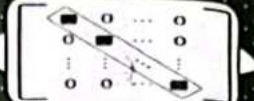


স্টেপ-০১		কৃষি বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তির প্রাথমিক কথা		পৃষ্ঠা নং	
১	সাফল্য টনিকঃ সফল প্রস্তুতির আসল কথা			01-04	
২	কৃষি ভর্তি পরীক্ষায় নেটওয়ার্ক বইয়ের গুরুত্ব			05-15	
৩	গাণিতিক সমস্যার মৌলিক জ্ঞান			16-20	
স্টেপ-০২		সাম্প্রতিক প্রশ্ন বিশ্লেষণ			
		সমন্বিত কৃষি বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষা (২০২২-২৩)		21-41	
স্টেপ-০৩		বিষয়ভিত্তিক CONCEPT আলোচনা ও প্রশ্ন বিশ্লেষণ			
		সার্ভে টেবিল		42-46	
পদার্থবিজ্ঞান		পাঠ্যসূচী-০১: পূর্ণাঙ্গ সিলেবাস		47-229	
১ম পত্র		পাঠ্যসূচী-০২: সংক্ষিপ্ত সিলেবাস		২য় পত্র	
০২	ভেক্টর	53-65	০১	তাপগতিবিদ্যা	139-151
০৪	নিউটনিয়ান বলবিদ্যা	66-79	০২	স্থির তড়িৎ	152-161
০৫	কাজ, ক্ষমতা ও শক্তি	80-88	০৩	চল তড়িৎ	162-176
০৬	মহাকর্ষ ও অভিকর্ষ	89-97	০৭	ভৌত আলোকবিজ্ঞান	177-185
০৭	পদার্থের গাঠনিক ধর্ম	98-107	০৮	আধুনিক পদার্থবিজ্ঞানের সূচনা	186-195
০৮	পর্যাবৃত্ত গতি	108-117	০৯	পরমাণুর মডেল এবং নিউ. পদার্থবিজ্ঞান	196-204
১০	আদর্শ গ্যাস ও গ্যাসের গতিতত্ত্ব	118-127	১০	সেমিকন্ডাক্টর ও ইলেক্ট্রনিক্স	205-214
রসায়ন		পাঠ্যসূচী-০১: পূর্ণাঙ্গ সিলেবাস		230-399	
১ম পত্র		পাঠ্যসূচী-০২: সংক্ষিপ্ত সিলেবাস		২য় পত্র	
০২	গুণগত রসায়ন	230-249	০১	পরিবেশ রসায়ন	306-322
০৩	মৌলের পর্যায়বৃত্ত ধর্ম ও রাসায়নিক বন্ধন	250-276	০২	জৈব রসায়ন	323-364
০৪	রাসায়নিক পরিবর্তন	277-295	০৩	পরিমাণগত রসায়ন	365-387
০৫	কর্মমুখী রসায়ন	296-304	০৪	তড়িৎ রসায়ন	388-397
গণিত		পাঠ্যসূচী-০১: পূর্ণাঙ্গ সিলেবাস		400-553	
১ম পত্র		পাঠ্যসূচী-০২: সংক্ষিপ্ত সিলেবাস		২য় পত্র	
০১	ম্যাট্রিক্স ও নির্ণায়ক	400-407	০৩	জটিল সংখ্যা	492-498
০৩	সরলরেখা	408-425	০৪	বহুপদী ও বহুপদী সমীকরণ	499-507
০৪	বৃত্ত	426-434	০৬	কণিক	508-516
০৭	সংযুক্ত কোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাত	435-445	০৭	বিপরীত ত্রিকোণমিতিক ফাংশন ও ত্রি. সমীকরণ	517-525
০৯	অন্তরীকরণ	446-464	০৮	স্থিতিবিদ্যা	526-531
১০	যোগজীকরণ	465-477	০৯	সমতলে বস্তু কণার গতি	532-539
জীববিজ্ঞান		পাঠ্যসূচী-০১: পূর্ণাঙ্গ সিলেবাস		554-713	
১ম পত্র		পাঠ্যসূচী-০২: সংক্ষিপ্ত সিলেবাস		২য় পত্র	
০১	কোষ ও এর গঠন	560-574	০১	প্রাণীর বিভিন্নতা ও শ্রেণিবিন্যাস	649-655
০২	কোষ বিভাজন	575-580	০২	প্রাণীর পরিচিতি	656-663
০৪	অণুজীব	581-591	০৩	পরিপাক ও শোষণ	664-671
০৭	নয়নবীজী ও আবৃতবীজী উদ্ভিদ	592-603	০৪	রক্ত ও সঞ্চালন	672-679
০৮	টিস্যু ও টিস্যুতন্ত্র	604-611	০৫	শ্বসন ও শ্বাসক্রিয়া	680-683
০৯	উদ্ভিদ শারীরতত্ত্ব	612-622	০৭	চলন ও অঙ্গচালনা	684-690
১১	জীব প্রযুক্তি	623-929	১১	জিনতত্ত্ব ও বিবর্তন	691-698
ইংরেজি				714-79	
স্টেপ-০৪		বিগত বছরের ফ্রেশ প্রশ্ন ও সমাধান (২০১৯-২০ থেকে ২০২২-২৩)		795-80	
স্টেপ-০৫		মডেল টেস্ট		810-81	

অধ্যায়
০১পত্র
১ম্যাট্রিক্স ও নির্ণায়ক
(MATRICES & DETERMINANTS)

কি পড়ব? কেন পড়ব?

SURVEY TABLE

কতটুকু পড়ব? কিভাবে পড়ব?

প্রথম অংশ: ম্যাট্রিক্স

কনসেপ্ট নং	বিগত বছরে যে সকল টপিকস্ থেকে প্রশ্ন এসেছে	RATINGS [কেন পড়ব?]
ম্যাট্রিক্স		
01	ম্যাট্রিক্সের পরিচিতি ও প্রকারভেদ	★ ★
02	ব্যতিক্রমী ম্যাট্রিক্স/Singular Matrix	★
03	বিপরীত ম্যাট্রিক্স নির্ণয়	★ ★ ★
04	ম্যাট্রিক্সের মাত্রা, যোগ, বিয়োগ, গুণ, সমতা ও মান নির্ণয়	★
নির্ণায়ক		
01	নির্ণায়কের গুণাবলী	★ ★ ★
02	অনুরাশি/Minor	★ ★
03	সহগুণক/Co-factor	★ ★
04	নির্ণায়কের মান নির্ণয়	★



টপিক আলোচনা

CONCEPT-01 ম্যাট্রিক্সের পরিচিতি ও প্রকারভেদ

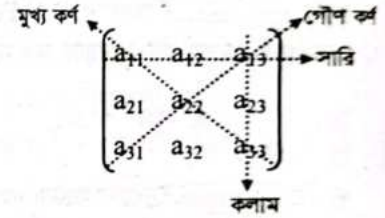
■ ম্যাট্রিক্স: সংখ্যা বা বীজগণিতীয় রাশির আয়তাকার সাজানো ব্যবস্থাই হলো ম্যাট্রিক্স। ম্যাট্রিক্সকে সাধারণত $[]$ বা $()$ বা $||$ দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

■ কর্ণ ও এর পরিচিতি: ম্যাট্রিক্সের প্রথম সারি ও প্রথম কলামে যে উপাদান থাকে তাকে নিয়ে যে কর্ণ গঠিত হয় তাই মূখ্য কর্ণ এবং অপর কর্ণটি গৌণ কর্ণ। যেমন—

Note: (1) মূখ্য কর্ণের উপাদান গুলোর যোগফলকে ট্রেস বলে।

(2) মূখ্য কর্ণের উপাদান গুলোর গুণফলকে মূখ্যপদ বলে।

(3) গৌণ কর্ণের উপাদান গুলোর গুণফলকে গৌণপদ বলে।



■ কয়েকটি বিশেষ ম্যাট্রিক্স:

$\begin{bmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} a_1 & 0 & 0 \\ 0 & b_2 & 0 \\ 0 & 0 & c_3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & a & 0 \\ 0 & 0 & a \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
বর্গ ম্যাট্রিক্স	আয়ত ম্যাট্রিক্স	কর্ণ ম্যাট্রিক্স	স্কেলার ম্যাট্রিক্স	অভেদ/একক ম্যাট্রিক্স
সারি ও কলাম সংখ্যা সমান	সারি ও কলাম সংখ্যা ভিন্ন	প্রধান কর্ণের উপাদান ব্যতীত সকল উপাদান '0' হবে	কর্ণ ম্যাট্রিক্সের অশূন্য উপাদানগুলো সমান	কর্ণ ম্যাট্রিক্সের অশূন্য উপাদানগুলো- 1

■ ম্যাট্রিক্সের বৈশিষ্ট্য:

□ অভেদক ম্যাট্রিক্সের বৈশিষ্ট্য:

i. $AI = IA = A$

ii. $A.A^{-1} = A^{-1}A = I$

Model EXAMPLE $\begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 7 & 8 & 5 \\ 9 & 3 & 1 \end{bmatrix}$ ম্যাট্রিক্সের ট্রেস কত?

Shortcut Solⁿ ম্যাট্রিক্সের প্রধান ট্রেস = $2 + 8 + 1 = 11$

Model EXAMPLE $\begin{bmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 7 & b & 6 \\ 4 & 8 & -5 \end{bmatrix}$ এর ট্রেস কত?

Shortcut Solⁿ ম্যাট্রিক্সের ট্রেস $\Rightarrow 2 + b - 5 = b - 3$

Model EXAMPLE A একটি (3×3) ক্রমের ম্যাট্রিক্স এবং I একই ক্রমের একক ম্যাট্রিক্স হলে AI^3 এর মান কোনটি?

Shortcut Solⁿ $I^n = I, AI^3 = AI = A$

CONCEPT-02 ব্যতিক্রমী ম্যাট্রিক্স/Singular Matrix

FORMULA যে ম্যাট্রিক্সের নির্ণায়কের মান শূন্য তাকে ব্যতিক্রমী/Singular ম্যাট্রিক্স বলে।

EXAMPLE $\begin{bmatrix} \alpha-4 & 6 \\ 4 & \alpha-2 \end{bmatrix}$ ম্যাট্রিক্সটি ব্যতিক্রমী হলে α এর মান কত?

Shortcut Solⁿ $\alpha^2 - 2\alpha - 4\alpha + 8 = 24 \Rightarrow \alpha^2 - 6\alpha - 16 = 0 \therefore \alpha = (8, -2)$

Model EXAMPLE $\begin{bmatrix} a+3 & 6 \\ 5 & a-4 \end{bmatrix}$ ম্যাট্রিক্সটি Singular Matrix হলে a এর মান কত?

Shortcut Solⁿ $a^2 - 4a + 3a - 12 = 30 \Rightarrow a^2 - a - 42 = 0 \therefore a = (7, -6)$

$(a-4)(a-2)-24=0$, এ সমীকরণে a এর মান option থেকে বসিয়ে দেখব। a এর যে মানের জন্য সিদ্ধ হবে সেটি হবে উত্তর।

CONCEPT-03 বিপরীত ম্যাট্রিক্স নির্ণয়

Adjoint ম্যাট্রিক্স: কোন বর্গ ম্যাট্রিক্স A এর নির্ণায়ক $|A|$ এর সহগুণক দ্বারা গঠিত ম্যাট্রিক্সের (ভুক্তিগুলোর ক্রম অনুসারে) Transpose ম্যাট্রিক্সকে প্রদত্ত ম্যাট্রিক্স A এর Adjoint matrix বলা হয়। এটিকে সূচিত করা হয় $\text{Adj}(A)$

$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ ম্যাট্রিক্স এর অনুবন্ধী ম্যাট্রিক্স বা adjoint of A/Adj (A)

= প্রাইমারি কর্ণের উপাদানগুলোর স্থান পরিবর্তন এবং সেকেন্ডারি কর্ণের উপাদানগুলোর চিহ্ন পরিবর্তন করলে যা পাওয়া যায় তাই Adjoint

$$\therefore \text{Adjoint of } A = \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$
$$A \text{ ম্যাট্রিক্সের বিপরীত বা Inverse ম্যাট্রিক্স} = \frac{1}{\text{Det}(A)} \text{Adj}(A) = \frac{1}{ad-bc} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$

Note: সকল ম্যাট্রিক্সের বিপরীত ম্যাট্রিক্স থাকে না। Inverse ম্যাট্রিক্স থাকার শর্ত দুটি:

(i) ম্যাট্রিক্সটি অবশ্যই বর্গ ম্যাট্রিক্স হতে হবে। (ii) ম্যাট্রিক্সটির নির্ণায়কের মান শূন্য হওয়া যাবে না।

বিপরীত ম্যাট্রিক্সের বৈশিষ্ট্য: (i) $(A^{-1})^{-1} = A$ (ii) $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$ (iii) $(A^T)^{-1} = (A^{-1})^T$ (iv) $(BA)A^{-1} = B$ $(AA^{-1}) = I$ (v) $I^{-1} = I^n$

(vi) $AB = C$ হলে $A = CB^{-1}$ এবং $B = A^{-1}C$.

MCQ এর জন্য: $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ এর বিপরীত ম্যাট্রিক্স $\frac{1}{ad-bc} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$; $\begin{bmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 \\ 0 & 0 & c \end{bmatrix}$ এর বিপরীত ম্যাট্রিক্স $\begin{bmatrix} 1/a & 0 & 0 \\ 0 & 1/b & 0 \\ 0 & 0 & 1/c \end{bmatrix}$

Model EXAMPLE $A = \begin{pmatrix} 7 & 6 \\ 8 & 7 \end{pmatrix}$ হলে $A^{-1} = ?$

Shortcut Solⁿ $A^{-1} = \frac{1}{49-48} \begin{pmatrix} 7 & -6 \\ -8 & 7 \end{pmatrix}$

Model EXAMPLE $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ হলে $A^{-1} = ?$

Shortcut Solⁿ $A^{-1} = -\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$

CONCEPT- 04 ম্যাট্রিক্সের মাত্রা, যোগ, বিয়োগ, গুণ, সমতা ও মান নির্ণয়

■ ম্যাট্রিক্সের মাত্রা/ক্রম (size/Dimension): ম্যাট্রিক্সের মাত্রা/ক্রমকে সারি $\times$ কলাম আকারে লেখা হয়।

Ex: (i) $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}$ 2টি সারি, 3টি কলাম $\therefore$ মাত্রা হলো 2×3

(ii) $\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$ মাত্রা = 2×2

(iii) $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix}$ मात्रा = 3×3

(iv) $[1 \ 2 \ 3]$ মাত্রা $= 1 \times 3$

□ দটি ম্যাট্রিক্সের মাত্রা সমান না হলে যোগ বা বিয়োগ করা যায় না।

□ দুটি ম্যাট্রিক্স সমান হলে তাদের অনুরূপ উপাদানগুলো সমান হবে।

i. দুটি ম্যাট্রিক্সের গুণন সম্ভব যখন, প্রথম ম্যাট্রিক্সের কলাম = দ্বিতীয় ম্যাট্রিক্সের সারি হয়

ii. ম্যাট্রিক্সের গুণনের মাত্রা হবে প্রথম ম্যাট্রিক্সের সারি $\times$ দ্বিতীয় ম্যাট্রিক্সের কলাম [ম্যাট্রিক্সের মাত্রা = $R \times C$ (আগে রো পরে কলাম)]

A ম্যাট্রিক্সের ক্রম $m \times n$ এবং B ম্যাট্রিক্সের ক্রম $n \times p$ হলে AB ম্যাট্রিক্সের ক্রম হবে $m \times p$

© প্রিয় শিক্ষার্থী বন্দ চলো চিত্রে চিত্রে গুণ শিখি:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 7 \end{bmatrix} \text{ এবং } B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$
$$AB = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (1 \times 1) + (3 \times 0) & (1 \times 0) + (3 \times 1) \\ (4 \times 1) + (7 \times 0) & (4 \times 0) + (7 \times 1) \end{bmatrix}$$
$$AB = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (1 \times 1) + (3 \times 0) & (1 \times 0) + (3 \times 1) \\ (4 \times 1) + (7 \times 0) & (4 \times 0) + (7 \times 1) \end{bmatrix}$$

□ বিভিন্ন ধরনের ম্যাট্রিক্সের মান:

- ম্যাট্রিক্সের কোন মান নেই। তবে বর্গ ম্যাট্রিক্সকে নির্ণায়ক আকারে প্রকাশ করে সেই নির্ণায়কের মান নির্ণয় করা যায়।

$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ বর্গ ম্যাট্রিক্সের নির্ণায়কের মান $|A| = \text{Det}(A) = ad - bc$

$$\begin{bmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & a & 0 \\ 0 & 0 & a \end{bmatrix}$$
 কর্ণ ম্যাট্রিক্সের ক্ষেত্রে

- বর্গ ম্যাট্রিক্সের মান/নির্ণায়ক = abc
- স্কেলার ম্যাট্রিক্সের মান = a^3

n -ক্রমের ম্যাট্রিক্স A এর জন্য $|MA| = M^n |A|$
[যেখানে M = স্কেলার রাশি, $|A|$ = নির্ণায়কের মান]

•• ASPECT SERIES •• NETWORK •• ASPECT SERIES •• NETWORK •• ASPECT SERIES •• NETWORK •• ASPECT SERIES •• NETWORK •• ASPECT SERIES •• NETWORK •• ASPECT SERIES •• NETWORK ••

CONCEPT-04 নির্ণায়কের মান নির্ণয়

নির্ণায়কের মান: কোন নির্ণায়কের যে কোন সারি বা কলামের এর উপাদানসমূহ ও তাদের নিজ নিজ সহরাশির গুণফলের সমষ্টিই নির্ণায়কের মান।

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} \text{ নির্ণায়কের } a_1, a_2, a_3 \text{ এর সহগুণক যথাক্রমে } A_1, A_2, A_3 \text{ হলে নির্ণায়কের মান হবে}$$

$$= a_1 A_1 + a_2 A_2 + a_3 A_3 = a_1 \begin{vmatrix} b_2 & c_2 \\ b_3 & c_3 \end{vmatrix} + a_2 \times - \begin{vmatrix} b_1 & c_1 \\ b_3 & c_3 \end{vmatrix} + a_3 \begin{vmatrix} b_1 & c_1 \\ b_2 & c_2 \end{vmatrix}$$

EXAMPLE $\begin{vmatrix} 1 & x & y+z \\ 1 & y & z+x \\ 1 & z & x+y \end{vmatrix}$ এর মান-

Shortcut Solⁿ $\begin{vmatrix} 1 & x & y+z \\ 1 & y & z+x \\ 1 & z & x+y \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & x & x+y+z \\ 1 & y & x+y+z \\ 1 & z & x+y+z \end{vmatrix}$, $[C_3 = C_2 + C_3] = (x+y+z) \begin{vmatrix} 1 & x & 1 \\ 1 & y & 1 \\ 1 & z & 1 \end{vmatrix} = (x+y+z) \times 0 = 0$

APYQ ANALYSIS OF PREVIOUS YEAR QUESTIONS

বাংলাদেশ কৃষি বিশ্ববিদ্যালয়

1. $\begin{vmatrix} -8 & 3 & 3 \\ 3 & -8 & 5 \\ 5 & 5 & -8 \end{vmatrix}$ নির্ণায়কটির মান? [BAU. 2010-11, SAU. 2003-04]

- A. 1 B. -1 C. 0 D. 2

Explanation $-8(64 - 25) - 3(-24 - 25) + 3(15 + 40) = 0$

2. $\begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ a-b & b-c & c \\ a^2-b^2 & b^2-c^2 & c^2 \end{vmatrix} = ?$ [BAU. 2008-09]

- A. $(a-b)(b-c)(c-a)$ B. $(b-a)(b-c)(c-a)$
C. $(a-b)(c-b)(c-a)$ D. $(a-b)(b-c)(a-c)$

Explanation $\begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ a-b & b-c & c \\ a^2-b^2 & b^2-c^2 & c^2 \end{vmatrix} = (a-b)(b-c) \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & c \\ a+b & b+c & c^2 \end{vmatrix}$
 $= (a-b)(b-c)(b+c-a-b)$
 $= (a-b)(b-c)(c-a)$

3. $\begin{vmatrix} 1 & 5 & 6 \\ 1 & 5 & 6 \\ 1 & 8 & 2 \end{vmatrix}$ এর মান কত? [BAU. 2007-08]

- A. 0 B. 5 C. 8 D. 10

Explanation নির্ণায়কের পাশাপাশি দু'টি সারি বা কলাম একই হলে ঐ নির্ণায়কের মান শূন্য হয়। প্রদত্ত নির্ণায়কে ১ম ও ২য় সারি দু'টি একই বলে এর মান শূন্য।

4. কোন নির্ণায়কের পাশাপাশি দুটি সারিকে পরস্পর পরিবর্তন করলে নির্ণায়কের মান- [BAU. 2003-04]

- A. শূন্য হয় B. অপরিবর্তিত থাকে
C. সমান কিন্তু বিপরীত চিহ্নযুক্ত হয় D. কোনটিই নয়

Explanation গুরুত্বপূর্ণ: কোনো নির্ণায়কের দুটি সারি বা কলাম সমান হলে নির্ণায়কের মান শূন্য হবে।

5. $\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$ নির্ণায়ক b_3 সহগুণক কত? [BAU. 2001-02]

- A. $a_1 c_2 - a_2 c_1$ B. $a_2 c_1 - a_1 c_2$
C. $a_1 c_3 - a_3 c_1$ D. $a_3 b_1 - a_1 b_3$

Explanation b_3 এর সহগুণক $= (-1)^{3+2} \begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix} = a_2 c_1 - a_1 c_2$

6. $\begin{vmatrix} \frac{2}{3} & -\frac{4}{7} & -1 \\ -2 & \frac{12}{7} & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$ এর মান কোনটি? [BAU. 2000-01]

- A. 0 B. 1 C. -1 D. $\frac{1}{2}$

Explanation $\begin{vmatrix} \frac{2}{3} & -\frac{4}{7} & -1 \\ -2 & \frac{12}{7} & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix} = -1 \left\{ -4 - \frac{12}{7} \right\} - 3 \left\{ \frac{4}{3} + \frac{4}{7} \right\} + 3 \left\{ \frac{8}{7} - \frac{8}{7} \right\}$
 $= \frac{40}{7} - \frac{40}{7} + 3 \times 0 = 0$

চট্টগ্রাম ভেটেরিনারি ও এনিম্যাল সাইন্সেস বিশ্ববিদ্যালয়

11. $\begin{vmatrix} 2 & 4 & 5 \\ 5 & 7 & 4 \\ 2 & 3 & -5 \end{vmatrix}$ এর মান কত? [CVASU.2015-16]

- A. 9 B. 8 C. 43 D. 7

Explanation $2(-35 - 12) - 4(-25 - 8) + 5(15 - 14) = -94 + 132 + 5 = 43$

ঝিনাইদহ ভেটেরিনারি কলেজ

11. $\begin{vmatrix} 3 \\ 9 \\ 0 \end{vmatrix}$ এবং $[1 \ 2 \ 5]$ ম্যাট্রিক্স দুটির গুণফল কত? [JGVC.2018-19]

- A. $\begin{vmatrix} 3 & 6 & 15 \\ 9 & 18 & 45 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$ B. $\begin{vmatrix} 24 \\ 72 \\ 0 \end{vmatrix}$ C. $[21]$ D. অনির্ণেয়

Explanation $\begin{vmatrix} 3 \\ 9 \\ 0 \end{vmatrix}$ এর মাত্রা 3×1

$[1 \ 2 \ 5]$ এর মাত্রা 1×3 $\therefore$ গুণফল ম্যাট্রিক্সের মাত্রা 3×3

3×3 মাত্রার ম্যাট্রিক্স $\begin{vmatrix} 3 & 6 & 15 \\ 9 & 18 & 45 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$ একটি Option-এ রয়েছে। Option A তে।

যদি $\Delta = \begin{vmatrix} a & a & x \\ m & m & n \\ b & x & b \end{vmatrix}$ হয়, তবে $\Delta = 0$ সমীকরণের মূল হচ্ছে-

A. $x = a, x = m$

B. $x = b, x = m$

C. $x = a, x = b$

D. কোনটিই নয়

K এর কোন মানের জন্য $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & K & K^2 \\ 1 & K^2 & K^4 \end{bmatrix} = 0$ হবে না।

A. $K = 1$

B. $K = -1$

 $C_K = 3$

D. $K = 0$

OMR SHEET		07. (A) (B) (C) (D)	14. (A) (B) (C) (D)
01. (A) (B) (C) (D)	08. (A) (B) (C) (D)	15. (A) (B) (C) (D)	
02. (A) (B) (C) (D)	09. (A) (B) (C) (D)	16. (A) (B) (C) (D)	
03. (A) (B) (C) (D)	10. (A) (B) (C) (D)	17. (A) (B) (C) (D)	
04. (A) (B) (C) (D)	11. (A) (B) (C) (D)	18. (A) (B) (C) (D)	
05. (A) (B) (C) (D)	12. (A) (B) (C) (D)	19. (A) (B) (C) (D)	
06. (A) (B) (C) (D)	13. (A) (B) (C) (D)	20. (A) (B) (C) (D)	

Answer Analysis

উদ্ভব	ব্যাখ্যা
D	$\left[\text{if } A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \text{ then } A^{-1} = \frac{1}{ad-bc} \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}; ad-bc \neq 0. \right]$ $\therefore A^{-1} = \frac{1}{4-6} \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} = -\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$
C	ম্যাট্রিক্সের ট্রেস = প্রাইমারি কর্ণের উপাদান গুলোর যোগফল $\therefore \text{ট্রেস} = 1 + 4 + 3 = 8$
D	$\begin{bmatrix} a & 3 \\ -4 & 1 \end{bmatrix}$ একটি সিঙ্গুলার ম্যাট্রিক্স তাই নির্ণায়কের মান শূন্য $\therefore a + 12 = 0$ $a = -12$
A	$ZX = \begin{bmatrix} -x \\ 2y \\ -3z \end{bmatrix}; ZX = Y$ $\Rightarrow \begin{bmatrix} -x \\ 2y \\ -3z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -a \\ b \\ c \end{bmatrix}$ $\therefore -x = -a \Rightarrow x = a$ $2y = b \Rightarrow y = b/2;$ $-3z = c \Rightarrow z = -c/3$ $\therefore X = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a \\ b/2 \\ -c/3 \end{bmatrix}$
C	$A^T = 5 \times 4; (A^T + B) = 5 \times 4$ $(A^T + B)C = 5 \times \boxed{4} \times 2 = 5 \times 2$
D	সরাসরি সংজ্ঞা হতে।
D	$A^n = 0 \rightarrow A$ এর সাথে A যতবার গুণ করলে মান শূন্য হবে তার মান। অর্থাৎ n এর মান 3।

প্রশ্ন	উত্তর	ব্যাখ্যা
08	A	$C^2 - \text{ট্রেস} \times C + C I = 0$
09	D	ম্যাট্রিক্সের সারিগুলোকে কলামে এবং কলামগুলোর সারিতে পরিবর্তন করলে যে ম্যাট্রিক্স পাওয়া যায় তাকে বিম্ব বা রূপান্তরিত ম্যাট্রিক্স বলে।
10	D	পরপর দুটি সারিতে পর্যায়ক্রমিক নাচার থাকলে নির্ণয়কের মান শূন্য হয়।
11	D	$AB = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ -2 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}$ $= \begin{pmatrix} 2.2 + (-2).3 & 2.2 + (-2).3 \\ (-2).2 + 2.3 & (-2).2 + 2.3 \end{pmatrix}$ $= \begin{pmatrix} 4-6 & 4-6 \\ -4+6 & -4+6 \end{pmatrix}$ $= \begin{pmatrix} -2 & -2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$
12	C	$2x - y = 6 ; y = -2$ $\Rightarrow 2x + 2 = 6 [\because y = -2]$ $\therefore x = 2$
13	A	ম্যাট্রিক্সটি ব্যতিক্রমী বলে, $(p-4)(p+2) - 16 = 0$ $\Rightarrow p^2 - 2p - 24 = 0$ $\Rightarrow (p-6)(p+4) = 0$ $\therefore p = 6, -4$
14	B	Singular matrix does not have any inverse matrix.
15	C	x ও y এর মান ধরে নির্ণয়কের মান বের করার Then option এ x ও y এর মান বসিয়ে মিলাব। $\begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ -x & x & 1 \\ 0 & -y & 1+y \end{vmatrix} \begin{matrix} [c'_1 = c_1 + c_2] \\ [c'_2 = c_2 + c_3] \end{matrix} = 1(xy-0) = xy$
16	C	'6' এর সহগুণক = $-\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 7 & 8 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -1 & -2 \\ 7 & 8 \end{vmatrix}$
17	B	$\begin{vmatrix} a & 1 & b+c \\ b & 1 & c+a \\ c & 1 & a+b \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a & 1 & a+b+c \\ b & 1 & a+b+c \\ c & 1 & a+b+c \end{vmatrix} [c'_3 = c_1 + c_3]$ $= (a+b+c) \begin{vmatrix} a & 1 & 1 \\ b & 1 & 1 \\ c & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0$
18	B	$AB = \begin{bmatrix} 1 & i \\ -i & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} i & -1 \\ -1 & -i \end{bmatrix}$ $= \begin{bmatrix} i-i & -1-i^2 \\ -i^2-1 & i-i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$
19	D	$\Delta = \begin{vmatrix} a & a & x \\ m & m & n \\ b & x & b \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & a & x \\ 0 & m & n \\ b-x & x & b \end{vmatrix} [c'_1 = c_1 - c_2]$ $= (b-x) \begin{vmatrix} a & x \\ m & n \end{vmatrix} = (b-x)(an - mx)$ $\therefore \Delta = 0 \Rightarrow (b-x)(an - mx) = 0 \therefore x = b, \frac{an}{m}$
20	C	এখানে, $k = 3$ এর জন্য পরপর দুটি কলাম ভিন্ন আসে। বাকীগুলোর জন্য পরপর দুটি কলাম একই আসে। অতএব, $k = 3$ হলে নির্ণয়কের মান শূন্য হতে পারে না।

♦♦ ASPECT SERIES ♦♦ NETWORK ♦♦ ASPECT SERIES ♦♦ NETWORK ♦♦ ASPECT SERIES ♦♦ NETWORK ♦♦ ASPECT SERIES ♦♦ NETWORK ♦♦ ASPECT SERIES ♦♦ NETWORK ♦♦

CONCEPT- 04 বিন্দুর সাপেক্ষে বিন্দুর প্রতিবিম্ব

FORMULA

■ বিন্দুর সাপেক্ষে বললে সাপেক্ষ বিন্দুটি প্রদত্ত বিন্দু ও প্রতিবিম্ব বিন্দুর মধ্যবিন্দু হয়।

যেমন- (x_1, y_1) বিন্দুর সাপেক্ষে (x_2, y_2) বিন্দুর প্রতিবিম্ব (x, y) হলে, $\frac{x + x_2}{2} = x_1$ এবং $\frac{y + y_2}{2} = y_1$

■ অক্ষের সাপেক্ষে প্রতিবিম্ব (i) x অক্ষের সাপেক্ষে $(x, -y)$ (ii) y অক্ষের সাপেক্ষে $(-x, y)$

Model EXAMPLE $(-3, 4)$ বিন্দুর সাপেক্ষে $(2, -1)$ বিন্দুর প্রতিবিম্ব নির্ণয় কর।

Shortcut Solⁿ $\frac{x_1 + 2}{2} = -3 \Rightarrow x_1 = -8$ এবং $\frac{y_1 - 1}{2} = 4 \Rightarrow y_1 = 9 \therefore$ প্রতিবিম্ব $(-8, 9)$

Model EXAMPLE যে বিন্দুর সাপেক্ষে $(-3, 6)$ বিন্দুর প্রতিবিম্ব $(5, 2)$ সেই বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর।

Shortcut Solⁿ এক্ষেত্রে সাপেক্ষ বিন্দুটি প্রদত্ত বিন্দুদ্বয়ের মধ্যবিন্দু। $\therefore$ সাপেক্ষ বিন্দুটি $\left(\frac{-3+5}{2}, \frac{6+2}{2} \right) = (1, 4)$

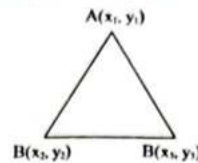
CONCEPT- 05 ক্ষেত্রফল নির্ণয় সংক্রান্ত

FORMULA

ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল: ত্রিভুজের তিনটি শীর্ষ বিন্দুর স্থানাঙ্ক $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$ দেওয়া থাকলে, ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল

$$\Delta ABC = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_1 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_1 \end{vmatrix}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \{(x_1 y_2 + x_2 y_3 + x_3 y_1 - x_1 y_3 - x_3 y_2 - x_2 y_1)\}$$



■ **বর্গ/সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল:** একটি বর্গ বা সামান্তরিককে দুইটি সর্বসম ত্রিভুজে বিভক্ত করা যায়। সুতরাং বর্গ বা সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল $= 2 \times \Delta ABC$

Model EXAMPLE ΔABC এ $A(3, 3)$ $B(-1, 5)$ $C(4, -2)$ হলে ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর?

Shortcut Solⁿ $\Delta ABC = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 3 & 3 \\ -1 & 5 \\ 4 & -2 \\ 3 & 3 \end{vmatrix} = \frac{1}{2} [(15 + 2 + 12) - (-3 + 20 - 6)] = \frac{1}{2} (29 - 11) = 9$ বর্গ একক **Ans.**

Zero Method: $(3, 3)$ $(-1, 5)$ $(4, -2)$; যেকোন একটির স্থানাংক 0 করবো অর্থাৎ $(0, 0)$ $(-4, 2)$ $(1, -5)$

$$\therefore \text{ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} |\text{দূরে} - \text{কাছে}| = \frac{1}{2} |20 - 2| = 9 \text{ বর্গ একক}$$

CONCEPT- 06 ঢাল সংক্রান্ত

FORMULA

ভিন্ন ভিন্ন শর্তে ঢাল নির্ণয়:

(ii) কোন সরলরেখা x অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে θ কোণ উৎপন্ন করলে ঢাল, $m = \tan\theta$

Note: $\tan\theta$ ঋণাত্মক হলে x-অক্ষের সাথে উৎপন্ন নির্ণেয় কোণ $= 180^\circ - |\theta|$

(ii) কোন সরলরেখা $ax + by + c = 0$ এর ঢাল, $m = -\frac{x\text{-এর সহগ}}{y\text{-এর সহগ}}$

(iii) $ax + by + c = 0$ রেখার লম্ব রেখার ঢাল = $\frac{y \text{ এর সহগ}}{x \text{ এর সহগ}}$

$$(iv) \text{ দুইটি নির্দিষ্ট বিন্দু } (x_1, y_1) \text{ ও } (x_2, y_2) \text{ গামী সরলরেখার ঢাল} = \frac{\text{কোটিদ্বয়ের অন্তর}}{\text{ভুজদ্বয়ের অন্তর}} = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Model EXAMPLE $3x - 5y + 1 = 0$ সরলরেখার ঢাল কোনটি?

Shortcut Solⁿ কোন রেখার ঢাল = $-\frac{x \text{ এর সহগ}}{y \text{ এর সহগ}}$; $3x - 5y + 1 = 0$ রেখার ঢাল = $-\frac{3}{-5} = \frac{3}{5}$

Mode **EXAMPLE** $(-2, -5)$ ও $(3, -4)$ বিন্দু দিয়ে অতিক্রমকারী রেখার ঢাল কত?

Shortcut Solⁿ $\text{চাল} = \frac{-4 + 5}{3 + 2} = \frac{1}{5}$

Model EXAMPLE $3x - 6y + 2 = 0$ রেখার উপর লম্ব রেখার ঢাল কত?

Shortcut Solⁿ লম্ব রেখার ঢাল = $\frac{y \text{ এর সহগ}}{x \text{ এর সহগ}} = \frac{-6}{3} = -2$

CONCEPT-07 পরস্পর সমান্তরাল এবং লম্ব সরলরেখা দ্বয়ের ঢাল

FORMULA

দুইটি সরলরেখা $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ এবং $a_2x + b_2y + c_2 = 0$

পরস্পর সমান্তরাল হলে তাদের ঢালদ্বয় সমান হবে অর্থাৎ $m_1 = m_2$ অথবা রেখাদ্বয়ের সমান্তরাল হলে $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2}$

পরস্পর লম্ব হলে ঢালদ্বয়ের গুণফল $= -1$ অর্থাৎ $m_1 \times m_2 = -1$ অথবা $a_1a_2 + b_1b_2 = 0$

Model EXAMPLE $2x - ky + 3 = 0$ এবং $4x - 5y + 7 = 0$; k এর মান কত হলে রেখা দুটি পরস্পর সমান্তরাল হবে।

Shortcut Solⁿ $\frac{2}{4} = \frac{-k}{-5} \therefore k = \frac{10}{4} = \frac{5}{2}$

Model EXAMPLE $2x - y + 7 = 0$ রেখাটি $3x + ay - 5 = 0$ রেখার উপর লম্ব হলে a এর মান কত?

Shortcut Solⁿ $a_1a_2 + b_1b_2 = 0 \Rightarrow 2.3 + a(-1) = 0 \Rightarrow a = 6$

CONCEPT-08 সমরেখ/সমবিন্দু/একই সমতলে/একই সরলরেখা অবস্থিত হলে

FORMULA

■ $a_1x + b_1y + c_1 = 0, a_2x + b_2y + c_2 = 0, a_3x + b_3y + c_3 = 0$ রেখাদ্বয় সমবিন্দু হলে, $\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = 0$

■ তিনটি $(x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3)$ বিন্দু সমরেখ হওয়ার শর্ত হচ্ছে বিন্দুদ্বয়ের ঢাল সমান হবে। $\frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} = \frac{y_2 - y_3}{x_2 - x_3}$

Model EXAMPLE $(-k, 2), (0, -5)$ ও $(2 - k, 3)$ বিন্দুদ্বয় সমরেখ হলে k এর মান কত?

Shortcut Solⁿ $\frac{2+5}{-k-0} = \frac{-5-3}{0-2+k} \therefore k = -14$

Model EXAMPLE $(2, \frac{3}{2}), (-3, -\frac{7}{2})$ ও $(x, \frac{9}{2})$ বিন্দু তিনটি একই সরলরেখার অবস্থিত হলে x এর মান কত?

Shortcut Solⁿ $\frac{\frac{3}{2} + \frac{7}{2}}{2+3} = \frac{-\frac{7}{2} - \frac{9}{2}}{-3-x} \therefore x = 5$

CONCEPT-09 দূরত্ব সূত্র

FORMULA

একটি বিন্দু হতে অক্ষের দূরত্ব	- X- অক্ষ হতে $P(x, y)$ বিন্দুর দূরত্ব $= y$ - Y- অক্ষ হতে $P(x, y)$ বিন্দুর দূরত্ব $= x$
দুটি বিন্দুর মধ্যবর্তী দূরত্ব	$P(x_1, y_1)$ ও $Q(x_2, y_2)$ দুটি বিন্দু হলে উক্ত বিন্দুদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব, $PQ = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$ একক
দুটি পোলার বিন্দুর মধ্যবর্তী দূরত্ব	$P(r_1, \theta_1)$ ও $Q(r_2, \theta_2)$ দুটি বিন্দু হলে উক্ত বিন্দুদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব, $PQ = \sqrt{r_1^2 + r_2^2 - 2r_1r_2 \cos(\theta_1 - \theta_2)}$ একক
একটি বিন্দু ও একটি সরলরেখার মধ্যবর্তী দূরত্ব	বিন্দু $P(x_1, y_1)$ থেকে রেখা $ax + by + c = 0$ এর লম্ব দূরত্ব $D = \left \frac{ax_1 + by_1 + c}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right $
দুটি সরলরেখার মধ্যবর্তী দূরত্ব	একটি রেখা $ax + by + c_1 = 0$ থেকে অপর একটি রেখা $ax + by + c_2 = 0$ এর মধ্যবর্তী দূরত্ব, $D = \left \frac{c_1 - c_2}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right $

Model EXAMPLE যদি একটি বিন্দু $A(3, 4)$ এবং অপর একটি বিন্দু $B(-3, -2)$ হয় তবে AB এর মধ্যবর্তী দূরত্ব কত?

Shortcut Solⁿ $AB = \sqrt{(3+3)^2 + (4+2)^2} = 6\sqrt{2}$

Model EXAMPLE x অক্ষ এবং $(-5, -7)$ থেকে $(4, k)$ বিন্দুর দূরত্ব সমান হলে k এর মান কত?

Shortcut Solⁿ শর্তনুসারে, $k = \sqrt{(-5-4)^2 + (-7-k)^2} \Rightarrow k = \frac{-130}{14} = -\frac{65}{7}$

Model EXAMPLE $(4, -2)$ বিন্দু থেকে $12x + 5y - 3 = 0$ রেখার লম্ব দূরত্ব নির্ণয় কর।

Shortcut Solⁿ $D = \left| \frac{12 \times 4 + 5 \times (-2) - 3}{\sqrt{(12)^2 + (5)^2}} \right| = \frac{35}{13}$

Model EXAMPLE $2x + 3y + 4 = 0$ এবং $4x + 6y + 4 = 0$ রেখা দুটি মধ্যবর্তী দূরত্ব কত?

Shortcut Solⁿ $D = \left| \frac{4-2}{\sqrt{2^2 + 3^2}} \right| = \frac{2}{\sqrt{13}}$

CONCEPT-11 রেখাঘরের মধ্যবর্তী কোণের মান নির্ণয়

FORMULA দুইটি রেখার $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ ও $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ এর মধ্যবর্তী কোণ θ হলে,

$$\tan \theta = \pm \frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 m_2} = \pm \frac{a_2 b_1 - a_1 b_2}{a_1 a_2 + b_1 b_2} \quad [\text{Note : সরলরেখার ঢাল } \tan \theta \text{ স্থূলকোণ হলে } (-)\text{ve এবং সূক্ষ্মকোণ হলে } (+)\text{ve}]$$

EXAMPLE $2x + 3y - 1 = 0$ এবং $x - 2y + 3 = 0$ রেখাঘরের অন্তর্ভুক্ত কোণ নির্ণয় কর।

Shortcut Solⁿ $\theta = \tan^{-1} \left(\frac{-7}{4} \right)$

EXAMPLE $y = 3x + 5$ এবং $y = 4x - 7$ রেখাঘরের মধ্যবর্তী কোণের মান নির্ণয় কর।

Shortcut Solⁿ $\theta = \tan^{-1} \left(\frac{1}{13} \right)$

APYQ

ANALYSIS OF PREVIOUS YEAR QUESTIONS

CLUSTER AG

1. $x - 2y = 6$ রেখাটি y-অক্ষের ধনাত্মক দিকের প্রতি কত কোণে অবনত?

[C.Ag. 2022-23]

- A. $\tan^{-1}(3)$ B. $\tan^{-1}(1)$ C. $\tan^{-1}(2)$ D. $\tan^{-1}(-2)$

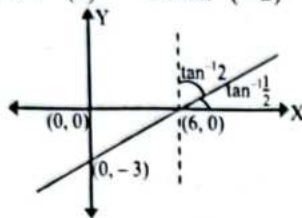
Explanation $x - 2y = 6$

$$\Rightarrow y = \frac{1}{2}x - 3$$

$$\therefore m = \frac{1}{2} \therefore \theta = \tan^{-1} \frac{1}{2}$$

$\therefore y$ অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে অবনত কোণ

$$= 90^\circ - \tan^{-1} \frac{1}{2} = \cot^{-1} \frac{1}{2} = \tan^{-1} 2$$



2. কোন বিন্দুর পোলার স্থানাঙ্ক $(2, 120^\circ)$ হলে উহার কার্ভেসীয় স্থানাঙ্ক-

[C.Ag. 2022-23]

- A. $(-1, \sqrt{3})$ B. $(-1, -\sqrt{3})$ C. $(2, \sqrt{3})$ D. $(\sqrt{3}, 1)$

Explanation $(r, \theta) = (2, 120^\circ) \therefore x = r \cos \theta = 2 \cos 120^\circ = 2 \left(-\frac{1}{2} \right) = -1$

$$\text{এবং } y = r \sin \theta = 2 \sin 120^\circ = 2 \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right) = \sqrt{3}$$

$$\therefore \text{কার্ভেসীয় স্থানাঙ্ক, } (x, y) = (-1, \sqrt{3})$$

3. কোন চতুর্ভুজে $x + y = 2$ এবং $x - y = 12$ রেখাঘর পরস্পরকে ছেদ করে?

[C.Ag. 2022-23]

- A. I B. II C. III D. IV

Explanation $x + y = 2$ (i); $x - y = 12$ (ii)

$$\{(i) + (ii)\} \Rightarrow 2x = 14 \Rightarrow x = 7; \{(i) - (ii)\} \Rightarrow 2y = -10 \Rightarrow y = -5$$

$$\therefore (x, y) = (7, -5) \text{ যা চতুর্থ চতুর্ভুজে অবস্থিত।}$$

4. কোন রেখাটি x-অক্ষকে মূল বিন্দু থেকে 3 একক দূরত্বে ছেদ করে?

[C.Ag. 2022-23]

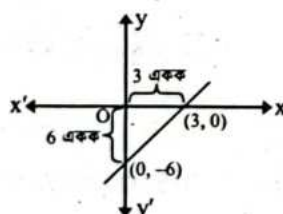
- A. $y = 2x - 6$ B. $y = 2x - 4$ C. $y = 3x + 6$ D. $y = 3x - 2$

Explanation $y = 2x - 6$

$$\Rightarrow 2x - y = 6 \Rightarrow \frac{2x}{6} - \frac{y}{6} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{x}{3} + \frac{y}{(-6)} = 1$$

রেখাটি x অক্ষকে $(3, 0)$ বিন্দুতে মূলবিন্দু থেকে 3 একক দূরত্বে ছেদ করে।



5. কোন রেখাটি $3y = \sqrt{3}x + 15$ রেখার 15° কোণে অবনত? [C.Ag. 2022-23]

- A. $\sqrt{3}y = 3x + 15$ B. $3y = 3x + 7$
C. $3y = \sqrt{3}x - 15$ D. $3y = 4x + 15$

Explanation Option Test: $3y = \sqrt{3}x + 15 \Rightarrow m_1 = \frac{1}{\sqrt{3}} = \tan \theta_1$

$$\Rightarrow \theta_1 = 30^\circ; \text{ অপশন B হতে } 3y = 3x + 7 \Rightarrow m_2 = 1 = \tan \theta_2$$

$$\Rightarrow \theta_2 = 45^\circ \therefore \Delta \theta = \theta_2 - \theta_1 = 45^\circ - 30^\circ = 15^\circ$$

$$\text{বিকল্প: Option Test: } 3y = \sqrt{3}x + 15 \Rightarrow y = \frac{1}{\sqrt{3}}x + 5 \therefore m_2 = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\therefore \tan \theta = \frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 m_2} \Rightarrow \tan 15^\circ = \frac{\frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{3}}}{1 + \frac{1}{\sqrt{3}} \times \frac{1}{\sqrt{3}}} \Rightarrow m_1 = 1; \text{ অপশন B তে, } m = 1$$

06. $\left(\sqrt{3}, \frac{\pi}{3} \right)$ বিন্দুটির কার্ভেসীয় স্থানাঙ্ক কত হবে?

[C.Ag. 2021-22]

- A. $(3, \sqrt{3})$ B. $(2, \sqrt{2})$ C. $\left(\frac{2}{3}, \frac{2}{\sqrt{3}} \right)$ D. $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{3}{2} \right)$

Explanation $x = r \cos \theta = \sqrt{3} \cos \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$$y = r \sin \theta = \sqrt{3} \sin \frac{\pi}{3} = \frac{3}{2}$$

07. $5x + 2y - 8 = 0$ রেখার ওপর লম্ব রেখার ঢাল কত?

[C.Ag. 2021-22]

- A. $-\frac{5}{2}$ B. $-\frac{2}{5}$ C. $\frac{2}{5}$ D. $\frac{5}{2}$

Explanation কোন রেখার লম্ব রেখার ঢাল = $\frac{y \text{ এর সহগ}}{x \text{ এর সহগ}}$

$$\therefore 5x + 2y - 8 = 0 \text{ এর লম্ব রেখার ঢাল} = \frac{2}{5}$$

08. $4x - 3y + 12 = 0$ এবং $4x - 3y + 3 = 0$ সরলরেখা দুইটির মধ্যবর্তী দূরত্ব কত? [C.Ag. 2021-22]

- A. $\frac{5}{9}$ একক B. $\frac{9}{5}$ একক C. $\frac{7}{5}$ একক D. $\frac{5}{7}$ একক

Explanation সরলরেখাঘরের মধ্যবর্তী দূরত্ব,

$$d = \frac{|12 - 3|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = \frac{9}{\sqrt{25}} = \frac{9}{5}$$

09. $x - \sqrt{3}y = 7$ হলে সরলরেখার ঢাল কত?

[C.Ag. 2021-22]

- A. $-\sqrt{3}$ B. $-\frac{1}{\sqrt{3}}$ C. $\frac{1}{\sqrt{3}}$ D. $\sqrt{3}$

Explanation $x - \sqrt{3}y = 7$ এর ঢাল = $-\frac{x \text{ এর সহগ}}{y \text{ এর সহগ}} = -\frac{1}{-\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

10. $(x + 5, 2y + 1) = (2y + 4, 3y)$ হলে, x এর মান কত? [C.Ag. 2020-21]

- A. -1 B. 0
C. 1 D. 2

Explanation $x + 5 = 2y + 4$ (i)

$$2y + 1 = 3y \text{ (ii)}$$

(ii) নং হতে, $y = 1$

$$y \text{ এবং (i) এ বসে পাই, } x + 5 = 2 \times 1 + 4$$

$$\Rightarrow x = 6 - 5 = 1$$

- ASPECT SERIES •• NETWORK •• ASPECT SERIES •• NETWORK •• ASPECT SERIES •• NETWORK •• ASPECT SERIES •• NETWORK •• ASPECT SERIES •• NETWORK •• ASPECT SERIES ••

10. x -অক্ষের উপর লম্ব এবং $(2, 6)$ বিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ কোনটি? [BAU. 2015-16]
 A. $x+2=0$ B. $x=2$ C. $y-6=0$ D. $y+6=0$
[B] Explanation x -অক্ষের উপর লম্ব রেখার সমীকরণ $x-2=0 \Rightarrow x=2$
11. $2x+3y+5=0$ সরলরেখার উপর লম্বরেখার ঢালের মান কোনটি? [BAU. 2015-16]
 A. $-\frac{2}{3}$ B. $-\frac{3}{2}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{3}{2}$
[D] Explanation লম্বরেখার ঢাল = $\frac{y \text{ এর সহগ}}{x \text{ এর সহগ}} = \frac{3}{2}$
12. কোন বিন্দুর কার্ভেসীয়ান স্থানাঙ্ক $(1, 1)$ হলে পোলার স্থানাঙ্ক কোনটি? [BAU. 2015-16]
 A. $(\sqrt{2}, \frac{\pi}{4})$ B. $(2, \frac{\pi}{4})$ C. $(-2, \frac{\pi}{4})$ D. $(\frac{\pi}{4}, \sqrt{2})$
[A] Explanation পোলার স্থানাঙ্ক (r, θ)
 $r = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$ $\theta = \tan^{-1} \frac{1}{1} = \frac{\pi}{4}$; পোলার স্থানাঙ্ক $(\sqrt{2}, \frac{\pi}{4})$
13. $y = mx + 3$ সরলরেখাটি $y = x^2 + 12$ বক্ররেখাকে স্পর্শ করলে, m এর মান কত হবে? [BAU. 2014-15]
 A. ± 3 B. ± 2 C. ± 6 D. ± 4
[C] Explanation $x^2 + 12 = mx + 3$
 $\Rightarrow x^2 - mx + 9 = 0$, (রেখা বক্ররেখাকে স্পর্শক বলে সমীকরণটির নিশ্চায়ক শূন্য হবে।)
 $\therefore D = m^2 - 4 \cdot 9 \cdot 1 = 0 \Rightarrow m^2 = 36 \therefore m = \pm 6$
14. একটি ত্রিভুজের তিনটি শীর্ষবিন্দু যথাক্রমে $(-3, 0)$, $(3, 0)$ এবং $(0, 6)$ হলে, উহার ভরকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক কত? [BAU. 2014-15]
 A. $(0, 0)$ B. $(0, 3)$ C. $(0, 4)$ D. $(0, 2)$
[D] Explanation ভরকেন্দ্র = $\frac{x_1 + x_2 + x_3}{3} = \frac{-3 + 3 + 0}{3} = 0$,
 $y = \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3} = \frac{0 + 0 + 6}{3} = 2 \therefore$ নির্ণেয় বিন্দু $(0, 2)$
15. $k(x, y)$ বিন্দু $(1, 0)$ ও Y -অক্ষ হতে সমান দূরত্বে থাকলে এর সম্ভার পথের সমীকরণ কোনটি? [BAU. 2013-14]
 A. $y^2 + 1 = 2y$ B. $y^2 + 1 = 2x$ C. $y^2 - 2x = 1$ D. $y^2 - 2x = 1$
[B] Explanation y -অক্ষ হতে $k(x, y)$ এর দূরত্ব = $|x|$
 $\therefore (1, 0)$ বিন্দু হতে $k(x, y)$ এর দূরত্ব = $\sqrt{(x-1)^2 + y^2}$
 $x^2 = (x-1)^2 + y^2 \Rightarrow x^2 = x^2 - 2x + 1 + y^2$
 $\Rightarrow y^2 - 2x = -1 \Rightarrow y^2 + 1 = 2x$
16. $x^3 - Px^2y + y^2 = 0$ সম্ভারপথটি $(1, 1)$ বিন্দুগামী হলে P এর মান কোনটি? [BAU. 2013-14]
 A. 1 B. 2 C. 3 D. -2
[B] Explanation $1^3 - p \cdot 1^2 \cdot 1 + 1^2 = 0 \therefore p = 2$
17. $x + 2y = 2$ সরলরেখাটি অক্ষদ্বয়ের সাথে যে ত্রিভুজ উৎপন্ন করে তার ক্ষেত্রফল কত? [BAU. 2013-14]
 A. $\frac{1}{2}$ বর্গএকক B. 1 বর্গএকক C. 2 বর্গএকক D. 3 বর্গএকক
[B] Explanation $x + 2y = 2 \Rightarrow \frac{x}{2} + \frac{y}{1} = 1$
 $\therefore \Delta = \frac{1}{2} \times 1 \times 2 = 1$ বর্গ একক
18. $x + y = 2$ সরল রেখাটি অক্ষদ্বয়কে যে বিন্দুতে সমদ্বিখন্ডিত করে তার স্থানাঙ্ক কোনটি? [BAU. 2011-12]
 A. $(1, 1)$ B. $(1, -1)$ C. $(2, 2)$ D. $(1, 2)$
[A] Explanation Do the option test-
 A. $1+1=2 \Rightarrow 2=2$ [(1,1) বিন্দু দ্বারা সিদ্ধ]

19. $x = 0, y = 0$ এবং $x + y - 2 = 0$ রেখা তিনটি দ্বারা উৎপন্ন ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল কোনটি? [BAU. 2011-12]
 A. 4 বর্গ একক B. 2 বর্গ একক C. 1 বর্গ একক D. $\frac{1}{2}$ বর্গ একক
[B] Explanation $x + y - 2 = 0$ রেখা দ্বারা অক্ষদ্বয়ের সাথে উৎপন্ন ত্রিভুজের ক্ষেত্রফলই নির্ণেয় ক্ষেত্রফল।
 $x + y - 2 = 0 \Rightarrow \frac{x}{2} + \frac{y}{2} = 1 \therefore \Delta = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2 = 2$
 $(0, 0); (2, 0); (0, 2)$ বিন্দু দিয়ে নির্ণায়ক করলেও উত্তর পাওয়া যাবে।
20. $4x - 5y + 20 = 0$ রেখাটির x ও y -অক্ষের ছেদক অংশ কোনটি? [BAU. 11-12]
 A. -5, 4 B. 5, 4 C. -4, 5 D. -4, -5
[A] Explanation $\frac{x}{-5} + \frac{y}{4} = 1$; x এবং y -অক্ষের ছেদক অংশ যথাক্রমে -5, 4
21. যে সরল রেখা অক্ষদ্বয়কে $(2, 2)$ বিন্দুতে সমদ্বিখন্ডিত করে তার সমীকরণ কোনটি [BAU. 2008-09, 2011-12]
 A. $x - y = 2$ B. $x - y = 4$ C. $x + y = 4$ D. $x + y = 2$
[C] Explanation Do option test-
 A. $2-2=0 \neq 2$ [(2,2) বিন্দু দ্বারা সিদ্ধ নয়]
 B. $2-2=0 \neq 4$ [(2,2) বিন্দু দ্বারা সিদ্ধ নয়]
 C. $2+2=4$ [(2,2) বিন্দু দ্বারা সিদ্ধ]
 D. $2+2=2 \neq 4$ [(2,2) বিন্দু দ্বারা সিদ্ধ নয়]
22. $3x + 4y = 7$ সরল রেখাটির ঢাল কত? [BAU. 2011-12]
 A. $\frac{3}{2}$ B. $-\frac{4}{3}$ C. $-\frac{3}{4}$ D. $\frac{7}{3}$
[C] Explanation $3x + 4y = 7$; রেখাটির ঢাল, $= \frac{-x}{y} = \frac{-3}{4}$
23. যে বিন্দুর পোলার স্থানাঙ্ক $(-1, \frac{\pi}{4})$ তার কার্ভেসীয় স্থানাঙ্ক কত? [BAU. 09-10]
 A. $(-\frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{2}})$ B. $(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}})$
 C. $(\frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{2}})$ D. কোনটিই নয়
[A] Explanation $(r \cos \theta, r \sin \theta) = (-1 \cos 45^\circ, -1 \sin 45^\circ)$
 $= (-\frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{2}})$
24. $x - 3y = 0$ সরল রেখাটি x -অক্ষের যে বিন্দুতে মিলিত হয় তার স্থানাঙ্ক হল- [BAU. 2009-10]
 A. $(3, 0)$ B. $(-3, 0)$ C. $(0, 0)$ D. $(1, 0)$
[C] Explanation $y = mx$ সরল রেখাটি মূলবিন্দুগামী অথবা, অপশনের যে বিন্দু দ্বারা প্রদত্ত রেখাটি সিদ্ধ হবে সেটিই হবে উত্তর।
25. $x + 2y - 3 = 0$ এবং $2x - y - 15 = 0$ সরলরেখা দুটি পরস্পর- [BAU. 09-10]
 A. সমান্তরাল B. লম্ব C. একই সরলরেখা D. কোনটিই না
[B] Explanation প্রদত্ত রেখা দুটির ঢাল দ্বয়ের গুণফল = -1
26. $5x - 2y - 6 = 0$ সরল রেখার সমান্তরাল এবং $(2, 4)$ বিন্দু দিয়ে গমনকারী সরল রেখার সমীকরণ: [BAU. 2008-09]
 A. $5x - 2y = 2$ B. $5x - 2y = 3$ C. $2y - 5x = 2$ D. $2y - 5x = 3$
[A] Explanation $5x - 2y - 6 = 0$ সরল রেখার সমান্তরাল এবং $(2, 4)$ বিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ, $5x - 2y = 5 \times 2 - 2 \times 4 \Rightarrow 5x - 2y = 2$
27. $3x + 4y - 12 = 0$ রেখাটি অক্ষদ্বয়ের সাথে যে ত্রিভুজ উৎপন্ন করে তার ক্ষেত্রফল কত? [BAU. 2008-09]
 A. 12 B. 24 C. 8 D. 6
[D] Explanation $3x + 4y = 12$
 $\Rightarrow \frac{x}{4} + \frac{y}{3} = 1 \therefore$ ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2} \cdot a \cdot b = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 3 = 6$

(1,2) ও (3,4) বিন্দুদ্বয়ের সংযোজন রেখা ও উহার লম্বদ্বিখন্ডকের ছেদবিন্দুর স্থানাঙ্ক কোনটি? [BAU. 2003-04]

- A. (2,1) B. (2,3) C. (3,2) D. (2,2)

(B) Explanation (1,2) ও (3,4) বিন্দুদ্বয়ের সংযোজক রেখার লম্বদ্বিখন্ডকের ছেদবিন্দু এবং বিন্দুদ্বয়ের সংযোজক রেখার মধ্যবিন্দু একই।

$$x = \frac{1+3}{2} = 2, y = \frac{2+4}{2} = 3$$

ABC ত্রিভুজের B বিন্দুর স্থানাঙ্ক (5, 9) এবং C বিন্দুর স্থানাঙ্ক (6, 8)। AB এবং AC বাহুর মধ্যবিন্দু D এবং E হলে DE এর দৈর্ঘ্য কত? [BAU. 03-04]

- A. $\sqrt{2}$ একক B. $\frac{1}{\sqrt{2}}$ একক C. $2\sqrt{2}$ একক D. $\frac{1}{2\sqrt{2}}$ একক

(B) Explanation উপপাদ্যঃ ABC ত্রিভুজের AB এবং AC বাহুর মধ্যবিন্দু D এবং E হলে $DE \parallel BC$ এবং $DE = \frac{1}{2} BC$

$$BC = \sqrt{(5-6)^2 + (9-8)^2} = \sqrt{2}, \therefore DE = \frac{1}{2} \times \sqrt{2} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$ax + by + c = 0$ এবং $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ রেখাদ্বয় পরস্পরের উপর লম্ব হলে নিচের কোনটি সত্য? [BAU. 2003-04]

- A. $ab_1 - a_1b = 0$ B. $ab - a_1b_1 = 0$ C. $aa_1 + bb_1 = 0$ D. $aa_1 - bb_1 = 0$

(C) Explanation $ax + by + c = 0$ এবং $a_1x + b_1y + c_1 = 0$

$$y = -\frac{a_1}{b_1}x - \frac{c_1}{b_1} \dots (i) \quad y = -\frac{a_2}{b_2}x - \frac{c_2}{b_2} \dots (ii) \quad m_1 = \frac{a_1}{b_1}$$

$$\text{এবং } m_2 = \frac{a_2}{b_2}$$

১. রেখা দুটি পরস্পর লম্ব হলে, $a_1a_2 + b_1b_2 = 0$

প্রমাণঃ $m_1 \times m_2 = -1$ বা, $\left(-\frac{a_1}{b_1}\right) \times \left(-\frac{a_2}{b_2}\right) = -1$ বা, $a_1a_2 + b_1b_2 = 0$

$\Rightarrow ax + by + c = 0$ রেখার সমান্তরাল রেখার সমীকরণ $ax + by + k = 0$ এখানে শুধু ধ্রুবক change হয়।

$\Rightarrow ax + by + c = 0$ রেখার লম্ব রেখার সমীকরণ $bx - ay + k = 0$

২. (1, -1) বিন্দুগামী এবং $2x - 3y + 6 = 0$ রেখার উপর লম্বরেখার সমীকরণ-

- A. $3y - 2x = -5$ B. $2x + 3y + 1 = 0$ C. $2y - 3x = 1$ D. $3x + 2y - 1 = 0$

(D) Explanation লম্বরেখার সমীকরণ, $3x + 2y = 3 \times (1) + 2(-1)$

Shortcut: $\therefore 3x + 2y - 1 = 0$

N.B: লম্বরেখার লেখার সময় y এর সহগ x এ আসে আর x এর সহগ y এর সাথে গুণ হয়। x ও y এর মাঝবানের চিহ্ন বিপরীত/উল্টা হয়।

৩. $x - y + 5 = 0$, $x + y - 1 = 0$, এবং $kx - y + 13 = 0$ রেখাদ্বয় একই বিন্দুগামী হলে k এর মান কত? [BAU. 2003-04]

- A. 3 B. 5 C. 2 D. 1

$$\begin{vmatrix} 1 & -1 & 5 \\ 1 & 1 & -1 \\ k & -1 & 13 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow k = 5$$

৪. অক্ষদ্বয়ের সাথে $x + 4y - 12 = 0$ দ্বারা খণ্ডিত ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল কোনটি? [BAU. 2003-04]

- A. 3 ব. একক B. 4 ব. একক C. 18 ব. একক D. 5 ব. একক

(C) Explanation $x + 4y - 12 = 0$

$$\Rightarrow \frac{x}{12} + \frac{y}{3} = 1 \quad \Delta = \frac{1}{2}ab = \frac{1}{2} \times 12 \times 3 = 18 \text{ sq units}$$

৫. $y = \sqrt{3}(x + 1)$ সরলরেখাটি x অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে যে কোণ উৎপন্ন করে তা হল- [BAU. 2003-04]

- A. 60° B. 120° C. -60° D. $\tan 60^\circ$

$$\text{(D) Explanation } y = \sqrt{3}(x+1) \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \sqrt{3}$$

$$\tan \theta = \sqrt{3} = \tan 60^\circ \Rightarrow \theta = 60^\circ$$

৫৪. $x = -2$, $x = 2$, $y = 5$ এবং $y = 9$ রেখা চারটি দ্বারা আবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কত? [BAU. 2003-04]

- A. 4 বর্গ একক B. 14 বর্গ একক C. 18 বর্গ একক D. 16 বর্গ একক

(D) Explanation y-অক্ষের সমান্তরাল রেখা দুটির মধ্যবর্তী দূরত্ব

$$\Delta x = 2 - (-2) = 4 \text{ একক।}$$

x- অক্ষের সমান্তরাল রেখা দুটির মধ্যবর্তী দূরত্ব $\Delta y = 9 - 5 = 4$ একক। এই চারটি রেখাদ্বারা সৃষ্ট ক্ষেত্র একটি বর্গক্ষেত্র যার ক্ষেত্রফল- $\Delta x \cdot \Delta y = 4^2 = 16$ বর্গ একক। চিত্র একে সমাধান বেশি সহজ।

৫৫. k এর মান কত হলে $3x + 5y - 7 = 0$ এবং $kx - 3y + 5 = 0$ সরল রেখাদ্বয় সমান্তরাল হবে? [BAU. 2002-03]

- A. $-\frac{9}{5}$ B. $\frac{9}{5}$ C. $-\frac{5}{9}$ D. $\frac{9}{5}$

$$\text{(A) Explanation } \frac{3}{k} = \frac{-5}{3} \Rightarrow k = -\frac{9}{5}$$

৫৬. কোন বিন্দুটি $2x - 3y + 1 = 0$ রেখার উপর অবস্থিত? [BAU. 2002-03]

- A. (1,2) B. (-2,1) C. (0,-1) D. কোনটিই নয়

(D) Explanation যে বিন্দু দ্বারা প্রদত্ত সমীকরণটি সিদ্ধ হবে তাই উত্তর। কিন্তু A (1, 2), B(-2, 1), C(0, -1) কোনটি দ্বারা প্রদত্ত সমীকরণটি সিদ্ধ হয় না বলে উত্তর D কোনটিই নয়।

৫৭. $5x - 5y\sqrt{3} + 2 = 0$ এবং $3x\sqrt{3} + 3y - 4 = 0$ সরল রেখাদ্বয়ের অন্তর্ভুক্ত কোণ কত? [BAU. 2002-03]

- A. 45° B. 60° C. 0° D. 90°

$$\text{(D) Explanation } 5x - 5y\sqrt{3} + 2 = 0 \Rightarrow x - y\sqrt{3} + 2/5 = 0$$

$$5x\sqrt{3} + 3y - 4 = 0 \Rightarrow x\sqrt{3} + y - 4/3 = 0$$

রেখা দুটি ঢালের গুণফল -1. অতএব $\theta = 90^\circ$

স্মরণীয়: ঢাল -1 হলে রেখাদ্বয় পরস্পর লম্ব হবে এবং কোণ হবে 90°

৫৮. $y = x + 1$, $y = 2(x+1)$ এবং $y = mx + 3$ রেখাদ্বয় সমবিন্দু হলে m এর মান কত? [BAU. 2002-03]

- A. 3 B. -3 C. 2 D. কোনটিই নয়

$$\text{(A) Explanation } \begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & -1 & 2 \\ m & -1 & 3 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow (-3+2)+1(6-2m)+1(-2m)=0$$

$$\Rightarrow -1+6-2m-2+m=0 \Rightarrow -m=-3 \therefore m=3$$

৫৯. $3x + 4y + 5 = 0$ রেখার 5 একক দূরবর্তী সমান্তরাল রেখার সমীকরণ কোনটি? [BAU. 2002-03]

- A. $3x + 4y + 20 = 0$ B. $3x + 4y = 25$
C. $3x + 4y + 30 = 0$ D. $3x + 4y - 30 = 0$

(C) Explanation $3x + 4y + 5 = 0$ রেখার সমান্তরাল রেখার সমীকরণ,

$$3x + 4y + k = 0 \quad \therefore \frac{k-5}{\sqrt{3^2+4^2}} = \pm 5 \Rightarrow k = 30, -20$$

নির্ণয়ে সমীকরণ, $3x + 4y + 30 = 0$

৬০. (0, 5) বিন্দুটির অবস্থান কোথায়? [BAU. 2001-02]

- A. x অক্ষের উপর B. y অক্ষের উপর C. দ্বিতীয় D. তৃতীয়

(B) Explanation y অক্ষের উপর অবস্থিত বিন্দুর স্থানাঙ্ক = (0, y)

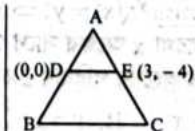
৬১. $\triangle ABC$ - এর AB এবং AC বাহুদ্বয়ের মধ্যবিন্দুর স্থানাঙ্ক যথাক্রমে (0,0) ও (3,-4) হলে BC বাহুর দৈর্ঘ্য কত? [BAU. 2001-02]

- A. 5 একক B. 7 একক C. 10 একক D. 15 একক

(C) Explanation উপপাদ্যঃ $\triangle ABC$ ত্রিভুজের AB এবং AC বাহুর মধ্যবিন্দু

$$D \text{ এবং } E \text{ হলে } DE \parallel BC \text{ ও } DE = \frac{1}{2} BC \Rightarrow BC = 2DE$$

$$\therefore BC = 2\sqrt{(0-3)^2 + (0+4)^2} = 2 \times 5 = 10$$



মূল বিন্দু হতে $3x + 4y = 10$ রেখাটির লম্ব দূরত্ব- [SAU.2015-16]
A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

Explanation (0,0) বিন্দু হতে $3x + 4y = 10$ রেখায় লম্ব দূরত্ব
 $= \frac{|10|}{\sqrt{3^2+4^2}} = 2$

(1,0), (2,1) ও (4,5) বিন্দুগুলো দ্বারা গঠিত ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক? [SAU.2014-15]
A. 14 B. 12 C. 10 D. 1

Explanation ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 0 & 1 & 5 \\ 1 & 0 & 0 \end{vmatrix}$
 $= \frac{1}{2} \{(1+10)-(4+5)\} = \frac{1}{2} \times 2 = 1$ বর্গ একক

$5x - 5y\sqrt{3} + 2 = 0$ এবং $3x\sqrt{3} + 3y - 4 = 0$ সরল রেখাঘরের অন্তর্ভুক্ত কোণ কত? [SAU.2014-15]
A. 45° B. 60° C. 0° D. 90°

Explanation $m_1 = \frac{5}{5\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$,

$m_2 = -\frac{3\sqrt{3}}{3} = -\sqrt{3}$, $\tan \theta = \frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 m_2} \Rightarrow \frac{\frac{1}{\sqrt{3}} + \sqrt{3}}{1 - \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \sqrt{3}} = \infty \therefore \theta = 90^\circ$

$x + y = 4$ সরল রেখাটি অক্ষঘরের সাথে যে ত্রিভুজটি উৎপন্ন করে তার ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক? [SAU. 2010-11]
A. 1 B. 2 C. 4 D. 8

Explanation $x + y = 4 \Rightarrow \frac{x}{4} + \frac{y}{4} = 1$
 $\therefore$ ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} ab = \frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8$

$x + y - 1 = 0$ সরল রেখাটি X-অক্ষকে যে বিন্দুতে ছেদ করে তার স্থানাঙ্ক কোনটি? [SAU. 2010-11]
A. (0,1) B. (0,-1) C. (-1,0) D. (1,0)

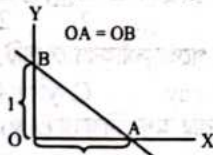
Explanation $x + y - 1 = 0$
 $\Rightarrow \frac{x}{1} + \frac{y}{1} = 1 \therefore x$ -অক্ষের উপর স্থানাঙ্ক (1,0)

কোন বিন্দুর পোলার স্থানাঙ্ক $(2, 30^\circ)$ হলে বিন্দুটির কার্ভেসীয় স্থানাঙ্ক কোনটি? [SAU. 2011-12]
A. $(\sqrt{3}, 1)$ B. $(-\sqrt{3}, 1)$ C. $(-\sqrt{3}, -1)$ D. $(\sqrt{3}, -1)$

Explanation $(2, 30^\circ)$ এর কার্ভেসীয় স্থানাঙ্ক-
 $\therefore x = r \cos \theta = 2 \cos 30^\circ = \sqrt{3} \therefore y = r \sin \theta = 2 \sin 30^\circ = 1$
 $\therefore (x, y) = (\sqrt{3}, 1)$

$x = 0, y = 0$ এবং $x + y = 1$ রেখা তিনটি দ্বারা উৎপন্ন ত্রিভুজটি হবে- [SAU. 2009-10, BAU. 2005-06;]
A. বিঘমবাহ B. স্থলকোণী C. সমকোণী সমদ্বিবাহ D. কোনটিই নয়

Explanation চিত্র আকলে বুঝা যাবে ত্রিভুজটি কি



$(x_1, y_1), (x_2, y_2)$, এবং $(0,0)$ বিন্দু তিনটি দ্বারা গঠিত ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল কত? [SAU. 2008-09]

A. $\frac{1}{2} (x_1 y_2 - x_2 y_1)$ B. $\frac{1}{2} (x_1 y_1 - x_2 y_2)$
C. $\frac{1}{2} (x_1 y_1 + x_2 y_2)$ D. $\frac{1}{2} (x_1 y_2 + x_2 y_1)$

Explanation ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$ বর্গ একক
 $= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{vmatrix}$ বর্গ একক $= \frac{1}{2} (x_1 y_2 - x_2 y_1)$ বর্গ একক।

21. যে বিন্দুর পোলার স্থানাঙ্ক $(2, 330^\circ)$ তার কার্ভেসীয় স্থানাঙ্ক কোনটি? [SAU. 2008-09]
A. $(-1\sqrt{3}, -1)$ B. $(-\sqrt{3}, 1)$ C. $(\sqrt{3}, -1)$ D. কোনটিই নয়

Explanation $x = r \cos \theta = 2 \cos (360^\circ - 30^\circ) = \sqrt{3}$
 $\therefore y = r \sin \theta = 2 \sin (360^\circ - 30^\circ) = -1 \therefore$ স্থানাঙ্ক $(\sqrt{3}, -1)$

22. $x=0, y=0$ এবং $x+y-4=0$ রেখা তিনটি যে ত্রিভুজ উৎপন্ন করে তার ক্ষেত্রফল কত? [SAU. 2008-09]
A. 8 বর্গ একক B. 12 বর্গ একক C. 16 বর্গ একক D. 32 বর্গ একক

Explanation ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} ab = \frac{1}{2} 4 \times 4 = 8$

23. k- এর মান কত হলে $x-y=1, x-3y+5=0$ এবং $kx=3y-4$ সরলরেখার ত্রয় সমবিন্দু হবে- [SAU. 2007-08]
A. 10 B. 20 C. $\frac{5}{4}$ D. 2

Explanation $\begin{vmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 1 & -3 & 5 \\ k & -3 & 4 \end{vmatrix} = 0$

$\Rightarrow 1(-12+15) + 1(4-5k) - 1(-3+3k) = 0$
 $\Rightarrow 3+4-5k+3-3k = 0 \Rightarrow k = \frac{10}{8} \therefore k = \frac{5}{4}$

24. y অক্ষ এবং $(a, 0)$ বিন্দু থেকে সমদূরবর্তী বিন্দুর সম্ভারপথের সমীকরণ- [SAU. 2006-07]
A. $y^2 = 4ax$ B. $x^2 = 4ay$ C. $x^2 + y^2 = a^2$ D. $y + ax = 0$

Explanation কোন নির্দিষ্ট সরলরেখা এবং স্থির বিন্দু হতে সমদূরবর্তী বিন্দুর সম্ভারপথ পরাবৃত্ত। পরাবৃত্তের সমীকরণ $y^2 = 4ax$

25. $3x-4y-12=0$ রেখাটির ঢাল হবে- [SAU. 2006-07]
A. $4/3$ B. $3/4$ C. $-4/3$ D. $1/4$

Explanation কোন রেখা থেকে ঢাল বের করার নিয়ম ঢাল $= -\frac{x \text{ এর সহগ}}{y \text{ এর সহগ}}$
 $\therefore 3x-4y-12=0$ রেখার ঢাল $= -\frac{3}{-4} = \frac{3}{4}$

26. $(2,3)$ বিন্দুটি অবস্থিত $2x^2-y=5$ রেখার- [SAU. 2006-07]
A. উপরে B. বাহিরে
C. একই পাশে D. কোনটিই নয়

Explanation $2 \times 2^2 - 3 - 5 = 0 \therefore$ রেখাটির উপর অবস্থিত।

27. মূলবিন্দু দিয়ে যায় এবং X-অক্ষের সাথে এমন একটি ধনাত্মক কোণ উৎপন্ন করে এরূপ সরলরেখার সমীকরণ হবে- [SAU. 2005-06]
A. $y = mx$ B. $y = mx+c$
C. $y = mx-c$ D. $y = x$

Explanation [Hints- c থাকেনা]

28. $(a, 0)$ বিন্দু ও $x+a=0$ রেখা থেকে সমদূরবর্তী বিন্দুসমূহের সেটে যে সম্ভার পথ গঠন করে তার সমীকরণ হবে- [SAU. 2005-06]

A. $x^2+4ay=0$ B. $x^2+2ax+a^2=0$
C. $y^2+4ax=0$ D. $y^2=4ax$

Explanation ধরি, বিন্দুটি $P(x, y)$

$\therefore \sqrt{(x-a)^2 + y^2} = \frac{x+a}{\sqrt{1}} \Rightarrow x^2 - 2ax + a^2 + y^2 = (x+a)^2$
 $\Rightarrow x^2 - 2ax + a^2 + y^2 = x^2 + 2ax + a^2 \therefore y^2 = 4ax$

29. কোন বিন্দুর পোলার স্থানাঙ্ক $(3, 90^\circ)$ হলে, বিন্দুটির কার্ভেসীয় স্থানাঙ্ক হবে- [SAU. 2005-06]

A. (0, 3) B. (3, 0)
C. (0, 0) D. (3, 3)

Explanation এখানে, $r = 3, \theta = 90^\circ$,

$X = r \cos \theta, y = r \sin \theta \Rightarrow x = 3 \cos 90^\circ = 0 \Rightarrow y = 3 \sin 90^\circ = 3$
 $\therefore$ কার্ভেসীয় স্থানাঙ্ক (0, 3)

$x = 1$ এবং $y = 1$ রেখাখয়ের মধ্যবর্তী কোণ কত?

- A. 45° B. 90° C. 180° D. 0° [SylIAU.2014-15]

(B) Explanation পরস্পর লম্ব তাই 90°

$x - 2y = \sqrt{3} \text{ m}$ সরল রেখাটি মূলবিন্দুগামী হলে, m এর মান কোনটি?

- A. 0 B. 1 C. 2 D. $\sqrt{3}$ [SylIAU.2014-15]

(A) Explanation $x - 2y = \sqrt{3} \text{ m}$

হ্যাঁ (0,0) বিন্দু গামী হলে, $0 - 0 = \sqrt{3} \text{ m} \Rightarrow m = 0$

A(3,-5), B(-7,4) এবং C(10,-2) দ্বারা গঠিত ত্রিভুজের ভরকেন্দ্র কোনটি?

- A. (2,1) B. (-2,1) C. (-2,-1) D. (2,-1) [SylIAU.2013-14]

(D) Explanation $x = \frac{3-7+10}{3} = 2, y = \frac{-5+4-2}{3} = -1 \therefore (2,-1)$

যে সরলরেখা মূলবিন্দু দিয়ে অতিক্রম করে এবং x অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে 120° কোণ উৎপন্ন করে তার সমীকরণ হলো-

- A. $y + \sqrt{3}x = 0$ B. $y - \sqrt{3}x = 0$
C. $y + \frac{1}{\sqrt{3}}x = 0$ D. $\sqrt{3}y - x = 0$ [SylIAU.2013-14]

(A) Explanation $y = \tan\theta \cdot x = \tan 120^\circ \cdot x \therefore y + \sqrt{3}x = 0$

$r = 4a \csc\theta \cot\theta$ পোলার সমীকরণটিকে কার্তেসীয় সমীকরণে রূপান্তরিত করলে কোনটি হবে?

- A. $x^2 + y^2 = a^2$ B. $y^2 = 4ax$ C. $y^2 + 4ax = 0$ D. $y^2 = 3ax$ [SylIAU. 2013-14, 2011-12; BAU. 14-15]

(B) Explanation $r = 4a \frac{1}{\sin\theta} \cdot \frac{1}{\tan\theta} \Rightarrow r \sin\theta \tan\theta = 4a$

$\Rightarrow y \cdot \frac{y}{x} = 4a \therefore y^2 = 4ax$

9. a এর মান কত হলে $2x - y = 0$ এবং $3x + ay - 2 = 0$ রেখাখয় পরস্পর লম্ব হবে?

- A. $\frac{2}{3}$ B. $\frac{3}{2}$ C. 6 D. -6

(C) Explanation লম্ব হওয়ার শর্ত, $a_1a_2 + b_1b_2 = 0 \therefore 6 - a = 0 \therefore a = 6$

10. $x = y - 10$ সরলরেখাটি x-অক্ষের ধনাত্মক দিকের যে কোন উৎপন্ন করে তা হলো-

- A. 0° B. 45° C. 90° D. 60° [SylIAU. 2009-10]

(B) Explanation $x = y - 10 \Rightarrow x - y = -10$

$\therefore x$ অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে উৎপন্ন কোণ = ঢাল = $-\frac{1}{(-1)} = 1$

শর্তমতে, $\therefore \tan\theta = 1 \therefore \theta = 45^\circ$

11. $x - 3y + 2 = 0$, $x - 6y + 3 = 0$, $x + ay = 0$ রেখা তিনটি সমবিন্দু হলে a এর মান কত?

- A. 2 B. 3 C. 4 D. -2 [SylIAU. 2009-10]

(B) Explanation শর্তমতে, $\begin{vmatrix} 1 & -3 & 2 \\ 1 & -6 & 3 \\ 1 & a & 0 \end{vmatrix} = 0$

$\Rightarrow 1(0 - 3a) + 3(0 - 3) + 2(a + 6) = 0$

$\Rightarrow -3a - 9 + 2a + 12 = 0 \Rightarrow -a = -3 \therefore a = 3$

12. ABCD রম্বসের AC কর্ণের মধ্যবিন্দুর স্থানাঙ্ক (1, 2) হলে BD কর্ণের মধ্যবিন্দুর স্থানাঙ্ক কত?

- A. (1, 2) B. (-2, -2) C. (0, 0) D. (1, -2) [SylIAU. 2009-10]

(A) Explanation সামান্তরিকের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমকোণে সমদ্বিখলিত করে।

13. একটি বিন্দুর কার্তেসীয় স্থানাঙ্ক $(\sqrt{3}, 1)$ হলে মেরু/পোলার স্থানাঙ্ক কোনটি?

- A. $(2, \frac{\pi}{4})$ B. $(2, \frac{\pi}{6})$ C. $(\frac{\pi}{6}, 2)$ D. $(\frac{\pi}{4}, 2)$ [SylIAU. 2009-10]

(B) Explanation $r = \sqrt{(\sqrt{3})^2 + 1^2} = 2, \theta = \tan^{-1} \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\pi}{6}$

চট্টগ্রাম ভেটেরিনারি ও এনিম্যাল সাইন্সেস বিশ্ববিদ্যালয়

01. যদি $A = (2, -4)$, $B = (7, 1)$ এবং $C = (-1, 5)$, ABCD সামান্তরিকের তিনটি শীর্ষ বিন্দু হয় তবে D এর স্থানাঙ্ক কত?

- A. (0, -6) B. (-6, 0) C. (6, 0) D. (3, 2) [CVASU. 2018-19]

(B) Explanation ধরি; D বিন্দুর স্থানাঙ্ক (x_4, y_4) যার বিপরীত কোণিক বিন্দু B(7,1)

$$\begin{aligned} \therefore x_4 &= x_1 + x_3 - x_2 & y_4 &= y_1 + y_3 - y_2 \\ &= 2 - 1 - 7 & &= -4 + 5 - 1 \\ &= -6 & &= 0 \end{aligned}$$

$$\therefore (x_4, y_4) = (-6, 0)$$

02. $6x - 4y + 9 = 0$ এবং $3x - 2y = 1$ রেখাখয়ের মধ্যবর্তী লম্ব দূরত্ব কত?

- A. $\frac{11}{\sqrt{3}}$ B. $\frac{11}{2\sqrt{13}}$ C. $\frac{10}{\sqrt{13}}$ D. $\frac{7}{2\sqrt{13}}$ [CVASU. 2018-19]

(B) Explanation $ax + by + c_1 = 0$ এবং $ax + by + c_2 = 0$ সামান্তরাল রেখাখয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব = $\left| \frac{c_1 - c_2}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right|$

$$6x - 4y + 9 = 0 \Rightarrow 3x - 2y + \frac{9}{2} = 0 \text{ এবং } 3x - 2y - 1 = 0$$

$$\text{রেখাখয়ের মধ্যবর্তী লম্ব দূরত্ব} = \left| \frac{\frac{9}{2} + 1}{\sqrt{9 + 4}} \right| = \frac{11}{2\sqrt{13}}$$

03. $3y - \sqrt{3}x = 12$ এবং $x \cos\alpha - y \sin\alpha = p$ একই সরলরেখা নির্দেশ করলে α এর মান কত?

- A. 30° B. 60° C. 120° D. 150° [CVASU.2017-18]

(B) Explanation $-\frac{3}{\sin\alpha} = \frac{-\sqrt{3}}{\cos\alpha} = \frac{12}{p}$

$$\Rightarrow \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \cot\alpha \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{3}} = \alpha = 60^\circ$$

04. $(-5, -3)$ থেকে $(4, k)$ বিন্দুর দূরত্ব $9\sqrt{2}$ হলে k এর মান কত?

- A. 12 B. 6 C. 84 D. 78 [CVASU.2017-18]

(B) Explanation $\sqrt{(4+5)^2 + (k+3)^2} = 9\sqrt{2}$

$$\Rightarrow 81 + k^2 + 6k + 9 = 162 \Rightarrow k^2 + 6k - 72 = 0,$$

$$k = 6 \text{ হলে } \Rightarrow 6^2 + 6 \times 6 - 72 = 0$$

05. x-অক্ষের সমীকরণ হয়-

- A. $x = 0$ B. $x = 1$ C. $x = y$ D. $y = 0$ [CVASU.2017-18]

(D) Explanation $x =$ অক্ষের সমীকরণ $y = 0$; $y =$ অক্ষের সমীকরণ $x = 0$

06. একটি বর্গক্ষেত্রের দুইটি বাহুর সমীকরণ $y - 4 = 0$ এবং $y - 8 = 0$ হলে বর্গক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল কোনটি?

- A. 16 ব. একক B. 32 ব. একক C. 64 ব. একক D. 24 ব. একক [CVASU.2016-17]

(A) Explanation $y = 4, y = 8$ রেখাখয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব $(8 - 4) = 4$

$$\therefore \text{ক্ষেত্রফল} = 4^2 = 16$$

07. $x + y = 0$ সরলরেখাটি x অক্ষের ধনাত্মক দিকে কোন কোনটি তৈরী করে?

- A. 45° B. 0° C. 90° D. 135° [CVASU.2015-16]

(D) Explanation কোণ = $\tan^{-1}$ ঢাল = $\tan^{-1} \left(\frac{-1}{1} \right)$

$$= -\frac{\pi}{4} = \pi - \frac{\pi}{4} = \frac{3\pi}{4} = 135^\circ$$

08. m এর মান কত হলে সরলরেখাখয় $3y - 2x = 4$ এবং $4y - (m+1)x = 2$ পরস্পর লম্ব হবে-

- A. 6 B. 5 C. 7 D. -7 [CVASU.2015-16]

(D) Explanation লম্ব হলে ঢালদ্বয়ের গুণফল -1

$$\therefore \frac{2}{3} \cdot \frac{m+1}{4} = -1 \Rightarrow 2m + 2 = -12 \therefore m = -7$$

$x = 2$ এবং $y = 6$ রেখাঘরের মধ্যবর্তী কোণ কত?

[PSTU.2015-16]

- A. $\frac{\pi}{4}$ B. 0° C. $\frac{\pi}{3}$ D. $\frac{\pi}{2}$

(D) Explanation $x + 0, y = 2 \dots \dots (i)$ 1নং রেখার লম্ব রেখার সমীকরণ,
 $0 \cdot x - y + k = 0 \Rightarrow y = k \dots \dots (ii)$ দেখা যাচ্ছে 2নং রেখায় x অনুপস্থিত
কিন্তু y উপস্থিত সুতরাং প্রদত্ত রেখাদের মধ্যবর্তী কোণ $= 90^\circ = \frac{\pi}{2}$

(2, -1) $3x - 4y + 5 = 0$ [PSTU. 2015-16]

- A. $(\frac{1}{5}, \frac{7}{5})$ B. $(\frac{3}{5}, \frac{4}{5})$ C. $(\frac{1}{5}, -\frac{7}{5})$ D. $(-\frac{3}{5}, \frac{4}{5})$

(A) Explanation প্রশ্নটি ত্রুটিপূর্ণ।

(1, 2), (-3, 1), (-2, -3) এবং (2, -2) বিন্দুগুলো দ্বারা গঠিত ক্ষেত্রটি হবে- [PSTU. 2015-16]

- A. আয়তক্ষেত্র B. বর্গক্ষেত্র C. ট্রাপিজিয়াম D. সামান্তরিক

(B) Explanation A (1, 2), B (-3, 1), C (-2, -3) ও D (2, -2)

$$AB = \sqrt{(1+3)^2 + (2-1)^2} = \sqrt{17}$$

$$BC = \sqrt{(-3+2)^2 + (1+3)^2} = \sqrt{17}$$

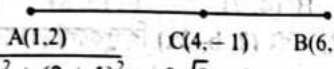
$$CD = \sqrt{(-2-2)^2 + (-3+2)^2} = \sqrt{17}$$

$$DA = \sqrt{(2-1)^2 + (-2-2)^2} = \sqrt{17}$$

$\therefore AB = BC = CD = DA$ তাই গঠিত ক্ষেত্রটি বর্গ।

(1, 2) ও (6, -3) বিন্দুগামী সরলরেখা (4, -1) বিন্দুতে যে অনুপাতে বিভক্ত হয় তা নির্ণয় কর। [PSTU. 2015-16]

- A. 2 : 1 B. 2 : 3 C. 3 : 2 D. 5 : 3

(C) Explanation 

$$\frac{AC}{BC} = \frac{\sqrt{(1-4)^2 + (2+1)^2}}{\sqrt{(4-6)^2 + (-1+3)^2}} = \frac{3\sqrt{2}}{2\sqrt{2}} = \frac{3}{2}$$

$x + y = 0$ এবং $x - y = 0$ রেখাঘরের মধ্যবর্তী কোণটি কত? [PSTU. 2014-15; BAU 05-06, SAU. 2009-10, CVASU. 2013-14]

- A. 0° B. 90° C. 45° D. 60°

(B) Explanation আমরা জানি, ঢালদ্বয়ের গুণফল -1 হলে রেখাদ্বয় পরস্পর লম্ব হয়।
 $x + y = 0$ এবং $x - y = 0$ রেখাদ্বয়ের পরস্পর লম্ব কারণ এদের ঢালদ্বয়ের গুণফল -1.

x -অক্ষের ঢালের মান কোনটি? [PSTU.2014-15]

- A. 1 B. 0 C. -1 D. ∞

(B) Explanation x -অক্ষের ঢালের মান = 0

$y = 2x + 7$ সরলরেখার উপর লম্ব সরলরেখার ঢালের মান কত? [PSTU.14-15]

- A. $\frac{1}{2}$ B. -2 C. 2 D. $-\frac{1}{2}$

(D) Explanation $2x - y + 7 = 0$ রেখার উপর লম্ব সরলরেখার সমীকরণ $\rightarrow$

$$x + 2y + k = 0 \text{ ঢাল} = \frac{-1}{2} = -\frac{1}{2}$$

15. a এর মান কত হলে $x - y + a = 0$ সরল রেখাটি (1,1) বিন্দু দিয়ে অতিক্রম করে? [PSTU.2013-14]

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 0

(D) Explanation যেহেতু (1,1) বিন্দু দিয়ে যায়, সুতরাং উক্ত বিন্দুতে সমীকরণটি 0 হবে। (option test)

$2x + y - 4 = 0$ সরল রেখাটি অক্ষদ্বয়ের সাথে যে ত্রিভুজ উৎপন্ন করে তার ক্ষেত্রফল কত? [PSTU.2013-14]

- A. 4 ব. একক B. 8 ব. একক C. 2 ব. একক D. 16 ব. একক

(A) Explanation $2x + y - 4 = 0 \therefore \frac{x}{2} + \frac{y}{4} = 1$ হলে, $(\frac{1}{2} \times 2 \times 4) = 4$

17. মূলবিন্দু এবং (1, -1) বিন্দু দিয়ে যায় এমন একটি সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর। [PSTU. 2013-14]

- A. $2x - 3y^2 = 0$ B. $3y - 2x = 0$ C. $2x + 3y = 0$ D. $y = -x$

(D) Explanation মূলবিন্দুগামী রেখার সমীকরণ: $y = mx$ যা (1, -1) বিন্দুগামী।
 $\therefore -1 = m \cdot 1 \Rightarrow m = -1 \therefore y = -x$

18. যে সরলরেখা x অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে 45° কোণ উৎপন্ন করে তার উপর লম্ব সরল রেখার ঢালের মান কত? [PSTU. 2012-13]

- A. 1 B. 0 C. -1 D. 45°

(C) Explanation $m_1 \times m_2 = -1 \Rightarrow \tan 45^\circ \times m_2 = -1 \Rightarrow m_2 = -1$

19. $ax + by + c = 0$ এবং $ax + by + k = 0$ সরলরেখাঘরের মধ্যবর্তী কোণ কত? [PSTU. 2012-13]

- A. 90° B. 0° C. 45° D. 60°

(B) Explanation রেখাদ্বয় সমান্তরাল। তাই মধ্যবর্তী কোণ 0°

20. $x^2 - axy + y^2 = 0$ রেখাটি (1,1) বিন্দুগামী হলে a এর মান কত? [PSTU. 2012-13]

- A. 1 B. 0 C. 2 D. 3

(C) Explanation $x^2 - axy + y^2 = 0$ যা (1,1) বিন্দুগামী।
 $\therefore 1^2 - a \cdot 1 \cdot 1 + 1^2 = 0 \Rightarrow a = 2$

21. $3x + 4y = 12$ রেখাটি অক্ষদ্বয়ের সাথে যে অংশ ছেদ করে তার দৈর্ঘ্য কত? [PSTU. 2011-12]

- A. 3 একক B. 5 একক C. 4 একক D. 12 একক

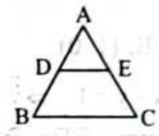
(B) Explanation $3x + 4y = 12 \Rightarrow \frac{x}{4} + \frac{y}{3} = 1$
 $\therefore$ খন্ডিত অংশের দৈর্ঘ্য $= \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$

বিনাইদহ ভেটেরিনারি কলেজ

01. ABC ত্রিভুজের AB ও AC বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে D ও E হলে নিম্নের কোন সম্পর্কটি প্রযোজ্য? [JGVC. 2019-20]

- A. $BC = \frac{1}{2} DE$ B. $DE = \frac{1}{2} BC$ C. $DE = \frac{1}{4} BC$ D. $BC = \frac{1}{4} DE$

(B) Explanation ত্রিভুজের যে কোন দুই বাহুর মধ্যবিন্দুর সংযোজক রেখাংশ তৃতীয় বাহুর সমান্তরাল ও তার অর্ধেক।



$$\therefore DE = \frac{1}{2} BC$$

02. $x - 3y + 2 = 0$, $x - 6y + 3 = 0$, $x + ay = 0$ রেখা তিনটি সমবিন্দু হলে a এর মান কত? [JGVC. 2019-20]

- A. 3 B. -3 C. 6 D. -6

(A) Explanation $x - 3y + 2 = 0$, $x - 6y + 3 = 0$

$$x + ay = 0 \text{ রেখা তিনটি সমবিন্দু হলে } \begin{vmatrix} 1 & -3 & 2 \\ 1 & -6 & 3 \\ 1 & a & 0 \end{vmatrix} = 0$$

$$\Rightarrow 1(0 - 3a) + 3(0 - 3) + 2(a + 6) = 0$$

$$\Rightarrow -3a - 9 + 2a + 12 = 0 \therefore a = 3$$

03. x অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে 60° কোণ উৎপন্ন করে এরূপ সরল রেখার ঢাল কত? [JGVC. 2018-19]

- A. $\frac{1}{\sqrt{3}}$ B. $\sqrt{3}$ C. $\frac{1}{\sqrt{2}}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

(B) Explanation নির্ণয় ঢাল $= \tan 60^\circ = \sqrt{3}$

04. (a,0) এবং (0,a) বিন্দু হতে একটি সেটের যে কোন বিন্দুর দূরত্বের বর্গের অন্তর $2a$ হলে সম্ভাব্য পথটির সমীকরণ- [JGVC. 2018-19]

- A. $y = x + 1$ B. $y = x + 2$ C. $y = x \pm 1$ D. $x = y \pm 1$

(D) Explanation ধরি, সেটের বিন্দুটি (x, y) হলে,
 $\therefore \{(x-a)^2 + (y-0)^2\} - \{(x-0)^2 + (y-a)^2\} = \pm 2a$

$$\Rightarrow x^2 - 2ax + a^2 + y^2 - x^2 - y^2 + 2ay - a^2 = \pm 2a$$

$$\Rightarrow -2ax + 2ay = \pm 2a \Rightarrow x - y = \pm 1 \Rightarrow x = y \pm 1$$

05. একটি সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর যা মূল বিন্দুগামী ও $x - y = 0$ রেখার উপর লম্ব। [JGVC. 2017-18]

- A. $x + y = -1$ B. $x + y = 0$ C. $x + y = 1$ D. $x + y = 2$

(B) Explanation Option Test মূলবিন্দুগামী বলে $0 + 0 = 0$
 $\therefore$ Option B সঠিক উত্তর।

-

A. -2 B. 3 C. 8 D. 5

অধ্যায়
০৪

বৃত্ত

বৃত্ত
(CIRCLES)

কি পড়বে? কেন পড়বে?

SURVEY TABLE

কতটুকু পড়বে? কিভাবে পড়বে?



কনসেপ্ট নং	বিগত বছরে যে সকল টপিকস্ থেকে প্রশ্ন এসেছে	RATINGS [কেন পড়বে?]
01	কেন্দ্রের স্থানাঙ্ক/ব্যাসার্ধ/ছেদিত অংশ নির্ণয়	★ ★
02	বৃত্তের সমীকরণ	★
03	জ্যা ও সাধারণ জ্যা-এর সমীকরণ	★ ★ ★
04	স্পর্শকের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর	★
05	একটি সরলরেখা একটি বৃত্তকে স্পর্শ করার শর্ত সম্পর্কিত গাণিতিক প্রয়োগ	★ ★
06	বিন্দুর অবস্থান	★ ★
07	কোন বৃত্ত অপর একটি বৃত্তকে অন্তঃস্থভাবে বা বহিঃস্থভাবে স্পর্শ করা সংক্রান্ত	★



টপিক আলোচনা

CONCEPT-01 কেন্দ্রের স্থানাঙ্ক/ব্যাসার্ধ/ছেদিত অংশ নির্ণয়

FORMULA

- বৃত্তের সমীকরণের জন্য কেবল কেন্দ্র এবং ব্যাসার্ধ আবশ্যিক। (h, k) কেন্দ্র এবং r ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট বৃত্তের সমীকরণ: $(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$.
- $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ বৃত্তের জন্য:

• কেন্দ্র $(-g, -f)$	• x -অক্ষকে স্পর্শ করলে, $c = g^2$	• y -অক্ষ থেকে ছেদিত জ্যা'র দৈর্ঘ্য $= 2\sqrt{f^2 - c}$
• ব্যাসার্ধ $= \sqrt{g^2 + f^2 - c}$	• y -অক্ষকে স্পর্শ করলে, $c = f^2$	• x -অক্ষ থেকে ছেদিত জ্যা'র দৈর্ঘ্য $= 2\sqrt{g^2 - c}$
• $c=0$ হলে, বৃত্তটি মূল বিন্দুগামী	• x, y উভয় অক্ষকে স্পর্শ করলে, $c = g^2 = f^2$	• Area $= \pi r^2$

Model EXAMPLE $x^2 + y^2 - 6x - 8y - 75 = 0$ বৃত্তের কেন্দ্রের স্থানাঙ্ক কত?Shortcut Solⁿ কেন্দ্র $(-g, -f) \therefore (3, 4)$ Model EXAMPLE $2x^2 + 2y^2 - 5x + 6y - 2 = 0$ বৃত্তের কেন্দ্রের স্থানাঙ্ক কত?Shortcut Solⁿ $2x^2 + 2y^2 - 5x + 6y - 2 = 0$ বা, $x^2 + y^2 - \frac{5}{2}x + 3y - 1 = 0$

$$\therefore (-g, -f) = \left(\frac{5}{4}, \frac{-3}{2}\right)$$

Model EXAMPLE $x^2 + y^2 - 6x - 8y - 75 = 0$ বৃত্তটির ব্যাসার্ধ কত?Shortcut Solⁿ বৃত্তের কেন্দ্র $= -\left(\frac{-6}{2}\right), -\left(\frac{-8}{2}\right) = (3, 4); c = -75$

$$\therefore \text{ব্যাসার্ধ } r = \sqrt{(3)^2 + (4)^2 + 75} = \sqrt{9 + 16 + 75} = \sqrt{100} = 10$$

Model EXAMPLE $x^2 + y^2 + 6x - 8y - 11 = 0$ বৃত্তের ব্যাস কত?Shortcut Solⁿ $d = 2\sqrt{g^2 + f^2 - c} = 2\sqrt{(-3)^2 + (-4)^2 + 11} = 12$ Model EXAMPLE $x^2 + y^2 + 2x + 2y + c = 0$ বৃত্তটি দ্বারা x -অক্ষের ছেদিতাংশের পরিমাণ কত?Shortcut Solⁿ বৃত্তের কেন্দ্র $= (-1, -1) \therefore x$ -অক্ষের ছেদিতাংশের পরিমাণ $= 2\sqrt{(1)^2 + 1} = 2\sqrt{2}$ Model EXAMPLE যদি $x^2 + y^2 - 4x - 6y + c = 0$ বৃত্তটি x -অক্ষকে স্পর্শ করে তবে c এর মান কত?Shortcut Solⁿ $x^2 + y^2 - 4x - 6y + c = 0$ বৃত্তের কেন্দ্র $(2, 3)$; বৃত্তটি x -অক্ষকে স্পর্শ করে $\therefore g^2 = c$ বা, $c = 2^2 = 4$.Model EXAMPLE $x^2 + y^2 - 8x + 4y + c = 0$ বৃত্তটি y -অক্ষকে স্পর্শ করে। c এর মান কত?Shortcut Solⁿ $x^2 + y^2 - 8x + 4y + c = 0$ বৃত্তের কেন্দ্র $(4, -2)$; y -অক্ষকে স্পর্শ করলে $f^2 = c \therefore 2^2 = c \Rightarrow c = 4$.Model EXAMPLE $(1, 2)$ কেন্দ্র বিশিষ্ট বৃত্ত X -অক্ষকে স্পর্শ করে। উক্ত বৃত্তটি y -অক্ষকে কি পরিমাণ ছেদ করে?Shortcut Solⁿ $(1, 2)$ কেন্দ্র, x -অক্ষকে স্পর্শ করে $\therefore g^2 = c$ বা, $c = 1^2 = 1$ ছেদ করে $= 2\sqrt{4 - 1} = 2\sqrt{3}$

CONCEPT-02 বৃত্তের সমীকরণ**FORMULA****Type-01:** কেন্দ্র ও ব্যাসার্ধ দেওয়া থাকলে :কেন্দ্র (h, k) এবং ব্যাসার্ধ a বিশিষ্ট বৃত্তের সমীকরণ: $(x - h)^2 + (y - k)^2 = a^2$ কেন্দ্র $(0, 0)$ এবং ব্যাসার্ধ a বিশিষ্ট বৃত্তের সমীকরণ: $(x - 0)^2 + (y - 0)^2 = a^2 \Rightarrow x^2 + y^2 = a^2$ **Type-02:** কেন্দ্র ও যেকোনো অক্ষের স্পর্শক বলা থাকলে :কেন্দ্র (h, k) বিশিষ্ট একটি বৃত্ত x বা y অক্ষকে স্পর্শ করলে তার সমীকরণ:(i) x অক্ষকে স্পর্শ করলে, ব্যাসার্ধ = বৃত্তের কেন্দ্রের কোটি = k $\therefore x$ অক্ষকে স্পর্শ করলে, সমীকরণ: $(x - h)^2 + (y - k)^2 = k^2$ যেখানে, $k =$ ব্যাসার্ধ।(ii) y অক্ষকে স্পর্শ করলে, ব্যাসার্ধ = বৃত্তের কেন্দ্রের ভুজ = h $\therefore y$ অক্ষকে স্পর্শ করলে সমীকরণ: $(x - h)^2 + (y - k)^2 = h^2$;যেখানে, $h =$ ব্যাসার্ধ।**Type-03:** নির্দিষ্ট কেন্দ্র এবং অপর কোন বিন্দুগামী বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় :**Step-1:** বৃত্ত কোন নির্দিষ্ট বিন্দুগামী হলে কেন্দ্র থেকে উক্ত বিন্দুর দূরত্ব নির্ণয় করতে হবে যা বৃত্তের ব্যাসার্ধ সমান।**Step-2:** কেন্দ্র ও ব্যাসার্ধ থেকে সমীকরণ নির্ণয়ের সূত্র প্রয়োগ করতে হবে।• কেন্দ্র (h, k) এবং (x_1, y_1) বিন্দুগামী বৃত্তের সমীকরণ হলো $(x - h)^2 + (y - k)^2 = (x_1 - h)^2 + (y_1 - k)^2$ **Type-04:** দুটি অক্ষকে ছেদ করে এবং মূলবিন্দুগামী বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় :i. যদি মূলবিন্দুগামী একটি বৃত্ত ঋণাত্মক x অক্ষ থেকে a একক অথবা ঋণাত্মক y অক্ষ থেকে b একক অংশ খণ্ডন করে তাহলে, $x^2 + y^2 - ax - by = 0$ সমীকরণের a অথবা b এর মান ঋণাত্মক বসাতে হবে।**Type-07:** দুটি বিন্দুর সংযোগ রেখাকে ব্যাস ধরে অংকিত বৃত্তের সমীকরণ : (x_1, y_1) ও (x_2, y_2) বিন্দুর সংযোগ রেখাকে ব্যাস ধরে অংকিত বৃত্তের সমীকরণ, $(x - x_1)(x - x_2) + (y - y_1)(y - y_2) = 0$

বৃত্তের পোলার সমীকরণ:

বৃত্তের কেন্দ্র $(0, 0)$ এবং ব্যাসার্ধ = a হলে পোলার সমীকরণ, $r = a$ বৃত্তের কেন্দ্র (h, k) এবং ব্যাসার্ধ = a হলে পোলার সমীকরণ, $r^2 - 2r \cos(\theta - \theta_0) + r_0^2 = a^2$ [যেখানে কেন্দ্র (r_0, θ_0)]**Model EXAMPLE** এমন বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর- (i) যার কেন্দ্রের স্থানাঙ্ক $(1, -3)$ এবং x -অক্ষকে স্পর্শ করে(ii) কেন্দ্রের স্থানাঙ্ক $(-2, -4)$ এবং y -অক্ষকে স্পর্শ করে**Shortcut Solⁿ** (i) x -অক্ষকে স্পর্শ করলে, ব্যাসার্ধ = কেন্দ্রের y স্থানাঙ্ক $\therefore$ সমীকরণ: $(x - 1)^2 + (y + 3)^2 = 3^2 \Rightarrow x^2 + y^2 - 2x + 6y + 1 = 0$ (ii) y -অক্ষকে স্পর্শ করলে, ব্যাসার্ধ = কেন্দ্রের x স্থানাঙ্ক $\therefore$ সমীকরণ: $(x + 2)^2 + (y + 4)^2 = 2^2 \Rightarrow x^2 + y^2 + 4x + 8y + 16 = 0$ **Model EXAMPLE** বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর যার কেন্দ্র (a, b) এবং ব্যাসার্ধ $\sqrt{a^2 + b^2}$ **Shortcut Solⁿ** কেন্দ্র = (a, b) ব্যাসার্ধ = $\sqrt{a^2 + b^2} \therefore$ সমীকরণ: $(x - a)^2 + (y - b)^2 = (\sqrt{a^2 + b^2})^2 \Rightarrow x^2 + y^2 - 2ax - 2by + a^2 + b^2 = a^2 + b^2 \Rightarrow x^2 + y^2 - 2ax - 2by = 0$ **Model EXAMPLE** এমন একটি বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর যার কেন্দ্রের স্থানাঙ্ক $(9, 4)$ এবং যা $(1, -2)$ বিন্দু দিয়ে যায়।**Shortcut Solⁿ** কেন্দ্র = $(9, 4)$ ব্যাসার্ধ = $\sqrt{(9 - 1)^2 + (4 + 2)^2} = 10$ সমীকরণ: $(x - 9)^2 + (y - 4)^2 = 10^2 \Rightarrow x^2 + y^2 - 18x - 8y - 3 = 0$ **Model EXAMPLE** এরূপ বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর যা $x^2 + y^2 - 4x + 5y + 9 = 0$ বৃত্তের সাথে এককেন্দ্রিক এবং $(2, -1)$ বিন্দু দিয়ে অতিক্রম করে।**Shortcut Solⁿ** কেন্দ্র = $(2, -5/2)$ ব্যাসার্ধ = $\sqrt{(2 - 2)^2 + (-5/2 + 1)^2} = 3/2$ সমীকরণ: $(x - 2)^2 + (y + 5/2)^2 = (3/2)^2 \Rightarrow x^2 + y^2 - 4x + 5y + 8 = 0$ **CONCEPT-03** জ্যা ও সাধারণ জ্যা-এর সমীকরণ**FORMULA** $x^2 + y^2 = r^2$ বৃত্তটি কোন জ্যা (x_1, y_1) বিন্দুতে সমদ্বিখন্ডিত হলে জ্যা এর সমীকরণ $xx_1 + yy_1 = x_1^2 + y_1^2$ সাধারণ জ্যা এর সমীকরণ: $x^2 + y^2 + 2g_1x + 2f_1y + c_1 = 0$ এবং $x^2 + y^2 + 2g_2x + 2f_2y + c_2 = 0$ পরস্পরছেদী বৃত্তদ্বয়ের সাধারণ জ্যা এর সমীকরণ, প্রথম বৃত্ত-দ্বিতীয় বৃত্ত = 0**Model EXAMPLE** $x^2 + y^2 = 81$ বৃত্তটির জ্যা $(-2, 3)$ বিন্দুতে সমদ্বিখন্ডিত হয়। জ্যা-এর সমীকরণ নির্ণয় কর।**Shortcut Solⁿ** জ্যা এর সমীকরণ $-2x + 3y = (-2)^2 + 3^2 \Rightarrow 2x - 3y + 13 = 0$ **Model EXAMPLE** $x^2 + y^2 = 144$ বৃত্তের একটি জ্যা এর সমীকরণ নির্ণয় কর যার মধ্যবিন্দু $(4, -6)$ বিন্দুতে অবস্থিত।**Shortcut Solⁿ** জ্যা এর সমীকরণ $4x - 6y = 4^2 + (-6)^2 \Rightarrow 2x - 3y - 26 = 0$ **Model EXAMPLE** $x^2 + y^2 + 4x - 2y + 3 = 0$ ও $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 21 = 0$ বৃত্ত দুইটির সাধারণ জ্যা এর সমীকরণ নির্ণয় কর।**Shortcut Solⁿ** সাধারণ জ্যা এর সমীকরণ: $S_1(\text{প্রথম বৃত্ত}) - S_2(\text{দ্বিতীয় বৃত্ত}) \Rightarrow 8x - 8y + 24 = 0 \Rightarrow x - y + 3 = 0$

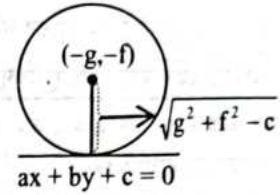
CONCEPT-04 স্পর্শকের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর**FORMULA** (i) (x_1, y_1) বিন্দু হতে $x^2 + y^2 = a^2$ বৃত্তে অংকিত স্পর্শকের দৈর্ঘ্য, $\sqrt{x_1^2 + y_1^2 - a^2}$ (ii) (x_1, y_1) বিন্দু হতে $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ বৃত্তে অংকিত স্পর্শকের দৈর্ঘ্য, $PT = \sqrt{x_1^2 + y_1^2 + 2gx_1 + 2fy_1 + c}$ (iii) মূলবিন্দু $(0, 0)$ হতে কোন বৃত্তের স্পর্শকের দৈর্ঘ্য = $\sqrt{\text{কেন্দ্রের দূরত্ব}} = \sqrt{c}$ **Model EXAMPLE** $(1, 3)$ বিন্দু থেকে $2x^2 + 2y^2 = 9$ বৃত্তে অঙ্কিত স্পর্শকের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।**Shortcut Solⁿ** $2x^2 + 2y^2 - 9 = 0 \Rightarrow x^2 + y^2 - \frac{9}{2} = 0 \therefore (1, 3)$ বিন্দু থেকে স্পর্শকের দৈর্ঘ্য = $\sqrt{1^2 + 3^2 - \frac{9}{2}} = \sqrt{\frac{11}{2}}$ **Model EXAMPLE** $(1, -1)$ বিন্দু থেকে $2x^2 + 2y^2 - x + 3y + 1 = 0$ বৃত্তে অঙ্কিত স্পর্শকের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।**Shortcut Solⁿ** $x^2 + y^2 - \frac{x}{2} + \frac{3}{2}y + \frac{1}{2} = 0$, $(1, -1)$ বিন্দু থেকে স্পর্শকের দৈর্ঘ্য = $\sqrt{1^2 + 1^2 - \frac{1}{2} - \frac{3}{2} + \frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$ **CONCEPT-05** একটি সরলরেখা একটি বৃত্তকে স্পর্শ করার শর্ত সম্পর্কিত গাণিতিক প্রয়োগ

■ কোন সরলরেখা একটি বৃত্তকে স্পর্শ করলে কেন্দ্র থেকে উক্ত রেখার উপর অংকিত লম্বদূরত্ব বৃত্তের ব্যাসার্ধের সমান।

অর্থাৎ বৃত্তের ব্যাসার্ধ = কেন্দ্র থেকে রেখার উপর অংকিত লম্বদূরত্ব।

 $\therefore ax + by + c = 0$ সরলরেখা $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ বৃত্তকে স্পর্শ করার শর্ত:

$$\sqrt{g^2 + f^2 - c} = \left| \frac{-ag - bf + c}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right|$$

■ $y = mx + c$ রেখাটি $x^2 + y^2 = a^2$ বৃত্তের স্পর্শক হলে, $c = \pm a\sqrt{1+m^2}$

■ স্পর্শকের সমীকরণ নির্ণয়:

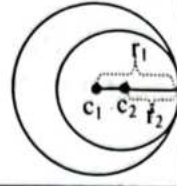
■ (x_1, y_1) বিন্দুটি বৃত্তের উপরিস্থিত হলে স্পর্শকের সমীকরণ নির্ণয়:(i) $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ বৃত্তের উপরিস্থিত (x_1, y_1) বিন্দুতে অঙ্কিত স্পর্শকের সমীকরণ, $xx_1 + yy_1 + g(x + x_1) + f(y + y_1) + c = 0$ (ii) $x^2 + y^2 - a^2 = 0$ বৃত্তের উপরিস্থিত (x_1, y_1) বিন্দুতে অঙ্কিত স্পর্শকের সমীকরণ $xx_1 + yy_1 - a^2 = 0$ **Model EXAMPLE** $y = mx + c$ সরলরেখাটি $x^2 + y^2 = a^2$ বৃত্তকে স্পর্শ করার শর্ত কোনটি?**Shortcut Solⁿ** $c = \pm a\sqrt{1+m^2}$ **Model EXAMPLE** k এর মান কত হলে $3x + 4y = k$ সরলরেখা $x^2 + y^2 = 10x$ বৃত্তকে স্পর্শ করবে?**Shortcut Solⁿ** $x^2 + y^2 - 10x = 0$ বৃত্তের কেন্দ্র, $(5, 0)$ ব্যাসার্ধ, $r = 5 \therefore 3x + 4y = k$ রেখাটি উক্ত বৃত্তকে স্পর্শ করে।

$$\therefore \frac{15 - k}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \pm 5 \text{ বা } \frac{15 - k}{\sqrt{25}} = \pm 5 \text{ বা } 15 - k = \pm 25 \therefore k = 40 \text{ অথবা } -10$$

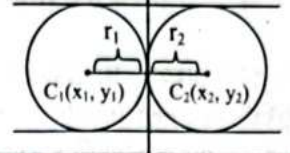
Model EXAMPLE দুটি বৃত্ত এমনভাবে অবস্থিত যে একটি অপরটির বাহিরে অবস্থিত এবং একে অপরকে স্পর্শ করে আছে। তাদের কেউই যদি বিন্দু বৃত্ত না হয় তবে তাদের কয়টি সাধারণ স্পর্শক আঁকা যাবে?**Shortcut Solⁿ** 1টি**Model EXAMPLE** $x^2 + y^2 = a^2$ বৃত্তের উপর $(3, 4)$ বিন্দুতে স্পর্শকের সমীকরণ-**Shortcut Solⁿ** $x^2 + y^2 = a^2$ বৃত্তের $(3, 4)$ বিন্দুতে স্পর্শকের সমীকরণ, $3x + 4y = a^2 \Rightarrow 3x + 4y = a^2$ **CONCEPT-06** বিন্দুর অবস্থান**FORMULA** (a) (x_1, y_1) বিন্দুটি $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ বৃত্তের(i) বাইরে হলে $x_1^2 + y_1^2 + 2gx_1 + 2fy_1 + c > 0$ (ii) বৃত্তের (পরিধির) উপর হলে $x_1^2 + y_1^2 + 2gx_1 + 2fy_1 + c = 0$ (iii) ভিতরে হলে $x_1^2 + y_1^2 + 2gx_1 + 2fy_1 + c < 0$ (b) (x_1, y_1) বিন্দুটি $x^2 + y^2 = a^2$ বৃত্তের(i) বাইরে হলে $x_1^2 + y_1^2 - a^2$ এর মান > 0 (ii) বৃত্তের (পরিধির) উপর হলে $x_1^2 + y_1^2 - a^2 = 0$ (iii) ভিতরে হলে $x_1^2 + y_1^2 - a^2 < 0$ **Model EXAMPLE** $P(1, 2)$ বিন্দুটি অবস্থান করে $x^2 + y^2 - 4y + 6x = 3$ বৃত্তের কোথায়?**Shortcut Solⁿ** বৃত্তের উপর**Model EXAMPLE** $(3, 5)$ বিন্দুটি $x^2 + y^2 = 9$ বৃত্তের কোথায় অবস্থিত?**Shortcut Solⁿ** বৃত্তের বাহিরে**Model EXAMPLE** $x^2 + y^2 + 2gx + c = 0$ বৃত্তের কেন্দ্র কোথায় অবস্থিত?**Shortcut Solⁿ** X অক্ষের উপর

CONCEPT-07 কোন বৃত্ত অপর একটি বৃত্তকে অন্তঃস্থভাবে বা বহিঃস্থভাবে স্পর্শ করা সংক্রান্ত**অন্তঃস্থভাবে স্পর্শ করার শর্ত:**

কেন্দ্রদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব = ব্যাসার্ধদ্বয়ের বিয়োগফলের সমান।
অর্থাৎ $c_1c_2 = r_1 - r_2$

**বহিঃস্থভাবে স্পর্শ করার শর্ত:**

কেন্দ্রদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব = ব্যাসার্ধদ্বয়ের যোগফলের সমান।
অর্থাৎ $c_1c_2 = r_1 + r_2$

**Model EXAMPLE** $x^2 + y^2 + 4x - 10y + k = 0$, $x^2 + y^2 - 2x - 2y - 7 = 0$ বৃত্তদ্বয় পরস্পরকে বহিঃস্থভাবে স্পর্শ করিলে k এর মান-**Shortcut Solⁿ** $x^2 + y^2 + 4x - 10y + k = 0$, বৃত্তের কেন্দ্রের স্থানাঙ্ক $\equiv (-2, 5)$ এবং ব্যাসার্ধ $= \sqrt{29 - k}$ $x^2 + y^2 - 2x - 2y - 7 = 0$ বৃত্তের কেন্দ্রের স্থানাঙ্ক $\equiv (1, 1)$ এবং ব্যাসার্ধ $= 3$; যেহেতু বৃত্তদ্বয় পরস্পরকে বহিঃস্থভাবে স্পর্শ সেহেতু কেন্দ্রদ্বয়েরমধ্যবর্তী দূরত্ব = ব্যাসার্ধদ্বয়ের সমষ্টি বা, $\sqrt{(1+2)^2 + (1-5)^2} = \sqrt{29 - k} + 3 \Rightarrow 5 = \sqrt{29 - k} + 3 \therefore k = 25$ **Model EXAMPLE** $x^2 + y^2 - 4x - 6y + 4 = 0$ বৃত্তটি X -অক্ষকে স্পর্শ করে। স্পর্শ বিন্দুর স্থানাঙ্ক কত?**Shortcut Solⁿ** কেন্দ্র, $(2, 3)$ X -অক্ষকে স্পর্শ করে $\therefore$ স্পর্শবিন্দু (কেন্দ্রের ভূজ, 0) $= (2, 0)$ **APYQ** ANALYSIS OF PREVIOUS YEAR QUESTIONS**CLUSTER AG**

01. ব্যাসার্ধের সমান দৈর্ঘ্যের একটি জ্যা বৃত্তের কেন্দ্রে কত কোণ তৈরী করে?

[C.Ag. 2022-23]

- A. 1° B. $\frac{\pi}{6}$ C. $\frac{\pi}{3}$ D. $\frac{\pi}{4}$

Explanation বৃত্তের জ্যা কর্তৃক কেন্দ্রে উৎপন্ন কোণ,

$$\theta = 2\sin^{-1}\left(\frac{\text{জ্যা এর দৈর্ঘ্য}}{\text{ব্যাস}}\right) = 2\sin^{-1}\left(\frac{r}{2r}\right) = 2\sin^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) = 2 \times \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{3}$$

02. একটি বৃত্তের কেন্দ্র $(4, 3)$ যা $x^2 + y^2 + 9$ বৃত্তকে বহিঃস্থভাবে স্পর্শ করে, বৃত্তটির ব্যাসার্ধ কত?

[C.Ag. 2021-22]

- A. 2 B. 5
C. 8 D. 3

Explanation প্রশ্নটি ত্রুটিপূর্ণ; $x^2 + y^2 = 9$ হবে।প্রথম বৃত্তের কেন্দ্র $(4, 3)$ দ্বিতীয় বৃত্তের কেন্দ্র $(0, 0)$ এবং ব্যাসার্ধ 3শর্তমতে, $\sqrt{(4-0)^2 + (3-0)^2} = 3 + r_1$

$$\Rightarrow 5 = 3 + r_1 \Rightarrow r_1 = 2$$

03. k এর কোন মানের জন্য $(x-y+3)^2 + (kx+2)(y-1) = 0$ সমীকরণটি একটি বৃত্ত হবে?

[C.Ag. 2020-21]

- A. 1 B. -1
C. 2 D. -2

Explanation $(x-y+3)^2 + kx+2)(y-1) = 0$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 + 9 - 2xy - 6y + 6x + kxy - kx + 2y - 2 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 - 4y + 6x - kx + xy(k-2) + 7 = 0$$

 $\therefore$ আমরা জানি বৃত্তে xy সম্বলিত কোন পদ থাকে না

$$\therefore k-2 = 0 \text{ হলে এটি বৃত্ত হবে}$$

$$\therefore k = 2$$

04. যদি $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ বৃত্তটি y অক্ষকে স্পর্শ করে তবে-

[C.Ag. 2019-20]

- A. $g^2 = c$ B. $f^2 = c$
C. $g^2 - f^2 = c$ D. $g^2 + f^2 = c$

Explanation $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ বৃত্তটি X অক্ষকে স্পর্শ করলে $c = g^2$ বৃত্তটি Y অক্ষকে স্পর্শ করলে $c = f^2$ বৃত্তটি উভয়ই অক্ষকে স্পর্শ করলে $c = g^2 = f^2$ **বাংলাদেশ কৃষি বিশ্ববিদ্যালয়**01. C এর মান কত হলে, $y = 3x + c$ সরলরেখাটি $x^2 + y^2 = 10$ বৃত্তকে স্পর্শ করবে? [BAU.2017-18]

- A. 9 B. 10 C. 18 D. 20

Explanation বৃত্তের কেন্দ্র হতে স্পর্শকের লম্ব দূরত্ব

$$= \text{বৃত্তের ব্যাসার্ধ} \quad \left| \frac{3 \cdot 0 - 0 + c}{\sqrt{3^2 + 1^2}} \right| = \sqrt{10} \Rightarrow C = \pm 10$$

02. k এর মান কত হলে, $(x-y)^2 + k(x-1)(y-1) = 0$ সমীকরণটি একটি বৃত্ত প্রকাশ করবে? [BAU.2017-18]

- A. $k = 0$ B. $k = 1$
C. $k = 2$ D. $k = 3$

Explanation $x^2 - 2xy + y^2 + k(xy - x - y + 1) = 0$ প্রশ্নমতে, xy এর সহগ 0 $\therefore k-2 = 0 \therefore k = 2$

জেনে রাখা ভালো: বৃত্তের বৈশিষ্ট্য:

i) x^2 ও y^2 উভয়ই থাকতে হবে এবং x^2 ও y^2 এর সহগ সমান হতে হবে।ii) xy এই আকারে কোন পদ থাকে না। ($xy=a$ এটি অধিবৃত্তের সমীকরণ)03. $(0, 5)$ বিন্দুটি $x^2 + y^2 = 20$ বৃত্তের কোথায় অবস্থিত? [BAU.2016-17]

- A. ভিতরে B. উপরে C. বাইরে D. কেন্দ্রে অবস্থিত

Explanation $x^2 + y^2 = 0^2 + 5^2 = 25 > 20$ 04. $\sin^{-1}x + \sin^{-1}y = \frac{\pi}{2}$ সমীকরণটি কী বুঝায়? [BAU.2016-17]

- A. বৃত্ত B. পরাবৃত্ত
C. উপবৃত্ত D. অধিবৃত্ত

Explanation $\sin^{-1}x + \sin^{-1}y = \frac{\pi}{2}$ সমীকরণটি বৃত্তের সমীকরণকে প্রকাশ করে।

$$[x^2 + y^2 = 1]$$

05. $3x^2 + 3y^2 = 4$ বক্ররেখাটির কেন্দ্র হতে পরিধি পর্যন্ত দূরত্ব কত একক?

[BAU.shift-1, 2015-16]

- A. $\sqrt{3}$ B. $\frac{2}{\sqrt{3}}$ C. 3 D. 4

(B) Explanation কেন্দ্র হতে পরিধির দূরত্ব=ব্যাসার্ধ $3x^2 + 3y^2 = 4$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 = \frac{4}{3} = \left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^2 \therefore \text{ব্যাসার্ধ } r = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

06. $x^2 + y^2 + 6y + 9 = 0$ বৃত্ত সাপেক্ষে মূলবিন্দুর অবস্থান কোথায়?

[BAU 2009-10]

- A. বৃত্তের বাইরে B. বৃত্তের ভিতরে C. বৃত্তের উপরে D. কোনটিই নয়

(A) Explanation $0^2 + 0^2 + 6.0 + 9 = 9 > 0$, $\therefore$ বৃত্তের বাইরে।

07. যদি $y = mx + c$ রেখাটি $x^2 + y^2 = a^2$ বৃত্তের স্পর্শক হয় তবে কোনটি সত্য?

[BAU. 2009-10, 2008-09, 2001-02]

- A. $c = \pm a\sqrt{1+m^2}$ B. $c = \pm a\sqrt{1-m^2}$
C. $c = \pm a\sqrt{1+m^2/a}$ D. $c = \pm a\sqrt{1+m}$

(A) Explanation $y = mx + c$ রেখাটি $x^2 + y^2 = a^2$ বৃত্তের স্পর্শক হওয়ার

শর্ত, $c = \pm a\sqrt{1+m^2}$

08. $y = mx + c$ রেখাটি $x^2 + y^2 = 1$ বৃত্তের স্পর্শক হবে যদি?

[BAU. 2009-10; 2008-09; 2001-02; 2000-01]

- A. $m^2 = c^2 - 1$ B. $m = c^2 - 1$
C. $c = 1 + m^2$ D. $c = m$

(A) Explanation $y = mx + c$ রেখাটি $x^2 + y^2 = a^2$ বৃত্তের স্পর্শক হওয়ার শর্ত:

$$c = \pm a\sqrt{1+m^2}$$

$$c = \pm a\sqrt{1+m^2} \Rightarrow c^2 = 1.(1+m^2) \therefore m^2 = c^2 - 1$$

09. একটি বৃত্তের কেন্দ্রের স্থানাঙ্ক (4,3) এবং ইহা x-অক্ষকে স্পর্শ করে। বৃত্তটি ব্যাসার্ধ কত?

[BAU. 2008-09]

- A. 4 B. 5 C. 6 D. 3

(D) Explanation x অক্ষকে স্পর্শ করলে কেন্দ্রের কোটি = বৃত্তের ব্যাসার্ধ = 3; y অক্ষকে স্পর্শ করলে কেন্দ্রের ভূজ = বৃত্তের ব্যাসার্ধ = 4

10. যদি $x^2 + y^2 - 6x - 4y + c = 0$ বৃত্তটি y- অক্ষকে স্পর্শ করে তবে c এর মান কত?

[BAU. 2007-08, SAU. 2003-04]

- A. 4 B. 5 C. 6 D. 7

(A) Explanation $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$

বৃত্তটি y-অক্ষকে স্পর্শ করে তবে, $c = f^2$

$$x^2 + y^2 + 2(-3)x + 2(-2)y + c = 0$$

$$\therefore c = f^2 = 2^2 = 4$$

11. $x^2 + y^2 - 6x + 16y = 0$ বৃত্তের (1,1) বিন্দুগামী ব্যাসের দৈর্ঘ্য কত? [BAU. 06-07]

- A. $2\sqrt{73}$ B. $12\sqrt{2}$ C. 12 D. 6

(A) Explanation Law: $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$

$$\text{ব্যাসার্ধ} = \sqrt{g^2 + f^2 - c}$$

$$\text{সূত্রাং প্রদত্ত বৃত্তের ব্যাসের দৈর্ঘ্য} = 2 \times \sqrt{(-3)^2 + (8)^2 - 0} = 2\sqrt{73}$$

12. $x^2 + y^2 - 6x + 16y = 0$ বৃত্তের মূল বিন্দুগামী ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য কত? [BAU. 04-05]

- A. 10 একক B. 5 একক C. 20 একক D. কোনটিই নয়

(D) Explanation $a = \sqrt{g^2 + f^2} = \sqrt{(3)^2 + (-8)^2} = 8.5$

13. $x^2 + y^2 - 8x + 6y + 9 = 0$ বৃত্ত সাপেক্ষে মূলবিন্দুর অবস্থান কোনটি?

[BAU. 2004-05]

- A. বৃত্তের ভিতরে B. বৃত্তের বাইরে C. বৃত্তের উপরে D. কোনটিই নয়

(B) Explanation $0^2 + 0^2 - 0 + 9 > 0$

$\therefore 9 > 0 \therefore$ বৃত্তের বাইরে

14. একটি বৃত্তের কেন্দ্রের স্থানাঙ্ক (4,3) এবং ইহা x-অক্ষকে স্পর্শ করে। বৃত্তটি ব্যাসার্ধ কত? [BAU. 2004-05]

- A. 4 B. 3 C. 5 D. -5

(B) Explanation x অক্ষকে স্পর্শ করলে বৃত্তের ব্যাসার্ধ = কেন্দ্রের y এর স্থানাঙ্ক। y অক্ষকে স্পর্শ করলে বৃত্তের ব্যাসার্ধ = কেন্দ্রের x এর স্থানাঙ্ক।

15. একটি বৃত্তের কেন্দ্রের স্থানাঙ্ক (3,5) এবং ব্যাসের এক প্রান্ত (7,3) বিন্দুতে হলে অন্য প্রান্তের স্থানাঙ্ক কোনটি? [BAU. 2003-04]

- A. (-7,3) B. (0,0) C. (-1,7) D. (7,-1)

(C) Explanation $\frac{x+7}{2} = 3 \Rightarrow x = -1, \frac{y+3}{2} = 5 \Rightarrow y = 7$

16. কোন বৃত্তের পরিধি বৃদ্ধির হার উহার ব্যাসার্ধ বৃদ্ধির হারের কত গুণ? [BAU. 03-04]

- A. 2π B. π C. 2 D. $\frac{\pi}{2}$

(A) Explanation $P = 2\pi r \Rightarrow \frac{dp}{dr} = 2\pi$

17. $x^2 + y^2 - 4x - 8y - 41 = 0$ সমীকরণ দ্বারা সূচিত বৃত্তের কেন্দ্রের স্থানাঙ্ক কত? [BAU. 2003-04, 2000-01]

- A. (-4,-2) B. (4,2) C. (-2,-4) D. (2,4)

(D) Explanation $x^2 + y^2 - 4x - 8y - 41 = 0$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 + 2(-2)x + 2(-4)y + (-41) = 0$$

$$\therefore (-g, -f) = (2, 4)$$

Magic: x^2 ও y^2 এর সহগকে মুক্ত করে। x ও y এর সহগকে -2 দ্বারা ভাগ করলে বৃত্তের কেন্দ্র পাওয়া যায়।

18. নিম্নলিখিত সমীকরণগুলির মধ্যে কোনটি বৃত্ত নির্দেশ করে না? [BAU. 02-03]

- A. $2(x^2 + y^2) + 3x + 4y = 0$ B. $x^2 + y^2 + x + 1 = 0$
C. $2x^2 + y^2 + 5x + 6y + 2 = 0$ D. $x^2 + y^2 - 7 = 0$

(C) Explanation অপশন C তে x^2 এবং y^2 এর সহগ সমান নয় তাই বৃত্ত নয়।

19. নিম্নের কোনটি বৃত্তের সমীকরণ? [BAU. 2001-02]

- A. $x^2 + y^2 - 4x + 6xy = 0$ B. $x^2 + 2y^2 - 4x + 6xy = 0$
C. $2x^2 + y^2 - 4x + 6y = 0$ D. $x^2 + y^2 - 4x + 6y = 0$

(D) Explanation বৃত্তের আদর্শ সমীকরণের বৈশিষ্ট্য:

$$x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$$

20. $3x^2 + 3y^2 - 6x - 6y + 4 = 0$ বৃত্তটি কেন্দ্রের স্থানাঙ্ক কোনটি? [BAU. 2001-02]

- A. (0,0) B. (1,-1) C. (1,1) D. (-1,-1)

(C) Explanation $3x^2 + 3y^2 - 6x - 6y + 4 = 0$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 - 2x - 2y + 4/3 = 0$$

$$\therefore (-g, -f) = (1, 1)$$

Be Careful: বৃত্তের যে কোন বৈশিষ্ট্য বের করার পূর্বে x^2 ও y^2 এর সহগ 1 করে নিতে হবে।

21. (5,0) বিন্দু হতে $x^2 + y^2 = 16$ বৃত্তে অঙ্কিত স্পর্শকের দৈর্ঘ্য কত? [BAU. 01-02]

- A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

(A) Explanation (5,0) বিন্দু হতে $x^2 + y^2 = 16$ বৃত্তে অঙ্কিত স্পর্শকের দৈর্ঘ্য

$$= \sqrt{x_1^2 + y_1^2 - a^2} = \sqrt{5^2 + 0^2 - 4^2} = 3$$

22. $x^2 + y^2 + 2x + 4y + c = 0$ বৃত্তটি x-অক্ষকে স্পর্শ করলে c-এর মান কত?

[BAU. 2001-02]

- A. 1 B. -1 C. 2 D. -2

(A) Explanation $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ বৃত্তটি x- অক্ষকে স্পর্শ করে তবে, $c = g^2 \Rightarrow c = 1^2 \therefore c = 1$

23. মূলবিন্দুগামী এবং কেন্দ্র y অক্ষের উপর অবস্থিত বৃত্ত গুচ্ছের সমীকরণ কোনটি? [BAU. 2000-01]

- A. $x^2 + y^2 + 2gx + c = 0$ B. $x^2 + y^2 + 2gx = 0$
C. $x^2 + y^2 = a^2$ D. $x^2 + y^2 + 2fy = 0$

(D) Explanation বৃত্তের মূলবিন্দুগামী বলে $c = 0$ এবং কেন্দ্র y-অক্ষের উপর অবস্থিত বলে কেন্দ্রের x স্থানাঙ্ক 0 অর্থাৎ $g = 0$ । তাই উত্তর হবে C/D কিন্তু $x^2 + y^2 = a^2$ এর কেন্দ্র মূলবিন্দু বলে উত্তর D.

শেরেবাংলা কৃষি বিশ্ববিদ্যালয়

01. যদি কোন বৃত্তের ব্যাস দ্বিগুণ করা হয় তবে ক্ষেত্রফল কতগুণ বৃদ্ধি হবে?

- A. 16 B. 17 C. 18 D. 19 [SAU. 2018-19]

Explanation বৃত্তের ব্যাসার্ধ বৃদ্ধির হার তার ক্ষেত্রফল বৃদ্ধির বর্গের সমানুপাতিক $A \propto r^2$

ব্যাস দ্বিগুণ হলে ব্যাসার্ধ 4 গুণ হবে। এবং ব্যাসার্ধ 4 গুণ হলে ক্ষেত্রফল 16 গুণ হবে।

02. $ax^2 + by^2 + 2hxy + 2gx + 2fy + c = 0$ একটি বৃত্তের সমীকরণ হবে যদি- [SAU. 2013-14]

- A. $a = b$ এবং $c = 0$ B. $f = g$ এবং $h = 0$
C. $a = b$ এবং $h = 0$ D. $f = g$ এবং $c = 0$

Explanation বৃত্তের সমীকরণে x^2 ও y^2 এর সহগ সামনে ($a = b$) এবং xy যুক্ত কোন পদ থাকবে না ($h = 0$)

03. $x^2 + y^2 = 9$ এবং $x^2 + y^2 + 2ax + 2y + 1 = 0$ বৃত্ত দুইটি পরস্পর স্পর্শ করলে a এর মান কত? [SAU. 2013-14]

- A. $-\frac{4}{3}$ B. 0 C. 1 D. 2

Explanation $C_1 C_2 = r_1 + r_2$

$$\sqrt{a^2 + 1} = 3 + a \Rightarrow 6a + 9 = 1 \Rightarrow a = -\frac{4}{3}$$

04. কোন বৃত্তের কেন্দ্র (3,5) এবং এর একটি ব্যাসের এক প্রান্তের স্থানাঙ্ক (7,3) হলে অপর প্রান্তের স্থানাঙ্ক কত? [SAU. 2012-13]

- A. (3,2) B. (4,1) C. (2,-5) D. (-1,7)

Explanation $\frac{7+x}{2} = 3 \therefore x = -1; \frac{3+y}{2} = 5 \Rightarrow y = 7$

05. একটি বৃত্তের কেন্দ্রের স্থানাঙ্ক (-4, -3) এবং তা Y অক্ষকে স্পর্শ করে। বৃত্তটির ব্যাসার্ধ কত একক? [SAU. 2009-10, 2008-09]

- A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

Explanation বৃত্ত যদি y-অক্ষকে স্পর্শ করে তাহলে ব্যাসার্ধ = |ভূজ| = 4

06. $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ বৃত্তের ক্ষেত্রে $g=0$ হলে বৃত্তটির কেন্দ্রের ভূজ হবে- [SAU. 2006-07]

- A. 2 B. 12 C. 0 D. 1

Explanation আমরা জানি,

$$x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0 \text{ বৃত্তের কেন্দ্র } (-g, -f)$$

$$\therefore g = 0 \text{ হলে কেন্দ্রের ভূজ } = 0$$

07. (-9, 9) এবং (5,5) বিন্দুদ্বয়ের সংযোজক রেখাংশকে ব্যাস ধরে অঙ্কিত বৃত্তের সমীকরণটি হবে- [SAU. 2004-05]

- A. $x^2 + y^2 - 4x + 14y = 0$ B. $x^2 + y^2 - 4x - 14y = 0$
C. $x^2 + y^2 + 4x + 14y = 0$ D. $x^2 + y^2 + 4x - 14y = 0$

Explanation ব্যাস ধরে অঙ্কিত বৃত্তের সমীকরণ-

$$(x-x_1)(x-x_2) + (y-y_1)(y-y_2) = 0$$

$$\Rightarrow (x+9)(x-5) + (y-9)(y-5) = 0 \therefore x^2 + y^2 + 4x - 14y = 0$$

সিলেট কৃষি বিশ্ববিদ্যালয়

01. $x^2 + y^2 = 9$ বৃত্তের কোন জ্যা- এর মধ্যবিন্দু (1,2) হলে জ্যা এর ঢাল কত? [SylIAU. 2018-19; 13-14, 12-13]

- A. 2 B. $\frac{1}{2}$
C. $-\frac{1}{2}$ D. -2

Explanation (1,2) বিন্দুতে জ্যা-টির ওপর লম্বের ঢাল = $\frac{2-0}{1-0} = 2$

$$\therefore \text{জ্যা-টির ঢাল} = -\frac{1}{2}$$

02. (1, -1) বিন্দু থেকে $2x^2 + 2y^2 - x + 3y + 1 = 0$ স্পর্শকের দৈর্ঘ্য কত? [SylIAU. 2018-19]

- A. $\frac{1}{\sqrt{3}}$ B. $\sqrt{2}$ C. $\frac{1}{\sqrt{2}}$ D. $\sqrt{\frac{23}{2}}$

Explanation $x^2 + y^2 - \frac{x}{2} + \frac{3y}{2} + \frac{1}{2} = 0 \therefore$ স্পর্শকের দৈর্ঘ্য $\sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

03. $x^2 + y^2 - 2x + 6y + 2 = 0$ বৃত্তের উপর (3, -1) বিন্দুতে স্পর্শকের সমীকরণ- [SylIAU. 2017-18]

- A. $x + y - 2 = 0$ B. $x - y + 2 = 0$ C. $x + y + 2 = 0$ D. $x - y - 2 = 0$

Explanation $x(3) + y(-1) - 2 \cdot \frac{x+3}{2} + 6 \cdot \frac{y-1}{2} + 2 = 0$

$$\Rightarrow 3x - y - x - 3 + 3y - 3 + 2 = 0$$

$$\Rightarrow 2x + 2y - 4 = 0 \therefore x + y - 2 = 0$$

বিদ্র.: Option Test করলেই উত্তর পাওয়া যাবে।

04. $x^2 + y^2 - 2x - 4y + c = 0$ বৃত্তটি y অক্ষকে স্পর্শ করলে c এর মান কত? [SylIAU. 2016-17]

- A. 2 B. 4 C. 6 D. -8

Explanation $x^2 + y^2 - 2x - 4y + c = 0$ বৃত্তটিতে $f = -2$ কোনো বৃত্ত y অক্ষকে স্পর্শ করলে $f^2 = c$

$$\therefore c = f^2 = (-2)^2 = 4$$

05. $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 31 = 0$ বৃত্তের (-2, 3) বিন্দুগামী ব্যাসের সমীকরণ কোনটি? [SylIAU. 2014-15]

- A. $3x + 5y + 1 = 0$ B. $5x + 3y + 1 = 0$
C. $2x + 3y + 2 = 0$ D. $3x + 2y + 3 = 0$

Explanation সমীকরণটি শুধু (-2, 3) বিন্দুগামী। Option test করলেই Ans. পাওয়া যাবে।

06. $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ বৃত্তটি x-অক্ষকে স্পর্শ করলে কোনটি সত্য হবে? [SylIAU. 2011-12]

- A. $f^2 = c$ B. $g^2 = c$ C. $f = c$ D. $g = c$

Explanation X-অক্ষকে স্পর্শ করলে, $g^2 = c$,

Y-অক্ষকে স্পর্শ করলে, $f^2 = c$

07. (3,4) বিন্দুটি $3(x^2 + y^2) = 25x$ বৃত্তের কোথায় অবস্থিত- [SylIAU. 2010-11]

- A. কেন্দ্রে B. ভিতরে
C. বাহিরে D. উপরে

Explanation (3,4) বিন্দু দ্বারা সিদ্ধ করে পাই,

$$3\{3^2 + (-4)^2\} - 25 \times 3 = 3 \times 25 - 25 \times 3 = 0$$

08. $r = a \sin \theta$ নির্দেশের কোনটি নির্দেশ করে? [SylIAU. 2009-10; BAU. 03-04]

- A. সরলরেখা B. বৃত্ত
C. উপবৃত্ত D. অধিবৃত্ত

Explanation $r = a \sin \theta \Rightarrow r^2 = ar \sin \theta \Rightarrow x^2 + y^2 = ay$
 $\Rightarrow x^2 + y^2 - ay = 0$ যাহা একটি বৃত্ত নির্দেশ করে।

09. $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 12 = 0$ দ্বারা সূচিত বৃত্তের ব্যাসার্ধের মান কোনটি? [SylIAU. 2009-10]

- A. 10 একক B. 5 একক
C. $\sqrt{5}$ একক D. $\sqrt{10}$ একক

Explanation কেন্দ্র = (2, -3) $\therefore$ ব্যাসার্ধ = $\sqrt{2^2 + (-3)^2 + 12} = 5$

10. $x^2 + y^2 = x + 5$ বৃত্তের কেন্দ্রের স্থানাঙ্ক- [SylIAU. 2009-10, 2008-09]

- A. $(\frac{1}{2}, 0)$ B. (0, 0) C. $(0, \frac{1}{2})$ D. (1, 0)

Explanation $x^2 + y^2 - x - 5 = 0; g = -\frac{1}{2}, f = 0$

$$\therefore \text{কেন্দ্র } (\frac{1}{2}, 0)$$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 - 2x + 6y + 1 = 0$$

অধ্যায়
০৭

পরিচয়

সংযুক্ত ও যৌগিক কোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাত
(TRIGONOMETRIC RATIOS OF ASSOCIATED ANGLES)

কি পড়বে? কেন পড়বে?

SURVEY TABLE

কতটুকু পড়বে? কিসে পড়বে?

প্রথম অংশ

ক্রমিক সংখ্যা	বিগত বছরে যে সকল টপিকস্ থেকে প্রশ্ন এসেছে	RATINGS [কেন পড়বে?]
01	রূপান্তর করে মান নির্ণয়	
02	সংযুক্ত কোণের প্রাথমিক আলোচনা	★★
03	নেটওয়ার্ক স্পেশাল	★★★
04	$\sin^2\theta$ ও $\cos^2\theta$ এর ধারা থাকলে মান নির্ণয় সম্পর্কিত গাণিতিক প্রয়োগ	★★
05	সংযুক্ত কোণের মান	★★★
06	Miscellaneous	★★



টপিক আলোচনা

CONCEPT-01 রূপান্তর করে মান নির্ণয়

ত্রিকোণমিতিক অনুপাতের রূপান্তর:

এই সংক্রান্ত গাণিতিক সমস্যা সমাধানের জন্য শুধু অনুপাত দেখে মান নির্ণয় করা যাবে না বরং সেই কোণের অনুপাত দেওয়া আছে তা কোন চতুর্ভাগে আছে সেই অনুযায়ী মান নির্ণয় করতে হবে।

চতুর্ভাগের হিসাব:

হ্রস্বকোণ	সূক্ষ্মকোণ
$\sin$ (-, +)	all (+, +)
$\csc$	
$\tan$ (-, -)	$\cos$ (+, -)
$\cot$	$\sec$

ত্রিকোণমিতিক কোণের রূপান্তর:

- যে কোনো বড় কোণের মান দেওয়া থাকলে তাকে 90 এর গুণিতক আকারে প্রকাশ করে ভাঙতে হয় এক্ষেত্রে:
- প্রদত্ত কোণকে $(n \cdot 90^\circ \pm \theta)$ বা $(n \cdot \frac{n}{2} \pm \theta)$ আকারে প্রকাশ করতে হবে, যেখানে θ সূক্ষ্মকোণ এবং $n \in \mathbb{N}$.
- n জোড় হলে মূল অনুপাতের কোনরূপ পরিবর্তন হয় না অর্থাৎ sine, cosine, tangent ইত্যাদি sine, cosine, tangent-ই থাকে। কিন্তু তার চিহ্ন ধনাত্মক সূক্ষ্মকোণ ধরে মূল কোণটি কোন চৌকোণে অবস্থান করে তা নির্ণয় করে চিহ্নের চৌকণ-নিয়ম অনুযায়ী সহজেই নির্ণয় করা যায়।
- n বিজোড় হলে মূল অনুপাত পরিবর্তন হয়ে সহ অনুপাতে পরিণত হয়। অর্থাৎ sine পরিবর্তিত হয়ে cosine, cosine পরিবর্তিত হয়ে sine, tangent পরিবর্তিত হয়ে cosine, cosine পরিবর্তিত হয়ে sine, tangent পরিবর্তিত হয়ে cotangent, cotangent পরিবর্তিত হয়ে tangent, cosecant পরিবর্তিত হয়ে secant এবং secant পরিবর্তিত হয়ে cosecant হয়। কিন্তু তার চিহ্ন চৌকোণে অবস্থান করে তা নির্ণয় করে চিহ্নের চৌকণ-নিয়ম অনুযায়ী সহজেই নির্ণয় করা যায়।

$$\text{যেমন: } \sin 690^\circ = \sin (7 \times 90^\circ + 60^\circ) = -\cos 60^\circ = -\frac{1}{2}$$

CONCEPT-02 সংযুক্ত কোণের প্রাথমিক আলোচনা

বিগত বছরের প্রশ্নের আলোকে দেখা যায় পরীক্ষাতে সরাসরি সূত্র প্রশ্ন আকারে এসে থাকে। তাই শিক্ষার্থীদের সকল সূত্র এক নজরে দেখে যাওয়া উচিত।

FORMULA

01. $\sin/\cos$ এর যৌগিক কোণের সূত্র:

$$\sin(A \pm B) = \sin A \cos B \pm \cos A \sin B$$

$$2\sin A \cos B = \sin(A+B) + \sin(A-B)$$

$$2\cos A \cos B = \cos(A+B) + \cos(A-B)$$

$$\sin C + \sin D = 2\sin \frac{C+D}{2} \cos \frac{C-D}{2}$$

$$\cos C + \cos D = 2\cos \frac{C+D}{2} \cos \frac{C-D}{2}$$

$$\sin(A+B) \sin(A-B) = \sin^2 A - \sin^2 B = \cos^2 B - \cos^2 A$$

$$\cos(A \pm B) = \cos A \cos B \mp \sin A \sin B$$

$$2\cos A \sin B = \sin(A+B) - \sin(A-B)$$

$$2\sin A \sin B = \cos(A-B) - \cos(A+B)$$

$$\sin C - \sin D = 2\cos \frac{C+D}{2} \sin \frac{C-D}{2}$$

$$\cos C - \cos D = 2\sin \frac{C+D}{2} \sin \frac{D-C}{2}$$

$$\cos(A+B) \cos(A-B) = \cos^2 A - \sin^2 B = \cos^2 B - \sin^2 A$$

FORMULA $\sin^2\theta$ বা $\cos^2\theta$ এর ধারা থাকলে- • পদ সংখ্যা n জোড় হলে Ans: $\frac{n}{2}$ হবে।

• পদ সংখ্যা n বিজোড় হলে Ans: $\frac{n-1}{2} + \sin 0^\circ / \sin 90^\circ / \cos 0^\circ / \cos 90^\circ$

• পদসংখ্যা, $n = \frac{\text{শেষপদ} - \text{প্রথমপদ}}{\text{সাধারণ অন্তর}} + 1$

EXAMPLE $\cos^2 10^\circ + \cos^2 20^\circ + \sin^2 30^\circ + \cdots + \cos^2 80^\circ = ?$

Shortcut Solⁿ পদসংখ্যা, $n = \frac{80-10}{10} + 1 = 8$ সুতরাং, যোগফল $= \frac{8}{2} = 4$

EXAMPLE $\sin^2 15^\circ + \sin^2 20^\circ + \sin^2 25^\circ + \text{---} + \sin^2 90^\circ = ?$

Shortcut Solⁿ পদসংখ্যা = $\frac{90-15}{5} + 1 = 16$ যোগফল = $\frac{16}{2}$

FORMULA ত্রিকোণমিত্তির কোন প্রশ্নে n থাকলে n এর পরিবর্তে 0 বসিয়ে যে মান পাওয়া যাবে, তাই Ans: হবে।

Model EXAMPLE $\sin \left\{ n\pi + (-1) \frac{\pi}{4} \right\}$ এর মান কত?

Shortcut Solⁿ $n=0$ বসিয়ে পাই $\therefore \sin \frac{\pi}{4} = \frac{1}{\sqrt{2}}$ Solⁿ: $n=0$ বসিয়ে পাই $\sin \frac{\pi}{4} = \frac{1}{\sqrt{2}}$ Ans:

Model EXAMPLE $\sin\left\{n\pi + (-1)\frac{\pi}{6}\right\}$ এর মান কত?

Shortcut Solⁿ $n=0$ বসিয়ে পাই $\therefore \sin$ **Solⁿ:** $n=0$ বসিয়ে পাই $\sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$

FORMULA কোন সমকোণী ত্রিভুজের পরিবৃত্তের কেন্দ্র এর অতিভুজের মধ্যবিন্দু

Model EXAMPLE 9, 40 ও 41 বাছ বিশিষ্ট একটি ত্রিভুজের পরিবৃত্তের ব্যাসার্ধ কত?

Shortcut Solⁿ ইহা একটি সমকোণী ত্রিভুজ। যার অতিভুজ = 41 $\therefore$ পরিবৃত্তের ব্যাসার্ধ = $\frac{41}{2}$

Model EXAMPLE যদি $x = r \sin(\theta + 45^\circ)$ এবং $y = r \sin(\theta - 45^\circ)$ হয়, তবে $x^2 + y^2 = ?$

Shortcut Solⁿ $x^2 + y^2 = r^2 \sin^2(\theta + 45^\circ) + r^2 \sin^2(\theta - 45^\circ) = r^2 \{ \sin^2(90^\circ + \theta - 45^\circ) + \sin^2(\theta - 45^\circ) \} = r^2 \{ \cos^2(\theta - 45^\circ) + \sin^2(\theta - 45^\circ) \} \therefore x^2 + y^2 = r^2$

EXAMPLE $A + B + C = \pi$ এবং $\cos A = \cos B \cos C$ হলে $\tan B \tan C$ এর মান নির্ণয় কর।

Shortcut Solⁿ দেওয়া আছে, $A+B+C=\pi$ এবং $\cos A = \cos B \cos C$ $\therefore B+C=\pi-A \Rightarrow \cos(B+C) = \cos(\pi-A) \Rightarrow \cos B \cos C - \sin B \sin C = -\cos A$
 $\Rightarrow \cos B \cos C - \sin B \sin C = -\cos B \cos C \Rightarrow 2 \cos B \cos C = \sin B \sin C \Rightarrow \frac{\sin B \sin C}{\cos B \cos C} = 2 \therefore \tan B \tan C = 2$

AT A GLANCE

। নিম্নোক্ত মানগুলো MCQ এর জন্য মুখস্থ রাখতে হবে

$$\blacksquare \sin 15^\circ = \frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}} = \cos 75^\circ \quad \blacksquare \tan 15^\circ = 2-\sqrt{3}$$

■ $\tan 15^\circ = 2 - \sqrt{3}$

$$\blacksquare \sin 18^\circ = \frac{1}{4}(\sqrt{5}-1)$$

$$\blacksquare \cos 18^\circ = \frac{1}{4}(\sqrt{10+2\sqrt{5}})$$

$$\blacksquare \cos 22 \frac{1^\circ}{2} = \frac{1}{2} (\sqrt{2} + \sqrt{2})$$

$$\blacksquare \sin 36^\circ = \frac{1}{4}(\sqrt{5} + 1)$$

$$\blacksquare \cos 15^\circ = \frac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}} = \sin 75^\circ$$

$$\blacksquare \tan(-15^\circ) = \sqrt{3} - 2$$

$$\blacksquare \cos 18^\circ = \frac{1}{4}(\sqrt{5}-1)$$

$$\blacksquare \sin 22 \frac{1^\circ}{2} = \frac{1}{2} (\sqrt{2} - \sqrt{2})$$

$$\blacksquare \sin 36^\circ = \frac{1}{4}(\sqrt{10-2\sqrt{2}})$$

$$\blacksquare \tan \frac{1}{2} = \sqrt{6} - \sqrt{3} + \sqrt{2} - 2$$

Model EXAMPLE $\tan 15^\circ$ -এর মান কত?

Shortcut Solⁿ $2 - \sqrt{3}$

Model EXAMPLE $\tan(-15^\circ)$ -এর মান কত?

Shortcut Solⁿ $-2 + \sqrt{3}$

04. $\tan 40^\circ \tan 50^\circ \tan 60^\circ$ এর মান কত? [SAU. 2015-16]

- A. $\tan 10^\circ$ B. $\sqrt{3}$ C. $-\sqrt{3}$ D. $\frac{1}{\sqrt{3}}$

Explanation $\tan 40^\circ \times \tan(90 - 40) \tan 60^\circ = \sqrt{3}$

05. $\sin x \sin(x + 30^\circ) + \cos x \sin(x + 120^\circ)$ এর মান কত? [SAU. 14-15]

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{\sqrt{3}}$ C. $\frac{1}{\sqrt{2}}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

Explanation $x = 30^\circ$ ধরে সমাধান করতে হবে বা option test

06. $\tan A = \frac{5}{12}$ এবং $\frac{\pi}{2} < A < \pi$ হলে, নিচের কোনটি সঠিক? [SAU. 2013-14]

- A. $\cos A = \frac{5}{13}$ B. $\cos A = -\frac{5}{13}$ C. $\cos A = \frac{12}{13}$ D. $\cos A = -\frac{12}{13}$

Explanation $\cos A = -\frac{12}{13}$ কারণ: দ্বিতীয় কোয়ডেন্টে $\cos$ ঋণাত্মক।

7. যদি কোন ত্রিভুজে $A = 60^\circ$ হয় তবে $b+c$ কত? [SAU. 2012-13]

- A. $2 \cos \frac{B+C}{2}$ B. $2a \cos^2 \frac{a-b}{1+ab}$
C. $2a \cos \frac{B-C}{2}$ D. $2a \cos B$

Explanation সরাসরি সূত্র ব্যবহার করে।

8. $\sin^2\left(\frac{3\pi}{2} + \theta\right) + \cos^2\left(\frac{3\pi}{2} + \theta\right)$ এর মান কোনটি? [SAU. 2011-12]

- A. 0 B. -1 C. 1 D. $\sqrt{3}$

Explanation $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$

9. $\triangle ABC$ এ $\cos(B+C)$ এর মান কোনটি? [SAU. 2010-11]

- A. $\sin A$ B. $-\sin A$ C. $-\cos A$ D. $\cos A$

Explanation $\cos(B+C) = \cos(\pi - A) = -\cos A$

10. $\sin 2\theta$ এর মান কোনটি? [SAU. 2009-10; BAU. 04-05]

- A. $\frac{1 - \tan^2 \theta}{1 + \tan^2 \theta}$ B. $\frac{1 + \tan^2 \theta}{2 \tan^2 \theta}$ C. $\frac{2 \tan 2\theta}{1 + \tan^2 \theta}$ D. $\frac{\tan \theta}{1 + \tan^2 \theta}$

Explanation সরাসরি সূত্র থেকে।

11. $\tan 36^\circ + \tan 9^\circ + \tan 36^\circ \tan 9^\circ = ?$ [SAU. 2006-07]

- A. 1 B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\sqrt{3}$

Explanation আমরা জানি, $A + B = 45^\circ$ হলে,

$$\tan A + \tan B + \tan A \tan B = 1$$

$$\therefore \tan 36^\circ + \tan 9^\circ + \tan 36^\circ \tan 9^\circ = 1$$

12. $\tan 75^\circ - \tan 30^\circ - \tan 75^\circ \tan 30^\circ$ এর মান- [SAU. 2005-06]

- A. 0 B. 1 C. $1/\sqrt{2}$ D. $1/\sqrt{3}$ **Ans B**

Explanation আমরা জানি, $A - B = 45^\circ$ হলে,

$$\tan A - \tan B - \tan A \tan B = 1$$

$$\therefore \tan 75^\circ - \tan 30^\circ - \tan 75^\circ \tan 30^\circ = 1$$

13. $\tan 54^\circ - \tan 36^\circ$ এর মান- [SAU. 2004-05]

- A. $2 \tan 18^\circ$ B. $2 \cot 27^\circ$ C. $-2 \tan 81^\circ$ D. $2 \tan 72^\circ$

Explanation $\tan A - \tan B = 2 \tan(A - B)$ যদি $A + B = \pi/2$ হয়

$$\therefore \tan 54^\circ - \tan 36^\circ = 2 \tan(54^\circ - 36^\circ) = 2 \tan 18^\circ$$

14. $\frac{1 - \cos 2\theta}{\sin 2\theta}$ এর মান- [SAU. 2002-03]

- A. $\tan \theta$ B. $\sin \theta$ C. $\cot \theta$ D. $\cos \theta$

Explanation $\frac{1 - \cos 2\theta}{\sin 2\theta} = \frac{2 \sin^2 \theta}{2 \sin \theta \cos \theta} = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \tan \theta$

সিলেট কৃষি বিশ্ববিদ্যালয়

01. $\triangle ABC$ এ $\tan \frac{(B+C)}{2}$ এর মান কত? [SylAU. 2018-19]

- A. $-\cot \frac{A}{2}$ B. $\tan \frac{A}{2}$ C. $\cot \frac{A}{2}$ D. $-\tan \frac{A}{2}$

Explanation $\tan \left(\frac{B+C}{2}\right) = \tan \left(\frac{\pi - A}{2}\right) = \tan \left(\frac{\pi}{2} - \frac{A}{2}\right) = \cot \frac{A}{2}$

02. $4 \cos x + 3 \sin x$ এর বৃহত্তম মান কত? [SylAU. 2009-10]

- A. 4 B. 3 C. $\sqrt{5}$ D. 5

Explanation সর্বোচ্চ মান $= \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$

চট্টগ্রাম ভেটেরিনারি ও এনিম্যাল সাইন্সেস বিশ্ববিদ্যালয়

01. $\sin \alpha - \sin \beta = 2$ এবং $\cos \alpha - \cos \beta = 3$ হলে $\cos(\alpha - \beta)$ এর মান কত? [CVASU. 2017]

- A. $\frac{8}{13}$ B. $\frac{4}{13}$ C. $\frac{9}{13}$ D. $\frac{5}{13}$

Explanation $\sin^2 \alpha + \sin^2 \beta - 2 \sin \alpha \sin \beta + \cos^2 \alpha + \cos^2 \beta - 2 \cos \alpha \cos \beta = 4$
 $\Rightarrow 2 - 2 \cos(\alpha - \beta) = 13 \Rightarrow 2 \cos(\alpha - \beta) = -11 \Rightarrow \cos(\alpha - \beta) = -\frac{11}{2}$

02. যদি $\cos A = \frac{12}{13}$ হয়, তবে $\tan A$ এর মান কোনটি? [CVASU. 2016]

- A. $\frac{5}{12}$ B. $\frac{13}{5}$ C. $\pm \frac{5}{12}$ D. $\pm \frac{5}{13}$

Explanation Given, $\cos A = \frac{12}{13} \therefore \sin A = \sqrt{1 - \left(\frac{12}{13}\right)^2}$

$$= \sqrt{1 - \frac{144}{169}} = \pm \frac{5}{13} \therefore \tan A = \frac{\pm \frac{5}{13}}{\frac{12}{13}} \therefore \tan A = \pm \frac{5}{12}$$

03. $\sin 10^\circ \sin 50^\circ \sin 70^\circ$ এর মান হবে- [CVASU. 2016-17, 18]

- A. $\frac{1}{8}$ B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{\sqrt{2}}$

Explanation $\sin \theta \sin(60 - \theta) \sin(60 + \theta) = \frac{1}{4} \sin 3\theta$

$$\therefore \sin 10^\circ \sin 50^\circ \sin 70^\circ = \frac{1}{4} \sin(3 \times 10) = \frac{1}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$$

04. $\sin 75^\circ$ এর মান হল- [CVASU. 18]

- A. $\frac{1}{4}(\sqrt{6} - \sqrt{2})$ B. $\frac{1}{4}(6 + \sqrt{2})$ C. $\frac{1}{4}(\sqrt{6} + 2)$ D. $\frac{1}{4}(\sqrt{6} - \sqrt{2})$

Explanation See Network Special

খুলনা কৃষি বিশ্ববিদ্যালয়

01. $\cot \frac{\pi}{20} \cot \frac{3\pi}{20} \cot \frac{5\pi}{20} \cot \frac{7\pi}{20} \cot \frac{9\pi}{20} \cos \frac{5\pi}{20} = ?$ [KU. 2014]

- A. 1 B. 0 C. $1/\sqrt{2}$ D. $\sqrt{3}/2$

Explanation $\cot 9^\circ \cot 27^\circ \cot 45^\circ \cot 63^\circ \cot 45^\circ = 1$

Network Special: $A + B = 90^\circ$ হলে, $\tan A \tan B = 1$

$$\text{এবং } \cot A \cot B = 1; \cot \frac{\pi}{20} \cot \frac{3\pi}{20} \cot \frac{5\pi}{20} \cot \frac{7\pi}{20} \cot \frac{9\pi}{20} \cos \frac{5\pi}{20}$$

$$\Rightarrow \left(\cot \frac{\pi}{20} \times \cot \frac{9\pi}{20}\right) \times \left(\cot \frac{3\pi}{20} \times \cot \frac{7\pi}{20}\right) \times \left(\cot \frac{5\pi}{20} \times \cot \frac{5\pi}{20}\right)$$

$$\Rightarrow 1 \times 1 \times \cot \frac{\pi}{4} \times \cot \frac{\pi}{4} = 1 \times 1 \times 1 \times 1 = 1$$

পটুয়াখালী বিজ্ঞান ও প্রযুক্তি বিশ্ববিদ্যালয়

$\operatorname{cosec} \theta - \sec \theta = 0$ হলে $\sin \theta$ এর মান কত? [PSTU.18-19; SylAU.18-19]

- A. $\frac{1}{\sqrt{3}}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $\sqrt{2}$ D. $\frac{1}{\sqrt{2}}$

(D) Explanation $\operatorname{cosec} \theta - \sec \theta = 0$ হলে $\sin \theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$\cot^2 \theta + \operatorname{cosec} \theta = 5$ হলে θ এর মান কোনটি? [PSTU. 2018-19]

- A. 0° B. 30° C. 45° D. 60°

(B) Explanation $\theta = 30^\circ$ ধরে $\cot^2 30^\circ + \operatorname{cosec} 30^\circ = (\sqrt{3})^2 + 2 = 5$

$\sec \theta - \operatorname{cosec} \theta = 0$ হলে, θ এর মান কোনটি? [PSTU. 2018-19]

- A. $\pm \frac{1}{\sqrt{2}}$ B. $\frac{1}{\sqrt{2}}$ C. $\frac{1}{\sqrt{3}}$ D. $\sqrt{3}$

(C) Explanation প্রশ্নটি অসম্পূর্ণ।

$\sec \theta - \operatorname{cosec} \theta = 0$ হলে θ এর মান কত? [PSTU.2017.18]

- A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{\pi}{4}$ C. $\frac{\pi}{3}$ D. $\frac{\pi}{2}$

(B) Explanation $\sec \theta - \cos \theta = 0 \Rightarrow \sec \theta = \operatorname{cosec} \theta$

$$\Rightarrow \frac{1}{\cos \theta} = \frac{1}{\sin \theta} \Rightarrow \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = 1 \Rightarrow \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = 1 \Rightarrow \tan \theta = 1 \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{4}$$

5. ABC সমকোণী সমদ্বিবাছ ত্রিভুজের অতিভুজ AB হলে $\tan A + \tan B$ এর মান কোনটি? [PSTU.2014-15]

- A. 1 B. 2 C. $\frac{\pi}{4}$ D. 0

(B) Explanation সমদ্বিবাছ ABC ত্রিভুজের AB অতিভুজ হওয়ায়, $\angle A = 45^\circ$ $\angle B = 45^\circ \therefore \tan 45^\circ + \tan 45^\circ = 1 + 1 = 2$

খিনাইদহ ভেটেরিনারি কলেজ

01. $\cos^2 \theta = \frac{(a+b)^2}{4ab}$; $a = b$ হলে θ এর মান কত হবে? [JGVC. 2018-19]

- A. 45° B. 0° C. 60° D. 90°

(B) Explanation $\cos^2 \theta = \frac{(a+b)^2}{4ab} \Rightarrow \cos^2 \theta = \frac{(a+a)^2}{4a^2} [\because a = b]$

$$\Rightarrow \cos^2 \theta = \frac{4a^2}{4a^2} \Rightarrow \cos^2 \theta = 1 \Rightarrow \cos \theta = \pm 1$$

(+) বোধক ধরে; $\cos \theta = 1 \Rightarrow \cos 0^\circ \Rightarrow \theta = 0^\circ$

02. $\tan 15^\circ$ এর মান কত? [JGVC. 2016-17; BAU. 2006-07]

- A. $2 + \sqrt{3}$ B. $-2 + \sqrt{3}$ C. $-2 - \sqrt{3}$ D. $2 - \sqrt{3}$

(D) Explanation See Network Special

03. $\sin x + \sin y = \frac{1}{4}$ এবং $\cos x + \cos y = \frac{1}{5}$ হলে, $\tan \frac{(x+y)}{2}$ এর মান কত? [JGVC.2015-16]

- A. $\frac{4}{5}$ B. $\frac{3}{4}$ C. $\frac{5}{4}$ D. $\frac{4}{3}$

(C) Explanation By doing (i) + (ii)

$$\frac{\sin x + \sin y}{\cos x + \cos y} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{5}} = \frac{5}{4} \Rightarrow \frac{2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}}{2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}} = \frac{5}{4} \Rightarrow \tan \left(\frac{x+y}{2} \right) = \frac{5}{4}$$

দ্বিতীয় অংশ

ক্রমসংখ্যা	কী পড়ব?	RATINGS
নং	বিগত বছরে যে সকল টপিকস্ থেকে প্রশ্ন এসেছে	[কেন পড়ব?]
01	ত্রিভুজের গুণাবলিঃ মৌলিক এবং তথ্যমূলক আচরণ	★★★
02	ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল	★★★
03	ত্রিভুজের অর্ধ পরিসীমা সংক্রান্ত	★★★
04	তথ্য দেয়া না থাকলে ত্রিভুজের রাশিমালার মান নির্ণয় সংক্রান্ত	★★
05	ত্রিভুজের রাশিমালার মান নির্ণয় সংক্রান্ত	★★
06	ত্রিভুজের প্রকৃতি নির্ণয়	★★

টপিক আনোচনা

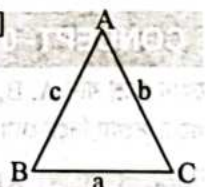
CONCEPT-01 ত্রিভুজের গুণাবলিঃ মৌলিক এবং তথ্যমূলক আচরণ

ধরি, ABC একটি ত্রিভুজ। এখানে A, B, C হল ΔABC এর তিনটি কোণ এবং a, b, c হল ত্রিভুজের তিনটি বাহু।

■ দুটি বাহু এবং দুটি কোণ দেওয়া থাকলে sine এর সূত্র use করতে হবে। ত্রিভুজের sine এর সূত্র: $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$ [R = পরিব্যাসার্ধ]

■ তিনটি বাহু এবং একটি কোণ দেওয়া থাকলে Cosine এর সূত্র ব্যবহার করতে হবে। ত্রিভুজের cosine এর সূত্র:

$$1. \cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} \quad 2. \cos B = \frac{c^2 + a^2 - b^2}{2ac} \quad 3. \cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$$



CONCEPT-02 ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল

■ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল, $\Delta = \frac{1}{2} \times$ বাহুদ্বয়ের গুণফল $\times$ বাহুদ্বয়ের অন্তর্ভুক্ত কোণের sine $= \frac{1}{2} ab \sin C = \frac{1}{2} bc \sin A = \frac{1}{2} ac \sin B$

Model EXAMPLE যদি একটি ত্রিভুজের বাহুগুলো যথাক্রমে m, n এবং $\sqrt{m^2 + mn + n^2}$ হয় তবে ত্রিভুজটির বৃহত্তম কোণ কত?

Shortcut Solⁿ m, n, $\sqrt{m^2 + mn + n^2}$ এদের মধ্যে বৃহত্তম বাহু $\sqrt{m^2 + mn + n^2}$ $\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} = \frac{m^2 + n^2 - (\sqrt{m^2 + mn + n^2})^2}{2mn} = -\frac{1}{2} \therefore C = 120^\circ$

Model EXAMPLE একটি ত্রিভুজের বাহুগুলোর পরিমাপ যথাক্রমে 3, 5, 7 হলে বৃহত্তম কোণ নির্ণয় কর?

Shortcut Solⁿ $\cos C = \frac{3^2 + 5^2 - 7^2}{2 \cdot 3 \cdot 5}$ $C = 120^\circ$

Model EXAMPLE একটি ত্রিভুজের বাহুগুলোর পরিমাপ 3, 5, 7 হলে ত্রিভুজটি কি ধরনের?

Shortcut Solⁿ ছলকোণী। কারণ ত্রিভুজটির বৃহত্তম কোণ ছলকোণ

Model EXAMPLE ABC ত্রিভুজে $a:b:c = 5:4:3$ হলে A কোণের মান কত?

Shortcut Solⁿ $\cos A = \frac{4^2 + 3^2 - 5^2}{2 \cdot 4 \cdot 3}$ $A = 90^\circ$

Model EXAMPLE ABC একটি সমকোণী ত্রিভুজ হলে $\sin(A + B + C)$ এর মান কত?

Shortcut Solⁿ $\sin(A + B + C) = \sin(180^\circ) = 0$

CONCEPT- 03 ত্রিভুজের অর্ধ পরিসীমা সংক্রান্ত

■ একটি ত্রিভুজের অর্ধ পরিমীমা $s = \frac{a+b+c}{2}$; এবং ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $\Delta = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ এবং ত্রিভুজের অন্তঃব্যাসার্ধ, $r = \frac{\Delta}{s}$

ত্রিভুজের পরিব্যাসার্ধ, $R = \frac{abc}{4\Delta}$

■ ত্রিভুজের পরিসীমা সংক্রান্ত সূত্র:

$$\begin{array}{llll} \text{(i)} \sin \frac{A}{2} = \sqrt{\frac{(s-b)(s-c)}{bc}} & \text{(ii)} \sin \frac{B}{2} = \sqrt{\frac{(s-c)(s-a)}{ca}} & \text{(iii)} \sin \frac{C}{2} = \sqrt{\frac{(s-a)(s-b)}{ab}} & \text{(iv)} \cos \frac{A}{2} = \sqrt{\frac{s(s-a)}{bc}} \\ \text{(v)} \cos \frac{B}{2} = \sqrt{\frac{s(s-b)}{ca}} & \text{(vi)} \cos \frac{C}{2} = \sqrt{\frac{s(s-c)}{ab}} & \text{(vii)} \tan \frac{A}{2} = \sqrt{\frac{(s-b)(s-c)}{s(s-a)}} & \text{(viii)} \tan \frac{B}{2} = \sqrt{\frac{(s-c)(s-a)}{s(s-b)}} \\ \text{(ix)} \cos \frac{C}{2} = \sqrt{\frac{(s-a)(s-b)}{s(s-c)}} & \text{(x)} \cot \frac{A}{2} = \frac{s(s-a)}{\Delta} & \text{(xi)} \cot \frac{B}{2} = \frac{s(s-b)}{\Delta} & \text{(xii)} \cot \frac{C}{2} = \frac{s(s-c)}{\Delta} \end{array}$$

$$(xiii) \sin A + \sin B + \sin C = \frac{S}{R}$$

■ অভিকোণ-সূত্র: $a = b\cos C + c\cos B$

$$b = c \cos A + a \cos C$$

$$c = a \cos B + b \cos C$$

Model EXAMPLE ত্রিভুজের বাহুগুলোর পরিমাপ যথাক্রমে 13, 14, 15 হলে ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

Shortcut Solⁿ $S = \frac{a+b+c}{2} = \frac{13+14+15}{2} = 21$ $\Delta = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} = \sqrt{21 \times 8 \times 7 \times 6} = 84$ বর্গ একক

CONCEPT- 04 তথ্য দেয়া না থাকলে ত্রিভুজের রাশিমালার মান নির্ণয় সংক্রান্ত

■ তথ্য দেয়া না থাকলে ত্রিভুজের রাশিমালার মান নির্ণয় করতে হলে, $a = b = c = 1$ এবং $A = B = C = 60^\circ$ ধরতে হবে।

উপরোক্ত মান গুলোর মধ্য থেকে যেই মান গুলো প্রশ্নে থাকবে সেই মান গুলোকে প্রশ্নে বসিয়ে প্রশ্নের মান নির্ণয় করতে হবে, এর পর ঐ মান গুলো হতে যা Option থাকবে তা Option এ বসিয়ে Option এর মান নির্ণয় করতে হবে। যেই Option এর সাথে মিলে যাবে সেটি Ans হবে।

Model EXAMPLE $\sin A + \sin B + \sin C = ?$

Shortcut Solⁿ $\frac{a}{2R} + \frac{b}{2R} + \frac{c}{2R} = \frac{a+b+c}{2R} = \frac{2S}{2R} = \frac{S}{R}$

Model EXAMPLE ΔABC এ $\sin \left(\frac{A}{2} + B \right)$ এর মান কত?

Shortcut Solⁿ $a = 1, A = 60^\circ, B = 60^\circ$ বসালে প্রদত্ত রাশিটির মান হবে 1;

Option গুলোতে $a = b = c = 1$ এবং $A = 60^\circ$; $B = 60^\circ$ বসালে B Option টির মান হবে 1। (Ans: B)

CONCEPT- 05 ত্রিভুজের রাশিমালায় মান নির্ণয় সংক্রান্ত

কোন প্রশ্নে যদি A, B, C এই তিনটি বিদ্যমান থাকে তাহলে $A = B = C = 60^\circ$ ধরব এবং কোন প্রশ্নে a, b, c তিনটি বিদ্যমান থাকলে $a = b = c = 2$ ধরব যদি ওগুলো সংখ্যা দিয়ে দেয়া থাকে এবং ত্রিভুজটি কি ধরনের তা বলা না থাকে।

Model EXAMPLE ABC ত্রিভুজের জন্য $(b^2 - c^2) \cot A + (c^2 - a^2) \cot B + (a^2 - b^2) \cot C$ এর মান কত?

Shortcut Solⁿ $a = b = c = 1$ ধরে প্রশ্নের মান 0 (Ans: D)

Model EXAMPLE যদি $A + B + C = \pi$ হয় তবে $\sin^2 \frac{A}{2} + \sin^2 \frac{B}{2} + \sin^2 \frac{C}{2}$ সমান কত?

Shortcut Solⁿ $A = B = C = 60^\circ$ ধরে প্রশ্নের মান $\frac{3}{4}$ আসবে Option A থেকে $A = B = C = 60^\circ$ ধরে $\frac{3}{4}$ আসবে (Ans: A)

Mode **EXAMPLE** ABC সমকোণী ত্রিভুজ হলে $\cos^2 A + \cos^2 B + \cos^2 C$ এর মান কত?

Shortcut Solⁿ ABC সমকোণী ত্রিভুজ $\therefore A = 90^\circ$ ধরি, এবং $B + C = 90^\circ \therefore B = 45^\circ, C = 45^\circ \therefore$ প্রদত্ত রাশি $\cos^2 90^\circ + \cos^2 45^\circ + \cos^2 45^\circ$ এর মান

CONCEPT-06 ত্রিভুজের প্রকৃতি নির্ণয়

ত্রিভুজের যে কোন দুটি কোণের cosine এর অনুপাতের সমষ্টি অপর কোণের sine এর অনুপাতের সমান হলে ত্রিভুজটি সমকোণী এবং cosine এর সাথের একটি কোণ 90° হবে।

Model EXAMPLE ABC ত্রিভুজে $\cos A + \cos C = \sin B$ হলে $\angle C$ এর মান-

$$\text{Shortcut Sol}^n \quad \frac{\pi}{2}$$

Model EXAMPLE ABC ত্রিভুজে $\cos A = \sin B - \cos C$ হলে ত্রিভুজটি কি হবে?

Shortcut Solⁿ সমকোণী।

মনে রাখতে হবে: 01. ABC ত্রিভুজে $(b + c - a)(a + b + c) = 3bc$ হলে $\angle A$ সমান-

Ans: 60°

$$02. \frac{1}{a+c} + \frac{1}{b+c} = \frac{3}{a+b+c} \text{ হলে } \angle C \text{ এর মান}$$

Ans: 60°



ANALYSIS OF PREVIOUS YEAR QUESTIONS

বাংলাদেশ কৃষি বিশ্ববিদ্যালয়

01. ABC ত্রিভুজের $a^2 + b^2 - c^2 = ab$ হলে $\angle C$ কোণের মান কত? [BAU.2016-17]
A. 30° B. 45° C. 60° D. 90°

Explanation $C = \cos^{-1} \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} = \cos^{-1} \frac{1}{2} = 60^\circ$

02. ABC সমকোণী সমদ্বিবাহু ত্রিভুজে AC অতিভুজ হলে $\cot B$ এর মান কোনটি? [BAU. shift-1 2015-16]

A. 1 B. 0 C. -1 D. $\frac{1}{2}$

Explanation $\cot 90^\circ = 0$ [cot B মানে হলো ভূমির সাথে লম্বের কোণ]

03. একটি ত্রিভুজের দুটি কোণ 30° , 60° হলে ত্রিভুজের বাহুগুলোর অনুপাত কত হবে? [BAU. shift-2, 2015-16]

A. $1:\sqrt{3}:\sqrt{2}$ B. $1:2\sqrt{2}:\sqrt{3}$ C. $1:\sqrt{3}:2$ D. $1:2\sqrt{2}:3$

Explanation $30^\circ, 60^\circ$, অপরটি $= 180 - (30^\circ + 60^\circ) = 90^\circ$

বাহুগুলো a, b, c হলে, $\frac{a}{\sin 30^\circ} = \frac{b}{\sin 60^\circ} = \frac{c}{\sin 90^\circ}$

$$\Rightarrow \frac{a}{1} = \frac{b}{\sqrt{3}} = \frac{c}{2} \Rightarrow \frac{a}{1} = \frac{b}{\sqrt{3}} = \frac{c}{2}$$

$$\therefore a:b:c = 1:\sqrt{3}:2$$

04. ABC সমবাহু ত্রিভুজে $2\sin \frac{A}{2}$ এর মান কোনটি? [BAU.2015-16]

A. 0 B. 1 C. $\frac{\pi}{6}$ D. $\frac{\pi}{8}$

Explanation আমরা জানি, সমবাহু ত্রিভুজে

$$A = B = C = 60^\circ \therefore 2\sin \frac{A}{2} = 2\sin \frac{60^\circ}{2} = 2\sin 30^\circ = 2 \times \frac{1}{2} = 1$$

05. ABC ত্রিভুজটি $a:b:c = 5:4:3$ হলে $\angle A$ কোণের মান কত? [BAU.11-12;12-13]

A. 45° B. 60° C. 75° D. 90°

Explanation $a:b:c = 5:4:3 \therefore a = 5, b = 4, c = 3$

$$\therefore \cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = \frac{4^2 + 3^2 - 5^2}{2 \cdot 4 \cdot 3}$$

$$\therefore A = \cos^{-1}(0) = 90^\circ$$

06. একটি ত্রিভুজের বাহুগুলোর পরিমাপ যথাক্রমে 3, 5 এবং 7 একক হলে ত্রিভুজটি কোন প্রকারের? [BAU 2011-12]

A. স্থলকোণী B. সূক্ষ্মকোণী C. সমকোণী D. সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ

Explanation বৃহত্তম বাহুর বিপরীত কোণ হল বৃহত্তম কোণ

$$\cos A = \frac{3^2 + 5^2 - 7^2}{2 \cdot 3 \cdot 5} [\therefore \text{বৃহত্তম বাহু} = 7]$$

$$\cos A = \frac{-1}{2} \therefore A = 120^\circ, \text{ একটি স্থলকোণী ত্রিভুজ}$$

07. $\triangle ABC$ সমকোণী হলে $\sin(A + B + C) = ?$ [BAU. 2006-07]

A. 0 B. π C. 1 D. 2

Explanation For any triangle, $A + B + C = \pi$

$$\text{So, } \sin(A + B + C) = \sin \pi = 0$$

08. ABC ত্রিভুজে $\cos(B + C)$ এর মানের সমান কোনটি হবে? [BAU 2003-04]

A. $\sin A$ B. $-\sin A$ C. $\cos A$ D. $-\cos A$

Explanation $A + B + C = \pi$

$$\therefore B + C = \pi - A$$

$$\cos(B + C) = \cos(\pi - A) = -\cos A$$

09. ABC ত্রিভুজে $\frac{a}{\sin A}$ এর মান কোনটি? [BAU. 2001-02]

A. অন্তঃবৃত্তের ব্যাস B. পরিবৃত্তের ব্যাস
C. অন্তঃবৃত্তের ব্যাসার্ধ D. পরিবৃত্তের ব্যাসার্ধ

Explanation $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$

$$\text{পরিবৃত্তের ব্যাসার্ধ} \times 2 = \text{পরিবৃত্তের ব্যাস}$$

শেরবাংলা কৃষি বিশ্ববিদ্যালয়

01. কোন ত্রিভুজের বাহুগুলো 13, 14, 15 হলে এর ক্ষেত্রফল কত? [SAU.2017-18]

A. 56 B. 84
C. 64 D. 80

Explanation অর্ধপরিসীমা $S = \frac{13+14+15}{2} = 21$

$$\text{ক্ষেত্রফল, } \Delta = \sqrt{21(21-13)(21-14)(21-15)} = \sqrt{7056} = 84$$

02. একটি ত্রিভুজের বাহুর দৈর্ঘ্য 9, 40 ও 41, ত্রিভুজটির পরিবৃত্তের ব্যাসার্ধ নির্ণয় করুন। [SAU.2015-16]

A. 20.5 B. 24.5
C. 25 D. 30

Explanation $s = \frac{a+b+c}{2} = 45$

$$\Delta = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} = \sqrt{45 \times 56 \times 5 \times 4} = 180$$

$$R = \frac{abc}{4\Delta} = \frac{9 \times 40 \times 41}{4 \times 180} = 20.5$$

03. ABC ত্রিভুজ $(a + b + c)(b + c - a) = 3bc$ হলে $\angle A$ এর মান কত? [SAU. 2012-13]

A. 30° B. 45°
C. 60° D. 90°

Explanation $(a + b + c)(b + c - a) = 3bc; (b + c)^2 - a^2 = 3bc$

$$(b + c)^2 - [b^2 + c^2 - 2bc \cos A] = 3bc$$

$$\Rightarrow b^2 + c^2 + 2bc - b^2 - c^2 + 2bc \cos A = 3bc$$

$$\Rightarrow 2bc \cos A = bc \Rightarrow \cos A = \frac{1}{2} \therefore A = 60^\circ$$

16. ABC একটি সমকোণী ত্রিভুজ হলে $\cos^2 A + \cos^2 B + \cos^2 C = ?$

- A. $\frac{1}{2}$ B. 1
C. 0 D. -1

17. যদি $A + B + C = \pi$ হয় তবে $\sin^2 \frac{A}{2} + \sin^2 \frac{B}{2} + \sin^2 \frac{C}{2}$ সমান-

- A. $1 - 2 \sin \frac{A}{2} \sin \frac{B}{2} \sin \frac{C}{2}$ B. $1 + 2 \sin \frac{A}{2} \sin \frac{B}{2} \sin \frac{C}{2}$
C. $1 - \sin \frac{A}{2} \sin \frac{B}{2} \sin \frac{C}{2}$ D. $1 + \sin \frac{A}{2} \sin \frac{B}{2} \sin \frac{C}{2}$

18. $f(\theta) = \cos \theta - \sin \theta$ হলে θ এর কোন মানের জন্য $f(\theta) = 0$

- A. $\pi/2$ B. $\pi/4$
C. π D. $\pi/6$

19. $\frac{1 + \cos 2\theta}{\sin 2\theta} = ?$

- A. $\cot \theta$ B. $\tan \theta$
C. $\sec \theta$ D. $\operatorname{cosec} \theta$

20. $\cot \frac{\pi}{20} \cot \frac{3\pi}{20} \cot \frac{5\pi}{20} \cot \frac{7\pi}{20} \cot \frac{9\pi}{20} \cot \frac{5\pi}{20} = ?$

- A. 1 B. 0
C. $1/\sqrt{2}$ D. $\sqrt{3}/2$

OMR SHEET		
01. (A) (B) (C) (D)	07. (A) (B) (C) (D)	14. (A) (B) (C) (D)
02. (A) (B) (C) (D)	08. (A) (B) (C) (D)	15. (A) (B) (C) (D)
03. (A) (B) (C) (D)	09. (A) (B) (C) (D)	16. (A) (B) (C) (D)
04. (A) (B) (C) (D)	10. (A) (B) (C) (D)	17. (A) (B) (C) (D)
05. (A) (B) (C) (D)	11. (A) (B) (C) (D)	18. (A) (B) (C) (D)
06. (A) (B) (C) (D)	12. (A) (B) (C) (D)	19. (A) (B) (C) (D)
	13. (A) (B) (C) (D)	20. (A) (B) (C) (D)

Answer Analysis

প্রশ্ন	উত্তর	ব্যাখ্যা
01	B	$\frac{p \sin \theta}{p \cos \theta} = \frac{\sqrt{3}}{1} \Rightarrow \tan \theta = \sqrt{3} \Rightarrow \theta = 60^\circ$
02	A	$\tan \theta = \frac{a}{b}$ ধরি, $a = \sqrt{3}$ এবং $b = 1$ $\therefore \tan \theta = \frac{\sqrt{3}}{1}$ এবং $\theta = 60$ $\therefore \frac{\sqrt{3} \sin 60 - \cos 60}{\sqrt{3} \sin 60 + \cos 60} = \frac{1}{2}$ From Option A, $\frac{(\sqrt{3})^2 - (1)^2}{(\sqrt{3})^2 + 1} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$
03	D	$\angle B = \cos^{-1} \left(\frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} \right)$ $= \cos^{-1} \left(\frac{3^2 + 5^2 - 7^2}{2 \cdot 3 \cdot 5} \right)$ $= \cos^{-1} \left(\frac{-15}{30} \right) = \cos^{-1} \left(-\frac{1}{2} \right) = 120^\circ$
04	C	$\angle C = 180 - (75 + 45) = 60^\circ$ $\therefore \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$ $\Rightarrow \frac{b}{\sin 45} = \frac{c}{\sin 60}$

প্রশ্ন	উত্তর	ব্যাখ্যা
		$\Rightarrow \frac{c}{b} = \frac{\sin 60}{\sin 45} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{\sqrt{2}}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{1} = \frac{\sqrt{6}}{2}$ $\therefore c : b = \sqrt{3} : \sqrt{2}$
05	C	$S = \frac{13 + 14 + 15}{2} = 21$ $\therefore \text{ক্ষেত্রফল} = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ $= \sqrt{21(21-13)(21-14)(21-15)} = 84$
06	B	$\frac{1 + \cos 2\theta}{\sin 2\theta} = \frac{2 \cos^2 \theta}{2 \sin \theta \cos \theta} = \frac{\cos \theta}{\sin \theta} = \cot \theta$
07	B	$\tan A + \tan B + \tan A \tan B = 1$
08	C	এখানে, পদসংখ্যা $= \frac{90-0}{10} + 1 = 10$ অর্থাৎ 5 জোড়া পদ। $\therefore$ রাশিটির মান = 5
09	C	$\sin(780^\circ) \cos(390^\circ) - \sin(330^\circ) \cos(-300^\circ)$ $= \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} - \left(-\frac{1}{2} \right) \times \frac{1}{2} = \frac{3}{4} + \frac{1}{4} = 1$
10	A	$\tan 54^\circ - \tan 36^\circ$ $= 2 \tan(54^\circ - 36^\circ)$ $= 2 \tan 18^\circ$
11	A	$\sin 65^\circ + \cos 65^\circ$ $= \sqrt{2} \cos(45^\circ - 60^\circ)$ $= \sqrt{2} \cos 20^\circ$
12	A	$\cos(-4380^\circ)$ $= \cos(4380^\circ)$ $= \cos(12 \times 360^\circ + 60^\circ)$ $= \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$
13	B	
14	B	$\frac{\sin 75^\circ - \sin 15^\circ}{\sin 75^\circ + \sin 15^\circ} = \cot(45^\circ + 15^\circ) = \cot 60^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$
15	C	একটি ষড়ভুজের প্রতিটি বাহুর মান s হলে ক্ষেত্রফল $= \frac{3\sqrt{3}}{2} s^2 = \frac{3\sqrt{3}}{2} \times 2^2 [\because s = 2] = 6\sqrt{3}$
16	B	$A = 90^\circ$, $B = 60^\circ$ এবং $C = 30^\circ$ ধরলে প্রদত্ত রাশিটির মান দাঁড়ায়, $\cos^2(90^\circ) + \cos^2(60^\circ) + \cos^2(30^\circ) = 0 + \frac{1}{4} + \frac{3}{4} = 1$
17	A	$A = B = C = 60^\circ$ বিবেচনা করলে প্রদত্ত রাশিটি দাঁড়ায় $= \frac{3}{4}$ Option গুলোতে $A = B = C = 60^\circ$ বসালে, $1 - 2 \sin \frac{A}{2} \sin \frac{B}{2} \sin \frac{C}{2} = \frac{3}{4}$ হয়।
18	B	$\therefore f(\theta) = 0 \therefore \cos \theta - \sin \theta = 0 \Rightarrow \tan \theta = 1 \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{4}$
19	A	$\frac{1 + \cos 2\theta}{\sin 2\theta} = \frac{2 \cos^2 \theta}{2 \sin \theta \cos \theta} = \frac{\cos \theta}{\sin \theta} = \cot \theta$
20	A	$\cot 9^\circ \cot 27^\circ \cot 45^\circ \cot 63^\circ \cot 45^\circ = 1$

ଅଧ୍ୟାୟ
୦୯

अथग प्र

অন্তরীকরণ (DIFFERENTIATION)

$\frac{d}{dx}$  = 
 $\int$  = 



କି ପଢ଼ବ ? କେନ ପଢ଼ବ ?

SURVEY TABLE

कहाँ से पढ़त ? किताबत पढ़त ?



প্রথম অংশ: লিমিট

কনসেপ্ট নং	বিগত বছরে যে সকল টপিকস্ থেকে প্রশ্ন এসেছে	RATINGS [কেন পড়বা]
01	La Hospital' Rule	★★
02	বীজগণিতীয় অসীম লিমিট	★★★
03	বর্গমূল সংক্রান্ত ফাংশন	★★★
04	বাইনোমিয়াল আকার সংক্রান্ত	★★★
05	MISCELLANEOUS	★★★



টপিক আলোচনা

এক নজরে এ অধ্যায়ের সকল সূত্রসমূহ

- **লিমিট:** যদি a কে x এর লিমিট বলা হয় তবে x এর মানকে $x \rightarrow a$ প্রতীক দ্বারা নির্দেশ করা হয়।

Note: $x \rightarrow a \Rightarrow x > a$ এবং $x < a$ কিন্তু $x \neq a$

■ **Important Formula of Limit:**

i	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin x} = 1$	[RUET: 05-06; য.ঢাবা-১৪]
ii	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^{-1} x}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin^{-1} x} = 1$	[RU: 07-08; 08-09] [SUST: 08-09; HSTU: 02-03]
iii	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\tan x} = 1$	
iv	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\tan^{-1} x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan^{-1} x}{x} = 1$	[JU: 09-10; DU: 05-06; {IU: 15-16; CU: 14-15}]
v	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$	[RUET: 08-09; JU: 09-10; DU: 12-13; JU: 17-18] [DU: 16-17; RU: 15-16; JUST: 16-17, 14-15]
vi	$\lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{1/x} = e$	[BUTex: 12-13]
vii	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$	[SUST: 11-12; CU: 11-12]
viii	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x} = 1$	[RU: 16-17; BAU: 14-15; JU: 11-12; IU: 17-18; 15-16; KU: 16-17]
ix	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - 1}{x} = \ln a$	[RU: 02-03; 07-08; CU]
x	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 \pm x)^n - 1}{x} = \pm n$	
xi	$\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^n - a^n}{x - a} = na^{n-1}$	

◆ NETWORK EXCLUSIVE : অভিনব টেকনিক (SHORTCUT SOLUTION) ◆

NETWORK SHORTCUT TRICKS & TIPS	MODEL EXAMPLE
1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin ax}{bx} = \frac{a}{b}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{7x}$ এর মান $\frac{4}{7}$ (Ans)
2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan ax}{bx} = \frac{a}{b}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 3x}{5x}$ এর মান $\frac{3}{5}$ (Ans.)
3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan^{-1} ax}{bx} = \frac{a}{b}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 3x}{5x}$ এর মান $\frac{3}{5}$ (Ans).
4. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan ax}{\sin bx} = \frac{a}{b}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 5x}{\sin 2x} = \frac{5}{2}$ (Ans)

NETWORK SHORTCUT TRICKS & TIPS	MODEL EXAMPLE
5. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^{-1} ax}{bx} = \frac{a}{b}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^{-1}(2x)}{x} = 2$ (Ans)
6. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin ax}{\sin bx} = \frac{a}{b}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{\sin 5x} = \frac{3}{5}$ (Ans)
7. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(ax) - \cos(bx)}{x^2} = \frac{b^2 - a^2}{2}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 2x - \cos 3x}{x^2} = \frac{3^2 - 2^2}{2} = \frac{5}{2}$
8. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin ax - \sin bx}{\sin cx - \sin dx} = \frac{a - b}{c - d}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 8x - \sin 3x}{\sin 5x - \sin 2x} = \frac{8 - 3}{5 - 2} = \frac{5}{3}$
9. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos ax - \cos bx}{\cos cx - \cos dx} = \frac{a^2 - b^2}{c^2 - d^2}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 7x - \cos 9x}{\cos 3x - \cos 5x} = \frac{9^2 - 7^2}{5^2 - 3^2} = \frac{32}{13} = \frac{1}{2}$
10. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos ax}{1 - \cos bx} = \frac{a^2}{b^2}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{1 - \cos 3x} = \frac{2^2}{3^2} = \frac{4}{9}$
11. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos ax}{bx^2} = \frac{a^2}{2b}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 7x}{3x^2} = \frac{7^2}{2 \cdot 3} = \frac{49}{6}$

CONCEPT-01 La Hospital' Rule

FORMULA $\square$ $\frac{0}{0}$ লব আকারের Limit গুলো তোমরা অনেকভাবে পরীক্ষায় পাবে। যেমন- $\lim_{x \rightarrow \infty} \lim_{x \rightarrow \text{others } (0, 1, 2, \frac{\pi}{2}, a, \dots)$

Normal রাশি, $\sqrt{\text{ফাংশন}}$, trigonometry ফাংশন,

exponential ফাংশন, ইত্যাদি। প্রতিটির জন্য ভিন্ন ভিন্ন নিয়ম না শিখে একটি মাত্র ফর্মুলা শিখলেই তোমাদের সব Math হয়ে যাবে অতি সহজ।

তোমরা জানো ফর্মুলাটা কী? হা! হা! হা! ম্যাজিক্যাল ফর্মুলা (L'hospital rule's)

চলো শিখে ফেলি কোথায় কোথায় কিভাবে ব্যবহার করবো L'hospital rule's

লিমিট এর 90% Math L'hospital rule's প্রয়োগ করে করা যায়, তাই তোমরা লিমিট বিভিন্ন সূত্রের পাশাপাশি L'hospital rule's প্রয়োগ করেও করতে চেষ্টা করবে। যে নিয়মটা সহজ মনে হবে সেটাকেই বেছে নিও।

L'hospital rule's ব্যবহার বিধি:

কোন লিমিটের লিমিটিং value বসানোর পরে যদি $\frac{0}{0}$ আকার ধারণ করে তাহলে, লবকে আলাদা করে ও হরকে আলাদা করে অন্তরীকরণ করতে হবে। যতক্ষণ না পর্যন্ত $\frac{0}{0}$ আকার remove হয় ততক্ষণ অন্তরীকরণ করতে হবে। $\frac{0}{0}$ আকার remove হয়ে গেলে লিমিটিং value বসাতে হবে।

Note: যদি কোন লিমিটে লিমিটিং value বসানোর পর direct মান চলে আসে, তাহলে ঐ মানই হবে উত্তর।



Marquis de L'Hospital

সাধারণত লিমিট $\lim_{x \rightarrow \infty} \lim_{x \rightarrow 0}$ ব্যতীত অন্য সকল লিমিটের ক্ষেত্রে L'hospital ব্যবহার করা সবচেয়ে সহজ। এই অনুচ্ছেদে আমরা L'hospital ব্যবহার করে খুব সহজে কিভাবে সমাধান করা যায় তা আমরা দেখবো। এবং পরবর্তী অনুচ্ছেদগুলোতে একই ম্যাথ করার ভিন্ন ভিন্ন প্রকৃতিগুলোও দেখবো।

Model EXAMPLE $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x}{x-1} - \frac{1}{\log x} \right)$ এর মান কত?

Shortcut Solⁿ $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x \log x - x + 1}{\log x (x-1)} \right) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x \cdot \frac{1}{x} + \log x - 1 + 0}{(x-1) \frac{1}{x} + \log x}$ [L' Hospital's Rule]

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\log x}{1 - \frac{1}{x} + \log x} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\frac{1}{x}}{0 + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x}}$$

$$\therefore \frac{1}{\left(\frac{1}{1^2} + \frac{1}{1}\right)} = \frac{1}{2}$$

[L' Hospital's Rule]

Model EXAMPLE $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin x - 1}{\pi - x} = ?$

Shortcut Solⁿ $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\cos x}{-1} [L' Hospital's Rule] = \frac{-1}{-1} = 1$

Model EXAMPLE $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - 1}{x^2} = ?$

Shortcut Solⁿ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{-\sin x}{2x} [L' Hospital's Rule] = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-\cos x}{2} [L' Hospital's Rule] = -\frac{1}{2}$

CONCEPT-02 বীজগণিতীয় অসীম লিমিট

FORMULA $x \rightarrow \infty$ হলে,

(i) ভগ্নাংশের লবের সর্বোচ্চ Power < হরের সর্বোচ্চ Power. Ans: 0

(ii) ভগ্নাংশের লবের সর্বোচ্চ Power > হরের সর্বোচ্চ Power. Ans: ∞

(iii) ভগ্নাংশের হর এবং লবের সর্বোচ্চ Power সমান হলে Ans: $\frac{\text{লবের সর্বোচ্চ Power যুক্ত } x \text{ এর সহগ}}{\text{হরের সর্বোচ্চ Power যুক্ত } x \text{ এর সহগ}}$

Model **EXAMPLE** $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 3x + 6}{5x^3 - 3x^2 + 5x - 2} = ?$

Shortcut Solⁿ 0

Model EXAMPLE $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 + 2x^2 - 12x - 9}{x^2 - x - 6} = ?$

Shortcut Solⁿ ∞

Model EXAMPLE $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + x - 3}{3x^2 - 4x - 1} = ?$

Shortcut Solⁿ

◆ Network Exclusive : অভিনব টেকনিক (Shortcut Solution) ◆

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{a^x - a^{-x}}{a^x + a^{-x}}$ এই আকারে প্রশ্নের, Ans: a^x এর সহগের অনুপাত।

Model EXAMPLE $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3^x - 3^{-x}}{3^x + 3^{-x}} = ?$

Shortcut Solⁿ 1

Model EXAMPLE $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4.6^x - 6.6^{-x}}{9.6^x - 5.6^{-x}} = ?$

Shortcut Solⁿ

CONCEPT- 03 বর্গমূল সংক্রান্ত ফাংশন

FORMULA বর্গমূল সংক্রান্ত ফাংশন থাকলে অনুবন্ধী দ্বারা উপরে নিচে গুণ করে Problem solve করতে হয়।

Model EXAMPLE $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+h} - \sqrt{x}}{h}$ এর মান কত?

Shortcut Solⁿ $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{(\sqrt{x+h}-\sqrt{x})(\sqrt{x+h}+\sqrt{x})}{h(\sqrt{x+h}+\sqrt{x})} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{x+h-x}{h(\sqrt{x+h}+\sqrt{x})} \cdot \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{(\sqrt{x+h}+\sqrt{x})} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$

◆ NETWORK EXCLUSIVE : অভিনব টেকনিক (SHORTCUT SOLUTION) ◆

■ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{a+x} - \sqrt{a-x}}{x}$ এই আকারের প্রশ্নের
Ans: $\frac{1}{\sqrt{a}}$

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{a+bx} - \sqrt{a+dx}}{x}$ এই আকারের প্রশ্নের
 Ans: $\frac{b-d}{2\sqrt{a}}$

১০. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{a+bx} - \sqrt{a-dx}}{x}$ এই আকারের প্রশ্ন
 Ans: $\frac{b+d}{2\sqrt{a}}$

Model EXAMPLE $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{3+x} - \sqrt{3-x}}{x} = ?$

Shortcut Solⁿ $\frac{1}{\sqrt{3}}$

Model EXAMPLE $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{x} = ?$

Shortcut Solⁿ $\frac{1}{\sqrt{1}} = 1$

Model EXAMPLE $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+2x} - \sqrt{1+3x}}{x} = ?$

Shortcut Solⁿ $\frac{2-3}{2} = -\frac{1}{2}$

Model EXAMPLE $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+2x} - \sqrt{1-3x}}{x} = ?$

Shortcut Solⁿ $\frac{2+3}{2} = \frac{5}{2}$

CONCEPT- 04 বাইনোমিয়াল আকার সংক্রান্ত

FORMULA $\lim_{x \rightarrow 0} (1+ax)^{\frac{b}{x}} = \lim_{ax \rightarrow 0} \left\{ (1+ax)^{\frac{1}{ax}} \right\}^{ab} = e^{ab}$

$$\spadesuit \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{a}{x}\right)^{bx} = \lim_{x \rightarrow \infty} \left\{ \left(1 + \frac{a}{x}\right)^{\frac{x}{a}} \right\}^{ab} = e^{ab}$$

Model **EXAMPLE** $\lim_{x \rightarrow \infty} (1+5x)^{\frac{3x+2}{x}} = ?$

Shortcut Solⁿ $\lim_{x \rightarrow \infty} (1+5x)^{3+\frac{2}{x}} = e^{5x \cdot \frac{2}{x}} = e^{10}$

Model EXAMPLE $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{b}{x}\right)^{\frac{x}{a}}$ এর মান কত?

Shortcut Solⁿ e $\frac{b}{a}$

WORK

CONCEPT-05 MISCELLANEOUS

FORMULA $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^n - a^n}{x - a}$ আকারে থাকলে Ans. = na^{n-1} হয়।

WORK EXCLUSIVE $\frac{(\sqrt{x})^n - (\sqrt{a})^n}{\sqrt{x} - \sqrt{a}}$ আকারে থাকলে Ans. $na^{\frac{n-1}{2}}$

EXAMPLE $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^{\frac{9}{2}} - a^{\frac{9}{2}}}{\sqrt{x} - \sqrt{a}} = ?$

Shortcut Solⁿ $9a^4$

EXAMPLE $\lim_{x \rightarrow b} \frac{x^{\frac{3}{2}} - b^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{x} - \sqrt{b}} = ?$

Shortcut Solⁿ $3b$

APYU

ANALYSIS OF PREVIOUS YEAR QUESTIONS

CLUSTER AG

$f(x) = \frac{x+2}{x(x+3)} + \frac{3x+1}{x(x+4)}$ হলে $\lim_{x \rightarrow \infty} xf(x) = ?$ [C.Ag. 2022-23]

A. 2 B. 3 C. 4 D. $\frac{3}{4}$

Explanation $xf(x) = \frac{x+2}{x+3} + \frac{3x+1}{x+4} = \frac{1+\frac{2}{x}}{1+\frac{3}{x}} + \frac{3+\frac{1}{x}}{1+\frac{4}{x}}$

$\therefore \lim_{x \rightarrow \infty} xf(x) = \frac{1+\frac{2}{\infty}}{1+\frac{3}{\infty}} + \frac{3+\frac{1}{\infty}}{1+\frac{4}{\infty}} = \frac{1+0}{1+0} + \frac{3+0}{1+0} = 4$

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \{ \sqrt{1+x} - \sqrt{1-x} \} = ?$ [C.Ag. 2020-21]

A. 1 B. x C. 0 D. α

Explanation $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \{ \sqrt{1+x} - \sqrt{1-x} \} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\sqrt{1+x})^2 - (\sqrt{1-x})^2}{x(\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x})}$

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{x(\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x})} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2}{(\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x})} = 1$

বাংলাদেশ কৃষি বিশ্ববিদ্যালয়

$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sec(x+h) - \sec x}{h}$ এর মান কত? [BAU. 2018-19]

A. $\sec^2 x$ B. $\tan x$ C. $\sec x \csc x$ D. $\sec x \tan x$

Explanation $\frac{0}{0}$ form; তাই L' Hospital প্রয়োগ করে পাই,

$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sec(x+h) - \sec x}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sec(x+h) \tan(x+h)}{1} = \sec x \tan x$

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - 1}{x}$ এর মান কত? [BAU. 2019-20]

A. $\ln e^a$ B. $\ln a$ C. $\ln a^x$ D. $\ln x^a$

Explanation $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - 1}{x}$; আকারে বলে L' Hospital rule apply

করে পাই, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - 1}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x \ln a}{1} = \ln a$

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = ?$ [BAU. 2016-17, NSTU. 2014-15]

A. 0 B. $\frac{1}{2}$ C. 1 D. 2

Explanation $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} e^x = e^0 = 1$ (using L. Hospital rule)

04. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x}$ এর মান কত? [BAU. 2014-15, 2018-19; SAU. 2011-12; SylAU. 2013-14]

A. 0 B. $\frac{1}{2}$ C. 1 D. α

Explanation $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{1+x}}{1} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{1+x} = 1$ [L. Hospital]

05. $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x}{x-1} - \frac{1}{\log x} \right)$ এর মান কত? [BAU. 2013-14]

A. $\frac{1}{3}$ B. 3 C. $-\frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{2}$ **Ans D**

06. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{x^2} = ?$ [BAU. 2008-09]

A. α B. 0 C. 2 D. 1

Explanation L. Hospital Rule: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{x^2}$

$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{0 - 2 \sin 2x}{2x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4 \cos 2x}{2} = \frac{4 \cos 0^\circ}{2} = 2$

07. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{e^x - e^{-x}}{x} \right)$ এর মান কোনটি? [BAU. 2006-07, 2004-05]

A. 2 B. -2 C. 0 D. ∞

Explanation L' Hospitals Rule

$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{d/dx(e^x - e^{-x})}{dx/dx} \right) = \lim_{x \rightarrow 0} (e^x + e^{-x}) = e^0 + e^0 = 2$

08. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log_e(1+x)}{x}$ এর মান কোনটি? [BAU. 2006-07, 2004-05]

A. 1 B. $\log a$ C. e D. -e

Explanation $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log_e(1+x)}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{1+x}}{1} = 1$ [L' Hospitals Rule]

09. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin x - \sin 2x}{x} \right)$ এর মান কোনটি? [BAU. 2005-06]

A. 0 B. -1 C. -2 D. কোনটিই নয়

Explanation By using: L' Hospitals Rule we find.

$\lim_{x \rightarrow 0} \left\{ \frac{\cos x - 2 \cos 2x}{1} \right\} = \frac{1-2}{1} = -1$

10. $\lim_{x \rightarrow \pi} \left(\frac{\sin x}{\pi - x} \right)$ এর মান কত? [BAU. 2002-03]

A. 1 B. -1 C. অনির্ণের D. অস্থিত নেই

Explanation L' Hospitals Rule: $\lim_{x \rightarrow \pi} \left(\frac{d/dx(\sin x)}{d/dx(\pi - x)} \right) = \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\cos x}{-1} = \frac{\cos \pi}{-1} = 1$

চট্টগ্রাম ভেটেরিনারি ও এনিম্যাল সাইন্স বিশ্ববিদ্যালয়

1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{a+x^2} - \sqrt{a-x^2}}{x^2}$ এর মান কত? [CVASU. 2018-19]

- A. $\frac{1}{2\sqrt{a}}$ B. $\sqrt{a}$ C. $\frac{1}{\sqrt{a}}$ D. 1

Explanation: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{a+x^2} - \sqrt{a-x^2}}{x^2} = \frac{1}{\sqrt{a}}$

2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 7x}{4x}$ এর মান কোনটি? [CVASU. 2016-17]

- A. 1 B. 0 C. $\frac{4}{7}$ D. $\frac{7}{4}$

Explanation: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 7x}{4x}$

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{7 \cos 7x}{4} [L \text{ Hospital applied}] = \frac{7 \cos 0}{4} = \frac{7}{4}$

পটুয়াখালী বিজ্ঞান ও প্রযুক্তি বিশ্ববিদ্যালয়

11. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 + \sin x}{\cos x} = ?$ [PSTU. 2015-16]

- A. 1 B. 0 C. $\frac{1}{\sqrt{3}}$ D. $\frac{3}{\sqrt{2}}$

Explanation: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 + \sin x}{\cos x} = \frac{1 + \sin 0}{\cos 0} = 1$

12. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - b^x}{x} = ?$ [PSTU. 2015-16]

- A. $\log_e a$ B. $-\log_e \left(\frac{a}{b}\right)$ C. $-\log_e b$ D. $\log_e \left(\frac{a}{b}\right)$

Explanation: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - b^x}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x \ln a - b^x \ln b}{1} [L. \text{ Hospital Rule}]$
 $= \ln \frac{a}{b} = \log_e \left(\frac{a}{b}\right)$

NETWORK PRIME TEST

01. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt{1+x} - 1}$ এর মান কত?

- A. 1 B. 2 C. $\frac{1}{2}$ D. 3

02. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - 1}{x^2} = ?$

- A. -1 B. $-\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{2}$ D. 1

03. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{\tan^{-1}(3x)} = ?$

- A. 0 B. $\frac{1}{3}$ C. 1 D. 3

04. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{3+x} - \sqrt{3-x}}{x}$ এর মান-

- A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{\sqrt{2}}$ D. $\frac{1}{\sqrt{3}}$

05. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3^x - 3^{-x}}{3^x + 3^{-x}}$ এর মান কত?

- A. 1/2 B. 1/3 C. 0 D. 1

06. $\lim_{x \rightarrow 1} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x$ এর মান কত?

- A. 2 B. 3 C. π D. e

07. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 4}{2 + x - 4x^2}$ এর মান কত?

- A. -2 B. $-\frac{1}{4}$ C. $\frac{1}{2}$ D. 1

08. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x + e^{-2x} - 2}{x}$ এর মান কত?

- A. 0 B. ∞ C. -1 D. 2

09. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 7x - \sin x}{\sin 6x} = ?$

- A. $\frac{7}{6}$ B. $-\frac{7}{6}$ C. 1 D. -1

10. $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^{\frac{5}{2}} - a^{\frac{5}{2}}}{\sqrt{x} - \sqrt{a}}$ এর মান কত হবে?

- A. $-5a^2$ B. $5a^2$ C. $\frac{a^2}{5}$ D. $\sqrt{5}^0$

OMR SHEET

01. (A) (B) (C) (D)	04. (A) (B) (C) (D)	07. (A) (B) (C) (D)
02. (A) (B) (C) (D)	05. (A) (B) (C) (D)	08. (A) (B) (C) (D)
03. (A) (B) (C) (D)	06. (A) (B) (C) (D)	09. (A) (B) (C) (D)
		10. (A) (B) (C) (D)

Answer Analysis

প্রশ্ন	উত্তর	ব্যাখ্যা [MCQ]
01	B	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt{1+x} - 1} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\frac{1}{2\sqrt{1+x}}} = \lim_{x \rightarrow 0} 2\sqrt{1+x} = 2$
02	B	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - 1}{x^2} [Form: \frac{0}{0}] = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-\sin x}{2x}$ [Using L'Hôpital Rule] $[Form: \frac{0}{0}]$ $= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-\cos x}{2} [Using L'Hôpital Rule] = -\frac{1}{2}$
03	B	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{\tan^{-1}(3x)} = \frac{1}{3}$
04	D	Using technique: $\frac{1}{\sqrt{3}}$
05	D	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3^x - 3^{-x}}{3^x + 3^{-x}} = \frac{1}{1} [3^x \text{ এর সহগের অনুপাত}]$ $= 1$
06	A	$\lim_{x \rightarrow 1} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = \left(1 + \frac{1}{1}\right)^1 = (1+1)^1 = 2$
07	B	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 4}{2 + x - 4x^2} = \frac{1}{-4} [সর্বোচ্চ ঘাতযুক্ত x এর সহগের অনুপাত]$
08	C	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x + e^{-2x} - 2}{x}$ (Hospital's Law) $= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 2e^{-2x}}{1} (x=0 \text{ বসিয়ে}) = 1 - 2 = -1$
09	C	[Using L'Hôpital Rule] $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 7x - \sin x}{\sin 6x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{7 \cos 7x - \cos x}{6 \cos 6x} = \frac{7.1 - 1}{6.1} = 1$
10	B	$\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^{\frac{5}{2}} - a^{\frac{5}{2}}}{\sqrt{x} - \sqrt{a}} = \frac{\frac{5}{2}}{1} a^{\frac{5}{2} - \frac{1}{2}} = 5a^2$

দ্বিতীয় অংশ: অন্তরীকরণ

কনসেপ্ট নং	বিগত বছরে যে সকল টপিকস্ থেকে প্রশ্ন এসেছে	RATINGS [কেন পড়ুন]
01	সরাসরি Formula ব্যবহার করে অন্তরীকরণ	★★★
02	(Constant) function এই ধরনের Problem	★★★★
03	লগারিদম Function এর অন্তরক নির্ণয়	★★★★
04	Inverse trigonometric function	★★★★
05	মূল নিয়ম সংক্রান্ত	★★★★
06	অব্যক্ত ফাংশন (Implicit Function)	★★★★
07	পরামিতিক ফাংশন (Parametric Function)	★★★★
08	পর্যায় ক্রমিক অন্তরীকরণ (n তম অন্তরক সহগ)	★★★★
09	অন্তরীকরণের প্রয়োগ	★★★
10	গুরুমান ও লঘু মান	★★★★

CONCEPT- 01 সরাসরি Formula ব্যবহার করে অন্তরীকরণ

⊙ অন্তরীকরণের সাধারণ সূত্রসমূহ:

$$\square \frac{d}{dx}(c) = 0$$

$$\blacksquare \frac{d}{dx}(a^x) = a^x \ln a$$

$$\boxed{\frac{d}{dx}(\sin x) = \cos x}$$

$$\boxed{\frac{d}{dx}(\cot x) = -\operatorname{cosec}^2 x}$$

$$\boxed{\frac{d}{dx}(\sin^{-1} x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}}$$

$$\boxed{\square} \quad \frac{d}{dx}(\cot^{-1} x) = \frac{-1}{1+x^2}$$

$$\boxed{\square} \quad \frac{d}{dx}(u.v) = u \frac{dv}{dx} + v \frac{du}{dx}$$

$$\blacksquare \quad \frac{d}{dx}(x^n) = nx^{n-1}$$

$$\boxed{\square} \quad \frac{d}{dx} (\ln x) = \frac{1}{x}$$

$$\boxed{\square} \quad \frac{d}{dx}(\cos x) = -\sin x$$

$$\boxed{\frac{d}{dx}(\sec x) = \sec x \tan x}$$

$$\boxed{\frac{d}{dx}(\cos^{-1} x) = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}}$$

$$\boxed{\square} \quad \frac{d}{dx}(\sec^{-1} x) = \frac{1}{x\sqrt{x^2-1}}$$

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{u}{v} \right) = \frac{v \frac{d}{dx}(u) - u \frac{d}{dx}(v)}{v^2}$$

$$\blacksquare \frac{d}{dx}(e^x) = e^x$$

$$\blacksquare \frac{d}{dx}(\log_a x) = \frac{1}{x} \log_a e$$

$$\boxed{\square} \quad \frac{d}{dx}(\tan x) = \sec^2 x$$

$$\blacksquare \frac{d}{dx}(\operatorname{cosec} x) = -\operatorname{cosec} x \cot x$$

$$\blacksquare \frac{d}{dx}(\tan^{-1} x) = \frac{1}{1+x^2}$$

$$\boxed{\frac{d}{dx}(\operatorname{cosec}^{-1} x) = -\frac{1}{x\sqrt{x^2-1}}}$$

- সাধারণত Basic Formula-তে আমরা একটি মাত্র ফাংশন নিয়ে কাজ করি, কিন্তু পরীক্ষাতে দুই বা ততোধিক Function একত্রে এনে ধাত এদেরকে বলা হয় Composite Function।
- এক্ষেত্রে একটি Function-এর মধ্যে আরেকটি Function তার মধ্যে আরেকটি Function অর্থাৎ একাধিক Function সংযোজিত হতে পারে। এর সবচেয়ে বাহিরের Function আগে এরপর ধীরে ধীরে ভেতরের Function অন্তরীকরণ করে সবগুলো গুণাকারে লিখতে হবে। যেমন: $\sqrt{\sin(\ln x)}$ Function এর ক্ষেত্রে প্রথমেই $(\sqrt{\quad})$ রুট এর অন্তরীকরণ এরপর $\sin$ -এর অন্তরীকরণ এবং সবার শেষে $\ln x$ এর অন্তরীকরণ করতে হবে।

CONCEPT-02 (Constant) function এই ধরনের Problem

- (Exponential)^{function} এই ধরনের Problem Solve করার জন্য $\frac{d}{dx}(e^x) = e^x$ এই সূত্র ব্যবহার করতে হবে।
- (Constant)^{function} এই ধরনের Problem Solve করার জন্য $\frac{d}{dx}(a^x) = a^x \ln a$ এই সূত্র ব্যবহার করতে হবে।
- $\ln e = 1$ [$\ln$ এবং e একত্রে থাকলে তা বাদ যাবে]

Note: (Function)^{Constant} এই ধরনের Problem Solve করার জন্য $\frac{d}{dx}(x^n) = nx^{n-1}$ এই সূত্র ব্যবহার করতে হবে।

◆ Network Exclusive : অভিনব টেকনিক (Shortcut Solution) ◆

(Constant) function এই ধরনের Problem কে Differentiate করলে যেই Option এ ঐ (Constant) function বিদ্যমান থাকবে সেটি Answer হবে।

Model EXAMPLE $\frac{d}{dx}(a^{5x})$ এর মান কত?

Shortcut Solⁿ $5a^{5x} \ln a$ वा $\frac{5a^{5x}}{\log_e a}$

Model EXAMPLE $\frac{d}{dx}(e^{5x}) = ?$

Shortcut Solⁿ $5e^{5x}$

Model EXAMPLE $x = 0$ হলে $\frac{d}{dx}(e^{5x})$ এর মান কত?

Shortcut Solⁿ 5

Model EXAMPLE $\frac{d}{dx}(a^{a^x})$ এর মান কত?

Shortcut Solⁿ $a^{a^x} \cdot a^x (\ln a)^2$

CONCEPT-09 অন্তরীকরণের প্রয়োগ

$$= f(x) \text{ বক্ররেখার ঢাল } m = \frac{dy}{dx}$$

$$= f(x) \text{ বক্ররেখার } (x, y) \text{ বিন্দুতে অভিলম্বের ঢাল } = \frac{-1}{\text{স্পর্শকের ঢাল}}$$

$\frac{y}{x} > 0$ হলে, x অক্ষের সাথে সূক্ষ্মকোণ উৎপন্ন করে।

$\frac{y}{x} < 0$ হলে, x অক্ষের সাথে স্থূলকোণ উৎপন্ন করে।

$= f(x)$ বক্ররেখার (x, y) বিন্দুতে স্পর্শকটি x অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে 45° কোণ বা সমান সমান কোণ উৎপন্ন করলে $\frac{dy}{dx} = \tan 45^\circ = 1$

EXAMPLE $y = x^3 - 2x^2 + 4x - 1$ বক্ররেখার $x = 2$ বিন্দুতে ঢালের মান কোনটি?

Shortcut Solⁿ $\frac{dy}{dx} = 3x^2 - 4x + 4$, $x = 2$ বিন্দুতে $\frac{dy}{dx} = 8$

EXAMPLE $y = 2x - 5x^2$ বক্ররেখার ঢালের মান শূন্য হলে x এর মান কত?

Shortcut Solⁿ $\frac{dy}{dx} = 2 - 10x = 0 \Rightarrow x = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$

EXAMPLE k এর কোন মানের জন্য $y = kx(1 - x)$ বক্ররেখার মূলবিন্দুতে স্পর্শকটি x অক্ষের সাথে 30° কোণ উৎপন্ন করে।

Shortcut Solⁿ $m = \tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$ $m = \frac{dy}{dx} = k - 2kx$ $\therefore$ মূলবিন্দুতে $m = k$ আবার $m = \tan \theta$; $\tan 30^\circ = 1/\sqrt{3}$ $k = 1/\sqrt{3}$

Shortcut Technique: $k = \tan \theta$

EXAMPLE λ এর কোন মানের জন্য $y = \lambda x(1 - x)$ বক্ররেখার মূলবিন্দুতে স্পর্শকটি x অক্ষের সাথে 60° কোণ উৎপন্ন করে।

Shortcut Solⁿ $\lambda = \tan 60^\circ = \sqrt{3}$

EXAMPLE $y = x(1 - x)$ বক্ররেখার যে সমস্ত বিন্দুতে স্পর্শক x অক্ষের সমান্তরাল তার স্থানাঙ্ক-

Shortcut Solⁿ $y = x(1 - x) = x - x^2$; $\frac{dy}{dx} = 1 - 2x$; স্পর্শক x অক্ষের সমান্তরাল $\frac{dy}{dx} = 0$; $1 - 2x = 0$; $x = \frac{1}{2} \Rightarrow y = \frac{1}{2} - \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow$ স্পর্শ বিন্দু $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{4}\right)$

CONCEPT-10 গুরুমান ও লঘু মান

FORMULA • $y = f(x)$ ফাংশনের সর্বোচ্চ বা সর্বনিম্ন মান থাকবে যদি $\frac{dy}{dx} = 0$ হয় • $y = f(x)$ ফাংশনের সর্বোচ্চ মান পাওয়া যাবে যদি $\frac{d^2y}{dx^2} < 0$ হয়

• $y = f(x)$ ফাংশনের সর্বনিম্ন মান পাওয়া যাবে যদি $\frac{d^2y}{dx^2} > 0$ হয়।

EXAMPLE $f(a) = 0$ এবং $f''(a) < 0$ হলে $f(a)$ -এর কিরূপ মান পাওয়া যাবে?

Shortcut Solⁿ গুরুমান পাওয়া যাবে।

EXAMPLE $f(x) = x + \frac{1}{x}$ ফাংশনটি গুরুমান কত?

Shortcut Solⁿ $f(x) = 1 - \frac{1}{x^2}$ সর্বোচ্চ বা সর্বনিম্ন মানের জন্য $f'(x) = 0 \therefore 1 - \frac{1}{x^2} = 0$; $x = \pm 1 \Rightarrow (+1)$ নিয়ে $f'(x) = 1 > 0$;

(-1) নিয়ে $f''(x) = -1 < 0 \therefore$ গুরুমান $f(-1) = -1 + \frac{1}{-1} = -2$ Ans. -2

EXAMPLE $f(x) = -(x - 3)^2 + 5$ ফাংশনটির বৃহত্তম মান কত?

Shortcut Solⁿ $f'(x) = -2(x - 3) = 0$; $x \Rightarrow x = 3 \therefore f(3) = -(3 - 3)^2 + 5 = 5$ Ans:

EXAMPLE $4e^x + 9e^{-x}$ এর সর্বনিম্ন মান কত?

Shortcut Solⁿ $f(x) = 4e^x + 9e^{-x}$

সর্বোচ্চ বা সর্বনিম্ন মানের জন্য $f'(x) = 4e^x - 9e^{-x} = 0 \Rightarrow 4e^x - \frac{9}{e^x} = 0 \Rightarrow 4e^{2x} - 9 = 0 \Rightarrow e^{2x} = \frac{9}{4}$, $e^x = \frac{3}{2} \therefore$ সর্বনিম্নমান = $4 \cdot \frac{3}{2} + \frac{9}{\frac{3}{2}} = 12$ Ans.

VVI DATA

NETWORK SPECIAL

AT A GLANCE

মনে রাখি: (i) $y = e^{ax}$ হলে $y_n = a^n e^{ax}$

(ii) $y = \frac{1}{x}$ হলে $y_n = \frac{(-1)^n \times n!}{x^{n+1}}$

(iii) $y = \ln x$ হলে $y_n = \frac{(-1)^{n-1} (n-1)!}{x^n}$

3. $y = x^3 \ln x$ হলে $\frac{d^4 y}{dx^4}$ এর মান কত?

[BAU.2017-18]

- A. $x^2 + 3 \ln x$ B. $x^5 + 6 \ln x$
C. $11 + 6 \ln x$ D. $\frac{6}{x}$

① Explanation/ $y = x^3 \ln x$

$$\therefore y_1 = 3x^2 \ln x + x^3 \cdot \frac{1}{x} = x^2 (3 \ln x + 1)$$

$$\therefore y_2 = 2x (3 \ln x + 1) + x^2 \cdot \frac{3}{x} = x (6 \ln x + 5)$$

$$y_3 = 6 \ln x + 5 + x \cdot \frac{6}{x} = 6 \ln x + 11 \therefore y_4 = \frac{6}{x}$$

4. $y = \ln x$ হলে y_n এর মান কত?

[BAU.2017-18]

- A. $\frac{(-1)^n n!}{x^n}$ B. $\frac{(-1)^{n-1} (n-1)!}{x^n}$
C. $\frac{(-1)^n n!}{x^{n+1}}$ D. $\frac{(-1)^{n-1} (n-1)!}{x^{n+1}}$

[Ans B]

5. $y = \frac{1}{a-x}$ হলে y_n = কত?

[BAU.2016-17]

- A. $\frac{n!}{(a-x)^n}$ B. $\frac{n!}{(a-x)^n} (-1)^n$ C. $\frac{n!}{(a-x)^{n+1}}$ D. $\frac{n!}{(a-x)^{n-1}}$

① Explanation/ $y = \frac{1}{a-x} \therefore y_n = \frac{n!}{(a-x)^{n+1}}$

6. $y = e^{2 \ln \sin x}$ হলে $\frac{dy}{dx}$ কোনটি?

[BAU.2016-17]

- A. $\frac{2}{\sin x}$ B. $\tan x$ C. $\sin 2x$ D. $\cos 2x$

① Explanation/ $y = e^{2 \ln \sin x} = \sin^2 x$

$$\frac{dy}{dx} = \cos x \cdot 2 \sin x = 2 \sin x \cos x = \sin 2x$$

7. একটি গোলাকার বুদ্ধদের আয়তনের বৃদ্ধির হার তার ব্যাসার্ধের বৃদ্ধির হারের কত গুণ?

[BAU.2016-17]

- A. 2π B. 4π C. $4\pi^2$ D. $4\pi^3$

① Explanation/ $v = \frac{4}{3} \pi r^3 \therefore \frac{dv}{dt} = 4\pi r^2 \frac{dr}{dt} \times \frac{dv}{dr} = 4\pi r^2$

8. যদি $x = a(\theta - \sin \theta)$, $y = a(1 - \cos \theta)$ হয় তবে $\frac{dy}{dx}$ = কত

[BAU. 2008-09, 2016-17]

- A. $\tan \frac{\theta}{2}$ B. $\cot \frac{\theta}{2}$ C. $\tan \theta$ D. $\cot \theta$

① Explanation/ $\frac{dx}{d\theta} = a(1 - \cos \theta) = \left(1 - \cos 2 \frac{\theta}{2}\right) = 2a \sin^2 \frac{\theta}{2}$
 $= \frac{dy}{d\theta} = a \sin \theta = 2a \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \therefore \frac{dy}{dx} = \cot \frac{\theta}{2}$

9. যদি $x = a(1 + \sin \theta)$, $y = a(1 - \cos \theta)$ হয় তবে $\frac{dy}{dx}$ = কত? [BAU.2016-17]

- A. $\tan \frac{\theta}{2}$ B. $\cot \frac{\theta}{2}$ C. $\tan \theta$ D. $\cot \theta$

① Explanation/ $\frac{dy}{d\theta} = a \sin \theta$; $\frac{dx}{d\theta} = a \cos \theta$; $\frac{dy}{dx} = \tan \theta$

10. $x = \frac{1}{p}$ এবং $y = \log P$ হলে $\frac{dy}{dx}$ এর মান কোনটি?

[BAU.-2015-16]

- A. $-P$ B. P C. P^2 D. P^3

① Explanation/ Given, $x = \frac{1}{p}$, $y = \log P \therefore \frac{dy}{dx} = \frac{\left(\frac{dy}{dp}\right)}{\left(\frac{dx}{dp}\right)} = \frac{\frac{1}{P}}{-\frac{1}{P^2}} = -P$

11. $n=7$ এবং $m=5$ হলে $\frac{d^n}{dx^n} (x^m)$ এর মান কোনটি? [BAU. 2015-16]

- A. mx^{m-1} B. $\frac{x^{m+1}}{m+1}$ C. 0 D. 1

① Explanation/ $\frac{d^n}{dx^n} (x^m) = 0$ কারন $n=7$, $m=5$ $n > m$

শর্ট টেকনিক: চলকের পাওয়ার যত তার চেয়ে বেশি $\frac{d^n}{dx^n}$ করলে মান= 0 হবে।

12. $y = p^2 - 2p + 1$; $x = 3p^2$ এবং $\frac{dy}{dx} = 0$ হলে p এর মান কোনটি?

[BAU. shift-2.2015-16]

- A. 1 B. 0 C. -1 D. 2

① Explanation/ $y = p^2 - 2p + 1$; $x = 3p^2$

$$\Rightarrow \frac{dy}{dp} = 2p - 2 \quad \frac{dx}{dp} = 6p \text{ কিন্তু } \frac{dy}{dx} = \frac{\left(\frac{dy}{dp}\right)}{\left(\frac{dx}{dp}\right)} = \frac{2p-2}{6p} = 0$$

$$\Rightarrow 2p - 2 = 0 \Rightarrow p = 1$$

13. $f(x) = \frac{1}{e^{-x}}$ হলে $\lim_{h \rightarrow 0} \left\{ \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \right\}$ এর মান কোনটি?

[BAU. shift-1.2015-16]

- A. e^{-x} B. $\frac{1}{e^x}$ C. e^x D. $\frac{1}{e^{-x}}$

① Explanation/ আমরা জানি, $\lim_{h \rightarrow 0} \left\{ \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \right\}$

$$\therefore \frac{d}{dx} f(x) = \frac{d}{dx} \frac{1}{e^{-x}} = \frac{d}{dx} \left(\frac{1}{e^x} \right) = e^x$$

14. $y = \tan^{-1} x$ হলে $\frac{dy}{dx}$ এর মান কোনটি?

[BAU. shift-2015-16]

- A. $1+x^2$ B. $\frac{1}{1+x^2}$ C. $\frac{-1}{1+x^2}$ D. $\frac{1+x^2}{-1}$

① Explanation/ $y = \tan^{-1} x \therefore \frac{dy}{dx} = \frac{1}{1+x^2}$

15. $x = at^2 + b$ এবং $y = at^3$ হলে $\frac{dy}{dx}$ এর মান কোনটি? [BAU. shift-2015-16]

- A. $\frac{t}{2}$ B. $\frac{3t}{2}$ C. $\frac{2t}{2}$ D. $\frac{4t}{3}$

① Explanation/ $\frac{dy}{dx} = \frac{dy/dt}{dx/dt} = \frac{3at^2}{2at} = \frac{3t}{2}$

16. $y = e^{2x}$ হলে $\frac{d^n y}{dx^n}$ এর মান কোনটি?

[BAU. shift-2015-16]

- A. y B. $-2^n e^{2x}$ C. $\frac{e^{2x}}{2^n}$ D. $2^n e^{2x}$

① Explanation/ $\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx} (e^{2x}) = e^{2x} \frac{d}{dx} (2x) = e^{2x} \cdot 2 = 2e^{2x} = 2^n e^{2x}$

[Tricks: $y = e^{2x}$ হলে, $y_n = 2^n e^{2x}$]

- ♦ ♦ ASPECT SERIES ♦ ♦ NETWORK ♦ ♦ ASPECT SERIES ♦ ♦ NETWORK ♦ ♦ ASPECT SERIES ♦ ♦ NETWORK ♦ ♦ ASPECT SERIES ♦ ♦ NETWORK ♦ ♦ ASPECT SERIES ♦ ♦ NETWORK ♦ ♦ ASPECT SERIES ♦ ♦ NETWORK ♦ ♦

7. $x^2 + y^2 = 25$ হলে $(3, -4)$ বিন্দুতে $dy/dx = ?$

[SAU. 2004-05]

- A. $5/6$ B. 0 C. $\frac{3}{4}$ D. $\frac{7}{2}$

Explanation $x^2 + y^2 = 25$

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{2x}{2y} \quad \frac{dy}{dx} (3, -4) = -\frac{3}{-4} = \frac{3}{4}$$

8. 5^x এর অন্তরক সহগ কত?

[SAU. 2004-05]

- A. 0 B. $\ln(5)$ C. 5^x D. $5^x \ln(5)$

Explanation $\frac{d}{dx}(a^x) = a^x \ln a$ হলে, $\frac{d}{dx}(5^x) = 5^x \ln 5$

9. যদি $y = e^{\tan^{-1}x}$ হয় তবে $\frac{dy}{dx} = ?$

[SAU 2003-04]

- A. $e^{\tan^{-1}x}$ B. $e^{\tan^{-1}x} (1+x^2)$
C. $\frac{e^{\tan^{-1}x}}{1+x^2}$ D. $\frac{1}{1+x^2}$

Explanation $y_1 = \frac{d}{dx}(e^{\tan^{-1}x}) = e^{\tan^{-1}x} \cdot \frac{1}{1+x^2} = \frac{e^{\tan^{-1}x}}{1+x^2}$

সিলেট কৃষি বিশ্ববিদ্যালয়

11. $y = a^{\ln(\cos x)}$ হলে $\frac{dy}{dx} = ?$

[SylAU. 2018-19]

- A. $-a^{\ln(\cos x)} \tan x$ B. $-a^{\ln(\cos x)} \tan x \ln(a)$
C. $a^{\ln(\cos x)} \ln(a)$ D. $a^{\ln(\cos x)} \tan x \ln(a)$

Explanation $\frac{d}{dx}(a^{\ln(\cos x)}) = a^{\ln(\cos x)} \cdot \ln a \cdot \frac{d}{dx} \ln(\cos x)$
 $= a^{\ln(\cos x)} \cdot \ln a \cdot \left(\frac{-\sin x}{\cos x}\right) = -a^{\ln(\cos x)} \tan x \ln a$

12. $\frac{d}{dx} \left(\frac{\sin x + \cos x}{\sqrt{1 + \sin^2 x}} \right)$ এর সমান কোনটি?

[SylAU. 2017-18]

- A. 0 B. 1 C. $\sin x$ D. $\cos x$

Explanation $\frac{\sin x + \cos x}{\sqrt{1 + \sin^2 x}} = \frac{\sin x + \cos x}{\sqrt{\sin^2 x + \cos^2 x + 2\sin x \cos x}}$
 $= \frac{\sin x + \cos x}{\sqrt{(\sin x + \cos x)^2}} = 1 \therefore \frac{d}{dx}(1) = 0$

13. $\frac{d}{dx}(\log_a^x)$ এর সমান কোনটি?

[SylAU. 2016-17]

- A. $\frac{1}{x}(\log_a^e)$ B. $\frac{1}{x}(\log_a^a)$ C. $\frac{1}{x} \ln a$ D. $\frac{1}{x} \log a$

Explanation সুত্র, $\frac{d}{dx}(\log_a^x) = \frac{1}{x}(\log_a^e)$

14. $\frac{d}{dx} \{ \tan^{-1}(\sec x + \tan x) \} = ?$

[SylAU. 2015-16]

- A. 0 B. 1 C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{x}{2}$

Explanation $\frac{d}{dx} \{ \tan^{-1}(\sec x + \tan x) \}$

এখানে, $\{ \tan^{-1}(\sec x + \tan x) \}$

$$= \tan^{-1} \left(\frac{1}{\cos x} + \frac{\sin x}{\cos x} \right) = \tan^{-1} \left(\frac{1 + \sin x}{\cos x} \right)$$

$$= \tan^{-1} \left(\frac{1 + \sin 2 \frac{x}{2}}{\cos 2 \frac{x}{2}} \right) = \tan^{-1} \left(\frac{\sin^2 \frac{x}{2} + 2 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2} + \cos^2 \frac{x}{2}}{\cos^2 \frac{x}{2} - \sin^2 \frac{x}{2}} \right)$$

$$= \tan^{-1} \left\{ \frac{\left(\sin \frac{x}{2} + \cos \frac{x}{2} \right)^2}{\left(\sin \frac{x}{2} + \cos \frac{x}{2} \right) \left(\cos \frac{x}{2} - \sin \frac{x}{2} \right)} \right\} = \tan^{-1} \left(\frac{\sin \frac{x}{2} + \cos \frac{x}{2}}{\cos \frac{x}{2} - \sin \frac{x}{2}} \right)$$

$$= \tan^{-1} \left(\frac{1 + \tan \frac{x}{2}}{1 - \tan \frac{x}{2}} \right) = \tan^{-1} \tan \left(\frac{\pi}{4} + \frac{x}{2} \right) = \frac{\pi}{4} + \frac{x}{2}$$

$$\therefore \frac{d}{dx} \left(\frac{\pi}{4} + \frac{x}{2} \right) = \frac{1}{2}$$

15. $y = \frac{2 \tan \frac{x}{2}}{1 - \tan^2 \frac{x}{2}}$ হলে $\frac{dy}{dx}$ এর মান কোনটি?

[SylAU. 2014-15]

- A. $-\sec^2 x$ B. $\operatorname{cosec}^2 x$
C. $-\operatorname{cosec}^2 x$ D. $\sec^2 x$

Explanation $y = \frac{2 \tan \frac{x}{2}}{1 - \tan^2 \frac{x}{2}} = \tan x \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \sec^2 x$

16. $x = \sin y$ হলে $\frac{dy}{dx}$ এর মান কোনটি?

[SylAU. 2014-15, 2013-14]

- A. $\frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$ B. $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
C. $\frac{2x}{\sqrt{1-x^2}}$ D. কোনটিই নয়

Explanation $x = \sin y \Rightarrow y = \sin^{-1} x \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

17. $\frac{d}{dx} \{ \tan^{-1}(e^x x^{-2}) + \tan^{-1}(e^{-x} x^2) \}$ এর মান কত? [SylAU. 2013-14]

- A. 0 B. e^x
C. 1 D. $x^2 e^{-x}$

Explanation $\frac{d}{dx} \{ \tan^{-1}(e^x x^{-2}) + \tan^{-1}(e^{-x} x^2) \}$
 $= \frac{d}{dx} (\tan^{-1} e^x x^{-2} + \cot^{-1} e^x x^{-2}) = \frac{d}{dx} \left(\frac{\pi}{2} \right) = 0$

18. $x^2 + xy^2 - 3x^2 + 4x + 5y + 2 = 0$ বক্ররেখা $(1, -1)$ বিন্দুতে স্পর্শকের ঢাল কত? [SylAU. 2010-11]

- A. 0 B. $-\frac{2}{3}$ C. $\frac{1}{3}$ D. -1

Explanation $\frac{dy}{dx} = -\frac{2x + y^2 - 6x + 4}{2xy + 5}$

$$\therefore (1, -1) \text{ বিন্দুতে ঢাল} = \frac{2 + 1 - 6 + 4}{-2 + 5} = \frac{1}{3}$$

19. $y = \ln \left(\frac{1+x}{1-x} \right)$ হলে $\frac{dy}{dx}$ এর মান হবে -

[SylAU. 2010-11]

- A. $\frac{1}{1-x^2}$ B. $\frac{2}{1-x^2}$ C. $\frac{2}{1-x}$ D. $\frac{2}{1-x}$

Explanation $y = \ln \left(\frac{1+x}{1-x} \right) = \ln(1+x) - \ln(1-x)$

$$\therefore \frac{dy}{dx} = \frac{1}{1+x} + \frac{1}{1-x} = \frac{2}{1-x^2}$$

NETWORK PRIME TEST

01. $y = am^3$ এবং $x = am^2 + b$ হলে $\frac{dy}{dx}$ এর মান কোনটি?
 A. $\frac{3m}{2}$ B. $\frac{2m}{3}$ C. $\frac{3}{2}$ D. $\frac{2}{3m}$

02. $\frac{d}{dx}(3^x) =$ কত?
 A. 3^x B. $3^x \log 3$ C. $e^x \log 3$ D. $3^x \log e$

03. যদি $y = \sqrt{\cos 2x}$ হয়, $\frac{dy}{dx}$ কত?
 A. $\frac{-\sin 2x}{\sqrt{\cos 2x}}$ B. $\frac{\cos 2x}{\sqrt{\sin 2x}}$
 C. $\frac{2 \sin x}{\sqrt{\tan x}}$ D. $\frac{\tan 2x}{\sqrt{\sin 2x}}$

04. যদি $y = \ln(x + \sqrt{x^2 + a^2})$ হয় তবে $\frac{dy}{dx}$ সমান-
 A. $\sqrt{x^2 + a^2}$ B. $\frac{1}{1 + \sqrt{x^2 + a^2}}$
 C. $1 + \sqrt{x^2 + a^2}$ D. $\frac{1}{\sqrt{x^2 + a^2}}$

05. যদি $x^2 + 3xy + 5y^2 = 1$ হয়, $\frac{dy}{dx}$ সমান-
 A. $\frac{2x + 3y}{3x + 10y}$ B. $\frac{2x - 3y}{3x + 10y}$
 C. $\frac{2x + 3y}{3x - 10y}$ D. $-\frac{2x + 3y}{3x + 10y}$

06. $\sin(ax+b)$ এর n -তম অন্তরক হবে-
 A. $a^n \sin\left(\frac{\pi}{2}n + ax + b\right)$ B. $a^n \cos\left(\frac{\pi}{2}n + ax + b\right)$
 C. $(-1)^n a^n \sin(ax + b)$ D. $(-1)^n a^n \cos(ax + b)$

07. যদি $y = e^{\tan^{-1} x}$ হয়, তবে $\frac{dy}{dx}$ এর মান কোনটি?
 A. $e^{\tan^{-1} x}$ B. $e^{\tan^{-1} x} (1 + x^2)$
 C. $\frac{e^{\tan^{-1} x}}{1 + x^2}$ D. $\frac{1}{1 + x^2}$

08. $y = x(3 - x^2)$ এবং $\frac{dy}{dx} = 0$ হলে x এর মান কত?
 A. 1 B. -1
 C. ± 1 D. 0

09. $x^2 e^{4x}$ এর অন্তরগত সহগ-
 A. $x^4 e^{4x} + e^{4x}$ B. $x^2 e^{4x} + 2x e^{4x}$
 C. $4x^2 (e^{4x} + e^{-4x})$ D. $e^{4x} \cdot 2x(1 + 2x)$

10. $y = e^{\sqrt{x}}$ হলে, $\frac{dy}{dx} = ?$
 A. $2e^{\sqrt{x}}$ B. $\frac{e^{\sqrt{x}}}{2\sqrt{x}}$
 C. $\frac{1}{2\sqrt{x}}$ D. $\frac{\sqrt{x}}{e^{\sqrt{x}}}$

OMR SHEET

01. (A) (B) (C) (D)	04. (A) (B) (C) (D)	08. (A) (B) (C) (D)
02. (A) (B) (C) (D)	05. (A) (B) (C) (D)	09. (A) (B) (C) (D)
03. (A) (B) (C) (D)	06. (A) (B) (C) (D)	10. (A) (B) (C) (D)

Answer Analysis

প্রশ্ন	উত্তর	ব্যাখ্যা
01	A	$\frac{dy}{dx} = \frac{\left(\frac{dy}{dm}\right)}{\left(\frac{dx}{dm}\right)} = \frac{3am^2}{2am} = \frac{3}{2}m$
02	B	$\frac{d}{dx}(3^x) = 3^x \log 3$
03	A	ধরি, $y = \sqrt{\cos 2x}$ $\therefore \frac{dy}{dx} = \frac{1}{2\sqrt{\cos 2x}} \cdot (-\sin 2x) \cdot 2 = \frac{-\sin 2x}{\sqrt{\cos 2x}}$
04	D	$y = \ln(x + \sqrt{x^2 + a^2})$ $\therefore \frac{dy}{dx} = \frac{1}{x + \sqrt{x^2 + a^2}} \cdot \left(1 + \frac{1}{2\sqrt{x^2 + a^2}} \cdot 2x\right)$ $= \frac{1}{x + \sqrt{x^2 + a^2}} \cdot \frac{\sqrt{x^2 + a^2} + x}{\sqrt{x^2 + a^2}} = \frac{1}{\sqrt{x^2 + a^2}}$
05	D	$\frac{d}{dx}(x^2 + 3xy + 5y^2) = \frac{d}{dx}(1)$ $\Rightarrow 2x + 3x \frac{dy}{dx} + 3y \cdot 1 + 10y \frac{dy}{dx} = 0$ $\therefore \frac{dy}{dx} = \frac{-(2x + 3y)}{(3x + 10y)} = -\frac{2x + 3y}{3x + 10y}$
06	A	[সূত্রের মত মুখস্ত রাখবে]
07	C	$y = e^{\tan^{-1} x}$ $\Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}(e^{\tan^{-1} x}) = e^{\tan^{-1} x} \cdot \frac{1}{1+x^2} = \frac{e^{\tan^{-1} x}}{1+x^2}$
08	C	$\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}(3x - x^3) = 3 - 3x^2$ $\therefore \frac{dy}{dx} = 0 \Rightarrow 3 - 3x^2 = 0$ $\Rightarrow 3(1 - x^2) = 0$ $\Rightarrow 1 - x^2 = 0$ $\Rightarrow x = \pm 1$
09	D	$y = x^2 e^{4x}$ $\therefore \frac{dy}{dx} = e^{4x} \cdot 2x + x^2 \cdot e^{4x} \times 4$ $= e^{4x} \cdot 2x(1 + 2x)$
10	B	$y = e^{\sqrt{x}}$ $\therefore \frac{dy}{dx} = e^{\sqrt{x}} \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}} = \frac{e^{\sqrt{x}}}{2\sqrt{x}}$

অধ্যায়
১০

প্রথম পত্র

যোগজীকরণ
(INTEGRATION)

$$\frac{d}{dx} \int f(x) dx = f(x)$$

কি পড়ব? কেন পড়ব?

SURVEY TABLE

কতটুকু পড়ব? কিভাবে পড়ব?



সম্পদ	বিগত বছরে যে সকল টপিকস্ থেকে প্রশ্ন এসেছে	RATINGS [কেন পড়ব?]
01	প্রতিস্থাপন	★★★
02	ত্রিকোণমিতিক সূত্রের প্রয়োগে Integration	★★★
03	হরকে অনুবন্ধী রাশি দ্বারা গুণ করে Integration	★★★
04	$\int \frac{1}{a^2 + (mx)^2} dx$ জাতীয় রাশির Integration	★★★
05	$\int \frac{1}{\sqrt{a^2 - (mx)^2}} dx$ জাতীয় রাশির Integration	★★
06	$\int \frac{1}{(mx)^2 - a^2} dx$ জাতীয় রাশির Integration	★★★
07	$\int \frac{1}{a^2 - (mx)^2} dx$ জাতীয় রাশির Integration	★★★
08	সম্ভবিত ফাংশন	★★★
09	নির্দিষ্ট যোগজ	★★
10	নির্দিষ্ট যোগজ এর প্রয়োগ	★★



টপিক আলোচনা

Required Formulas for Integration

General Formula:

01. i. $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c, n \neq -1$
- ii. $\int \frac{1}{x^n} dx = -\frac{1}{(n-1)x^{n-1}}$
- iii. $\int \frac{1}{\sqrt{x}} dx = 2\sqrt{x} + c$
- iv. $\int \frac{1}{2\sqrt{x}} dx = \sqrt{x} + c$
02. $\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + c$
03. $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + c [a > 0, a \neq 1]$
04. $\int e^x dx = e^x + c$
05. $\int (u \pm v) dx = \int u dx \pm \int v dx$
06. $\int uv dx = u \int v dx - \int \left[\frac{d}{dx}(u) \int v dx \right] dx$
07. $\int \cos x dx = \sin x + c$
08. $\int \sin x dx = -\cos x + c$
09. $\int \sec^2 x dx = \tan x + c$
10. $\int \operatorname{cosec}^2 x dx = -\cot x + c$
11. $\int \sec x \tan x dx = \sec x + c$
12. $\int \operatorname{cosec} x \cot x dx = -\operatorname{cosec} x + c$

Standard Formula:

13. $\int \frac{f'(x)}{f(x)} dx = \ln|f(x)| + c$
14. $\int \frac{f'(x)}{\sqrt{f(x)}} dx = 2\sqrt{f(x)} + c$
15. $\int \tan x dx = -\ln(\cos x) + c = \ln(\sec x) + c$
16. $\int \sec x dx = \ln \tan \left[\frac{\pi}{4} + \frac{x}{2} \right] + c = \ln |\sec x + \tan x| + c$
17. $\int \cot x dx = \ln(\sin x) + c = -\ln(\operatorname{cosec} x) + c$
18. $\int \operatorname{cosec} x dx = \ln \left| \tan \frac{x}{2} \right| + c = -\ln(\operatorname{cosec} x + \cot x) + c$
19. $\int \frac{dx}{a^2 + x^2} = \frac{1}{a} \tan^{-1} \frac{x}{a} + c$
20. $\int \frac{dx}{1+x^2} = \tan^{-1} x + c$
21. $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \sin^{-1} \frac{x}{a} + c$
22. $\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \sin^{-1} x + c$

EXAMPLE $\int \sin x \cos x dx$ -

Shortcut Solⁿ $\int \sin x \cos x dx = \frac{1}{2} \int 2 \sin x \cos x dx = \frac{1}{2} \int \sin 2x dx = \frac{1}{2} \cdot \frac{-\cos 2x}{2} + c = -\frac{1}{4} \cos 2x + c$

EXAMPLE $\int \sin^2 4x dx$

Shortcut Solⁿ $\frac{1}{2} \int (1 - \cos 8x) dx = \frac{1}{2} \left(x - \frac{\sin 8x}{8} \right) + c = \frac{1}{16} (8x - \sin 8x) + c$

EXAMPLE $\int 5 \cos^2 x dx$

Shortcut Solⁿ $\int 5 \cos^2 x dx = \frac{5}{2} \int (1 + \cos 2x) dx = \frac{5}{2} \left(x + \frac{\sin 2x}{2} \right) + c$

EXAMPLE $\int 4 \sin x \cos x dx$

Shortcut Solⁿ $\int 2 \times 2 \sin x \cos x = 2 \int \sin 2x = 2 \times \frac{-\cos 2x}{2} = -\cos 2x$

EXAMPLE $\int \sin 2x \sin 4x dx$

Shortcut Solⁿ $\frac{1}{12} (3 \sin 2x - \sin 6x) + c$

CONCEPT-03 হরকে অনুবন্ধী রাশি দ্বারা গুণ করে Integration

কিভাবে অংকটি করতে হবে:

STEP-1: হরের অনুবন্ধী রাশি দ্বারা লব ও হর উভয়কে গুণ কর।

STEP-2: লবকে আলাদা দুইটি অংশে বিভক্ত করে Integration কর।

EXAMPLE $\int \frac{1}{1 + \cos x} dx$

Shortcut Solⁿ $\int \frac{1}{1 + \cos x} dx = \int \frac{1 - \cos x}{\sin^2 x} dx = \int (\operatorname{cosec}^2 x - \operatorname{cosec} x \cot x) dx = \operatorname{cosec} x - \cot x + c$

EXAMPLE $\int \frac{1}{a^2 + x^2} dx$

Shortcut Solⁿ $\frac{1}{a} \tan^{-1} \frac{x}{a} + c$

EXAMPLE $\int \frac{1}{\sqrt{a^2 - x^2}} dx$

Shortcut Solⁿ $\sin^{-1} \frac{x}{a} + c$

EXAMPLE $\int \frac{1}{x^2 - a^2} dx$

Shortcut Solⁿ $\frac{1}{2a} \ln \frac{x-a}{x+a} + c$

EXAMPLE $\int \frac{1}{a^2 - x^2} dx$

Shortcut Solⁿ $\frac{1}{2a} \ln \frac{a+x}{a-x} + c$

CONCEPT-04 $\int \frac{1}{a^2 + (mx)^2} dx$ জাতীয় রাশির Integration

FORMULA $\int \frac{dx}{a^2 + (mx)^2} = \frac{1}{am} \tan^{-1} \frac{mx}{a} + c$

EXAMPLE $\int \frac{1}{9x^2 + 4} dx = ?$

Shortcut Solⁿ $\int \frac{1}{(2)^2 + (3x)^2} = \frac{1}{2 \cdot 3} \tan^{-1} \frac{3x}{2} + c = \frac{1}{6} \tan^{-1} \frac{3x}{2} + c \text{ Ans.}$

EXAMPLE $\int \frac{4}{16a^2 + x^2} dx = ?$

Shortcut Solⁿ $\int \frac{4}{16a^2 + x^2} dx = 4 \int \frac{1}{(4a)^2 + x^2} dx = 4 \cdot \frac{1}{4a} \tan^{-1} \frac{x}{4a} + c = \frac{1}{a} \tan^{-1} \frac{x}{4a} + c$

CONCEPT-05 $\int \frac{1}{\sqrt{a^2 - (mx)^2}} dx$ জাতীয় রাশির Integration

FORMULA $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - (mx)^2}} = \frac{1}{m} \sin^{-1} \frac{mx}{a} + c$; $\sqrt{\text{(Root)}}$ দেখে বুঝে নিবে এটি $\sin^{-1}$ এর সূত্র। [Standard Formula of Integration]

EXAMPLE $\int \frac{dx}{\sqrt{9 - 16x^2}} dx = ?$

Shortcut Solⁿ $\int \frac{1}{\sqrt{3^2 - (4x)^2}} dx = \frac{1}{4} \sin^{-1} \frac{4x}{3} + c$

EXAMPLE $\int \frac{dx}{\sqrt{25 - x^2}}$

Shortcut Solⁿ $\sin^{-1} \frac{x}{5} + c$

WORK

EXAMPLE $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{2x-x^2}}$ এর মান-

$$\text{Solved Ex}^m \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{2x-x^2}} = \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1-(x-1)^2}} dx = \left[\sin^{-1}(x-1) \right]_0^1 = 0 - \left(-\frac{\pi}{2} \right) = \frac{\pi}{2}$$

EXAMPLE $\int_1^4 x^3 \sqrt{1+3x^4} \, dx = ?$

Workout Solⁿ $\int_1^4 x^3 \sqrt{1+3x^4} \, dx$

$$E. \int_1^4 \frac{1}{12} \sqrt{z} \, dz$$

$$\frac{1}{12} \int_1^4 z^{\frac{1}{2}} dz = \frac{1}{12} \left[\frac{z^{\frac{1}{2}+1}}{\frac{1}{2}+1} \right]_1^4 = \frac{1}{12} \left[\frac{z^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} \right]_1^4 = \frac{1}{18} \left[4^{\frac{3}{2}} - 1^{\frac{3}{2}} \right] = \frac{1}{18} (8 - 1) = \frac{7}{18}$$

ધરિ, $1 + 3x^4 = z$

$$\therefore 12x^3 dx = dz$$

$$\therefore x^3 dx = \frac{1}{12} dz$$

x	0	1
z	1	4

CONCEPT- 10 নির্দিষ্ট যোগজ এর প্রয়োগ

■ y এর একটি ফাংশন থাকলে ক্ষেত্রফল $= \int_a^b y dx$

■ y এর দুটি ফাংশন থাকলে ক্ষেত্রফল $= \int_a^b (y_1 - y_2) dx$ [মনে রাখতে হবে a ও b হবে x এর Value]

■ বৃত্তের সমীকরণ $x^2 + y^2 = a^2$ দ্বারা আবদ্ধ- (i) মোট ক্ষেত্রফল $= \pi a^2$ (ii) একটি চতুর্ভাগের আবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= \frac{\pi a^2}{4}$

■ উপবৃত্তের সমীকরণ $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ দ্বারা আবদ্ধ (যেখানে $a > b$) (i) মোট ক্ষেত্রফল = πab (ii) একটি চতুর্ভাগের আবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = $\frac{\pi ab}{4}$

■ $y^2 = 4ax$ পরাবৃত্ত ও $y = mx$ রেখা দ্বারা আবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= \frac{8a^2}{3m^3}$

■ $y^2 = 4ax$ পরাবৃত্ত ও এর নিয়ামক রেখা দ্বারা আবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= \frac{8}{3} a^2$

■ $x^2 = 4ay$ পরাবৃত্ত ও $y = mx$ রেখা দ্বারা আবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= \frac{8}{3} a^2 m^3$

■ $x^2 = 4ay$ পরাবৃত্ত ও এর নিয়ামক রেখা দ্বারা আবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= \frac{8}{3} a^2$

■ $y^2 = 4ax$ পরাবৃত্ত ও $x^2 = 4ay$ পরাবৃত্ত দ্বারা আবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= \frac{16}{3} a^2$

EXAMPLE $y = 3x$ রেখা x অক্ষ এবং কোটি $x = 2$ দ্বারা আবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কত?

Shortcut Solⁿ ক্ষেত্রফল $= \int_0^2 3x \, dx = \frac{3}{2} [x^2]_0^2 = 6$ বর্গ একক

EXAMPLE $y = x$ এবং $y = x^2$ দ্বারা আবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল-

Solve क्षेत्रफल $= \int_0^1 (x^2 - x) dx = \left[\frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} \right]_0^1 = \frac{1}{3} - \frac{1}{2} = -\frac{1}{6} = \frac{1}{6}$

[কিছুক্ষণ ঝগাত্মক হয় না]

Shortcut Solⁿ $m = 1, a = \frac{1}{4} \therefore \frac{8}{3} \times \left(\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{8}{3} \times \frac{1}{16} = \frac{1}{6}$

EXAMPLE $y^2 = x$ এবং $x^2 = y$ দ্বারা আবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কত?

Shortcut Solⁿ $\frac{16}{3} \left(\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{1}{3}$ sq unit

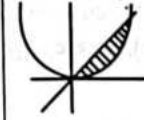
EXAMPLE $x^2 + y^2 = 25$ এর ক্ষেত্রফল = ?

EXAMPLE $y^2 = 4x$ পরাবৃত্ত এবং $y = x$ দ্বারা আবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = ?

EXAMPLE $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ উপবৃত্ত দ্বারা আবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = ?

$$| x^2 = x, x^2 - x = 0, \Rightarrow x(x - 1) = 0,$$

$$\Rightarrow x = 0,1$$



Shortcut Solⁿ 25π

Shortcut Solⁿ $a = 1, m = 1$ ক্ষেত্রফল $= \frac{8}{3}$

Shortcut Solⁿ ক্ষেত্রফল = $\pi ab = \pi \cdot 3 \cdot 2 = 6\pi$

Network Special:

$$\int_0^a \sqrt{\frac{a+x}{a-x}} dx = \frac{\pi}{2} + a \quad \int_0^a \sqrt{\frac{a-x}{a+x}} dx = \frac{\pi}{2} - a \quad \int_0^a \frac{1}{\sqrt{ax-x^2}} dx = \pi \quad \int_0^a \frac{1}{\sqrt{2ax-x^2}} dx = \frac{\pi}{2} \quad \int_0^a \sqrt{a^2-x^2} dx = \frac{\pi a^2}{4}$$



ANALYSIS OF PREVIOUS YEAR QUESTIONS

অনিদিষ্ট যোগজ ও এর প্রয়োগ

CLUSTER AG

01. $\int \sin ax \, dx = ?$

[C.Ag. 2021-22]

A. $\frac{1}{a} + \cos ax + c$ B. $-\frac{1}{a} \cos ax + c$ C. $a \cos ax + c$ D. $-a \cos ax + c$

(B) Explanation: $\int \sin ax \, dx = -\cos ax \times \frac{1}{a} + c = -\frac{1}{a} \cos ax + c$

বাংলাদেশ কৃষি বিশ্ববিদ্যালয়

01. যদি $x > a > 0$ হয় তবে $\int \frac{dx}{x^2 - a^2}$ এর মান কত?

[BAU. 2018-19]

A. $\frac{1}{2a} \ln \frac{x+a}{x-a}$ B. $\frac{1}{2a} \ln \frac{x-a}{x+a}$ C. $\frac{1}{2a} \ln \frac{a+x}{a-x}$ D. $\frac{1}{2a} \ln \frac{a-x}{a+x}$

(B) Explanation: সরাসরি সূত্রের প্রয়োগ।

02. $\int f(x) dx = \frac{1}{2a} \ln \left| \frac{a+x}{a-x} \right| + C$ হলে $f(x)$ এর মান কত? [BAU. 2018-19]

A. $\frac{1}{\sqrt{a^2+x^2}}$ B. $\frac{1}{\sqrt{a^2-x^2}}$ C. $\frac{1}{a^2-x^2}$ D. $\frac{1}{a^2+x^2}$ **[Ans C]**

03. $\int \frac{e^{\cos^{-1}x}}{\sqrt{1-x^2}} dx$ এর মান কত?

[BAU. 2017-18]

A. $e^{\cos^{-1}x} + c$ B. $-e^{\cos^{-1}x} + c$ C. $\frac{e^{\cos^{-1}x}}{\sqrt{1-x^2}} + c$ D. $\frac{e^{\cos^{-1}x}}{\sqrt{1-x}} + c$

(B) Explanation: $\int e^z dz = -e^z + c = -e^{\cos^{-1}x} + c$

ধরি, $\cos^{-1}x = z$; $\frac{-1}{\sqrt{1-x^2}} dx = dz$

04. $\int \frac{dx}{1+\cos 2x} = ?$ কত?

[BAU. 2016-17]

A. $\frac{1}{2} \tan x + c$ B. $\tan x$ C. $\tan 2x$ D. $\sin 2x + c$

(A) Explanation: $\int \frac{dx}{1+\cos 2x} = \int \frac{dx}{2\cos^2 x} = \frac{1}{2} \int \sec^2 x = \frac{1}{2} \tan x + c$

05. $\int \cos x \cos(\sin x) dx$ এর মান কোনটি? [BAU. 2005-06, 2011-12]

A. $\sin(\sin x) + c$ B. $\cos(\sin x) + c$
C. $-\sin(\sin x) + c$ D. $-\cos(\sin x) + c$

(A) Explanation: $\int \cos x \cos(\sin x) dx$ [ধরি, $\sin x = z \Rightarrow \cos x dx = dz$]
 $= \int \cos z = \sin(\sin x) + c$

সংকেত: অপশন দেখেই উত্তর বলার চেষ্টা কর

06. $\int (7-4e^x) dx$ এর মান কত?

[BAU. 2011-12]

A. $7x+4e^x+c$ B. $7x-4e^x+c$ C. $7x-4+c$ D. $7x-e^x+c$

(B) Explanation: $\int (7-4e^x) dx = 7x - 4e^x + c = 7x - 4e^x + c$

07. $\int 3x^2 \cos x^3 dx$ এর মান কোনটি? [BAU. 2009-10, 2003-04]

A. $\sin x^3$ B. $\cos(x^3)+c$ C. $\sin(x^3)+c$ D. $-\cos(x^3)+c$

(C) Explanation: $\int 3x^2 \cos x^3 dx$; ধরি, $x^3 = z \therefore 3x^2 dx = dz$
 $\therefore \int 3x^2 \cos x^3 dx = \int \cos z dz = \sin z dz = \sin x^3 + c$

08. $\int \tan x dx = ?$

A. $-\log \cos x + c$ B. $-\log \sin x + c$
C. $-\log \cos x + \sin x + c$ D. $\log \sin x + c$

[BAU. 2008-09]

(A) Explanation: Use Direct Law

09. $\int \frac{dx}{1+x^2}$ কত?

[BAU. 2007-08]

A. $\sin^{-1}x$ B. $\cot^{-1}x$ C. $\operatorname{cosec}^{-1}x$ D. $\tan^{-1}x$

(D) Explanation: $\int \frac{dx}{1+x^2} = \tan^{-1}x + c$ [সূত্র]

10. $\int \frac{dx}{1+\sin x}$ এর মান কোনটি?

[BAU. 2006-07]

A. $\tan x - \sec x + c$ B. $\sec x - \tan x + c$
C. $\tan x + \sec x + c$ D. $\sec x - \tan x + c$

(A) Explanation: $\int \frac{dx}{1+\sin x} = \int \frac{(1-\sin x) dx}{(1+\sin x)(1-\sin x)}$

$= \int \frac{1-\sin x}{1-\sin^2 x} dx = \int \frac{1-\sin x}{\cos^2 x} dx = \int \frac{1}{\cos^2 x} dx - \int \frac{\sin x}{\cos x} \cdot \frac{1}{\cos x} dx$
 $= \int \sec^2 x dx - \tan x \sec x dx = \tan x - \sec x + c$

11. $\int \tan^2 x dx = ?$

[BAU. 2006-07]

A. $\tan x - x + c$ B. $\log x + c$
C. $x \log x - x + c$ D. $x \log x - x + c$

(A) Explanation: $\int \tan^2 x dx = \int (\sec^2 x - 1) dx = \tan x - x + c$

12. $\int \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} dx$ এর মান কোনটি?

[BAU. 2005-06]

A. $\log(e^x - e^{-x}) + c$ B. $\log(e^x + e^{-x}) + c$
C. $-\log(e^x + e^{-x}) + c$ D. $\log(e^x - e^{-x}) + c$

(B) Explanation: $\int \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} dx = \int \frac{f'(x)}{f(x)} dx = \ln\{f(x)\} + c$
 $= \ln(e^x + e^{-x}) + c$

13. $\int \frac{dx}{2-3x}$ এর মান কত?

[BAU. 2005-06]

A. $-\frac{1}{23} \log(2-3x) + c$ B. $\frac{-3}{(2-3x)^2} + c$

C. $-\frac{1}{3} \log(2-3x) + c$ D. কোনটিই নয়

(C) Explanation: $\therefore \int \frac{1}{x} dx = \log x + c$

$\int \frac{dx}{2-3x} = -\frac{1}{3} \log(2-3x) + c$

14. $\int \sqrt{1+\sin 2x} dx$ এর মান কোনটি?

[BAU. 2004-05]

A. $\cos x - \sin x + c$ B. $\cos x - \sin x$
C. $\cos x + \sin x + c$ D. $\sin x - \cos x + c$

(D) Explanation: $\int \sqrt{1+\sin 2x} dx = \int \sqrt{\sin^2 x + \cos^2 x + 2\sin x \cos x} dx$
 $= \int \sqrt{(\sin x + \cos x)^2} dx = \int \sin x dx + \int \cos x dx$
 $= -\cos x + \sin x + c = \sin x - \cos x + c$

১. $\int_0^1 f(x) dx = 6$ হলে $\int_1^5 f(x+1) dx$ এর মান কত? [BAU. 2018-19]

A. 1 B. 5 C. 5 D. 6

Explanation ধরি, $x+1=t \Rightarrow t-1=x \therefore t=5$ হলে $x=4; t=1$

$$\therefore \int_1^5 f(t) dt = \int_0^4 f(x) dx = 6$$

২. $\tan x$ হলে $\int_0^{\pi/4} \left(\frac{dy}{dx}\right) dx$ এর মান কোনটি? [BAU. -2015-16]

A. 0 B. 1 C. $\frac{\pi}{4}$ D. $\frac{\pi}{2}$

Explanation $\int f(x) dx = f(x) = [\tan x]_0^{\pi/4} = 1$

৩. $\sqrt{-1}$ হলে $\int_0^1 \log e^{x^4} dx$ এর মান কোনটি? [BAU. -2015-16]

A. 0 B. -1 C. e D. 2

Explanation $\int_0^1 \log e^{x^4} dx = \int_0^1 \log e^{(\sqrt{-1})^4} dx$

$$\int_0^1 \log e^1 dx = \ln 1 \int_0^1 dx = 0$$

৪. $\int_0^{\pi/4} (\tan^2 x \sec^2 x) dx$ এর মান কোনটি? [BAU. -2015-16]

A. $\frac{1}{2}$ B. 2 C. 3 D. $\frac{1}{3}$

Explanation Let, $z = \tan x \Rightarrow dz = \sec^2 x dx$

$$\text{Now } \int_0^1 z^2 dz = \left[\frac{z^3}{3}\right]_0^1 = \frac{1}{3}$$

৫. $\int_0^{\pi/2} (\operatorname{cosec}^2 x - \cot^2 x) dx$ এর মান কোনটি? [BAU. 2015-16]

A. 0 B. $\frac{\pi}{4}$ C. $\frac{\pi}{2}$ D. π

Explanation $\int_0^{\pi/2} (\operatorname{cosec}^2 x - \cot^2 x) dx$

$$= \left[x\right]_0^{\pi/2} = \frac{\pi}{2} [\operatorname{cosec}^2 x - \cot^2 x = 1] [\sec^2 x - \tan^2 x = 1]$$

৬. $\int_0^{\pi/4} (\tan^2 x + \tan^4 x) dx$ এর মান কোনটি? [BAU. 2014-15]

A. 3 B. -3 C. 1 D. -1

Explanation $3 \int_0^{\pi/4} (\tan^2 x + \tan^4 x) dx$

$$\Rightarrow 3 \int_0^{\pi/4} \tan^2 x (1 + \tan^2 x) dx \Rightarrow 3 \int_0^{\pi/4} \tan^2 x \sec^2 x dx$$

$$\text{Let: } \tan x = z \therefore \sec^2 x dx = dz \therefore 3 \int_0^1 z^2 dz = 3 \left[\frac{z^3}{3}\right]_0^1 = 1^3 - 0 = 1$$

৭. $\int_0^{\pi} \frac{\cos x + \sin x}{\sqrt{1 + \sin 2x}} dx$ এর মান কোনটি? [BAU. 2014-15]

A. π B. 0 C. 1 D. -1

Explanation $\int_0^{\pi} \frac{\cos x + \sin x}{\sqrt{\cos^2 x + \sin^2 x + 2 \sin x \cos x}}$

$$= \int_0^{\pi} \frac{\cos x + \sin x}{\cos x + \sin x} dx = [x]_0^{\pi} = \pi$$

৮. $\int_0^1 \frac{1}{e^x + e^{-x}} dx$ এর মান কত? [BAU. 13-14, 06-07, 01-02]

A. $\tan^{-1} e - \frac{\pi}{4}$ B. $\tan^{-1} e + \frac{\pi}{4}$ C. $-\tan^{-1} e + \frac{\pi}{4}$ D. $\frac{\pi}{4}$

Explanation

x	1	0
z	e	1

$$\int_0^1 \frac{1}{e^x + e^{-x}} dx = \int_0^1 \frac{e^x}{e^{2x} + 1} dx \text{ Say, } e^x = z$$

$$\int_1^e \frac{1}{z^2 + 1} dz = [\tan^{-1} z]_1^e = \tan^{-1} e - \frac{\pi}{4}$$

৯. $\int_0^1 x e^x dx = ?$ [BAU. 11-12, 2008-09]

A. 0 B. 1
C. -1 D. 2

Explanation $\int_0^1 x e^x dx = x e^x - \int_0^1 e^x dx = [x e^x - e^x]_0^1 = e - e + 1 = 1$

১০. $\int_0^{\log_e 2} \frac{e^x}{1 + e^x} dx$ এর মান কোনটি? [BAU. 09-10, 04-05, 00-01]

A. $\log_e \frac{2}{3}$ B. $\log_e \frac{3}{2}$ C. $\ln \log_e \frac{4}{3}$ D. কোনটিই নয়

Explanation $\int \frac{f'(x)}{f(x)} dx = \ln|f(x)| + c$

$$\therefore \int_0^{\log_e 2} \frac{e^x}{1 + e^x} dx = [\ln(1 + e^x)]_0^{\log_e 2} = \ln(1 + e^{\log_e 2}) - \ln(1 + e^0) = \log_e \frac{3}{2}$$

১১. $9x^2 + 16x^2 = 144$ বক্ররেখা দ্বারা আবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কত? [BAU 2009-10]

A. 144π বর্গএকক B. 12π বর্গএকক
C. 16π বর্গএকক D. 72π বর্গএকক

Explanation $\pi ab = \pi \cdot 3 \cdot 4 = 12\pi$

১২. $\int_1^2 \frac{\log x}{x} dx$ এর মান কত? [BAU. 2005-06]

A. $-\frac{1}{2}(\log 2)^2$ B. $(\log 2)^2$ C. $\frac{1}{2}(\log 2)^2$ D. $\frac{1}{3} \log(2-3x) + c$

Explanation Preparation and Practice for effective delivery

x	2	1
z	$\log 2$	0

$$\int_0^2 \frac{\log x}{x} dx = \int_0^{\log 2} z dz = \left[\frac{z^2}{2}\right]_0^{\log 2} = \frac{1}{2}(\log 2)^2$$

১৩. $\int_0^{\sqrt{3}} \frac{3dx}{1+x^2}$ এর মান কত? [BAU. 2005-06]

A. $\tan^{-1}\left(\frac{\pi}{3}\right)$ B. π
C. $-\tan^{-1}\left(\frac{\pi}{3}\right)$ D. 2π

Explanation সূত্র, $\int \frac{dx}{1+x^2} = \tan^{-1} x + c$

$$\int_0^{\sqrt{3}} \frac{3dx}{1+x^2} = 3[\tan^{-1} x]_0^{\sqrt{3}} = 3\left(\frac{\pi}{3}\right) = \pi$$

• ASPECT SERIES • NETWORK • ASPECT SERIES • NETWORK • ASPECT SERIES • NETWORK • ASPECT SERIES • NETWORK • ASPECT SERIES • NETWORK • ASPECT SERIES • NETWORK

13. $\int \frac{dx}{\sqrt{9-16x^2}}$ এর যোজিত ফল কত?
 A. $\frac{1}{2} \sin^{-1} \frac{4x}{3}$ B. $\frac{1}{4} \sin^{-1} \frac{4x}{3}$ C. $\frac{1}{3} \sin^{-1} \frac{4x}{3}$ D. $\frac{3}{4} \sin^{-1} \frac{4x}{3}$
14. $\int_0^{\pi/3} \frac{dx}{1-\sin x} = ?$
 A. $\sqrt{3}+1$ B. $\sqrt{3}+2$ C. $\frac{1}{\sqrt{3}}+1$ D. $\frac{1}{\sqrt{3}}+2$
15. $\int_0^{\pi/2} \cos^3 x \sin x dx = ?$
 A. $\frac{1}{4}$ B. $-\frac{1}{4}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $-\frac{1}{3}$
16. $\int_1^e \log_e x dx = ?$
 A. e B. 1 C. -e D. -1
17. $\int_0^1 \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} dx$ এর মান-
 A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{\pi}{2}$ C. 1 D. $\frac{\pi}{2}$
18. $\int_0^4 \sqrt{16-x^2} dx = ?$
 A. 4π B. 16π C. 8π D. 2π
19. $\int_0^{\log 2} \frac{e^x}{1+e^x} dx$ এর মান কত?
 A. $\log 2$ B. $\log \frac{3}{2}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{e^x}{1+e^x}$
20. $x^2+y^2=36$ দ্বারা আবদ্ধ ক্ষেত্রের ১ম ও ২য় চতুর্ভাগে আবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের সমষ্টি কত?
 A. 36π B. 9π C. 18π D. 27π

OMR SHEET

07. (A) (B) (C) (D) 14. (A) (B) (C) (D)

01. (A) (B) (C) (D) 08. (A) (B) (C) (D) 15. (A) (B) (C) (D)

02. (A) (B) (C) (D) 09. (A) (B) (C) (D) 16. (A) (B) (C) (D)

03. (A) (B) (C) (D) 10. (A) (B) (C) (D) 17. (A) (B) (C) (D)

04. (A) (B) (C) (D) 11. (A) (B) (C) (D) 18. (A) (B) (C) (D)

05. (A) (B) (C) (D) 12. (A) (B) (C) (D) 19. (A) (B) (C) (D)

06. (A) (B) (C) (D) 13. (A) (B) (C) (D) 20. (A) (B) (C) (D)

Answer Analysis

প্রশ্ন	উত্তর	ব্যাখ্যা
01	A	$y^2 = 4ax$ এবং $y = mx$ দ্বারা আবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= \frac{8}{3} \frac{a^2}{m^3}$ এখানে $a = 4$ এবং $m = 4$ $\therefore$ ক্ষেত্রফল $= \frac{2}{3} \text{ unit}^2$
02	D	$\int_{-3}^2 f(x) dx = 5 \therefore \int_{-3}^2 f(x-4) dx = 4 \int_{-3}^2 f(x-4) d(x-4)$ $\therefore 4 \int_{-3}^2 f(z) dz = 4 \times 5 = 20$
03	C	$\int \frac{x^2 dx}{x^3+1} = \frac{1}{3} \int \frac{3x^2}{x^3+1} dx = \frac{1}{3} \ln(x^3+1)$
04	B	$\int x e^x dx = x \int e^x dx - \int \left\{ \frac{d}{dx}(x) \int e^x dx \right\} dx$ $= x e^x - \int 1 \cdot e^x dx = x e^x - e^x + c$
05	B	$\int \cos x \cdot e^{\sin x} dx = \int e^{\sin x} \cdot d(\sin x) = e^{\sin x} + c$

প্রশ্ন	উত্তর	ব্যাখ্যা
06	B	$\int \sin^5 x \cos x dx = \int (\sin x)^4 \cos x dx$ $\left[\because \int \{f(x)\}^n \cdot f'(x) dx = \frac{\{f(x)\}^{n+1}}{n+1} + c \right] = \frac{1}{6} \sin^6 x + c$ $\therefore \int \sin^5 x \cos x dx = f(x) + c \therefore f(x) = \frac{1}{6} \sin^6 x$
07	B	$\int \frac{dx}{1+\cos 2x} = \int \frac{dx}{2 \cos^2 x} = \frac{1}{2} \int \sec^2 x dx = \frac{1}{2} \tan x + c$
08	B	$\int \sqrt{1-\cos 2x} dx = \int \sqrt{2 \sin^2 x} dx$ $= \sqrt{2} \int \sin x dx = -\sqrt{2} \cos x + c$
09	B	$\int x \cos x dx = x \int \cos x dx - \int \left(\frac{d}{dx} x \right) \int \cos x dx dx$ $= x \sin x - \int \sin x dx = x \sin x + \cos x + c$
10	C	$\int \sqrt{e^x} dx = \int e^{\frac{x}{2}} dx = \frac{e^{\frac{x}{2}}}{\frac{1}{2}} + c = 2e^{\frac{x}{2}} + c$
11	D	Option গুলোকে অন্তরীকরণ করলে যে Option এর জন্য প্রশ্ন পাওয়া যাবে সেটিই সঠিক উত্তর।
12	A	$\int \frac{dx}{4-x^2} = \int \frac{dx}{2^2-x^2} = \frac{1}{2 \cdot 2} \ln \left \frac{2+x}{2-x} \right + c = \frac{1}{4} \ln \left \frac{2+x}{2-x} \right + c$
13	B	$\int \frac{dx}{\sqrt{9-16x^2}} = \frac{1}{4} \int \frac{dx}{\sqrt{\left(\frac{3}{4}\right)^2 - x^2}} = \frac{1}{4} \sin^{-1} \left(\frac{4x}{3} \right) + c$
14	A	$\int_0^{\pi/3} \frac{1}{1-\sin x} dx = \int_0^{\pi/3} \frac{1+\sin x}{1-\sin^2 x} dx$ $= \int_0^{\pi/3} \frac{1+\sin x}{\cos^2 x} dx = \int_0^{\pi/3} (\sec^2 x + \sec x \tan x) dx$ $= [\tan x + \sec x]_0^{\pi/3} = \sqrt{3} + 2 - 0 - 1 = \sqrt{3} + 1$
15	A	$\int_0^{\pi/2} \cos^3 x \sin x dx = - \left[\frac{\cos^4 x}{4} \right]_0^{\pi/2} = - \frac{1}{4} \left[\cos^4 \frac{\pi}{2} - \cos^4 0 \right] = \frac{1}{4}$
16	B	$\int_1^e \log_e x dx [x \log_e x - x]_1^e = \{ [e \log_e e - e - (\log_e 1 - 1)] \} = 1$
17	C	$\int_0^1 \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} dx = - \frac{1}{2} \int_0^1 \frac{-2x}{\sqrt{1-x^2}} dx \left[\because \int \frac{f'(x)}{\sqrt{f(x)}} dx = 2\sqrt{f(x)} + c \right]$ $= - \frac{1}{2} \times 2 \left[\sqrt{1-x^2} \right]_0^1 = -[0-1] = 1$
18	A	এরকম Math থাকলে $\frac{\pi}{4}$ এর সাথে const. অংশ গণন করতে হবে $\therefore \frac{\pi}{4} \times \text{const.} = \frac{\pi}{4} \times 16 = 4\pi$
19	B	$\int_0^{\log 2} \frac{e^x}{1+e^x} dx \left[\because \int \frac{f'(x)}{f(x)} dx = \log_e \{f(x)\} + c \right]$ $= [\log(1+e^x)]_0^{\log 2} = \log 3 - \log 2 = \log \frac{3}{2}$
20	A	$x^2+y^2=36 \Rightarrow \frac{x^2}{6^2} + \frac{y^2}{6^2} = 1; \Delta = \pi \times 6 \times 6 = 36\pi$

2. $2\hat{i} + 3\hat{j}$ এবং $5\hat{k}$ ভেক্টরদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণ কত? [BAU. 2006-07]

- A. 45° B. 30° C. 90° D. 180°

ⓐ Explanation/ ১ম ভেক্টরে $\hat{k}$ এর সহগ নেই। সুতরাং দুটি ভেক্টর ত্ত 0।

$$\theta = \cos^{-1} \left(\frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{AB} \right) = \cos^{-1} \left(\frac{2 \times 0 + 0 \times 5 + 3 \times 0}{\sqrt{4+9} \cdot \sqrt{25}} \right) = \cos^{-1}(0) = 90^\circ$$

3. A এবং B বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর যথাক্রমে $\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$ এবং $2\hat{i} + 4\hat{j} + 5\hat{k}$ হলে AB এর দৈর্ঘ্য কত? [BAU. 2005-06]

- A. 4 একক B. 5 একক C. 3 একক D. 2 একক

ⓐ Explanation/ $AB = \sqrt{(2-1)^2 + (4-2)^2 + (5-3)^2} = 3$

4. $\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$, $2\hat{j} + 3\hat{j} + 4\hat{k}$ এবং $3\hat{j} + 4\hat{j} + a\hat{k}$ ভেক্টর তিনটি একতলীয় হলে a এর মান কত? [BAU. 2005-06]

- A. 0 B. 3 C. 5 D. 2

ⓐ Explanation/ শর্তমতে, $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & a \end{vmatrix} = 0$

$$\Rightarrow 1(3a - 16) - 2(2a - 12) + 3(8 - 9) = 0$$

$$\Rightarrow 3a - 16 - 4a + 24 - 3 = 0 \Rightarrow -a + 5 = 0 \therefore a = 5$$

5. $2\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}$ ভেক্টরটি x-অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে যে কোণ উৎপন্ন করে তা কত? [BAU. 2004-05; 2001-02]

- A. 30° B. 60° C. $\cos^{-1}\left(\frac{2}{3}\right)$ D. $\cos^{-1}\left(\frac{3}{2}\right)$

ⓐ Explanation/ $\theta = \cos^{-1} \left| \frac{\text{সহগ}}{\text{মান}} \right| A = \sqrt{2^2 + 1^2 + 2^2} = 3;$

$$\theta_x = \cos^{-1} \left(\frac{A_x}{A} \right) = \cos^{-1} \left(\frac{2}{3} \right)$$

6. $A = 2\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k}$ এবং $B = 3\hat{i} + 4\hat{j} - \hat{k}$ কর্ণ বিশিষ্ট সমান্তরিকের ক্ষেত্রফল কত? [BAU. 2004-05; 2002-03]

- A. $5\sqrt{3}$ ব. একক B. $\frac{5}{2}\sqrt{3}$ ব. একক C. $10\sqrt{3}$ ব. একক D. $\frac{5}{4}\sqrt{3}$ ব. একক

ⓐ Explanation/ $\Delta = \frac{1}{2} |\vec{A} \times \vec{B}|$

$$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 2 & 3 & 1 \\ 3 & 4 & -1 \end{vmatrix} = \hat{i}(-3-4) - \hat{j}(-2-3) + \hat{k}(8-9)$$

$$= -7\hat{i} + 5\hat{j} - \hat{k} \therefore \frac{1}{2} |\vec{A} \times \vec{B}| = \frac{5\sqrt{3}}{2}$$

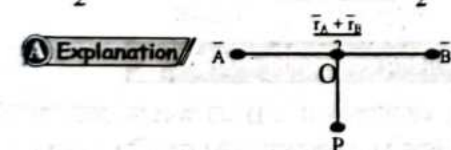
7. $3\hat{j} + 5\hat{k}$ এবং $3\hat{i}$ ভেক্টরদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণ কত? [BAU. 2004-05]

- A. 90° B. 45° C. 30° D. 60°

ⓐ Explanation/ $(3\hat{j} + 5\hat{k}) \cdot 3\hat{i} = 0 \therefore \theta = 90^\circ$

8. A ও B বিন্দুদের ভেক্টর যথাক্রমে $\vec{a}$ ও $\vec{b}$ হলে AB রেখাংশের মধ্যবিন্দুর অবস্থান ভেক্টর কত? [BAU. 2004-05]

- A. $\frac{\vec{a} + \vec{b}}{2}$ B. $\vec{a} + \vec{b}$ C. $\frac{\vec{a} - \vec{b}}{2}$ D. $\vec{a} - \vec{b}$



AB রেখাংশের মধ্যবিন্দু O হলে এবং P এর সাপেক্ষে A, B এর অবস্থান ভেক্টর $\vec{r}_A$ এবং $\vec{r}_B$ হলে- শর্তমতে, $\vec{r}_A - \vec{r}_P = \vec{a}$; $\vec{r}_B - \vec{r}_P = \vec{b}$

$$\therefore P \text{ এর সাপেক্ষে } O \text{ এর অবস্থান ভেক্টর} = \frac{\vec{r}_A + \vec{r}_B}{2} - \vec{r}_P = \frac{\vec{r}_A + \vec{r}_B - 2\vec{r}_P}{2}$$

15. দুটি বলের লব্ধির সর্বোচ্চ ও সর্বনিম্ন মান যথাক্রমে 8 এবং 4 হলে বল দুটির মান হবে- [BAU. 2003-04]

- A. 7 এবং 1 B. 6 এবং 2 C. 5 এবং 3 D. 4 এবং 4

ⓐ Explanation/ $P + Q = 8$; $P - Q = 4$ । এখন দেখব কোন দুটি মানের যোগফল 8 এবং বিয়োগফল 4 হবে।

$R_{\max} = P + Q = 8 \dots (i)$, $R_{\min} = P - Q = 4 \dots (ii)$ সমীকরণ দুটি সমাধান করে পাই $P = 6$ এবং $Q = 2$

16. দ্বিমাত্রিক জগতে P এবং Q বিন্দুর কার্ভেসীয় স্থানাঙ্ক যথাক্রমে (0,1,2) এবং (1,-1,-1)। PQ বরাবর একক ভেক্টর কত? [BAU. 2002-03]

- A. $\frac{1}{\sqrt{14}}\hat{i} - \frac{2}{\sqrt{14}}\hat{j} - \frac{3}{\sqrt{14}}\hat{k}$ B. $\frac{1}{\sqrt{14}}\hat{i} + \frac{2}{\sqrt{14}}\hat{j} - \frac{3}{\sqrt{14}}\hat{k}$
C. $\frac{1}{\sqrt{2}}\hat{i} + \frac{1}{\sqrt{12}}\hat{k}$ D. $\frac{-1}{\sqrt{2}}\hat{i} - \frac{1}{\sqrt{12}}\hat{k}$

ⓐ Explanation/ $\vec{PQ} = (1-0)\hat{i} + (-1-1)\hat{j} + (-1-2)\hat{k} = \hat{i} - 2\hat{j} - 3\hat{k}$

$$\therefore |\vec{PQ}| = \sqrt{1^2 + (-2)^2 + (-3)^2} = \sqrt{14} \therefore \vec{a} = \frac{\vec{PQ}}{|\vec{PQ}|} = \frac{\hat{i} - 2\hat{j} - 3\hat{k}}{\sqrt{14}}$$

17. দুটি বলের অন্তর্গত কোণ কত হলে এদের লব্ধির মান সর্বোচ্চ হবে? [BAU. 2001-02]

- A. 45° B. 90° C. 180° D. 0°

ⓐ Explanation/ $\alpha = 0^\circ$ হলে লব্ধির সর্বোচ্চ মান এবং $\alpha = 180^\circ$ হলে লব্ধির সর্বনিম্নমান।

শেহেরবাংলা কৃষি বিশ্ববিদ্যালয়

01. y অক্ষের সমান্তরাল $2\hat{i} + 3\hat{j} - 4\hat{k}$ ভেক্টরের লম্ব একক ভেক্টর কোনটি? [SAU.2017-18]

- A. $(4\hat{j} + 3\hat{k})/5$ B. $(3\hat{j} - 4\hat{k})/5$
C. $(2\hat{i} + 3\hat{j})/\sqrt{3}$ D. $(3\hat{i} + 2\hat{j})/\sqrt{3}$

ⓐ Explanation/ y অক্ষের সমান্তরাল $= 2\hat{i} + 3\hat{j} - 4\hat{k}$ ভেক্টরের লম্ব একক

$$\text{ভেক্টর} = (4\hat{j} + 3\hat{k})/\sqrt{3^2 + 4^2} = \frac{1}{5}(4\hat{j} + 3\hat{k})$$

02. $2\hat{i} + \hat{j} - 3\hat{k}$ এবং $3\hat{i} - 2\hat{j} - \hat{k}$ ভেক্টরদ্বয়ের অন্তর্গত কোণ- [SAU. 2016-17]

- A. 30° B. 45° C. 60° D. 120°

ⓐ Explanation/ $\theta = \cos^{-1} \frac{(2\hat{i} + \hat{j} - 3\hat{k}) \cdot (3\hat{i} - 2\hat{j} - \hat{k})}{\sqrt{2^2 + 1^2 + (-3)^2} \cdot \sqrt{3^2 + (-2)^2 + (-1)^2}} = 60^\circ$

03. $A = \hat{i} - 2\hat{j} + 3\hat{k}$ এবং $B = \hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$ হলে $\vec{A} \cdot \vec{B}$ [SAU. 2016-17]

- A. -3 B. -2 C. -6 D. 3

ⓐ Explanation/ $\vec{A} \cdot \vec{B} = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z = 1 - 4 - 3 = -6$

04. $2\hat{i} + 3\hat{k}$ এবং $5\hat{j}$ ভেক্টরদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণ কত? [SAU. 2010-11]

- A. 0° B. 30° C. 45° D. 90°

ⓐ Explanation/ মধ্যবর্তী কোণ = 0 কারণ এখানে আয়ত একক ভেক্টরগুলো ভিন্ন ভিন্ন।

সিলেট কৃষি বিশ্ববিদ্যালয়

01. $\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ ভেক্টরটি y অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে যে কোন উৎপন্ন করে তার পরিমাণ কোনটি? [SyLAU.2016-17]

- A. $\cos^{-1} \frac{1}{\sqrt{2}}$ B. $\sin^{-1} \frac{1}{\sqrt{3}}$ C. $\cos^{-1} \frac{1}{\sqrt{3}}$ D. $-\cos^{-1} \frac{1}{\sqrt{3}}$

ⓐ Explanation/ $\cos \theta = \frac{1}{\sqrt{1^2 + 1^2 + 1^2}}$; $\cos \theta = \frac{1}{\sqrt{3}} \therefore \theta = \cos^{-1} \frac{1}{\sqrt{3}}$

02. দুটি ভেক্টরের ক্রস গুণফল শূন্য হলে এর মধ্যবর্তী কোণ কোনটি? [SyLAU.16-17]

- A. 90° B. 0° C. 45° D. 30°

ⓐ Explanation/ দুইটি ভেক্টরের ক্রস গুণফল শূন্য হলে ভেক্টর দুটি সমান্তরালে অবস্থিত। তাই এদের মধ্যবর্তী কোণ শূন্য

Ⓐ Explanation $\frac{8!}{2!2!2!} = 5040$

পটুয়াখালী বিজ্ঞান ও প্রযুক্তি বিশ্ববিদ্যালয়

n ও r এর সম্পর্কের ক্ষেত্রে সঠিক-

[PSTU. 2015-16]

A. $r \leq n$ B. $r \leq n$ C. $n \leq r$ D. $n < r$ [Ans B]

2, 3, 4, 5 অংকগুলো দ্বারা ছয় অংক বিশিষ্ট সংখ্যা গঠন করা যায়- [PSTU. 2015-16]

A. 600 B. 600 C. 560 D. 500

[Explanation] 5 5 4 3 2

১০০ গুণ করা যায় ৫ উপায়ে

১০০ গুণ করা যায় ৫ উপায়ে

১০০ গুণ করা যায় ৪ উপায়ে

১০০ গুণ করা যায় ৩ উপায়ে

১০০ গুণ করা যায় ২ উপায়ে

মোট উপায় = $5 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 = 600$

৬ জন বন্ধু আছে। সে তার বন্ধুদের এক অথবা একাধিক জনকে মোট

[PSTU. 2011-12]

B. 63

D. 65

[Explanation] দাওয়াত করতে পারে $2^6 - 1 = 63$ উপায়ে।

ঝিনাইদহ ভেটেরিনারি কলেজ

VETERINARY শব্দটির বর্ণগুলিকে একত্রে নিয়ে কত প্রকারে সাজানো যায়?

[JGVC. 2018-19]

A. 607200

B. 707200

C. 807200

D. 907200

[Explanation] VETERINARY শব্দটি বর্ণসংখ্যা = 10

এর মধ্যে E ২টি; R ২টি, শব্দটির বর্ণগুলোর

$$\text{সাজানো সংখ্যা} = \frac{10!}{2! 2!} = 907200$$

02. JHENIDAH শব্দটির বর্ণগুলিকে একত্রে নিয়ে কত প্রকারে সাজানো যাবে?

[JGVC.-2017-18]

A. 13440 B. 20160 C. 40320 D. 26880

[B] Explanation/ JHENIDAH → মোট ৪টি বর্ণ, যেখানে দুইটি H

$$\therefore \text{মোট বিন্যাস সংখ্যা} = \frac{8!}{2!} = 20160$$

03. $4 \times {}^n P_3 = 5 \times {}^{n-1} P_3$ হলে, n-এর মান কত?

[JGVC.2015-16]

A. 13 B. 14 C. 15 D. 16

[C] Explanation/ এখানে, $4 \times {}^n P_3 = 5 \times {}^{n-1} P_3$

$$\text{বা } 4 \times \frac{n!}{(n-3)!} = 5 \times \frac{(n-1)!}{(n-1-3)!}$$

$$\text{বা } 4 \times \frac{n(n-1)!}{(n-3)(n-4)!} = 5 \times \frac{(n-1)!}{(n-4)!} \Rightarrow 4n = 5 \times (n-3)$$

$$\Rightarrow 5n - 15 = 4n \therefore n = 15$$

সিরাজগঞ্জ ভেটেরিনারি কলেজ

01. AMERICA শব্দটি বর্ণগুলোকে একত্রে নিয়ে কত প্রকারে সাজানো যায়?

[SGVC. 2019-20]

A. 2250

B. 2520

C. 5520

D. 2200

[B] Explanation/ AMERICA শব্দটির বর্ণগুলোকে একত্রে নিয়ে সাজানো যায়

$$= \frac{7!}{2!} = \frac{1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7}{1 \times 2} = 2520$$

দ্বিতীয় অংশ: সমাবেশ

বিগত বছরে যে সকল টপিকস্ থেকে প্রশ্ন এসেছে

RATINGS

[কেন পড়বে?]

১	${}^nC_x = {}^nC_y$ আকারের অংক	★★
২	N সংখ্যক বিন্দু দ্বারা গঠিত ত্রিভুজ/চতুর্ভুজ/কর্ণের সংখ্যা	★★★
৩	সর্বদা গ্রহন করে/সর্বদা বর্জন করে	★★
৪	কমিটি বা দল গঠন	★

APYQ ANALYSIS OF PREVIOUS YEAR QUESTIONS

CLUSTER AG

10 বাহুবিশিষ্ট বহুভুজের কর্ণের সংখ্যা কয়টি? [C.Ag. 2019-20]

A. 45 B. 90 C. 25 D. 35

[Explanation] n বাহু বিশিষ্ট বহুভুজের কর্ণের সংখ্যা = ${}^nC_2 - n$

$$10 \text{ বাহু বিশিষ্ট বহুভুজের কর্ণের সংখ্যা} = {}^{10}C_2 - 10 = \frac{10 \times 9}{1 \times 2} - 10 = 35$$

বাংলাদেশ কৃষি বিশ্ববিদ্যালয়

৫টি সমান্তরাল রেখার প্রত্যেকটির উপর ৫টি করে বিন্দু আছে। এই বিন্দুগুলো

সংযোগ করে মোট কতগুলো ত্রিভুজ গঠন করা যাবে? [BAU. 2018-19]

A. 50 B. 100 C. 150 D. 200

[Explanation] ${}^5C_2 \times {}^5C_1 \times 2 = 100$ ${}^5C_3 = {}^5C_7$ হলে 5C_9 এর মান কত? [BAU.2017-18]

A. 200 B. 220 C. 240 D. 260

[Explanation] $n = 5 + 7 = 12$; ${}^{12}C_9 = {}^{12}C_3 = 220$ জেনে রাখা ভালো: $\Rightarrow {}^nC_x = {}^nC_y$ হলে $x = y$ বা $x + y = n$ হবে। $\Rightarrow {}^nC_r$ এর মান বৃহত্তম হবে, যদি $n=r$ বা $n=r-1$ হয়।

03. 12টি বাহু বিশিষ্ট একটি সমতল ক্ষেত্রের কয়টি কর্ণ আছে? [BAU.2016-17]

A. 50 B. 54 C. 60 D. 66

[B] Explanation/ ${}^{12}C_2 - 12 = 54$

04. n বাহু বিশিষ্ট একটি সমতল ক্ষেত্রের কৌণিক বিন্দুগুলোর সংযোজক রেখা দ্বারা গঠিত কর্ণের সংখ্যা কত? [BAU.2015-16]

A. nC_2 B. $\frac{{}^nC_2}{2!}$ C. ${}^nC_2 - 2$ D. ${}^nC_2 - n$ [D] Explanation/ কর্ণের সংখ্যা = ${}^nC_2 - n$ 05. n এর মান কত হলে ${}^nC_p = {}^nC_r$ হবে? [BAU.shift-2.2015-16]

A. p+r B. P C. r D. p-r

[A] Explanation/ LAW: ${}^nC_p = {}^nC_r$ $n = p + r$ 06. ${}^nC_1 + {}^nC_2 + {}^nC_3 + \dots + {}^nC_n$ এর মান কোনটি? [BAU.2010-11]A. 2^n B. $2^n - 1$ C. 2^{n+1} D. 2^{n-2}

[B] Explanation/ সূত্র।

07. ${}^nC_r + {}^nC_{r-1}$ এর সমান কোনটি? [BAU. 2001-02; 10-11, NSTU. 2014-15]A. ${}^nC_{r-1}$ B. ${}^{n+1}C_r$ C. nC_r D. ${}^{n+1}C_{r+1}$ [B] Explanation/ সূত্র: ${}^nC_r + {}^nC_{r-1} = {}^{n+1}C_r$

08. n জোড়া সংখ্যা হলে nC_r এর মান বৃহত্তম হবে যখন- [BAU.2008-09]
A. $r = 2n$ B. $r = n$ C. $r = \frac{n}{2}$ D. কোনটিই নয়
- ☛ Explanation n জোড়া সংখ্যা হলে nC_r এর বৃহত্তম মান- $r = \frac{n}{2}$
09. 12 বাহু বিশিষ্ট একটি সমতল ক্ষেত্রের কৌণিক বিন্দুগুলোর সংযোজক রেখা দ্বারা গঠিত ত্রিভুজের সংখ্যা কত হবে? [BAU. 2007-08]
A. 20 B. 120 C. 66 D. 220
- ☛ Explanation n -বাহু বিশিষ্ট একটি সমতল ক্ষেত্রের কৌণিক বিন্দুগুলোর সংযোজক রেখা দ্বারা গঠিত ত্রিভুজের সংখ্যা $= {}^nC_3 = {}^{12}C_3 = 220$
- ☛ n -বাহু বিশিষ্ট একটি সমতল ক্ষেত্রের কৌণিক বিন্দুগুলোর সংযোজক রেখা দ্বারা গঠিত কর্ণ সংখ্যা $= {}^nC_2 - n$
10. 10 জন পুরুষ ও 6 জন মহিলা থেকে 6 জন পুরুষ ও 4 জন মহিলা সম্বলিত কতগুলো কমিটি গঠন সম্ভব? [BAU. 2007-08]
A. ${}^{16}C_6 \times {}^{10}C_6 \times {}^6C_4$ B. ${}^{10}C_6 \times {}^6C_4$ C. ${}^{16}C_6 + {}^6C_4$ D. কোনটিই নয়
- ☛ Explanation 10 জন পুরুষ থেকে 6 জন পুরুষ বাছাই সংখ্যা $= {}^{10}C_6$
6 জন মহিলা থেকে 4 জন পুরুষ বাছাই সংখ্যা $= {}^6C_4$
সুতরাং মোট কমিটি সংখ্যা $= {}^{10}C_6 \times {}^6C_4$
11. কোন পরিষদে 1 জন সভাপতি, 3 জন সহ-সভাপতি ও 20 জন সাধারণ সদস্য রয়েছে 1 সভাপতি কে নিয়ে 1 জন সহসভাপতি ও 5 জন সাধারণ সদস্য নিয়ে কয়টি উপকমিটি গঠন করা যাবে? [BAU. 2006-07]
A. 120 B. 3420 C. 150 D. কোনটিই নয়
- ☛ Explanation ${}^1C_1 \cdot {}^3C_1 \cdot {}^{20}C_5 = 46512$
B. 3420 উত্তর হলে 5 জন সাধারণ সদস্যের স্থলে 3 জন হবে।
12. ${}^nC_{12} = {}^nC_8$ হলে n এর মান কত? [BAU. 2007-08, 2013-14]
A. 20 B. 12 C. 8 D. 1
- ☛ Explanation আমরা জানি, ${}^nC_x = {}^nC_y$ হলে
 $x + y = n \therefore n = 12 + 8 = 20$
13. nC_n এর মান কত? ($n \in N$) [BAU. 2005-06]
A. 0 B. N C. 1 D. $\frac{n}{2}$
- ☛ Explanation ${}^nC_n = \frac{n!}{n!(n-n)!} = \frac{1}{0!} = 1$
- NOTE: ${}^nC_n = {}^nC_0 = 0! = 1$
14. একটি দশভুজের কর্ণের সংখ্যা কত? [BAU. 2003-04]
A. ${}^{10}C_2 - 10$ B. ${}^{10}C_2$ C. ${}^{10}C_2$ D. ${}^{10}C_2$
- ☛ Explanation n -বাহু বিশিষ্ট একটি সমতল ক্ষেত্রের কৌণিক বিন্দুগুলোর সংযোজক রেখা দ্বারা গঠিত কর্ণ সংখ্যা $= {}^nC_2 - n$
 $\therefore$ একটি দশভুজের কর্ণের সংখ্যা $= {}^{10}C_2 - 10$
15. ময়মনসিংহ হতে ঢাকায় 7 টি ভিন্ন ভিন্ন বাস যাতায়াত করে। একজন লোক কত সংখ্যক উপায়ে ময়মনসিংহ হতে ঢাকায় পৌঁছে আবার ময়মনসিংহ ফিরে আসতে পারবেন। যদি যাবার সময় তিনি যে বাস ব্যবহার করেছেন ফেরার সময় ঐ বাস ব্যবহার না করেন। [BAU. 2003-04]
A. 49 B. 42 C. 56 D. 36
- ☛ Explanation $n \times (n-1) = 7 \times (7-1) = 42$
যেহেতু যাবার সময় তিনি যে বাস ব্যবহার করেছেন ফেরার সময় ঐ বাস ব্যবহার করেন না বলে 1 বিয়োগ হয়েছে।
16. n যুগ্মসংখ্যা হলে nC_r এর মান সর্বোচ্চ হবে যখন- [BAU. 2002-03]
A. $n = 2r$ B. $r = 2n$ C. $n = r$ D. $n = r+1$
- ☛ Explanation n যুগ্মসংখ্যা হলে nC_r এর মান সর্বোচ্চ হবে যখন $n = 2r$
17. ${}^5C_1 + {}^5C_2 + {}^5C_3 + {}^5C_4 + {}^5C_5$ এর মান কত? [BAU. 2002-03]
A. 33 B. 32 C. 31 D. অসীম
- ☛ Explanation ${}^nC_0 + {}^nC_1 + {}^nC_2 + {}^nC_3 + \dots + {}^nC_n = 2^n$

$\triangleright {}^nC_1 + {}^nC_2 + {}^nC_3 + \dots + {}^nC_n = 2^n - 1$
 $\triangleright {}^nC_0 + {}^nC_2 + {}^nC_4 + \dots + {}^nC_1 + {}^nC_3 + {}^nC_5 + \dots = 2^n$
Note: ${}^nC_0 = 1, {}^nC_n = 1$
 ${}^5C_1 + {}^5C_2 + {}^5C_3 + {}^5C_4 + {}^5C_5 = 2^5 - 1 = 31$

18. ${}^5C_0 + {}^5C_1 + {}^5C_2 + {}^5C_3 + {}^5C_4 + {}^5C_5$ এর মান কত? [BAU, 2000]
 A. 32 B. 33
 C. 31 D. অসীম
(A) Explanation সূত্র: ${}^nC_0 + {}^nC_1 + {}^nC_2 + {}^nC_3 + \dots + {}^nC_n = 2^n$
 ${}^5C_0 + {}^5C_1 + {}^5C_2 + {}^5C_3 + {}^5C_4 + {}^5C_5 = 2^5 = 32$

19. 8 জন ছাত্রের মধ্যে থেকে 2টি কমিটি (প্রত্যেক কমিটিতে 4 জন ছাত্র নিয়ে) করতে হবে। কত উপায়ে ঐ কমিটিগুলো গঠন করা যায়? [BAU, 2000]
 A. 8C_2 B. 8C_4 C. 8C_6 D. 4
(B) Explanation 4 জন ছাত্র নিয়ে একটি কমিটি গঠনের পর বাকি 4 জন নিয়ে অপর কমিটি এমনভাবেই গঠিত হয়। অতএব উপায় সংখ্যা = 8C_4

শেরেবাংলা কৃষি বিশ্ববিদ্যালয়

01. 12 টি বাছ বিশিষ্ট একটি সমতল বহুভুজের কৌণিক বিন্দুগুলির সংযোগ দ্বারা কয়টি ত্রিভুজ গঠন করা যায়? [SAU, 2017]
 A. 110 B. 220 C. 250 D. 80
(B) Explanation ত্রিভুজের সংখ্যা = $12C_3 = 220$

02. ${}^{n+1}C_3 = 2 {}^nC_2$ হলে n এর মান কত? [SAU, 2016]
 A. 3 B. 4 C. 5 D. 6
(C) Explanation Option Test

03. 'DHAKA' শব্দটির বর্ণগুলো থেকে প্রতিবারে 3 টি বর্ণ কত উপায়ে করা যায়? [SAU, 2015]
 A. 9 B. 8 C. 7 D. 10
(C) Explanation 2টি A ও 1টি ভিন্ন নিয়ে বাছাই = 3C_1
 সবগুলো ভিন্ন নিয়ে বাছাই = 4C_3
 মোট বাছাই = ${}^4C_3 + {}^3C_1 = 4 + 3 = 7$

04. r এর মান কত হলে nC_r এর মান সর্বোচ্চ হবে? [SAU 201]
 A. $\frac{n}{2}$ B. n C. 2n D. 0 [A]

05. দিপাশ্বিতার সাতজন বান্ধবী আছে। কতভাবে সে এক বা একাধিক বা নিমন্ত্রণ করতে পারবে? [SAU, 201]
 A. 64 B. 127 C. 154 D. 120
(B) Explanation Tech $\rightarrow 2^7 - 1 = 127$

06. ${}^nC_0 + {}^nC_1 + {}^nC_2 + \dots + {}^nC_n$ এর মান কোনটি? [SAU, 201]
 A. 2^n B. 2^{n+1} C. $2^n + 1$ D. 0
(A) Explanation $nC_0 + nC_1 + nC_2 + \dots + nC_n = 2^n$

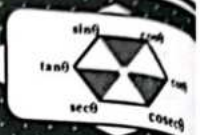
07. যদি ${}^nC_5 = {}^nC_7$ হয় তবে ${}^nC_{11}$ এর মান কত? [SAU 2003-04; 2006-07; 2007-08; 2008-09]
 A. 7 B. 9
 C. 12 D. 4
(C) Explanation সর্বদা এক্ষেত্রে ডান ও বাম পাশে n এর যে মান দেওয়া তা যোগ করলে এর মান পাওয়া যায়।
 $n = 5 + 7 = 12$; ${}^{12}C_{11} = 12$; ${}^nC_{n-1} = n$

08. nC_0 এর মান কোনটি? [SAU, 2008-09; 2009-10]
 A. 1 B. 0
 C. n D. n/2 [C]

09. একটি নবভুজের কর্ণের সংখ্যা কত? [SAU, 2008-09; 2009-10]
 A. 27 B. 81
 C. 36 D. 45
(A) Explanation ${}^9C_2 - 9 = 27$

SPECT SERIES •• NETWORK •• ASPECT SERIES •• NETWORK •• ASPECT SERIES •• NETWORK •• ASPECT SERIES •• NETWORK •• ASPECT SERIES •• NETWORK •• ASPECT SERIES •• NETWORK ••

ত্রিকোণমিতিক অনুপাত (TRIGONOMETRIC RATIOS)



କି ପଢ଼ବ ? କିନି ପଢ଼ବ ?

SURVEY TABLE

କଣ୍ଠକୁ ପଢ଼ତ ? କିଭାବେ ପଢ଼ତ ?

কনসেপ্ট নং	বিগত বছরে যে সকল টপিকস্ থেকে প্রশ্ন এসেছে	RATING [কেন প্রশ্ন]
01	মৌলিক এবং তথ্যমূলক প্রয়োজনীয় আলোচনা	★★★
02	অভিন্ন কোণযুক্ত ফাংশনের সর্বোচ্চ ও সর্বনিম্ন মান নির্ণয় সংক্রান্ত	★★
03	$n \in \mathbb{Z}$ এর জন্য ত্রিকোণমিতিক রাশির মান বের করা	★★★
04	মৌলিক পর্যায়	★★★
05	ঘড়ির কাঁটার মধ্যবর্তী কোণ নির্ণয়?	★★
06	বৃত্তচাপের দৈর্ঘ্য ও বৃত্তকলার ক্ষেত্রফল	★★



APYQ

ANALYSIS OF PREVIOUS YEAR QUESTIONS

CLUSTER AG

- A. $\frac{\pi}{2}$ B. π
C. 2π D. $\frac{3\pi}{2}$

বাংলাদেশ কৃষি বিশ্ববিদ্যালয়

- A. 9 B. 18
C. 27 D. 36

১. কোণ বহুভুজের বহিঃস্থ একটি কোণের মান 30° হলে বাহুর সংখ্যা $n = \frac{360}{30}$

- A. 0
B. $\frac{1}{2}$
C. 1
D. $\frac{3}{2}$

A. $-\frac{2\pi}{3}$ B. $\frac{2\pi}{3}$
C. $-\pi$ D. π

ⓑ Explanation $\sec \theta = -2$ বা, $\cos \theta = -\frac{1}{2} \therefore \theta = 120^\circ$

- A. $\frac{1}{\sqrt{3}}$ B. ∞
C. 1 D. কোনটিই নয়

A. $\frac{1}{\sqrt{3}}$ B. $\frac{2}{\sqrt{3}}$
C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

① Explanation $\sin(-12360^\circ) = -\sin 12360^\circ$
 $= -\sin(137 \times 90 + 30) = -\cos 30 = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\frac{1 - \tan^2 \theta}{1 + \tan^2 \theta}$ এর সর্বোচ্চ মান কোনটি?

[SAU 2008-09]

- A. -1
B. 0
C. 1
D. ∞

Explanation $\frac{1 - \tan^2 \theta}{1 + \tan^2 \theta} = \cos 2\theta$ এবং $\cos 2\theta$ এর সর্বোচ্চ মান 1।

$50^\circ 37' 30''$ কত রেডিয়ানের সমান?

[BAU. 2006-07]

- A. $\frac{\pi}{32}$
B. $\frac{9\pi}{32}$
C. $\frac{2\pi}{32}$
D. $\frac{5\pi}{32}$

Explanation $50^\circ 37' 30'' = \frac{\pi}{180} \left[50 + \frac{37}{60} + \frac{30}{60 \times 60} \right] = \frac{9\pi}{32}$

$\cos^2 \left(\sin^{-1} \frac{1}{\sqrt{3}} \right)$ এর মান কত?

[BAU. 2005-06]

- A. 0
B. $\frac{3}{2}$
C. $\frac{4}{3}$
D. $\frac{2}{3}$

Explanation Solve by normal law.

$$\cos^2 \left(\sin^{-1} \sqrt{\frac{1}{3}} \right) = 1 - \sin^2 \left(\sin^{-1} \sqrt{\frac{1}{3}} \right) = \frac{2}{3}$$

$\sin^2 3622 \frac{1}{2} + \sin^2 3667 \frac{1}{2}$ এর মান কত?

[BAU. 2005-06]

- A. 1
B. 0
C. -1
D. $\frac{1}{2}$

Explanation $\sin^2 3622 \frac{1}{2} + \sin^2 3667 \frac{1}{2}$

$$= \frac{\sin^2 (360 \times 10 + 22)}{2} + \frac{\sin^2 (360 \times 10 + 67)}{2}$$

$$= \frac{\sin^2 22}{2} + \frac{\sin^2 67}{2} = 0.49 \approx 0.5 = \frac{1}{2}$$

12. ABCD চতুর্ভুজের কোণগুলো যথাক্রমে A, B, C এবং D হলে,

$\sec \left(\frac{A+C}{2} \right) + \sec \left(\frac{B+D}{2} \right)$ এর মান কত? [BAU. 2001-02]

- A. 2
B. 0
C. 5
D. ∞

Explanation $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 2\pi$

$$\Rightarrow \angle A/2 + \angle B/2 + \angle C/2 + \angle D/2 = \pi$$

$$\Rightarrow \sec(\angle A/2 + \angle C/2) = \sec[\pi - (\angle B/2 + \angle D/2)]$$

$$\Rightarrow \sec(\angle A/2 + \angle C/2) = -\sec(\angle B/2 + \angle D/2)$$

$$\therefore \sec(\angle A/2 + \angle C/2) + \sec(\angle B/2 + \angle D/2) = 0$$

13. $4\cos^3 A - 3\cos A$ এর বৃহত্তম মান কত?

[BAU. 2001-02]

- A. 4
B. 3
C. 1
D. 7

Explanation $4\cos^3 A - 3\cos A = \cos 3A$

again, $(\cos 3A)_{\max} = 1$

শেরেবাংলা কৃষি বিশ্ববিদ্যালয়

01. 7 টা 15 মিনিটের সময় ঘটা ও মিনিটের কাটার মধ্যবর্তী কোণের পরিমাণ ঘাটমূলক এককে কত হবে? [SAU. 2017-18]

- A. $120^\circ 30'$
B. $125^\circ 15'$
C. $120^\circ 15'$
D. $127^\circ 30'$

Explanation $\theta = \left| \frac{11M - 60H}{2} \right| = \left| \frac{11 \times 55 - 60 \times 7}{2} \right| = \frac{255}{2} = 127^\circ 30'$

02. $\sin 2190^\circ$ এর মান কত?

[SAU. 2017-18, 2004-05]

- A. $1/\sqrt{2}$
B. $\sqrt{3}/2$
C. 1
D. $1/2$

[Ans D]

03. $f(x) = x + \sin x$ এবং $f'(x) = 0$ হলে x এর মান কত হবে? [SAU. 14-15]

- A. $\frac{\pi}{2}$
B. $-\pi$
C. π
D. $-\frac{\pi}{2}$

Explanation $f'(x) = 1 + \cos x \Rightarrow \cos x = -1 \Rightarrow x = \cos^{-1}(-1) \Rightarrow x = \pi$

04. θ একটি ধনাত্মক সূক্ষ্মকোণী হলে যেখানে সমীকরণ $2\sin^2 \theta = 3\cos \theta$: θ এর মান কত? [SAU. 2013-14]

- A. 90°
B. 120°
C. 45°
D. 60°

Explanation $2\sin^2 \theta - 3\cos \theta = 0 \Rightarrow 2\sin^2 60 - 3\cos 60$

$$\Rightarrow 2\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 - 3 \times \frac{1}{2} = 2 \times \frac{3}{4} - \frac{3}{2} = \frac{3}{2} - \frac{3}{2} = 0$$

05. $\operatorname{cosec} \left(\frac{16\pi}{3} \right)$ এর মান কোনটি?

[SAU. 2007-08]

- A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$
B. $-\frac{2}{\sqrt{3}}$
C. $\frac{2}{\sqrt{3}}$
D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

Explanation $\operatorname{cosec} \left(\frac{16\pi}{3} \right) = \frac{1}{\sin 960^\circ} = -\frac{2}{\sqrt{3}}$

06. কোণ পরিমাপের জন্য ত্রিকোণমিতিতে সাধারণত কত প্রকার একক ব্যবহার করা হয়? [SAU. 2006-07]

- A. এক
B. দুই
C. তিন
D. চার

Explanation i) ঘাটমূলক (ডিগ্রি), ii) শতমূলক (গ্রেড), iii) বৃত্তীয় (রেডিয়ান), — এই তিন প্রকার একক ব্যবহৃত হয়।

07. $\sin \theta$ এবং $\cos \theta$ এর মান সবসময়ই—

[SAU. 2005-06]

- A. -1 থেকে +1
B. 0 থেকে +1
C. -1 থেকে 0
D. $-\infty$ থেকে $+\infty$ এর মধ্যে

Explanation $\sin \theta$ এবং $\cos \theta$ এর মান সর্বদাই (-1 থেকে +1 পর্যন্ত হয়)

08. $\sin(4x+1)$ এর পর্যায় কত?

[SAU. 2005-06]

- A. 4π
B. π
C. 2π
D. $\pi/2$

Explanation যেহেতু $\sin$ এর পাওয়ার 1, সেহেতু

$$\sin(4x+1), \text{ পর্যায় কাল} = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$$

N.B: এক্ষেত্রে = $\frac{\text{পর্যায়কাল}}{x \text{ এর সহগ}}$ [সব জোড় ও বিজোড় অনুপাতের ক্ষেত্রে]

खुलना कृषि विश्वविद्यालय

- চতুর্থ চতুর্ভাগে $\cos\theta, \sec\theta$ ধনাত্মক।

সিলেট কৃষি বিশ্ববিদ্যালয়

- [SyIAU.2017-18]

- চট্টগ্রাম ভেটেরিনারি ও এনিম্যাল সাইন্সেস বিশ্ববিদ্যালয়

- (B) Explanation** $\sqrt{1+1} = \sqrt{2}$

- খিনাইদহ ভেটেরিনারি কলেজ**

- $$\theta = \left| \frac{11M - 60H}{2} \right| = \left| \frac{11 \times 20 - 60 \times 2}{2} \right| = 50^\circ$$

সিরাজগঞ্জ ভেটেরিনারি কলেজ

- (B) Explanation** $\tan(-1125^\circ) = -\tan(1125^\circ)$
 $= -\tan(90 \times 12 + 45) = -\tan 45^\circ = -1$

