 60°$

$= 4 + 9 + 12\cdot\frac{1}{2} = 4 + 9 + 6 = 19 \therefore R = \sqrt{19}$N

45. $\tan\theta = \frac{3\sin 60°}{2+3\cos 60°} = \frac{3\frac{\sqrt{3}}{2}}{2+3\frac{1}{2}} = \frac{\frac{3\sqrt{3}}{2}}{\frac{4+3}{2}} = \frac{3\sqrt{3}}{7} \therefore \theta = \tan^{-1}\left(\frac{3\sqrt{3}}{7}\right)$

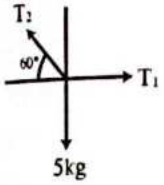
46. (a) 1 + 2 > 3; সম্ভব নয়, (b) 2 + 3 > 5; সম্ভব, (c) 3 + 4 > 5; সম্ভব, (d) 3 + 5 > 8; সম্ভব

Educationblog24.com

48. 8 ও 6 একক মানের দুইটি সমমুখী সমান্তরাল বল 21 একক দূরত্বে একটি অনড় বস্তুর উপর ক্রিয়ারত। বলদ্বয় অবস্থান বিনিময় করলে লব্ধির ক্রিয়াবিন্দু কত একক দূরত্বে সরে যাবে?
(a) 1 একক (b) 2 একক [Din.B'22]
(c) 3 একক (d) 4 একক

49. 6N ও 8N বল দুটির মধ্যবর্তী কোণ কত হলে লব্ধি $2\sqrt{13}$N হবে? [MB'22, 21; DB'17]
(a) 30° (b) 60° (c) 90° (d) 120°

50. কোনো বিন্দুতে ক্রিয়ারত তিনটি বল সাম্যাবস্থায় থাকলে যেকোনো দুটি বলের লব্ধি তৃতীয় বলের- [MB'22]
(i) সমান (ii) সমান্তরাল (iii) বিপরীতমুখী
নিচের কোনটি সঠিক?
(a) i, ii (b) i, iii (c) ii, iii (d) i, ii, iii

51. 

[MB'22]
T_1, T_2 ও 5N বলত্রয় ভারসাম্যে রাখা হলে T_1 এর মান কত?
(a) $\frac{5}{\sqrt{3}}$ (b) $\frac{20}{\sqrt{3}}$ (c) $5\sqrt{3}$ (d) $20\sqrt{3}$

52. A ও B বিন্দুতে ক্রিয়ারত 45N ও 15N বিসদৃশ সমান্তরাল বলের লব্ধি C বিন্দুতে ক্রিয়া করে।
AC = 5m হলে AB = কত? [MB'22]
(a) 5m (b) 10m (c) 15m (d) 20m

53. নিচের কোন বলত্রয় ত্রিভুজের বাহু দ্বারা দিকে মানে ও একই ক্রমে প্রকাশ করলে স্থিতাবস্থায় থাকবে? [DB'21]
(a) 1N, 2N, 3N (b) 3N, 4N, 5N
(c) 10N, 20N, 50N (d) 5N, 20N, 40N

54. এক বিন্দুতে ক্রিয়ারত P ও Q বলদ্বয়ের লব্ধি R এর উভয় দিকে যথাক্রমে 30° ও 60° কোণে আনত হলে P: Q কত? [DB'21]
(a) $2:\sqrt{3}$ (b) $\sqrt{3}:1$
(c) $1:\sqrt{2}$ (d) $1:\sqrt{3}$

55. 5N ও 7N মানের দুটি বল পরস্পর বিপরীত দিকে ক্রিয়াশীল। এদের লব্ধি কোন দিকে ক্রিয়া করবে? [DB, CB'21; CB'17]
(a) 7N বলের ক্রিয়ারেখার সাথে লম্ব বরাবর
(b) 7N বলের ক্রিয়ার সাথে সমান্তরাল বরাবর
(c) 5N বলের ক্রিয়ারেখার সাথে লম্ব বরাবর
(d) 5N বলের ক্রিয়ারেখা বরাবর

56. সমমানের দুটি বলদ্বয়ের লব্ধি বলদ্বয়ের গুণফলের সমান হলে উহাদের মধ্যবর্তী কোণ কত? [DB, Din.B'21; SB, BB'17]
(a) $\frac{\pi}{3}$ (b) $\frac{2\pi}{3}$
(c) $\frac{-2\pi}{3}$ (d) $\frac{-\pi}{3}$

57. কোনো বিন্দুতে 60° কোণে ক্রিয়ারত দুটি সমান বলকে একই বিন্দুতে ক্রিয়ারত 9N বলের সাহায্যে সাম্যাবস্থায় রাখলে সমান বল কত? [DB'21]
(a) $\sqrt{3}$N (b) $3\sqrt{3}$N
(c) 3N (d) 9N

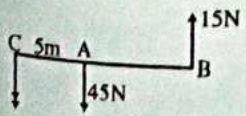
MCQ উত্তরমালা ও ব্যাখ্যামূলক সমাধান

48. c	49. d	50. b	51. a	52. b	53. b	54. b	55. b	56. b	57. b

48. $d = \frac{8-6}{8+6} \cdot 21 = \frac{2}{14} \cdot 21 = 3$ একক

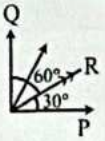
49. মনে করি, মধ্যবর্তী কোণ α,
অর্থাৎ, $(2\sqrt{13})^2 = 6^2 + 8^2 + 2 \cdot 6 \cdot 8 \cdot \cos\alpha$
$\Rightarrow 52 = 36 + 64 + 96\cos\alpha \Rightarrow -48 = 96\cos\alpha$
$\Rightarrow \cos\alpha = \frac{-48}{96} \Rightarrow \cos\alpha = -\frac{1}{2} \therefore \alpha = 120°$

51. লামির উপপাদ্য অনুসারে, $\frac{T_1}{\sin 150°} = \frac{T_2}{\sin 90°} = \frac{5}{\sin 120°} \Rightarrow \frac{T_1}{\frac{1}{2}} = \frac{T_2}{1} = \frac{5}{\frac{\sqrt{3}}{2}}$
$\therefore T_1 = \frac{5}{\frac{\sqrt{3}}{2}} \times \frac{1}{2} = \frac{5}{\sqrt{3}}$

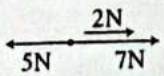
52. 

এখানে, $\frac{45}{AB+5} = \frac{15}{5} = \frac{45-15}{AB}$
২য় ও ৩য় অনুপাত নিয়ে, $\frac{45-15}{AB} = \frac{15}{5} \Rightarrow \frac{30}{AB} = \frac{3}{1} \therefore AB = 10m$

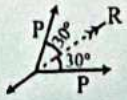
53. 3, 4, 5 দ্বারা ত্রিভুজ গঠন করা যায়।

54. 

$P = R\cos 30°$ এবং $Q = R\cos 60° \therefore \frac{P}{Q} = \frac{\cos 30°}{\cos 60°} = \sqrt{3}:1$

55. 

56. প্রশ্নমতে, $P^2 = P^2 + P^2 + 2P^2\cos\alpha$
$\Rightarrow -P^2 = 2P^2\cos\alpha \Rightarrow \cos\alpha = -\frac{1}{2} \therefore \alpha = \frac{2\pi}{3}$

57. 

$R = 2p\cos\frac{\theta}{2} = 2P\cos 30° = 9 \Rightarrow 2 \times P \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 9 \therefore P = 3\sqrt{3}$N

Educationblog24.com

নিচের উদ্দীপকের আলোকে পরবর্তী দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও:

P ও Q দুইটি বল।

58. ক্ষুদ্রতম লব্ধির ক্ষেত্রে বলদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণ কত? [RB'21]
(a) 0° (b) 90° (c) 120° (d) 180°

59. বলদ্বয়ের বৃহত্তম লব্ধি কত? [RB'21]
(a) $P^2 + Q^2$ (b) $\sqrt{P^2 + Q^2}$
(c) $P - Q$ (d) $P + Q$

60. 4 একক দূরত্বে P ও Q বিন্দুতে ক্রিয়ারত 3 ও 6 একক সমান্তরাল বলদ্বয়- [Ctg.B'21]
(i) সদৃশ হলে লব্ধি 9 একক (ii) অসদৃশ হলে লব্ধি 3 একক
(iii) অসদৃশ এবং লব্ধি R বিন্দুতে হলে QR = 4
নিচের কোনটি সঠিক?
(a) i, ii (b) i, iii (c) ii, iii (d) i, ii, iii

নিচের উদ্দীপকের আলোকে পরবর্তী দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও:

10N ও 5N মানের বলদ্বয় একটি বিন্দুতে পরস্পর 120° কোণে ক্রিয়াশীল।

61. বলদ্বয়ের লব্ধির মান কত? [Ctg.B'21]
(a) $3\sqrt{5}$ N (b) $5\sqrt{3}$ N (c) $5\sqrt{7}$ N (d) $7\sqrt{5}$ N

62. লব্ধিবলের ক্রিয়ারেখা বৃহত্তর বলটির সাথে কত কোণে অবস্থান করে? [Ctg.B'21]
(a) 30° (b) 45° (c) 60° (d) 90°

63. কোনো জড় বস্তুর উপর A ও B বিন্দুতে যথাক্রমে 42N এবং 24N মানের দুইটি অসদৃশ সমান্তরাল বল ক্রিয়ারত আছে। যদি তাদের লব্ধির ক্রিয়াবিন্দু BA এর বর্ধিতাংশকে C বিন্দুতে ছেদ করে তবে AB: BC = কত? [Ctg.B'21]
(a) 3: 7 (b) 4: 7 (c) 7: 3 (d) 7: 4

64. কোনো বিন্দুতে ক্রিয়ারত P ও $\sqrt{2}P$ বলদ্বয়ের লব্ধি R, P বলের উপর লম্ব হলে তাদের অন্তর্গত কোণ কত? [SB'21]
(a) 45° (b) 60° (c) 120° (d) 135°

65. কোনো ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দুতে তিনটি সমান সদৃশ সমান্তরাল বল ক্রিয়া করলে তাদের লব্ধি- [SB'21]
(a) লম্বকেন্দ্রগামী (b) অন্তঃকেন্দ্রগামী
(c) পরিকেন্দ্রগামী (d) ভরকেন্দ্রগামী

66. কোনো বিন্দুতে 120° কোণে ক্রিয়ারত দুইটি সমান বলকে একই বিন্দুতে ক্রিয়ারত 9N বলের সাহায্যে ভারসাম্যে রাখা হয়েছে। সমান বলদ্বয় কত? [SB'21]
(a) $9\sqrt{3}$N (b) 9N (c) $3\sqrt{3}$N (d) 3N

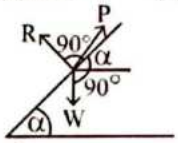
67. 8N ও 6N মানের দুইটি বল কোনো বিন্দুতে α কোণে ক্রিয়ারত থাকলে- [SB'21]
(i) লব্ধির বৃহত্তম মান = 14N
(ii) লব্ধির ক্ষুদ্রতম মান = 2N
(iii) $\alpha = \frac{\pi}{2}$ হলে লব্ধির মান = 10N
নিচের কোনটি সঠিক?
(a) i, ii (b) i, iii (c) ii, iii (d) i, ii, iii

নিচের উদ্দীপকের আলোকে পরবর্তী দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও:

P মানের দুইটি সমান বল OX ও OY বরাবর ক্রিয়া করে। বল দুইটির মধ্যবর্তী কোণ 90°।

68. বল দুইটির লব্ধি OX এর সাথে কত কোণ উৎপন্ন করে? [BB'21]
(a) 15° (b) 30° (c) 45° (d) 90°

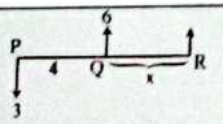
69. বল দুইটির লব্ধির মান কত? [BB'21]
(a) $\sqrt{2}P$ (b) $\sqrt{3}P$ (c) 2P (d) 3P

70. 

উদ্দীপকের আলোকে R ও W এর মধ্যবর্তী কোণ কত? [BB'21]
(a) $90° - \alpha$ (b) $90° + \alpha$
(c) $180° - \alpha$ (d) $180° + \alpha$

MCQ উত্তরমালা ও ব্যাখ্যামূলক সমাধান

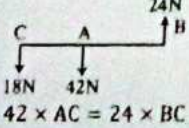
58. d	59. d	60. d	61. b	62. a	63. a	64. d	65. d	66. b	67. d	68. c	69. a	70. c

60. 

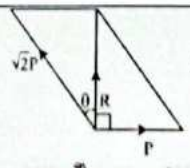
$\therefore 3(4 + x) = 6 \times x \Rightarrow 12 + 3x = 6x \Rightarrow 3x = 12$
$\therefore x = 4 \therefore QR = 4$ একক। সদৃশ হলে, লব্ধি $= P + Q = 9$ একক
অসদৃশ হলে, লব্ধি $= P - Q = 3$ একক

61. $R = \sqrt{10^2 + 5^2 + 2 \times 10 \times 5 \cos 120°}$
$= \sqrt{100 + 25 - 50} = 5\sqrt{3}$ N

62. $\tan\theta = \frac{5 \sin 120°}{10 + 5 \cos 120°} = \frac{1}{\sqrt{3}} \therefore \theta = 30°$

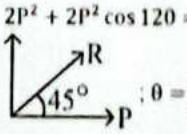
63. 

$42 \times AC = 24 \times BC \therefore 7AC = 4BC \Rightarrow 7(BC - AB) = 4BC$
$\Rightarrow 7BC - 7AB = 4BC \Rightarrow 3BC = 7AB \therefore \frac{AB}{BC} = \frac{3}{7}$

64. 

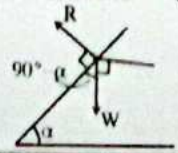
$\theta = \sin^{-1}\left(\frac{P}{\sqrt{2}P}\right) = 45°$
$\therefore$ মধ্যবর্তী কোণ $= (90 + 45)° = 135°$

66. $2P^2 + 2P^2 \cos 120 = 81 \Rightarrow P = 9$N

68. 

; $\theta = \frac{\pi}{2}$ [যেহেতু বলদ্বয় সমান]

69. $R = 2P \cos 45° = \sqrt{2}P$

70. 

$\theta = 90° + (90° - \alpha) = 180° - \alpha$

Educationblog24.com

71. 5 একক দূরত্বে A ও B বিন্দুতে ক্রিয়ারত 9 এবং 5 একক মানের সমান্তরাল বলদ্বয়– [CB, BB, MB'21]
(i) অসদৃশ হলে লব্ধির মান 4 একক
(ii) সদৃশ এবং লব্ধি C বিন্দুতে ক্রিয়ারত হলে $BC = \frac{45}{14}$ একক
(iii) সদৃশ হলে লব্ধির মান 14 একক
নিচের কোনটি সঠিক?
(a) i, ii (b) i, iii (c) ii, iii (d) i, ii, iii

72. ΔABC এর কৌণিক বিন্দু A, B ও C তে যথাক্রমে P, Q এবং R মানের তিনটি সদৃশ সমান্তরাল বল ক্রিয়াশীল। লব্ধি ত্রিভুজের ভরকেন্দ্রগামী হলে– [BB'21]
(a) P: Q: R = sin A : sin B : sin C
(b) P: Q: R = tan A : tan B : tan C
(c) P: Q: R = sin 2A : sin 2B : sin 2C
(d) P: Q: R = 1: 1: 1

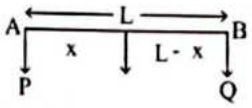
73. একটি বলের আনুভূমিক ও উলম্ব অংশের মান 4N ও 3N হলে বলটির মান– [JB'21]
(a) 5N (b) 10N (c) $2\sqrt{3}$N (d) 7N

74. $\sqrt{3}$kg ওজনের একটি বস্তুকে দুটি বল দ্বারা টেনে রাখা হয়েছে। একটি আনুভূমিক এবং অপরটি আনুভূমিকের সাথে 30° কোণে ক্রিয়ারত হলে বলদ্বয় কত কেজি ওজন? [JB'21]
(a) $3\sqrt{5}, 10$ (b) $2\sqrt{3}, \sqrt{3}$
(c) $5\sqrt{3}, 10$ (d) $3, 2\sqrt{3}$

75. একই বিন্দুতে ক্রিয়ারত দুটি বলের ক্ষুদ্রতম লব্ধি 1N এবং বল দুটি লম্বভাবে ক্রিয়াশীল হলে লব্ধির মান 5N। বলদ্বয় দ্বারা বৃহত্তম লব্ধির মান– [JB'21]
(a) 5N (b) 2N (c) 7N (d) 3N

76. কোনো বিন্দুতে ক্রিয়ারত Q ও 2Q মানের বলদ্বয়ের লব্ধি Q বলের ক্রিয়ারেখার উপর লম্ব হলে– [JB'21]
(i) বলদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণ 120°
(ii) লব্ধির মান $\sqrt{3}$Q একক
(iii) Q বলের দিক বরাবর 2Q বলের ধনাত্মক লম্বাংশ 3Q
নিচের কোনটি সঠিক?
(a) i, ii (b) i, iii (c) ii, iii (d) i, ii, iii

নিচের উদ্দীপকের আলোকে পরবর্তী প্রশ্নের উত্তর দাও:



77. L = 8, Q = 30, x = 6 হলে P এর মান কত? [JB, CB'21; JB'17]
(a) 100 (b) 7 (c) 70 (d) 10

78. একই বিন্দুতে ক্রিয়ারত P ও 30N বলদ্বয়ের লব্ধি 25N, P বলের ক্রিয়ারেখার উপর লম্ব। P এর মান কত? [CB'21]
(a) $10\sqrt{5}$ N (b) $10\sqrt{3}$
(c) $5\sqrt{11}$ N (d) $5\sqrt{15}$

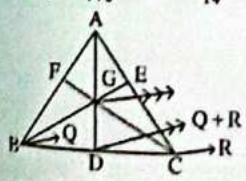
79. P বলের উপাংশদ্বয় P এর সাথে 15° ও 45° কোণ উৎপন্ন করে। P বলের একটি উপাংশ কোনটি? [CB'21]
(a) $\frac{\sqrt{2}P}{\sqrt{3}}$ (b) $\frac{2P}{\sqrt{3}}$ (c) $\frac{\sqrt{3}P}{\sqrt{2}}$ (d) $\frac{\sqrt{3}P}{2}$

80. P ও Q মানের দুটি বল পরস্পর 45° কোণে কোনো একটি বিন্দুতে ক্রিয়ারত। এদের লব্ধি 16N, P বলের সাথে 30° কোণ উৎপন্ন করে। Q বলের মান কত? [Din.B'21]
(a) $8\sqrt{2}$N (b) $4\sqrt{2}$N (c) $32\sqrt{2}$ N (d) 8N

MCQ উত্তরমালা ও ব্যাখ্যামূলক সমাধান

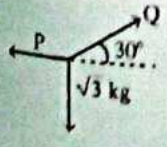
71. d	72. d	73. a	74. d	75. c	76. a	77. d	78. c	79. a	80. a

71. (ii) $\frac{BC}{9} = \frac{AB}{9+5} \Rightarrow BC = \frac{45}{14}$

72.


$P \times AG = (Q + R) \times GD \Rightarrow Q + R = 2P$ ..... (I)
অনুরূপ $P + Q = 2R$ ..... (II)
(I) ও (II) থেকে P = R ফলে P = Q

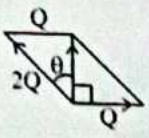
73. $R = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5N$

74.


$\frac{P}{\sin(90+30)} = \frac{Q}{\sin 90}$
$= \frac{\sqrt{3}}{\sin 150°}; \left[\frac{P}{\cos 30} = \frac{Q}{1} = \frac{\sqrt{3}}{\frac{1}{2}}\right]; Q = 2\sqrt{3} \therefore P = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 2\sqrt{3} = 3$

75. $(P+Q)^2 + (P-Q)^2 = 2(P^2+Q^2) \Rightarrow (P+Q)^2 + 1 = 2 \times 25$
$\Rightarrow (P+Q)^2 = 49 \Rightarrow P + Q = 7N$

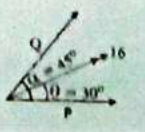
76. $\theta = \sin^{-1}\left(\frac{Q}{2Q}\right) = 30°$
$\therefore$ মধ্যবর্তী কোণ $= 90° + \theta = 90° + 30° = 120°$
লব্ধি, $R = \sqrt{4Q^2 - Q^2} = \sqrt{3}Q$ একক
Q এর দিকে 2Q এর লম্বাংশ $2Q\cos 120 = -Q$
$\therefore$ (iii) ভুল



77. $Px = QL - Qx \Rightarrow 6P = 240 - 180 \Rightarrow 6P = 60 \Rightarrow P = 10$

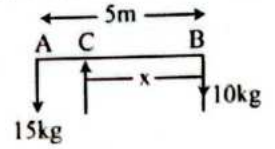
78. $P = \sqrt{(\text{বড়বল})^2 - (\text{ছোটবল})^2} = \sqrt{30^2 - 25^2} = 5\sqrt{11}$ N

79. $\frac{P_1}{\sin 45°} = \frac{P}{\sin(45°+15°)}$ বা, $P_1 = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}P$

80. $Q = \frac{R\sin\theta}{\sin\alpha} = \frac{16\sin 30°}{\sin 45°} = \frac{16}{\sqrt{2}} = 8\sqrt{2}$;


Educationblog24.com

নিচের উদ্দীপকের আলোকে পরবর্তী প্রশ্নের উত্তর দাও:



81. C বিন্দুতে দণ্ডটি আনুভূমিকভাবে ভারসাম্যে থাকলে BC এর দৈর্ঘ্য কত মিটার? [Din.B'21]

(a) 1 (b) 2 (c) 3 (d) 4

82. P ও Q (P > Q) মানের দুইটি সমান্তরাল বল– [MB'21]

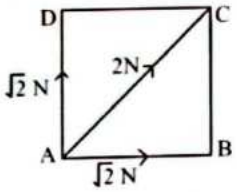
(i) সদৃশ হলে বলদ্বয়ের লব্ধি P + Q

(ii) বিসদৃশ হলে বলদ্বয়ের লব্ধি P – Q

(iii) বলদ্বয়ের লব্ধি P এর দিকের সাথে সমান্তরাল

নিচের কোনটি সঠিক?

(a) i, ii (b) i, iii (c) ii, iii (d) i, ii, iii

83. 

চিত্রে ABCD একটি বর্গক্ষেত্র। A বিন্দুতে ক্রিয়ারত বলত্রয়ের লব্ধি কত? [RB'19]

(a) $2\sqrt{2}$ (b) 4 (c) 8 (d) 16

84. ত্রিভুজের অন্তঃস্থ কোণত্রয়ের সমদ্বিখণ্ডকত্রয়ের ছেদবিন্দুকে কী বলা হয়? [RB'19]

(a) অন্তঃকেন্দ্র (b) পরিকেন্দ্র

(c) ভরকেন্দ্র (d) লম্বকেন্দ্র

85. দুইটি সমান বলের লব্ধির বর্গ তাদের গুণফলের দ্বিগুণ হলে বলদ্বয়ের অন্তর্গত কোণ- [Ctg.B'19]

(a) 0° (b) 90° (c) 135° (d) 180°

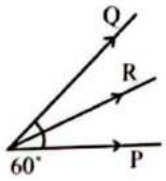
86. একটি বিন্দুতে ক্রিয়ারত দুটি বল P ও 2P । তাদের লব্ধি R, P বলের উপর লম্ব হলে তাদের অন্তর্গত কোণ কত? [BB'19]

(a) 30° (b) 60° (c) 90° (d) 120°

87. একই আনুভূমিক রেখায় 10 কেজি ও 5 কেজি ওজনের দুটি বিসদৃশ সমান্তরাল বল দুটি বিন্দুতে ক্রিয়ারত আছে। বৃহত্তর বল থেকে এদের লব্ধির প্রয়োগ বিন্দুর দূরত্ব 25 সে.মি. হলে বল দুটির মধ্যবর্তী দূরত্ব কত? [JB'19]

(a) 50 সে.মি. (b) 75 সে.মি.

(c) 25 সে.মি. (d) 15 সে.মি.

88. 

P ও Q এর মধ্যবর্তী কোণ 60° হলে লব্ধি R হলো- [JB'19]

(a) $\sqrt{P^2 + Q^2 + PQ}$ (b) $\sqrt{P^2 + Q^2 + 2PQ}$

(c) $P^2 + Q^2 + PQ$ (d) $P^2 + Q^2 + 2PQ$

89. একটি কণার উপর কার্যরত P ও Q মানের বলদ্বয় সমান ও একই রেখার বিপরীতমুখী হলে, এদের লব্ধি কোনটি? [CB'19]

(a) 0 (b) P + Q

(c) $P^2 + Q^2$ (d) $\sqrt{P^2 + Q^2}$

90. P এবং Q বল দুটি পরস্পর বিপরীত দিকে ক্রিয়া করলে লব্ধি হয় 5N এবং একই দিকে ক্রিয়া করলে লব্ধি হয় 7N। [Din.B'19]

(i) P বলের মান 6N

(ii) Q বলের মান 1N

(iii) বল দুটি মধ্যবর্তী কোণ যথাক্রমে 180° এবং 0°

নিচের কোনটি সঠিক?

(a) i, ii (b) i, iii (c) ii, iii (d) i, ii, iii

91. কোনো বিন্দুতে 120° কোণে ক্রিয়াশীল দুটি বলের বৃহত্তম বলটি 16N এবং ক্ষুদ্রতম বলটি লব্ধির সাথে সমকোণ উৎপন্ন করে। ক্ষুদ্রতম বলটি কত? [Din.B'19]

(a) $\sqrt{3}$N (b) 3N (c) 8N (d) $8\sqrt{3}$N

MCQ উত্তরমালা ও ব্যাখ্যামূলক সমাধান

81. c	82. d	83. b	84. a	85. b	86. d	87. c	88. a	89. a	90. d	91. c

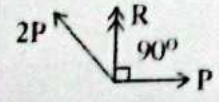
81. $10x = 15(5 - x) \Rightarrow 10x = 75 - 15x \Rightarrow 25x = 75 \Rightarrow x = 3$

83. AB বরাবর, $F_x = \sqrt{2} + 2\cos 45° = 2\sqrt{2}$

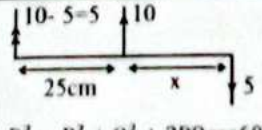
AD বরাবর, $F_y = \sqrt{2} + 2\sin 45° = 2\sqrt{2}$

$\therefore F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = 4N$

85. $2P^2 = P^2 + P^2 + 2P^2\cos\alpha \therefore \alpha = 90°$

86. 

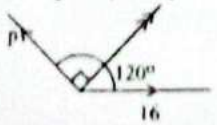
$R\cos 90° = P + 2P\cos\alpha \therefore \cos\alpha = -\frac{1}{2} \therefore \alpha = 120°$

87. 

$\therefore 5 \times 25 = 5 \times x \Rightarrow x = 25cm$

88. $R^2 = P^2 + Q^2 + 2PQ\cos 60° \Rightarrow R = \sqrt{P^2 + Q^2 + PQ}$

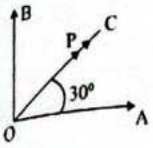
90. $P - Q = 5 ; P + Q = 7 \therefore P = 6, Q = 1$

91. 

$\therefore \tan 90° = \frac{16\sin 120°}{p + 16\cos 120°} \Rightarrow p + 16\cos 120° = 0$

$\Rightarrow p = 16\cos 60° = 8N$

Educationblog24.com

92. 

উদ্দীপকে- [All.B'18; RB'17]

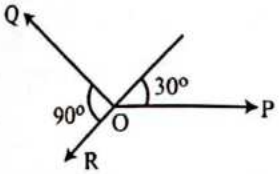
(i) OA বরাবর P বলের লম্বাংশ $= \frac{\sqrt{3}P}{2}$

(ii) OB বরাবর P বলের লম্বাংশ $= \frac{P}{2}$

(iii) OC বরাবর P বলের লম্বাংশ $= P$

নিচের কোনটি সঠিক?

(a) i, ii (b) i, iii (c) ii, iii (d) i, ii, iii

93. 

O বিন্দুতে ক্রিয়ারত সমতলীয় তিনটি বল P, Q & R সাম্যাবস্থায় আছে। P এর মান 12N হলে, Q & R এর মান যথাক্রমে নিচের কোনটি? [RB'17]

(a) $24\sqrt{3}$ N, 24N (b) 24N, $24\sqrt{3}$ N

(c) $6\sqrt{3}$ N, 6N (d) 6N, $6\sqrt{3}$ N

94. সমবিন্দু দুইটি বলের লব্ধি বৃহত্তম হয় যখন বলদ্বয়ের অন্তর্গত কোণ- [Ctg.B'17]

(a) 0° (b) 45° (c) 90° (d) 180°

95. ত্রিভুজের বাহুত্রয়ের লম্ব সমদ্বিখণ্ডক তিনটির ছেদবিন্দু হলো- [Ctg.B'17]

(a) অন্তঃকেন্দ্র (b) পরিকেন্দ্র

(c) ভরকেন্দ্র (d) লম্বকেন্দ্র

96. P ও 25N মানের দুইটি বলের লব্ধি 20N যা P এর সাথে লম্বভাবে স্থাপিত হলে, P এর মান কোনটি? [SB'17]

(a) 10 N (b) 20 N (c) 25 N (d) 15 N

97. P ও Q দুইটি সমান ও সমান্তরাল বল বিপরীত দিকে ক্রিয়াশীল হলে তাদের লব্ধি কত? [SB'17]

(a) P + Q (b) P − Q (c) Q − P (d) 0

98. 30 মিটার দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট AB দণ্ডের A প্রান্তে 20 কেজি ওজন ও B প্রান্তে P কেজি ওজন ঝুলানো আছে। এদের লব্ধি C বিন্দুতে ক্রিয়াশীল। AC এর দৈর্ঘ্য 20 মিটার হলে বলটির মান কত? [JB'17]

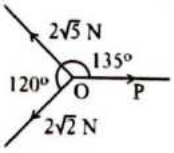
(a) 10N (b) 30N (c) 40N (d) 50N

99. কোনো জড় বস্তুর উপর A ও B বিন্দুতে যথাক্রমে 42N ও 24N মানের দুইটি অসদৃশ সমান্তরাল বল কার্যরত। যদি BA এর বর্ধিতাংশের উপর C বিন্দুতে তাদের লব্ধির ক্রিয়াবিন্দু কার্যরত হয়, তবে AC ও BC এর অনুপাত কোনটি? [Din.B'17]

(a) 7: 6 (b) 7: 4 (c) 6: 7 (d) 4: 7

100. কোনো বিন্দুতে ক্রিয়ারত $(2 + 2\sqrt{2})$N মানের দুইটি সমান বলের লব্ধি বল $(4 + 4\sqrt{2})$N হলে, তাদের অন্তর্ভুক্ত কোণ কত? [Din.B'17]

(a) 0° (b) 45° (c) 90° (d) 180°

101. 

; চিত্রের প্রদর্শিত বলত্রয় O বিন্দুতে সাম্যাবস্থায় থাকলে, P বলটির মান কত? [Din.B'17]

(a) $4\sqrt{3}$N (b) 2N

(c) $2\sqrt{3}$N (d) $\sqrt{3}$N

MCQ উত্তরমালা ও ব্যাখ্যামূলক সমাধান

92. d	93. d	94. a	95. b	96. d	97. d	98. c	99. d	100. a	101. c

92. OA বরাবর P বলের লম্বাংশ $= P\cos 30° = \frac{\sqrt{3}}{2}P$

OB বরাবর P বলের লম্বাংশ $= P\sin 30° = \frac{1}{2}P$

OC বরাবর P বলের লম্বাংশ $= P\cos 0° = P$

93. লামির সূত্র মতে, $\frac{P}{\sin 90°} = \frac{Q}{\sin \angle POR} = \frac{R}{\sin \angle POQ}$

$\therefore Q = P\sin \angle POR = 12\sin 150° = 6N$

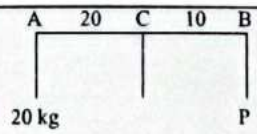
$R = P\sin \angle POQ = 12\sin 120° = 6\sqrt{3}N$

96. $\tan 90 = \frac{25\sin\alpha}{P + 25\cos\alpha} \therefore \frac{1}{0} = \frac{25\sin\alpha}{P + 25\cos\alpha} \therefore P = -25\cos\alpha$

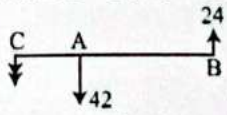
এখন, $(20)^2 = 25^2 + P^2 + 2(P)(25)\cos\alpha$

$(20)^2 = (25)^2 + P^2 - 2P^2$

$\therefore P^2 = 25^2 - 20^2 = 225 \therefore P = 15$ N

98. 

$AC \times 20 = BC \times P \therefore 20 \times 20 = 10 \times P \therefore P = 40$ N

99. 

$\frac{24}{AC} = \frac{42}{BC} \Rightarrow \frac{AC}{BC} = \frac{24}{42} = \frac{4}{7}$

100. $(4 + 4\sqrt{2})^2 = 2(2 + 2\sqrt{2})^2 + 2(2 + 2\sqrt{2})^2\cos\alpha$

$\Rightarrow 4(2 + 2\sqrt{2})^2 = 2(2 + 2\sqrt{2}) + 2(2 + 2\sqrt{2})^2\cos\alpha$

$\Rightarrow 2 = 1 + \cos\alpha \Rightarrow \cos\alpha = 1 \Rightarrow \alpha = 0°$

101. $\frac{P}{\sin 120°} = \frac{2\sqrt{2}}{\sin 135°} \therefore P = 2\sqrt{3}$N

Educationblog24.com

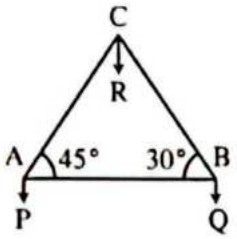
বিভিন্ন কলেজের টেস্ট পরীক্ষার MCQ প্রশ্ন

102. কোনো বিন্দুতে ক্রিয়ারত দুটি বলের একটির মান অপরটির দ্বিগুণ এবং তাদের লব্ধি ক্ষুদ্রতরটির উপর লম্ব হলে বলদ্বয়ের অন্তর্গত কোণ কত? [আনন্দ মোহন কলেজ, ময়মনসিংহ]

(a) 60° (b) 120°

(c) 135° (d) 150°

103.

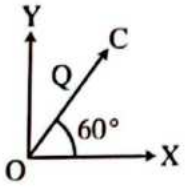


P, Q, R বলত্রয়ের লব্ধি ত্রিভুজটির পরিকেন্দ্রগামী হলে P : Q =? [চট্টগ্রাম সরকারি মহিলা কলেজ]

(a) $1 : \sqrt{2}$ (b) $\sqrt{2} : 1$

(c) $2 : \sqrt{3}$ (d) $\sqrt{3} : 2$

নিচের তথ্যের আলোকে পরবর্তী প্রশ্নের উত্তর দাও:



104. উদ্দীপক অনুসারে- [বাংলাদেশ নৌবাহিনী কলেজ, চট্টগ্রাম]

(i) OX বরাবর Q বলের লম্বাংশ $= \frac{Q}{2}$

(ii) OY বরাবর Q বলের লম্বাংশ $= \frac{\sqrt{3}Q}{2}$

(iii) OC বরাবর Q বলের লম্বাংশ $= 0$

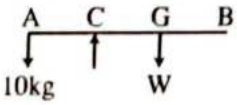
নিচের কোনটি সঠিক?

(a) i, ii (b) i, iii (c) ii, iii (d) i, ii, iii

105. কোনো জড় বস্তুর উপর A ও B বিন্দুতে যথাক্রমে 42 N ও 24 N মানের দুইটি অসদৃশ সমান্তরাল বল কার্যরত। যদি BA এর বর্ধিতাংশের উপর C বিন্দুতে তাদের লব্ধির ক্রিয়াবিন্দু কার্যরত হয়, তবে AC ও BC এর অনুপাত কোনটি? [চট্টগ্রাম ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক কলেজ]

(a) 7 : 6 (b) 7 : 4 (c) 6 : 7 (d) 4 : 7

নিচের তথ্যের আলোকে পরবর্তী দুটি প্রশ্নের উত্তর দাও:



106. C বিন্দুতে চাপের পরিমাণ 30 kg ওজন হলে W = কত kg? [পুলিশ লাইন্স স্কুল এন্ড কলেজ, রংপুর]

(a) 10 (b) 20 (c) 35 (d) 40

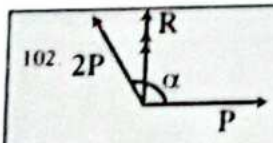
107. AC = 1m এবং AG = BG হলে, AB = কত m? [পুলিশ লাইন্স স্কুল এন্ড কলেজ, রংপুর]

(a) 2 (b) 3 (c) 4 (d) 6

MCQ উত্তরমালা ও ব্যাখ্যামূলক সমাধান

102. b	103. c	104.a	105. d	106. b	107. c

102.



$P + 2P\cos\alpha = 0$

$\therefore \alpha = \cos^{-1}\left(-\frac{P}{2P}\right) = \cos^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right) = 120°$

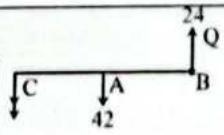
103. $P : Q = \frac{\sin(2\times45)}{\sin(2\times30)} = \frac{1}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 2 : \sqrt{3}$

104. OX বরাবর Q এর লম্বাংশ $Q \times \cos 60° = \frac{Q}{2}$

OY বরাবর Q এর লম্বাংশ $Q \times \sin 60° = \frac{\sqrt{3}Q}{2}$

OC বরাবর Q এর লম্বাংশ $Q \times \cos(0°) = Q$

105.

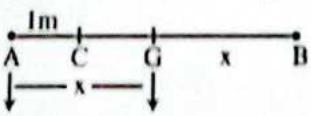


$\frac{P}{BC} = \frac{Q}{AC} \therefore \frac{AC}{BC} = \frac{Q}{P} = \frac{24}{42} = \frac{4}{7} \therefore AC : BC = 4 : 7$

106. C বিন্দুতে চাপ = A বিন্দুতে চাপ + G বিন্দুতে চাপ

$\Rightarrow 30 = 10 + w \therefore w = 20kg$

107.



$\frac{10}{x-1} = \frac{20}{x} \Rightarrow 10x = 20x - 20$

$\Rightarrow 10x = 20 \therefore x = 2m$

$\therefore AB = 2x = 4m$

সাজেশনভিত্তিক মডেল টেস্ট: অধ্যায়-০৮

পূর্ণমান: ৩০ | MCQ | সময়: ৩০ মিনিট

01. লামির উপপাদ্য কোনটি?

(a) $P\sin\alpha = Q\sin\beta - R\sin\gamma$

(b) $\frac{P}{\sin\alpha} = \frac{Q}{\sin\beta} = \frac{R}{\sin\gamma}$

(c) $\frac{P}{\cos\alpha} = \frac{Q}{\cos\beta} = \frac{R}{\cos\gamma}$

(d) $P\tan\alpha = Q\tan\beta = R\tan\gamma$

02. P ও Q বলদ্বয় যথাক্রমে x অক্ষের সাথে α ও β কোণ উৎপন্ন করে ক্রিয়া করলে তাদের লব্ধি-

(a) $R = \sqrt{(P\cos\alpha + Q\cos\beta)^2 + (P\sin\alpha + Q\sin\beta)^2}$

(b) $R = \sqrt{(P\cos\alpha + P\sin\alpha)^2 + (Q\cos\alpha + Q\sin\beta)^2}$

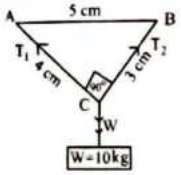
(c) $R = \sqrt{(P\cos\alpha + Q\sin\alpha)^2 + (P\sin\alpha + Q\cos\beta)^2}$

(d) $R = \sqrt{P^2 + Q^2 + 2PQ\cos(\alpha+\beta)}$

03. কোন বিন্দুতে 60° কোণে ক্রিয়ারত দুইটি সমান বলকে একই বিন্দুতে ক্রিয়ারত 9N বলের সাহায্যে ভারসাম্য রাখে। সমান বলদ্বয়ের প্রতিটির মান-

(a) 3N (b) $3\sqrt{3}$N

(c) $\sqrt{3}$N (d) 7N

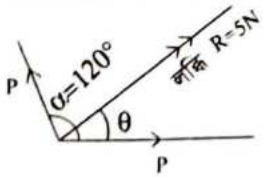
04. 

C বিন্দুতে T_1, T_2 এবং W = 10 কেজি ওজনের ক্রিয়ার ফলে ভারসাম্য সৃষ্টি হয়। রশির টান T_1 = কত?

(a) 4 কেজি ওজন (b) 6 কেজি ওজন

(c) 8 কেজি ওজন (d) 10 কেজি ওজন

নিচের উদ্দীপকের আলোকে পরবর্তী দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও:



05. নিচের তথ্যগুলো লক্ষ কর:

(i) দুইটি সমান বলের লব্ধি এদের অন্তর্গত কোণকে সমদ্বিখণ্ডিত করে

(ii) P ও Q সদৃশ সমান্তরাল বলের লব্ধি P+Q

(iii) P, P সমবিন্দু দুইটি বলের লব্ধি P হলে, বল দুইটির মধ্যবর্তী কোণ 60°

নিচের কোনটি সঠিক?

(a) i, ii (b) i, iii (c) ii, iii (d) i, ii, iii

06. 12N ও 8N দুইটি সমমুখী সমান্তরাল বল কোন কঠিন বস্তুর A ও B বিন্দুতে ক্রিয়াশীল। বল দুটির অবস্থান বিনিময় করলে এদের লব্ধির ক্রিয়াবিন্দু AB বরাবর কত দূরে সরে যাবে?

(a) $\frac{1}{2}$AB (b) $\frac{1}{3}$AB

(c) $\frac{1}{5}$AB (d) $\frac{1}{7}$AB

07. আনুভূমিক দিকে ও অনুভূমিকের সাথে 30° কোণে ক্রিয়াশীল দুইটি বল 5 একক ওজনের বস্তুকে স্থিরভাবে ধরে রাখে, বল দুইটির মান কত?

(a) $\frac{5}{\sqrt{3}}, 10$ (b) $5\sqrt{3}, 10$

(c) 5, 10 (d) $5, 10\sqrt{3}$

নিচের উদ্দীপকের আলোকে পরবর্তী দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও:

P ও Q(P > Q) দুইটি বলের বৃহত্তম লব্ধি 8N এবং ক্ষুদ্রতম লব্ধি 2N।

08. P এর মান কোনটি?

(a) 2N (b) 6N

(c) 5N (d) 8N

09. বলদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণ 60° হলে, লব্ধির মান কোনটি?

(a) 7N (b) 3N

(c) $\sqrt{13}$N (d) 5N

10. 10N ও 4N মানের দুইটি সমমুখী সমান্তরাল বল AB = 14cm সুষম দণ্ডের যথাক্রমে A ও B বিন্দুতে ক্রিয়ারত হলে লব্ধির অবস্থান কোনটি?

(a) A বিন্দু থেকে 4cm দূরে

(b) A বিন্দু থেকে 6cm দূরে

(c) B বিন্দু থেকে 4cm দূরে

(d) B বিন্দু থেকে 6cm দূরে

11. 7N, 8N ও 10N মানের তিনটি বল পরস্পরের সাথে 120° কোণ উৎপন্ন করে। 7N মানের বলটির দিকে আনুভূমিক দিক ধরে লব্ধির উল্লম্ব উপাংশ কোনটি?

(a) −2 (b) $-\sqrt{3}$

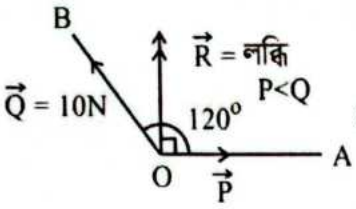
(c) $\sqrt{3}$ (d) $3\sqrt{3}$

12. 2P এবং P মানের দুইটি বল একটি বস্তুর উপর কার্যরত। যদি প্রথম বলকে দ্বিগুণ ও দ্বিতীয় বলকে 8 একক বৃদ্ধি করা হয়, তবে তাদের লব্ধির দিক অপরিবর্তিত থাকে। P এর মান কত?

(a) 16 (b) 8

(c) 4 (d) 2

Educationblog24.com

13. 

; চিত্রে P এর মান কত?

(a) $3\sqrt{3}$N (b) $5\sqrt{3}$N

(c) $5\sqrt{2}$N (d) 5N

14. O বিন্দুতে 6P, 9P মানের দুইটি বলের লব্ধি 8P । যদি কোন ছেদক বলত্রয়ের ক্রিয়ারেখাকে যথাক্রমে C, D, E বিন্দুতে ছেদ করে তবে-

(a) $\frac{6}{OD}+\frac{9}{OC}=\frac{8}{OE}$ (b) $\frac{6}{OE}+\frac{9}{OD}=\frac{8}{OC}$

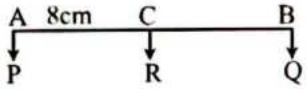
(c) $\frac{6}{OC}+\frac{9}{OD}=\frac{8}{OE}$ (d) কোনোটিই নয়

15. কোন বিন্দুতে দুইটি বল 120° কোণে ক্রিয়ারত। বৃহত্তর বলটির মান 10N এবং তাদের লব্ধি ক্ষুদ্রতর বলের সাথে সমকোণ উৎপন্ন করলে ক্ষুদ্রতর বলের মান কত?

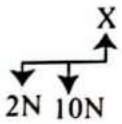
(a) 2N (b) 4N

(c) 5N (d) 6N

নিচের উদ্দীপকের আলোকে পরবর্তী প্রশ্নের উত্তর দাও:



চিত্রে, P ও Q সমান্তরাল বলদ্বয়ের লব্ধি R, এখানে P = 7N ও Q = 8N

16. 

চিত্রের দুটি অসদৃশ বলের লব্ধি 2N হলে x এর মান কত নিউটন?

(a) 12 (b) 8

(c) 6 (d) 4

17. ABC ত্রিভুজের তিনটি কৌণিক বিন্দুতে 2, 2, P তিনটি সদৃশ সমান্তরাল বল ক্রিয়া করছে। এদের লব্ধি ত্রিভুজের ভরকেন্দ্রগামী হলে P এর মান কোনটি?

(a) 2 (b) 3

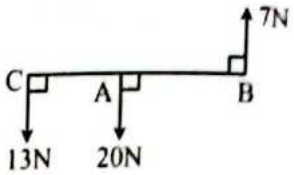
(c) 4 (d) 5

18. P = 6 kg, Q = 4 kg এবং AB = 5 মিটার। বলদ্বয়ের অবস্থান বিনিময় করা হলে এদের লব্ধির ক্রিয়াবিন্দু AB বরাবর কত দূর সরে যাবে? [সদৃশ বল]

(a) 2 মিটার (b) 0 মিটার

(c) 1 মিটার (d) 3 মিটার

নিচের উদ্দীপকের আলোকে পরবর্তী দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও:



19. BC:AC কত?

(a) 20:13 (b) 20:7

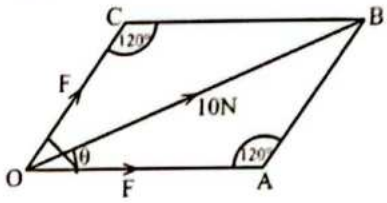
(c) 13:7 (d) 27:13

20. AC = 3 মিটার হলে, AB কত মিটার?

(a) $\frac{33}{7}$ (b) $\frac{39}{7}$

(c) $\frac{40}{7}$ (d) $\frac{81}{7}$

21. চিত্রে OABC একটি রম্বস।



F এর মান কত?

(a) $\frac{10\sqrt{10}}{\sqrt{3}}$N (b) $\frac{10\sqrt{30}}{\sqrt{10}}$N

(c) $\frac{10\sqrt{10}}{\sqrt{30}}$N (d) $\frac{10\sqrt{3}}{\sqrt{10}}$N

22. একটি দণ্ডের A ও B বিন্দুতে যথাক্রমে 45N এবং 15N দুইটি বিপরীতমুখী সমান্তরাল বল ক্রিয়া করছে। যদি এদের লব্ধি দণ্ডের বিন্দুতে ক্রিয়া করে এবং AC = 5m হয় তবে, AB = কত?

(a) 6m (b) 10m

(c) 12m (d) None

23. এক বিন্দুতে পরস্পর θ কোণে ক্রিয়াশীল দুইটি p, p সমান বলের লব্ধি R যদি $R^2 = 3p^2$ হয় তবে θ এর মান কত?

(a) 60° (b) 90°

(c) 120° (d) 30°

24. দুটি সমবিন্দু বলের বৃহত্তম লব্ধি 17N। যখন বলদ্বয় পরস্পর সমকোণে ক্রিয়াশীল হয়, তখন তাদের লব্ধি 13N হয়। তাদের ক্ষুদ্রতম লব্ধি কত?

(a) 6N (b) 7N

(c) 5N (d) 8N

25. একটি বিন্দুতে পরস্পর α কোণে ক্রিয়ারত বল P ও Q এর লব্ধি R। P = Q = R হলে α এর মান কত?

(a) 60° (b) 90°

(c) 120° (d) 180°

নিচের উদ্দীপকের আলোকে পরবর্তী দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও:

একই বিন্দুতে কার্যরত দুইটি বলের বৃহত্তম লব্ধি 14 একক এবং বলদ্বয় যখন লম্বভাবে ক্রিয়া করে তখন তাদের লব্ধি 10 একক।

26. P ও Q দুটি বল। বল দুইটি বিপরীতমুখী হলে লব্ধির মান 3N এবং তা P এর দিকে এবং একই দিকে ক্রিয়া করলে লব্ধির মান হয় 5N। সেক্ষেত্রে–

(i) P বলের মান 4N

(ii) Q বলের মান 1N

(iii) $P = \frac{1}{4}Q$

নিচের কোনটি সঠিক?

(a) i, ii (b) i, iii (c) ii, iii (d) i, ii, iii

27. সমমানের দুইটি বলের লব্ধির বর্গ বলদ্বয়ের গুণফলের তিন গুণ। এদের মধ্যবর্তী কোণ কত ডিগ্রি?

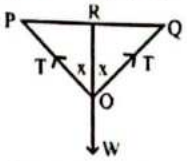
(a) 0° (b) 45°

(c) 60° (d) 90°

28. $\vec{P}, \vec{Q}, \vec{R}$ মানের তিনটি বল সাম্যাবস্থায় থাকলে নিচের কোন সম্পর্কটি সঠিক?

(a) $\vec{P} + \vec{Q} = \vec{R}$ (b) $\vec{R} - \vec{Q} = \vec{R}$

(c) $\vec{P} = \vec{Q} + \vec{R}$ (d) $\vec{P} + \vec{Q} + \vec{R} = 0$

29. 

চিত্রানুযায়ী লামির সূত্র কোনটি?

(a) $\frac{T}{\sin x} = \frac{T}{\cos x} = \frac{T}{\sin 2x}$ (b) $\frac{T}{\sin x} = \frac{T}{\sin 2x} = \frac{W}{\sin 2x}$

(c) $\frac{T}{\sin x} = \frac{T}{\sin x} = \frac{W}{\sin 2x}$ (d) $\frac{T}{\sin 2x} = \frac{T}{\sin 2x} = \frac{W}{\sin x}$

30. $\vec{P} + \vec{Q} + \vec{R} = 0$ এর জন্য সঠিক হল-

(i) বল তিনটির লব্ধি শূন্য

(ii) বল তিনটি সাম্যাবস্থায় আছে

(iii) P ও Q দুইটি বল এবং লব্ধি R

নিচের কোনটি সঠিক?

(a) i, ii (b) i, iii (c) ii, iii (d) i, ii, iii

পূর্ণমান: ৫০ **CQ** সময়: ২: ৩৫ মিনিট

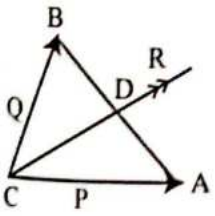
(যেকোনো পাঁচটি প্রশ্নের উত্তর দাও:)

01. তিনটি সদৃশ সমান্তরাল বল P, Q, R যথাক্রমে ΔABC এর কৌণিক বিন্দু A, B, C তে ক্রিয়া করে। এদের লব্ধির ক্রিয়ারেখা ত্রিভুজটির লম্ব কেন্দ্রগামী।

(ক) ত্রিভুজটির অন্তঃকেন্দ্র I হলে, প্রমাণ কর যে,
$\angle BIC = 90° + \frac{1}{2}\angle A$ 2

(খ) প্রমাণ কর যে, P: Q: R = tan A : tan B : tan C 4

(গ) প্রমাণ কর যে, $P(b^2 + c^2 - a^2) = Q(c^2 + a^2 - b^2) = R(a^2 + b^2 - c^2)$ 4

02. 

(ক) বলের ত্রিভুজ সূত্রটি লিখ। 2

(খ) চিত্রে P ও Q বলদ্বয় যথাক্রমে cos A ও cos B এর সমানুপাতিক। প্রমাণ কর যে, ইহাদের লব্ধি R, sin C এর সমানুপাতিক। 4

(গ) প্রমাণ কর যে, লব্ধির ক্রিয়ারেখা CA এর সাথে $\frac{1}{2}(A + C - B)$ কোণ উৎপন্ন করে। 4

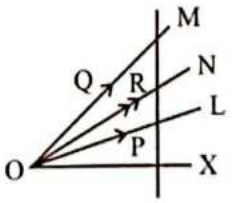
03. O বিন্দুতে ক্রিয়াশীল P, Q, R তিনটি একতলীয় বল ভিন্ন ভিন্ন রেখা বরাবর ক্রিয়া করে সাম্যাবস্থায় আছে।

(ক) P = Q = R হলে বলগুলোর মধ্যবর্তী কোণ কত হবে? 2

(খ) প্রমাণ কর যে, $\frac{P}{\sin Q\hat{}R} = \frac{Q}{\sin R\hat{}P} = \frac{R}{\sin P\hat{}Q}$ 4

(গ) O বিন্দুটি ΔABC এর অন্তঃকেন্দ্র এবং OA, OB, OC বরাবর যথাক্রমে P, Q, R বলগুলো ক্রিয়ারত হলে, প্রমাণ কর যে, $P: Q: R = \cos\frac{A}{2} : \cos\frac{B}{2} : \cos\frac{C}{2}$ 4

04. O বিন্দুগামী P ও Q দুইটি বলের লব্ধি R।



(ক) বলের লম্বাংশ ও অংশকের পার্থক্য বর্ণনা কর। 2

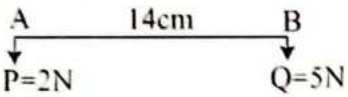
(খ) কোনো সরলরেখা P, Q, R এর ক্রিয়ারেখাকে L, M, N বিন্দুতে ছেদ করে। প্রমাণ কর যে, $\frac{P}{OL} + \frac{Q}{OM} = \frac{R}{ON}$। 4

(গ) যদি P > Q এবং লব্ধি R এদের অন্তর্গত কোণকে এক-তৃতীয়াংশে বিভক্ত করে, তবে দেখাও যে বল দুটির অন্তর্গত কোণ $3\cos^{-1}\left(\frac{P}{2Q}\right)$ এবং লব্ধি $R = \frac{P^2 - Q^2}{Q}$। 4

40

Educationblog24.com

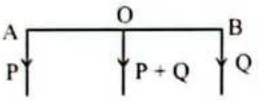
05. (i) P ও Q বল দুইটি একটি হেলানো তলের দৈর্ঘ্য ও ভূমির সমান্তরালে ক্রিয়ারত থেকে প্রত্যেকে এককভাবে তলের উপর W ওজনের বস্তুকে ধরে রাখতে পারে।

(ii)


(ক) 6N ও 8N বল দুইটি পরস্পর 60° কোণে ক্রিয়াশীল। বলদ্বয়ের লব্ধি ও লব্ধি বলটি 8N বলের সাথে যে কোণ উৎপন্ন করে, তা নির্ণয় কর। 2

(খ) (i) নং হতে দেখাও যে, $\frac{1}{P^2} - \frac{1}{Q^2} = \frac{1}{W^2}$ 4

(গ) (ii) নং হতে, P বলটির ক্রিয়ারেখা সমান্তরাল রেখে তার ক্রিয়াবিন্দু d দূরে সরালে দেখাও যে, তাদের লব্ধি $\frac{2d}{7}$ দূরে সরে যাবে। 4

06. দৃশ্যকল্প-১:


দৃশ্যকল্প-২: l দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট একটি সুতার একপ্রান্ত একটি উল্লম্ব দেয়ালে আটকানো এবং অন্যপ্রান্ত a ব্যাসার্ধবিশিষ্ট একটি গোলকের সাথে সংযুক্ত।

(ক) কোনো বিন্দুতে ক্রিয়ারত দুইটি বলের একটির মান অপরটির দ্বিগুণ হলে এবং তাদের লব্ধি ক্ষুদ্রতরটির উপর লম্ব হলে বলদ্বয়ের অন্তর্গত কোণ নির্ণয় কর। 2

(খ) দৃশ্যকল্প-১ এ P কে R পরিমাণে এবং Q কে S পরিমাণে বৃদ্ধি করলে লব্ধি O বিন্দুতে ক্রিয়া করে। আবার, P ও Q এর পরিবর্তে যথাক্রমে Q ও R ক্রিয়া করলেও লব্ধি O বিন্দুতে ক্রিয়া করে। দেখাও যে, $S = R - \frac{(Q-R)^2}{P-Q}$। 4

(গ) দৃশ্যকল্প-২ এর গোলকটির ওজন w হলে, দেখাও যে, সুতার টান $T = \frac{w(a+l)}{\sqrt{2al+l^2}}$ 4

07. দৃশ্যকল্প-১: $P + Q$ ও $P - Q$ বলদ্বয় 2α কোণে ক্রিয়ারত এদের লব্ধি বলদ্বয়ের অন্তর্গত কোণের সমদ্বিখণ্ডকের সাথে θ কোণ উৎপন্ন করে।

দৃশ্যকল্প-২: P ও Q দুটি অসদৃশ সমান্তরাল বল A ও B বিন্দুতে ক্রিয়াশীল।

(ক) 8N ও 5N বলদ্বয়ের লব্ধি 7N হলে বলদ্বয়ের অন্তর্গত কোণের মান কত? 2

(খ) দৃশ্যকল্প-১ হতে দেখাও যে, $P:Q = \tan\alpha:\tan\theta$। 4

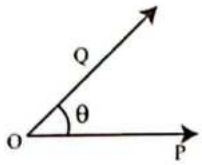
(গ) P ও Q বলদ্বয়কে x পরিমাণে বৃদ্ধি করা হলে এদের লব্ধির সরণ নির্ণয় কর। 4

08. কোনো অনড় বস্তু A ও B বিন্দুতে যথাক্রমে P ও Q দুইটি সমমুখী সমান্তরাল বল ক্রিয়ারত যেখানে $P > Q$। বল দুইটির লব্ধি AB রেখার O বিন্দুতে ক্রিয়ারত। আবার কোন বিন্দুতে R ও S মানের দুটি বল θ কোণে ক্রিয়াশীল।

(ক) সমতলীয় বলের সাম্যাবস্থার জন্য প্রয়োজনীয় শর্ত কি? 2

(খ) দেখাও যে, P ও Q বল দুইটি পরস্পর অবস্থান বিনিময় করলে উহাদের লব্ধির ক্রিয়াবিন্দু AB বরাবর d দূরত্বে সরে যাবে যখন $d = \frac{P-Q}{P+Q}AB$। 4

(গ) R ও S বলদ্বয়ের লব্ধির মান $(2m+1)\sqrt{R^2+S^2}$ এবং যখন তার $\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)$ কোণে ক্রিয়া করে তখন লব্ধির মান $(2m-1)\sqrt{R^2+S^2}$ হলে প্রমাণ কর, $\tan\theta = \frac{m-1}{m+1}$ 4

09.


চিত্রে, O বিন্দুতে ক্রিয়ারত P ও Q বলদ্বয়ের অন্তর্গত কোণ θ।

(ক) $\theta = 90°$ হলে লব্ধির মান ও দিক নির্ণয় কর। 2

(খ) P এর দিক বরাবর এদের লব্ধির লম্বাংশ Q হলে দেখাও যে, $\theta = 2\sin^{-1}\sqrt{\frac{P}{2Q}} = \cos^{-1}\frac{Q-P}{Q}$ 4

(গ) দেখাও যে, লব্ধির মান, $\sqrt{Q^2 - P^2 + 2PQ}$। 4

10. বাংলাদেশ ক্রিকেট দলের ব্যাটসম্যান তামিম ইকবাল তার ব্যাটিং প্র্যাকটিসের জন্য 15 ইঞ্চি একটি সুতার A ও B প্রান্তদ্বয়কে ছাদের 12 ইঞ্চি দূরত্বে অবস্থিত দুইটি ভিন্ন আনুভূমিক বিন্দুতে বেঁধে দিলেন। এরপর একটি মসৃণ ওজনহীন আংটার সাহায্যে W ওজনের একটি বলকে ঐ সুতা থেকে ঝুলিয়ে দিলেন।

(ক) ছাদ থেকে আংটার সর্বনিম্ন বিন্দুর দূরত্ব নির্ণয় কর। 2

(খ) বলটির ওজন 6N হলে সুতার টান নির্ণয় কর। 4

(গ) বলটিকে যদি AB সুতার যে কোন বিন্দু C-তে গিট দিয়ে ঝুলিয়ে দেওয়া হয় তবে দেখাও যে, CA অংশের টান $\frac{W\,AC}{4\,AB\,\Delta}(AB^2 + BC^2 - CA^2)$ যেখানে Δ হল ABC ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল। 4

MCQ উত্তরমালা ও ব্যাখ্যামূলক সমাধান

MCQ

01. b	02. a	03. b	04. b	05. a	06. c	07. b	08. c	09. a	10. a	11. b	12. b	13. d	14. c	15. c
16. b	17. a	18. c	19. b	20. b	21. c	22. b	23. a	24. b	25. c	26. a	27. c	28. d	29. c	30. a

03. $P^2 + P^2 + 2P^2\cos60° = 9^2 \therefore P = 3\sqrt{3}$

04. বলের লম্ব ত্রিভুজ হতে পাই, $\frac{T_1}{3} = \frac{T_2}{4} = \frac{10}{5} \Rightarrow T_1 = 6$

06. $d = \frac{12-8}{12+8} \times AB = \frac{1}{5}AB$

08. $P + Q = 8; P - Q = 2 \therefore P = 5N \therefore Q = 3N$

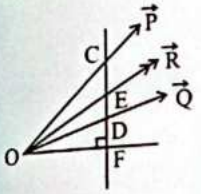
09. $R^2 = 5^2 + 3^2 + 2 \times 5 \times 3\cos60° \therefore R = 7N$

10. $x = \frac{4}{10+4} \times 14 = 4cm$

11. $F\sin\theta = 7\sin0° + 8\sin120° + 10\sin240° = -\sqrt{3}$

13. $\tan90° = \frac{10\sin120°}{P+10\cos120°} \therefore P = 5N$

14.



$P\cos\angle FOC + Q\cos\angle FOD = R\cos\angle FOE$

$\Rightarrow P.\frac{OF}{OC} + Q.\frac{OF}{OD} = R.\frac{OF}{OE}$

$\Rightarrow \frac{P}{OC} + \frac{Q}{OD} = \frac{R}{OE} \Rightarrow \frac{6}{OC} + \frac{9}{OD} = \frac{8}{OE}$

16. $10 - x = 2 \Rightarrow x = 8$

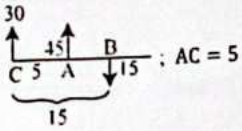
18. $x = \frac{P-Q}{P+Q} \times AB = \frac{6-4}{6+4} \times 5 = 1m$

19. $\frac{20}{BC} = \frac{7}{AC} \therefore \frac{BC}{AC} = \frac{20}{7}$

20. $\frac{AB}{13} = \frac{AC}{7} \therefore AB = \frac{3\times13}{7} = \frac{39}{7}$

21. $10^2 = 2F^2 + 2F^2\cos60° \therefore F = \frac{10\sqrt{10}}{\sqrt{30}}$

22.



; AC = 5

$AC = \frac{15}{45-15} \times AB$

$\Rightarrow 5 = \frac{15}{30} \times AB \Rightarrow AB = 10m$

23. $3p^2 = p^2 + p^2 + 2p^2\cos\theta \therefore \theta = 60°$

25. দুইটি সমান বলের লব্ধি ওদের সমান হলে $\alpha = 120°$

26. $P - Q = 3; P + Q = 5 \therefore P = 4; Q = 1$

27. $4p^2\cos^2\frac{\alpha}{2} = 3P^2 \Rightarrow \cos\frac{\alpha}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \alpha = 60°$

28. বলের ত্রিভুজ সূত্র।

29. $\frac{T}{\sin x} = \frac{T}{\sin x} = \frac{W}{\sin 2x}$ (লামির উপপাদ্য)।

CQ

03. (ক) 120°

05. (ক) 25.28°

06. (ক) $\alpha = 120°$

07. (ক) $\alpha = 120°$

(গ) $\frac{x}{P-Q}AB$

09. (ক) লব্ধির মান $R = \sqrt{P^2 + Q^2}$ ও লব্ধির দিক $\beta = \tan^{-1}\frac{Q}{P}$

10. (ক) 4.5 ইঞ্চি

(খ) 5N

৪০

"প্রার্থনায় সৃষ্টিকর্তার কোন পরিবর্তন হয় না; পরিবর্তিত হয় প্রার্থনাকারি।"
- Soren Kierkegaard

Educationblog24.com

অধ্যায় ০৯ সমতলে বস্তুকণার গতি

- সৃজনশীল (ক), (খ) ও (গ) নং প্রশ্নের জন্য এ অধ্যায়ের গুরুত্বপূর্ণ টাইপসমূহ:

গুরুত্ব	টাইপ	টাইপের নাম	যতবার প্রশ্ন এসেছে			যে বোর্ডে যে বছর এসেছে
			ক	খ	গ	CQ
✪✪	T-01	বেগের সামান্তরিক সূত্র	02	01	-	Ctg.B'23; MB'22, SB'19
✪✪✪	T-02	নদী পারাপার	03	06	01	DB'23, 22; Ctg.B'23; SB'23; MB'23; RB'22; BB'22, 17; Din.B'22; CB'17
✪✪✪	T-03	কখনও সমত্বরণ, সমমন্দন, সমবেগে চলমান কণার গতি	02	07	06	MB'23; Ctg.B'19; SB'19, 18; DB'18, 17; JB'18; Din.B'18; RB'17; CB'17
✪✪	T-04	বাঘ-হরিণ, ইঁদুর-বিড়াল ধরা এবং বাস-যাত্রী, বাস-সাইকেল অতিক্রম করা	-	02	-	BB'19; JB'17
✪✪✪	T-05	বিশেষ এক সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূরত্ব	08	01	-	JB'23, 19, 17; CB'23; Din.B'22, 19; Ctg.B'19; RB'17
✪✪	T-06	রেলগাড়ির সংঘর্ষ এড়ানোর শর্ত নির্ণয়	-	-	02	CB'22; DB'17
✪✪	T-07	নির্দিষ্ট অংশ ভেদ করে বেগ হারানোর পর অতিক্রান্ত দূরত্ব	02	-	01	MB'23; DB'22; RB'19
✪✪	T-08	আপেক্ষিক বেগ ও গড়বেগ	04	-	-	DB'18; SB'18; JB'18; Din.B'18
✪✪✪	T-09	উপর থেকে বিনা বাধায় পতনশীল বস্তুর গতি	02	04	02	RB'23, 19; Ctg.B'22, 17; CB'22, 19; DB; BB'19
✪✪	T-10	শব্দ শোনার সময় হিসেব করে গভীরতা নির্ণয়	-	02	02	Din.B'23, 17; BB'22
✪	T-11	ভূমি থেকে উল্লম্বভাবে নিক্ষিপ্ত বস্তুর গতি	-	-	01	RB'23
✪✪	T-12	সর্বোচ্চ উচ্চতা ও সর্বোচ্চ উচ্চতায় উত্থানকাল	03	-	-	JB'22; MB'22; BB'17
✪✪	T-13	সমবেগে উর্ধ্বগামী প্লেন বা বেলুন থেকে বস্তু ছেড়ে দেওয়া এবং বিমানের উচ্চতা	04	-	-	Din.B'23; Ctg.B'22, 17; SB'22
	T-14	নির্দিষ্ট সময় ব্যবধানে দুটি বস্তু একই দিকে নিক্ষিপ্ত	-	-	-	-
✪	T-15	α কোণে ভূমি থেকে নিক্ষিপ্ত প্রক্ষেপকের গতি	-	01		BB'22
✪✪✪	T-16	বস্তুকণার বিচরণকাল, দীর্ঘতম উচ্চতা এবং আনুভূমিক পাল্লা	03	01	07	Ctg.B'23, 22, 17; SB'23, 22; MB'23; JB'22; Din.B'22; CB'19; RB'17
✪✪✪	T-17	ভূমি থেকে α কোণে নিক্ষিপ্ত প্রক্ষেপক নির্দিষ্ট দূরত্বে নির্দিষ্ট উচ্চতার দেয়াল কোনো রকমে অতিক্রম করলে, সেই প্রক্ষেপকের গতি সংক্রান্ত	-	02	05	SB'23, 19, 17; JB'23, 19; Din.B'23; CB'17
✪✪	T-18	ভূমি থেকে h উচ্চতায় α কোণে উপরে নিক্ষিপ্ত প্রাসের গতি	01	-	04	RB'22, CB'22, 19; Din.B'19; JB'17
✪✪✪	T-19	একই আদিবেগে α ও $90° - \alpha$ কোণে নিক্ষিপ্ত বস্তুর গতি সংক্রান্ত	-	02	05	BB'23, 19; DB'23; DB'22; MB'22; Ctg.B'19, 17
✪✪	T-20	প্রাস সম্পর্কিত বিশেষ সমস্যা	-	01	01	SB'17; BB'17

CQ প্রশ্ন ও সমাধান (ক, খ ও গ)

Type-01: বেগের সামান্তরিক সূত্র

Concept

$\vec{u}$ ও $\vec{v}$ বেগদ্বয় পরস্পর α কোণে ক্রিয়ারত এবং এদের লব্ধি $\vec{w}$, $\vec{u}$ এর সাথে θ কোণ উৎপন্ন করলে,

লব্ধি বেগ, $w = \sqrt{u^2 + v^2 + 2uv\cos\alpha}$ এবং $\tan\theta = \frac{v\sin\alpha}{u+v\cos\alpha}$

(a) বৃহত্তম লব্ধি, $w_{max} = u + v$ [$\alpha = 0°$]

(b) ক্ষুদ্রতম লব্ধি, $w_{min} = u \sim v$ [$\alpha = 180°$]

(c) $\alpha = 90°$ হলে লব্ধি, $w_p = \sqrt{u^2 + v^2}$ [p = perpendicular]

(d) যদি $u = v$ হয়, তবে $w_e = 2u\cos\frac{\alpha}{2}$ এবং $\theta = \frac{\alpha}{2}$ [e = equal]

সৃজনশীল প্রশ্ন (ক, খ ও গ)

01. (ক) কোন বিন্দুতে ক্রিয়ারত দুইটি বেগের বৃহত্তম লব্ধি 14m/sec এবং ক্ষুদ্রতম লব্ধি 2m/sec হলে বেগদ্বয় নির্ণয় কর। [Ctg.B'23]

(ক) Sol^n: ধরি বেগ দুটি x, y $(x > y)$

প্রশ্নমতে, $x + y = 14$ ... ... (i); $x - y = 2$ ... ... (ii)

(i) ও (ii) যোগ করে পাই, $2x = 16 \Rightarrow x = 8$

(i) নং এ $x = 8$ বসিয়ে পাই, $8 + y = 14 \therefore y = 6$

$\therefore$ বেগদ্বয়ের মান 8m/s, 6m/s **(Ans.)**

02. উদ্দীপক-১: দুটি বেগের বৃহত্তম লব্ধি এদের ক্ষুদ্রতম লব্ধির দ্বিগুণ। বেগদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণ α হলে লব্ধি বেগের মান এদের সমষ্টির অর্ধেক হয়। [MB'22]

(খ) উদ্দীপক-১ হতে α এর মান নির্ণয় কর।

(খ) Sol^n: মনেকরি, বেগ দুটির মান u ও v $(u > v)$

$\therefore$ বৃহত্তম লব্ধি $= u + v$, ক্ষুদ্রতম লব্ধি $= u - v$

আবার, বেগদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণ α হলে, লব্ধি বেগের মান $= \sqrt{u^2 + v^2 + 2uv\cos\alpha}$

প্রশ্নমতে, $u + v = 2(u - v) \Rightarrow u + v = 2u - 2v$

$\Rightarrow v + 2v = 2u - u \Rightarrow 3v = u$

$\therefore u = 3v$ ... ... (i)

আবার, $\sqrt{u^2 + v^2 + 2uv\cos\alpha} = \frac{1}{2}(u + v)$

$\Rightarrow u^2 + v^2 + 2uv\cos\alpha = \frac{1}{4}(u + v)^2 = \frac{1}{4}(u^2 + 2uv + v^2)$

$\Rightarrow 4u^2 + 4v^2 + 8uv\cos\alpha = u^2 + 2uv + v^2$

$\Rightarrow 3u^2 + 3v^2 + 8uv\cos\alpha - 2uv = 0$

$\Rightarrow 3.(3v)^2 + 3v^2 + 8.3v.v\cos\alpha - 2.3v.v = 0$

$\Rightarrow 27v^2 + 3v^2 + 24v^2\cos\alpha - 6v^2 = 0$

$\Rightarrow 24v^2 + 24v^2\cos\alpha = 0$

$\Rightarrow 24v^2(1 + \cos\alpha) = 0$

$\Rightarrow 1 + \cos\alpha = 0$ [$\because v \neq 0$]

$\Rightarrow 2\cos^2\frac{\alpha}{2} \Rightarrow \cos^2\frac{\alpha}{2} = 0 \Rightarrow \cos\frac{\alpha}{2} = 0$

$\Rightarrow \cos\frac{\alpha}{2} = \cos 90° \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 90° \therefore \alpha = 180°$ **(Ans.)**

03. (ক) দেখাও যে, সমমানের দুইটি একবিন্দুগামী বেগের লব্ধি এদের অন্তর্গত কোণকে সমান দুইভাগে বিভক্ত করে। [SB'19]

(ক) Sol^n: আমরা জানি, $\tan\theta = \frac{p\sin\alpha}{p+p\cos\alpha}$

$\Rightarrow \tan\theta = \frac{2\sin\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\alpha}{2}}{2\cos^2\frac{\alpha}{2}} \Rightarrow \tan\theta = \tan\frac{\alpha}{2}$

$\therefore \theta = \frac{\alpha}{2}$ **(Showed)**

04. (ক) কোনো বিন্দুতে ক্রিয়ারত a ও b বেগদ্বয়ের লব্ধি c এবং a এর দিক বরাবর c এর লম্বাংশের পরিমাণ b হলে দেখাও যে, $c = \sqrt{b^2 - a^2 + 2ab}$

[রাজউক উত্তরা মডেল কলেজ, ঢাকা]

(ক) Sol^n: মনে করি, a বেগ লব্ধি c এর সাথে θ কোণ উৎপন্ন করে।

$\therefore$ a এর দিক বরাবর c এর লম্বাংশ $= c\cos\theta$

প্রশ্নমতে, $c\cos\theta = b$ ... ... (i)

a এর দিক বরাবর a ও b বেগদ্বয় এবং এদের লব্ধি c এর লম্বাংশ নিয়ে পাই,

$a\cos 0° + b\cos\alpha = c\cos\theta$ [(i) থেকে]

$\Rightarrow a + b\cos\alpha = b \Rightarrow \cos\alpha = \frac{b-a}{b}$

বেগের সামান্তরিক সূত্র থেকে পাই,

$c^2 = a^2 + b^2 + 2ab\cos\alpha = a^2 + b^2 + 2a(b - a)$

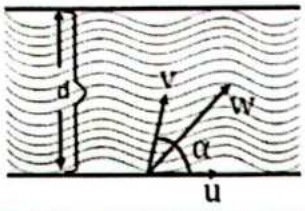
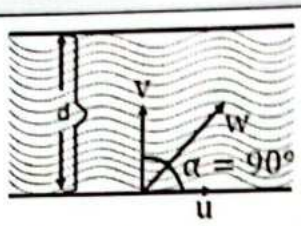
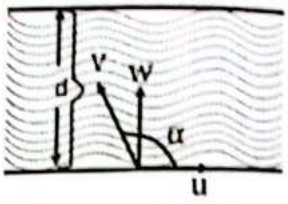
$\Rightarrow c^2 = a^2 + b^2 + 2ab - 2a^2$

$\therefore c = \sqrt{b^2 - a^2 + 2ab}$ **(Showed)**

Educationblog24.com

Type-02: নদী পারাপার

Concept

	কোন শর্ত না দেওয়া থাকলে	সর্বনিম্ন সময়	সর্বনিম্ন দূরত্ব (সোজা সুজি নদী পার)
চিত্র			
সূত্র	$w = \sqrt{u^2 + v^2 + 2uv\cos\alpha}$ $d = v\sin\alpha\, t \Rightarrow t = \frac{d}{v\sin\alpha}$ $x = (u + v\cos\alpha)t;\ \frac{x}{d} = \frac{u+v\cos\alpha}{v\sin\alpha}$	$w = \sqrt{u^2 + v^2};\ \alpha = 90°$ $d = v\,t_{min} \Rightarrow t_{min} = \frac{d}{v}$ $x = ut_{min};\ \frac{x}{d} = \frac{u}{v}$	$w = \sqrt{v^2 - u^2}$ $\alpha = \cos^{-1}\left(-\frac{u}{v}\right);\ d = wt_{Straight}$ $\Rightarrow t_{Straight} = \frac{d}{\sqrt{v^2-u^2}} = \frac{d}{w};\ x = 0$

নৌকার/সাঁতারুর বেগ= v, স্রোতের বেগ= u, লব্ধি বেগ= w

সৃজনশীল প্রশ্ন (ক, খ ও গ)

01. (ক) স্রোত না থাকলে এক ব্যক্তি 240 মিটার প্রশস্ত একটি নদী সাঁতার দিয়ে 6 মিনিটে সোজাসুজিভাবে পার হয়। কিন্তু স্রোত থাকলে ঐ একই পথ 10 মিনিটে পার হতে পারে। সাঁতারুর গতিবেগ নির্ণয় কর। [DB'23]

(ক) Sol^n: ধরি, স্রোতের বেগ u, সাঁতারুর বেগ v.

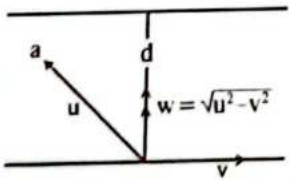
প্রশ্নমতে, স্রোত না থাকলে সাঁতারুর বেগ $v = \frac{240}{6}$

$\Rightarrow v = 40$ মিটার/মিনিট (Ans.)

02. দৃশ্যকল্প-১: একটি নদী সোজাসুজি পার হতে একজন সাঁতারুর t_1 সেকেন্ড সময় লাগে। স্রোতের অনুকূলে তীর বরাবর একই দূরত্ব অতিক্রম করতে তার t_2 সেকেন্ড সময় লাগে। [Ctg.B'23]

(খ) দৃশ্যকল্প-১ এ শান্ত নদীতে সাঁতারুর বেগ u এবং স্রোতের বেগ v হলে প্রমাণ কর যে, $u : v = (t_1^2 + t_2^2) : (t_1^2 - t_2^2)$

(খ) Sol^n:



ধরি, নদীর প্রস্থ d; স্রোতের বেগ v, সাঁতারুর বেগ u

$\therefore t_1 = \frac{d}{\sqrt{u^2-v^2}}$ এবং $t_2 = \frac{d}{u+v}$

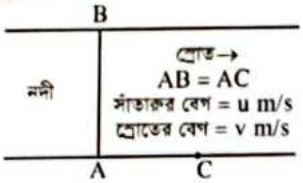
[যেহেতু স্রোতের অনুকূলে, তাই লব্ধি বেগ = u + v]

$$\therefore \frac{t_1}{t_2} = \frac{\frac{d}{\sqrt{u^2-v^2}}}{\frac{d}{u+v}} = \frac{u+v}{\sqrt{(u+v)(u-v)}} \Rightarrow \frac{t_1}{t_2} = \frac{\sqrt{u+v}}{\sqrt{u-v}}$$

$$\Rightarrow \frac{t_1^2}{t_2^2} = \frac{u+v}{u-v} \Rightarrow \frac{t_1^2+t_2^2}{t_1^2-t_2^2} = \frac{u+v+u-v}{u+v-u+v} \Rightarrow \frac{t_1^2+t_2^2}{t_1^2-t_2^2} = \frac{u}{v}$$

$\therefore u : v = (t_1^2 + t_2^2) : (t_1^2 - t_2^2)$ (Proved)

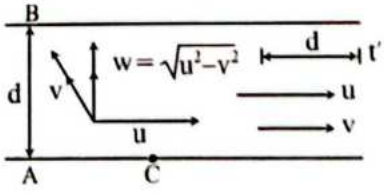
03. দৃশ্যকল্প-১:



[SB'23]

(খ) দৃশ্যকল্প-১ এ সাঁতারুর AB দূরত্ব অতিক্রম করতে t সেকেন্ড এবং AC দূরত্ব অতিক্রম করতে t′ সেকেন্ড সময় লাগলে দেখাও যে, $t : t' = \sqrt{u+v} : \sqrt{u-v}$.

(খ) Sol^n মনে করি, নদীর প্রস্থ AB = d এবং সাঁতারু স্রোতের সাথে α কোণে সাঁতার দিয়ে সোজাসুজি w বেগে নদী পার হয়।



সোজাসুজি পার হতে সময় লাগে t সেকেন্ড ও স্রোতের অনুকূলে একই দূরত্ব AC = AB = d তীর বরাবর অতিক্রম করতে t′ সময় লাগে।

স্রোতের দিক বরাবর লম্বাংশ, $v\cos 0° + u\cos\alpha = w\cos 90°$

$\Rightarrow v + u\cos\alpha = 0 \Rightarrow u\cos\alpha = -v$

লব্ধি $w = \sqrt{u^2 + v^2 + 2uv\cos\alpha}$

$= \sqrt{u^2 + v^2 + 2v(-v)} = \sqrt{u^2 - v^2}$

এখন, সোজাসুজি পার করার ক্ষেত্রে, $t = \frac{d}{\sqrt{u^2-v^2}}$ ..... (i)

স্রোতের অনুকূলের ক্ষেত্রে, $t' = \frac{d}{u+v}$ ..... (ii)

(i) ÷ (ii) $\Rightarrow \frac{t}{t'} = \frac{\frac{d}{\sqrt{u^2-v^2}}}{\frac{d}{u+v}} = \frac{u+v}{\sqrt{(u+v)(u-v)}} \Rightarrow \frac{t}{t'} = \frac{\sqrt{u+v}}{\sqrt{u-v}}$

$\therefore t : t' = \sqrt{u+v} : \sqrt{u-v}$ (Showed)

04. দৃশ্যকল্প-১: একজন সাঁতারুর S মিটার প্রশস্ত নদী স্রোত না থাকলে সোজাসুজি পাড়ি দিতে t মিনিট সময় লাগে। কিন্তু স্রোত থাকলে তা পার হতে t′ মিনিট সময় লাগে। [MB'23]

(খ) প্রমাণ কর যে, স্রোতের বেগ = $S\sqrt{\frac{1}{t^2} - \frac{1}{t'^2}}$ ms^{-1}.

(খ) Sol^n: ধরি, সাঁতারুর বেগ x ও স্রোতের বেগ y

প্রশ্নমতে, স্রোত না থাকলে, $x = \frac{S}{t}$ ..... (i)

স্রোত থাকলে, $\sqrt{x^2 - y^2} = \frac{S}{t'} \Rightarrow x^2 - y^2 = \frac{S^2}{t'^2}$

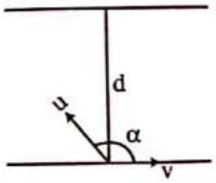
$\Rightarrow \frac{S^2}{t^2} - y^2 = \frac{S^2}{t'^2}$ [(i) হতে] $\Rightarrow y^2 = S^2\left(\frac{1}{t^2} - \frac{1}{t'^2}\right)$

$\therefore$ স্রোতের বেগ, $y = S\sqrt{\frac{1}{t^2} - \frac{1}{t'^2}}$ ms^{-1} (প্রমাণিত)

05. দৃশ্যকল্প-১: সোজাসুজি একটি নদীর পার হতে সাঁতারুর t_1 সেকেন্ড সময় লাগে। স্রোতের অনুকূলে তীর বরাবর একই দূরত্ব অতিক্রম করতে তার t_2 সেকেন্ড সময় লাগে। [RB'22]

(খ) দৃশ্যকল্প-১ অনুযায়ী সাঁতারুর গতিবেগ 20 cms^{-1} এবং স্রোতের গতিবেগ 10 cms^{-1} হলে $t_1 : t_2$ নির্ণয় কর।

(খ) Sol^n: দেওয়া আছে, সাঁতারুর গতিবেগ, $u = 20cms^{-1}$ এবং স্রোতের গতিবেগ, $v = 10cms^{-1}$



ধরি, নদীর প্রস্থ d এবং সাঁতারু স্রোতের সাথে α কোণে সাঁতার দিয়ে সোজাসুজি w বেগে নদী পার হয়।

প্রশ্নমতে, $d = wt_1 = (20 + 10)t_2$

$\Rightarrow t_1 : t_2 = 30 : w$ ..... (i)

স্রোতের দিক বরাবর লম্বাংশ নিয়ে পাই,

$10\cos 0° + 20\cos\alpha = w\cos 90°$

$\Rightarrow 10 + 20\cos\alpha = 0 \Rightarrow u\cos\alpha = -v$ লব্ধি বেগ,

$w = \sqrt{u^2 + v^2 + 2uv\cos\alpha} = \sqrt{u^2 + v^2 - 2v(-v)}$

$= \sqrt{u^2 - v^2} = \sqrt{20^2 - 10^2} = \sqrt{300} = 10\sqrt{3}$

(i) নং হতে পাই, $t_1 : t_2 = 30 : 10\sqrt{3}$

$\therefore t_1 : t_2 = \sqrt{3} : 1$ (Ans.)

06. (ক) একজন সাঁতারু স্রোতের বেগের দ্বিগুণ বেগে সাঁতার দিয়ে একটি নদীর অপর তীরে যাত্রা বিন্দুর বিপরীত বিন্দুতে পৌঁছাল। স্রোতের দিকের সাথে সে যে কোণে যাত্রা করেছিল, তা নির্ণয় কর। [BB'22]

(ক) Sol^n: ধরি, স্রোতের বেগ = u এবং নৌকা স্রোতের সাথে α কোণে সাঁতার দিয়ে সোজাসুজি w বেগে নদী পার হয়।

$\therefore$ নৌকার বেগ = 2u, স্রোতের দিক বরাবর লম্বাংশ নিয়ে পাই,

$u\cos 0° + 2u\cos\alpha = w\cos 90°$

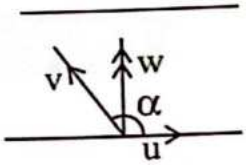
$\Rightarrow u + 2u\cos\alpha = 0 \Rightarrow \cos\alpha = -\frac{u}{2u}$

$\therefore \alpha = \cos^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right) = 120°$ (Ans.)

07. দৃশ্যকল্প-১: 180 মিটার প্রশস্ত একটি স্রোতহীন নদী সাঁতার কেটে পার হতে একজন লোকের 6 মিনিট সময় লাগে। কিন্তু স্রোত থাকলে তা পার হতে 10 মিনিট সময় লাগে। [Din.B'19]

(খ) স্রোতের বেগ নির্ণয় কর।

(খ) Sol^n: সাঁতারুর বেগ, $v = \frac{180}{6\times60} = 0.5\ ms^{-1}$



স্রোত থাকলে, $u + v\cos\alpha = 0$

$\therefore w^2 = u^2 + v^2 + 2uv\cos\alpha = v^2 - u^2$

$\Rightarrow u^2 = v^2 - w^2$

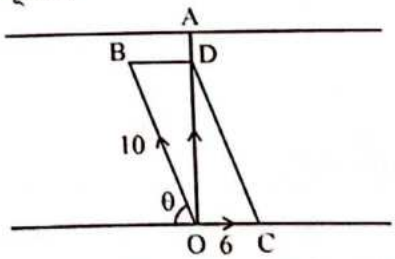
এখন, $w = \frac{180}{10\times60} = 0.3\ ms^{-1}$

$\therefore u^2 = 0.5^2 - 0.3^2 \quad \therefore u = 0.4\ ms^{-1}$

$\therefore$ স্রোতের বেগ 0.4 ms^{-1} (Ans.)

08. (ক) একটি নৌকা 10 কি.মি. বেগে চলে ঘণ্টায় 6 কি. মি. বেগে প্রবাহিত 500 মিটার চওড়া একটি নদী পাড়ি দিতে চায়। নৌকাটির ন্যূনতম পথে নদীটি পাড়ি দিতে কত সময় লাগবে? [CB'17]

(ক) Sol^n: চিত্রে নদীর প্রস্থ, OA = 500 মি.। মনে করি, নৌকাটি O বিন্দু হতে OB দ্বারা সূচিত বেগে যাত্রা করে এবং স্রোতের বেগ OC দ্বারা সূচিত নৌকাটি ন্যূনতম পথ পাড়ি দিলে তার লব্ধি বেগ OA বরাবর ক্রিয়াশীল এবং OBDC সামান্তরিকের কর্ণ দ্বারা সূচিত।



এখন, ΔOBD এ $OB^2 = BD^2 + OD^2$

$\Rightarrow OD^2 = OB^2 - BD^2 = OB^2 - OC^2$

$\Rightarrow OD = 10^2 - 6^2 = 100 - 36 = 64$

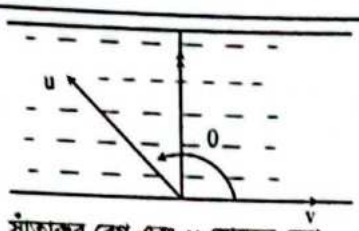
$\therefore OD = 8$ [বর্গমূল করে]

তাহলে, ন্যূনতম পথ পাড়ি দিতে সময় লাগবে,

$t = \frac{0.5}{8} = \frac{5}{10\times8} = \frac{1}{16}$ ঘণ্টা। (Ans.)

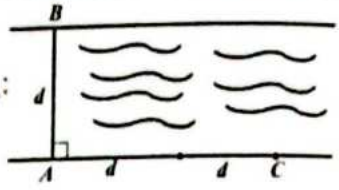
Educationblog24.com

নিজে করো

09. উদ্দীপক-১:  [DB'22]

u সাঁতারুর বেগ এবং v স্রোতের বেগ

(খ) একজন সাঁতারু সোজাসুজি একটি নদী পার হতে t′ সময় লাগে। স্রোতের অনুকূলে একই দূরত্ব অতিক্রম করতে t″ সময় লাগে। উদ্দীপক-১ এর আলোকে দেখাও যে, $t' : t'' = \sqrt{u+v} : \sqrt{u-v}$.

10. দৃশ্যকল্প-২:  [BB'17]

সাঁতারুর বেগ u_1, স্রোতের বেগ u_2, AB = d, AC = 2d

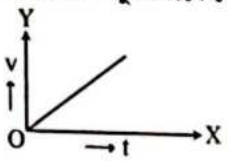
(গ) দৃশ্যকল্প-২ এ AC বরাবর প্রবাহিত নদী একজন সাঁতারু t_1 সময়ে AB দূরত্ব অতিক্রম করলে এবং t_2 সময়ে AC দূরত্ব অতিক্রম করলে t_1 এবং t_2 এর অনুপাত নির্ণয় কর।

[Ans: $\sqrt{u_1+u_2} : 2\sqrt{u_1-u_2}$]

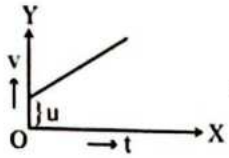
Type-03: কখনও সমত্বরণ, সমমন্দন, সমবেগে চলমান কণার গতি

Concept

- গতিসূত্র: (i) $v = u + ft$ (ii) $s = ut + 2ft^2$ (iii) $s = \left(\frac{u+v}{2}\right)t$ (iv) $v^2 = u^2 + 2fs$ [এখানে, ত্বরণ = f]
- লেখচিত্রের সাহায্যে গতি বর্ণনা:
- সময়ের সাপেক্ষে সুষমভাবে বেগ বাড়লে অর্থাৎ সমত্বরণ হলে v-t গ্রাফের প্রকৃতি-

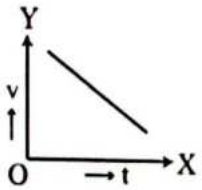


→ স্থির অবস্থান থেকে যাত্রা করলে।

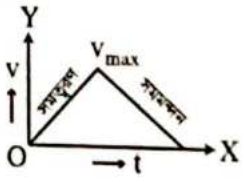


→ একটি নির্দিষ্ট বেগ (u) নিয়ে যাত্রা করলে।

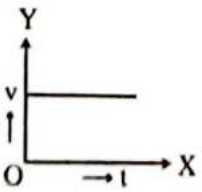
- সময়ের সাপেক্ষে সুষমভাবে বেগ কমলে অর্থাৎ সমমন্দন হলে:



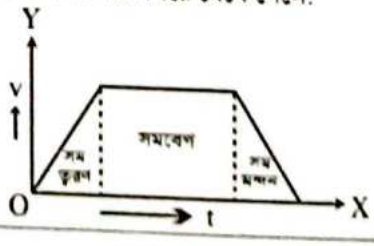
- স্থির অবস্থান হতে চলমান কোনো বস্তু দ্বারা অতিক্রান্ত মোট দূরত্বের প্রথম অংশ সমত্বরণে এবং অবশিষ্টাংশে সমমন্দনে গিয়ে থেমে গেলে:



- সমবেগ-এর ক্ষেত্রে:



- স্থির অবস্থান থেকে যাত্রা শুরু করে যথাক্রমে সমত্বরণ, সমবেগ ও সমমন্দনে গিয়ে থেমে গেলে:



- v-t গ্রাফের ঢাল ত্বরণ এবং ক্ষেত্রফল সরণ নির্দেশ করে।

Educationblog24.com

সৃজনশীল প্রশ্ন (ক, খ ও গ)

01. (ক) স্থিরাবস্থা হতে $4ms^{-2}$ সমত্বরণে চলমান বস্তুর 30 সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূরত্ব নির্ণয় কর। [MB'23]

(ক) Sol^n: প্রশ্নমতে, $u = 0, a = 4ms^{-2}, t = 30$ sec

$\therefore$ নির্ণেয় দূরত্ব, $s = ut + \frac{1}{2}at^2$

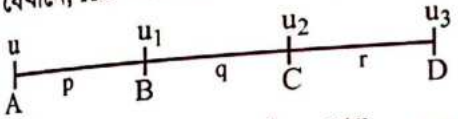
$= 0 \times 30 + \frac{1}{2} \times 4 \times (30)^2 = 1800$ m. **(Ans.)**

02. দৃশ্যকল্প-২: সুষম ত্বরণে সরলরেখা বরাবর চলন্ত একটি বিন্দুকণা পরপর p, q, r সময়ে যথাক্রমে সমান তিনটি ক্রমিক দূরত্ব অতিক্রম করে। [Ctg.B'19]

(গ) দৃশ্যকল্প-২ হতে প্রমাণ কর যে, $\frac{1}{p} - \frac{1}{q} + \frac{1}{r} = \frac{3}{p+q+r}$.

(গ) Sol^n:মনে করি, সমত্বরণে চলন্ত বিন্দুকণাটি A বিন্দু থেকে u বেগে যাত্রা শুরু করে p, q, r সময় শেষে যথাক্রমে B, C, D তে পৌঁছে এবং u_1, u_2, u_3 বেগ প্রাপ্ত হয়।

যেখানে, $AB = BC = CD = s$ (ধরি)।



$\therefore AB = s = \frac{u+u_1}{2} \times p$; $\left[s = \frac{u+v}{2} \times t \text{ সূত্র দ্বারা}\right]$

$\Rightarrow \frac{s}{p} = \frac{1}{2}(u + u_1) \ldots\ldots\ldots$ (i)

$BC = s = \frac{u_1+u_2}{2} \times q \Rightarrow \frac{s}{q} = \frac{1}{2}(u_1 + u_2) \ldots\ldots\ldots$ (ii)

$CD = s = \frac{u_2+u_3}{2} \times r \Rightarrow \frac{s}{r} = \frac{1}{2}(u_2 + u_3) \ldots\ldots\ldots$ (iii)

$AD = 3s = \frac{u+u_3}{2} \times (p + q + r)$

$\Rightarrow \frac{3s}{p+q+r} = \frac{1}{2}(u + u_3) \ldots\ldots\ldots$ (iv)

এখন, (i) $-$ (ii) $+$ (iii) $\Rightarrow \left(\frac{1}{p} - \frac{1}{q} + \frac{1}{r}\right)s$

$= \frac{1}{2}(u + u_1 - u_1 - u_2 + u_2 + u_3)$

$= \frac{1}{2}(u + u_3) \ldots\ldots\ldots$ (v)

(iv) ও (v) হতে পাই, $\left(\frac{1}{p} - \frac{1}{q} + \frac{1}{r}\right)s = \frac{3s}{p+q+r}$

$\Rightarrow \frac{1}{p} - \frac{1}{q} + \frac{1}{r} = \frac{3}{p+q+r} \therefore \frac{1}{p} - \frac{1}{q} + \frac{1}{r} = \frac{3}{p+q+r}$ **(Proved)**

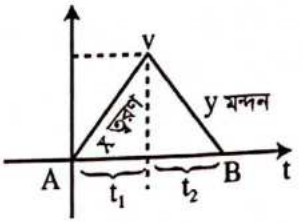
03. দৃশ্যকল্প-১: একটি রেলগাড়ী পাশাপাশি দুইটি স্টেশনে থামে। স্টেশন দুইটির মধ্যবর্তী দূরত্ব 4 কি.মি. এবং এক স্টেশন থেকে অপর স্টেশনে যেতে সময় লাগে 8 মিনিট। [DB, SB, JB, Din.B'18]

দৃশ্যকল্প-২: কোনো বস্তুকণা কোনো সরলরেখা বরাবর সমত্বরণে চলে t_1, t_2 এবং t_3 সময়ে ধারাবাহিক গড়বেগ যথাক্রমে v_1, v_2 এবং v_3.

(খ) দৃশ্যকল্প-১ এ রেলগাড়ীটি যদি তার গতিপথের ১ম অংশ x সমত্বরণে এবং দ্বিতীয় অংশ y সমমন্দনে চলে তবে দেখাও যে, $x + y = 8xy$.

(গ) দৃশ্যকল্প-২ হতে প্রমাণ কর যে, $\frac{t_1+t_2}{v_1-v_2} = \frac{t_2+t_3}{v_2-v_3}$.

(খ) Sol^n: দৃশ্যকল্প -১ এর ঘটনাকে v-t graph দ্বারা প্রকাশ করি।



$\therefore x = \frac{v}{t_1}$; $t_1 = \frac{v}{x} \ldots\ldots$ (i)

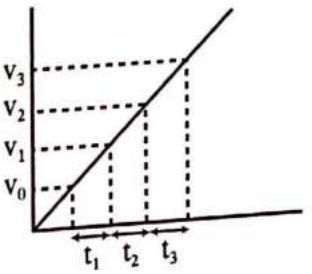
আবার, $y = \frac{v}{t_2}$; $t_2 = \frac{v}{y} \ldots$ (ii)

আবার, $\frac{1}{2} \times v \times 8 = 4; v = 1$

(i) + (ii) $\rightarrow t_1 + t_2 = v\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) \Rightarrow 8 = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$

$\therefore x + y = 8xy$ **(Showed)**

(গ) Sol^n: দৃশ্যকল্প-২ কে v-t graph দ্বারা প্রকাশ করি।



মনে করি, বস্তু কণাটির ত্বরণ = a;

তাহলে, $v_1 = v_o + \frac{1}{2}at_1 \ldots$ (i)

$v_2 = v_1 + \frac{1}{2}a(t_1 + t_2) \ldots$ (ii)

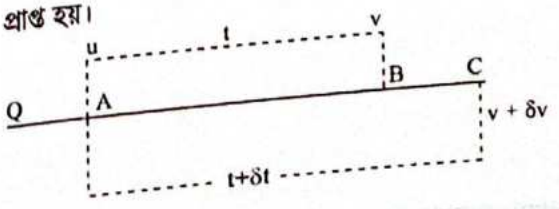
$v_3 = v_2 + \frac{1}{2}a(t_2 + t_3) \ldots$ (iii)

এখন, $\frac{v_2-v_1}{\frac{1}{2}a(t_1+t_2)} = \frac{v_3-v_2}{\frac{1}{2}a(t_2+t_3)}$

$\Rightarrow \frac{v_1-v_2}{t_1+t_2} = \frac{v_2-v_3}{t_2+t_3} \therefore \frac{t_1+t_2}{v_1-v_2} = \frac{t_2+t_3}{v_2-v_3}$ **(Proved)**

04. (ক) সচরাচর সংকেতমালায় প্রমাণ কর যে, $v = u + ft$। [DB'17]

(ক) Sol^n: মনে করি, OX সরলরেখা বরাবর f সমত্বরণে চলমান একটি বস্তুকণা A বিন্দু থেকে u আদিবেগে যাত্রা করে t সময়ে B বিন্দুতে v বেগ প্রাপ্ত হয়। আবার, $t + \delta t$ সময় পরে একই সরলরেখা বরাবর B এর খুব নিকটবর্তী C বিন্দুতে $v + \delta v$ বেগ প্রাপ্ত হয়।



Educationblog24.com

এখন B বিন্দু থেকে C বিন্দুতে পৌঁছাতে সময়ের পরিবর্তন $= t + \delta t - t = \delta t$ এবং

এ সময়ে বেগের পরিবর্তন $= v + \delta v - v = \delta v$ হয়। এখন

বৃত্তাসের সংজ্ঞানুসারে, আমরা পাই, $f = \lim_{\delta t \to 0} \frac{\delta v}{\delta t} \Rightarrow f = \frac{dv}{dt}$

সমাকলন করে পাই, $f \int dt = \int dv \Rightarrow ft + c = v$ ..... (i)

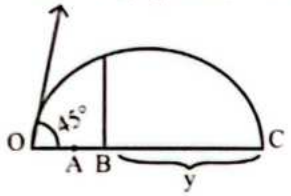
যেখানে c একটি সমাকলন ধ্রুবক।

সময় $t = 0$ হলে $v = u$ হয়। এ ক্ষেত্রে (i)নং সমীকরণ থেকে পাই, $u = f.0 + c \Rightarrow c = u$ হয়।

(i) নং সমীকরণে c এর মান বসিয়ে পাই,

$v = u + ft$ (প্রমাণিত)।

05 করিম O বিন্দু হতে আনুভূমির সাথে 45° কোণে বন্দুকের গুলি করল। রহিম একই সময়ে স্থিরাবস্থা O হতে দৌড়ে 20 সেকেন্ডে 200 মিটার দূরে অবস্থিত একটি খাড়া দেয়ালের পাদদেশে B বিন্দুতে থামে। রহিম যাত্রাপথের OA অংশ a সমত্বরণে এবং AB অংশ b সমমন্দনে যায়। অপরদিকে গুলিটি দেয়ালের ঠিক উপর দিয়ে গেল এবং দেয়ালের অপর পার্শ্বে y দূরত্বে C বিন্দুতে পড়ল। (এখানে দেয়ালের পুরুত্ব অগ্রাহ্য করা হয়েছে।) [CB'17]



(খ) উদ্দীপকের আলোকে প্রমাণ কর যে, $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 1$.

(খ) Sol^n: মনে করি, প্রথমাংশে করিম O থেকে দৌড়ে d দূরত্ব t সেকেন্ডে অতিক্রম করে A অবস্থানে আসে এবং দ্বিতীয়াংশে (200 − d) মিটার (20 − t) সেকেন্ডে অতিক্রম করে B তে থামে। A অবস্থানে তার বেগ v প্রথমাংশ, ত্বরণের সূত্র ব্যবহার করে পাই,

$v^2 = 2ad$ ..... (i)

$v = at$ ..... (ii)

O —(d, t)— A —(200-d, 20-t)— B

দ্বিতীয়াংশে, মন্দনের সূত্র ব্যবহার করে পাই,

$0^2 = v^2 - 2b(200 - d)$ ..... (iii)

$0 = v - b(20 - t)$ ..... (iv)

(i) হতে $\frac{v^2}{2a} = d$ ..... (v)

(iii) হতে $\frac{v^2}{2b} = 200 - d$ ..... (vi)

(v) + (vi) হতে, $\frac{v^2}{2}\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) = 200$

$\Rightarrow v^2\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) = 400$ ..... (vii)

(ii) হতে $\frac{v}{a} = t$ ..... (viii)

(iv) হতে $\frac{v}{b} = 20 - t$ ..... (ix)

(viii) ও (ix) যোগ করি, $v\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) = 20$ ..... (x)

(vii) কে (ix) দিয়ে ভাগ করে, $v = 20$

এখন, সমীকরণ (x) হতে $20\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) = 20$

$\therefore \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 1$ (প্রমাণিত)।

06 দৃশ্যকল্প-১: স্থিরাবস্থা হতে সরলরেখা চলমান একটি বস্তুকণা প্রথমে y সমত্বরণে এবং পরে z সমমন্দনে চলে।

[রাজউক উত্তরা মডেল কলেজ, ঢাকা]

(খ) দৃশ্যকল্প-১ এ কণাটি যদি t সময়ে d দূরত্ব অতিক্রম করে তবে দেখাও যে, $\sqrt{2d\left(\frac{y+z}{yz}\right)}$

(খ) Sol^n: মনে করি, বস্তুকণাটি A থেকে যাত্রা করে y সমত্বরণে t_1 সময়ে s_1 দূরত্ব অতিক্রম করে B তে v বেগ প্রাপ্ত হয়। অতঃপর B হতে v আদিবেগে z সমমন্দনে t_2 সময়ে s_2 দূরত্ব অতিক্রম করে C তে থামে।

$u=0$ —(s_1, t_1)— v —(s_2, t_2)— শেষবেগ $= 0$

A B C

প্রশ্নমতে, $s_1 + s_2 = d$, মোট সময় $t = t_1 + t_2$

AB এর জন্য, $v = 0 + yt_1 \Rightarrow t_1 = \frac{v}{y}$ ..... (i)

এবং $s_1 = \frac{0+v}{2} \times t_1 = \frac{vt_1}{2}$ ..... (ii)

BC এর জন্য, $0 = v - zt_2 \Rightarrow t_2 = \frac{v}{z}$ ..... (iii)

এবং $s_2 = \frac{v+0}{2}t_2 = \frac{vt_2}{2}$ ..... (iv)

(ii) + (iv) $\Rightarrow s_1 + s_2 = \frac{v}{2}(t_1 + t_2)$

$\Rightarrow d = \frac{v}{2} \times t \Rightarrow v = \frac{2d}{t}$ [$\because s_1 + s_2 = d, t_1 + t_2 = t$

(i) + (iii) $\Rightarrow t_1 + t_2 = v\left(\frac{1}{y} + \frac{1}{z}\right)$

$\Rightarrow t = \frac{2d}{t} \times \frac{y+z}{yz} \Rightarrow t^2 = 2d \times \frac{y+z}{yz}$

$\therefore t = \sqrt{2d\left(\frac{y+z}{yz}\right)}$ (Showed)

07 দৃশ্যকল্প-২: সমত্বরণের চলমান একটি কণা পরপর t_1, t_2, t_3 সময়ে যথাক্রমে 2d, 4d, 6d দূরত্ব অতিক্রম করে।

[নটর ডেম কলেজ, ঢাকা]

(গ) দৃশ্যকল্প-২ হতে, প্রমাণ কর যে, $\frac{1}{t_1} - \frac{2}{t_2} + \frac{3}{t_3} = \frac{6}{t_1 + t_2 + t_3}$

(গ) Sol^n: মনে করি, সুষমত্বরণে চলন্ত বিন্দুকণাটি A বিন্দু থেকে u বেগে যাত্রা করে t_1, t_2, t_3 সময় শেষে যথাক্রমে B, C, D তে পৌঁছে এবং u_1, u_2, u_3 বেগ প্রাপ্ত হয়,

যেখানে, AB = 2d, BC = 4d, CD = 6d

u —(2d, t_1)— u_1 —(4d, t_2)— u_2 —(6d, t_3)— u_3

A B C D

Educationblog24.com

$\therefore AB = 2d = \frac{u+u_1}{2} \times t_1 \Rightarrow \frac{d}{t_1} = \frac{1}{4}(u + u_1)$ ... ... (i)

$\therefore BC = 4d = \frac{u_1+u_2}{2} \times t_2 \Rightarrow \frac{2d}{t_2} = \frac{1}{4}(u_1 + u_2)$ ... ... (ii)

$\therefore CD = 6d = \frac{u_2+u_3}{2} \times t_3 \Rightarrow \frac{3d}{t_3} = \frac{1}{4}(u_2 + u_3)$ ... ... (iii)

এবং $AD = 12d = \frac{u+u_3}{2}(t_1 + t_2 + t_3)$

$\Rightarrow \frac{24d}{t_1+t_2+t_3} = (u + u_3)$ ... ... (iv)

এখন, (i) − (ii) + (iii)

$d\left(\frac{1}{t_1} - \frac{2}{t_2} + \frac{3}{t_3}\right) = \frac{1}{4}(u + u_1 - u_1 - u_2 + u_2 + u_3)$

$= \frac{1}{4}(u + u_3) = \frac{1}{4} \times \frac{24d}{t_1+t_2+t_3}$ [(iv) হতে]

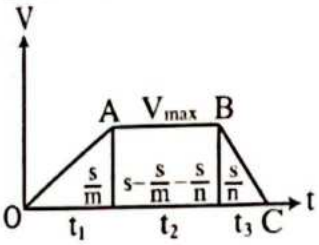
$\therefore \frac{1}{t_1} - \frac{2}{t_2} + \frac{3}{t_3} = \frac{6}{t_1+t_2+t_3}$ **(Proved)**

03. দৃশ্যকল্প-১: একটি রেলগাড়ি একটি স্টেশন থেকে সরল রেলপথে যাত্রা করে অপর স্টেশনে গিয়ে থামে। গাড়িখানা মোট দূরত্বের প্রথম $\frac{1}{m}$ অংশ সমত্বরণে, শেষ $\frac{1}{n}$ অংশ সমমন্দনে এবং বাকী অংশ সমবেগে চলে।

[ঢাকা রেসিডেনসিয়াল মডেল কলেজ]

(খ) দৃশ্যকল্প-১ হতে প্রমাণ কর যে, গাড়ির সর্বোচ্চ বেগ ও গড়বেগের অনুপাত $(m + n + mn) : mn$

(খ) Sol^n: চিত্রে, OA অতিক্রম করতে t_1 সময় লাগে



AB অতিক্রম করতে t_2 সময় লাগে

BC অতিক্রম করতে t_3 সময় লাগে

মনে করি, OC = S

$\therefore$ গড়বেগ, $W = \frac{s}{t_1+t_2+t_3}$ [T = মোট সময়]

এখন, $OA = \frac{0+V_{max}}{2}t_1 \Rightarrow \frac{s}{m} = \frac{V_{max}t_1}{2}$ ... ... (ii)

আবার, $AB = V_{max}t_2 \Rightarrow s - \frac{s}{m} - \frac{s}{n} = V_{max}t_2$

$\Rightarrow \frac{s}{2}\left(1 - \frac{1}{m} - \frac{1}{n}\right) = \frac{V_{max}t_2}{2}$ ... ... (i)

আবার, $BC = \frac{V_{max}t_3}{2} \Rightarrow \frac{s}{n} = \frac{V_{max}t_3}{2}$ ... ... (iii)

(i) + (ii) + (iii)

$\Rightarrow \left(\frac{1}{m} + \frac{1}{n} + \frac{1}{2} - \frac{1}{2m} - \frac{1}{2n}\right)s = \frac{V_{max}(t_1+t_2+t_3)}{2}$

$\therefore V_{max} : W = (m + n + mn) : mn$ **(Proved)**

02. দৃশ্যকল্প-১: একটি সরলরেখায় দুটি কণা a ও b সমত্বরণে চলছে। কোনো নির্দিষ্ট বিন্দু হতে এরা যখন 15 একক ও 20 একক দূরত্বে অবস্থান করে, তখন এদের বেগ যথাক্রমে u ও v হয়। [সরকারি বিজ্ঞান কলেজ, ঢাকা]

(খ) দৃশ্যকল্প-১ হতে দেখাও যে, কণা দুটি দুইবারের অধিক মিলিত হতে পারবে না এবং এদের মিলিত হওয়ার সময়ের পার্থক্য $\frac{2}{a-b}\sqrt{(u-v)^2 + 10(a-b)}$

(খ) Sol^n: মনে করি, a ও b সমত্বরণে চলমান কণা দুইটি B ও C থেকে যথাক্রমে v ও u বেগে যাত্রা করার t সময় পর D তে মিলিত হবে। যেখানে নির্দিষ্ট বিন্দু A, AB = 15 একক এবং AC = 20 একক।

তাহলে, $BD = vt + \frac{1}{2}at^2$

চিত্র হতে, $AD = AB + BD = 15 + vt + \frac{1}{2}at^2$ ... ... (i)

আবার,

চিত্র হতে, $AD = AC + CD = 20 + ut + \frac{1}{2}bt^2$ ... ... (ii)

(ii) − (i) $\Rightarrow 0 = (20 - 15) + (u - v)t + \frac{1}{2}(a - b)t^2$

$= 5 + (u - v)t + \frac{1}{2}(a - b)t^2$

$\Rightarrow (a - b)t^2 + 2(u - v)t + 10 = 0$ ... ... (iii)

(iii) হতে আমরা দেখা যায় যে, ইহা t এর একটি দ্বিঘাত সমীকরণ যার সমাধান সর্বোচ্চ দুইটি। অর্থাৎ, উক্ত কণাদ্বয় দুইবারের বেশি মিলিত হতে পারবে না।

ধরি, t এর মান t_1 ও t_2 (যেখানে $t_1 > t_2$)

তাহলে কণা দুটি সময়ে t_1 ও t_2 মিলিত হয়,

$t_1 + t_2 = -\frac{2(u-v)}{a-b}$ এবং $t_1t_2 = \frac{10}{a-b}$

$\therefore$ সময়ের পার্থক্য $= t_1 - t_2 = \sqrt{(t_1 + t_2)^2 - 4t_1t_2}$

$= \sqrt{\frac{4(u-v)^2}{(a-b)^2} - 40\frac{1}{a-b}}$

$= \frac{2}{a-b}\sqrt{(u-v)^2 + 10(a-b)}$ **(Showed)**

নিজে করো

10. দৃশ্যকল্প-২: [SB'19]

$AB = \frac{1}{m}AD \cdot CD = \frac{1}{n}AD.$

(গ) একখানা রেলগাড়ি A স্টেশন হতে ছেড়ে D স্টেশনে গিয়ে থামে। গাড়িখানা AB অংশ সমত্বরণে, CD অংশ সমমন্দনে এবং BC অংশ সমবেগে চলে। প্রমাণ কর যে, উহার গড়বেগ ও সর্বোচ্চ বেগের অনুপাত $1 : \left(1 + \frac{1}{m} + \frac{1}{n}\right)$.

Educationblog24.com

11. স্টেশন A ——— স্টেশন B [DB'17]
S

(খ) স্থিরাবস্থা হতে একটি ট্রেন A স্টেশন হতে 4 মিনিটে B স্টেশনে গিয়ে থামে। যদি উহা পথের প্রথম অংশ x সমত্বরণে এবং দ্বিতীয় অংশ y সমমন্দনে চলে তবে প্রমাণ কর যে, $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=4$ যখন S = 2।

12. দৃশ্যকল্প-১: মহানগর এক্সপ্রেস আখাউড়া জংশন থেকে ছেড়ে ঢাকা স্টেশনে থামে। তার গতিপথের ১ম $\frac{1}{2}$ অংশ সমত্বরণে, শেষ $\frac{1}{3}$ অংশ সমমন্দনে ও অবশিষ্ট পথ সমবেগে চলে। [RB'17]

(খ) ১নং উদ্দীপকের আলোকে মহানগরের সর্বোচ্চ বেগ ও গড় বেগের অনুপাত 11:6 সঠিক কী না যাচাই কর।

Type-04: বাঘ-হরিণ, ইঁদুর-বিড়াল ধরা এবং বাস-যাত্রী, বাস-সাইকেল অতিক্রম করা

Concept

এই অঙ্কগুলোতে সাধারণত একজন সমবেগে এবং অপর জন সমত্বরণে চলে, সমবেগের জন্য $s = vt$ এবং সমত্বরণের জন্য-

(i) $s = ut + \frac{1}{2}ft^2$

(ii) $v = u + ft$

ব্যবহার করতে হবে। এক্ষেত্রে বাঘ-হরিণ এর মধ্যবর্তী দূরত্ব অবশ্যই সঠিকভাবে সমীকরণে বসাতে হবে।

সমত্বরণের ক্ষেত্রে,
s = সরণ
u = আদিবেগ
v = শেষবেগ
t = সময়
f = ত্বরণ

সৃজনশীল প্রশ্ন (ক, খ ও গ)

01 দৃশ্যকল্প-১: একটি বিড়াল 12 মিটার দূরে একটি ইঁদুরকে দেখতে পেয়ে স্থিরাবস্থা থেকে 2 মি/সে. ত্বরণে দৌড়াল এবং ইঁদুরটি 4 মিটার/সে. সমবেগে দৌড়াল। [BB'19]

(খ) বিড়ালটি কত সময় পরে এবং কত দূরে ইঁদুরটিকে ধরতে পারবে?

(খ) Sol^n: ধরি, A তে বিড়াল, B তে ইঁদুর আছে। t সময় পর C অবস্থানে বিড়াল ইঁদুরকে ধরতে পারবে।

এখন, $4t + 12 = 0 + \frac{1}{2}.2 \times t^2$

A u=0 B 4ms^{-1} C
12 m,
a=2ms^{-2}

$\Rightarrow t^2 - 4t - 12 = 0 \Rightarrow t = 6, -2$

$t \neq -2 \therefore t = 6s \therefore$ 6s পর ধরবে।

এখন, বিড়ালের সরণ, $s = t^2 = 36$ m (Ans.)

02 দৃশ্যকল্প-১: একজন মোটরসাইকেল আরোহী 15 মিটার দূরে একজন অশ্বারোহীকে দেখতে পেয়ে স্থিরাবস্থা হতে $5m/sec^2$ ত্বরণে অশ্বারোহীর পশ্চাতে মোটরসাইকেল চালাতে লাগল। অশ্বারোহী 12.5 m/sec সমবেগে যাচ্ছিল। [JB'17]

(খ) দৃশ্যকল্প-১ হতে মোটরসাইকেল আরোহী কত দূরে গিয়ে অশ্বারোহীকে ধরতে পারবে?

(খ) Sol^n: A অবস্থানে আরোহী ও B অবস্থানে অশ্বারোহীর মধ্যবর্তী দূরত্ব 15 মিটার। মনে কর, t সেকেন্ড পরে অশ্বারোহী অর্থাৎ অবস্থান থেকে t দূরে আরোহী অশ্বারোহীকে ধরতে পারে এবং আরোহী দ্বারা অতিক্রান্ত দূরত্ব x হলে, $x = 15 + y$

A 15 B y C
u=0
a=5ms^{-2}
x

কাজেই, $y = 12.5t$ ..... (i) [$\because$ এক্ষেত্রে, f = 0]

$x = 0.t + \frac{1}{2}\cdot 5\,t^2 \Rightarrow x = \frac{5t^2}{2}$ ..... (ii)

আবার, $x = 15 + y$

(i) এবং (ii) সংযুক্ত করলে আমরা পাই,

$\frac{5t^2}{2} = 15 + 12.5t \Rightarrow \frac{5t^2}{2} - 12.5t - 15 = 0$

$\Rightarrow t = 12.5 \pm \frac{\sqrt{(12.5)^2 - \frac{4.5}{2}(-15)}}{\frac{5}{2}} = \frac{12.5 \pm 17.5}{5}$

ধনাত্মক (+) চিহ্ন নিয়ে, $t = \frac{12.5+17.5}{5} = 6$ [সময় ঋণাত্মক গ্রহণযোগ্য নয়।]

সুতরাং t = 6 সেকেন্ড

$\therefore x = (15 + 12.5 \times 6) = 90$ মিটার।

অর্থাৎ, 6 সেকেন্ড পর মোটরসাইকেল আরোহী 90 মিটার দূরে গিয়ে অশ্বারোহীকে ধরতে পারবে। (Ans.)

Educationblog24.com

Type-05: বিশেষ এক সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূরত্ব

Concept

আমরা জানি, t তম সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূরত্ব, $s_{t\text{-th}} = u + \frac{1}{2}f(2t-1)$ এবং t সেকেন্ডে মোট অতিক্রান্ত দূরত্ব, $s = ut + \frac{1}{2}ft^2$

সৃজনশীল প্রশ্ন (ক, খ ও গ)

01. (i) একটি বস্তু সমত্বরণে সরলরেখা বরাবর চলে 25 তম সেকেন্ডে 266 সেমি এবং 42 তম সেকেন্ডে 402 সেমি দূরত্ব অতিক্রম করে।

(খ) বস্তুটির আদিবেগ নির্ণয় কর। [JB'23]

(খ) Sol^n: ধরি, আদিবেগ = u এবং ত্বরণ = f

25 তম সেকেন্ড অতিক্রান্তে দূরত্ব

$= u + \frac{1}{2}f(2\times 25 - 1) = u + \frac{49}{2}f$

প্রশ্নমতে, $u + \frac{49}{2}f = 266$ ..... (i)

42 তম সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূরত্ব

$= u + \frac{1}{2}f(2\times 42 - 1) = u + \frac{83}{2}f$

আবারও, $u + \frac{83}{2}f = 402$ ..... (ii)

(i) ও (ii) সমাধান করে পাই,

∴ আদিবেগ, $u = 70\ cms^{-1}$ (Ans.)

02. (ক) 30 মি/সে. আদিবেগে 4 মি/সে.^{2} ত্বরণে চলমান একটি বস্তুর ৭ম সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূরত্ব নির্ণয় কর। [CB'23]

(ক) Sol^n: আদিবেগ, $u = 30\ ms^{-1}$ ত্বরণ, $f = 4\ ms^{-2}$ আমরা জানি, $S_{th} = u + \frac{1}{2}f(2t-1)$

$\Rightarrow S_{7th} = 30 + \frac{1}{2}\times 4(2\times 7 - 1) = 56m$ (Ans.)

03. (ক) একটি ট্রেন $20ms^{-1}$ আদিবেগ এবং $4ms^{-2}$ সমত্বরণে চলমান হলে 8র্থ সেকেন্ডে ট্রেনটি কত দূরত্ব অতিক্রম করবে। [MB'23]

(ক) Sol^n: দেওয়া আছে, আদিবেগ, $u = 20ms^{-1}$

ত্বরণ, $f = 4ms^{-2}$

8র্থ সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূরত্ব $S_4 = u + \frac{1}{2}f(2t-1)$

$= 20 + \frac{1}{2}\times 4(2\times 4 - 1)$

$= 20 + 2\times(8-1) = 20 + 2\times 7$

$= 20 + 14 = 34$ m (Ans.)

04. (ক) সমত্বরণে চলমান একটি বস্তুকণা t-তম সেকেন্ডে x দূরত্ব এবং (t + n) তম সেকেন্ডে y দূরত্ব অতিক্রম করে। প্রমাণ কর যে, ত্বরণ $f = \frac{y-x}{n}$. [Din.B'22]

(ক) Sol^n: মনে করি, আদিবেগ u ও ত্বরণ f

১ম ক্ষেত্রে, $x = u + \frac{1}{2}f(2t-1)$ ..... (i)

২য় ক্ষেত্রে, $y = u + \frac{1}{2}f\{2(t+n)-1\}$

$= u + \frac{1}{2}f(2t + 2n - 1)$ ..... (ii)

(ii) − (i) $\Rightarrow y - x = u + \frac{1}{2}f(2t+2n-1) - u - \frac{1}{2}f(2t-1)$

$= \frac{1}{2}f(2t + 2n - 1 - 2t + 1) = \frac{1}{2}f.2n = fn$

$\therefore f = \frac{y-x}{n}$; সুতরাং, ত্বরণ, $f = \frac{y-x}{n}$ (Proved)

05. (ক) সমতলে একটি বস্তুকণা u আদিবেগে a সমত্বরণে t সময়ে s দূরত্ব অতিক্রম করে তাহলে t তম সময়ে কত দূরত্ব অতিক্রম করবে? [JB'19]

(ক) Sol^n: প্রশ্নানুসারে, $ut + \frac{1}{2}at^2 = s \Rightarrow t\left(u + \frac{at}{2}\right) = s$

$\therefore t = \frac{s}{u+\frac{at}{2}} = \frac{2s}{2u+at}$ ..... (i)

এখন, t-তম সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূরত্ব,

$S_{t-th} = u + \frac{1}{2}a(2t-1)$ ..... (ii)

(i) হতে প্রাপ্ত t এর মান (ii) তে বসিয়ে পাই,

$S_{t-th} = u + \frac{1}{2}a\left(\frac{4s}{2u+at} - 1\right) = u + \frac{1}{2}a\left(\frac{4s-2u-at}{2u+at}\right)$ (Ans.)

06. (ক) কোনো কণা f সুষম ত্বরণে চলছে। গতি শুরুর সপ্তম ও দশম সেকেন্ডে যথাক্রমে 36 মিটার ও 48 মিটার দূরত্ব অতিক্রম করে। f এর মান নির্ণয় কর। [RB'17]

(ক) Sol^n: t তম সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূরত্ব $S_t = u + \frac{1}{2}f(2t-1)$

সপ্তম সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূরত্ব $S_7 = u + \frac{1}{2}f(2\times 7 - 1)$

$= u + \frac{1}{2}f\times 13 \therefore 36 = u + \frac{13}{2}f$ ..... (i)

দশম সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূরত্ব, $S_{10} = u + \frac{1}{2}f(2\times 10 - 1)$

$\Rightarrow 48 = u + \frac{1}{2}(19)f \Rightarrow 48 = u + \frac{19f}{2}$ ..... (ii)

(ii) হতে (i) বিয়োগ করে পাই, $12 = \frac{19}{2}f - \frac{13}{2}f$

$\Rightarrow 12 = f\times\frac{6}{2} \Rightarrow 12 = f\times 3 \therefore f = 4ms^{-2}$ (Ans.)

07. (ক) একটি কণা স্থিরাবস্থা হতে $7m/sec^2$ ত্বরণে চলতে থাকলে তৃতীয় সেকেন্ডে কত দূরত্ব অতিক্রম করবে? [JB'17]

(ক) Sol^n: তৃতীয় সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূরত্ব,

$S_3 = \frac{1}{2}\times 7(2\times 3 - 1)$ [$\because f = 7ms^{-2}, u = 0, t = 3$]

$= \frac{1}{2}\times 7(6-1) = \frac{1}{2}\times 7\times 5 = 17.5m$

Educationblog24.com

নিজে করো

08. (ক) একটি বস্তু 20 মি./সে. আদিবেগে 2 মি./সে^{2} ত্বরণে চললে, উহার ৫ম সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূরত্ব নির্ণয় কর।
[Ctg.B'19] [Ans: 29m]

09. (ক) স্থিরাবস্থা থেকে একটি বস্তু $4ms^{-2}$ সমত্বরণে চলতে থাকলে ৭ম সেকেন্ডে এটি কত দূরত্ব অতিক্রম করবে তা নির্ণয় কর।
[Din.B'19] [Ans: 26m]

Type-06: রেলগাড়ির সংঘর্ষ এড়ানোর শর্ত নির্ণয়

Concept

আমরা জানি, সমত্বরণে চলমান বস্তুর জন্য, $v^2 = u^2 + 2fs$

এখানে, u = আদিবেগ; v = শেষবেগ; f = ত্বরণ; s = অতিক্রান্ত দূরত্ব।

➢ u_1 ও u_2 বেগে একই রেলপথে পরস্পর বিপরীত দিকে গতিশীল দুইটি রেলগাড়ি x দূরত্বে থাকা অবস্থান যদি পরস্পরকে দেখতে পায় এবং যথাক্রমে f_1 ও f_2 মানের মন্দন প্রয়োগ করে তাহলে,

(i) কোনো রকমে সংঘর্ষ এড়ানো সম্ভব যদি: $u_1^2f_2 + u_2^2f_1 = 2f_1f_2x$ হয়

(ii) সংঘর্ষ এড়ানো সম্ভব যদি: $u_1^2f_2 + u_2^2f_1 \le 2f_1f_2x$

➢ দুটি রেলগাড়ি একই সরলপথে u_1 ও u_2 $(u_1 > u_2)$ গতিবেগে একই দিকে অগ্রসর হচ্ছে। এদের মধ্যবর্তী দূরত্ব যখন x তখন এরা পরস্পরকে দেখতে পায়। রেলগাড়ি দুইটির সর্বোচ্চ মন্দন ও ত্বরণ যথাক্রমে f_1 ও f_2 হলে, কোনো রকমে সংঘর্ষ এড়ানো সম্ভব হবে যদি, $(u_1 - u_2)^2 = 2(f_1 + f_2)x$ হয়।

সৃজনশীল প্রশ্ন (ক, খ ও গ)

01 উদ্দীপক-২: দুইটি রেলগাড়ি একই রেল লাইনে যথাক্রমে u ও v সমবেগে একে অপরের দিকে অগ্রসর হচ্ছে। যখন তাদের মধ্যবর্তী দূরত্ব d তখন একে অপরকে দেখতে পায়। ট্রেন দুইটির সর্বোচ্চ মন্দন a ও b প্রয়োগ করে কোনো রকমে সংঘর্ষ এড়ানো সম্ভব। [CB'22]

(গ) দৃশ্যকল্প-২ এর ক্ষেত্রে প্রমাণ কর যে, $u^2b + v^2a = 2abd$.

(গ) Sol^n: মনে করি, একই রেল লাইনের উপর দিয়ে A ও B ২টি রেলগাড়ি যথাক্রমে u ও v বেগে একে অপরের দিকে অগ্রসর হচ্ছে। এরা পরস্পরকে d দূরত্বে অতিক্রম করে থেমে যায়। একই সাথে B গাড়িটি সর্বোচ্চ b মন্দন প্রয়োগ করে d_1 দূরত্ব অতিক্রম করে থেমে যায়। অর্থাৎ গাড়ি দুটির শেষ বেগ শূন্য হয়।

A এর ক্ষেত্রে, $0 = u^2 - 2ad_1 \Rightarrow d_1 = \frac{u^2}{2a}$,

B এর ক্ষেত্রে, $0 = v^2 - 2bd_2 \Rightarrow d_2 = \frac{v^2}{2b}$

সংঘর্ষ এড়ানো হবে যদি, $d = d_1 + d_2 \Rightarrow d = \frac{u^2}{2a} + \frac{v^2}{2b}$

$\Rightarrow d = \frac{u^2b + v^2a}{2ab} \therefore u^2b + v^2a = 2abd$ **(Proved)**

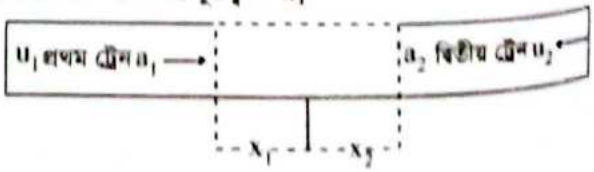
02 স্টেশন A ——— স্টেশন B [DB'17]
←—— S ——→

(গ) যদি দুইটি রেলগাড়ী A ও B এর বিপরীত দিক হতে u_1 ও u_2 গতিবেগে অগ্রসর হওয়ার সময় একে অপরকে দেখতে পায় তখন তাদের মধ্যবর্তী দূরত্ব x। সংঘর্ষ এড়ানোর জন্য রেলগাড়ী দুইটি সর্বোচ্চ মন্দন যথাক্রমে a_1 ও a_2 প্রয়োগ করে। তাহলে দেখাও যে, কোনো রকমে সংঘর্ষ এড়ানো সম্ভব যদি $u_1^2a_2 + u_2^2a_1 \le 2a_1a_2x$ হয়।

(গ) Sol^n: মনে করি, AB = x দূরত্বে থাকাকালীন সময়ে ট্রেন দুটিতে a_1 ও a_2 মন্দন প্রযুক্ত হলো। আরও ধরা যাক, প্রথম ট্রেনটিতে a_1 মন্দন প্রযুক্ত হলে x_1 দূরত্ব এবং দ্বিতীয় ট্রেনটিতে a_2 মন্দন প্রযুক্ত হলে, x_2 দূরত্ব অতিক্রম করে।

প্রথম ট্রেনটির ক্ষেত্রে: আদিবেগ = u_1, মন্দন = a_1,

শেষবেগ = 0 এবং দূরত্ব = x_1



আমরা পাই, $0 = u_1^2 - 2a_1x_1$ [$v^2 = u^2 - 2fs$ সূত্রের সাহায্যে]

$x_1 = \frac{u_1^2}{2a_1}$ ..... (i)

আবার, দ্বিতীয় ট্রেনটির ক্ষেত্রে,

আদিবেগ $= u_2$, মন্দন $= a_2$, শেষবেগ $= 0$,

এবং দূরত্ব $= x_2$

তাহলে, $0 = u_2^2 - 2a_2x_2 \Rightarrow x_2 = \frac{u_2^2}{2a_2}$ ..... (ii)

এখন, যদি $x_1 + x_2 \le x$ হয় তাহলে সংঘর্ষ এড়ানো সম্ভব।

সুতরাং, $x_1 + x_2 \le x \Rightarrow \frac{u_1^2}{2a_2} + \frac{u_2^2}{2a_2} \le x$

$\Rightarrow u_1^2a_2 + u_2^2a_1 \le 2a_1a_2x$ **(Showed)**

Type-07: নির্দিষ্ট অংশ ভেদ করে বেগ হারানোর পর অতিক্রান্ত দূরত্ব

Concept

ধরা হয়, ভেদ করার সময় সুষম মন্দনে বুলেটের বেগ হ্রাসপ্রাপ্ত হয়। এক্ষেত্রে $v^2 = u^2 + 2fs$ সূত্র প্রয়োগ করতে হবে।

একটি বুলেট	আরও অতিক্রম করবে	মোট অতিক্রান্ত দূরত্ব
(i) s দূরত্ব অতিক্রম করার পর যদি বেগের $\frac{1}{n}$ অংশ হারায় (ii) একটি তক্তা ভেদ করার পর যদি বেগের $\frac{1}{n}$ অংশ হারায়	(i) $x = \frac{s(n-1)^2}{2n-1}$ (ii) $N = \frac{(n-1)^2}{2n-1} \approx \frac{n}{2} - 1$	(i) $x_t = \frac{s(n-1)^2}{2n-1} + s$ (ii) $N_t = \frac{(n-1)^2}{2n-1} + 1 \approx \frac{n}{2}$
(i) s দূরত্ব অতিক্রম করার পর যদি বেগ আদিবেগের $\frac{1}{n}$ অংশ হয় (ii) একটি তক্তা ভেদ করার পর যদি বেগ আদিবেগের $\frac{1}{n}$ অংশ হয়	(i) $x = \frac{s}{n^2-1}$ (ii) $N = \frac{1}{n^2-1}$	(i) $x_t = \frac{s}{n^2-1} + s$ (ii) $N_t = \frac{1}{n^2-1} + 1$
(i) নির্দিষ্ট পুরুত্বের একটি তক্তা ভেদ করতে পারলে, এর বেগ n গুণ করা হলে পূর্বের n^2 গুণ তক্তা ভেদ করতে পারবে। [অর্থাৎ, নির্দিষ্ট পুরুত্বের a সংখ্যক তক্তা ভেদ করতে পারলে, এর বেগ n গুণ করা হলে n^2a টি তক্তা ভেদ করতে পারবে।] (ii) বিপরীতক্রমে, ঐ পুরুত্বের m সংখ্যক তক্তা ভেদ করতে হলে বেগ $\sqrt{m}$ গুণ করতে হবে। [অর্থাৎ, a সংখ্যক তক্তা ভেদ করতে পারলে, ma সংখ্যক তক্তা ভেদ করাতে হলে বেগ $\sqrt{m}$ গুণ করতে হবে।]		

Note: এই ছক শুধুমাত্র MCQ তে ব্যবহার করা যাবে।

সৃজনশীল প্রশ্ন (ক, খ ও গ)

01 দৃশ্যকল্প-২: একটি বুলেট কোনো দেওয়ালের ভিতর 1 সে.মি. ঢুকবার পর এর বেগ এক-তৃতীয়াংশ হারায়। [MB'23]

(গ) বুলেটটির বেগ শূন্য হওয়ার পূর্বে দেয়ালের ভিতর আরো কতদূর ঢুকবে?

(গ) Sol^n: ধরি, বুলেটের আদিবেগ v,

$s = 1$ cm প্রবেশের পর বেগ, $v_1 = \left(1 - \frac{1}{3}\right)v = \frac{2v}{3}$.

অর্থাৎ, $v_1^2 = v^2 - 2a \cdot s \Rightarrow \left(\frac{2v}{3}\right)^2 = v^2 - 2 \cdot a \cdot 1$

$\Rightarrow \frac{4v^2}{9} = v^2 - 2a \Rightarrow 2a = \frac{5v^2}{9} \Rightarrow a = \frac{5v^2}{18}$ ..... (i)

শেষ বেগ, $v_2 = 0$ এবং ধরি, বেগ এক তৃতীয়াংশ হ্রাসের পর থেকে থেমে যাওয়া অবধি s_1 দূরত্ব অতিক্রম করবে।

অর্থাৎ, $v_2^2 = v_1^2 - 2as_1$

$\Rightarrow 0 = \left(\frac{2v}{3}\right)^2 - 2 \times \frac{5v^2}{18} \times s_1$ [(i) হতে]

$\Rightarrow \frac{4}{9}v^2 = \frac{5v^2}{9} \times s_1 \Rightarrow s_1 = \frac{4}{5} = 0.8$ cm **(Ans.)**

02 (ক) একটি বুলেট একটি তক্তা ভেদ করতে এর বেগের $\frac{1}{10}$ অংশ হারায়। মন্দন সুষম হলে, বুলেটটি থামার পূর্বে অনুরূপ কতগুলো তক্তা ভেদ করবে? [DB'22]

(ক) Sol^n: মনে করি বুলেটটির আদিবেগ v_0 এবং তক্তার পুরুত্ব d

$\therefore$ d দূরত্ব অতিক্রম করার পর বুলেটের শেষবেগ,

$v = v_0 - \frac{1}{10}v_0 = \frac{9}{10}v_0$ এবং সুষম মন্দন $= a$

আমরা জানি, $v^2 = u^2 - 2as \Rightarrow u^2 - v^2 = 2as$ ..... (i)

উদ্দীপক অনুসারে, $v_0^2 - \left(\frac{9}{10}v_0\right)^2 = 2ad$

$\Rightarrow v_0^2 - \frac{81}{100}v_0^2 = 2ad$ ..... (ii)

বুলেটটি এক সময় থেমে গেলে, শেষবেগ, $v' = 0$

ধরি, থেমে যাওয়ার পূর্বে বুলেটটির অতিক্রান্ত দূরত্ব, D

সেক্ষেত্রে, (i) নং সমীকরণটি হবে,

$v_0^2 - 0^2 = 2aD \Rightarrow v_0^2 = 2aD$ ..... (iii)

(iii) $\div$ (ii) $\Rightarrow \frac{v_0^2}{v_0^2\left(1 - \frac{81}{100}\right)} = \frac{2aD}{2ad} \Rightarrow \frac{1}{\frac{19}{100}} = \frac{D}{d}$

$\therefore D = \frac{100}{19}d = 5.26\,d$ $\therefore$ বুলেটটি থামার পূর্বে অনুরূপ $(5.26 - 1) = 4.26 \approx 4$ টি তক্তা ভেদ করবে। **(Ans.)**

Educationblog24.com

03. (ক) একটি বুলেট একটি তক্তার ভিতর 3 সে.মি. ঢুকবার পর এর অর্ধেক বেগ হারায়। বুলেটটি তক্তার ভিতর আর কত দূর ঢুকবে? [RB'19]

(ক) Sol^{n}: ধরি, আদিবেগ $v\ ms^{-1}$

এখন, $\left(\frac{v}{2}\right)^2 = v^2 + 2a \times 0.03 \Rightarrow \frac{v^2}{4} = v^2 + 2a \times 0.03$

$\Rightarrow 2a \times 0.03 = -\frac{3v^2}{4} \therefore a = \frac{-3v^2}{4\times2\times0.03} \therefore a = -\frac{25v^2}{2}$

আবার, $0 = \left(\frac{v}{2}\right)^2 + 2.a \times s$

$\Rightarrow 0 = \frac{1}{4} + 2 \times \left(-\frac{25}{2}\right) \times s \Rightarrow 0 = \frac{1}{4} - 25s$

$\therefore s = 0.01\ m = 1\ cm$

$\therefore$ বুলেটটি আরও 1 সে.মি. ঢুকবে। **(Ans.)**

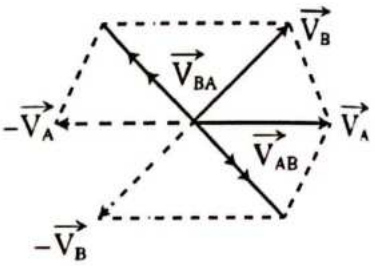
Type-08: আপেক্ষিক বেগ ও গড়বেগ

Concept

(i) একই দিকে গেলে আপেক্ষিক বেগের মান হবে তাদের বেগের অন্তরফল।

(ii) বিপরীত দিকে গেলে আপেক্ষিক বেগের মান হবে তাদের বেগের যোগফল।

(iii) আপেক্ষিক বেগ নির্ণয়ের ক্ষেত্রে, যার সাপেক্ষে আপেক্ষিক বেগ নির্ণয় করতে হবে তার বিপরীত বেগ নিয়ে অপর বেগের সাথে সামান্তরিক গঠন করলে সামান্তরিকের বেগদ্বয়ের ক্রিয়া বিন্দুগামী কর্ণই আপেক্ষিক বেগের মান ও দিক নির্দেশ করে।



B এর সাপেক্ষে A এর বেগ, $\vec{V}_{AB} = \vec{V}_A - \vec{V}_B$

A এর সাপেক্ষে B এর বেগ, $\vec{V}_{BA} = \vec{V}_B - \vec{V}_A$

আবার, $\vec{V}_A = \vec{V}_B + \vec{V}_{AB}$ এবং $\vec{V}_B = \vec{V}_A + \vec{V}_{BA}$

অর্থাৎ, কোন একটি বস্তুর বেগ এবং বস্তুটির সাপেক্ষে দ্বিতীয় কোন বস্তুর বেগের লব্ধি দ্বিতীয় বস্তুটির বেগের সমান।

সৃজনশীল প্রশ্ন (ক, খ ও গ)

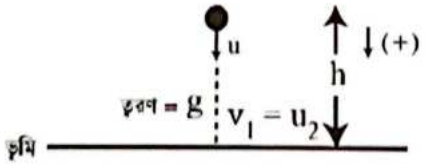
01. (ক) আপেক্ষিক বেগ ব্যাখ্যা কর। [DB, SB, JB, Din.B'18]

(ক) Sol^{n}: একই সমতলে গতিশীল P ও Q বস্তু দুইটির Q এর তুলনায় P এর সরণের হারকে Q এর সাপেক্ষে P এর আপেক্ষিক বেগ বলে।

যদি P ও Q বস্তু দুটির যথাক্রমে $\vec{V}_p$ ও $\vec{V}_q (\vec{V}_p > \vec{V}_q)$ বেগে চলে, তবে Q এর সাপেক্ষে P এর আপেক্ষিক বেগ $\vec{V}_{pq} = \vec{V}_p - \vec{V}_q$

Type-09: উপর থেকে বিনা বাধায় পতনশীল বস্তুর গতি

Concept



পতনশীল বস্তুর ক্ষেত্রে, $v = u + gt$; $h = ut + \frac{1}{2}gt^2$ [নিচের দিকে +ve ধরে]

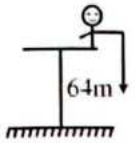
$u = 0$ হলে, $v = gt, h = \frac{1}{2}gt^2$

সৃজনশীল প্রশ্ন (ক, খ ও গ)

01. (ক) 64 মিটার উঁচু দালানের ছাদ থেকে একটি পাথর ছেড়ে দিলে ভূমিতে পড়তে কত সময় লাগবে? [RB'23]

(ক) Sol^n: দেওয়া আছে, উচ্চতা, $h = 64m$

আদিবেগ, $u = 0$; সময়, $t = ?$



আমরা জানি, $h = ut + \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow 64 = 0 + \frac{1}{2} \times 9 \cdot 8 \times t^2$

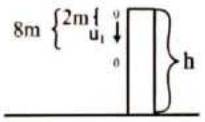
$\Rightarrow \frac{128}{9\,8} = t^2 \therefore t = 3.61s$ **(Ans.)**

02. দৃশ্যকল্প-১: একটি টাওয়ারের শীর্ষবিন্দু হতে পড়ন্ত একখণ্ড পাথর 2 মিটার নিচে পৌঁছানোর পর টাওয়ারের শীর্ষবিন্দু থেকে 8 মিটার নিচে কোনো বিন্দু থেকে অপর একখণ্ড পাথর নিচে ফেলে দেয়া হলো। পাথরদ্বয় স্থিরাবস্থা থেকে একই সময়ে ভূমিতে পড়ে। [Ctg.B'22]

(খ) দৃশ্যকল্প-১ হতে টাওয়ারের উচ্চতা নির্ণয় কর।

(খ) Sol^n: ১ম পাথরখণ্ডের আদিবেগ,

$\therefore u_1 = \sqrt{2g \times 2} = 6.26 ms^{-1}$



১ম পাথরখণ্ডটির মাটিতে পড়তে আরো t সময় লাগলে,

$h - 2 = u_1 t + \frac{1}{2}gt^2 \ldots\ldots\ldots (i)$

আবার, ২য় পাথরখণ্ডের ক্ষেত্রে, $h - 8 = u_2 t + \frac{1}{2}gt^2$

$\Rightarrow h - 8 = \frac{1}{2}gt^2 \ldots\ldots\ldots (ii)\ [u_2 = 0]$

$(i) - (ii) \Rightarrow 6 = u_1 t \therefore t = \frac{6}{6.26} s = 0.9583s$

t এর মান (ii) নং-এ বসিয়ে পাই,

$h - 8 = \frac{1}{2} \times 9.8 \times (0.9583)^2$

$\Rightarrow h - 8 = 4.5 \therefore h = 12.5m$

$\therefore$ টাওয়ারের উচ্চতা 12.5m **(Ans.)**

03. উদ্দীপক-১: একটি টাওয়ারের শীর্ষ হতে অবাধে পড়ন্ত একটি পাথর, তার গতির শেষতম সেকেন্ডে টাওয়ারের উচ্চতার $\frac{5}{9}$ অংশ অতিক্রম করে। [CB'22]

(খ) দৃশ্যকল্প-১ এ উল্লিখিত টাওয়ারের উচ্চতা নির্ণয় কর।

(খ) Sol^n: মনে করি, টাওয়ারের উচ্চতা h মিটার এবং বস্তুটির মোট পতনকাল t,

১ম ক্ষেত্রে, $h = 0.t + \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow h = \frac{1}{2}gt^2 \ldots\ldots\ldots (i)$

শর্তানুসারে, কণাটির শেষতম সেকেন্ডে তথা t তম সেকেন্ডে $\frac{5h}{9}$ দূরত্ব অতিক্রম করে।

অর্থাৎ, $\frac{5h}{9} = 0 + \frac{1}{2}g(2t - 1) \Rightarrow \frac{5}{9} \times \frac{1}{2}gt^2 = \frac{1}{2}g(2t - 1)$

$\Rightarrow \frac{5}{9}t^2 = 2t - 1 \Rightarrow 5t^2 = 18t - 9$

$\Rightarrow 5t^2 - 18t + 9 = 0 \Rightarrow 5t^2 - 15t - 3t + 9 = 0$

$\Rightarrow 5t(t - 3) - 3(t - 3) = 0$

$\Rightarrow (t - 3)(5t - 3) = 0 \therefore t = 3$ অথবা $t = \frac{3}{5}$

এখানে, $t \neq \frac{3}{5} \therefore t = 3$ [$\because$ তম সেকেন্ড কেবল পূর্ণ সংখ্যা হবে]

$\therefore$ টাওয়ারের উচ্চতা, $h = \frac{1}{2}gt^2$

$= \frac{1}{2} \times 9.8 \times 3^2 = 44.1m$ **(Ans.)**

04. দৃশ্যকল্প-২: একটি টাওয়ারের শীর্ষবিন্দু থেকে পড়ন্ত একখণ্ড পাথর 4 মিটার দূরত্বে পৌঁছানোর পর টাওয়ারের শীর্ষবিন্দু থেকে 16 মিটার নিচে কোনো বিন্দু থেকে একখণ্ড পাথর নিচে ফেলা হলো। পাথরদ্বয় স্থির অবস্থা থেকে একই সাথে মাটিতে পড়ল।

(গ) দৃশ্যকল্প-২ থেকে টাওয়ারের উচ্চতা নির্ণয় কর। [RB'19]

(গ) Sol^n: প্রথম পাথরের ক্ষেত্রে, $V = \sqrt{2 \times 9.8 \times 4} = 8.854\ ms^{-1}$

এখন, $h - 4 = Vt + \frac{1}{2}gt^2$

$\therefore h = Vt + \frac{1}{2}gt^2 + 4 \ldots\ldots\ldots (i)$

আবার, $h - 16 = \frac{1}{2}gt^2 \therefore h = \frac{1}{2}gt^2 + 16 \ldots\ldots\ldots (ii)$

এখন, (i) ও (ii) হতে পাই, $\frac{1}{2}gt^2 + 16 = Vt + \frac{1}{2}gt^2 + 4$

$\Rightarrow Vt = 12 \therefore t = 1.3553s \therefore h = 25m$ **(Ans.)**

05. (ক) মাধ্যাকর্ষণের প্রভাবে 100 মিটার উঁচু স্থান হতে পড়ন্ত বস্তুর 2 sec এ প্রাপ্ত বেগ নির্ণয় কর। ($g = 9.8\ ms^{-2}$). [BB'19]

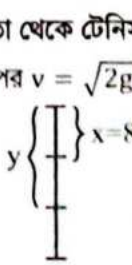
(ক) Sol^n: এখানে, $u = 0$; $g = 9.8\ ms^{-1}$; $t = 2s$;

আমরা জানি, $v = u + gt = 0 + 2 \times 9.8 = 19.6\ ms^{-1}$

06. 50 ফুট উঁচু টাওয়ারের ছাদ থেকে ইমন একটি টেনিস বল নিচে ফেলে দিল। বলটি 8 ফুট নিচে নামার পর সুমন অপর একটি টেনিস বল y ফুট নিচে হতে ফেলে দিল। উভয় বল স্থিরাবস্থা থেকে একই সাথে ভূমিতে পতিত হলো। কিছুক্ষণ পর ইমন একটি ক্রিকেট বল আনুভূমিকের সাথে 30° কোণে নিক্ষেপ করে। [CB'19]

(খ) সুমন কত উচ্চতা থেকে টেনিস বলটি ফেলেছিল?

(খ) Sol^n: 8 ফুট নামার পর $v = \sqrt{2g.8} = 16\sqrt{2}$ ft/s



Educationblog24.com

সুমন বল ছেড়ে দেয়ার পর, $50 - y = \frac{1}{2}gt^2$

ইমন বল ছেড়ে দেয়ার পর, $50 - 8 = vt + \frac{1}{2}gt^2$

(i) থেকে (ii) বিয়োগ করে, $8 - y = -vt \therefore t = \frac{y-8}{v}$

কাজেই (i) হতে, $50 - y = \frac{1}{2}g \cdot \frac{(y-8)^2}{v^2} = \frac{1}{2}g$

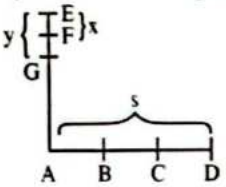
$= \frac{(y-8)^2}{(16\sqrt{2})^2} = \frac{(y-8)^2}{512}$

$\Rightarrow 50 - y = \frac{(y-8)^2}{32} \Rightarrow 1600 - 32y = (y-8)^2$

$\therefore y = 32$ ft

$\therefore$ উচ্চতা $= (50 - 32)$ft $= 18$ ft **(Ans.)**

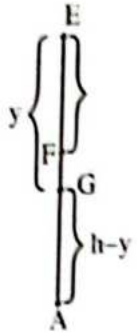
07. **দৃশ্যকল্প:** [সরকারি মাইকেল মধুসূদন কলেজ, যশোর]



(গ) E বিন্দু থেকে একটি পাথর পড়ার সময় F বিন্দুতে আসলে G বিন্দু থেকে অন্য একটি পাথরখণ্ড ফেলে দেওয়া হলে তারা একই সময় ভূমিতে পতিত হয়। দেখাও যে, A থেকে E বিন্দুর উচ্চতা, $AE = \frac{(x+y)^2}{4x}$ মিটার।

(গ) Sol^n: ধরি, টাওয়ারের চূড়া E থেকে s_1 পাথরখণ্ডটি F এ এসে পৌঁছালো, E বিন্দু থেকে y মিটার নিচে অবস্থিত G বিন্দু হতে s_2 পাথরখণ্ডটি ফেলে দেওয়া হলো, $v^2 = 2gx$

আবার, s_2 পাথর খণ্ড ফেলার সময় t সময় পরে উক্ত পাথরদ্বয় একসাথে ভূমিতে পতিত হয়।



s_1 এর পাথরখণ্ডের ক্ষেত্রে, $h - x = vt + \frac{1}{2}gt^2$ ..... (i)

আবার, s_2 পাথরখণ্ডের ক্ষেত্রে, $h - y = \frac{1}{2}gt^2$ ..... (ii)

(i) – (ii) $\Rightarrow h - x - h + y = vt + \frac{1}{2}gt^2 - \frac{1}{2}gt^2$

$\Rightarrow y - x = vt \therefore t = \frac{y-x}{v}$

(ii) এ t এর মান বসালে,

$h - y = \frac{1}{2}g\left(\frac{y-x}{v}\right)^2 \Rightarrow h - y = \frac{1}{2}g\frac{(y-x)^2}{2gx}$ [$v^2 = 2gx$]

$\Rightarrow h - y = \frac{(y-x)^2}{4x}$

$\Rightarrow h = y + \frac{(y-x)^2}{4x} = \frac{4xy+(y-x)^2}{4x} = \frac{(x+y)^2}{4x}$ m

$\therefore AE = \frac{(x+y)^2}{4x}$ m **(Showed)**

নিজে করো

08. দৃশ্যকল্প-২: একটি টাওয়ারের চূড়া হতে একখণ্ড পাথর x মিটার নিচে নামার পর অপর খণ্ড পাথর চূড়ার y মিটার নিচ হতে ফেলে দেয়া হলো। উভয়েই স্থিরাবস্থা হতে পড়ে এবং একই সঙ্গে ভূমিতে পতিত হয়। [DB'19]

(গ) দেখাও যে, টাওয়ারটির উচ্চতা $\frac{(x+y)^2}{4x}$ মিটার।

09. দৃশ্যকল্প-১: একটি টাওয়ারের চূড়া হতে একখণ্ড পাথর 2 মিটার নিচে নামার পর অপর একখণ্ড পাথর চূড়ার 6 মিটার নিচ হতে ফেলে দেওয়া হলো। [Ctg.B'17]

(খ) দৃশ্যকল্প-১ হতে যদি দুইটি পাথরই স্থির অবস্থা হতে পড়ে এবং একই সাথে ভূমিতে পতিত হয় তবে টাওয়ারের উচ্চতা নির্ণয় কর। [Ans: 8 মিটার]

Type-10: শব্দ শোনার সময় হিসেব করে গভীরতা নির্ণয়

Concept

- এক্ষেত্রে গতিবিদ্যার মুক্তভাবে পড়ন্ত বস্তুর সূত্র, $h = ut + \frac{1}{2}gt^2$

  $v = u + gt$ ইত্যাদি ব্যবহার করতে হবে [পড়ন্ত বস্তুটির জন্য]

  যেখানে, u = আদিবেগ, v = শেষবেগ, g = অভিকর্ষজ ত্বরণ
- f.p.s পদ্ধতিতে-এ g এর মান, $g = 32$ fts^{-2}

শব্দের জন্য

$h = v_s t$ ব্যবহার করতে হবে। [শব্দ সমবেগে চলে]

যেখানে, v_s = শব্দের বেগ

সৃজনশীল প্রশ্ন (ক, খ ও গ)

01 দৃশ্যকল্প-১: একটি শূন্য কূপের মধ্যে একটি ভারী বস্তু ফেলার 5.5 সেকেন্ড পরে এর তলদেশে ভারী বস্তুটির পতনের শব্দ শোনা গেল। [Din.B'23]

(খ) উদ্দীপক-১ হতে শব্দের বেগ 327 মিটার/সেকেন্ড হলে, কূপের গভীরতা নির্ণয় কর। ($g = 9.81$ মিটার/সেকেন্ড^2)

(খ) Sol^n: দেওয়া আছে, শব্দের বেগ $v_s = 327 m/s$

আর ভারী বস্তু ফেলার 5.5 s পর পতনের শব্দ শোনা যায়।

ধরি, ভারী বস্তু কূপের তলদেশে পৌঁছাতে সময় t হলে শব্দ কূপের তলদেশ থেকে আসতে সময় হবে $(5.5 - t)s$

আর কূপের গভীরতা হলো H।

তাহলে, $H = v_s \times (5.5 - t)$ ..... (i)

এবং, $H = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$ ..... (ii)

(i) ও (ii) হতে পাই, $v_s \cdot (5.5 - t) = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$

$\Rightarrow 327 \times 5.5 - 327t = 4.9t^2$

$\Rightarrow 4.9t^2 + 327t - 327 \times 5.5 = 0$

$\Rightarrow 4.9t^2 + 327t - 179.5 = 0$

$\therefore t = 5.108s$ এবং $t \neq -71.84s$

তাহলে, কূপের গভীরতা হবে $H = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$

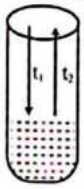
$\Rightarrow H = \frac{1}{2} \cdot g \cdot (5.108)^2 \Rightarrow H = \frac{1}{2} \times 9.8 \times (5.108)^2$

$\therefore H = 127.849$ m **(Ans.)**

02 উদ্দীপক-২: একটি পাথর কুয়ার ভিতর ফেলার t সময় পরে পানিতে এর পতন শোনা গেল। শব্দের বেগ v এবং কুয়ার গভীরতা h। বাতাসের বাধা অগ্রাহ্য করা হলো। [BB'22]

(গ) উদ্দীপক-২ ব্যবহার করে দেখাও যে, $vgt^2 - 2h(gt + v) = 0$.

(গ) Sol^n:



মনে করি, পাথরটি t_1 সময়ে কুয়ার পানিতে পতিত হয় এবং সেখান থেকে পতন শব্দ কুয়ার উপরিভাগে আসতে t_2 সময় লাগে

তাহলে, $t = t_1 + t_2$ ..... (i) পাথর পতনের ক্ষেত্রে,

$h = 0 \times t_1 + \frac{1}{2} gt_1^2 \Rightarrow gt_1^2 = 2h \Rightarrow t_1 = \sqrt{\frac{2h}{g}}$

শব্দের ক্ষেত্রে, $h = vt_2 \Rightarrow t_2 = \frac{h}{v}$

(i) হতে পাই, $t = t_1 + t_2 = \sqrt{\frac{2h}{g}} + \frac{h}{v} \Rightarrow t - \frac{h}{v} = \sqrt{\frac{2h}{g}}$

$\Rightarrow t^2 - \frac{2ht}{v} + \frac{h^2}{v^2} = \frac{2h}{g}$ ..... (ii)

শব্দের বেগ $v > h$ সুতরাং $\frac{h^2}{v^2}$ কে অতি ক্ষুদ্র বিবেচনা করে অগ্রাহ্য করা যায়।

$\therefore t^2 - \frac{2ht}{v} = \frac{2h}{g} \Rightarrow vgt^2 - 2hgt - 2hv = 0$

$\therefore vgt^2 - 2h(gt + v) = 0$ **(দেখানো হলো)**

নিজে করো

03. একটি শূন্য কূপের মধ্যে একটি ঢিল ফেলার t সেকেন্ড পরে কূপের তলদেশে ঢিল পড়ার শব্দ শোনা গেল। শব্দের বেগ v এবং কূপের গভীরতা h। [Din.B'17]

(খ) উদ্দীপকে বর্ণিত তথ্যাদি হতে প্রমাণ কর যে, $(2h - gt^2)v^2 + 2hgtv = h^2g$.

(গ) উদ্দীপকের আলোকে প্রমাণ কর যে, $t = \sqrt{\frac{2h}{g}} + \frac{h}{v}$

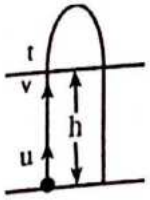
Type-11: ভূমি থেকে উল্লম্বভাবে নিক্ষিপ্ত বস্তুর গতি

Concept

ঊর্ধ্বে নিক্ষিপ্ত বস্তুর ক্ষেত্রে, [উপরের দিকে +ve ধরে]

$v = u - gt$

$h = ut - \frac{1}{2} gt^2$



Educationblog24.com

সৃজনশীল প্রশ্ন (ক, খ ও গ)

01. দৃশ্যকল্প-২: একটি স্তম্ভের শীর্ষ থেকে ৭৪ মি/সেকেন্ড বেগে A বস্তুকে খাড়া উপরের দিকে নিক্ষেপ করা হলো। 2 সেকেন্ড পরে একই বিন্দু হতে অপর একটি B বস্তুকে ছেড়ে দেয়া হলো। [RB'23]

(গ) দৃশকল্প-২ এ বস্তু দুটি ভূমি হতে কত উচ্চতায় মিলিত হবে তা নির্ণয় কর।

(গ) Sol^n: ১ম বস্তুর জন্য, $h = -ut + \frac{1}{2}gt^2$ ..... (i)

২য় বস্তুর জন্য, $h = 0(t-2) + \frac{1}{2}g(t-2)^2$

$\Rightarrow h = \frac{1}{2}g(t-2)^2$ ..... (ii)

(i) = (ii) ধরে, $\frac{1}{2}g(t-2)^2 = -ut + \frac{1}{2}gt^2$

$\Rightarrow \frac{1}{2}g\{(t-2)^2 - t^2)\} = -ut$

$\Rightarrow 4 \cdot 9\{(t-2)^2 - t^2\} = -98t$

$\Rightarrow t^2 - 4t + 4 - t^2 = -20t \Rightarrow 16t = -4 \therefore t = -\frac{1}{4}$

$\therefore$ যেহেতু সময় ঋণাত্মক বস্তুদ্বয় মিলিত হবে না। (Ans.)

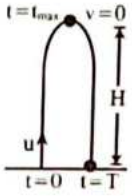
Type-12: সর্বোচ্চ উচ্চতা ও সর্বোচ্চ উচ্চতায় উত্থানকাল

Concept

মোট বিচরণ কাল, $T = \frac{2u}{g}$ [u = আদিবেগ/নিক্ষেপ বেগ]

সর্বোচ্চ উচ্চতা, $H = \frac{u^2}{2g}$

সর্বোচ্চ উচ্চতায় উঠতে সময়, $t_{max} = \frac{u}{g}$



সৃজনশীল প্রশ্ন (ক, খ ও গ)

01. (ক) একটি বস্তুকণাকে খাড়া উপরের দিকে নিক্ষিপ্ত করা হলো। কণাটি সর্বোচ্চ 39.2 মিটার উপরে উঠে ভূমিতে পতিত হলে, বেগ নির্ণয় কর। [JB'22]

(ক) Sol^n: আমরা জানি, সর্বোচ্চ উচ্চতা, $H = \frac{u^2}{2g}$

$\Rightarrow 39.2 = \frac{u^2}{2\times 9.8} \therefore u = 27.72\ ms^{-1}$ (Ans.)

02. (ক) u আদি বেগে খাড়া উপরের দিকে নিক্ষিপ্ত বস্তুর বিচরণকাল নির্ণয় কর। [MB'22]

(ক) Sol^n: মনে করি, ভূমি হতে u আদি বেগে একটি বস্তু উল্লম্বভাবে উপরের দিকে নিক্ষেপ করা হল এবং তা T_1 সময়ে সর্বাধিক H উচ্চতায় উঠে। যেহেতু বস্তুটি উল্লম্বভাবে উপরের দিকে উঠে, সুতরাং এর বেগ ক্রমশ: কমতে থাকে এবং সর্বাধিক উচ্চতায় পৌঁছে তা শূন্য হয়। তাহলে $v = u - gt$ থেকে পাই,

$0 = u - gT_1 \Rightarrow T_1 = \frac{u}{g}$ = উত্থানকাল

এবং $v^2 = u^2 - 2gh$ হতে পাই, $0 = u^2 - 2gH$

$\Rightarrow H = \frac{u^2}{2g}$ = সর্বাধিক উচ্চতা সর্বাধিক $\frac{u^2}{2g}$ উচ্চতায় বস্তুটির বেগ শূন্য হয় এবং অতঃপর তাৎক্ষণিকভাবে বস্তুটি উল্লম্বভাবে নিচের দিকে পড়তে থাকে। যদি বস্তুটি T_2 সময়ে ভূমিতে আঘাত করে,

তবে $h = ut + \frac{1}{2}gt^2$ হতে পাই,

$\frac{u^2}{2g} = 0 + \frac{1}{2}gT_2^2 \Rightarrow T_2^2 = \frac{u^2}{g^2} \Rightarrow T_2 = \frac{u}{g}$ = পতনকাল

$\therefore T_1 = T_2$, i.e., উত্থানকাল = পতনকাল

$\therefore$ বিচরণকাল T = উত্থানকাল + পতনকাল

$= T_1 + T_2 = \frac{u}{g} + \frac{u}{g} = \frac{2u}{g}$

সুতরাং বিচরণকাল = 2 (উত্থানকাল বা পতনকাল) (Ans.)

03. (ক) u বেগে ভূমি হতে খাড়া উপরের দিকে নিক্ষিপ্ত কণার উত্থানকাল নির্ণয় কর। [BB'17]

(ক) Sol^n: u আদিবেগে একটি বস্তুকণাকে ভূমি থেকে খাড়া উপরের দিকে নিক্ষেপ করলে অভিকর্ষ ত্বরণ প্রতিকূল কাজ করে বলে g মন্দনের সৃষ্টি হয় এবং বেগ ক্রমশ কমতে থাকে। সর্বাধিক উচ্চতায় উঠতে t সময় লাগলে,

$v = u - gt \Rightarrow 0 = u - gt$ [$\because$ সর্বাধিক উচ্চতায় বেগ শূন্য]

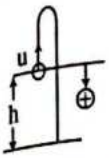
$\therefore t = \frac{u}{g} \therefore$ উত্থানকাল $= \frac{u}{g}$ (Ans.)

Educationblog24.com

Type-13: সমবেগে উর্ধ্বগামী প্লেন বা বেলুন থেকে বস্তু ছেড়ে দেওয়া এবং বিমানের উচ্চতা

Concept

চিন্তা কর, সমবেগে (u বেগে) উর্ধ্বগামী রকেট থেকে যদি কোন বস্তু ছেড়ে দেওয়া হয় তাহলে সেই বস্তুটিও u বেগে গতিশীল হয়। এই u বেগের জন্য বস্তুটি কিছু সময় উর্ধ্ব দিকে গতিশীল হবে এবং কিছুক্ষণ পর তার বেগ শূন্য হবে (অভিকর্ষের জন্য)। অবশেষে বস্তুটি নিচে পড়া শুরু করবে।



যেখান থেকে রকেটটি বস্তুটিকে ছেড়ে দেয়।

এখানে নিচের দিককে ধনাত্মক চিন্তা করা হচ্ছে।

এখন, যখন বস্তুটি মাটিতে আঘাত করে তখন রকেটের উচ্চতা হলো $= h + ut$

[h উচ্চতা থেকে বস্তুটি ছাড়া হয় এবং t সময়ে রকেট সমবেগে ut দূরত্ব অতিক্রম করে]

বস্তুটির নীট সরণ, $h = -ut + \frac{1}{2}gt^2$

$\therefore h + ut = \frac{1}{2}gt^2$ $\therefore$ বস্তুটি ভূমিতে আঘাত করার মুহূর্তে রকেটের উচ্চতা $= \frac{1}{2}gt^2$

আবার, বস্তুটি যখন রকেট থেকে মুক্ত হয় তখন রকেটের উচ্চতা, $h = -ut + \frac{1}{2}gt^2$

সৃজনশীল প্রশ্ন (ক, খ ও গ)

01. (ক) $20ms^{-1}$ বেগে উর্ধ্বগামী কোনো বেলুন হতে পতিত এক টুকরা পাথর 15 সেকেন্ডে মাটিতে পতিত হয়। যখন পাথরের টুকরা পতিত হয়, তখন বেলুনের উচ্চতা কত? [Din.B'23]

(ক) Sol^n: দেওয়া আছে, পাথরের আদি বেগ $u = 20\ ms^{-1}$

আর ভূমি স্পর্শ করে $t = 15s$ এ। পাথরের টুকরা পতিত হওয়ার (বেলুন থেকে) মুহূর্তে বেলুনের উচ্চতা, $h = -ut + \frac{1}{2}gt^2$

$= -20 \times 15 + \frac{1}{2} \times 9.8 \times 15^2 = 802.5\ m$ **(Ans.)**

02. (ক) 5 ফুট/সেকেন্ড বেগে খাড়া উপরে উঠন্ত একটি বেলুন থেকে একখণ্ড পাথর ফেলা হলো, পাথর খণ্ডটি 10 সেকেন্ডে ভূমিতে পড়ে। পাথর ফেলার সময় বেলুনের উচ্চতা কত ছিল? [Ctg.B'22]

(ক) Sol^n: নিচের দিক ধনাত্মক বিবেচনা করে, পাথরটির আদিবেগ, $u = -5\ fts^{-1}$; ত্বরণ, $g = 32\ fts^{-2}$ সময়, $t = 10\ s$

বেলুনের উচ্চতা h হলে, $h = ut + \frac{1}{2}gt^2$

$= (-5) \times 10 + \frac{1}{2} \times 32 \times (10)^2 = 1550\ ft$ **(Ans.)**

03. (ক) নির্দিষ্ট উচ্চতা h হতে 5 মি./সে. বেগে একটি বস্তুকণা খাড়া উপরের দিকে নিক্ষেপ করায় বস্তুকণাটি 4 সে. সময় পর ভূমিতে পতিত হয়। h এর মান নির্ণয় কর। [SB'22]

(ক) Sol^n: বস্তুকণাটির উল্লম্ব সরণ = h আদিবেগ, $u = -5ms^{-1}$ সময়, $t = 4s$

$\therefore$ বস্তুকণাটির ভূমিতে পতনের ক্ষেত্রে, $h = ut + \frac{1}{2}gt^2$

$\Rightarrow h = -5 \times 4 + \frac{1}{2} \times 9.8 \times (4)^2 \therefore h = 58.4\ m$ **(Ans.)**

নিজে করো

04. (ক) 6 মিটার/সে. বেগে উর্ধ্বগামী একটি বেলুন হতে একটি পাথর ফেলা হলো। যদি পাথরটি 10 সেকেন্ডে ভূমিতে পড়ে, তবে পাথরটি ফেলার সময় বেলুন কত উঁচুতে ছিল? [Din.B'17] [Ans: 430 মিটার]

Educationblog24.com

Type-14: নির্দিষ্ট সময় ব্যবধানে দুটি বস্তু একই দিকে নিক্ষিপ্ত

Concept

এখানেও 2 টি বস্তুর ক্ষেত্রে আলাদা আলাদাভাবে নিক্ষিপ্ত বস্তুর জন্য গতির সমীকরণগুলো ব্যবহার করে প্রয়োজনীয় মান নির্ণয় করতে হবে।

Shortcut for MCQ: একটি কণা u ms^{-1} বেগে খাড়া উপরের দিকে নিক্ষেপ করা হলো এবং t sec পরে যদি ঐ একই বিন্দু হতে একই আদিবেগে অপর একটি কণা উপরের দিকে নিক্ষেপ করা হলে তারা $\frac{4u^2-g^2t^2}{8g}$ উচ্চতায় মিলিত হবে।

সৃজনশীল প্রশ্ন (ক, খ ও গ)

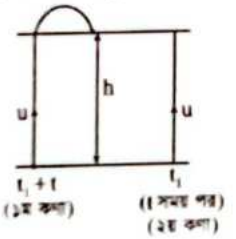
[এই টাইপ থেকে বিগত বোর্ড পরীক্ষায় কোনো সৃজনশীল প্রশ্ন আসেনি।]

01 **দৃশ্যকল্প-২: একটি পাথর u বেগে খাড়া উপরের দিকে নিক্ষেপ করার t সময় পের ঐ একই বিন্দু হতে একই আদিবেগে অপর একটি পাথর খাড়া উপরের দিকে নিক্ষেপ করা হলো।**

[রাজউক উত্তরা মডেল কলেজ, ঢাকা]

(গ) প্রমাণ কর যে, দৃশ্যকল্প-২ এর পাথর দুইটি $\frac{4u^2-g^2t^2}{8g}$ উচ্চতায় মিলিত হবে।

(গ) Sol^n: মনে করি, ২য় কণা t_1 সময় পর h উচ্চতায় উঠে।



$\therefore$ ১ম কণা $t_1 + t$ সময় পর h উচ্চতায় থাকে।

তাহলে, ১ম কণার জন্য, $h = u(t_1 + t) - \frac{1}{2}g(t_1 + t)^2$

$\Rightarrow h = u(t_1 + t) - \frac{1}{2}g(t_1^2 + 2tt_1 + t^2)$ ..... (i)

আবার, ২য় কণার জন্য, $h = ut_1 - \frac{1}{2}gt_1^2$ ..... (ii)

(i) – (ii) $\Rightarrow 0 = ut - \frac{1}{2}g(2tt_1 + t^2)$

$\Rightarrow 2ut = 2gtt_1 + gt^2 \Rightarrow 2u = 2gt_1 + gt \therefore t_1 = \frac{u}{g} - \frac{t}{2}$

t_1 এর মান বসালে পাই, $h = u\left(\frac{u}{g} - \frac{t}{2}\right) - \frac{1}{2}g\left(\frac{u}{g} - \frac{t}{2}\right)^2$

$= \frac{u^2}{g} - \frac{ut}{2} - \frac{1}{2}g\left(\frac{u^2}{g^2} + \frac{t^2}{4} + \frac{-ut}{g}\right)$

$= \frac{u^2}{g} - \frac{ut}{2} - \frac{u^2}{2g} - \frac{gt^2}{8} + \frac{ut}{2} = \frac{u^2}{2g} - \frac{gt^2}{8}$

$\therefore h = \frac{4u^2-g^2t^2}{8g}$ **(Proved)**

Type-15: α কোণে ভূমি থেকে নিক্ষিপ্ত প্রক্ষেপকের গতি

Concept

α কোণে ভূমি থেকে u বেগে নিক্ষিপ্ত প্রাসের ক্ষেত্রে,

গতিসূত্র:

(i) $v_x = u_x = u\cos\alpha$

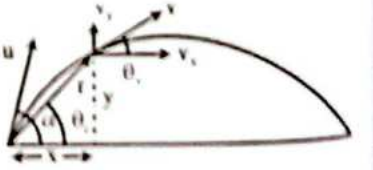
(ii) $v_y = u_y - gt = u\sin\alpha - gt$

(iii) $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$; $\theta_v = \tan^{-1}\frac{v_y}{v_x}$

(iv) $x = u_x t = u\cos\alpha\, t$

(v) $y = u_y t - \frac{1}{2}gt^2 = u\sin\alpha\, t - \frac{1}{2}gt^2$

(vi) $r = \sqrt{x^2 + y^2}$; $\theta_r = \tan^{-1}\frac{y}{x}$



চলরেখের সমীকরণ:

$y = x\tan\alpha - \frac{gx^2}{2u^2\cos^2\alpha} = x\tan\alpha\left(1 - \frac{x}{R}\right)$

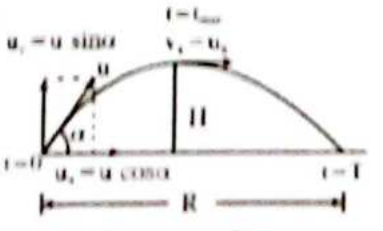
সর্বোচ্চ উচ্চতা, $H = \frac{u^2\sin^2\alpha}{2g}$

সর্বোচ্চ উচ্চতায় উঠতে সময়, $t_{max} = \frac{u\sin\alpha}{g}$

বিচরণকাল, $T = \frac{2u\sin\alpha}{g}$

আনুভূমিক পাল্লা, $R = \frac{u^2\sin 2\alpha}{g}$

Shortcut for MCQ: $\tan\alpha = \frac{4H}{R}$



সর্বোচ্চ উচ্চতায় বেগের উল্লম্ব উপাংশের মান $v_y = u\sin\alpha - gt = 0$ বা, $t = \frac{u\sin\alpha}{g}$

সৃজনশীল প্রশ্ন (ক, খ ও গ)

01 উদ্দীপক-১: u আদিবেগ এবং আনুভূমির সাথে α কোণে একটি বস্তুকণা নিক্ষেপ করা হলো। t সময় পার (x, y) বিন্দুতে পৌঁছায়।

(খ) উদ্দীপক-১ ব্যবহার করে দেখাও যে,

$x^2\tan\alpha - xR\tan\alpha + Ry = 0$ [BB'22]

(খ) Sol^n: u আদিবেগ এবং আনুভূমিক সাথে α কোণে নিক্ষিপ্ত বস্তুটি t সময় পর (x, y) বিন্দুতে পৌঁছালে,

$x = u\cos\alpha\, t \Rightarrow t = \frac{x}{u\cos\alpha}$ ... ... (i)

এবং $y = u\sin\alpha\, t - \frac{1}{2}gt^2$ ... ... (ii)

আনুভূমিক পাল্লা, $R = \frac{u^2\sin 2\alpha}{g}$ ... ... (iii)

(i) নং হতে (ii) নং সমীকরণ t এর মান বসিয়ে পাই,

$y = u\sin\alpha \cdot \frac{x}{u\cos\alpha} - \frac{1}{2}g\left(\frac{x}{u\cos\alpha}\right)^2$

$\Rightarrow y = x\tan\alpha - \frac{1}{2}g\frac{x^2}{u^2\cos^2\alpha}$

$\Rightarrow y = x\tan\alpha - g\frac{x^2}{u^2\cdot 2\sin\alpha\cos\alpha} \times \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$

$\Rightarrow y = x\tan\alpha - x^2\tan\alpha\left(\frac{g}{u^2\sin 2\alpha}\right)$

$\Rightarrow y = x\tan\alpha - x^2\tan\alpha \cdot \frac{1}{R}$

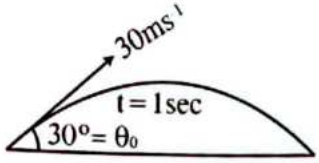
$\Rightarrow Ry = xR\tan\alpha - x^2\tan\alpha$

$\therefore x^2\tan\alpha - xR\tan\alpha + Ry = 0$ (দেখানো হলো)

02 (ক) একটি ফুটবল 30 মি./সে. বেগে আনুভূমিকের সাথে 30° কোণে প্রক্ষেপ করা হলে 1 সেকেন্ড পর এর বেগ নির্ণয় কর। [ভিকারুননিসা নূন স্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা]

(ক) Sol^n: $v_x = v_0\cos\theta_0 = 30\times\cos 30° = 15\sqrt{3}\,ms^{-1}$

$v_y = v_0\sin\theta_0 - gt = 30\sin 30° - 9.8\times 1 = 5.2\,ms^{-1}$



$\therefore$ বেগ, $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{(15\sqrt{3})^2 + (5.2)^2}$

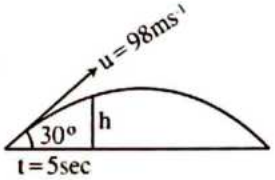
$= 26.49\,ms^{-1}$ (প্রায়)

$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{v_y}{v_x}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{5.2}{15\sqrt{2}}\right) = 11.31°$

03 (ক) একটি বস্তুকণা 30° কোণে 98 মি./সে. বেগে প্রক্ষিপ্ত হওয়ায় 5 সে. পর তার গতিপথের P বিন্দুতে পৌঁছালো। P বিন্দু ভূমি থেকে কত উচ্চতায় থাকবে?

[সরকারি বিজ্ঞান কলেজ, ঢাকা]

(ক) Sol^n:



আমরা জানি, $h = u\sin\alpha t - \frac{1}{2}gt^2$

$= 98\sin 30°\times 5 - \frac{1}{2}\times 9.8\times 5^2 = 122.5m$

Type-16: বস্তুকণার বিচরণকাল, দীর্ঘতম উচ্চতা এবং আনুভূমিক পাল্লা

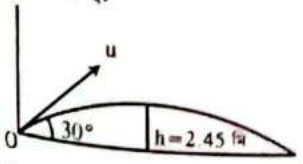
Concept

- প্রাসের পাল্লা, $R = \frac{u^2\sin 2\alpha}{g}$; মোট বিচরণ কাল, $T = \frac{2u\sin\alpha}{g}$

  বৃহত্তম উচ্চতা, $H = \frac{u^2\sin^2\alpha}{2g}$ [সর্বোচ্চ উচ্চতায় প্রাসের গতিবেগ আনুভূমিক থাকে]
- দুইটি বস্তুকে একই আদিবেগে α এবং $\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)$ কোণে নিক্ষেপ করলে তারা একই আনুভূমিক দূরত্ব অতিক্রম করে।

সৃজনশীল প্রশ্ন (ক, খ ও গ)

01 দৃশ্যকল্প-২: [Ctg.B'23]



(গ) দৃশ্যকল্প-২ এ কণাটির সর্বোচ্চ উচ্চতা h হলে OA নির্ণয় কর। [$g = 9.8\,m/s^2$]

(গ) Sol^n: চিত্রে প্রক্ষেপণ কোণ, $\alpha = 30°$

সর্বোচ্চ উচ্চতা, $h = 2.45m$, আদিবেগ u,

আনুভূমিক পাল্লা, $OA = R$

এখন $h = \frac{u^2\sin^2\alpha}{2g} \Rightarrow 2.45 = \frac{u^2\sin^2 30°}{2g}$

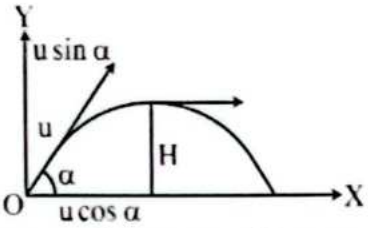
$\Rightarrow 2.45\times 2g\times 4 = u^2 \therefore u^2 = 19.6g$

আবার, $R = \frac{u^2\sin 2\alpha}{g} = \frac{19.6g\times\sin(2\times 30°)}{g} = \frac{49\sqrt{3}}{5} = 16.97m.$

Educationblog24.com

02 (ক) u বেগে এবং আনুভূমিকের সাথে α কোণে প্রক্ষিপ্ত বস্তুর ক্ষেত্রে প্রমাণ কর যে, সর্বাধিক উচ্চতা, $H = \frac{u^2 \sin^2 \alpha}{2g}$. [SB'23]

(ক) Sol^n:



O বিন্দু হতে u আদিবেগে এবং ভূমির সাথে α কোণে নিক্ষিপ্ত একটি বস্তুকণা T সময়ে সর্বাধিক H উচ্চতায় পৌঁছে। O বিন্দুতে u এর আনুভূমিক ও উল্লম্ব উপাংশ যথাক্রমে $u\cos\alpha$ ও $u\sin\alpha$ এবং সর্বাধিক উচ্চতায় বেগের উল্লম্ব উপাংশ শূন্য।

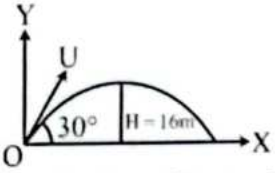
তাহলে, $v^2 = u^2 - 2gh$ সূত্র প্রয়োগ করে পাই,

$0 = (u\sin\alpha)^2 - 2gH \Rightarrow 2gH = u^2\sin^2\alpha$

$\therefore$ সর্বাধিক উচ্চতা, $H = \frac{u^2\sin^2\alpha}{2g}$ **(Proved)**

03

দৃশ্যকল্প-২: [MB'23]



(গ) দৃশ্যকল্প-২ এর প্রক্ষেপকটির আনুভূমিক পাল্লা নির্ণয় কর।

(গ) Sol^n: দেওয়া আছে, প্রক্ষেপকটির নিক্ষেপণ কোণ $\theta = 30°$

ধরি, নিক্ষেপণ বেগ, u

প্রশ্নমতে, সর্বোচ্চ উচ্চতা, $H = 16 \Rightarrow \frac{u^2\sin^2\theta}{2g} = 16$

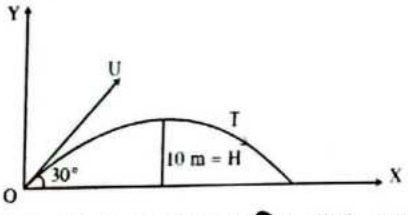
$\Rightarrow \frac{2u^2\sin\theta\cos\theta}{g} \times \frac{\sin\theta}{2\times2\times\cos\theta} = 16$

$\Rightarrow \frac{u^2\sin 2\theta}{g} \times \tan\theta = 4 \times 16$

$\Rightarrow R = \frac{64}{\tan\theta} = \frac{64}{\tan 30°} = \frac{64}{\frac{1}{\sqrt{3}}}$

$\therefore$ আনুভূমিক পাল্লা, $R = 64\sqrt{3}$m **(Ans.)**

04 দৃশ্যকল্প-২: [Ctg.B'22]



(গ) দৃশ্যকল্প-২ হতে প্রক্ষেপকটির পাল্লা এবং বিচরণকাল নির্ণয় কর।

(গ) Sol^n: দেওয়া আছে, সর্বোচ্চ উচ্চতা, H = 10m এবং নিক্ষেপণ কোণ, $\alpha = 30°$

আমরা জানি, অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8\text{ms}^{-2}$

এবং সর্বোচ্চ উচ্চতা, $H = \frac{u^2\sin^2\alpha}{2g} \Rightarrow 10 = \frac{u^2\sin^2 30°}{2\times9.8}$

$\Rightarrow u^2 = 784 \therefore u = 28\text{ms}^{-1}$

$\therefore$ প্রক্ষেপকটির পাল্লা, $R = \frac{u^2\sin 2\alpha}{g} = \frac{(28)^2\sin(2\times30°)}{9.8} = 69.28\text{m}$

এবং বিচরণকাল, $T = \frac{2u\sin\alpha}{g} = \frac{2\times28\times\sin 30°}{9.8} = 2.86\text{ s}$ **(Ans.)**

05 দৃশ্যকল্প-২: একটি বস্তু কণা u_1 আদিবেগে প্রক্ষিপ্ত হলে বস্তুকণাটি সর্বাধিক Y উচ্চতায় গমন করে। [SB'22]

(গ) দৃশ্যকল্প-২ এ বস্তুকণার আনুভূমিক পাল্লা X হলে প্রমাণ কর যে, $X = 4\sqrt{\frac{y(u_1^2 - 2gy)}{2g}}$.

(গ) Sol^n: মনে করি, বস্তুকণাটির নিক্ষেপণ কোণ α তাহলে,

$y = \frac{u_1^2\sin^2\alpha}{2g} \Rightarrow \sin^2\alpha = \frac{2gy}{u_1^2}$

এবং $X = \frac{2u_1^2\sin\alpha\cos\alpha}{g} \Rightarrow X^2 = \frac{4u_1^4}{g^2}\sin^2\alpha\cos^2\alpha$

$\Rightarrow X^2 = \frac{4u_1^4}{g^2}\sin^2\alpha(1 - \sin^2\alpha)$

$\Rightarrow X^2 = \frac{4u_1^4}{g^2} \times \frac{2gy}{u_1^2}\left(1 - \frac{2gy}{u_1^2}\right)$

$= \frac{8u_1^4\times gy}{g^2\times u_1^2} \cdot \left(\frac{u_1^2 - 2gy}{u_1^2}\right) = 16y\left(\frac{u_1^2 - 2gy}{2g}\right)$

$\therefore X = 4\sqrt{\frac{y(u_1^2 - 2gy)}{2g}}$ (প্রমাণিত)

06 উদ্দীপক-২: কোনো আনুভূমিক তলের উপরস্থ একটি বিন্দু হতে একটি কণা u বেগে এবং α কোণে প্রক্ষিপ্ত হলো। তার পাল্লা R এবং লব্ধ বৃহত্তম উচ্চতা H. [JB'22]

(গ) প্রমাণ কর যে, $16gH^2 - 8u^2H + gR^2 = 0$

(গ) Sol^n: আমরা জানি, প্রক্ষেপণ বেগ, u প্রক্ষেপণ কোণ, α

$\therefore$ পাল্লা, $R = \frac{u^2\sin 2\alpha}{g}$

$\therefore$ লব্ধ বৃহত্তম উচ্চতা, $H = \frac{u^2\sin^2\alpha}{2g}$

$\Rightarrow u^2\sin^2\alpha = 2gH$ .... (i)

আবার, $R = \frac{u^2\sin 2\alpha}{g} \Rightarrow R = \frac{u^2}{g} \times 2\sin\alpha\cos\alpha$

$\Rightarrow R^2 = \left(\frac{u^2}{g}\right)^2 \times (2\sin\alpha\cos\alpha)^2$

$\Rightarrow R^2 = \frac{u^2u^2}{g^2}4\sin^2\alpha\cos^2\alpha$

$\Rightarrow R^2 = \frac{4}{g^2}(u^2\sin^2\alpha)(u^2\cos^2\alpha)$

$\Rightarrow R^2 = \frac{4}{g^2}2gH(u^2\cos^2\alpha)$ [(i)নং থেকে]

$\Rightarrow R^2 = \frac{8H}{g}(u^2\cos^2\alpha) \therefore u^2\cos^2\alpha = \frac{gR^2}{8H}$ .... (ii)

(i) + (ii) $\Rightarrow u^2\sin^2\alpha + u^2\cos^2\alpha = 2gH + \frac{gR^2}{8H}$

$\Rightarrow u^2(\sin^2\alpha + \cos^2\alpha) = \frac{16gH^2 + gR^2}{8H}$

$\Rightarrow 8Hu^2 = 16gH^2 + gR^2$

$\therefore 16gH^2 - 8u^2H + gR^2 = 0$ **(Proved)**

Educationblog24.com

৪ একজন ক্রিকেটার ভূমির সাথে 35° কোণে 85.5 মিটার/সে. বেগে একটি ক্রিকেট বল আঘাত করে। [Din.B'22]
(খ) বলটির সর্বাধিক উচ্চতা নির্ণয় কর।
(গ) বলটি বাউন্ডারী লাইনের উপর পড়লে ক্রিকেটার হতে বাউন্ডারী লাইনের দূরত্ব নির্ণয় কর।

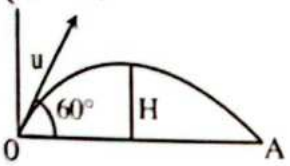
(খ) Sol^n: মনে করি, $u = 85.5\ ms^{-1}$; $\theta = 35°$; $H = ?$
আমরা জানি, $H = \frac{u^2 \sin^2\theta}{2g} = \frac{(85.5)^2 (\sin 35°)^2}{2\times 9.8}$
$= 122.704$ m (প্রায়)
সুতরাং, বলটির সর্বাধিক উচ্চতা 122.704 মিটার (প্রায়) **(Ans.)**

(গ) Sol^n: মনে করি, $u = 85.5\ ms^{-1}, \theta = 35°$
আমরা জানি, $R = \frac{u^2 \sin 2\theta}{g}$
$= \frac{(85.5)^2 \sin(2\times 35°)}{9.8} = 700.96$ m (প্রায়)
সুতরাং, ক্রিকেটার হতে বাউন্ডারি লাইনের দূরত্ব 700.96 মিটার (প্রায়) **(Ans.)**

৯ (ক) 9.8 m/s বেগ এবং α কোণে প্রক্ষিপ্ত বস্তুর ক্ষেত্রে কী শর্তে পাল্লা সর্বাধিক হবে এবং তা কত নির্ণয় কর। ($g = 9.8\ m/s^2$) [CB'19]

(ক) Sol^n: $R = \frac{u^2 \sin 2\alpha}{g}$ সর্বাধিক পাল্লার জন্য শর্ত, $\sin 2\alpha = 1$
$\Rightarrow 2\alpha = 90° \therefore \alpha = 45°$
সর্বাধিক পাল্লা: $R = \frac{9.8^2 \times \sin 90°}{9.8} = 9.8$m **(Ans.)**

১০ দৃশ্যকল্প-২: [RB'17]

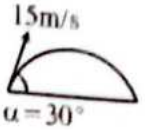


(গ) ২নং দৃশ্যকল্পে কণাটির সর্বাধিক উচ্চতা 4.9 মিটার হলে এর আনুভূমিক পাল্লা নির্ণয় কর। [$g = 9.8$ মি./ সে^{2}.]

(গ) Sol^n: দৃশ্যকল্প হতে পাই, $\alpha = 60°$
সর্বাধিক উচ্চতা, $H = \frac{u^2 \sin^2\alpha}{2g}$
$\Rightarrow 4.9 = \frac{u^2 (\sin 60°)^2}{2g} \Rightarrow 4.9 = \frac{u^2 \times \frac{3}{4}}{2g}$
$\Rightarrow u^2 \times \frac{3}{4} = 4.9 \times 2g \Rightarrow u^2 = 128.05$
$\therefore$ আনুভূমিক পাল্লা, $R = \frac{u^2 \sin 2\alpha}{g}$
$= 128.05 \times \frac{\sin(2\times 60°)}{9.8} = 11.32$m **(Ans.)**

১০ (ক) একটি বস্তু 15m/sec বেগে আনুভূমিকের সাথে 30° কোণে নিক্ষিপ্ত হলে বস্তুটির ভ্রমণকাল কত? [Cig.B'17]

(ক) Sol^n: এখানে, $u = 15$m/s ; $\alpha = 30° \Rightarrow g = 9.8$m/s^2

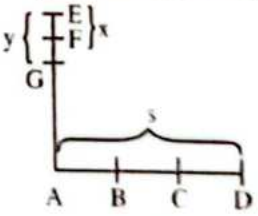


$\therefore$ বস্তুটির ভ্রমণকাল $= \frac{2u\sin\alpha}{g} = \frac{2\times 15 \sin 30°}{9.8}$
$\Rightarrow \frac{2\times 15\times \frac{1}{2}}{9.8} = \frac{15}{9.8} = 1.53$s **(Ans.)**

১১ [নটর ডেম কলেজ, ঢাকা]
(ক) u আদিবেগে প্রক্ষিপ্ত একটি কণার বৃহত্তম উচ্চতা H হলে, প্রমাণ কর যে এর আনুভূমিক পাল্লা, $R = 4\sqrt{H\left(\frac{u^2}{2g} - H\right)}$

(ক) Sol^n: ধরি, α কোণে প্রক্ষিপ্ত হলে, $H = \frac{u^2 \sin^2\alpha}{2g}$ ..... (i)
আমরা জানি, $R = \frac{u^2 \sin 2\alpha}{g} = \frac{2u^2}{g} \sin\alpha\cos\alpha$
$\Rightarrow R^2 = \frac{4}{g^2}(u^2 \sin^2\alpha)(u^2\cos^2\alpha)$
$\Rightarrow R^2 = 4 \times 4\frac{u^2\sin^2\alpha}{2g} \times \frac{u^2(1-\sin^2\alpha)}{2g}$
$= 16H\left(\frac{u^2}{2g} - \frac{u^2\sin^2\alpha}{2g}\right) = 16H\left(\frac{u^2}{2g} - H\right)$
$\therefore R = 4\sqrt{H\left(\frac{u^2}{2g} - H\right)}$ **(Proved)**

১২ দৃশ্যকল্প: [সরকারি মাইকেল মধুসূদন কলেজ, যশোর]



(ক) 39.2 ms^{-1} বেগে আনুভূমিকের সাথে 30° কোণে একটি বস্তুকে শূন্যে নিক্ষেপ করলে সর্বাধিক পাল্লা কত?

(ক) Sol^n: দেওয়া আছে, বেগ $u = 39.2 ms^{-1}$,
নিক্ষেপ কোণ $\alpha = 30°$
$\therefore$ সর্বাধিক পাল্লা, $R = \frac{u^2 \sin 2\alpha}{g} = \frac{(39.2)^2 \times \sin(2\times 30)}{9.8}$
$= 135.79$m (প্রায়) **(Ans.)**

নিজে করো

(ঘ) দৃশ্যকল্প-২ : u আদিবেগে প্রক্ষিপ্ত কোনো বস্তুকণার বৃহত্তম উচ্চতা এবং আনুভূমিক পাল্লা যথাক্রমে H ও R হয়।
(গ) দৃশ্যকল্প-২ হতে দেখাও যে, $R = 4\sqrt{\left\{H\left(\frac{u^2}{2g} - H\right)\right\}}$ [সরকারি বিজ্ঞান কলেজ, ঢাকা]

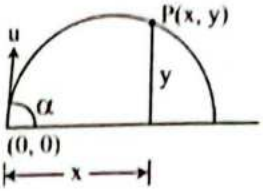
Educationblog24.com

Type-17: ভূমি থেকে α কোণে নিক্ষিপ্ত প্রক্ষেপক নির্দিষ্ট দূরত্বে নির্দিষ্ট উচ্চতার দেয়াল কোনো রকমে অতিক্রম করলে, সেই প্রক্ষেপকের গতি সংক্রান্ত

Concept

প্রাসের চলরেখার সমীকরণ, $y = x\tan\alpha - \frac{g}{2u^2\cos^2\alpha}x^2$

$= x\tan\alpha\left(1 - \frac{g}{2u^2\sin\alpha\cos\alpha}x\right) = x\tan\alpha\left(1 - \frac{1}{\frac{u^2\sin2\alpha}{g}}x\right)$

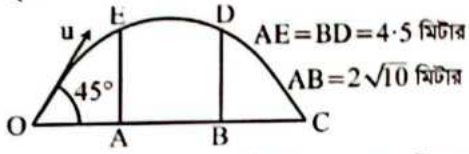


$$y = x\tan\alpha\left(1 - \frac{x}{R}\right) \quad \left[\because R = \frac{u^2\sin2\alpha}{g}\right]$$

x দূরত্বে প্রাসের উচ্চতা | নিক্ষেপ কোণ | আনুভূমিক পাল্লা

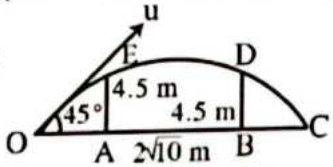
সৃজনশীল প্রশ্ন (ক, খ ও গ)

01 দৃশ্যকল্প-২: [SB'23]



(গ) দৃশ্যকল্প-২ হতে প্রক্ষিপ্ত বস্তুর আনুভূমিক পাল্লা নির্ণয় কর।

(গ) Sol^n:



দেওয়া আছে, AE = BD = 4.5 মিটার ও AB = $2\sqrt{10}$ মিটার

ধরি, আনুভূমিক পাল্লা = R $\therefore 4.5 = x\tan45°\left(1 - \frac{x}{R}\right)$

$\Rightarrow \frac{9}{2} = x\left(1 - \frac{x}{R}\right) \Rightarrow \frac{9}{2} = x - \frac{x^2}{R} \Rightarrow \frac{9}{2} = \frac{Rx - x^2}{R}$

$\Rightarrow 9R = 2Rx - 2x^2 \Rightarrow 2x^2 - 2Rx + 9R = 0$

যা x এর দ্বিঘাত সমীকরণ।

ধরি, এর মূল দুইটি x_1, x_2 $(x_1 > x_2)$

$\therefore OB = x_1$ এবং $OA = x_2$

$\therefore x_1 + x_2 = \frac{2R}{2} = R$ এবং $x_1x_2 = \frac{9R}{2}$

$\therefore AB = x_1 - x_2 = 2\sqrt{10} \Rightarrow (x_1 - x_2)^2 = 40$

$\Rightarrow (x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2 = 40 \Rightarrow R^2 - 4 \times \frac{9R}{2} = 40$

$\Rightarrow R^2 - 18R - 40 = 0 \Rightarrow R^2 - 20R + 2R - 40 = 0$

$\Rightarrow (R - 20)(R + 2) = 0 \Rightarrow R = 20, -2$

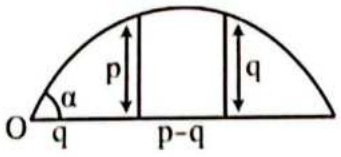
$\therefore$ আনুভূমিক পাল্লা 20 মিটার (Ans.)

[যেহেতু আনুভূমিক পাল্লা ঋণাত্মক হবে না]

02 (ii) কোনো বিন্দু O হতে প্রক্ষিপ্ত একটি বল দুটি দেয়াল অতিক্রম করে। O বিন্দু হতে তাদের একটির আনুভূমিক দূরত্ব Q এবং খাড়া দূরত্ব P এবং O বিন্দু হতে অপরটির আনুভূমিক দূরত্ব P এবং খাড়া দূরত্ব Q [JB'23]

(গ) দেখাও যে, O বিন্দুগামী বলটির আনুভূমিক তলের উপর পাল্লা $\frac{p^2+pq+q^2}{p+q}$

(গ) Sol^n: ধরি, প্রাসটির আনুভূমিক পাল্লা R এবং প্রক্ষেপণ কোণ α



প্রশ্নমতে, $p = q\tan\alpha\left(1 - \frac{q}{R}\right)$ ..... (i)

আবার, $q = p\tan\alpha\left(1 - \frac{p}{R}\right)$ ..... (ii)

(i) নং কে (ii) নং দ্বারা ভাগ করে পাই, $\frac{p}{q} = \frac{q}{p}\left(\frac{1-\frac{q}{R}}{1-\frac{p}{R}}\right)$

$\Rightarrow \frac{p^2}{q^2} = \frac{R-q}{R-p} \Rightarrow Rp^2 - p^3 = Rq^2 - q^3$

$\Rightarrow R(p^2 - q^2) = p^3 - q^3 \Rightarrow R = \frac{p^3-q^3}{p^2-q^2}$

$\therefore R = \frac{p^2+pq+q^2}{p+q}$ (Showed)

Educationblog24.com

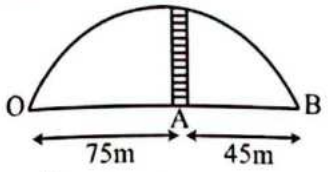
03 দৃশ্যকল্প-২: একটি খাড়া দেয়ালের পাদদেশ হতে ভূমি বরাবর 75 মিটার দূরত্বের কোনো বিন্দু হতে 45° কোণে একটি বস্তু নিক্ষেপ করা হলো। বস্তুটি দেয়ালের ঠিক উপর দিয়ে চলে গেল এবং দেয়ালের অপর পার্শ্বে 45 মিটার দূরত্বে গিয়ে ভূমিতে পতিত হলো। [Din.B'23]

(গ) দৃশ্যকল্প-২ হতে দেখাও যে, দেয়ালটির উচ্চতা $h = 28.125$ মিটার।

(গ) Sol^n: দেওয়া আছে, নিক্ষেপণ কোণ $\alpha = 45°$

$OA = 75m$ আর $AB = 45$ m

আনুভূমিক পাল্লা $R = OA + AB = 120m$



ধরি, দেওয়ালের উচ্চতা হলো y m

এখন, $y = x\tan\alpha\left(1-\frac{x}{R}\right) = 75\times\tan 45°\times\left(1-\frac{75}{120}\right)$

$\therefore y = 28.125m$

সুতরাং, দেওয়ালের উচ্চতা 28.125m **(Showed)**

04 ভূমি থেকে প্রক্ষিপ্ত একটি ক্রিকেট বল প্রক্ষিপ্ত বিন্দু হতে যথাক্রমে $\frac{1}{b}$ এবং $\frac{1}{a}$ দূরে অবস্থিত $\frac{1}{a}$ এবং $\frac{1}{b}$ উচ্চতার দুইটি দেওয়াল কোনোরকমে অতিক্রম করে। [JB'19]

(গ) উদ্দীপক হতে দেখাও যে, আনুভূমিক পাল্লা $R = \frac{a+b}{ab}$.

(গ) Sol^n: প্রশ্নমতে, $y = x\tan\alpha\left(1-\frac{x}{R}\right)$

$\Rightarrow \frac{1}{a} = \frac{1}{b}\tan\alpha\left(1-\frac{1}{bR}\right)$ ..... (i)

এবং $\frac{1}{b} = \frac{1}{a}\tan\alpha\left(1-\frac{1}{aR}\right)$ ..... (ii)

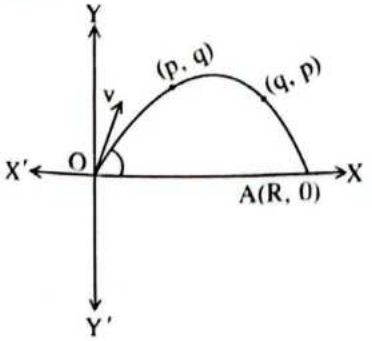
(i) ÷ (ii) $\Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{a^2}{b^2}\cdot\frac{(bR-1)}{(aR-1)}$

$\Rightarrow ab^3R - b^3 = a^3bR - a^3$

$\Rightarrow abR(a^2-b^2) = a^3 - b^3 = (a-b)(a^2+ab+b^2)$

$\Rightarrow R = \frac{a^2+ab+b^2}{(a+b)ab}$ [বি.দ্র.: মূল প্রশ্নে ভুল আছে।]

05 চিত্রে O বিন্দু হতে বায়ুশূন্য স্থানে প্রক্ষিপ্ত একটি বস্তুর গতিপথ দেখানো হয়েছে। [SB'17]



(খ) প্রক্ষিপ্ত বস্তুটির আনুভূমিক পাল্লা p, q এর মাধ্যমে প্রকাশ কর।

(খ) Sol^n: দেওয়া আছে, প্রক্ষিপ্ত বস্তুটি p ও q দূরত্বে অবস্থিত যথাক্রমে q ও p উচ্চতাকে কোনোরকমে অতিক্রম করে।

আমরা জানি, v প্রক্ষেপণ কোণ, প্রক্ষেপণ বেগ v এবং আনুভূমিক পাল্লা R হলে,

$y = x\tan\alpha\left(1-\frac{x}{R}\right)$

$\therefore q = p\tan\alpha\left(1-\frac{p}{R}\right)$ ..... (i)

এবং $p = q\tan\alpha\left(1-\frac{q}{R}\right)$ ..... (ii)

(i) নং কে (ii) নং দ্বারা ভাগ করি,

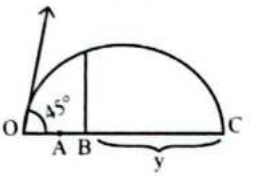
$\frac{q}{p} = \frac{p\left(1-\frac{p}{R}\right)}{q\left(1-\frac{q}{R}\right)} \Rightarrow \frac{q^2}{p^2} = \frac{R-p}{R-q} \Rightarrow q^2R - q^3 = p^2R - p^3$

$\Rightarrow p^3 - q^3 = R(p^2-q^2)$

$\Rightarrow (p-q)(p^2+pq+q^2) = R(p-q)(p+q)$

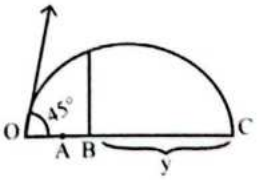
$\therefore R = \frac{p^2+pq+q^2}{p+q}$ **(Ans.)**

06 করিম O বিন্দু হতে আনুভূমির সাথে 45° কোণে বন্দুকের গুলি করল। রহিম একই সময়ে স্থিরাবস্থা O হতে দৌড়ে 20 সেকেন্ডে 200 মিটার দূরে অবস্থিত একটি খাড়া দেয়ালের পাদদেশে B বিন্দুতে থামে। রহিম যাত্রাপথের OA অংশ a সমত্বরণে এবং AB অংশ b সমমন্দনে যায়। অপরদিকে গুলিটি দেয়ালের ঠিক উপর দিয়ে গেল এবং দেয়ালের অপর পার্শ্বে y দূরত্বে C বিন্দুতে পড়ল। (এখানে দেয়ালের পুরুত্ব অগ্রাহ্য করা হয়েছে। [CB'17]



(গ) উদ্দীপকের আলোকে প্রমাণ কর যে, দেয়ালের উচ্চতা $= \frac{200y}{200+y}$

(গ) Sol^n: মনে করি, O বিন্দুতে একটি বস্তু ভূমির সাথে 45° কোণে নিক্ষেপ করলে তা B বিন্দুতে অবস্থিত দেয়ালকে অতিক্রম করে C বিন্দুতে পতিত হয়।



এখানে, OB = 200 মিটার ও BC = y মিটার।

আনুভূমিক পাল্লা, R = 200 + y; দেয়ালের উচ্চতা h হলে,

$h = 200\tan 45°\left(1-\frac{200}{200+y}\right)\left[\because y = x\tan\alpha\left(1-\frac{x}{R}\right)\right]$

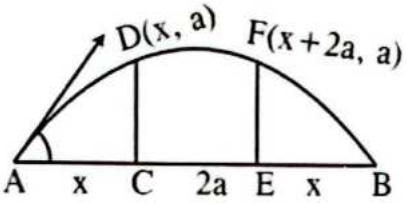
$\Rightarrow h = 200\left(\frac{200+y-200}{200+y}\right) = \frac{200y}{200+y}$ **(প্রমাণিত)**

Educationblog24.com

07. **দৃশ্যকল্প-২: একটি বস্তু ভূমি থেকে α কোণে নিক্ষেপ করা হলো। বস্তুটি 2a ব্যবধানে অবস্থিত পরিমাণ উঁচু দুইটি দেওয়ালের ঠিক ওপর দিয়ে অতিক্রম করে। [ঢাকা রেসিডেনসিয়াল মডেল কলেজ]**

(গ) দৃশ্যকল্প-২ হতে প্রমাণ কর যে, বস্তুটির পাল্লা, $R = \frac{2a}{\tan\frac{\alpha}{2}}$

(গ) Sol^n: ধরি, বস্তুটিকে A বিন্দু হতে আদিবেগে নিক্ষেপ করা হলো যেন বস্তু CD ও EF দেয়ালের উপর দিয়ে B বিন্দুতে পরে।



তাহলে, CD = a, EF, CE = 2a

ধরি, AC = x = EB

∴ পাল্লা, R = AC + CE + EB = x + 2a + x = 2x + 2a

$\therefore x = \frac{R-2a}{2}$ ..... (i)

আমরা জানি, যেকোনো (x, y) বিন্দুর জন্য

$y = x\tan\alpha\left(1-\frac{x}{R}\right)$

D(x, a) এর জন্য, $a = x\tan\alpha\left(1-\frac{x}{R}\right)$

$= \frac{R-2a}{2}\tan\alpha\left(1-\frac{R-2a}{2R}\right)$ [(i) থেকে]

$= \frac{R-2a}{2}\tan\alpha\left(\frac{R+2a}{2R}\right) = \frac{R^2-4a^2}{4R}\tan\alpha$

$\therefore \tan\alpha = \frac{4aR}{R^2-4a^2} = \frac{2\frac{2a}{R}}{1-\left(\frac{2a}{R}\right)^2} = \frac{2\tan\theta}{1-\tan^2\theta}$

[ধরি, $\frac{2a}{R} = \tan\theta$ ..... (ii)]

$\Rightarrow \tan\alpha = \tan 2\theta \Rightarrow \alpha = 2\theta$

$\Rightarrow \tan\frac{\alpha}{2} = \tan\theta = \frac{2a}{R}$ [(ii) থেকে]

$\Rightarrow R = \frac{2a}{\tan\frac{\alpha}{2}}$ **(Proved)**

নিজে করো

08. দৃশ্যকল্প-১: আনুভূমিকের সাথে α কোণে নিক্ষিপ্ত একটি বস্তু নিক্ষেপণ বিন্দু হতে যথাক্রমে q ও p দূরত্বে অবস্থিত p ও q উচ্চতাবিশিষ্ট দুইটি দেয়াল কোনো রকমে অতিক্রম করে। [SB'19]

(খ) দৃশ্যকল্প-১ এ বর্ণিত বস্তুটির আনুভূমিক পাল্লা R হলে দেখাও যে, $R(p+q) = p^2 + pq + q^2$.

Type-18: ভূমি থেকে h উচ্চতায় α কোণে উপরে নিক্ষিপ্ত প্রাসের গতি

Concept

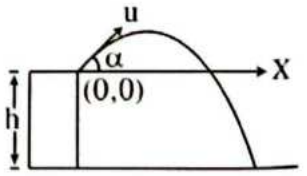
এই ক্ষেত্রে কার্তেসীয় স্থানাঙ্ক ব্যবস্থার মাধ্যমে সমাধান করলে সহজে হয়। নিক্ষেপ বিন্দুকে (0, 0) এবং x – y অক্ষ ধরে সূত্র apply করবে।

এছাড়াও $h = u\sin\alpha\, t - \frac{1}{2}gt^2; x = u\cos\alpha t$

(i) h উচ্চতা থেকে u বেগে α কোণে নিচের দিকে নিক্ষিপ্ত হলে, $h = u\sin\alpha t + \frac{1}{2}gt^2$

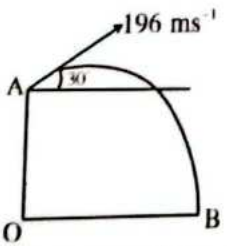
(ii) h উচ্চতা থেকে u বেগে α কোণে উপরে দিকে নিক্ষিপ্ত হলে, $h = -u\sin\alpha t + \frac{1}{2}gt^2$

(iii) h উচ্চতা থেকে u বেগে আনুভূমিক নিক্ষিপ্ত হলে, $h = \frac{1}{2}gt^2$



সৃজনশীল প্রশ্ন (ক, খ ও গ)

01. **দৃশ্যকল্প-২:** [RB'22]



(গ) দৃশ্যকল্প-২ এ OA = 49 মিটার হলে OB এর দূরত্ব নির্ণয় কর।

(গ) Sol^n: বস্তুটির নিক্ষেপণ বেগ, $u = 196\ ms^{-1}$ নিক্ষেপণ কোণ, $\alpha = 30°$ এবং উল্লম্ব সরণ, h = 49 m

বস্তুটির ভূমিতে পড়ার সময় t হলে,

$H = -u\sin\alpha \times t + \frac{1}{2}gt^2$

$\Rightarrow 49 = -196 \times \sin 30° \times t + \frac{1}{2} \times 9.8 \times t^2$

$\Rightarrow 4.9t^2 - 98t - 49 = 0 \Rightarrow t^2 - 20t - 10 = 0$

$\Rightarrow t = \frac{20 \pm \sqrt{400-4\times1\times(-10)}}{2\times1}$

$= \frac{20\pm\sqrt{440}}{2} = 10 \pm \sqrt{110}$ s [$\because t > 0$]

∴ বস্তুটির ভূমিতে পড়ার সময় 20.488s (প্রায়)

∴ t = 20.488s-এ বস্তুটির আনুভূমিক সরণ,

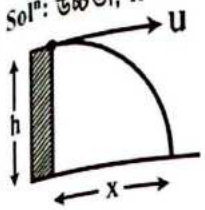
OB = $u\cos\alpha \times t = 196 \times \cos 30° \times 20.488$

= 3477.67 m (প্রায়) **(Ans.)**

Educationblog24.com

02. (ক) 490 মিটার উঁচু একটি টাওয়ারের শীর্ষ হতে একটি পাথরকে আনুভূমিকভাবে নিক্ষেপ করা হলো। পাথরটি মাটিতে পৌঁছার সময় নির্ণয় কর। [CB'22]

(ক) Sol^n: উচ্চতা, $h = 490m$



উল্লম্ব বেগ, $u' = 0\ ms^{-1}$; $\therefore h = \frac{1}{2}gt^2$

$\Rightarrow 490 = \frac{1}{2} \times 9 \cdot 8 \times t^2 \Rightarrow t = 10$ sec. (Ans.)

03. 50 ফুট উঁচু টাওয়ারের ছাদ থেকে ইমন একটি টেনিস বল নিচে ফেলে দিল। বলটি 8 ফুট নিচে নামার পর সুমন অপর একটি টেনিস বল y ফুট নিচে হতে ফেলে দিল। উভয় বল স্থিরাবস্থা থেকে একই সাথে ভূমিতে পতিত হলো। কিছুক্ষণ পর ইমন একটি ক্রিকেট বল আনুভূমিকের সাথে 30° কোণে নিক্ষেপ করে। [CB'19]

(গ) ক্রিকেট বলটি যদি 60 ফুট/সে. বেগে নিক্ষিপ্ত হয় তবে তা টাওয়ারের পাদবিন্দু হতে কত দূরে ভূমিকে আঘাত করবে?

(গ) Sol^n: $h = -usin\alpha \cdot t + \frac{1}{2}gt^2$

$\therefore 50 = -60 \cdot \sin 30 \cdot t + 16t^2 \left[g = \frac{32ft}{s^2}\right]$

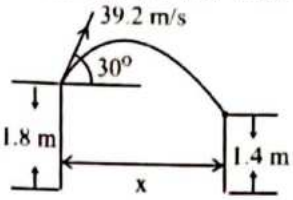
$\therefore t = 2.954$

$x = u\cos\alpha \cdot t = 152.77m$

04. দৃশ্যকল্প-২: ক্রিকেটার সাকিব ও রুবেল এর উচ্চতা যথাক্রমে 1.8 মিটার ও 1.7 মিটার। [Din.B'19]

(গ) সাকিব 30° কোণে 39.2 ms^{-1} বেগে একটি ক্রিকেট বল নিক্ষেপ করেন। রুবেল 1.4 মিটার উচ্চতা থেকে বলটি ধরে ফেলেন। সাকিব ও রুবেল এর মধ্যবর্তী দূরত্ব নির্ণয় কর।

(গ) Sol^n:



$h = -u\sin\alpha t + \frac{1}{2}gt^2$

$\Rightarrow 1.8 - 1.4 = -39.2 \sin 30° t + 4.9t^2$

$\Rightarrow 4.9t^2 - 19.6t^2 - 0.4 = 0 \Rightarrow t = 4.0203s$

$\therefore x = u\cos\alpha t = 39.2 \cos 30° \times 4.0203$

$= 136.582$ m (Ans.)

নিজে করো

05. দৃশ্যকল্প-২: 60 মিটার উচ্চ স্তম্ভের শীর্ষ হতে আনুভূমিকের সাথে 30° কোণে 100m/sec আদিবেগে একটি বস্তু নিক্ষিপ্ত হলো। [JB'17]

(গ) দৃশ্যকল্প-২ অনুসারে বস্তুটি স্তম্ভ হতে কত দূরে ভূমিকে আঘাত করবে? [Ans: 977.74 মিটার]

Type-19: একই আদিবেগে α ও (90° − α) কোণে নিক্ষিপ্ত বস্তুর গতি সংক্রান্ত

Concept

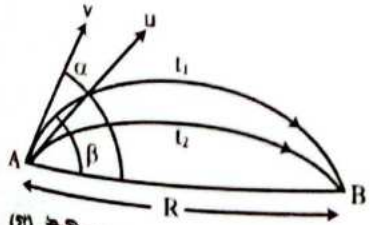
নিক্ষেপণ কোণ যখন α আনুভূমিক পাল্লা, $R = \frac{u^2 \sin 2\alpha}{g}$

আবার, নিক্ষেপণ কোণ যখন $(90° - \alpha)$ আনুভূমিক পাল্লা, $R = \frac{u^2 \sin 2(90° - \alpha)}{g} = \frac{u^2 \sin 2\alpha}{g}$

সুতরাং, নিক্ষেপণ কোণ α হোক বা $(90° - \alpha)$, আনুভূমিক পাল্লা একই হচ্ছে।

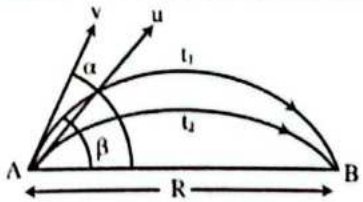
সৃজনশীল প্রশ্ন (ক, খ ও গ)

01. [BB'23]



(গ) উদ্দীপকের আলোকে প্রক্ষেপক দুটির ভ্রমণকাল t_1 ও t_2 হলে, প্রমাণ কর যে, $\frac{t_1^2 - t_2^2}{t_1^2 + t_2^2} = \frac{\sin(\alpha - \beta)}{\sin(\alpha + \beta)}$.

(গ) Sol^n:



উদ্দীপকের চিত্র থেকে, $t_1 = \frac{2u\sin\alpha}{g}$; $t_2 = \frac{2u\sin\beta}{g}$

$$\frac{t_1^2 - t_2^2}{t_1^2 + t_2^2} = \frac{\frac{4u^2\sin^2\alpha}{g^2} - \frac{4u^2\sin^2\beta}{g^2}}{\frac{4u^2\sin^2\alpha}{g^2} + \frac{4u^2\sin^2\beta}{g^2}} = \frac{\sin^2\alpha - \sin^2\beta}{\sin^2\alpha + \sin^2\beta}$$

Educationblog24.com

এখানে, $\alpha + \beta = 90°$ দুইটি প্রক্ষেপের আনুভূমিক পাল্লা একই

তাই, $\sin\alpha = \sin(90° - \beta) = \cos\beta$ এবং $\sin(\alpha + \beta) = \sin 90° = 1$]

$$= \frac{\sin(\alpha+\beta)\sin(\alpha-\beta)}{\sin^2\alpha+\cos^2\alpha} = \sin(\alpha-\beta)\cdot 1 = \frac{\sin(\alpha-\beta)}{\sin(\alpha+\beta)}$$

[$\because \sin(\alpha + \beta) = 1$] (প্রমাণিত)

[বি.দ্র: চিত্রে দুইটি আদিবেগই সমান হবে]

02. **দৃশ্যকল্প-১: একটি বস্তু একই বেগে আনুভূমিক তলের সাথে দুইটি ভিন্ন কোণে প্রক্ষিপ্ত হয়ে t_1 ও t_2 সময়ে একই আনুভূমিক পাল্লা R অতিক্রম করে।** [CB'23]

(খ) দৃশ্যকল্প-১ হতে প্রমাণ কর যে, $t_1t_2 = \frac{2R}{g}$.

(খ) Sol^n:যেহেতু প্রাসদ্বয়ের আনুভূমিক পাল্লা সমান, একটি কোণ α হলে আরেকটি $(90° - \alpha)$

$\therefore$ আনুভূমিক পাল্লা, $R = \frac{u^2\sin 2\alpha}{g} \Rightarrow u^2 = \frac{Rg}{\sin 2\alpha}$ ..... (i)

আবার, $t_1 = \frac{2u\sin\alpha}{g}; t_2 = \frac{2u\sin(90°-\alpha)}{g} = \frac{2u\cos\alpha}{g};$

$\therefore t_1t_2 = \frac{2u\sin\alpha}{g}\frac{2u\cos\alpha}{g} = \frac{2u^2\,2\sin\alpha\cos\alpha}{g^2}$

$= \frac{2u^2\sin 2\alpha}{g^2} = \frac{Rg}{\sin 2\alpha} \times \frac{2\sin 2\alpha}{g^2}$ [(i) হতে] $= \frac{2R}{g}$ [প্রমাণিত]

03. **উদ্দীপক-২: R পাল্লার জন্য একটি প্রক্ষেপকের দুটি গতিপথের সর্বোচ্চ উচ্চতা h_1 ও h_2** [DB'22]

(গ) উদ্দীপক-২ এর সাহায্যে দেখাও যে, $R = 4\sqrt{h_1h_2}$.

(গ) Sol^n: R পাল্লা জন্য, প্রক্ষেপটির দুটি নিক্ষেপণ কোণ যথাক্রমে α ও $90° - \alpha$

আমরা জানি, আনুভূমিক পাল্লা, $R = \frac{u^2\sin 2\alpha}{g}$ ..... (i)

এবং সর্বোচ্চ উচ্চতা, $H = \frac{u^2\sin^2\alpha}{2g}$

$\therefore h_1 = \frac{u^2\sin^2\alpha}{2g}$ ..... (ii)

এবং $h_2 = \frac{u^2\sin^2(90°-\alpha)}{2g}$ ..... (iii)

$\therefore h_2 = \frac{u^2\cos^2\alpha}{2g}$; [$\sin(90° - \alpha) = \cos\alpha$]

ডানপক্ষ $4\sqrt{h_1h_2} = 4\sqrt{\frac{u^2\sin^2\alpha}{2g} \times \frac{u^2\cos^2\alpha}{2g}}$

$= \sqrt{16 \times \frac{u^4\sin^2\alpha\cos^2\alpha}{4g^2}} = \sqrt{\frac{4u^4\sin^2\alpha\cos^2\alpha}{g^2}}$

$= \sqrt{\frac{u^4(2\sin\alpha\cos\alpha)^2}{g^2}} = \sqrt{\left(\frac{u^2\sin 2\alpha}{g}\right)^2}$

$= \frac{u^2\sin 2\alpha}{g} = R$ = বামপক্ষ (দেখানো হলো)

04. **দৃশ্যকল্প-১: একটি প্রক্ষিপ্ত বস্তুর দুটি গতিপথের সর্বোচ্চ উচ্চতা যথাক্রমে 4m ও 6m.** [C tg.B'19]

(খ) দৃশ্যকল্প-১ হতে নিক্ষিপ্ত বস্তুটির পাল্লা নির্ণয় কর।

(খ) Sol^n: দুটি উচ্চতা 4m ও 6m মানে,

$H_1 = \frac{u^2\sin^2\alpha}{2g} = 4$; $H_2 = \frac{u^2\cos^2\alpha}{2g} = 6$

$H_1 \cdot H_2 = \frac{u^4\sin^2\alpha\cos^2\alpha}{4g^2} = 24$

$\Rightarrow \frac{u^4(2\sin\alpha\cos\alpha)^2}{g^2} = 24 \times 4 \times 4$

$\Rightarrow \left(\frac{u^2\sin 2\alpha}{g}\right)^2 = 384 \Rightarrow R^2 = 384$; $R = 8\sqrt{6}$m (Ans.)

05. **দৃশ্যকল্প-২: কোনো প্রক্ষিপ্ত বস্তুর দুইটি গতিপথে বৃহত্তম উচ্চতা যথাক্রমে 8m এবং 10m।** [C tg.B'17]

(গ) দৃশ্যকল্প-২ হতে দেখাও যে, $R = 16\sqrt{5}$।

(গ) Sol^n: একই গতিবেগে নিক্ষিপ্ত দুইটি প্রক্ষেপকের আনুভূমিক পাল্লার মান একই হবে যদি একটির নিক্ষেপন কোণ α এবং অপরটির $(90° - \alpha)$ হয়। এক্ষেত্রে, ধরি, নিক্ষেপন বেগ = u

$\therefore \alpha$ কোণে নিক্ষিপ্ত প্রক্ষেপকের সর্বোচ্চ উচ্চতা,

$h = \frac{u^2\sin^2\alpha}{2g} \therefore \frac{u^2\sin^2\alpha}{2g} = 8$ ..... (i)

এবং $(90° - \alpha)$ কোণে নিক্ষিপ্ত প্রক্ষেপকের সর্বোচ্চ উচ্চতা,

$h = \frac{u^2\sin^2(90°-\alpha)}{2g} \therefore \frac{u^2\cos^2\alpha}{2g} = 10$ ..... (ii)

আবার, আনুভূমিক পাল্লা, $R = \frac{u^2\sin 2\alpha}{g}$

এখন,(i) ও (ii) গুণ করে পাই, $\frac{u^4\sin^2\alpha\cos^2\alpha}{4g^2} = 80$

$\Rightarrow \frac{u^4(\sin\alpha\cos\alpha)^2}{4g^2} = 80 \Rightarrow \frac{\frac{1}{4}u^4(\sin 2\alpha)^2}{4g^2} = 80$

$\Rightarrow \frac{u^4(\sin 2\alpha)^2}{16g^2} \Rightarrow \left(\frac{u^2\sin 2\alpha}{g}\right)^2 = 1280 \Rightarrow R^2 = 1280$

$\therefore R = 16\sqrt{5}$ (দেখানো হল)

নিজে করো

06. উদ্দীপক-২: u বেগে নিক্ষিপ্ত বস্তুকণার একই আনুভূমিক পাল্লা (R) এর জন্য দুটি বিচরণপথের বিচরণকাল t_1 ও t_2। [MB'22]
(গ) উদ্দীপক-২ হতে দেখাও যে, $R = \frac{1}{2}g t_1 t_2$.

07. দৃশ্যকল্প-২: একটি প্রক্ষিপ্ত বস্তুকণার দুটি গতিপথের বৃহত্তম উচ্চতা যথাক্রমে 4 মিটার ও 6 মিটার। [BB'19]
(গ) দৃশ্যকল্প-২ হতে দেখাও যে, $R = 8\sqrt{6}$।

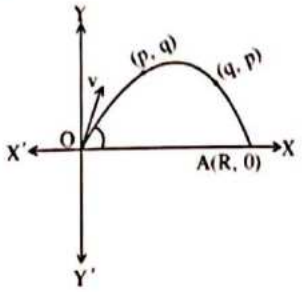
Type-20: প্রাস সম্পর্কিত বিশেষ সমস্যা

Concept

এক্ষেত্রে প্রাসের বিভিন্ন সূত্র প্রয়োগ করে প্রশ্নে উল্লিখিত প্রমাণ বের করতে হবে।

সৃজনশীল প্রশ্ন (ক, খ ও গ)

01. চিত্রে O বিন্দু হতে বায়ুশূন্য স্থানে প্রক্ষিপ্ত একটি বস্তুর গতিপথ দেখানো হয়েছে। [SB'17]



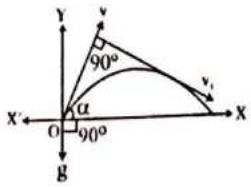
(গ) দেখাও যে, $\frac{v}{g}\operatorname{cosec}\alpha$ সময় পরে প্রক্ষিপ্ত বস্তুটি তার প্রক্ষেপণ দিকের সাথে লম্বভাবে চলবে।

(গ) Sol^n: v বরাবর g এর লম্বাংশ = $g\cos(90+\alpha)$

$\therefore$ t সময় পর বেগ = $v + g\cos(90+\alpha)t$

ধরি, t sec পর বস্তুর বেগ v_1।

v_1 আদিবেগের উপর লম্ব হলে, v বরাবর বেগ = 0



$\therefore v + g\cos(90+\alpha)t = 0$

$v - g\sin\alpha t = 0;\ t = \frac{v}{g\sin\alpha} = \frac{v}{g}\operatorname{cosec}\alpha$ **(Showed)**

বিকল্প: ধরি, t সময় পর বস্তুর বেগ v_1। $\vec{v} \perp \vec{v_1}$ হলে,

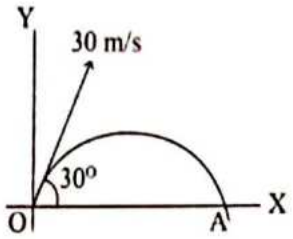
$\vec{v}.\vec{v_1} = 0 \Rightarrow \vec{v}.(\vec{v} + \vec{g}t) = 0 = \frac{v}{g}\operatorname{cosec}\alpha$

$\Rightarrow \vec{v}.\vec{v} + \vec{v}.\vec{g}t = 0 \Rightarrow v^2 + vg\cos(90^\circ+\alpha)t = 0$

$\Rightarrow v(v - g\sin\alpha t) = 0$

$\therefore t = \frac{v}{g\sin\alpha}[v \neq 0] = \frac{v}{g}\operatorname{cosec}\alpha$ **(Showed)**

02. দৃশ্যকল্প-১: [BB'17]



সাঁতারুর বেগ u_1, স্রোতের বেগ u_2, AB = d, AC = 2d

(খ) দৃশ্যকল্প-১ এ নিক্ষিপ্ত কণাটি ১ মিটার উচ্চতায় পৌঁছার সময়ের পার্থক্য নির্ণয় কর।

(খ) Sol^n: এখানে, আদিবেগ $u = 30ms^{-1}$

নিক্ষেপণ কোণ $\alpha = 30^\circ$

আমরা জানি, প্রক্ষিপ্ত বস্তুকণার উল্লম্বিক সরণ, $y = ut\sin\alpha - \frac{1}{2}gt^2$

$\therefore 1 = 30 \cdot t \cdot \sin30^\circ - \frac{1}{2} \times 9.8 \times t^2$

$\therefore 1 = t \times 30 \times \frac{1}{2} - 4.9t^2 \quad \therefore 4.9t^2 - 15t + 1 = 0$

$\therefore t\frac{15 \pm \sqrt{(-15)^2 - 4\times1\times4.9}}{2\times4.9} = \frac{15 \pm \sqrt{225-19.6}}{9.8}$

$= \frac{15 \pm \sqrt{205.4}}{9.8} = \frac{15 \pm 14.332}{9.8}$

(+) চিহ্ন নিয়ে, $t = \frac{15+14.332}{9.8} \Rightarrow \frac{29.332}{9.8} = 2.993$

(−) চিহ্ন নিয়ে, $t = \frac{15-14.332}{9.8} = \frac{0.668}{9.8} = 0.068$

$\therefore$ 1 মিটার উচ্চতায় অবস্থানের সময় পার্থক্য:

(2.993 − 0.068) = 2.925 সেকেন্ড (প্রায়) **(Ans.)**

Educationblog24.com

- MCQ প্রশ্নের জন্য এই অধ্যায়ের বিভিন্ন টাইপের তুলনামূলক গুরুত্ব:

গুরুত্ব	টাইপ	টাইপের নাম	যতবার প্রশ্ন এসেছে	যে বোর্ডে যে বছর এসেছে
				MCQ
✪✪	T-01	বেগের সামান্তরিক সূত্র	03	SB'22; Ctg.B'19; BB'19
✪✪✪	T-02	নদী পারাপার	08	DB'23; Ctg.B'23; CB'23; MB'23, 22; Din.B'19, 17
✪✪✪	T-03	কখনও সমত্বরণ, সমমন্দন, সমবেগে চলমান কণার গতি	09	DB'23, 17; CB'23; Din.B'23; RB'22; SB'19, 17; Din.B'19, 17
	T-04	বাঘ-হরিণ, ইঁদুর-বিড়াল ধরা এবং বাস-যাত্রী, বাস-সাইকেল অতিক্রম করা	-	-
✪✪✪	T-05	বিশেষ এক সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূরত্ব	06	Mad.B'23; Ctg.B'22, CB'22; Din.B'22; DB'19; Ctg.B'17
✪	T-06	রেলগাড়ির সংঘর্ষ এড়ানোর শর্ত নির্ণয়	01	JB'17
✪✪	T-07	নির্দিষ্ট অংশ ভেদ করে বেগ হারানোর পর অতিক্রান্ত দূরত্ব	03	Ctg.B'23; Din.B'23; DB'22
✪✪	T-08	আপেক্ষিক বেগ ও গড়বেগ	04	SB, JB'23; SB, CB'19;
✪✪✪	T-09	উপর থেকে বিনা বাধায় পতনশীল বস্তুর গতি	12	DB, RB, JB, BB, CB, Mad'23; RB, JB, Din.B MB'22; RB'17
✪	T-10	শব্দ শোনার সময় হিসেব করে গভীরতা নির্ণয়	01	Din.B'17
✪✪	T-11	ভূমি থেকে উল্লম্বভাবে নিক্ষিপ্ত বস্তুর গতি	05	Ctg.B'23, 22, 17, Din.B'23; All.B'18
✪	T-12	সর্বোচ্চ উচ্চতা ও সর্বোচ্চ উচ্চতায় উত্থানকাল	01	CB'22
✪	T-13	সমবেগে ঊর্ধ্বগামী প্লেন বা বেলুন থেকে বস্তু ছেড়ে দেওয়া এবং বিমানের উচ্চতা	01	DB'22
	T-14	নির্দিষ্ট সময় ব্যবধানে দুটি বস্তু একই দিকে নিক্ষিপ্ত	-	-
	T-15	α কোণে ভূমি থেকে নিক্ষিপ্ত প্রক্ষেপকের গতি	-	-
✪✪✪	T-16	বস্তুকণার বিচরণকাল, দীর্ঘতম উচ্চতা এবং আনুভূমিক পাল্লা	53	DB'23, 22, 19, 17; RB'23, 22, 19, 17; Ctg.B'23, 22, 19; SB'23, 22, 19; JB'23, 22, 19, 17; BB'23, 22, 19, 17; CB'23, 22, 17; Din.B'23, 22, 19; MB'23, 22; Mad.B'23; All.B'18;
	T-17	ভূমি থেকে α কোণে নিক্ষিপ্ত প্রক্ষেপক a দূরত্বে h মিটার উঁচু কোনো দুইটি দেয়াল কোনো রকমে অতিক্রম করলে, সেই প্রক্ষেপকের গতি সংক্রান্ত	-	-
	T-18	ভূমি থেকে h উচ্চতায় α কোণে উপরে নিক্ষিপ্ত প্রাসের গতি	-	-
	T-19	একই আদিবেগে α ও $\frac{\pi}{2} - \alpha$ কোণে নিক্ষিপ্ত বস্তুর গতি সংক্রান্ত	-	-
✪	T-20	প্রাস সম্পর্কিত বিশেষ সমস্যা	01	RB'22

Educationblog24.com

বিগত বোর্ড পরীক্ষামূহের MCQ প্রশ্ন

নিচের উদ্দীপকের আলোকে পরবর্তী দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও:

1 km প্রস্থ একটি নদীর স্রোতের বেগ 2km/h

01. সর্বনিম্ন সময়ে পার হতে একজন সাঁতারু 6km/h বেগে কোন দিকে সাঁতার দিবে? [DB'23]
(a) 15° (b) 30° (c) 60° (d) 90°

02. নদী পার হতে সর্বনিম্ন কত সময় লাগবে? [DB'23]
(a) 10m (b) 15m (c) 30m (d) 45m

03. সরল পথে স্থিতাবস্থা হতে সমত্বরণে চলমান একটি বস্তুকণা 5ম সেকেন্ডে 18m পথ অতিক্রম করে। 10 সেকেন্ডে এর অতিক্রান্ত দূরত্ব— [DB'23]
(a) 100m (b) 150m (c) 200m (d) 250m

04. একটি স্তম্ভের শীর্ষ হতে u ms^{-1} বেগে খাড়া উপরে নিক্ষিপ্ত পাথর 10 সেকেন্ডে মাটিতে 58 ms^{-1} বেগে পড়ে। u এর মান হলো- [DB'23]
(a) 156 ms^{-1} (b) 48.2 ms^{-1}
(c) 40 ms^{-1} (d) 30 ms^{-1}

05. 9.8 ms^{-1} আদিবেগে আনুভূমিকের সাথে 30° কোণে প্রক্ষিপ্ত একটি প্রক্ষেপকের— [DB'23]
(i) সর্বাধিক উচ্চতা 1.22m (ii) বিচরণকাল 1s
(iii) আনুভূমিক পাল্লা $4.9\sqrt{3}$ m
নিচের কোনটি সঠিক?
(a) i, ii (b) i, iii (c) ii, iii (d) i, ii, iii

06. 50 মিটার উঁচু হতে একটি পাথরকে ছেড়ে দিলে ভূমিতে পড়তে কত সেকেন্ড সময় লাগবে? [RB, CB, Mad.B'23]
(a) 2.25 (b) 3.19
(c) 5.10 (d) 10.20

নিচের উদ্দীপকের আলোকে পরবর্তী দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও:

একখণ্ড পাথর আনুভূমির সাথে 30° কোণে 19.6 মি./সে. বেগে নিক্ষেপ করা হলো।

07. পাথরটির বিচরণকাল কত? [Ctg.B, RB, JB'23]
(a) 1 সেকেন্ড (b) 2 সেকেন্ড
(c) 3 সেকেন্ড (d) 4 সেকেন্ড

08. পাথরটির সর্বাধিক উচ্চতা কত মিটার? [RB'23]
(a) 1.23 (b) 1.73 (c) 4.9 (d) 33.94

09. একটি বুলেট কোনো দেয়ালের ভিতর 2 ইঞ্চি ঢুকবার পর বেগ অর্ধেক হারায়। বুলেটটি দেয়ালের ভিতর আরো কত ইঞ্চি ঢুকবে? [Ctg.B'23]
(a) 2 (b) $\frac{2}{3}$ (c) 1 (d) $\frac{1}{2}$

10. 64 ft/sec বেগে ভূমি থেকে খাড়া উপরের দিকে নিক্ষিপ্ত কণার বিচরণ কাল— [Ctg.B'23]
(a) 0.065 sec (b) 0.13 sec
(c) 2.00 sec (d) 4.00 sec

MCQ উত্তরমালা ও ব্যাখ্যামূলক সমাধান

01. d	02. a	03. c	04. c	05. d	06. b	07. b	08. c	09. b	10. d

01. নদী পারাপারের ক্ষেত্রে প্রয়োজনীয় সময়, $t = \frac{d}{v \sin\alpha}$
যেখানে, d = নদীর প্রস্থ, v = সাঁতারুর বেগ
α = নদীর স্রোত ও সাঁতারুর বেগের মধ্যবর্তী কোণ প্রয়োজনীয় সময় সর্বনিম্ন হবে যদি $\sin\alpha$ বৃহত্তম হয়। অর্থাৎ, $\sin\alpha = 1 = \sin 90° \therefore \alpha = 90°$

02. সর্বনিম্ন সময়ের ক্ষেত্রে, $t = \frac{d}{v} = \frac{1}{6}hr = 10m$

03. আমরা জানি, t-তম সময়ে অতিক্রান্ত দূরত্ব, $s_t = u + \frac{1}{2}a(2t-1)$
$\therefore$ 5-তম সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূরত্ব, $s_5 = 0 + \frac{1}{2} \times a(2\times5-1) = 18$
$\Rightarrow a \times 9 = 36 \therefore a = 4\ ms^{-2}$
$\therefore$ 10 s এ অতিক্রান্ত দূরত্ব, $= 0 \times 10 + \frac{1}{2} \times 4 \times 10^2 = 200$ m

04. h উচ্চতা থেকে u বেগে উপরে নিক্ষিপ্ত বস্তুর ক্ষেত্রে, $v = -u + gt$
$\Rightarrow u = -v + gt = -58 + 9.8 \times 10 = 40\ ms^{-1}$

05. (i) সর্বোচ্চ উচ্চতা, $H = \frac{u^2\sin^2\alpha}{2g} = \frac{(9.8)^2\times(\sin 30°)^2}{2\times9.8} = \frac{49}{40} = 1.225m$
(ii) বিচরণকাল, $T = \frac{2u\sin\alpha}{g} = \frac{2\times9.8\times\sin 30°}{9.8} = 1s$
(iii) আনুভূমিক পাল্লা, $R = \frac{u^2\sin 2\alpha}{g} = \frac{(9.8)^2\times\sin(2\times30°)}{9.8} = 4.9\sqrt{3}m$

06. $h = ut + \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow 50 = 0\times t + \frac{1}{2}\times 9.8\, t^2$
$\Rightarrow 4.9t^2 = 50 \therefore t = \sqrt{\frac{50}{4.9}} = 3.19$

07. $T = \frac{2u\sin\theta}{g} = \frac{2\times19.6\times\sin30°}{g} = 4\times\frac{1}{2} = 2s$

08. $H_{max} = \frac{u^2\sin^2\theta}{2g} = \frac{(19.6)^2\times(\sin30°)^2}{2\times9.8} = 4.9$ m

09. আদিবেগ v, s = 2 inch অতিক্রমের পর বেগ $\frac{v}{2}$,
শেষ বেগ v' = 0, মোট দূরত্ব s' হলে, $v'^2 = v^2 - 2as'$
$\Rightarrow 0 = v^2 - 2\times\frac{3v^2}{16}\times s' \Rightarrow s' = \frac{8}{3}$ $\left[\because \frac{v^2}{4} = v^2 - 2a\times2\right]$
$\therefore \Delta s = \frac{8}{3} - 2 = \frac{2}{3}$ inch.
Shortcut: যেহেতু বেগ $\frac{1}{2}$ হয়। (ধরি $\frac{1}{n} = \frac{1}{2}$)
$\therefore \Delta s = \frac{s}{n^2-1} = \frac{2}{2^2-1} = \frac{2}{3}$ inch

10. $t = \frac{2v}{g} = \frac{2\times64 ft/sec}{32\ ft/sec^2} = 4$ sec

Educationblog24.com

11. একজন সাঁতারু স্রোতের বেগের দ্বিগুণ বেগে সাঁতার দিয়ে একটি নদীর যাত্রা বিন্দুর বিপরীত বিন্দুতে পৌঁছল। স্রোতের সাথে তার দিক কত ছিল? [Ctg.B'23]

(a) 120° (b) 90° (c) 45° (d) 30°

12. স্রোতের বেগ u এবং নৌকার বেগ v, নৌকাটি স্রোতের বিপরীত দিকে চালালে স্রোতের সাপেক্ষে নৌকাটির আপেক্ষিক বেগ কত? [SB'23]

(a) u + v (b) u − v (c) v (d) v − u

13. u আদিবেগে আনুভূমিকের সাথে α কোণে শূন্যে নিক্ষিপ্ত হয়ে t সময় পরে কোনো প্রক্ষেপক P(x, y) বিন্দুতে পৌঁছালে- [SB'23]

(i) আনুভূমিক দূরত্ব, $x = u\cos\alpha.t$

(ii) উল্লম্ব দূরত্ব, $y = u\sin\alpha.t + \frac{1}{2}gt^2$

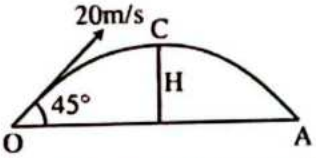
(iii) গতির সমীকরণ $y = x\tan\alpha\left(1 - \frac{R}{x}\right)$;

যেখানে R = আনুভূমিক পাল্লা

নিচের কোনটি সঠিক?

(a) i, ii (b) i, iii (c) ii, iii (d) i, ii, iii

নিচের উদ্দীপকের আলোকে পরবর্তী দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও:



O বিন্দু হতে একটি বলকে তীর্যকভাবে ছুঁড়ে দেওয়া হলো। বলটির গতিপথের সর্বোচ্চ বিন্দু C এবং বলটি T সময় পরে নিক্ষেপণ বিন্দুর সমতলে A বিন্দুতে ফিরে আসে।

14. বলটির সর্বাধিক আনুভূমিক পাল্লা কত মিটার? [SB'23]

(a) 56.4 (b) 48.5 (c) 45.4 (d) 40.8

15. C বিন্দুতে পৌঁছাতে কত সেকেন্ড সময় লাগবে? [SB'23]

(a) 4.5 (b) 3.6 (c) 2.8 (d) 1.4

16. ভূমির 150 মিটার উঁচু একটি স্থান হতে একটি ভারী বস্তুকে ছেড়ে দেওয়া হল। ভূমিতে পতনের সময় বেগ কত হবে? [BB'23]

(a) 29.4 মি./সে. (b) 54.2 মি./সে.

(c) 5.53 মি./সে. (d) 14.2 মি./সে.

17. একটি প্রক্ষেপকের বৃহত্তম পাল্লা আনুভূমিক পাল্লার দ্বিগুণ হলে প্রক্ষেপ কোণ কত? [BB'23]

(a) 30° অথবা 150° (b) 15° অথবা 75°

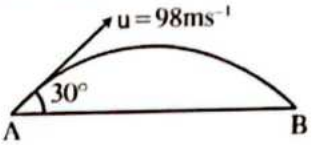
(c) 15° অথবা 60° (d) 30° অথবা 75°

18. একজন খেলোয়াড় পেনাল্টি শট করার জন্য 14 ms^{-1} বেগে একটি বল শট করলেন এবং তা 10 মিটার দূরে কোনোরকমে বারের উপর দিয়ে আনুভূমিকভাবে অতিক্রম করল। বল শট করার সময় প্রক্ষেপ কোণ কত ছিল? [BB'23]

(a) 30° (b) 40°

(c) 45° (d) 60°

নিচের উদ্দীপকের আলোকে পরবর্তী দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও:



19. প্রক্ষেপটির বিচরণকাল কত? [JB'23; RB'22; SB, Din.B'22; DB'19]

(a) 5 s (b) 10 s (c) $5\sqrt{3}$ s (d) $10\sqrt{3}$ s

20. AB এর দৈর্ঘ্য কত? [JB'23]

(a) 122.5 m (b) 240 m

(c) 490 m (d) $490\sqrt{3}$ m

MCQ উত্তরমালা ও ব্যাখ্যামূলক সমাধান

11. a	12. a	13. -	14. d	15. d	16. b	17. b	18. c	19. b	20. d

11. $\theta = \cos^{-1}\left(\frac{-u}{2u}\right) = 120°$

12. যেহেতু নৌকা স্রোতের বিপরীতে চলছে, স্রোতের সাপেক্ষে নৌকার আপেক্ষিক বেগ = u + v

13. (সঠিক উত্তর নেই): শুধু (i)); (ii) সঠিক নয় ∵ $y = u\sin\alpha t - \frac{1}{2}gt^2$

(iii) সঠিক নয় ∵ $y = x\tan\alpha\left(1 - \frac{x}{R}\right)$

14. সর্বাধিক আনুভূমিক পাল্লা, $R_{max} = \frac{u^2}{g} = \frac{20^2}{9.8} = 40.8$

15. C বিন্দুটি সর্বোচ্চ উচ্চতা।

এখানে উত্থানকাল, $\frac{T}{2} = \frac{u\sin\alpha}{g} = \frac{20\sin 45}{9.8} = 1.4$ s

16. $v^2 = u^2 + 2gh \Rightarrow v^2 = 0 + 2 \times 9.8 \times 150 \Rightarrow v = 54.2$ মি./সে.

17. $R_{max} = 2R \Rightarrow \frac{u^2}{g} = \frac{2\times u^2\sin 2\alpha}{g} \Rightarrow 1 = 2\sin 2\alpha$

$\Rightarrow \sin 2\alpha = \frac{1}{2} \Rightarrow \sin 2\alpha = \sin 30° \therefore \alpha = \frac{30°}{2} = 15°$

অথবা, $\sin 2\alpha = \sin 150° \therefore \alpha = \frac{150°}{2} = 75°$

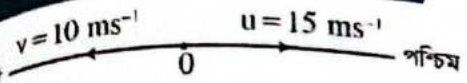
18. $x = \frac{u^2\sin 2\alpha}{2g} \Rightarrow 10 = \frac{(14)^2\sin 2\alpha}{2\times 9.8}$

$\Rightarrow \sin 2\alpha = \frac{98\times 2}{196} = 1 \Rightarrow \sin 2\alpha = \sin 90° \therefore \alpha = 45°$

19. বিচরণকাল = $T = \frac{2v_0\sin\theta_0}{g} = \frac{2\times 98\times\sin 30°}{9.8} = 10$ sec

20. AB = $R = \frac{v_0^2\sin 2\theta_0}{g} = \frac{98\times 98\times\sin 60°}{9.8} = 980 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 490\sqrt{3}$ m

Educationblog24.com



21. পূর্ব u এর সাপেক্ষে v এর আপেক্ষিক বেগ – [JB'23]

(a) পশ্চিম দিকে 5 ms^{-1} (b) পশ্চিম দিকে 25 ms^{-1}

(c) পূর্ব দিকে 5 ms^{-1} (d) পূর্ব দিকে 25 ms^{-1}

22. একটি বস্তু মুক্তভাবে 4 সেকেন্ডে পড়ল। এটি শেষ 1 সেকেন্ডে কত ফুট পড়েছিল? [JB'23]

(a) 16 (b) 112

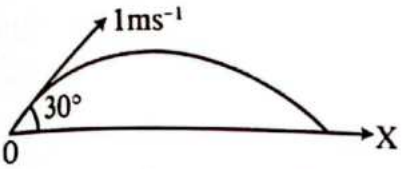
(c) 144 (d) 256

23. স্থিরাবস্থা হতে একটি বস্তু 3ms^{-2} সমত্বরণে যাত্রা করলে 10 s এ কত মিটার দূরত্ব অতিক্রম করবে? [CB'23]

(a) 30 (b) 105

(c) 150 (d) 300

24. [CB'23]



0 বিন্দু হতে প্রক্ষিপ্ত প্রক্ষেপকটির—

(i) সর্বাধিক উচ্চতা $\frac{1}{8g}$ m

(ii) আনুভূমিক পাল্লা $\frac{\sqrt{3}}{2g}$ m

(iii) বিচরণকাল $\frac{1}{g}$ s

নিচের কোনটি সঠিক?

(a) i, ii (b) i, iii (c) ii, iii (d) i, ii, iii

25. স্রোতের বেগ 2ms^{-1} এবং নৌকার বেগ 8ms^{-1}। নৌকাটি স্রোতের বিপরীত দিকে চালালে স্রোতের সাপেক্ষে নৌকার আপেক্ষিক বেগ কত? [CB'23]

(a) 4 ms^{-1} (b) 6 ms^{-1}

(c) 10 ms^{-1} (d) 16 ms^{-1}

26. সরলরেখায় গতিশীল একটি কণা 2m/sec^2 সমত্বরণে 30 সেকেন্ড যাবৎ চলে গড়বেগ 60m/sec হলে তার আদিবেগ- [Din.B'23]

(a) 120m/sec (b) 90m/sec

(c) 45m/sec (d) 30m/sec

27. একটি বুলেট কোনো দেয়ালের ভিতর 3 ইঞ্চি ভেদ করতে এর বেগের $\frac{1}{3}$ অংশ হারায়। বুলেটটি দেয়ালের ভিতর আর কতদূর ঢুকবে? [Din.B'23; DB'22]

(a) $\frac{3}{8}$ ইঞ্চি (b) $\frac{3}{4}$ ইঞ্চি

(c) $\frac{6}{5}$ ইঞ্চি (d) $\frac{12}{5}$ ইঞ্চি

28. ভূমি হতে u আদিবেগে একটি বস্তু উল্লম্বভাবে উপরের দিকে নিক্ষেপ করা হলে- [Din.B'23]

(i) বৃহত্তম উচ্চতা = $\frac{u^2}{2g}$

(ii) বিচরণকাল = $\frac{u}{g}$

(iii) h উচ্চতায় গমনকাল = $\frac{u \pm \sqrt{u^2-2gh}}{g}$

নিচের কোনটি সঠিক?

(a) i, ii (b) ii. iii

(c) i, iii (d) i. ii. iii

MCQ উত্তরমালা ও ব্যাখ্যামূলক সমাধান

21. d	22. b	23. c	24. d	25. c	26. d	27. d	28. c

21. পূর্বে $(10 + 15)ms^{-1} = 25ms^{-1}$

22. শেষ 1 সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূরত্ব = $S_{t_4} - S_{t_3}$
$= \frac{1}{2}g(4^2 - 3^2) = \frac{1}{2} \times 32 \times 7 = 112$ ft

23. $s = ut + \frac{1}{2}at^2 = 0 \times 10 + \frac{1}{2} \times 3 \times (10)^2 = 150$ m.

24. (i) $H = \frac{u^2 \sin^2\alpha}{2g} = \frac{1^2 \sin^2(30°)}{2 \times g} = \frac{1}{8g}$ m

(ii) $R = \frac{u^2 \sin 2\alpha}{g} = \frac{1^2 \sin(60°)}{g} = \frac{\sqrt{3}}{2g}$ m

(iii) $T = \frac{2u \sin\alpha}{g} = \frac{2.1 \sin(30°)}{g} = \frac{1}{g}$ s

25. যেহেতু নৌকা স্রোতের বিপরীতে চলছে, স্রোতের সাপেক্ষে নৌকার আপেক্ষিক বেগ $= u + v = 8 + 2 = 10ms^{-1}$

26. অতিক্রান্ত দূরত্ব, $s = vt = 60 \times 30 = 1800$ m
আবার, আদিবেগ u হলে অতিক্রান্ত দূরত্ব, $s = ut + \frac{1}{2}at^2$
$= 30u + \frac{1}{2} \times 2 \times 30^2 = 30u + 900$
এখন, $1800 = 30u + 900 \therefore u = 30$m/sec

27. ধরি, আদিবেগ, u; প্রথম ক্ষেত্রে, $\left(u - \frac{u}{3}\right)^2 = u^2 + 2a.3$
$\Rightarrow \frac{4u^2}{9} = u^2 + 2a.3 \Rightarrow 6a = -\frac{5}{9}u^2 \therefore a = -\frac{5}{54}u^2$
দ্বিতীয় ক্ষেত্রে, $0 = \left(u - \frac{u}{3}\right)^2 + 2.\left(-\frac{5}{54}u^2\right).s$
$\Rightarrow \frac{10su^2}{54} = \frac{4u^2}{9} \therefore s = \frac{12}{5}$ ইঞ্চি
Shortcut: $S = \frac{s}{n^2-1} = \frac{3}{\left(\frac{3}{2}\right)^2-1} = \frac{12}{5}$ ইঞ্চি

28. (i) বৃহত্তম উচ্চতা, $H = \frac{u^2 \sin^2 90°}{2g} = \frac{u^2}{2g}$

(ii) বিচরণকাল, $T = \frac{2u \sin 90°}{g} = \frac{2u}{g}$

(iii) h উচ্চতায় গমনকালের ক্ষেত্রে, $v^2 = u^2 - 2gh$
$\Rightarrow v = \pm\sqrt{u^2 - 2gh} \therefore t = \frac{v-u}{-g} = \frac{\pm\sqrt{u^2-2gh}-u}{-g} = \frac{u \pm \sqrt{u^2-2gh}}{g}$

Educationblog24.com

নিচের উদ্দীপকের আলোকে পরবর্তী দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও:

u আদিবেগে ভূমির সাথে α কোণে একটি বস্তুকণা নিক্ষেপ করা হলো।

29. ভূমির সাথে কত কোণে নিক্ষেপ করলে বস্তুটি সর্বাধিক দূরত্বে পড়বে? [Din.B'23; RB, Ctg.B, BB'19; CB'17]
(a) 45° (b) 60° (c) 90° (d) 120°

30. $\alpha = 60°$ এবং $u = 16$ m/sec হলে সর্বোচ্চ উচ্চতা– [Din.B'23]
(a) $\frac{48}{g}$ (b) $\frac{96}{g}$ (c) $\frac{192}{g}$ (d) $\frac{192\sqrt{3}}{g}$

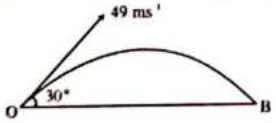
31. একটি নৌকা 12 মি/সে. বেগে সোজাসুজি একটি নদী পাড়ি দিতে পারে। যদি স্রোতের বেগ 5 মি/সে. হয়, তবে নৌকার বেগ কত? [MB'23]
(a) 7 মি/সে. (b) $\sqrt{119}$ মি/সে.
(c) 13 মি/সে. (d) 17 মি/সে.

32. 16ft/sec আদিবেগে এবং ভূমির সাথে 45° কোণে একটি বস্তু নিক্ষেপ করা হলে আনুভূমিক পাল্লা হবে $(g = 32\ ft/sec^2)$— [MB'23]
(a) 16 ft (b) 8 ft (c) $4\sqrt{2}$ ft (d) 1 ft

33. u আদিবেগে 3θ কোণে একটি বস্তু নিক্ষেপ করা হলো। θ এর কোন মানের জন্য আনুভূমিক পাল্লা সর্বাধিক হবে? [Mad.B'23]
(a) 15° (b) 45° (c) 90° (d) 135°

34. একটি বস্তু স্থিরাবস্থা হতে 6 মিটার/সে², ত্বরণে চলতে থাকলে তৃতীয় সেকেন্ডে কত দূরত্ব অতিক্রম করবে? [Mad.B'23]
(a) 12 মিটার (b) 15 মিটার (c) 21 মিটার (d) 27 মিটার

নিচের উদ্দীপকের আলোকে পরবর্তী দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও:



35. প্রক্ষেপকটির বিচরণকাল- [DB, Ctg.B, BB'22; JB'17]
(a) $\frac{5}{2}$ সেকেন্ড (b) 5 সেকেন্ড
(c) 10 সেকেন্ড (d) $\frac{245}{8}$ সেকেন্ড

36. প্রক্ষেপকটির সর্বাধিক উচ্চতা- [DB, Ctg.B, JB, BB'22; Ctg.B, JB, BB'19]
(a) $\frac{245}{8}$ মিটার (b) $\frac{245}{4}$ মিটার (c) 5 মিটার (d) 10 মিটার

37. $20\ ms^{-1}$ বেগে খাড়া ঊর্ধ্বগামী একটি বেলুন হতে একখণ্ড পাথর ফেলে দেয়া হল। পাথরটি 10 সেকেন্ডে ভূমিতে পতিত হয়। পাথরটি যখন ফেলা হয়েছিল, তখন বেলুনের উচ্চতা কত মিটার ছিল? [DB'22]
(a) 780 (b) 690
(c) 580 (d) 290

38. $20\ ms^{-1}$ বেগে ও $4\ ms^{-2}$ সমত্বরণে চলমান বস্তুকণার 5-তম সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূরত্ব- [Ctg.B, Din.B'22; DB'19]
(a) 36 m (b) 38 m (c) 42 m (d) 150 m

39. u বেগে ভূমি হতে খাড়া উপরের দিকে নিক্ষিপ্ত বস্তুকণার– [Ctg.B'22; Ctg.B'17]
(i) সর্বাধিক উচ্চতা $\frac{u^2}{g}$
(ii) সর্বাধিক উচ্চতায় পৌঁছার সময় $\frac{u}{g}$
(iii) বিচরণকাল $\frac{2u}{g}$
নিচের কোনটি সঠিক?
(a) i, ii (b) i, iii (c) ii, iii (d) i, ii, iii

40. কী পরিমাণ বল 33 kg ভরের একটি স্থির বস্তুর উপর প্রয়োগ করলে 5 sec এ তার বেগ $15\ ms^{-1}$ হবে। [RB'22]
(a) 11 N (b) 33 N
(c) 66 N (d) 99 N

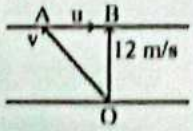
MCQ উত্তরমালা ও ব্যাখ্যামূলক সমাধান

29. a	30. b	31. c	32. b	33. a	34. b	35. b	36. a	37. d	38. b	39. c	40. d

29. আনুভূমিক পাল্লা, $R = \frac{u^2 \sin 2\alpha}{g}$
সর্বাধিক দূরত্বে পড়বে যদি $\sin 2\alpha = 1$ হয়।
$\therefore \sin 2\alpha = 1 \Rightarrow \sin 2\alpha = \sin 90° \Rightarrow 2\alpha = 90°$
$\therefore \alpha = 45°$

30. সর্বোচ্চ উচ্চতা, $H = \frac{u^2 \sin^2 \alpha}{2g} = \frac{16^2 (\sin 60°)^2}{2 \times g} = \frac{96}{g}$

31. ধরি, নৌকার বেগ v আর স্রোতের বেগ $u = \frac{5m}{s}$; 12 m/s বেগে নৌকা সোজাসুজি পার হতে পারে অর্থাৎ, 12 m/s হলো লব্ধি বেগ।
ΔAOB সমকোণী তাই
$v^2 = u^2 + 12^2 \Rightarrow v^2 = 5^2 + 12^2 \therefore v = 13$ m/s



32. $R = \frac{u^2 \sin 2\alpha}{g} = \frac{16^2 \times \sin 90°}{32} = 8$ ft

33. আমরা জানি, আনুভূমিক পাল্লা সর্বাধিক হলে কোণ 45°
$\therefore 3\theta = 45° \therefore \theta = 15°$

34. $S_{3rd} = u + \frac{1}{2}f(2t-1) = 0 + \frac{1}{2} \times 6(2 \times 3 - 1) = 15$ m

35. $T = \frac{2u \sin \alpha}{g} = \frac{2 \times 49 \times \sin 30°}{9.8} = 5$ sec

36. $H = \frac{u^2 \sin^2 \alpha}{2g} = \frac{(49)^2 \times \sin^2 30°}{2 \times 9.8} = \frac{245}{8}$ m

37. $h = -ut + \frac{1}{2}gt^2 = -20 \times 10 + \frac{1}{2} \times 9.8 \times (10)^2 = 290$ m

38. $S_{5th} = u + \frac{1}{2}a(2t-1) = 20 + \frac{1}{2} \times 4 \times (2 \times 5 - 1) = 38$ m

40. $F = m \times \frac{\Delta v}{\Delta t} = 33 \times \frac{15}{5} = 99$ N

41. 54 মিটার উঁচু দালানের ছাদ থেকে একটি পাথর খাড়া নিচে ছেড়ে দিলে ভূমিতে পড়তে কত সময় লাগবে? [RB, JB'22]
(a) 3.32 sec (b) 3.34 sec
(c) 3.36 sec (d) 3.38 sec

42. একটি কণা স্থিরাবস্থা হতে 3 cms^{-2} ত্বরণে চলতে শুরু করলে 1 মিনিট পর তার বেগ কত হবে? [RB'22]
(a) 3 cm/sec (b) 60 cm/sec
(c) 120 cm/sec (d) 180 cm/sec

43. একটি গাড়ি ঘন্টায় 8 কি.মি. বেগে চলছে। গাড়ি থেকে 16 কি.মি. বেগে একটি বস্তুকে কোনদিকে নিক্ষেপ করলে বস্তুর গতিপথ গাড়ির সাথে সমকোণ তৈরি করবে? [SB'22]
(a) 30° (b) 45° (c) 100° (d) 120°

44. u গতিবেগে আনুভূমিকের সাথে α কোণে একটি বস্তুকণা প্রক্ষিপ্ত হলে– [SB'22; RB'17]
(i) বায়ুশূন্য স্থানে বস্তুকণাটির গতিপথ একটি পরাবৃত্ত
(ii) আনুভূমিক পাল্লা R বৃহত্তম হলে, $R = \frac{u^2}{g}$
(iii) বস্তুকণাটির বিচরণকাল $= \frac{u \sin \alpha}{g}$
নিচের কোনটি সঠিক?
(a) i, ii (b) i, iii (c) ii, iii (d) i, ii, iii

45. 30 মিটার/সেকেন্ডে বেগে নিক্ষিপ্ত প্রক্ষেপকের পাল্লা 60 মিটার হলে নিক্ষেপণ কোণ কত হবে? [BB'22]
(a) 20.39° (b) 25° (c) 30° (d) 32.35°

46. আনুভূমিকের সাথে 30° কোণে এবং 9.8 মি/সে. বেগে একটি বস্তু প্রক্ষিপ্ত হল। কত সময় পরে বস্তুটি আনুভূমিকভাবে চলবে? [CB'22]
(a) $\frac{1}{2}$ সে (b) $\frac{1}{4}$ সে (c) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ সে (d) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ সে

47. আনুভূমিকের সাথে A কোণে এবং B বেগে প্রক্ষিপ্ত বস্তুর–
(i) সর্বোচ্চ উচ্চতা $= \frac{B^2 \sin A}{2g}$ [CB'22]
(ii) সর্বোচ্চ উচ্চতায় গমনকাল $= \frac{2B \sin A}{g}$
(iii) আনুভূমিক পাল্লা $= \frac{B^2 \sin 2\alpha}{g}$
নিচের কোনটি সঠিক?
(a) i, ii (b) i, iii (c) ii, iii (d) i ii, iii

48. স্থিরাবস্থা হতে সমত্বরণে চলমান একটি কণা 4 সেকেন্ডে 16 মিটার দূরত্ব অতিক্রম করে। ৫ম সেকেন্ডে কণাটি কত দূরত্ব অতিক্রম করবে? [CB'22]
(a) 9 মিটার (b) 11 মিটার
(c) 18 মিটার (d) 22 মিটার

49. 9.8 মিটার/সে. বেগে খাড়া উপরের দিকে নিক্ষেপিত কোনো বস্তুর সর্বোচ্চ উচ্চতা কত? [CB'22]
(a) 2.0 মি. (b) 4.9 মি. (c) 9.8 মি. (d) 19.6 মি.

50. u বেগে খাড়া উপরের দিকে নিক্ষিপ্ত একটি বস্তু h উচ্চতায় আসার দুটি সময়ের পার্থক্য কত? [Din.B'22]
(a) $\sqrt{u^2 - 2gh}$ (b) $\frac{2}{g}\sqrt{u^2 - 2gh}$
(c) $\frac{g}{2}\sqrt{u^2 - 2gh}$ (d) $g\sqrt{u^2 - 2gh}$

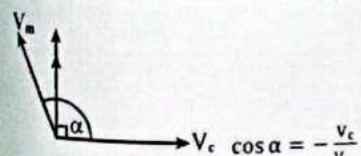
51. কোনো প্রক্ষেপকের আনুভূমিক পাল্লা R, বিচরণকাল T, সর্বাধিক উচ্চতা H এবং প্রক্ষেপণ কোণ α হলে- [Din.B'22]
(i) $R = 4H \cot \alpha$ (ii) $H = \frac{gT^2}{8}$
(iii) $\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{gT^2}{2R}\right)$
নিচের কোনটি সঠিক?
(a) i, ii (b) i, iii (c) ii, iii (d) i, ii, iii

MCQ উত্তরমালা ও ব্যাখ্যামূলক সমাধান

41. a	42. d	43. d	44. a	45. a	46. a	47. -	48. a	49. b	50. b	51. d

41. $T = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2\times54}{9.8}} = 3.32$ sec

42. $v = u + at = 0 + 3 \times 60 = 180$ cm/sec

43. 

$\cos\alpha = -\frac{V_c}{V_m}$
$\therefore \alpha = \cos^{-1}\left(\frac{8}{16}\right) = 120°$

45. $R = \frac{u^2 \sin 2\theta}{g} \Rightarrow 60 = \frac{30^2 \sin 2\theta}{9.8} \Rightarrow \theta = 20.39°$

46. $T = \frac{u \sin \alpha}{g} = \frac{9.8 \times \sin 30°}{9.8} = \frac{1}{2}$ sec

47. (প্রশ্নে সঠিক উত্তর নেই); সর্বোচ্চ উচ্চতা হলো= $\frac{B^2 \sin^2 A}{2g}$ আর সর্বোচ্চ উচ্চতায় গমনকাল $= \frac{B \sin A}{g}$; শুধুমাত্র সঠিক হলো (iii) নং।

48. $s = \frac{1}{2}at^2 \Rightarrow 16 = \frac{1}{2}a \times u^2 \therefore a = 2ms^{-2}$
$s_5 = u + \frac{1}{2}a(2t - 1) = 0 + \frac{1}{2} \times 2 \times (2 \times 5 - 1) = 9$ m

49. $H = \frac{u^2}{2g} = \frac{(9.8)^2}{2\times9.8} = 4.9$m

50. নিক্ষিপ্ত বস্তুর ক্ষেত্রে, $h = ut - \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow gt^2 - 2ut + 2h = 0$ ..... (i)
(i) নং এ t চলকের মূল সহগ সম্পর্ক হতে পাই, [ধরি, $t_1 > t_2$]
$t_1 + t_2 = \frac{2u}{g}$, $t_1 t_2 = \frac{2h}{g} \therefore t_1 - t_2 = \sqrt{(t_1 + t_2)^2 - 4t_1 t_2}$
$= \sqrt{\left(\frac{2u}{g}\right)^2 - 4 \times \frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{4u^2}{g^2} - \frac{8h}{g}} = \frac{2}{g}\sqrt{u^2 - 2gh}$

Educationblog24.com

52. একটি পাথরকে ভূমি থেকে খাড়া উপরের দিকে নিক্ষেপ করা হলে এটি 5 সেকেন্ড পরে নিক্ষেপণ বিন্দুতে ফিরে আসে। পাথরটির ভূমিতে পতন বেগ কত? [Din.B'22]
(a) 18.56 ms^{-1} (b) 24.5 ms^{-1}
(c) 25.57 ms^{-1} (d) 22.40 ms^{-1}

53. এক ব্যক্তি 450 মিটার চওড়া একটি স্রোতহীন নদী সাঁতার দিয়ে ঠিক সোজাসুজিভাবে 15 মিনিটে পার হলে সাঁতারুর বেগ কত কি.মি/ঘণ্টা? [MB'22]
(a) $\frac{1}{2}$ (b) $\frac{9}{5}$ (c) 3 (d) $\frac{9}{2}$

54. একটি বস্তু উপর থেকে মুক্তভাবে 5 সেকেন্ডে পড়ল। বস্তুটি শেষের 3 সেকেন্ডে কত ফুট পড়েছিল? [MB'22]
(a) 336 (b) 256 (c) 192 (d) 128

55. u আদিবেগে আনুভূমিকের সাথে α কোণে একটি বস্তু প্রক্ষিপ্ত হলে- [MB'22]
(i) বিচরণকাল $\frac{2u\sin\alpha}{g}$ (ii) বৃহত্তম পাল্লা $\frac{u^2}{g}$
(iii) সর্বাধিক উচ্চতা $\frac{u^2\sin^2\alpha}{2g}$
নিচের কোনটি সঠিক?
(a) i, ii (b) i, iii (c) ii, iii (d) i, ii, iii

56. 30 m/s বেগে একটি বস্তুকণা 30° কোণে প্রক্ষিপ্ত হলে প্রক্ষেপটির- [RB, JB, BB'19]
(i) আনুভূমিক পাল্লা: 79.53m
(ii) সর্বাধিক উচ্চতা: 11.48 (iii) বিচরণকাল: 3.06 sec
নিচের কোনটি সঠিক?
(a) i, ii (b) ii, iii (c) i, iii (d) i, ii, iii

57. u ও v (u < v) বেগদ্বয়ের- [RB'19]
(i) বৃহত্তম লব্ধি = u + v (ii) ক্ষুদ্রতম লব্ধি = u − v
(iii) তাদের মধ্যবর্তী কোণ 90° হলে লব্ধি = $\sqrt{u^2+v^2}$
নিচের কোনটি সঠিক?
(a) i, ii (b) i, iii (c) ii, iii (d) i, ii, iii

58. প্রক্ষেপক কোণ 45° হলে- [Ctg.B'19]
(i) $R=\frac{u^2}{g}$ (ii) $H=\frac{u^2}{4g}$ (iii) $T=\frac{u}{g}$
নিচের কোনটি সঠিক?
(a) i, ii (b) ii, iii (c) i, iii (d) i, ii, iii

59. X এবং Y দুটি বাস সমান্তরাল দুটি রাস্তা বরাবর একই দিকে যথাক্রমে 20 km/h এবং 10 km/h বেগে চলছে। Y বাসের সাপেক্ষে X বাসের আপেক্ষিক বেগ কত? [SB, CB'19]
(a) 0 (b) 10 (c) 20 (d) 30

60. বায়ুশূন্য স্থানে নিক্ষিপ্ত বস্তুর গতিপথ একটি- [SB'19]
(a) পরাবৃত্ত (b) উপবৃত্ত
(c) অধিবৃত্ত (d) বৃত্ত

61. একটি কণা সমত্বরণে 5 মি./সে. আদিবেগে 50 সে.মি. অতিক্রম করে 10 মি./সে. গতিবেগ অর্জন করে। কণাটির ত্বরণ কত? [SB'19]
(a) −75 মি./সে^{2}. (b) 75 মি./সে^{2}.
(c) $\frac{-3}{4}$ মি./সে^{2}. (d) $\frac{3}{4}$ মি./সে^{2}.

62. u ও v দুটি বেগ পরস্পর বিপরীত দিকে ক্রিয়া করলে এদের লব্ধি বেগ হবে- [BB'19]
(a) $\sqrt{u+v}$ (b) u + v
(c) u − v (d) $\sqrt{u-v}$

63. দুটি ট্রেন একই রেলপথে বিপরীত দিক থেকে একই 60 m/sec গতিবেগে পরস্পরের দিকে অগ্রসর হচ্ছে। 1200 m দূরত্বে একে অপরকে দেখতে পেল। মন্দনের সর্বোচ্চ মান নির্ণয় কর যাতে সংঘর্ষ এড়ানো যেতে পারে। [JB'19]
(a) 2 m/sec^2 (b) 3 m/sec^2
(c) 4 m/sec^2 (d) 5 m/sec^2

64. u গতিবেগে ও আনুভূমিকের সাথে α কোণে প্রক্ষিপ্ত বস্তুর আনুভূমিক পাল্লা- [Din.B'19]
(a) $(u\sin 2\alpha)/g$ (b) $(u^2\sin 2\alpha)/g$
(c) $(u\sin 2\alpha)/2g$ (d) $(u^2\sin 2\alpha)/2g$

65. একখানা গাড়ি সমত্বরণে 25 km/hr আদিবেগে 150 km অতিক্রম করে 60 km/hr চূড়ান্ত বেগ প্রাপ্ত হয়। গাড়িটির ত্বরণ কত? [Din.B'19]
(a) 9.92 km/h^2 (b) 14.08 km/h^2
(c) 19.83 km/h^2 (d) 28.16 km/h^2

MCQ উত্তরমালা ও ব্যাখ্যামূলক সমাধান

52. b	53. b	54. a	55. d	56. d	57. b	58. a	59. b	60. a	61. b	62. c	63. b	64. b	65. a

52. $T=\frac{2u}{g}\Rightarrow 5=\frac{2u}{9.8}\Rightarrow u=24.5\ ms^{-1}$

53. $v=\frac{\frac{450}{1000}}{\frac{15}{60}}=\frac{9}{5}$ কি.মি. / ঘণ্টা।

54. শেষ 3sec এ অতিক্রান্ত দূরত্ব = 5 sec এ মোট দূরত্ব− প্রথম 2sec এ অতিক্রান্ত দূরত্ব $=\frac{1}{2}\times g\times 5^2-\frac{1}{2}\times g\times 2^2=\frac{1}{2}\times 32\times(25-4)$
$[g=\frac{32ft}{sec^2}]=336$ ft

56. $R=\frac{V_0^2\sin 2\theta}{g}=79.53$ m; $H=\frac{V_0^2\sin^2\theta}{2g}=11.48$ m;
$T=\frac{2V_0\sin\theta}{g}=3.06$ s

58. $T=\frac{2u\sin 45^\circ}{g}\Rightarrow T=\frac{\sqrt{2}u}{g}$

59. $V_{XY}=20-10=10$ km/h

61. $(10)^2=(5)^2+2\times f\times 0.5\therefore f=75\ ms^{-2}$

63. প্রশ্নমতে, $u^2f+u^2f=2f^2x\Rightarrow 2u^2=2fx$
$\therefore f=\frac{2u^2}{x}=\frac{2\times(60)^2}{1200}=6\ ms^{-2}\therefore$ মন্দন $=\frac{6}{2}ms^{-2}=3\ ms^{-2}$

64. আনুভূমিক পাল্লা, $R=\frac{u^2\sin 2\alpha}{g}$

65. $a=\frac{v^2-v_0^2}{2s}=\frac{60^2-25^2}{2\times 150}=9.92$ km/h^2

Educationblog24.com

66. ভূমি হতে v বেগে খাড়া উপরের দিকে নিক্ষিপ্ত বস্তুর সর্বাধিক উচ্চতা নিচের কোনটি? [All.B'18]
(a) $\frac{v}{g}$ (b) $\frac{v}{2g}$ (c) $\frac{v^2}{g}$ (d) $\frac{v^2}{2g}$

67. $\frac{u}{\sqrt{3}}$ বেগে 30° কোণে প্রক্ষিপ্ত কণার সর্বোচ্চ উচ্চতায় বেগ কত একক/সে.? [All.B'18]
(a) $\frac{2u}{\sqrt{3}}$ (b) $\frac{u}{\sqrt{3}}$ (c) $\frac{u}{2}$ (d) $\frac{u}{2\sqrt{2}}$

68. একটি গাড়ী 15m/s আদিবেগে এবং $4m/s^2$ সমত্বরণে চলে 150m দূরে অবস্থিত একটি খুঁটিকে অতিক্রম করে। খুঁটিটি অতিক্রমের মুহূর্তে গাড়িটির বেগ কত ছিল? [DB'17]
(a) 37.75 m/s (b) 30.75 m/s
(c) 29.75 m/s (d) 28.75 m/s

69. ভূমি হতে u আদিবেগে একটি বস্তু উল্লম্বভাবে উপরের দিকে নিক্ষেপ করলে বস্তুটি সর্বাধিক কত উপরে উঠবে? [DB'17]
(a) $\frac{u^2}{g}$ (b) $\frac{u^2}{2g}$ (c) $\frac{u}{g}$ (d) $\frac{2y}{g}$

70. স্থিরাবস্থায় 2m উঁচু থেকে অবাধে খাড়া নিম্নমুখী পড়ন্ত বস্তুর ভূমিতে পতনকাল কত সেকেন্ড? [RB'17]
(a) $\sqrt{\frac{2}{g}}$ (b) $2\sqrt{\frac{1}{g}}$ (c) $\sqrt{\frac{1}{g}}$ (d) $\sqrt{\frac{g}{2}}$

71. একটি কণা স্থিরাবস্থা হতে $2ms^{-2}$ সমত্বরণে ১ম সেকেন্ডে 1m দূরত্ব অতিক্রম করে। পরবর্তী 1 সেকেন্ডে কণাটির অতিক্রান্ত দূরত্ব কত? [Ctg.B'17]
(a) 1 (b) 2 (c) 3 (d) 4

72. সরলরেখায় সমত্বরণ চলমান বস্তুর গতিসূত্র কোনটি? [SB'17]
(a) $v = u + ft$ (b) $s = ut - \frac{1}{2}ft^2$
(c) $v^2 = u^2 - 2fs$ (d) $v = u - ft$

নিচের উদ্দীপকের আলোকে পরবর্তী দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও:
u আদিবেগে ভূমির সাথে 60° কোণে একটি বস্তুকণা নিক্ষেপ করা হলে t সময় পর তা ভূমিতে ফিরে আসে।

73. উল্লম্ব দিকে u এর উপাংশ কোনটি? [BB'17]
(a) $\frac{2u}{\sqrt{3}}$ (b) $\frac{\sqrt{3}u}{2}$ (c) $\frac{u}{\sqrt{2}}$ (d) $\frac{u}{2}$

74. আনুভূমিক পাল্লা কত? [BB'17]
(a) $\frac{u^2}{2g}$ (b) $\frac{u^2}{\sqrt{2}g}$
(c) $\frac{\sqrt{3}u^2}{2g}$ (d) $\frac{2u^2}{\sqrt{3}g}$

75. 2.45 km প্রস্থের নদীতে পানির স্রোতের $\frac{7}{3}$ গুণ বেগে ও স্রোতের সাথে লম্বভাবে একজন সাঁতারু নদী সোজাসুজি পাড়ি দেওয়ার জন্য যাত্রা শুরু করল। সে অপর তীরে যাত্রা-বিন্দুর ঠিক বিপরীত স্থান হতে কত দূরত্বে ভাটিতে পৌঁছবে? [Din.B'17]
(a) 0.32 km (b) 1.05 km
(c) 1.50 km (d) 5.72 km

76. একটি শূন্য কূপে একটি পাথর টুকরা ফেলার 4sec পরে উহার তলদেশে পতনের শব্দ শোনা গেল। শব্দের বেগ 330 ms^{-1} হলে কূপের গভীরতা কত? [Din.B'17]
(a) 75.5 m (b) 76.5 m
(c) 78.4 m (d) 79.4 m

77. সরলরেখায় গতিশীল একটি কণা $3ms^{-2}$ সমত্বরণে 20 সেকেন্ড যাবৎ চলে গড়বেগ $50ms^{-1}$ প্রাপ্ত হলে তার আদিবেগ কোনটি? [Din.B'17]
(a) 40 ms^{-1} (b) 35 ms^{-1}
(c) 20 ms^{-1} (d) 10 ms^{-1}

MCQ উত্তরমালা ও ব্যাখ্যামূলক সমাধান

66. d	67. c	68. a	69. b	70. b	71. c	72. a	73. b	74. c	75. b	76. -	77. c

66. সর্বোচ্চ উচ্চতায় শেষ বেগ শূন্য (0) $\therefore 0^2 = v^2 - 2gh \therefore h = \frac{v^2}{2g}$

67. $\frac{u}{\sqrt{3}}\cos 30° = \frac{u}{2}$ [সর্বোচ্চতায়, $u_y = 0$]

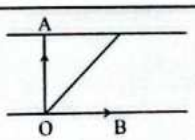
68. $u = 15\ ms^{-1}, f = 4ms^{-2}; s = 150\ m, v = ?$
$v^2 = u^2 + 2fs = 15^2 + (2 \times 4 \times 150); v = 37.75\ ms^{-1}$

70. $2 = \frac{1}{2}gt^2 \therefore gt^2 = 4 \therefore t^2 = \frac{4}{g} \therefore t = 2\sqrt{\frac{1}{g}}$

71. $S = \frac{1}{2}2 \times 1^2 = 1; S = \frac{1}{2} \times 2 \times (2)^2 = 4$
$\therefore$ পরবর্তী 1 সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূরত্ব $= (4 - 1) = 3$
বিকল্প: $S_t = u + \frac{1}{2}f(2t - 1) = 0 + \frac{1}{2} \times 2 \times (2 \times 2 - 1) = 3$
[বি.দ্র: অতিক্রান্ত দূরত্বের একক দেয়া নেই, তাই best option হিসেবে (c) দাগানো হয়েছে।

73. $v\sin\theta = u\sin 60° = \frac{\sqrt{3}u}{2}$

74. $R = \frac{u^2 \sin 2\alpha}{g} = \frac{u^2 \sin 120°}{g} = \frac{\sqrt{3}u^2}{2g}$

75. 

$\frac{OA}{\frac{v}{3}u} = \frac{OB}{u} \Rightarrow OB = \frac{OA.3}{7} \therefore OB = \frac{2.45 \times 3}{7} = 1.05km$

76. (সঠিক উত্তর নেই।) সঠিক উত্তর হল: মোট সময় = পাথর কুয়ার তলদেশে পড়ার সময় + শব্দ পরে আসার সময়। $4 = \sqrt{\frac{2h}{g}} + \frac{h}{v} \Rightarrow \frac{2h}{g} = \left(4 - \frac{h}{v}\right)^2$
$\Rightarrow \frac{2h}{g} = 16 - 8\frac{h}{v} + \frac{h^2}{v^2} \Rightarrow \frac{h^2}{(330)^2} - \left(\frac{8}{330} + \frac{2}{9.8}\right)h + 16 = 0$
$\Rightarrow h = 70.27m$

77. $\frac{u+v}{2} = 50 \therefore u + v = 100 \ldots\ldots\ldots (i)$
আবার, $\frac{v-u}{20} = 3 \therefore v - u = 60 \ldots\ldots\ldots (ii)$
(i) ও (ii) সমাধান করে পাই, $v = 80ms^{-1}$; $u = 20ms^{-1}$

Educationblog24.com

বিভিন্ন কলেজের টেস্ট পরীক্ষার MCQ প্রশ্ন

78. $20ms^{-1}$ বেগে ঊর্ধ্বগামী একটি বেলুন হতে একখন্ড পাথর ফেলা হলে তা 20 সেকেন্ড পর ভূমিতে পতিত হয়। পাথরটি ফেলার সময় বেলুনের উচ্চতা কত ছিল? [রংপুর ক্যাডেট কলেজ]
(a) 390 m (b) 560 m (c) 1250 m (d) 1560 m

79. একটি বিড়াল 120 মিটার সামনে স্থির অবস্থান হতে $\frac{1}{30}ms^{-2}$ সুষম ত্বরণে সরলপথে একটি ইঁদুর দৌড়াতে দেখে একে ধরার জন্য সমবেগে দৌড় শুরু করল। যদি এক মিনিটে বিড়ালটি কোনো রকমে ইঁদুর ধরতে সক্ষম হয় তবে বিড়ালটির বেগ কত? [ভিকারুননিসা নূন স্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা]
(a) 3m/sec (b) 4m/sec
(c) 5m/sec (d) 6m/sec

80. প্রক্ষেপণ কোণ কত হলে, আনুভূমিক পাল্লা বৃহত্তম হবে? [ঢাকা রেসিডেনসিয়াল মডেল কলেজ]
(a) $\frac{\pi}{6}$ (b) $\frac{\pi}{4}$ (c) $\frac{\pi}{3}$ (d) $\frac{\pi}{2}$

81. 20m/sec বেগে খাড়া ঊর্ধ্বগামী একটি বেলুন হতে একখন্ড পাথর ফেলে দেয়া হলো। পাথরটি 10 সেকেন্ডে ভূমিতে পতিত হয়। পাথরটি যখন ফেলা হয়েছিল, তখন বেলুনের উচ্চতা কত মিটার ছিল? [কাদিরাবাদ ক্যান্টনমেন্ট স্যাপার কলেজ, চট্টগ্রাম]
(a) 780 (b) 690 (c) 580 (d) 290

82. একজন খেলোয়াড় একটি ফুটবল খাড়া উপরের দিকে 90 মি. উঁচুতে নিক্ষেপ করতে পারে। সে বলটি সর্বাধিক কত মি. আনুভূমিক দূরত্বে নিক্ষেপ করতে পারবে? [আনন্দ মোহন কলেজ, ময়মনসিংহ]
(a) 120 (b) 140 (c) 180 (d) 200

83. একটি বুলেট 50 গজ দূরবর্তী এবং 75 ফুট উচ্চ একটি খাড়া দেয়াল কোনো রকমে ভূমির সমান্তরাল অতিক্রম করে। বুলেটটির প্রক্ষেপ বেগ কোনটি? [ভিকারুননিসা নূন স্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা]
(a) $30\sqrt{6}$ ft/sec (b) $40\sqrt{6}$ft/sec
(c) $50\sqrt{6}$ ft/sec (d) $60\sqrt{6}$ ft/sec

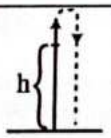
84. একটি বুলেট কোনো দেয়ালের ভিতর 2 ইঞ্চি ঢুকবার পর বেগ অর্ধেক হারায়। বুলেটটি দেয়ালের ভিতর আরো কত ইঞ্চি ঢুকবে? [আইডিয়াল স্কুল অ্যান্ড কলেজ, ঢাকা]
(a) $\frac{1}{2}$ (b) $\frac{2}{3}$ (c) 1 (d) 2

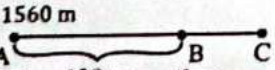
85. কোনো স্তম্ভের শীর্ষ হতে 19.5 m/sec বেগে খাড়া উপরের দিকে নিক্ষিপ্ত কোনো কণা 5 sec পরে স্তম্ভের পাদদেশে পতিত হয়। স্তম্ভের উচ্চতা নিচের কোনটি? [হলি ক্রস কলেজ, ঢাকা]
(a) 10 m (b) 15 m (c) 20 m (d) 25 m

MCQ উত্তরমালা ও ব্যাখ্যামূলক সমাধান

78. d	79. a	80. b	81. d	82. c	83. b	84. b	85. d

78. $h = -ut + \frac{1}{2}gt^2$
$= -20 \times 20 + \frac{1}{2}g \times (20)^2$ [$g = 9.8ms^{-2}$]
$= 1560$ m



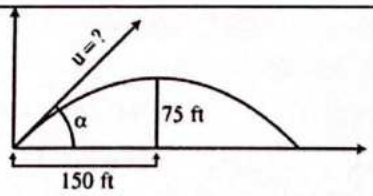
79.


ধরি, t সময় পর C অবস্থানে বিড়ালটি ইঁদুরটিকে ধরতে পারবে।
ইঁদুরের অতিক্রান্ত পথ, $BC = ut + \frac{1}{2}at^2$
$\Rightarrow 0 + \frac{1}{2} \times \frac{1}{30} \times (60)^2$ [$\because u = 0, t = 60s, a = \frac{1}{30}ms^{-2}$] $= 60m$
বিড়ালের অতিক্রান্ত পথ, $AC = v \times 60$
$AB + BC = 60v \Rightarrow 120 + 60 = 60v \Rightarrow 60v = 180 \Rightarrow v = 3ms^{-1}$
$\therefore$ বিড়ালের বেগ $3ms^{-1}$

80. আনুভূমিক পাল্লা $R = \frac{v_0^2 \sin 2\theta}{g}$; R_{max} হলে, $\sin 2\theta = 1$ হতে হবে।
অর্থাৎ, $\sin 2\theta = \sin 90°; 2\theta = 90°; \theta = \frac{\pi}{4}$

81. $h = -ut + \frac{1}{2}gt^2 = -20 \times 10 + \frac{1}{2} \times 9.8 \times (10)^2 = 290$ m

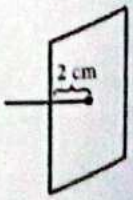
82. $v^2 = u^2 - 2gh; 0 = u^2 - 2gh$
$2gh = u^2; h = \frac{u^2}{2g} = 90, u^2 = 90 \times 2 \times 9.8 = 180g$
$R_{max} = \frac{u^2}{g} = \frac{180g}{g} = 180 \therefore R_{max} = 180$ m

83


1 গজ = 3 ফুট
$\therefore$ 50 গজ = 150 ফুট

আমরা জানি, $\tan\alpha = \frac{4H}{R}; \tan\alpha = \frac{4 \times 75}{300} = 1; \alpha = 45°$
add $R = \frac{u^2 \sin 2\alpha}{g} \therefore R = \frac{u^2 \sin(90)}{32}$
$u^2 = 9600; u = 40\sqrt{6}fts^{-1}$

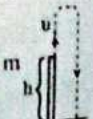
84. ১ম ক্ষেত্রে, $v^2 = u^2 - 2as$
$\left(\frac{u}{2}\right)^2 = u^2 - 2 \times a \times 2; \frac{u^2}{4} = u^2 - 4a$
$4a = u^2 - \frac{u^2}{4}; 4a = \frac{3u^2}{4}; a = \frac{3u^2}{16}$



আবার, পরবর্তী ক্ষেত্রে, $v^2 = u^2 - 2as_1$
$0^2 = \left(\frac{u}{2}\right)^2 - 2as_1; \frac{u^2}{4} = 2as_1; s_1 = \frac{u^2}{8a} = \frac{u^2}{8 \times \frac{3u^2}{16}} = \frac{2}{3}$ cm

Shortcut: বেগ অর্ধেক হারালে আরও $\frac{1}{3}$ দূরত্ব অতিক্রম করে থেমে যাবে।

85. $h = -ut + \frac{1}{2}gt^2 = -19.5 \times 5 + \frac{1}{2} \times 9.8 \times 5^2 = 25$ m



সাজেশনভিত্তিক মডেল টেস্ট: অধ্যায়-০৯

MCQ

পূর্ণমান: ৩৫ সময়: ৩৫ মিনিট

01. একটি বস্তুকণা সুষম বেগে চললে এর ত্বরণ কি হবে?
(a) ধনাত্মক (b) ঋণাত্মক
(c) সুষম (d) কোনো ত্বরণ হবে না

02. যদি একটি বস্তু কণা u আদিবেগে যাত্রা করে সমত্বরণে চলে t সময়ে v বেগ প্রাপ্ত হয় তাহলে নিচের কোনটি সঠিক?
(a) $v = u + ft$ (b) $v = u - ft$
(c) $u = v + ft$ (d) $u = v - ft$

03. 45° কোণে নিক্ষিপ্ত কোনো বস্তুর আনুভূমিক পাল্লা ও সর্বোচ্চ উচ্চতা যথাক্রমে R ও H হলে কোন সম্পর্কটি সত্য হবে?
(a) $2R = H$ (b) $R = H$ (c) $R = 2H$ (d) $R = 4H$

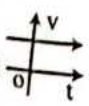
04. $s = t^3 + 5t^2 + 7$ হলে, 4 সেকেন্ড পরে ত্বরণ কত?
(a) 34 (b) 88 (c) 118 (d) 54

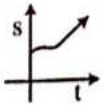
05. একটি শূন্য কূপের মধ্যে একটি পাথরের টুকরা ছেড়ে দেয়ার পর তা 18 মি/সে বেগে কূপের তলদেশে পতিত হয়। কূপের গভীরতা কত?
(a) 9.18 মি: (b) 1.836 মি:
(c) 16.53 মি: (d) 33.06 মি:

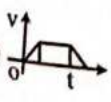
06. একটি কণা স্থিরাবস্থা হতে সমত্বরণে সরলপথে চলে 3 সেকেন্ডে 2 মিটার দূরত্ব অতিক্রম করে এবং পরবর্তী কিছু দূরত্ব সমবেগে যায়। প্রথম 3 সেকেন্ড পরে কণাটির বেগ কত?
(a) $\frac{1}{3}$ m/sec (b) $\frac{4}{3}$ m/sec
(c) $\frac{2}{3}$ m/sec (d) $\frac{1}{4}$ m/sec

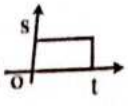
07. একটি বস্তুকে উঁচু কোনো স্থানে থেকে ছেড়ে দেওয়া হলে তা এক সেকেন্ডে যে দূরত্বে নিচে নামবে, তা হলো-
(a) 4.9 মিটার (b) 9.8 মিটার
(c) −4.9 মিটার (d) −9.8 মিটার

08. u ও f ধ্রুবক হলে $v^2 = u^2 + 2fs$ এর লেখচিত্রটি হবে
(a) পরাবৃত্ত (b) উপবৃত্ত
(c) অধিবৃত্ত (d) বৃত্ত

09. অসম ত্বরণে গতিশীল বস্তুকণার t বনাম v বা (t − v) লেখ কোনটি?
(a) 

(b) 

(c) 

(d) 

10. একটি বিড়াল 21 মিটার দূরে একটি ইঁদুর দেখে তাকে ধরার জন্য স্থিরাবস্থা থেকে 2 মি./সে.² সমত্বরণে দৌড়াতে লাগল। যদি ইঁদুরটি 20 মি./সে. সমবেগে দৌড়াতে থাকে, তবে কত সেকেন্ড পরে বিড়ালটি ইঁদুরটিকে ধরতে পারবে?
(a) 20 (b) 21 (c) 24 (d) 30

11. একটি প্রক্ষিপ্ত বস্তু 10 মিটার দূরে অবস্থিত 3 মিটার একটি খাড়া দেওয়াল কোনো রকমে ভূমির সমান্তরালে অতিক্রম করতে 5 সে. সময় নেয়। বস্তুটির —
(i) আনুভূমিক পাল্লা 20 মিটার
(ii) বৃহত্তম উচ্চতা 3 মিটার
(iii) বিচরণকাল 5 সে.
নিচের কোনটি সঠিক?
(a) i, ii (b) ii, iii (c) i, iii (d) i, ii, iii

নিচের তথ্যের ভিত্তিতে পরবর্তী দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও:
একটি গাড়ী $50ms^{-1}$ বেগে চলছিল। গাড়ীর চালক ব্রেক চাপায় $5ms^{-2}$ মন্দন সৃষ্টি হয়।

12. 8 সেকেন্ড পর গাড়ির বেগ কত?
(a) $10ms^{-1}$ (b) $40ms^{-1}$
(c) $60ms^{-1}$ (d) $90ms^{-1}$

13. থামার পূর্বে গাড়িটি কত দূরত্ব অতিক্রম করবে?
(a) 5 m (b) 10 m
(c) 200 m (d) 250 m

14. $9.8ms^{-1}$ বেগে প্রক্ষিপ্ত একটি বস্তু সর্বাধিক কত দূরত্ব অতিক্রম করবে?
(a) 1.5 m (b) 3 m (c) 4.9 m (d) 9.8 m

15. একটি গাড়ি 5 মিটার/সে. বেগে সুষম ত্বরণে সোজা পথে 100 মিটার দূরত্ব অতিক্রম করার পর 25 মিটার/সে. বেগ প্রাপ্ত হলে গাড়িটির ত্বরণ কত?
(a) 1.5 মি/সে.² (b) 2 মি/সে.²
(c) 3 মি/সে.² (d) 2.5 মি/সে.²

16. স্রোতের বেগ u এবং নৌকার বেগ v. যদি নৌকাটি স্রোতের বিপরীত দিকে চলে তবে স্রোতের সাপেক্ষে নৌকাটির আপেক্ষিক বেগ কত?
(a) u − v (b) v − u
(c) u + v (d) 2v

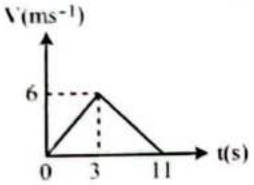
17. কোন বস্তুকণা সমবেগে 5 সেকেন্ডে 45 মিটার দূরত্ব অতিক্রম করলে বেগ কত মি/সে হবে?
(a) 6 (b) 7 (c) 8 (d) 9

Educationblog24.com

18. ত্বরণ–
(i) একটি ভেক্টর রাশি
(ii) f বা a দ্বারা প্রকাশ করা হয়
(iii) শূন্য হয় সুষম বেগের ক্ষেত্রে
নিচের কোনটি সঠিক?
(a) i, ii (b) i, iii (c) ii, iii (d) i, ii, iii

19. স্থির অবস্থা হতে কণার ১ম সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূরত্ব কোনটি?
(a) ত্বরণের সমান (b) ত্বরণের অর্ধেক
(c) ত্বরণের দ্বিগুণ (d) ত্বরণের বর্গ

20. বায়ুহীন অবস্থায় আনুভূমিকের সাথে α কোণে শূন্যে নিক্ষিপ্ত প্রক্ষেপকের আনুভূমিক পাল্লা R হলে উহার গতিপথের সমীকরণ কোনটি?
(a) $y = x\tan\alpha\left(1-\frac{x}{R}\right)$ (b) $x = y\tan\alpha\left(1-\frac{y}{R}\right)$
(c) $y = x\tan\alpha\left(1-\frac{R}{x}\right)$ (d) $x = y\tan\alpha\left(1-\frac{R}{y}\right)$

21. 

উপরের বেগ V-s সময় লেখচিত্রের একটি বস্তুকণার গতিপথ দেখানো হয়েছে।
(i) কণাটি প্রথম 3 সেকেন্ড সমত্বরণে চলে 6মি./সে. বেগ প্রাপ্ত হয়, অত:পর পরবর্তী 8 সেকেন্ড সমমন্দনে চলে থেমে যায়
(ii) প্রথম 3 সেকেন্ড কণাটি 0.5 মি./সে^{2} সমত্বরণে চলে
(iii) কণাটি কর্তৃক অতিক্রান্ত মোট দূরত্ব = 33 মি.
নিচের কোনটি সঠিক?
(a) i, ii (b) i, iii (c) ii, iii (d) i, ii, iii

22. প্রক্ষেপকের উত্থানকাল t, সর্বোচ্চ উচ্চতা H হলে $\frac{H}{t^2}$ =?
(a) $\frac{1}{2}$ (b) 2 (c) $\frac{g}{2}$ (d) $\frac{1}{2g}$

23. $30ms^{-1}$ বেগে আনুভূমিকে চলন্ত একটি ক্রিকেট বলকে তার বেগের সাথে সমকোণে ব্যাট দ্বারা আঘাত করলে তা $50ms^{-1}$ বেগ প্রাপ্ত হলো। ব্যাটের আঘাতের বেগ কত?
(a) $40ms^{-1}$ (b) $35ms^{-1}$
(c) $30ms^{-1}$ (d) $25ms^{-1}$

24. অসমবেগ ও অসমত্বরণ-
(i) সময়ের সাথে ভিন্ন ভিন্ন হয় (ii) উভয়ই ভেক্টর রাশি
(iii) সময়ের সাথে পরিবর্তন হয় না
নিচের কোনটি সঠিক?
(a) i, ii (b) i, iii (c) ii, iii (d) i, ii, iii

25. একটি বুলেট 4 মি./সে. আদি বেগে দেওয়ালের মধ্যে 2 মিটার প্রবেশ করে থেমে যায়। বুলেটটির মন্দন কত মি./সে^{2} ?
(a) 1 (b) 2 (c) 3 (d) 4

26. $60°$ কোণে ক্রিয়াশীল 1 এবং 2 একক মানের দুটি বেগের প্রথমটির সাপেক্ষে দ্বিতীয়টির আপেক্ষিক বেগ কত?
(a) $\sqrt{3}$ (b) 2 (c) $\sqrt{7}$ (d) 7

27. 15 মিটার গভীর একটি শূন্য কূপের উপরিতল থেকে 5 মিটার উঁচু কোনো স্থান থেকে একটি পাথর ফেলে দেবার কতক্ষণ পরে শব্দ শোনা যাবে? [শব্দের বেগ 342 মি./সে.]
(a) 2.08 সে. (b) 2.05 সে.
(c) 1.49 সে. (d) 1.05 সে.
নিচের তথ্যের আলোকে পরবর্তী দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও:
একজন বৈমানিক 4900 মিটার উপর দিয়ে 35 মি/সে. বেগে উড়ে যাবার সময় একটি বোমা ফেলে দিল।

28. কত সময় পরে বোমাটি ভূমিতে পড়বে?
(a) 31.62 সে. (b) 29.60 সে.
(c) 19.06 সে. (d) 9.80 সে.

29. বোমাটি যে বস্তুতে আঘাত করবে, তার আনুভূমিক দূরত্ব কত?
(a) 798.08 মিটার (b) 1002.32 মিটার
(c) 1106.70 মিটার (d) 1906.60 মিটার

30. ত্বরণ শূন্য হলে তখন সময়ের সাপেক্ষে বেগ কত?
(a) ধ্রুব (b) দ্বিগুণ (c) তিনগুণ (d) সমান

31. ভূমির সাথে $\tan^{-1}\frac{4}{3}$ কোণে একটি বস্তুকে $9.8ms^{-1}$ বেগে উপরের দিকে ছোঁড়া হলো। $\frac{3}{5}$sec পরে বস্তুর বেগ ভূমির সাথে কত কোণ উৎপন্ন করে?
(a) $\tan^{-1}\left(\frac{1}{3}\right)$ (b) $\tan^{-1}\left(\frac{1}{4}\right)$
(c) $\tan^{-1}\left(\frac{3}{5}\right)$ (d) $\tan^{-1}\left(\frac{4}{5}\right)$

32. ভূমিতে একটি বোমা পড়লে এর কণাগুলি $\sqrt{g\pi}$ বেগে চারদিকে ছোটে। ভূমিতে যে অংশ জুড়ে এরা ছড়িয়ে পড়ে তার ক্ষেত্রফল কত?
(a) $\pi^2 g$ (b) $\pi^2 g^2$ (c) π^3 (d) $g\pi$

33. এক বিন্দুতে ক্রিয়ারত 10m/s এবং 5m/s বেগের অন্তর্ভুক্ত কোণ $120°$ হলে লব্ধি ১ম বেগের সাথে যে কোণ উৎপন্ন করে তার পরিমাণ–
(a) $85°$ (b) $30°$ (c) $60°$ (d) $40°$

34. একটি শূন্য কূপে একটি পাথর খন্ড ফেললে তা 3 sec এ কূপের তলদেশে পৌঁছালে কূপের গভীরতা কত মিটার হবে?
(a) 44.1 (b) 45.1 (c) 46.1 (d) 47.1

35. u আদিবেগে f সমত্বরণে চলন্ত কোনো বস্তুর t- তম সেকেন্ড অতিক্রান্ত দূরত্ব কত?
(a) $u+\frac{1}{2}f(2t+1)$ (b) $u+\frac{1}{2}f(2t-1)$
(c) $u-\frac{1}{2}f(2t+1)$ (d) $u-\frac{1}{2}f(2t-1)$

Educationblog24.com

CQ

পূর্ণমান: ৫০ সময়: ২:৩৫ মিনিট

(যেকোনো পাঁচটি প্রশ্নের উত্তর দাও:)

01. বায়ুশূন্য স্থানে প্রক্ষিপ্ত বস্তুর গতিপথ একটি পরাবৃত্ত। যখন প্রক্ষেপকের আনুভূমিক পাল্লা R এবং নিক্ষেপণ কোণ α। আবার কোনো কণার উপর একই সময়ে নির্দিষ্ট কোণে ক্রিয়াশীল u ও v বেগের লব্ধি w।

(ক) প্রমাণ কর যে, $v = u + ft$। 2

(খ) দেখাও যে, প্রক্ষেপকের গতিপথের সমীকরণ $y = x\tan\alpha\left(1-\frac{x}{R}\right)$। 4

(গ) দেখাও যে, v কে বিপরীতমুখী করে তার স্থলে $\frac{w^2-u^2}{v}$ বেগ প্রয়োগ করলে লব্ধির মান অপরিবর্তিত থাকবে। 4

02. দৃশ্যকল্প-১: সুষম ত্বরণে কোনো সরলরেখা বরাবর চলন্ত একটি t_1, t_2, t_3 সময়ের গড়বেগ যথাক্রমে v_1, v_2, v_3।

দৃশ্যকল্প-২: একটি ক্রিকেট বলকে আঘাত করলে তা নিক্ষেপণ বিন্দু হতে যথাক্রমে b ও a দূরত্বে অবস্থিত a ও b উচ্চতার দুটি দেয়ালকে কোনো রকমে অতিক্রম করে।

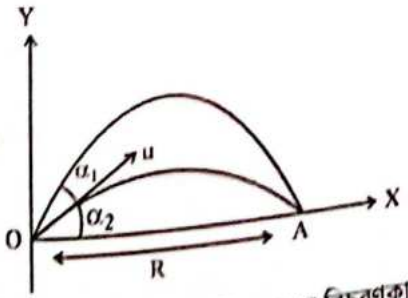
(ক) দেখাও যে দুইটি সমান বেগের লব্ধি তাদের অন্তর্গত কোণকে সমদ্বিখণ্ডিত করে। 2

(খ) দৃশ্যকল্প-১ হতে দেখাও যে, $\frac{v_1-v_2}{v_2-v_3}=\frac{t_1+t_2}{t_2+t_3}$। 4

(গ) দৃশ্যকল্প-২ হতে দেখাও যে, এর পাল্লা $R=\frac{a^2+ab+b^2}{a+b}$। 4

03. (i) সমত্বরণে চলমান একখানি রেলগাড়ী ধারাবাহিক t_1, t_2 ও t_3 সময়ে সমান ক্রমিক দূরত্ব অতিক্রম করে।

(ii)



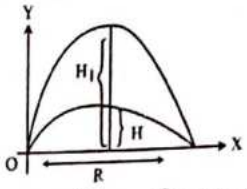
এখানে α_1 ও α_2 কোণে নিক্ষিপ্ত বস্তুর বিচরণকাল t_1 ও t_2।

(ক) ত্বরণ কাকে বলে? বিচরণকাল বলতে কী বুঝ? 2

(খ) উদ্দীপক (i) হতে প্রমাণ কর: $\frac{1}{t_1}-\frac{1}{t_2}+\frac{1}{t_3}=\frac{3}{t_1+t_2+t_3}$। 4

(গ) উদ্দীপক (ii) হতে প্রমাণ কর যে, $R=\frac{1}{2}gt_1t_2$। 4

04. দৃশ্যকল্প-১:



দৃশ্যকল্প-২: শিমুল ও মিজু প্রত্যেকেই আলাদাভাবে নৌকা নিয়ে 3 কি.মি./ঘণ্টা বেগে প্রবাহিত 500 মিটার প্রশস্ত একটি নদী পার হতে চায়।তাদের প্রত্যেকের নৌকার বেগ 5 কি.মি./ঘণ্টা।

(ক) একটি প্রক্ষেপক $21ms^{-1}$ বেগে এবং আনুভূমিকের সাথে 30° কোণে শূন্যে নিক্ষেপ করা হল, এর আনুভূমিক পাল্লা কত? 2

(খ) দৃশ্যকল্প-১ হতে দেখাও যে, $R=4\sqrt{HH_1}$। 4

(গ) দৃশ্যকল্প-২ এ শিমুল স্বল্পতম পথে এবং মিজু স্বল্পতম সময়ে নদী পাড়ি দিলে তাদের প্রয়োজনীয় সময়ের ব্যবধান কত? 4

05. দৃশ্যকল্প-১: u আদিবেগে এবং f সমত্বরণে সমতলে কোনো কণা সরলরেখা বরাবর চলে t সময়ে s এবং পরবর্তী t′ সময়ে s_1 দূরত্ব অতিক্রম করে।

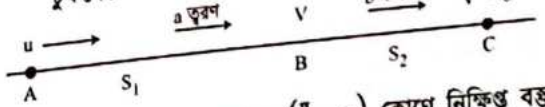
দৃশ্যকল্প-২: একটি বুলেট কোনো দেয়ালের ভিতরে 2 সে.মি. ঢুকবার পর এর অর্ধেক বেগ হারায়।

(ক) $s=ut+\frac{1}{2}ft^2$ সূত্রের সাহায্যে প্রমাণ কর যে, $s_t=u+\frac{(2t-1)f}{2}$। 2

(খ) দৃশ্যকল্প-১ হতে প্রমাণ কর যে, $f=\frac{2\left(\frac{s_1}{t'}-\frac{s}{t}\right)}{(t+t')}$। 4

(গ) দৃশ্যকল্প-২ এ বুলেটটি দেয়ালের ভেতর আর কতদূর ঢুকবে? 4

06.



(ক) দেখাও যে, α কোণে ও $\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)$ কোণে নিক্ষিপ্ত বস্তুর ক্ষেত্রে আনুভূমিক পাল্লা একই। 2

(খ) চিত্রের বস্তুটির ক্ষেত্রে, $s=ut+\frac{1}{2}at^2$ সূত্রটি প্রতিপাদন কর। 4

(গ) দেখাও যে, AC = d দূরত্ব অতিক্রম করতে প্রয়োজনীয় সময় $=\sqrt{\frac{2(a+b)}{ab}d}$। 4

07. ব্রাজিল ফুটবল দলের খেলোয়াড় নেইমার 40 মিটার/সেকেন্ড বেগে আনুভূমিকের সাথে 30° কোণে ফুটবলে কিক করলেন।

(ক) বলটির বৃহত্তম উচ্চতায় আনুভূমিক দূরত্ব নির্ণয় কর। 2

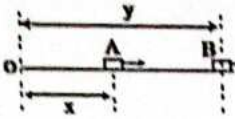
(খ) গোলপোস্টের উচ্চতা 2.6 মিটার হলে নেইমারের 5 মিটার দূরত্ব হতে নেওয়া কিকে কী গোল হবে? 4

(গ) নেইমার 9 মিটার/ সেকেন্ড সমবেগে দৌড়ালে কিক নেওয়া বলটি কি পুনরায় ধরতে পারবে? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। 4

০৫

পরিবর্তনের প্রত্যয়ে নিরন্তর পথচলা...

Educationblog24.com

08. দৃশ্যকল্প-১: 

; যেখানে A এর দৈর্ঘ্য 400 m ও B এর দৈর্ঘ্য 350 m।

(ক) দৃশ্যকল্প-১ এর A বস্তুটি সরলপথে 30 km যাওয়ার পর ঐ পথের সাথে 120° কোণ করে 22 ms^{-1} বেগে 3 ঘণ্টা চললে সরণ কত? 2

(খ) দৃশ্যকল্প-১ এ A ও B কণার বেগ ও ত্বরণ যথাক্রমে u ও v এবং a ও b হলে দেখাও যে তাদের মিলিত হওয়ার সময়ের ব্যবধান,
$= \frac{2}{a-b}\sqrt{(u-v)^2-2(x-y)(a-b)}$ 4

(গ) A ও B এর বেগ যথাক্রমে 35 ms^{-1} ও 40 ms^{-1} হলে তাদের পরস্পরকে অতিক্রম করতে কত সময় লাগবে? 4

MCQ উত্তরমালা ও ব্যাখ্যামূলক সমাধান

MCQ

01. d	02. a	03. d	04. a	05. c	06. b	07. a	08. a	09. c	10. b	11. a	12. a	13. d	14. d	15. c
16. c	17. d	18. d	19. b	20. a	21. b	22. c	23. a	24. a	25. d	26. a	27. a	28. a	29. c	30. a
31. a	32. c	33. b	34. a	35. b										

03. $\tan\theta = \frac{4H}{R} \Rightarrow \tan 45° = \frac{4H}{R} \therefore R = 4H$ [$\because \tan 45° = 1$]

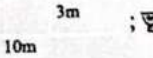
04. $a = \frac{d^2s}{dt^2} = 3\cdot 2\cdot t + 10 = 6t + 10$ ∴ 4s পরে ত্বরণ = 24 + 10 = 34

05. $v = gt \therefore t = \frac{v}{g}$; $h = \frac{1}{2}g\left(\frac{v}{g}\right)^2 \therefore h = 16.53m$

06. $s = \left(\frac{0+v}{2}\right)t \therefore v = \frac{2s}{t} = \frac{4}{3}$

07. $h = \frac{1}{2}gt^2 = 4.9m$

10. বিড়ালের সরণ = ইঁদুরের সরণ +21
$\Rightarrow \frac{1}{2}\times 2\times t^2 = 20t + 21 \Rightarrow t^2 - 20t - 21 = 0$
$\therefore t = 21$ Or, $t = -1$ ∴ 21s- এ বিড়াল ইঁদুরটিকে ধরতে পারবে।

11. 

; ভূমির সমান্তরালে অতিক্রম করে সর্বোচ্চ উচ্চতা।
∴ সর্বোচ্চ উচ্চতা 3 মিটার। ∴ পাল্লা = (10 × 2) = 20 মিটার।
∴ বিচরণকাল = (5 × 2) = 10 সে.।

12. $v = 50 - 5\times 8 = 10ms^{-1}$

13. $0^2 = 50^2 - 2\times 5\times s \therefore s = 250m$

14. $R_{max} = \frac{u^2}{g} = 9.8m$

16. $R.V = u - (-v) = u + v$

17. $v = \frac{s}{t} = \frac{45}{5} = 9$

22. $H = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow \frac{H}{t^2} = \frac{1}{2}g$

23. $30^2 + v^2 = 50^2 \therefore v = 40ms^{-1}$

25. $0 = u^2 - 2as \Rightarrow \frac{u^2}{2s} = a$

26.

;
আপেক্ষিক বেগ = $\sqrt{2^2 + 1^2 - 2\times 1\times 2\times \cos 60°} = \sqrt{3}$

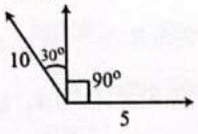
27. $h = 20, g = 9.8$; $h = \frac{1}{2}gt_1^2$
$\therefore t_1 = 2.020305$ ..... $s = vt_2$
$\frac{20}{342} = t_2; t_2 = .0584$; $t_1 + t_2 = 2.07878 = 2.08s$

28. $h = \frac{1}{2}gt^2 \therefore 4900 = 4.9t^2 \therefore t = 31.62sec$

29. $s = 35\times 31.62 = 1106.7m$

31. $\sin\alpha = \frac{4}{5}$; $\cos\alpha = \frac{3}{5}$ | $V_x = u.\cos\alpha$
$V_y = u.\sin\alpha - g.t$; $\theta = \tan^{-1}\frac{v_y}{v_x} = \tan^{-1}\left(\frac{1}{3}\right)$

32. $R_{max} = \pi \therefore$ ক্ষেত্রফল $= \pi\cdot\pi^2 = \pi^3$

33. 

; $\tan^{-1}\frac{10\times\sin 120°}{5+10\cos 120°} = 30° \therefore$ উৎপন্ন কোণ = 30°

34. $h = \frac{1}{2}gt^2 = 44.1m$

CQ

04. (ক) 38.97m
(গ) 1.5 মিনিট

05. (গ) $\frac{2}{3}$ cm

06. (খ) $s = ut + \frac{1}{2}at^2$

07. (ক) 70.7 মিটার
(খ) গোলপোস্টের উপর দিয়ে চলে যাবে।

08. (ক) 253.93 km
(গ) 150 s

"তুমি কতটা জানো, তাতে লোকের কিছু আসে যায় না; যতক্ষণ না তুমি তাদের জন্য কিছু করছো।"
- Theodore Roosevelt

শর্ট সিলেবাস ২০২৫

মডেল টেস্ট

পূর্ণমাণ: ৫০+২৫=৭৫ সময়: ৩ ঘণ্টা

সৃজনশীল প্রশ্ন

পূর্ণমান: ৫০ সময়: ২: ৩৫ মিনিট

(প্রত্যেক বিভাগ হতে কমপক্ষে দুইটি করে প্রশ্ন নিয়ে মোট পাঁচটি প্রশ্নের উত্তর দাও:)

ক বিভাগ—বীজগণিত ও ত্রিকোণমিতি

01. $g(x) = a + bx + cx^2$ এবং $f(x) = \frac{1}{2}(-1 + \sqrt{3}x)$

(ক) $-1 + i\sqrt{3}$ কে পোলার আকারে প্রকাশ কর। 2

(খ) দেখাও যে, $\{f(i)\}^n + \{f(-i)\}^n = \begin{cases} 2; \text{যখন n এর মান 3 দ্বারা বিভাজ্য} \\ -1; \text{যখন n অপর কোনো পূর্ণ সংখ্যা} \end{cases}$ 4

(গ) $g(1) = 0$ হলে দেখাও যে, $\{g(w)\}^3 + \{g(w^2)\}^3 = 27abc$ 4

02. $mx^2 + nx + Q = 0$ একটি দ্বিঘাত সমীকরণ।

(ক) $m = n = Q$ হলে উদ্দীপকের সমীকরণের মূলগুলোর প্রকৃতি ব্যাখ্যা কর। 2

(খ) $m = 4, n = -6, Q = 1$ ধরে প্রাপ্ত সমীকরণের মূলগুলো α, β হলে $\alpha + \frac{1}{\beta}$ এবং $\beta + \frac{1}{\alpha}$ মূলবিশিষ্ট সমীকরণ বের কর। 4

(গ) $m = 27, n = 6, Q = -(p + 2)$ হলে প্রাপ্ত সমীকরণের একটি মূল অপরটির বর্গের সমান হলে p এর মান বের কর। 4

03. $px^2 + qx + r = 0$ একটি দ্বিঘাত সমীকরণ।

(ক) দেখাও যে, $m = n$ না হলে, $2x^2 - 2(m + n)x + m^2 + n^2 = 0$ সমীকরণের মূলগুলি বাস্তব হতে পারে না। 2

(খ) উদ্দীপকের সমীকরণের একটি মূল যদি p ও r স্থান বিনিময় করলে যে সমীকরণ পাওয়া যায় তার একটি মূলের দ্বিগুণ হয়। তবে প্রমাণ কর যে, $2p = r$ অথবা $(2p + r)^2 = 2q^2$ । 4

(গ) উদ্দীপকে $p = 1, q = 5, r = 6$ এর জন্য দ্বিঘাত সমীকরণের মূলদ্বয় α, β হলে, $\alpha - 2$ এবং $\beta - 3$ মূলবিশিষ্ট সমীকরণ গঠন কর। 4

04. $x = \sqrt{\frac{a}{b}} \tan\frac{\theta}{2}, f(x) = \cos x, g(x) = \sin x$

(ক) সমাধান কর: $\sin^{-1} y + \sin^{-1}(1 - y) = \cos^{-1} y$ 2

(খ) প্রমাণ কর যে, $2\tan^{-1} x = \sin^{-1}\left\{\frac{2\sqrt{ab}\sin\theta}{(b+a)+(b-a)\cos\theta}\right\}$ 4

(গ) সমাধান কর: $f(6x) + f(4x) = g(3x) + g(x)$, যখন $0 \le x < 2x$ 4

Educationblog24.com

খ বিভাগ - জ্যামিতি ও বলবিদ্যা

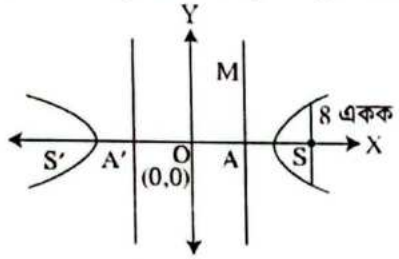
05. $5y^2 + 15y - 10x - 4 = 0$ একটি পরাবৃত্তের সমীকরণ।

(ক) $y^2 = 16x$ পরাবৃত্তের উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য কত? 2

(খ) উদ্দীপকের পরাবৃত্তের শীর্ষবিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর। 4

(গ) পরাবৃত্তটি y-অক্ষকে A ও B বিন্দুতে ছেদ করলে AB এর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। 4

06. একটি অধিবৃত্তের কেন্দ্র মূল বিন্দুতে অবস্থিত।



(ক) কোন অধিবৃত্তের আড় ও অনুবন্ধী অক্ষের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 8 এবং 10 একক হলে উৎকেন্দ্রিকতা নির্ণয় কর। 2

(খ) উদ্দীপকের আড় অক্ষ x-অক্ষ বরাবর এবং উৎকেন্দ্রিকতা 3 হলে অধিবৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর। 4

(গ) উদ্দীপকের আড় অক্ষ y-অক্ষ বরাবর এবং যা $(2, 3)$ ও $(1, -2)$ বিন্দুগামী হলে অধিবৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর। 4

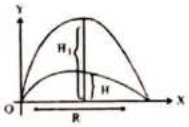
07. তিনটি সদৃশ সমান্তরাল বল P, Q, R যথাক্রমে ΔABC এর কৌণিক বিন্দু A, B, C তে ক্রিয়া করে। এদের লব্ধির ক্রিয়ারেখা ত্রিভুজটির লম্ব কেন্দ্রগামী।

(ক) ত্রিভুজটির অন্তঃকেন্দ্র I হলে, প্রমাণ কর যে, $\angle BIC = 90° + \frac{1}{2}\angle A$ 2

(খ) প্রমাণ কর যে, $P : Q : R = \tan A : \tan B : \tan C$ 4

(গ) প্রমাণ কর যে, $P(b^2 + c^2 - a^2) = Q(c^2 + a^2 - b^2) = R(a^2 + b^2 - c^2)$ 4

08. দৃশ্যকল্প-১:



দৃশ্যকল্প-২: শিমুল ও মিজু প্রত্যেকেই আলাদাভাবে নৌকা নিয়ে 3 কি.মি./ঘণ্টা বেগে প্রবাহিত 500 মিটার প্রশস্ত একটি নদী পার হতে চায়। তাদের প্রত্যেকের নৌকার বেগ 5 কি.মি./ঘণ্টা।

(ক) একটি প্রক্ষেপক $21ms^{-1}$ বেগে এবং আনুভূমিকের সাথে $30°$ কোণে শূন্যে নিক্ষেপ করা হল, এর আনুভূমিক পাল্লা কত? 2

(খ) দৃশ্যকল্প-১ হতে দেখাও যে, $R = 4\sqrt{HH_1}$ । 4

(গ) দৃশ্যকল্প-২ এ শিমুল স্বল্পতম পথে এবং মিজু স্বল্পতম সময়ে নদী পাড়ি দিলে তাদের প্রয়োজনীয় সময়ের ব্যবধান কত? 4

বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

পূর্ণমান: ২৫ **সময়: ২৫ মিনিট**

01. $a + ib = 0$ হলে, কোন সম্পর্কটি সঠিক?

(a) $a = 0, b = 0$ (b) $a = 0, b = i$

(c) $a > 0, b > 0$ (d) $a < 0, b < 0$

02. যদি $Z = x + iy$ হয় হবে $Z\bar{Z} = 0$ সমীকরণটি হবে-

(a) সরলরেখা (b) পরাবৃত্ত

(c) অধিবৃত্ত (d) বৃত্ত

নিচের উদ্দীপকের আলোকে পরবর্তী দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও:

এককের একটি কাল্পনিক ঘনমূল ω, যেখানে $\omega = \frac{-1-\sqrt{-3}}{2}$

03. $(1 + \omega)(1 + \omega^2)$ এর মান কোনটি?

(a) -1 (b) 0 (c) 1 (d) 2

04. $\arg \omega$ কোনটি?

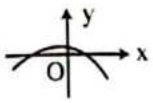
(a) $-\frac{2\pi}{3}$ (b) $\frac{\pi}{6}$ (c) $-\frac{\pi}{3}$ (d) $\frac{\pi}{3}$

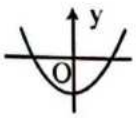
05. $x^2 - px + q = 0$ এবং $x^2 - qx + p = 0$ এর একটি সাধারণ মূল থাকলে শর্ত–

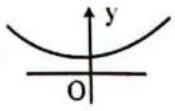
(a) $p + q = 0$ (b) $p - q = 0$

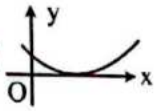
(c) $p + q = -1$ (d) $p + q = 1$

06. নিচের কোন লেখচিত্রের মূলদ্বয় বাস্তব ও সমান?

(a) 

(b) 

(c) 

(d) 

07. $2x^2 + 2x - k$ রাশিটি পূর্ণবর্গ হলে, k এর সঠিক মান নিচের কোনটি?

(a) $\frac{2}{3}$ (b) $\frac{2}{9}$ (c) $-\frac{2}{3}$ (d) $-\frac{1}{2}$

08. $\frac{(x-2)^2}{9} + \frac{(y+1)^2}{16} = 1$ উপবৃত্তের–

(i) কেন্দ্র $(2, -1)$

(ii) উপকেন্দ্র দুইটি দূরত্ব $2\sqrt{7}$

(iii) নিয়ামকের পাদবিন্দু দুইটির দূরত্ব $\frac{32}{\sqrt{7}}$

নিচের কোনটি সঠিক?

(a) i, ii (b) i, iii (c) ii, iii (d) i, ii, iii

09. $4x^2 + 11y^2 - 24xy - 50x - 225 = 0$ সমীকরণটির জ্যামিতিক পরিচয় কোনটি?

(a) পরাবৃত্ত (b) উপবৃত্ত

(c) বৃত্ত (d) অধিবৃত্ত

10. $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{4} = 1$ অধিবৃত্তের উপরস্থ $(-4\sqrt{2}, 2)$ বিন্দুর পরামিতিক স্থানাঙ্ক কত?

(a) $(4\sec\theta, 2\tan\theta)$, যেখানে $\theta = \frac{\pi}{2}$

(b) $(4\sec\theta, 2\tan\theta)$, যেখানে $\theta = \frac{3\pi}{4}$

(c) $(4\sec\theta, 2\tan\theta)$, যেখানে $\theta = \frac{\pi}{4}$

(d) $(2\sec\theta, 4\tan\theta)$, যেখানে $\theta = \frac{3\pi}{4}$

11. $y^2 = 32x$ পরাবৃত্তের উপরিস্থিত যে বিন্দুর উপকেন্দ্রিক দূরত্ব 12 ঐ বিন্দুর ভুজ কত?

(a) –4 (b) –8 (c) 4 (d) 8

12. কেন্দ্রবিহীন কনিক নিচের কোনটি?

(a) বৃত্ত (b) উপবৃত্ত

(c) অধিবৃত্ত (d) পরাবৃত্ত

13. $\sec^2(\cot^{-1} 5) =$ কত?

(a) $\frac{26}{25}$ (b) $\frac{6}{5}$ (c) $\frac{4}{5}$ (d) $\frac{24}{25}$

14. $\sin\theta - \cos\theta = 0$ সমীকরণের সমাধান কোনটি? [যেখানে $0 \le \theta \le \frac{\pi}{2}$]

(a) $\frac{\pi}{3}$ (b) $\frac{\pi}{2}$ (c) $\frac{\pi}{4}$ (d) $\frac{\pi}{6}$

15. $\cot(\cos^{-1} x)$ এর মান কোনটি?

(a) $\frac{\sqrt{1-x^2}}{x}$ (b) $\frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$

(c) $\frac{\sqrt{1+x^2}}{x}$ (d) $\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$

16. $\cos^{-1}\frac{1}{3} + \cos^{-1}\frac{1}{2} =$ কত?

(a) $\cos^{-1}\left(\frac{1}{6} + \sqrt{\frac{2}{3}}\right)$ (b) $\cos^{-1}\left(\frac{1}{6} - \sqrt{\frac{2}{3}}\right)$

(c) $\cos^{-1}\left(\frac{\sqrt{3}}{6} + \frac{\sqrt{2}}{3}\right)$ (d) $\cos^{-1}\left(\frac{\sqrt{3}}{6} - \frac{\sqrt{2}}{3}\right)$

17. পরস্পর α কোণে ক্রিয়ারত 4N ও 3N মানের দুইটি বলের ক্ষেত্রে–

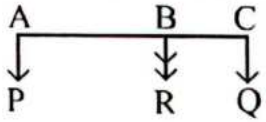
(i) বৃহত্তম লব্ধি 7N (ii) ক্ষুদ্রতম লব্ধি 1N

(iii) $\alpha = 90°$ হলে, লব্ধি 5N

নিচের কোনটি সঠিক?

(a) i, ii (b) i, iii (c) ii, iii (d) i, ii, iii

নিচের উদ্দীপকের আলোকে পরবর্তী দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও:



চিত্রে P ও Q সমান্তরাল বলদ্বয়ের লব্ধি R,

এখানে P = 12N, Q = 9 N এবং AB = 9 সে.মি.

18. R বলের মান কোনটি?

(a) 21 N (b) 3 N (c) 9 N (d) 12 N

19. BC এর দৈর্ঘ্য কত?

(a) 9 সে.মি (b) 21 সে.মি

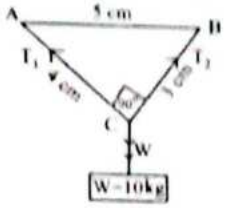
(c) $\frac{27}{4}$ সে.মি (d) 12 সে.মি

20. কোন বিন্দুতে 2P এবং P মানের দুইটি বল ক্রিয়ারত। প্রথমটিকে তিনগুণ এবং দ্বিতীয়টিকে 12 একক বৃদ্ধি করলে লব্ধির দিক অপরিবর্তিত থাকে। P এর মান কত?

(a) 5 একক (b) 6 একক

(c) 7 একক (d) 10 একক

Educationblog24.com

21. 

C বিন্দুতে T_1, T_2 এবং W = 10 কেজি ওজনের ক্রিয়ার ফলে ভারসাম্য সৃষ্টি হয়। রশির টান T_1 = কত?

(a) 4 কেজি ওজন (b) 6 কেজি ওজন

(c) 8 কেজি ওজন (d) 10 কেজি ওজন

22. চারটি বল একই বেগে ভূমি থেকে একই সাথে 20°, 30°, 40°, 60° বিভিন্ন নিক্ষেপণ কোণে নিক্ষেপ করা হলো। কোন বলটি সবার আগে ভূমিতে ফিরে আসবে?

(a) 20° কোণে নিক্ষিপ্ত বল (b) 30° কোণে নিক্ষিপ্ত বল

(c) 40° কোণে নিক্ষিপ্ত বল (d) 60° কোণে নিক্ষিপ্ত বল

23. স্রোতের বেগের দ্বিগুণ বেগ সম্পন্ন কোনো ব্যক্তি সোজাসুজিভাবে নদী পার হতে চায়। স্রোতের সাথে কত কোণে তাকে সাঁতার দিতে হবে?

(a) 60° (b) 90°

(c) 110° (d) 120°

24. $s = t^3 + 5t^2 + 7$ হলে, 4 সেকেন্ড পরে ত্বরণ কত?

(a) 34 (b) 88

(c) 118 (d) 54

25. একটি মিনারের শীর্ষ হতে 19.5 মিটার/সেকেন্ড বেগে খাড়া উপরের দিকে নিক্ষিপ্ত একটি বস্তু 5 sce পরে মিনারের পাদদেশে পতিত হয়। মিনারের উচ্চতা কত?

(a) 15 মি. (b) 25 মি.

(c) 50 মি. (d) 220 মি.

উত্তরপত্র

01. a	02. a	03. c	04. a	05. c	06. d	07. d	08. d	09. d	10. c	11. c	12. d	13. a	14. c	15. b
16. b	17. d	18. a	19. d	20. b	21. b	22. a	23. d	24. a	25. b					

এইচএসসি বোর্ড পরীক্ষা ২০২১, ২২ ও ২৩
সালের সকল বোর্ডের
CQ ও MCQ প্রশ্ন একত্রে দেখতে
QR কোডটি স্ক্যান করো

Educationblog24.com

উদ্ভাসিত আলোর মাঝে
দেখো তোমার মুখ;
জীবন মানে সংগ্রাম
আর বিজয় মানে সুখ।

দেশব্যাপী উদ্ভাস-এর
শাখাসমূহের ঠিকানা দেখতে
QR কোডটি স্ক্যান করো

অনলাইনে ভর্তির জন্য ভিজিট করো অথবা ফোন করো
www.udvash.com 09666775566